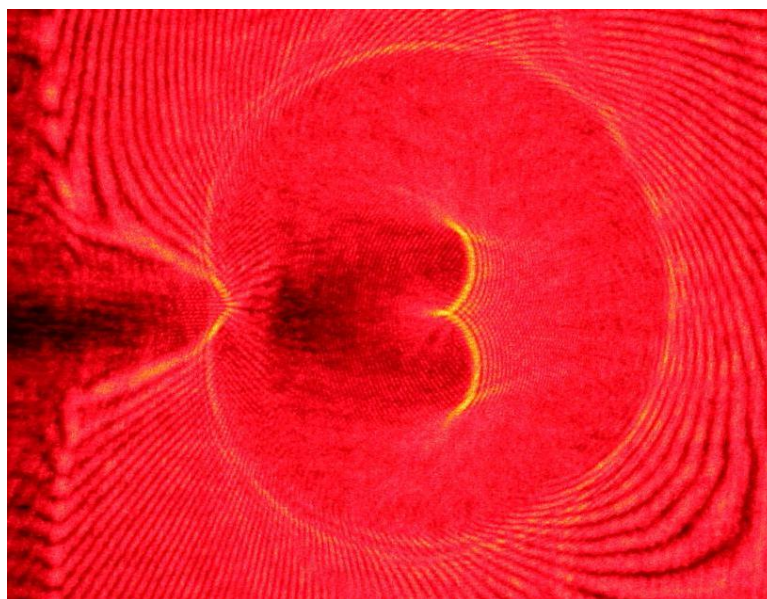




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Η εφαρμογή της μεθόδου των καυστικών για αδιαφανή υλικά



Επιβλέπων: Καθηγητής Γ. Παπαδόπουλος, Τομέας Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ

Εξεταστική Επιτροπή : Καθηγητής Γ. Παπαδόπουλος, ΣΕΜΦΕ
Καθηγητής Ε. Σαμουηλίδης, Ν.Μ.Μ
Επικ. Καθηγ. Β. Βαδαλούκα, ΣΕΜΦΕ

Διπλωματική Εργασία

Σπυροπούλου Αικατερίνη

ΑΘΗΝΑ 2011

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τον καθηγητή μου κ. Γ. Παπαδόπουλο για το σεβασμό, την κατανόηση και τη συμπαράσταση που μου παρείχε σε όλο το διάστημα εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ:

Εισαγωγή.....	3
Το αντικείμενο της μελέτης.....	3
Θεωρητική Ανάλυση.....	5
2.1 Γενικά.....	5
2.2 Θεωρητική ανάλυση.....	7
Καυστικές με την.....	9
ακριβή και τη προσεγγιστική λύση.....	9
3.1 Γενικά.....	9
3.2 Εξισώσεις των καυστικών με την ακριβή λύση.....	11
3.3 Εξισώσεις των καυστικών με τη προσεγγιστική λύση.....	14
Η εφαρμογή της μεθόδου των καυστικών σε αδιαφανή υλικά.....	17
4.1 Γενικά.....	17
4.2 Κατασκευή των καυστικών και των αρχικών καμπυλών. Σφάλματα αρχικής καμπύλης.....	18
4.3 Μέθοδος εύρεσης των σχετικών σφαλμάτων των συντελεστών.....	19
εντάσεως των τάσεων λόγω της προσεγγιστικής λύσης.....	19
4.4 Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	21
Α. Αλουμίνιο.....	22
Β. Χάλυβας.....	62
4.5 Συμπεράσματα.....	99
Παράρτημα.....	101
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	116

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Το αντικείμενο της μελέτης.

Η ύπαρξη της ρωγμής σε ένα υλικό είναι ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα που παρουσιάζονται στη σύγχρονη τεχνολογία . Κάθε ρηγματωμένο υλικό έχει την δική του σταθερά που ονομάζεται κρίσιμος συντελεστής εντάσεως των τάσεων όπως για τα αρηγμάτωτα υλικά έχουμε σταθερές υλικών π.χ. λόγος Poisson, μέτρο ελαστικότητας. Ο προσδιορισμός του συντελεστή εντάσεως των τάσεων, οποιαδήποτε μέθοδος και αν χρησιμοποιείται, πρέπει να γίνεται με τον πλέον ακριβή τρόπο. Όταν ο υπολογισθείς συντελεστής εντάσεως των τάσεων πλησιάζει τον κρίσιμο συντελεστή εντάσεως των τάσεων του υλικού με το οποίο εργαζόμαστε τότε πρέπει να ληφθούν μέτρα ενίσχυσης-επιδιόρθωσης της κατασκευής ή ακόμα και παύση της λειτουργίας της .

Η εξωτερική φόρτιση, οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού και το μήκος της ρωγμής είναι οι σπουδαιότεροι παράγοντες εκτός της ρωγμής οι οποίοι καθορίζουν το πρόβλημα. Η πειραματική μέθοδος των καυστικών αναπτύχθηκε από τον Manogg το 1964 και ακολούθως από τον καθηγητή κ. Θεοχάρη στη δεκαετία του 1970 στο εργαστήριο αντοχής υλικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου, ο οποίος για πρώτη φορά επίσης χρησιμοποίησε τις καυστικές που δημιουργούνται από ανάκλαση, επιτυγχάνοντας έτσι να εφαρμόζεται η μέθοδος και για αδιαφανή υλικά.

Η μέθοδος των καυστικών εφαρμόζεται σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων.

Τέτοια προβλήματα είναι η μελέτη του συντελεστή εντάσεως των τάσεων σε :

A) ισότροπα υλικά [THEOCARIS, 1970, 1978b], [THEOCARIS, GDOUTOS, 1972], [THEOCARIS, IOAKIMIDIS, 1979a], [THEOCARIS, PAZIS, 1981],[SPYROPOULOS, 2001],[SPYROPOULOS, ROUBA, 2000],[SPYROPOULOS, 1998],[SPYROPOULOS, 2000(ΕΛΕΜΚΕ)],[SPYROPOULOS, 2001(ΕΛΕΜΚΕ)].

B) ανισότροπα υλικά [THEOCARIS, 1972, 1976c], [THEOCARIS, PAPADOPOULOS, 1980], [SPYROPOULOS, 1985]

Η μελέτη δυναμικών προβλημάτων [THEOCARIS, 1977], [THEOCARIS, IOAKIMIDIS, 1979c], [THEOCHARIS, PAPADOPOULOS, 1980], [PAPADOPOULOS, 1993], [ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ, 2007].

Ο υπολογισμός των μηχανικών και οπτικών σταθερών [THEOCARIS, IOAKIMIDIS, 1979b]

Ο υπολογισμός αποστάσεων [THEOCARIS, GDOUTOS, 1977a]

Η μελέτη φορτίων εφαρμοζόμενων στο σύνορο ελαστικών σωμάτων [THEOCARIS, RAZEM, 1978]

Προβλήματα επαφής ελαστικών σωμάτων [THEOCARIS, RAZEM, 1977]

Καθώς και προβλήματα με οπές και εγκλείσματα κ.α.

Στα προβλήματα ρωγμών η ενδιαφέρουσα περιοχή είναι αυτή κοντά στο άκρο της ρωγμής, όπου η μεταβολή των τάσεων και των παραμορφώσεων είναι απότομη. Η μέθοδος των καυστικών βασίζεται στη δυνατότητα που δίνεται μέσω μιας απλής οπτικής διάταξης η τασική ιδιομορφία ενός σώματος να μετατραπεί σε οπτική ιδιομορφία.

Η δε μελέτη της οπτικής αυτής ιδιομορφίας δίνει τις απαραίτητες πληροφορίες για τον υπολογισμό της τασικής ιδιομορφίας.

Υπάρχουν δύο μορφές λύσεων, η προσεγγιστική και η κλειστή λύση. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε και τις δύο μορφές ούτως ώστε να φανεί η χρησιμότητα της κλειστής λύσης.

Οι περιπτώσεις που θα ασχοληθούμε αφορούν το αλουμίνιο και τον χάλυβα. Τα δύο αυτά υλικά θα εξεταστούν με ρωγμή υπό γωνία 30 και 60 μοιρών, φόρτιση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ και $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$, με διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0, \pm 1, \pm 2$ και μήκος ρωγμής $2a=0.5, 1, 2$.

Πράγματι όπως θα δούμε παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις στη μορφή των καυστικών που δημιουργούνται από την εμπρόσθια επιφάνεια του δοκιμίου. Τέλος, παρουσιάζονται τα σφάλματα του συντελεστή εντάσεως των τάσεων και της αρχικής καμπύλης.

Κεφάλαιο 2

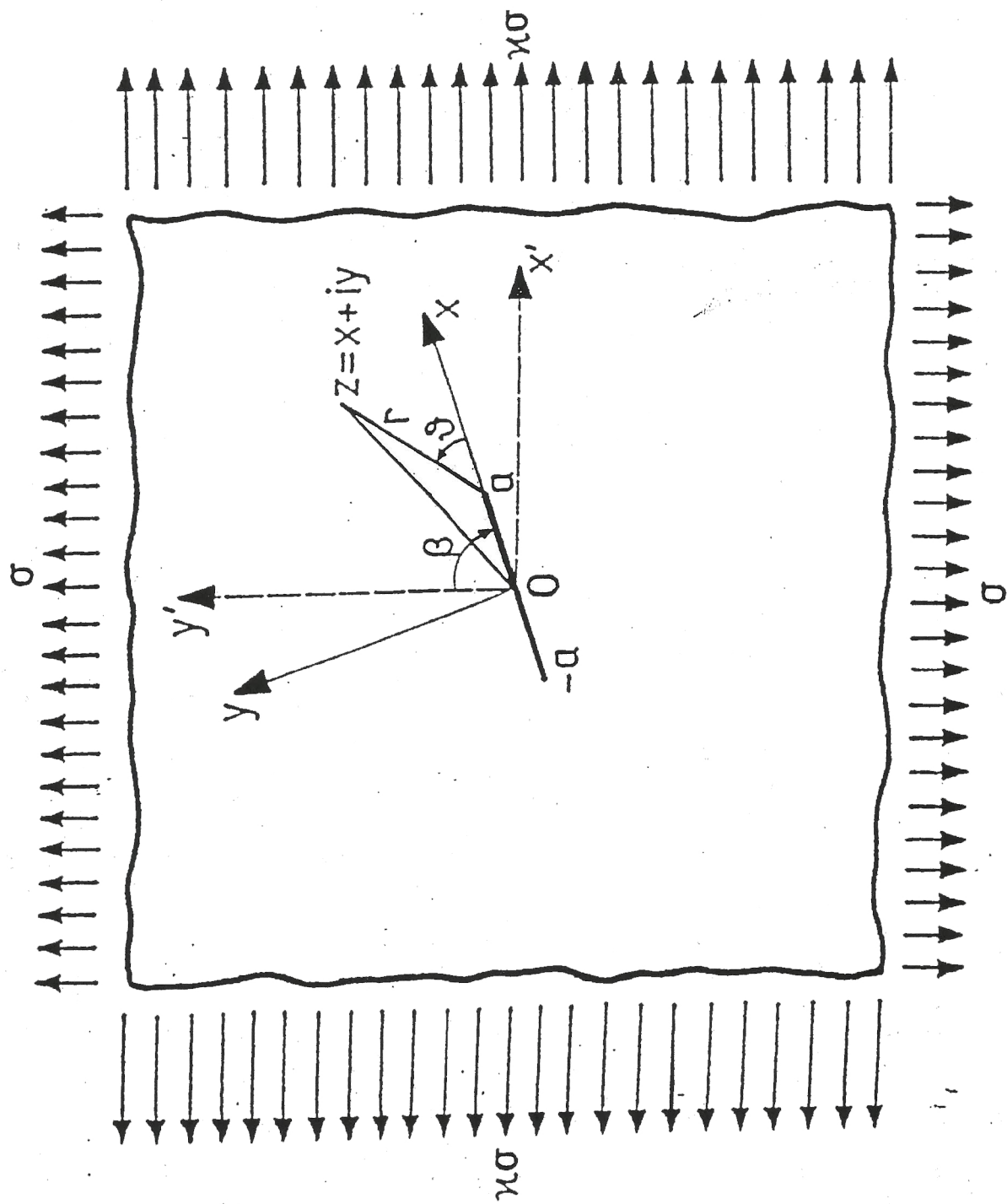
Θεωρητική Ανάλυση

2.1 Γενικά

Σε αυτό το κεφάλαιο δίνονται οι μιγαδικές συναρτήσεις του προβλήματος ενός ελαστικού, λεπτού και απείρου μήκους και πλάτους, υλικού που βρίσκεται κάτω από συνθήκες διαξονικής φόρτισης και έχει μια ρωγμή υπό κλίση.
(Σχήμα 2.1)

Οι συναρτήσεις αυτές, που δίνονται σε κλειστή μορφή, χρησιμοποιούνται :

- 1) Χωρίς προσεγγίσεις, δίνοντας την κλειστή μορφή της μιγαδικής συνάρτησης $\Phi(\zeta)$ και
- 2) Με προσεγγίσεις, δίνοντας την προσεγγιστική μορφή της μιγαδικής συνάρτησης $\Phi(\zeta)$.



2.2 Θεωρητική ανάλυση

Οι δύο σχέσεις που δίνουν τη λύση του προβλήματος είναι :

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \cdot (2\Gamma + \bar{\Gamma}') \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{1}{2} \cdot \bar{\Gamma}' \quad (2.1)$$

$$\Omega(z) = \frac{1}{2} \cdot (2\Gamma + \bar{\Gamma}') \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{1}{2} \cdot \bar{\Gamma}' \quad (2.2)$$

Θεωρώντας άκαμπτο το υλικό στο άπειρο ισχύουν οι σχέσεις :

$$\frac{1}{2} \bar{\Gamma}' = -\frac{\sigma}{4} (1-k) e^{2i\beta} \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{2} (2\Gamma + \bar{\Gamma}') = \frac{\sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \quad (2.4)$$

Όπου : α = το ήμισυ τους μήκους της ρωγμής

k = ο διαξονικός λόγος φορτίσεως

β = η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης της ρωγμής και του ΟΥ άξονα.

σ = η τάση που ασκείται στο δοκίμιο στον άξονα ΟΥ

z = τα σημεία της αρχικής καμπύλης επί του δοκίμιου

Με τη βοήθεια των εξισώσεων (2.3) και (2.4) η μιγαδική συνάρτηση $\Phi(z)$ παίρνει τη παρακάτω μορφή :

$$\Phi(z) = \frac{\sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{\sigma}{4} \cdot (1-k) e^{2i\beta} \quad (2.5)$$

Αλλάζουμε το σύστημα συντεταγμένων, από το ΟΧΥ στο οχγ, με τον μετασχηματισμό :

$$z - \alpha = \zeta \quad (2.6)$$

και μετά από πράξεις έχουμε :

$$\Phi(z) = \frac{\sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \cdot \left[\frac{\zeta + \alpha}{\sqrt{\zeta^2 + 2\alpha\zeta}} \right] + (1-k) e^{2i\beta} \frac{\sigma}{4} \quad (2.7)$$

όμως

$$\frac{\zeta + \alpha}{\sqrt{\zeta^2 + 2\alpha\zeta}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{\alpha} \right) \cdot \left(\frac{\zeta}{\alpha} \right)^{\frac{-1}{2}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\zeta}{2\alpha} \right) \right]^{\frac{-1}{2}} \quad (2.8)$$

και

$$\left[1 + \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)\right]^{-1} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n)} \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^n \quad (2.9)$$

Επομένως η εξίσωση (2.8) με την βοήθεια της (2.9) γίνεται :

$$\frac{\zeta + \alpha}{\sqrt{\zeta^2 + 2\alpha\zeta}} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}} + 2 \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n)} \cdot \left[1 + 2 \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)\right] \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{n-\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.10)$$

Οπότε μια έκφραση του μιγαδικού $\Phi(z)$ από τη σχέση (2.7) και (2.10) είναι :

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) = & \frac{\sigma}{8} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot \left\{ \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2 \cdot (1-k) \cdot e^{2i\beta}}{\left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right]} \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^0 + \right. \\ & \left. + 2 \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)\right] \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n)} \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{n-\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (2.11) \end{aligned}$$

Μία προσεγγιστική έκφραση του μιγαδικού $\Phi(\zeta)$, προκύπτει από την παραπάνω έκφραση, αν κρατήσουμε μόνο το πρώτο και το σταθερό όρο του αναπτύγματος.

Επομένως προκύπτει η προσεγγιστική έκφραση :

$$\Phi(\zeta) = \frac{\sigma}{8} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot \left[\left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2 \cdot (1-k) \cdot e^{2i\beta}}{\left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right]} \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha}\right)^0 \right] \quad (2.12)$$

με περιορισμό $\zeta \ll 2\alpha$.

Κεφάλαιο 3

Καυστικές με την ακριβή και τη προσεγγιστική λύση

3.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό προσδιορίζονται οι εξισώσεις των αρχικών καμπύλων και των καυστικών με προσεγγιστικές και ακριβείς εκφράσεις.

Η εξίσωση της αρχικής καμπύλης είναι :

$$|C_{f,r,t} \cdot \Phi''(\zeta)| = 1 \quad (3.1)$$

όπου αρχική καμπύλη εννοούμε το σύνολο των σημείων επί του δοκιμίου από τα οποία προκύπτει η καυστική στο πέτασμα.

Η εξίσωση της καυστικής είναι :

$$W = \lambda_m \cdot \left[\zeta + C_{f,r,t} \cdot \overline{\Phi'(\zeta)} \right] \quad (3.2)$$

όπου : W , η μιγαδική συντεταγμένη ενός σημείου της καυστικής στο πέτασμα .

ζ , τα σημεία της αρχικής καμπύλης επί του δοκιμίου.

λ_m , η μεγέθυνση της οπτικής διάταξης.

$C_{f,r,t}$, σταθερά που ορίζεται παρακάτω.

Η μεγέθυνση της οπτικής διάταξης ορίζεται ως εξής :

$$\lambda_m = \frac{z_0 + z_i}{z_i} \quad (3.3)$$

όπου :

z_0 , η απόσταση του πετάσματος αναφοράς από το δοκίμιο

z_i , η απόσταση της εστίας της φωτεινής δέσμης από το δοκίμιο

Τέλος η σταθερά $C_{f,r,t}$ ορίζεται από τη σχέση :

$$C_{f,r,t} = \frac{4 \cdot z_0 \cdot d}{\lambda_m} \cdot c_{f,r,t} \quad (3.4)$$

όταν πρόκειται :

α) για ακτίνες ανακλώμενες από την εμπρόσθια επιφάνεια του δοκιμίου (δείκτης f)

β) για ακτίνες ανακλώμενες από την οπίσθια επιφάνεια του δοκιμίου (δείκτης r) και

γ) για ακτίνες διερχόμενες από το δοκίμιο (δείκτης t)

όπου στη σχέση (3.4) έχω :

d , το πάχος του δοκιμίου

ν , ο λόγος του Poisson για το εκάστοτε υλικό

E , το μέτρο Ελαστικότητας του υλικού και

c_f , για ακτίνες ανακλώμενες από την εμπρόσθια επιφάνεια του δοκιμίου
 $c_f = \nu/E$ (3.5)

c_r , η οπτική σταθερά του υλικού για ακτίνες ανακλώμενες από την οπίσθια επιφάνεια του δοκιμίου

c_t , για ακτίνες διερχόμενες από το δοκίμιο

Οι περιπτώσεις με τις οποίες θα ασχοληθούμε αφορούν αδιαφανή υλικά στα οποία είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος των καυστικών με ακτίνες ανακλώμενες μόνο από την εμπρόσθια επιφάνεια του δοκιμίου.

3.2 Εξισώσεις των καυστικών με την ακριβή λύση

Οι εξισώσεις της αρχικής καμπύλης και της καυστικής, σχέσεις (3.1) και (3.2) εφαρμόζονται όταν η $\Phi(z)$ χρησιμοποιείται χωρίς τις προσεγγίσεις, δηλαδή στη κλειστή μορφή της από τη σχέση (2.5).

Η $\Phi(z)$ είναι :

$$\Phi(z) = \frac{\sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{\sigma}{4} \cdot (1 - k)e^{2i\beta} \quad (3.6)$$

Για να εφαρμοστούν οι σχέσεις (3.1) και (3.2) δηλαδή οι εξισώσεις για την αρχική καμπύλη και την καυστική αντίστοιχα πρέπει πρώτα να υπολογιστούν η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της μιγαδικής συνάρτησης $\Phi(z)$

Η πρώτη παράγωγος της $\Phi(z)$ είναι :

$$\Phi'_{(z)} = -\frac{\sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \cdot a^2 \cdot (z^2 - a^2)^{-3/2} \quad (3.7)$$

ενώ για τη δεύτερη παράγωγο έχουμε :

$$\Phi''_{(z)} = \frac{3 \cdot \sigma}{4} \cdot [(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta})] \cdot a^2 \cdot z \cdot (z^2 - a^2)^{-5/2} \quad (3.8)$$

Εφαρμόζουμε τους μετασχηματισμούς :

$$z - \alpha = \zeta = r e^{i\theta} \quad (3.9)$$

και

$$z + \alpha = \zeta_1 = r_1 e^{i\theta_1} \quad (3.10)$$

όπου το r_1 ισούται με :

$$r_1 = (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{1/2} \quad (3.11)$$

και η θ_1 είναι :

$$\theta_1 = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{r}{r_1} \sin \theta\right) & \left[\begin{array}{l} \gamma\alpha \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{και κάθε } r \\ \gamma\alpha \quad \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \quad \mu\epsilon \quad r \leq \frac{-2\alpha}{\cos \theta} \end{array} \right. \\ \pi - \arcsin\left(\frac{r}{r_1} \sin \theta\right) & \gamma\alpha \quad \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \quad \mu\epsilon \quad r > \frac{-2\alpha}{\cos \theta} \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\theta_1 = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{r}{r_1} \sin \theta\right) & \left[\begin{array}{l} \gamma\alpha \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0 \quad \text{και κάθε } r \\ \gamma\alpha \quad -\pi \leq \theta \leq -\frac{\pi}{2} \quad \mu\epsilon r \leq \frac{-2\alpha}{\cos \theta} \end{array} \right. \\ \left. -\pi - \arcsin\left(\frac{r}{r_1} \sin \theta\right) \quad \gamma\alpha \quad -\pi \leq \theta \leq -\frac{\pi}{2} \quad \mu\epsilon r \geq \frac{-2\alpha}{\cos \theta} \right. \end{cases} \quad (3.13)$$

Οπότε μετά τους μετασχηματισμούς στην (3.8) προκύπτει :

$$\Phi''_{(\zeta)} = \frac{3 \cdot \sigma}{4} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + \varepsilon^{2i\beta}) \right] \cdot a^2 \cdot (r \cdot r_1)^{-5/2} \cdot e^{-5/2 \cdot i(\theta + \theta_1)} \cdot \left[(r \cdot \cos \theta + \alpha) + i(r \cdot \sin \theta) \right] \quad (3.14)$$

Για να βρούμε λοιπόν την εξίσωση της αρχικής καμπύλης, μετά τους παραπάνω υπολογισμούς, αντικαθιστούμε την σχέση (3.14) στην (3.1) και τελικά έχουμε :

$$\frac{3}{4} \cdot a^2 \cdot (r \cdot r_1)^{-5/2} \cdot \left[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta) \right]^{1/2} \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{1/2} \cdot |\sigma| \cdot |C_{f,r,t}| = 1 \quad (3.15)$$

Λύνοντας την προηγούμενη εξίσωση ως προς το γινόμενο $(r \cdot r_1)^{-5/2}$:

$$(r \cdot r_1)^{-5/2} = \frac{4 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot \left[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta) \right]^{-1/2}}{3 \cdot a^2 \cdot |\sigma| \cdot |C_{f,r,t}|} \quad (3.16)$$

Για να υπολογίσουμε την εξίσωση της καυστικής πρέπει να βρούμε πρώτα την συζυγή μιγαδική συνάρτηση της $\Phi'_{(\zeta)}$.

Η $\Phi'_{(\zeta)}$ είναι :

$$\Phi'_{(\zeta)} = -\frac{\sigma}{4} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + \varepsilon^{2i\beta}) \right] \cdot a^2 \cdot (r \cdot r_1)^{-3/2} \cdot e^{-3/2 \cdot i(\theta + \theta_1)} \quad (3.17)$$

οπότε η μιγαδική συζυγής της $\Phi'_{(\zeta)}$ είναι :

$$\overline{\Phi'_{(\zeta)}} = -\frac{\sigma}{4} \cdot \left[(1 - e^{-2i\beta}) + k(1 + \varepsilon^{-2i\beta}) \right] \cdot a^2 \cdot (r \cdot r_1)^{-3/2} \cdot e^{3/2 \cdot i(\theta + \theta_1)} \quad (3.18)$$

Εισάγοντας την (3.18) στη σχέση (3.2) έχουμε την ζητούμενη εξίσωση της καυστικής :

$$W = \lambda_m \cdot \left[r \cdot e^{i\theta} + C_{f,r,t} \left(\frac{-\sigma \cdot \alpha^2}{4} \right) \cdot \left[(1 - e^{-2i\beta}) + k(1 + \varepsilon^{-2i\beta}) \right] \cdot (r \cdot r_1)^{-3/2} \cdot e^{3/2 \cdot i(\theta + \theta_1)} \right] \quad (3.19)$$

Με αντικατάσταση του $(r \cdot r_1)^{-5/2}$ από την σχέση (3.16) στην (3.19) έχουμε :

$$W = \lambda_m \cdot \left\{ r \cdot e^{i\theta} \mp (r \cdot r_i) \cdot \left[9 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot e^{3/2 i (\theta + \theta_i)} \cdot \frac{[(1+k) + (k-1) \cdot e^{-2i\beta}]}{[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta)]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.20)$$

Η εξίσωση αυτή είναι η αναλυτική έκφραση της καυστικής χρησιμοποιώντας τη κλειστή (ακριβή) λύση. Αναφερόμαστε σε σύστημα συντεταγμένων με άξονες επί του πετάσματος (όπου δημιουργείται η καυστική) και αρχή των αξόνων το άκρο της ρωγμής. Το (-) αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου η απόσταση της εστίας της φωτεινής δέσμης από το δοκίμιο z_i είναι θετική και το (+) όταν η απόσταση της εστίας της φωτεινής δέσμης από το δοκίμιο z_i είναι αρνητική. Χωρίζουμε το πραγματικό από το φανταστικό μέρος της εξίσωσης (3.20) και έχουμε τις παρακάτω σχέσεις.

Για $z_i > 0$:

$$W^x = \lambda_m \cdot \left\{ r \cdot \cos \theta - (r \cdot r_i) \cdot \left[9 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot \frac{(k+1) \cdot \cos \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) \right] + (k-1) \cdot \cos \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) - 2\beta \right]}{[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta)]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.21)$$

και

$$W^y = \lambda_m \cdot \left\{ r \cdot \sin \theta - (r \cdot r_i) \cdot \left[9 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot \frac{(k+1) \cdot \sin \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) \right] + (k-1) \cdot \sin \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) - 2\beta \right]}{[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta)]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.22)$$

Για $z_i < 0$:

$$W^x = \lambda_m \cdot \left\{ r \cdot \cos \theta + (r \cdot r_i) \cdot \left[9 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot \frac{(k+1) \cdot \cos \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) \right] + (k-1) \cdot \cos \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) - 2\beta \right]}{[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta)]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.23)$$

και

$$W^y = \lambda_m \cdot \left\{ r \cdot \sin \theta + (r \cdot r_i) \cdot \left[9 \cdot (r^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta)^{-1/2} \cdot \frac{(k+1) \cdot \sin \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) \right] + (k-1) \cdot \sin \left[\frac{3}{2} (\theta + \theta_i) - 2\beta \right]}{[2 \cdot (k^2 + 1) + 2 \cdot (k^2 - 1) \cdot \cos(2\beta)]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.24)$$

3.3 Εξισώσεις των καυστικών με τη προσεγγιστική λύση

Στην περίπτωση όπου η συνάρτηση $\Phi(\zeta)$ δίνεται από τη προσεγγιστική έκφραση, σχέση (2.12):

$$\Phi(\zeta) = \frac{\sigma}{8} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot \left[\left(\frac{\zeta}{2\alpha} \right)^{-1/2} + \frac{2 \cdot (1 - k) \cdot e^{2i\beta}}{\left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right]} \cdot \left(\frac{\zeta}{2\alpha} \right)^0 \right] \quad (3.25)$$

Η πρώτη παράγωγος της $\Phi(\zeta)$ είναι :

$$\Phi'_{(\zeta)} = -\frac{\sigma}{8\sqrt{2} \cdot \alpha} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot \left(\frac{\zeta}{\alpha} \right)^{-3/2} \quad (3.26)$$

ενώ η δεύτερη είναι :

$$\Phi''_{(\zeta)} = \frac{3 \cdot \sigma}{16 \cdot \sqrt{2} \cdot \alpha^2} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot \left(\frac{\zeta}{\alpha} \right)^{-5/2} \quad (3.27)$$

Εν συνεχεία θεωρούμε ότι :

$$\zeta = r e^{i\theta} \quad (3.28)$$

οπότε η δεύτερη παράγωγος γίνεται :

$$\Phi''_{(\zeta)} = \frac{3 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\alpha}}{16 \cdot \sqrt{2}} \cdot \left[(1 - e^{2i\beta}) + k(1 + e^{2i\beta}) \right] \cdot r^{-5/2} \cdot e^{-5/2 \cdot i \cdot \theta} \quad (3.29)$$

Αντικαθιστούμε στην σχέση (3.1), την εξίσωση της αρχικής καμπύλης, τη παραπάνω σχέση (3.27) οπότε προκύπτει η :

$$\frac{3 \cdot \sqrt{a}}{16 \cdot \sqrt{2}} \cdot r^{-5/2} \cdot \left[2 \cdot (k^2 + 1) + 2(k^2 - 1) \cdot \cos 2\beta \right]^{1/2} \cdot |C_{f,r,t}| \cdot |\sigma| = 1 \quad (3.30)$$

την οποία αν λύσουμε ως προς r έχουμε :

$$r = \left[\frac{3 \cdot \sqrt{a}}{16 \cdot \sqrt{2}} \left[2 \cdot (k^2 + 1) + 2(k^2 - 1) \cdot \cos 2\beta \right]^{1/2} \cdot |C_{f,r,t}| \cdot |\sigma| \right]^{2/5} \quad (3.31)$$

Παρατηρούμε ότι με την ακριβή λύση, εξίσωση (3.16), που μας δίνει τα σημεία της αρχικής καμπύλης, η γωνία θ υπεισέρχεται στους υπολογισμούς, ενώ στην εξίσωση (3.31) (προσεγγιστική λύση) η γωνία θ δεν υπεισέρχεται. Αυτό σημαίνει ότι η αρχική καμπύλη δεν είναι στην πραγματικότητα κύκλος.

Τώρα για να βρούμε την εξίσωση της καυστικής πρέπει πρώτον να βρούμε την συζυγή μιγαδική συνάρτηση της $\Phi(\zeta)$ η οποία είναι :

$$\overline{\Phi'(\zeta)} = -\frac{\sigma \cdot \sqrt{\alpha}}{8\sqrt{2}} \left[(1 - e^{-2i\beta}) + k(1 + e^{-2i\beta}) \right] \cdot (\bar{\zeta})^{-3/2} \quad (3.32)$$

και δεύτερον να την αντικαταστήσουμε στη σχέση (3.2) ενώ παράλληλα έχουμε το μετασχηματισμό της (3.26) $\zeta = r e^{i\theta}$ οπότε προκύπτει η εξίσωση της καυστικής :

$$W = \lambda m \cdot r \cdot \left[e^{i\theta} - C_{f,r,t} \frac{\sigma \cdot \sqrt{\alpha}}{8\sqrt{2}} \left[(1 - \varepsilon^{-2i\beta}) + k(1 + \varepsilon^{-2i\beta}) \right] \cdot r^{-5/2} \cdot \varepsilon^{3/2 \cdot i\theta} \right] \quad (3.33)$$

Αντικαθιστώντας το $r^{-5/2}$ στην παραπάνω από την εξίσωση (3.31) της αρχικής καμπύλης έχουμε :

$$W = \lambda m \cdot r \cdot \left\{ e^{i\theta} \mp \frac{2}{3} \cdot \frac{\left[(1+k) + e^{-2i\beta} \cdot (k-1) \right] \cdot \varepsilon^{3/2 \cdot i\theta}}{\left[2(k^2+1) + 2 \cdot (k^2-1) \cos 2\beta \right]^{1/2}} \right\} \quad (3.34)$$

Η εξίσωση αυτή είναι η έκφραση της καυστικής χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική λύση. Αναφερόμαστε σε σύστημα συντεταγμένων με άξονες επί του πετάσματος (όπου δημιουργείται η καυστική) και αρχή των αξόνων το άκρο της ρωγμής. Το (-) αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου η απόσταση της εστίας της φωτεινής δέσμης από το δοκίμιο z_i είναι θετική και το (+) όταν η απόσταση της εστίας της φωτεινής δέσμης από το δοκίμιο z_i είναι αρνητική. Χωρίζουμε το φανταστικό από το πραγματικό μέρος της (3.34) και έχουμε τις παρακάτω σχέσεις.

Για $z_i > 0$:

$$W^x = \lambda m \cdot r \cdot \left\{ \cos \theta - \frac{2}{3} \cdot \frac{(1+k) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) + (k-1) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\theta - 2\beta\right)}{\left[2(k^2+1) + 2(k^2-1) \cos 2\beta \right]^{1/2}} \right\} \quad (3.35)$$

και

$$W^y = \lambda m \cdot r \cdot \left\{ \sin \theta - \frac{2}{3} \cdot \frac{(1+k) \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) + (k-1) \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\theta - 2\beta\right)}{\left[2(k^2+1) + 2(k^2-1) \cos 2\beta \right]^{1/2}} \right\} \quad (3.36)$$

Για $z_i < 0$:

$$W^x = \lambda m \cdot r \cdot \left\{ \cos \theta + \frac{2}{3} \cdot \frac{(1+k) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) + (k-1) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\theta - 2\beta\right)}{\left[2(k^2+1) + 2(k^2-1)\cos 2\beta\right]^{1/2}} \right\} \quad (3.37)$$

και

$$W^y = \lambda m \cdot r \cdot \left\{ \sin \theta + \frac{2}{3} \cdot \frac{(1+k) \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) + (k-1) \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\theta - 2\beta\right)}{\left[2(k^2+1) + 2(k^2-1)\cos 2\beta\right]^{1/2}} \right\} \quad (3.38)$$

Στην παρούσα διπλωματική θεωρούμε παράλληλη δέση φωτός δηλαδή $z_i \rightarrow \infty$ και $\lambda_m = 1$. Οι εξισώσεις της καυστικής που θα χρησιμοποιηθούν είναι οι (3.21) και (3.22) για την ακριβή λύση και οι (3.35) και (3.36) για την προσεγγιστική λύση. Σε κάθε μία από τις περιπτώσεις, οι εξισώσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν στα χαρακτηριστικά σημεία $\theta = -\pi$ και $\theta = \pi$ τα οποία είναι τα σημεία ασυνέχειας της καυστικής. Τα σημεία αυτά τα ονομάζουμε χαρακτηριστικά διότι γνωρίζουμε την αντιστοιχία που υπάρχει από την αρχική καμπύλη στην καυστική. Για τα υπόλοιπα σημεία της αρχικής καμπύλης και κατ' επέκταση της καυστικής δε μπορούμε να βγάλουμε εύκολα συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 4

Η εφαρμογή της μεθόδου των καυστικών σε αδιαφανή υλικά.

4.1 Γενικά

Σκοπός της μεθόδου των καυστικών είναι ο κατά το δυνατόν ακριβέστερος προσδιορισμός του συντελεστή εντάσεως των τάσεων K ρηγματωμένου δοκιμίου και σύγκριση αυτού με τον κρίσιμο συντελεστή εντάσεων τάσεως του υλικού της κατασκευής ώστε να αποφευχθεί η αστοχία αυτού. Γίνεται αντιληπτό ότι χρησιμοποιώντας τη προσεγγιστική μέθοδο προσδιορισμού του συντελεστή εντάσεως τάσεων θα υπάρχει πιθανόν σφάλμα. Σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε το σφάλμα αυτό και να εξετάσουμε εάν είναι αποδεκτό και δεν βάζει σε κίνδυνο την κατασκευή. Ανάλογα με το μέγεθος και το σχήμα των καυστικών τα αποτελέσματα αλλάζουν σημαντικά. Οι παράμετροι που επηρεάζουν μεταξύ άλλων το μέγεθος και το σχήμα των καυστικών είναι η σταθερά c_f , η τάση σ , η γωνία της ρωγμής β , ο διαξονικός λόγος φόρτισης k και το μήκος της ρωγμής $2a$.

Οι καυστικές που παρατίθενται προκύπτουν από ανάκλαση από την εμπρόσθια επιφάνεια του δοκιμίου. Ο λόγος που επιλέξαμε αυτό το είδος είναι ότι αναφέρονται εκτός από τα διαφανή και στα αδιαφανή υλικά τα οποία χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε όλο το πλήθος των κατασκευών. Στην περίπτωση αυτή η οπτική σταθερά c_f ισούται με ν / E όπου τα ν και E είναι οι γνωστές μηχανικές ιδιότητες, ν ο λόγος του Poisson και E το μέτρο ελαστικότητας.

Οι περιπτώσεις που εξετάζονται στην παρούσα μελέτη είναι για αλουμίνιο και κοινό χάλυβα, αδιαφανή υλικά με αρκετά διαφορετική οπτική σταθερά c_f ώστε να εξάγουμε διαφορετικά αποτελέσματα και να καλύψουμε μια ευρεία γκάμα κατασκευών. Η σταθερά c_f για το αλουμίνιο είναι $c_f = 4,623 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kp}$ και για τον χάλυβα $c_f = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kp}$. Επιλέχθηκαν οι γωνίες $\beta=30^\circ$ και $\beta=60^\circ$ ενώ σε κάθε περίπτωση εξετάστηκαν οι φορτίσεις $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ και $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$. Οι τιμές του διαξονικού λόγου φόρτισης είναι $k= 0, \pm 1, \pm 2$ και του μισού μήκους ρωγμής $a= 0.25, 0.5, 1 \text{ cm}$.

4.2 Κατασκευή των καυστικών και των αρχικών καμπύλων. Σφάλματα αρχικής καμπύλης.

Στην περίπτωση της κλειστής λύσης τα σχήματα κατασκευάζονται από τις εξισώσεις (3.16), (3.21) και (3.22) για την αρχική καμπύλη και την καυστική αντίστοιχα. Ενώ για την προσεγγιστική λύση τα σχήματα των αρχικών καμπύλων και των καυστικών κατασκευάζονται από τις εξισώσεις (3.31), (3.35) και (3.36) που αντιστοιχούν στις προσεγγιστικές μορφές της αρχικής καμπύλης και της καυστικής.

Στα σχήματα που ακολουθούν λοιπόν με συνεχείς γραμμές παριστάνονται η αρχική καμπύλη και η καυστική που προκύπτουν από την κλειστή λύση ενώ με τις διακεκομμένες η αρχική καμπύλη και η καυστική από τη προσεγγιστική λύση.

Για να συγκριθούν οι αρχικές καμπύλες χρησιμοποιούνται τα r^{ex} και r^{ap} από τα οποία στη συνέχεια προκύπτουν τα σημεία των καυστικών της ακριβούς και της προσεγγιστικής λύσης αντίστοιχα, Σε όλες τις παρακάτω περιπτώσεις για τα χαρακτηριστικά σημεία $\theta = -\pi$ και $\theta = \pi$ τα $r_{\theta=-\pi}^{ex}$ και $r_{\theta=\pi}^{ex}$ είναι ίσα μεταξύ τους. Για το λόγο αυτό παρατίθεται στο πίνακα μόνο μία τιμή για τον λόγο r/a και μία για το σφάλμα r .

Τέλος για τη δημιουργία των καυστικών και των αρχικών καμπύλων χρησιμοποιήθηκαν τα προγράμματα 1 και 2 του παραρτήματος ενώ για την εύρεση των αριθμητικών αποτελεσμάτων τα προγράμματα 3 και 4.

4.3 Μέθοδος εύρεσης των σχετικών σφαλμάτων των συντελεστών

εντάσεως των τάσεων λόγω της προσεγγιστικής λύσης.

Οι θεωρητικοί τύποι που δίνουν τους συντελεστές εντάσεως των τάσεων K_I και K_{II} είναι οι εξής :

$$K_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} \cdot [(1+k) - (1-k) \cdot \cos 2\beta] \quad (4.1)$$

$$K_{II} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} \cdot [(1-k) \cdot \sin 2\beta] \quad (4.2)$$

Για να υπολογίσουμε τον συντελεστή εντάσεως των τάσεων χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική λύση με την μέθοδο των καυστικών ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

Έχοντας από τη ακριβή λύση τα W_{ex}^x ή W_{ex}^y πάμε στην έκφραση της προσεγγιστικής λύσης, σχέση (3.35) και (3.36) αντίστοιχα, και βρίσκουμε τα $r^{ap}(W_{ex}^x)$, $r^{ap}(W_{ex}^y)$ που προκύπτουν. Μετά αντικαθιστούμε τα αποτελέσματα στην προσεγγιστική έκφραση της αρχικής καμπύλης, σχέση (3.31), και βρίσκουμε τα $\sigma^{ap}(W_{ex}^x)$, $\sigma^{ap}(W_{ex}^y)$. Αντικαθιστώντας τα $\sigma^{ap}(W_{ex}^x)$, $\sigma^{ap}(W_{ex}^y)$, στις εκφράσεις (4.1) και (4.2) των συντελεστών εντάσεως των τάσεων, έχουμε τις προσεγγιστικές τους τιμές K_I^{ap} , K_{II}^{ap} αντίστοιχα.

Τα σφάλματα για τους συντελεστές K_I και K_{II} προκύπτουν από τους τύπους

$$\left| \frac{K_I^{ex} - K_I^{ap}}{K_I^{ex}} \right| \cdot 100\% \quad (4.3)$$

και

$$\left| \frac{K_{II}^{ex} - K_{II}^{ap}}{K_{II}^{ex}} \right| \cdot 100\% \quad (4.3)$$

Όπως φαίνεται, τα σφάλματα των τάσεων $\sigma^{ap}(W_{ex}^x)$, $\sigma^{ap}(W_{ex}^y)$ είναι αυτά που προκαλούν και τα σφάλματα των συντελεστών K_I και K_{II} , αφού το μήκος ρωγμής $2a$, ο διαξονικός λόγος φόρτισης k και η γωνία β παραμένουν σταθεροί, δηλαδή αποτελούν δεδομένα του προβλήματος κατά την χρήση της προσεγγιστικής λύσης. Απλοποιώντας τους σταθερούς όρους στις σχέσεις (4.3) και (4.4) έχουμε:

$$\left| \frac{K_I^{ex} - K_I^{ap}}{K_I^{ex}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{K_{II}^{ex} - K_{II}^{ap}}{K_{II}^{ex}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{\sigma^{ex} - \sigma^{ap}}{\sigma^{ex}} \right| \cdot 100\% \quad (4.5)$$

όπου σ^{ex} είναι η πραγματική φόρτιση στο δοκίμιο ενώ σ^{ap} η φόρτιση που προκύπτει από την αντικατάσταση των W_{ex}^x ή W_{ex}^y στις μαθηματικές προσεγγιστικές εκφράσεις .

4.4 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Παρακάτω παρατίθενται πινακοποιημένα τα σφάλματα των r , K_I και K_{II} συναρτήσεως του λόγου r/a . Τα σφάλματα των K_I και K_{II} παρουσιάζονται και σε μορφή διαγράμματος. Στα υπομνήματα των διαγραμμάτων ο συμβολισμός $\theta = \pi (W_{ex}^x)$ ή $\theta = \pi (W_{ex}^y)$ δηλώνει :

A) ότι τα σημεία και κατ' επέκταση η καμπύλη που προκύπτει από αυτά αναφέρεται στο χαρακτηριστικό σημείο $\theta = \pi$ και

B) ότι το χαρακτηριστικό σημείο, μετράται είτε μέσω του W_{ex}^x είτε του W_{ex}^y αντίστοιχα.

Οι ίδιοι συμβολισμοί ισχύουν και για το $\theta = -\pi$.

Οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν παρουσιάζονται ως εξής:

A. Αλουμίνιο

1. Γωνία ρωγμής $\beta=30^\circ$
 - i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$
 - ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$
 - $k=0, \pm 1, \pm 2$
 - $\alpha=0.25, 0.5, 1$
2. Γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$
 - i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$
 - ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$
 - $k=0, \pm 1, \pm 2$
 - $\alpha=0.25, 0.5, 1$

B. Χάλυβας

1. Γωνία ρωγμής $\beta=30^\circ$
 - i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$
 - ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$
 - $k=0, \pm 1, \pm 2$
 - $\alpha=0.25, 0.5, 1$
2. Γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$
 - i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$
 - ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$
 - $k=0, \pm 1, \pm 2$
 - $\alpha=0.25, 0.5, 1$

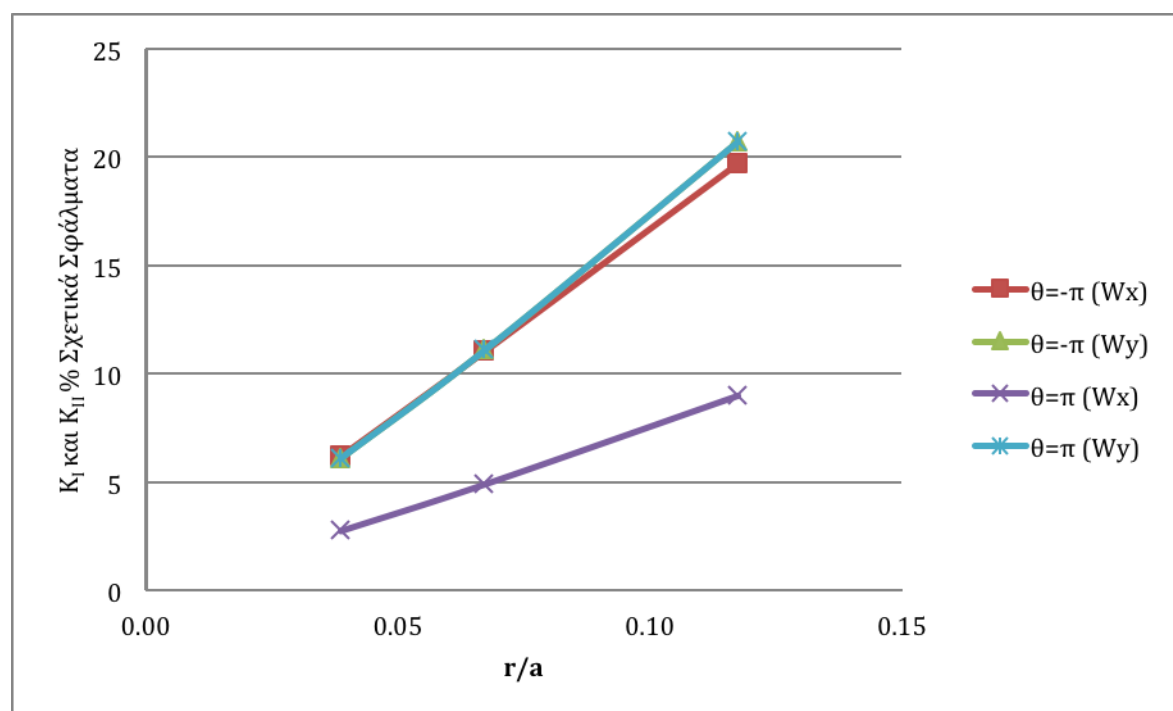
Α. Αλουμίνιο

1. Γωνία ρωγμής $\beta=30^\circ$
 - i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,12	1,09	19,76	20,75	9,03	20,75
0,50	0,07	0,60	11,10	11,14	4,94	11,14
1,00	0,04	0,42	6,25	6,13	2,78	6,13

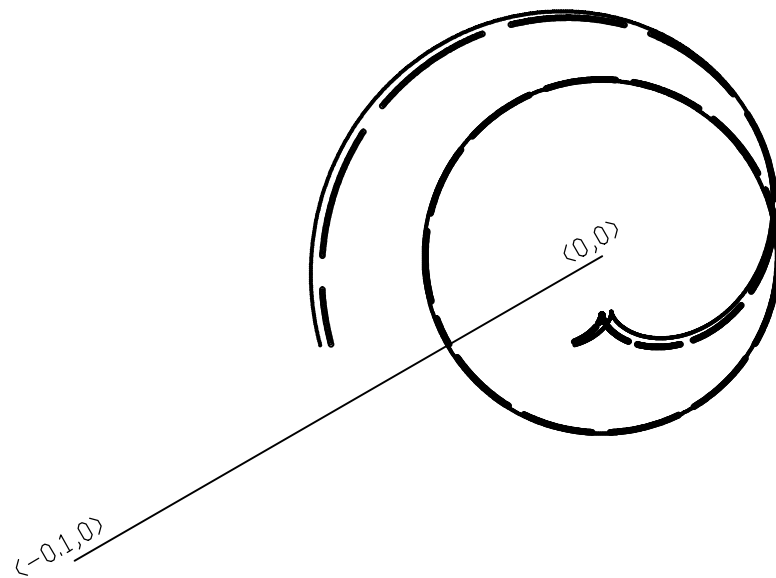
Πίνακας 4.1

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.1 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



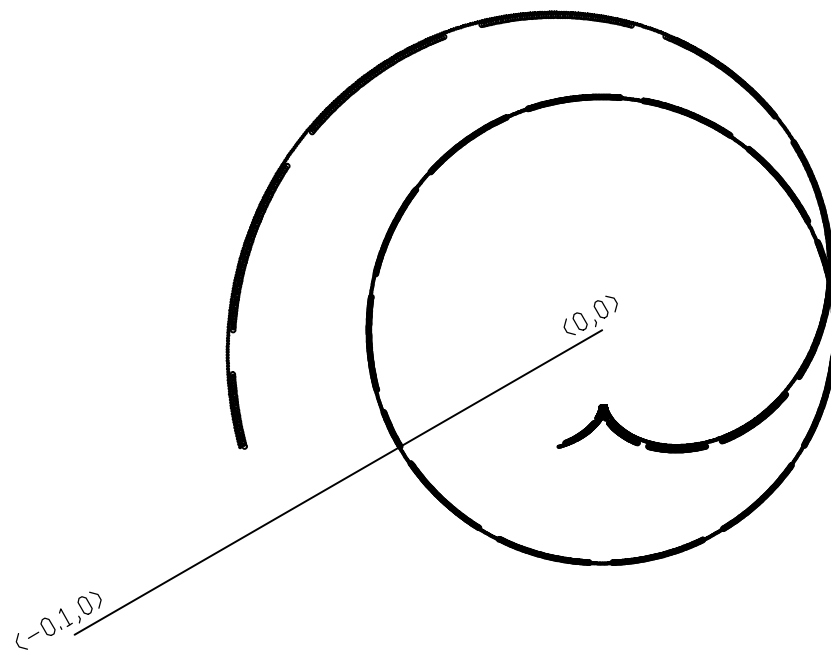
Διάγραμμα 4.1

Στα σχήματα 4.1 και 4.2 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/6$
 $k = 0$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.1 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



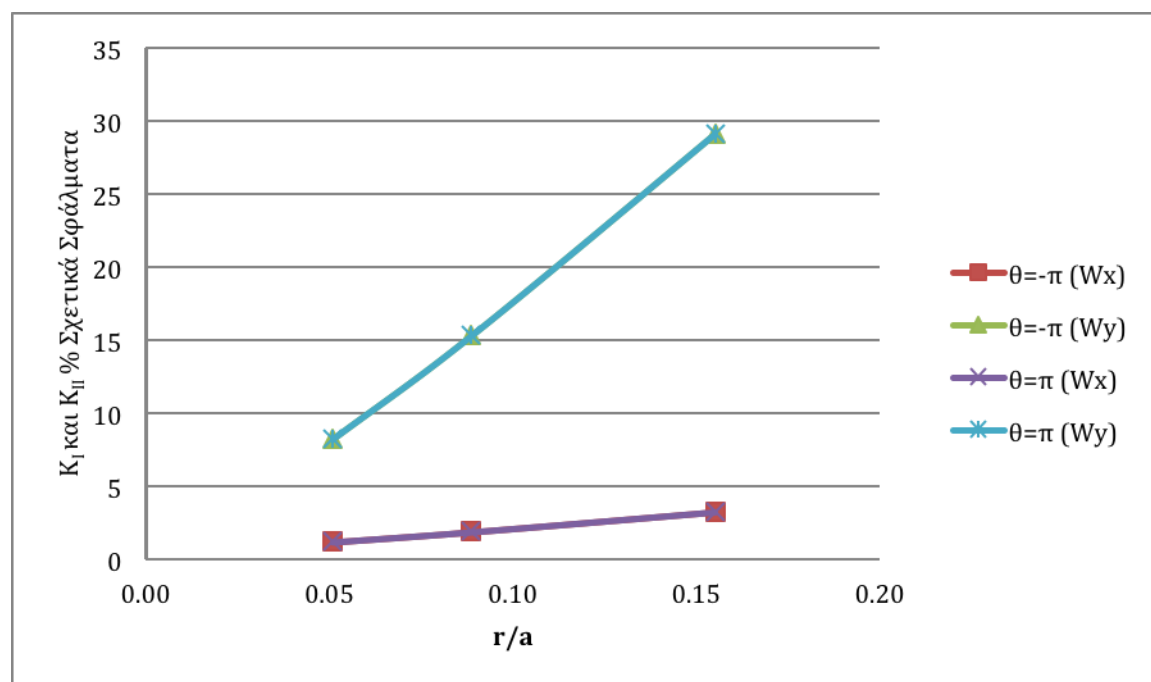
$\beta = \pi/6$
 $k = 0$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.2 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,16	1,34	3,24	29,09	3,24	29,09
0,50	0,09	0,81	1,88	15,31	1,88	15,31
1,00	0,05	0,47	1,19	8,20	1,19	8,20

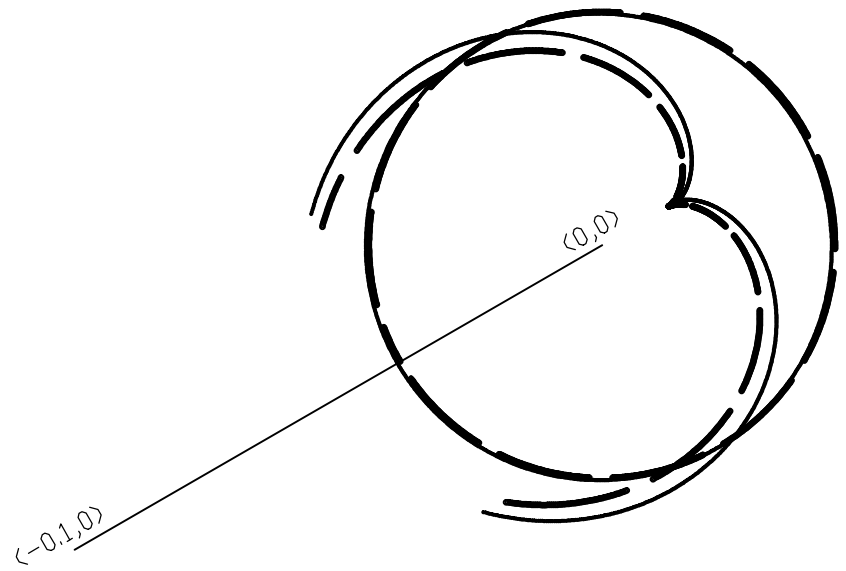
Πίνακας 4.2

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



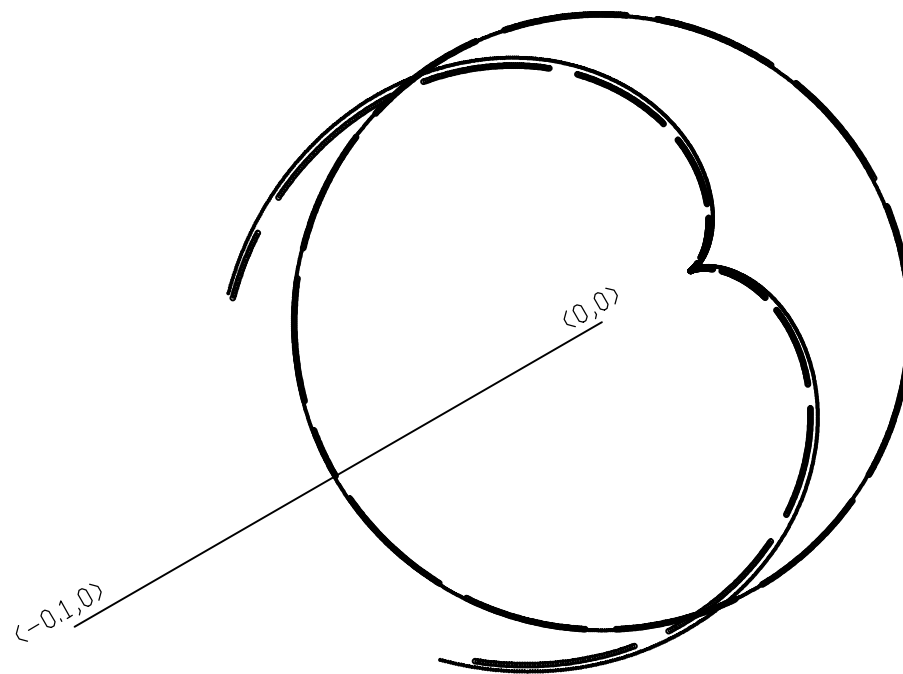
Διάγραμμα 4.2

Στα σχήματα 4.3 και 4.4 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/6$
 $k = 1$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.3 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



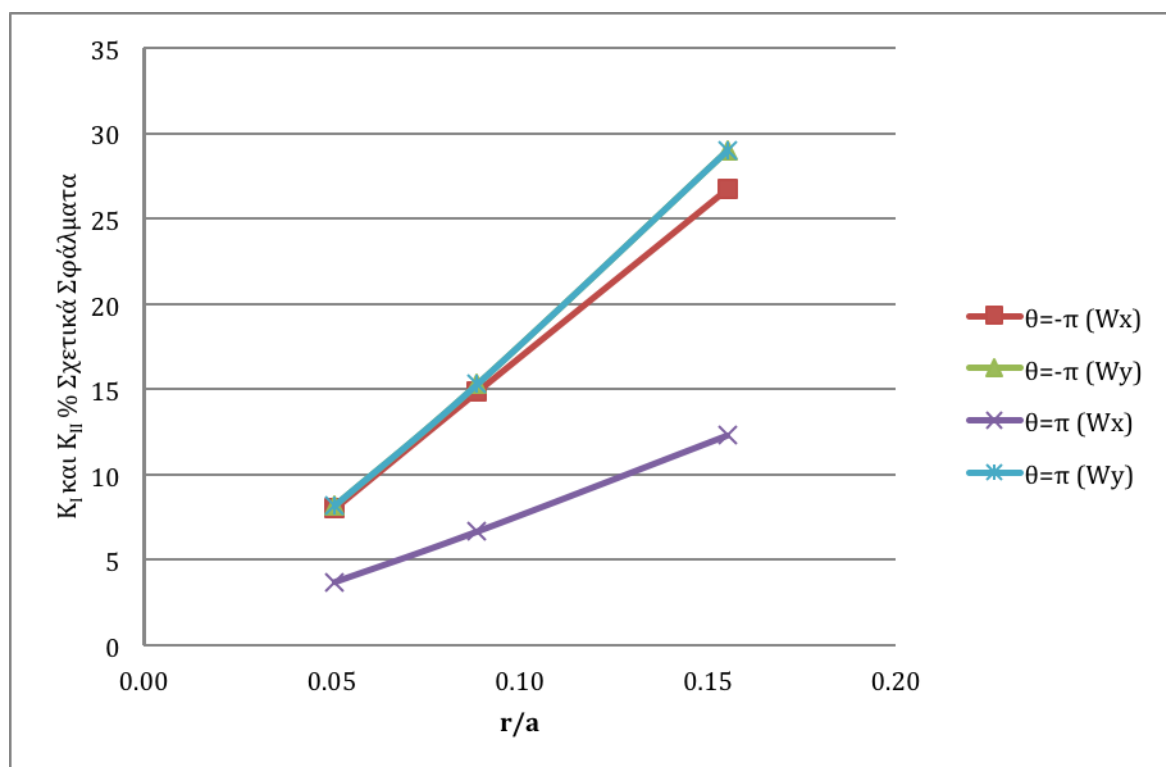
$\beta = \pi/6$
 $k = 1$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.4 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,16	1,34	26,72	28,97	12,29	28,97
0,50	0,09	0,81	14,86	15,31	6,67	15,31
1,00	0,05	0,47	8,03	8,20	3,71	8,20

Πίνακας 4.3

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

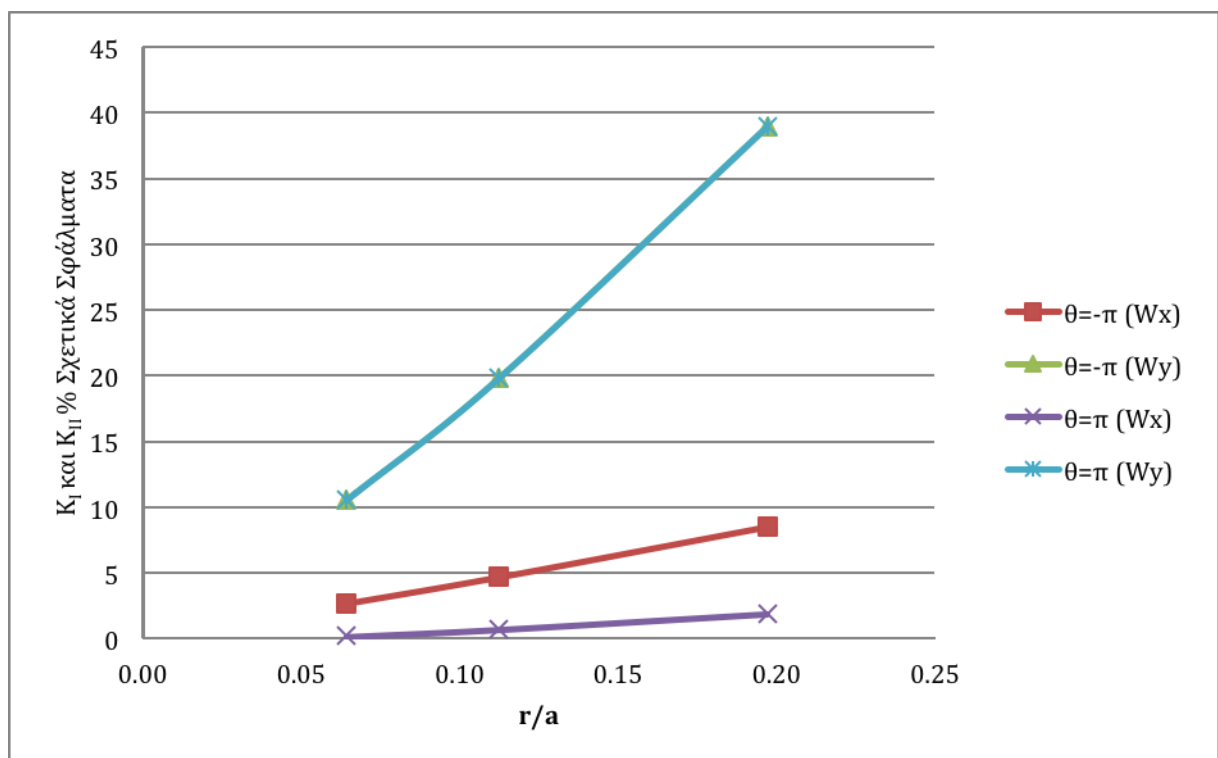


Διάγραμμα 4.3

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,20	1,60	8,54	38,99	1,93	38,99
0,50	0,11	1,00	4,72	19,89	0,74	19,89
1,00	0,06	0,62	2,71	10,61	0,19	10,61

Πίνακας 4.4

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.4 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

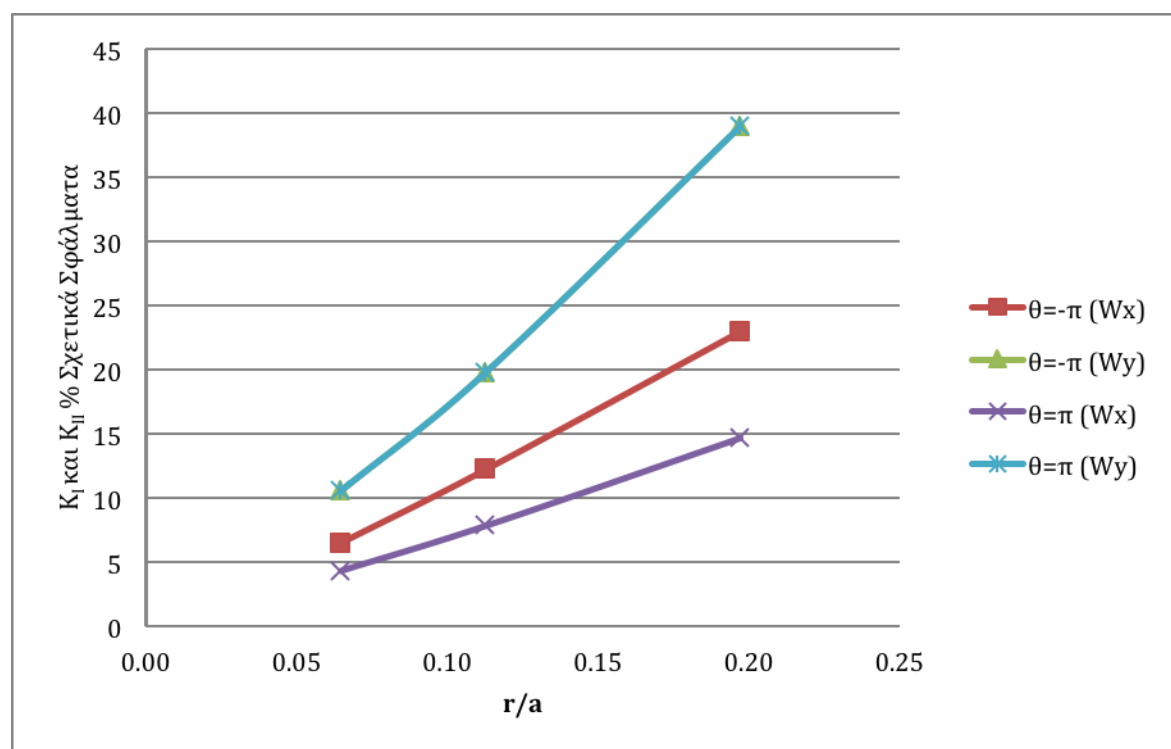


Διάγραμμα 4.4

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,20	1,60	23,03	39,03	14,72	39,03
0,50	0,11	1,00	12,29	19,87	7,89	19,87
1,00	0,06	0,62	6,56	10,62	4,38	10,62

Πίνακας 4.5

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.5 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.5

Οι πίνακες και τα αντίστοιχα διαγράμματα 4.1 – 4.5 καθώς και τα σχήματα 4.1 – 4.4 κατασκευάστηκαν για αλουμίνιο, τάση $\sigma=30 \text{ kr/cm}^2$, και γωνία ρωγμής $\beta=30^\circ$ τα οποία κρατήσαμε σταθερά.

Στα σχήματα 4.1 – 4.4 έχουμε τις αρχικές καμπύλες και τις καυστικές που υπολογίστηκαν με την ακριβή (συνεχόμενες καμπύλες) και με την προσεγγιστική (διακεκομμένες καμπύλες) λύση.

Στα σχήματα 4.1 και 4.2 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0$ ενώ αλλάζουμε μόνο την παράμετρο a . Παρατηρούμε ότι για $a=0.25 \text{ cm}$ Σχ. (4.1) έχουμε σημαντικότερες αποκλίσεις στις αρχικές και ιδιαίτερα στις καυστικές καμπύλες σε σχέση με τις αντίστοιχες για $a=1 \text{ cm}$ Σχ. (4.2). Χαρακτηριστικό και των δύο σχημάτων είναι η ύπαρξη ενός εκ των δύο μικρού μύστακα στις καυστικές.

Στα σχήματα 4.3 και 4.4 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=1$ ενώ και πάλι αλλάζουμε μόνο την παράμετρο a . Παρατηρούμε ότι και για τις αρχικές καμπύλες και για τις καυστικές υπάρχει συμμετρία ως προς τον άξονα x κατά μήκος της ρωγμής ενώ και εδώ παρατηρούνται μεγαλύτερες αποκλίσεις για την μικρότερη ρωγμή Σχ. (4.3). Η συμμετρία των καυστικών μεταφέρεται και στα σφάλματα αυτών όπου στον πίνακα 4.2 τα σφάλματα παραμένουν ίδια είτε μετράμε τα W_{ex}^x και W_{ex}^y της καυστικής στο πέτασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$, είτε μετράμε τα W_{ex}^x και W_{ex}^y της καυστικής στο πέτασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$.

Οι αποκλίσεις δε, είναι πιο εμφανείς στα σχ. 4.3 και 4.4 με $k=1$ σε σχέση με τα αντίστοιχα σχ. 4.1 και 4.2 με $k=0$.

Στους πίνακες 4.1 – 4.5 έχουμε τις κατανομές των σφαλμάτων του r της αρχικής καμπύλης και των συντελεστών εντάσεως των τάσεων K_I και K_{II} , παραθέτοντας επίσης τις τιμές του λόγου r/a . Σε κάθε πίνακα, το μέγεθος το οποίο μεταβάλλουμε είναι το a το οποίο παίρνει τις τιμές $a=0.25, 0.5$ και 1 . Παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση όσο μικρότερος είναι ο λόγος r/a , τόσο μικρότερα τα είναι και τα σφάλματα.

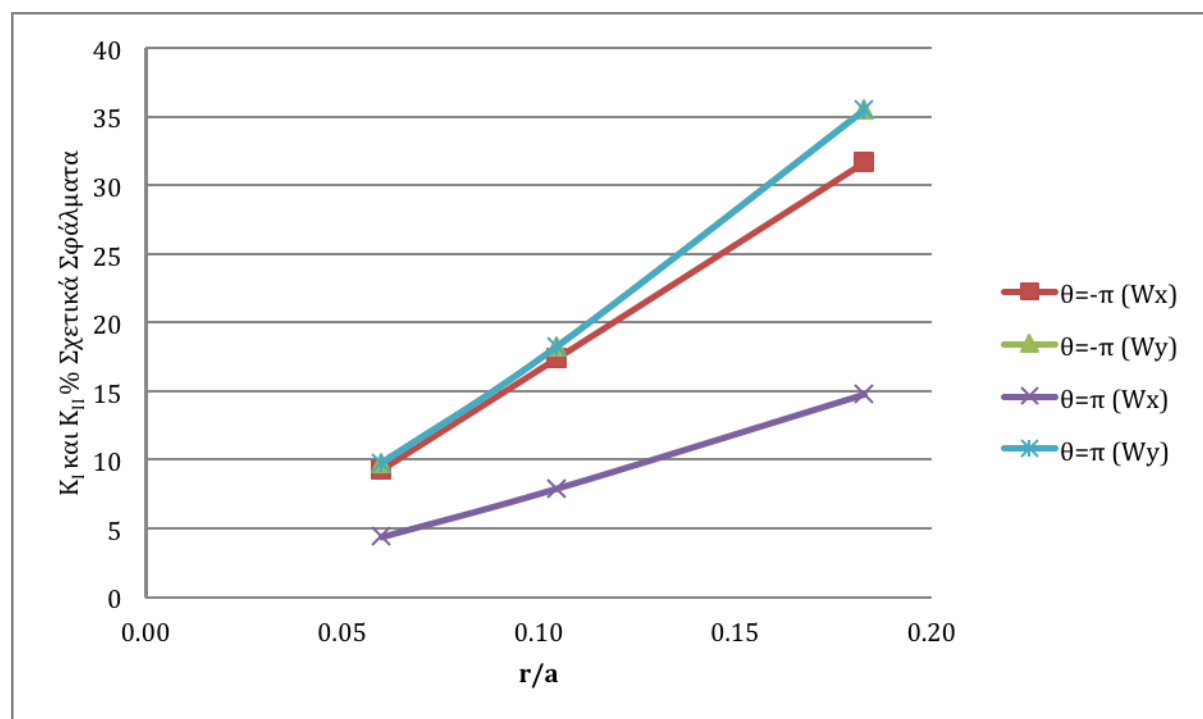
Ο κάθε πίνακας και το αντίστοιχο διάγραμμα 4.1 – 4.5 κατασκευάστηκε επίσης για διαφορετικό διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0, 1, -1, 2, -2$ αντίστοιχα. Τα μέγιστα σφάλματα παρατηρούνται για $k=2$ και -2 στους πίνακες 4.4 και 4.5 και για $a=0.25 \text{ cm}$ μετρούμενα από το W_{ex}^y της καυστικής στο πέτασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$ και $\theta=\pi$ και παίρνουν τις τιμές 38,99% και 39,03% αντίστοιχα. Τα μικρότερα σφάλματα παρατηρούνται επίσης για $k=2$ στον πίνακα 4.4 και για $a=1 \text{ cm}$ μετρούμενα από το W_{ex}^x της καυστικής στο πέτασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$ και είναι 0,19%.

ii. Με τάση $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ έχουμε:

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,18	1,49	31,70	35,51	14,80	35,51
0,5	0,10	0,92	17,42	18,29	7,94	18,29
1	0,06	0,60	9,31	9,80	4,40	9,80

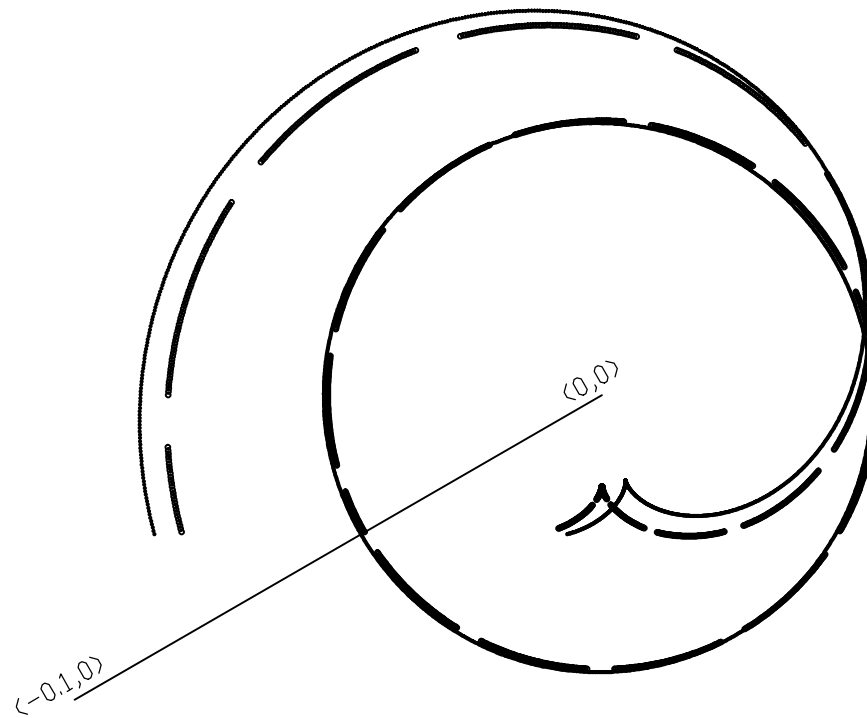
Πίνακας 4.6

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.6 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



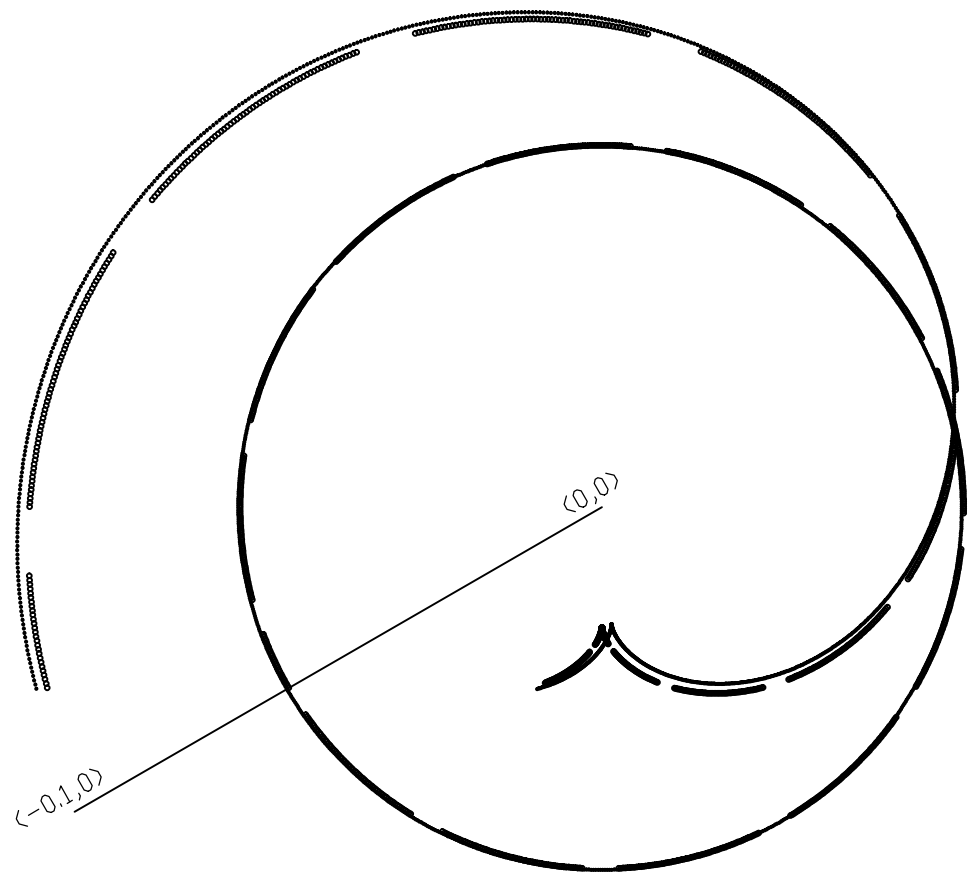
Διάγραμμα 4.6

Στα σχήματα 4.5 και 4.6 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/6$
 $k = 0$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.5 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



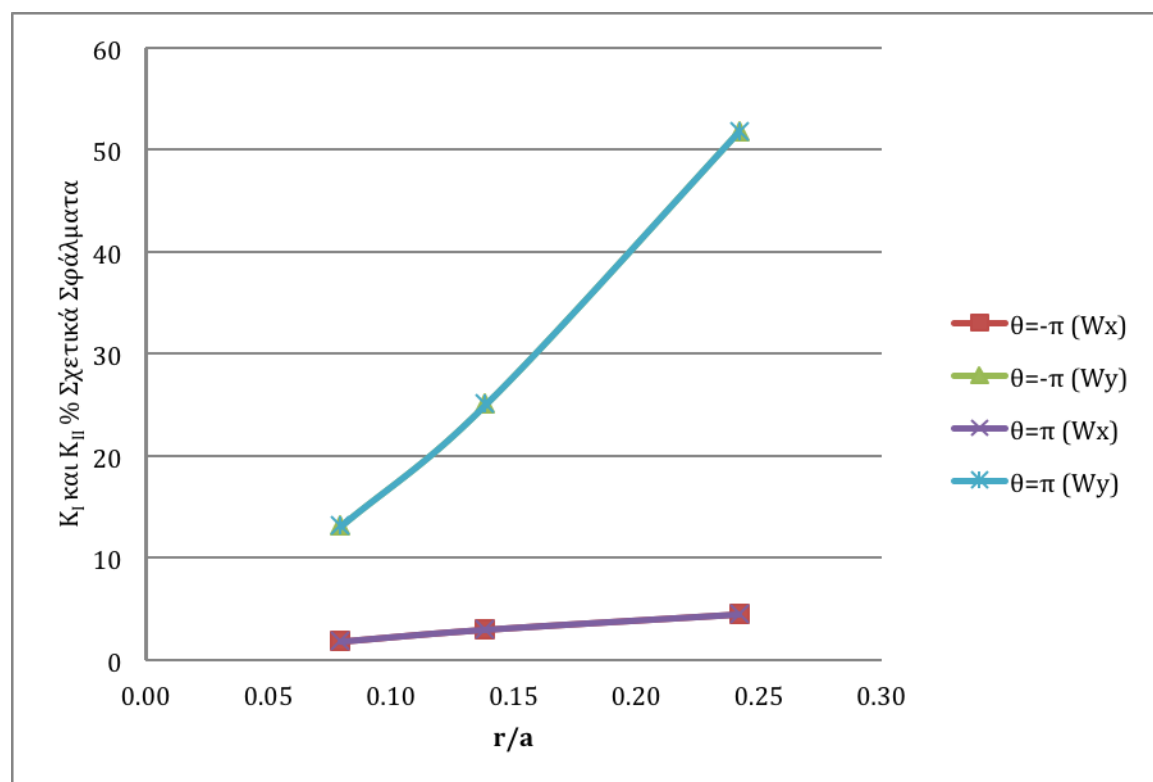
$\beta = \pi/6$
 $k = 0$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.6 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,24	1,79	4,49	51,89	4,49	51,89
0,5	0,14	1,20	2,99	25,13	2,99	25,13
1	0,08	0,75	1,82	13,17	1,82	13,17

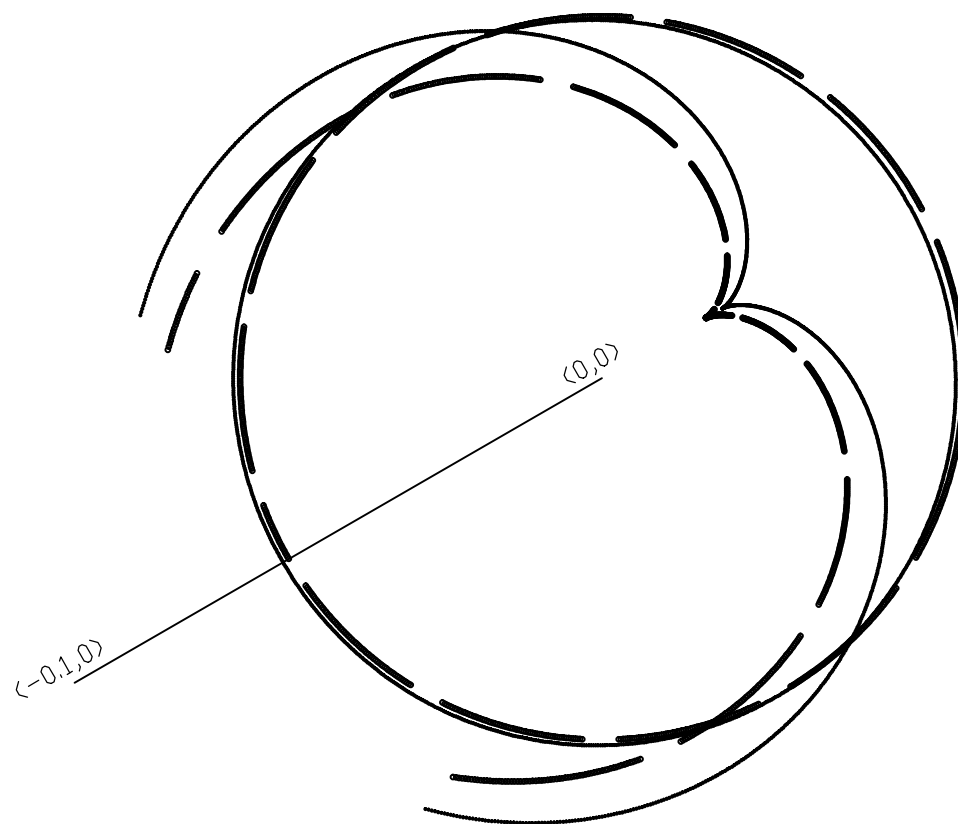
Πίνακας 4.7

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.7 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



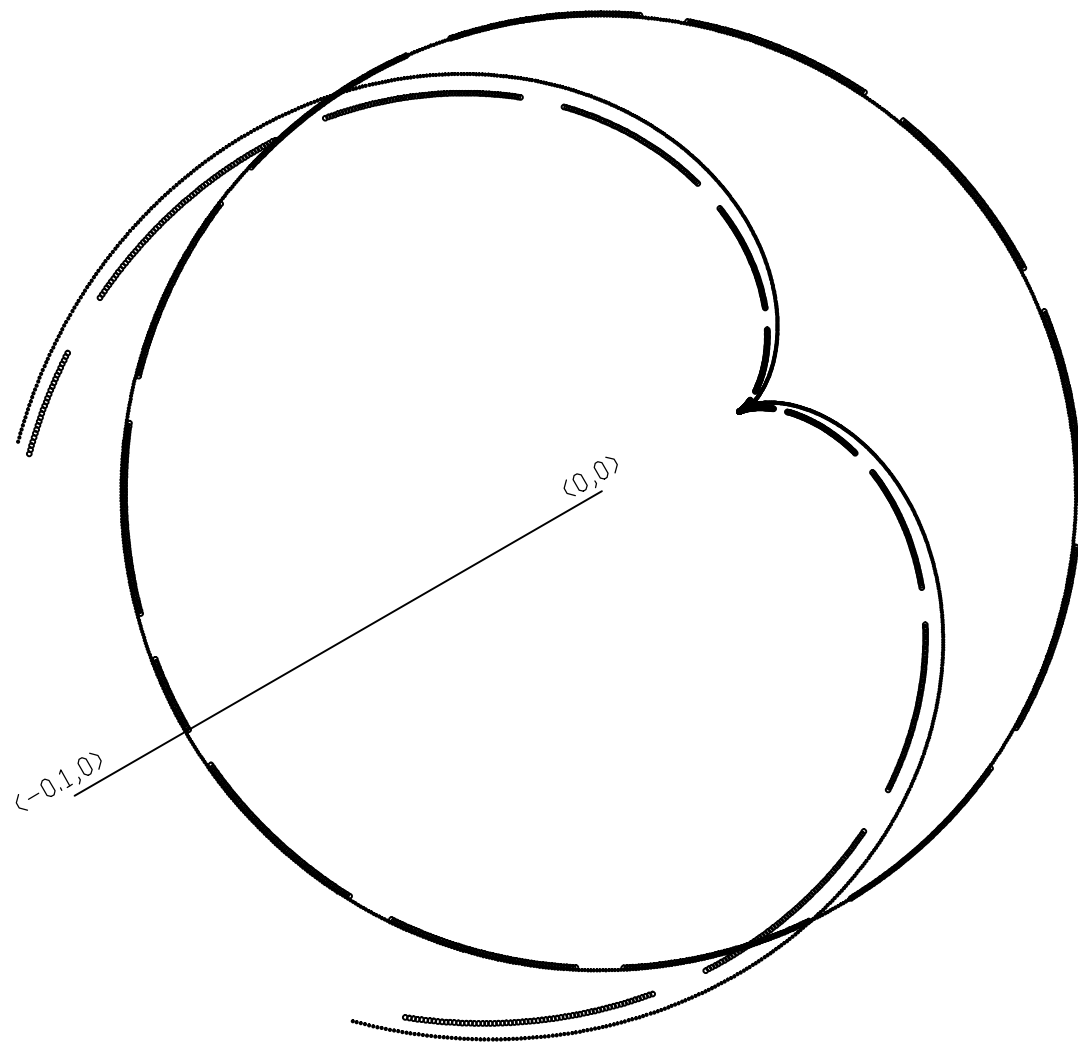
Διάγραμμα 4.7

Στα σχήματα 4.7 και 4.8 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/6$
 $k = 1$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.7 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



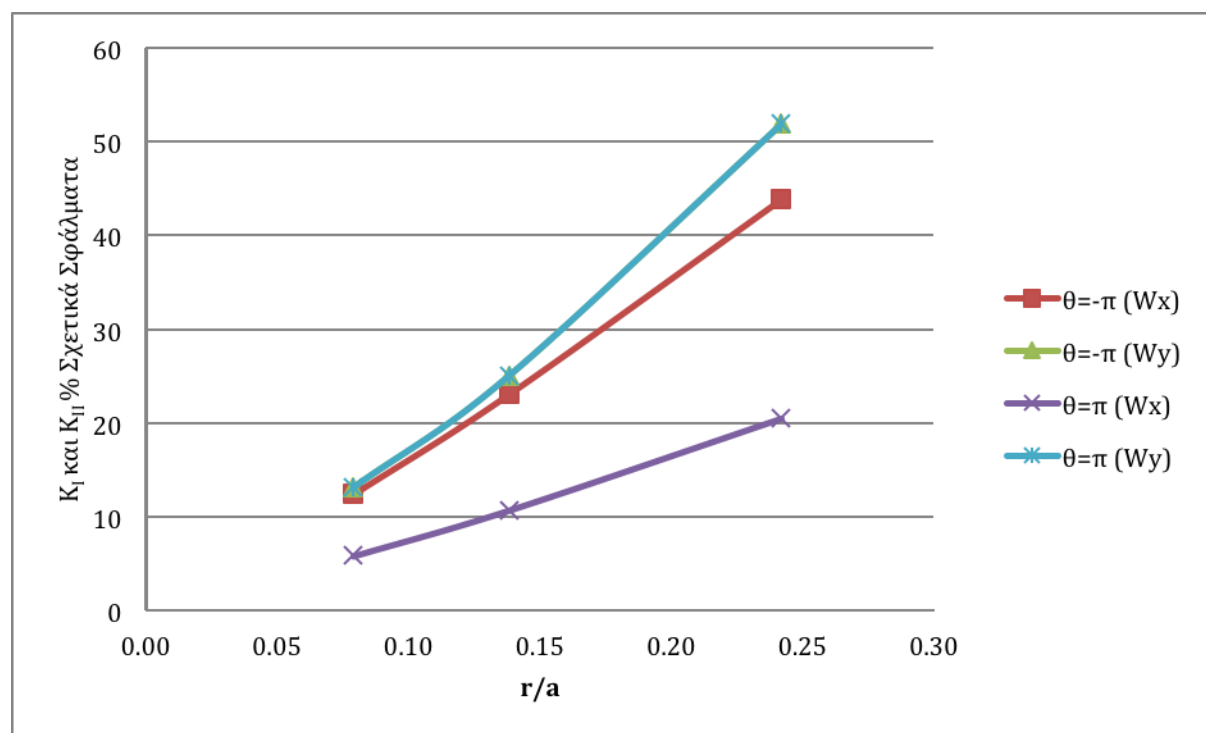
$\beta = \pi/6$
 $k = 1$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.8 ΚΑΨΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,24	1,79	43,96	51,89	20,59	51,89
0,5	0,14	1,20	23,17	25,07	10,79	25,07
1	0,08	0,75	12,52	13,17	5,91	13,17

Πίνακας 4.8

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.8 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

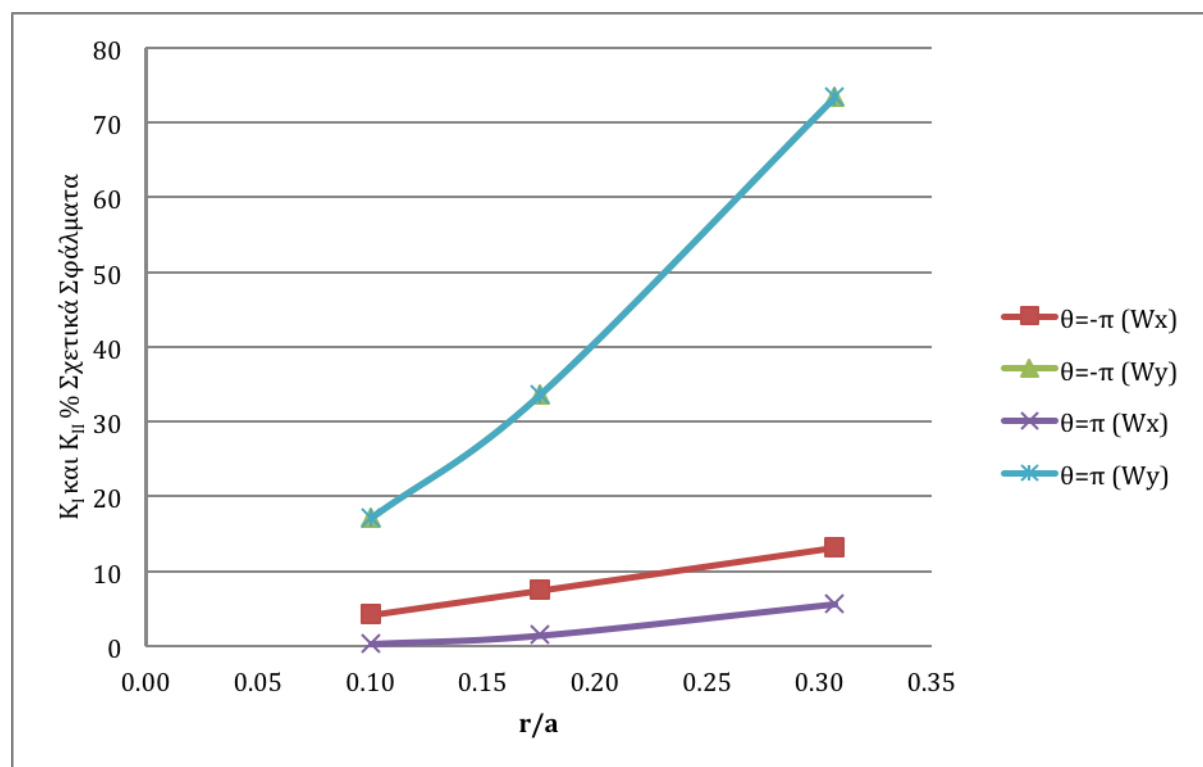


Διάγραμμα 4.8

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,31	1,97	13,29	73,46	5,75	73,46
0,5	0,18	1,45	7,55	33,65	1,55	33,65
1	0,10	0,92	4,28	17,18	0,42	17,18

Πίνακας 4.9

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.9 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

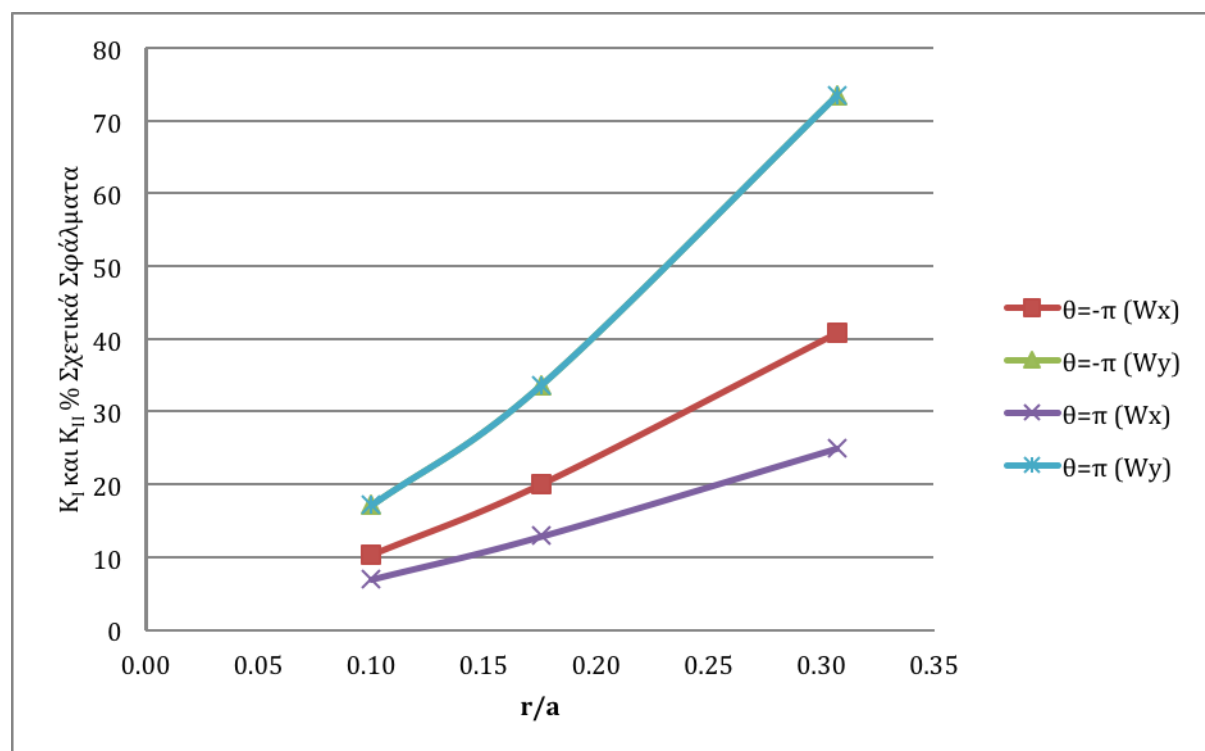


Διάγραμμα 4.9

Αλουμίνιο $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,31	1,97	40,89	73,50	25,01	73,50
0,5	0,18	1,45	20,09	33,65	12,90	33,65
1	0,10	0,92	10,41	17,19	7,00	17,19

Πίνακας 4.10

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.10 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.10

Αλλάζοντας την τάση από $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ σε τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ κατασκευάστηκαν οι πίνακες 4.6 – 4.10 και τα σχήματα 4.5 – 4.8. Δεν αλλάξαμε υλικό και γωνία ρωγμής (αλουμίνιο, $\beta=30^\circ$).

Στα σχήματα 4.5 και 4.6 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0$ ενώ αλλάζουμε μόνο την παράμετρο α . Και στα δύο σχήματα έχουμε και πάλι έναν μύστακα της καυστικής αρκετά μικρότερο του άλλου. Στα σχήματα 4.3 και 4.4 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=1$ αλλάζοντας μόνο την παράμετρο α . Και εδώ είναι εμφανής η συμμετρία ως προς τον άξονα x κατά μήκος της ρωγμής στις καυστικές και στις αρχικές καμπύλες. Η συμμετρία των καυστικών μεταφέρεται και στα σφάλματα αυτών όπου στον πίνακα 4.7 τα σφάλματα παραμένουν ίδια είτε μετράμε τα W_{ex}^x και W_{ex}^y της καυστικής στο πτέασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$, είτε μετράμε τα W_{ex}^x και W_{ex}^y της καυστικής στο πτέασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$.

Επίσης, και για τις δύο τιμές του k , η αύξηση του α από $\alpha=0.25 \text{ cm}$ Σχ. (4.5 και 4.7) σε $\alpha=1 \text{ cm}$ Σχ. (4.6 και 4.8) αυξάνει τις αποκλίσεις στις αρχικές και στις καυστικές καμπύλες. Οι αποκλίσεις εξακολουθούν να είναι πιο εμφανείς στα σχήματα με $k=1$ Σχ. (4.7 και 4.8) σε σχέση με τα αντίστοιχα σχήματα με $k=0$ Σχ. (4.5 και 4.6).

Η αύξηση της τάσης στους πίνακες 4.6 – 4.10 σε $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ σε σχέση με την $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ που είχαμε στους πίνακες 4.1 – 4.5 έδειξε ομοιόμορφη αύξηση των καυστικών και των αρχικών καμπυλών, αύξηση των αποκλίσεων και αύξηση και των σφαλμάτων.

Παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση όσο μικρότερος είναι ο λόγος r/α , τόσο μικρότερα τα είναι και τα σφάλματα.

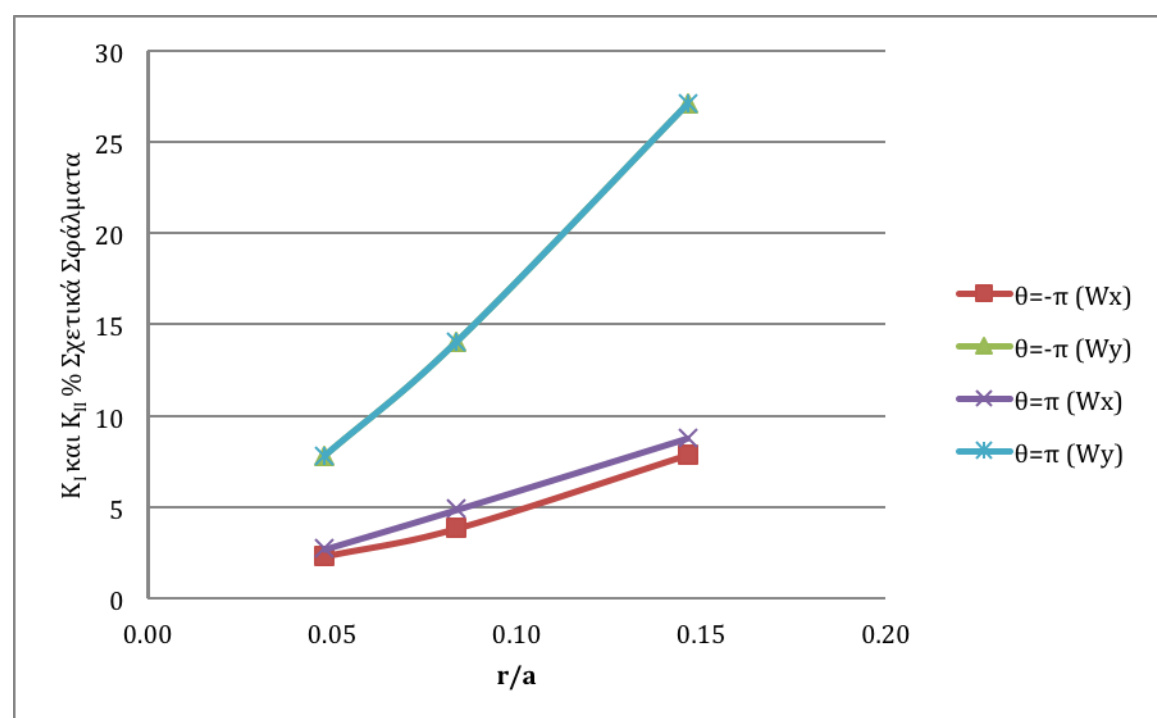
Τα μέγιστα σφάλματα, τα οποία είναι σημαντικά αυξημένα, και εδώ παρατηρούνται για $k=2$ και -2 στους πίνακες 4.9 και 4.10 και για $\alpha=0.25 \text{ cm}$ μετρούμενα από το W_{ex}^y της καυστικής στο πτέασμα τα οποία προκύπτουν από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$ και $\theta=\pi$ και παίρνουν τις τιμές 73,46% και 73,50% αντίστοιχα. Τα μικρότερα σφάλματα παρατηρούνται επίσης για $k=2$ στον πίνακα 4.9 και για $\alpha=1 \text{ cm}$ μετρούμενο από το W_{ex}^x της καυστικής στο πτέασμα τα οποία προκύπτει από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$ και είναι 0,42%.

2. Για γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$ έχουμε:
 i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,15	1,31	7,88	27,09	8,80	27,09
0,50	0,08	0,76	3,85	14,08	4,89	14,08
1,00	0,05	0,42	2,32	7,82	2,71	7,82

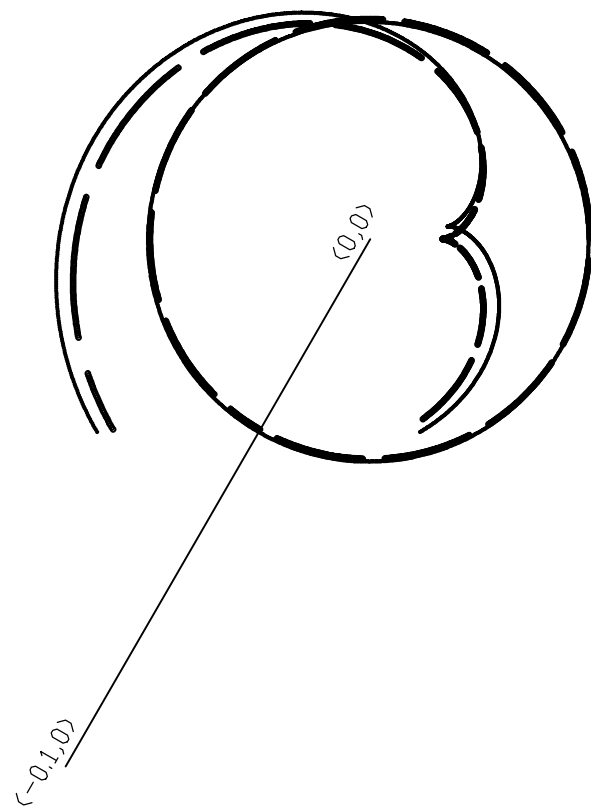
Πίνακας 4.11

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.11 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



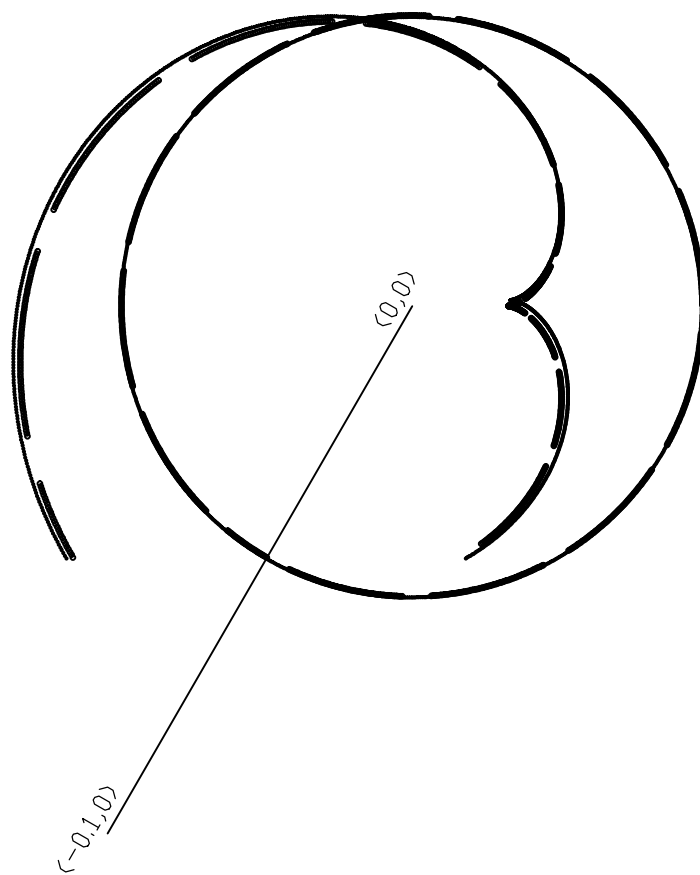
Διάγραμμα 4.11

Στα σχήματα 4.9 και 4.10 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/3$
 $k = 0$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.9 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



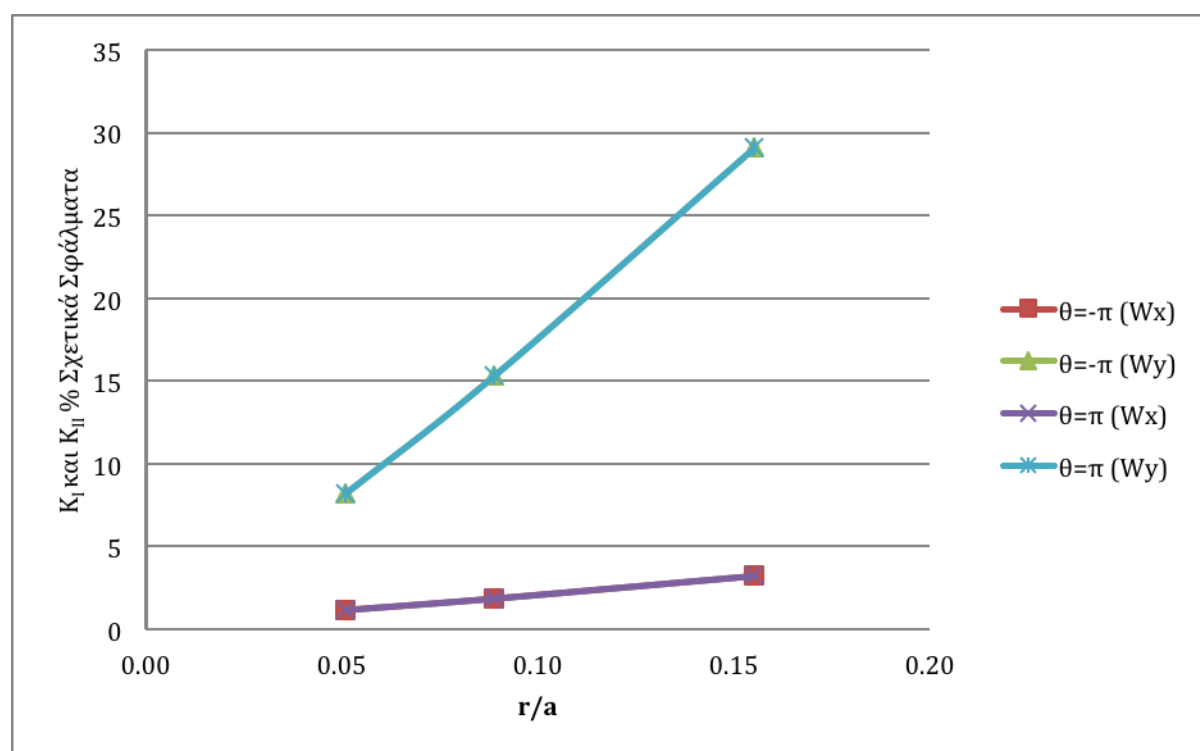
$\beta = \pi/3$
 $k = 0$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kr/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.10 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,16	1,34	3,24	29,09	3,24	29,09
0,50	0,09	0,81	1,88	15,31	1,88	15,31
1,00	0,05	0,47	1,19	8,20	1,19	8,20

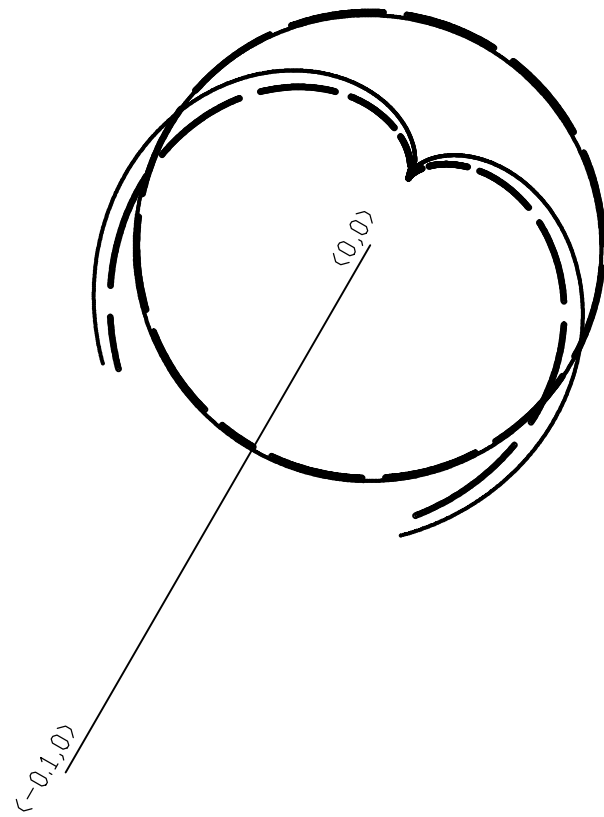
Πίνακας 4.12

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.12 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.12

Στα σχήματα 4.11 και 4.12 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 1$$

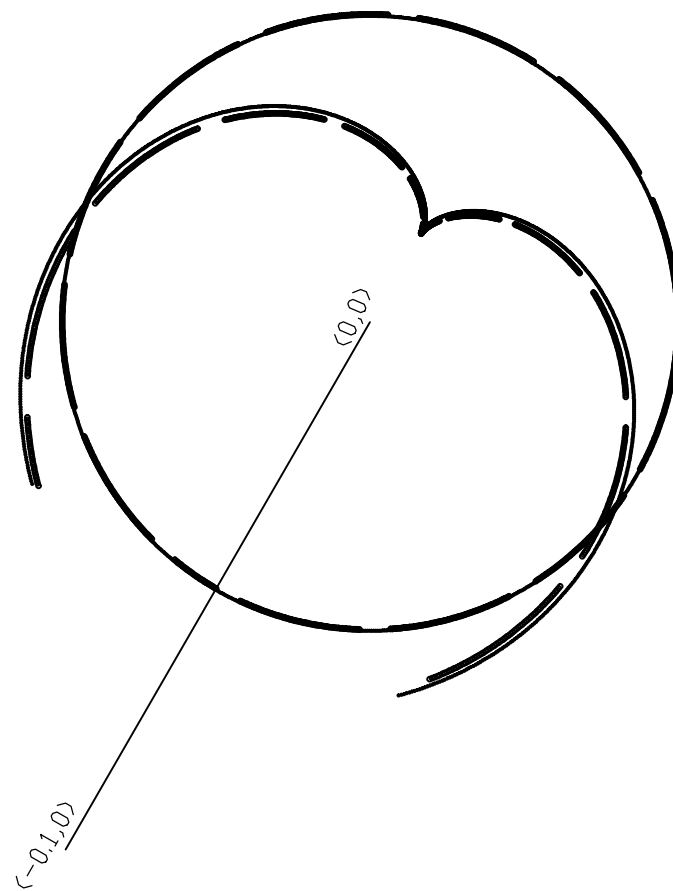
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.11 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



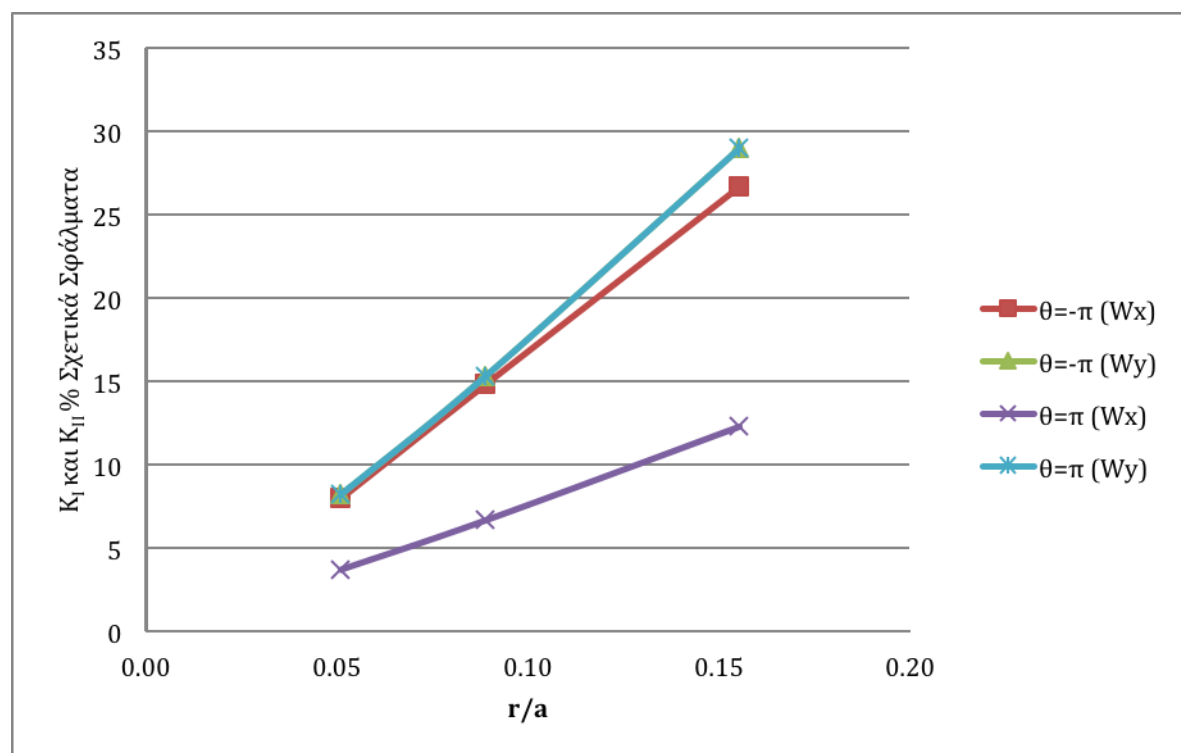
$\beta = \pi/3$
 $k = 1$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.12 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,16	1,34	26,72	28,97	12,29	28,97
0,50	0,09	0,81	14,86	15,31	6,67	15,31
1,00	0,05	0,47	8,03	8,20	3,71	8,20

Πίνακας 4.13

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.13 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

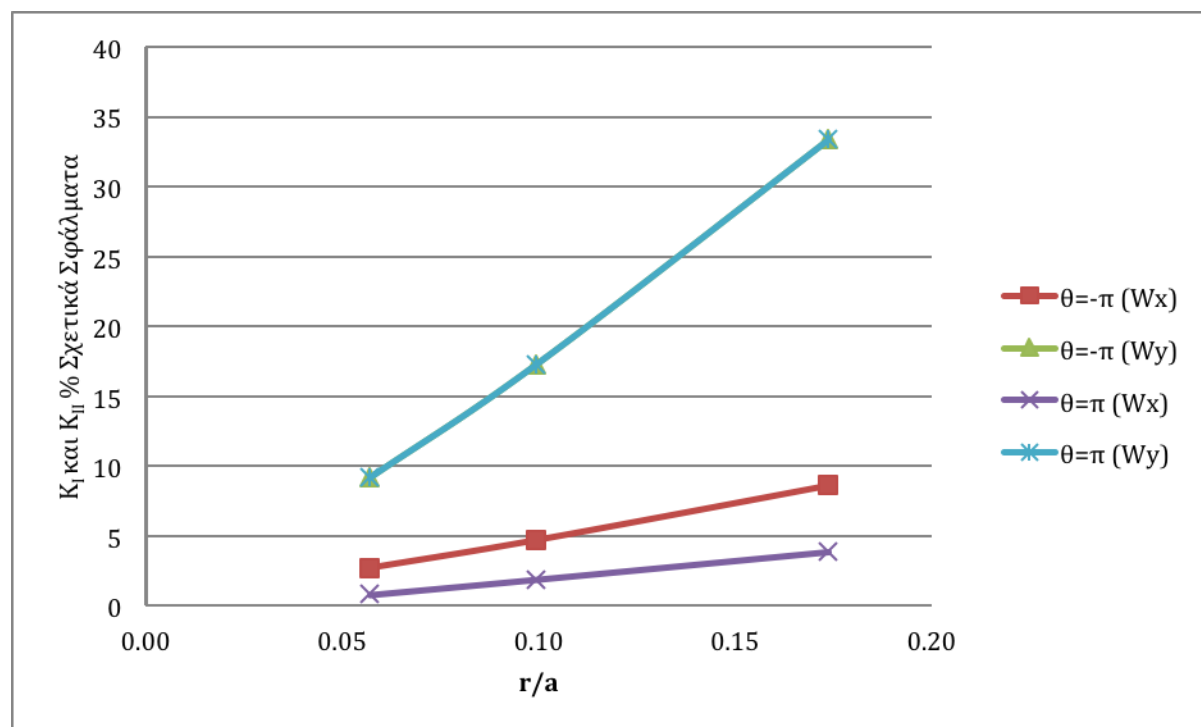


Διάγραμμα 4.13

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,17	1,45	8,61	33,38	3,89	33,38
0,50	0,10	0,89	4,72	17,31	1,91	17,31
1,00	0,06	0,55	2,73	9,20	0,81	9,20

Πίνακας 4.14

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.14 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

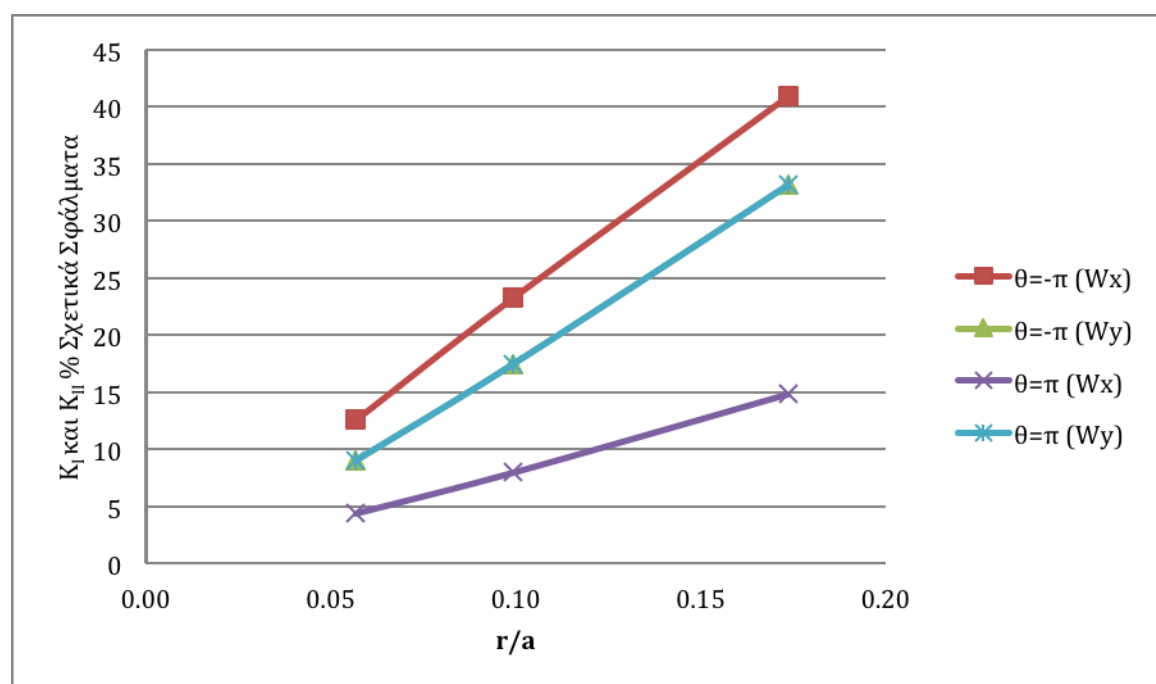


Διάγραμμα 4.14

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,17	1,45	40,94	33,16	14,85	33,16
0,50	0,10	0,89	23,27	17,49	7,98	17,49
1,00	0,06	0,55	12,60	9,05	4,40	9,05

Πίνακας 4.15

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.15 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.15

Στους πίνακες 4.11 – 4.15 και στα σχήματα 4.9 – 4.12 έχουμε κρατήσει το υλικό και την τάση (αλουμίνιο, $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$) ίδια με αυτά των πινάκων 4.1 – 4.5 και σχ. 4.1 – 4.4 ενώ αλλάξαμε την γωνία της ρωγμής από $\beta=30^\circ$ σε $\beta=60^\circ$.

Στα σχήματα 4.9 και 4.10 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0$ ενώ αλλάζουμε μόνο την παράμετρο α . Παρατηρούμε αλλαγή στην μορφή των καυστικών σε σχέση με τις αντίστοιχες καυστικές των σχημάτων 4.1 και 4.2 τα οποία είχαν $\beta=30^\circ$. Στα σχήματα 4.9 και 4.10 παρατηρούμε ότι ο ένας μύστακας είναι μικρότερος του άλλου αλλά όχι τόσο μικρότερος όσο στα σχήματα 4.1 και 4.2 ($\beta=30^\circ$).

Στα σχήματα 4.11 και 4.12 και στον πίνακα 4.12 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=1$ αλλάζοντας μόνο την παράμετρο α . Και εδώ είναι εμφανής η συμμετρία ως προς τον άξονα x κατά μήκος της ρωγμής στις καυστικές και στις αρχικές καμπύλες. Επίσης, η συμμετρία των καυστικών μεταφέρεται και στα σφάλματα αυτών.

Ενδιαφέρον είναι το γεγονός ότι οι καυστικές, οι αρχικές καμπύλες, και κατ' επέκταση και τα σφάλματα αυτών είναι πανομοιότυπα στην περίπτωση $k=1$ με γωνία $\beta=30^\circ$ του πίνακα 4.2 Σχ. (4.3, 4.4) και $\beta=60^\circ$ του πίνακα 4.12 Σχ. (4.11, 4.12). Αυτό συμβαίνει επειδή η αντικατάσταση της τιμής $k=1$ στους μαθηματικούς τύπους των καυστικών και αρχικών καμπυλών απαλείφει την γωνία β από τους υπολογισμούς.

Για $k=-1$ παρατηρούμε ταύτιση των σφαλμάτων για $\beta=30^\circ$ του πίνακα 4.3 και $\beta=60^\circ$ του πίνακα 4.13. Αυτό συμβαίνει επειδή αντικαθιστώντας την τιμή $k=-1$ στους μαθηματικούς τύπους των καυστικών και αρχικών καμπυλών, ο όρος που υπεισέρχεται στο υπολογισμό της καυστικής είναι το $\cos 2\beta$ που στην περίπτωσή μας έχει την ίδια τιμή ($\cos 60^\circ = \cos 120^\circ$) και όχι λόγω απαλοιφής του β όπως στην περίπτωση για $k=1$.

Από τους πίνακες 4.4 και 4.14 για $k=2$ και τους πίνακες 4.5 και 4.15 για $k=-2$ παρατηρούμε ότι η αλλαγή της γωνίας β επηρεάζει τα σφάλματα λιγότερο στην περίπτωση όπου $k=2$ και περισσότερο στην περίπτωση $k=-2$.

Και εδώ παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση όσο μικρότερος είναι ο λόγος r/a , τόσο μικρότερα τα είναι και τα σφάλματα. Επίσης, μείωση του α αυξάνει τις αποκλίσεις στα σχήματα των καυστικών.

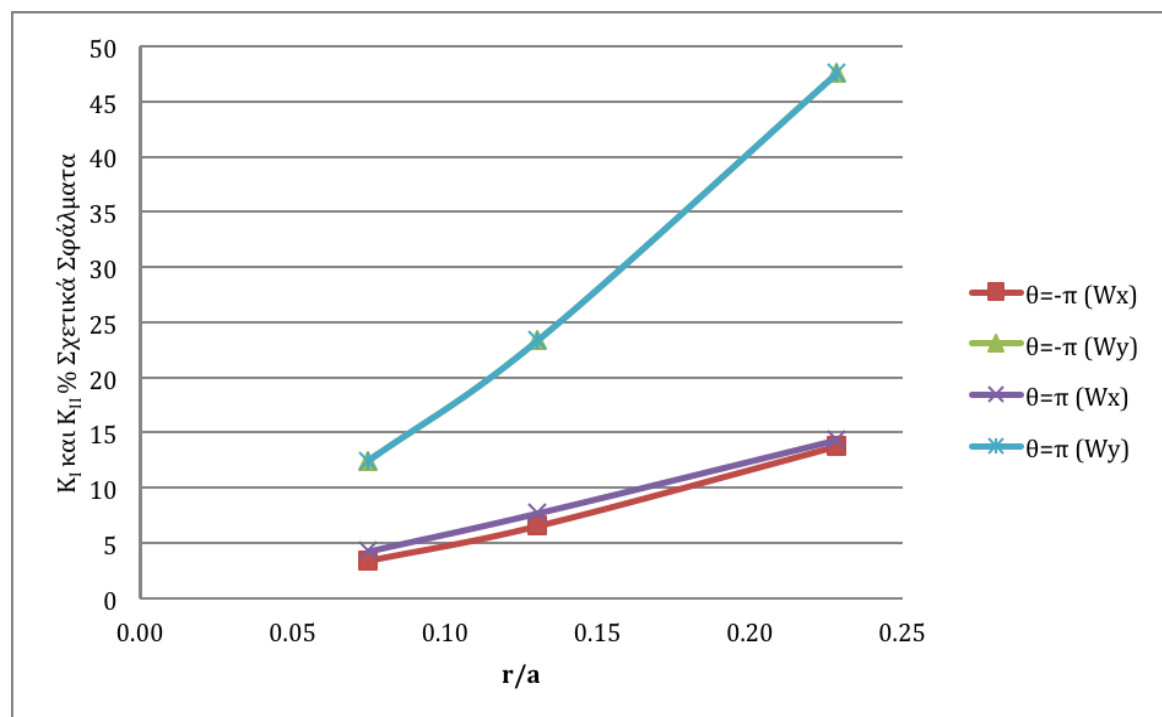
Το μέγιστο σφάλμα παρατηρείται για $k=-2$ στον πίνακα 4.15 και για $\alpha=0.25 \text{ cm}$ μετρούμενο από το W_{ex}^x της καυστικής στο πέτασμα το οποίο προκύπτει από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$ έχει τιμή 40,94%. Το μικρότερο σφάλμα παρατηρείται επίσης για $k=2$ στον πίνακα 4.9 και για $\alpha=1 \text{ cm}$ μετρούμενο από το W_{ex}^x της καυστικής στο πέτασμα το οποίο προκύπτει από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$ και είναι 0,81%.

ii. με τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ έχουμε:

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,23	1,73	13,80	47,56	14,41	47,56
0,5	0,13	1,15	6,60	23,43	7,78	23,43
1	0,07	0,70	3,43	12,46	4,31	12,46

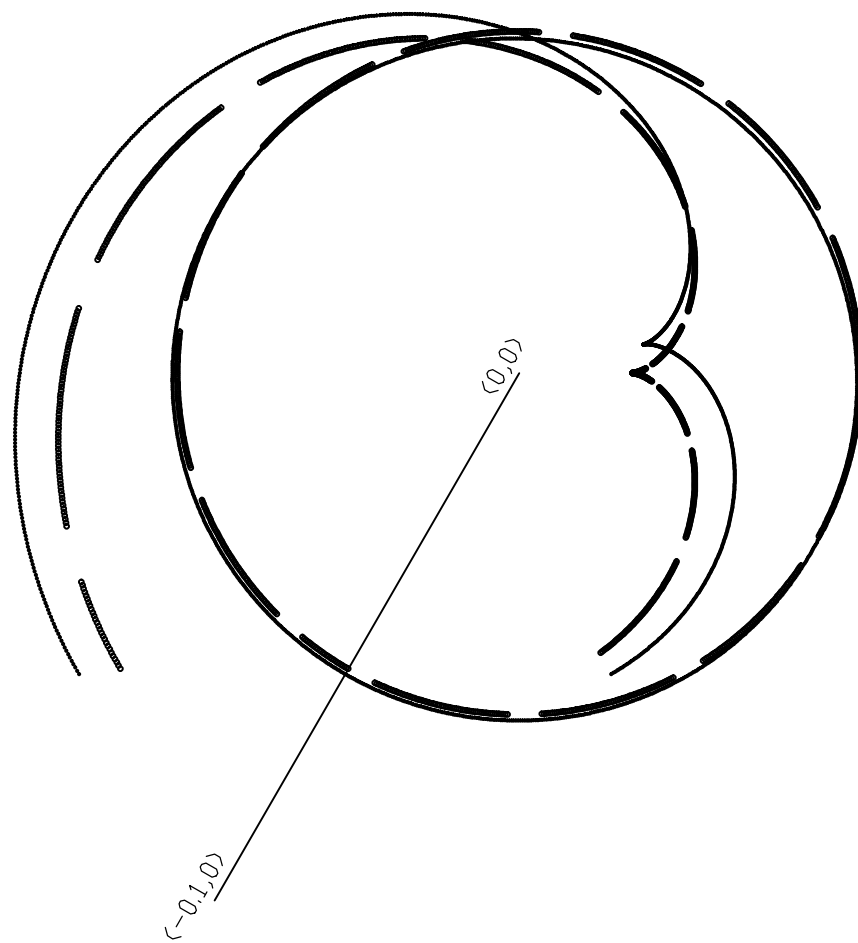
Πίνακας 4.16

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.16 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



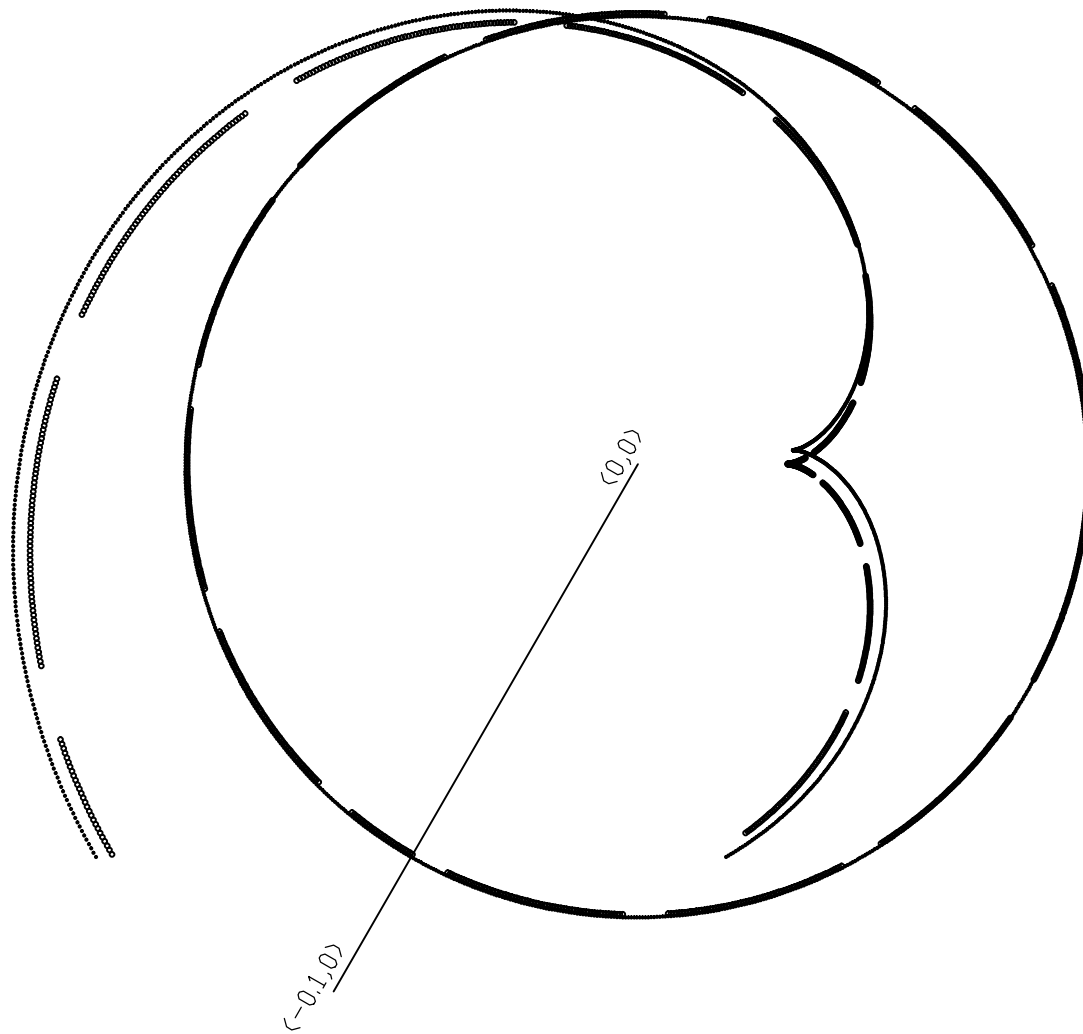
Διάγραμμα 4.16

Στα σχήματα 4.13 και 4.14 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/3$
 $k = 0$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.13 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



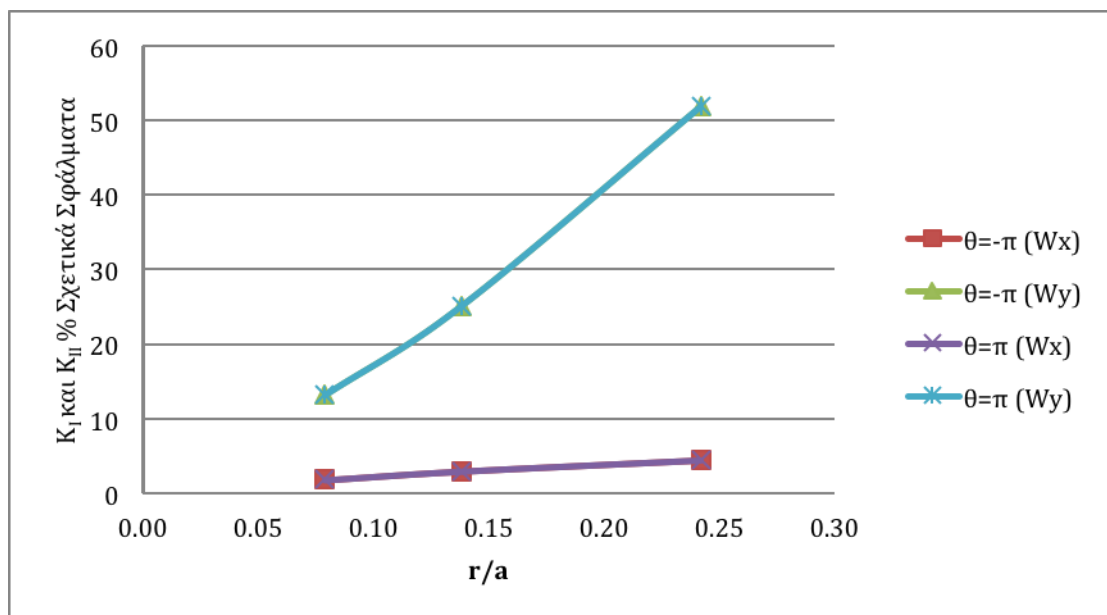
$\beta = \pi/3$
 $k = 0$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
 Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.14 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,24	1,79	4,49	51,89	4,49	51,89
0,5	0,14	1,20	2,99	25,13	2,99	25,13
1	0,08	0,75	1,82	13,17	1,82	13,17

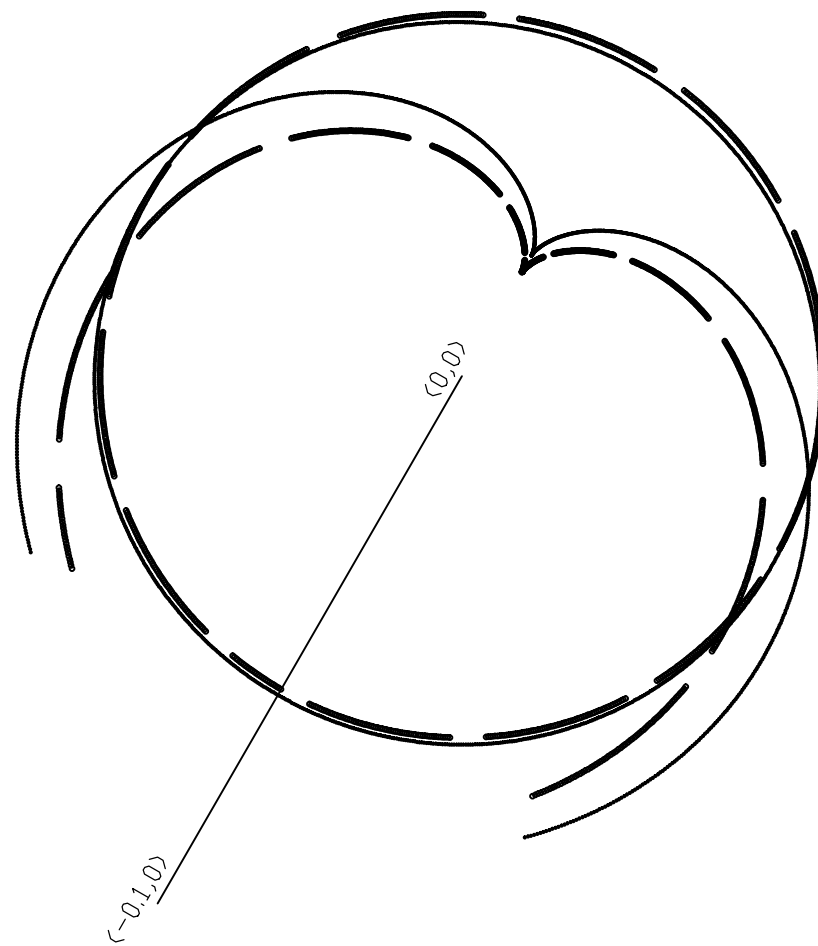
Πίνακας 4.17

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.17 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



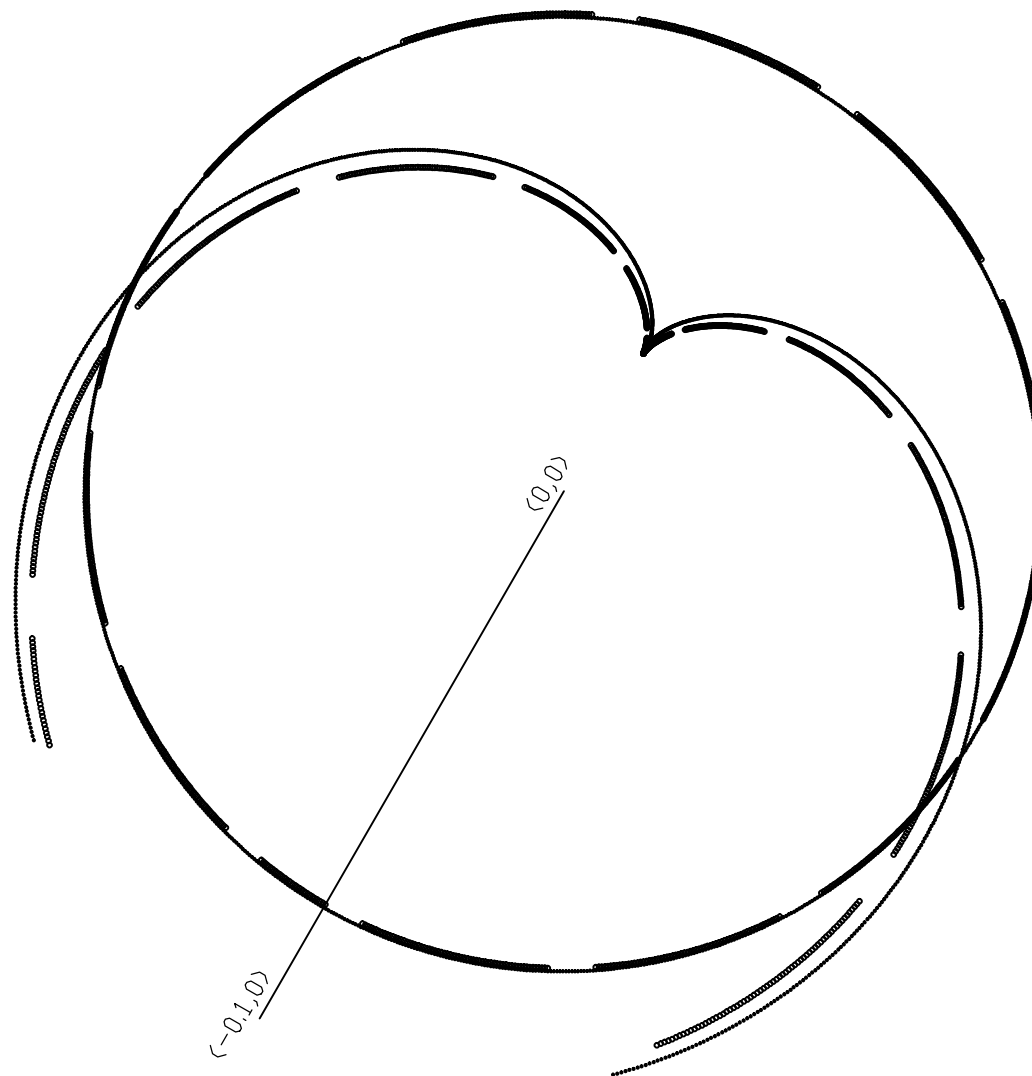
Διάγραμμα 4.17

Στα σχήματα 4.15 και 4.16 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$\beta = \pi/3$
 $k = 1$
 $a = 0.25 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kr/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.15 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



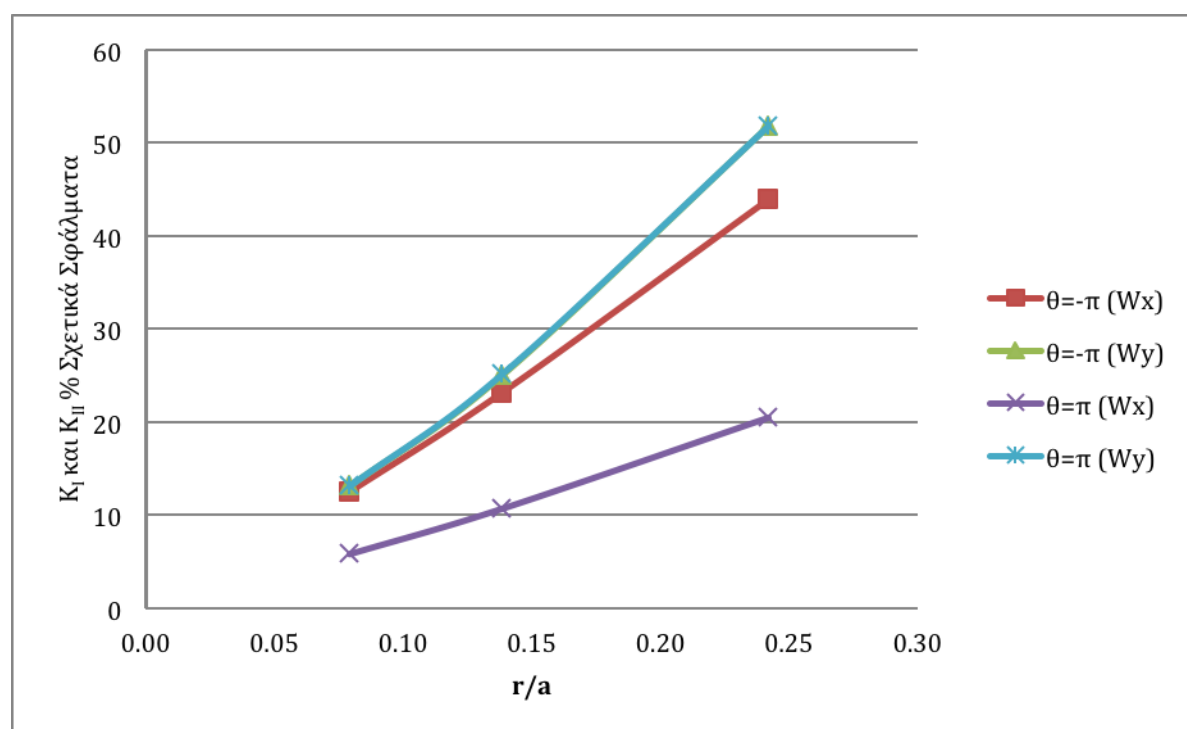
$\beta = \pi/3$
 $k = 0$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
Aluminum

ΣΧΗΜΑ 4.16 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,24	1,79	43,96	51,89	20,59	51,89
0,5	0,14	1,20	23,17	25,07	10,79	25,19
1	0,08	0,75	12,52	13,17	5,91	13,17

Πίνακας 4.18

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.18 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

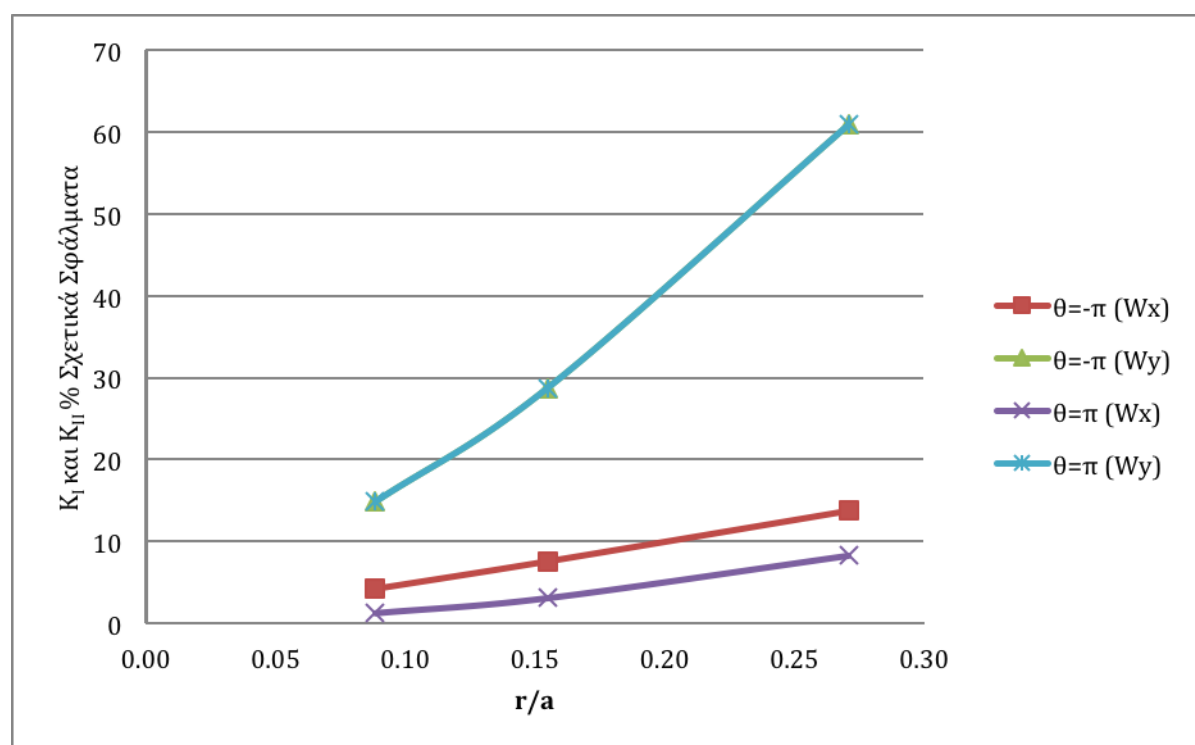


Διάγραμμα 4.18

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,27	1,88	13,80	60,87	8,36	60,87
0,5	0,15	1,33	7,63	28,74	3,18	28,74
1	0,09	0,86	4,29	14,89	1,35	14,89

Πίνακας 4.19

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.19 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

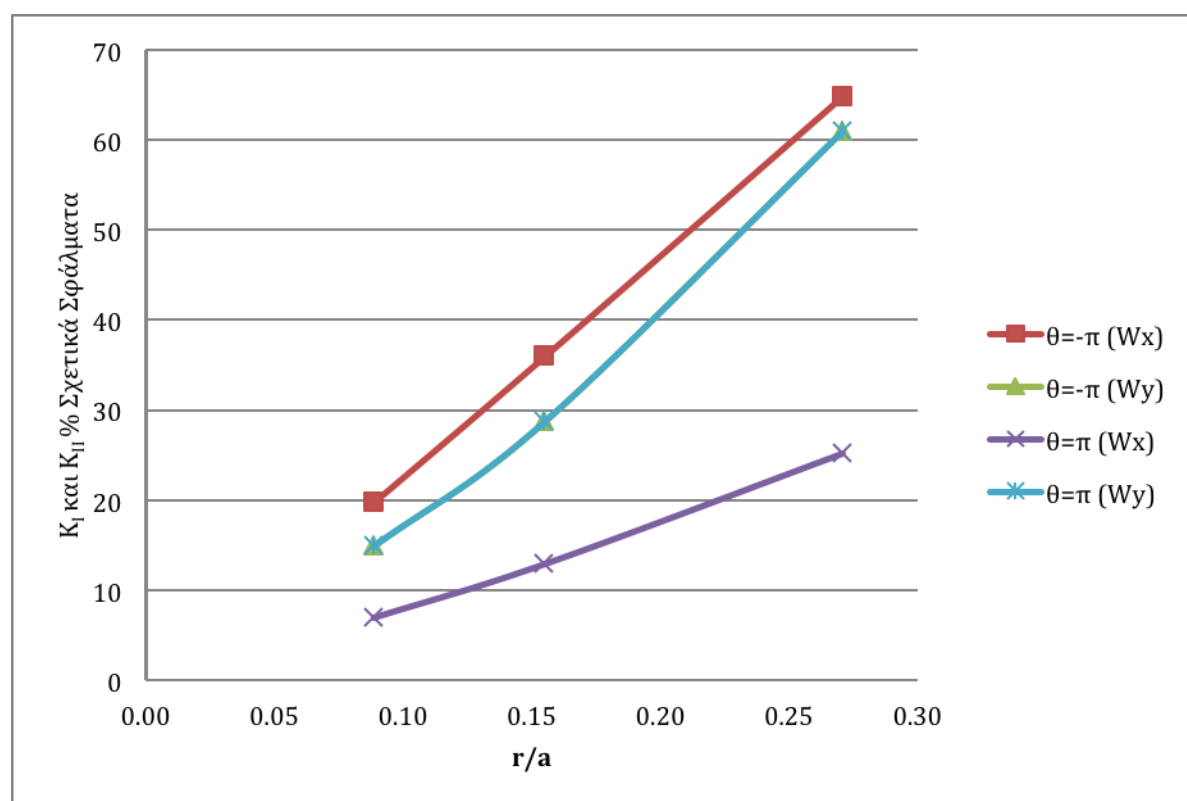


Διάγραμμα 4.19

Αλουμίνιο $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,27	1,88	64,94	61,03	25,28	61,03
0,5	0,15	1,33	36,02	28,74	12,99	28,74
1	0,09	0,86	19,83	14,94	7,04	14,94

Πίνακας 4.20

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.20 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.20

Στους πίνακες 4.16 – 4.20 και στα σχήματα 4.13 – 4.16 εργαζόμαστε με αλουμίνιο, έχουμε τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ και γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$.

Και εδώ παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση όσο μικρότερος είναι ο λόγος r/α , τόσο μικρότερα τα είναι και τα σφάλματα. Επίσης, μείωση του α αυξάνει τις αποκλίσεις στα σχήματα των καυστικών.

Στην περίπτωση όπου $k=1$ στον πίνακα 4.17 Σχ. (4.15, 4.16) διατηρείται η συμμετρία ως προς τον άξονα x κατά μήκος της ρωγμής στις καυστικές και στις αρχικές καμπύλες αλλά και στα σφάλματα αυτών.

Η αύξηση της τάσης στους πίνακες 4.16 – 4.20 σε $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ σε σχέση με την $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ που είχαμε στους πίνακες 4.11 – 4.15 (με ίδια γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$) επίσης έδειξε ομοιόμορφη αύξηση των καυστικών και των αρχικών καμπυλών, αύξηση των αποκλίσεων και αύξηση και των σφαλμάτων.

Η επίδραση της αλλαγής στην γωνία ρωγμής για τιμή τάσης $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ (πίνακες 4.16 – 4.20 με $\beta=60^\circ$, πίνακες 4.6 – 4.10 με $\beta=30^\circ$) είναι όμοια με αυτήν για τιμή τάσης $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ (πίνακες 4.11 – 4.15 με $\beta=60^\circ$, πίνακες 4.1 – 4.5 με $\beta=30^\circ$).

Συγκεκριμένα, στα σχήματα 4.13 και 4.14 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=0$ ενώ αλλάζουμε μόνο την παράμετρο α . Στα σχήματα 4.13 και 4.14 παρατηρούμε ότι ο ένας μύστακας είναι μικρότερος του άλλου αλλά όχι τόσο μικρότερος όσο στα σχήματα 4.5 και 4.6 ($\beta=30^\circ$).

Στα σχήματα 4.15 και 4.16 και στον πίνακα 4.17 έχουμε διαξονικό λόγο φόρτισης $k=1$ αλλάζοντας μόνο την παράμετρο α . Όπως είναι λογικό, οι αρχικές καμπύλες, και τα σφάλματα αυτών είναι πανομοιότυπα στην περίπτωση $k=1$ με γωνία $\beta=30^\circ$ του πίνακα 4.6, Σχ. (4.3, 4.4) και $\beta=60^\circ$ του πίνακα 4.12, Σχ. (4.11, 4.12) αφού ο όρος β απλοποιείται για $k=1$ στους μαθηματικούς τύπους των καυστικών και αρχικών καμπυλών.

Για $k=-1$ παρατηρούμε ταύτιση των σφαλμάτων για $\beta=30^\circ$ του πίνακα 4.8 και $\beta=60^\circ$ του πίνακα 4.18. Αυτό συμβαίνει επειδή αντικαθιστώντας την τιμή $k=-1$ στους μαθηματικούς τύπους των καυστικών και αρχικών καμπυλών, ο όρος που υπεισέρχεται στο υπολογισμό της καυστικής είναι το $\cos 2\beta$ που στην περίπτωση μας έχει την ίδια τιμή ($\cos 60^\circ = \cos 120^\circ$) και όχι λόγω απαλοιφής του β όπως στην περίπτωση για $k=1$.

Από τους πίνακες 4.9 και 4.19 για $k=2$ και τους πίνακες 4.10 και 4.20 για $k=-2$ παρατηρούμε ότι η αλλαγή της γωνίας β επηρεάζει τα σφάλματα λιγότερο στην περίπτωση όπου $k=2$ και περισσότερο στην περίπτωση $k=-2$.

Το μέγιστο σφάλμα παρατηρείται για $k=-2$ στον πίνακα 4.20 και για $\alpha=0.25 \text{ cm}$ μετρούμενο από το W_{ex}^x της καυστικής στο πέτασμα το οποίο προκύπτει από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=-\pi$ έχει τιμή 64,94%. Το μικρότερο σφάλμα παρατηρείται για $k=2$ στον πίνακα 4.9 και $\alpha=1 \text{ cm}$ μετρούμενο από το W_{ex}^x της καυστικής στο πέτασμα το οποίο προκύπτει από το σημείο της αρχικής καμπύλης του δοκιμίου στην διεύθυνση $\theta=\pi$, πράγμα το οποίο ισχυεί και σε όλες τις άλλες περιπτώσεις που εξετάσαμε, και έχει τιμή 1,35%.

Β. Χάλυβας

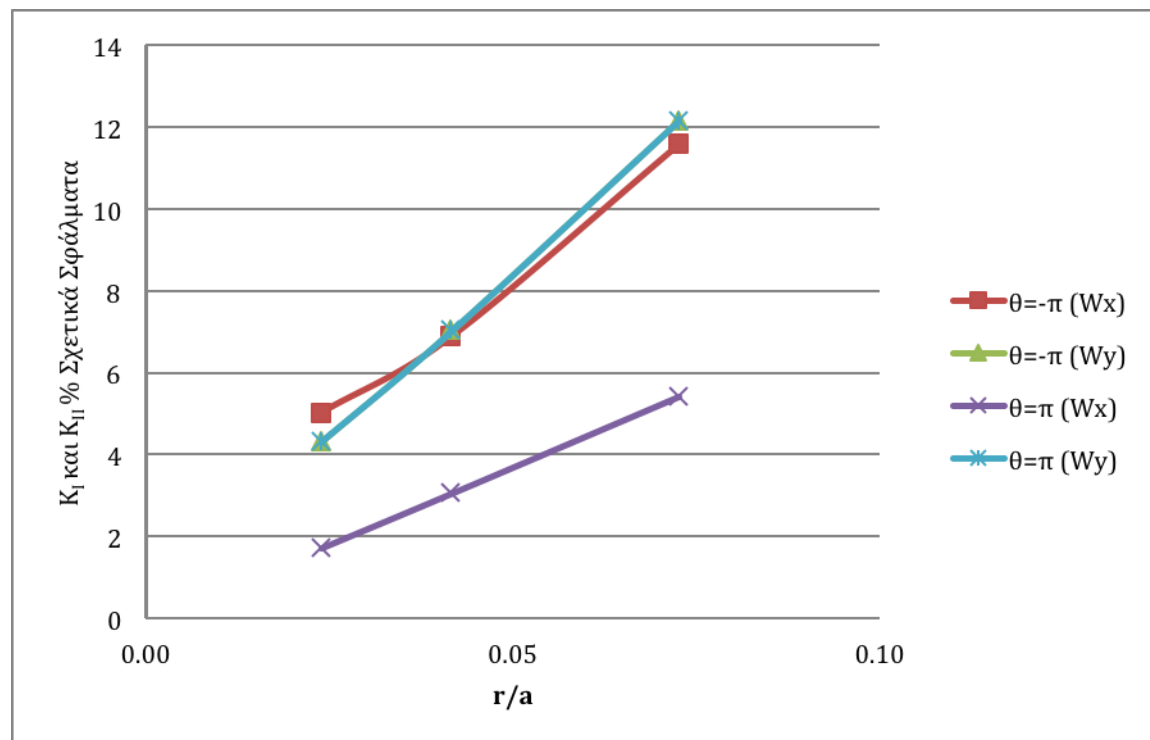
1. Γωνία ρωγμής $\beta=30^\circ$

i. Τάση $\sigma=30$

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kr/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,07	0,88	11,58	12,17	5,43	12,17
0,50	0,04	0,39	6,90	7,04	3,07	7,04
1,00	0,02	0,17	5,03	4,34	1,73	4,34

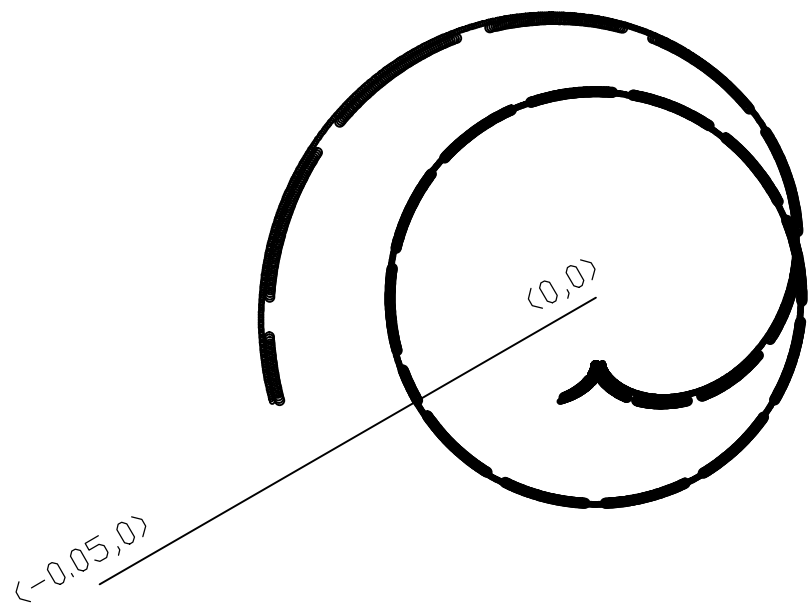
Πίνακας 4.21

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.20 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.21

Στα σχήματα 4.17 και 4.18 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 0$$

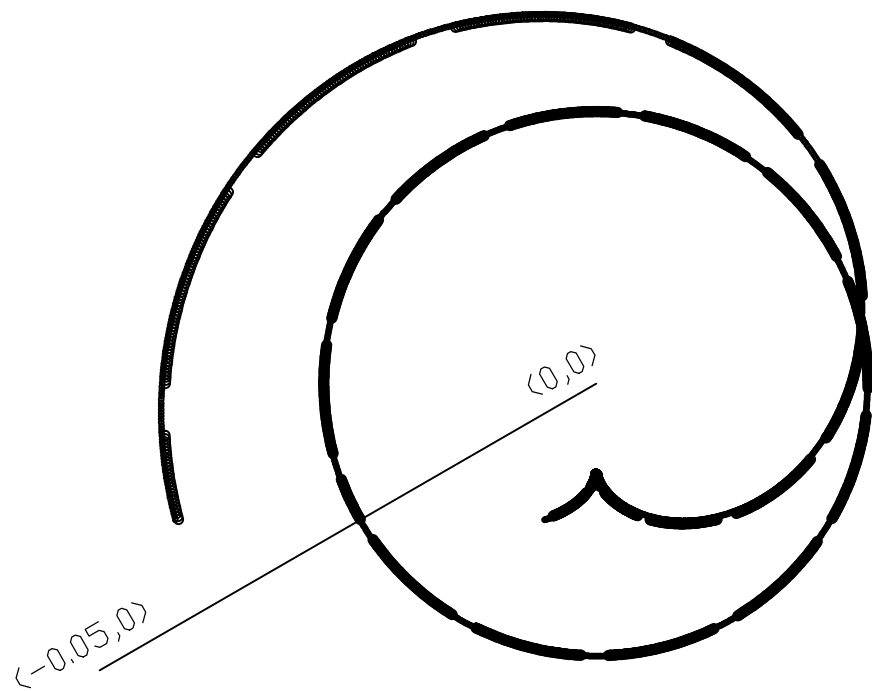
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.17 ΚΑΤΨΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 0$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

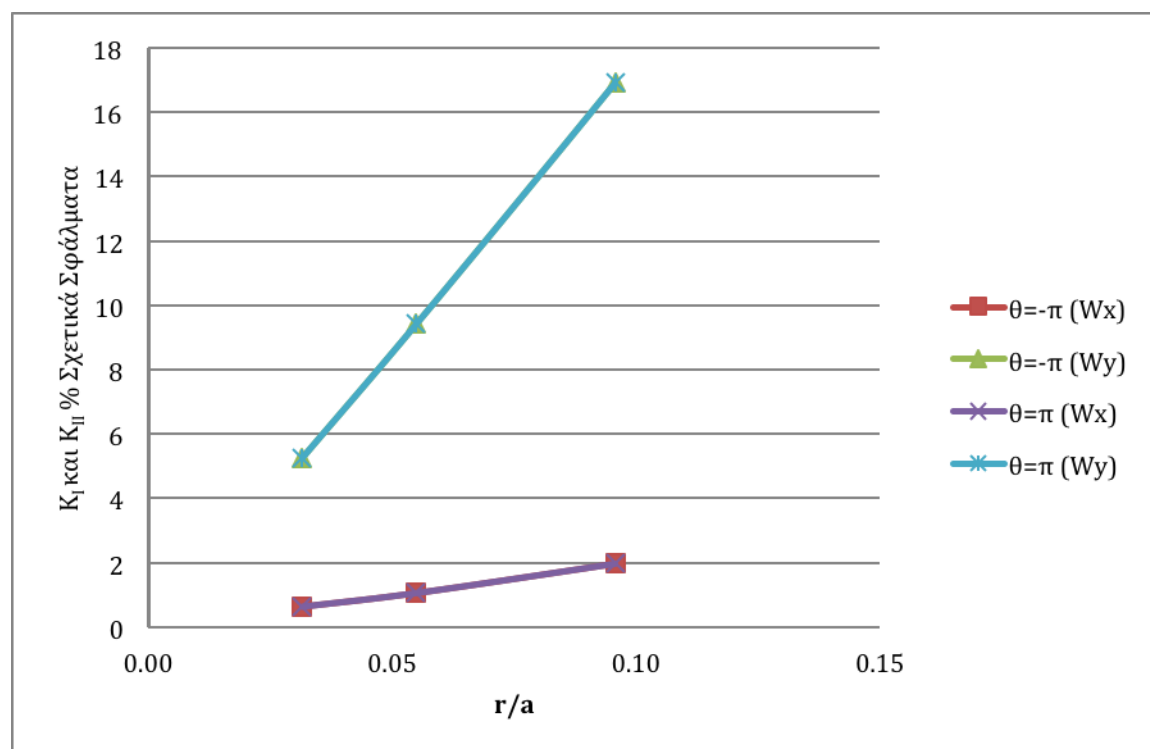
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.18 ΚΑΤΨΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ κρ/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,10	0,84	1,98	16,91	1,98	16,91
0,50	0,05	0,44	1,07	9,43	1,07	9,43
1,00	0,03	0,25	0,64	5,27	0,64	5,27

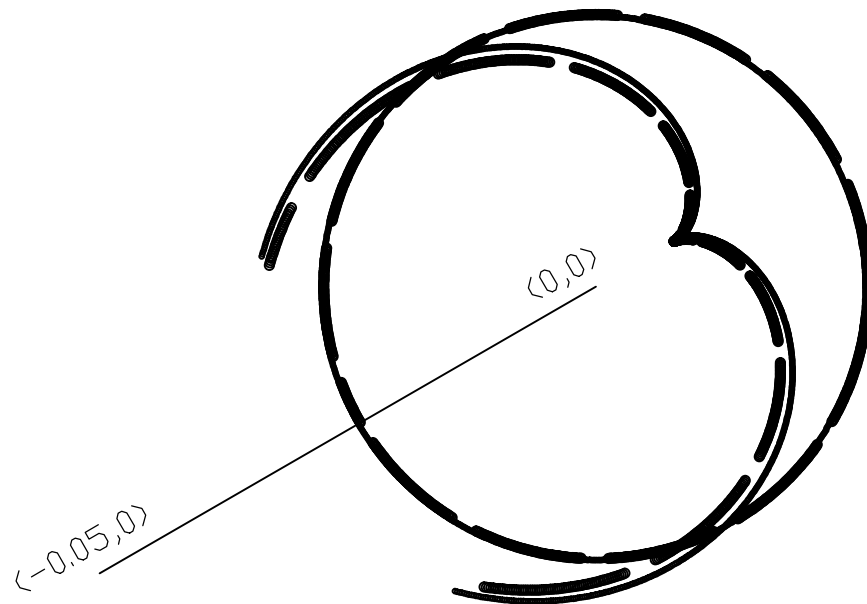
Πίνακας 4.22

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.22 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.22

Στα σχήματα 4.19 και 4.20 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 1$$

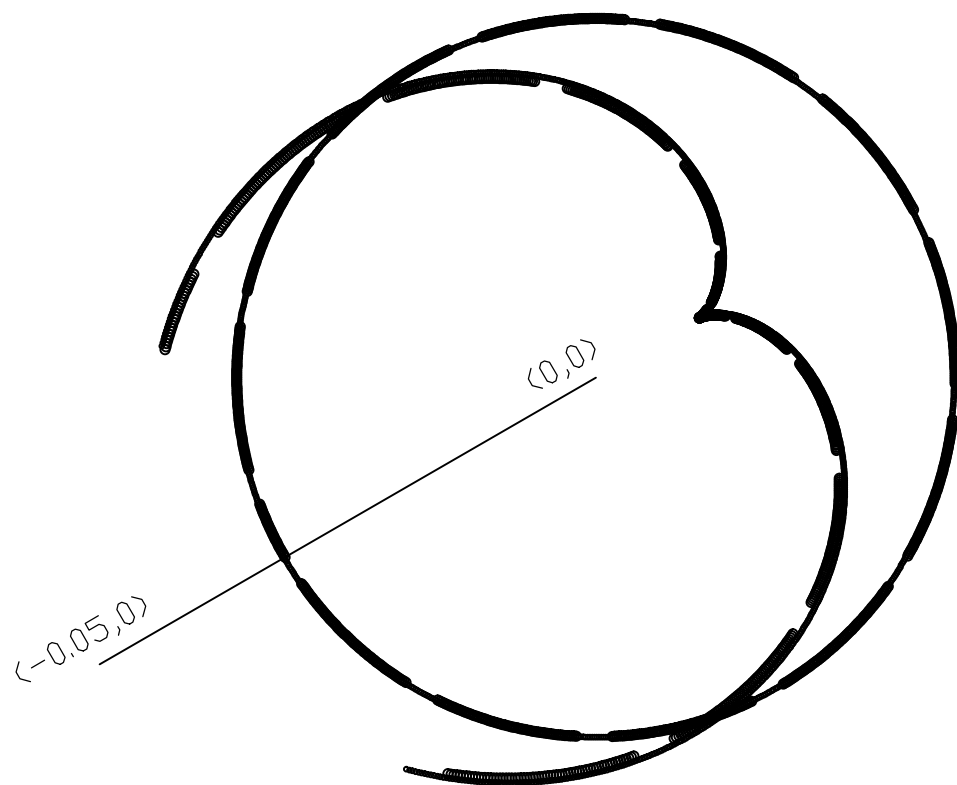
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.19 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 1$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

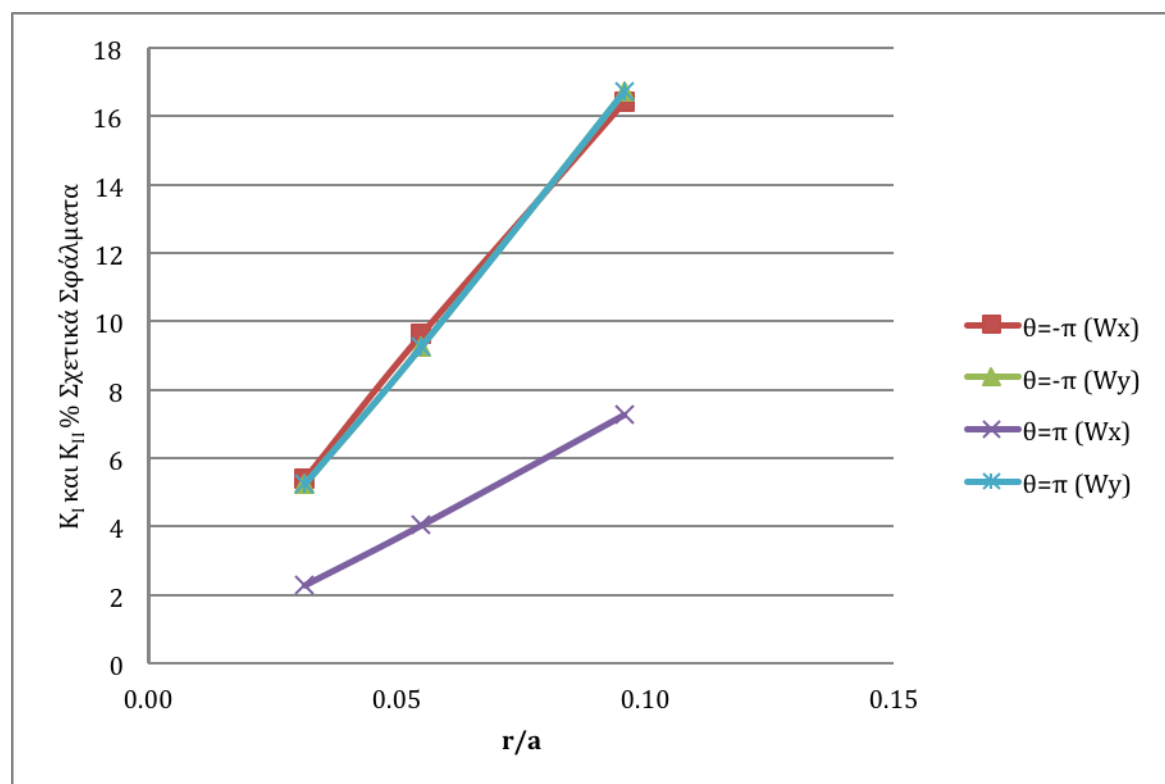
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.20 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,10	0,84	16,43	16,74	7,28	16,74
0,50	0,05	0,44	9,63	9,28	4,05	9,28
1,00	0,03	0,25	5,41	5,27	2,30	5,27

Πίνακας 4.23

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.23 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

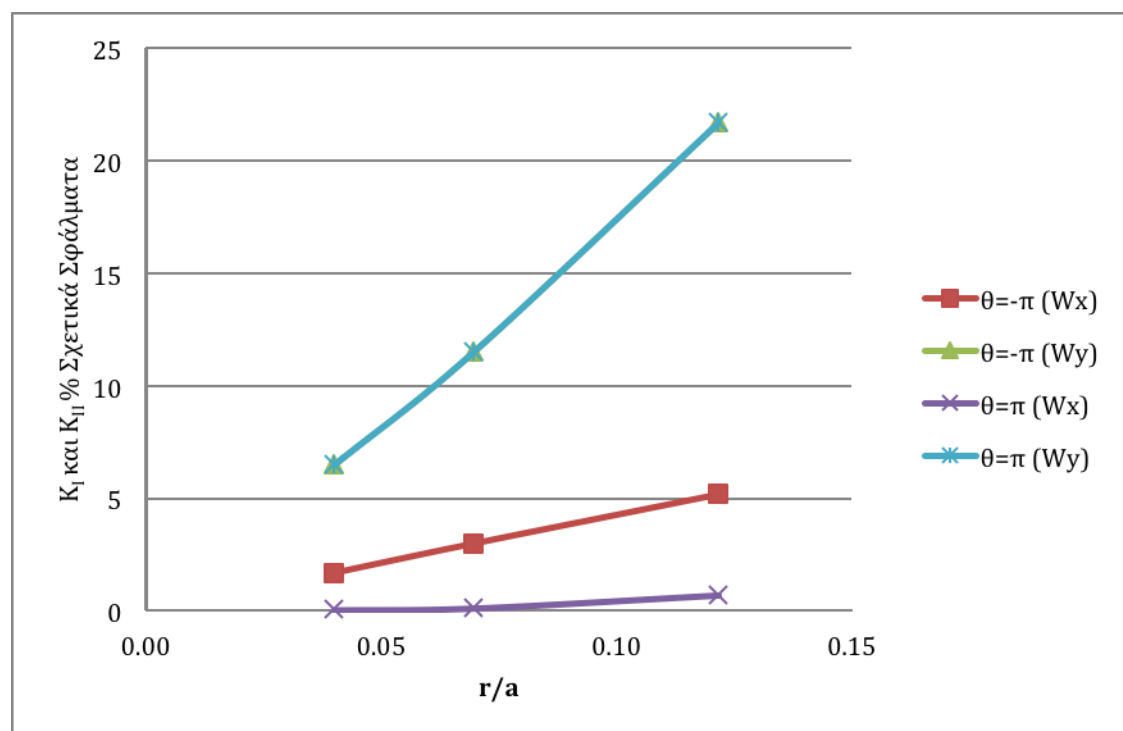


Διάγραμμα 4.23

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,12	1,05	5,18	21,70	0,72	21,70
0,50	0,07	0,69	3,01	11,54	0,14	11,54
1,00	0,04	0,40	1,70	6,51	0,06	6,51

Πίνακας 4.24

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.24 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

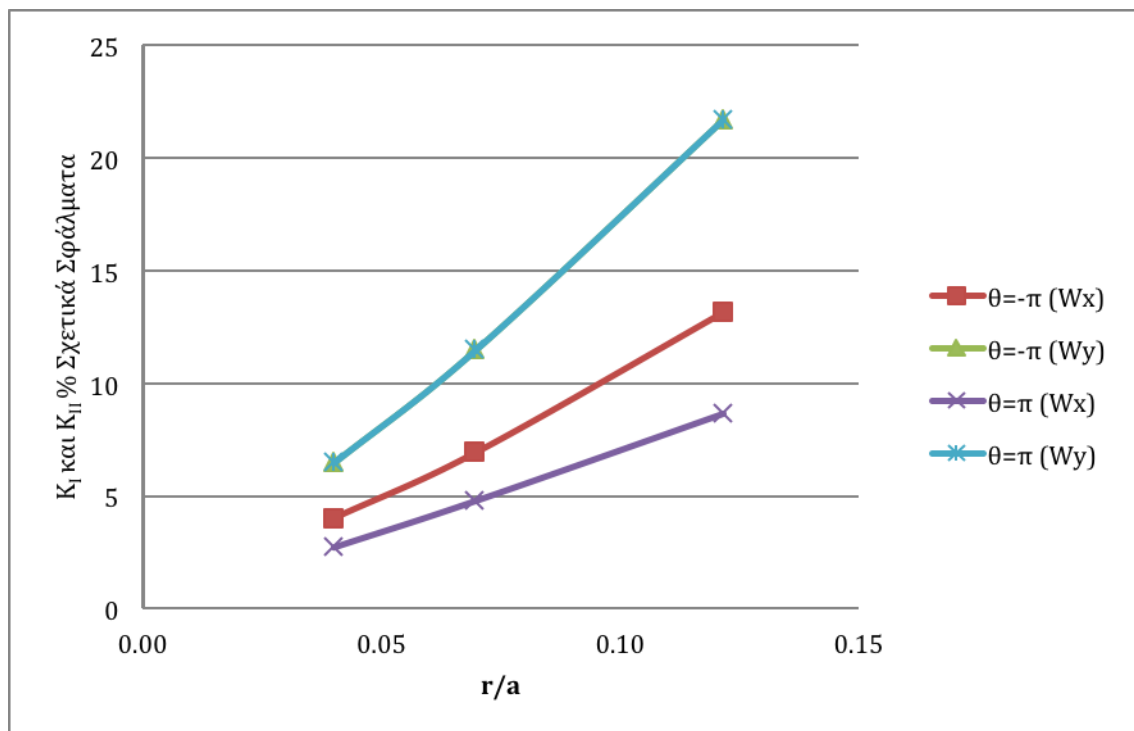


Διάγραμμα 4.24

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,12	1,05	13,16	21,73	8,68	21,73
0,50	0,07	0,69	6,95	11,51	4,82	11,51
1,00	0,04	0,40	4,04	6,51	2,75	6,51

Πίνακας 4.25

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.25 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



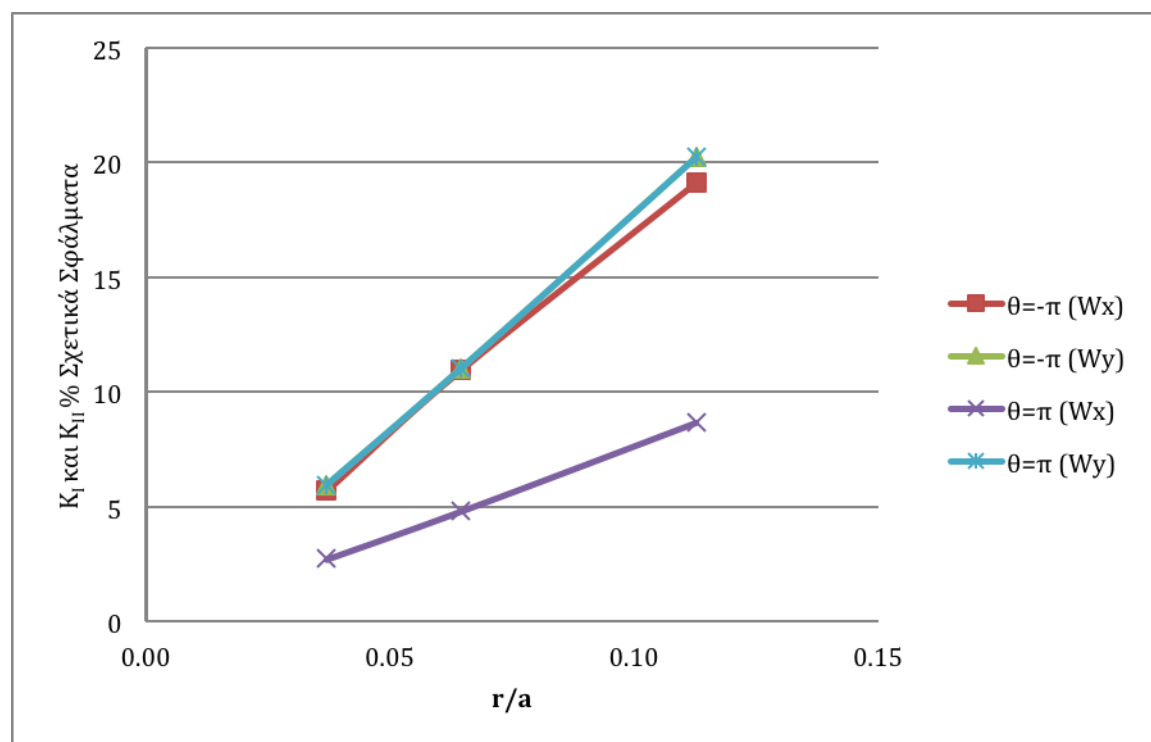
Διάγραμμα 4.25

ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,11	0,99	19,15	20,23	8,70	20,23
0,50	0,06	0,62	10,99	11,05	4,83	11,05
1,00	0,04	0,41	5,73	5,96	2,73	5,96

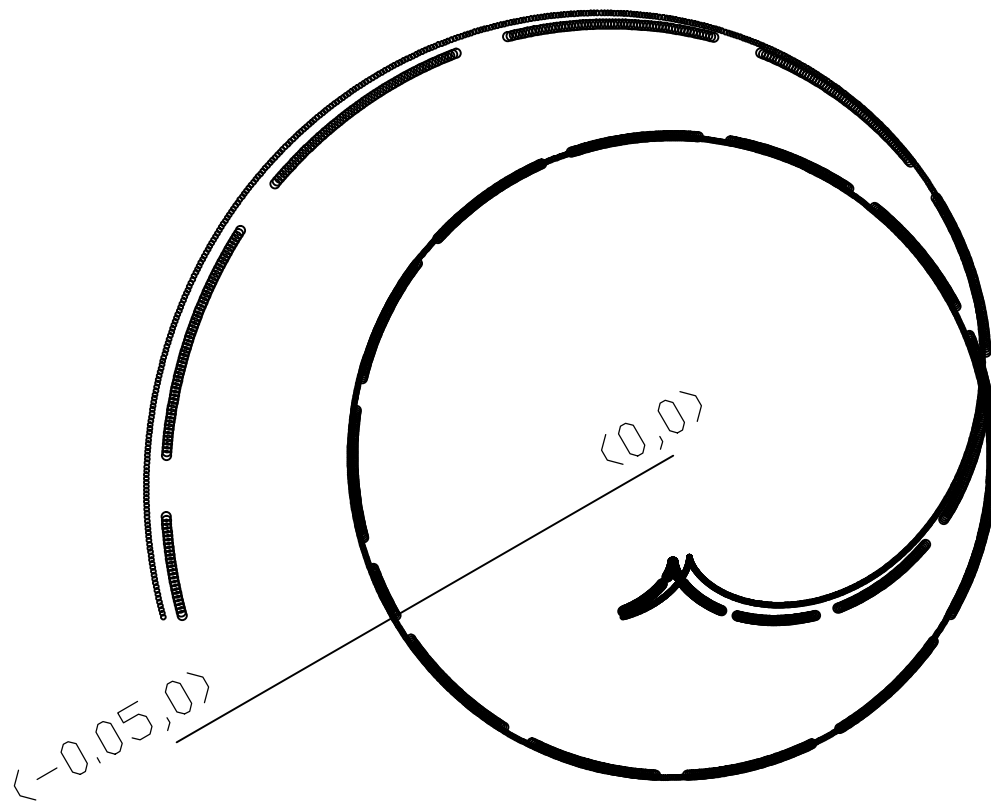
Πίνακας 4.26

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.26 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.26

Στα σχήματα 4.21 και 4.22 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 0$$

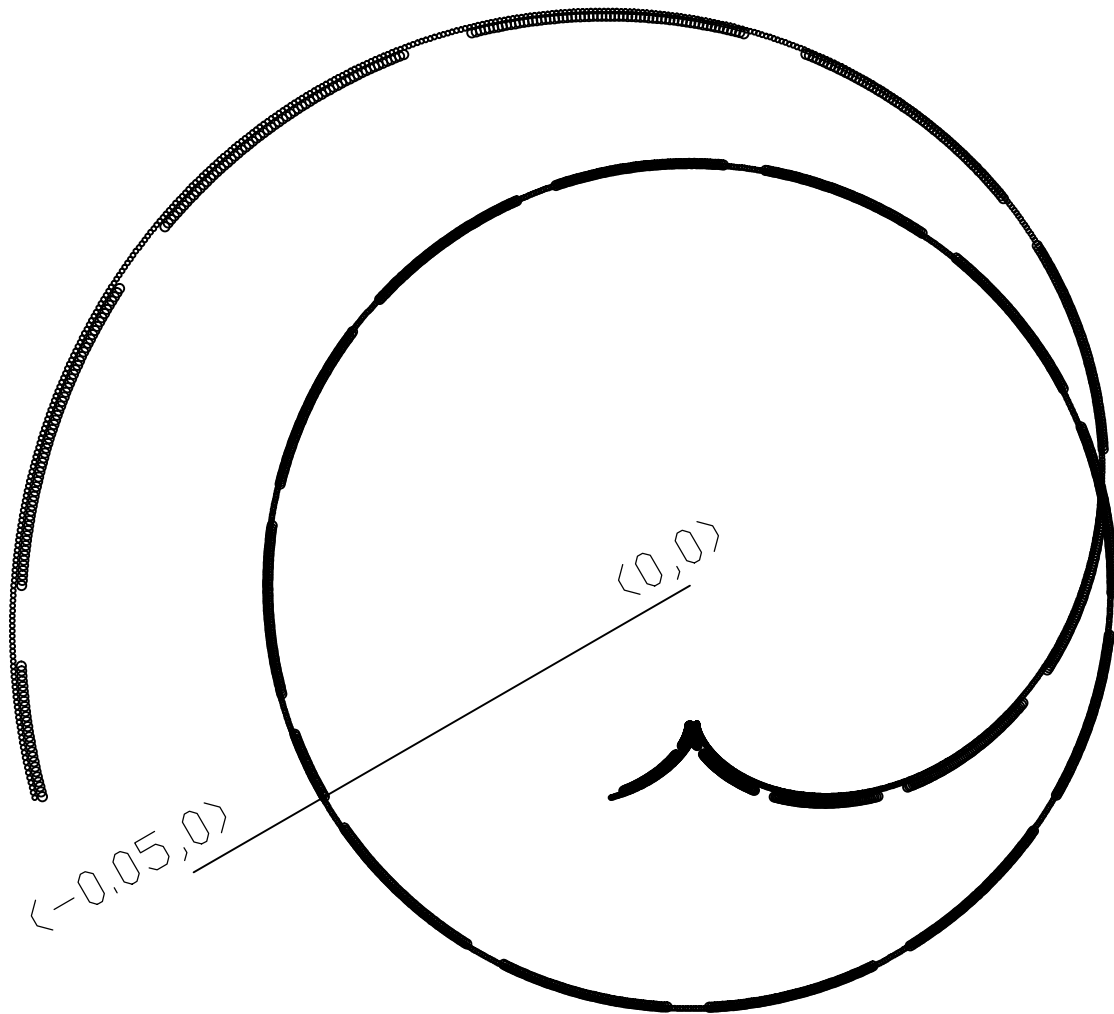
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.21 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 0$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$$

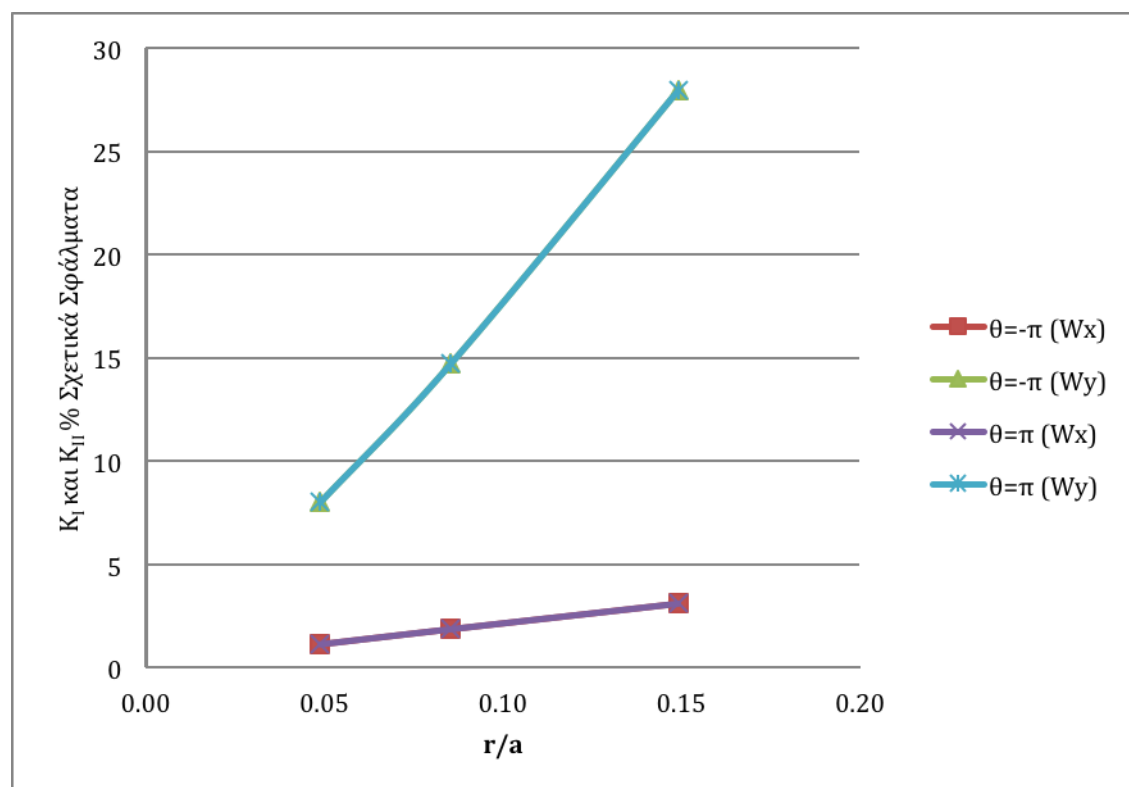
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.22 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,15	1,26	3,11	27,96	3,11	27,96
0,50	0,09	0,75	1,87	14,72	1,87	14,72
1,00	0,05	0,47	1,14	8,03	1,14	8,03

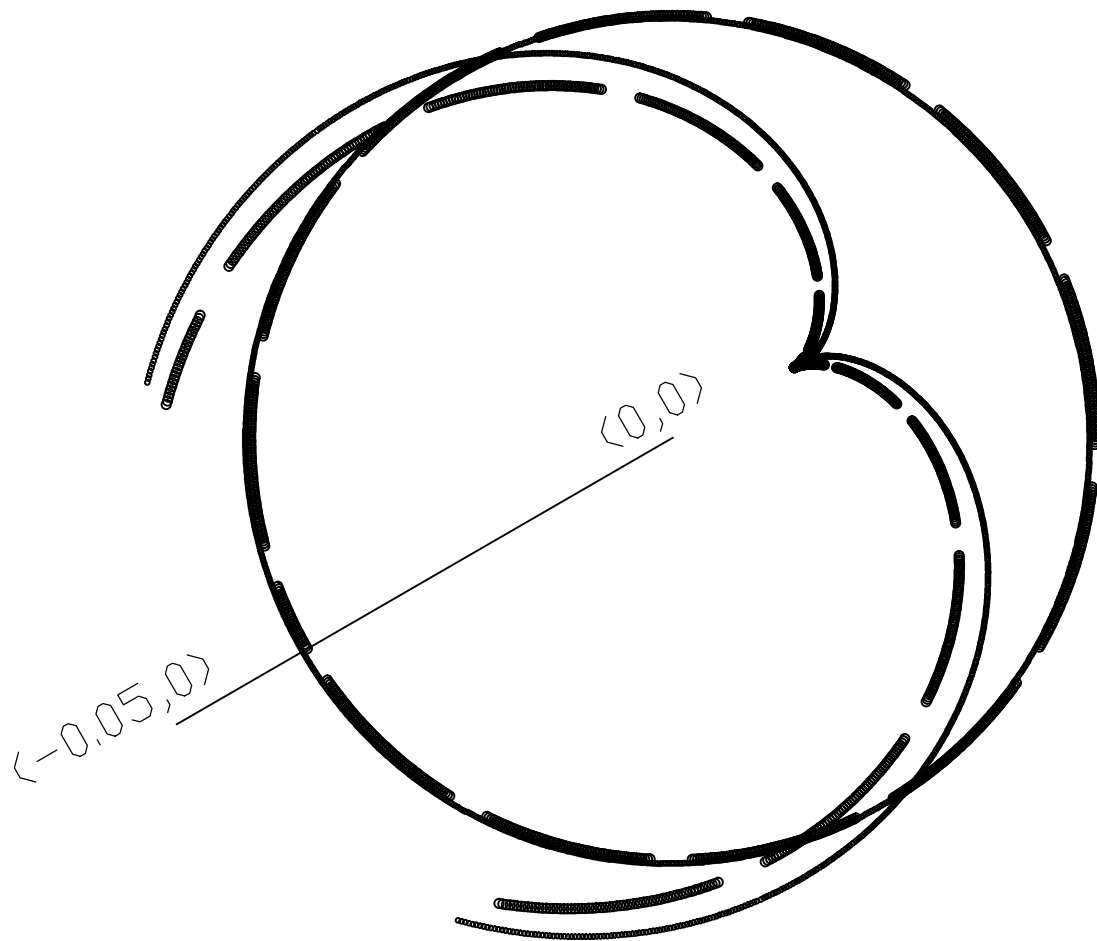
Πίνακας 4.27

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.27 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.27

Στα σχήματα 4.23 και 4.24 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/6$$

$$k = 1$$

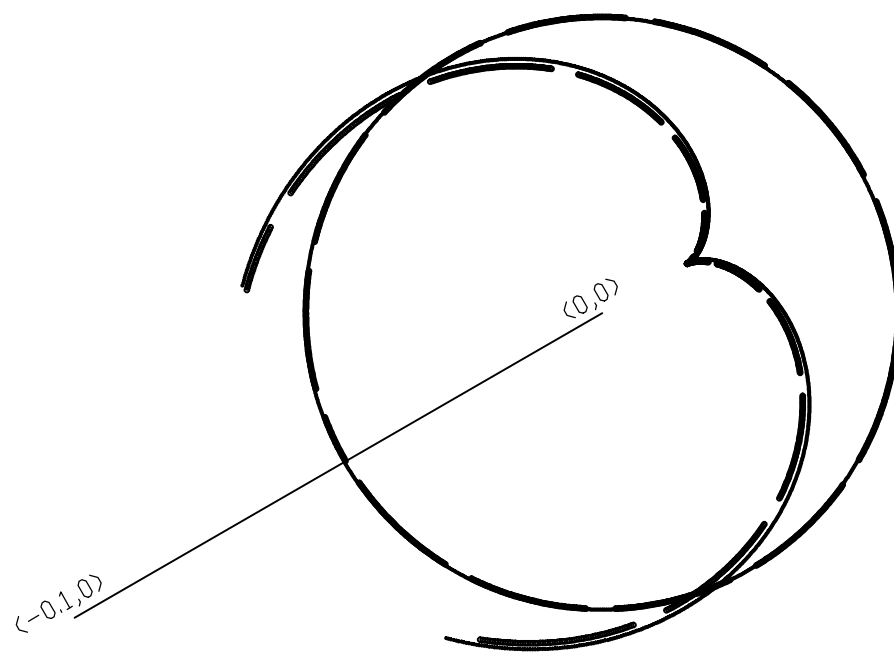
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kr/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.23 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



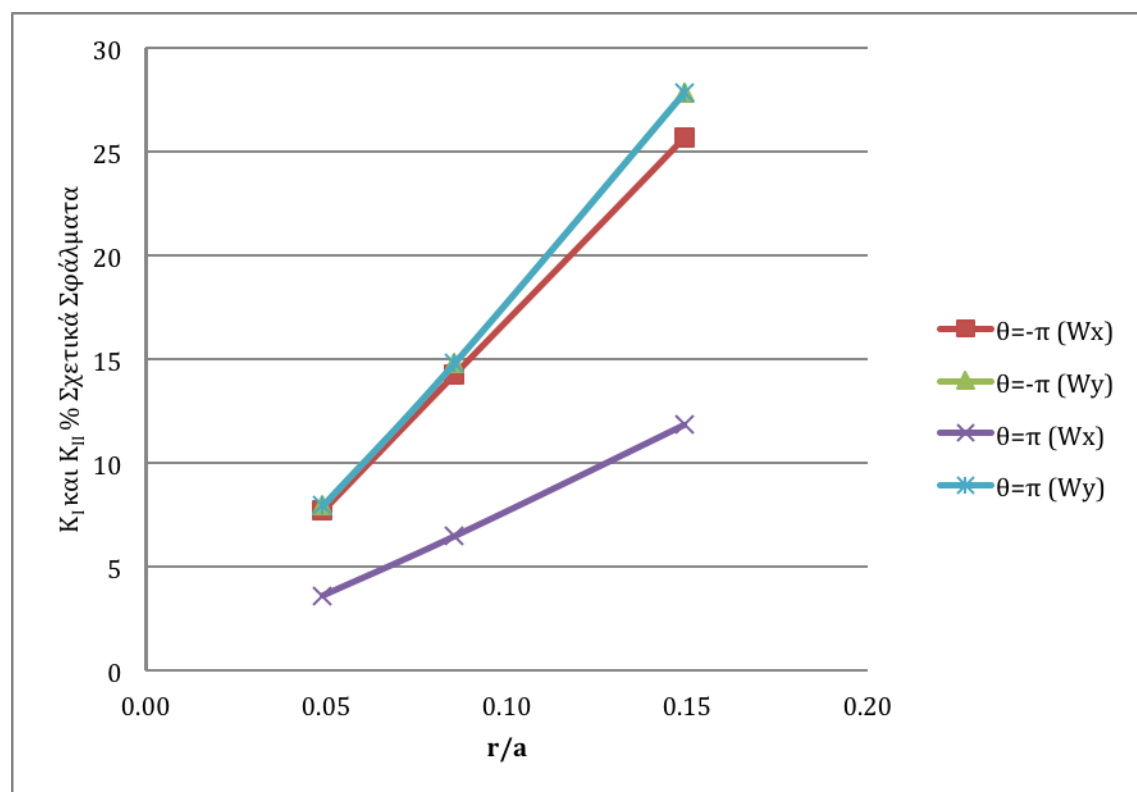
$\beta = \pi/6$
 $k = 1$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.24 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,15	1,26	25,68	27,84	11,84	27,84
0,50	0,09	0,75	14,27	14,82	6,48	14,82
1,00	0,05	0,47	7,71	7,95	3,63	7,95

Πίνακας 4.28

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.28 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

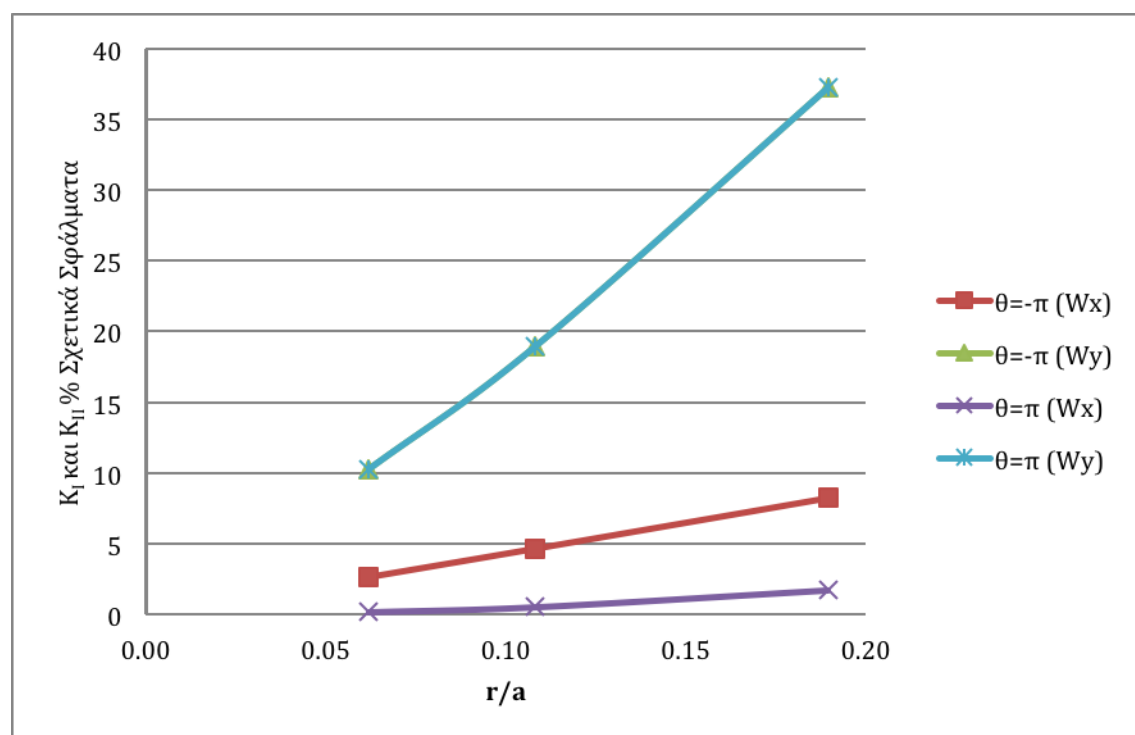


Διάγραμμα 4.28

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,19	1,58	8,24	37,26	1,73	37,26
0,50	0,11	0,96	4,67	19,00	0,54	19,00
1,00	0,06	0,58	2,65	10,30	0,19	10,30

Πίνακας 4.29

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.29 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

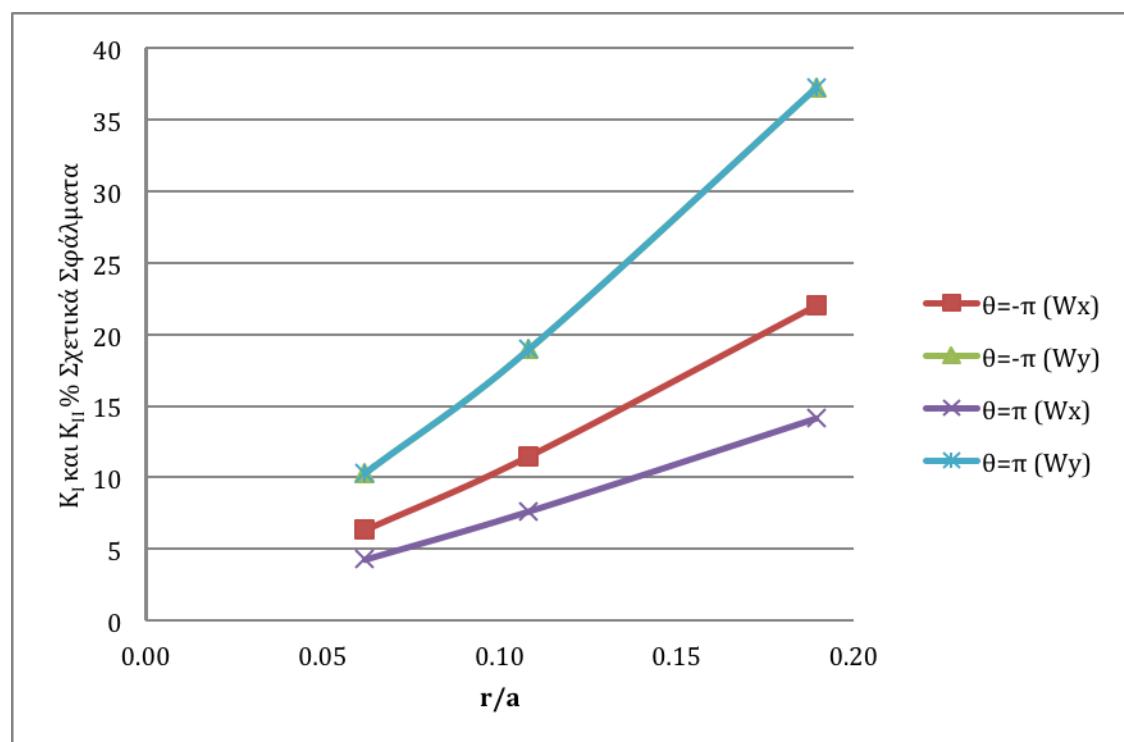


Διάγραμμα 4.29

Χάλυβας $\beta=30^\circ$ $\sigma=90 \text{ κρ/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,19	1,58	22,02	37,24	14,15	37,24
0,50	0,11	0,96	11,51	19,00	7,66	19,00
1,00	0,06	0,58	6,35	10,34	4,29	10,34

Πίνακας 4.30

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.30 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



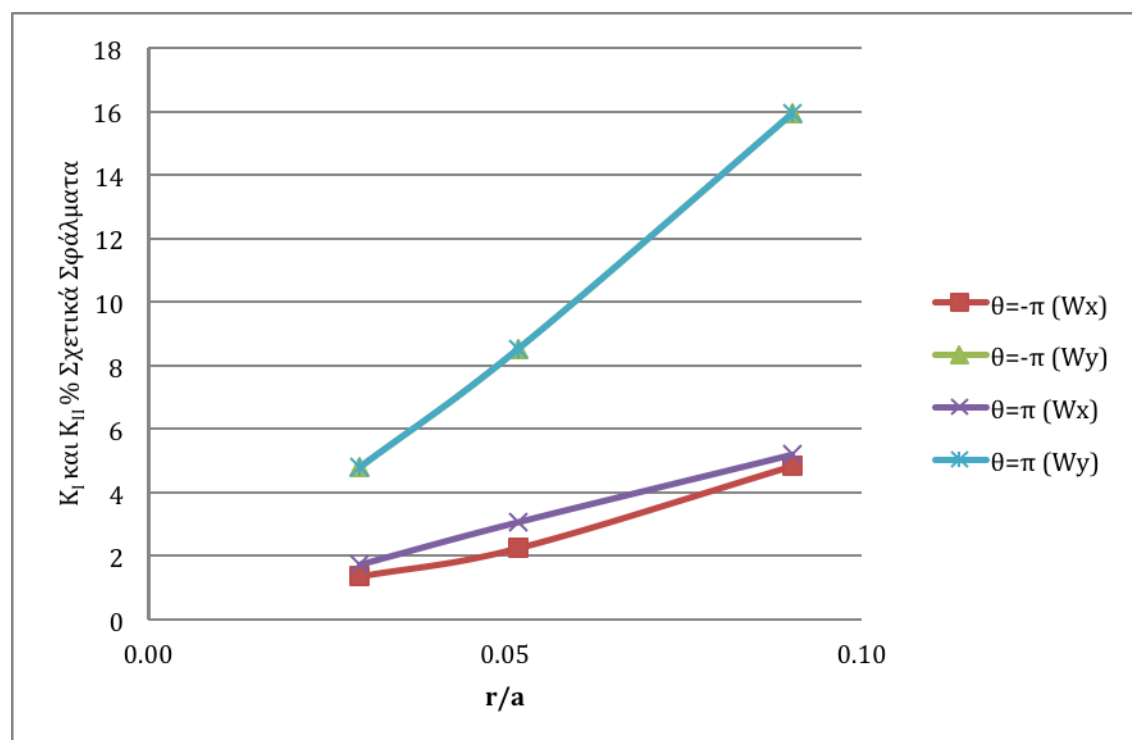
Διάγραμμα 4.30

2. Γωνία ρωγμής $\beta=60^\circ$
 i. Τάση $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,09	0,71	4,85	15,93	5,20	15,93
0,50	0,05	0,62	2,26	8,51	3,07	8,51
1,00	0,03	0,27	1,37	4,80	1,74	4,80

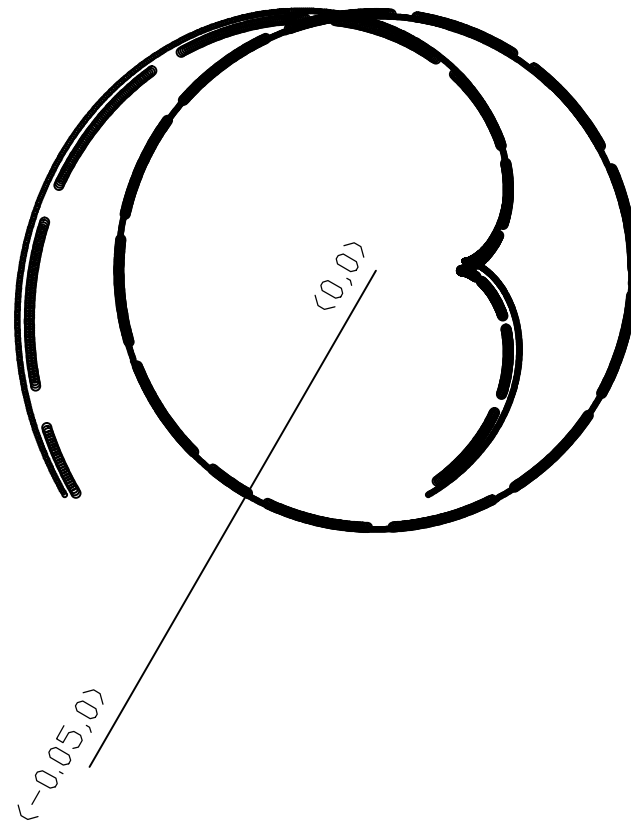
Πίνακας 4.31

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.31 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.31

Στα σχήματα 4.25 και 4.26 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 0$$

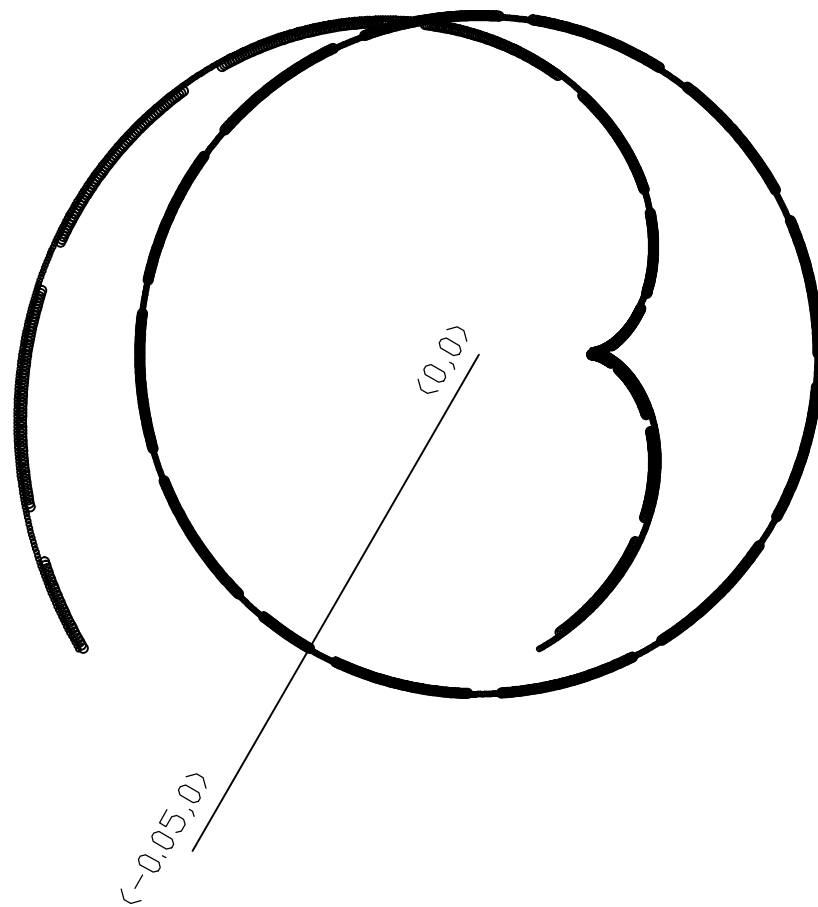
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.25 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 0$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

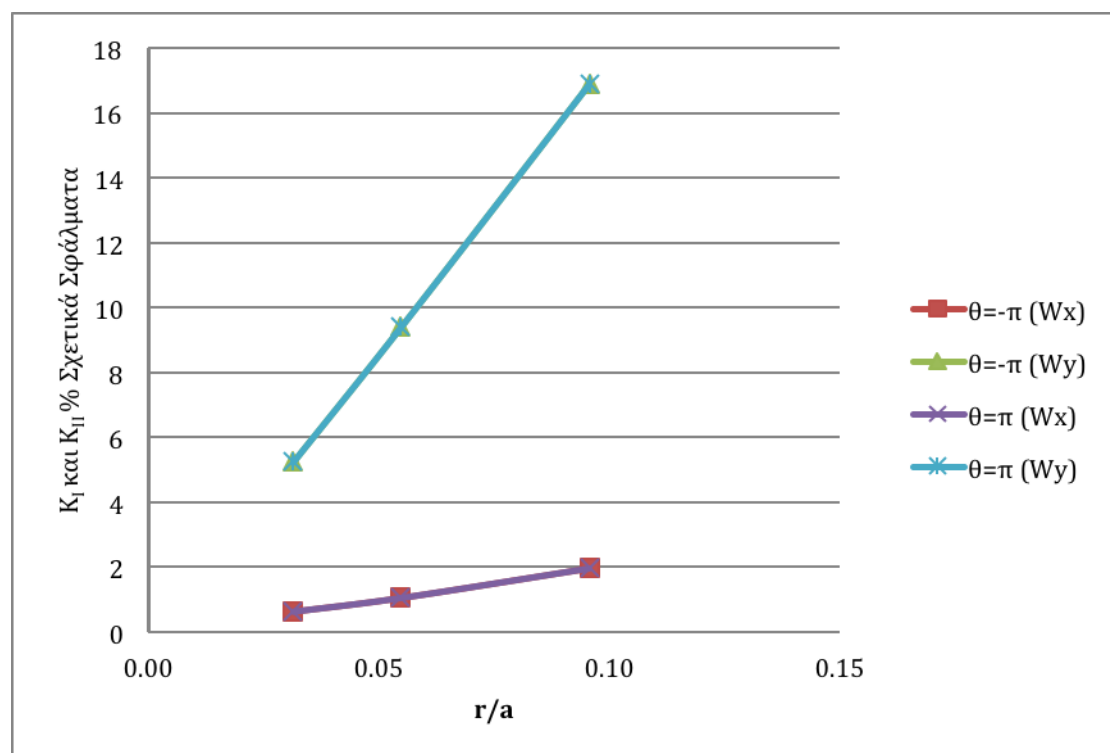
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.26 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,10	0,84	1,98	16,91	1,98	16,91
0,50	0,05	0,44	1,07	9,43	1,07	9,43
1,00	0,03	0,25	0,64	5,27	0,64	5,27

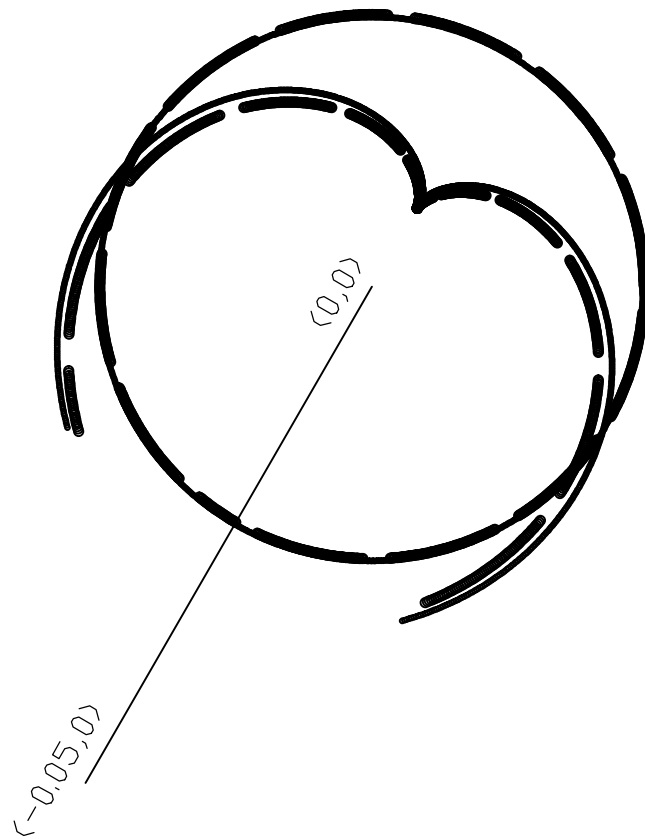
Πίνακας 4.32

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.32 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.32

Στα σχήματα 4.27 και 4.28 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 1$$

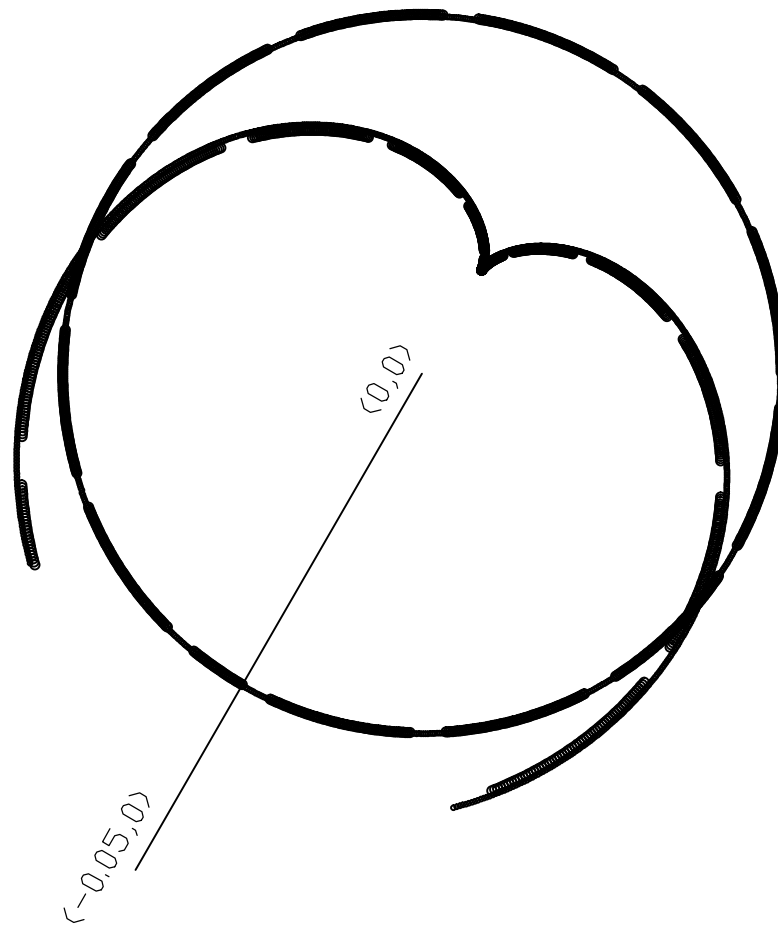
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.27 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 1$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$$

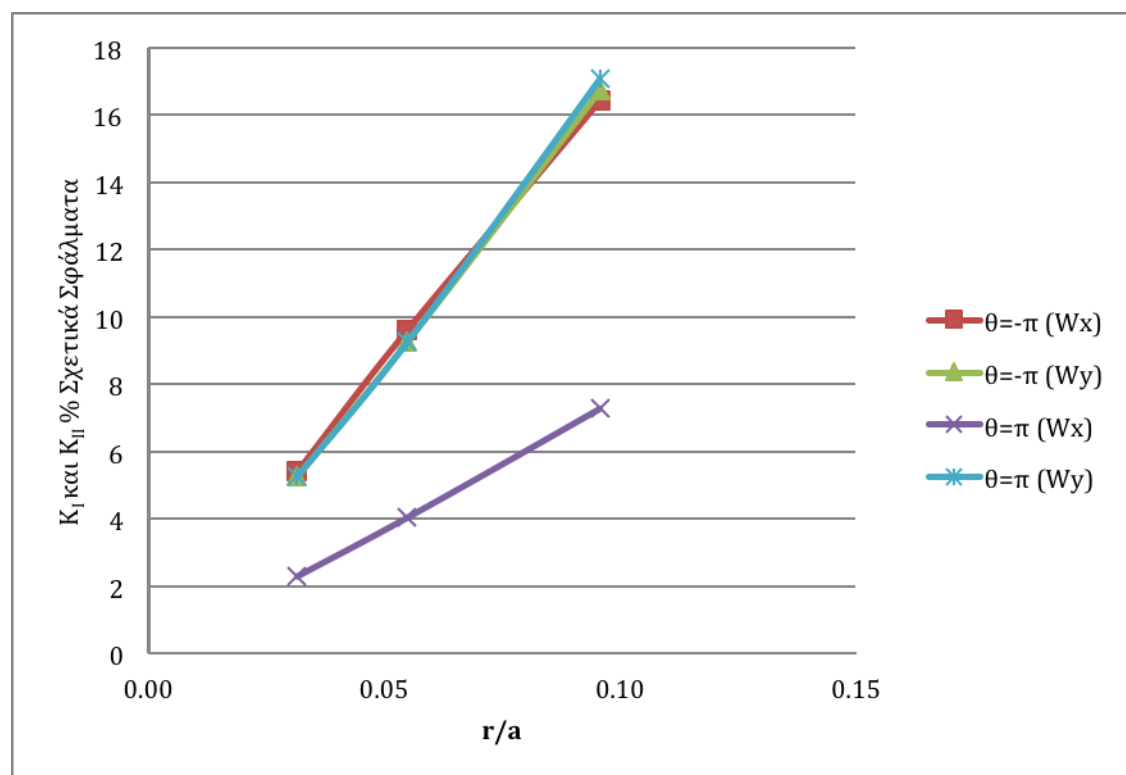
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.28 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ κρ/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,10	0,84	16,43	16,74	7,28	17,09
0,50	0,05	0,44	9,63	9,28	4,05	9,28
1,00	0,03	0,25	5,41	5,27	2,30	5,27

Πίνακας 4.33

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.33 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

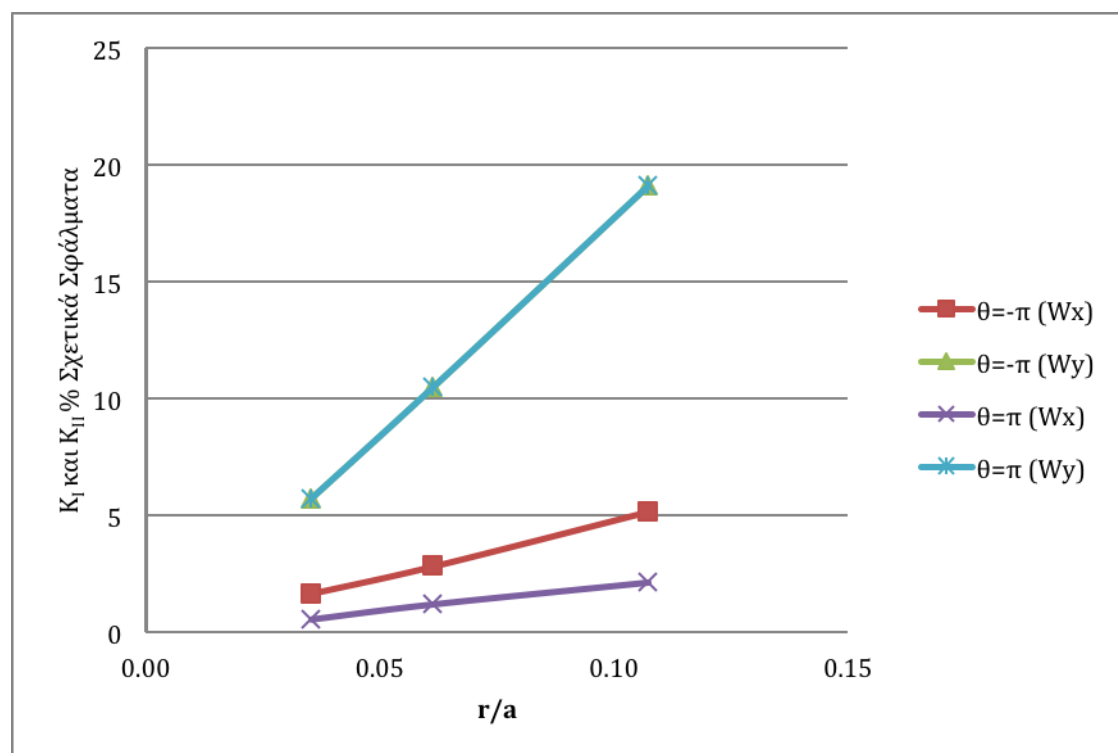


Διάγραμμα 4.33

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,11	0,90	5,18	19,10	2,16	19,10
0,50	0,06	0,52	2,85	10,52	1,23	10,52
1,00	0,04	0,34	1,67	5,72	0,58	5,72

Πίνακας 4.34

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.34 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

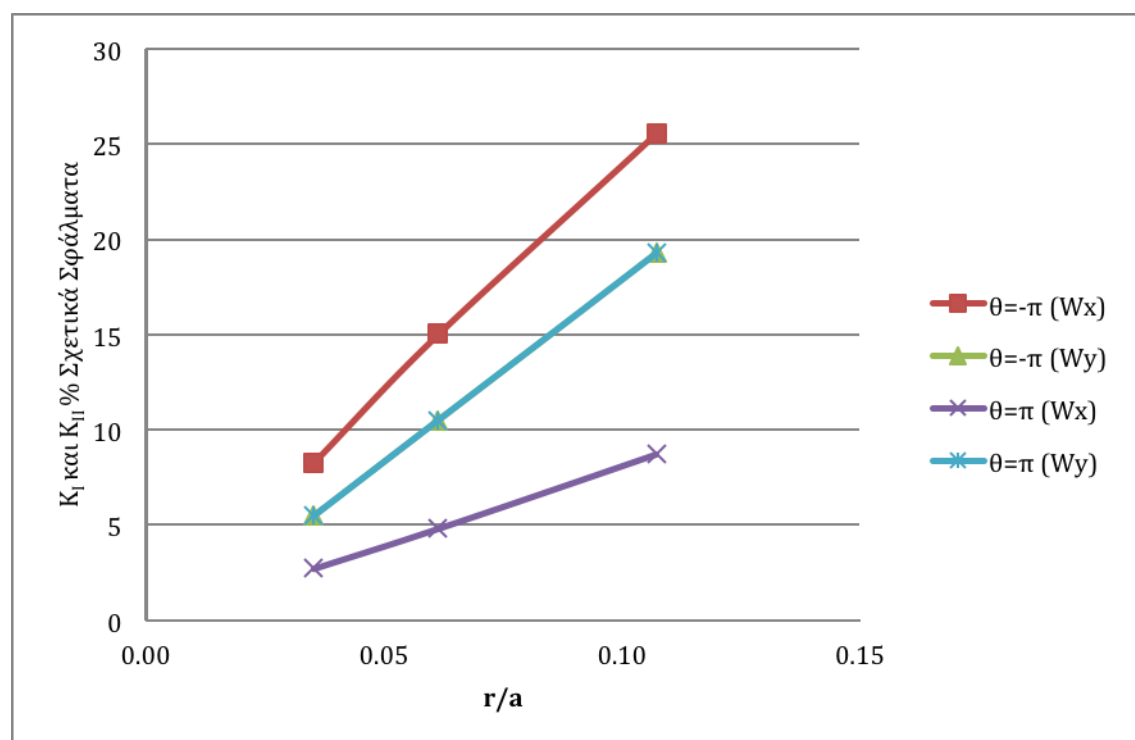


Διάγραμμα 4.34

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=30 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,11	0,90	25,55	19,27	8,75	19,27
0,50	0,06	0,52	15,03	10,52	4,86	10,52
1,00	0,04	0,34	8,27	5,49	2,74	5,49

Πίνακας 4.35

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.35 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



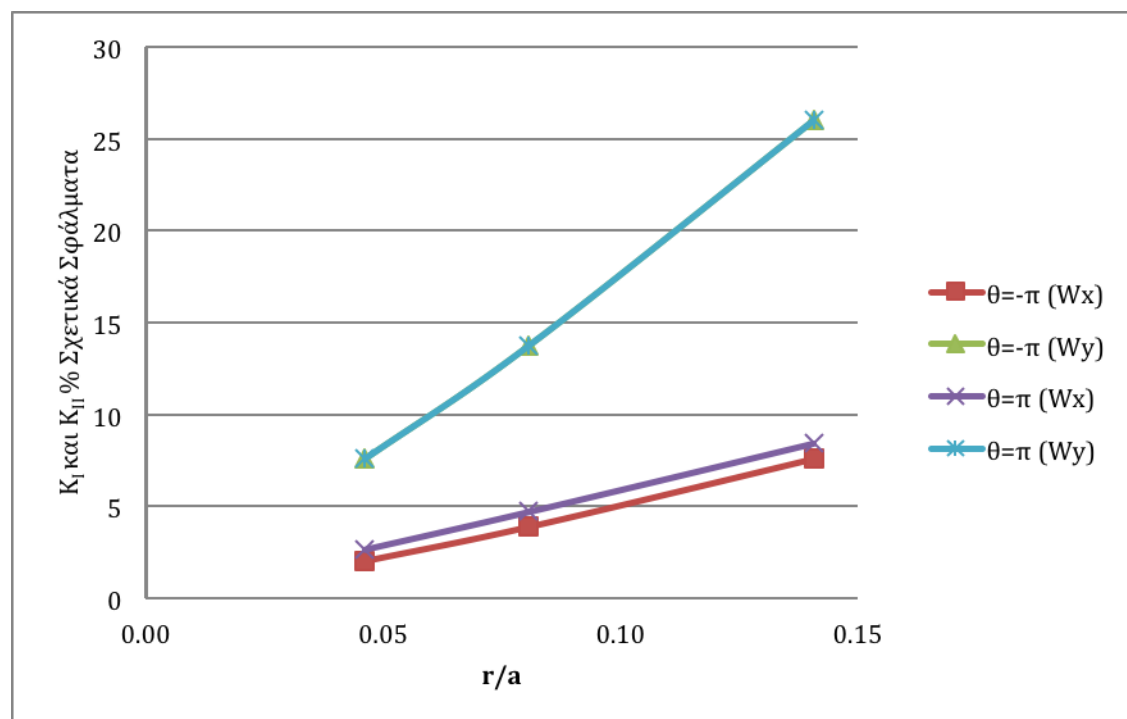
Διάγραμμα 4.35

ii. Τάση $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=0$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,14	1,11	7,59	26,02	8,44	26,02
0,50	0,08	0,70	3,89	13,75	4,72	13,75
1,00	0,05	0,43	2,03	7,61	2,67	7,61

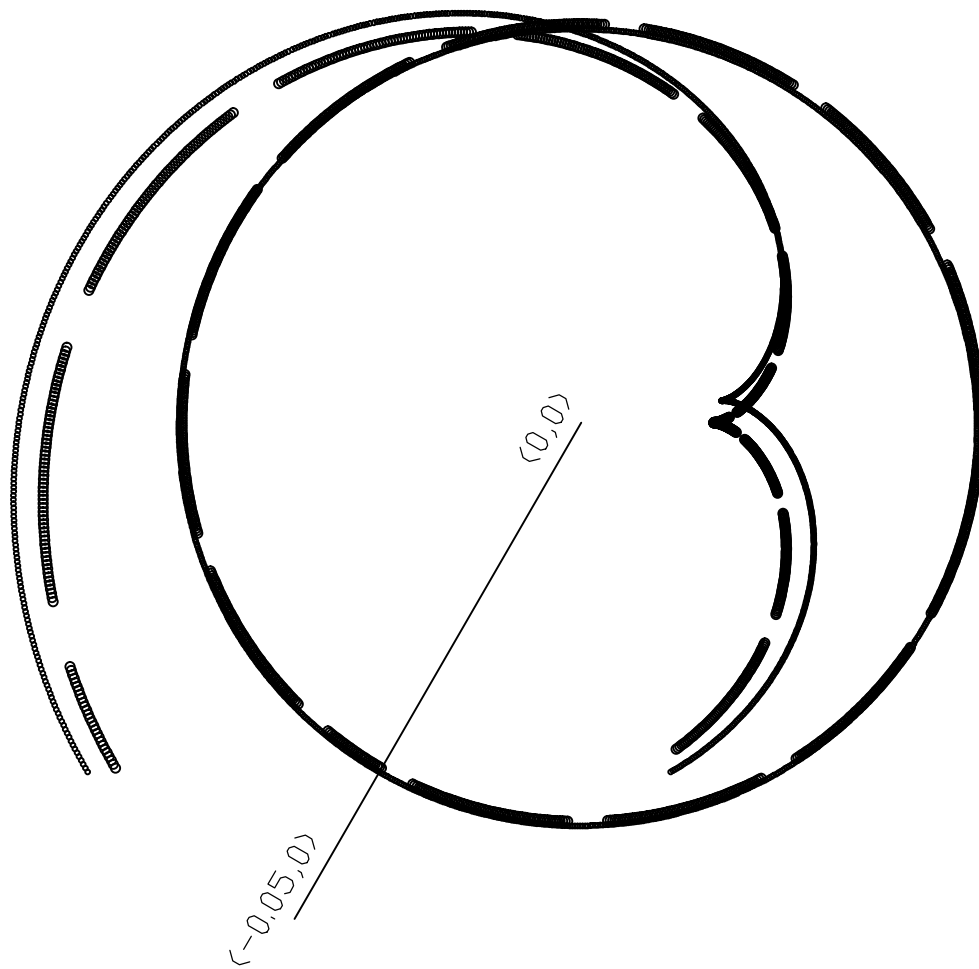
Πίνακας 4.36

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.36 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.36

Στα σχήματα 4.29 και 4.30 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 0$$

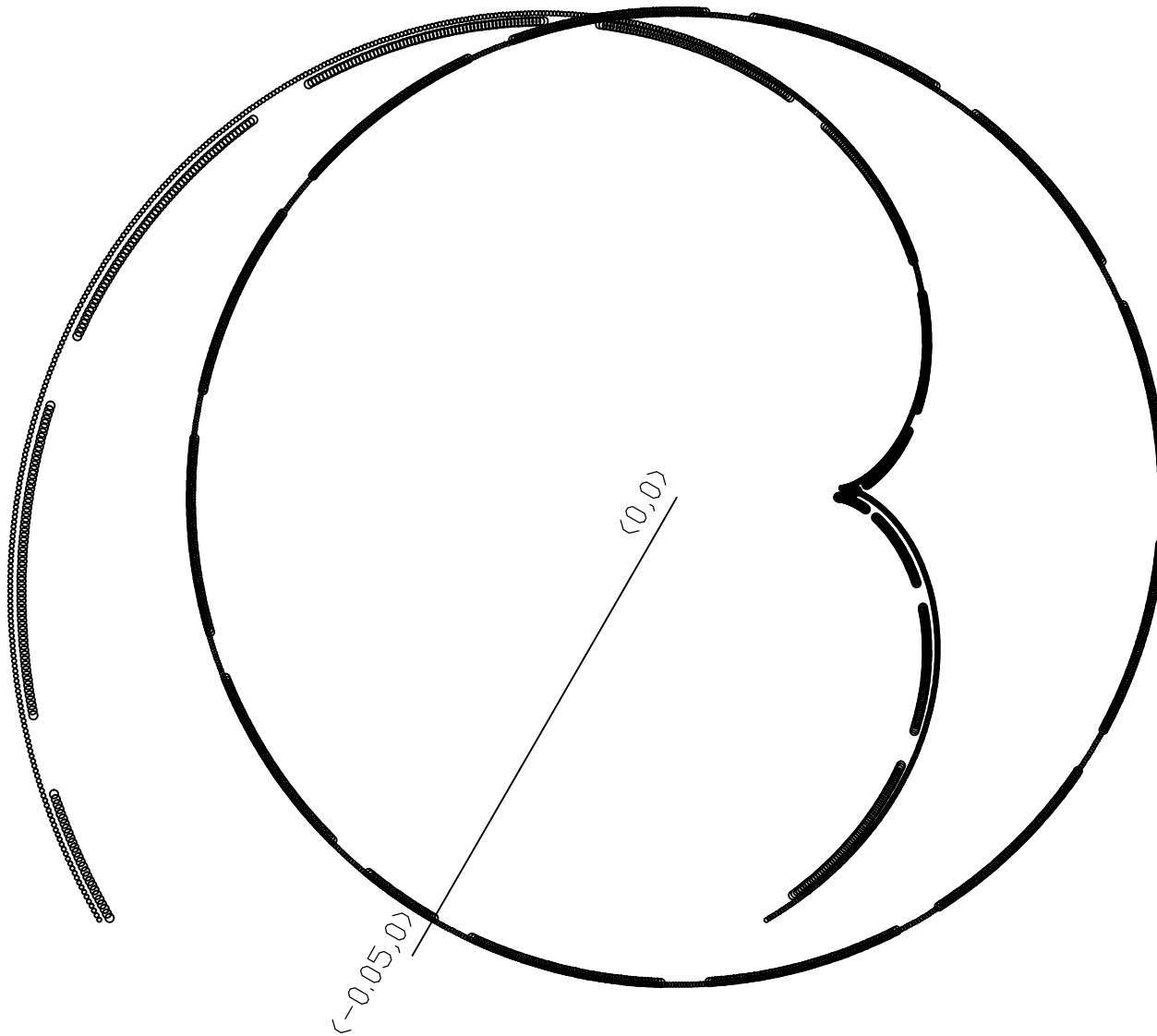
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.29 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 0$$

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$$

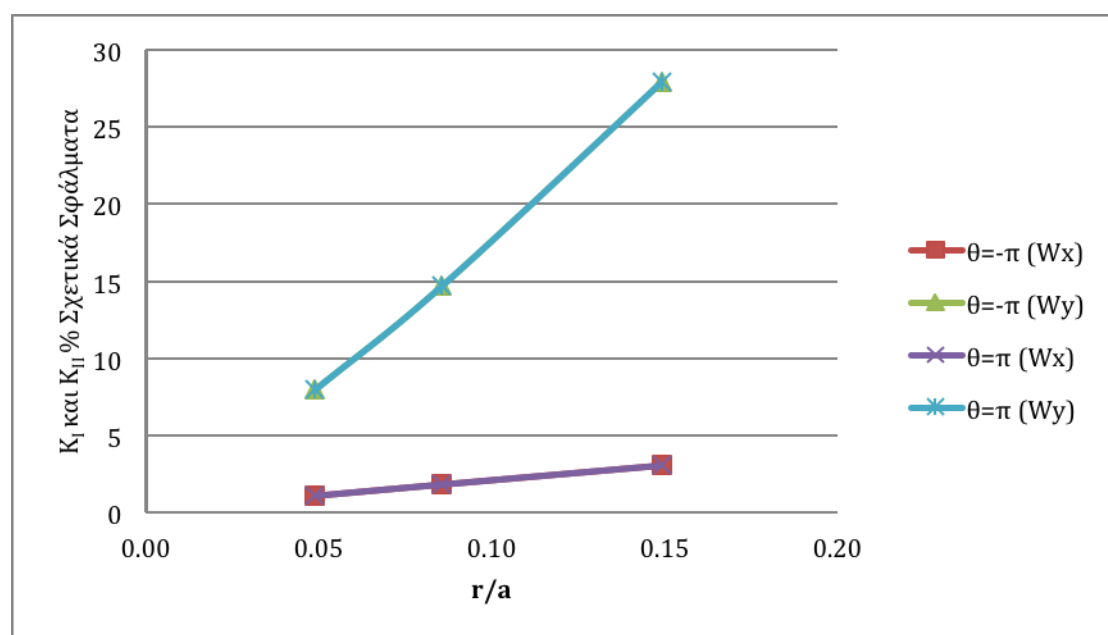
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.30 ΚΑΨΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,15	1,26	3,11	27,96	3,11	27,96
0,50	0,09	0,75	1,87	14,72	1,87	14,72
1,00	0,05	0,47	1,14	8,03	1,14	8,03

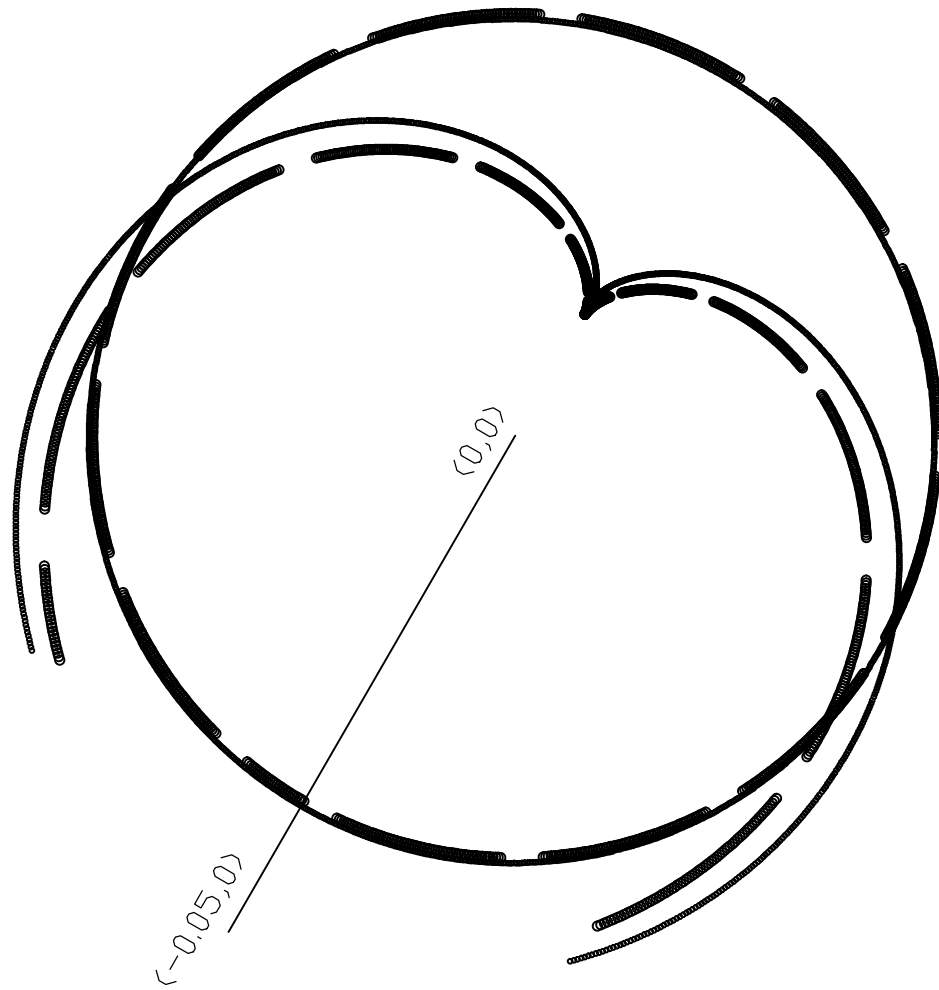
Πίνακας 4.37

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.37 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.37

Στα σχήματα 4.31 και 4.32 βλέπουμε δύο ενδεικτικές καυστικές για τις ρωγμές $2a = 0.5 \text{ cm}$ και $2a = 2 \text{ cm}$.



$$\beta = \pi/3$$

$$k = 1$$

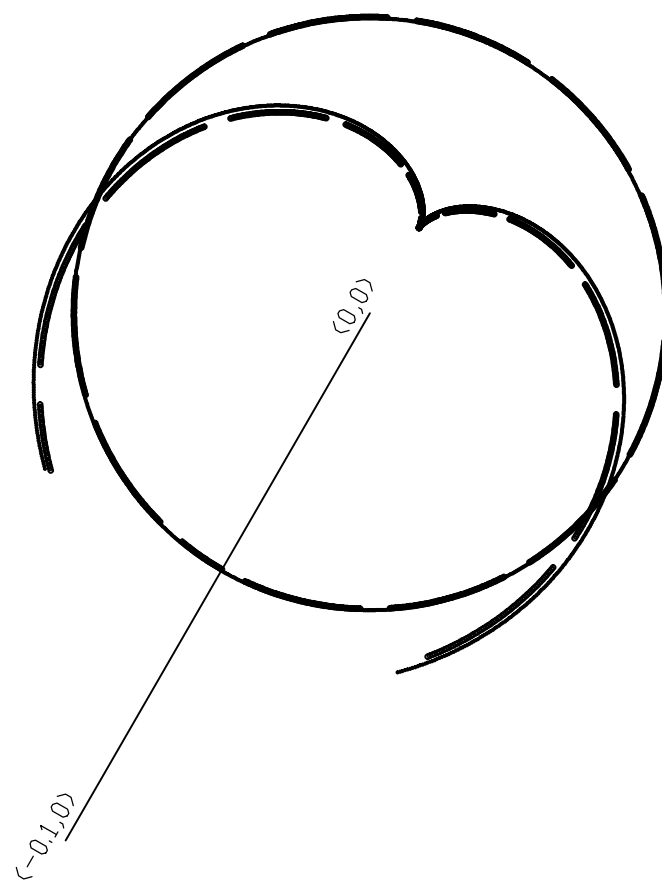
$$a = 0.25 \text{ cm}$$

$$Z_0 = 130 \text{ cm}$$

$$\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$$

STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.31 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



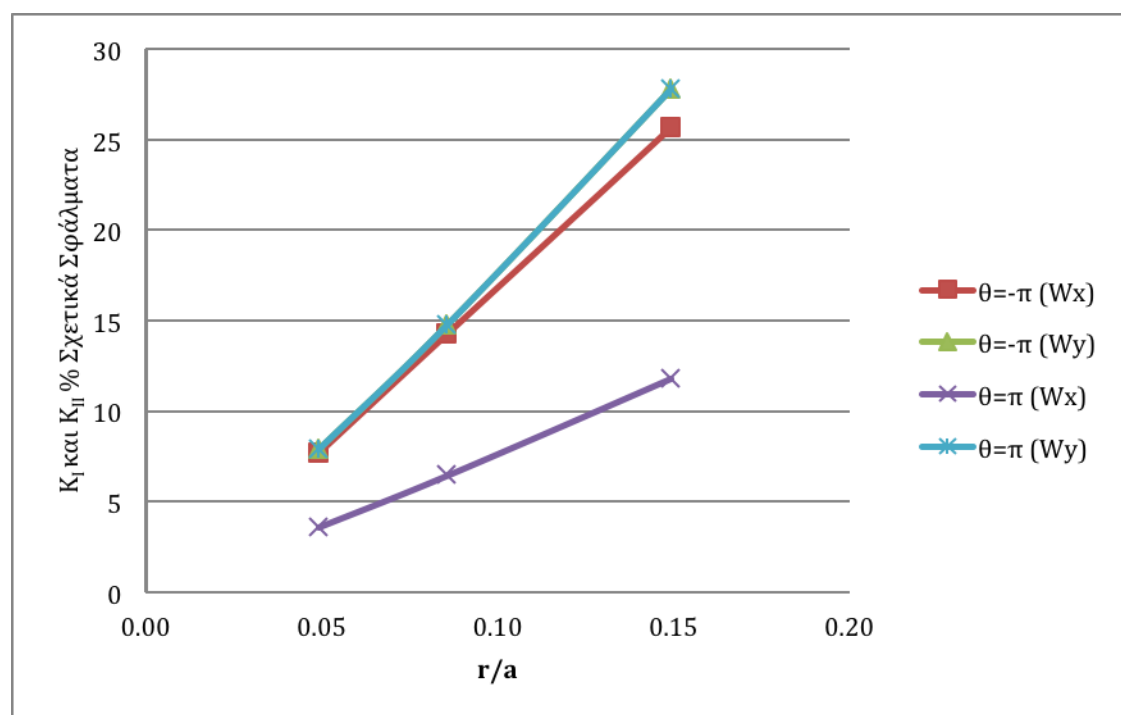
$\beta = \pi/3$
 $k = 1$
 $a = 1 \text{ cm}$
 $Z_0 = 130 \text{ cm}$
 $\sigma = 90 \text{ kp/cm}^2$
STEEL

ΣΧΗΜΑ 4.32 ΚΑΥΣΤΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΕΩΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣΘΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=-1$			Σφάλμα K %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,15	1,26	25,68	27,84	11,84	27,84
0,50	0,09	0,75	14,27	14,82	6,48	14,82
1,00	0,05	0,47	7,71	7,95	3,63	7,95

Πίνακας 4.38

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.38 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

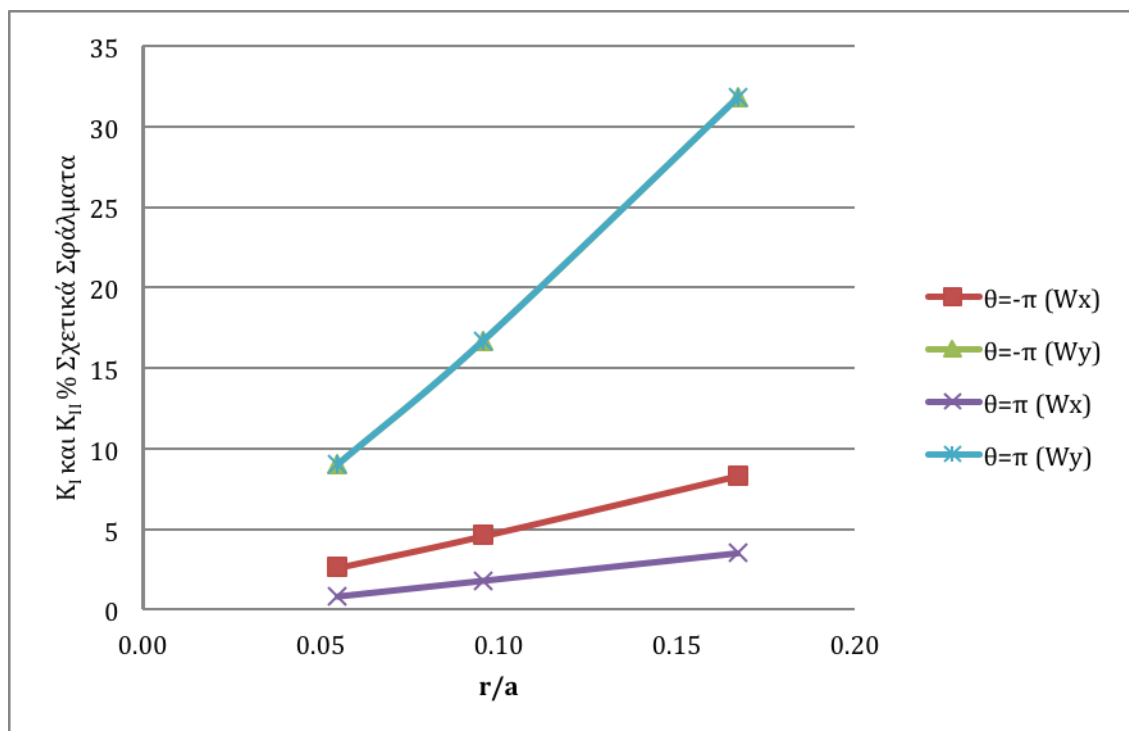


Διάγραμμα 4.38

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,17	1,44	8,36	31,79	3,51	31,79
0,50	0,10	0,84	4,63	16,70	1,80	16,70
1,00	0,05	0,51	2,65	9,04	0,83	9,04

Πίνακας 4.39

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.39 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:

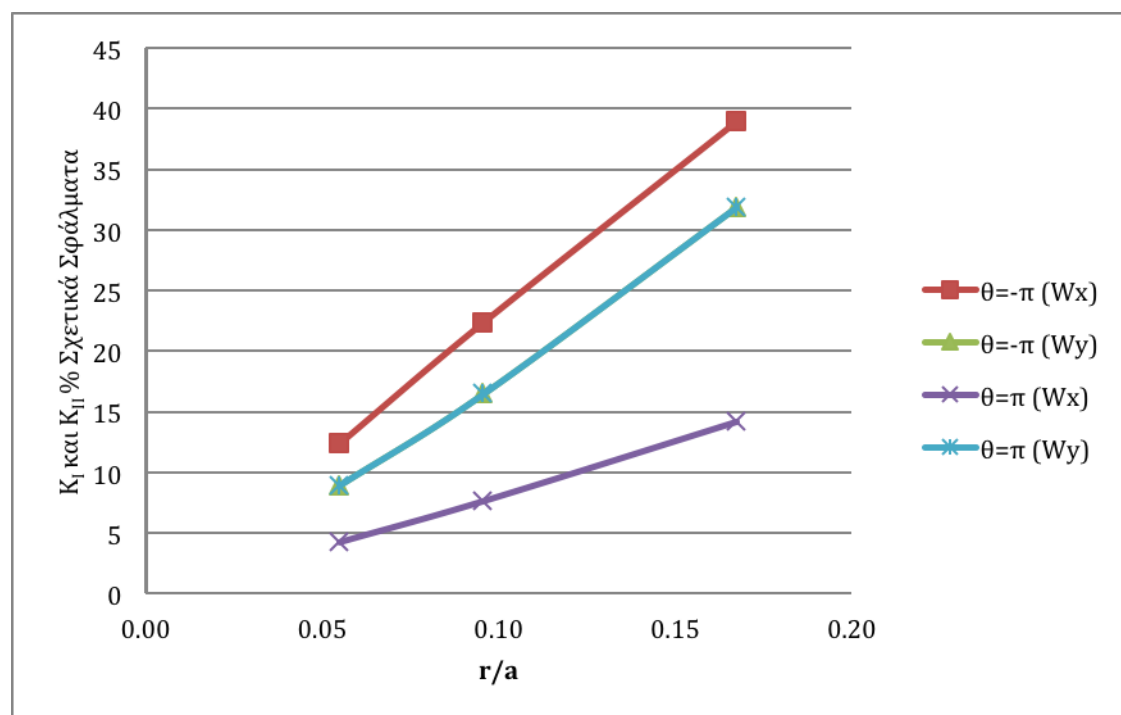


Διάγραμμα 4.39

Χάλυβας $\beta=60^\circ$ $\sigma=90 \text{ kp/cm}^2$ $k=-2$			Σφάλμα Κ %			
			$\theta=-\pi$		$\theta=\pi$	
a (cm)	r/a	Σφάλμα r %	W_x	W_y	W_x	W_y
0,25	0,17	1,44	38,98	31,90	14,25	31,90
0,50	0,10	0,84	22,41	16,52	7,71	16,52
1,00	0,05	0,51	12,40	8,96	4,32	8,96

Πίνακας 4.40

Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.40 παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 4.40

Στους πίνακες 4.21 – 4.40 αλλάζουμε υλικό και δουλεύουμε με χάλυβα. Ο χάλυβας έχει $c_f=1,4 \times 10^{-7}$ ενώ το αλουμίνιο έχει $c_f=4,62 \times 10^{-7}$. Παρατηρούμε ότι μειώνοντας τον c_f , σε όλες τις περιπτώσεις, οι αρχικές καμπύλες, οι καυστικές, οι αποκλίσεις αλλά και τα σφάλματα του r και των συντελεστών εντάσεως των τάσεων μειώθηκαν. Οι αλλαγές έγιναν ομοιόμορφα οπότε η συμπεριφορά των αρχικών καμπυλών, των καυστικών και των σφαλμάτων παραμένει η ίδια σε σχέση με το αλουμίνιο. Οι αλλαγές στις παραμέτρους του προβλήματος α , k , σ και β έδειξαν την ίδια αλληλεπίδραση τόσο στον χάλυβα όσο και στο αλουμίνιο.

4.5 Συμπεράσματα

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκε η διαφορά που υπάρχει στον υπολογισμό του συντελεστή εντάσεως των τάσεων χρησιμοποιώντας τις ακριβείς και τις προσεγγιστικές λύσεις. Έγινε υπολογισμός των σφαλμάτων αυτών χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά σημεία της καυστικής που προκύπτουν από τα σημεία της αρχικής καμπύλης που βρίσκονται στις διευθύνσεις $\theta = \pm \pi$.

Χρησιμοποιώντας την ακριβή λύση έγινε δυνατή η μελέτη της επίδρασης του μήκους της ρωγμής στη δημιουργία της καυστικής. Η αλληλεπίδραση των άκρων της ρωγμής στην καυστική είναι αρκετά μεγάλη. Όσο μικραίνει η ρωγμή έχουμε σημαντική αύξηση των σφαλμάτων του συντελεστή εντάσεως των τάσεων. Όπως φάνηκε και από τα σχήματα (4.1 – 4.32), καθώς μειώνεται το α , αυξάνεται η απόκλιση των καυστικών και των αρχικών καμπυλών που δημιουργήθηκαν με την κλειστή λύση (συνεχόμενες καμπύλες) σε σχέση με αυτές της προσεγγιστικής λύσης (διακεκομμένες). Αυτό συμβαίνει διότι η κλειστή λύση λαμβάνει υπόψιν της την επίδραση του ενός άκρου της ρωγμής με το άλλο.

Ο σπουδαιότερος παράγοντας ελέγχου των σφαλμάτων είναι ο λόγος r/α και όχι το μήκος της ρωγμής από μόνο του. Καθώς ο r/α αυξάνεται, αυξάνονται και τα σφάλματα λόγω χρήσης της προσεγγιστικής μεθόδου αφού αρχική υπόθεση της προσεγγιστικής λύσης είναι $r \ll \alpha$ δηλαδή $r/\alpha \ll 1$. Για να ισχυεί η παραδοχή αυτή σημαίνει ότι πρέπει να εργαζόμαστε πολύ κοντά στο άκρο της ρωγμής. Αυτό, βέβαια πρέπει να γίνεται με προσοχή καθώς πάρα πολύ κοντά στο άκρο της ρωγμής ενδέχεται να έχουμε τρισδιάστατη εντατική κατάσταση οπότε δεν ισχύουν οι μαθηματικοί τύποι της ελαστικότητας που χρησιμοποιούνται καθώς και να υπάρχει μεταβολή των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού λόγω πιθανών έντονων παραμορφώσεων στο άκρο της ρωγμής.

Άλλος παράγοντας επίδρασης των καυστικών είναι η σταθερά του υλικού $c_{f,r,t}$. Στα αδιαφανή υλικά όπου εφαρμόζεται μόνο η μέθοδος με ανακλώμενες ακτίνες από την εμπρόσθια επιφάνεια, εργαζόμαστε με την σταθερά c_f η οποία είναι εύκολα υπολογίσιμη αφού $c_f = \nu/E$ όπου ν , E οι γνωστές σταθερές των υλικών, ο λόγος Poisson και το μέτρο ελαστικότητας. Το αλουμίνιο έχει μεγαλύτερο c_f από τον χάλυβα. Στα αποτελέσματα φαίνεται ότι αύξηση του c_f συνεπάγεται μεγαλύτερες καυστικές και αρχικές καμπύλες, μεγαλύτερες αποκλίσεις των καμπυλών και μεγαλύτερα σφάλματα. Παρόλα αυτά η μορφή των καυστικών αλλά και οι κατανομές των σφαλμάτων μένουν ποιοτικά ίδια με την αλλαγή μόνο του c_f .

Παρόμοια επίδραση φαίνεται να έχει και η τάση σ . Αύξηση της τάσης από $\sigma = 30$ kp/cm^2 σε $\sigma = 90$ kp/cm^2 έδειξε έως και διπλασιασμό του σφάλματος χωρίς όμως αλλαγές στην μορφή των καυστικών.

Σε αντίθεση με τα α , c_f , και σ , οι παράγοντες που επηρέασαν και τις μορφές των καυστικών και τις κατανομές των σφαλμάτων στα διαγράμματα 4.1 – 4.40 είναι ο διαξονικός λόγος φόρτισης k και η γωνία της ρωγμής β . Αλλάζοντας την γωνία β σε κάθε περίπτωση έφερε αλλαγές στην μορφή των καυστικών. Συγκεκριμένα, για $k=0$ ενώ για $\beta=30^\circ$ παρατηρείται ο ένας από τους δύο μύστακες της καυστικής να είναι αρκετά μικρός, για $\beta=60^\circ$ μεγαλώνει σημαντικά. Για $k=1$ η γωνία β δεν υπεισέρχεται στους υπολογισμούς της καυστικής άρα τα αποτελέσματα παραμένουν ίδια. Επίσης για την

ομοιόμορφη φόρτιση $k=1$ οι καυστικές γίνονται συμμετρικές ως προς τον άξονα x κατά μήκος της ρωγμής καθώς και τα σφάλματα είτε μετρώνται από το $\theta=\pi$ είτε από το $\theta=-\pi$ είναι τα ίδια. Για $k=-1$ παρατηρούμε ταύτιση των σφαλμάτων λόγω της συγκεκριμένης επιλογής των γωνιών $\beta=30^\circ$ και $\beta=60^\circ$ και όχι λόγω απαλοιφής του β όπως στην περίπτωση για $k=1$. Αυτό συμβαίνει επειδή ο όρος που υπεισέρχεται στον υπολογισμό της καυστικής είναι το $\cos 2\beta$ που στην περίπτωσή μας έχει την ίδια τιμή. Η γωνία β επηρεάζει τα σφάλματα του K λιγότερο στην περίπτωση όπου $k=2$ και περισσότερο στην $k=-2$.

Αξίζει να εξεταστεί η κατανομή των σφαλμάτων ανάλογα με τα χαρακτηριστικά σημεία ασυνέχειας της καυστικής όταν μετρώνται είτε μέσω του W_{ex}^x είτε του W_{ex}^y τα οποία προέρχονται από τα σημεία της αρχικής καμπύλης στις διευθύνσεις $\theta=-\pi$ και $\theta=\pi$. Παρατηρούμε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις που μελετήσαμε, τα μικρότερα σφάλματα τα έχουμε για μέτρηση από το $\theta=\pi$ μέσω του W_{ex}^x , το οποίο σε κάθε περίπτωση δεν έδειξε πολύ υψηλά σφάλματα σε σχέση με τις άλλες μετρήσεις. Εφόσον γίνεται χρήση της προσεγγιστικής μεθόδου, προτείνεται το K να μετράται από αυτό το σημείο. Μεγάλα σφάλματα έδειξαν οι μετρήσεις μέσω του W_{ex}^y είτε στο $\theta=\pi$ είτε στο $\theta=-\pi$ οπότε η χρήση αυτών αντιπροτείνεται. Το σφάλμα της μέτρησης από το $\theta=-\pi$ μέσω του W_{ex}^x εξαρτάται από τον διαξονικό λόγο φόρτισης αλλά και την γωνία β καθώς σε ορισμένες περιπτώσεις δείχνει τα μικρότερα σφάλματα ενώ σε άλλες τα μεγαλύτερα.

Η χρησιμοποίηση της κλειστής λύσης μπορεί να δώσει τις σωστές απαντήσεις και σε άλλα προβλήματα, όπως η εύρεση της γωνίας διαδόσεως της ρωγμής ή το μέγεθος και η μορφή των πλαστικών περιοχών γύρω από την άκρη της ρωγμής και σε άλλα παρεμφερή προβλήματα.

Παράρτημα

Στο παράρτημα παρουσιάζονται τα προγράμματα για τη δημιουργία των σχημάτων των καυστικών και για τον υπολογισμό των αριθμητικών αποτελεσμάτων.

Πρόγραμμα 1 : Με το πρόγραμμα αυτό κατασκευάζονται ο καυστικές όταν χρησιμοποιούνται οι προσεγγιστικές εκφράσεις για τις εξισώσεις της αρχικής καμπύλης και της καυστικής.

Πρόγραμμα 2 : Με το πρόγραμμα αυτό κατασκευάζονται ο καυστικές όταν χρησιμοποιούνται οι κλειστές εκφράσεις για τις εξισώσεις της αρχικής καμπύλης και της καυστικής.

Πρόγραμμα 3 : Με το πρόγραμμα αυτό εξάγονται τα αριθμητικά αποτελέσματα σε κάθε σημείο των προσεγγιστικών καυστικών και των αρχικών καμπύλων.

Πρόγραμμα 4 : Με το πρόγραμμα αυτό εξάγονται τα αριθμητικά αποτελέσματα σε κάθε σημείο των καυστικών και των αρχικών καμπύλων της κλειστής λύσης.

```

c      Aprox.for      ( Caustics Approximate Solution )

      DIMENSION XI(1001),YI(1001),XC(1001),YC(1001)
      DIMENSION RR(10)
      COMMON A,THETA,C,H
      COMPLEX II,Z,W,PHIPRIME,H
      REAL LM
      OPEN(1,FILE='Ap_AL_k=1_a=0.25_b=60_s=30.DXF',STATUS='NEW')
      II=(0.,1.)
c      ( H Megen8isi tis Optikis Diataksis )
      LM=1.
      PI=3.14159
      XO=0.01
      XMAX=2.
      VM=50.
      EPS=0.0001
c      ( Miso mhkos rwgmhs a(cm))
      A=0.25
c      ( O Syntelestis Diaksonikis Fortisis tou Dokimiou )
      K=1
c      ( H Gwnia Rwgmis )
      B=PI*(1./3.)
c      ( Tasi (kp/cm))
      T=30.

      H=T*((1.-CEXP(2.*II*B))+K*(1.+CEXP(2.*II*B)))/(8.*A*SQRT(2.))
c      (O Logos Tou Poisson v )
      XN=0.33
c      ( Metatropi Tou Metrou E apo GPa se kp/cm2 )
      XE=70
c      ( To Metro Elastikotitas Se kp/cm2 )
      E=XE*1.E5/9.80665
c      ( H Sta8era cf gia anaklwmenes aktines apo tin empros8ia
pleura cf=v/E)
      c=XN/E
c      ( H Sta8era ct gia aktines dierxomenes apo to dokimio )
c      c=-1.04E-5
c      ( H Sta8era cr gia anaklwmenes aktines apo tin opis8ia pleura
tou dokimiou )
c      c=-3.29E-5
c      ( H apostasi tou dokimiou apo to petasma se cm )
      ZO=130.
c      ( To Paxos tou Dokimiou se cm)
      Q=0.3
c      ( Ypologismos tis Olikis - Global - Sta8eras Cf,r,t )
      C=4*ZO*Q*c
      C=C/LM

      WRITE(1,300)
      WRITE(1,400)
      WRITE(1,500)
      WRITE(1,600)
      WRITE(1,700)
300  FORMAT(2X,'0')
400  FORMAT('SECTION')
500  FORMAT(2X,'2')
600  FORMAT('ENTITIES')
700  FORMAT(2X,'0')

      DO 100 I=1,1001

```

```

WRITE (*,90) I,R
90  FORMAT (I4,F10.5)
    THE=(I-501)
    THETA=THE*PI/500.
    ICODE=10

CALL REZEC (XO,XMAX,EPS,VM,RR,ICODE)

IF (ICODE.EQ.0) GO TO 100

R=RR(1)
Z=R*(COS(THETA)+II*SIN(THETA))
W=LM*(Z+C*CONJG(PHIPRIME(Z)))
XI(I)=R*COS(THETA)
YI(I)=R*SIN(THETA)
XC(I)=REAL(W)
YC(I)=AIMAG(W)

100 CONTINUE

DO 510 I=1,1001

IF(MOD(I,80).LT.15) GO TO 510

WRITE(1,901)
901  FORMAT('CIRCLE')
WRITE(1,902)
902  FORMAT(1X,'10')
WRITE(1,903) XI(I)
903  FORMAT(1X,F10.5)
WRITE(1,904)
904  FORMAT(1X,'20')
WRITE(1,905) YI(I)
905  FORMAT(1X,F10.5)
WRITE(1,906)
906  FORMAT(1X,'40')
WRITE(1,907)
907  FORMAT('0.0004')
WRITE(1,908)
908  FORMAT(1X,'8')
WRITE(1,909)
909  FORMAT('RED')
WRITE(1,910)
910  FORMAT(2X,'0')

WRITE(1,911)
911  FORMAT('CIRCLE')
WRITE(1,912)
912  FORMAT(1X,'10')
WRITE(1,913) XC(I)
913  FORMAT(1X,F10.5)
WRITE(1,914)
914  FORMAT(1X,'20')
WRITE(1,915) YC(I)
915  FORMAT(1X,F10.5)
WRITE(1,916)
916  FORMAT(1X,'40')
WRITE(1,917)
917  FORMAT('0.0004')
WRITE(1,918)
918  FORMAT(1X,'8')

```



```

WRITE (1, 919)
919 FORMAT ('CYAN')
WRITE (1, 920)
920 FORMAT (2X, '0')

510 CONTINUE

393 FORMAT (F10.5, I4)

403 WRITE (1, 921)
921 FORMAT ('ENDSEC')
WRITE (1, 922)
922 FORMAT (2X, '0')
WRITE (1, 923)
923 FORMAT ('EOF')

END

COMPLEX FUNCTION PHIPRIME (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I=(0., 1.)
PHIPRIME=-H*((Z/A)**(-1.5))
RETURN
END

COMPLEX FUNCTION PHISEC (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I=(0., 1.)
PHISEC=H*(1.5/A)*((Z/A)**(-2.5))
RETURN
END

FUNCTION FUNC (R)
COMMON A, THETA, C
COMPLEX PHISEC, I, Z
I=(0., 1.)
Z=R*(COS (THETA)+I*SIN (THETA))
FUNC=CABS (C*PHISEC (Z)) -1
RETURN
END

SUBROUTINE REZEC (XO, XMAX, EPS, VN, XI, I)
DIMENSION XI (1)
DXO=(XMAX-XO)/VN
X=XO
VF=FUNC (X)
WRITE (*, 92) VF
92 FORMAT (F10.2)
A=VF
JR=0
IF (A.EQ.0.0) GO TO 1
11 D=DXO
21 X=X+D
IF (X.GT.XMAX.OR.X.LT.XO) GO TO 3
VF=FUNC (X)
B=VF
IF (A*B) 10, 1, 30
30 A=B
GO TO 21

```

```
10  A=B
    D=-D/10.
    IF (10.*ABS(D)-EPS) 1,21,21
1   CONTINUE
    JR=JR+1
    XI(JR)=X
    X=X+DXO
    VF=FUNC(X)
    A=VF
    IF (JR.LT.I) GO TO 11
3   I=JR
    RETURN
    END
```

```

c      Correct.for   ( Caustics Correct Solution )

      DIMENSION XI(1001),YI(1001),XC(1001),YC(1001)
      DIMENSION RR(10)
      COMMON A,THETA,C,H
      COMPLEX II,Z,W,PHIPRIME,H
      REAL LM
      OPEN(1,FILE='Co_AL_k=-2_a=1.DXF',STATUS='NEW')
      II=(0.,1.)
c      ( H Megen8isi tis Optikis Diataksis )
      LM=1.
      PI=3.14159
      XO=0.01
      XMAX=2.
      VM=50.
c      ( Akribia )
      EPS=0.0001
c      ( To Mikos tis Rwgmis se cm einai 2*a)
      A=1
c      ( O Syntelestis Diaksonikis Fortisis tou Dokimiou )
      K=-2
c      ( H Gwnia Rwgmis )
      B=PI*(1./3.)
c      ( Tasi se Kp/cm2 )
      T=30.
      H=((A**2)*T*((1-CEXP(2*II*B))+K*(1+CEXP(2*II*B))))/4
c      ( O Logos Tou Poisson v )
      XN=0.33
c      ( Metatropi Tou Metrou E apo GPa se kp/cm2 )
      XE=70
c      ( To Metro Elastikotitas Se kp/cm2 )
      E=XE*1.E5/9.80665
c      ( H Sta8era cf gia anaklwmenes aktines apo tin empros8ia pleura
cf=v/E)
      c=XN/E
c      ( H Sta8era ct gia aktines dierxomenes apo to dokimio ct)
c      c=-1.04E-5
c      ( H Sta8era cr gia anaklwmenes aktines apo tin opis8ia pleura
tou dokimiou cr)
c      c=-3.29E-5
c      ( H apostasi tou dokimiou apo to petasma se cm )
      ZO=130.
c      ( To Paxos tou Dokimiou se cm)
      Q=0.3
c      ( Ypologismos tis Olikis - Global - Sta8eras Cf,r,t )
      C=4*ZO*Q*c
      C=C/LM

      WRITE(1,666)
666  FORMAT(2X,'0')
      WRITE(1,667)
667  FORMAT('SECTION')
      WRITE(1,668)
668  FORMAT(2X,'2')
      WRITE(1,669)
669  FORMAT('ENTITIES')
      WRITE(1,670)
670  FORMAT(2X,'0')

      DO 100 I=1,1001

```

```

WRITE (*,93) I,R
93  FORMAT (I4,F10.5)
    THE=(I-501)
    THETA=THE*PI/500.
    ICODE=10
    CALL REZEC (XO,XMAX,EPS,VM,RR,ICODE)
    IF (ICODE.EQ.0) GO TO 100

    R=RR(1)
    Z=A+R*(COS(THETA)+II*SIN(THETA))
    W=LM*(Z+C*CONJG(PHIPRIME(Z)))
    XI(I)=R*COS(THETA)
    YI(I)=R*SIN(THETA)
    XC(I)=REAL(W)-(A*LM)
    YC(I)=AIMAG(W)

394  FORMAT(F10.5,I4)

100  CONTINUE

    DO 510 I=1,1001

    WRITE(1,901)
901  FORMAT('CIRCLE')
    WRITE(1,902)
902  FORMAT(1X,'10')
    WRITE(1,903) XI(I)
903  FORMAT(1X,F10.5)
    WRITE(1,904)
904  FORMAT(1X,'20')
    WRITE(1,905) YI(I)
905  FORMAT(1X,F10.5)
    WRITE(1,906)
906  FORMAT(1X,'40')
    WRITE(1,907)
907  FORMAT('0.0002')
    WRITE(1,908)
908  FORMAT(1X,'8')
    WRITE(1,909)
909  FORMAT('RED')
    WRITE(1,910)
910  FORMAT(2X,'0')

    WRITE(1,911)
911  FORMAT('CIRCLE')
    WRITE(1,912)
912  FORMAT(1X,'10')
    WRITE(1,913) XC(I)
913  FORMAT(1X,F10.5)
    WRITE(1,914)
914  FORMAT(1X,'20')
    WRITE(1,915) YC(I)
915  FORMAT(1X,F10.5)
    WRITE(1,916)
916  FORMAT(1X,'40')
    WRITE(1,917)
917  FORMAT('0.0002')
    WRITE(1,918)
918  FORMAT(1X,'8')
    WRITE(1,919)
919  FORMAT('CYAN')

```

```

WRITE (1, 920)
920 FORMAT (2X, '0')

510 CONTINUE

WRITE (1, 921)
921 FORMAT ('ENDSEC')
WRITE (1, 922)
922 FORMAT (2X, '0')
WRITE (1, 923)
923 FORMAT ('EOF')

END

COMPLEX FUNCTION PHIPRIME (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I=(0., 1.)
PHIPRIME=-H*((Z**2-A**2)**(-1.5))
RETURN
END

COMPLEX FUNCTION PHISEC (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I=(0., 1.)
PHISEC=H*3*Z*((Z**2-A**2)**(-2.5))
RETURN
END

FUNCTION FUNC (R)
COMMON A, THETA, C
COMPLEX PHISEC, I, Z
I=(0., 1.)
Z=A+R*(COS (THETA)+I*SIN (THETA))
FUNC=CABS (C*PHISEC (Z)) -1
RETURN
END

SUBROUTINE REZEC (XO, XMAX, EPS, VN, XI, I)
DIMENSION XI (1)
DXO=(XMAX-XO)/VN
X=XO
VF=FUNC (X)
WRITE (*, 91) VF
91 FORMAT (F10.2)
A=VF
JR=0
IF (A.EQ.0.0) GO TO 1
11 D=DXO
21 X=X+D
IF (X.GT.XMAX.OR.X.LT.XO) GO TO 3
VF=FUNC (X)
B=VF
IF (A*B) 10, 1, 30
30 A=B
GO TO 21
10 A=B
D=-D/10.
IF (10.*ABS (D) -EPS) 1, 21, 21
1 CONTINUE

```

```
JR=JR+1
XI (JR) =X
X=X+DXO
VF=FUNC (X)
A=VF
IF (JR.LT.I) GO TO 11
3 I=JR
RETURN
END
```

```

c                               Ex_Aprox.for
c   " To Programma Giã Ta Noumera Tis Prosegistikis Lisis "
DIMENSION XI(361),YI(361),XC(361),YC(361)
DIMENSION RR(10)
COMMON A,THETA,C,H
COMPLEX II,Z,W,PHIPRIME,H
REAL LM
OPEN(1,FILE='Ap_AL_k=0_a=1_.txt',STATUS='NEW')
II=(0.,1.)
c   ( H Megen8isi tis Optikis Diataksis )
LM=1.
PI=3.14159
XO=0.01
XMAX=2.
VM=50.
EPS=0.0001
c   ( Miso mhkos rwgmhs a(cm) )
A=1
c   ( O Syntelestis Diaksonikis Fortisis tou Dokimiou )
K=0
c   ( H Gwnia Rwgmis )
B=PI*(1./6.)
c   ( Tasi )
T=90.
H=T*((1.-CEXP(2.*II*B))+K*(1.+CEXP(2.*II*B)))/(8.*A*SQRT(2.))
c   ( Logos poisson ylikou )
XN=0.33
c   ( Elastikothta E(GPa) ylikou )
XE=70.
E=XE*1.E5/9.80665
c=XN/E

c   c=-1.04E-5
c   c=-3.29E-5
c   ( H apostasi tou dokimiou apo to petasma se cm )
ZO=130.
c   ( To Paxos tou Dokimiou se cm )
Q=0.3
C=4*ZO*Q*c
C=C/LM

DO 100 I=1,361,180

THE=(I-181)
THETA=THE*PI/180.

ICODE=10

CALL REZEC (XO,XMAX,EPS,VM,RR,ICODE)

IF (ICODE.EQ.0) GO TO 100

R=RR(1)
Z=R*(COS(THETA)+II*SIN(THETA))
W=LM*(Z+C*CONJG(PHIPRIME(Z)))
XI(I)=R*COS(THETA)
YI(I)=R*SIN(THETA)
XC(I)=REAL(W)
YC(I)=AIMAG(W)

WRITE (1,913) XI(I),YI(I),XC(I),YC(I),R

```

```

100 CONTINUE

913 FORMAT (5 (2X, F10.5) , I6)

C 913  FORMAT (F10.5, I4)

END

COMPLEX FUNCTION PHIPRIME (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I= (0., 1.)
PHIPRIME=-H* ((Z/A) ** (-1.5))
RETURN
END

COMPLEX FUNCTION PHISEC (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
I= (0., 1.)
PHISEC=H* (1.5/A) * ((Z/A) ** (-2.5))
RETURN
END

FUNCTION FUNC (R)
COMMON A, THETA, C
COMPLEX PHISEC, I, Z
I= (0., 1.)
Z=R* (COS (THETA) + I*SIN (THETA))
FUNC=CABS (C*PHISEC (Z)) -1
RETURN
END

SUBROUTINE REZEC (XO, XMAX, EPS, VN, XI, I)
DIMENSION XI (1)
DXO= (XMAX-XO) /VN
X=XO
VF=FUNC (X)
WRITE (*, 92) VF
92  FORMAT (F10.2)
A=VF
JR=0
IF (A.EQ.0.0) GO TO 1
11  D=DXO
21  X=X+D
IF (X.GT.XMAX.OR.X.LT.XO) GO TO 3
VF=FUNC (X)
B=VF
IF (A*B) 10, 1, 30
30  A=B
GO TO 21
10  A=B
D=-D/10.
IF (10.*ABS (D) -EPS) 1, 21, 21
1  CONTINUE
JR=JR+1
XI (JR) =X
X=X+DXO
VF=FUNC (X)
A=VF

```



```
IF (JR.LT.I) GO TO 11  
3 I=JR  
RETURN  
END
```

```

c           Ex_Correct.for   ( Caustics Correct Solution )

DIMENSION XI (361), YI (361), XC (361), YC (361)
DIMENSION RR (10)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX II, Z, W, PHIPRIME, H
REAL LM
OPEN (1, FILE='Co_AL_k=-2_a=1_.txt', STATUS='NEW')
II=(0.,1.)
c   ( H Megen8isi tis Optikis Diataksis )
LM=1.
PI=3.14159
XO=0.01
XMAX=2.
VM=50.
EPS=0.0001
c   ( Miso mhkos rwgmhs a(cm) )
A=1
c   ( O Syntelestis Diaksonikis Fortisis tou Dokimiou )
K=-2
c   ( H Gwnia Rwgmis )
B=PI*(1./3.)
c   ( Tasi )
T=30.
H=((A**2)*T*((1-CEXP(2*II*B))+K*(1+CEXP(2*II*B))))/4

XN=0.33
XE=70.
E=XE*1.E5/9.80665
c=XN/E
c   c=-1.04E-5
c   c=-3.29E-5
c   ( H apostasi tou dokimiou apo to petasma se cm )
ZO=130.
c   ( To Paxos tou Dokimiou se cm )
Q=0.3
C=4*ZO*Q*c
C=C/LM

DO 100 I=1,361,180

THE=(I-181)
THETA=THE*PI/180.
ICODE=10

CALL REZEC (XO,XMAX,EPS,VM,RR,ICODE)

IF (ICODE.EQ.0) GO TO 100

R=RR(1)
Z=A+R*(COS(THETA)+II*SIN(THETA))
W=LM*(Z+C*CONJG(PHIPRIME(Z)))
XI(I)=R*COS(THETA)
YI(I)=R*SIN(THETA)
XC(I)=REAL(W)-(A*LM)
YC(I)=AIMAG(W)

WRITE(1,393) XI(I),YI(I),XC(I),YC(I),R

100 CONTINUE

```

393 **FORMAT** (5 (2X, F10.5), I6)

913 **FORMAT** (F10.5, I6)

END

COMPLEX FUNCTION PHIPRIME (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
 I=(0., 1.)
 PHIPRIME=-H* ((Z**2-A**2)**(-1.5))
RETURN
END

COMPLEX FUNCTION PHISEC (Z)
COMMON A, THETA, C, H
COMPLEX I, Z, H
 I=(0., 1.)
 PHISEC=H*3*Z* ((Z**2-A**2)**(-2.5))
RETURN
END

FUNCTION FUNC (R)
COMMON A, THETA, C
COMPLEX PHISEC, I, Z
 I=(0., 1.)
 Z=A+R* (COS (THETA) +I*SIN (THETA))
 FUNC=CABS (C*PHISEC (Z)) -1
RETURN
END

SUBROUTINE REZEC (XO, XMAX, EPS, VN, XI, I)
DIMENSION XI (1)
 DXO=(XMAX-XO)/VN
 X=XO
 VF=FUNC (X)
WRITE (*, 91) VF
 91 **FORMAT** (F10.2)
 A=VF
 JR=0
IF (A.EQ.0.0) **GO TO** 1
 11 D=DXO
 21 X=X+D
IF (X.GT.XMAX.OR.X.LT.XO) **GO TO** 3
 VF=FUNC (X)
 B=VF
IF (A*B) 10, 1, 30
 30 A=B
GO TO 21
 10 A=B
 D=-D/10.
IF (10.*ABS (D) -EPS) 1, 21, 21
 1 **CONTINUE**
 JR=JR+1
 XI (JR)=X
 X=X+DXO
 VF=FUNC (X)
 A=VF

```
3  IF(JR.LT.I) GO TO 11  
   I=JR  
   RETURN  
   END
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ Γ.Α., 2007, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΘΡΑΥΣΕΩΝ, Οπτικές Μέθοδοι Ανάλυσης των Τάσεων. Εκδ. Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. PAPADOPOULOS, G.A. 1993, FRACTURE MECHANICS, The Experimental Method of Caustics and The Det.-Criterion of Fracture, Springer-Varlag, London.
3. Σπυρόπουλος Κ.Π. Μελέτη με τις μεθόδους των καυστικών φωτοελαστικότητας και συμβολομετρίας των διφασικών υλικών με ρωγμή κατά μήκος της κοινής τους επιφάνειας. Διατριβή επί διδακτορία, Αθήνα, 1985.
4. Σπυρόπουλος Κ.Π., Μερικές εφαρμογές των καυστικών στο μη καταστροφικό έλεγχο των υλικών. Ημερίδα της Ελληνικής Εταιρείας Μη Καταστροφικών Ελέγχων (ΕΛΕΜΚΕ), Συμβολή των μη καταστροφικών ελέγχων στη διασφάλιση της ποιότητας, (Αθήνα) 48-51 (1998).
5. Σπυρόπουλος Κ.Π., Η σπουδαιότητα της απόστασης δοκιμίου-πετάσματος στη μη καταστροφική μέθοδο των καυστικών στον έλεγχο των υλικών. 2ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρείας μη καταστροφικών Ελέγχων (ΕΛΕΜΚΕ), Διασφάλιση της ποιότητας υλικών και κατασκευών με μη καταστροφικούς ελέγχους, (Βόλος), 116-120 (2000)
6. Spyropoulos C.P., Rouba I.G., Errors on the determination of the stress intensity factor by the method of caustics. International Conference of Role of Mechanics for Development of Science and Technology, Ed. Sih G.C., Tsinghua University Press (Xi'an, China) (2000).
7. Spyropoulos C.P., Stress-Intensity Factor Determination Error By the Method of Caustics. Theor. Appl. Fracture Mech., 35, 179-186 (2001)
8. Σπυρόπουλος Κ.Π., Η αρχική καμπύλη της μη καταστροφικής μεθόδου των καυστικών γενικά δεν είναι περιφέρεια κύκλου. 3ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρείας μη καταστροφικών Ελέγχων (ΕΛΕΜΚΕ), (Θεσσαλονίκη), (2001)
9. Πρασιανάκη, Ι.Ν., 1979, Γενικάί μέθοδοι προσδιορισμού των γενικευμένων συντελεστών εντάσεως των τάσεων σε προβλήματα επιπέδου ελαστικότητας. Διατριβή επί διδακτορία, Αθήνα.
10. Theocaris, P.S., 1970 Local yielding around a crack tip in Plexiglas. J. Appl.Mech. 37, 409 – 415
11. Theocaris, P.S., Gdoutos, E.E., 1972 An optical method for determining opening – mode and sliding – mode stress intensity factors. J. Appl. Mech. 39, 91 – 97.

12. Theocaris, P.S., 1972, The reflected – shadow method for the study of constrained zones in crack birefringent media. *Jnl. Strain Analysis*, 7, 75 – 83.
13. Theocaris, P.S., 1976c, Stress concentrations in anisotropic plates by the method of caustics. *Journal of Strain analysis* , 11,154 – 160.
14. Theocaris, P.S., Razem C., 1977, Deformed boundaries determined by the method of caustics. *Jnl. of Strain Analysis* 12, 223 – 232.
15. Theocaris,P.S., 1977 Dynamic behaviour of polymers studied by reflected caustics. *Pros. First. Nat. Symp. of tensometry Iasi Roumania*, 2, 207 – 221.
16. Theocaris, P.S., Gdoutos E. E., 1977a Distance measuring based on caustics. *Applied Optics*, 16, 722 – 728.
17. Theocaris, P.S., Razem C., 1978 , The end - values of distributed loads in half planes by caustics. *Jnl. Appl. Mech.* 45, 313 – 319.
18. Theocaris, P.S., 1978b, The method of caustics applied to elasticity problems. *Developments in stress analysis – 1*. G. Holister Ed. Applied Sciences Publishers, London, Chap. 2, 27 – 63.
19. Theocaris, P.S., Ioakimidis , N.I., 1979b, On the determination of stress – optical constants by the method of reflected caustics. *Appl.Phys.* 12, 407 – 505.
20. Theocaris, P.S., Ioakimidis, N.I., 1979c, the equations of caustic for crack and other dynamic plane elasticity problems. *Engrg. Fract. Mech.* 2, 613 – 615.
21. Theocaris, P.S., Papadopoulos G. A.,1980 , Complex Stress intensity factors at cracks in birefringent plates by the method of reflected caustics. *Materialprufung*, 22, 246 – 253.
22. Theocaris, P.S., Pazis D., 1981 Some further properties of caustics useful in mechanical applications. *Applied Optics*, 20 , 4009 – 4018.
23. Theocharis P.S. and Papadopoulos G.A., 1980, Elastodynamic