



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΠΜΣ «ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ»

Μαθηματική μοντελοποίηση ροής γύρω από αγωνιστικό αυτοκίνητο  
της Formula 1

---

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρυσολωράς Θεόδωρος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ριζιώτης Βασίλειος,

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπ' όψιν: Μαρκάτου Νικολάου, Ομότιμου Καθηγητή Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, 2021



## Ευχαριστίες

Για τη συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία, πρωτίστως θα επιθυμούσα να ευχαριστήσω θερμά τον Ομότιμο Καθηγητή, κ. Νικόλαο Μαρκάτο, τόσο για την ανάθεση της εργασίας, όσο και για την επίβλεψη και στήριξη του, κατά τη διάρκεια της εκπόνησής της, καθώς και τον Αναπληρωτή Καθηγητή, κ. Βασίλειο Ριζιώτη, ο οποίος τέθηκε επισήμως ως επιβλέπων καθηγητής της εργασίας αυτής.

Επίσης, θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω και τον συνάδελφο, επίσης σπουδαστή στο ΔΠΜΣ «Υπολογιστική Μηχανική», κ. Ιωάννη Ρεντούμη, ο οποίος συνεισέφερε με τον δικό του τρόπο στο τελευταίο τμήμα της εργασίας (μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος).

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους γονείς μου, η στήριξη των οποίων καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου ήταν καθοριστικής σημασίας.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο μηχανοκίνητος αθλητισμός αποτελεί ένα εξαιρετικά δημοφιλές είδος αθλήματος, σε παγκόσμια κλίμακα, και η απαρχή του χρονολογείται τον 19<sup>ο</sup> αιώνα. Από εκείνη την εποχή, η εξέλιξη του τομέα αυτού είναι διαρκής, με αποτέλεσμα ο μηχανοκίνητος αθλητισμός, όπως τον γνωρίζουμε σήμερα, να μη θυμίζει σε τίποτα τη μορφή του στα πρώιμα στάδια της ύπαρξής του.

Ο μηχανοκίνητος αθλητισμός, εκτός από το ότι είναι ένα ευχάριστο θέαμα για τους φίλους του αθλήματος, κατέχει και έναν πιο βαθύ και ουσιαστικό ρόλο. Αποτελεί έναν κλάδο, στον οποίον οι αυτοκινητοβιομηχανίες δίνουν συνεχή μάχη, δοκιμάζοντας νέου είδους τεχνολογίες και εξετάζοντας πώς αυτές επιδρούν στη συμπεριφορά των αυτοκινήτων στην πίστα και την ικανότητά τους να τους προσφέρουν νίκες, ενάντια στους αντιπάλους τους. Οι τεχνολογίες αυτές αφορούν κυρίως στα τεχνικά χαρακτηριστικά, όπως είναι η ισχύς του κινητήρα, τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά, αλλά και οι διαστάσεις των ελαστικών ή τα χαρακτηριστικά του σκελετού (σασί) του αυτοκινήτου.

Παρ' όλο που, με βάση τη δημοφιλέστερη άποψη, ο ανθρώπινος παράγοντας έχει έναν εξέχοντα ρόλο στην επιτυχία (ή αποτυχία) στο συγκεκριμένο άθλημα, κανείς δεν μπορεί να αρνηθεί ότι οι προαναφερθείσες τεχνολογίες, αρκετά συχνά, κατέχουν έναν εξίσου – αν όχι περισσότερο – σημαντικό ρόλο.

Στην παρούσα εργασία, μελετάται η επίδραση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών (συγκεκριμένα, της απόστασης από το έδαφος και της διαμέτρου των τροχών) ενός οχήματος της Formula 1, στην αεροδυναμική αντίσταση και την κάθετη δύναμη, που ασκείται σε αυτό και, κατά συνέπεια, στις τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης. Η μελέτη αυτή λαμβάνει χώρα για διαφορετικά μοντέλα τύρβης και, κατόπιν σύγκρισης, αποφασίζεται ποιο απ' όλα προσφέρει τον βέλτιστο συνδυασμό υπολογιστικού κόστους και συμφωνίας με τα πειραματικά δεδομένα.

## **ABSTRACT**

Automobile racing is an extremely popular sport worldwide, with its beginning dating back to the 19<sup>th</sup> century. Since that era, the evolution of this sector has been continuous. As a result, the F1 sport, as it is known nowadays, has very little to do with its early form.

Automobile racing, apart from being a pleasant spectacle for the fans of the sport, plays also a deeper and more essential role. It is a sector in which automotive industries are in constant competition, by trying novel technologies of different kinds and by examining the way these technologies affect the behavior of the vehicles in the track and their ability to offer them victories, against their rivals. The aforementioned technologies mainly concern the technical specifications of the vehicles, such as the engine's horsepower, the aerodynamic traits, or even the tires' dimensions and the chassis characteristics.

Although, according to the popular opinion, the human factor has a prominent role to play in the success (or failure) in the particular sport, no one can also deny the fact that the technologies, which were mentioned above, often have an equally – if not more – important role to play.

In the present project, the effect of some geometrical characteristics of a Formula 1 vehicle on the drag force and on the down force, exerted on it – and, consequently, on the drag and lift coefficient values –, is studied. Those geometrical characteristics studied here regard the ride's height, as well as the wheels' diameter. This study is conducted, using different turbulence models and, after comparing the results acquired, a conclusion, about which turbulence model yields the optimum combination of computational cost and agreement with experimental data, is reached.

## Πίνακας Περιεχομένων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	4
ABSTRACT.....	5
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή – Σκοπός εργασίας.....	15
Κεφάλαιο 2: Παρουσίαση του εξεταζόμενου προβλήματος.....	17
Κεφάλαιο 2.1: Γεωμετρία του προβλήματος.....	17
Κεφάλαιο 2.2: Μαθηματική μοντελοποίηση.....	18
Κεφάλαιο 2.2.1: Παραδοχές.....	18
Κεφάλαιο 2.2.2: Εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα.....	18
Κεφάλαιο 3: Αριθμητική επίλυση.....	19
Κεφάλαιο 3.1: Διαστάσεις οχήματος και χαρακτηριστικά υπολογιστικού χωρίου.....	19
Κεφάλαιο 3.2: Χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης.....	20
Κεφάλαιο 3.2.1: Μοντέλο τύρβης Standard $k - \epsilon$ .....	20
Κεφάλαιο 3.2.2: Μοντέλο τύρβης Chen – Kim $k - \epsilon$ .....	22
Κεφάλαιο 3.2.3: Μοντέλο τύρβης LES – Smagorinsky.....	24
Κεφάλαιο 3.2.4: Μοντέλο τύρβης $k - \omega$ SST.....	26
Κεφάλαιο 3.3: Χρησιμοποιούμενα υπολογιστικά πλέγματα.....	29
Κεφάλαιο 4: Μελέτες περιπτώσεων.....	32
Κεφάλαιο 4.1: Μελέτη της επίδρασης της απόστασης του οχήματος από το έδαφος.....	32
Κεφάλαιο 4.1.1: Παρουσίαση γεωμετρικών χαρακτηριστικών....	32
Κεφάλαιο 4.1.2: Αποτελέσματα και σχολιασμός.....	33
Κεφάλαιο 4.2: Μελέτη της επίδρασης της διαμέτρου των πίσω τροχών..	39
Κεφάλαιο 4.2.1: Παρουσίαση γεωμετρικών χαρακτηριστικών....	39
Κεφάλαιο 4.2.2: Αποτελέσματα και σχολιασμός.....	39

Κεφάλαιο 5: Σύγκριση των χρόνων σύγκλισης των μοντέλων τύρβης.....	44
Κεφάλαιο 6: Μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος.....	45
Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα.....	66
Προτάσεις για μελλοντική μελέτη.....	68
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	70

## Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1: Οι προεπιλεγμένες διαστάσεις του μοντέλου (εκπεφρασμένες σε μέτρα).....	19
Πίνακας 2: Οι διαστάσεις του μοντέλου, που χρησιμοποιήθηκαν στις τρεις περιπτώσεις (εκπεφρασμένες σε μέτρα).....	32
Πίνακας 3: Επίδραση της απόστασης του οχήματος από το έδαφος στους υπολογισθέντες συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τα 4 μοντέλα τύρβης.....	33
Πίνακας 4: Οι διαστάσεις του μοντέλου, που χρησιμοποιήθηκαν στις τρεις περιπτώσεις (εκπεφρασμένες σε μέτρα).....	39
Πίνακας 5: Επίδραση της διαμέτρου των πίσω τροχών στους υπολογισθέντες συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τα 4 μοντέλα τύρβης.....	40
Πίνακας 6: Σύγκριση των απαιτούμενων χρόνων, ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση, για τα τέσσερα μοντέλα τύρβης.....	45
Πίνακας 7: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα της μελέτης ανεξαρτησίας πλέγματος, για την Περίπτωση 1.2.....	57
Πίνακας 8: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα της μελέτης ανεξαρτησίας πλέγματος, για την Περίπτωση 1.5.....	57



## Λίστα Εικόνων

- Εικόνα 1: Απεικόνιση των κύριων δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται σε ένα κινούμενο όχημα. ....15
- Εικόνα 2: Απεικόνιση της γεωμετρίας του προβλήματος. ....17
- Εικόνα 3: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο xz). .... 30
- Εικόνα 4: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο yz). .... 30
- Εικόνα 5: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο xy). ....31
- Εικόνα 6: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST. .... 34
- Εικόνα 7: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.010 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST. .... 35
- Εικόνα 8: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.020 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST. .... 35
- Εικόνα 9: Απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας, ενδεικτικά για το μοντέλο τύρβης Standard k – ε και για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m. Αμέσως γίνεται ορατή η απότομη αλλαγή της κατεύθυνσης των διανυσμάτων πάνω από το κάλυμμα της μηχανής και την αεροτομή. ....36

Εικόνα 10: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 37

Εικόνα 11: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.010 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 37

Εικόνα 12: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.020 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 38

Εικόνα 13: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.031 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 41

Εικόνα 14: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.035 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 42

Εικόνα 15: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.040 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 42

Εικόνα 16: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.031 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 43

Εικόνα 17: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.035 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 43

Εικόνα 18: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.040 m – a) Standard k – ε, b) Chen – Kim k – ε, c) LES – Smagorinsky, d) k – ω SST..... 44

Εικόνα 19: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το αραιό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2). . . . . 47

Εικόνα 20: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2). . . . . 48

Εικόνα 21: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πυκνό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2). . . . . 49

Εικόνα 22: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πρώτο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2). . . . . 50

Εικόνα 23: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το δεύτερο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2). . . . . 51

Εικόνα 24: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το αραιό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5). . . . . 52

Εικόνα 25: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5). . . . . 53

Εικόνα 26: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πυκνό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5). . . . . 54

Εικόνα 27: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πρώτο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5). . . . . 55

Εικόνα 28: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το δεύτερο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5). . . . . 56

Εικόνα 29: Μεταβολή των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών, με την πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος (Περίπτωση 1.2). . . . .58

Εικόνα 30: Μεταβολή των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών, με την πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος (Περίπτωση 1.5). . . . .58

Εικόνα 31: Σχηματική απεικόνιση των σημείων υπολογισμού των καθέτων κατανομών της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα και της πίεσης. . . . . 59

Εικόνα 32: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.2). . . . .59

Εικόνα 33: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.2). . . . .60

Εικόνα 34: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.2). . . . .60

Εικόνα 35: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.2). . . . .61

Εικόνα 36: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.2). . . . .61

Εικόνα 37: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.2). . . . .62

Εικόνα 38: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.5).....62

Εικόνα 39: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.5).....63

Εικόνα 40: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.5).....63

Εικόνα 41: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.5).....64

Εικόνα 42: Κάθετη κατανομή της  $x$  – συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.5).....64

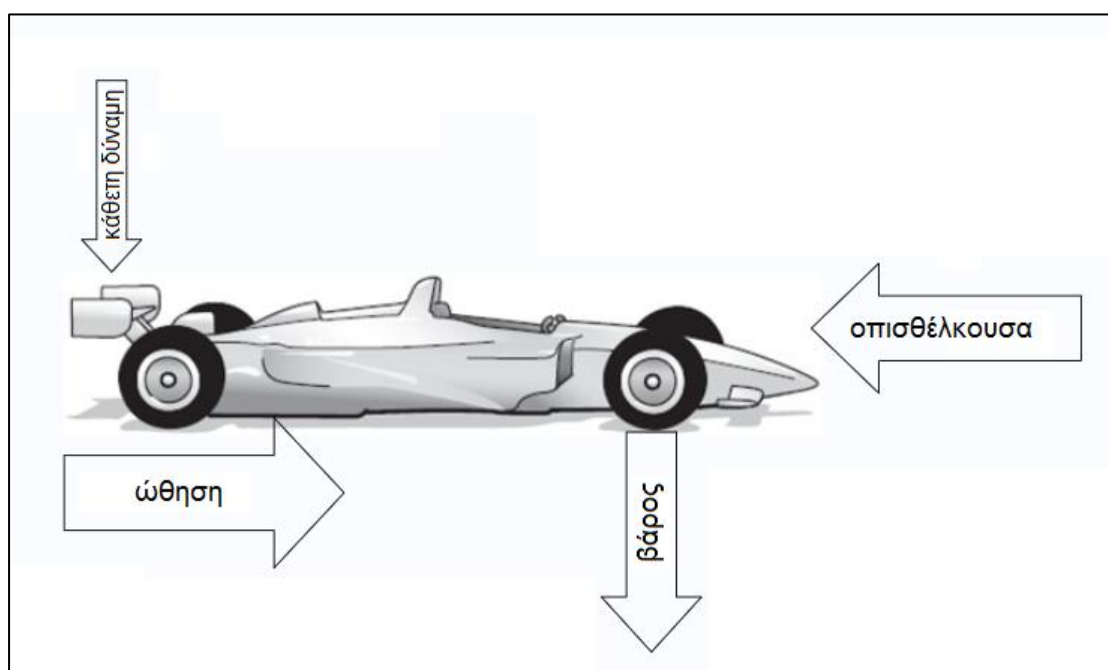
Εικόνα 43: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.5)..... 65



## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή – Σκοπός εργασίας

Σκοπός της συγκεκριμένης μεταπτυχιακής εργασίας είναι η αεροδυναμική μελέτη – μελέτη ροής, γύρω από ένα όχημα του μηχανοκίνητου αθλητισμού. Συγκεκριμένα, μελετάται η ροή γύρω από ένα αγωνιστικό αυτοκίνητο του αθλήματος της Formula 1.

Ένας από τους σημαντικότερους – αν όχι ο σημαντικότερος – παράγοντες στο συγκεκριμένο άθλημα είναι τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος, τα οποία σχετίζονται με τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Οι κύριες δυνάμεις, οι οποίες ασκούνται σε ένα κινούμενο αυτοκίνητο, φαίνονται στην Εικόνα 1.



*Εικόνα 1: Απεικόνιση των κύριων δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται σε ένα κινούμενο όχημα.*

Από τις δυνάμεις, που ασκούνται στο αυτοκίνητο, η αεροδυναμική αντίσταση (ή οπισθέλκουσα) είναι αποτέλεσμα της τύρβης της ροής γύρω από αυτό. Αυτή η δύναμη αντιτίθεται στην κίνηση του οχήματος και τείνει να το επιβραδύνει. Η κάθετη δύναμη έχει σχέση με την κάθετη πίεση που ασκείται στο αμάξωμα και μεταβάλλεται, αναλόγως με τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του. Η ώθηση αποτελεί τη δύναμη, που δημιουργείται από τον κινητήρα του οχήματος,

ενώ το βάρος είναι αποτέλεσμα της βαρυτικής έλξης, που ασκείται από τη Γη στο αυτοκίνητο.

Ο βασικότερος στόχος, που τίθεται από τους κατασκευαστές, σε όλες τις περιπτώσεις, είναι η μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης (οπισθέλκουσας). Επίσης, συχνά επιδιώκεται και η αύξηση της κάθετης δύναμης που ασκείται στο αυτοκίνητο, έτσι ώστε αυτό να παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά στις στροφές. Η οπισθέλκουσα δύναμη επηρεάζει τον τρόπο, με τον οποίον το όχημα περνά διαμέσου του περιβάλλοντος αέρα, ενώ η κάθετη δύναμη είναι αυτή που επιτρέπει στο όχημα να διέρχεται με μεγαλύτερη ταχύτητα από μία στροφή του δρόμου, με όσο το δυνατόν μικρότερο κίνδυνο απώλειας ελέγχου.

Τα δύο μεγέθη, τα οποία συνδέονται με την αεροδυναμική αντίσταση και την κάθετη δύναμη είναι ο συντελεστής οπισθέλκουσας ( $C_d$ ) και ο συντελεστής άνωσης ( $C_l$ ), αντιστοίχως, και είναι επιθυμητό να έχουν κατά το δυνατόν μικρότερη τιμή, προκειμένου το αυτοκίνητο να παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά.

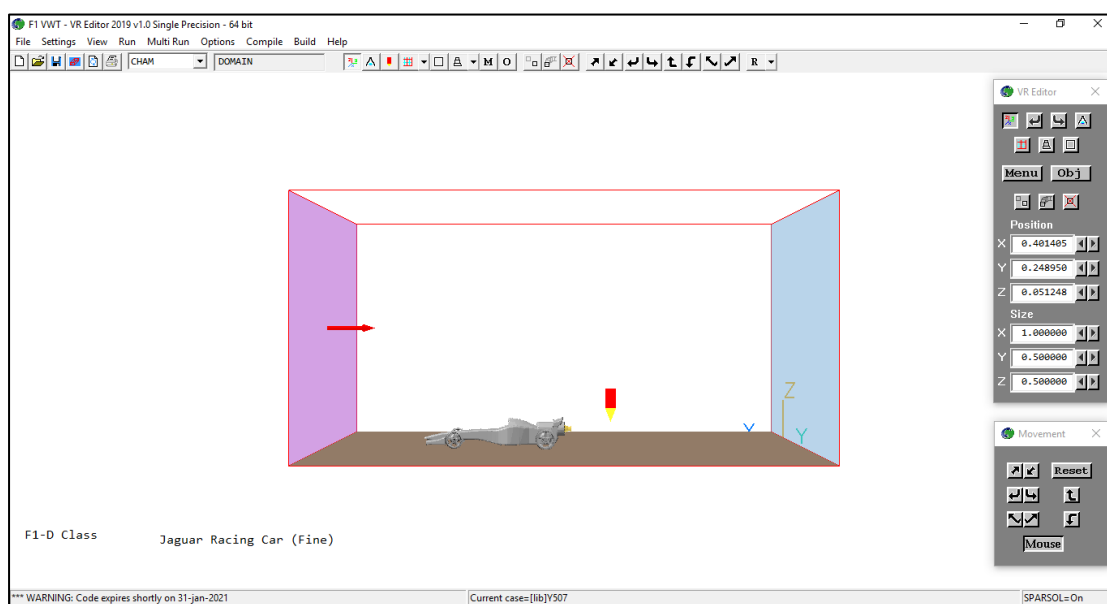
Έτσι, στη συγκεκριμένη εργασία, πραγματοποιείται η μελέτη της επίδρασης που έχουν δύο συγκεκριμένα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των αγωνιστικών αυτοκινήτων της Formula 1 στους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι η απόσταση του αμαξώματος από το έδαφος και η διάμετρος των τροχών.



## Κεφάλαιο 2: Παρουσίαση του εξεταζόμενου προβλήματος

### Κεφάλαιο 2.1: Γεωμετρία του προβλήματος

Για την πραγματοποίηση των απαραίτητων υπολογισμών χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό PHOENICS 2019 v1.0. Η εξεταζόμενη περίπτωση αφορά σε ένα αγωνιστικό όχημα της Jaguar για τη Formula 1. Η γεωμετρία του προβλήματος απεικονίζεται στην Εικόνα 2.



*Εικόνα 2: Απεικόνιση της γεωμετρίας του προβλήματος.*

Σε κάθε μελέτη, λοιπόν, χρησιμοποιήθηκε αυτή η περίπτωση, με τις αναγκαίες τροποποιήσεις (αλλαγή μοντέλου τύρβης, διαστάσεων υπολογιστικού πλέγματος, αεροδυναμικών χαρακτηριστικών αυτοκινήτου), πάντα με γνώμονα τη συμφωνία με τους κανονισμούς που έχουν τεθεί από τη Formula 1.

## Κεφάλαιο 2.2: Μαθηματική μοντελοποίηση

### Κεφάλαιο 2.2.1: Παραδοχές

Για τη μαθηματική μοντελοποίηση του εξεταζόμενου προβλήματος, οι παραδοχές, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν, ήταν οι ακόλουθες:

- Απουσία μεταφοράς θερμότητας, μεταξύ του οχήματος και του περιβάλλοντος.
- Σταθερή ταχύτητα εισόδου αέρα στο υπολογιστικό χωρίο.
- Θεώρηση όλων των επιφανειών του αυτοκινήτου, ως τοιχωμάτων, με ισχύ της συνθήκης μη ολίσθησης.
- Ασυμπίεστη ροή, δηλαδή αριθμός Mach μικρότερος του 0.3<sup>[1]</sup>.

### Κεφάλαιο 2.2.2: Εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα

Οι εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν το πρόβλημα, περιλαμβάνουν την εξίσωση συνέχειας, καθώς και τις εξισώσεις Navier – Stokes, οι οποίες παρατίθενται παρακάτω<sup>[2, 3, 4]</sup>.

#### Εξίσωση Συνέχειας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \text{ και } \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0, \text{ για ασυμπίεστη ροή} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

#### Εξισώσεις Navier – Stokes

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + F_x \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + F_y \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + F_z \quad (2.6)$$

Όπου  $u$ ,  $v$  και  $w$  είναι οι συνιστώσες του πεδίου ταχύτητας,  $\rho$  η πυκνότητα,  $p$  η πίεση,  $\sigma_{ij}$  οι συνιστώσες του τανυστή των τάσεων και  $F_i$  η  $i$ - συνιστώσα των δυνάμεων σώματος.

### Κεφάλαιο 3: Αριθμητική επίλυση

#### Κεφάλαιο 3.1: Διαστάσεις οχήματος και χαρακτηριστικά υπολογιστικού χωρίου

Όπως αναφέρθηκε στο **Κεφάλαιο 2.1**, η χρησιμοποιούμενη περίπτωση για τους υπολογισμούς αφορά σε ένα αγωνιστικό αυτοκίνητο Jaguar του αθλήματος της Formula 1.

Οι προεπιλεγμένες διαστάσεις του μοντέλου, όπως αυτές βρίσκονται εντός του αυθεντικού αρχείου, παρατίθενται στον Πίνακα 1. Το μοντέλο αυτό αποτελεί μία αναπαράσταση ενός πραγματικού αγωνιστικού αυτοκινήτου, υπό κλίμακα.

Πίνακας 1: Οι προεπιλεγμένες διαστάσεις του μοντέλου (εκπεφρασμένες σε μέτρα).

Απόσταση από το έδαφος	Διάμετρος εμπρόσθιου τροχού	Διάμετρος πίσω τροχού	Μήκος	Πλάτος	Ύψος
0.005	0.035	0.040	0.294	0.042	0.054

Το υπολογιστικό χωρίο, στο οποίο πραγματοποιήθηκαν οι υπολογισμοί, έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, με διαστάσεις  $1.0 \times 0.5 \times 0.5$  (m), ενώ η ταχύτητα του αέρα γύρω από το αγωνιστικό αυτοκίνητο έχει θεωρηθεί ίση με 18 m/s.

Εκτός από τις παραδοχές που αναφέρθηκαν στο **Κεφάλαιο 2.2.1**, έγιναν επιπλέον οι θεωρήσεις της μη περιστροφής των τροχών του οχήματος, της μη ύπαρξης οδηγού εντός αυτού, καθώς επίσης και της ύπαρξης σταθερής θερμοκρασίας, εντός του υπολογιστικού χωρίου, προκειμένου να γίνουν οι υπολογισμοί, μέσω του λογισμικού PHOENICS.

### **Κεφάλαιο 3.2: Χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης**

Για τους υπολογισμούς, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα διαφορετικά μοντέλα τύρβης και, εν συνεχεία, συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από καθένα από αυτά. Τα μοντέλα αυτά ήταν τα:

1. Standard  $k - \epsilon$
2. Chen - Kim  $k - \epsilon$
3. LES - Smagorinsky
4.  $k - \omega$  SST

Στα επόμενα κεφάλαια, θα γίνει μία σύντομη αναφορά σε καθένα από τα μοντέλα αυτά.

#### **Κεφάλαιο 3.2.1: Μοντέλο τύρβης Standard $k - \epsilon$**

Το μοντέλο τύρβης  $k - \epsilon$  προτάθηκε από τους Harlow και Nakayama το 1968<sup>[5]</sup>. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί δύο εξισώσεις μεταφοράς, προκειμένου να δώσει μία γενική περιγραφή της τύρβης σε τυρβώδεις ροές. Παρ' όλο που δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα σε περιπτώσεις μεγάλης αρνητικής κλίσης πίεσης<sup>[6]</sup>, αποτελεί ένα από τα πλέον γνωστά και κατά κόρον χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων.

Ο αρχικός λόγος δημιουργίας του μοντέλου τύρβης  $k - \epsilon$  ήταν η ανάγκη βελτίωσης του ήδη υπάρχοντος μοντέλου μήκους ανάμειξης, το οποίο δεν εστίαζε στους μηχανισμούς που επηρεάζουν την κινητική ενέργεια της τύρβης<sup>[7]</sup>, καθώς και η ανάγκη εύρεσης ενός εναλλακτικού τρόπου αλγεβρικού υπολογισμού τυρβωδών κλιμάκων μήκους, σε ροές μέτριας και υψηλής πολυπλοκότητας.

Υπάρχουν δύο κύριες εκφράσεις του μοντέλου τύρβης  $k - \varepsilon$ <sup>[8]</sup>, με αυτήν που δημιουργήθηκε από τους Launder και Sharma<sup>[9]</sup> να είναι ευρέως γνωστή ως μοντέλο τύρβης Standard  $k - \varepsilon$ . Οι εξισώσεις που το χαρακτηρίζουν είναι οι ακόλουθες<sup>[7]</sup>.

Η εξίσωση για την κινητική ενέργεια της τύρβης,  $k$ :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.1)$$

Η εξίσωση για το ρυθμό τυρβώδους διάχυσης,  $\varepsilon$ :

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.2)$$

Στις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), ως  $\rho$  συμβολίζεται η πυκνότητα, ως  $\tau_{ij}$  συμβολίζονται τα στοιχεία του τανυστή τάσεων και ως  $\mu_t$  το τυρβώδες ιξώδες, το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

Στις προηγούμενες εξισώσεις εμφανίζονται επίσης και ορισμένες ρυθμιζόμενες σταθερές, οι τιμές των οποίων έχουν προκύψει κατόπιν πολυάριθμων επαναλήψεων προσαρμογής δεδομένων, για μία μεγάλη ποικιλία τυρβωδών ροών. Οι τιμές αυτές είναι οι ακόλουθες<sup>[7]</sup>:

$$C_\mu = 0.09 \quad \sigma_k = 1.00 \quad \sigma_\varepsilon = 1.30 \quad C_{1\varepsilon} = 1.44 \quad C_{2\varepsilon} = 1.92 \quad (3.4)$$

Το μοντέλο που παρουσιάστηκε παραπάνω είναι εφαρμόσιμο μόνον στις περιοχές της ροής, στις οποίες ο αριθμός Reynolds της τύρβης έχει υψηλή τιμή. Στις περιοχές που βρίσκονται κοντά σε τοιχώματα, η τιμή του αριθμού Reynolds

τείνει στο μηδέν και το μοντέλο απαιτεί την εφαρμογή των λεγομένων «συναρτήσεων τοιχωμάτων»<sup>[10 - 16]</sup>.

Επιπροσθέτως, για το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$  έχει αποδειχθεί ότι δεν αποδίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα, για έναν αριθμό περιπτώσεων ροών, στις οποίες συμπεριλαμβάνονται οι εξής:

- Διαχωρισμένες ροές
- Ανωστικές ροές
- Ροές με καμπυλόγραμμες ροϊκές γραμμές
- Στροβιλώδεις ροές/ροές με περιδινήσεις
- Ροές που περιλαμβάνουν δευτερεύουσες κινήσεις, δημιουργούμενες από την τύρβη
- Περιστροφικές ροές
- Συμπιεστές ροές
- Ροές με αρνητικές κλίσεις πίεσης
- Ροές αξονοσυμμετρικών πιδάκων (jets)

Ωστόσο, λόγω της ευρείας χρήσης του συγκεκριμένου μοντέλου, παραλλαγές και *ad hoc* τροποποιήσεις του, που στοχεύουν στη βελτίωση της απόδοσής του, αφθονούν στη βιβλιογραφία. Οι πλέον γνωστές είναι οι ακόλουθες:

- Οι παραλλαγές Realisable  $k - \epsilon$ , RNG  $k - \epsilon$ , Chen - Kim  $k - \epsilon$  (η οποία αναλύεται στο **Κεφάλαιο 3.2.2**), καθώς και η διόρθωση του Yap<sup>[17, 18]</sup>.
- Η *ad hoc* τροποποίηση των Launder, Priddin και Sharma με τον αριθμό Richardson, για καλύτερη συμπεριφορά του μοντέλου σε καμπυλόγραμμες, στροβιλώδεις και περιστροφικές ροές<sup>[19]</sup>.

### **Κεφάλαιο 3.2.2: Μοντέλο τύρβης Chen - Kim $k - \epsilon$**

Το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$  χρησιμοποιεί μία μόνον κλίμακα χρόνου (την  $\frac{k}{\epsilon}$ ), ώστε να χαρακτηρίσει τις ποικίλες δυναμικές διεργασίες, που λαμβάνουν χώρα στις τυρβώδεις ροές. Κατ' αντιστοιχία, λοιπόν, οι όροι πηγής, καταβόθρας

και μεταφοράς, που εμφανίζονται στο σύνολο εξισώσεων του μοντέλου, μεταβάλλονται με ρυθμούς ανάλογους του λόγου  $\frac{\varepsilon}{k}$ . Ωστόσο, η τύρβη αποτελείται από διακυμαινόμενες κινήσεις με ευρύ φάσμα χρονικών κλιμάκων και μία προσέγγιση μονής κλίμακας είναι απίθανο να είναι επαρκής σε όλες τις περιπτώσεις, καθώς διαφορετικές τυρβώδεις αλληλεπιδράσεις συνδέονται με διαφορετικές περιοχές του φάσματος.

Προκειμένου να καλυφθεί αυτή η αδυναμία του αρχικού μοντέλου, οι Chen και Kim<sup>[20]</sup> το 1987 πρότειναν μία τροποποίησή του, η οποία βελτιώνει τη δυναμική απόκριση της εξίσωσης του ρυθμού τυρβώδους διάχυσης ( $\varepsilon$ ), εισάγοντας μία πρόσθετη χρονική κλίμακα, την  $\frac{k}{P_k}$ , όπου ως  $P_k$  συμβολίζεται ο ογκομετρικός ρυθμός παραγωγής της κινητικής ενέργειας της τύρβης ( $k$ ). Επιπροσθέτως, οι τιμές αρκετών από τους συντελεστές του αρχικού μοντέλου τύρβης υπέστησαν τροποποίηση, έτσι ώστε το νέο μοντέλο να είναι δυνατόν να διατηρεί υψηλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα, στις περιοχές των τυρβωδών στρωμάτων, όπου οι ιξώδεις διατμητικές τάσεις είναι σημαντικές.

Η τροποποίηση των Chen και Kim περιλαμβάνει το διαχωρισμό του όρου παραγωγής του ρυθμού τυρβώδους διάχυσης σε δύο μέρη, το πρώτο εκ των οποίων είναι το ίδιο με αυτό του πρωτότυπου μοντέλου, αλλά με μικρότερο πολλαπλασιαστικό συντελεστή. Το δεύτερο μέρος επιτρέπει στο λεγόμενο «λόγο παραμόρφωσης της τύρβης»,  $\frac{P_k}{\varepsilon}$ , να ασκήσει επιρροή στο ρυθμό παραγωγής του  $\varepsilon$ .

Σύμφωνα με τους δημιουργούς του καινούριου μοντέλου, ο επιπλέον όρος πηγής αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταφοράς ενέργειας από την τύρβη υψηλής κλίμακας προς την τύρβη χαμηλής κλίμακας, που ελέγχεται από τη χρονική κλίμακα παραγωγής και τη χρονική κλίμακα διάχυσης. Το αποτέλεσμα είναι η αύξηση της τιμής του  $\varepsilon$  (και ακολούθως η μείωση της τιμής του  $k$ ), όταν η μέση παραμόρφωση είναι ισχυρή (δηλαδή όταν  $\frac{P_k}{\varepsilon} > 1$ ), και η μείωση της τιμής του  $\varepsilon$  (και ακολούθως η αύξηση της τιμής του  $k$ ), όταν η μέση παραμόρφωση είναι ασθενής (δηλαδή όταν  $\frac{P_k}{\varepsilon} < 1$ ). Το χαρακτηριστικό αυτό πιθανώς να προσφέρει πλεονεκτήματα σε διαχωρισμένες ροές, καθώς και άλλες ροές, στις οποίες η τύρβη δεν είναι παρούσα στην τοπική ισορροπία.

Ο Chen αργότερα επεξέτεινε περαιτέρω το μοντέλο, προκειμένου να πραγματοποιεί προσομοιώσεις χαμηλού αριθμού Reynolds, σε ροές περιορισμένες από τοιχώματα, εισάγοντας την επέκταση χαμηλού αριθμού Reynolds  $k - \varepsilon$ , από τους Lam και Bremhorst<sup>[21, 22]</sup>.

Οι τροποποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο μοντέλο, συνοψίζονται στις ακόλουθες εξισώσεις.

Αρχικά, οι ακόλουθες σταθερές του μοντέλου έλαβαν διαφορετικές τιμές:

$$\sigma_k = 0.75 \quad \sigma_\varepsilon = 1.15 \quad C_{1\varepsilon} = 1.15 \quad C_{2\varepsilon} = 1.9 \quad (3.5)$$

Στην εξίσωση του  $\varepsilon$ , συμπεριλήφθηκε μία καινούρια χρονική κλίμακα,  $\frac{k}{P_k}$ , μέσω του ακόλουθου επιπλέον όρου πηγής, ανά μονάδα όγκου:

$$S_\varepsilon = \frac{\rho F_1 C_{3\varepsilon} P_k^2}{k} \quad (3.6)$$

Όπου:

$$C_{3\varepsilon} = 0.25 \quad (3.7)$$

$P_k$  είναι ο ογκομετρικός ρυθμός παραγωγής του  $k$  και  $F_1$  είναι η συνάρτηση απόσβεσης των Lam και Bremhorst, η τιμή της οποίας τείνει στη μονάδα, για υψηλούς αριθμούς τύρβης Reynolds<sup>[22]</sup>.

### Κεφάλαιο 3.2.3: Μοντέλο τύρβης LES - Smagorinsky

Η μέθοδος της προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation – LES) αποτελεί ένα μαθηματικό μοντέλο τύρβης, που χρησιμοποιείται κατά κόρον στην υπολογιστική μηχανική των ρευστών (Computational Fluid Dynamics – CFD). Αρχικά προτάθηκε από τον Joseph Smagorinsky το 1963, με σκοπό την προσομοίωση ατμοσφαιρικών ρευμάτων αέρα<sup>[23]</sup> και αργότερα μελετήθηκε περαιτέρω από τον Deardorff<sup>[24]</sup>. Στη σύγχρονη εποχή, η μέθοδος LES χρησιμοποιείται σε μία ευρεία περιοχή εφαρμογών μηχανικής,



συμπεριλαμβανομένης της καύσης<sup>[25]</sup>, της ακουστικής<sup>[26]</sup>, καθώς και της προσομοίωσης του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος<sup>[27]</sup>.

Στη μέθοδο LES τυρβωδών ροών, χρησιμοποιούνται μοντέλα τάσεων υποκλίμακας (sub-grid scale – SGS). Η προσέγγιση LES, ουσιαστικά, είναι συνδυασμός άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (direct numerical simulation – DNS) της τύρβης και συμβατικής μοντελοποίησης της τύρβης. Οι μεγάλες κλίμακες (δίνες) της τύρβης προσομοιώνονται άμεσα, ενώ οι μικρές κλίμακες (υποκλίμακες) μοντελοποιούνται, μέσω ενός μοντέλου SGS. Με αυτόν τον τρόπο, οι μεταβλητές της ροής αναλύονται σε:

- επιλυμένες κλίμακες
- ανεπίλυτες κλίμακες (υποκλίμακες)

Η διαδικασία αυτή, έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση αγνώστων τάσεων υποκλίμακας, οι οποίες μοντελοποιούνται με το προαναφερθέν μοντέλο τύρβης SGS. Το πλέον απλό και διαδεδομένο μοντέλο SGS είναι το μοντέλο τύρβης του Smagorinsky<sup>[23]</sup>.

Στο μοντέλο τύρβης LES – Smagorinsky, τα στοιχεία του τανυστή αποκλίνουσας τάσης, υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\frac{\mu_t}{\rho}S_{ij} \quad (3.8)$$

Όπου  $\mu_t$  είναι το τυρβώδες ιξώδες,  $\rho$  η πυκνότητα και η ποσότητα  $S_{ij}$  αντιπροσωπεύει τον τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης, τα στοιχεία του οποίου είναι ίσα με:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (3.9)$$

Το τυρβώδες ιξώδες δίδεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \rho(C_s\Delta)^2|\bar{S}| \quad (3.10)$$

Όπου, ως  $\Delta$  συμβολίζεται ένα αντιπροσωπευτικό διάστημα του πλέγματος, το οποίο ορίζεται ως:

$$\Delta = (V_{cell})^{\frac{1}{3}} \quad (3.11)$$

Με  $V_{cell}$  να είναι ο όγκος του εκάστοτε υπολογιστικού κελιού.

Η ποσότητα  $|\bar{S}|$  είναι ίση με:

$$|\bar{S}| = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \quad (3.12)$$

Τέλος,  $C_s$  είναι η σταθερά Smagorinsky, η τιμή της οποίας διαφοροποιείται από εφαρμογή σε εφαρμογή και λαμβάνει τιμές από 0.1 έως 0.25. Η τιμή της σταθεράς, η οποία χρησιμοποιείται από το λογισμικό PHOENICS είναι ίση με 0.17.

#### Κεφάλαιο 3.2.4: Μοντέλο τύρβης $k - \omega$ SST

Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  αποτελεί άλλο ένα μοντέλο τύρβης, το οποίο χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό στην υπολογιστική μηχανική των ρευστών (CFD). Το μοντέλο αυτό, όπως και το μοντέλο τύρβης  $k - \epsilon$ , χρησιμοποιεί δύο εξισώσεις μεταφοράς, για την περιγραφή των τυρβωδών ιδιοτήτων της ροής, από τις οποίες, η πρώτη αφορά στην κινητική ενέργεια της τύρβης,  $k$ , ενώ η δεύτερη στον ειδικό ρυθμό διάχυσης της κινητικής ενέργειας της τύρβης,  $\omega$ .

Σε γενικές γραμμές, το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$ , επιτρέπει ακριβέστερη ανάλυση της ροής, κοντά σε τοιχώματα και είναι ιδιαίτερος αποδοτικό, για ροές με χαμηλό αριθμό Reynolds. Εκτός αυτού, το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  αποδίδει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, σε περιπτώσεις αποκόλλησης της ροής από λείες επιφάνειες, από το μοντέλο τύρβης  $k - \epsilon$ , το οποίο υπερεκτιμά το χρόνο, που απαιτείται, ώστε να ξεκινήσει η αποκόλληση.

Υπάρχουν δύο κύριες παραλλαγές του μοντέλου τύρβης  $k - \omega$ . Αυτές είναι οι ακόλουθες:

- Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  του Wilcox<sup>[28, 29]</sup>.
- Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  SST (Shear Stress Transport), του Menter<sup>[30, 31]</sup>.

Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$ , που αρχικά προτάθηκε από τον Wilcox, το 1988, και είναι ευρέως γνωστό ως μοντέλο τύρβης Standard  $k - \omega$ , διέπεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.13)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.14)$$

Στις Εξισώσεις (3.13) και (3.14), ως  $\tau_{ij}$  συμβολίζονται τα στοιχεία του τανυστή τάσεων και ως  $\mu_t$  η τυρβώδης συνεκτικότητα, η τιμή της οποίας υπολογίζεται ως:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.15)$$

Οι σταθερές, οι οποίες εμφανίζονται στις Εξισώσεις (3.13) και (3.14), έχουν τις εξής τιμές:

$$\alpha = \frac{5}{9} \quad \beta = \frac{3}{40} \quad \beta^* = \frac{9}{100} \quad \sigma_k = \sigma_\omega = \frac{1}{2} \quad (3.16)$$

Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  SST προτάθηκε από τον Menter το 1994. Σκοπός του συγκεκριμένου μοντέλου είναι η κάλυψη των αδυναμιών των μοντέλων τύρβης  $k - \epsilon$  και  $k - \omega$ , πραγματοποιώντας συνδυασμό και των δύο μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα, επιδιώκεται η βελτίωση των προβλέψεων, σε περιπτώσεις αρνητικής κλίσης πίεσης, καθώς και η επίλυση των προβλημάτων, που προκύπτουν από την υψηλή ευαισθησία του αρχικού μοντέλου τύρβης  $k - \omega$ , ως

προς την ελεύθερη ροή. Έτσι, μέσω του μοντέλου τύρβης  $k - \omega$  SST, καθίσταται δυνατή η χρήση του μοντέλου τύρβης  $k - \epsilon$ , σε περιοχές ελεύθερης ροής, και του μοντέλου τύρβης  $k - \omega$ , στην εσωτερική περιοχή του οριακού στρώματος.

Οι εξισώσεις, οι οποίες χαρακτηρίζουν το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  SST αναλύονται παρακάτω<sup>[32]</sup>:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_j)}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_j)}{\partial x_j} = \frac{\rho \gamma}{\mu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.18)$$

Όπου ως  $\mu_t$  συμβολίζεται το τυρβώδες ιξώδες, το οποίο, σε αυτήν την περίπτωση, δίδεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \frac{\rho \alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (3.19)$$

Οι συναρτήσεις  $F_1$  και  $F_2$  ορίζονται από τις σχέσεις:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.20)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^4) \quad (3.21)$$

Όπου:

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{\omega d^2} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{d^2 CD_{k\omega}} \right] \quad (3.22)$$

$$\arg_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{\omega d^2} \right) \quad (3.23)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (3.24)$$

$$\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \mu\epsilon W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.25)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, ως  $d$  συμβολίζεται η απόσταση από το στερεό τοίχωμα.

Τέλος, οι τιμές για τις σταθερές, που εμφανίζονται στις εξισώσεις, είναι:

Εσωτερική περιοχή οριακού στρώματος (σύνολο 1)

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega_1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad \sigma_{\kappa_1} = 0.85 \quad \sigma_{\omega_1} = 0.5 \quad \beta_1 = 0.075 \quad (3.26)$$

Περιοχή ελεύθερης ροής - τροποποιημένο μοντέλο τύρβης  $k - \epsilon$  (σύνολο 2)

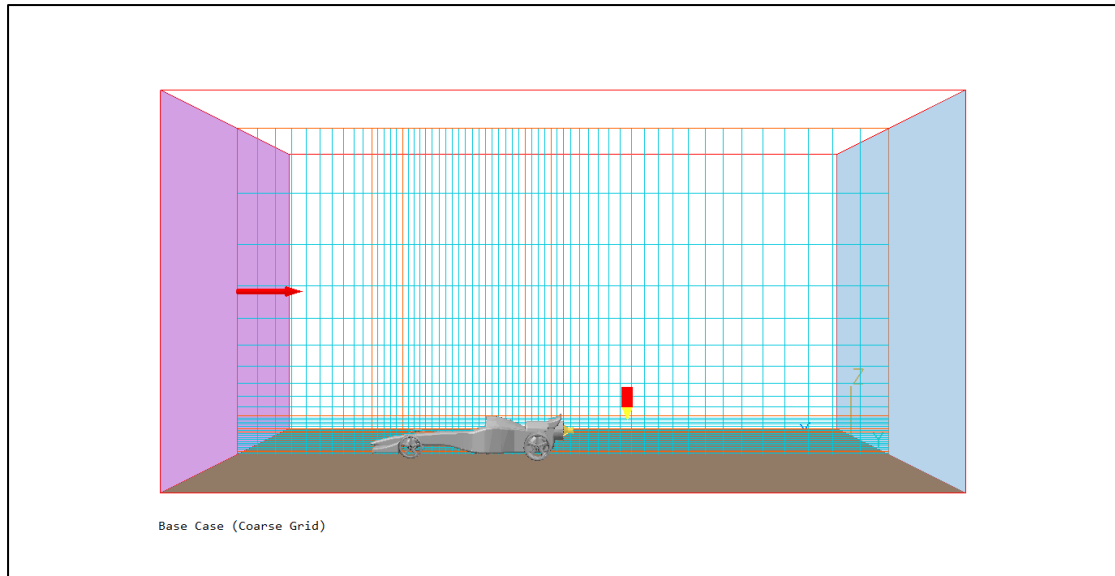
$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega_2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad \sigma_{\kappa_2} = 1.00 \quad \sigma_{\omega_2} = 0.856 \quad \beta_2 = 0.0828 \quad (3.27)$$

Θεώρηση SST (σύνολο 3)

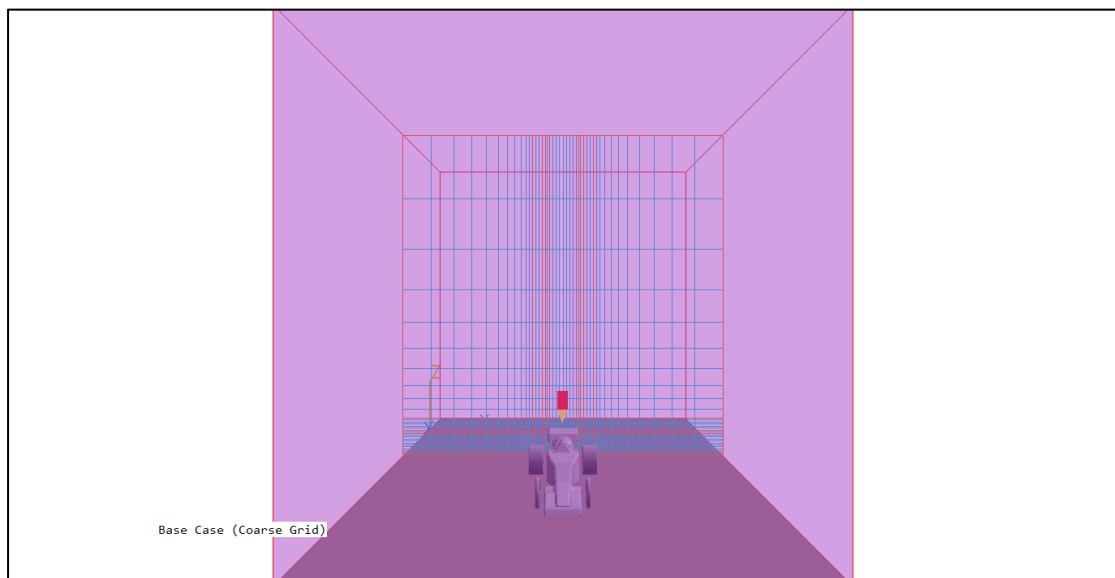
$$a_1 = 0.31 \quad \beta^* = 0.09 \quad \kappa = 0.41 \quad (3.28)$$

### Κεφάλαιο 3.3: Χρησιμοποιούμενα υπολογιστικά πλέγματα

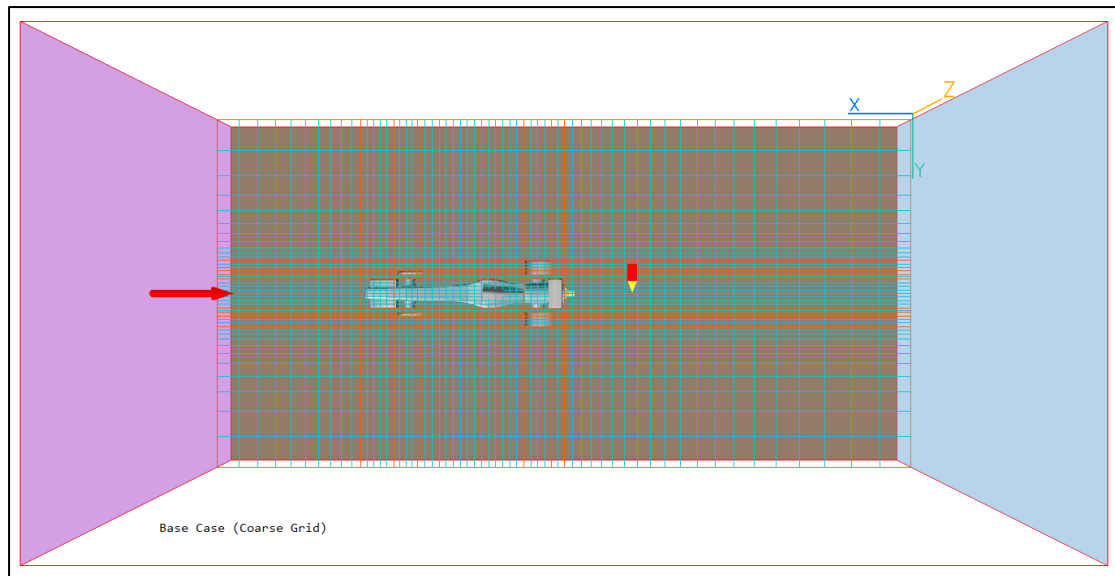
Όσον αφορά στο υπολογιστικό πλέγμα, χρησιμοποιήθηκε – τουλάχιστον για το πρώτο σκέλος της εργασίας, που είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων που αποδίδουν τα διαφορετικά μοντέλα τύρβης – ένα αραιό πλέγμα, κυρίως λόγω των χρονικών περιορισμών και των αυξημένων υπολογιστικών πόρων, που απαιτεί η προσομοίωση του προβλήματος με πυκνότερα πλέγματα. Το πλέγμα αυτό αποτελείται από 60 υπολογιστικά κελιά κατά τη διεύθυνση  $x$ , 42 υπολογιστικά κελιά κατά τη διεύθυνση  $y$  και 30 υπολογιστικά κελιά κατά τη διεύθυνση  $z$ .



*Εικόνα 3: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο xz).*



*Εικόνα 4: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο yz).*



*Εικόνα 5: Απεικόνιση του (αραιού) υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος (επίπεδο xy).*

Στις *Εικόνες 3 – 5*, γίνεται φανερή και η τοπική πύκνωση του πλέγματος, η οποία έχει πραγματοποιηθεί στις περιοχές, που βρίσκονται κοντά στο αμάξωμα του αγωνιστικού οχήματος.

Για το δεύτερο σκέλος της εργασίας, το οποίο αφορά στη μελέτη της ανεξαρτησίας των τιμών των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης από τις διαστάσεις του πλέγματος, χρησιμοποιήθηκαν επιπλέον τέσσερα υπολογιστικά πλέγματα. Τα δύο από αυτά είναι τα προκαθορισμένα, από το αρχείο της εξεταζόμενης περίπτωσης, πλέγματα μέσης και υψηλής πυκνότητας, ενώ τα υπόλοιπα, είναι δύο, ορισμένα από το χρήστη, υψηλής πυκνότητας υπολογιστικά πλέγματα.

Οι διαστάσεις όλων των υπολογιστικών πλεγμάτων, που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία, συνοψίζονται παρακάτω:

- Προκαθορισμένο πλέγμα χαμηλής πυκνότητας – 60x42x30
- Προκαθορισμένο πλέγμα μέσης πυκνότητας – 105x62x60
- Προκαθορισμένο πλέγμα υψηλής πυκνότητας – 145x82x75
- Ορισμένο από το χρήστη πλέγμα υψηλής πυκνότητας 1 – 155x90x80
- Ορισμένο από το χρήστη πλέγμα υψηλής πυκνότητας 2 – 175x100x90

## Κεφάλαιο 4: Μελέτες περιπτώσεων

### Κεφάλαιο 4.1: Μελέτη της επίδρασης της απόστασης του οχήματος από το έδαφος

Στην πρώτη μελέτη, εξετάστηκε η επίδραση που έχει η αυξομείωση της απόστασης του αμαξώματος από το έδαφος στους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τα τέσσερα διαφορετικά χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης.

#### Κεφάλαιο 4.1.1: Παρουσίαση γεωμετρικών χαρακτηριστικών

Στον Πίνακα 2, αναγράφονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αυτοκινήτου, για τις τρεις περιπτώσεις που μελετήθηκαν. Όπως γίνεται φανερό, πραγματοποιήθηκε σταδιακή αύξηση της απόστασης του αμαξώματος από το έδαφος, αρχικά από τα 0.005 m στα 0.010 m και, εν συνεχεία στα 0.020 m.

*Πίνακας 2: Οι διαστάσεις του μοντέλου, που χρησιμοποιήθηκαν στις τρεις περιπτώσεις (εκπεφρασμένες σε μέτρα).*

Περίπτωση	Απόσταση από το έδαφος	Διάμετρος εμπρόσθιων τροχών	Διάμετρος πίσω τροχών	Μήκος	Πλάτος	Ύψος
1	0.005	0.035	0.040	0.294	0.042	0.054
2	0.010	0.035	0.040	0.294	0.042	0.054
3	0.020	0.035	0.040	0.294	0.042	0.054

Κάθε μία από τις περιπτώσεις 1 – 3 μελετήθηκε με χρήση και των τεσσάρων μοντέλων τύρβης που αναφέρθηκαν στο **Κεφάλαιο 3.2**, επομένως, συνολικά πραγματοποιήθηκαν δώδεκα σειρές υπολογισμών.



#### Κεφάλαιο 4.1.2: Αποτελέσματα και σχολιασμός

Τα αποτελέσματα για τους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, όπως προέκυψαν από τους υπολογισμούς, αναγράφονται στον Πίνακα 3, που ακολουθεί.

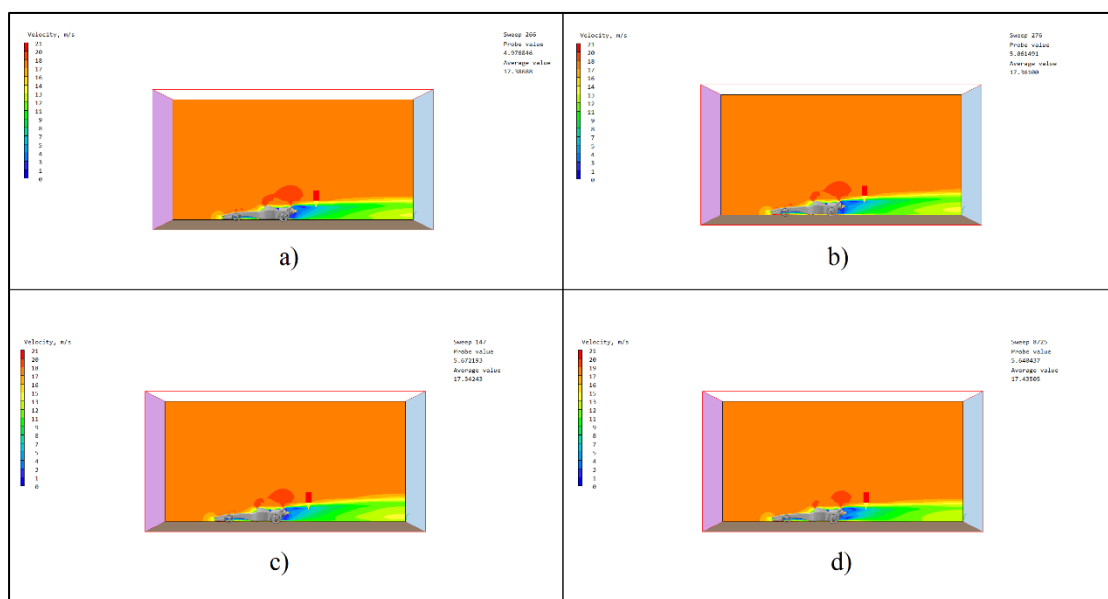
*Πίνακας 3: Επίδραση της απόστασης του οχήματος από το έδαφος στους υπολογισθέντες συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τα 4 μοντέλα τύρβης.*

Περίπτωση	Μοντέλο Τύρβης	Απόσταση από το έδαφος (m)	Συντελεστής Οπισθέλκουσας ( $C_d$ )	Συντελεστής Άνωσης ( $C_l$ )
1.1	Standard k - ε	0.005	0.661	0.101
1.2	Standard k - ε	0.010	0.627	0.108
1.3	Standard k - ε	0.020	0.615	0.085
2.1	Chen - Kim k - ε	0.005	0.660	0.095
2.2	Chen - Kim k - ε	0.010	0.624	0.107
2.3	Chen - Kim k - ε	0.020	0.609	0.080
3.1	LES - Smagorinsky	0.005	0.666	0.097
3.2	LES - Smagorinsky	0.010	0.630	0.103
3.3	LES - Smagorinsky	0.020	0.623	0.095
4.1	k - ω SST	0.005	0.670	0.087
4.2	k - ω SST	0.010	0.690	0.119
4.3	k - ω SST	0.020	0.607	0.075

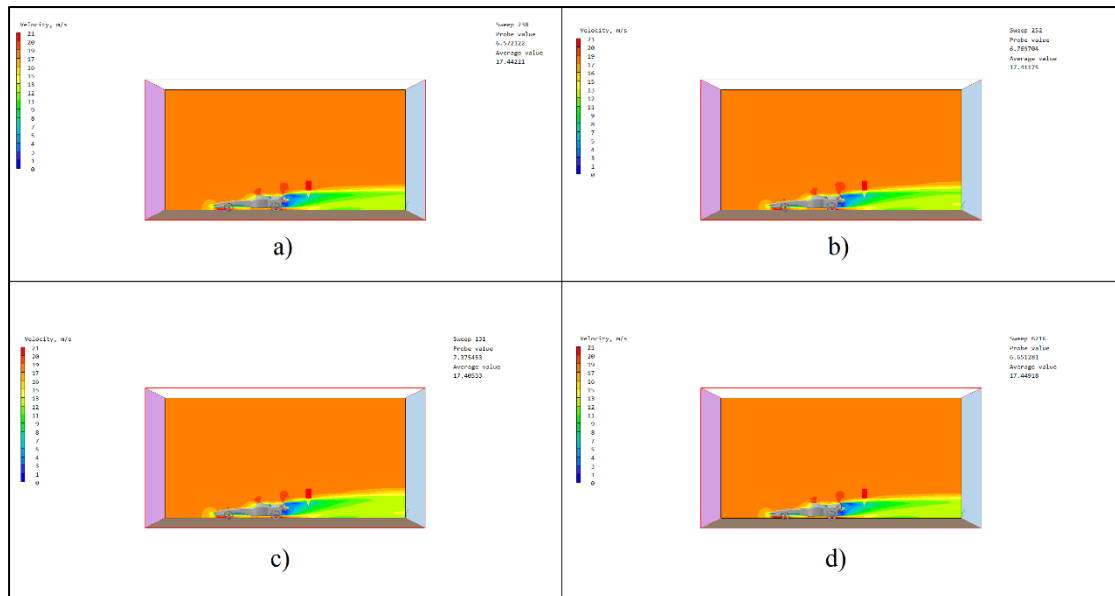
Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 3, παρατηρείται ότι η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας μειώνεται, καθώς η απόσταση του αυτοκινήτου από το έδαφος αυξάνεται. Αντιθέτως, η τιμή του συντελεστή άνωσης, αρχικά αυξάνεται ελαφρώς και, στη συνέχεια μειώνεται, φθάνοντας τελικά σε μικρότερη τιμή αυτής που προκύπτει από την απόσταση των 0.005 m (οριακά μικρότερη για το μοντέλο LES - Smagorinsky). Οι τάσεις αυτές παρατηρούνται και για τα τέσσερα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν. Μόνη εξαίρεση αποτελούν τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από το μοντέλο τύρβης k - ω SST, για τον συντελεστή οπισθέλκουσας, αφού, σε αυτήν την περίπτωση, η τιμή του αρχικά αυξάνεται, και στη συνέχεια, μειώνεται.

Συμπεραίνεται ότι, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.020 m, τόσο ο συντελεστής οπισθέλκουσας, όσο και ο συντελεστής άνωσης, λαμβάνουν την ελάχιστη τιμή τους. Μάλιστα, το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  SST είναι αυτό που αποδίδει χαμηλότερες τιμές και για τους δύο συντελεστές. Συγκεκριμένα, για την απόσταση των 0.020 m, οι συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης είναι μειωμένοι κατά **1.301%** και **11.76%**, αντιστοίχως, από αυτούς του μοντέλου τύρβης Standard  $k - \epsilon$ , κατά **0.3284%** και **6.25%**, αντιστοίχως, από του μοντέλου τύρβης Chen - Kim  $k - \epsilon$ , και κατά **2.568%** και **21.05%**, αντιστοίχως, από αυτούς που υπολογίσθηκαν μέσω του μοντέλου τύρβης LES - Smagorinsky.

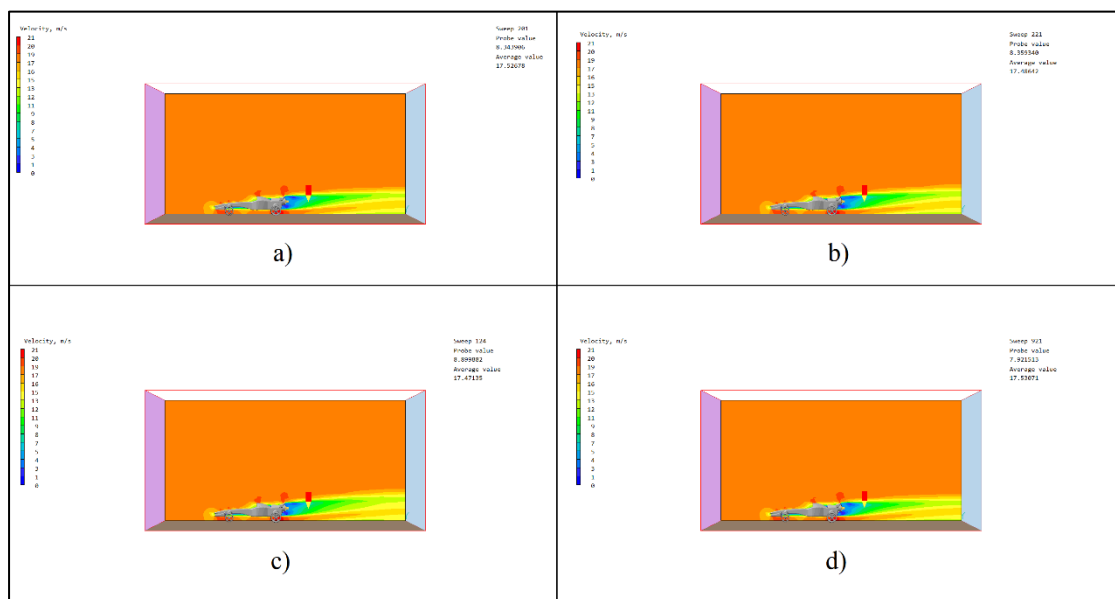
Στις Εικόνες 6 - 8, παρατίθενται οι ισογραμμές ταχύτητας, κατά μήκος του οχήματος, για τις τρεις διαφορετικές αποστάσεις από το έδαφος και τα τέσσερα χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης.



Εικόνα 6: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m  
 - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen - Kim  $k - \epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.



*Εικόνα 7: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.010 m - a) Standard  $k-\epsilon$ , b) Chen - Kim  $k-\epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k-\omega$  SST.*

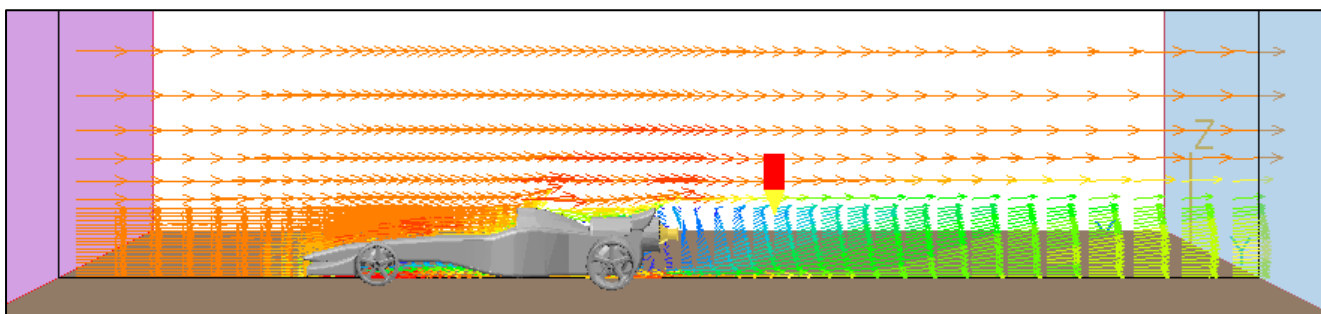


*Εικόνα 8: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.020 m - a) Standard  $k-\epsilon$ , b) Chen - Kim  $k-\epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k-\omega$  SST.*

Όπως φαίνεται και από τις *Εικόνες 6 - 8*, η τιμή της ταχύτητας του αέρα, ακριβώς πίσω από το αμάξωμα του αγωνιστικού αυτοκινήτου, έχει πολύ χαμηλή τιμή, κάτι το οποίο είναι λογικό και αναμενόμενο, λόγω της παρεμβολής του αμαξώματος στην κυκλοφορία του αέρα.

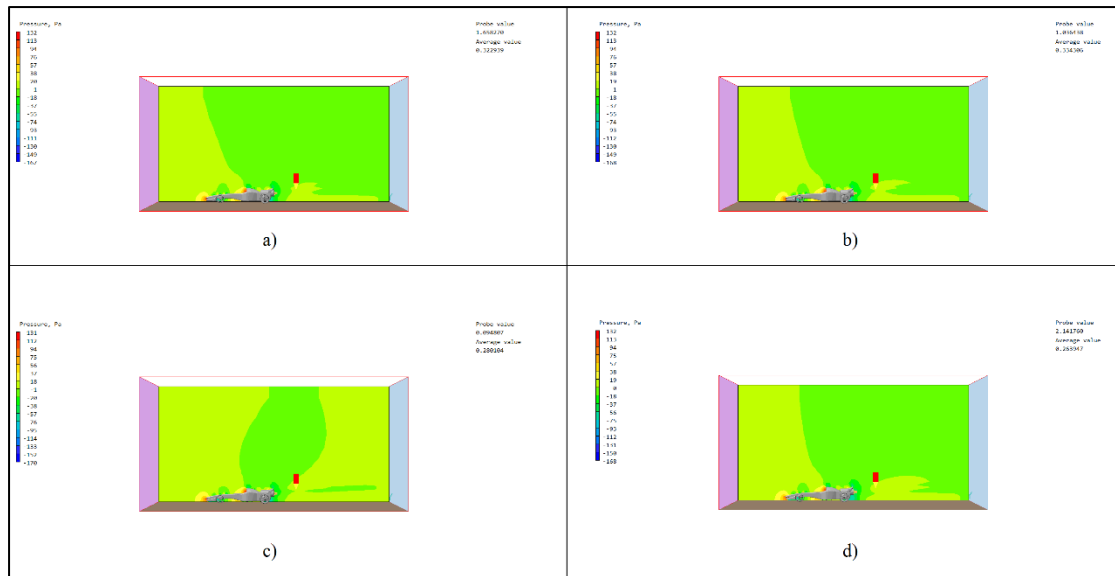
Παράλληλα, στις ισογραμμές της ταχύτητας, διακρίνονται και δύο περιοχές αυξημένης ταχύτητας, στο πίσω μέρος του οχήματος, και συγκεκριμένα πάνω από το κάλυμμα της μηχανής και πάνω από την αεροτομή. Είναι πιθανόν το γεγονός αυτό να οφείλεται στη μεταβολή της κατεύθυνσης των διανυσμάτων της ταχύτητας στα συγκεκριμένα σημεία, καθώς αυτή αλλάζει από οριζόντια σε ελαφρώς διαγώνια προς τα πάνω, λόγω της πρόσπτωσης στα προαναφερθέντα «εμπόδια» στη ροή. Το γεγονός αυτό, έχει ως αποτέλεσμα η συμβολή αυτών των διανυσμάτων με τα ήδη υπάρχοντα – οριζόντια – διανύσματα που βρίσκονται ακριβώς από πάνω να δημιουργεί τις περιοχές αυξημένης ταχύτητας.

Σε μία προσπάθεια να καταστεί η παρατήρηση αυτή πιο κατανοητή, στην Εικόνα 9, παρουσιάζεται η κατανομή των διανυσμάτων της ταχύτητας, ενδεικτικά για το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$  και για απόσταση οχήματος από το έδαφος ίση με 0.005 m, όπου το φαινόμενο αυτό είναι πιο έντονο.

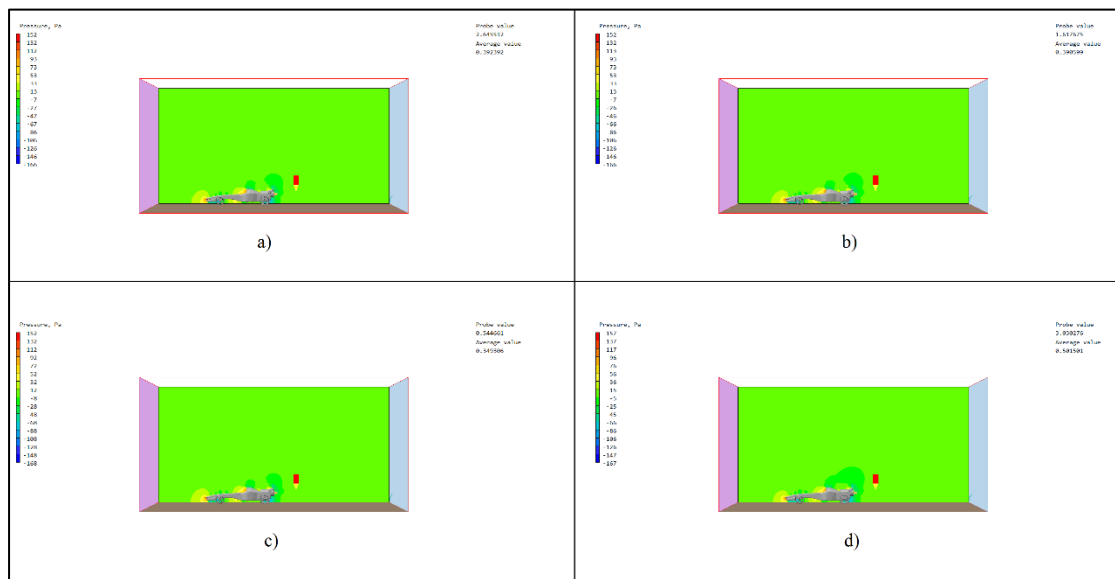


*Εικόνα 9: Απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας, ενδεικτικά για το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$  και για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m. Αμέσως γίνεται ορατή η απότομη αλλαγή της κατεύθυνσης των διανυσμάτων πάνω από το κάλυμμα της μηχανής και την αεροτομή.*

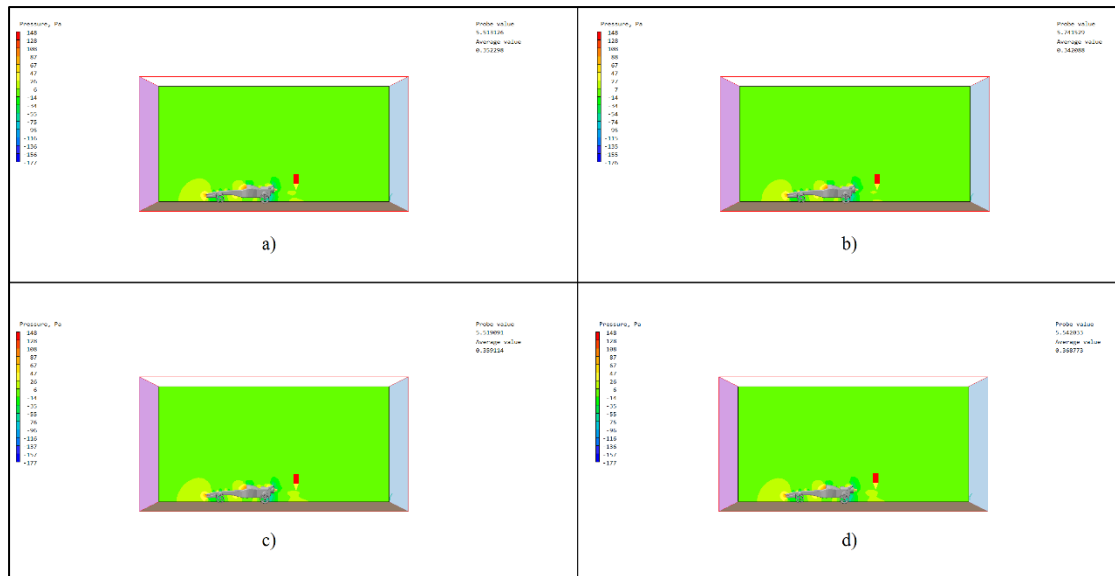
Στις Εικόνες 10 – 12, απεικονίζεται και η κατανομή της πίεσης, κατά μήκος του αυτοκινήτου, για τις τρεις περιπτώσεις απόστασης από το έδαφος και τα τέσσερα μοντέλα τύρβης.



*Εικόνα 10: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen - Kim  $k - \epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*



*Εικόνα 11: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.010 m - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen - Kim  $k - \epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*



*Εικόνα 12: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για απόσταση από το έδαφος ίση με 0.020 m - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen – Kim  $k - \epsilon$ , c) LES – Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*

Στις Εικόνες 10 – 12, από τις ισογραμμές της πίεσης, γίνεται εμφανές ότι, όπως και στην περίπτωση της ταχύτητας του αέρα, έτσι και εδώ, υπάρχουν περιοχές αυξημένης πίεσης, οι οποίες, στο μεγαλύτερο μέρος των περιπτώσεων, εντοπίζονται στην εμπρόσθια αεροτομή και μπροστά από το κάλυμμα της μηχανής, στα σημεία, δηλαδή, όπου υπάρχουν ξαφνικά εμπόδια στη ροή. Αντιθέτως, ακριβώς πίσω από το αμάξωμα, καθώς και πίσω από τους τροχούς του οχήματος, παρατηρούνται περιοχές, στις οποίες η πίεση λαμβάνει αρνητική τιμή. Το γεγονός αυτό σχετίζεται με την ύπαρξη έντονων ανακυκλοφοριών της ροής, στις περιοχές αυτές. Οι ανακυκλοφορίες αυτές γίνονται ορατές και από τη φορά των διανυσμάτων της  $x - \text{συνιστώσας}$  της ταχύτητας του αέρα, που απεικονίζονται στην Εικόνα 9.

## Κεφάλαιο 4.2: Μελέτη της επίδρασης της διαμέτρου των πίσω τροχών

Η δεύτερη μελέτη, η οποία πραγματοποιήθηκε, αφορά στην επίδραση που έχει η μεταβολή της διαμέτρου των πίσω τροχών στις υπολογισθείσες τιμές των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης.

### Κεφάλαιο 4.2.1: Παρουσίαση γεωμετρικών χαρακτηριστικών

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μοντέλου, για τις τρεις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, αναγράφονται στον Πίνακα 4.

*Πίνακας 4: Οι διαστάσεις του μοντέλου, που χρησιμοποιήθηκαν στις τρεις περιπτώσεις (εκπεφρασμένες σε μέτρα).*

Περίπτωση	Απόσταση από το έδαφος	Διάμετρος εμπρόσθιων τροχών	Διάμετρος πίσω τροχών	Μήκος	Πλάτος	Ύψος
4	0.005	0.030	0.031	0.294	0.042	0.054
5	0.005	0.030	0.035	0.294	0.042	0.054
6	0.005	0.030	0.040	0.294	0.042	0.054

Δηλαδή, στη συγκεκριμένη μελέτη, η απόσταση του οχήματος από το έδαφος παρέμεινε σταθερή και ίση με 0.005 m, ενώ η διάμετρος των εμπρόσθιων τροχών τέθηκε ίση με 0.030 m. Η τιμή αυτή είναι η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή διαμέτρου, από το λογισμικό PHOENICS. Σε περίπτωση που χρησιμοποιηθεί μικρότερη διάμετρος, το λογισμικό εμφανίζει ένα σφάλμα, σχετικό με τη μη ικανοποίηση των προδιαγραφών, οι οποίες έχουν τεθεί από τη Formula 1. Η τιμή της διαμέτρου των πίσω τροχών μεταβλήθηκε από 0.031 m, αρχικά σε 0.035 m και, κατόπιν, σε 0.040 m.

Και σε αυτήν τη μελέτη πραγματοποιήθηκαν συνολικά δώδεκα σειρές υπολογισμών, τέσσερις – όσα και τα μοντέλα τύρβης – για κάθε περίπτωση.

### Κεφάλαιο 4.2.2: Αποτελέσματα και σχολιασμός

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν για τους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τις διαφορετικές περιπτώσεις. Τα αποτελέσματα αυτά αναγράφονται στον Πίνακα 5.

*Πίνακας 5: Επίδραση της διαμέτρου των πίσω τροχών στους υπολογισθέντες συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης, για τα 4 μοντέλα τύρβης.*

Περίπτωση	Μοντέλο Τύρβης	Διάμετρος πίσω τροχού (m)	Συντελεστής Οπισθέλκουσας ( $C_d$ )	Συντελεστής Άνωσης ( $C_l$ )
1.4	Standard k - ε	0.031	0.693	0.310
1.5	Standard k - ε	0.035	0.767	0.209
1.6	Standard k - ε	0.040	0.618	0.096
2.4	Chen - Kim k - ε	0.031	0.691	0.303
2.5	Chen - Kim k - ε	0.035	0.765	0.201
2.6	Chen - Kim k - ε	0.040	0.595	0.037
3.4	LES - Smagorinsky	0.031	0.747	0.402
3.5	LES - Smagorinsky	0.035	0.860	0.257
3.6	LES - Smagorinsky	0.040	0.627	0.092
4.4	k - ω SST	0.031	0.788	0.490
4.5	k - ω SST	0.035	0.954	0.317
4.6	k - ω SST	0.040	0.637	0.045

Σε αυτήν τη μελέτη, και για τα τέσσερα χρησιμοποιούμενα μοντέλα τύρβης, η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας, αρχικά αυξάνεται σημαντικά και, στη συνέχεια, μειώνεται, φθάνοντας τελικά σε μία τιμή, μικρότερη της αρχικής. Αντιθέτως, η τιμή του συντελεστή άνωσης, αρχικά είναι αρκετά υψηλή και, όσο αυξάνεται η διάμετρος των πίσω τροχών, αυτή συνεχώς μειώνεται.

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 5, γίνεται φανερό ότι η τιμή της διαμέτρου των πίσω τροχών, για την οποία οι συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης έχουν τη χαμηλότερη τιμή, είναι αυτή των 0.040 m. Μάλιστα, η παρατήρηση αυτή ισχύει και για τα τέσσερα μοντέλα τύρβης, που χρησιμοποιήθηκαν.

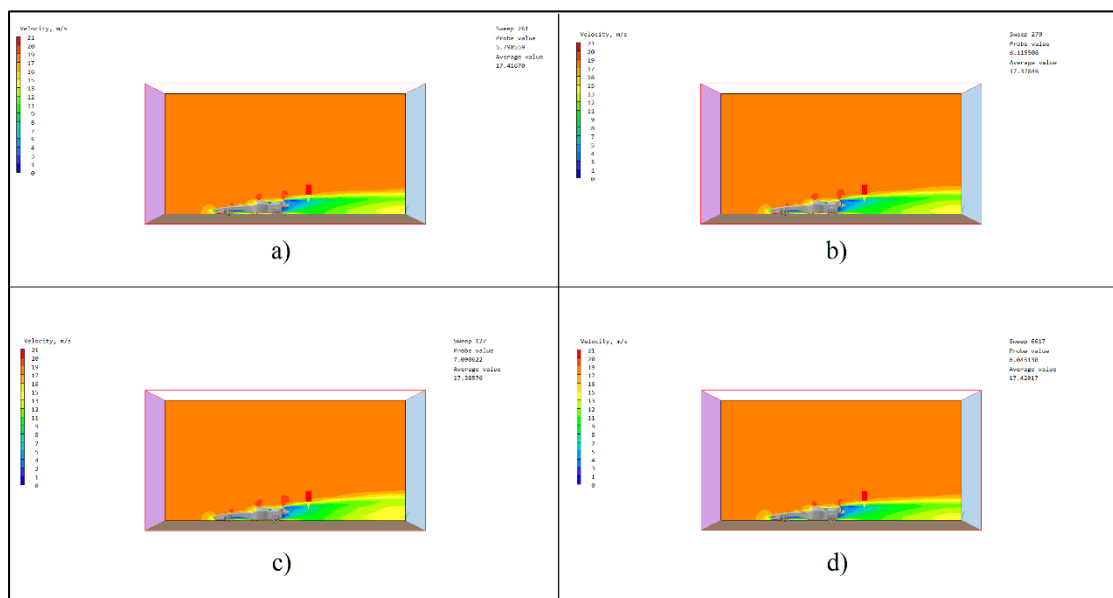
Στη συγκεκριμένη τη μελέτη, σε αντίθεση με αυτήν που αναλύθηκε στο **Κεφάλαιο 4.1**, το μοντέλο τύρβης Chen - Kim k - ε, αποδίδει τις χαμηλότερες τιμές



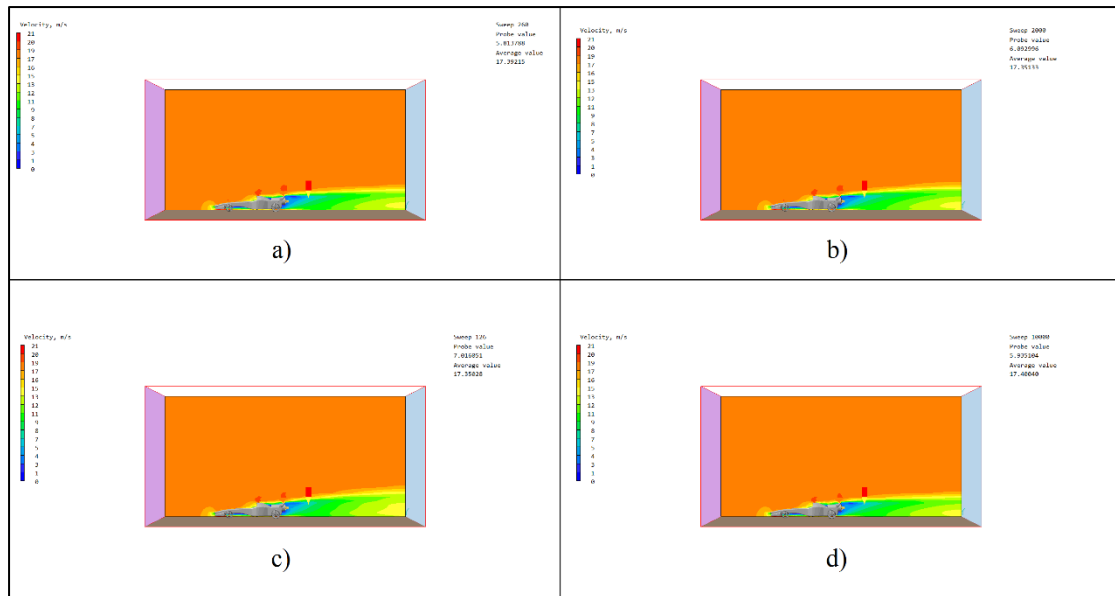
αεροδυναμικών συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης, συγκριτικά με τα άλλα μοντέλα τύρβης.

Για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.040 m (που είναι και αυτή, από την οποία προκύπτουν οι χαμηλότερες τιμές συντελεστών), η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας, που προκύπτει από το μοντέλο τύρβης Chen – Kim  $k - \epsilon$ , είναι μειωμένη κατά **3.722%** αυτής που προκύπτει από το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$ , κατά **5.104%** αυτής του μοντέλου τύρβης LES – Smagorinsky και κατά **6.593%** αυτής του μοντέλου τύρβης  $k - \omega$  SST. Η μεγάλη διαφορά παρατηρείται στο συντελεστή άνωσης, καθώς η τιμή αυτού είναι κατά **61.46%** μικρότερη από αυτήν που υπολογίζεται με το μοντέλο τύρβης Standard  $k - \epsilon$ , κατά **59.78%** μικρότερη αυτής που υπολογίζεται με το μοντέλο τύρβης LES – Smagorinsky και κατά **17.78%** μικρότερη αυτής που υπολογίζεται, μέσω του μοντέλου τύρβης  $k - \omega$  SST.

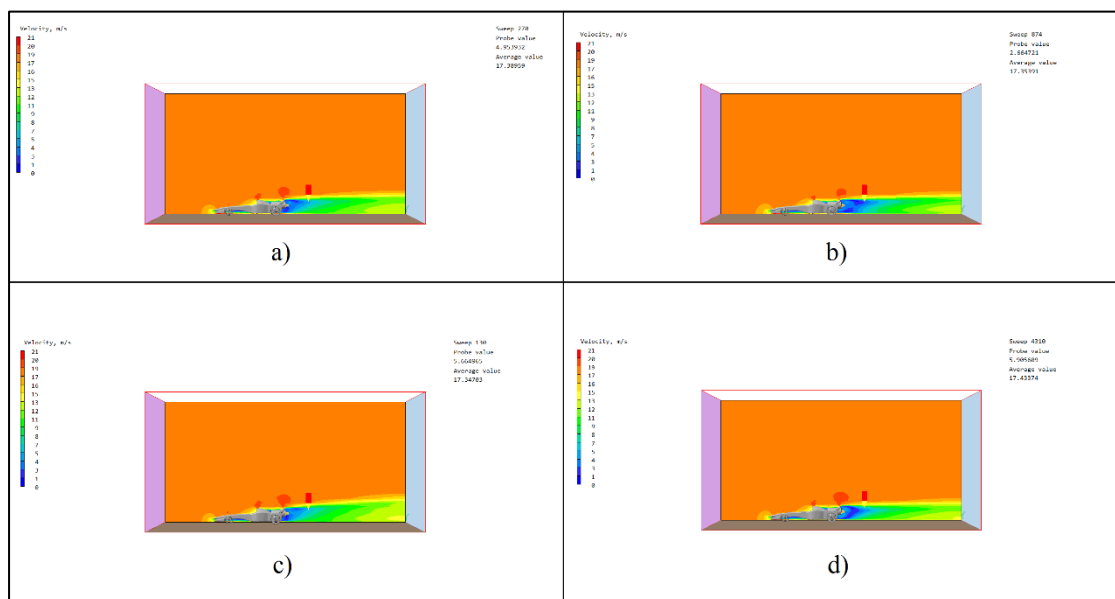
Στις Εικόνες 13 – 15 παρατίθενται τα διαγράμματα των ισογραμμών της ταχύτητας, κατά μήκος του αγωνιστικού οχήματος, για τις τρεις διαφορετικές διαμέτρους των πίσω τροχών και για τα τέσσερα μοντέλα τύρβης, που χρησιμοποιήθηκαν κάθε φορά, ενώ στις Εικόνες 16 – 18, παρατίθενται τα αντίστοιχα διαγράμματα κατανομής της πίεσης.



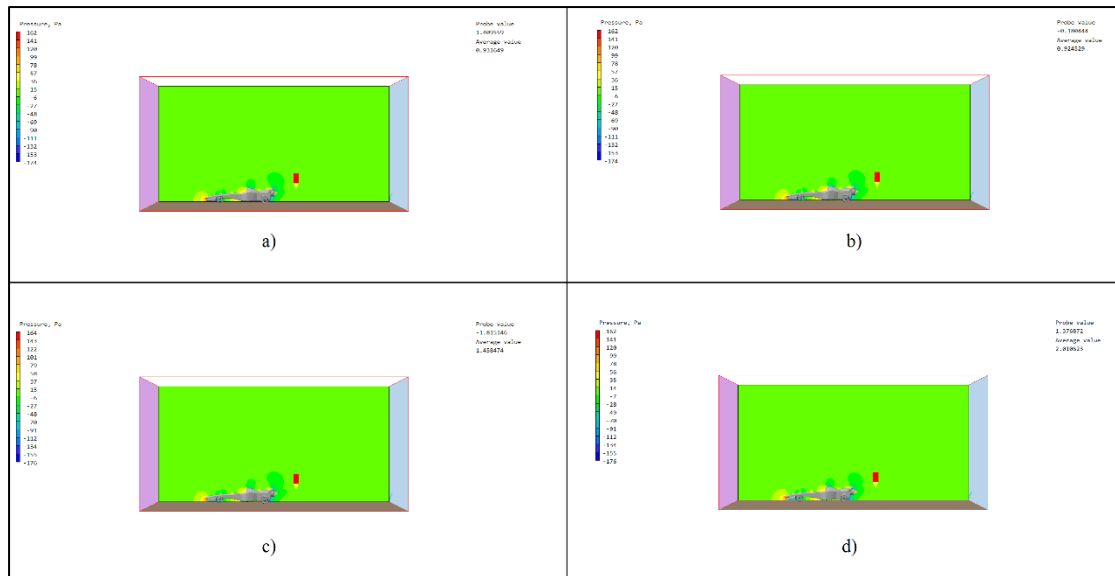
Εικόνα 13: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.031 m – a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen – Kim  $k - \epsilon$ , c) LES – Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.



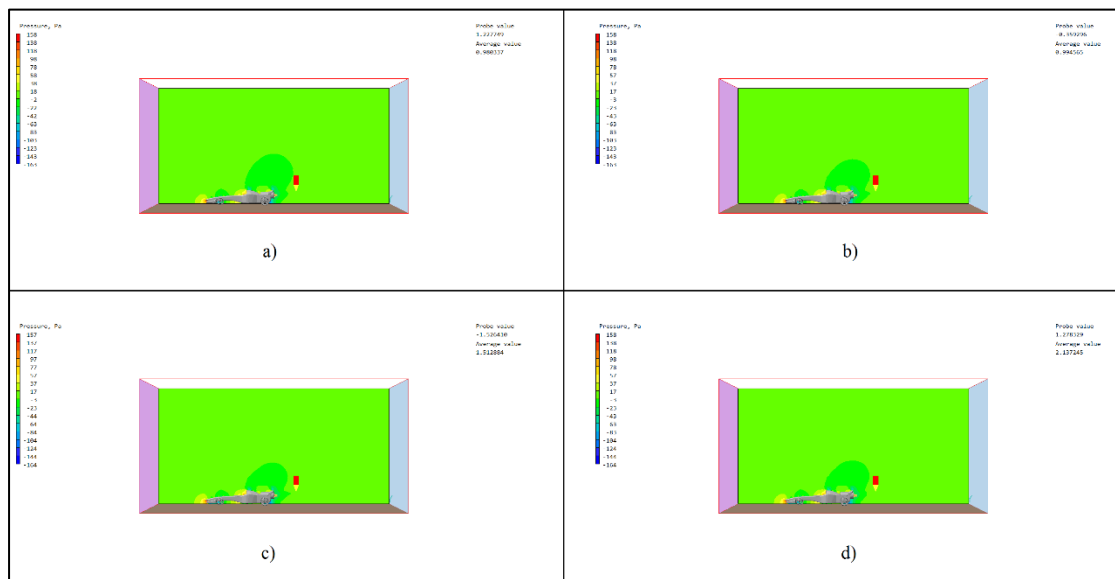
*Εικόνα 14: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.035 m - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen - Kim  $k - \epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*



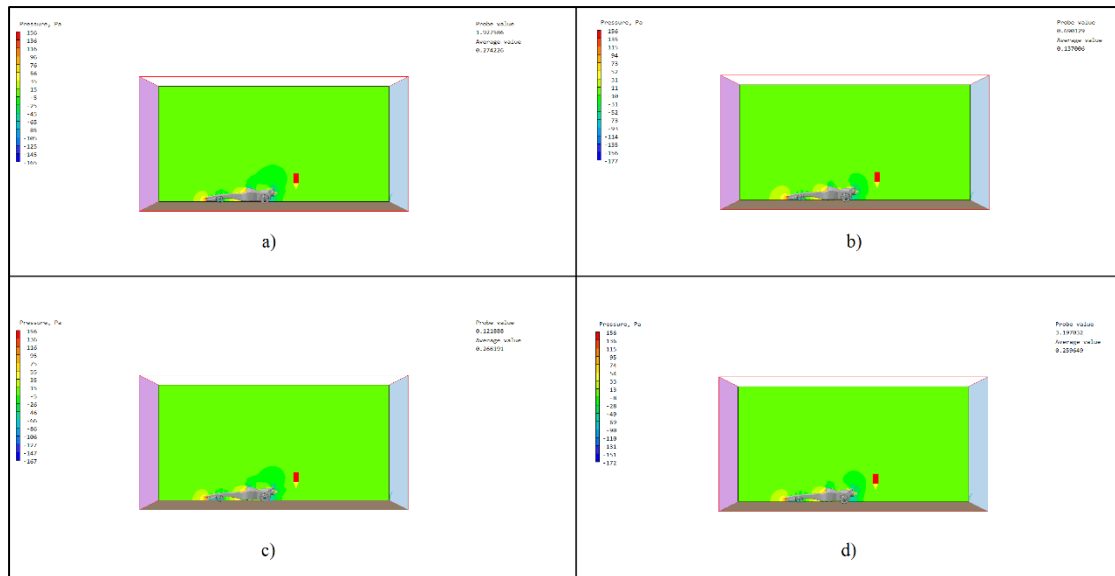
*Εικόνα 15: Απεικόνιση των ισογραμμών ταχύτητας, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.040 m - a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen - Kim  $k - \epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*



*Εικόνα 16: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.031 m - a) Standard  $k-\epsilon$ , b) Chen - Kim  $k-\epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k-\omega$  SST.*



*Εικόνα 17: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.035 m - a) Standard  $k-\epsilon$ , b) Chen - Kim  $k-\epsilon$ , c) LES - Smagorinsky, d)  $k-\omega$  SST.*



*Εικόνα 18: Απεικόνιση της κατανομής της πίεσης, για διάμετρο πίσω τροχών ίση με 0.040 m – a) Standard  $k - \epsilon$ , b) Chen – Kim  $k - \epsilon$ , c) LES – Smagorinsky, d)  $k - \omega$  SST.*

Οι ίδιες παρατηρήσεις, σχετικά με τη μειωμένη τιμή της ταχύτητας του αέρα, πίσω από το αγωνιστικό αυτοκίνητο, τις περιοχές αυξημένης ταχύτητας, πάνω από το κάλυμμα της μηχανής και την αεροτομή, οι οποίες αναλύθηκαν στο **Κεφάλαιο 4.1.2**, ισχύουν και σε αυτήν τη μελέτη περιπτώσεων. Επίσης, και σε αυτήν τη μελέτη περιπτώσεων, εμφανίζονται αυξημένες τιμές πίεσης, κοντά στην εμπρόσθια αεροτομή και το κάλυμμα της μηχανής, ενώ πίσω από το αμάξωμα και τους τροχούς, η πίεση έχει ξανά αρνητικές τιμές, λόγω των προαναφερθεισών ανακυκλοφοριών.

## Κεφάλαιο 5: Σύγκριση των χρόνων σύγκλισης των μοντέλων τύρβης

Σε αυτό το κεφάλαιο, αναλύεται ο χρόνος, ο οποίος απαιτείται από κάθε ένα από τα τέσσερα χρησιμοποιηθέντα μοντέλα τύρβης, προκειμένου να επιτευχθεί σύγκλιση, στο λογισμικό PHOENICS. Τα αποτελέσματα αφορούν στις μελέτες, οι οποίες έλαβαν χώρα, με χρήση του αραιού υπολογιστικού πλέγματος του προβλήματος, για τις Περιπτώσεις 1 – 6, όπως αυτές περιγράφονται στα **Κεφάλαια 4.1.1** και **4.2.1**, και αναγράφονται στον Πίνακα 6.

*Πίνακας 6: Σύγκριση των απαιτούμενων χρόνων, ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση, για τα τέσσερα μοντέλα τύρβης.*

Αριθμός Περίπτωσης	Μοντέλο Τύρβης			
	Standard k - ε	Chen - Kim k - ε	LES - Smagorinsky	k - ω SST
1	529 s	402 s	147 s	8634 s
2	359 s	409 s	218 s	6373 s
3	292 s	341 s	179 s	999 s
4	390 s	462 s	201 s	5825 s
5	400 s	2650 s	193 s	9122 s
6	391 s	1463 s	177 s	5854 s

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 6, το μοντέλο τύρβης, το οποίο συγκλίνει ταχύτερα, για το αραιό υπολογιστικό πλέγμα, είναι το μοντέλο τύρβης LES - Smagorinsky, έχοντας μέσο χρόνο σύγκλισης περίπου ίσο με **185.83 s**. Το μοντέλο τύρβης Standard k - ε συγκλίνει με πιο αργό ρυθμό, έχοντας μέσο χρόνο σύγκλισης ίσο με **393.5 s**. Τέλος, τα μοντέλα τύρβης Chen - Kim k - ε και k - ω SST συγκλίνουν αισθητά πιο αργά, με μέσους χρόνους σύγκλισης, ίσους με **954.5 s** και **6134.5 s**, αντιστοίχως.

## Κεφάλαιο 6: Μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος

Κατά το τελευταίο σκέλος της εργασίας, πραγματοποιήθηκε σύγκριση των αποτελεσμάτων, που προκύπτουν, όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικές διαστάσεις πλέγματος.

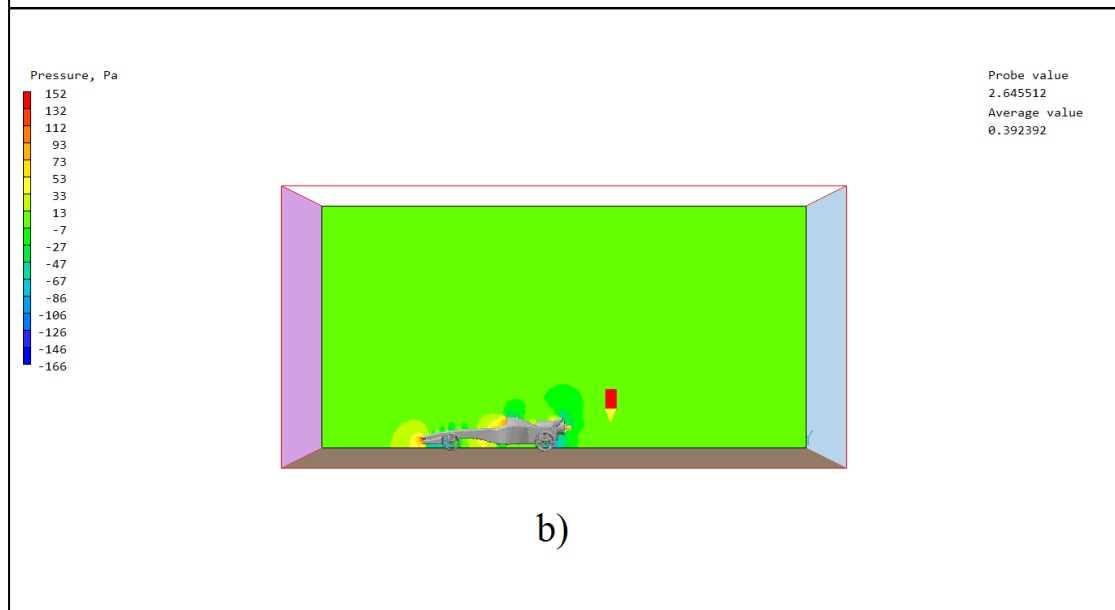
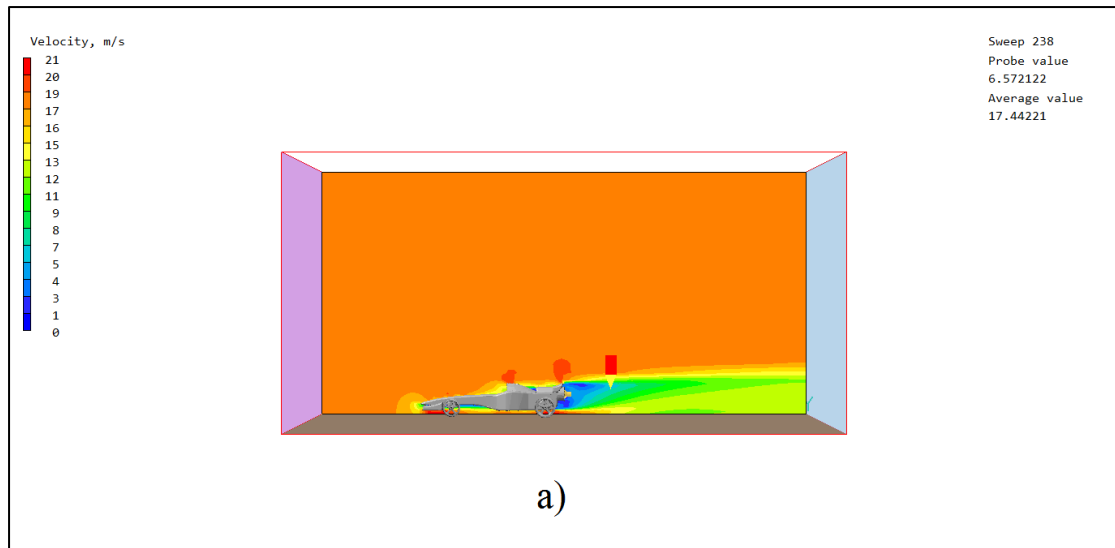
Τα υπολογιστικά πλέγματα που χρησιμοποιήθηκαν, είναι αυτά που αναφέρθηκαν στο **Κεφάλαιο 3.3**. Δηλαδή:

- Προκαθορισμένο πλέγμα χαμηλής πυκνότητας - 60x42x30
- Προκαθορισμένο πλέγμα μέσης πυκνότητας - 105x62x60
- Προκαθορισμένο πλέγμα υψηλής πυκνότητας - 145x82x75
- Ορισμένο από το χρήστη πλέγμα υψηλής πυκνότητας 1 - 155x90x80
- Ορισμένο από το χρήστη πλέγμα υψηλής πυκνότητας 2 - 175x100x90

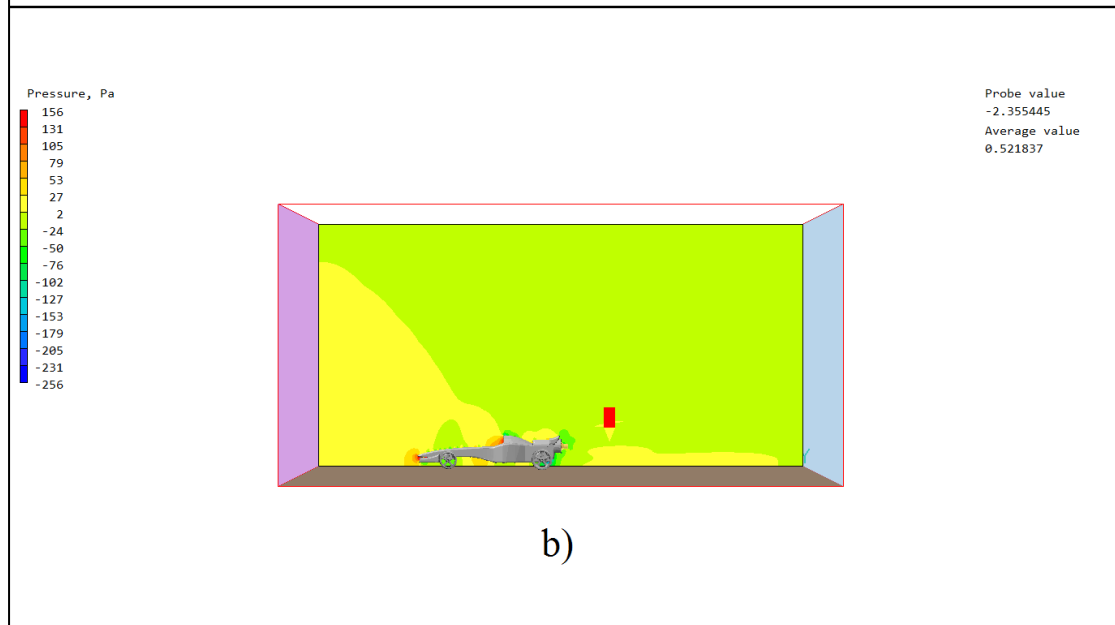
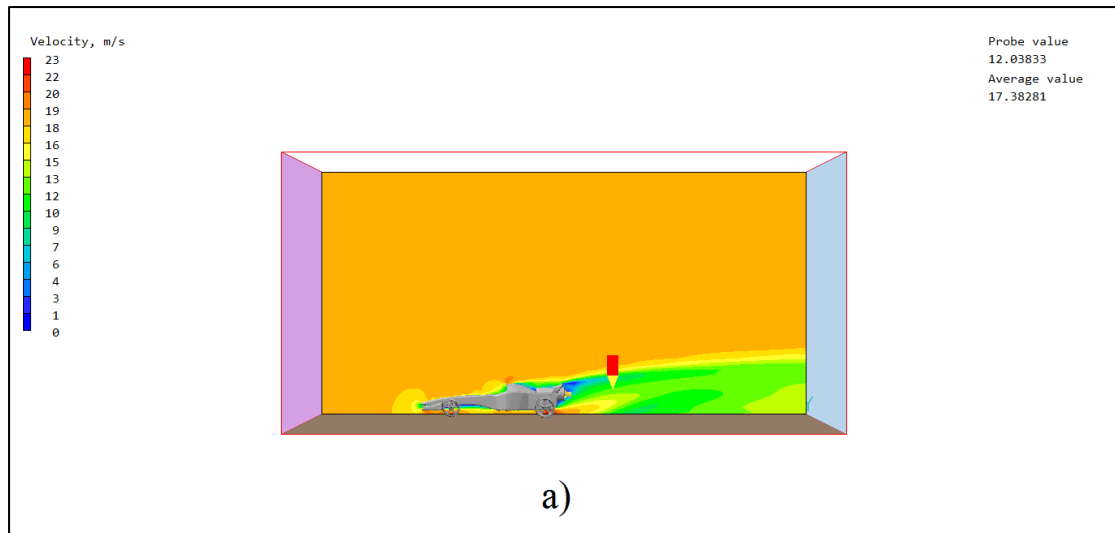
Ενδεικτικά, μελετήθηκαν τα αποτελέσματα του μοντέλου τύρβης Standard k – ε, για δύο περιπτώσεις:

- Απόσταση από το έδαφος ίση με 0.010 m, διάμετρος εμπρόσθιου τροχού ίση με 0.035 m, διάμετρος πίσω τροχού ίση με 0.040 m (Περίπτωση 1.2).
- Απόσταση από το έδαφος ίση με 0.005 m, διάμετρος εμπρόσθιου τροχού ίση με 0.030 m, διάμετρος πίσω τροχού ίση με 0.035 m (Περίπτωση 1.5).

Στις Εικόνες 19 – 28, παρουσιάζονται οι κατανομές της ταχύτητας του αέρα και της πίεσης, κατά μήκος του αμαξώματος, για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις γεωμετρικών χαρακτηριστικών, και για όλες τις διαστάσεις υπολογιστικών πλεγμάτων που μελετήθηκαν.

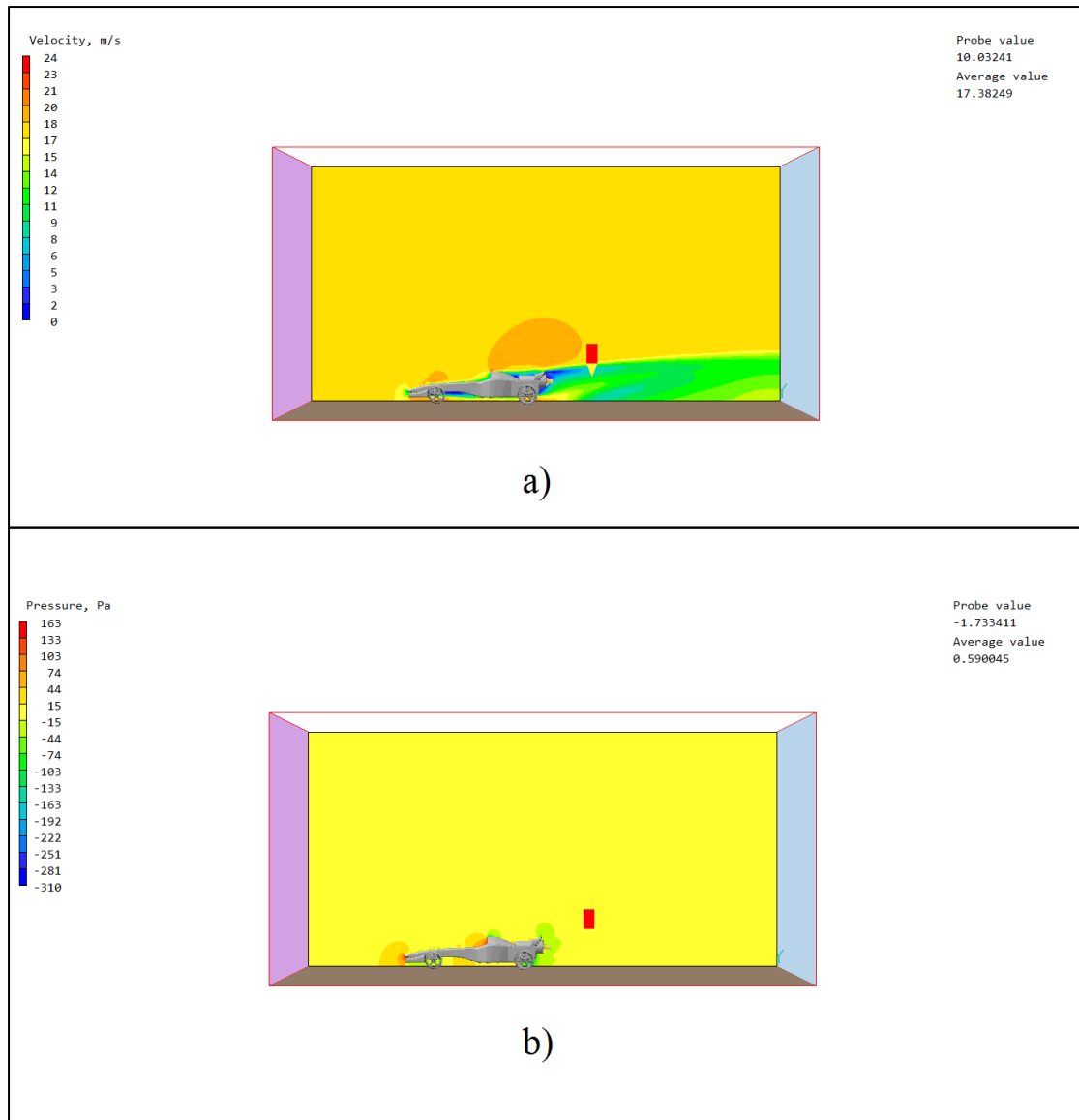


*Εικόνα 19: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το αραιό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2).*

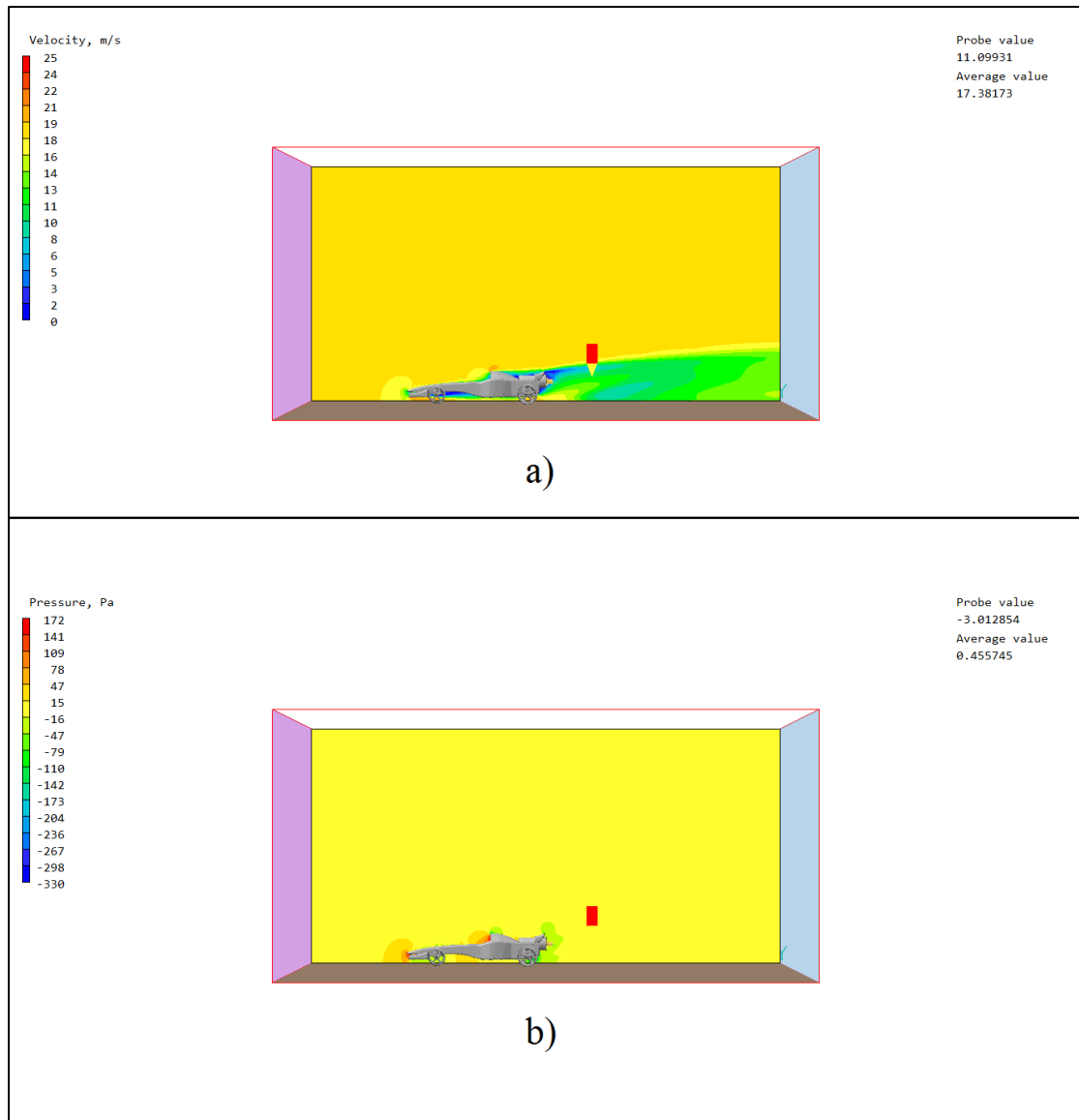


*Εικόνα 20: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2).*

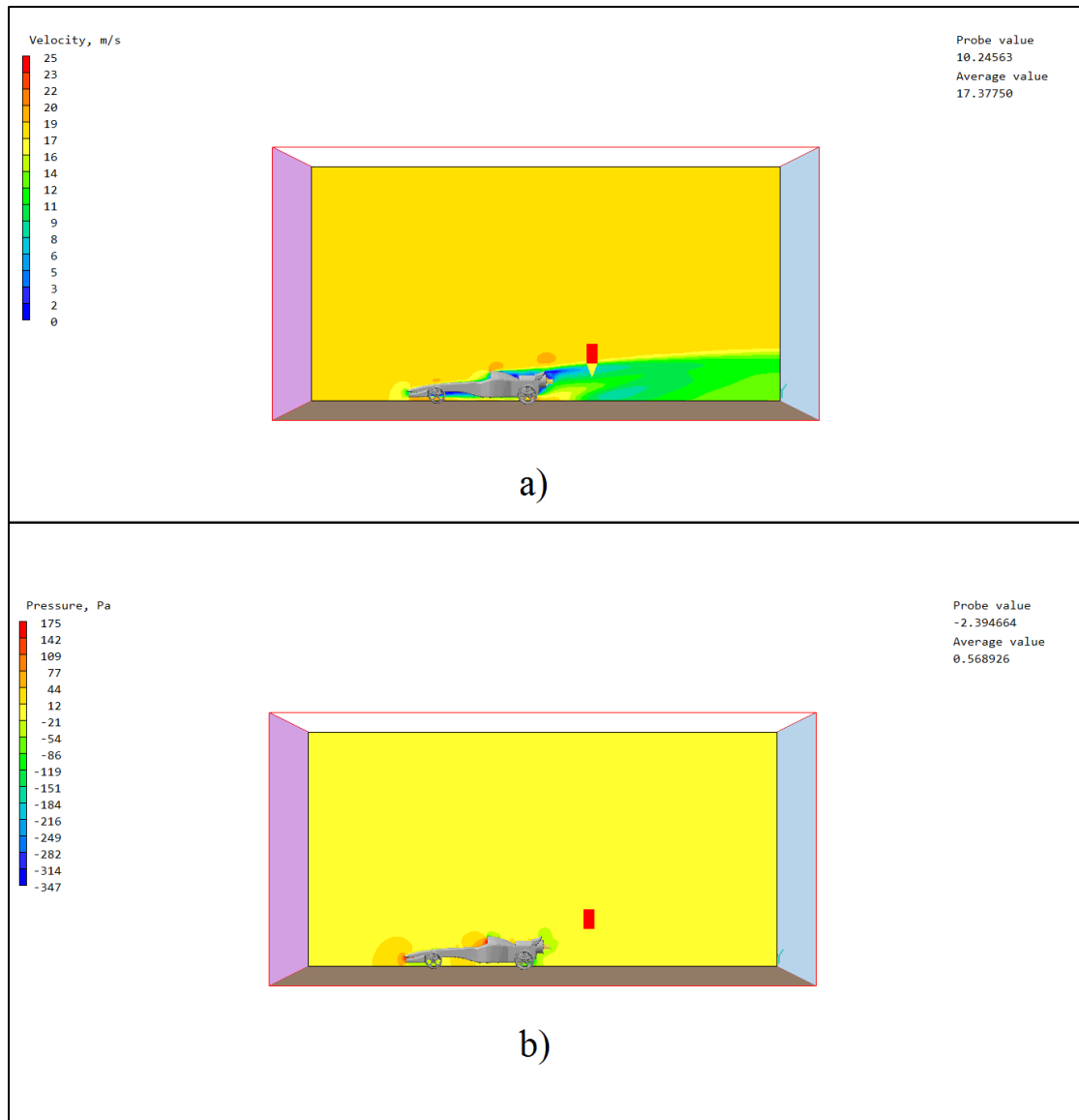




*Εικόνα 21: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πυκνό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2).*

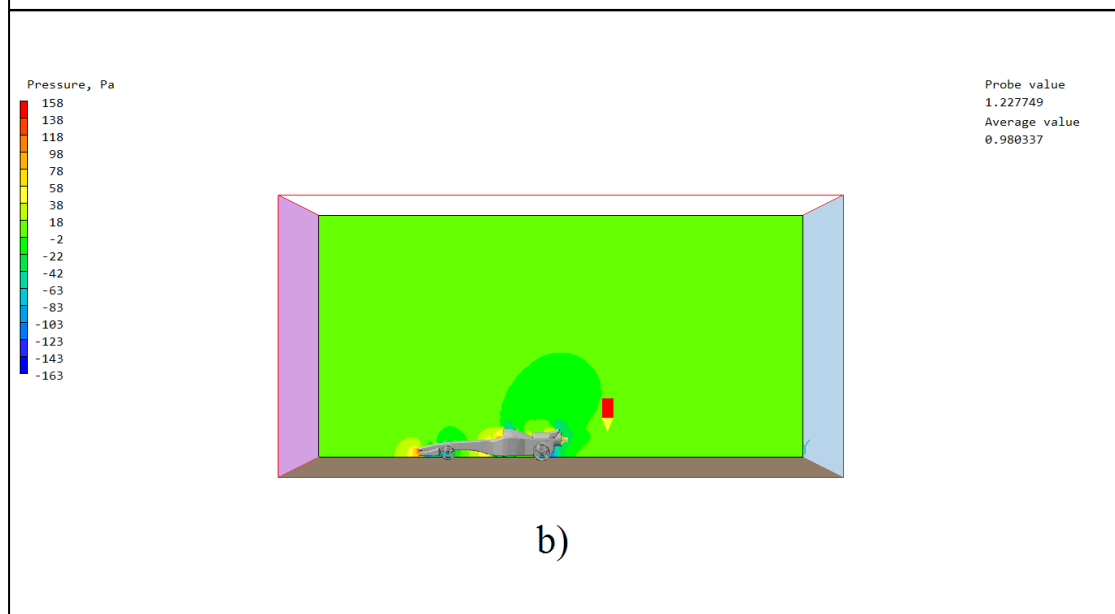
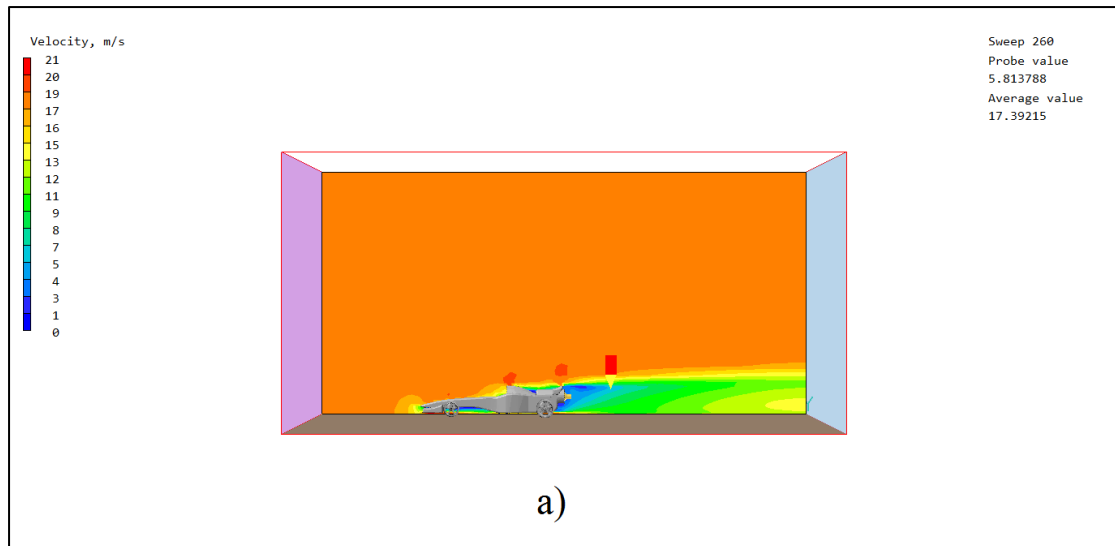


*Εικόνα 22: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πρώτο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2).*

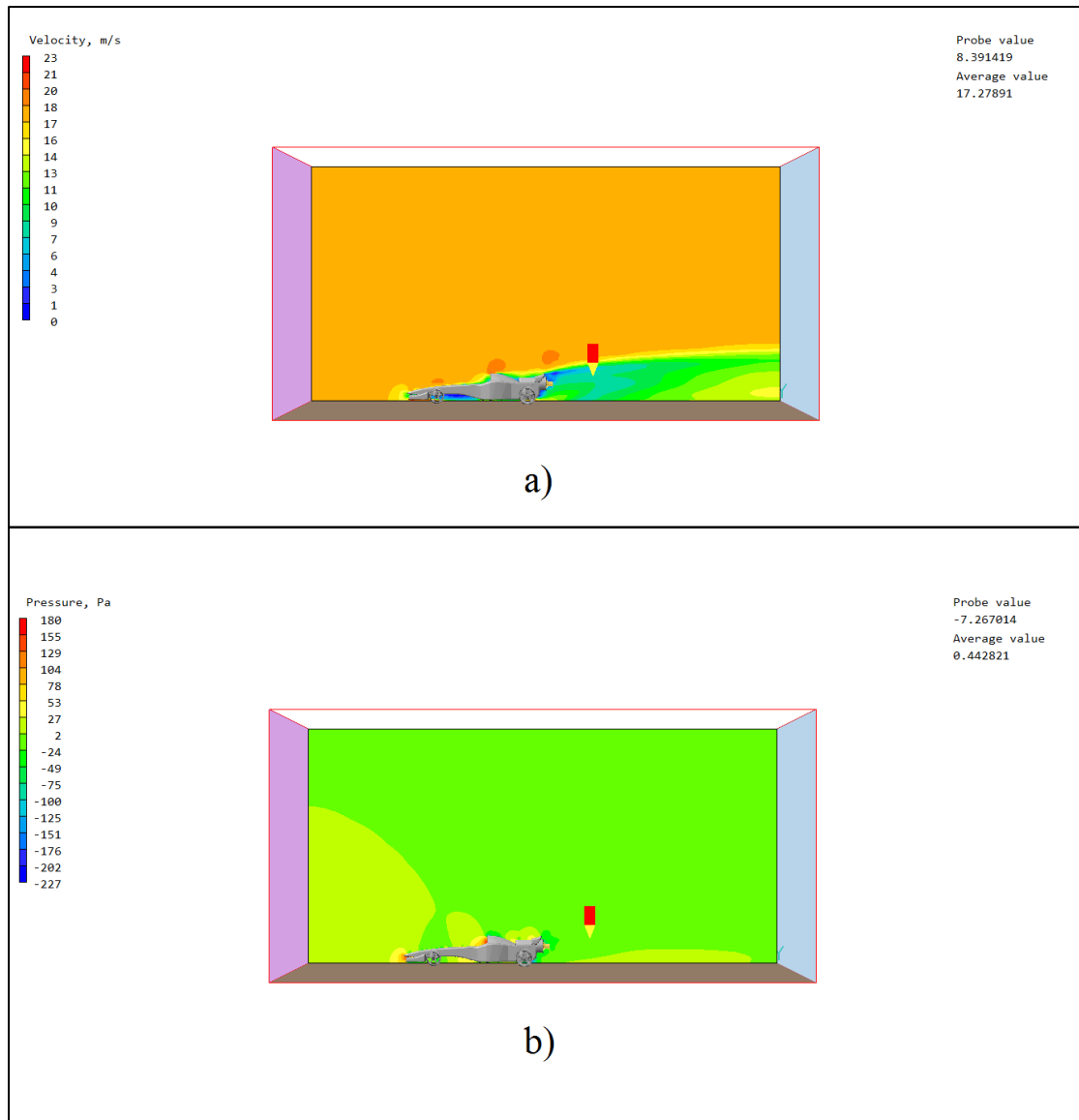


*Εικόνα 23: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το δεύτερο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.2).*

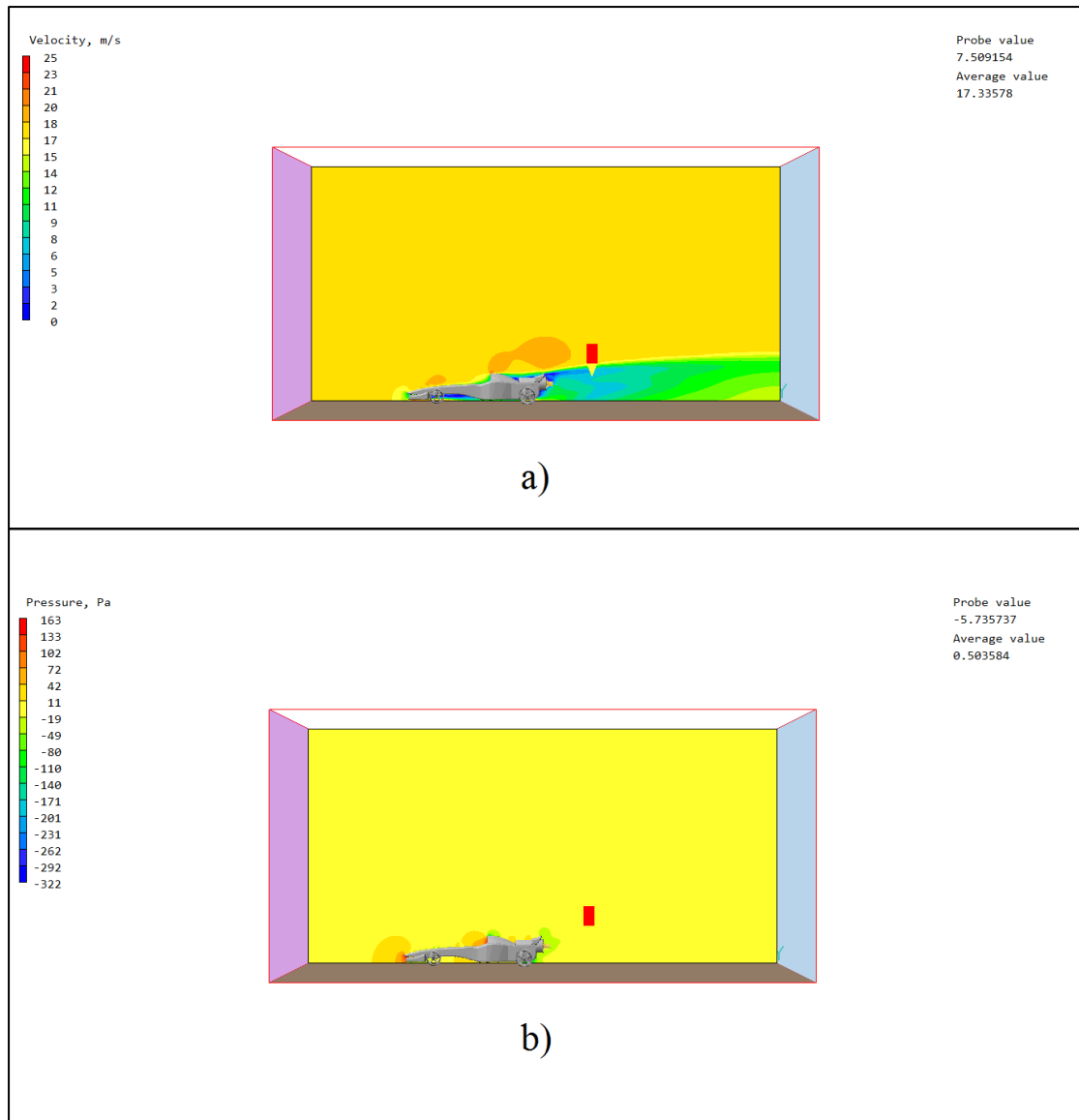
Για την Περίπτωση 1.2, αφ' ενός για την ταχύτητα, παρατηρείται ότι η μέση τιμή αυτής στο υπολογιστικό χωρίο, για όλα τα υπολογιστικά πλέγματα, βρίσκεται στην περιοχή των 17.4 m/s, με τη διαφορά μεταξύ της υψηλότερης και της χαμηλότερης τιμής της, οι οποίες εμφανίζονται στο αραιό και το δεύτερο ορισμένο από το χρήστη πλέγμα, αντιστοίχως, να είναι μόλις **0.371%**. Αντιθέτως, οι διακυμάνσεις των μέσων τιμών της πίεσης είναι μεγαλύτερες από πλέγμα σε πλέγμα, με τη μεγαλύτερη διαφοροποίηση να εντοπίζεται στην αλλαγή από αραιό υπολογιστικό πλέγμα σε μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα, και να είναι ίση με **50.37%**.



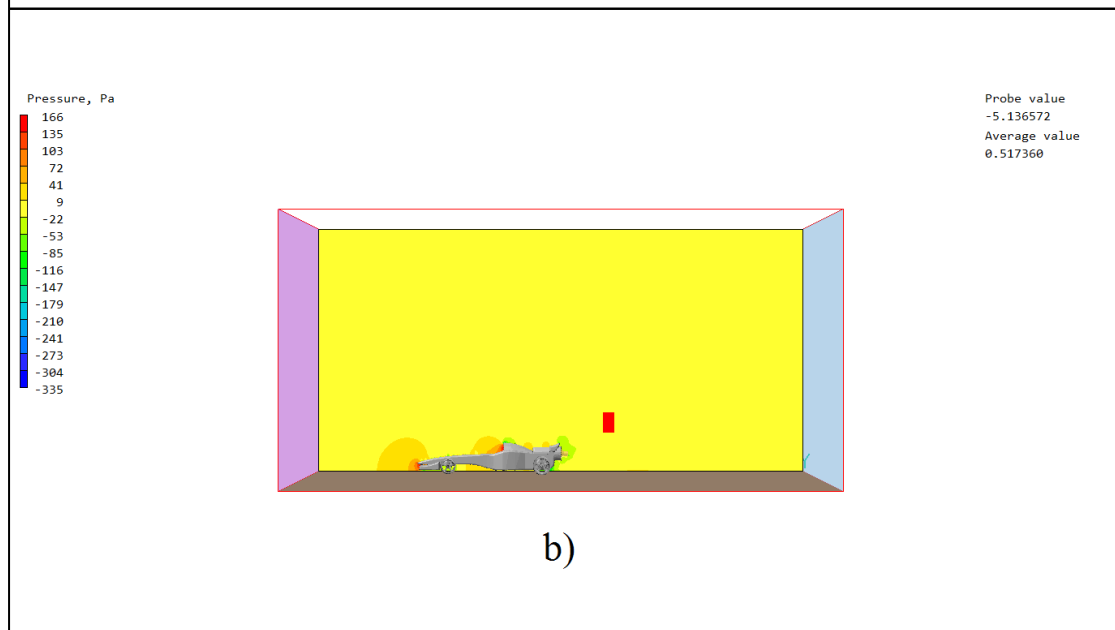
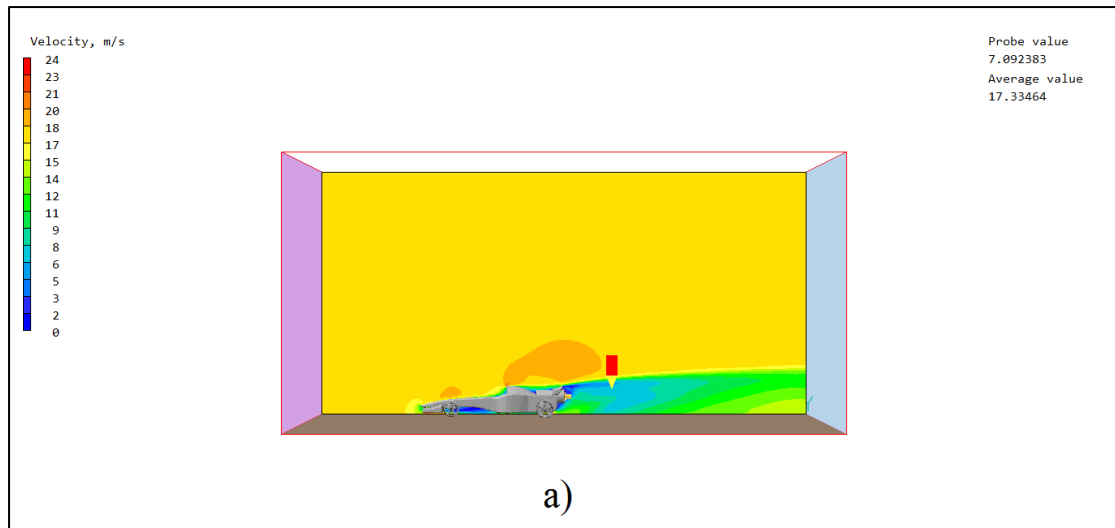
*Εικόνα 24: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το αραιό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5).*



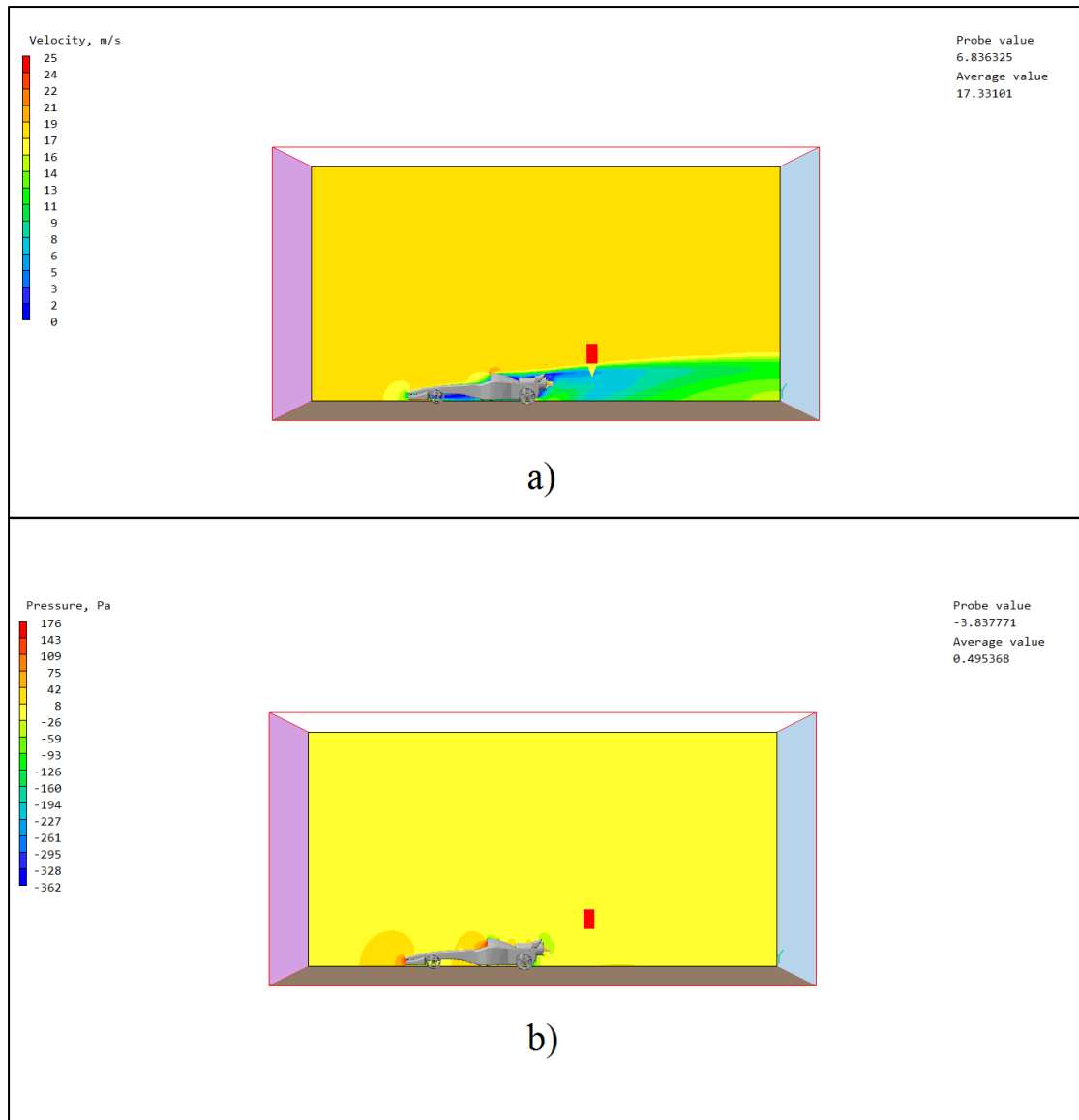
*Εικόνα 25: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5).*



*Εικόνα 26: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πυκνό υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5).*



*Εικόνα 27: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το πρώτο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5).*



*Εικόνα 28: Διαμήκης κατανομή a) της ταχύτητας και b) της πίεσης, για το δεύτερο ορισμένο από το χρήστη υπολογιστικό πλέγμα (Περίπτωση 1.5).*

Στην Περίπτωση 1.5, η μέση τιμή της ταχύτητας στο υπολογιστικό χωρίο κινείται σε μεγαλύτερο εύρος, απ' ό,τι στην Περίπτωση 1.2. Συγκεκριμένα, αυτή κυμαίνεται από 17.27891 m/s (μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα), έως 17.39215 m/s (αραιό υπολογιστικό πλέγμα). Δηλαδή, η μέγιστη διαφορά είναι ίση με **0.6511%**. Οι υψηλότερες ποσοστιαίες διαφορές παρατηρούνται και πάλι στις μέσες τιμές της πίεσης, με τη μεγαλύτερη μεταβολή να συμβαίνει, όπως και στην Περίπτωση 1.2, για αλλαγή από αραιό υπολογιστικό πλέγμα σε μέσης πυκνότητας υπολογιστικό πλέγμα, και να είναι ίση με **-54.83%**.



Τα αποτελέσματα, τα οποία προέκυψαν από τη μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος, για τις τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης, αναγράφονται στους Πίνακες 7 και 8.

*Πίνακας 7: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα της μελέτης ανεξαρτησίας πλέγματος, για την Περίπτωση 1.2.*

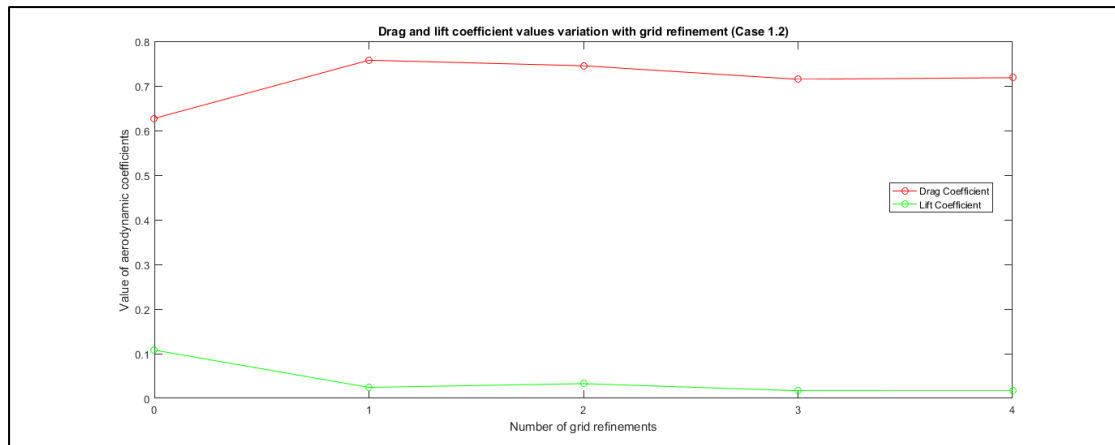
Πυκνότητα Πλέγματος	Συντελεστής Οπισθέλκουσας ( $C_d$ )	Συντελεστής Άνωσης ( $C_l$ )
Χαμηλή (60x42x30)	0.627	0.108
Μέση (105x62x60)	0.758	0.024
Υψηλή (145x82x75)	0.745	0.033
Προσαρμοσμένη 1 (155x90x80)	0.715	0.017
Προσαρμοσμένη 2 (175x100x90)	0.718	0.017

*Πίνακας 8: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα της μελέτης ανεξαρτησίας πλέγματος, για την Περίπτωση 1.5.*

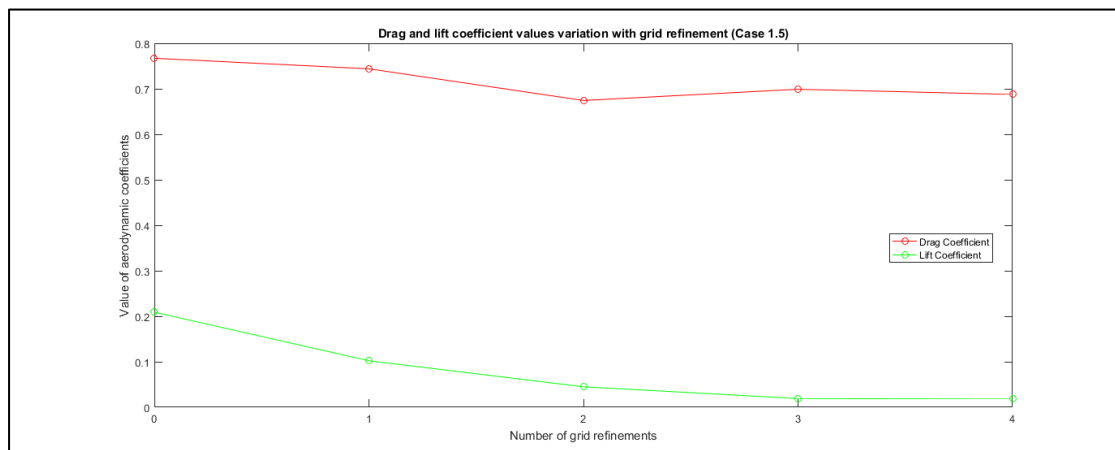
Πυκνότητα Πλέγματος	Συντελεστής Οπισθέλκουσας ( $C_d$ )	Συντελεστής Άνωσης ( $C_l$ )
Χαμηλή (60x42x30)	0.767	0.209
Μέση (105x62x60)	0.744	0.102
Υψηλή (145x82x75)	0.674	0.045
Προσαρμοσμένη 1 (155x90x80)	0.699	0.019
Προσαρμοσμένη 2 (175x100x90)	0.688	0.018

Εξετάζοντας την εξέλιξη των τιμών των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης, συμπεραίνεται ότι, στα δύο τελευταία υπολογιστικά πλέγματα, προσαρμοσμένης πυκνότητας, που χρησιμοποιήθηκαν, ουσιαστικά έχει επιτευχθεί ανεξαρτησία πλέγματος, καθώς αυτές, είτε δε μεταβάλλονται, είτε παρουσιάζουν μικρή μεταβολή, η τάξη της οποίας, σε καμία περίπτωση, δεν ξεπερνά το 5%.

Η μεταβολή των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης, με την πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος, φαίνεται στις Εικόνες 29 και 30.



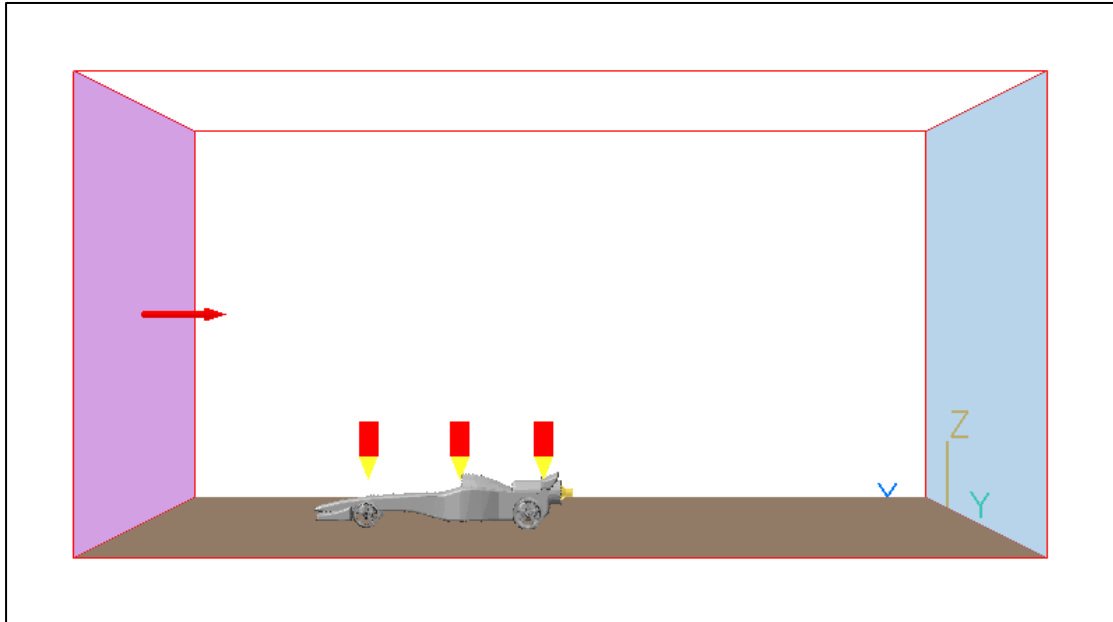
*Εικόνα 29: Μεταβολή των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών, με την πυκνωση του υπολογιστικού πλέγματος (Περίπτωση 1.2).*



*Εικόνα 30: Μεταβολή των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών, με την πυκνωση του υπολογιστικού πλέγματος (Περίπτωση 1.5).*

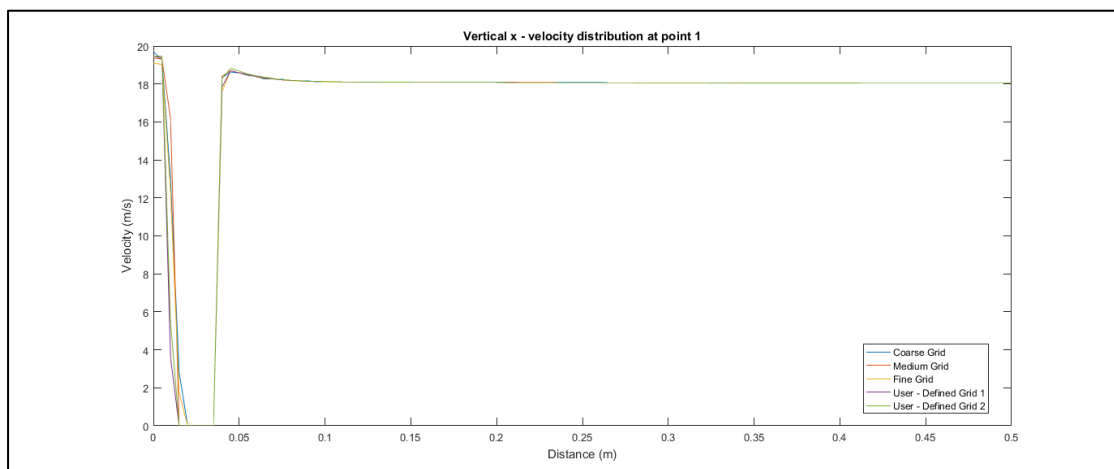
Τέλος, για λόγους μεγαλύτερης πληρότητας της μελέτης ανεξαρτησίας πλέγματος, κρίθηκε σκόπιμο να γίνει ένα επιπλέον σύνολο υπολογισμών, το οποίο αφορά στην παρακολούθηση της κάθετης κατανομής της  $x$  συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα και της πίεσης, πάνω από τρία σημεία ενδιαφέροντος του αμαξώματος. Τα τρία σημεία αυτά, σε όλες τις περιπτώσεις, τέθηκαν στο εμπρόσθιο μέρος του οχήματος (πάνω από τον εμπρόσθιο τροχό - σημείο ενδιαφέροντος 1), στο όριο της θέσης του οδηγού με το κάλυμμα της μηχανής (σημείο ενδιαφέροντος 2) και πάνω από την πίσω αεροτομή (σημείο ενδιαφέροντος 3). Μία σχηματική απεικόνιση των σημείων ενδιαφέροντος,

προκειμένου να γίνει καλύτερα κατανοητή η ακριβής θέση τους, φαίνεται στην Εικόνα 31.

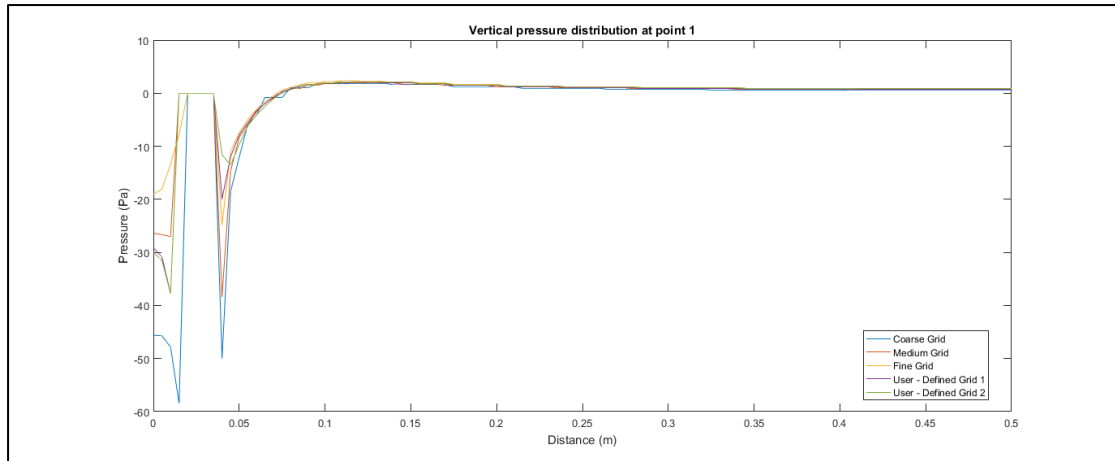


Εικόνα 31: Σχηματική απεικόνιση των σημείων υπολογισμού των καθέτων κατανομών της  $x$  - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα και της πίεσης.

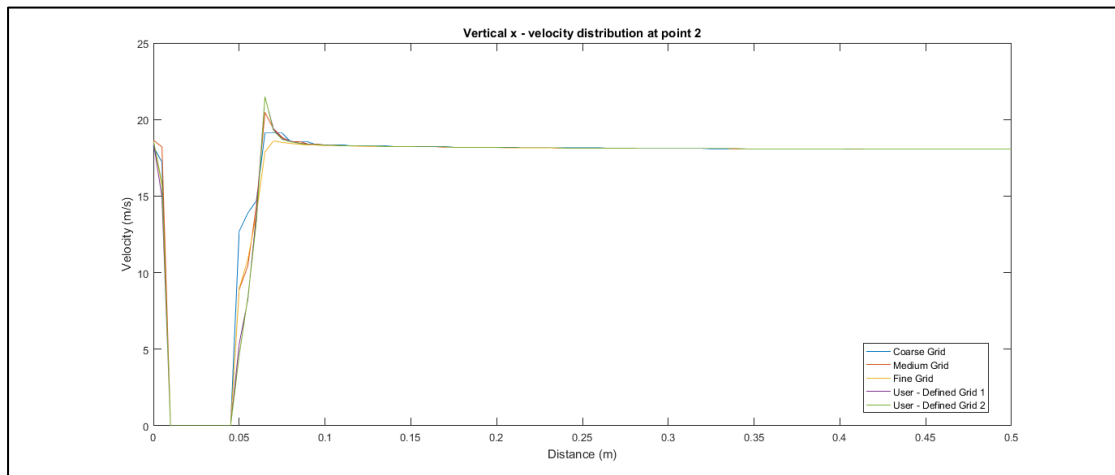
Αρχικά, παρατίθενται τα συγκριτικά διαγράμματα των κατανομών, για την Περίπτωση 1.2 και, στη συνέχεια, τα αντίστοιχα διαγράμματα για την Περίπτωση 1.5.



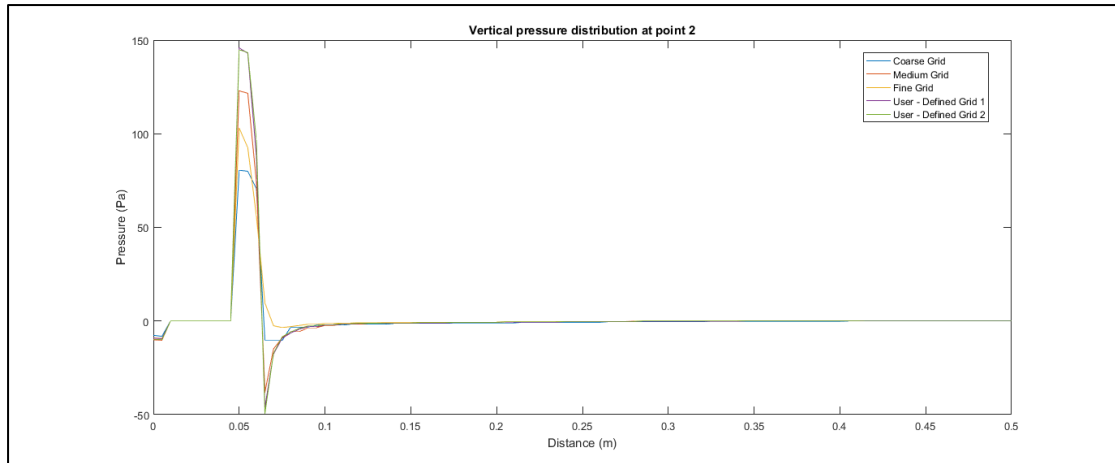
Εικόνα 32: Κάθετη κατανομή της  $x$  - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.2).



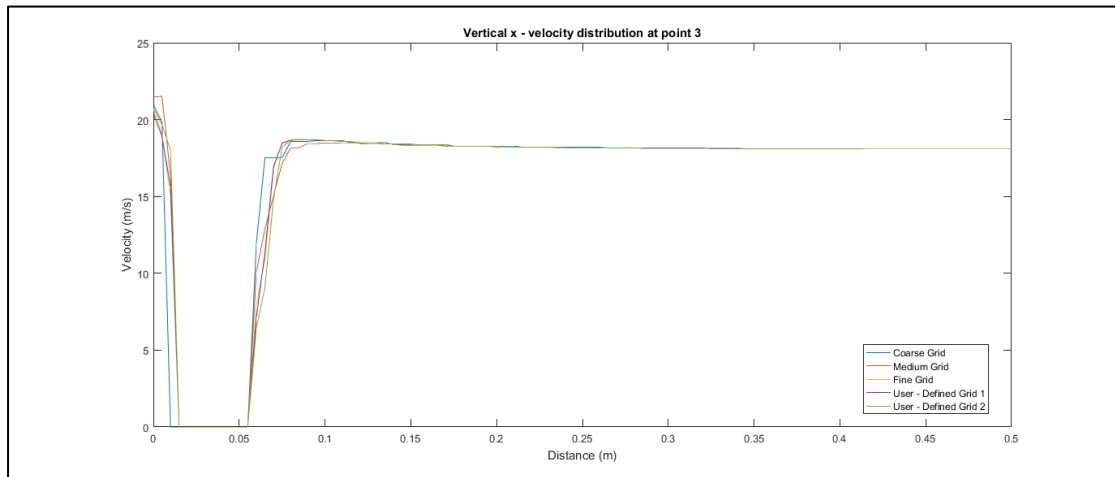
*Εικόνα 33: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.2).*



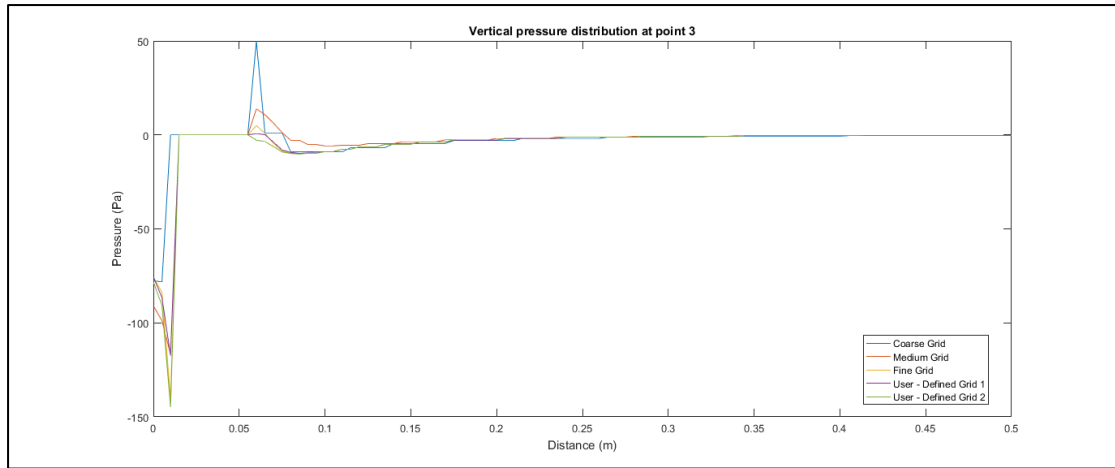
*Εικόνα 34: Κάθετη κατανομή της x - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.2).*



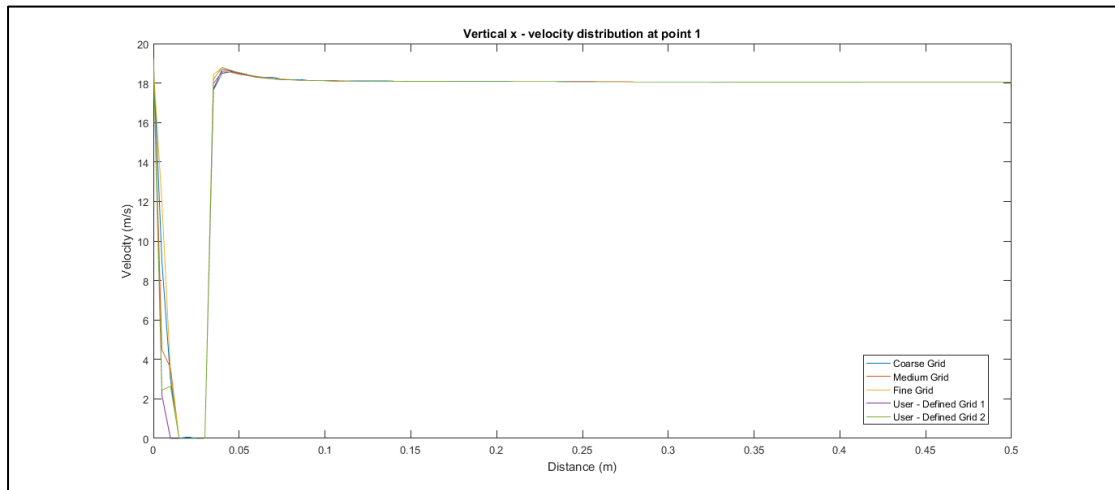
*Εικόνα 35: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.2).*



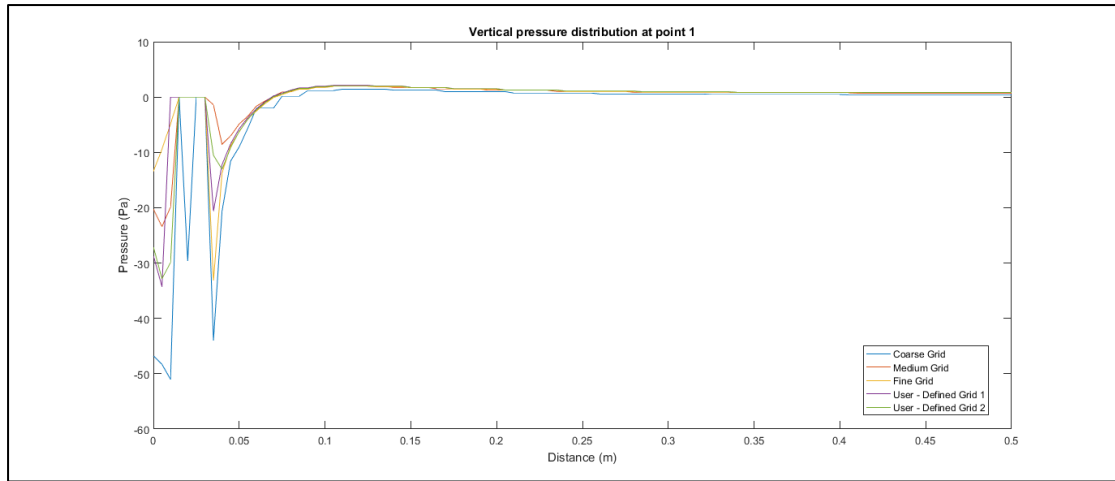
*Εικόνα 36: Κάθετη κατανομή της x - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.2).*



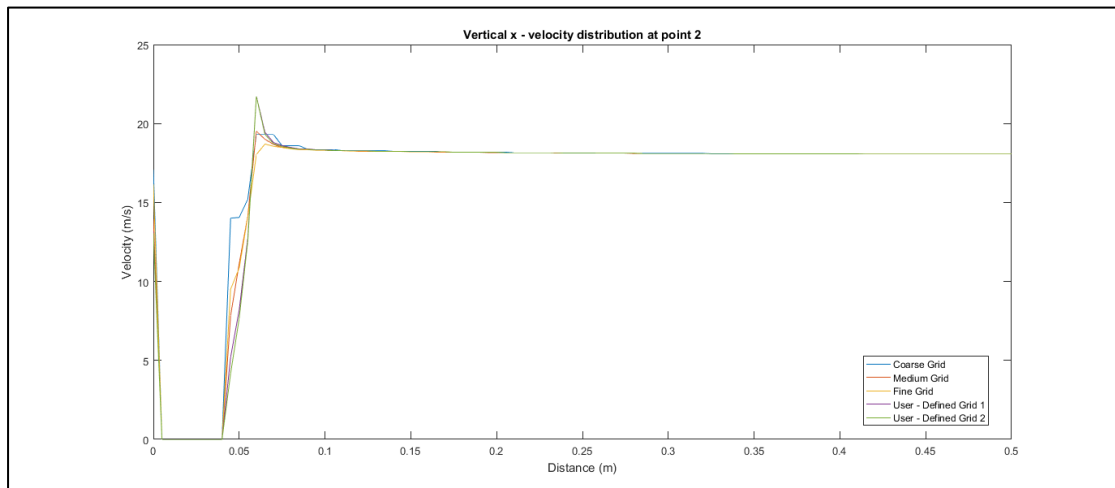
*Εικόνα 37: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.2).*



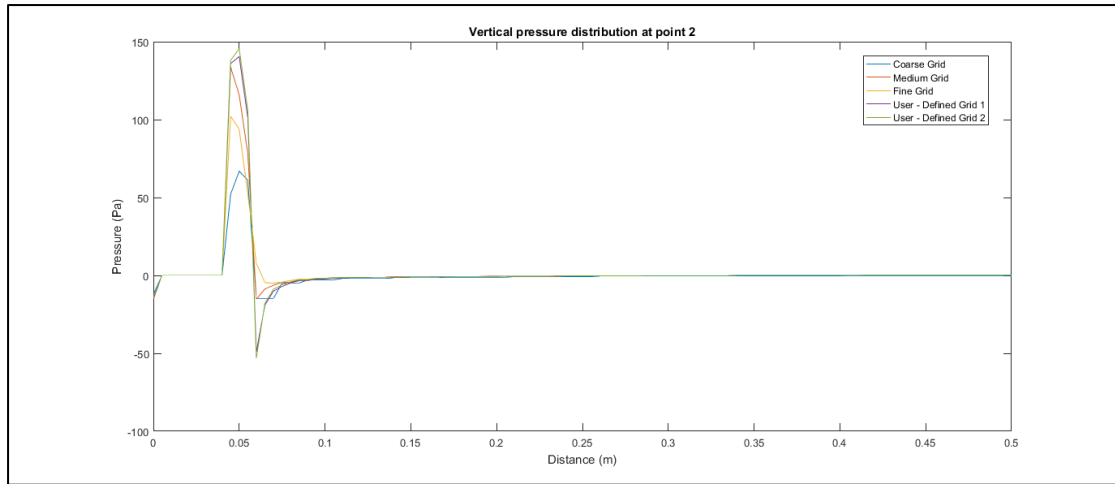
*Εικόνα 38: Κάθετη κατανομή της x - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.5).*



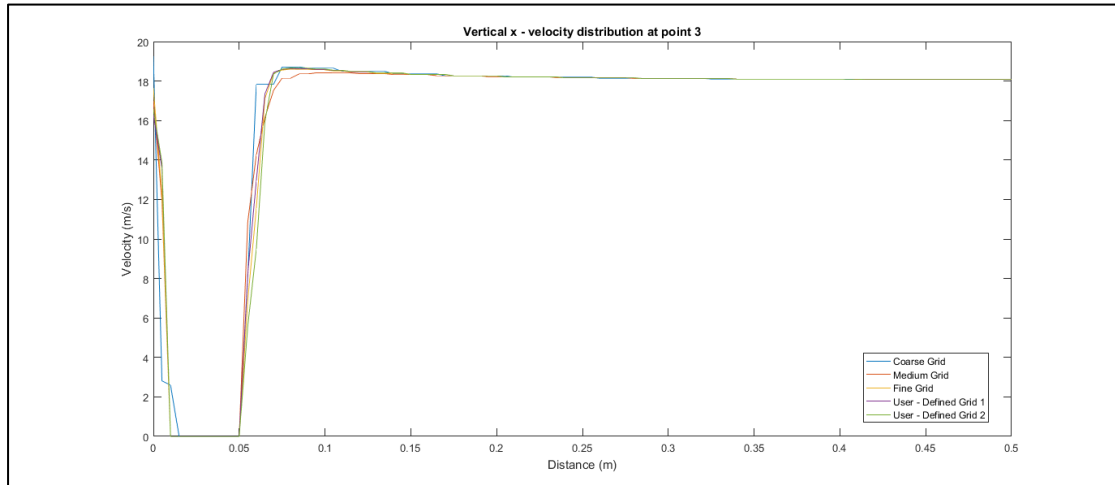
*Εικόνα 39: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 1 (Περίπτωση 1.5).*



*Εικόνα 40: Κάθετη κατανομή της x - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.5).*

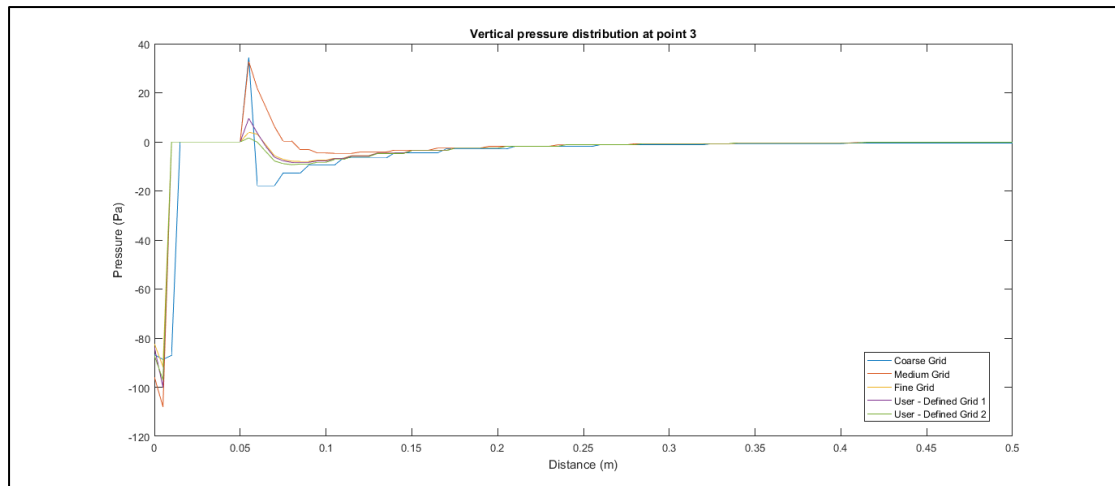


*Εικόνα 41: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 2 (Περίπτωση 1.5).*



*Εικόνα 42: Κάθετη κατανομή της x - συνιστώσας της ταχύτητας του αέρα, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.5).*





*Εικόνα 43: Κάθετη κατανομή της πίεσης, για τα 5 χρησιμοποιηθέντα υπολογιστικά πλέγματα, στο σημείο ενδιαφέροντος 3 (Περίπτωση 1.5).*

Από τις Εικόνες 32 – 43, γίνεται εμφανές ότι, στο μεγαλύτερο μέρος των περιπτώσεων, τα αποτελέσματα που προκύπτουν, με χρήση του αραιότερου υπολογιστικού πλέγματος, διαφέρουν σημαντικά από αυτά που λαμβάνονται, από τα πυκνότερα υπολογιστικά πλέγματα. Όσο αυξάνονται οι διαστάσεις των υπολογιστικών πλεγμάτων, τόσο οι καμπύλες των κατανομών των τιμών πλησιάζουν μεταξύ τους. Μάλιστα, για τα δύο τελευταία υπολογιστικά πλέγματα, δηλαδή τα δύο ορισμένα από το χρήστη, που είναι και τα πιο πυκνά και, για τα οποία έχει θεωρηθεί ότι επιτυγχάνεται ανεξαρτησία της λύσης από το πλέγμα, οι καμπύλες αυτές, στην πλειοψηφία των σημείων που τις απαρτίζουν, είτε ταυτίζονται, είτε βρίσκονται πολύ κοντά η μία στην άλλη, παρουσιάζοντας μικρή απόκλιση.

Από τη μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος, είναι δυνατόν να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι, για τις μελέτες που πραγματοποιήθηκαν, το υπολογιστικό πλέγμα με διαστάσεις 155x90x80 είναι το **βέλτιστο** υπολογιστικό πλέγμα, αφού η επιπλέον πύκνωσή του επιφέρει μεταβολές, μικρότερες του 5% στις τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών. Το όριο του 5% έχει θεωρηθεί ως ικανοποιητικό και αποδεκτό, δεδομένου ότι περαιτέρω πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος θα ήταν ασύμφορη, διότι θα συνοδευόταν από μεγάλη αύξηση του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου.

## Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, πραγματοποιήθηκε η αεροδυναμική μελέτη της ροής, γύρω από ένα αγωνιστικό όχημα της Jaguar, του αθλήματος της Formula 1. Πιο συγκεκριμένα, έγιναν υπολογισμοί των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης, για διαφορετικές περιπτώσεις, και κάνοντας χρήση διαφορετικών μοντέλων τύρβης.

Από το σύνολο των υπολογισμών, κατέστη σαφές ότι, τόσο τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος, όσο και το χρησιμοποιούμενο μοντέλο τύρβης, σε κάθε περίπτωση, κατέχουν σπουδαίο ρόλο στα αποτελέσματα που λαμβάνονται. Επομένως, ακόμη και μία ελαφρά μεταβολή σε αυτές τις παραμέτρους, είναι δυνατόν να επιφέρει μεγάλη αλλαγή στις υπολογισμένες τιμές των συντελεστών.

Γνωρίζοντας ότι η συνήθης τιμή για τον συντελεστή οπισθέλκουσας των οχημάτων της Formula 1, τυπικά κυμαίνεται από **0.7** έως **1.0**, γίνεται εμφανές ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων της εργασίας αυτής είναι λογικά και φυσικώς ορθά.

Μάλιστα, παρατηρώντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν, για τις διαφορετικές περιπτώσεις των γεωμετρικών χαρακτηριστικών (όπως αναγράφονται στους Πίνακες 3 και 5), είναι εμφανές ότι οι τιμές, οι οποίες υπολογίσθηκαν, μέσω των μοντέλων τύρβης LES – Smagorinsky και  $k - \omega$  SST, είναι, στις περισσότερες περιπτώσεις, πιο κοντά σε αυτό το εύρος, απ' ό,τι αυτές που υπολογίσθηκαν από τα μοντέλα τύρβης Standard  $k - \epsilon$  και Chen – Kim  $k - \epsilon$ . Δεδομένου ότι το μοντέλο τύρβης LES – Smagorinsky είναι και αυτό που συνέκλινε αρκετά ταχύτερα από το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  SST, συμπεραίνεται ότι, για το σύνολο των προσομοιώσεων της συγκεκριμένης εργασίας, **είναι το προτιμότερο μοντέλο τύρβης**, καθώς προσφέρει τόσο γρήγορα, όσο και ακριβή αποτελέσματα.

Όσον αφορά στον συντελεστή άνωσης, χαμηλότερες τιμές του είναι επιθυμητές, συνεπώς, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι οι τιμές που υπολογίσθηκαν, χρησιμοποιώντας πυκνότερα υπολογιστικά πλέγματα (άρα, οι οποίες είναι και πιο αξιόπιστες), είναι αρκετά χαμηλές, ώστε να είναι ρεαλιστικές.

Επιπροσθέτως, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, που λήφθηκαν στην εργασία, με αυτά άλλων, παρόμοιων εργασιών<sup>[33, 34]</sup>, που αφορούν και αυτές στην αεροδυναμική μελέτη αγωνιστικών αυτοκινήτων της Formula 1, μέσω της υπολογιστικής μηχανικής των ρευστών (CFD), συμπεραίνεται ότι, οι υπολογισμένες τιμές των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης βρίσκονται, σε αρκετές περιπτώσεις, εντός του ίδιου (ή, τουλάχιστον, παρόμοιου) εύρους.

Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη εργασία<sup>[33]</sup> αφορά στην αεροδυναμική μελέτη ενός οχήματος SAE της Formula 1, με το λογισμικό ANSYS Fluent, και κάνοντας χρήση του μεταβατικού μοντέλου τύρβης 4 εξισώσεων, των Langtry και Menter<sup>[35, 36]</sup>. Τα αποτελέσματα, για τις τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας, κυμαίνονται περίπου από 0.690 έως 0.900, ενώ, για τις τιμές του συντελεστή άνωσης, κυμαίνονται περίπου από -0.240 έως 0.280, για τις διαφορετικές περιπτώσεις που μελετώνται. Αυτές οι τιμές, στο μεγαλύτερο μέρος τους, συμφωνούν με τις τιμές, οι οποίες υπολογίσθηκαν στη συγκεκριμένη εργασία.

Η δεύτερη εργασία<sup>[34]</sup> είναι σχετική με την αεροδυναμική μελέτη ενός οχήματος PACE της Formula 1, με το λογισμικό STAR – CCM+, χρησιμοποιώντας το μοντέλο τύρβης Realizable  $k - \epsilon$ <sup>[37]</sup>. Σε αυτήν τη μελέτη, οι τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας βρίσκονται μεταξύ των τιμών 0.750 και 0.830. Ορισμένες από τις υπολογισμένες τιμές της συγκεκριμένης εργασίας, κυρίως με χρήση των πυκνότερων πλεγμάτων, και για την μελέτη περιπτώσεων, που αναλύεται στο **Κεφάλαιο 4.2**, βρίσκονται εντός αυτού του εύρους, ή αρκετά κοντά σε αυτό.

## Προτάσεις για μελλοντική μελέτη

Η μελέτη, η οποία πραγματοποιήθηκε στη συγκεκριμένη εργασία, είναι δυνατόν να επεκταθεί περαιτέρω, με την πραγματοποίηση μεγαλύτερου εύρους υπολογισμών.

Η πρώτη πρόταση, αφορά στη μεταβολή και άλλων γεωμετρικών χαρακτηριστικών του οχήματος, και την ακόλουθη παρακολούθηση της επίδρασής της στους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης. Πιο συγκεκριμένα, είναι δυνατή η μεταβολή του πλάτους του οχήματος ή των τροχών, ή ακόμη και της θέσης της αεροτομής. Εκτός αυτού, μπορούν να γίνουν περισσότερες από τρεις (όσες έγιναν στη συγκεκριμένη εργασία) μεταβολές στη διάμετρο των τροχών και την απόσταση του αυτοκινήτου από το έδαφος, ώστε να αναλυθεί καλύτερα η τάση μεταβολής των τιμών των αεροδυναμικών συντελεστών.

Η δεύτερη πρόταση, αφορά στην προσομοίωση της εκάστοτε εξεταζόμενης περίπτωσης, με χρήση και άλλων μοντέλων τύρβης. Με τον τρόπο αυτόν, μπορεί να κατανοηθεί στην πράξη το ποιο ή ποια μοντέλα τύρβης αποδίδουν τα πιο ορθά αποτελέσματα, καθώς και το ποιο ή ποια μοντέλα τύρβης είναι ακατάλληλα για τη συγκεκριμένη μελέτη, αποδίδοντας μη ρεαλιστικά αποτελέσματα.



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Almgren, A. S., Bell, J. B., Rendleman, C. A., and Zingale, M. (2006). Low Mach number modeling of type Ia supernovae. I. Hydrodynamics. *Astrophysical Journal* (Vol. 637, pp. 922 – 936).
- [2] Pedlosky, J. (1987). *Geophysical fluid dynamics* (pp. 10 – 13). Springer.
- [3] Fielding, S. (2019). *The basics of fluid dynamics*. Durham University.
- [4] Batchelor, G. K. (1967). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press.
- [5] Harlow, F. H., and Nakayama, P. I. (1968). *Transport of Turbulent Energy Decay Rate*. USA: Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California.
- [6] Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence Modeling for CFD (Second Edition)* (p. 174). Anaheim: DCW Industries.
- [7] Versteeg, H. K., and Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited.
- [8] Jones, W. P., and Launder, B. E. (1972). The prediction of laminarization with a two – equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer* (Vol. 15, pp. 301 – 314). Elsevier.

- [9] Launder, B. E., and Sharma, B. I. (1974). Application of the energy – dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer* (Vol. 1, pp 131 – 138). Science Research Council.
- [10] Grotjans, H., and Menter, F. R. (1998). Wall functions for industrial applications. *Computational Fluid Dynamics* (Vol. 1, pp. 1112 – 1117). John Wiley & Sons, Inc.
- [11] Jayatilke, C. L. V. (1969). The influence of the Prandtl number and surface roughness on the resistance of the sublayer to momentum and heat transfer. *Progress in Heat and Mass Transfer* (Vol. 1). Pergamon Press.
- [12] Launder, B. E., and Spalding, D. B. (1974). The numerical computation of turbulent flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (Vol. 3, pp. 269 – 289). Elsevier.
- [13] Malin, M. R., and Parry, J. D. (1988). Turbulent heat and momentum transfer in rough tubes. *The PHOENICS Journal* (Vol. 1, p. 81). CHAM.
- [14] Richards, P. J., and Hoxey, R. P. (1993). Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the k –  $\epsilon$  turbulence model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* (Vol. 47, pp. 145 – 153). Elsevier.
- [15] Rosten, H. I., and Worrell, J. K. (1988). Generalised wall functions for turbulent flow. *The PHOENICS Journal* (Vol. 1, p. 81). CHAM.
- [16] Schlichting, H. (1968). *Boundary – Layer Theory*. New York: McGraw Hill.

- [17] Launder, B. E. (1993). Modelling convective heat transfer in complex turbulent flows. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 2*. Elsevier.
- [18] Yap., C. J. (1987). *Turbulent heat and momentum transfer in recirculating and impinging flows*. PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
- [19] Launder, B. E., Priddin, C. H., and Sharma, B. R. (1977). The calculation of turbulent boundary layers on spinning and curved surfaces. *Journal of Fluids Engineering* (Vol. 99, p. 321). ASME.
- [20] Chen, Y. S., and Kim, S. W. (1987). *Computation of turbulent flows using an extended  $k - \epsilon$  turbulence closure model*. United States: NASA.
- [21] Monson, D. J., Seegmiller, H. L., McConnaughey, P. K., and Chen, Y. S. (1990). *Comparison of experiment with calculations using curvature - corrected zero and two - equation turbulence models for a two - dimensional U - duct*. AIAA.
- [22] Lam, C. K. G., and Bremhorst, K. (1981). A modified form of the  $k - \epsilon$  model for predicting wall turbulence. *Journal of Fluids Engineering* (Vol. 103, p. 456). ASME.
- [23] Smagorinsky, J. (1963). General Circulation Experiments with the Primitive Equations. *Monthly Weather Review* (Vol. 93, pp. 99 - 164). American Meteorological Society.
- [24] Deardorff, J. (1970). A numerical study of three - dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* (Vol. 41, pp. 453 - 480). Cambridge University Press.



- [25] Pitsch, H. (2006). Large – Eddy Simulation of Turbulent Combustion. *Annual Review of Fluid Mechanics* (Vol. 38, pp. 453 – 482). Annual Reviews.
- [26] Wagner, C., Hüttl, T., and Sagaut, P. (2007). *Large – Eddy Simulation for Acoustics*. Cambridge University Press.
- [27] Sullivan, P. P., McWilliams, J. C., and Moeng, C. H. (1994). A subgrid – scale model for large – eddy simulation of planetary boundary – layer flows. *Boundary – Layer Meteorology* (Vol. 71, pp. 247 – 276). Springer.
- [28] Wilcox, D. C. (1988). Re – assessment of the scale – determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal* (Vol. 26, pp. 1299 – 1310). AIAA.
- [29] Wilcox, D. C. (2008). Formulation of the  $k - \omega$  Turbulence Model Revisited. *AIAA Journal* (Vol. 46, pp. 2823 – 2838). AIAA.
- [30] Menter, F. R. (1993). Zonal Two Equation  $k - \omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows. *AIAA Paper 93 – 2906*. Orlando, FL: AIAA.
- [31] Menter, F. R. (1994). Two – equation eddy – viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal* (Vol. 32, pp. 1598 – 1605). AIAA.
- [32] Tharwat, R. El – Samanoudy, M., and El – Baz, A. M. R. (2016). Considerations of Stress Limiter for the SST Turbulence Model in Dual Throat Nozzle Predictions. *International Conference on Computational Fluid Dynamics ICCFD9 – 2016 – 123*.

[33] Hetawal, S., Gophane, M., Ajay, B. K., and Mukkamala, Y. (2014). Aerodynamic Study of Formula SAE Car. *Procedia Engineering* (Vol. 97, pp. 1198 – 1207). Elsevier.

[34] Chandra, S., Lee, A., Gorrell, S., and Jensen, C. G. (2011). CFD Analysis of PACE Formula – 1 Car. *Computer – Aided Design and Applications* (Vol. 1, pp. 1 – 14). CAD Solutions, LLC.

[35] Langtry, R. B., and Menter, F. R. (2009). Correlation – Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal* (Vol. 47, pp. 2894 – 2906). AIAA.

[36] Menter, F. R., Langtry, R. B., and Völker, S. (2006). Transition Modelling for General Purpose CFD Codes. *Flow, Turbulence and Combustion* (Vol. 77, pp. 277 – 303). Springer.

[37] Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zhu, J. (1995). A New  $k - \epsilon$  Eddy – Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows – Model Development and Validation. *Computers & Fluids* (Vol. 24, pp. 227 – 238). Elsevier.