



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Εφαρμογές στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος σε δίκτυα διανομής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Α. Ιωαννίδης

Επιβλέπων : Χατζηαργυρίου Νικόλαος, Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2021



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Εφαρμογές στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος σε δίκτυα διανομής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Α. Ιωαννίδης

Επιβλέπων : Χατζηαργυρίου Νικόλαος, Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 21^η Οκτωβρίου 2021.

.....
Χατζηαργυρίου Νικόλαος
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Γεωργιλάκης Παύλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Παπαθανασίου Σταύρος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2021

.....
Δημήτριος Ιωαννίδης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δημήτριος Ιωαννίδης, 2021.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο παρελθόν, τα ηλεκτρικά ενεργειακά συστήματα περιλάμβαναν σχεδόν αποκλειστικά θερμικές μονάδες παραγωγής όπως ατμοηλεκτρικούς και πυρηνικούς σταθμούς. Οι μονάδες αυτές παράγουν ενέργεια ως συνάρτηση της λειτουργικής τους κατάστασης και της συνολικής ζήτησης φορτίου. Ο ολοένα αυξανόμενος αριθμός των λεγόμενων στοχαστικών (stochastic) μονάδων παραγωγής που ενσωματώνεται στα ηλεκτρικά δίκτυα συνιστά μία νέα πρόκληση διότι η λειτουργία τους εξαρτάται επιπλέον και από τη διαθεσιμότητα των κύριων πηγών ενέργειας, όπως η ηλιακή ένταση ή το επίπεδο του ανέμου. Ένα ηλεκτρικό δίκτυο που περιλαμβάνει σημαντικό αριθμό στοχαστικών πηγών είναι πιο πολύπλοκο ως προς τον έλεγχο, τη λειτουργία, το σχεδιασμό και τη ρύθμιση του. Αυτό οφείλεται στην περιορισμένη προβλεψιμότητα του επιπέδου παραγωγής των στοχαστικών πηγών, το οποίο καθιστά αναγκαία τη χρήση ευέλικτων συμβατικών μονάδων ώστε να αντισταθμιστεί η αβέβαιη και κυμαινόμενη παραγωγή ισχύος που προέρχεται από εναλλακτικές πηγές ενέργειας.

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η μοντελοποίηση των στοχαστικών πηγών ενέργειας και η μελέτη της επίδρασης τους σε ακτινικά δίκτυα διανομής. Για το σκοπό αυτό αναπτύσσεται η μέθοδος της στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος και υλοποιείται σε περιβάλλον MATLAB με χρήση της βιβλιοθήκης MATPOWER και της επέκτασης YALMIP.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Ακτινικά Δίκτυα Διανομής, Στοχαστική Βέλτιστη Ροή Ισχύος, Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης, Μοντέλο Ροής Γραμμής, Γραμμικοποιημένη Ροή Διανομής, Αβεβαιότητα

ABSTRACT

Electric energy systems in the past included almost solely thermal production facilities such as steam and nuclear power plants. These types of units produce energy as a function of their status condition and power demand. The increasing number of stochastic power sources that are being incorporated in the electric power systems constitutes a new challenge because their functioning also depends on the availability of the primary energy source such as solar intensity or wind level. The control, operation, planning and regulation of an electric grid that includes an important number of power sources are considerably harder than those of a conventional grid. This is the direct result of the limited predictability of the production levels of the stochastic units, which make it necessary to rely on flexible conventional units to compensate for the uncertain, fluctuating power output of these sources.

The purpose of this diploma thesis is the modeling of stochastic power sources and the study of their effect in radial distribution systems. To this end, the method of stochastic power flow is formulated and implemented on the MATLAB environment with the help of the MATPOWER library and the YALMIP toolbox.

KEY WORDS

Radial Distribution Grids, Stochastic Optimal Power Flow, Minimization Problem, Branch Flow Model, Linearized Distribution Flow, Uncertainty

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Νικόλαο Χατζηαργυρίου, καθηγητή της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ για την ανάθεση του συγκεκριμένου θέματος, καθώς και τον Νικόλαο Σαββόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ για την άριστη συνεργασία μας. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την συμπαράσταση τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Συντομογραφίες

ΑΠΕ	Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας
ΣΗΕ	Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας
ΑΔΜΗΕ	Ανεξάρτητος Διαχειριστής Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας
ΔΕΔΔΗΕ	Διαχειριστής Ελληνικού Δικτύου Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας
ΡΑΕ	Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας
ΥΤ	Υψηλές Τάσεις
ΥΥΤ	Υπερυψηλές Τάσεις
ΕΥΤ	Εξαιρετικά Υψηλές Τάσεις
ACSR	Aluminum Conductor Steel Reinforced
ΜΔΠ	Μονάδες Διεσπαρμένης Παραγωγής
OPF	Optimal Power Flow
DCOPF	Direct Current Optimal Power Flow
ACOPF	Alternating Current Optimal Power Flow
BFM	Branch Flow Model
BIM	Branch Injection Model
SOPF	Stochastic Optimal Power Flow
SAA	Sample Average Approximation
LinDistFlow	Linearized Distribution Flow
StochLinDistFlow	Stochastic Linearized Distribution Flow

Πίνακας περιεχομένων

Συντομογραφίες.....	1
Πίνακας εικόνων.....	3
Ευρετήριο πινάκων.....	4
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	6
1.1. Αντικείμενο της εργασίας.....	6
1.2. Δομή της εργασίας.....	7
Κεφάλαιο 2: Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	8
2.1. Εισαγωγή.....	8
2.2. Δομή του συστήματος.....	9
2.2.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	9
2.2.2. Μεταφορά Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	10
2.2.3. Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	11
2.2.3.1. Ενεργά Δίκτυα Διανομής.....	12
Κεφάλαιο 3: Βέλτιστη Λειτουργία ΣΗΕ.....	15
3.1. Εισαγωγή.....	15
3.2. Οικονομική Κατανομή.....	16
3.3. DC Βέλτιστη Ροή Ισχύος.....	18
3.4. AC Βέλτιστη Ροή Ισχύος.....	21
3.5. Το Μοντέλο Ροής Γραμμής.....	25
Κεφάλαιο 4: Στοχαστική Βέλτιστη Ροή Ισχύος σε Ακτινικά Δίκτυα Διανομής.....	31
4.1. Εισαγωγή.....	31
4.2. Προσέγγιση Δειγματικού Μέσου.....	32
4.3. Περιορισμοί Τυχειότητας.....	33
4.4. Διαμόρφωση Του Προβλήματος Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος.....	35
Κεφάλαιο 5: Εφαρμογές.....	37
5.1. Περιγραφή Και Δεδομένα Των Δικτύων.....	37
5.1.1. Δίκτυο τεσσάρων ζυγών.....	37
5.1.2. Δίκτυο δώδεκα ζυγών.....	38
5.2. Εκτέλεση Προσομοιώσεων Για Το Δίκτυο Τεσσάρων Ζυγών.....	40
5.2.1. Εφαρμογή της μεθόδου Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών.....	41
5.2.2. Εφαρμογή της μεθόδου Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών.....	43
5.3. Εκτέλεση Προσομοιώσεων Για Το Δίκτυο Δώδεκα Ζυγών.....	44
5.3.1. Εφαρμογή της μεθόδου Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο δώδεκα ζυγών. .	45
5.3.2. Εφαρμογή της μεθόδου Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο δώδεκα ζυγών.....	46
5.4. Σύγκριση Των Αποτελεσμάτων.....	48
Κεφάλαιο 6: Επίλογος.....	51
Παράρτημα.....	52
Αναφορές.....	55

Πίνακας εικόνων

Σχήμα 1: Παρελθόν και μέλλον των ΣΗΕ.....	13
Σχήμα 2: Ροή ισχύος σε μία γραμμή (DC Power Flow).....	18
Σχήμα 3: Δίκτυο τριών ζυγών.....	20
Σχήμα 4: π-μοντέλο γραμμής μεταφοράς.....	22
Σχήμα 5: Γράφος ακτινικού δικτύου διανομής.....	26
Σχήμα 6: Γραμμή n τροφοδοτεί ζυγό n από τον γονεϊκό ζυγό pn.....	27
Σχήμα 7: Ακτινικό δίκτυο διανομής τεσσάρων ζυγών case4_dist.....	37
Σχήμα 8: Ακτινικό δίκτυο διανομής δώδεκα ζυγών case12da.....	39
Σχήμα 9: Εφικτό σύνολο δικτύου τεσσάρων ζυγών case4_dist.....	43
Σχήμα 10: Εφικτό σύνολο δικτύου δώδεκα ζυγών case12da.....	47
Σχήμα 11: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο τεσσάρων ζυγών.....	48
Σχήμα 12: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο τεσσάρων ζυγών.....	49
Σχήμα 13: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο δώδεκα ζυγών.....	50
Σχήμα 14: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο δώδεκα ζυγών.....	50

Ευρετήριο πινάκων

Πίνακας 1: Στοιχεία δικτύου τεσσάρων ζυγών case4_dist.....	38
Πίνακας 2: Στοιχεία δικτύου δώδεκα ζυγών case12da.....	39
Πίνακας 3: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου LinDistFlow για γεννήτριες με ίσα κόστη και ίση ικανότητα παραγωγής.....	41
Πίνακας 4: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου LinDistFlow για κόστος και ικανότητα παραγωγής της γεννήτριας 2 σημαντικά μικρότερα σε σχέση με την γεννήτρια 1.....	42
Πίνακας 5: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου StochLinDistFlow για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών case4_dist.....	44
Πίνακας 6: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου LinDistFlow για το δίκτυο δώδεκα ζυγών case12da.....	45
Πίνακας 7: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου StochLinDistFlow για το δίκτυο δώδεκα ζυγών case12da.....	47

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Οι στοχαστικές ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ) είναι πολύ σημαντικές για πολλούς λόγους όπως η κλιματική αλλαγή, η εξάντληση των ορυκτών καυσίμων και γενικώς τη δημιουργία ενός ενεργειακά βιώσιμου πλανήτη. Η διείσδυση των ΑΠΕ στα ηλεκτρικά ενεργειακά συστήματα αυξάνεται προοδευτικά και εν τέλει θα τα καταστήσει πλήρως ανανεώσιμα.

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες υπάρχει έντονη συζήτηση περί του φαινομένου της κλιματικής αλλαγής και των πρακτικών αντιμετώπισής του. Παρότι είναι δύσκολο να προβλεφθεί επακριβώς το αντίκτυπο των συνεπειών ενός τέτοιου φαινομένου, φαίνεται να υπάρχει η ομοφωνία στο εξής: αν επιθυμούμε την αποτροπή της ανεπανόρθωτης ζημιάς που μπορεί να προκαλέσει μία κλιματική αλλαγή, πρέπει να μειωθούν οι εκπομπές ρύπων στο άμεσο μέλλον. Επιπλέον, υπάρχει έντονη ανησυχία για την επικείμενη εξάντληση των ορυκτών καυσίμων και τη σχετική ενεργειακή κρίση που θα επακολουθήσει.

Για τους παραπάνω λόγους, η λεγόμενη “πράσινη ενέργεια” καταλαμβάνει εξέχοντα ρόλο στις βλέψεις των περισσότερων κυβερνήσεων του κόσμου τα τελευταία χρόνια. Διεθνείς συμφωνίες που σκοπεύουν να μειώσουν τις εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα καθώς και μέτρα που εφαρμόζονται από τα κράτη για την βελτίωση του περιβαλλοντικού αποτυπώματος ανοίγουν το δρόμο προς την κατεύθυνση των ΑΠΕ. Συγκεκριμένα, η τεχνολογία των ανεμογεννητριών και των αιολικών πάρκων ηγούνται αυτής της αλλαγής λόγω των ευνοϊκών κινήτρων που δόθηκαν στα αρχικά στάδια της υλοποίησής τους. Υπό αυτές τις υποστηρικτικές πολιτικές, οι ιδιοκτήτες ΑΠΕ μπορούν να συνεισφέρουν στη παραγωγή ενέργειας δίχως τα ελαττώματα και τους κινδύνους που υποδηλώνει η συμμετοχή τους στην αγορά ενέργειας.[1]

Παράλληλα με τη μαζική τους διείσδυση στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, το ανά μονάδα κόστος παραγωγής τους συνεχώς μειώνεται και γίνεται αρκετά ανταγωνιστικό για φωτοβολταϊκές και αιολικές εγκαταστάσεις. Ως αποτέλεσμα, οι ΑΠΕ ανταγωνίζονται ευθέως τις συμβατικές πηγές ενέργειας παρόλο που είναι θεμελιωδώς διαφορετικές και τα δίκτυα διανομής αποκτούν πλέον τη δυνατότητα να συνεισφέρουν στη συνολική παραγωγή χωρίς να είναι απλά παθητικοί καταναλωτές.

1.1. Αντικείμενο της εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση των στοχαστικών πηγών ενέργειας, η ενσωμάτωση του μοντέλου αυτού σε δεδομένα δίκτυα διανομής και η εκτέλεση της μεθόδου της βέλτιστης στοχαστικής ροής ισχύος με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων για την

ορθή και οικονομική λειτουργία του δικτύου. Δεδομένης της ιδιαίτερης φύσης των συγκεκριμένων πηγών, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάγκη ικανοποίησης του συνολικού φορτίου δίνοντας προτεραιότητα στην κάλυψη του από τις στοχαστικές πηγές, εφόσον είναι πιο οικονομικές. Για τη μοντελοποίηση και επίλυση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το περιβάλλον MATLAB, η βιβλιοθήκη MATPOWER [2] για την άντληση δεδομένων και η επέκταση YALMIP [3] για την εκτέλεση των αλγορίθμων της βέλτιστης ροής ισχύος.

1.2. Δομή της εργασίας

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται μια γενική εισαγωγή στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας και των επιμέρους συστημάτων από τα οποία αποτελούνται. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στα δίκτυα διανομής που θα μας απασχολήσουν σε αυτή την εργασία καθώς και στη μετατροπή των φορτίων τους από παθητικά σε ενεργητικά.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η θεωρία της βέλτιστης ροής ισχύος και η διαμόρφωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης. Συγκεκριμένα, αναπτύσσονται τα μοντέλα της οικονομικής κατανομής, της DCOPF, της ACOPF και συγκρίνονται μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια και την ευκολία υλοποίησης. Επιπλέον, αναπτύσσεται το μοντέλο της LinDistFlow για δίκτυα διανομής το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στην εργασία.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η θεωρία της στοχαστικής βελτιστοποίησης που αφορά στους εκτιμητές SAA και στα chance constraints. Ύστερα διαμορφώνεται το πρόβλημα στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος με βάση το μοντέλο ροής γραμμής, StochLinDistFlow.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται εφαρμογές των μεθόδων LinDistFlow και StochLinDistFlow σε δύο ακτινικά δίκτυα διανομής αντλημένα από τη βιβλιοθήκη MATPOWER. Τα σχετικά αποτελέσματα συγκεντρώνονται σε πίνακες με σκοπό τη σύγκριση των δύο μεθόδων και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Στο κεφάλαιο 6 συνοψίζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εργασία και προτείνονται πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις.

Κεφάλαιο 2: Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

2.1. Εισαγωγή

Ως Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ) ορίζεται το σύνολο των εγκαταστάσεων και των μέσων που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε εξυπηρετούμενες περιοχές κατανάλωσης. Οι βασικές προϋποθέσεις καλής λειτουργίας ενός ΣΗΕ είναι η παροχή ηλεκτρικής ενέργειας οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση με το ελάχιστο δυνατό κόστος, η εξασφάλιση σταθερής συχνότητας και τάσης, καθώς και η υψηλή αξιοπιστία τροφοδότησης.[4]

Η τροφοδότηση των καταναλωτών με ηλεκτρική ενέργεια επιτυγχάνεται με τρεις ξεχωριστές λειτουργίες, οι οποίες είναι η παραγωγή, η μεταφορά και η διανομή. Λόγω της δυσκολίας αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας, υπάρχει η ανάγκη να παράγεται ακριβώς τη στιγμή που καταναλώνεται.

Η παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται στους σταθμούς παραγωγής (power plants). Οι εγκαταστάσεις αυτές εκμεταλλεύονται τη θερμική ενέργεια των ορυκτών καυσίμων (άνθρακα, πετρέλαιο, φυσικό αέριο) και την μηχανική ενέργεια των υδατοπτώσεων για να επιτελέσουν τη λειτουργία τους. Επιπλέον, οι ανανεώσιμες μορφές ενέργειας, όπως η αιολική και η ηλιακή, ενσωματώνονται ολοένα και περισσότερο στα σύγχρονα ΣΗΕ. Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις και ποσότητες κατορθώνεται μέσω των γραμμών υψηλής και υπερυψηλής τάσης, οι οποίες μεταφέρουν την ηλεκτρική ενέργεια από τους σταθμούς παραγωγής σε κεντρικά σημεία του δικτύου, τους υποσταθμούς μέσης τάσης. Στο σημείο αυτό ξεκινούν τα δίκτυα διανομής τα οποία διανέμουν την ηλεκτρική ενέργεια στους καταναλωτές διαμέσου των υποσταθμών διανομής και των γραμμών χαμηλής τάσης.

Παρότι το μέγεθος των ΣΗΕ ποικίλει, υπάρχουν μεταξύ τους κοινά χαρακτηριστικά. Τα συστήματα που χρησιμοποιούνται είναι στην πλειοψηφία τους τριφασικά εναλλασσόμενου ρεύματος συχνότητας 50 ή 60 Hz. Σε ειδικές περιπτώσεις χρησιμοποιείται το συνεχές ρεύμα αν η χρήση του επιφέρει χαμηλότερο κόστος λειτουργίας, όπως για παράδειγμα στις υποθαλάσσιες εγκαταστάσεις. Οι γραμμές μεταφοράς και οι γραμμές διανομής μέσης τάσης έχουν τρεις αγωγούς φάσεων, ενώ οι γραμμές διανομής χαμηλής τάσης διαθέτουν επιπλέον και έναν ουδέτερο αγωγό λόγω της ασυμμετρίας του παρουσιάζει το φορτίο. Τα τριφασικά συστήματα ρευμάτων και τάσεων πρέπει να είναι συμμετρικά, με ίσα τα μεγέθη των τριών φάσεων και γωνιακές αποκλίσεις 120° μεταξύ τους. Στα τριφασικά συστήματα η ροή της ενέργειας είναι συνεχής και καθιστά τη λειτουργία τους πολύ πιο ομαλή και αποδοτική, παρά αν η ροή ήταν παλλόμενη, όπως

συμβαίνει στα μονοφασικά συστήματα. Οι πελάτες που εξυπηρετούνται από τα δίκτυα υψηλής και μέσης τάσης είναι στην πλειοψηφία τους βιομηχανικοί καταναλωτές (τριφασικές παροχές), ενώ στα δίκτυα χαμηλής τάσης συνδέονται πελάτες οικιακής χρήσης και εμπορικής χρήσης (μονοφασικές παροχές).

Στα τέλη του 20ού αιώνα, τα περισσότερα κράτη με ανεπτυγμένη οικονομία άλλαξαν τη μορφή και την οργάνωση των επιχειρήσεων ηλεκτρικής ενέργειας. Η λεγόμενη απελευθέρωση της ηλεκτρικής ενέργειας επέφερε την μετατροπή των συγκεκριμένων επιχειρήσεων από επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας σε επιχειρήσεις που λειτουργούν ανταγωνιστικά στα πλαίσια της ελεύθερης αγοράς. Τη χονδρική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας διαχειρίζεται ο Διαχειριστής Αγοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας, ο οποίος στην Ελλάδα είναι το Ελληνικό Χρηματιστήριο Ενέργειας Α.Ε. Οι προμηθευτές ηλεκτρικής ενέργειας, που είναι ανεξάρτητες επιχειρήσεις, αγοράζουν και στη συνέχεια μεταπωλούν την ηλεκτρική ενέργεια στους καταναλωτές. Ο Ανεξάρτητος Διαχειριστής Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΑΔΜΗΕ) διαχειρίζεται τα δίκτυα μεταφοράς, ενώ ο Διαχειριστής Ελληνικού Δικτύου Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΔΕΔΔΗΕ) τα δίκτυα διανομής. Η σωστή λειτουργία της αγοράς εποπτεύεται από ανεξάρτητη ρυθμιστική αρχή (στην Ελλάδα η Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας – ΡΑΕ).[4]

2.2. Δομή του συστήματος

2.2.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας

Με τον όρο παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε τη διαδικασία που απαιτείται για τη μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας σε ηλεκτρική. Κατά κύριο λόγο, αυτή η μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε μηχανική και ύστερα σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Το σύνολο των σταθμών παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας περιλαμβάνει: τους *θερμοηλεκτρικούς* σταθμούς (καύση ορυκτών καυσίμων), τους *υδροηλεκτρικούς* σταθμούς (εκμετάλλευση της ροής ή πτώσης των υδάτων), τους *πυρηνικούς* σταθμούς (πυρηνική σχάση) και τις *ανανεώσιμες πηγές ενέργειας* (αιολικά πάρκα, φωτοβολταϊκές εγκαταστάσεις, θαλάσσια κύματα, γεωθερμία, βιομάζα).[4]

Οι θερμοηλεκτρικοί σταθμοί περιλαμβάνουν τις εγκαταστάσεις εκείνες που χρησιμοποιούν αμοστροβίλους, αεριοστροβίλους και εμβολοφόρες ντιζελογεννήτριες. Οι αμοηλεκτρικοί σταθμοί χρησιμοποιούν τον ατμό ως μέσο για τη παραγωγή μηχανικής ενέργειας η οποία στη συνέχεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική μέσω της γεννήτριας. Στους πυρηνικούς σταθμούς ο λέβητας αντικαθίσταται με πυρηνικό αντιδραστήρα. Οι

αεριοστροβιλικοί σταθμοί καθώς και οι ντιζελοηλεκτρικοί χρησιμοποιούν τον αέρα ως μέσο για την παραγωγή μηχανικής ενέργειας και η λειτουργία τους βασίζεται στις αρχές των μηχανών εσωτερικής καύσης. Επιπλέον, στους σταθμούς συνδυασμένου κύκλου τα καυσαέρια του αεριοστροβίλου χρησιμοποιούνται για τη θέρμανση του ατμού που εισέρχεται στον ατμοστρόβιλο.

Οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί εκμεταλλεύονται την κινητική και δυναμική ενέργεια του νερού όπου μέσω υδροστροβίλων μετατρέπεται σε ηλεκτρική. Διακρίνονται σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς φυσικής και ρυθμιζόμενης ροής, όπου είναι απαραίτητη η λειτουργία τεχνητών λιμνών. Στους αντλητικούς σταθμούς παραγωγής υπάρχει η δυνατότητα λειτουργίας των υδροστροβίλων ως αντλίες και των γεννητριών ως κινητήρες με σκοπό την αποταμίευση νερού σε περιόδους χαμηλού φορτίου το οποίο θα χρησιμοποιηθεί σε ώρες αιχμής.[4] [5]

Τα αιολικά πάρκα αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών που συνδέονται στον ίδιο ζυγό του συστήματος. Οι εγκαταστάσεις γίνονται σε περιοχές με υψηλό αιολικό δυναμικό, το οποίο εκμεταλλεύονται οι ανεμοκινητήρες για να παράξουν μηχανική ενέργεια όπου τελικά μετατρέπεται σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Οι δύο μεγάλες κατηγορίες ανεμογεννητριών είναι εκείνες του κατακόρυφου και οριζόντιου άξονα ανάλογα με τη θέση του άξονα περιστροφής του ανεμοκινητήρα και της γεννήτριας ως προς το πεδίο ροής του ανέμου.

Οι φωτοβολταϊκοί σταθμοί αποτελούνται από συστοιχίες ηλιακών κυψελών (Solar Cells) και ηλεκτροδοτούν συνήθως απομονωμένες καταναλώσεις, αλλά και το υπόλοιπο δίκτυο. Αρχή λειτουργίας τους είναι το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, δηλαδή το φαινόμενο της απελευθέρωσης ηλεκτρονίων ύστερα από την πρόσπτωση του φωτός επάνω σε ένα σώμα. Η τεχνολογική εξέλιξη των υλικών καθιστά δυνατή τη μείωση του κόστους κατασκευής τους, την αύξηση της διάρκειας ζωής τους και τη βελτίωση του βαθμού απόδοσης μετατροπής ηλιακής σε ηλεκτρική ενέργεια.[4] [5]

2.2.2. Μεταφορά Ηλεκτρικής Ενέργειας

Στο σύστημα μεταφοράς ανήκουν τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, οι υποσταθμοί ζεύξης των δικτύων αυτών και οι υποσταθμοί μετασχηματισμού μεταξύ των διάφορων επιπέδων τάσεων που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Το σύστημα μεταφοράς μεταφέρει την ηλεκτρική ενέργεια από τους σταθμούς παραγωγής στις περιοχές κατανάλωσης υπό κάποιες απαιτήσεις αξιοπιστίας. Η μορφή της τάσης πρέπει να είναι ημιτονοειδής με σταθερή συχνότητα και σχετικά σταθερό μέτρο, ενώ οι τάσεις των τριών φάσεων πρέπει να είναι συμμετρικές. Η αποδοτικότητα του δικτύου πρέπει να είναι υψηλή με σκοπό την

ελαχιστοποίηση του ετήσιου κόστους μεταφοράς. Οι προκαλούμενες ηλεκτρικές ή μαγνητικές παρεμβολές σε άλλες εγκαταστάσεις (πχ. τηλεφωνικές) πρέπει να βρίσκονται εντός αποδεκτών ορίων.[4]

Η ανάγκη ελαχιστοποίησης των ηλεκτρικών απωλειών κατά το μήκος των γραμμών επιβάλλει τη χρήση υψηλών τάσεων. Διάφορα επίπεδα τάσεων χρησιμοποιούνται ανάλογα με την απόσταση και την ποσότητα ισχύος προς μεταφορά. *Υψηλές τάσεις* (YT) χαρακτηρίζονται εκείνες που δεν υπερβαίνουν τα 220 kV, ενώ *υπερυψηλές τάσεις* (YYT) εκείνες που κυμαίνονται μεταξύ 275 μέχρι και 500 kV. Τάσεις άνω των 500 kV λέγονται εξαιρετικά υψηλές τάσεις (EYT). Η διάταξη των δικτύων μεταφοράς είναι κατά κανόνα βροχοειδής και η μορφή τους μπορεί να είναι κυκλική ή διαμήκης ανάλογα με τη σχετική θέση των σταθμών παραγωγής ως προς τα κέντρα κατανάλωσης.

Οι γραμμές μεταφορές συντίθενται κυρίως από χαλκό και αλουμίνιο. Ένας σύνθετος αγωγός τύπου ACSR (Aluminum Conductor Steel Reinforced – αγωγός αλουμινίου ενισχυμένος από ατσάλι) αποτελείται από κλώνους αλουμινίου, τοποθετημένους γύρω από ένα χαλύβδινο κεντρικό πυρήνα, ο οποίος παρέχει μηχανική αντοχή στον αγωγό. Απαιτείται να διαθέτουν υψηλή ηλεκτρική αγωγιμότητα και μηχανική αντοχή, μικρό ειδικό βάρος, χαμηλή οξειδωση στον αέρα, εύκολη συνδεσιμότητα. Η διατομή ενός αγωγού καθορίζεται από το ρεύμα που τον διαρρέει, εφόσον η ωμική αντίσταση του είναι αντιστρόφως ανάλογη της διατομής του αγωγού. Ορίζεται επιπλέον το θερμικό όριο ή η ικανότητα μεταφοράς ρεύματος του αγωγού ως το μέγιστο επιτρεπτό όριο φόρτισής του.

Η ισχύς που μπορεί να μεταφέρει μία γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της τάσης, επομένως επιδιώκεται η μεταφορά υπό τη μέγιστη δυνατή τάση. Όμως, δεν είναι δυνατή η επ'αόριστον αύξηση της τάσης λόγω του αυξημένου κόστους του εξοπλισμού που καθιστά αντικοινωνική τη μεταφορά ισχύος υπό την εν λόγω τάση. Αυτό συμβαίνει διότι η εφαρμογή μεγάλης τάσης προκαλεί αυξημένες διηλεκτρικές απώλειες στον περιβάλλοντα χώρο, ο οποίος ιονίζεται από τις υψηλές πεδιακές εντάσεις των αγωγών με αποτέλεσμα το πρόσθετο κόστος συντήρησης του ηλεκτρολογικού εξοπλισμού.[4]

2.2.3. Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας

Η διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας ορίζεται ως το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω των οποίων αυτή φτάνει στους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσης, οι οποίοι τις συνδέουν με το σύστημα μεταφοράς. Γενικά, το σύστημα διανομής καλύπτει

όλη τη δραστηριότητα της διανομής και χρήσης της ηλεκτρικής ενέργειας, δηλαδή περιέχει τα δίκτυα διανομής και τις εσωτερικές ηλεκτρικές εγκαταστάσεις.[4]

Η συνεχής τεχνολογική αύξηση των υλικών έχει επιτρέψει την χρήση όλο και μεγαλύτερων τάσεων στη διανομή (όπως και στη μεταφορά), με αποτέλεσμα δίκτυα που παλιότερα έπαιζαν το ρόλο της μεταφοράς να χαρακτηρίζονται ως δίκτυα υπομεταφοράς και να αποτελούν μέρος της διανομής. Κάποια κύρια χαρακτηριστικά των δικτύων διανομής είναι ότι η αξία των εγκαταστάσεων τους αποτελεί περίπου το 30% του συνόλου των εγκαταστάσεων, ενώ ακόμη μεγαλύτερη είναι η ποσοστιαία συμμετοχή στις δαπάνες εκμετάλλευσης. Επιπλέον, το πλήθος των στοιχείων που περιέχονται στα δίκτυα διανομής είναι σχετικά μεγάλο και οι απώλειες ενέργειας είναι περίπου διπλάσιες σε σχέση με το επίπεδο της μεταφοράς δεδομένης της χαμηλότερης τάσης και της έντονης επαγωγικής συμπεριφοράς των φορτίων.

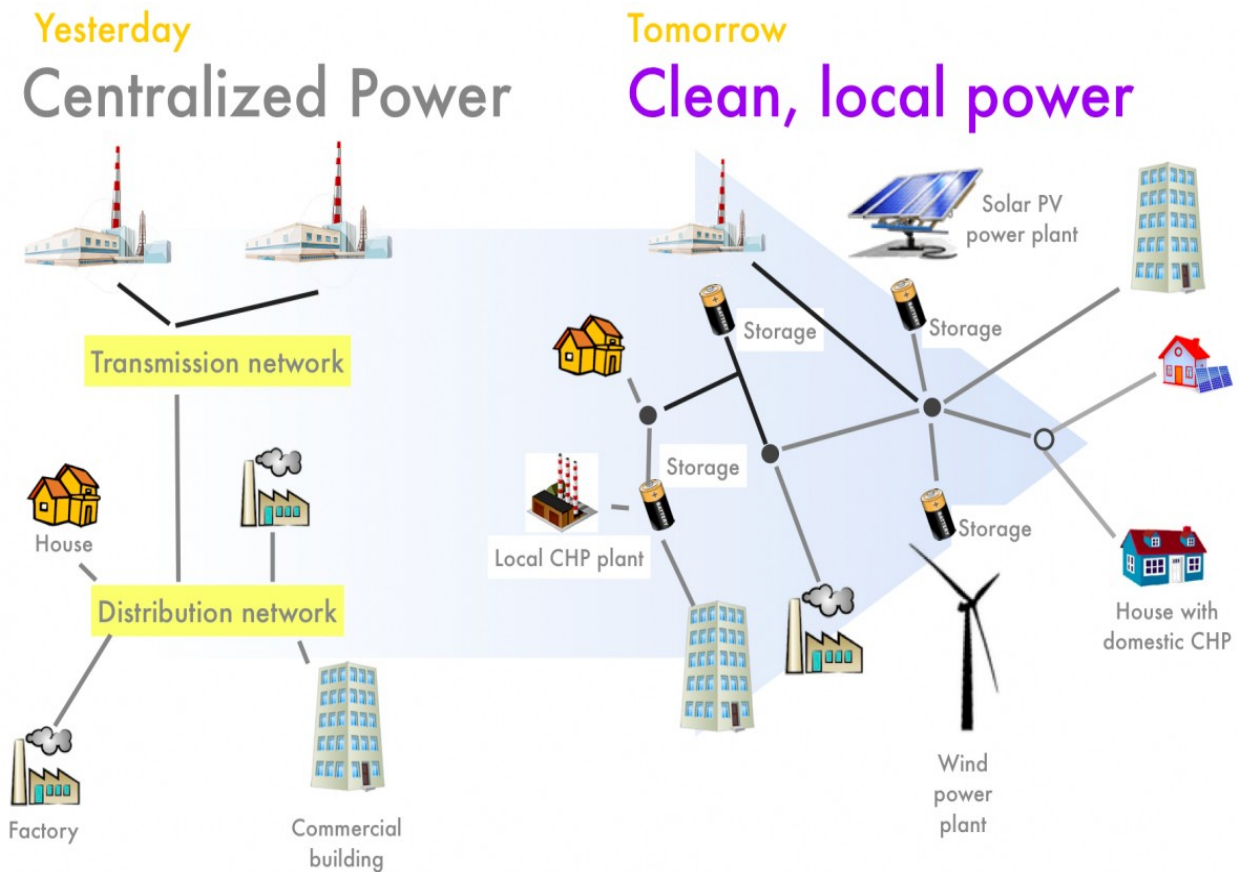
Τα δίκτυα διανομής διακρίνονται σε δίκτυα υψηλής τάσης (60 – 150 kV), δίκτυα μέσης τάσης (1 – 60 kV) και δίκτυα χαμηλής τάσης (100 – 1000 V). Οι αναφερόμενες τάσεις είναι πολικές τριφασικού συστήματος. Ανάλογα με την κατασκευή τους μπορεί να είναι εναέρια ή υπόγεια με τα πρώτα να είναι πιο οικονομικά και η αποκατάσταση βλαβών να είναι ταχύτερη. Η μορφή τους είναι κατά κανόνα ακτινική.

Οι χρησιμοποιούμενοι στύλοι είναι συνήθως ξύλινοι ή τσιμεντένιοι και, πιο σπάνια, μεταλλικοί. Οι αγωγοί είναι συνήθως από αλουμίνιο, απλό στα δίκτυα χαμηλής τάσης ή ενισχυμένο με χάλυβα στα δίκτυα μέσης και υψηλής τάσης ή κράματα αλουμινίου. Στις πυκνοκατοικημένες περιοχές των πόλεων, τα δίκτυα διανομής κατασκευάζονται συνήθως υπόγεια λόγω του περιορισμένου χώρου που καθιστά δύσκολη την τήρηση των αποστάσεων ασφαλείας. Η εγκατάσταση των υπογείων γραμμών γίνεται κατά κανόνα κάτω από πεζοδρόμια, μέσα σε κατάλληλα διαμορφωμένα χαντάκια, ώστε να προστατεύονται από μηχανικές καταπονήσεις. Συχνά, ιδίως στα προάστια των πόλεων, τα δίκτυα μέσης και χαμηλής τάσης κατασκευάζονται μεικτά, δηλαδή μερικώς υπόγεια και μερικώς εναέρια. Οι υποσταθμοί υποβιβασμού της μέσης σε χαμηλή τάση των υπόγειων δικτύων κατασκευάζονται συνήθως στα υπόγεια πολυκατοικιών ή κάτω από τα πεζοδρόμια ή τις πλατείες, ενώ οι υποσταθμοί υποβιβασμού της υψηλής σε μέση τάση κατασκευάζονται εντός ειδικά διαμορφωμένων κτιρίων.

2.2.3.1. Ενεργά Δίκτυα Διανομής

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα λεγόμενα *ενεργά δίκτυα* διανομής. Με τον συγκεκριμένο όρο εννοούμε τα ευέλικτα δίκτυα που παύουν να αποτελούν παθητικούς καταναλωτές ηλεκτρικής ισχύος και μπορούν να υποστηρίξουν την ομαλή λειτουργία του δικτύου με το να παράσχουν ενεργό και άεργο ισχύ. Ως αποτέλεσμα, μπορούν να αποφευχθούν

η παραβίαση των ορίων της τάσης και η συμφόρηση με την υλοποίηση συστημάτων για τον έλεγχο διεσπαρμένων μονάδων παραγωγής (ΜΔΠ) και φορτίων.[6]



Σχήμα 1: Παρελθόν και μέλλον των ΣΗΕ

Τα ενεργειακά συστήματα βασίζονται αυστηρά σε μια διαρκή εξισορρόπηση μεταξύ της παραγωγής και της ζήτησης. Για ποικίλους λόγους, η ζήτηση είναι ασταθής και επομένως η παραγωγή πρέπει να είναι αρκετά ευέλικτη για να την ικανοποιήσει. Η ευελιξία της εναρμόνισης μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης παρέχεται είτε από κάποιο κεντρικό σταθμό είτε από μηχανισμούς της αγοράς. Για να ενσωματωθούν οι ΜΔΠ στο σύστημα σε μεγάλη κλίμακα πρέπει με να εγγυηθεί η προσαρμοστικότητα του δικτύου σε ανισορροπίες παρά την απόσυρση μεγάλων σταθμών παραγωγής. Οι προκλήσεις που εγείρονται είναι ότι από τη μία πλευρά, η ενσωμάτωση της αποκεντρωμένης παραγωγής, εξαρτώμενης από καιρικές συνθήκες, στο δίκτυο οδηγεί σε υψηλότερες αβεβαιότητες στη διαδικασία παραγωγής που οφείλεται στα λάθη πρόβλεψης. Από την άλλη πλευρά, υπάρχει αύξηση των φορτίων που συνδέονται στο δίκτυο των οποίων η συμπεριφορά στηρίζεται σε εξωτερικούς παράγοντες (πχ ηλεκτρικά

αυτοκίνητα). Επιπλέον, λόγω της τοποθεσίας εγκατάστασης των ΜΔΠ, αυξάνεται η απόσταση μεταξύ της παραγωγής και των φορτίων με αποτέλεσμα να μεταφέρεται μεγάλη ποσότητα ισχύος σε μεγάλες αποστάσεις.

Για να παραμείνουν τα δίκτυα μεταφοράς και διανομής εντός των λειτουργικών τους ορίων, η λειτουργία των ΜΔΠ, αποθήκευσης και φορτίων πρέπει να είναι ευέλικτη. Πιο συγκεκριμένα, εννοούμε την δυνατότητα μίας ή περισσότερων μονάδων παραγωγής ή φορτίων να αλλάζουν τη συμπεριφορά τους ανάλογα με τις ανάγκες του δικτύου. Η ποσότητα της προσφερόμενης ενεργού ή αέργου ισχύος, ο χρόνος απόκρισης, ο ρυθμός της αλλαγής αλλά και η διαθέσιμη ενέργεια εξαρτάται από τις φυσικές δυνατότητες της εκάστοτε τεχνολογίας. Επομένως, τα ενεργά δίκτυα διανομής μπορούν να έχουν συστήματα σε θέση για να ελέγξουν μια σειρά από ΜΔΠ, φορτία και μονάδες αποθήκευσης με σκοπό την υποστήριξη του συστήματος. Η διαθεσιμότητα της ευελιξίας αυτής καθώς και η προκύπτουσα κατάσταση του συστήματος πρέπει να μπορούν να προβλεφθούν αξιόπιστα.

[6]

Κεφάλαιο 3: Βέλτιστη Λειτουργία ΣΗΕ

3.1. Εισαγωγή

Οι μελέτες ροής ισχύος είναι πολύ σημαντικές για τον καθορισμό της καλύτερης λειτουργίας ενός ΣΗΕ αλλά και για τη μελέτη της μελλοντικής επέκτασης του. Οι κύριες πληροφορίες που αποκτούνται από μία μελέτη ροής ισχύος είναι το πλάτος και η φασική γωνία των τάσεων κάθε ζυγού και η ενεργός και άεργος ισχύς που ρέει σε κάθε γραμμή του δικτύου. Αυτές είναι οι τέσσερις βασικές μεταβλητές βάσει των οποίων διαμορφώνονται και επιλύονται οι διάφορες μέθοδοι (Gauss – Seidel, Newton – Raphson). Το πρόβλημα συνίσταται από ένα σύνολο μη γραμμικών εξισώσεων με πλήθος ανάλογο του μεγέθους του δικτύου και επομένως καθίσταται απαραίτητη η χρήση των υπολογιστών. Γενικά, τα μεγέθη που είναι ή υποτίθενται γνωστά (δύο από τις τέσσερις παραπάνω μεταβλητές) χαρακτηρίζουν και κατηγοριοποιούν τους ζυγούς αντιστοίχως (ζυγοί ταλάντωσης, παραγωγής, φορτίου) και από την επίλυση του προβλήματος προκύπτουν τα υπόλοιπα άγνωστα μεγέθη.[7]

Ο όρος *βέλτιστη ροή ισχύος* (Optimal Power Flow – OPF) περιγράφει την επίλυση του παραπάνω προβλήματος με σκοπό την εξεύρεση λύσεων που ελαχιστοποιούν ένα αντικειμενικό κριτήριο (Objective Function) δεδομένου ότι ικανοποιούνται οι περιορισμοί του δικτύου. Συνήθως, ως κριτήριο ελαχιστοποίησης επιλέγεται το κόστος παραγωγής ισχύος των μονάδων αλλά σε άλλες περιπτώσεις απαιτείται η ελαχιστοποίηση των απωλειών ή βέλτιστη ρύθμιση των τάσεων. Οι περιορισμοί του δικτύου γενικά περιλαμβάνουν την ικανότητα παραγωγής ισχύος των γεννητριών, το θερμικό όριο των γραμμών μεταφοράς, την ικανοποίηση της ζήτησης του φορτίου, την αποφυγή υπερτάσεων αλλά και όποια άλλη πληροφορία είναι απαραίτητη για την ορθή μοντελοποίηση του προβλήματος.

Η βέλτιστη ροή ισχύος είναι κρίσιμη για τον καθορισμό του βαθμού ασφάλειας του δικτύου. Η στατική ανάλυση ασφάλειας, γνωστή και ως ανάλυση διαταραχών, αποτελείται από πολλές μελέτες στις οποίες καθορίζεται η κατάσταση του συστήματος ύστερα από την πάυση λειτουργίας κάποιου στοιχείου του. Συνήθεις διαταραχές που πλήττουν το σύστημα είναι η απώλεια οποιουδήποτε στοιχείου του δικτύου (γεννήτριας, γραμμής μεταφοράς, μετασχηματιστή – κριτήριο ασφάλειας N-1), διακοπή των γραμμών μεταφοράς διπλού κυκλώματος σε τμήμα της γραμμής και η απώλεια της μεγαλύτερης σε ισχύ γεννήτριας σε μια περιοχή. Από τις προαναφερθείσες διαταραχές, επιλέγονται εκείνες που θεωρούνται περισσότερο επιζήμιες για τη λειτουργία του δικτύου και μελετώνται περαιτέρω με λογισμικά ροών ισχύος.[9]

Όπως γίνεται αντιληπτό, η βέλτιστη ροή ισχύος πρέπει να επιλυθεί ώστε να μπορέσει να εκτελεστεί οποιαδήποτε ουσιαστική ενέργεια βελτιστοποίησης δικτύου όπως: ελαχιστοποίηση απωλειών μεταφοράς, ρύθμιση τάσεων, συντηρητική μείωση τάσεων, απόκριση στη ζήτηση ισχύος, φόρτιση ηλεκτρικών οχημάτων, βέλτιστο συντονισμό αποθήκευσης ενέργειας. Η ενσωμάτωση των ΜΔΠ στα δίκτυα διανομής καθιστά πλέον αμφίδρομη τη ροή της ισχύος και παρόλο που αυξάνεται η πολυπλοκότητα της επίλυσης του προβλήματος, τα φορτία μετατρέπονται από παθητικά σε ενεργά. Αυτό σημαίνει πως οι εγχύσεις ισχύος αποτελούν *μεταβλητές ελέγχου* αντί ανελαστικών φορτίων. Παρακάτω, περιγράφονται οι διάφορες μέθοδοι που έχουν χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη προσαρμογή των μοντέλων για ακτινικά δίκτυα διανομής και στοχαστικές πηγές ενέργειας.[8]

3.2. Οικονομική Κατανομή

Η *οικονομική κατανομή* (Economic Dispatch) είναι η διαδικασία βελτιστοποίησης που καθορίζει τη λειτουργία των διαθέσιμων γεννητριών με το ελάχιστο κόστος, δεδομένων της συνολικής ζήτησης ισχύος και των λειτουργικών ορίων κάθε γεννήτριας. Ο ορισμός αυτός δεν λαμβάνει υπόψιν κανένα περιορισμό δικτύου (πχ. όρια γραμμών), άλλους περιορισμούς λειτουργίας των γεννητριών ή περιορισμούς ασφαλείας.

Καθώς απουσιάζουν βασικά στοιχεία ενός ΣΗΕ, όπως τα θερμικά όρια των γραμμών ή η συνολική τοπολογία του δικτύου, από την εκτέλεση της συγκεκριμένης μεθόδου είναι εμφανές πως τα αποτελέσματα δε θα είναι ιδιαίτερα ακριβή. Για το λόγο αυτό, η οικονομική κατανομή χρησιμοποιείται από τους διαχειριστές του δικτύου στους αρχικούς υπολογισμούς της αγοράς ενέργειας και ως εκτίμηση της αγοράς της επόμενης ημέρας.

Οι σχέσεις (3.2.1)-(3.2.3) παρουσιάζουν τη διαμόρφωση του προβλήματος οικονομικής κατανομής ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\min \sum_i c_i \cdot P_{Gi} \quad (3.2.1)$$

s. t.

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad (3.2.2)$$

$$\sum_i P_{Gi} = P_D \quad (3.2.3)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.2.1) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος παραγωγής ισχύος, όπου c_i είναι το οριακό κόστος κάθε γεννήτριας και P_{Gi} το ποσό της ισχύος που παράγει. Η σχέση (3.2.2) απαιτεί όλες οι γεννήτριες να μην παραβιάσουν τα λειτουργικά τους όρια, ενώ η σχέση (3.2.3) απαιτεί η παραγωγή να ισούται με την κατανάλωση.[8]

Σε ορισμένες περιπτώσεις, το ωριαίο κόστος καυσίμου δίνεται σε τετραγωνική μορφή:

$$F_i = a_i + b_i \cdot P_{Gi} + c_i \cdot P_{Gi}^2 \quad (3.2.4)$$

Οι συντελεστές a_i, b_i, c_i αποτελούν τους συντελεστές κόστους καυσίμου της μονάδας i . Τα κόστη εργατικών και συντήρησης συνήθως θεωρούνται ως ένα σταθερό ποσοστό του κόστους καυσίμου και συμπεριλαμβάνονται στην συνάρτηση κόστους καυσίμου (3.2.4).[9] Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής σε αυτή τη περίπτωση διαμορφώνεται ανάλογα:

$$\min \sum_i F_i = \min \sum_i \{a_i + b_i \cdot P_{Gi} + c_i \cdot P_{Gi}^2\} \quad (3.2.5)$$

s. t.

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad (3.2.6)$$

$$\sum_i P_{Gi} = P_D \quad (3.2.7)$$

Η μέθοδος των πολλαπλασιαστών Lagrange είναι εκείνη που επιλύει τα προβλήματα ελαχιστοποίησης. Αρχικά, σχηματίζεται η συνάρτηση Lagrange:

$$L = \sum_i \{a_i + b_i \cdot P_{Gi} + c_i \cdot P_{Gi}^2\} + \lambda \cdot (P_D - \sum_i P_{Gi}) \quad (3.2.8)$$

Στη συνέχεια επιβάλλονται οι συνθήκες μηδενισμού των μερικών παραγώγων της ώστε να βρεθεί το ελάχιστο:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0, \forall i = 1 \dots n \quad (3.2.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.2.10)$$

Επιλύοντας το σύστημα εξισώσεων (3.2.8)-(3.2.10) καταλήγουμε στον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης:[9]

$$P_i = \frac{\lambda - b_i}{2 \cdot c_i}, \forall i = 1 \dots n \quad (3.2.11)$$

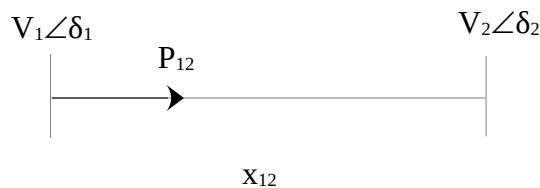
$$\lambda = \frac{P_D + \sum_i \frac{b_i}{2 \cdot c_i}}{\sum_i \frac{1}{2 \cdot c_i}} \quad (3.2.12)$$

Η μεταβλητή λ αποτελεί το οριακό κόστος και μετράται σε χρηματικές μονάδες ανά MWh. Φυσικά, στην περίπτωση της γραμμικής συνάρτησης κόστους καυσίμου ο συντελεστής b_i τίθεται ίσος με 0.

3.3. DC Βέλτιστη Ροή Ισχύος

Η συγκεκριμένη μέθοδος δεν έχει καμία σχέση με γραμμές υψηλής τάσεως συνεχούς ρεύματος ή γενικά με το συνεχές ρεύμα. Αντιθέτως, αποτελεί μία γραμμικοποίηση των μη γραμμικών εξισώσεων που διέπουν τα δίκτυα εναλλασσομένου ρεύματος.

Η διαφορά μεταξύ της οικονομικής κατανομής και της *DC βέλτιστης ροής ισχύος* (DC Optimal Power Flow – DCOPF) είναι πως στην περίπτωση της δεύτερης συνυπολογίζονται στο πρόβλημα οι ροές των γραμμών και τα θερμικά τους όρια. Αυτό κατορθώνεται με την εισαγωγή των γωνιών των τάσεων δ ως επιπλέον μεταβλητές στο πρόβλημα. Για να συσχετιστούν οι μεταβλητές αυτές με τις εγχύσεις ενεργού ισχύος, θα χρειαστεί να συμπεριληφθούν οι εξισώσεις των κόμβων του δικτύου καθώς και ο πίνακας αγωγιμοτήτων.



Σχήμα 2: Ροή ισχύος σε μία γραμμή (DC Power Flow)

Η DC ροή ισχύος είναι μία προσέγγιση των μη γραμμικών εξισώσεων της AC ροής ισχύος. Για να φτάσουμε σε αυτή την προσέγγιση χρειάζεται να

εισάγουμε μία σειρά από παραδοχές. Από το σχήμα 1, αν αγνοήσουμε τις ωμικές αντιστάσεις, προκύπτει πως η ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή είναι:

$$P_{12} = V_1 \cdot V_2 \cdot \frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{x_{12}} \quad (3.3.1)$$

Η εξίσωση (3.3.1) είναι προφανώς μη γραμμική διότι περιέχει έναν ημιτονοειδή όρο και ένα γινόμενο δύο μεταβλητών. Για να γραμμικοποιηθεί αυτή η σχέση υποθέτουμε ότι:

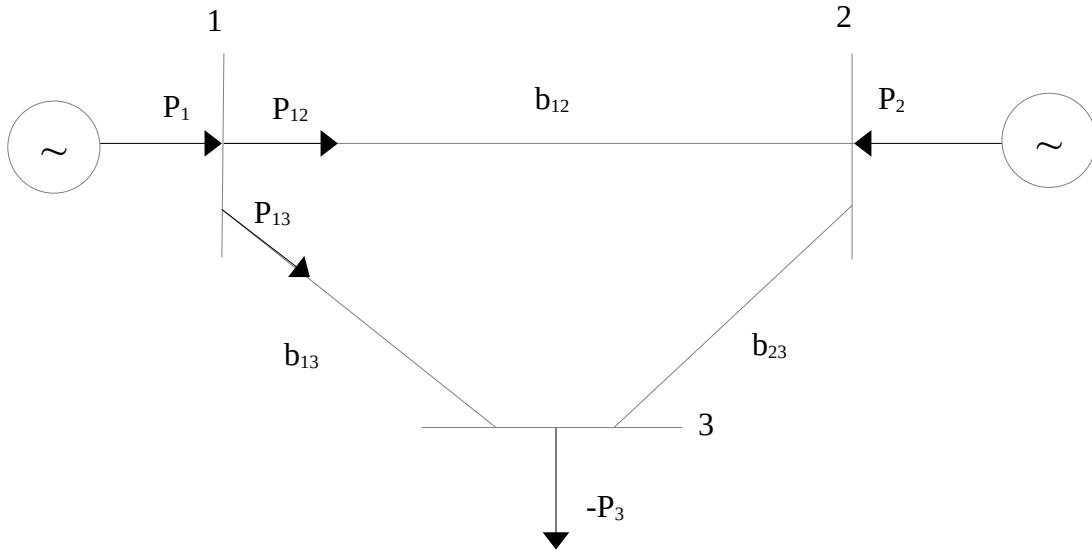
- Σταθερή τάση σε ονομαστική τιμή: $V_1 = V_2 = 1 \text{ p.u.}$
- Αμελητέα διαφορά γωνιών: $\sin(\delta_1 - \delta_2) = \delta_1 - \delta_2$

Επομένως προκύπτει η σχέση :

$$P_{12} = \frac{\delta_1 - \delta_2}{x_{12}} = b_{12} \cdot (\delta_1 - \delta_2) \quad (3.3.2)$$

Οι παραπάνω υποθέσεις είναι έγκυρες για ελαφρώς φορτισμένα συστήματα, αλλά αν το σύστημα λειτουργεί κοντά στα όρια του οι διαφορές των γωνιών παύουν να είναι μικρές. Επιπλέον, η υπόθεση πως οι τάσεις παραμένουν σταθερές στηρίζεται στο γεγονός ότι υπάρχουν υποδομές ελέγχου των τάσεων, ειδικά σε ζυγούς παραγωγής, το οποίο δεν ισχύει για τους περισσότερους ζυγούς των δικτύων διανομής. [8]

Ο πίνακας αγωγιμοτήτων του δικτύου βοηθάει στο να κατασκευαστεί το γραμμικό σύστημα εξισώσεων που συνδέει τις γωνίες των τάσεων με τις εγχύσεις ενεργού ισχύος. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει ένα δίκτυο τριών ζυγών και βάσει αυτού υπολογίζεται ο πίνακας αγωγιμοτήτων B :



Σχήμα 3: Δίκτυο τριών ζυγών

Από το σχήμα 2 προκύπτουν οι σχέσεις:

$$P_1 = P_{12} + P_{13} \quad (3.3.3)$$

$$P_1 = b_{12} \cdot (\delta_1 - \delta_2) + b_{13} \cdot (\delta_1 - \delta_3) \quad (3.3.4)$$

$$P_1 = (b_{12} - b_{13}) \cdot \delta_1 - b_{12} \cdot \delta_2 - b_{13} \cdot \delta_3 \quad (3.3.5)$$

Σε μητρική μορφή έχουμε:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{12} + b_{13} & -b_{12} & -b_{13} \\ -b_{12} & b_{12} + b_{23} & -b_{23} \\ -b_{13} & -b_{23} & b_{13} + b_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}$$

από όπου προκύπτει:

$$\hat{P} = \hat{B} \cdot \hat{\delta} \quad (3.3.6)$$

Ο πίνακας B αποκαλείται πίνακας αγωγιμοτήτων του δικτύου και κατασκευάζεται ως εξής:

- Διαγώνια στοιχεία B_{ii} : άθροισμα όλων των αγωγιμοτήτων των γραμμών που συνδέονται στο ζυγό i . Πάντα θετικά.
- Μη διαγώνια στοιχεία: αν υπάρχει γραμμή μεταξύ των κόμβων i, j τότε $B_{ij} = -b_{ij}$ αλλιώς $B_{ij} = 0$. Πάντα αρνητικά ή μηδενικά.

Βάσει όλων των παραπάνω, είναι δυνατή η διαμόρφωση του προβλήματος της DC βέλτιστης ροής ισχύος:

$$\min \sum_i c_i \cdot P_{Gi} \quad (3.3.7)$$

s.t.

$$\hat{B} \cdot \hat{\delta} = \hat{P}_G - \hat{P}_D \quad (3.3.8)$$

$$-P_{ij,max} \leq \frac{(\delta_i - \delta_j)}{X_{ij}} \leq P_{ij,max} \quad \forall i, j \in E \quad (3.3.9)$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad \forall i \in N \quad (3.3.10)$$

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι η DCOPF είναι αρκετά καλή για να δώσει μία αρχική εκτίμηση των ροών ισχύος στο σύστημα, αλλά δεν πρέπει να θεωρηθεί ακριβής πέρα από ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας. Όμως εξαιτίας των γραμμικών χαρακτηριστικών της (εγγυημένη σύγκλιση σε τοπικό μέγιστο) χρησιμοποιείται ευρέως σε αλγορίθμους εκκαθάρισης ηλεκτρικής αγοράς.[8]

3.4. AC Βέλτιστη Ροή Ισχύος

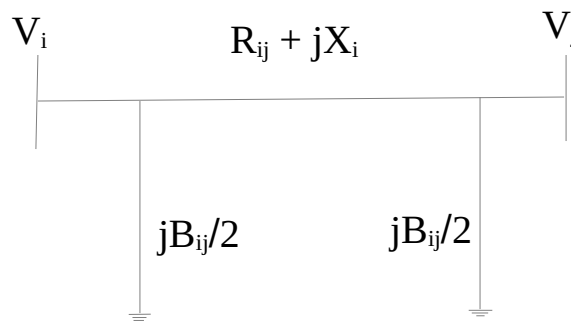
Η AC βέλτιστη ροή ισχύος (AC Optimal Power Flow – ACOPF) είναι μία μέθοδος βελτιστοποίησης η οποία χρησιμοποιεί τις πλήρεις, μη γραμμικές εξισώσεις του δικτύου. Δεδομένης της ορθότητας των παραμέτρων, αυτή η μέθοδος αποτελεί την πιο ακριβή αναπαράσταση των ροών ισχύος σε ένα σύστημα. Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία λειτουργίας που καθορίζονται από τη βελτιστοποίηση αντιστοιχούν, όσο το δυνατόν καλύτερα, στην πραγματικότητα.

Σε σύγκριση με τη DCOPF που εξετάστηκε προηγουμένως, τα οφέλη της ACOPF είναι:

- Αυξημένη ακρίβεια
- Θεώρηση των τάσεων
- Θεώρηση της αέργου ισχύος
- Θεώρηση των ρευμάτων
- Θεώρηση των απωλειών μεταφοράς

Όμως υπάρχουν και σημαντικά μειονεκτήματα στη χρήση της. Οι AC εξισώσεις ροής ισχύος είναι τετραγωνικές (εφόσον η ισχύς εξαρτάται από το τετράγωνο της τάσης) και η συμπερίληψη τους σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης ως περιορισμούς ισότητας οδηγεί σε ένα μη γραμμικό, μη κυρτό πρόβλημα. Η επίλυση μη κυρτών προβλημάτων ελαχιστοποίησης είναι γενικά πιο δύσκολη και είναι αβέβαιη η εξεύρεση ενός ολικού ελαχίστου. Η συνήθης πρακτική είναι να η μετατροπή του μη κυρτού προβλήματος σε κυρτό, η επίλυση του κυρτού προβλήματος και η εξεύρεση ολικού ελαχίστου. Αν το ολικό ελάχιστο είναι εφικτό για το αρχικό πρόβλημα, τότε έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση, αλλιώς χρειάζεται η επιστράτευση διαφορετικών μεθόδων για να βρεθεί μία εφικτή λύση όσο πιο κοντά γίνεται στο ολικό μέγιστο.

Ένα σημαντικό στοιχείο για την υλοποίηση της ACOPF είναι η μοντελοποίηση των γραμμών μεταφοράς. Η πιο συνήθης αναπαράσταση των γραμμών μεταφοράς στα ηλεκτρικά δίκτυα είναι το λεγόμενο “π-μοντέλο”, το οποίο είναι η προτιμώμενη προσέγγιση για γραμμές μεταφοράς μεταξύ 25 250 km.[8]



Σχήμα 4: π-μοντέλο γραμμής μεταφοράς

Σύμφωνα με το σχήμα 3, μια γραμμή μεταφοράς που συνδέεται μεταξύ των ζυγών i, j αποτελείται από μια σύνθετη αντίσταση σειράς $Z_{ij} = R_{ij} + j \cdot X_{ij}$ ή $Y_{ij} = Z_{ij}^{-1}$ και από δύο εγκάρσιες αγωγιμότητες $Y_{sh,i} = Y_{sh,j} = \frac{j \cdot B_{ij}}{2}$.

Το συνολικό ρεύμα που εισέρχεται στη γραμμή ρέει μερικώς στη σύνθετη αντίσταση και μερικώς στις εγκάρσιες αγωγιμότητες:

$$I_{i \rightarrow j} = I_{sh,i} + I_{ij} = Y_{sh,i} \cdot V_i + Y_{ij} \cdot (V_i - V_j) \quad (3.4.1)$$

Σε μητρική μορφή προκύπτει:

$$I_{i \rightarrow j} = [Y_{sh,i} + Y_{ij} \quad -Y_{ij}] \cdot \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

Στη συνέχεια, θεμελιώνονται ορισμένες σχέσεις οι οποίες είναι χρήσιμες για την περιγραφή του προβλήματος. Αρχικά, από την εξίσωση (3.4.2) γίνεται φανερό πως τα ρεύματα γραμμής μπορούν να ομαδοποιηθούν σε μητρική μορφή και να συνδεθούν, μέσω της *μήτρας αγωγιμοτήτων γραμμής* $Y_{line,i \rightarrow j}$, με τις τάσεις των ζυγών:

$$\hat{I}_{line} = Y_{line,i \rightarrow j} \cdot \hat{V} \quad (3.4.3)$$

$$\begin{bmatrix} I_{1 \rightarrow 2} \\ \vdots \\ I_{i \rightarrow j} \\ \vdots \\ I_{m \rightarrow n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{sh,1} + Y_{12} & -Y_{12} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots & Y_{sh,i} + Y_{ij} & \dots & -Y_{ij} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots & \dots & Y_{sh,m} + Y_{mn} & \dots & -Y_{mn} & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_j \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

Για να σχηματιστεί ο πίνακας αγωγιμοτήτων γραμμών εκτελούνται τα παρακάτω βήματα:

- Ο πίνακας $Y_{line,i \rightarrow j}$ είναι $L \times N$ διαστάσεων όπου L είναι ο αριθμός των γραμμών και N ο αριθμός των ζυγών.
- Αν η στήλη k αντιστοιχεί στη γραμμή $i \rightarrow j$, τότε $Y_{line,ki} = Y_{sh,i} + Y_{ij}$ με $Y_{line,kj} = -Y_{ij}$

όλα τα υπόλοιπα στοιχεία της γραμμής 0.

Λόγω των απωλειών μεταφοράς στη γραμμή, το ρεύμα που εγχέεται στο ζυγό i δεν φτάνει εξολοκλήρου στο ζυγό j και αντίστροφα. Επομένως, κατά αντίστοιχο τρόπο ορίζεται και η μήτρα $Y_{line,j \rightarrow i}$ η οποία συνδέει τα ρεύματα που εισέρχονται από “τα δεξιά” της γραμμής με τις τάσεις των ζυγών.[8]

Η *μήτρα αγωγιμοτήτων ζυγών* Y_{bus} συνδέει τις εγχύσεις ρεύματος με τις τάσεις των ζυγών του δικτύου. Αν υποθέσουμε πως ο ζυγός j συνδέεται μέσω δύο γραμμών στους ζυγούς m, n , τότε για το ρεύμα θα ισχύει με βάση τη σχέση (3.4.1):

$$I_j = I_{jn} + I_{jm} = (Y_{sh,jm} + Y_{jm} + Y_{sh,jn} + Y_{jn}) \cdot V_j - Y_{jm} \cdot V_m - Y_{jn} \cdot V_n \quad (3.4.5)$$

$$I_j = \begin{bmatrix} Y_{sh,jm} + Y_{jm} + Y_{sh,jn} + Y_{jn} & -Y_{jm} & -Y_{jn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_j \\ V_m \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.4.6)$$

Στην πιο γενική της μορφή η μήτρα αγωγιμοτήτων ζυγών του δικτύου ορίζεται ως:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{sh,1} + Y_{12} & -Y_{12} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots & Y_{sh,jm} + Y_{jm} + Y_{sh,jn} + Y_{jn} & \dots & -Y_{jm} & \dots & -Y_{jn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots & -Y_{jn} & \dots & \dots & Y_{sh,n} + Y_{jn} & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_j \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

$$\hat{I}_{bus} = \hat{Y}_{bus} \cdot \hat{V} \quad (3.4.8)$$

Για σχηματιστεί η μήτρα αγωγιμοτήτων ζυγών του δικτύου πρέπει να εκτελεστούν τα παρακάτω βήματα:

- Ο πίνακας \hat{Y}_{bus} είναι τετραγωνικός, διάστασης $N \times N$ όπου N ο αριθμός των ζυγών του δικτύου.
- Διαγώνια στοιχεία: $Y_{bus,ii} = \sum_{t \in I} Y_{sh,t} + \sum_k Y_{ik}$ όπου k είναι όλοι οι ζυγοί που συνδέονται στον ζυγό i .
- Μη διαγώνια στοιχεία: $Y_{bus,ij} = -Y_{ij}$ αν οι ζυγοί i,j συνδέονται, αλλιώς 0.

Από τη σχέση (3.4.7), προκύπτει ότι $I_i = Y_{bus, row-i} \cdot \hat{V}$, όπου $Y_{bus, row-i}$ υποδηλώνει την i -οστή γραμμή της μήτρας αγωγιμοτήτων. Οπότε, η μιγαδική ισχύς ενός ζυγού δίνεται από τη σχέση $S_i = V_i \cdot \bar{I}_i = V_i \cdot Y_{bus, row-i} \cdot \hat{V}$. Πολλαπλασιάζοντας την παραπάνω σχέση με τον όρο $diag(V)$ (διαγώνιος $N \times N$ πίνακας του οποίου τα διαγώνια στοιχεία ισούνται με το $N \times 1$ διάνυσμα \hat{V} και τα υπόλοιπα με 0), προκύπτει η μιγαδική ισχύς όλων των ζυγών σε μητρική μορφή:

$$\hat{S} = \hat{S}_{gen} - \hat{S}_{load} = \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} = diag(\hat{V}) \cdot \bar{Y}_{bus} \cdot \hat{V} \quad (3.4.9)$$

Βάσει όλων των παραπάνω διαμορφώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης ως εξής:

$$\min \sum_i c_i \cdot P_{Gi} \quad (3.4.10)$$

s.t.

$$\hat{S}_G - \hat{S}_L = \text{diag}(\hat{V}) \cdot \bar{Y}_{bus} \cdot \bar{V} \quad (3.4.11)$$

$$|Y_{line, i \rightarrow j}^{\bar{}} \cdot \bar{V}| \leq I_{line, max}^{\hat{}} \quad (3.4.12)$$

$$|Y_{line, j \rightarrow i}^{\bar{}} \cdot \bar{V}| \leq I_{line, max}^{\hat{}} \quad (3.4.13)$$

$$0 \leq \hat{P}_G < P_{G, max}^{\hat{}} \quad (3.4.14)$$

$$-Q_{G, max}^{\hat{}} \leq \hat{Q}_G \leq Q_{G, max}^{\hat{}} \quad (3.4.15)$$

$$V_{min}^{\hat{}} \leq \hat{V} \leq V_{max}^{\hat{}} \quad (3.4.16)$$

$$\delta_{min}^{\hat{}} \leq \hat{\delta} \leq \delta_{max}^{\hat{}} \quad (3.4.17)$$

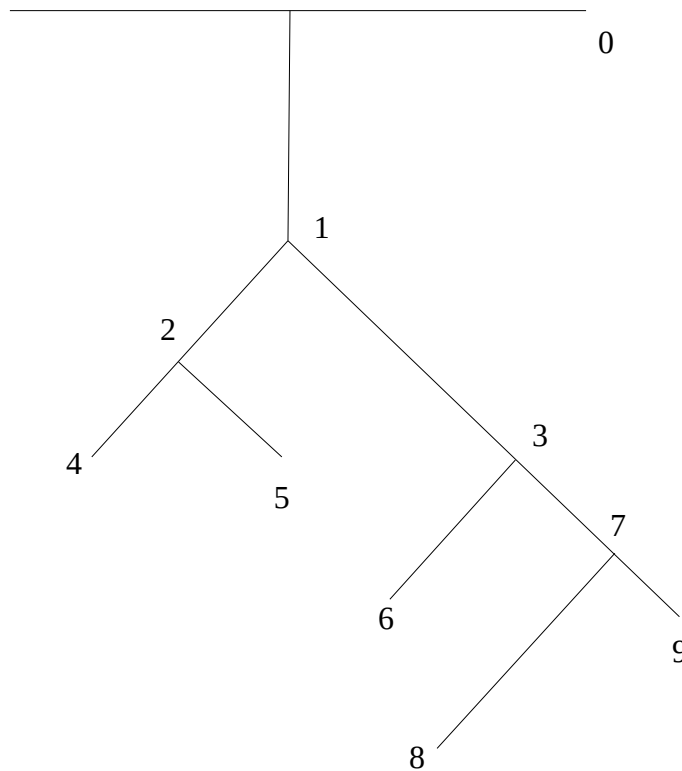
Η σχέση (3.4.11) είναι ο μόνος περιορισμός ισότητας στην διαμόρφωση του προβλήματος και εκφράζει τις εξισώσεις AC ροής ισχύος. Οποιοδήποτε λειτουργικό σημείο καθοριστεί μέσω της βελτιστοποίησης πρέπει να ικανοποιεί αυτές τις εξισώσεις ώστε να αποτελεί πραγματικό λειτουργικό σημείο του συστήματος. Οι σχέσεις (3.4.11) και (3.4.12) εκφράζουν τους περιορισμούς ανισότητας ρεύματος των γραμμών, δηλαδή τα θερμικά τους όρια. Σε περίπτωση που τα θερμικά όρια των γραμμών περιγράφονται από την φαινόμενη ισχύ τους, τότε οι παραπάνω περιορισμοί θα πρέπει να τροποποιηθούν κατάλληλα. Τέλος, οι σχέσεις (3.4.14) και (3.4.15) αναφέρονται στα όρια ενεργού και αέργου ισχύος των γεννητριών αντίστοιχα, ενώ οι σχέσεις (3.4.16) και (3.4.17) αναφέρονται στα όρια των πλατών και των γωνιών των τάσεων αντίστοιχα.

3.5. Το Μοντέλο Ροής Γραμμής

Στην παρούσα ενότητα θα αναπτυχθεί ένα εναλλακτικό μοντέλο περιγραφής του δικτύου, το μοντέλο ροής γραμμής (*Branch Flow Model - BFM*), το οποίο είναι κατάλληλο για χρήση σε ακτινικά δίκτυα διανομής. Το μοντέλο έγχυσης ζυγού (*Bus Injection Model - BIM*) είναι το δεδομένο μοντέλο για ανάλυση ροής ισχύος και βελτιστοποίηση και περιγράφηκε εκτενώς παραπάνω. Εστιάζει στις μεταβλητές των ζυγών όπως τάση, ρεύμα,

εγγύσεις ισχύος και δεν επικεντρώνεται στις ροές ισχύος μεμονωμένων γραμμών. Σε αντίθεση με τα παραπάνω, το μοντέλο ροής γραμμής εστιάζει στα ρεύματα και στις ισχύς των γραμμών και έχει χρησιμοποιηθεί κυρίως για τη μοντελοποίηση δικτύων διανομής που συνήθως είναι ακτινικά, γεγονός που τα καθιστά υπολογιστικά απλούστερα. Στο παραπάνω μοντέλο θα βασιστεί έπειτα η ανάπτυξη της *στοχαστικής ροής ισχύος (Stochastic Power Flow)*.

Έστω $G=(N,E)$ ένας συνδεδεμένος, κατευθυνόμενος γράφος ο οποίος αναπαριστά ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας με N τον αριθμό των ζυγών και E τον αριθμό των γραμμών. Ισχύει πως $|N|=N+1$ και $|E|=N$. Το δίκτυο ονομάζεται ακτινικό αν ο γράφος του είναι ένα δέντρο. Για τα δίκτυα διανομής, που είναι τυπικά ακτινικά, η ρίζα αυτού του δέντρου (ζυγός 0) αναπαριστά τον ζυγό υποσταθμού.[10]



Σχήμα 5: Γράφος ακτινικού δικτύου διανομής

Ορίζεται ως *μειωμένη μήτρα πρόσπτωσης του δικτύου (reduced branch-bus incidence matrix)* ο πίνακας A :

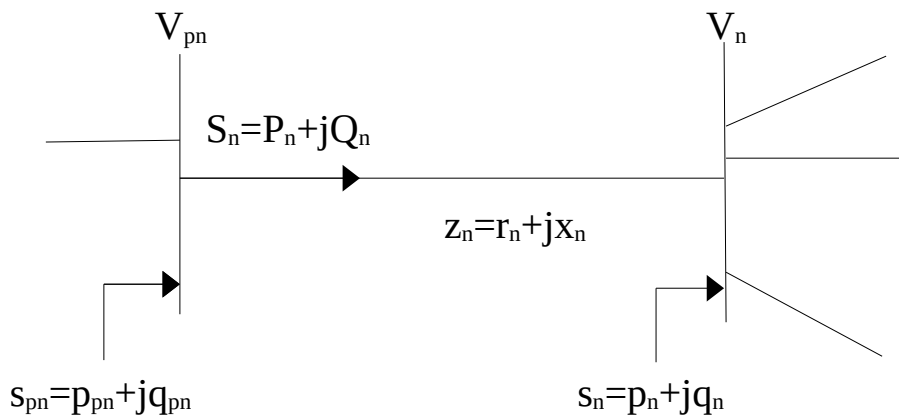
$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.5.1)$$

Η $N \times N$ μειωμένη μήτρα πρόσπτωσης εκφράζει τις συνδέσεις των ζυγών μέσω των γραμμών του δικτύου. Τα στοιχεία της αποτελούνται από:

- -1, αν ο ζυγός συνδέεται με τον εαυτό του (όλα τα διαγώνια στοιχεία)
- 1, αν ο ζυγός συνδέεται με κάποιον επόμενο του.
- 0, αν δεν ισχύει τίποτα από τα παραπάνω.

Ο ζυγός 0 θεωρείται ζυγός αναφοράς και δε λαμβάνεται υπόψιν στη μήτρα.

Για μία δεδομένη γραμμή του δικτύου μπορούν να γραφούν οι εξισώσεις του μοντέλου ροής γραμμής ως εξής:



Σχήμα 6: Γραμμή n τροφοδοτεί ζυγό n από τον γονεικό ζυγό pn

$$V_{pn} - V_n = z_n \cdot I_n \quad (3.5.2)$$

$$S_n = V_{pn} \cdot \bar{I}_n \quad (3.5.3)$$

$$S_n - z_n \cdot |I_n|^2 + s_n = \sum_{k:n \rightarrow k} S_k \quad (3.5.4)$$

Στη συνέχεια, απαλείφονται οι μιγαδικοί όροι και παράγεται το αποσυζευγμένο μοντέλο:

$$\sum_{k:n \rightarrow k} P_k = p_n + P_n - r_n \cdot I_n^2 \quad (3.5.5)$$

$$\sum_{k:n \rightarrow k} Q_k = q_n + Q_n - x_n \cdot I_n^2 \quad (3.5.6)$$

$$V_n^2 = V_{pn}^2 - 2 \cdot r_n \cdot P_n - 2 \cdot x_n \cdot Q_n + (r_n^2 + x_n^2) \cdot I_n^2 \quad (3.5.7)$$

$$I_n^2 = \frac{P_n^2 + Q_n^2}{V_{pn}^2} \quad (3.5.8)$$

Οι σχέσεις (3.5.5)-(3.5.8) είναι εμφανώς μη γραμμικές λόγω των τετραγώνων της τάσης και του ρεύματος. Συνεπώς, απαιτείται ένα προσεγγιστικό μοντέλο για να ξεπεραστούν οι υπολογιστικές δυσκολίες που εισάγουν οι τετραγωνικές εξισώσεις. Ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να παραχθεί αν απαλειφθούν οι όροι που σχετίζονται με τις απώλειες, δηλαδή το τετράγωνο του ρεύματος. Οπότε, αν θέσουμε $I_n^2 = 0$ στις προαναφερθείσες σχέσεις προκύπτουν:

$$\sum_{k:n \rightarrow k} P_k \simeq p_n + P_n \quad (3.5.9)$$

$$\sum_{k:n \rightarrow k} Q_k \simeq q_n + Q_n \quad (3.5.10)$$

$$V_n^2 \simeq V_{pn}^2 - 2 \cdot r_n \cdot P_n - 2 \cdot x_n \cdot Q_n \quad (3.5.11)$$

Παρατηρούμε πως η πτώση τάσης και η ροή ισχύος σε μία γραμμή σχετίζονται σχεδόν γραμμικά με τις εγχύσεις ισχύος. Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφτούν πιο συνοπτικά υπό τη μορφή μητρών:

$$\hat{p} = \hat{A}^T \cdot \hat{P} \quad (3.5.12)$$

$$\hat{q} = \hat{A}^T \cdot \hat{Q} \quad (3.5.13)$$

$$\hat{v} = u_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \cdot \hat{R} \cdot \hat{p} + 2 \cdot \hat{X} \cdot \hat{q} \quad (3.5.14)$$

Τα διανύσματα \hat{p}, \hat{q} εκφράζουν τις εγχύσεις ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς, ενώ τα διανύσματα \hat{P}, \hat{Q} εκφράζουν τις ροές ενεργού και αέργου ισχύος στις γραμμές, αντίστοιχα. Η μήτρα πρόσπτωσης A ορίστηκε στη σχέση (3.5.1) και η ανάστροφη της συνδέει τα παραπάνω μεγέθη μεταξύ τους. Η μεταβλητή u_0 είναι το τετράγωνο της τάσεως αναφοράς του ζυγού 0. Οι πίνακες \hat{R}, \hat{X} είναι συμμετρικοί, θετικά ορισμένοι, έχουν θετικά στοιχεία και ορίζονται ως:

$$\hat{R} = \hat{F} \cdot \hat{D}_r \cdot \hat{F}^T \quad (3.5.15)$$

$$\hat{X} = \hat{F} \cdot \hat{D}_x \cdot \hat{F}^T \quad (3.5.16)$$

όπου $\hat{F} = \hat{A}^{-1}$, $\hat{D}_r = \text{diag}(\hat{r})$, $\hat{D}_x = \text{diag}(\hat{x})$. Οι τετραγωνικοί πίνακες \hat{r}, \hat{x} περιέχουν στη διαγώνιό τους τις αντιστάσεις και αντιδράσεις των γραμμών αντίστοιχα, ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία τους είναι 0.[10]

Έχοντας ορίσει το γραμμικό μοντέλο ροής γραμμής, είναι δυνατή η διαμόρφωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης με αντικειμενική συνάρτηση το κόστος παραγωγής, υποκειμένη σε περιορισμούς έγχυσης και δικτύου. Η συνάρτηση που επιλύει το πρόβλημα αποδοτικά και γρήγορα ονομάζεται *Linearized Distribution Flow (LinDistFlow)* και ορίζεται ως εξής:

$$\min \left(\sum_{n=1}^N c_n \cdot p_n^g \right) = \min(\hat{c}^T \cdot \hat{p}_g) \quad (3.5.17)$$

s.t.

$$\hat{p} = \hat{A}^T \cdot \hat{P} \quad (3.5.18)$$

$$\hat{q} = \hat{A}^T \cdot \hat{Q} \quad (3.5.19)$$

$$\hat{v} = u_o \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \cdot \hat{R} \cdot \hat{p} + 2 \cdot \hat{X} \cdot \hat{q} \quad (3.5.20)$$

$$\hat{p} = \hat{p}_g - \hat{p}_c \quad (3.5.21)$$

$$\hat{q} = \hat{q}_g - \hat{q}_c \quad (3.5.22)$$

$$p_{n,min}^g \leq p_n^g \leq p_{n,max}^g, \forall n \quad (3.5.23)$$

$$q_{n,min}^g \leq q_n^g \leq q_{n,max}^g, \forall n \quad (3.5.24)$$

$$v_{n,min} \leq v_n \leq v_{n,max}, \forall n \quad (3.5.25)$$

$$P_n \leq P_{n,max}, \forall n \quad (3.5.26)$$

Οι σχέσεις (3.5.18)-(3.5.20) είναι οι εξισώσεις ροής γραμμής (branch flow model equations) και αποτελούν τους απαραίτητους περιορισμούς ισότητας. Οι σχέσεις (3.5.21)-(3.5.24) αποτελούν τους περιορισμούς έγχυσης (injection constraints) και χωρίζονται σε δύο περιορισμούς ισότητας και δύο ανισοτικούς περιορισμούς. Οι δύο πρώτοι εκφράζουν τα ισοζύγια παραγωγής-κατανάλωσης ενεργού και αέργου ισχύος, ενώ οι τελευταίοι εκφράζουν τα λειτουργικά όρια των γεννητριών. Τέλος, οι σχέσεις (3.5.25)-(3.5.26) αποτελούν τους περιορισμούς του δικτύου, δηλαδή τα όρια των τάσεων των ζυγών καθώς και τα θερμικά όρια των γραμμών.

Κεφάλαιο 4: Στοχαστική Βέλτιστη Ροή Ισχύος σε Ακτινικά Δίκτυα Διανομής

4.1. Εισαγωγή

Ο όρος *στοχαστική βέλτιστη ροή ισχύος (Stochastic Optimal Power Flow – SOPF)* δηλώνει το σύνολο των προβλημάτων βέλτιστης ροής ισχύος σε ηλεκτρικά συστήματα που περιλαμβάνουν αβέβαιες παραμέτρους. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιων παραμέτρων είναι η ισχύς εξόδου των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, η οποία εξαρτάται από τις καιρικές συνθήκες που επικρατούν. Η εισαγωγή τέτοιου είδους πηγών στη μελέτη βέλτιστης ροής ισχύος απαιτεί την τροποποίηση των μοντέλων που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο με σκοπό τη δημιουργία *στοχαστικών μοντέλων*.

Ενώ πολλοί τρόποι έχουν προταθεί για τη μοντελοποίηση αβέβαιων ποσοτήτων, τα στοχαστικά μοντέλα έχουν αποδείξει την ευελιξία και τη χρησιμότητά τους σε ποικίλες περιοχές της επιστήμης. Αυτό οφείλεται στις γερές μαθηματικές βάσεις και στο θεωρητικό πλούτο της θεωρίας πιθανοτήτων και των στοχαστικών διαδικασιών, καθώς και στις άρτιες στατιστικές τεχνικές χρησιμοποίησης πραγματικών δεδομένων. Στην παρούσα εργασία, εξέχουσα σημασία έχει η μέθοδος της *στατιστικής συμπερασματολογίας (statistical inference)* και οι *περιορισμοί τυχειότητας (chance constraints)*. [11]

Η μέθοδος της στατιστικής συμπερασματολογίας υποθέτει πως η κατανομή πιθανότητας του τυχαίου διανύσματος δεδομένων προσεγγίζεται από ένα εμπειρικό μέτρο πιθανότητας. Επομένως, το πραγματικό (αναμενόμενη τιμή) πρόβλημα ελαχιστοποίησης αντικαθίσταται από τη *προσέγγιση δειγματικού μέσου (Sample Average Approximation – SAA)*. Οι αρχές της προαναφερθείσας μεθόδου βρίσκονται στη κλασσική θεωρία μέγιστης πιθανοφάνειας που χρησιμοποιείται συστηματική στη στατιστική. Η διαφορά εντοπίζεται στο γεγονός πως ο τρόπος επίλυσης των στοχαστικών προβλημάτων επιτυγχάνεται με τις *τεχνικές δειγματοληψίας Monte Carlo*. Συνεπώς, το δείγμα παράγεται στον υπολογιστή και το μέγεθός του περιορίζεται μόνο από τους υπολογιστικούς πόρους που απαιτούνται για να λυθεί το κατασκευασμένο πρόβλημα SAA. Με αυτό τον τρόπο παράγονται τα λεγόμενα *σενάρια ή σημεία διακριτοποίησης (discretization points)* τα οποία αυξάνονται εκθετικά με την αύξηση των τυχαίων παραμέτρων.

Οι περιορισμοί τυχειότητας ή πιθανοτικοί (probabilistic) περιορισμοί εμφανίζονται φυσικά σε πολλές εφαρμογές. Η κατηγορία των προβλημάτων με διαχωρίσιμους περιορισμούς τυχειότητας είναι εκείνη που μας ενδιαφέρει. Το σύνολο των τυχαίων παραμέτρων που εμπλέκονται μαζί με τις μεταβλητές βελτιστοποίησης στους εν λόγω περιορισμούς λαμβάνουν τιμές από το λεγόμενο *σύνολο αβεβαιότητας (uncertainty set)*. Αν οι

μεταβλητές βελτιστοποίησης υπολογιστούν με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς τυχαιότητας για όλες τις τιμές του συνόλου αβεβαιότητας, τότε πρόκειται για ένα *εύρωστο πρόβλημα βελτιστοποίησης (robust optimization problem)*, δηλαδή η εύρεση λύσης ορίζεται για τη χειρότερη περίπτωση.[11]

4.2. Προσέγγιση Δειγματικού Μέσου

Έστω το ακόλουθο στοχαστικό πρόβλημα:

$$\underset{x \in X}{\text{Min}} \{f(x) = E[F(x, \xi)]\} \quad (4.2.1)$$

Εδώ, το X είναι ένα μη κενό υποσύνολο του \mathbb{R}^n , το ξ είναι ένα τυχαίο διάνυσμα του οποίου η κατανομή πιθανότητας P ορίζεται σε ένα σύνολο $\Xi \subset \mathbb{R}^d$ και E είναι η αναμενόμενη τιμή (expected value) της συνάρτησης $F: X \times \Xi \rightarrow \mathbb{R}$.

Υποθέτουμε πως έχουμε ένα δείγμα $\{\xi_1, \dots, \xi_N\}$ από N εκδοχές του τυχαίου διανύσματος ξ . Αυτό το τυχαίο δείγμα μπορεί να θεωρηθεί ως ιστορικό δεδομένο από N παρατηρήσεις του ξ ή μπορεί να παραχθεί στον υπολογιστή με δειγματοληπτικές τεχνικές Monte Carlo. Για κάθε $x \in X$, μπορεί να εκτιμηθεί η αναμενόμενη τιμή $f(x)$ με τον υπολογισμό του μέσου όρου των τιμών $F(x, \xi_i)$, $i=1, \dots, N$. Συνεπώς, οδηγούμαστε στη λεγόμενη *προσέγγιση δειγματικού μέσου (sample average approximation - SAA)* του πραγματικού προβλήματος (4.2.1):

$$\underset{x \in X}{\text{Min}} \{f_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(x, \xi_i)\} \quad (4.2.2)$$

Επομένως, για ένα δεδομένο δείγμα, το SAA πρόβλημα (4.2.2) μπορεί να θεωρηθεί ως ένα στοχαστικό πρόβλημα με αντίστοιχα σενάρια $\{\xi_1, \dots, \xi_N\}$, το καθένα από τα οποία λαμβάνεται με πιθανότητα $\frac{1}{N}$.

Υποτίθεται πάντα πως το κάθε τυχαίο διάνυσμα ξ_i στο δείγμα έχει την ίδια περιθωριακή κατανομή (marginal distribution) P με το διάνυσμα δεδομένων ξ . Αν, επιπλέον, κάθε διάνυσμα ξ_i είναι ανεξάρτητα κατανομημένο από τα υπόλοιπα, τότε λέγεται πως το δείγμα είναι ανεξάρτητα πανομοιότυπα κατανομημένο. Λαμβάνοντας υπόψιν τα προαναφερθέντα και το νόμο των μεγάλων αριθμών (Law of Large Numbers

– LLN), αποδεικνύεται πως η $\tilde{f}_N(x)$ συγκλίνει ομοιόμορφα στην $f(x)$ όταν $N \rightarrow \infty$. Επίσης, ισχύει πως $E[\tilde{f}_N(x)] = f(x)$, δηλαδή η $\tilde{f}_N(x)$ είναι ένας αμερόληπτος εκτιμητής της $f(x)$. Άρα, είναι φυσικό να προσδοκούμε ότι οι βέλτιστες λύσεις του προβλήματος SAA (4.2.2) συγκλίνουν προς τις λύσεις του πραγματικού προβλήματος (4.2.1). [11]

4.3. Περιορισμοί Τυχειότητας

Έστω το ακόλουθο στοχαστικό πρόβλημα:

$$\text{Min}_{x \in X} \{f(x)\} \quad (4.3.1)$$

s. t.

$$p(x) = \text{Pr}\{C(x, \xi) > 0\} \leq a \quad (4.3.2)$$

όπου το $X \subset \mathbb{R}^n$ είναι ένα κλειστό σύνολο, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μία συνεχής συνάρτηση, $0 < a < 1$ είναι ένα δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας, $p(x)$ είναι η πιθανότητα ο περιορισμός (4.3.2) να παραβιαστεί στο σημείο $x \in X$, ξ ένα τυχαίο διάνυσμα του οποίου η κατανομή πιθανότητας P ορίζεται σε ένα σύνολο $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^d$ και $C: \mathbb{R}^n \times \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση Καραθεοδωρή. Μία ισοδύναμη διατύπωση της συνθήκης (4.3.2) είναι η εξής:

$$p(x) = \text{Pr}\{C(x, \xi) \leq 0\} \geq 1 - a \quad (4.3.3)$$

Επιπλέον, πολλοί περιορισμοί τέτοιου τύπου μπορούν να διατυπωθούν ως:

$$p(x) = \text{Pr}\{C_i(x, \xi) \leq 0, i=1, \dots, N\} \geq 1 - a \quad (4.3.4)$$

Για να επιλυθεί το πρόβλημα (4.3.1)-(4.3.2), χρησιμοποιείται η τεχνική δειγματοληψίας Monte Carlo. Χάριν απλότητας, υποθέτουμε πως η αντικειμενική συνάρτηση $f(x)$ δίνεται ρητά και μόνο οι περιορισμοί τυχειότητας πρέπει να εκτιμηθούν.

Η σχέση (4.3.2) μπορεί να εκφραστεί υπό τη μορφή προσδοκίας:

$$p(x) = E[\mathbf{1}_{(0, \infty)}(C(x, \xi))] \quad (4.3.5)$$

όπου $\mathbf{1}_{(0, \infty)}(C(x, \xi))$ ισούται με 1 αν $C(x, \xi) > 0$, αλλιώς 0 και να εκτιμηθεί από την αντίστοιχη SAA συνάρτηση:

$$\tilde{p}_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}_{(0, \infty)}(C(x, \xi^i)) \quad (4.3.6)$$

Επομένως, η $\tilde{p}_N(x)$ είναι ίση με το άθροισμα της αναλογία των θετικών τιμών της $C(x, \xi^i)$, $i=1, \dots, N$. Οπότε, το πρόβλημα (4.3.1)-(4.3.2) μετατρέπεται στο αντίστοιχο SSA πρόβλημα:

$$\text{Min}_{x \in X} \{f(x)\} \quad (4.3.7)$$

s.t.

$$\tilde{p}_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}_{(0, \infty)}(C(x, \xi^i)) \leq \alpha \quad (4.3.8)$$

Αποδεικνύεται πως οι βέλτιστες λύσεις του προβλήματος (4.3.7)-(4.3.8) συγκλίνουν σε εκείνες του πραγματικού προβλήματος (4.3.1)-(4.3.2) καθώς $N \rightarrow \infty$, υπό κάποιες ήπιες συνθήκες κανονικότητας. Υπάρχουν, όμως, αρκετά δυνητικά προβλήματα με την SAA προσέγγιση. Για να αποτελέσει η συνάρτηση $\tilde{p}_N(x)$ μία ακριβή εκτίμηση της $p(x)$ πρέπει το μέγεθος του δείγματος N να είναι αρκετά μεγαλύτερο από $\frac{1}{\alpha}$, γεγονός που δυσχεραίνει τους υπολογισμούς για μικρές τιμές του α . Άλλα προβλήματα είναι η ασυνέχεια που παρουσιάζει τυπικά η $\tilde{p}_N(x)$ και ότι το SAA πρόβλημα είναι δυσεπίλυτο, συνδυαστικού τύπου.

Με βάση τα παραπάνω, υιοθετείται η ακόλουθη προσέγγιση κυρτής εκτίμησης (*convex approximation approach*):

$$\text{Min}_{x \in X} \{f(x)\} \quad (4.3.9)$$

s.t.

$$C(x, \xi^i) \leq 0, \quad i=1, \dots, N \quad (4.3.10)$$

για ένα παραγόμενο δείγμα ξ^1, \dots, ξ^N . Σημειώνεται πως για $\alpha=0$, το πρόβλημα (4.3.7)-(4.3.8) συμπίπτει με το πρόβλημα (4.3.9)-(4.3.10). Αν το σύνολο X και οι συναρτήσεις f, C είναι κυρτές τότε το πρόβλημα (4.3.9)-(4.3.10) είναι κυρτό και μπορεί να επιλυθεί αποδοτικά δεδομένου πως οι εμπλεκόμενες συναρτήσεις δίνονται σε κλειστή μορφή και το δείγμα N δεν είναι πολύ μεγάλο.[11]

4.4. Διαμόρφωση Του Προβλήματος Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος

Το πρόβλημα της στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος σε ακτινικά δίκτυα διανομής θα διαμορφωθεί βάσει του μοντέλου *LinDistFlow*, που περιγράφεται από τις σχέσεις (3.5.17)-(3.5.26), ύστερα από την ενσωμάτωση της στοχαστικότητας που περιγράφεται από τις σχέσεις (4.3.9)-(4.3.10). Ο αλγόριθμος που υλοποιεί το συγκεκριμένο μοντέλο, σε αναλογία με τη *LinDistFlow*, ονομάζεται *StochLinDistFlow* (*Stochastic Linearized Distribution Flow*).

Στη προσέγγιση αυτή γίνονται κάποιες ορισμένες παραδοχές, όπως ότι ο πρώτος ζυγός αποτελεί τον υποσταθμό υποβιβασμού τάσης που συνδέει το δίκτυο διανομής με το δίκτυο μεταφοράς και ότι οι στοχαστικές πηγές δύνανται να καλύψουν ένα κλάσμα της απαιτούμενης ζήτησης. Αυτό σημαίνει πως στην επίλυση του προβλήματος προτεραιότητα έχει η ικανοποίηση της ζήτησης ισχύος από τις πιο οικονομικές αλλά αβέβαιες και μικρές στοχαστικές πηγές. Το υπόλοιπο μέρος της παραγωγής ανατίθεται στο ζυγό αναφοράς ή υποσταθμό.

Επομένως, βάσει των παραπάνω, ορίζεται το πρόβλημα βέλτιστης στοχαστικής ροής ισχύος στην επόμενη σελίδα.

Τα όρια παραγωγής ενεργού και αέργου ισχύος του υποσταθμού ή ζυγού αναφοράς είναι δεδομένα από το εκάστοτε δίκτυο και σταθερά, όπως φαίνεται από τις σχέσεις (4.4.7)-(4.4.8). Οι σχέσεις (4.4.9)-(4.4.10) δηλώνουν πως τα όρια παραγωγής των γεννητριών εγκατεστημένων στο δίκτυο διανομής είναι μεταβλητά και ακολουθούν κάποια κατανομή πιθανότητας, δηλαδή $p_{n,min}^g, p_{n,max}^g, q_{n,min}^g, q_{n,max}^g \sim P(\mu, \sigma^2)$. Από την κατανομή αυτή λαμβάνονται τυχαία δείγματα, ο αριθμός των οποίων εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια, και κατά αυτόν τον τρόπο σχηματίζονται οι περιορισμοί του προβλήματος ελαχιστοποίησης. Το πρόβλημα θεωρείται εύρωστο (*robust optimization*), δεδομένου ότι οι λύσεις που θα προκύψουν ικανοποιούν τους περιορισμούς για τα όρια ισχύος στη χειρότερη περίπτωση, δηλαδή τις χαμηλότερες τιμές των άνω ορίων $p_{n,max}^g, q_{n,max}^g$.

$$\min\left(\sum_{n=1}^N c_n \cdot p_n^g\right) = \min(\hat{c}^T \cdot \hat{p}_g) \quad (4.4.1)$$

s. t.

$$\hat{p} = \hat{A}^T \cdot \hat{P} \quad (4.4.2)$$

$$\hat{q} = \hat{A}^T \cdot \hat{Q} \quad (4.4.3)$$

$$\hat{v} = u_o \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \cdot \hat{R} \cdot \hat{p} + 2 \cdot \hat{X} \cdot \hat{q} \quad (4.4.4)$$

$$\hat{p} = \hat{p}_g - \hat{p}_c \quad (4.4.5)$$

$$\hat{q} = \hat{q}_g - \hat{q}_c \quad (4.4.6)$$

$$p_{1,min}^g \leq p_1^g \leq p_{1,max}^g \quad (4.4.7)$$

$$q_{1,min}^g \leq q_1^g \leq q_{1,max}^g \quad (4.4.8)$$

$$p_{n,min}^{g(i)} \leq p_n^g \leq p_{n,max}^{g(i)}, \forall n > 1, i = 1, \dots, K \quad (4.4.9)$$

$$q_{n,min}^{g(i)} \leq q_n^g \leq q_{n,max}^{g(i)}, \forall n > 1, i = 1, \dots, K \quad (4.4.10)$$

$$v_{n,min} \leq v_n \leq v_{n,max}, \forall n \quad (4.4.11)$$

$$P_n \leq P_{n,max}, \forall n \quad (4.4.12)$$

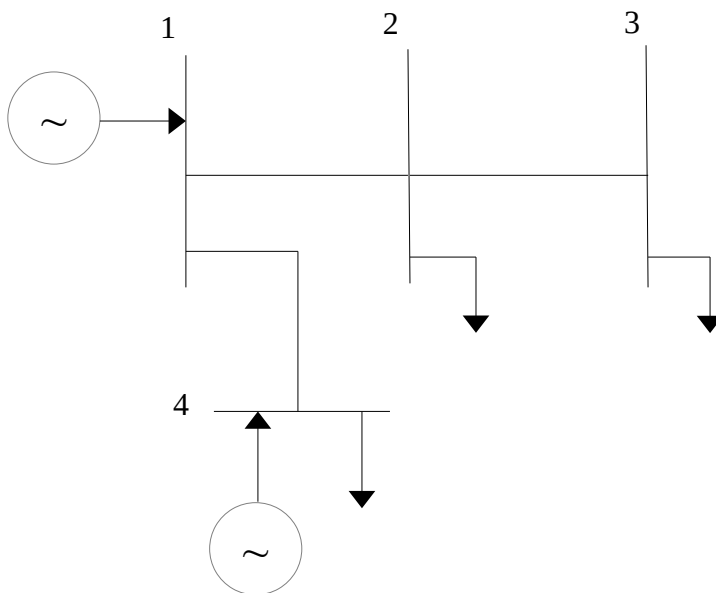
Κεφάλαιο 5: Εφαρμογές

5.1. Περιγραφή Και Δεδομένα Των Δικτύων

Στο παρόν κεφάλαιο επιλύεται το πρόβλημα βέλτιστης ροής ισχύος βάσει των μεθόδων LinDistFlow και StochLinDistFlow για δύο ακτινικά δίκτυα διανομής με σκοπό τη σύγκριση των δύο μεθόδων. Στη πρώτη περίπτωση, τα δίκτυα θεωρούνται ντετερμινιστικά, δηλαδή δεν υπάρχει παρουσία στοχαστικών πηγών ή φορτίων, ενώ στη δεύτερη περίπτωση υπάρχουν μόνο στοχαστικές πηγές εκτός του υποσταθμού αναφοράς, δηλαδή του πρώτου ζυγού. Τα υπό μελέτη δίκτυα λήφθηκαν από τη βιβλιοθήκη Matpower του Matlab και τα στοιχεία τους δίνονται παρακάτω.

5.1.1. Δίκτυο τεσσάρων ζυγών

Το πρώτο υπό μελέτη δίκτυο αποτελείται από τέσσερις ζυγούς και είναι το πρώτο case της βιβλιοθήκης MATPOWER με το όνομα case4_dist.



Σχήμα 7: Ακτινικό δίκτυο διανομής τεσσάρων ζυγών case4_dist

Όπως φαίνεται και από το σχήμα, το δίκτυο είναι ακτινικό, τροφοδοτούμενο από δύο γεννήτριες και διαθέτει τρία φορτία. Στον παρακάτω πίνακα συγκεντρώνονται όλα τα στοιχεία του δικτύου που είναι απαραίτητα για την επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης.

Πίνακας 1: Στοιχεία δικτύου τεσσάρων ζυγών case4_dist

Γεννήτρια	P_{\min} (MW)	P_{\max} (MW)	Q_{\min} (MVAr)	Q_{\max} (MVAr)	Κόστος
1	0	10	-10	10	20
4	0	0.5	-10	10	0
	N(0,0.001)	N(0.5,0.01)	N(-10,0.01)	N(10,0.01)	0

baseMVA	1	baseKV	12.5
---------	---	--------	------

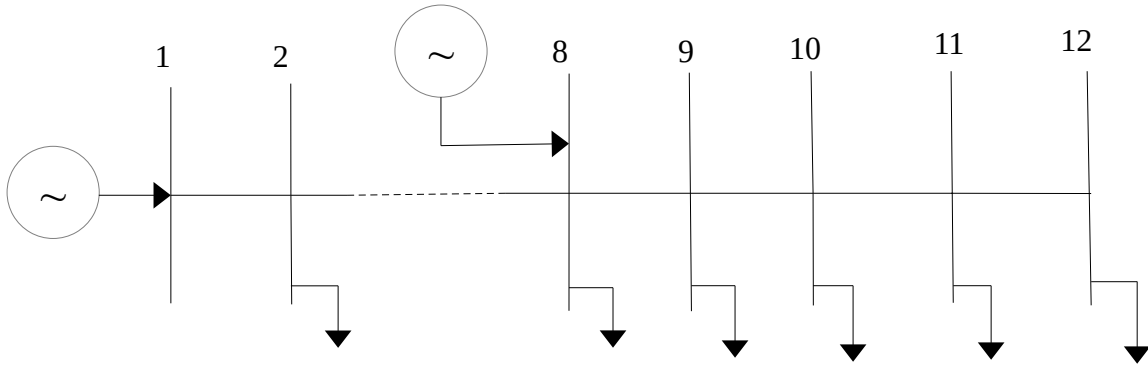
Ζυγός	Κατανάλωση		V_{\min} (p.u.)	V_{\max} (p.u.)
	MW	MVAr		
2	0.4	0.2	0.9	1.1
3	0.4	0.2	0.9	1.1
4	0.4	0.2	0.9	1.1
Σύνολο	1.2	0.6		

Γραμμή	r (Ohm)	x (Ohm)
2-3	0.003	0.006
1-2	0.003	0.006
4-1	0.003	0.006

5.1.2. Δίκτυο δώδεκα ζυγών

Το δεύτερο υπό μελέτη δίκτυο αποτελείται από 12 ζυγούς και είναι το αρχείο με όνομα case12da της βιβλιοθήκης MATPOWER. Για τις ανάγκες της εργασίας, στο δίκτυο προστίθεται μία παραπάνω γεννήτρια στο ζυγό 8.

Όπως φαίνεται στο σχήμα παρακάτω, το δίκτυο είναι ακτινικό, τροφοδοτούμενο από δύο γεννήτριες και διαθέτει έντεκα φορτία συνολικά. Τα στοιχεία του δικτύου που είναι απαραίτητα για την επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης συγκεντρώνονται στον παρακάτω πίνακα.



Σχήμα 8: Ακτινικό δίκτυο διανομής δώδεκα ζυγών case12da

Πίνακας 2: Στοιχεία δικτύου δώδεκα ζυγών case12da

Γεννήτρια	P_{\min} (MW)	P_{\max} (MW)	Q_{\min} (MVar)	Q_{\max} (MVar)	Κόστος
1	0	10	-10	10	20
8	0	0.1	-10	10	0
	$N(0,0.001)$	$N(0.1,0.01)$	$N(-10,0.01)$	$N(10,0.01)$	0

baseMVA	1	baseKV	11
---------	---	--------	----

Ζυγός	Κατανάλωση		V_{\min} (p.u.)	V_{\max} (p.u.)
	kW	kVAr		
2	60	60	0.9	1.1
3	40	30	0.9	1.1
4	55	55	0.9	1.1
5	30	30	0.9	1.1
6	20	15	0.9	1.1
7	55	55	0.9	1.1

8	45	45	0.9	1.1
9	40	40	0.9	1.1
10	35	30	0.9	1.1
11	40	30	0.9	1.1
12	15	15	0.9	1.1
Σύνολο	435	405		

Γραμμή	r (Ohm)	x (Ohm)
1-2	1.093	0.455
2-3	1.184	0.494
3-4	2.095	0.873
4-5	3.188	1.329
5-6	1.093	0.455
6-7	1.002	0.417
7-8	4.403	1.215
8-9	5.642	1.597
9-10	2.89	0.818
10-11	1.514	0.428
11-12	1.238	0.351

5.2. Εκτέλεση Προσομοιώσεων Για Το Δίκτυο Τεσσάρων Ζυγών

Στην παρούσα ενότητα εκτελούνται οι προσομοιώσεις στο περιβάλλον MATLAB για το ακτινικό δίκτυο τεσσάρων ζυγών case4_dist και παρατίθενται τα αποτελέσματα. Έμφαση δίνεται στις διαφορές που εντοπίζονται μεταξύ των αποτελεσμάτων της ντετερμινιστικής και της στοχαστικής βελτιστοποίησης. Κάθε περίπτωση παρουσιάζεται στη δική της ενότητα και σχολιάζεται η σημασία των αποτελεσμάτων.

5.2.1. Εφαρμογή της μεθόδου Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών

Τροποποιώντας ελαφρώς τα δεδομένα του πίνακα 1 ώστε η μέγιστη ενεργός ισχύς και τα κόστη παραγωγής των δύο γεννητριών να είναι ίσα , εκτελείται η συνάρτηση `fLinDistFlow` και προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 3: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου `LinDistFlow` για γεννήτριες με ίσα κόστη και ίση ικανότητα παραγωγής

Βέλτιστο Κόστος	Παραγωγή	
	Γεννήτρια 1	Γεννήτρια 2
24 χρ.μονάδες	1.2MW	0
	0.6MVA _r	0

Ροές γραμμών	MW	MVA _r
2-3	0.4	0.2
1-2	0.8	0.4
4-1	-0.4	-0.2

Τάσεις ζυγών	p.u.
1	1
2	0.9904
3	0.9856
4	0.9952

Στην προκειμένη περίπτωση παρατηρείται πως η παραγωγή της δεύτερης γεννήτριας στο ζυγό 4 είναι μηδενική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως, κατά τη διαμόρφωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης, αμελήθηκε ο όρος του τετραγώνου του ρεύματος που αντιστοιχεί στις απώλειες του δικτύου. Συνεπώς, δεδομένου του ίσου κόστους και της ίσης δυνατότητας παραγωγής μεταξύ της γεννήτριας 1 (υποσταθμός αναφοράς) και της γεννήτριας 2, όλο το βάρος της παραγωγής ανατίθεται στη γεννήτρια 1. Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν αν διαφοροποιηθεί το κόστος παραγωγής αλλά η

μέγιστη δυνατή παραγόμενη ισχύς παραμένει σταθερή. Μία πιο ουσιαστική προσέγγιση παρουσιάζεται στον πίνακα 4, για το σχηματισμό του οποίου έχουν χρησιμοποιηθεί αυτούσια τα δεδομένα του πίνακα 1:

Πίνακας 4: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου LinDistFlow για κόστος και ικανότητα παραγωγής της γεννήτριας 2 σημαντικά μικρότερα σε σχέση με την γεννήτρια 1

Βέλτιστο Κόστος	Παραγωγή	
	Γεννήτρια 1	Γεννήτρια 2
14 χρ.μονάδες	0.7MW	0.5MW
	0.6MVAr	0

Ροές γραμμών	MW	MVAr
2-3	0.4	0.2
1-2	0.8	0.4
4-1	0.1	-0.2

Τάσεις ζυγών	p.u.
1	1
2	0.9904
3	0.9856
4	0.9982

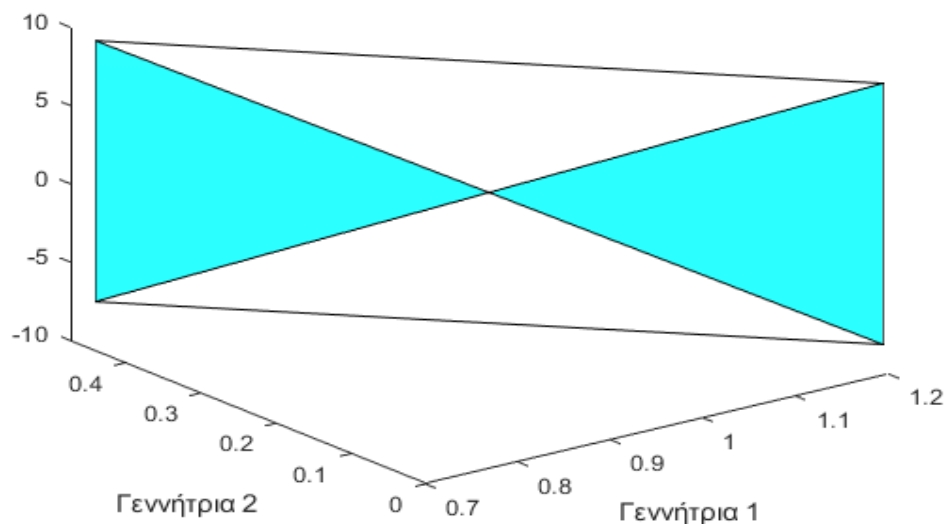
Τα αποτελέσματα της παραπάνω εκτέλεσης δείχνουν πώς όταν υπάρχει μία πηγή μικρής ισχύος και χαμηλού κόστους, η συνολική παραγωγή της οποίας αδυνατεί να καλύψει την απαιτούμενη ζήτηση, το σύστημα δίνει την προτεραιότητα στην εν λόγω πηγή. Δηλαδή, η δευτερεύουσα μικρή πηγή καλύπτει ένα κλάσμα του συνολικού φορτίου στο βαθμό που επιτρέπει το μέγιστο όριο παραγωγής της, ενώ το υπόλοιπο φορτίο αναλαμβάνει να καλύψει ο υποσταθμός. Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν αν προστεθεί στο δίκτυο ένας αριθμός από ανάλογες μικρές πηγές.

5.2.2. Εφαρμογή της μεθόδου Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 1, η γεννήτρια 2 του ζυγού 4 έχει στοχαστική συμπεριφορά, δηλαδή οι τιμές της μέγιστης και ελάχιστης ενεργού και αέργου ισχύος ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσο όρο και τυπική απόκλιση όπως αναφέρονται στον πίνακα.

Για τη επίλυση του προβλήματος η κατανομή διακριτοποιείται και λαμβάνονται 1000 σενάρια. Η δημιουργία των σεναρίων βασίζεται στις εντολές *uncertain* και *sample* της επέκτασης YALMIP.[3] Συγκεκριμένα, η εντολή *uncertain* χρησιμοποιείται για να ορίσει την τυχαία κατανομή που ακολουθεί η μεταβλητή του προβλήματος, καθώς και τις παραμέτρους της κατανομής αυτής. Η εντολή *sample* χρησιμοποιείται για να αντλήσει ένα αριθμό δειγμάτων από την αβέβαιη μεταβλητή και ύστερα να συνενώσει όλα τα παραγόμενα δείγματα. Στην προκειμένη περίπτωση, τα δείγματα αυτά αποτελούν το σύνολο των περιορισμών (constraints) του προβλήματος ή τα σενάρια τα οποία εξετάζονται. Τέλος, τα παραπάνω δεδομένα εισάγονται σε ένα *optimizer* αντικείμενο της επέκτασης YALMIP το οποίο είναι κατάλληλο για την αποδοτική, διαδοχική επίλυση πολλών παρόμοιων προβλημάτων, δηλαδή των 1000 σεναρίων που έχουν δημιουργηθεί.

Το εφικτό σύνολο (feasible set) του προβλήματος δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 9: Εφικτό σύνολο δικτύου τεσσάρων ζυγών *case4_dist*

Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον παρακάτω πίνακα για 3 διαδοχικές εκτελέσεις της μεθόδου:

Πίνακας 5: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου StochLinDistFlow για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών case4_dist

1η Εκτέλεση	Γεννήτρια 1		Γεννήτρια 2	
	MW	MVAr	MW	MVAr
	0.7349	0.6	0.4651	0
2η Εκτέλεση	0.7355	0.6	0.4645	0
3η Εκτέλεση	0.7307	0.6	0.4693	0

Όπως ήταν αναμενόμενο, σε κάθε εκτέλεση διαφοροποιείται ελαφρώς η συμβολή κάθε γεννήτριας στη κάλυψη του συνολικού φορτίου δεδομένης της διακύμανσης των τιμών των παραμέτρων της. Αντίστοιχα με την προηγούμενη ντετερμινιστική περίπτωση, η δεύτερη γεννήτρια παράγει ισχύ κοντά στο επιτρεπόμενο άνω όριο της (0.5MW) με τη διαφορά πως υπάρχουν αποκλίσεις λόγω της εισαγωγής της αβεβαιότητας. Ωστόσο, παρατηρείται ξανά πως το σύστημα θέτει σε προτεραιότητα τη χαμηλού κόστους, μικρής ισχύος πηγή για την κάλυψη του φορτίου στο βαθμό που είναι εφικτό, ενώ ο υποσταθμός συμπληρώνει την απαιτούμενη ισχύ για την πλήρη ικανοποίηση της ζήτησης.

5.3. Εκτέλεση Προσομοιώσεων Για Το Δίκτυο Δώδεκα Ζυγών

Στην παρούσα ενότητα εκτελούνται οι προσομοιώσεις στο περιβάλλον MATLAB για το ακτινικό δίκτυο δώδεκα ζυγών case12da και παρατίθενται τα αποτελέσματα. Έμφαση δίνεται στις διαφορές που εντοπίζονται μεταξύ των αποτελεσμάτων της ντετερμινιστικής και της στοχαστικής βελτιστοποίησης. Κάθε περίπτωση παρουσιάζεται στη δική της ενότητα και σχολιάζεται η σημασία των αποτελεσμάτων.

5.3.1. Εφαρμογή της μεθόδου Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο δώδεκα ζυγών

Όπως προηγουμένως, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος LinDistFlow με είσοδο τα δεδομένα του πίνακα 2. Τα σχετικά αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον πίνακα 6 παρακάτω:

Πίνακας 6: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου LinDistFlow για το δίκτυο δώδεκα ζυγών case12da

Βέλτιστο Κόστος	Παραγωγή	
	Γεννήτρια 1	Γεννήτρια 2
6.7 χρ.μονάδες	335kW	100kW
	405kVAr	0

Ροές γραμμών	kW	kVAr
1-2	335	405
2-3	275	345
3-4	235	315
4-5	180	260
5-6	150	230
6-7	130	215
7-8	75	160
8-9	130	115
9-10	90	75
10-11	55	45
11-12	15	15

Τάσεις ζυγών	p.u.
1	1
2	0.9909
3	0.9827

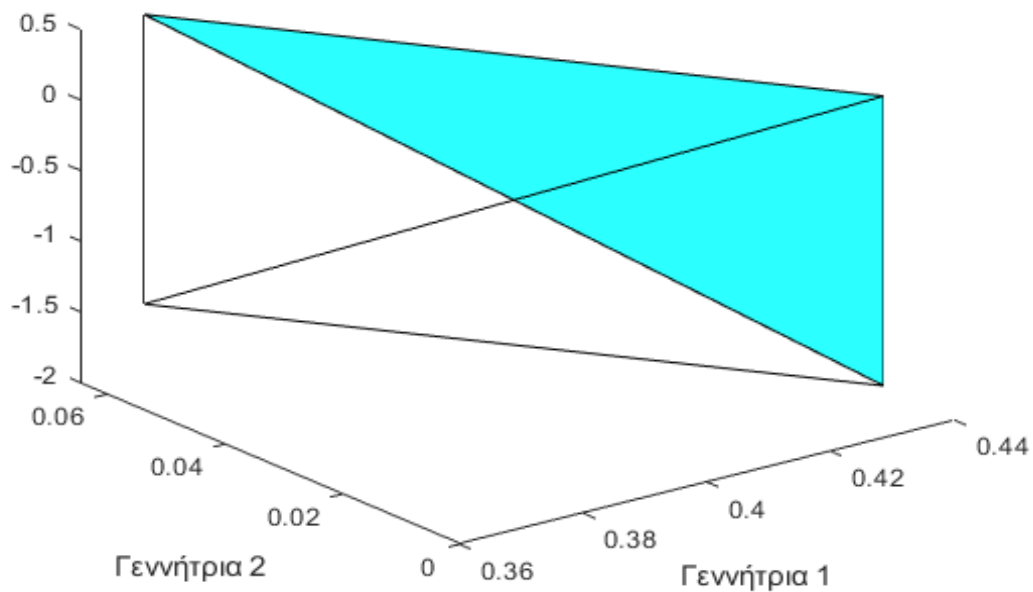
4	0.9700
5	0.9548
6	0.9504
7	0.9467
8	0.9381
9	0.9229
10	0.9176
11	0.9159
12	0.9155

Τα αποτελέσματα της παραπάνω εκτέλεσης επιβεβαιώνουν τα ευρήματα της προηγούμενης περίπτωσης δηλαδή όταν υπάρχει μία πηγή μικρής ισχύος και χαμηλού κόστους, η συνολική παραγωγή της οποίας αδυνατεί να καλύψει την απαιτούμενη ζήτηση, το σύστημα δίνει την προτεραιότητα στην εν λόγω πηγή. Δηλαδή, η δευτερεύουσα μικρή πηγή καλύπτει ένα κλάσμα του συνολικού φορτίου στο βαθμό που επιτρέπει το μέγιστο όριο παραγωγής της, ενώ το υπόλοιπο φορτίο αναλαμβάνει να καλύψει ο υποσταθμός. Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν αν προστεθεί στο δίκτυο ένας αριθμός από ανάλογες μικρές πηγές. Αξίζει επιπλέον να σημειωθεί η αισθητή πτώση τάσης που εμφανίζεται κατά μήκος των γραμμών, γεγονός που οφείλεται στην ολική παραγωγή της αέργου ισχύος από τον υποσταθμό και την έλλειψη αντιστάθμισης σε όλους τους ζυγούς.

5.3.2. Εφαρμογή της μεθόδου Στοχαστικής Βέλτιστης Ροής Ισχύος για το δίκτυο δώδεκα ζυγών

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 2, η γεννήτρια 2 του ζυγού 8 έχει στοχαστική συμπεριφορά, δηλαδή οι τιμές της μέγιστης και ελάχιστης ενεργού και αέργου ισχύος ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσο όρο και τυπική απόκλιση όπως αναφέρονται στον πίνακα. Για τη επίλυση του προβλήματος η κατανομή διακριτοποιείται και λαμβάνονται 1000 σενάρια.

Όπως και προηγουμένως, το εφικτό σύνολο του προβλήματος δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 10: Εφικτό σύνολο δικτύου δώδεκα ζυγών case12da

Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον πίνακα 7 για 3 διαδοχικές εκτελέσεις της μεθόδου:

Πίνακας 7: Αποτελέσματα εκτέλεσης της μεθόδου StochLinDistFlow για το δίκτυο δώδεκα ζυγών case12da

1η Εκτέλεση	Γεννήτρια 1		Γεννήτρια 2	
	kW	kVAr	kW	kVAr
	363.6	507.6	71.4	-102.6
2η Εκτέλεση	370.6	488.8	64.4	-83.8
3η Εκτέλεση	366.8	498.9	68.2	-93.9

Παρατηρείται, όπως και προηγουμένως, πως το σύστημα δίνει προτεραιότητα στην χαμηλής ισχύος και μικρού κόστους γεννήτρια του ζυγού 8. Λόγω της αβεβαιότητας που

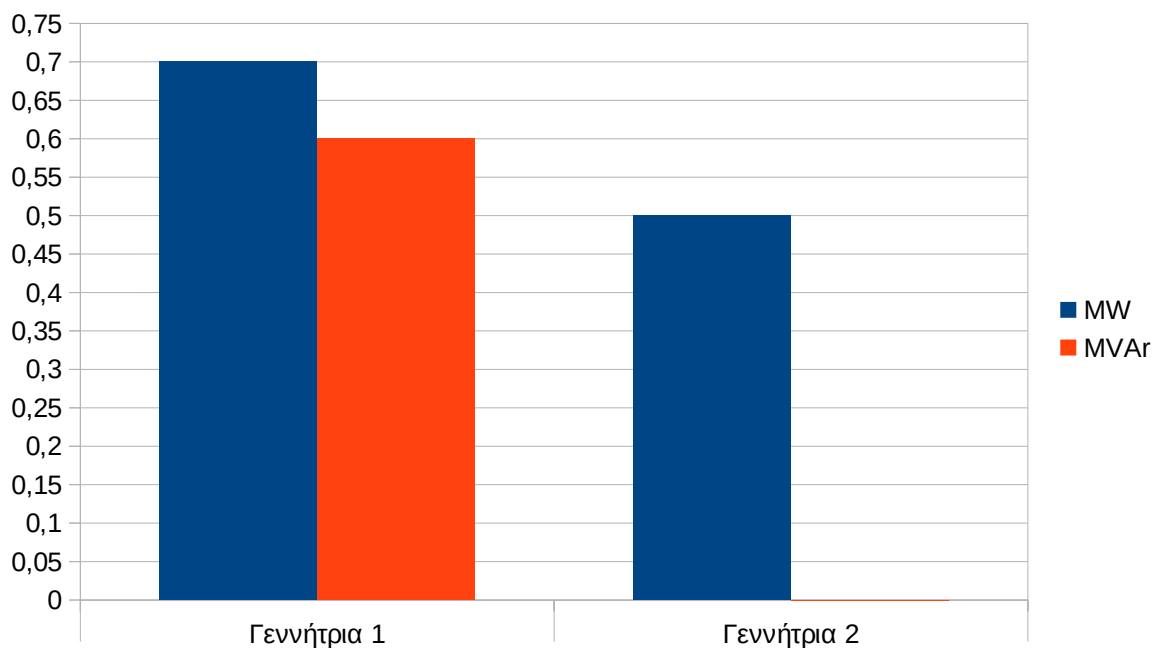
παρουσιάζει η παραγωγή της, ο υποσταθμός χρειάζεται να τροφοδοτήσει το δίκτυο με επαρκή ισχύ η οποία να καλύπτει τις διακυμάνσεις που εμφανίζονται. Επιπλέον, στην προκείμενη περίπτωση η γεννήτρια του ζυγού 8 καταναλώνει άεργο ισχύ και σε συνδυασμό με τις απαιτήσεις των φορτίων σε άεργο ισχύ, επιβαρύνεται περισσότερο ο υποσταθμός και προκαλείται αισθητή πτώση τάσης κατά μήκος των γραμμών.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί η απουσία πληροφοριών για την κατάσταση του δικτύου ύστερα από την εκτέλεση του αλγορίθμου όπως επίπεδα τάσεων, ελάχιστο κόστος κλπ. Η συμπερίληψη της αβεβαιότητας στο πρόβλημα καθιστά δύσκολο τον υπολογισμό των προαναφερθέντων μεγεθών δεδομένου πως κάθε εκτέλεση μεταβάλλει τις τιμές τους ανάλογα με το σενάριο που έχει επιλεγεί. Συνεπώς, μπορούμε να είμαστε βέβαιοι μόνο για την ικανοποίηση των περιορισμών που έχουν τεθεί κατά τη διαμόρφωση του προβλήματος.

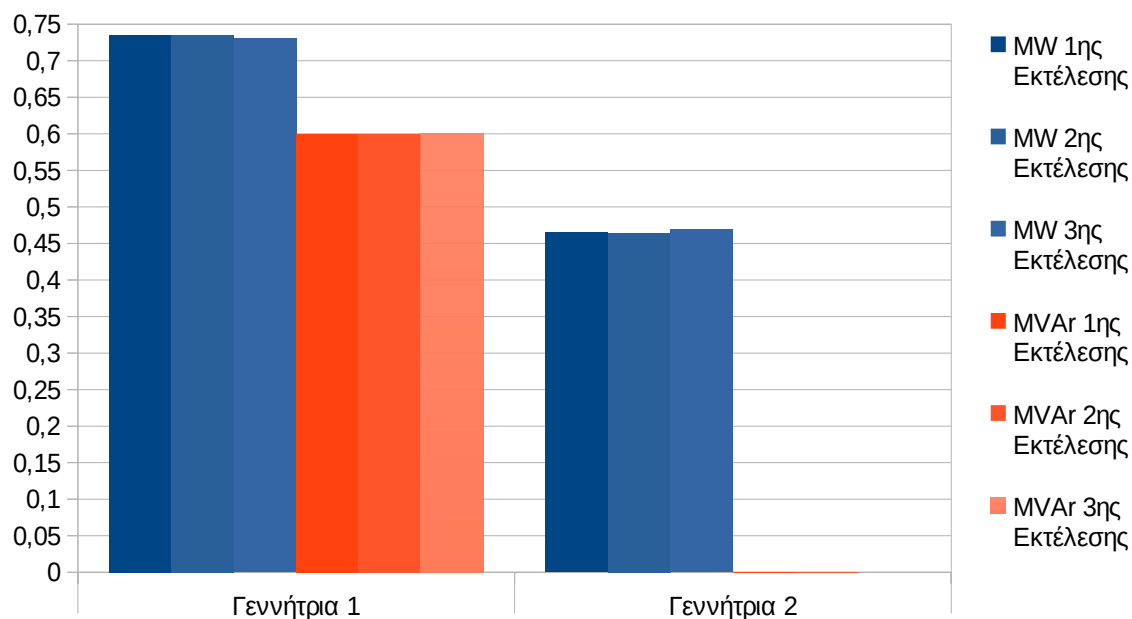
5.4. Σύγκριση Των Αποτελεσμάτων

Στην παρούσα ενότητα συνοψίζονται και απεικονίζονται γραφικά τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που προηγήθηκαν με σκοπό την καλύτερη εποπτεία τους.

Αρχικά, για το δίκτυο τεσσάρων ζυγών παρατίθενται γραφικά τα αποτελέσματα:



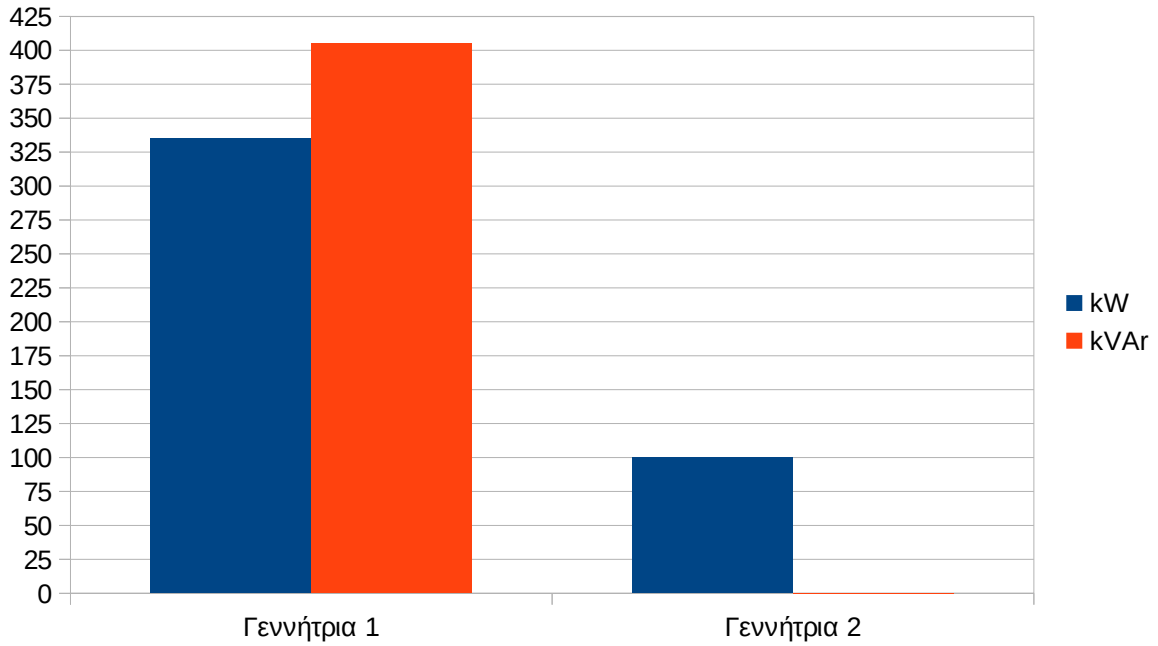
Σχήμα 11: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο τεσσάρων ζυγών



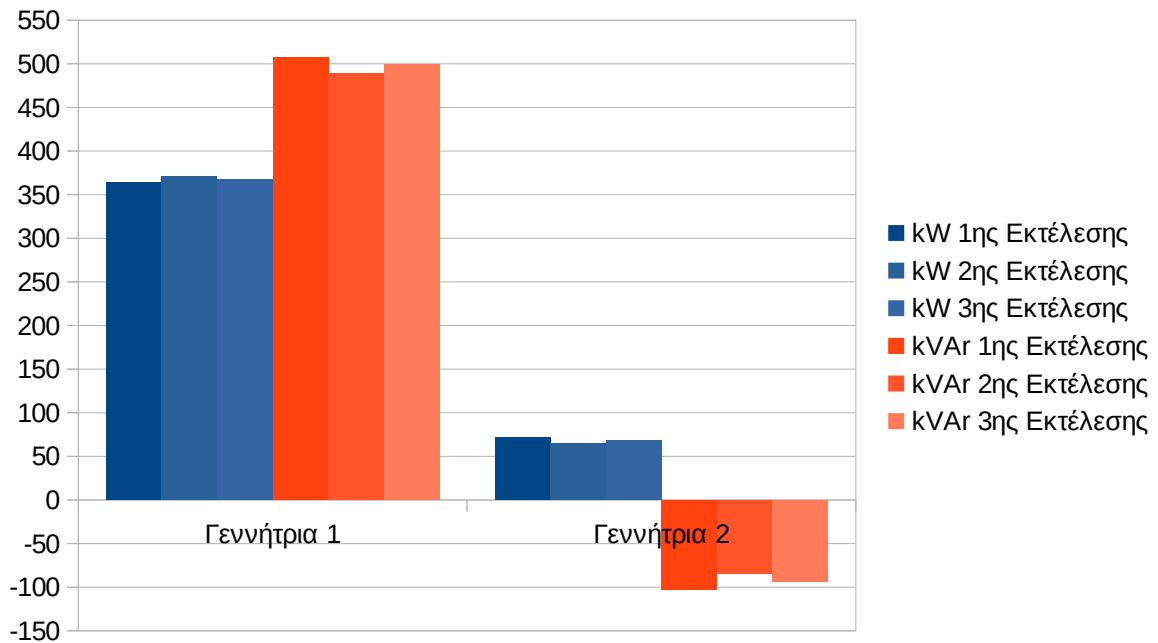
Σχήμα 12: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο τεσσάρων ζυγών

Το κύριο συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως η πιο οικονομική γεννήτρια καλύπτει στο μέγιστο των δυνατοτήτων της το κομμάτι της ζήτησης φορτίου που της αναλογεί ενώ ο υποσταθμός παρέχει την υπόλοιπη ισχύ που απαιτείται για τη λειτουργία του δικτύου. Στη δεύτερη περίπτωση, οι αποκλίσεις στις τιμές της μέγιστης παραγόμενης ισχύος της γεννήτριας 2 που οφείλονται στη στοχαστική της φύση, περιορίζουν την συνολική της ικανότητα. Αυτό σημαίνει πως είναι δυνατή η εκμετάλλευση μόνο ενός κλάσματος της μέγιστης δυνατής ισχύος της γεννήτριας 2, ενώ παράλληλα πρέπει να συνεισφέρει και ο υποσταθμός για την ικανοποίηση της ζήτησης. Τέλος, όλη η άεργος ισχύς παράγεται από τον υποσταθμό, γεγονός που οφείλεται στις παραμέτρους του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Ανάλογα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω για το δίκτυο δώδεκα ζυγών. Στη δεύτερη περίπτωση παρατηρείται πως η γεννήτρια 2 απορροφά άεργο ισχύ, δηλαδή λειτουργεί ως ένα επιπλέον επαγωγικό φορτίο στο δίκτυο. Αυτό σημαίνει πως επιβαρύνεται ο υποσταθμός παραγωγής, γεγονός που μπορεί δυνητικά να προκαλέσει προβλήματα στην ορθή λειτουργία του δικτύου, ιδιαίτερα όταν υπάρχουν πολλές όμοιες γεννήτριες σε άλλους ζυγούς του δικτύου. Στην περίπτωση αυτή συνίσταται χωρητική αντιστάθμιση είτε με τη χρήση πυκνωτών, είτε με χρήση ελεγκτών ροής ισχύος.



Σχήμα 13: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο δώδεκα ζυγών



Σχήμα 14: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων εφαρμογής στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος στο δίκτυο δώδεκα ζυγών

Κεφάλαιο 6: Επίλογος

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η ντετερμινιστική και στοχαστική βέλτιστη ροή ισχύος σε δύο ακτινικά δίκτυα διανομής με βάση το μοντέλο ροής γραμμής.

Το πρώτο κύριο συμπέρασμα που εξάγεται από τις εκτελέσεις των προσομοιώσεων είναι πως το γραμμικοποιημένο μοντέλο παρέχει μία αρκετά καλή προσέγγιση της πραγματικής λύσης. Το γεγονός αυτό είναι αρκετά ενθαρρυντικό εφόσον η υλοποίηση της μεθόδου της ντετερμινιστικής, και κατ'επέκταση της στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος, καθίσταται υπολογιστικά ευκολότερη. Όπως διαπιστώθηκε, σε ορισμένες περιπτώσεις οι προκύπτουσες λύσεις είναι μη ικανοποιητικές λόγω της μη συμπερίληψης των απωλειών. Ωστόσο, οι περιπτώσεις αυτές δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα δεδομένου πως ο υποσταθμός αναφοράς θα είναι πάντα πιο ακριβός (και συνεπώς τελευταίος στην προτεραιότητα ένταξης) από τις διάσπαρτες μικρές πηγές που τροφοδοτούν το δίκτυο.

Δευτερευόντως, παρατηρούμε από τα αποτελέσματα των εκτελέσεων της στοχαστικής βέλτιστης ροής ισχύος πως η μικρότερη σε ισχύ πηγή καλύπτει ικανοποιητικά το μερίδιο της ζήτησης που της αναλογεί στην πλειοψηφία των περιπτώσεων. Φυσικά, αποκλίσεις που οφείλονται σε διάφορους περιβαλλοντικούς ή τεχνικούς παράγοντες μπορούν να αντιμετωπιστούν με τη προσθήκη επιπλέον πηγών στο δίκτυο. Η προτεραιότητα που δίνει το σύστημα στις πηγές αυτές για την κάλυψη των αναγκών ισχύος συνεισφέρει στην οικονομικότερη λειτουργία του συστήματος. Ένα ακόμα πλεονέκτημα είναι πως οι συγκεκριμένες πηγές δύνανται να παράσχουν ισχύ στο δίκτυο μεταφοράς όταν αυτό απαιτείται δικαιολογώντας με αυτόν τον τρόπο το χαρακτηρισμό τους ως μεταβλητές ελέγχου.

Μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας εργασίας θα μπορούσαν να αποτελέσουν η μελέτη της προσθήκης πολλών πηγών ίδιας στοχαστικής συμπεριφοράς, οι επιδράσεις της αποκοπής φορτίου και η αντιμετώπισή τους καθώς και η εξέταση δικτύων διαφορετικού τύπου (βροχοειδή).

Παράρτημα

Παρακάτω παρατίθεται ο κώδικας MATLAB που περιέχει τις συναρτήσεις fLinDistFlow και fStochLinDistFlow.[12]

```
function [pg, qg] = fLinDistFlow(mpc)
%fLinDistFlow: Executes optimal power flow for a radial distribution
system

%Define Constants

%Number of buses & lines & generators
nbus = size(mpc.bus(:,1));nbus(:,2)=[]; %Bus Number
nline = size(mpc.branch(:,1));nline(:,2)=[]; %Line Number
ng = size(mpc.gen,1); %Total Gen Number
on = find(mpc.gen(:,8) > 0); %Which generators are on?
ngen = mpc.gen(on,1); %Which buses are they at?
ngon = size(on,1); %Active Gen Number
Cg = sparse(ngen, (1:ngon)', 1, nbus, ng); %Connection matrix element
i, j is 1 if bus i contains gen j

%A: Incidence Matrix
Ainc = makeIncidence(mpc); %Dimension: nline*nbus
A = Ainc'; %Transposed Incidence matrix, dimension: nbus*nline
Ar = Ainc;
Ar(:,1) = []; %Reduced Incidence matrix, dimension: nline*nline,
%bus 1 is considered as reference
F = inv(Ar); %Inverse Incidence matrix

%Calculate R and X matrices
r = diag(mpc.branch(:,3));
x = diag(mpc.branch(:,4));
R = F*r*F'; R = [zeros(nline,1) R]; R = [zeros(1,nbus);R];
X = F*x*F'; X = [zeros(nline,1) X]; X = [zeros(1,nbus);X];

%Loads, voltage reference, generator costs, margins
pc = mpc.bus(:,3)/mpc.baseMVA;
qc = mpc.bus(:,4)/mpc.baseMVA;
qgmax = mpc.gen(:,4)/mpc.baseMVA;
qgmin = mpc.gen(:,5)/mpc.baseMVA;
pgmax = mpc.gen(:,9)/mpc.baseMVA;
pgmin = mpc.gen(:,10)/mpc.baseMVA;
vmax = mpc.bus(:,12);
vmin = mpc.bus(:,13);
c = mpc.gencost(:,6);
vref = 1;

%Define Variables
pg = sdpvar(ngon,1); %Real power generation
qg = sdpvar(ngon,1); %Reactive power generation
pinj = Cg*pg - pc; %Real power injection
qinj = Cg*qg - qc; %Reactive power injection
```

```

Pline = sdpvar(nline,1); %Real line flow
Qline = sdpvar(nline,1); %Reactive line flow
v = vref*ones(nbus,1) + 2*R*pinj + 2*X*qinj; %Bus Voltage
%Define Constraints
Constraints=[pinj==A*Pline, qinj==A*Qline, pgmin<=pg(:)<=pgmax,
qgmin<=qg(:)<=qgmax, vmin<=v(:)<=vmax, Pline(:) <=2];

%Define Objective
Objective = c'*pg*mpc.baseMVA;

%Define options
options=sdpsettings('verbose',1);

%Solution
sol=optimize(Constraints, Objective, options);

%Display results
Generation=[pg qg]*mpc.baseMVA; Injections=[pinj qinj]*mpc.baseMVA;
Flows=[Pline Qline]*mpc.baseMVA; TotalGen=[sum(pg) sum(qg)]*mpc.baseMVA;
TotalLoad=[sum(pc) sum(qc)]*mpc.baseMVA;
disp(' Cost: ');display(value(Objective));
disp(' pg: qg: ');display(value(Generation));
disp(' Total Generation:');display(value(TotalGen));
disp(' Total Consumption:');display(value(TotalLoad));
disp(' Pline: Qline:');display(value(Flows));
disp(' Voltages:');display(value(v));
end

```

```

function [pg,qg] = fStochLinDistFlow(mpc)
%fStochLinDistFlow: Executes a stochastic optimal power flow for a radial
distribution system
%The grid must contain at least two generators.
%Generator at bus no.1 is considered to be the main station.

%Define Constants

%Number of buses & lines & generators
nbus = size(mpc.bus(:,1));nbus(:,2)=[]; %Bus Number
nline = size(mpc.branch(:,1));nline(:,2)=[]; %Line Number
ng = size(mpc.gen,1); %Total Gen Number
on = find(mpc.gen(:,8) > 0); %Which generators are on?
ngen = mpc.gen(on,1); %Which buses are they at?
ngon = size(on,1); %Active Gen Number
Cg = sparse(ngen, (1:ngon)', 1, nbus, ng); %Connection matrix element
i, j is 1 if bus i contains gen j

%A: Incidence Matrix
Ainc = makeIncidence(mpc); %Dimension: nline*nbus
A = Ainc'; %Transposed Incidence matrix, dimension: nbus*nline

```

```

Ar = Ainc;
Ar(:,1) = []; %Reduced Incidence matrix, dimension: nline*nline,%bus 1
is considered as reference
F = inv(Ar); %Inverse Incidence matrix

%Calculate R and X matrices
r = diag(mpc.branch(:,3));
x = diag(mpc.branch(:,4));
R = F*r*F'; R = [zeros(nline,1) R]; R = [zeros(1,nbus);R];
X = F*x*F'; X = [zeros(nline,1) X]; X = [zeros(1,nbus);X];

%Loads, voltage reference, generator costs, margins
pc = mpc.bus(:,3)/mpc.baseMVA;
qc = mpc.bus(:,4)/mpc.baseMVA;
qgmax = mpc.gen(:,4)/mpc.baseMVA;
qgmin = mpc.gen(:,5)/mpc.baseMVA;
pgmax = mpc.gen(:,9)/mpc.baseMVA;
pgmin = mpc.gen(:,10)/mpc.baseMVA;
vmax = mpc.bus(:,12);
vmin = mpc.bus(:,13);
c = mpc.gencost(:,6);
vref = 1;

%Define Variables
pg = sdpvar(ngon,1); %Real power generation
qg = sdpvar(ngon,1); %Reactive power generation
sg=[pg qg]; %Complex power generation
sgbound = sdpvar(4,1); %Uncertainty variable
pinj = Cg*pg - pc; %Real power injection
qinj = Cg*qg - qc; %Reactive power injection
Pline = sdpvar(nline,1); %Real line flow
Qline = sdpvar(nline,1); %Reactive line flow
v = vref*ones(nbus,1) + 2*R*pinj + 2*X*qinj; %Bus Voltage

%Define Constraints
Constraints=[pinj == A*Pline, qinj == A*Qline, pgmin(1) <= sg(1,1) <=
pgmax(1), qgmin(1) <= sg(1,2) <= qgmax(1), sgbound(1,1) <= sg(2:ngon,1) <=
sgbound(2,1), sgbound(3,1) <= sg(2:ngon,2) <= sgbound(4,1), vmin <= v(:)
<= vmax, Pline <= 2, uncertain(sgbound,'normal',
[pgmin(2);pgmax(2);qgmin(2);qgmax(2)], [.001;.01;.01;.01])];

%Define Objective
Objective = c'*pg*mpc.baseMVA;

%Solution
sol=optimizer(Constraints, Objective,[],sgbound, sg);
sol_scenarios=sample(sol,1000);
opt_sol=sol_scenarios([])*mpc.baseMVA;

%Display results
disp('   pg:       qg:   ');display(value(opt_sol));

end

```


Αναφορές

- [1] Antonio J. Conejo, Integrating Renewables in Electricity Markets, 2014.
- [2] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sanchez, and R. J. Thomas, «MATPOWER: Steady-State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education», *IEEE Transactions on Power Systems*, 2011.
- [3] YALMIP, yalmip.github.io.
- [4] Κ. Βουρνάς, Γ. Κονταξής, Εισαγωγή Στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας.
- [5] Κ. Βουρνάς, Β. Κ. Παπαδιάς, Κ. Ντελκής, Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας.
- [6] Stefan Dalhues, Yang Zhou, Oliver Pohl, Florian Rewald, Fabian Erlemeyer, Dennis Schmid, Jannik Zwartscholten, Zita Hagemann, Christian Wagner, Daniel Mayorga Gonzalez, Hua Liu, Mingmin Zhang, Jiayan Liu, Christian Rehtanz, Yong Li, Yijia Cao, «Research and Practice of Flexibility in Distribution Systems: A Review», *CSEE Journal of power and energy systems*, VOL. 5, NO. 3, September 2019.
- [7] John J. Grainger, William D. Stevenson, Power System Analysis.
- [8] S. Chatzivasileiadis, Optimization In Modern Power Systems, 2018.
- [9] Π. Γεωργιλάκης, Σύγχρονα Συστήματα Μεταφοράς και Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας.
- [10] Virginia Tech, ECE 5984: Power Distribution System Analysis, Lecture 12: DistFlow and LinDistFlow.
- [11] Alexander Shapiro, Darinka Dentcheva, Andrzej Ruszczyński, Lectures On Stochastic Programming: Modeling And Theory, 2009.
- [12] github.com/Litourgiya/Linear-Distribution-Flow