



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.

Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Μεταπτυχιακή Εργασία

**Ενεργητικός έλεγχος ταλάντωσης σύνθετης δοκού με  
πιεζοηλεκτρικούς μεταλλάκτες σε λογισμικό πραγματικού χρόνου**

Κομητόπουλος Σπυρίδων

*Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος*

ΑΘΗΝΑ 2021



## Περίληψη

Η συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών υλικών είναι γνωστή και μελετάται εδώ και περισσότερο από έναν αιώνα, με αρκετές τεχνολογικές εφαρμογές. Ένας τομέας, όπου τα οφέλη της χρήσης τέτοιων υλικών είναι προφανή, αλλά παρουσιάζει και μεγάλες προκλήσεις, είναι αυτός των κατασκευών. Η δυσκολία της ενσωμάτωσης ενεργητικών πιεζοηλεκτρικών στοιχείων σε στελέχη κατασκευών πηγάζει εν μέρει από τη δυσκολία της μοντελοποίησης, τόσο των ίδιων των παθητικών μηχανικών φορέων, όσο και των ενεργητικών πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, με τρόπο τέτοιο ώστε να προβλέπεται με την αναμενόμενη ακρίβεια η συμπεριφορά της συνολικής κατασκευής. Στην παρούσα εργασία γίνεται η μελέτη μίας τέτοιας εφαρμογής, περιλαμβάνοντας όλα τα στάδια, από τη μοντελοποίηση ως την υλοποίηση ενός υψηλών προδιαγραφών συστήματος κλειστού βρόχου. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιείται ενεργητικός έλεγχος ταλάντωσης μονόπακτης δοκού από σύνθετο υλικό, με σκοπό τη μείωσης της ενέργειας και της διάρκειάς της. Ως αισθητήρια και επενεργητές χρησιμοποιήθηκαν πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, επικολλημένα σε κατάλληλες θέσεις κατά μήκος του συναρμολογήματος της δοκού. Η υλοποίηση του κλειστού βρόχου καθιστά τη δοκό αυτεπενεργούμενη και πραγματοποιήθηκε κατόπιν κατασκευής κατάλληλου ηλεκτρικού κυκλώματος και μέσω της χρήσης ελεγκτή και λογισμικού πραγματικού χρόνου. Για τη μελέτη των χαρακτηριστικών της ταλάντωσης του συναρμολογήματος έγινε χρήση μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων (σύστημα μάζας-ελατηρίου-απόσβεσης), σε συνδυασμό με τη θεωρία των ιδιομορφών. Η μοντελοποίηση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων έγινε με βάση μεθόδους που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, αλλά και με τη βοήθεια μετρήσεων, πειραμάτων και βοηθητικών διατάξεων. Στο αντικείμενο και στα εξαγόμενα συμπεράσματα της μελέτης συμπεριλαμβάνονται η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του ελέγχου ως προς τις λειτουργικές προδιαγραφές και η ακρίβεια του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για την ταλαντούμενη δοκό και τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.



## **Abstract**

The behavior of piezoelectric materials has been studied for over a century with many technological applications since. A field with obvious benefits but many practical challenges for the use of such materials is structural engineering. Part of the difficulty in incorporating piezoelectric materials in structural components lies in accurate modeling of the dynamic behavior of the combined system of the passive and active elements. The subject of this study is such an application, including all methodology stages from modeling up to the implementation of a real time high end closed loop control system. The methodology was applied on a vibrating cantilever beam made of composite materials. The objective of the Thesis was to actively increase the energy loss rate of the vibrating beam and reduce its settling time. This was achieved by using piezoelectric patches as sensors and actuators, adhered on the beam surface, in both open and closed loop configurations. The closed loop system allowed the beam to become adaptive and was based on a sensing electrical circuit and a real time controller operating system. The modeling of the beam was based on a lumped-parameter model (mass-spring-damper system) using eigenvalue analysis. The modeling of the piezoelectric patches was based on methods found in literature combined with experiments and measurements. The outcome of the study includes the evaluation of the effectiveness of the control system as far as functional specifications are concerned, as well as, an assessment of the accuracy of the models used for predicting the dynamic behavior of the vibrating beam and the piezoelectric patches.



# Περιεχόμενα

Περίληψη .....	3
Abstract .....	5
Περιεχόμενα .....	7
Κατάλογος Σχημάτων.....	9
Κατάλογος Πινάκων .....	11
<b>1 Εισαγωγή.....</b>	<b>13</b>
1.1 Σκοπός εργασίας.....	13
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση .....	13
1.3 Δομή Εργασίας.....	16
<b>2 Στοιχεία Θεωρίας .....</b>	<b>18</b>
2.1 Μοντελοποίηση δοκού σε ταλάντωση .....	18
2.1.1 Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση σε μονόπακτη δοκό .....	18
2.2 Θεωρία πιεζοηλεκτρικών υλικών .....	24
2.2.1 Μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών υλικών.....	25
2.3 Κατασκευή χώρου κατάστασης .....	31
2.3.1 Επιλογή νόμου ελέγχου.....	31
2.3.2 Χώρος κατάστασης συστήματος κλειστού βρόχου.....	32
2.3.3 Κατασκευή συναρτήσεων μεταφοράς.....	34
<b>3 Πειραματική διάταξη και μεθοδολογία.....</b>	<b>36</b>
3.1 Περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας .....	36
3.1.1 Σκοπός πειραμάτων .....	36
3.1.2 Γενική περιγραφή .....	36
3.2 Στοιχεία πειραματικής διάταξης .....	39
3.2.1 Συναρμολόγημα .....	40
3.2.2 Ελεγκτής και κάρτες εισόδου/εξόδου .....	45
3.2.3 Ενισχυτής τάσης.....	50
3.2.4 Οπτική μετρητική διάταξη .....	51
3.3 Πειραματική μεθοδολογία .....	53
3.3.1 Μέτρηση ηλεκτρικής τάσης.....	53
3.3.2 Μέτρηση θέσης .....	58
<b>4 Αποτελέσματα .....</b>	<b>63</b>
4.1 Μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων .....	63
4.1.1 Υπολογισμός σταθεράς ελαστικής επαναφοράς.....	63
4.1.2 Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας, συντελεστή απόσβεσης και ισοδύναμης μάζας	64
4.1.3 Υπολογισμός σταθεράς αισθητηρίου .....	67

4.1.4 Υπολογισμός σταθεράς επενεργητή .....	68
4.1.5 Αποτελέσματα κλειστού βρόχου .....	70
<b>5 Συμπεράσματα &amp; Μελλοντική Εργασία .....</b>	<b>75</b>
5.1 Συμπεράσματα .....	75
5.2 Μελλοντική Εργασία .....	76
<b>6 Βιβλιογραφία .....</b>	<b>77</b>



## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2-1.	Μονόπακτη δοκός σε κάμψη.....	19
Σχήμα 2-2.	Μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων δοκού. ....	21
Σχήμα 2-3.	Ηλεκτρικό μοντέλο κυκλώματος καταγραφής τάσης πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου. ....	26
Σχήμα 2-4.	Σχηματική απεικόνιση συναρμολογήματος δοκού-αισθητηρίου-επενεργητή... ..	29
Σχήμα 2-5.	Ηλεκτρικό μοντέλο πλήρους διάταξης του συστήματος κλειστού βρόχου. ....	31
Σχήμα 2-6.	Δομικό διάγραμμα Συστήματος Κλειστού Βρόχου. ....	34
Σχήμα 3-1.	Σχηματική αναπαράσταση των στοιχείων του συστήματος κλειστού βρόχου. ....	40
Σχήμα 3-2.	Σχηματική αναπαράσταση των στοιχείων του συστήματος ανοικτού βρόχου. Αριστερά: τμήμα της ανάδρασης. Δεξιά: τμήμα επενέργησης.....	40
Σχήμα 3-3.	Σχηματική αναπαράσταση του συναρμολογήματος και της τοπολογίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Αριστερά: Συναρμολόγημα. Δεξιά: Επιθέματα.....	41
Σχήμα 3-4.	Συναρμολόγημα αποτελούμενο από τη λεπτότοιχη δοκό κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό και τα επικολλημένα σε αυτήν πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Αριστερά: κοντά στο κάτω άκρο της δοκού φαίνεται το επίθεμα του επενεργητή. Δεξιά: κοντά στο κάτω άκρο της δοκού φαίνεται το επίθεμα του αισθητηρίου. ....	42
Σχήμα 3-5.	Πάκτωση συναρμολογήματος με τη βοήθεια μέγγενης. Τα επιθέματα είναι τοποθετημένα κοντά στην πάκτωση όπου οι παραμορφώσεις είναι οι μέγιστες. ....	42
Σχήμα 3-6.	Η σύμβαση των αξόνων και το φαινόμενο της πόλωσης στα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Η πόλωση εμφανίζεται κατά τη διεύθυνση του πάχους.....	43
Σχήμα 3-7.	Το πιεζοηλεκτρικό επιθέματα που χρησιμοποιούνται στο συναρμολόγημα. Αριστερά: Αισθητήριο κατασκευασμένο από πιεζοπολυμερές(PVDF). Δεξιά: Επενεργητής κατασκευασμένος από πιεζοκεραμικό(PIC 255). ....	44
Σχήμα 3-8.	Ενσωματωμένο σύστημα compact-RIO 9074 της National Instruments που χρησιμοποιείται για τη λήψη ηλεκτρικών μετρήσεων και την υλοποίηση του ΣΚΒ. ....	46
Σχήμα 3-9.	Αναλογική κάρτα εισόδων NI9220. Αριστερά: Φωτογραφία της αναλογικής κάρτας. Δεξιά: Σχηματική αναπαράσταση τερματικών της κάρτας. ....	49
Σχήμα 3-10.	Αναλογική κάρτα εξόδων NI9263. Αριστερά: Φωτογραφία της αναλογικής κάρτας. Δεξιά: Σχηματική αναπαράσταση τερματικών της κάρτας. ....	49
Σχήμα 3-11.	Ενισχυτής τάσης για διέγερση πιεζοηλεκτρικού επενεργητή.....	50
Σχήμα 3-12.	Σχηματική αναπαράσταση των βασικών στοιχείων της πειραματικής διάταξης μέτρησης της θέσης του ελεύθερου άκρου της δοκού.....	51
Σχήμα 3-13.	Κάμερα υψηλής ταχύτητας. Χρησιμοποιείται για την καταγραφή της απόκρισης του ελεύθερου άκρου του συναρμολογήματος. ....	52
Σχήμα 3-14.	Τοπολογία στοιχείων οπτικής διάταξης. Αριστερά: Η διάταξη σε συνθήκες σκότους. Δεξιά: Η διάταξη υπό συνθήκες κανονικού φωτισμού.....	52

Σχήμα 3-15.	Ανάλυση φάσματος συχνοτήτων στο σήμα του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου. Επάνω: Απεικόνιση σε γραμμική κλίμακα αξόνων. Κάτω: Λογαριθμική κλίμακα στην τεταγμένη. ....	54
Σχήμα 3-16.	Σύγκριση φάσματος συχνοτήτων στο σήμα του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου πριν και μετά την εφαρμογή βαθυτερατού φίλτρου Butterworth τρίτης τάξης. ....	55
Σχήμα 3-17.	Σύγκριση σήματος του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου πριν και μετά την εφαρμογή βαθυτερατού φίλτρου Butterworth τρίτης τάξης. ....	56
Σχήμα 3-18.	Σύγκριση σήματος φιλτραρισμένου σήματος του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου με την προσέγγισή του μέσω χρήσης αναλυτικής μαθηματικής έκφρασης.....	58
Σχήμα 3-19.	Ένα στιγμιότυπο όπως λαμβάνεται από την κάμερα υψηλής ταχύτητας. Η χαμηλή έκθεση του μονοχρωματικού αισθητήρα στο φως οδηγεί στην παραγωγή σκοτεινού φόντου. ....	59
Σχήμα 3-20.	Σύγκριση στιγμιότυπου πριν και μετά την εφαρμογή του δυαδικού φίλτρου. Η επιλογή της τιμής αποκοπής, ειδικά για τις περιοχές που έχουν ενδιάμεσες τιμές χρώματος(αποχρώσεις του γκριζου) και μπορούν να βρίσκονται κοντά στην τιμή αναφοράς, με αποτέλεσμα να λαμβάνονται άλλοτε ως λευκά(τιμή 1) και άλλοτε ως μαύρα(τιμή 0). ....	60
Σχήμα 3-21.	Προσέγγιση του απόκρισης όπως αυτή προκύπτει από την κάμερα υψηλής ταχύτητας με συνάρτηση αποσβενύμενης εκθετικής ταλάντωσης (Εξ. 2-11)..	62
Σχήμα 4-1.	Πειραματικός υπολογισμός ελαστικής σταθεράς δοκού με χρήση γραμμικής προσέγγισης. ....	64
Σχήμα 4-2.	Αποτελέσματα μετασχηματισμού συχνοτήτων Fourier για ελεύθερη ταλάντωση δοκού. ....	65
Σχήμα 4-3.	Απόκριση θέσης (σε προσέγγιση) ελεύθερου άκρου της δοκού υπό αρχική εκτροπή και μηδενική ταχύτητα, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των σταθερών του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων. ....	66
Σχήμα 4-4.	Σύγκριση σήματος τάσης αισθητηρίου και ταχύτητας ελεύθερου άκρου δοκού, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της χαρακτηριστικής εξίσωσης του. ....	67
Σχήμα 4-5.	Πειραματικός υπολογισμός χαρακτηριστικής καμπύλης λειτουργίας αισθητηρίου με χρήση γραμμικής προσέγγισης. ....	67
Σχήμα 4-6.	Απόκριση μετατόπισης (σε προσέγγιση) ελεύθερου άκρου της δοκού υπό αρχική μετατόπιση και μηδενική ταχύτητα.....	69
Σχήμα 4-7.	Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης $K_D=0-1.5$ . ....	71
Σχήμα 4-8.	Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης $K_D=2-3.5$ . ....	72
Σχήμα 4-9.	Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης $K_D=4-5$ . ....	72
Σχήμα 4-10.	Σύγκρουση περιβαλλουσών καμπύλων απόκρισης για το ΣΚΒ. ....	73
Σχήμα 4-11.	Μεταβολή της ενεργού σταθεράς απόσβεσης στο ΣΚΒ για μεταβολή του κέρδους ανάδρασης.....	73
Σχήμα 4-12.	Μεταβολή του ενεργού συντελεστή απόσβεσης στο ΣΚΒ για μεταβολή του κέρδους ανάδρασης.....	74

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2-1. Υπολογισμός παραμέτρων μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων. ....	23
Πίνακας 3-1. Διαστάσεις στοιχείων του συναρμολογήματος.....	45
Πίνακας 3-2. Μηχανικές ιδιότητες στοιχείων του συναρμολογήματος.....	45
Πίνακας 3-3. Σύγκριση επεξεργαστή και μονάδας FPGA. ....	47
Πίνακας 3-4. Βασικά χαρακτηριστικά αναλογικών κάρτων I/O.....	50
Πίνακας 3-5. Βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας ενισχυτή. ....	51
Πίνακας 4-1. Υπολογισμός παραμέτρων μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων. ....	66
Πίνακας 4-2. Χαρακτηριστικά ελεύθερης ταλάντωσης δοκού .....	66
Πίνακας 4-3. Υπολογισμός σταθεράς λειτουργίας πιεζοηλεκτρικού επενεργητή από πείραμα διέγερσης στα 10Hz και 100V. ....	69
Πίνακας 4-4. Φαινόμενη σταθερά και συντελεστής ιξώδους απόσβεσης στο ΣΚΒ.....	71



# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Σκοπός εργασίας

Η πολυπλοκότητα και η λειτουργικότητα των μηχανολογικών κατασκευών σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με τις ιδιότητες και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των υλικών από τα οποία συντίθενται. Η κάθε εφαρμογή, ανάλογα με τις ιδιαιτερότητές της, παρουσιάζει πολλές σχεδιαστικές προκλήσεις, οι οποίες πηγάζουν από φυσικούς, τεχνολογικούς, κατασκευαστικούς, οικονομικούς και άλλους παράγοντες. Τις τελευταίες δεκαετίες, η πρόοδος της τεχνολογίας έχει περιορίσει πολλούς από τους υφιστάμενους περιορισμούς και έχει προσφέρει νέα εργαλεία μελέτης, σχεδιασμού, κατασκευής και λειτουργίας ανοίγοντας νέα πεδία στην έρευνα και δίνοντας περιθώριο για έρευνα και για ανάπτυξη όλο και καλύτερων προϊόντων.

Ένας τομέας ο οποίος έχει αρχίσει να αναπτύσσεται στο ανωτέρω πλαίσιο είναι αυτός των “ευφυών” κατασκευών, οι οποίες ενσωματώνουν αισθητήρες, επενεργητές και ηλεκτρικά στοιχεία, ώστε να προσαρμόζουν τη συμπεριφορά και τις ιδιότητές τους στις περιβαλλοντικές συνθήκες όπου λειτουργούν. Αν και η συγκεκριμένη φιλοσοφία σχεδιασμού είναι γνωστή στον άνθρωπο, με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα αυτό των βιολογικών συστημάτων, μόλις τα τελευταία χρόνια έχουν ωριμάσει επαρκώς οι τεχνολογίες που επιτρέπουν την υλοποίησή της με αποδοτικό τρόπο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν η ανάπτυξη των συνθέτων υλικών, η φθηνή και εύκολη πρόσβαση σε μεγάλη υπολογιστική ισχύ, η ανάπτυξη ελαφρών μπαταριών με μεγάλη πυκνότητα ισχύος, των ασύρματων επικοινωνιών και των ηλεκτρονικών.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται πειραματική μελέτη εφαρμογής ελέγχου στην ταλάντωση κατασκευών. Τα βασικά προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν σε τέτοιου είδους εφαρμογές σχετίζονται με τη μοντελοποίηση των παθητικών μηχανικών φορέων και των ενεργητικών στοιχείων, καθώς και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης στη συνολική κατασκευή. Η δε μοντελοποίηση πρέπει να γίνεται με τρόπο τέτοιο ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή της επιλεχθείσας θεωρίας Αυτόματου Ελέγχου πέρα από την προσομοίωση του Συστήματος Κλειστού Βρόχου, η βελτιστοποίηση των σχεδιαστικών παραμέτρων και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται μια πειραματική διάταξη η οποία αποτελείται από μια μονόπακτη δοκό κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό και δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα διαφορετικού υλικού και γεωμετρίας: το πρώτο χρησιμοποιείται ως αισθητήριο του ρυθμού παραμόρφωσης και το δεύτερο ως επενεργητής, ο οποίος έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη ροπής στο συναρμολόγημα. Ο βρόχος κλείνει μέσω κατάλληλου κυκλώματος δειγματοληψίας, καρτών εισόδου/εξόδου, ελεγκτή και ενισχυτή. Βασικό κομμάτι της εργασίας αποτέλεσε η μοντελοποίηση των ενεργητικών και των παθητικών στοιχείων του συναρμολογήματος, στοιχεία της οποίας ήταν η επιλογή κατάλληλου μοντέλου, η αναγνώριση παραμέτρων και η διαδικασία σύγκρισης των θεωρητικών και πειραματικά υπολογιζόμενων μεγεθών.

## 1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Τα ζητήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν απασχολήσει κατά καιρούς την επιστημονική κοινότητα και επί αυτών έχουν γίνει εκτενείς μελέτες για την ανάλυση δοκών και

τον έλεγχο ταλαντώσεων αυτών. Την πρωταρχική μελέτη όσον αφορά τη “σύζευξη” κατασκευής - σύνθετου ή απλού υλικού - και πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων επιτέλεσαν οι Crawley και De Luis [1]. Στην εργασία τους συνδυάζεται η στατική αλληλεπίδραση μεταξύ των πιεζοηλεκτρικών επενεργητών και της κατασκευής με τις δυναμικές εξισώσεις αυτής και μελετάται η αναγωγή της μεθόδου σε μεγαλύτερες κατασκευές. Ταυτόχρονα, επιβεβαιώνονται με πειραματική διαδικασία τα αποτελέσματα της μεθόδου και μελετάται η επίδραση των επιθεμάτων στις ιδιότητες της κατασκευής. Οι Khdeir et al. [2] ανέπτυξαν αναλυτική λύση την απόκριση δοκού σύνθετου υλικού με προσκολλημένα πολλαπλά πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό σε χώρο καταστάσεων, υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές για διάφορες οριακές συνθήκες. Στη παραπάνω έρευνα είχε εξεταστεί υπολογιστικά η επίδραση της θέσης των επενεργητών στην απόκριση της κατασκευής. Συγκεκριμένα, οι αναλύσεις [3-5] έχουν αποδείξει μαζί με άλλες πως και οι αισθητήρες και οι επενεργητές έχουν καλύτερη απόδοση σε θέσεις μεγίστων παραμορφώσεων και στις στηρίξεις, ενώ πλέον για τους επενεργητές είναι επιθυμητό τα όριά τους να βρίσκονται κοντά σε κόμβους – μηδενική μετατόπιση – που σχηματίζουν οι μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες. Ως επόμενο στάδιο έρευνας στις “ευφυείς” κατασκευές αναλύθηκαν οι μεθοδολογίες αυτομάτου ελέγχου αυτών. Σε αυτό έχει γίνει μεγάλη πρόοδος όσον αφορά τα σχήματα ελέγχου που έχουν μελετηθεί, τις παραμέτρους αυτών που ρυθμίζονται και την επιρροή αυτών στην απόκριση του συστήματος. Έτσι, την κύρια έρευνα επιτέλεσαν οι Meironitch et al. [12] συγκρίνοντας την απόκριση κατασκευών για συζευγμένο και αποσυζευγμένο έλεγχο. Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε επενεργητές που επηρεάζουν όλες τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος ενώ η δεύτερη σε σχεδιασμένο σύστημα ελέγχου για κάθε ιδιοσυχνότητα. Η σύγκριση έγινε τόσο ποιοτικά - στον ορισμό - όσο και υπολογιστικά βάσει της ενέργειας ελέγχου, των επιδόσεων και του spillover (ανεπιθύμητη επενέργηση σε μη ελέγξιμες ιδιοσυχνότητες). Από την σύγκριση προέκυψε πως ο αποσυζευγμένος έλεγχος είναι ευκολότερος στη σχεδίαση και ορισμό των κερδών, εμφανίζει σπάνια αστάθεια και έχει μειωμένες απαιτήσεις ενέργειας ελέγχου και υπολογιστικής ισχύος. Συνεπώς, η έρευνα επικεντρώνεται σε αυτόν, με τους Vasques και Rodrigues [13] να συγκρίνουν τις επιδόσεις κλασικού ελέγχου με το βέλτιστο για τον περιορισμό ταλαντώσεων σε δοκό. Η δοκός της εφαρμογής είναι σύνθετου υλικού με στρώσεις επενεργητή και αισθητήρα στις δύο επιφάνειές της, ενώ τα σχήματα ελέγχου που συγκρίνονται είναι έλεγχος ταχύτητας με σταθερό κέρδος για τον κλασικό έλεγχο και LQR ή LQG για το βέλτιστο. Οι αρχικές συνθήκες που μελετήθηκαν ήταν αρχική μετατόπιση της δοκού και δύναμη στοχαστικής κατανομής. Όσον αφορά τον κλασικό έλεγχο οι Gaudenzi et al. [14] μελέτησαν τις περιπτώσεις Ως επόμενο στάδιο έρευνας στις “ευφυείς” κατασκευές αναλύθηκαν οι μεθοδολογίες αυτομάτου ελέγχου αυτών. Σε αυτό έχει γίνει μεγάλη πρόοδος όσον αφορά τα σχήματα ελέγχου που έχουν μελετηθεί, τις παραμέτρους αυτών που ρυθμίζονται και την επιρροή αυτών στην απόκριση του συστήματος. Έτσι, την κύρια έρευνα επιτέλεσαν οι Meironitch et al. [12] συγκρίνοντας την απόκριση κατασκευών για συζευγμένο και αποσυζευγμένο έλεγχο. Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε επενεργητές που επηρεάζουν όλες τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος ενώ η δεύτερη σε σχεδιασμένο σύστημα ελέγχου για κάθε ιδιοσυχνότητα. Η σύγκριση έγινε τόσο ποιοτικά - στον ορισμό - όσο και υπολογιστικά βάσει της ενέργειας ελέγχου, των επιδόσεων και του spillover (ανεπιθύμητη επενέργηση σε μη ελέγξιμες ιδιοσυχνότητες). Από την σύγκριση προέκυψε πως ο αποσυζευγμένος έλεγχος είναι ευκολότερος στη σχεδίαση και ορισμό των κερδών, εμφανίζει σπάνια αστάθεια και έχει μειωμένες απαιτήσεις ενέργειας ελέγχου και υπολογιστικής ισχύος. Συνεπώς, η έρευνα επικεντρώνεται σε αυτόν, με τους Vasques και

Rodrigues [13] να συγκρίνουν τις επιδόσεις κλασικού ελέγχου με το βέλτιστο για τον περιορισμό ταλαντώσεων σε δοκό. Η δοκός της εφαρμογής είναι σύνθετου υλικού με στρώσεις επενεργητή και αισθητήρα στις δύο επιφάνειές της, ενώ τα σχήματα ελέγχου που συγκρίνονται είναι έλεγχος ταχύτητας με σταθερό κέρδος για τον κλασικό έλεγχο και LQR ή LQG για το βέλτιστο. Οι αρχικές συνθήκες που μελετήθηκαν ήταν αρχική μετατόπιση της δοκού και δύναμη στοχαστικής κατανομής. Όσον αφορά τον κλασικό έλεγχο οι Gaudenzi et al. [14] μελέτησαν τις περιπτώσεις ελέγχου θέσης και ταχύτητας σε δοκό σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικά μοντελοποιημένη ως σύστημα SISO. Από τα υπολογιστικά μοντέλα προέκυψε ο έλεγχος θέσης ως αποτελεσματικότερη μέθοδος. Αργότερα, οι Kumar και Srivastava [15] εφήρμοσαν έλεγχο PID σε δοκό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, μοντελοποιημένη με πεπερασμένα στοιχεία για τις δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες. Για το βέλτιστο έλεγχο έχει υπάρξει περισσότερο ενδιαφέρον με τα πρώτα βήματα να γίνονται από τους Baz και Poh [16], οι οποίοι ανέπτυξαν σχήμα αποσυζευγμένου ελέγχου για αριθμό επενεργητών μικρότερο από τις μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες. Αυτός βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του συστήματος συγχρόνως με τη δύναμη ελέγχου, ενώ οι επενεργητές ελέγχουν τις πρώτες  $n$  ιδιοσυχνότητες με τη μέγιστη ενέργεια κάθε στιγμή. Για καθιερωμένους νόμους ελέγχου οι Padoin et al. [17] συνέκριναν τους LQR και LQG σε μονόπακτη δοκό σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικά μετρώντας τις παραμέτρους απόκρισης, όπως το χρόνο αποκατάστασης, την ενέργεια ελέγχου και την ενεργητική απόσβεση. Στο συγκεκριμένο, αναπτύχθηκε και επιβεβαιώθηκε υπολογιστικά θεωρία επιλογής κερδών για τους LQR και LQG βάσει χάρτη τιμών μεταβλητών κατάστασης και χρόνων αποκατάστασης. Παρομοίως οι Khot et al. [11] μοντελοποίησαν δοκό με πεπερασμένα στοιχεία και εφήρμοσαν LQR στο πλήρες σύστημα και σε σύστημα μειωμένων βαθμών ελευθερίας. Οι αποκρίσεις συγκρίθηκαν για τις δύο περιπτώσεις καθώς και για διαφορετικές τιμές κερδών LQR. Τέλος, όσον αφορά τις δοκούς, οι Bailey και Hubbard [18] εφήρμοσαν τη μοντελοποίηση δοκού σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικό επενεργητή σε πραγματικό σύστημα δορυφόρου με τέσσερις προεκτάσεις επιτυγχάνοντας ικανοποιητικές τιμές ενεργητικής απόσβεσης με χρήση νόμου ελέγχου βασισμένο στη δεύτερη μέθοδο του Lyapunov. Συμπερασματικά, αποδεικνύεται και πρακτικά η δυνατότητα εφαρμογής “ευφυών” κατασκευών με περιορισμούς. Αντιστοίχως με τη δοκό, έχουν γίνει παρόμοιες μελέτες και αναγωγές στην περίπτωση της πλάκας και κελύφους, χρησιμοποιώντας τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα και επεκτείνοντας τα σε περισσότερες διαστάσεις. Έτσι οι Wang και Rogers [19] μοντελοποίησαν πλάκα σύνθετου υλικού με ενσωματωμένους επενεργητές χρησιμοποιώντας την κλασική θεωρία σύνθετων πλακών και αντικαθιστώντας τους επενεργητές στη δυναμική με συναρτήσεις Heavyside. Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο δεν έχει μοντελοποιηθεί στη δυναμική του συστήματος όπως και οι επενεργητές στα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας. Βασιζόμενοι στην ανάλυση των Crawley [1], οι Dimitriadis et al. [20] υπολόγισαν τη στατική συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών επενεργητών σε δύο διαστάσεις και την προσέθεσαν στη δυναμική συμπεριφορά πλάκας σύνθετου υλικού, επιβεβαιώνοντας έτσι τη δυνατότητα σχεδιασμού “ευφυούς” πλάκας ή κελύφους ελέγχοντας επιλεγμένες ιδιομορφές με περιορισμένο spillover. Ένα επιπλέον βήμα που επιδιώκεται σε πλάκες και κελύφη είναι η μοντελοποίηση και έλεγχος κρούσεων σε αυτές, καθώς είναι συχνό φαινόμενο φόρτισης. Σε ό,τι αφορά τη μοντελοποίηση της κρούσης, οι Christoforou και Yigit [21] ανέπτυξαν, χρησιμοποιώντας τις δυναμικές εξισώσεις πλάκας και επικρουστήρα, μέθοδο και διαγράμματα για το χαρακτηρισμό κρούσεων βάσει τον χαρακτηριστικών τους - κυρίως ταχύτητα και διάρκεια κρούσης. Μέσω υπολογιστικών μελετών - επιλύοντας τις δυναμικές εξισώσεις - προέκυψαν κανονικοποιημένες μορφές αποκρίσεων

για κρούσεις. Για την προσομοίωση της κρούσης οι Christoforou και Swanson [22] ανέπτυξαν αναλυτική μέθοδο επίλυσης βάσει ανάλυσης Fourier στις ιδιοσυχνότητες της πλάκας και Laplace μετασχηματισμό για την επίλυση της κρούσης. Αντιθέτως, η πλειονότητα των ερευνητών μοντελοποίησαν τις κρούσεις χρησιμοποιώντας πεπερασμένα στοιχεία με τους Khalili et al. [23] να πραγματοποιούν ενδελεχή ανάλυση για τις παραμέτρους που μπορούν να επιλεγθούν στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων όπως τη μοντελοποίηση του υλικού του επικρουστήρα, το πλέγμα κόμβων του μοντέλου και τον επιλυτή. Αντιστοίχως, οι Her et al. [24, 25] ανέλυσαν τις επιδράσεις των παραμέτρων της κρούσης στην απόκριση του συστήματος, μεταβάλλοντας την ταχύτητα του επικρουστήρα, τις οριακές συνθήκες της πλάκας και τη καμπυλότητα του κελύφους. Ενώ γενικότερα για την περίπτωση κρούσεων σε πλάκες και κελύφη σύνθετου υλικού έχει γίνει εκτενής έρευνα όπως φαίνεται από τα [26–28], αναπτύσσοντας διάφορες τεχνικές για μοντελοποίηση κρούσεων. Τέλος, οι Plagianakos et al. [29, 30] ανέπτυξαν αναλυτική μέθοδο για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής απόκρισης πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων τοποθετημένων στην επιφάνεια πλάκας σύνθετου υλικού κατά τη διάρκεια κρούσης χαμηλής ενέργειας. Αυτό είναι χρήσιμο για την επίτευξη ανάδρασης στο σύστημα αυτομάτου ελέγχου. Μετά την ανάλυση της μοντελοποίησης κρούσεων, η έρευνα προχώρησε στο σχεδιασμό συστήματος αυτομάτου ελέγχου για τον περιορισμό της κρούσης. Οι Lam και Ng [31] μελέτησαν έλεγχο σταθερού κέρδους (P) στην ηλεκτρική τάση εισόδου του επενεργητή. Χρησιμοποιώντας την κλασική θεωρία πλακών με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία μελετήθηκε για διαφορετικά είδη εξωτερικών φορτίσεων - τόσο μηχανικών όσο και ηλεκτρικών. Οι αρχικές συνθήκες έχουν χωριστεί σε τρία είδη, αρχική μετατόπιση, αρμονική φόρτιση στην επιφάνεια της πλάκας και κινούμενο σημειακό φορτίο - οι οποίες προσεγγίζουν αρκετά τη φόρτιση κατά τη κρούση. Παρομοίως, οι Plagianakos και Paradopoulos [29] βάσει της μεθοδολογίας που είχαν αναπτύξει στα [29, 30], εφήρμοσαν σύστημα αυτομάτου ελέγχου αναλογικού κέρδους (P) με στόχο τη μελέτη εφαρμοσιμότητας ελέγχου στη κρούση. Τέλος, αναλυτικότερες μελέτες εκτέλεσαν οι Chandrashekara και Agarwal [32] δημιουργώντας μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με μοντελοποιημένα τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, τα οποία μπορούν να είναι είτε ενσωματωμένα ή κολλημένα στην επιφάνεια και να καλύπτουν όλη την επιφάνεια ή μέρη της. Η ηλεκτρική τάση των επενεργητών και αισθητήρων δεν είναι βαθμός ελευθερίας του συστήματος, καθώς υπολογίζεται σε δεύτερο χρόνο, ενώ το σχήμα αυτομάτου ελέγχου που σχεδιάστηκε είναι σταθερό κέρδος ταχύτητας και θέσης (PD), το οποίο υπολογιστικά φαίνεται πως έχει καλές επιδόσεις. Οι Sarvanos και Christoforou [33] ανέπτυξαν μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση κρούσης σε πλάκα σύνθετου υλικού με εγκατεστημένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, η οποία περιλαμβάνει το νόμο επαφής και τη δυναμική του επικρουστήρα καθώς και τη συζευγμένη δυναμική των επενεργητών και αισθητήρων, καθιστώντας τη όσο το δυνατόν πληρέστερη. Εν τέλει, εφαρμόζεται και επιβεβαιώνεται υπολογιστικά ενεργητικός έλεγχος της κρούσης του συναρμολογήματος με χρήση LQR ή με σταθερό κέρδος στις μεταβλητές κατάστασης (P), των οποίων η απόκριση συγκρίνεται. Όπως είναι εμφανές, και στην περίπτωση των πλακών και κελυφών η έρευνα για εφαρμογή “ευφυών” κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα έχει προοδεύσει σε σημείο όπου μελετάται η δυνατότητα ελέγχου κρούσεων χαμηλής ενέργειας.

### 1.3 Δομή Εργασίας

Η παρούσα εργασία απαρτίζεται από τρία κεφάλαια, τα οποία αναλύονται περιληπτικά ώστε ο αναγνώστης να έχει καλύτερη εμποπτεία ως προς τη δομή της.



Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται παρουσίαση της μεθοδολογίας που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση της δοκού και των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Η μοντελοποίηση της δοκού έχει δύο σκέλη. Το πρώτο σκέλος αφορά στην κατασκευή μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων, το οποίο περιγράφει με ακρίβεια τη δυναμική συμπεριφορά του ελεύθερου άκρου. Το δεύτερο αφορά στη χρήση των ιδιομορφών για την εκτίμηση του σχήματος της δοκού που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του αισθητηρίου. Η μοντελοποίηση των επιθεμάτων βασίζεται στη χρήση των καταστατικών εξισώσεων των πιεζοηλεκτρικών υλικών και την εφαρμογή των οριακών συνθηκών αναφορικά με τα μηχανικά και τα ηλεκτρικά μεγέθη.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η παρουσίαση των στοιχείων της πειραματικής διάταξης, της πειραματικής μεθοδολογίας, του λογισμικού και των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν για την επεξεργασία των πειραματικών αποτελεσμάτων. Αυτά αφορούν από πλευράς λειτουργικού (hardware) στα απαραίτητα στοιχεία για την υλοποίηση του συστήματος κλειστού βρόχου, καθώς και άλλες βοηθητικές και μετρητικές διατάξεις. Από πλευράς λογισμικού αφορούν στο πρόγραμμα του ελεγκτή που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του νόμου ελέγχου και την καταγραφή των σημάτων ελέγχου, καθώς και κώδικες που σκοπό είχαν για την αποθρομβοποίηση των ηλεκτρικών σημάτων και την επεξεργασία εικόνας που απαιτήθηκε για την πραγματοποίηση μετρήσεων. Βασικό εργαλείο της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε καθ' όλη τη μελέτη ήταν η προσέγγιση πειραματικών δεδομένων με μαθηματικές συναρτήσεις, ώστε να απλουστευθεί η διαδικασία εξαγωγής αποτελεσμάτων.

Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η παρουσίαση των τελικών αποτελεσμάτων. Αυτά αφορούν στις συγκεντρωμένες παραμέτρους του μοντέλου του ταλαντούμενου συναρμοσμένου, στα χαρακτηριστικά λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και στην αποτελεσματικότητα του συστήματος ελέγχου αναφορικά με τις λειτουργικές προδιαγραφές του συστήματος κλειστού βρόχου. Ειδικότερα, η αποτελεσματικότητα του ελέγχου αξιολογείται από την αύξηση του φαινομένου συντελεστή απόσβεσης και τη μείωση του χρόνου αποκατάστασης. Επιπλέον αυτών γίνεται σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με θεωρητικές προβλέψεις και μεθόδους που λαμβάνονται από τη βιβλιογραφία.

Στο Κεφάλαιο 5 παρατίθενται τα βασικά συμπεράσματα της εργασίας.

## 2 Στοιχεία Θεωρίας

### 2.1 Μοντελοποίηση δοκού σε ταλάντωση

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται μελέτη και έλεγχος ταλάντωσης μίας μονόπακτης δοκού, δηλαδή ενός συνεχούς φορέα. Η περιγραφή της δυναμικής του συγκεκριμένου συστήματος μέσω της χρήσης των πλήρων διαφορικών εξισώσεων του συνεχούς μέσου δεν είναι κατάλληλη για την ανάπτυξη νόμων ελέγχου σε Συστήματα Κλειστού Βρόχου (ΣΚΒ), λόγω της πολυπλοκότητας και της δυσκολίας ως προς την επίλυση. Στην περίπτωση του ελέγχου απαιτείται η δημιουργία μοντέλων που περιγράφονται από ένα πεπερασμένο – κατά κανόνα μικρό - αριθμό μεταβλητών κατάστασης. Το πλήθος των μεταβλητών κατάστασης ισούται με την τάξη του μελετώμενου συστήματος και η επιλογή της τελευταίας εξαρτάται από τις απαιτήσεις ως προς την ακρίβεια της κάθε εφαρμογής και τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους.

Το πρώτο βήμα για τη μοντελοποίηση του συναρμολογήματος είναι η χρήση μίας μεθόδου για τη μετατροπή του συνεχούς συστήματος (μοντέλο κατανεμημένων παραμέτρων) σε διακριτό (μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων). Με τον τρόπο αυτό οι μερικές διαφορικές του συνεχούς συστήματος αντικαθίστανται από έναν πεπερασμένο αριθμό συνήθων διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες μπορούν πολύ ευκολότερα να επιλυθούν και να μελετηθούν. Το μαθηματικό εργαλείο που θα χρησιμοποιηθεί για το συγκεκριμένο σκοπό είναι η ιδιοδιανυσματική ανάλυση, η οποία μπορεί να περιγράψει την κίνηση ελεύθερα ταλαντούμενων κατασκευών. Το τελικό μοντέλο του συναρμολογήματος προκύπτει αφού πραγματοποιηθούν οι απαραίτητες παραδοχές και απλοποιήσεις.

#### 2.1.1 Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση σε μονόπακτη δοκό

Η κατασκευή του μοντέλου της δυναμικής του ταλαντούμενου συναρμολογήματος βασίζεται στη χρήση της ανάλυσης ιδιοσυχνοτήτων. Επιπλέον, γίνεται η παραδοχή ότι τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, όταν λειτουργούν ως παθητικά στοιχεία, δε μεταβάλλουν την καμπτική δυσκαμψία της δοκού, δηλαδή δε μεταβάλλουν τις μηχανικές της ιδιότητες. Η παραδοχή αυτή είναι δικαιολογημένη καθότι απλοποιεί τη διαδικασία της μοντελοποίησης, χωρίς να μεταβάλλει σημαντικά την ακρίβειά της, δεδομένου του μικρού πάχους των επιθεμάτων.

Η ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων χρησιμοποιείται στην ανάπτυξη μαθηματικών σχέσεων για την πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς της δοκού. Η ανάπτυξη των σχέσεων αυτών ξεκινά από την επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων κίνησης της δοκού ως συνεχούς φορέα (θεωρία δοκού Euler-Bernoulli):

$$u_{tt} + \frac{EI}{\rho A} u_{xxxx} = 0 \quad (2-1)$$

όπου  $u(x, t)$  είναι το βέλος κάμψης κατά μήκος της δοκού,  $x$  η θέση κατά μήκος της δοκού,  $E$  το μέτρο ελαστικότητας,  $I$  η ροπή αδράνειας,  $\rho$  η πυκνότητα και  $A$  το εμβαδό διατομής της δοκού.

Η μερική διαφορική Εξ. (2-1) επιλύεται μέσω της μεθόδου χωριζομένων μεταβλητών, σύμφωνα με την οποία η συνάρτησης του βέλους κάμψης μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n(t) \quad (2-2)$$

Οι συναρτήσεις  $X_n(x)$  ονομάζονται ιδιομορφές και περιγράφουν το σχήμα που λαμβάνει η δοκός κατά την ταλάντωση. Η ακριβής έκφραση των ιδιομορφών εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες. Οι συναρτήσεις  $T_n(t)$  περιγράφουν τα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά της κίνησης και εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες.



**Σχήμα 2-1. Μονόπακτη δοκός σε κάμψη.**

Για την περίπτωση της μονόπακτης δοκού απαιτείται ο ορισμός των οριακών συνθηκών στο σημείο της πάκτωσης και στο ελεύθερο άκρο. Στο σημείο της πάκτωσης το βέλος κάμψης και η κλίση είναι μηδενική ( $u = 0$  και  $u_{xx} = 0$ ). Στο ελεύθερο άκρο η ροπή και η διατμητική δύναμη ισούνται με το μηδέν ( $u_x = 0$  και  $u_{xxx} = 0$ ).

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες και αντικαθιστώντας τη γενική έκφραση της λύσης στην Εξ. (2-1) προκύπτουν οι συναρτήσεις  $X, T$  που την επαληθεύουν ως:

$$X_n(x) = C_n \varphi_n \quad (2-3\alpha)$$

$$T_n(x) = \sin(\omega_n t + \theta) \quad (2-3\beta)$$

Όπου:

$$\varphi_n(x) = \sinh(\sqrt{\omega_n} x) - \sin(\sqrt{\omega_n} x) - \frac{\sinh(\sqrt{\omega_n} L) + \sin(\sqrt{\omega_n} L)}{\cosh(\sqrt{\omega_n} L) - \sinh(\sqrt{\omega_n} L)} (\cosh(\sqrt{\omega_n} x) - \cos(\sqrt{\omega_n} x))$$

$$\omega_n = \left( \frac{2n-1}{2} \pi + e_n \right) \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2-4)$$

και  $L$  το μήκος της δοκού,  $C_n$  σταθερές που εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες και  $e_1, e_2, \dots, e_n$  διορθωτικοί όροι που τείνουν γρήγορα προς το 0.

Από τις Εξ. (2.2-2-3) φαίνεται ότι η απόκριση της δοκού μπορεί να προκύψει αναλυτικά ως ένα άθροισμα άπειρων ιδιομορφών ( $X_n(x)$ ), οι οποίες ταλαντώνονται η καθεμία με διαφορετική συχνότητα ( $\omega_n$ ). Η συνεισφορά της κάθε ιδιομορφής καθορίζεται από τις σταθερές  $C_n$  οι οποίες εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες.

### Ταλάντωση δοκού με απόσβεση

Η ανάλυση της ελεύθερης ταλάντωσης της ελαστικής δοκού είναι χρήσιμη για τον προσδιορισμό των ιδιομορφών και των ιδιοσυχνοτήτων και απαιτείται για το σχεδιασμό του νόμου ελέγχου στο ΣΚΒ. Ωστόσο, για την κατασκευή ενός ρεαλιστικού μοντέλου είναι απαραίτητη η εισαγωγή της συνεισφοράς της μηχανικής απόσβεσης της κατασκευής. Για το λόγο αυτό γίνεται η θεώρηση ότι το υλικό της συμπεριφέρεται ως ιδανικό βισκοελαστικό,

δηλαδή αναπτύσσει δυνάμεις ανάλογες της παραμόρφωσης (ελαστική συμπεριφορά) και του ρυθμού παραμόρφωσης (ιξώδης συμπεριφορά).

Η Εξ. (2-1) περιλαμβάνει μόνο αδρανειακούς και ελαστικούς όρους και κατά συνέπεια δεν μπορεί να προβλέψει την ιξώδη συμπεριφορά του υλικού. Η φυσική απόσβεση επιδρά στην κίνηση της δοκού και στο συχνωτικό περιεχόμενο της ταλάντωσης, με τρόπο που μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μόνο μέσω της χρήσης ακριβέστερου μοντέλου. Δεδομένου όμως ότι απόσβεση της δοκού είναι μικρή, γίνεται μία απλοποιητική προσέγγιση, η οποία δεν απαιτεί την εισαγωγή επιπλέον όρων και επίλυση μιας νέας μερικής διαφορικής εξίσωσης κίνησης. Θεωρείται ότι στην περίπτωση της αποσβενύμενης ταλάντωσης, οι ιδιομορφές της δοκού δεν μεταβάλλονται σε σχέση με τη μη αποσβενύμενη απόκριση, και διατηρούν τη μορφή τους, αλλά μειώνεται το πλάτος τους ως συνάρτηση του χρόνου. Η παραδοχή αυτή είναι πιο ρεαλιστική όσο η συνεισφορά του όρου της απόσβεσης μικραίνει σε σύγκριση με τους αδρανειακούς και τους ελαστικούς όρους. Οι πραγματικές συχνότητες διέγερσης της κάθε ιδιομορφής, επίσης δεν αναμένεται να μεταβάλλονται σημαντικά. Οι παραδοχές αυτές αξιολογούνται με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα.

Βάσει των ανωτέρω για να ληφθεί η εξάρτηση της συνεισφοράς της κάθε ιδιομορφής από το χρόνο, η Εξ. (2-3) επαναδιατυπώνεται ως:

$$X_n(x, t) = C_n(t)\varphi_n \quad (2-5)$$

Η διαδικασία μοντελοποίησης μπορεί να απλουστευθεί περαιτέρω, αν ληφθεί υπόψιν ότι οι υψηλές ιδιοσυχνότητες είναι δύσκολο να διεγερθούν και διαχέουν την ενέργειά τους λόγω της βισκοελαστικής συμπεριφοράς της δοκού με γρηγορότερο ρυθμό. Κατά συνέπεια η επίδραση όλων των υψηλών ιδιοσυχνοτήτων αναμένεται να είναι αμελητέα. Πρακτικά, αποδεικνύεται και πειραματικά ότι η χρήση της πρώτης ιδιοσυχνότητας είναι επαρκής για τη συγκεκριμένη εφαρμογή ελέγχου, αφού ο παθητικός ρυθμός απόσβεσης όλων των επόμενων ιδιοσυχνοτήτων είναι πολύ πιο γρήγορος από αυτόν που μπορεί να επιτευχθεί ενεργητικά με τη χρησιμοποιούμενη διάταξη και νόμους ελέγχου. Η τελική μαθηματική έκφραση της απόκρισης διατυπώνεται ως:

$$u(x, t) = X(x, t) T(t) \quad (2-6)$$

όπου:

$$X(x, t) = C(t)\varphi(x) \quad (2-7\alpha)$$

$$T(t) = \sin(\omega t + \theta) \quad (2-7\beta)$$

Με βάση τις εκφράσεις των Εξ. (2-6) και (2-7) μπορεί να προσδιοριστεί η κίνηση της δοκού για κάθε χρονική στιγμή, ακόμη και στην περίπτωση της αποσβενύμενης ταλάντωσης, αρκεί να μπορεί να προσδιοριστεί με ακρίβεια η συνάρτηση  $C(t)$ . Σε αυτό βοηθά η χρήση του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων που παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

### **Χρήση μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων**

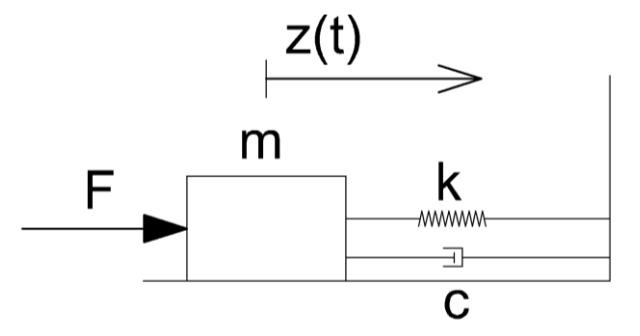
Η μελέτη της απόκρισης της δοκού ως προς την πρώτη ιδιοσυχνότητα μπορεί να γίνει μέσω της χρήσης μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων με στοιχεία παραγωγής αδρανειακών και ελαστικών δυνάμεων, καθώς και δυνάμεων ιξώδους απόσβεσης και εξωτερικής διέγερσης. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τον υπολογισμό της απόκρισης οποιουδήποτε σημείου κατά μήκος της δοκού ως συνάρτηση του χρόνου, περιλαμβάνοντας τόσο τη μη αποσβενύμενη ταλαντωτική συμπεριφορά όσο και τον όρο της απόσβεσης που εμφανίζονται στις Εξ. (2-6)

και (2-7). Το σημείο με το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης είναι το ελεύθερο άκρο, και για το σκοπό αυτό επιλέγεται ως σημείο μελέτης. Η απόκριση οποιουδήποτε άλλου σημείου μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση της πρώτης ιδιομορφής. Η ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης της συγκεντρωμένης μάζας, καθώς και τα χαρακτηριστικά της απόσβεσης εξαρτώνται από την τιμή και των τριών μηχανικών παραμέτρων (μάζας-σταθεράς απόσβεσης-σταθεράς ελατηρίου). Στο Σχήμα 2-2 φαίνεται το μηχανικό ισοδύναμο του συστήματος συγκεντρωμένων παραμέτρων.

Η εξίσωση της κίνησης για το σύστημα συγκεντρωμένων παραμέτρων προκύπτει από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα υπολογίζοντας τη συνεισφορά όλων των δυνάμεων στο κέντρο μάζας:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F(z, \dot{z}) \quad (2-8)$$

όπου  $m$ ,  $c$  και  $k$  η ισοδύναμη μάζα, σταθερά απόσβεσης και σταθερά ελαστικής επαναφοράς αντίστοιχα.



**Σχήμα 2-2. Μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων δοκού.**

Ποιοτικά, τα χαρακτηριστικά της απόκρισης ενός συστήματος που περιγράφεται από την Εξ. (2-8) εξαρτώνται από την τιμή του συντελεστή απόσβεσης( $c$ ). Στην περίπτωση της δοκού η φυσική απόσβεση είναι πολύ μικρή, οπότε τη απουσία συνεχούς διέγερσης η κίνηση του ελεύθερου άκρου παρουσιάζει έντονα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά, με συνεχώς μειούμενο πλάτος. Το μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό του νόμου ελέγχου, αφού πρώτα γίνει η αναγνώριση της ισοδύναμης μάζας, απόσβεσης και ελαστικού συντελεστή επαναφοράς.

### **Διαδικασία υπολογισμού παραμέτρων**

Η αναγνώριση των παραμέτρων του ισοδύναμου μοντέλου της δοκού πραγματοποιείται βάσει πειραμάτων στο σύστημα ανοιχτού βρόχου, μέσω της μέτρησης των χαρακτηριστικών της απόκρισης και χρησιμοποιώντας την ανάλυση ομογενών γραμμικών συστημάτων δεύτερης τάξης.

Αρχικά θεωρείται η εξίσωση του συστήματος συγκεντρωμένων παραμέτρων χωρίς διέγερση, υπό αρχική εκτροπή από το σημείο ισορροπίας, χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0, \quad z(0) = z_0, \dot{z}(0) = 0 \quad (2-9)$$

Η οποία μπορεί να μετασχηματιστεί ως:

$$\ddot{z} + 2\zeta\omega_1\dot{z} + \omega_1^2 z = 0, \quad z(0) = z_0, \dot{z}(0) = 0 \quad (2-10\alpha)$$

όπου 
$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_1} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (2-10\beta)$$

και 
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2-10\gamma)$$

Η Εξ. (2-9) μπορεί να λυθεί αναλυτικά. Στην περίπτωση που ο συντελεστής απόσβεσης  $\zeta$  είναι μικρότερος της μονάδας (στην συγκεκριμένη περίπτωση  $\zeta \ll 1$ ), η λύση της εξίσωσης δίδεται από τη σχέση:

$$z(t) = z_0 \frac{e^{-\zeta\omega_1 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos \left( \omega_d t - \tan^{-1} \left( \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \right) \quad (2-11\alpha)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (2-11\beta)$$

Η Εξ. (2-11) περιγράφει μια ταλαντωτική κίνηση με σταθερή συχνότητα και με εκθετικά μειούμενο πλάτος. Ο αρμονικός όρος περιγράφει την ταλαντωτική συμπεριφορά της συχνότητας και ο εκθετικός όρος σχετίζεται με την απόσβεση. Η περιβάλλουσα καμπύλη περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Z(t) = z_0 \frac{e^{-\zeta\omega_1 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2-12)$$

Στην περίπτωση που το ελεύθερο άκρο έχει μηδενική αρχική ταχύτητα, το μέγιστο πλάτος παρουσιάζεται κατά την απελευθέρωσή του, δηλαδή τη χρονική στιγμή μηδέν. Οι Εξ. (2-11α) και (2-12) μπορούν να αδιαστατοποιηθούν ως προς την αρχική εκτροπή, ώστε να λαμβάνουν ως μέγιστη τιμή τη μονάδα. Η μέθοδος αυτή δίνει τη δυνατότητα της σύγκρισης αποκρίσεων οι οποίες δεν έχουν τις ίδιες αρχικές συνθήκες, ως προς τα χαρακτηριστικά τους.

Από τη στιγμή που στη δυναμική της δοκού κυριαρχεί η πρώτη ιδιοσυχνότητα, αναμένεται η απόκριση που προκύπτει από τα πειραματικά δεδομένα να προσεγγίζει ποιοτικά αυτή που προβλέπεται από τη θεωρητική ανάλυση. Μέσω της μαθηματικής και εποπτικής διαδικασίας που περιγράφεται στην παρούσα ενότητα γίνεται προσέγγιση πειραματικών αποτελεσμάτων και θεωρητικής πρόβλεψης και μπορεί να γίνει ο προσδιορισμός των παραμέτρων του μοντέλου των συγκεντρωμένων στοιχείων (βλ. Ενότητα 4.1.2).

Η αναγνώριση των παραμέτρων του μηχανικού μοντέλου ανάγεται στον υπολογισμό του συντελεστή απόσβεσης  $\zeta$  και της ιδιοσυχνότητας  $\omega_1$ . Ωστόσο για δεδομένες τιμές των τελευταίων, προκύπτουν άπειροι συνδυασμοί για τις παραμέτρους  $m, c, k$  που επαληθεύουν τις Εξ. (2-10β) και (2-10γ). Για το λόγο αυτό απαιτείται ο υπολογισμός της πρώτης εκ των τριών αυτών σταθερών μέσω μιας άλλης μεθοδολογίας, ώστε να προκύψουν μονοσήμαντα οι υπόλοιπες δύο. Ως τέτοια επιλέγεται η ελαστική σταθερά επαναφοράς  $k$ , η οποία μπορεί να μετρηθεί άμεσα και με ακρίβεια πειραματικά (βλ. Ενότητα 4.1.1).

### **Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας και συντελεστή απόσβεσης**

Η πραγματική συχνότητα της ταλάντωσης  $\omega_d$  μπορεί να υπολογιστεί είτε εποπτικά μέσω μελέτης της απόκρισης της θέσης του ελεύθερου άκρου, είτε μέσω μετασχηματισμού συχνότητων Fourier. Θεωρητικά, η πραγματική συχνότητα της ταλάντωσης παραμένει σταθερή. Στην πράξη υπάρχει μια μικρή μεταβολή της περιόδου καθώς ελαττώνεται το πλάτος. Αυτό συμβαίνει αφού η συμπεριφορά της δοκού δεν είναι απόλυτα γραμμική, όπως προβλέπεται από το θεωρητικό μοντέλο (βλ. Σχέση 2-8). Παρατηρώντας την απόκριση της θέσης όπως αυτή προκύπτει από τα πειραματικά δεδομένα και χρησιμοποιώντας δύο σημεία που απέχουν κατά  $N$  ακέραιες περιόδους υπολογίζεται η μέση πραγματική συχνότητα ως:

$$T = \frac{\Delta T_N}{N} \quad (2-13\alpha)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad (2-13\beta)$$

$$\omega_d = 2\pi f \quad (2-13\gamma)$$

Στη συνέχεια μπορεί να υπολογιστεί η φυσική συχνότητα  $\omega_1$  σύμφωνα με την Εξ. 2-11β. Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν από την κατασκευή του φάσματος συχνοτήτων μέσω της εφαρμογής ανάλυσης Fourier.

Ο υπολογισμός του συντελεστή απόσβεσης  $\zeta$  προκύπτει και αυτός από την ανάλυση της απόκρισης. Παρατηρώντας την Εξ. (2-11α) προκύπτει ότι τα σημεία μηδενισμού της ταχύτητας, όπου παρουσιάζονται και τα τοπικά ακρότατα ως προς την εκτροπή του ελεύθερου άκρου, είναι αυτά στα οποία ο αρμονικός όρος λαμβάνει την τιμή της μονάδας. Τα σημεία αυτά ανήκουν στην περιβάλλουσα καμπύλη  $Z(t)$  και επαληθεύουν την Εξ. (2-12). Ο λόγος του πλάτους δύο τέτοιων σημείων μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά ως:

$$DR_N = \frac{X(t+NT)}{X(t)} = \frac{e^{-\zeta\omega_1(t+NT)}}{e^{-\zeta\omega_1 t}} = e^{\frac{-2N\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (2-14)$$

Η Εξ. (2-14) μπορεί να επιλυθεί είτε αριθμητικά είτε αναλυτικά με άγνωστο την τιμή του συντελεστή απόσβεσης. Ο ακέραιος αριθμός  $N$  επιλέγεται να είναι αρκετά μεγάλος ώστε η τιμή του συντελεστή απόσβεσης  $\zeta$  να είναι αντιπροσωπευτικός όλης της ταλάντωσης, αφού στην πράξη η τιμή του μπορεί να μεταβάλλεται ελαφρά ανάλογα με την επιλογή των σημείων. Ο Πίνακας **Error! Reference source not found.** συνοψίζει όλες τις σχέσεις και η διαδικασία υπολογισμού των παραμέτρων του μηχανικού μοντέλου της δοκού.

**Πίνακας 2-1. Υπολογισμός παραμέτρων μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων.**

Παράμετρος	Σύμβολο	Πειραματικός Υπολογισμός	Θεωρητικός Υπολογισμός
Πραγματική συχνότητα	$\omega_d$	Εποπτικά	-
Φυσική συχνότητα	$\omega_1$	$\omega_1 = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}}$	$\omega_1 = \frac{2n-1}{2}\pi + e_n \frac{1}{L_b^2} \sqrt{\frac{E_{1,b}I_b}{\rho_b A_b}}$
Συντελεστής απόσβεσης	$\zeta$	$DR_N = e^{\frac{2N\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$	-
Σταθερά ελαστικής επαναφοράς	$k$	Στατικό πείραμα κάμψης	$k = \frac{3E_{1,b}I_b}{L_b^3}$
Ισοδύναμη μάζα	$m$	$m = \frac{k}{\omega_1^2}$	$m = \frac{k}{\omega_1^2}$
Σταθερά απόσβεσης	$c$	$c = 2\zeta m \omega_1$	

### **Υπολογισμός σταθεράς ελαστικής επαναφοράς**

Στην περίπτωση της δοκού η άσκηση δυνάμεων σε οποιοδήποτε σημείο κατά το μήκος της έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη εγκάρσιας μετατόπισης του ελεύθερου άκρου. Ωστόσο η τιμή της επαγόμενης μετατόπισης εξαρτάται εκτός από το μέτρο και από το σημείο και τον τρόπο εξάσκησης της δύναμης. Για το λόγο αυτό κατά το πείραμα υπολογισμού της ελαστικής σταθεράς επαναφοράς επιλέγεται η εφαρμογή δυνάμεων απευθείας στο ελεύθερο άκρο, κατά τη φορά της μετατόπισης. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η ταύτιση μεταξύ αιτίου(δύναμης) και αιτιατού (μετατόπισης) στο πραγματικό δοκίμιο και στο ισοδύναμο μοντέλο και δεν απαιτείται η χρήση κάποιας διαδικασίας επαγωγής της σε κάποια ισοδύναμη. Η σταθερά ελαστικής επαναφοράς ταυτίζεται με την καμπτική δυσκαμψία της δοκού.

Η διαδικασία υπολογισμού της καμπτικής δυσκαμψίας της δοκού έγκειται στην κατασκευή της καμπύλης δύναμης – μετατόπισης με βάση πειραματικές μετρήσεις. Η καμπύλη χαράσσεται λαμβάνοντας ζεύγη γνωστών δυνάμεων και των μετρούμενων μετατοπίσεων που αυτές παράγουν, πραγματοποιώντας στατικά πειράματα. Η σχέση αυτή αναμένεται να είναι γραμμική για μικρές εκτροπές του ελεύθερου άκρου. Εκ των δύο μεγεθών, η μετατόπιση είναι εύκολο να μετρηθεί με τη χρήση της οπτικής διάταξης που περιγράφεται στην Ενότητα 3.2.4. Η δύναμη ωστόσο δεν είναι εύκολο να μετρηθεί, οπότε χρησιμοποιείται μια τεχνική που επιτρέπει την ακριβή γνώση τη δύναμης χωρίς να απαιτούνται υπολογισμοί.

Αρχικά το συναρμολόγημα πακτώνεται στη μέγγενη με το διαμήκη άξονα σε οριζόντιο προσανατολισμό. Στη συνέχεια επικολλάται στο ελεύθερο άκρο μία ακίδα πολύ μικρής και γνωστής μάζας, από την οποία υπάρχει η δυνατότητα να αναρτάται ένα λεπτό νήμα. Στην κλωστή αυτή αναρτώνται διαδοχικά μεγαλύτερες μάζες οι οποίες έχουν εκ των προτέρων ζυγιστεί με ζυγό ακριβείας, ώστε να είναι γνωστό το βάρος τους, ενώ καθ' όλη τη διαδικασία η κάμερα υψηλής ταχύτητας βρίσκεται σε κατάλληλη θέση, ώστε να μπορούν να πραγματοποιηθούν λήψεις για τη μέτρηση της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου. Κάθε φορά που αναρτάται από το νήμα μια μάζα και αφού έχει αποκατασταθεί η πλήρης ισορροπία, στη συνέχεια λαμβάνεται ένα στιγμιότυπο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να παραχθεί επαρκής αριθμός ζευγών για το εύρος των μετατοπίσεων που αναπτύσσονται υπό τις συνθήκες διενέργησης των πειραμάτων του ΣΚΒ.

## **2.2 Θεωρία πιεζοηλεκτρικών υλικών**

Τα δύο επιθέματα που επικολλώνται στη δοκό είναι κατασκευασμένα από πιεζοηλεκτρικά υλικά, η συμπεριφορά των περιγράφεται από το ευθύ και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Σύμφωνα με το ευθύ φαινόμενο, όταν ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό παραμορφώνεται, αναπτύσσει στα άκρα του ηλεκτρικό δυναμικό. Κατ' αντιστοιχία, σύμφωνα με το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο η εφαρμογή ηλεκτρικού δυναμικού στο ίδιο υλικό έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη μηχανικών τάσεων και κατά συνέπεια μηχανικών παραμορφώσεων. Το ευθύ φαινόμενο αξιοποιείται στην περίπτωση του αισθητηρίου και το αντίστροφο στην περίπτωση του επενεργητή.

Η χρήση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων για εφαρμογές ελέγχου απαιτεί τόσο την ποιοτική κατανόηση του τρόπου λειτουργίας των υλικών κατασκευής τους, όσο και την ανάπτυξη φυσικών και μαθηματικών μοντέλων με επαρκή ακρίβεια για την εκάστοτε περίπτωση. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται κάνοντας χρήση των καταστατικών εξισώσεων των πιεζοηλεκτρικών υλικών, οι οποίες συσχετίζουν μαθηματικά τα μηχανικά με τα ηλεκτρικά μεγέθη. Οι γενικές μαθηματικές εκφράσεις εξειδικεύονται και απλοποιούνται



σύμφωνα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής και η απόκρισή της εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες και τις συνθήκες λειτουργίας.

### 2.2.1 Μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών υλικών

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά εμπλέκουν ενεργειακά το ηλεκτρικό και το μηχανικό πεδίο και η συμπεριφορά τους μπορεί να περιγραφεί μέσω της χρήσης τεσσάρων πεδιακών μεταβλητών: του τασικού και παραμορφωσιακού τανυστή στη μηχανική περιοχή και των διανυσμάτων του ηλεκτρικού πεδίου και της ηλεκτρικής μετατόπισης (φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας) στην ηλεκτρική περιοχή. Τα μεγέθη αυτά περιλαμβάνονται στις καταστατικές εξισώσεις των πιεζοηλεκτρικών υλικών, οι οποίες εκφράζονται σε τανυστική μορφή.

Οι καταστατικές εξισώσεις μπορούν να διατυπωθούν σε τανυστική μορφή χρησιμοποιώντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές το πεδίο των μηχανικών τάσεων και της ηλεκτρικής μετατόπισης ως:

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{ij} + d_{kij} E_k \quad (2-15\alpha)$$

$$D_i = d_{kil} T_{ij} + \varepsilon_{ik}^T E_k \quad (2-15\beta)$$

όπου  $d_{kij}$  η πιεζοηλεκτρική σταθερά,  $s_{ijkl}^E$  η σταθερά της ελαστικής ενδοτικότητας,  $\varepsilon_{ik}^T$  η διηλεκτρική σταθερά,  $S_{ij}$  ο τανυστής των παραμορφώσεων,  $T_{ij}$  ο τανυστής των μηχανικών τάσεων,  $E_k$  ο τανυστής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και  $D_i$  ο τανυστής της ηλεκτρικής μετατόπισης. Οι ίδιες εξισώσεις μπορούν να διατυπωθούν συνεπτυγμένα και σε μητρωϊκή μορφή ως:

$$\begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & d^t \\ d & \varepsilon^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

Η Εξ. (2-16) μπορεί να επαναδιαταχθεί επιλέγοντας οποιεσδήποτε δύο ως ανεξάρτητες μεταβλητές και πραγματοποιώντας μετασχηματισμούς για να προκύψουν οι σταθερές που περιγράφουν το συσχετισμό τους. Επιλέγοντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές το πεδίο των μηχανικών τάσεων και αυτό της ηλεκτρικής μετατόπισης λαμβάνεται η εξής διατύπωση:

$$\begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & e^t \\ e & \varepsilon^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

όπου οι σταθερές  $c^E, e, \varepsilon^s$  προκύπτουν από τις  $s^E, d, \varepsilon^T$ . Όπως θα αναλυθεί παρακάτω στην περίπτωση των λεπτών πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τα οποία επικολλώνται σε λεπτή δοκό η έκφραση των καταστατικών εξισώσεων μπορεί να απλοποιηθεί και τα διανυσματικά μεγέθη να μετατραπούν σε βαθμωτά, οπότε και οι τανυστικές εκφράσεις σε απλές αλγεβρικές εξισώσεις.

Η απλοποίηση της πλήρους έκφρασης των καταστατικών εξισώσεων των πιεζοηλεκτρικών υλικών κατά την εφαρμογή τους στα επιθέματα του συναρμοσμού βασίζεται στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους. Σύμφωνα με τη θεωρία Euler-Bernoulli για τη λεπτότοιχη δοκό η μόνη συνιστώσα του πεδίου των τάσεων και παραμορφώσεων που δε θεωρείται αμελητέου μέτρου και συζεύγνυται με το ηλεκτρικό πεδίο (πιεζοηλεκτρικός συντελεστής  $d_{31}$  ή  $e_{31}$ ) είναι η αξονική ορθή τάση.

Λαμβάνοντας την Εξ. (2-17) και πραγματοποιώντας απλοστεύσεις λαμβάνεται για τις καταστατικές εξισώσεις η έκφραση της Εξ. (2-18):

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & -e_{31} \\ e_{31} & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

ή εκφρασμένη ως σύστημα βαθμωτών εξισώσεων:

$$T_{11} = c_{11}^E S_{11} - e_{31} E_3 \quad (2-19\alpha)$$

$$D_3 = e_{31} S_{11} + \varepsilon_{33}^S E_3 \quad (2-19\beta)$$

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να υπολογιστεί ως συνάρτηση του ηλεκτρικού δυναμικού πόλωσης ως:

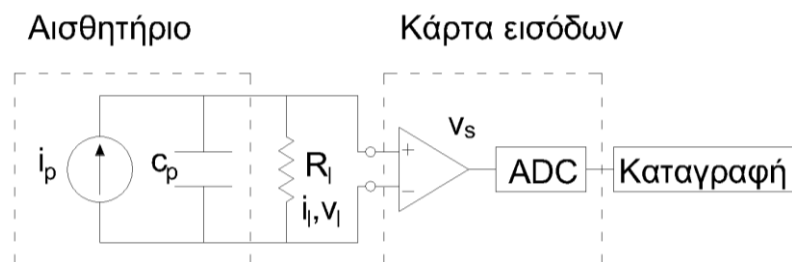
$$E_3 = -\frac{v}{h} \quad (2-20)$$

Όπου  $v$  είναι η τιμή του ηλεκτρικού δυναμικού στα άκρα του υλικού και  $h$  το πάχος του. Ο συνδυασμός των Εξ. (2-19) και (2-20) συνδέει μηχανικά μεγέθη, τα οποία δεν είναι άμεσα διαθέσιμα στην παρούσα εργασία, με την τιμή του ηλεκτρικού δυναμικού των επιθεμάτων, η οποία είναι γνωστή (είτε μετράται στην περίπτωση του αισθητηρίου είτε επιβάλλεται εξωτερικά στην περίπτωση του επενεργητή). Ωστόσο, μέσω της εφαρμογής της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης για ταλαντούμενη δοκό, το τασικό και παραμορφωσιακό πεδίο της μπορούν να υπολογιστούν, ώστε να προκύψουν οι κλειστές αναλυτικές εκφράσεις που απαιτούνται για τη μοντελοποίηση του συναρμολογήματος τόσο στον ανοιχτό, όσο και στον κλειστό βρόχο, όπως αναλύεται στις παραγράφους της παρούσας ενότητας (Ενότητα 2.2.1) που ακολουθούν.

### Μοντελοποίηση αισθητηρίου

Το αισθητήριο είναι κατασκευασμένο από τεχνητό πολυμερές υλικό (PVDF) πολύ μικρού πάχους και βρίσκεται επικολλημένο κοντά στο πακτωμένο άκρο του συναρμολογήματος. Κατά την κίνηση της συναρμολογήματος το αισθητήριο παραμορφώνεται ακολουθώντας το σχήμα της δοκού με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται ηλεκτρικό δυναμικό κατά το πάχος του. Η τιμή του δυναμικού αυτού εξαρτάται από τη γεωμετρία και τις ιδιότητες του αισθητηρίου, τη μορφή της διέγερσης και τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά του εξωτερικού κυκλώματος δειγματοληψίας.

Στην Εικόνα (2-3) φαίνεται το ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα, το οποίο προκύπτει από την μοντελοποίηση του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου ως πηγή ρεύματος συνδεδεμένη παράλληλα με πυκνωτή. Το συγκεκριμένο μοντέλο κατασκευάζεται μέσω της εφαρμογής των νόμων του Kirchhoff για το κύκλωμα δειγματοληψίας και των καταστατικών εξισώσεων για τα πιεζοηλεκτρικά υλικά, εφαρμοζόμενες υπό τις συνοριακές συνθήκες που ισχύουν στην προκειμένη περίπτωση.



Σχήμα 2-3. Ηλεκτρικό μοντέλο κυκλώματος καταγραφής τάσης πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου.

### Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου

Από τον ορισμό της ηλεκτρικής μετατόπισης, το ηλεκτρικό ρεύμα που διαπερνά μια επιφάνεια υπολογίζεται βάσει της ολοκληρωματικής διατύπωσης του νόμου του Gauss ως:

$$i_s = -\frac{d}{dt} \int_A D_n ds \quad (2-21)$$

Όπου  $D$  το διάνυσμα της ηλεκτρικής μετατόπισης εντός του πιεζοηλεκτρικού υλικού,  $n$  το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα και  $A$  η επιφάνεια ολοκλήρωσης. Επειδή η διεύθυνση του πεδίου της ηλεκτρικής μετατόπισης είναι κατά το πάχος το αισθητηρίου και το μέτρο του σταθερό καθόλη την επιφάνεια, ο μόνος όρος που συνεισφέρει στο εσωτερικό γινόμενο είναι ο όρος  $D_3$  και κατά συνέπεια η Εξ. (2-21) μπορεί να επαναδιατυπωθεί ως:

$$i_s = -\frac{d}{dt} \int_A D_3 dA \quad (2-22)$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για την αντίσταση λαμβάνεται:

$$i_l = \frac{v_l}{R_l} \quad (2-23)$$

και χρησιμοποιώντας τη σχέση (2-19β):

$$\frac{dD_3}{dt} = d_{31} \frac{dT_{11}}{dt} + d_{31} \frac{dE_3}{dt} \quad (2-24)$$

Χρησιμοποιώντας την έκφραση για το ηλεκτρικό πεδίο από τη σχέση (2-15β):

$$\frac{dD_3}{dt} = d_{31} \frac{dT_{11}}{dt} + \frac{d_{31}}{h} \frac{dv}{dt} \quad (2-25)$$

Οι ορθές τάσεις στον ουδέτερο άξονα μίας δοκού υπό κάμψη ισούνται με το μηδέν και αυξάνονται γραμμικά όσο αυξάνεται η απόσταση από αυτόν. Στην ελεύθερη επιφάνεια η τιμή της τάσης δίνεται από τη σχέση:

$$T_{11} = h \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (2-26)$$

Χρησιμοποιώντας τη θεωρία της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης μπορεί να προκύψει κλειστή αναλυτική σχέση που εκφράζει το βέλος κάμψης ως συνάρτηση της θέσης κατά μήκος της δοκού και του χρόνου:

$$z(x, t) = X(x, t)\eta(t) = C(t)\eta(t)\varphi(x) \quad (2-27)$$

Αντικαθιστώντας την έκφραση του βέλους κάμψης στην Εξ. (2-25) και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την Εξ.(2-27) προκύπτει ότι:

$$\frac{d}{dt} \int_A D_3 dA = d_{31} h \frac{d}{dt} \int_{l_a}^{l_b} \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} dx \frac{d(C(t)\eta(t))}{dt} + \frac{d_{31}}{h} \frac{dv}{dt} \quad (2-28)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση υπολογισμού της θέσης για τη θέση του ελεύθερου άκρου λαμβάνεται η σχέση:

$$z(L, t) = X(L, t)\eta(t) = C(t)\eta(t)\varphi(L) \quad (2-29)$$

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο προκύπτει η ταχύτητα ως:

$$\dot{z}(L, t) = \varphi(L) \frac{d(C(t)\eta(t))}{dt} \quad (2-30)$$

Από την Εξ. (2-30) προκύπτει ότι υπάρχει μια διαφορική σχέση που συνδέει την ηλεκτρική τάση του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου με την ταχύτητα του ελεύθερου άκρου, για τη δεδομένη συνδεσμολογία του κυκλώματος δειγματοληψίας. Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff (NPK) στον ισοδύναμο του κυκλώματος δειγματοληψίας:

$$i_l = i_s = i_c + i_p \quad (2-31)$$

Αντικαθιστώντας με βάση τις Εξ. (2-22),(2-23) και (2-28) προκύπτει:

$$\frac{v_l}{R_l} = d_{31}h \left. \frac{d\varphi(x)}{dx} \right|_{x=0}^{x=L} \frac{\dot{z}(L, t)}{\varphi(L)} - \frac{d_{31}}{h} \frac{dv}{dt} \quad (2-32)$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους της Εξ. (2-32):

$$\frac{d_{31}}{h} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{R_l} v_l = d_{31}h \left. \frac{d\varphi(x)}{dx} \right|_{x=0}^{x=L} \frac{1}{\varphi(L)} \dot{z}(L, t) \quad (2-33)$$

Τελικά εξάγεται η τελική μορφή της διαφορικής εξίσωσης εισόδου(ταχύτητα ελεύθερου άκρου)-εξόδου (ηλεκτρική τάση) για το πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο:

$$c_p \frac{dv}{dt} + \frac{1}{R_l} v_l = k_p \dot{z}(L, t) \quad (2-34)$$

Όπου:

$$c_p = \frac{d_{31}}{h} \quad (2-35\alpha)$$

$$k_p = d_{31}h \left. \frac{d\varphi(x)}{dx} \right|_{x=0}^{x=L} \frac{1}{\varphi(L)} \quad (2-35\beta)$$

Από τη στιγμή που η εξίσωση που συνδέει την είσοδο με την έξοδο είναι διαφορική, αναμένεται να έχει ένα κέρδος και μία διαφορά φάσης που εξαρτώνται από τη συχνότητα. Για τη μελέτη της συμπεριφοράς του αισθητηρίου υπό τη συνδεσμολογία του πειράματος, πρέπει να κατασκευαστεί η συνάρτηση μεταφοράς εισόδου-εξόδου ( $G_s$ ):

$$G_s = \frac{v_s}{\dot{z}} = \frac{k_p R_l}{c_p R_l s + 1} \quad (2-36)$$

Δεδομένου ότι στο ΣΚΒ πραγματοποιείται διαφορικός έλεγχος και δεν αλλάζει η καμπτική δυσκαμψία της δοκού, δεν αναμένεται μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης σε σύγκριση με τον ανοιχτό βρόχο και κατά συνέπεια η συχνότητα ενδιαφέροντος, δηλαδή η ιδιοσυχνότητα. Κατά συνέπεια από την Εξ. (2-36) προκύπτει η σταθερά αισθητηρίου  $K_s$ :

$$K_s = |G_s| = \left| \frac{k_p R_l}{c_p R_l s + 1} \right|_{s=j\omega_1} \quad (2-37)$$

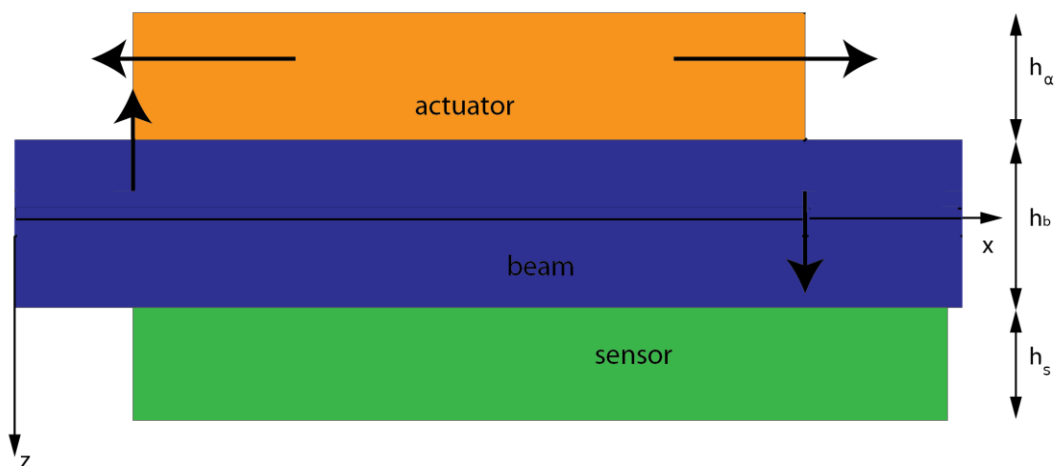
σύμφωνα με την οποία συσχετίζεται η τάση του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου με την ταχύτητα του άκρου της δοκού:

$$v_s = K_s \dot{z} \quad (2-38)$$

Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς  $G_s$  αποτελεί συνάρτηση της συχνότητας ταλάντωσης, όπως και η διαφορά φάσης εισόδου – εξόδου, μεγέθη τα οποία πρέπει να υπολογίζονται σε κάθε εφαρμογή ανά περίπτωση.

### Μοντελοποίηση επενεργητή

Η μοντελοποίηση του επενεργητή ξεκινά από τις καταστατικές εξισώσεις των πιεζοηλεκτρικών υλικών όπως διατυπώνονται στην Εξ. (2-15), αφού απλοποιηθούν σύμφωνα με τις οριακές συνθήκες και τις συνθήκες του πειράματος. Σκοπός είναι η εξαγωγή μιας σχέσης που συνδέει το ηλεκτρικό δυναμικό που επιβάλλεται στα άκρα του επενεργητή με την αναπτυσσόμενη μηχανική τάση στην επιφάνεια της δοκού. Η αξονική δύναμη που προκύπτει από την ολοκλήρωση της τάσης αυτής μετατρέπεται τελικά σε ισοδύναμη κατακόρυφη δύναμη στο ελεύθερο άκρο της δοκού και αποτελεί είσοδο στο προς έλεγχο σύστημα, προκαλώντας αύξηση του ρυθμού αφαίρεσης μηχανικής ενέργειας στο ΣΚΒ σε σύγκριση με την παθητική ταλάντωση.



Σχήμα 2-4. Σχηματική απεικόνιση συναρμολογήματος δοκού-αισθητηρίου-επενεργητή.

Στη συνέχεια πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια μεθοδολογία για τη μετάβαση από το συνεχές μέσο στο μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων, ως προς την επίδραση του επενεργητή. Η επιβολή ηλεκτρικού δυναμικού στα άκρα του τελευταίου έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη τάσεων, οι οποίες ασκούνται στην επιφάνεια της δοκού και οδηγούν στην ανάπτυξη καμπτικής ροπής ως προς τον ουδέτερο άξονα του συναρμολογήματος, η οποία επιδρά στη δυναμική του. Σκοπός της μεθοδολογίας που αναπτύσσεται είναι η αντικατάσταση του κατανεμημένου μηχανικού φορτίου στην επιφάνεια της δοκού από ένα συγκεντρωμένο, με προσανατολισμό και σημείο εφαρμογής τέτοια, ώστε να έχει το ίδιο αποτέλεσμα ως προς τη δυναμική του

ελεύθερου άκρου της δοκού στο σύστημα συγκεντρωμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του νόμου ελέγχου.

### **Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου**

Όταν ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό διεγείρεται ηλεκτρικά αναπτύσσονται στο εσωτερικό του τάσεις και παραμορφώσεις, οι οποίες εξαρτώνται από τους κινηματικούς περιορισμούς. Στην περίπτωση του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή, εξ' αιτίας του του μικρού πλάτους της δοκού θεωρείται ότι το πεδίο των παραμορφώσεων είναι μονοδιάστατο κατά το μήκος της δοκού, με φορά που καθορίζεται από τη φορά του επιβαλλόμενου ηλεκτρικού πεδίου και τη φορά πόλωσης του πιεζοηλεκτρικού. Οι τάσεις είτε θλιπτικές είτε εφελκυστικές κατανέμονται ομοιόμορφα σε όλη την επιφάνεια του επενεργητή και μεταφέρονται μέσω της κόλλας στην επιφάνεια της δοκού.

Ο υπολογισμός του ομοιόμορφου τασικού πεδίου του επενεργητή υπολογίζεται με βάση τις καταστατικές εξισώσεις των πιεζοηλεκτρικών υλικών, ξεκινώντας από την απλοποιημένη διατύπωση όπως αυτή εκφράζεται στην Εξ. (2-19). Θεωρώντας μηδενικό το διάνυσμα της ηλεκτρικής μετατόπισης, καθώς δεν υπάρχουν εξωτερικές πηγές ηλεκτρικού φορτίου, η σχέση διατυπώνεται ως:

$$e_{31}S_{11} + \varepsilon_{33}^S E_3 = 0 \quad (2-39)$$

Αντικαθιστώντας την έκφραση του ηλεκτρικού πεδίου σύμφωνα με την Εξ. (2-1) και επιλύοντας ως προς τον όρο της αξονικής παραμόρφωσης προκύπτει η σχέση:

$$S_{11} = -\frac{\varepsilon_{33}^S}{e_{31}h_\alpha} v_\alpha \quad (2-40)$$

Η παραμόρφωση μπορεί να συνδεθεί με την αναπτυσσόμενη μηχανική τάση χρησιμοποιώντας το μέτρο ελαστικότητας του επενεργητή:

$$T_{11} = \frac{E_{1,\alpha}}{1-\nu_{12}^2} S_{11} \quad (2-41)$$

Αντικαθιστώντας την έκφραση της ορθής τάσης στην Εξ. (2-39) μπορεί να υπολογιστεί η σχέση μεταξύ του επιβαλλόμενου ηλεκτρικού δυναμικού και της αναπτυσσόμενης μηχανικής τάσης ως:

$$T_{11} = -\frac{1-\nu_{12}^2}{E_{1,\alpha}} \frac{\varepsilon_{33}^S}{e_{31}h_\alpha} v_\alpha \quad (2-42)$$

Για τη λεπτότοιχο μονοδιάστατη δοκό που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα, η αναπτυσσόμενη ροπή υπολογίζεται από την ολοκλήρωση των μηχανικών τάσεων κατά τη διεύθυνση του πάχους (βλ. Σχήμα 2-4):

$$M_t = 2 \cdot \int_0^{h_\alpha} T_{11} b_\alpha z dz \quad (2-43)$$

Υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα προκύπτει:

$$M_t = T_{11} b_a \left[ z^2 \right]_0^{h_a} = T_{11} b_a h_a^2 \quad (2-44)$$

Αν θεωρηθεί ότι η καμπτική ροπή είναι αποτέλεσμα εφαρμογής ζεύγους δυνάμεων στα δύο άκρα της δοκού (σημείο πάκτωσης – ελεύθερο άκρο) προκύπτει το ισοδύναμο σημειακό φορτίο:

$$M_t = F_{eq} l_b \quad (2-45)$$

ή επιλύοντας ως προς τη δύναμη:

$$F_{eq} = \frac{M_t}{l_b} \quad (2-46)$$

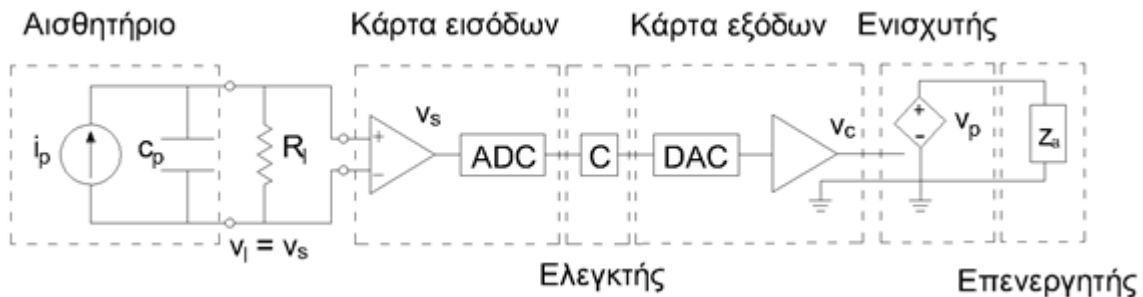
Πραγματοποιώντας αντικαταστάσεις και χρησιμοποιώντας τις Εξ. (2-42) και Εξ. (2-44) :

$$F_{eq} = \frac{1 - \nu_{12}^2}{E_{1,\alpha}} \frac{b_a h_a}{l_b} \frac{\epsilon_{33}^S}{e_{31}} v_s = K_a v_\alpha \quad (2-47)$$

όπου :

$$K_a = \frac{1 - \nu_{12}^2}{E_{1,\alpha}} \frac{b_a h_a}{l_b} \frac{\epsilon_{33}^S}{e_{31}} \quad (2-48)$$

η σταθερά του επενεργητή. Η συγκεκριμένη σταθερά συνδέει το ηλεκτρικό δυναμικό της επενέργησης με τη δύναμη που αποτελεί είσοδο στο μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων.



Σχήμα 2-5. Ηλεκτρικό μοντέλο πλήρους διάταξης του συστήματος κλειστού βρόχου.

## 2.3 Κατασκευή χώρου κατάστασης

### 2.3.1 Επιλογή νόμου ελέγχου

Η επιλογή του νόμου ελέγχου στη συγκεκριμένη εφαρμογή βασίστηκε σε κάποιες βασικές παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα αξιολογήθηκε η ταχύτητα και η ευκολία υλοποίησης, οι λειτουργικές απαιτήσεις του ΣΚΒ αλλά και γενική πρακτική σε παρόμοιες εφαρμογές όπως προέκυψε από την αναζήτηση στη βιβλιογραφία. Βάσει αυτών επιλέχθηκε ως αρχική προσέγγιση, όπως και σε πολλές εφαρμογές ελέγχου, η χρήση ενός PID (Proportional – Integral - Derivative) ελεγκτή. Ο συγκεκριμένος ελεγκτής συνδυάζει την απλότητα, ικανοποιητικά χαρακτηριστικά σύγκλισης και ευστάθειας και σχετικά εύκολη διαδικασία ρύθμισης (η επιλογή των κερδών μπορεί να γίνει έως ένα βαθμό δαισθητικά), δεδομένης της σχετικά απλής δομής του συστήματος (χαμηλή τάξη και ύπαρξη μοναδικής εισόδου – μοναδικής εξόδου).

Ειδικότερα, αναφορικά με την επιλογή των κερδών του PID ελεγκτή πραγματοποιήθηκαν δοκιμές ως προς τη συνεισφορά του κάθε όρου στα χαρακτηριστικά της απόκρισης. Η αρχική προσέγγιση ήταν η χρήση μόνο του διαφορικού (D) όρου ο οποίος αυξάνει τη φυσική ιξώδη απόσβεση της δοκού. Αυτό απαιτεί την ανάδραση της ταχύτητας η οποία επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της χρήσης του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου σε συνδυασμό με το κύκλωμα δειγματοληψίας που περιγράφονται στην Ενότητα 3.1.2. Στη συνέχεια υλοποιήθηκε αναλογικός νόμος ελέγχου (P), συνδέοντας απευθείας την έξοδο του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου με ένα από τα κανάλια της αναλογικής κάρτας εισόδων, ώστε το σήμα τάσης που παράγεται να είναι ανάλογο της μετατόπισης της δοκού. Τελικά αναπτύχθηκε συνάρτηση λογισμικού που ολοκληρώνει χρονικά το σφάλμα της μεταβλητής εξόδου (μετατόπιση), ώστε να διαμορφωθεί ο ολοκληρωτικός νόμος ελέγχου (I). Η μορφή του ελεγκτή προέκυψε κατόπιν της μελέτης των συμπερασμάτων από τις ανωτέρω δοκιμές.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του αναλογικού και του διαφορικού ελέγχου παρατηρήθηκε ότι η αύξηση της ιξώδους απόσβεσης είχε σημαντική συμβολή στη μείωση του χρόνου αποκατάστασης, σε αντίθεση με την αύξηση του όρου της καμπτικής δυσκαμψίας. Επιπλέον, διαπιστώθηκε η δυσκολία ενσωμάτωσης του ολοκληρωτικού όρου, λόγω του γεγονότος ότι το ολοκλήρωμα του σφάλματος αυξάνεται πολύ γρήγορα, οδηγώντας το σύστημα σε αστάθεια. Επιπλέον, δεδομένου ότι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης είναι μηδενικό ανεξάρτητα από τη χρήση του ολοκληρωτικού όρου, η χρήση του δεν κρίνεται επιβεβλημένη. Οι συγκεκριμένες παρατηρήσεις οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι η υλοποίηση ενός καθαρά διαφορικού ελέγχου δε θα υστερούσε σημαντικά σε σύγκριση με την υλοποίηση ενός πλήρους PID ελέγχου, με το πλεονέκτημα της δυνατότητας της γρήγορης και εύκολης ανάπτυξής του. Συνεπώς, υλοποιήθηκε ελεγκτής τύπου D (βλ. Ενότητα 2.3.2 και Εξ. (2-53)).

### 2.3.2 Χώρος κατάστασης συστήματος κλειστού βρόχου

Η κατασκευή του χώρου κατάστασης ξεκινά προκύπτει από τη μετατροπή της διαφορικής εξίσωσης 2<sup>ης</sup> τάξης (βλ. Εξ. (2-8)) που περιγράφει τη δυναμική της δοκού παρουσία διέγερσης, σε ένα σύστημα δύο διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης. Με τον τρόπο αυτό ορίζονται οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος, δηλαδή η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της δοκού ( $z$ ) και η ταχύτητά του ( $\dot{z}$ ). Στη συνέχεια γίνεται χρήση των εξισώσεων λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων (βλ. Εξ. (2-38) και Εξ. (2-47)), ώστε να εισαχθεί στο δυναμικό μοντέλο η επίδραση της δύναμης του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή.

Θέτοντας αρχικά ως πρώτη μεταβλητή κατάστασης τη μετατόπιση ( $z_1 = z$ ) και πραγματοποιώντας αλγεβρικούς χειρισμούς στην Εξ. (2-8) λαμβάνεται:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{c}{m}z_2 - \frac{k}{m}z_1 + F \end{aligned} \quad (2-49)$$

ή σε μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} F \quad (2-50)$$

Ως έξοδος ( $y$ ) του συστήματος επιλέγεται η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της δοκού:



$$y = z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

Η δύναμη του επενεργητή μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του σήματος ελέγχου χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Η τάση προς τον επενεργητή ( $v_a$ ) προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της τάσης εξόδου (είσοδος του ΣΚΒ) από τον ελεγκτή ( $v_c$ ) με το κέρδος του ενισχυτή τάσης ( $K_p$ ). Επομένως η έκφραση της τάσης που επιβάλλεται στα άκρα του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή είναι της μορφής:

$$v_a = K_p v_c \quad (2-52)$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η Εξ. (2-47) στην οποία εκφράζεται η δύναμη του επενεργητή ως συνάρτηση της τάσης  $v_a$ :

$$F_{eq} = K_a v_a = K_a K_p v_c \quad (2-53)$$

Χρησιμοποιώντας την Εξ. (2-50) σε συνδυασμό με την Εξ. (2-53) σχηματίζονται τα μητρώα του χώρου κατάστασης:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_a K_p \end{bmatrix} v_c$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

Η Εξ. (2-54) αποτελεί γενική έκφραση του χώρου κατάστασης και μπορεί να εφαρμοστεί για κάθε συνάρτηση ελέγχου, αλλά μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω για την εφαρμογή του διαφορικού νόμου ελέγχου. Η σχέση μεταξύ της τάσης του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου και της τάσης εξόδου του ελεγκτή προβλέπεται από τη μαθηματική έκφραση του διαφορικού νόμου ελέγχου:

$$v_c = K_D v_s \quad (2-55)$$

Χρησιμοποιώντας τη σταθερά λειτουργίας του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου της Σχ. (2-38) προκύπτει:

$$v_c = -K_D K_s \dot{z} = -K_D K_s \dot{z}_2 \quad (2-56)$$

Από την παρατήρηση των Εξ. (2-54),(2-55),(2-56) φαίνεται ότι μέσω της ανάδρασης επιτυγχάνεται η αύξηση του φυσικού ρυθμού ιξώδους απόσβεσης, ο οποίος προσαυξάνεται λόγω της ανάδρασης από τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. Συγκεντρώνοντας τις σταθερές  $K_a, K_p, K_D, K_s$  σε μία, λαμβάνεται ο παράγοντας της ενεργού απόσβεσης  $c_a$ :

$$c_a = K_a K_p K_D K_s \quad (2-57)$$

Η επίδραση του συντελεστή  $c_a$  στην συνολική ιξώδη απόσβεση στο ΣΚΒ φαίνεται αν αντικατασταθεί η έκφραση της δύναμης στην Εξ. (2-8), σύμφωνα με τις Εξ. (2-53) και Εξ. (2-56):

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -c_a \dot{z} \quad (2-58)$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους της τελευταίας σχέσης προκύπτει:

$$m\ddot{z} + (c + c_a) \dot{z} + kz = 0 \quad (2-59)$$

ή

$$m\ddot{z} + c_{CL} \dot{z} + kz = 0 \quad (2-60\alpha)$$

όπου

$$c_{CL} = c + c_a \quad (2-60\beta)$$

Οι εξισώσεις του χώρου κατάστασης για το ΣΚΒ απλοποιούνται σε σύγκριση με την αρχική τους έκφραση χρησιμοποιώντας την Εξ. (2-60α) ως:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{c_{CL}}{m} z_2 - \frac{k}{m} z_1 \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (2-61)$$

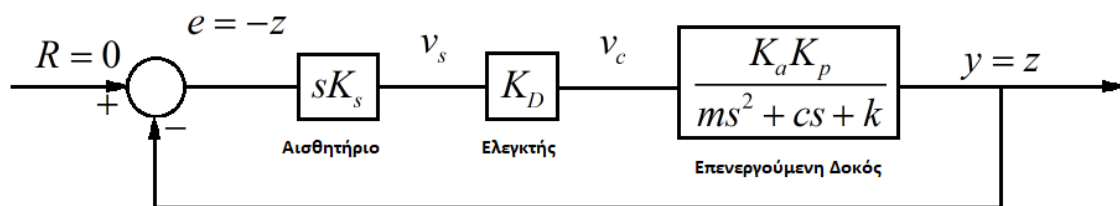
ή σε μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_{CL}}{m} & -\frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2-62\alpha)$$

και

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2-62\beta)$$

Το δομικό διάγραμμα του ΣΚΒ με τα σήματα εισόδου, εξόδου και ελέγχου για την περίπτωση του διαφορικού ελεγκτή παρουσιάζονται στο Σχήμα (2-6).



Σχήμα 2-6. Δομικό διάγραμμα Συστήματος Κλειστού Βρόχου.

### 2.3.3 Κατασκευή συναρτήσεων μεταφοράς

Μία συνάρτηση μεταφοράς (ΣΜ) αποτελεί μία αλγεβρική εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική μεταξύ δύο μεταβλητών (μεταβλητή εισόδου και μεταβλητή εξόδου). Στο πλαίσιο των υπολογισμών που πραγματοποιούνται στην παρούσα εργασία κατασκευάζονται δύο συναρτήσεις μεταφοράς:

- η ΣΜ της ισοδύναμης δύναμης του επενεργητή ( $G_{ZF}$ ): Μεταβλητή εισόδου ορίζεται η μετατόπιση  $z$  και μεταβλητή εξόδου η ισοδύναμη δύναμη του επενεργητή  $F_{eq}$

- η ΣΜ της τάσης διέγερσης του επενεργητή ( $G_{zv}$ ): Μεταβλητή εισόδου ορίζεται η μετατόπιση  $z$  και μεταβλητή εξόδου η ηλεκτρική τάση διέγερσης του επενεργητή που παράγεται από τον ενισχυτή τάσης  $v_a$ .

Η πρώτη εκ των δύο ΣΜ προκύπτει από την εφαρμογή του μετασχηματισμού Laplace στην Εξ. (2-8):

$$G_{zF} = \frac{z}{F_{eq}} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2-63)$$

και αντικαθιστώντας στη συνέχεια τη δύναμη με τη βοήθεια της Εξ. (2-47) προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ μετατόπισης – ηλεκτρικής τάσης διέγερσης του επενεργητή:

$$G_{zv} = \frac{z}{v_a} = \frac{K_a}{ms^2 + cs + k} \quad (2-64)$$

Οι δύο συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιούνται για τον πειραματικό υπολογισμό της σταθεράς του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή που πραγματοποιείται στην Ενότητα 0, χρησιμοποιώντας αρμονική διέγερση τάσης στον επενεργητή σε σύστημα ανοικτού βρόχου.

Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας το σύστημα του C-Rio αρχικά παράγεται αρμονικό σήμα γνωστού πλάτους και συχνότητας, το οποίο ενισχύεται διεγείροντας τον, ενώ παράλληλα γίνεται μέτρηση της τάσης του αισθητηρίου επενεργητή (βλ. Σχήμα (3-2)). Η τελευταία με χρήση της διαδικασίας που αναπτύσσεται στην Ενότητα 3.3.1 επιτρέπει την ακριβή εκτίμηση του πλάτους της ταλάντωσης, αφού το σήμα ηλεκτρικής τάσης του αισθητηρίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της ταχύτητας (βλ. Εξ. (2-38)) και αυτή ολοκληρούμενη για τον υπολογισμό της μετατόπισης (βλ. Εξ. (3-1) και Εξ. (3-5)). Η τιμή του μέτρου της συνάρτησης  $G_{zF}$  μπορεί εύκολα να υπολογιστεί θεωρητικά για την ίδια συχνότητα, με απλή αντικατάσταση στην Εξ. (2-63). Ο λόγος του πλάτους των δύο συναρτήσεων ισούται με τη σταθερά  $K_a$ :

$$K_a = \left. \frac{|G_{zv}|}{|G_{zF}|} \right|_{\omega = ct} \quad (2-65)$$

Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης διαδικασίας αναπτύσσονται στην Ενότητα 0.

## 3 Πειραματική διάταξη και μεθοδολογία

### 3.1 Περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας

#### 3.1.1 Σκοπός πειραμάτων

Σκοπός της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης είναι η δημιουργία ενός ΣΚΒ, ώστε να επιτευχθεί ο ενεργητικός έλεγχος της ταλάντωσης σε μία κατασκευή. Το προς έλεγχο σύστημα είναι μία λεπτότοιχη δοκός από σύνθετο υλικό και για την υλοποίηση του ελέγχου χρησιμοποιούνται δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Το πρώτο έχει το ρόλο του αισθητηρίου ενώ το δεύτερο το ρόλο του επενεργητή. Ο βρόχος κλείνει με τη βοήθεια ελεγκτή εφοδιασμένου με αναλογικές κάρτες εισόδων/εξόδων και ενισχυτή τάσης του σήματος ελέγχου εξόδου, ενώ στην πειραματική διάταξη συμπεριλαμβάνονται και λοιπές διατάξεις που χρησιμοποιούνται για τη διενέργεια μετρήσεων εκτός του βρόχου ελέγχου.

Σε θεωρητικό επίπεδο, ο σχεδιασμός και η υλοποίηση του νόμου ελέγχου απαιτούν την κατασκευή ενός αξιόπιστου και επαρκώς ακριβούς μοντέλου για όλες τις συνιστώσες του ΣΚΒ: την ταλαντούμενη κατασκευή (ελεγχόμενο σύστημα), το κομμάτι της ανάδρασης (αισθητήρια) και το κομμάτι της επενέργειας (επενεργητές). Βάσει του μαθηματικού αυτού μοντέλου μπορεί στη συνέχεια να κατασκευαστεί το δομικό διάγραμμα της διάταξης, που είναι απαραίτητο για τη θεωρητική πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος σε ανοιχτό και κλειστό βρόχο.

Δεδομένων των ανωτέρω, τα πειράματα που πραγματοποιούνται χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία αφορά σε αυτά που σκοπό έχουν την κατασκευή του μοντέλου του συστήματος. Περιλαμβάνει πειράματα στον ανοιχτό βρόχο κατά τη διάρκεια των οποίων γίνονται μετρήσεις και συλλέγονται δεδομένα, ως προς τα χαρακτηριστικά της απόκρισης της ταλαντούμενης κατασκευής και της λειτουργίας των στοιχείων της ανάδρασης και της επενέργειας. Τη δεύτερη κατηγορία αποτελούν τα πειράματα στο ΣΚΒ, όπου παρατηρούνται, καταγράφονται και μελετώνται τα χαρακτηριστικά της απόκρισης με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων για την αποτελεσματικότητα της διάταξης ελέγχου αλλά και την ακρίβεια της διαδικασίας σχεδιασμού της σε θεωρητικό και κατασκευαστικό επίπεδο.

Συνολικά στο πλαίσιο της μελέτης πραγματοποιήθηκαν τέσσερις σειρές πειραμάτων, οι τρεις στον ανοιχτό βρόχο και μια στο ΣΚΒ. Η πρώτη σειρά πειραμάτων είχε ως σκοπό την αναγνώριση των παραμέτρων του μηχανικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή και την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του νόμου ελέγχου. Η δεύτερη και η τρίτη σειρά έγινε για την πειραματική κατασκευή της καμπύλης βαθμονόμησης του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου και την χάραξη της καμπύλης λειτουργίας του επενεργητή αντίστοιχα. Η τελευταία σειρά πειραμάτων είχε ως στόχο την εξέταση των χαρακτηριστικών και της αποτελεσματικότητας του νόμου και της διάταξης ελέγχου για το ΣΚΒ. Τα συμπεράσματα και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα πειράματα συγκρίθηκαν με τις θεωρητικές προβλέψεις που εξάγονται από τη βιβλιογραφία.

#### 3.1.2 Γενική περιγραφή

##### **Μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων συναρμολογήματος από Μετρήσεις**

Η κατασκευή του ΣΚΒ για τον έλεγχο της κατασκευής απαιτεί την ύπαρξη ενός μοντέλου που περιγράφει με επαρκή ακρίβεια τη δυναμική της. Αυτό απαιτεί τον ορισμό ενός πεπερασμένου αριθμού μεταβλητών (μεταβλητές κατάστασης) και τη χρήση των φυσικών νόμων και των

εξισώσεων που τις συνδέουν. Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέγεται η δημιουργία μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων που επιτρέπει την κατασκευή χώρου κατάστασης και τη χρήση της θεωρίας των Γραμμικών Χρονικά Αμετάβλητων Συστημάτων (ΓΧΑΣ) για την προσέγγιση της δυναμικής της ταλάντωσης του συναρμολογήματος.

Ειδικότερα, δημιουργείται ένα μοντέλο δεύτερης τάξης μάζας – απόσβεσης – σταθεράς ελατηρίου ή αλλιώς δυσκαμψίας (συγκεντρωμένοι παράμετροι) που σκοπό έχει την περιγραφή της δυναμικής του ελεύθερου άκρου της δοκού. Οι τρεις αυτές παράμετροι προσδιορίζονται πειραματικά από μετρήσεις στο σύστημα ανοιχτού βρόχου.

Το πρώτο πείραμα αφορά στον προσδιορισμό της σταθεράς ελατηρίου ( $k$ ). Η συγκεκριμένη προκύπτει από την κατασκευή του διαγράμματος δύναμης – βέλους κάμψης σε στατική φόρτιση. Το συναρμολόγημα τοποθετείται σε οριζόντια θέση και αναρτώνται από το ελεύθερο άκρο του αντικείμενα με γνωστή μάζα με τη βοήθεια νήματος. Αυξάνοντας προοδευτικά το βάρος των αντικειμένων και μετρώντας για κάθε τιμή του το βέλος κάμψης κατασκευάζεται το επιθυμητό διάγραμμα. Η μέτρηση του βέλους κάμψης γίνεται με τη βοήθεια ειδικής οπτικής διάταξης και διαδικασίας που χαρακτηρίζεται από υψηλή ακρίβεια. (βλ. Ενότητα 3.3.2).

Στη συνέχεια γίνεται χρήση της θεωρίας γραμμικών συστημάτων δεύτερης τάξης και της οπτικής διάταξης για τον υπολογισμό των υπολοίπων δύο παραμέτρων. Η δοκός εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ώστε να εκτελέσει μία αποσβενύμενη ταλάντωση, ενώ η απόκριση του ελεύθερου άκρου καταγράφεται με τη βοήθεια κάμερας υψηλής ταχύτητας. Τα πειραματικά αποτελέσματα που καταγράφονται αναμένεται να προσεγγίζουν τη μορφή της θεωρητικής συνάρτησης της απόκρισης αν εφαρμοστούν οι ίδιες αρχικές συνθήκες και γίνει κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων. Με τον τρόπο αυτό και έχοντας την τιμή και της σταθεράς ελατηρίου μπορούν να υπολογιστούν μονοσήμαντα και οι υπόλοιπες δύο σταθερές του μοντέλου. Η διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά στην Ενότητα 2.1.1.

### **Μετρήσεις για πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο**

Το μέγεθος που μετράται από το αισθητήριο είναι ο ρυθμός παραμόρφωσης στο σημείο που επικολλάται. Με χρήση κατάλληλης ανάλυσης αποδεικνύεται ότι υπό τις συνθήκες (συχνότητα και πλάτος) ταλάντωσης σε ανοικτό και κλειστό βρόχο το μέγεθος αυτό συνδέεται γραμμικά με την ταχύτητα του ελεύθερου άκρου, μίας από τις μεταβλητές κατάστασης. Η ταχύτητα μπορεί να μετρηθεί με τη βοήθεια οπτικής μετρητικής διάταξης, ενώ η ηλεκτρική τάση στην έξοδο του αισθητηρίου καταγράφεται ταυτόχρονα από την αναλογική κάρτα εισόδων του ελεγκτή. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από τις δύο ταυτόχρονες καταγραφές μπορεί να σχεδιαστεί η καμπύλη που συνδέει την ανεξάρτητη (ταχύτητα) με την εξαρτημένη (ηλεκτρική τάση) μεταβλητή, δηλαδή τη χαρακτηριστική καμπύλη του αισθητηρίου.

Το πείραμα προσδιορισμού της χαρακτηριστικής καμπύλης βασίζεται στην καταγραφή και την αντιπαραβολή δύο γραφημάτων: τις χρονοσειρές της ταχύτητας και της ηλεκτρικής τάσης. Αυτές προκύπτουν από την πραγματοποίηση πειραμάτων στη διάταξη ανοικτού βρόχου. Κατόπιν του συγχρονισμού των χρονοσειρών, μπορούν να ληφθούν ζεύγη ταχύτητας και τάσης, ώστε να προκύψει ένα νέο διάγραμμα. Πραγματοποιώντας γραμμική παρεμβολή μεταξύ των ζευγών που έχουν επιλεγεί, υπολογίζεται η σταθερά αναλογίας ταχύτητας – ηλεκτρικής τάσης (βλ. Ενότητα 4.1.3). Έπειτα τα αποτελέσματα μπορούν να συγκριθούν με τα θεωρητικά. Επιπλέον, αφού υπάρχει εξίσωση μετατροπής της ηλεκτρικής τάσης σε ταχύτητα, μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για τα χαρακτηριστικά της απόκρισης ως

προς τις δύο μεταβλητές κατάστασης (η θέση προκύπτει από την ολοκλήρωση της ταχύτητας) χωρίς τη χρήση της κάμερας υψηλής ταχύτητας.

### **Μετρήσεις για πιεζοηλεκτρικό επενεργητή**

Ο πιεζοηλεκτρικός επενεργητής λειτουργεί ως μεταλλάκτης συνδέοντας την ηλεκτρική με τη μηχανική ενεργειακή περιοχή και μετατρέποντας την ηλεκτρική τάση στα άκρα του σε μηχανική παραμόρφωση, η οποία εν τέλει μεταφέρεται ως ισοδύναμη δύναμη στο ελεύθερο άκρο της δοκού. (βλ. Ενότητα 2.2.1). Η δύναμη αυτή αποτελεί είσοδο στο μηχανικό σύστημα του συναρμολογήματος, επιδρώντας στη δυναμική του. Σύμφωνα με τη χρησιμοποιούμενη μεθοδολογία ο συσχετισμός της ηλεκτρικής τάσης εισόδου και της συγκεντρωμένης δύναμης στη σύστημα συγκεντρωμένων παραμέτρων είναι γραμμική. Ο προσδιορισμός της σταθεράς αναλογίας μεταξύ των δύο μεγεθών γίνεται με τη βοήθεια πειραμάτων σε σύστημα ανοιχτού βρόχου. Τα συγκεκριμένα πειράματα περιλαμβάνουν τη χρήση του ελεγκτή για την δημιουργία αρμονικών διεγέρσεων. Το σήμα εξόδου(σήμα ηλεκτρικής τάσης) ενισχύεται και εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια του επενεργητή, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη αρμονικών φορτίων και απόκρισης του ελεύθερου άκρου του συναρμολογήματος. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων (με γνωστή συνάρτηση μεταφοράς) και τα σήματα εισόδου και εξόδου μπορεί να υπολογιστεί το κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς οπότε και η σταθερά αναλογίας δύναμης – ηλεκτρικής τάσης για τον επενεργητή (βλ. Ενότητα 2.3.3).

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των παραμέτρων του μοντέλου του επενεργητή απαιτεί τη γνώση δύο μεγεθών: της ηλεκτρικής τάσης εξόδου από τον ενισχυτή και της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου της δοκού. Το πρώτο είναι άμεσα διαθέσιμο αφού η τάση διέγερσης επιλέγεται εξ' αρχής, υπό την προϋπόθεση ότι δεν υφίσταται κορεσμό ο ενισχυτής. Το δεύτερο μπορεί να μετρηθεί(ή υπολογιστεί με δύο τρόπους). Ο άμεσος τρόπος είναι μέσω της χρήσης της οπτικής διάταξης που καταγράφει άμεσα τη θέση του άκρου της δοκού. Η δεύτερη μέθοδος εμπλέκει το πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο, το οποίο παράγει ηλεκτρικό σήμα ταχύτητας. Το τελευταίο μπορεί να ολοκληρωθεί με σκοπό τον προσδιορισμό της θέσης. Πειράματα πραγματοποιούνται χρησιμοποιώντας και τις δύο μεθοδολογίες.

### **Μετρήσεις σε Σύστημα Κλειστού Βρόχου (ΣΚΒ)**

Σκοπός της κατασκευής του ΣΚΒ είναι η μείωση του χρόνου της ταλάντωσης του συναρμολογήματος όταν αυτό εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του, μέσω της εφαρμογής διαφορικού νόμου ελέγχου. Έξοδος του συστήματος θεωρείται η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της δοκού ενώ η ανάδραση είναι στην ταχύτητά του. Ο έλεγχος υλοποιείται μέσω ενός ντετερμινιστικού βρόχου ελέγχου με τη βοήθεια λειτουργικού συστήματος πραγματικού χρόνου και κατάλληλου υλικού (hardware). Τα χαρακτηριστικά της απόκρισης του ΣΚΒ μπορούν να προβλεφθούν βάσει του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων και έχοντας προσδιορίσει με ακρίβεια τον τρόπο λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, αφού αυτά επιτρέπουν την κατασκευή του χώρου κατάστασης και τη χρήση υπολογιστικών και αναλυτικών εργαλείων για το σκοπό αυτό. Επιπλέον, καταγράφοντας σε αρχεία τα εσωτερικά σήματα του βρόχου ελέγχου μπορεί να γίνει αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της διάταξης και σύγκριση της θεωρίας με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Σκοπός της διάταξης ελέγχου είναι η μεγιστοποίηση του ρυθμού αφαίρεσης της μηχανικής ενέργειας του συναρμολογήματος μέσω της εφαρμογής δυνάμεων από τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. Ο διαφορικός έλεγχος έχει μία μοναδική παράμετρο, το κέρδος του διαφορικού όρου. Ο χρόνος αποκατάστασης της ταλάντωσης αναμένεται να γίνει μικρότερος όσο το

κέρδος αυξάνεται, μέχρι ενός ορίου. Το όριο αυτό μπορεί να προκύψει από τρεις παράγοντες: την εισαγωγή του συστήματος σε περιοχή αστάθειας λόγω των δομικών χαρακτηριστικών του, την εισαγωγή σε περιοχή αστάθειας οφειλόμενη στον ηλεκτρικό θόρυβο ή τον κορεσμό του ενισχυτή που τροφοδοτεί τον επενεργητή. Για το λόγο αυτό γίνεται πειραματική διερεύνηση αναφορικά με την τιμή του κέρδους που επιτυγχάνει τα βέλτιστα χαρακτηριστικά στην απόκριση του ΣΚΒ (βλ. Ενότητα 4.1.5).

Στο πλαίσιο της συγκεκριμένης μελέτης πραγματοποιείται μία σειρά δέκα πειραμάτων στο ΣΚΒ, με κλιμακωτά αυξανόμενη τιμή του διαφορικού κέρδους, μέχρι μίας μέγιστης. Η μέγιστη αυτή τιμή προσδιορίζεται παρατηρώντας τα χαρακτηριστικά της απόκρισης, αφού από ένα σημείο κι έπειτα, η αύξηση του κέρδους συνεπάγεται την αύξηση του χρόνου αποκατάστασης, το αντίθετο δηλαδή από το επιθυμητό. Επεξεργαζόμενοι τις καταγραφές των σημάτων ελέγχου κατασκευάζονται διαγράμματα που συνοψίζουν την απόδοση και τα χαρακτηριστικά της απόκρισης. Τα αποτελέσματα αξιολογούνται και σχολιάζονται.

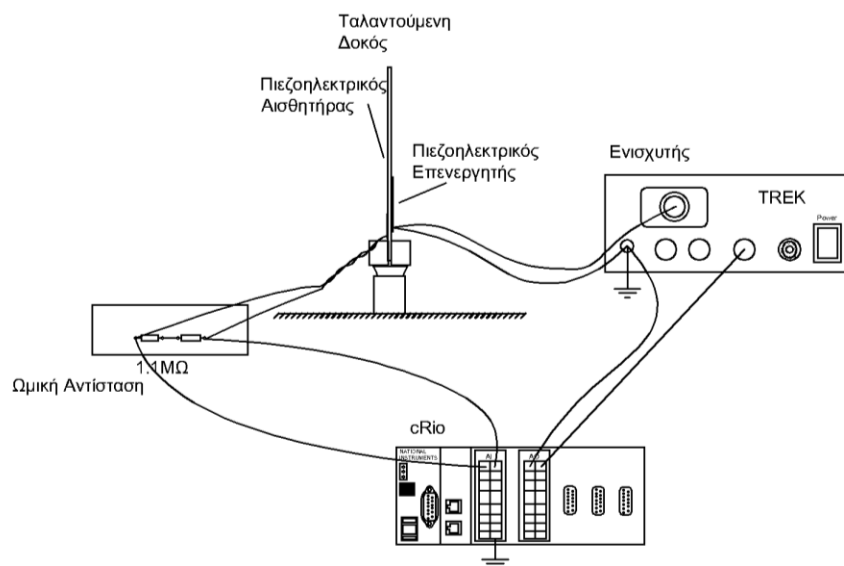
### 3.2 Στοιχεία πειραματικής διάταξης

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης πραγματοποιήθηκαν σειρές πειραμάτων με σκοπό είτε τη λήψη μετρήσεων και τη συλλογή δεδομένων, είτε τον έλεγχο της ταλάντωσης μιας κατασκευής σε πραγματικό χρόνο. Επομένως, η πλήρης πειραματική διάταξη περιλαμβάνει εκτός από την ίδια την κατασκευή, τα απαραίτητα στοιχεία για την υλοποίηση του ΣΚΒ, αλλά και τις λοιπές βοηθητικές και μετρητικές διατάξεις. Πραγματοποιήθηκαν σειρές πειραμάτων στο σύστημα ανοικτού και κλειστού βρόχου και ο εξοπλισμός χρησιμοποιήθηκε σε κάθε περίπτωση επιλεκτικά, ανάλογα με τις συνθήκες του κάθε πειράματος. Ειδικότερα το σύνολο των στοιχείων της διάταξης αποτελούν:

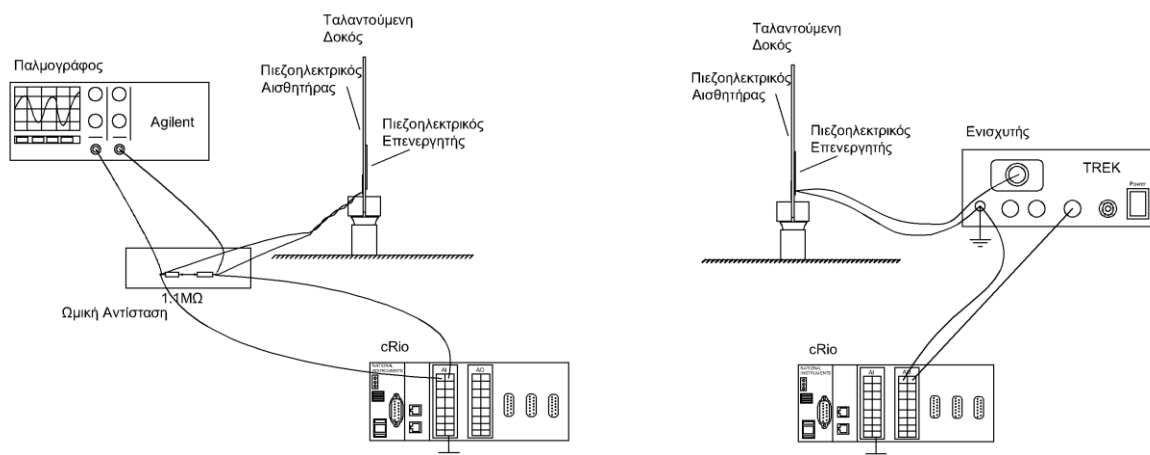
- το ταλαντούμενο συναρμολόγημα, αποτελούμενο από δοκό και πιεζοηλεκτρικά επιθέματα
- το κύκλωμα δειγματοληψίας αποτελούμενο από αγωγούς και ωμικές αντιστάσεις
- ελεγκτής εφοδιασμένος με αναλογικές κάρτες εισόδου/εξόδου
- ενισχυτής τάσης
- παλμογράφος
- δύο(2) ηλεκτρονικοί υπολογιστές
- οπτική διάταξη για τη μέτρηση της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου της δοκού, αποτελούμενη από ειδική φωτιζόμενη κατασκευή και κάμερα υψηλής ταχύτητας

Στο Σχήμα (2-1) παρουσιάζεται μία σχηματική αναπαράσταση των συνιστωσών του ΣΚΒ. Αυτό αποτελείται από το ελεγχόμενο σύστημα (συναρμολόγημα), τον ελεγκτή με τις κάρτες εισόδων/εξόδων, το κύκλωμα δειγματοληψίας που συνδέει ηλεκτρικά τον πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα με την κάρτα εισόδων, τον ενισχυτή και όλες τις απαραίτητες ηλεκτρικές συνδέσεις. Η συγκεκριμένη διάταξη επιτρέπει τον έλεγχο της ταλάντωσης και την ταυτόχρονη καταγραφή των εσωτερικών σημάτων ελέγχου προς επεξεργασία και αξιολόγηση. Στο Σχήμα (3-1) φαίνονται δύο επιμέρους διατάξεις που αφορούν σε συστήματα ανοικτού βρόχου και αποτελούν τμήμα της συνολικής διάταξης. Η πρώτη διάταξη περιλαμβάνει μόνο το τμήμα που είναι υπεύθυνο για την καταγραφή του σήματος του αισθητηρίου(κομμάτι ανάδρασης ΣΚΒ), ενώ η δεύτερη διάταξη περιλαμβάνεται μόνο το τμήμα που είναι υπεύθυνο για την επενέργηση. Οι δύο διατάξεις του συστήματος ανοικτού βρόχου χρησιμοποιούνται για πειράματα που σκοπό έχουν την πραγματοποίηση μετρήσεων, αλλά όχι τον έλεγχο της

κατασκευής. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων αυτών μπορεί να γίνεται ταυτόχρονη χρήση του παλμογράφου ή/και της οπτικής διάταξης.



**Σχήμα 3-1.** Σχηματική αναπαράσταση των στοιχείων του συστήματος κλειστού βρόχου.



**Σχήμα 3-2.** Σχηματική αναπαράσταση των στοιχείων του συστήματος ανοικτού βρόχου. Αριστερά: τμήμα της ανάδρασης. Δεξιά: τμήμα επενέργησης.

### 3.2.1 Συναρμολόγημα

Το κεντρικό στοιχείο της πειραματικής διάταξης είναι η προς έλεγχο ταλαντούμενη κατασκευή, η οποία αποτελείται από μία δοκό κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό και δύο επικολημένα σε αυτήν πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Το υλικό του πρώτου επιθέματος είναι πιεζοπολυμερές και χρησιμοποιείται ως αισθητήριο της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου της δοκού. Το υλικό κατασκευής του δεύτερου επιθέματος είναι πιεζοκεραμικό ενθυλακωμένο σε θερμοπλαστικό και έχει το ρόλο του επενεργητή. Οι μηχανικές ιδιότητες είναι γνωστές για όλα τα στοιχεία του συναρμολογήματος. Το ίδιο ισχύει και για τις πιεζοηλεκτρικές παραμέτρους των επιθεμάτων. Αυτό επιτρέπει τη δημιουργία θεωρητικών μοντέλων για όλες τις συνιστώσες του ΣΚΒ και τα αποτελέσματά τους μπορούν να συγκριθούν με τα αντίστοιχα πειραματικά, βοηθώντας στην εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς την ακρίβεια των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν.

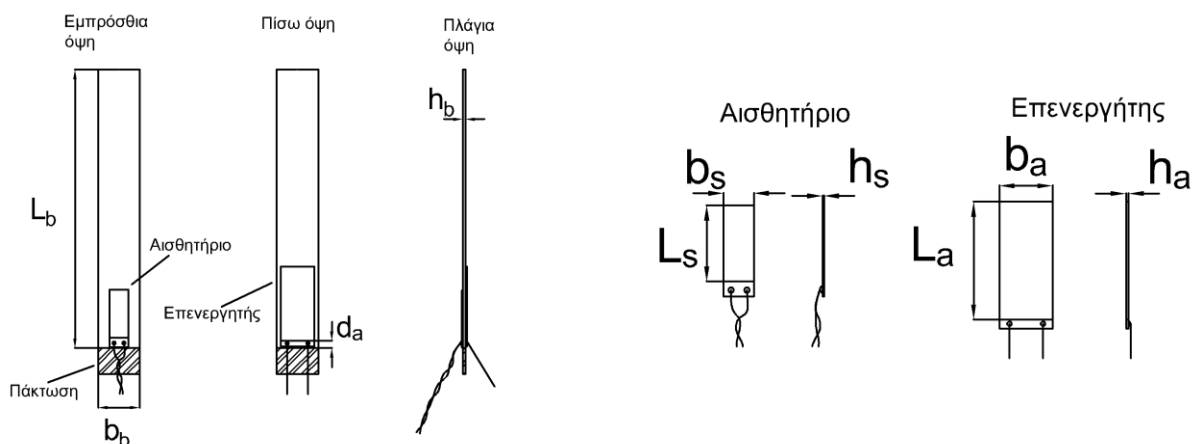


## Δοκός

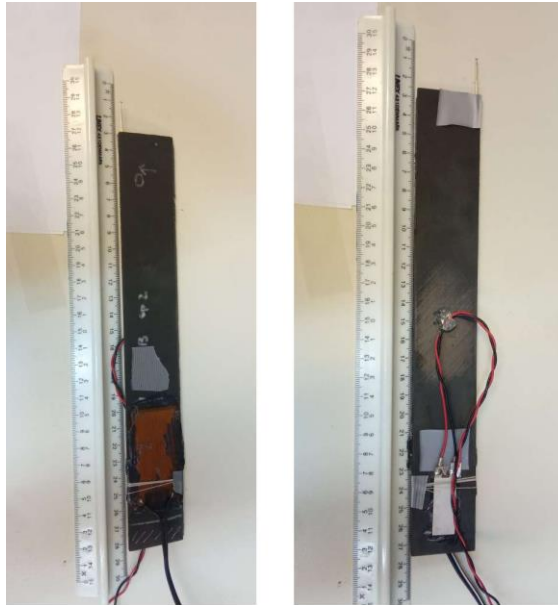
Η δοκός αποτελεί το τμήμα του συναρμολογήματος που συνεισφέρει στο μεγαλύτερο βαθμό στον καθορισμό των παθητικών χαρακτηριστικών της δυναμικής του κατά την ταλάντωση, αφού έχει ενεργό διατομή τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από τα δύο επιθέματα. Είναι κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό (ανθρακόνημα σε εποξική ρυτίνη), και ως προς τη γεωμετρία της έχει μικρό πάχος και το μήκος της είναι πολύ μεγαλύτερο από το πάχος της. Το γεγονός αυτό καθιστά σχετικά εύκολη τη μοντελοποίησή της, αφού η δυναμική των λεπτότοιχων δοκών είναι καλά μελετημένη, υπάρχει πλούσια βιβλιογραφία και αναλυτικά εργαλεία για την περιγραφή της ταλάντωσής τους.

Το ανθρακόνημα είναι ένα υλικό που αναπτύχθηκε στο δεύτερο μισό του εικοστού αιώνα με αρχική εφαρμογή στην αεροναυπηγική. Χαρακτηρίζεται από μεγάλη στιβαρότητα και αντοχή, αλλά και μικρό ειδικό βάρος. Οι κατασκευές από ανθρακόνημα είναι εν γένει ανισότροπες και ο συντελεστής ανισοτροπίας εξαρτάται από τον προσανατολισμό των ινών στο εσωτερικό τους. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή ωστόσο (περίπτωση δοκού) θεωρείται ότι η ορθή παραμόρφωση που αναπτύσσεται κατά τη διεύθυνση του μήκους είναι πολύ μεγαλύτερη από τις παραμορφώσεις στις άλλες διευθύνσεις. Δεδομένου ότι η διαστρωμάτωση  $[-45/45/90_2/0/90]_s$  της δοκού υπό μελέτη περιλαμβάνει και στρώσεις υπό γωνία σε σχέση με το μήκος της δοκού, απαιτείται ο υπολογισμός της αντίστοιχης ισοδύναμης δυσκαμψίας μέσω μεθοδολογίας που υπάρχει στη βιβλιογραφία [9].

Όπως φαίνεται στο Σχήμα (3-5) το συναρμολόγημα πακτώθηκε στη μία άκρη και πολύ κοντά στο σημείο αυτό επικολλήθηκαν τα επιθέματα. Το σημείο κόλλησης των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων επιλέχθηκε για λειτουργικούς λόγους και σχετίζεται με το γεγονός ότι υπό τις συνθήκες που πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα εκεί παρουσιαζόταν η μέγιστη παραμόρφωση. Η θέση αυτή κρίνεται ως επωφελής και στην περίπτωση του αισθητηρίου αλλά και του επενεργητή για διαφορετικούς λόγους. Στην πρώτη περίπτωση η τοποθέτηση στο σημείο με τις μέγιστες παραμορφώσεις εξασφαλίζεται η λήψη καθαρότερων ηλεκτρικών μετρήσεων, αφού ο λόγος του πλάτους του σήματος ως προς τον θόρυβο είναι ο μέγιστος. Στη δεύτερη περίπτωση επιτρέπει τη μεγιστοποίηση του ρυθμού απόσβεσης ανά περίοδο ταλάντωσης.



Σχήμα 3-3. Σχηματική αναπαράσταση του συναρμολογήματος και της τοπολογίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Αριστερά: Συναρμολόγημα. Δεξιά: Επιθέματα.



**Σχήμα 3-4.** Συναρμολόγημα αποτελούμενο από τη λεπτότοιχη δοκό κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό και τα επικολλημένα σε αυτήν πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Αριστερά: κοντά στο κάτω άκρο της δοκού φαίνεται το επίθεμα του επενεργητή. Δεξιά: κοντά στο κάτω άκρο της δοκού φαίνεται το επίθεμα του αισθητηρίου.



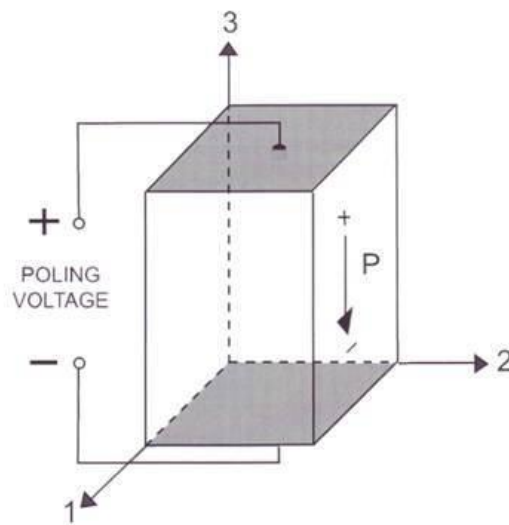
**Σχήμα 3-5.** Πάκτωση συναρμολογήματος με τη βοήθεια μέγγενης. Τα επιθέματα είναι τοποθετημένα κοντά στην πάκτωση όπου οι παραμορφώσεις είναι οι μέγιστες.

Όπως έχει αναφερθεί, ο σχεδιασμός και η αξιολόγηση του νόμου ελέγχου γίνεται μέσω της κατασκευής μοντέλου. Η διαδικασία αυτή είναι απλή για τη δοκό αλλά περιπλέκεται αν υπολογιστεί θεωρητικά η συνεισφορά των επιθεμάτων στην καμπτική δυσκαμψία του συναρμολογήματος και στη θέση του ουδέτερου άξονα. Για το λόγο αυτό γίνεται η απλουστευτική παραδοχή ότι οι παθητικές μηχανικές ιδιότητες της δοκού δε μεταβάλλονται από την κόλληση των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων. Η παραδοχή αυτή είναι λογική αν ληφθεί υπόψιν ότι το ενεργό εμβαδό διατομής των επιθεμάτων είναι πολύ μικρότερο από αυτό της δοκού.

## Πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Η ανακάλυψη του πιεζοηλεκτρισμού έγινε για πρώτη φορά το 1880, παρατηρώντας τη συμπεριφορά φυσικών υλικών. Το πιο γνωστό φυσικό πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι ο χαλαζίας(quartz), ενώ άλλα υλικά είναι το αλάτι Rochelle, ο τουρμαλίνης(tourmaline), το ζαχαροκάλαμο και μία σειρά βιολογικών ιστών και οργάνων όπως οι τένοντες και τα οστά. Οι πρώτες παρατηρήσεις αφορούσαν στο ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, την ανάπτυξη δηλαδή ηλεκτρικού δυναμικού ως αποτέλεσμα της μηχανικής φόρτισης των εν λόγω υλικών. Στη συνέχεια έγινε η παρατήρηση και η διατύπωση του αντιστρόφου φαινομένου. Έκτοτε η συγκεκριμένη συμπεριφορά έχει μελετηθεί εκτενώς, έχουν διατυπωθεί μαθηματικά μοντέλα που την περιγράφουν με ακρίβεια και έχουν κατασκευαστεί πολλά τεχνητά πιεζοηλεκτρικά υλικά με πληθώρα τεχνολογικών εφαρμογών.

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά βρίσκουν εφαρμογή στις κατασκευές ως αισθητήρια και ως επενεργητές, αξιοποιώντας το ευθύ και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα γίνεται χρήση της ιδιότητάς τους να λειτουργούν ως μετασχηματιστές ή μεταλλάκτες, συνδέοντας δύο ενεργειακές περιοχές: τη μηχανική και την ηλεκτρική. Στην περίπτωση των αισθητήριων, η ανάπτυξη πεδίου παραμορφώσεων εντός του πιεζοηλεκτρικού υλικού έχει σαν συνέπεια την ανάπτυξη ηλεκτρικού πεδίου και δυναμικού. Στην περίπτωση των επενεργητών, η εφαρμογή ηλεκτρικής τάσης κατά τη διεύθυνση της πόλωσης του υλικού έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση παραμορφώσεων, οι οποίες οδηγούν στην ανάπτυξη μηχανικών τάσεων με τρόπο που εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες και τους κινηματικούς περιορισμούς.



**Σχήμα 3-6.** Η σύμβαση των αξόνων και το φαινόμενο της πόλωσης στα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Η πόλωση εμφανίζεται κατά τη διεύθυνση του πάχους.

## Αισθητήριο

Το πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο στη συγκεκριμένη εφαρμογή είναι κατασκευασμένο από πιεζοπολυμερές(polyvinylidene difluoride - PVDF). Ο τρόπος με τον οποίον συνδέεται μηχανικά και ηλεκτρικά στη δοκό του έχει σαν αποτέλεσμα το ηλεκτρικό δυναμικό που παράγει κατά την ταλάντωση της δοκού να είναι ανάλογο του ρυθμού παραμόρφωσης. Αυτό επιτρέπει τη χρήση του ως αισθητηρίου ταχύτητας στον ανοιχτό και τον κλειστό βρόχο, αφού πρώτα πραγματοποιηθούν πειράματα για την κατασκευή της χαρακτηριστικής καμπύλης λειτουργίας του.

Θεωρητικά η λειτουργία επιθέματος ως αισθητηρίου μπορεί να επιτευχθεί ανεξαρτήτως της θέσης της κόλλησής του κατά μήκος της δοκού. Ωστόσο πρακτικά η ιδανική θέση είναι κοντά στο σημείο της πάκτωσης, αφού εκεί οι παραμορφώσεις λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους και κατά συνέπεια το σήμα έχει το μέγιστο πλάτος. Αυτό επιτρέπει την ευκολότερη κατασκευή φίλτρου για την αφαίρεση του θορύβου στην επεξεργασία του σήματος ανοιχτού βρόχου και τα καλύτερα χαρακτηριστικά απόκρισης στο ΣΚΒ όπου δεν υπάρχει αποθρομβοποίηση. Επίσης αναφορικά με τη διάταξη, επειδή η σύνδεση των ηλεκτροδίων με το κύκλωμα δειγματοληψίας μέσω καλωδίων έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη δυνάμεων που τείνουν να αποκολλήσουν το αισθητήριο, λαμβάνεται ειδική μέριμνα για να μη συμβαίνει αυτό. Ειδικότερα, τα καλώδια επικολλώνται επάνω στη δοκό σε σημείο και με τρόπο που δεν επηρεάζει τη δυναμική της ταλάντωσης ούτε τη μεταφορά του σήματος, ώστε το τμήμα μεταξύ της κόλλησης και των ηλεκτροδίων να είναι ελεύθερο μηχανικών τάσεων και όλες τις δυνάμεις να τις λαμβάνει η κόλληση (Σχήμα 3-4). Οι διαστάσεις και η θέση κόλλησης του αισθητηρίου φαίνονται στο Σχήμα (3-3), ενώ το ίδιο το επίθεμα στο Σχήμα (3-7).



**Σχήμα 3-7. Το πιεζοηλεκτρικό επιθέματα που χρησιμοποιούνται στο συναρμολόγημα. Αριστερά: Αισθητήριο κατασκευασμένο από πιεζοπολυμερές(PVDF). Δεξιά: Επενεργητής κατασκευασμένος από πιεζοκεραμικό(PIC 255).**

### **Επενεργητής**

Το επίθεμα του επενεργητή είναι κατασκευασμένο από πιεζοκεραμικό υλικό (lead zirconate titanate – PZT PIC 255) ενθυλακωμένο σε πολυαμίδιο. Ο επενεργητής έχει πολύ μεγαλύτερη τάση λειτουργίας(ανάπτυξη μέγιστων μηχανικών τάσεων για διέγερση με τάση εκατοντάδων Volts). Για το λόγο αυτό γίνεται διέγερσή του με ενισχυτή τάσης σχεδιασμένο για τέτοιου είδους εφαρμογές. Η επιβολή της διέγερσης έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη ροπής κάμψης, ανάλογης της ηλεκτρικής τάσης πόλωσης και της απόστασης του μέσου του αισθητήρα κατά το πάχος του από τον ουδέτερο άξονα της δοκού. Η σταθερά που συνδέει τη ροπή αυτή υπολογίζεται και πειραματικά.

Η θέση κόλλησης του επιθέματος του επενεργητή στη δοκό είναι κοντά στο σημείο της πάκτωσης, οπότε για δεδομένη παραμόρφωση επιτυγχάνεται το μέγιστο βέλος κάμψης στο άκρο του συναρμολογήματος. Οι διαστάσεις και η θέση κόλλησης του αισθητηρίου φαίνονται στο Σχήμα (3-3), ενώ το ίδιο το επίθεμα στο Σχήμα (3-7).

**Πίνακας 3-1. Διαστάσεις στοιχείων του συναρμολογήματος.**

Στοιχείο	Διάσταση	Σύμβολο	Τιμή [mm]
Δοκός	Μήκος	$L_b$	230
	Πλάτος	$b_b$	35
	Πάχος	$h_b$	2
Αισθητήριο	Μήκος	$L_s$	40
	Πλάτος	$b_s$	28
	Πάχος	$h_s$	0.04
Επενεργητής	Μήκος	$L_a$	62
	Πλάτος	$b_a$	28
	Πάχος	$h_a$	0.1

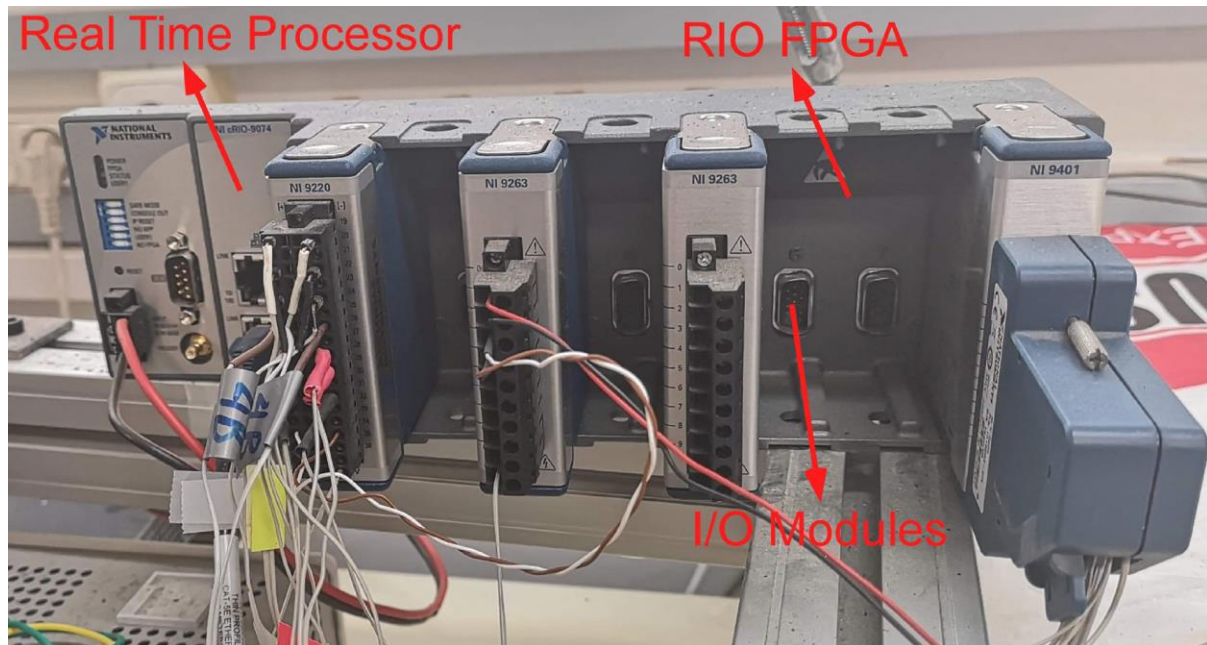
**Πίνακας 3-2. Μηχανικές ιδιότητες στοιχείων του συναρμολογήματος.**

Στοιχείο	Σύμβολο	Μέτρο Ελαστικότητας	Πυκνότητα	Ροπή Αδράνειας Διατομής
Δοκός	$E_{1,b}$	39.8 GPa	1550 kg/m <sup>3</sup>	$2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
Αισθητήριο	$E_{1,s}$	3.0 GPa	-	-
Επενεργητής	$E_{1,a}$	62.1 GPa	-	-

### 3.2.2 Ελεγκτής και κάρτες εισόδου/εξόδου

Η πραγματοποίηση των μετρήσεων και των πειραμάτων στον ανοικτό και στο κλειστό βρόχο βασίζονται στο ενσωματωμένο σύστημα compact-RIO 9074(cRIO 9074) της εταιρείας National Instruments. Το συγκεκριμένο σύστημα προορίζεται για εφαρμογές ελέγχου και μετρήσεων υψηλών απαιτήσεων, γεγονός που το καθιστά ιδανικό για τη συγκεκριμένη εφαρμογή, όπου απαιτείται ταχύτητα και ακρίβεια στην υλοποίηση του ΣΚΒ αλλά και κατά τη διαδικασία των μετρήσεων. Η διαχείριση των πόρων του συστήματος γίνεται εσωτερικά από Λειτουργικό Σύστημα (ΛΣ) πραγματικού χρόνου (Real-time Operating System - RTOS), αλλά ο προγραμματισμός του και η διεπαφή με το χρήστη γίνεται μέσω φιλικού γραφικού περιβάλλοντος της ίδιας εταιρείας (NI LabVIEW Real Time και FPGA). Το γεγονός αυτό δίνει τη δυνατότητα της υλοποίησης ντετερμινιστικού βρόχου ελέγχου, με μικρό χρόνο για την ανάπτυξη του λογισμικού, χωρίς την απαίτηση ειδικών γνώσεων σε επίπεδο προγραμματισμού και λεπτομερειών ως προς τον τρόπο λειτουργίας του υλικού (hardware). Το πλαίσιο του συστήματος ενσωματώνει τον ελεγκτή, τις θύρες επικοινωνίας με τον εργαστηριακό Η/Υ και το εγκατεστημένο λογισμικό διεπαφής και τις αναλογικές κάρτες εισόδου/εξόδου. Από άποψη αρχιτεκτονικής ο ελεγκτής διαθέτει δύο διακριτές λογικές/υπολογιστικές μονάδες: έναν επεξεργαστή και μία μονάδα FPGA (field programmable gate array). Ο προγραμματισμός και των δύο γίνεται σε κοινό περιβάλλον μέσω χρήσης κοινού Η/Υ. Η επικοινωνία μεταξύ του ελεγκτή με τον Η/Υ γίνεται μέσω θύρας Ethernet και είναι

εντελώς αδιαφανής από τη μεριά του χρήστη, αφού η διαχείριση γίνεται αυτοματοποιημένα από το λειτουργικό σύστημα του cRIO και το λογισμικό που παρέχεται από τον κατασκευαστή. Το πλαίσιο του cRIO διαθέτει πληθώρα συνδέσεων για βιομηχανικές κάρτες συλλογής δεδομένων και γίνεται χρήση δύο εξ' αυτών για τη σύνδεση των αναλογικών καρτών εισόδου/εξόδου. Η απεικόνιση της γενικής διάταξη του ενσωματωμένου συστήματος cRIO γίνεται στο Σχήμα (3-8).



**Σχήμα 3-8.** Ενσωματωμένο σύστημα compact-RIO 9074 της National Instruments που χρησιμοποιείται για τη λήψη ηλεκτρικών μετρήσεων και την υλοποίηση του ΣΚΒ.

### Ελεγκτής

Το cRIO είναι ένα ολοκληρωμένο σύστημα καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων κατάλληλο για εργαστηριακή και βιομηχανική χρήση. Ενσωματώνει δυνατότητες συλλογής και διαχείρισης δεδομένων καθώς και υλοποίηση πληθώρας πρωτοκόλλων επικοινωνίας, κάνοντας χρήση πολλαπλών εργαλείων σε επίπεδο λογισμικού, ώστε να μπορεί να προσαρμόζεται με ταχύτητα και ευκολία στις ανάγκες της κάθε εφαρμογής. Στην καρδιά του συστήματος αυτού βρίσκεται ο ελεγκτής, ο οποίος είναι υπεύθυνος για την αξιοποίηση του υλικού και την εκτέλεση των προγραμμάτων που κατασκευάζονται από τον τελικό χρήστη. Σε επίπεδο χρήστη εν γένει, αλλά και για την ειδική εφαρμογή της παρούσας εργαστηριακής μελέτης, απαιτείται η βασική κατανόηση της αρχιτεκτονικής του, ώστε να δίνεται η δυνατότητα αξιοποίησής του κατά τον προγραμματισμό. Ο ελεγκτής αποτελείται σε επίπεδο υλικού από έναν ψηφιακό επεξεργαστή, μία μονάδα FPGA, μονάδες προσωρινής και μόνιμης μνήμης, ενώ σε επίπεδο λογισμικού από λειτουργικό σύστημα πραγματικού χρόνου και τα απαραίτητα υποπρογράμματα που είναι απαραίτητα για τη διαχείριση του υλικού και των επικοινωνιών.

Οι λογικές και μαθηματικές διαδικασίες που συνθέτουν τα προγράμματα του χρήστη πραγματοποιούνται από τον ψηφιακό επεξεργαστή και τη μονάδα FPGA, οι οποίοι προγραμματίζονται στο ίδιο γραφικό περιβάλλον και οι δυνατότητές τους παρουσιάζουν μερική αλληλοεπικάλυψη. Ωστόσο τα δύο αυτά μέρη είναι κατασκευασμένα να επιτελούν διαφορετικές λειτουργίες αποδοτικά και αποτελεσματικά. Εν συντομία, ο επεξεργαστής χαρακτηρίζεται από την ικανότητα να εκτελεί προγράμματα. Δεδομένου αυτού χαρακτηρίζεται από την ευελιξία, την ευκολία και την ταχύτητα ως προς την ανάπτυξη του λογισμικού του.



Επιπλέον ο χρόνος μεταγλώττισης (compilation) του πηγαίου κώδικα (source code) σε εκτελέσιμο πρόγραμμα σε γλώσσα μηχανής(machine language) είναι μικρός. Ωστόσο στερείται στην ταχύτητας εκτέλεσης των προγραμμάτων (η εκτέλεση των οποίων γίνεται σειριακά) και στη δυσκολία ελέγχου του χρόνου διάρκειας του κάθε κύκλου προγράμματος, μίας απαραίτητης προϋπόθεσης για την κατασκευή ντετερμινιστικών βρόχων ελέγχου. Από την άλλη πλευρά, η μονάδα FPGA αποτελεί ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα, ο τρόπος λειτουργίας του οποίου προσμοιάζει αυτόν των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων ειδικής χρήσης (application-specific integrated circuits- ASICs). Τα κυκλώματα FPGA μπορούν να επιτελούν όλες τις λειτουργίες που επιτελούν τα ASICs, με τη διαφορά ότι είναι επαναδιαμορφώσιμα, οπότε μπορούν να μεταβάλλουν τη λειτουργικότητά τους ακόμα και μετά την ολοκλήρωση της κατασκευής τους. Το βασικό πλεονέκτημά τους σε σύγκριση με τον ψηφιακό επεξεργαστή έγκειται στην ταχύτητα εκτέλεσης των υπολογισμών, που συνδυάζεται και με την εγγενή ικανότητά παραλληλοποίησής τους. Το βασικό μειονέκτημά τους είναι ότι κάθε κύκλωμα μπορεί να χρησιμοποιείται για συγκεκριμένες λειτουργίες και υπολογισμούς για τις οποίες έχει σχεδιαστεί και στερείται ευελιξίας. Επιπλέον, ο επαναπρογραμματισμός των λογικών πυλών τους είναι τάξεις μεγέθους αργότερος από τη μεταγλώττιση ενός πηγαίου κώδικα για επεξεργαστή.

**Πίνακας 3-3. Σύγκριση επεξεργαστή και μονάδας FPGA.**

Είδος μονάδας	Επεξεργαστής	FPGA
Ταχύτητα	Χαμηλή: σειριακή εκτέλεση εντολών, χρόνος εκτέλεσης εξαρτάται από το είδος της εντολής	Υψηλή: δίδεται η δυνατότητα παραλληλοποίησης των υπολογισμών, ανεξάρτητα από τη συνθετότητα
Έλεγχος χρονισμού του κύκλου προγράμματος	Δύσκολος: εν γένει μεταβλητός, μπορεί να επιτευχθεί λόγω ύπαρξης του RTOS, αλλά μόνο με εκπτώσεις ως προς την ταχύτητα	Εύκολος: ο χρονισμός του κάθε κύκλου παραμένει εγγενώς σταθερός ανεξαρτήτως του αριθμού και του είδους των υπολογισμών
Ταχύτητα επαναπρογραμματισμού	Υψηλή: η ταχύτητα μεταγλώττισης ακόμα και για πολύ μεγάλα προγράμματα δεν ξεπερνά τα λίγα δευτερόλεπτα	Χαμηλή: ακόμη και τα απλούστερα προγράμματα απαιτούν αρκετά λεπτά για να υλοποιηθούν, ο χρόνος γίνεται πολύ μεγαλύτερος όσο το πρόγραμμα γίνεται συνθετότερο
Προγραμματισμός	Εύκολος: Ο προγραμματισμός και στις δύο περιπτώσεις απλοποιείται μέσω της χρήσης του γραφικού περιβάλλοντος προγραμματισμού στο LabVIEW.	
Εύρος λειτουργιών	Υψηλό: δυνατότητα υλοποίησης μεγάλου εύρους λειτουργιών, κάνοντας χρήση του ρεπερτορίου εντολών του επεξεργαστή	Χαμηλό: αν και υπάρχει η δυνατότητα επαναδιαμόρφωσης των πυλών του FPGA, το εύρος των λειτουργιών που μπορεί να επιτελεί είναι περιορισμένο και ορίζεται κατά το σχεδιασμό του

Δεδομένων των διαφορών ως προς τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του επεξεργαστή και της μονάδας FPGA το καθένα μπορεί ή και πρέπει να χρησιμοποιείται για διαφορετικές λειτουργίες. Κάθε πρόγραμμα μπορεί να χρησιμοποιεί οποιονδήποτε συνδυασμό τους, φροντίζοντας για τη σωστή επικοινωνία τους όταν τα δύο συνυπάρχουν. Ειδικότερα σαν γενικό κανόνα ο επεξεργαστής χρησιμοποιείται:

- Για την πρόσβαση στη μόνιμη μνήμη του cRIO και στο σύστημα αρχείων του RTOS για την καταγραφή και ανάλυση δεδομένων
- Για την εκτέλεση μη επαναλαμβανόμενων λογικών και μαθηματικών πράξεων
- Για την υλοποίηση του περιβάλλοντος διεπαφής του προγράμματος με το χρήστη
- Για το συντονισμό της εκτέλεσης πολλαπλών υποπρογραμμάτων που εκτελούνται στο επίπεδο του FPGA
- Για σύνθετες μαθηματικές διαδικασίες και λοιπές λειτουργίες που το FPGA δεν έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει
- Για βρόχους προγράμματος που δεν απαιτούν υψηλή ταχύτητα εκτέλεσης και συγκεκριμένο χρονισμό

ενώ το FPGA χρησιμοποιείται:

- Για την επικοινωνία με τις κάρτες συλλογής και δεδομένων και εξαγωγής σημάτων
- Για την εκτέλεση απλών μαθηματικών πράξεων
- Για βρόχους που απαιτείται υψηλή ταχύτητα εκτέλεσης ή/και συγκεκριμένος χρονισμός

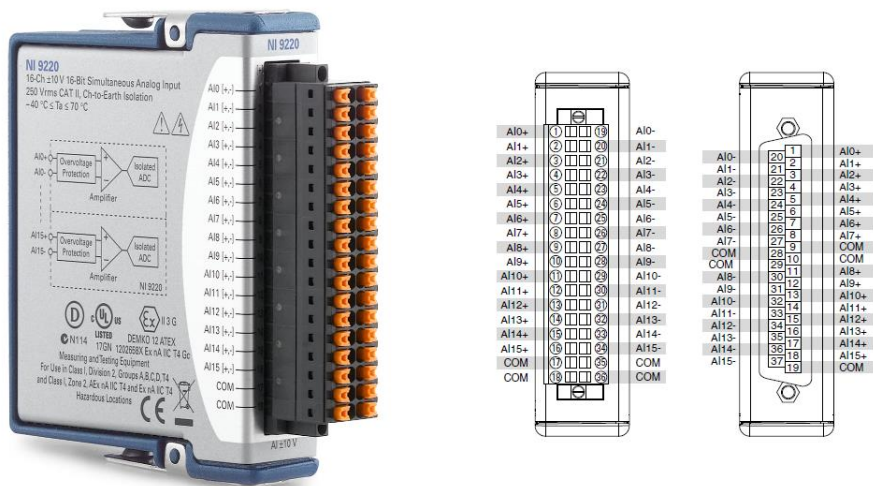
### **Κάρτες εισόδων/εξόδων**

Το cRIO αποτελεί ένα αναδιαμορφώσιμο ενσωματωμένο σύστημα που προορίζεται για ευρεία γκάμα εφαρμογών. Μέρος αυτής της ευελιξίας έγκειται στην δυνατότητα εύκολης και γρήγορης εναλλαγής των καρτών I/O που επιτρέπουν την επικοινωνία με αισθητήρια, συσκευές, επενεργητές και άλλο βιομηχανικό εξοπλισμό. Στο πλαίσιο των πειραμάτων της συγκεκριμένης εργασίας χρησιμοποιήθηκαν δύο κάρτες: μία αναλογική κάρτα εισόδων(AI) και μία αναλογική κάρτα εξόδων(AQ). Η κάρτα εισόδων χρησιμοποιήθηκε για τη λήψη του ηλεκτρικού σήματος από το κύκλωμα δειγματοληψίας του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου ενώ η κάρτα εξόδων χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή του σήματος ελέγχου προς τον ενισχυτή. Και οι δύο κάρτες είναι κατασκευασμένες από την εταιρεία National Instruments της εταιρείας που κατασκευάζει το cRIO οπότε η συνεργασία του με το υπόλοιπο υλικό και λογισμικό γίνεται αυτόματα χωρίς την ανάγκη επιπλέον ρυθμίσεων.

### **Κάρτα εισόδων(NI 9220)**

Η αναλογική κάρτα εισόδων χρησιμοποιείται για τη λήψη μετρήσεων από αναλογικές εισόδους τάσης. Διαθέτει 16 αναλογικά διαφορικά κανάλια εισόδων με γαλβανική απομόνωση και η μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας της είναι 100 kS/s/c, οπότε η περίοδος δειγματοληψίας του κάθε καναλιού δεν επηρεάζεται από την ταυτόχρονη χρήση των υπολοίπων. Μπορεί να καταγράφει σήμα εύρους 20V ( $\pm 10V$ ). Η ανάγνωση και επεξεργασία του κβαντισμένου σήματος (ανάλυση 16-bit) γίνεται από τον ελεγκτή στο επίπεδο του FPGA (μέγιστη συχνότητα κύκλου 40MHz) με τη συχνότητα εκτέλεσης του βρόχου ελέγχου και διατίθεται τόσο για καταγραφή όσο και για τη χρήση σε πραγματικό χρόνο για την υλοποίηση του ΣΚΒ. Η κάρτα εισόδων και τα τερματικά σύνδεσης με τους αγωγούς του κυκλώματος δειγματοληψίας φαίνονται στο Σχήμα (3-9), ενώ ο Πίνακας (3-4) παρουσιάζει τα βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας της.





Σχήμα 3-9. Αναλογική κάρτα εισόδων NI9220. Αριστερά: Φωτογραφία της αναλογικής κάρτας. Δεξιά: Σχηματική αναπαράσταση τερματικών της κάρτας.

### Κάρτα εξόδων(NI 9263)

Η αναλογική κάρτα εξόδων χρησιμοποιείται για την παραγωγή σημάτων ηλεκτρικής τάσης που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο επενεργητών και ειδικότερα για την παραγωγή του σήματος ελέγχου που καταλήγει στην είσοδο του ενισχυτή. Διαθέτει 4 κανάλια εξόδου και ανανεώνει την τιμή της τάσης εξόδου με μέγιστη συχνότητα στα 100 kS/s/c. Η συχνότητα αυτή είναι ανεξάρτητη του αριθμού των καναλιών που είναι ενεργοποιημένα. Τα κανάλια είναι μεταξύ τους γαλβανικά απομονωμένα και διαθέτουν ανεξάρτητο κύκλωμα προστασίας από βραχυκύκλωμα. Το πλάτος του σήματος έχει εύρος ±10V. Η κάρτα εισόδων και τα τερματικά σύνδεσης με τους αγωγούς του κυκλώματος δειγματοληψίας φαίνονται στο Σχήμα (3-10), ενώ ο Πίνακας (3-4) παρουσιάζει τα βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας της.



Σχήμα 3-10. Αναλογική κάρτα εξόδων NI9263. Αριστερά: Φωτογραφία της αναλογικής κάρτας. Δεξιά: Σχηματική αναπαράσταση τερματικών της κάρτας.

**Πίνακας 3-4. Βασικά χαρακτηριστικά αναλογικών κάρτων I/O.**

Χαρακτηριστικό	Κάρτα Εισόδων(NI 9220)	Κάρτα Εξόδων(NI 9263)
Μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας	100kS/s/ch	100 kS/s/ch
Εύρος μέτρησης	+/- 10V	+/- 10V
Αριθμός καναλιών	16	4
Κβαντοποίηση	16bit	-
Ευαισθησία	0.305mV	-

### 3.2.3 Ενισχυτής τάσης

Ο ενισχυτής τάσης χρησιμοποιείται για την τροφοδοσία του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή με ισχύ, σύμφωνα με το νόμο ελέγχου και το σήμα εξόδου από την αναλογική κάρτα εξόδων του ελεγκτή. Η χρήση του είναι αναγκαία καθώς το πιεζοκεραμικό επίθεμα απαιτεί σήμα υψηλής τάσης ώστε να λειτουργήσει αποτελεσματικά ως επενεργητής. Στην πραγματικότητα ο ενισχυτής αποτελεί έναν από τους περιοριστικούς παράγοντες ως προς τα όρια της αποτελεσματικότητας του συστήματος ελέγχου, αφού ο επενεργητής έχει τη δυνατότητα εξάσκησης ακόμα μεγαλύτερων δυνάμεων αν τροφοδοτηθεί με τάση υψηλότερη από τη μέγιστη που μπορεί να παρέχει ο συγκεκριμένος ενισχυτής.

Ο τύπος του συγκεκριμένου ενισχυτή είναι Trek 603 και έχει σχεδιαστεί ώστε να είναι κατάλληλος για εφαρμογές με πιεζοηλεκτρικά υλικά. Μπορεί να παρέχει μονοπολική ή διπολική έξοδο με εύρος 0 έως 250V(ή 0 έως -250V) ή  $\pm 125V$  αντίστοιχα. Το κέρδος του είναι σταθερό και έχει ονομαστική τιμή ίση με 25V/V. Διαθέτει ένα μοναδικό κανάλι εξόδου ενισχυμένης τάσης, καθώς και συνδέσεις για μέτρηση του πραγματικού κέρδους(αυτό το χαρακτηριστικό είναι χρήσιμο γιατί στην συγκεκριμένη εφαρμογή μπορεί να εμφανιστεί κορεσμός του ενισχυτή) και του ρεύματος εξόδου. Η χρήση των συνδέσεων αυτών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της ισχύος που καταναλώνεται από την διάταξη ελέγχου για την απορρόφηση ή την πρόσδοση ενέργειας από/προς την ταλαντούμενη κατασκευή. Ο ενισχυτής φαίνεται στο Σχήμα (3-11) και τα βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας του παρουσιάζει ο Πίνακας (2-5).



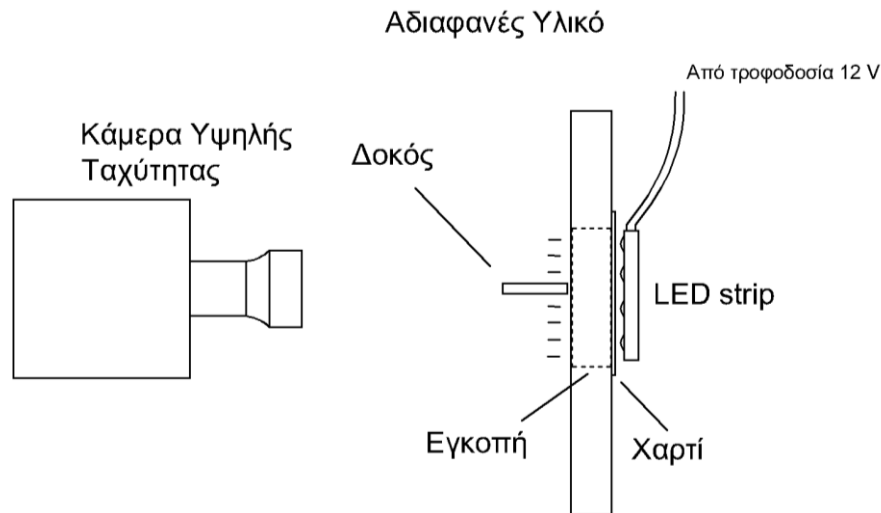
**Σχήμα 3-11. Ενισχυτής τάσης για διέγερση πιεζοηλεκτρικού επενεργητή.**

**Πίνακας 3-5. Βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας ενισχυτή.**

Χαρακτηριστικό	Κάρτα Εισόδων(NI 9220)
Εύρος εξόδου	0~250/0~-250/±125 V
Κέρδος	25V/V
Εύρος ζώνης λειτουργίας (bandwidth)	150kHz
Αριθμός καναλιών	1

### 3.2.4 Οπτική μετρητική διάταξη

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της οριζόντιας εκτροπής του ελεύθερου άκρου του συναρμολογήματος, αποτελείται από κάμερα υψηλής ταχύτητας, ιδιοκατασκευή με πηγή φωτός, φορητό υπολογιστή συνδεδεμένο με την κάμερα με εγκαταστημένο κατάλληλο λογισμικό για την καταγραφή των εικόνων και κλίμακα βαθμονόμησης. Σκοπός της διάταξης είναι η λήψη στιγμιότυπων με μεγάλη συχνότητα υπό ελεγχόμενες συνθήκες φωτισμού. Από την επεξεργασία των τελευταίων μπορεί να προκύψει με συνέπεια και ακρίβεια η χρονική απόκριση της θέσης του ελεύθερου άκρου. Η απαίτηση ειδικών συνθηκών κατά την λήψη εικόνων και την τοποθέτηση των στοιχείων της διάταξης καθορίζει και τη μεθοδολογία διεξαγωγής των συγκεκριμένων πειραμάτων.



**Σχήμα 3-12. Σχηματική αναπαράσταση των βασικών στοιχείων της πειραματικής διάταξης μέτρησης της θέσης του ελεύθερου άκρου της δοκού.**

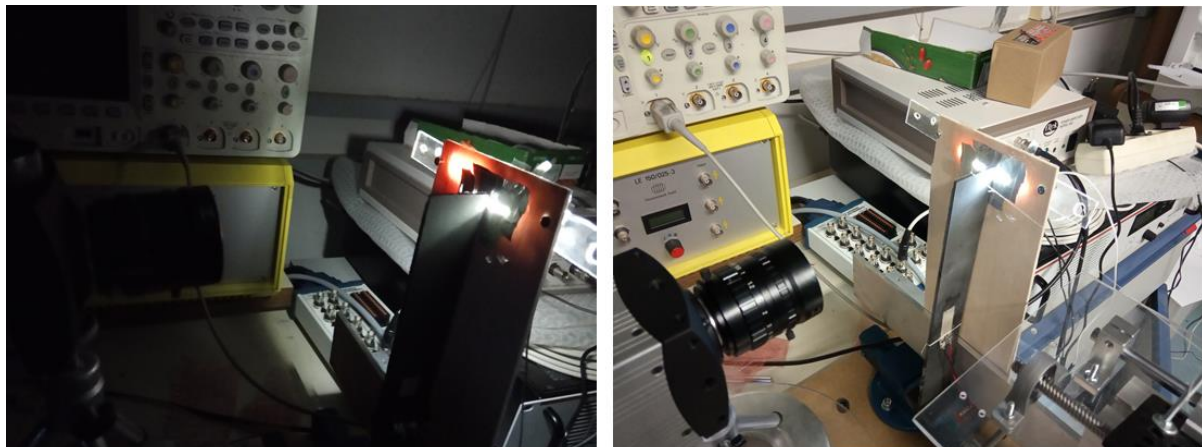
#### **Κάμερα υψηλής ταχύτητας και λογισμικό**

Η κάμερα υψηλής ταχύτητας χρησιμοποιείται για τη λήψη εικόνων με πολύ υψηλή συχνότητα συγκριτικά με την ταχύτητα εξέλιξης του μελετώμενου φαινομένου. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις θέσης με μέγιστη συχνότητα 4035 Hz και η μέγιστη συχνότητα ταλάντωσης που μελετήθηκε ήταν τα 80 Hz. Αυτό σημαίνει ότι στη δυσμενέστερη περίπτωση μπορούσε να γίνει λήψη 50 στιγμιότυπων ανά περίοδο ταλάντωσης, γεγονός που επιτρέπει την ακριβή μέτρηση όχι μόνον της θέσης, αλλά και της ταχύτητας του ταλαντούμενου άκρου.

Ο αισθητήρας της κάμερας είναι μονοχρωματικός με βάθος χρώματος 8-bit. Αυτό σημαίνει ότι λαμβάνει ασπρόμαυρες εικόνες με 256 διαβαθμίσεις, από το απόλυτο λευκό ως το απόλυτο μαύρο. Η ανάλυση και το μέγεθος της κάθε εικόνας μπορεί να επιλέγεται από το χρήστη με τη βοήθεια λογισμικού. Η συγκεκριμένη ρύθμιση είναι σημαντική, καθώς η ανάλυση είναι αυτή που καθορίζει τη μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας, με την τελευταία να μειώνεται όσο αυξάνεται το μέγεθος της κάθε εικόνας, λόγω περιορισμού της κάμερας ως προς το ρυθμό και επεξεργασίας και αποθήκευσης δεδομένων.



**Σχήμα 3-13.** Κάμερα υψηλής ταχύτητας. Χρησιμοποιείται για την καταγραφή της απόκρισης του ελεύθερου άκρου του συναρμολογήματος.



**Σχήμα 3-14.** Τοπολογία στοιχείων οπτικής διάταξης. Αριστερά: Η διάταξη σε συνθήκες σκότους. Δεξιά: Η διάταξη υπό συνθήκες κανονικού φωτισμού.

### **Φωτιζόμενη ιδιοκατασκευή**

Η φωτιζόμενη ιδιοκατασκευή χρησιμοποιείται για την αύξηση της ευαισθησίας και της ακρίβειας της οπτικής μεθόδου προσδιορισμού της θέσης και έχει ως σκοπό τη δημιουργία ενός σκοτεινού φόντου με μία φωτεινή νησίδα στα στιγμιότυπα που λαμβάνει η κάμερα. Αποτελείται από μία ξύλινη πλάκα μικρού πάχους με μία σχισμή το ύψος που τοποθετείται το ελεύθερο άκρο της δοκού. Η σχισμή φωτίζεται από μία ταινία που φέρει φωτοδιόδους (ταινία LED) και καλύπτεται από χαρτί. Η ταινία LED τροφοδοτείται από πηγή συνεχούς τάσης 12 Volt. Η περιοχή κοντά στη φωτιζόμενη σχισμή καλύπτεται από λεπτό φύλλο αλουμινίου, αφού η ξύλινη πλάκα είναι μερικώς διαπερατή από φως, γεγονός που μειώνει την αντίθεση των εικόνων. Η συγκεκριμένη διάταξη χρησιμοποιείται για την εξασφάλιση μίας περιοχής με κατά

το δυνατό υψηλότερη και ομοιόμορφη φωτεινότητα. Η παρεμβολή του ταλαντούμενου άκρου της δοκού μεταξύ της φωτιζόμενης σχισμής και του φακού της κάμερας δημιουργεί μια σκιά στην εικόνα, από την οποία προκύπτει η χρονική απόκριση της θέσης.

### **3.3 Πειραματική μεθοδολογία**

#### **3.3.1 Μέτρηση ηλεκτρικής τάσης**

Η μέτρηση της ηλεκτρικής τάσης του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου πραγματοποιείται μέσω του κυκλώματος δειγματοληψίας, της αναλογικής κάρτας εισόδων και λογισμικού στον ελεγκτή ο οποίος επιτρέπει την καταγραφή του σε αρχεία ώστε να μπορεί να γίνει μελέτη, επεξεργασία και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Στην περίπτωση του ΣΚΒ το σήμα της ηλεκτρικής τάσης, αποτελεί την ανάδραση του συστήματος και καθορίζει το σήμα εξόδου προς τον ενισχυτή και την επενέργεια στο ταλαντούμενο συναρμολόγημα. Κατά συνέπεια η διαχείριση του σήματος γίνεται τόσο με σκοπό την υλοποίηση του ελέγχου στην περίπτωση του κλειστού βρόχου, όσο και στα πειράματα ανοικτού βρόχου κατά τη διαδικασία αναγνώρισης των παραμέτρων του ισοδύναμου μηχανικού μοντέλου του συναρμολογήματος και των χαρακτηριστικών λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων.

Το σήμα της ηλεκτρικής τάσης παράγεται από το πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο σε συνδυασμό με το κύκλωμα δειγματοληψίας, η σχηματική αναπαράσταση του οποίου γίνεται στο Σχήμα (3-1). Η ωμική αντίσταση συνδέεται παράλληλα με τα ηλεκτρόδια του αισθητηρίου και το κανάλι της αναλογικής κάρτας εισόδων. Όπως αναλύεται στην Ενότητα 2.2.1 και στο Σχήμα (2-3), η δεδομένη συνδεσμολογία παράγει ηλεκτρικό σήμα ανάλογο της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου (βλ. Εξ. 2-38). Η ταχύτητα αυτή είναι πολύ σημαντική καθώς αποτελεί μεταβλητή κατάστασης στο μοντέλο συγκεντρωμένων στοιχείων, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου. Επιπλέον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη χάραξη της καμπύλης βαθμονόμησης (καμπύλη ηλεκτρικής τάσης – ταχύτητας ελεύθερου άκρου) του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου. Από τη στιγμή που υπάρχει η συγκεκριμένη καμπύλη μπορεί να βάση την καταγραφή του ηλεκτρικού σήματος να προκύψει εκτός από την ταχύτητα και η χρονική συνάρτηση της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου, η άλλη μεταβλητή κατάστασης του συστήματος (βλ. Εξ. 3-6).

#### **Επεξεργασία ηλεκτρικού σήματος**

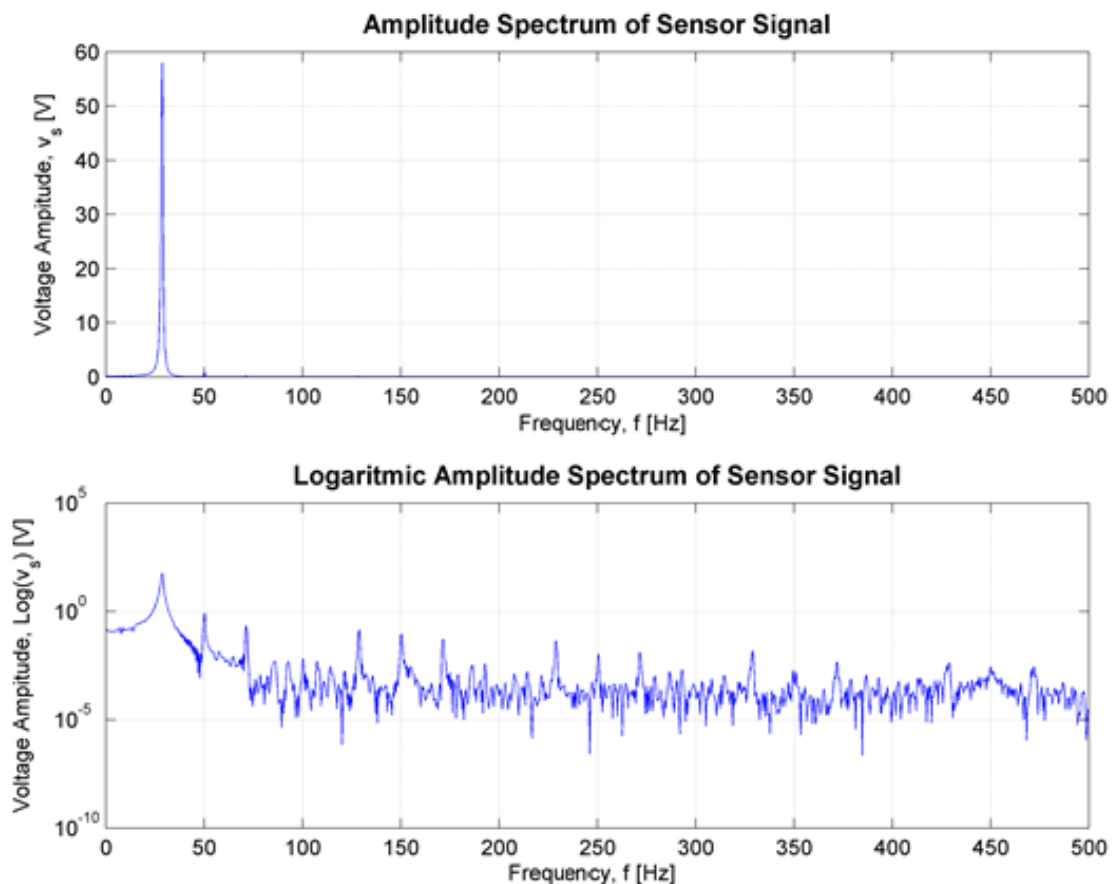
Η επεξεργασία του σήματος γίνεται στις καταγραφές της ηλεκτρικής τάσης τόσο του συστήματος ανοικτού όσο και του κλειστού βρόχου με δύο σκοπούς: την ευκολότερη μελέτη και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και την ψηφιακή αφαίρεση του ηλεκτρικού θορύβου, η παρουσία του οποίου είναι εμφανής σε όλα τις μετρήσεις. Αναφορικά με το πρώτο σκέλος, η επεξεργασία των πειραματικών αποτελεσμάτων γίνεται σε βάση και σε αντιπαραβολή με θεωρητικές προβλέψεις, οι οποίες εκφράζονται μέσω μαθηματικών σχέσεων. Δεδομένου αυτού, για την εξαγωγή αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων είναι αναγκαία η προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων (δειγματοληπτικές καταγραφές) με συνεχείς συναρτήσεις, οι οποίες μπορούν να υφίστανται εύκολη μαθηματική επεξεργασία για την εξαγωγή παράγωγων μεγεθών, όπως για παράδειγμα ολοκλήρωση ή παραγωγή (βλ. Εξ. 3-6). Σχετικά με το ζήτημα του θορύβου, από την παρατήρηση και την ανάλυση του σήματος προκύπτει ότι υπάρχει θόρυβος στη συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης του ηλεκτρικού δικτύου(και τα ακέραια πολλαπλάσιά του). Οι συχνότητες αυτές μπορούν να αφαιρεθούν με τη χρήση κατάλληλων φίλτρων.



## Αποθορυβοποίηση σήματος

Όσο κι αν λαμβάνεται πρόνοια σε επίπεδο ηλεκτρικής συνδεσμολογίας το σήμα να είναι απαλλαγμένο από θόρυβο στις περισσότερες περιπτώσεις αυτό δεν είναι εφικτό. Στη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη σε όλες τις μετρήσεις υπάρχει παρουσία ηλεκτρικού θρύβου συχνότητας 50Hz και των ακέραιων πολλαπλασίων τους, με φθίνουσα επίδραση. Η συχνότητα αυτή ταυτίζεται με τη συχνότητα της μονοφασικής ηλεκτρικής τάσης και η αιτία παραγωγής του είναι οι ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές που εμφανίζονται στους αγωγούς που συνδέουν την ωμική αντίσταση του κυκλώματος δειγματοληψίας με τα κανάλια της αναλογικής κάρτας εισόδων. Οι συγκεκριμένοι αγωγοί έχουν σχετικά μεγάλο μήκος και όχι ιδιαίτερα ισχυρή θωράκιση, οπότε η παρουσία του θορύβου είναι λογική και αναμενόμενη. Η επίδρασή του μετριάζεται σημαντικά κατά την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, αλλά αναμένεται να έχει μεγαλύτερη επίδραση στο ΣΚΒ όπου δεν πραγματοποιείται φιλτράρισμα του θορύβου σε πραγματικό χρόνο.

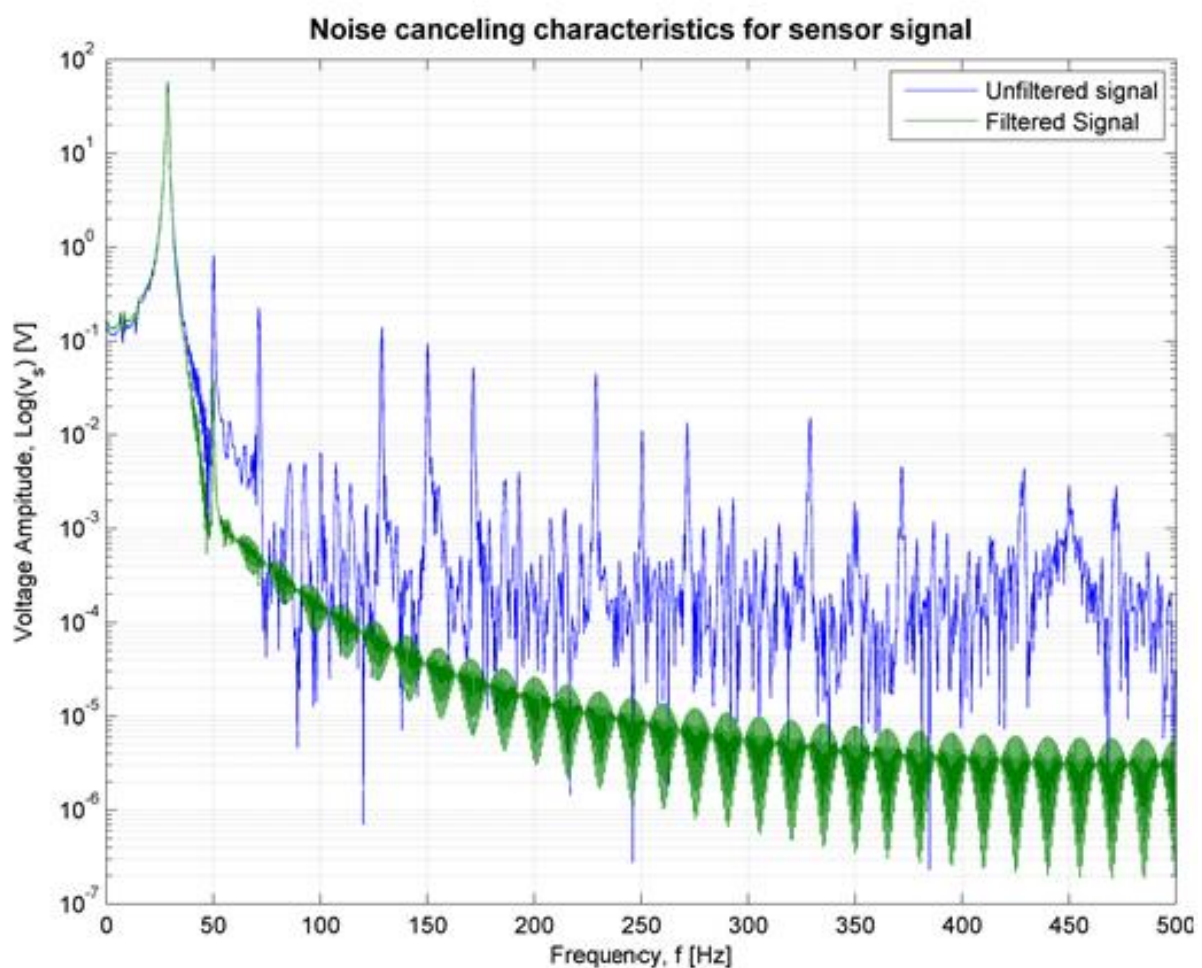
Στο Σχήμα (3-15) απεικονίζεται το διάγραμμα πλάτους των συχνοτήτων από την καταγραφή του αισθητηρίου. Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 1kHz οπότε η μέγιστη συχνότητα που μπορεί να εντοπιστεί και να απεικονιστεί είναι τα 500Hz (συχνότητα Nyquist). Στην περιοχή των 28Hz (ακριβής τιμή 28.5Hz) παρουσιάζεται η ακμή που αντιστοιχεί στη συχνότητα με τη μεγαλύτερη ενέργεια. Η συχνότητα αυτή είναι η συχνότητα ταλάντωσης του συναρμολογήματος που προσεγγίζει την πρώτη ιδιοσυχνότητά του.



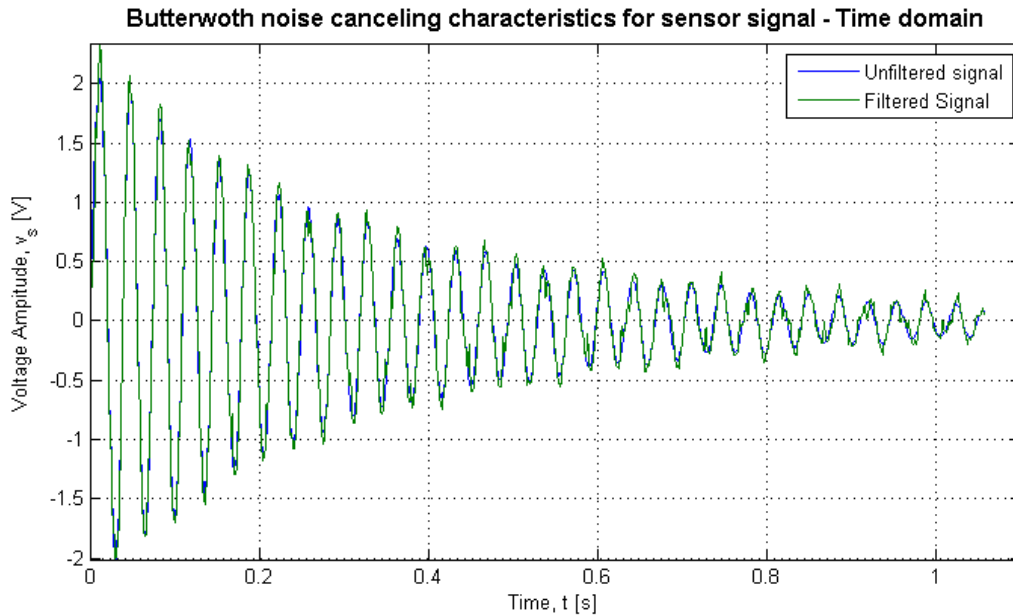
Σχήμα 3-15. Ανάλυση φάσματος συχνοτήτων στο σήμα του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου. Επάνω: Απεικόνιση σε γραμμική κλίμακα αξόνων. Κάτω: Λογαριθμική κλίμακα στην τεταγμένη.

Όλες οι άλλες κορυφές αντιστοιχούν είτε σε θόρυβο είτε σε ταλαντώσεις λόγω υψηλότερων συχνοτήτων. Στο πλαίσιο της παρούσας ανάλυσης η μόνη συχνότητα που προβλέπεται από το μοντέλο είναι η πρώτη ιδιοσυχνότητα. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται βαθυτετατό φίλτρο το οποίο αποκόπτει όλες τις συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από αυτήν. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιείται φίλτρο Butterworth τρίτης τάξης στην Matlab με συχνότητα αποκοπής 40Hz.

Στο Σχήμα (3-16) φαίνεται η σύγκριση του φάσματος των συχνοτήτων για το σήμα του αισθητήριου πριν και μετά την εφαρμογή του βαθυτετατού φίλτρου σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα. Όπως φαίνεται υπάρχει αποκοπή όλων των υψηλών συχνοτήτων που σχετίζονται με τον ηλεκτρικό θόρυβο και ενδεχόμενη μη μοντελοποιημένη δυναμική ανώτερης τάξης χωρίς να υπάρχει αισθητή απώλεια πλάτους στο σήμα που προέρχεται από την διέγερση της πρώτης ιδιοσυχνότητας. Στο Σχήμα (3-17) φαίνεται η επίδραση του βαθυτετατού φίλτρου στην απόκριση στο πεδίο του χρόνου, όπου επιβεβαιώνονται οι διαπιστώσεις της μελέτης στο πεδίο της συχνότητας.



Σχήμα 3-16. Σύγκριση φάσματος συχνοτήτων στο σήμα του πιεζοηλεκτρικού αισθητήριου πριν και μετά την εφαρμογή βαθυτετατού φίλτρου Butterworth τρίτης τάξης.



Σχήμα 3-17. Σύγκριση σήματος του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου πριν και μετά την εφαρμογή βαθυπερατού φίλτρου Butterworth τρίτης τάξης.

### Μαθηματική προσέγγιση κυματομορφής σήματος

Όπως έχει αναφερθεί το σήμα της ηλεκτρικής τάσης που καταγράφεται είναι κβαντισμένο και εμπεριέχει πεπερασμένο αριθμό καταγραφών στη μονάδα του χρόνου. Αν και το υλικό και το λογισμικό που χρησιμοποιούνται επιτρέπουν την καταγραφή με συχνότητα δειγματοληψίας πάνω από μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από την γρηγορότερα εξελισσόμενη μελετούμενη δυναμική του συστήματος, η χρήση αναλυτικών μαθηματικών εκφράσεων υπερτερεί ως προς την ανάλυση των αποτελεσμάτων για δύο βασικούς λόγους. Καταρχάς όσο και αν γίνεται προσπάθεια οι συνθήκες σε κάθε πείραμα να είναι πανομοιότυπες, αυτό δεν είναι ποτέ εφικτό, οπότε η επαναληψιμότητα των μετρήσεων δεν είναι απόλυτη. Δεδομένου αυτού είναι πολύ ευκολότερη η εξαγωγή στατιστικών μεγεθών για μικρό αριθμό παραμέτρων προσεγγιστικών αναλυτικών εκφράσεων παρά για μεγάλες συλλογές πρωτόλειων πειραματικών δεδομένων. Επιπλέον αυτού, στην περίπτωση των κβαντισμένων δεδομένων η διαδικασία της αριθμητικής παραγωγίσισης είναι δυσκολότερη και λιγότερο ακριβής, αφού μπορούν να εμφανίζονται ακμές και να υπάρχει απώλεια πληροφορίας σε περιοχές που υπάρχουν γρήγορες μεταβολές των μετρούμενων μεγεθών.

Με βάση την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων και τη χρήση του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων που παρουσιάζεται στην Ενότητα 2.1.1 η απόκριση του ελεύθερου άκρου ως προς τη θέση, αν δεν υπολογιστεί η αρχική φάση (κάτι που μπορεί χωρίς σφάλμα της γενικότητας κατά την επεξεργασία των αποτελεσμάτων) αναμένεται να είναι της μορφής:

$$z(t) = z_0 \frac{e^{-\zeta\omega_d t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos(\omega_d t) \quad (3-1)$$

Ωστόσο η μέτρηση του αισθητηρίου είναι ανάλογη της ταχύτητας (βλ. Ενότητα 3.3.1). Δεδομένου αυτού για να γίνει προσέγγιση των πειραματικών μετρήσεων, όπου τα  $Z_0$ ,  $\zeta$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_d$  είναι παράμετροι και ο χρόνος  $t$  αποτελεί τη μεταβλητή. Παραγωγίζοντας την Εξ. (3-1) ως προς το χρόνο προκύπτει η αναλυτική έκφραση της ταχύτητας όπως αυτή προβλέπεται από το μοντέλο του συστήματος:



$$\dot{z}(t) = z_0 \omega_d \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t) - z_0 \zeta \omega_n \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos(\omega_d t) \quad (3-2)$$

Θέτοντας:

$$Z(t) = z_0 \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (3-3)$$

Η Εξ. (3-2) μπορεί να γραφεί:

$$\dot{z}(t) = Z(\omega_d \sin(\omega_d t) - \zeta \omega_n \cos(\omega_d t)) \quad (3-4)$$

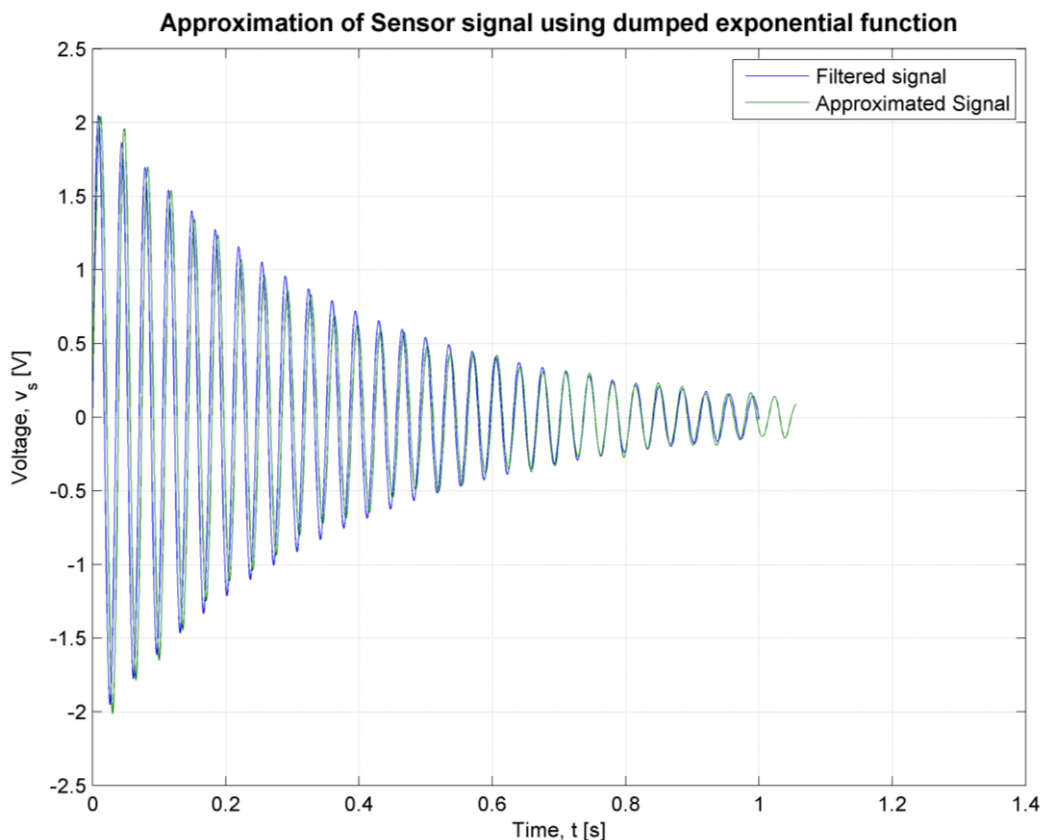
Με βάση τις πειραματικές παρατηρήσεις προκύπτει ότι η απόσβεση της δοκού είναι μικρή και ο συντελεστής απόσβεσης  $\zeta$  πολύ μικρότερος της μονάδας. Επίσης ισχύει  $\omega_d \cong \omega_n$ . Δεδομένου αυτού η τιμή του πρώτου όρου του αθροίσματος στην Εξ. (3-4) είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από το δεύτερο, όταν το μέτρο της ταχύτητας δεν είναι κοντά είναι κοντά στο 0 ( $\omega_d t \neq n\pi$ ), η ταχύτητα μπορεί να προσεγγιστεί με μικρό σφάλμα από τη σχέση:

$$\dot{z}(t) = Z\omega_d \sin(\omega_d t) \Rightarrow |\dot{z}| = \omega_d |z| \quad (3-5)$$

Από την χρήση των καταστατικών εξισώσεων των πιεζοηλεκτρικών υλικών και την ανάλυση του κυκλώματος δειγματοληψίας προκύπτει γραμμικός συσχετισμός μεταξύ της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου και της ηλεκτρικής τάσης του αισθητηρίου επομένως η τάση που μετράται από την αναλογική κάρτα αναμένεται να είναι της μορφής:

$$v_s(t) = K_s \dot{z}(t) = K_s Z(\omega_d \sin(\omega_d t) - \zeta \omega_n \cos(\omega_d t)) \cong K_s Z \omega_d \sin(\omega_d t) \quad (3-6)$$

Οι Εξ. (3-5) και (3-6) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων που προκύπτουν από τις μετρήσεις του πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα και στη συνέχεια μπορούν να ολοκληρωθούν ώστε να προκύψει η απόκριση της θέσης. Αν και οι προαναφερθείσες διαδικασίες εισάγουν σφάλματα, η ακριβειά τους αξιολογείται και θεωρείται επαρκής για το επίπεδο της ανάλυσης που πραγματοποιείται στην παρούσα μελέτη (βλ. Σχήμα 3-18). Η σύγκριση του φιλτραρισμένου σήματος του αισθητηρίου με το αντίστοιχο που προκύπτει μετά την προσέγγισή του κατόπιν εφαρμογής της Εξ. (3-5) φαίνεται στο Σχήμα (3-18) για κατάλληλη επιλογή παραμέτρων.



**Σχήμα 3-18.** Σύγκριση σήματος φιλτραρισμένου σήματος του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου με την προσέγγισή του μέσω χρήσης αναλυτικής μαθηματικής έκφρασης.

### 3.3.2 Μέτρηση θέσης

Πριν τη διενέργεια κάθε πειράματος η δοκός τοποθετείται μεταξύ της κάμερας υψηλής ταχύτητας και της ιδιοκατασκευής, η οποία τροφοδοτείται με ηλεκτρική ώστε να φωτοβολεί συνεχώς. Η κάμερα συνδέεται με το φορητό υπολογιστή όπου με τη χρήση ειδικού λογισμικού δίνεται η δυνατότητα της προβολής σε πραγματικό χρόνο της λαμβανόμενης εικόνας, με βάση την οποία ρυθμίζεται η θέση της κάμερας όσον αφορά στο ύψος, τον προσανατολισμό και την απόσταση από το συναρμολόγημα. Ακολουθεί η ρύθμιση της εστίασης στο φακό, του μεγέθους της εικόνας και της συχνότητα λήψης.

Το πρώτο στάδιο κατά την πραγματοποίηση των μετρήσεων είναι η λήψη ενός στιγμιότυπου βαθμονόμησης. Ένα τέτοιο στιγμιότυπο λαμβάνεται κάθε φορά που η σχετική θέση της κάμερας ως προς το συναρμολόγημα μεταβάλλεται. Για το λόγο αυτό δίνεται ιδιαίτερη προσοχή ώστε σε κάθε σειρά πειραμάτων η τελευταία να παραμένει σταθερή. Κατά τη συγκεκριμένη διαδικασία χρησιμοποιείται λήψη μίας εικόνας, όπου στη θέση του ελεύθερου άκρου της δοκού τοποθετείται ένα αντικείμενο γνωστών διαστάσεων. Με τον τρόπο αυτό δίνεται η δυνατότητα υπολογισμού της κλίμακας που αντιστοιχεί τις πραγματικές μονάδες μήκους με τον αντίστοιχο αριθμό εικονοστοιχείων. Προφανώς ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει μετά τη διενέργεια των πειραμάτων κατά την επεξεργασία της εικόνας.

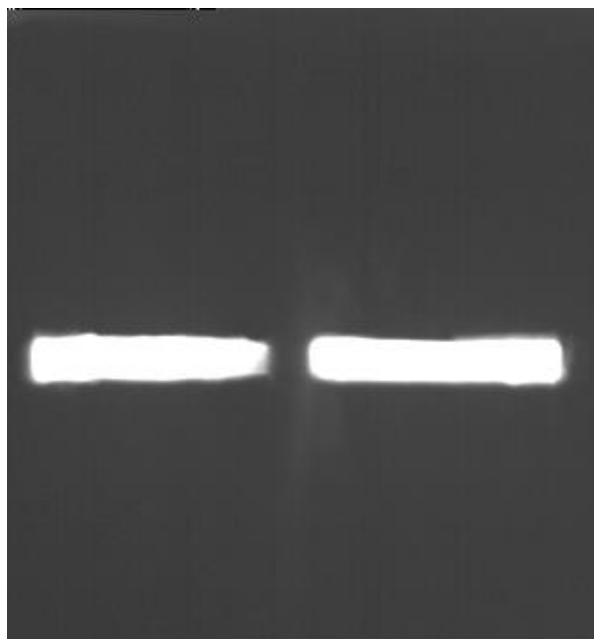
Στη συνέχεια, αφού έχει καθοριστεί η σχετική θέση όλων των στοιχείων της πειραματικής διάταξης, μπορούν να πραγματοποιηθούν οι μετρήσεις. Η εκκίνηση της λήψης των στιγμιότυπων γίνεται μέσω του λογισμικού, το συναρμολόγημα διεγείρεται ώστε να γίνει η

καταγραφή της «κινούμενης εικόνας», η οποία στην πραγματικότητα αφορά σε διαδοχικά στιγμιότυπα, η χρονική διαφορά λήψης των οποίων ορίζεται πριν από το πείραμα. Αφού η δοκός ακινητοποιηθεί, σταματά η διαδικασία λήψης και το πρόγραμμα αποθηκεύει τις εικόνες προς επεξεργασία.

### **Χαρακτηριστικά εικόνας**

Η μέτρηση της θέσης του ελεύθερου άκρου μέσω της κάμερας βασίζεται στη λήψη εικόνων υψηλής αντίθεσης και οξύτητας, οι οποίες προκύπτουν από τη σκίαση του εκπεμπόμενου φωτός της πηγής από τη δοκό και κατόπιν επεξεργασίας με τη βοήθεια λογισμικού που υπολογίζει την εκτροπή του ελεύθερου άκρου αυτοματοποιημένα και με μεγάλη ταχύτητα. Η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται από την κατάλληλη σχετική τοποθέτηση της φωτιζόμενης ιδιοκατασκευής, του συναρμολογήματος και της κάμερας, από τη σωστή ρύθμιση του φακού της κάμερας και τις συνθήκες φωτισμού.

Το άνοιγμα του διαφράγματος της κάμερας ρυθμίζεται, ώστε πολύ λίγο φως να προσπίπτει στον αισθητήρα, με αποτέλεσμα να παράγονται σκοτεινές εικόνες ακόμα και υπό συνθήκες φυσικού φωτισμού στο χώρο που διενεργούνται τα πειράματα. Κατά συνέπεια τα περισσότερα εικονοστοιχεία να λαμβάνουν πολύ χαμηλές τιμές λευκού χρώματος (τιμές κοντά στο 0). Εξαίρεση αποτελούν τα στοιχεία που αποτυπώνουν τη φωτεινή πηγή, η οποία φωτοβολεί ευθύγραμμα προς το φακό της κάμερας και λαμβάνουν υψηλές τιμές λευκού χρώματος (τιμές κοντά στο 255). Οι διαστάσεις των εικόνων (πλάτος και ύψος σε αριθμό εικονοστοιχείων) ορίζεται πριν από την έναρξη του πειράματος και επιλέγεται να είναι κατά το δυνατόν μικρότερο. Με τον τρόπο αυτό δίνεται η δυνατότητα λήψης με μεγαλύτερη συχνότητα και μειώνεται ο χρόνος επεξεργασίας κατόπιν των πειραμάτων.



6/13/2020 10:26:17 PM 0054 -0744.3[ms]  
320x342, 4035 Hz, 243 μs, \*1, HiSpec #00153,  
V1.10.6

**Σχήμα 3-19.** Ένα στιγμιότυπο όπως λαμβάνεται από την κάμερα υψηλής ταχύτητας. Η χαμηλή έκθεση του μονοχρωματικού αισθητήρα στο φως οδηγεί στην παραγωγή σκοτεινού φόντου.



**Σχήμα 3-20.** Σύγκριση στιγμιότυπου πριν και μετά την εφαρμογή του δυαδικού φίλτρου. Η επιλογή της τιμής αποκοπής, ειδικά για τις περιοχές που έχουν ενδιάμεσες τιμές χρώματος(αποχρώσεις του γκριζου) και μπορούν να βρίσκονται κοντά στην τιμή αναφοράς, με αποτέλεσμα να λαμβάνονται άλλοτε ως λευκά(τιμή 1) και άλλοτε ως μαύρα(τιμή 0).

### **Επεξεργασία εικόνας**

Ο σχεδιασμός της φωτιζόμενης ιδιοκατασκευής, η ρύθμιση του φακού της κάμερας και η σχετική τοποθέτησή τους ως προς την ταλαντούμενη ιδιοκατασκευή γίνεται με τρόπο τέτοιο ώστε να παράγονται εικόνες υψηλής αντίθεσης και οξύτητας. Σκοπός είναι το κάθε εικονοστοιχείο λαμβάνει τιμές είτε κοντά στην τιμή του απόλυτα λευκού(255) είτε κοντά στην τιμή του απόλυτα μαύρου (0). Η κάθε εικόνα αποτελείται από κάποιες εκατοντάδες χιλιάδες εικονοστοιχεία οποία οργανώνονται σε ένα διδιάστατο μητρώο (πχ μία εικόνα με διαστάσεις 320x416 αποτελείται από 133.120 στοιχεία οργανωμένα σε 320 γραμμές και 416 στήλες). Στη συνέχεια απομονώνονται τα στοιχεία της γραμμής εκείνης που αντιστοιχεί στο ύψος που βρίσκεται το ελεύθερο άκρο της ταλαντούμενης δοκού και των στηλών αυτών που αντιστοιχούν στο μέγιστο εύρος κίνησης (με την απαιτούμενη ευρωστία) του ελεύθερου άκρου.

Στη συνέχεια τα στοιχεία που έχουν απομονωθεί μετατρέπονται από ασπρόμαυρα σε δυαδικά, δηλαδή στο κάθε εικονοστοιχείο δίδεται η τιμή του απόλυτου μαύρου (τιμή 0) ή του απόλυτου άσπρου (τιμή 1), με βάση την αρχική τιμή του και μία ενδιάμεση τιμή αναφοράς ή τιμή αποκοπής (threshold filter). Τα εικονοστοιχεία που έχουν τιμή μικρότερη από την τιμή αναφοράς λαμβάνονται ως μαύρα και αυτά που έχουν τιμή μεγαλύτερη λαμβάνονται ως λευκά. Με τον τρόπο αυτό ο υπολογισμός της θέσης του ελεύθερου άκρου ανάγεται το στο πρόβλημα της ανάλυσης της τιμής λίγων δεκάδων ή εκατοντάδων δυαδικών στοιχείων.

Η επιλογή της σειράς και των στηλών των προς επεξεργασία εικονοστοιχείων γίνεται εποπτικά, ώστε όλα να βρίσκονται στην περιοχή της φωτιζόμενης εγκοπής της ιδιοκατασκευής απεικονίζοντας και το ταλαντούμενο άκρο της δοκού καθόλη τη διάρκεια της κίνησής του. Κατά συνέπεια, όλα τα στοιχεία λαμβάνουν μετά την επεξεργασία την τιμή 1 με εξαίρεση τα σημεία που σκιάζονται από τη δοκό. Κατά συνέπεια, ο εντοπισμός της θέσης της του ελεύθερου άκρου, ανάγεται στο πρόβλημα εύρεσης του στοιχείου στο οποίο γίνεται η μετάβαση από την τιμή 1 (μη σκιαζόμενο) στην τιμή 0 (σκιαζόμενο). Ο αριθμός των εικονοστοιχείων μπορεί στη συνέχεια με τη βοήθεια της κλίμακας που προκύπτει από το καρέ της βαθμονόμησης να αντιστοιχηθεί στην πραγματική απόσταση της δοκού από ένα αυθαίρετο σταθερό σημείο. Το τελευταίο βήμα της επεξεργασίας περιλαμβάνει την προσαρμογή των τιμών της μετατόπισης του άκρου, ώστε στη θέση ισορροπίας να αντιστοιχεί η μηδενική τιμή.

Η συγκεκριμένη μέθοδος μέτρησης της απόκρισης είναι απλή τόσο κατά τη διαδικασία πραγματοποίησης του πειράματος, όσο και κατά την μετέπειτα επεξεργασία. Ενδεικτικό είναι ότι απαιτούνται λίγα δευτερόλεπτα για την επεξεργασία κάποιων χιλιάδων στιγμιότυπων,

κυρίως επειδή οι περισσότερες εντολές που εκτελούνται στο λογισμικό αφορούν σε έναν μικρό αριθμό εικονοστοιχείων, ανεξάρτητο από το συνολικό μέγεθος της εικόνας.

### **Ακρίβεια μεθόδου**

Αναφορικά με την ακρίβεια και την ευαισθησία της μεθόδου, αυτή κρίνεται ικανοποιητική για τις συνθήκες των πειραμάτων και εξαρτάται από 3 βασικούς παράγοντες: την ανάλυση του αισθητηρίου της κάμερας, την ευθυγράμμιση της κάμερας με το ταλαντούμενο άκρο και τις συνθήκες φωτισμού. Η ανάλυση του αισθητηρίου σε συνδυασμό με της κάμερας από τη δοκό καθορίζει την ευαισθησία της μέτρησης, αφού ο αριθμός των εικονοστοιχείων είναι πεπερασμένος και κατά συνέπεια σε κάθε εικονοστοιχείο αντιστοιχεί συγκεκριμένο εμβαδόν (στην περίπτωση της μελέτης της εγκάρσιας ταλάντωσης πρακτικά παρουσιάζει ενδιαφέρον μόνο το οριζόντιο μήκος που αντιστοιχεί στο κάθε εικονοστοιχείο) στο εστιακό βάθος που πραγματοποιείται η κίνηση. Όσο κοντύτερα βρίσκεται η κάμερα στη δοκό τόσο μεγαλύτερο μήκος αντιστοιχεί σε κάθε εικονοστοιχείο, αλλά μικραίνει και το εύρος του χώρου που αποτυπώνεται στο κάθε στιγμιότυπο.

Η ευθυγράμμιση της κάμερας με το κινούμενο άκρο είναι σημαντική, καθώς στο κάθε στιγμιότυπο αποτυπώνεται η προβολή της δοκού στο επίπεδο του αισθητηρίου, με τις διαστάσεις της να είναι τόσο μεγαλύτερες όσο περισσότερο απέχει από την καθετότητα η γωνία μεταξύ του άξονα της δοκού και του αισθητηρίου της κάμερας. Επίδραση του συγκεκριμένου παράγοντα γίνεται όλο και λιγότερο σημαντική όσο μικραίνει ο λόγος του εύρους της κίνησης του ταλαντούμενου άκρου ως προς την απόσταση του τελευταίου από τον φακό της κάμερας. Στην περίπτωση των πειραμάτων που πραγματοποιούνται στην παρούσα μελέτη, το εύρος της κίνησης θεωρείται επαρκώς μικρό, ώστε η επίδραση του συγκεκριμένου παράγοντα να θεωρείται αμελητέα.

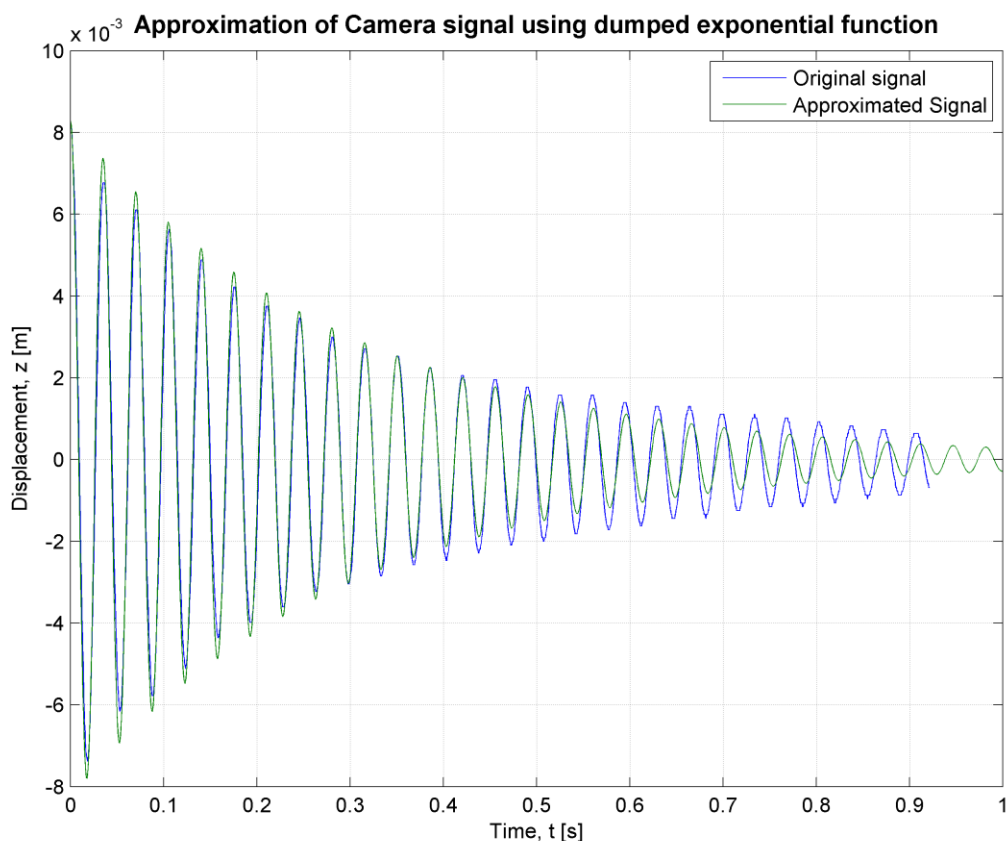
Οι συνθήκες φωτισμού επηρεάζουν την ακρίβεια της μέτρησης κυρίως μέσω της επίδρασης που έχουν στην συνέπεια με την οποία υπολογίζεται η θέση της ακμής της δοκού μπροστά από το φωτεινό φόντο που δημιουργείται στη φωτιζόμενη σχισμή. Το γεγονός ότι σε πολύ μικρό χώρο υπάρχει έντονη μεταβολή της φωτεινότητας, δημιουργεί στις εικόνες μια περιοχή κοντά στις ακμές όπου η τιμή του χρώματος των εικονοστοιχείων λαμβάνει τιμές κοντά στην τιμή αναφοράς του δυαδικού φίλτρου. Στην περίπτωση που υπάρχουν περιοχές της δοκού που η τιμή του χρώματος του εικονοστοιχείου ταλαντώνεται εκατέρωθεν της τιμής αναφοράς, τα στοιχεία αυτά εναλλάσσονται μεταξύ του άσπρου και του μαύρου με στοχαστικό τρόπο, δημιουργώντας θόρυβο στη μέτρηση. Οι συνθήκες φωτισμού σε συνδυασμό με τη ρύθμιση του φακού της κάμερας πρέπει να είναι τέτοιες, ώστε οι εικόνες που λαμβάνονται να έχουν κατά το δυνατόν τη μεγαλύτερη οξύτητα, ώστε η εμφάνιση του φαινομένου να είναι κατά το δυνατόν περιορισμένη.

### **Μαθηματική προσέγγιση κυματομορφής σήματος**

Στην περίπτωση της οπτικής διάταξης η πληροφορία που λαμβάνεται δεν είναι άμεσα διαθέσιμη, αλλά παράγεται αλγοριθμικά κατόπιν επεξεργασίας του οπτικού υλικού και είναι προφανές ότι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν σήμα ελέγχου στο ΣΚΒ. Ωστόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναγνώριση των παραμέτρων του μηχανικού μοντέλου της δοκού, αλλά και για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, αφού τα δεδομένα χαρακτηρίζονται από υψηλή ακρίβεια και απουσία θορύβου.

Όπως και στην περίπτωση του σήματος που λαμβάνεται από το πιεζοηλεκτρικό αισθητήριο, για να είναι ευκολότερη η χρήση του σήματος χρησιμοποιείται μια διαδικασία

προσέγγισης των αρχικών αποτελεσμάτων με βάση τη μορφή που προβλέπει το μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα, η απόκριση του συστήματος ανοιχτού βρόχου ως προς τη θέση του ελεύθερου άκρου αναμένεται να είναι της μορφής που περιγράφεται στην Εξ. (2-11α). Με βάση τα σημεία που λαμβάνονται αλγοριθμικά γίνεται ο υπολογισμός των παραμέτρων (φυσική ( $\omega_n$ ) και πραγματική ( $\omega_d$ ) συχνότητα ταλάντωσης, συντελεστής απόσβεσης ( $\zeta$ )). Η αναλυτική έκφραση μπορεί στη συνέχεια να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των παραμέτρων, αλλά και για μαθηματική επεξεργασία, όπως για παράδειγμα η παραγωγή, βάσει της οποίας μπορεί να προκύψει η ταχύτητα. Η μετατόπιση και η ταχύτητα είναι οι δύο μεταβλητές κατάστασης του ΣΚΒ (βλ. Ενότητα **Error! Reference source not found.**).



**Σχήμα 3-21. Προσέγγιση του απόκρισης όπως αυτή προκύπτει από την κάμερα υψηλής ταχύτητας με συνάρτηση αποσβενύμενης εκθετικής ταλάντωσης (Εξ. 2-11).**

Στο Σχήμα (3-21) φαίνεται ένα παράδειγμα προσέγγισης πειραματικών δεδομένων από την αποσβενύμενη εκθετική ταλάντωση που περιγράφεται από το μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων.

## 4 Αποτελέσματα

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν στον ανοιχτό και στον κλειστό βρόχο. Περιλαμβάνονται τα πειράματα προσδιορισμού των παραμέτρων του μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων, τα πειράματα προσδιορισμού των σταθερών λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και τα αποτελέσματα αναφορικά με τα χαρακτηριστικά της απόκρισης του ΣΚΒ, κατόπιν της εφαρμογής του διαφορικού νόμου ελέγχου. Τα αποτελέσματα που αφορούν στις σταθερές του μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων της δοκού συγκρίνονται με τις θεωρητικές προβλέψεις της βιβλιογραφίας και αξιολογείται η ακρίβεια τους και η εγγύτητά τους στις αντίστοιχες πειραματικές.

### 4.1 Μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων

Η κατασκευή του μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων της δοκού βασίζεται στον υπολογισμό των τριών παραμέτρων που περιλαμβάνει: της ισοδύναμης μάζας( $m$ ), της σταθεράς ελαστικής επαναφοράς( $k$ ) και της σταθεράς ξώδους απόσβεσης( $c$ ). Ο πειραματικός προσδιορισμός τους γίνεται με τη βοήθεια δύο πειραμάτων. Στο πρώτο πείραμα υπολογίζεται η σταθερά ελαστικής επαναφοράς κατασκευάζοντας το διάγραμμα δύναμης – βέλους κάμψης για στατικά φορτιζόμενη δοκό. Στο δεύτερο πείραμα χρησιμοποιείται η οπτική διάταξη καταγραφής της κίνησης του ελεύθερου άκρου σε ελεύθερη ταλάντωση υπό αρχική εκτροπή με μηδενική ταχύτητα. Τα χαρακτηριστικά της απόκρισης χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της σταθεράς απόσβεσης, της ιδιοσυχνότητας της κατασκευής και της συχνότητας της αποσβενύμενης ταλάντωσης. Με τον συνδυασμό των δύο πειραμάτων μπορούν να προκύψουν μονοσήμαντα οι παράμετροι  $m$ ,  $c$  και  $k$ , οι οποίες περιγράφουν με ακρίβεια τη δυναμική της δοκού.

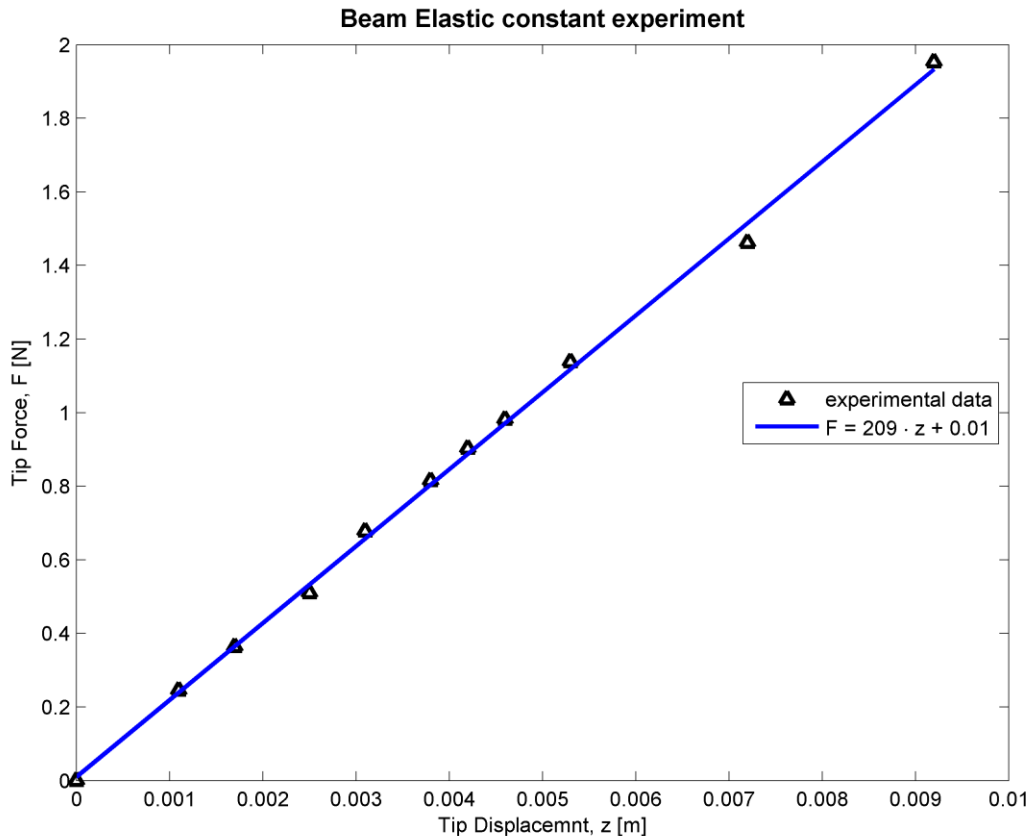
#### 4.1.1 Υπολογισμός σταθεράς ελαστικής επαναφοράς

Ο πειραματικός υπολογισμός της σταθεράς ελαστικής επαναφοράς του ελατηρίου (δυσκαμψία) γίνεται στατικά και συνίσταται στην καταγραφή ζευγών τιμών δύναμης – εκτροπής του ελεύθερου άκρου της δοκού, όπου η δύναμη αποτελεί την ανεξάρτητη μεταβλητή και η εκτροπή την εξαρτημένη. Τα ζεύγη αποτυπώνονται σε διάγραμμα και πραγματοποιείται προσέγγιση με πολυώνυμο πρώτης τάξης και η κλίση του διαγράμματος ταυτίζεται με την τιμή της ελαστικής σταθεράς. Από τη συγκεκριμένη διαδικασία γίνεται η εξαγωγή ποιοτικών και ποσοτικών συμπερασμάτων.

Τα αποτελέσματα της πειραματικής διαδικασίας συνοψίζονται στο Σχήμα (4-1). Από τη χρήση της γραμμικής παρεμβολής η σταθερά ελατηρίου εξάγεται η μαθηματική σχέση δύναμης – βέλους κάμψης ως:

$$F = 209 \cdot z + 0.01 \quad (4-1)$$

οπότε η τιμή της ελαστικής σταθεράς  $k$  λαμβάνεται ίση με 209 N/m. Ένα επιπλέον σχόλιο που μπορεί να γίνει αναφορικά με τα συγκεκριμένα αποτελέσματα είναι ότι για το εύρος κίνησης που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή της σταθεράς ελατηρίου, η γραμμική προσέγγιση περιγράφει με ικανοποιητική ακρίβεια τη συμπεριφορά της δοκού.



**Σχήμα 4-1. Πειραματικός υπολογισμός ελαστικής σταθεράς δοκού με χρήση γραμμικής προσέγγισης.**

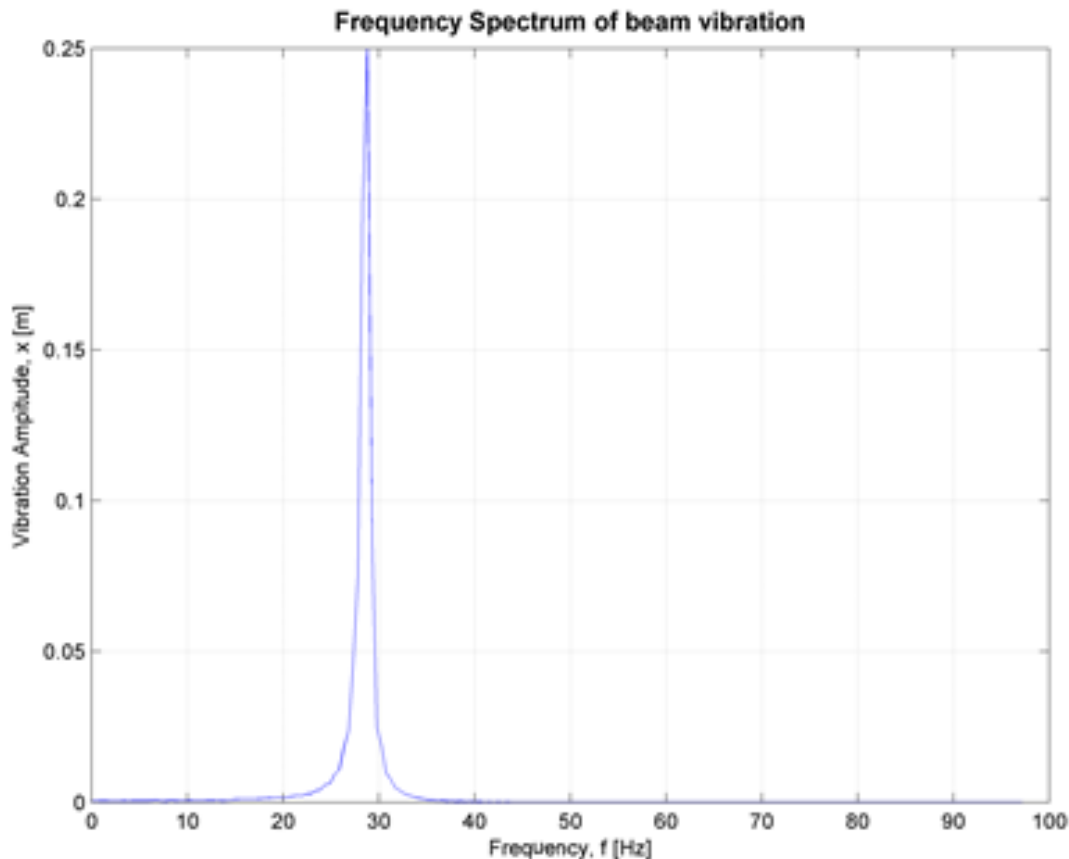
Ο υπολογισμός της συγκεκριμένης σταθεράς πραγματοποιήθηκε και θεωρητικά, χρησιμοποιώντας την εξίσωση υπολογισμού της καμπτικής δυσκαμψίας μονόπακτης δοκού, σύμφωνα με τη σχέση που παρουσιάζει ο Πίνακας 2-1 και τα αποτελέσματα που παρουσιάζει ο Πίνακας 4-1. Όπως φαίνεται η θεωρητική τιμή της δυσκαμψίας ισούται με 265 N/m, οπότε έχει απόκλιση 26.8% σε σύγκριση με την πειραματικά υπολογιζόμενη τιμή. Η απόκλιση μεταξύ της θεωρητικά και της πειραματικά υπολογισμένης τιμής κρίνεται σχετικά μικρή. Αυτό αφού η θεωρητική τιμή αποτελεί μία εξιδανίκευση που προκύπτει από τη γραμμική θεωρία κάμψης και δεν αναμένεται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτήν να ταυτίζονται με τα πειραματικά.

#### **4.1.2 Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας, συντελεστή απόσβεσης και ισοδύναμης μάζας**

Ο πειραματικός υπολογισμός των παραμέτρων  $m$  και  $c$  του μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων γίνεται μέσω της παρατήρησης και της ανάλυσης της απόκρισης της θέσης του ελεύθερου άκρου της δοκού στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας. Αρχικά, μέσω κατάλληλου μετασχηματισμού (βλ. Εξ. (2-10)), οι τρεις σταθερές ενσωματώνονται σε δύο: στο συντελεστή απόσβεσης  $\zeta$  και την ιδιοσυχνότητα  $\omega_1$ . Η ανάλυση στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιείται για την εύρεση του συντελεστή απόσβεσης και της ιδιοσυχνότητας. Η ιδιοσυχνότητα μπορεί να υπολογιστεί, παράγοντας τα ίδια αποτελέσματα, πραγματοποιώντας ανάλυση Fourier στο σήμα της ηλεκτρικής τάσης του αισθητηρίου. Η γνώση των  $\zeta$ ,  $\omega_1$  σε συνδυασμό με τη σταθερά  $k$  επιτρέπουν τον υπολογισμό των υπολειπόμενων παραμέτρων  $m$ ,  $c$  μονοσήμαντα.

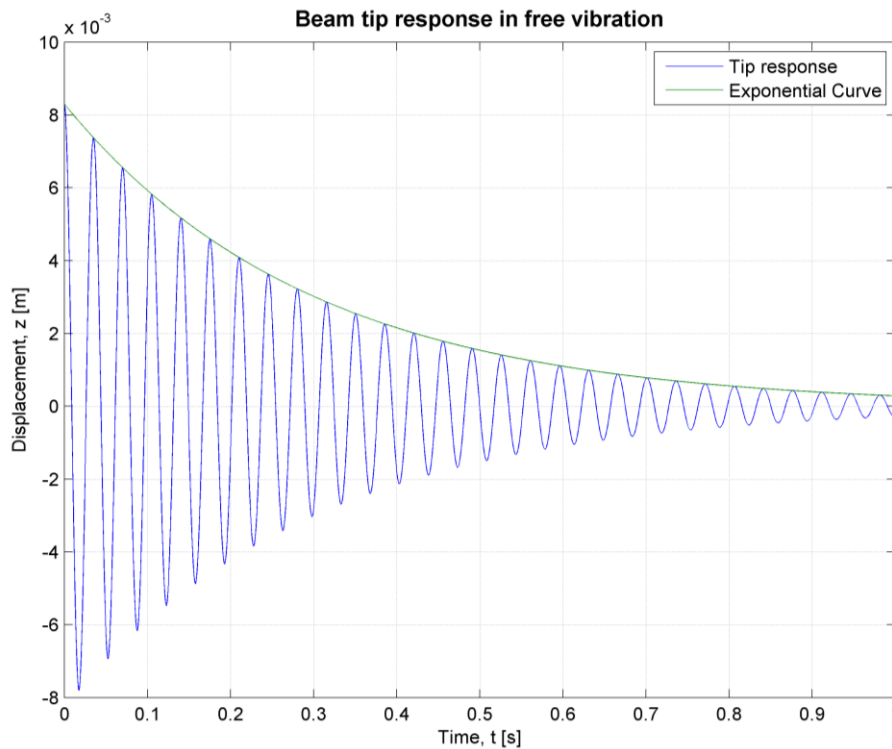


Στο Σχήμα (4-2) φαίνεται η απόκριση στο πεδίο της συχνότητας μετά την πραγματοποίηση μετασχηματισμού Fourier. Στο Σχήμα (4-3) φαίνεται η απόκριση της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου της δοκού σε ελεύθερη ταλάντωση, όπως προκύπτει από τη χρήση της οπτικής διάταξης. Η προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων με την αναλυτική θεωρητική σχέση που χρησιμοποιείται (Εξ. 2-11), βασίζεται στην εκτίμηση της ιδιοσυχνότητας και του συντελεστή απόσβεσης. Βάσει αυτών υπολογίζονται οι παράμετροι του ισοδύναμου μηχανικού μοντέλου της δοκού που παρουσιάζει Πίνακας 4-2.



**Σχήμα 4-2. Αποτελέσματα μετασχηματισμού συχνότητων Fourier για ελεύθερη ταλάντωση δοκού.**

Ο υπολογισμός της φυσικής συχνότητας ταλάντωσης και της ισοδύναμης μάζας πραγματοποιείται και θεωρητικά σύμφωνα με τις σχέσεις που παρουσιάζει ο Πίνακας 2-1 και τα αποτελέσματα παρουσιάζει ο Πίνακας 4-1 και ο Πίνακας 4-2. Η πρώτη ιδιοσυχνότητα προκύπτει ίση με 26.817 Hz (απόκλιση 6% συγκριτικά με τα πειραματικά αποτελέσματα) και η ισοδύναμη μάζα ίση με 9.3 g (απόκλιση 43% συγκριτικά με τα πειραματικά αποτελέσματα). Η μικρή απόκλιση ως προς την πρώτη ιδιοσυχνότητα επαληθεύει την ακρίβεια της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση της δοκού. Η δε απόκλιση στην τιμή της ισοδύναμης μάζας προκύπτει από τη συσσώρευση του σφάλματος των μεγεθών που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της ( $k, \omega_n$ ), με την κύρια συνεισφορά να προέρχεται από το συντελεστή καμπτικής δυσκαμψίας. Από τα ανωτέρω φαίνεται ότι η μοντελοποίηση της δοκού μέσω ενός απλού βισκοελαστικού μοντέλου παράγει ικανοποιητικά σε πρώτη προσέγγιση αποτελέσματα. Ωστόσο, υπάρχει περιθώριο βελτίωσης ως προς το θεωρητικό υπολογισμό των παραμέτρων και ειδικά της καμπτικής δυσκαμψίας.



Σχήμα 4-3. Απόκριση θέσης (σε προσέγγιση) ελεύθερου άκρου της δοκού υπό αρχική εκτροπή και μηδενική ταχύτητα, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των σταθερών του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων.

Πίνακας 4-1. Υπολογισμός παραμέτρων μοντέλου συγκεντρωμένων στοιχείων.

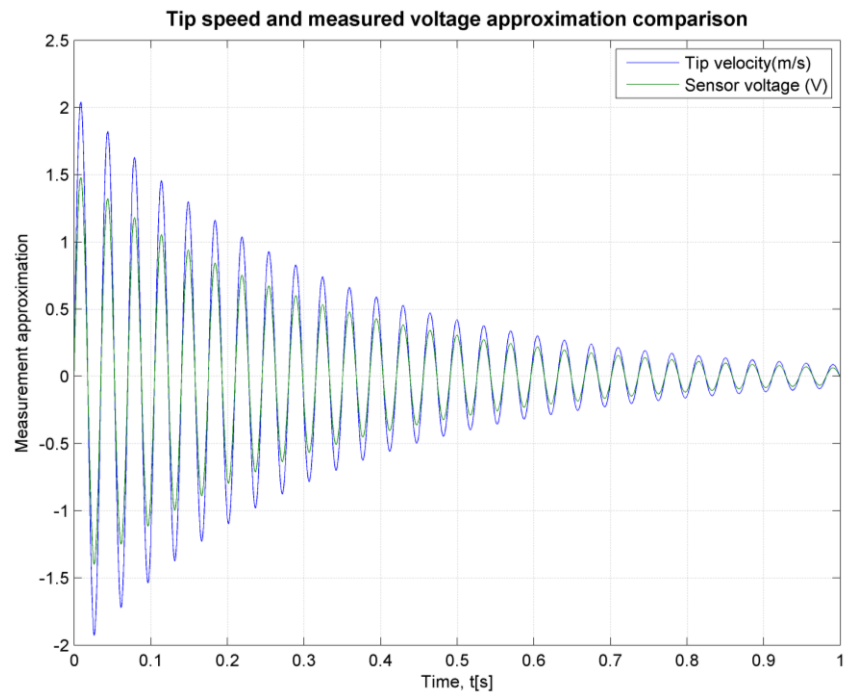
Παράμετρος	Σύμβολο	Τιμή (Πείραμα)	Τιμή (Θεωρία)
Σταθερά ελαστικής επαναφοράς	$k$	209 N/m	265 N/m
Σταθερά ιξώδους απόσβεσης	$c$	0.0438 kg/s	-
Ισοδύναμη μάζα	$m$	0.0065 kg	0.0093 kg

Πίνακας 4-2. Χαρακτηριστικά ελεύθερης ταλάντωσης δοκού

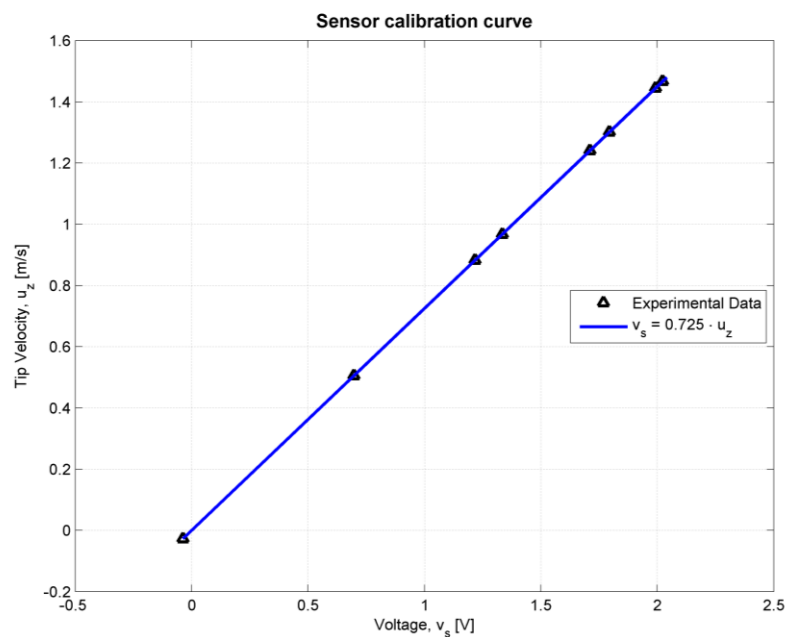
Παράμετρος	Σύμβολο	Τιμή (Πείραμα)	Τιμή (Θεωρία)
Φυσική Συχνότητα	$f_1$	28.517 Hz	26.817 Hz
Φυσική κυκλική Συχνότητα	$\omega_1$	179.177 rad/s	168.389 rad/s
Πραγματική συχνότητα	$f_d$	28.513 Hz	-
Πραγματική κυκλική συχνότητα	$\omega_d$	179.152 rad/s	-
Συντελεστής απόσβεσης	$\zeta$	0.0188 kg s	-

### 4.1.3 Υπολογισμός σταθεράς αισθητηρίου

Ο υπολογισμός της χαρακτηριστικής καμπύλης του αισθητηρίου βασίζεται στην ταυτόχρονη μέτρηση του ηλεκτρικού σήματος στην αναλογική κάρτα εισόδων στα άκρα του πιεζοηλεκτρικού αισθητηρίου και της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου(βλ. Σχήμα (4-4) και Σχήμα (4-5)). Σύμφωνα με τη θεωρία (βλ. υπολογισμό σταθεράς  $K_s$  στην Ενότητα 2.2.1 και Εξ. (2-38)) ο συσχετισμός των δύο αυτών μεγεθών είναι γραμμικός.



Σχήμα 4-4. Σύγκριση σήματος τάσης αισθητηρίου και ταχύτητας ελεύθερου άκρου δοκού, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της χαρακτηριστικής εξίσωσης του.



Σχήμα 4-5. Πειραματικός υπολογισμός χαρακτηριστικής καμπύλης λειτουργίας αισθητηρίου με χρήση γραμμικής προσέγγισης.

Η εξαγωγή του συντελεστή  $K_s$  γίνεται από τα δεδομένα των καταγραφών του Σχήματος (4-4). Αρχικά επιλέγονται ζεύγη τιμών ταχύτητας – ηλεκτρικής τάσης που αντιστοιχούν σε μία περίοδο ταλάντωσης. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και για έναν αριθμό ταλαντώσεων και για όλα τα ζεύγη τιμών που προκύπτουν πραγματοποιείται γραμμική προσέγγιση (ανεξάρτητη μεταβλητή  $v_s$ , εξαρτημένη μεταβλητή  $\dot{z}$ ). Στη συνέχεια πραγματοποιείται έλεγχος, αναφορικά με το κατά πόσον τα αποτελέσματα είναι ανεξάρτητα της περιόδου που επιλέγεται. Η κλίση της ευθείας που προκύπτει για τα ζεύγη μιας περιόδου παρουσιάζεται στο Σχήμα (4-5), απ' όπου επαληθεύεται ο γραμμικός συσχετισμός μεταξύ της ηλεκτρικής τάσης και της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου:

$$v_z = 0.715 \cdot v_s \quad (4-2)$$

Από την Εξ. (4-2) προκύπτει ότι η σταθερά  $K_s$  για ταλάντωση στην πρώτη ιδιοσυχνότητα λαμβάνει την τιμή 0.715 Vs/m. Η χαρακτηριστική εξίσωση λειτουργίας του αισθητηρίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό τόσο της θέσης όσο και της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου της δοκού χωρίς να υπάρχει η ανάγκη για χρήση της κάμερας υψηλής ταχύτητας, κάτι που μειώνει την πολυπλοκότητα της πειραματικής διαδικασίας αλλά και τη συνθετότητα της επεξεργασίας των πειραματικών αποτελεσμάτων (βλ. Εξ. (3-6)). Στη γνώση της συγκεκριμένης σταθεράς βασίζεται και η μεθοδολογία υπολογισμού της σταθεράς  $K_a$  του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή (βλ. Ενότητα 0), όπου ο υπολογισμός της απόκρισης της μετατόπισης του ελεύθερου άκρου βασίζεται στο σήμα που λαμβάνεται από το αισθητήριο και όχι την πιο πολύπλοκη οπτική διάταξη.

#### 4.1.4 Υπολογισμός σταθεράς επενεργητή

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύσσεται στην Ενότητα 2.2.1 η επίδραση της κατανεμημένης μηχανικής τάσης που εφαρμόζεται από τον επενεργητή μοντελοποιείται μέσω ενός ισοδύναμου συγκεντρωμένου φορτίου που εφαρμόζεται στο ελεύθερο άκρο και έχει το ίδιο αποτέλεσμα ως προς τη δυναμική του. Όπως έχει αποδειχτεί, ο συσχετισμός μεταξύ του αιτίου (ηλεκτρικό δυναμικό) και του αποτελέσματος (ισοδύναμη σημειακή δύναμη) είναι γραμμικός (βλ. Εξ. (2-47)) και ο υπολογισμός της σταθεράς αναλογίας ( $K_a$ ) πραγματοποιείται μέσω πειραμάτων αρμονικής διέγερσης του επενεργητή (βλ. Ενότητα 2.3.3).

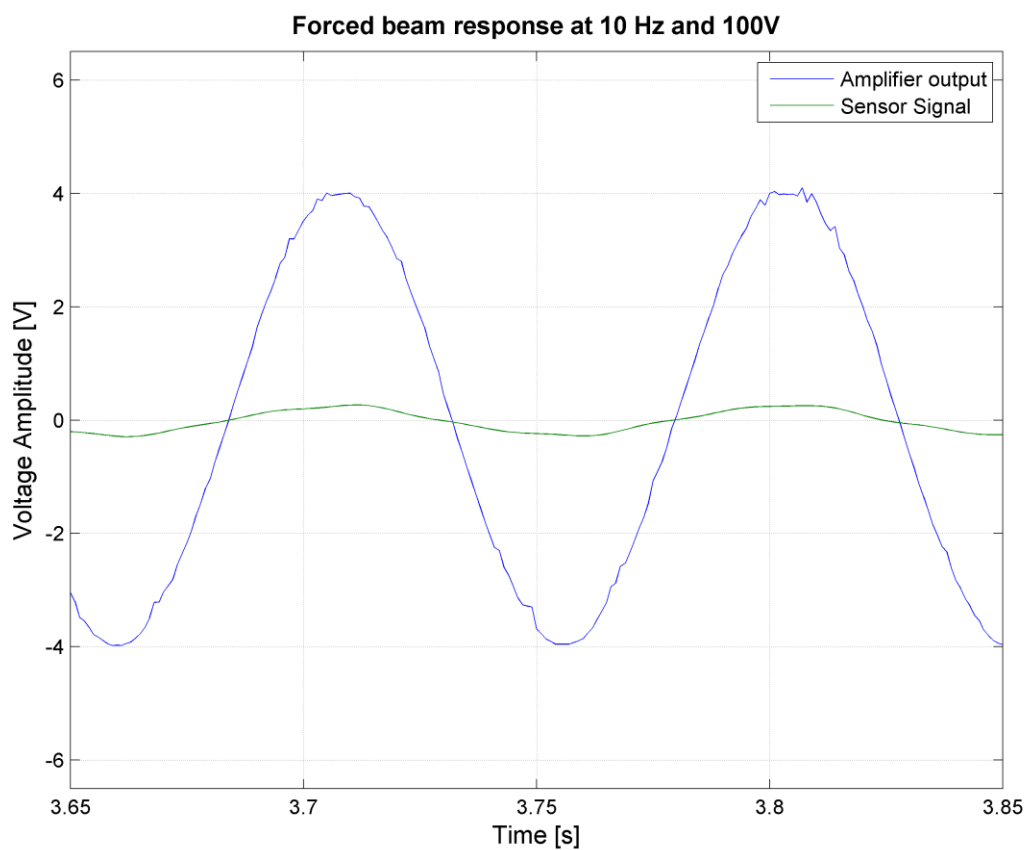
Το πρώτο βήμα της διαδικασίας περιλαμβάνει τον υπολογισμό του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $G_{zv}$  με τη βοήθεια του πειράματος αρμονικής διέγερσης. Κατά τη διάρκεια του συγκεκριμένου πειράματος πραγματοποιήθηκε διέγερση του αισθητηρίου με σήμα πλάτους 100 V (εύρος +-100V) και συχνότητας 10 Hz μέσω του C-Rio. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε συνάρτηση στο LabView που παρήγαγε σήμα πλάτους 4 V στην ίδια συχνότητα προς την αναλογική κάρτα εξόδων (βλ. διάταξη στο Σχήμα (3-2)), το οποίο στη συνέχεια ενισχύθηκε 25 φορές από τον ενισχυτή (βλ. Ενότητα 3.2.3). Κατά τη διάρκεια της διέγερσης ήταν ενεργό το κανάλι της κάρτας εισόδων, καταγράφοντας την τάση από το αισθητήριο. Στο Σχήμα (4-6) παρουσιάζονται τα προαναφερθέντα σήματα. Με μπλε χρώμα φαίνεται το 1/25 του σήματος προς τον επενεργητή και με πράσινο χρώμα το σήμα του αισθητηρίου.

Όπως φαίνεται και από το Σχήμα (4-6), αλλά και προκύπτει από τους υπολογισμούς τα δύο σήματα είναι πρακτικά συμφασικά, ενώ χρησιμοποιείται η Εξ. (3-5) για τον υπολογισμό του πλάτους της μετατόπισης από το σήμα της ταχύτητας. Το λόγο  $|z/v_a|$  όπως ορίζεται στην Εξ. (2-64) παρουσιάζει ο Πίνακας 4-3. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της αντικατάστασης της συχνότητας διέγερσης στην Εξ. (2-63) ως προς το μέτρο της συνάρτησης

$G_{zF}$ , αλλά και η τελική τιμή της σταθεράς  $K_\alpha$  (βλ. Εξ. (2-65)) για συχνότητα διέγερσης ίση με 10 Hz.

**Πίνακας 4-3. Υπολογισμός σταθεράς λειτουργίας πιεζοηλεκτρικού επενεργητή από πείραμα διέγερσης στα 10Hz και 100V.**

Μεταβλητή εισόδου	Μεταβλητή εξόδου	Τρόπος υπολογισμού	Συμβολισμός	Πλάτος
Δύναμη( $F_{eq}$ )	Μετατόπιση ελεύθερου άκρου(z)	Θεωρητικά από ΣΜ μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων	$G_{zF}$	$5.453 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2/\text{kg}$
Τάση διέγερσης( $V_p$ )	Μετατόπιση ελεύθερου άκρου(z)	Πειραματικά	$G_{zV}$	$14.23 \cdot 10^{-6} \text{ m/v}$
Δύναμη( $F_{eq}$ )		Λόγος $G_{zV}/G_{zF}$	$G_{zV} \cong K_\alpha$	$2.61 \cdot 10^{-3} \text{ kgm/v/s}^2$



**Σχήμα 4-6. Απόκριση μετατόπισης (σε προσέγγιση) ελεύθερου άκρου της δοκού υπό αρχική μετατόπιση και μηδενική ταχύτητα.**

#### 4.1.5 Αποτελέσματα κλειστού βρόχου

Στο σύστημα κλειστού βρόχου γίνεται εφαρμογή διαφορικού νόμου ελέγχου (D έλεγχος). Το δομικό διάγραμμα του ΣΚΒ φαίνεται στο Σχήμα (2-6) και η μαθηματική έκφραση του νόμου ελέγχου στην Εξ. (2-55). Σκοπός των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν στο ΣΚΒ ήταν να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα του ελεγκτή και της συνολικής διάταξης στη σταθεροποίηση της ταλάντωσης. Στο πλαίσιο της μελέτης έγινε εφαρμογή αυξανόμενου κέρδους ανάδρασης ( $K_D$ ) και αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας ως προς τη λειτουργική παράμετρο του χρόνου αποκατάστασης  $t_{5\%}$  (χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το πλάτος της ταλάντωσης στο 5% του αρχικού πλάτους). Το κέρδος  $K_D$  αυξήθηκε κλιμακωτά από την τιμή 0 (ανοικτός βρόχος) μέχρι την τιμή 5. Η περαιτέρω αύξηση του κέρδους είχε σαν αποτέλεσμα την μείωση της αποτελεσματικότητας του ΣΚΒ και περαιτέρω αύξηση οδήγησε το σύστημα σε αστάθεια. Με τον τρόπο αυτό διερευνήθηκε ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός που μπορεί ο συγκεκριμένος νόμος ελέγχου, αλλά και η συγκεκριμένη πειραματική διάταξη να απορροφήσουν την αρχική ενέργεια παραμόρφωσης.

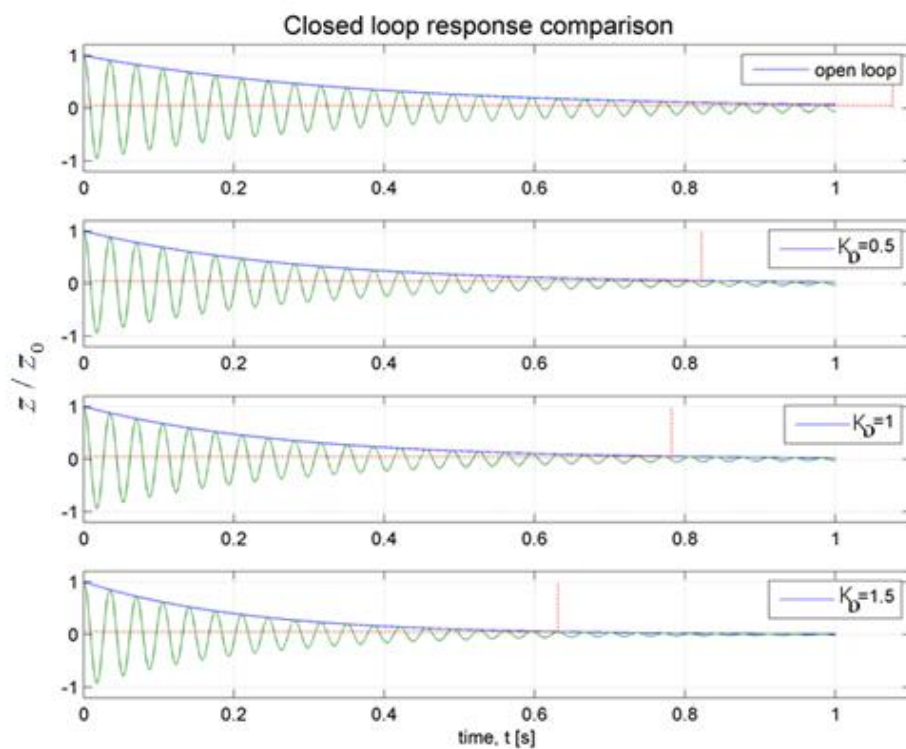
Η απόκριση του ΣΚΒ στο πεδίο του χρόνου φαίνεται στα Σχήματα (4-7) έως (4-9) για τις διάφορες τιμές του κέρδους ανάδρασης. Όλα τα διαγράμματα έχουν κοινά όρια και κλίμακα στον άξονα των χρόνων και κανονικοποιημένη κλίμακα ως προς την μετατόπιση (η τιμή της μετατόπισης  $z$  διαιρείται με την αρχική τιμή της  $z_0$ ). Αυτό σημαίνει ότι σε όλα τα διαγράμματα η εξαρτημένη μεταβλητή λαμβάνει τη χρονική στιγμή 0 την τιμή της μονάδας, οπότε είναι δυνατή και η άμεση και εποπτική σύγκρισή τους, ακόμη και αν η απόλυτη τιμή της αρχικής μετατόπισης είναι διαφορετική. Με την κόκκινη κατακόρυφη γραμμή γίνεται η αποτύπωση της χρονικής στιγμής όπου η απόκριση της μετατόπισης εισέρχεται στη ζώνη του 5% του αρχικού πλάτους, οπότε ορίζει και το χρόνο αποκατάστασης  $t_{5\%}$ . Την εξάρτηση του  $t_{5\%}$  από το κέρδος του διαφορικού νόμου ελέγχου παρουσιάζει ο Πίνακας 4-4.

Δεδομένου ότι η ανάδραση στο διαφορικό έλεγχο επιδρά με τρόπο τέτοιο ώστε να αυξάνει τη σταθερά απόσβεσης ( $\zeta$ ) του συστήματος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Εξ. (2-14) για τον υπολογισμό της ενεργού σταθεράς απόσβεσης ( $\zeta_{CL}$ ) στις αποκρίσεις του ΣΚΒ. Δεδομένου ότι η συχνότητα ταλάντωσης παραμένει σταθερή, αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό στη συνέχεια της ενεργού σταθεράς απόσβεσης ( $c_{CL}$ ), όπως αυτή ορίζεται στην Εξ. (2-60), μέσω της εφαρμογής των Εξ. (2-10). Η αποτύπωση της μεταβολής της ενεργούς σταθεράς και του ενεργού συντελεστή απόσβεσης για το ΣΚΒ γίνεται στα Σχήματα (4-10) και (4-11). Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζει ο Πίνακας (4-4). Από την παρατήρηση των αποτελεσμάτων φαίνεται ότι η εφαρμογή του ελέγχου είχε σαν αποτέλεσμα τη μείωση του χρόνου αποκατάστασης κατά 69% (από 1.129 δευτερόλεπτα πτώση στα 0.351 δευτερόλεπτα), αυξάνοντας την ενεργό σταθερά απόσβεσης κατά 2.55 φορές (αύξηση από 0.0352 kg/s στα 0.1249 kg/s).

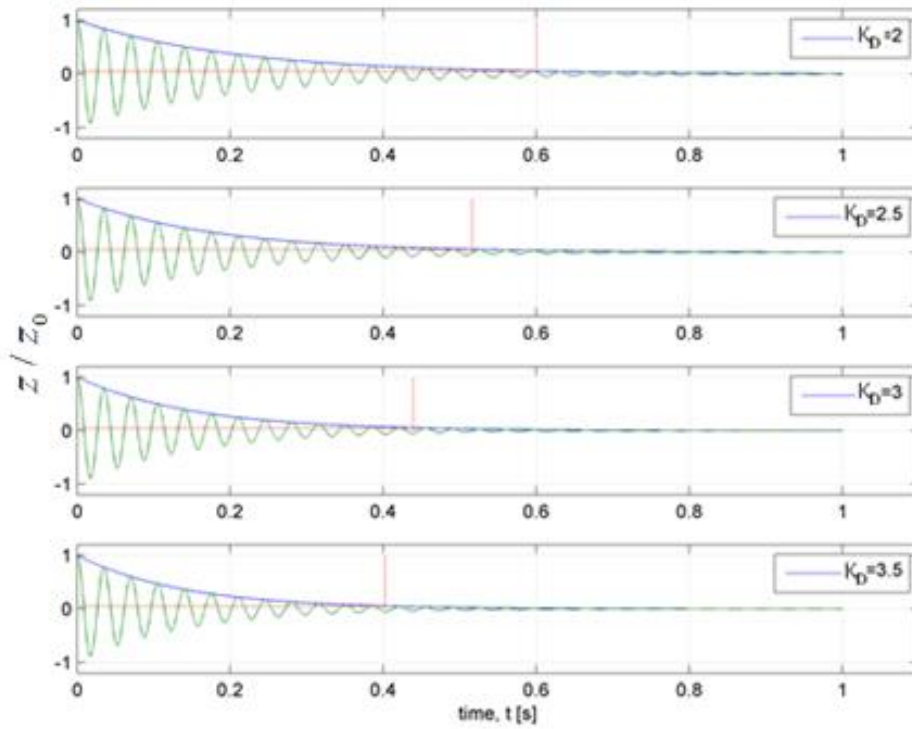
Στο Σχήμα (4-10) παρουσιάζεται η μεταβολή της μορφής της περιβάλλουσας καμπύλης (βλ. συνάρτηση  $Z$  στην Εξ. (2-12)) για μεταβαλλόμενη τιμή του κέρδους ανάδρασης, με τρόπο που επιτρέπει τη σύγκριση του χρόνου αποκατάστασης  $t_{5\%}$ . Η συγκεκριμένη απεικόνιση δεν προσδίδει περισσότερη πληροφορία σε σύγκριση με την αποτύπωση των διαγραμμάτων της πλήρους απόκρισης, αλλά δίνει τη δυνατότητα της αμεσότερης σύγκρισής τους, λόγω της τοποθέτησής τους σε κοινό διάγραμμα.

**Πίνακας 4-4. Φαινόμενη σταθερά και συντελεστής ιξώδους απόσβεσης στο ΣΚΒ.**

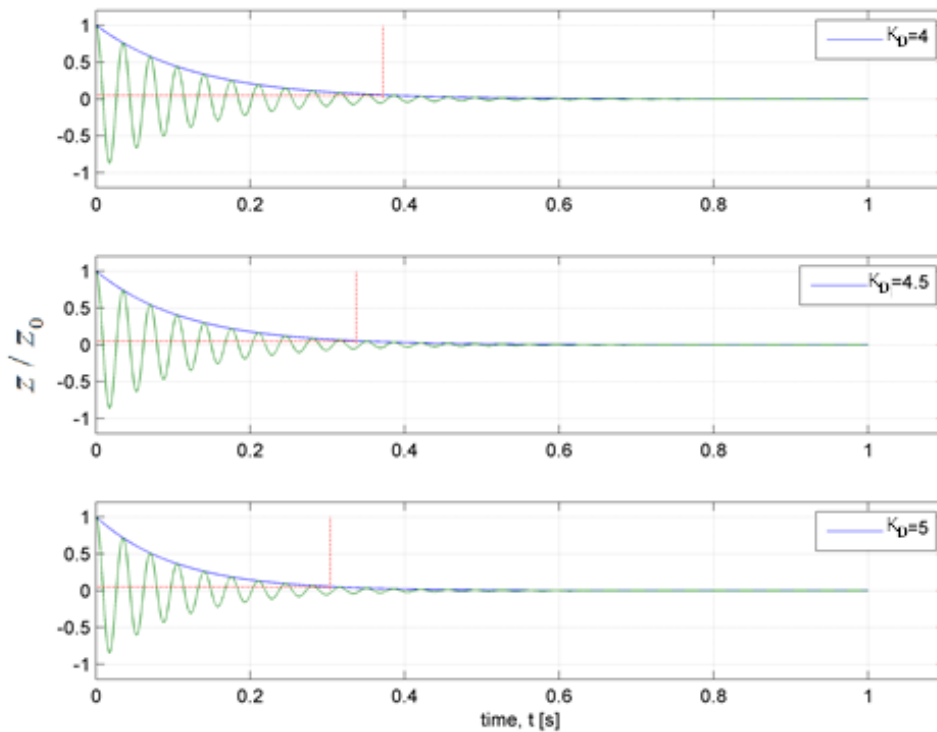
Κέρδος Ανάδρασης ( $K_D$ )	Σταθερά ιξώδους απόσβεσης ( $c_{CL}$ [kg/s])	Συντελεστής ιξώδους απόσβεσης ( $\zeta_{CL}$ [kg s])	Χρόνος αποκατάστασης 5% ( $t_{5\%}$ [s])
0	0.0352	0.0151	1.129
0.5	0.0461	0.0198	0.876
1	0.0484	0.0208	0.779
1.5	0.0601	0.0258	0.664
2	0.0631	0.0271	0.597
2.5	0.0734	0.0315	0.509
3	0.0863	0.0370	0.514
3.5	0.0941	0.0404	0.477
4	0.1019	0.0437	0.424
4.5	0.1124	0.0483	0.359
5	0.1249	0.0536	0.351



**Σχήμα 4-7. Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης  $K_D=0-1.5$ .**

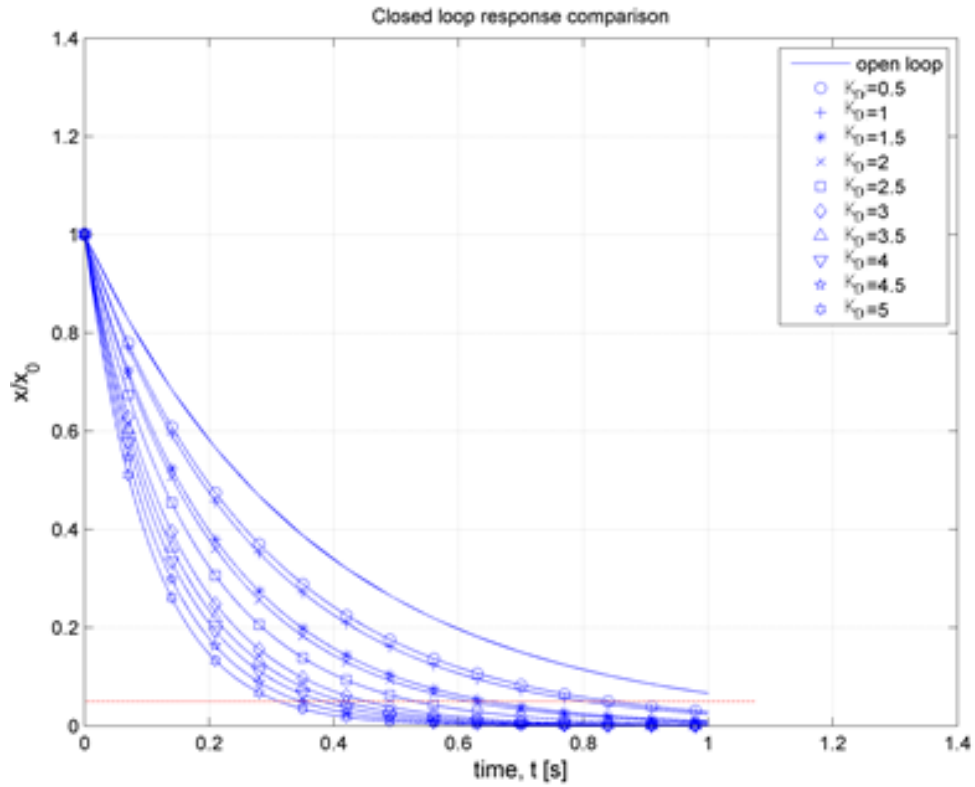


Σχήμα 4-8. Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης  $K_D=2-3.5$ .

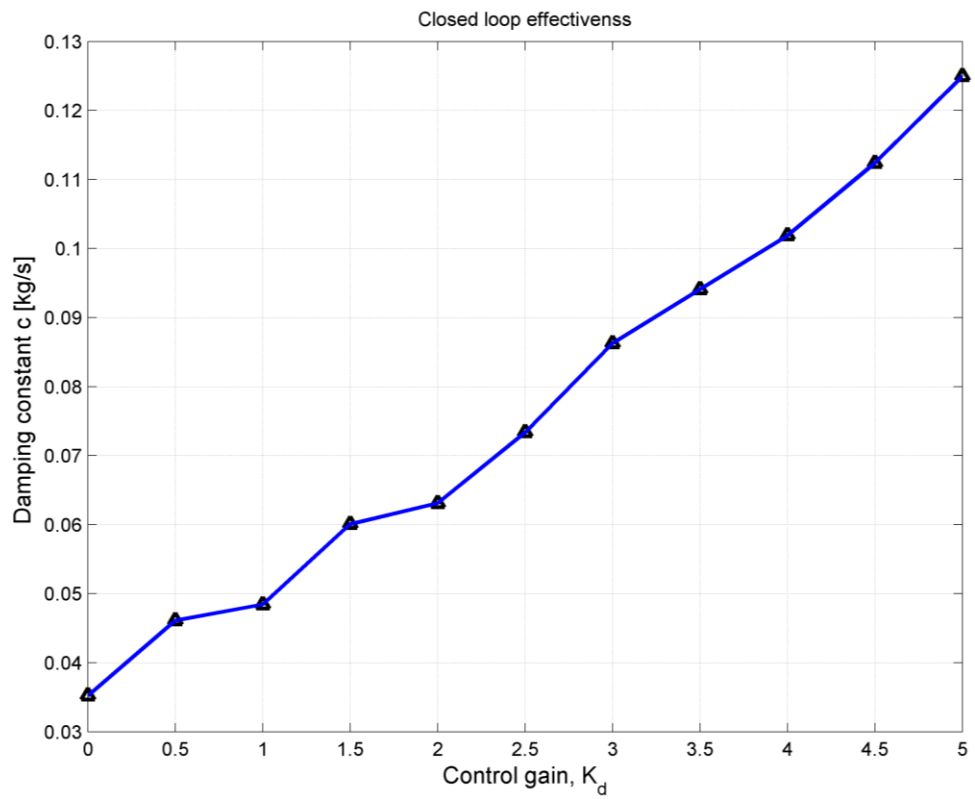


Σχήμα 4-9. Απόκριση θέσης ελεύθερου άκρου στο ΣΚΒ για τιμές κέρδους ανάδρασης  $K_D=4-5$ .

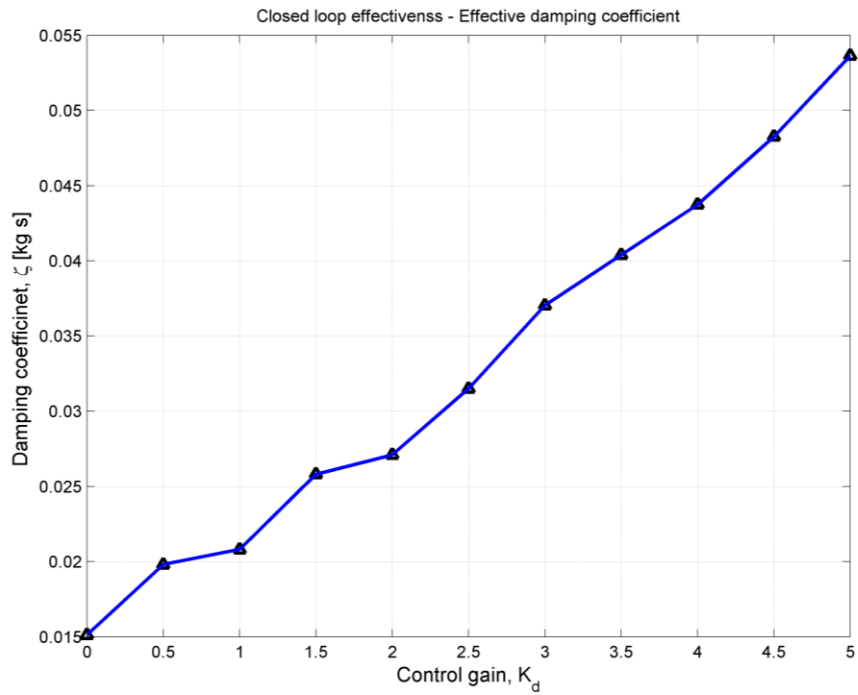




Σχήμα 4-10. Σύγκρουση περιβαλλουσών καμπύλων απόκρισης για το ΣΚΒ.



Σχήμα 4-11. Μεταβολή της ενεργού σταθεράς απόσβεσης στο ΣΚΒ για μεταβολή του κέρδους ανάδρασης.



Σχήμα 4-12. Μεταβολή του ενεργού συντελεστή απόσβεσης στο ΣΚΒ για μεταβολή του κέρδους ανάδρασης.

## 5 Συμπεράσματα & Μελλοντική Εργασία

### 5.1 Συμπεράσματα

Αρχικά αξιολογώντας τη χρήση του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων, ως μέσου για τη μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς της ταλαντούμενης δοκού και το σχεδιασμό νόμων ελέγχου, παρατηρούνται ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αυτό αφού η πραγματική απόκριση που προκύπτει μέσω των πειραματικών μετρήσεων προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια αυτήν των θεωρητικών προβλέψεων, η οποία προκύπτει από την ανάλυση των δευτεροτάξιων συστημάτων. Η παρατήρηση αυτή επαληθεύεται τόσο για την ελεύθερη ταλάντωση, όσο και για την ενεργή ταλάντωση τόσο σε ανοικτό όσο και στον κλειστό βρόχο. Επιπλέον, οι θεωρητικές τιμές των παραμέτρων της ισοδύναμης μάζας, της καμπτικής δυσκαμψίας προσεγγίζουν με σχετικά μικρή απόκλιση τις πειραματικές, αν και υπάρχει περιθώριο μείωσής της μέσω της χρήσης ακριβέστερων μεθοδολογιών. Ακόμη μικρότερη είναι η απόκλιση ως προς την πρώτη ιδιοσυχνότητα.

Στη συνέχεια αξιολογείται η ακρίβεια της μεθοδολογίας μοντελοποίησης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Η συμπεριφορά αυτών των υλικών παρουσιάζει δυσκολίες στη μελέτη, λόγω των μικρών παραμορφώσεων υπό τις οποίες μελετώνται. Η ακριβής μοντελοποίηση και χρήση των πιεζοηλεκτρικών υλικών σε παρόμοιες εφαρμογές περιπλέκεται από το γεγονός ότι η συμπεριφορά τους στη γενική περίπτωση δε διέπεται από αλγεβρικές αλλά από διαφορικές εξισώσεις, οπότε υπάρχει εξάρτηση της ηλεκτρικής συμπεριφοράς τους από τη συχνότητα διέγερσης. Παρά τις δυσκολίες αυτές, από τις παρατηρήσεις και τα αποτελέσματα που ελήφθησαν από τα πειράματα, προέκυψε ότι οι υποθέσεις και οι απλουστεύσεις που έγιναν ήταν ρεαλιστικές και ποιοτικά ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Η ακρίβεια ωστόσο στα ποσοτικά αποτελέσματα απαιτεί την ακριβή γνώση των μηχανικών και των ηλεκτρικών σταθερών και ιδιοτήτων των υλικών από τα οποία κατασκευάζονται τα επιθέματα.

Αναφορικά με τα στοιχεία και την ηλεκτρική συνδεσμολογία της πειραματικής διάταξης επιβεβαιώνεται η επάρκειά της για εφαρμογές ελέγχου ταλαντώσεων παρά τις υψηλές συχνότητες που εμφανίζονται. Η δυνατότητα αυτή παρέχεται από το συνδυασμό χρήσης ελεγκτή και αναλογικών καρτών με μεγάλη συχνότητα επεξεργασίας και καταγραφής δεδομένων με τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία που χαρακτηρίζονται από πολύ χαμηλούς χρόνους απόκρισης. Ωστόσο κρίνεται σημαντική η αλλαγή της συνδεσμολογίας στον κλάδο της καταγραφής του σήματος του αισθητηρίου καθώς οι μετρήσεις χαρακτηριζόταν από σχετικά υψηλά επίπεδα ηλεκτρικού θορύβου, που καθιστούσαν δύσκολη την εφαρμογή υψηλών κερδών ανάδρασης χωρίς την εισαγωγή του συστήματος σε αστάθεια. Επιπλέον, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι δυνατότητες του πιεζοηλεκτρικού επενεργητή περιορίζονται από την μέγιστη τάση εξόδου του ενισχυτή.

Η αποτελεσματικότητα του ελεγκτή ως προς την απόσβεση της ταλάντωσης κρίνονται ικανοποιητικά. Από τα πειράματα προέκυψε ότι η αύξηση της απόσβεσης της δοκού είναι πιο εύκολη από τη μεταβολή της δυσκαμψίας της, καθώς και ότι ακόμη και η εφαρμογή ενός σχετικά απλού νόμου ελέγχου οδήγησε σε σημαντική αύξηση του ρυθμού διάχυσης της ενέργειας της ταλάντωσης και του συντελεστή απόσβεσης. Δεδομένων αυτών εξάγεται το συμπέρασμα ότι η χρήση του συγκεκριμένου ελεγκτή για την αύξηση της φυσικής απόσβεσης ταλαντούμενων κατασκευών είναι σχετικά εύκολη στην υλοποίηση αλλά και αποτελεσματική.

## 5.2 Μελλοντική Εργασία

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκε μία μεθοδολογία για την μοντελοποίηση και τον ενεργητικό έλεγχο μιας ταλαντούμενης κατασκευής. Ωστόσο, στην πρωταρχική μελέτη που πραγματοποιήθηκε, έγιναν πολλές απλουστεύσεις. Επιπλέον, η εφαρμογή της μεθοδολογίας έγινε για απλό φορέα, γεγονός που απλοποίησε σημαντικά τόσο το πρόβλημα του ελέγχου αυτό καθαυτό, όσο και τη διαδικασία μοντελοποίησης του μηχανικού φορέα και της αλληλεπίδρασης του με τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, δίνοντας παράλληλα ένα πλήθος εύκολα εφαρμόσιμων μαθηματικών σχέσεων.

Μία πρόκληση για μελλοντική εργασία θα ήταν η ενσωμάτωση στη διαδικασία της μοντελοποίησης των πεπερασμένων στοιχείων. Κάτι τέτοιο επιτρέπει την εφαρμογή της μεθοδολογίας σε πιο πολύπλοκες γεωμετρίες, χωρίς να καθιστά αναγκαία την ύπαρξη θεωρητικών και αναλυτικών λύσεων που να περιγράφουν τη δυναμική της κατασκευής. Ο αριθμός και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και το φάσμα της δυναμικής που πρέπει να μοντελοποιηθεί είναι και αυτό αντικείμενο μελέτης και βελτιστοποίησης.

Η απλότητα του φορέα επέτρεψε τον αποτελεσματικό έλεγχο της ταλάντωσης με τη χρήση ενός μοναδικού αισθητηρίου και ενός μοναδικού επενεργητή (σύστημα SISO). Πιο πολύπλοκες κατασκευές για να ελεγχθούν αποτελεσματικά απαιτούν τη χρήση μεγαλύτερου αριθμού στοιχείων (σύστημα MIMO). Κάτι τέτοιο περιπλέκει την ανάλυση σε επίπεδο ελέγχου και απαιτεί τη μελέτη των δομικών ιδιοτήτων του συστήματος από άποψη ελέγχου(π.χ. ευστάθεια, ελεγχσιμότητα, παρατηρησιμότητα). Οι ιδιότητες αυτές συνδέονται με την τοπολογία τοποθέτησης των επιθεμάτων στην κατασκευή, η οποία αποτελεί και αυτή αντικείμενο μελέτης και βελτιστοποίησης.

Ανεξάρτητα από τον αριθμό και το είδος των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων που χρησιμοποιούνται, αναμένεται μεγάλη βελτίωση των λειτουργικών προδιαγραφών ελέγχου από την εφαρμογή πιο πολύπλοκων νόμων ελέγχου. Οι περιορισμοί από την εφαρμογή ενός απλού διαφορικού νόμου ελέγχου είναι προφανείς και μπορούν να μειωθούν μέσω της χρήσης συνθετότερων γραμμικών ή μη γραμμικών μεθοδολογιών ελέγχου. Για παράδειγμα εκτός από την αύξηση της ιξώδους απόσβεσης θα μπορούσε να αυξηθεί και καμπτική δυσκαμψία της δοκού και η χρήση ανατροφοδότησης κατάστασης θα μπορούσε να επιτρέψει τον ορισμό των πόλων του ΣΚΒ. Ο LQR είναι ένας ελεγκτής που επιτρέπει την εισαγωγή κριτηρίων βελτιστοποίησης στον σχεδιασμό του ελέγχου. Όσο περισσότερα λειτουργικά κριτήρια απόδοσης εισάγονται τόσο πιο μελετημένος και ακριβής πρέπει να είναι ο νόμος ελέγχου.

Μία τελευταία πρόταση μελέτης αποτελεί η εφαρμογή μεθοδολογιών ελέγχου για διαφορετική μορφή διέγερσης και διαφορετικού είδους λειτουργικές προδιαγραφές. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν ο έλεγχος σε κρουστικό φορτίο ή σε συνεχείς διαταραχές λόγω συγκεντρωμένων ή κατανεμημένων φορτίων. Τέτοιου είδους προβλήματα αφορούν σε συνήθεις τεχνολογικές εφαρμογές και παρουσιάζουν δυσκολίες λόγω της διέγερσης πολλαπλών συχνοτήτων με απρόβλεπτο και στοχαστικό τρόπο. Επιπλέον, οι λειτουργικές προδιαγραφές μπορεί να αφορούν όχι μόνο αποκλειστικά την απόσβεση ταλαντώσεων, αλλά να συνδυάζουν και άλλα χαρακτηριστικά όπως ο έλεγχος μορφής ή η ανάκτηση ενέργειας.

## 6 Βιβλιογραφία

- [1] E. F. Crawley and J. De Luis, "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures," *AIAA Journal*, vol. 25, no. 10, pp. 1373–1385, 1987, ISSN: 0001-1452. DOI:10.2514/3.9792.[Online].Available:<http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.9792>.
- [2] A. A. Khdeir, E. Darraj, and O. J. Aldraihem, "Free Vibration of Cross Ply Laminated Beams with Multiple Distributed Piezoelectric Actuators," *Journal of Mechanics*, vol. 28, no. 01, pp. 217–227, Mar. 2012, ISSN: 1727-7191. DOI: 10 . 1017 / jmech . 2012.22.[Online].Available:[http://www.journals.cambridge.org/abstract%7B%5C\\_%7DS1727719112022009](http://www.journals.cambridge.org/abstract%7B%5C_%7DS1727719112022009)
- [3] M. I. Chang and T. Soong, "Optimal controller placement in modal control of complex systems," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 75, no. 2, pp. 340–358, Jun. 1980, ISSN: 0022247X. DOI: 10.1016/0022-247X(80)90084-0. [Online]. Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022247X80900840>.
- [4] S. Hanagud, C. Won, and M. Obal, "Optimal Placement of Piezoceramic Sensors and Actuators," in 1988 American Control Conference, IEEE, Jun. 1988, pp. 1884–1889. DOI:10.23919/ACC.1988.4790034.[Online].Available:<https://ieeexplore.ieee.org/document/4790034/>.
- [5] R. Lindberg and R. W. Longman, *On the Number and Placement of Actuators for Independent Modal Space Control*, 2008. DOI: 10.2514/3.56366.
- [6] S. K. HA, C. KEILERS, and F.-K. CHANG, *Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators*, 1992. DOI: 10.2514/3.10984. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.10984>.
- [7] S. Hanagud, M. W. Obal, and A. J. Calise, "Optimal vibration control by the use of piezoceramic sensors and actuators," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 5, pp. 1199–1206, 1992, ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/3.20969. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20969>.
- [8] N. W. Hagood, W. H. Chung, and A. V. Flotow, *Control Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control*, 2014. DOI: 10.1177/1045389X9000100305. [Online]. Available:<http://jim.sagepub.com/content/1/3/327%7B%5C%%7D0Ahttp://www.sagepub.com/content/1/3/327%7B%5C%%7D0Ahttp://jim.sagepub.com/journalsPermissions.nav%7B%5C%%7D0Ahttp://jim>.
- [9] Barbero EJ. *Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus*. CRC Press, Boca Raton FL-US, 2013.
- [10] Alaimo, A. Milazzo, and C. Orlando, *A smart composite-piezoelectric one-dimensional finite element model for vibration damping analysis*, 2016. DOI: 10.1177/1045389X15591380.
- [11] M. R. Hatch, *Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS*. 2001, p. 656, ISBN: 1584882050. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- [12] S. M. Khot, N. P. Yelve, and R. Iyer, *Extraction of system model from finite element model and simulation study of vibration control*, 2012.
- [13] L. Meirovitch, H. Baruh, and H. Oz, "COMPARISON OF CONTROL TECHNIQUES FOR LARGE FLEXIBLE SYSTEMS.," in *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 46, Jul. 1982, p. 949, ISBN: 0877031614. DOI: 10.2514/3.19833. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19833>.
- [14] C. M. A. Vasques and J. Dias Rodrigues, *Active vibration control of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies*, 2006. DOI: 10.1016/j.compstruc.2006.01.026.
- [15] P. Gaudenzi, R. Carbonaro, and E. Benzi, "Control of beam vibrations by means of piezoelectric devices: theory and experiments," *Composite Structures*, vol. 50, no. 4, pp. 373–379, Dec. 2000, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/S0263-8223(00)00114-8. [Online].Available:<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822300001148.170>

- [16] S. Kumar and R. Srivastava, *Active Vibration Control of Smart Piezo Cantilever Beam Using Pid Controller*, 2014.
- [17] A. Baz and S. Poh, "Performance of an active control system with piezoelectric actuators," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 126, no. 2, pp. 327–343, Oct. 1988, ISSN:0022460X.DOI:10.1016/0022-460X(88)90245-3.[Online].Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022460X88902453>.
- [18] E. Padoin, O. Menuzzi, E. Perondi, and J. Fonseca, "MODELING AND LQR/LQG CONTROL OF A CANTILEVER BEAM USING PIEZOELECTRIC MATERIAL," no. Cobem, pp. 4629–4638, 2013.
- [19] T. Bailey and J. E. Hubbard, "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 5, pp. 605–611, Sep. 1985, ISSN: 0731-5090. DOI: 10 . 2514 / 3 . 20029. [Online]. Available: <http://doi.wiley.com/10.1002/oca.4660090111%20http://cdmd.cnki.com.cn/Article/CDMD-10358-1011283867.htm%20http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20029>
- [20] B.-T. Wang and C. A. Rogers, "Laminate Plate Theory for Spatially Distributed Induced Strain Actuators,"*Journal of Composite Materials*, vol. 25, no. 4, pp. 433–452, 1991, ISSN: 1530793X. DOI: 10.1177/002199839102500405. [Online]. Available: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002199839102500405>.
- [21] E. K. Dimitriadis, C. R. Fuller, and C. a. Rogers, *Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates*, 1991. DOI: 10.1115/1.2930143.
- [22] A. P. Christoforou and A. S. Yigit, "Characterization of impact in composite plates," *Composite Structures*, vol. 43, no. 1, pp. 15–24, Sep. 1998, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/S0263-8223(98)00087-7.[Online].Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822398000877>.
- [23] A. P. Christoforou and S. R. Swanson, *Analysis of impact response in composite plates*, 1991. DOI: 10. 1016/0020-7683(91)90226-6.
- [24] S. Khalili, M. Soroush, A. Davar, and O. Rahmani, "Finite element modeling of low-velocity impact on laminated composite plates and cylindrical shells," *Composite Structures*, vol. 93, no. 5, pp. 1363–1375, Apr. 2011, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2010.10.003.[Online].Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822310003296>.
- [25] S. C. Her and Y. C. Liang, "The finite element analysis of composite laminates and shell structures subjected to low velocity impact," *Composite Structures*, vol. 66, no. 1-4, pp. 277–285, 2004, ISSN: 02638223.DOI: 10.1016/j.compstruct.2004.04.049.
- [26] S. C. Her and C. S. Lin, *Deflection of cross-ply composite laminates induced by piezoelectric actuators*,2010. DOI: 10.3390/s100100719.
- [27] H. Aggour and C. T. Sun, *Finite element analysis of a laminated composite plate subjected to circularly distributed central impact loading*, 1988. DOI: 10.1016/0045-7949(88)90412-9.
- [28] H.-Y. T. Wu and C. Fu-Kuo, "Transient dynamic analysis of laminated composite plates subjected to transverse impact," *Computers & Structures*, vol. 31, no. 3, pp. 453–466, Jan. 1989, ISSN:00457949.DOI:10.1016/0045-7949(89)90393-3.[Online].Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045794989903933>.
- [29] D. S. Cairns and P. A. Lagace, *Transient response of graphite/epoxy and Kevlar/epoxy laminates subjected to impact*, 2008. DOI: 10.2514/3.10306.
- [30] T. S. Plagianakos and E. G. Papadopoulos, "Low-Velocity Global-Local Impact Response of Smart Composite and Sandwich Composite Plates With Piezoelectric Transducers," in *Volume 4B: Dynamics, Vibration, and Control*, ASME, Nov. 2014, V04BT04A062, ISBN: 978-0-7918-4648-3.DOI:10.1115/IMECE2014-37574.[Online]. Available:<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/IMECE2014-37574>.
- [31] T. S. Plagianakos, K. Lika, and E. G. Papadopoulos, "Low-velocity impact response of smart sandwich composite plates with piezoelectric transducers: Modeling and

- experiments,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 27, no. 6, pp. 774–785, 2015, ISSN: 15308138. DOI:10.1177 /1045389X15580662.171.
- [32] K. Y. Lam and T. Y. Ng, Active control of composite plates with integrated piezoelectric sensors and actuators under various dynamic loading conditions, 1999. DOI: 10.1088/0964-1726/8/2/008.
- [33] K. Chandrashekhara and A. N. Agarwal, “Active Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Devices: A Finite Element Approach,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 4, no. 4, pp. 496–508, 1993, ISSN: 15308138. DOI: 10.1177/1045389X9300400409.
- [34] D. A. Saravanos and A. P. Christoforou, “Low-energy impact of adaptive cylindrical piezoelectric composite shells,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, no. 8, pp. 2257–2279, 2002, ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/S0020-7683(02)00087-2.
- [35] S. A. Luis, Undamped Modal Analysis of MDOF systems, 2008. [Online]. Available: <http://rotorlab.tamu.edu/me617/HD%20%20Modal%20Analysis%20Undamped%20MDOF.pdf>.
- [36] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 2017. DOI: 10.1109/TAC.1972.1100013. arXiv: 0605511[cond-mat].
- [37] R. C. Dorf and R. H. Bishop, *Modern Control Systems*, 12th. 2011, ISBN: 9780136024583.
- [38] M. Triantafyllou, *Maneuvering and Control of Surface and Underwater Vehicles Lectures*, 2004. [Online]. Available: <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-154maneuveringand-control-of-surface-and-underwater-vehicles-13-49-fall-2004/lecture-notes/lec19.pdf>
- [39] V. Radisavljevic-Gajic, “Linear Observers Design and Implementation,” Bridgeport, CT, USA: Proceedings of the 2014 Zone 1 Conference of the American Society for Engineering Education, 2014. DOI:10.1109/ASEEZone1.2014.6820636.
- [40] D. Dhanunjaya Raju and V. V. Subba Rao, “Static Response of Cross-Ply Laminated Hybrid Composite Plates Excited by Piezoelectric Actuators,” in *Proceedings of the World Congress on Engineering*, London, 2016.
- [41] D. Kumar and V. V. Rao Subba, “VIBRATION CONTROL OF RECTANGULAR CROSS-PLY FRP PLATES USING PZT MATERIALS,” *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 12, 2017.
- [42] J.N.Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells theory and analysis*. 2004, p. 831, ISBN:9780849315923.
- [43] T. S. Plagianakos and D. A. Saravanos, High-order layerwise finite element for the damped free-vibration response of thick composite and sandwich composite plates, 2009. DOI: 10.1002/nme.2465. arXiv:1201.4903.
- [44] I. Chowdhury and S. P. Dasgupta, Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems, 2003. DOI: 10.1002/cnma.201700327.
- [45] W. J. Stronge, *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000, ISBN: 9780511626432. DOI:10.1017/CBO9780511626432. arXiv:arXiv:1011.1669v3. [Online]. Available: <http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CBO9780511626432>.
- [46] T. S. Plagianakos and E. G. Papadopoulos, “Low-energy impact response of composite and sandwich composite plates with piezoelectric sensory layers,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, no. 14, pp. 2713–2727, 2014, ISSN: 00207683. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2014.04.005.
- [47] C. T. Sun and J. K. Chen, *On the Impact of Initially Stressed Composite Laminates*, 1985. DOI: 10.1177/002199838501900601.
- [48] A. Ghosh and P. Sinha, “Dynamic and impact response of damaged laminated composite plates,” *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 76, no. 1, pp. 29–37, Feb. 2004, ISSN: 00022667. DOI:10.1108/00022660410514982. [Online]. Available: <https://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/00022660410514982>.

