Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Τομέας Γεωτεχνικής



National Technical University of Athens School of Civil Engineering Geotechnical Division

### Διπλωματική Εργασία Αδαμίδη Ορέστη Επιβλέπων: Καθηγητής Γ. Γκαζέτας

# Ανάλυση Στατικής και Δυναμικής Περιστροφής Κυλίνδρου

# σε Άκαμπτο, Ελαστικό και Ανελαστικό Έδαφος



# Static and Dynamic Rotation of Cylinder on Rigid, Elastic and Inelastic Soil

Diploma Thesis by Adamidis Orestis Supervised by: Professor G. Gazetas

Αθήνα, Νοέμβρης 2011

Athens, November 2011

### Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τη διπλωματική μου εργασία, θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους με βοήθησαν και με στήριξαν σε αυτήν την πορεία.

Καταρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Γιώργο Γκαζέτα, για την πολύτιμη καθοδήγηση και την αμέριστη υποστήριξη καθ'όλη τη διάρκεια αυτής της προσπάθειας, αλλά και γιατί με ενέπνευσε ήδη από τα μαθήματά του κατά τη διάρκεια των σπουδών, συμβάλλοντας καθοριστικά στην αγάπη που έχω αναπτύξει για το αντικείμενο του μηχανικού.

Έπειτα θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον διδάκτορα Ιωάννη Αναστασόπουλο για την ουσιαστική βοήθεια και συμπαράσταση σχετικά με πλήθος προβλημάτων που ανέκυψαν σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον λέκτορα Νίκο Γερόλυμο για τις καίριες συμβουλές σχετικά με τις αριθμητικές μεθόδους και τα προβλήματα που συνδέονται με αυτές, που υπήρξαν η αφορμή για την περαιτέρω ενασχόλησή μου με αυτά τα θέματα.

Ευχαριστίες οφείλω και στον υποψήφιο διδάκτορα Μάριο Αποστόλου, ο οποίος με τη βαθιά γνώση του για το αντικείμενο που εξετάστηκε στην παρούσα διπλωματική μου παρείχε πολύτιμες συμβουλές αλλά και μία έμπειρη ματιά στη σχετική βιβλιογραφία.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους διδάκτορες Ράλλη Κουρκουλή και Φανή Γελαγώτη που επίσης συνεισέφεραν στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Τέλος, επιθυμώ να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την υποστήριξη και την υπομονή.

## Περίληψη

Η εργασία αυτή ασχολείται με την ανάλυση της στατικής και της δυναμικής περιστροφής ενός άκαμπτου κυλίνδρου επί άκαμπτου, ελαστικού ή ανελαστικού εδάφους. Η περιστροφή αυτή περιορίζεται σε ένα μόνον επίπεδο, ενώ φροντίζουμε ώστε να εξετάζεται αυτόνομα, λαμβάνοντας ειδική μέριμνα για την τέμνουσα, που κανονικά αποτελεί μέγεθος συζευγμένο με τη ροπή. Όλες οι αριθμητικές αναλύσεις έχουν γίνει με τη βοήθεια του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus.

Αρχικά το έδαφος θεωρείται ως άκαμπτο. Ξεκινώντας από τη στατική περιστροφή, αυτή προσεγγίζεται τόσο αναλυτικά όσο και αριθμητικά, με καλή συμφωνία μεταξύ των δύο μεθόδων. Ακολουθεί συνοπτική παραμετρική διερεύνηση για την καλύτερη κατανόηση του τρόπου μεταβολής των καμπυλών pushover. Έπειτα εξετάζεται η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος, αναλυτικά και αριθμητικά, με καλή σύμπτωση των αποτελεσμάτων και εδώ. Εξετάζεται η διαφορά στην απόκριση μεταξύ κυλίνδρου και block και προτείνονται κατάλληλα διαγράμματα ανατροπής. Ολοκληρώνοντας την ενότητα διερευνάται και η επιρροή του rolling, δίνοντας μας μια ιδέα για την τριδιάστατη απόκριση του κυλίνδρου.

Στη συνέχεια θεωρείται ελαστικό έδαφος. Προτείνεται ένας τρόπος αναλυτικής στατικής επίλυσης με τη βοήθεια κατανεμημένων ελατηρίων Winkler. Τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αριθμητικών αναλύσεων, με τα οποία υπάρχει καλή συμφωνία. Έπεται μία σύντομη παραμετρική διερεύνηση, σε αντιστοιχία με το άκαμπτο έδαφος. Περνώντας στη δυναμική φόρτιση, χρησιμοποιείται ένα αναλυτικό μοντέλο κατανεμημένων ελατηρίων και αποσβεστήρων, τα αποτελέσματα του οποίου ελέγχονται με τη βοήθεια αριθμητικών αναλύσεων. Συνεχίζουμε με τη δημιουργία διαγραμμάτων ανατροπής, τα οποία συνοπτική παραμετρική διερεύνηση σχετικά με τη αυτοποία φροντίζουμε να ελέγξουμε ως προς την ορθότητά τους και η ενότητα ολοκληρώνεται με μία συνοπτική παραμετρική διερεύνηση.

Τέλος, πραγματοποιείται η μετάβαση στο ανελαστικό έδαφος. Συνοπτικά αναλύεται το καταστατικό προσομοίωμα ενώ ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στον προσδιορισμό της περιστροφικής δυσκαμψίας. Επιτυγχάνεται η δημιουργία ενός τρόπου πρόβλεψης της τέμνουσας περιστροφικής δυσκαμψίας ανάλογα με τη γωνία στροφής, γεγονός που μας επιτρέπει την παραγωγή των διαγραμμάτων pushover για ανελαστικό έδαφος, εφόσον γνωρίζουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα για το ελαστικό. Όπως επισημάνθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, τα διαγράμματα για το ελαστικό έδαφος μπορούν να προκύψουν και αναλυτικά, με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η εξολοκλήρου αναλυτική παραγωγή των διαγραμμάτων για ανελαστικό έδαφος, μέσω της προσέγγισης για τη μη γραμμικότητα του εδάφους που προτείνεται. Έπεται και πάλι μια παραμετρική διερεύνηση για τη στατική απόκριση. Ολοκληρώνοντας, αριθμητικές αναλύσεις χρησιμοποιούνται για την παραγωγή σημαντικών συμπερασμάτων κατά την ανακυκλική και δυναμική φόρτιση σε ανελαστικό έδαφος.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

# 1. Άκαμπτο έδαφος

### 1.1 Στατική Ανάλυση

1.1.1	Αναλυτική Επίλυση8	}
1.1.2	Αριθμητική Επίλυση8	}
1.1.3	Σύγκριση αναλυτικής – αριθμητικής επίλυσης9	)
1.1.4	Παραμετρική διερεύνηση	
	<b>1.1.4 .1</b> Επιρροή μάζας <b>10</b>	)
	<b>1.1.4 .2</b> Επιρροή λυγηρότητας <b>10</b>	)
	<b>1.1.4 .3</b> Αδιαστατοποίηση <b>10</b>	)

### 1.2 Δυναμική Ανάλυση

1.2.1	Αναλυτική Επίλυση11
1.2.2	Αριθμητική Επίλυση12
1.2.3	Σύγκριση αναλυτικής – αριθμητικής επίλυσης12
1.2.4	Διαγράμματα ανατροπής13
1.2.5	Επιρροή Rolling <b>13</b>
Σχήματα κ	εφαλαίου 116

# 2. Ελαστικό έδαφος

## 2.1 Στατική Ανάλυση

<b>2.1.1</b> Αναλυτική Επίλυση <b>28</b>
<b>2.1.2</b> Αριθμητική Επίλυση <b>32</b>
2.1.3 Σύγκριση αναλυτικής – αριθμητικής επίλυσης33
<b>2.1.4</b> Παραμετρική διερεύνηση
<b>2.1.4 .1</b> Επιρροή μάζας <b>33</b>
<b>2.1.4 .2</b> Επιρροή λυγηρότητας <b>33</b>
2.1.4 .3 Επιρροή μέτρου ελαστικότητας εδάφους34

## 2.2 Δυναμική Ανάλυση

2.2.1	Αναλυτική Επίλυση	35
2.2.2	Αριθμητική Επίλυση	36
2.2.3	Σύγκριση αναλυτικής – αριθμητικής επίλυσης	37
2.2.4	Διαγράμματα ανατροπής	
	<b>2.2.4 .1</b> Απόκριση block	
	<b>2.2.4 .1.1</b> Στατική ανάλυση	38
	<b>2.2.4 .1.2</b> Δυναμική ανάλυση4	<b>1</b> 1
	<b>2.2.4 .1.3</b> Διαγράμματα ανατροπής4	12
	2.2.4.2 Σύγκριση άκαμπτου	
	και ελαστικού εδάφους4	12
	<b>2.2.4 .3</b> Σύγκριση block και κυλίνδρου	13

<b>2.2.4.4</b> Πα	ραμετρική διερεύνηση
2.2.4 .4.1	Μορφή παλμού <b>44</b>
2.2.4 .4.2	Επιρροή μάζας45
2.2.4 .4.3	Επιρροή μέτρου
	ελαστικότητας εδάφους46
2.2.4 .4.4	Επιρροή λυγηρότητας46
Σχήματα κεφαλαίου 2	

# 3. Ανελαστικό έδαφος

	3.1 Στατική Ανάλυση
96	<b>3.1.1</b> Καταστατικό προσομοίωμα
99	<b>3.1.2</b> Κατακόρυφο pushover
	<b>3.1.3</b> Περιστροφική Δυσκαμψία
	<b>3.1.3 .1</b> Ελαστικό έδαφος
101	<b>3.1.3 .1.1</b> Χωρίς αποκόλληση
	<b>3.1.3 .1.2</b> Με αποκόλληση
	<b>3.1.3 .1.3</b> Κανονικοποίηση
	<b>3.1.3 .2</b> Ανελαστικό έδαφος
105	<b>3.1.3 .2.1</b> Κανονικοποίηση: <i>k</i>
106	<b>3.1.3 .2.2</b> Κανονικοποίηση: θ <sub>up</sub>
	<b>3.1.3 .2.3</b> Κανονικοποίηση ως προς την
	ελαστική απόκριση

## 3.1.4 Παραμετρική διερεύνηση

<b>3.1.4 .1</b> Επιρροή συντελεστή ασφαλείας	109
<b>3.1.4 .2</b> Επιρροή λυγηρότητας	110
<b>3.1.4 .3</b> Επιρροή Ε / Su	110
<b>3.1.4 .4</b> Επιρροή Su	111
<b>3.1.4 .5</b> Συγκεντρωτικά διαγράμματα	112
3.2 Ανακυκλική Ανάλυση	113
3.3 Δυναμική Ανάλυση	114
Σχήματα κεφαλαίου 3	116
Βιβλιογραφία	187

# 1. Άκαμπτο έδαφος

- 1.1 Στατική Ανάλυση
- 1.1.1 Αναλυτική Επίλυση
- 1.1.2 Αριθμητική Επίλυση
- 1.1.3 Σύγκριση αναλυτικής αριθμητικής επίλυσης
- 1.1.4 Παραμετρική διερεύνηση
- 1.2 Δυναμική Ανάλυση
- 1.2.1 Αναλυτική Επίλυση
- 1.2.2 Αριθμητική Επίλυση
- 1.2.3 Σύγκριση αναλυτικής αριθμητικής επίλυσης
- 1.2.4 Διαγράμματα ανατροπής
- **1.2.5** Επιρροή Rolling

# 1. Άκαμπτο έδαφος

## 1.1 Στατική Ανάλυση

### 1.1.1 Αναλυτική Επίλυση

Αρχικά επιχειρείται αναλυτικά η περιγραφή της στατικής περιστροφής ενός άκαμπτου κυλίνδρου επί άκαμπτης βάσης. Η ανάλυση που γίνεται σε αυτό το κεφάλαιο αλλά και σε όλα τα επόμενα εξετάζει την περιστροφή εντός ενός επιπέδου και μόνον. Θεωρούμε πως απαγορεύεται η οριζόντια μετακίνηση του σημείου περιστροφής, δηλαδή του δεξιού σημείου της βάσης όπως φαίνεται στην εικόνα 1. Αυτή η παραδοχή γίνεται έτσι ώστε να απομονώσουμε και να εξετάσουμε αποκλειστικά την περιστροφική συμπεριφορά.

Η γωνία ανατροπής είναι εκείνη η γωνία για την οποία το κέντρο μάζας του κυλίνδρου βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο περιστροφής και ονομάζεται θ<sub>c</sub>. Καλούμε r την ακτίνα της βάσης και h το ημιύψος του κυλίνδρου. Λόγω γεωμετρίας υπολογίζεται χωρίς δυσκολία η κάτωθι σχέση:

$$\theta_{\rm C} = \arctan\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{h}}\right)$$

Συνεχίζοντας με την καμπύλη pushover, θεωρούμε πως για κάθε γωνία θ ασκείται η κατάλληλη δύναμη F ώστε να έχουμε ισορροπία. Εύκολα κανείς μπορεί να υπολογίσει τους μοχλοβραχίονες του βάρους W αλλά και της δύναμης F για κάποια τυχαία γωνία θ, μεταξύ της μηδενικής και της γωνίας ανατροπής θ<sub>c</sub> (εικόνα 2). Απαιτώντας να υπάρχει ισορροπία ροπών βρίσκουμε την F ως συνάρτηση των χαρακτηριστικών του κυλίνδρου και της γωνίας θ (εικόνα 2). Αντίστοιχα, μπορούμε να υπολογίσουμε και τη ροπή που δίνει η δύναμη F εάν επιθυμούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα της ροπής M συναρτήσει της γωνίας θ (εικόνα 3).

### 1.1.2 Αριθμητική Επίλυση

Η αριθμητική επίλυση γίνεται με τη βοήθεια του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Το προσομοίωμα που χρησιμοποιείται για το έδαφος είναι τριδιάστατο με βάθος εδάφους 10 m, μήκος 24 m και πλάτος 6 m. Για λόγους οικονομίας χρόνου και υπολογιστικών μέσων έχει προσομοιωθεί μόνον το ήμισυ του κυλίνδρου και κατά συνέπεια και του εδάφους. Η παραδοχή αυτή είναι αποδεκτή λόγω συμμετρίας, καθώς όπως αναφέρθηκε νωρίτερα η ανάλυση περιορίζεται σε περιστροφή εντός ενός επιπέδου. Κινηματικοί περιορισμοί έχουν επιβληθεί σε καθένα από τα ακραία επίπεδα του προσομοιώματος (συμπεριλαμβανομένου του επιπέδου συμμετρίας), οι οποίοι περιορίζουν την κίνηση κάθετα στο εκάστοτε επίπεδο. Επίσης, κινηματικός περιορισμός που εμποδίζει την οριζόντια μετακίνηση έχει εφαρμοστεί στο δεξιό άκρο της βάσης (εικόνα 4) ώστε να περιοριστεί απόκριση λόγω της περιστροφικής συμπεριφοράς και να υπάρχει αντιστοιχία με την αναλυτική επίλυση. Το προσομοίωμα φαίνεται στην εικόνα 4.

Τόσο για το έδαφος όσο και για τον κύλινδρο έχουν χρησιμοποιηθεί τριδιάστατα στοιχεία τύπου C3D8 (8 - node linear brick). Ανάμεσα στο έδαφος και τη βάση του κυλίνδρου υπάρχει διεπιφάνεια η οποία επιτρέπει το ανασήκωμα. Λόγω σημαντικών υπολογιστικών προβλημάτων που προέκυψαν αλλά και για να επιτευχθεί ένα λογικό χρονικό βήμα στην ανάλυση, τα στοιχεία που προσομοιώνουν το έδαφος και τον κύλινδρο δεν είναι πλήρως άκαμπτα. Αντίθετα, έχουν ελαστική συμπεριφορά. Ωστόσο, έχουν επιλεγεί αρκετά μεγάλα μέτρα ελαστικότητας ώστε πρακτικά να είμαστε κοντά στη συμπεριφορά άκαμπτων σωμάτων. Για τον κύλινδρο το μέτρο ελαστικότητας είναι 30000 MPa ενώ για το έδαφος 1000 MPa. Επιπλέον, ο νόμος που διέπει την επαφή στη διεπιφάνεια (pressure-overclosure) έχει μεταβληθεί από hard contact (πρακτικά με την επαφή μπορούμε να πάρουμε άμεσα άπειρη τάση) σε κατάλληλη εκθετική σχέση, τέτοια ώστε πρακτικές διαφορές στα αποτελέσματα. Η αλλαγή αυτή έγινε επίσης λόγω υπολογιστικών προβλημάτων.

Η καμπύλη pushover δημιουργείται επιβάλλοντας οριζόντια μετακίνηση στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου και μετρώντας για κάθε γωνία θ την αντίστοιχη δύναμη, τόσο στο κέντρο μάζας, όσο και στο σημείο του κινηματικού περιορισμού στη βάση. Γνωρίζοντας τις δυνάμεις αυτές μπορεί κανείς να υπολογίσει τις αντίστοιχες ροπές και να κατασκευάσει την καμπύλη ροπής – στροφής. Παράδειγμα τέτοιας καμπύλης δίνεται στην **εικόνα5**.

### 1.1.3 Σύγκριση αναλυτικής - αριθμητικής επίλυσης

Λαμβάνοντας υπόψη τις παραδοχές που έχουν γίνει στους δύο τρόπους επιλύσεων, η σύγκριση των αποτελεσμάτων είναι ιδιαίτερα ευνοϊκή (εικόνα 5). Η μορφή των καμπυλών είναι όμοια ενώ και οι δύο τρόποι επίλυσης συμπίπτουν στον προσδιορισμό της γωνίας ανατροπής. Η μόνη διαφορά έγκειται στην εν πολλοίς αναμενόμενη μικρή απόκλιση στην τιμή της μέγιστης δύναμης και αντίστοιχης ροπής. Αυτή η διαφορά οφείλεται στο ότι στην αριθμητική επίλυση ουσιαστικά έχουμε ένα πολύ σκληρό ελαστικό έδαφος και όχι ένα έδαφος πραγματικά άκαμπτο. Αυτό σημαίνει πως η ροπή που χρειάζεται για να ανασηκωθεί ο κύλινδρος είναι αναγκαστικά μικρότερη από τη ροπή που θα χρειαζόταν επί άκαμπτης βάσης. Όσο το Ε του εδάφους στην αριθμητική επίλυση αυξάνεται τόσο πλησιάζουμε στην αναλυτική επίλυση. Θεωρητικά, για άπειρο Ε οι δύο επιλύσεις συμπίπτουν. Ωστόσο όπως παρατηρούμε και στην **εικόνα 5**, η θεώρηση του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους στα 1000 MPa είναι λογική. Έχει δοθεί ένα παράδειγμα ενδεικτικά αλλά η συμπεριφορά είναι απολύτως παρόμοια για όλες τις αναλύσεις που διεξήχθησαν.

### 1.1.4 Παραμετρική διερεύνηση

#### **1.1.4 .1** Επιρροή μάζας

Κρατώντας όλα τα άλλα χαρακτηριστικά του κυλίνδρου ίδια και αυξάνοντας μόνο τη μάζα, η τιμή της μέγιστης δύναμης και αντίστοιχα της μέγιστης ροπής αυξάνεται. Η μορφή της καμπύλης αλλά και η γωνία ανατροπής μένουν ίδιες, εφόσον εξαρτώνται από τη γεωμετρία του κυλίνδρου, η οποία μένει αναλλοίωτη (**εικόνα 6**).

#### 1.1.4 .2 Επιρροή λυγηρότητας

Αλλάζουμε τη λυγηρότητα του κυλίνδρου, δηλαδή το λόγο h/r κρατώντας τη μάζα και την ακτίνα σταθερή (εικόνα 7). Η τιμή της μέγιστης ροπής μένει ίδια καθώς εξαρτάται μόνο από την ακτίνα και τη μάζα του κυλίνδρου και όχι από το ύψος του. Ωστόσο, η γωνία ανατροπής μειώνεται όσο αυξάνεται η λυγηρότητα, όπως αναμενόταν και από τον τύπο που δόθηκε στο 1.1.1. Σε όρους δύναμης, η δύναμη που χρειάζεται να ασκήσουμε για να ανασηκωθεί ο κύλινδρος μειώνεται όσο αυξάνεται η λυγηρότητα, άπως ίδια και ο αντίστοιχος μοχλοβραχίονας μεγαλώνει.

#### 1.1.4 .3 Αδιαστατοποίηση

Αδιαστατοποιούμε το διάγραμμα ροπής - στροφής (εικόνα 8) με τον τρόπο που περιγράφεται παρακάτω.

Η μέγιστη ροπή είναι η ροπή που χρειαζόμαστε για να πραγματοποιηθεί το ανασήκωμα του κυλίνδρου. Αυτό συμβαίνει γιατί η ροπή που ασκούμε είναι αυτή που απαιτείται για να εξισορροπηθεί η ροπή του βάρους. Ο μοχλοβραχίονας του βάρους ως προς το σημείο περιστροφής είναι μέγιστος για μηδενική γωνία, επομένως τότε είναι που χρειάζεται να ασκήσουμε τη μέγιστη ροπή. Η τιμή της μέγιστης ροπής εύκολα υπολογίζεται ως mgr, όπου m η μάζα, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και r η ακτίνα του κυλίνδρου. Η γωνία αδιαστατοποιείται διαιρώντας με την αντίστοιχη γωνία ανατροπής θ<sub>c</sub>.

Όλες οι καμπύλες φαίνεται να αδιαστασιοποιούνται με ικανοποιητικό τρόπο με αυτήν τη μέθοδο. Τα ακραία σημεία της καμπύλης είναι πάντοτε ίδια, ενώ στο ενδιάμεσο φαίνεται να υπάρχει ικανοποιητική σύμπτωση. Ωστόσο, θα πρέπει να τονιστεί πως τα συστήματα που εξετάστηκαν είχαν ελάχιστη λυγηρότητα h/r = 2. Για λυγηρότητες μικρότερες του h/r = 1 η μορφή της καμπύλης τείνει να γίνει πιο κυρτή, με αποτέλεσμα να έχουμε μικρές αποκλίσεις στο μέσον της καμπύλης που δόθηκε.

## 1.2 Δυναμική Ανάλυση

#### 1.2.1 Αναλυτική Επίλυση

Για την αναλυτική επίλυση της δυναμικής συμπεριφοράς χρησιμοποιούνται οι διαφορικές εξισώσεις που δίνονται στο άρθρο «ROCKING OF RIGID BLOCKS DUE TO HARMONIC SHAKING» από τους Pol D. Spanos και Aik-Siong Koh. Οι διαφορικές εξισώσεις εισήχθησαν στο πρόγραμμα Mathcad και επιλύθηκαν στο χρόνο με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Αξίζει να σημειωθεί πως οι εξισώσεις αυτές είχαν παραχθεί για block. Ωστόσο, αντικαθιστώντας την περιστροφική ροπή αδράνειας του block με αυτήν του κυλίνδρου, η απόκριση για την δυναμική περιστροφή του κυλίνδρου σε ένα επίπεδο μπορεί να παραχθεί από τις ίδιες εξισώσεις. Η περιστροφική ροπή αδράνειας ως προς το άκρο της βάσης είναι:

$$Jo = m\sqrt{h^2 + r^2} + \frac{3mr^2 + 4mh^2}{12}$$

Επιπλέον υπολογίζεται το p σε μονάδες Hz , το οποίο αποτελεί μία χαρακτηριστική συχνότητα για την κατασκευή:

$$\mathbf{p} = \sqrt{\frac{\mathbf{mgR}}{\mathbf{Jo}}}$$

όπου:  $\mathbf{R} = \sqrt{\mathbf{h}^2 + \mathbf{r}^2}$ 

Όσον αφορά την απώλεια ενέργειας λόγω των κρούσεων και της στιγμιαίας αλλαγής του πόλου περιστροφής όταν αλλάζει το πρόσημο της γωνίας,

επιστρατεύεται ο συντελεστής Res (coefficient of restitution) που ελέγχει τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας μετά από κάθε κρούση.

$$\mathbf{Res} = \left(1 - \frac{2\mathbf{mR}^2}{\mathbf{Jo}} \sin^2\theta \mathbf{c}\right)$$

Ένα παράδειγμα της απόκρισης που δίνει η συγκεκριμένη μεθοδολογία σε όρους χρονοϊστορίας στροφής φαίνεται στην **εικόνα 10**.

#### 1.2.2 Αριθμητική Επίλυση

Χρησιμοποιείται το προσομοίωμα όπως περιγράφηκε στο 1.1.2 αλλά με βάθος εδάφους 5 m, για να αποφύγουμε τα φαινόμενα εδαφικής ενίσχυσης, που είναι πράγματι περιορισμένα (εικόνα 11). Επιπλέον ο κινηματικός περιορισμός που είχε εισηχθεί στη βάση καταργείται και για να αποφύγουμε τα φαινόμενα ολίσθησης επιλέγουμε σημαντικά αυξημένο συντελεστή τριβής (τιμή ίση με 2). Η διέγερση επιβάλλεται στη βάση του εδάφους κατά τη διεύθυνση του επιπέδου στο οποίο επιτρέπεται η περιστροφή. Καταγράφεται έπειτα η απόκριση του κυλίνδρου (παράδειγμα: εικόνα 11, εικόνα 12). Απεικονίζονται η χρονοϊστορία κατακόρυφων μετακινήσεων στα άκρα και το μέσο του θεμελίου, η χρονοϊστορία της στροφής και του λ. Με το σύμβολο λ εκφράζουμε το τμήμα της βάσης του θεμελίου που βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος. Μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το λ είναι 1 (πλήρης επαφή) και ελάχιστη 0 (καμία επαφή). Το σκληρό ελαστικό έδαφος που χρησιμοποιούμε συμπεριφέρεται αρκετά κοντά στο να ήταν άκαμπτο αφού παρατηρούμε πως το λ παίρνει τιμές είτε κοντά στο 1 ή στο 0 και όχι ενδιάμεσες, όπως θα περιμέναμε και από ένα άκαμπτο σώμα επί άκαμπτης βάσης. Από αυτά τα διαγράμματα φαίνεται και η αρκετά μεγάλη περίοδος που εμφανίζει το σύστημα (περίπου 4s) σε ελεύθερη ταλάντωση.

#### 1.2.3 Σύγκριση αναλυτικής - αριθμητικής επίλυσης

Παρουσιάζονται ενδεικτικά δύο περιπτώσεις διεγέρσεων και οι αντίστοιχες αποκρίσεις σύμφωνα με την αναλυτική και την αριθμητική μέθοδο (εικόνα 13, εικόνα 14). Στην πρώτη διέγερση (ένας ημιτονικός παλμός περιόδου 1 s και PGA 0.6g – εικόνα 13) παρατηρούμε πως υπάρχει ικανοποιητική σύγκριση στην χρονοϊστορία της στροφής ενώ και για τη μέγιστη τιμή υπάρχει καλή συμφωνία. Διαφορά παρατηρείται στον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η απόσβεση, κάτι το οποίο είναι μάλλον αναμενόμενο αν σκεφτεί κανείς πως η απόσβεση διέγερση στους δύο τύπους ανάλυσης με εντελώς διαφορετικό τρόπο. Στη δεύτερη διέγερση

(ένας ημιτονικός παλμός περιόδου 1 s και PGA 0.8g – εικόνα 14) όπου παρατηρείται ανατροπή του κυλίνδρου, βλέπουμε πως και πάλι υπάρχει συμφωνία στους δύο τύπους ανάλυσης. Γενικότερα παρατηρήθηκε πως τόσο η αναλυτική όσο και η αριθμητική επίλυση δίνουν ανατροπή για τις ίδιες διεγέρσεις.

#### 1.2.4 Διαγράμματα ανατροπής

Στην εικόνα 15 γίνεται σύγκριση μεταξύ της απόκρισης κυλίνδρου και block ίδιας ακτίνας ή ημιπλάτους αντίστοιχα, ίδιου ύψους και ίδιας μάζας, για την ίδια διέγερση. Παρατηρούμε πως η απόκριση τους είναι πρακτικά ταυτόσημη. Στην πραγματικότητα μπορούμε να έχουμε ακόμα καλύτερη σύγκλιση αν φροντίσουμε τα δύο σώματα να έχουν τέτοια χαρακτηριστικά ώστε να εμφανίζουν ίδιο p. Σε αυτήν την περίπτωση το μόνο που διαφέρει είναι ο συντελεστής Res (coefficient of restitution) λόγω της διαφοράς στην περιστροφική ροπή αδράνειας των δύο σωμάτων. Η διαφορά αυτή ωστόσο δεν είναι ουσιαστικά σημαντική για την απόκριση και ειδικότερα για τον προσδιορισμό της ανατροπής. Επομένως είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε τα διαγράμματα overturning που ήδη υπάρχουν στη βιβλιογραφία και αφορούν block για να προσδιορίσουμε την ανατροπή σε άκαμπτο κύλινδρο επί άκαμπτης βάσης. Τέτοια διαγράμματα υπάρχουν στο άρθρο «NEURAL NETWORK ANALYSIS OF OVERTURNING RESPONSE UNDER NEAR-FAULT TYPE **EXCITATION**» από τους Nikos Gerolymos, Marios Apostolou και George Gazetas (εικόνα 16). Πράγματι, οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για την ανατροπή του κυλίνδρου συνέπιπταν με τα διαγράμματα ανατροπής που δόθηκαν.

#### **1.2.5** Επιρροή Rolling

Στην πραγματικότητα όταν έχουμε δυναμική απόκριση ενός άκαμπτου κυλίνδρου επί άκαμπτης βάσης είναι πολύ δύσκολο να περιορίσουμε την απόκριση σε ένα μόνο επίπεδο όπως έχουμε θεωρήσει. Πολύ σημαντική είναι η επιρροή του rolling, δηλαδή της κύλισης του κυλίνδρου επί της περιφέρειας της βάσης του. Πιο συγκεκριμένα, όταν ο κύλινδρος ανασηκωθεί, λόγω της φύσης του κυλίνδρου αλλά και του εδάφους (άκαμπτα ) ο κύλινδρος αναγκάζεται να ισορροπεί έχοντας επαφή με το έδαφος μόνο σε ένα σημείο της περιφέρειάς του (σε αντίθεση με το αντίστοιχο block όπου υπάρχει επαφή σε όλη την ακμή της βάσης). Αυτή η μορφή ισορροπίας είναι ασταθής καθώς με την παραμικρή ασυμμετρία είτε στη φόρτιση, είτε στα χαρακτηριστικά του κυλίνδρου ή του εδάφους θα έχουμε κύλιση πάνω στην περιφέρεια. Κάτι τέτοιο είναι αρκετά εύκολο να συμβεί, επί παραδείγματι λόγω μιας μικρής ανομοιομορφίας στην πυκνότητα του κυλίνδρου. Για να εξεταστεί η επιρροή αυτής της συμπεριφοράς επιστρατεύθηκαν οι διαφορικές εξισώσεις που δίνονται στο άρθρο «FREE ROCKING OF CYLINDRICAL STRUCTURES» των Aik-Siong Koh και Ghulani Mustafa. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται φαίνεται στην εικόνα 17. Πέρα από το ανασήκωμα επιτρέπεται και το rolling επί της περιφέρειας της βάσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά το rolling δεν επιτρέπεται επ'ουδενί η ολίσθηση επί του σημείου επαφής. Αντίθετα η κύλιση γίνεται κατ'αντιστοιχία με την κύλιση ενός τροχού με πολύ καλή πρόσφυση.

Ονομάζουμε θ τη γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στο επίπεδο του εδάφους και στο επίπεδο της βάσης του κυλίνδρου (η γωνία θ είναι η ίδια με τη γωνία που ονομαζόταν θ μέχρι τώρα). Η γωνία που διαγράφει η εφαπτόμενη της περιφέρειας στο σημείο επαφής με το έδαφος, σε σχέση με τον αρχικό προσανατολισμό της, ονομάζεται φ. Πρακτικά η γωνία φ μας δείχνει πόσο rolling έχει πραγματοποιήσει ο κύλινδρος.

Για τη διερεύνηση του τρόπου λειτουργίας του μοντέλου γίνεται αρχικά μία ανάλυση χωρίς διέγερση. Το σώμα εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του κατά μία γωνία θ = 0.2 rad. Επιπλέον μεταβάλλεται η αρχική γωνιακή ταχύτητα του σώματος. Δίνονται τρεις τιμές για την αρχική γωνιακή ταχύτητα: 0, 0.01 και 0.1 rad/s. Η πρώτη αντιστοιχεί στον τύπο ανάλυσης που ακολουθήθηκε στα προηγούμενα, η δεύτερη σε μία μικρή περιστροφή γύρω από τον άξονα του κυλίνδρου και η τρίτη σε μία τιμή που είναι πιθανότατα πιο κοντά στην πραγματικότητα. Η απόκριση των συστημάτων παρουσιάζεται στις εικόνες 18 και 19. Παρατηρούμε πως οι διαφορές στην χρονοϊστορία της στροφής θ είναι πολύ μικρές. Ωστόσο αξίζει να παρατηρήσουμε πως καθώς η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται η γωνία θ μπορεί να μη μηδενιστεί ποτέ καθώς λόγω του rolling είναι πιθανό να μην έχουμε πλήρη επαφή της βάσης με το έδαφος και κατά συνέπεια κρούση. Ο μηχανισμός κατανάλωσης ενέργειας σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να λάβει υπόψη τις απώλειες κατά την κύλιση αφού ο μηχανισμός απώλειας ενέργειας λόγω κρούσης ίσως να μην ενεργοποιηθεί ποτέ. Επίσης έχει ενδιαφέρον η μεταβολή της γωνίας φ. Καθώς η γωνία θ τείνει προς το μηδέν, η γωνία φ μεταβάλλεται βίαια. Όταν η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδενική, προφανώς η γωνία φ μεταβάλλεται στιγμιαία κατά π/2 χωρίς μάλιστα να περάσει από τις ενδιάμεσες τιμές (γίνεται άμεση μετάβαση του άξονα περιστροφής από το ένα άκρο της βάσης στο άλλο κατά την κρούση). Ωστόσο, καθώς η γωνιακή ταχύτητα μεγαλώνει, η γωνία φ μπορεί να λάβει λόγω του rolling τις ενδιάμεσες τιμές. Μάλιστα δεν φτάνει στην τιμή π/2 στο ήμισυ κάθε κύκλου αλλά σε μια τιμή μεγαλύτερη, η οποία αυξάνεται όσο μεγαλώνει η αρχική γωνιακή ταχύτητα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ταλάντωση του κυλίνδρου να γίνεται σε ένα επίπεδο ο προσανατολισμός του οποίου μεταβάλλεται συνεχώς. Επιπλέον αξίζει να παρατηρηθεί πως όσο το rolling γίνεται εντονότερο υποχωρεί η συμπεριφορά του rocking, γεγονός που γίνεται αντιληπτό παρατηρώντας πως για μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα οι μεταβολές της γωνίας φ γίνονται με ηπιότερο τρόπο.

Η καλή σύγκλιση στην χρονοϊστορία της γωνίας θ ισχύει και για την επιβολή παλμών μικρής διάρκειας, καθώς ο κύλινδρος δεν προλαβαίνει να στραφεί σημαντικά γύρω από τον άξονά του, με αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση η διεύθυνση της διέγερσης να συμπίπτει πρακτικά με το επίπεδο ταλάντωσης του κυλίνδρου. Ο προσανατολισμός του επιπέδου ταλάντωσης αλλάζει κατά τις ελεύθερες ταλαντώσεις, χωρίς ουσιαστική επίδραση στην χρονοϊστορία της θ, όπως φάνηκε ήδη από το προηγούμενο παράδειγμα.

Για να αναδειχθεί η πραγματική επιρροή του rolling κατά την επιβολή μιας διέγερσης επιβλήθηκε μόνιμη ημιτονική διέγερση περιόδου 1 s και PGA 0.4 g. Η διέγερση επιβάλλεται κατά μία διεύθυνση, η οποία προφανώς μένει σταθερή. Όπως και πριν εξετάζουμε τρία συστήματα με τρεις διαφορετικές αρχικές γωνιακές ταχύτητες, οι οποίες στην πραγματικότητα θα μπορούσαν να εμφανιστούν λόγω κάποιας ασυμμετρίας στο σώμα ή εάν υπήρχε διέγερση και στην άλλη διεύθυνση. Τα αποτελέσματα δίνονται στις **εικόνες 20, 21** και **22**. Η μέγιστη γωνία θ στην οποία φτάνουν και τα τρία συστήματα δεν έχει σημαντική διαφορά ωστόσο δεν υπάρχει πραγματική αντιστοιχία στις χρονοϊστορίες της θ. Αυτό μπορεί να ερμηνευθεί εύκολα αν σκεφθεί κανείς πως λόγω του rolling το καθένα από τα τρία σώματα ταλαντώνεται σε διαφορετικό επίπεδο κάθε στιγμή, με αποτέλεσμα η διέγερση να ασκείται υπό διαφορετική γωνία στο καθένα. Η χρονοϊστορία της γωνίας φ καταδεικνύει το ίδιο γεγονός, αφού η διαφορετική γωνία υπό την οποία ασκείται η διέγερση σε κάθε σώμα το οδηγεί στο να περιστραφεί προς διαφορετική διεύθυνση.

Καταληκτικά, η επιρροή του rolling μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα και να οδηγήσει σε αποκλίσεις από τις αναλύσεις εντός ενός επιπέδου. Ωστόσο το rolling εξετάστηκε εδώ για άκαμπτα σώματα επί άκαμπτης βάσης. Στην πραγματικότητα, rolling μπορεί να εμφανιστεί κυρίως σε επαρκώς άκαμπτα σώματα επί πρακτικά ανένδοτου εδάφους, μία περίπτωση αρκετά σπάνια. Επιπλέον δεν θα πρέπει να υπάρχουν περιορισμοί που να εμποδίζουν την ταλάντωση σε κάποια διεύθυνση (δηλαδή το σώμα πρέπει να είναι απολύτως ελεύθερο). Επομένως οι αναλύσεις εντός ενός επιπέδου που ακολουθούν είναι πολύτιμες γιατί μπορούν να αντιστοιχιστούν με την απόκριση σωμάτων σε ενδόσιμο έδαφος αλλά και επειδή μας επιτρέπουν καλύτερη κατανόηση και ερμηνεία της περιστροφής. 1. Άκαμπτο έδαφος - Σχήματα



Εικόνα 1





Εικόνα 3







Εικόνα 6



Αδιαστατοποίηση



Rigid base r = 1 m h = 2 m 3 m 4 m m = 30 Mg 40 Mg50 Mg



# ROCKING OF RIGID BLOCKS DUE TO HARMONIC SHAKING

Pol D. Spanos and Aik-Siong Koh

Εικόνα 9





Εικόνα 11





Εικόνα 13



# Άκαμπτος Κύλινδρος - Άκαμπτη βάση Διέγερση σε μία διεύθυνση :

Σύγκριση απόκρισης κυκλικού – τετραγωνικού θεμελίου



Εικόνα 15

# Άκαμπτος Κύλινδρος - Άκαμπτη βάση Διέγερση σε μία διεύθυνση Overturning



#### Neural network analysis of overturning response under near- fault type excitation Nikos Gerolymos, Marios Apostolou and George Gazetas

# Άκαμπτος Κύλινδρος - Άκαμπτη βάση



Rocking and Rolling

h = 9 m r = 3 m

#### m = 1000 Mg

FREE ROCKING OF CYLINDRICAL STRUCTURES Aik-Siong Koh and Ghulani Mustafa

Εικόνα 17





Εικόνα 19

# Άκαμπτος Κύλινδρος - Άκαμπτη βάση





**Εικόνα 21** 



**¢'**0 = 0,01 rad/s



**φ'**<sub>0</sub> = 0,1 rad/s



**Εικόνα 22**\

# 2. Ελαστικό έδαφος

- 2.1 Στατική Ανάλυση
- 2.1.1 Αναλυτική Επίλυση
- 2.1.2 Αριθμητική Επίλυση
- 2.1.3 Σύγκριση αναλυτικής αριθμητικής επίλυσης
- 2.1.4 Παραμετρική διερεύνηση
- 2.2 Δυναμική Ανάλυση
- 2.2.1 Αναλυτική Επίλυση
- 2.2.2 Αριθμητική Επίλυση
- 2.2.3 Σύγκριση αναλυτικής αριθμητικής επίλυσης
- 2.2.4 Διαγράμματα ανατροπής

# 2. Ελαστικό έδαφος

## 2.1 Στατική Ανάλυση

### 2.1.1 Αναλυτική Επίλυση

Αρχικά επιχειρείται αναλυτική προσέγγιση της στατικής περιστροφής άκαμπτου κυλίνδρου επί ελαστικού εδάφους. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται ομοιόμορφα κατανεμημένα ελατήρια Winkler σταθεράς k.

Πρώτα εξετάζεται η περίπτωση πλήρους επαφής της βάσης του κυλίνδρου με το έδαφος (χωρίς δυνατότητα αποκόλλησης). Καθώς η γωνία θ αυξάνεται, η οριζόντια προβολή της κυκλικής βάσης παίρνει τη μορφή έλλειψης. Ανάλογα με τη γωνία θ προσδιορίζεται η κατακόρυφη μετακίνηση δ κατά μήκος της προβολής της βάσης στο οριζόντιο επίπεδο και κατά συνέπεια οι τάσεις p που ασκούνται από τα κατανεμημένα ελατήρια Winkler. Ενδεικτικά απεικονίζεται η παραπάνω διαδικασία στην επόμενη εικόνα.



Απαιτούμε η ολοκλήρωση των τάσεων στην προβολή της βάσης να ισούται με το βάρος του σώματος.

$$\int_{-R\cos\theta}^{R\cos\theta} \sqrt{R^2 \cdot \frac{x^2}{\cos^2\theta}} \int_{\sqrt{R^2 \cdot \frac{x^2}{\cos^2\theta}}}^{R\cos\theta} p(x) dy dx = W$$

Έπειτα υπολογίζουμε τη ροπή στη θεμελίωση ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο περιστροφής και που να περνά από το μέσο της βάσης, μέσω της ολοκλήρωσης της τάσης σε κάθε θέση επί την αντίστοιχη απόσταση από τον άξονα

$$\mathbf{M}_{\theta \epsilon \mu} = \int_{-\mathbf{R} \cos \theta}^{\mathbf{R} \cos \theta} \int_{-\sqrt{\mathbf{R}^2 - \frac{\mathbf{x}^2}{\cos^2 \theta}}}^{\mathbf{R} \circ - \frac{\mathbf{x}^2}{\cos^2 \theta}} \mathbf{x} \cdot \mathbf{p}(\mathbf{x}) d\mathbf{y} d\mathbf{x} = \frac{\pi k \mathbf{R}^4 \cos^2 \theta \cdot \sin \theta}{4}$$

Γνωρίζοντας τη ροπή που αναπτύσσεται στη θεμελίωση για κάθε γωνία θ μπορούμε να βρούμε τη δύναμη F που απαιτείται για την επίτευξη ισορροπίας, εφόσον γνωρίζουμε τη ροπή που δίνει το βάρος για τη συγκεκριμένη γωνία. Θα πρέπει να προσέξουμε ως προς την παραδοχή που θα κάνουμε για το πώς αναλαμβάνονται οι οριζόντιες δυνάμεις στη βάση (π.χ με μετακινησιακό περιορισμό σε κάποιο σημείο, με ελατήρια κατανεμημένα ή διακριτά κτλ). Η παραδοχή αυτή θα επηρεάσει την τιμή της δύναμης F (αλλά όχι ουσιωδώς, αρκεί κάποιος περιορισμός όντως να υπάρχει). Εδώ θεωρούμε χάριν απλότητας πως αναλαμβάνεται η οριζόντια δύναμη εξίσου από όλη την επιφάνεια της βάσης. Επομένως ισχύει:

 $\mathbf{M}_{\theta \epsilon \mathbf{u}} = \mathbf{W} \mathbf{h} \cdot \mathbf{sin} \theta + \mathbf{F} \mathbf{h} \cdot \mathbf{cos} \theta$ 

και άρα για τη δύναμη F:

 $\mathbf{F} = \frac{\pi \mathbf{k} \mathbf{R}^4 \sin 2\theta}{\mathbf{8} \mathbf{h}} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{tan} \theta$ 

Η ανάλυση αυτή ισχύει μέχρι τη γωνία θ για την οποία οι τάση που ασκείται στο άκρο της βάσης μηδενίζεται. Απαιτώντας να ισχύει αυτή η συνθήκη βρίσκουμε εύκολα από τις παραπάνω σχέσεις πως η γωνία ανασηκώματος θ<sub>up</sub> ισούται με:

$$\theta_{up} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2W}{k\pi R^3}$$

Για γωνίες μεγαλύτερες της γωνίας ανασηκώματος θ<sub>up</sub> μόνο ένα μέρος της βάσης θα είναι σε επαφή με το έδαφος. Ονομάζουμε b το πλάτους του ενεργού θεμελίου, δηλαδή του τμήματος του θεμελίου που βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος. Επίσης, ονομάζουμε a την απόσταση του στιγμιαίου πόλου περιστροφής από το μέσον του θεμελίου. Λόγω του ανασηκώματος ο πόλος περιστροφής μετατοπίζεται προς το δεξιό άκρο της βάσης, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Επίσης ονομάζουμε A το «ενεργό» εμβαδό της βάσης, δηλαδή το εμβαδό που βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος και το οποίο υπολογίζεται ολοκληρώνοντας την επιφάνεια επαφής. Στην επόμενη εικόνα απεικονίζονται τα παραπάνω αλλά και οι κατακόρυφες μετακινήσεις και τάσεις συναρτήσει της γωνίας θ και της απόστασης από τον άξονα που περνά από το μέσο της βάσης.



Όπως και πριν απαιτούμε η ολοκλήρωση των τάσεων να δίνει δύναμη η οποία να ισούται με το βάρος

$$\int_{(R-b)\cos\theta}^{R\cos\theta} \sqrt{\frac{R^2 \cdot \frac{x^2}{\cos^2\theta}}{\int}} p(x)dydx = W$$

Η ικανοποίηση αυτής της συνθήκης μας οδηγεί σε μία σχέση που συνδέει τη γωνία θ με το ενεργό πλάτος b του θεμελίου.

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin\left[\frac{6W}{2k \left(2Rb - b^2\right)^{3/2} - 3R^2k \left(R - b\right) f(b)}\right]$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη ροπή στη θεμελίωση ολοκληρώνοντας τις τάσεις επί τους αντίστοιχους μοχλοβραχίονες στην επιφάνεια του θεμελίου που βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος.

$$\mathbf{M}_{\theta \epsilon \mu} = \int_{(\mathbf{R} \cdot \mathbf{b}) \cos \theta}^{\mathbf{R} \circ \mathbf{cos}^2 \theta} \int_{-\sqrt{\mathbf{R}^2 \cdot \frac{\mathbf{x}^2}{\cos^2 \theta}}}^{\mathbf{R}^2 \cdot \frac{\mathbf{x}^2}{\cos^2 \theta}} \mathbf{x} \cdot \mathbf{p}(\mathbf{x}) d\mathbf{y} d\mathbf{x}$$

Υπολογίζοντας την παραπάνω σχέση οδηγούμαστε στον ακόλουθο τύπο για τη ροπή στη θεμελίωση όπου η γωνία θ μπορεί να υπολογιστεί με βάση το ενεργό πλάτος b όπως δείχθηκε παραπάνω.

$$\begin{split} \mathbf{M}_{\theta c \mu} &= \frac{1}{2} \mathbf{k} \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta \cdot \mathbf{R}^2 (\mathbf{R} \cdot \mathbf{b}) \sqrt{2\mathbf{R}\mathbf{b} - \mathbf{b}^2} \left( \frac{1}{2} - \left( \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{b}}{\mathbf{R}} \right)^2 \right) \\ &+ \frac{1}{4} \mathbf{k} \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin \theta \cdot \mathbf{R}^4 \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin\left( \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{b}}{\mathbf{R}} \right) \right] \\ &+ \frac{2}{3} \left( -\operatorname{aksin} \theta + \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{A}} \right) \cos^2 \theta \left( 2\mathbf{R}\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^2 \right)^{\frac{3}{2}} \end{split}$$

Ακολουθώντας αυτές τις σχέσεις μπορούμε να βρούμε πως μεταβάλλεται η γωνία θ και η ροπή στη θεμελίωση συναρτήσει του ενεργού πλάτους b. Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε αντίστροφα το ενεργό πλάτος ως συνάρτηση της γωνίας. Ωστόσο κάτι τέτοιο δεν είναι εξίσου εύκολο λόγω της μορφής της εξίσωσης ενώ θα έδινε και τύπους πολύ πιο δύσχρηστους. Εντούτοις, εάν η ίδια διαδικασία ακολουθηθεί για ορθογωνικό θεμέλιο τα προβλήματα αυτά εξαλείφονται καθώς πηγάζουν από την ολοκλήρωση σε τμήμα έλλειψης.

Σχετικά με την τιμή της σταθεράς k των κατανεμημένων ελατηρίων Winkler, αυτή μπορεί να εκτιμηθεί διαιρώντας την στροφική δυσκαμψία του θεμελίου διά την αντίστοιχη ροπή αδράνειας.

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{K}\mathbf{R}}{\mathbf{I}}$$

Η στροφική δυσκαμψία μπορεί ενδεικτικά να ληφθεί από τη σχέση που ισχύει για τον ομοιογενή ημίχωρο:



$$KR = \frac{8GR^3}{3(1-v)}$$

Ωστόσο, καθώς η βάση ανασηκώνεται και η επιφάνεια επαφής μειώνεται, η παραπάνω παραδοχή για τη σταθερά k των ελατηρίων απομακρύνεται από την πραγματικότητα, καθώς ούτε η στροφική δυσκαμψία μετά το ανασήκωμα είναι η ίδια με αυτή που θα είχαμε για πλήρη επαφή, ούτε η ροπή αδράνειας παραμένει η ίδια. Προτείνεται η σταθερά k των ελατηρίων Winkler να μεταβάλλεται ανάλογα με τη γωνία θ. Για αυτό το σκοπό, θεωρείται για κάθε γωνία μία ισοδύναμη ορθογωνική επιφάνεια, όπως φαίνεται δίπλα, με διαστάσεις το ενεργό πλάτος και το μήκος του στιγμιαίου άξονα περιστροφής. Χρησιμοποιείται η περιστροφική δυσκαμψία που προκύπτει για αυτό το ορθογωνικό θεμέλιο και η αντίστοιχη ροπή αδράνειας για τον υπολογισμό της σταθεράς k των ελατηρίων για τη συγκεκριμένη γωνία. Επιπλέον πολλαπλασιάζεται η σταθερά k που προκύπτει με έναν συντελεστή σχήματος ίσο με 1.2575. Ο λόγος που χρησιμοποιείται αυτός ο συντελεστής είναι για να επιτευχθεί αντιστοιχία ανάμεσα στις δυσκαμψίες που προκύπτουν για τα ελατήρια όταν έχουμε τετράγωνο και όταν έχουμε κύκλο. Είναι δηλαδή ο συντελεστής που απαιτείται ώστε εάν ακολουθεί αυτή η μέθοδος του μεταβαλλόμενου k με την ισοδύναμη επιφάνεια, για μηδενική γωνία να προκύπτει η σταθερά που αντιστοιχεί στον κύκλο.

$$\frac{\mathbf{k}_{\text{circle}}}{\mathbf{k}_{\text{square}}} = \frac{\mathbf{KR}_{\text{circle}} \cdot \mathbf{I}_{\text{square}}}{\mathbf{KR}_{\text{square}} \cdot \mathbf{I}_{\text{circle}}} = 1.2575$$

Ένα παράδειγμα των καμπυλών που προκύπτουν σύμφωνα με αυτές τις σχέσεις, είτε με σταθερό είτε με μεταβαλλόμενο k δίνεται στις **εικόνες 23** και **24**. Παρατηρούμε πως οι δύο μέθοδοι δίνουν κάποιες διαφορές, τόσο στις τιμές της μέγιστης δύναμης και ροπής όσο και στη γωνία ανατροπής (**εικόνα 23**). Επιπλέον όταν το k μεταβάλλεται, ο στιγμιαίος πόλος περιστροφής φτάνει μέχρι το άκρο του θεμελίου και στην ανατροπή έχουμε μηδενική επιφάνεια επαφής, κάτι που θα αναμέναμε (**εικόνα 24**). Επομένως, η μεταβολή του k φαίνεται να είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα, κάτι που θα φανεί και από τη σύγκριση με την αριθμητική λύση στη συνέχεια.

### 2.1.2 Αριθμητική Επίλυση

Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται το ίδιο προσομοίωμα και διαδικασία που περιγράφηκαν στο 1.1.2. Οι περιορισμοί που επιβάλλονται παραμένουν οι ίδιοι συμπεριλαμβανομένου του κινηματικού περιορισμού για την οριζόντια μετακίνηση στη βάση ώστε να ελέγχουμε μόνο την συμπεριφορά στην περιστροφή. Το προσομοίωμα φαίνεται στις **εικόνες 25** και **26** όπου απεικονίζονται και οι κατακόρυφες τάσεις. Επιβάλλουμε και πάλι οριζόντια μετακίνηση οτο άλγω του περιορισμού στη βάση οδηγεί σε στροφή. Καταγράφοντας τις ροπές που προκύπτουν δημιουργούμε τα αντίστοιχα διαγράμματα που παρουσιάστηκαν και στην αναλυτική επίλυση. Ενδεικτικά φαίνονται τα αποτελέσματα από μια τέτοια επίλυση στις **εικόνες 27, 28**,
# 2.1.3 Σύγκριση αναλυτικής - αριθμητικής επίλυσης

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων από τους δύο τρόπους ανάλυσης είναι πολύ ικανοποιητική, αρκεί στην αναλυτική επίλυση να χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία του μεταβαλλόμενου k. Ενδεικτικά στις **εικόνες 27, 28, 29** φαίνεται πως πράγματι υπάρχει σύμπτωση. Η ταύτιση αυτή στα αποτελέσματα παρατηρήθηκε ανεξάρτητα από το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους, τη λυγηρότητα ή τη μάζα του κυλίνδρου. Επομένως είναι δικαιολογημένη η χρήση της αναλυτικής επίλυσης για την παραγωγή αποτελεσμάτων, εφόσον υπάρχει πολύ καλή συμφωνία με την αριθμητική επίλυση, ενώ παράλληλα είναι σαφώς πιο οικονομική από άποψη χρόνου και υπολογιστικών μέσων.

# 2.1.4 Παραμετρική διερεύνηση

#### **2.1.4 .1** Επιρροή μάζας

Αυξάνοντας τη μάζα του σώματος, όπως ίσως θα αναμέναμε και από τα αντίστοιχα αποτελέσματα επί άκαμπτης βάσης, η μέγιστη δύναμη και αντίστοιχα η ροπή που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα αυξάνει, ενώ η γωνία ανατροπής παραμένει σταθερή. Επιπλέον ο στιγμιαίος πόλος περιστροφής, η επιφάνεια επαφής αλλά και η καθίζηση στο μέσο του θεμελίου μεταβάλλονται πρακτικά με τον ίδιο τρόπο ανεξάρτητα της μάζας (εικόνες 30, 31, 32)

#### 2.1.4 .2 Επιρροή λυγηρότητας

Αυξάνοντας τη λυγηρότητα, η μέγιστη ροπή δε μεταβάλλεται σημαντικά, όπως περιμέναμε και από τα αντίστοιχα αποτελέσματα σε άκαμπτο έδαφος (εικόνα 33). Ο λόγος που έχουμε μια μικρή μεταβολή είναι πως λόγω της διαφορετικής λυγηρότητας, η ροπή που δίνει το βάρος δεν είναι η ίδια για την ίδια γωνία, γιατί ακόμα κι αν έχουμε την ίδια μάζα έχουμε διαφορετικό μοχλοβραχίονα. Βέβαια, εφόσον το μέγιστο εμφανίζεται για πολύ μικρές γωνίες ο μοχλοβραχίονας αυτός είναι ούτως ή άλλως μικρός, γι'αυτό και οι διαφορές είναι πρακτικά αμελητέες. Πράγματι αν σχεδιάσουμε το αντίστοιχο διάγραμμα για τη ροπή στη θεμελίωση, έχουμε απόλυτη ταύτιση ανεξαρτήτως της λυγηρότητας (εικόνα 35). Βέβαια, όσο η λυγηρότητα αυξάνεται, η γωνία ανατροπής μειώνεται σημαντικά, δείχνοντας πως για την ανατροπή η γεωμετρία του σώματος είναι καθοριστική (στην άκαμπτη βάση

η ανατροπή ελέγχεται απόλυτα από τη γεωμετρία όπως είδαμε). Εφόσον η μέγιστη ροπή είναι πρακτικά σταθερή ανεξάρτητα από τη λυγηρότητα, η αντίστοιχη δύναμη μειώνεται όσο η λυγηρότητα αυξάνει, αφού μεγαλώνει και ο αντίστοιχος μοχλοβραχίονας (εικόνα 33). Συνοπτικά, η διαφορετική λυγηρότητα μεταβάλλει μόνο τη ροπή που προκύπτει από το βάρος, και επομένως τα διαγράμματα για τη δύναμη και τη ροπή που χρειάζεται να ασκήσουμε στο σώμα. Τα διαγράμματα που αφορούν τη συμπεριφορά της βάσης, όπως αυτά της μεταβολής του ενεργού εμβαδού, της θέσης του στιγμιαίου άξονα περιστροφής, της καθίζησης στο μέσον και της ροπής που προκύπτει από την ολοκλήρωση των τάσεων είναι τα ίδια, ανεξαρτήτως λυγηρότητας (εικόνες 34 και 35).

#### 2.1.4 .3 Επιρροή μέτρου ελαστικότητας εδάφους

Όσο το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους μειώνεται, τόσο οι καμπύλες αποκλίνουν από τις αντίστοιχες για την άκαμπτη βάση. Για πολύ μεγάλο μέτρο ελαστικότητας, όπως φάνηκε και από την προηγούμενη ενότητα, η μέγιστη απαιτούμενη ροπή εμφανίζεται για σχεδόν μηδενική γωνία και ακολουθεί ένας φθιτός κλάδος για αυξανόμενη γωνία. Ωστόσο, καθώς το έδαφος γίνεται μαλακότερο, η ολοκλήρωση των τάσεων στη θεμελίωση δίνει μέγιστο για μεγαλύτερη γωνία, έχουμε δηλαδή κατά κάποιο τρόπο μετάθεση της καμπύλης προς μεγαλύτερες γωνίες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η μέγιστη ροπή (επιβαλλόμενη αλλά και λόγω βάρους) να απαιτείται για αυξημένη γωνία (εικόνα 38). Καθώς όμως έχουμε μεγαλύτερη γωνία, η ροπή που δίνει το βάρος είναι αυξημένη, συνεπώς η απαιτούμενη ροπή για ισορροπία είναι μικρότερη. Έτσι στο διάγραμμα επιβαλλόμενης ροπής συναρτήσει της γωνίας, όσο το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους μειώνεται, τόσο το μέγιστο της καμπύλης μεταφέρεται σε μεγαλύτερη γωνία ενώ παράλληλα μειώνεται σε απόλυτη τιμή (εικόνα 36). Η γωνία ανατροπής δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Αντίστοιχη εικόνα υπάρχει και για τη δύναμη, εφόσον η λυγηρότητα δεν μεταβάλλεται. Επιπλέον, όσο το έδαφος είναι πιο μαλακό, οι μεταβολές στο ενεργό εμβαδό και στον στιγμιαίο άξονα περιστροφής είναι πιο ομαλές (εικόνα 37).

# 2.2 Δυναμική Ανάλυση

# 2.2.1 Αναλυτική Επίλυση

Η δυναμική περιστροφή του κυλίνδρου επί ελαστικού εδάφους εξετάστηκε αναλυτικά με τη βοήθεια των διαφορικών εξισώσεων που δίνονται στο άρθρο «Base Isolation Benefits of 3-D Rocking and Uplift. I: Theory» των A.S.Koh και C.M.Hsiung. Οι διαφορικές εξισώσεις έτσι όπως έχουν εκδοθεί στο συγκεκριμένο άρθρο περιείχαν ορισμένα τυπογραφικά λάθη, πιο συγκεκριμένα έλειπαν ορισμένα απόλυτα με αποτέλεσμα να λειτουργούν σωστά μόνο προς τη μία διεύθυνση. Ωστόσο εάν αυτές οι διορθώσεις γίνουν, οι διαφορικές εξισώσεις λειτουργούν σωστά και δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα για την απόκριση που ταιριάζουν και με τα αποτελέσματα που δίνονται ενδεικτικά στο άρθρο «Base Isolation Benefits of 3-D Rocking and Uplift. II: Numerical Example» των ιδίων συγγραφέων.



Θεωρούνται στη συγκεκριμένη ανάλυση κατανεμημένα ελατήρια Winkler σταθεράς k και κατανεμημένοι αποσβεστήρες σταθεράς c. Το ανασήκωμα επιτρέπεται. Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ανάλυση που γίνεται η περιστροφή περιορίζεται εντός ενός επιπέδου. Σε αντιστοιχία με τη διαδικασία για το άκαμπτο έδαφος, κι εδώ οι διαφορικές εξισώσεις

προγραμματίστηκαν στο Mathcad με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

Η σταθερά c των αποσβεστήρων υπολογίζεται με βάση τη σταθερά k των ελατηρίων Winkler. Χρησιμοποιείται η έκφραση για την ω<sub>n</sub> του συστήματος που δίνεται στο άρθρο «**Base Isolation Benefits of 3-D Rocking and Uplift. II: Numerical Example**» και η οποία βασίζεται σε απλοποίηση των διαφορικών εξισώσεων. Μέσω της σχέσης αυτής, η τιμή της σταθεράς c υπολογίζεται ως συνάρτηση του k, εφόσον είναι γνωστό το ξ του συστήματος. Για λικνιστική συμπεριφορά, θεώρηση ενός ξ στα πλαίσια του 0.2 με 0.3% είναι λογική.

Η σταθερά k των ελατηρίων Winkler εκτιμάται με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιήθηκε και για το στατικό πρόβλημα. Μάλιστα εισάγεται και η σχέση μεταβολής της σταθεράς k συναρτήσει της γωνίας που αναπτύχθηκε στο 2.1.1. Η διαδικασία δίνεται παραστατικά στην παρακάτω εικόνα.

#### Σταθερά k ελατηρίων Winkler :

Εκτίμηση ko με βάση την αρχική δυσκαμψία KR (π.χ. από τη σχέση για τον ομοιογενή ημίχωρο)

$$\mathbf{k}_0 = \frac{\mathbf{KR}_{\text{circle}}}{\mathbf{I}_{\text{circle}}}$$

Μεταβολή του k ανάλογα με τη γωνία σύμφωνα με τη σχέση που προέκυψε από το στατικό πρόβλημα



Σύμφωνα με αυτές τις παραδοχές μπορούμε να πάρουμε αποτελέσματα για τη δυναμική συμπεριφορά. Ένα παράδειγμα της απόκρισης που προκύπτει για αυτή τη διαδικασία δίνεται στις **εικόνες 39, 40, 41, 42**. Αξίζει κανείς να παρατηρήσει τις ισχυρές δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω κρούσεων όταν η γωνία θ μηδενίζεται. Οι κρούσεις επίσης εισάγουν παρασιτικές ταλαντώσεις οι οποίες όπως θα δούμε στη συνέχεια προκύπτουν και για την αριθμητική επίλυση.

Για να ελέγξουμε την αξιοπιστία της συγκεκριμένης μεθόδου τη συγκρίνουμε με την αντίστοιχη για στατική συμπεριφορά (**εικόνες 43** έως **46**). Επιβάλλουμε έναν κύκλο ημιτόνου πολύ μεγάλης περιόδου (19 s) ως διέγερση. Η διέγερση αυτή πρακτικά λειτουργεί σαν στατική φόρτιση λόγω της πολύ μεγάλης της περιόδου. Πράγματι παρατηρούμε πολύ καλή ταύτιση των αποτελεσμάτων της δυναμικής με τη στατική ανάλυση, γεγονός που μας ωθεί στην εκτίμηση πως η αναλυτική μέθοδος για τη δυναμική φόρτιση λειτουργεί σωστά.

#### 2.2.2 Αριθμητική Επίλυση

Χρησιμοποιείται το ίδιο προσομοίωμα σε κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus που περιγράφηκε για το άκαμπτο έδαφος. Εξετάστηκε έδαφος Ε = 100 MPa και έδαφος Ε = 20 MPa. Το αρχικό προσομοίωμα βάθους 10m περιορίστηκε στα 5m για να αποφύγουμε πολύ ισχυρή ενίσχυση (**εικόνες 47, 48**). Το βάθος των 5 μέτρων διατηρήθηκε ώστε να μην προκληθούν αλλοιώσεις στα αποτελέσματα από την εγγύτητα του άκαμπτου υποστρώματος, αν και γνωρίζουμε πως ο μηχανισμός αστοχίας που επιστρατεύεται στην περίπτωση που εξετάζουμε είναι αρκετά ρηχός. Βέβαια, πρέπει να τονιστεί πως στην παρούσα φάση το έδαφος λειτουργεί ακόμα ελαστικά. Παρατηρούμε πως με το βάθος των 5m η ενίσχυση της διέγερσης είναι όντως περιορισμένη. Έπειτα ελέγχθηκε η επιρροή που έχει η απόσβεση (**εικόνες 49**, **50**). Βλέπουμε πως αύξηση του ξ από το 0.3% στο 0.5% δεν προκαλεί ουσιαστική μεταβολή της απόκρισης. Επομένως το ξ θα ληφθεί σταθερό στο 0.3%. Τέλος αξίζει να αναφερθεί πως κι εδώ ο κινηματικός περιορισμός στην βάση του κυλίνδρου αφαιρείται και η παρεμπόδιση της ολίσθησης επιτυγχάνεται με τη χρήση μεγάλου συντελεστή τριβής (2). Παραδείγματα των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την αριθμητική ανάλυση ήδη φάνηκαν στις προηγούμενες εικόνες αλλά απεικονίζονται και στις **εικόνες 51** έως **78**.

# 2.2.3 Σύγκριση αναλυτικής – αριθμητικής επίλυσης

Στις εικόνες **51** έως **78** παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα απόκρισης σε παλμούς όπου καταγράφονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν και με τις δύο μεθόδους. Η σύγκλιση που υπάρχει ανάμεσα στα αποτελέσματα των δύο μεθόδων είναι εντυπωσιακή. Στην περίπτωση που έχουμε ανατροπή του κυλίνδρου σύμφωνα με την αριθμητική επίλυση (**εικόνες 75** με **78**), στην αναλυτική επίλυση προκύπτουν μιγαδικοί αριθμοί στα αποτελέσματα, λόγω ακριβώς της μη αποδεκτής κατάστασης του σώματος με αποτέλεσμα τα διαγράμματα να μην μπορούν να παραχθούν. Επομένως υπάρχει πολύ καλή αντιστοιχία τόσο στην πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς όσο και της ανατροπής.

Αξίζει κανείς να κάνει ορισμένες σημαντικές παρατηρήσεις που προκύπτουν ανεξάρτητα από τον τύπο της ανάλυσης που ακολουθείται. Καταρχάς, κατά τις κρούσεις αναπτύσσονται σημαντικές επιταχύνσεις και κατά συνέπεια αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες μπορεί να οδηγήσουν σε ροπές μεγαλύτερες από αυτές που κανείς θα περίμενε. Επιπλέον, οι κρούσεις εισάγουν δευτερεύουσες, υψίσυχνες ταλαντώσεις στην απόκριση της κατασκευής. Οι ταλαντώσεις αυτές θα μπορούσαν να περιοριστούν με την αύξηση της απόσβεσης, ωστόσο αυτή η οδός θα υπερεκτιμούσε την απόσβεση κατά το λικνισμό και δεν ακολουθήθηκε. Μία άλλη ουσιαστική παρατήρηση αφορά την πολύ αυξημένη περίοδο ταλάντωσης του συστήματος κατά το λικνισμό όπως φαίνεται από τις χρονοϊστορίες σε όλα τα παραδείγματα, υποστηρίζοντας την άποψη πως μπορεί η λικνιστική απόκριση να λειτουργήσει ευεργετικά κατά τη διάρκεια του σεισμού.

# 2.2.4 Διαγράμματα ανατροπής

Στην παράγραφο 2.2.3 διαπιστώσαμε πολύ καλή σύγκλιση ανάμεσα στην αναλυτική και την αριθμητική δυναμική μέθοδο. Επομένως θα ήταν λογικό σε μία προσπάθεια καλύτερης κατανόησης της δυναμικής συμπεριφοράς του κυλίνδρου να δημιουργηθούν τα διαγράμματα ανατροπής (overturning) για ελαστικό έδαφος. Τα διαγράμματα αυτά που θα ήταν πολύ δύσκολο και χρονοβόρο να κατασκευαστούν με αριθμητικές αναλύσεις μπορούν να προκύψουν πολύ πιο σύντομα με τη βοήθεια της αναλυτικής προσέγγισης, που επιτρέπει μεγάλο πλήθος επιλύσεων πολύ γρήγορα. Ωστόσο, για να είμαστε βέβαιοι για την ορθότητα των διαγραμμάτων overturning που θα προκύψουν θα πρέπει να τα συγκρίνουμε με κάποια που ήδη να υπάρχουν. Τα διαγράμματα με τα οποία γίνεται η σύγκριση αφορούν άκαμπτο block σε άκαμπτο έδαφος. Για το λόγο αυτό η ανάλυση που έγινε για κύλινδρο θα επαναληφθεί και για block. Πρώτα θα συγκριθούν τα δεδομένα διαγράμματα με τα παραγόμενα για block σε ελαστικό αλλά σκληρό έδαφος. Έπειτα θα συγκριθούν τα διαγράμματα που προκύπτουν για block σε ελαστικό έδαφος με τα αντίστοιχα για κύλινδρο σε ελαστικό έδαφος. Τέλος θα επιχειρηθεί μια καλύτερη κατανόηση της ανατροπής του κυλίνδρου σε ελαστικό έδαφος μέσω παραμετρικής διερεύνησης.

#### 2.2.4 .1 Απόκριση block

#### 2.2.4 .1.1 Στατική ανάλυση

Ακολουθείται η ανάλογη αναλυτική διαδικασία που περιγράφηκε και για τον κύλινδρο. Θεωρούμε ομοιόμορφα κατανεμημένα ελατήρια Winkler σταθεράς k και όπως και πριν υπολογίζουμε για γωνίες μικρότερες από τη γωνία ανασηκώματος τις κατακόρυφες μετακινήσεις και τις αντίστοιχες τάσεις. Οι υπολογισμοί είναι σαφώς λιγότερο απαιτητικοί αφού η οριζόντια προβολή της επιφάνειας της βάσης παραμένει ορθογωνική, με αποτέλεσμα να διευκολύνονται σημαντικά οι ολοκληρώσεις.



Η ολοκλήρωση των τάσεων στη βάση δίνει δύναμη ίση με το βάρος του block.

$$\int_{-b\cos\theta}^{b\cos\theta}\int_{-\alpha}^{\alpha}p(x)dydx=W$$

Η ροπή στη θεμελίωση προκύπτει ως εξής:

$$\mathbf{M}_{\theta \epsilon \mu} = \int_{-\mathbf{b} \cos \theta}^{\mathbf{b} \cos \theta} \int_{-\alpha}^{\alpha} \mathbf{x} \cdot \mathbf{p}(\mathbf{x}) d\mathbf{y} d\mathbf{x} = \frac{4}{3} \alpha \mathbf{b}^{3} \mathbf{k} \cdot \mathbf{cos}^{2} \theta \cdot \mathbf{sin} \theta$$

Κάνοντας τις ίδιες παραδοχές με αυτές που έγιναν για τον κύλινδρο σχετικά με την παραλαβή της οριζόντιας δύναμης στη βάση, προκύπτει για την απαιτούμενη δύναμη:

$$\mathbf{M}_{\theta_{\mathrm{Eu}}} = \mathbf{W}\mathbf{h} \cdot \mathbf{sin}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{F}\mathbf{h} \cdot \mathbf{cos}\boldsymbol{\theta}$$

$$\mathbf{F} = \frac{2\alpha \mathbf{b}^3 \mathbf{k} \cdot \sin 2\theta}{3\mathbf{h}} - \mathbf{W} \cdot \tan \theta$$

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν μέχρι να εμφανιστεί ανασήκωμα, δηλαδή για γωνίες που ανήκουν στο επόμενο διάστημα:

$$\theta \in \left[0, \frac{1}{2} \arcsin \frac{W}{2\alpha b^2 k}\right]$$

Μετά την εμφάνιση ανασηκώματος, κατ'αντιστοιχία με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον κύλινδρο υπολογίζουμε:



Απαιτούμε η ολοκλήρωση των τάσεων στο ενεργό τμήμα της βάσης να δίνει δύναμη ίση με το βάρος:

$$\int_{(b-b')\cos\theta}^{b\cos\theta}\int_{-\alpha}^{\alpha}p(x)dydx = W$$

Η ικανοποίηση της συνθήκης αυτής μας οδηγεί σε μια σχέση ανάμεσα στη γωνία θ και στο ενεργό πλάτος b'. Επιλέγεται να εκφραστεί η γωνία ως συνάρτηση του ενεργού πλάτους για να υπάρχει αντιστοιχία με την επίλυση για τον κύλινδρο. Βεβαίως είναι εύκολο εδώ η σχέση να εκφραστεί και αντίστροφα.

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin\left[\frac{2W}{a(b')^2 k}\right]$$

Όπως και προηγουμένως, υπολογίζουμε τη ροπή στη θεμελίωση ολοκληρώνοντας τις τάσεις επί τους αντίστοιχους μοχλοβραχίονες:

$$\mathbf{M}_{\theta \in \mu} = \int_{(\mathbf{b}-\mathbf{b}')\cos\theta}^{\mathbf{b}\cos\theta} \int_{-\alpha}^{\alpha} \mathbf{x} \cdot \mathbf{p}(\mathbf{x}) d\mathbf{y} d\mathbf{x}$$

Από όπου λαμβάνουμε:

$$\mathbf{M}_{\theta \epsilon \mu} = \frac{1}{3} \alpha \mathbf{k} \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \theta \left( \mathbf{b}^3 - \left( \mathbf{b} - \mathbf{b}' \right)^3 \right) + \alpha \left( \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{A}} - \mathbf{a} \mathbf{k} \sin \theta \right) \mathbf{b'} (2\mathbf{b} - \mathbf{b'}) \cos^2 \theta$$

Όπως και για τις γωνίες χωρίς ανασήκωμα, μπορούμε να υπολογίσουμε την απαιτούμενη δύναμη ή ροπή για ισορροπία και να κατασκευάσουμε τα ζητούμενα διαγράμματα pushover.

Επιλέγουμε κι εδώ να ακολουθήσουμε τη μέθοδο της μεταβαλλόμενης δυσκαμψίας των ελατηρίων Winkler κατ'αντιστοιχία με τη διαδικασία που πραγματοποιήθηκε για τον κύλινδρο. Σε κάθε γωνία θ μετά το ανασήκωμα θεωρούμε ένα ισοδύναμο θεμέλιο διαστάσεων ίσων με το ενεργό πλάτος του θεμελίου και το μήκος του θεμελίου ( η διάσταση αυτή στο ορθογωνικό θεμέλιο μένει σταθερή). Παραστατικά η διαδικασία φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα. Η αρχική σταθερά k μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση για τον ομοιογενή ημίχωρο. Στη συνέχεια η προκύπτουσα στροφική δυσκαμψία για το ενεργό θεμέλιο διαιρείται με την αντίστοιχη ροπή αδράνειας για τον εκ νέου υπολογισμό της σταθεράς k.



Ένα παράδειγμα της συμπεριφοράς που προβλέπεται από αυτή την ανάλυση δίνεται στις **εικόνες 79** έως **82**.

#### 2.2.4 .1.2 Δυναμική ανάλυση

Όπως έγινε και με τη στατική ανάλυση, ακολουθείται η αντίστοιχη διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε για τον κύλινδρο. Χρησιμοποιούμε τις διαφορικές εξισώσεις που δίνονται στο άρθρο «Harmonic Rocking of Rigid Block on Flexible Foundation» των **A.S. Koh, P.D. Spanos,** και **J.M. Roesset**. Κατανεμημένα ελατήρια Winkler σταθεράς k και κατανεμημένοι αποσβεστήρες σταθεράς c χρησιμοποιούνται και σε αυτή την ανάλυση, όπως στην αντίστοιχη για κύλινδρο. Ένα σκαρίφημα του προσομοίωματος που έχει υποτεθεί ακολουθεί στη συνέχεια.



Όπως έγινε και για τον κύλινδρο, η σταθερά c των αποσβεστήρων υπολογίζεται σαν συνάρτηση της σταθεράς k των ελατηρίων Winkler, μέσω μιας χαρακτηριστικής ω<sub>n</sub> που προκύπτει από τις διαφορικές εξισώσεις. Επιπλέον, η σταθερά k μεταβάλλεται σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφηκε στην στατική ανάλυση για το block. Οι διαφορικές εξισώσεις κι εδώ προγραμματίστηκαν σε Mathcad με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

Στις εικόνες **83** και **84** γίνεται σύγκριση της δυναμικής με τη στατική απόκριση, επιβάλλοντας μία διέγερση πολύ μεγάλης περιόδου ώστε η απόκριση να είναι πρακτικά στατική. Πράγματι, υπάρχει πολύ καλή αντιστοιχία για τις δύο μορφές ανάλυσης, γεγονός που συντείνει στην πεποίθηση πως η δυναμική επίλυση είναι ορθή.

Στις εικόνες **85** έως και **88** δίνεται ένα παράδειγμα λειτουργίας της δυναμικής ανάλυσης, για έναν ημιτονικό παλμό. Τα αποτελέσματα είναι όπως κανείς θα τα ανέμενε, ενώ η επίδραση των κρούσεων είναι κι εδώ ορατή.

#### 2.2.4 .1.3 Διαγράμματα ανατροπής

Στις **εικόνες 89** και **90** παρουσιάζονται διαγράμματα ανατροπής για block επί ελαστικού εδάφους για ημιτονική διέγερση ενός κύκλου. Η μορφή είναι όπως θα περιμέναμε σύμφωνα με τα αντίστοιχα διαγράμματα σε άκαμπτη βάση. Επομένως μπορούμε να προχωρήσουμε συγκρίνοντας τα αντίστοιχα διαγράμματα άκαμπτης βάσης και σκληρού ελαστικού εδάφους.

#### 2.2.4 .2 Σύγκριση άκαμπτου και ελαστικού εδάφους

Η σύγκριση για το διάγραμμα ανατροπής ημιτονικού παλμού εμφανίζεται στις εικόνες 91 και 92. Το ελαστικό έδαφος που έχει επιλεγεί για τον έλεγχο έχει μέτρο ελαστικότητας Ε = 1000 MPa ώστε να είναι επαρκώς δύσκαμπτο. Υπάρχει πολύ καλή συμφωνία ανάμεσα στα δύο διαγράμματα, ειδικά σε αδιάστατους όρους, γεγονός που επικυρώνει τη σωστή λειτουργία της δυναμικής ανάλυσης για block στην ανατροπή. Σε όρους g – Ηz η μικρή διαφορά που παρατηρείται στις μεγάλες επιταχύνσεις ήταν αναμενόμενη, καθώς ο κλάδος αυτός αντιστοιχεί στην ανατροπή χωρίς καμία κρούση (no impact). Το άκαμπτο έδαφος δίνει το όριο για αυτόν τον κλάδο, καθώς όσο πιο μαλακό είναι το έδαφος, τόσο πιο εύκολα θα πέσει το σώμα. Η διαφορά αντιστοιχεί στη μικρή απόκλιση στη μέγιστη ροπή η οποία επισημάνθηκε στα διαγράμματα pushover στην αριθμητική στατική ανάλυση για το άκαμπτο έδαφος (1.1.2).

# 2.2.4 .3 Σύγκριση block και κυλίνδρου

Καταρχάς επιλέγεται ένας κύλινδρος που να έχει δυναμική συμπεριφορά παρόμοια με αυτή ενός block. Απαιτείται τα δύο σώματα να έχουν ίδιο p:

$$\mathbf{p} = \sqrt{\frac{\mathbf{mgR}}{\mathbf{Jo}}}$$

Από τη συνθήκη αυτή επιλέγονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κυλίνδρου.

Επίσης απαιτείται η μέγιστη ροπή στο διάγραμμα M ~ θ του στατικού pushover να είναι ίδια για τα δύο σώματα. Από αυτήν την απαίτηση επιλέγουμε τη μάζα του κυλίνδρου (το έδαφος είναι ελαστικό οπότε δεν υπάρχει συντελεστής ασφαλείας).

Επί παραδείγματι έχουμε τα ακόλουθα:



Στις **εικόνες 93** και **94** παρουσιάζεται η συμβατότητα στη δυναμική απόκριση των δύο σωμάτων. Στην **εικόνα 95** απεικονίζεται το στατικό pushover για τα δύο

σώματα. Υπάρχει ικανοποιητική ομοιότητα στην απόκριση, επομένως μπορούμε να προχωρήσουμε με την κατασκευή των διαγραμμάτων ανατροπής.

Στις **εικόνες 96** και **97** απεικονίζονται τα διαγράμματα ανατροπής για τα δύο σώματα που περιγράφηκαν. Στο αδιαστατοποιημένο διάγραμμα της **εικόνας 97** υπάρχει σχεδόν απόλυτη σύμπτωση. Επομένως συμπεραίνουμε πως η αναλυτική μεθοδολογία για την πρόβλεψη της ανατροπής στον κύλινδρο είναι έγκυρη.

#### 2.2.4 .4 Παραμετρική διερεύνηση

Εξετάζονται τα διαγράμματα ανατροπής που προκύπτουν για ημιτονικό παλμό και για παλμό ricker. Οι δύο αυτοί παλμοί επιλέχθηκαν γιατί μπορούμε να τους χρησιμοποιήσουμε για να προσεγγίσουμε τους τύπους των διεγέρσεων που συμβαίνουν εγγύς του ρήγματος. Πιο αναλυτικά, ο παλμός ricker μπορεί να αναπαραστήσει το φαινόμενο της κατευθυντικότητας (directivity effect) που εμφανίζεται στις καταγραφές κάθετα στο ρήγμα, ενώ ο ημιτονικός παλμός αξιοποιείται για την προσέγγιση του φαινομένου της αλτιματικότητας (fling effect) που εμφανίζεται σε καταγραφές παράλληλες με τη διεύθυνση του ρήγματος.

#### **2.2.4 .4.1 Μορφή παλμού**

Στις εικόνες 98 και 99 συγκρίνονται τα διαγράμματα ανατροπής που προκύπτουν για τους δύο τύπους παλμών που εξετάστηκαν. Παρατηρούμε πως όπως ενδεχομένως θα ανέμενε κανείς, το γεγονός πως ο παλμός ricker είναι πολύ πιο πλούσιος σε περιεχόμενο από τον ημιτονικό, οδηγεί και σε πιο πολύπλοκη μορφή στο διάγραμμα ανατροπής. Είναι απαραίτητο να τονιστεί εδώ πως για τον παλμό ricker, η συχνότητα που δίνεται είναι η δεσπόζουσα και όχι η ονομαστική. Συνεχίζοντας με τα διαγράμματα, ενώ για το ημίτονο μπορούμε να διαχωρίσουμε μία χαμηλότερη περιοχή που αντιστοιχεί σε ανατροπή μετά από μία κρούση (one impact) και σε μία περιοχή ανατροπής χωρίς κρούση (no impact), στον παλμό ricker κάτι τέτοιο είναι πιο δύσκολο να γίνει. Οι περιοχές αυτές για την ανατροπή στον ημιτονικό παλμό είναι σε απόλυτη αντιστοιχία με τα διαγράμματα που παρουσιάστηκαν και για το άκαμπτο έδαφος. Αντίθετα στο ricker υπάρχουν απρόσμενες ίσως ασφαλείς περιοχές οι οποίες οφείλονται στα ειδικά χαρακτηριστικά της διέγερσης. Αξίζει να παρατηρήσει κανείς πως η ανατροπή χωρίς κρούση (φαίνεται με την διακεκομμένη γραμμή στην εικόνα 98) συμβαίνει πιο εύκολα για τον ημιτονικό παλμό από ότι για τον παλμό ricker γιατί ακριβώς λόγω της πολλαπλής εναλλαγής του προσήμου και της τιμής της επιτάχυνσής του, στο ricke εν τέλει απαιτείται μεγαλύτερη μέγιστη επιτάχυνση για την ανατροπή. Αυτό προκαλείται γιατί η ανατροπή χωρίς καμία κρούση στο ricker συχνά θα συμβεί όχι για το τμήμα του παλμού στο οποίο η επιτάχυνση μεγιστοποιείται αλλά για το ακριβώς προηγούμενο, με αποτέλεσμα να χρειάζεται μεγαλύτερη επιτάχυνση σε αυτό το κομμάτι του παλμού και μοιραία να αυξάνει συνολικά η τιμή της επιτάχυνσης, ακόμα και αν το μέγιστο δεν προλαβαίνει να συμβάλει στην ανατροπή. Η έξαρση της επιτάχυνσης στον παλμό ricker οδηγεί στην προεξέχουσα περιοχή ανατροπής, όπως φαίνεται και στην **εικόνα 98**, που σημαίνει ότι λόγω της μορφής της διέγερσης όταν οι επιταχύνσεις είναι κατάλληλες μπορούμε να έχουμε ανατροπή πιο εύκολα από ότι για ημιτονικό παλμό ίδιας μέγιστης επιτάχυνσης.

Το γενικό συμπέρασμα είναι πως η μορφή και οι λεπτομέρειες της διέγερσης είναι καθοριστικές για τη διαμόρφωση των διαγραμμάτων ανατροπής. Ενδεχομένως ως μία γενική μέθοδος προστασίας, θα ήταν ενδιαφέρον να σχηματιστούν τα διαγράμματα ανατροπής για ένα πλήθος διαφορετικών διεγέρσεων και να προσδιοριστούν έτσι καμπύλες ανατροπής από την ένωση των περιοχών των εν λόγω διεγέρσεων.

# **2.2.4 .4.2** Επιρροή μάζας

Στις **εικόνες 100** και **101** παρατηρούμε πως η αύξηση της μάζας δεν παίζει σημαντικό ρόλο στη μεταβολή του διαγράμματος ανατροπής για ημιτονικό παλμό. Αυτό συμβαίνει γιατί ο ημιτονικός παλμός είναι πολύ φτωχός σε περιεχόμενο (υπάρχει μία μόνο συχνότητα), ενώ και ο ένας μόνο κύκλος περιορίζει την πολυπλοκότητα της απόκρισης. Ως αποτέλεσμα, η αύξηση της μάζας στην περίπτωση αυτή οδηγεί σε αντίστοιχη αύξηση της επιβαλλόμενης αδρανειακής ροπής. Ως εκ τούτου, η επιτάχυνση που απαιτείται για την ανατροπή μένει ίδια, αφού καταφέρνει να περάσει με τον ίδιο τρόπο στην ανωδομή.

Στον παλμό ricker (**εικόνες 102, 103**) η εικόνα δεν είναι ίδια. Στον κλάδο του διαγράμματος στις μεγάλες επιταχύνσεις, που αντιστοιχεί εν γένει σε άμεση ανατροπή χωρίς κρούση, η εικόνα είναι πρακτικά ίδια ανεξαρτήτως μάζας για τους ίδιους λόγους που περιγράψαμε και στον ημιτονικό παλμό. Ωστόσο, για μικρότερες επιταχύνσεις οι λεπτομέρειες του παλμού παίζουν σημαντικό ρόλο, με αποτέλεσμα η αυξημένη μάζα να δίνει διαφορετικά αποτελέσματα. Παρατηρούμε πως το σώμα αυξημένης μάζας γενικά εμφανίζει σχετικά καλύτερη συμπεριφορά στην ανατροπή, με τις εξάρσεις του διαγράμματος ανατροπής να περιορίζονται.

### 2.2.4 .4.3 Επιρροή μέτρου ελαστικότητας εδάφους

Για τον ημιτονικό παλμό τα αποτελέσματα φαίνονται στις **εικόνες 104** και **105**. Ο κλάδος που αντιστοιχεί στην ανατροπή χωρίς κρούση, όπως ίσως θα ανέμενε κανείς βρίσκεται χαμηλότερα για μειωμένο μέτρο ελαστικότητας. Αυτό πρακτικά μας δείχνει πως όσο μαλακότερο είναι το έδαφος τόσο πιο εύκολο είναι να ανατραπεί το σώμα απευθείας (χωρίς να προλάβει να κάνει ταλάντωση). Το γεγονός αυτό υποστηρίζεται και από τα αποτελέσματα που είχαμε στα στατικά pushover, όπου είχα δειχθεί πως για μαλακότερο έδαφος, η απαιτούμενη ροπή για την ανατροπή είναι μικρότερη. Αντίθετα στον κλάδο της ανατροπής μετά από μία κρούση, η εικόνα δεν διαφέρει πολύ. Μάλιστα για κάποιες μικρές περιοχές η ανατροπή συμβαίνει πιο εύκολα στο δύσκαμπτο έδαφος. Αυτό γίνεται επειδή λόγω του μαλακότερου εδάφους επιτρέπεται στο σώμα να φτάσει σε μεγαλύτερες γωνίες πριν την πρώτη κρούση, με αποτέλεσμα μετά την κρούση η ανατροπή να είναι δυσκολότερη. Ρόλο επίσης παίζει και η επιφάνεια επαφής που στο μαλακό έδαφος είναι μεγαλύτερη επιτρέποντας μεγαλύτερη απόσβεση (αν και η συμβολή της απόσβεσης πράγματι είναι μικρή).

Στον παλμό ricker (**εικόνες 106, 107**) η εικόνα είναι δραματικά διαφορετική. Βεβαίως, ο κλάδος που αφορά την ανατροπή χωρίς κρούση, όπως και στο ημίτονο βρίσκεται χαμηλότερα για το μαλακό έδαφος. Ωστόσο, οι εξάρσεις που είχαμε για το σκληρό έδαφος έχουν περιοριστεί έντονα. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό βρίσκεται στη μορφή του παλμού ricker. Λόγω του μαλακού εδάφους το σώμα αναπτύσσει ευκολότερα στροφές. Σημαντική στροφή εμφανίζεται ήδη από τους πρώτους, μικρότερους παλμούς που περιλαμβάνονται στο ricker, με αποτέλεσμα ο μεγαλύτερος παλμός να χρειάζεται πρώτα να επαναφέρει το σώμα στην αρχική του θέση πριν να καταφέρει να του δώσει αρκετή στροφή προς την άλλη κατεύθυνση ώστε αυτό να ανατραπεί. Έτσι η αρχική στροφή που το σώμα είχε πάρει δρα ευνοϊκά. Αντίθετα, στο σκληρό έδαφος δεν αναπτύσσεται εξίσου μεγάλη αρχική στροφή με αποτέλεσμα το σώμα να είναι έπειτα πιο ευάλωτο στην ανατροπή.

#### 2.2.4 .4.4 Επιρροή λυγηρότητας

Οι **εικόνες 108** και **109** απεικονίζουν τη μεταβολή του διαγράμματος ανατροπής για ημιτονικό παλμό αυξάνοντας τη λυγηρότητα του σώματος και διατηρώντας ίδια ακτίνα και ίδια μάζα. Στον κλάδο που αντιστοιχεί στην ανατροπή χωρίς κρούση η αλλαγή είναι αυτή που θα περιμέναμε σύμφωνα και με τα διαγράμματα των στατικών pushover, δηλαδή ο πιο λυγηρός κύλινδρος ανατρέπεται ευκολότερα. Στον κλάδο ανατροπής μετά από μία κρούση επίσης φαίνεται να αυξάνει η περιοχή ανατροπής αυξανομένης της λυγηρότητας.

τον τρόπο που αυξήθηκε η λυγηρότητα η ποσότητα  $\mathbf{R} = \sqrt{\mathbf{h}^2 + \mathbf{r}^2}$  που είναι ενδεικτική του μεγέθους του σώματος αυξάνεται. Έτσι υπεισέρχονται δύο αντιμαχόμενες τάσεις. Από τη μία η αύξηση της λυγηρότητας φαίνεται να διευκολύνει την ανατροπή ενώ από την άλλη η αύξηση του μεγέθους βελτιώνει την ευστάθεια. Στο αδιάστατο διάγραμμα εντούτοις (**εικόνα 109**), φαίνεται η επιρροή της αύξησης της λυγηρότητας να υπερισχύει για τον ημιτονικό παλμό.

Στον παλμό ricker (**εικόνα 110, 111**) η εικόνα μοιάζει να αντιστρέφεται. Εδώ η αύξηση της λυγηρότητας δρα ευνοϊκά. Φυσικά, στον κλάδο της απευθείας ανατροπής, η αυξημένη λυγηρότητα δίνει ευκολότερη ανατροπή. Μολαταύτα, για χαμηλότερες επιταχύνσεις το ψηλότερο σώμα συμπεριφέρεται καλύτερα. Όπως έχει ειπωθεί και προηγουμένως ,το πιο πλούσιο συχνοτικό περιεχόμενο του παλμού ricker είναι υπεύθυνο για αυτά τα φαινόμενα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, το αυξημένο R παίζει σαφώς ευνοϊκό ρόλο, καθώς το μεγαλύτερο μέγεθος καθιστά πιο ευσταθές το σώμα. Από τις χρονοϊστορίες παρατηρούμε πως για την ίδια διέγερση, όταν είμαστε κοντά στον κλάδο που περιορίστηκε σημαντικά με την αύξηση της ληγυρότητας, το πιο λυγηρό σώμα αναπτύσσει μικρότερες γωνίες, γεγονός για το οποίο ευθύνεται το αυξημένο μέγεθός του.

# 2. Ελαστικό έδαφος - Σχήματα



Εικόνα 23





Uplift

k

Σταθερό k

Εικόνα 24











Αναλυτικά Elastic
r = 1 m h = 3 m m = 47.46 Mg E = 180 MPa k μεταβαλλόμενο
FEA Elastic
Opint



 
 Αναλυτικά Elastic

 r
 = 1 m

 h
 = 3 m

 m
 = 47.46 Mg

 E
 = 180 MPa

 k
 μεταβαλλόμενο

 FEA
 Elastic

 Uplift
 r

 r
 = 1 m

 h
 = 3 m

 m
 = 47.46 Mg

 E
 = 180 MPa

 X
 = 180 MPa

 Σ.T
 = 0.7

**Εικόνα 28** 



Αναλυτικά Elastic
r = 1 m h = 3 m m = 47.46 Mg E = 180 MPa k μεταβαλλόμενο
FEA Elastic Uplift
r = 1 m



Elastic Uplift r = 1 m h = 3 m E = 180 MPa Máζa m (Mg) 30 40 50













Παραμετρική διερεύνηση : h/b























Εικόνα 40





Avαλυτικά Elastic r = 1 mh = 3 mm = 37.70 MgE = 100 MPaExc : 4sin T = 0.5 sPGA = 1.2 g Δυναμικό Στατικό



Ελαστικό έδαφος: Σύγκριση δυναμικής - στατικής απόκρισης







Aναλυτικά Elastic r = 1 mh = 3 mm = 37.70 MgE = 100 MPaExc : 1sin T = 19 sPGA = 0.29 g Δυναμικό Στατικό

Εικόνα 45

Ελαστικό έδαφος: Σύγκριση δυναμικής - στατικής απόκρισης





```
Εικόνα 47
```







FEA Αριθμητικά : Δυναμική συμπεριφορά Elastic Επιλογή προσομοιώματος : Απόσβεση r = 1 m Επιλογή απόσβεσης : ξ = 0.3 % h = 3 mm = 37.70 мg E = 100 MPa t (s) 6 Exc:4sin T = 0.5 s PGA = 1.2 gt (s) 3 = 0.3 % ξ = 0.5 %

FEA

Elastic

r = 1 m

h = 3 m

E = 100 MPa

Exc:4sin

T = 0.5 s

PGA = 1.2 g

ξ = 0.3 %

ξ = 0.5 %

Εικόνα 50

0.09

0.04

-0.01

1.5

0.5

-0.5

-1.5

-2.5

W (m)

M (MNm)



 Dynamic

 Elastic

 r = 1 m

 h = 3 m

 m = 37.70 Mg

 E = 100 MPa

 Exc : 4sin

 T = 0.5 s

 PGA = 1.2 g

 Αριθμητικά

Εικόνα 51











 Dynamic

 Elastic

 r = 1 m

 h = 3 m

 m = 37.70 Mg

 E = 20 MPa

 Exc : 1sin

 T = 1 s

 PGA = 0.3 g

 Αριθμητικά

Εικόνα 55



Elastic r = 1 m h = 3 m m = 37.70 Mg E = 20 MPa Exc : 1sin T = 1 s PGA = 0.3 g Αριθμητικά

Dynamic







Εικόνα 60














 Dynamic

 Elastic

 r = 1 m

 h = 3 m

 m = 37.70 Mg

 E = 100 MPa

 Exc : 1sin

 T = 1 s

 PGA = 0.4 g

 Αριθμητικά

**Εικόνα 67** 



















**Εικόνα 78** 

















Aναλυτικά Elastic rectangle b = 1 ma = 1 mh = 3 mm = 48 MgE = 100 MPaExc : 1sin T = 1 sPGA = 0.4 g





Aναλυτικά Elastic rectangle b = 1 ma = 1 mh = 3 mm = 48 MgE = 100 MPaExc : 1sin T = 1 sPGA = 0.4 g





**Εικόνα 92** 



Εικόνα 94



Εικόνα 95







**Overturning : Sine – Ricker pulse** 









Εικόνα 100

**Overturning : m** 









**Overturning : m** 





**Overturning : E** 





**Overturning : E** 





**Overturning : E** 





Εικόνα 106

**Overturning : E** 



Ava $\lambda$ utiká Elastic m = 40 Mg r = 1 m h = 3 m Exc. Ricker E = 100 MPa





**Overturning : h/r** 





Overturning : h/r





Εικόνα 110

**Overturning : h/r** 



Ava $\lambda$ utiká Elastic m = 40 Mg r = 1 m E = 100 MPa Exc. Ricker h/r = 3 h/r = 4

## 3. Ανελαστικό έδαφος

- 3.1 Στατική Ανάλυση
- 3.1.1 Καταστατικό προσομοίωμα
- 3.1.2 Κατακόρυφο pushover
- 3.1.3 Περιστροφική Δυσκαμψία
- 3.1.4 Παραμετρική διερεύνηση
- 3.2 Ανακυκλική Ανάλυση
- 3.3 Δυναμική Ανάλυση

# 3. Ανελαστικό έδαφος

## 3.1 Στατική Ανάλυση

### 3.1.1 Καταστατικό προσομοίωμα

Για τις αναλύσεις σε ανελαστικό έδαφος χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας πεπρασμένων στοιχείων Abaqus. Στα επόμενα κεφάλαια θα αναπτυχθεί μία μεθοδολογία η οποία επιτρέπει και αναλυτικά τη δημιουργία καμπυλών pushover σε ανελαστικό έδαφος, η οποία ωστόσο βασίστηκε στις αριθμητικές αναλύσεις. Το προσομοίωμα παραμένει αυτό που περιγράφηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια για τη στατική φόρτιση, με βάθος 10m και τους περιορισμούς που έχουν ήδη αναφερθεί στα 1.1.2 Ωστόσο εδώ θα χρησιμοποιήσουμε σε ορισμένες αναλύσεις πέρα από τα στοιχεία C3D8 (8 - node linear brick) και τα στοιχεία C3D8R (8 – node linear brick, reduced integration with hourglass control) τα οποία είναι στοιχεία με μειωμένα σημεία ολοκλήρωσης. Εν γένει δεν αναμένεται να δώσουν καλύτερα αποτελέσματα από τα C3D8 και συστήνεται να χρησιμοποιούνται με πυκνότερο κάνναβο, ωστόσο είναι πιθανό λόγω των μειωμένων σημείων ολοκλήρωσης να λειτουργήσουν καλύτερα σε διεπιφάνειες (όπως αυτή που έχει εισαχθεί μεταξύ της βάσης του κυλίνδρου και του εδάφους), επειδή αποφεύγουν τη δημιουργία αιχμών (spikes) στα αποτελέσματα που δίνουν, λόγου χάρη στις τάσεις. Επιπλέον, θα πρέπει να αναφερθούν κάποιες βασικές αρχές για τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η ανελαστικότητα του εδάφους στο Abaqus. Το έδαφος προσομοιώνεται ως μη γραμμικό ελαστοπλαστικό μέσο.

Η ελαστοπλαστική συμπεριφορά του εδάφους ακολουθεί το κριτήριο διαρροής Von Mises με μη γραμμικό κινηματικό νόμο κράτυνσης και συσχετισμένο νόμο πλαστικής ροής. Το συγκεκριμένο καταστατικό προσομοίωμα είναι κατάλληλο για την προσομοίωση της συμπεριφοράς αργιλικών εδαφών υπό αστράγγιστες συνθήκες, η συμπεριφορά των οποίων θεωρείται ανεξάρτητη από την τιμή της μέσης ενεργού τάσης.

Σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Von Mises, η εξέλιξη των τάσεων ορίζεται ως:

 $\sigma = \sigma_o + \alpha$ 

όπου σ<sub>o</sub> είναι η τιμή της τάσης σε μηδενική πλαστική παραμόρφωση, η οποία θεωρείται σταθερή και α είναι η συνιστώσα της κινηματικής κράτυνσης που ορίζει την εξέλιξη της επιφάνειας διαρροής στο χώρο των τάσεων.

Η συνάρτηση F ορίζει την ανεξάρτητη από τις τάσεις επιφάνεια διαρροής:

$$F = f(\sigma - \alpha) - \sigma_o$$

Όπου η ισοδύναμη τάση Mises, συνυπολογίζοντας το α είναι:

 $f(\sigma - \alpha)$ 

Η πλαστική ροή θεωρείται συσχετισμένη οπότε:

$$\dot{\varepsilon}^{\rm pl} = \dot{\overline{\varepsilon}}^{\rm pl} \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

με  $\dot{\overline{\varepsilon}}^{pl}$  τον ισοδύναμο ρυθμό πλαστικής παραμόρφωσης.

Ο νόμος εξέλιξης των τάσεων αποτελείται από δύο συνιστώσες:

(α) έναν ισοτροπικό νόμο κράτυνσης, που περιγράφει την μεταβολή της ισοδύναμης τάσης που ορίζει το μέγεθος της επιφάνειας διαρροής σ<sub>0</sub> ως μία συνάρτηση της πλαστικής παραμόρφωσης

$$\sigma_o = \sigma_0 + Q_{\infty} \left( 1 - e^{-b\overline{\varepsilon}^{\mathrm{pl}}} \right)$$

όπου το  $Q_{\infty}$  και το *b* είναι παράμετροι του προσομοιώματος που καθορίζουν τη μέγιστη αλλαγή στο μέγεθος της επιφάνειας διαρροής και το ρυθμό αυτής της αλλαγής με την  $\overline{\epsilon}^{pl}$ , αντίστοιχα. Για  $Q_{\infty} = 0$  το μέγεθος της επιφάνειας διαρροής παραμένει σταθερό και το προσομοίωμα εκφυλίζεται σε μη γραμμική μοντέλο κινηματικής κράτυνσης.

(β) ένα μη γραμμικό κινηματικό νόμο κράτυνσης, που περιγράφει την εξέλιξη της επιφάνειας διαρροής στο πεδίο των τάσεων. Ο νόμος αυτός ορίζεται ως η υπέρθεση ενός καθαρά κινηματικού όρου (γραμμικός νόμος κράτυνσης Ziegler) και ενός όρου χαλάρωσης, που εισάγει τη μη γραμμική συμπεριφορά. Η εξέλιξη της κινηματικής συνιστώσας της τάσης διαρροής περιγράφεται από την έκφραση:

$$\dot{\alpha} = C \frac{1}{\sigma_o} (\sigma - \alpha) \dot{\overline{\varepsilon}}^{\rm pl} - \gamma \alpha \dot{\overline{\varepsilon}}^{\rm pl}$$

όπου C το μέτρο ελαστικότητας για πολύ μικρές παραμορφώσεις:

$$C = \sigma_{y} / \varepsilon_{y} = E = 2(1+v)G_{o}$$

και γ η παράμετρος που καθορίζει το ρυθμό μείωσης της κινηματικής κράτυνσης κατά την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης.

Στα παρακάτω σχήματα απεικονίζεται η εξέλιξη των συνιστωσών της κινηματικής και της ισοτροπικής κράτυνσης για μονοαξονική και πολυαξονική φόρτιση αντίστοιχα.



Σχήμα 1 Μονοδιάστατη αναπαράσταση



Σχήμα 2 Τρισδιάστατη αναπαράσταση

Σύμφωνα με το νόμο εξέλιξης για την κινηματική συνιστώσα της κράτυνσης, η τιμή της α πρέπει να βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο ακτίνας:  $\sqrt{2/3} C/\gamma$ . Εφόσον η επιφάνεια διαρροής είναι φραγμένη, συνεπάγεται ότι όλα τα τασικά σημεία πρέπει να βρίσκονται εντός κυλίνδρου με ακτίνα  $\sqrt{2/3} \sigma_y$ , όπου  $\sigma_y$  η τάση διαρροής.

Για την περίπτωση των αργίλων, η μέγιστη τάση διαρροής υπό αστράγγιστες συνθήκες είναι:

$$\sigma_y = \frac{C}{\gamma} + \sigma_o$$

Σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Von Mises η μέγιστη τάση είναι:

$$\sigma_y = \sqrt{3}S_u$$

Επομένως από τις δύο προηγούμενες εκφράσεις προκύπτει πως

$$\gamma = \frac{C}{\sqrt{3}S_u - \sigma_o}$$

Οι παράμετροι του καταστατικού προσομοιώματος βαθμονομήθηκαν βάσει δημοσιευμένων καμπυλών G-γ της βιβλιογραφίας, σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφεται από τους Gerolymos et al. [2005].

#### 3.1.2 Κατακόρυφο pushover

Ο μηχανισμός αστοχίας υπό κατακόρυφο φορτίο φαίνεται στο επόμενο σχήμα, όπως προτάθηκε από τον Hossein Ali Taiebat στην εργασία «Three dimensional liquefaction analysis of offshore foundations».



Η μορφή αυτή είναι σε συμφωνία με τη μορφή που προκύπτει από τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα (απεικονίζονται οι πλαστικές παραμορφώσεις). Επομένως, το προσομοίωμα της αριθμητικής ανάλυσης λειτουργεί ικανοποιητικά.



Πραγματοποιήθηκαν κατακόρυφα pushover για διάφορους τύπους εδάφους. Ενδεικτικά δίνονται τρία διαγράμματα, για Su 100 και E/Su = 1800, 900 και 300. (εικόνα 112). Τα διαγράμματα αυτά προκύπτουν για επιβολή κατακόρυφης μετακίνησης. Η οριακή τάση έναντι κατακόρυφου φορτίου θεωρήθηκε ίση με (π+3)Su, τιμή λογική για κυκλικό θεμέλιο, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία. Ενδεικτικά επισημαίνεται η αντιστοιχία με τις τιμές που δίνουν οι R. SALGADO, A.V. LYAMIN, S.W. SLOAN και H.S. YU στο άρθρο «Two - and three - dimensional bearing capacity of foundations in clay». Η θεωρητική οριακή τάση επιτυγχάνεται για μετακίνηση της τάξης του 5 με 10% της διαμέτρου του θεμελίου. Για τάσεις μεγαλύτερες της θεωρητικής οριακής τάσης παρατηρείται έντονη μεταβολή στην κλίση του διαγράμματος (εικόνα 112). Επειδή έχουμε επιβολή μετακίνησης και όχι επιβολή δύναμης παρατηρούμε κάποια υπέρβαση της θεωρητικής τάσης. Εάν ωστόσο επιβληθεί τάση μεγαλύτερη από την θεωρητική οριακή τάση επέρχεται αστοχία. Επομένως αυτές οι υπεραντοχές που εμφανίζονται στα διαγράμματα οφείλονται στο ότι οι μετρήσεις αυτές ελέγχονται από την επιβολή μετακίνησης. Η θεωρητική τιμή για την οριακή τάση θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια για τον καθορισμό των συντελεστών ασφαλείας.

#### 3.1.3 Περιστροφική Δυσκαμψία

Επιχειρείται ανάλυση σχετικά με την περιστροφική δυσκαμψία του κυκλικού θεμελίου. Η πρόβλεψη της μεταβολής της περιστροφικής δυσκαμψίας θα μας επιτρέψει την πρόβλεψη των αντίστοιχων διαγραμμάτων pushover. Η ροπή που χρησιμοποιείται για την εύρεση της δυσκαμψίας είναι η ροπή στη θεμελίωση, η ροπή δηλαδή που προκύπτει από την ολοκλήρωση των τάσεων που ασκούνται στη βάση. Η επιλογή αυτή γίνεται ώστε η δυσκαμψία να εξαρτάται μόνο από το θεμέλιο και όχι από τη μορφή της ανωδομής, εφόσον η ροπή που αξιοποιείται είναι απαλλαγμένη από τα φαινόμενα Ρ-δ. Στη συνέχεια, εφόσον μια σχέση για τη ροπή αυτή έχει βρεθεί είναι πολύ εύκολο κανείς να αφαιρέσει τη ροπή λόγω Ρ-δ και να κατασκευάσει τα συνηθισμένα διαγράμματα pushover επιβαλλόμενης ροπήςγωνίας στροφής.

Η ανάλυση αυτή είναι πολύ ευαίσθητη στο τι συμβαίνει σε πολύ μικρές γωνίες. Χρειάστηκε ιδιαίτερη φροντίδα να δοθεί στη διεπιφάνεια και στο νόμο που διέπει την επαφή εκεί. Επελέγη εκθετικός νόμος όπως έχει ήδη αναφερθεί (σκαρίφημα στο σχήμα που ακολουθεί), στον οποίο όμως οι σταθερές c<sub>0</sub> και p<sub>0</sub> είχαν τέτοιες τιμές ώστε περαιτέρω μείωση της c<sub>0</sub> ή αύξηση της p<sub>0</sub> να μην προκαλεί μεταβολή στα αποτελέσματα.



Η ανάλυση ξεκίνησε από ελαστικό έδαφος και στη συνέχεια προχώρησε σε ανελαστικό έδαφος ώστε να έχουμε καλύτερη γνώση για τη λειτουργία της μεταβολής της δυσκαμψίας. Τέλος επιχειρήθηκε η εύρεση μιας σχέσης που να δίνει τη μεταβολή της δυσκαμψίας για ανελαστικό έδαφος εάν η μεταβολή στο ελαστικό έδαφος είναι γνωστή.

#### 3.1.3 .1 Ελαστικό έδαφος

#### 3.1.3 .1.1 Χωρίς αποκόλληση

Στις **εικόνες 113** έως **118** εμφανίζεται ενδεικτικά η μεταβολή των κατακόρυφων τάσεων όταν δεν επιτρέπεται η αποκόλληση της βάσης από το έδαφος. Όλες οι εικόνες έχουν το ίδιο φάσμα τιμών ώστε να διαφαίνεται η εξέλιξη των τάσεων.

Ονομάζουμε ΗΚ<sub>R</sub> την περιστροφική δυσκαμψία που προκύπτει για τον ομοιογενή ημίχωρο:



Οι τιμές που παίρνουμε για την περιστροφική δυσκαμψία από τις αναλύσεις αυτές θα περιμέναμε να βρίσκονται κοντά στην πρόβλεψη της ΗK<sub>R</sub>. Στις αναλύσεις που έγιναν χωρίς αποκόλληση εξετάστηκαν διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας του εδάφους (30, 90, 180 MPa), διαφορετικοί συντελεστές τριβής ( από 0 εώς άπειρο) αλλά και διαφορετικός τύπος πεπερασμένων στοιχείων (C3D8, C3D8R).

Στην **εικόνα 119** δίνεται ένα παράδειγμα της απόκρισης. Όπως περιμέναμε το διάγραμμα της ροπής ως προς την στροφή είναι γραμμικό και η δυσκαμψία είναι πρακτικά σταθερή. Ωστόσο ο λόγος της δυσκαμψίας ως προς την ΗK<sub>R</sub> είναι 1.32.

Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τα στοιχεία C3D8 δίνονται στην εικόνα 120 ενώ για τα C3D8 στην εικόνα 122. Παρατηρούμε πως για μικρότερο συντελεστή τριβής πλησιάζουμε περισσότερο στην τιμή της ΗΚ<sub>R</sub>, γεγονός λογικό εφόσον στον ημίχωρο οι διατμητικές παραμορφώσεις στην επιφάνεια του θεμελίου δεν περιορίζονται. Οι διαφορές που προκύπτουν για τους δύο τύπους στοιχείων οφείλονται στις διαφορετικές τάσεις που αναπτύσσονται στη βάση και φαίνονται στην εικόνα 123. Ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί η μη αποκόλληση στο Abaqus έχει σαφή σχέση με τη μορφή που εμφανίζουν οι τάσεις. Τα στοιχεία που έχουν χρησιμοποιηθεί για το έδαφος είναι εξάεδρα, τα οποία δεν προσαρμόζονται πλήρως στη γεωμετρία της βάσης του κυλίνδρου. Η συνθήκη μη αποκόλλησης ισχύει για όλη την επιφάνεια των στοιχείων που είναι σε επαφή με τον κύλινδρο, ακόμα κι αν μόνο ένα μέρος της επιφάνειας του στοιχείου είναι όντως σε επαφή με τη βάση του σώματος. Το γεγονός αυτό ευθύνεται για τις βίαιες μειώσεις των τάσεων κοντά στα άκρα της βάσης του κυλίνδρου που παρατηρούμε για τα στοιχεία C3D8 (εικόνα 123). Επίσης, οι διαφορές που εμφανίζονται για τα διαφορετικά Ε στο λόγο της δυσκαμψίας προς την αντίστοιχη του ημιχώρου, οφείλονται σε αριθμητικά σφάλματα. Σε κάθε περίπτωση πάντως οι διαφορές αυτές είναι μικρές.

Αυξάνοντας τον αριθμό των στοιχείων κάτω από τον κύλινδρο μπορούμε να έχουμε καλύτερη προσαρμογή στη γεωμετρία του κύκλου. Στην **εικόνα 121** βλέπουμε πως μεταβάλλεται ο λόγος της δυσκαμψίας προς την ΗK<sub>R</sub> αυξάνοντας το πλήθος των στοιχείων, για στοιχεία C3D8R. Παρατηρούμε σημαντική μείωση του λόγου που είχαμε πριν. Μάλιστα για μεγάλο πλήθος στοιχείων ο λόγος γίνεται μικρότερος της μονάδας. Βέβαια δεν είναι ποτέ δυνατό η γεωμετρία να προσαρμοστεί πλήρως στον κύκλο εφόσον τα στοιχεία εξακολουθούν να έχουν ορθογωνική επιφάνεια. Προτείνεται σε επόμενες προσπάθειες η γεωμετρία των στοιχείων κάτω από τον κύλινδρο να προσαρμόζεται στη γεωμετρία του σώματος ώστε να αποφεύγονται τέτοια σφάλματα. Σε κάθε περίπτωση πάντως, οι διαφορές αυτές στην δυσκαμψία δεν είναι ποτό κυση πάντως, με αποτέλεσμα τα διαγράμματα επιβαλλόμενης ροπής - γωνίας σε ένα pushover να μην έχουν διαφορές ακόμα κι αν

ο αριθμός των στοιχείων του εδάφους ή το είδος τους διαφέρει. Με άλλα λόγια αυτές οι διαφορές δεν μεταφράζονται σε σημαντικές αποκλίσεις στην απόκριση ενός συστήματος όπου το ανασήκωμα επιτρέπεται.

#### 3.1.3 .1.2 Με αποκόλληση

Στις **εικόνες 124** έως **129** απεικονίζεται η εξέλιξη των κατακόρυφων τάσεων σε μία δοκιμή pushover όπου επιτρέπεται το ανασήκωμα.

Στην **εικόνα 130** απεικονίζεται η μεταβολή της ροπής που αναπτύσσεται στη θεμελίωση καθώς αυξάνεται η γωνία θ. Αντίστοιχα απεικονίζεται και η μεταβολή της δυσκαμψίας. Ονομάζουμε **ϵ** το λόγο της αρχικής δυσκαμψίας (για γωνίες πολύ μικρές, πριν να πραγματοποιηθεί το ανασήκωμα) προς τη δυσκαμψία που προκύπτει για τον ομοιογενή ημίχωρο (HK<sub>R</sub>). Στις **εικόνες 131** και **132** βλέπουμε πως μεταβάλλεται το **ϵ** για αλλαγή του συντελεστή τριβής και του μέτρου ελαστικότητας. Επίσης τονίζεται ότι οι τιμές αυτές του **ϵ** είναι πολύ κοντά στις τιμές που παίρναμε όταν η αποκόλληση του θεμελίου από το έδαφος δεν επιτρεπόταν, όπως ήταν αναμενόμενο. Στην **εικόνα 133** παρατηρούμε τη διαφορά στην κατανομή των τάσεων για τα στοιχεία C3D8 όταν το ανασήκωμα επιτρέπεται. Πράγματι, όταν δεν υπάρχει ο περιορισμός της μη αποκόλλησης, η μορφή των τάσεων είναι αυτή που περιμέναμε, γεγονός που ισχυροποιεί την πεποίθηση που είχε διατυπωθεί πως η λειτουργία της διεπιφάνειας και η γεωμετρία των στοιχείων ευθύνονται για τις αποκλίσεις από την αναμενόμενη κατανομή για τη μη αποκόλληση.

#### 3.1.3 .1.3 Κανονικοποίηση

Στην **εικόνα 134** εμφανίζονται ενδεικτικά τα διαγράμματα δυσκαμψίας – γωνίας που προκύπτουν για στοιχεία C3D8, συντελεστή τριβής 0,7 και για τρείς τιμές του μέτρου ελαστικότητας. Για να επιτευχθεί κανονικοποίηση θα πρέπει αυτή να γίνει τόσο στις τεταγμένες του διαγράμματος όσο και στις τετμημένες. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ποσότητα **ξ** για να κανονικοποιήσουμε τις τεταγμένες ενώ για τις τετμημένες θα χρησιμοποιήσουμε τη γωνία ανασηκώματος (θup) όπως αυτή υπολογίστηκε στην αναλυτική επίλυση της στατικής απόκρισης κυλίνδρου επί ελαστικού εδάφους:

$$\theta_{up} = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{R}}{2\mathbf{K}_{\mathbf{R}}}\right)$$

Με αυτόν τον τρόπο η κανονικοποίηση που επιτυγχάνεται είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική όπως φαίνεται στην **εικόνα 135**. Τα κανονικοποιημένα διαγράμματα απεικονίζονται τόσο σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα όπου μπορούμε να επιθεωρήσουμε τη σύμπτωση στις μικρές γωνίες αλλά και σε διλογαριθμικό ώστε να δοθεί έμφαση και στην σύμπτωση στις μικρές τιμές της δυσκαμψίας που εμφανίζονται για μεγάλες γωνίες.

Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα στοιχεία C3D8R φαίνονται στην **εικόνα 136**, ενώ στην **εικόνα 137** συγκεντρώνονται όλα τα αποτλέσματα. Η επιτυχής λειτουργία της κανονικοποίησης είναι εμφανής. Μπορούμε επομένως να προβλέψουμε με ακρίβεια τη μεταβολή της περιστροφικής δυσκαμψίας σε ελαστικό έδαφος.

#### 3.1.3 .2 Ανελαστικό έδαφος

Στις **εικόνες 138** έως **146** απεικονίζονται οι πλαστικές παραμορφώσεις που δημιουργούνται για την ίδια γωνία περιστροφής, για κύλινδρο με τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά και για το ίδιο έδαφος, καθώς αλλάζει ο συντελεστής ασφαλείας. Πέρα από το μηχανισμό της αστοχίας λόγω ροπής (ο οποίος είναι αρκετά επιφανειακός), αξίζει κανείς να παρατηρήσει και πως όσο ο συντελεστής ασφαλείας μειώνεται, τόσο το ανασήκωμα υποχωρεί. Η πλαστικοποίηση του εδάφους φαίνεται να κυριαρχεί για συντελεστές ασφαλείας μικρότερους του 2 ενώ για μεγαλύτερους συντελεστές ο μηχανισμός του ανασηκώματος είναι κυρίαρχος.

Στις **εικόνες 147** έως **149** έχουν δοθεί κάποια παραδείγματα για τη μεταβολή της ροπής στη θεμελίωση και της αντίστοιχης δυσκαμψίας με τη γωνία στροφής για συντελεστές ασφαλείας 5, 2 και 1,25. Πέρα από τη μορφή των διαγραμμάτων που αλλάζει όσο το ανασήκωμα σαν μηχανισμός υποχωρεί, θα πρέπει να παρατηρήσουμε και την τιμή του **ε** που μειώνεται όσο ο συντελεστής ασφαλείας μικραίνει.

Στην **εικόνα 150** παρουσιάζεται η μεταβολή της περιστροφικής δυσκαμψίας για μία σειρά αναλύσεων με  $\chi = 1$  / SF από 0 (ελαστικό έδαφος) έως 0,9 (συντελεστής ασφαλείας SF = 1,11). Θα επιχειρήσουμε να πραγματοποιήσουμε κανονικοποίηση, κατ'αντιστοιχία με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε και για το ελαστικό έδαφος. Με άλλα λόγια θα επιχειρήσουμε να κανονικοποιήσουμε με τη βοήθεια του **ξ** και του θ<sub>up</sub>. Ωστόσο αξίζει να θυμηθούμε πως για πολύ μικρούς συντελεστές ασφαλείας ίσως και να μην εμφανιστεί καθόλου ανασήκωμα. Επομένως, ενδεχομένως να υπάρξουν προβλήματα.
### 3.1.3 .2.1 Κανονικοποίηση: **k**

Η τιμή του κ μπορεί να μεταβληθεί καθώς αλλάζει το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους (εικόνα 151), καθώς αλλάζει το είδος των στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση (εικόνα 152) αλλά και καθώς αλλάζει ο συντελεστής ασφαλείας (εικόνα 153). Ωστόσο οι αλλαγές που οφείλονται στο μέτρο ελαστικότητας του εδάφους και στο είδος των στοιχείων περιλαμβάνονται ήδη στο αντίστοιχο 🖌 που προκύπτει από ελαστική ανάλυση και το οποίο πλέον θα αποκαλείται kel. Μάλιστα είδαμε στην ελαστική ανάλυση πως το kel εάν ακολουθηθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία (π.χ. είδος στοιχείων στην ανάλυση, πλήθος στοιχείων κάτω από τη βάση του κυλίνδρου) μπορεί να προβλεφθεί. Επιπλέον, ακόμα και διαφορές στον προσδιορισμό του **Κ**el δεν θα επιφέρουν σημαντικές μεταβολές στην πρόβλεψη της απόκρισης. Ενδεικτικά στην εικόνα 154 φαίνεται η σύγκριση ανάμεσα στην απόκριση του ίδιου κυλίνδρου για Kel ίσο με 1,28 ή 1,14. Πράγματι, η απόκριση του σώματος δεν έχει διαφορά, ακόμα κι αν το κ<sub>el</sub> αλλάξει στο βαθμό που παρουσιάστηκε εδώ. Ακόμα και θεώρηση του κ<sub>el</sub> ως ίσου με τη μονάδα δε θα ήταν εξωπραγματική. Μάλιστα, πιθανότατα η θεώρηση αυτή να είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα, όπως είδαμε από τη μεταβολή του **k**el με την αύξηση του πλήθους των πεπερασμένων στοιχείων κάτω από τη βάση.

Επομένως απομένει η εύρεση μιας σχέσης που να περιγράφει τη μεταβολή του **ξ** σε σχέση με τον συντελεστή ασφαλείας. Η σχέση αυτή μετά από μεγάλο πλήθος αναλύσεων με τις μεταβλητές που δίνονται στην **εικόνα 155** είναι η εξής:

# k / k = 1, $\chi < 0.1$

#### k / kel = 1.05 – 0.84 $\chi$ , $\chi$ > 0.1

όπου χ ο αντίστροφος του συντελεστή ασφαλείας.

Για μεγάλους συντελεστές ασφαλείας πλησιάζουμε την ελαστική συμπεριφορά, ενώ όσο ο συντελεστής ασφαλείας μικραίνει, μειώνεται και η αρχική περιστροφική δυσκαμψία, προφανώς λόγω της ήδη υπάρχουσας πλαστικοποίησης στο έδαφος.

Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση μπορούμε να επιτύχουμε την κανονικοποίηση για την αρχική δυσκαμψία.

#### 3.1.3 .2.2 Κανονικοποίηση: θ<sub>up</sub>

Όπως επισημάνθηκε και νωρίτερα, η κανονικοποίηση με βάση το θ<sub>up</sub> μπορεί να είναι προβληματική, πρώτα επειδή δεν υπάρχει αναλυτική σχέση που να προβλέπει το θ<sub>up</sub> όπως έγινε στην ελαστική ανάλυση, και έπειτα γιατί σε μικρούς συντελεστές ασφαλείας είναι πιθανό να μην εμφανιστεί καθόλου ανασήκωμα. Παραστατικά η διαφορά στην απόκριση συστήματος με μικρό και μεγάλο συντελεστή ασφαλείας φαίνεται στην **εικόνα 156**. Για να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα, επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση που αναπτύχθηκε για το ελαστική δυσκαμψία θα χρησιμοποιήσουμε την αρχική δυσκαμψία που προκύπτει για τον εκάστοτε συντελεστή ασφαλείας και μπορεί να προβλεφθεί με τη σχέση που δόθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Έχουμε επομένως:

$$\theta_{up} = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{NR}{2K_{R}}\right)$$

με

$$\mathbf{K}_{\mathbf{R}} = \mathbf{H}\mathbf{K}_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{H}\mathbf{K}_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{k}_{\mathbf{el}} \cdot \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}_{\mathbf{el}}}$$

Αξιοποιώντας την κανονικοποίηση τόσο για το **€** όσο και για το **θ**<sub>up</sub> προκύπτουν τα διαγράμματα που φαίνονται στην **εικόνα 157**.

#### 3.1.3 .2.3 Κανονικοποίηση ως προς την ελαστική απόκριση

Με την κανονικοποίηση που έγινε μπορέσαμε να εξασφαλίσουμε μία μοναδική καμπύλη για κάθε συντελεστή ασφαλείας, ωστόσο και πάλι θα πρέπει για να χρησιμοποιήσει κανείς τις καμπύλες αυτές, είτε να έχει συντελεστή ασφαλείας για τον οποίο καμπύλη ήδη υπάρχει, είτε να ακολουθήσει διαδικασία προσεγγίσεων μέσω παρεμβολών. Για να εξαλειφθεί αυτό το πρόβλημα θα επιχειρήσουμε την παραγωγή μίας μοναδικής καμπύλης που θα μπορεί να λειτουργεί ανεξάρτητα από τον συντελεστή ασφαλείας. Πιο συγκεκριμένα, θα προσπαθήσουμε να εκφράσουμε την μεταβολή της δυσκαμψίας για οποιονδήποτε συντελεστή ασφαλείας μέσω της καμπύλης που προκύπτει για ελαστικό έδαφος (και η οποία όπως είδαμε στις προηγούμενες ενότητες μπορεί να παραχθεί και αναλυτικά, όπως για παράδειγμα με τη μεθοδολογία των ελατηρίων Winkler που περιγράφηκε). Εάν αυτή η

καμπυλών pushover σε ανελαστικό έδαφος, χωρίς να είναι απαραίτητες οι αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων.

Αρχικά, χρησιμοποιούμε τις καμπύλες που παρουσιάστηκαν στην **εικόνα 157**. Προσδιορίζουμε την απόκλιση που έχει κάθε καμπύλη από την ελαστική βρίσκοντας το λόγο της ελαστικής καμπύλης προς την καμπύλη για τον εκάστοτε συντελεστή χ (**εικόνα 158**). Θα επιχειρηθεί προσέγγιση αυτών των καμπυλών μέσω μίας γκαουσιανής συνάρτησης:

$$\frac{\left(\frac{K_{R}}{HK_{R} \cdot \pounds}\right)_{EL}}{\left(\frac{K_{R}}{HK_{R} \cdot \pounds}\right)_{\chi}} = 1 + a \cdot exp\left(-\frac{\left(\log\left(\frac{\theta}{\theta_{up}}\right) - b\right)^{2}}{2c^{2}}\right)$$

Στην συνάρτηση αυτή υπεισέρχονται τρείς μεταβλητές, οι a, b, c. Η μεταβλητή a καθορίζει την τιμή του μεγίστου, η μεταβλητή b το μέσον της «καμπάνας» και η c την τυπική απόκλιση.

Προσπαθούμε να εκφράσουμε τις μεταβλητές αυτές ως συναρτήσεις μόνο του συντελεστή ασφαλείας. Για την μεταβλητή a η ζητούμενη μεταβολή συναρτήσει του χ φαίνεται στην **εικόνα 159**. Η μορφή μοιάζει με εκθετική, ωστόσο για να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια χρησιμοποιήθηκε πολυωνυμική παρεμβολή που δίνει πιο πολύπλοκο τύπο, με το σκεπτικό ότι μια τέτοια διαδικασία θα γίνεται είτε μέσω ενός προγράμματος, είτε ακόμα και μέσω ενός απλού υπολογιστικού φύλλου, οπότε η απλότητα δεν είναι αυτοσκοπός. Επομένως για το a έχουμε:

# $a(\chi) = 5.11 \cdot \chi^4 - 6.35 \cdot \chi^3 + 5.87 \cdot \chi^2 - 0.8 \cdot \chi + 0.13$

Για τη μεταβλητή b, η ζητούμενη μορφή παρουσιάζεται στην **εικόνα 160**. Προσεγγίζεται με λογαριθμική συνάρτηση ως εξής:

# $b(\chi) = -0.93 \cdot \ln(\chi) + 0.69$

Η τυπική απόκλιση θα πρέπει να ακολουθεί τη μορφή που δίνεται στην **εικόνα 161**. Η μορφή αυτή προσεγγίζεται εύκολα με μια γραμμική συνάρτηση:

# $c(\chi) = -0.71 \cdot \chi + 1.32$

Τα αποτελέσματα που δίνει αυτή η γκαουσιανή συνάρτηση, με τον προσδιορισμό των μεταβλητών όπως αναπτύχθηκε, είναι αρκετά κοντά στις ζητούμενες καμπύλες, όπως φαίνεται στην **εικόνα 162**.

Η συνάρτηση αυτή πλέον θα ονομάζεται G(χ) και θα υπολογίζεται ανάλογα με τον εκάστοτε συντελεστή ασφαλείας. Οι αρχικές καμπύλες που παρουσιάστηκαν στην

**εικόνα 157** μετατρέπονται με τη βοήθεια της συνάρτησης G(χ) στις καμπύλες που δίνονται στην **εικόνα 163**. Παρατηρούμε πως πρακτικά δημιουργήσαμε μία μοναδική καμπύλη, με μόνη απόκλιση για συντελεστές ασφαλείας μικρότερους του 1,25 και για γωνίες περίπου 0,1 επί την θ<sub>up</sub>. Πρακτικά, αυτές οι αποκλίσεις ωστόσο είναι αμελητέες γιατί αφορούν πολύ μικρό εύρος γωνιών.

Παρουσιάζεται στη συνέχεια ένα παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου. Θα προσπαθήσουμε να εκτιμήσουμε τις καμπύλες pushover για τη ροπή στη θεμελίωση που προκύπτουν από τις αριθμητικές επιλύσεις του Abaqus, θεωρώντας ως γνωστή την ελαστική καμπύλη και το *k*<sub>el</sub>. Τα δεδομένα της μεθόδου φαίνονται παρακάτω:



Για κάθε συντελεστή ασφαλείας υπολογίζουμε την τιμή των μεταβλητών a(χ), b(χ), c(χ):

X	а	b	с	k
0.10	0.10	2.83	1.25	0.97
0.20	0.16	2.19	1.18	0.88
0.30	0.29	1.81	1.11	0.80
0.40	0.47	1.54	1.04	0.71
0.50	0.72	1.33	0.97	0.63
0.60	1.05	1.17	0.89	0.55
0.70	1.50	1.02	0.82	0.46
0.80	2.09	0.90	0.75	0.38
0.90	2.89	0.79	0.68	0.29

Τα αποτελέσματα περιλαμβάνονται στις **εικόνες 164, 165, 166** και όπως κανείς μπορεί να διαπιστώσει είναι ικανοποιητικά. Αναπτύχθηκε επιτυχώς επομένως μία μέθοδος πρόβλεψης των καμπυλών για το περιστροφικό pushover κυλίνδρου επί ανελαστικού εδάφους χωρίς να απαιτείται η χρήση κώδικα πεπερασμένων στοιχείων.

# 3.1.4 Παραμετρική διερεύνηση

### 3.1.4 .1 Επιρροή συντελεστή ασφαλείας

Η μείωση του συντελεστή ασφαλείας οδηγεί στη μείωση και της γωνίας ανατροπής (εικόνα 167). Επιπλέον, η μέγιστη τιμή της επιβαλλόμενης δύναμης, και αντίστοιχα ροπής, εμφανίζεται για συντελεστές ασφαλείας κοντά στο 2 ενώ όσο απομακρυνόμαστε, τόσο οι τιμές αυτές μειώνονται (εικόνα 167). Αυτό συμβαίνει λόγω των δύο μηχανισμών που επεξηγήθηκαν και νωρίτερα. Πιο συγκεκριμένα, για συντελεστές ασφαλείας χονδρικά μεγαλύτερους του δύο, επικρατεί το ανασήκωμα με αποτέλεσμα η επιβαλλόμενη ροπή για ισορροπία να μειώνεται λόγω των φαινομένων Ρ-δ. Η συμπεριφορά αυτή φαίνεται ανάγλυφα και από τα διαγράμματα της εικόνας 168. Αντίθετα, για συντελεστές ασφαλείας μικρότερους του δύο επικρατεί η πλαστικοποίηση του εδάφους και η συμβολή του ανασηκώματος μειώνεται. Φυσικά, όσο πιο εύκολα πλαστικοποιείται το έδαφος, τόσο μικρότερη αντίσταση μπορεί να προσφέρει στην επιβαλλόμενη ροπή, συνεπώς η τελευταία μειώνεται. Για συντελεστές ασφαλείας κοντά στο 2 τυχαίνει ο συνδυασμός αυτών των δύο μηχανισμών να λειτουργεί έτσι ώστε η τιμή της ροπής να μεγιστοποιείται. Για συντελεστές ασφαλείας μικρότερους του δύο βλέπουμε στην εικόνα 168 πως υπάρχει έντονη τάση για καθίζηση, ενώ και η ροπή στη θεμελίωση δεν αποκόπτεται τόσο έντονα όσο με το ανασήκωμα αλλά αντίθετα εμφανίζει κράτυνση (στην πραγματικότητα η κλίση πλησιάζει αρκετά την οριζόντια, γεγονός που ίσως να μη φαίνεται καλά στην εικόνα 168 λόγω της ενιαίας κλίμακας, αλλά μπορεί κανείς να το θυμηθεί από την **εικόνα 149**).

### 3.1.4 .2 Επιρροή λυγηρότητας

Σε μεγάλους συντελεστές ασφαλείας (**εικόνες 169, 170**) η αύξηση της λυγηρότητας επιδρά με τρόπο παρόμοιο με αυτόν που παρατηρήθηκε και στο ελαστικό έδαφος. Η μέγιστη επιβαλλόμενη ροπή είναι σχεδόν ανεξάρτητη της λυγηρότητας και η μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη μικραίνει καθώς ο μοχλοβραχίονάς της μεγαλώνει. Η γωνία ανατροπής μειώνεται όσο η λυγηρότητα αυξάνει, ενώ η καθίζηση και η ροπή στη θεμελίωση δεν εξαρτώνται από τη λυγηρότητα.

Σε συντελεστή ασφαλείας ίσο με 2 (εικόνες 171, 172) παρατηρούμε πως εμφανίζεται η τάση αλλαγής της συμπεριφοράς σε σχέση με το ελαστικό έδαφος. Αναλύοντας, η μέγιστη επιβαλλόμενη ροπή μειώνεται καθώς η λυγηρότητα αυξάνεται. Αυτό συμβαίνει επειδή το μέγιστο εμφανίζεται για διαφορετική γωνία, ανάλογα με τη λυγηρότητα. Καθώς το ανασήκωμα δεν είναι πια ο κυρίαρχος μηχανισμός, υπάρχει κράτυνση στο έδαφος με αποτέλεσμα η ροπή στη θεμελίωση να αυξάνεται καθώς η γωνία στροφής μεγαλώνει (εικόνα 172). Έτσι, η απαίτηση για τη μέγιστη επιβαλλόμενη ροπή δε συμβαίνει για όλα τα συστήματα στην ίδια γωνία και συνεπώς προκύπτουν και διαφορές στην απαιτούμενη ροπή. Τα διαγράμματα που αφορούν τη θεμελίωση είναι όπως περιμέναμε ανεξάρτητα της λυγηρότητας (εικόνα 172).

Σε μικρούς συντελεστές ασφαλείας, η τάση αυτή που παρατηρήθηκε για SF = 2, εντείνεται. Η μέγιστη επιβαλλόμενη ροπή έχει σημαντική διαφορά, τόσο στην τιμή όσο και στη γωνία για την οποία παρατηρείται, ανάλογα με τη λυγηρότητα (**εικόνα 173**). Στη θεμελίωση και πάλι τα διαγράμματα είναι ανεξάρτητα της λυγηρότητας. Αξίζει να σημειωθεί η κράτυνση που προκαλείται από το καταστατικό μας προσομοίωμα και εμφανίζεται στο διάγραμμα της ροπής στη θεμελίωση (**εικόνα 174**).

#### 3.1.4 .3 Επιρροή Ε / Su

Η μείωση του λόγου E/Su έχει παρόμοια επίδραση σε μεγάλους (**εικόνες 175, 176**), μέσους (**εικόνες 177, 178**) και μικρούς (**εικόνες 179, 180**) συντελεστές ασφαλείας. Βέβαια, όσο ο συντελεστής ασφαλείας μειώνεται, τόσο πιο εμφανής είναι η επίδραση αυτή. Καθώς το έδαφος γίνεται μαλακότερο αλλά διατηρεί την ίδια αντοχή, η μορφή των καμπυλών γίνεται ομαλότερη. Η τελική τιμή της ροπής που μπορεί να αναπτυχθεί στη θεμελίωση είναι σταθερή, αλλά όσο το Ε μειώνεται, τόσο μεγαλύτερη στροφή απαιτείται ώστε να επιτευχθεί αυτή η τιμή. Ως εκ τούτου, στη στροφή που η επιβαλλόμενη ροπή μεγιστοποιείται δεν μπορούν όλα τα συστήματα να προσφέρουν την ίδια αντίσταση, με αποτέλεσμα όσο το Ε μειώνεται να μειώνεται και η τιμή της μέγιστης επιβαλλόμενης ροπής ενώ παράλληλα αυξάνεται και η γωνία στην οποία εμφανίζεται. Σε μικρούς συντελεστές ασφαλείας μάλιστα, απαιτείται τόσο μεγάλη στροφή για να επιτευχθεί η τιμή της αντοχής που η ανατροπή επέρχεται νωρίτερα λόγω Ρ-δ. Ως αποτέλεσμα, στους μικρούς συντελεστές ασφαλείας μπορεί να μειωθεί και η γωνία ανατροπής με τη μείωση του E/Su. Τέλος, όπως ήταν αναμενόμενο, η μείωση του E/Su προκαλεί αύξηση των καθιζήσεων.

#### **3.1.4** .4 Επιρροή Su

Η μείωση του Su έχει την ίδια επίδραση σε μεγάλους (εικόνες 181, 182), μέσους (εικόνες 183, 184) και μικρούς (εικόνες 185, 186) συντελεστές ασφαλείας. Με την αύξηση της αντοχής του εδάφους αυξάνονται τα μέγιστα των ροπών και των δυνάμεων ενώ η γωνία ανασηκώματος και ανατροπής μένουν ίδιες (για τον ίδιο συντελεστή ασφαλείας και τον ίδιο λόγο E/Su). Οι καμπύλες για διαφορετικό Su έχουν ανάλογη μορφή ενώ κανονικοποίηση μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας κάποια παράμετρο όπως η εξής για τη ροπή:

$$\frac{M}{2\pi r^3\cdot Su}$$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε τη σύμπτωση για τις διαφορετικές τιμές Su στα μέγιστα των επιβαλλόμενων ροπών ανάλογα και με το συντελεστή ασφαλείας στην εικόνα 187.

#### 3.1.4 .5 Συγκεντρωτικά διαγράμματα

Κάποια συγκεντρωτικά αποτελέσματα για καλύτερη εκτίμηση της συμπεριφοράς του κυλίνδρου επί ανελαστικού εδάφους παρουσιάζονται στις **εικόνες 187** έως **189**.

Στην **εικόνα 187** παρουσιάζονται τα μέγιστα των διαγραμμάτων επιβαλλόμενης ροπής σε σχέση με τον αντίστροφο του συντελεστή ασφαλείας, χρησιμοποιώντας κατάλληλες παραμέτρους για την αδιαστατοποίηση. Το διάγραμμα που προκύπτει έχει παραβολική μορφή και εμφανίζει μέγιστο περίπου στο 0,5 (SF = 2), για τους λόγους που εξηγήθηκαν και παραπάνω (3.1.4.1) και έχουν να κάνουν με την επικράτηση του ανασηκώματος ή της πλαστικοποίησης του εδάφους. Έπειτα, στην **εικόνα 188** παρουσιάζεται το αντίστοιχο διάγραμμα αλλά για τη ροπή στη θεμελίωση. Όπως παρατηρήθηκε ήδη, το καταστατικό προσομοίωμα που χρησιμοποιείται δίνει κράτυνση με αποτέλεσμα για μικρούς συντελεστές ασφαλείας η τιμή της ροπής στη θεμελίωση να αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας στροφής. Η τιμή της ροπής που επεικονίζεται στο διάγραμμα είναι η τιμή της ροπής στη διαρροή. Το διάγραμμα είναι και πάλι παραβολικό με μέγιστο περίπου στο 0,5 (SF = 2), ενώ τώρα η λυγηρότητα παίζει λιγότερο σημαντικό ρόλο απ'ότι στις επιβαλλόμενες ροπές. Το μέγιστο του διαγράμματος είναι στο 0,8 σε συμφωνία με την πρόταση των **Τaiebat & Carter (2000)**, σύμφωνα με τους οποίους:

#### Mult = 0.8 A D Su

Για λόγους σύγκρισης δίνεται και το αντίστοιχο διάγραμμα που δίνουν οι **H.G.Poulos**, J.P.Carter και J.C. Small στο «Foundations and Retaining Structures – **Research and Practice**». Παρατηρούμε πως στο διάγραμμα αυτό το μέγιστο αντιστοιχεί σε τιμή 0,65, μικρότερη από αυτή που υπολογίσαμε. Η διαφορά οφείλεται πιθανότατα τόσο στη μορφή του καννάβου αλλά πολύ περισσότερο και στο καταστατικό προσομοίωμα που χρησιμοποιείται.



Τέλος, στην εικόνα 189 απεικονίζεται η μείωση της γωνίας ανατροπής με την αύξηση του χ = 1/SF. Η μείωση είναι πρακτικά γραμμική και η λυγηρότητα είναι ο μόνος παράγοντας που διαφοροποιεί την καμπύλη.

# 3.2 Ανακυκλική Ανάλυση

Πραγματοποιήθηκαν ανακυκλικές αναλύσεις από τις οποίες ενδεικτικά παρουσιάζονται ορισμένα αποτελέσματα για μεγάλους (SF=5), μέσους (SF=2) και μικρούς (SF = 1.25) συντελεστές ασφαλείας. Η μετακίνηση που επιβάλλεται στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου αυξάνεται σταδιακά έτσι ώστε να έχουμε κάποιους κύκλους στην ελαστική απόκριση, κάποιους στη διαρροή και κάποιους μετά τη διαρροή, σύμφωνα με τις μονοτονικές καμπύλες. Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, με το καταστατικό προσομοίωμα και το μοντέλο που περιγράφηκε στην 3.1.1.

Σε μεγάλους συντελεστές ασφαλείας (**εικόνες 190** έως **193**) η ανακυκλική συμπεριφορά είναι σε καλή αντιστοιχία με τη μονοτονική. Σε κάθε διάγραμμα έχει γίνει μεγέθυνση του τμήματος που περιλαμβάνεται στο ορθογώνιο ώστε να παρατηρηθεί καλύτερα η συμπεριφορά πριν και κατά τη διαρροή. Βλέπουμε πως σε κάθε περίπτωση η μονοτονική καμπύλη ακολουθείται πιστά, ενώ στις καθιζήσεις υπάρχει μία μικρή συσσώρευση. Στην πράξη, οι πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν είναι πολύ μικρές για να επηρεάσουν σημαντικά την απόκριση. Η ανακυκλική συμπεριφορά επομένως ενός τόσο ελαφρού σώματος μπορεί να προβλεφθεί ικανοποιητικά από τις μονοτονικές καμπύλες.

Σε μέσο συντελεστή ασφαλείας (**εικόνες 194** έως **197**) αρχίζει να διαφαίνεται μία διαφορά ανάμεσα στην ανακυκλική και στη μονοτονική απόκριση. Εμφανίζεται μία μικρή υπεραντοχή στη ροπή και στην αντίστοιχη δύναμη. Επιπλέον η συσσώρευση των καθιζήσεων είναι εντονότερη.

Για μικρούς συντελεστές ασφαλείας (εικόνες 198 έως 201) η διαφορά που παρατηρήθηκε προηγουμένως ανάμεσα στην ανακυκλική και στη μονοτονική φόρτιση οξύνεται. Η υπεραντοχή στη ροπή ενισχύεται σημαντικά, ενώ καθώς η επιβαλλόμενη μετακίνηση αυξάνεται οι κύκλοι μοιάζουν να διαστέλλονται. Μία εξήγηση για το μηχανισμό αυτό προτάθηκε από την Ανδριανή-Ιωάννα Παναγιωτίδου στη διπλωματική της εργασία «Διδιάστατη και τριδιάστατη ανελαστική σεισμική απόκριση θεμελίου με θεώρηση ανασηκώματος και φαινομένων Ρ-δ». Η Παναγιωτίδου προτείνει πως η αυξημένη ροπή οφείλεται στη στροφή του προηγούμενου βήματος και την πλαστικοποίηση του εδάφους που προκαλείται. Για μικρό συντελεστή ασφαλείας το θεμέλιο διατηρεί σχεδόν πλήρη επαφή με το έδαφος ακόμα και για μεγάλες γωνίες. Καθώς κινητοποιούνται οι μηχανισμοί αστοχίας στο έδαφος, πέρα από τον ρηχό μηχανισμός που οδηγεί στην περιστροφική κίνηση του εδάφους κάτω από το θεμέλιο. Ως αποτέλεσμα, όταν η γωνία στροφής αντιστρέφεται, το θεμέλιο πρέπει να ξεπεράσει αυτό το «λόφο» που

δημιουργήθηκε από τη στροφή του προηγούμενου βήματος, ενώ παράλληλα τα φαινόμενα P-δ δεν μειώνουν αλλά αντίθετα αυξάνουν την τιμή της ροπής που πρέπει να επιβληθεί. Σχηματικά βλέπουμε την διαδικασία αυτή παρακάτω:



# 3.3 Δυναμική Ανάλυση

Η δυναμική ανάλυση για το ανελαστικό έδαφος έγινε αριθμητικά, με τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Ο λόγος που δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση που προβλέπει τη μη γραμμικότητα του εδάφους στην 3.1.3 για να πραγματοποιήσουμε την ανάλυση με αναλυτικό τρόπο, όπως έγινε για το άκαμπτο ή το ελαστικό έδαφος είναι πως στη δυναμική φόρτιση όταν το έδαφος είναι ανελαστικό εμφανίζεται συγκέντρωση καθιζήσεων και στροφών που δεν μπορεί να προβλεφθεί από τις προηγούμενες αναλυτικές δυναμικές επιλύσεις, ακόμα κι αν σε αυτές συμπεριληφθεί η μονοτονικά εμφανιζόμενη μη γραμμικότητα του εδάφους. Παρουσιάζεται ενδεικτικά η απόκριση κυλίνδρου σε ημιτονικό παλμό μεταβάλλοντας το συντελεστή ασφαλείας (εικόνες 202 έως 227), η απόκριση στη διέγερση του Αιγίου (Aegio 1995) για μεγάλο και μικρό συντελεστή ασφαλείας (εικόνες 228 έως 239) και η απόκριση στη διέγερση Takatori (Takatori 000, Kobe 1995) για το πραγματικό PGA (0.61 g) αλλά και για PGA = 0.2 g για κύλινδρο μεγάλου και μικρού συντελεστή ασφαλείας (εικόνες 240 έως 260). Κάποια γενικά συμπεράσματα από τη δυναμική φόρτιση ακολουθούν παρακάτω.

Η μείωση του συντελεστή ασφαλείας κάνει το ανασήκωμα πιο δύσκολο, με αποτέλεσμα η γωνία στροφής θ να παίρνει γενικά μικρότερες τιμές. Ωστόσο οι στροφές αυτές για μικρό συντελεστή ασφαλείας συνεπάγονται έντονη πλαστικοποίηση του εδάφους, με αποτέλεσμα να είναι πιο πιθανή η συσσώρευση και η ύπαρξη τελικής παραμένουσας στροφής.

Επιπλέον, καθώς ο συντελεστής ασφαλείας μειώνεται, οι επιταχύνσεις που δέχεται το σώμα (για την ίδια διέγερση στη βάση) περιορίζονται, όχι μόνο γιατί το σώμα μπορεί ούτως ή άλλως να δεχθεί μικρότερη μέγιστη επιτάχυνση αλλά και γιατί το

ενδόσιμο έδαφος περιορίζει σημαντικά τις επιταχύνσεις που παράγονται λόγω των κρούσεων. Ωστόσο, οι κρούσεις συνεχίζουν να προκαλούν υψίσυχνες ταλαντώσεις στο σώμα, ακόμα και για μικρούς συντελεστές ασφαλείας.

Όσον αφορά τις καθιζήσεις και τη συσσώρευσή τους, ο αριθμός των κύκλων φαίνεται να είναι ο καθοριστικός παράγοντας, καθώς σε κάθε κύκλο η καθίζηση αυξάνεται. Βέβαια, για μικρούς συντελεστές ασφαλείας η συσσώρευση αυτή γίνεται πολύ πιο εύκολα, ενώ σε συνδυασμό και με τη συσσώρευση στροφών, μπορεί να οδηγήσει σε μη συμμετρική συμπεριφορά του σώματος κατά τη διέγερση, η οποία με τη σειρά της διευκολύνει την περαιτέρω συσσώρευση αυτών των μεγεθών. Γνωρίζοντας δε πως τα πραγματικά επιταχυνσιογραφήματα είναι συχνά έντονα μη συμμετρικά, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η επίδραση αυτή της συσσώρευσης της στροφής και της καθίζησης είναι πιθανό να οδηγήσει στην ανατροπή του σώματος, ακόμα και για μικρό PGA. Επομένως, ο μεγάλος αριθμός κύκλων μπορεί να είναι καταστροφικός, ακόμα και για μικρές επιταχύνσεις.

Επιπλέον, θα πρέπει να επισημανθεί πως η απόκριση του κυλίνδρου στη δυναμική φόρτιση εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από το συχνοτικό περιεχόμενο και τις λεπτομέρειες της διέγερσης εφόσον ο συντελεστής ασφαλείας είναι σταθερός. Από μόνη της η μέγιστη επιτάχυνση του εδάφους δεν αρκεί ώστε να βγάλει κανείς συμπεράσματα για την παραμένουσα καθίζηση ή την παραμένουσα στροφή.

Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος εξαρτάται επίσης σε μεγάλο βαθμό τόσο από τη διέγερση όσο και από τον συντελεστή ασφαλείας. Επεξηγώντας, η περίοδος ταλάντωσης μπορεί να αυξηθεί σημαντικά όταν υπάρχει έντονο ανασήκωμα. Έτσι, για μεγάλους συντελεστές ασφαλείας παρατηρούμε μεγαλύτερες περιόδους ταλάντωσης για την ίδια μορφή διέγερσης. Αντίστοιχα, για σταθερό συντελεστή ασφαλείας, αρκετά μεγάλο ώστε να επιτρέπει το ανασήκωμα, η μορφή της διέγερσης μπορεί να καθορίσει την περίοδο ταλάντωσης καθώς διεγέρσεις που περιέχουν ισχυρούς παλμούς μπορεί να προκαλέσουν μεγάλη στροφή προς τη μία διεύθυνση με αποτέλεσμα έντονο ανασήκωμα, αυξάνοντας σημαντικά την περίοδο του συστήματος.

Τέλος, μπορούμε να παρατηρήσουμε από τη χρονοϊστορία του λ πως στους μικρούς συντελεστές ασφαλείας, πέραν του ότι το ανασήκωμα δεν είναι κυρίαρχο κατά τη διέγερση, μετά το πέρας της η πλήρης επαφή του θεμελίου με το έδαφος πρακτικά αποκαθίσταται. Αντίθετα, στους μεγάλους συντελεστές ασφαλείας όπου το ανασήκωμα κυριαρχεί, η πλαστικοποίηση στο έδαφος που βρίσκεται κάτω από τα άκρα του θεμελίου είναι πολύ πιο έντονη από ότι στο μέσο, με αποτέλεσμα μετά το πέρας της διέγερσης το θεμέλιο να έχει επαφή με το έδαφος μόνο στο μέσον του.









Εικόνα 115-116



Εικόνα 117-118











**Εικόνα 123** 



Εικόνα 124-125





Εικόνα 126-127



Εικόνα 128-129



















Συγκεντρωτικά :







Εικόνα 138-139



Εικόνα 140-141



Εικόνα 142-143



Εικόνα 144-145











FEA Uplift Inelastic  $\mathcal{K} = K_R (0) / HK_R$ Su = 100 kPa Σ.Τ. = 0.7  $\chi = 1/SF$  : 0 0.1 0.3 0.2 0.5 0.4 0.6 0.7 0.8 0.9

**Εικόνα 153** 





 $k / k_{el} = 1.05 - 0.84 \chi$  ,  $\chi > 0.1$  $k / k_{el} = 1$  ,  $\chi < 0.1$  E/Su : 300 900 1800 Σ.Τ. = 0.7 Στοιχεία : C3D8 C3D8R & C3D8R & C3D8R & C3D8R & C3D8R & C3D8R

FEA

Uplift Inelastic

Su : 50 kPa

100 kPa

**Εικόνα 155** 





FEA				
Uplift				
Inelastic				
Su : 50 kPa				
100 kPa				
E/Su : 300				
900				
1800				
Σ.Τ. = 0.7				
Στοιχεία : C3D8				
2101221	<b>x</b> : C3D8			
2101281	C3D8			
χ = 1/	C3D8 C3D8R /SF :			
χ = 1/ 0	C3D8 C3D8R /SF : 0.1			
χ = 1/ 0 0.2	C3D8 C3D8R (SF : 0.1 0.3			
x = 1/ 0 0.2 0.4	C3D8 C3D8R (SF : 0.1 0.3 0.5			
x = 1/ 0 0.2 0.4 0.6	C3D8 C3D8R (SF : 0.1 0.3 0.5 0.7			

**Εικόνα 157** 



FEA Uplift Inelastic Su : 50 kPa 100 kPa E/Su: 300 900 1800 Σ.Τ. = 0.7 Στοιχεία : C3D8 C3D8R  $\chi = 1/SF$  : 0.1 0.3 0.2 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9









$$\frac{\left(\frac{K_{R}}{HK_{R} \cdot \pounds}\right)_{EL}}{\left(\frac{K_{R}}{HK_{R} \cdot \pounds}\right)_{\chi}} = 1 + a \cdot \exp \left(-\frac{\left(\log\left(\frac{\theta}{\theta_{up}}\right) - b\right)^{2}}{2c^{2}}\right) \qquad a(\chi)$$
$$b(\chi)$$
$$c(\chi)$$

FEA Uplift Inelastic Su : 50 kPa 100 kPa E/Su : 300 900 1800 Σ.T. = 0.7 Στοιχεία : C3D8 C3D8R  $\chi = 1/SF$  : 0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9



FEA				
Uplift				
Inelastic				
<b>Su</b> : 50 kPa				
100 kPa				
E/Su : 300				
900				
1800				
Σ.Τ. = 0.7				
Στοιχεία : C3D8				
	u. c500			
	C3D8R			
χ = 1,	C3D8R			
χ = 1, 0	C3D8R /SF : 0.1			
χ = 1, 0 0.2	C3D8R C3D8R /SF : 0.1 0.3			
χ = 1, 0 0.2 0.4	C3D8R /SF : 0.1 0.3 0.5			
χ = 1, 0 0.2 0.4 0.6	C3D8R /SF : 0.1 0.3 0.5 0.7			



Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 Σ.Τ. = 0.7 C3D8

FEA







FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 Σ.T. = 0.7 C3D8





FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800r = 1 m h/r = 3Σ.T. = 0.7 **C3D8**  $\chi = 1/SF$  : 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9

**Εικόνα 167** 













FEA Uplift Inelastic

r = 1 mΣ.T. = 0.7

**C3D8** 

SF = 5

h/r = 2

h/r = 3

h/r = 4





FEA

FEA

**Εικόνα 172** 

Μθεμ

(MNm)

0.6

0.4

0.2

0

0

. 0.2

0.1

0.3






















Παραμετρική διερεύνηση







**Εικόνα 189** 









FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3 $\Sigma.T. = 0.7$ C3D8 SF = 5

μονοτονικό

ανακυκλικό





157

θ (rad)

-0.6

μονοτονικό





**Εικόνα 201** 



**Εικόνα 203** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g SF = 5 center mass

**Εικόνα 204** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g SF = 2.5 center mass

**Εικόνα 205** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g SF = 2 center mass free field

**Εικόνα 206** 





FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g SF = 1.25 center mass

**Εικόνα 207** 





FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3SF = 10 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g

**Εικόνα 208** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g SF = 5 Center mass





FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3SF = 2.5 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g

**Εικόνα 210** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3SF = 2 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3SF = 1.25 Exc. 1sin T = 1 s PGA = 0.4 g

**Εικόνα 212** 



















**Εικόνα 223** 









**Εικόνα 228** 











Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 SF = 5 Exc. Αίγιο PGA = 0.39 g

FEA Uplift

**Εικόνα 231** 



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 mh/r = 3SF = 1.11 Exc. Aíyio PGA = 0.39 g













FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. Takatori\_000 PGA = 0.2 g free field bedrock



FEA Uplift Inelastic Su = 100 kPa E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3 Exc. Takatori\_000 PGA = 0.2 g SF = 5 center mass

**Εικόνα 240** 

Δυναμική φόρτιση Ax 2 (m/s<sup>2</sup>) 1 0 -1 -2 Az 0.6 (m/s<sup>2</sup>) 0.3



**Εικόνα 241** 

0

-0.3

-0.6

180

20

t (s)

25


Takatori\_000 PGA = 0.2 g

**Εικόνα 242** 















Δυναμική φόρτιση









E/Su = 1800 r = 1 m h/r = 3SF = 5 Exc. Takatori\_000

PGA = 0.6 g

FEA

**Εικόνα 253** 









**Εικόνα 258** 





## Βιβλιογραφία

- Pol D. Spanos, Aik-Siong Koh [1984] "Rocking of Rigid Blocks Due to Harmonic Shaking". J. Eng. Mech. 110, 1627
- Nikos Gerolymos, Marios Apostolou, George Gazetas [2005]
  "Neural Network Analysis Of Overturning Response Under Near-Fault Type Excitation". Earthquake Engineering And Engineering Vibration, Volume 4, Number 2, 213-228
- Aik-Siong Koh, Ghulam Mustafa [1990] "Free Rocking of Cylindrical Structures". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 1
- Aik-Siong Koh, Chin-Min Hsiung [1991] "Base Isolation Benefits of 3-D Rocking and Uplift. I: Theory". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, No. 1
- Aik-Siong Koh, Chin-Min Hsiung [1991] "Base Isolation Benefits of 3-D Rocking and Uplift. II: Numerical Example". J. Eng. Mech. 117, 19
- Aik-Siong Koh, Pol D. Spanos, Jose M. Roesset [1986] "Harmonic Rocking of Rigid Block on Flexible Foundation". J. Eng. Mech. 112, 1165
- I. Anastasopoulos, F. Gelagoti, R. Kourkoulis, G. Gazetas [accepted 2011] "Simplified Constitutive Model for Simulation of Cyclic Response of Shallow Foundations: Validation against Laboratory Tests". Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering
- Hossein Ali Taiebat [1999] "Three Dimensional Liquefaction Analysis Of Offshore Foundations" . PhD Thesis
- R. Salgado, A.V. Lyamin, S.W. Sloan, H.S. Yu [2004] "Two and three - dimensional bearing capacity of foundations in clay". Géotechnique 54, No. 5, 297–306
- H. A. Taiebat, J. P. Carter [2000] "Numerical studies of the bearing capacity of shallow foundations on cohesive soil subjected to combined loading". Géotechnique, Volume 50, Issue 4

- H.G.Poulos, J.P.Carter, J.C. Small [2001] "Foundations and Retaining Structures – Research and Practice". Proc. 15th International Conference on soil mechanics and foundation engineering, Foundations and retaining structures - research and practice, 2001, Istanbul, Turkey
- G. Gazetas [1983] "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art". Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2(1), 2-42
- M.Apostolou, G. Gazetas, E. Garini [2006] "Seismic response of slender rigid structures with foundation uplifting". Soil Dynamics and Earthquake Engineering 27(7), 642-654
- Makris N., Roussos Y. [2000] "Rocking Response of rigid blocks under near source ground motions." Géotechnique 50(3), 243-262
- Apostolou M., Gazetas G., Makris N., Anastasopoulos I. [2003] " Rocking of foundations under strong seismic excitation." Proc. Of Fib International Symposium on Concrete Structures in Seismic Regions. Athens, May 2003
- Apostolou M., Gazetas G. [2005] "Rocking of foundations under strong shaking : Mobilization of bearing capacity and displacement demands." In. Proc. 1st Greece - Japan workshop : Seismic Design, Observation, and Retrofit of Foundations, Athens, 11-12 October, 131-140
- Anastasopoulos I., Gazetas G., Loli M., Apostolou M., Gerolymos N. [2010] " Soil failure can be used for seismic protection of structures." Bull. Earthquake Eng. 8, 309-326
- Gajan S., Kutter BL. [2008] "Capacity, settlement and energy dissipation of shallow footings subjected to rocking." J. Geotech. Geoenvon. Eng. ASCE 134(8), 1129-1141
- Ανδριανή-Ιωάννα Παναγιωτίδου [2009] "Διδιάστατη και τριδιάστατη ανελαστική σεισμική απόκριση θεμελίου με θεώρηση ανασηκώματος και φαινομένων Ρ-δ". Διπλωματική εργασία ΕΜΠ