

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ**

Διπλωματική Εργασία

**ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΟΥΜΕΝΗΣ
ΥΔΡΟΤΟΜΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΠΛΕΥΣΗ
ΨΑΡΙΩΝ**



**ΛΕΙΠΤΟΥΡΓΟΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΒΟΥΤΣΙΝΑΣ ΣΠΥΡΟΣ**

ΑΘΗΝΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2011

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσης διπλωματικής εργασίας, αποτέλεσμα των κόπων σχεδόν ενός χρόνου, θα ήθελα, σε αυτό το σύντομο σημείωμα, να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους που με βοήθησαν και με στήριξαν, ο καθένας με τον τρόπο του.

Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον αναπληρωτή καθηγητή της σχολής μηχανολόγων μηχανικών, κ. Σπύρο Βουτσινά, για την ανάθεση της συγκεκριμένης εργασίας καθώς και για τη βοήθεια και το χρόνο που μου αφιέρωσε, καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και φυσικά την οικογένειά μου, για τη στήριξη και τη συμπαράστασή τους όλο αυτό το διάστημα. Ιδιαίτερη αναφορά θα ήθελα να κάνω σε 2 ανθρώπους, τη Μάρα, που στάθηκε δίπλα μου όσο κανείς άλλος και το Ρομπέρτο, με τον οποίο μοιραστήκαμε την εμπειρία της εκπόνησης της διπλωματικής από διπλανά γραφεία.

Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	9
Δομή εργασίας.....	11
1 Εισαγωγή.....	15
1.1 Εισαγωγή στη βιομηχανική.....	17
1.2 Εισαγωγή στην πλεύση ψαριών.....	18
1.2.1 Ιστορική αναδρομή.....	21
1.2.2 Σύγχρονες προσεγγίσεις.....	23
2 Το υδροδυναμικό-υπολογιστικό πρότυπο.....	29
2.1 Το πρότυπο FOIL2W.....	30
2.2 Μη μόνιμη ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή γύρω από υδροτομή.....	31
2.2.1 Η μη μονιμότητα.....	31
2.2.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος.....	32
2.2.3 Το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz.....	34
2.2.4 Το θεώρημα του Green.....	35
2.2.5 Ο ομόρρους.....	38
2.2.6 Το θεώρημα Kelvin.....	40
2.2.7 Η συνθήκη Kutta-Joukowski.....	40
2.2.8 Η αποκόλληση.....	41
2.3 Το οριακό στρώμα.....	44
2.4 Η συνεκτική-μη συνεκτική αλληλεπίδραση.....	48
2.5 Η διακριτοποίηση.....	50
2.5.1 Μη μόνιμη ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή.....	50
2.5.2 Διακριτοποίηση του οριακού στρώματος.....	53
3 Μοντελοποίηση του προβλήματος.....	59
3.1 Η γεωμετρία του προβλήματος.....	60
3.2 Απλουστευτικές παραδοχές.....	71
3.3 Αριθμητικές-υπολογιστικές λεπτομέρειες.....	73

4 Παρουσίαση-ανάλυση αποτελεσμάτων.....	77
4.1 Εισαγωγή.....	78
4.2 Απαραμόρφωτη (rigid) υδροτομή.....	80
4.2.1 Δυναμικό πρόβλημα.....	82
4.2.2 Συνεκτικό πρόβλημα.....	89
4.3 Παραμορφούμενη υδροτομή.....	96
4.3.1 Δυναμικό πρόβλημα.....	98
4.3.1.1 Μήκος κύματος (λ).....	100
4.3.1.2 Πλάτος (y_0).....	113
4.3.1.3 Πλάτος flap (A_f).....	119
4.3.1.4 Μήκος flap (%c).....	127
4.3.1.5 Κυκλική συχνότητα flap (ω_{fp}).....	129
4.3.1.6 Κυκλική συχνότητα απαραμόρφωτης υδροτομής (ω).....	134
4.3.2 Συνεκτικό πρόβλημα.....	139
4.4 Γενικές παρατηρήσεις.....	155
5 Συμπεράσματα.....	161
5.1 Αποτίμηση.....	162
5.2 Προτάσεις για το μέλλον.....	163
Βιβλιογραφία.....	165
Παράρτημα Α : Μια δεύτερη προσέγγιση.....	169

Πρόλογος

Ο φυσικός κόσμος και ιδιαίτερα ο κόσμος των ζωντανών οργανισμών ανέκαθεν φάνταζε στα μάτια του ανθρώπου σαν ένας κόσμος θαυμάτων, αποτελώντας ταυτόχρονα ζωτική πηγή έμπνευσης και δημιουργίας. Τα ζωντανά πλάσματα, υπό την ευεργετική καθοδήγηση εκατομμυρίων χρόνων εξέλιξης, ανέπτυξαν δυνατότητες ασύλληπτες για τον ανθρώπινο νου, σαφώς ανώτερες από οποιαδήποτε τεχνητή δημιουργία.

Η βιομημητική, ο κλάδος δηλαδή της επιστήμης που μελετά τους οργανισμούς αυτούς και αποσκοπεί στη μίμηση των λειτουργιών τους, αποτελεί σήμερα έναν πολύ ζωντανό και ταχέως αναπτυσσόμενο κλάδο, ο οποίος ήδη μετρά ορισμένες πολύ σημαντικές επιτυχίες.

Στην παρούσα εργασία επιχειρείται η προσέγγιση της πλεύσης των ψαριών με τη δημιουργία ενός 2D γεωμετρικού μοντέλου της κίνησής τους, στο οποίο εισάγεται παραμόρφωση του σώματος (υδροτομής) και το οποίο εν συνεχεία αναλύεται υδροδυναμικά ως προς την παραγωγή δυνάμεων και ιδιαίτερα την παραγωγή ώσης.

Για το σκοπό αυτό, η κίνηση της απαραμόρφωτης υδροτομής προσεγγίζεται από την υπέρθεση 2 κινήσεων, μιας ταλάντωσης κατά τον y άξονα και μιας γωνιακής ταλάντωσης. Σε αυτήν προστίθεται και μια τρίτη κίνηση παραμόρφωσης, μέσω ενός μοντέλου μεταβλητής ακμής εκφυγής.

Βασικό εργαλείο της υδροδυναμικής ανάλυσης αποτελεί ο κώδικας FOIL2W. Ο κώδικας αυτός αποτελεί μεθοδολογία επίλυσης της μη μόνιμης ροής γύρω από υδροτομή και στηρίζεται στη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων, συζευγμένη με μια ολοκληρωτική διατύπωση του οριακού στρώματος.

Δομή εργασίας

Η εργασία χωρίζεται σε 2 μέρη. Στο πρώτο (κεφ. 1 και 2) γίνεται μια παρουσίαση του αντικείμενου εν είδει βιβλιογραφικής επισκόπησης και μια περιγραφή των θεωριών της υδροδυναμικής-αεροδυναμικής που χρησιμοποιήθηκαν για την υδροδυναμική ανάλυση. Στο δεύτερο (κεφ. 3,4 και 5) γίνεται η κατ' ουσίαν ανάλυση του μοντέλου και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν.

Έτσι, στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στο αντικείμενο της βιομημητικής και ιδιαίτερα στο θέμα της πλεύσης των ψαριών, προκειμένου να δοθεί μια σφαιρική άποψη του φυσικού φαινομένου που μοντελοποιείται καθώς και να γίνει κατανοητή η πολυπλοκότητά του και οι δυσχέρειες που υπάρχουν στην ανάλυσή του.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια ανάλυση της θεωρίας της υδροδυναμικής με επίκεντρο τη μέθοδο που χρησιμοποιείται και συγκεκριμένα το υπολογιστικό πρότυπο FOIL2W.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται το πέρασμα στο δεύτερο μέρος της εργασίας και αναλύεται το μοντέλο που κατασκευάστηκε, με έμφαση στις γεωμετρικές παραμέτρους του καθώς και στις απλουστευτικές παραδοχές.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται η ανάλυση των αποτελεσμάτων του μοντέλου, τα οποία παρουσιάζονται υπό μορφή διαγραμμάτων και πινάκων.

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται εν τάχει τα βασικά συμπεράσματα της εργασίας. Έτσι, γίνεται μια πρώτη αποτίμηση και εκτίθενται ιδέες για επέκτασή των αποτελεσμάτων της από μελλοντικές εργασίες.

Τέλος, στο παράρτημα Α παρουσιάζεται μια λίγο διαφορετική προσέγγιση του προβλήματος της πλεύσης των ψαριών, η οποία όμως οδηγήθηκε σε αποτυχία, και αναλύονται οι πιθανοί λόγοι της αποτυχίας αυτής.

Μέρος 1^ο

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγή στη βιομιμητική

Ανέκαθεν ο άνθρωπος, καθ' όλη τη διάρκεια της, όχι και τόσο μακράς, ιστορίας του, στρεφόταν προς τη φύση και το φυσικό του περιβάλλον αναζητώντας πηγές έμπνευσης. Τα φυσικά συστήματα και ιδιαίτερα οι βιολογικοί οργανισμοί που τα κατοικούν, υπό τη δράση εκατομμυρίων χρόνων εξέλιξης, ανέπτυξαν ικανότητες και μηχανισμούς κατά πολύ ανώτερους από οτιδήποτε ο άνθρωπος θα μπορούσε να σκεφτεί και φυσικά να πετύχει μέσω της επιστήμης και της τεχνολογίας.

Έτσι, μπορούμε σήμερα να παρατηρήσουμε ψάρια με τέλεια υδροδυναμικά σχήματα να αξιοποιούν ενστικτωδώς τις βέλτιστες κινήσεις για να πετύχουν υψηλότερους προωστικούς βαθμούς απόδοσης, πουλιά να πετυχαίνουν ταχύτητες κίνησης αναλογικά μεγαλύτερες από αυτές των υπερηχητικών αεροσκαφών ή με ικανότητα περιστροφής (roll rate) έως και 7 φορές μεγαλύτερη από αυτή των ακροβατικών αεροσκαφών, αράχνες να κατασκευάζουν ιστούς ανθεκτικότερους από τα περισσότερα σύγχρονα ανθρώπινα προηγμένα υλικά και η λίστα δεν έχει τελειωμό.

Αντιλαμβανόμενοι οι επιστήμονες την εμφανή ανωτερότητα των φυσικών μηχανισμών έναντι κάθε είδους τεχνητών, επιδόθηκαν στην παρατήρηση και στην προσπάθεια μίμησης των μηχανισμών αυτών. Η προσπάθεια αυτή, που προϋποθέτει τη συνεργασία βιολόγων και μηχανικών, είχε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός νέου και τα τελευταία χρόνια ταχύτατα αναπτυσσόμενου κλάδου της επιστήμης, τη βιομιμητική.

Φυσικά η ιδέα αυτή δεν είναι καινούρια. Ανατρέχοντας κανείς στη μυθολογία αλλά και στο λογοτεχνικό κλάδο της επιστημονικής φαντασίας, θα συναντήσει αναρίθμητες αναφορές σε ορνιθόπτερα και πάσης φύσεως πτητικές και υποθαλάσσιες μηχανές που η αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στο πέταγμα των πουλιών και στο κολύμπι των ψαριών. Ακόμα, πολυάριθμες είναι οι περιπτώσεις επιστημόνων και εφευρετών που προσπάθησαν να μιμηθούν τη φύση, αποτυγχάνοντας

ωστόσο οι περισσότεροι εξαιτίας της μεγάλης πολυπλοκότητας του προβλήματος και της έλλειψης των κατάλληλων μέσων.

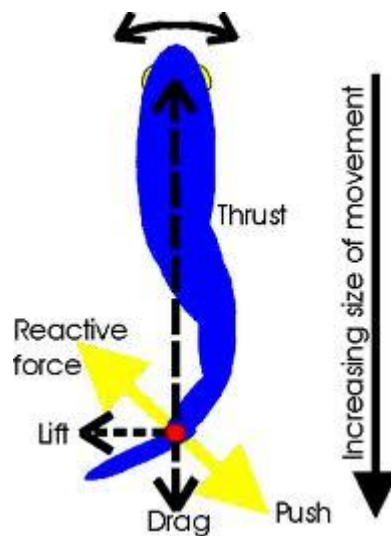
Ωστόσο σήμερα η κατάσταση διαφοροποιείται αρκετά από αυτές τις πρώτες προσπάθειες. Η ραγδαία ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και η δημιουργία νέων μαθηματικών εργαλείων από τη μία, κατάλληλων για τη θεωρητική και αριθμητική προσέγγιση του προβλήματος και από την άλλη η κατασκευή νέων πειραματικών διατάξεων και μέσων οπτικοποίησης, κατάλληλων για την πειραματική διερεύνηση, κατέστησαν τη βιομημητική ένα δυναμικό και ταχέως εξελισσόμενο κλάδο της επιστήμης. Αξίζει μάλιστα να αναφερθεί ότι το εύρος του πεδίου μελέτης της σύγχρονης βιομημητικής έχει ξεπεράσει κατά πολύ αυτό της ανάλυσης των κινηματικών μηχανισμών και περιλαμβάνει τη μελέτη του νευρικού συστήματος από όπου δίνεται το σήμα για την κίνηση (νευροεπιστήμες), τη μηχανική των μυών, τη δυναμική και τη θεωρία ελέγχου, την ενεργειακή βελτιστοποίηση και την πρόωση καθώς και την επιστήμη των υλικών (βιολογικά υλικά).

1.2 Εισαγωγή στην πλεύση ψαριών

Η πλεύση των ψαριών αποτελεί ένα από τα αγαπημένα θέματα των επιστημόνων της βιομημητικής. Υπάρχουν σήμερα πάνω από 28,000 είδη ψαριών στον πλανήτη τα οποία, μετά από 500,000,000 χρόνια εξέλιξης, έχουν καταφέρει να αναπτύξουν εκπληκτική ποικιλομορφία και αξιοθαύμαστη προσαρμογή της κίνησής τους στο τρισδιάστατο υδάτινο περιβάλλον. Κύρια αιτία της ποικιλομορφίας αυτής αποτελεί η ανάγκη τους να κινούνται μέσα σε ρευστό που διαφοροποιείται αρκετά ως προς την πυκνότητα, τις πιέσεις και τη συνεκτικότητα (διαφορετικά βάθη, αλμυρό-γλυκό νερό, διαφορετικές θερμοκρασίες κ.α.).

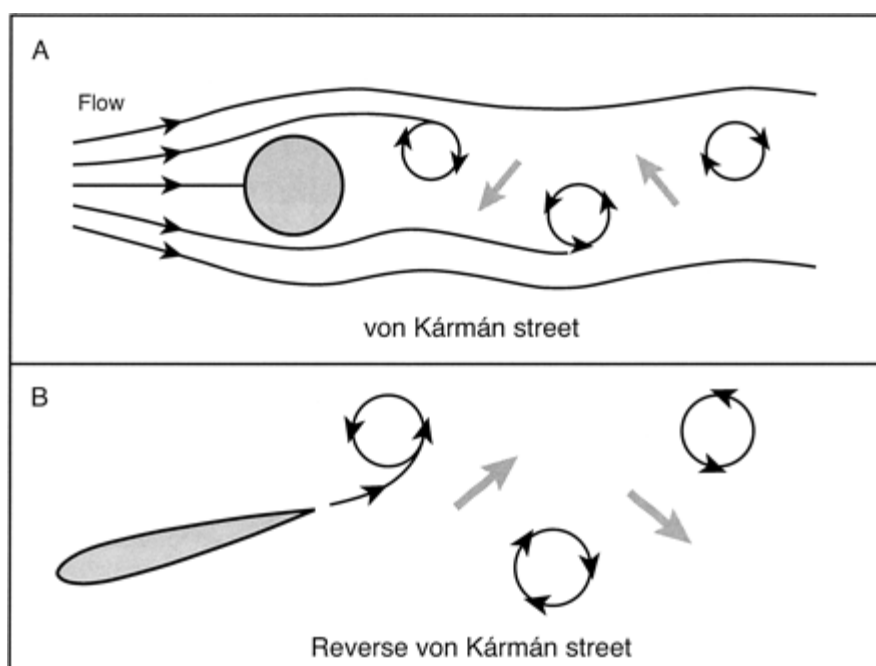
Παρατηρώντας κανείς τα ψάρια, ένα από τα πρώτα πράγματα που παρατηρεί είναι η μεγάλη ποικιλία κινήσεων που εκτελούν (κίνηση του σώματος, κίνηση του ουραίου πτερυγίου-caudal fin, κίνηση των άλλων πτερυγίων, S και U κινήσεις για

απότομη εκκίνηση και αλλαγή κατεύθυνσης). Ωστόσο, μια μεγάλη ομάδα ειδών (κυρίως αυτά της κατηγορίας carangiform κατά Breder όπως θα δούμε παρακάτω), κατά τη μόνιμη κίνησή τους μέσα στο νερό, ακολουθούν ένα συγκεκριμένο μοντέλο κίνησης (παραμέτρους της 2D εκδοχής αυτού του μοντέλου θα επεξεργαστούμε σε αυτή την εργασία). Πιο συγκεκριμένα, το σώμα των ψαριών παραμορφώνεται εκτελώντας εγκάρσιες ταλαντώσεις μεταβλητού πλάτους (μικρό στην πλευρά του κεφαλιού ενώ αυξάνεται στην πλευρά της ουράς στο τελευταίο 30%-50% του σώματος). Το ρύγχος των ψαριών δεν κινείται σε ευθεία γραμμή αλλά ταλαντώνεται με μικρό πλάτος γύρω από τη μέση διαδρομή. Το πλάτος ταλάντωσης του ρύγχους είναι γενικά ανεξάρτητο της ταχύτητας κίνησης του ψαριού. Αντιθέτως, η ταχύτητα κίνησης της ουράς επηρεάζει άμεσα την ταχύτητα του ψαριού.



Εικ. 1.1: Το μόνιμο μοντέλο κίνησης των ψαριών

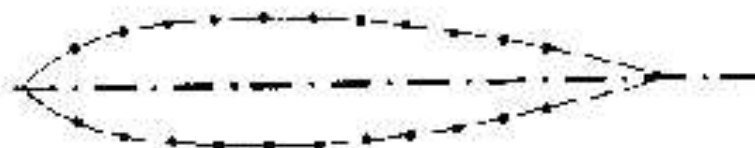
Αποτέλεσμα της κίνησης αυτής είναι η δημιουργία μιας δομής στον ομόρροο (κατά βάση των περυγίων), του λεγόμενου “reverse Von Karman street”. Πρόκειται στην ουσία για την εκπομπή αντίθετα περιστρεφόμενων στροβίλων από την ακμή εκφυγής οι οποίοι, σε αντίθεση με αυτούς του συνήθους “Von Karman street” παράγουν ώση και αυξάνουν την ορμή του ρευστού πίσω από το σώμα.



Εικ. 1.2 : “Von Karman street” και “reverse Von Karman street”

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο που θα πρέπει να αναφερθεί είναι ότι τόσο η μορφή όσο και η κίνηση των ψαριών τείνει έντονα προς τη βέλτιστη δυνατή. Χαρακτηριστικό του πρώτου είναι ότι το σχήμα των ψαριών σχεδόν ταυτίζεται με τις βελτιστοποιημένες σύγχρονες αεροτομές της αεροναυπηγικής βιομηχανίας. Στην εικόνα 1.2 φαίνεται ξεκάθαρα η ταύτιση της αεροτομής (συνεχής γραμμή) με το σχήμα του ψαριού (σημεία). Όσον αφορά στο δεύτερο, ήδη από το 1975 ο Ware απέδειξε ότι η κατανάλωση ενέργειας κατά την κίνηση επηρεάζει το μεταβολισμό και κατ’ επέκταση την ανάπτυξη του ψαριού, θέτοντας ως απαραίτητη προϋπόθεση την υψηλή απόδοση της κίνησης. Έτσι, με δεδομένο ότι τα ψάρια δεν εκτελούν

αρμονικές κινήσεις, μπορεί να εξαχθεί με σχετική ασφάλεια το συμπέρασμα ότι αυτές δεν είναι βέλτιστες (ωστόσο, χάριν απλότητας, στη συγκεκριμένη εργασία όπως και σε αρκετές άλλες χρησιμοποιούνται αρμονικές κινήσεις).



Εικ. 1.3 : Συσχέτιση μορφής ψαριού και αεροτομής

1.2.1 Ιστορική Αναδρομή

Σύμφωνα με τις πηγές, πρώτος ο Αριστοτέλης μελέτησε τα θαλάσσια πλάσματα και αναφέρθηκε στην ανατομία τους και στην κίνησή τους. Από εκεί και πέρα χρειάστηκε να περάσουν τουλάχιστον 20 αιώνες για να γνωρίσει ο κλάδος κάποια σημαντική ώθηση και αυτό χάρις στην ανάπτυξη της τεχνολογίας των μετρητικών οργάνων και της φωτογραφίας.

Η μεγάλη όμως ανάπτυξη έρχεται στον 20^ο αιώνα και οφείλεται αφενός στην έναρξη της συνεργασίας μεταξύ βιολόγων και μηχανικών και αφετέρου στην εφεύρεση τρόπων μέτρησης της αντίστασης και της ταχύτητας κίνησης.

Τεράστιας σημασίας ήταν οι εργασίες του Taylor (resistive theory) και των Lighthill και Wu (reactive theory), με τις οποίες εγκαινιάζεται η προσπάθεια μαθηματικής μοντελοποίησης της κίνησης των ψαριών. Ιδιαίτερα ο Lighthill, μελετώντας το κύμα που διαδίδεται κατά μήκος του σώματος του ψαριού, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η απόδοση αυξάνεται όταν το κύμα είναι της μορφής :

$$h(x,t) = g(x) \cdot \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

όπου το $g(x)$ αυξάνεται προς την ουρά, ενώ η ταχύτητα διάδοσης του κύματος c είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα κίνησης του ψαριού U και ισχύει :

$$c \approx \frac{5}{4} \cdot U$$

Σε αυτές τις εργασίες βρίσκεται και η αφετηρία της προσπάθειας εύρεσης αλγορίθμων υπολογισμού βέλτιστων κινήσεων με υψηλούς βαθμούς απόδοσης. Τότε, για δεδομένη μέση ώση, η μέση απώλεια κινητικής ενέργειας στη μονάδα του χρόνου πρέπει να είναι ελάχιστη. Ωστόσο, τέτοιος αλγόριθμος μπορεί να βρεθεί μόνο όταν υπάρχει βέλτιστη κίνηση. Στην περίπτωση δε που η βέλτιστη κίνηση δεν υπάρχει, πρέπει να τεθούν επιπλέον περιορισμοί, οι οποίοι πρέπει να διαλεχθούν προσεκτικά. Βέβαια ανυπαρξία βέλτιστης λύσης δεν σημαίνει ότι δεν μπορούμε να βρούμε κίνηση με υψηλό βαθμό απόδοσης, καθώς είναι πιθανό η βέλτιστη λύση να προσεγγίζεται ασυμπτωτικά. Παράδειγμα ανυπαρξίας βέλτιστης λύσης αποτελεί η 2D κίνηση σώματος στα πλαίσια της γραμμικής θεωρίας, χωρίς περιορισμούς στην κίνηση. Στην περίπτωση αυτή, εκλογή περιορισμού της μορφής

$$|h(x, t) < \delta|$$

είναι ατυχής καθώς δεν βελτιώνει την κατάσταση.

Ακόμα, ιδιαίτερα σημαντική υπήρξε η κατηγοριοποίηση που έκανε ο Breder με βάση το 2D μοντέλο κίνησης των ψαριών. Προέκυψαν 4 βασικές κατηγορίες κίνησης και αρκετές υποκατηγορίες : η anguiform, με βασικό εκπρόσωπό της το χέλι, η carangiform, της οποίας τα βασικά σημεία περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, η sub-carangiform, με χαρακτηριστικά παρόμοια με της carangiform και η thunniform, της οποίας το βασικότερο χαρακτηριστικό είναι ότι η ώση δεν προέρχεται από κίνηση του σώματος αλλά από κίνηση των

περυγίων. Η κατηγοριοποίηση αυτή, αν και χρήσιμη μέχρι και σήμερα, τα τελευταία χρόνια αμφισβητείται έντονα.

Τέλος, θα ήταν μεγάλη παράλειψη η μη αναφορά στο περίφημο παράδοξο του Gray. Ανακαλύφθηκε από το βιολόγο James Gray το 1936. Αναφέρεται στα δελφίνια και στη φαινομενικά ανεξήγητη ικανότητά τους να κινούνται με τόσο μεγάλες ταχύτητες και επιταχύνσεις αναλογικά με τη μάζα τους. Συγκεκριμένα ο Gray, μελετώντας τη φυσιολογία του δελφινιού και υπολογίζοντας την παραγόμενη αντίσταση βασιζόμενος σε ένα συντελεστή αντίστασης τυρβώδους οριακού στρώματος, βρήκε ότι η απαιτούμενη ισχύς για την εν λόγω κίνηση είναι 7 φορές μεγαλύτερη από την εκτιμώμενη μυική ισχύ. Ο ίδιος ο Gray υπέθεσε ότι το σώμα των δελφινιών πρέπει να έχει ιδιαίτερες ικανότητες που μειώνουν την αντίσταση. Ωστόσο, μοντέρνες προσεγγίσεις με χρήση οπτικοποίησης PIV (Particle Image Velocimetry) (2008) δείχνουν ότι η προσέγγιση του Gray ήταν μάλλον λανθασμένη αφού η δύναμη που παράγει το δελφίνι ξεπερνά τις 200 lb και είναι 10 φορές μεγαλύτερη από αυτή που ο ίδιος είχε υπολογίσει.

1.2.2 Σύγχρονες Προσεγγίσεις

Σήμερα, η έρευνα γύρω από την πλεύση των ψαριών καλύπτει ένα ευρύ φάσμα θεμάτων, ρευστομηχανικής και βιολογικής φύσεως. Έτσι, χρησιμοποιώντας την τελευταία λέξη της τεχνολογίας και σε συνεργασία με τον κλάδο της ρομποτικής, οι επιστήμονες έχουν καταφέρει να κατασκευάσουν τα πρώτα ρομποτικά ψάρια τα οποία ελάχιστες διαφορές παρουσιάζουν σε σχέση με τους συγγενείς τους των θαλασσών και των λιμνών.

Ένα από τα πρώτα πράγματα που έγιναν κατανοητά τα τελευταία χρόνια είναι η ανεπάρκεια της ταξινόμησης του Breder. Αυτή, λαμβάνει υπ όψιν της το 2D μοντέλο κίνησης και δεν υπολογίζει καθόλου τις 3D διαφοροποιήσεις. Όπως όμως αποδεικνύεται, στις 2 διαστάσεις, όλα τα είδη των ψαριών

ακολουθούν σε γενικές γραμμές τις ίδιες βασικές αρχές, με τον πυρήνα της διαφοροποίησης να βρίσκεται στο 3D σχήμα τους. Εξάλλου, τα 3D φαινόμενα παίζουν θεμελιώδη ρόλο στην πλεύση και στην παραγωγή της ώσης. Η πολύπλοκη κίνηση των πτερυγίων (μετατόπιση + στροφή + παραμόρφωση) επιδρά εξίσου με την κίνηση του σώματος και του ουραίου, ενώ και ο λόγος επιμήκους (aspect ratio) των πτερυγίων αυτών, σε αντίθεση με τα πουλιά και τα έντομα, είναι μικρός. Ακόμα, να αναφερθεί ότι, από βιολογικής άποψης, η ταξινόμηση του Breder δεν λέει τίποτα για τις ταξινομικές και εξελικτικές σχέσεις των διαφόρων ειδών. Πληθώρα άλλων κατηγοριοποιήσεων έχουν προταθεί προκειμένου να καλυφθούν αυτά τα κενά.

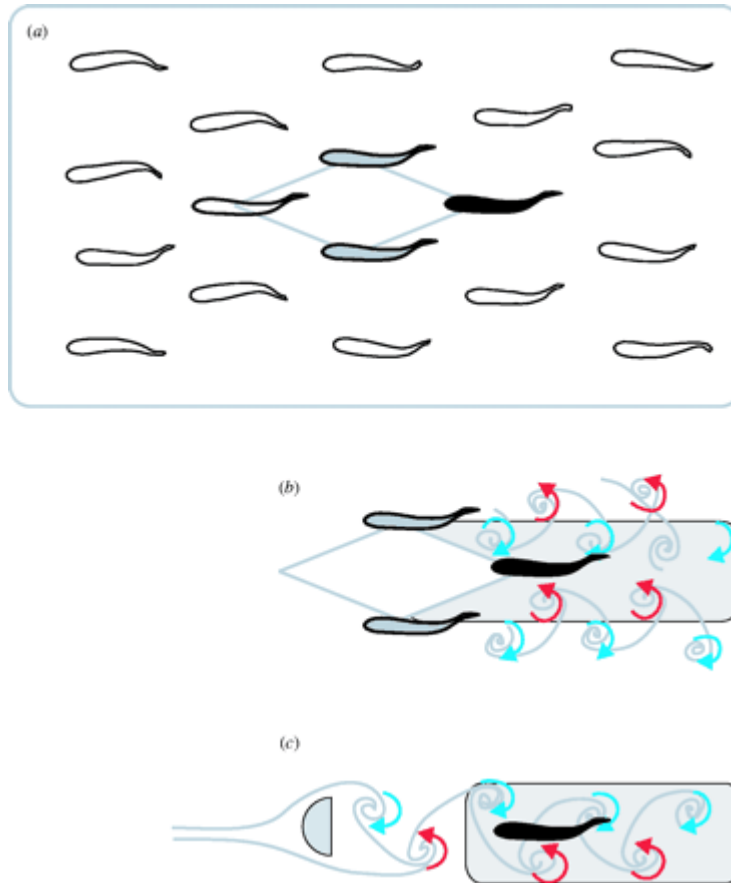
Ένα άλλο ζήτημα που παραμένει ακόμα και σήμερα σχετικά ανοιχτό είναι αυτό της μετάβασης από στρωτό οριακό στρώμα σε τυρβώδες. Είναι γνωστό ότι το στρωτό οριακό στρώμα είναι λεπτό και λείο, ενώ οδηγεί και στη δημιουργία σχετικά μικρής δύναμης αντίστασης. Αντιθέτως, το τυρβώδες οριακό στρώμα είναι παχύτερο και σαφώς δυσμενέστερο ως προς την παραγωγή αντίστασης. Κατά συνέπεια, θα ήταν λογικό να υποθέσουμε ότι ιδιαίτερα τα ταχέως κινούμενα ψάρια δημιουργούν γύρω τους στρωτή ροή, προκειμένου να αυξήσουν την ενεργειακή τους απόδοση. Όπως όμως απέδειξε ο Blake το 1983, αν και το στρωτό οριακό στρώμα είναι όντως πιο οικονομικό στη δημιουργία οπισθέλκουσας, ωστόσο γίνεται συχνά ασταθές, καθιστώντας τελικά σε αρκετές περιπτώσεις το τυρβώδες ενεργειακά ανώτερο. Η θεωρητική αυτή ανακάλυψη επιβεβαιώθηκε και στην πράξη, όταν άλλες μελέτες έδειξαν ότι διάφορα ψάρια χρησιμοποιούν επιπλέον πτερύγια προκειμένου να προκαλέσουν τεχνητή μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη.

Ένα άλλο θέμα που σχετίζεται με την πλεύση των ψαριών και βρίσκει εφαρμογή σε πληθώρα άλλων υδροδυναμικών και αεροδυναμικών προβλημάτων είναι αυτό της αλληλεπίδρασης διαφορετικών φύλλων στροβιλότητας. Στην περίπτωση των ψαριών, συναντούμε 3 ειδών αλληλεπιδράσεις :

α) Αλληλεπίδραση στροβίλων που εκφεύγουν από διαφορετικά σημεία του ίδιου ψαριού. Σχετίζεται με την αλληλεπίδραση των διαφόρων πτερυγίων μεταξύ τους (κυρίως μεταξύ dorsal-anal-caudal fin) καθώς και με την παρατήρηση ότι τα ψάρια δημιουργούν στην περιοχή του κεφαλιού (ακμή προσβολής) στρόβιλο ο οποίος αλληλεπιδρά με αυτούς που δημιουργούνται στο ουραίο (caudal fin-ακμή εκφυγής) συνήθως με σκοπό τη μείωση της απώλειας ενέργειας στον ομόρρου.

β) Αλληλεπίδραση στροβίλων που εκφεύγουν από διαφορετικά ψάρια. Σχετίζεται με την πλεύση σε κοπάδια. Όταν ένα ψάρι συναντά το στρόβιλο ενός άλλου ψαριού, μπορεί με κατάλληλη κίνηση του σώματός του να δεσμεύσει μέρος της ενέργειάς του αυξάνοντας την παραγόμενη ώση και την απόδοσή του, ενώ κατ' επέκταση αυξάνει και την ενεργειακή απόδοση ολόκληρου του κοπαδιού!

γ) Αλληλεπίδραση με στροβίλους άλλων αντικειμένων. Χρησιμοποιείται ιδιαίτερα από ψάρια όπως ο σολωμός όταν κινούνται αντίθετα στο ρεύμα ποταμών. Το αντικείμενο, π.χ. ένας βράχος, δημιουργεί στον ομόρρου του δομή τύπου “Von Karman street” και το ψάρι, με σωστή τοποθέτηση του σώματός του μεταξύ των στροβίλων, είναι σε θέση να σταματήσει την παραγωγή ενέργειας από το μυϊκό του σύστημα και να δημιουργήσει ώση παθητικά.



Εικ. 1.4 : Τρόποι αλληλεπίδρασης φύλλων στροβιλότητας διαφορετικών ψαριών-ψαριού/αντικειμένου

Η μελέτη των παραπάνω φαινομένων δεν θα ήταν δυνατή σε τέτοιο βαθμό δίχως την ανάπτυξη προηγμένων τεχνολογιών οπτικοποίησης, όπως η DPIV (Digital Particle Image Velocimetry). Πρόκειται για μέθοδο οπτικοποίησης της ροής που στηρίζεται σε σωματιδιακή προσέγγιση του ρευστού. Συγκεκριμένα, το ρευστό φωτίζεται με συγκεκριμένο τρόπο προκειμένου τα σωματίδια, τα οποία θεωρούνται αρκούντως μικρά για να ακολουθούν τη δυναμική της ροής, να γίνονται ορατά. Έτσι, μετράται η κίνηση των σωματιδίων και από εκεί υπολογίζονται διάφορα ρευστομηχανικά μεγέθη όπως η ταχύτητα. Η χρήση της DPIV σήμερα είναι εκτενής και περιλαμβάνει την αναπαράσταση της γεωμετρίας του ομόρρου, την κατανόηση των αιτίων δημιουργίας προωστικών δυνάμεων,

τη συσχέτιση ταχύτητας κίνησης και ομόρρου, τη μελέτη της λειτουργικής ευελιξίας των πτερυγίων των ψαριών και φυσικά τη μελέτη της αλληλεπίδρασης των ομόρρων.

Κεφάλαιο 2

Το υδροδυναμικό-υπολογιστικό πρότυπο

2.1 Το πρότυπο FOIL2W

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η υδροδυναμική ανάλυση της πλεύσης των ψαριών βασίστηκε στον κώδικα foil2wake (FOIL2W), που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ. Πρόκειται για ένα μοντέλο αριθμητικής επίλυσης του 2D προβλήματος της συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης και χρησιμοποιεί βηματική ολοκλήρωση στο χρόνο, σε διαδοχικά χρονικά βήματα Δt .

Ουσιαστικά, ο κώδικας FOIL2W στηρίζεται στη σύζευξη της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων με μια ολοκληρωτική διατύπωση του οριακού στρώματος. Χρησιμοποιείται για την επίλυση αεροδυναμικών-υδροδυναμικών προβλημάτων μη μόνιμης ροής γύρω από ταλαντούμενες απαραμόρφωτες ή παραμορφούμενες αεροτομές-υδροτομές. Λόγω του ισχυρού χαρακτήρα της σύζευξης της μη συνεκτικής ροής με το συνεκτικό οριακό στρώμα, είναι κατάλληλος για προβλήματα με ισχυρά φαινόμενα αποκόλλησης, αρκεί η γωνία πρόσπτωσης να μην ξεπερνά πολύ αυτήν στην οποία εμφανίζεται απώλεια στήριξης. Ακόμα, είναι κατάλληλος για την επίλυση αεροελαστικών προβλημάτων.

Η διαδικασία ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=0$ με την επίλυση της μόνιμης, ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής γύρω από την αεροτομή-υδροτομή, με σκοπό τον προσδιορισμό της αρχικής κυκλοφορίας γύρω από αυτή, η οποία αποτελεί και αρχική συνθήκη του προβλήματος.

Στη συνέχεια και σε κάθε χρονικό βήμα Δt , οι μη γραμμικές εξισώσεις της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής και οι εξισώσεις του οριακού στρώματος λύνονται ταυτόχρονα με τη χρήση επαναληπτικού σχήματος για τη σύγκλιση της γεωμετρίας του κοντινού ομόρρου.

Τα άγνωστα μεγέθη της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής στην περίπτωση του απλού ομόρρου συνοψίζονται στις N τμηματικά σταθερές διανομές πηγών σ^i , στην ένταση της στροβιλότητας πάνω στην αεροτομή-υδροτομή γ , στην ένταση της στροβιλότητας του κοντινού ομόρρου γ_w , στη γεωμετρία

του κοντινού ομόρρου και στις N τιμές της εφαπτομενικής ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης U_T^* .

Παρακάτω αναλύεται η θεωρία της αεροδυναμικής-υδροδυναμικής που χρησιμοποιείται στο πρότυπο FOIL2W. Η ανάλυση στηρίζεται στις σημειώσεις της μη μόνιμης αεροδυναμικής του αντίστοιχου μαθήματος του 9^{ου} εξαμήνου της σχολής μηχανολόγων μηχανικών του ΕΜΠ.

2.2 Μη μόνιμη ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή γύρω από υδροτομή

2.2.1 Η μη-μονιμότητα

Το πρόβλημα της ταλαντούμενης υδροτομής είναι ένα πρόβλημα μη μόνιμης υδροδυναμικής. Αυτό που χαρακτηρίζει τα μη μόνιμα προβλήματα σε σχέση με τα μόνιμα είναι η εμφάνιση του ομόρρου, της στροβιλής δηλαδή περιοχής που εμφανίζεται στα κατάντι της ροής. Πρόκειται για μια ζώνη διάτμησης που μπορεί να προσεγγιστεί ως γραμμή διανομής στροβιλότητας, ως γραμμή ασυνέχειας της εφαπτομενικής ταχύτητας αλλά και ως γραμμή μεταβολής του πηδήματος του δυναμικού.

Ο ομόρρος αποτελεί φυσική συνέπεια του θεωρήματος Kelvin. Σύμφωνα με αυτό, η κυκλοφορία γύρω από μια υδροτομή διατηρείται υλικά (αρκεί η ροή να είναι μη συνεκτική). Έτσι, κάθε στιγμή αποβάλλεται από κάποιο σημείο της υδροτομής τόση στροβιλότητα όση είναι και η μεταβολή της κυκλοφορίας γύρω της. Το σημείο αυτό είναι η ακμή εκφυγής, λόγω της ανάμειξης των διαφορετικών οριακών στρωμάτων που συντελείται στην περιοχή.

Είναι γεγονός ότι στην πραγματικότητα η δημιουργία του ομόρρου σχετίζεται άμεσα με τη συνεκτικότητα και άρα με το οριακό στρώμα. Ωστόσο στο παρόν υποκεφάλαιο, όπου

εξετάζεται η ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή, η αιτία του φαινομένου (δηλαδή το οριακό στρώμα) αγνοείται, θεωρώντας μόνο σαν δεδομένη την ύπαρξη του αποτελέσματος (δηλαδή τον ομόρρο).

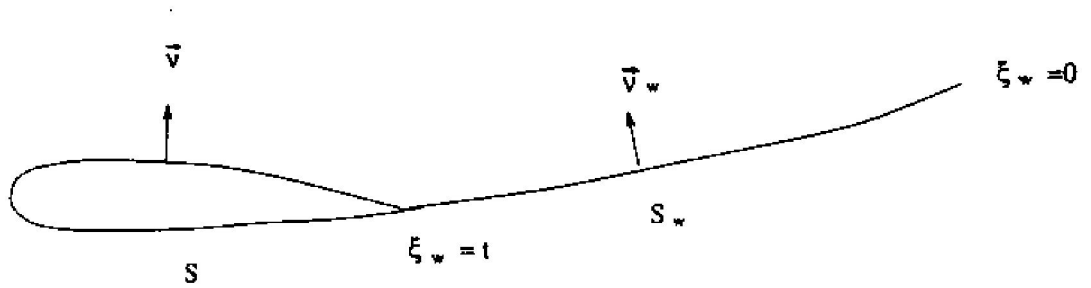
2.2.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος

Στο πρόβλημά μας, η υδροτομή κινείται μέσα σε απέρατο ιδεατό ρευστό, με τη ροή να παραμένει προσκολλημένη, ενώ το πεδίο ροής θεωρείται ιδιόμορφα στροβιλό. Αυτό σημαίνει ότι είναι παντού αστρόβιλο εκτός από συγκεκριμένες καμπύλες κατά μήκος των οποίων διανέμεται ιδιόμορφα η στροβιλότητα. Επιπλέον, επειδή το ρευστό είναι υγρό (νερό), από εδώ και στο εξής η ιδιότητά του ως ασυμπίεστο θα θεωρείται δεδομένη.

Θεωρούμε S το σύνορο της υδροτομής και S_w την επιφάνεια του ομόρρου της. Έστω \vec{x}, \vec{x}_w τυχαία σημεία πάνω στην υδροτομή και στον ομόρρο αντιστοίχα και $\vec{v}(\vec{x}, t), \vec{v}_w(\vec{x}, t)$ τα αντίστοιχα κάθετα διανύσματα. Με $\xi_w(t)$ συμβολίζεται η παράμετρος μήκους του ομόρρου και με D^+ το εξωτερικό χωρίο της υδροτομής που αποτελεί και το πεδίο ροής. Ακόμα, $\vec{U}_\infty(t)$ είναι η επ' άπειρο ταχύτητα, $\vec{U}_b(\vec{x}, t)$ η ταχύτητα κίνησης της υδροτομής, $\vec{u}(\vec{x}, t)$ το πεδίο ταχύτητας του ρευστού, $\omega(\vec{x}, t)$ το πεδίο στροβιλότητας και Γ η κυκλοφορία γύρω από την υδροτομή. Για την ταχύτητα κίνησης προκύπτει ότι :

$$\vec{U}_b(\vec{x}, t) = \vec{U}_a(t) + \Omega_a(t) \cdot (\vec{k} \times \vec{x}) \quad (2.1)$$

είναι δηλαδή το άθροισμα μιας μεταφοράς και μιας περιστροφής (φυσικά στη (2.1) θα πρέπει να προστεθεί και ένας όρος παραμόρφωσης αν αυτή υπάρχει).



Εικ. 2.1 : Οι βασικοί συμβολισμοί

Με βάση τα παραπάνω, οι εξισώσεις που περιγράφουν τη μη μόνιμη μη συνεκτική ροή γύρω από υδροτομή είναι οι εξής :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}_\infty(t) + \nabla\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \times \Psi(\vec{x}, t)\vec{k} \quad (2.2)$$

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}, t) = \nabla\vec{u}(\vec{x}, t) = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla^2\Psi(\vec{x}, t)\vec{k} = \nabla \times \vec{u}(\vec{x}, t) = -\omega(\vec{x}, t)\vec{k} \quad (2.4)$$

$$\vec{u}(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) = \vec{U}_b(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \quad (2.5)$$

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \nabla\Phi(\vec{x}, t) = 0 \quad , \quad \lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \nabla \times \Psi(\vec{x}, t) = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{dx_w(\xi_w, t)}{dt} = \vec{u}(\vec{x}, t) \cdot \vec{e}_w \quad , \quad [[\partial_n \Psi]](\vec{x}_w, t) \neq 0 \quad , \quad [[\vec{u} \cdot \vec{v}]]_w = 0 \quad (2.8)$$

$$[[p]]_{\xi=t} = 0 \quad (2.9)$$

Από τις εξισώσεις αυτές, η (2.2) είναι το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz, όπου με $\Phi(\vec{x}, t)$ παριστάνεται το δυναμικό διαταραχής και με $\Psi(\vec{x}, t)$ η ροϊκή συνάρτηση διαταραχής. Τα 2 αυτά μεγέθη ικανοποιούν, το μεν πρώτο την ομογενή εξίσωση Laplace (2.3), το δε δεύτερο την εξίσωση Poisson (2.4). Οι (2.5) και (2.6) είναι οι οριακές συνθήκες του προβλήματος. Η (2.5) είναι η συνθήκη μη εισχώρησης, που ισχύει πάνω στο στερεό όριο (υδροτομή) και η (2.6) είναι η συνθήκη που ισχύει στο άπειρο. Όσον αφορά στον ομόρρου, η εξίσωση (2.7) αποτελεί το θεώρημα του Kelvin, και οι (2.8) την κινηματική συνθήκη και τη συνθήκη που προσδιορίζει τον ομόρρου ως μια γραμμή πηδήματος της εφαπτομενικής ταχύτητας. Τέλος, η (2.9) αποτελεί τη συνθήκη Kutta-Joukowski.

2.2.3 Το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz

Σύμφωνα με το θεώρημα αυτό, κάθε πεδίο ταχύτητας $\vec{u}(\vec{x}, t)$ μπορεί να αναλυθεί με μοναδικό τρόπο σε ένα αστρόβιλο τμήμα $\vec{u}_\Delta(\vec{x}, t)$ και σε ένα σωληνοειδές-στροβιλό τμήμα $\vec{u}_\omega(\vec{x}, t)$, τέτοια ώστε :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_\Delta(\vec{x}, t) + \vec{u}_\omega(\vec{x}, t) \quad (2.10)$$

όπου :

$$\nabla \times \vec{u}_\Delta(\vec{x}, t) = 0 \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_\omega(\vec{x}, t) = 0 \quad (2.12)$$

Η εξίσωση (2.11) αποτελεί τη συνθήκη αστροβιλότητας του \vec{u}_Δ και η (2.12) τη συνθήκη ασυμπιεστότητας του \vec{u}_ω . Η (2.10) μπορεί να γραφεί και στη μορφή :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \nabla\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \quad (2.13)$$

όπου $\Phi(\vec{x}, t)$ βαθμωτό πεδίο που ονομάζεται δυναμικό της ροής και $\vec{\Psi}(\vec{x}, t)$ διανυσματικό πεδίο που ονομάζεται διανυσματικό δυναμικό ή ροϊκή συνάρτηση. Για τα πεδία αυτά ισχύει :

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}, t) = \nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t) = \Delta(\vec{x}) \quad (2.14)$$

$$\nabla^2\vec{\Psi}(\vec{x}, t) = \nabla \times \vec{u}(\vec{x}, t) = -\vec{\omega}(\vec{x}, t) \quad (2.15)$$

όπου $\Delta(\vec{x})$ ο ρυθμός μεταβολής του όγκου και $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ η στροβιλότητα του πεδίου ροής. Για ασυμπιέστες ροές η (2.14) μηδενίζεται.

Γίνεται φανερό ότι γνωρίζοντας τα πεδία Φ και $\vec{\Psi}$ μπορούμε να υπολογίσουμε το πεδίο ταχύτητας. Τα Φ και $\vec{\Psi}$ υπολογίζονται από τις (2.14) και (2.15) με χρήση της 2^{ης} ταυτότητας του Green.

2.2.4 Το θεώρημα του Green

Η χρήση του θεωρήματος Green επιτρέπει την αναπαράσταση αρμονικών πεδίων (όπως τα παραπάνω) σε μορφή ολοκληρωτική.

Στο πρόβλημά μας, το χωρίο D και κατ' επέκταση το πεδίο ροής χωρίζεται σε 2 υποχωρία D^+, D^- , τα οποία αντιπροσωπεύουν 2 διαφορετικά προβλήματα, το εξωτερικό (το οποίο κατά βάση μας ενδιαφέρει) και το εσωτερικό (το οποίο δεν έχει φυσική σημασία). Ακόμα με S συμβολίζεται το σύνορο της υδροτομής και με S_w το σύνορο του ομόρρου. Το θεώρημα

του Green καταλήγει στην παρακάτω εξίσωση, στην οποία περιλαμβάνονται και τα 2 προβλήματα :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(\vec{x}_0, t), \vec{x}_0 \in D^+ \\ \frac{1}{2}(\Phi + \Phi')(\vec{x}_0, t), \vec{x}_0 \in S \cup S_w \\ \Phi'(\vec{x}_0, t), \vec{x}_0 \in D^- \end{array} \right\} = \int_S ([[\partial_\nu \Phi]](\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) - [[\Phi]](\vec{x}, t) \cdot \partial_\nu G(\vec{x}_0 - \vec{x})) dS(\vec{x}) -$$

$$- \int_{S_w} [[\Phi]]_w(\vec{x}, t) \cdot \partial_\nu G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_w(\vec{x}) \quad (2.16)$$

όπου ισχύουν τα εξής :

$$[[\Phi]] = \Phi^+ - \Phi^- = \mu(\vec{x}) \quad (2.17)$$

(ομοίως για Φ_w)

$$[[\partial_\nu \Phi]] = \partial_\nu \Phi^+ - \partial_\nu \Phi^- = \sigma(\vec{x}) \quad (2.18)$$

$$\nabla^2 G(\vec{x}_0 - \vec{x}) = \delta(\vec{x}_0 - \vec{x}) \quad (2.19)$$

$$G(\vec{x}_0 - \vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \ln |\vec{x}_0 - \vec{x}| \quad (2.20)$$

Φαίνεται δηλαδή ότι το πηδημα του δυναμικού ταυτίζεται με μια διανομή διπόλων ή διανομή στροβιλότητας πάνω στην υδροτομή και στον ομόρρο, ενώ το πηδημα της κάθετης παραγώγου του δυναμικού με μια διανομή πηγών στην υδροτομή. Ακόμα, η συνάρτηση G , που ονομάζεται συνάρτηση Green, προκειμένου το θεώρημα Green να μας δώσει

αναπαράσταση του Φ , θα πρέπει να έχει συγκεκριμένη μορφή (εξίσωση (2.20) για 2D) και η λαπλασιανή της να ισούται με τη συνάρτηση Dirac (εξίσωση (2.19)). Να τονιστεί δε ότι το x_0 είναι το σημείο υπολογισμού ενώ το x είναι το σημείο ως προς το οποίο τρέχουν οι ολοκληρώσεις.

Από τις 2 αυτές διανομές, και ανάλογα με το πώς θα τις διαχειριστούμε, προκύπτουν 3 διαφορετικές διατυπώσεις :

α) Η διατύπωση πηγών, με βάση την οποία το δυναμικό επεκτείνεται κατά τρόπο συνεχή στο εσωτερικό της υδροτομής και κατ' επέκταση το πήδημα του δυναμικού και άρα και η διανομή διπόλων μηδενίζονται.

$$\Phi^+ = \Phi^- \Rightarrow [[\Phi]] = 0 \quad (2.21)$$

β) Η διατύπωση διπόλων, με βάση την οποία η κάθετη παράγωγος του δυναμικού επεκτείνεται κατά συνεχή τρόπο στο εσωτερικό της υδροτομής και κατ' επέκταση το πήδημα της κάθετης παραγώγου του δυναμικού και η διανομή πηγών μηδενίζονται.

$$\partial_\nu \Phi^+ = \partial_\nu \Phi^- \Rightarrow [[\partial_\nu \Phi]] = 0 \quad (2.22)$$

γ) Η άμεση διατύπωση, με βάση την οποία το εσωτερικό πρόβλημα τίθεται ταυτοτικά ίσο με το μηδέν. Το μειονέκτημα αυτής της διατύπωσης είναι ότι δεν μηδενίζει μια από τις 2 διανομές.

$$\Phi^- = 0 \Rightarrow [[\Phi]] = \Phi^+ \quad (2.23)$$

$$\partial_\nu \Phi^- = 0 \Rightarrow [[\partial_\nu \Phi]] = \partial_\nu \Phi^+ \quad (2.24)$$

Παρακάτω θα χρησιμοποιηθεί η διατύπωση πηγών. Σύμφωνα με αυτήν :

$$\Phi(\vec{x}_0, t) = \int_S \sigma(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS(\vec{x}) \quad (2.25)$$

Ωστόσο, από μόνη της η διατύπωση αυτή δεν παρουσιάζει ασυνέχεια δυναμικού και κατ' επέκταση ούτε κυκλοφορία και άνωση. Για το λόγο αυτό εισάγουμε μια διανομή δινών ή ισοδύναμα μια διανομή επιφανειακής στροβιλότητας $\gamma(\vec{x}, t)$. Μαθηματικά δε, αυτό είναι ισοδύναμο με την εισαγωγή ροϊκής συνάρτησης που ικανοποιεί την εξίσωση (2.4). Για τη στροβιλότητα ισχύει :

$$\gamma(\vec{x}, t) = \frac{\Gamma}{L} \quad (2.26)$$

όπου L το μήκος της S . Η διατύπωση αυτή ονομάζεται διατύπωση πηγών-στροβιλότητας ή στροβιλή διατύπωση. Για τη ροϊκή συνάρτηση προκύπτει τελικά :

$$\Psi(\vec{x}_0, t) = \int_S \gamma(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS(\vec{x}) + \int_{S_w} \gamma_w(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_w(\vec{x}) \quad (2.27)$$

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας, που θα αντικατασταθεί στη συνθήκη μη εισχώρησης, αρκεί η παραγωγή των (2.25) και (2.27)

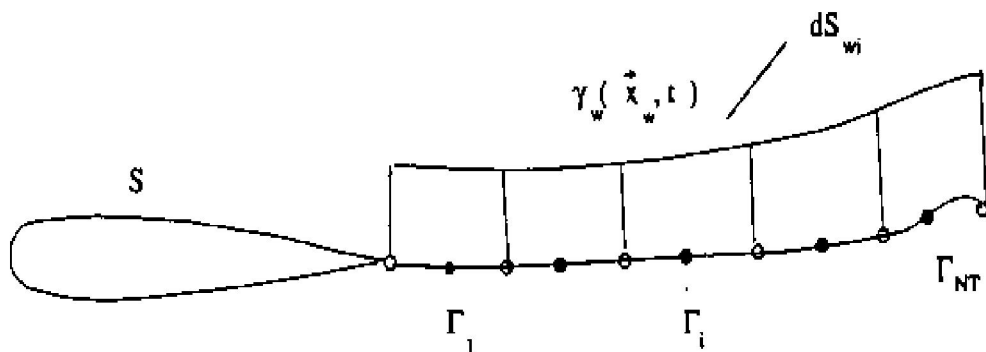
2.2.5 Ο ομόρρους

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο ομόρρους αποτελεί μια γραμμή διανομής στροβιλότητας. Η διανομή αυτή μπορεί να γραφεί σαν ένα άθροισμα συναρτήσεων Dirac ως εξής :

$$\gamma_w(\vec{x}_w, t) = \sum_{i=1}^{NT} \Gamma_i \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \quad (2.28)$$

όπου Γ_i οι δίνες, που αποτελούν στην ουσία την ολοκλήρωση της συνεχούς διανομής στροβιλότητας ενός τμήματος του ομόρρου που παράγεται σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα Δt , NT ο αριθμός των δινών και \vec{x}_i η θέση των δινών.

Εν γένει, ο ομόρρος διαχωρίζεται σε 2 τμήματα. Στον κοντινό ομόρρο (near wake), που εντοπίζεται στο κοντινό στην ακμή εκφυγής τμήμα S_w^n και διατηρείται ως τμήμα στροβιλότητας σταθερής έντασης γ_w^n (αποτελεί τη στροβιλότητα που αποβάλλεται από την ακμή εκφυγής τη χρονική στιγμή t) και στο μακρινό ομόρρο, που αποτελείται από τις σημειακές δίνες Γ_i που αποβλήθηκαν σε προηγούμενες χρονικές στιγμές.



Εικ. 2.2 : Ο διακριτός ομόρρος

Τελικά προκύπτει για το κομμάτι της ροϊκής συνάρτησης που αφορά στον ομόρρο :

$$\Psi_w(\vec{x}_0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_w^n} \gamma_w^n \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| dS_w(\vec{x}) + \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_i}{2\pi} \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}_i| \quad (2.29)$$

2.2.6 Το θεώρημα Kelvin

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.2.1, το θεώρημα Kelvin μας λέει ότι στην περίπτωση της μη συνεκτικής ροής γύρω από υδροτομή, η κυκλοφορία διατηρείται υλικά, πράγμα που σημαίνει ότι κάθε στιγμή αποβάλλεται από την ακμή εκφυγής τόση στροβιλότητα όση είναι η μεταβολή της κυκλοφορίας γύρω από την υδροτομή. Ισχύει δηλαδή :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = -\frac{dl_w}{dt} \cdot \gamma_w^n \quad (2.30)$$

2.2.7 Η συνθήκη Kutta-Joukowski

Πρόκειται για τη συνθήκη που εφαρμόζεται στην ακμή εκφυγής και επιβάλλει το πήδημα της πίεσης εκεί να ισούται με το 0 :

$$[[p]]_{TE} = 0 \quad (2.31)$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Bernoulli και θεωρώντας ότι η μέση ταχύτητα της ροής στην ακμή εκφυγής :

$$\vec{u}_m = \frac{1}{2} \cdot (\vec{u}^+ + \vec{u}^-) \quad (2.32)$$

είναι ταυτόχρονα και ταχύτητα εκφυγής του κοντινού ομόρρου, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι σε χρονικό διάστημα Δt η μεταβολή της κυκλοφορίας γύρω από την υδροτομή είναι :

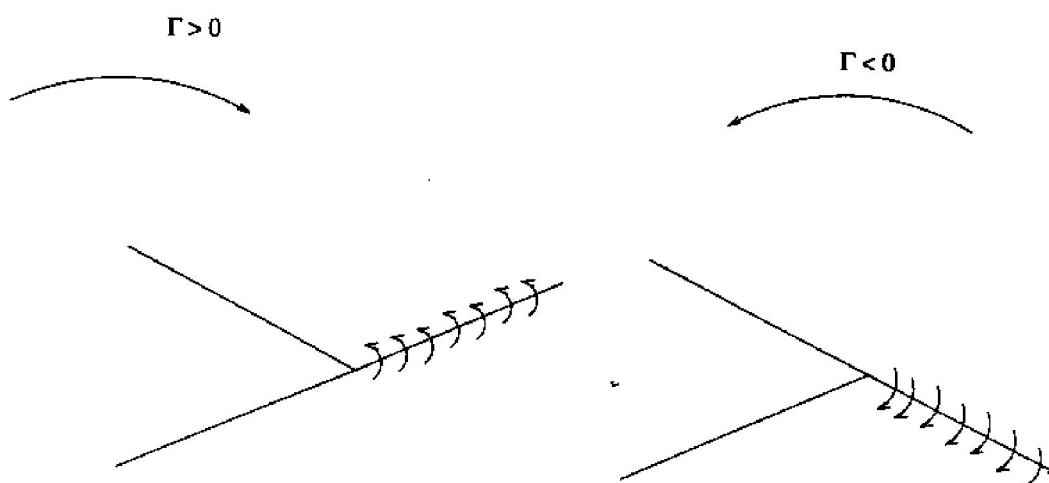
$$\Delta \Gamma = -(\vec{u}^+ - \vec{u}^-) \cdot \Delta l_w \quad (2.33)$$

όπου Δl_w το μήκος του αποβαλλόμενου κοντινού ομόρρου.

Από τη σχέση (2.33) και το θεώρημα του Kelvin προκύπτει ακόμα ότι :

$$\gamma_w^n = u^+ - u^- \quad (2.34)$$

Ένα τελευταίο συμπέρασμα έχει να κάνει με την κατεύθυνση αποβολής της στροβιλότητας. Έτσι, όταν η κυκλοφορία της υδροτομής είναι θετική-ωρολογιακή τότε ο κοντινός ομόρρους αποβάλλεται εφαπτομενικά προς την κάτω πλευρά της, ενώ όταν είναι αρνητική εφαπτομενικά προς την πάνω.



Εικ. 2.3 : Η σύμβαση για τη γωνία αποβολής του ομόρρου

2.2.8 Η αποκόλληση

Στην υποπαράγραφο αυτή θα γίνει μια μικρή αναφορά στις αποκολλημένες ροές. Ωστόσο η ανάλυση δεν θα μπει στις λεπτομέρειες του φαινομένου, μιας και το μοντέλο που αναπτύσσεται στην εργασία αυτή αφορά προσκολλημένες ροές.

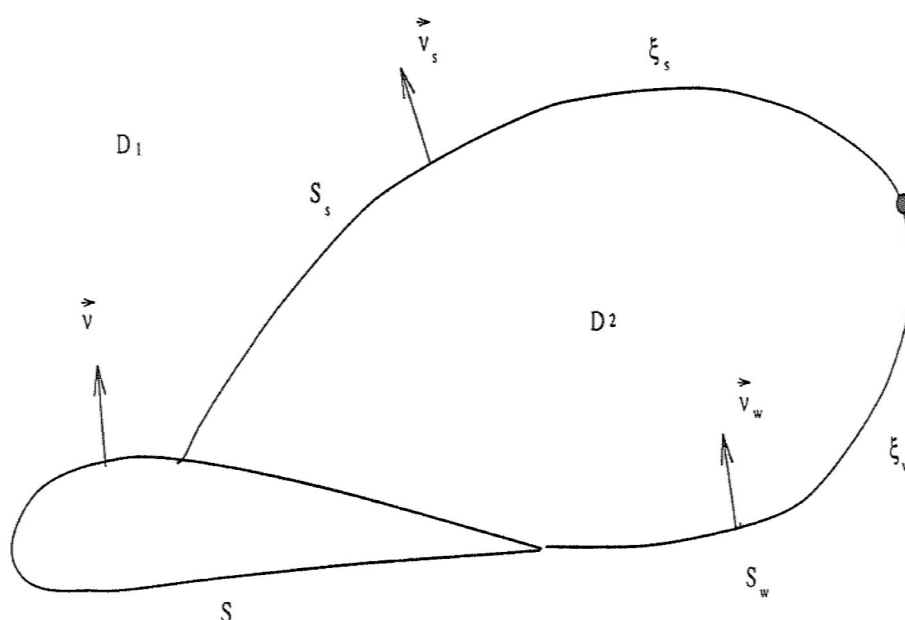
Έτσι, η αναφορά στην αποκόλληση γίνεται καθαρά για λόγους πληρότητας.

Η αποκόλληση της ροής είναι ένα συνεκτικό φαινόμενο, η δημιουργία του δηλαδή είναι άμεσα συνυφασμένη με την ύπαρξη συνεκτικότητας στο ρευστό. Ωστόσο, στα πλαίσια μιας μη συνεκτικής προσέγγισης, θα ακολουθηθεί η λογική που χρησιμοποιήθηκε και στον ομόρρο, αγνοείται δηλαδή το αίτιο (οριακό στρώμα) και εισάγεται “αυθαίρετα” το αποτέλεσμα (αποκόλληση) σαν γραμμή διανεμημένης στροβιλότητας.

Τα φαινόμενα αποκόλλησης της ροής γενικά μπορούν να χωριστούν σε 2 μεγάλες κατηγορίες. Στα φαινόμενα στατικής αποκόλλησης, που αφορούν σε ακίνητες υδροτομές που βρίσκονται υπό μεγάλη γωνία πρόσπτωσης, και στα φαινόμενα δυναμικής αποκόλλησης, που αφορούν σε κινούμενες υδροτομές. Επειδή συνολικά οι εργασίες που έχουν γίνει γύρω από τα φαινόμενα δυναμικής αποκόλλησης με χρήση μη συνεκτικών μεθοδολογιών είναι περιορισμένες και τα αποτελέσματα μη ικανοποιητικά, η ανάλυση που ακολουθεί θα περιοριστεί στη στατική αποκόλληση.

Σε πρώτη φάση, ας αναλύσουμε ποιοτικά το φαινόμενο, χωρίς να εξαιρέσουμε από την ανάλυση αυτή τη συνεκτικότητα. Σε μια υδροτομή, στην περιοχή της ακμής προσβολής, η ροή επιταχύνεται και μπορεί με πολύ καλή προσέγγιση να θεωρηθεί αστρόβιλη, με εξαίρεση τη στενή λωρίδα του οριακού στρώματος. Στη συνέχεια όμως, η ροή επιβραδύνεται, και η ήδη μικρή ταχύτητα κοντά στο σύνορο της υδροτομής κάποια στιγμή μηδενίζεται και αντιστρέφεται. Από το σημείο αυτό, που ονομάζεται σημείο στατικής αποκόλλησης, αρχίζουν να δημιουργούνται έντονοι στροβιλισμοί και η ροή απομακρύνεται από το σώμα. Το λεπτό στρώμα διάτμησης που δημιουργείται ενώνεται με το στρώμα διάτμησης της ακμής εκφυγής, δημιουργώντας έτσι μια φυσαλίδα ανακυκλοφορίας της ροής, ενώ επίσης δεν μπορεί να γίνει ανάκτηση της στατικής πίεσης κατάντι του σημείου αποκόλλησης. Να τονιστεί ότι παρότι η υδροτομή είναι ακίνητη, το φαινόμενο έχει μη μόνιμο χαρακτήρα.

Σε επίπεδο μαθηματικού φορμαλισμού (με βάση τη μη συνεκτική θεώρηση), η ανάλυση της αποκολλημένης ροής είναι πανομοιότυπη με την ανάλυση που προηγήθηκε για την προσκολλημένη, με μόνη εξαίρεση ότι προστίθεται ένα φύλλο στροβιλότητας (S_s), το οποίο εκφεύγει από κάποιο σημείο της υδροτομής. Το σημείο αυτό θεωρείται δεδομένο, άρα ο μόνος άγνωστος που προστίθεται στο πρόβλημα είναι η τιμή της στροβιλότητας που απελευθερώνεται από το σημείο αυτό κάθε χρονική στιγμή.



Εικ. 2.4 : Βασικοί συμβολισμοί της αποκολλημένης ροής

Το νέο φύλλο στροβιλότητας αντιμετωπίζεται με πανομοιότυπο τρόπο με το φύλλο στροβιλότητας του ομόρρου. Ισχύουν κατά παρόμοιο τρόπο η κινηματική συνθήκη (αντίστοιχο της (2.8) 1^η εξίσωση) και η συνθήκη Kutta-Joukowski (αντίστοιχο της (2.31)), ενώ και αυτό μπορεί να θεωρηθεί σαν γραμμή πηδήματος της εφαπτομενικής ταχύτητας (αντίστοιχο της (2.8) 2^η εξίσωση). Ακόμα, και εδώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί το θεώρημα του Green, και μάλιστα η διατύπωση πηγών-στροβιλότητας. Η εξίσωση για το δυναμικό

είναι η ίδια (2.25), ενώ στην εξίσωση για τη ροϊκή συνάρτηση (2.27) προστίθεται ένας ολοκληρωτικός όρος που αφορά στο 2^ο φύλλο στροβιλότητας. Τέλος, και για το 2^ο φύλλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του διακριτού ομόρρου (κεφάλαιο 2.2.5).

Μια διαφορά που παρατηρείται σχετίζεται με την ταχύτητα κατάντι του σημείου αποκόλλησης. Έτσι η ταχύτητα μέσα στη φυσαλίδα ανακυκλοφορίας θεωρείται ίση με μηδέν :

$$u_s^- = 0 \quad (2.35)$$

Κατά συνέπεια, αποδεικνύεται ότι η τιμή της αποβαλλόμενης στροβιλότητας γίνεται :

$$\gamma_s^n = u_s^+ \quad (2.36)$$

Όσον αφορά στην κατεύθυνση, στην αποκολλημένη ροή το φύλλο της ακμής εκφυγής αποβάλλεται εφαπτομενικά προς την κάτω πλευρά της υδροτομής, ενώ το αποκολλημένο φύλλο εφαπτομενικά προς την επιφάνεια της υδροτομής.

2.3 Το οριακό στρώμα

Μέχρι στιγμής αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της μη συνεκτικής ροής και στα πλαίσια αυτού του μη συνεκτικού μοντέλου εισήχθησαν και συνεκτικά φαινόμενα όπως ο ομόρρος και η αποκόλληση. Ιδιαίτερα στην περίπτωση της αποκόλλησης, χρειάστηκε να υποθεθεί το σημείο όπου αυτή συμβαίνει, με αποτέλεσμα είτε να απαιτούνται πειραματικά δεδομένα είτε να ελλοχεύει ο κίνδυνος μείωσης της ακρίβειας και της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων.

Για να αντιμετωπιστούν αυτά τα προβλήματα, δημιουργείται ένα μοντέλο συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης, όπου γίνεται σύζευξη των εξισώσεων της μη

συνεκτικής ροής με μια ολοκληρωτική διατύπωση των εξισώσεων του οριακού στρώματος.

Η ανάλυση περιορίζεται σε ροές ασυμπίεστου ρευστού και μεγάλων αριθμών Reynolds (Re), ούτως ώστε η επίδραση της συνεκτικότητας να περιορίζεται σε μια λεπτή ζώνη γύρω από το στερεό σύνορο της υδροτομής και τα στρώματα διάτμησης (ομόρρους) και να είναι δυνατή η ολοκλήρωσή της. Ωστόσο να τονιστεί ότι και στην περίπτωση του ολοκληρωτικού οριακού στρώματος πρέπει να γίνει επιλογή της μορφής της κατανομής της ταχύτητας στο εσωτερικό των λεπτών ζωνών όπου η συνεκτικότητα παίζει σημαίνοντα ρόλο. Είναι δε προτιμητέες κατανομές 2 παραμέτρων γιατί περιγράφουν καλύτερα αποκολλημένες ροές.

Στην ανάλυση που ακολουθεί γίνεται μικρή αναφορά στις αποκολλημένες ροές και αυτό γιατί όπως ήδη αναφέρθηκε, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται μόνο προσκολλημένες ροές.

Αρχικά θα οριστούν οι ελλειμματικές εξισώσεις του οριακού στρώματος σε ολοκληρωματική μορφή και η αλληλεπίδρασή τους με αυτές της μη συνεκτικής ροής θα επιτευχθεί με την εισαγωγή διανομής κάθετης ταχύτητας στο σύνορο της υδροτομής και στον ομόρρο, η οποία θα αναπαριστά το έλλειμμα μάζας της συνεκτικής ροής σε σχέση με τη μη συνεκτική (ισοδύναμη προς τη συνεκτική ως προς το πεδίο των πιέσεων) στο πάχος του οριακού στρώματος. Οι εξισώσεις αυτές είναι οι εξισώσεις συνέχειας, ορμής και κινητικής ενέργειας και θα γραφτούν ως προς καμπυλόγραμμο σύστημα P_{sn} , με τον άξονα s να εφάπτεται στο στερεό σύνορο της υδροτομής :

$$(\rho_e v_e)_{wall} = \frac{d}{ds} (\rho_e u_e \delta^*) \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) + \frac{d\theta}{ds} + (2+H) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} + \frac{\theta}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{ds} = \frac{C_f}{2} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_e u_e^3} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e^2 \theta) + \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d}{dt} (\rho_e \delta^*) + \frac{2}{u_e^2} \frac{du_e}{dt} H^{**} \theta - \frac{H^*}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) + \\ & + \theta \frac{dH^*}{ds} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} - \frac{4\Omega}{u_e} \Theta_n = 2C_D + \frac{2a}{u_e^2} \delta^* - H^* \frac{C_f}{2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Οι εξισώσεις δόθηκαν στη γενική τους μορφή για συμπιεστό ρευστό. Με δείκτη e παρουσιάζονται τα μεγέθη της μη συνεκτικής ροής, οι ταχύτητες που χρησιμοποιούνται είναι οι σχετικές ταχύτητες κίνησης του ρευστού ως προς το στερεό σύνορο, δ το πάχος του οριακού στρώματος, δ^* το πάχος μετατόπισης, Ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος, θ το πάχος ορμής, τ η διατμητική τάση, H ο συντελεστής σχήματος, c_f ο συντελεστής τριβής, θ^* το πάχος ενέργειας, c_D ο συντελεστής διάχυσης, δ^{*i} το πάχος μετατόπισης για ασυμπίεστο ρευστό, δ^{**} το πάχος πυκνότητας, H^* ο συντελεστής σχήματος της κινητικής ενέργειας και H^{**} ο συντελεστής σχήματος πυκνότητας. Ισχύει :

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dn \quad (2.40)$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn \quad (2.41)$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (2.42)$$

$$c_f = \frac{2\tau_{wall}}{\rho_e u_e^2} \quad (2.43)$$

$$\theta^* = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \left(\frac{u}{u_e}\right)^2\right) dn \quad (2.44)$$

$$\Theta_n = \frac{1}{\rho_e u_e^2} \int_0^{\delta} (\rho_e u_e v_e - \rho uv) dn \quad (2.45)$$

$$c_D = \frac{1}{\rho_e u_e^3} \int_0^{\delta} \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial n} dn \quad (2.46)$$

$$a = \Omega^2 R_{OPs} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} (R_{OPn} + n) - \frac{\partial^2 R_{Os}}{\partial t^2} \quad (2.47)$$

$$\delta^{*i} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn \quad (2.48)$$

$$H^* = \frac{\theta^*}{\theta} \quad (2.49)$$

$$H^{**} = \frac{\delta^{**}}{\theta} \quad (2.50)$$

Προκειμένου να εξαχθούν οι εξισώσεις (2.37) - (2.39), 2 βασικές παραδοχές που γίνονται είναι ότι οι καμπυλόγραμμοι όροι μπορούν να αμεληθούν και ότι τα μεγέθη της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής δεν μεταβάλλονται σημαντικά κατά το ύψος του οριακού στρώματος, ενώ οι τιμές τους είναι ίσες με των αντίστοιχων μεγεθών της συνεκτικής ροής στο ύψος δ .

Από τις εξισώσεις αυτές, η (2.37) χρησιμοποιείται σαν οριακή συνθήκη για τον υπολογισμό της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής, καθώς επιτρέπει τον υπολογισμό της κάθετης

στο σύνορο ταχύτητας, ενώ οι (2.38) και (2.39) για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών δ^* και θ .

Πέραν των εξισώσεων αυτών απαιτούνται μια σειρά εμπειρικών εξισώσεων για τον προσδιορισμό των υπολοίπων μεγεθών, με βάση τη διανομή της ταχύτητας εντός του οριακού στρώματος που επιλέγουμε, με παραμέτρους τα δ^* και θ , μια εξίσωση για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης από στρωτή ροή σε τυρβώδη και μια εξίσωση για τον προσδιορισμό των τυρβωδών τάσεων, που απαιτούνται για τον υπολογισμό του συντελεστή c_D της τυρβώδους ροής.

Για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης, χρησιμοποιείται το πρότυπο e^n , βάσει του οποίου η μετάβαση πραγματοποιείται όταν το πιο ασταθές Tollmien-Schlichting κύμα στο οριακό στρώμα αυξάνεται κατά ένα συντελεστή e^9 . Όσον αφορά στο συντελεστή c_D της τυρβώδους ροής, αυτός ορίζεται ως το σταθμισμένο άθροισμα της συνεισφοράς της διάτμησης λόγω της επαφής ρευστό-στερεό σύνορο και της διάτμησης ανάμεσα στα στρώματα του ρευστού, λόγω των τυρβωδών τάσεων Reynolds.

2.4 Η συνεκτική-μη συνεκτική αλληλεπίδραση

Για τη δημιουργία ενός μοντέλου συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης, απαιτούνται, εκτός των εξισώσεων της μη συνεκτικής ροής και του οριακού στρώματος, όπως αυτές αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, και ορισμένες διορθώσεις, οι οποίες λαμβάνουν υπ' όψιν τη συνεκτικότητα.

Έτσι, μια πρώτη διόρθωση που εισάγεται είναι στο θεώρημα του Helmholtz, καθώς η ταχύτητα αναλύεται πλέον σε έναν επιπλέον όρο που αποτελεί το πεδίο διαταραχής το οφειλόμενο στη συνεκτικότητα :

$$\vec{u}_e(\vec{x}, t) = \vec{u}(x, t) + \vec{u}^*(\vec{x}, t) \quad (2.51)$$

Η νέα αυτή ταχύτητα χρησιμοποιείται και στην κινηματική συνθήκη του ομόρρου, η οποία πλέον γράφεται :

$$\frac{D\vec{x}_w(\xi_w, t)}{Dt} = \vec{u}_e(\vec{x}_w, t) \quad (2.52)$$

καθώς και στην εξίσωση της παραγόμενης στροβιλότητας.

$$\gamma_w^n = u_{ew}^+ - u_{ew}^- \quad (2.53)$$

Η συνθήκη μη εισχώρησης από την άλλη μπορεί να χωριστεί σε 2 τμήματα, ένα που να αφορά το καθαρά μη συνεκτικό πεδίο και ένα που να αφορά τη συνεκτική διόρθωση :

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) &= \vec{U}_b(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \\ \vec{u}^*(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) &= (\vec{v}_e)_{wall} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Τελικά η ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης (για την περίπτωση του απλού ομόρρου που μας ενδιαφέρει) δίνεται από τη σχέση :

$$\begin{aligned} \vec{u}^*(\vec{x}_0, t) &= \int_S \vec{u}^*(\vec{x}, t) \cdot \vec{\tau}(\vec{x}, t) \cdot \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}) \times \vec{k}}{2\pi \cdot |\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} \cdot dS(\vec{x}) + \\ &+ \int_S \vec{u}^*(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \cdot \frac{\vec{x}_0 - \vec{x}}{2\pi \cdot |\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} \cdot dS(\vec{x}) + \\ &+ \int_{S_w} [\vec{u}^*(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t)]_w \cdot \frac{\vec{x}_0 - \vec{x}}{2\pi \cdot |\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} \cdot dS_w(\vec{x}) \end{aligned} \quad (2.55)$$

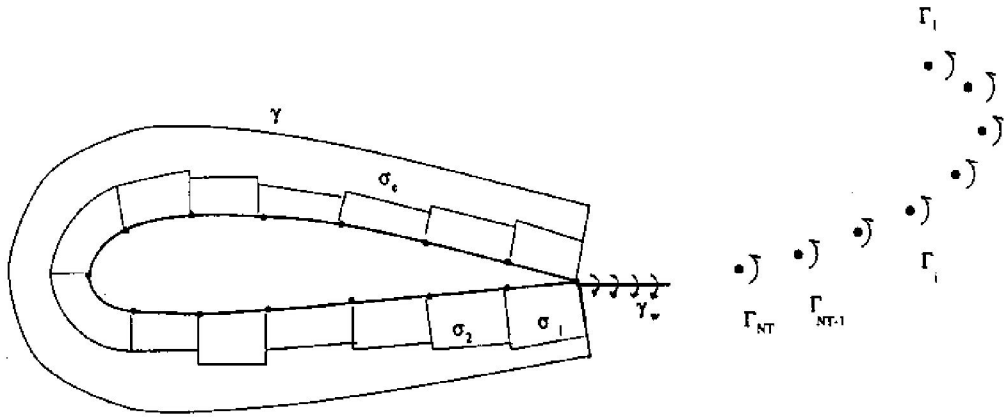
2.5 Η διακριτοποίηση

Μέχρι αυτό το σημείο παρουσιάστηκε η αναλυτική έκφραση του προβλήματος της μη μόνιμης ροής γύρω από υδροτομή. Προκειμένου όμως να επιλυθεί αριθμητικά, απαιτείται η διακριτοποίηση του, που συνεπάγεται διακριτοποίηση της γεωμετρίας και των εξισώσεων.

2.5.1 Μη μόνιμη ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή

Κατ' αρχάς διακριτοποιείται η γεωμετρία της υδροτομής. Το σύνορο S προσεγγίζεται από $N+1$ σημεία, τους κόμβους \vec{x}_{ge} , που χωρίζουν τελικά την υδροτομή σε N τμήματα S_e μήκους ΔS_e . Κάθε τμήμα εκπροσωπείται στις διακριτοποιημένες εξισώσεις από το μέσο του \vec{x}_{cpe} (σημείο ελέγχου-control point), ενώ στο σημείο αυτό ορίζονται ακόμα το κάθετο ($\vec{v}(\vec{x}_{cpe}, t)$) και το εφαπτομενικό διάνυσμα ($\vec{\tau}(\vec{x}_{cpe}, t)$).

Ακολουθεί η διακριτοποίηση των εξισώσεων, που στην περίπτωση της μη συνεκτικής ροής είναι η συνθήκη μη εισχώρησης, η συνθήκη Kelvin και η συνθήκη για την αποβαλλόμενη στροβιλότητα από την ακμή εκφυγής. Για να επιτευχθεί αυτό θεωρούμε μια σταθερή διανομή πηγών σ_e σε κάθε τμήμα της υδροτομής καθώς και μια σταθερή διανομή στροβιλότητας γ σε όλο το σύνορο τέτοια ώστε να επαληθεύεται η σχέση (2.26).



Εικ 2.5 : Το διακριτό πρόβλημα

Η συνθήκη μη εισχώρησης επαληθεύεται στο κέντρο (σημείο ελέγχου) κάθε τμήματος δίνοντας διακριτές εξισώσεις της μορφής :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi} \sum_{e=1}^N \sigma_e \int_{S_e} (\vec{v}(\vec{x}_{cpj}, t) \frac{(\vec{x}_{cpj} - \vec{x})}{|\vec{x}_{cpj} - \vec{x}|^2}) dS_e(\vec{x}) + \\
& + \frac{1}{2\pi} \gamma \sum_{e=1}^N \int_{S_e} (\vec{v}(\vec{x}_{cpj}, t) \frac{\vec{k} \times (\vec{x}_{cpj} - \vec{x})}{|\vec{x}_{cpj} - \vec{x}|^2}) dS_e(\vec{x}) + \\
& + \frac{1}{2\pi} \gamma_w^n \int_{S_w} (\vec{v}(\vec{x}_{cpj}, t) \frac{\vec{k} \times (\vec{x}_{cpj} - \vec{x})}{|\vec{x}_{cpj} - \vec{x}|^2}) dS_w(\vec{x}) = \tag{2.56} \\
& = (\vec{U}_b(\vec{x}_{cpj}, t) - \vec{U}_\infty(t) - \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_i}{2\pi} \frac{\vec{k} \times (\vec{x}_{cpj} - \vec{x}_i)}{|\vec{x}_{cpj} - \vec{x}_i|^2}) \vec{v}(\vec{x}_{cpj}, t)
\end{aligned}$$

Για τη συνθήκη της αποβαλλόμενης στροβιλότητας (2.34) χρησιμοποιούμε τις ταχύτητες του 1^{ou} και του νιοστού τμήματος και η διακριτοποιημένη εξίσωση είναι η εξής :

$$\gamma_w^n = \vec{u}(\vec{x}_{cpN}, t) \cdot \vec{\tau}(\vec{x}_{cpN}, t) + \vec{u}(\vec{x}_{cp1}, t) \cdot \vec{\tau}(\vec{x}_{cp1}, t) \tag{2.57}$$

Τέλος η διακριτοποιημένη εξίσωση Kelvin είναι η :

$$\gamma_w^n \Delta l_w = \Gamma_a(t - \Delta t) - \Gamma_a(t) \quad (2.58)$$

Προκύπτει τελικά ένα σύστημα της μορφής

$$[A]\{X\}=[B] \quad (2.59)$$

όπου :

$$A = \begin{bmatrix} \text{Συνθ.μη - εισχώρησης} & 1 \dots \\ & N \\ \text{Συνθ.Kelvin} & N + 1 \\ \text{Συνθ.Kutta} & N + 2 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$X = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_N \\ \gamma \\ \gamma_w^n \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

Μετά την επίλυση του συστήματος και τον υπολογισμό όλων των αγνώστων (επίτευξη επιθυμητής ακρίβειας), μπορούν να υπολογιστούν οι ταχύτητες στα διάφορα σημεία της υδροτομής και κατ' επέκταση το μήκος του κοντινού ομόρρου και η γωνία αποβολής του. Αφού επιτευχθεί η συνολική σύγκλιση, υπολογίζονται οι δυνάμεις, μεταφέρονται οι διακριτές δίνες του ομόρρου και τέλος η διανεμημένη στροβιλότητα του κοντινού ομόρρου μετατρέπεται σε διακριτή δίνη και μεταφέρεται και αυτή στη σωστή θέση.

Για τον υπολογισμό των δυνάμεων-πιέσεων, χρησιμοποιείται η εξίσωση Bernoulli. Ακόμα, αποφεύγεται ο

υπολογισμός δυναμικού από διανομή στροβιλότητας ή διακριτές δίνες, λόγω των πιθανών ασυνεχειών που εισάγονται, για αυτό και αντικαθίστανται από μια ισοδύναμη γραμμική διανομή διπόλων με βάση τη σχέση :

$$\mu_{i+1} = \mu_i - \gamma \Delta S_i \quad (2.62)$$

όπου $\mu_1 = 0$, και αντίστοιχα για τον ομόρροου :

$$\mu_{i+1} = \mu_i - \Gamma_i \quad (2.63)$$

Εναλλακτικά, η συνολική πίεση μπορεί να θεωρηθεί σαν άθροισμα πιέσεων από το δυναμικό και από το στροβιλό τμήμα της ροής.

Στην περίπτωση της αποκόλλημένης ροής η διαδικασία είναι η ίδια, με τη βασική διαφορά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ότι χρησιμοποιούνται 2 φύλλα στροβιλότητας αντί για 1, με το σημείο αποκόλλησης να αποτελεί κόμβο του προβλήματος. Μια άλλη βασική διαφορά είναι ότι χρησιμοποιούμε 2 τμηματικά σταθερές διανομές στροβιλότητας κατά μήκος του συνόρου της υδροτομής, 1 από την ακμή εκφυγής, κατά μήκος της κάτω πλευράς και μέχρι το σημείο αποκόλλησης και 1 από το σημείο αποκόλλησης, κατά μήκος της πάνω πλευράς και μέχρι την ακμή εκφυγής.

2.5.2 Διακριτοποίηση του οριακού στρώματος

Στην περίπτωση των εξισώσεων του οριακού στρώματος, η επίλυση ξεκινά από το σημείο ανακοπής και οδεύει ξεχωριστά κατά μήκος της πάνω και της κάτω πλευράς της υδροτομής. Στην περίπτωση του απλού ομόρροου, που βασικά μας ενδιαφέρει, η επίλυση συνεχίζεται μέχρι την ακμή εκφυγής και για τις 2 πλευρές και στη συνέχεια στην πάνω και στην κάτω πλευρά του φύλλου στροβιλότητας. Αντιθέτως, στην περίπτωση

του διπλού ομόρρου, η επίλυση στην πλευρά αναρρόφησης σταματά στο σημείο αποκόλλησης.

Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών. Η εξίσωση συνέχειας, με δεδομένο ότι η v_e μεταβάλλεται γραμμικά πάνω στα τμήματα, δίνει :

$$m^i - m^{i-1} = \frac{v_e^{I-1}}{4} \cdot \frac{\Delta S^{i-1}}{2} + \frac{3v_e^I}{2} \cdot \frac{\Delta S^{i-1} + \Delta S^i}{2} + \frac{v_e^{I+1}}{4} \cdot \frac{\Delta S^i}{2} \quad (2.64)$$

όπου η (2.64) ισχύει μόνο για τους εσωτερικούς κόμβους. Θεωρώντας γραμμική μεταβολή της συνάρτησης m , όπου :

$$m = u_e \cdot \delta^* \quad (2.65)$$

προκύπτουν και οι εξισώσεις για τα ακραία σημεία ως εξής :

$$v_e^{N+1} = \frac{2 \cdot (m^N - m^{N-1})}{\Delta S^{N-1} + \Delta S^N}$$

$$v_e^1 = \frac{2 \cdot (m^1 - m^2)}{\Delta S^1 + \Delta S^2} \quad (2.66)$$

Για τις εξισώσεις ορμής και ενέργειας χρησιμοποιούνται πίσω 2^{ns} τάξης διαφορές στο χρόνο και κεντρικές διαφορές στο χώρο (πίσω διαφορές για την περιοχή της στρωτής ροής). Ακόμα ορίζεται παράμετρος μήκους s με αρχή το σημείο ανακοπής καθώς και ξεχωριστή αρίθμηση για τις 2 πλευρές, με αρχή το πλησιέστερο στο σημείο ανακοπής σημείο ελέγχου για κάθε πλευρά. Προκύπτουν τελικά οι εξισώσεις :

$$\begin{aligned}
& \frac{s^m}{\rho_e^m (u_e^m)^2 \theta^m} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) \cdot \frac{d(\rho_e u_e \delta^*)^m}{dt} + \\
& + (\ln \theta^{ib+1} - \ln \theta^{ib}) + (2 + H^m) \cdot (\ln u_e^{ib+1} - \ln u_e^{ib}) + \\
& + (\ln \rho_e^{ib+1} - \ln \rho_e^{ib}) - \left(\frac{C_f \cdot s}{2\theta}\right)^m \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) = 0
\end{aligned} \tag{2.67}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{s^m}{\rho_e^m (u_e^m)^3 H^{*m} \theta^m} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) \cdot \frac{d(\rho_e u_e^2 \theta)^m}{dt} + \\
& + \frac{s^m}{\rho_e^m u_e^m H^{*m} \theta^m} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) \cdot \frac{d(\rho_e \delta^*)^m}{dt} + \\
& + \frac{2H^{**m} s^m}{(u_e^m)^2 H^{*m}} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) \cdot \frac{du_e^m}{dt} - \\
& - \frac{s^m}{\rho_e^m (u_e^m)^2 \theta^m} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) \cdot \frac{d(\rho_e u_e \delta^*)^m}{dt} + \\
& + (\ln H^{*ib+1} - \ln H^{*ib}) + \left(\frac{2H^{**m}}{H^{*m}} + (1 - H^m)\right) \cdot (\ln u_e^{ib+1} - \ln u_e^{ib}) - \\
& - \frac{4\Omega}{u_e^m} \cdot \frac{(\theta^m + \delta^{*m}) \cdot H^m}{H^{*m}} \cdot (\ln \delta^{*ib+1} - \ln \delta^{*ib}) + \\
& + \left\{ \left(\frac{C_f \cdot s}{2\theta}\right)^m - \left(\frac{2C_D \cdot s}{\theta \cdot H^*}\right) - \left(\frac{2a \cdot H \cdot s}{u_e^2 \cdot H^*}\right)^m \right\} \cdot (\ln s^{ib+1} - \ln s^{ib}) = 0
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις οι δείκτες (ib) και (ib+1) δηλώνουν διαδοχικά σημεία ελέγχου, ενώ ο δείκτης (m) υπολογισμό μεγέθους στο μέσο του τμήματος, με την τιμή να λαμβάνεται ως η μέση των τιμών στα σημεία αυτά. Τέλος να αναφερθεί ότι για την οριακή συνθήκη στο σημείο ανακοπής, προς αποφυγή απειρισμών, λαμβάνεται ψευδοσημείο μεταξύ του σημείου ανακοπής και του πρώτου σημείου ελέγχου με παράμετρο μήκους s^0 . Θεωρείται ότι η ταχύτητα μεταξύ ψευδοσημείου και πρώτου σημείου ελέγχου μεταβάλλεται γραμμικά ενώ τα μεγέθη του οριακού στρώματος παραμένουν αμετάβλητα.

Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής ακολουθείται διαδικασία ανάλογη των όσων έχουν εκτεθεί ως τώρα.

Μέρος 2^ο

Κεφάλαιο 3

Μοντελοποίηση του προβλήματος

3.1 Η γεωμετρία του προβλήματος

Όπως έχει ήδη αναφερθεί από τα προηγούμενα κεφάλαια, σκοπός της εργασίας αυτής είναι να γίνει μια υδροδυναμική ανάλυση ενός 2D μοντέλου πλεύσης ψαριών, με ιδιαίτερο χαρακτηριστικό την εισαγωγή παραμόρφωσης. Πιο συγκεκριμένα, ο βασικός τύπος πλεύσης ψαριών που προσομοιώνεται με το παρόν μοντέλο είναι η carangiform κίνηση σύμφωνα με το διαχωρισμό που έκανε ο Breder. Τα βασικά στοιχεία της κίνησης αυτής είναι αφενός ότι η παραγωγή ώσης επιτυγχάνεται κατά κύριο λόγο από την κίνηση του σώματος και ιδιαίτερα του ουραίου πτερυγίου (η συμμετοχή των άλλων πτερυγίων στην παραγωγή ώσης είναι περιορισμένη, με αποτέλεσμα να δικαιολογείται η, σε πρώτη προσέγγιση, παράλειψή τους) και αφετέρου ότι η παραμόρφωση παρατηρείται στο πίσω κομμάτι του σώματος, ενώ το μπροστά παραμένει απαραμόρφωτο και εκτελεί ταλάντωση γύρω από τη μέση διαδρομή.

Η μοντελοποίηση της γεωμετρίας περιλαμβάνει 2 ξεχωριστά προβλήματα : τη μοντελοποίηση της γεωμετρίας του σώματος και τη μοντελοποίηση της κίνησης.

Για το σώμα του ψαριού χρησιμοποιείται μια συμμετρική υδροτομή NACA 0012 η προσεγγίζεται από 101 σημεία, με αποτέλεσμα να ορίζονται πάνω της 100 τμήματα και 100 σημεία ελέγχου για την ικανοποίηση της συνθήκης μη εισχώρησης. Ο αριθμός αυτός είναι απολύτως επαρκής για την επίτευξη σύγκλισης και ικανοποιητικής ακρίβειας στο υδροδυναμικό πρόβλημα, έτσι όπως αυτό διατυπώθηκε στο κεφάλαιο 2. Ακόμα, να τονιστεί ότι καμία φυσική ή αριθμητική απαίτηση δεν υπάρχει για εξαρχής εισαγωγή ασυμμετρίας στο πρόβλημα, καθώς αυτή εισάγεται ούτως ή άλλως στην εξέλιξη του φαινομένου λόγω της κίνησης και της παραμόρφωσης της υδροτομής.

Όσον αφορά στην κίνηση, όπως μας λέει και το βασικό θεώρημα της κινηματικής, μπορούμε να την θεωρήσουμε σαν αποτέλεσμα της υπέρθεσης 3 απλούστερων κινήσεων : μιας μετατόπισης, μιας στροφής (μαζί αυτές οι 2 μας δίνουν την

κίνηση της απαραμόρφωτης υδροτομής-rigid τμήμα) και μιας παραμόρφωσης.

Το rigid τμήμα της κίνησης, που σχηματίζεται από την υπέρθεση της μετατόπισης και της στροφής, αποτελεί ένα σχετικά κλασσικό αεροδυναμικό-υδροδυναμικό πρόβλημα, αυτό της ταλαντούμενης αεροτομής-υδροτομής (flapping foil). Για την αντιμετώπισή του, συνήθως ακολουθούνται 2 μοντέλα :

Είτε ένας συνδυασμός μιας κίνησης rolling (περιστροφή ως προς άξονα παράλληλο στη χορδή της υδροτομής) και μιας κίνησης pitching (περιστροφή ως προς άξονα που διέρχεται από το $c/4$ -“υδροδυναμικό κέντρο” της υδροτομής και είναι κάθετος στο επίπεδο της υδροτομής) στην περίπτωση 3D προβλημάτων, είτε ένας συνδυασμός μιας κίνησης heaving (ταλάντωση της υδροτομής ως προς άξονα κάθετο στη χορδή, στο επίπεδο της υδροτομής) και μιας κίνησης pitching στην περίπτωση 2D προβλημάτων ή για απλοποίηση των 3D. Στην περίπτωση της παρούσης εργασίας, θα χρησιμοποιηθεί η δεύτερη προσέγγιση.

Μαθηματικά, τόσο το heaving όσο και το pitching παριστάνονται από ημιτονοειδείς εξισώσεις της μορφής :

$$h = h_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

$$a = a_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.2)$$

όπου h_0 το πλάτος του heaving, a_0 το πλάτος του pitching, ω η κυκλική συχνότητα και φ η διαφορά φάσης των 2 κινήσεων. Ισχύει :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3.3)$$

όπου f η συχνότητα και T η περίοδος.

Επειδή όλη η υδροδυναμική ανάλυση που ακολουθεί στηρίζεται στην αδιάστατη χορδή $c=1$ και στην αδιάστατη ταχύτητα $U=1$ (επ’ άπειρο ταχύτητα ή ταχύτητα πρόωσης της υδροτομής), τα παραπάνω μεγέθη αδιαστατοποιούνται δίνοντας τα εξής :

$$h^* = \frac{h}{c} \quad (3.4)$$

$$k = \frac{fc}{2U} \quad (3.5)$$

$$St = \frac{Af}{U} \quad (3.6)$$

όπου h^* το αδιάστατο πλάτος του heaving, k η ανηγμένη συχνότητα (reduced frequency), St ο αριθμός Strouhal ενώ για το A ισχύει :

$$A = 2 \cdot h_0 \quad (3.7)$$

Από εδώ και στο εξής, εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά, όλα τα μεγέθη που θα αναφέρονται θα είναι αδιάστατα, γι' αυτό και στο αδιάστατο πλάτος θα παραλείπεται ο αστερίσκος.

Ωστόσο, οι 2 κινήσεις και κατ' επέκταση οι εξισώσεις (3.1) και (3.2) δεν είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη. Πιο συγκεκριμένα, η απαραμόρφωτη υδροτομή θεωρείται ότι εκτελεί ημιτονοειδή κίνηση ως προς το σημείο $c/4$ της χορδής με ελεύθερες παραμέτρους το μήκος κύματος λ και το πλάτος y_0 (ταυτίζεται με το h_0 -παρακάτω θα χρησιμοποιούνται αδιακρίτως), με τη χορδή να εφάπτεται ανά πάσα στιγμή στην ημιτονοειδή καμπύλη στο $c/4$ (βλ. εικ. 3.1-3.2-3.3). Για την ημιτονοειδή κίνηση αυτή ισχύουν τα εξής :

$$U = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T} \quad (3.8)$$

Κατά συνέπεια η εξίσωση (3.1) μπορεί να γραφεί :

$$h = h_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad (3.9)$$

ενώ η γωνία του pitching δίνεται σαν το τόξο εφαπτομένης της παραγώγου του h ως προς x :

$$a = \tan^{-1}\left(\frac{dh}{dx}\right) \quad (3.10)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\omega h_0}{U} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) = \omega h_0 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.11)$$

Ισχύει όμως, ως γνωστόν, από την τριγωνομετρία ότι για μικρές γωνίες $\theta \ll 1$:

$$\tan \theta = \theta \quad (3.12)$$

και επειδή στη συγκεκριμένη εργασία η γωνία a δεν ξεπερνά τις 18° μπορούμε με μικρό σφάλμα να θεωρήσουμε ότι :

$$\tan a = a = \omega h_0 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.13)$$

Άρα, προκύπτει ότι :

$$\alpha_0 = \omega h_0 \quad (3.14)$$

με τη γωνία να υπολογίζεται σε rad, ενώ η διαφορά φάσης φ μεταξύ heaving και pitching γίνεται 90° , με το pitching να προηγείται. Ουσιαστικά δηλαδή, η γωνία a γίνεται μέγιστη όταν το h μηδενίζεται και το $c/4$ διέρχεται από τον άξονα πρόωσης ενώ μηδενίζεται όταν το h μεγιστοποιείται και το $c/4$ βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

Να τονιστεί ότι αυτή η διαφορά φάσης, εκτός της φυσικής σημασίας που διαθέτει, συμφωνεί και με παρατηρήσεις άλλων εργασιών (Katz και Weihs 1978) ότι η παραγωγή ώσης μεγιστοποιείται για διαφορά φάσης κοντά στις 90° .

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στον παραπάνω συνδυασμό κινήσεων (ημιτονοειδής κίνηση) της υδροτομής ως απαραμόρφωτο σώμα υπερτίθεται και μια τρίτη κίνηση που εισάγει παραμόρφωση. Πρόκειται για την εισαγωγή μεταβλητής ακμής εκφυγής (flap), όπως αναλύεται στη διπλωματική εργασία “Αεροελαστική ανάλυση τυπικής διάταξης αεροτομής με παραμορφούμενη γωνία εκφυγής” (αντίστοιχο κομμάτι είχε ήδη εισαχθεί και στον κώδικα FOIL2W). Το βασικότερο σημείο στο οποίο η παρούσα εργασία διαφοροποιείται από την προαναφερθείσα είναι ότι το παραμορφούμενο μέρος της υδροτομής επεκτείνεται πέραν της ακμής εκφυγής (περίπου το 10% της χορδής) και καλύπτει το 50-70% του σώματος.

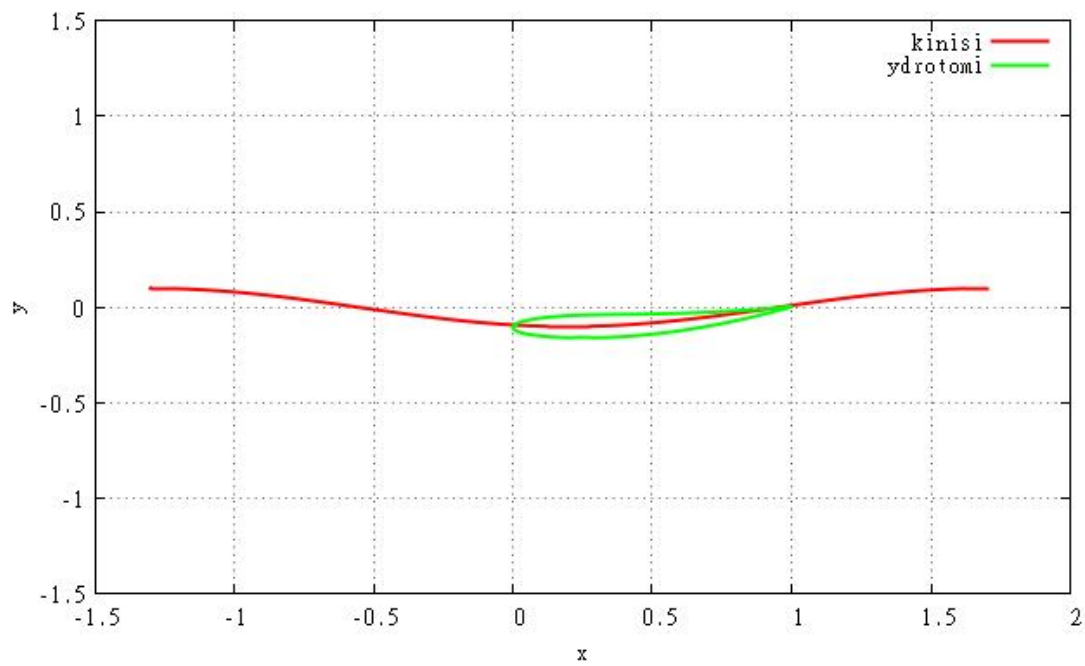
Να αναφερθεί ότι το μοντέλο της μεταβλητής ακμής εκφυγής δημιουργήθηκε για χρήση σε εφαρμογές ανεμογεννητριών. Ωστόσο θεωρήθηκε ότι το ίδιο μοντέλο, χωρίς θεμελιώδεις αλλαγές, θα μπορούσε κάλλιστα να προσομοιώσει και την carangiform κίνηση των ψαριών.

Η βασική ιδέα του μοντέλου μπορεί να περιγραφεί ως εξής: Με κέντρο σταθερό σημείο πάνω στη χορδή (το σε ποιο σημείο της χορδής βρίσκεται εξαρτάται από το ποσοστό της που θέλουμε να παραμορφώνεται) όλα τα σημεία της από εκεί και μέχρι την ακμή εκφυγής μετατοπίζονται από την αρχική τους “απαραμόρφωτη” θέση (ως προς τοπικό σύστημα συντεταγμένων με κέντρο το $c/4$ και άξονα x πάνω στη χορδή) και εκτελούν ημιτονοειδή ταλάντωση ως προς τη θέση αυτή.

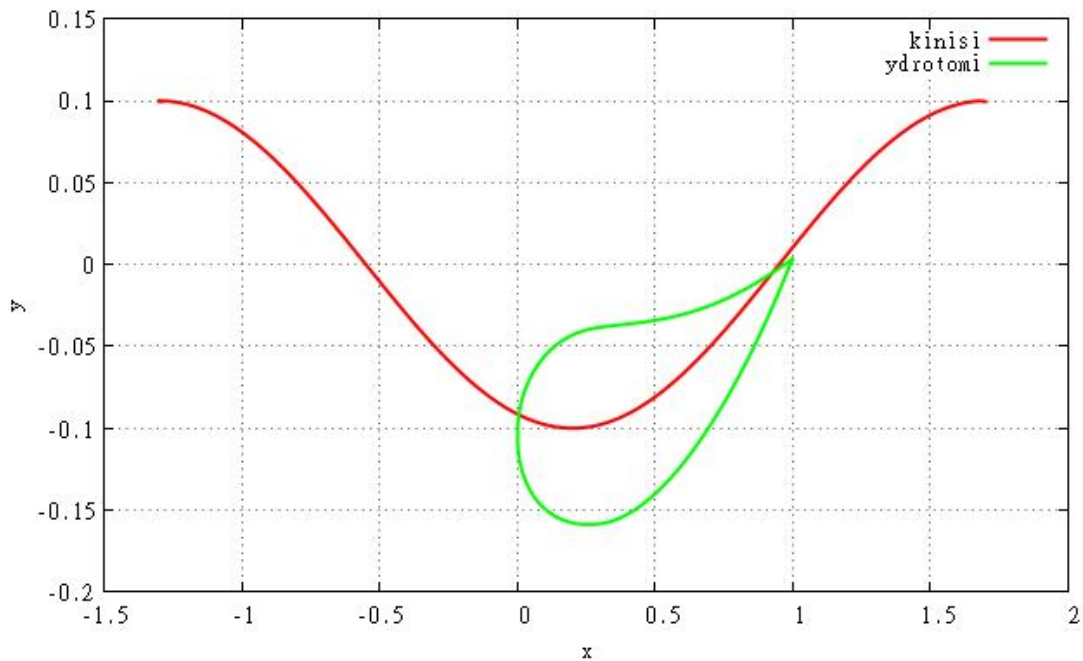
$$y_{flp} = y_{flp0} \cdot \sin(\omega_{flp} t + \varphi_{flp}) \quad (3.15)$$

όπου y_{flp} η κάθετη μετατόπιση των σημείων της χορδής και κατ’ επέκταση των σημείων της υδροτομής, y_{flp0} το πλάτος της ταλάντωσης ή αλλιώς η μέγιστη εκτροπή από την απαραμόρφωτη θέση του κάθε σημείου, ω_{flp} η κυκλική συχνότητα της κίνησης του “flap” και τέλος φ_{flp} η διαφορά φάσης από τις άλλες κινήσεις (συγκεκριμένα από το heaving). Η συνολική υπέρθεση των 3 κινήσεων φαίνεται παραστατικά στις

εικόνες 3.1 και 3.2. Από τις 2 εικόνες, η 3.1 είναι πιο ρεαλιστική, καθώς στους 2 άξονες χρησιμοποιείται η ίδια κλίμακα, ενώ στην 3.2 μεγεθύνεται ο άξονας y προκειμένου να γίνουν πιο ορατές οι λεπτομέρειες της κίνησης.



Εικ. 3.1 : Η συνολική κίνηση της υδροτομής



Εικ. 3.2 : Η συνολική κίνηση της υδροτομής με μεγεθυμένο τον άξονα y

Ωστόσο, στο συγκεκριμένο σημείο απαιτούνται ορισμένες διευκρινήσεις. Καταρχάς, για τη μελέτη της κίνησης του “flap” απαιτείται η εισαγωγή ενός τρίτου συστήματος συντεταγμένων, πλην του τοπικού της υδροτομής και του ολικού-απόλυτου, το οποίο έχει κέντρο το σταθερό σημείο εκκίνησης της παραμόρφωσης πάνω στη χορδή και το οποίο στρέφεται μαζί με το παραμορφούμενο κομμάτι της υδροτομής. Προκειμένου να γίνει μετατροπή από το σύστημα αυτό στο τοπικό σύστημα της απαραμόρφωτης υδροτομής και κατ’ επέκταση στο ολικό σύστημα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τύποι στροφής :

$$\begin{aligned} u' &= u \cdot \cos \beta - v \cdot \sin \beta \\ v' &= u \cdot \sin \beta - v \cdot \cos \beta \end{aligned} \tag{3.16}$$

όπου u', v' οι νέες συντεταγμένες, u, v οι παλιές και β η γωνία που σχηματίζουν τα 2 συστήματα μεταξύ τους. Παράλληλα, πρέπει να γίνει κατάλληλη μετατόπιση.

Μια δεύτερη διευκρίνιση αφορά στο πλάτος της ταλάντωσης y_{flp0} . Είναι ευνόητο ότι το πλάτος αυτό

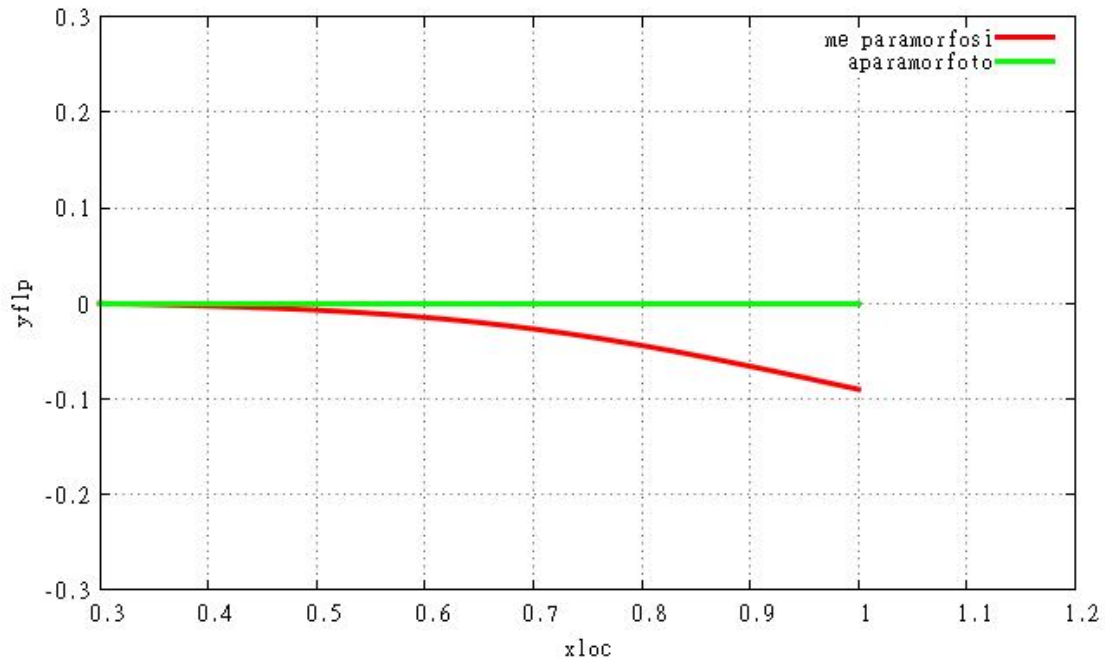
μεταβάλλεται κατά μήκος της χορδής, παίρνοντας τιμή 0 για όλο το απαραμόρφωτο τμήμα μέχρι το σταθερό σημείο ενώ συνεχίζει αυξανόμενο μέχρι μια μέγιστη τιμή στην ακμή εκφυγής. Η αύξηση που παρατηρείται στο παραμορφούμενο τμήμα δεν είναι γραμμική αλλά της μορφής :

$$y_f = \sqrt{k^2 - (x_{loc} - \%c)^2} - k \quad (3.17)$$

όπου y_f παράμετρος του πλάτους ταλάντωσης, k μια σταθερά με τιμή 2.86, $\%c$ το σημείο της χορδής που αποτελεί το σταθερό σημείο από όπου ξεκινά η παραμόρφωση και παίρνει τιμές από 0 έως 1 και x_{loc} η συντεταγμένη του σημείου υπολογισμού στο τοπικό σύστημα, που παίρνει τιμές από $\%c$ έως 1. Συνολικά η τιμή του πλάτους δίνεται από την εξίσωση :

$$y_{fpo} = y_f \cdot c \cdot A_f \quad (3.18)$$

όπου $c=1$ η χορδή και A_f μια ακόμα παράμετρος πλάτους, που στη συνέχεια θα λειτουργήσει και σαν μια από τις ελεύθερες παραμέτρους της υδροδυναμικής ανάλυσης. Η παραμόρφωση της χορδής καθώς και η μη γραμμική μεταβολή της φαίνονται στο διάγραμμα 3.1 για $\%c=0.30$ και $A_f=1.0$.



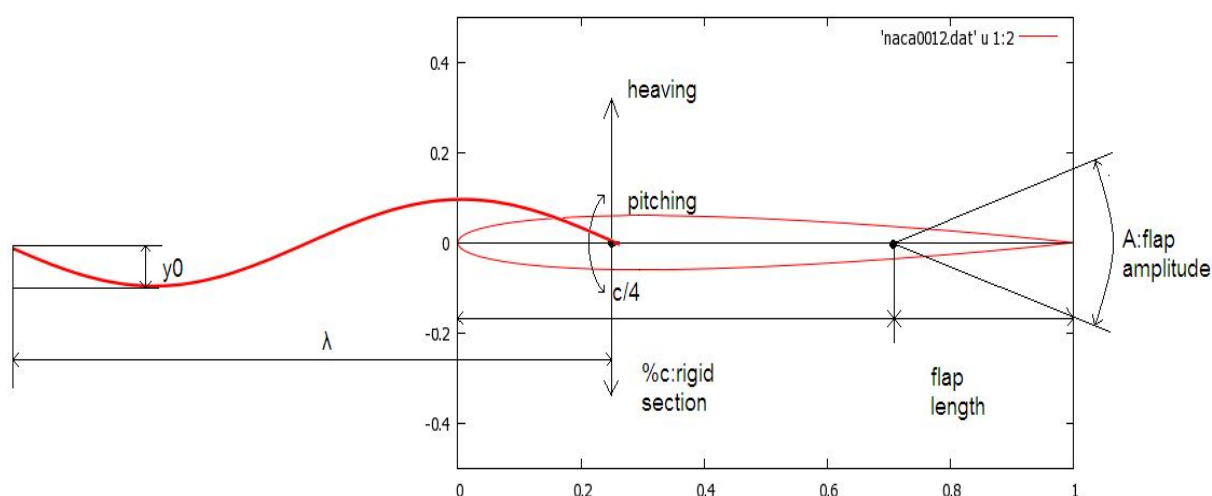
Διαγρ. 3.1 : Η παραμόρφωση της χορδής

Η κυκλική συχνότητα του “flap” στην πλειονότητα των περιπτώσεων, και εάν δεν αναφέρεται διαφορετικά, ισούται με την κυκλική συχνότητα της rigid κίνησης ω , παρατηρείται δηλαδή μια κίνηση του “flap” σε κάθε περίοδο. Ωστόσο, σε συγκεκριμένες περιπτώσεις γίνεται διπλάσια ή τριπλάσια του ω (γίνονται δηλαδή 2 ή 3 κινήσεις του “flap” σε κάθε περίοδο) προκειμένου να διαπιστωθεί το πώς επηρεάζει την παραγωγή ώσης αλλά και να επιβεβαιωθεί η παρατήρηση ότι οι μεγάλες ταχύτητες κίνησης του ουραίου πτερυγίου είναι ευεργετικές για την κίνηση του ψαριού. Κυκλική συχνότητα “flap” μικρότερη του ω στερείται φυσικής σημασίας.

Τέλος, η διαφορά φάσης μεταξύ του “flap” και του heaving φ_{flp} τίθεται αυθαίρετα ίση με 180° , με την κίνηση του “flap” να προηγείται. Αυτό σημαίνει ότι η παραμόρφωση είναι μηδενική για μηδενική μετατόπιση του $c/4$ και μέγιστη γωνία pitching, μέγιστη προς τα θετικά για μέγιστη αρνητική μετατόπιση του $c/4$ και μηδενική γωνία pitching και μέγιστη προς τα αρνητικά για μέγιστη θετική μετατόπιση του $c/4$ και μηδενική γωνία pitching. Η εκλογή αυτή γίνεται καθαρά για

λόγους φυσικής σημασίας (συμφωνεί με τις παρατηρήσεις) καθώς και γιατί μικρές μεταβολές της διαφοράς φάσης κοντά στις 180° δεν φαίνεται να έχουν έντονη επιρροή στη μέση παραγόμενη ώση.

Στην εικόνα 3.3 φαίνονται οι 3 κινήσεις καθώς και τα βασικά μεγέθη του κινηματικού προβλήματος. Προφανώς το μέγεθος A ισούται με το διπλάσιο του πλάτους του “flap”.



Εικ. 3.3 : Οι 3 κινήσεις και τα βασικά κινηματικά μεγέθη

Να σημειωθεί ότι επειδή η κίνηση γίνεται προς τα αρνητικά του άξονα x , η συνιστώσα της παραγόμενης δύναμης κατά x αποτελεί ώση όταν έχει αρνητικό πρόσημο και αντίσταση όταν έχει θετικό.

Για το τέλος αφέθηκαν 2 ειδικές περιπτώσεις κίνησης που διαφοροποιούνται κάπως από τα παραπάνω. Στην πρώτη βασικό σημείο διαφοροποίησης είναι η κυκλική συχνότητα της rigid κίνησης και κατ' επέκταση η ημιτονοειδής μορφή της. Μέχρι

στιγμής, η τιμή του ω σύμφωνα με τις σχέσεις (3.3) και (3.8) δινόταν από τη σχέση :

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{U}{\lambda} \quad (3.19)$$

ενώ το πλάτος του pitching ήταν ευθέως ανάλογο της τιμής αυτής (σχέση (3.14)). Έτσι, εξασφαλιζόταν και ο ημιτονοειδής χαρακτήρας της κίνησης. Προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της συχνότητας κίνησης της απαραμόρφωτης υδροτομής στην παραγωγή ώσης, επιχειρήθηκε η μεταβολή της τιμής του ω (αύξηση και μείωση) ενώ παράλληλα διατηρήθηκαν σταθερές οι τιμές των h_0 και a_0 . Αποτέλεσμα αυτής της αλλαγής είναι ότι το πλάτος του a δεν είναι πλέον ανάλογο του ω και κατά συνέπεια καταστρέφεται και ο ημιτονοειδής χαρακτήρας της κίνησης, προσφέροντας τη δυνατότητα μελέτης μιας δεύτερης περιοδικής κίνησης.

Όσον αφορά στη δεύτερη παραλλαγή, οι διαφορές της σε σχέση με το βασικό μοντέλο ανάλυσης της παρούσης εργασίας είναι πιο θεμελιώδεις. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ότι ολόκληρη η υδροτομή παραμορφώνεται, με τη χορδή να ολισθαίνει πάνω σε μια ημιτονοειδή καμπύλη. Στην περίπτωση αυτή η κίνηση δεν διαιρείται σε άλλες απλούστερες ενώ ακόμα δεν χρησιμοποιείται το μοντέλο της μεταβλητής ακμής εκφυγής. Από άποψη φυσικής σημασίας, είναι ένα μοντέλο που προσομοιάζει περισσότερο στην anguiform κίνηση του χελιού ή των ερπετών, παρά στην carangiform κίνηση που παρουσιάστηκε παραπάνω. Ωστόσο, το μοντέλο αυτό, λόγω της δύσκολης γεωμετρίας του, παρουσιάζει προβλήματα στη σύζευξη με το οριακό στρώμα. Για το λόγο αυτό, η ανάλυση που του γίνεται είναι περιορισμένη και βρίσκεται στο Παράρτημα Α της εργασίας.

3.2 Απλουστευτικές Παραδοχές

Όπως έχει φανεί ήδη από την εισαγωγή της εργασίας, το πρόβλημα της μοντελοποίησης της πλεύσης των ψαριών, όπως φυσικά και η πλειονότητα των προβλημάτων του πεδίου της βιομημητικής, είναι ένα ιδιαίτερα απαιτητικό και πολύπλοκο πρόβλημα, του οποίου η επίλυση απαιτεί, ιδιαίτερα στα πλαίσια μιας διπλωματικής εργασίας, την εισαγωγή αρκετών και σοβαρών παραδοχών. Τονίζεται ωστόσο ότι, τουλάχιστον στα πλαίσια αυτής της εργασίας, γίνεται μεγάλη προσπάθεια προκειμένου κάθε μια παραδοχή να δικαιολογείται επαρκώς από άλλες πειραματικές ή θεωρητικές παρατηρήσεις ή έστω να αποτελεί φυσική συνέχεια των περιορισμών που τίθενται από τον ίδιο τον υπολογιστικό κώδικα FOIL2W που χρησιμοποιείται.

Μια πρώτη σοβαρή παραδοχή που γίνεται σχετίζεται με το 2D χαρακτήρα του μοντέλου που χρησιμοποιείται. Όπως ήδη αναφέρθηκε, τα 2D χαρακτηριστικά της κίνησης των ψαριών δεν διαφοροποιούνται ιδιαίτερα μεταξύ των ειδών ενώ ακόμα τα 3D φαινόμενα διαδραματίζουν σημαντικότατο ρόλο σε πτυχές της κίνησης όπως η παραγωγή ώσης και η ευστάθεια. Παρ' όλα αυτά, βασικός σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη της carangiform κίνησης κατά Breder, που ως βασικότερο χαρακτηριστικό έχει την παραγωγή του μεγαλύτερου ποσοστού της ώσης από τις κινήσεις του σώματος του ψαριού. Κατά συνέπεια, τουλάχιστον στο θέμα της παραγωγής ώσης, η δράση των πτερυγίων, του κεντρικότερου δηλαδή παράγοντα εισαγωγής 3D χαρακτηριστικών στο φαινόμενο, αμελούνται έναντι της δράσης του σώματος, νομιμοποιώντας τη δημιουργία ενός 2D μοντέλου σαν αφετηρία μελέτης.

Μια δεύτερη παραδοχή σχετίζεται με τα χαρακτηριστικά της κίνησης που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2. Η κίνηση της υδροτομής είναι το αποτέλεσμα της υπέρθεσης 3 αρμονικών, περιοδικών κινήσεων, ενώ η ταχύτητα πρόωσης είναι σταθερή και ίση με 1 (αδιάστατη ταχύτητα), ενώ έχει και σταθερή κατεύθυνση. Αποδεικνύεται ωστόσο ότι, αφενός μεν οι αρμονικές κινήσεις δεν είναι βέλτιστες, αφετέρου δε στην

πραγματικότητα παρατηρείται σχεδόν πάντα επιτάχυνση, επιβράδυνση ή στροφή. Έτσι, σκοπός των απλουστεύσεων αυτών είναι να χρησιμοποιηθεί ο εύχρηστος και απλός μαθηματικός φορμαλισμός των αρμονικών κινήσεων καθώς και να αποφευχθούν μη περιοδικές κινήσεις που πιθανώς θα δημιουργούσαν προβλήματα σύγκλισης και ευστάθειας στον κώδικα και τελικά θα ξέφευγαν από τη μελέτη της σταθερής κίνησης. Εξάλλου, μια μεγάλη μερίδα εργασιών με παρόμοιο αντικείμενο χρησιμοποιούν παρεμφερείς προσεγγίσεις.

Επιπλέον, συγκεκριμένες υποθέσεις γίνονται σχετικά με την αποκόλληση της ροής και το σημείο μετάβασης από στρωτή ροή σε τυρβώδη. Όσον αφορά στην αποκόλληση, είδαμε πώς τα ψάρια χρησιμοποιούν σε πολλές περιπτώσεις στροβίλους που εκφεύγουν από την ακμή προσβολής, προκειμένου να μειώσουν τις απώλειες του ομόρρου αυξάνοντας την ώση και φυσικά την απόδοσή τους. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη εργασία γίνεται η θεώρηση ότι σε πρώτη προσέγγιση η αποκόλληση είναι μια ασύμφορη για το ψάρι διαδικασία και επομένως η ροή παραμένει σε κάθε περίπτωση προσκολλημένη. Κατά συνέπεια χρησιμοποιείται κατά αποκλειστικότητα το μοντέλο του μονού ομόρρου. Όσον αφορά δε στο σημείο μετάβασης, με δεδομένο ότι δεν είναι ξεκάθαρο αν και σε ποιες περιπτώσεις στην πλεύση των ψαριών το στρωτό οριακό στρώμα υπερτερεί του τυρβώδους, αυτό τοποθετήθηκε λίγο αυθαίρετα στο 90% της χορδής, θεωρώντας ότι δεν παρατηρείται ουσιαστική μετάβαση (free transition). Επιπρόσθετα, όπως κατέδειξαν και ορισμένες δοκιμές με διαφορετικά σημεία μετάβασης (ιδιαίτερα κοντά στην ακμή προσβολής), η περίπτωση του free transition μοντέλου υπερτερεί των υπολοίπων ως προς τη δημιουργία ώσης, τουλάχιστον για τις συνθήκες που μελετήθηκαν.

Για το τέλος, αφέθηκαν οι περιορισμοί που επιβάλλονται από τον ίδιο τον κώδικα FOIL2W. Όπως ήδη αναφέρθηκε, ο κώδικας είναι αξιόπιστος για ένα εύρος τιμών μέχρι περίπου το σημείο όπου η γωνία προσβολής ξεπερνά το σημείο εμφάνισης απώλειας στήριξης. Εξάλλου, για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης επιβάλλεται και η χρήση μοντέλου διπλού ομόρρου. Ο περιορισμός αυτός όμως περιορίζει αρκετά το εύρος τιμών

εντός του οποίου αναζητείται η βέλτιστη κίνηση του ψαριού, ιδιαίτερα όσον αφορά στις παραμέτρους λ (όρια στη μείωση) και γ_0 (όρια στην αύξηση) οι οποίες επηρεάζουν άμεσα το πλάτος του pitching και κατ' επέκταση τη γωνία πρόσπτωσης. Επιπλέον, οδηγεί στην ύπαρξη μικρών αλλά υπολογίσιμων διαφορών μεταξύ των τιμών της ανηγμένης συχνότητας (k) και του αριθμού Strouhal (St), βάσει των ορισμών των μεγεθών από τους τύπους (3.5) και (3.6). Όπως αποδεικνύεται όμως (Triantafyllou, Techet and Hover), προκειμένου να επιτευχθεί υψηλή παραγωγή ώσης και υψηλή απόδοση, απαιτείται το μέγεθος της κίνησης να είναι συγκρίσιμο με το μέγεθος της χορδής και κατ' επέκταση, τα μεγέθη k και St να είναι παρόμοια.

3.3 Αριθμητικές-υπολογιστικές λεπτομέρειες

Στην υποπαράγραφο αυτή θα γίνει μια μικρή ανάλυση συγκεκριμένων βασικών παραμέτρων της αριθμητικής επίλυσης του προβλήματος, που παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση των αποτελεσμάτων.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η υδροτομή διακριτοποιείται σε 100 τμήματα, των οποίων τα κέντρα αποτελούν τα σημεία ελέγχου του προβλήματος, με χρήση 101 σημείων πάνω στο σύνορό της. Ο αριθμός αυτός είναι αρκετός προκειμένου να επιτευχθεί ανεξαρτησία της λύσης σε σχέση με το πλέγμα, ενώ είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι παρατηρείται πύκνωση των σημείων στις περιοχές αύξησης της κλίσης των υπολογιζόμενων μεγεθών, κοντά δηλαδή στην ακμή προσβολής και στην ακμή εκφυγής. Η υδροτομή υπολογίζεται από κάτω προς τα πάνω και από την ακμή εκφυγής προς την ακμή προσβολής, δηλαδή αριστερόστροφα, προκειμένου το κάθετο διάνυσμα να ορίζεται πάντα προς τα έξω.

Το σημαντικότερο ίσως μέγεθος στην αριθμητική επίλυση του διακριτοποιημένου προβλήματος είναι το χρονικό βήμα Δt . Στην παραμετρική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε, το χρονικό

βήμα δεν διατηρήθηκε σταθερό, αλλά αυξομειώθηκε ανάλογα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε τρεξίματος, παίρνοντας τιμές από 0.02 έως 0.1. Μείωση του χρονικού βήματος πραγματοποιήθηκε κυρίως σε περιπτώσεις με μεγάλο πλάτος pitching, όπου το συνεκτικό πρόβλημα δεν πετύχαινε ικανοποιητική ή και καθόλου σύγκλιση, ενώ αύξηση σε περιπτώσεις όπου τα συνεκτικά αποτελέσματα παρουσίαζαν έντονη αστάθεια, πιθανότατα σχετιζόμενη και με την επιλογή του σημείου μετάβασης.

Να σημειωθεί όμως ότι οι μεταβολές του χρονικού βήματος δεν μπορούν να γίνουν ανεξάρτητα από άλλες υπολογιστικές παραμέτρους. Συγκεκριμένα, το χρονικό βήμα συσχετίζεται άμεσα με τον αριθμό των τμημάτων (ακριβέστερα με το μέγεθός τους) πάνω στην υδροτομή καθώς και με το μήκος αποκοπής των δινών ε . Όσον αφορά στο πρώτο, αυτό παραμένει αμετάβλητο και άρα δεν παίζει κάποιο ρόλο στη διαμόρφωση του Δt . Για το δεύτερο όμως αποδεικνύεται εμπειρικά ότι η τιμή του πρέπει να κυμαίνεται μεταξύ των παρακάτω ορίων :

$$\varepsilon = (1.5 \div 2.0) \cdot h_{T.E.} \quad (3.20)$$

όπου $h_{T.E.}$ η μετατόπιση της ακμής εκφυγής μεταξύ 2 χρονικών βημάτων και η οποία δίνεται από τη σχέση :

$$h_{T.E.} = U_{T.E.} \cdot \Delta t \quad (3.21)$$

Η τιμή της ταχύτητας της ακμής εκφυγής (ακριβέστερα της μέσης ταχύτητας σε μια περίοδο) στις περιπτώσεις που εξετάστηκαν μεταβάλλεται από 0.03 έως 0.25 και η τιμή του ε από 0.005 έως 0.05. Στην υπόλοιπη εργασία θα γίνεται αναφορά μόνο στο χρονικό βήμα Δt , χωρίς να αναφέρονται οι υπόλοιπες παράμετροι.

Τέλος, αναφέρονται ορισμένες τιμές μεγεθών που δεν αφορούν μόνο στην αριθμητική επίλυση, αλλά στο

υδροδυναμικό πρόβλημα γενικότερα. Οι τιμές είναι οι παρακάτω :

$$U = 1$$

$$c = 1$$

$$Re = 10^6 \tag{3.22}$$

$$Ma = 0.01$$

όπου U η ταχύτητα πρόωσης, c η χορδή, Re ο αριθμός Reynolds και Ma ο αριθμός Mach.

Κεφάλαιο 4

Παρουσίαση-ανάλυση αποτελεσμάτων

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει η παρουσίαση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων της παραμετρικής ανάλυσης της απαραμόρφωτης (rigid) και παραμορφούμενης υδροτομής ως προς την παραγωγή δυνάμεων.

Σε κάθε σώμα που εκτίθεται σε ρεύμα ρευστού ασκείται πάνω του δύναμη που μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους. Στην περίπτωση της πλεύσης του ψαριού, όπου η πλέον ενδιαφέρουσα δύναμη είναι η προωστική, η ανάλυση γίνεται ως προς άξονες x και y , όπου ο άξονας x αποτελεί τον άξονα της οριζόντιας σταθερής μετατόπισης (διεύθυνση της παράλληλης ροής) και ο άξονας y κάθετο ως προς αυτόν άξονα πάνω στο επίπεδο της υδροτομής (ταυτίζεται με τον άξονα του heaving). Η δύναμη κατά x , F_x , μπορεί να ταυτιστεί με τη δύναμη ώσης-αντίστασης και η δύναμη κατά y , F_y , με μια δύναμη άνωσης (εδώ οι όροι άνοση και αντίσταση χρησιμοποιούνται λίγο καταχρηστικά, καθώς οι αντίστοιχες δυνάμεις δεν λαμβάνονται ως προς τη χορδή). Επειδή μάλιστα όλη η εργασία είναι θεμελιωμένη πάνω σε αδιάστατα μεγέθη, τα βασικά μελετούμενα μεγέθη είναι ο αδιάστατος συντελεστής ώσης (κατά x) C_x και ο αδιάστατος συντελεστής άνωσης (κατά y) C_y καθώς και οι αντίστοιχες μέσες τιμές τους σε μια περίοδο \bar{C}_x και \bar{C}_y .

Επιπλέον, ένα άλλο ιδιαίτερα χρήσιμο μέγεθος, παράγωγο των παραπάνω, είναι η μέση αδιάστατη παραγόμενη ισχύς $\bar{P}_{\alpha\delta}$. Για το μέγεθος αυτό ισχύει :

$$\bar{P}_{\alpha\delta} = \bar{C}_x \cdot U \quad (4.1)$$

όπου για U σταθερό και ίσο με 1, η παραγόμενη ισχύς ταυτίζεται με τη δύναμη κατά x , ισχύει δηλαδή :

$$\bar{P}_{\alpha\delta} = \bar{C}_x \quad (4.2)$$

Με παρόμοιο τρόπο αποδεικνύεται ότι η παραγόμενη ενέργεια σε μια περίοδο δίνεται από τη σχέση :

$$W = \bar{c}_x \cdot x = \bar{c}_x \cdot U \cdot T = \bar{c}_x \cdot T \quad (4.3)$$

ένα μέγεθος που όμως δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμο καθώς η περίοδος μεταβάλλεται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της κίνησης.

Το ιδιαίτερο στοιχείο του συγκεκριμένου προβλήματος είναι ότι η δύναμη άνωσης είναι εν γένει μια ανεπιθύμητη δύναμη που δεν προσφέρει κάτι ουσιώδες παρά εισάγει αστάθειες στην κίνηση. Συμπερασματικά, θα ήταν θεμιτό να διατηρηθεί η τιμή της σε χαμηλά επίπεδα. Αντιθέτως, βασικό ζητούμενο είναι η αύξηση της ώσης. Επιπλέον, ένα άλλο σημαντικό στοιχείο θα ήταν τόσο η ώση όσο και η άνωση να είναι όσο πιο σταθερές γίνεται, να μην παρατηρείται δηλαδή σε μια περίοδο μεγάλη μεταβολή των μεγεθών γύρω από τη μέση τιμή. Όπως όμως αποδεικνύεται και από την παραμετρική ανάλυση, αύξηση της ώσης συνεπάγεται αναγκαστικά και αύξηση της άνωσης (η οποία είναι συνήθως και κατά μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη), καθώς επίσης, στην πλειονότητα των περιπτώσεων, αύξηση του εύρους της μεταβολής. Τίθεται λοιπόν, σε ένα δεύτερο επίπεδο, ένα ζήτημα βελτιστοποίησης, ανάλογα με τις παραμέτρους και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της εκάστοτε εφαρμογής. Παρ όλα αυτά, στη συγκεκριμένη εργασία, βασικό μέλημα παραμένει η αύξηση της ώσης.

Τονίζεται, για μια ακόμα φορά, ότι θετική ώση επιτυγχάνεται όταν $c_x < 0$, καθώς η κατεύθυνση της πρόωσης λαμβάνεται προς τα αρνητικά του άξονα x . Στην αντίθετη περίπτωση η αντίσταση υπερिσχύει και η κίνηση δεν μπορεί να συντηρηθεί.

Η παραμετρική ανάλυση στο σύνολό της χωρίζεται σε 2 μεγάλα μέρη. Την ανάλυση για την απαραμόρφωτη (rigid) υδροτομή και την ανάλυση για την παραμορφούμενη υδροτομή. Στην πρώτη περίπτωση η βασική παράμετρος είναι το μήκος κύματος της ημιτονοειδούς κίνησης λ , ενώ στη δεύτερη

προστίθενται τα μεγέθη του flap A_f , που σχετίζεται με το πλάτος (βλ. σχέση (3.18)), $\%c$, που σχετίζεται με το μήκος του flap, ω_{fp} , δηλαδή η κυκλική συχνότητα του flap καθώς και η κυκλική συχνότητα ω της rigid κίνησης, που συσχετίζεται με το είδος της κίνησης (ημιτονοειδής ή μη-βλ. παράγραφο 3.1) και το πλάτος της y_0 .

Σε κάθε ένα μέρος γίνονται 2 ειδών υδροδυναμικές αναλύσεις, μια που αφορά στη δυναμική ροή και μια στη συνεκτική ροή, τη συζευγμένη δηλαδή με το οριακό στρώμα. Όσον αφορά στη δυναμική ροή (potential), αυτή αναφέρεται στην περίπτωση του ασυμπίεστου, μη συνεκτικού ρευστού όπου η ροή είναι αστρόβιλη ή ιδιόμορφα στροβιλή. Πρόκειται για μια περίπτωση ροής χωρίς ιδιαίτερη φυσική σημασία λόγω των αυστηρών αρχικών παραδοχών, με ιδιαίτερη όμως θεωρητική σημασία, ιδιαίτερα λόγω του γεγονότος ότι οι βασικές εξισώσεις του προβλήματος μετατρέπονται από μη ομογενείς εξισώσεις Poisson σε ομογενείς εξισώσεις Laplace. Προσφέρει δηλαδή το δυναμικό πρόβλημα την ομογενή λύση του γενικότερου μη ομογενούς προβλήματος.

Στην συγκεκριμένη εργασία, το δυναμικό πρόβλημα αναλύεται για μια πληθώρα τιμών των παραμέτρων, προκειμένου να φανεί η γενική συμπεριφορά, και ακολούθως το συνεκτικό πρόβλημα λύνεται επιλεκτικά για εκείνες τις τιμές των παραμέτρων που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την περίπτωση της πλεύσης των ψαριών (δηλαδή ικανοποιητική παραγωγή ώσης).

4.2 Απαραμόρφωτη (rigid) υδροτομή

Όπως ειπώθηκε, αρχικά θα γίνει ανάλυση του δυναμικού προβλήματος και εν συνεχεία θα γίνει η σύζευξη με το οριακό στρώμα. Παράμετρος του προβλήματος της απαραμόρφωτης υδροτομής είναι το μέγεθος λ . Οι τιμές που παίρνει το μέγεθος αυτό είναι για το δυναμικό πρόβλημα :

$\lambda=10, 5, 3, 2.5$

και αντίστοιχα για το συνεκτικό :

$\lambda=3, 2.5$

ενώ σε κάθε περίπτωση το y_0 είναι ίσο με 0.1. Τονίζεται ότι τα μεγέθη είναι αδιάστατα ως προς τη χορδή. Περαιτέρω ανάλυση ως προς λ ή y_0 για το απαραμόρφωτο πρόβλημα κρίθηκε άσκοπη, καθώς τα βασικά συμπεράσματα δίνονται από το πρόβλημα της παραμορφούμενης υδροτομής, ενώ η απαραμόρφωτη υδροτομή λειτουργεί ως μέτρο σύγκρισης, προκειμένου να φανεί η επίδραση της παραμόρφωσης.

Από τα μεγέθη λ και y_0 προκύπτουν τα μεγέθη ω και a_0 σύμφωνα με τις σχέσεις (3.19) και (3.14) αντίστοιχα. Οι τιμές των μεγεθών αυτών για κάθε συνδυασμό παραμέτρων που χρησιμοποιείται δίνονται στον πίνακα 4.1. Το a_0 δίνεται σε μοίρες. Τα κενά κελιά αναφέρονται σε συνδυασμούς που δεν χρησιμοποιούνται.

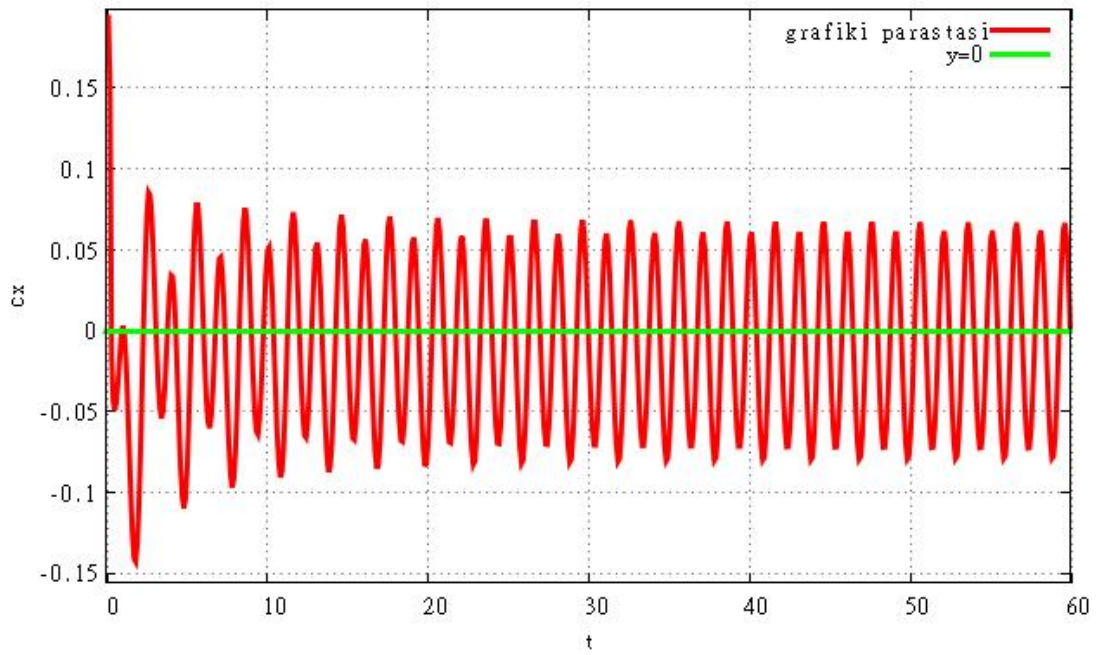
Σε όλες τις περιπτώσεις η διαφορά φάσης μεταξύ των κινήσεων pitching και heaving είναι 90° . Όπως ειπώθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, αυτό συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα, αλλά και με τα θεωρητικά αποτελέσματα άλλων εργασιών που δείχνουν μεγιστοποίηση της παραγόμενης ώσης για αυτή την τιμή. Επιπλέον όμως, δοκιμαστικά τρεξίματα για διαφορά φάσης με μικρές αποκλίσεις από τις 90° (80° έως 110°) έδειξαν ότι η μέση παραγόμενη ώση παραμένει αμετάβλητη και η μόνη παρατηρούμενη μεταβολή είναι η μετατόπιση των καμπυλών $C_x - t$ και $C_y - t$ στο χρόνο.

λ/y_0	0.08	0.1	0.12
10		$\omega=0.6283$ $a_0=3.6$	
8		$\omega=0.7854$ $a_0=4.5$	
7		$\omega=0.8976$ $a_0=5.1$	
6		$\omega=1.0472$ $a_0=6$	
5		$\omega=1.2566$ $a_0=7.2$	
3.5	$\omega=1.7952$ $a_0=8.2$	$\omega=1.7952$ $a_0=10.3$	$\omega=1.7952$ $a_0=12.3$
3	$\omega=2.0944$ $a_0=9.6$	$\omega=2.0944$ $a_0=12$	$\omega=2.0944$ $a_0=14.4$
2.5	$\omega=2.5133$ $a_0=11.5$	$\omega=2.5133$ $a_0=14.4$	$\omega=2.5133$ $a_0=17.3$

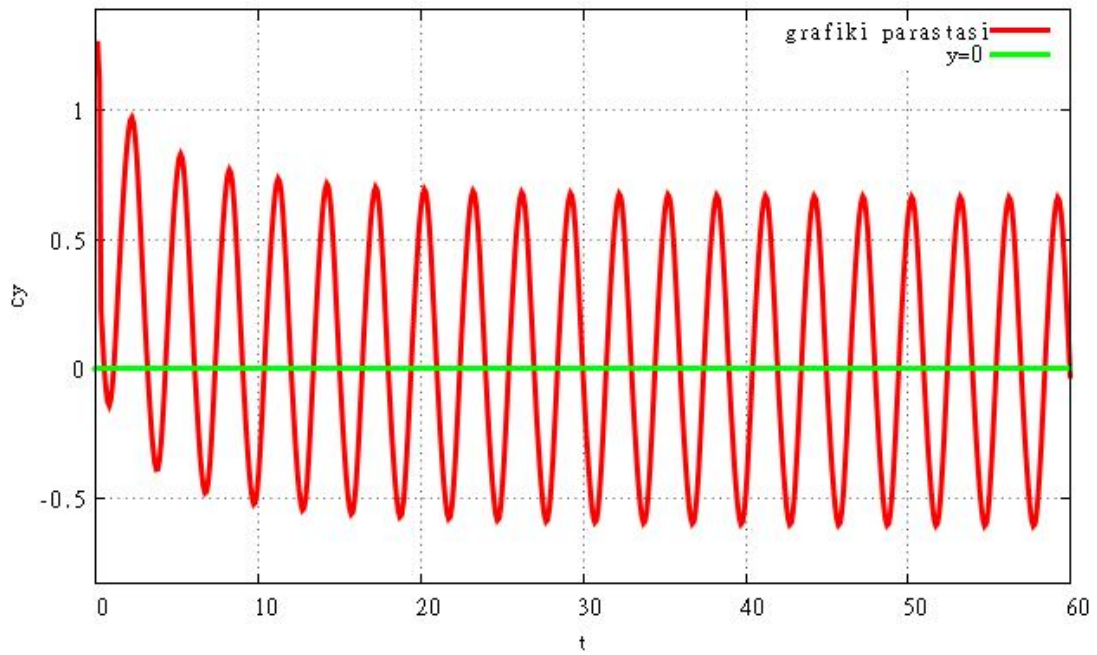
Πιν. 4.1 : Τιμές των μεγεθών ω και a_0

4.2.1 Δυναμικό πρόβλημα

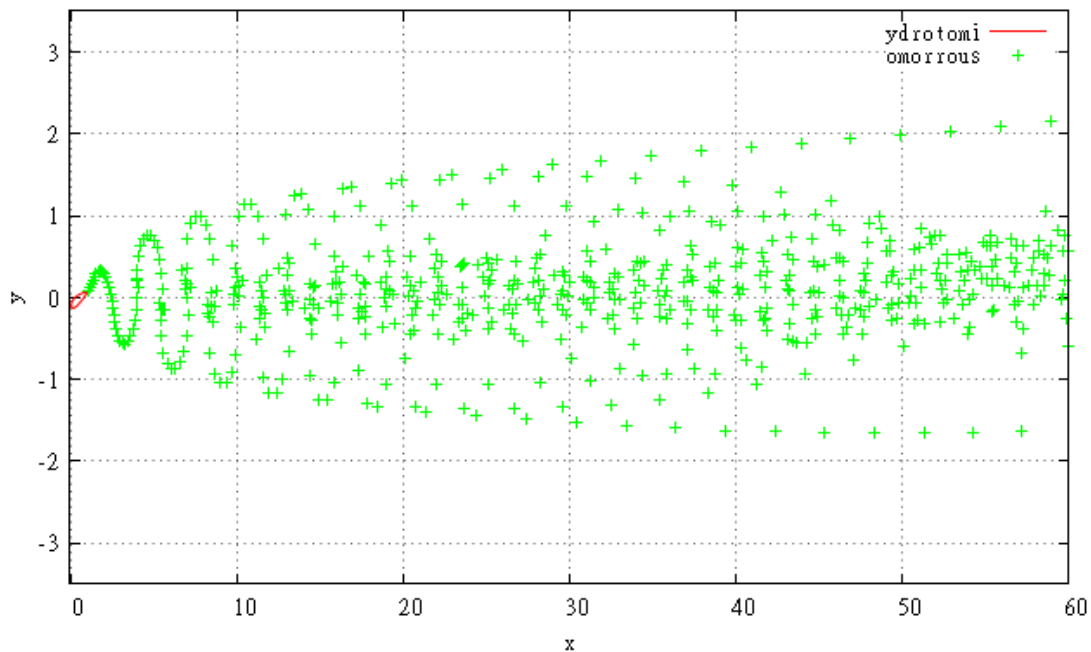
Στα διαγράμματα 4.1, 4.2 παριστάνονται χαρακτηριστικές μορφές καμπυλών c_x -t και c_y -t αντίστοιχα, για το πρόβλημα της ταλαντούμενης, απαραμόρφωτης υδροτομής, ενώ στο διάγραμμα 4.3 δίνεται η μορφή του ομόρρου για το ίδιο πρόβλημα, στην περίπτωση της δυναμικής ροής. Τα διαγράμματα αυτά αναφέρονται στην περίπτωση $\lambda=3$.



Διαγρ. 4.1 : Διάγραμμα C_x -t για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.2 : Διάγραμμα C_y -t για $\lambda=3$



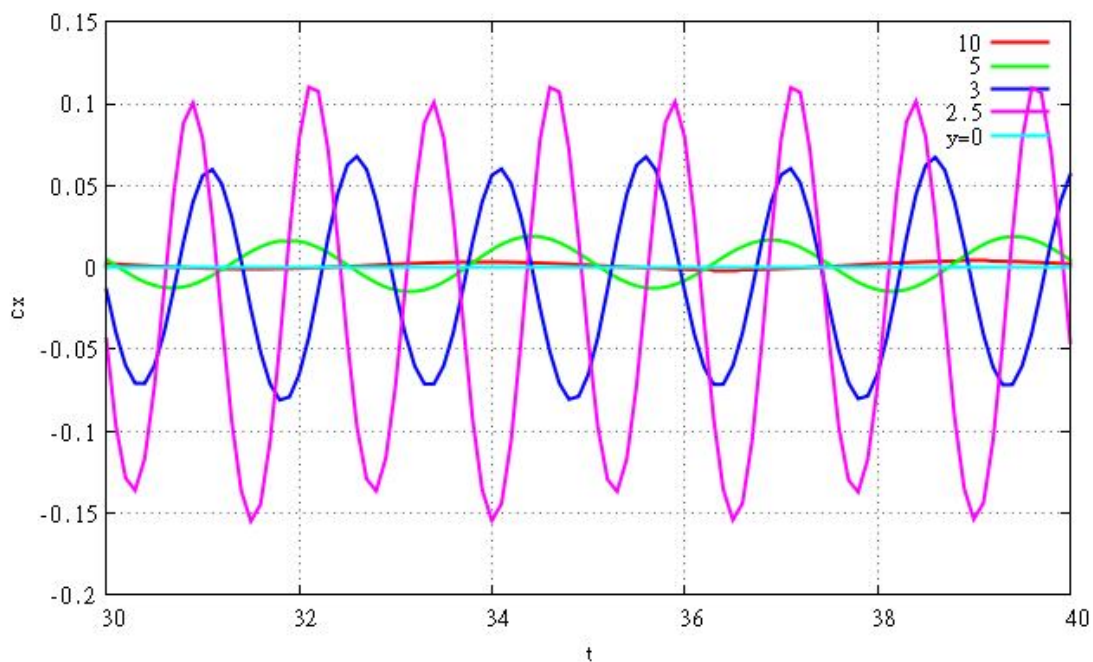
Διαγρ. 4.3 : Υδροτομή και ομόρρους στο δυναμικό πρόβλημα για $\lambda=3$

Ήδη από αυτά τα πρώτα ενδεικτικά διαγράμματα, που παρουσιάζουν τη μεταβολή των δυνάμεων στο χρόνο, μπορούν να εξαχθούν κάποια πρώτα, γενικής φύσεως συμπεράσματα. Το πρώτο σχετίζεται με τη μεταβολή σε 1 περίοδο. Γίνεται εμφανές από τα διαγράμματα 4.1 και 4.2 ότι το μοτίβο μεταβολής των c_x και c_y δεν είναι το ίδιο. Πιο συγκεκριμένα, η ώση παρουσιάζει σε διάστημα 1 περιόδου 2 μέγιστα και 2 ελάχιστα, τα οποία διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, ενώ η άνωση 1 μέγιστο και 1 ελάχιστο, τείνοντας περισσότερο προς μια ημιτονοειδή καμπύλη. Περισσότερη ανάλυση σχετικά με τη μορφή της μεταβολής των δυνάμεων και τη συσχέτισή τους με τη γεωμετρία της υδροτομής θα γίνει στο τέλος του κεφαλαίου.

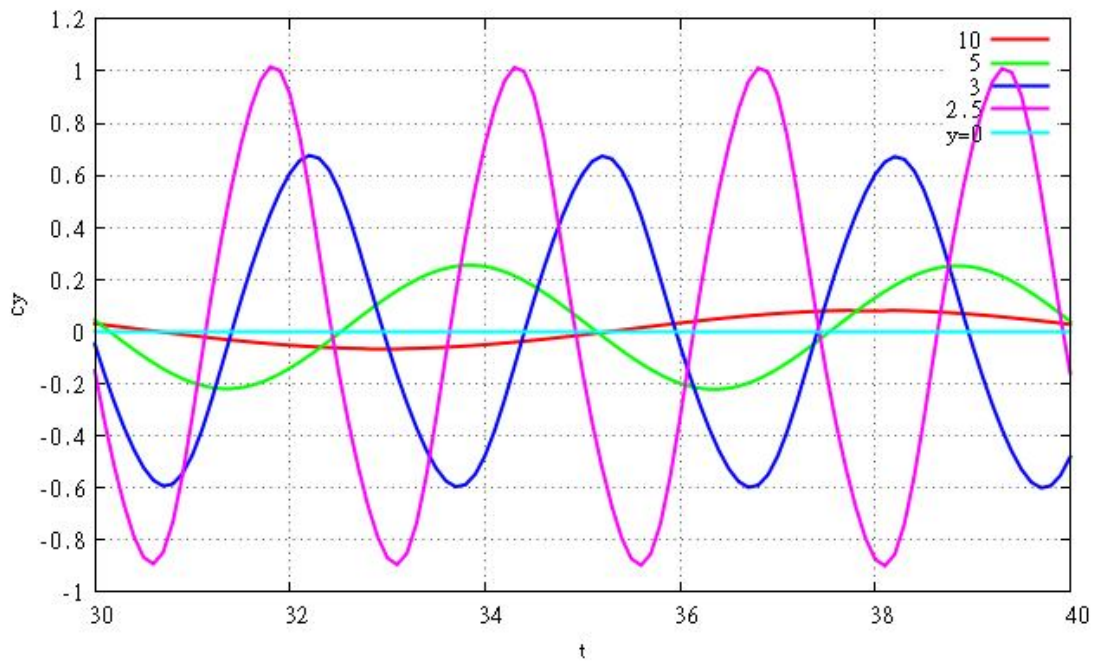
Ένα δεύτερο συμπέρασμα σχετίζεται με την τάξη μεγέθους των δυνάμεων. Όπως ειπώθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου 4, θα ήταν επιθυμητό η παραγόμενη ώση να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη και η παραγόμενη άνωση να παραμένει σχετικά μικρή. Όπως όμως φαίνεται και στα

διαγράμματα, κάτι τέτοιο πρακτικά δεν ισχύει. Αντιθέτως, φαίνεται η άνωση να είναι κατά μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από την ώση, γεγονός αναμενόμενο αν αναλογιστεί κανείς τη γενική συμπεριφορά αεροτομών και υδροτομών σε ευρύτερα προβλήματα αεροδυναμικής και υδροδυναμικής. Να τονιστεί ωστόσο ότι αυτό ισχύει για το εύρος μεταβολής των δυνάμεων και τις στιγμιαίες τιμές τους. Όπως θα φανεί σε λίγο, η κατάσταση διαφοροποιείται κάπως όταν πρόκειται για τις μέσες τιμές.

Παρακάτω παρατίθενται συγκριτικά διαγράμματα C_x - t (διαγρ. 4.4) και C_y - t (διαγρ. 4.5) που περιλαμβάνουν όλα τα διαφορετικά μήκη κύματος λ . Προκειμένου δε να γίνουν εμφανέστερες στο σύνολό τους οι διαφορές, αντί του πλήρους τρεξίματος παρουσιάζεται μικρός αριθμός περιόδων από το τμήμα όπου το υδροδυναμικό πρόβλημα έχει ήδη συγκλίνει.



Διαγρ. 4.4 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t



Διαγρ. 4.5 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t

Στα παραπάνω διαγράμματα, κάθε γραφική παράσταση αντιστοιχεί σε διαφορετικό μήκος κύματος. Η περίοδος διαφοροποιείται ανάλογα με το μήκος κύματος (εξίσωση (3.8)), με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται 1 περίοδος για $\lambda=10$, 2 για $\lambda=5$, 3.3 για $\lambda=3$ και 4 για $\lambda=2.5$. Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι το πλάτος της μεταβολής τόσο του C_x όσο και του C_y αυξάνεται όσο μειώνεται το μήκος κύματος και η περίοδος, ενώ ταυτόχρονα οι τιμές του C_x γίνονται πιο αρνητικές, μειώνεται δηλαδή η παραγόμενη αντίσταση ώσπου σε κάποιο σημείο μεταπίπτει σε παραγωγή ώσης. Αντιθέτως η δύναμη κατά y φαίνεται να είναι σε όλες τις περιπτώσεις σχεδόν συμμετρική. Ιδιαίτερα για μεγάλα μήκη κύματος ($\lambda=10$), που στην πράξη δεν έχουν μεγάλη φυσική σημασία όσον αφορά στην πλεύση των ψαριών, το εύρος μεταβολής των δυνάμεων είναι σχεδόν μηδενικό, προσεγγίζοντας το μόνιμο πρόβλημα.

Ωστόσο, τα βασικά μεγέθη που μας ενδιαφέρουν είναι οι μέσες τιμές των δυνάμεων αυτών. Ως γνωστόν, η μέση τιμή

ενός μεγέθους τ σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου T δίνεται από τη σχέση :

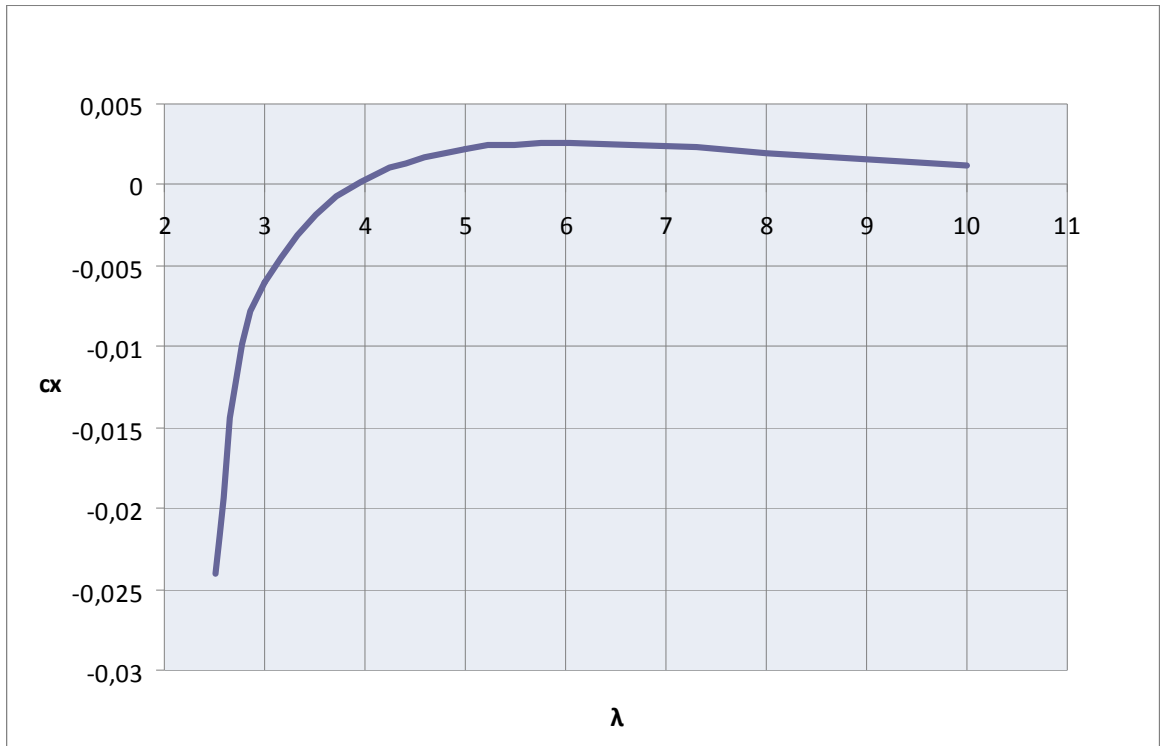
$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^T \tau dt}{T} = \frac{\sum_1^n \tau \cdot \Delta t}{n} \quad (4.4)$$

όπου n ο αριθμός των χρονικών βημάτων σε μια περίοδο. Οι μέσες τιμές των δυνάμεων \bar{c}_x και \bar{c}_y για όλα τα διαφορετικά μήκη κύματος λ φαίνονται στον πίνακα 4.2. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται οι περιπτώσεις όπου $\bar{c}_x < 0$, και άρα έχουμε παραγωγή ώσης και με μαύρο οι περιπτώσεις $\bar{c}_x > 0$, και άρα δεν παράγεται ώση.

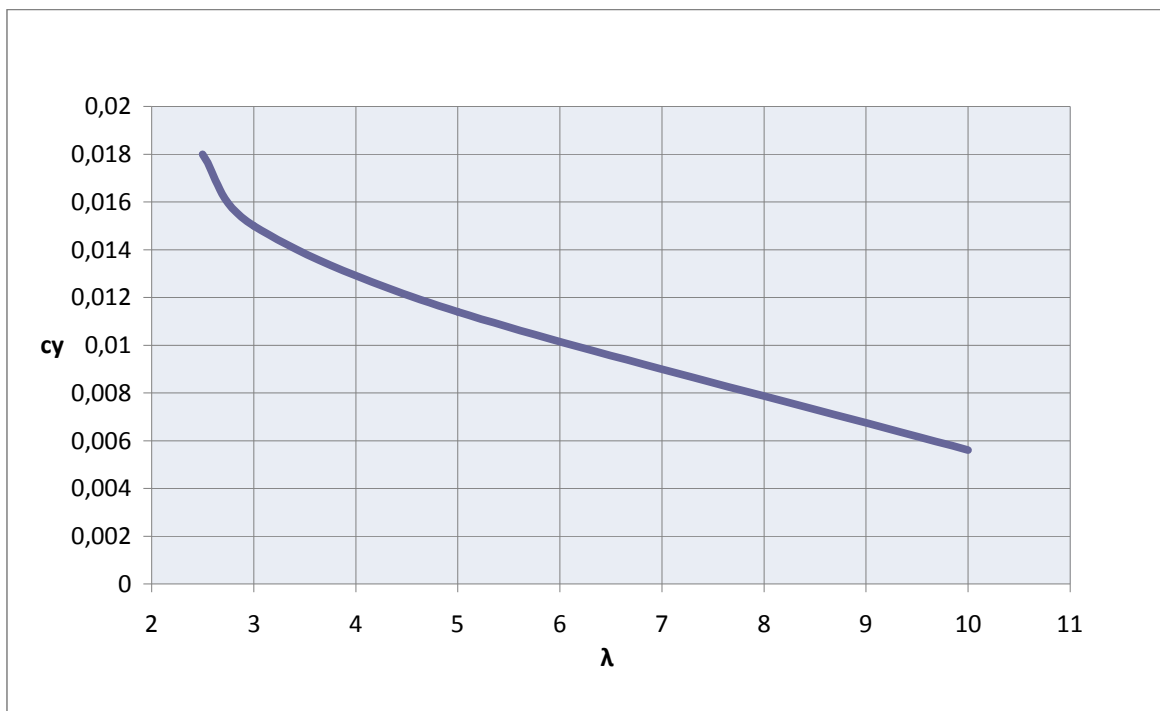
y_0/λ	2.5	3	5	10
0.1	$\bar{c}_x = -0.024$	$\bar{c}_x = -0.006$	$\bar{c}_x = 0.002$	$\bar{c}_x = 0.001$
	$\bar{c}_y = 0.018$	$\bar{c}_y = 0.015$	$\bar{c}_y = 0.011$	$\bar{c}_y = 0.006$

Πιν. 4.2 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ και $y_0 = 0.1$

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2 φαίνονται σχηματικά στο διάγραμμα 4.6 για τη δύναμη κατά x και στο διάγραμμα 4.7 για τη δύναμη κατά y .



Διαγρ. 4.6 : Διάγραμμα λ - \bar{c}_x



Διαγρ. 4.7 : Διάγραμμα λ - \bar{c}_y

Το πρώτο και βασικότερο συμπέρασμα που εξάγεται από τα παραπάνω διαγράμματα, που συγκεντρώνουν τα αποτελέσματα σχετικά με τις μέσες τιμές των δυνάμεων, είναι ότι η ώση γίνεται σχετικά υπολογίσιμη δύναμη για μικρές τιμές του μήκους κύματος. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 4.6, η δύναμη κατά x για μεγάλα μήκη κύματος είναι θετική (αντίσταση) και μάλιστα αυξάνεται λίγο μέχρι μια τιμή του λ κοντά στο 6. Από εκεί και καθώς το λ μικραίνει, η δύναμη μειώνεται ταχύτατα και αποκτά αρνητικές τιμές (ώση) όταν $\lambda < 4$. Φυσικά θα ήταν χρήσιμο το λ να μειωθεί κάτω από την τιμή 2.5, κάτι τέτοιο όμως είναι δύσκολο καθώς η μέγιστη γωνία του pitching γίνεται πολύ μεγάλη και ο κώδικας FOIL2W αδυνατεί να πραγματοποιήσει τη σύζευξη με το οριακό στρώμα, τουλάχιστον για το μοντέλο του απλού ομόρρου.

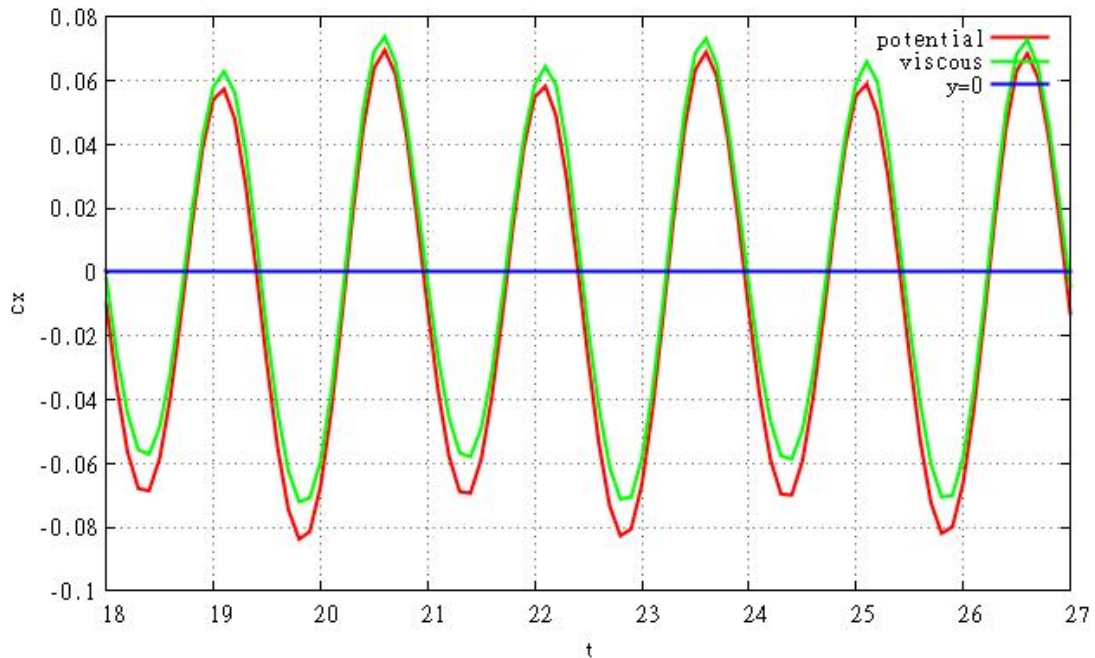
Σε αντίθεση με τη δύναμη κατά x , η δύναμη κατά y αυξάνεται γνησίως μονότονα καθώς το λ μειώνεται. Συγκρίνοντας δε κανείς τις μέσες τιμές των δυνάμεων κατά x με αυτές κατά y , παρατηρεί ότι οι τάξεις μεγέθους τους είναι συγκρίσιμες και μάλιστα υπάρχουν περιπτώσεις όπου η ώση γίνεται κατά απόλυτη τιμή μεγαλύτερη από την άνωση, παρότι οι στιγμιαίες τιμές και το πλάτος μεταβολής της άνωσης είναι κατά μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερο από αυτό της ώσης. Επαληθεύεται λοιπόν και η προηγούμενη παρατήρηση ότι η καμπύλη C_y - t είναι σχεδόν συμμετρική.

4.2.2 Συνεκτικό πρόβλημα

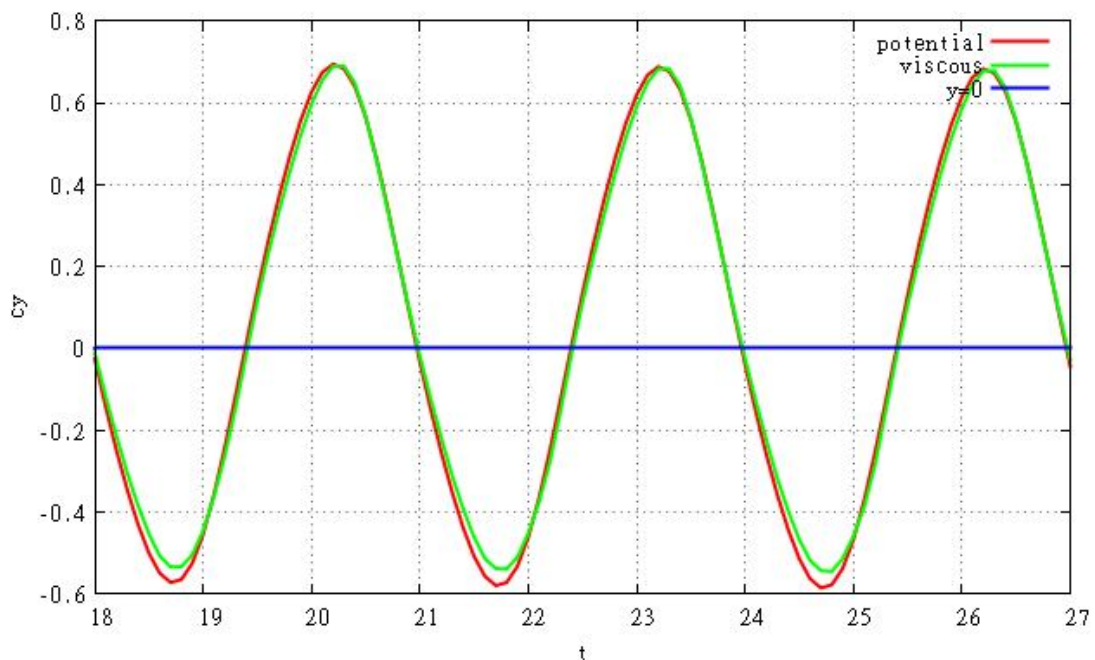
Όπως ειπώθηκε νωρίτερα, στο συνεκτικό πρόβλημα θα αναλυθούν οι πιο ενδιαφέρουσες περιπτώσεις του δυναμικού προβλήματος, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι για μήκος κύματος $\lambda=3$ και $\lambda=2.5$.

Στα διαγράμματα 4.8 και 4.9 παρουσιάζεται αντίστοιχα η σύγκριση των χρονικών μεταβολών των δυνάμεων C_x και C_y για τις περιπτώσεις του δυναμικού και του συνεκτικού

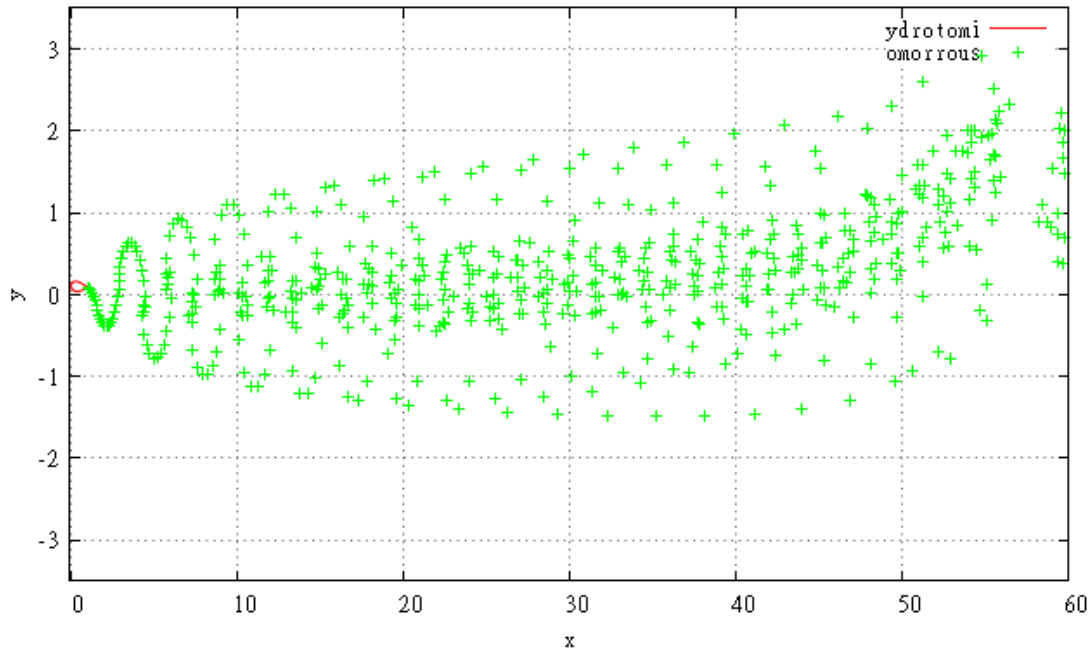
προβλήματος (σε χρονικό εύρος 3 περιόδων), ενώ στο διάγραμμα 4.10 δίνεται η μορφή του ομόρρου για το συνεκτικό πρόβλημα. Τα διαγράμματα αναφέρονται στην περίπτωση $\lambda=3$.



Διαγρ. 4.8 : Διάγραμμα C_x - t , σύγκριση δυναμικού-συνεκτικού προβλήματος για $\lambda=3$



Διάγρ. 4.9 : Διάγραμμα C_y - t , σύγκριση δυναμικού-συνεκτικού προβλήματος για $\lambda=3$



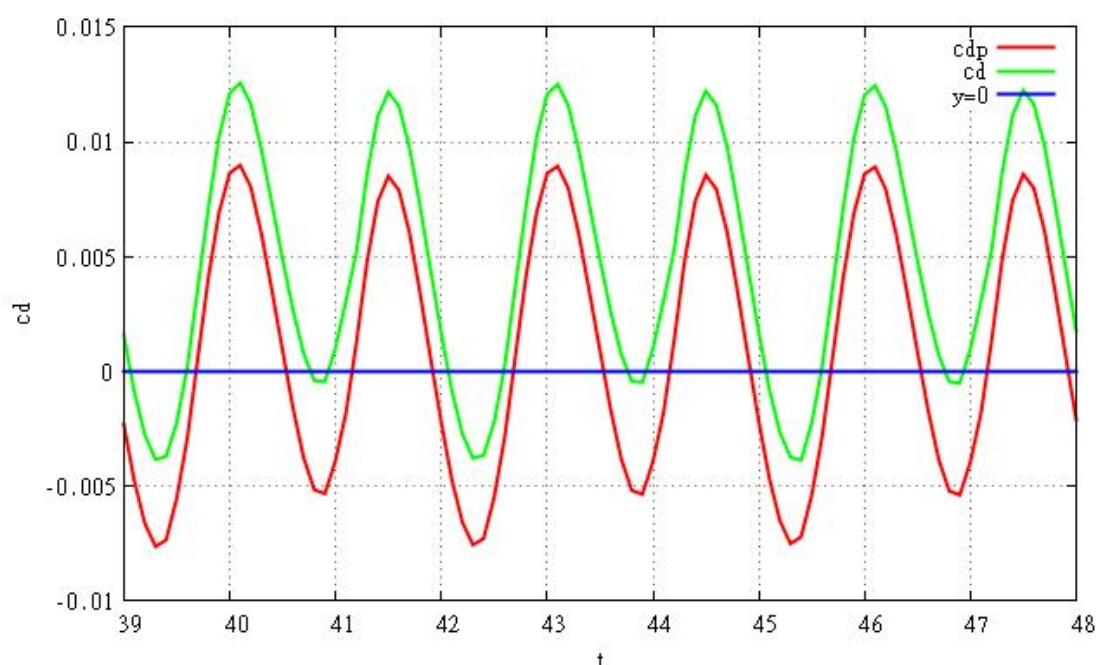
Διαγρ. 4.10 : Υδροτομή και ομόρρους στο συνεκτικό πρόβλημα για $\lambda=3$

Όπως φαίνεται στα διαγράμματα 4.8 και 4.9, τόσο η καμπύλη της δύναμης κατά x όσο και αυτής κατά y , στο συνεκτικό πρόβλημα είναι μετατοπισμένη προς τα πάνω σε σχέση με το δυναμικό. Η διαπίστωση αυτή είναι απόλυτα φυσιολογική, αν σκεφτεί κανείς ότι στο συνεκτικό πρόβλημα, εκτός της δύναμης λόγω της κατανομής των πιέσεων, προστίθεται και μια δεύτερη δύναμη αντίστασης λόγω της δράσης του οριακού στρώματος. Φυσικά, η μετατόπιση αυτή μπορεί να παρατηρηθεί και στις μέσες τιμές των δυνάμεων, που εμφανίζονται μεγαλύτερες για το συνεκτικό πρόβλημα, καθιστώντας δυσχερέστερη την παραγωγή ώσης.

Προκειμένου να μελετηθεί λίγο παραπάνω η διαφορά αυτή μεταξύ δυναμικού και συνεκτικού προβλήματος, γίνεται χρήση του συντελεστή τριβής c_f . Ο συντελεστής αυτός ορίστηκε στη σχέση (2.43), εδώ όμως θα χρησιμοποιηθεί στη μορφή :

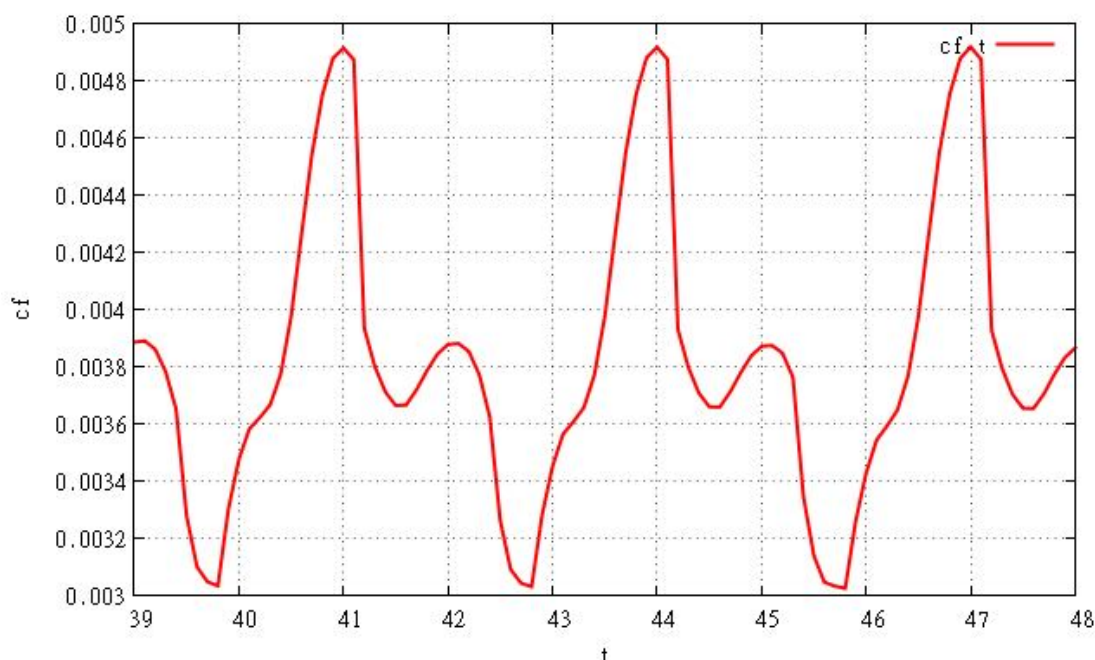
$$c_f = c_D - c_{Dp} \quad (4.5)$$

όπου c_D ο συντελεστής αντίστασης που λαμβάνει υπ όψιν του τόσο τις πιέσεις όσο και τη συνεκτικότητα, και c_{Dp} ο αντίστοιχος συντελεστής μόνο για τις πιέσεις. Όπως είναι φυσικό, στην περίπτωση του δυναμικού προβλήματος ο συντελεστής τριβής μηδενίζεται. Στο διάγραμμα 4.11 φαίνεται η σύγκριση των γραφικών παραστάσεων c_D -t και c_{Dp} -t για 3 περιόδους, ενώ στο διάγραμμα 4.12 φαίνεται η χρονική μεταβολή του c_f στο ίδιο χρονικό διάστημα. Όλα τα διαγράμματα αναφέρονται στην περίπτωση $\lambda=3$.



Διαγρ. 4.11 : Σύγκριση διαγραμμάτων c_D -t και c_{Dp} -t για $\lambda=3$

Η μέση τιμή του συντελεστή τριβής για κάθε διαφορετικό μήκος κύματος λ δίνεται στον πίνακα 4.3.



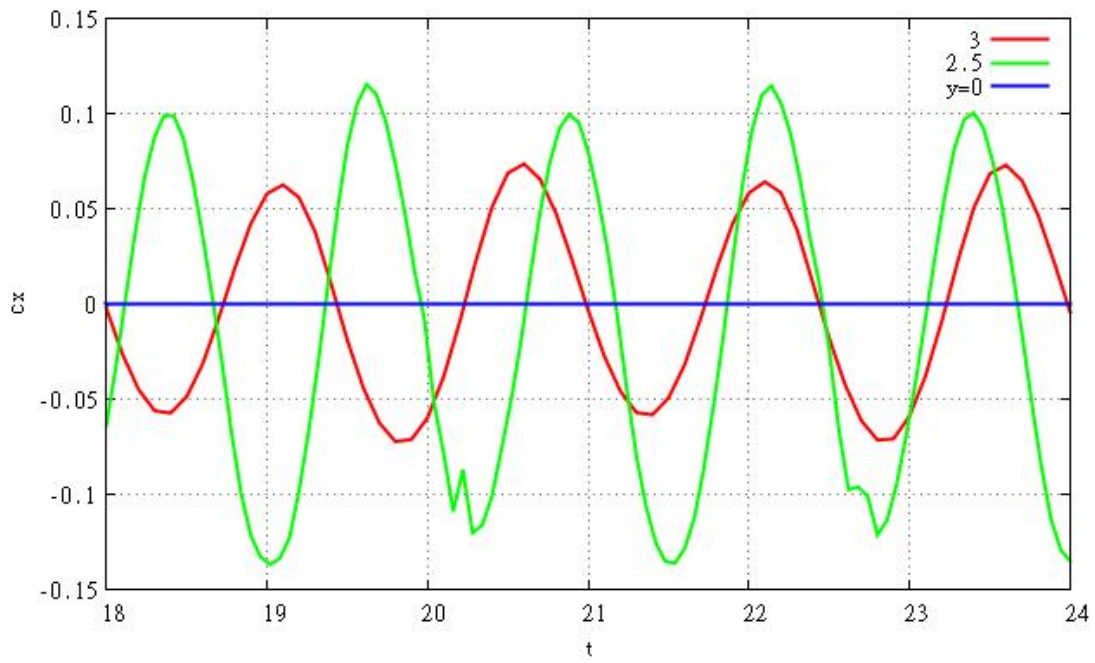
Διάγρ. 4.12 : Διάγραμμα c_f -t για $\lambda=3$

y_0/λ	2.5	3
0.1	$\bar{c}_f=0.00426$	$\bar{c}_f=0.00392$

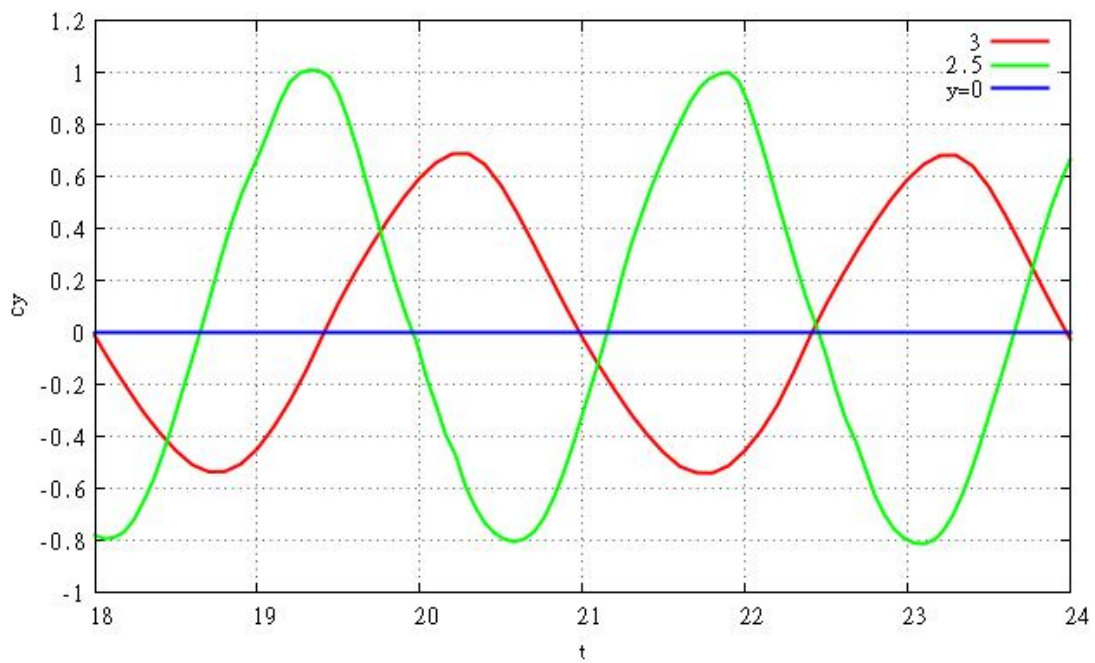
Πιν. 4.3 : Τιμές του \bar{c}_f για διαφορετικά λ

Όπως είναι λογικό, από μόλις 2 τιμές είναι αδύνατο να βγουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Ωστόσο, βάσει αυτών, φαίνεται ότι ο συντελεστής τριβής αυξάνεται για μείωση του μήκους κύματος.

Παρακάτω, στα διαγράμματα 4.13 και 4.14, παρουσιάζονται συγκριτικά οι γραφικές παραστάσεις c_x -t και c_y -t αντίστοιχα (2 περίοδοι για $\lambda=3$), που περιλαμβάνουν όλα τα διαφορετικά μήκη κύματος για το συνεκτικό πρόβλημα.



Διαγρ. 4.13 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t



Διαγρ. 4.14 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t

Το πρώτο πράγμα που αξίζει να σημειωθεί σε σχέση με τα παραπάνω διαγράμματα είναι ότι και εδώ ισχύει ό,τι και στην περίπτωση του δυναμικού προβλήματος, έχουμε δηλαδή αύξηση του πλάτους της μεταβολής των δυνάμεων ενώ ταυτόχρονα οι τιμές του c_x γίνονται όλο και πιο αρνητικές καθώς το μήκος κύματος αυξάνεται.

Ένα δεύτερο σχόλιο που σχετίζεται με το συνεκτικό πρόβλημα για μικρά μήκη κύματος και για το οποίο ήδη έχει γίνει νύξη αφορά στις μικρές αστάθειες που παρουσιάζει η καμπύλη c_x -t στα σημεία ελαχίστου της (ενίοτε εμφανίζονται και στα σημεία μεγίστου). Οι αστάθειες αυτές αποτελούν αριθμητικό φαινόμενο χωρίς φυσική σημασία και εμφανίζονται όταν το χρονικό βήμα μειώνεται πολύ, γεγονός που συνήθως επιβάλλεται όταν ο κώδικας αδυνατεί να πετύχει ικανοποιητική σύζευξη με το οριακό στρώμα (π.χ. λόγω αύξησης του πλάτους ταλάντωσης του pitching). Περαιτέρω μείωση του χρονικού βήματος οδηγεί σε αύξηση των ασταθειών ώσπου ο κώδικας αποκλίνει και το τρέξιμο διακόπτεται.

Όσον αφορά στις μέσες τιμές των δυνάμεων, παρακάτω παρουσιάζεται πίνακας με τα αναλυτικά αποτελέσματα (πίνακας 4.4). Και εδώ τα αποτελέσματα που δηλώνουν παραγωγή ώσης παρουσιάζονται με κόκκινο και τα αποτελέσματα παραγωγής αντίστασης με μαύρο.

y_0/λ	2.5	3
0.1	$\bar{c}_x = -0.0112$ $\bar{c}_y = 0.0839$	$\bar{c}_x = -0.0001$ $\bar{c}_y = 0.0343$

Πιν. 4.4 : Τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ

Από τον πίνακα 4.4 φαίνεται ότι στο συνεκτικό πρόβλημα ισχύει η ίδια κατάσταση με το δυναμικό. Παρατηρείται δηλαδή αύξηση του \bar{c}_y και μείωση του \bar{c}_x καθώς το λ μειώνεται και κατά συνέπεια εμφανίζεται ώση περίπου για $\lambda < 3$ (πιθανώς και λίγο πιο πάνω). Ακόμα, επιβεβαιώνεται η παρατήρηση ότι οι μέσες τιμές των δυνάμεων εμφανίζονται αυξημένες σε σχέση με τις αντίστοιχες για το δυναμικό πρόβλημα.

4.3 Παραμορφούμενη υδροτομή

Στην παρούσα παράγραφο, πλην των κινήσεων μετατόπισης (heaving) και στροφής (pitching), προστίθεται επιπλέον η κίνηση της παραμόρφωσης, όπως αυτή αναλύθηκε στο κεφάλαιο 3.

Η παραμετρική ανάλυση για την παραμορφούμενη υδροτομή γίνεται ως προς 6 διαφορετικές παραμέτρους της κίνησης, 3 εκ των οποίων αφορούν στο απαραμόρφωτο κομμάτι και 3 στο παραμορφούμενο : το μήκος κύματος της ημιτονοειδούς κίνησης λ , το πλάτος της y_0 , η κυκλική της συχνότητα ω , η παράμετρος πλάτους του flap A_f , η κυκλική του συχνότητα ω_{fp} και τέλος το σταθερό σημείο πάνω στη χορδή όπου ξεκινά η παραμόρφωση %c. Το εύρος τιμών που λαμβάνουν οι παραπάνω παράμετροι (για το δυναμικό πρόβλημα) είναι το εξής :

$$\lambda = 10, 8, 6, 5, 3.5, 3, 2.5$$

$$y_0 = 0.08, 0.1, 0.12$$

$$A_f = 0.5, 1.0, 1.2$$

$$\omega_{fp} = \omega, 2\omega, 3\omega$$

$\%c = 0.3, 0.5$

Τιμές της κυκλικής συχνότητας του flap μικρότερες αυτών της κυκλικής συχνότητας ω της ημιτονοειδούς κίνησης δεν δοκιμάζονται καθώς στερούνται φυσικής σημασίας. Όσον αφορά τέλος στη συχνότητα της ημιτονοειδούς κίνησης της απαραμόρφωτης υδροτομής, αυτή μεταβάλλεται λίγο σε σχέση με την κανονική τιμή (εξίσωση (3.19)), λαμβάνοντας τιμές κατά περίπτωση λίγο μεγαλύτερες ή λίγο μικρότερες από την τιμή αυτή. Στην πλειονότητα των περιπτώσεων όμως και αν δεν αναφέρεται διαφορετικά, η τιμή του ω είναι αυτή που δίνεται από την εξίσωση (3.19).

Στην περίπτωση του συνεκτικού προβλήματος το εύρος τιμών των παραμέτρων περιορίζεται και αναλύονται μόνο εκείνες οι περιπτώσεις που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον από πλευράς παραγωγής ώσης.

Η τιμή του πλάτους ταλάντωσης του flap y_{flp0} δίνεται από την εξίσωση (3.18). Όπως φαίνεται, η τιμή εξαρτάται από την παράμετρο πλάτους A_f και από τη σταθερή θέση εκκίνησης του flap $\%c$. Στον πίνακα 4.5 δίνονται όλες οι τιμές του πλάτους ταλάντωσης του flap για κάθε συνδυασμό των παραπάνω παραμέτρων.

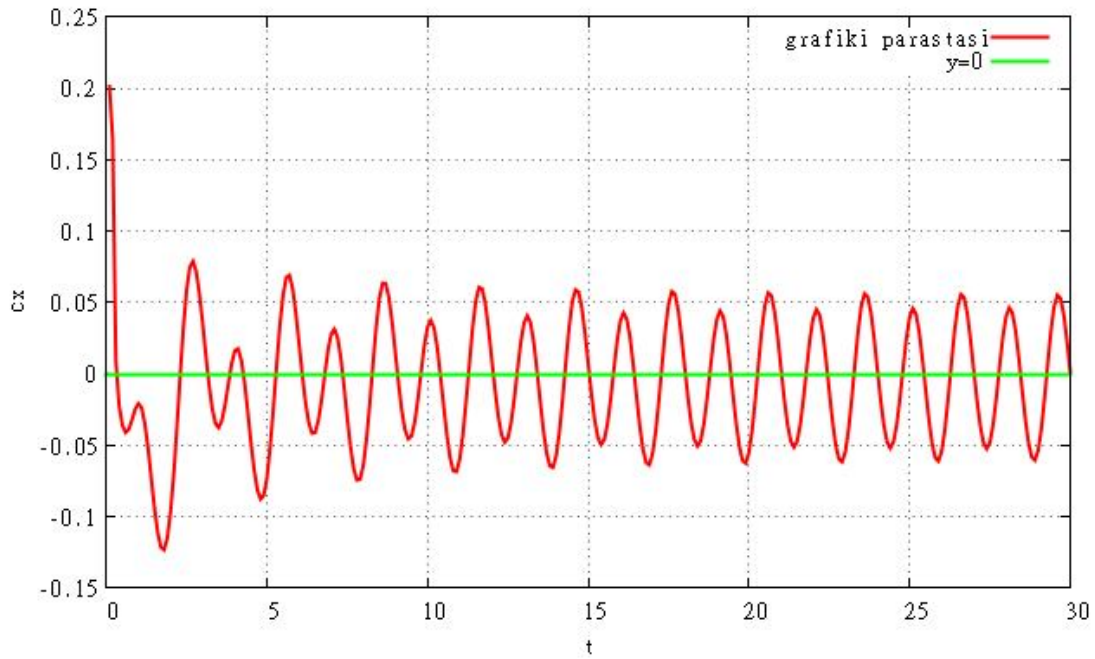
$\%c / A_f$	0.5	1.0	1.2
0.3	$y_{flp0} = 0.044$	$y_{flp0} = 0.087$	$y_{flp0} = 0.104$
0.5	$y_{flp0} = 0.022$	$y_{flp0} = 0.044$	$y_{flp0} = 0.053$

Πιν. 4.5 : Τιμές του y_{flp0}

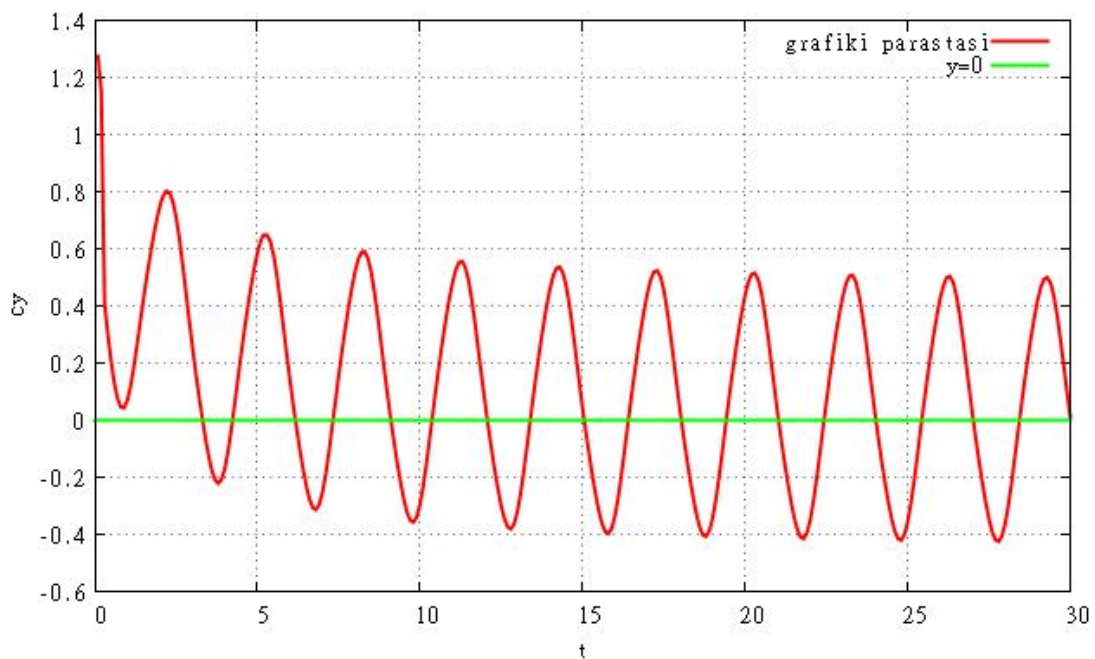
Η τιμή τέλος της διαφοράς φάσης φ_{fp} από το heaving τοποθετείται σταθερά στις 180° , προηγείται δηλαδή κατά 90° του pitching. Η τιμή αυτή συμφωνεί με την εμπειρική παρατήρηση και φαίνεται να έχει φυσικό νόημα. Επιπλέον, δοκιμές που έγιναν για σχετικά μικρές αποκλίσεις από την τιμή αυτή ($\pm 20^\circ$) έδειξαν πρακτικά μηδενική μεταβολή της μέσης τιμής της παραγόμενης ώσης. Ωστόσο να αναφερθεί ότι σημαντική αύξηση στην παραγωγή ώσης παρατηρήθηκε για γωνίες $\varphi_{fp} < 90^\circ$, μια κατάσταση που όμως δεν συμφωνεί με την εμπειρία και στερείται φυσικής σημασίας.

4.3.1 Δυναμικό πρόβλημα

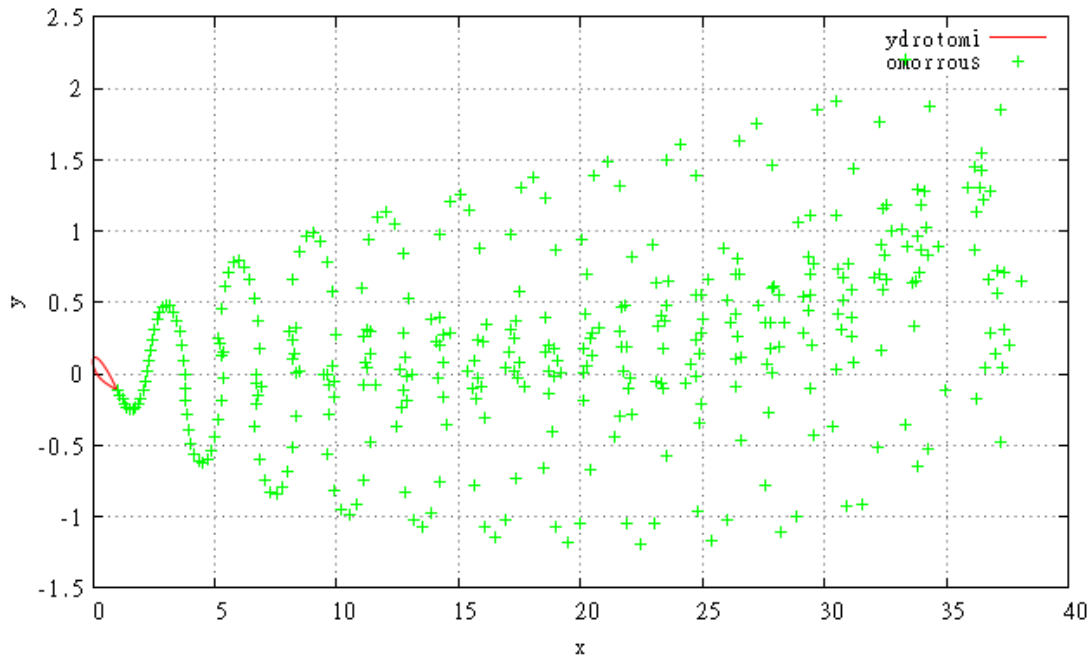
Στα διαγράμματα 4.15 και 4.16 που παρατίθενται παρακάτω παρουσιάζονται χαρακτηριστικές μορφές καμπυλών c_x -t και c_y -t για το πρόβλημα της παραμορφούμενης υδροτομής. Ακολουθεί στο διάγραμμα 4.17 η μορφή του ομόρρου για το ίδιο πρόβλημα. Όλες οι γραφικές παραστάσεις αναφέρονται στην περίπτωση $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$.



Διαγρ. 4.15 : Διάγραμμα c_x -t για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$,
 $\%c=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$



Διαγρ. 4.16 : Διάγραμμα c_y -t για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$,
 $\%c=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$



Διαγρ. 4.17 : Υδροτομή και ομόρρους για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$,
 $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$

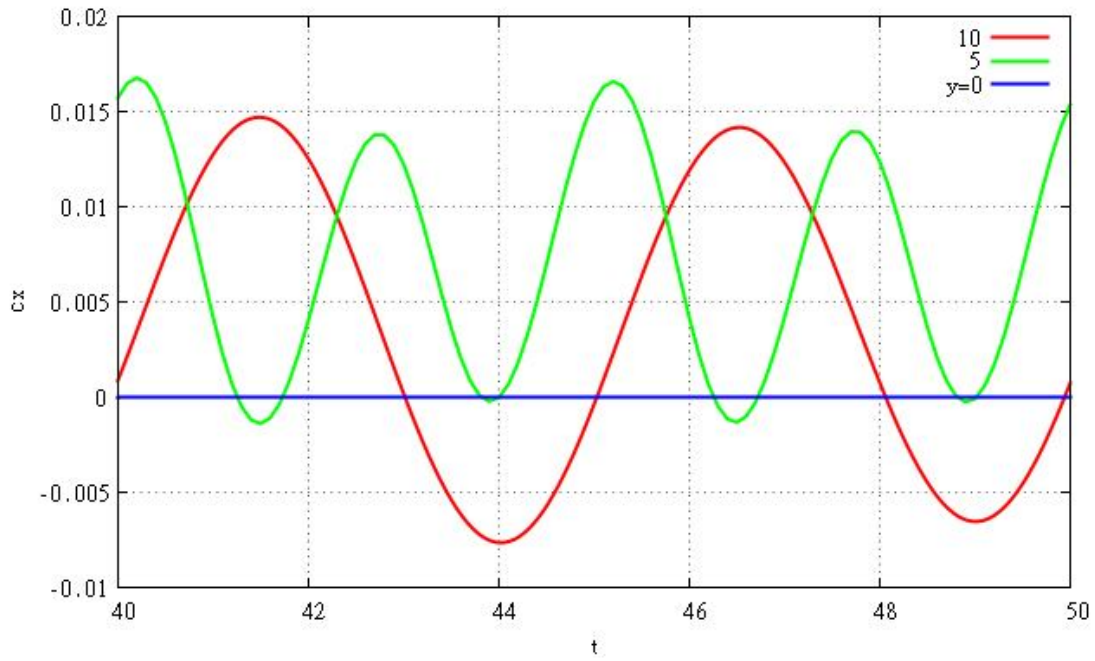
Είναι προφανές ότι η μορφή των καμπυλών μεταβολής των δυνάμεων στο χρόνο είναι πανομοιότυπη με την αντίστοιχη για την απαραμόρφωτη υδροτομή. Ακόμα, και εδώ παρατηρείται διαφορά μιας τάξης μεγέθους στο εύρος μεταβολής τους. Περισσότερες λεπτομέρειες πάνω στη σύγκριση των 2 προβλημάτων θα δοθούν στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου.

4.3.1.1 Μήκος κύματος (λ)

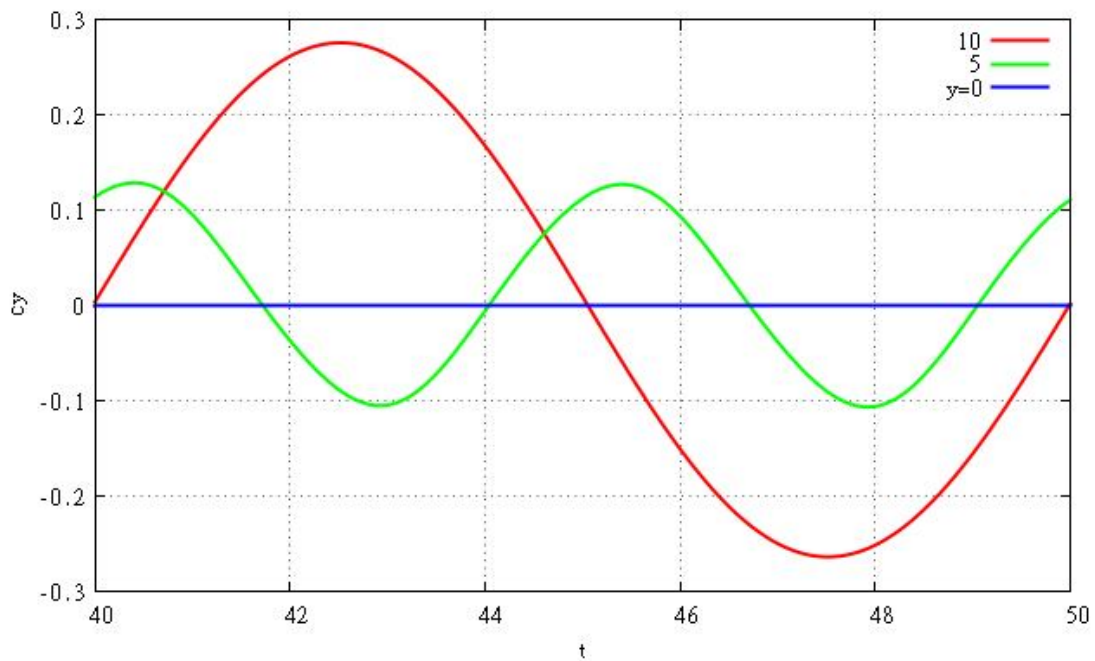
Η ανάλυση θα ξεκινήσει από την παράμετρο λ , δηλαδή το μήκος κύματος της ημιτονοειδούς κίνησης. Στα διαγράμματα 4.18 έως 4.29 παρουσιάζονται συγκριτικά διαγράμματα c_x -t και c_y -t για όλα τα μήκη κύματος. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων είναι :

$y_0=0.1$, $A_f=0.5$ και 1.0 , $\%c=0.3$ και 0.5 , $\omega_{fp}=\omega$.

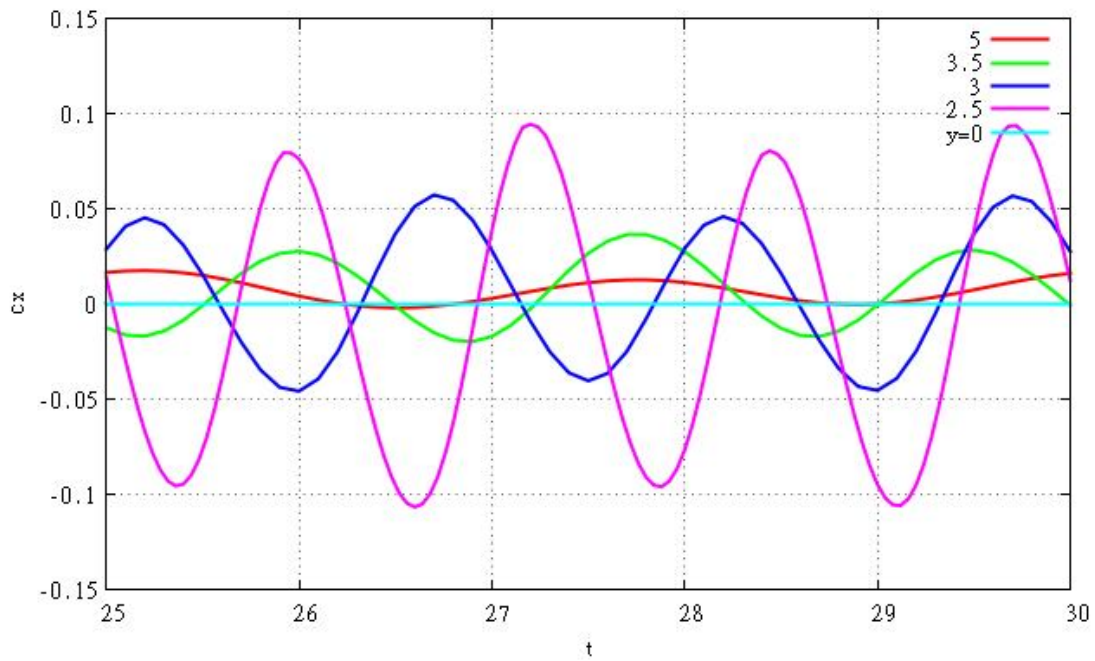
Επειδή παρουσιάζεται μεγάλος αριθμός διαφορετικών μηκών κύματος, προκειμένου τα διαγράμματα να είναι πιο ευανάγνωστα, η ανάλυση χωρίζεται σε 2 κατηγορίες : τα μεγάλα μήκη κύματος ($\lambda=10 \div 5$) και τα μικρά μήκη κύματος ($5 \div 2.5$). Σε κάθε περίπτωση επιλέγεται τέτοιο χρονικό διάστημα ούτως ώστε στην καμπύλη του μεγαλύτερου μήκους κύματος να παρουσιάζεται μια περίοδος. Για μικρότερα λ παρουσιάζονται περισσότερες περίοδοι ανάλογα με την αναλογία των 2.



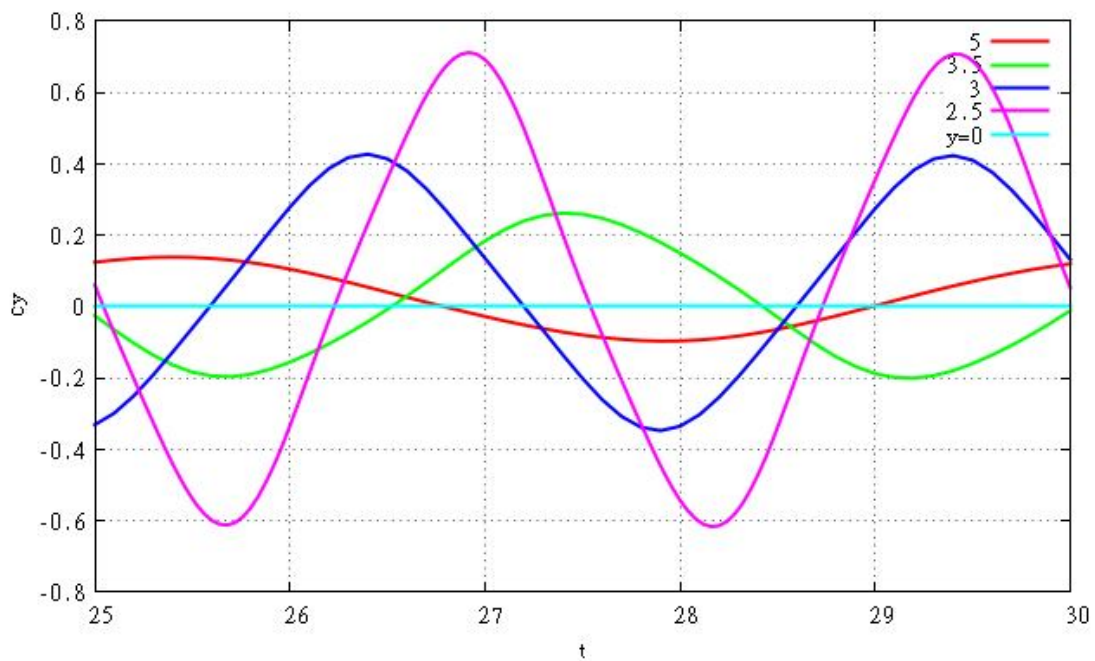
Διαγρ. 4.18 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



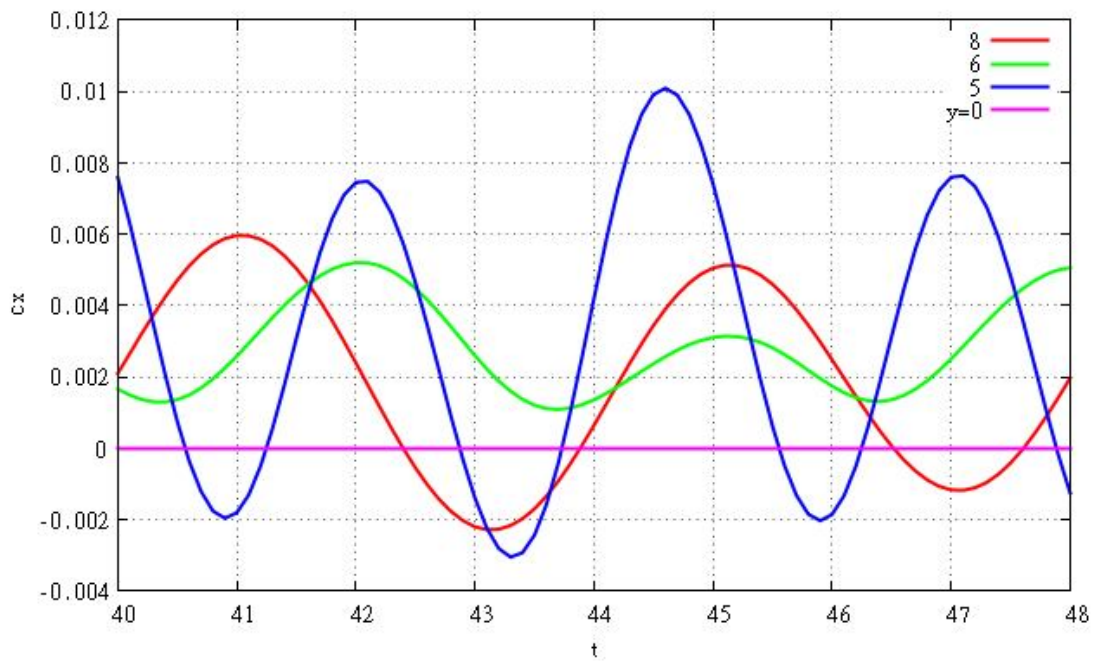
Διαγρ. 4.19 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



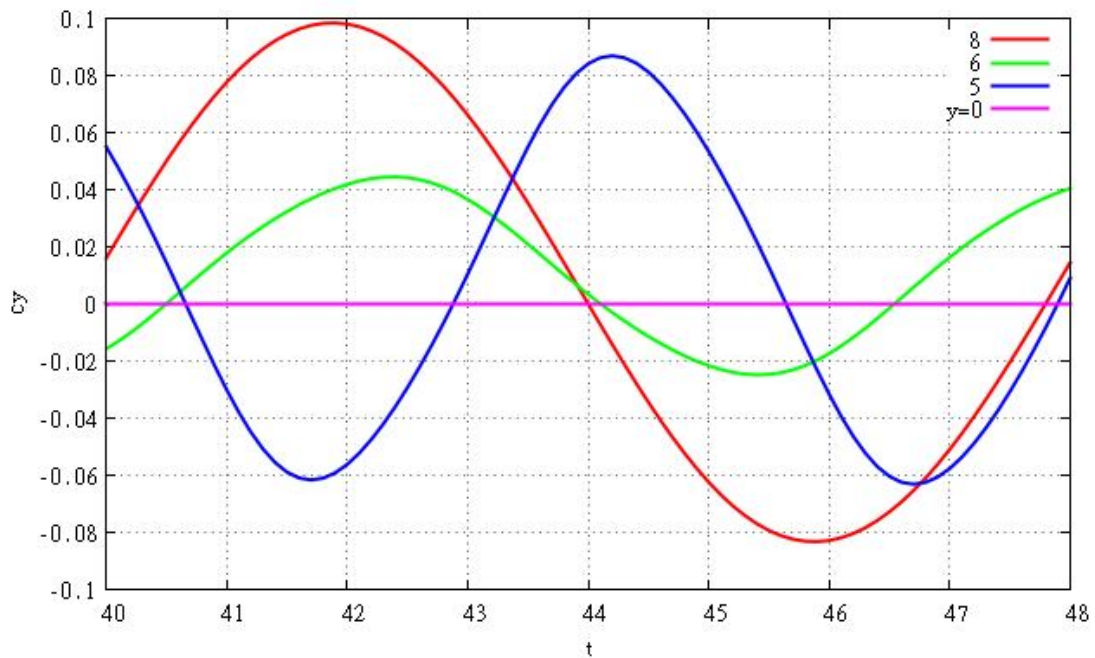
Διαγρ. 4.20 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



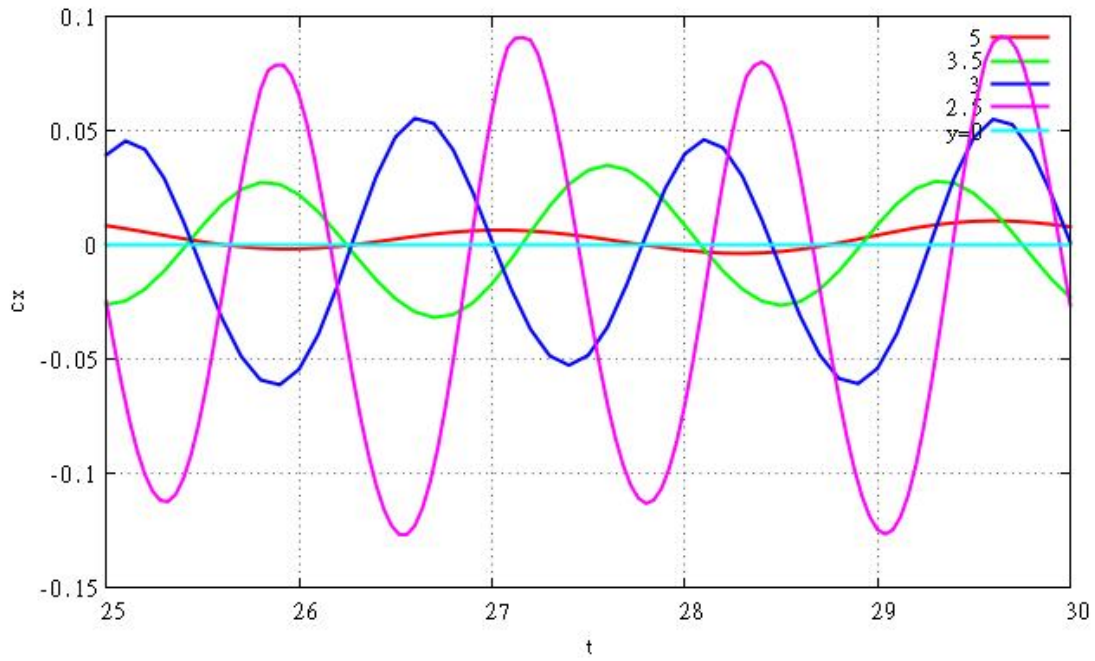
Διαγρ. 4.21 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



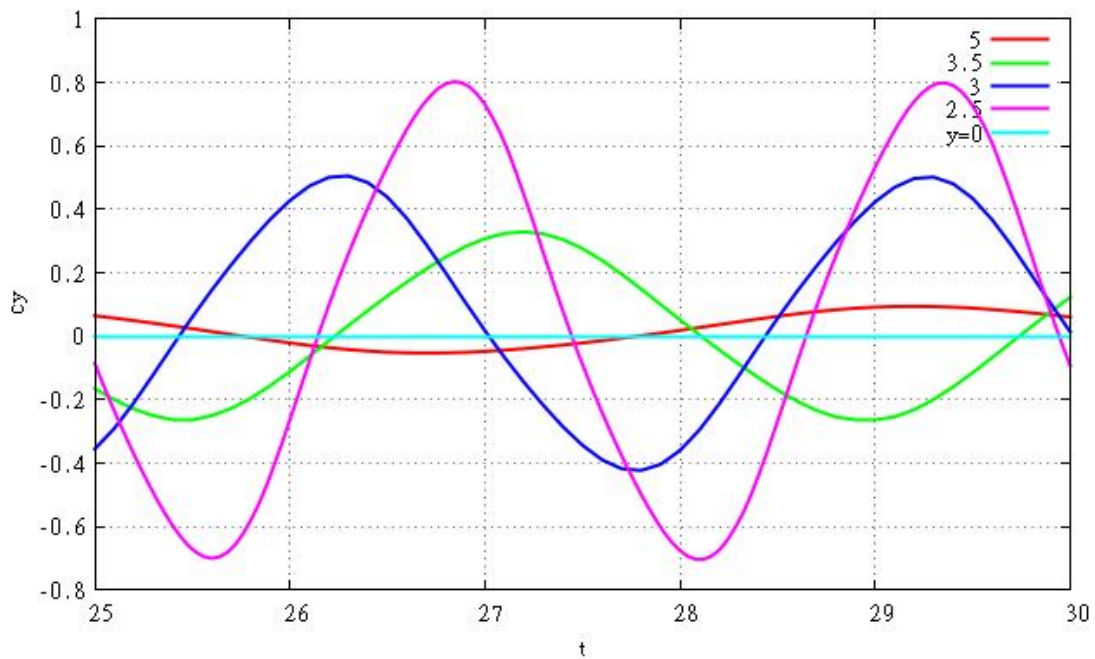
Διαγρ. 4.22 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



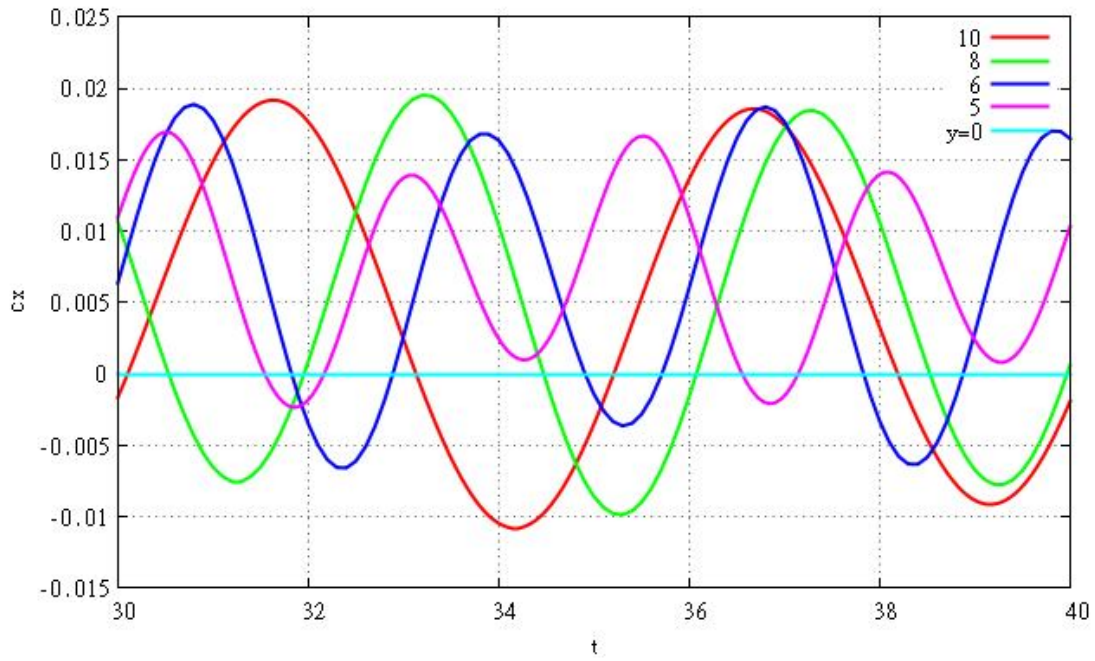
Διαγρ. 4.23 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



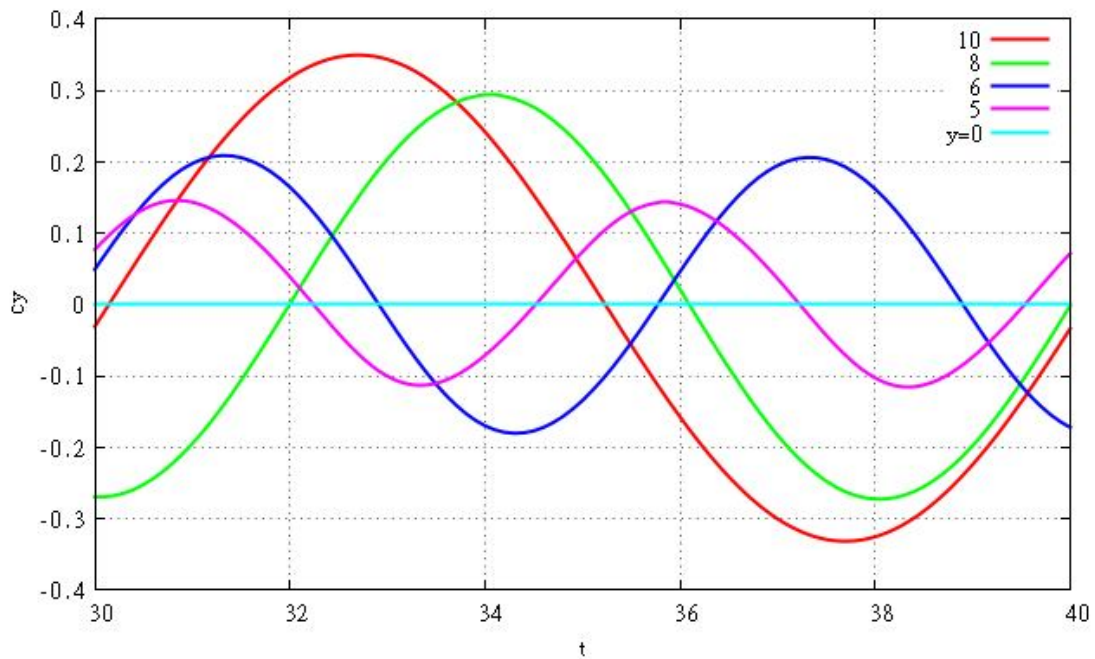
Διαγρ. 4.24 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$



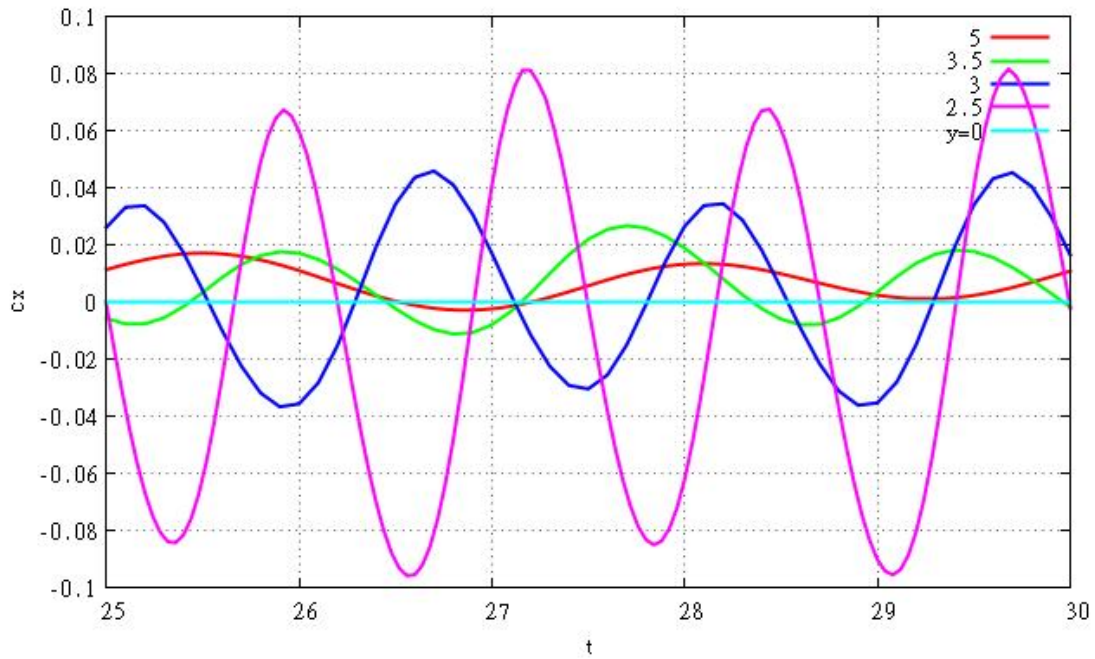
Διαγρ. 4.25 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$



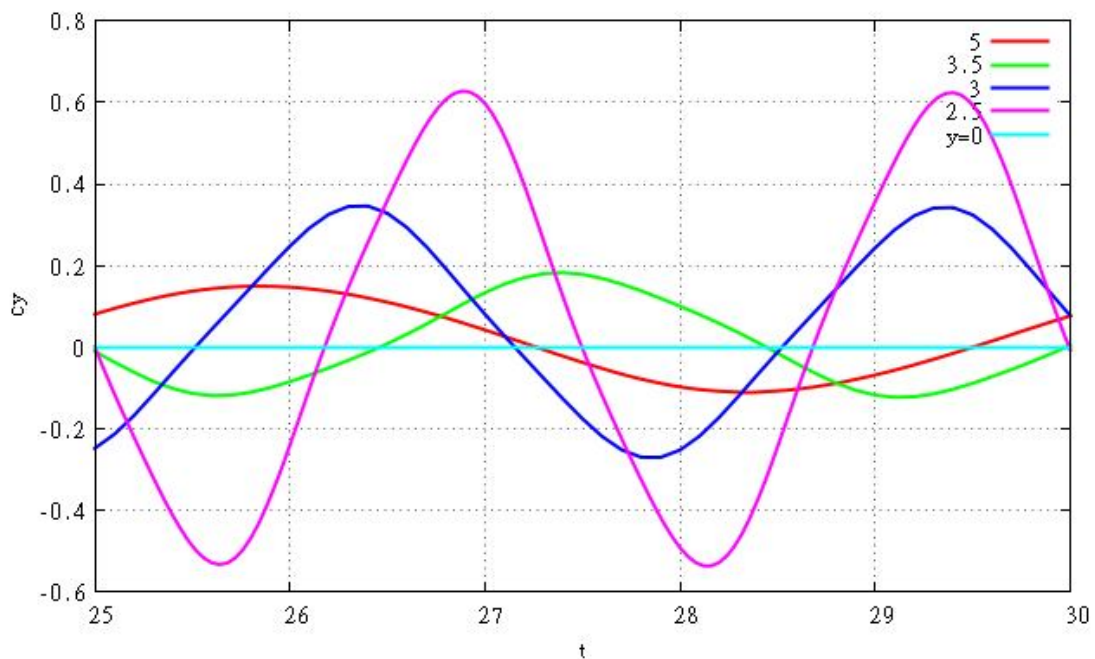
Διαγρ. 4.26 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



Διαγρ. 4.27 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς λ ($10 \div 5$) για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



Διαγρ. 4.28 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



Διαγρ. 4.29 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς λ ($5 \div 2.5$) για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$

Μια βασική παρατήρηση που μπορεί να γίνει στα παραπάνω διαγράμματα είναι ότι τα αποτελέσματα ως προς το μήκος κύματος μπορούν να διακριθούν ποιοτικά σε 2 κατηγορίες, τα μεγάλα μήκη κύματος και τα μικρά μήκη κύματος. Πιο συγκεκριμένα, για μήκη κύματος περίπου από 10 έως 5 και καθώς αυτό μειώνεται παρατηρείται μείωση στο εύρος των δυνάμεων τόσο κατά x όσο και κατά y , ενώ παράλληλα η γραφική παράσταση του C_x μετατοπίζεται προς τα πάνω (φαίνεται δηλαδή να γίνεται πιο θετική η μέση τιμή της δύναμης κατά x). Σε αυτό το εύρος λ η μεταβολή των δυνάμεων είναι πολύ μικρή, και το πρόβλημα σχεδόν προσεγγίζει το μόνιμο. Αντιθέτως, για μήκη κύματος μικρότερα του 5, μείωση του λ οδηγεί σε σημαντική αύξηση των στιγμιαίων δυνάμεων που παρατηρούνται. Η διττή αυτή συμπεριφορά φαίνεται χαρακτηριστικά στα διαγράμματα 4.22 και 4.23. Στα διαγράμματα αυτά παριστάνεται η μεταβολή των δυνάμεων στο χρόνο για μήκη κύματος 8, 6 και 5. Έτσι, για $\lambda=8$, η δύναμη κατά x έχει εύρος μεταβολής από -0.002 έως 0.006. Αντίστοιχα, η δύναμη κατά y έχει εύρος από -0.08 έως 0.1. Καθώς το λ μειώνεται σε 6, το εύρος των δυνάμεων μειώνεται σε $0.0015 \div 0.005$ και $-0.02 \div 0.04$ αντίστοιχα. Καθώς όμως συνεχίζει να μειώνεται σε $\lambda=5$, το εύρος αυξάνεται ξανά, και μάλιστα για τη δύναμη κατά x , ξεπερνά και αυτό για $\lambda=8$ ($-0.003 \div 0.01$ και $-0.06 \div 0.85$ αντίστοιχα). Αν δε παρατηρήσει κανείς εν συνεχεία τα διαγράμματα 4.24 και 4.25, που παριστάνουν μικρότερα μήκη κύματος, με τον ίδιο όμως συνδυασμό των υπόλοιπων παραμέτρων, βλέπει ότι η αύξηση του εύρους συνεχίζεται, και μάλιστα με γρήγορο ρυθμό. Παράλληλα, οι τιμές γίνονται πιο αρνητικές, ώσπου σε κάποιο σημείο, για χαμηλά μήκη κύματος, η μέση τιμή της κατά x δύναμης γίνεται αρνητική και υπάρχει πλέον παραγωγή ώσης.

Τα συμπεράσματα αυτά συμπληρώνονται και επαληθεύονται από τον πίνακα 4.6, που συγκεντρώνει τα αποτελέσματα για τις μέσες τιμές των δυνάμεων. Τονίζεται ότι στον πίνακα αυτόν αποτυπώνονται τα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης και ως προς τις παραμέτρους A_f και

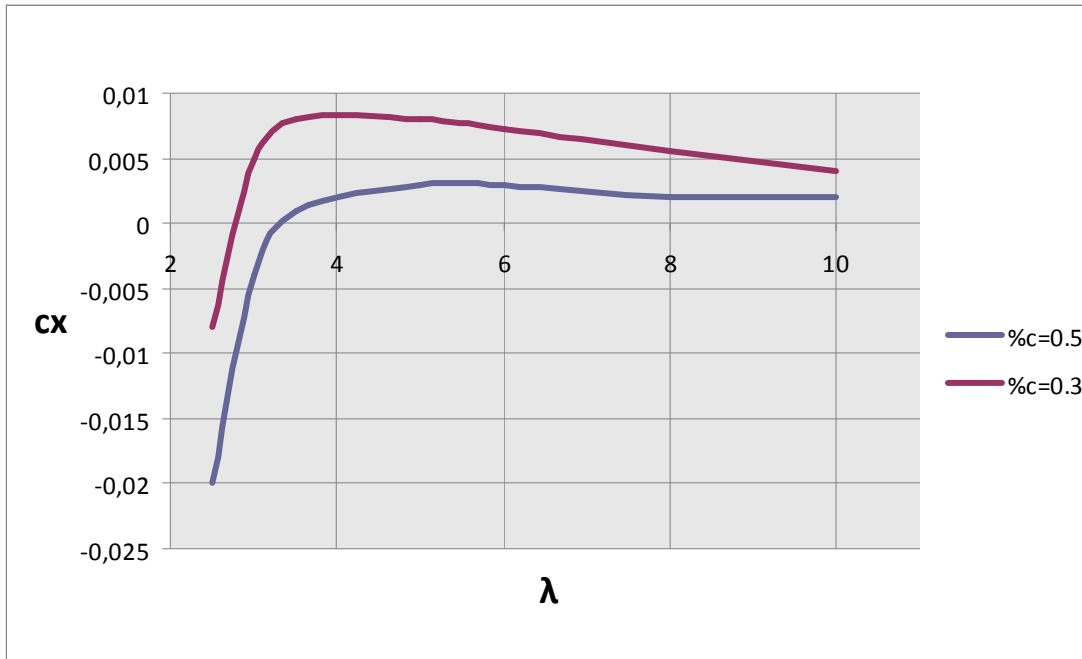
%c και θα επανέλθουμε σε αυτόν στην αντίστοιχη ανάλυση ($y_0=0.1$, $\omega_{fp}=\omega$). Για μια ακόμα φορά με κόκκινο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που δηλώνουν παραγωγή ώσης.

λ/A_f	0.5	1.0	1.2
2.5	%c=0.3 $\bar{c}_x=-0.008$ $\bar{c}_y=0.069$	%c=0.3 $\bar{c}_x=0.015$ $\bar{c}_y=0.066$	
	%c=0.5 $\bar{c}_x=-0.020$ $\bar{c}_y=0.065$	%c=0.5 $\bar{c}_x=-0.011$ $\bar{c}_y=0.069$	
3	%c=0.3 $\bar{c}_x=0.005$ $\bar{c}_y=0.022$		%c=0.3 $\bar{c}_x=0.034$ $\bar{c}_y=0.047$
	%c=0.5 $\bar{c}_x=-0.004$ $\bar{c}_y=0.042$	%c=0.5 $\bar{c}_x=0.003$ $\bar{c}_y=0.017$	%c=0.5 $\bar{c}_x=0.007$ $\bar{c}_y=0.038$
3.5	%c=0.3 $\bar{c}_x=0.008$ $\bar{c}_y=0.027$		
	%c=0.5 $\bar{c}_x=0.001$ $\bar{c}_y=0.033$	%c=0.5 $\bar{c}_x=0.007$ $\bar{c}_y=0.026$	
5	%c=0.3 $\bar{c}_x=0.008$ $\bar{c}_y=0.009$	%c=0.3 $\bar{c}_x=0.025$ $\bar{c}_y=0.022$	

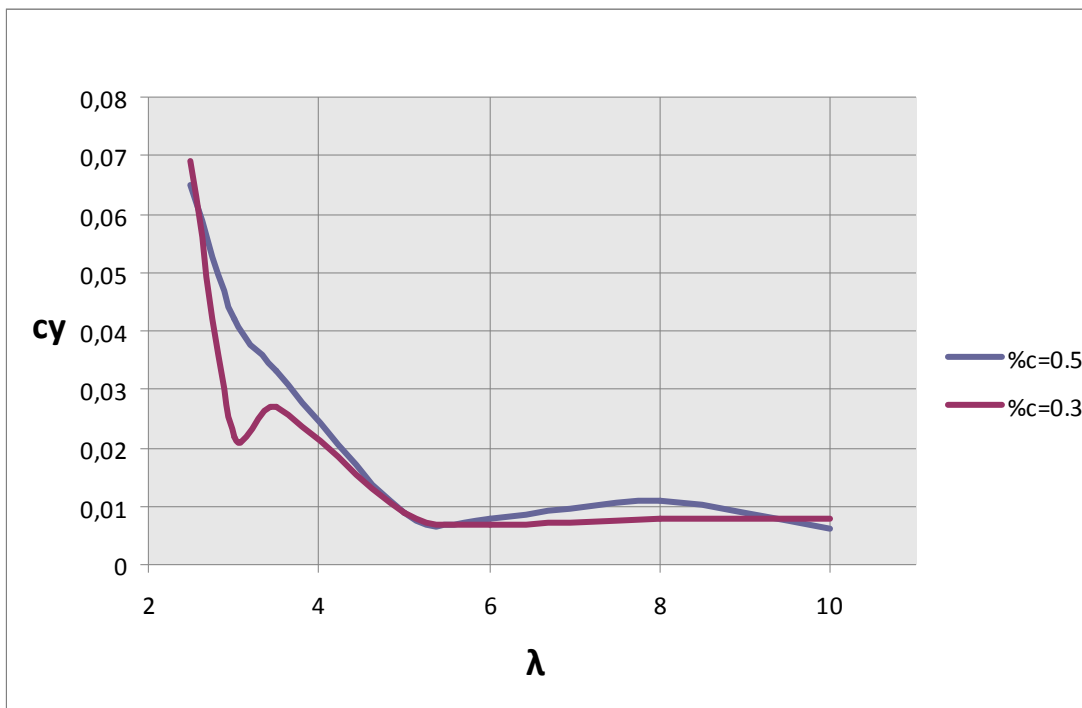
	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.003$ $\bar{c}_y=0.009$	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.007$ $\bar{c}_y=0.018$	
6			
	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.003$ $\bar{c}_y=0.008$	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.006$ $\bar{c}_y=0.013$	
8			
	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.002$ $\bar{c}_y=0.011$	$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.005$ $\bar{c}_y=0.012$	
10	$\%c=0.3$ $\bar{c}_x=0.004$ $\bar{c}_y=0.008$	$\%c=0.3$ $\bar{c}_x=0.014$ $\bar{c}_y=0.008$	$\%c=0.3$ $\bar{c}_x=0.020$ $\bar{c}_y=0.008$
		$\%c=0.5$ $\bar{c}_x=0.005$ $\bar{c}_y=0.007$	

Πιν. 4.6 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ , A_f , $\%c$ και $y_0=0.1$, $\omega_{fp}=\omega$

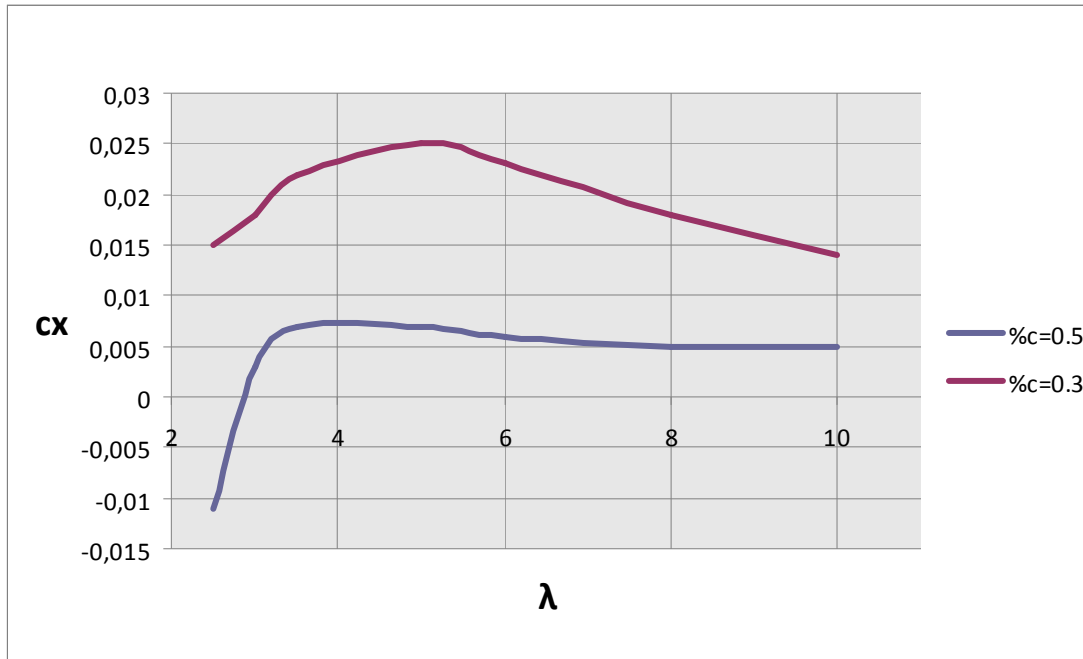
Παρακάτω παρουσιάζονται επιλεγμένα αποτελέσματα του πίνακα 4.6 υπό μορφή διαγραμμάτων. Σε κάθε διάγραμμα υπάρχουν 2 καμπύλες $\lambda-\bar{c}_x$ ή $\lambda-\bar{c}_y$ με κοινό A_f , διαφορετικό όμως $\%c$. Για το σύνολο των διαγραμμάτων ισχύει $y_0=0.1$, $\omega_{fp}=\omega$.



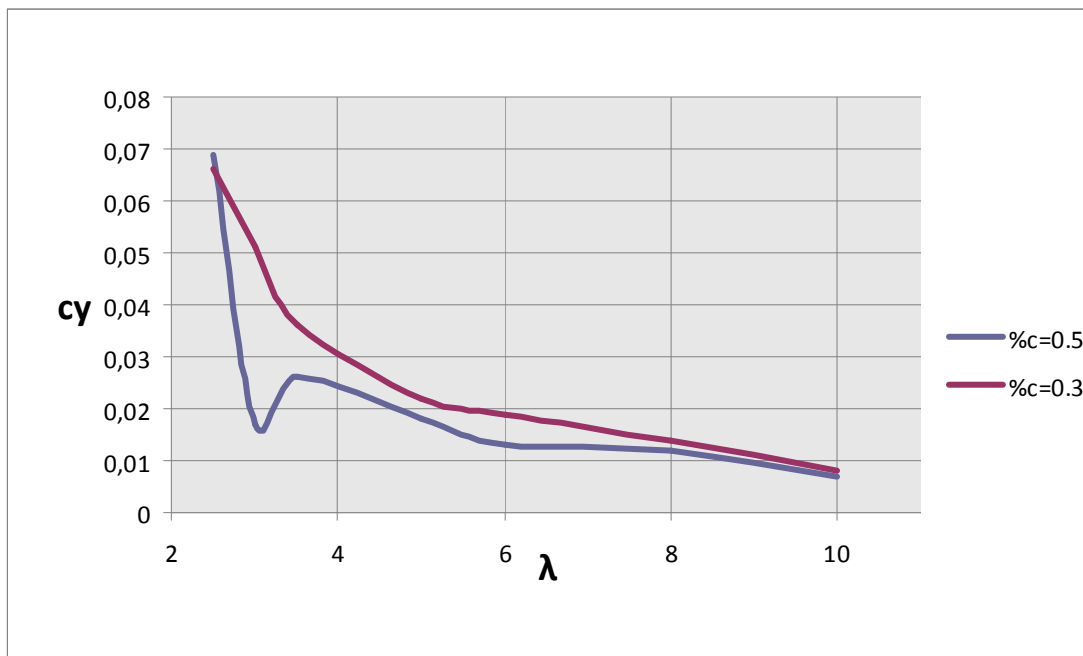
Διαγρ. 4.30 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_x$ με παράμετρο το %c για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$



Διαγρ. 4.31 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_y$ με παράμετρο το %c για $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$



Διαγρ. 4.32 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_x$ με παράμετρο το %c για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\omega_{fp}=\omega$



Διαγρ. 4.33 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_y$ με παράμετρο το %c για $y_0=0.1$, $A_f=1.0$, $\omega_{fp}=\omega$

Προκειμένου να χαραχθούν τα παραπάνω διαγράμματα, τα κενά του πίνακα 4.6 συμπληρώθηκαν με χρήση γραμμικής παρεμβολής.

Όπως φαίνεται, ο πίνακας και τα διαγράμματα όντως επαληθεύουν τον διττό τρόπο με τον οποίο επιδρά το λ στην παραγωγή δυνάμεων, ανάλογα με την τιμή του, μόνο όμως για την περίπτωση της δύναμης κατά x . Έτσι, καθώς το λ μειώνεται στην περιοχή τιμών $10 \div 5$ (σε κάποιες περιπτώσεις το διάστημα φτάνει και μέχρι το 3), το \bar{c}_x αυξάνεται με μικρή ταχύτητα. Περίπου στην τιμή $\lambda = 5 \div 3$, το διάγραμμα παρουσιάζει τοπικό μέγιστο και από εκεί και πέρα, καθώς το λ μειώνεται επιπλέον, το \bar{c}_x μειώνεται και αυτό ταχύτατα, αποκτώντας αρνητικές τιμές. Όπως μπορεί κανείς να διακρίνει στον πίνακα, ώση παράγεται για $\lambda < 3$. Φυσικά, θα ήταν επιθυμητό η ανάλυση να επεκταθεί και σε τιμές μικρότερες του $\lambda = 2.5$, καθώς οι τιμές αυτές έχουν ιδιαίτερο φυσικό νόημα για την πλεύση των ψαριών και επιτρέπουν παραγωγή μεγάλης ώσης. Ωστόσο, περίπου στο σημείο αυτό εμφανίζονται οι περιορισμοί του κώδικα, απαγορεύοντας περαιτέρω ανάλυση για μικρότερα μήκη κύματος.

Σε αντίθεση με το \bar{c}_x , το \bar{c}_y αυξάνεται, καθώς το λ μειώνεται, σε όλο το εύρος τιμών του λ .

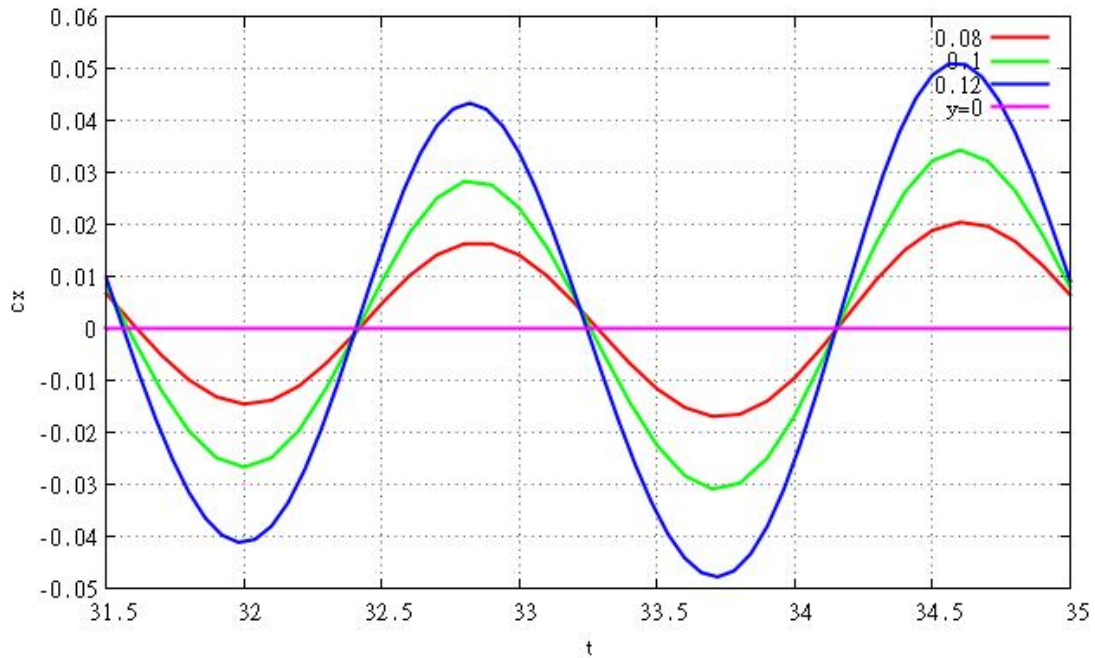
4.3.1.2 Πλάτος (Y_0)

Όσον αφορά στη μελέτη σχετικά με την παράμετρο y_0 , αυτή θα περιοριστεί σε χαμηλές τιμές του μήκους κύματος. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων είναι οι ακόλουθες :

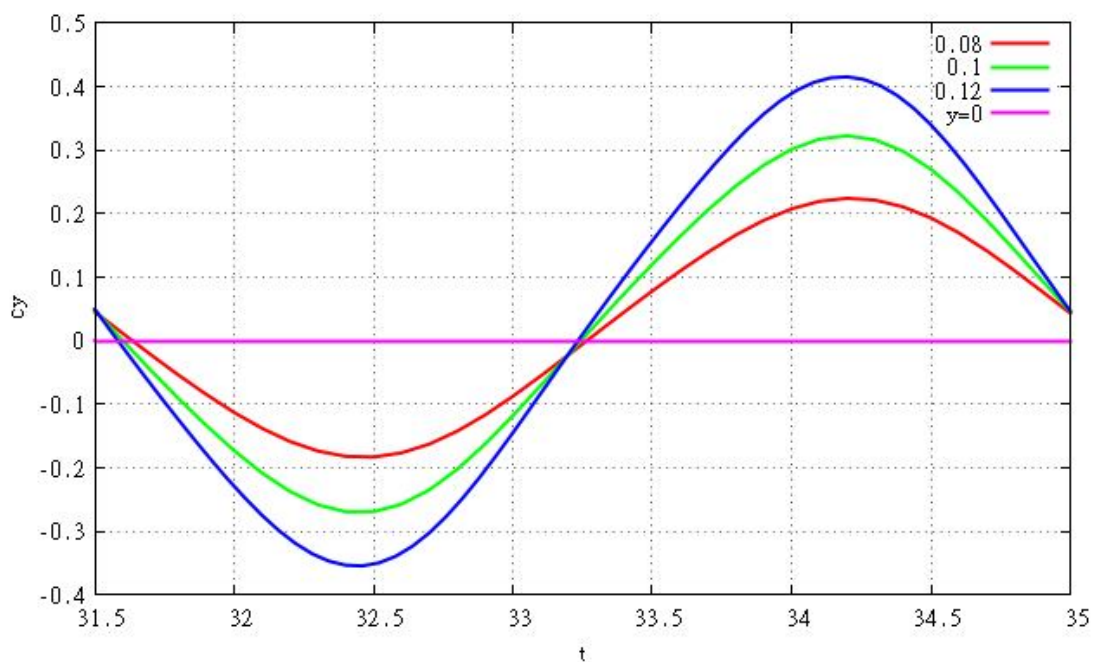
$$A_f = 0.5, \omega_{fp} = \omega, \%c = 0.5$$

Κατ' αρχάς, παρουσιάζονται τα συγκριτικά διαγράμματα των χρονικών μεταβολών των δυνάμεων. Σε κάθε διάγραμμα υπάρχουν καμπύλες διαφορετικών τιμών της παραμέτρου y_0 , με

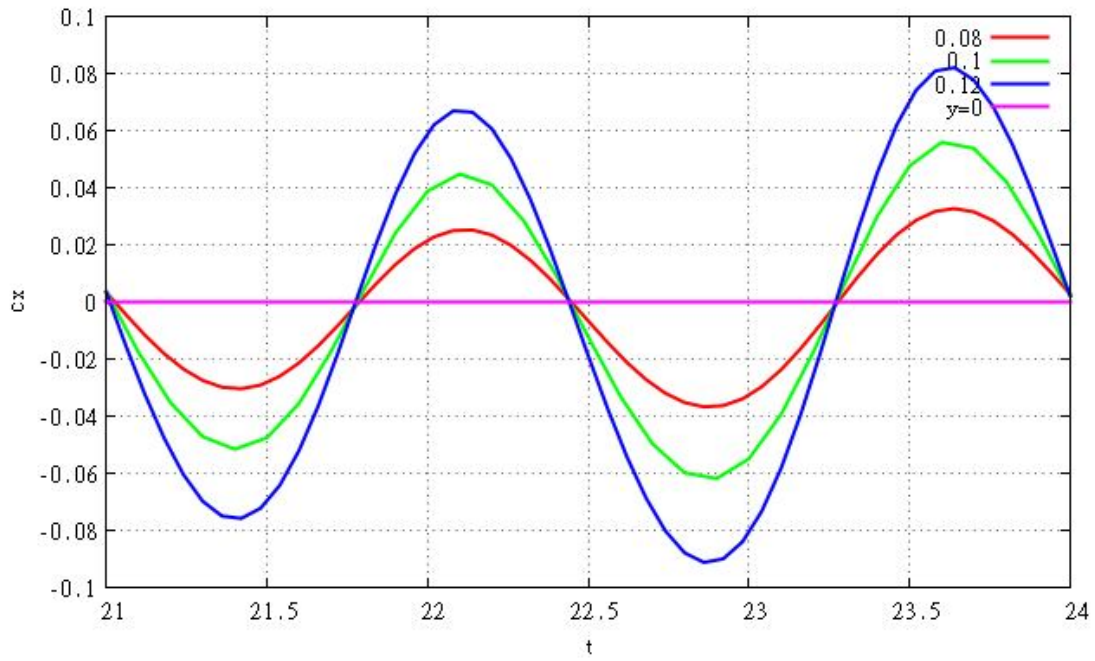
κοινή τιμή όμως της παραμέτρου λ . Κάθε καμπύλη περιλαμβάνει χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



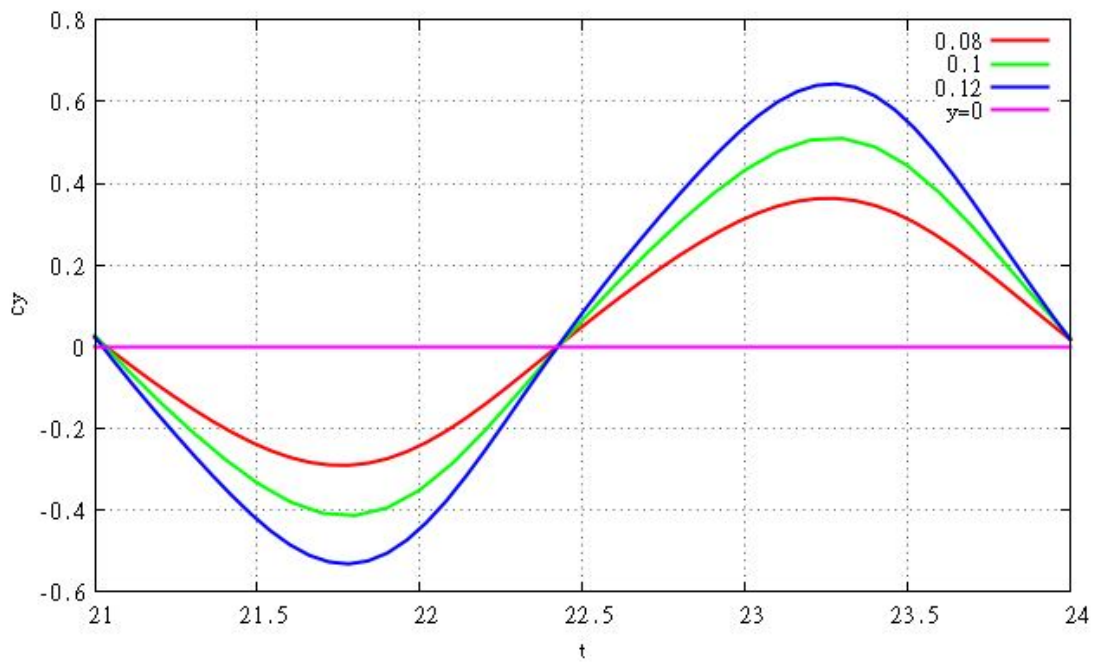
Διαγρ. 4.34 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς y_0 για $\lambda=3.5$



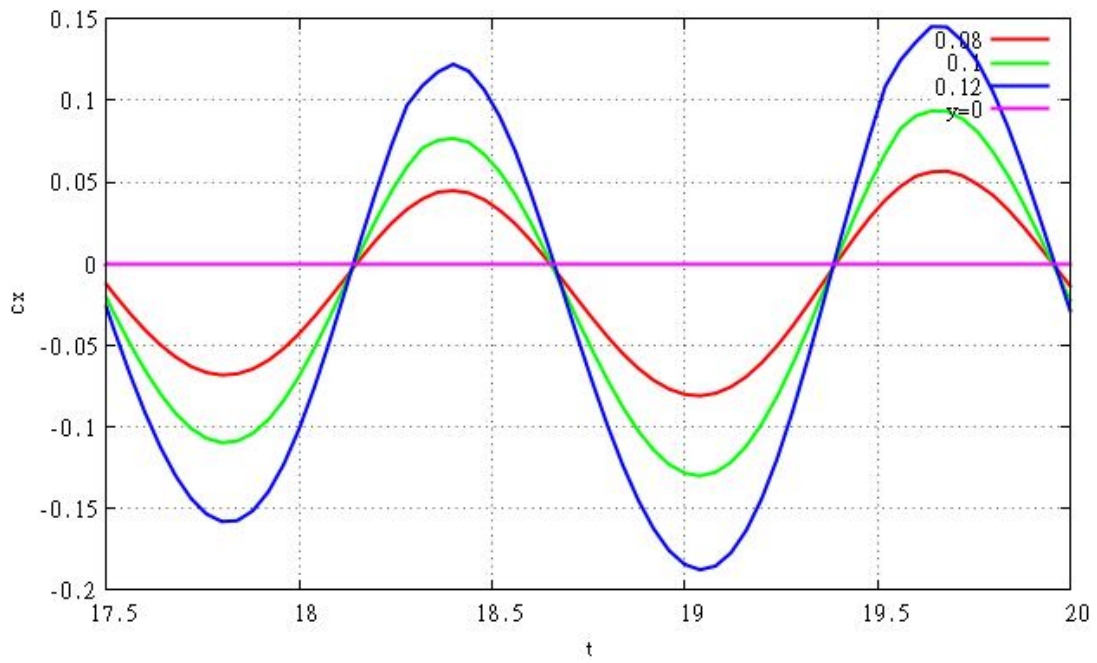
Διαγρ. 4.35 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς y_0 για $\lambda=3.5$



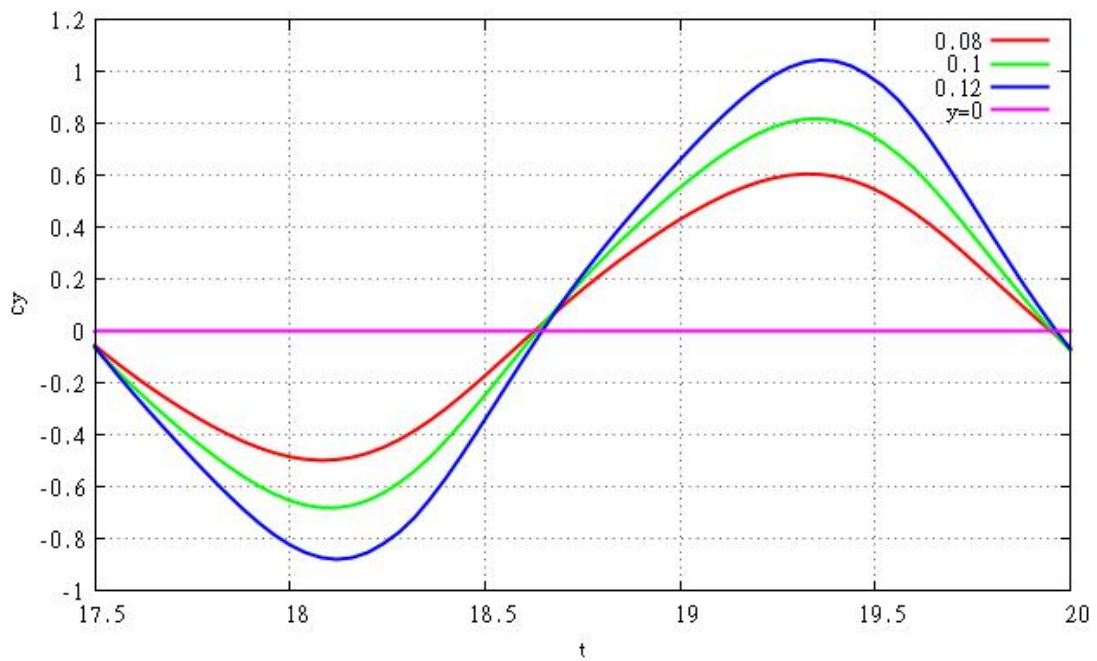
Διαγρ. 4.36 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς y_0 για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.37 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς y_0 για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.38 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς y_0 για $\lambda=2.5$



Διαγρ. 4.39 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς y_0 για $\lambda=2.5$

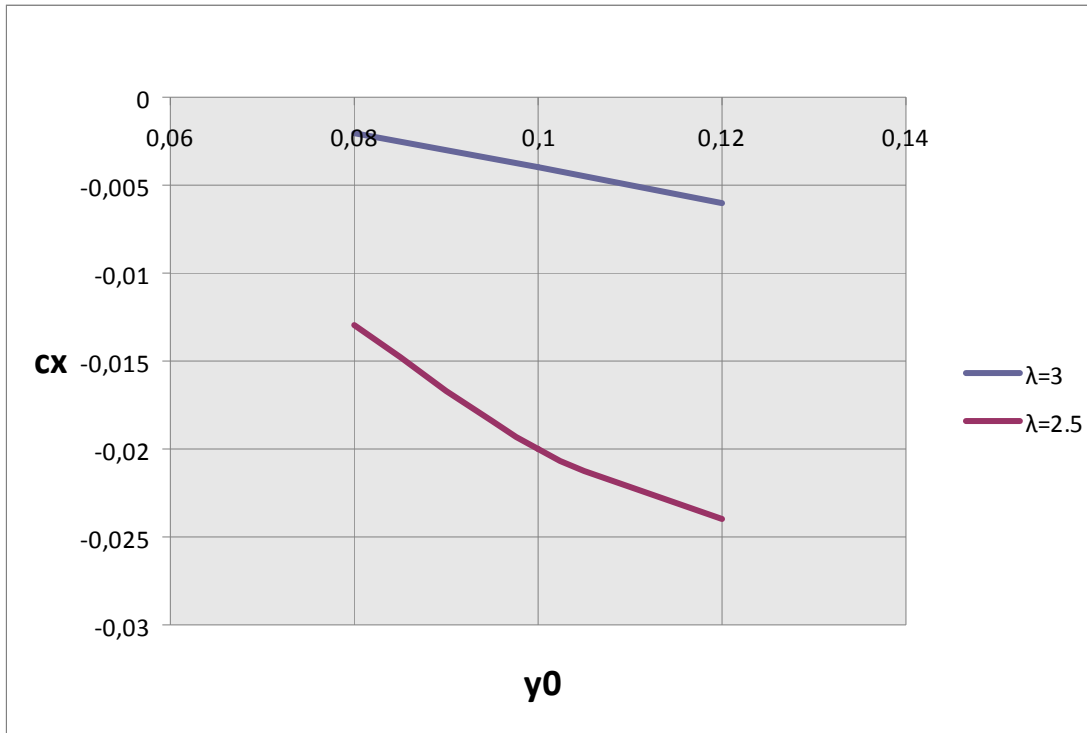
Εύκολα παρατηρεί κανείς ότι αύξηση του πλάτους ταλάντωσης (της απαραμόρφωτης υδροτομής) y_0 οδηγεί σε αύξηση του πλάτους μεταβολής των δυνάμεων κατά x και κατά y . Επιπλέον, συγκρίνοντας τα διαγράμματα μεταξύ τους, επαληθεύεται το προηγούμενο συμπέρασμα ότι αύξηση του μήκους κύματος λ (προσεγγιστικά στην περιοχή $5 \div 3$) οδηγεί σε μείωση του πλάτους μεταβολής.

Ακολουθεί η επεξεργασία σχετικά με τις μέσες τιμές της παραμετρικής ανάλυσης ως προς y_0

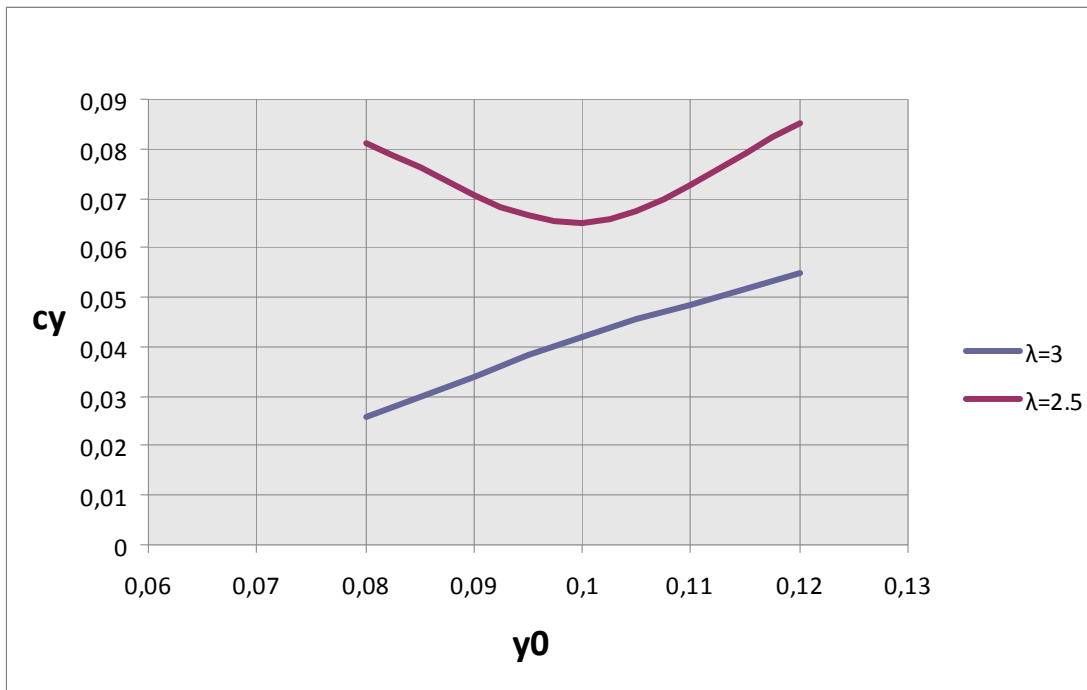
λ/y_0	0.08	0.1	0.12
2.5	$\bar{c}_x = -0.013$ $\bar{c}_y = 0.081$	$\bar{c}_x = -0.020$ $\bar{c}_y = 0.065$	$\bar{c}_x = -0.024$ $\bar{c}_y = 0.085$
3	$\bar{c}_x = -0.002$ $\bar{c}_y = 0.026$	$\bar{c}_x = -0.004$ $\bar{c}_y = 0.042$	$\bar{c}_x = -0.006$ $\bar{c}_y = 0.055$
3.5	$\bar{c}_x = 0.001$ $\bar{c}_y = 0.016$	$\bar{c}_x = 0.001$ $\bar{c}_y = 0.033$	$\bar{c}_x = 0.001$ $\bar{c}_y = 0.043$

Πιν. 4.7 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ, y_0 και $\%c=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$, $A_f = 0.5$

Ακολουθούν οι τιμές του πίνακα 4.7 παρουσιασμένες σε διαγράμματα $y_0 - \bar{c}_x$ και $y_0 - \bar{c}_y$ με παράμετρο το λ .



Διαγρ. 4.40 : Διάγραμμα $y_0 - \bar{c}_x$ με παράμετρο το λ για $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$



Διαγρ. 4.41 : Διάγραμμα $y_0 - \bar{c}_y$ με παράμετρο το λ για $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$

Από τα δεδομένα αυτά εύκολα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η δύναμη κατά x μειώνεται (φυσικά επειδή είναι αρνητική αυξάνεται κατά απόλυτη τιμή) καθώς αυξάνεται το πλάτος της ημιτονοειδούς κίνησης της υδροτομής δίνοντας σημαντική ώση, ιδιαίτερα όταν συνδυάζεται με μικρά μήκη κύματος. Ωστόσο, όπως και στην περίπτωση του λ , το y_0 δεν μπορεί να αυξάνεται απεριόριστα καθώς μαζί του αυξάνεται και η γωνία του pitching, με αποτέλεσμα ο κώδικας να μην μπορεί να ανταποκριθεί.

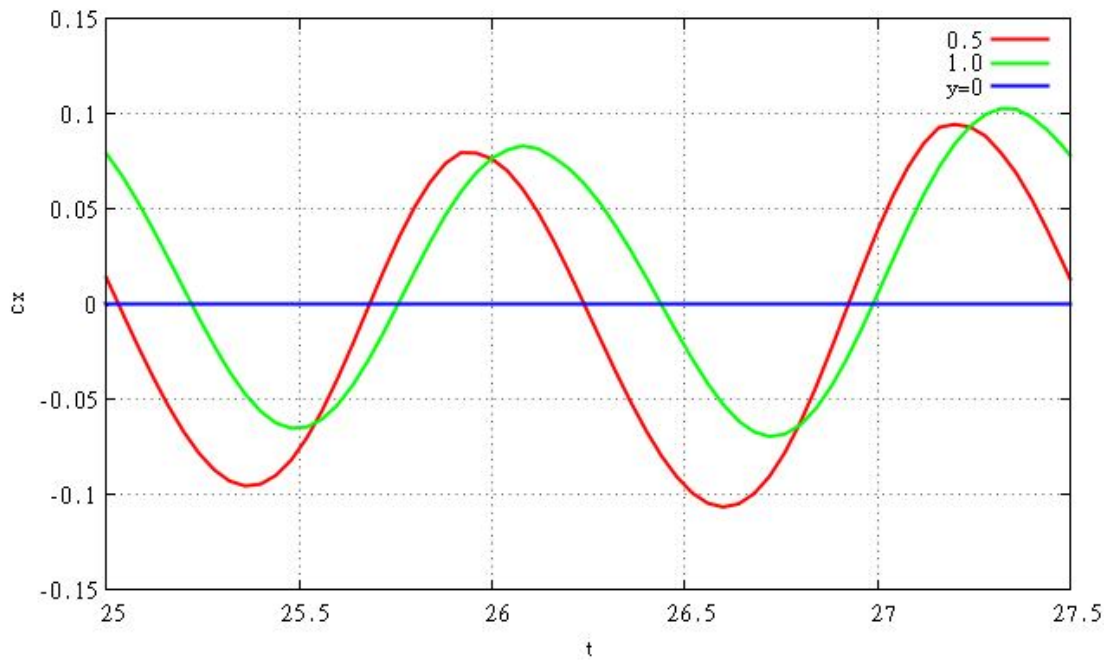
Ένα δεύτερο συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι η δύναμη κατά y σε γενικές γραμμές αυξάνεται για μεγαλύτερα πλάτη, παρατηρούνται ωστόσο και αποκλίσεις (τέτοιου είδους αποκλίσεις για το \bar{c}_y παρατηρούνται και σε άλλα σημεία της παρούσης εργασίας). Τονίζεται όμως ότι οι αποκλίσεις αυτές δεν έχουν απαραίτητως και φυσική σημασία, καθώς δικαιολογούνται από το γεγονός ότι η δύναμη κατά y , σε αντίθεση με τη δύναμη κατά x , ταλαντώνεται γύρω από τη μέση τιμή της με μεγάλα πλάτη και, δεδομένου του ότι αυτή η μέση τιμή βρίσκεται πολύ κοντά στο 0, μικρά σφάλματα στις στιγμιαίες τιμές μπορούν να οδηγήσουν σε υπολογίσιμα απόλυτα σφάλματα της μέσης τιμής.

4.3.1.3 Πλάτος flap (A_f)

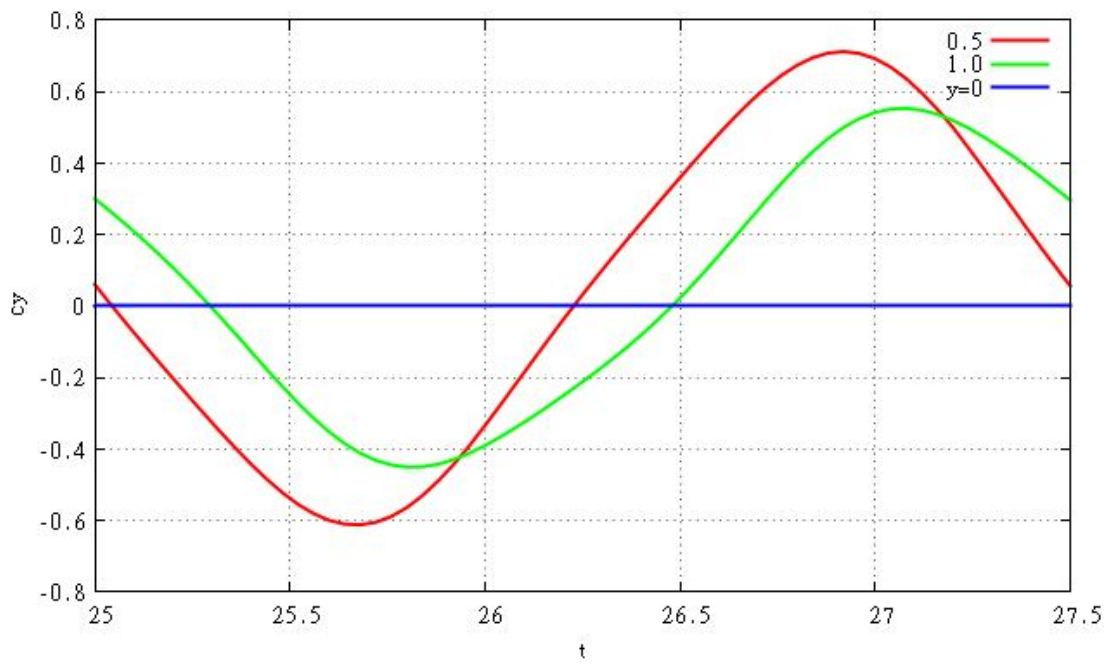
Η ανάλυση για την επίδραση του πλάτους του flap θα γίνει με τιμές παραμέτρων :

$$y_0 = 0.1, \quad \omega_{fp} = \omega$$

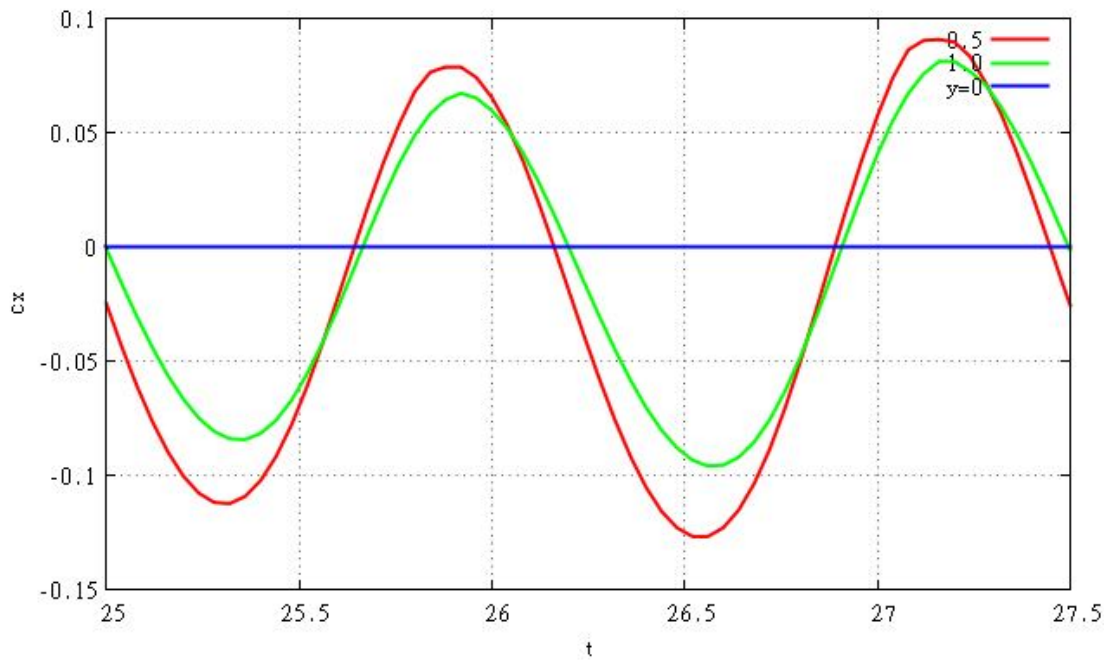
ενώ τα λ και $\%c$ παίρνουν τιμές όπως φαίνεται στον πίνακα 4.6. Αρχικά παρουσιάζονται τα συγκριτικά διαγράμματα χρονικής μεταβολής των δυνάμεων, όπου κάθε καμπύλη λαμβάνει διαφορετική τιμή της παραμέτρου A_f και περιλαμβάνει χρονικό εύρος 1 περιόδου.



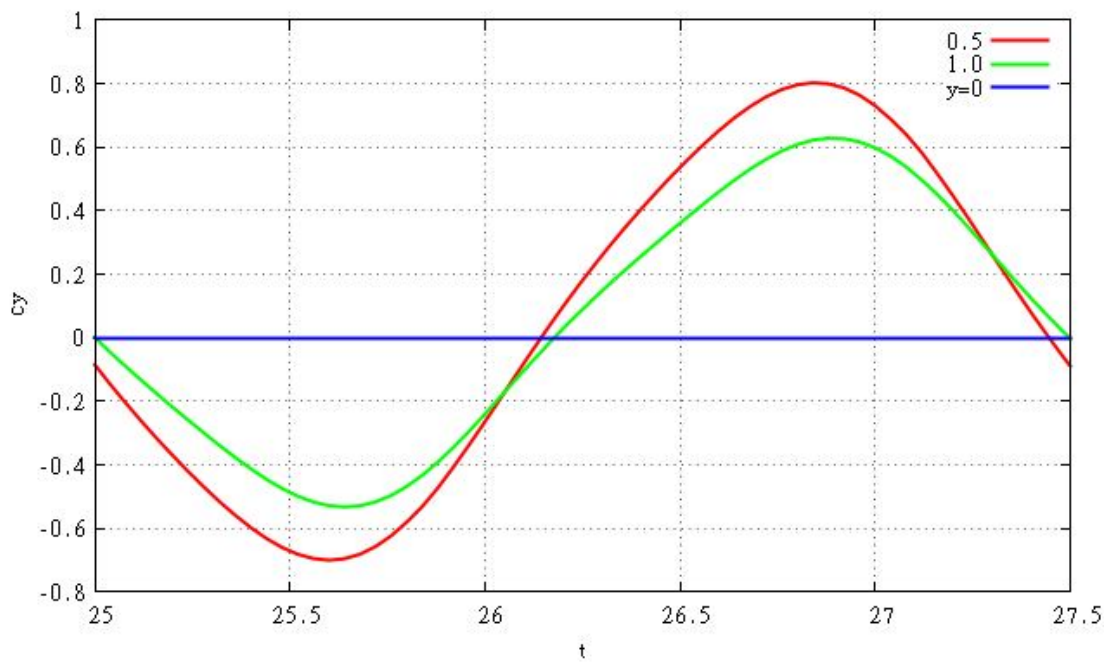
Διαγρ. 4.42 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $\%c=0.3$



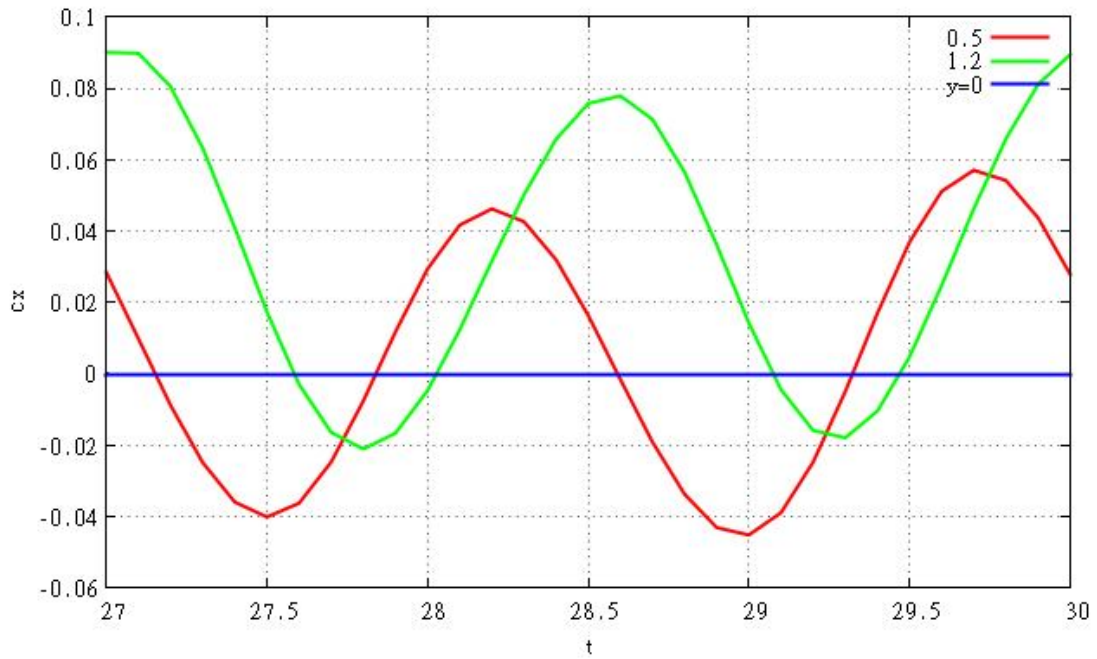
Διαγρ. 4.43 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $\%c=0.3$



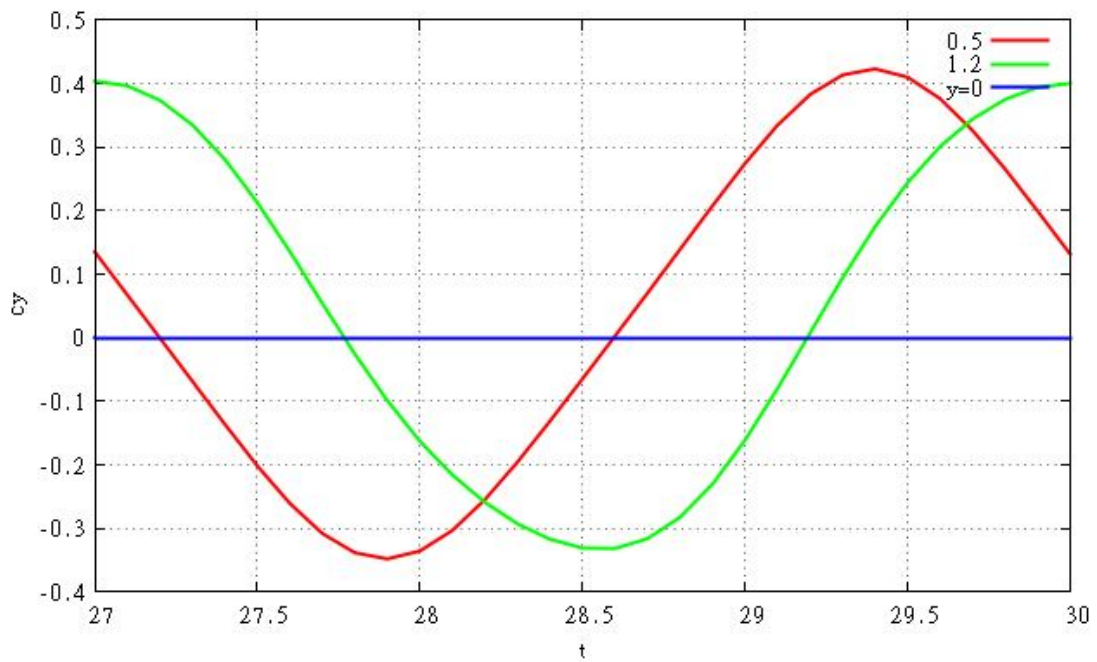
Διαγρ. 4.44 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $\%c=0.5$



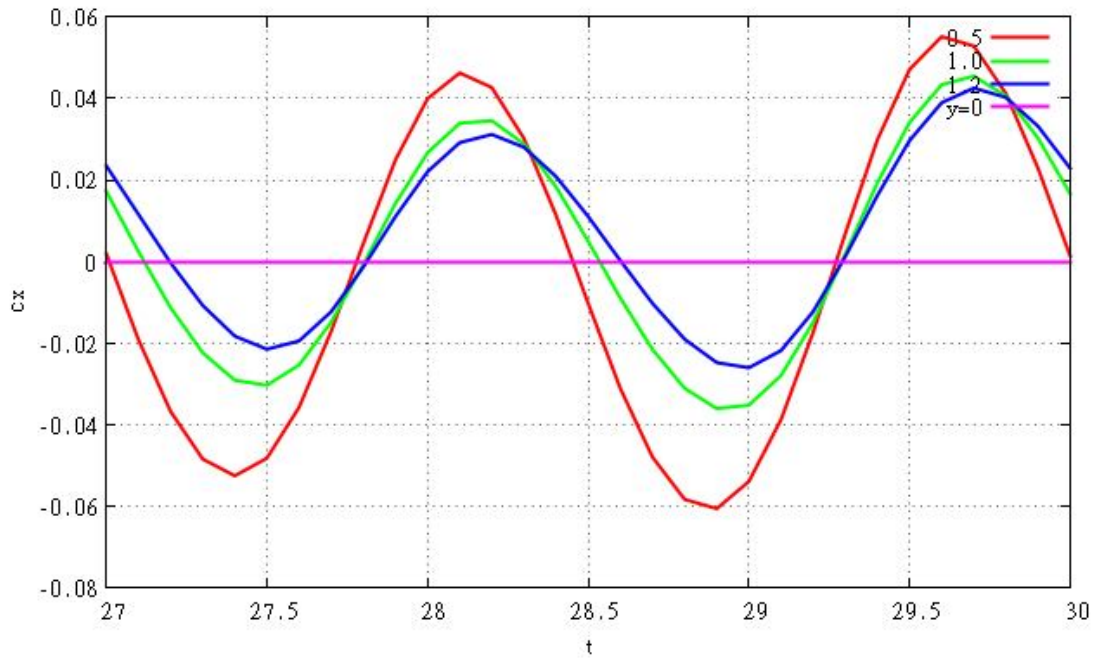
Διαγρ. 4.45 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $\%c=0.5$



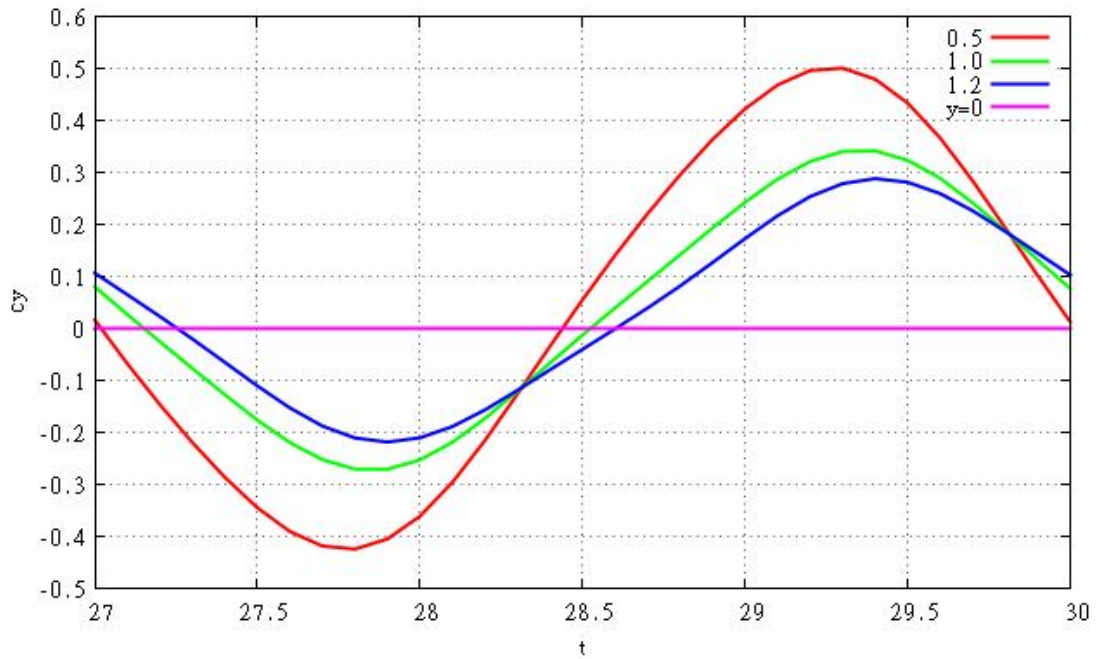
Διαγρ. 4.46 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς A_f για $\lambda=3$, $\%c=0.3$



Διαγρ. 4.47 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς A_f για $\lambda=3$, $\%c=0.3$



Διαγρ. 4.48 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς A_f για $\lambda=3$, $\%c=0.5$

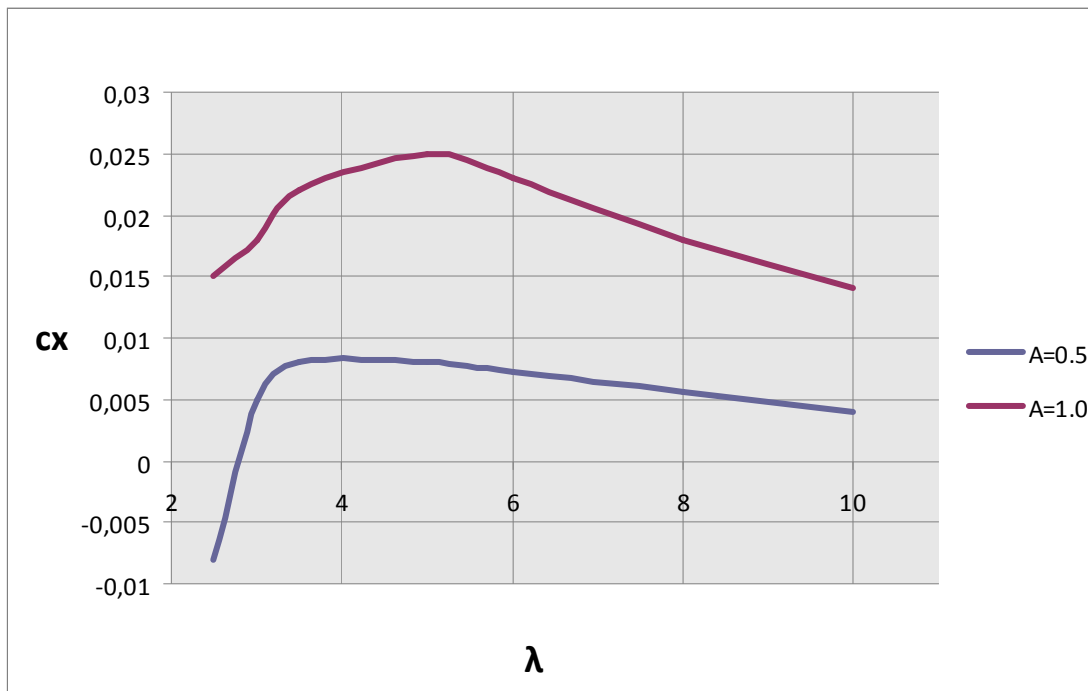


Διαγρ. 4.49 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς A_f για $\lambda=3$, $\%c=0.5$

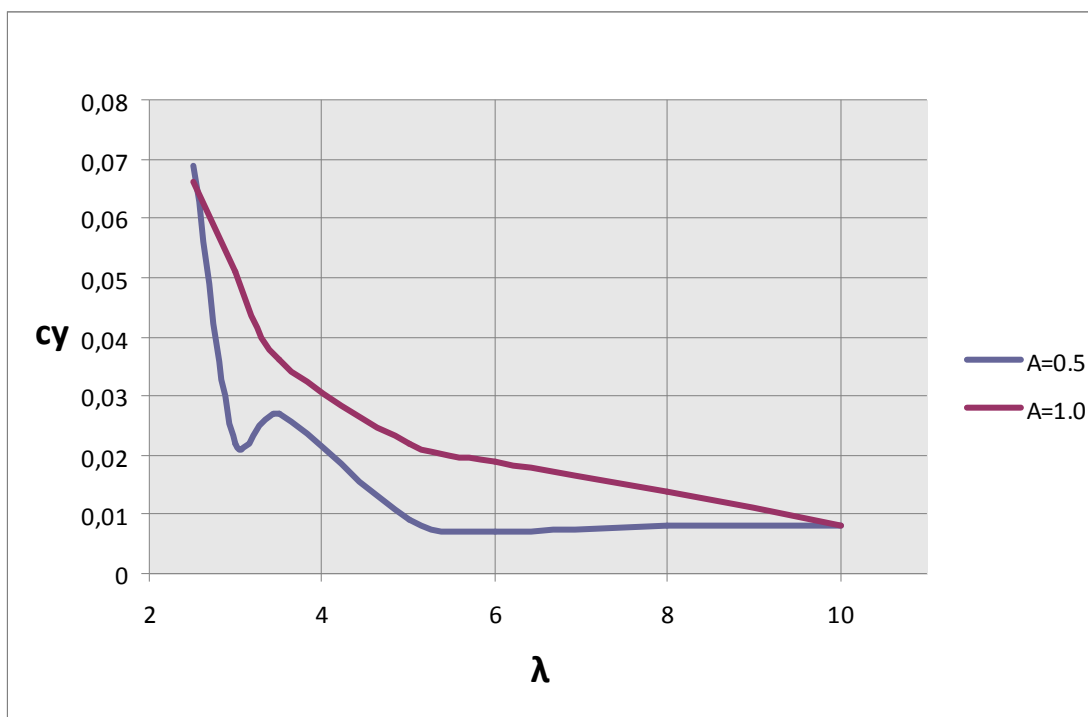
Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις μας δείχνουν ότι το πλάτος της ταλάντωσης της ακμής εκφυγής έχει πολλαπλή επίδραση στη χρονική μεταβολή των δυνάμεων. Μια πρώτη επίδραση παρατηρείται όπως αναμενόταν στο πλάτος. Σε κάθε περίπτωση, αύξηση του A_f οδηγεί σε μείωση του πλάτους μεταβολής της c_y . Αντιθέτως, σε ό,τι αφορά την c_x τα πράγματα δεν είναι τόσο σταθερά. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται ότι η επίδραση του A_f στο πλάτος μεταβολής της κατά x δύναμης εξαρτάται και από το μήκος του flap. Έτσι, όταν το σταθερό σημείο του flap τοποθετείται στο 30% της χορδής (μήκος flap 70% c), βασική συνέπεια της μείωσης του A_f φαίνεται να είναι η μείωση της μέσης τιμής του c_x , καθώς η γραφική παράσταση c_x - t μετατοπίζεται προς τα αρνητικά. Από την άλλη, το πλάτος μεταβολής του c_x παραμένει περίπου σταθερό. Όταν το σταθερό σημείο τοποθετείται στο 50% της χορδής (μήκος flap 50% c), η αντίστοιχη βασική συνέπεια εντοπίζεται στην αύξηση του πλάτους.

Επιπλέον, μια δεύτερη επίδραση εντοπίζεται στο κλάσμα της περιόδου που εμφανίζονται τα μέγιστα και τα ελάχιστα. Ακριβέστερα, για μεγαλύτερα A_f η καμπύλη παρουσιάζει μια διαφορά φάσης κάποιων μοιρών (τα μέγιστα και τα ελάχιστα παρουσιάζονται με μια μικρή καθυστέρηση), η οποία αυξάνεται όσο αυξάνεται το A_f .

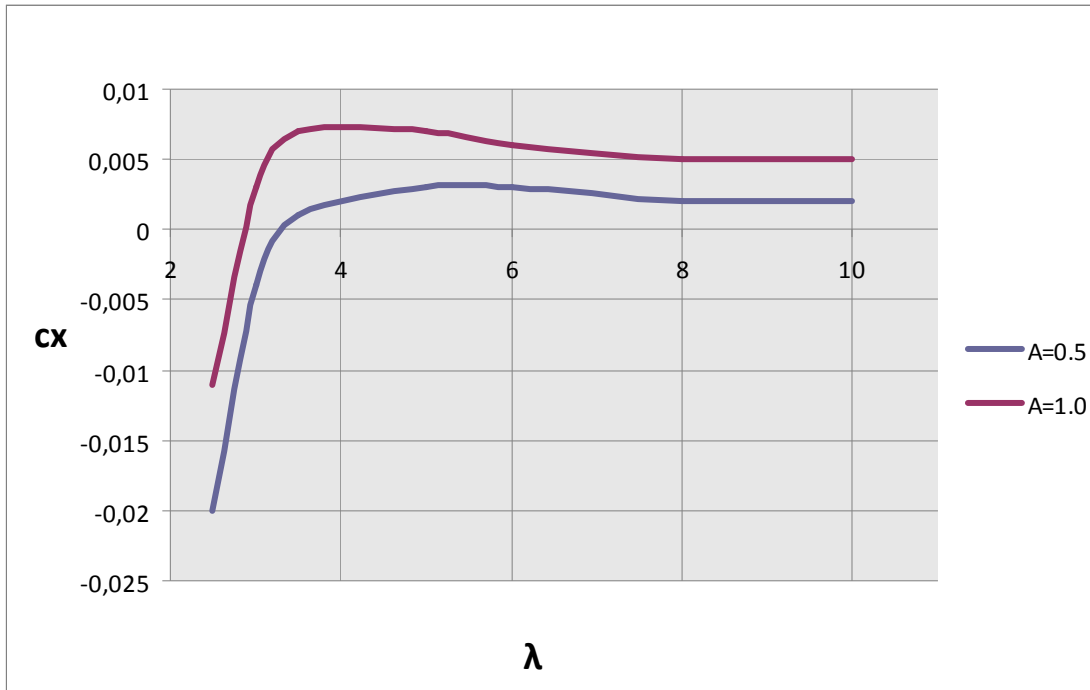
Όσον αφορά στις μέσες τιμές των δυνάμεων, αυτές παρουσιάστηκαν στον πίνακα 4.6 που προηγήθηκε. Γραφικές παραστάσεις των τιμών αυτών φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει 2 γραφικές παραστάσεις λ - c_x ή λ - c_y , κάθε μια εκ των οποίων αντιπροσωπεύει διαφορετική τιμή του A_f . Προκειμένου να φανεί η επίδραση του στα \bar{c}_x και \bar{c}_y , αρκεί να ελεγχθεί η σχετική θέση των 2 γραφικών παραστάσεων για κάθε τιμή του λ .



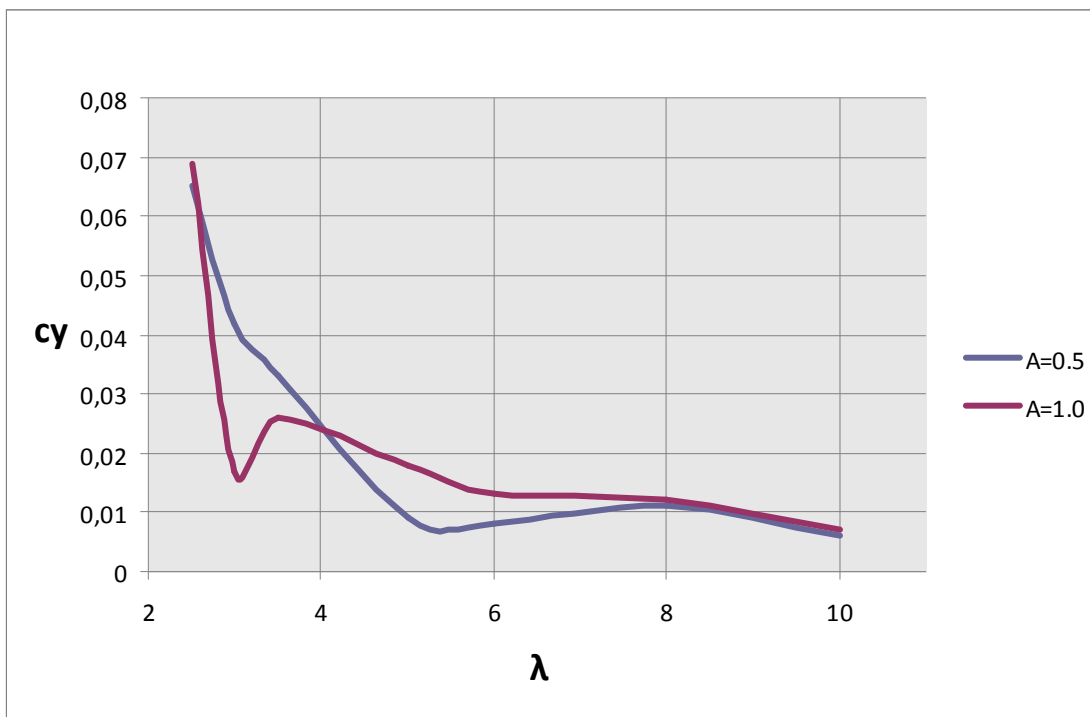
Διαγρ. 4.50 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_x$ με παράμετρο το A_f για $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



Διαγρ. 4.51 : Διάγραμμα $\lambda - \bar{C}_y$ με παράμετρο το A_f για $\%c=0.3$, $\omega_{flp} = \omega$



Διαγρ. 4.52 : Διάγραμμα $\lambda-\bar{C}_x$ με παράμετρο το A_f για $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$



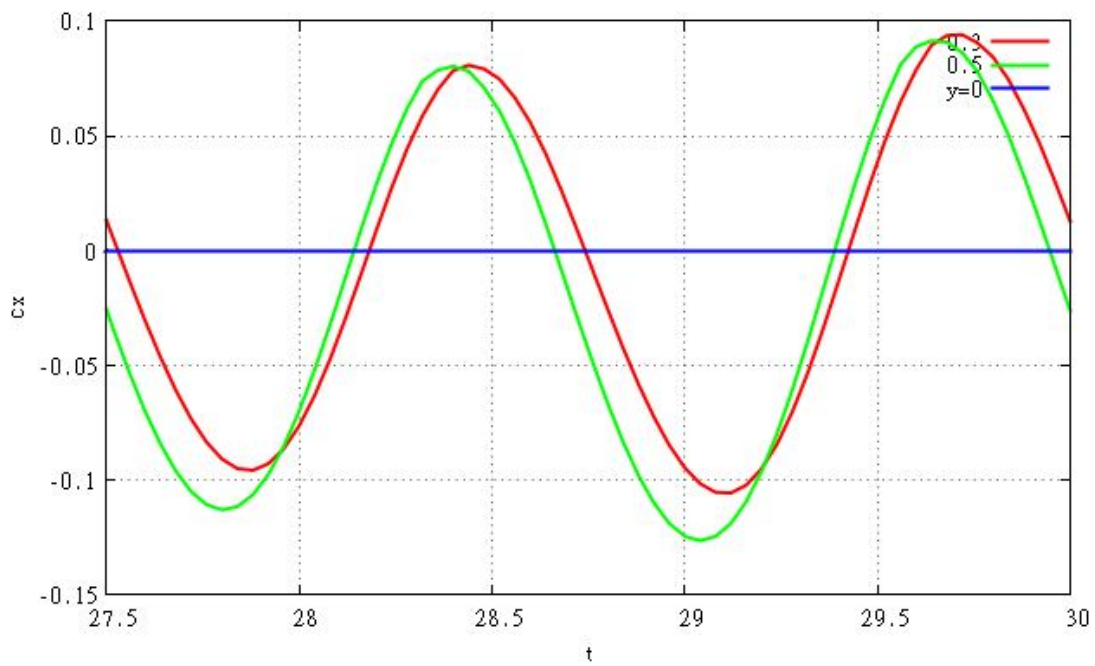
Διαγρ. 4.53 : Διάγραμμα $\lambda-\bar{C}_y$ με παράμετρο το A_f για $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$

Το συμπέρασμα που εξάγεται από τα παραπάνω είναι ότι αύξηση του A_f προκαλεί αύξηση της μέσης τιμής και των 2 συνιστωσών των δυνάμεων, επαληθεύοντας τις προηγούμενες παρατηρήσεις. Ωστόσο να τονιστεί ότι για το \bar{c}_y παρατηρούνται και κάποιες αποκλίσεις, κυρίως για μεγάλα μήκη κύματος.

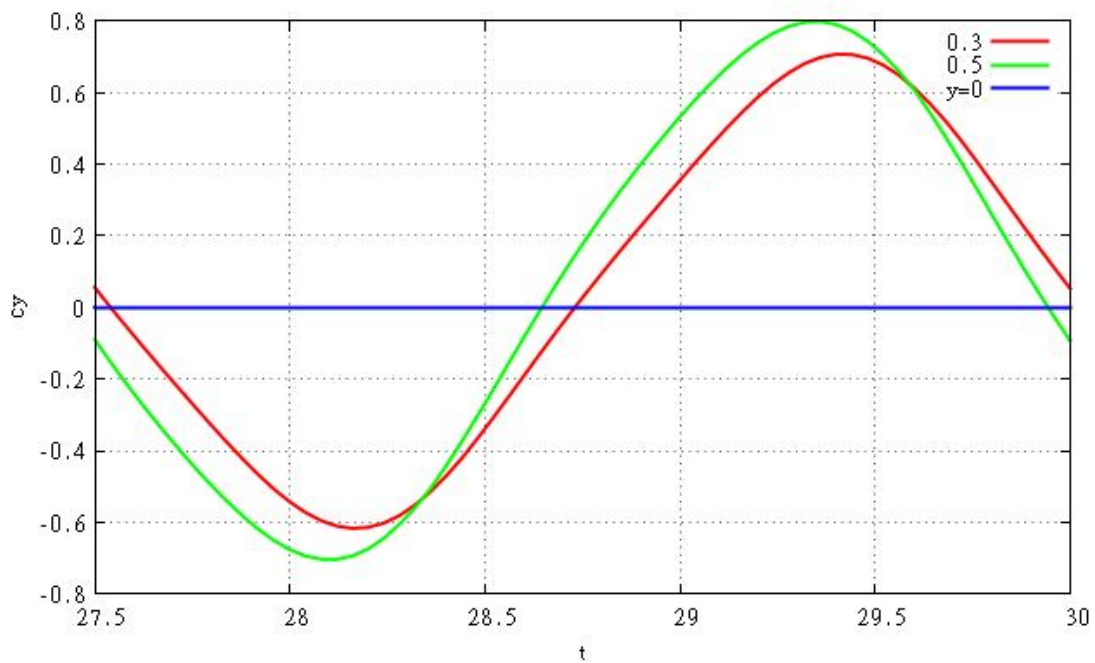
4.3.1.4 Μήκος flap (%c)

Οι απαραίτητες γραφικές παραστάσεις και οι απαραίτητοι πίνακες για την ανάλυση της επίδρασης της συγκεκριμένης παραμέτρου έχουν ήδη παρουσιασθεί, άμεσα ή έμμεσα.

Ξεκινώντας από τα διαγράμματα των χρονικών μεταβολών των δυνάμεων, αρκεί κανείς να ανατρέξει στα διαγράμματα 4.42 έως 4.49 της προηγούμενης παραγράφου. Αναλυτικότερα, τα διαγράμματα αυτά παρουσιάζουν γραφικές παραστάσεις c_x -t και c_y -t για διαφορετικά A_f . Κάθε διάγραμμα αναφέρεται σε διαφορετική τιμή της παραμέτρου %c. Προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την επίδραση της παραμέτρου αυτής στο εύρος μεταβολής των δυνάμεων, είναι δυνατή η σύγκριση καμπυλών διαφορετικών διαγραμμάτων (διαφορετική τιμή του %c) με ίδια τιμή στην παράμετρο A_f . Το σύνολο των διαγραμμάτων αναφέρεται σε $\omega_{fp} = \omega$ και $y_0 = 0.1$. Λόγω του μεγάλου όγκου των διαγραμμάτων που θα προέκυπταν από αυτή τη διαδικασία, παρακάτω παρατίθεται επί παραδείγματι ένα τέτοιο διάγραμμα (ένα για κάθε δύναμη-μια περίοδος) και ακολουθούν συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα.



Διαγρ. 4.54 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς %c για $\lambda=2.5$, $A_f =0.5$



Διαγρ. 4.55 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς %c για $\lambda=2.5$, $A_f =0.5$

Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων προκύπτει ότι, ενώ σε κάθε περίπτωση μείωση του μήκους του flap (αύξηση του %c) οδηγεί σε μείωση της μέσης τιμής και μετατόπιση της γραφικής παράστασης προς τα αριστερά (δηλαδή τα μέγιστα και τα ελάχιστα εμφανίζονται νωρίτερα μέσα στην περίοδο), η επίδραση που έχει στο πλάτος μεταβολής των δυνάμεων δεν είναι απόλυτα σαφής και εξαρτάται και από τις άλλες παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα, όταν το πλάτος ταλάντωσης flap είναι μικρό ($A_f=0.5$), αύξηση του %c οδηγεί σε αύξηση του πλάτους των c_x, c_y , ενώ όταν το πλάτος ταλάντωσης του flap μεγαλώνει ($A_f=1.0$ ή 1.2) το πλάτος των δυνάμεων παραμένει σταθερό (π.χ. για $\lambda=2.5$) ή μειώνεται (π.χ. για $\lambda=3$).

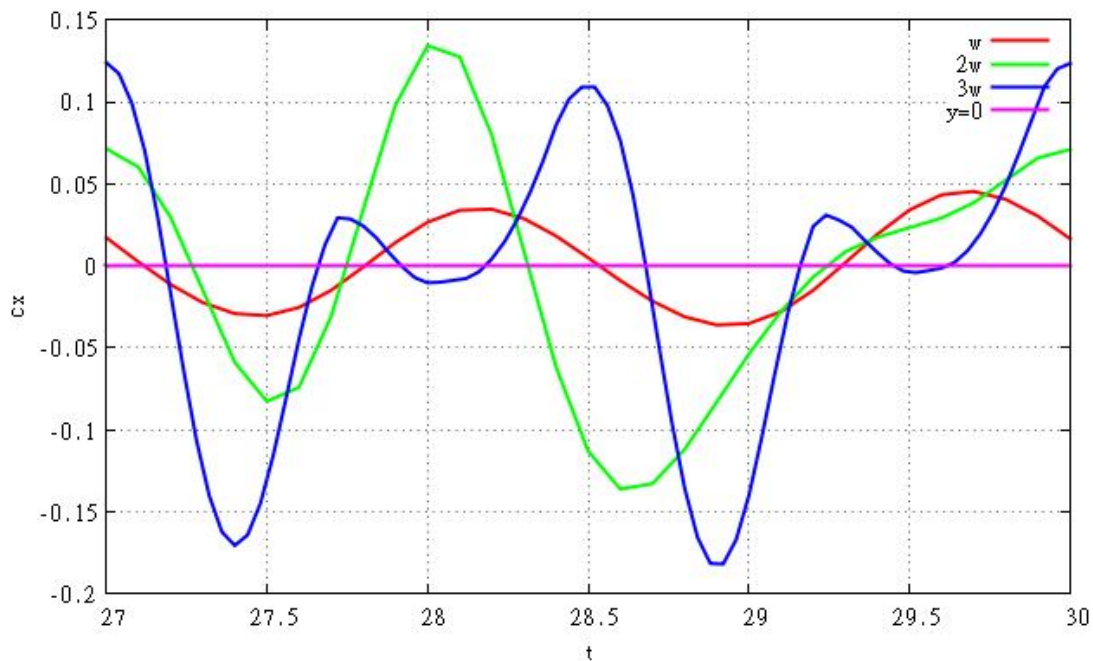
Αντίστοιχα, για τη μελέτη της συμπεριφοράς των μέσων τιμών των δυνάμεων, μπορεί κανείς να ανατρέξει στον πίνακα 4.6 και στα διαγράμματα 4.30 έως 4.33. Τα διαγράμματα αυτά είναι παραμετρικά ως προς %c και προκειμένου να φανεί η επίδραση της παραμέτρου αυτής στη μέση τιμή των δυνάμεων, αρκεί να μελετηθεί η σχετική θέση των καμπυλών κάθε διαγράμματος για τις διάφορες τιμές του λ .

Από τη διαδικασία αυτή, εξάγεται το συμπέρασμα ότι καθώς το %c αυξάνεται, η μέση τιμή του c_x μειώνεται (αυξάνεται η παραγωγή ώσης), ενώ αντίστοιχο συμπέρασμα δεν φαίνεται να μπορεί να εξαχθεί με ασφάλεια για τη μέση τιμή του c_y .

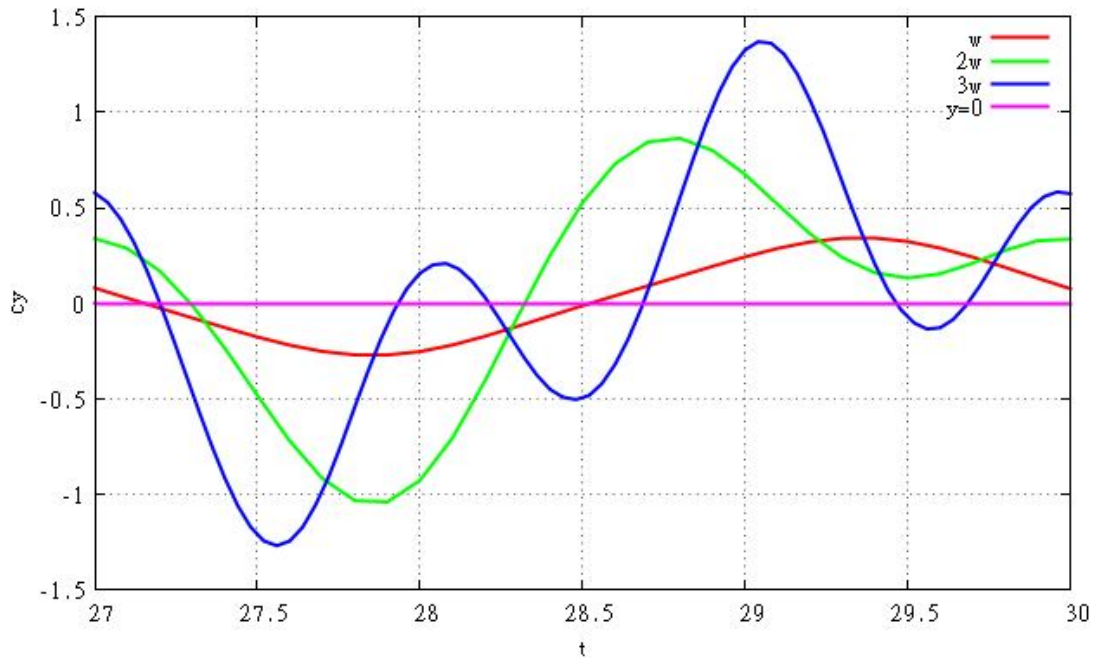
4.3.1.5 Κυκλική συχνότητα flap (ω_{flp})

Στην περίπτωση της συγκεκριμένης παραμέτρου, παρατηρείται μια βασική διαφοροποίηση σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις. Εδώ, μεταβολή του ω_{flp} σε σχέση

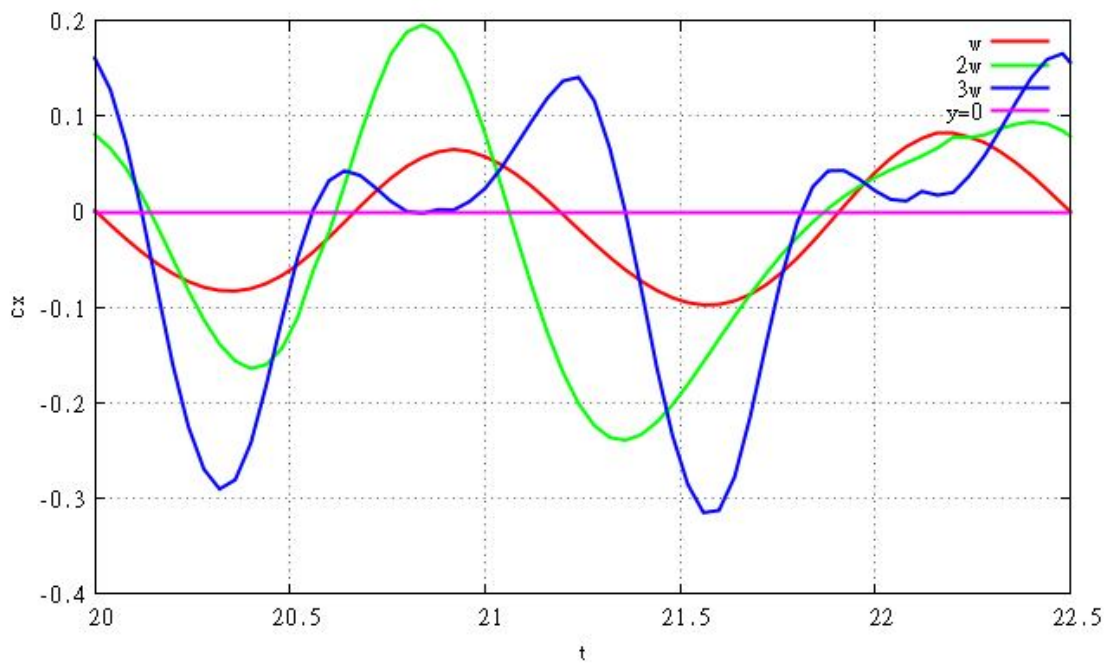
με τη μέχρι τώρα θεώρηση ($\omega_{flp} = \omega$) εισάγει στο πρόβλημα μια δεύτερη συχνότητα, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται σημαντικά η μορφή της μεταβολής των δυνάμεων μέσα σε μια περίοδο. Παρακάτω παρατίθενται επιλεκτικά διαγράμματα ορισμένων περιπτώσεων μεταβολής της συχνότητας κίνησης του flap ως προς τη συχνότητα κίνησης της απαραμόρφωτης υδροτομής. Σε κάθε περίπτωση παρουσιάζεται μια περίοδος του προβλήματος (εδώ η περίοδος ορίζεται με βάση τη μικρότερη εκ των 2 συχνότητα, αρκεί η μια να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης-ισχύει σε κάθε περίπτωση). Ακόμα σε κάθε περίπτωση $y_0=0.1$, $A_f=1.0$ και $\%c=0.5$. Τονίζεται ότι μελετώνται μόνο περιπτώσεις όπου $\omega_{flp} > \omega$ καθώς σε αντίθετη περίπτωση το πρόβλημα δεν έχει φυσικό νόημα για την πλεύση των ψαριών.



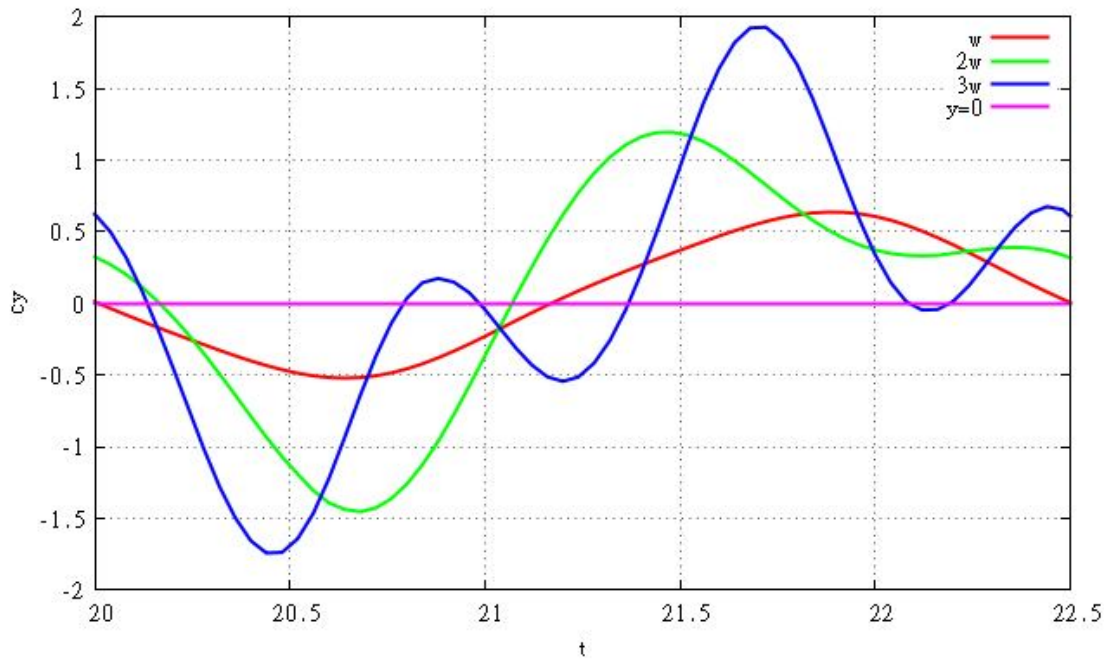
Διαγρ. 4.56 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς ω_{flp} για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.57 : Συγκριτικό διάγραμμα c_y - t ως προς ω_{flp} για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.58 : Συγκριτικό διάγραμμα c_x - t ως προς ω_{flp} για $\lambda=2.5$



Διαγρ. 4.59 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς ω_{flp} για $\lambda=2.5$

Στα παραπάνω διαγράμματα είναι εμφανής η αλλαγή στις καμπύλες των δυνάμεων, ανάλογα με τον αριθμό των χτυπημάτων του ουραίου σε μια rigid περίοδο. Επιπλέον να επισημανθεί, αν και δεν έχει τόσο μεγάλη αξία εδώ, η αύξηση του εύρους μεταβολής των δυνάμεων καθώς αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης του flap.

Προκειμένου δε να φανεί η επίδραση της συχνότητας και κατ' επέκταση της ταχύτητας κίνησης του ουραίου στην παραγωγή ώσης, παρακάτω παρατίθεται πίνακας που συγκεντρώνει τα αποτελέσματα για τη μέση τιμή των δυνάμεων όλων των περιπτώσεων. Σε κάθε περίπτωση ισχύει $y_0=0.1$ και $\%c=0.5$. Με κόκκινο παρουσιάζονται οι τιμές που συνεπάγονται παραγωγή ώσης.

Παράμετροι/ ω_{flp}	ω	2ω	3ω
$\Lambda=10, A_f=1.0$	$\bar{c}_x=0.005$ $\bar{c}_y=0.007$	$\bar{c}_x=0.007$ $\bar{c}_y=0.010$	$\bar{c}_x=0.007$ $\bar{c}_y=0.010$
$\Lambda=3.5, A_f=0.5$	$\bar{c}_x=0.001$ $\bar{c}_y=0.033$	$\bar{c}_x=-0.002$ $\bar{c}_y=0.064$	
$\Lambda=3, A_f=0.5$	$\bar{c}_x=-0.004$ $\bar{c}_y=0.042$	$\bar{c}_x=-0.007$ $\bar{c}_y=0.027$	
$\Lambda=3, A_f=1.0$	$\bar{c}_x=0.003$ $\bar{c}_y=0.017$	$\bar{c}_x=-0.004$ $\bar{c}_y=0.038$	$\bar{c}_x=-0.010$ $\bar{c}_y=0.071$
$\Lambda=2.5, A_f=1.0$	$\bar{c}_x=-0.011$ $\bar{c}_y=0.069$	$\bar{c}_x=-0.023$ $\bar{c}_y=0.079$	$\bar{c}_x=-0.028$ $\bar{c}_y=0.084$

Πιν. 4.8 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά $\lambda, A_f, \omega_{flp}$ και $y_0=0.1, \%c=0.5$

Από τον πίνακα 4.8 φαίνεται ότι για μεγάλα λ ($\lambda=10$) αύξηση της συχνότητας κίνησης του flap οδηγεί σε αύξηση τόσο του \bar{c}_x όσο και του \bar{c}_y , ενώ για μικρότερα λ ($\lambda=3.5 \div 2.5$) το \bar{c}_x μειώνεται οδηγώντας στην αύξηση της παραγόμενης ώσης. Με δεδομένο δε ότι τα ψάρια χρησιμοποιούν μικρά μήκη κύματος, επαληθεύεται η παρατήρηση ότι προκειμένου να πετύχουν μεγάλη παραγωγή ώσης, αναπτύσσουν υψηλές ταχύτητες του ουραίου.

Να αναφερθεί ωστόσο ότι αριθμητικά δεν στάθηκε δυνατή η περαιτέρω αύξηση του ω_{flp} καθώς σε αυτή την περίπτωση ο κώδικας δεν πετύχαινε σύζευξη με το οριακό στρώμα. Μάλιστα,

τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση του πίνακα για $\lambda=2.5$ και $\omega_{fp}=3\omega$. Ωστόσο, κρίθηκε σωστή η παρουσίαση του αποτελέσματος προκειμένου να δοθεί πληρέστερη εικόνα του δυναμικού προβλήματος.

4.3.1.6 Κυκλική συχνότητα απαραμόρφωτης υδροτομής (ω)

Μέχρι στιγμής αντιμετωπίστηκαν περιπτώσεις προβλημάτων όπου η κυκλική συχνότητα της κίνησης ολόκληρης της απαραμόρφωτης υδροτομής δινόταν από την εξίσωση (3.19). Κατ' επέκταση, η κίνηση αυτή αποτελούσε μια ημιτονοειδή ταλάντωση με κέντρο το σημείο $c/4$ της χορδής όπως αναλύθηκε στο κεφάλαιο 3. Στην παρούσα υποπαράγραφο οι 2 αυτές παραδοχές εξαφανίζονται. Το ω παίρνει τιμές διάφορες της τιμής που δίνει η (3.19), ενώ ταυτόχρονα τα άλλα μεγέθη διατηρούν τις προηγούμενες τιμές τους. Ασφαλώς, καθώς πλέον δεν μιλάμε ακριβώς για ημιτονοειδή κίνηση, μεγέθη όπως το λ χάνουν το φυσικό τους νόημα ή τουλάχιστον αλλάζουν εννοιολογικό περιεχόμενο. Παρόλα αυτά, θα εξακολουθήσουν να χρησιμοποιούνται με τον ίδιο τρόπο προκειμένου να καταστεί δυνατή και σαφής η σύγκριση με τις προηγούμενες περιπτώσεις.

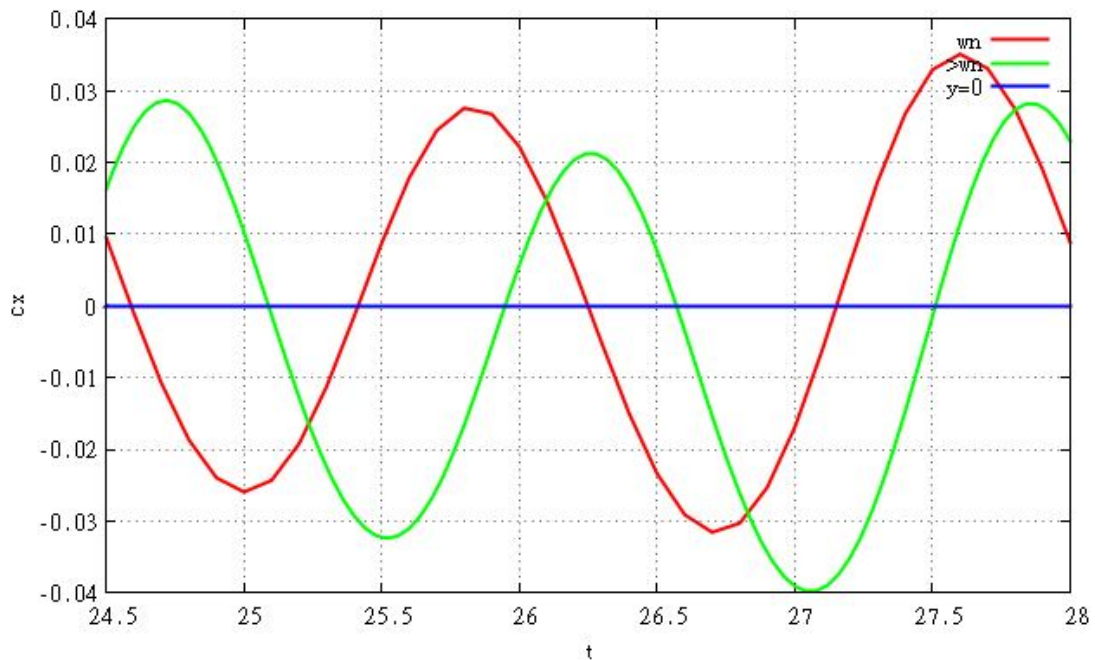
Στο εξής, ως ω_n (normal) θα παριστάνεται η τιμή της συχνότητας όπως υπολογίζεται από την εξίσωση (3.19).

Στον πίνακα 4.9 δίνονται όλες οι προς επεξεργασία τιμές του ω ανάλογα με το λ .

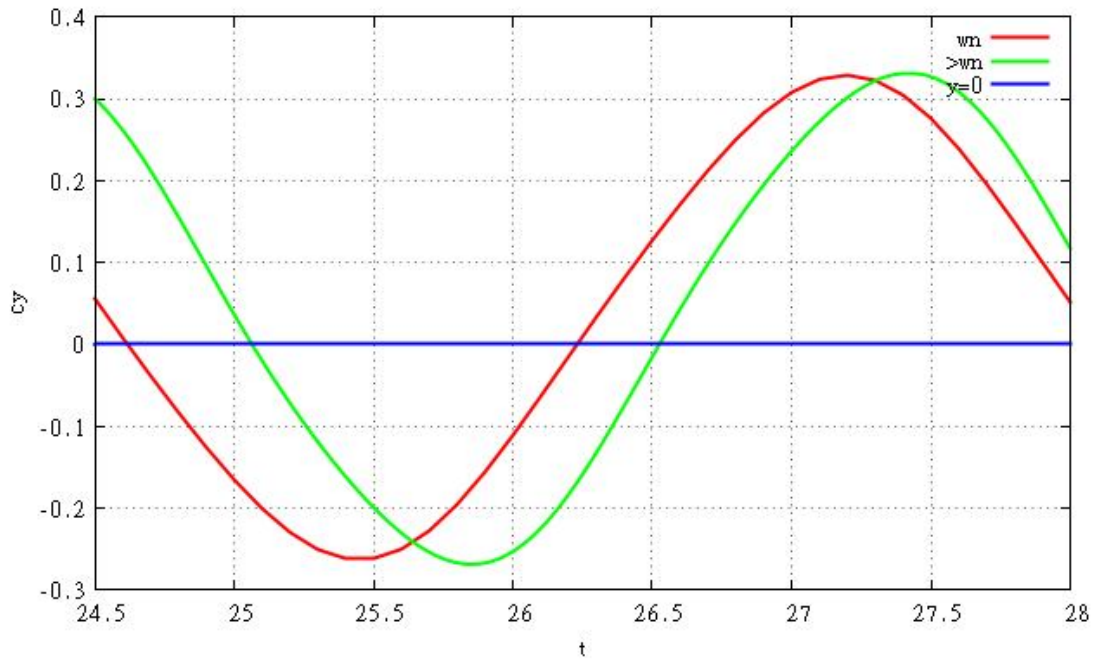
λ/ω	$< \omega_n$	ω_n	$> \omega_n$
2.5		2.5133	3.0
3	1.5	2.0944	2.5
3.5		1.7952	2.0

Πιν. 4.9 : Τιμές του ω για διάφορα λ

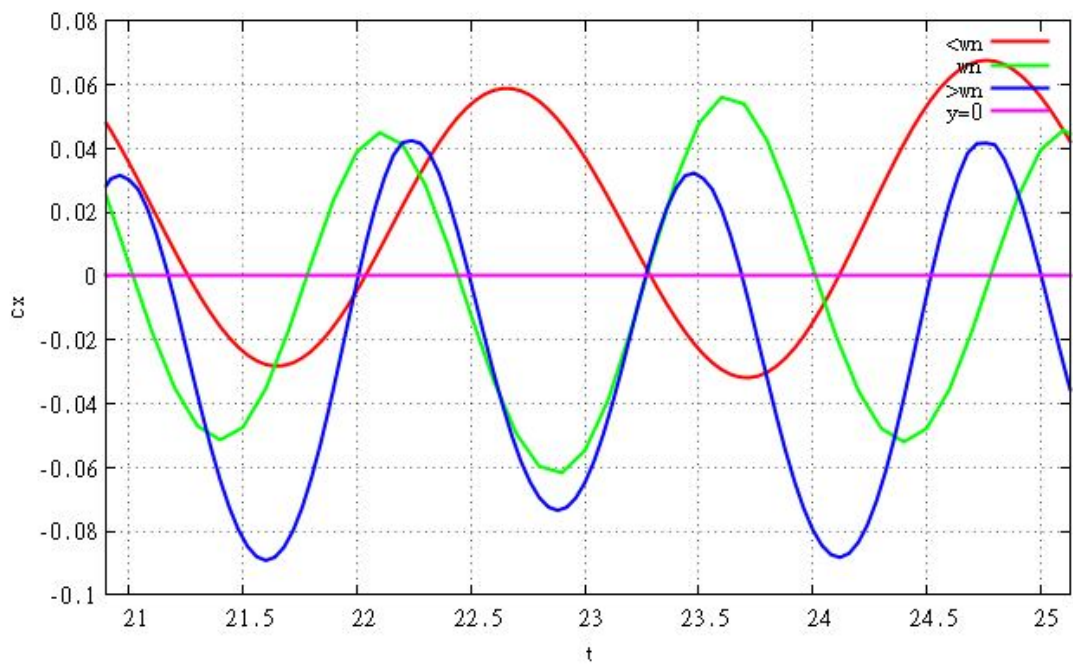
Ακολουθούν τα διαγράμματα που παραθέτουν τη χρονική μεταβολή των δυνάμεων. Σε κάθε διάγραμμα επιλέγεται χρονικό εύρος τέτοιο ώστε να φαίνεται μια περίοδος για τη γραφική παράσταση με τη μικρότερη συχνότητα. Οι τιμές των παραμέτρων είναι $y_0=0.1$, $\omega_{flp}=\omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$.



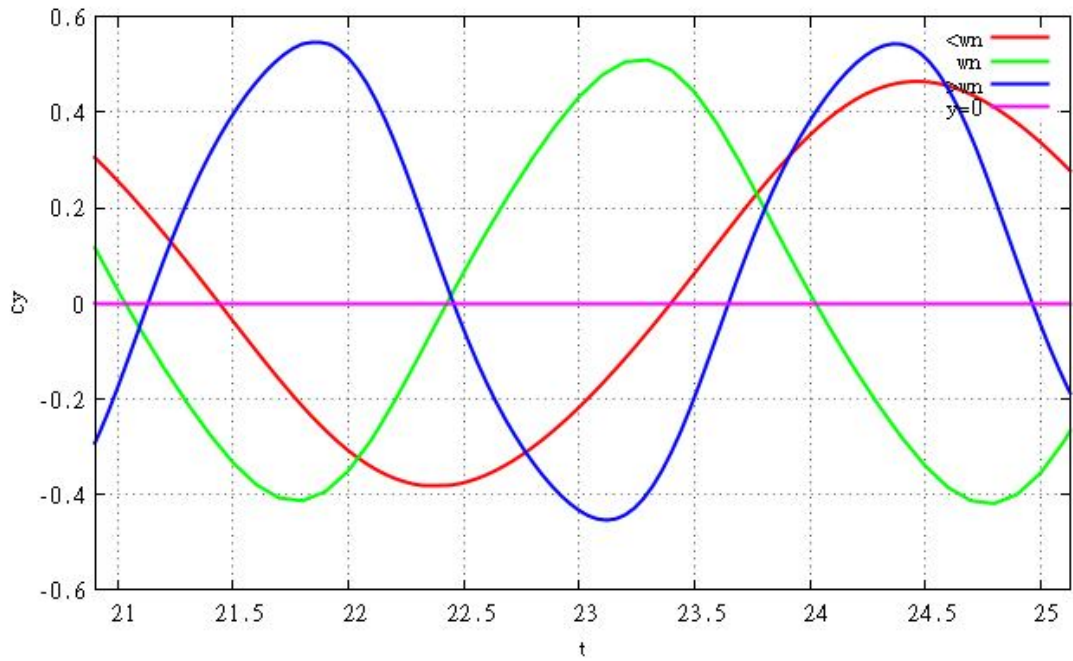
Διαγρ. 4.60 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς ω για $\lambda=3.5$



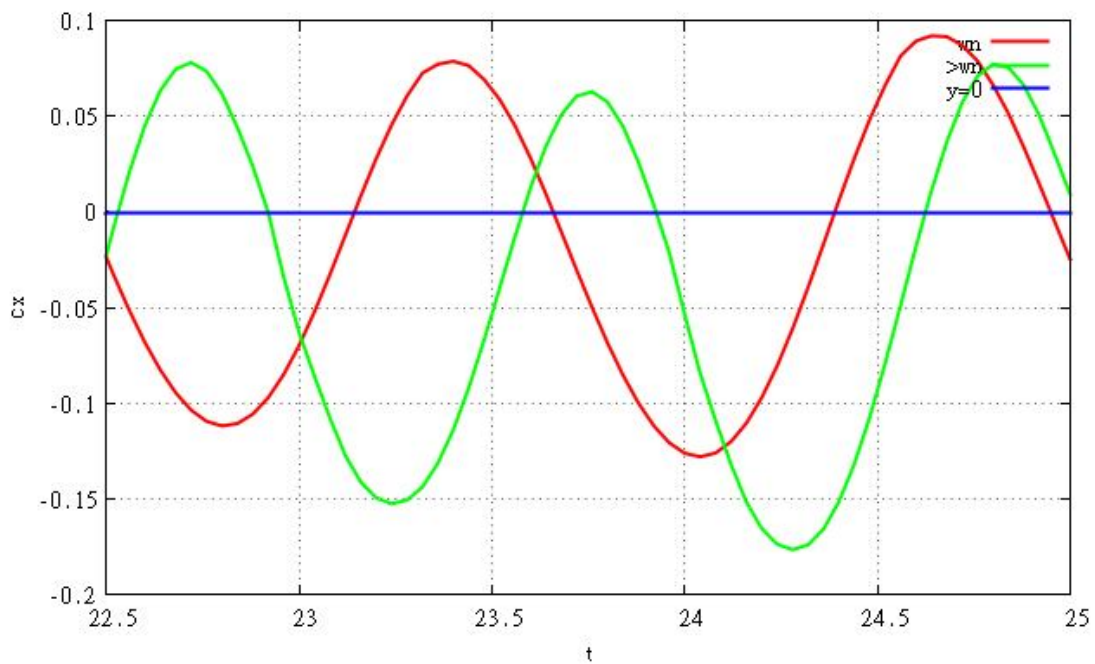
Διαγρ. 4.61 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς ω για $\lambda=3.5$



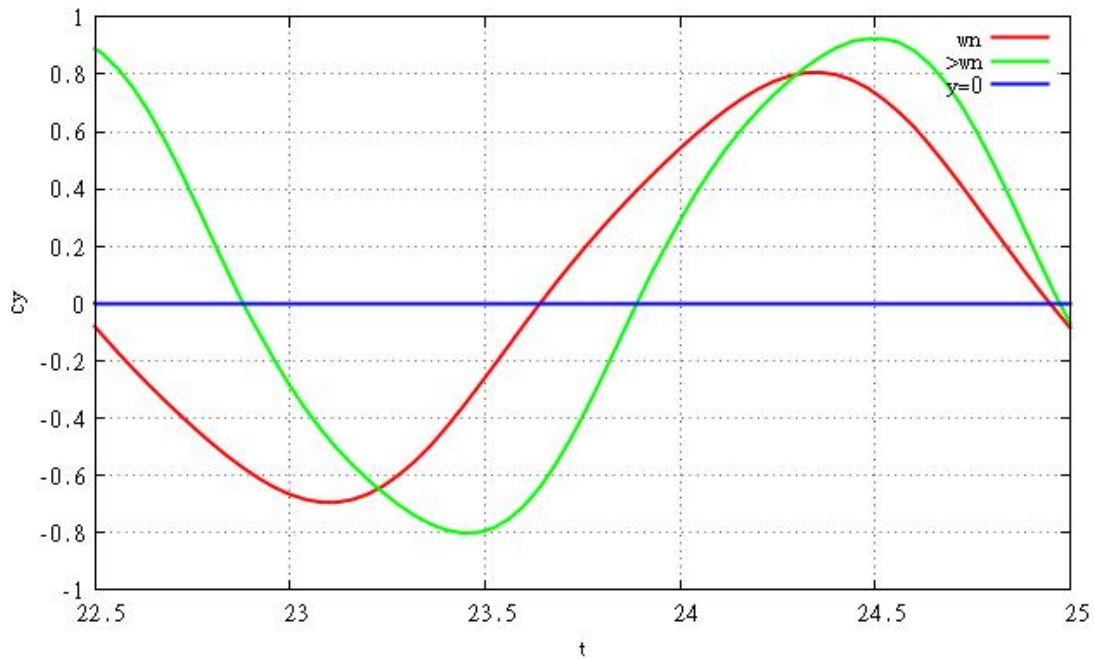
Διαγρ. 4.62 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς ω για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.63 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς ω για $\lambda=3$



Διαγρ. 4.64 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς ω για $\lambda=2.5$



Διαγρ. 4.65 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς ω για $\lambda=2.5$

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω 6 διαγράμματα, η μορφή των καμπυλών των δυνάμεων παραμένει σταθερή. Καθώς το ω αυξάνει, το εύρος της μεταβολής τους παρουσιάζει σχετική αύξηση, ενώ ξεκάθαρη είναι και η μετατόπιση του C_x προς μικρότερες τιμές.

Για τις μέσες τιμές δίνεται ο πίνακας 4.10 που ακολουθεί. Όπως παντού, έτσι κι εδώ με κόκκινο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που δίνουν ώση.

λ/ω	$< \omega_n$	ω_n	$> \omega_n$
2.5		$\bar{c}_x = -0.020$ $\bar{c}_y = 0.065$	$\bar{c}_x = -0.054$ $\bar{c}_y = 0.101$
3	$\bar{c}_x = 0.016$ $\bar{c}_y = 0.031$	$\bar{c}_x = -0.004$ $\bar{c}_y = 0.042$	$\bar{c}_x = -0.024$ $\bar{c}_y = 0.060$
3.5		$\bar{c}_x = 0.001$ $\bar{c}_y = 0.033$	$\bar{c}_x = -0.006$ $\bar{c}_y = 0.045$

Πιν. 4.10 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ, ω

Από τον πίνακα συμπεραίνουμε ότι αύξηση του ω οδηγεί σε αύξηση του \bar{c}_y και μείωση του \bar{c}_x . Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι με αύξηση του ω επιτυγχάνονται τα υψηλότερα επίπεδα παραγόμενης ώσης σε ολόκληρη την παρούσα εργασία.

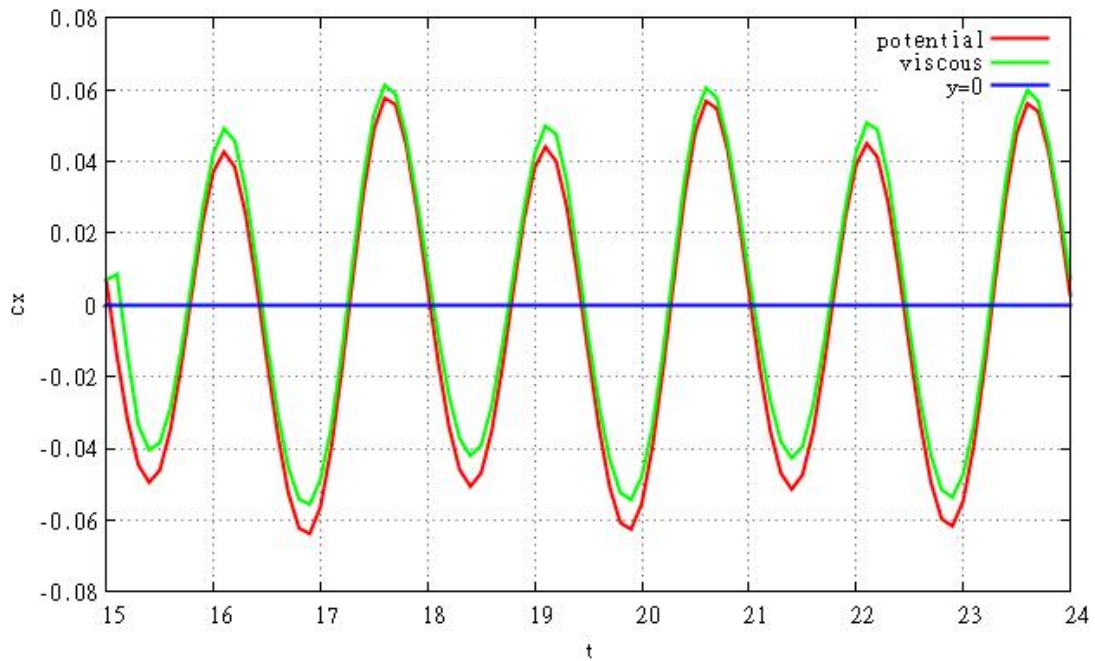
4.3.2 Συνεκτικό πρόβλημα

Όπως και στην περίπτωση του απαραμόρφωτου προβλήματος, έτσι κι εδώ θα ασχοληθούμε μόνο με τις πλέον ενδιαφέρουσες από πλευράς παραγωγής ώσης περιπτώσεις και πιο συγκεκριμένα με τα μήκη κύματος $\lambda=3$ και $\lambda=2.5$.

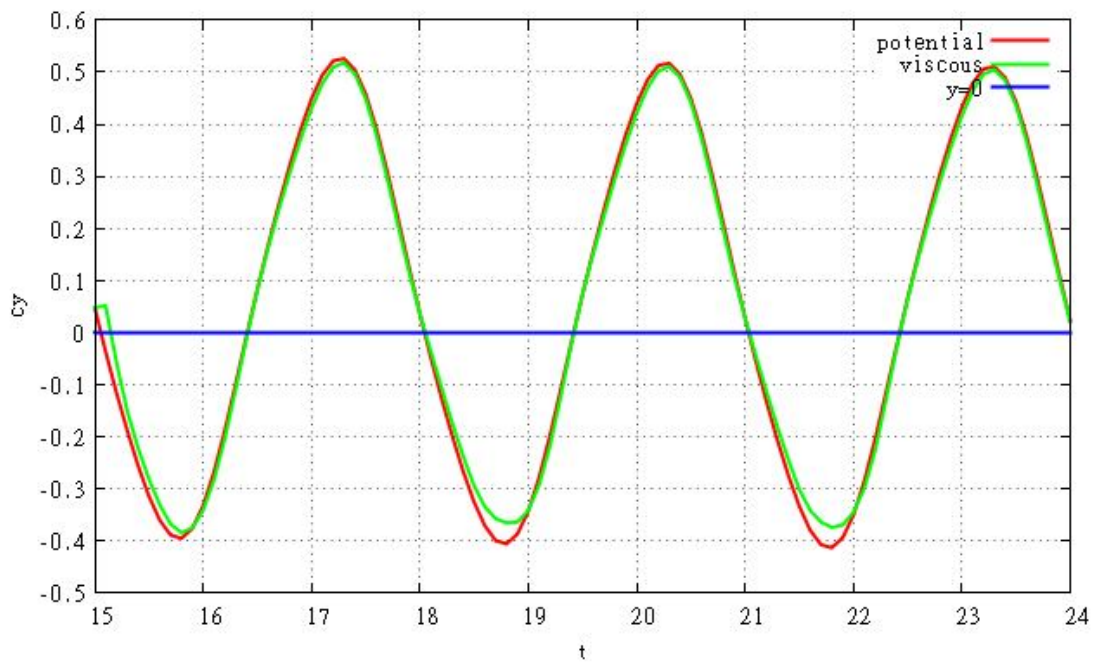
Επειδή το συνεκτικό πρόβλημα παρουσιάζει πολλές ποιοτικές ομοιότητες με το αντίστοιχο δυναμικό πρόβλημα και προκειμένου να αποφευχθούν οι άσκοπες επαναλήψεις, στο εξής θα αναφέρονται μόνο τα σημεία που διαφοροποιούν ουσιαστικά τα 2 προβλήματα.

Η ανάλυση ξεκινά με τα συγκριτικά διαγράμματα μεταξύ δυναμικού και συνεκτικού προβλήματος των χρονικών μεταβολών των δυνάμεων (χρονικό εύρος 3 περιόδων), ενώ ακολουθεί διάγραμμα με τη μορφή του ομόρρου. Σε όλα τα

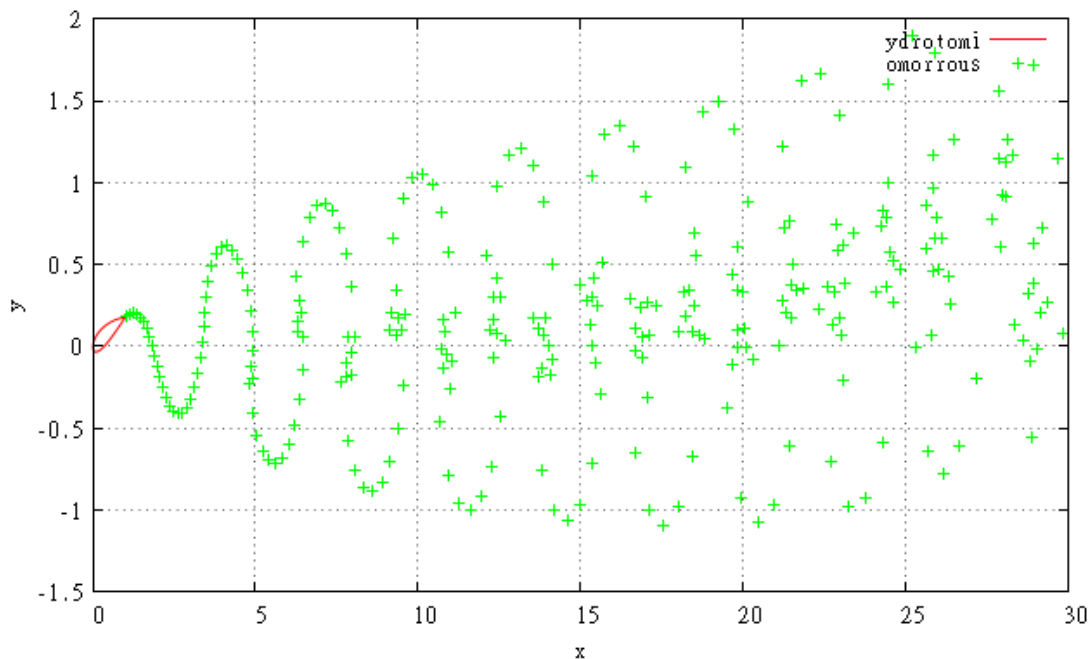
διαγράμματα οι τιμές των παραμέτρων είναι : $\lambda=3$, $y_0=0.1$,
 $\omega_{fp} = \omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$



Διαγρ. 4.66 : Διάγραμμα C_x - t , σύγκριση δυναμικού-συνεκτικού προβλήματος για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $\omega_{fp} = \omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$



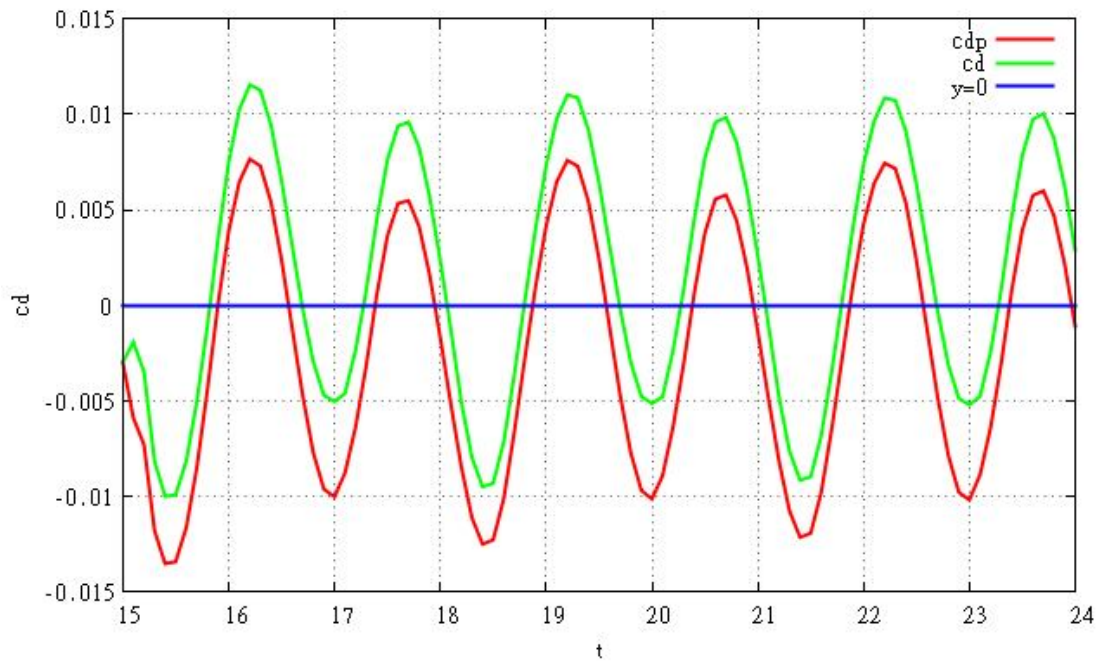
Διαγρ. 4.67 : Διάγραμμα C_y - t , σύγκριση δυναμικού-συνεκτικού προβλήματος για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $\omega_{fp} = \omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$



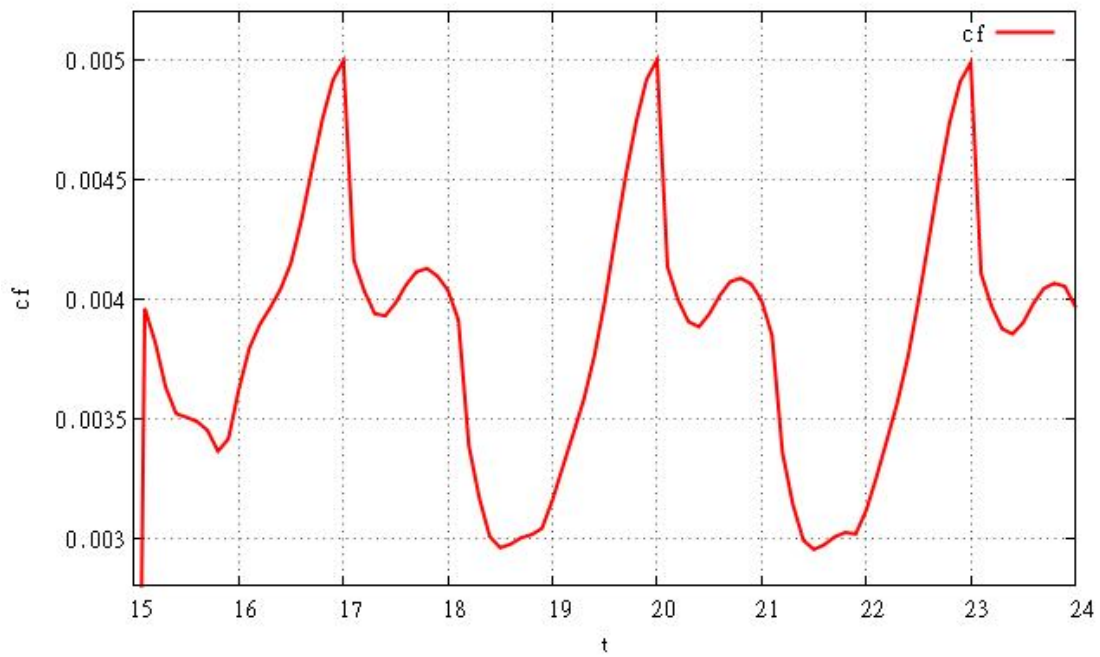
Διαγρ. 4.68 : Υδροτομή και ομόρρους στο συνεκτικό πρόβλημα για $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $\omega_{flp}=\omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$

Τα διαγράμματα 4.66 και 4.67 είναι πανομοιότυπα των αντίστοιχων 4.8 και 4.9 για την απαραμόρφωτη υδροτομή. Και εδώ όπως αναμενόταν γίνεται εμφανής η μετατόπιση προς τα πάνω των διαγραμμάτων στο συνεκτικό πρόβλημα εξαιτίας της συνεκτικότητας.

Ακολουθεί η ανάλυση για το συντελεστή τριβής c_f η οποία περιλαμβάνει το σύνολο των παραμέτρων. Στο διάγραμμα 4.69 παρουσιάζεται η χρονική μεταβολή των συντελεστών c_D και c_{Dp} για 3 περιόδους και ακολουθεί στο διάγραμμα 4.70 η χρονική μεταβολή του c_f για το ίδιο χρονικό διάστημα. Όπως έχει προαναφερθεί, ο συντελεστής τριβής αποτελεί τη διαφορά των 2 συντελεστών αντίστασης (εξίσωση (4.5)). Και εδώ τα διαγράμματα αναφέρονται σε τιμές παραμέτρων : $\lambda=3$, $y_0=0.1$, $\omega_{flp}=\omega$, $A_f=0.5$, $\%c=0.5$



Διαγρ. 4.69 : Σύγκριση διαγραμμάτων C_D -t και C_{DP} -t



Διάγρ. 4.70 : Διάγραμμα C_f -t

Μια διευκρίνιση που πρέπει να γίνει σχετικά με τα διαγράμματα αυτά είναι ότι η σύζευξη με το οριακό στρώμα ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=15$, για αυτό και οι γραφικές παραστάσεις συγκλίνουν στις σωστές τιμές μετά το πέρας μερικών χρονικών βημάτων.

Στον πίνακα 4.11 που ακολουθεί δίνονται οι μέσες τιμές \bar{c}_f για το σύνολο των τρεξιμάτων του συνεκτικού προβλήματος. Στα αριστερά κελιά παρουσιάζονται οι τιμές των παραμέτρων με την ακόλουθη σειρά : %c - A_f - ω_{fp} - y_0 - λ

παραμέτροι	\bar{c}_f
0.5-1.0-2.0944-0.1-3	0.00401
0.5-0.5-2.0944-0.1-3	0.00385
0.5-1.2-2.0944-0.1-3	0.00405
0.3-1.2-2.0944-0.1-3	0.00372
0.3-0.5-2.0944-0.1-3	0.00370
0.5-0.5-4.1888-0.1-3	0.00391
0.5-1.0-4.1888-0.1-3	0.00394
0.5-1.0-6.2832-0.1-3	0.00401
0.5-0.5-2.0944-0.08-3	0.00380
0.5-0.5-2.0944-0.12-3	0.00395
0.5-1.0-2.5134-0.1-2.5	0.00393
0.5-0.5-2.5134-0.1-2.5	0.00383
0.3-0.5-2.5134-0.1-2.5	0.00382
0.3-1.0-2.5134-0.1-2.5	0.00377
0.5-1.0-5.0268-0.1-2.5	0.00434
0.5-0.5-2.5134-0.08-2.5	0.00397
0.5-0.5-2.5-0.1-3	0.00367
0.5-0.5-1.5-0.1-3	0.00413
0.5-0.5-3.0-0.1-2.5	0.00400

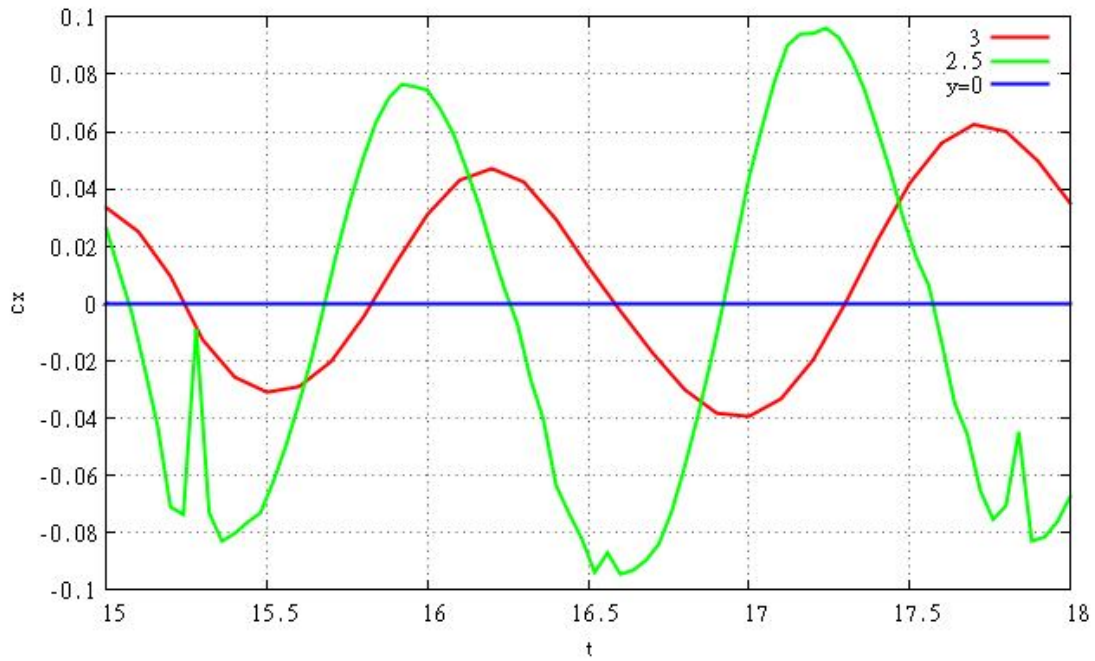
Πιν. 4.11 : Τιμές του \bar{c}_f για διαφορετικές τιμές παραμέτρων

Από τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, πιο αξιόπιστα μπορούν να θεωρηθούν αυτά για $\lambda=3$ σε σχέση με αυτά για $\lambda=2.5$. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι ότι όσο μειώνεται το μήκος κύματος και το τρέξιμο γίνεται «δυσκολότερο», τόσο μειώνεται το χρονικό βήμα και κατά συνέπεια αυξάνονται οι αστάθειες και οι αποκλίσεις στις τιμές των συντελεστών αντίστασης. Επειδή δε ο συντελεστής τριβής προκύπτει ως διαφορά των συντελεστών αντίστασης, τα απόλυτα σφάλματα γιγαντώνονται δίνοντας σε κάποιες περιπτώσεις αποτελέσματα που απέχουν αρκετά από τα πραγματικά. Το ίδιο συμβαίνει και για μεγάλες τιμές του ω_{fp} και του γ_0 . Για το λόγο αυτό τα συμπεράσματα θα εξαχθούν με βάση τις περιπτώσεις για $\lambda=3$.

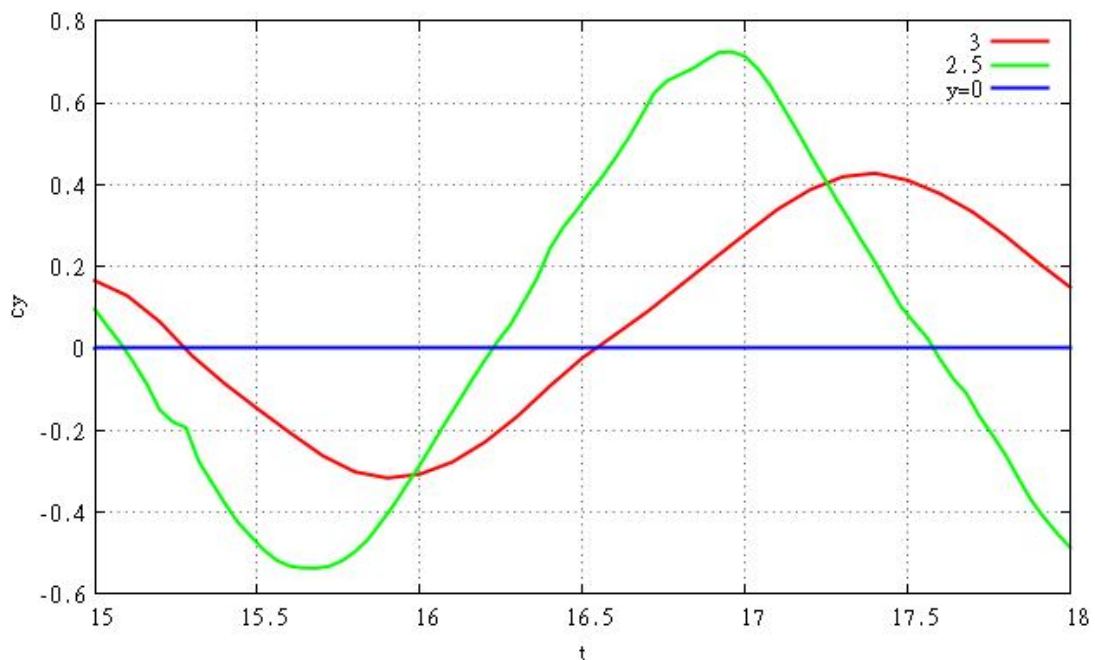
Έτσι, από τις τιμές του πίνακα για $\lambda=3$, εξάγονται τα εξής συμπεράσματα :

- Μείωση του A_f οδηγεί σε μείωση του \bar{c}_f
- Μείωση του $\%c$ οδηγεί σε μείωση του \bar{c}_f
- Μείωση του γ_0 οδηγεί σε μείωση του \bar{c}_f
- Μείωση του ω οδηγεί σε αύξηση του \bar{c}_f
- Για το λ και το ω_{fp} δεν μπορούν να βγουν ασφαλή συμπεράσματα

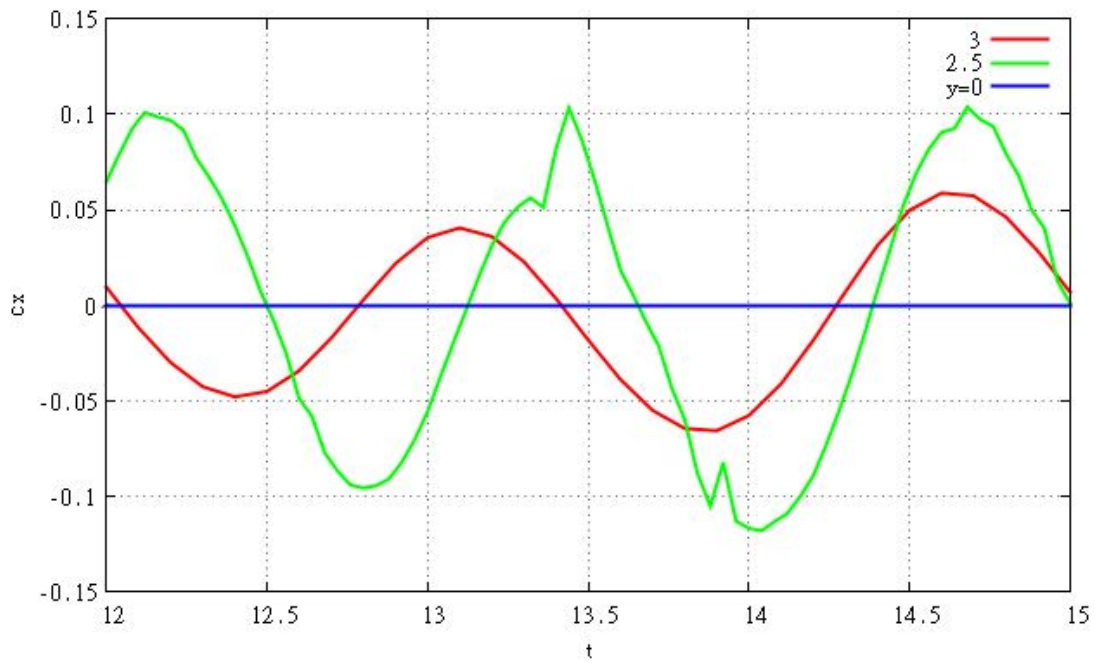
Ακολουθεί η ανάλυση της επίδρασης κάθε παραμέτρου στις παραγόμενες δυνάμεις. Επειδή, όπως ειπώθηκε, κατά βάση η ποιοτική συμπεριφορά του συνεκτικού προβλήματος είναι ίδια με αυτή του δυναμικού, παρατίθενται συγκεντρωμένα όλα τα διαγράμματα χρονικής μεταβολής των δυνάμεων για όλες τις παραμέτρους και ακολούθως όλοι οι πίνακες με τις μέσες τιμές, ενώ ο σχολιασμός περιορίζεται μόνο σε πρωτότυπες παρατηρήσεις. Κατά τα άλλα ισχύουν οι παρατηρήσεις που έγιναν για τη δυναμική ροή.



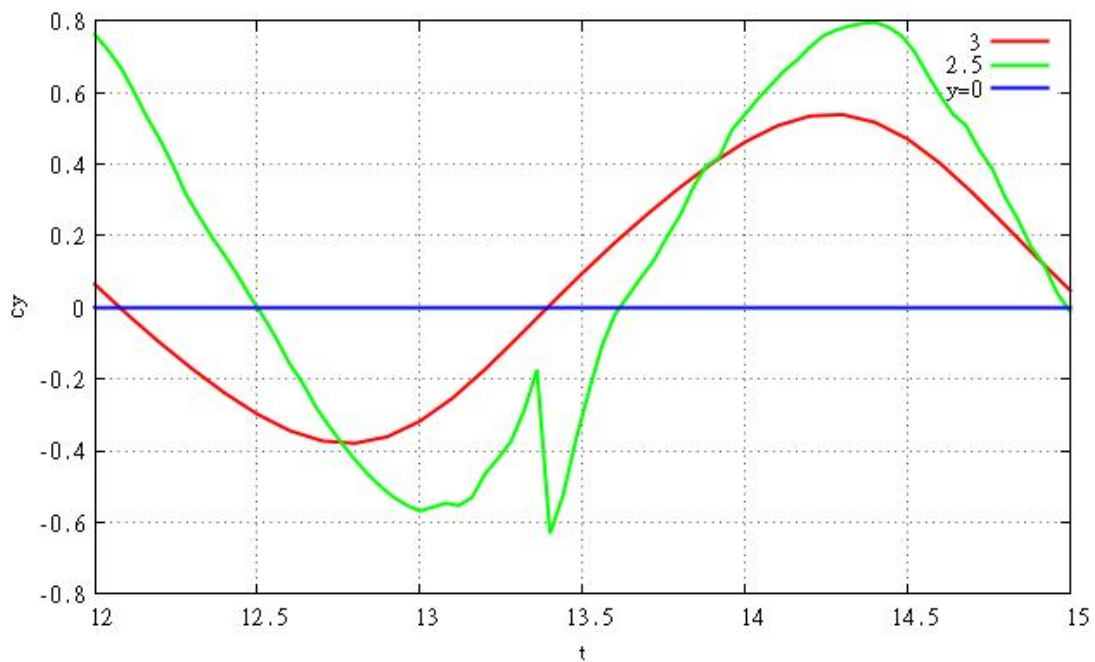
Διαγρ. 4.71 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.3$, $A_f=0.5$, $\omega_{flp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



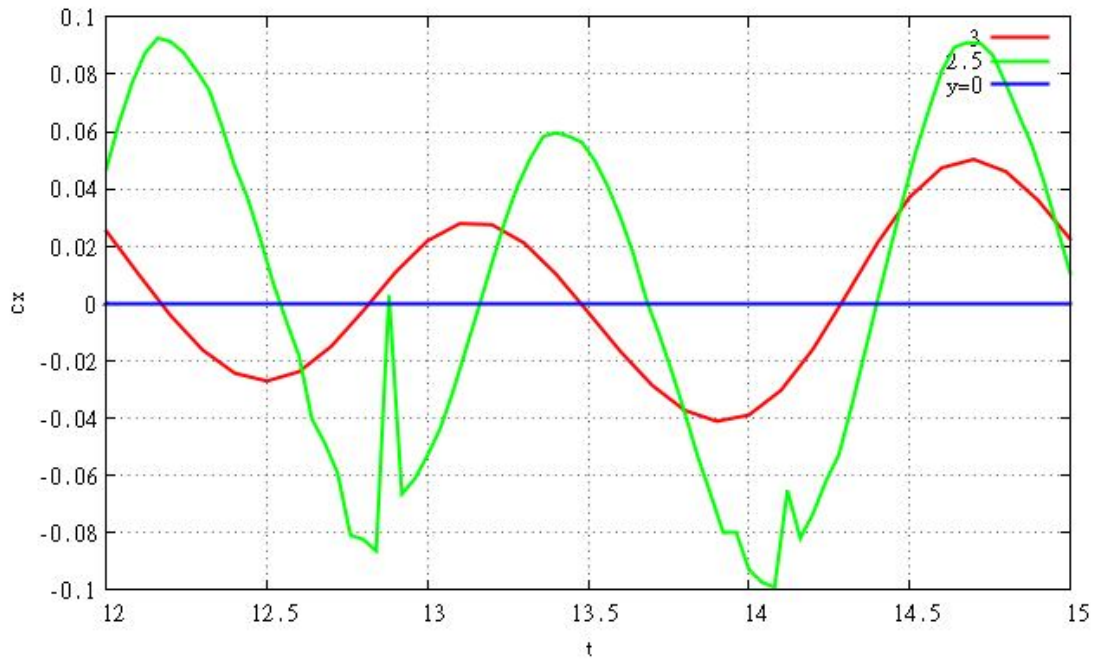
Διαγρ. 4.72 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.3$, $A_f=0.5$, $\omega_{flp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



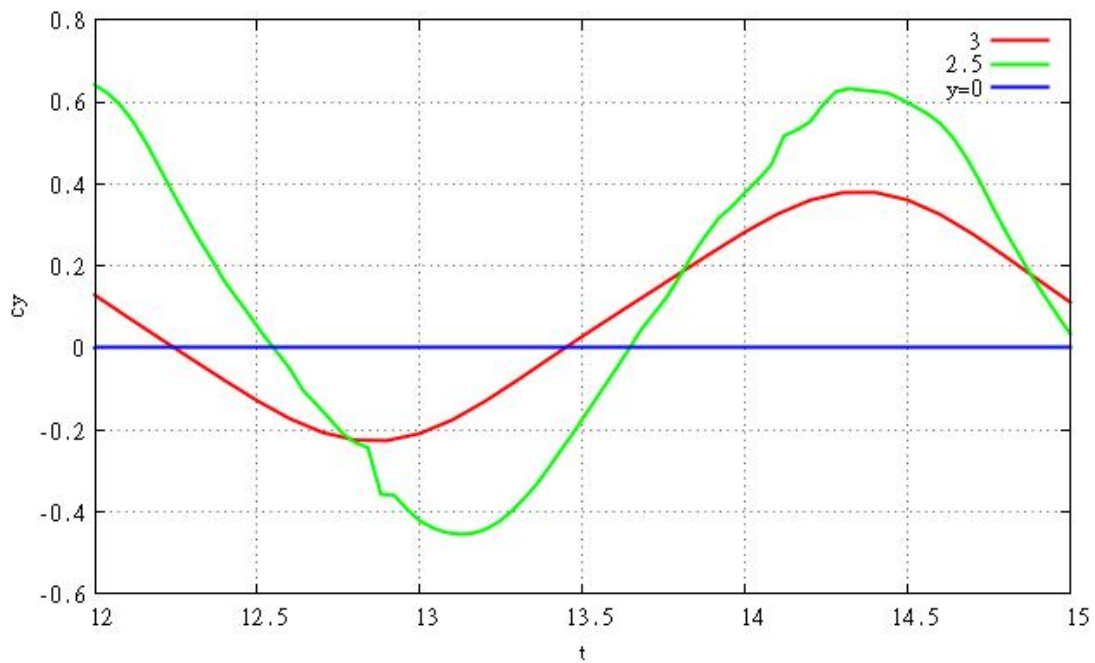
Διαγρ. 4.73 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



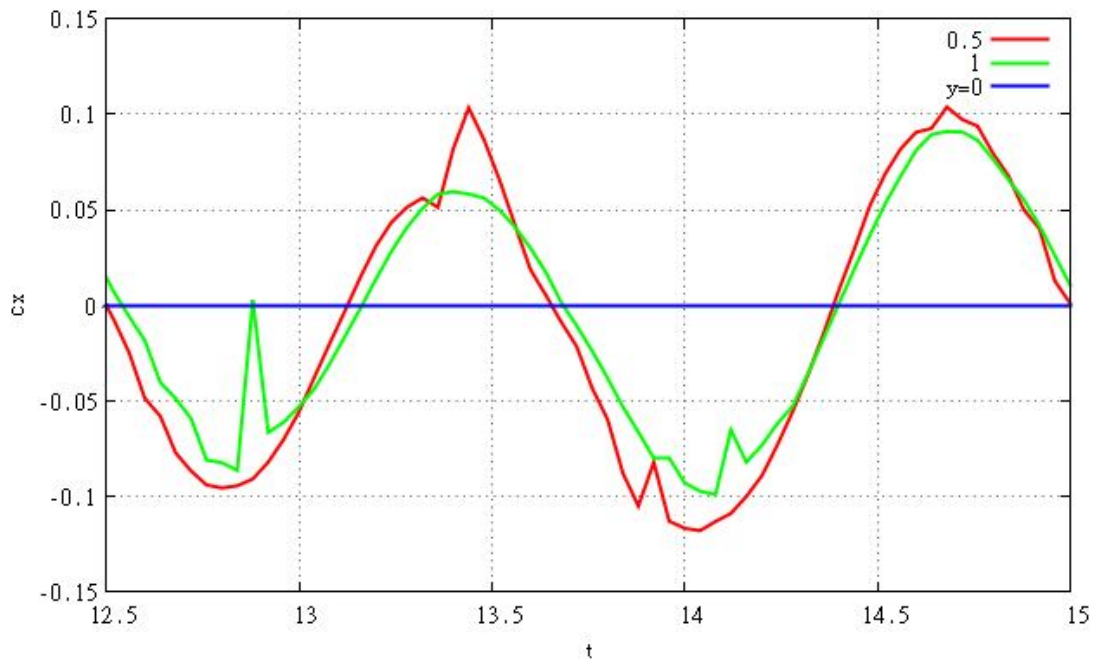
Διαγρ. 4.74 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



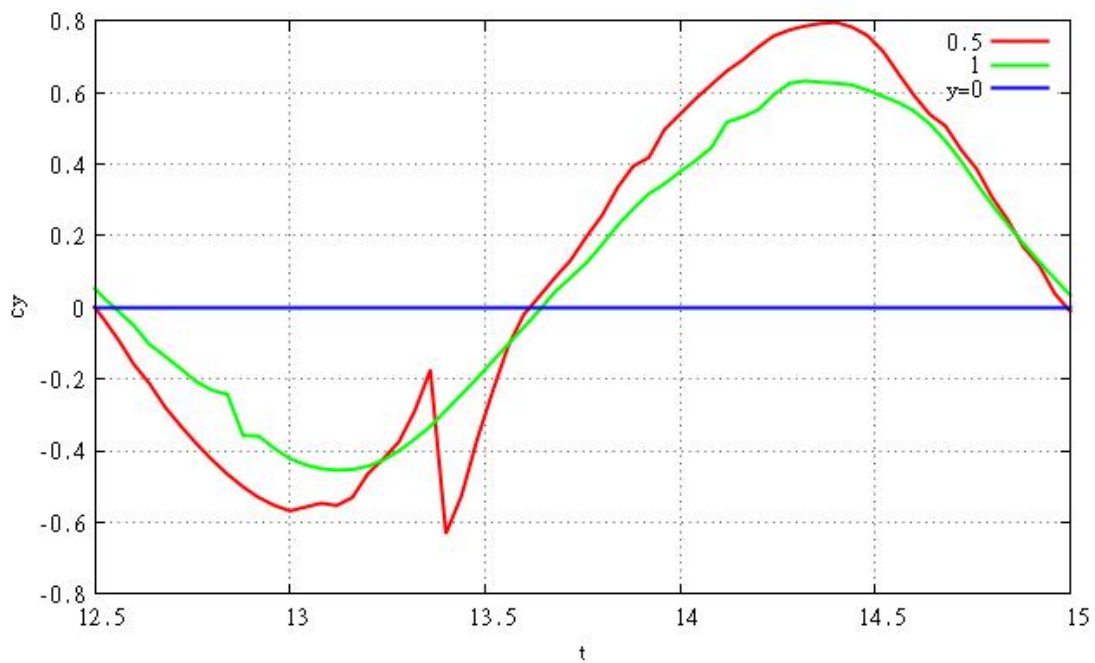
Διαγρ. 4.75 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=1.0$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



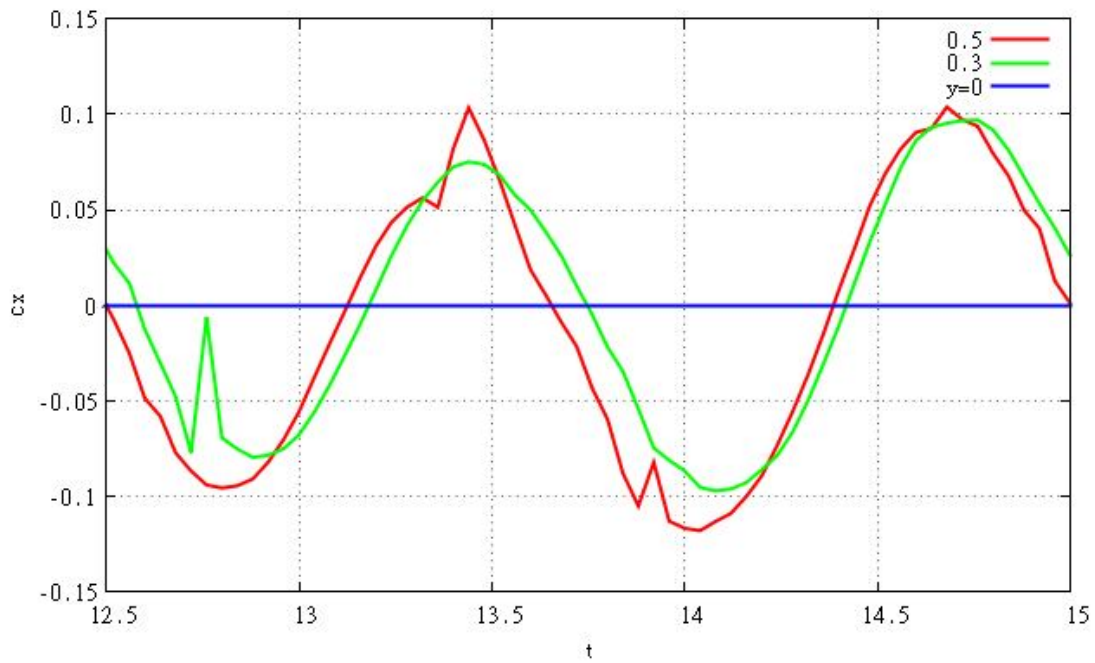
Διαγρ. 4.76 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς λ για $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=1.0$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος για $\lambda=2.5$)



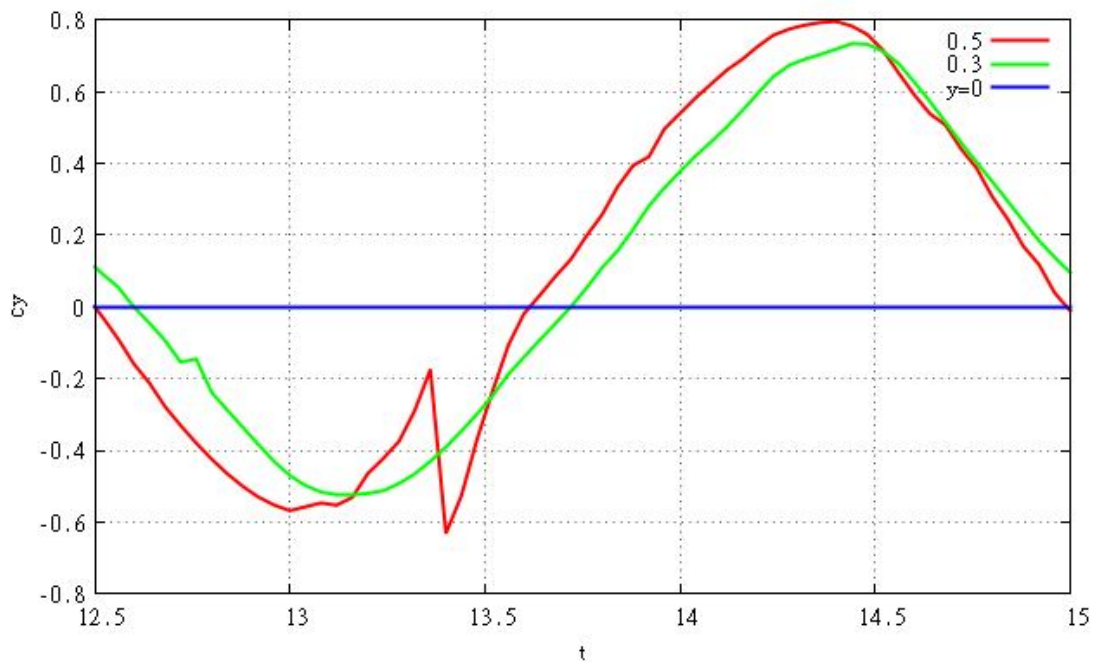
Διαγρ. 4.77 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$ (1 περίοδος)



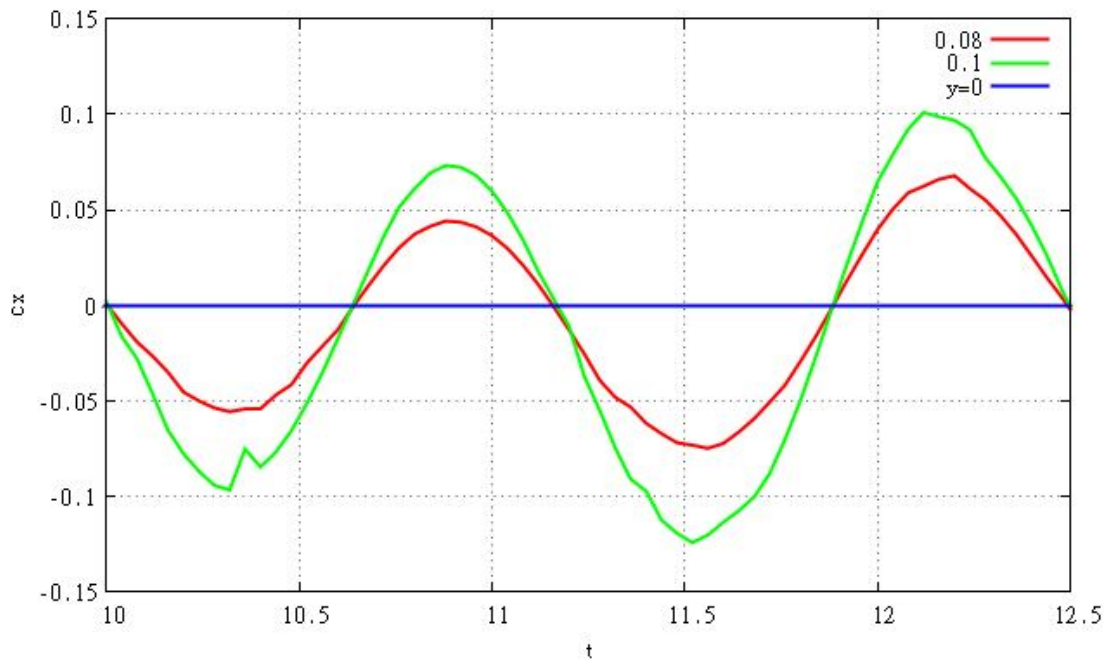
Διαγρ. 4.78 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς A_f για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $\omega_{flp} = \omega$ (1 περίοδος)



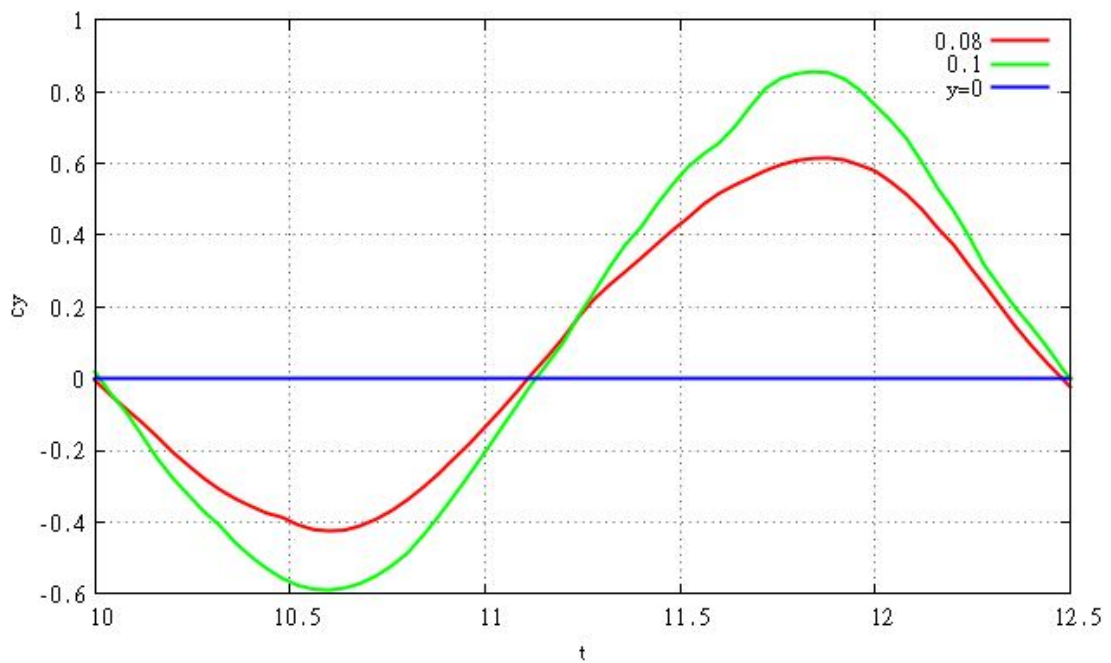
Διαγρ. 4.79 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς %c για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\omega_{flp}=\omega$ (1 περίοδος)



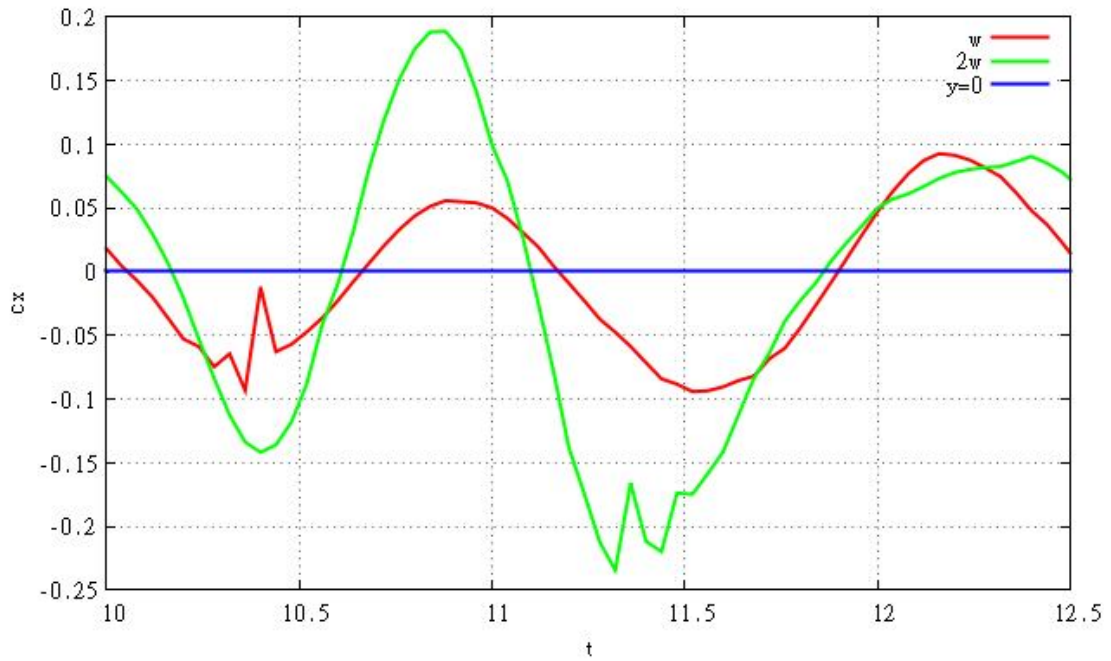
Διαγρ. 4.80 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς %c για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $A_f=0.5$, $\omega_{flp}=\omega$ (1 περίοδος)



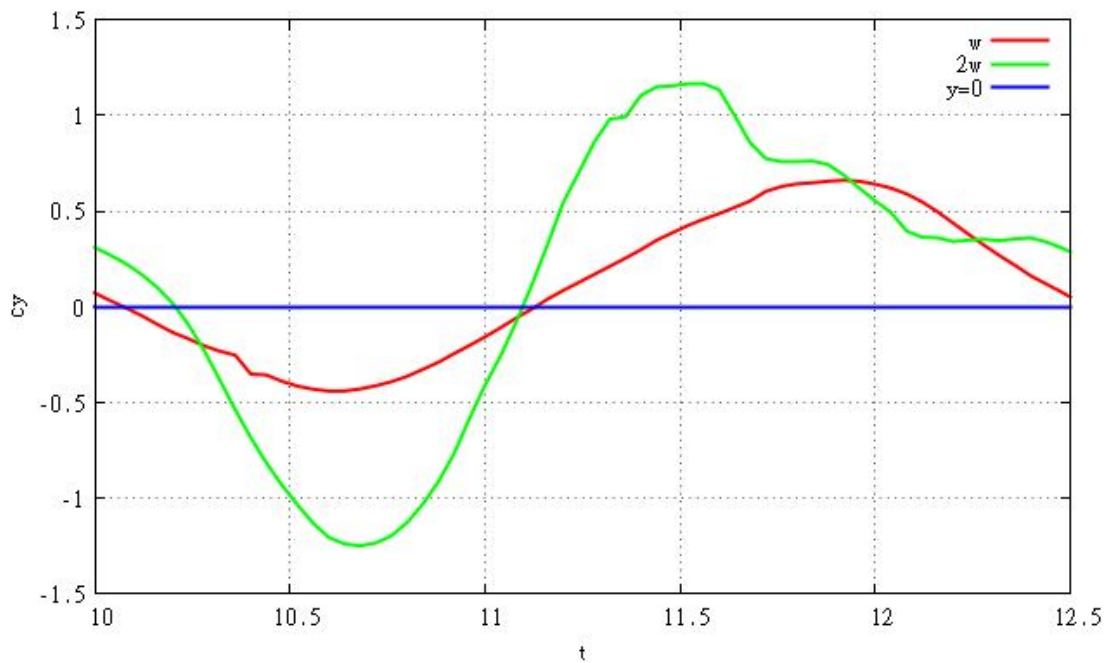
Διαγρ. 4.81 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς y_0 για $\lambda=2.5$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$ (1 περίοδος)



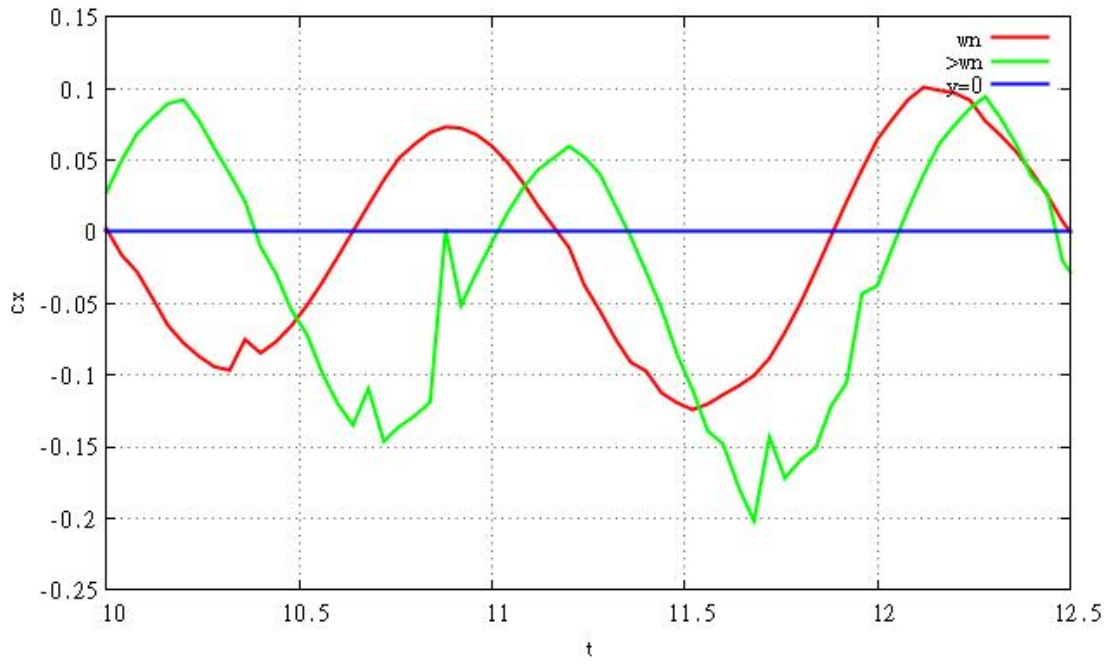
Διαγρ. 4.82 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς y_0 για $\lambda=2.5$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp} = \omega$ (1 περίοδος)



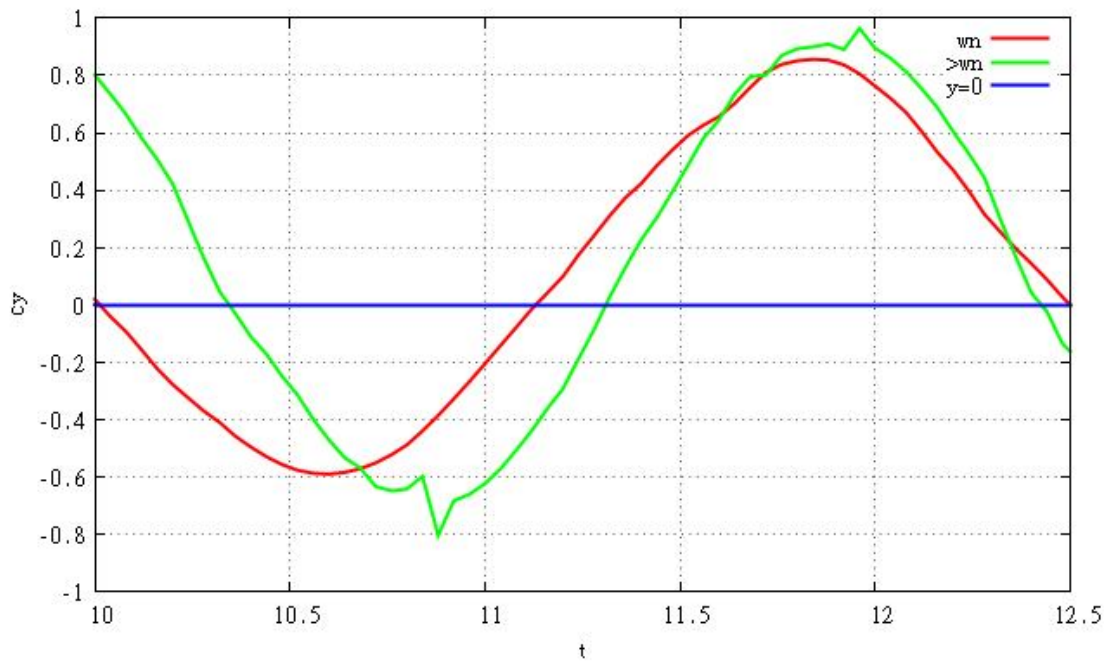
Διαγρ. 4.83 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x - t ως προς ω_{flp} για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=1.0$ (1 περίοδος)



Διαγρ. 4.84 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y - t ως προς ω_{flp} για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=1.0$ (1 περίοδος)



Διαγρ. 4.85 : Συγκριτικό διάγραμμα C_x -t ως προς ω για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος)



Διαγρ. 4.86 : Συγκριτικό διάγραμμα C_y -t ως προς ω για $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{fp}=\omega$ (1 περίοδος)

Σε όλα τα παραπάνω διαγράμματα ισχύει ότι το μήκος κύματος λ είναι ίσο με 2.5. Κατά συνέπεια, σε όλα τα παραπάνω διαγράμματα χρησιμοποιήθηκε μικρό χρονικό βήμα, γεγονός που δικαιολογεί τις έντονες αστάθειες των γραφικών παραστάσεων. Η επιλογή αυτή έγινε εσκεμμένα (για $\lambda=3$, οι γραφικές παραστάσεις θα οδηγούσαν στα ίδια συμπεράσματα, ενώ ταυτόχρονα θα ήταν πιο λείες και ομαλές και θα αποφεύγονταν σε μεγάλο βαθμό οι αποκλίσεις), προκειμένου να γίνουν εμφανή τα όρια και οι ατέλειες του μοντέλου καθώς και να ληφθούν υπ όψιν από τον καθένα κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Ακολουθούν οι πίνακες που συγκεντρώνουν τις μέσες τιμές των δυνάμεων για το συνεκτικό πρόβλημα. Με κόκκινο αποτυπώνονται οι τιμές που συνεπάγονται παραγωγή ώσης.

A_f/λ	2.5		3	
0.5	%c=0.3 $\bar{c}_x = -0.0021$ $\bar{c}_y = 0.1089$	%c=0.5 $\bar{c}_x = -0.0105$ $\bar{c}_y = 0.1500$	%c=0.3 $\bar{c}_x = 0.0096$ $\bar{c}_y = 0.0498$	%c=0.5 $\bar{c}_x = 0.0019$ $\bar{c}_y = 0.0528$
1.0	%c=0.3 $\bar{c}_x = 0.0159$ $\bar{c}_y = 0.1409$	%c=0.5 $\bar{c}_x = -0.0045$ $\bar{c}_y = 0.0997$		%c=0.5 $\bar{c}_x = 0.0071$ $\bar{c}_y = 0.0395$
1.2			%c=0.3 $\bar{c}_x = 0.0345$ $\bar{c}_y = 0.0387$	%c=0.5 $\bar{c}_x = 0.0103$ $\bar{c}_y = 0.0473$

Πιν. 4.12 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ , A_f , %c

λ/y_0	0.08	0.1	0.12
2.5	$\bar{c}_x = -0.0060$ $\bar{c}_y = 0.1210$	$\bar{c}_x = -0.0105$ $\bar{c}_y = 0.1500$	ΔΕΝ ΕΤΡΕΞΕ
3	$\bar{c}_x = 0.0025$ $\bar{c}_y = 0.0608$	$\bar{c}_x = 0.0019$ $\bar{c}_y = 0.0528$	$\bar{c}_x = 0.0021$ $\bar{c}_y = 0.0925$

Πιν. 4.13 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά λ , y_0

Παράμετροι/ ω_{flp}	ω	2ω	3ω
$\lambda=3$, $A_f=0.5$	$\bar{c}_x = 0.0019$ $\bar{c}_y = 0.0528$	$\bar{c}_x = 0.0011$ $\bar{c}_y = 0.0467$	
$\lambda=3$, $A_f=1.0$	$\bar{c}_x = 0.0071$ $\bar{c}_y = 0.0395$	$\bar{c}_x = 0.0050$ $\bar{c}_y = 0.0614$	$\bar{c}_x = 0.0034$ $\bar{c}_y = 0.0924$
$\lambda=2.5$, $A_f=1.0$	$\bar{c}_x = -0.0045$ $\bar{c}_y = 0.0997$	$\bar{c}_x = -0.0139$ $\bar{c}_y = 0.1283$	ΔΕΝ ΕΤΡΕΞΕ

Πιν. 4.14 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά ω_{flp}

λ/ω	$< \omega_n$	ω_n	$> \omega_n$
3	$\bar{c}_x = 0.0212$ $\bar{c}_y = 0.0716$	$\bar{c}_x = 0.0019$ $\bar{c}_y = 0.0528$	$\bar{c}_x = -0.0185$ $\bar{c}_y = 0.1090$
2.5		$\bar{c}_x = -0.0105$ $\bar{c}_y = 0.1500$	$\bar{c}_x = -0.0421$ $\bar{c}_y = 0.1511$

Πιν. 4.15 : Οι τιμές του \bar{c}_x και \bar{c}_y για διαφορετικά ω

Παρατηρώντας το περιεχόμενο των παραπάνω πινάκων και συγκρίνοντάς το με το αντίστοιχο για το δυναμικό πρόβλημα, παρατηρείται μια σοβαρή μείωση των περιπτώσεων που δίνουν ώση, γεγονός που οφείλεται στη δράση της συνεκτικότητας.

Τέλος, να αναφερθεί ότι τα κελιά με το μήνυμα «ΔΕΝ ΕΤΡΕΞΕ» αναφέρονται σε περιπτώσεις που, αν και η σύζευξη με το οριακό στρώμα στάθηκε αδύνατη, τα αποτελέσματα των αντίστοιχων δυναμικών προβλημάτων συμπεριλήφθηκαν στην ανάλυση.

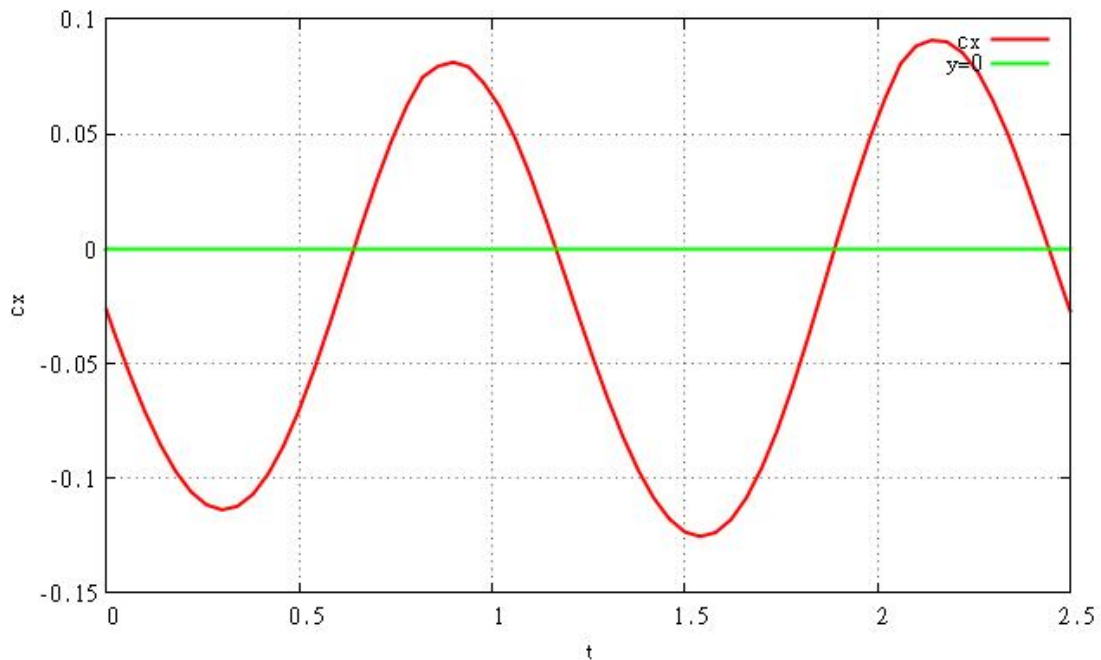
4.4 Γενικές παρατηρήσεις

Στην παράγραφο αυτή θα γίνουν ορισμένες γενικού τύπου παρατηρήσεις, που αφορούν στο σύνολο των προβλημάτων που αντιμετωπίστηκαν έως τώρα.

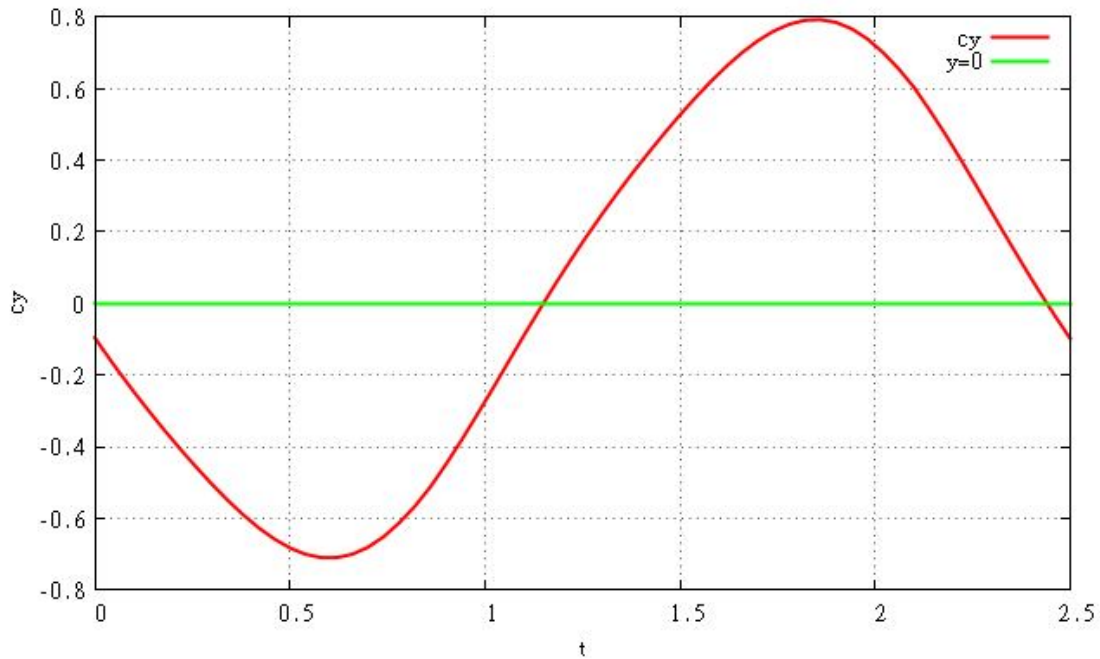
Η πρώτη παρατήρηση αφορά στη συσχέτιση της παραγωγής δυνάμεων με τη γεωμετρία της υδροτομής. Καταρχάς, όπως έχει ήδη παρατηρηθεί, το μοτίβο μεταβολής των c_x και c_y δεν είναι το ίδιο. Πιο συγκεκριμένα, η δύναμη κατά x εμφανίζει μέσα σε μια περίοδο 2 μέγιστα και 2 ελάχιστα, ενώ η κυρτότητα και συνήθως και το πρόσημό της (εναλλαγή από ώση σε αντίσταση και ανάποδα) μεταβάλλεται 3 φορές. Αντιθέτως, η δύναμη κατά y εμφανίζει μόνο 1 μέγιστο και 1 ελάχιστο με την κυρτότητα-πρόσημο να μεταβάλλονται 1 φορά, τείνοντας περισσότερο προς την ημιτονοειδή καμπύλη. Γενικά, η δύναμη κατά x είναι κατά 1 τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από αυτή κατά y .

Επιπλέον, μελετώντας κανείς τις εξισώσεις κίνησης της υδροτομής παρατηρεί ότι σε μια περίοδο, για $t=0$, το heaving βρίσκεται σε γωνία 0° (το $c/4$ έχει $y=0$ και κινείται προς τα θετικά), το pitching σε γωνία 90° (η γωνία είναι μέγιστη και αρχίζει να μειώνεται) και το flap σε γωνία 180° (η παραμόρφωση είναι μηδενική και αρχίζει να κινείται προς τα αρνητικά).

Συγκρίνοντας τα παραπάνω, μπορεί κανείς να συσχετίσει την κινηματική κατάσταση της υδροτομής με τη δυναμική της συμπεριφορά. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί το δυναμικό πρόβλημα με παραμέτρους : $\lambda=2.5$, $y_0=0.1$, $\%c=0.5$, $A_f=0.5$, $\omega_{flp}=\omega$, $\omega=\omega_n$.
 Τα δυναμικά διαγράμματα για μια περίοδο του προβλήματος αυτού φαίνονται παρακάτω.



Διαγρ. 4.87 : Διάγραμμα c_x -t



Διαγρ. 4.88 : Διάγραμμα c_y - t

Παρατηρώντας τα διαγράμματα αυτά μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα :

- Σε όλες τις ακραίες θέσεις (δηλαδή όταν κάποιο εκ των h , a , y_{fp} μηδενίζεται ή μεγιστοποιείται-χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$), η δύναμη κατά x σχεδόν μηδενίζεται. Αντίστοιχα, όταν $h=0$ ($t=0, T/2, T$) η δύναμη κατά y σχεδόν μηδενίζεται και όταν το h μεγιστοποιείται ($t=T/4, 3T/4$) σχεδόν μεγιστοποιείται και αυτή.
- Η δύναμη κατά x σημειώνει μικρό ελάχιστο στο διάστημα $0 < h < h_0$ (το h αυξάνεται) και $0 < t < T/4$.
- Η δύναμη κατά x σημειώνει μικρό μέγιστο στο διάστημα $0 < h < h_0$ (το h μειώνεται) και $T/4 < t < T/2$.
- Η δύναμη κατά x σημειώνει μεγάλο ελάχιστο (μέγιστη ώση) στο διάστημα $-h_0 < h < 0$ (το h μειώνεται) και $T/2 < t < 3T/4$.
- Η δύναμη κατά x σημειώνει μεγάλο μέγιστο στο διάστημα $-h_0 < h < 0$ (το h αυξάνεται) και $3T/4 < t < T$.

Ωστόσο, παρατηρώντας κανείς το σύνολο των διαγραμμάτων που έχουν χαραχθεί μέχρι τώρα, αντιλαμβάνεται ότι τα παραπάνω συμπεράσματα δεν ισχύουν ακριβώς έτσι παντού, γεγονός που σημαίνει ότι η συσχέτιση κινηματικής και δυναμικής εξαρτάται εν πολλοίς από τις τιμές των παραμέτρων. Αυξομείωση των τιμών των παραμέτρων μετατοπίζουν τις γραφικές παραστάσεις προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά, καθιστώντας αδύνατη την εξαγωγή απόλυτων συμπερασμάτων.

Μια δεύτερη παρατήρηση αφορά στη σύγκριση απαραμόρφωτης και παραμορφούμενης υδροτομής. Σε ό,τι αφορά στο εύρος μεταβολής των δυνάμεων, αυτό είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση της παραμορφούμενης υδροτομής για μεγάλα λ και στην περίπτωση απαραμόρφωτης υδροτομής για μικρότερα λ . Από την άλλη, στο θέμα της μέσης παραγόμενης ώσης, η απαραμόρφωτη υδροτομή φαίνεται να έχει το προβάδισμα για «κακές» τιμές των παραμέτρων (μεγάλα λ , μικρά γ_0 , μικρά $\%c$, μεγάλα A_f , μικρά ω_{fp} και $\omega = \omega_n$). Καθώς όμως αυτές βελτιώνονται, η παραμορφούμενη υδροτομή αρχίζει να δίνει σαφώς μεγαλύτερη ώση (ιδιαίτερα για $\omega_{fp} > \omega$ και $\omega \neq \omega_n$).

Μια τελευταία παρατήρηση αφορά στην επίδραση του αριθμού Strouhal στην παραγωγή δυνάμεων. Ο αδιάστατος αυτός αριθμός έχει ήδη οριστεί στην εξίσωση (3.6) ως

$$St = \frac{Af}{U} = \frac{h_0 \cdot \omega}{\pi} \quad (4.6)$$

Επομένως αύξηση του St συνεπάγεται αύξηση του πλάτους του heaving ή αύξηση της συχνότητας ή και τα 2 μαζί. Ως γνωστόν όμως, τουλάχιστον για την περίπτωση της ημιτονοειδούς κίνησης, αύξηση της συχνότητας συνεπάγεται μείωση του μήκους κύματος. Συνεπώς, για ημιτονοειδή απαραμόρφωτη κίνηση και για το πεδίο τιμών των παραμέτρων που μας ενδιαφέρει στο πρόβλημα της πλεύσης των ψαριών (μικρά λ),

συμπεραίνουμε ότι αύξηση του St οδηγεί σε αύξηση της παραγόμενης ώσης. Η παρατήρηση αυτή συμφωνεί και με τις παρατηρήσεις άλλων αντίστοιχων εργασιών (“exploring the possibility of using flapping foils as a marine propulsor”).

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Αποτίμηση

Στην παρούσα εργασία έγινε προσπάθεια να δημιουργηθεί ένα γεωμετρικό 2D μοντέλο για την πλεύση των ψαριών με βάση την υδροτομή NACA 0012, το οποίο στη συνέχεια αναλύθηκε υδροδυναμικά ως προς μια σειρά κινηματικών και γεωμετρικών παραμέτρων, προκειμένου να εξετασθεί η συμπεριφορά του ως προς την παραγωγή δυνάμεων και ιδιαίτερα ως προς την παραγωγή ώσης.

Ως προς το κινηματικό κομμάτι, 2 ήταν οι βασικές παραδοχές. Πρώτον, η απαραμόρφωτη υδροτομή εκτελεί ημιτονοειδή κίνηση (στην πλειοψηφία των μελετούμενων περιπτώσεων) ως προς το σημείο της χορδής $c/4$, η οποία αποτελεί υπέρθεση μιας μετατόπισης και μιας περιστροφής. Δεύτερον, η παραμόρφωση εισάγεται ως υπέρθεση στις 2 παραπάνω κινήσεις μέσω ενός μοντέλου μεταβλητής ακμής εκφυγής το οποίο προεκτείνεται στο μεγαλύτερο μέρος της χορδής.

Η υδροδυναμική προσέγγιση βασίστηκε σε μοντέλο απλού ομόρρου, γεγονός που σε πρώτη προσέγγιση συμφωνεί με την ιδέα του «τέλειου μηχανισμού», εισάγει όμως και περιορισμούς στο εύρος των κινήσεων που μπορούν να μελετηθούν.

Βασική επιδίωξη υπήρξε η όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αύξηση της παραγόμενης ώσης με παράλληλο περιορισμό της κάθετης προς την ώση παραγόμενης δύναμης («άνωση») καθώς και του εύρους μεταβολής των δυνάμεων γύρω από τη μέση τιμή τους. Όπως όμως έδειξε η μελέτη, οι 3 αυτές απαιτήσεις δεν μπορούν να ικανοποιούνται ταυτόχρονα, καθιστώντας αναγκαία τη χρήση βελτιστοποίησης ανάλογα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος.

Από την άλλη, η παραμετρική ανάλυση έδειξε ότι αύξηση της ώσης μπορεί να επιτευχθεί με μείωση του μήκους κύματος ή αύξηση του πλάτους της ημιτονοειδούς κίνησης (αύξηση του αριθμού Strouhal), ή εναλλακτικά με μείωση του μήκους ή του πλάτους ταλάντωσης του flap. Επιπλέον, αποδείχθηκε ότι αύξηση της ταχύτητας κίνησης του ουραίου επίσης αυξάνει την παραγόμενη ώση όπως και η χρήση μη αρμονικών κινήσεων.

Ωστόσο, η παρούσα εργασία έχει και 2 τουλάχιστον σοβαρές ελλείψεις. Η πρώτη αφορά στην έλλειψη πειραματικών δεδομένων, τα οποία να στηρίζουν τα θεωρητικά της ευρήματα. Η δεύτερη αφορά στην έλλειψη αναφοράς στο βαθμό απόδοσης με τον οποίο παράγεται κάθε φορά η ώση. Κατά συνέπεια, αν και γνωρίζουμε σε ποιες περιπτώσεις μεγιστοποιείται η παραγωγή ώσης, δεν γνωρίζουμε τίποτα για την απόδοση με την οποία παράγεται, γεγονός που μπορεί να κλονίσει τα αποτελέσματα σχετικά με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων.

5.2 Προτάσεις για το μέλλον

Όπως είναι ευνόητο, ένα πρόβλημα τόσο βαθύ και πολύπλοκο όσο η κίνηση ενός ζωντανού οργανισμού δεν θα μπορούσε να εξαντληθεί στα πλαίσια μιας διπλωματικής εργασίας.

Στα πλαίσια κάποιας μελλοντικής δουλειάς πάνω στο συγκεκριμένο θέμα, το πρώτο μέλημα θα πρέπει να είναι η κάλυψη των 2 βασικών ελλείψεων της παρούσης εργασίας, δηλαδή η πειραματική επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων και η μελέτη του βαθμού απόδοσης προκειμένου να βρεθούν πέραν πάσης αμφιβολίας οι βέλτιστες παράμετροι.

Από εκεί και πέρα, ήδη από την αρχή της εργασίας αυτής έγινε αναφορά σε μια σειρά απλουστευτικών παραδοχών που έγιναν προκειμένου να γίνει η επεξεργασία του θέματος πιο απλή αλλά και συμβατή με τον υπάρχοντα κώδικα FOIL2W. Έτσι, σε ένα επόμενο στάδιο, θα μπορούσε να γίνει προσπάθεια διαδοχικής μείωσης των παραδοχών αυτών, προκειμένου να γίνει η προσέγγιση πιο ρεαλιστική.

Πιο συγκεκριμένα, στα πλαίσια ενός 2D μοντέλου, θα μπορούσαν να εισαχθούν άλλου είδους κινήσεις, μη αρμονικές, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του διπλού ομόρρου (εδώ θα απαιτούνταν μεγάλη προσοχή προκειμένου να μην χαθεί η φυσική σημασία της αποκόλλησης για τα ψάρια), θα μπορούσαν να γίνουν αλλαγές ως προς το σημείο μετάβασης,

για να αναδειχθεί η πιθανή σημασία του τυρβώδους οριακού στρώματος καθώς και να δοκιμαστεί μεταβλητή ταχύτητα, μοντελοποιώντας κατά αυτόν τον τρόπο ακόμα και ελιγμούς.

Πηγαίνοντας τέλος ακόμα παραπέρα, θα μπορούσε κανείς να δημιουργήσει ένα 3D μοντέλο πλεύσης των ψαριών, εισάγοντας φυσικά μέσα σε αυτό τη δράση των πτερυγίων (απαραμόρφωτων ή ελαστικών) αλλά και την αλληλεπίδραση των διαφορετικών φύλλων στροβιλότητας.

Βιβλιογραφία

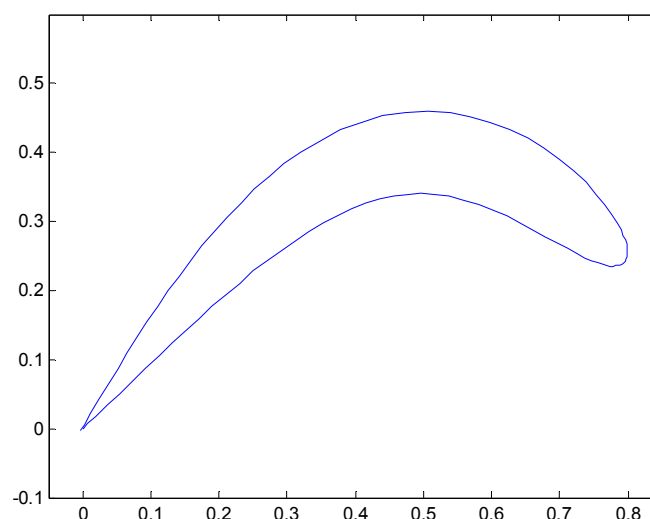
1. Βουτσινάς Σ., Μη μόνιμη αεροδυναμική – Αεροελαστικότητα – Αερακουστική, Σημειώσεις μαθήματος « Αεροελαστικότητα – Αερακουστική»
2. Βουτσινάς Σ., Θεωρητική και υπολογιστική μη μόνιμη αεροδυναμική
3. Maddock L., Bone Q., Rayner J. M. V., Mechanics and physiology of animal swimming
4. Φανούς Σ., (2007) Αεροελαστική ανάλυση τυπικής διάταξης αεροτομής με παραμορφούμενη γωνία εκφυγής, (Διπλωματική εργασία Ε.Μ.Π)
5. Τσαρσιταλίδης Β., (2008) Exploring the possibility of using flapping foils as a marine propulsor, (Διπλωματική εργασία Ε.Μ.Π)
6. Blake R.W., (1983), Fish locomotion, (Cambridge University Press, Cambridge)
7. Hoar W.S, Randall D.J., (1978), Fish physiology Vol.7, Locomotion, (Academic Press, New York)
8. Ware D.M., (1975), Growth, metabolism and optimal swimming speed of pelagic fish, (Journal of the fisheries research board of Canada, Vol. 32)
9. Lauder G.V., Madden P.G.A., (2006), Learning from fish kinematics and experimental hydrodynamics for robotists, (International Journal of automation and computing 4, p. 325-335)
10. Guglielmini L., Blondeaux P., Vittori G., (2004), A simple model of propulsive oscillating foils, (Ocean Engineering 31, p. 883-899)
11. Sparenberg J.A., (2002), Survey on the mathematical theory of fish locomotion, (Journal of engineering mathematics 44, p. 395-448)
12. Lighthill M.J., (1960), Note on the swimming of slender fish
13. Drucker E.G., Lauder G.V., (2002), Experimental hydrodynamics of fish locomotion : Functional insights from wake visualization, (Integrative and comparative biology 42, p. 243-257)

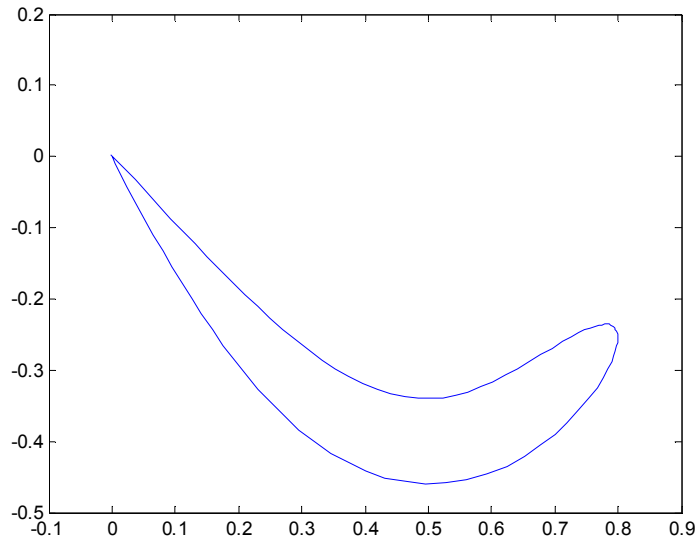
14. Kelly S.D., Xiong H., (2005), Controlled hydrodynamic interactions in schooling aquatic locomotion, (Proceedings of the 44th IEEE conference on decision and control and the European control conference 2005)
15. Triantafyllou M.S., Techet A.H., Hover F.S., (2004), Review of experimental work in biomimetic foils, (IEEE journal of oceanic engineering vol. 29, no. 3, July 2004)
16. Lu X.Y., Yang J.M., Yiu X.Z., (2003), Propulsive performance and vortex shedding of a foil in flapping flight, (Acta mechanica 165, p.189-206)
17. Blake R.W., (2004), Fish functional design and swimming performance, (Journal of fish biology 65, p. 1193-1222)
18. Flores M.D., (2002) Flapping motion of a 3D foil for propulsion and maneuvering of underwater vehicles, (Διπλωματική εργασία M.I.T)
19. Liao J.C., (2007), A review of fish swimming mechanics and behaviour in altered flows, (Philosophical transactions of the royal society-biological sciences 362, p.1973-1993)
20. www.fisheriesmanagement.co.uk/fish_studies.htm
21. www.ux1.eiu.edu

Παράρτημα Α
Μια δεύτερη προσέγγιση

Όπως αναφέρθηκε ήδη από το τρίτο κεφάλαιο, πέρα από το βασικό γεωμετρικό μοντέλο πλεύσης ψαριών που αναπτύχθηκε στην εργασία, έγινε προσπάθεια να δημιουργηθεί και ένα δεύτερο, ξεκινώντας από μια ελαφρώς διαφορετική βασική ιδέα. Μάλιστα, αν το βασικό μοντέλο προσομοιώνει την carangiform κίνηση των ψαριών, το δεύτερο αυτό μοντέλο τείνει περισσότερο προς την anguilliform κίνηση που εκτελούν τα χέλια.

Η βασική ιδέα του δεύτερου γεωμετρικού μοντέλου είναι η εξής : Θεωρείται ότι η βασική κίνηση της υδροτομής (και εδώ χρησιμοποιείται η NACA 0012) είναι μια παραμόρφωση η οποία δεν αναλύεται σε άλλες απλούστερες κινήσεις και η οποία εκτείνεται σε όλο το μήκος της. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι η μέση γραμμή-χορδή της υδροτομής ολισθαίνει πάνω σε μια ημιτονοειδή καμπύλη, με κέντρο της κίνησης την ακμή εκφυγής. Μάλιστα, επειδή όπως και στο βασικό μοντέλο δεν ορίζεται οριζόντια μετατόπιση, θεωρείται ότι αυτή εκτελεί ταλάντωση ως προς τον y άξονα, με τα υπόλοιπα σημεία να ακολουθούν προκειμένου ανά πάσα στιγμή η χορδή να ακουμπά πάνω στη νοητή ημιτονοειδή καμπύλη. Παρακάτω παρατίθενται 2 στιγμιότυπα της κίνησης αυτής.





Εικ. Α.1-Α.2 : Στιγμιότυπα για $t=0$ και $t=T/2$ ($\lambda=2$, $y_0=0.4$)

Όπως είναι ευνόητο, στα παραπάνω στιγμιότυπα υπερτονίζονται λίγο τα χαρακτηριστικά της κίνησης προκειμένου να αυτά να γίνουν πιο εμφανή.

Ως προς τη μαθηματική διατύπωση της κίνησης και κατ' επέκταση τον προσδιορισμό της γεωμετρίας σε κάθε χρονική στιγμή, ακολουθήθηκε ο ακόλουθος αλγόριθμος :

- Την τυχαία χρονική στιγμή t , η θέση της ακμής εκφυγής δίνεται από το σύστημα εξισώσεων :

$$\begin{aligned} x_A &= 0 \\ y_A &= y_0 \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \tag{A.1}$$

- Το παραπάνω σημείο είναι και το πρώτο πάνω στη χορδή. Το δεύτερο σημείο βρίσκεται πάνω στην ημιτονοειδή καμπύλη, σε απόσταση ίση με $\xi_P=c/(N-1)$ στο τοπικό σύστημα της καμπύλης, όπου c η χορδή και N ο αριθμός των σημείων πάνω στη χορδή (το N συνδέεται με τον αριθμό των σημείων πάνω στην υδροτομή N' με τη σχέση:

$$N = \frac{N'-1}{2} + 1 \quad (\text{A.2})$$

- Η απόσταση αυτή δίνεται από το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα :

$$\int_A^P ds = \xi_P = \int_A^P \sqrt{1 + \left(\frac{y_o \cdot \omega}{U}\right)^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\omega}{U} \cdot x\right)} dx \quad (\text{A.3})$$

όπου A, P τα 2 σημεία αντίστοιχα πάνω στη χορδή.
Θεωρείται $U=1$.

- Γενικά η x συντεταγμένη του x_P δίνεται από τη σχέση :

$$x_P = x_A + \Delta x \quad (\text{A.4})$$

Προκειμένου να βρούμε το Δx και άρα το σημείο, ξεκινούμε θέτοντας όπου Δx^1 την κατά x απόσταση που υπολογίστηκε για το προηγούμενο από το υπολογιζόμενο σημείο $\Delta x^{\text{πριν}}$. Όταν ο υπολογισμός γίνεται για το 2^ο σημείο, θεωρούμε ότι :

$$\Delta x^{\text{πριν}} = \Delta \xi \cdot \cos \theta = (\xi_P - \xi_A) \cdot \cos\left(a \tan \frac{dy}{dx} \Big|_{x_A}\right) \quad (\text{A.5})$$

- Με δεδομένο το x_P υπολογίζεται η τιμή του επικαμπύλιου ολοκληρώματος I . Αν $I < \xi_P$, τότε πρέπει $\Delta x^{k+1} > \Delta x^k$ και $|\Delta x^k - \Delta x^{k+1}| = \rho$, όπου ρ μια μικρή τιμή. Αντιθέτως, αν $I > \xi_P$, τότε απαιτείται $\Delta x^{k+1} < \Delta x^k$ με $|\Delta x^k - \Delta x^{k+1}| = \rho$. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή σύγκλιση $|I - \xi_P| = \varepsilon$. Γενικά απαιτείται $\rho < \varepsilon$.
- Η κατά y συντεταγμένη υπολογίζεται από τη σχέση :

$$y_P = y_0 \cdot \sin\left(\omega \cdot \frac{x_P + U \cdot t}{U}\right) \quad (\text{A.6})$$

- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την ακμή προσβολής. Με x_P συμβολίζεται το νέο σημείο και με x_A το παλιό x_P
- Προκειμένου να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των σημείων πάνω στην υδροτομή χρησιμοποιείται το κάθετο διάνυσμα στη μέση γραμμή. Για αυτό ισχύει :

$$\vec{n} = \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) \quad (\text{A.7})$$

όπου f η εξίσωση της καμπύλης :

$$f = f(x, y) = y - \sin x \quad (\text{A.8})$$

Το μοναδιαίο διάνυσμα δίνεται από τη σχέση :

$$\vec{b} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$$

Τότε οι συντεταγμένες δίνονται από τη σχέση :

$$(x, y) = (x_P, y_P) \pm \vec{b} \cdot n_P(\xi_P) \quad (\text{A.9})$$

όπου $n_P(\xi_P)$ το πάχος της υδροτομής.

- Ομοίως υπολογίζεται το σημείο $c/4$
- Μετά των υπολογισμό των χωρικών συντεταγμένων υπολογίζεται η ταχύτητα κάθε σημείου με ένα σχήμα πίσω πεπερασμένων διαφορών.

Ωστόσο, το συγκεκριμένο μοντέλο αντιμετώπισε σοβαρά προβλήματα στη σύζευξη με το οριακό στρώμα γι' αυτό και τελικά εγκαταλήφθηκε. Κάτι τέτοιο φαντάζει σχετικά λογικό, αν κανείς ξανακοιτάξει τα στιγμιότυπα A.1 και A.2. Σε αυτά φαίνεται ξεκάθαρα η μεγάλη παραμόρφωση που εισάγεται στην υδροτομή καθώς και η πολύπλοκη γεωμετρία που εμφανίζεται, η οποία μάλιστα υπολογίζεται αριθμητικά σε κάθε βήμα εκ νέου. Ακόμα, ένα τέτοιο γεωμετρικό μοντέλο δυσκολεύεται να υποστηρίξει ένα υδροδυναμικό μοντέλο απλού ομόρρου, καθώς έτσι κι αλλιώς η υδροδυναμική συμπεριφορά μιας τέτοιας γεωμετρίας είναι πολύ δύσκολο να προβλεφθεί. Φυσικά, πέραν των προβλημάτων που αναπτύχθηκαν, είναι πάντα πιθανή και κάποια αναντιστοιχία μεταξύ γεωμετρικού μοντέλου και κώδικα FOIL2W.

