



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΛΛΕΥΤΙΚΗΣ

Προσομοίωση Εργαστηριακών Δοκιμών Αντοχής Άρρηκτου
Πετρώματος με τη Μέθοδο Διακριτών Στοιχείων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ζεϋνέπ Τ. Καράτζα

Επιβλέπων: Π. Νομικός
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2011



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΛΛΕΥΤΙΚΗΣ

Προσομοίωση Εργαστηριακών Δοκιμών Αντοχής Άρρηκτου
Πετρώματος με τη Μέθοδο Διακριτών Στοιχείων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ζεϋνέπ Τ. Καράτζα

Επιβλέπων: Π. Νομικός
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις 26/10/2011:

Α. Σοφινός, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Θ. Μιχαλακόπουλος, Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Π. Νομικός, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2011

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Μετά την πενταετή φοίτησή μου στη σχολή Μηχανικών Μεταλλείων – Μεταλλουργών έφτασε η στιγμή για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας η οποία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού κύκλου σπουδών της σχολής. Παρακάτω θα παραθέσω εν συντομία το αντικείμενο καθώς και το περιεχόμενο αυτής.

Το αντικείμενό της έγκειται στην αριθμητική προσομοίωση πρισματικού δοκιμίου μαρμάρου Διονύσου, διαστάσεων ύψος 10cm και πλάτος 5cm, με κώδικα διακριτών στοιχείων και συγκεκριμένα με το πρόγραμμα PFC^{2D}. Έγινε προσπάθεια προσομοίωσης δοκιμών μονοαξονικής θλίψης, τριαξονικής θλίψης, αντιδιαμετρικής θλίψης (brazilian) και δοκιμών άμεσου εφελκυσμού. Τα αποτελέσματα της αριθμητικής προσομοίωσης συγκρίνονται με αποτελέσματα πειραματικών δοκιμών μονοαξονικής θλίψης, που έγιναν σε δοκίμια μαρμάρου στο εργαστήριο Τεχνολογίας Διάνοιξης Σηράγγων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θεωρώντας το Ε.Μ.Π. έναν φάρο για την ελληνική τριτοβάθμια εκπαίδευση μέσα στις εξαιρετικά δυσμενείς σημερινές συνθήκες και εκτιμώντας βαθύτατα τους καθηγητές αυτού, θα ήθελα να ευχαριστήσω αρχικά τον λέκτορα κ. Π. Νομικό για την ανάθεση του θέματος και την πολύτιμη βοήθειά του, η οποία φάνηκε καθοριστικής σημασίας για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Επιπλέον θερμές ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στο προσωπικό του εργαστηρίου Τεχνολογίας Διάνοιξης Σηράγγων. Και τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω εκ βάθους καρδιάς την οικογένειά μου και κυρίως τους φίλους μου για την συμπαράστασή τους, ηθική, ψυχολογική και πρακτική, σε όλη την διάρκεια αυτής μου της προσπάθειας.

Ζεύνεπ Τ. Καράτζα

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, έγινε μια προσπάθεια προσομοίωσης εργαστηριακών δοκιμών αντοχής σε άρρηκτο πέτρωμα, με τη μέθοδο διακριτών στοιχείων. Η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε με τον αριθμητικό κώδικα PFC^{2D}.

Στόχο της εργασίας αποτέλεσε η όσο το δυνατόν καλύτερη προσομοίωση της μικροδομής του πετρώματος, ώστε η συμπεριφορά του μοντέλου σε θλίψη, να είναι συγκρίσιμη με τη συμπεριφορά πρισματικού δοκιμίου μαρμάρου Διονύσου, διαστάσεων 10cm ύψος και 5cm πλάτος, κατά τη διεξαγωγή εργαστηριακών δοκιμών αντοχής σε αυτό. Πιο συγκεκριμένα, κατασκευάστηκαν αριθμητικά μοντέλα που υποβλήθηκαν σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, τριαξονικής θλίψης, αντιδιαμετρικής θλίψης (brazilian) και δοκιμές άμεσου εφελκυσμού. Τα αποτελέσματα για τη μακροσκοπική απόκριση του συνθετικού πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη (μέτρο ελαστικότητας, αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, λόγος του Poisson) συγκρίνονται με αυτά του πραγματικού πετρώματος. Με τον όρο «συνθετικό πέτρωμα», εννοούμε το προσομοίωμα ενός πετρώματος που αποτελείται από ένα σύνολο δομικών μονάδων (π.χ. άκαμπτων κυκλικών σφαιρών, δίσκων πεπερασμένου πάχους ή και συσσωματωμάτων τους). Εναλλακτικά, καλείται και ως «μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων» (Bonded Particles Model, BPM).

Καθοριστικής σημασίας για την επίτευξη του στόχου της εργασίας ήταν η βέλτιστη επιλογή των παραμέτρων του αριθμητικού μοντέλου (μικρομηχανικές παράμετροι). Για την επιλογή αυτή ακολουθήθηκαν βασικά τρεις μεθοδολογίες. Αρχικά, κατασκευάστηκε ένα μοντέλο BPM βάσει της μεθοδολογίας του Yoon (2007), που βασίζεται στην εύρεση των μικρομηχανικών παραμέτρων με σχεδιασμό πειράματος και βελτιστοποίηση. Η διερεύνηση συνεχίστηκε κατασκευάζοντας 102 μοντέλα BPM, θεωρώντας τις μικρο-παραμέτρους τους ως τυχαίες μεταβλητές (προσομοίωση Latin Hypercube). Στο τελευταίο στάδιο κατασκευάστηκαν 112 μοντέλα συνδεδεμένων κόκκων (Grain Based Model, GBM), εφαπτόμενων σε κάθε πλευρά τους, ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία καθορισμού των μικρο-παραμέτρων, όπως στα 102 μοντέλα BPM. Στα εισαγωγικά κεφάλαια της εργασίας γίνεται μια σύντομη περιγραφή του προγράμματος PFC^{2D}, για την πληρέστερη και αρτιότερη ενημέρωση των αναγνωστών. Τέλος, στο τελευταίο κεφάλαιο συμπύσσονται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από τη διπλωματική εργασία.

ABSTRACT

In the present thesis, there has been an attempt to simulate laboratory tests on intact rock specimens, using the Discrete Element Method. The simulation was completed using the two dimensional discontinuum program PFC^{2D}.

Objective of this effort was the best possible simulation of the microstructure of a rock, so that its behaviour could be compared to the behaviour of a prismatic specimen of Dionysus marble, with dimensions 10cm height and 5cm width, after undergoing laboratory tests. Specifically, a set of numerical models were developed in order to be submitted to unconfined and confined compression tests, but also direct – tension and Brazilian tests. The results of the macroscopic response (unconfined compression strength, Young's modulus, Poisson's ratio) of the synthetic rock will be compared with the macroscopic response of a real rock. Therefore the optimum selection of its micro-parameters is of great importance. The term "synthetic rock" refers to a simulation of a rock that consists of a set of rigid circular or spherical particles or even clumps. Alternatively, it is called Bonded Particles Model, BPM.

Three different methodologies were presented during the completion of this thesis. Initially, we constructed a BPM based on Yoon's (2007) methodology, using experimental design and optimization to investigate the micromechanisms that produce the macroscopic response of a rock. Furthermore, 102 BPM's were developed, considering the micro-parameters to be random variables (Latin Hypercube simulation). In the last stage of our simulations we constructed 112 Grain Based Models, GBM's consisting of deformable, breakable polygonal grains cemented on their adjoining sides. For the determination of the models' micro-parameters the same methodology was followed, such as the 102 BPM models'. At the initial chapter a brief description of the program PFC^{2D} is implemented, for the understanding of the readers. Finally, in the last chapter the conclusions reached during the whole thesis are outlined.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1. Συμπεριφορά του πετρώματος σε θλίψη.....	1
1.2. Βασικές αρχές προσομοίωσης της συμπεριφοράς του άρρηκτου πετρώματος 5	
1.3. Αντικείμενο της παρούσης εργασίας.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ PFC ^{2D}	9
2.1. Εισαγωγή.....	9
2.2. Μέθοδος Διακριτών Στοιχείων	10
2.3. Το πρόγραμμα PFC ^{2D}	11
2.4. Μηχανική στο PFC ^{2D}	17
2.4.1. Μηχανισμός Ρωγμάτωσης στο PFC ^{2D}	17
2.4.2. Μοντέλο Συνδεδεμένων Σωματιδίων – BPM.....	18
2.4.3. Δεσμοί μεταξύ των σωματιδίων.....	19
2.4.4. Επαφές.....	23
2.4.5. Συμπεριφορά των δεσμών	25
2.4.5. Πορώδες	28
2.4.6. Σύνοψη Μικρομηχανικών Ιδιοτήτων	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΜΙΚΡΟ-ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΔΟΚΙΜΙΟΥ ΜΑΡΜΑΡΟΥ	31
3.1. Εισαγωγή.....	31
3.2. Μεθοδολογία PFC ^{2D}	32
3.2.1. Μέτρο ελαστικότητας – Λόγος του Poisson	34
3.2.2. Μέγιστη αντοχή.....	35
3.2.3. Τάση έναρξης ρωγμάτωσης (crack initiation stress).....	36
3.3. Επιλογή μικρο-παραμέτρων με σχεδιασμό πειράματος και βελτιστοποίηση ..	36
3.3.1. Σχεδιασμός πειράματος και βελτιστοποίηση.....	37

3.3.2 Ανάλυση ευαισθησίας των μικρο-παραμέτρων χρησιμοποιώντας τον PB σχεδιασμό	38
3.3.3. Αποτελέσματα – προτεινόμενες εξισώσεις προς βελτιστοποίηση	44
3.4. Εφαρμογή της Μεθόδου.....	47
3.4.1. Δεδομένα από εργαστηριακές δοκιμές	47
3.4.2. Εύρεση μικρομηχανικών παραμέτρων.....	49
3.4.3. Προσομοίωση με το PFC ^{2D} και αποτελέσματα.....	50
3.5. Συμπεράσματα	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ	63
4.1. Εισαγωγή.....	63
4.2. Προετοιμασία αριθμητικών μοντέλων	64
4.3. Αποτελέσματα	72
4.4. Κατασκευή 101 ^{ου} μοντέλου.....	79
4.5. Κατασκευή 102 ^{ου} μοντέλου.....	82
4.6. Συμπεράσματα	93
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΚΟΚΚΩΝ.....	95
5.1. Εισαγωγή.....	95
5.2. Κατασκευή ενός μοντέλου συνδεδεμένων κόκκων	95
5.3. Αποτελέσματα	107
5.4. Κατασκευή 101 ^{ου} μοντέλου.....	114
5.5. Κατασκευή 10 επιπλέον μοντέλων.....	117
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	127
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	130

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Διάγραμμα μέσης τάσης – ογκομετρικής τροπής σε υδροστατική θλίψη. .	2
Σχήμα 1.2: Διάγραμμα αποκλίνουσας τάσης – τροπής.	3
Σχήμα 1.3: Διάγραμμα κυρίων τάσεων – αξονικής τροπής για τριαξονικές δοκιμές θλίψης σε δοκίμια μαρμάρου.	5
Σχήμα 1.4: Κατανομή κόκκων σε μάρμαρο Διονύσου.	7
Σχήμα 2.1: Θετική διατμητική τάση.	14
Σχήμα 2.2: Θετική και αρνητική διατμητική τροπή.	15
Σχήμα 2.3: Δυνάμεις επαφής.	15
Σχήμα 2.4: Μηχανισμός ρωγμάτωσης σε συσσωμάτωμα σφαιριδίων στο PFC ^{2D}	18
Σχήμα 2.5: Αναπαράσταση σημειακού δεσμού και παράλληλου δεσμού.	20
Σχήμα 2.6: Δυνάμεις επαφής.	21
Σχήμα 2.7: Αναπαράσταση παράλληλου δεσμού.	22
Σχήμα 2.8: Σύνοψη νόμων που ισχύουν στις επαφές των σωματιδίων.	25
Σχήμα 2.9: Σκαρίφημα παράλληλου δεσμού και των δυνάμεων που του ασκούνται.	27
Σχήμα 2.10: Κατανομή δυνάμεων στο μοντέλο μετά την απομάκρυνση της κυψέλης (material - genesis vessel).	30
Σχήμα 3.1.α: Διάγραμμα συσχέτισης της UCS και των NBS και SBS (Yoon 2007)...	41
Σχήμα 3.1.β: Διάγραμμα συσχέτισης του μέτρου ελαστικότητας και της παραμέτρου BCM (Yoon 2007).	41
Σχήμα 3.1.γ: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson και της παραμέτρου KNKS (Yoon 2007).	42
Σχήμα 3.1.δ: Διάγραμμα συσχέτισης της τάσης έναρξης ρωγμάτωσης και της παραμέτρου ROSD (Yoon 2007).	42
Σχήμα 3.2: Πρισματικό δοκίμιο μαρμάρου κατά την επιβολή του σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης – αισθητήρες καταγραφής ΑΕ.	48
Σχήμα 3.3: Κανονικοποιημένα διαγράμματα τάσης – τροπής από δοκιμές UCS σε πρισματικό δοκίμιο μαρμάρου (Nomikos et al 2011).	49
Σχήμα 3.4: Διάγραμμα τάσης – τροπής δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.	51

Σχήμα 3.5: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής για δοκιμή μονοαξονικής θλίψης.....	52
Σχήμα 3.6: Περιβάλλουσα αντοχής σε διάγραμμα κυρίων τάσεων.	53
Σχήμα 3.7: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 2\text{MPa}$	54
Σχήμα 3.8: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 2\text{MPa}$	55
Σχήμα 3.9: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 5\text{MPa}$	55
Σχήμα 3.10: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 5\text{MPa}$	56
Σχήμα 3.11: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 10\text{MPa}$	56
Σχήμα 3.12: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 10\text{MPa}$	57
Σχήμα 3.13: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 20\text{MPa}$	57
Σχήμα 3.14: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 20\text{MPa}$	58
Σχήμα 3.15: Συγκεντρωτικό διάγραμμα τάσεων – τροπών για τις τριαξονικές δοκιμές.	59
Σχήμα 4.1: Διάγραμμα συσχέτισης μέτρου ελαστικότητας του δοκιμίου με το μέτρο ελαστικότητας των επαφών των δίσκων της κατανομής.	72
Σχήμα 4.2: Διάγραμμα συσχέτισης λόγου του Poisson με το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία.....	73
Σχήμα 4.3: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου των μέτρων ελαστικότητας του δοκιμίου και των επαφών με το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία.	74
Σχήμα 4.4: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του λόγου του Poisson προς το λόγο των δυστροπιών και του μέτρου ελαστικότητας των επαφών.	75
Σχήμα 4.5: Διάγραμμα συσχέτισης της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.	76
Σχήμα 4.6: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών με το λόγο της διατμητικής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.....	77
Σχήμα 4.7: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της τάσης εκκίνησης της ρωγμάτωσης προς τη μέγιστη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και του λόγου της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.....	78

Σχήμα 4.8: Διάγραμμα τάσης – τροπής 101^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.....	80
Σχήμα 4.9: Διάγραμμα ανηγμένης τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών - τροπής 101^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.....	80
Σχήμα 4.10: Περιβάλλουσα αντοχής σε διάγραμμα κυρίων τάσεων 101^{ou} μοντέλου.	81
Σχήμα 4.11: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών και του λόγου της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.	83
Σχήμα 4.12: Διάγραμμα τάσης – τροπής 102^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.....	87
Σχήμα 4.13: Διάγραμμα ανηγμένης τάσης – αριθμού ρωγμών - τροπής 101^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.	90
Σχήμα 4.14: Διάγραμμα τάσης – τροπής 102^{ou} μοντέλου δοκιμής άμεσου εφελκυσμού.	92
Σχήμα 5.1: Στάδια κατασκευής των κόκκων σε ένα GBM.	97
Σχήμα 5.2: Smooth joint contact.	98
Σχήμα 5.3: Διάγραμμα συσχέτισης του μέτρου ελαστικότητας του συνθετικού πετρώματος με την ορθή δυστροπία των επαφών λείων διεπιφανειών.....	107
Σχήμα 5.4: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του μέτρου ελαστικότητας προς το μέτρο ελαστικότητας των επαφών, με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών....	108
Σχήμα 5.5: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών.	109
Σχήμα 5.6: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή ορθής δυστροπίας.....	109
Σχήμα 5.7: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή διατμητικής δυστροπίας.	110
Σχήμα 5.8: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου $v/(k_n_fac/k_s_fac)$ με το γινόμενο $E_c*k_n_fac$	111
Σχήμα 5.9: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με την ορθή αντοχή των δεσμών.....	112
Σχήμα 5.10: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών, με το λόγο της συνοχής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.	113
Σχήμα 5.11: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη γωνία τριβής.....	114

Σχήμα 5.12: Διάγραμμα τάσης – τροπής.....	115
Σχήμα 5.13: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής.....	116
Σχήμα 5.14: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του μέτρου ελαστικότητας με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή ορθής δυστροπίας.....	118
Σχήμα 5.15: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών.....	119
Σχήμα 5.16: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με την ορθή αντοχή των δεσμών.....	119
Σχήμα 5.17: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών, με το λόγο της συνοχής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.....	120
Σχήμα 5.18: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη γωνία τριβής.....	120
Σχήμα 5.19: Διάγραμμα τάσης – τροπής.....	122
Σχήμα 5.20: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής.....	122

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1: Συμβατά συστήματα μονάδων.....	16
Πίνακας 3.1: Προς διερεύνηση μικρομηχανικές παράμετροι.	39
Πίνακας 3.2: Διακύμανση τιμών μικρο-παραμέτρων.....	40
Πίνακας 3.3: Συνδυασμοί μικρομηχανικών παραμέτρων κατά το σχεδιασμό πειράματος με τη μέθοδο PB (Yoon 2007).....	43
Πίνακας 3.4: Περιορισμοί της μακροσκοπικής απόκρισης του μοντέλου.....	46
Πίνακας 3.5: Τιμές μικρομηχανικών παραμέτρων.	50
Πίνακας 3.6: Αποτελέσματα κυρίων τάσεων για κάθε δοκιμή που πραγματοποιήθηκε.	53
Πίνακας 3.7: Τιμές μέτρου ελαστικότητας για κάθε δοκιμή.	59
Πίνακας 3.8: Τάσεις εκκίνησης ρωγμών και πλήθος ρωγμών στη μέγιστη τάση.....	61
Πίνακας 4.1: Διακύμανση αναζητούμενων παραμέτρων.....	64
Πίνακας 4.2: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων.	69
Πίνακας 4.3: Μικρομηχανικές ιδιότητες 101 ^{ου} μοντέλου.	79
Πίνακας 4.4: Παράμετροι αντοχής συνθετικού πετρώματος.	81
Πίνακας 4.5: Τιμές κυρίων τάσεων στις αντίστοιχες δοκιμές.	81
Πίνακας 4.6: Μικρομηχανικές ιδιότητες 102 ^{ου} μοντέλου.	84
Πίνακας 4.7: Μακροσκοπική απόκριση 102 ^{ου} μοντέλου.....	86
Πίνακας 5.1: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων.	101
Πίνακας 5.2: Εύρη τιμών για τις μικρο-παραμέτρους.....	104
Πίνακας 5.3: Μικρομηχανικές ιδιότητες 101 ^{ου} μοντέλου.	115
Πίνακας 5.4: Μακροσκοπική απόκριση 101 ^{ου} μοντέλου.....	116
Πίνακας 5.5: Εύρη τιμών μικροπαραμέτρων.	117
Πίνακας 5.6: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων 102 – 111.	118
Πίνακας 5.7: Μικρομηχανικές ιδιότητες 112 ^{ου} μοντέλου.	121
Πίνακας 5.8: Μακροσκοπική απόκριση 112 ^{ου} μοντέλου.....	123

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 4.1: Αρχικό σύνολο σωματιδίων όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	66
Εικόνα 4.2: Σύνολο σωματιδίων μετά την ανακατανομή των τάσεων όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	67
Εικόνα 4.3: Σωματίδια με λιγότερες από τρεις επαφές όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	68
Εικόνα 4.4: Δίκτυο σημειακών δεσμών όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	68
Εικόνα 4.5: Μοντέλο όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} και λεπτομέρειές του.	85
Εικόνα 4.6: Διάγραμμα τάσης – τροπής που εξάγει το PFC ^{2D} .	88
Εικόνα 4.7: Διάγραμμα τάσης – τροπής και εμφάνιση ρωγμών στο μοντέλο που εξάγει το PFC ^{2D} .	88
Εικόνα 4.8: Εμφάνιση ρωγμών στο μοντέλο που εξάγει το PFC ^{2D} για μονοαξονική θλίψη.	89
Εικόνα 4.9: Δοκιμές Brazilian (αριστερά) και τριαξονική (δεξιά), όπως εμφανίζονται στο PFC ^{2D} .	91
Εικόνα 4.10: Ρωγμές κατά τη δοκιμή Brazilian, όπως εμφανίζονται στο PFC ^{2D} .	93
Εικόνα 5.1: Smooth – joints στο μοντέλο που κατασκευάσαμε.	99
Εικόνα 5.2: Μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	105
Εικόνα 5.3: Λεπτομέρεια κόκκων και σφαιριδίων.	105
Εικόνα 5.4: Ιστόγραμμα διαμέτρων κόκκων συνθετικού πετρώματος που εξάγει το PFC ^{2D} .	106
Εικόνα 5.5: Αθροιστική κατανομή διαμέτρων κόκκων συνθετικού πετρώματος που εξάγει το PFC ^{2D} .	106
Εικόνα 5.6: Διαχρονική εξέλιξη σχηματισμού ρωγμών κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, όπως φαίνεται στο PFC ^{2D} .	125
Εικόνα 5.7: Παραμορφώσεις (αριστερά) και σχηματισμός ρωγμών (δεξιά) κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, όπως φαίνονται στο PFC ^{2D} .	126

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

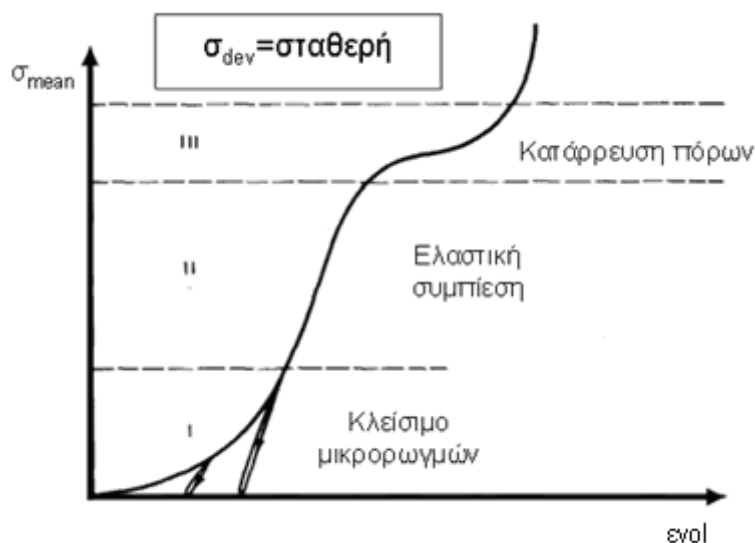
1.1. Συμπεριφορά του πετρώματος σε θλίψη

Κατά τους Potyondy and Cundall (2004) η συμπεριφορά του πετρώματος είναι παρόμοια με αυτή ενός συγκολλημένου κοκκώδους υλικού, οι κόκκοι και το συνδετικό υλικό του οποίου μπορούν να υποστούν παραμόρφωση και θραύση. Η θραύση των πετρωμάτων πραγματοποιείται σε περιοχές όπου εντοπίζονται μικρορωγμές και δεν υπάρχει ομοιομορφία. Τα πετρώματα περιέχουν ένα μεγάλο αριθμό ρωγμών τυχαίου προσανατολισμού που μπορούν πιθανά να προκαλέσουν την έναρξη νέων μικρορωγμών ή να επεκταθούν περαιτέρω. Τέτοιες μικρορωγμές αποτελούν π.χ. τα όρια των κόκκων. Τελικώς, όταν κατά τη φόρτιση του πετρώματος οι μικρορωγμές ενώνονται και αλληλεπιδρούν, το πέτρωμα οδηγείται σε θραύση, στο σχηματισμό δηλαδή επιπέδων διαχωρισμού. Ανάλογα με το είδος της φόρτισης που ασκείται σε ένα πέτρωμα, αυτό παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά. Στη συνέχεια περιγράφεται συνοπτικά η συμπεριφορά του πετρώματος σε θλίψη.

Όταν ένα πέτρωμα βρίσκεται σε υδροστατική θλίψη, τότε ο όγκος του σταδιακά μειώνεται. Αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα που ακολουθεί (σχήμα 1.1), εφόσον η ογκομετρική τροπή λαμβάνει θετικές τιμές, αυτό σημαίνει ότι ο αρχικός όγκος του δοκιμίου θα είναι μεγαλύτερος του τελικού. Στο διάγραμμα διακρίνονται τέσσερις περιοχές, οι οποίες αντιστοιχούν σε τέσσερις φάσεις που μπορούμε να χωρίσουμε τη συμπεριφορά του πετρώματος κατά τη θλίψη.

Στην πρώτη φάση τα ορυκτά και οι προϋπάρχουσες μικρορωγμές του πετρώματος συμπιέζονται (κλείνουν). Με την απομάκρυνση της φόρτισης μέρος των μικρορωγμών παραμένουν κλειστές και συνεπώς μέρος της παραμόρφωσης του πετρώματος είναι μη αναστρέψιμο. Αυτό καλείται παραμένουσα παραμόρφωση. Στη δεύτερη φάση φορτίζεται περαιτέρω το δοκίμιο και προκαλείται ελαστική συμπίεση

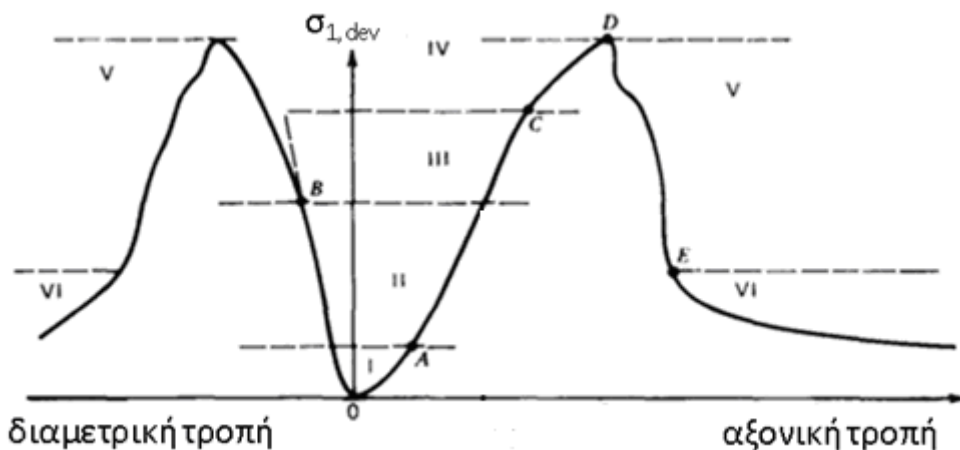
των κόκκων και των κρυστάλλων του, καθώς και παραμόρφωση των πόρων του. Η ογκομετρική τροπή αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση της υδροστατικής πίεσης. Η κλίση της καμπύλης $\sigma_{\text{mean}} - \varepsilon_{\text{vol}}$ στην περιοχή αυτή ισούται με το μέτρο συμπίεσης K του πετρώματος. Στην τρίτη φάση, σε πορώδη πετρώματα, με την αύξηση της φόρτισης οι πόροι καταρρέουν. Μετά την κατάρρευσή τους, το μόνο στοιχείο που μπορεί να συμπιεστεί είναι οι κόκκοι του πετρώματος και ως εκ τούτου το μέτρο συμπίεσης αυξάνεται. Σε μη πορώδη πετρώματα η τρίτη φάση δεν παρατηρείται.



Σχήμα 1.1: Διάγραμμα μέσης τάσης – ογκομετρικής τροπής σε υδροστατική θλίψη.

Η συμπεριφορά του πετρώματος σε αποκλίνουσα φόρτιση αποτυπώνεται σε διάγραμμα αποκλίνουσας τάσης – αξονικής και διαμετρικής τροπής (σχήμα 1.2). Θα παρατηρήσουμε ότι στην αρχική φάση η καμπύλη $\sigma - \varepsilon$ έχει στραμμένα τα κοίλα προς τα άνω, μέχρι το σημείο A, όπου ορισμένοι πόροι και προϋπάρχουσες μικρορωγμές του πετρώματος αρχίζουν να κλείνουν. Η διαδικασία αυτή μπορεί να είναι αναστρέψιμη και συνεπώς η συμπεριφορά να είναι μη-γραμμικά ελαστική, ή μερικώς ανελαστική. Σε ορισμένες περιπτώσεις ατέλειες της γεωμετρίας του δοκιμίου, συμβάλλουν στη μορφή της καμπύλης.

Σε φόρτιση τριαξονικής θλίψης, η αρχική εφαρμογή υδροστατικής πίεσης περιορίζει αυτό το τμήμα του διαγράμματος, αφού οι περισσότερες προϋπάρχουσες μικρορωγμές κλείνουν πριν από την εφαρμογή αποκλίνουσας τάσης.



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα αποκλίνουσας τάσης – τροπής.

Στα περισσότερα πετρώματα ακολουθεί η δεύτερη περιοχή, όπου η τάση και η τροπή έχουν γραμμική σχέση και όπου συμβαίνει κυρίως συμπίεση των κρυστάλλων και των κόκκων τους. Σε ορισμένες περιπτώσεις παρατηρείται ελαστική υστέρηση, που μπορεί να αποδοθεί σε απώλειες λόγω τριβής μεταξύ των επιφανειών προϋπάρχουσων μικρορωγμών.

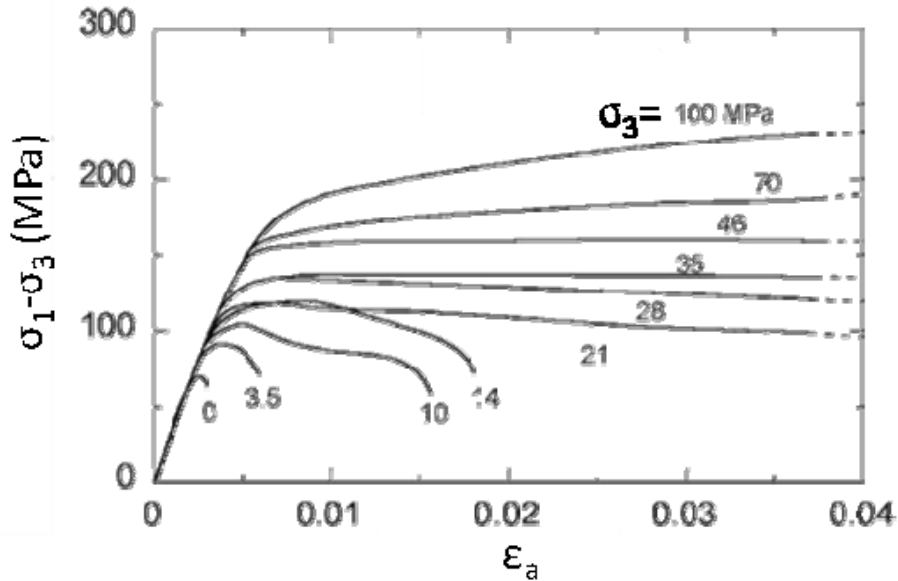
Στην τρίτη περιοχή παρατηρείται απόκλιση της καμπύλης $\sigma - \epsilon$ από την ελαστική συμπεριφορά, επεκτείνονται οι προϋπάρχουσες μικρορωγμές σε διεύθυνση παράλληλη με τη διεύθυνση της φόρτισης και σχηματίζονται νέες. Τα πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι ο ρυθμός αύξησης της διαμετρικής τροπής γίνεται μεγαλύτερος από εκείνο της αξονικής. Σε αυτό το σημείο αυξάνεται ο όγκος του δοκιμίου, καθώς και ο λόγος Poisson (ν). Επιπλέον, η διάδοση των ρωγμών θεωρείται ευσταθής, εφόσον για την επέκταση μίας εξ αυτών κατά πεπερασμένο μήκος, απαιτείται μία πεπερασμένη αύξηση της εφαρμοζόμενης τάσης.

Στην τέταρτη περιοχή οι σχηματιζόμενες ρωγμές επεκτείνονται, αναπτύσσοντας ένα σύστημα τεμνόμενων και επικοινωνούντων ρωγμών, που τελικά σχηματίζουν μία συνεχή (ή ημι-συνεχή) διάρρηξη στο πέτρωμα όπως φαίνεται στην πέμπτη περιοχή. Στην αρχή της τέταρτης περιοχής, το δοκίμιο μπορεί να έχει όγκο μεγαλύτερο από τον αρχικό. Αυτή η αύξηση του όγκου λόγω της ρωγμάτωσης αναφέρεται ως διαστατικότητα (dilatancy). Το μέγιστο φορτίο επιτυγχάνεται στο τέλος της τέταρτης περιοχής. Αυτό το φορτίο είναι το αντικείμενο εξέτασης των κριτηρίων αστοχίας του πετρώματος. Προκειμένου για άκαμπτο σύστημα φόρτισης το δοκίμιο είναι δυνατόν

να εξακολουθήσει να βραχύνεται αξονικά πέραν του σημείο D με ταυτόχρονη όμως μείωση της εφαρμοζόμενης τάσης.

Τα περισσότερα πετρώματα ενισχύονται όταν υφίστανται πλευρικό περιορισμό. Η επίδραση της πλευρικής πίεσης στη συμπεριφορά του πετρώματος κατά τη φόρτιση μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια διαγράμματος διαφοράς κυρίων τάσεων – αξονικής τροπής (σχήμα 1.3). Παρατηρούμε ότι, ακόμη και σε μικρές πλευρικές πιέσεις, η απώλεια της φέρουσας ικανότητας του πετρώματος, ύστερα από τη μέγιστη αντοχή, μετριάζεται. Η τροπή πριν από τη μακροσκοπική θραύση αυξάνεται σημαντικά για πλευρική πίεση μεγαλύτερη από 20MPa. Σε μικρές τιμές της πλευρικής πίεσης η μακροσκοπική θραύση επέρχεται σε αξονική τροπή μικρότερη του 0.5%. Με την αύξηση της πλευρικής πίεσης πέραν των 20MPa το δοκίμιο αποκτά ικανότητα παραμόρφωσης μεγαλύτερη κατά μία τάξη μεγέθους.

Συμπεραίνουμε ότι καθώς η πλευρική πίεση αυξάνεται, το πέτρωμα γίνεται περισσότερο όλκιμο. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι το δοκίμιο αποκτάει ικανότητα σημαντικής παραμόρφωσης χωρίς μακροσκοπική θραύση. Σε λίγο μεγαλύτερη πλευρική πίεση το πέτρωμα συμπεριφέρεται πλαστικά, δηλαδή δεν απαιτείται μείωση της φόρτισης για να παραμορφωθεί το πέτρωμα ύστερα από την επίτευξη της μέγιστης φέρουσας ικανότητάς του. Σε περαιτέρω αύξηση της πλευρικής πίεσης είναι δυνατόν να παρατηρηθεί σημαντική κράτυνση, δηλαδή αύξηση της φέρουσας ικανότητας του πετρώματος με την αύξηση της παραμόρφωσης χωρίς κάποιο εμφανές μέγιστο.



Σχήμα 1.3: Διάγραμμα κυρίων τάσεων – αξονικής τροπής για τριαξονικές δοκιμές θλίψης σε δοκίμια μαρμάρου.

1.2. Βασικές αρχές προσομοίωσης της συμπεριφοράς του άρρηκτου πετρώματος

Τα πετρώματα αποτελούν ψαθυρά ετερογενή υλικά, που παρουσιάζουν ανελαστική συμπεριφορά, λόγω της ύπαρξης, αλλά και του σχηματισμού πλήθους μικρορωγμών. Με την αύξηση του επιβαλλόμενου φορτίου, οι μικρορωγμές ενώνονται δημιουργώντας μακροσκοπικές ρωγμές ή θραύσεις. Οι προσεγγίσεις για τη μοντελοποίηση αυτής της συμπεριφοράς μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με το αν η αστοχία περιγράφεται έμμεσα ή άμεσα. Η έμμεση προσέγγιση γίνεται μέσω της επίδρασης της αστοχίας στις καταστατικές σχέσεις, ενώ η άμεση προσέγγιση αφορά στο σχηματισμό και στην παρακολούθηση ενός μεγάλου αριθμού των μικρορωγμών.

Οι περισσότερες έμμεσες προσεγγίσεις εξιδανικεύουν το πετρώματα ως συνεχές μέσο και χρησιμοποιούν παραμέτρους αποδόμησης των υλικών στις καταστατικές σχέσεις, για την απεικόνιση μη αναστρέψιμης αστοχίας στη μικροδομή των πετρωμάτων. Από την άλλη, οι περισσότερες άμεσες προσεγγίσεις θεωρούν το υλικό σαν ένα σύνολο δομικών μονάδων (ελατήρια, δοκοί, κλπ) ή διακριτών σωματιδίων

συνδεδεμένων μεταξύ τους στα σημεία επαφής τους και χρησιμοποιούν τη θραύση των επιμέρους μονάδων ή των δεσμών των σωματιδίων, για την αναπαράσταση της αστοχίας.

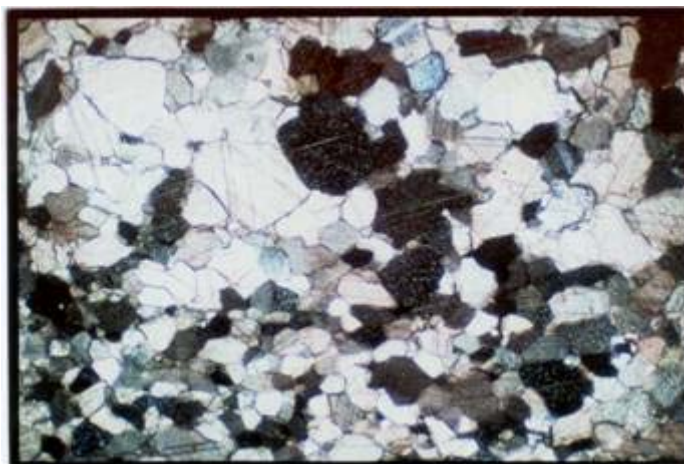
Συνήθως, οι άμεσες προσεγγίσεις δεν εφαρμόζονται στην επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών (boundary - values problems), που περιλαμβάνουν περίπλοκους τρόπους παραμορφώσεων. Αντ' αυτού, συντελούν στην ανάπτυξη των καταστατικών σχέσεων, που απαιτούνται από τις έμμεσες μεθόδους, για την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών. Ωστόσο, η τεχνολογική πρόοδος κατέστησε εφικτή τη μοντελοποίηση τέτοιων προβλημάτων εξολοκλήρου με άμεσες προσεγγίσεις. Αυτό πρακτικά σημαίνει την άμεση προσομοίωση των φυσικών μικρομηχανισμών, παρακάμπτοντας την ανάπτυξη σύνθετων καταστατικών νόμων. Η μοντελοποίηση ενός στερεού με το υπολογιστικό πρόγραμμα PFC^{2D} αποτελεί ένα παράδειγμα τέτοιας άμεσης προσέγγισης. Είναι εφαρμόσιμο ιδιαίτερα σε προβλήματα θραύσης πετρωμάτων, στα οποία οι καταστατικοί νόμοι που προκύπτουν από την εκτεταμένη μικροσκοπική και μακροσκοπική ρωγμάτωση, είναι δύσκολο να καθοριστούν με ακρίβεια.

1.3. Αντικείμενο της παρούσης εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών και το θέμα της αφορά στην αριθμητική προσομοίωση δοκιμίων μαρμάρου σε πρόγραμμα διακριτών στοιχείων. Με τον όρο «μέθοδος διακριτών στοιχείων» εννοούμε κάθε μέθοδο αριθμητικής προσομοίωσης, όπου το υπό εξέταση υλικό αναπαρίσταται σαν ένα σύστημα αλληλεπιδρώντων διακριτών άκαμπτων στοιχείων, που υπόκεινται σε μακροσκοπική κίνηση. Πιο συγκεκριμένα το πρόγραμμα που χρησιμοποιήσαμε ήταν το PFC^{2D} (Particle Flow Code), με το οποίο μπορέσαμε να προσομοιώσουμε την κίνηση και την αλληλεπίδραση σφαιρικών σωματιδίων με βάση τη μέθοδο διακριτών στοιχείων.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η προσομοίωση έγινε σε δοκίμιο μάρμαρου Διονύσου, διαστάσεων 5cm πλάτος και 10cm ύψος. Το μάρμαρο Διονύσου (ασβεστιτικό, μεσόκοκκο μάρμαρο) διαθέτει δύο κύριες κοκκομετρικές διαβαθμίσεις, η μια είναι των 0,45mm (μεσόκοκκο) και η άλλη 0,25mm. Και τα δύο

μεγάλη κρυστάλλων βρίσκονται σε ανάμειξη μεταξύ τους. Στο πέτρωμα περιέχονται διάσπαρτοι αλλά σε σημαντική ποσότητα, μεταλλικοί αδιαφανείς κόκκοι μεγέθους μέχρι και 0,11mm, λίγοι μεμονωμένοι κόκκοι χαλαζία που δεν υπερβαίνουν τα 0,28mm, καθώς και συσσωματώματα χαλαζία μεγέθους μέχρι και 0,8mm. Επίσης, εντοπίζονται φυλλάρια μοσχοβίτη, που συγκεντρώνονται σε μικροδιακλάσεις μαζί με ασβεστιτικό και λίγο δολομιτικό υλικό.



Σχήμα 1.4: Κατανομή κόκκων σε μάρμαρο Διονύσου.

Αρχικά γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της λειτουργίας του προγράμματος PFC^{2D}, των σταδίων της μοντελοποίησης, καθώς και της FISH, της γλώσσας προγραμματισμού που είναι ενσωματωμένη σε αυτό. Η προσομοίωση γίνεται σε δύο διαστάσεις και το πέτρωμα προσομοιώνεται ως σύνολο άκαμπτων κυκλικών σφαιρών, δίσκων πεπερασμένου πάχους ή και συσσωματωμάτων τους. Στο ίδιο κεφάλαιο περιγράφονται οι μηχανισμοί ρωγμάτωσης στον κώδικα και η κατασκευή και οι ιδιότητες ενός συνθετικού πετρώματος.

Στα επόμενα κεφάλαια γίνεται περιγραφή της μεθοδολογίας που ακολουθήσαμε και του στόχου της μοντελοποίησης. Ο στόχος μας ήταν να προσομοιώσουμε τη μικροδομή του συνθετικού πετρώματος όσο το δυνατόν πλησιέστερα σε αυτή του πετρώματος και να βρούμε το βέλτιστο τρόπο επιλογής των μικρο-παραμέτρων του δοκιμίου, ώστε τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης να είναι συγκρίσιμα με τα πειραματικά αποτελέσματα. Αρχικά, κατασκευάσαμε ένα μοντέλο βασισμένοι στη μεθοδολογία που παρουσίασε ο Yoon (2007). Αυτή βασίζεται στο σχεδιασμό πειράματος και τη βελτιστοποίηση των μικρομηχανικών ιδιοτήτων ενός πετρώματος. Στη συνέχεια, κατασκευάσαμε 100 μοντέλα ορίζοντας τις μικρομηχανικές τους

παραμέτρους ως τυχαίες μεταβλητές. Υποβάλλαμε τα μοντέλα σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, τριαξονικές δοκιμές, δοκιμές αντιδιαμετρικής θλίψης (Brazilian) και δοκιμές άμεσου εφελκυσμού. Από τα αποτελέσματα των δοκιμών κατασκευάσαμε διαγράμματα τάσης – τροπής και ανηγμένης τάσης – τροπής – αριθμού ρωγμών, τα οποία και αξιολογήθηκαν. Έπειτα έγινε μια προσπάθεια συσχέτισης της μακροσκοπικής απόκρισης με κάποιες μικρομηχανικές παραμέτρους, ώστε ανάλογα το βαθμό που επηρεάζουν οι πρώτες τις δεύτερες, να επιλεγούν πιο κατάλληλες τιμές των μικρο-παραμέτρων. Καταλήξαμε σε ένα μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων συγκρίσιμο με το μάρμαρο.

Το επόμενο βήμα ήταν να πραγματοποιήσουμε προσομοίωση με παρόμοια μεθοδολογία για την επιλογή των μικρομηχανικών ιδιοτήτων, αλλά διαφορετική μορφή του συνόλου των σωματιδίων. Προσεγγίσαμε καλύτερα τη δομή του μαρμάρου, κατασκευάζοντας μοντέλα συνδεδεμένων κόκκων. Πρακτικά, το μοντέλο μας έχει τη μορφή πολυγωνικών κόκκων ακανόνιστου σχήματος που εφάπτονται μεταξύ τους, θεωρώντας τις επαφές τους όμοιες με τα όρια των κόκκων. Ενώ στο προηγούμενο μοντέλο, το προσομοίωμα του πετρώματος αποτελούνταν από δίσκους που ενώνονταν μεταξύ τους με δεσμούς στα σημεία επαφής τους.

Τέλος, ακολουθεί ένα κεφάλαιο που συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα που εξάγαμε καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ PFC^{2D}

2.1. Εισαγωγή

Τα σκληρά κρυσταλλικά πετρώματα είναι ψαθυρά ετερογενή υλικά, τα οποία επιδεικνύουν ανελαστική παραμόρφωση κατά τη φόρτισή τους. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται κυρίως στο σχηματισμό, στην ανάπτυξη, στη διεύρυνση και στην αλληλεπίδραση ενός πλήθους μικρορωγμών στο σώμα του πετρώματος.

Η προσέγγιση για την προσομοίωση της ανελαστικής παραμόρφωσης και θραύσης, μπορεί να ταξινομηθεί σε δύο κατηγορίες, την έμμεση και την άμεση. Ο διαχωρισμός γίνεται ανάλογα με το εάν η αστοχία αντιπροσωπεύεται έμμεσα μέσω της επίδρασής της στις καταστατικές σχέσεις, ή άμεσα με την ανάπτυξη μεγάλου αριθμού μικρορωγμών αντίστοιχα. Οι περισσότερες έμμεσες προσεγγίσεις εξιδανικεύουν το πέτρωμα ως ένα συνεχές και ομοιογενές μέσο και χρησιμοποιούν κριτήρια υποβάθμισης του πετρώματος στις καταστατικές σχέσεις, ώστε να αντιπροσωπεύσουν τη θραύση στην κλίμακα της μικροδομής. Από την άλλη, οι άμεσες προσεγγίσεις αναπαριστούν το πέτρωμα ως σύνολο δομικών μονάδων (π.χ. ελατήρια, δοκοί, κλπ.) ή ως διακριτά, μεμονωμένα στοιχεία που συνδέονται μεταξύ τους στα σημεία επαφής τους με δεσμούς.

Το PFC^{2D} (Particle Flow Code 2D) ανήκει στη κατηγορία των μεθόδων άμεσης προσέγγισης. Το PFC^{2D} είναι ένας αριθμητικός κώδικας προσομοίωσης της κίνησης και της αλληλεπίδρασης σφαιρικών σωματιδίων με βάση τη μέθοδο διακριτών στοιχείων (Distinct Element Method, DEM), σε διάστατο περιβάλλον (Cundall & Hart, 1992). Η DEM είναι μια αριθμητική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων μηχανικής κι εφαρμόζεται σε υλικά με ασυνεχή δομή. Στη συνέχεια γίνεται αρχικά μια σύντομη αναφορά στα γενικά χαρακτηριστικά της DEM και αναπτύσσεται η μέθοδος επίλυσης όπως εφαρμόζεται στον κώδικα PFC^{2D}.

2.2. Μέθοδος Διακριτών Στοιχείων

Ως μέθοδος διακριτών στοιχείων (DEM) χαρακτηρίζεται η κατηγορία των μεθόδων αριθμητικής προσομοίωσης, όπου το υπό εξέταση υλικό αναπαρίστανται σαν ένα σύστημα αλληλεπιδρώντων διακριτών άκαμπτων στοιχείων, που υπόκεινται σε μακροσκοπική κίνηση. Την DEM παρουσίασε ο Cundall (1971) για την ανάλυση των προβλημάτων βραχομηχανικής και στη συνέχεια εφαρμόστηκε και για τα εδάφη από τους Cundall και Strack (1979). Η DEM θεωρεί το μέσο ασυνεχές, δίνοντας έμφαση στις επαφές και στην αλληλεπίδραση των στοιχείων του μέσου μεταξύ τους. Αυτό αποτελεί πλεονέκτημα της μεθόδου έναντι των συμβατικών μεθόδων που βασίζονται στη συμπεριφορά του συνεχούς μέσου.

Στην DEM οι υπολογισμοί κατά την αριθμητική επίλυση εναλλάσσονται μεταξύ του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα, που εφαρμόζεται στα διακριτά σωματίδια, και μιας καταστατικής σχέσης δύναμης – μετατόπισης που εφαρμόζεται στις επαφές των σωματιδίων. Κάθε σωματίδιο εκτελεί μεταθετική ή και περιστροφική κίνηση, που οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούνται στις επαφές του από τα γειτονικά σωματίδια, στις εφαρμοζόμενες εξωτερικές δυνάμεις καθώς και στις βαρυτικές δυνάμεις που του ασκούνται. Για τον προσδιορισμό των κινήσεων αυτών χρησιμοποιείται ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα. Αντίστοιχα, η καταστατική σχέση δύναμης – μετατόπισης χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούνται στις επαφές των σωματιδίων, οι οποίες είναι αποτέλεσμα της σχετικής κίνησης των σωματιδίων που εφάπτονται.

Η αλληλεπίδραση των στοιχείων όπως ήδη περιγράφηκε, αποτελεί μια δυναμική διαδικασία που αντιμετωπίζεται αριθμητικά με υπολογισμούς σε χρονικά βήματα. Σε κάθε βήμα οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των σωματιδίων θεωρούνται σταθερές, μιας και βρισκόμαστε σε συνθήκες ισορροπίας. Επιπλέον, σε κάθε βήμα υπολογίζονται οι δυνάμεις στις επαφές και οι σχετικές μετατοπίσεις των σωματιδίων, οι οποίες προκύπτουν από τη διάδοση διαταραχών μέσω του συστήματος έπειτα από επιβολή εξωτερικών φορτίσεων. Το χρονικό βήμα θα πρέπει να είναι τόσο μικρό ώστε να δύναται να θεωρηθεί ότι οποιαδήποτε διαταραχή στο αριθμητικό μοντέλο δεν θα μπορεί να διαδοθεί πέρα από την άμεση γειτονία της, κατά τη διάρκειά ενός χρονικού βήματος.

2.3. Το πρόγραμμα PFC^{2D}

Στο PFC^{2D} το πέτρωμα προσομοιώνεται σε δύο διαστάσεις ως σύνολο άκαμπτων κυκλικών σφαιρών, δίσκων πεπερασμένου πάχους ή και συσσωματωμάτων τους. Το σύνολο των σωματιδίων περιορίζεται εξωτερικά από άκαμπτα τοιχώματα. Τα σωματίδια μπορούν να κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους και να αλληλεπιδρούν στις επαφές τους. Το προσομοίωμα αυτό του πετρώματος καλείται συχνά στην βιβλιογραφία ως «μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων» (Bonded Particles Model, BPM) ή συνθετικό πέτρωμα. Οι μακροσκοπικές ιδιότητες του συνθετικού πετρώματος κατά την προσομοίωση σχετίζονται με τα σωματίδια, τα συσσωματώματα και τις επαφές τους, όπως θα αναλυθεί και στη συνέχεια.

Σκοπό της μοντελοποίησης αποτελεί η γένεση ενός συνόλου σωματιδίων που θα αντιπροσωπεύει όσο το δυνατόν καλύτερα ένα φυσικό πέτρωμα, κι έπειτα η υποβολή του συνθετικού πετρώματος σε πλήθος δοκιμών, ώστε να διερευνηθεί η επίδραση των μικρομηχανικών ιδιοτήτων του πετρώματος στη μακροσκοπική του απόκριση. Η φόρτιση της κατανομής προσομοιώνεται δίνοντας τιμές για την ταχύτητα των τοίχων, των σφαιριδίων, εφαρμόζοντας εξωτερικές δυνάμεις και δυνάμεις βαρύτητας.

Η FISH είναι μια γλώσσα προγραμματισμού που είναι ενσωματωμένη στο PFC^{2D}, η οποία επιτρέπει στο χρήστη να καθορίσει νέες μεταβλητές και λειτουργίες. Αυτές οι συναρτήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθεί είτε για επέκταση της λειτουργίας του κώδικα PFC^{2D} ή για προσθήκη ιδιοτήτων του πετρώματος καθορισμένων από το χρήστη. Η Fishtank του PFC^{2D} αποτελεί σύνολο συναρτήσεων της FISH, που μας διευκολύνει να ορίσουμε την εντατική κατάσταση του συνθετικού πετρώματος ή των ορίων του, καθώς και να προσομοιώσουμε εργαστηριακές δοκιμές.

Για να είναι επιτυχημένη μια προσομοίωση, θα πρέπει να ακολουθούνται κάποια βασικά βήματα. Αυτά αφορούν στην αλληλουχία των εργασιών από την κατασκευή του συνόλου των σωματιδίων έως και το πέρας των δοκιμών που θα την υποβάλλουμε. Τα στάδια της μοντελοποίησης φαίνονται παρακάτω:

1. Δημιουργία σωματιδίων

Αρχικά δίνονται οι συντεταγμένες κατά τις οποίες θα σχηματισθούν οι τοίχοι – όρια του δοκιμίου. Μέσα σε αυτά τα όρια θα τοποθετηθούν οι σφαίρες – δίσκοι,

των οποίων το πλήθος είναι καθορισμένο από το χρήστη. Μετά ορίζεται το είδος των δεσμών που θα υπάρχει μεταξύ των σωματιδίων, όπως επίσης και η ύπαρξη συσσωματωμάτων. Τέλος, αν απαιτείται, θα ορισθούν περιοχές – ομάδες, των οποίων τα σωματίδια θα έχουν κοινές ιδιότητες, καθώς και ασυνέχειες που μπορεί να υπάρχουν στο συνθετικό πέτρωμα.

2. Αρχική κατάσταση

Σε αυτό το στάδιο θα ορισθεί αν τα όρια του δοκιμίου θα αποτελούνται από τους τοίχους ή από μια σειρά σφαιριδίων έπειτα από την απομάκρυνση των τοίχων. Επίσης ορίζονται και οι ιδιότητες των ορίων (ταχύτητα, δυνάμεις επαφής). Στη συνέχεια οι ιδιότητες μπορούν να μεταβληθούν αν απαιτείται. Στο ίδιο στάδιο γίνεται και η ανάθεση της αρχικής εντατικής κατάστασης και του πορώδους.

3. Επιλογή τύπου επαφής

Με τον όρο επαφή εννοείται η αλληλεπίδραση των σωματιδίων που βρίσκονται σε επαφή. Ο τύπος της επαφής μπορεί να αφορά στην ελαστική σχέση μεταξύ της δύναμης της επαφής με την σχετική παραμόρφωση, συσχετίζοντάς τις μέσω της δυστροπίας τους (contact - stiffness models). Επίσης, μπορεί να αφορά στην ολίσθηση ή και απομάκρυνση των σωματιδίων ανάλογα το μέγεθος της εφελκυστικής δύναμης που εφαρμόζεται ανάμεσα στα σωματίδια που εφάπτονται (slip and separation model). Τέλος, μπορεί να αφορά σε σωματίδια που όχι μόνο βρίσκονται σε επαφή αλλά είναι κολλημένα μεταξύ τους με σημειακούς ή παράλληλους δεσμούς (bonding models).

4. Επιλογή ιδιοτήτων του υλικού

Η ανάθεση ιδιοτήτων του υλικού αφορά τόσο τις ιδιότητες των σφαιρών (ή δίσκων) όσο και τους δεσμούς ανάμεσά τους. Με το PFC^{2D} προσομοιώνεται η συμπεριφορά ενός υλικού με βάση τη συμπεριφορά των μικροστοιχείων (κόκκων) που συνθέτουν το εκάστοτε υλικό. Σε αυτή τη φάση αν δεν είναι γνωστές οι ιδιότητές τους, είναι δύσκολο να επιλεγούν, αλλά εύκολο να ορισθούν στον κώδικα. Μιας και το πέτρωμα που αναπαρίσταται είναι ασυνεχές, κάνοντας

δοκιμές στη μοντελοποίηση με διάφορους συνδυασμούς μικρο-παραμέτρων, όπως είναι το μέτρο παραμόρφωσης των δεσμών ή ο συντελεστής τριβής των σφαιρών, θα μπορέσει να βρεθεί ο καλύτερος συνδυασμός ώστε το συνθετικό πέτρωμα όταν υποβληθεί σε αριθμητικές δοκιμές να δίνει αποτελέσματα συγκρίσιμα με εκείνα ενός πραγματικού πετρώματος που υποβάλλεται σε εργαστηριακές δοκιμές.

5. Φόρτιση – Επίλυση – Προσομοίωση σε στάδια

Η φόρτιση μπορεί να είναι είτε παθητική ή ενεργητική. Στην παθητική φόρτιση, οποιαδήποτε μεταβολή στο μοντέλο, προκαλεί μεταφορά του φορτίου σε αυτό. Αντίστοιχα, η ενεργητική φόρτιση επιβάλλεται εξωτερικά. Αξίζει να αναφερθεί ότι στους τοίχους δεν μπορούν να ασκηθούν δυνάμεις, μπορούμε μόνο να τους υποβάλλουμε σε κίνηση καθορίζοντας μη μηδενικές τιμές για την ταχύτητά τους. Με τον όρο επίλυση αναφερόμαστε στους υπολογιστικούς κύκλους και στα βήματα που εκτελεί το πρόγραμμα έως ότου φτάσει το μοντέλο σε κατάσταση ισορροπίας. Αυτή μπορεί να είναι στατική ή δυναμική. Η κύρια διαφορά μεταξύ τους είναι ο τρόπος απόσβεσης. Επειδή η DEM είναι μια πλήρως δυναμική μέθοδος, κάποια μορφή απόσβεσης είναι απαραίτητη για απορρόφηση της κινητικής ενέργειας. Στα πραγματικά υλικά, οι διάφορες μικροσκοπικές διαδικασίες όπως η εσωτερική τριβή και η διασπορά κυμάτων καταναλώνουν την κινητική ενέργεια. Στο μοντέλο BPM, εφαρμόζεται τοπική, μη ιξώδης απόσβεση, ορίζοντας ένα συντελεστή απόσβεσης, α . Στην στατική επίλυση είναι τέτοιος ώστε το σύστημα να ισορροπήσει στον ελάχιστο δυνατό αριθμό υπολογιστικών κύκλων. Αντίθετα στη δυναμική επίλυση η απόσβεση παίρνει μειωμένες και πιο ρεαλιστικές τιμές. Εξορισμού η επίλυση είναι στατική. Η προσομοίωση σε στάδια αφορά σε αλλαγές στη γεωμετρία του μοντέλου ή/και στις παραμέτρους που έχει θέσει ο χρήστης κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης και αφού έχει ολοκληρωθεί η επίλυση ενός προηγούμενου σταδίου.

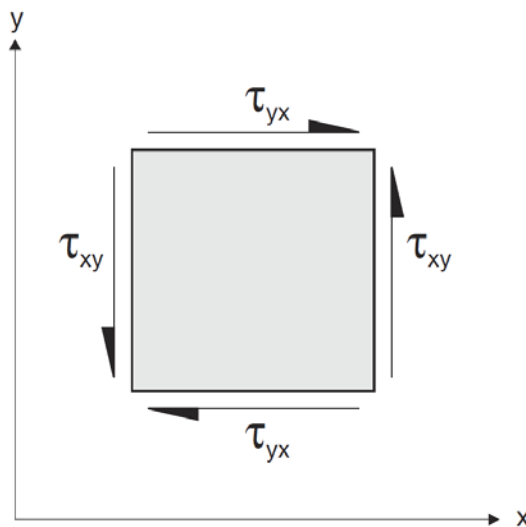
6. Ερμηνεία αποτελεσμάτων

Επειδή το PFC^{2D} προσομοιώνει ένα μη γραμμικό σύστημα διακριτών στοιχείων καθώς εξελίσσεται ο υπολογιστικός χρόνος, είναι σχετικά δύσκολη η ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Συνεπώς, η ερμηνεία θα πρέπει να γίνει με την ανάλυση

διαφόρων δεικτών (π.χ. η ισορροπία των δυνάμεων) ή διαγραμμάτων, την επισκόπηση των αρχείων καταγραφής του ιστορικού της επίλυσης, ή την παρακολούθηση βίντεο κάποιας δοκιμής που έχουμε προσομοιώσει.

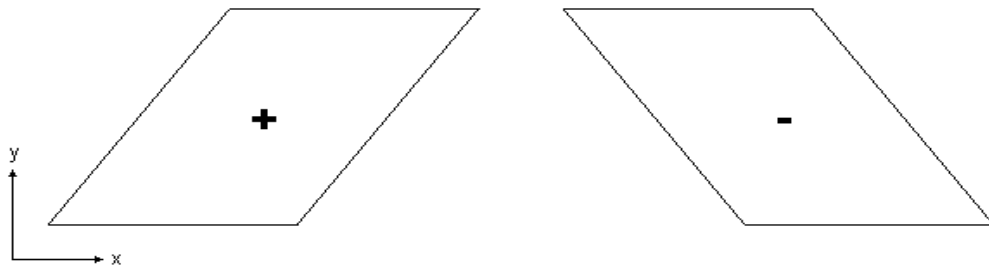
Σχετικά με τη σύμβαση που υιοθετεί ο κώδικας PFC^{2D} για τα πρόσημα και τις μονάδες, σημειώνεται ότι αυτή δε συμπίπτει με τη σύμβαση της βραχομηχανικής σε ό,τι αφορά τα πρόσημα. Συγκεκριμένα:

- Ορθή τάση: Με αρνητικό πρόσημο ορίζονται οι θλιπτικές τάσεις.
- Διατμητική τάση: Η θετική φορά της διατμητικής τάσης θα είναι όμοια με τη φορά του θετικού ημιάξονα με τον οποίο είναι παράλληλη, αν το ίδιο ισχύει και για τη θετική ορθή τάση που ασκείται στο ίδιο επίπεδο με αυτή. Ειδάλλως συμβαίνει το αντίθετο.



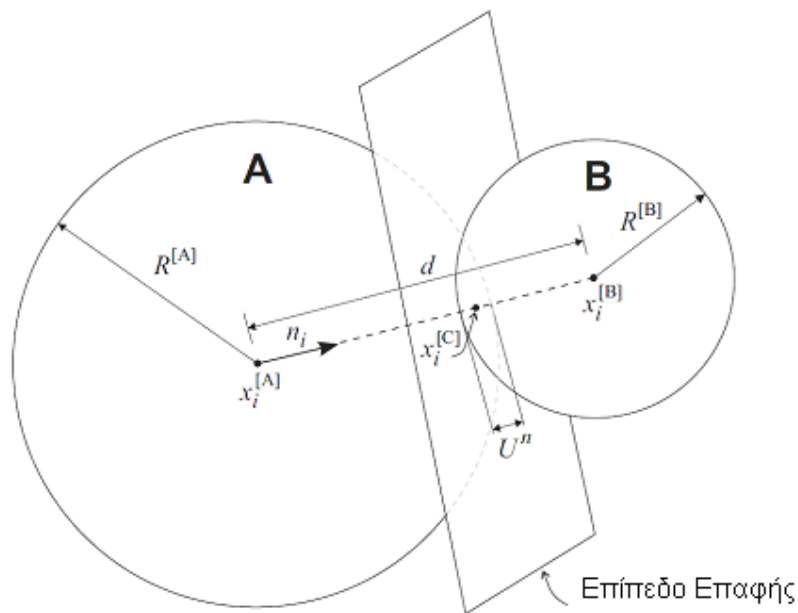
Σχήμα 2.1: Θετική διατμητική τάση.

- Τροπή: Για την ορθή τροπή ισχύουν κανόνες ανάλογοι με την ορθή τάση (η βράχυνση θεωρείται αρνητική). Για τη διατμητική τροπή, παραμόρφωση με διεύθυνση που συνάδει με τη φορά του θετικού ημιάξονα των x , θεωρείται θετική.



Σχήμα 2.2: Θετική και αρνητική διατμητική τροπή.

- Δυνάμεις επαφής: Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής αναλύονται σε μια ορθή και μια διατμητική συνιστώσα στο επίπεδο επαφής. Οι ορθές δυνάμεις επαφής δρουν κάθετα στο επίπεδο επαφής, ενώ οι διατμητικές δυνάμεις επαφής δρουν στο επίπεδο. Θετικές θεωρούνται οι ορθές δυνάμεις επαφής που προκαλούν θλίψη.



Σχήμα 2.3: Δυνάμεις επαφής.

- Διανυσματικά μεγέθη: Τα διανύσματα όταν αναλύονται σε τετμημένες και τεταγμένες, αυτές θα παίρνουν θετικές τιμές όταν είναι ανάλογες με τους θετικούς ημιάξονες x και y σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων xOy .

- Περιστροφές: Η θετική φορά περιστροφής είναι αντίθετη με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Το ίδιο ισχύει και για τις ροπές.

Οι μονάδες μπορεί είναι όλες στο SI και δεν γίνεται καμία μετατροπή μέσω του προγράμματος. Συμβατά συστήματα μονάδων δίνονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 2.1: Συμβατά συστήματα μονάδων.

	SI				Imperial	
Μήκος	m	m	m	cm	ft	in
Πυκνότητα	kg/m ³	10 ³ kg/m ³	10 ⁶ kg/m ³	10 ⁶ g/cm ³	slugs/ft ³	snails/in ³
Δύναμη	N	kN	MN	Mdynes	lbf	lbf
Τάση	Pa	kPa	MPa	bar	lbf /ft ²	psi
Βαρύτητα	m/sec ²	m/sec ²	m/sec ²	cm/s ²	ft/sec ²	in/sec ²
Δυστροπία μπάλας	N/m	kN/m	MN/m	Mdynes/cm	lbf/ft	lbf/in
Δυστροπία παράλληλου δεσμού	Pa/m	kPa/m	MPa/m	bar/cm	lbf/ft ³	lbf/in ³

Πριν προχωρήσουμε στη μηχανική προσέγγιση του PFC^{2D}, θα αναφέρουμε κάποιες παραδοχές που κάνει ο κώδικας μιας και λειτουργεί σε διδιάστατο περιβάλλον. Σε ένα σύνολο σφαιρών ή δίσκων θα υπάρχουν μόνο δύο συνιστώσες για την ανάλυση των δυνάμεων και μια για τη ροπή και μόνο αυτές θα λαμβάνονται υπόψη στις εξισώσεις κίνησης και στις σχέσεις δυνάμεων - μετατοπίσεων. Επιπλέον, τα κέντρα βάρους όλων των σωματιδίων θα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο κατά την προσομοίωση. Η τάση και η τροπή, ως συνεχείς μεταβλητές, δεν ορίζονται σε κάθε σημείο στο μοντέλο, επειδή το μέσο είναι ασυνεχές. Για την τάση υπολογίζεται μια μέση τάση, σε κάποια περιοχή οριζόμενη από το χρήστη (measurement circle), η οποία προκύπτει από τη συσχέτιση των δύο συνιστωσών της δύναμης σε κάθε σωματίδιο ανά μήκος περιφέρειας του σωματιδίου. Διαιρώντας την τελευταία με το

πάχος του σωματιδίου, προκύπτει μια τιμή τάσης. Η μέση τάση στην περιοχή μέτρησης προκύπτει ως ο μέσος όρος της τάσης κάθε σωματιδίου.

Η τροπή υπολογίζεται λαμβάνοντας παραμορφώσεις μόνο κατά τη διεύθυνση των αξόνων x και y . Η ογκομετρική τροπή υπολογίζεται ως το άθροισμα της αξονικής με τη διαμετρική τροπή. Το πορώδες υπολογίζεται με βάση την επιφάνεια που καλύπτουν τα κενά προς την επιφάνεια που καλύπτουν οι σφαίρες, σε αντίθεση με την τριδιάστατη προσέγγιση που αφορά στο λόγο των όγκων και όχι των επιφανειών. Ο Deresiewicz (1958) υπολόγισε ότι το μικρότερο πορώδες σε ομοιόμορφη μέγεθος σφαιρών μπορεί να είναι 0,0931 σε διδιάστατο χώρο ενώ στον τριδιάστατο 0,2595. Τέλος, η μάζα υπολογίζεται βάσει του ειδικού βάρους, της ακτίνας και του πάχους της κάθε σφαίρας.

2.4. Μηχανική στο PFC^{2D}

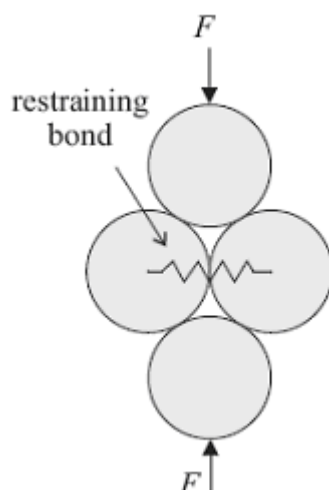
Η αναπαράσταση του πετρώματος ως σύνολο σωματιδίων συγκολλημένων στις επαφές τους επιχειρεί να προσεγγίσει όσο το δυνατόν πιο ικανοποιητικά τη συμπεριφορά του φυσικού πετρώματος. Η τεχνική αυτή αναφέρεται από τους Potyondy & Cundall (2004) ως μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων (bonded particle model, BPM) και με αυτό θα ασχοληθούμε στην παρούσα εργασία. Το BPM μπορεί να λάβει διάφορες παραλλαγές (π.χ. Cho et al., 2009), ανάλογα με το σχήμα των σωματιδίων ή την αρχική αλληλοεπικάλυψή τους. Επιπλέον, επιλέγοντας κατάλληλες καταστατικές σχέσεις για τις επαφές, μπορούν να προσομοιωθούν φαινόμενα όπως η διαστολή λόγω εκτενούς μικρορωγμάτωσης, ή η χρονικά εξαρτώμενη παραμόρφωση. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το BPM αναφέρεται και ως συνθετικό πέτρωμα.

2.4.1. Μηχανισμός Ρωγμάτωσης στο PFC^{2D}

Στο PFC^{2D} τα σωματίδια θεωρούνται ως άκαμπτα στοιχεία, που παραμορφώνονται τοπικά στα σημεία επαφής τους. Οι επαφές θεωρούνται ότι έχουν πεπερασμένη ορθή και διατμητική δυστροπία, ανάλογα με την οποία εξελίσσεται και

η παραμόρφωση. Τα σωματίδια μπορούν να βρίσκονται απλά σε επαφή ή να είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους αναπαριστώντας ένα στερεό υλικό. Σε αυτή την περίπτωση, η θραύση του υλικού εμφανίζεται μέσω της προοδευτικής θραύσης των δεσμών των σωματιδίων, όταν η φόρτιση ξεπεράσει την αντοχή των δεσμών.

Στο σχήμα 2.4 φαίνεται ο σχηματισμός εφελκυστικών ρωγμών που έχουν προκληθεί από θλιπτικές δυνάμεις. Συγκεκριμένα, η αξονική δύναμη F τείνει να απομακρύνει τις σφαίρες από το συσσωμάτωμα, έτσι ο δεσμός μεταξύ τους υπόκειται σε εφελκυσμό. Τέτοιες αξονικές μικρορωγμές εμφανίζονται κυρίως κατά τα αρχικά στάδια φόρτισης σε δοκιμές θλίψης που εφαρμόζονται σε συνδεδεμένα σύνολα κυκλικών ή σφαιρικών σωματιδίων.



Σχήμα 2.4: Μηχανισμός ρωγμάτωσης σε συσσωμάτωμα σφαιριδίων στο PFC^{2D}.

2.4.2. Μοντέλο Συνδεδεμένων Σωματιδίων – BPM

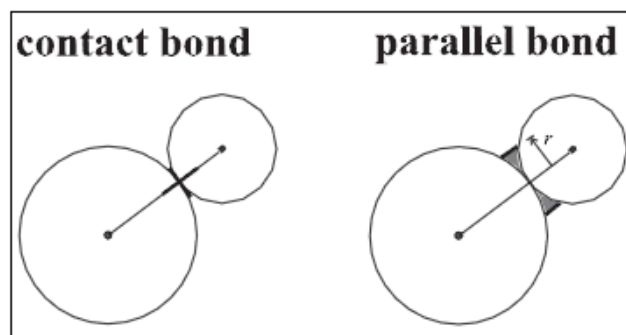
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με την προσομοίωση βραχυδών δοκιμών, με την τεχνική του BPM. Μια από τις απαιτήσεις για τη δημιουργία ενός BPM είναι η επιλογή κατάλληλων παραμέτρων των επαφών μεταξύ των σωματιδίων και των δεσμών, ώστε το συνθετικό πέτρωμα να παρουσιάζει παρόμοια μακροσκοπική συμπεριφορά με το φυσικό πέτρωμα. Η επιλογή γίνεται συνήθως με βάση τα αποτελέσματα τυπικών εργαστηριακών δοκιμών, που στη συνέχεια προσομοιώνονται αριθμητικά και το BPM βαθμονομείται

ώστε να προσεγγίσει τη συμπεριφορά του πετρώματος σε αυτές. Οι παραδοχές που υιοθετούνται για τη δημιουργία του BPM είναι οι εξής:

1. Τα σωματίδια να έχουν μορφή σφαιρών ή δίσκων πεπερασμένου πάχους, να είναι άκαμπτα και να έχουν πεπερασμένη μάζα.
2. Τα σωματίδια θα κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους, μεταθετικά ή και περιστροφικά.
3. Τα σωματίδια θα αλληλεπιδρούν μόνο στις επαφές τους. Λόγω της γεωμετρίας τους, μεταξύ δύο σφαιριδίων ή δίσκων θα μπορεί να υπάρχει μόνο μια επαφή.
4. Πιθανές αλληλεπικαλύψεις μεταξύ των σωματιδίων θα πρέπει να είναι τόσο μικρές ώστε οι επαφές μεταξύ τους να θεωρούνται σημειακές.
5. Στις επαφές μπορούν να αντιστοιχισθούν δεσμοί. Οι δεσμοί θεωρούνται ότι έχουν πεπερασμένη ορθή και διατμητική δυστροπία και αντοχή. Οι δεσμοί μπορούν να φέρουν φορτία κι όταν η φόρτιση υπερβεί την αντοχή τους, τότε θραύονται.
6. Για την επίλυση εφαρμόζονται οι νόμοι κίνησης του Νεύτωνα, οι οποίοι συσχετίζουν τη σχετική κίνηση των σωματιδίων με τη δύναμη και τη ροπή που αναπτύσσονται στις επαφές τους. Επίσης εφαρμόζονται οι επιλεχθείσες σχέσεις δύναμης – μετατόπισης στις επαφές.

2.4.3. Δεσμοί μεταξύ των σωματιδίων

Οι Potyondy & Cundall (2004) παρομοιάζουν τους δεσμούς των σωματιδίων στο PFC^{2D} με το συγκολλητικό υλικό των κόκκων των κλαστικών ιζηματογενών πετρωμάτων ή με τη νοητή συγκόλληση των κρυστάλλων των κρυσταλλικών πετρωμάτων. Στο PFC^{2D} μπορούμε να ορίσουμε δύο διαφορετικούς τύπους δεσμών, τους σημειακούς (contact bond) και τους παράλληλους (parallel bond).



Σχήμα 2.5: Αναπαράσταση σημειακού δεσμού και παράλληλου δεσμού.

Ο σημειακός δεσμός μπορεί να θεωρηθεί ως δύο ελατήρια κάθετα και παράλληλα στο επίπεδο της επαφής, με σταθερή ορθή και διατμητική δυστροπία. Αυτά τα ελατήρια έχουν διατμητική και εφελκυστική αντοχή. Η ύπαρξη ενός σημειακού δεσμού δεν επιτρέπει την ολίσθηση των συνδεδεμένων σωματιδίων. Επιπλέον, το μέγεθος της διατμητικής δύναμης επαφής περιορίζεται από τη διατμητική αντοχή του δεσμού. Ο σημειακός δεσμός επιτρέπει την ανάπτυξη εφελκυστικών δυνάμεων, όμως το μέγεθός τους καθορίζεται από την ορθή αντοχή του δεσμού.

Για να ορίσουμε ένα σημειακό δεσμό αρκεί να δώσουμε τιμές για την ορθή αντοχή του ($F_{nc}[\text{force}]$), καθώς και την διατμητική αντοχή του ($F_{sc}[\text{force}]$). Αυτές οι παράμετροι ορίζονται στο πρόγραμμα με την εντολή PROPERTY – nbond και sbond για την ορθή και διατμητική αντοχή αντίστοιχα. Αν το μέγεθος της εφελκυστικής δύναμης επαφής ισούται ή υπερβαίνει την ορθή αντοχή του δεσμού, τότε αυτός σπάει και οι ορθές και διατμητικές δυνάμεις επαφής μηδενίζονται. Αντίθετα, αν η διατμητική δύναμη επαφής ισούται ή υπερβαίνει τη διατμητική αντοχή του δεσμού, ο δεσμός θα αστοχήσει αλλά δεν μεταβάλλεται η τιμή των δυνάμεων επαφής, με την προϋπόθεση ότι οι διατμητικές δυνάμεις δεν υπερβαίνουν το όριο ολίσθησης και οι ορθές είναι θλιπτικές.

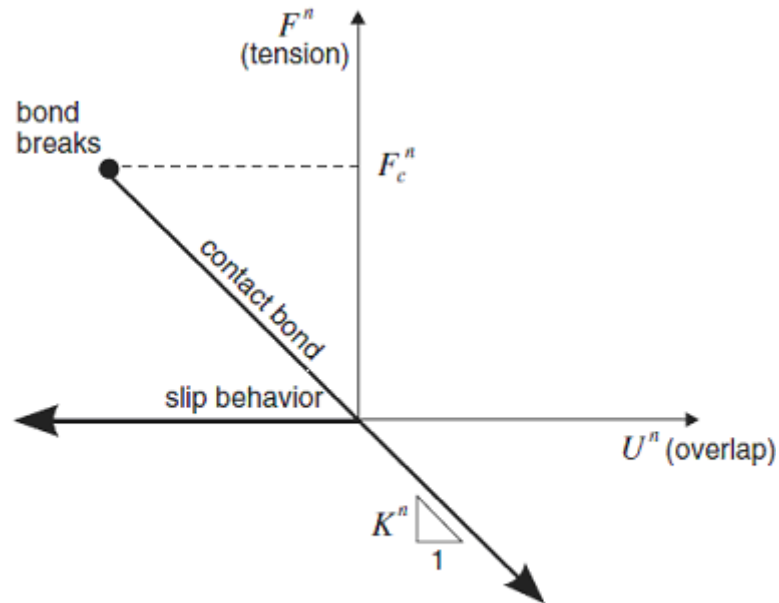
Στο σχήμα 2.6 φαίνεται η σχέση της ορθής και διατμητικής συνιστώσας και της σχετικής μετατόπισης της επαφής των σωματιδίων, που ασκούνται σε ένα σημείο, με τις σχέσεις δυνάμεων μετατοπίσεων. Οι συμβολισμοί στο σχήμα είναι οι εξής:

F_n : ορθή δύναμη επαφής (θετική δύναμη θεωρείται εφελκυστική)

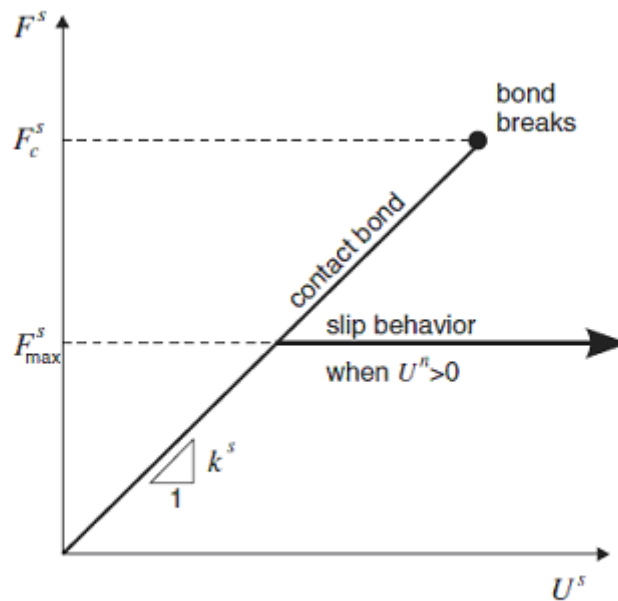
U_n : σχετική ορθή μετατόπιση (θετική μετατόπιση θεωρείται η επικάλυψη)

F_s : συνολική διατμητική δύναμη επαφής

U_s : συνολική διατμητική μετατόπιση υπολογισμένη σε σχέση με το σημείο όπου βρισκόταν ο σημειακός δεσμός όταν σχηματίστηκε



(a) normal component of contact force

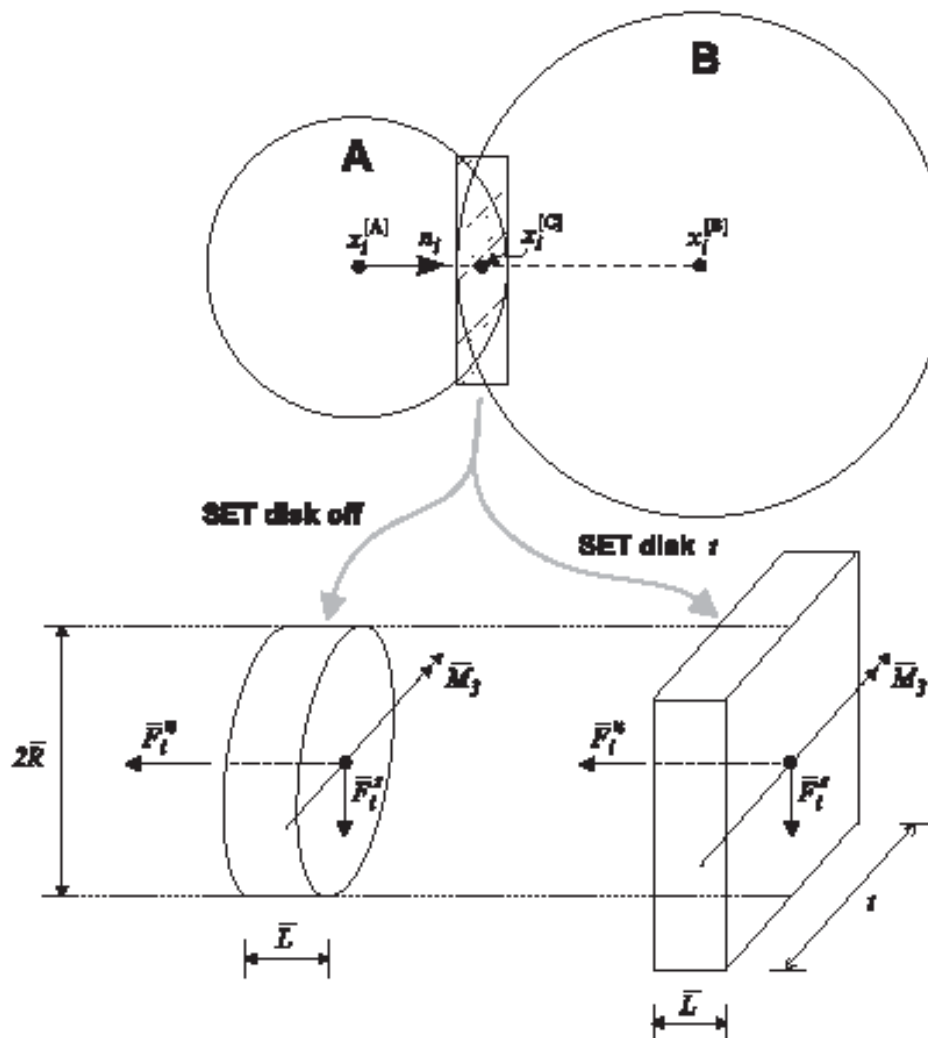


(b) shear component of contact force

Σχήμα 2.6: Δυνάμεις επαφής.

- α) Ορθές συνιστώσες.
- β) Διατμητικές συνιστώσες.

Ο παράλληλος δεσμός μπορεί να θεωρηθεί ως ελατήρια σταθερής ορθής και διατμητικής δυστροπίας, ομοιόμορφα κατανεμημένα σε μια ορθογωνική επιφάνεια παράλληλη με το επίπεδο του δεσμού. Τα ελατήρια δρουν παράλληλα με τα ελατήρια της επαφής (point contact springs), η χρήση των οποίων αφορά στην σημειακή ανάθεση της δυστροπίας των σωματιδίων. Οι σχέσεις δυνάμεων – μετατοπίσεων φαίνονται στο σχήμα 2.6. Στους παράλληλους δεσμούς οφείλεται η ελαστική αλληλεπίδραση μεταξύ των σωματιδίων. Αυτή η αλληλεπίδραση θα γίνεται παράλληλα με την ολίσθηση ή τη συμπεριφορά των σημειακών δεσμών, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο. Συνεπώς, η ύπαρξη ενός παράλληλου δεσμού δεν αποκλείει το ενδεχόμενο ολίσθησης.



Σχήμα 2.7: Αναπαράσταση παράλληλου δεσμού.

Οι παράλληλοι δεσμοί μπορούν να αντιστέκονται σε ροπές που δημιουργούνται από την περιστροφική κίνηση των σφαιριδίων, σε αντίθεση με τους σημειακούς. Σχετική κίνηση στο δεσμό, που συμβαίνει μετά τη δημιουργία του, προκαλεί την ανάπτυξη δύναμης και ροπής στο συνδετικό υλικό του δεσμού, λόγω της δυστροπίας του. Η δύναμη και η ροπή που προκαλούνται δρουν στα συνδεδεμένα σωματίδια και μπορούν να συσχετισθούν με τη μέγιστη ορθή και διατμητική τάση που ασκούνται στο συνδετικό υλικό του δεσμού, καθώς και στην περιφέρειά του. Αν κάποια από τις δύο μέγιστες τάσεις υπερβεί την αντίστοιχη αντοχή του δεσμού, τότε αυτός αστοχεί.

Μετά τη θραύση ενός σημειακού δεσμού, η ορθή δυστροπία της επαφής εξακολουθεί να είναι ενεργή για όσο τα σωματίδια βρίσκονται σε επαφή. Με τη θραύση ενός παράλληλου δεσμού η δυστροπία του δεσμού μηδενίζεται και μόνο η δυστροπία της επαφής παραμένει ενεργή. Έτσι, χρησιμοποιώντας σημειακούς δεσμούς η μακροσκοπική δυστροπία του συνθετικού πετρώματος δεν επηρεάζεται έντονα από τη θραύση των δεσμών. Αντίθετα, χρησιμοποιώντας παράλληλους δεσμούς η θραύση των δεσμών οδηγεί σε μείωση της μακροσκοπικής δυστροπίας του συνθετικού πετρώματος. Από την άποψη αυτή, η χρήση παράλληλων δεσμών πλεονεκτεί, αφού προσεγγίζει ρεαλιστικότερα την συμπεριφορά του πετρώματος.

Τέλος, για να ορίσουμε ένα παράλληλο δεσμό αρκεί να δώσουμε τιμές για την ορθή αντοχή του (σ_c), την διατμητική αντοχή του (τ_c), την ορθή και διατμητική δυστροπία του ($k_n - k_s$ αντίστοιχα) και την ακτίνα R του δεσμού. Αυτές οι παράμετροι ορίζονται στο πρόγραμμα με την εντολή PROPERTY – pb nstrength, pb sstrength pb kn, pb ks και pb radius.

2.4.4. Επαφές

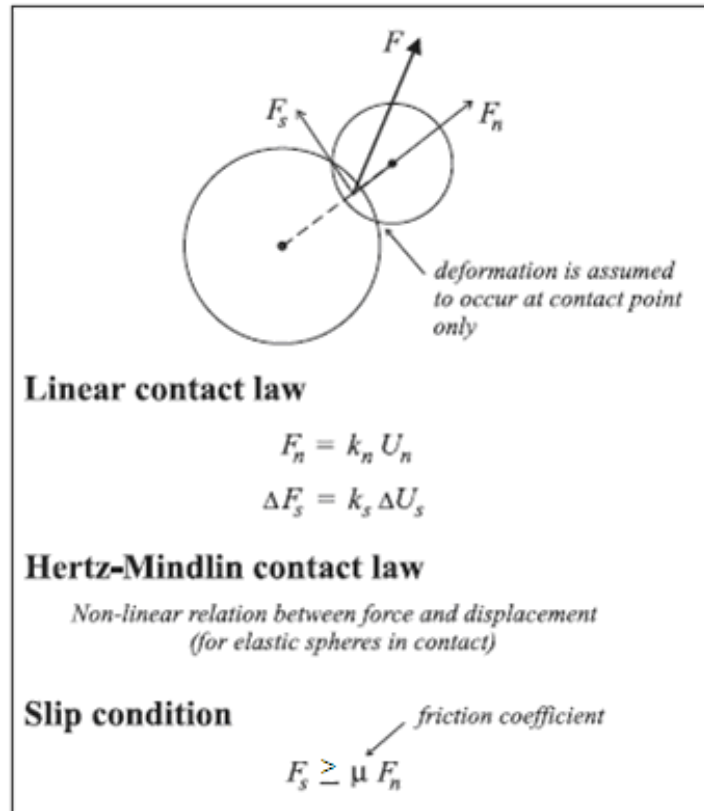
Όλες οι επαφές υπακούν είτε στο γραμμικό μοντέλο ή στο μοντέλο του Hertz, ανάλογα τις ιδιότητες των επαπτόμενων στοιχείων (μπάλα - μπάλα ή μπάλα - τοίχο). Το γραμμικό μοντέλο εφαρμόζεται κατά την ύπαρξη του σημειακού δεσμού. Η συμπεριφορά του παράλληλου δεσμού περιγράφεται με την προσθήκη του συνδετικού στοιχείου σε μια επαφή σφαιριδίων. Αυτό το στοιχείο συμπεριφέρεται παράλληλα με τα άλλα στοιχεία που δρουν σε μια επαφή.

Οι δυστροπίες των επαφών συσχετίζουν τις ασκούμενες στις επαφές δυνάμεις με την σχετική παραμόρφωση κατά την ορθή και διατμητική διεύθυνση ως εξής:

$$F^n = K^n U^n \rightarrow \text{ορθή δυστροπία}$$
$$\Delta F^s = -k^s \Delta U^s \rightarrow \text{διατμητική δυστροπία}$$

Όπου με F συμβολίζονται οι δυνάμεις, με K^n η ορθή δυστροπία, με k^s η διατμητική δυστροπία, U^n η αλληλοεπικάλυψη μεταξύ των σωματιδίων και ΔU^s η σχετική διατμητική μετατόπιση.

Σε ό,τι αφορά την ολίσθηση διατυπώνονται κάποιες εξισώσεις που συσχετίζουν την ορθή και διατμητική δύναμη έτσι ώστε να μπορούν τα δύο εφαπτόμενα στοιχεία να ολισθαίνουν σχετικά το ένα με το άλλο. Αυτό προϋποθέτει ότι δεν θα υπάρχει ορθή αντοχή σε εφελκυσμό και η ολίσθηση θα επιτευχθεί με τον περιορισμό της διατμητικής δύναμης. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει να μην υπάρχει αλληλοεπικάλυψη των δύο σφαιριδίων. Δεν θα ισχύουν τα παραπάνω αν υπάρχει σημειακός δεσμός μεταξύ των σωματιδίων. Είναι προφανές ότι η ολίσθηση θα εξαρτάται από το συντελεστή τριβής μ , ο οποίος στην περίπτωση επαφής δύο σφαιριδίων, θα λαμβάνεται ο μικρότερος εξ αυτών και ορίζεται στο πρόγραμμα με την εντολή PROPERTY - friction.



Σχήμα 2.8: Σύνοψη νόμων που ισχύουν στις επαφές των σωματιδίων.

2.4.5. Συμπεριφορά των δεσμών

Στην ανάλυση της συμπεριφοράς των δεσμών που ακολουθεί, συσχετίζεται η συμπεριφορά της επαφής δύο σωματιδίων με τη συμπεριφορά μιας ανελαστικής δοκού με άκρα στα κέντρα των δύο σφαιριδίων. Η υποθετική αυτή δοκός, έχει μήκος L , διατομή A και ροπή αδράνειας I , μέτρο ελαστικότητας E , λόγο του Poisson ν και παραμέτρους αντοχής σ_c (ορθή) και τ_c (διατμητική). Το μέτρο ελαστικότητας της επαφής δύο σωματιδίων συμβολίζεται με E_c και το αντίστοιχο ενός δεσμού με \bar{E}_c . Αν δύο σωματίδια A και B βρίσκονται σε επαφή, η ακτίνα της υποθετικής δοκού ορίζεται ως ο μέσος όρος της ακτίνας των σωματιδίων A, B :

$$\bar{R} = \frac{R^{[A]} + R^{[B]}}{2}$$

Αντίστοιχα το μήκος της δοκού θα ορίζεται ως:

$$L = 2\tilde{R} = R^{[A]} + R^{[B]}$$

Ένας σημειακός δεσμός καθορίζεται από δύο παραμέτρους αντοχής, την ορθή φ_n και την διατμητική φ_s . Αυτές οι παράμετροι εκφράζονται σε μονάδες δύναμης και για να συσχετιστούν με μονάδες τάσης διαιρούνται με την επιφάνεια του δεσμού. Όταν η δύναμη επαφής ξεπεράσει ποσοτικά την τιμή της αντοχής του δεσμού τότε αυτός σπάει και η συμπεριφορά της επαφής γίνεται παρόμοια με αυτή ενός κοκκώδους υλικού χωρίς δεσμούς. Αφού ο σημειακός δεσμός δεν μπορεί να φέρει καμπτικά φορτία, η συμπεριφορά του μπορεί να συγκριθεί με τη συμπεριφορά μιας υποθετικής δοκού που υποβάλλεται σε καθαρά αξονική και διατμητική φόρτιση. Η διατομή και η ροπή αδράνειας της υποθετικής δοκού μπορούν να εκφραστούν αντίστοιχα ως εξής:

$$A = 2\tilde{R}t$$
$$I = \frac{1}{12}t(2R)^3$$

Επιπλέον, για καθαρή αξονική και καθαρή διατμητική φόρτιση, η ορθή και διατμητική συμπεριφορά είναι ανεξάρτητες και η ορθή και διατμητική δυστροπία μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$k^n = \frac{AE_c}{L}$$
$$k^s = \frac{12IE_c}{L^3}$$

Όπου, E_c είναι το μέτρο ελαστικότητας του σημειακού δεσμού, που είναι διαφορετικό και συνήθως μεγαλύτερο από το μέτρο ελαστικότητας του συνθετικού υλικού.

Όπως προαναφέρθηκε η συμπεριφορά των δεσμών παρομοιάζεται με αυτή των ελατηρίων, με διαφορετική διάταξη ανάλογα το είδος του δεσμού. Η συμπεριφορά των ελατηρίων του παράλληλου δεσμού είναι παρόμοια με εκείνη μιας δοκού με

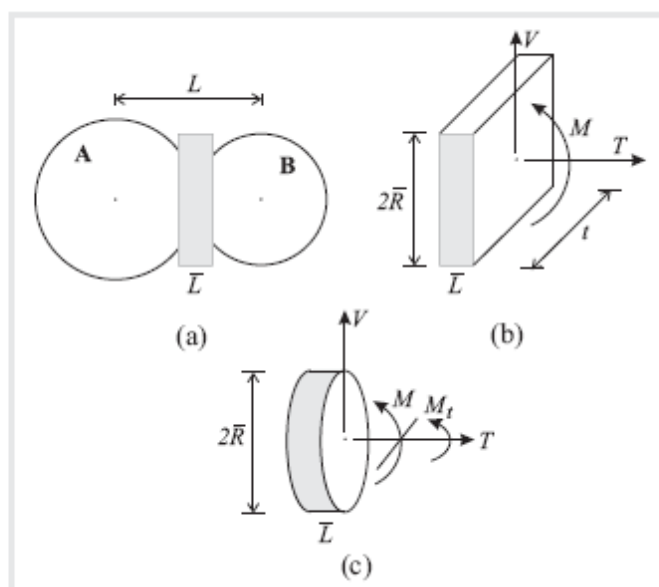
μήκος L που προσεγγίζει το μηδέν. Η σχετική κίνηση σε μία επαφή παράλληλα συνδεδεμένη προκαλεί αξονικές και τέμνουσες δυνάμεις T , V αντίστοιχα, καθώς και ροπή M . Οι μέγιστες ορθές και διατμητικές τάσεις ($\bar{\sigma}$ και $\bar{\tau}$ αντίστοιχα) που ασκούνται στο συνδετικό υλικό του δεσμού δίνονται από τους παρακάτω τύπους.

$$\bar{\sigma} = \frac{T}{A} + \frac{|M|\bar{R}}{I}$$

$$\bar{\tau} = \frac{|V|}{A}$$

Όπου με A και I συμβολίζονται η επιφάνεια και η ροπή αδράνειας της διατομής της υποθετικής δοκού που παριστάνει τον παράλληλο δεσμό. Ο παράλληλος δεσμός ακολουθεί τα ίδια κριτήρια αστοχίας όπως και ο σημειακός δεσμός. Στις παραπάνω σχέσεις η μεταβλητή που δίνει την ακτίνα, υπολογίζεται συναρτήσει ενός συντελεστή λ που καθορίζει το μήκος $2R$ του δεσμού παράλληλα με το επίπεδο της επαφής και των ακτινών των σφαιρών σε επαφή, ως εξής:

$$\bar{R} = \lambda \min\{R^{|A|}, R^{|B|}\}$$



Σχήμα 2.9: Σκαρίφημα παράλληλου δεσμού και των δυνάμεων που του ασκούνται.

2.4.6. Πορώδες

Έχοντας ήδη αναφέρει συνοπτικά τους νόμους που περιγράφουν τη συμπεριφορά ενός μοντέλου στο PFC^{2D}, αξίζει να αναφέρουμε και τον τρόπο υπολογισμού του πορώδους, μιας και μικρές αλλαγές του πορώδους προκαλούν μεγάλες διαφορές στην τάση, κάτι που ενδεχομένως να μας προβληματίσει στη συνέχεια. Το πορώδες n υπολογίζεται ως εξής:

$$n = 1 - \frac{A_p}{A}$$

Όπου A_p είναι η επιφάνεια που καταλαμβάνουν τα σωματίδια και A η συνολική επιφάνεια του χώρου. Αν θελήσουμε να φτιάξουμε μια κατανομή με συγκεκριμένο πορώδες, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την ακτίνα των σφαιρών με ένα πολλαπλασιαστή m . Αυτός υπολογίζεται ως εξής:

$$m = \sqrt{\frac{(1 - n)}{(1 - n_o)}}$$

Όπου με n_o συμβολίζεται το αρχικό πορώδες και με n το επιθυμητό. Το πορώδες δεν επηρεάζεται από τη μάζα των σφαιριδίων, επηρεάζει όμως την εντατική κατάσταση στην κατανομή. Η αρχική εντατική κατάσταση της κατανομής δεν μπορεί να ορισθεί στο πρόγραμμα απευθείας, αλλά εξαρτάται από τις αρχικές παραμέτρους που θέτουμε. Επομένως η κατασκευή αντιπροσωπευτικού πορώδους είναι σημαντική. Θα πρέπει όμως να προσέχουμε και την αλληλοεπικάλυψη που μπορεί να συμβεί, μιας και μπορεί να προκαλέσει μεγάλες τιμές προέντασης. Αποδεχτή τιμή στις αλληλεπικαλύψεις ορίζεται από το πρόγραμμα να είναι μικρότερη του 5% της ακτίνας των σφαιριδίων.

2.4.7. Σύνοψη Μικρομηχανικών Ιδιοτήτων

Γενικά, ένα μοντέλο BPM χαρακτηρίζεται από την πυκνότητα των σωματιδίων, το μέγεθός τους, την κατανομή του μεγέθους τους, την αρχική συμπίεση τους και τέλος τις μικρομηχανικές ιδιότητες της συνδετικής ύλης των κόκκων. Καθεμία από αυτές τις

παραμέτρους επηρεάζει τη συμπεριφορά του μοντέλου. Η πυκνότητα των κόκκων δεν επηρεάζει την ψευδοστατική συμπεριφορά αλλά συμπεριλαμβάνεται για την πληρότητα του μοντέλου. Οι παράμετροι που χρειάζεται να καθοριστούν για να εξασφαλιστεί η σωστή συμπεριφορά των σωματιδίων του υλικού είναι οι ακόλουθες:

$$\{E_c, (k_n / k_s), \mu\}$$

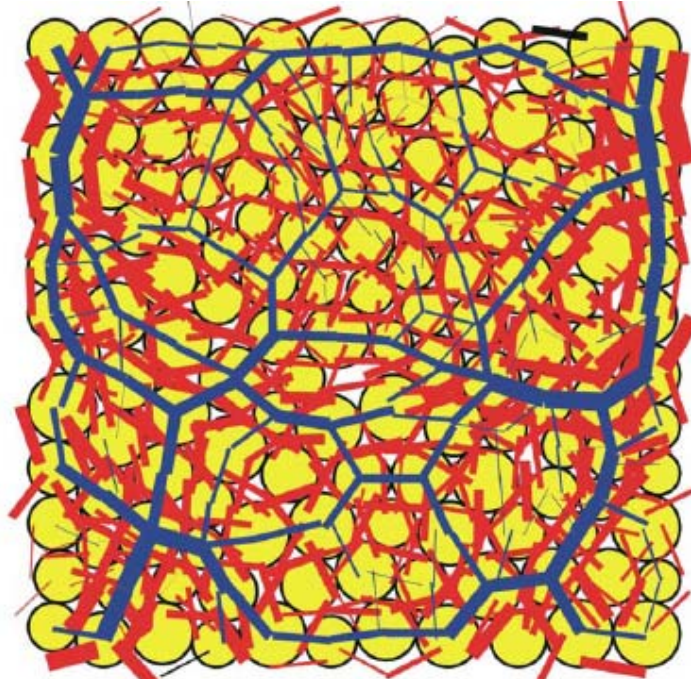
E_c είναι το μέτρο ελαστικότητας για τα σωματίδια, k_n/k_s ο λόγος των ακαμψιών και μ ο συντελεστής τριβής των σωματιδίων. Οι διάμετροι των σωματιδίων ικανοποιούν μια ομοιόμορφη κατανομή μεγέθους των σωματιδίων που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών D_{\min} και D_{\max} και μια πυκνή συμπίεση διαμορφώνεται με τον καθορισμό των ιδιοτήτων γένεσης του υλικού κατά την αρχική διαμόρφωση του μοντέλου. Η δομή του συστήματος των σωματιδίων ελέγχεται από το λόγο D_{\max}/D_{\min} . Είναι καθοριστικό να διαμορφωθούν από την αρχή του σχηματισμού του μοντέλου όλες οι μικροσκοπικές ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά του μοντέλου. Μετά τον καθορισμό των σφαιριδίων ακολουθεί ο καθορισμός των ιδιοτήτων της συνδετικής ύλης. Οι ιδιότητες που χρειάζεται να καθοριστούν είναι οι εξής:

$$\{\bar{\lambda}, \bar{E}_c, (\bar{k}_n / \bar{k}_s), \bar{\sigma}_c, \bar{\tau}_c\}$$

Όπου, \bar{E}_c το μέτρο ελαστικότητας του δεσμού, \bar{k}_n/\bar{k}_s ο λόγος των ακαμψιών του, $\bar{\sigma}_c$ και $\bar{\tau}_c$ η ορθή και διατμητική αντοχή του αντίστοιχα. Τα στάδια έχουν ως εξής:

1. Συμπύκνωση αρχικού συσσωματώματος.
2. Τοποθέτηση και εφαρμογή καθορισμένων υδροστατικών τάσεων.
3. Μείωση του αριθμού των σωματιδίων του μοντέλου που σε κάποια υπολογιστική φάση έχουν λιγότερες από 3 επαφές με άλλα σωματίδια (αυτά αναφέρονται ως floating particles στο εγχειρίδιο του PFC^{2D}).
4. Τοποθέτηση παράλληλων δεσμών.

5. Απομάκρυνση του δείγματος από την κυψέλη (vessel) και χαλάρωση συσσωματώματος.



Σχήμα 2.10: Κατανομή δυνάμεων στο μοντέλο μετά την απομάκρυνση της κυψέλης (material - genesis vessel). Με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται οι εφελκυστικές δυνάμεις των επαφών και με μπλε αντίστοιχα των σφαιριδίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΜΙΚΡΟ- ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΔΟΚΙΜΙΟΥ ΜΑΡΜΑΡΟΥ

3.1. Εισαγωγή

Η προσομοίωση της συμπεριφοράς βραχωδών δοκιμίων σε αριθμητικό κώδικα, όπως το PFC^{2D}, βασίζεται στην κατασκευή αριθμητικών μοντέλων με μικροπαραμέτρους που χαρακτηρίζουν το δοκίμιο που πρόκειται να προσομοιωθεί. Η δυστροπία των σφαιριδίων και των δεσμών τους, αποτελούν ορισμένες από τις υπό διερεύνηση μικροπαραμέτρους, καθώς και το είδος και η αντοχή των δεσμών μαζί με το μέγεθος των σφαιρών.

Για την επιλογή των κατάλληλων παραμέτρων, εφαρμόζεται συνήθως μια διαδικασία βαθμονόμησης, στην οποία η απόκριση του συνθετικού πετρώματος κατά την προσομοίωση μίας συγκεκριμένης κατάστασης φόρτισης συγκρίνεται με την αντίστοιχη απόκριση του πραγματικού πετρώματος. Αυτή η σύγκριση μπορεί να γίνει είτε στη βάση των συνήθων εργαστηριακών δοκιμών (π.χ. δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, δοκιμές τριαξονικής θλίψης κλπ.) ή στη βάση φορτίσεων κλίμακας πεδίου (π.χ. έκταση ζημίας γύρω από υπόγειες εκσκαφές) ανάλογα με την εφαρμογή για την οποία προορίζεται το BPM του PFC^{2D}.

Αυτή η διαδικασία βαθμονόμησης υλοποιείται συχνά με την εκτέλεση αρκετών επαναλήψεων, επεμβαίνοντας και διορθώνοντας τις παραμέτρους σε κάθε επανάληψη. Έτσι, η ίδια διαδικασία πρέπει να ακολουθείται κάθε φορά που επιχειρείται η προσομοίωση ενός διαφορετικού πετρώματος. Οι βασικές αρχές αυτής της διαδικασίας δίνονται στην επόμενη παράγραφο.

Για τον ακριβέστερο προσδιορισμό των μικρο-παραμέτρων, χρησιμοποιήσαμε στο κεφάλαιο αυτό τη μέθοδο που παρουσίασε ο Yoon (2007), η σχετικά με τον τρόπο βαθμονόμησης των παραμέτρων, σε μοντέλο δοκιμίου κατά την υποβολή του σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η μέθοδος κι έπειτα γίνεται εφαρμογή της σε δοκίμιο μαρμάρου, που υποβάλλεται σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης.

3.2. Μεθοδολογία PFC^{2D}

Για το χαρακτηρισμό κάθε μοντέλου ενός συνθετικού υλικού, αρκεί να είναι γνωστές οι παράμετροι της αντοχής (Γ) και της παραμορφωσιμότητας (Δ). Για να πετύχει ένα μοντέλο να αναπαράγει την επιθυμητή φυσική συμπεριφορά, είναι αναγκαία η αντιστοιχία κάθε παραμέτρου του μοντέλου, με ένα σύνολο ιδιοτήτων του υλικού που προσομοιώνεται. Για παράδειγμα, σε ένα γραμμικά ελαστικό μοντέλο ενός στερεού υλικού, το οποίο επιτρέπεται να αστοχήσει μόνο μέσω της δημιουργίας μιας εφελκυστικής ρωγμής, η παραμορφωσιμότητα αποτελεί συνάρτηση του μέτρου ελαστικότητας (E) και του λόγου του Poisson (ν), ενώ η αντοχή του εξαρτάται από τη δυσθραυστότητα (fracture toughness K_{IC}).

Για την μοντελοποίηση στο PFC^{2D}, δεν μπορεί να γίνει απευθείας αντιστοίχιση των παραμέτρων του μοντέλου με κάποιο σύνολο ιδιοτήτων του φυσικού υλικού, διότι η συμπεριφορά του μοντέλου επηρεάζεται επίσης από το μέγεθος των σωματιδίων και τη διάταξή τους στο μοντέλο (packing arrangement). Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων του μοντέλου στο PFC^{2D} και των ιδιοτήτων των υλικών που συνήθως μετρούνται, είναι γνωστή εκ των προτέρων μόνο για ορισμένες απλές διατάξεις. Για τυχαίες διατάξεις με τυχαίου μεγέθους σωματίδια, η αντιστοιχία γίνεται μέσα από μια διαδικασία βαθμονόμησης, όπου κάθε ξεχωριστό μοντέλο, με συγκεκριμένη διάταξη σωματιδίων και σύνολο παραμέτρων, χρησιμοποιείται για να προσομοιώσει ένα σύνολο δοκιμών (π.χ. δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, δοκιμή Brazilian κλπ). Έπειτα επιλέγονται οι παράμετροι του μοντέλου για την αναπαράσταση των ιδιοτήτων των υλικών, όπως αυτές μετρούνται στις αντίστοιχες δοκιμές.

Σε εργαστηριακή κλίμακα, οι ιδιότητες που συνήθως επιλέγονται για το χαρακτηρισμό της βραχυπρόθεσμης μακροσκοπικής απόκρισης των πετρωμάτων, είναι το μέτρο ελαστικότητας (E), ο λόγος του Poisson (ν), η τάση έναρξης της ρωγμάτωσης (σ_{ci}), η αντοχή (σε μονοαξονική θλίψη, ή η περιβάλλουσα αντοχής $\sigma_f = \sigma_f(P_c)$, όπου με σ_f συμβολίζεται η μέγιστη αντοχή και με P_c η πλευρική τάση). Για την επίτευξη των επιθυμητών ελαστικών παραμέτρων, της αντοχής και της τάσης έναρξης ρωγμάτωσης του μοντέλου, σε όσο το δυνατόν λιγότερες επαναλήψεις, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία βαθμονόμησης:

1. Αρχικά, θέτοντας μεγάλες τιμές για την αντοχή των δεσμών και μεταβάλλοντας το μέτρο ελαστικότητας των επαφών, αντιστοιχίζεται το μέτρο του Young. Αντίστοιχα για την εύρεση του λόγου του Poisson μεταβάλλεται ο λόγος της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία. Υπάρχει πιθανότητα να απαιτούνται αρκετές επαναλήψεις για την εύρεση και των δύο παραμέτρων.
2. Μόλις επιτευχθεί το πρώτο βήμα, θα προσεγγισθεί η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, θέτοντας την τυπική απόκλιση των αντοχών των δεσμών να είναι μηδενική και μεταβάλλοντας τη μέση αντοχή τους. Η αναλογία της ορθής προς τη διατμητική αντοχή του δεσμού θα επηρεάσει τη συμπεριφορά του μοντέλου, ως εκ τούτου, η αναλογία αυτή θα πρέπει να διατηρείται σταθερή.
3. Έπειτα θα γίνει η αντιστοίχιση της τάσης έναρξης ρωγμάτωσης, αυξάνοντας την τυπική απόκλιση των αντοχών των δεσμών. Αυτό μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της αντοχής του συνθετικού υλικού κι επομένως μπορεί να απαιτούνται κάποιες επαναλήψεις μεταξύ αυτού και του προηγούμενου βήματος.
4. Αν επιθυμείται ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς του συνθετικού υλικού μετά την μέγιστη αντοχή (post - peak), τότε αρκεί να μεταβληθεί η τιμή του συντελεστή τριβής (μ) των σωματιδίων.
5. Πλέον, με την πραγματοποίηση τριαξονικών δοκιμών με διαφορετικές τιμές για τον πλευρικό περιορισμό, είναι πιθανή η λήψη στοιχείων για την περιβάλλουσα αντοχής. Επίσης με την πραγματοποίηση δοκιμών αντιδιαμετρικής θλίψης μπορεί κανείς να λάβει πληροφορίες για την εφελκυστική αντοχή του συνθετικού υλικού.

3.2.1. Μέτρο ελαστικότητας – Λόγος του Poisson

Για μοντέλα συνδεδεμένα με σημειακούς δεσμούς, το μέτρο ελαστικότητας εξαρτάται από το μέτρο ελαστικότητας των επαφών (E_c) και το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία (k_n/k_s). Για το καθορισμό του πραγματοποιούνται θλιπτικές δοκιμές υπό την προϋπόθεση ότι η αντοχή των δεσμών θα είναι τόσο μεγάλη, ώστε να μην μπορούν να σπάσουν, άρα το υλικό θα συμπεριφέρεται ελαστικά. Αν η κατανομή του μεγέθους των σωματιδίων και ο λόγος των δυστροπιών είναι σταθερά, τότε η σχέση του μέτρου του Young με το μέτρο ελαστικότητας των δεσμών θα είναι γραμμική, οπότε μια δοκιμή είναι ικανή να δώσει τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Για μοντέλα με παράλληλους δεσμούς, το μέτρο ελαστικότητας εξαρτάται από τις προαναφερθείσες παραμέτρους, καθώς και από το μέτρο ελαστικότητας του δεσμού, το λόγο των δυστροπιών του δεσμού και το συντελεστή $\bar{\lambda}$. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι όμοια με προηγουμένως.

Στην περίπτωση όπου το υλικό δεν συνδέεται με δεσμούς, το μέτρο ελαστικότητας, ελέγχεται από το μέτρο ελαστικότητας των επαφών των σωματιδίων και το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία και η αντοχή εξαρτάται από το συντελεστή τριβής (μ) των σωματιδίων. Η απόκριση επηρεάζεται επίσης από το αρχικό πορώδες (n) του συνθετικού υλικού. Καθώς φορτίζεται, οι επαφές των δεσμών μειώνονται και τα σωματίδια αναδιοργανώνονται, λόγω της ολίσθησης στις επαφές. Έτσι παράγεται μια μη γραμμική απόκριση τάσης – παραμόρφωσης, κατά την οποία το μέτρο ελαστικότητας συνεχώς μειώνεται, έως ότου φτάσει στο μέγιστο φορτίο η φόρτιση. Για να αναπαραχθεί ένα δεδομένο τέμνον μέτρο ελαστικότητας κατά τη μέγιστη αντοχή, διατηρείται σταθερή η κατανομή του μεγέθους των σωματιδίων, οι τιμές του λόγου δυστροπιών, καθώς και του συντελεστή τριβής. Συγχρόνως, εκτελείται ένα σύνολο τριαξονικών δοκιμών θέτοντας διαφορετικές τιμές στο μέτρο ελαστικότητας των επαφών, ώστε να ληφθεί ένα διάγραμμα μεταβολής του τέμνοντος μέτρου ελαστικότητας προς το μέτρο ελαστικότητας των επαφών, η σχέση μεταξύ των οποίων αναμένεται να είναι μη γραμμική.

Ο λόγος του Poisson που υπολογίζεται από μια διαξονική δοκιμή σε ένα μοντέλο του PFC^{2D}, αντιπροσωπεύει την ειδική περίπτωση της επίπεδης τάσης (με $\sigma_z = 0$) και σταθερή πλευρική τάση ($\Delta\sigma_x = 0$). Υπολογίζεται ως εξής:

$$\nu' = -\frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \varepsilon_y}$$

Ο λόγος του Poisson που αντιστοιχεί σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης, μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη γενική σχέση μεταξύ της επίπεδης τάσης και επίπεδης παραμόρφωσης ως εξής:

$$\nu = \frac{\nu'}{1 + \nu'}$$

Γενικά, ο λόγος Poisson επηρεάζεται από το λόγο των δυστροπιών των επαφών για κάθε τύπου συνδεδεμένα ή μη σωματίδια, καθώς και από το λόγο των δυστροπιών των δεσμών στην περίπτωση των παράλληλων δεσμών και αυξάνεται ανάλογα με την αύξηση του λόγου αυτού.

3.2.2. Μέγιστη αντοχή

Σε ένα BPM, η μέγιστη αντοχή για δεδομένες συνθήκες περιορισμού και σταθερό λόγο της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών, εξαρτάται από τις μέσες ορθές και διατμητικές τιμές της αντοχής του. Επιπλέον, ο λόγος της ορθής προς τη διατμητική αντοχή των δεσμών θα επηρεάσει τον μηχανισμό της αστοχίας, ελέγχοντας το πλήθος των διατμητικών και εφελκυστικών ρωγμών. Για μικρό λόγο, το μοντέλο θα αστοχήσει κυρίως σε εφελκυσμό, ενώ για μεγάλο θα αστοχήσει κυρίως σε διάτμηση. Για να αναπαραχθεί μια δεδομένη μέγιστη αντοχή σε συγκεκριμένες συνθήκες πλευρικού περιορισμού, αρχικά θα βρεθεί το μέτρο ελαστικότητας όπως περιγράφηκε προηγουμένως και μετά θα εκτελεσθεί δοκιμή θλίψης, από την οποία θα ληφθεί και η τιμή της μέγιστης αντοχής. Για σταθερό λόγο της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής και για σταθερό λόγο της ορθής προς την διατμητική αντοχή των δεσμών, η μέγιστη αντοχή του συνθετικού υλικού έχει γραμμική σχέση με τη μέση ορθή αντοχή των δεσμών.

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, σε ένα ασύνδετο μοντέλο η αντοχή επηρεάζεται από το συντελεστή τριβής των σωματιδίων. Ανάλογα το μέγεθος του πλευρικού περιορισμού και της αύξησης του συντελεστή τριβής, αυξάνεται και η

αντοχή του μοντέλου. Αυτό συμβαίνει μέχρι ένα όριο, από εκεί και πέρα η αντοχή εξαρτάται και από το σχήμα των σωματιδίων και την κατανομή του μεγέθους τους.

3.2.3. Τάση έναρξης ρωγμάτωσης (crack initiation stress)

Η τάση έναρξης ρωγμάτωσης σε ένα συνθετικό πέτρωμα, ορίζεται ως ένα ποσοστό της μέγιστης τάσης, στο οποίο έχει δημιουργηθεί ένα ποσοστό (π.χ. 1%) των συνολικών ρωγμών (θραύσεων δεσμών).

Κατά τη διάρκεια μιας δοκιμής θλίψης, που εκτελείται σε ένα συνθετικό πέτρωμα, η έναρξη της ρωγμάτωσης εξαρτάται από τον λόγο της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών του συνθετικού υλικού. Αυξάνοντας το λόγο, μειώνεται η τάση στην οποία ξεκινά η πρώτη ρωγμή. Εντούτοις, θεωρείται ότι η υπολογιζόμενη αξονική τάση, κατά την διάρκεια έναρξης της πρώτης ρωγμής σε ένα συνθετικό πέτρωμα, θα είναι μικρότερη της τάσης έναρξης ρωγμάτωσης που μετράται εργαστηριακά.

3.3. Επιλογή μικρο-παραμέτρων με σχεδιασμό πειράματος και βελτιστοποίηση

Σε κάθε αριθμητική προσομοίωση με το πρόγραμμα PFC^{2D} απαιτείται η επιλογή μικρο-παραμέτρων, για την ανάθεση των οποίων ο Yoon (2007) εισήγαγε μια μέθοδο βελτιστοποίησης, ώστε να μπορεί να γίνει άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με τις παρατηρούμενες από την πραγματοποίηση εργαστηριακών δοκιμών. Με τη μέθοδο αυτή, υπολογίζονται παράμετροι, όπως είναι το μέτρο ελαστικότητας της επαφής των σφαιρών και η ελάχιστη ακτίνα τους, σε μοντέλα με σημειακούς δεσμούς σφαιρών, κατά τη διαδικασία γένεσης του μοντέλου. Με αυτό τον τρόπο όταν γίνει προσομοίωση δοκιμής μονοαξονικής θλίψης, τα αποτελέσματα της αντοχής του δοκιμίου σε μονοαξονική θλίψη (UCS), του μέτρου ελαστικότητας (E) και του λόγου του Poisson (ν) θα συμβαδίζουν με τις αντίστοιχες τιμές ενός πραγματικού πετρώματος, με απόκλιση έως και 5%, σύμφωνα με τον Yoon. Οι τρεις

αυτές παράμετροι αποτελούν τη μακροσκοπική συμπεριφορά του δοκιμίου και θα αναφέρονται ως μακροσκοπική απόκριση.

Αρχικά επινόησε έναν εναλλακτικό τρόπο πειραματικού σχεδιασμού χρησιμοποιώντας την μέθοδο Plackett - Bruman (PB) σε συνδυασμό με την Central Composite Design (CCD). Με την πρώτη καθόρισε ποιές μικρο-παράμετροι ασκούν μεγαλύτερη επιρροή στη μακροσκοπική απόκριση του πετρώματος. Με τη δεύτερη έθεσε μη γραμμικές σχέσεις μεταξύ των ήδη ταξινομημένων μικρο-παραμέτρων. Τέλος, υπολόγισε τις βέλτιστες τιμές των ζητούμενων παραμέτρων ώστε να υπάρχει συσχέτιση με την πραγματικότητα.

3.3.1. Σχεδιασμός πειράματος και βελτιστοποίηση

Ο σχεδιασμός πειράματος (Design of Experiment – DOE) είναι μια δομημένη και οργανωμένη μέθοδος για τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ των παραγόντων που επηρεάζουν μια διαδικασία και το αποτέλεσμα αυτής. Αυτός που εκτελεί το πείραμα αλλάζει μία ή περισσότερες μεταβλητές - παράγοντες (process variables) προκειμένου να παρατηρήσει την επιρροή που ασκούν οι αλλαγές σε μία ή περισσότερες μεταβλητές απόκρισης (response variables). Η DOE είναι μια αποτελεσματική διαδικασία για τον σχεδιασμό πειραμάτων, έτσι ώστε τα αποτελέσματα που εξήχθησαν να μπορούν να αναλυθούν για να αποφέρουν έγκυρα και αντικειμενικά συμπεράσματα. Η DOE αρχίζει με τον καθορισμό των στόχων του πειράματος και με την επιλογή των προς μελέτη μεταβλητών (process variable). Εδώ, η DOE εφαρμόζεται στην ανάλυση ευαισθησίας των μικρο-παραμέτρων σε μοντέλα συνδεδεμένων, με σημειακούς δεσμούς, σωματιδίων. Αρχικά εφαρμόζεται η μέθοδος σχεδιασμού PB.

Κατά τον πειραματικό σχεδιασμό, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, χρησιμοποιείται η μέθοδος PB, με την οποία μπορεί κανείς να καταλήξει με αξιοπιστία σε ένα μικρό πλήθος παραγόντων προς βελτιστοποίηση και να κάνει εκτιμήσεις της γραμμικής επιρροής όλων των παραγόντων, για συγκεκριμένο πλήθος παρατηρήσεων, με μέγιστη ακρίβεια.

Ωστόσο, για την ακριβή εκτίμηση των αποκρίσεων, τα πειράματα πρέπει να είναι σχεδιασμένα να επιτρέπουν την εκτίμηση της αλληλεπίδρασης και της επίδρασης

των τετραγώνων της κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής. Για το σκοπό αυτό, εφαρμόζεται η μέθοδος CCD, που είναι μία μέθοδος ικανή για την εκτίμηση των αλληλεπιδράσεων και των επιδράσεων των τετραγώνων. Η CCD παρέχει υψηλής ποιότητας πρόβλεψη (γραμμική, δευτεροβάθμια και επίδραση αλληλεπιδράσεων) σε ολόκληρη την περιοχή σχεδίασης. Με τη μέθοδο CCD μπόρεσε να εκτιμήσει ο Youn την αλληλεπίδραση που θα έχουν ανεξάρτητες μεταβλητές που συμμετέχουν σε γραμμικές εξισώσεις, όπως στην περίπτωση μας αποτελούν οι μικροσκοπικές παράμετροι.

Η στρατηγική που υιοθετείται στη βελτιστοποίηση είναι ότι προσπαθούμε να επιλέξουμε το βέλτιστο σύνολο των μικρο-παραμέτρων για τη δημιουργία ενός μοντέλου συνδεδεμένων σωματιδίων, για το οποίο τα αποτελέσματα προσομοιώσεων μονοαξονικών δοκιμών θλίψης θα είναι όσο το δυνατό πλησιέστερα σε αυτά δοκιμών που έχουν γίνει σε πραγματικά πετρώματα. Επιβάλλονται περιορισμοί που επηρεάζουν τον υπολογισμό της λύσης. Σχέσεις μεταξύ των μικρο-παραμέτρων μετατρέπονται σε εξισώσεις, που επιβάλλονται στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Οι περιορισμοί αυτοί επηρεάζουν τη λύση του προβλήματος. Η βελτιστοποίηση έχει γίνει από το Youn με μη γραμμικούς περιορισμούς χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Matlab. Με τη βελτιστοποίηση θα επιλεγεί το καταλληλότερο σύνολο τιμών των μικρο-παραμέτρων που επηρεάζουν τη δημιουργία ενός μοντέλου.

3.3.2 Ανάλυση ευαισθησίας των μικρο-παραμέτρων χρησιμοποιώντας τον PB σχεδιασμό

Για να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε ένα μοντέλο με σημειακούς δεσμούς στο PFC^{2D} αρκεί να ορίσουμε τις τιμές που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 3.1: Προς διερεύνηση μικρομηχανικές παράμετροι.

Παράμετρος	Συμβολισμός FISH	Συμβολισμός Yoon
Μέτρο ελαστικότητας επαφής σφαιρών	ba_Ec	BCM
Λόγος δυστροπίας σφαιρών	ba_krat	KNKS
Συντελεστής τριβής σφαιρών	ba_fric	FRIC
Μέση τιμή αντοχής δεσμών	cb_sn_mean	NBS
Τυπική απόκλιση αντοχής δεσμών	cb_sn_sdev	NBS * ROSD
Μέση τιμή διατμητικής αντοχής δεσμών	cb_ss_mean	SBS
Τυπική απόκλιση διατμητικής αντοχής δεσμών	cb_ss_sdev	SBS * ROSD
Ελάχιστη ακτίνα σφαιρών	mg_Rmin	BRAD
Λόγος τυπικής απόκλισης προς μέση αντοχή δεσμών (κοινός για την ορθή και διατμητική αντοχή)	-	ROSD

Στον πίνακα που φαίνεται παρακάτω παρουσιάζονται τρεις τιμές για τις παραμέτρους που θα μελετηθούν. Αυτές αποτελούν το κάτω όριο (επίπεδο -1), τη μέση τιμή και το άνω όριο (επίπεδο +1) και στην ανάλυση με τη μέθοδο PB, θα χρησιμοποιηθούν οι ακραίες τιμές για τους εκάστοτε υπολογισμούς.

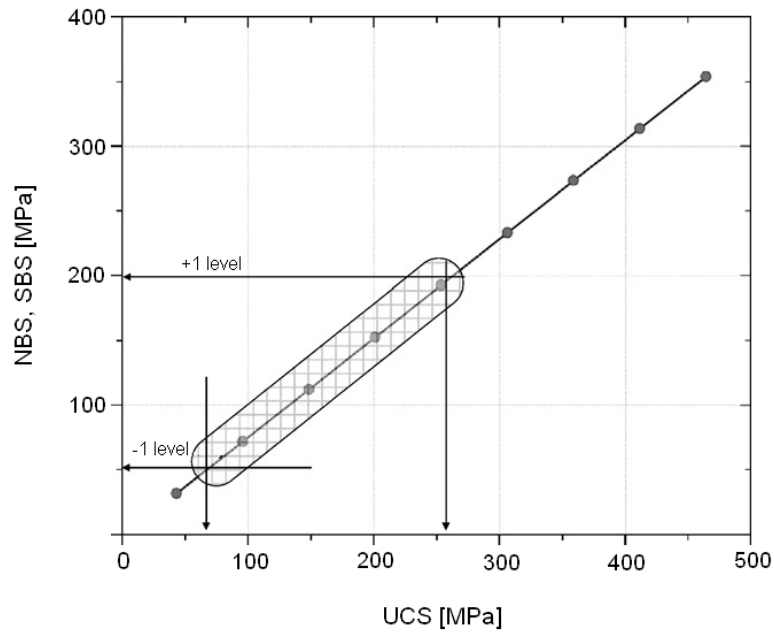
Πίνακας 3.2: Διακύμανση τιμών μικρο-παραμέτρων.

Παράμετρος	-1 επίπεδο	Μέση Τιμή	+1 επίπεδο
BCM (GPa)	40	70	100
KNKS	1	2,5	4
FRIC	0,25	0,50	0,75
NBS (MPa)	50	125	200
SBS (MPa)	50	125	200
ROSD	0,24	0,32	0,40
BRAD (mm)	0,24	0,36	0,48

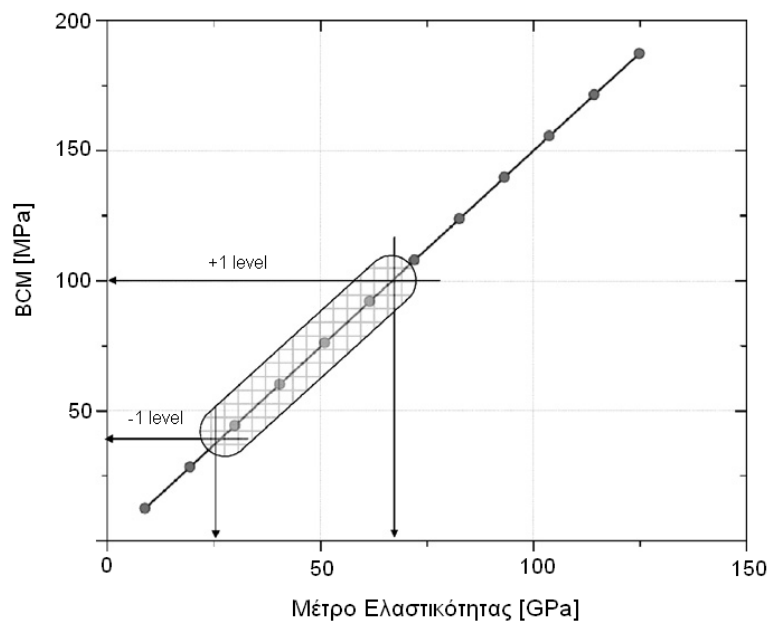
Για την επιλογή των παραμέτρων που θα διερευνηθούν καθώς και για τις διδόμενες τιμές τους, ο Υοοη βασίστηκε στη συμπεριφορά του προγράμματος PFC^{2D}. Η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη εξαρτάται άμεσα από την αντοχή των δεσμών των σφαιρών του δοκιμίου, όπως παρατηρείται και στο Σχήμα 3.1.α. Η γραμμική συσχέτιση μεταξύ τους έχει εξαχθεί έπειτα από την προσομοίωση σειράς δοκιμών μονοαξονικής θλίψης, δίνοντας ένα εύρος τιμών στην αντοχή των δεσμών τέτοιο, ώστε να ξεπερνά τα συνήθη όρια της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη των σκληρών βράχων (70 – 250 MPa), που έχουν παρατηρηθεί από εργαστηριακές δοκιμές. Από αυτούς τους υπολογισμούς προέκυψαν και τα όρια που αναφέρονται στον παραπάνω πίνακα. Ομοίως έγινε συσχέτιση μεταξύ του μέτρου του Young και του μέτρου ελαστικότητας των επαφών των σφαιρών, καθώς και του λόγου δυστροπίας των σφαιρών με το λόγο του Poisson, σε δοκίμιο γρανίτη.

Για το λόγο ROSD ακολουθήθηκε διαφορετική προσέγγιση. Πειραματικά η τάση που συνοδεύει το σχηματισμό των πρώτων ρωγμών, ορίζεται ως η αξονική τάση κατά την οποία ξεκινά η μη ελαστική διαστολή και προσδιορίζεται ως το σημείο απόκλισης από τη γραμμική ελαστική συμπεριφορά σε ένα διάγραμμα αξονικής τάσης – ογκομετρικής τροπής. Μεταβάλλοντας την τιμή στην εντολή `pk_ci_fac` κατά τη μοντελοποίηση, για να συμβαδίζει η στιγμή εκκίνησης των ρωγμών όπως ορίζεται πειραματικά με υπολογιστικά, ορίστηκαν και τα όρια του συντελεστή ROSD. Η εντολή αυτή ουσιαστικά ορίζει τη στιγμή κατά την οποία έχει επιτευχθεί συγκεκριμένο ποσοστό ρωγμάτωσης. Ο συντελεστής τριβής επηρεάζει το δοκίμιο αφού σπάσουν οι δεσμοί μεταξύ των σφαιριδίων, εφόσον τότε ξεκινά η ολίσθηση μεταξύ τους. Επειδή δεν είναι εύκολο να διερευνηθεί τι επιρροή ασκεί η τριβή ποσοτικά μετά τη διαρροή, έχουν επιλεγεί οι τιμές του συντελεστή εμπειρικά.

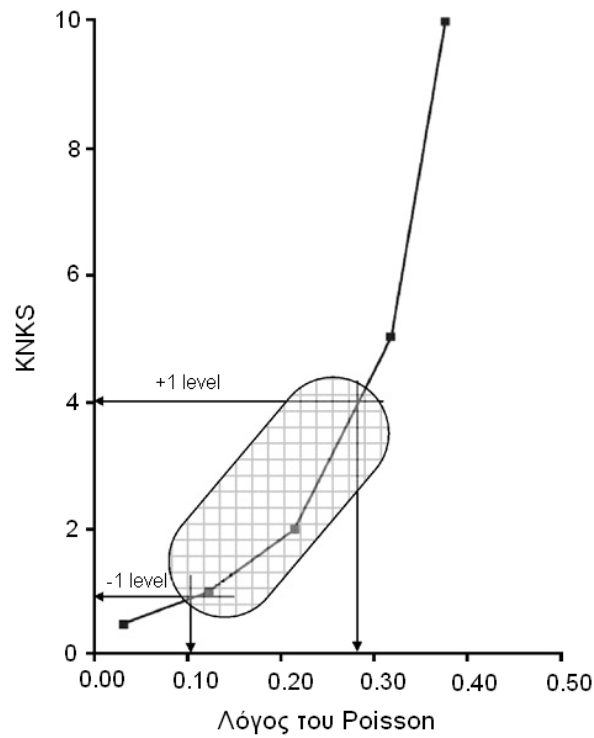
Τέλος, για την επιλογή της ελάχιστης ακτίνας (R_{min}) των σφαιρών έχουν ορισθεί οι τιμές που αναγράφονται στον πίνακα, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο λόγος της μέγιστης (R_{max}) προς την ελάχιστη ακτίνα είναι 1.66, η κατανομή του μεγέθους των στοιχείων είναι ομοιόμορφη στο διάστημα (R_{min} , R_{max}) και το πορώδες περί το 16%.



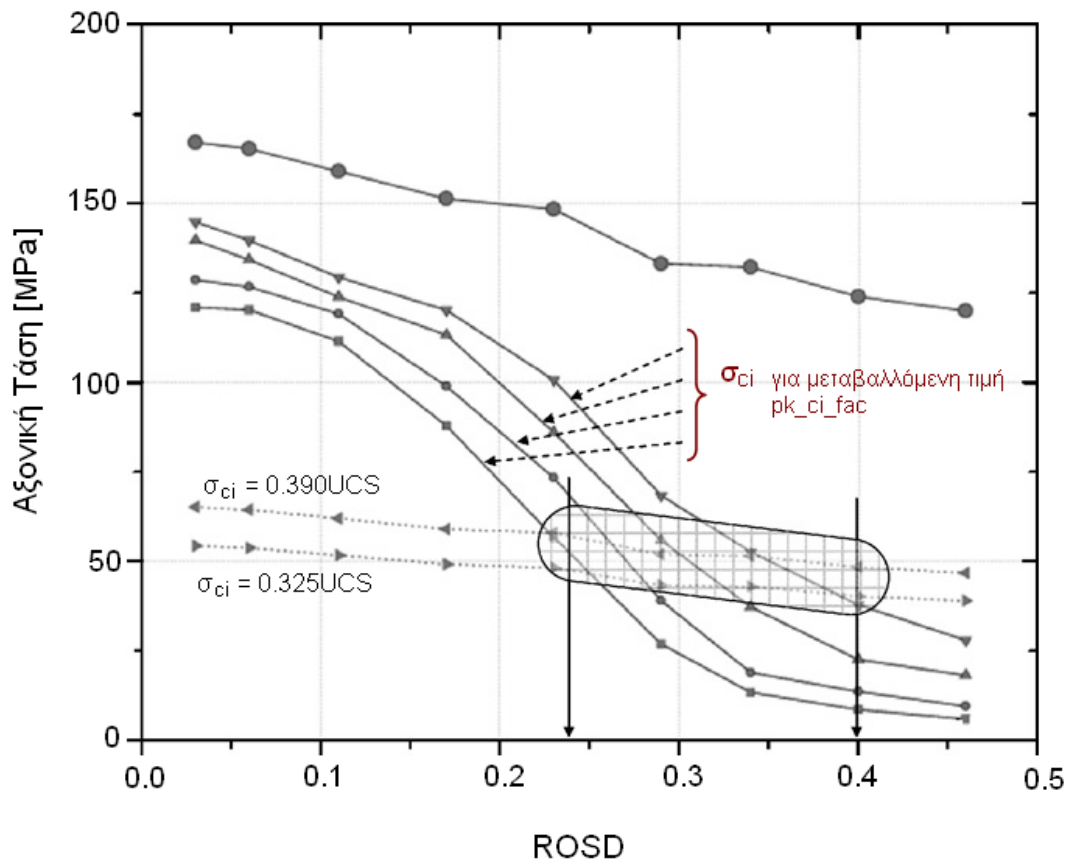
Σχήμα 3.1.α: Διάγραμμα συσχέτισης της UCS και των NBS και SBS (Yoon 2007).



Σχήμα 3.1.β: Διάγραμμα συσχέτισης του μέτρου ελαστικότητας και της παραμέτρου BCM (Yoon 2007).



Σχήμα 3.1.γ: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson και της παραμέτρου KNKS (Yoon 2007).



Σχήμα 3.1.δ: Διάγραμμα συσχέτισης της τάσης έναρξης ρωγμάτων και της παραμέτρου ROSD (Yoon 2007).

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι συνδυασμοί με τους οποίους ο Υοον εκτέλεσε τους υπολογισμούς του. Οι εξισώσεις που χρησιμοποίησε ακολουθούν τον πίνακα και θα αναλυθούν στη συνέχεια.

Πίνακας 3.3: Συνδυασμοί μικρομηχανικών παραμέτρων κατά το σχεδιασμό πειράματος με τη μέθοδο PB (Υοον 2007).

No.	BCM	KNKS	FRIC	NBS	SBS	ROSD	BRAD
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
5	1	1	1	1	1	1	1
6	1	-1	1	1	1	-1	-1
7	1	1	1	-1	-1	-1	1
8	1	1	-1	-1	-1	1	-1
9	1	-1	-1	1	-1	1	1
10	-1	1	-1	1	1	1	-1
11	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
12	-1	-1	1	-1	1	1	1

Για το σχεδιασμό της πρώτης μεθόδου που εφάρμοσε, αποφάσισε να ελέγξει την επιρροή των παραπάνω παραμέτρων στην αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο του Poisson. Στη προσομοίωσή του το μοντέλο που κατασκεύασε για τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης είχε διαστάσεις 50mm πλάτος και 100mm ύψος, ενώ για τη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης (Brazilian) είχε 50mm διάμετρο. Τα αποτελέσματα είναι κωδικοποιημένα και για τη μετατροπή τους σε πραγματικές (μη κωδικοποιημένες) τιμές θα χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

$$BCM = 30 * BCM_{(κωδικοποιημένο)} + 70$$

$$KNKS = 1,5 * KNKS_{(κωδικοποιημένο)} + 2,5$$

$$FRIC = 0,25 * FRIC_{(κωδικοποιημένο)} + 0,5$$

$$NBS = 75 * NBS_{(κωδικοποιημένο)} + 125$$

$$SBS = 75 * SBS_{(κωδικοποιημένο)} + 125$$

$$ROSD = 0,08 * ROSD_{(κωδικοποιημένο)} + 0,32$$

$$BRAD = 0,12 * BRAD_{(κωδικοποιημένο)} + 0,36$$

3.3.3. Αποτελέσματα – προτεινόμενες εξισώσεις προς βελτιστοποίηση

Από τα αποτελέσματα και για τις δύο δοκιμές για τους προαναφερθέντες συνδυασμούς, κατέληξε στις παρακάτω εξισώσεις οι οποίες θα αποτελέσουν τους περιορισμούς κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Γραμμικοί Περιορισμοί - Εξισώσεις

$$101,56 + 8,83x_1 + 9,18x_2 + 14,96x_3 + 33,84x_4 + 44,60x_5 + 1,85x_6 - 14,30x_7 - \text{UCS}^* = 0$$

$$49,54 + 21,28x_1 - 10,30x_2 - 1,31x_3 + 1,52x_4 + 2,00x_5 - 2,10x_6 - 2,20x_7 - \text{Young's modulus}^* = 0$$

$$0,1848 + 0,0012x_1 + 0,0740x_2 - 0,0012x_3 - 0,0038x_4 + 0,0006x_5 + 0,0042x_6 + 0,0100x_7 - \text{Poisson's ratio}^* = 0$$

Γραμμικοί Περιορισμοί - Ανισώσεις

$$-30,721 + 0,839x_1 - 3,276x_2 - 4,295x_3 - 6,276x_4 - 17,996x_5 + 0,016x_6 + 10,700x_7 \leq 0$$

$$-134,57 - 23,40x_1 - 10,50x_2 - 20,59x_3 - 58,04x_4 - 44,08x_5 - 4,37x_6 - 2,30x_7 \leq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 6x_4 - 3x_5 + 0x_6 + 0x_7 \leq -5$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 - 9x_4 + 3x_5 + 0x_6 + 0x_7 \leq 10$$

Μη Γραμμικοί Περιορισμοί - Ανισώσεις

$$-37,92 - 11,01x_4 - 12,20x_5 + 2,97x_4^2 + 6,66x_5^2 - 11,15x_4x_5 \leq 0$$

$$-174,11 - 60,98x_4 - 61,93x_5 + 23,91x_4^2 + 16,66x_5^2 - 33,81x_4x_5 \leq 0$$

Επιπλέον περιορισμοί των μεταβλητών

$$-1 \leq x_i \leq +1, \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

όπου, x_1 =BCM, x_2 =KNKS, x_3 =FRIC, x_4 =NBS, x_5 =SBS, x_6 =ROSD, x_7 =BRAD

UCS*, Young's modulus*, Poisson's ratio* → Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών

Από τις εξισώσεις του γραμμικού περιορισμού βρήκε ποιες δύο παράμετροι επηρεάζουν περισσότερο τη μακροσκοπική απόκριση. Κατέληξε στο ότι η μονοαξονική αντοχή σε θλίψη επηρεάζεται από τις αντοχές των δεσμών, κάτι που ήταν αναμενόμενο μιας και όσο μεγαλύτερη είναι η αντοχή των δεσμών τόσο περισσότερο αντιστέκεται το δοκίμιο στη δημιουργία και διάδοση των ρωγμών. Στα

περισσότερα μοντέλα που έχουν υποβληθεί σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης η αστοχία συγκεντρώνεται σε μια ζώνη διάτμησης. Στα αρχικά στάδια φόρτισης σπάνε δεσμοί ομοιόμορφα στο δοκίμιο, με περαιτέρω φόρτιση συγκεντρώνονται οι ρωγμές στη διατμητική ζώνη κι έτσι οδηγείται το δοκίμιο σε αστοχία. Μόλις η τάση πλησιάσει τη μέγιστη τάση αντοχής, δημιουργείται μια ευδιάκριτη πλέον ζώνη κατά την οποία θα αστοχήσει το δοκίμιο σε διάτμηση και η ολίσθηση που θα πραγματοποιηθεί θα οφείλεται στο σπάσιμο των διατμητικών δεσμών. Η συνέχιση της φόρτισης θα προκαλέσει μεταβολή στην παραμένουσα αντοχή. Τότε ο συντελεστής τριβής παίρνει τη θέση της αντοχής των δεσμών ως ο πιο σημαντικός παράγοντας, μιας και ελέγχει την ολίσθηση των δύο τεμαχίων που έχουν πλέον δημιουργηθεί. Το μέτρο του Young είναι άμεσα συνυφασμένο με τους συντελεστές BCM και KNKS. Επιπλέον, ο λόγος του Poisson σχετίζεται με το λόγο δυστροπίας των σφαιρών. Αυτός ο λόγος επηρεάζει και το μηχανισμό αστοχίας. Η τάση κατά την οποία αρχίζει η ρωγμάτωση, ελέγχεται από το συντελεστή ROSD και έχουν σχέση αντιστρόφως ανάλογη.

Μετά τον εντοπισμό των πιο καθοριστικών παραμέτρων, όπως έχει ήδη περιγραφεί, εφαρμόζεται η μέθοδος Central Composite Design, με την οποία θα γίνει εκτίμηση των μη γραμμικών σχέσεων που αναπτύσσονται μεταξύ αυτών και των μακροσκοπικών παραμέτρων. Με αυτό τον τρόπο γράφτηκαν οι μη γραμμικοί περιορισμοί. Σε αυτή την ανάλυση, τοποθετώντας τους δύο υπό συσχέτιση παράγοντες σε ένα κύκλο, υπολογίζονται οι αποστάσεις μεταξύ τους, θεωρώντας κάθε φορά ότι κινούνται πάνω σε ένα εγγεγραμμένο στον κύκλο τετράγωνο.

Το τελικό στάδιο της μελέτης του Youn είναι η βελτιστοποίηση των προαναφερθέντων εξισώσεων. Με αυτή κατάφερε να εντοπίσει ποιες τιμές των μικρο-παραμέτρων που θα ορίσει κατά την προσομοίωση, θα δώσουν αποτελέσματα που να προσεγγίζουν όσο το δυνατόν καλύτερα την πραγματικότητα. Η βελτιστοποίηση έγινε με τη χρήση της εξίσωσης fmincon στο υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab. Ο στόχος αυτής της βελτιστοποίησης μεταφράζεται σε μια γενική εξίσωση, στην οποία θα επιβάλλουμε τους περιορισμούς που ορίσαμε με τις δύο προηγούμενες μεθόδους. Η εξίσωση είναι η εξής:

Βασική εξίσωση

$$\text{Min } |128.79 + 41.86x_4 + 43.97x_5 - 14.49x_4^2 - 16.66x_5^2 + 30.42x_4x_5 - \text{UCS}^*|$$

Σε ό,τι αφορά τους επιπλέον περιορισμούς των μεταβλητών, οι τιμές που ενδέχεται να πάρει η κάθε μεταβλητή θα πρέπει να ανήκουν στα όρια που έχουν τεθεί εξαρχής στο πρόβλημα. Έτσι οι υπολογισμοί θα μπορέσουν να δώσουν αποδεκτά ή εφικτά αποτελέσματα. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο Youn στην ανάλυσή του θεώρησε ότι οι τιμές της μακροσκοπικής απόκρισης των δοκιμίων ανήκουν σε συγκεκριμένο εύρος, ειδάλλως η μέθοδός του καθίσταται μη εφαρμόσιμη. Ανακεφαλαιώνοντας, παρουσιάζεται η γενική μορφή της βασικής εξίσωσης και των εξισώσεων που την περιορίζουν και το εύρος των ιδιοτήτων των υλικών.

Γενική Μορφή Εξίσωσης:

$$- \text{Min} | \text{UCS}_{(\text{προσομοίωση})} - \text{UCS}_{(\text{εργαστηριακή δοκιμή})} |$$

Περιορισμοί:

$$- \text{Μέτρο ελαστικότητας}_{(\text{προσομοίωση})} = \text{Μέτρο ελαστικότητας}_{(\text{εργαστηριακή δοκιμή})}$$

$$- \text{Λόγος του Poisson}_{(\text{προσομοίωση})} = \text{Λόγος του Poisson}_{(\text{εργαστηριακή δοκιμή})}$$

$$- 3 \leq \text{Αντοχή σε Μονοαξονική Θλίψη} / \text{Εφελκυστική Αντοχή} \leq 10$$

$$- 2 \leq \text{Διαμητική Αντοχή Δεσμού} / \text{Ορθή Αντοχή Δεσμού} \leq 3$$

Πίνακας 3.4: Περιορισμοί της μακροσκοπικής απόκρισης του μοντέλου.

Ιδιότητα	Εύρος Τιμών
UCS	70 – 250 MPa
Μέτρο του Young	25 – 70 GPa
Λόγος του Poisson	0,1 – 0,3

3.4. Εφαρμογή της Μεθόδου

Έχοντας την πρόθεση να προσομοιώσουμε ένα δοκίμιο μαρμάρου κατά την υποβολή του σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, μονοαξονικού εφελκυσμού, αντιδιαμετρικής θλίψης (Brazilian) και τριαξονικής θλίψης, εφαρμόσαμε τη μεθοδολογία της παραγράφου 3.3. για την εύρεση των μικρομηχανικών παραμέτρων. Έτσι μετά θα μπορέσουμε να κάνουμε σύγκριση των εργαστηριακών αποτελεσμάτων με αυτά της προσομοίωσης και θα μπορέσουμε να εξάγουμε αποτελέσματα που να ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

3.4.1. Δεδομένα από εργαστηριακές δοκιμές

Οι δοκιμές αυτές πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Τεχνολογίας Διάνοιξης Σηράγγων του Ε.Μ.Π. (βλ. π.χ. Nomikos et al 2011). Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν στις εργαστηριακές δοκιμές ελήφθησαν από δείγματα μαρμάρου Διονύσου από το λατομείο της περιοχής Διονύσου Αττικής. Πρόκειται για ασβεστιτικό μεσόκοκκο μάρμαρο με κύριο συστατικό ασβεστίτη και σε μικρά ποσοστά χαλαζία και δολομίτη. Η μέση διάσταση των κόκκων του είναι 0,45mm περίπου. Το μοναδιαίο βάρος κυμαίνεται περί τα 27kN/m³. Λόγω της ανισοτροπίας του οι μηχανικές του ιδιότητες μεταβάλλονται ανάλογα με τη γωνία της διεύθυνσης της φόρτισης ως προς το κύριο επίπεδο ανισοτροπίας του πετρώματος (παράλληλα στη στρώση).

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν για τις δοκιμές θλίψης ήταν πρισματικά πλάτους 5cm και ύψους 10cm. Τα δοκίμια προετοιμάστηκαν από μεγαλύτερα δείγματα με κοπή με αδαμαντοτροχό. Ακολούθησε λείανση της επιφάνειας των δοκιμίων, ειδικότερα εκείνων οι οποίες θα έρχονταν σε επαφή με τις πλάκες της συσκευής φόρτισης. Τα δοκίμια υποβλήθηκαν σε δοκιμή σε πλαίσιο δυναμικότητας 5000kN σε σεβρο-υδραυλική μηχανή φόρτισης. Η φόρτιση έγινε σε διεύθυνση παράλληλη με την ανισοτροπία του πετρώματος, με συνεχή ρυθμό φόρτισης. Το ασκούμενο φορτίο, η αξονική και η διαμετρική τροπή καταγράφονταν συνεχώς και συγχρόνως με την παρακολούθηση των σημάτων της Ακουστικής Εκπομπής (AE). Όλα τα δοκίμια φορτίζονταν έως ότου παρουσιαζόταν μακροσκοπική θραύση.

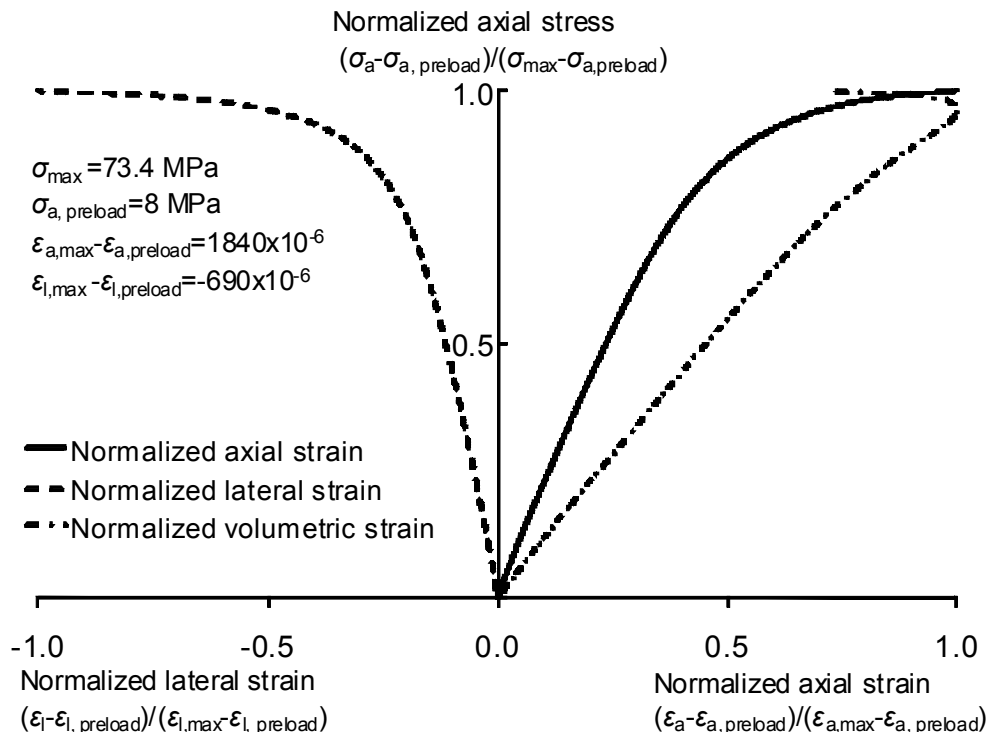


Σχήμα 3.2: Πρισματικό δοκίμιο μαρμάρου κατά την επιβολή του σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης – αισθητήρες καταγραφής ΑΕ.

Για την καταγραφή των σημάτων ΑΕ χρησιμοποιήθηκαν οκτώ πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες με φάσμα συχνοτήτων λειτουργίας 200 – 950KHz τύπος (micro100 της PAC). Οι αισθητήρες τοποθετήθηκαν στην επιφάνεια του δοκιμίου στην επιθυμητή θέση χρησιμοποιώντας σιλικονούχο γράσο ως μέσο σύζευξης, ενώ για τη σταθεροποίηση τους χρησιμοποιήθηκαν ελαστικές ταινίες. Η σύζευξη των αισθητήρων με το πέτρωμα ελέγχθηκε με την τεχνική PLB (pencil lead break) πριν από την εκτέλεση κάθε δοκιμής.

Η καταγραφή των σημάτων ΑΕ, με αποθήκευση της κυματομορφής του κάθε σήματος, καθώς και η επεξεργασία για την εξαγωγή των θεμελιωδών παραμέτρων ΑΕ πραγματοποιήθηκε σε πραγματικό χρόνο κατά τη διάρκεια της δοκιμής, με μία κάρτα ΑΕ 8 καναλιών (PCI-8 της PAC). Εκτός από τα 8 κανάλια ΑΕ ήταν διαθέσιμες δύο παραμετρικές εισοδοί για την καταγραφή εξωτερικών σημάτων, μία από τις οποίες χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή του αξονικού φορτίου και τη συσχέτισή του με την ακουστική δραστηριότητα.

Έπειτα από την πραγματοποίηση των δοκιμών, υπολογίστηκε το μέτρο ελαστικότητας, η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και ο λόγος του Poisson που ήταν $E = 73,14\text{GPa}$, $\sigma_c = 73,4\text{MPa}$ και $\nu = 0,18$ αντίστοιχα.



Σχήμα 3.3: Κανονικοποιημένα διαγράμματα τάσης – τροπής από δοκιμές UCS σε πρισματικό δοκίμιο μαρμάρου (Nomikos et al 2011).

3.4.2. Εύρεση μικρομηχανικών παραμέτρων

Με αρχική εκτίμηση τα αποτελέσματα των εργαστηριακών δοκιμών, θέτοντας αυτές τις τιμές στις εξισώσεις και τους περιορισμούς, που ήδη αναλύσαμε, βρήκαμε τις μικρομηχανικές παραμέτρους, έπειτα από τη βελτιστοποίηση. Η βελτιστοποίηση έγινε στο Excel χρησιμοποιώντας το εργαλείο “solver”. Αρχικά θέσαμε στις εξισώσεις τις τιμές της μακροσκοπικής απόκρισης από τα εργαστηριακά αποτελέσματα και με το “solver” εξάγαμε τα κωδικοποιημένα αποτελέσματα. Έπειτα, με τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 3.3.2. αποκωδικοποιήθηκαν, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας 3.5: Τιμές μικρομηχανικών παραμέτρων.

	BCM [GPa]	KNKS	FRIC	NBS [MPa]	SBS [MPa]	ROSD	BRAD [mm]
Κωδικοποιημένα αποτελέσματα	0,980	0,055	-0,626	-0,933	-0,198	-1,00	-1,00
Μη κωδικοποιημένα αποτελέσματα	99,41	2,58	0,34	55,06	110,12	0,24	0,24

Επιπλέον, θέσαμε ως λόγο της μέγιστης προς την ελάχιστη ακτίνα των σφαιρών 1,8, ώστε η ελάχιστη ακτίνα να είναι 0,25mm και η μέγιστη 0,45mm, μιας και αυτό το εύρος ακτινών συναντάμε και στα μάρμαρα Διονύσου. Έναντι του 0,24mm που έχει ορίσει ο Υοοη η απόκλιση της τάξης του 4,2% είναι αποδεκτή, ώστε να μας δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Επίσης το μοναδιαίο βάρος του δοκιμίου τέθηκε στα 2700kg/m³. Αξίζει να αναφερθεί ότι στην προκειμένη δοκιμή δεν έχουμε ορίσει το πορώδες του δοκιμίου, επομένως προκύπτει αυτόματα από το πρόγραμμα ανάλογα τον τρόπο γένεσης των σφαιρών.

3.4.3. Προσομοίωση με το PFC^{2D} και αποτελέσματα

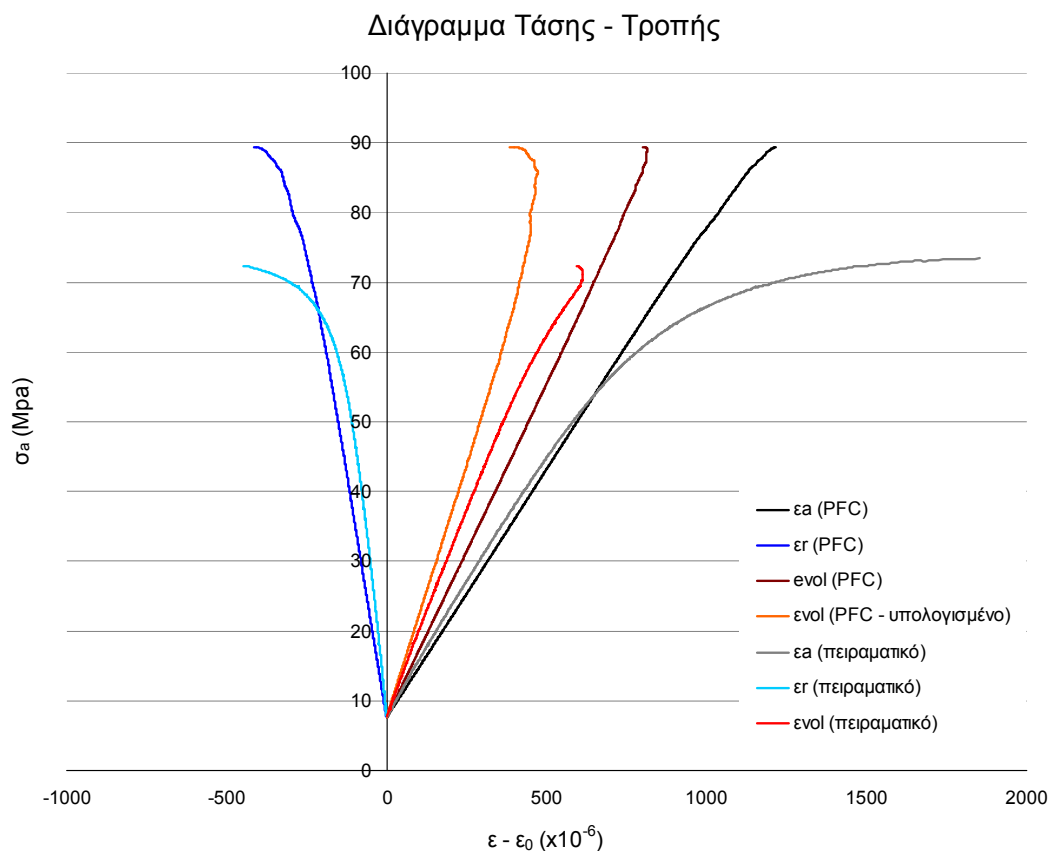
Το επόμενο βήμα στην προσομοίωσή μας είναι η υποβολή του δοκιμίου σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Του ορίσαμε να είναι ελεύθερα τα τοιχώματα του δοκιμίου, απομακρύνοντας τα πλευρικά τοιχώματα ($mt_ucs = 1$) και ορίσαμε την ταχύτητα με την οποία μετακινούνται οι πλάκες της εργαστηριακής σεβρο-υδραυλικής μηχανής θλίψης, που αποτελεί το ρυθμό φόρτισης. Ουσιαστικά θέσαμε την ταχύτητα κίνησης των άνω και κάτω άκαμπτων τοιχωμάτων ίση με την εξορισμού του PFC^{2D}. Τέλος, ορίσαμε πότε θα τερματιστεί η δοκιμή ($mt_code = 0$ και $mt_alpha = 0,8$). Η δοκιμή θα τερματιστεί κατά την εφαρμογή του παρακάτω κριτηρίου, όταν δηλαδή η αξονική τάση φτάσει το 80% της μέγιστης:

$$|\sigma_\alpha - P_c| < \alpha |\sigma_\alpha - P_c|_{max}, \text{ όπου } \alpha = 0,8$$

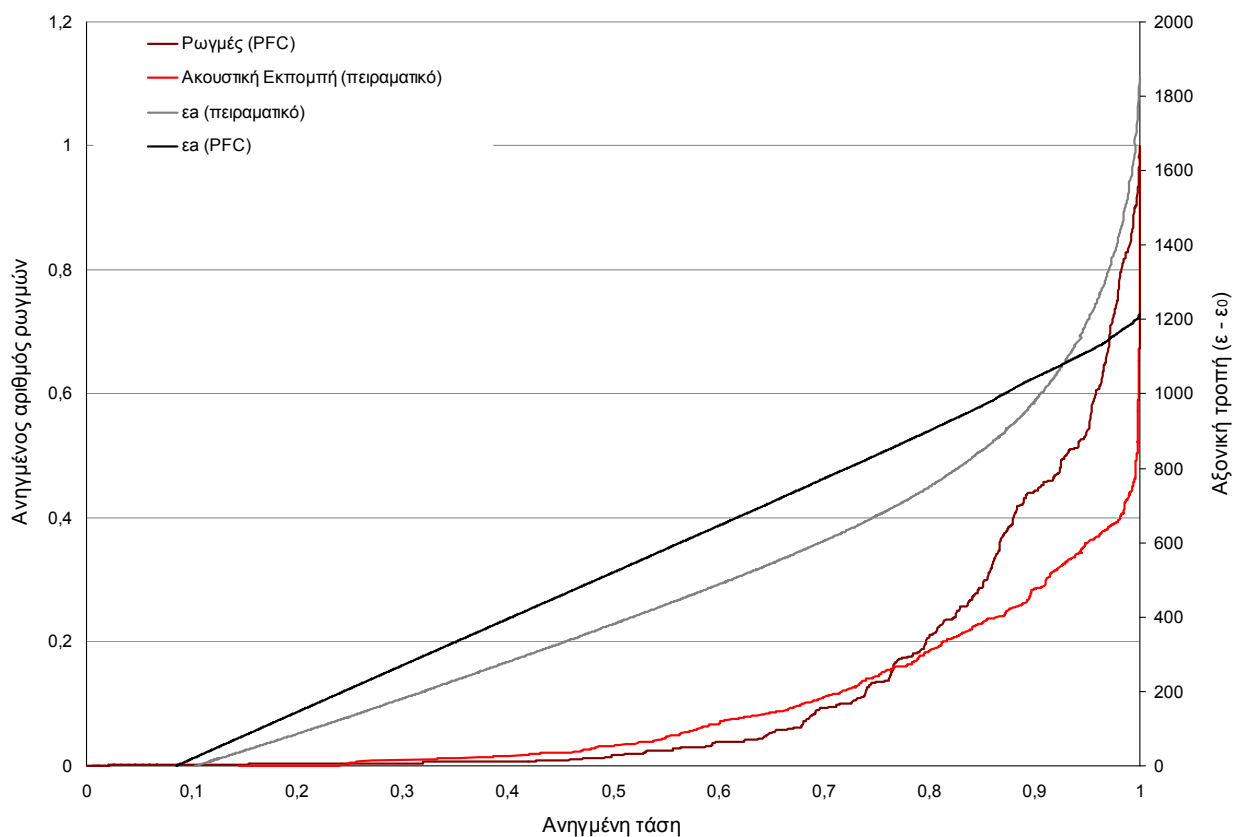
Μετά το πέρας της επίλυσης, από το ιστορικό του προγράμματος λάβαμε τιμές για την αξονική, διαμετρική και ογκομετρική τροπή, για την αξονική τάση που

αντιστοιχεί στις τιμές των τροπών, καθώς και για το πλήθος των ρωγμών που δημιουργούνται σε κάθε στάδιο. Από αυτές τις τιμές κατασκευάσαμε διαγράμματα και κάναμε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα. Όπως έχει αναλυθεί και στο κεφάλαιο περιγραφής του προγράμματος PFC^{2D}, η προσομοίωση είναι διδιάστατη. Επομένως η ογκομετρική τροπή υπολογίζεται από το πρόγραμμα συναρτήσει των αξόνων x και y, δηλαδή συναρτήσει της αξονικής και διαμετρικής τροπής. Αν και η θεωρία της βραχομηχανικής ορίζει την ογκομετρική τροπή ως $2 \cdot \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}$, το PFC^{2D} την υπολογίζει απλά ως το άθροισμα των δύο ορθών τροπών. Για αυτό το λόγο, στα διαγράμματα που παραθέτουμε παρακάτω, έχουμε την ογκομετρική τροπή από τα δεδομένα του PFC^{2D} υπολογισμένη και με τους δύο προαναφερθέντες τρόπους.

Στα σχήματα 3.4 και 3.5, για να είναι συγκρίσιμες οι τροπές που υπολόγισε το PFC^{2D} με αυτές που καταγράφηκαν εργαστηριακά, έχουμε απεικονίσει τη διαφορά των τροπών από την αρχική τροπή κάθε φορά. Ως αρχική τροπή ορίσαμε εκείνη που αντιστοιχεί στην αρχική τάση που ασκήθηκε στο δοκίμιο, κατά την εκκίνηση της δοκιμής. Αυτή μετρήθηκε να είναι 7,59MPa και η πιο κοντινή τιμή που είχαμε δεδομένα από τον κώδικα ήταν 7,60MPa.



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα τάσης – τροπής δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.

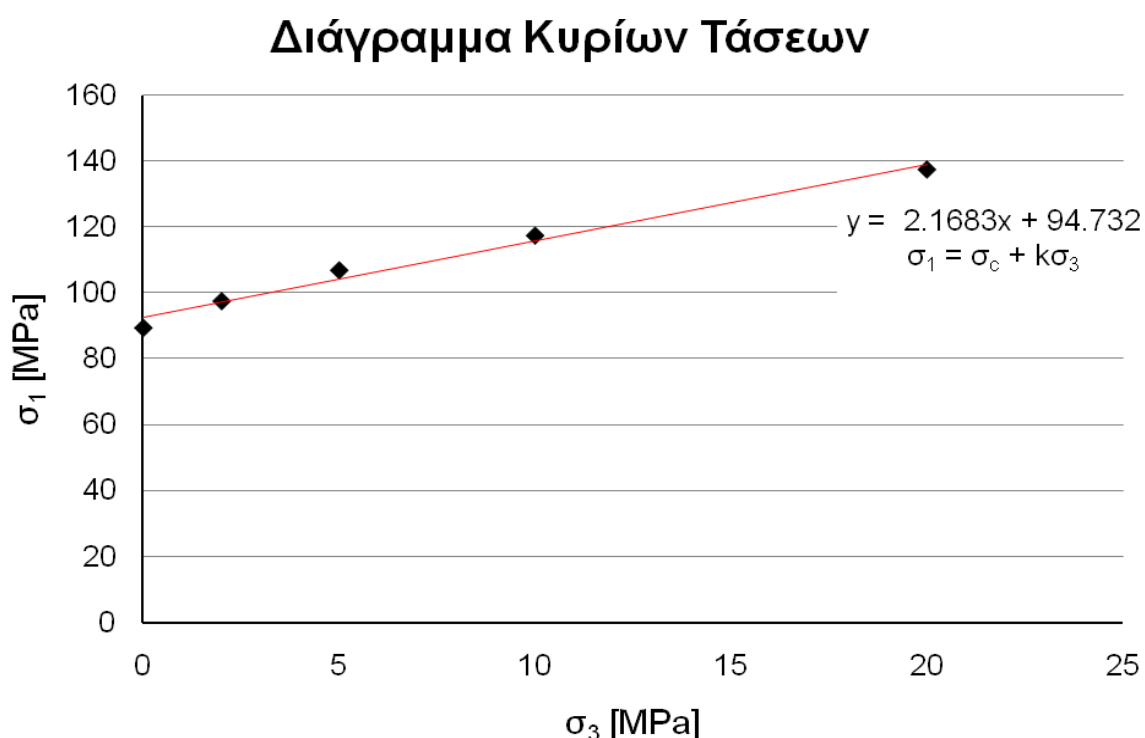


Σχήμα 3.5: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής για δοκιμή μονοαξονικής θλίψης.

Έπειτα από τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, εκτελέσαμε και τριαξονικές δοκιμές με τις ίδιες παραμέτρους. Προσομοιώσαμε τέσσερις τριαξονικές δοκιμές με πλευρική τάση 2MPa, 5MPa, 10MPa και 20MPa αντίστοιχα. Για κάθε μια από αυτές βγάλαμε διαγράμματα τάσης – τροπής και ανηγμένης τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής. Επιπλέον, προέκυψε και το διάγραμμα της περιβάλλουσας αντοχής, από το οποίο υπολογίσθηκε η συνοχή και η γωνία τριβής του δοκιμίου.

Πίνακας 3.6: Αποτελέσματα κυρίων τάσεων για κάθε δοκιμή που πραγματοποιήθηκε.

Τύπος Δοκιμής	Ελάχιστη Κύρια Τάση σ_3 [Mpa]	Μέγιστη Κύρια Τάση σ_1 [Mpa]
Τριαξονική (2MPa)	2	97.48
Τριαξονική (5MPa)	5	106.84
Τριαξονική (10MPa)	10	117.38
Τριαξονική (20MPa)	20	137.46
Μονοαξονική Θλίψη	0	89.34



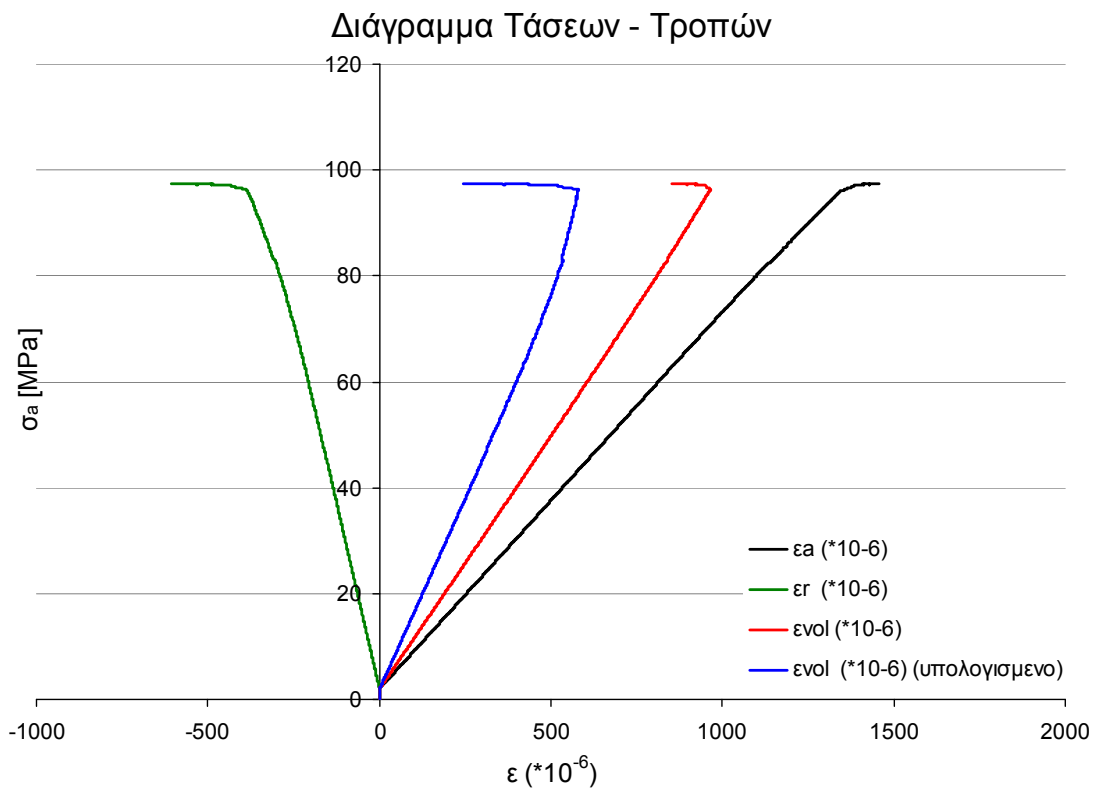
Σχήμα 3.6: Περιβάλλουσα αντοχής συνθετικού πετρώματος σε διάγραμμα κυρίων τάσεων.

Στο παραπάνω διάγραμμα με κόκκινο φαίνεται η περιβάλλουσα αντοχής και η εξίσωσή της όπως ορίζεται από το γραμμικό κριτήριο Mohr - Coulomb. Αντιστοιχίζοντας τις τιμές αυτές με τον ορισμό της εξίσωσης, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, έχουν υπολογιστεί η γωνία τριβής ϕ και η συνοχή c του δοκιμίου. Χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω τύποι και βγήκαν τα εξής αποτελέσματα:

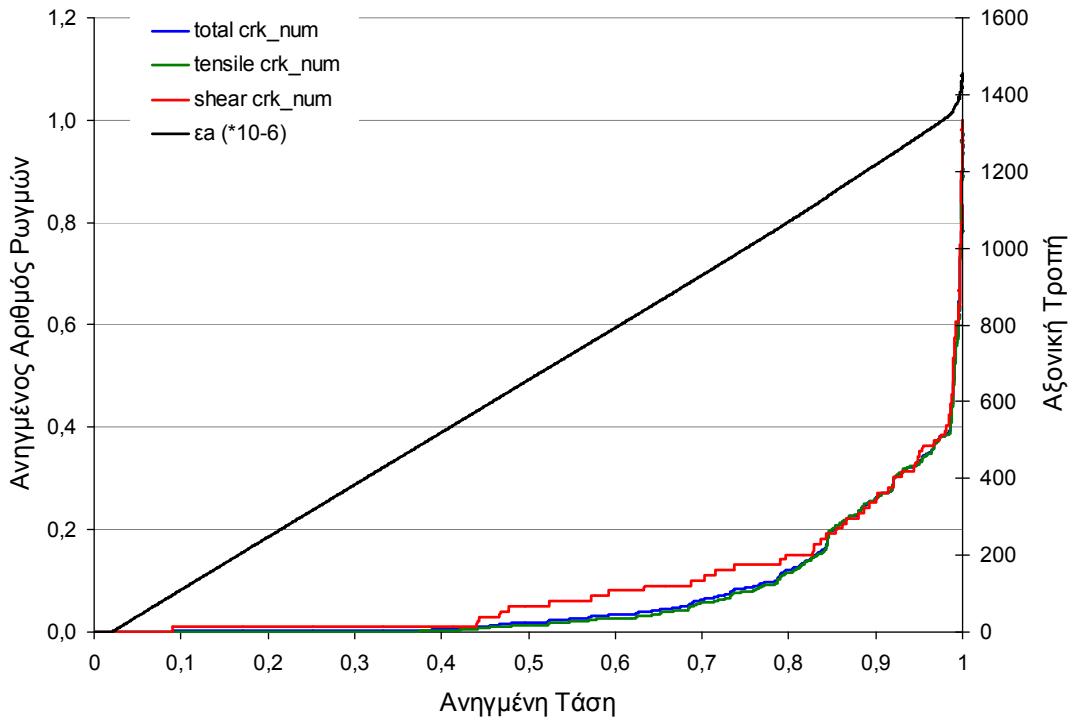
$$\sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

$$k = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

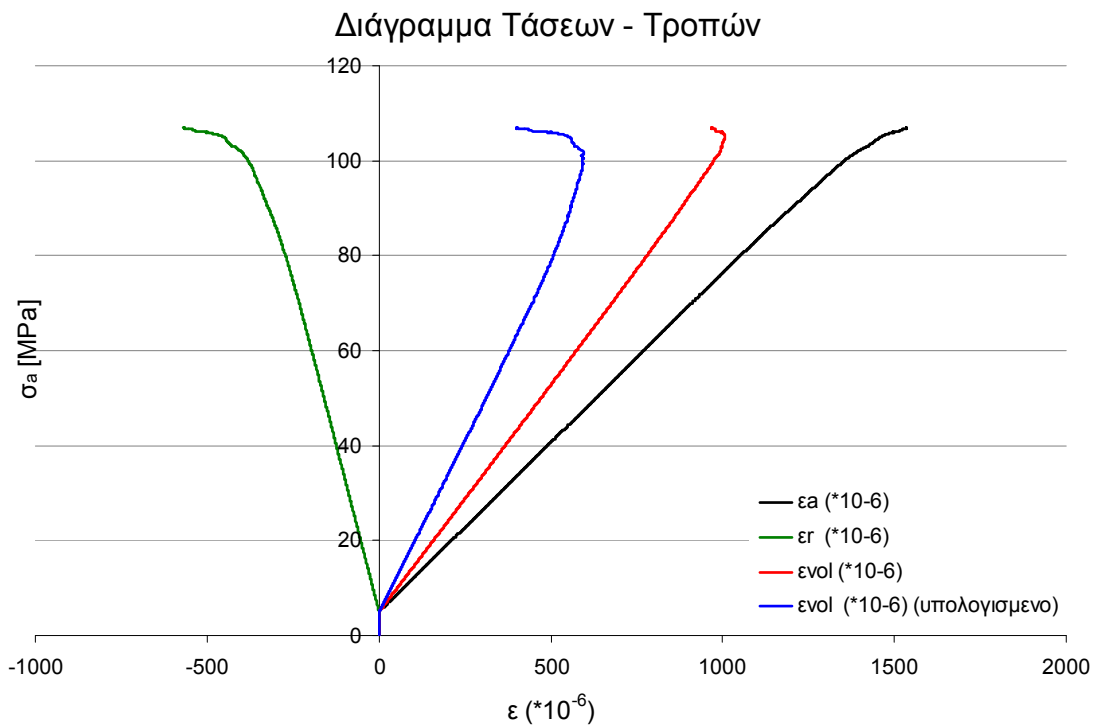
Όπου $k = 2,1683$ και $\sigma_c = 94,732\text{MPa}$. Αντίστοιχα βρήκαμε ότι η γωνία τριβής είναι $21,65^\circ$ ($0,3777\text{rad}$) και η συνοχή $32,167\text{MPa}$. Βλέπουμε από την κατασκευή της περιβάλλουσας αντοχής ότι η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του δοκιμίου (σημείο τομής με άξονα των y), είναι μεγαλύτερη από αυτή που υπολογίσαμε έπειτα από την εκτέλεση της αντίστοιχης δοκιμής. Η γωνία τριβής είναι σημαντικά μικρότερη από την τιμή που προκύπτει από τις εργαστηριακές δοκιμές ($\phi_{\text{πειρ}} \approx 40^\circ$).



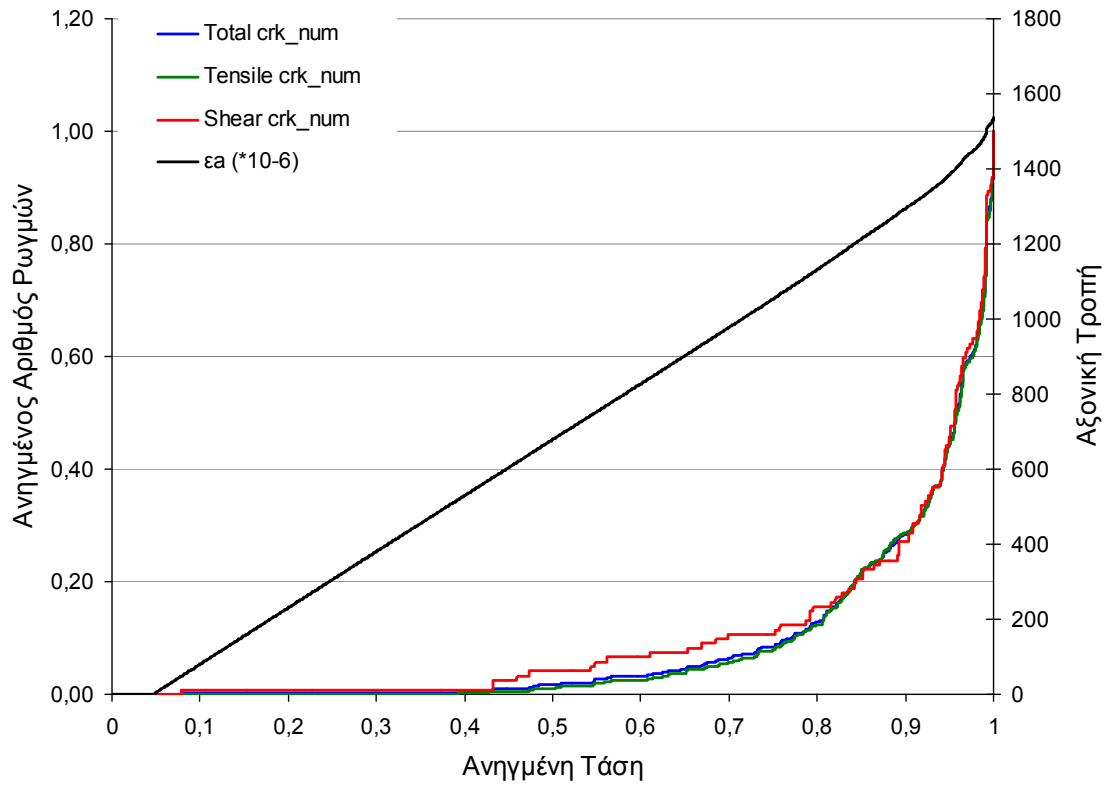
Σχήμα 3.7: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 2\text{MPa}$.



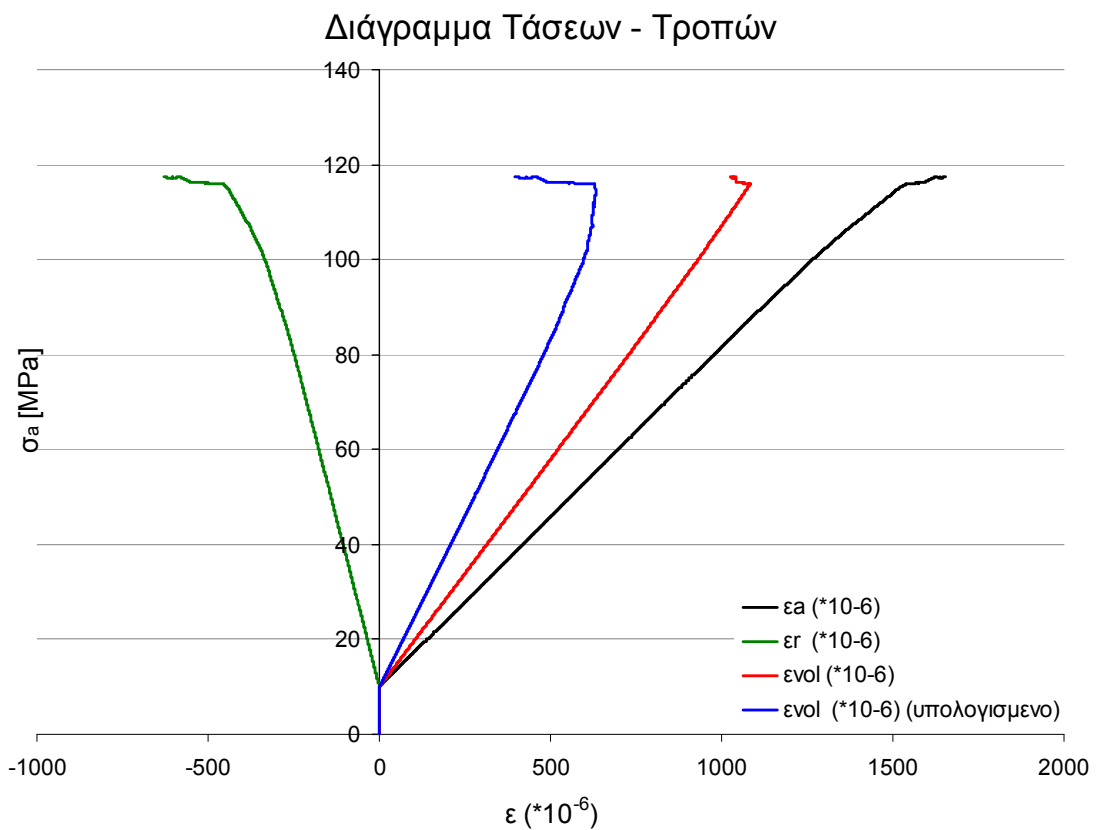
Σχήμα 3.8: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 2\text{MPa}$.



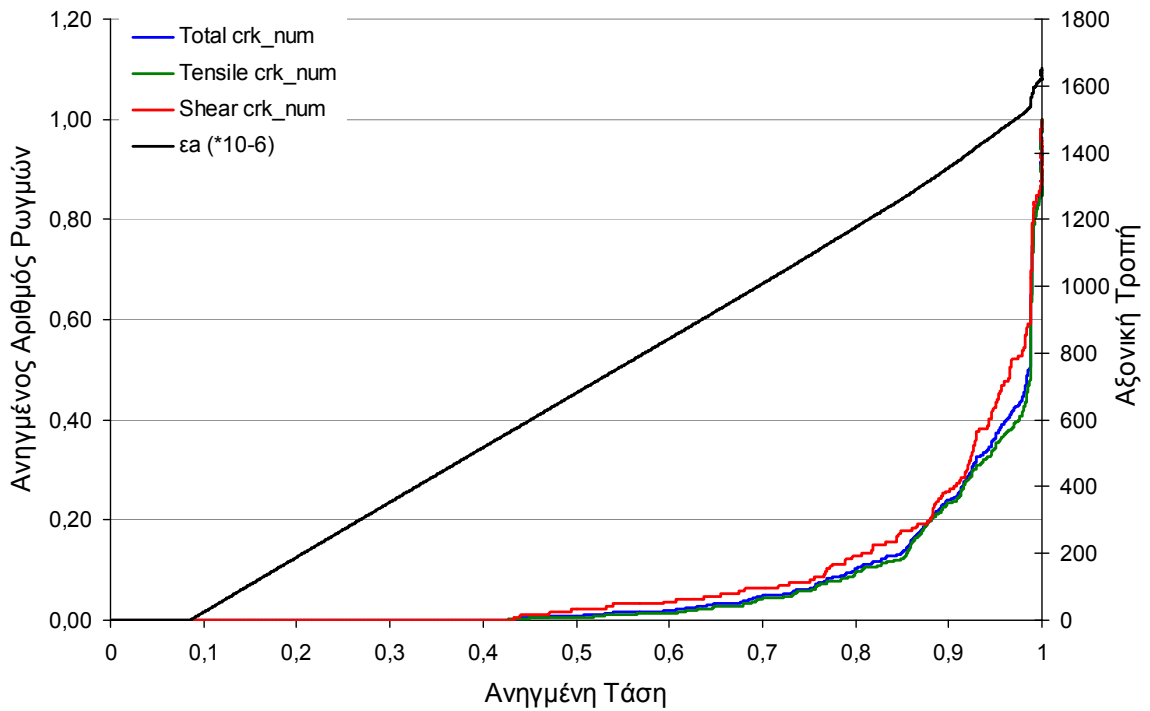
Σχήμα 3.9: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 5\text{MPa}$.



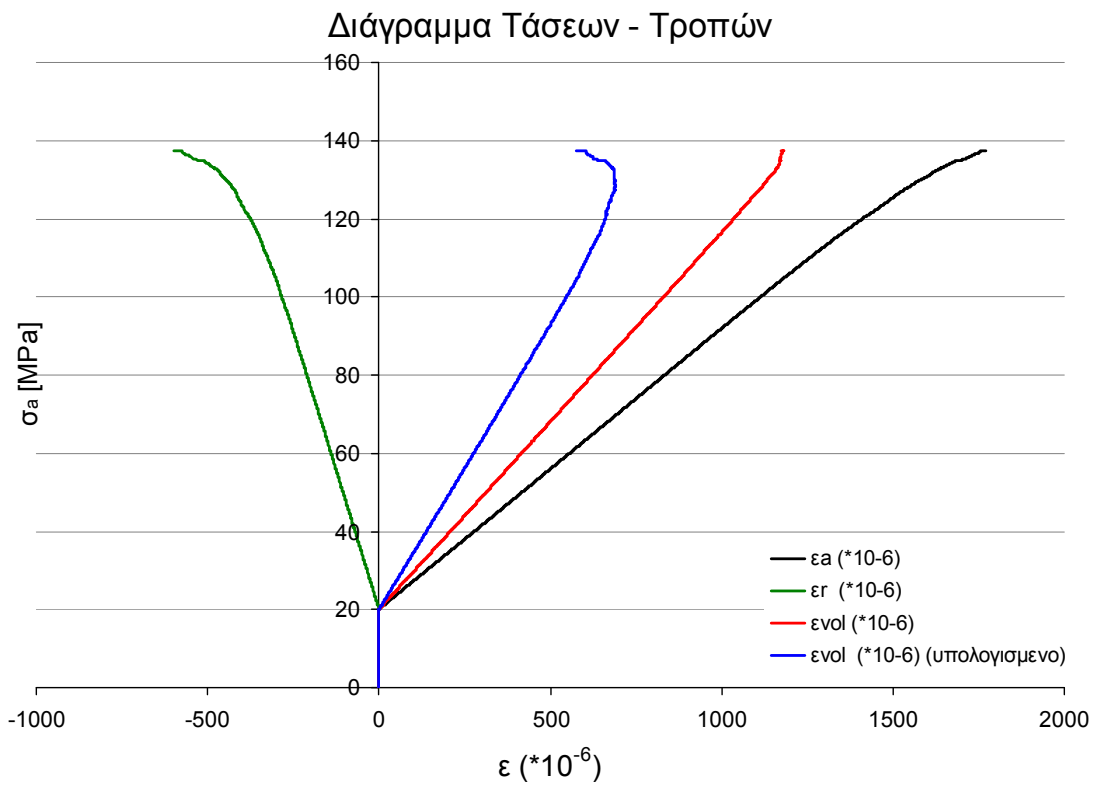
Σχήμα 3.10: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 5\text{MPa}$.



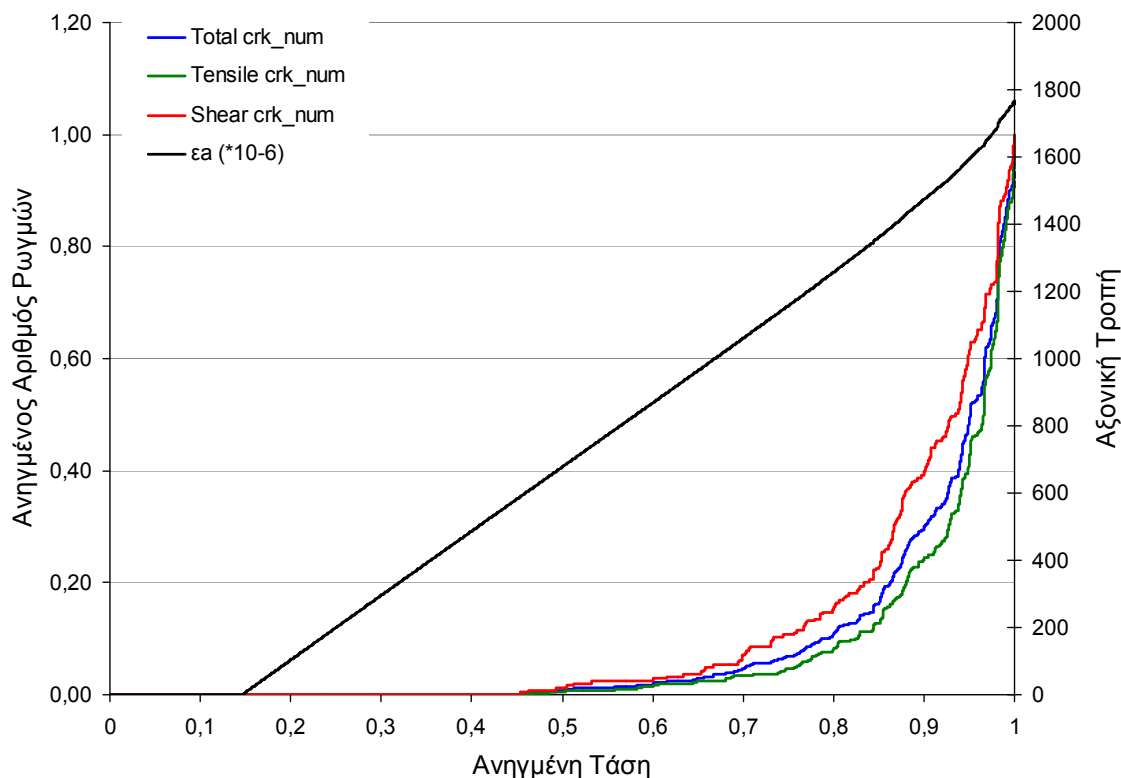
Σχήμα 3.11: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 10\text{MPa}$.



Σχήμα 3.12: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 10\text{MPa}$.



Σχήμα 3.13: Διάγραμμα τάσης – τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 20\text{MPa}$.



Σχήμα 3.14: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών τροπής για τριαξονική δοκιμή με $P = 20\text{MPa}$.

3.5. Συμπεράσματα

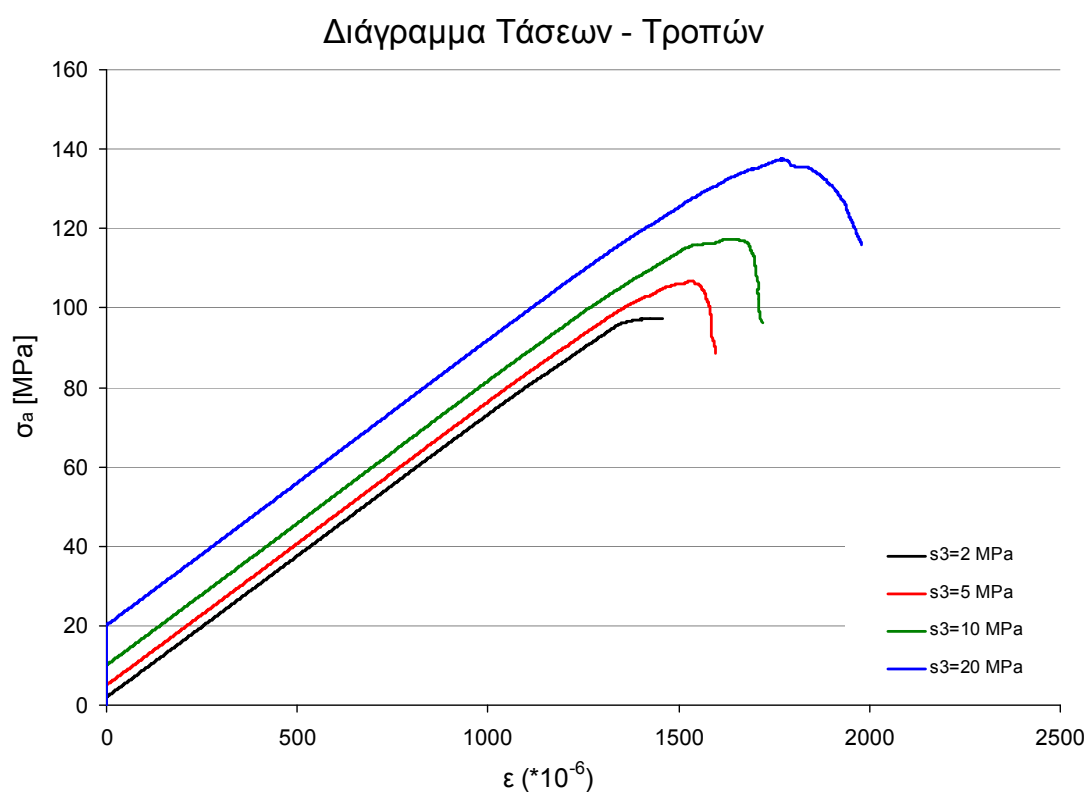
Στα σχήματα 3.4 και 3.5, μια πρώτη διαφορά που εντοπίζουμε μεταξύ αριθμητικών και πειραματικών δεδομένων, είναι η μέγιστη τάση, όπου στα πειραματικά δεδομένα ήταν $73,41\text{MPa}$ ενώ στα αριθμητικά αποτελέσματα $89,337\text{MPa}$. Αυτές οι τιμές αποκλίνουν κατά $21,7\%$.

Πιο αναλυτικά, βλέπουμε ότι η αριθμητική αξονική και διαμετρική τροπή παρουσιάζουν απόκλιση στο γραμμικό τους τμήμα, με τις αντίστοιχες πειραματικές, που κυμαίνεται ανάμεσα στο 5 και το 30%, ενώ στο μη γραμμικό τους τμήμα η απόκλιση είναι σαφώς μεγαλύτερη. Οι τιμές της ογκομετρικής τροπής, όπως καταγράφηκαν πειραματικά, βρίσκονται στο διάγραμμα τάσης – τροπής, ανάμεσα στις καμπύλες των ογκομετρικών τροπών που υπολογίσθηκαν από το PFC^{2D}. Η απόκλιση είναι παρόμοια και με τις άλλες δύο καμπύλες και ξεπερνά το 30%.

Υπολογίζοντας το τέμνον μέτρο ελαστικότητας, θα δεν παρατηρήσουμε μεγάλες διαφορές για τα πειραματικά και τα αριθμητικά δεδομένα. Το εφαπτομενικό και το μέσο μέτρο ελαστικότητας, αντίστοιχα δεν θα παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις. Για κάθε δοκιμή τα αποτελέσματα που πήραμε για τα μέτρα ελαστικότητας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Διευκρινίζεται ότι οι τιμές του πίνακα 3.7 έχουν προκύψει με βάση τις σταθμισμένες τιμές σε τρεις περιοχές μέτρησης μέσα στο δοκίμιο, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που χρησιμοποιεί το PFC^{2D}. Η αύξηση όμως του μέτρου ελαστικότητας δεν παρατηρείται στα διαγράμματα τάσης – τροπής των δοκιμών, όπως φαίνεται και στο συγκεντρωτικό διάγραμμα 3.15. Η διαφοροποίηση αυτή αποτελεί θέμα προς διερεύνηση.

Πίνακας 3.7: Τιμές μέτρου ελαστικότητας για κάθε δοκιμή.

Τύπος Δοκιμής	Μέτρο ελαστικότητας [GPa]
Μονοαξονική θλίψη	68,28
Τριαξονική 2MPa	71,13
Τριαξονική 5MPa	75,46
Τριαξονική 10MPa	82,67
Τριαξονική 20MPa	97,35



Σχήμα 3.15: Συγκεντρωτικό διάγραμμα τάσεων – τροπών για τις τριαξονικές δοκιμές.

Αντίστοιχα συμπεράσματα μπορούμε να εξάγουμε και για το λόγο του Poisson. Αυτός υπολογίζεται ως ο αρνητικός λόγος του μέτρου ελαστικότητας προς την κλίση της καμπύλης τάσης – διαμετρικής τροπής. Ο τρόπος υπολογισμού της ζητούμενης κλίσης είναι όμοιος με αυτόν για την εύρεση του μέτρου ελαστικότητας. Αυτή τη φορά όμως, λόγω της μεγαλύτερης απόκλισης των καμπυλών της διαμετρικής τροπής μεταξύ τους, θα παρουσιάζει μεγαλύτερη απόκλιση ο λόγος του Poisson.

Σε ό,τι αφορά το σχήμα 3.5, αξίζει να συγκριθούν οι καμπύλες για τον αριθμό των ρωγμών που δημιουργούνταν σε κάθε στάδιο της φόρτισης στο PFC^{2D} και την ακουστική εκπομπή που καταγράφηκε στο πείραμα. Οι μετρήσεις της ακουστικής εκπομπής ουσιαστικά αποτελούν καταγραφές των ακουστικών κυμάτων που παράγονται κατά τη δημιουργία μικρορωγμών, για αυτό και μπορούμε να συσχετίσουμε το πλήθος των ρωγμών που υπολόγισε ο κώδικας κατά την προσομοίωση, με την εργαστηριακή μέτρηση της ακουστικής εκπομπής. Παρατηρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις η αρχή της ρωγμάτωσης συμπίπτει με το 20% της μέγιστης ασκούμενης τάσης. Μέχρι το 75% η απόκλιση των δύο καμπυλών είναι κάτω από 20% και η κλίση τους ομαλή. Μετά το 80% της τάσης, συμπεριφέρονται διαφορετικά οι δύο καμπύλες και παρουσιάζουν τεράστια απόκλιση. Στο 99% της τάσης η ακουστική εκπομπή παίρνει τιμές κοντά στο 45% ενώ ο αριθμός ρωγμών 85%. Να σημειωθεί ότι η ακουστική εκπομπή είναι αθροιστικά καταγραμμένη αλλά παρουσιάζεται ανηγμένη. Ο αριθμός ρωγμών είναι επίσης ανηγμένος με το πλήθος των ρωγμών που έχουν δημιουργηθεί όταν η τάση παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

Όταν τα πετρώματα υφίστανται πλευρικό περιορισμό, όπως συμβαίνει σε μια τριαξονική δοκιμή, ενισχύονται, παρουσιάζοντας όλο και πιο όλκιμη συμπεριφορά. Όσο αυξάνεται η πλευρική πίεση, τόσο αυξάνεται και η αξονική τροπή πριν τη μακροσκοπική θραύση. Αυτό το φαινόμενο δεν παρατηρείται έντονα στα διαγράμματα τάσης – τροπής των τριαξονικών δοκιμών, μιας και οι τιμές των πλευρικών πιέσεων δεν είναι τόσο μεγάλες και η συμπεριφορά του δοκιμίου είναι ακόμα ψαθυρή. Τα διαγράμματα τάσης – τροπής έχουν κατασκευαστεί για δεδομένα μέχρι τη μέγιστη τάση. Στην αξονική δοκιμή με πλευρική πίεση 2MPa, αυτή ήταν 97,45 MPa, στα 5MPa πλευρικής πίεσης ήταν 106,84MPa, και για πλευρική πίεση 10MPa και 20MPa ήταν αντίστοιχα 117,36MPa και 137,46MPa. Αυτό επαληθεύει το φαινόμενο της ενίσχυσης του πετρώματος υπό πλευρικό περιορισμό, μιας και η θραύση σε κάθε περίπτωση επιτυγχάνεται σε μεγαλύτερες τιμές της τάσης όσο αυξάνεται η πλευρική τάση. Επιπλέον, όσο αυξάνεται η πλευρική πίεση η κλίση της

ογκομετρικής τροπής μετατοπίζεται προς τα πάνω και προς τα δεξιά. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα μιας υδροστατικής θλίψης.

Από τα αποτελέσματα που εξάγει το πρόγραμμα, βλέπουμε ότι οι διατμητικές ρωγμές εμφανίζονται πριν τις εφελκυστικές. Το πλήθος των εφελκυστικών ρωγμών τους συνολικά ξεπερνά το πλήθος των διατμητικών. Όμως μέχρι τη μέγιστη τάση οι διατμητικές ρωγμές αναπτύσσονται γρηγορότερα από ότι οι εφελκυστικές, για αυτό και στα διαγράμματα ανηγμένης τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – τροπής, η καμπύλη των διατμητικών ρωγμών βρίσκεται πάνω από την καμπύλη των εφελκυστικών. Επιπλέον, η απόσταση των καμπυλών είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερος ο πλευρικός περιορισμός. Αυτό σημαίνει ότι όσο αυξάνεται η πλευρική πίεση αυξάνεται ο ρυθμός ανάπτυξης των διατμητικών ρωγμών, αυτό δεν θα πρέπει να συγχέεται με το πλήθος τους, μιας και στα διαγράμματα παρουσιάζεται ανηγμένος ο αριθμός ρωγμών ως προς τον αριθμό που έχουν στη μέγιστη τάση, οπότε από αυτά τα διαγράμματα δεν μπορεί να γίνει ποσοτική σύγκριση του αριθμού ρωγμών μεταξύ τους. Παρατηρείται ότι καθώς αυξάνει η πλευρική πίεση, αυξάνεται το ποσοστό των διατμητικών τροπών έναντι των εφελκυστικών.

Πίνακας 3.8: Τάσεις εκκίνησης ρωγμών και πλήθος ρωγμών στη μέγιστη τάση.

Τύπος Δοκιμών	Τάση εκκίνησης εφελκυστικών ρωγμών [Mpa]	Τάση εκκίνησης διατμητικών ρωγμών [Mpa]	Πλήθος εφελκυστικών ρωγμών για σ_{\max}	Πλήθος διατμητικών ρωγμών για σ_{\max}
Τριαξονική 2MPa	36,59	8,78	641	157
Τριαξονική 5MPa	42,05	8,37	614	178
Τριαξονική 10MPa	50.174	50.81	769	270
Τριαξονική 20MPa	64,01	62,46	550	379

Από τα συμπεράσματα που παραθέτονται παραπάνω, ιδιαίτερα από τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα ότι οι αποκλίσεις σχεδόν σε όλες τις τιμές που αποτελούν τη μακροσκοπική απόκριση του πετρώματος, καθώς και τη μικρομηχανική συμπεριφορά του, ήταν μεγάλες ανάμεσα στα πειραματικά και υπολογιστικά δεδομένα. Συνεπώς, η σύγκριση μεταξύ τους δεν μπορεί να επιφέρει αξιολογικά ή και αντιπροσωπευτικά συμπεράσματα. Επίσης, εφόσον εργαστήκαμε βάσει της μεθοδολογίας του Youn, όπως παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο, αναμέναμε αποκλίσεις της τάξης του 5%, κι ενώ εφαρμόστηκε ορθά η μεθοδολογία αυτή, τα αποτελέσματα δεν ήταν τα αναμενόμενα.

Σύμφωνα με το Youn τόσο το πορώδες, όσο και η τυχαία τοποθέτηση των σωματιδίων κατά τη γένεση του μοντέλου, συμβάλλουν στη διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων. Επίσης, αναφέρει ότι θα πρέπει να αναμένεται μεγαλύτερη απόκλιση στις τιμές της αντοχής απ' ό,τι στις ελαστικές σταθερές, όπως και συνέβη και στη δική μας εφαρμογή. Οι πειραματικές τιμές της τροπής θα είναι μεγαλύτερες των αριθμητικών, λόγω διαφόρων διαδικασιών που συμβαίνουν στο δοκίμιο κατά τη φόρτιση (π.χ. συμπίεση προϋπαρχόντων μικρορωγμών που δεν έχουν προσομοιωθεί). Ασυμφωνία στα αποτελέσματα μπορεί να οφείλεται και στη χρήση της μεθόδου Plackett - Bruman, που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση της εξάρτησης των μικροσκοπικών παραμέτρων με τη μακροσκοπική απόκριση. Η μέθοδος αυτή δε λαμβάνει υπόψη την αλληλεξάρτηση μεταξύ των μικρομηχανικών παραμέτρων. Τέλος, ο Youn τόνισε ότι θα πρέπει να γίνεται και ποιοτική σύγκριση, δηλαδή συσχέτιση του τύπου της αστοχίας (ψαθυρή – όλκιμη), της κατανομής των ρωγμών, της συνοχής και της διάδοσής τους. Από την άποψη αυτή τα αποτελέσματα είναι λογικά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

4.1. Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, έγινε μια σύντομη αναφορά στη μεθοδολογία που παρουσίασε ο Youn (2007) για τη βέλτιστη επιλογή μικρομηχανικών ιδιοτήτων ενός μοντέλου συνδεδεμένων σωματιδίων του PFC^{2D} κατά την προσομοίωση βραχύδους δοκιμίου, που υποβάλλεται σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Έπειτα εφαρμόσαμε τη μεθοδολογία αυτή στην προσομοίωση δοκιμίων μαρμάρου. Τα δεδομένα για την μονοαξονική αντοχή σε θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο του Poisson, προήλθαν από πειράματα μονοαξονικής θλίψης που εκτελέστηκαν στο εργαστήριο Τεχνολογίας Διάνοιξης Σηράγγων του Ε.Μ.Π.. Στη μοντελοποίηση που πραγματοποιήσαμε, προσομοιώσαμε αρχικά δοκιμή μονοαξονικής θλίψης και συγκρίναμε τα αποτελέσματά της με τα εργαστηριακά κατασκευάζοντας διαγράμματα τάσης – τροπής και ανηγμένης τάσης – αριθμού ρωγμών – ακουστικής εκπομπής. Επιπλέον προσομοιώσαμε και τριαξονικές δοκιμές με πλευρική πίεση 2, 5, 10 και 20MPa αντίστοιχα. Καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι βάσει αυτής της μεθοδολογίας, η σύγκριση των αποτελεσμάτων παρουσίαζε μη αποδεκτές αποκλίσεις της τάξης του 20% και άνω.

Στο παρόν κεφάλαιο, κατασκευάσαμε 100 μοντέλα, δίνοντας ένα εύρος τιμών στις προς βελτιστοποίηση μικρομηχανικές παραμέτρους. Το εύρος και οι παράμετροι παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας 4.1: Εύρος τιμών αναζητούμενων παραμέτρων.

Παράμετρος	Συμβολισμός Παραμέτρου	Εύρος Τιμών
Μέτρο ελαστικότητας επαφών	E_c [GPa]	80 – 120
Λόγος ορθής προς τη διατμητική δυστροπία	kn/ks	2 – 3
Ορθή αντοχή δεσμών	NBS [MPa]	10 – 50
Λόγος διατμητικής προς την ορθή αντοχή	SBS/NBS	2 – 3
Λόγος τυπικής απόκλισης προς μέση αντοχή δεσμών	ROSD	0,1 – 0,5

Έπειτα υπολογίσαμε 100 ομάδες τιμών για τις παραμέτρους, θεωρώντας κάθε παράμετρο ως ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή. Ο υπολογισμός των παραμέτρων έγινε με τη βοήθεια του Matlab με τη μέθοδο Latin Hypercube. Στη συνέχεια, κατασκευάσαμε διαγράμματα συνδυάζοντας τις μικρομηχανικές ιδιότητες του δοκιμίου με τη μακροσκοπική του απόκριση, έπειτα από την υποβολή τους σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Από αυτά τα διαγράμματα, επιλέξαμε τις βέλτιστες τιμές για τις ζητούμενες παραμέτρους και κατασκευάσαμε ένα τελικό μοντέλο. Στο τελικό μοντέλο προσομοιώσαμε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, άμεσου εφελκυσμού, Brazilian και τριαξονικές.

4.2. Προετοιμασία αριθμητικών μοντέλων

Για την πραγματοποίηση μιας μοντελοποίησης ενός στερεού στο PFC^{2D}, κατά την οποία το στερεό αντιπροσωπεύεται ως ένα σύνολο σωματιδίων συνδεδεμένων στις επαφές τους, απαιτείται ένα ευρύ σύνολο από υποστηρικτικούς αλγόριθμους με τους οποίους πραγματοποιούνται τα εξής:

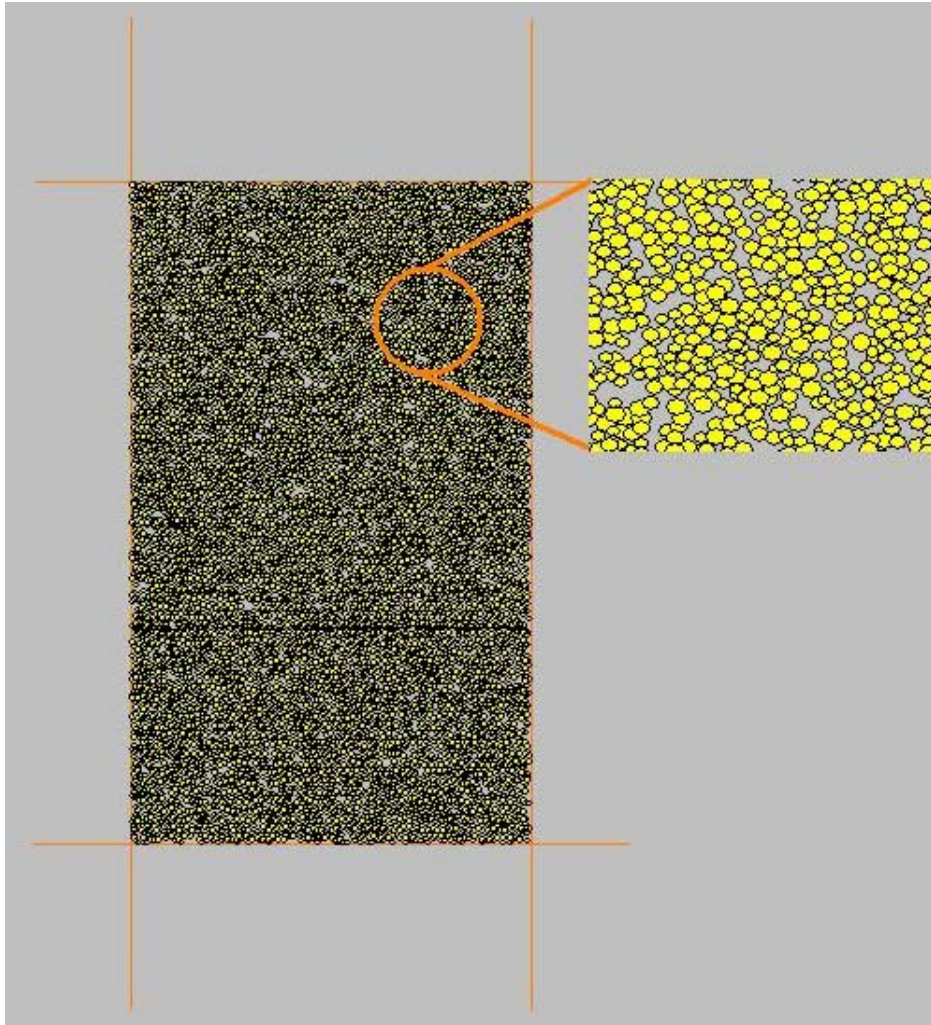
1. Δημιουργία του συνθετικού πετρώματος.
2. Καθορισμός της μακροσκοπικής του απόκρισης, υποβάλλοντάς το σε προσομοίωση εργαστηριακών δοκιμών.

3. Ορισμός του εντατικού πεδίου στο στερεό ή της εντατικής συνοριακής συνθήκης.
4. Παρακολούθηση και απεικόνιση της αστοχίας του στερεού.

Η Fishtank αποτελεί το σύνολο των απαιτούμενων αλγορίθμων και έχει κατασκευαστεί από την Itasca.

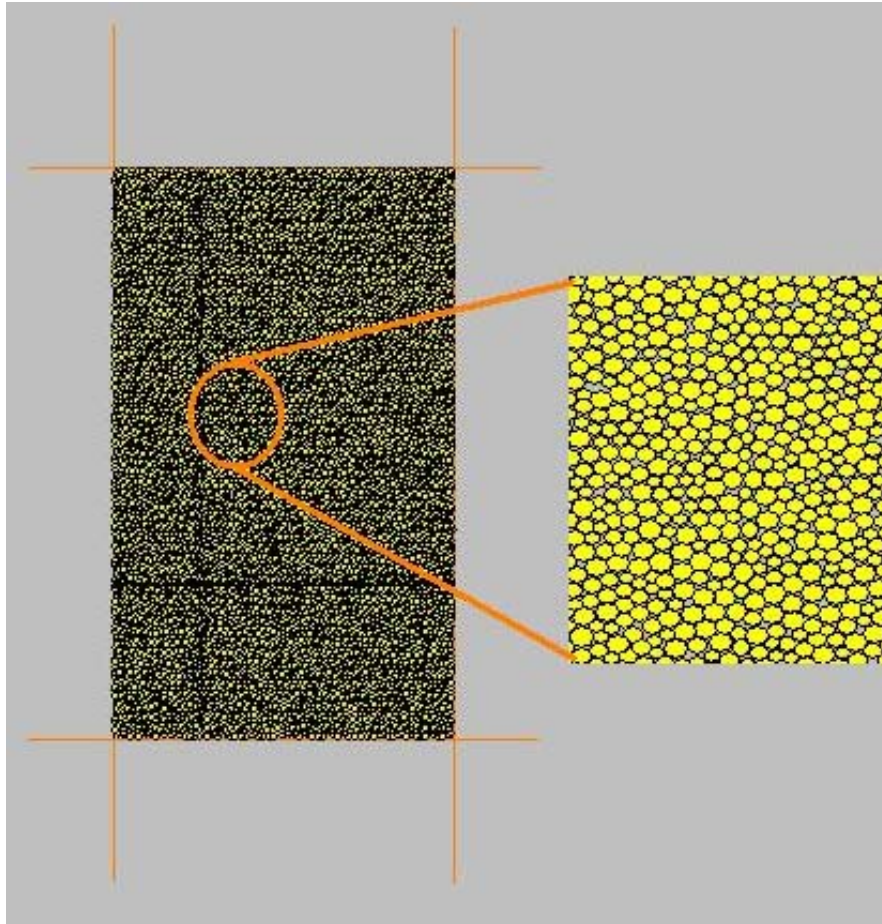
Η διαδικασία γένεσης του υλικού παράγει ένα συνθετικό υλικό που αποτελείται από κόκκους (κυκλικά - σφαιρικά σωματίδια - συσσωματώματα) και δεσμούς (σημειακοί - παράλληλοι). Το υλικό παράγεται σε μια κυψέλη, τέτοια ώστε να αποτελεί ένα σύστημα ισότροπο και σωστά συνδεδεμένο σε καθορισμένη θλιπτική πίεση. Για τη γένεση του συνόλου των σωματιδίων ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα.

1. Συμπύκνωση του αρχικού συνόλου των σωματιδίων. Η κυψέλη γεμίζεται με σωματίδια ή/και συσσωματώματα. Εάν υπάρχουν τοίχοι να την περιορίζουν, ορίζονται να έχουν μηδενική τριβή και η ορθή τους δυστροπία έχει οριστεί ίση με β φορές τη μέση ορθή δυστροπία των σωματιδίων. Το αρχικό πορώδες καθορίζεται να είναι 8% (σε 2D), ώστε να επιτευχθεί ένα πολύ συμπυκνωμένο αρχικό σύνολο. Τα σωματίδια δημιουργούνται με τη χρήση της εντολής GENERATE, με την οποία τα σωματίδια τοποθετούνται τυχαία, με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχουν αλληλεπικαλύψεις σωματιδίων. Επίσης, στην αρχή τα σωματίδια δημιουργούνται έχοντας τη μισή ακτίνα από αυτή που θα έχουν τελικά. Στη συνέχεια, αυξάνονται οι ακτίνες σωματιδίων ώστε να πάρουν την τελική τους τιμή και το σύστημα αφήνεται έως ότου φθάσει σε στατική ισορροπία υπό μηδενική τριβή. Η κατανομή των δυνάμεων θα πρέπει να είναι σχεδόν ομοιόμορφη (όλα τα σωματίδια να εφάπτονται μεταξύ τους και να μην υπάρχουν αφόρτιστες περιοχές) πριν προχωρήσουμε στο επόμενο βήμα.



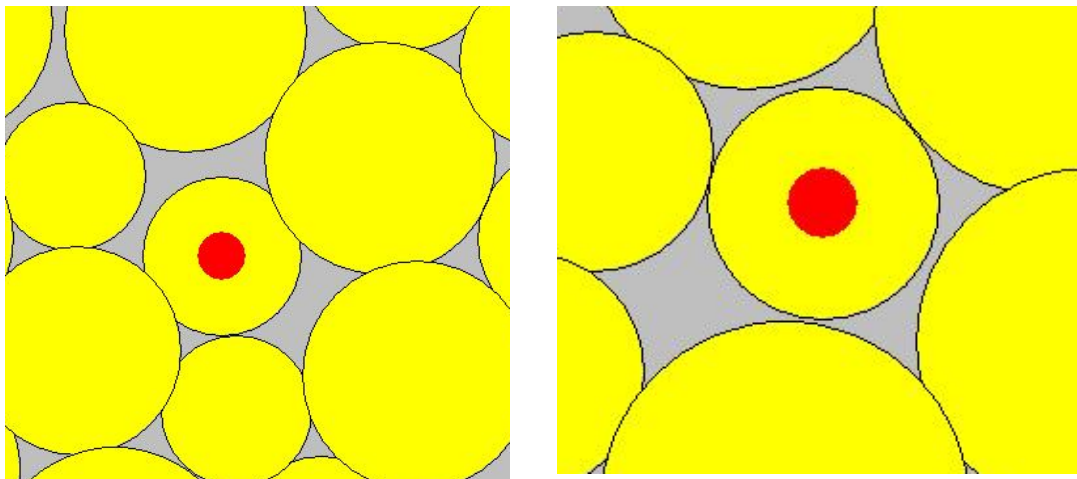
Εικόνα 4.1: Αρχικό σύνολο σωματιδίων όπως φαίνεται στο PFC^{2D}.

2. Καθορισμός υδροστατικής τάσης. Οι ακτίνες των σωματιδίων μεταβάλλονται ομοιόμορφα ώστε να επιτευχθεί συγκεκριμένη υδροστατική τάση, σ_{t0} , η οποία ορίζεται ως ο μέσος όρος των τάσεων σ_x και σ_y . Αυτή η τάση συνήθως ορίζεται σε χαμηλές τιμές σε σχέση με την αντοχή του υλικού (π.χ., λιγότερο από το ένα τοις εκατό της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη). Αυτό σκοπεύει στη μείωση του μεγέθους των εγκλεισμένων τάσεων (locked-in stresses), που θα αναπτυχθούν μετά την εγκατάσταση των δεσμών και τα βήματα απομάκρυνσης των φορτίων, δεδομένου ότι το μέγεθος των εγκλεισμένων τάσεων (εφελκυστικών και θλιπτικών) θα είναι συγκρίσιμο με την τιμή των θλιπτικών δυνάμεων που θα αναπτυχθούν κατά τη στιγμή ανάθεσης των δεσμών.



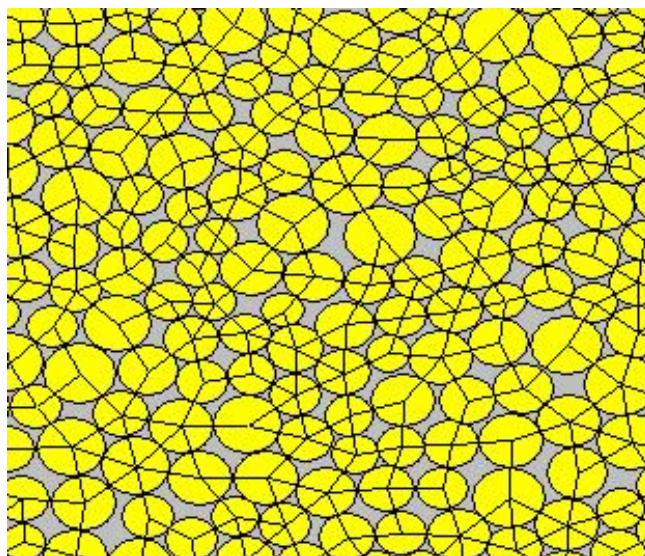
Εικόνα 4.2: Σύνολο σωματιδίων μετά την ανακατανομή των τάσεων όπως φαίνεται στο PFC^{2D}.

3. Μείωση αριθμού σωματιδίων που έχουν λιγότερες από τρεις επαφές (floating particles). Σύνολα σωματιδίων με μη ομοιόμορφη ακτίνα, που έχουν τοποθετηθεί τυχαία και έχουν συμπυκνωθεί ώστε οι τάσεις στο εσωτερικό του συνόλου να παίρνουν συγκεκριμένες τιμές, μπορεί να περιέχουν σωματίδια που έχουν λιγότερες από τρεις επαφές με τα γειτονικά τους σωματίδια (έως και 10% του συνόλου των σωματιδίων). Για να δημιουργηθεί ένα πυκνότερο δίκτυο δεσμών, αφαιρείται ένα ποσοστό αυτών αν όχι όλων.



Εικόνα 4.3: Σωματίδια με λιγότερες από τρεις επαφές όπως φαίνεται στο PFC^{2D}.

4. Τελικό δείγμα. Σε αυτό το βήμα θα γίνει η ανάθεση των δεσμών σε όλα τα σωματίδια που εφάπτονται. Με την εντολή `cb_add = 1`, βάζουμε σημειακούς δεσμούς, ενώ με την εντολή `pb_add = 1` παράλληλους. Για τους παράλληλους δεσμούς αρκεί τα σωματίδια να βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους, σχεδόν να εφάπτονται. Είναι δυνατό να έχουμε παρουσία και των δύο δεσμών σε ένα σύνολο. Έπειτα, ορίζεται συγκεκριμένος συντελεστής τριβής σε όλα τα σωματίδια. Τέλος, απομακρύνονται οι τοίχοι και το υλικό είναι έτοιμο να υποβληθεί σε δοκιμές ή να γίνει προσομοίωση ενός προβλήματος συνοριακών τιμών.



Εικόνα 4.4: Δίκτυο σημειακών δεσμών όπως φαίνεται στο PFC^{2D}.

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται οι τιμές για τις μικρομηχανικές ιδιότητες που ορίσαμε στο υπολογιστικό πρόγραμμα PFC^{2D}, για την επίτευξη προσομοίωσης δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.

Πίνακας 4.2: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων.

Model	ba_Ec(1)	ba_krat	cb_sn_mean	cb_sn_sdev		cb_ss_mean	cb_ss_sdev	
	Ec (GPa)	kn/ks	NBS (MPa)		SBS/NBS			ROSD
1	111.06	2.96	46.92	17.02	2.84	133.11	48.27	0.36
2	109.04	2.67	25.79	2.95	2.14	55.08	6.31	0.11
3	113.76	2.69	38.77	12.02	2.05	79.56	24.67	0.31
4	103.64	2.05	19.04	3.90	2.79	53.09	10.87	0.20
5	106.75	2.13	11.83	2.91	2.56	30.33	7.46	0.25
6	85.98	2.29	35.34	6.75	2.58	91.19	17.42	0.19
7	90.64	2.85	38.31	15.24	2.35	90.17	35.86	0.40
8	81.76	2.95	21.97	8.59	2.38	52.27	20.44	0.39
9	97.23	2.99	32.21	7.18	2.93	94.48	21.05	0.22
10	95.08	2.38	22.91	9.98	2.51	57.44	25.03	0.44
11	92.18	2.31	43.75	7.75	2.82	123.52	21.89	0.18
12	100.49	2.20	24.84	11.06	2.20	54.56	24.30	0.45
13	89.07	2.69	39.50	5.12	2.07	81.94	10.62	0.13
14	115.96	2.66	36.31	7.85	2.24	81.26	17.56	0.22
15	116.62	2.21	48.71	22.14	2.63	128.14	58.24	0.45
16	105.19	2.47	18.48	3.07	2.77	51.11	8.50	0.17
17	80.53	2.06	33.72	4.77	2.99	100.79	14.26	0.14
18	115.56	2.61	12.85	3.57	2.05	26.34	7.31	0.28
19	108.72	2.70	31.32	10.71	2.17	68.07	23.27	0.34
20	84.59	2.83	45.74	14.69	2.46	112.54	36.15	0.32
21	119.75	2.71	10.62	2.47	2.39	25.36	5.91	0.23
22	93.85	2.45	23.77	9.62	2.09	49.75	20.12	0.40
23	112.16	2.38	39.60	19.19	2.91	115.13	55.79	0.48
24	98.06	2.08	46.02	6.25	2.44	112.22	15.24	0.14
25	104.12	2.73	30.27	3.09	2.73	82.77	8.44	0.10
26	99.44	2.11	49.54	9.66	2.66	131.58	25.66	0.19
27	102.17	2.01	27.43	3.00	2.00	54.87	5.99	0.11
28	88.70	2.31	20.58	6.17	2.73	56.12	16.84	0.30
29	104.51	2.90	29.59	13.57	2.36	69.95	32.07	0.46

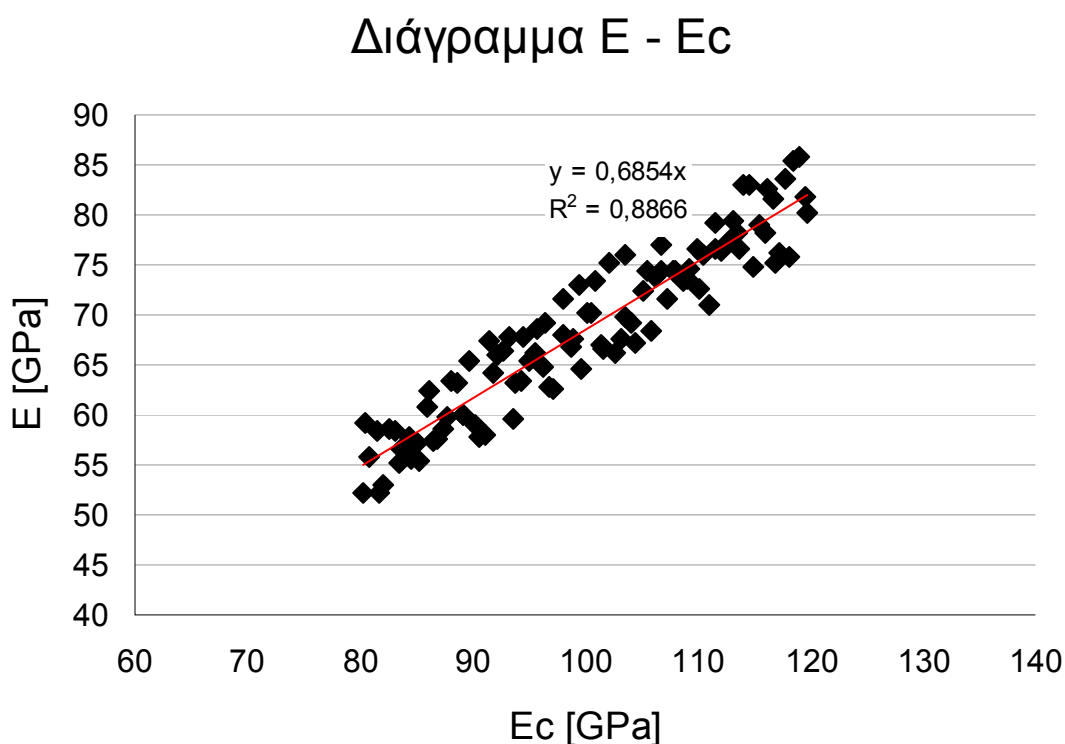
30	87.46	2.63	17.25	5.41	2.28	39.41	12.35	0.31
31	97.97	2.42	16.84	3.61	2.52	42.51	9.12	0.21
32	101.48	2.81	21.00	5.11	2.69	56.59	13.77	0.24
33	98.68	2.64	43.12	6.57	2.89	124.49	18.97	0.15
34	113.59	2.59	34.51	6.85	2.65	91.40	18.13	0.20
35	119.53	2.51	48.92	12.83	2.03	99.44	26.09	0.26
36	118.06	2.94	43.42	17.11	2.86	124.15	48.93	0.39
37	110.14	2.74	32.73	11.71	2.31	75.68	27.08	0.36
38	89.66	2.03	27.68	4.87	2.92	80.72	14.20	0.18
39	81.49	2.15	21.24	7.32	2.80	59.52	20.52	0.34
40	89.24	2.54	42.34	20.08	2.67	113.07	53.62	0.47
41	103.52	2.58	14.02	2.28	2.43	34.02	5.53	0.16
42	106.81	2.32	14.80	4.86	2.07	30.63	10.05	0.33
43	96.23	2.50	41.82	18.34	2.99	125.14	54.88	0.44
44	107.91	2.43	24.40	12.18	2.75	67.18	33.55	0.50
45	114.07	2.13	33.11	8.40	2.25	74.65	18.93	0.25
46	91.06	2.92	22.12	7.82	2.11	46.76	16.54	0.35
47	91.80	2.39	40.12	13.98	2.28	91.35	31.82	0.35
48	86.50	2.78	24.69	8.06	2.92	72.17	23.55	0.33
49	100.87	2.06	40.67	12.18	2.25	91.37	27.36	0.30
50	112.64	2.44	49.96	19.23	2.55	127.46	49.05	0.38
51	93.16	2.10	12.78	3.89	2.95	37.67	11.47	0.30
52	111.49	2.36	28.90	14.24	2.21	63.92	31.50	0.49
53	96.88	2.91	13.87	6.14	2.49	34.56	15.30	0.44
54	101.63	2.81	40.99	15.70	2.69	110.25	42.22	0.38
55	118.97	2.17	47.22	9.94	2.67	125.89	26.50	0.21
56	109.22	2.56	13.33	3.65	2.77	36.94	10.12	0.27
57	117.76	2.34	31.01	7.36	2.30	71.20	16.89	0.24
58	85.20	2.88	31.74	5.92	2.46	77.98	14.55	0.19
59	114.50	2.11	37.73	6.42	2.86	108.06	18.40	0.17
60	83.53	2.73	22.71	10.51	2.97	67.47	31.22	0.46
61	86.19	2.18	34.08	8.47	2.54	86.63	21.53	0.25
62	107.34	2.66	18.20	3.69	2.33	42.49	8.61	0.20
63	96.45	2.24	37.43	8.64	2.47	92.54	21.35	0.23
64	94.56	2.22	38.92	10.57	2.34	91.17	24.77	0.27
65	111.60	2.24	28.58	13.81	2.33	66.46	32.12	0.48
66	93.55	2.96	16.70	7.16	2.14	35.76	15.33	0.43
67	106.28	2.41	27.17	9.99	2.19	59.37	21.84	0.37
68	99.01	2.60	33.36	8.57	2.57	85.76	22.02	0.26

69	92.75	2.08	23.33	9.82	2.08	48.57	20.44	0.42
70	113.11	2.25	44.56	21.21	2.96	131.85	62.77	0.48
71	103.13	2.85	15.39	1.86	2.16	33.20	4.02	0.12
72	83.73	2.51	20.21	8.59	2.17	43.83	18.63	0.43
73	91.47	2.01	47.87	5.67	2.81	134.74	15.95	0.12
74	87.68	2.53	37.03	9.83	2.80	103.66	27.53	0.27
75	102.58	2.76	42.49	17.54	2.41	102.21	42.19	0.41
76	90.31	2.84	44.00	12.92	2.10	92.41	27.13	0.29
77	100.13	2.34	11.49	2.58	2.01	23.14	5.20	0.22
78	109.98	2.27	26.48	10.89	2.41	63.86	26.27	0.41
79	116.97	2.77	41.55	19.30	2.85	118.20	54.92	0.46
80	110.40	2.49	15.99	4.52	2.49	39.76	11.24	0.28
81	85.05	2.54	35.82	15.01	2.13	76.23	31.94	0.42
82	116.18	2.20	19.77	7.28	2.89	57.16	21.04	0.37
83	118.43	2.16	45.51	5.67	2.74	124.80	15.55	0.12
84	105.90	2.88	45.14	16.98	2.51	113.33	42.63	0.38
85	117.27	2.98	28.13	3.92	2.62	73.79	10.27	0.14
86	95.53	2.42	25.46	8.56	2.62	66.65	22.41	0.34
87	114.85	2.76	48.20	23.65	2.71	130.47	64.02	0.49
88	80.29	2.92	10.12	3.78	2.72	27.53	10.29	0.37
89	99.66	2.86	26.16	11.80	2.21	57.81	26.08	0.45
90	86.88	2.80	29.80	3.14	2.88	85.73	9.04	0.11
91	94.32	2.64	34.89	11.03	2.23	77.74	24.57	0.32
92	88.01	2.17	12.13	3.45	2.44	29.63	8.44	0.28
93	105.50	2.28	16.27	6.56	2.26	36.79	14.82	0.40
94	108.09	2.47	36.47	5.48	2.31	84.11	12.63	0.15
95	95.68	2.04	19.34	9.12	2.03	39.23	18.50	0.47
96	82.60	2.30	14.97	2.74	2.96	44.33	8.11	0.18
97	82.03	2.97	11.19	3.72	2.60	29.05	9.66	0.33
98	83.16	2.36	17.67	2.61	2.53	44.75	6.62	0.15
99	84.35	2.57	30.75	8.95	2.60	80.06	23.29	0.29
100	80.86	2.60	46.46	7.25	2.40	111.32	17.37	0.16

Επιπλέον θέσαμε ελάχιστη ακτίνα (R_{min}) ίση με 0,25mm, λόγω της μέγιστης προς την ελάχιστη ακτίνα (m_{g_Rrat}) 1,8, πυκνότητα του δοκιμίου (ba_rho) ίση με 2700kg/m³ και συντελεστή τριβής μεταξύ των δίσκων 0,577 (ba_fric). Οι διαστάσεις του δοκιμίου είναι 5cm πλάτος και 10cm ύψος.

4.3. Αποτελέσματα

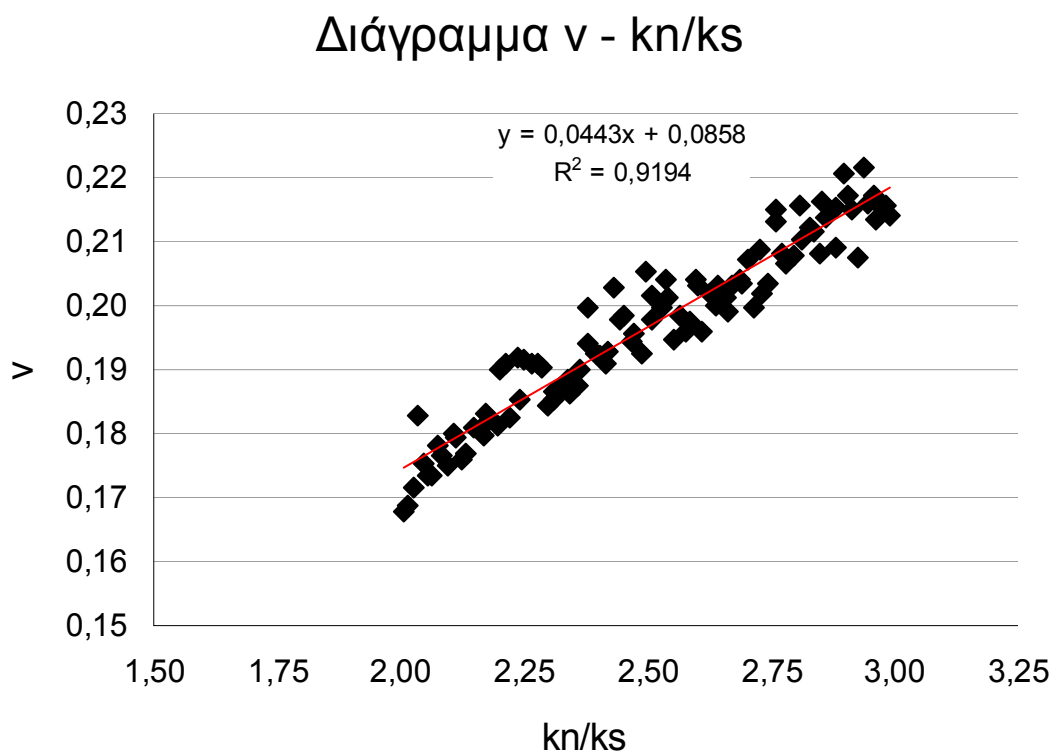
Όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενα κεφάλαια το μέτρο ελαστικότητας E , ο λόγος του Poisson ν και η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη u_{cs} του πετρώματος αποτελούν τη μακροσκοπική του απόκριση. Ουσιαστικά παίρνουμε αυτές τις τιμές από εργαστηριακά δεδομένα, υπολογίζουμε βάσει αυτών τις μικροσκοπικές παραμέτρους του BPM κι έπειτα από την ολοκλήρωση της μοντελοποίησης βγάζουμε αποτελέσματα πάλι για τη μακροσκοπική απόκριση του συνθετικού πετρώματος. Στα διαγράμματα που παραθέτονται στη συνέχεια, έχουμε συσχετίσει τις τρεις βασικές μακροσκοπικές παραμέτρους με μικροσκοπικές που διαπιστώσαμε ότι επηρεάζουν περισσότερο.



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα συσχέτισης μέτρου ελαστικότητας του δοκιμίου με το μέτρο ελαστικότητας των επαφών των δίσκων της κατανομής.

Παρατηρούμε μια γραμμική σχέση μεταξύ τους από τη διασπορά των τιμών, που περιγράφεται από την εξίσωση της καμπύλης τάσης $y = 0,6854x$. Ο συντελεστής R^2 προσδιορίζει κατά πόσο υπάρχει αντιστοιχία των δεδομένων του διαγράμματος με τις εκτιμώμενες τιμές από την καμπύλη τάσης (trendline). Ο συντελεστής συσχέτισης

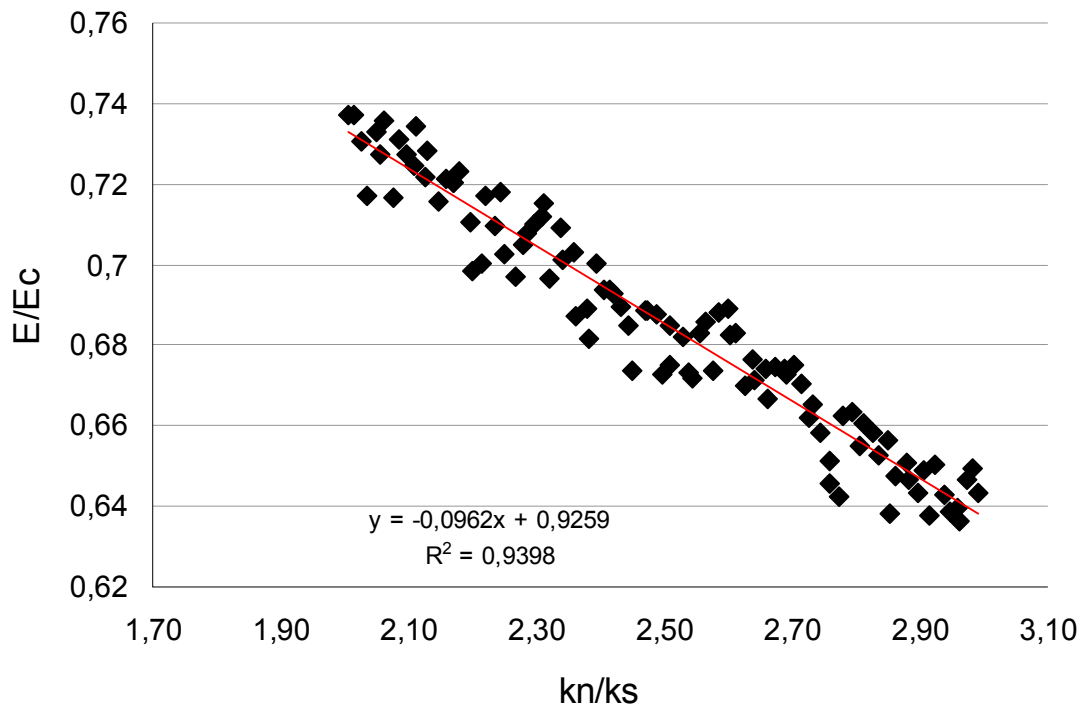
μπορεί να παίρνει τιμές από 0 έως 1 και όσο πιο κοντά στη μονάδα βρίσκεται τόσο πιο πιθανό είναι να ταυτίζονται οι τιμές της εξίσωσης της καμπύλης τάσης με τις τιμές των δεδομένων. Στο παρόν διάγραμμα η συσχέτιση είναι αρκετά καλή. Ήταν αναμενόμενο βέβαια το μέτρο ελαστικότητας όλου του δοκιμίου να σχετίζεται με το αντίστοιχο των επαφών.



Σχήμα 4.2: Διάγραμμα συσχέτισης λόγου του Poisson με το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία.

Παρομοίως και σε αυτό το διάγραμμα παρατηρείται γραμμική συσχέτιση των δεδομένων και καλή διασπορά. Γνωρίζουμε ότι η μακροσκοπική τιμή του λόγου του Poisson σχετίζεται με το λόγο της ορθής και διατμητικής δυστροπίας των σφαιρών (Potyondy & Cundall, 2004). Επίσης ο λόγος του Poisson, ουσιαστικά αποτελεί λόγο παραμορφώσεων και η δυστροπία κάθε επαφής είναι η μεταβολή της δύναμης που ασκείται στην επαφή προς τη μείωση της ακτίνας κάθε σφαίρας, δηλαδή την παραμόρφωση της κάθε σφαίρας. Επομένως και πάλι ήταν αναμενόμενη η συσχέτιση μεταξύ των δύο μεγεθών.

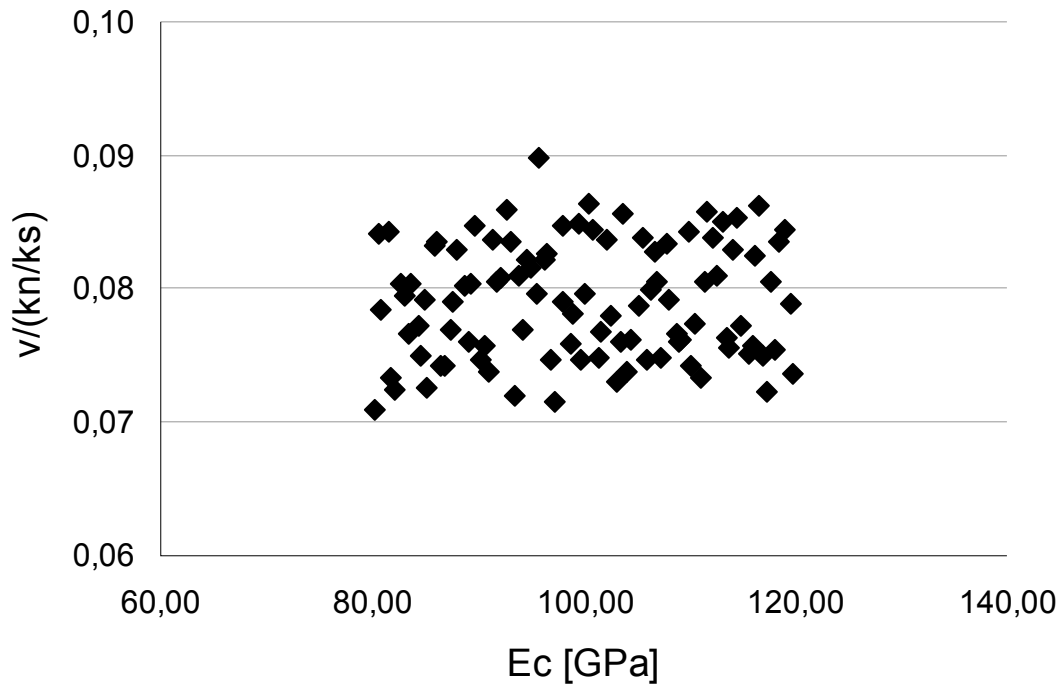
Διάγραμμα E/Ec - kn/ks



Σχήμα 4.3: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου των μέτρων ελαστικότητας του δοκιμίου και των επαφών με το λόγο της ορθής προς τη διατμητική δυστροπία.

Αυτό το διάγραμμα αποτελεί άλλη μια περίπτωση καλής διασποράς των τιμών των δεδομένων και παρουσιάζεται γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο λόγων. Αυτή τη φορά όμως όσο αυξάνεται η τιμή του λόγου των μέτρων ελαστικότητας, μειώνεται η τιμή του λόγου των δυσκαμψιών. Είναι δηλαδή αντιστρόφως ανάλογα μεγέθη, κάτι που δεν ίσχυε στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

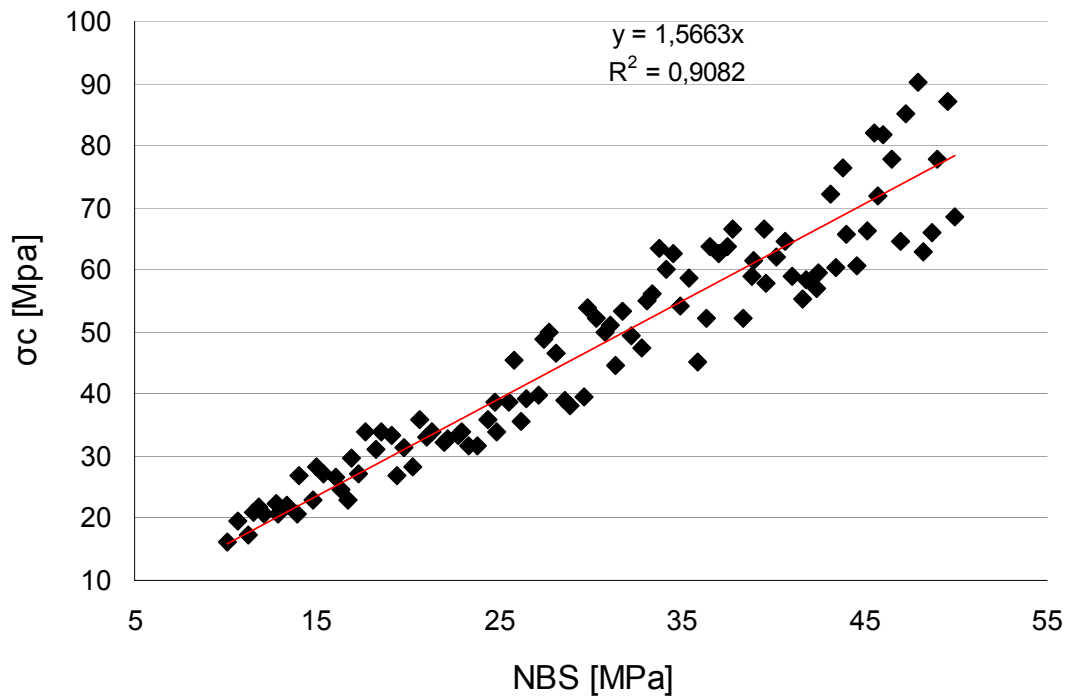
Διάγραμμα $\nu/(k_n/k_s) - E_c$



Σχήμα 4.4: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του λόγου του Poisson προς το λόγο των δυστροπιών και του μέτρου ελαστικότητας των επαφών.

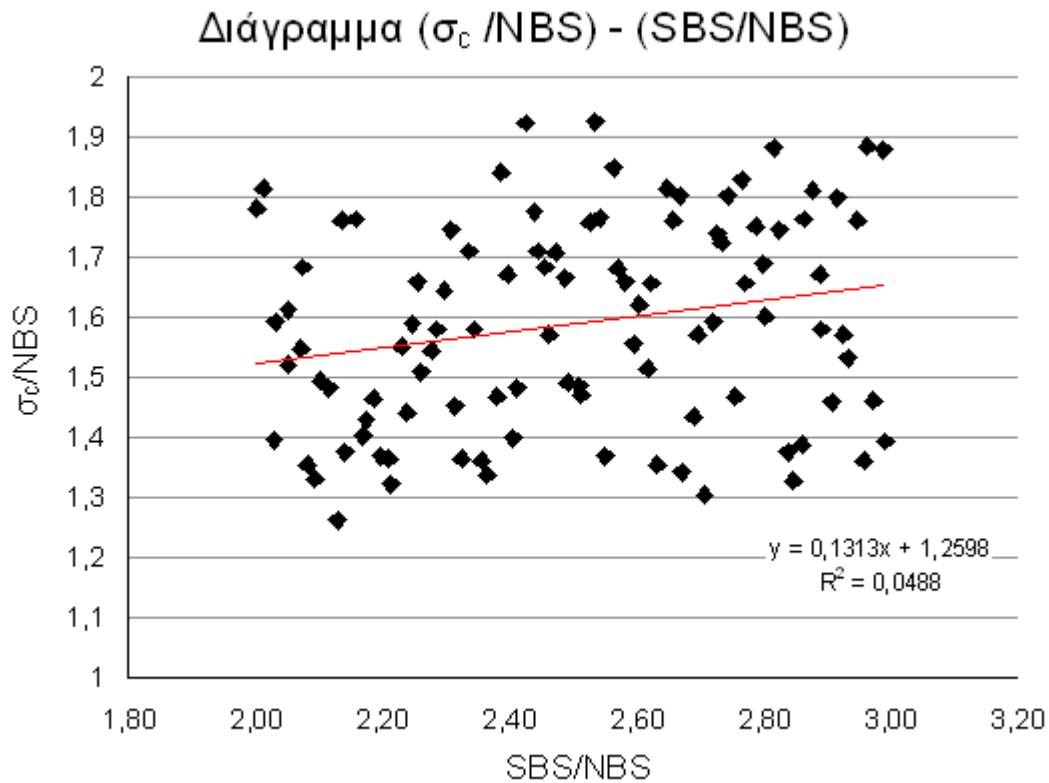
Από αυτό το διάγραμμα δεν δύναται να βγάλουμε κάποιο συμπέρασμα για τη σχέση μεταξύ των μεγεθών αυτών, μιας και η διασπορά δεν παρουσιάζει καμία γραμμικότητα.

Διάγραμμα σ_c - NBS



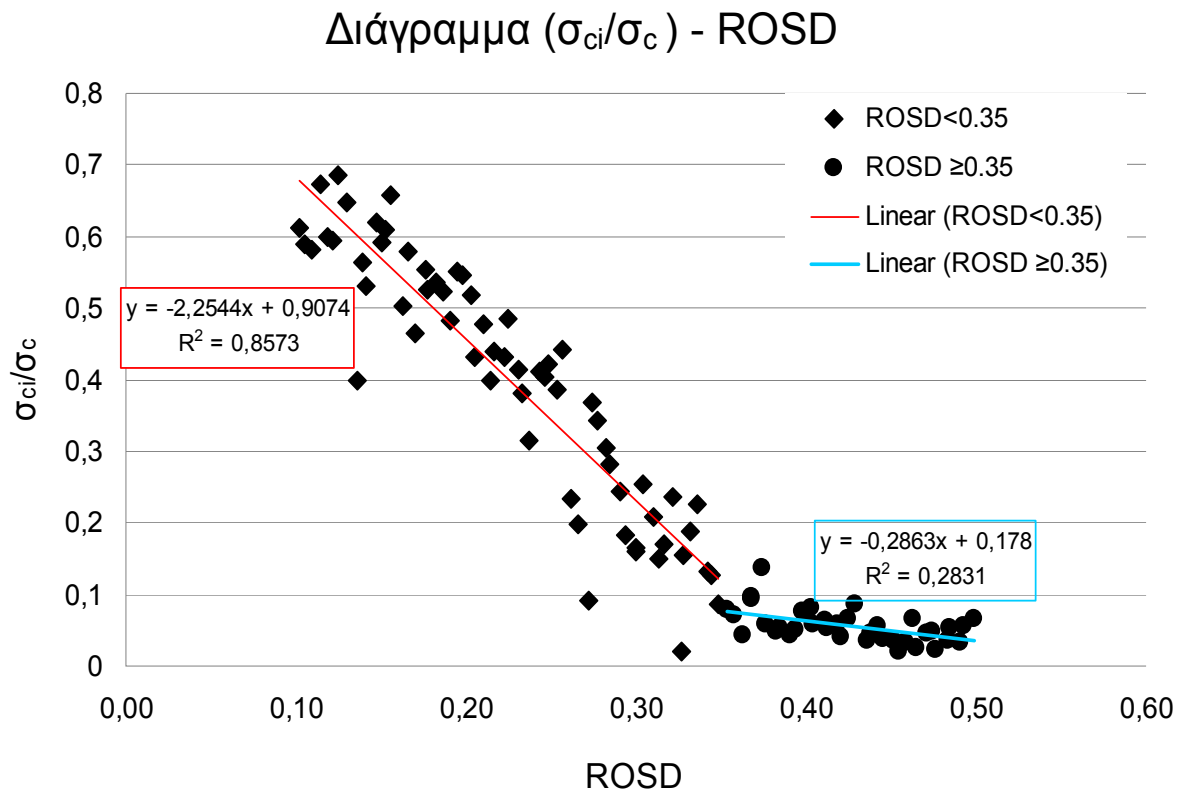
Σχήμα 4.5: Διάγραμμα συσχέτισης της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.

Γνωρίζουμε ότι αυτές οι δύο παράμετροι είναι αλληλεξαρτώμενες, μιας και όσο πιο γερός είναι ο δεσμός ανάμεσα στα σωματίδια ενός υλικού, τόσο πιο δύσκολα θα επέλθει μακροσκοπική θράυση του δοκιμίου. Επομένως εφόσον η παράμετρος NBS είναι ουσιαστικά η αντίσταση των σφαιριδίων σε μικροσκοπική κλίμακα, σε εξωτερικά επιβαλλόμενες δυνάμεις, τότε μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει το πόσο γερός είναι ένας δεσμός, δηλαδή την αντοχή του. Στο διάγραμμα φαίνεται η γραμμική τους σχέση και ο συντελεστής συσχέτισής τους που είναι αρκετά υψηλός.



Σχήμα 4.6: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών με το λόγο της διαμετρικής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.

Όπως και στο τέταρτο διάγραμμα, έτσι και σε αυτό δεν παρατηρείται καμία συσχέτιση ή αναλογία μεταξύ των μεγεθών που αποτυπώνονται στο διάγραμμα. Επομένως, δεν μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για τη σχέση που παρουσιάζουν οι δύο λόγοι.



Σχήμα 4.7: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της τάσης εκκίνησης της ρωγμάτωσης προς τη μέγιστη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και του λόγου της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε δύο περιοχές συσχέτισης για ROSD μικρότερο και μεγαλύτερο από 0,35. Για αυτό το λόγο έχουμε βρει την καμπύλη τάσης και το συντελεστή συσχέτισης και για τις δύο περιοχές. Παρατηρούμε ότι η περιοχή για ROSD μικρότερο του 0,35 πλεονεκτεί έναντι της άλλης και παρουσιάζει μεγαλύτερη ταύτιση με την καμπύλη τάσης. Συνεπώς στους υπολογισμούς που θα πραγματοποιήσουμε σε επόμενη ενότητα, θα χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα μας για ROSD μικρότερο του 0,35. Ο συντελεστής ROSD γνωρίζουμε ότι όσο αυξάνεται, τόσο μειώνεται η τάση εκκίνησης των ρωγμών. Επιπλέον όμως, με την αύξηση του συντελεστή σημαίνει ότι όλο και περισσότεροι δεσμοί έχουν μεγάλη αντοχή, αλλά υπάρχει η ίδια πιθανότητα ανάθεσης χαμηλής αντοχής στους δεσμούς, αφού μειώνεται η σ_{ci} . Τελικά, δεν μπορούμε να πούμε ότι με την αύξηση του συντελεστή μειώνεται η αντοχή του δοκιμίου.

4.4. Κατασκευή 101^{ου} μοντέλου

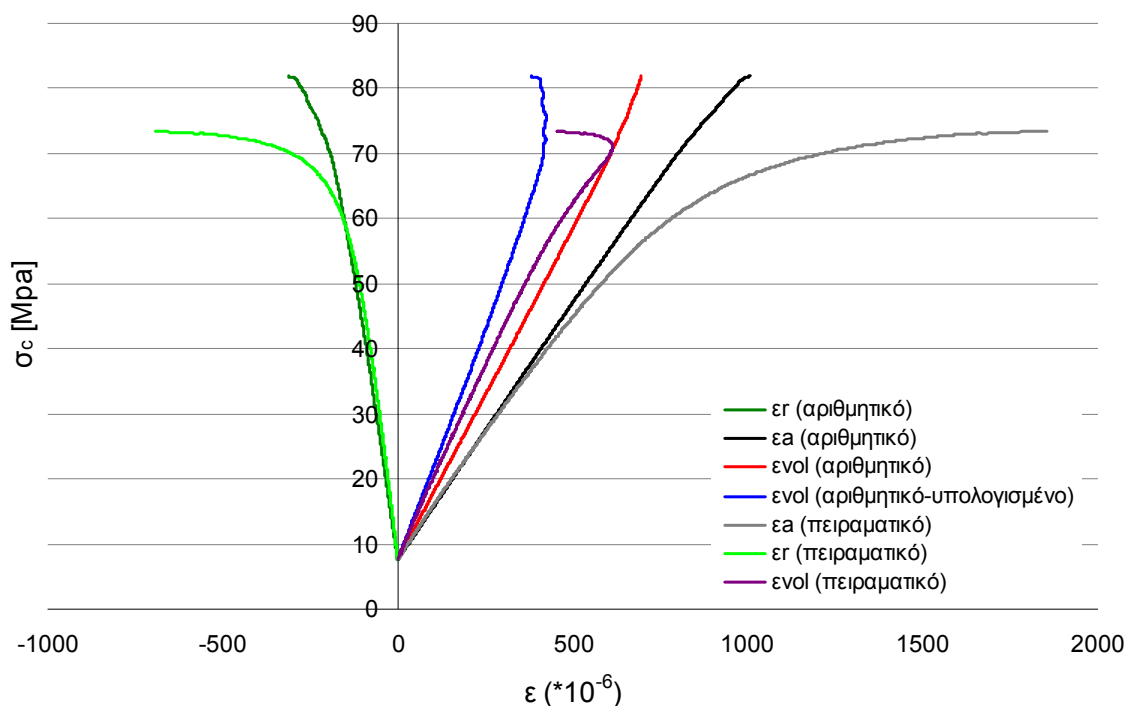
Με βάση τα διαγράμματα και τις συσχετίσεις που πραγματοποιήσαμε στην προηγούμενη ενότητα, κατασκευάσαμε ένα μοντέλο επιπλέον, για το οποίο θα γίνει διερεύνηση αν η προαναφερθείσα συσχέτιση δίνει αντιπροσωπευτικά με την πραγματικότητα αποτελέσματα. Από τα εργαστηριακά δεδομένα έχουμε τιμές για την μονοαξονική αντοχή σε θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο του Poisson οι οποίες είναι 73,4MPa, 73,14 Mpa και 0,18 αντίστοιχα. Στον πίνακα που παραθέτεται στη συνέχεια φαίνονται οι τιμές που δόθηκαν σε κάθε μικρομηχανική παράμετρο του μοντέλου καθώς και οι εξισώσεις από τις οποίες βρέθηκαν οι τιμές αυτές (από την καμπύλη τάσης των διαγραμμάτων συσχέτισης).

Πίνακας 4.3: Μικρομηχανικές ιδιότητες 101^{ου} μοντέλου.

Μικρομηχανική Ιδιότητα	Τιμή	Εξίσωση
E_c	106,7114GPa	$E = 0,6854 * E_c$
kn/ks	2,1264	$\nu = 0,0443 * kn/ks + 0,0858$
SBS/NBS	2,5	Μέση τιμή
ROSD	0,2916	$\sigma_{ci}/\sigma_c = -2,2544 * ROSD + 0,9074$ για ROSD < 0,35
NBS	48,862MPa	$\sigma_c = 1,5663 * NBS$
NBS _{dev}	14,2482MPa	$NBS_{dev} = ROSD * NBS$
SBS	122,155MPa	$SBS = 2,5 * NBS$
SBS _{dev}	35,6204MPa	$SBS_{dev} = ROSD * SBS$

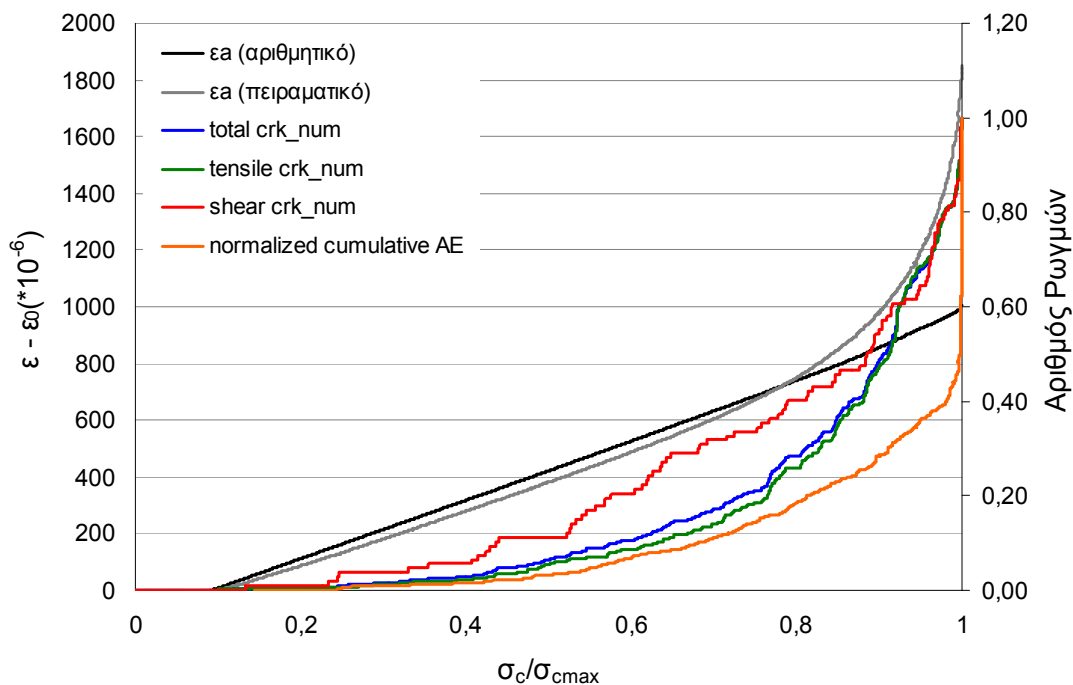
Όσες παράμετροι της γένεσης των σωματιδίων δεν αναφέρθηκαν είναι όμοιες με αυτές που θέσαμε για την κατασκευή των 100 μοντέλων και οι οποίες αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο. Αφού κατασκευάστηκε το μοντέλο, προσομοιώσαμε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης και τριαξονικές δοκιμές, τα αποτελέσματα των οποίων παραθέτονται στα παρακάτω διαγράμματα τάσης – τροπής, ανηγμένης τάσης – τροπής – αριθμού ρωγμών και κυρίων τάσεων.

Διάγραμμα Τάσης - Τροπής (ucs)

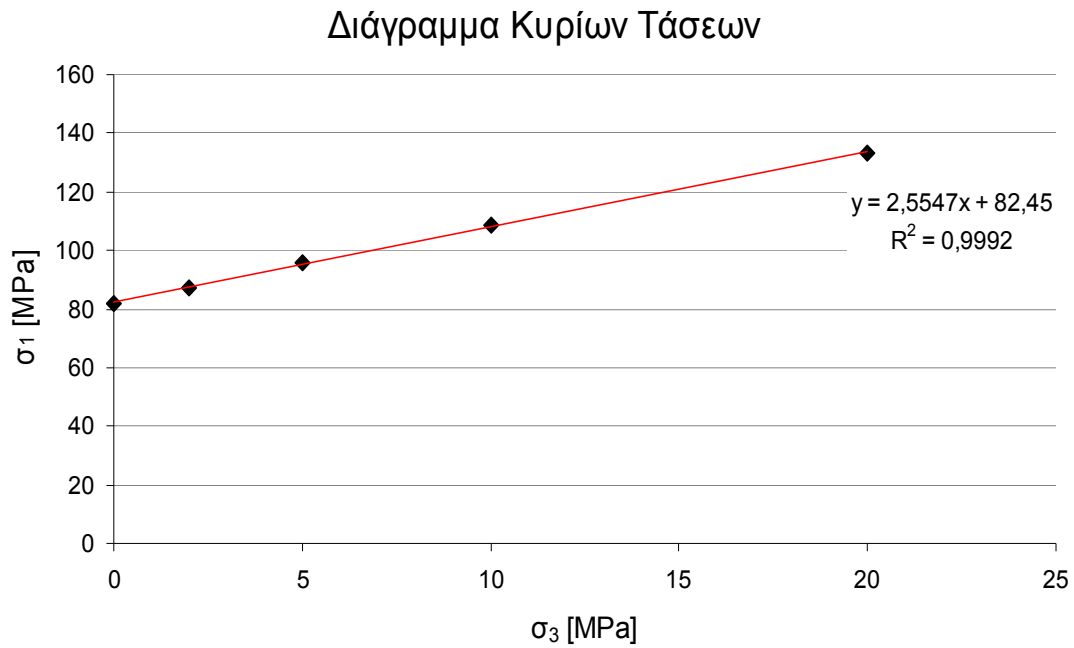


Σχήμα 4.8: Διάγραμμα τάσης – τροπής 101^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.

Ανηγμένη Τάση - Αριθμός Ρωγμών - Τροπή (ucs)



Σχήμα 4.9: Διάγραμμα ανηγμένης τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών - τροπής 101^{ou} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.



Σχήμα 4.10: Περιβάλλουσα αντοχής σε διάγραμμα κυρίων τάσεων 101^{ου} μοντέλου.

Πίνακας 4.4: Παράμετροι αντοχής συνθετικού πετρώματος.

k	φ [rad]	σ_c	c
2,5547	0,452666	82,45	25,7923
	φ [μοίρες]	UCS	
	25,94901	81,86	

Πίνακας 4.5: Τιμές κυρίων τάσεων στις αντίστοιχες δοκιμές.

Δοκιμή	σ_3 [MPa]	σ_1 [MPa]
Μονοαξονική θλίψη	0	81,86
Τριαξονική 2MPa	2	87,39
Τριαξονική 5MPa	5	95,76
Τριαξονική 10MPa	10	108,68
Τριαξονική 20MPa	20	133,09

Η κλίση k της περιβάλλουσας αντοχής στο διάγραμμα των κυρίων τάσεων καθώς και η γωνία τριβής φ , η συνοχή c και η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη σ_c του πετρώματος, υπολογίστηκαν με βάση το γραμμικό κριτήριο Mohr – Coulomb.

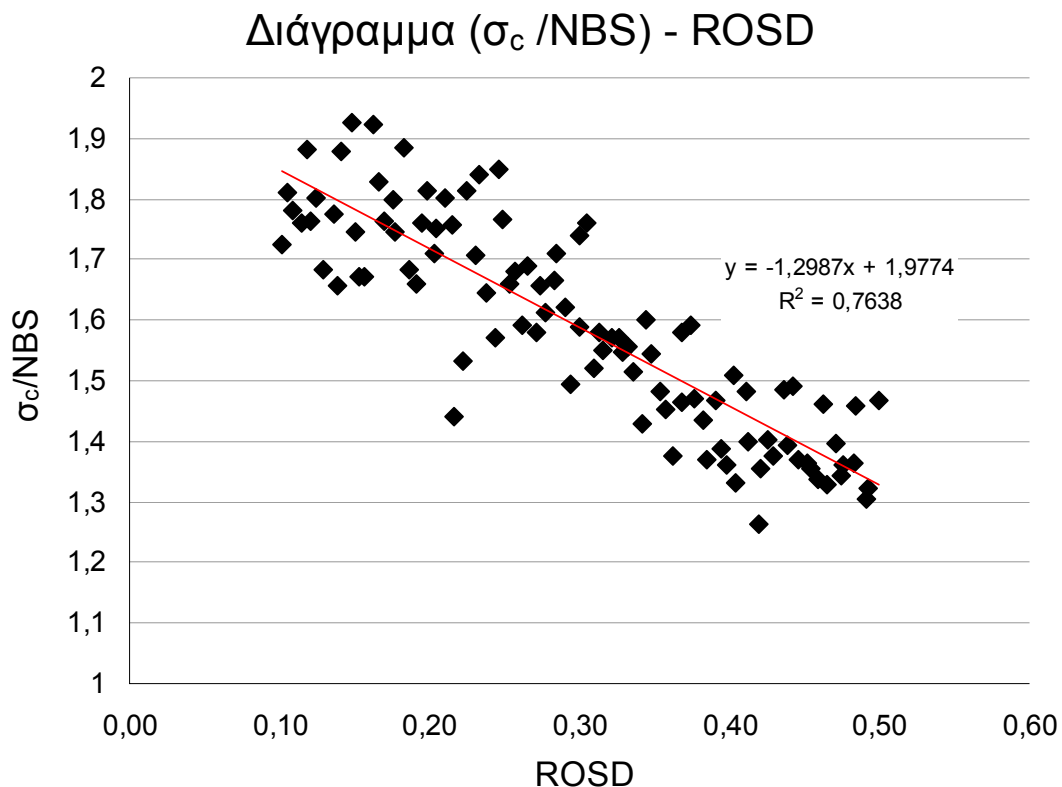
Από το διάγραμμα τάσης – τροπής βλέπουμε ότι το μοντέλο μας συμπεριφέρεται πιο ψαθυρά σε σχέση με την πραγματικότητα, μιας και κατά την αστοχία δεν παίρνει μεγάλες παραμορφώσεις. Στο ίδιο διάγραμμα βλέπουμε ότι το αριθμητικό μοντέλο έχει μεγαλύτερη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη από αυτή που βρήκαμε από τα πειράματα. Η τάση κατά την αστοχία δεν αποτελεί ιδιότητα του υλικού, μιας και μεταβάλλεται με το ρυθμό φόρτισης, το μέγεθος καθώς και το σχήμα της κατανομής. Εφόσον το μοντέλο που έχουμε κατασκευάσει έχει διαφορετική κατανομή από το φυσικό πέτρωμα, είναι αναμενόμενη αυτή η απόκλιση στην αντοχή. Παρόλα αυτά, στη συνέχεια θα κατασκευάσουμε ακόμη ένα μοντέλο, μεταβάλλοντας κατάλληλα τις μικρομηχανικές παραμέτρους του, ώστε να συμπίπτει η μακροσκοπική του απόκριση όσο το δυνατόν περισσότερο με αυτή του φυσικού πετρώματος. Το μέτρο ελαστικότητας, όπως φαίνεται και από την κλίση των καμπυλών, είναι αρκετά κοντά στην πραγματική τιμή.

Από το διάγραμμα ανηγμένης τάσης – τροπής – αριθμού ρωγμών βλέπουμε ότι η ρωγμάτωση στο αριθμητικό μοντέλο ξεκινά στ 15% της ανηγμένης προς τη μέγιστη τάσης, ενώ στο φυσικό πέτρωμα η ρωγμάτωση ξεκινά στο 22% της ανηγμένης τάσης. Επίσης στο 95% παρατηρούμε την καμπύλη της ακουστικής εκπομπής να παρουσιάζει έντονη αύξηση στο πλήθος των ρωγμών, γεγονός που δεν παρατηρείται στις καμπύλες αριθμού ρωγμών του αριθμητικού μοντέλου. Τέλος, στο διάγραμμα κυρίων τάσεων, παρατηρούμε ότι οι κύριες τάσεις μεταξύ τους έχουν σχεδόν γραμμική αναλογία, κάτι που φυσικά δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα.

4.5. Κατασκευή 102^{ou} μοντέλου

Από την ανάλυση του προηγούμενου μοντέλου, συμπεράναμε ότι θα πρέπει να μειώσουμε την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του δοκιμίου καθώς και το μέτρο ελαστικότητας. Έτσι κατασκευάσαμε άλλο ένα μοντέλο υπολογίζοντας το μέτρο ελαστικότητας των δεσμών από το διάγραμμα συχέτισης $E/E_c - k_n/k_s$, η τιμή του οποίου βγήκε μικρότερη. Επίσης υπολογίσαμε την ορθή αντοχή των δεσμών από το

διάγραμμα $\sigma_c/NBS - SBS/NBS$ και η τιμή της επίσης βγήκε μικρότερη. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι αν μειώσουμε την αντοχή των δεσμών, τότε θα θραύονται σε μικρότερες τιμές της τάσης, επομένως και η μέγιστη τάση αντοχής θα είναι μικρότερη. Οι τιμές των παραμέτρων πιο αναλυτικά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Επιπλέον, κατασκευάσαμε άλλο ένα διάγραμμα συσχέτισης, που παραθέτεται παρακάτω, από το οποίο υπολογίσαμε τον λόγο ROSD.

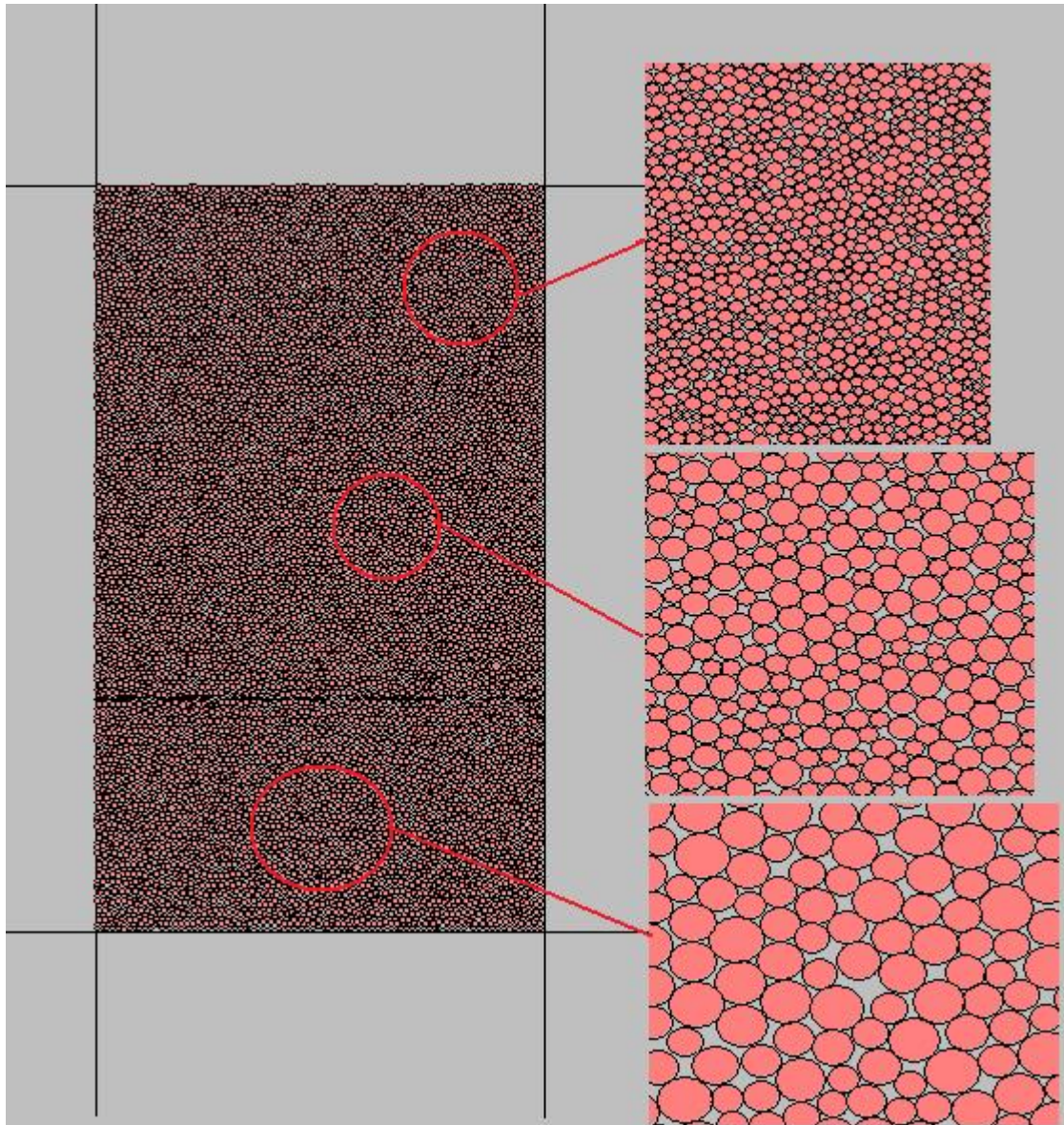


Σχήμα 4.11: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της μέγιστης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών και του λόγου της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή της αντοχής των δεσμών.

Πίνακας 4.6: Μικρομηχανικές ιδιότητες 102^{ου} μοντέλου.

Μικρομηχανική Ιδιότητα	Τιμή	Εξίσωση
E_c	102,54GPa	$E/E_c = -0,0962 * kn/ks + 0,9259$
kn/ks	2,1264	$\nu = 0,0443 * kn/ks + 0,0858$
SBS/NBS	2,5	Μέση τιμή
NBS	46,32MPa	$\sigma_c/NBS = 0,1313 * SBS/NBS + 1,2598$
ROSD	0,302	$\sigma_c/NBS = -1,2987 * ROSD + 1,9774$
NBS_{dev}	13,9888MPa	$NBS_{dev} = ROSD * NBS$
SBS	115,8MPa	$SBS = 2,5 * NBS$
SBS_{dev}	34,972MPa	$SBS_{dev} = ROSD * SBS$

Εφόσον κατασκευάσαμε το μοντέλο, το ορίσαμε να προσομοιάσει δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, τριαξονικές δοκιμές, δοκιμή Brazilian και δοκιμή άμεσου εφελκυσμού. Τα αποτελέσματα των δοκιμών φαίνονται στους παρακάτω πίνακες και στα διαγράμματα που ακολουθούν.



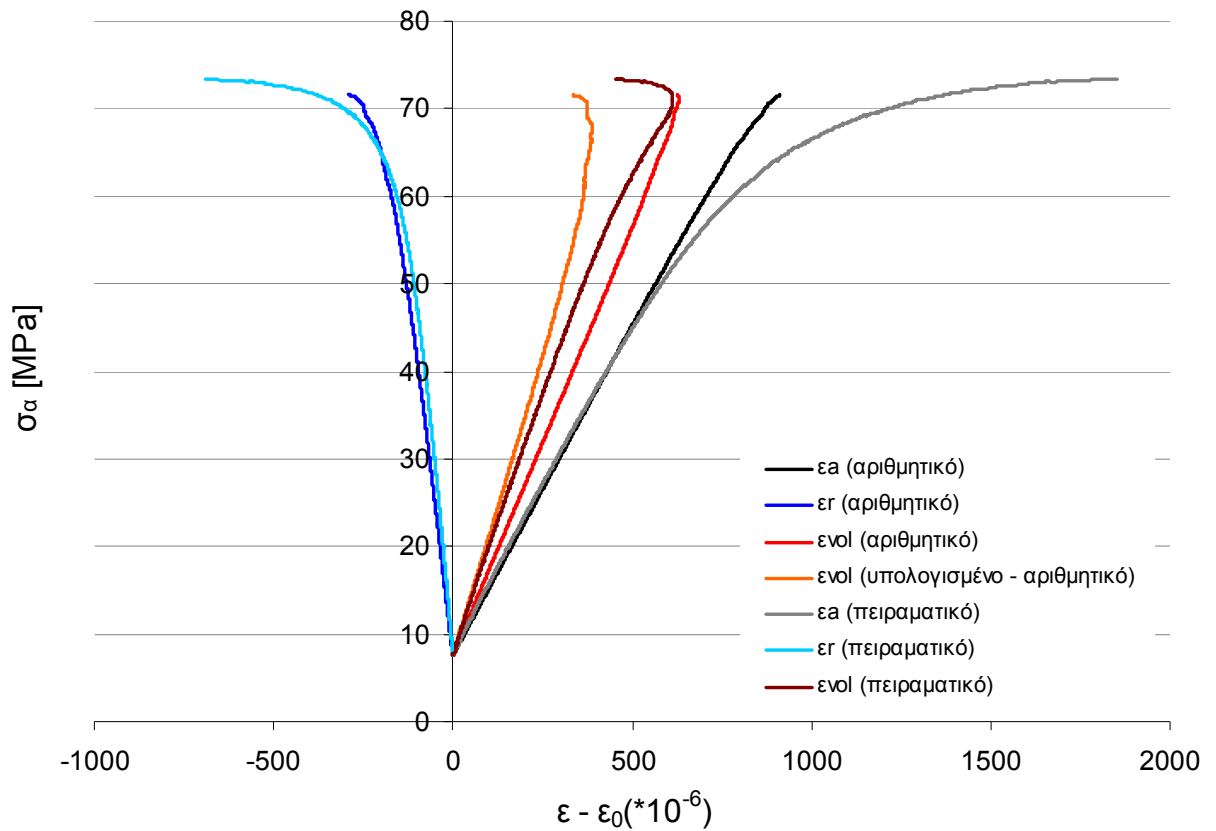
Εικόνα 4.5: Μοντέλο όπως φαίνεται στο PFC^{2D} και λεπτομέρειές του.

Πίνακας 4.7: Μακροσκοπική απόκριση 102^{ου} μοντέλου.

Τύπος Δοκιμής	Μέγιστη Τάση [MPa]	Μέτρο Ελαστικότητας [GPa]	Λόγος του Poisson
Μονοαξονική θλίψη	71,56	73,27	0,179
Τριαξονική 2MPa	77,116	72,37	0,18
Τριαξονική 5MPa	86,011	83,12	0,179
Τριαξονική 10MPa	101,99	91,81	0,178
Τριαξονική 20MPa	127,13	108,46	0,178

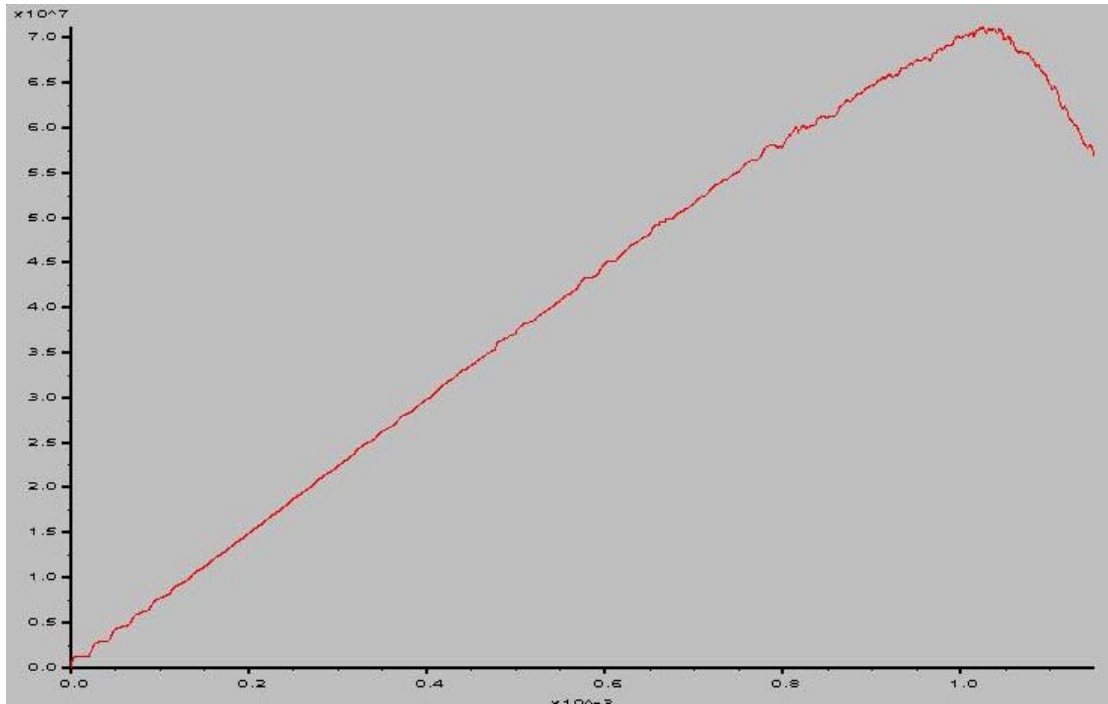
Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι η τιμή της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη είναι αρκετά πλησίον στην μετρούμενη από τις πειραματικές διαδικασίες τιμή, καθώς επίσης και το μέτρο ελαστικότητας για τις δύο πρώτες δοκιμές του πίνακα και ο λόγος του Poisson σε κάθε δοκιμή. Αυτό σημαίνει ότι η μοντελοποίησή μας ήταν επιτυχής, σε ό,τι αφορά την αντιστοιχία της αριθμητικής με την πειραματική διαδικασία. Διευκρινίζεται ότι οι τιμές του πίνακα 4.7 έχουν προκύψει με βάση τις σταθμισμένες τιμές σε τρεις περιοχές μέτρησης μέσα στο δοκίμιο, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που χρησιμοποιεί το PFC^{2D}. Η αύξηση όμως του μέτρου ελαστικότητας δεν παρατηρείται στα διαγράμματα τάσης – τροπής των δοκιμών. Η διαφοροποίηση αυτή αποτελεί θέμα προς διερεύνηση, όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Διάγραμμα Τάσης - Τροπής (ucs)

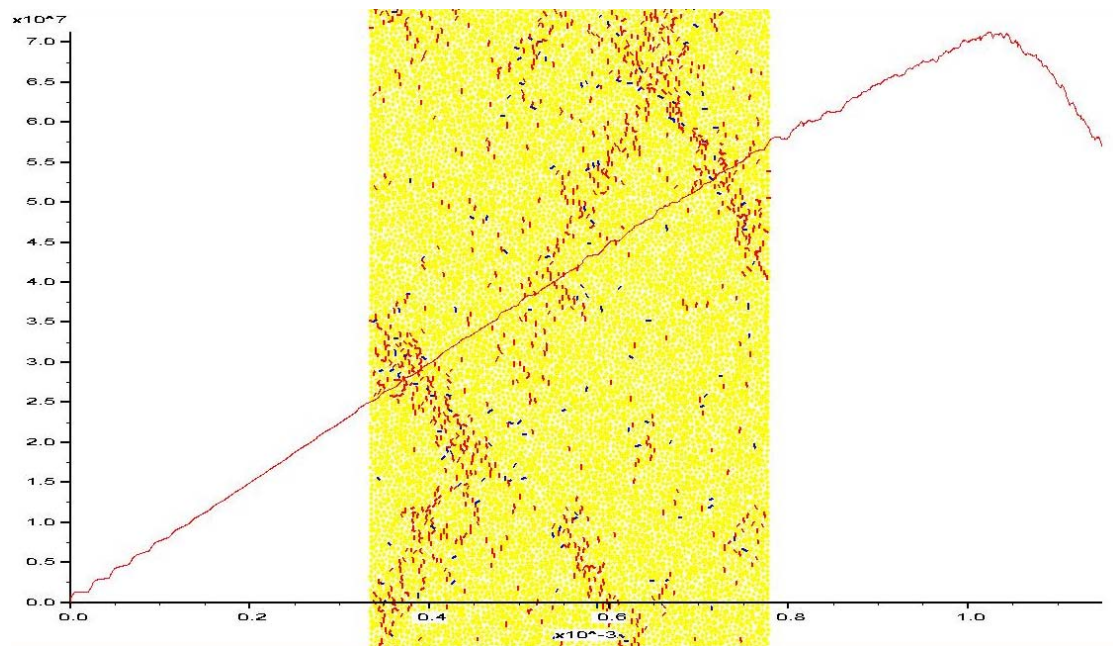


Σχήμα 4.12: Διάγραμμα τάσης – τροπής 102^{ου} μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.

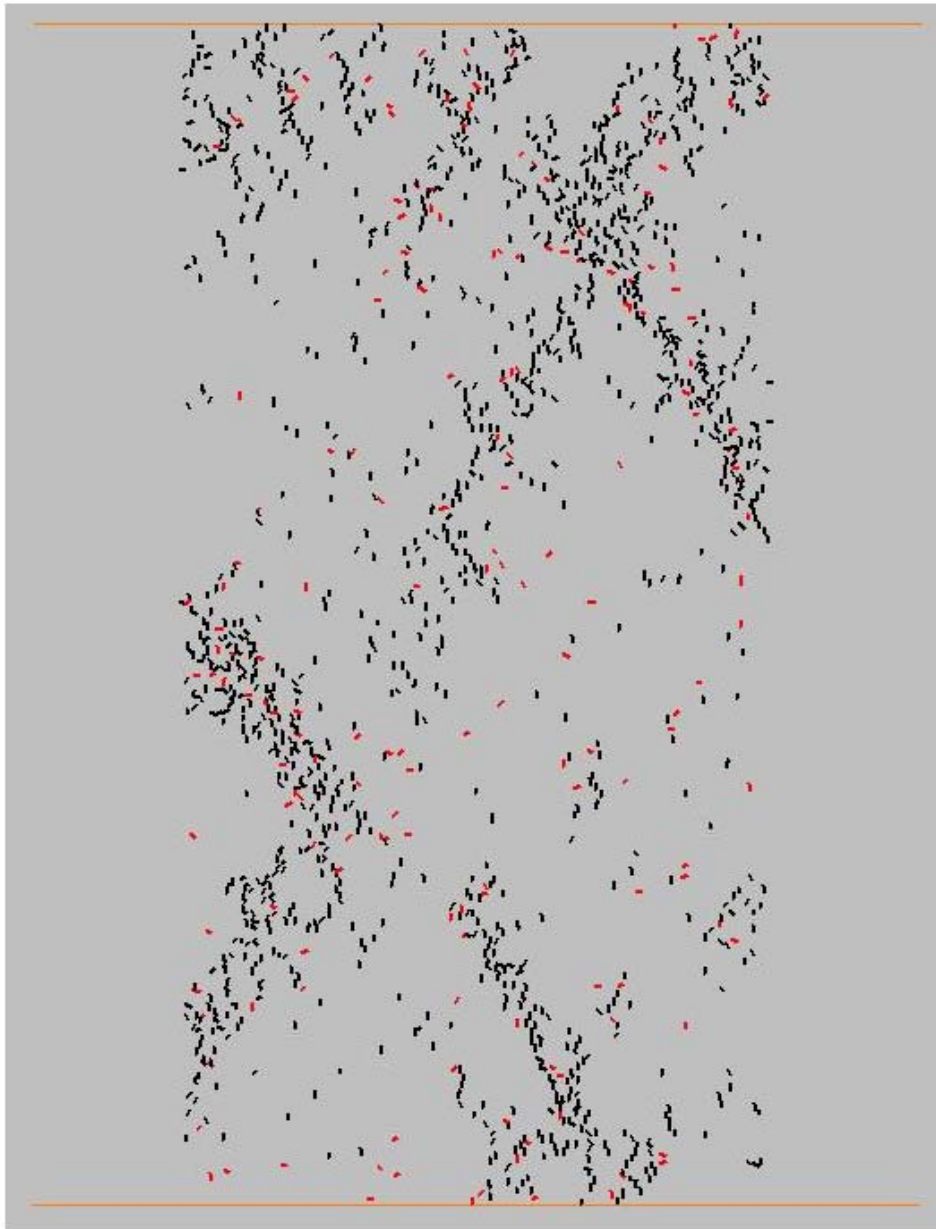
Από το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε ότι το μοντέλο μας συμπεριφέρεται πιο ψαθυρά σε σχέση με την πραγματικότητα, μιας και κατά της αστοχία δεν παίρνει μεγάλες παραμορφώσεις. Το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε και ερμηνεύτηκε στο αντίστοιχο διάγραμμα του 101^{ου} μοντέλου. Στο ίδιο διάγραμμα βλέπουμε ότι το αριθμητικό μοντέλο έχει σχεδόν ίδια τιμή της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με αυτή που προέκυψε από την πειραματική διαδικασία. Τέλος, το μέτρο ελαστικότητας, όπως φαίνεται και από την κλίση των καμπυλών, είναι αρκετά κοντά στην πραγματική τιμή.



Εικόνα 4.6: Διάγραμμα τάσης – τροπής που εξάγει το PFC^{2D}.



Εικόνα 4.7: Διάγραμμα τάσης – τροπής και εμφάνιση ρωγμών στο μοντέλο που εξάγει το PFC^{2D}.

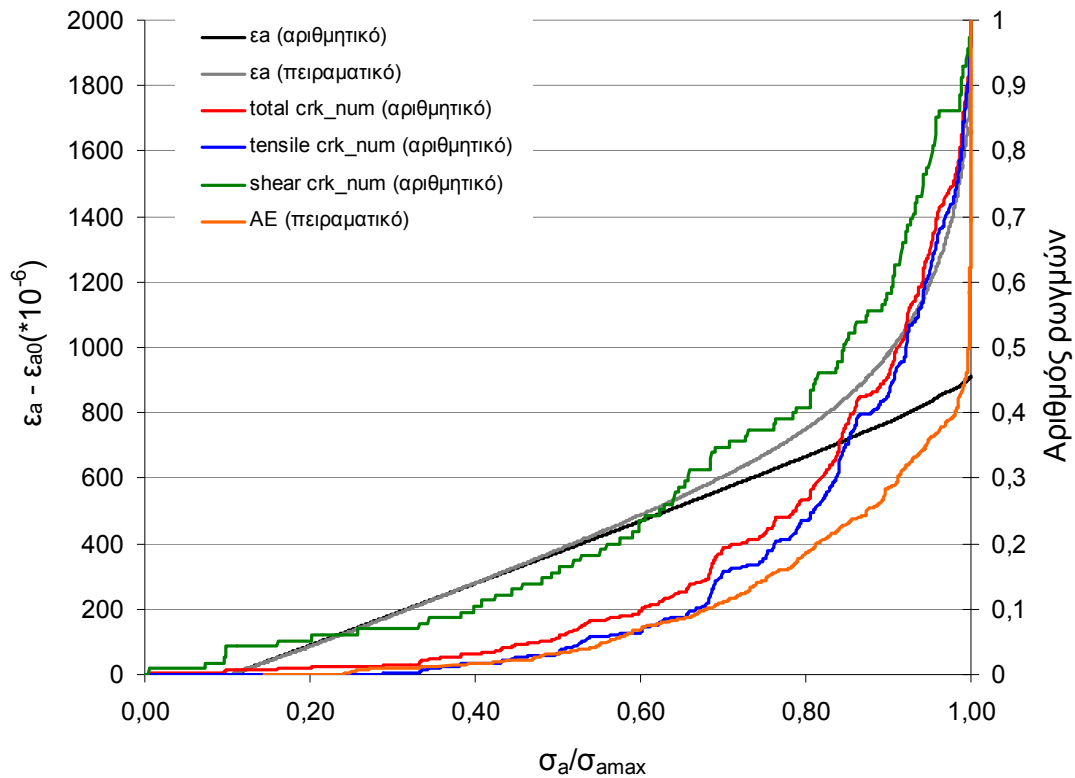


Εικόνα 4.8: Εμφάνιση ρωγμών στο μοντέλο που εξάγει το PFC^{2D} για μονοαξονική θλίψη.

Μαύρο → Εφελκυστικές ρωγμές.

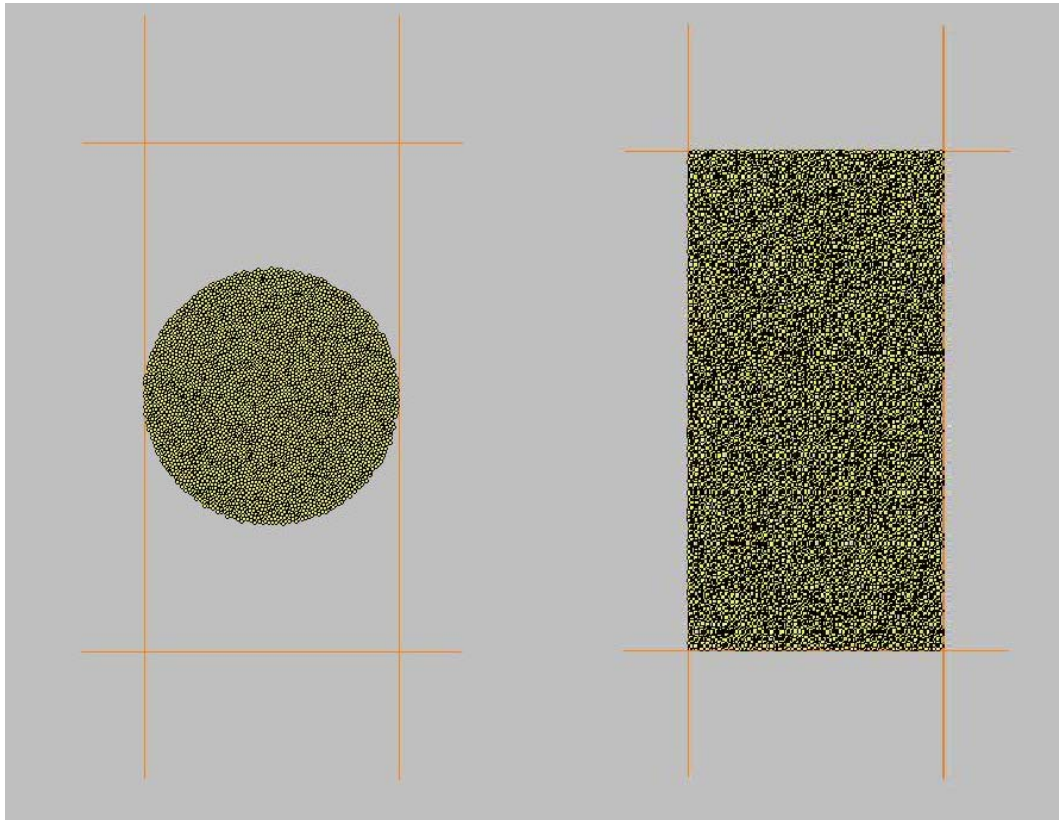
Κόκκινο → Διατμητικές ρωγμές.

Ανηγμένη Τάση - Αριθμός Ρωγμών - Τροπή (ucs)



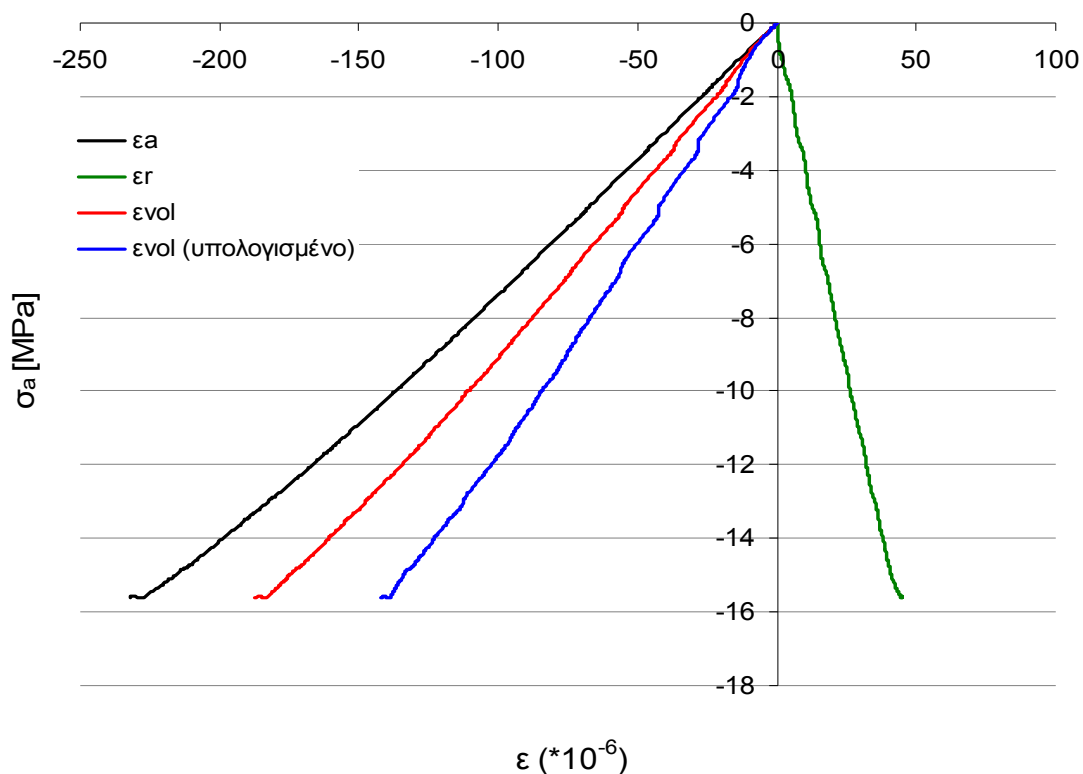
Σχήμα 4.13: Διάγραμμα ανηγμένης τάσης – αριθμού ρωγμών - τροπής $101^{\text{ου}}$ μοντέλου δοκιμής μονοαξονικής θλίψης.

Από το διάγραμμα ανηγμένης τάσης – τροπής – αριθμού ρωγμών βλέπουμε ότι η ρωγμάτωση στο αριθμητικό μοντέλο ξεκινά στ 15% της ανηγμένης προς τη μέγιστη τάσης, ενώ στο φυσικό πέτρωμα η ρωγμάτωση ξεκινά στο 25% της ανηγμένης τάσης. Επίσης στο 95% παρατηρούμε πάλι την καμπύλη της ακουστικής εκπομπής να παρουσιάζει έντονη αύξηση στο πλήθος των ρωγμών, γεγονός που δεν παρατηρείται στις καμπύλες αριθμού ρωγμών του αριθμητικού μοντέλου.



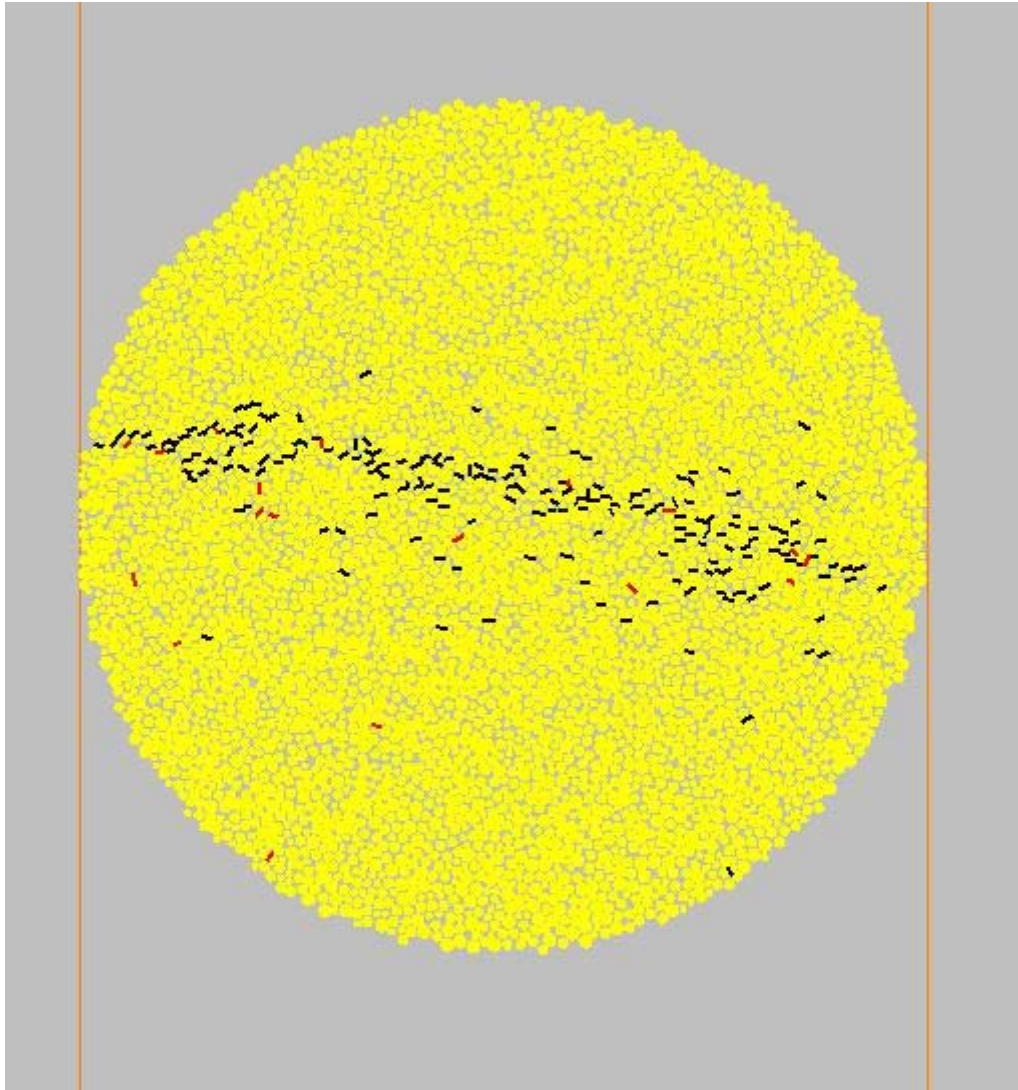
Εικόνα 4.9: Δοκιμές Brazilian (αριστερά) και τριαξονική (δεξιά), όπως εμφανίζονται στο PFC^{2D}.

Διάγραμμα Τάσης - Τροπής (dir_ten)



Σχήμα 4.14: Διάγραμμα τάσης – τροπής 102^{ου} μοντέλου δοκιμής άμεσου εφελκυσμού.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι με την κατασκευή ενός BPM εισάγεται ο περιορισμός ότι, αν κατά τη μοντελοποίηση καταφέρουμε σύμπτωση της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη ενός σκληρού βράχου με την πραγματική του τιμή, τότε η τιμή που βρίσκουμε από τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης για την αντοχή του σε άμεσο εφελκυσμό θα είναι πολύ μεγαλύτερη από την πραγματική. Επομένως οι τιμές που φαίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, αναμένεται στην πραγματικότητα να είναι μικρότερες.



Εικόνα 4.10: Ρωγμές κατά τη δοκιμή Brazilian, όπως εμφανίζονται στο PFC^{2D}.

Μαύρο → Εφελκυστικές ρωγμές.

Κόκκινο → Διατμητικές ρωγμές.

4.6. Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο κάναμε μια προσπάθεια να επεκτείνουμε τη μεθοδολογία βελτιστοποίησης που παρουσίασε ο Youn (2007), την οποία περιγράψαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Κατασκευάσαμε 102 μοντέλα συνολικά μεταβάλλοντας συνεχώς τις μικρομηχανικές παραμέτρους, ώστε να πετύχουμε τα καλύτερα αποτελέσματα. Καταφέραμε τελικά να κατασκευάσουμε ένα μοντέλο του οποίου η μακροσκοπική απόκριση να συμπίπτει με αυτή που παρουσιάζει ένα πραγματικό

δοκίμιο μαρμάρου, αποτύχαμε όμως στη σύμπτωση του ρυθμού και του τρόπου ανάπτυξης της ρωγμάτωσης. Αυτό πιθανά οφείλεται στην παραδοχή που κάναμε ότι η κατανομή έχει μεγάλο πορώδες και αποτελείται από σφαιρικούς κόκκους με συγκεκριμένη διακύμανση στο μέγεθός τους, δηλαδή στην ανακριβή αναπαράσταση της μικροδομής του μαρμάρου. Εφόσον η μηχανική συμπεριφορά ενός βράχου ελέγχεται από τη μικροδομή του, για την ορθότερη προσομοίωση της μακροσκοπικής συμπεριφοράς του (ρυθμός ρωγμάτωσης, επίπεδο θραύσης κλπ.), αρκεί να γίνει σωστά η αποτύπωση της μικροδομής του (Potyondy, 2010). Σε επόμενο κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να προσομοιώσουμε το δοκίμιο του μαρμάρου, θεωρώντας ότι αποτελείται από κόκκους ακανόνιστου πολυγωνικού σχήματος, ώστε να ανταποκρίνεται περισσότερο στην πραγματικότητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΚΟΚΚΩΝ

5.1. Εισαγωγή

Στα κεφάλαια που προηγήθηκαν, έγινε μια προσπάθεια προσομοίωσης ενός δοκιμίου μαρμάρου με το μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων (BPM). Συνδυάζοντας τις μικρομηχανικές παραμέτρους με τη μακροσκοπική απόκριση του συνθετικού πετρώματος, βρήκαμε τις βέλτιστες τιμές των μικρο-παραμέτρων για την καλύτερη αναπαράσταση του μαρμάρου με τη μέθοδο του BPM. Στο παρόν κεφάλαιο, επιχειρείται η προσομοίωση του μαρμάρου με την κατασκευή μοντέλων συνδεδεμένων κόκκων (Grain Based Model, GBM), όπου σφαίρες ή δίσκοι του BPM ενώνονται σε ομάδες ώστε να δημιουργηθεί ένα σύνολο πολυγωνικών κόκκων, που μπορούν να υποστούν θραύση και παραμόρφωση και είναι συγκολλημένοι στις γειτονικές τους πλευρές (αντί των άκαμπτων, άθραυστων σφαιρών – δίσκων, συγκολλημένων στις επαφές τους, που χρησιμοποιήθηκαν στην BPM). Το GBM αποτελεί ουσιαστικά μια επέκταση του BPM, μέσω της χρήσης λείων διεπιφανειών (smooth-joints). Με αυτό τον τρόπο η μικροδομή του πετρώματος αναπαρίσταται πιο ρεαλιστικά, καθώς και η μηχανική συμπεριφορά του δοκιμίου, αφού ουσιαστικά ελέγχεται από τη μικροδομή και τις αλληλεπιδράσεις της.

5.2. Κατασκευή ενός μοντέλου συνδεδεμένων κόκκων

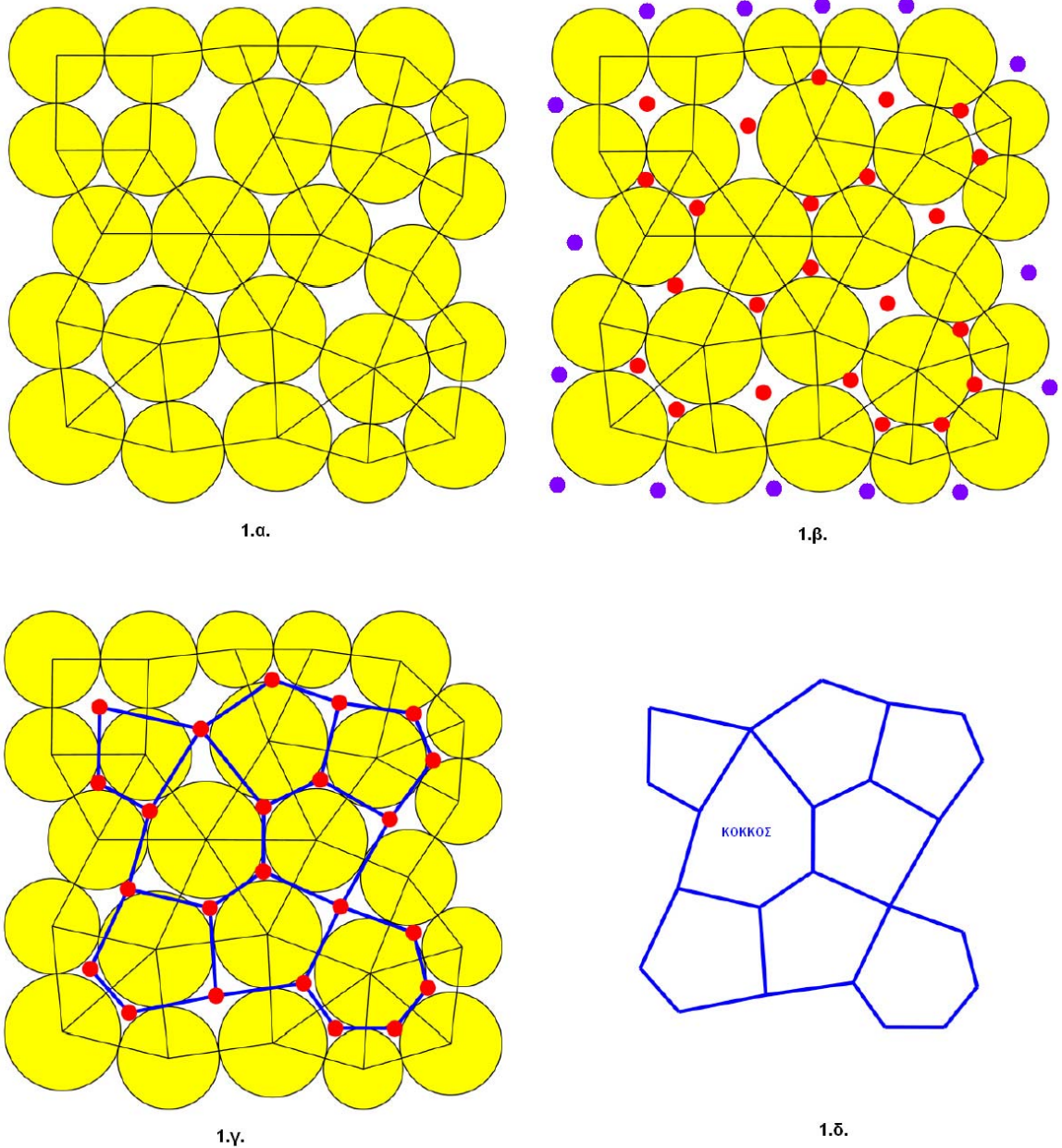
Στο PFC^{2D} το GBM αναπαρίσταται ως ένα σύνολο στοιχείων, ακμών και κόμβων σε ένα διδιάστατο κάναβο. Κάθε στοιχείο αντιστοιχεί σε έναν κόκκο. Επιπλέον, κάθε κόκκος είναι ένα ακτινικά κυρτό πολύγωνο που αποτελείται από ακμές και κόμβους. Οι ακμές ορίζονται από 2 κόμβους η κάθε μία. Επίσης μπορεί να είναι είτε εσωτερικές

ή εξωτερικές. Εσωτερικές θεωρούνται αυτές που γεινιάζουν με 2 στοιχεία (πολύγωνα) και αντίστοιχα εξωτερικές αυτές που γεινιάζουν με ένα μόνο στοιχείο. Ο κάθε κόμβος έχει μοναδική θέση στο χώρο.

Για να κατασκευάσουμε ένα τέτοιο μοντέλο ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- Δημιουργούμε το σύνολο των σωματιδίων σε περιοχή με πλάτος και ύψος μεγαλύτερο από αυτό που τελικά επιθυμούμε, ώστε οι κόκκοι που θα κατασκευαστούν να καλύπτουν ολόκληρη την τελική επιθυμητή περιοχή. Επίσης οι δίσκοι θα πρέπει να είναι μικρότεροι από τη μικρότερη επιθυμητή διάσταση των κόκκων, ώστε να διασφαλίσουμε ότι θα υπάρχει τουλάχιστον ένας δίσκος σε κάθε κόκκο.
- Απομακρύνονται οι τοίχοι της κυψέλης του δοκιμίου και τοποθετούνται δεσμοί ανάμεσα στους δίσκους, έτσι ώστε καθένας να έχει τουλάχιστον 2 επαφές. Κάθε επαφή ενώνει δύο δίσκους και για την κατασκευή του GBM θα χρησιμοποιηθούν όλες οι επαφές. Στο σχήμα 5.1.α κάθε επαφή αναπαρίσταται με μια κάθετη γραμμή που ενώνει δύο εφαπτόμενους δίσκους, στο σημείο επαφής τους και στα κέντρα των δίσκων.
- Από αυτές τις επαφές δημιουργούνται τα κενά. Κάθε επαφή γεινιάζει με δύο κενά, επομένως εσωτερικά του συνόλου των σωματιδίων υπάρχουν πολλά κενά και το κενό που περιβάλλει το σύνολο των δίσκων αποτελεί το μοναδικό εξωτερικό κενό. Στο σχήμα 5.1.β φαίνονται τα κενά.
- Απομακρύνονται οι εσωτερικοί δίσκοι που έχουν λιγότερες από τρεις επαφές.
- Όπως οι ακμές και τα κενά, έτσι και οι δίσκοι μπορεί να είναι εσωτερικοί ή εξωτερικοί. Αντίστοιχα ορίζονται αυτοί που δεν γεινιάζουν με το εξωτερικό κενό ή που γεινιάζουν με αυτό. Αν ενώσουμε τα κεντροειδή των εσωτερικών κενών που περιστοιχίζουν κάθε εσωτερικό δίσκο, δημιουργούμε πολύγωνα που αποτελούν τους κόκκους του GBM. Συνεπώς, οι εσωτερικοί δίσκοι αντιστοιχούν σε ένα κόκκο (Σχήμα 5.1.γ).

- Τελικά, κάθε κόκκος που θα κατασκευαστεί θα είναι είτε εσωτερικός και θα γειτνιάζει με περισσότερα των δύο πολύγωνα ή εξωτερικός και θα γειτνιάζει με ένα πολύγωνο και δεν θα υπάρχουν κενά ανάμεσά τους (Σχήμα 5.1.δ).

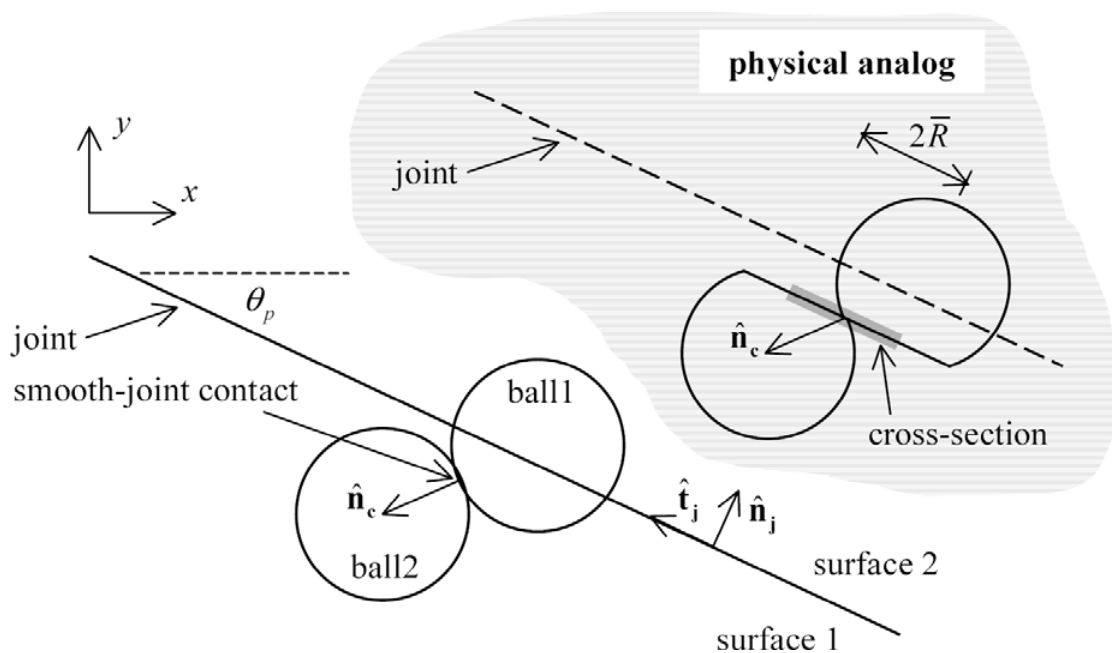


Σχήμα 5.1: Στάδια κατασκευής των κόκκων σε ένα GBM.

- Επαφές
- Με κόκκινες τελείες αναπαρίστανται τα εσωτερικά κενά ενώ οι μοβ τελείες αποτελούν σημεία του εξωτερικού κενού
- Ένωση των κεντροειδών των εσωτερικών κενών για τη δημιουργία των κόκκων
- Τελική μορφή κόκκων

Ανακεφαλαιώνοντας, κάθε στοιχείο αντιστοιχεί σε ένα κόκκο και κάθε κόκκος σε ένα πολύγωνο. Στη συνέχεια θα δούμε ότι στο τελικό μοντέλο μπορεί σε ένα κόκκο να περιέχονται περισσότεροι του ενός δίσκοι. Επιπλέον, το δοκίμιο μπορεί να αποτελείται από ένα ή πολλά υλικά και η δομή του να παρουσιάζει ετερογένεια στο σχήμα και στο μέγεθος των κόκκων. Επίσης κάθε εσωτερική ακμή όπως ορίσθηκε προηγουμένως αντιστοιχεί στη διεπιφάνεια των κόκκων, η οποία αποτελείται από ένα σύνολο επαφών smooth-joints.

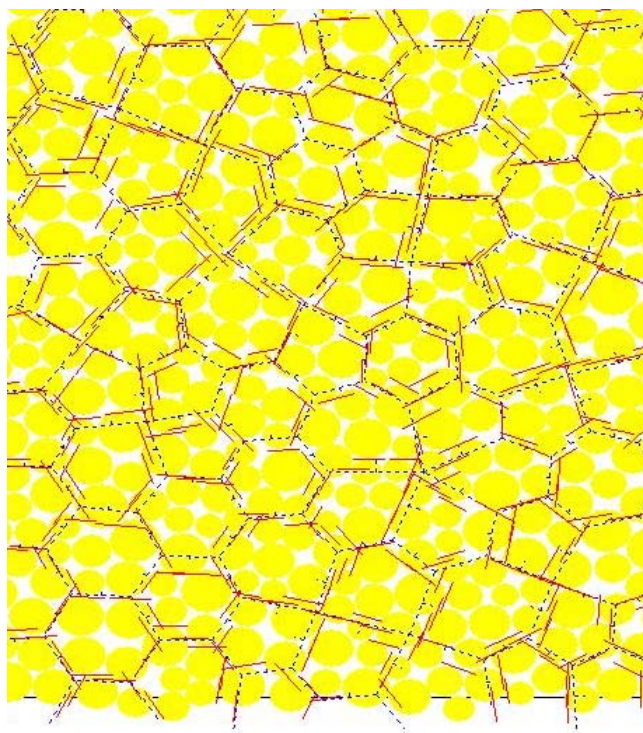
Μια επαφή για να συσχετιστεί με τη διεπιφάνεια θα πρέπει ο δεσμός να ενώνει δύο δίσκους που βρίσκονται σε αντίθετες πλευρές σε σχέση με τη διεπιφάνεια (surface1 – surface 2, σχήμα 5.2), ενώ ο δεσμός θα πρέπει να βρίσκεται πάνω σε αυτή. Έτσι με τις επαφές smooth-joints τροποποιούνται (ουσιαστικά μετατοπίζονται) οι διευθύνσεις επαφής των επαπτόμενων δίσκων, ώστε να ευθυγραμμίζονται με τις διεπιφάνειες των κόκκων. Τέτοια επαφή μπορεί να υπάρξει μόνο μεταξύ δεσμών σφαιρών και όχι δεσμού σφαίρας με τοίχο. Οι ιδιότητες που θα προσδώσουμε στις επαφές smooth-joints προκύπτουν από τις ιδιότητες της διεπιφάνειας. Οι παραμορφώσεις που δέχονται οι δίσκοι συμβαίνουν μετά την ανάθεση των smooth-joints, επομένως ο σχηματισμός νέων δεσμών ενδέχεται να χρειάζεται προσαρμογή με νέα smooth-joints. Αν δεν γίνει η προσαρμογή, τότε οι δεσμοί θα συμπεριφέρονται ως μικροανωμαλίες στις διεπιφάνειες και ψευδείς δυνάμεις επαφής θα αναπτυχθούν μεταξύ τους.



Σχήμα 5.2: Λείες διεπιφάνειες (smooth joints).

Για την κατασκευή ενός δεσμού με λεία διεπιφάνεια (smooth joint) ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. Απομακρύνονται οι ενδεχόμενοι δεσμοί και τα προϋπάρχοντα μοντέλα επαφής (contact models), τα οποία αντικαθίστανται από λείες διεπιφάνειες (smooth joints) χωρίς την ύπαρξη παράλληλων δεσμών.
2. Οι ιδιότητες του δεσμού προκύπτουν από τις ιδιότητες του προϋπάρχοντος δεσμού και των εφαιπόμενων στοιχείων, εκτός της γωνίας βύθισης θ_p που ορίζεται ως η γωνία που δημιουργεί η διεπιφάνεια με τον άξονα των x (dip angle). Ο χρήστης μπορεί παρόλα αυτά να ορίσει απευθείας τις επιθυμητές ιδιότητες στο δεσμό λείας διεπιφάνειας.



Εικόνα 5.1: Smooth – joints στο μοντέλο που κατασκευάσαμε.

Κίτρινο → Σωματίδια

Μπλε διακεκομμένη → Κόκκοι

Κόκκινο → smooth joint contacts

Ένα συγκολλημένο κοκκώδες υλικό παρομοιάζεται με τους κόκκους και αντίστοιχα η συγκολλημένη επιφάνεια με τη διεπιφάνεια των κόκκων. Και στις δύο περιπτώσεις το συγκολλητικό υλικό αντιστοιχεί στο δεσμό των εφάπτόμενων δίσκων. Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, οι κόκκοι αλλά και οι διεπιφάνειές τους μπορούν να υποστούν θραύση και παραμόρφωση. Η θραύση του κόκκου προκαλείται από τη θραύση εσωτερικών δεσμών, ενώ η θραύση στις διεπιφάνειες προκαλείται από τη θραύση των δεσμών που βρίσκονται κατά μήκος της εκάστοτε διεπιφάνειας. Αξίζει να σημειωθεί ότι ανάλογα τις ιδιότητες του πετρώματος που θέλουμε να προσομοιάσουμε μπορεί οι κόκκοι να ορίζονται να είναι άθραυστοι, δίνοντας πολύ μεγάλες τιμές στην αντοχή των δεσμών των σωματιδίων.

Όταν κατασκευάζουμε αρχικά τους δίσκους, θα πρέπει να φροντίσουμε η πίεση της κυψέλης στην οποία περιέχονται να είναι τέτοια ώστε οι δίσκοι να εφάπτονται μεταξύ τους, ειδάλλως δεν θα μπορέσουμε στη συνέχεια να κατασκευάσουμε τους κόκκους. Η πίεση θα είναι ανάλογη με το μέτρο παραμόρφωσης των σωματιδίων και όσο αυτή αυξάνεται, θα αυξάνεται η πυκνότητα του δοκιμίου, άρα και οι επαφές των δίσκων και τελικά ο αριθμός των πλευρών ανά κόκκο. Μπορούμε να έχουμε ομάδες διαφορετικών δίσκων (ιδιότητες – μέγεθος) έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε διαφορετικούς τύπους κόκκων, όμως θα υπάρχει ομοιογένεια μεταξύ των δίσκων μιας ομάδας. Η ποσοτικοποίηση του μεγέθους κάθε κόκκου γίνεται με τον υπολογισμό της ενεργού διαμέτρου του. Αυτή είναι αντίστοιχη με τη διάμετρο που θα είχε μια σφαίρα ίδιου εμβαδού με τον κόκκο.

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται οι τιμές των μικρομηχανικών ιδιοτήτων που ορίσαμε στο υπολογιστικό πρόγραμμα PFC^{2D}, για την κατασκευή του μοντέλου. Οι τιμές βρέθηκαν με προσομοίωση Latin Hypercube, όπως έχει περιγραφεί σε προηγούμενο κεφάλαιο για την κατασκευή ενός συνθετικού μοντέλου. Οι παράμετροι που αναζητούμε είναι ο συντελεστής της ορθής δυστροπίας των smooth joints (sjb_knfac), της διατμητικής δυστροπίας (sjb_ksfac) και του λόγου των δυστροπιών (sjb_knfac/sjb_ksfac), η ορθή αντοχή των smooth joints (sjb_bns), καθώς και η συνοχή (sjb_bcoh) και ο λόγος της συνοχής προς την ορθή αντοχή (sjb_bcoh/sjb_bns) και τέλος η γωνία τριβής (sjb_bfa).

Πίνακας 5.1: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων.

Model	sjb_knfac	sjb_knfac/sjb_ksfac	sjb_ksfac	sjb_bns	sjb_bcoh/sjb_bns	sjb_bcoh	sjb_bfa
1	0,80	2,96	0,27	37,69	2,84	106,92	33,43
2	0,75	2,67	0,28	21,84	2,14	46,65	39,64
3	0,86	2,69	0,32	31,58	2,05	64,80	34,75
4	0,63	2,05	0,31	16,78	2,79	46,79	37,38
5	0,70	2,13	0,33	11,37	2,56	29,15	36,35
6	0,23	2,29	0,10	29,00	2,58	74,85	37,73
7	0,34	2,85	0,12	31,23	2,35	73,51	32,56
8	0,14	2,95	0,05	18,98	2,38	45,15	32,73
9	0,49	2,99	0,16	26,66	2,93	78,19	36,93
10	0,44	2,38	0,18	19,68	2,51	49,35	31,60
11	0,37	2,31	0,16	35,32	2,82	99,70	38,07
12	0,56	2,20	0,25	21,13	2,20	46,41	31,37
13	0,30	2,69	0,11	32,12	2,07	66,64	39,26
14	0,91	2,66	0,34	29,73	2,24	66,54	37,10
15	0,92	2,21	0,42	39,03	2,63	102,68	31,14
16	0,67	2,47	0,27	16,36	2,77	45,25	38,34
17	0,11	2,06	0,05	27,79	2,99	83,07	38,96
18	0,90	2,61	0,34	12,14	2,05	24,88	35,56
19	0,75	2,70	0,28	25,99	2,17	56,49	33,95
20	0,20	2,83	0,07	36,80	2,46	90,56	34,47
21	0,99	2,71	0,37	10,47	2,39	24,99	36,68
22	0,41	2,45	0,17	20,33	2,09	42,54	32,39
23	0,82	2,38	0,35	32,20	2,91	93,62	30,39
24	0,51	2,08	0,24	37,01	2,44	90,27	39,11
25	0,64	2,73	0,24	25,20	2,73	68,92	39,95
26	0,54	2,11	0,25	39,65	2,66	105,32	37,63
27	0,60	2,01	0,30	23,07	2,00	46,15	39,77
28	0,30	2,31	0,13	17,93	2,73	48,91	35,00
29	0,65	2,90	0,22	24,69	2,36	58,37	31,04
30	0,27	2,63	0,10	15,44	2,28	35,27	34,66
31	0,50	2,42	0,21	15,13	2,52	38,19	37,14
32	0,58	2,81	0,21	18,25	2,69	49,17	36,42

33	0,52	2,64	0,20	34,84	2,89	100,58	38,69
34	0,86	2,59	0,33	28,38	2,65	75,17	37,54
35	0,99	2,51	0,39	39,19	2,03	79,66	35,94
36	0,96	2,94	0,33	35,06	2,86	100,26	32,65
37	0,78	2,74	0,28	27,05	2,31	62,54	33,55
38	0,32	2,03	0,16	23,26	2,92	67,83	38,10
39	0,13	2,15	0,06	18,43	2,80	51,64	33,88
40	0,31	2,54	0,12	34,26	2,67	91,48	30,64
41	0,63	2,58	0,24	13,02	2,43	31,58	38,44
42	0,70	2,32	0,30	13,60	2,07	28,14	34,30
43	0,47	2,50	0,19	33,87	2,99	101,34	31,54
44	0,73	2,43	0,30	20,80	2,75	57,27	30,02
45	0,87	2,13	0,41	27,33	2,25	61,63	36,16
46	0,35	2,92	0,12	19,09	2,11	40,36	33,66
47	0,37	2,39	0,15	32,59	2,28	74,21	33,79
48	0,25	2,78	0,09	21,02	2,92	61,43	34,34
49	0,57	2,06	0,28	33,00	2,25	74,14	35,01
50	0,83	2,44	0,34	39,97	2,55	101,98	32,88
51	0,40	2,10	0,19	12,09	2,95	35,62	34,89
52	0,81	2,36	0,34	24,17	2,21	53,47	30,18
53	0,48	2,91	0,17	12,90	2,49	32,15	31,43
54	0,59	2,81	0,21	33,24	2,69	89,41	32,93
55	0,98	2,17	0,45	37,91	2,67	101,08	37,24
56	0,76	2,56	0,30	12,50	2,77	34,63	35,65
57	0,95	2,34	0,41	25,76	2,30	59,14	36,57
58	0,22	2,88	0,08	26,31	2,46	64,62	37,84
59	0,88	2,11	0,42	30,80	2,86	88,20	38,24
60	0,18	2,73	0,07	19,53	2,97	58,03	30,93
61	0,24	2,18	0,11	28,06	2,54	71,33	36,29
62	0,72	2,66	0,27	16,15	2,33	37,70	37,43
63	0,47	2,24	0,21	30,57	2,47	75,59	36,73
64	0,43	2,22	0,19	31,69	2,34	74,23	35,71
65	0,81	2,24	0,36	23,93	2,33	55,66	30,42
66	0,40	2,96	0,14	15,02	2,14	32,17	31,78
67	0,69	2,41	0,29	22,88	2,19	49,99	33,31

68	0,53	2,60	0,20	27,52	2,57	70,75	36,08
69	0,39	2,08	0,19	20,00	2,08	41,64	31,98
70	0,84	2,25	0,38	35,92	2,96	106,29	30,60
71	0,62	2,85	0,22	14,04	2,16	30,29	39,47
72	0,18	2,51	0,07	17,66	2,17	38,30	31,87
73	0,36	2,01	0,18	38,40	2,81	108,09	39,54
74	0,27	2,53	0,11	30,27	2,80	84,74	35,86
75	0,61	2,76	0,22	34,37	2,41	82,67	32,18
76	0,33	2,84	0,12	35,50	2,10	74,56	35,16
77	0,55	2,34	0,24	11,12	2,01	22,39	36,88
78	0,77	2,27	0,34	22,36	2,41	53,92	32,22
79	0,93	2,77	0,34	33,66	2,85	95,76	30,89
80	0,78	2,49	0,32	14,49	2,49	36,04	35,43
81	0,21	2,54	0,08	29,36	2,13	62,49	32,02
82	0,91	2,20	0,42	17,33	2,89	50,09	33,30
83	0,96	2,16	0,45	36,63	2,74	100,46	39,39
84	0,68	2,88	0,24	36,36	2,51	91,27	33,10
85	0,94	2,98	0,31	23,60	2,62	61,90	39,02
86	0,45	2,42	0,19	21,59	2,62	56,54	34,10
87	0,88	2,76	0,32	38,65	2,71	104,62	30,23
88	0,11	2,92	0,04	10,09	2,72	27,44	33,15
89	0,54	2,86	0,19	22,12	2,21	48,88	31,22
90	0,25	2,80	0,09	24,85	2,88	71,49	39,86
91	0,42	2,64	0,16	28,67	2,23	63,88	34,60
92	0,28	2,17	0,13	11,59	2,44	28,33	35,38
93	0,67	2,28	0,30	14,70	2,26	33,25	32,43
94	0,73	2,47	0,30	29,85	2,31	68,85	38,75
95	0,45	2,04	0,22	17,00	2,03	34,50	30,71
96	0,16	2,30	0,07	13,72	2,96	40,65	37,93
97	0,15	2,97	0,05	10,89	2,60	28,27	34,19
98	0,17	2,36	0,07	15,75	2,53	39,89	38,80
99	0,20	2,57	0,08	25,57	2,60	66,55	35,23
100	0,12	2,60	0,05	37,35	2,40	89,48	38,60

Το εύρος των τιμών που εκτιμήθηκε φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 5.2: Εύρη τιμών για τις μικρο-παραμέτρους.

Παράμετρος	Εύρος
sjb_knfac	0,1 – 1
sjb_knfac/sjb_ksfac	2 – 3
sjb_bns	10 – 40
sjb_bcoh/sjb_bns	2 – 3
sjb_bfa	30 - 40

Σε ό,τι αφορά τις υπόλοιπες παραμέτρους που έπρεπε να θέσουμε για την κατασκευή του μοντέλου εργαστήκαμε ως εξής. Ορίσαμε αρχικά ότι θα αποτελείται από μια ομάδα σωματιδίων και κατ' επέκταση κόκκων. Έπειτα κατασκευάστηκε το αρχικό σύνολο των σφαιριδίων το οποίο είχε ιδιότητες σφαιρών όμοιες με αυτές του 102^{ου} μοντέλου του προηγούμενου κεφαλαίου, που έδινε καλά αποτελέσματα.

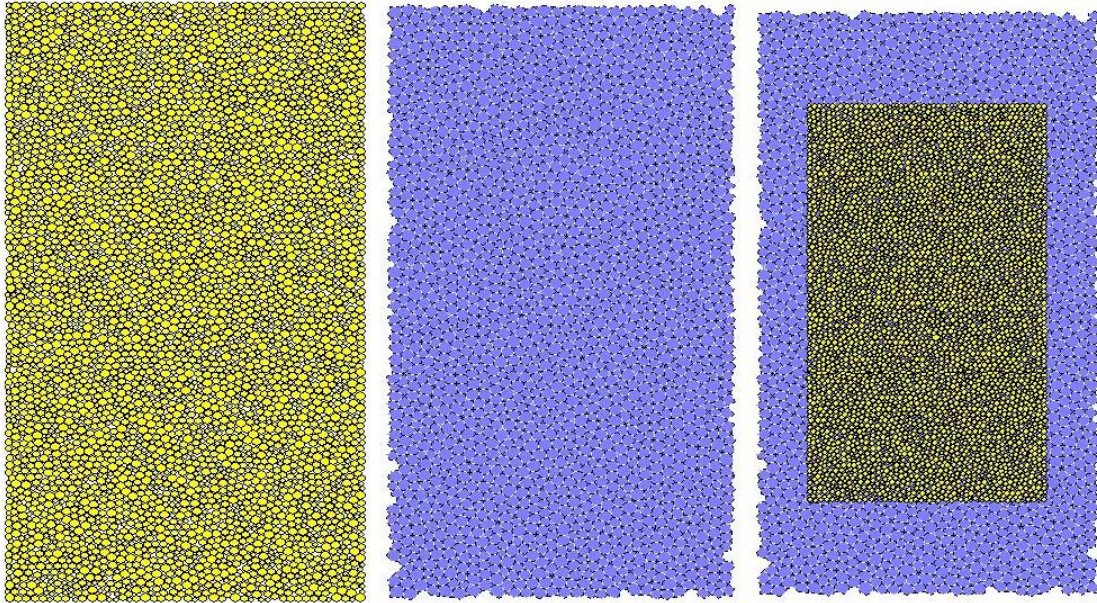
Πυκνότητα σφαιρών → $ba_rho = 2700 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

Μέτρο ελαστικότητας επαφών → $ba_Ec = 102,54 \text{ [GPa]}$

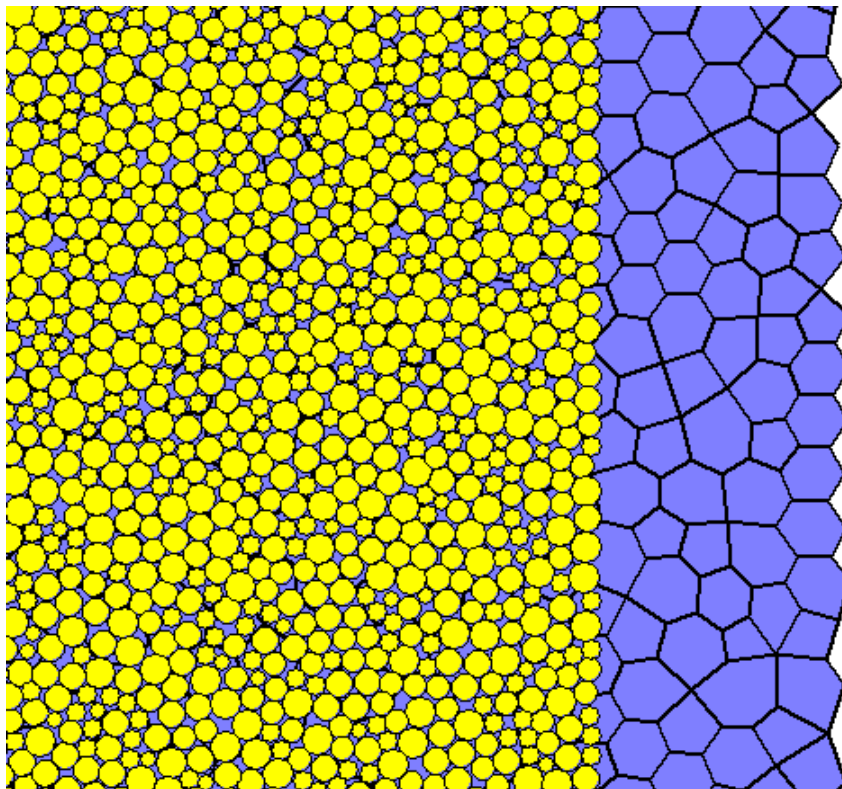
Λόγος δυστροπιών των σφαιρών → $ba_krat = 2.1264$

Συντελεστής τριβής σωματιδίων → $ba_fric = 0.577$

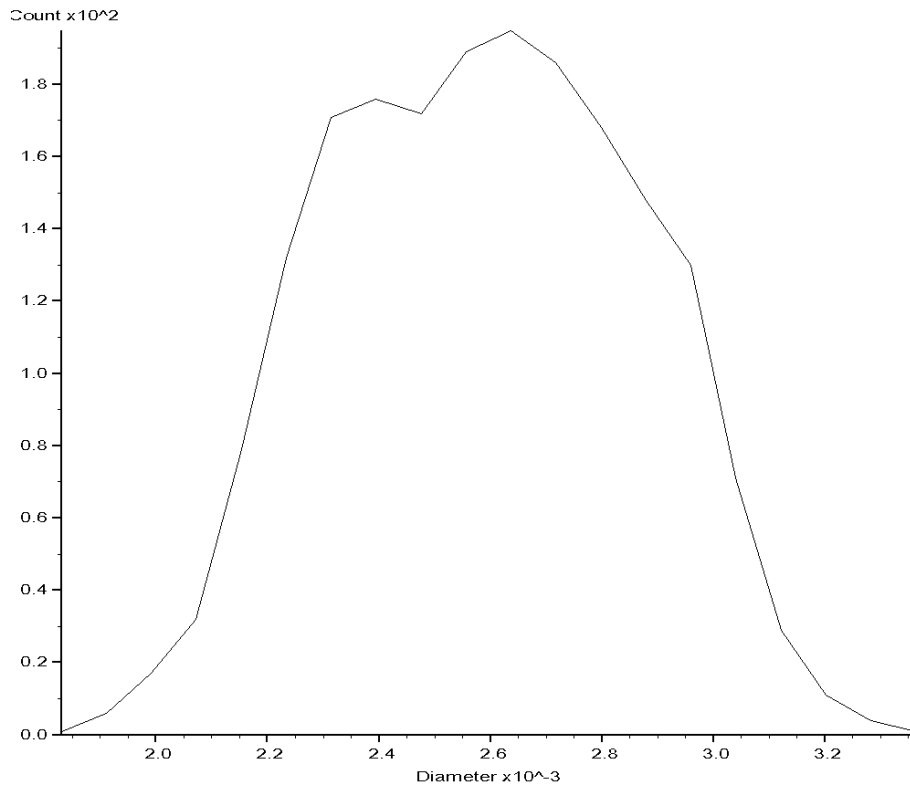
Το αρχικό σύνολο έχει σφαίρες ελάχιστης ακτίνας 1mm και λόγο μέγιστης προς την ελάχιστη ακτίνα 1,5. Καταστήσαμε το μοντέλο άθραυστο, δίνοντάς του πολύ μεγάλες τιμές για τις αντοχές των σημειακών δεσμών που αναθέσαμε. Η κυψέλη υποδοχής των σωματιδίων, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω θα είναι μεγαλύτερη της τελικής, έτσι αρχικά ορίσθηκε να είναι ύψους 15cm και πλάτους 7,5cm. Η τελική κυψέλη θα έχει διαστάσεις ύψους 10cm και πλάτους 5cm. Για την κατασκευή των κόκκων μειώσαμε την ακτίνα των σφαιρών κατά 2,5 φορές, δημιουργώντας σφαίρες ακτίνας 0,4mm με λόγο μέγιστης προς ελάχιστη 1,8. Κάθε κόκκος θα έχει 1mm ενεργή ακτίνα.



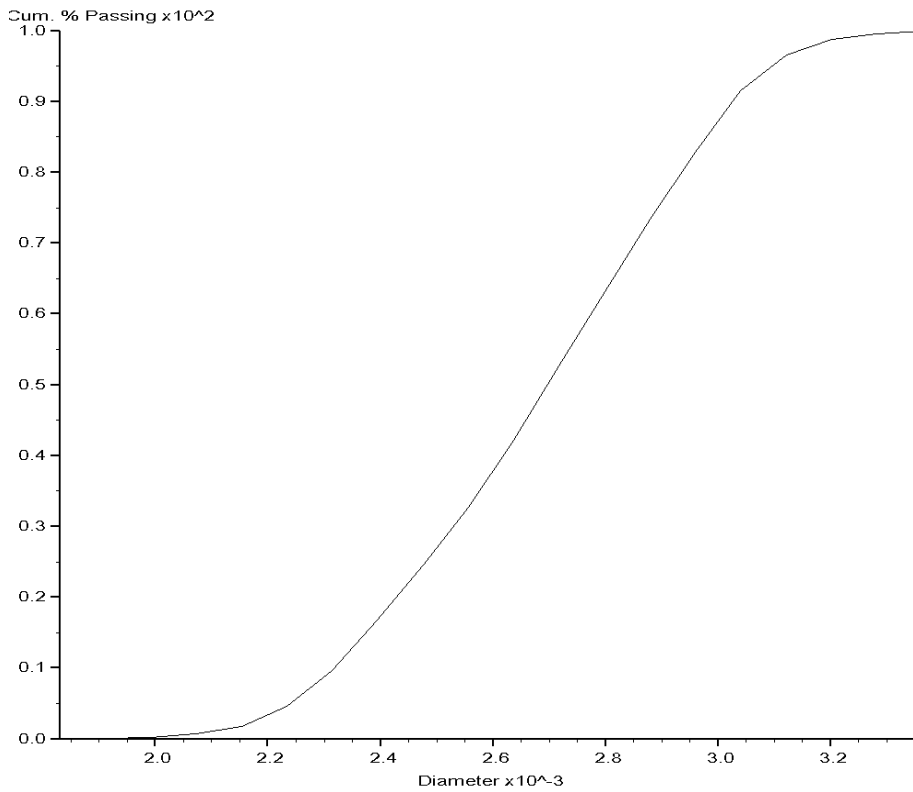
Εικόνα 5.2: Μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων όπως φαίνεται στο PFC^{2D}. Αριστερά φαίνεται το αρχικό σύνολο των σφαιρών, στο κέντρο το σύνολο των κόκκων και δεξιά ο συνδυασμός τους για την κατανομή του μεγέθους των δύο συνόλων.



Εικόνα 5.3: Λεπτομέρεια κόκκων και σφαιριδίων.



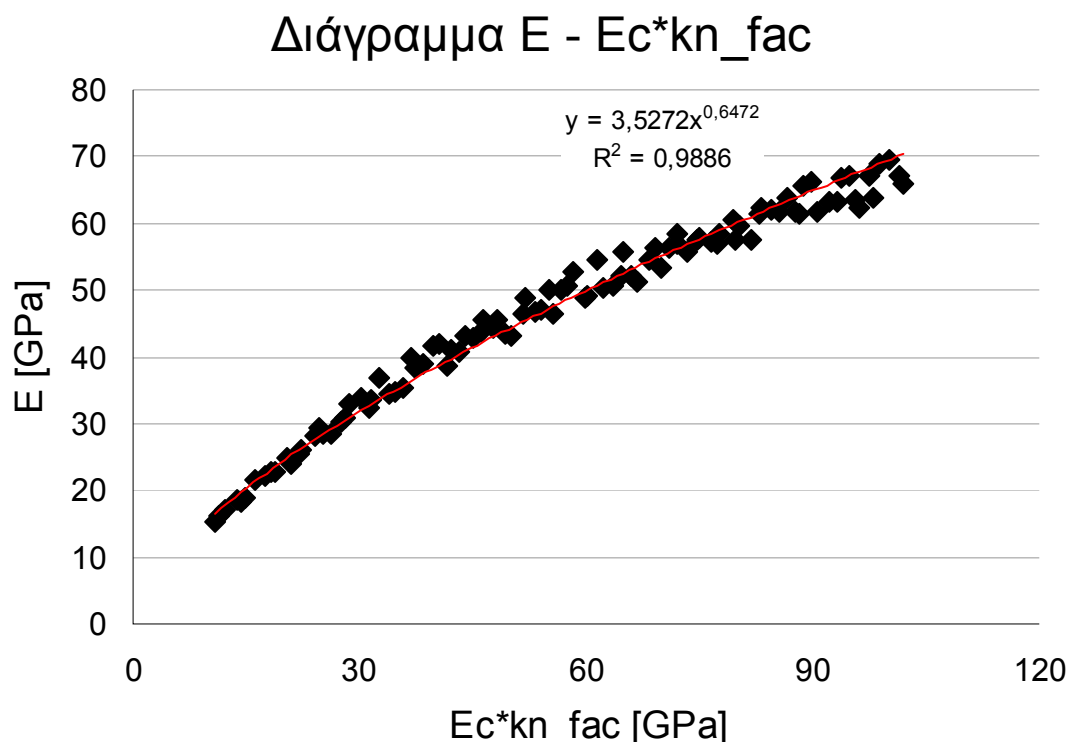
Εικόνα 5.4: Ιστόγραμμα διαμέτρων κόκκων συνθετικού πετρώματος που εξάγει το PFC^{2D}.



Εικόνα 5.5: Αθροιστική κατανομή διαμέτρων κόκκων συνθετικού πετρώματος που εξάγει το PFC^{2D}.

5.3. Αποτελέσματα

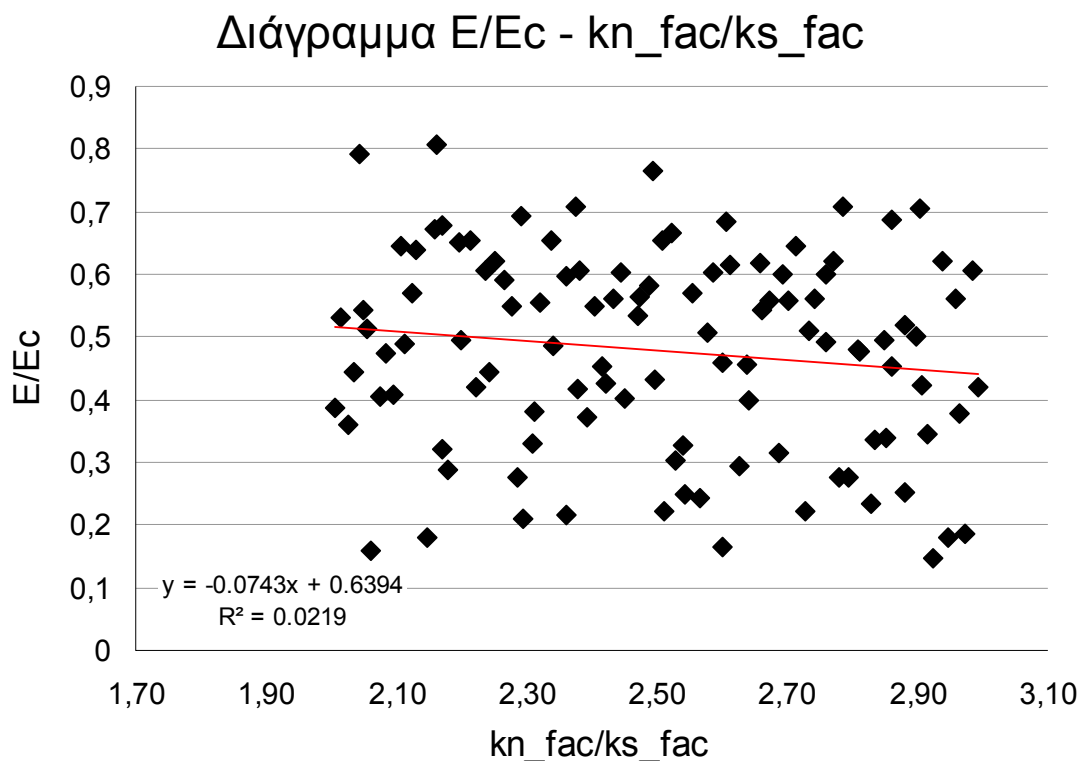
Όπως και στο τέταρτο κεφάλαιο, από τα αποτελέσματα που εξάχθηκαν από την κατασκευή του μοντέλου και την προσομοίωση δοκιμής μονοαξονικής θλίψης, κατασκευάστηκαν διαγράμματα συσχέτισης των μικρομηχανικών παραμέτρων που θέσαμε και είναι προς διερεύνηση με τη μακροσκοπική απόκριση του πετρώματος.



Σχήμα 5.3: Διάγραμμα συσχέτισης του μέτρου ελαστικότητας του συνθετικού πετρώματος με την ορθή δυστροπία των επαφών λείων διεπιφανειών.

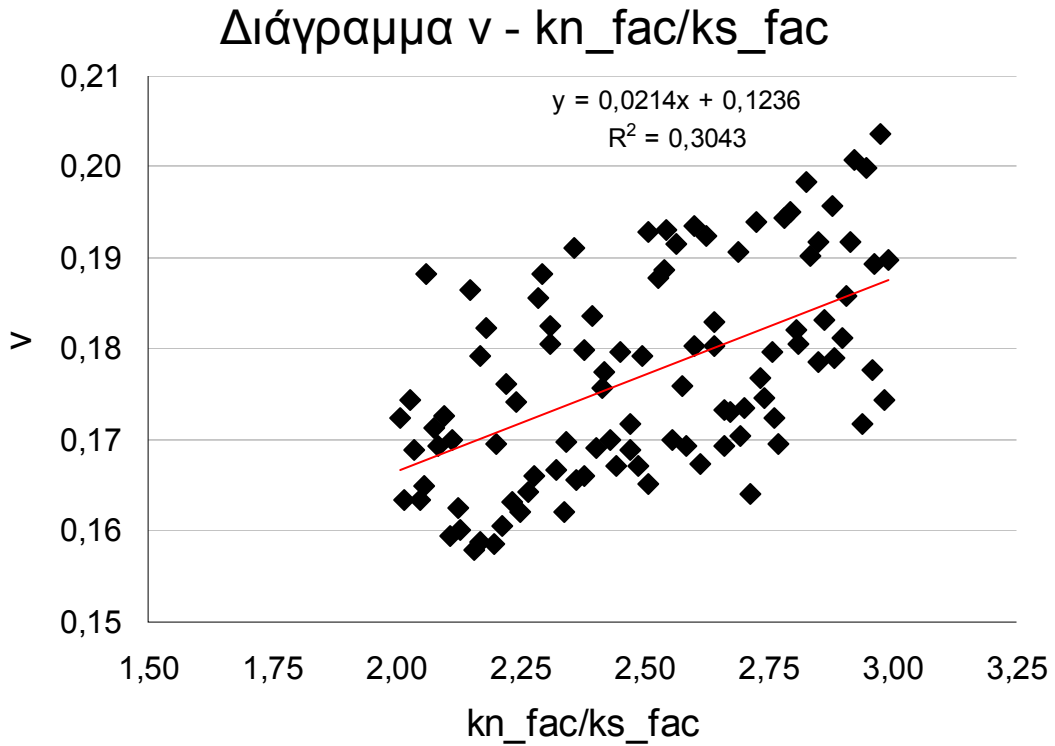
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται πολύ μικρή διασπορά γύρω από την καμπύλη τάσης, η οποία έχει εκθετική σχέση με τις τιμές του διαγράμματος. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι έχουν μεγάλη συσχέτιση μεταξύ τους, λόγω της τιμής του R^2 που εμφανίζεται στο διάγραμμα. Δυστυχώς η μέγιστη τιμή του μέτρου ελαστικότητας που αναπαράχθηκε από τα μοντέλα ήταν περί τα 70GPa, ενώ το επιθυμητό μέτρο ελαστικότητας είναι 73,14GPa. Επομένως στη συνέχεια, όταν θα βρούμε τιμή για το συντελεστή της ορθής δυστροπίας από αυτό το διάγραμμα θα κάνουμε μια υπόθεση επεκτείνοντας τη γραμμή τάσης. Το γινόμενο του μέτρου

ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή της ορθής δυστροπίας ουσιαστικά αποτελεί την ορθή δυστροπία των επαφών λείων διεπιφανειών.

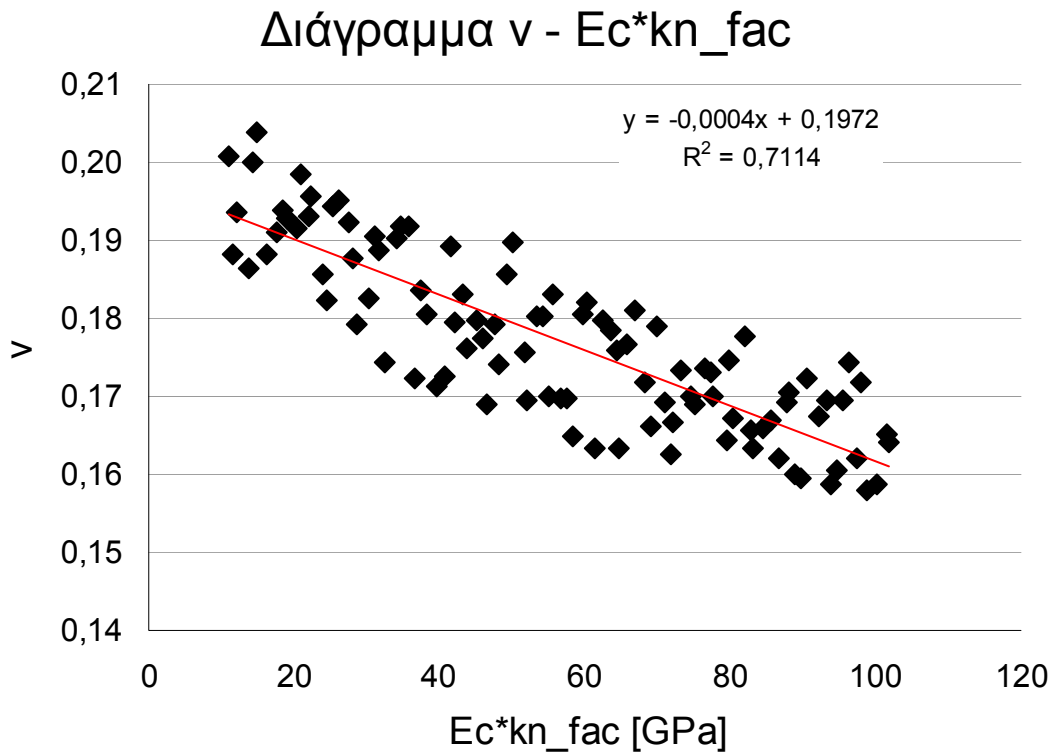


Σχήμα 5.4: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του μέτρου ελαστικότητας προς το μέτρο ελαστικότητας των επαφών, με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών.

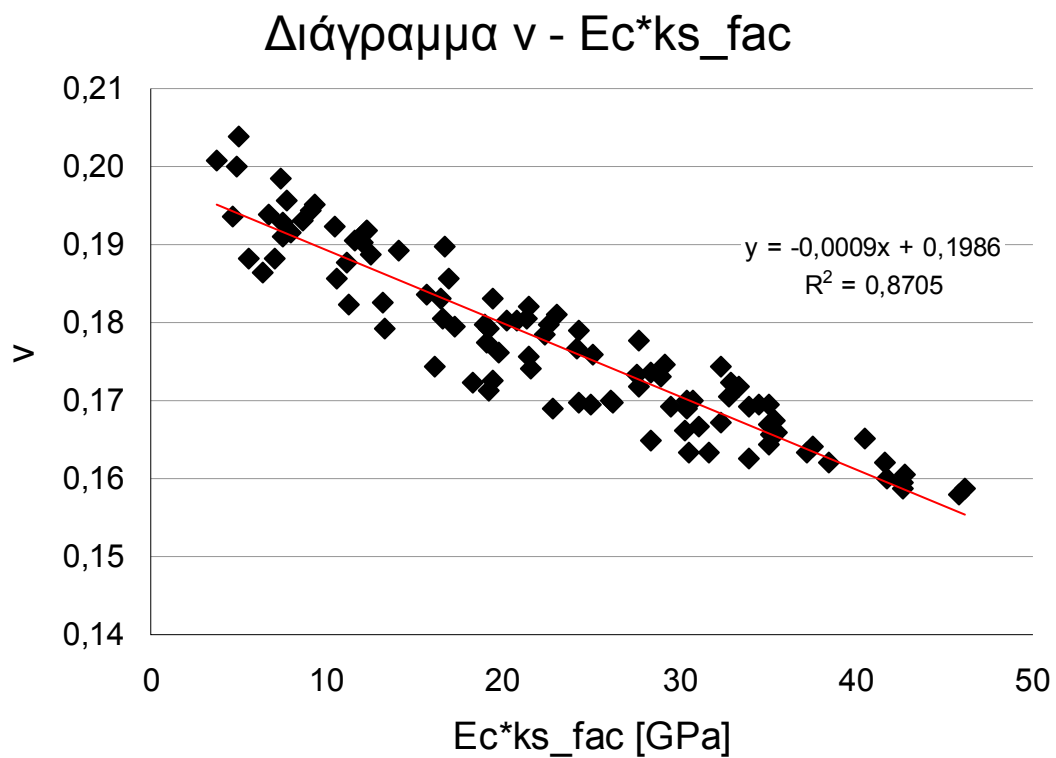
Σε αυτό το διάγραμμα παρουσιάζεται μια γραμμική σχέση μεταξύ του λόγου του μέτρου ελαστικότητας προς το μέτρο ελαστικότητας των επαφών και του λόγου του συντελεστή των δυστροπιών. Η διασπορά γύρω από την καμπύλη τάσης δεν είναι ικανοποιητική, μιας και μια ικανοποιητική τιμή θα ήταν αν το R^2 είχε τιμές πάνω από 0,85. Ενώ στο προηγούμενο κεφάλαιο παρατηρήσαμε καλή συσχέτιση του λόγου E/E_c με το λόγο των δυστροπιών, δεν ισχύει και το αντίστοιχο για το GBM.



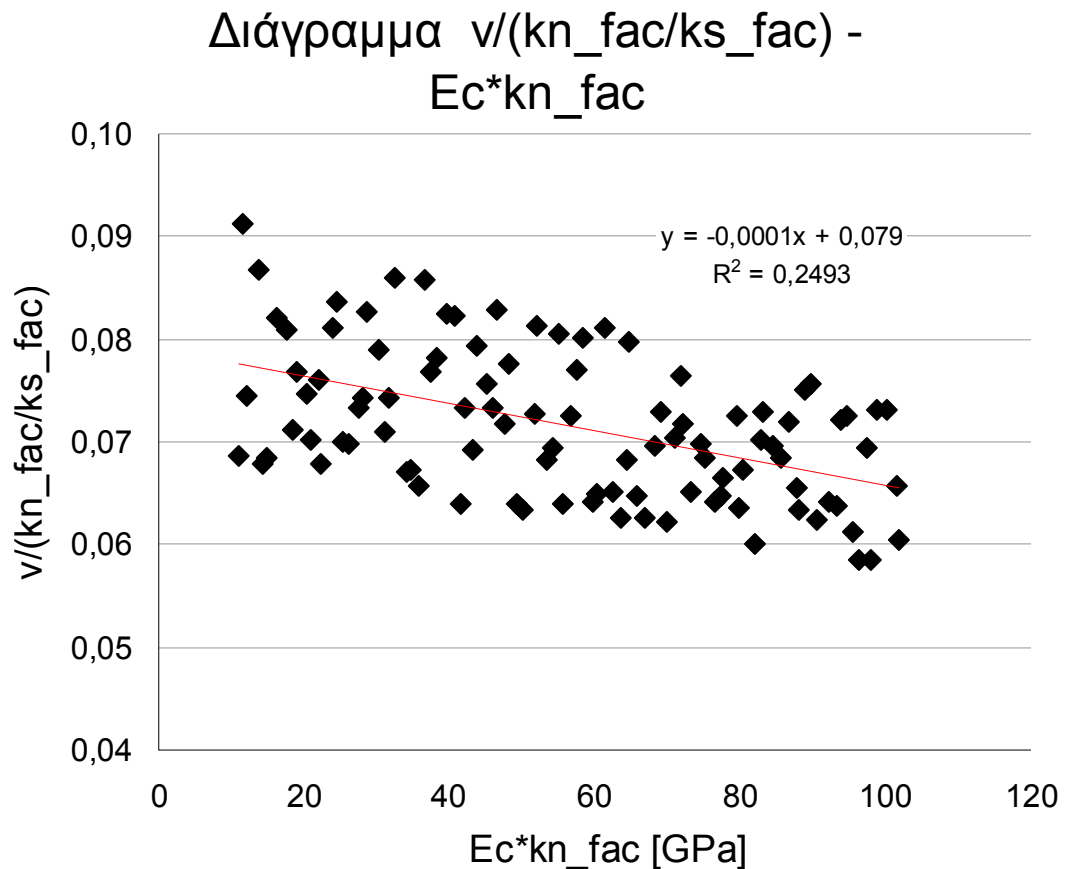
Σχήμα 5.5: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών.



Σχήμα 5.6: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή ορθής δυστροπίας.

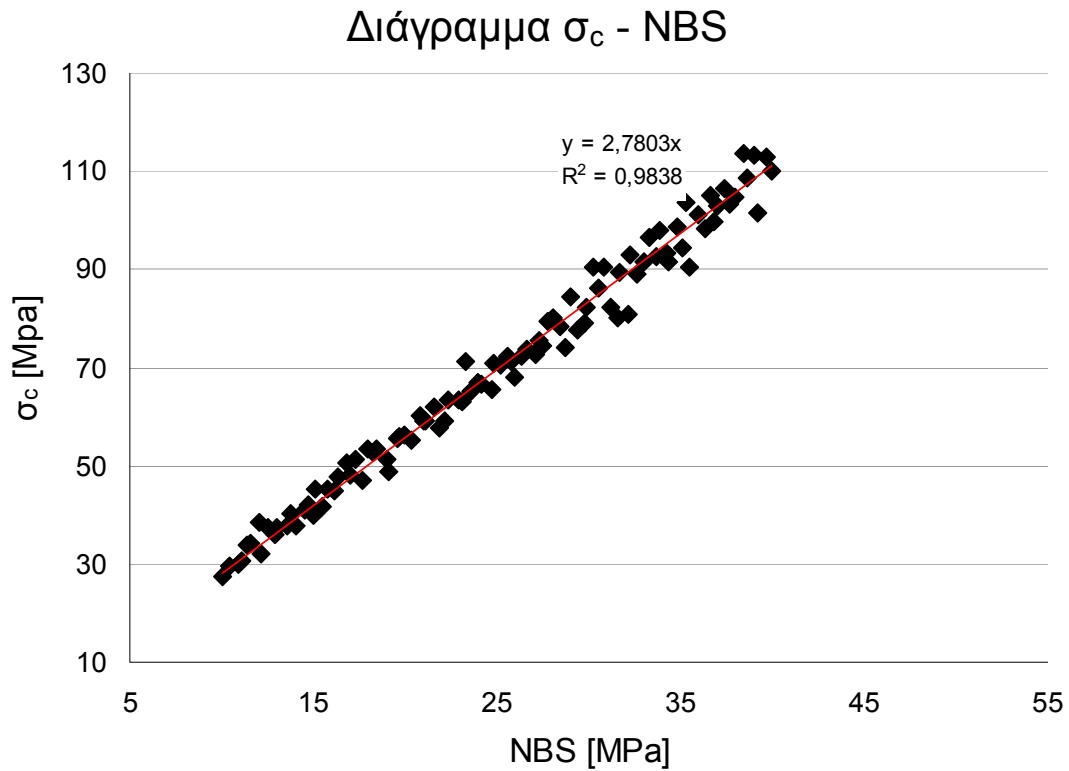


Σχήμα 5.7: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή διατμητικής δυστροπίας.



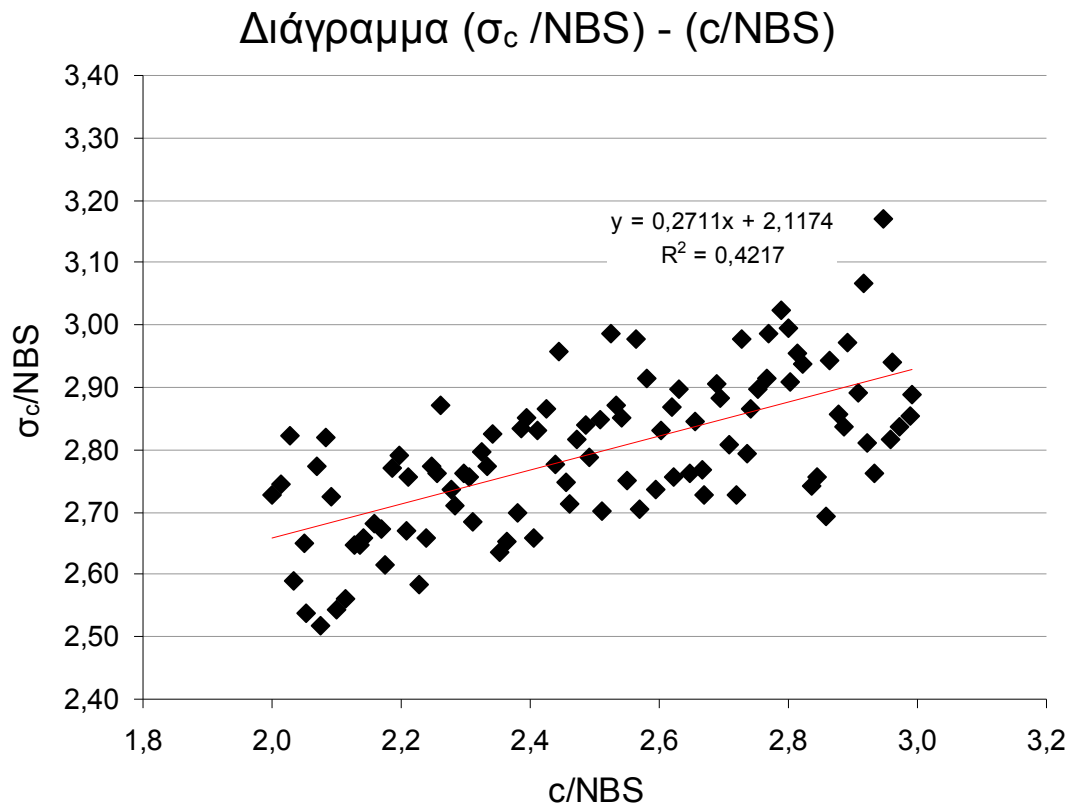
Σχήμα 5.8: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου $\nu/(k_n_fac/k_s_fac)$ με το γινόμενο $E_c * k_n_fac$.

Στα τέσσερα διαγράμματα που προηγούνται, παρατηρείται γραμμική σχέση μεταξύ των παραμέτρων. Και στις τέσσερις περιπτώσεις αναζητούμε τη συσχέτιση του λόγου του Poisson (ή του πηλίκου του λόγου του Poisson προς το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών), με κάποια από τις μικρομηχανικές παραμέτρους. Καλύτερη συσχέτιση παρατηρείται με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών επί το συντελεστή της διαμητικής δυστροπίας και ιδιαίτερα όσο αυξάνεται ο λόγος.



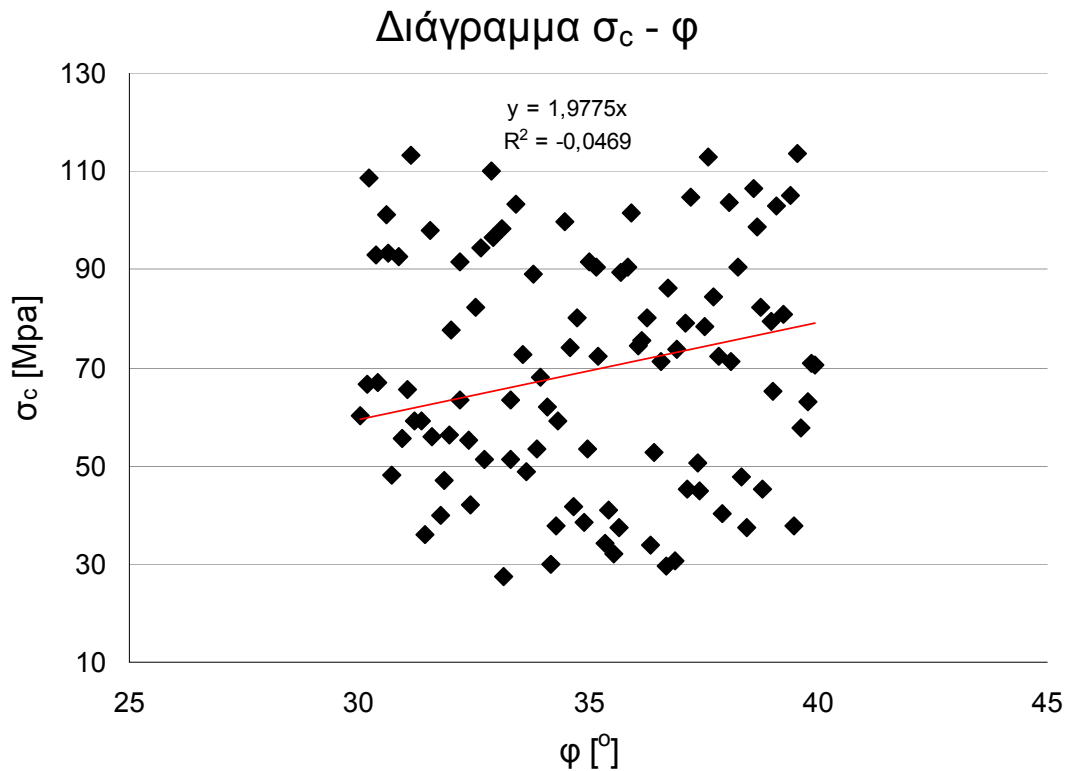
Σχήμα 5.9: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με την ορθή αντοχή των δεσμών.

Πολύ καλή συσχέτιση και μικρή διασπορά παρουσιάζει το παρόν διάγραμμα. Βλέπουμε ότι η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη σχετίζεται άμεσα με την ορθή αντοχή των δεσμών. Αυτό ήταν αναμενόμενο, όχι μόνο από την ανάλυση του προηγούμενου κεφαλαίου, αλλά γνωρίζουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αντοχή ενός δεσμού, τόσο δυσκολότερα θα σπάει κι επομένως τόσο πιο δύσκολα θα αστοχεί το υλικό.



Σχήμα 5.10: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών, με το λόγο της συνοχής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.

Αν και η σχέση είναι γραμμική η συσχέτιση και η διασπορά δεν λαμβάνουν ικανοποιητικές τιμές. Όσο μεγαλύτερη τιμή λαμβάνει η συνοχή, τόσο αυξάνεται και η αντοχή του υλικού.



Σχήμα 5.11: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη γωνία τριβής.

Τέλος, παρατηρούμε ότι η γωνία τριβής δεν σχετίζεται με τις παραμέτρους αντοχής ενός υλικού. Η γωνία τριβής ενός υλικού, επηρεάζει το υλικό μετά την αστοχία, αφού δηλαδή έχει ξεπεράσει τη μέγιστη αντοχή του.

5.4. Κατασκευή 101^{ou} μοντέλου

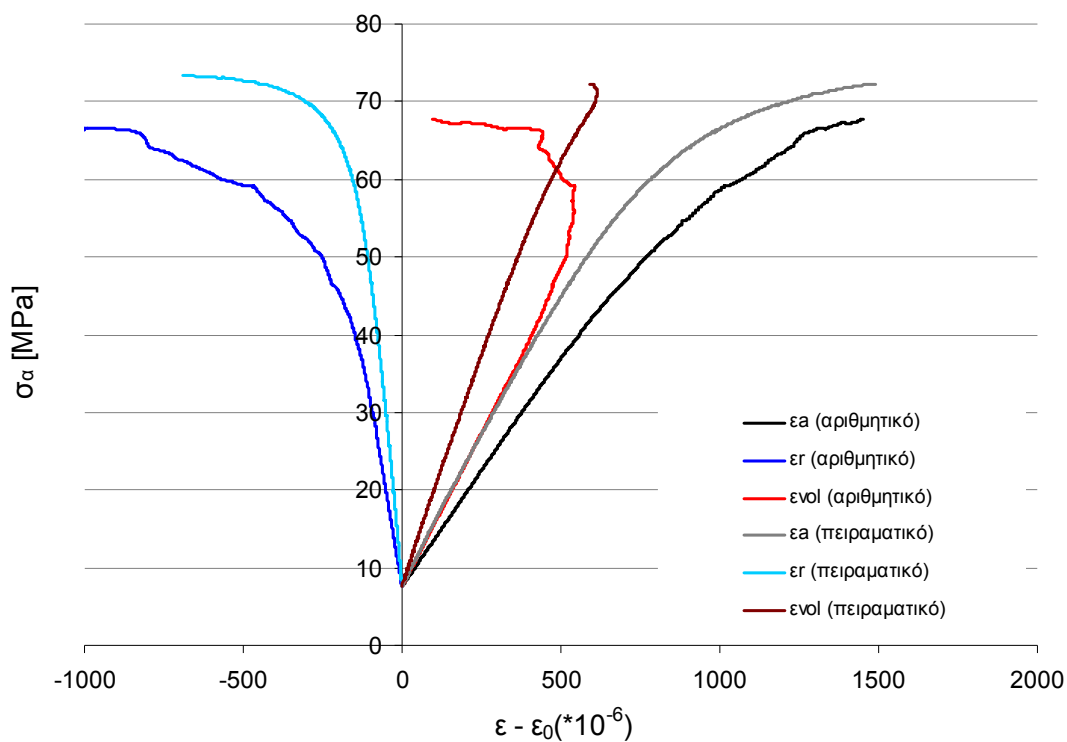
Από τα παραπάνω διαγράμματα και από τις παραμέτρους που επηρεάζουν περισσότερο τη μακροσκοπική απόκριση ενός πετρώματος, υπολογίσθηκαν οι παράμετροι (από τις εξισώσεις των καμπυλών τάσης) για την κατασκευή ενός μοντέλου που πιθανά θα συμπεριφέρεται όμοια με το μάρμαρο.

Πίνακας 5.3: Μικρομηχανικές ιδιότητες 101^{ου} μοντέλου.

Μικρομηχανική Ιδιότητα	Τιμή	Εξίσωση
kn_fac	1,056	$E = 3,5272 * (E_c * kn_fac)^{0,6472}$
ks_fac	0,201	$\nu = -0,0009 * (E_c * ks_fac) + 0,1986$
NBS	24,4MPa	$\sigma_c = 2,7803 * NBS$
c	64,55MPa	$\sigma_c / NBS = 0,2711 * c / NBS + 2,1174$
φ	35°	Μέση Τιμή

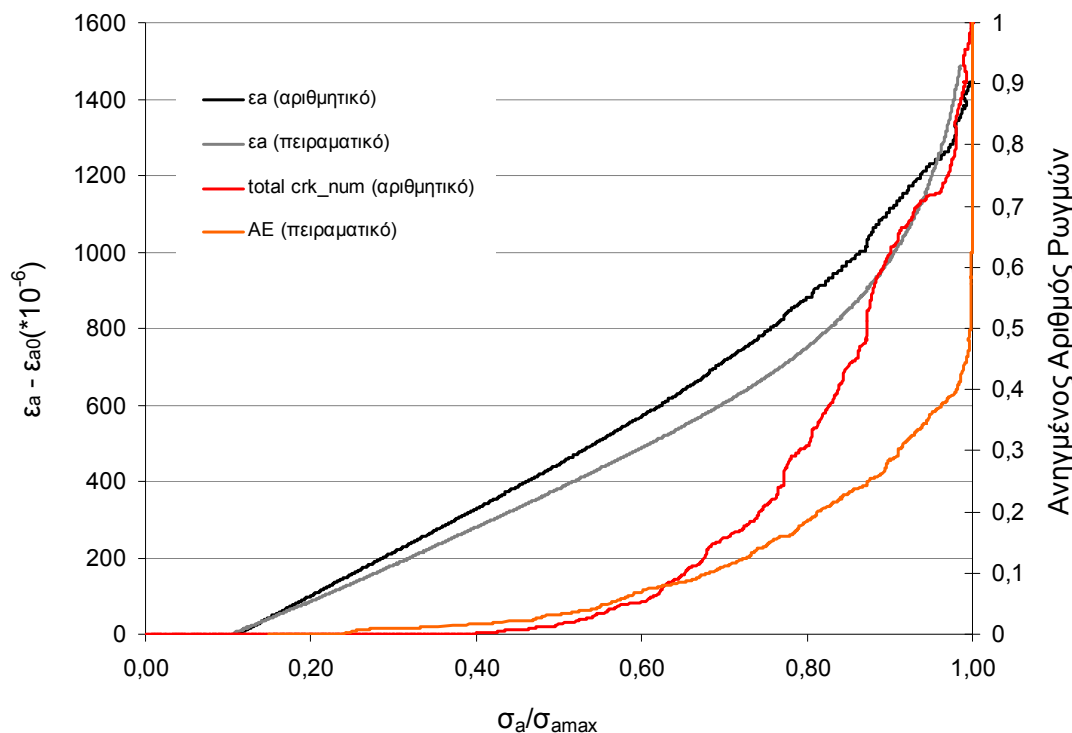
Αυτές είναι οι μόνες αλλαγές που πραγματοποιήθηκαν στη μοντελοποίηση του 101^{ου} μοντέλου. Στη συνέχεια του ορίσαμε να πραγματοποιήσει δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, τα αποτελέσματα της οποίας παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.

Διάγραμμα Τάσης - Τροπής (ucs)



Σχήμα 5.12: Διάγραμμα τάσης – τροπής.

Ανηγγμένη Τάση - Αριθμός Ρωγμών - Τροπή (ucs)



Σχήμα 5.13: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής.

Πίνακας 5.4: Μακροσκοπική απόκριση 101^{ου} μοντέλου.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου
Μέτρο ελαστικότητας	56,9 GPa
Λόγος του Poisson	0,198
Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη	67,8 MPa

Από τα διαγράμματα των σχημάτων 5.12 και 5.13 βλέπουμε ότι, αν και η κλίση των καμπυλών είναι διαφορετική, άρα και το μέτρο ελαστικότητας θα διαφέρει, η καμπυλότητα και η τροπές μέχρι την μέγιστη τάση είναι παρόμοιες μεταξύ των πειραματικών και αριθμητικών καμπυλών. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο είναι λιγότερο ψαθυρό από αυτά που κατασκευάζαμε με το BPM, αφού πριν φτάσει τη μέγιστη τάση παίρνει μεγάλες παραμορφώσεις (δηλαδή συμπεριφέρεται πιο όλκιμα), άρα έχουμε καταφέρει να προσομοιώσουμε καλύτερα τη συμπεριφορά του πετρώματος. Μια άλλη διαφορά που εντοπίζουμε είναι ότι το συνθετικό πέτρωμα,

έχει μικρότερη αντοχή από το πραγματικό. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην μικρή τιμή της αντοχής των δεσμών. Η καμπύλη της ογκομετρικής τροπής του μοντέλου παρουσιάζει διαφορά με αυτή των πειραμάτων, αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι η προσομοίωση είναι διδιάστατη κι επομένως τις παραμορφώσεις στην τρίτη διάσταση δεν μπορούμε με το μοντέλο να τις μετήσουμε. Σε ό,τι αφορά τις καμπύλες του αριθμού των ρωγμών και της ακουστικής εκπομπής, βλέπουμε ότι μέχρι το 60% της μέγιστης τάσης δεν παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις. Τέλος, από τα αποτελέσματα που παραθέτονται στον πίνακα 5.4, βλέπουμε ότι το μέτρο ελαστικότητας του συνθετικού πετρώματος είναι αρκετά μικρότερο από του πραγματικού (22,2% απόκλιση), καθώς επίσης και η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (7,6%), ενώ ο λόγος του Poisson είναι μεγαλύτερος κατά 5,5%. Άρα έχουμε κατασκευάσει ένα συνθετικό πέτρωμα με μικρότερη αντοχή (μικρότερο σ_c), με μικρότερη δυσκαμψία, δηλαδή για ίδια τάση θα παραμορφώνεται περισσότερο το συνθετικό πέτρωμα από το πραγματικό (μικρότερο E).

5.5. Κατασκευή 10 επιπλέον μοντέλων

Αξιολογώντας τα αποτελέσματα της προηγούμενης ενότητας, για να λάβουμε καλύτερα αποτελέσματα θα πρέπει να αυξήσουμε το μέτρο ελαστικότητας και την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και να μειώσουμε το λόγο του Poisson. Έτσι κατασκευάσαμε 10 ακόμη μοντέλα, βρίσκοντας τιμές για τις μικρο-παραμέτρους ως τυχαίες μεταβλητές ακολουθώντας την ίδια διαδικασία. Αυτή τη φορά το εύρος που δώσαμε για το συντελεστή ορθής δυστροπίας ήταν διαφορετικό, εκτιμώντας ότι το νέο όριο θα μας δώσει καλύτερα αποτελέσματα.

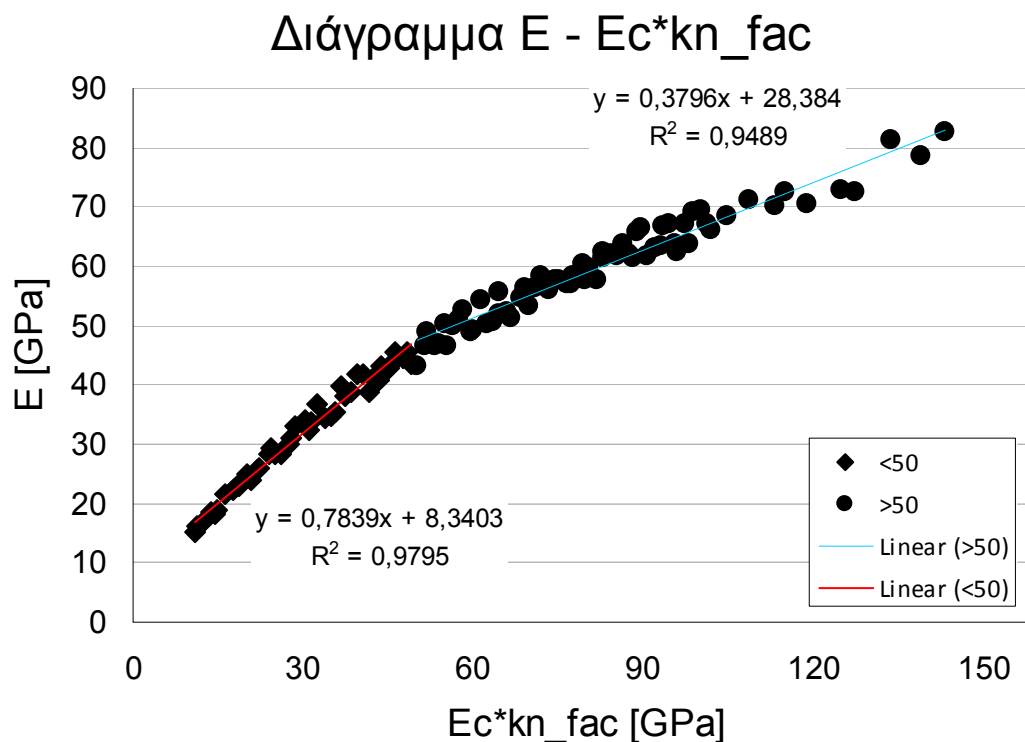
Πίνακας 5.5: Εύρη τιμών μικροπαραμέτρων.

Παράμετρος	Εύρος
sjb_knfac	1 – 1,4
sjb_knfac/sjb_ksfac	2 – 3
sjb_bns	10 – 40
sjb_bcoh/sjb_bns	2 – 3
sjb_bfa	30 - 40

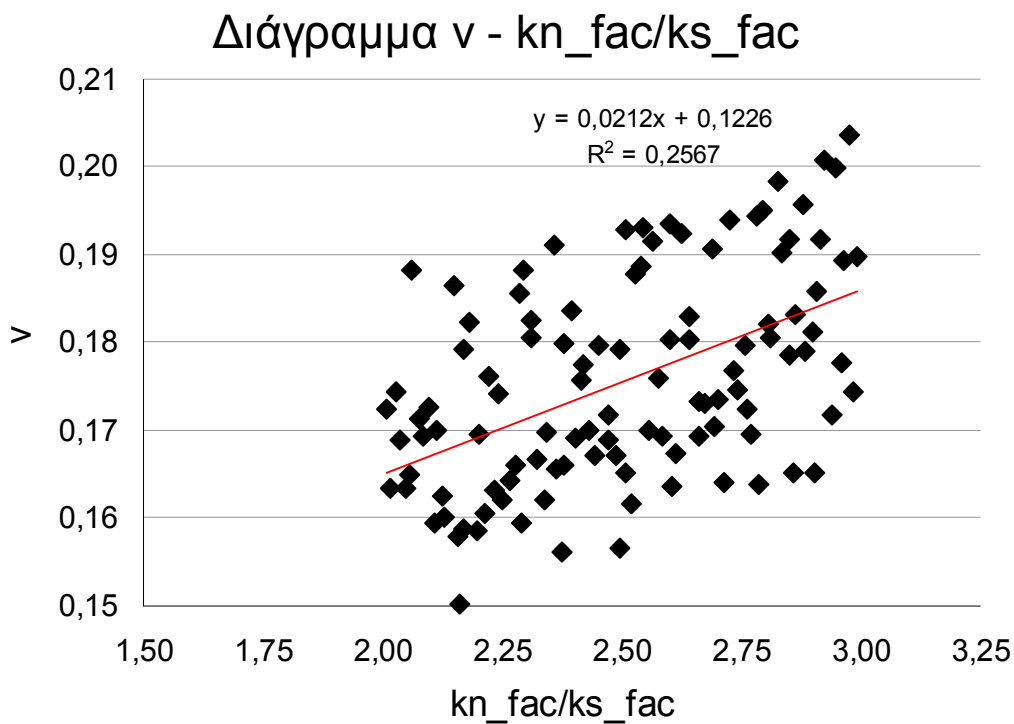
Πίνακας 5.6: Μικρομηχανικές ιδιότητες μοντέλων 102 – 111.

Model	sjb_knfac	sjb_knfac/sjb_ksfac	sjb_ksfac	sjb_bns	sjb_bcoh/sjb_bns	sjb_bcoh	sjb_bfa
102	1.02	2.52	0.41	18.30	2.55	46.57	39.07
103	1.40	2.16	0.65	38.94	2.97	115.67	38.22
104	1.12	2.38	0.47	10.54	2.33	24.50	35.51
105	1.16	2.86	0.41	27.95	2.48	69.36	37.56
106	1.06	2.29	0.46	33.87	2.23	75.58	36.55
107	1.22	2.79	0.44	36.49	2.08	75.97	30.69
108	1.11	2.61	0.42	14.05	2.86	40.23	33.49
109	1.24	2.90	0.43	22.80	2.74	62.43	31.49
110	1.31	2.04	0.64	20.06	2.62	52.59	32.18
111	1.36	2.49	0.54	29.65	2.19	64.98	34.21

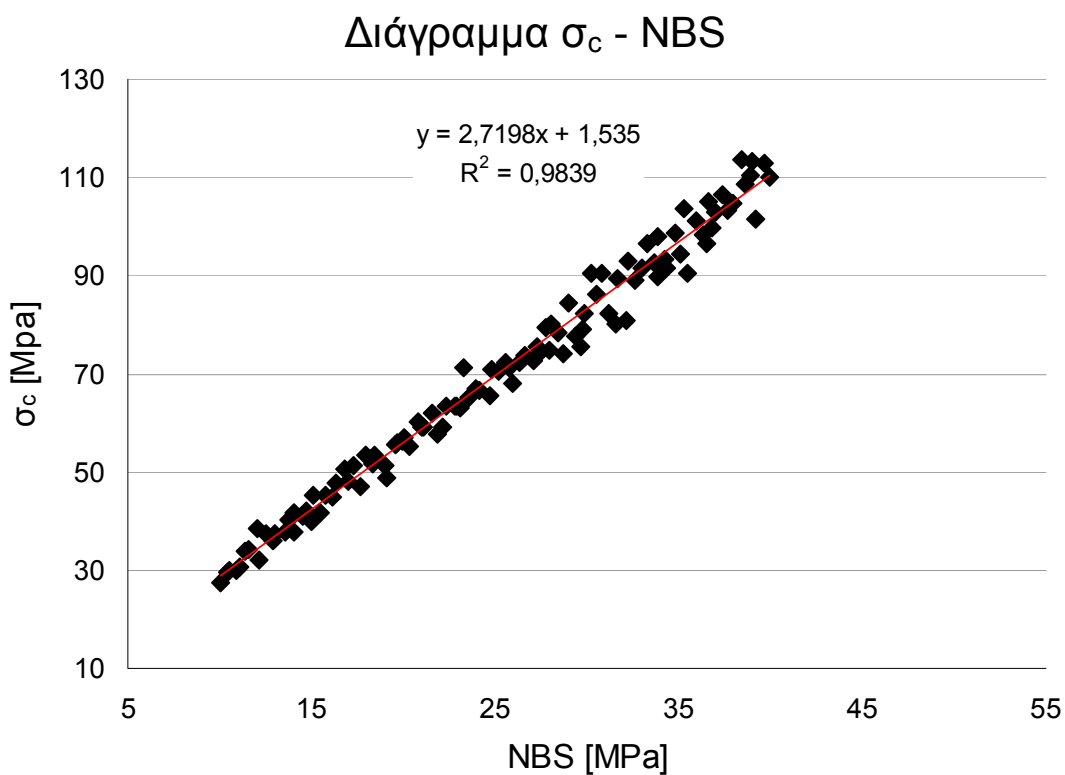
Μόλις ολοκληρώθηκε η αριθμητική επίλυση, προστέθηκαν τα αποτελέσματα στα διαγράμματα συσχέτισης που κατασκευάστηκαν για τα 100 προηγούμενα μοντέλα. Παρακάτω παραθέτονται τα διαγράμματα συσχέτισης από όπου θα λάβουμε τιμές για τις μικροπαραμέτρους ώστε να κατασκευαστεί το τελευταίο μοντέλο.



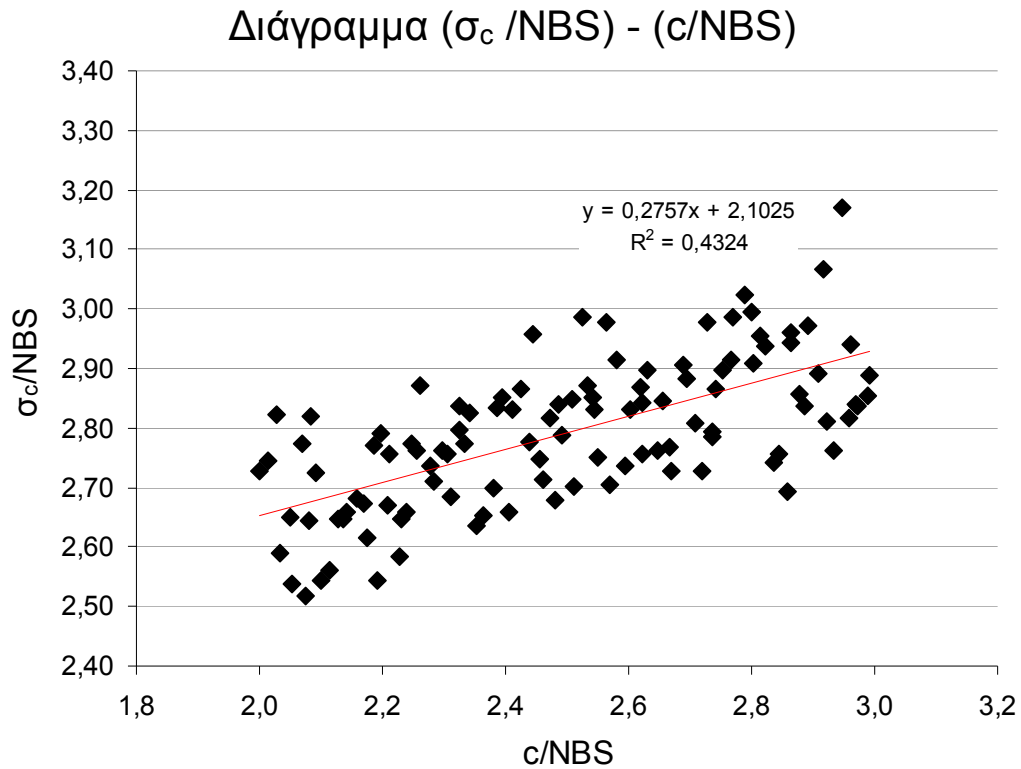
Σχήμα 5.14: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του μέτρου ελαστικότητας με το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας των επαφών με το συντελεστή ορθής δυστροπίας.



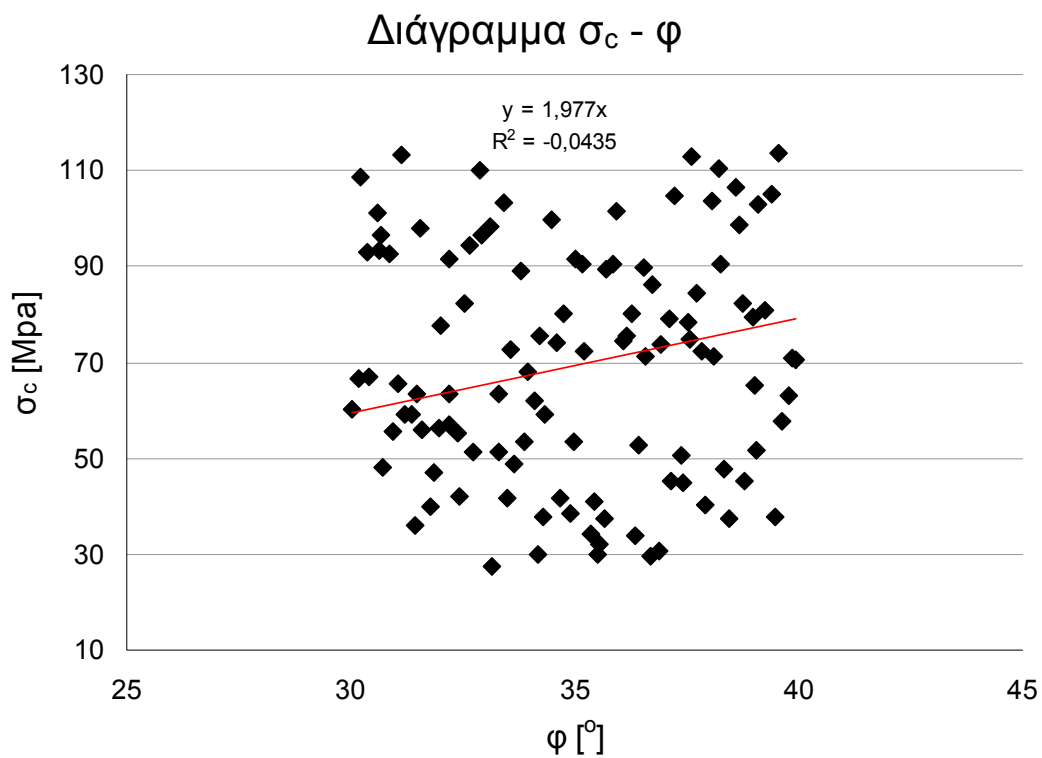
Σχήμα 5.15: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου του Poisson με το λόγο του συντελεστή των δυστροπιών.



Σχήμα 5.16: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με την ορθή αντοχή των δεσμών.



Σχήμα 5.17: Διάγραμμα συσχέτισης του λόγου της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη προς την ορθή αντοχή των δεσμών, με το λόγο της συνοχής προς την ορθή αντοχή των δεσμών.



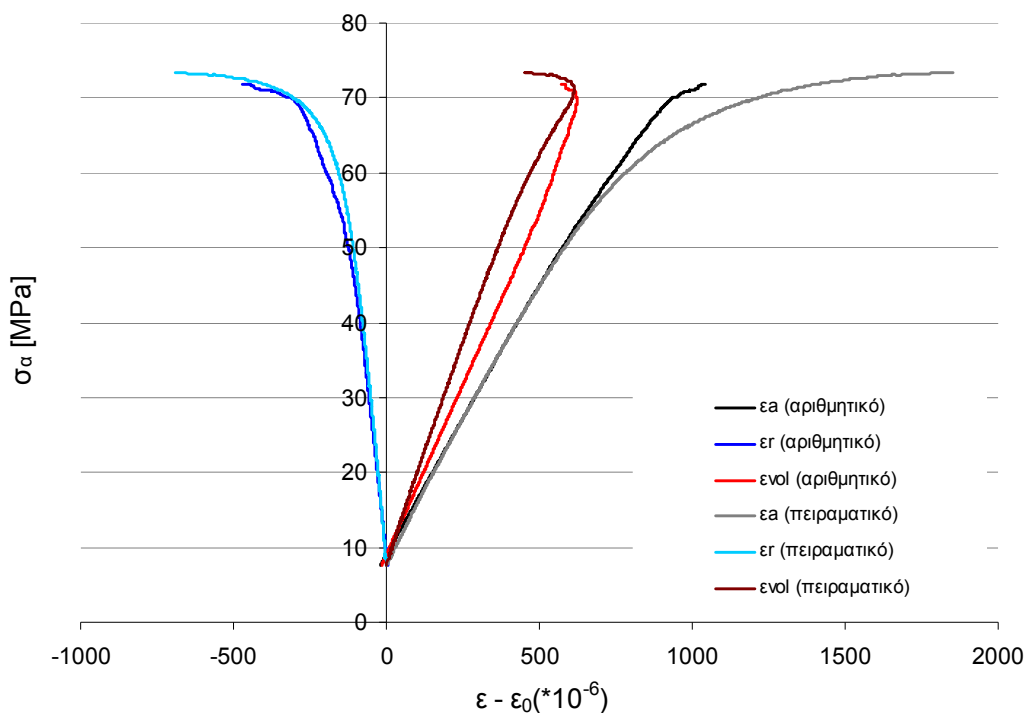
Σχήμα 5.18: Διάγραμμα συσχέτισης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη με τη γωνία τριβής.

Πίνακας 5.7: Μικρομηχανικές ιδιότητες 112^{ου} μοντέλου.

Μικρομηχανική Ιδιότητα	Τιμή	Εξίσωση
kn_fac	1,15	$E = 0,3796 * (E_c * kn_fac) + 28,384$
kn_fac/ ks_fac	2,71	$\nu = 0,0212 * (kn_fac / ks_fac) + 0,1226$
ks_fac	0,42	$kn_fac / 2,71$
NBS	26,42MPa	$\sigma_c = 2,7198 * NBS + 1,535$
c	64,73MPa	$\sigma_c / NBS = 0,2757 * c / NBS + 2,1025$
φ	37°	$\sigma_c = 1,977 * \varphi$

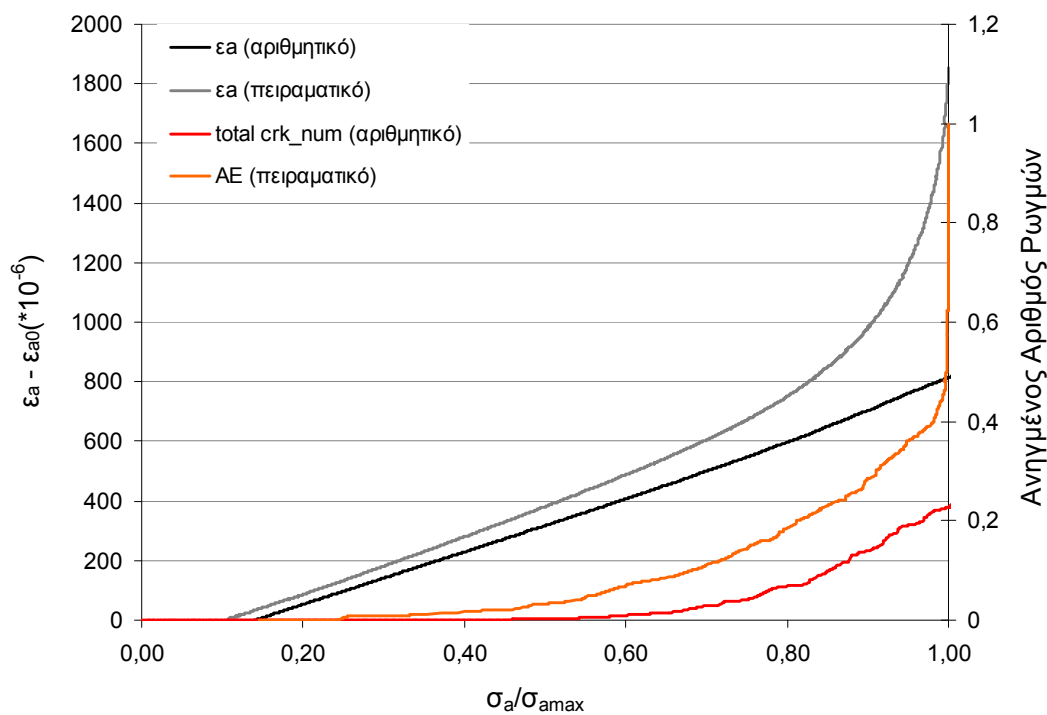
Αυξάνοντας την τιμή του συντελεστή της ορθής δυστροπίας, θα μπορούσαμε στο διάγραμμα του σχήματος 5.14 να πάρουμε τιμές στην καμπύλη τάσης για E ίσο με 73,14GPa, ενώ πριν κάναμε υποθέταμε την τιμή επεκτείνοντας την καμπύλη τάσης. Κατασκευάζοντας το μοντέλο με τις μικρομηχανικές ιδιότητες που φαίνονται στον πίνακα 5.7, το υποβάλλαμε σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης και τα αποτελέσματα φαίνονται στα διαγράμματα και τους πίνακες που ακολουθούν.

Διάγραμμα Τάσης - Τροπής (ucs)



Σχήμα 5.19: Διάγραμμα τάσης – τροπής.

Ανηγμένη Τάση - Αριθμός Ρωγμών - Τροπή (ucs)



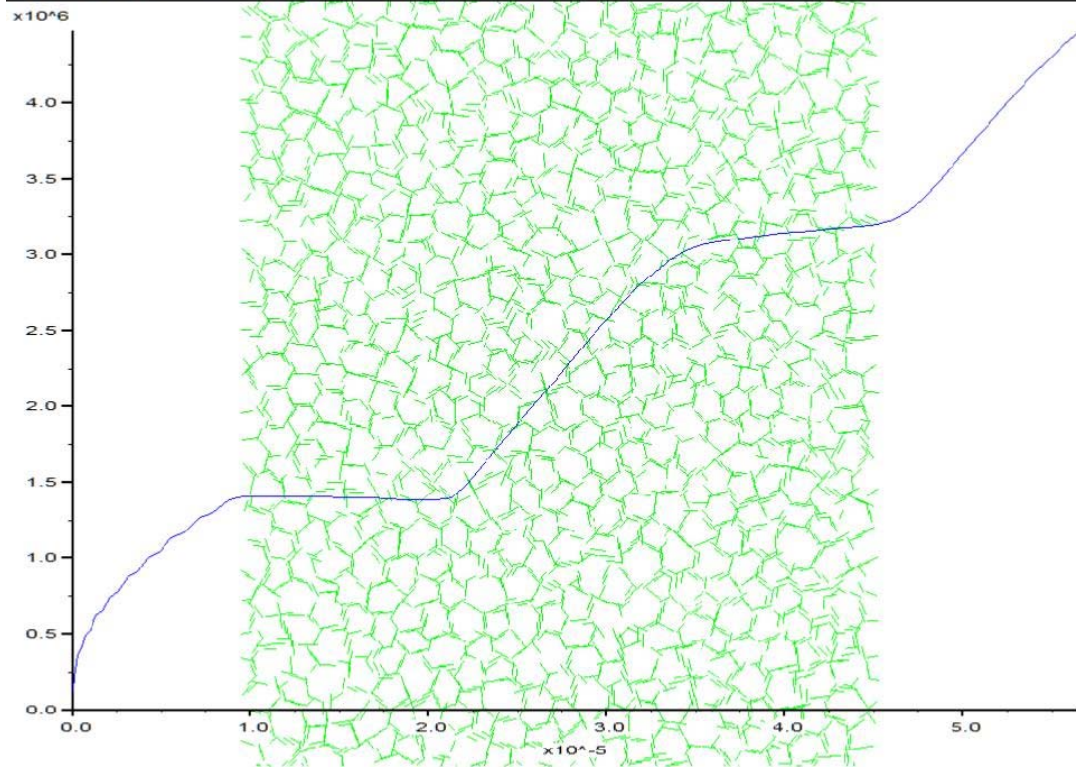
Σχήμα 5.20: Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής τάσης – ανηγμένου αριθμού ρωγμών – αξονικής τροπής.

Πίνακας 5.8: Μακροσκοπική απόκριση 112^{ου} μοντέλου.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου πραγματικού πετρώματος	Τιμή παραμέτρου συνθετικού πετρώματος
Μέτρο ελαστικότητας	73,14 GPa	71,88 GPa
Λόγος του Poisson	0,18	0,16
Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη	73,4 MPa	70,83 MPa

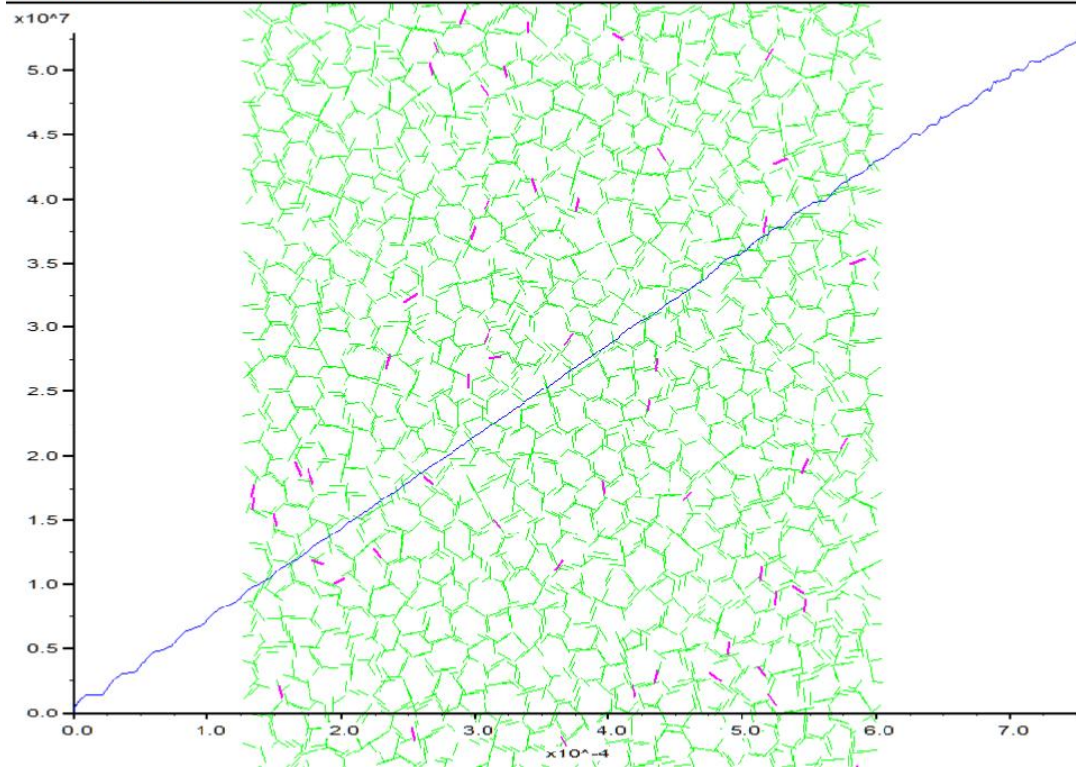
Σε αυτό το μοντέλο καταφέραμε να μειώσουμε το λόγο του Poisson και να αυξήσουμε το μέτρο ελαστικότητας και την αντοχή. Δυστυχώς, με τις μετατροπές που κάναμε ο λόγος του Poisson έχει απόκλιση 11%, κάτι το οποίο δεν ήταν επιθυμητό. Οι τιμές για το μέτρο ελαστικότητας και την αντοχή του συνθετικού υλικού είναι αρκετά συναφείς με αυτές του πραγματικού πετρώματος. Με τον τρόπο που έχουμε κατασκευάσει τους κόκκους του μοντέλου με την αύξηση του συντελεστή της διατμητικής δυστροπίας θα μειώνεται ο λόγος του Poisson, ενώ αντίστροφα θα αυξάνεται το μέτρο ελαστικότητας. Απαιτείται λοιπόν, περαιτέρω διερεύνηση για την κατασκευή ενός GBM που να έχει παρόμοια μακροσκοπική απόκριση με το πραγματικό πέτρωμα.

View Title: Compression test: axial stress vs strain and cracks



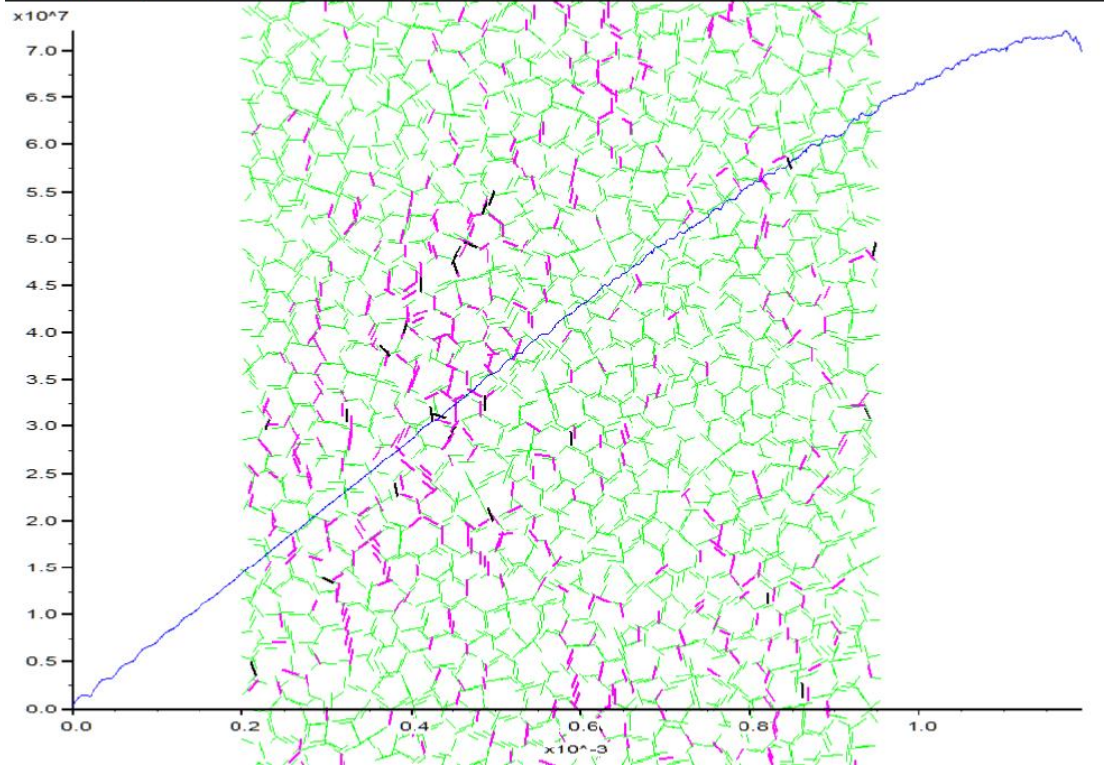
α

View Title: Compression test: axial stress vs strain and cracks



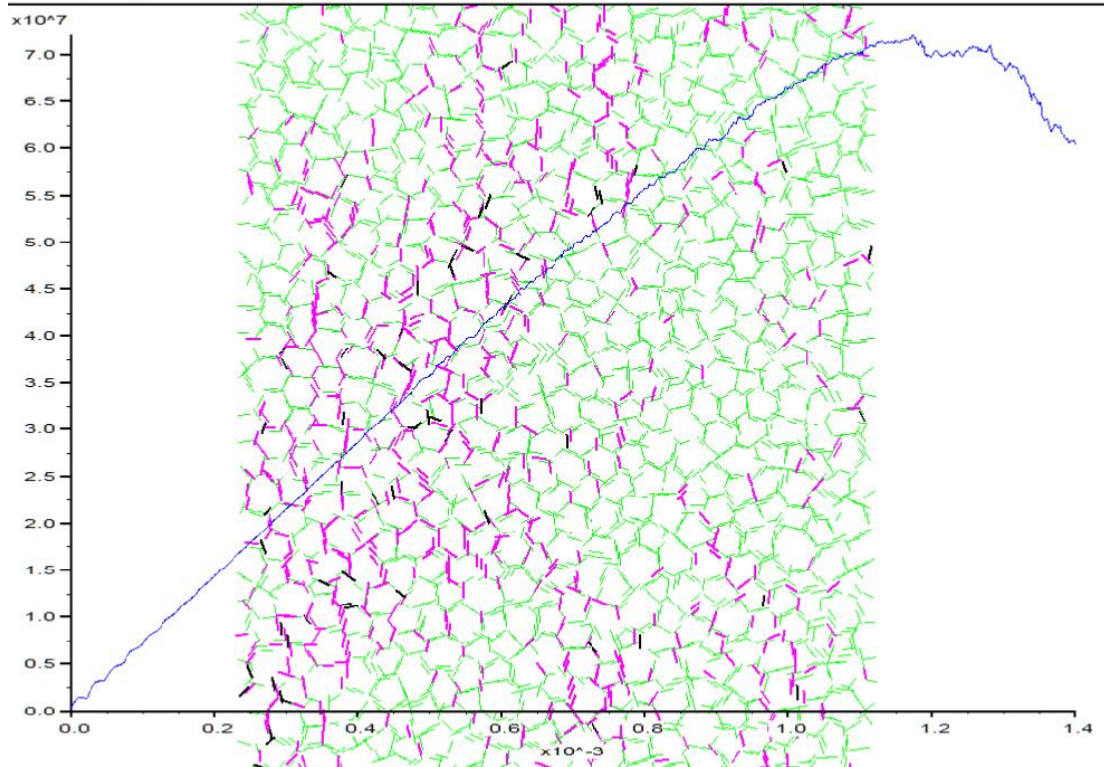
β

View Title: Compression test: axial stress vs strain and cracks



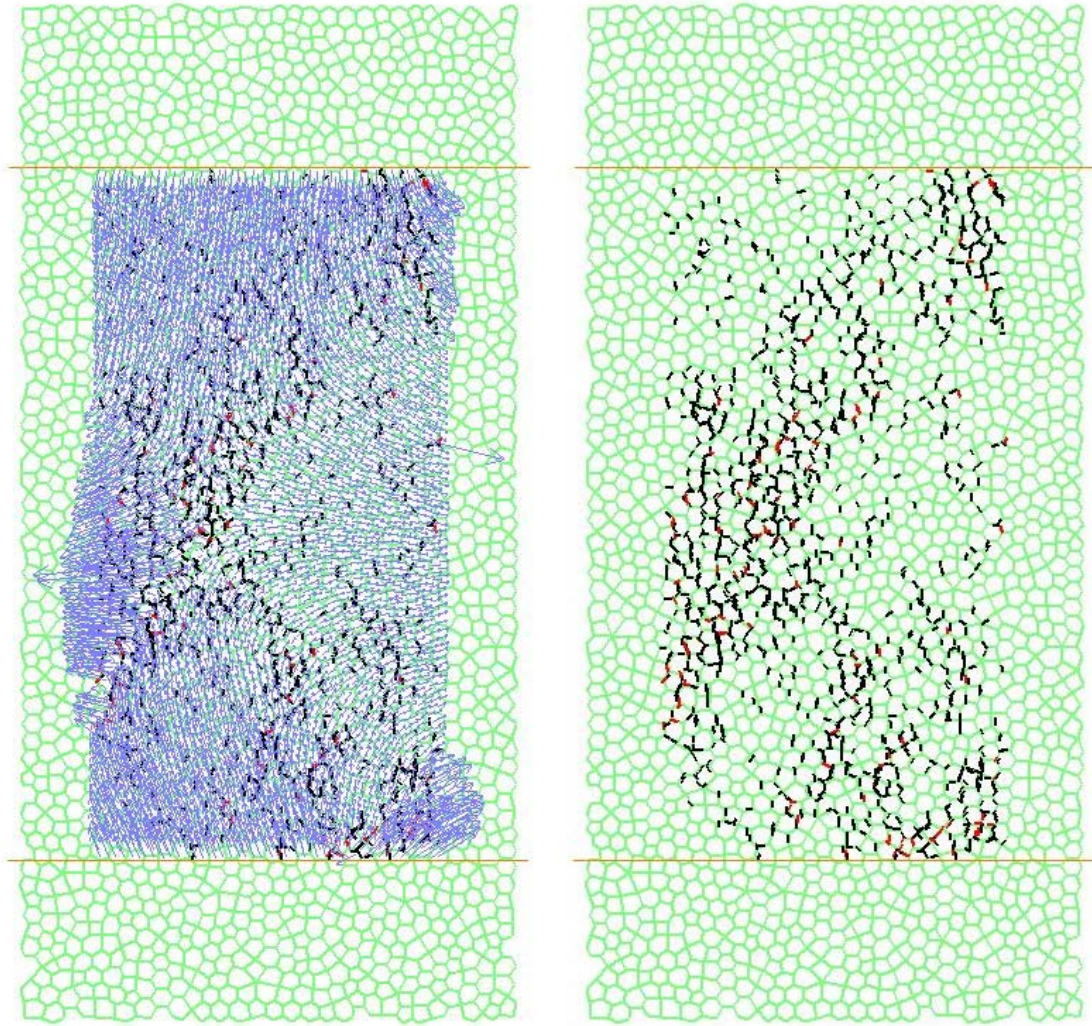
γ

View Title: Compression test: axial stress vs strain and cracks



δ

Εικόνα 5.6: Διαχρονική εξέλιξη σχηματισμού ρωγμών κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, όπως φαίνεται στο PFC^{2D}.



Εικόνα 5.7: Παραμορφώσεις (αριστερά) και σχηματισμός ρωγμών (δεξιά) κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, όπως φαίνονται στο PFC^{2D}.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε η δυνατότητα προσομοίωσης δοκιμίου μαρμάρου Διονύσου με το πρόγραμμα PFC^{2D}. Το PFC^{2D} είναι ένας αριθμητικός κώδικας προσομοίωσης της κίνησης και της αλληλεπίδρασης σφαιρικών σωματιδίων με βάση τη μέθοδο διακριτών στοιχείων (Distinct Element Method, DEM) και λειτουργεί σε διδιάστατο περιβάλλον. Στο PFC^{2D} δημιουργήσαμε ένα συνθετικό πέτρωμα, το οποίο αλλιώς καλείται μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων (Bonded Particle Model, BPM). Τα σωματίδια που αποτέλεσαν το μοντέλο ήταν σφαίρες ή δίσκοι μοναδιαίου πάχους, που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους στις επαφές τους με σημειακούς δεσμούς.

Το θέμα που μας απασχόλησε κυρίως ήταν η εύρεση κατάλληλων τιμών των μικρομηχανικών ιδιοτήτων του συνθετικού πετρώματος, ώστε αυτό να συμπεριφέρεται όμοια με το μάρμαρο Διονύσου. Τα μοντέλα που κατασκευάστηκαν ήταν πρισματικά ύψους 10cm και πλάτους 5cm και υποβλήθηκαν σε προσομοίωση δοκιμών μονοαξονικής θλίψης, τριαξονικών δοκιμών, δοκιμών αντιδιαμετρικής θλίψης (Brazilian) και δοκιμών άμεσου εφελκυσμού.

Αρχικά προσεγγίσαμε το πρόβλημα εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία που παρουσίασε ο Yoon (2007), που βασίζεται στην εύρεση των μικρομηχανικών παραμέτρων με σχεδιασμό πειράματος και βελτιστοποίηση. Η ανάλυση που πραγματοποιήσαμε έδειξε σημαντικές αποκλίσεις των τιμών της μακροσκοπικής απόκρισης που αναμέναμε να έχει το συνθετικό πέτρωμα. Οι αποκλίσεις μπορεί να οφείλονταν στον περιορισμό του εύρους του μέτρου ελαστικότητας από 25 έως 70GPa, σύμφωνα με την ανάλυση του Yoon, ενώ το μέτρο ελαστικότητας του πραγματικού πετρώματος είναι 73,14GPa. Οι αποκλίσεις έφτασαν και το 30%, ενώ ο Yoon θεώρησε αποδεκτή μέγιστη απόκλιση το 5%.

Στη συνέχεια διερευνήσαμε την επίδραση που πιθανά έχουν οι μικρο-παράμετροι στη μακροσκοπική απόκριση του μοντέλου (E , σ_c , ν), ώστε να πετύχουμε τις επιθυμητές τιμές. Για το σκοπό αυτό κατασκευάσαμε 100 μοντέλα θεωρώντας τις παραμέτρους των μοντέλων ως τυχαίες μεταβλητές (προσομοίωση Latin Hypercube). Έτσι ουσιαστικά φτιάξαμε ένα σύνολο τυχαίων τιμών, από όπου ορίσαμε τιμές για τις μικρο-παραμέτρους του BPM. Κρατήσαμε σταθερή την ελάχιστη ακτίνα ($R_{min} = 0,25mm$), το λόγο μέγιστης προς την ελάχιστη ακτίνα ($m_{g_Rrat} = 1,8$) και τη γωνία τριβής ($ba_fric = 0,577$). Έπειτα κατασκευάσαμε διαγράμματα συσχέτισης μικρο-παραμέτρων με παραμέτρους της μακροσκοπικής απόκρισης και από τις καμπύλες τάσης εξάγαμε συμπεράσματα για τη συσχέτιση των παραμέτρων μεταξύ τους. Καλύτερη συσχέτιση είχαν το μέτρο ελαστικότητας με το μέτρο ελαστικότητας των επαφών των δίσκων, ο λόγος του Poisson με το λόγο των δυστροπιών και η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη με την ορθή αντοχή των δεσμών. Από τη συσχέτιση αυτή κατασκευάσαμε άλλα δύο μοντέλα, των οποίων η προσομοίωση απέφερε καλά αποτελέσματα. Η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη είχε απόκλιση κατά 3%, το μέτρο ελαστικότητας 1% και ο λόγος του Poisson λιγότερο από 1%.

Στο κεφάλαιο που ακολούθησε η προσομοίωση έγινε με την ίδια μεθοδολογία εύρεσης μικρο-παραμέτρων, όπως αυτή των 100 μοντέλων, άλλα το μοντέλο ήταν διαφορετικό. Το μοντέλο αποτελούνταν από κόκκους που εφάπτονται μεταξύ τους σε κάθε πλευρά. Σαφώς αυτή η εικόνα προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική εικόνα ενός πετρώματος. Δυστυχώς για να είναι η προσομοίωση αντιπροσωπευτική θα έπρεπε να κατασκευαστούν πολλές χιλιάδες σφαίρες, οι οποίες στη συνέχεια θα αποτελούσαν τους κόκκους του πετρώματος. Αυτό κατέστησε τον υπολογιστικό χρόνο απαγορευτικό για τα πλαίσια μιας διπλωματικής εργασίας. Επομένως αρκεστήκαμε στη διερεύνηση της ποιοτικής διαφοράς που θα είχε το μοντέλο συνδεδεμένων κόκκων (Grain Based Model, GBM) σε σχέση με το μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων BPM, κατασκευάζοντας μεγαλύτερους κόκκους που αποτελούνταν από λιγότερες σφαίρες.

Τα αποτελέσματα αρχικά έδειξαν ότι το μοντέλο συμπεριφέρεται λιγότερο ψαθυρά από ότι τα μοντέλα που αποτελούνται από σφαίρες, γιατί παραμορφώνεται περισσότερο μέχρι να φτάσει την μέγιστη τάση. Καμπυλώνονται δηλαδή καλύτερα οι καμπύλες των τροπών στα διαγράμματα τάσης – τροπής. Παρόλα αυτά οι τιμές για τη μακροσκοπική του απόκριση ήταν πλησιέστερες στο μοντέλο BPM από ότι στο GBM.

Κλείνοντας ατή τη διπλωματική εργασία, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι για την καλύτερη περιγραφή της συμπεριφοράς του πραγματικού πετρώματος, απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση των βέλτιστων τιμών των μικρομηχανικών παραμέτρων του συνθετικού πετρώματος. Αυτό θα μπορούσε να επιτευχθεί κατασκευάζοντας ένα GBM που να έχει μικρότερους κόκκους και να αποτελείται από περισσότερες σφαίρες. Όπως αναφέρθηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο, για την κατασκευή ενός τέτοιου μοντέλου, ο χρόνος υπολογισμού με το πρόγραμμα PFC^{2D}, ήταν τόσο μεγάλος που δεν ήταν εφικτό να γίνει τέτοια διερεύνηση στα πλαίσια της διπλωματικής. Επιπλέον, στο GBM θα μπορούσαν να προσομοιωθούν και τριαξονικές δοκιμές για να έχουμε μια πιο σφαιρική άποψη για τη μακροσκοπική απόκριση του συνθετικού πετρώματος και συνεπώς και την καταλληλότητα των μικρομηχανικών παραμέτρων που ορίσαμε στο πρόγραμμα κατά τη μοντελοποίηση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Κατσιογιάννη, Π., Νομικός, Π., Σοφιανός, Α. (2007). "Ακουστική Εκπομπή στη Μηχανική Πετρωμάτων". Ορυκτός Πλούτος, 145, 9-24
- Νομικός, Π., Σοφιανός, Α. (2011). "Σημειώσεις μηχανικής πετρωμάτων". Σημειώσεις πανεπιστημιακών παραδόσεων Ε.Μ.Π, Αθήνα.
- Σοφιανός, Α., Νομικός, Π. (2008). "Προχωρημένη μηχανική πετρωμάτων". Σημειώσεις πανεπιστημιακών παραδόσεων Ε.Μ.Π, Αθήνα.
- Τσάιμου, Α. (2009). "Διερεύνηση μηχανικής συμπεριφοράς και ακουστικής εκπομπής μαρμάρου με το PFC2D". Μεταπτυχιακή Εργασία.
- Τσάιμου, Α., Νομικός, Π., Σοφιανός, Α. (2010). "Προσομοίωση άρρηκτου πετρώματος με τη μέθοδο διακριτών στοιχείων". 6ο Παν. Συν. Γεωτεχνικής και Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής - Βόλος, Β 251-258.
- Cho, N., Martin, C.D. and Sego, D.C. (2009). "A clumped particle model for rock". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 44(7), pp. 997-1010.
- Cundall, P. A. (1971). "A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems". in Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics (Nancy, France, 1971), Vol. 1, Paper No. II 8.
- Cundall, P. A., Hart, R. D. (1993). "Numerical Modeling of Discontinua". Engr. Comp., 9, 101-113 (1992); in Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, pp. 231-243. J. A. Hudson, Ed. Oxford: Pergamon Press.
- Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979). "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies". Géotechnique, 29, 47-65.

Deresiewicz, H. (1958). "Mechanics of Granular Matter". in *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 5, pp. 233-306. H. L. Dryden et al., eds. New York: Academic Press, Inc.

Itasca Cons. (2010). PFC2D: User's manual. Minneapolis, Minnesota, USA.

Nomikos, P.P., Sakkas, K.M., Sofianos, A.I. (2010). "Acoustic emission of Dionysos marble specimens in uniaxial compression". 12th ISRM International Congress, Beijing, October 2011 (to be presented).

Potyondy, D. O. (2010). "A Grain-Based Model for Rock: Approaching the True Microstructure". in *Proceedings, Bergmekanikk i Norden 2010 --- Rock Mechanics in the Nordic Countries 2010* (Kongsberg, Norway, June 2010), pp. 225-234, C. C. Li et al., Eds. Kongsberg: Norwegian Group for Rock Mechanics.

Potyondy, D. O., Cundall, P. A. (2004). "A Bonded-Particle Model for Rock". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 41, 1329-1364.

Potyondy, D.O. (2010). "PFC2D Grain-Based Models". Itasca Consulting Group, Inc., Technical Memorandum ICG6773-L, May 28.

Potyondy, D.O. (2010). "PFC2D Grain-Structure Generator". Itasca Consulting Group, Inc., Technical Memorandum ICG6772-L, May 28.

Yoon, J. (2007). "Application of Experimental Design and Optimization to PFC Model Calibration in Uniaxial Compression Simulation". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 44, 871-889.