



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΩΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

**ΕΞΕΛΙΞΗ ΛΙΘΙΝΩΝ ΤΟΞΩΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ
ΑΠΟ ΤΟΝ 19^Ο ΑΙΩΝΑ ΚΑΙ ΜΕΤΑ.
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ**

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Χ. ΑΡΒΑΝΙΤΗΣ

Διπλωματούχος Πολιτικός Μηχανικός

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δ.Π.Μ.Σ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Αθήνα, Οκτώβριος 2021

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Ωπλισμένου Σκυροδέματος της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (Ε.Μ.Π) υπό την επίβλεψη της Καθηγήτριας κ. Ελισάβετ Βιντζηλαίου.

Στο τέλος της προσπάθειας αυτής, η οποία σηματοδοτεί και το τέλος των μεταπτυχιακών σπουδών μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους όσους βοήθησαν στην εκπόνηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας αλλά και επηρέασαν καταλυτικά στην μέχρι τώρα πορεία μου ως φοιτητή και μηχανικό.

Ευχαριστώ θερμά την Καθηγήτρια μου, κ. Ελισάβετ Βιντζηλαίου, για την άρτια επιστημονική της καθοδήγηση, την υποστήριξη, την απaráμιλλη διάθεση που επέδειξε σε οτιδήποτε χρειάστηκα και τις πολύτιμες γνώσεις που αποκόμισα καθ' όλη την διάρκεια τόσο της μεταπτυχιακής μου εργασίας όσο και μέσα από τα μαθήματα, στο αντικείμενο των επισκευών-ενισχύσεων και φέρουσας τοιχοποιίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Χρήστο Γιαννέλο, Υπ. Δρ. Πολιτικό μηχανικό, για την διάθεση που επέδειξε σε οτιδήποτε χρειάστηκα, την άριστη συνεργασία και την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχε απλόχερα.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία ανήκει στην γενικότερη θεματική περιοχή των ιστορικών λιθόκτιστων γεφυρών. Διαχρονικά παρατηρείται πληθώρα λίθινων τοξωτών γεφυρών, οι οποίες παρουσιάζουν κατασκευαστικές διαφορές που συνδέονται με την εξέλιξη των μεθόδων σχεδιασμού, ανά χρονική περίοδο και περιοχή. Ειδικότερα, κατά τον 19^ο έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα κατασκευάζονται λίθινες τοξωτές γέφυρες, ιδιαίτερα, μεγάλων ανοιγμάτων οι οποίες βρίσκονται σε λειτουργία έως σήμερα και έχουν σημαντική μνημειακή αξία.

Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι τόσο η διερεύνηση και η ανασκόπηση των «πρακτικών» σχεδιασμού που υιοθετήθηκαν κατά τους προηγούμενους αιώνες, όσο και η τεκμηρίωση αυτών μέσω σύγχρονων υπολογιστικών εργαλείων. Επ' αυτού, λαμβάνονται ως παραδείγματα δύο εκ' των μεγαλύτερων, σε άνοιγμα, λίθινων γεφυρών και διενεργούνται υπολογιστικοί έλεγχοι τόσο επί της υφιστάμενης κατασκευής όσο και κατά την θεώρηση διαφορετικών παραμέτρων σχεδιασμού.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ιστορική εξέλιξη της γεφυροποιίας. Ενώ ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στην περίπτωση των λιθόκτιστων γεφυρών έως και την περίοδο της πλήρους αντικατάστασης αυτών από υλικά όπως το σκυρόδεμα και ο χάλυβας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο δίδεται έμφαση στην περίπτωση των λίθινων τοξωτών γεφυρών. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζεται η βασική ορολογία των γεφυρών και οι διαφορετικές γεωμετρικές χαράξεις που ακολουθήθηκαν μέσα στα χρόνια. Επίσης, γίνεται εκτενής αναφορά επί των «πρακτικών» και εμπειρικών μεθόδων σχεδιασμού των λίθινων τοξωτών γεφυρών, όπως αυτές καταγράφονται ανά χρονική περίοδο.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται υπολογιστική διερεύνηση των παραμέτρων σχεδιασμού που υιοθετούνται κατά τον 19^ο έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Πιο συγκεκριμένα, μελετώνται οι γέφυρες Cabin John (1863) και Pont Adolphe (1904) τόσο στην πραγματική τους μορφή, όσο και λαμβάνοντας ως παραμέτρους σχεδιασμού: (α) πλήρες «γέμισμα» άνωθεν του τόξου και (β) σταθερό πάχος καθ' όλο το μήκος του τόξου.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται γενικά συμπεράσματα που προκύπτουν τόσο από την ανασκόπηση των «πρακτικών» σχεδιασμού όσο και από τα αποτελέσματα της σύγκρισης των διαφορετικών μεθόδων που αποτιμώνται στο πλαίσιο της υπολογιστικής διερεύνησης.

ABSTRACT

The present Postgraduate Thesis covers part of the thematic area of traditional stone bridges. Throughout time, a multitude of stone arch bridges types can be observed. It is noted that, structural differences are observed, depending on the evolution of design methods through time period and region. In particular, during the 19th to the early 20th century, stone arch bridges were constructed, having spans of rather large dimensions. These bridges are still in use and have considerable monumental value.

The purpose of the thesis is to study and investigate the empirical rules and methods, which used for the design of stone arch bridges in previous centuries. Furthermore, the static behavior of bridges designed using different methods is being investigated, through numerical methods. For this purpose, two existing stone bridges with the largest span are chosen as case studies.

The first chapter presents the historical evolution of bridges. Emphasis is given to the stone arch bridges, up to the period when concrete and steel materials replaced the traditional masonry.

In the second chapter emphasis is placed on the structural design of stone arch bridges. In particular, the parameters of the structural and geometric design of traditional bridges are presented. Additionally, the empirical design rules, as recorded by period, are presented.

The final chapters (chapters three and four) regard the numerical simulation of the existing bridges. The case studies adopted are the Cabin John (1863) and Pont Adolphe (1904) bridges, namely the stone bridges with the largest span at the period of their construction. The results of static analysis of the existing bridges are compared with the parameter analysis, taking into account different structural design parameters. As parameters of structural design are adopted (a) the case of infilled spandrel above the arch and (b) the thickness of arch, being constant along its entire length.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΤΟΧΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	Σελ.
	1.1 ΓΕΝΙΚΑ	1
	1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΚΑΙ ΕΞΕΛΙΞΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	ΛΙΘΙΝΕΣ ΤΟΞΩΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ	6
	2.1 ΓΕΝΙΚΑ	6
	2.2 ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΟΞΩΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ	6
	2.3 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΧΑΡΑΞΕΩΣ ΤΟΞΟΥ	7
	2.4 ΥΠΟ ΤΗΝ ΣΚΟΠΙΑ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ	8
	2.4.1 Εμπειρικοί κανόνες – Πρακτικές	8
	2.4.1.1 Σύγκριση μεθόδων υπολογισμού λυγηρότητας τόξου	27
	2.4.1.2 Παραδείγματα λίθινων τοξωτών γεφυρών	29
	2.4.1.3 Συμπεράσματα	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΛΙΘΙΝΩΝ ΤΟΞΩΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ	34
	3.1 ΓΕΝΙΚΑ	34
	3.2 PONT ADOLPHE (1904)	34
	3.2.1 Γενική περιγραφή – Αριθμητικό προσομοίωμα	34
	3.2.2 Αποτελέσματα υφιστάμενης κατασκευής	41
	3.2.3 Διερεύνηση παραμέτρων σχεδιασμού	43
	3.2.3.1 Γενικά	43
	3.2.3.2 Περίπτωση Α: Σταθερό πάχος τόξου	43
	3.2.3.3 Περίπτωση Β: «Γέμισμα» με γαιώδες υλικό καθ' όλο το μήκος του τόξου	49
	3.2.4 Συμπεράσματα (Pont Adolphe)	53
	3.3 CABIN JOHN BRIDGE (1857-1863)	55
	3.3.1 Γενική περιγραφή – Αριθμητικό προσομοίωμα	55
	3.3.2 Αποτελέσματα υφιστάμενης κατασκευής	63
	3.3.3 Διερεύνηση παραμέτρων σχεδιασμού	67

	3.3.3.1 Γενικά	67
	3.3.3.2 Περίπτωση Α: Σταθερό πάχος τόξου	67
	3.3.3.3 Περίπτωση Β: «Γέμισμα» με γαιώδες υλικό καθ'όλο το μήκος του τόξου	70
	3.3.4 Συμπεράσματα (Cabin John Bridge)	74
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	76
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		77

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΤΟΧΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1.1. Γενικά

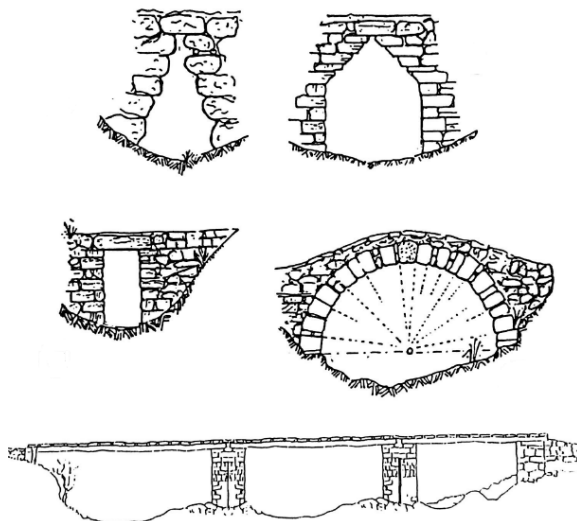
Η παρούσα εργασία ανήκει στην γενικότερη θεματική περιοχή των ιστορικών λιθόκτιστων γεφυρών. Πιο συγκεκριμένα δίδεται έμφαση στην περίπτωση λίθινων τοξωτών γεφυρών, μεγάλων ανοιγμάτων, που κατασκευάστηκαν κατά τον 19^ο έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Ως στόχος της εργασίας, ορίζεται τόσο η διερεύνηση και η ανασκόπηση των «πρακτικών» σχεδιασμού που υιοθετήθηκαν τους προηγούμενους αιώνες, όσο και η υπολογιστική διερεύνηση και τεκμηρίωση αυτών μέσω των σύγχρονων υπολογιστικών εργαλείων.

1.2. Ιστορική Αναδρομή και Εξέλιξη

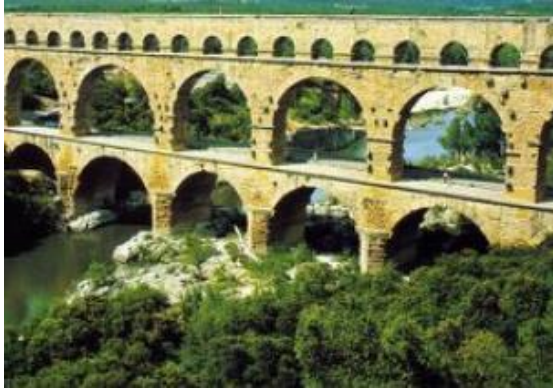
Από την πρώτη εμφάνιση των γεφυρών, είναι εμφανής η «σύνδεση» τους με την ανάπτυξη και την πρόοδο της εκάστοτε κοινωνίας ή και γενικότερα της ανθρωπότητας. Διαχρονικά εμφανίζονται διαφορετικές μέθοδοι κατασκευής και υιοθετούνται διαφορετικά υλικά, κάτι που μαρτυρά τόσο την οικονομική και πολιτιστική ανάπτυξη της εκάστοτε κοινωνίας, όσο και την πρόοδο της επιστήμης που λάμβανε χώρα κατά την περίοδο κατασκευής των τεχνικών έργων. Με την πάροδο των χρόνων, η συνεχής αύξηση του πληθυσμού των πόλεων και της κυκλοφορίας είτε στο εσωτερικό των πόλεων είτε από και προς αυτές, «όριζαν» συνεχώς τις νέες απαιτήσεις των τεχνικών έργων και συνεπώς συντέλεσαν στην επιστημονική εξέλιξη επί των τεχνικών έργων.

Επί αιώνες, η κυκλοφορία άνωθεν των γεφυρών προοριζόταν για πεζούς, ζώα και άμαξες, με αποτέλεσμα οι οδοί κυκλοφορίας να προσαρμόζονται στην μορφή του εδάφους χωρίς να θεωρείται ιδιαίτερα «ενοχλητική» η κλίση αυτού. Ως βασικά μέσα γεφυρώσεως μικρών ανοιγμάτων, και κατά τα πρώτα χρόνια, χρησιμοποιούνταν κυρίως λίθοι μικρού πλάτους (Σχήμα 1) ή ξύλινα στοιχεία (π.χ κορμοί δέντρων). Με το πέρασμα των χρόνων, όμως, η ανάγκη γεφυρώσεως μεγαλύτερων ανοιγμάτων οδήγησε σε ένα νέο τύπο κατασκευής: το τόξο. Η «νέα» αυτή μορφή των γεφυρών, έμελλε να αποτελέσει σημείο αναφοράς για πολλούς αιώνες μέχρι σήμερα και παρά την συνεχή εξέλιξη τόσο σε επίπεδο γεωμετρικών σχηματισμών όσο και υλικών, παραμένει μια από τις πλέον επιτυχείς μορφές φορέων γεφυρών.

Σύμφωνα με τους ειδικούς αρχαιολόγους, η παλαιότερη γέφυρα που σώζεται μέχρι και σήμερα στον κόσμο είναι λίθινη τοξωτή, βρίσκεται στον μικρό ποταμό Μήλη της Σμύρνης και χρονολογείται το 850 π.Χ. Οι αρχαίοι Έλληνες φαίνεται ότι δεν διακρίθηκαν ιδιαίτερα στην κατασκευή γεφυρών, καθότι δεν έχουν διατηρηθεί ιδιαίτερα τεχνολογικά δείγματα (Μυκηναϊκή έως Ελληνιστική περίοδο). Αντίθετα, οι Ρωμαίοι αναδείχθηκαν σε σπουδαίους γεφυροποιούς, με δείγματα της ρωμαϊκής εποχής να σώζονται έως σήμερα (Σχήμα 2). Βέβαια, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η σχετικά μειωμένη ανάπτυξη της γεφυροποιίας στην Αρχαία Ελλάδα, πιθανόν, να οφείλεται σε γεωγραφικούς λόγους, καθότι όπως αναφέρει και ο καθ. Θ. Τάσιος στο σύγγραμμα «Αρχαιοελληνική Γεφυροποιία»: Όποιος δεν έχει ποτάμια, δεν έχει και γεφύρια.



Σχήμα 1. Βασικοί τύπου γεφυρών στην Αρχαία Ελλάδα (Πηγή: Αρχαιοελληνική Γεφυροποιία, εκδ. Ε.Μ.Π)



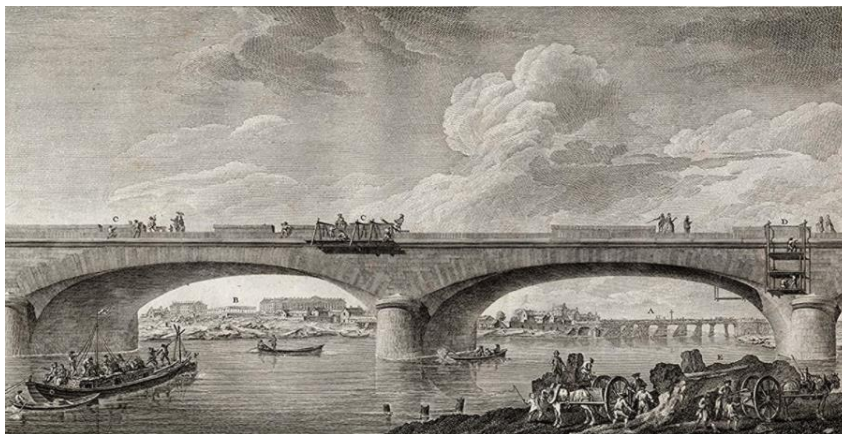
Σχήμα 2. Υδατογέφυρες Ρωμαϊκής περιόδου: (α) Pont du Gard, (β) Aqueduct of Segovia

Επίσης, κατά την διάρκεια του Μεσαίωνα, καλλιεργήθηκε ιδιαίτερα το είδος των τοξωτών γεφυρών με την περίοδο της αναγέννησης έως τον 18^ο αιώνα να θεωρείται ως σημείο αναφοράς (όπως άλλωστε σε πολλούς τομείς της επιστήμης και των τεχνών), όπου και κατασκευάζονται σημαντικά έργα γεφυροποιίας.



Σχήμα 3. Γέφυρα του Λονδίνου (Μεσαιωνικής περιόδου)

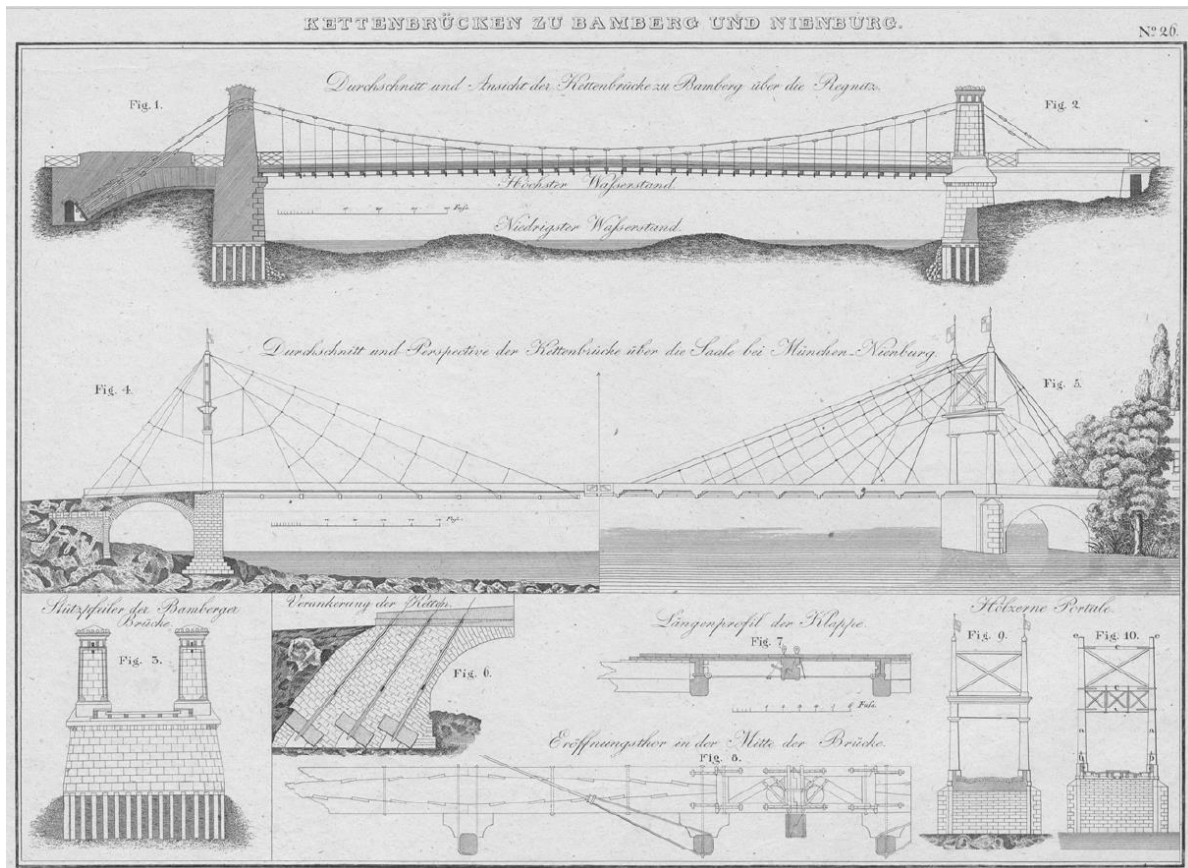
Συγκεκριμένα, κατά τον 18^ο αιώνα παρατηρείται άλμα στον τομέα της γεφυροποιίας με πρωτοπόρους τους Γάλλους γεφυροποιούς και πολλά σημαντικά έργα γεφυρών να καταγράφονται και να σώζονται έως σήμερα (σε λειτουργία). Σημείο αναφοράς στην εξέλιξη της γεφυροποιίας αυτής της περιόδου αποτέλεσε η ίδρυση της σχολής γεφυροποιίας *École des Ponts et Chaussées*, όπου σε συνδυασμό με τις πρώτες γνώσεις στον τομέα της στατικής συντέλεσαν στην εξέλιξη των μεθόδων κατασκευής, στην επίτευξη διαφορετικής γεωμετρίας τόξων (χθαμαλότερα ή πολύκεντρα τόξα και αισθητή απομείωση του πάχους των τόξων και των βάθρων) και μεγαλύτερων ανοιγμάτων.



Σχήμα 4. Γέφυρα του Neuilly (1774)

Κατά τον 19^ο αιώνα, οι γεφυροποιοί σε όλο τον κόσμο πλέον (όχι μόνο στην Γαλλία και στην Αγγλία) μούνται στις νέες πρακτικές και την υπολογιστική μεθοδολογία επίλυσης των τοξωτών λίθινων γεφυρών (που ήδη παράχθηκαν κατά τον 18^ο αιώνα). Αποτέλεσμα αυτού είναι η συνεχής αύξηση των ανοιγμάτων (έως και 67 m) ταυτόχρονα με την σημαντική μείωση της λυγρότητας των τόξων (έως και 1/54), ενώ παράλληλα δημιουργούνται αρκετά και σημαντικά συγγράμματα αναφορικά με την τέχνη της γεφυροποιίας.

Ο 19^{ος} αιώνας, όμως, πέραν της σημαντικής εξέλιξης των λίθινων τοξωτών γεφυρών (πλήθος παραδειγμάτων) θεωρείται και ο αιώνας του σιδηροδρόμου. Ως επακόλουθο, ο σίδηρος χρησιμοποιείται ως δομικό υλικό των γεφυρών και σε συνδυασμό με τις ήδη αναπτυγμένες γνώσεις στο αντικείμενο της στατικής, κατασκευάζονται γέφυρες με άνοιγμα μεγαλύτερο των 500 m (δικτυωτές και κρεμαστές γέφυρες).



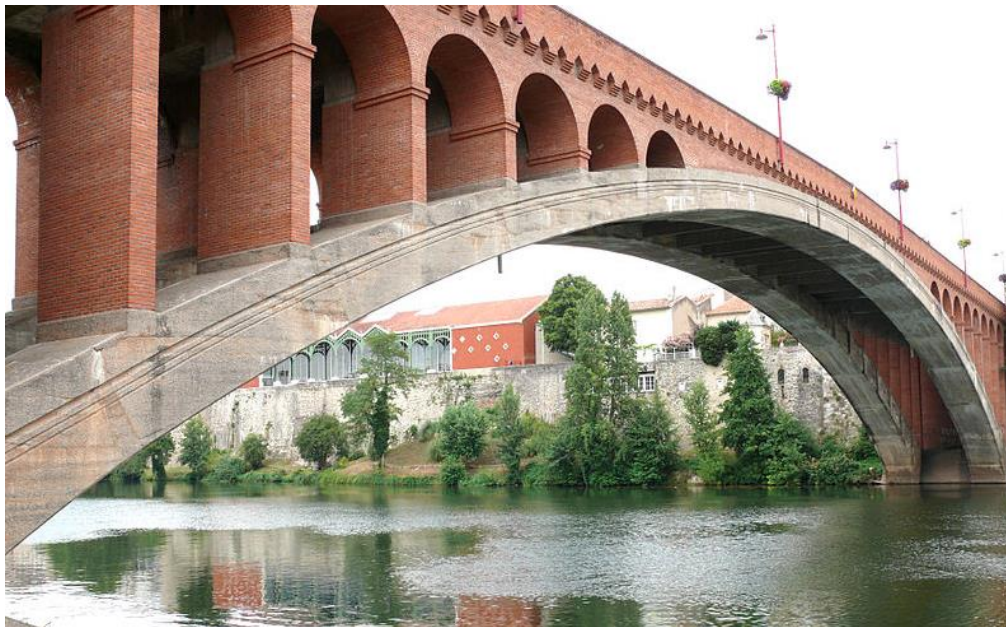
Σχήμα 5. Γέφυρα Bamberg (1829) & Γέφυρα Nienburg (1825)

Ο 20^{ος} αιώνας, θα μπορούσε γενικά να χαρακτηριστεί ως ο αιώνας του αυτοκινήτου. Ήδη από τις αρχές του, ο χάλυβας είναι ιδιαίτερα διαδεδομένο υλικό, ενώ εκ των βασικότερων υλικών στην διάθεση των μηχανικών είναι και το σκυρόδεμα. Η εξέλιξη των γεφυρών, πλέον, είναι μονόδρομος και επιτυγχάνονται ανοίγματα άνω των 1000 m (κρεμαστές γέφυρες) κατά την χρήση του χάλυβα. Στην περίπτωση του σκυροδέματος, ορθότερα του οπλισμένου και προεντεταμένου σκυροδέματος, τα ανοίγματα των γεφυρών δεν ξεπερνούν τα 500 m, αλλά η υπεροχή των γεφυρών από οπλισμένο (ή κυρίως προεντεταμένο) σκυρόδεμα έναντι κόστους και περιορισμένης συντήρησης (συγκριτικά με της σιδηρές γέφυρες) τοποθετούν το σκυρόδεμα στο πλέον διαδεδομένο υλικό γεφυροποιίας. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι περίπου το 90% των γεφυρών στην Ευρώπη είναι από σκυρόδεμα.

Όπως είναι αντιληπτό, το σκυρόδεμα και ο χάλυβας αντικατέστησαν, κυρίως από τις πρώτες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα, την λιθοδομή ως κύριο υλικό των γεφυρών. Παρόλα αυτά, κατά τις αρχές του αιώνα καταγράφονται κάποιες από τις μεγαλύτερες σε άνοιγμα τοξωτές λίθινες γέφυρες. Κατά τις συγκεκριμένες περιπτώσεις γεφυρών επιτυγχάνεται άνοιγμα έως και 90 m και αποτελούν τον «προάγγελο» των τοξωτών γεφυρών από οπλισμένο σκυρόδεμα. Συγκεκριμένα, με κύριο εκφραστή τον σπουδαίο Γάλλο γεφυροποιό P. Σέζουμπέ, υιοθετούνται μορφές χθαμαλών (ή καταβιβασμένων), ελλειπτικών και παραβολικών τόξων όπου επ' αυτών εδράζονται τοιχεία από φέρουσα τοιχοποιία ως στοιχεία στήριξης του καταστρώματος.



Σχήμα 6. Γέφυρα -Pont- Adolphe (1904), η μελέτη της οποίας εκπονήθηκε από το Γάλλο μηχανικό P. Σέζουμπέ



Σχήμα 7. Γέφυρα Villeneuve sur Lot (1919), η μελέτη της οποίας εκπονήθηκε από το διάσημο Γάλλο γεφυροποιό E. Freyssinet (αποτελείται από τόξο Ο/Σ και ανωδομή από φέρουσα τοιχοποιία)



Σχήμα 8. Γέφυρα Plougastel (1930) από οπλισμένο σκυρόδεμα, η μελέτη της οποίας εκπονήθηκε από το διάσημο Γάλλο γεφυροποιό E. Freyssinet



Σχήμα 9. Γέφυρα Wanxian (1997) από οπλισμένο σκυρόδεμα (τύπου Hennebique)

2. ΛΙΘΙΝΕΣ ΤΟΞΩΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ

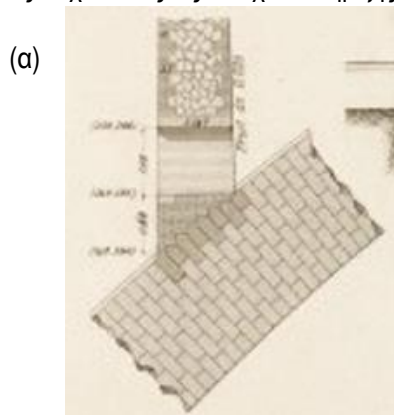
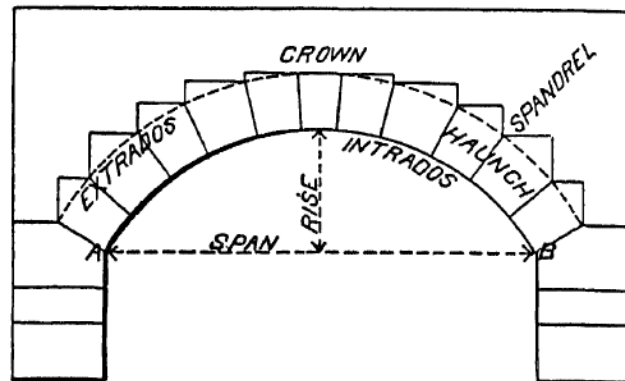
2.1. Γενικά

Στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας, δίδεται κυρίως έμφαση στις λίθινες (ή λιθόκτιστες) τοξωτές γέφυρες και στον σχεδιασμό/πρακτικές που υιοθετούνται για την γεφύρωση των απαιτούμενων ανοιγμάτων. Επ' αυτού στην συγκεκριμένη ενότητα, αρχικά δίδονται οι βασικές παράμετροι σχεδιασμού τοξωτών λίθινων γεφυρών ενώ στην συνέχεια παρουσιάζονται οι «πρακτικές» και εμπειρικοί κανόνες σχεδιασμού ταυτόχρονα με τα παραδείγματα γεφυρών που καταγράφονται μέσα στους προηγούμενους αιώνες.

2.2. Ορολογία τοξωτών γεφυρών

Για την καλύτερη παρουσίαση των επιμέρους παραμέτρων σχεδιασμού των λίθινων τοξωτών γεφυρών θεωρείται αναγκαία η παρουσίαση των επιμέρους τμημάτων μιας τοξωτής γέφυρας.

- i. Κλείδα ή στέψη τόξου (Crown).
- ii. Ύψος τόξου (Rise): Μέγιστη απόσταση κλείδας από το επίπεδο γένεσης των τόξων.
- iii. Άνοιγμα τόξου (Span): Απόσταση μεταξύ στηρίξεων του τόξου.
- iv. Εσωράχιο (Intrados): Η κατώτερ επιφάνεια του τόξου προς το έδαφος.
- v. Εξωράχιο (Extrados): Η άνω επιφάνεια που σχηματίζει το τόξο.
- vi. Ακρόβαθρα ή βάρθρα (Abutment).
- vii. «Γέμισμα» (Spandrel ή Spandrel fill): Το τμήμα άνωθεν του τόξου έως το επίπεδο του καταστρώματος. Έως και τον 19^ο αιώνα, συνήθως, το «γέμισμα» αποτελείται από λιθοδομή μειωμένων μηχανικών χαρακτηριστικών ή γαιώδες υλικό. Κατά τα τέλη του 19^{ου} και αρχές 20^{ου} αιώνα, παρατηρείται αντικατάσταση του γεμίσματος είτε από τοξοστοιχίες είτε μεμονωμένα τοιχεία (τύπου ορθοστατών) φέρουσας τοιχοποιίας ως στοιχεία στήριξης του καταστρώματος (Σχήμα 10).

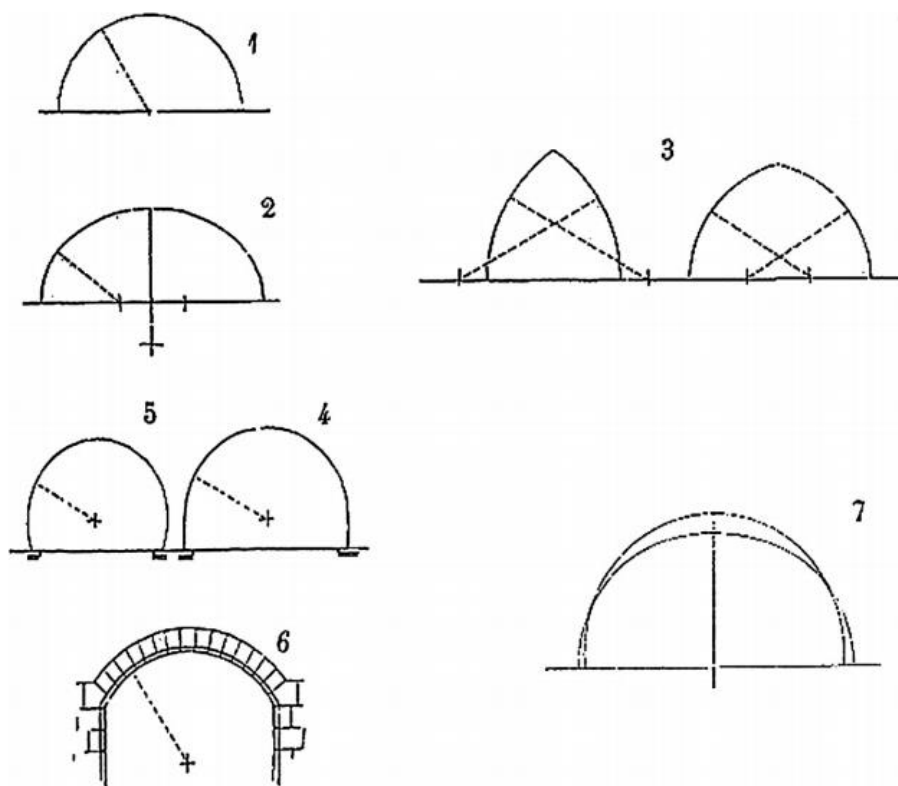


Σχήμα 10. (α) Ενδεικτική λεπτομέρεια σύνδεσης τοιχείων άνωθεν τόξου και (β) τοξοστοιχίες άνωθεν τόξου, κατά τον Γάλλο μηχανικό Paul Séjourné.

2.3. Γεωμετρία χαράξεως τόξου

Ανά τους αιώνες, έχουν παρατηρηθεί διάφορες γεωμετρίες χάραξης των τόξων. Είναι δε δεδομένο ότι η μετατροπή των χαράξεων της γεωμετρίας των τοξωτών γεφυρών οφείλεται τόσο σε λειτουργικές αιτίες (π.χ ωφέλιμο ύψος για διάβαση πλωτών μέσων) όσο και «στατικούς» λόγους κατά την ανάγκη επίτευξης μεγαλύτερων ανοιγμάτων.

Η συγκεκριμένη ενότητα και γενικά το ζήτημα της χαράξεως των τόξων θα μπορούσε να αποτελέσει από μόνο του θέμα διερεύνησης και πιθανόν να φανέρωνε σημαντικά συμπεράσματα ως προς λειτουργία και τα οφέλη των διαφορετικών μορφών και χαράξεων. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, το θέμα της γεωμετρίας των τόξων δεν εξετάζεται διεξοδικά, καθώς ο κύριος στόχος της είναι η διερεύνηση παραμέτρων όπως το γέμισμα άνωθεν του τόξου και η λυγηρότητα του τόξου.



Σχήμα 11. Τύποι χαράξεως τόξου [Πηγή: M.d.C. Gómez-Collado et al. (2018)]

Οι τύποι χαράξεως των τόξων ποικίλλουν τόσο ανά χρονική περίοδο όσο και ανά περιοχή, με τους «βασικούς» τύπους χαράξεως, όπως αυτοί καταγράφονται μέσα στα χρόνια να είναι οι εξής (Σχήμα 11):

- (1) Πλήρες Ημικύκλιο
- (2) Πολύκεντρο τόξο (ή ελαφρώς καταβιβασμένο ελλειπτικής γεωμετρίας)
- (3) Οξυκόρυφο τόξο
- (4) & (5) Κυκλική χάραξη (κυρίως θολωτών υπόγειων έργων)
- (6) Τμήμα Κύκλου (ή και χθαμαλά τόξα)
- (7) Ελαφρώς καταβιβασμένο τόξο.

2.4. Υπό την σκοπιά της μηχανικής

Ερχόμενοι στο σήμερα αλλά με στραμμένο το βλέμμα στα παραδείγματα του παρελθόντος, καλούμαστε να αποκωδικοποιήσουμε τις τεχνικές, τις μεθόδους και τις πρακτικές των προγενέστερων μας.

Κατά τον σχεδιασμό, ή γενικότερα κατά την μελέτη ενός τεχνικού έργου (ειδικά στην περίπτωση γεφυρών), η «θεωρία» καλείται να ερμηνευτεί από την διαθέσιμη «πρακτική» που την συνοδεύει αλλά και αντίστροφα, οι εκάστοτε πρακτικές θα πρέπει να μελετώνται υπό το φως της διαθέσιμης γνώσης και «θεωρίας».

Υπό αυτή την σκοπιά, παρακάτω, ακολουθούν παραδείγματα λίθινων τοξωτών γεφυρών ταυτόχρονα με τις αντίστοιχες πρακτικές της εκάστοτε περιόδου και δίνεται έμφαση στην μεταβολή της λυγερότητας, τα σημεία στήριξης των τόξων και τις μεθόδους «γεμίσματος» άνωθεν των τόξων.

Όσον αφορά το θεωρητικό υπόβαθρο που αναπτύχθηκε μέσα στα χρόνια αναφορικά με τον σχεδιασμό των τοξωτών κατασκευών είναι σχετικά γνωστό. Οπότε, ερχόμενοι στο σήμερα και κάνοντας χρήση των υπολογιστικών εργαλείων που κατέχουμε για την επίλυση των κατασκευών (πχ. πεπερασμένα στοιχεία κ.λπ.) επιλέγουμε να μην γίνει ιδιαίτερη αναφορά στις θεωρίες σχεδιασμού που αναπτύχθηκαν.

Βέβαια, δεν μπορεί παρά να αναφερθεί, η σπουδαία πρόοδος σε αυτόν το τομέα μέσα στα χρόνια, όπου από την εποχή του Robert Hooke (1676) και την αρχική σύλληψη της αλυσσοειδούς γεωμετρίας, των μηχανισμών κατάρρευσης των τόξων (Couplet & Coulomb) και των γραφικών μεθόδων προσδιορισμού της γραμμής πιέσεων ήμαστε πλέον σε θέση να υπολογίζουμε σύνθετα προβλήματα γεφυρών σε μικρό χρονικό διάστημα. Αλλά πάντα με σεβασμό και το βλέμμα στραμμένο σε αυτά που έχουν να μας διδάξουν οι προπάτορες μας.

2.4.1. Εμπειρικοί Κανόνες – Πρακτικές

Με σκοπό τον ορθό σχεδιασμό τοξωτών κατασκευών με απλό και γρήγορο τρόπο, αναπτύχθηκαν διάφορες μέθοδοι υπολογισμού των βασικών/κρίσιμων στοιχείων (πάχος τόξου, στήριξεις κ.λπ.). Βασικός παράγοντας που οδήγησε στην ανάπτυξη των εμπειρικών (ή ημι-εμπειρικών μεθόδων) είναι η πολυπλοκότητα και η δυσκολία να συμπεριληφθούν σε ακριβή προσομοιώματα όλες οι μεταβλητές που επηρεάζουν την δομική ακεραιότητα των τοξωτών γεφυρών. Σύμφωνα δε με τον W. Rankine αναφέρεται το εξής:

“To determine with precision the depth required for the keystone of an arch by direct deduction from the principles of stability and strength, would be an almost impracticable problem from its complexity.”

William Rankine (1862)

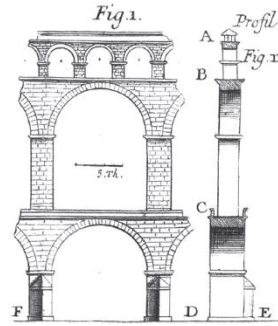
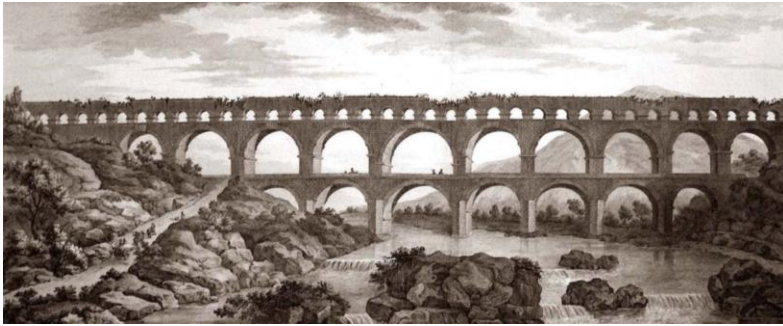
Στα επόμενα, παρουσιάζονται οι πλέον διαδεδομένες πρακτικές μέθοδοι υπολογισμού ανά χρονική περίοδο.

I. Από την Ρωμαϊκή εποχή μέχρι τον 18^ο αιώνα

Κατά την ρωμαϊκή εποχή, πολλές γέφυρες και υδραγωγεία αποτελούνται από σειρά τόξων (Σχήμα 12) με σχεπτικά μικρά ανοίγματα τόσο κατά μήκος όσο και καθ' ύψος. Ενώ για την κάλυψη μεγάλων ανοιγμάτων τοποθετούνταν σε σειρά πλήθος τόξων (αντίστοιχα και για την κάλυψη του ύψους). Σύμφωνα με πηγές και παραδείγματα έργων της ρωμαϊκής περιόδου θεωρείται ότι ένας πρακτικός κανόνας υπολογισμού του πάχους κλείδας είναι :

$$d = s / 10 \quad (2.1)$$

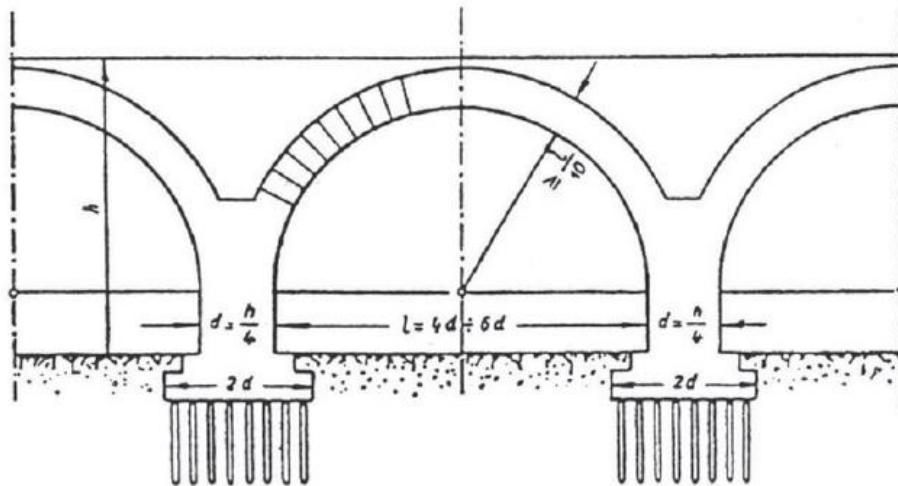
Όπου d πάχος τόξου στην κλείδα και S το άνοιγμα του τόξου.



Σχήμα 12. Pont du Guard

Με την πάροδο των χρόνων, συγχρόνως με την συνεχή ανάγκη διεύρυνσης των οδικών δικτύων, τον 15^ο αιώνα ο Leon Battista Alberti στο έργο του “De re aedificatoria” (1485), προτείνει για πρώτη φορά εμπειρικούς κανόνες αναφορικά με τον σχεδιασμό τοξωτών λίθινων γεφυρών. Συγκεκριμένα, ορίζει στο $1/10$ την επιθυμητή λυγηρότητα στην στέψη του τόξου, όπου με τον όρο λυγηρότητα ορίζεται ο λόγος του πάχους προς το μήκος ανοίγματος της γέφυρας. Επίσης ο Alberti θεωρούσε ότι το πάχος του τόξου εξαρτάται επίσης από το ύψος αυτού και όρισε, αντίστοιχα ως κανόνα, το πάχος στην κλείδα να μην λαμβάνεται μικρότερο από $1/4$ του ύψους τόξου (για ημικυκλικά τόξα).

Όσον αφορά τον σχεδιασμό των μεσοβάθρων, ο Alberti προτείνει το πάχος αυτών να λαμβάνεται $1/4 \div 1/6$ του ανοίγματος, κάτι που σύμφωνα με την πρακτική της εποχής δεν ακολουθείται. Αλλά λαμβάνεται πάχος μεσοβάθρων $1/3$ του ανοίγματος τόσο κατά την ρωμαϊκή εποχή όσο και κατά τα επόμενα χρόνια.



Σχήμα 13. Αποτύπωση εμπειρικών κανόνων σχεδιασμού κατά Alberti [Πηγή: Huerta et al. (2018)]

Η συγκεκριμένη πρακτική (κατά Alberti) ακολουθείται έως και τον 18^ο αιώνα με μικρές τροποποιήσεις στην γεωμετρία (μείωση λόγου ύψους προς άνοιγμα) και μείωση του πάχους τόξου. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι, κυρίως σε γέφυρες στην Ιταλία, λαμβάνεται λυγηρότητα στην στέψη $1/12 \div 1/15$ (Palladio, 1570).

II. 1700 – 1850

Ο 18^{ος} αιώνας αποτέλεσε σημείο αναφοράς για την ανάπτυξη των τοξωτών γεφυρών. Το 1747 ιδρύεται η διάσημη σχολή γεφυρών και οδοστρωμάτων (*École des Ponts et Chaussées*), στην οποία διαχρονικά φοίτησαν και δίδαξαν σπουδαιίοι επιστήμονες και μηχανικοί. Όπως παρουσιάζεται παρακάτω, την συγκεκριμένη χρονική περίοδο αναπτύχθηκαν διάφορες μέθοδοι υπολογισμού που στόχο είχαν την υλοποίηση μεγαλύτερων ανοιγμάτων ταυτόχρονα με την μείωση του πάχους των τόξων.

H. Gautier (1717)

Στις αρχές του 18^{ου} αιώνα, ο Γάλλος μηχανικός H. Gautier δημοσίευσε το βιβλίο με τίτλο “*Traité des ponts*”, το οποίο θεωρείται το πρώτο σύγγραμμα που πραγματεύεται αποκλειστικά ως θέμα την γεφυροποιία. Επί του συγγράμματος, ο Gautier παραθέτει εμπειρικούς (ή ημι-εμπειρικούς) κανόνες ως προς τον σχεδιασμό των λίθινων τοξωτών γεφυρών. Μεταξύ άλλων πρότεινε, το πάχος στην κλείδα του τόξου να λαμβάνεται ως το 1/15 του ανοίγματος του τόξου. Η συγκεκριμένη πρόταση, κατά τον Gautier, αφορά την περίπτωση ανοίγματος μεγαλύτερου των 12 m.

Αντίστοιχα, για ανοίγματα μικρότερα των 12 m, πρότεινε το πάχος στην κλείδα να ορίζεται σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις (Πίνακας 1). Αυτή η διαφοροποίηση διατυπώνεται από τον Gautier, παρατηρώντας πειραματικά την επιρροή του ανοίγματος στην απόκριση (μετακινήσεις) ημικυκλικών τόξων.

Πίνακας 1. Πάχος στην κλείδας λίθινου τόξου, κατά H.Gautier.

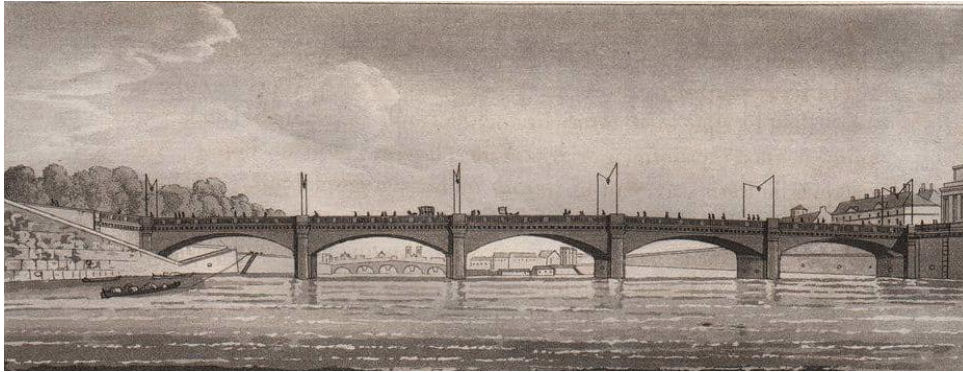
Άνοιγμα τόξου	Πάχος «κλείδας» λίθινου τόξου	
	$s \leq 12 \text{ m}$	$s > 12 \text{ m}$
Λίθοι υψηλής αντοχής	$0.30 + s / 24$	$s / 15$
Λίθοι χαμηλής αντοχής	$0.60 + s / 24$	$0.30 + s/15$

Jean Rodolphe Perronet (1748)

Στα μέσα του 18^{ου} αιώνα, ως κύριος εκφραστής της Γαλλικής πρακτικής θεωρείται, ο Γάλλος μηχανικός Jean Rodolphe Perronet (1708-1794). Ο Perronet υπήρξε σπουδαίος μηχανικός και σχεδίασε αρκετές λίθινες τοξωτές γέφυρες (κυρίαρχη μορφή των γεφυρών του 18^ο αιώνα). Πέραν αυτού, υπήρξε επίσης ο πρώτος διευθυντής της νεοσύστατης, τότε, σχολής μηχανικών *École des Ponts et Chaussées*, στην οποία διαχρονικά φοίτησαν και δίδαξαν σπουδαιίοι επιστήμονες όπως ο Eugene Freyssinet, ο Claude-Louis Navier, ο Charles Ellet, ο Augustin-Louis Cauchy και πολλοί άλλοι.

Βασική παρατήρηση του Perronet, σε αντίθεση με άλλες θεωρήσεις τις εποχής (π.χ κατά Dejardin), υπήρξε η θεώρηση ότι το πάχος στην στέψη του τόξου εξαρτάται μόνο από το μήκος του ανοίγματος και δεν επηρεάζεται από το ύψος του τόξου. Επίσης, έθεσε ως παραμέτρους σχεδιασμού την αντοχή των υλικών, το βάρος της

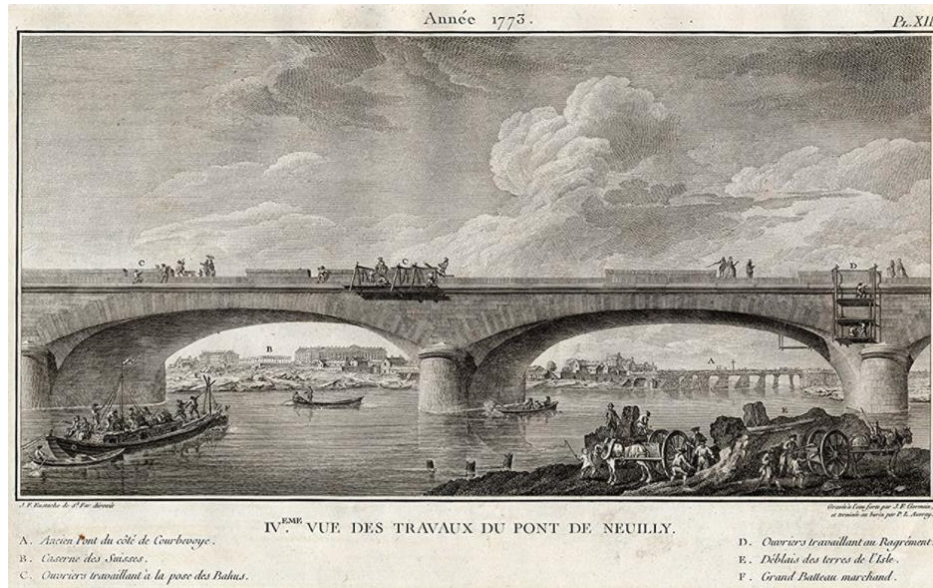
κατασκευής και το πάχος των αρμών, με αποτέλεσμα να προβεί σε τεχνικές μείωσης του βάρους των γεφυρών και κατ' επέκταση μείωση του πάχους του τόξου και των βάθρων. Η συγκεκριμένη παρατήρηση σε συνδυασμό με την πρόταση αντιστήριξης των βάθρων κατά την φάση κατασκευής, οδήγησε στην δημιουργία γεφυρών (18^{ος} αιώνας) επί των ποταμών χωρίς προβλήματα κατά την διέλευση πλωτών μέσων. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αυτού αποτελούν η τοξωτή, πολλών ανοιγμάτων, γέφυρα του Luis XVI (Pont de Luis XVI – Paris) όπου μέχρι την κατασκευή της, η διέλευση άνωθεν του Σηκουάνα γινόταν με πλωτά μέσα (Σχήμα 14), η γέφυρα Saint- Maxence (Σχήμα 15) και η γέφυρα του Neuilly (Σχήμα 16).



Σχήμα 14. Απεικόνιση της γέφυρας του Louis XVI - Παρίσι (1787-91)

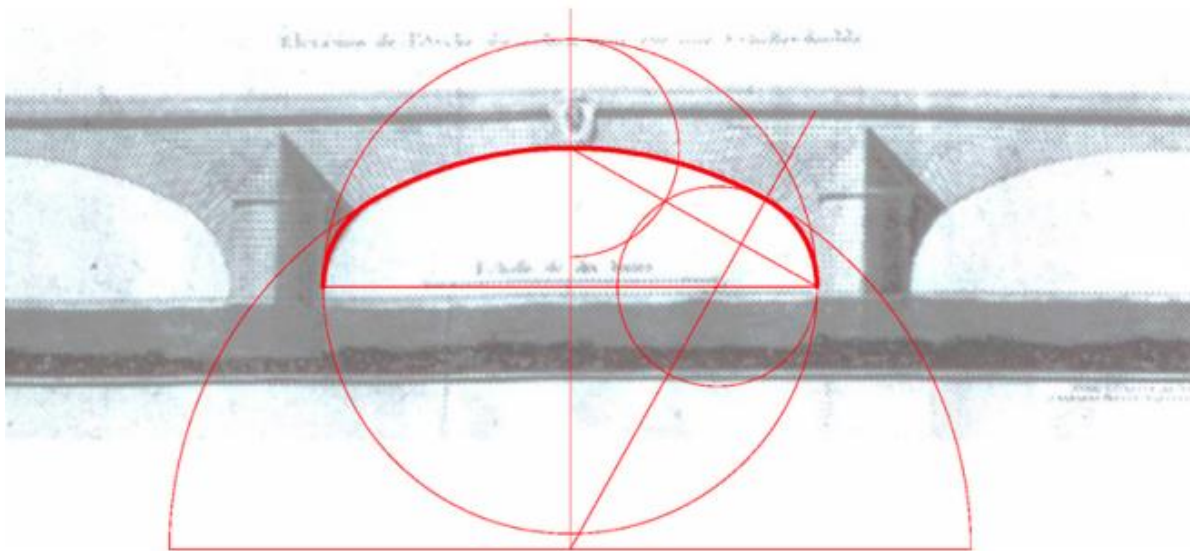


Σχήμα 15. Γέφυρα Saint - Maxence (1772 - 86)

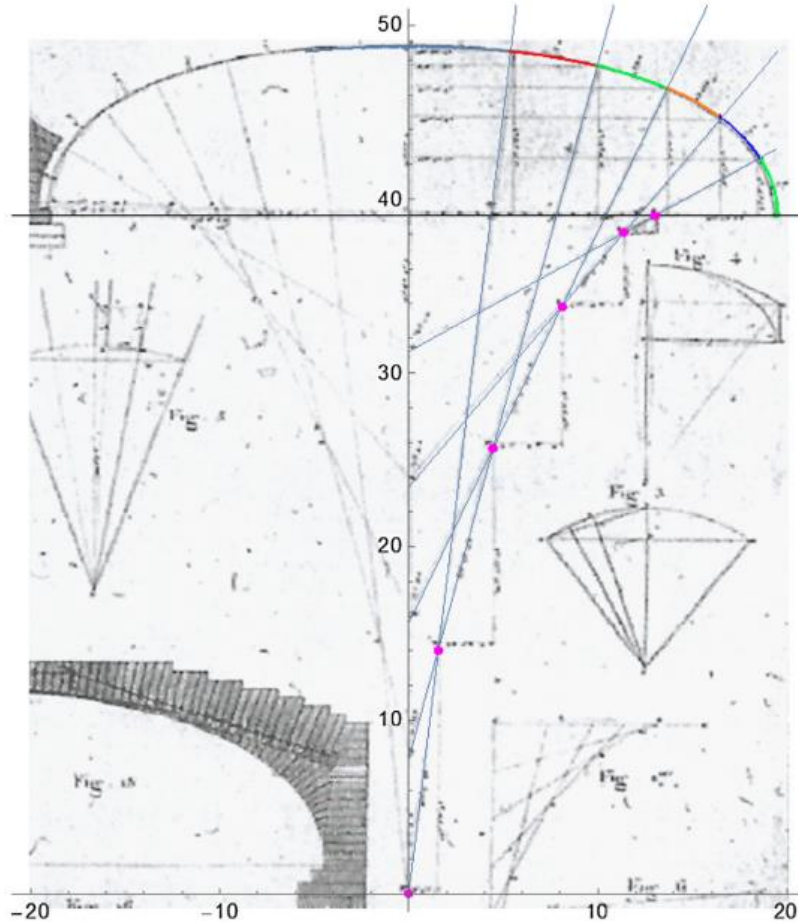


Σχήμα 16. Γέφυρα του Neuilly (1774)

Πέραν της ιδέας περί μείωσης του βάρους της κατασκευής, ο Perronet πρότεινε διαφοροποίηση στην γεωμετρία του τόξου σε σχέση με τις προγενέστερες πρακτικές. Συγκεκριμένα, υιοθετεί ως γεωμετρία τα πολύκεντρα τόξα (basket-handle) σύμφωνα με το Σχήμα 1 και 2.



Σχήμα 17. Απεικόνιση γεωμετρίας πολύκεντρου τόξου [M.d.C. Gómez-Collado et al. (2018)]



Σχήμα 18. Μεθοδολογία Perronet κατά τον σχεδιασμό της γέφυρας του Neuilly
[Πηγή: M.d.C. Gómez-Collado et al. (2018)]

Πάχος τόξου στην «κλείδα»

Γενικότερα, κατά τον σχεδιασμό μίας τοξωτής (ή θολωτής) κατασκευής, το πρώτο σε σειρά βήμα είναι να αποφασιστεί το πάχος του τόξου στην στέψη (κλείδα). Σύμφωνα με τον Perronet, προτείνεται :

$$d = 1 / 12 + 1 / 23 \cdot s \quad (2.2)$$

Όπου, d το πάχος του τόξου στην στέψη, s το ανοίγμα του τόξου και μονάδες μέτρησης σε πόδια (feet).

Η συγκεκριμένη πρόταση (Σχέση 2.2) υιοθετείται από τον Perronet σε ημικυκλικά και χθαμαλά τόξα, ενώ στην περίπτωση πολύκεντρου τόξου, ορίζει πάχος στην κλείδα του τόξου:

$$d = 1 / 12 + 1/23 \cdot 2R \quad (2.3)$$

Όπου, R η ακτίνα καμπυλότητας στην στέψη του τόξου, ενώ στην περίπτωση πολύκεντρων τόξων μπορεί να θεωρηθεί $R \approx 0.75 s$.

Βάθρα και Ακρόβαθρα (κατά Perronet & Chezy)

Κατά την πρακτική του 18^{ου} και 19^{ου}, η στήριξη των λίθινων τόξων γίνεται επί εσωτερικών βάθρων (πολλά ανοίγματα) και ακρόβαθρων. Ο Perronet, αντιλαμβανόμενος το ζήτημα της άνετης διέλευσης των πλωτών μέσων επί των ποταμών (τα σημαντικότερα έργα του αφορούσαν την ζεύξη όχθων), μείωσε αισθητά τις διαστάσεις των μεσοβάθρων (έως εκείνη την εποχή τουλάχιστον).

Επ'αυτού, αξίζει να σημειωθεί ότι η μείωση των διαστάσεων των βάθρων, κατά Perronet, είναι συνυφασμένη με την μέθοδο κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα, πρότεινε κατά την φάση κατασκευής των τόξων να προηγείται προσωρινή αντιστήριξη των βάθρων. Με αυτό τον τρόπο, αφενός κατά την φάση κατασκευής το σύστημα βάθρο-αντιστήριξη κρίνεται επαρκές, ενώ κατά την ολοκλήρωση της κατασκευής τα τόξα καλούνται να αναλάβουν τον ρόλο της αντιστήριξης των μεσοβάθρων (συνήθως τα εσωτερικά τόξα είναι μεγαλύτερων διαστάσεων από τα ακραία).

Στην περίπτωση των ακρόβαθρων, δεν δίδεται κάποια συγκεκριμένη σχέση για την διαστασιολόγηση του πάχους τους. Αλλά πιθανόν, στην περίπτωση πολύκεντρων τόξων, ο Perronet ακολουθούσε τον κανόνα του $1/3 - 1/5$ του ανοίγματος.

- Γέφυρα του Neuilly (οβάλ) : $t/s \approx 1/4$
- Γέφυρα Saint – Maxence (χθαμαλό) : $t/s \approx 1/2$

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι εμπειρικοί (ή ημι-εμπειρικοί) κανόνες, ορίζονται έχοντας πρωτίστως διαγνωστεί το ζήτημα της μείωσης του βάρους των γεφυρών. Συγκεκριμένα, ο Perronet προέβη σε μείωση των μόνιμων φορτίων των γεφυρών είτε σχεδιάζοντας ανακουφιστικούς θόλους είτε χρησιμοποιώντας «ελαφρύτερα» υλικά «γемίσματος»

Πίνακας 2. Σημαντικότερες σχεδιασμένες γέφυρες από τον Perronet.

	Τύπος τόξου	Μέγιστο Ανοιγμα τόξου (m)	Ύψος τόξου (m)	Πάχος στην «κλείδα» (m)	Πάχος Ακρόβαθρων (m)
Pont de Neuilly (1768-1774)	Πολύκεντρο (Τύπου Οβάλ)	39.0	9.75	1.52	10.8
Pont de Louis XVI (1786-1791)	Καταβιβασμένο Ημι-κυκλικό	29.0	3.00	1.20	11.8
Pont de St. Maxence (1774-1785)	χθαμαλό	23.5	1.95	1.50	
Pont de Nemours (1776-1791)	Ημι-κυκλικό	16.2	1.15	0.95	
Pont de Chateau- Thierry (1765-1786)	Ελλειπτικό	15.6	5.20	1.15	4.6

Όπως παρατηρείται στην περίπτωση πολύκεντρων τόξων (basket-handle), η λυγηρότητα στην στέψη λαμβάνεται $\sim 1/25$ (Πίνακας 2). Αντίστοιχα, η συγκεκριμένη πρακτική ακολουθείται και στην περίπτωση ημικυκλικού τόξου μεγάλου ανοίγματος.

Αντίθετα, μειώνοντας το μήκος ανοίγματος στην περίπτωση ημικυκλικών τόξων, ο σχεδιασμός του τόξου παραπέμπει στην θεώρηση του Gautier (για άνοιγμα μικρότερο των 12m).

Επίσης, ενδιαφέρον, παρουσιάζει η περίπτωση της γέφυρας St. Maxence, στην οποία με λόγο ύψους προς άνοιγμα $1/12$ (χθαμαλό τόξο) λαμβάνεται λυγηρότητα στην στέψη $\sim 1/17$.

Η θεώρηση του Gautier, πιθανόν, ακολουθείται και στην περίπτωση ελλειπτικής γεωμετρίας με «μικρό» άνοιγμα τόξου, λαμβάνοντας λυγηρότητα στην στέψη (t/s) $\sim 1/14$.

Dejardin (1845)

Τα επόμενα χρόνια, όσο αυξάνονταν και οι απαιτήσεις ανοιγμάτων γεφύρωσης, εμφανίστηκαν διάφορες εμπειρικές (ή ημι-εμπειρικές) μέθοδοι, κυρίως, υπολογισμού του πάχους στην «κλείδα» του τόξου. Μια εξ' αυτών προτείνεται από τον Γάλλο μηχανικό Dejardin (1845) και ακολουθεί την προσέγγιση (κατά Perronet) γραμμικής σχέσης μεταξύ πάχους στην «κλείδα» και ανοίγματος τόξου. Η διαφοροποίηση του Dejardin με τους προγενέστερους του, έγκειται στο γεγονός ότι προτείνεται η αύξηση του πάχους στην «κλείδα» του τόξου όσο αυξάνεται το ύψος αυτού (παραπέμπει σε περιπτώσεις διαφορετικής γεωμετρίας και κατά συνέπεια ακτίνας καμπυλότητας στην στέψη). Συγκεκριμένα:

Ημι-κυκλικά τόξα και χθαμαλά τόξα κύκλου

Ύψος / Άνοιγμα τόξου	Πάχος τόξου στην «κλείδα» - (feet)	
$r / s = 1 ,$	$d = 1 + 0.10 \cdot R$	(2.4)
$r / s = 1/6 ,$	$d = 1 + 0.05 \cdot R$	(2.5)
$r / s = 1/8 ,$	$d = 1 + 0.035 \cdot R$	(2.6)
$r / s = 1/10 ,$	$d = 1 + 0.02 \cdot R$	(2.7)

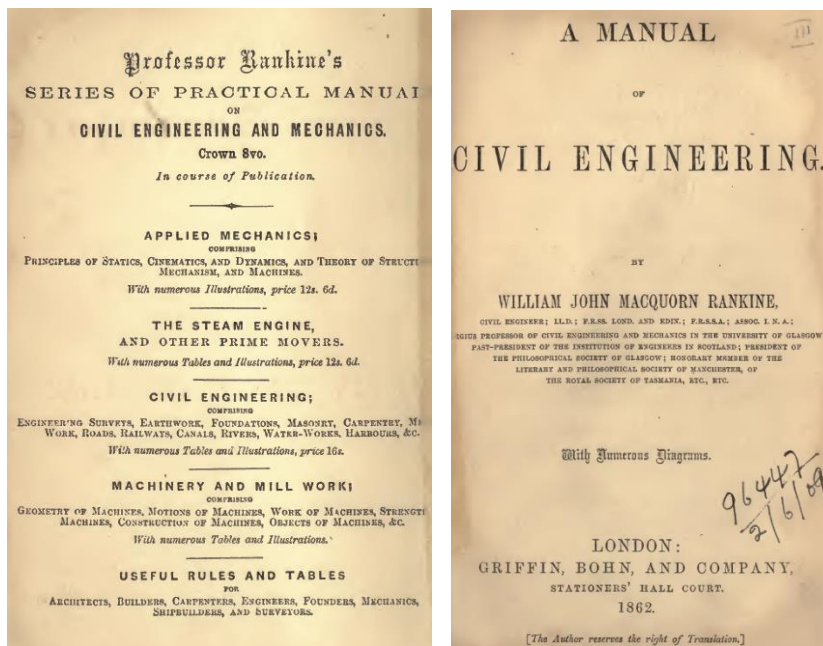
Ελλειπτικής γεωμετρίας και πολύκεντρα τόξα

Ύψος / Άνοιγμα τόξου	Πάχος τόξου στην «κλείδα» - (feet)	
$r / s = 1/3 ,$	$d = 1 + 0.07 \cdot R$	(2.8)
		(2.9)

III. 1850 – 1900

William Rankine (1862)

Ο γνωστός Σκωτσέζος μηχανικός και φυσικός William Rankine, πέραν από τα διάφορα και πολύ σημαντικά επιτεύγματα του στο κομμάτι της μηχανικής, ασχολήθηκε επίσης με τον σχεδιασμό γεφυρών. Το 1862, εκδίδει έναν πρακτικό οδηγό/σύγγραμμα (Σχήμα 19) όπου παραθέτει πρακτικούς κανόνες αναφορικά με την διαστασιολόγηση, την γεωμετρική χάραξη και τις φάσεις κατασκευής λίθινων τοξωτών γεφυρών.



Σχήμα 19. Σύγγραμμα W. Rankine (1862)

Όσον αφορά το πάχος στην κλείδα του τόξου, όρισε τον υπολογισμό του πάχους μέσω σχέσεων 2^{ου} βαθμού, ενώ ως βασική παράμετρο (και μοναδική) έλαβε την ακτίνα καμπυλότητας στη στέψη του τόξου.

Πάχος τόξου στην «κλείδα» - (feet)

$$\text{Μονότοξες γέφυρες: } d = 0.35 \cdot \sqrt{R} \quad (2.10)$$

$$\text{Πολύτοξες γέφυρες: } d = 0.42 \cdot \sqrt{R} \quad (2.11)$$

Όπου, R η ακτίνα καμπυλότητας στην στέψη του τόξου (εσωράχιο).

Η συγκεκριμένη μεθοδολογία δίδεται από τον W. Rankine, θεωρώντας ότι η διαστασιολόγηση του εκάστοτε τόξου είναι ένα ιδιαίτερα πολύπλοκο πρόβλημα καθότι εμπεριέχει πολλές «μεταβλητές». Επίσης αναφέρει ότι το πάχος που υιοθετείται, τελικώς, είναι αρκετά μεγαλύτερο συγκριτικά με τα αποτελέσματα των αναλυτικών (θεωρητικών) υπολογισμών.

Προς επιβεβαίωση των παραπάνω σχέσεων, παρατίθενται παραδείγματα υφιστάμενων γεφυρών (Πίνακας 3,4) και γίνεται άμεση σύγκριση με τα αποτελέσματα κατά Rankine.

Πίνακας 3. Σύγκριση πάχους κλειδός κατά Rankine και μονότοξων υφιστάμενων γεφυρών

Γέφυρα	Τύπος τόξου	Μήκος Ανοίγματος (m)	Ύψος τόξου (m)	Ακτίνα καμπυλότητας στην στέψη (εσωράχιο) (m)	Πάχος Κλειδός (m)	Υπολογισμός πάχους κλειδός κατά Rankine (m)
Severn Bridge (Gloucester)	Τμήμα Κύκλου	45	10.5	48.2	1.35	1.3
Mosca Bridge (Dora Riparia)	Χθαμαλό ¹ (r/s=1/8)	44.5	5.5	48	1.5	1.3
Grosvenor Bridge	Χθαμαλό (r/s=1/5)	60	12.5	42	1.2	1.25
Συνήθης Σιδηροδρομική Γέφυρα	Τμήμα Κύκλου	9.0	2.2	9	0.57	0.6

¹Ως χθαμαλά ορίζονται τα τόξα που έχουν λόγο r/s < 1/5 (r/s < 1/3 κατά DIN 1075 : Γέφυρες από σκυρόδεμα)

Πίνακας 4. Σύγκριση πάχους κλειδός κατά Rankine και πολύτοξων υφιστάμενων γεφυρών.

Γέφυρα	Τύπος τόξου	Μήκος Ανοίγματος (m)	Ύψος τόξου (m)	Ακτίνα καμπυλότητας στην στέψη (εσωράχιο) (m)	Πάχος Κλειδός (m)	Υπολογισμός πάχους κλειδός κατά Rankine (m)
London Bridge	Ελλειπτικό	46	-	50	1.52	1.6
Pont de Neuilly	Πολύκεντρο	39	9.75	48	1.52	1.6
Pont de St. Maxence	Χθαμαλό (r/s=1/12)	23.5	1.95	36.2	1.5	1.6
Waterloo Bridge	Ελλειπτικό	36.5	9.7	34.2	1.52	1.3
Ballochmyle Bridge	Ημικυκλικό	55	27.5	27.5	1.2	1.35
Dean Bridge	Καταβιβασμένο ημικυκλικό	27.5	9.2	14.8	0.92	0.88

Επίσης, ο W. Rankine παραθέτει οδηγίες για τον υπολογισμό και των στηρίξεων των τόξων. Προτείνει, τα ακρόβαθρα να σχεδιάζονται ως έργα «βαρύτητας» έναντι μηχανισμών ανατροπής και ολίσθησης. Συγκεκριμένα ορίζει τα επιθυμητά όρια της εκκεντρότητας των εσωτερικών δυνάμεων (λόγω οριζόντιων ωθήσεων → Ροπή βάσης) ώστε να μην αναπτύσσεται αδρανής περιοχή στην βάση των λιθόκτιστων ακρόβαθρων. Η συγκριμένη πρόταση κατά Rankine (Πίνακας .), δίδεται τόσο για την περίπτωση στηρίξεων τοξωτών γεφυρών όσο και για τον σχεδιασμό τοίχων αντιστήριξης (έναντι εδαφικών και υδροστατικών πιέσεων). Συμπληρωματικά ως τάξη μεγέθους, σύμφωνα με την συνήθη πρακτική της εποχής, το πάχος των ακρόβαθρων λαμβάνεται $1/3 \div 1/5$ της ακτίνας καμπυλότητας στην στέψη.

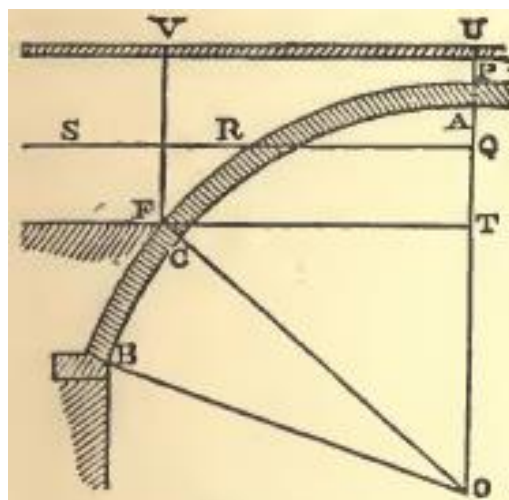
Πίνακας 5. Προτεινόμενα όρια εκκεντρότητας¹ ως προς το πάχος των ακρόβαθρων (W. Rankine)

Διατομή Ακρόβαθρο (στήριξη)	Κατά Rankine ¹	Γαλλική πρακτική (Λιθόκτιστοι Τοίχοι αντιστήριξης)
Ορθογωνική	1 / 6	1 / 3 – 1/4
Ελλειπτική ή κυκλική	1 / 8	

¹Για τον υπολογισμό των παραπάνω, ορίζεται προφίλ τριγωνικής κατανομής των θλιπτικών τάσεων.

Επίσης, εξίσου σημαντική, είναι η αναφορά του συγγραφέα στο “γέμισμα” και τα τύμπανα των τοξωτών γέφυρων. Συγκεκριμένα προτείνει οι διαστάσεις και το υλικό των δομικών στοιχείων άνωθεν του τόξου να λαμβάνονται έτσι ώστε η γραμμή πιέσεων υπό τα μόνιμα φορτία να αποτυπώνεται γεωμετρικά εντός του $1/3$ της ημι-διατομής του τόξου. Η συγκεκριμένη πρόταση, παραπέμπει στον ορισμό του “πυρήνα” διατομής ώστε να μην αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στο τόξο.

Για τον ορθό υπολογισμό και έλεγχο της εκκεντρότητας, ο W.Rankine πρότείνει ο υπολογισμός να γίνεται για το άνωθεν τμήμα του τόξου που αντιστοιχεί σε γωνία 45° - 55° από την κατακόρυφο.



Σχήμα 20. «Θεωρητική» γένεση τόξου κατά W.Rankine

Το τμήμα κάτωθεν του σημείου C, σύμφωνα με τον συγγραφέα πρέπει να λαμβάνεται ως τμήμα των στηρίξεων και να διαστασιολογηθεί αναλόγως.

Jules Depuit (1870)

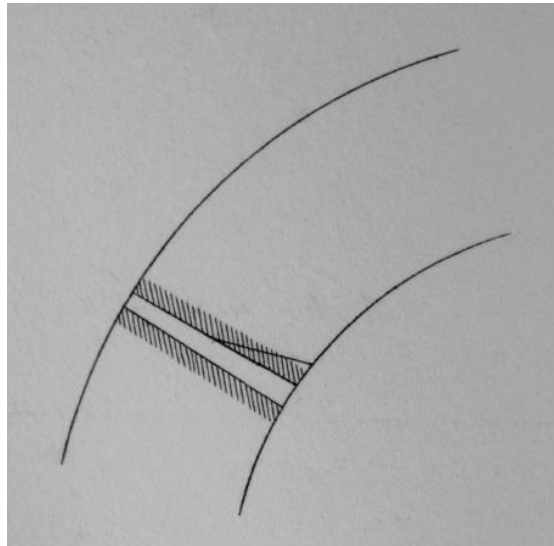
Μετά τα μέσα του 19^{ου} αιώνα, όπως ήδη αναφέρθηκε, οι γραμμικές σχέσεις έκφρασης του πάχους στην κλείδα του τόξου αντικαταστάθηκαν από σχέσεις δευτέρου βαθμού. Επ' αυτού, το 1870 ο Γάλλος μηχανικός J. Depuit στο σύγγραμμα του "Traite' de l' Equilibre des Voutes et de la Construction des Ponts en Maconnerie" πρότεινε το πάχος στην κλείδα να υπολογίζεται ως εξής:

$$d = 0.15 * (s)^{1/2} \quad (\text{meters}) \quad (2.12)$$

Όπου d πάχος κλείδας τόξου και s το άνοιγμα αυτού.

Πέραν αυτού, ο J. Depuit κάνει ιδιαίτερη αναφορά στην κατασκευαστική, τελικώς, διαμόρφωση των λίθινων τόξων και στις φάσεις κατασκευής αυτών. Συγκεκριμένα, αντιλαμβάνεται τις «διαφορές» μεταξύ θεωρητικής προσέγγισης και τελικής κατασκευαστικής διαμόρφωσης σύμφωνα με τις τεχνικές και τις φάσεις κατασκευής. Επ' αυτού προτείνει, για πρώτη φορά, την δημιουργία τεχνητών αρθρώσεων, κατά μήκος του τόξου, που στόχο έχουν:

- Αποφυγή ρηγματώσεων κατά τις διάφορες φάσεις κατασκευής (μέσω ελευθερίας στροφής)
- Επίτευξη ισοστατικής λειτουργίας (αποφυγή επιβάρυνσης στηρίξεων λόγω ανακατανομής της έντασης)
- Αποφυγή ερπυστικών (χρόνιων) φαινομένων (δυσμενής επίδραση επί των αρμών κονιάματος).

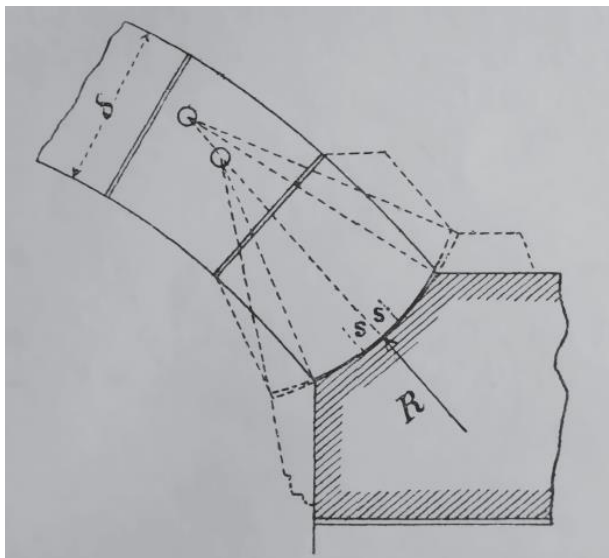


Σχήμα 21. Τεχνική άρθρωση κατά τον J. Depuit (1870) [Πηγή: Holzer et al. (2015)]

Αναφορικά με την κατασκευαστική διαμόρφωση «αρθρώσεων» στην περίπτωση λίθινων τόξων, προτείνεται να τοποθετούνται λίθοι υψηλής αντοχής και γειτονικά αυτών να ορίζεται υπό κλίση αρμός μέγιστου πάχους 2 – 3 cm (Σχήμα 21). Το «νέμισμα» του, υπό κλίση, αρμού γίνεται είτε με κονίαμα χαμηλότερων μηχανικών χαρακτηριστικών είτε τοποθετείται λίγο πριν την αφαψίδωση του τόξου.

Η συγκεκριμένη πρόταση, δεν βρήκε ιδιαίτερη εφαρμογή στην Γαλλία του 19^{ου} αιώνα αλλά τροποποιήθηκε (τόξα 3-αρθρώσεων) από Γερμανούς μηχανικούς και εφαρμόστηκε σε τοξωτές γέφυρες τόσο λίθινες όσο και από σκυρόδεμα.

Η παραπάνω πρόταση, αποσκοπεί επίσης και στην μείωση του πάχους του τόξου. Κατά την «θεωρητική» προσέγγιση, μέσω της ελευθερίας στροφής (άρθρωση), κατά την αφαίδωση το τόξο παραμορφώνεται και ισορροπεί. Η «τελική» θέση ισορροπίας, πλέον ορίζει την πραγματική γεωμετρία του τόξου και κατ' επέκταση δύναται να οριστεί η «πραγματική» γραμμή ωθήσεων (Σχήμα 22).



Σχήμα 22. Θεωρητική προσέγγιση γραμμής ωθήσεων κατά την εφαρμογή τεχνητής «άρθρωσης»
[Πηγή: Holzer et. al (2015)]



(α) Γέφυρα Langenhennersdorf (Γερμανία)



(β) Γέφυρα Nirkendorf (Γερμανία)

Σχήμα 23. Εφαρμογή «αρθρώσεων»: (α) Λίθινες τοξωτές γέφυρες και (β) τοξωτές γέφυρες από σκυρόδεμα.
[Πηγή: Holzer et. al (2015)]

John C. Trautwine (1872)

Στα τέλη το 19^{ου} αιώνα, ο Αμερικανός μηχανικός J. Trautwine εκδίδει ένα πρακτικό οδηγό αναφορικά με τα ζητήματα που καλείται να αντιμετωπίσει ο εκάστοτε μηχανικός της εποχής. Ένα από τα βασικά κεφάλαια του συγγράμματος αποτελεί ο σχεδιασμός λίθινων τοξωτών γεφυρών, όπου ο συγγραφέας αναπτύσσει πρακτικούς κανόνες τόσο για τις διαστάσεις τόξων και ακρόβαθρων όσο και για τους τύπους «γεμίσματος» άνωθεν των τόξων.

Πάχος στην κλειδα (d) - (feet)

$$\text{Καλής ποιότητας λίθοι: } d = 0.25 \cdot (R + s / 2)^{1/2} + 0.2 \quad (2.13)$$

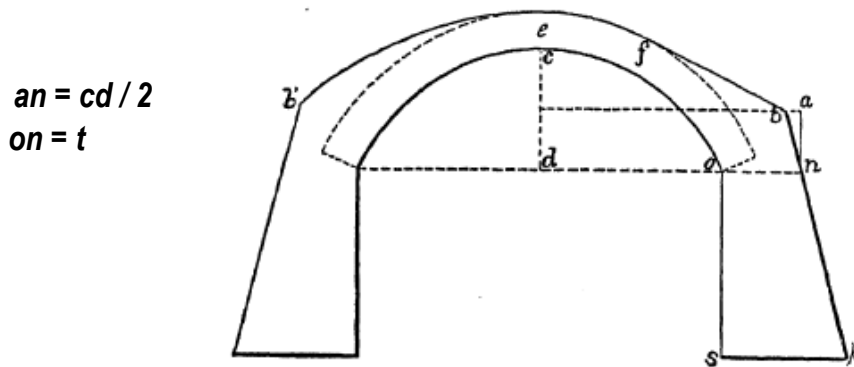
$$\text{Κακής ποιότητας λίθοι ή } d = 4/3 \cdot [0.25 \cdot (R + s / 2)^{1/2} + 0.2] \quad (2.14)$$

οπτόπλινθοι:

Πάχος ακρόβαθρων (t) - (feet)

$$t = 0.2 \cdot R + 0.1 \cdot s + 0.2 \quad (2.15)$$

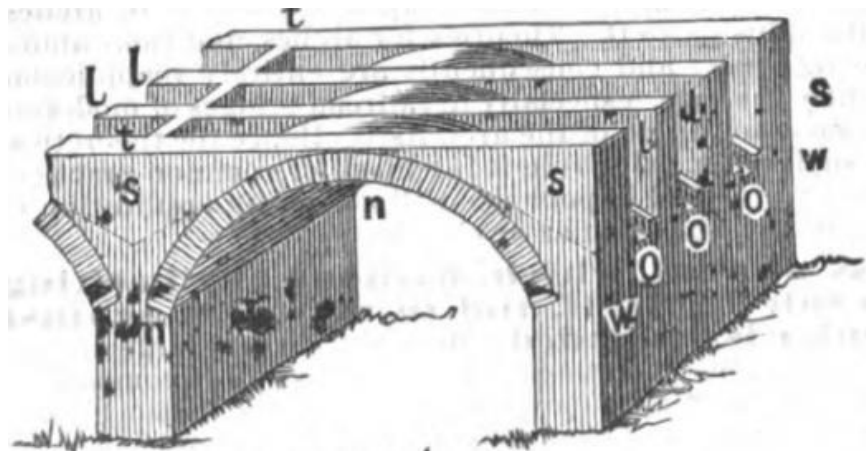
Κατά τον υπολογισμό των ακρόβαθρων, ο Trautwine λαμβάνει τις διαστάσεις του ακρόβαθρου έως το μισό ύψος του τόξου (Σχήμα 24), κατ' αντιστοιχία με τον Rankine.



Σχήμα 24. Σκαρίφημα αναφορικά με την διαστασιολόγηση του πάχους ακρόβαθρου

«Γέμισμα» άνωθεν του τόξου

Σύμφωνα με τον Trautwine, αναλύονται δύο τύποι «γεμίσματος» άνωθεν του τόξου: (α) με υλικό τοιχοποιίας (ασθενέστερων μηχανικών χαρακτηριστικών) ή με εδαφικό υλικό και (β) με παράλληλα τύμπανα.



Σχήμα 25. Τύπος (β) «γεμίματος» κατά ο Trautwine.

Κατά τον συγγραφέα στην δεύτερη περίπτωση (Σχήμα 25), η θλιπτική καταπόνηση του τόξου στην κλειδα δεν έχει αισθητή μεταβολή (μείωση περί το 1/5), αλλά στην προκειμένη πιθανόν δεν τίθεται τόσο το ζήτημα της μεταβολής (μείωσης) της αξονικής θλιπτικής δύναμης αλλά η μεταβολή (μείωση) των ροπών ώστε να επιτευχθεί μικρότερο πάχος τόξου – χωρίς ταυτόχρονα να αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις.

Croizette - Desnoyers (1885)

Μερικά χρόνια αργότερα, ο Γάλλος μηχανικός Phillipe Croizette–Desnoyers επηρεασμένος από τους προγενέστερους του (κυρίως τον W. Rankine), προτείνει το πάχος στην κλειδα του τόξου να υπολογίζεται μέσω 2^{ου} βαθμού σχέσεων πάχους – καμπυλότητας, ενώ παράλληλα λαμβάνει ως παράμετρο την γεωμετρία χάραξης του τόξου.

Ύψος / Άνοιγμα τόξου	Πάχος τόξου στην «κλειδα» - (feet)	
$r/s = 1/6$,	$t = 0.5 + 0.26 \cdot \sqrt{R}$	(2.16)
$1/6 < r/s < 1/12$,	$t = 0.5 + 0.28 \cdot \sqrt{R}$	(2.17)
$r/s = 1/12$,	$t = 0.5 + 0.20 \cdot \sqrt{R}$	(2.18)

Οι σχέσεις υπολογισμού του πάχους κλειδός, δεν είναι σαφές αν προτείνονται για λίθινα τόξα κάθε γεωμετρικής μορφής. Ανατρέχοντας σε περιπτώσεις λίθινων γεφυρών, σχεδιασμένες από τον P. Croizette – D, θεωρείται ότι αφορούν τις περιπτώσεις ημι-κυκλικών, χθαμαλών, ελλειπτικών και πολύκεντρων τόξων. Ενώ ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση πολύκεντρου τόξου (Σχήμα 26(β)) με λόγο ύψους προς άνοιγμα 1/3, όπου η λυγηρότητα λαμβάνεται στο ~1/33 (μειωμένη περίπου στο μισό συγκριτικά με την πρόταση Dejardin).



(α) Pont de Lorient – Lanester (1862)



(β) Pont de Piles (1848)



(γ) Pont de Hennebout (1866)



(δ) Pont ferroviaire de Chalennes (1863)



(ε) Viaduc de Port – Launay (1866)

Σχήμα 26. Λίθινες τοξωτές γέφυρες σχεδιασμένες από τον P. Croizette – D (Μέσα του 19^{ου} αιώνα)

IV. Αρχές 20^{ου} αιώνα

Paul Séjourné (1914)

Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, σταδιακά κατασκευάζονται αρκετές γέφυρες με μεγάλα (>70 m) ανοίγματα τόξων (συγκριτικά με τον προηγούμενο αιώνα). Σημείο αναφοράς, σε αυτές τις περιπτώσεις, είναι κυρίως η ύπαρξη τοξοστοιχιών άνωθεν του τόξου (Σχήμα 27). Συγκριμένα, οι τοξοστοιχίες καλούνται να μεταφέρουν τα κατακόρυφα φορτία του καταστρώματος στο τόξο, αντικαθιστώντας τις παλαιότερες τεχνικές «γемίσματος» με γαιώδη υλικά ή και με παράλληλα τύμπανα.

Η σχεδιαστική διαμόρφωση των τοξοστοιχιών (ή ορθοστατών αργότερα) αποτέλεσε σημείο αναφοράς των τοξωτών γεφυρών από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα έως και σήμερα, όπου σταδιακά μετά το 1920 το οπλισμένο σκυρόδεμα αντικαθιστά την λιθοδομή ως οικονομικότερη λύση.

Κύριος εκφραστής, της συγκεκριμένης πρακτικής, υπήρξε ο Γάλλος μηχανικός Paul Séjourné, όπου στις αρχές του 20^{ου} αιώνα σχεδίασε πλήθος λίθινων γεφυρών μεγάλων ανοιγμάτων (Σχήμα).

Αναφορικά με το πάχος στην κλειδα του τόξου, ο Séjourné πρότεινε να υπολογίζεται σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις:

Τόξα με λόγο ύψους προς άνοιγμα: $r/s \leq 1/3$:

$$d = 0.15 \cdot (1 + s^{1/2}) \cdot \mu \quad (\text{meters}) \quad (2.19)$$

Όπου, $\mu = 4/3 \cdot (1 - r/s + (r/s)^2)$

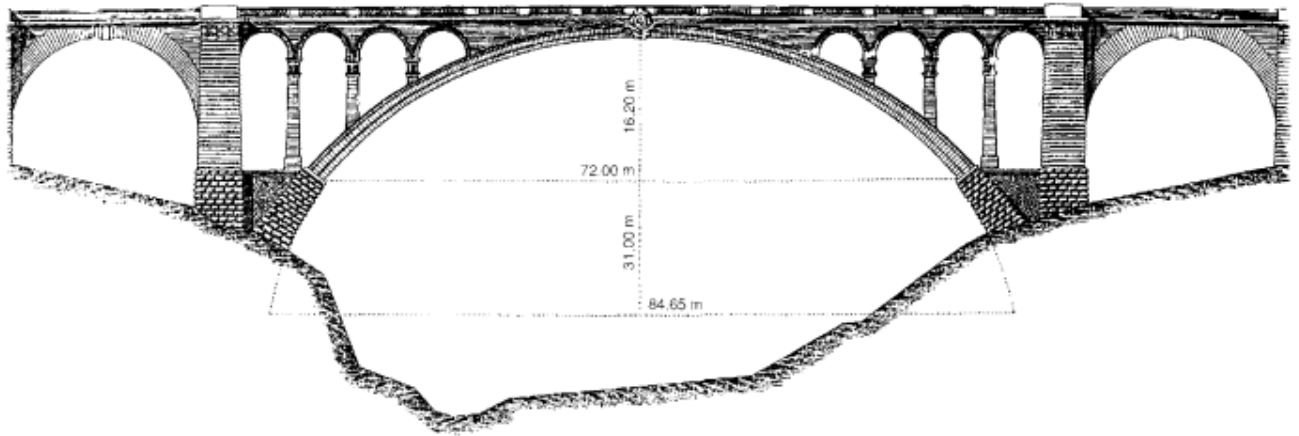
Ημικυκλικά τόξα:

$$d = 0.15 + 0.15 \cdot s^{1/2} \quad (\text{meters}) \quad (2.20)$$

Εφαρμόζοντας την συγκεκριμένη πρακτική, ο Séjourné κατάφερε να επιτύχει τόσο αισθητά μικρότερη λυγηρότητα τόξου όσο και μείωση του πάχους των ακροβάθρων.

Επί της μείωσης του πάχους των ακροβάθρων, είναι πιθανόν να συντέλεσε η σχεδιαστική πρακτική που ακολουθήθηκε στην περίπτωση των κατασκευών εισόδου και εξόδου των γεφυρών. Συγκεκριμένα, εκατέρωθεν των στηρίξεων του τόξου τοποθετούνται τοξωτές κατασκευές (μικρότερα ανοίγματα τόξων), όπου πρακτικά λαμβάνουν τον ρόλο της αντιστήριξης των ακροβάθρων. Η συγκεκριμένη θεώρηση στηρίζεται επίσης στο γεγονός ότι (οπτικά τουλάχιστον) το πάχος των συγκεκριμένων τόξων είναι αρκετά μεγάλο παρα το μικτό άνοιγμα αυτών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα των παραπάνω, αποτελεί η γέφυρα -Pont- Adolphe (1904), όπου υπήρξε η μεγαλύτερη τοξωτή λίθινη γέφυρα της εποχής της και σχεδιάστηκε από το P. Séjourné με λυγηρότητα στην στέψη 1/54 (σύμφωνα με την σχέση κατά Séjourné υπολογίζεται επιθυμητή λυγηρότητα 1/55).

Τέλος, σύμφωνα με τα παραδείγματα γεφυρών, παρατηρείται ότι το πάχος του τόξου είναι μεταβλητό, με τη μέγιστη τιμή να ορίζεται στις στηρίξεις του τόξου. Το γεγονός αυτό οφείλεται, κυρίως, στην ανάγκη παραλαβής των εσωτερικών δυνάμεων και υιοθετείται μόνο κατά την χρήση τοξοστοιχιών άνωθεν του τόξου. Στις περιπτώσεις, όπου υιοθετείται πλήρες «γемίσμα» το πάχος του τόξου παραμένει σταθερό (βλ. παραδείγματα κατά W. Rankine).

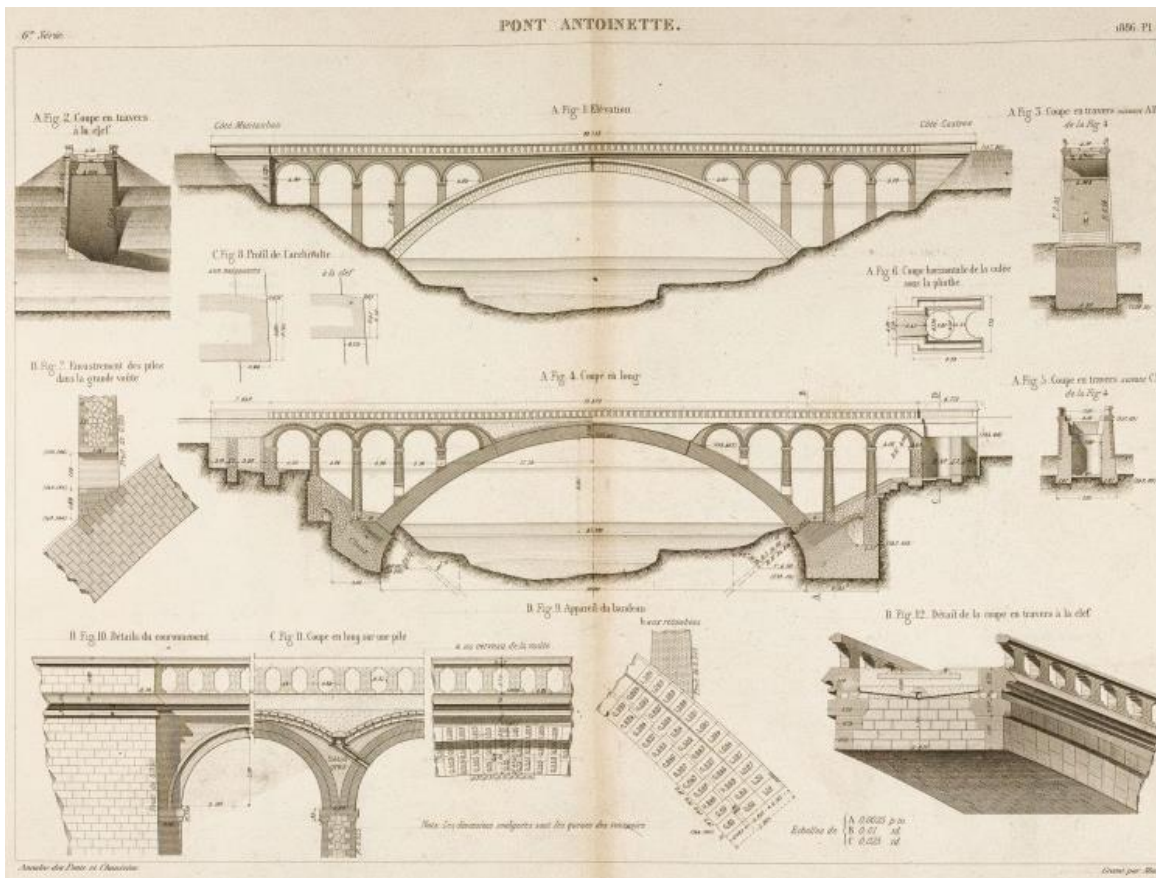


Σχήμα 27. Pont Adolphe (Πηγή: B. Espion et. al)

Πέραν της γέφυρας -Pont- Adolphe και οι υπόλοιπες γέφυρες, που σχεδίασε ο P. Séjourné, ακολουθούσαν την συγκεκριμένη πρακτική (Σχήμα 27-31)



Σχήμα 28. Pont Antoinette (1884)



Σχήμα 29. Σχέδια Pont Antoinette (1884) - Paul Sejourne



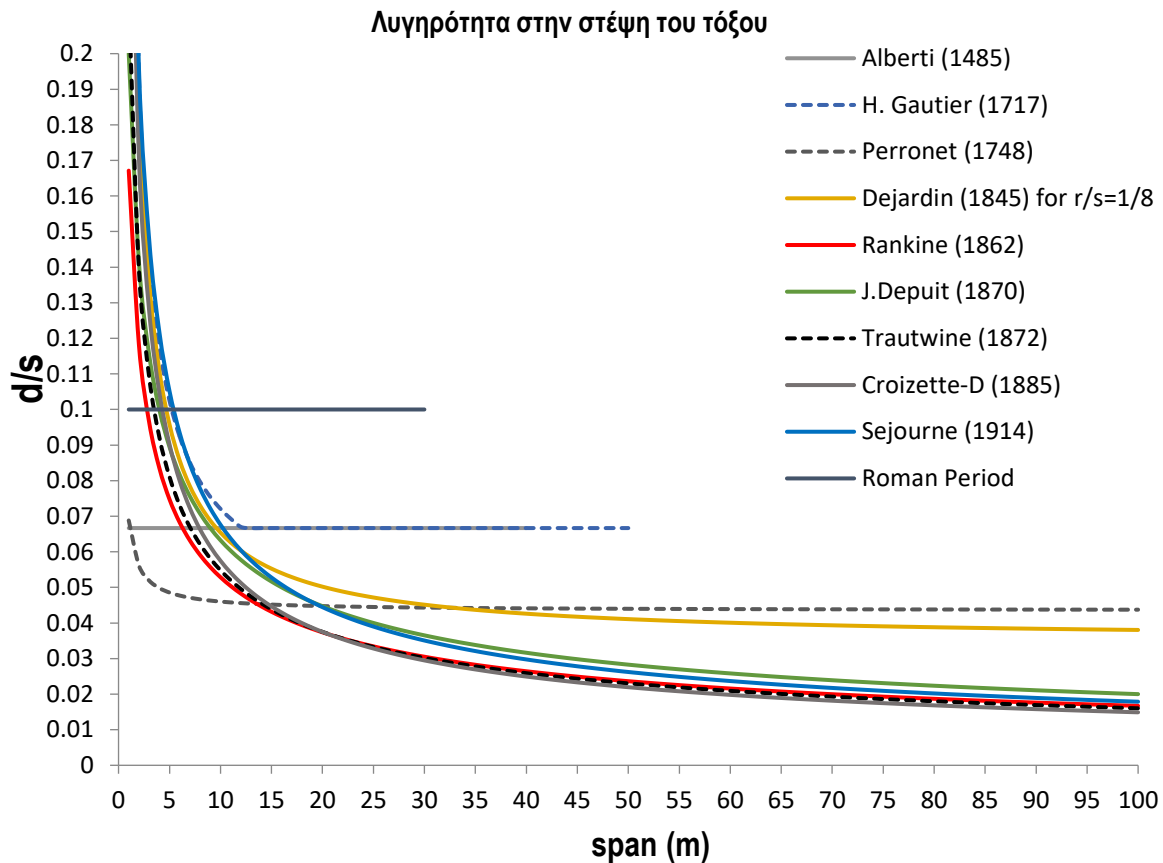
Σχήμα 30. Viaduc des Eaux - saales



Σχήμα 31. Roizonne pont (1928)

2.4.1.1. Σύγκριση μεθόδων υπολογισμού λυγηρότητας του τόξου

Στην συγκεκριμένη ενότητα, με στόχο την καλύτερη κατανόηση περί της εξέλιξης των μεθόδων υπολογισμού, γίνεται σύγκριση της λυγηρότητας στην κλείδα του τόξου όπως αυτή δίδεται από τις διάφορες μεθόδους υπολογισμού μέσα στα χρόνια.



Σχήμα . Εμπειρικοί (ή ημι-εμπειρικοί) κανόνες σχεδιασμού λίθινων τόξων

Σύμφωνα με τις πλέον διαδεδομένες μεθόδους που καταγράφονται, για ανοίγματα έως 15 m όλες οι μέθοδοι συγκλίνουν σε παρόμοιες τιμές λυγηρότητας στην στέψη του τόξου. Παρόλα αυτά, ενδιαφέρον παρουσιάζεται στην περίπτωση ανοιγμάτων > 35 m, όπου μετά το 1962 (W. Rankine) η τιμή της λυγηρότητας εμφανίζει μείωση. Δεν είναι τυχαίο βέβαια ότι η παραπάνω μέθοδος κατά Rankine (όπως αντίστοιχα και οι άλλες) τεκμηριώνεται με βάση παραδείγματα γεφυρών με μεγάλα, για την εποχή, ανοίγματα όπως της Γέφυρας Grosvenor (60 m).

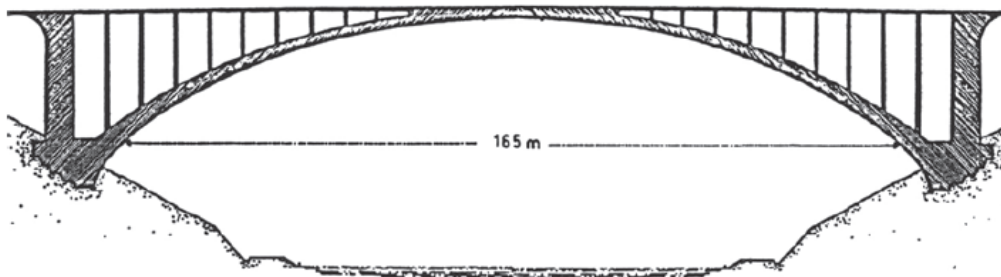
Πέραν τούτου, οι συγκεκριμένοι μηχανικοί έκαναν λόγο και για διαφορετικές μεθόδους “γεμίματος” άνωθεν του τόξου, κάτι που πιθανόν να συντέλεσε στην αισθητή μείωση του πάχους στην περίπτωση «μεγάλων» ανοιγμάτων (ορμώμενοι από τις πρακτικές της εποχής).

Στο συγκεκριμένο σημείο, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι εμπειρικοί (ή ημι-εμπειρικοί) κανόνες παρουσιάζουν μεν, μεθοδολογίες υπολογισμού των διαστάσεων των τόξων της εκάστοτε κατασκευής αλλά σε αυτούς δεν υπεισέρχονται ευκρινώς «μεταβλητές» όπως:

- Το έδαφος θεμελίωσης (π.χ χαλαρό έδαφος).
- Συνάφεια κονιάματος και λίθων.
- Μηχανικά χαρακτηριστικά υλικών κατασκευής.
- Κατασκευαστική διαμόρφωση των στηρίξεων του τόξου.
- Μέθοδος και φάσεις κατασκευής.

Οπότε καθίσταται σαφές ότι τα ανωτέρω παραδείγματα αφορούν περιπτώσεις προς μελέτη, λόγω των επιπλέον παραγόντων που ορίζουν τελικώς τον σχεδιασμό του εκάστοτε τεχνικού έργου.

Κλείνοντας, παρόλο που δεν εμπίπτει καθαρά στο αντικείμενο που πραγματεύεται η συγκεκριμένη εργασία, είναι άξια αναφοράς η περίπτωση της τοξωτής γέφυρας Viaduc du Bernard (1913) η οποία σχεδιάστηκε από τον διάσημο Γάλλο μηχανικό E. Freyssinet και καταστράφηκε κατά τον Α' Παγκόσμιο πόλεμο. Το τόξο της γέφυρας, στην συγκεκριμένη περίπτωση, κατασκευάστηκε από άοπλο σκυρόδεμα με άνοιγμα 165 m και λυγηρότητα στην στέψη 1/78.



Σχήμα 32. Viaduc du Bernard [Πηγή: Huerta et al.]

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζει το γεγονός ότι σύμφωνα με την μέθοδο υπολογισμού κατά Rankine για τόξο ανοίγματος 165 m υπολογίζεται απαιτούμενη λυγηρότητα 1/77.

Η συγκεκριμένη σύγκλιση των τιμών φανερώνει (ή έστω δίνει ένα δείγμα) την ορθότητα του κανόνα κατά Rankine για την περίπτωση μεγάλων ανοιγμάτων. Δικαιολογείται δε παρά την εμπειρική (ή ημι-εμπειρική) μορφή του, καθότι ο W.Rankine υπήρξε σημαντικός «θεωρητικός» μηχανικός (διατύπωσε επίσης αναλυτικές σχέσεις), όπου επί του συγγράμματός του τονίζει ότι η γένεση των εμπειρικών σχέσεων οφείλεται στην

πολυπλοκότητα των αναλυτικών λύσεων σε περίπτωση που καλείται κανείς να συμπεριλάβει όλες τις «μεταβλητές» σχεδιασμού.

Επίσης αν ληφθεί υπόψη ότι ο W. Rankine, για να αποδείξει την ορθότητα της πρότασης του, επικαλείται συγκεκριμένα παραδείγματα γεφυρών (βλ. παραπάνω) τις οποίες χαρακτηρίζει ως «άρτια κατασκευασμένες» ενισχύει την συγκεκριμένη παρατήρηση. Αυτό διότι στην περίπτωση τόξου από άοπλο σκυρόδεμα περιορίζονται κατασκευαστικά προβλήματα όπως μεγάλοι αρμοί κονιάματος, μειωμένη συνάφεια μεταξύ των υλικών και μειωμένα μηχανικά χαρακτηριστικά. Τέλος η χρήση ορθοστατών έναντι «γεμίσματος» φανερώνει στοιχεία αναφορικά με τον ορθολογικό σχεδιασμό τόξων μεγάλων ανοιγμάτων.

2.4.1.2. Παραδείγματα λίθινων τοξωτών γεφυρών

Στο πλαίσιο της διερεύνησης των εμπειρικών πρακτικών σχεδιασμού, παρουσιάζονται παρακάτω περιπτώσεις γεφυρών συνοδευόμενες από τα βασικά στοιχεία των τόξων.

Είναι δεδομένο ότι μέσα στα χρόνια αποτυπώνεται μεγάλος αριθμός λίθινων τοξωτών γεφυρών (κυρίως μέχρι το 1920-1930). Επ' αυτού στην συγκεκριμένη εργασία, επιλέγεται να παρουσιαστούν οι περιπτώσεις λίθινων τοξωτών γεφυρών με άνοιγμα μεγαλύτερο των 15 m σε δύο χρονικές περιόδους: (α) έως το τέλος του 19^{ου} αιώνα και (β) αρχές 20^{ου} αιώνα έως σήμερα.

Έως το τέλος του 19^{ου} αιώνα

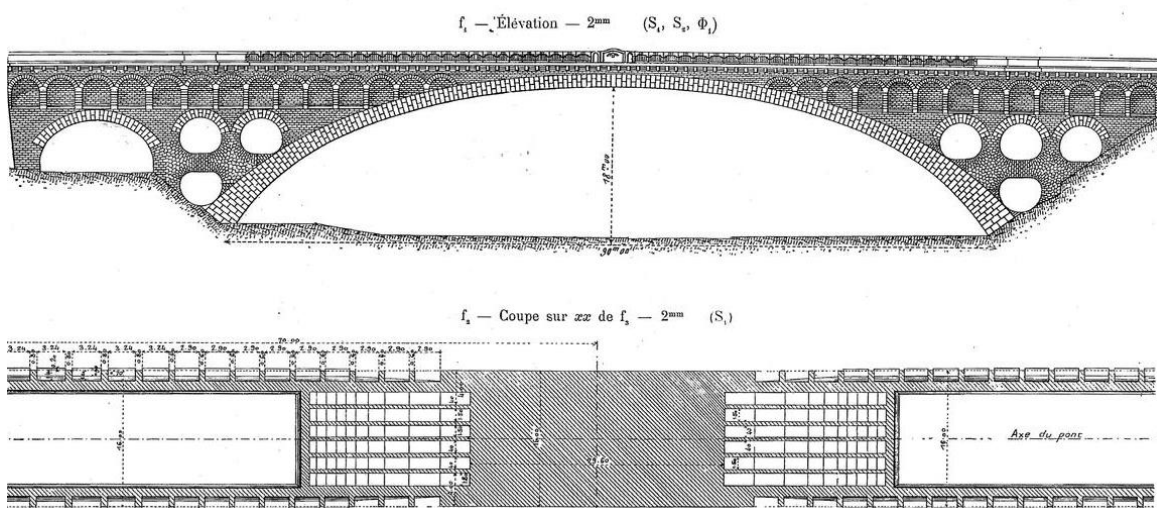
Γέφυρα	Χώρα	Έτος Κατασκευής	Άνοιγμα Τόξου (s) [m]	Ύψος Τόξου (r) [m]	Ακτίνα Καμπυλότητας στην στέψη [m]	Πάχος κλειδός (d) [m]	r / s	d / s
Cabin John	Αμερική	1864	67	17.4	40.8	1.30	1/4	1/52
Grosvenor Bridge	Αγγλία	1832	61	12.8	42.7	1.40	1/5	1/44
Ballochmyle	Σκοτία	1848	55	27.6	27.4	1.37	1/2	1/40
London Bridge	Αγγλία	1825	46.3	9.0	49.4	1.45	1/5	1/32
Gloucester	Αγγλία	1829	45.5	10.7	29.9	1.37	1/4.3	1/33
Mosca Bridge	Ιταλία	1823-1830	45	5.5	48.8	1.50	1/8	1/30
Alma Bridge	Γαλλία	1854-1856	43	8.5	31.4	1.47	1/5	1/29
Γεφύρι Πλάκας	Ελλάδα	1866	40	16.4	20.6	1.40	1/2.5	1/29
Maidenhead	Αγγλία	1777	39	7.3	51.5	1.60	1/5	1/24
Neuilly	Γαλλία	1774	39	9.8	48.5	1.56	1/4	1/25
Bourbonnais Bridge	Γαλλία		38	2.1	85.6	0.81	1/18	1/47
Waterloo bridge	Αγγλία	1810	36.5	9.8	34.1	1.37	1/4	1/27

Tongueland	Αγγλία	1805	36	11.6	19.8	1.07	1/3	1/34
Napoleon Bridge	Γαλλία	1859 -1863	35.3	4.5	36.6	1.22	1/8	1/29
Mantes	Γαλλία	1764	35	10.4	-	1.95	1/3.4	1/18
Etherow	Αγγλία	1842	30.5	7.6	-	1.22	1/4	1/25
Wellington bridge	Αγγλία		30.5	4.6	-	0.91	1/6.6	1/34
Louis XIX	Γαλλία	1791	28.6	3.0	-	1.06	1/9.5	1/27
Dean Bridge	Σκοτία	1831	27.5	9.1	14.9	0.91	1/3	1/30
Licking Aqueduct	Αμερική	1838	27.5	4.6	22.9	0.86	1/6	1/32
Bridge over Oise	Γαλλία		25.3	3.6	-	1.40	1/7	1/18
Trilport	Γαλλία		24.7	8.5	-	1.36	1/3	1/18
Conemaugh Bridge	Αμερική	1887	24.5	12.2	12.2	0.91	1/2	1/27
Royal Border bridge	Αγγλία	1850	24.5	12.2	12.2	0.81	1/2	1/30
Posen bridge	Γερμανία		24.5	4.9	17.7	1.42	1/5	1/17
Orleans	Γαλλία	1751 -1760	24	8.0	-	1.20	1/3	1/20
Hutcheson bridge	Γερμανία	1834	24	4.0	-	1.07	1/6	1/22
Falls bridge	Αμερική		23.8	7.6	13.1	0.91	1/3	1/26
Bridge of St. Maxence	Γαλλία	1772 -1786	23.5	2.0	36.3	1.46	1/12	1/16
Westminster bridge	Αγγλία	1789	23.2	11.6	11.6	2.32	1/2	1/10
Allentown	Αγγλία		22.8	3.5	-	0.76	1/6.5	1/30
Staines bridge	Αγγλία	1832	22.5	2.8	-	0.91	1/8	1/25
Edinburgh	Σκοτία	1763	22.5	11.0	11.0	0.84	1/2	1/27
Brent Bridge	Αγγλία		21.3	5.4	13.4	0.91	1/4	1/23
Wellesley bridge	Αμερική	1870 -1880	21.3	5.3	-	0.61	1/4	1/35
Bow bridge	Αγγλία		21	4.2	14.3	0.76	1/5	1/28

Houghton bridge	Αγγλία		19.8	9.9	-	0.84	1/2	1/24
Chestnut street bridge	Αμερική		19.8	5.5	10.4	0.76	1/3.6	1/26
Carrolton bridge	Αμερική		17.7	8.8	8.8	0.76	1/2	1/23
Lianwast	Αγγλία	1636	17.7	5.2	10.1	0.46	1/3.4	1/38
Monocasy bridge	Αμερική	1898	16.5	2.7	13.7	0.76	1/6	1/22
Nemours	Γαλλία	1804	16.3	1.1	-	0.96	1/15	1/17
Abattoir street	Γαλλία		16.3	1.6	-	0.91	1/10	1/18
Dole bridge	Γαλλία	1769	15.8	5.3	-	1.14	1/3	1/14
Chateau - Thierry bridge	Γαλλία	1765 -1786	15.5	5.2	-	1.13	1/3	1/14

20^{ος} αιώνας

Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα παρατηρείται σημαντική αύξηση των ανοιγμάτων, με την λυγρότητα στην στέψη των τόξων να κυμαίνεται από 1/40 έως 1/59. Οι περισσότερες περιπτώσεις γεφυρών (Ευρώπη) είναι σχεδιασμένες είτε από τον ίδιο τον P. Σέζουμπέ είτε εφαρμόζοντας την τεχνική των τοξοστοιχιών άνωθεν του τόξου. Ενώ, ξεχωριστή περίπτωση θεωρείται η γέφυρα Syratat (1905) όπου χρησιμοποιούνται θόλοι «ανακούφισης» και διατεταγμένες σε σειρά αψίδες ως στήριξη του καταστρώματος (Σχήμα 33)



Σχήμα 33. Syratat Bridge (1905)

Τέλος, μετά την δεκαετία του 1960 κατασκευάζονται λίθινες τοξωτές γέφυρες στην Κίνα με άνοιγμα μεγαλύτερο των 100 m. Ενδεικτικά αναφέρεται η γέφυρα Longmen (1961) με άνοιγμα τόξου 90 m και η γέφυρα Danhe (2001) με άνοιγμα τόξου 146 m (Σχήμα 34).



Σχήμα 34. Dahne bridge (Κίνα)

Γέφυρα	Χώρα	Χρονολογία	Άνοιγμα Τόξου (s) [m]	Ύψος Τόξου (r) [m]	Ακτίνα Καμπυλότητας στην στέψη [m]	Πάχος κλειδός (d) [m]	Πάχος στην Στήριξη [m]	r / s	d / s
Adolphe	Λουξ/ργο	1904	79	24.1	-	1.44	2.5	1/3	1/55
Syratal	Γερμανία	1905	90	18	-	1.65	3.0	1/5	1/54
Solkan	Σλοβενία	1906	85	21.8	52.33	2.1	3.6	1/4	1/40
Sidi Rached	Αλγερία	1912	68	22	-	1.52	-	1/3	1/45
Roizonne bridge	Γαλλία	1928	79	38	-	1.6	-	1/2.1	1/49
Dahne	Κίνα	2001	146	32	-	2.5	3.5	1/4.5	1/59

2.4.1.3. Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, με την πάροδο των ετών, η ανάγκη γεφύρωσης μεγαλύτερων ανοιγμάτων έθεσε τις βάσεις για την σταδιακή εξέλιξη των γεφυρών. Ειδικά, στο πεδίο των λίθινων τοξωτών γεφυρών, οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν είχαν ως στόχο τον ορθό αλλά και ταχύτατο υπολογισμό της απαιτούμενης λυγηρότητας των τόξων. Κατά την σύγκριση των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού, παρατηρείται σταδιακή μείωση της λυγηρότητας και επιβεβαιώνεται από πλήθος υφιστάμενων γεφυρών. Είναι σημαντικό, όμως, να αναγνωριστεί ότι για την επίτευξη είτε μείωσης της λυγηρότητας των τόξων είτε αύξησης των ανοιγμάτων, συντελούν διάφορες παράμετροι όπως:

- Η γεωμετρία της χάραξης των τόξων.
- Ο τύπος «γεμίσματος» ή γενικότερα η μείωση των μόνιμων φορτίων της κατασκευής.
- Η μεταβολή του πάχους κατά μήκος του τόξου.
- Οι μέθοδοι και φάσεις κατασκευής.

Κατά την παρουσίαση των μεθόδων, δίνονται αναφορές επί βασικών παραμέτρων σχεδιασμού των τόξωτων γεφυρών αλλά δεν είναι ξεκάθαρο ποιες εκ' των παραμέτρων λαμβάνονται. Οπότε, για την καλύτερη κατανόηση απαιτείται να εξεταστεί διεξοδικά η περίπτωση υφιστάμενων γεφυρών που αφενός ακολουθούν τις

μεθόδους υπολογισμού της λυγηρότητας του τόξου και αφετέρου υιοθετούν κατασκευαστικές τεχνικές, όπως η μείωση του βάρους και η μεταβολή του πάχους τόξου.

Επ' αυτού, παρακάτω, λαμβάνονται ως παραδείγματα δύο εκ' των μεγαλύτερων σε άνοιγμα λίθινων τοξωτών γεφυρών και διερευνάται η συμπεριφορά τους υπό στατικά φορτία, κάνοντας χρήση διαφορετικών μεθόδων «γεμίματος» και πάχους τόξου.

3. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΛΙΘΙΝΩΝ ΤΟΞΩΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ

3.1. Γενικά

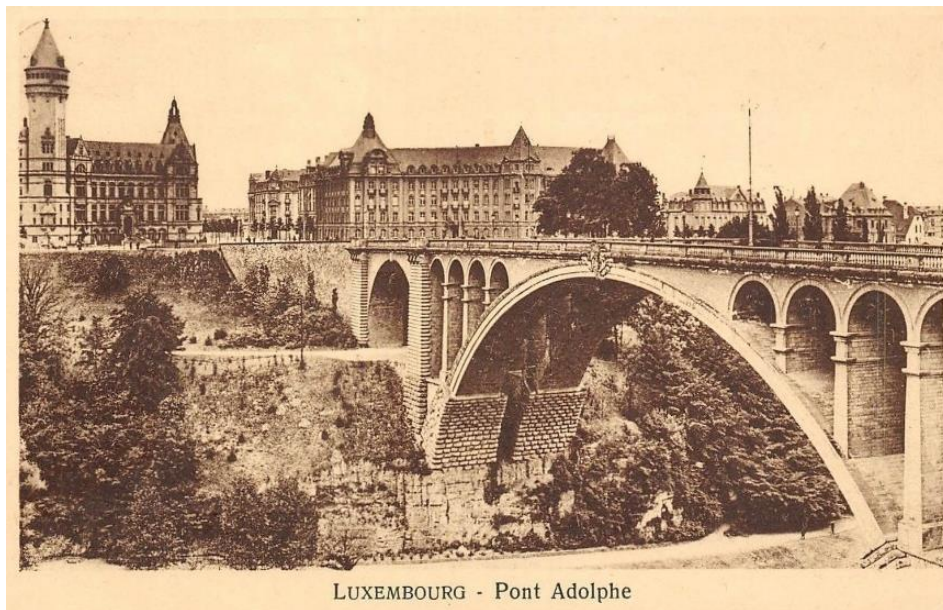
Σε αυτήν την ενότητα, μέσω παραδειγμάτων εφαρμογής, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα υπολογιστικής διερεύνησης της συμπεριφοράς, λίθινων τοξωτών γεφυρών, υπό στατικά φορτία κάνοντας παράλληλα χρήση εναλλακτικών μεθόδων σχεδιασμού σύμφωνα με τις «πρακτικές» του 19^{ου} έως και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Πιο συγκεκριμένα, παράλληλα με την βιβλιογραφική ανασκόπηση περί των «πρακτικών» σχεδιασμού, επιλέγονται ως εναλλακτικές μέθοδοι σχεδιασμού: (α) Χρήση σταθερού πάχους τόξου και (β) Πλήρες γαιώδες «γέμισμα» άνωθεν του τόξου.

Ως παραδείγματα εφαρμογής και διερεύνησης ορίζονται δύο περιπτώσεις γεφυρών: (α) Γέφυρα -Pont-Adolphe και (β) Cabin John Bridge, οι οποίες κατά την περίοδο κατασκευής τους αποτέλεσαν τις μεγαλύτερες σε άνοιγμα λίθινες γέφυρες και ταυτόχρονα εμφανίζουν την ελάχιστη λυγηρότητα στην κλείδα του τόξου.

3.2. Pont Adolphe (1904)

3.2.1. Γενική Περιγραφή – Αριθμητικό Προσομοίωμα

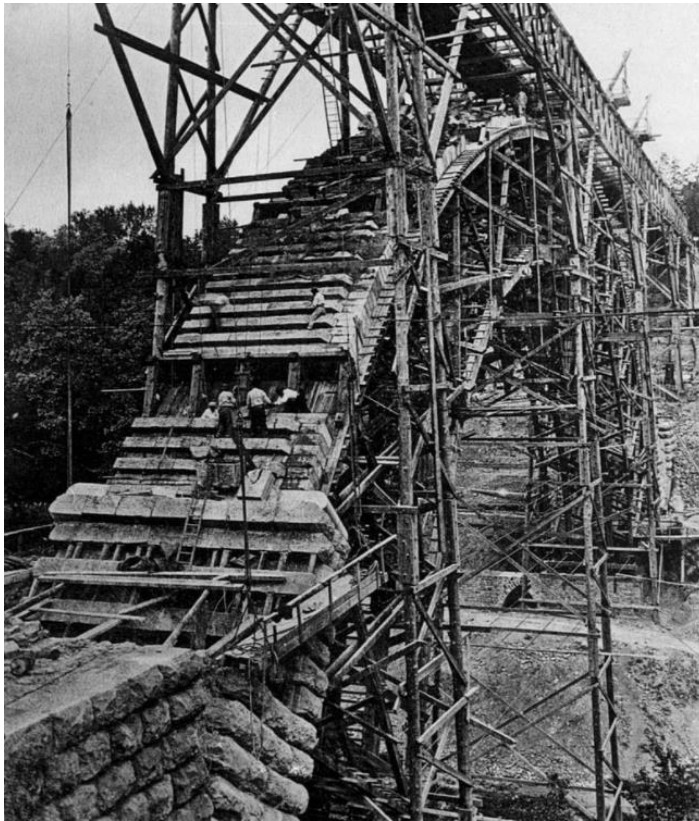
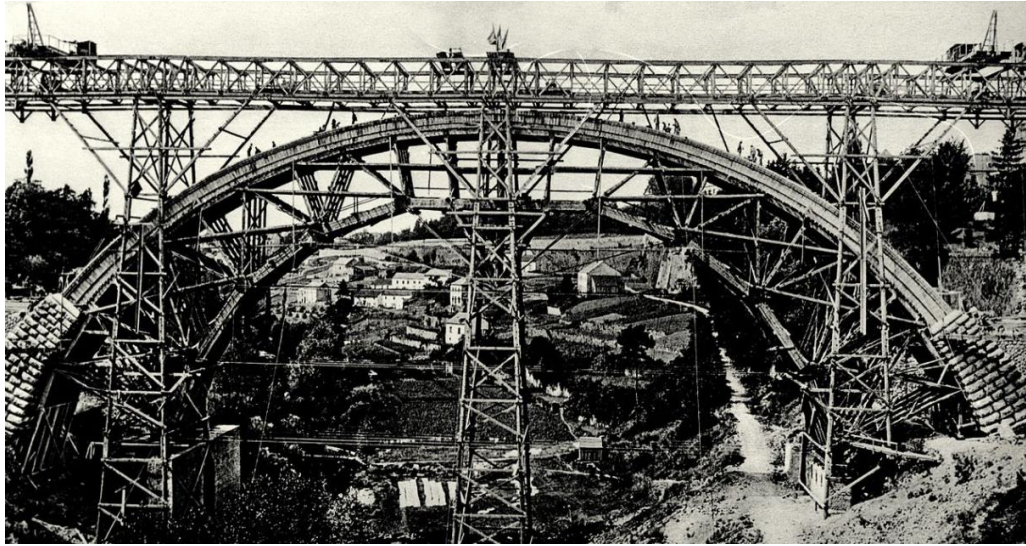
Η λίθινη τοξωτή γέφυρα - Pont - Adolphe (Σχήμα 35) βρίσκεται στο Λουξεμβούργο και κατασκευάστηκε στις αρχές του 20^{ου} αιώνα (1904), είναι συνολικού μήκους 153 m και αποτελείται από δύο, παράλληλα, κύρια τόξα πλάτους 6.0 m. Άνωθεν του κάθε κύριου τόξου, τοποθετούνται 2 τοξοστοιχίες και 2 ακραία τόξα (εισόδου-εξόδου). Τα κεντρικά -κύρια- τόξα έχουν άνοιγμα 79 m και το ύψος της στέψης ορίζεται στα 24.1 m από την στάθμη θεμελίωσης των κεντρικών τόξων.



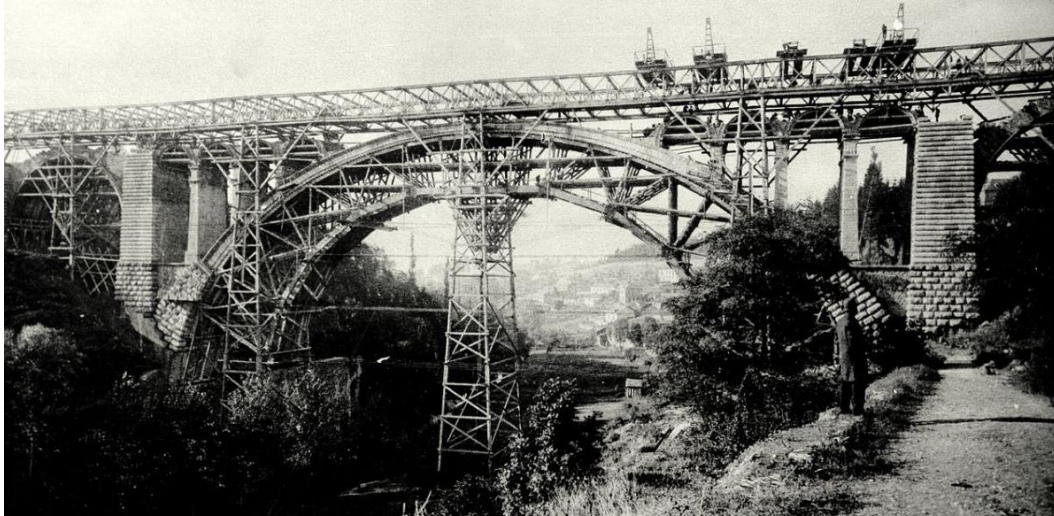
Σχήμα 35. Απεικόνιση της γέφυρας -Pont- Adolphe στις αρχές του 20^{ου} αιώνα.

Η γέφυρα μελετήθηκε και σχεδιάστηκε από τον Γάλλο μηχανικό και γεφυροποιό Paul Séjourné και αποτελεί μια εκ των μεγαλύτερων λίθινων τοξωτών γεφυρών του κόσμου. Η κατασκευή της γέφυρας διήρκησε 3 χρόνια και κατασκευάστηκε σε διάφορες φάσεις ως εξής :

- Κατασκευή των κεντρικού -κύριου- τόξου (Σχήμα 36)
- Κατασκευή των ακραίων τόξων και βάθρων εισόδου και εξόδου
- Κατασκευή των τοξοστοιχιών και των τυμπάνων (Σχήμα 37)



Σχήμα 36. Φάση κατασκευής κύριου κεντρικού τόξου



Σχήμα 37. Φάση κατασκευής τοξοστοιχιών άνωθεν του κεντρικού τόξου

Τα φέροντα στοιχεία της κατασκευής είναι από λιθοδομή με τα κύρια τόξα να είναι μεταβλητού πάχους 1.44 m (στέψη) – 2.5 m (Άκρα τόξου). Η θεμελίωση (~3.5x7.0 m) των τόξων γίνεται «εξωτερικά» μέσω ειδικής διάταξης (Σχήμα 38 (α)) και σύνδεσης με τα ακροβάθρα.

Οι τοξοστοιχίες άνωθεν των κεντρικών τόξων αποτελούνται από τόξα πάχους 0.35 m (σταθερό) και ορθοστάτες διατομής 0.8x6.0 m.

Στην είσοδο και έξοδο της γέφυρας, τα λίθινα τόξα έχουν πάχος περίπου 2.0 m και τα βάθρα έχουν διατομή πλάτους 5.0 m.

Τέλος η χάραξη του κύριου τόξου είναι ελλειπτικής μορφής (Σχήμα 39), ενώ τα ακραία τόξα και οι τοξοστοιχίες ακολουθούν την ημικυκλική γεωμετρία.

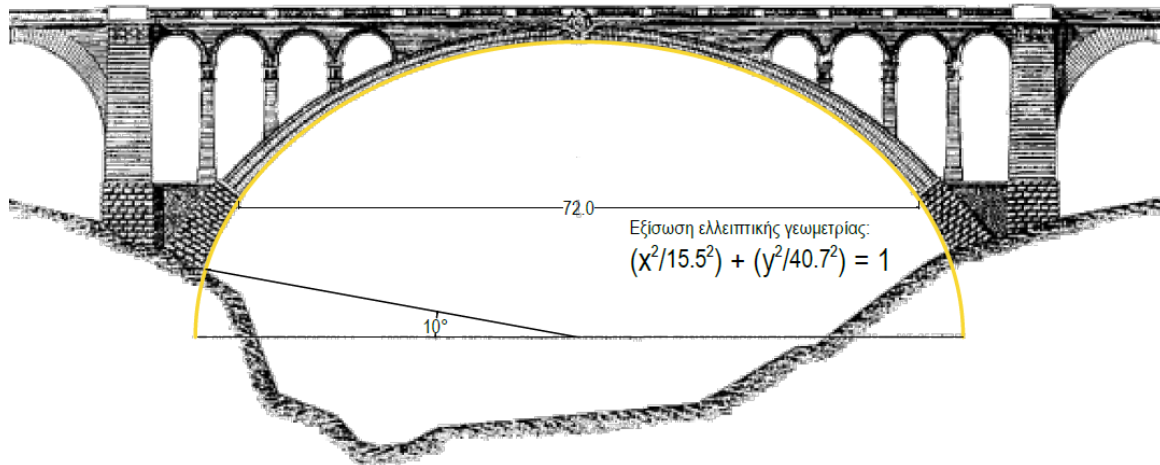


(α)

Σχήμα 38. (α) Διάταξη σύνδεσης τόξου – ακροβάθρων, (β) τοξοστοιχίες άνωθεν κεντρικού τόξου

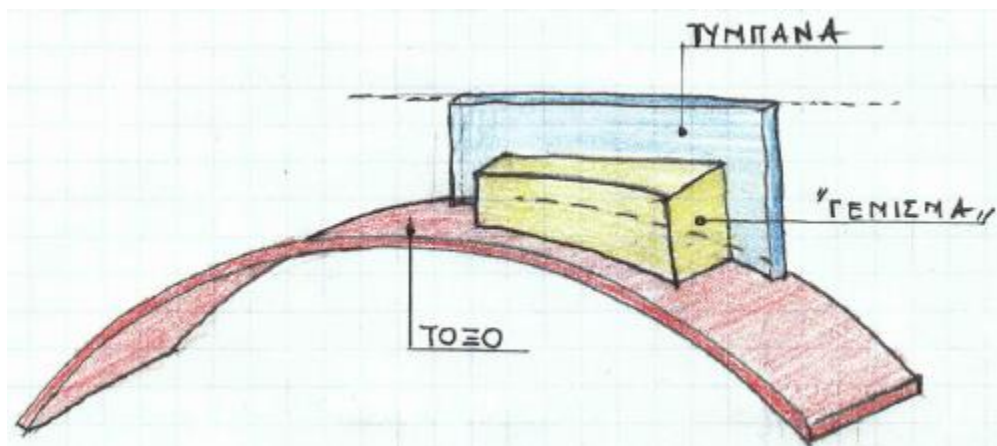


(β)



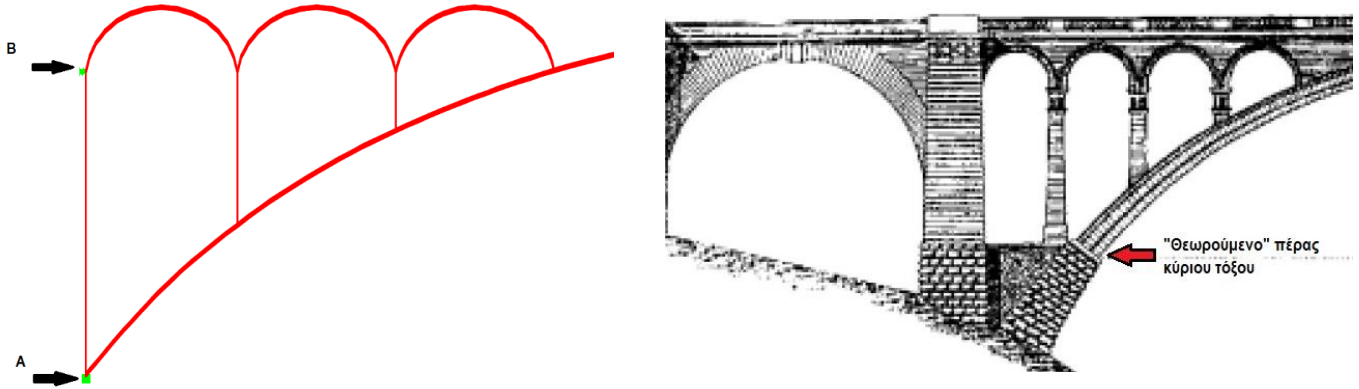
Σχήμα 39. Γεωμετρία γέφυρας - Pont - Adolphe

Για την υλοποίηση της προσομοίωσης τόσο της υφιστάμενης κατασκευής, όσο και των εναλλακτικών περιπτώσεων (παρουσιάζονται παρακάτω) και των στατικών αναλύσεων χρησιμοποιήθηκε ως υπολογιστικό εργαλείο το πρόγραμμα H/Y, Sap2000 (CSI). Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε τρισδιάστατο αριθμητικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, όπου τα κύρια μέρη της γέφυρας (τόξα, τύμπανα και τοξοστοιχία) προσομοιώνονται μέσω επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (Shell elements), ενώ το «γέμισμα» της γέφυρας δίδεται μέσω κατακορύφων φορτίων βαρύτητας. Τέλος, το κατάστρωμα της γέφυρας δίδεται επίσης μέσω κατακορύφων φορτίων βαρύτητας.

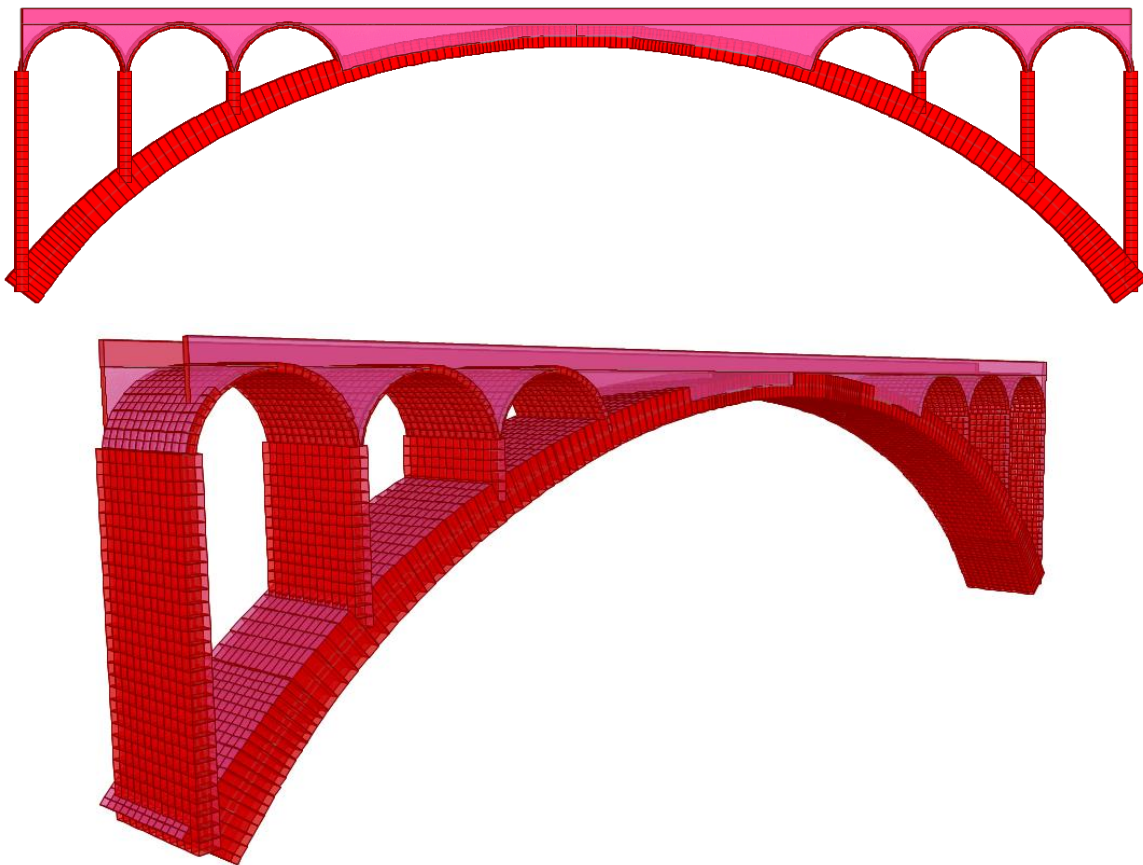


Σχήμα 40. Διαφορετικά τμήματα γέφυρας (Χ. Δ. Γιαννέλος)

Αναφορικά με τις συνοριακές συνθήκες, που λαμβάνονται επί του προσομοιώματος, ορίζονται πακτώσεις επί των κόμβων στο «θεωρούμενο» πέρας του κύριου τόξου (Σχήμα 41). Πέραν αυτού, λόγω της σύνδεσης των τοξοστοιχιών με τα ακρόβαθρα λαμβάνεται «δέσμευση» των οριζόντιων μετακινήσεων εκατέρωθεν των τοξοστοιχιών και ελευθερία στρωφών.



Σχήμα 41. Συνοριακές συνθήκες κατασκευής (προσομοίωση).



Σχήμα 42. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

Όσον αφορά τα μηχανικά χαρακτηριστικά της λιθοδομής, επειδή δεν διατίθενται στοιχεία, γίνονται εύλογες παραδοχές λαμβάνοντας υπόψη το διαθέσιμο φωτογραφικό υλικό (Σχήμα 38). Επ' αυτού, παρατηρείται ότι γέφυρα έχει δομηθεί με λαξευμένους λίθους και λεπτές στρώσεις κονιάματος (θεωρείται πάχος αρμών <15mm). Οπότε θεωρείται αποδεκτή η χρήση του Ευρωκώδικά 6 για την εκτίμηση της θλιπτικής αντοχής και των άλλων χαρακτηριστικών της τοιχοποιίας.

Ο υπολογισμός της θλιπτικής αντοχής, κατά EN1996, γίνεται σύμφωνα με την Σχέση 3.1 και απουσία τεκμηρίωσης των χαρακτηριστικών των υλικών, λαμβάνονται οι παρακάτω παραδοχές.

$$f_{wc} = K \cdot f_{bc}^{0.7} \cdot f_{mc}^{0.3} \quad (3.1)$$

Όπου,

f_{bc} : Θλιπτική αντοχή λιθοσώματος

f_{mc} : Θλιπτική αντοχή κονιάματος

K : Συντελεστής εξαρτώμενος από τον τύπο των τοιχοσωμάτων και του κονιάματος

Θλιπτική Αντοχή Κύριου Τόξου, Τοξοστοιχιών και Τυμπάνων

$$f_{bc} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{mc} = 1 \text{ MPa}$$

$$K = 0.5$$

$$f_{wc} = 7.73 \text{ MPa}$$

Μέτρο Ελαστικότητας – Λόγος Poisson

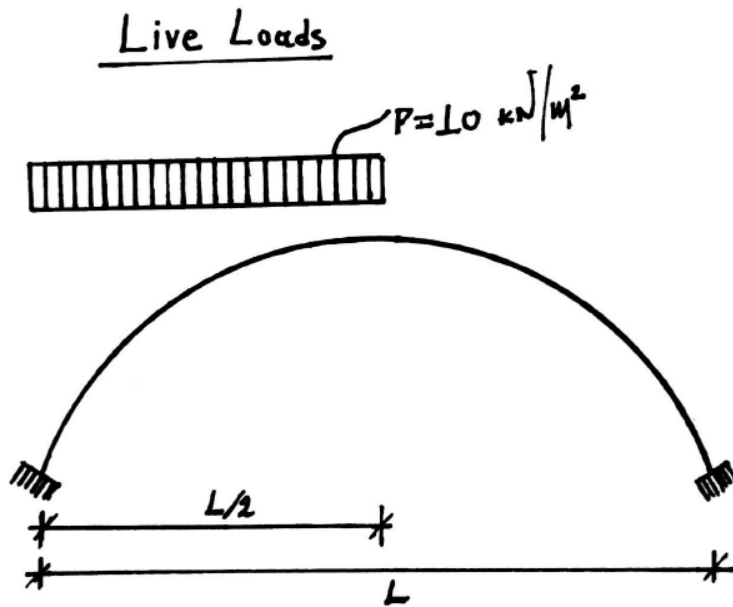
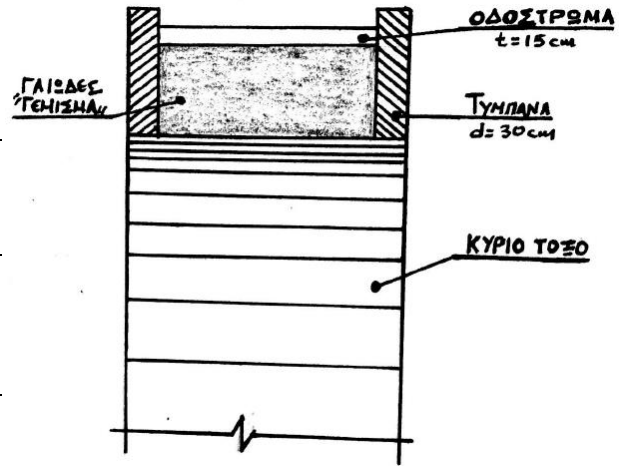
Το μέτρο ελαστικότητας κυμαίνεται από $300 f_{wc}$ - $1200 f_{wc}$, όπου f_{wc} θλιπτική αντοχή τοιχοποιίας.

Σύμφωνα με τους Tassios-Chronopoulos (1986), σε περίπτωση αδυναμίας τεκμηρίωσης εκτιμάται ως $1000 f_{wc}$ και ο λόγος Poisson μπορεί να λαμβάνεται ίσος με 0.3.

Τέλος, οι φορτίσεις επί της κατασκευής λαμβάνονται με γνώμονα την διερεύνηση της στατικής συμπεριφοράς των γεφυρών. Οπότε, ως βασικές φορτίσεις, ορίζονται : (α) Μόνιμα φορτία γέφυρας - DL και (β) ομοιόμορφο κινητό φορτίο 10 kN/m^2 - LL (Σχήμα 43) , επί του μισού (L/2) του ανοίγματος. Η συγκεκριμένη θεώρηση, ορίζεται ώστε να λαμβάνεται υπόψη η μέγιστη καμπτική καταπόνηση επί του $\frac{1}{4}$ του συνολικού ανοίγματος.

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

Κύριο Τόξο	Ειδικό βάρος: $\gamma=22 \text{ kN/m}^3$ Μεταβλητή Διατομή: 1.44 x 6.0 m (Στέψη) – 2.5 x 6.0 m (Στήριξη)
Τύμπανα	Ειδικό βάρος: $\gamma=22 \text{ kN/m}^3$ Μέσο πάχος: $t=0.30 \text{ m}$
Τοξοστοιχία	Ειδικό βάρος: $\gamma=22 \text{ kN/m}^3$ Πάχος ημικυκλικών τόξων: $d=0.35 \text{ m}$ Πλάτος Ορθοστατών: $b=0.8 \text{ m}$
Γαιώδες «Γέμισμα»	Ειδικό βάρος: $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$
Οδόστρωμα	Ειδικό βάρος: $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ Μέσο πάχος: $t=0.15 \text{ m}$

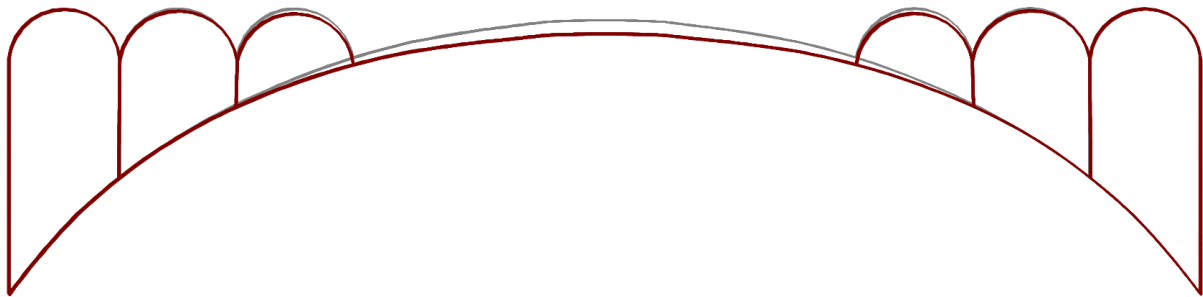


Σχήμα 43. Θεώρηση κατανομής ομοιόμορφων κινητών φορτίων (LL)

3.2.2. Αποτελέσματα Υφιστάμενης Κατασκευής

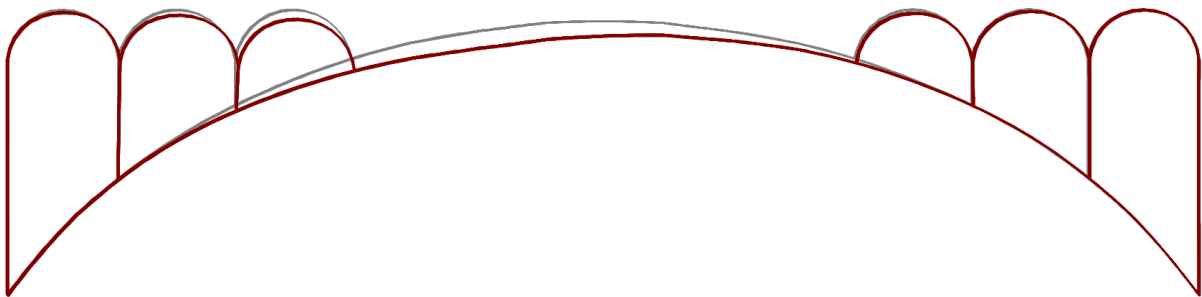
Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων ανάλυσης και ελέγχων επιλέγεται να γίνει τόσο σε όρους μετακινήσεων όσο και σε όρους εντατικών μεγεθών με σκοπό κυρίως την σύγκριση μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων σχεδιασμού, όπως ορίζονται παρακάτω. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των μετακινήσεων, λόγω εύλογων μεν αλλά αυθαίρετων παραδοχών σχετικά με τα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών, τα καταγεγραμμένα αποτελέσματα δίδονται με μοναδικό στόχο τη σύγκριση των αποτελεσμάτων κατά τις διαφορετικές θεωρήσεις.

Αρχικά, παρουσιάζεται η παραμορφωμένη κατάσταση της κατασκευής για τους δύο συνδυασμούς φόρτισης (Σχήμα 44, 45). Η μέγιστη μετακίνηση (βύθιση) $u=3.3$ cm, λόγω μόνιμων φορτίων, εντοπίζεται στην στέψη του τόξου, ενώ η μη-συμμετρική φόρτιση λόγω ωφέλιμων φορτίων έχει ως αποτέλεσμα την μη συμμετρική παραμόρφωση του τόξου. Η μέγιστη μετακίνηση $u=4.1$ cm, για τον συνδυασμό φόρτισης Dead Loads+1.5·Live Loads, εντοπίζεται σε απόσταση $0.2\cdot L/2$ από την στέψη. Η συγκεκριμένη παρατήρηση αποκτά ιδιαίτερο νόημα εάν ληφθεί υπόψη η συνεισφορά της τοξοστοιχίας άνωθεν του τόξου. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μέγιστη βύθιση του τόξου εντοπίζεται περί το μέσο του «ελευθέρου» (απουσία τοξοστοιχίας) τμήματος του τόξου, κατ' αντιστοιχία με την «αναμενόμενη» παραμορφωμένη κατάσταση τοξωτού φορέα λόγω μη-συμμετρικής φόρτισης.



[Μέγιστη βύθιση τόξου (στέψη) : $u=0.033$ m]

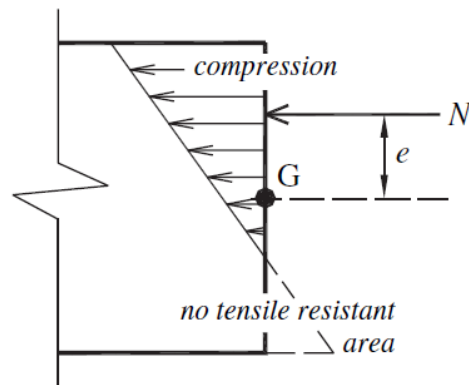
Σχήμα 44. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας (Φ.Ο) υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)



[Μέγιστη βύθιση τόξου : $u=0.041$ m]

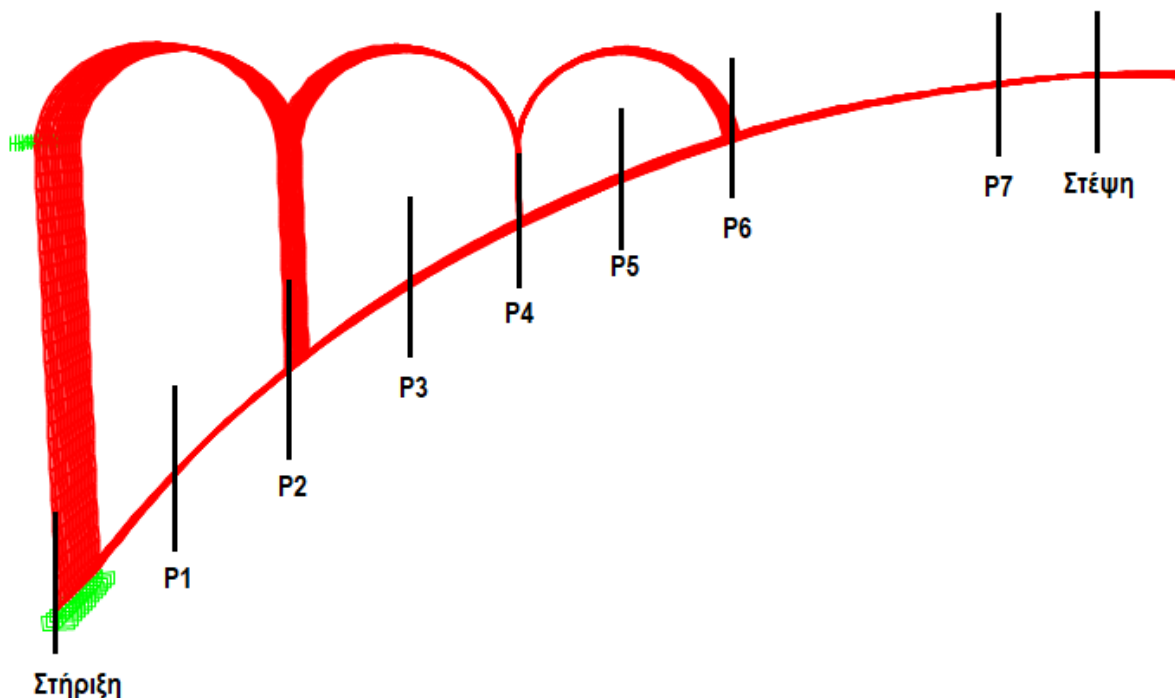
Σχήμα 45. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας (Φ.Ο) υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5·Live Loads

Πέραν της παραμορφωμένης κατάστασης του τόξου, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, λόγω της μικρής εφελκυστικής αντοχής της φέρουσας λιθοδομής ($f_{wt}=0.1-0.2$ MPa), ουσιαστική παράμετρος σχεδιασμού των τοξωτών λίθινων κατασκευών αποτελεί η εκκεντρότητα των εσωτερικών δυνάμεων. Επ' αυτού, ορίζεται ως μέγιστη επιτρεπόμενη εκκεντρότητα το $1/6$ του ύψους της διατομής (γεωμετρικός τόπος πυρήνα διατομής) ώστε η εκάστοτε διατομή να καταπονείται μόνον υπό θλιπτικές τάσεις. Επίσης, παράλληλα με τον έλεγχο εκκεντροτήτων γίνεται έλεγχος έναντι θλίψης του κύριου τόξου. Ο συγκεκριμένος έλεγχος, βασίζεται στις παραπάνω παραδοχές θλιπτικής αντοχής και σκοπό έχει την σύγκριση των αποτελεσμάτων υπό διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού (βλ. παρακάτω).



Σχήμα 46. Θεώρηση εντατικής καταπόνησης διατομής τόξου

Βάση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων, ορίζονται συγκεκριμένες διατομές ελέγχου όπως αποτυπώνονται στο Σχήμα 47 και δίδεται η εντατική κατάσταση για την εκάστοτε διατομή/θέση (Πίνακας 6,7).



Σχήμα 47. Διατομές ελέγχου επί του κύριου τόξου

Πίνακας 6. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads:DL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)	
Στέψη	1.00	1.44	17.75	1.77	0.10	< d / 6	2.40
P7	0.85	1.44	17.88	2.34	0.13	< d / 6	1.84
P6	0.58	1.65	18.54	0.32	0.02	< d / 6	15.82
P5	0.50	1.73	18.88	1.51	0.08	< d / 6	3.63
P4	0.37	1.85	20.12	1.38	0.07	< d / 6	4.47
P3	0.30	1.93	20.71	3.78	0.18	< d / 6	1.76
P2	0.19	2.04	23.05	2.42	0.10	< d / 6	3.24
P1	0.11	2.16	23.96	3.13	0.13	< d / 6	2.71
Στήριξη	0.00	2.50	25.73	8.33	0.32	< d / 6	1.29

Πίνακας 7. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5*LL)

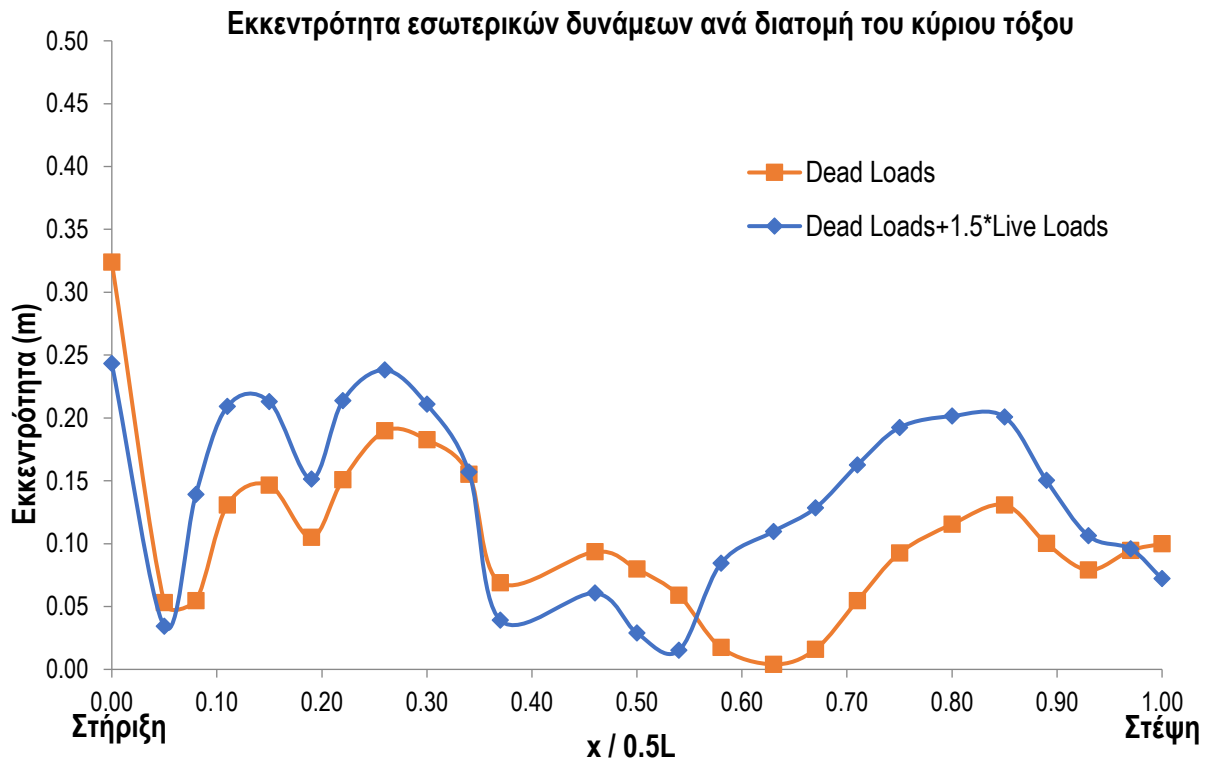
Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)	
Στέψη	1.00	1.44	20.60	1.48	0.07	< d / 6	3.33
P7	0.85	1.44	20.71	4.16	0.20	< d / 6	1.20
P6	0.58	1.65	21.28	1.79	0.08	< d / 6	3.26
P5	0.50	1.73	21.64	0.63	0.03	< d / 6	10.0
P4	0.37	1.85	23.30	0.91	0.04	< d / 6	7.88
P3	0.30	1.93	23.91	5.04	0.21	< d / 6	1.53
P2	0.19	2.04	26.75	4.05	0.15	< d / 6	2.25
P1	0.11	2.16	27.66	5.79	0.21	< d / 6	1.69
Στήριξη	0.00	2.50	29.44	7.16	0.24	< d / 6	1.71

Σύμφωνα με τα παραγόμενα αποτελέσματα, υπό τα μόνιμα φορτία, επιτυγχάνεται σε μεγάλο βαθμό ταύτιση του άξονα του τόξου με την «γραμμή πιέσεων» των δυνάμεων που συνιστούν την φόρτιση. Πέραν των μόνιμων φορτίων και κατά την επιβολή κινητών (μη-συμμετρικών) φορτίων ορίζεται επάρκεια έναντι καμπτικής καταπόνησης με συντελεστή ασφαλείας $\Sigma.A=1.20$. (για θεώρηση μηδενικής εφελκυστικής αντοχής).

Όσον αφορά, την θλιπτική καταπόνηση του κύριου τόξου ορίζεται αντίστοιχα επάρκεια, δεδομένου ότι επί της διατομής της στέψης λαμβάνεται θλιπτική αντοχή σε όρους δυνάμεων $N_{Rd} = 42.4$ MN (χωρίς χρήση μειωτικών συντελεστών).

Επίσης, τόσο για λόγους πληρότητας όσο και σύγκρισης των αποτελεσμάτων υπό διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού των λίθινων τοξωτών γεφυρών (βλ. παρακάτω) γίνεται παρουσίαση της μεταβολής των εκκεντροτήτων κατά μήκος του τόξου (κατ' αντιστοιχία με την χάραξη της γραμμής πιέσεων του τόξου). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, για τις δύο περιπτώσεις φορτίσεων (στατικά), οι θλιπτικές δυνάμεις επί του τόξου

τοποθετούνται εντός πυρήνα διατομής ($e < d/6$) με αποτέλεσμα να μην αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στην εκάστοτε διατομή κατά μήκος του κύριου τόξου. Η συγκεκριμένη παρατήρηση συνάδει με την «λογική» σχεδιασμού των τοξωτών λίθινων γεφυρών, λαμβάνοντας υπόψη την ελάχιστη (έως και μηδενική) εφελκυστική αντοχή των λίθινων κατασκευών. Επίσης για την περίπτωση του συνδυασμού φόρτισης Dead Loads + 1.5·Live Loads παρατηρείται μείωση των εκκεντροτήτων (και των ροπών κάμψης) περί του L/4 του κύριου τόξου. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα δεν συνάδει με την αναμενόμενη καταπόνηση των τοξωτών φορέων υπό μη συμμετρικό φορτίο (Σχήμα 43) και πιθανόν οφείλεται στην «συνεισφορά» της τοξοστοιχίας άνωθεν του κύριου τόξου.



Σχήμα. Μεταβολή των εκκεντροτήτων κατά μήκος του τόξου

Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

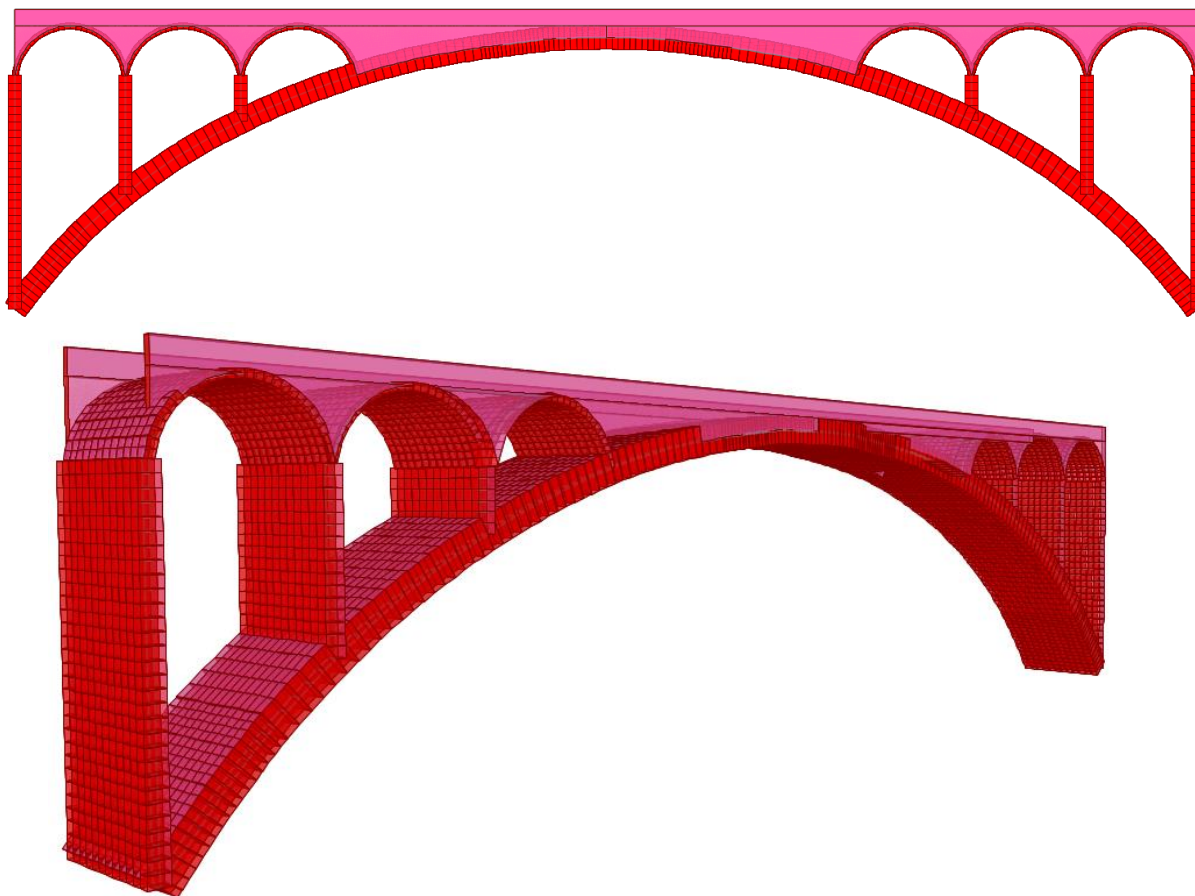
3.2.3. Διερεύνηση Παραμέτρων Σχεδιασμού

3.2.3.1. Γενικά

Στο πλαίσιο διερεύνησης, των παραμέτρων σχεδιασμού των τοξωτών λίθινων γεφυρών, σε συνδυασμό με την ιστορική εξέλιξη αυτών μέσα στα χρόνια και ιδίως κατά τον 19^ο έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα, λαμβάνονται δύο περιπτώσεις ελέγχου και διερεύνησης: (α) χρήση ενιαίου πάχους τόξου (ίσο με το πάχος στην στέψη του τόξου) και (β) χρήση πλήρους «γεμίσματος» άνωθεν του τόξου.

3.2.3.2. Περίπτωση Α : Σταθερό πάχος τόξου

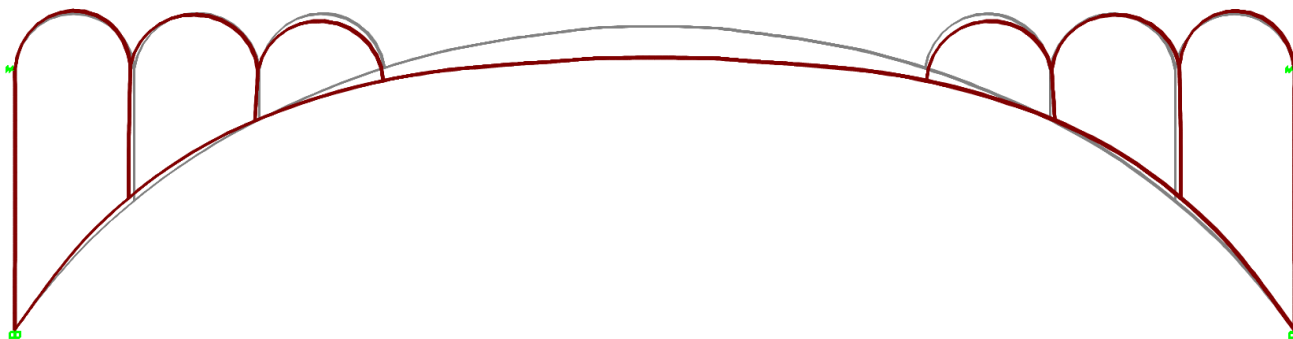
Στην συγκεκριμένη περίπτωση, στο πλαίσιο διερεύνησης των παραμέτρων σχεδιασμού, γίνεται θεώρηση σταθερού πάχους τόξου καθ' όλο το μήκος του. Συγκεκριμένα, λαμβάνεται ενιαίο πάχος τόξου 1.44 m (πάχος κλειδας).



Σχήμα 48. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

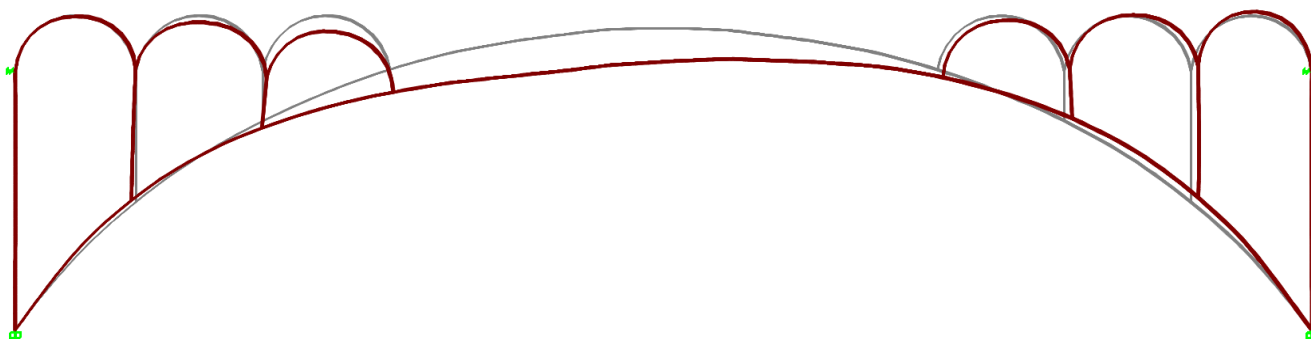
Αποτελέσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης, καταγράφονται μετακινήσεις στην στέψη ~1.5-1.7 φορές μεγαλύτερες συγκριτικά με την περίπτωση μεταβλητού πάχους τόξου. Πέραν αυτού, η μειωμένη ακαμψία του τόξου εκατέρωθεν των στηρίξεων ($0.2 \cdot L/2$) έχει ως αποτέλεσμα την ανύψωση του τόξου στα σημεία αυτά.



- Ανύψωση του τόξου περί το $0.2 \cdot L/2$ από την στήριξη : $u=0.0054$ m
- Μέγιστη βύθιση περί το $L/2$: $u=0.057$ m

Σχήμα 49. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)



- Ανύψωση του τόξου περί το $0.2 \cdot L/2$: $u=0.0054$ m
- Μέγιστη βύθιση περί το $0.87 \cdot L/2$: $u=0.065$ m

Σχήμα 50. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5·Live Loads

Πέραν της παραμορφωμένης κατάστασης του τόξου, κατ' αντιστοιχία με την υφιστάμενη κατασκευή, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου, κατ'αντιστοιχία με την περίπτωση υφιστάμενης κατασκευής (As built) όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου.

Πίνακας 8. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads: DL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.44	16.60	3.95	0.237 (~ d / 6)	~ 1.0
P7	0.85	1.44	16.74	4.07	0.243 (~ d / 6)	~ 1.0
P6	0.58	1.44	17.46	0.29	0.017 (< d / 6)	14.1
P5	0.50	1.44	17.76	2.01	0.113 (< d / 6)	2.1
P4	0.37	1.44	18.92	2.05	0.108 (< d / 6)	2.2
P3	0.30	1.44	19.37	4.19	0.216 (~ d / 6)	1.1
P2	0.19	1.44	21.26	3.38	0.159 (< d / 6)	1.51
P1	0.11	1.44	21.87	3.11	0.142 (< d / 6)	1.7
Στήριξη	0.00	1.44	22.96	10.81	0.471 (> d / 6)	0.51

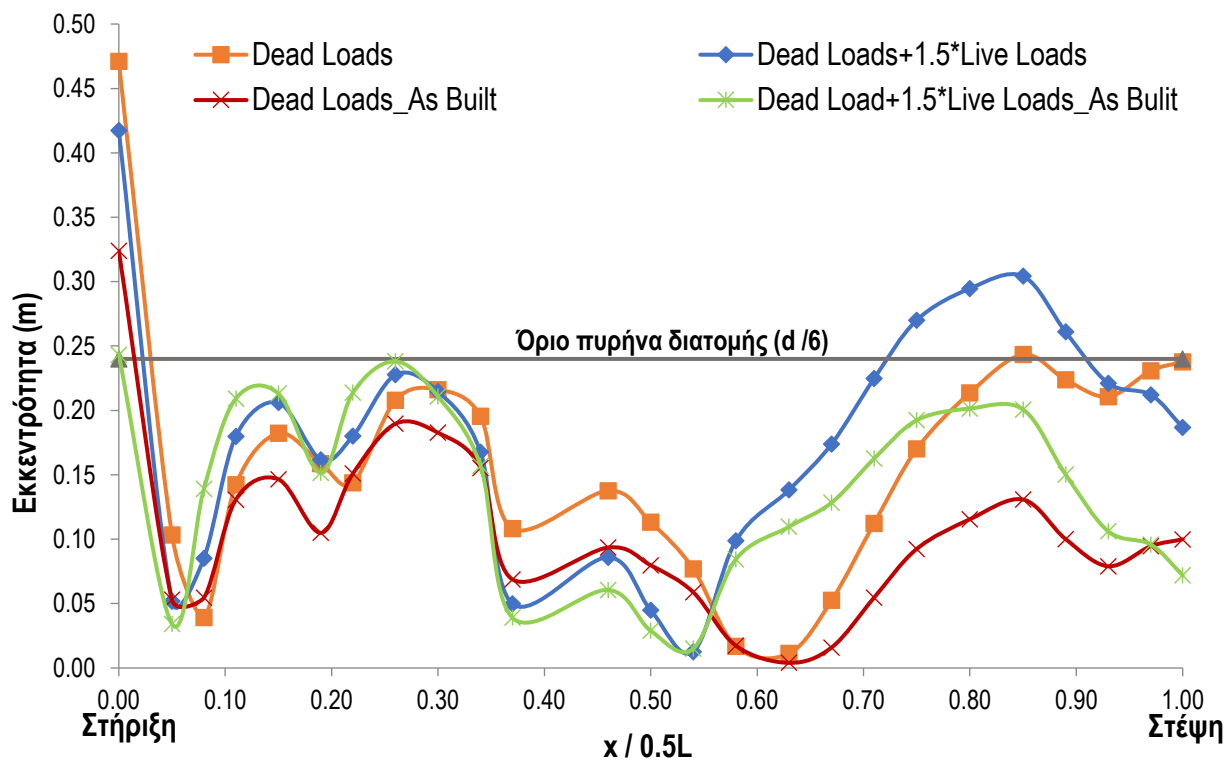
Πίνακας 9. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5*LL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.44	19.47	3.64	0.187 < d / 6	1.28
P7	0.85	1.44	19.58	5.96	0.304 (~ d / 6)	0.79
P6	0.58	1.44	20.20	1.99	0.099 < d / 6	2.42
P5	0.50	1.44	20.51	0.92	0.045 < d / 6	5.33
P4	0.37	1.44	22.14	1.10	0.050 < d / 6	4.80
P3	0.30	1.44	22.59	4.85	0.215 (~ d / 6)	1.12
P2	0.19	1.44	24.99	4.04	0.162 < d / 6	1.48
P1	0.11	1.44	25.62	4.61	0.180 < d / 6	1.33
Στήριξη	0.00	1.44	24.70	11.14	0.451 (> d / 6)	0.53

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, στην περίπτωση σταθερού πάχους τόξου (πάχος κλειδας) η κατασκευή δεν δύναται να φέρει τα μόνιμα φορτία με συντελεστή ασφαλείας 0.53(!) στην κρίσιμη διατομή στήριξης και με συντελεστή ασφαλείας 0.79 επί του ανοίγματος του τόξου.

Όσον αφορά την παραγωγή της γραμμής πιέσεων του τόξου παρατηρείται ομοιότητα ως προς την μεταβολή των εκκεντροτήτων αλλά καταφράφεται αύξηση των εκκεντροτήτων.

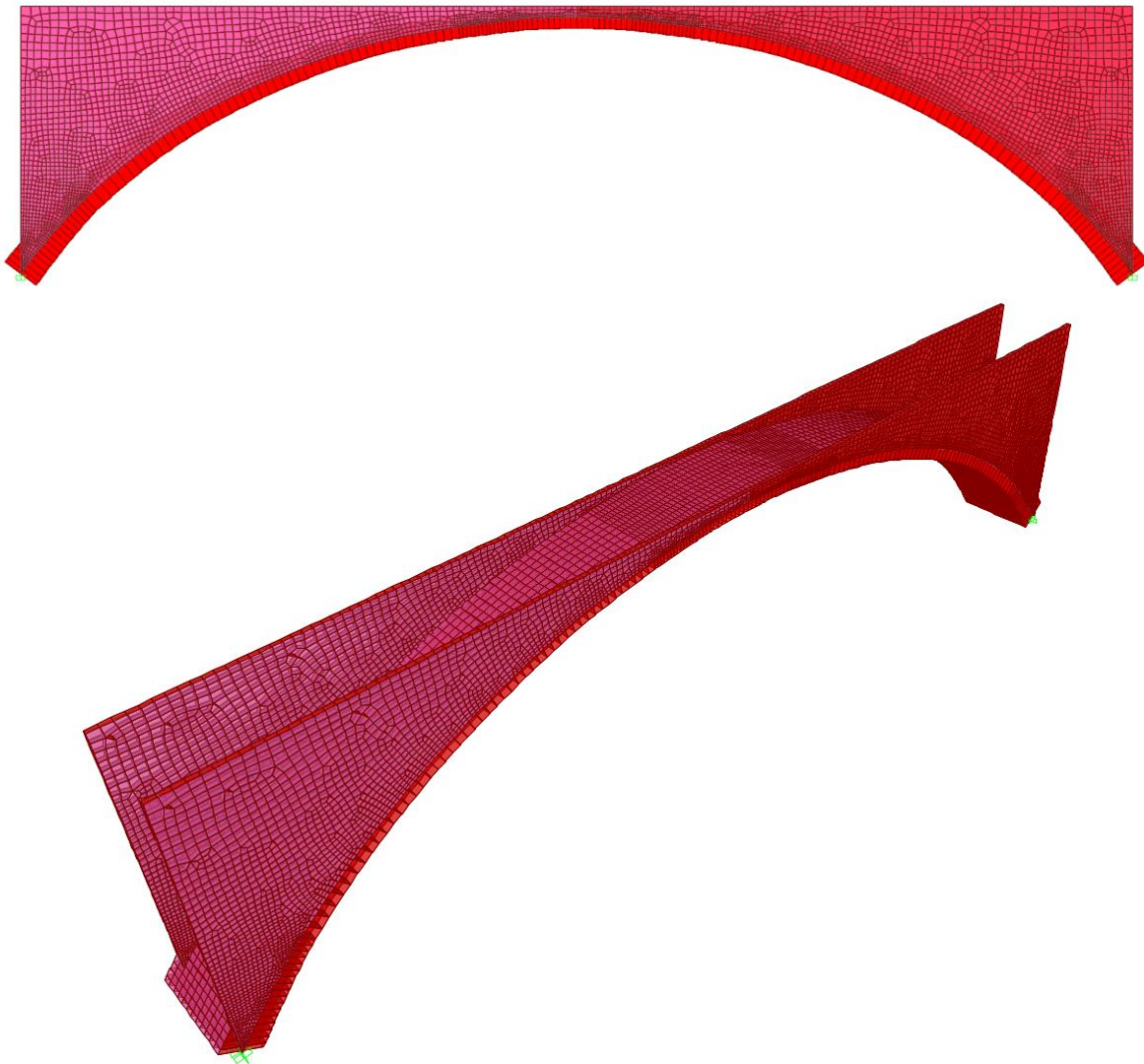
Εκκεντρότητα εντατικών μεγεθών ανά διατομή του κύριου τόξου



Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

3.2.3.3. Περίπτωση Β : «Γέμισμα» με γαιώδες υλικό καθ' όλο το μήκος του τόξου

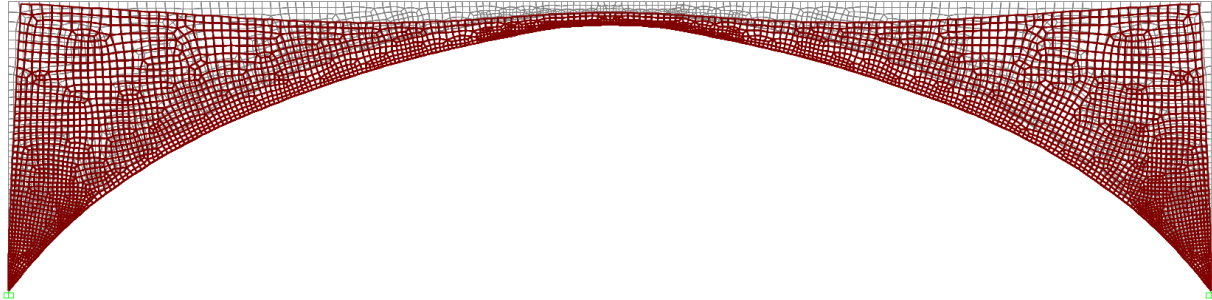
Κατά την συγκεκριμένη περίπτωση, γίνεται θεώρηση χρήσης γαιώδους «γεμίματος» και τυμπάνων καθ' όλο το μήκος του τόξου. Το γαιώδες γέμισμα λαμβάνεται με ειδικό βάρος 18 kN/m^3 .



Σχήμα 51. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

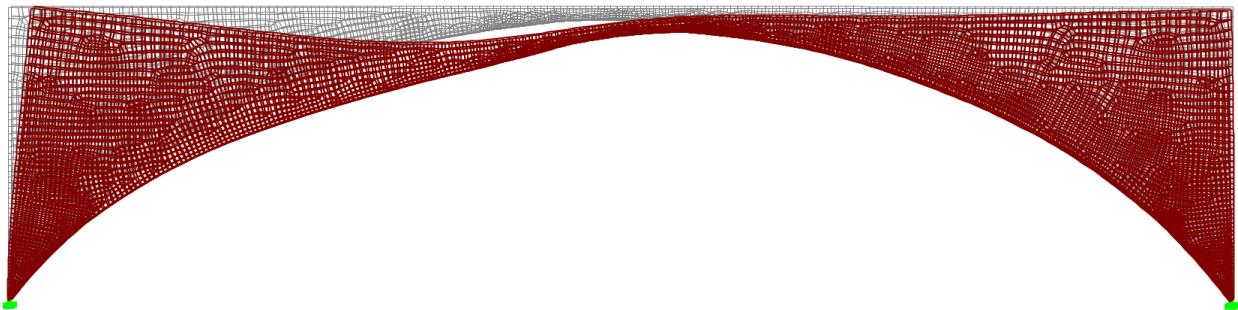
Αποτελέσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης, σε όρους μετακινήσεων, δεν παρατηρείται σημαντική αύξηση των βυθίσεων. Αντίθετα, στην περίπτωση καταπόνησης λόγω μόνιμων φορτίων, εντοπίζεται σχετική ανύψωση της στέψης του τόξου. Η απόκριση της κατασκευής συνάδει με την κατανομή των επιβαλλόμενων φορτίων βαρύτητας, όπου πλησιέστερα στις στηρίξεις εντοπίζονται τα πλέον δυσμενή φορτία «γεμίσματος» (ύψος γεμίσματος: στήριξη→24.8 m, στέψη→0.7m) με αποτέλεσμα, λόγω της γεωμετρίας του τόξου, να αποτυπώνονται ισχυρές πλευρικές ωθήσεις.



- Μέγιστη βύθιση περί το $0.6 \cdot L/2$: $u=0.0252$ m

Σχήμα 52. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)



- Μέγιστη βύθιση περί το $0.7 \cdot L/2$: $u=0.0428$ m

Σχήμα 53. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5·Live Loads

Κατ' αντιστοιχία με την υφιστάμενη κατασκευή, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου.

Πίνακας 10. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)	
Στέψη	1.00	1.44	27.09	3.76	0.139	< d / 6	1.73
P7	0.85	1.44	26.55	0.12	~ 0	< d / 6	
P6	0.58	1.65	24.45	3.49	0.143	< d / 6	1.93
P5	0.50	1.73	24.61	3.55	0.144	< d / 6	2.00
P4	0.37	1.85	26.34	2.51	0.095	< d / 6	3.23
P3	0.30	1.93	28.79	1.41	0.045	< d / 6	6.60
P2	0.19	2.04	33.96	0.26	~ 0	< d / 6	
P1	0.11	2.16	39.41	4.69	0.119	< d / 6	2.98
Στήριξη	0.00	2.50	51.74	20.35	0.393	~ d / 6	1.06

Πίνακας 11. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5*LL)

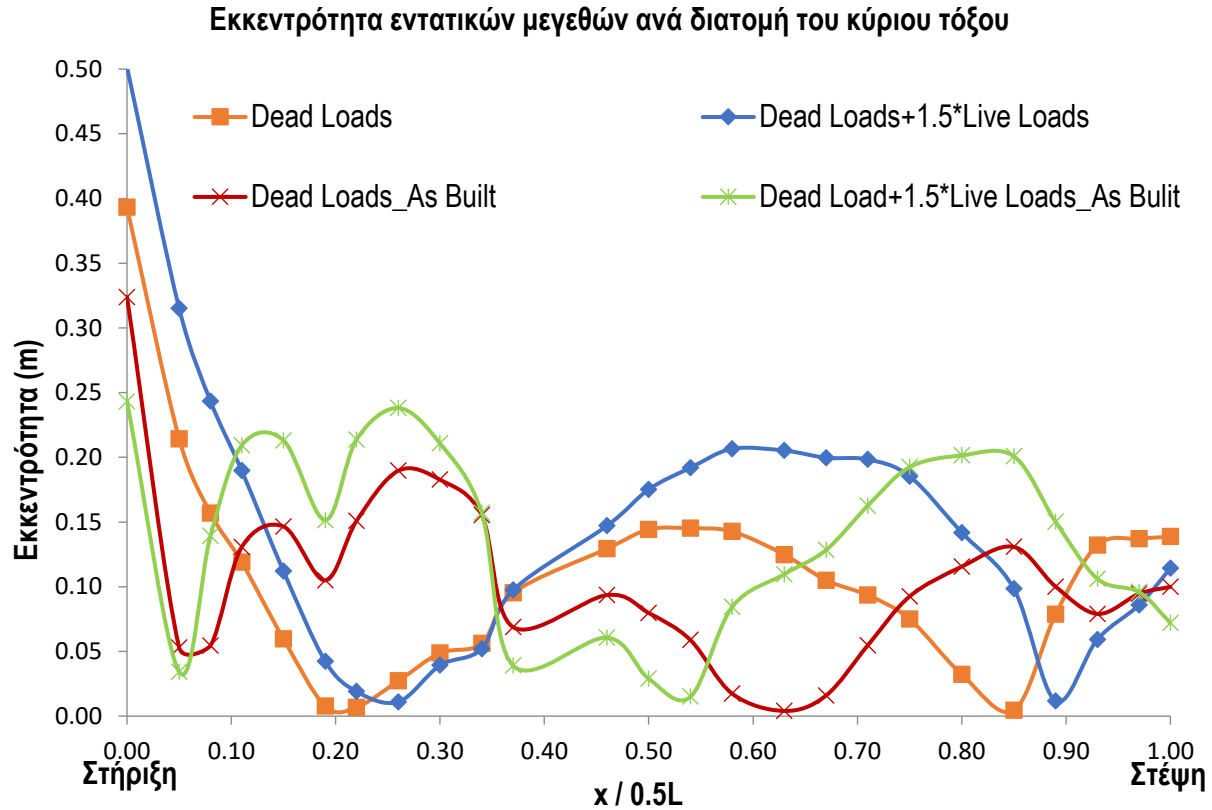
Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)	
Στέψη	1.00	1.44	28.94	3.31	0.114	< d / 6	2.10
P7	0.85	1.44	27.99	2.75	0.098	< d / 6	2.44
P6	0.58	1.65	25.67	5.03	0.196	< d / 6	1.33
P5	0.50	1.73	26.15	4.58	0.175	< d / 6	1.65
P4	0.37	1.85	28.42	2.77	0.097	< d / 6	3.16
P3	0.30	1.93	31.29	1.23	0.039	< d / 6	8.20
P2	0.19	2.04	37.29	1.57	0.042	< d / 6	8.03
P1	0.11	2.16	42.99	8.16	0.190	< d / 6	1.87
Στήριξη	0.00	2.50	55.37	27.78	0.502	> d / 6	0.83

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, δεν επιτυγχάνεται συμφωνία του άξονα του τόξου με την «γραμμή πιέσεων» των δυνάμεων που συνιστούν την φόρτιση, τόσο υπό τα μόνιμα φορτία όσο και υπό τα κινητά. Ενώ στην περίπτωση του συνδυασμού φόρτισης Dead Loads + 1.5*Live Loads αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στην διατομή στήριξης (μη επάρκεια).

Όσον αφορά, την θλιπτική καταπόνηση του κύριου τόξου ορίζεται αντίστοιχα επάρκεια δεδομένου ότι επί της διατομής στήριξης λαμβάνεται θλιπτική αντοχή σε όρους δυνάμεων $N_{Rd} = 73.6$ MN, αλλά παρατηρείται αισθητή αύξηση ~50% υπό τα μόνιμα φορτία.

Πέραν αυτών, κατά τον υπολογισμό της γραμμής πιέσεων του τόξου παρατηρούνται διαφορές συγκριτικά με την περίπτωση χρήσης τοξοστοιχιών. Συγκεκριμένα, σε απόσταση 0.2*L/2 από την στήριξη εντοπίζεται η ελάχιστη εκκεντρότητα σε αντίθεση με την περίπτωση τοξοστοιχιών όπου εντοπίζονται οι πλέον υψηλές τιμές εκκεντροτήτων. Ακόμα, για την περίπτωση του συνδυασμού φόρτισης Dead Loads + 1.5*Live Loads η μέγιστη

καταπόνηση εντοπίζεται περίπου στο L/4 του τόξου, κάτι που συνάδει με την «αναμενόμενη» απόκριση του τόξου. Η συγκεκριμένη παρατήρηση έρχεται σε συμφωνία ως προς της θεώρηση των τοξοστοιχιών ως στοιχεία του φέροντα οργανισμού του κύριου τόξου, πέραν της αναμενόμενης μειωμένης καταπόνησης λόγω μειωμένων επιβαλλόμενων φορτίων βαρύτητας.



Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

3.2.4. Συμπεράσματα (Pont Adolphe)

Κατά την διερεύνηση της συμπεριφοράς της γέφυρας υπό στατικά φορτία και θεώρηση διαφορετικών παραμέτρων σχεδιασμού, εντοπίζονται τα παρακάτω συμπεράσματα:

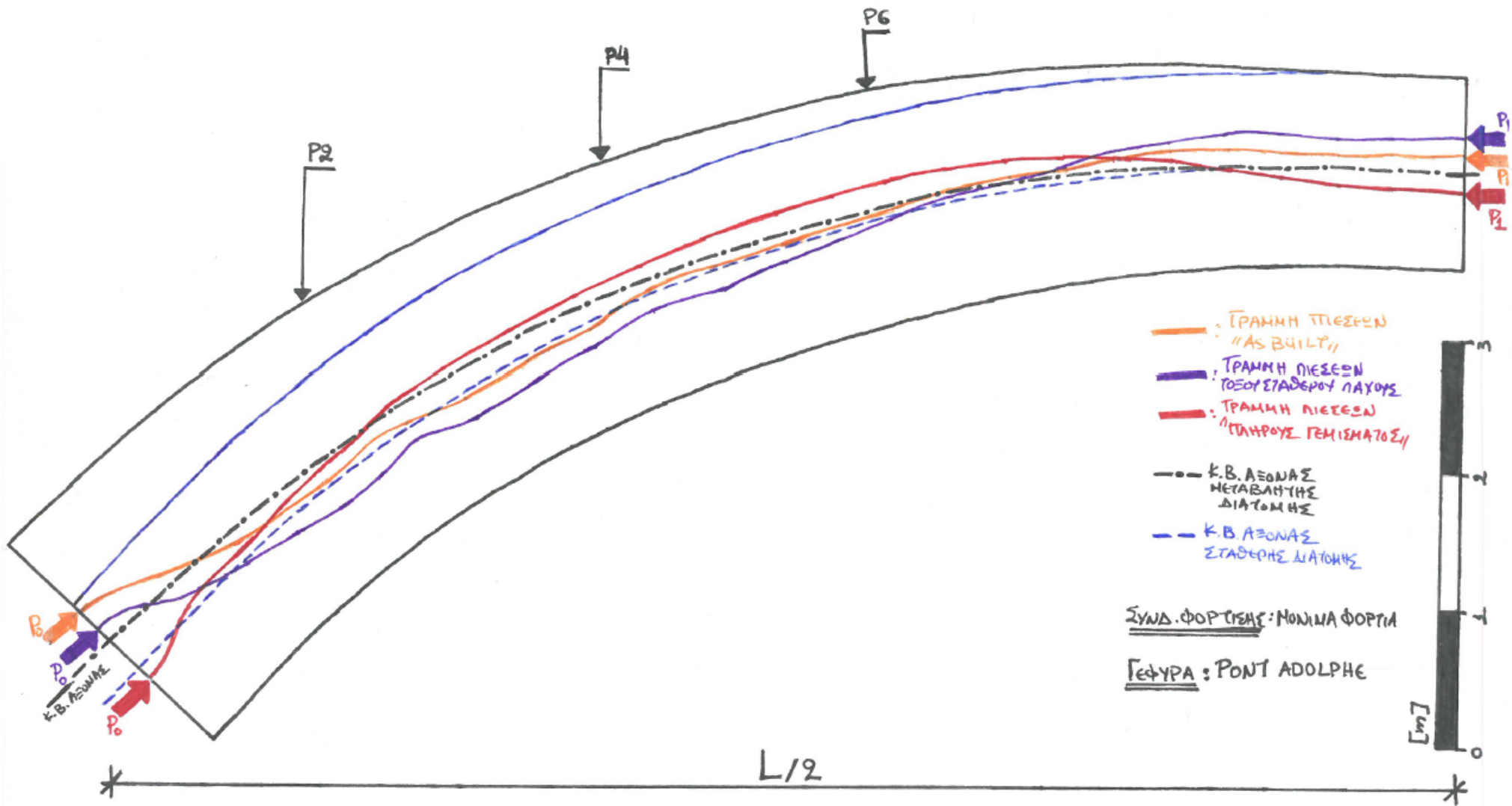
Ενιαίο πάχος τόξου

- Κατά την χρήση ενιαίου πάχους τόξου η γραμμή πιέσεων τοποθετείται εκτός πυρήνα διατομής, υπό τα μόνιμα φορτία. Συγκεκριμένα αποτυπώνεται συντελεστής ασφαλείας ~ 0.5 , το οποίο δεν συνάδει με την «λογική» του σχεδιασμού-χάραξη των τοξωτών γεφυρών.
- Αναφορικά με τις μετακινήσεις, παρατηρείται σημαντική αύξηση (50-70%) των βυθίσεων στην στέψη του τόξου. Επίσης εκατέρωθεν των στηρίξεων παρατηρείται ανύψωση του τόξου, λόγω μειωμένης δυσκαμψίας, συγκριτικά με την περίπτωση μεταβλητού πάχους τόξου.

Εφαρμογή πλήρους «γεμίσματος» άνωθεν του τόξου

- Κατά την χρήση γαιώδους «γεμίσματος» άνωθεν του τόξου, η γραμμή πιέσεων, υπό τα μόνιμα φορτία, έχει εκκεντρότητα $h/6$ από τον κεντροβαρικό άξονα (όριο πυρήνα διατομής), ενώ στην περίπτωση ταυτόχρονης επιβολής κινητών φορτίων αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στην διατομή στήριξης (μη επάρκεια).
- Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, διαφαίνεται ότι οι τοξοστοιχίες άνωθεν του τόξου αποτελούν μέρος του φέροντα οργανισμού της γέφυρας.
- Η δυσμενής εντατική κατάσταση λόγω κινητών φορτίων, εντοπίζεται περί του μέσου του «ελεύθερου» ανοίγματος του τόξου (απουσία τοξοστοιχίας άνωθεν του τόξου).
- Αναφορικά με τις μετακινήσεις, δεν παρατηρείται αύξηση των βυθίσεων αλλά, αντίθετα, τμήμα της στέψης του τόξου υφίσταται ανύψωση. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα οφείλεται στην σημαντική δράση των πλευρικών ωθήσεων επί του τόξου, κατά την εφαρμογή των φορτίων βαρύτητας του γαιώδους «γεμίσματος»

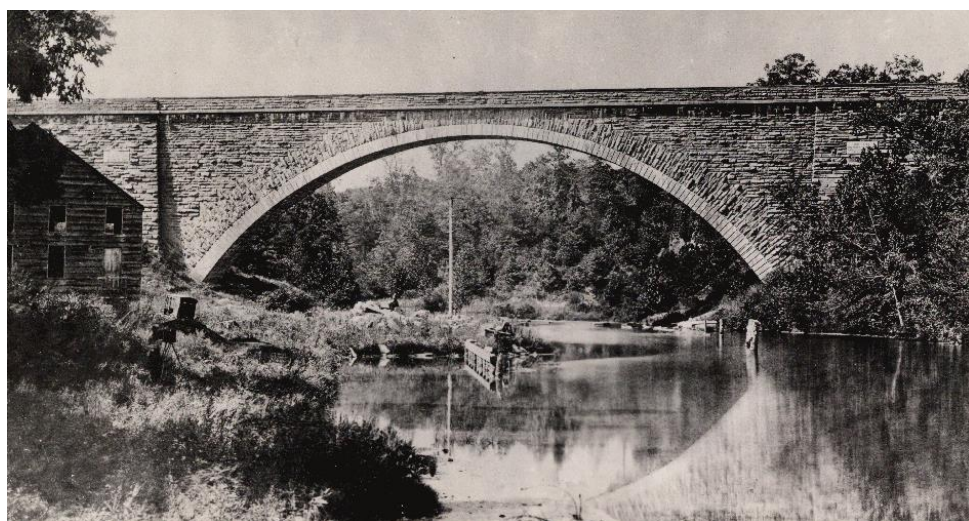
Πέραν τούτων, γίνεται η γραφική απεικόνιση των γραμμών πιέσεων, λόγω μόνιμων φορτίων, τόσο για την υφιστάμενη κατασκευή όσο και για τις διαφορετικές περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Επ' αυτού, στην περίπτωση της υφιστάμενης κατασκευής παρατηρείται η «βέλτιστη» κατανομή των εκκετροτήτων, συγκριτικά με υπόλοιπες περιπτώσεις.



3.3. Cabin John Bridge (1857-1863)

3.3.1. Γενική Περιγραφή – Αριθμητικό Προσομοίωμα

Η λίθινη τοξωτή γέφυρα (υδατογέφυρα) Cabin John (Σχήμα 54) τοποθετείται στις Η.Π.Α (Washington D.C) και ως έτος κατασκευής θεωρείται το 1863. Παρόλα αυτά, σύμφωνα με ιστορικές πηγές (Gasparini et al.) η έναρξη της κατασκευής χρονολογείται το 1857, με κύρια αιτία της μη έγκαιρης περάτωσης του έργου να θεωρείται ο εμφύλιος πόλεμος (1861-1863) που λάμβανε χώρα στις Η.Π.Α. Η γέφυρα έχει συνολικό μήκος 135 m και αποτελείται από ένα κύριο τόξο πλάτους 6.1 m, 2 τοξοστοιχίες άνωθεν του κύριου τόξου και 2 τοξοστοιχίες τοποθετημένες εκατέρωθεν του κύριου τόξου (είσοδος- έξοδος). Το κύριο τόξο έχει άνοιγμα 67 m και το ύψος της στέψης ορίζεται στα 17.4 m από την στάθμη θεμελίωσης του κύριου τόξου.



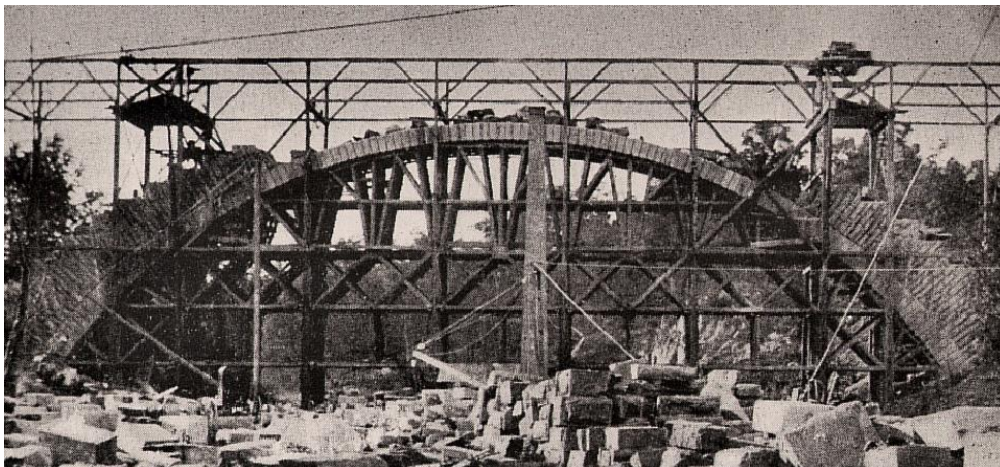
Σχήμα 54. Απεικόνιση της γέφυρας Cabin John τον 19^ο αιώνα (1865-1870)

Η γέφυρα μελετήθηκε και σχεδιάστηκε από τους Αμερικανούς μηχανικούς Montgomery C. Meigs (Μηχανικός του Αμερικανικού Στρατού) και Alfred L. Rives (Απόφοιτος του *École des Ponts et Chaussées*) και αποτέλεσε την μεγαλύτερη σε άνοιγμα γέφυρα του κόσμου έως την κατασκευή της γέφυρας-Pont- Adolphe το 1913 (βλ. παραπάνω). Όσον αφορά την κατασκευής της, έγινε σε διάφορες φάσεις ως εξής:

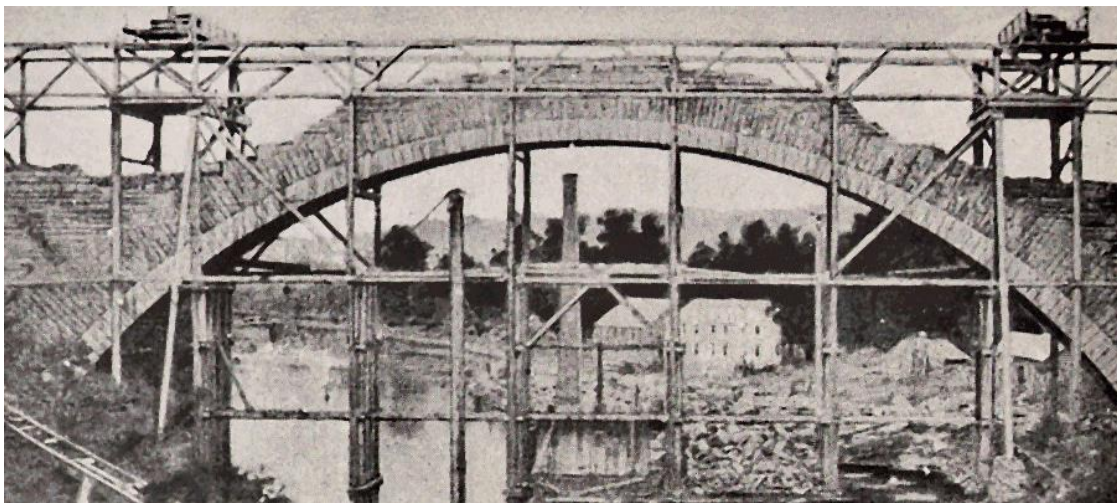
- Κατασκευή του κεντρικού -κύριου- τόξου.
- Τοποθέτηση/κατασκευή «γεμίματος» με χρήση αμμόλιθων ακολουθώντας την χάραξη του κύριου τόξου.
- Αφαίδωση του κύριου τόξου
- Κατασκευή τοξοστοιχιών και «βάθρων» εισόδου - εξόδου
- Κατασκευή Τυμπάνων και αγωγού
- Πλήρωση ανοιγμάτων των τοξοστοιχιών



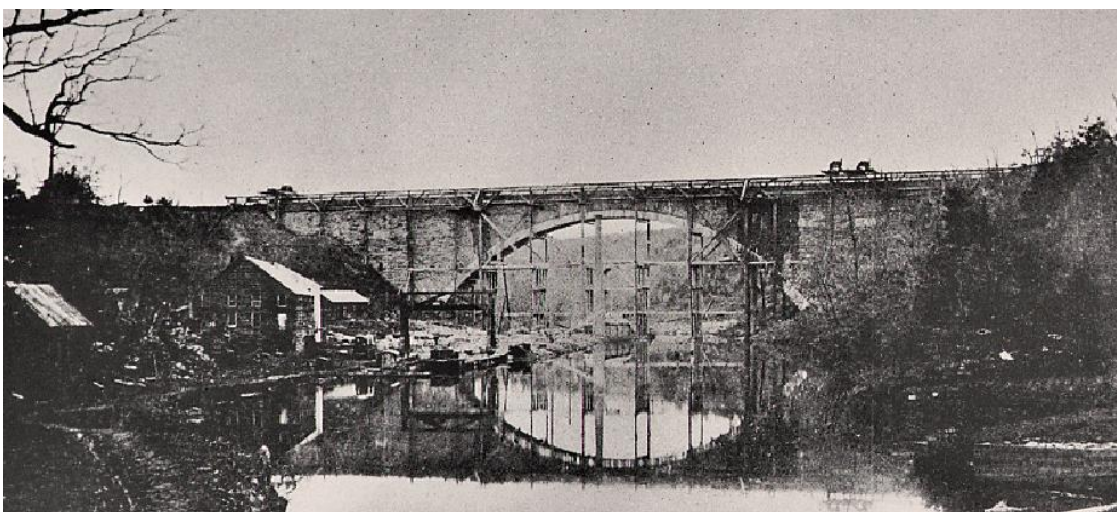
Σχήμα 55. Φάση κατασκευής κύριου τόξου



Σχήμα 56. Φάση κατασκευής κύριου τόξου



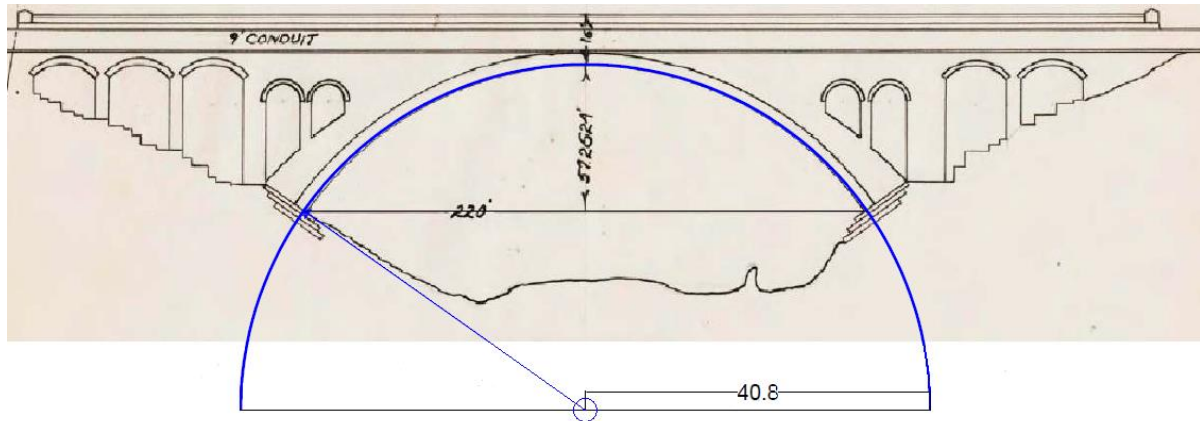
Σχήμα 57. Αφαψίδωση του κύριου τόξου, κατασκευή τυμπάνων-τοξοστοιχιών και αγωγού



Σχήμα 58. Πλήρωση ανοιγμάτων των τοξοστοιχιών

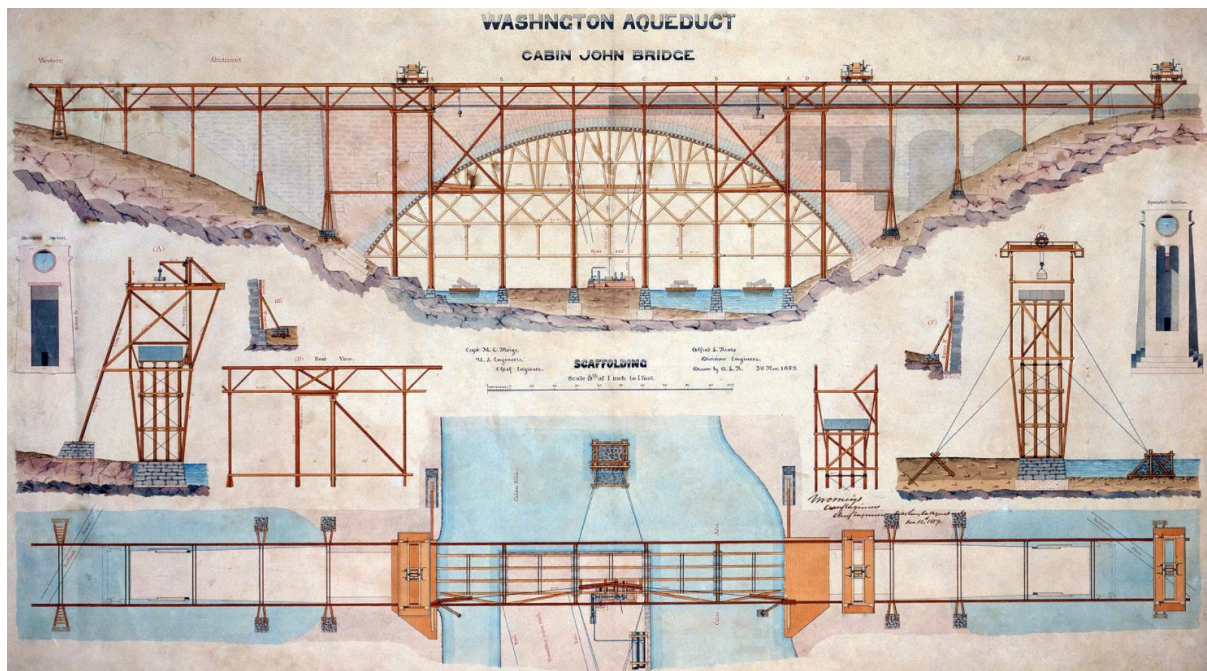
Η γέφυρα αποτελείται από ένα λίθινο καταβιβασμένο (70°), κυκλικής χάραξης ($R=40.8 \text{ m}$), τόξο (Σχήμα 59) μεταβλητού πάχους 1.3 m (στέψη) – 1.9 m (σπήριξη) και καμπυλότητας εσωράχιου 40.8 m . Οι τοξοστοιχίες άνωθεν των κεντρικών τόξων αποτελούνται από ημικυκλικά τόξα ανοίγματος $\sim 4 \text{ m}$ με σταθερό πάχος $0.35\text{-}0.40 \text{ m}$ (λυγηρότητα $\sim 1/10$).

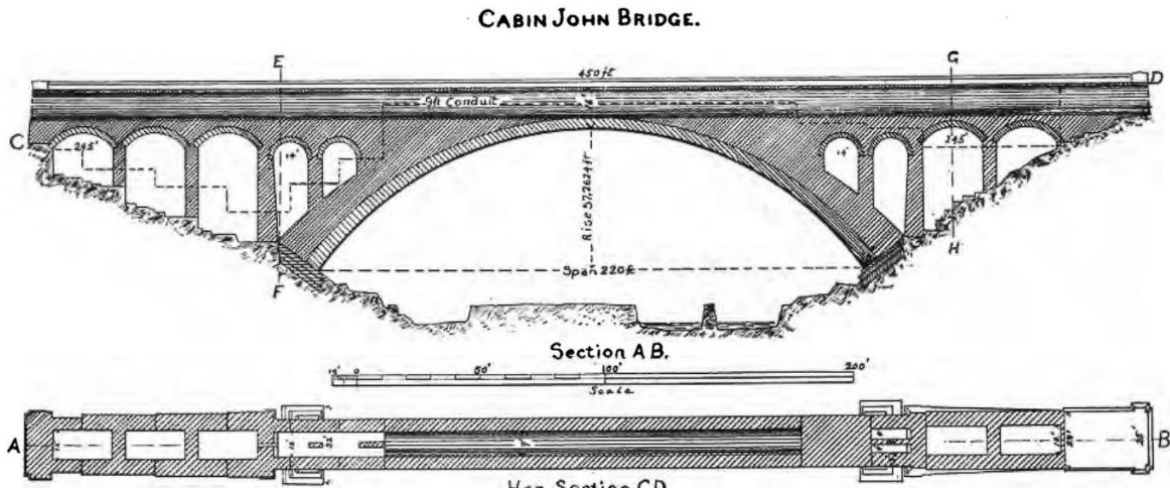
Οι τοξοστοιχίες εισόδου - εξόδου αποτελούνται από λίθινα, καταβιβασμένα, τόξα ανοίγματος $\sim 7 \text{ m}$ με σταθερό πάχος $0.65\text{-}0.70 \text{ m}$ (λυγηρότητα $\sim 1/10$).



Σχήμα 59. Γεωμετρία κύριου τόξου γέφυρας Cabin John

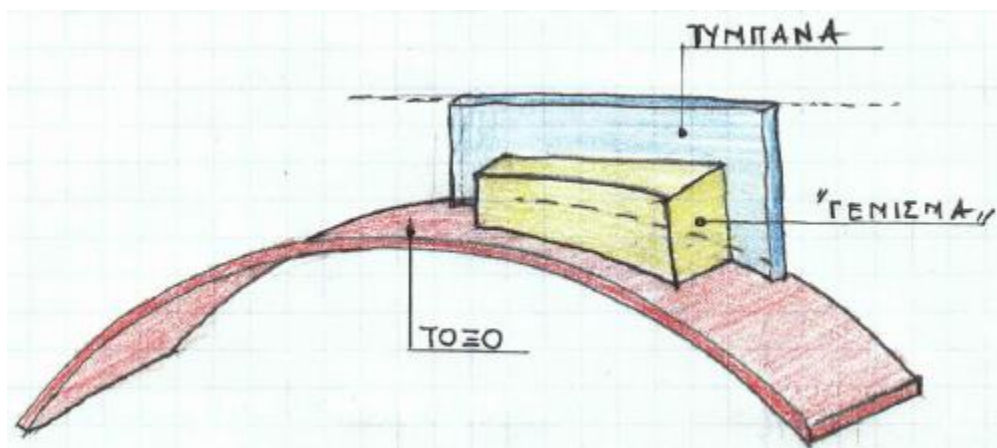
Επίσης, παρατηρείται ότι άνωθεν του κύριου τόξου τοποθετείται «δευτερεύον τόξο» μεταβλητού πάχους από αμμόλιθους (Seneca Sandstone). Κατά την προσομοίωση της κατασκευής και σύμφωνα με τα κατασκευαστικά σχέδια του έργου (Σχήμα 60), δεν θεωρείται ότι το «δευτερεύον τόξο» αποτελεί μέρος του φέροντα οργανισμού και λαμβάνεται υπόψη μόνον μέσω φορτίων βαρύτητας. Η συγκεκριμένη πρακτική, θεωρείται ότι οφείλεται στις ανάγκες διαμόρφωσης της κατασκευής άνωθεν του τόξου καθότι η γέφυρα εξυπηρετεί και τους σκοπούς υδραγωγείου. Σύμφωνα με τα κατασκευαστικά σχέδια, η γέφυρα φέρει οριζόντιο αγωγό εσωτερικής διαμέτρου 2.7m, όπου το «δευτερεύον τόξο-γέμισμα» αποτελεί παράλληλο μέρος της «στήριξης» των τοξοστοιχιών και του αγωγού. Όσον αφορά τα τύμπανα, υιοθετείται πάχος ~1.2 m καθώς αποτελούν τμήμα της στήριξης του αγωγού.





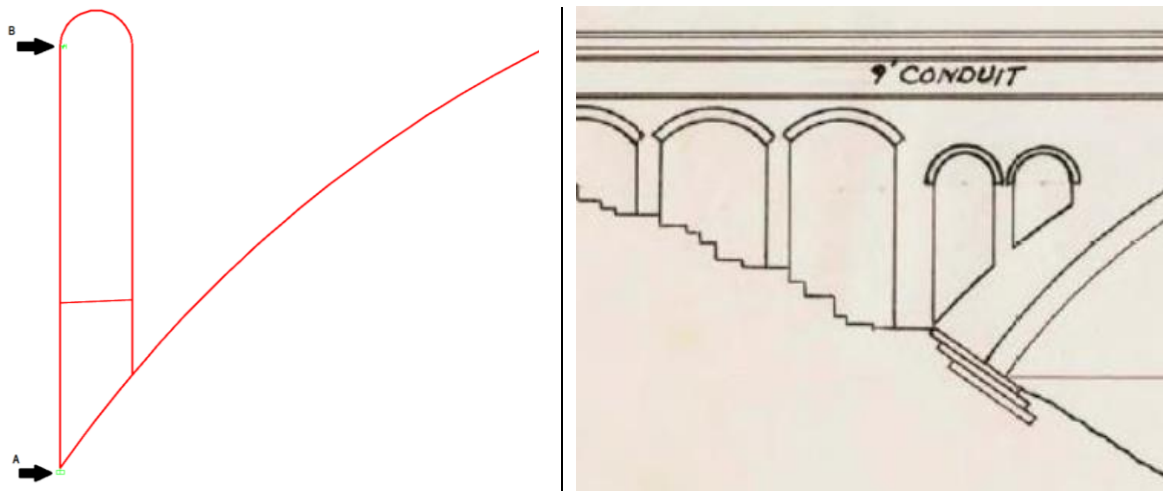
Σχήμα 60. Κατασκευαστικά σχέδια γέφυρας Cabin John

Για την υλοποίηση της προσομοίωσης τόσο της υφιστάμενης κατασκευής, όσο και των εναλλακτικών περιπτώσεων (παρουσιάζονται παρακάτω) και των στατικών αναλύσεων χρησιμοποιήθηκε ως υπολογιστικό εργαλείο το πρόγραμμα H/Y, Sap2000 (CSI). Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε τρισδιάστατο αριθμητικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, όπου τα κύρια μέρη της γέφυρας (τόξα, τύμπανα και τοξοστοιχία) προσομοιώνονται μέσω επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (Shell elements), ενώ το «γέμισμα» της γέφυρας δίδεται μέσω κατακόρυφων φορτίων βαρύτητας. Τέλος, το κατάστρωμα και ο αγωγός της γέφυρας δίδεται επίσης μέσω κατακόρυφων φορτίων βαρύτητας.

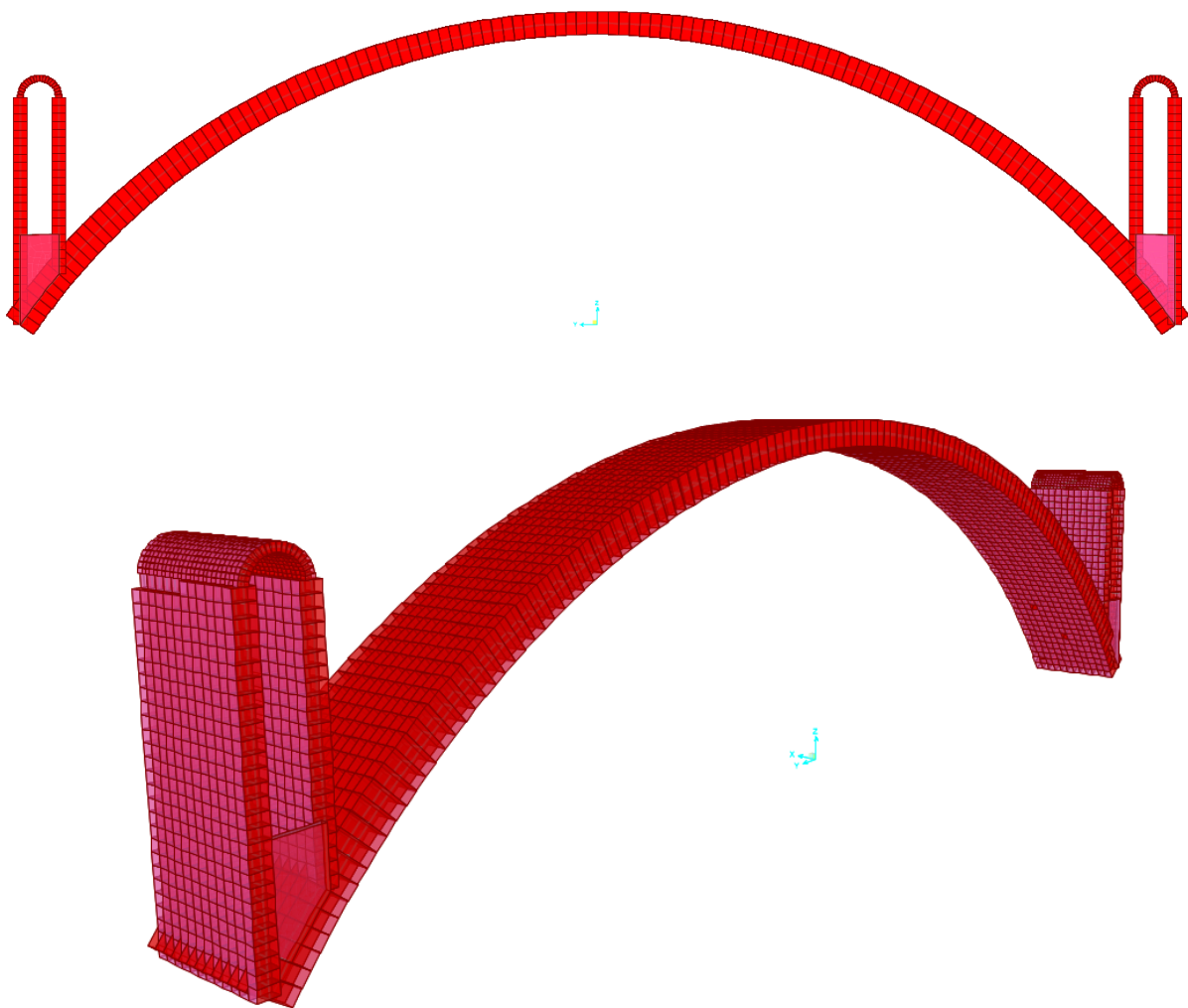


Σχήμα 61. Διαφορετικά τμήματα γέφυρας (Χ. Δ. Γιαννέλος)

Αναφορικά με τις συνοριακές συνθήκες, που λαμβάνονται επί του προσομοιώματος, ορίζονται πακτώσεις επί των κόμβων στο πέρας του κύριου τόξου (Σχήμα 62). Πέραν αυτού, λόγω της σύνδεσης των τοξοστοιχιών με τα ακρόβαθρα λαμβάνεται «δέσμευση» των οριζόντιων μετακινήσεων εκατέρωθεν των τοξοστοιχιών και ελευθερία στροφών.



Σχήμα 62. Συνοριακές συνθήκες κατασκευής (προσομοίωση).



Σχήμα 63. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

Όσον αφορά τα μηχανικά χαρακτηριστικά της λιθοδομής, επειδή δεν διατίθενται στοιχεία, γίνονται εύλογες παραδοχές λαμβάνοντας υπόψη το διαθέσιμο φωτογραφικό υλικό. Επ' αυτού, παρατηρείται ότι γέφυρα έχει δομηθεί με λαξευμένους λίθους και λεπτές στρώσεις κονιάματος (θεωρείται πάχος αρμών <15mm). Οπότε θεωρείται αποδεκτή η χρήση του Ευρωκώδικα 6 για την εκτίμηση της θλιπτικής αντοχής και των άλλων χαρακτηριστικών της τοιχοποιίας.

Ο υπολογισμός της θλιπτικής αντοχής, κατά EN1996, γίνεται σύμφωνα με την Σχέση 3.2 και απουσία τεκμηρίωσης των χαρακτηριστικών των υλικών, λαμβάνονται οι παρακάτω παραδοχές.

$$f_{wc} = K \cdot f_{bc}^{0.7} \cdot f_{mc}^{0.3} \quad (3.2)$$

Όπου,

f_{bc} : Θλιπτική αντοχή λιθοσώματος

f_{mc} : Θλιπτική αντοχή κονιάματος

K : Συντελεστής εξαρτώμενος από τον τύπο των τοιχοσωμάτων και του κονιάματος

Θλιπτική Αντοχή Κύριου Τόξου

$$f_{bc} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{mc} = 1 \text{ MPa}$$

$$K = 0.5$$

$$f_{wc} = 7.73 \text{ MPa}$$

Μέτρο Ελαστικότητας – Λόγος Poisson

Το μέτρο ελαστικότητας κυμαίνεται από $300 f_{wc}$ - $1200 f_{wc}$, όπου f_{wc} θλιπτική αντοχή τοιχοποιίας.

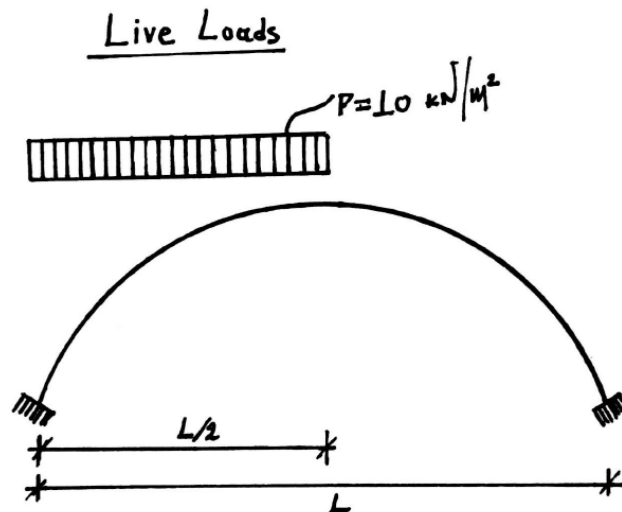
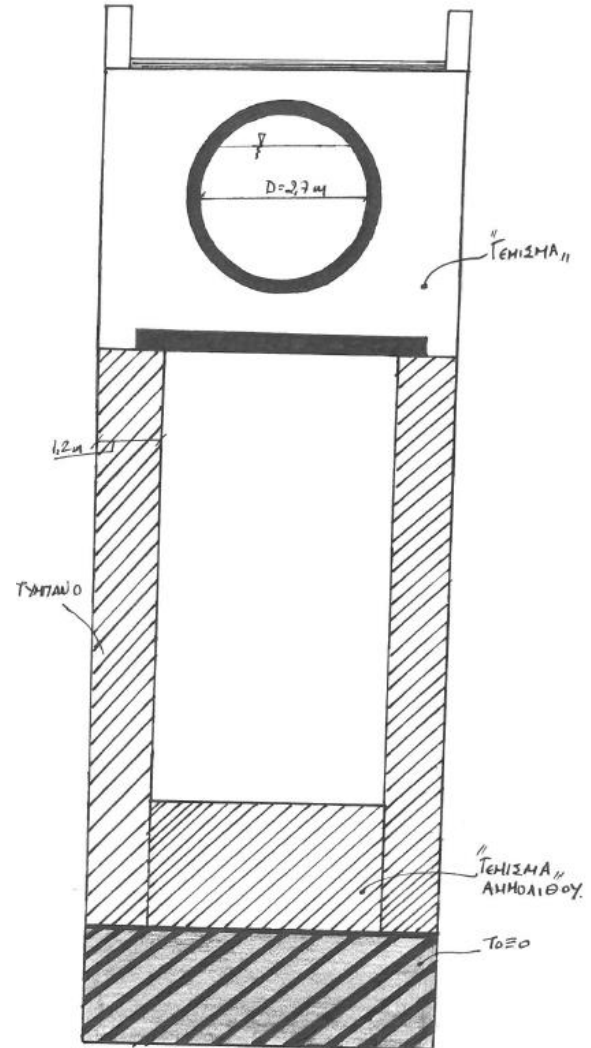
Σύμφωνα με τους Tassios-Chronopoulos (1986), σε περίπτωση αδυναμίας τεκμηρίωσης εκτιμάται ως $1000 f_{wc}$ και ο λόγος Poisson μπορεί να λαμβάνεται ίσος με 0.3.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, λόγω διαφορετικών υλικών τόξου και ανωδομής, ως μέτρο ελαστικότητας του κύριου τόξου λαμβάνεται $E=8000 \text{ MPa}$ (σύμφωνα με την παραπάνω μεθοδολογία), ενώ για την ανωδομή υιοθετείται μειωμένη τιμή $E=6000 \text{ MPa}$ (κατά παραδοχή λόγω απουσίας τεκμηρίωσης)

Τέλος, οι φορτίσεις επί της κατασκευής λαμβάνονται με γνώμονα την διερεύνηση της στατικής συμπεριφοράς των γεφυρών. Οπότε ως βασικές φορτίσεις ορίζονται: (α) Μόνιμα φορτία γέφυρας - DL και (β) ομοιόμορφο κινητό φορτίο 10 kN/m^2 - LL (Σχήμα 64), επί του μισού ($L/2$) του ανοίγματος. Η συγκεκριμένη θεώρηση, ορίζονται ώστε να λαμβάνεται υπόψη η μέγιστη καμπτική καταπόνηση επί του $1/4$ του συνολικού ανοίγματος.

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

Κύριο Τόξο	Ειδικό βάρος: $\gamma=30 \text{ kN/m}^3$ (granite) Μεταβλητή Διατομή: 1.30 x 6.0 m (Στέψη) – 1.90 x 6.0 m (Στήριξη)
Τύμπανα	Ειδικό βάρος: $\gamma=23 \text{ kN/m}^3$ (sandstone) Μέσο πάχος: $t \sim 1.2 \text{ m}$
Τοξοστοιχία	Ειδικό βάρος: $\gamma=23 \text{ kN/m}^3$ (sandstone) Πάχος ημικυκλικών τόξων: $d=0.35 \text{ m}$ Πάχος Ορθοστατών: $b=1.0 \text{ m}$
Αγωγός (πλήρης)	Ειδικό βάρος νερού : $\gamma=10 \text{ kN/m}^3$ Διάμετρος: $d=2.7 \text{ m}$ Πάχος αγωγού: $t=0.2 \text{ m}$ (brick masonry: $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$)
«Γέμισμα»	Ειδικό βάρος: $\gamma=23 \text{ kN/m}^3$ (sandstone)
Οδόστρωμα	Ειδικό βάρος: $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ Μέσο πάχος: $t=0.15 \text{ m}$

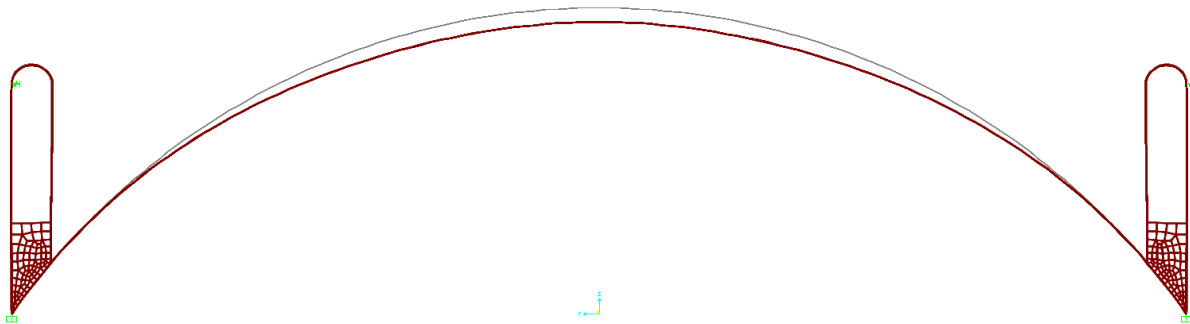


Σχήμα 64. Θεώρηση κατανομής ομοίμορφων κινητών φορτίων (LL)

3.3.2. Αποτελέσματα Υφιστάμενης Κατασκευής

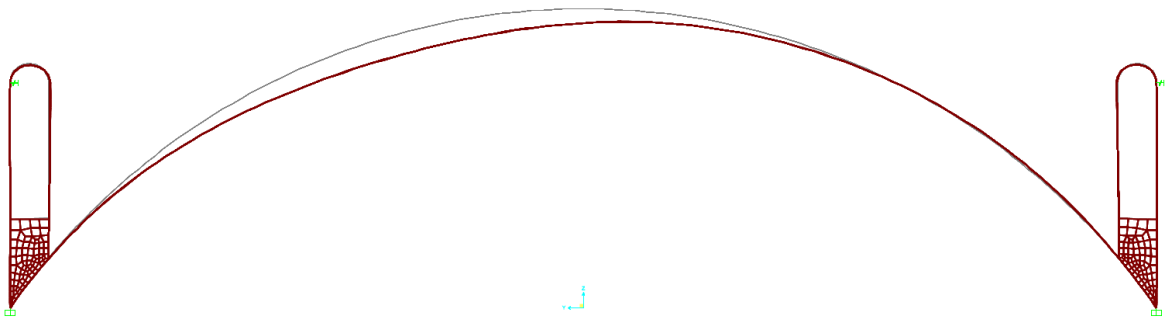
Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων ανάλυσης και ελέγχων επιλέγεται να γίνει τόσο σε όρους μετακινήσεων όσο και σε όρους εντατικών μεγεθών με σκοπό κυρίως την σύγκριση μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων σχεδιασμού, όπως ορίζονται παρακάτω. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των μετακινήσεων, λόγω εύλογων μεν αλλά αυθαίρετων παραδοχών σχετικά με τα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών, τα καταγεγραμμένα αποτελέσματα δίδονται με μοναδικό στόχο τη σύγκριση των αποτελεσμάτων κατά τις διαφορετικές θεωρήσεις.

Αρχικά, παρουσιάζεται η παραμορφωμένη κατάσταση της κατασκευής για τους δύο συνδυασμούς φόρτισης (Σχήμα 65,66). Η μέγιστη μετακίνηση (βύθιση) $u=4.1$ cm, λόγω μόνιμων φορτίων, εντοπίζεται στην στέψη του τόξου, ενώ η μη-συμμετρική φόρτιση λόγω ωφέλιμων φορτίων έχει ως αποτέλεσμα την μη συμμετρική παραμόρφωση του τόξου. Η μέγιστη βύθιση $u= 6.4$ cm, για τον συνδυασμό φόρτισης Dead Loads+1.5·Live Loads, εντοπίζεται σε απόσταση $0.35\cdot L/2$ από την στέψη. Η θέση που εντοπίζεται η μέγιστη βύθιση κατά την μη συμμετρική φόρτιση, είναι σε καλή συμφωνία με την περίπτωση της γέφυρας Pont Adolphe και την θεώρηση ότι η μέγιστη βύθιση εντοπίζεται, περίπου, στο μέσο του «ελεύθερου» (απουσία τοξοστοιχίας) ανοίγματος τόξου.



[Μέγιστη βύθιση τόξου περί το $0.25\cdot L/2$: $u=0.041m$]

Σχήμα 65. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας (Φ.Ο) υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)

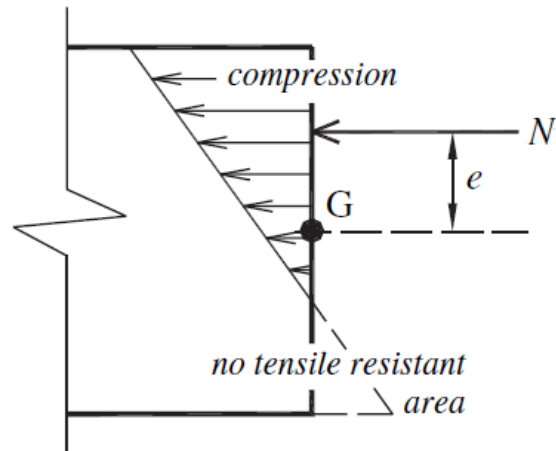


[Μέγιστη βύθιση τόξου περί το $0.35\cdot L/2$ (από στέψη) : $u=0.064m$]

Σχήμα 66. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας (Φ.Ο) υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5·Live Loads

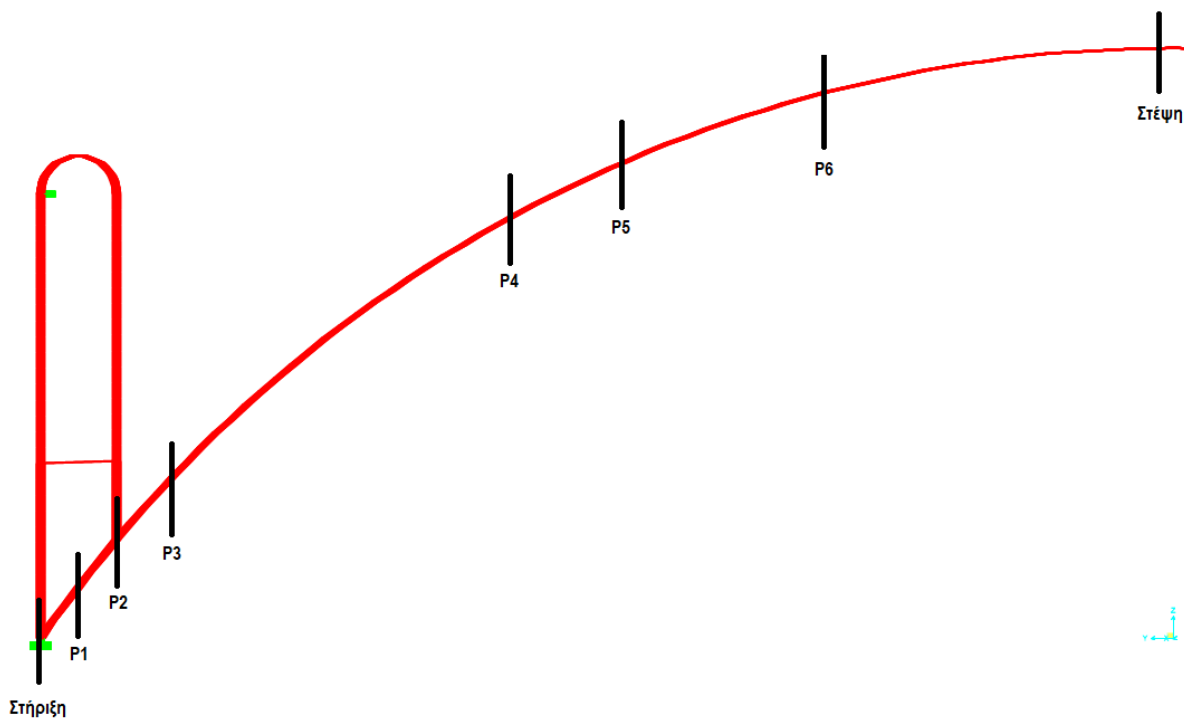
Πέραν της παραμορφωμένης κατάστασης του τόξου, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου.

Πιο συγκεκριμένα, λόγω της ελάχιστης εφελκυστικής αντοχής της φέρουσας λιθοδομής ($f_{wt}=0.1-0.2$ MPa), ουσιαστική παράμετρος σχεδιασμού των τοξωτών λιθινών κατασκευών αποτελεί η εκκεντρότητα των εσωτερικών δυνάμεων. Επ' αυτού, ορίζεται ως μέγιστη επιτρεπόμενη εκκεντρότητα το $1/6$ του ύψους της διατομής (γεωμετρικός τόπος πυρήνα διατομής) ώστε η εκάστοτε διατομή να καταπονείται μόνον υπό θλιπτικές τάσεις (Σχήμα 67). Επίσης, παράλληλα με τον έλεγχο εκκεντροτήτων γίνεται έλεγχος έναντι θλίψης του κύριου τόξου. Ο συγκεκριμένος έλεγχος, βασίζεται στις παραπάνω παραδοχές θλιπτικής αντοχής και σκοπό έχει την σύγκριση των αποτελεσμάτων υπό διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού (βλ. παρακάτω).



Σχήμα 67. Θεώρηση εντατικής καταπόνησης διατομής τόξου

Βάση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων, ορίζονται συγκεκριμένες διατομές ελέγχου όπως αποτυπώνονται στο Σχήμα 68 και δίδεται η εντατική κατάσταση για την εκάστοτε διατομή/θέση.



Σχήμα 68. Διατομές ελέγχου επί του κύριου τόξου.

Πίνακας 12. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads: DL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	31.67	1.39	0.044 < d / 6	4.92
P6	0.75	1.43	32.29	1.37	0.042 < d / 6	5.67
P5	0.60	1.50	33.46	2.95	0.088 < d / 6	2.84
P4	0.50	1.56	34.78	2.53	0.073 < d / 6	3.56
P3	0.12	1.80	45.80	4.41	0.096 < d / 6	3.13
P2	0.07	1.84	49.68	3.26	0.065 < d / 6	4.72
P1	0.04	1.87	51.07	3.19	0.062 < d / 6	5.03
Στήριξη	0.00	1.90	52.79	1.11	0.021 < d / 6	15.08

Πίνακας 13. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5*LL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	37.1	0.16	0.004 < d / 6	
P6	0.75	1.43	37.79	5.17	0.137 < d / 6	1.74
P5	0.60	1.50	39.23	6.29	0.160 < d / 6	1.56
P4	0.50	1.56	40.84	4.82	0.120 < d / 6	2.17
P3	0.12	1.80	53.79	8.29	0.154 < d / 6	1.95
P2	0.07	1.84	58.38	7.25	0.124 < d / 6	2.47
P1	0.04	1.87	59.77	7.36	0.123 < d / 6	2.53
Στήριξη	0.00	1.90	61.49	4.73	0.077 < d / 6	4.11

Σύμφωνα με τα παραγόμενα αποτελέσματα, υπό τα μόνιμα φορτία, επιτυγχάνεται σε μεγάλο βαθμό ταύτιση του άξονα του τόξου με την «γραμμή πιέσεων», με τον συντελεστή ασφαλείας να ορίζεται μεγαλύτερος του 2 (Σ.Α=2.84). Πέραν των μόνιμων φορτίων και κατά την επιβολή κινητών (μη-συμμετρικών) φορτίων ορίζεται επάρκεια έναντι καμπτικής καταπόνησης με συντελεστή ασφαλείας Σ.Α=1.75.

Όσον αφορά, την θλιπτική καταπόνηση του κύριου τόξου θεωρείται, αντίστοιχα, καθότι υπολογίζεται θλιπτική αντοχή, σε όρους δυνάμεων, $N_{Rd} = 87.9$ MN στην στήριξη και $N_{Rd} = 60.1$ MN στην στέψη. Οι συγκεκριμένες τιμές υπολογίζονται χωρίς την χρήση μειωτικών συντελεστών

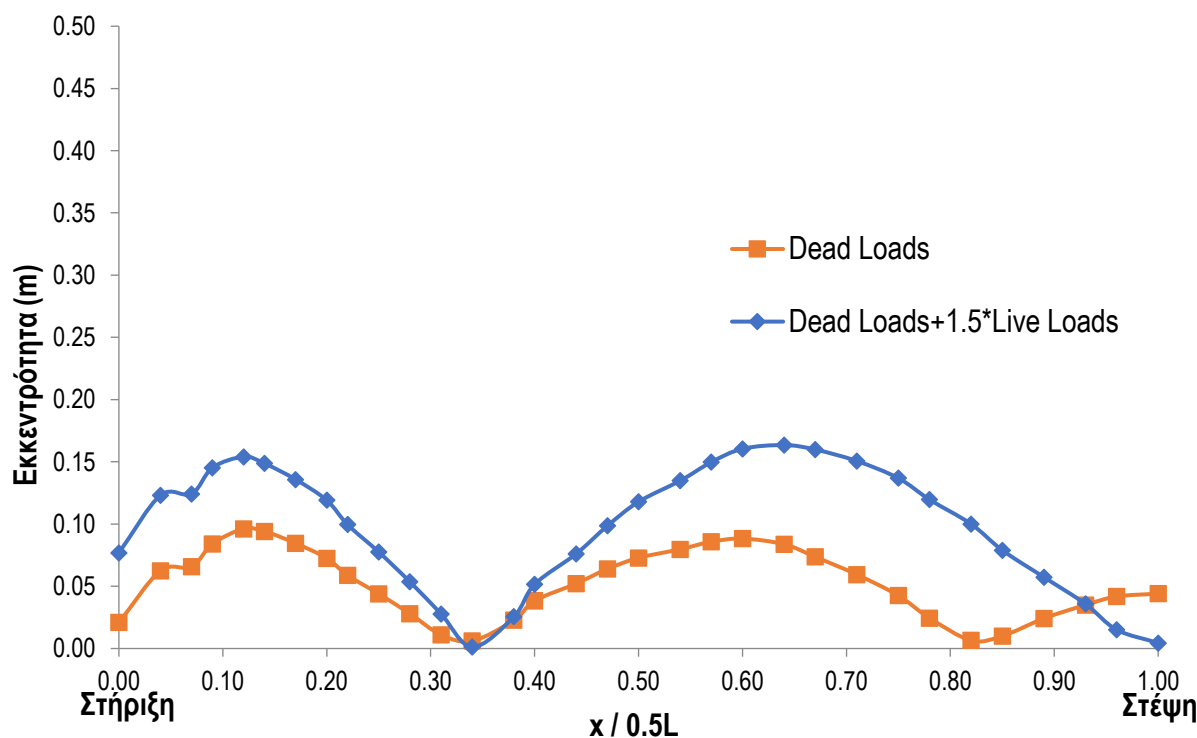
Για στην περίπτωση της θεμελίωσης, υπολογίζονται τάσεις εδάφους 1.6 MPa. Ενδεικτικά, επ' αυτού αναφέρεται ότι στην περίπτωση βραχώδους σχηματισμού αναμένεται μέση τιμή θλιπτικής αντοχής μεγαλύτερη των 2 MPa. Πέραν αυτού, δεν είναι εφικτό να εκφραστεί, με ακρίβεια, η επάρκεια ή μη της θεμελίωσης του κύριου τόξου.

Επίσης, τόσο για λόγους πληρώτητας όσο και σύγκρισης των αποτελεσμάτων υπό διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού των λίθινων τοξωτών γεφυρών, γίνεται παρουσίαση της μεταβολής των εκκεντροτήτων κατά μήκος του τόξου (κατ' αντιστοιχία με την χάραξη της γραμμής πιέσεων του τόξου). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, για τις δύο περιπτώσεις φορτίσεων, οι θλιπτικές δυνάμεις επί του τόξου τοποθετούνται εντός πυρήνα διατομής ($e < d/6$) με αποτέλεσμα να μην αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στην εκάστοτε διατομή κατά μήκος του κύριου τόξου.

Η συγκεκριμένη παρατήρηση συνάδει με την «λογική» σχεδιασμού των τοξωτών λίθινων γεφυρών, λαμβάνοντας υπόψη την ελάχιστη (έως και μηδενική) εφελκυστική αντοχή των λίθινων κατασκευών.

Πέραν αυτού, σύμφωνα με την μεταβολή των εκκεντροτήτων κατά μήκος του τόξου, το τμήμα που φέρει άνωθεν την τοξοστοιχία αποτελεί μέρος της στήριξης του τόξου (μέγιστη εκκεντρότητα στήριξης περί το πέρας της τοξοστοιχίας). Επίσης για την περίπτωση του συνδυασμού φόρτισης Dead Loads + 1.5*Live Loads παρατηρείται αύξηση των εκκεντροτήτων (και των ροπών κάμψης) καθ' όλο το μήκος του τόξου, πέραν της στέψης. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα συνάδει με την αναμενόμενη καταπόνηση των τοξωτών φορέων υπό μη συμμετρικό φορτίο με την ταυτόχρονη θεώρηση ότι η μέγιστη καταπόνηση εντοπίζεται περί το μέσον του ελεύθερου ανοίγματος (απουσία τοξοστοιχίας).

Εκκεντρότητα εντατικών μεγεθών ανά διατομή του κύριου τόξου



Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

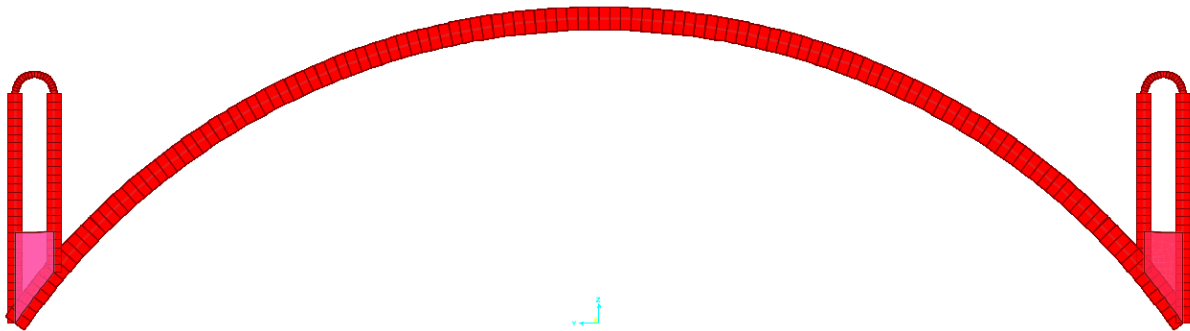
3.3.3. Διερεύνηση Παραμέτρων Σχεδιασμού

3.3.3.1. Γενικά

Στο πλαίσιο διερεύνησης, των παραμέτρων σχεδιασμού των τοξωτών λίθινων γεφυρών, σε συνδυασμό με την ιστορική εξέλιξη αυτών μέσα στα χρόνια και ιδίως κατά τον 19^ο έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα, λαμβάνονται δύο περιπτώσεις ελέγχου και διερεύνησης: (α) χρήση ενιαίου πάχους τόξου (ίσο με το πάχος στην στέψη του τόξου) και (β) χρήση πλήρους «γεμίσματος» άνωθεν του τόξου.

3.3.3.2. Περίπτωση Α : Σταθερό πάχος τόξου

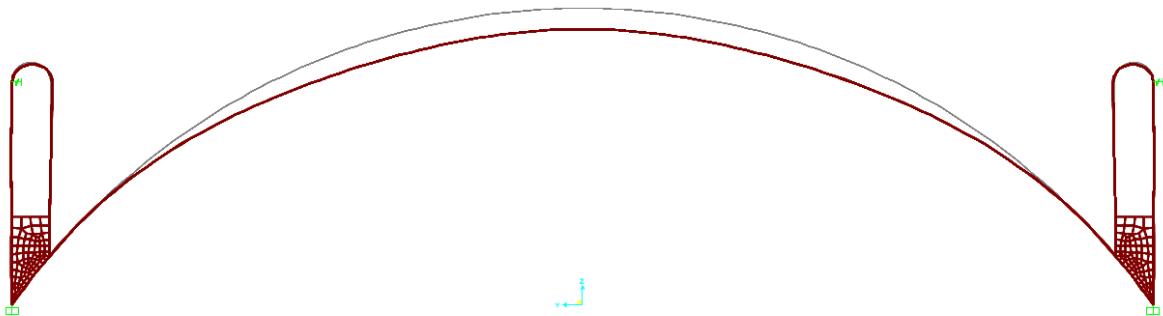
Στην συγκεκριμένη περίπτωση, στα πλαίσιο διερεύνησης των παραμέτρων σχεδιασμού, γίνεται θεώρηση σταθερού πάχους τόξου καθ' όλο το μήκος του. Συγκεκριμένα, λαμβάνεται ενιαίο πάχος τόξου 1.30 m (πάχος κλείδας).



Σχήμα 69. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

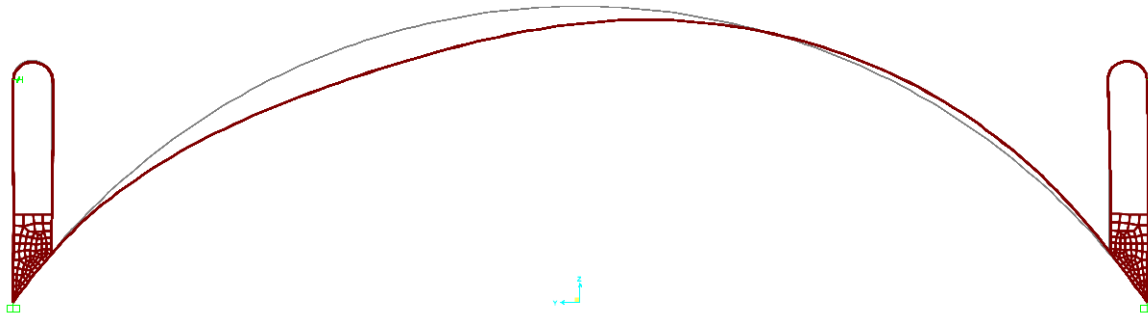
Αποτελέσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης, οι μετακινήσεις, υπό τα μόνιμα φορτία, είναι σε καλή συμφωνία με την περίπτωση μεταβλητού πάχους τόξου (1.3 – 1.9 m), ενώ για τον συνδυασμό φόρτισης Dead Loads + 1.5·Live Loads παρουσιάζεται αύξηση των μετακινήσεων κατά ~35%.



- Μέγιστη βύθιση περί το $0.25 \cdot L/2$: $u=0.043$ m

Σχήμα 70. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)



• Μέγιστη βύθιση περί το $0.35L/2$: $u=0.086$ m

Σχήμα 71. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5·Live Loads

Πέραν της παραμορφωμένης κατάστασης του τόξου, κατ' αντιστοιχία με την υφιστάμενη κατασκευή, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου, κατ'αντιστοιχία με την περίπτωση υφιστάμενης κατασκευής (As built) όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου.

Πίνακας 14. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads: DL)

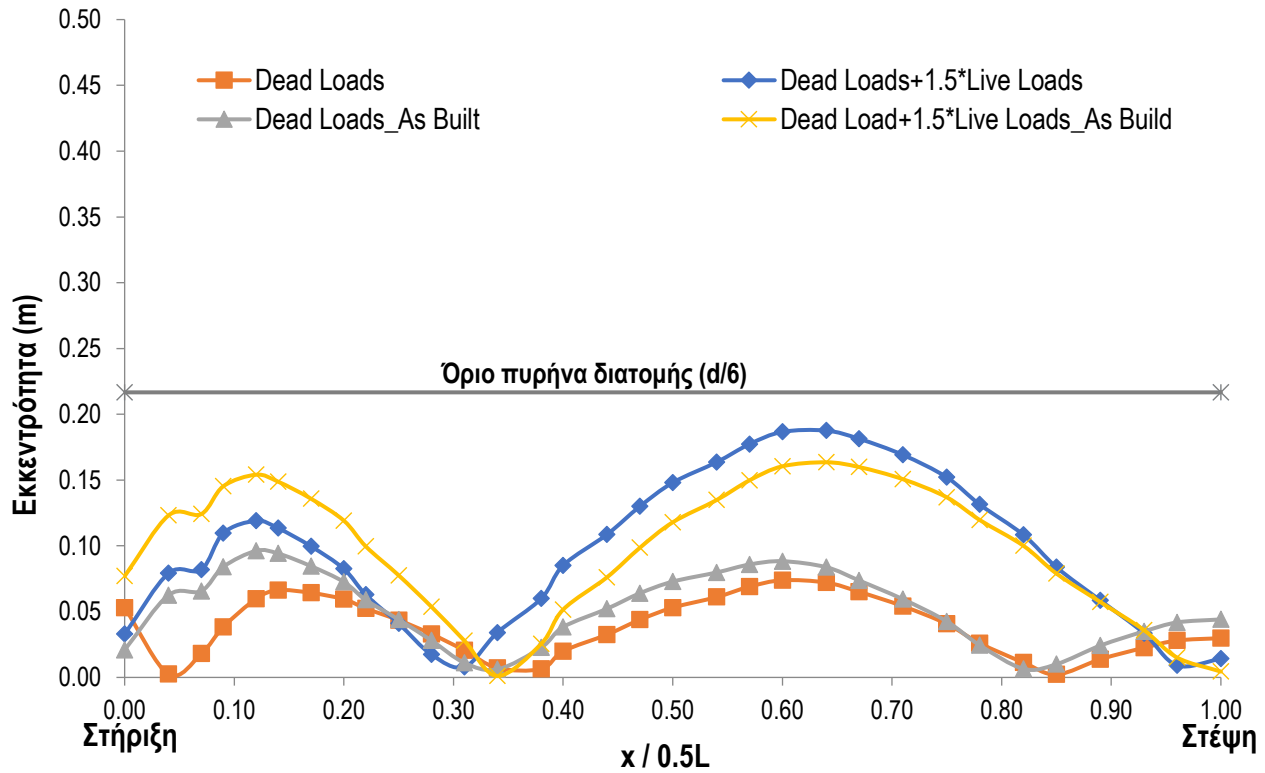
Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	30.75	0.92	0.030 (< d / 6)	7.20
P6	0.75	1.30	31.36	1.28	0.041 (< d / 6)	5.27
P5	0.60	1.30	32.50	2.40	0.074 (< d / 6)	2.92
P4	0.50	1.30	33.77	1.79	0.053 (< d / 6)	4.07
P3	0.12	1.30	44.09	2.64	0.060 (< d / 6)	3.6
P2	0.07	1.30	47.78	0.861	0.018 (< d / 6)	
P1	0.04	1.30	49.02	0.12	0.003 (< d / 6)	
Στήριξη	0.00	1.30	50.57	2.68	0.053 (< d / 6)	4.07

Πίνακας 15. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5·LL)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	32.35	0.46	0.014 (< d / 6)	
P6	0.75	1.30	32.96	5.01	0.152 (< d / 6)	1.42
P5	0.60	1.30	34.21	6.39	0.187 (< d / 6)	1.15
P4	0.50	1.30	35.61	5.27	0.148 (< d / 6)	1.46
P3	0.12	1.30	48.90	5.58	0.114 (< d / 6)	1.89
P2	0.07	1.30	50.92	4.17	0.082 (< d / 6)	2.63
P1	0.04	1.30	52.16	4.12	0.079 (< d / 6)	2.73
Στήριξη	0.00	1.30	53.72	1.77	0.033 (< d / 6)	6.54

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, στην περίπτωση σταθερού πάχους τόξου (πάχος κλειδας) η κατασκευή δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες διαφορές συγκριτικά με την περίπτωση μεταβλητού πάχους (1.3-1.9 m). Η βασική διαφορά εντοπίζεται στο τμήμα του τόξου μεταξύ των τοιχείων της τοξοστοιχίας, όπου παρατηρείται μεταβολή των ροπών (και κατ' επέκταση των εκκεντροτήτων).

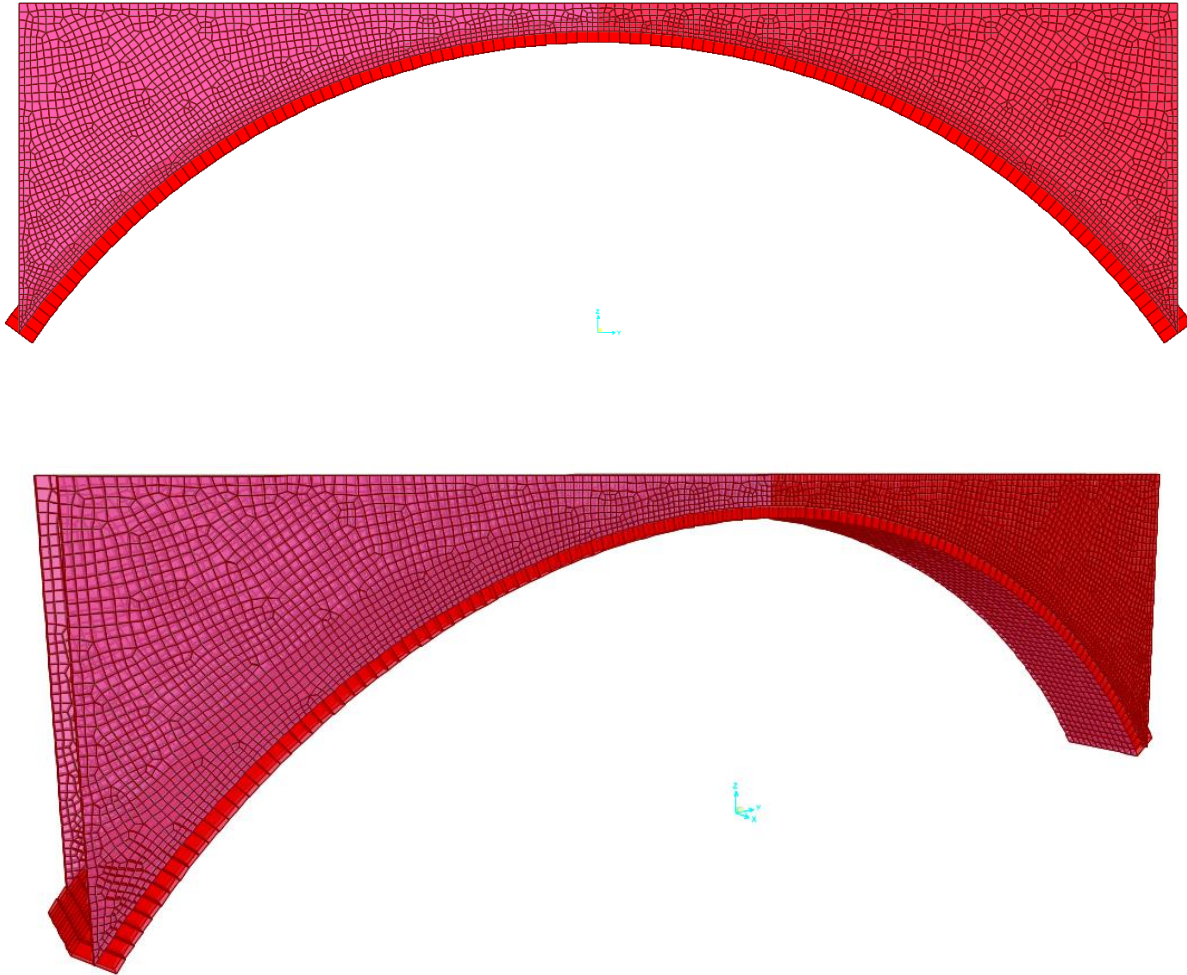
Εκκεντρότητα εντατικών μεγεθών ανά διατομή του κύριου τόξου



Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

3.3.3.3. Περίπτωση Β : «Γέμισμα» με γαιώδες υλικό καθ' όλο το μήκος του τόξου

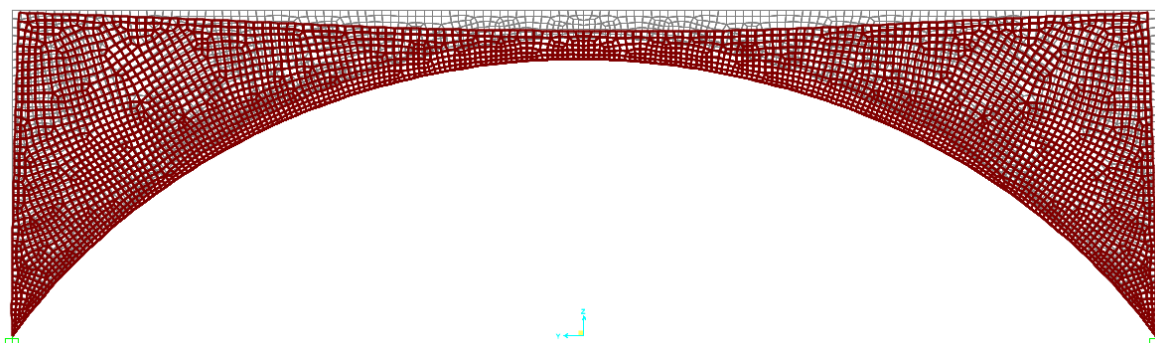
Κατά την συγκεκριμένη περίπτωση, γίνεται θεώρηση χρήσης γεώδους «γεμίματος» και τυμπάνων καθ' όλο το μήκος του τόξου. Το γαιώδες γέμισμα λαμβάνεται με ειδικό βάρος 18 kN/m^3 και δίδεται επί του υπολογιστικού προσομοιώματος ως μεταβλητό φορτίο βαρύτητας.



Σχήμα 72. Τρισδιάστατη απεικόνιση αριθμητικού προσομοιώματος

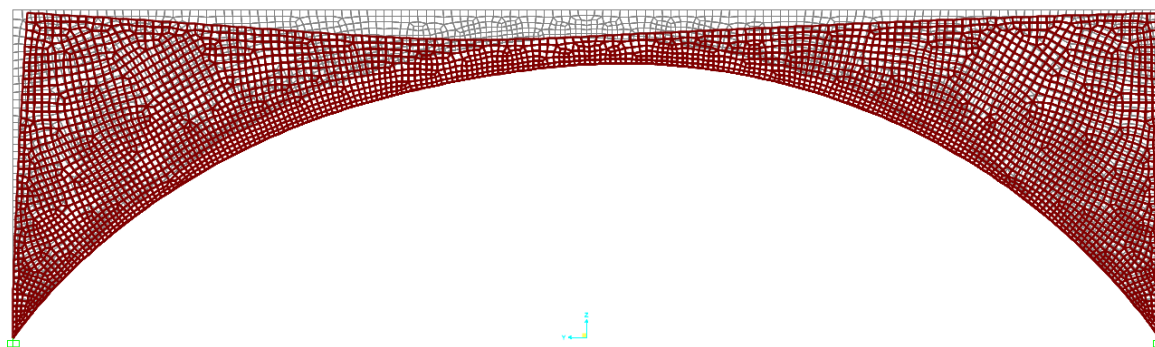
Αποτελέσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης, σε όρους μετακινήσεων, δεν παρατηρείται αύξηση των βυθίσεων. Αντίθετα εντοπίζεται μείωση των μετακινήσεων, το οποίο είναι, πιθανόν, να οφείλεται στην κατανομή των επιβαλλόμενων φορτίων βαρύτητας γαιώδους «γεμίσματος» και των πλευρικών ωθήσεων. Πέραν αυτού παρατηρείται μειωμένη επιρροή του κινητού φορτίου στην τελική απόκριση της κατασκευής. Συγκεκριμένα κατά την ταυτόχρονη επιβολή των κινητών φορτίων παρατηρείται αύξηση της μέγιστης βύθισης κατά 20%, ενώ στην περίπτωση της υφιστάμενης κατασκευής (As Built) κατά 56%.



- Μέγιστη βύθιση περί το $0.1 \cdot L/2$: $u=0.036\text{m}$

Σχήμα 73. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό τα μόνιμα φορτία (Dead Loads)



- Μέγιστη βύθιση περί το $0.25 \cdot L/2$: $u=0.043\text{m}$

Σχήμα 74. Παραμορφωμένη κατάσταση γέφυρας υπό το συνδυασμό Dead Loads+1.5Live Loads

Κατ' αντιστοιχία με την υφιστάμενη κατασκευή, γίνεται έλεγχος του φορέα σε όρους δυνάμεων. Παρακάτω αποτυπώνεται τόσο η εντατική κατάσταση του τόξου σε διάφορες διατομές ελέγχου όσο και οι συντελεστές ασφαλείας (Σ.Α) έναντι εφελκυστικής καταπόνησης της εκάστοτε διατομής ελέγχου.

Πίνακας 16. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (Dead Loads)

Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	32.98	0.02	~ 0	< d / 6
P6	0.75	1.43	31.60	0.91	0.029	< d / 6
P5	0.60	1.50	31.35	0.87	0.028	< d / 6
P4	0.50	1.56	32.27	0.51	0.016	< d / 6
P3	0.12	1.80	50.49	0.84	0.017	< d / 6
P2	0.07	1.84	56.60	2.80	0.049	< d / 6
P1	0.04	1.87	62.135	5.88	0.095	< d / 6
Στήριξη	0.00	1.90	67.63	10.98	0.162	< d / 6

Πίνακας 17. Εντατικά μεγέθη και έλεγχος εκκεντροτήτων ανά διατομή κύριου τόξου (DL+1.5·LL)

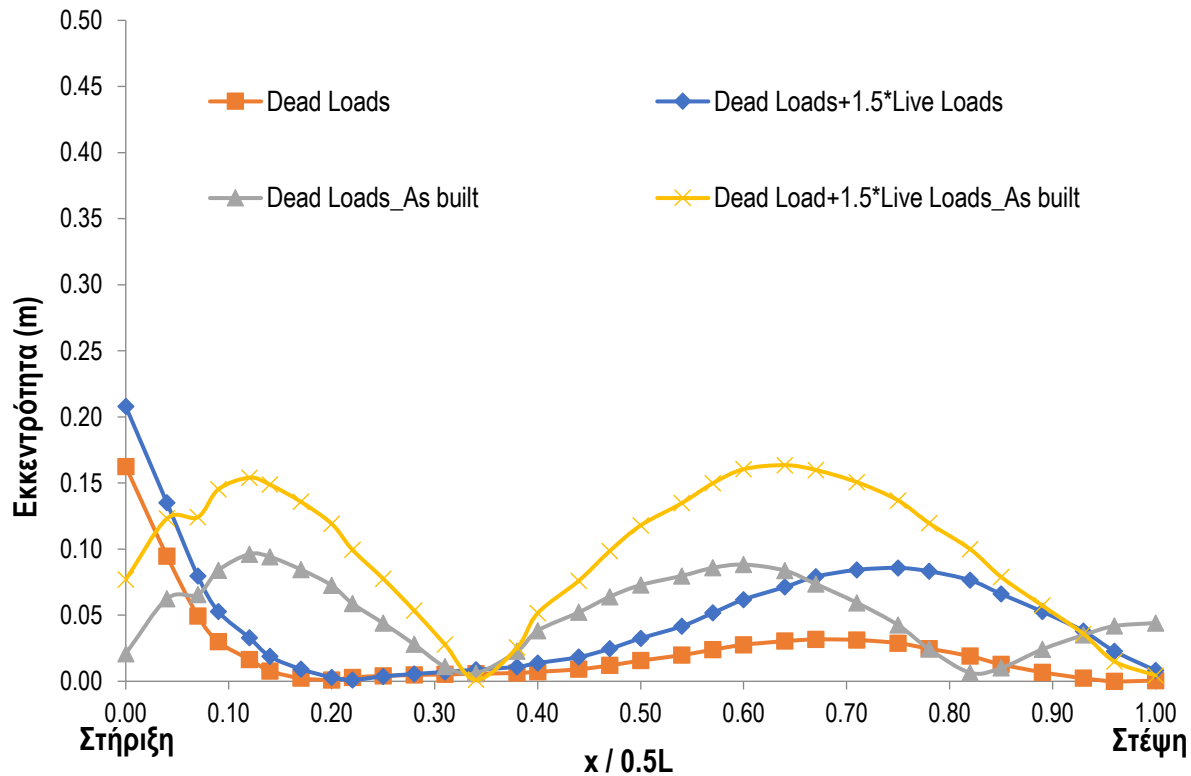
Θέση	X / 0.5L	Πάχος Τόξου d (m)	Αξονικό Φορτίο N (MN)	Ροπή Κάμψης M (MNm)	Εκκεντρότητα e=M/N (m)	Σ.Α e / (d/6)
Στέψη	1.00	1.30	34.23	0.28	~ 0	< d / 6
P6	0.75	1.43	31.64	2.72	0.086	< d / 6
P5	0.60	1.50	31.59	1.95	0.062	< d / 6
P4	0.50	1.56	32.93	1.07	0.032	< d / 6
P3	0.12	1.80	53.22	1.75	0.033	< d / 6
P2	0.07	1.84	59.65	4.75	0.080	< d / 6
P1	0.04	1.87	65.31	8.82	0.135	< d / 6
Στήριξη	0.00	1.90	70.89	14.74	0.208	< d / 6

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, υπό τα μόνιμα φορτία, παρατηρείται μείωση του συντελεστή ασφαλείας κατά ~45%. Πέραν αυτού ως βασική διαφορά παρατηρείται η διαφοροποίηση της κρίσιμης διατομής του τόξου μεταξύ των δύο περιπτώσεων. Συγκεκριμένα στην περίπτωση πλήρους «γεμίσματος» η κρίσιμη διατομή εντοπίζεται στην στήριξη, ενώ στην υφιστάμενη περίπτωση περί το L/6 από την στέψη του τόξου.

Όσον αφορά, την θλιπτική καταπόνηση του κύριου τόξου ορίζεται αύξηση κατά 28% σε σχέση την υφιστάμενη κατασκευή. Η συγκεκριμένη παρατήρηση είναι σε καλή συμφωνία με την διατύπωση του μηχανικού John C. Trautwine (1872), περί διαφορετικών μεθόδων σχεδιασμού (παράλληλα και εγκάρσια τύμπανα έναντι πλήρους «γεμίσματος»). Ενώ στην περίπτωση της θεμελίωσης αποτυπώνεται αύξηση των τάσεων εδάφους με τιμή 2 MPa (για τον συνδυασμό φόρτισης των μόνιμων φορτίων).

Ακόμα, για την περίπτωση του συνδυασμού φόρτισης Dead Loads + 1.5·Live Loads η μέγιστη καταπόνηση εντοπίζεται σε απόσταση L/8 του τόξου, το οποίο δεν συνάδει με την «αναμενόμενη» απόκριση του τόξου. Κάτι τέτοιο, πιθανόν, να οφείλεται στο βαθμό επιρροής των κινητών φορτίων στην καταπόνηση της κατασκευής.

Εκκεντρότητα εντατικών μεγεθών ανά διατομή του κύριου τόξου



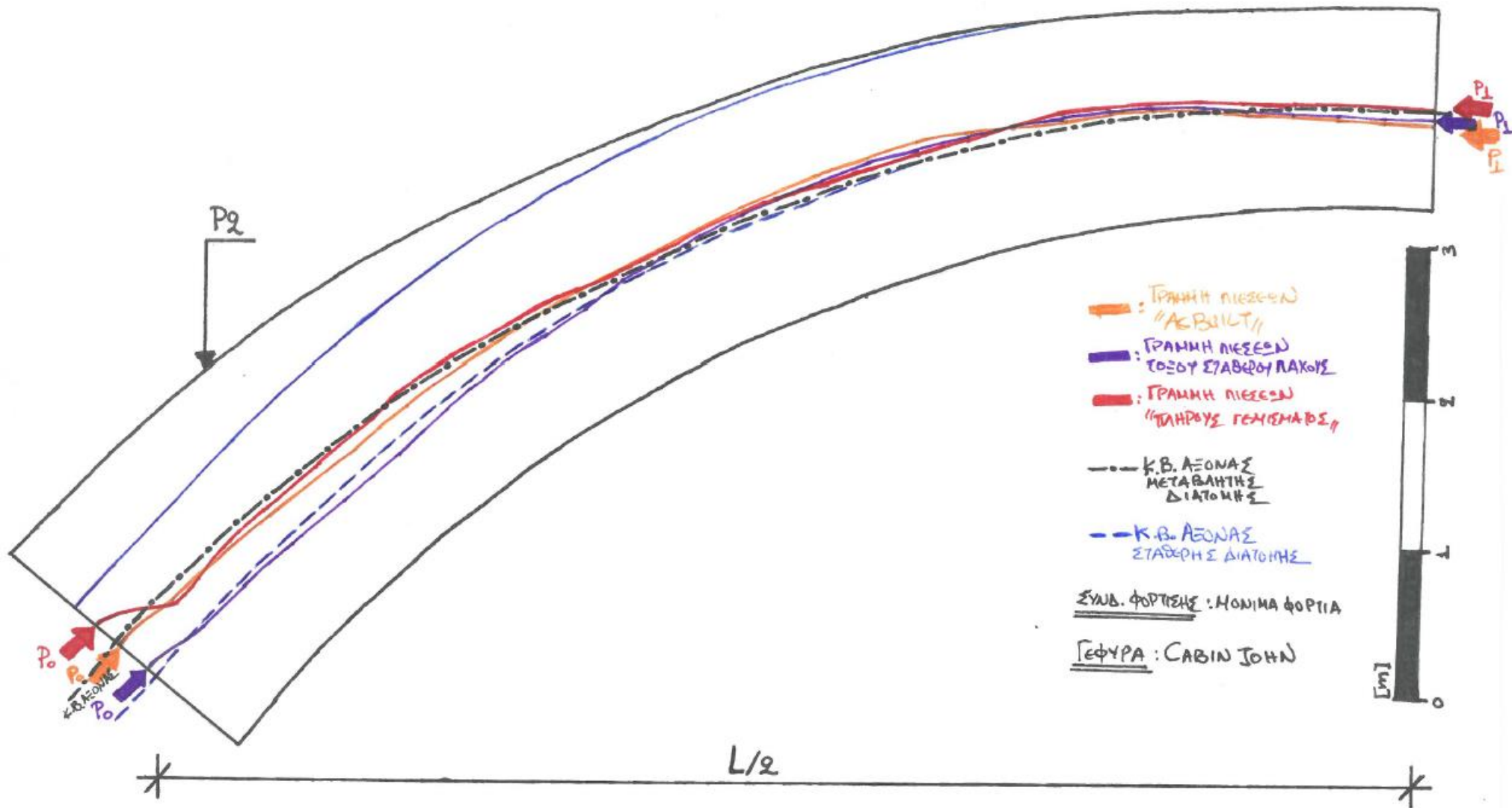
Η γραφική απεικόνιση της γραμμής πιέσεων δίδεται παρακάτω με σκοπό την σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού.

3.3.4. Συμπεράσματα (Cabin John Bridge)

Κατά την διερεύνηση της συμπεριφοράς της γέφυρας υπό στατικά φορτία και θεώρηση διαφορετικών παραμέτρων σχεδιασμού, εντοπίζονται τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Τόσο κατά την χρήση πλήρους «γεμίματος» όσο και για σταθερό πάχος τόξου, η γραμμή πιέσεων που αποτυπώνεται στο κύριο τόξο τοποθετείται εντός πυρήνα διατομής με συντελεστή ασφαλείας 1.0 έως 3.0. Με αποτέλεσμα να μην αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις επί των διατομών του τόξου.
- Κατά την χρήση πλήρους «γεμίματος», καταγράφεται αύξηση ~30% της θλιπτικής αξονικής δύναμης. Κάτι τέτοιο έρχεται σε καλή συμφωνία με τον μηχανικό John C. Trautwine, του οποίου το έργο αποτέλεσε οδηγό για τους μηχανικούς (τουλάχιστον Αμερικανών) στα τέλη του 19^{ου} αιώνα.
- Στην περίπτωση χρήσης πλήρους «γεμίματος» άνωθεν του τόξου, η πρόσθετη επιβολή κινητού φορτίου δεν προσδίδει σημαντική διαφορά στην απόκριση και συμπεριφορά της κατασκευής. Αντίθετα κατά την χρήση ενιαίου πάχους στο τόξο, αποτυπώνεται σημαντική επιρροή στην τελική απόκριση της κατασκευής. Συγκεκριμένα παρατηρείται μείωση του συντελεστή ασφαλείας κατά 60% (οριακή επάρκεια έναντι καμπτικής καταπόνησης).
- Όσον αφορά τις μέγιστες τιμές βυθίσεων στο κύριο τόξο, δεν παρατηρείται ιδιαίτερα σημαντική αύξηση σε καμία περίπτωση συγκριτικά με την υφιστάμενη κατασκευή. Κατά την εφαρμογή πλήρους «γεμίματος» άνωθεν του τόξου, ως βασικός παράγοντας των περιορισμένων μετακινήσεων θεωρείται η σημαντική δράση των πλευρικών ωθήσεων επί του τόξου, κατά την εφαρμογή των φορτίων βαρύτητας του γαιώδους «γεμίματος».

Πέραν τούτων, γίνεται η γραφική απεικόνιση των γραμμών πιέσεων, λόγω μονίμων φορτίων, τόσο για την υφιστάμενη κατασκευή όσο και για τις διαφορετικές περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Επ' αυτού, παρατηρείται ότι η γραμμή πιέσεων, για κάθε περίπτωση, είναι σε καλή συμφωνία με τον κεντροβαρικό άξονα του τόξου. Η βασική διαφορά, εντοπίζεται κατά την περίπτωση χρήσης πλήρους «γεμίματος» άνωθεν του τόξου, όπου στην περιοχή της στήριξης καταγράφονται σχετικά μεγαλύτερες εκκεντρότητες.



4. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Με την πάροδο των ετών, η ανάγκη γεφυρώσεως μεγαλύτερων ανοιγμάτων έθεσε τις βάσεις για την εξέλιξη των γεφυρών. Παραμένοντας στο πεδίο των λίθινων γεφυρών, που άκμασαν έως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα, ως βασικές παράμετροι (κατά τον σχεδιασμό) που βοήθησαν τόσο στην επίτευξη μεγαλύτερων ανοιγμάτων, όσο και στην μείωση του πάχους των τόξων, κρίνονται οι εξής:

- Γεωμετρία χάραξης των τόξων.
- Τύπος «γεμίματος» / μείωση των μόνιμων φορτίων που φέρει η εκάστοτε γέφυρα.
- Μεταβλητό πάχος τόξου κατά μήκος της χάραξης (μεταβλητή δυσκαμψία).

Στην συγκεκριμένη εργασία, επιλέχθηκαν ως παράμετροι σχεδιασμού οι δύο εξ' αυτών («γέμισμα» & μεταβλητό πάχος τόξου) ώστε να διερευνηθεί και υπολογιστικά η επιρροή τους στην τελική συμπεριφορά και απόκριση (υπό στατικές φορτίσεις) των γεφυρών.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, και στις δύο περιπτώσεις γεφυρών, παρατηρείται η βέλτιστη συμπεριφορά των υφιστάμενων κατασκευών. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση μεταβλητού πάχους τόξου και η χρήση τοξοστοιχιών άνωθεν του τόξου, δίδει την δυνατότητα επίτευξης μεγάλων ανοιγμάτων σε αντίθεση με τις περιπτώσεις σταθερού πάχους ή «γεμίματος» άνωθεν του τόξου.

Η συγκεκριμένη διατύπωση είναι πιο εμφανής στην περίπτωση της γέφυρας -Pont- Adolphe, όπου οι λεπτομέρειες που εφαρμόστηκαν φανερώνουν τον ορθό σχεδιασμό της κατασκευής.

Πέραν αυτού, στο τέλος της κάθε ενότητας, δίδονται επιμέρους συμπεράσματα και παρατηρήσεις αναφορικά με την συμπεριφορά των γεφυρών υπό τις διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baker, O. I. 1890. *A Treatise on Masonry Construction*. New York: John Wiley and Sons.
- Brencich A, Morbiducci R. Masonry arches: historical rules and modern mechanics. *Int J Arch Her* 2007;1(2):165-89.
- Brencich A, De Francesco U. Assessment of multi-span masonry Arch bridges. Part I: a simplified approach, Part II: examples and applications. *J Bridge Eng ASCE* 2004;9(November):582–98.
- Espion B, Elinck J-P, Halleux P, Fox R, Didier G & Stoll C. Mesure de contraintes par libération dans le pont Adolphe à Luxembourg. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* 2000: 225: 67d74 (in French).
- Gasparini A. D, Simmons A. D. Cabin John Bridge: Role of Alfred L. Rives, C.E. *J. Perform. Constr. Facil. ASCE* 2010; 24:188–203.
- Giannelos, C. D. Master Thesis: “Πέτρινη Τοξωτή Γέφυρα Βοιωτικού Κηφισού στη θέση «Νερούτσου Μήλος»”. M.sc Programm: Protection of Monuments, School of Architecture, N.T.U.A. (In Greek)
- Gómez-Collado, M.C., Roselló, V.C., Tamborero, E.C. Mathematical modeling of oval arches. A study of the George V and Neuilly Bridges. *J. Cult. Herit.* 2018, 32, 144–155.
- Heyman J. *The masonry arch*. Chichester: Ellis Horwood, 1982.
- Holzer and Veihelmann et al. (2015), Hinges in historic concrete and masonry arches, *Engineering History and Heritage*, 168 Issue EH2.
- Huerta, S. The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach, *Architectural Science Review* 2008; 51(4), pp. 297–328. doi: 10.3763/asre.2008.5136
- Huerta, S. Arch bridge design in eighteenth-century France: The rule of Perronet, *Proceedings of the Sixth International Congress on Construction History (6ICCH)*, Brussels, Belgium, 9-13 July 2018.
- Hughes TG, Blackler MJ. A review of the UK masonry arch assessment methods. *Proc Inst Civil Eng* 1997; 122:305–15.
- Oliveira DV, Lourenço PB, Lemos C. Geometric issues and ultimate load of masonry arch bridges from the northwest Iberian Peninsula. *Eng Struct* 2010;32(12):3955–65.
- D. Proske, P. van Gelder (2009). *Safety of Historical Stone Arch Bridges*, Springer, Berlin.
- Rankine, W. J. Macquorn. 1862. *A Manual of Civil Engineering*. London: Charles Griffin.
- Roca P, Molins C. Experiments on arch bridges. In: Roca P, Molins C, editors. *Arch Bridg. IV-Advances assessment*, *Struct Des Constr*, Barcelona; 2004. p. 365–74.
- Serrano-Lopez R, Urruchi-Rojo JR, Martinez-Martinez JA. The shallow arch: a step towards bridges styling in the early 19th century. *Eng Struct* 2018;167:84–95.

Trautwine, C. J. 1872. *The civil engineer's pocket book*. New York: John Wiley and Sons.

Troyano, F. L. 1999. *Bridge Engineering: A global Perspective*. London: Thomas Telford Ltd.