



**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**Θεωρητική/Αναλυτική και  
Υπολογιστική μελέτη μηχανικών  
ιδιοτήτων συνθέτων υλικών από ίνες  
βορίου και εποξειδική ρητίνη**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Α. ΤΣΙΠΗ

2021

ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΝΙΟΣ 2021



ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ**

**Θεωρητική/Αναλυτική και Υπολογιστική  
μελέτη μηχανικών ιδιοτήτων συνθέτων  
υλικών από ίνες βορίου και εποξειδική ρητίνη**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΤΟΥ

**ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Α. ΤΣΙΠΗ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ**

**Ε. Ε. ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ**

**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.**



## ***ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ***

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους εκείνους που με βοήθησαν και με στήριξαν καθ' όλη τη διάρκεια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, συμβάλλοντας έτσι στην επιτυχή ολοκλήρωσή της.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον κ. Ευστάθιο Θεοτόκογλου Καθηγητή ΕΜΠ για την αμέριστη συμβολή του, τις επιστημονικές του συμβουλές και την συνεχή υποστήριξη του στην συντέλεση της εν λόγω εργασίας.

Επιπλέον, ευχαριστώ τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας κ. Αιμίλιο Σιδερίδη, Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ, για την αμέριστη συμπαράστασή του καθώς για όλες τις γνώσεις που έλαβα κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τον αδερφό για την στήριξη και την κατανόηση που έδειξαν και συνεχίζουν να δείχνουν στις προσπάθειες μου.

Με τιμή,

Τσίπης Απόστολος  
Αθήνα, Ιούλιος 2021

## Περίληψη

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η θεωρητική και πειραματική μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων ινώδους σύνθετου υλικού με μήτρα εποξειδικής ρητίνης ενισχυμένης με ίνες βορίου σε κανονικές συνθήκες. Η μεθοδολογία περιλαμβάνει την σύγκριση των πειρατικών τιμών των ελαστικών σταθερών του υλικού με τις προβλεπόμενες τιμές από διάφορα θεωρητικά μοντέλα. Επίσης για την πρόβλεψη αυτών των σταθερών, αναπτύχθηκαν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τα αντίστοιχα υπολογιστικά μοντέλα (μέσω του εμπορικού προγράμματος ANSYS 19).

Για την ανάπτυξη του μοντέλου χρησιμοποιήσαμε ένα κυλινδρικό τετραφασικό μοντέλο όπου το σύνθετο υλικό αποτελείται από τέσσερις φάσεις. Η αλληλουχία των φάσεων του μοντέλου μας ήταν ίνα-μήτρα-ίνα-μήτρα. Θεωρήσαμε ότι η κάθε φάση είναι ομοιογενής, με σταθερές μηχανικές ιδιότητες κατά την ακτινική κατεύθυνση του μοντέλου.

Αρχικά υπολογίσαμε τις στατικές ελαστικές σταθερές, με την βοήθεια των υπολογιστικών προγραμμάτων Matlab 10 και Microsoft Excel 2010, για διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα και στην συνέχεια συγκρίναμε τα αποτελέσματα αυτά με εκείνα άλλων ερευνητών καθώς και με τα υφιστάμενα πειραματικά δεδομένα.

Χρησιμοποιούμε το στοιχείο SOLID 186 από την βιβλιοθήκη του ANSYS για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των θεωρητικών μοντέλων με αυτά της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η διαδικασία αυτή έγινε αρχικά για τον μέγιστο αριθμό στοιχείων που μας επέτρεψε η υπολογιστική δύναμη του ANSYS και έπειτα μειώσαμε τον αριθμό των στοιχείων για δούμε την διαφορά στα αποτελέσματα.

Συνοψίζοντας, τα αποτελέσματα που προέκυψαν, τόσο από τα θεωρητικά όσο και τα υπολογιστικά μοντέλα, μπορούν να θεωρηθούν ικανοποιητικά αφού προσεγγίζουν με καλή ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα

**Λέξεις Κλειδιά:** <<τετραφασικό μοντέλο, σύνθετα υλικά, ίνες βορίου, SOLID 186, πεπερασμένα στοιχεία >>

## Abstract

The scope of this thesis was the theoretical and experimental study of the mechanical properties of composite materials with epoxy resin matrices reinforced with boron fiber under standard conditions. This methodology includes comparison between experimental values and theoretical values based on predetermined theoretical models. Also for predicting these constants, the corresponding computational models were developed using the finite element analysis method (via the ANSYS 19 program).

For the development of the model we used a cylindrical four-phase model where the composite material consists of four phases. The sequence of the phases of our model was fiber- matrix-fiber-matrix. We considered each phase to be heterogeneous with constantly changing mechanical properties in the radial direction of the model.

We first calculated the static elastic constants, with the aid of computational programs Matlab 10 and Microsoft Excel 2010, for different fiber content and then compared these results with those of other researchers as well as with existing experimental data.

We used element SOLID 186 from ANSYS library to compare the results taken from theoretical models and those taken from finite element analysis. This procedure was at first conducted for the maximum amount of elements that ANSYS can support and then we reduced the number of elements in order to see the effect on our final results.

Summarizing, results of both the theoretical and the computational models can be considered satisfactory as they approximate the experimental data with good accuracy.

**Keywords:** << four-phase model, complex materials, boron fibers, SOLID 186, finite elements>>

# ***ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ***

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ**

1.1.1 Ορισμός σύνθετου υλικού	14
1.1.2 Ιστορική Εξέλιξη Σύνθετων Υλικών	14
1.1.3 Πλεονεκτήματα των σύνθετων υλικών	20
<b>1.2 ΠΟΛΥΜΕΡΗ</b>	<b>22</b>
1.2.1 Ορισμός	22
1.2.2 Ταξινόμηση Πολυμερών	22
<b>1.3 ΜΗΤΡΕΣ</b>	<b>24</b>
1.3.1 Οργανικές Μήτρες	26
1.3.2 Μεταλλικές Μήτρες	29
1.3.3 Κεραμικές Μήτρες	30
<b>1.4 ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ</b>	<b>31</b>
1.4.1 Γενικά	31
1.4.2 Ιδιότητες Στερεών Εποξειδικών Ρητινών	32
1.4.3 Ιδιότητες Υγρών Εποξειδικών Ρητινών	32
1.4.4 Οι Βασικές Εφαρμογές Εποξειδικών Ρητινών	34
<b>1.5 ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ</b>	<b>35</b>
1.5.1 Ορισμός	35

1.5.2 Η Επίδραση των Εγκλεισμάτων στις Ιδιότητες των Εποξειδικών Ρητινών	36
1.5.3 Ταξινόμηση σύνθετων υλικών	38
<b>1.6 ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ</b>	<b>40</b>
1.6.1 Ορισμός	40
1.6.2 Μηχανικές Ιδιότητες Ινωδών Σύνθετων Υλικών	40
1.6.3 Ίνες Γυαλιού	41
1.6.4 Ίνες Άνθρακα	46
1.6.5 Ίνες Πολυμερούς	50
1.6.6 Μεταλλικές Ίνες	53
1.6.7 Κεραμικές Ίνες	55
1.6.8 Τριχιτές (Whiskers)	56
1.6.9 Ίνες Φυσικών Ορυκτών Πόρων	57
1.6.10 Σύγκριση Ενισχυτικών Ινών	58
<b>1.7 ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ</b>	<b>59</b>
<b>1.8 ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ</b>	<b>62</b>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

<b>2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ</b>	<b>65</b>
2.1.1 Σύντομοι ορισμοί στοιχείων μηχανικής	65
2.1.2 Ενέργεια παραμόρφωσης στερρότητα	72
2.1.3 Η ταξινόμηση των μέσων βάσει των ανεξαρτήτων ελαστικών σταθερών	74



<b>2.2 ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ</b>	<b>74</b>
2.2.1 Ορισμός υαλώδους μετάπτωσης θερμοκρασίας $T_g$	74
2.2.2 Περιγραφή της ενδιάμεσης φάσης	75
2.2.3 Θεωρητικός υπολογισμός πάχους ενδιάμεσης φάσης	77
2.2.4 Πειραματική Περιγραφή και Προσδιορισμός του Πάχους και της κατ' Όγκο Περικτικότητας της Ενδιάμεσης Φάσης	80

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

#### **ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ, ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ**

<b>3.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ</b>	<b>84</b>
3.1.1 Γεωμετρική κατανομή ινών	84
3.1.2 Γεωμετρικοί περιορισμοί	87
<b>3.2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ</b>	<b>89</b>
3.2.1 Υπολογισμός διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$	90
3.2.2 Υπολογισμός Διαμήκη Λόγου Poisson $\nu_T$	96
3.2.3 Υπολογισμός Εγκάρσιου Λόγου Poisson $\nu_T$	97
3.2.4 Υπολογισμός Εγκάρσιου Μέτρου Ελαστικότητας $E_T$	98
3.2.5 Υπολογισμός Διαμήκους Μέτρου Διάτμησης $G_L$	107
3.2.6 Υπολογισμός των $E_\theta$ , $\nu_\theta$ , & $G_\theta$	111

3.2.7 Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο	112
3.2.8 Κυκλικό Πρισματικό Μοντέλο	117
<b>3.3 ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΛΟΓΟΥΣ POISSON ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ</b>	<b>123</b>
3.3.1 Τύποι διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$	123
3.3.2 Τύποι Τύποι διαμήκους λόγου Poisson $\nu_L$	124
3.3.3 Τύποι εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας $E_T$	125
3.3.4 Τύποι διαμήκους μέτρου διατμήσεως $G_L$	128
3.3.5 Τύποι εγκάρσιου λόγου Poisson $\nu_T$	130

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

<b>4.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΓΙΑ ΤΟ <math>E_L</math></b>	<b>131</b>
4.1.1 Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	131
4.1.2 Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	132
4.1.3 Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	132
4.1.4 Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	133
<b>4.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΓΙΑ ΤΟ <math>G_L</math></b>	<b>133</b>
4.2.1 Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	134
4.2.2 Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	134
4.2.3 Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	135
4.2.4 Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	135

<b>4.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΟΝΤΕΛΑ</b>	<b>136</b>
4.3.1 Διαστάσεις για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	136
4.3.2 Διαστάσεις για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	137
4.3.3 Διαστάσεις για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )	138
4.3.4 Διαστάσεις για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )	138
<b>4.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ</b>	<b>139</b>
4.4.1 Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας $E_L$	141
4.4.2 Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας $E_T$	150
4.4.3 Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκες λόγο Poisson $\nu_L$	164
4.4.4 Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκες μέτρο Διατμήσεως $G_L$	170
4.4.5 Σύγκριση θεωρητικών μοντέλων για τον Εγκάρσιο Λόγο Poisson $\nu_{TT}$	185
4.4.6 Σχολιασμός της επίδρασης της γωνίας στο τετραφασικό μοντέλο	186

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

<b>5.1 ΣΚΟΠΟΣ</b>	<b>190</b>
<b>5.2 ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ-ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ</b>	<b>190</b>
<b>5.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ</b>	<b>193</b>

<b>5.4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ</b>	<b>196</b>
5.4.1 Τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο για τις διάφορες περιεκτικότητες	198
5.4.2 Υπολογισμός του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$	196
5.4.3 Υπολογισμός του λόγου Poisson $\nu_{LT}$	215
5.4.4 Υπολογισμός του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας $E_T$	229

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟ ΜΕΛΛΟΝ**



# 1. ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

## 1.1.1. Ορισμός Σύνθετου Υλικού

Για ένα σύστημα ο όρος «σύνθετο» σημαίνει ότι τούτο αποτελείται από δύο περισσότερα διακριτά μέρη. Από γενική άποψη, λοιπόν, ένα υλικό αποτελούμενο από δύο ή περισσότερα διαφορετικά υλικά ή φάσεις, μπορεί να χαρακτηριστεί ως σύνθετο υλικό (composite material). Πιο ειδικά σήμερα, ως σύνθετα αναγνωρίζονται εκείνα τα υλικά, τα οποία συντίθενται από επιμέρους υλικά με σημαντικά διαφορετικές μηχανικές και φυσικές ιδιότητες μεταξύ τους, ενώ και το ίδιο το σύνθετο υλικό έχει επίσης σημαντικά διαφορετικές ιδιότητες από εκείνες των συστατικών του.

Για να καταταχθεί ένα υλικό στην κατηγορία των σύνθετων, θα ακολουθείται ο εξής κανόνας: Το υλικό πρέπει να προκύπτει ως συνδυασμός συστατικών μερών, στα οποία οι ιδιότητες του ενός από τα μέρη αυτά να είναι σημαντικά μεγαλύτερες από του άλλου (τουλάχιστον 5πλάσιες) και η κατ'όγκο περιεκτικότητα του ενός να μην είναι πολύ μικρή (>10%).

ΟΡΙΣΜΟΣ (Agarwal-1990): Σύνθετα είναι τα υλικά, τα οποία μακροσκοπικά αποτελούνται από δύο ή περισσότερα χημικά ευδιάκριτα συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους.

Το ένα από τα συστατικά μέρη, χαρακτηρίζεται ως συστατικό ενίσχυσης και προσδίδει στο σύνθετο βελτιωμένες μηχανικές κυρίως ιδιότητες. Το δεύτερο συστατικό καλείται μήτρα, είναι συνήθως χαμηλής πυκνότητας και η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων της ενίσχυσης.

## 1.1.2. Ιστορική Εξέλιξη Σύνθετων Υλικών

Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται ευρύτατα από τον άνθρωπο από αρχαιοτάτων χρόνων. Υλικά που εύκολα βρίσκουμε στη φύση (ξύλο, πέτρα, πηλός, κόκκαλα) χρησιμοποιήθηκαν ευρύτατα από τον άνθρωπο, ο οποίος

σύντομα έμαθε να βελτιώνει τις ιδιότητες τους ενισχύοντας τα υλικά αυτά με πρόσθετα συστατικά.

Για παράδειγμα, οι Αιγύπτιοι (5000π.Χ.) χρησιμοποιούσαν την τεχνική της ενίσχυσης τούβλων πηλού με πλέγμα άχυρων, με αποτέλεσμα τη μείωση των τάσεων συστολής που αναπτύσσονταν κατά την ξήρανση του πηλού. Επίσης, παρατήρησαν ότι οι πλάκες από πολύστρωτες βέργες ξύλου, παρουσίαζαν πολύ μεγαλύτερη αντοχή από το φυσικό ξύλο έναντι στρέβλωσης που οφειλόταν στην απορρόφηση υγρασίας.

Στη Μεσοποταμία (1000 π.Χ.) εφαρμόστηκε η τεχνική του βερνικώματος των τούβλων και των πλακιδίων με σκοπό τον περιορισμό της επιφανειακής φθοράς, ενώ, κατά τους Ρωμαϊκούς χρόνους, η οδοποιία στηρίχθηκε στην ενίσχυση του οδοστρώματος με τρίμματα κεραμιδιών.

Η χρήση της σιδηρόβεργας για προεντεταμένο σκυρόδεμα, που χρησιμοποιείται στις οικοδομές της σύγχρονης εποχής, δεν είναι παρά η μετεξέλιξη της τεχνικής της ανάμιξης γύψου με ζωικό τρίχωμα, η οποία ήταν μια πρακτική μέθοδος ενίσχυσης εύθραυστων υλικών κατασκευής στους αναπτυσσόμενους πολιτισμούς.

Το πρώτο σύνθετο υλικό βασισμένο σε μήτρα πλαστικού εμφανίστηκε τη δεκαετία του 1920 και επρόκειτο για μείγμα ινιδίων ξύλου με φαινολική φορμαλδεύδη, γνωστό ως βακελίτης προς τιμή του Βέλγου επιστήμονα Leo Baekeland.

Η ανάπτυξη των σύνθετων υλικών με ενίσχυση ινών κατά τη διάρκεια των τελευταίων 30 ετών υπήρξε ραγδαία και συνδυάστηκε με την προηγηθείσα ανάπτυξη των υψηλής αντοχής ινών γυαλιού και των υψηλής δυσκαμψίας ινών βορίου (1960) και την έντονη τάση της αεροδιαστημικής βιομηχανίας για μεγαλύτερη απόδοση με παράλληλη μείωση βάρους αεροσκαφών και διαστημοπλοίων.

Το 1964 διατέθηκαν στην αγορά, αρχικά σε μικρές ποσότητες, οι ίνες άνθρακα (carbon fibers), οι οποίες τελευταία αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες ενισχύσεις στις αεροδιαστημικές κατασκευαστικές εφαρμογές.

Το 1971 διατέθηκαν στο εμπόριο οι ίνες αραμιδίου, οι οποίες τώρα χρησιμοποιούνται ευρύτατα στα ελαστικά αυτοκινήτων, καθώς και σε αρκετές αεροδιαστημικές και ναυπηγικές κατασκευές.

Η ειδική αντοχή (λόγος αντοχής προς πυκνότητα) και η ειδική δυσκαμψία (λόγος δυσκαμψίας προς πυκνότητα) των ενισχυτικών ινών βαίνουν συνεχώς αυξανόμενες τα τελευταία 30 χρόνια π.χ η ειδική αντοχή και δυσκαμψία των ινών γυαλιού, άνθρακα, αραμιδίου και βορίου έχουν φθάσει στο 10-14 πλάσιο των αντίστοιχων τιμών του αλουμινίου (ελαφρό μέταλλο).

Τα σύνθετα υλικά καλύπτουν μεγάλο μέρος των εφαρμογών των νέων τεχνολογιών αιχμής στις κατασκευές και έχουν μεταβάλλει σημαντικά τις ακολουθούμενες διαδικασίες σχεδίασης, παραγωγής, ελέγχου και συντήρησης.

Η μεγάλη ποικιλία ινών και ρητινών, καθώς και οι διάφορες μέθοδοι κατασκευής παρέχουν στο σχεδιαστή τη δυνατότητα να επιλέξει το πιο κατάλληλο σύστημα υλικών που καλύπτει τις απαιτήσεις του, σύστημα που έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και ιδιότητες, που πολλές φορές μπορεί να είναι και μοναδικά.

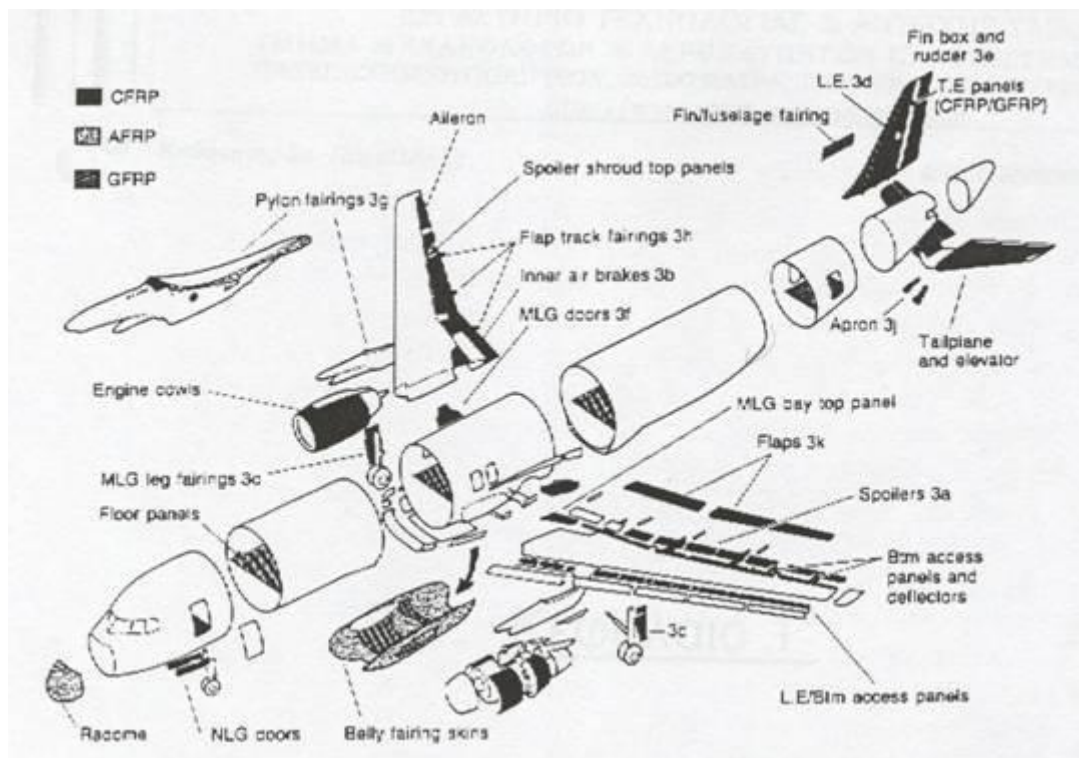
Το μικρό βάρος, η υψηλή αντοχή, η εξαιρετική αντοχή σε διάβρωση, η πολύ καλή συμπεριφορά σε κόπωση, σε κρούση και στη διάδοση ρωγμών, οι σχετικά εύκολες διαδικασίες παραγωγής και το μικρό κόστος συντήρησης είναι μερικοί από τους παράγοντες εκείνους που έχουν οδηγήσει τα σύνθετα υλικά στην πρώτη θέση μεταξύ των κατασκευαστικών υλικών για μεγάλο πλήθος εφαρμογών.

Μερικά μειονεκτήματα των σύνθετων υλικών, όπως: τα υψηλά επίπεδα ερπυσμού, η μικρή αντίσταση σε μηχανική φθορά, η ιδιαίτερη και πολλές φορές ευαίσθητη συμπεριφορά σε δυσμενείς συνθήκες περιβάλλοντος (θαλάσσιο περιβάλλον, υψηλές θερμοκρασίες, χημικό περιβάλλον, κ.λ.π) καθώς και το αρκετά υψηλό αρχικό τους κόστος, βαθμιαία αντιμετωπίζονται πιο αποτελεσματικά μέσω της συνεχούς τεχνολογικής ανάπτυξης στην παραγωγή νέων και καλύτερων ινών, ρητινών και εξέλιξης των μεθόδων παραγωγής.





Εικόνα 1



Εικόνα 2



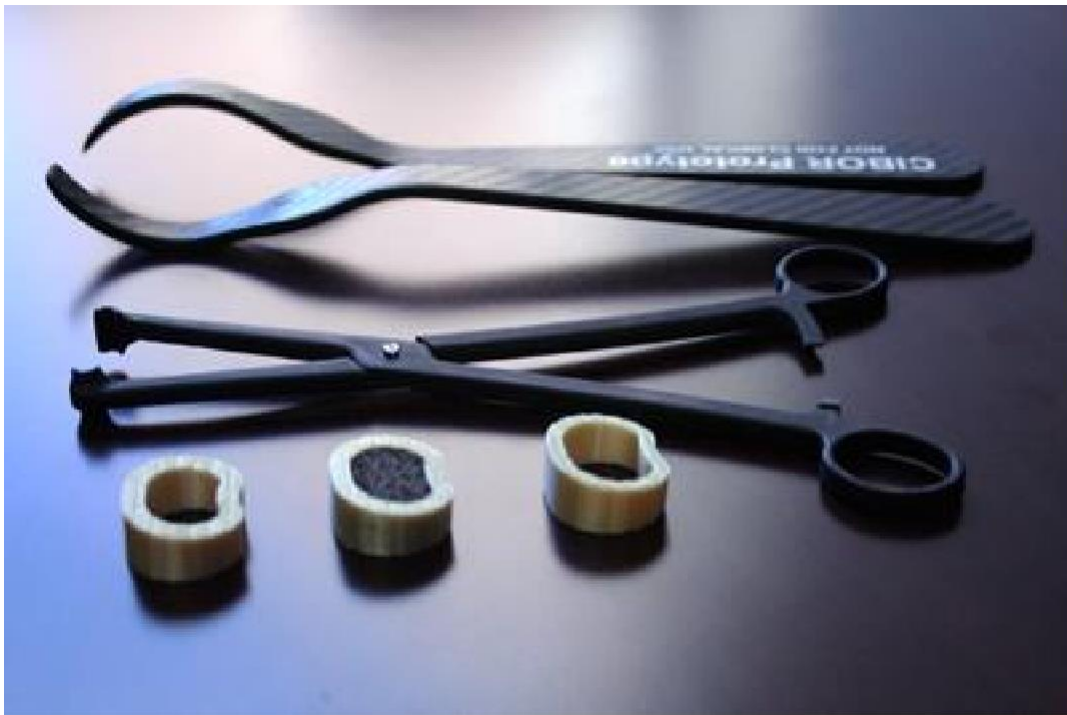
Εικόνα 3



Εικόνα 4



**Εικόνα 5**



**Εικόνα 6**



**Εικόνα 7**

### **1.1.3. Πλεονεκτήματα των σύνθετων υλικών**

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια ραγδαία αύξηση στο ρυθμό αντικατάστασης παραδοσιακών υλικών από σύνθετα, σε πολλές τεχνολογικές εφαρμογές και κατασκευές. Αυτή η τάση αντικατάστασης μόνο τυχαία δε θα μπορούσε να θεωρηθεί, μιας και τα σύνθετα υλικά πλεονεκτούν έναντι των παραδοσιακών υλικών σε μια σειρά από παραμέτρους και ιδιότητες και κυρίως στο γεγονός ότι διαθέτουν συνήθως τις βέλτιστες ιδιότητες των υλικών που τα αποτελούν, αλλά και επιπλέον ιδιότητες που τα αρχικά υλικά δεν διαθέτουν.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των σύνθετων υλικών έναντι των παραδοσιακών, είναι οι άριστες μηχανικές ιδιότητες, αποτέλεσμα της από κοινού συνεισφοράς ινών και μήτρας στη βελτίωση της συνολικής μηχανικής συμπεριφοράς του σύνθετου. Καταλυτικό ρόλο σε αυτή τη πτυχή των συνθέτων, έπαιξε η

δυνατότητα σχεδιασμού και κατασκευής ενός τέτοιου υλικού, σύμφωνα με τις ανάγκες της εκάστοτε εφαρμογής για την οποία προορίζεται, έχοντας τις επιθυμητές ιδιότητες. Ο σχεδιασμός ενός σύνθετου είναι άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτών των υλικών, μιας και υπάρχει μια σειρά παραμέτρων, που εάν ληφθούν υπόψη, μπορούν να συμβάλλουν ουσιαστικά στις τέλειες ιδιότητες, αλλά και στη συμπεριφορά του σύνθετου. Η συμβατότητα για παράδειγμα, των αρχικών υλικών που θα επιλεγθούν να απαρτίσουν ένα σύνθετο είναι μείζονος σημασίας, όπως επίσης και ο τρόπος κατασκευής του.

Ο σημαντικότερος λόγος που επιλέγονται τα σύνθετα υλικά σε διάφορες εφαρμογές, είναι οι «ειδικές ιδιότητες» (specific properties) που διαθέτουν, έναντι άλλων υλικών. Με τον όρο ειδική ιδιότητα, αναφερόμαστε στο λόγο μιας ιδιότητας του υλικού, προς την πυκνότητα του. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της ειδικής ιδιότητας, τόσο ελαφρύτερο είναι το υλικό, διαθέτοντας ταυτόχρονα υψηλότερη τιμή της συγκεκριμένης ιδιότητας. Αυτή η παράμετρος είναι ζωτικής σημασίας για τη χρήση των συνθέτων σαν δομικά στοιχεία, σε εφαρμογές όπου η ελάττωση του βάρους έχει σαν αντίκτυπο στην αποδοτικότερη λειτουργία τους, όπως επίσης και στη μείωση του κόστους. Αντικαθιστώντας μεταλλικά υλικά με σύνθετα σε κατασκευές, όπως οι άτρακτοι των αεροπλάνων, οι μειώσεις του βάρους μπορούν να φτάσουν αλλά και να υπερβούν ορισμένες το 50%.

Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό των σύνθετων υλικών είναι τα μεγάλα φορτία που εξακολουθούν να αναλαμβάνουν, ακόμα και μετά από πιθανή αστοχία τους. Το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε σε στατικές δοκιμές σε ινώδη σύνθετα υλικά και οφείλεται στο γεγονός ότι ακόμα και μετά την αστοχία του σύνθετου, παρόλο που οι ίνες θραύονται, η τάση μεταβιβάζεται σε πολλαπλές κατευθύνσεις μέσα στη μάζα του υλικού και κυρίως σε άλλες ίνες οι οποίες δεν έχουν ακόμη αστοχήσει. Παρατηρήθηκε επίσης ότι τα ινώδη σύνθετα παρουσιάζουν μικρή ευαισθησία στην ύπαρξη εγχοπών, ενώ η διάδοση των ρωγμών είναι περιορισμένη. Κατασκευές από τέτοια σύνθετα υλικά, επέδειξαν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής και αυξημένη αντοχή σε κόπωση, συγκριτικά με αυτή αντίστοιχων μεταλλικών κατασκευών.

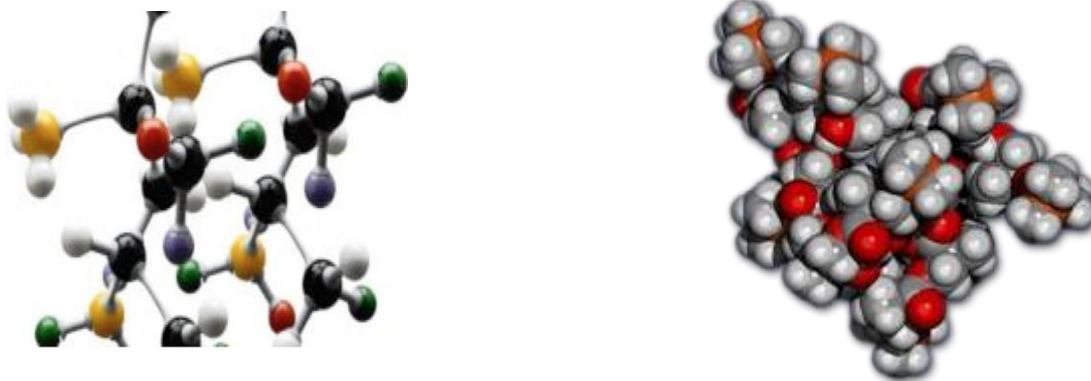
Κάποια άλλα πλεονεκτήματα των συνθέτων είναι η καταπληκτική αντίσταση τους στην ηλεκτροχημική διάβρωση, φαινόμενο ασυνήθιστο στα μεταλλικά

υλικά. Η απόσβεση ταλαντώσεων που παρουσιάζουν κάποιοι τύποι σύνθετων (sandwich), μέσω της μεγάλης απορρόφησης ενέργειας είναι ένα χαρακτηριστικό τους γνώρισμα, όπως επίσης και η υψηλή αντοχή που επιδεικνύουν τα ινώδη σύνθετα σε κρουστικά φορτία υψηλής ενέργειας, με αποτέλεσμα τη διατήρηση της σταθερότητας των κατασκευών στις οποίες βρίσκουν εφαρμογή.

## 1.2. ΠΟΛΥΜΕΡΗ

### 1.2.1. Ορισμός

Πολυμερή ονομάζονται οι χημικές ενώσεις με μεγάλα μόρια, τα «μακρομόρια», που σχηματίζονται από τη σύνδεση πολλών μικρών μορίων. Τα πολυμερή προκύπτουν από την χημική αντίδραση των μονομερών που ονομάζεται πολυμερισμός.



Εικόνα 8

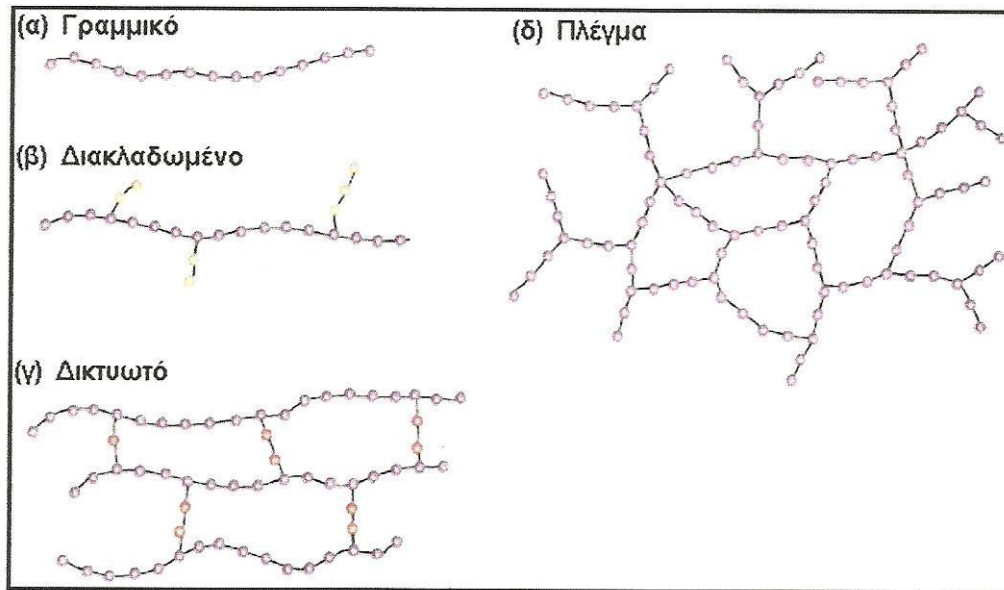
### 1.2.2. Ταξινόμηση Πολυμερών

Α. Με κριτήριο την αρχιτεκτονική της πολυμερικής αλυσίδας τους διακρίνονται σε:

1.Γραμμικά

2.Διακλαδωμένα

3.Δικτυωτά ή διασταυρούμενα (crosslinked) ή πλέγμα (network)



Εικόνα 9

Β. Με κριτήριο το είδος των ατόμων που συμμετέχουν στη δομή της κύριας αλυσίδας τους:

1. Ομοαλυσωτά: Η αλυσίδα τους αποτελείται από ένα είδος ατόμων
2. Ετεροαλυσωτά: Η αλυσίδα τους αποτελείται από περισσότερα είδη ατόμων.

Γ. Με κριτήριο την προέλευση και τη χημική τους σύσταση διακρίνονται σε:

1. Φυσικά: Λαμβάνονται απευθείας από τη φύση (μαλλί, μετάξι)
2. Ημισυνθετικά : Προκύπτουν από χημικό μετασχηματισμό φυσικών προϊόντων (εβονίτης, νιτροκυτταρίνη, rayon, cellofan).

3. Συνθετικά: Τα μονομερή που τα συνθέτουν, δεν υπάρχουν στη φύση (PVC, Nylon 6 και 6.6, Teflon).

Δ. Με κριτήριο την οργάνωση της κύριας αλυσίδας τους διακρίνονται σε:

1. Ομοπολυμερή: Τα μόρια τους αποτελούνται από ένα είδος δομικών μονάδων.
2. Συμπολυμερή: Τα μόρια τους αποτελούνται από δύο (συνήθως) ή περισσότερα είδη δομικών μονάδων.

Ε. Με κριτήριο τις μηχανοθερμικές τους ιδιότητες διακρίνονται σε:

1. Θερμοπλαστικά
2. Θερμοσκληρυνόμενα
3. Ελαστομερή

ΣΤ. Με κριτήριο τη χρήση τους διακρίνονται σε:

1. Ευρείας χρήσης: Παράγονται σε πολύ υψηλό ποσοστό, είναι φθηνά και έχουν ποικίλα πεδία εφαρμογών στην καθημερινή ζωή (πολυαιθυλένιο, πολυστερένιο, PVC, ABS).
2. Τεχνικά: Με μηχανικές ιδιότητες σημαντικά ανώτερες από εκείνες των πολυμερών ευρείας χρήσης, χρησιμοποιούνται δε, σε τμήματα μηχανών και κατασκευών σε αντικατάσταση μεταλλικών τμημάτων τους (πολυαμίδια (nylon), πολυανθρακικά (PC), εποξειδικές ρητίνες)
3. Προηγμένα: Με εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες και μεγάλη σταθερότητα σε υψηλές θερμοκρασίες, παράγονται σε μικρές ποσότητες και προορίζονται για ειδικές εφαρμογές (Πολυαμίδια, πολύ(αιθερό-κετόνη), πολύ (μεθακρυλικό μεθύλιο)).

### 1.3. ΜΗΤΡΕΣ

Ο ρόλος της μήτρας συνίσταται σε:

- Συγκράτηση των ινών μεταξύ τους.



- Προστασία των ινών από περιβαλλοντικές φθορές και προσβολές.
- Μεταβίβαση των μηχανικών τάσεων που ασκούνται συνολικά στο σύνθετο υλικό προς τις ίνες.
- Ανακοπή της διάδοσης των ρωγμών , που ξεκινούν από θραύση των ινών.

Για να ικανοποιεί τον ρόλο με τον οποίο είναι επιφορτισμένη η μήτρα πρέπει να χαρακτηρίζεται από:

- Ολκιμότητα
- Ανθεκτικότητα
- Σχετική ευκαμψία
- Σημείο τήξης μεγαλύτερο από τη μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας του σύνθετου υλικού.

Οι ιδιότητες αυτές πρέπει να παρουσιάζουν «συμβατότητα» με τις αντίστοιχες ιδιότητες των ενισχυτικών ινών.

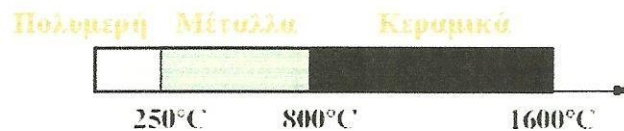
Συνήθως, το υλικό της μήτρας έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, αντοχή και δυσκαμψία από τις ίνες.

Τέλος ,για τη σωστή λειτουργία του σύνθετου υλικού, καθοριστικός παράγοντας είναι η καλή πρόσφυση ίνας-μήτρας.

Ανάλογα με το υλικό της μήτρας διακρίνουμε τις ακόλουθες ομάδες υλικών μήτρας για σύνθετα υλικά:

- Οργανικές
- Μεταλλικές
- Κεραμικές

Η επιλογή κατάλληλης μήτρας εξαρτάται από τη θερμοκρασία και το περιβάλλον χρήσης του σύνθετου. Μια γενική οδηγία αναφορικά με τα θερμοκρασιακά όρια για κάθε ομάδα υλικών παρουσιάζεται στη παρακάτω Εικόνα.



**Εικόνα 10**

Τα αντίστοιχα σύνθετα υλικά χαρακτηρίζονται με τις ακόλουθες συντμήσεις:

PMC: Polymer Matrix Composite

MMC: Metal Matrix Composite

CMC: Ceramic Matrix Composite

### **1.3.1. Οργανικές Μήτρες**

#### **1. Θερμοπλαστικές**

Τα θερμοπλαστικά υλικά είναι μια κατηγορία υλικών που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης. Αυτό οφείλεται στο χαμηλό τους κόστος στην κατεργασιμότητα τους καθώς και στην ευκολία με την οποία επεξεργάζονται με κοινές μεθόδους μορφοποίησης πλαστικών. Αποτελούνται κυρίως από γραμμικά μακρομόρια που συνδέονται μεταξύ τους με ασθενείς δεσμούς Van der Waals και εκείνο που τα χαρακτηρίζει είναι όταν θερμανθούν γίνονται μαλακά και εύκαμπτα και σε υψηλότερες θερμοκρασίες ρέουν. Αυτό συμβαίνει λόγω της χαλάρωσης των μοριακών δεσμών. Αν θερμανθούν σε θερμοκρασία ανώτερη από εκείνης της θερμοκρασίας υαλώδους μετάβασης ( $T_g$ ) και στη συνέχεια ψυχθούν, τότε μετατρέπονται και πάλι σε στερεά έχοντας επανακτήσει εν μέρει τις ιδιότητες τους. Οι κύκλοι θέρμανσης-ψύξης μπορεί να είναι πάρα πολλοί και τα θερμοπλαστικά να επαναμορφοποιούνται χωρίς να υφίστανται σημαντικές μεταβολές στη δομή και τις ιδιότητες τους. Βέβαια με την επανάληψη των κύκλων θέρμανσης-ψύξης, υπάρχει σταδιακή υποβάθμιση των ιδιοτήτων τους

ανάλογα με το πολυμερές και έτσι υπάρχει περιορισμός στο πλήθος των επαναλαμβανόμενων κύκλων που μπορεί να εφαρμοστούν.

Οι πιο γνωστές ρητίνες αυτής της κατηγορίας είναι το πολυαιθυλένιο (PE), το πολυβινυλοχλωρίδιο (PVC), το πολυπροπυλένιο (PP), το πολυστυρένιο (PS), τα πολυαμίδια (Nylon), πολυαιθερική κετόνη (PEK), το φαινυλό-σουλφίδιο (PPS), κ.α.

Οι θερμοπλαστικές ρητίνες δεν αναπτύσσουν σταυροδεσμούς. Οι ιδιότητες τους απορρέουν από τις ιδιότητες των μονομερών που σχηματίζουν τις αλυσίδες και του υψηλού μοριακού βάρους. Στις άμορφες θερμοπλαστικές ρητίνες υπάρχει μεγάλη συγκέντρωση μοριακών διαπλοκών, που σχηματίζουν ένα τρισδιάστατο δίκτυο. Στις ημικρυσταλλικές θερμοπλαστικές ρητίνες υπάρχει τάξη και διευθέτηση των αλυσίδων.

Με θέρμανση, ένα θερμοπλαστικό υλικό από δύσκαμπτο μετατρέπεται σε ρευστό και στη συνέχεια μπορεί να μετατραπεί σε άμορφο ή ημικρυσταλλικό στερεό ανάλογα με τις συνθήκες μορφοποίησης και θερμοκρασίας.

## 2. Θερμοσκληρυνόμενες

Στις θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες, οι ρευστές ρητίνες αναμιγνύονται με τους κατάλληλους σκληρυντές και μετατρέπονται σε σκληρά, άκαμπτα ψαθυρά στερεά μέσω του σχηματισμού σταυροδεσμών (crosslinking). Οι σταυροδεσμοί που δημιουργούνται έχουν σαν αποτέλεσμα τον σχηματισμό ενός ισχυρού τρισδιάστατου δικτύου. Αυτή η διαδικασία γίνεται στο στάδιο της μορφοποίησης του σύνθετου υλικού. Οι μηχανικές ιδιότητες εξαρτώνται από τις μοριακές μονάδες που συνιστούν το τρισδιάστατο πλέγμα αλυσίδων, το μήκος των αλυσίδων και την πυκνότητα των σταυροδεσμών. Η μέθοδος κατασκευής και ειδικά η διαδικασία θερμικής κατεργασίας (curing) καθορίζει τη πυκνότητα των σταυροδεσμών. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή όταν θερμανθούν πολυμερίζονται και η διαδικασία αυτή είναι μη αναστρέψιμη και για αυτό άλλωστε μορφοποιούνται κατά την πρώτη τους θέρμανση. Δηλαδή, όταν επαναθερμανθούν αυτά δεν ρευστοποιούνται αλλά αν θερμανθούν σε μεγάλο βαθμό αποσυντίθενται.

Επειδή η δημιουργία των σταυροδεσμών είναι χημικής φύσεως, τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή είναι δύσκαμπτα και οι ιδιότητες τους δεν επηρεάζονται έντονα από τη θερμοκρασία. Το μεγάλο πλήθος των εφαρμογών αυτών των πλαστικών οφείλεται στη θερμοσταθερότητα τους αφού έχουν υψηλό σημείο τήξης, τις θερμικές τους ιδιότητες, την υψηλή δυσκαμψία, την επιφανειακή σκληρότητα και την μειωμένη αναφλεξιμότητα τους.

Οι πιο γνωστές θερμοσκληρυνόμενες μήτρες για σύνθετα υλικά είναι οι εποξειδικές ρητίνες, οι ακόρεστοι πολυεστέρες (UP), οι φαινόλες, οι βινυλεστέρες, τα πολυσουλφονικά, τα πολυαμίδια κ.α. Αυτές καλύπτουν πλήθος χημικών συστάσεων και καλύπτουν μεγάλο εύρος φυσικών και χημικών ιδιοτήτων.

- Πολυεστερικές ρητίνες ,οι οποίες ενισχύονται με ίνες γυαλιού και δίνουν υαλονήματα
- Εποξειδικές ρητίνες με μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους 200°C , με καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις προηγούμενες και ευρεία χρήση στην αεροναυπηγική.
- Φαινολικές ρητίνες οι οποίες έχουν χαμηλή πλαστικότητα και μέτριες μηχανικές ιδιότητες. Η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους ωστόσο, φτάνει τους 400°C.



**Εικόνα 11(Πολυεστερική Ρητίνη)**

### 3. Ελαστομερείς

Είναι συνήθως γραμμικά πολυμερή με διακλαδισμένες αλυσίδες οι οποίες έχουν τυχαίο προσανατολισμό. Διαθέτουν μικρή δυσκαμψία με αποτέλεσμα όταν υποστούν μεγάλες παραμορφώσεις να επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα μετά την άρση του εξωτερικού φορτίου που τις προκάλεσε. Το φυσικό και συνθετικό καουτσούκ βρίσκει την κυριότερη εφαρμογή του στα λάστιχα των αυτοκινήτων. Το φυσικό καουτσούκ, το λάστιχο, δεν επανέρχεται πλήρως στο αρχικό του μήκος μετά την αποφόρτιση γιατί τα μακρομόρια έχουν υποστεί πλαστική παραμόρφωση. Για να αποφευχθεί η πλαστική παραμόρφωση γίνεται ο λεγόμενος βουλκανισμός, όπου το καουτσούκ θερμαίνεται με θείο. Η διαδικασία του βουλκανισμού έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία σταυροδεσμών (cross-link) μεταξύ των μορίων, οι οποίοι ενισχύουν τη δομή του ελαστικού. με τον τρόπο αυτόν το ελαστομερές γίνεται σκληρότερο, ανθεκτικότερο, αποκτά αντίσταση στη διάβρωση από λάδια, όζον, οξέα και καθιστά λιγότερο ευαίσθητο στις θερμοκρασιακές μεταβολές. Όμως η διαδικασία του βουλκανισμού είναι μια πολυδάπανη και χρονοβόρα διαδικασία και για αυτό αναπτύχθηκαν τα ελαστομερή που διαθέτουν τις ιδιότητες του καουτσούκ και των οποίων είναι εύκολη η μορφοποίηση και αντίστοιχη εκείνης των θερμοπλαστικών.

#### 1.3.2. Μεταλλικές Μήτρες

Μέταλλα, όπως το αλουμίνιο, το τιτάνιο και το νικέλιο, χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο ως υλικά μήτρες προσφέροντας σημαντικά πλεονεκτήματα. Για εφαρμογές υψηλών θερμοκρασιών επιβάλλεται η χρήση μεταλλικών ή κεραμικών μήτρων, αφού η μέγιστη επιτρεπτή θερμοκρασία χρησιμοποίησης οργανικών μήτρων είναι πολύ χαμηλή (~300°C), ενώ οι ανθρακούχες μήτρες οξειδώνονται σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από 500°C.

Σε σχέση με τις οργανικές μήτρες, οι μεταλλικές παρουσιάζουν πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα τα οποία φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

## ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Μεγαλύτερη ολκιμότητα και καλύτερες μηχανικές ιδιότητες
- Βελτίωση μηχανικών ιδιοτήτων του σύνθετου σε καταπονήσεις ασκούμενες σε διευθύνσεις διαφορετικές από αυτές από αυτές του προσανατολισμού των ινών.
- Βελτίωση της ακαμψίας και αύξηση του μέτρου ελαστικότητας του συνθέτου.
- Μείωση της ευαισθησίας του σύνθετου στην παρουσία διαλυτών και διεύρυνση των θερμοκρασιακών ορίων χρήσης του σύνθετου.
- Βελτίωση της θερμικής και ηλεκτρικής αγωγιμότητας του σύνθετου για ειδικές εφαρμογές.
- Ευκολότερη σύνδεση τεμαχίων του σύνθετου υλικού (συγκόλληση, κόλληση).

## ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Δημιουργία εύθραυστων μεσομεταλλικών ενώσεων στη διεπιφάνεια μετάλλου-ίνας συμβάλλουν στην αποκόλληση ινών από τη μήτρα που οδηγεί στη μικρορουγμάτωση και τη θραύση των ινών.
- Μεγαλύτερη πυκνότητα και επομένως μεγαλύτερο βάρος ελαστικότητας της συνολικής κατασκευής.
- Δύσκολη παραγωγή σύνθετου υλικού και μεγαλύτερο κόστος.
- Φαινόμενα διάλυσης ινών στη μήτρα, σε υψηλές θερμοκρασίες (π.χ διάλυση ινών SiO<sub>2</sub> σε μήτρα Al).
- Ασυνέχεια της καμπύλης εφελκυσμού των σύνθετων υλικών στο όριο διαρροής της μήτρας.

### 1.3.3. Κεραμικές Μήτρες

Τα κεραμικά υλικά είναι σκληρά, δύστηκτα, μεγάλης στιβαρότητας και μεγάλης αντοχής στη διάβρωση και την χημική προσβολή.

Στη περίπτωση της κεραμικής μήτρας, οι ίνες αποβλέπουν αφενός στη βελτίωση της αντοχής του κεραμικού στους θερμικούς αιφνιδιασμούς και αφετέρου στην αύξηση της μηχανικής του αντοχής. Η ολκιμότητα και το ποσοστό των ινών επιδρούν ευνοϊκά στη βελτίωση της αντοχής της μήτρας.

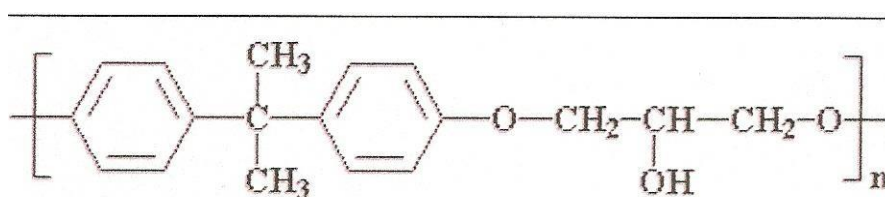
Το σημαντικότερο πρόβλημα στη χρήση κεραμικών μήτρων εντοπίζεται στη συνάφεια ινών-μήτρας και οφείλεται στη μεγάλη διαφορά των συντελεστών γραμμικής διαστολής της κεραμικής μήτρας και των συνήθων ενισχυτικών ινών.

Μεγάλη εφαρμογή βρίσκουν, επίσης, οι μήτρες άνθρακα, ενώ ειδική περίπτωση κεραμικής μήτρας αποτελεί το τσιμέντο. Είναι γνωστές οι οικοδομικές κατασκευές τσιμέντου με ενίσχυση χάλυβα (οπλισμένο σκυρόδεμα), ινών αμιάντου (ελενίτ), ινών γυαλιού, καθώς επίσης και οι κατασκευές από γύψο με ενίσχυση ινών γυαλιού ή αμιάντου.

#### 1.4. ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

##### 1.4.1. Γενικά

Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό λέγεται ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο εποξειομάδες. Μελετώντας την δομή των εποξειδικών ρητινών με κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής ή πλαστικοποιητής με την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπίων παρατηρούμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από σχεδόν μικρού μεγέθους μακρομόρια, τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα μετρίου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους. Από πλευράς σύστασης οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε στερεές και υγρές.



Εικόνα 12

### 1.4.2. Ιδιότητες Στερεών Εποξειδικών Ρητινών

Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Επίσης οι στερεές εποξειδικές ρητίνες έχουν σκληρή και αμετάβλητη αντίσταση τριβής και πολύ καλή χημική σύσταση. Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των στερεών εποξειδικών ρητινών σε σχέση με τις υγρές ρητίνες είναι η εύκολη επεξεργασία τους, η μηχανική αντοχή, η υψηλή χημική αντίσταση και το άριστο κολλώδες.



Εικόνα 13

### 1.4.3. Ιδιότητες Υγρών Εποξειδικών Ρητινών

Οι κυριότερες ιδιότητες των υγρών εποξειδικών ρητινών είναι οι παρακάτω:

- Χαμηλή υγροσκοπικότητα, καλή διαστατική σταθερότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση ύδατος, οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών.
- Είναι υγρά με χαμηλό ιξώδες, όπως και τα μίγματά τους με πρόσθετα(πλαστικοποιητές, σκληρυντές), με αποτέλεσμα την εύκολη κατεργασία τους.



- Η επεξεργασία των ρητινών είναι εύκολη και γρήγορη για θερμοκρασίες από 50 C μέχρι 150o C και εξαρτάται από την εκλογή του πρόσθετου.
- Υψηλές μηχανικές ιδιότητες που μπορεί να οφείλονται στη μικρή συστολή τους, έτσι μειώνεται η παρουσία τάσεων.
- Άριστη ηλεκτρική μόνωση.
- Υψηλή δύναμη συγκόλλησης.(Στην σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών είναι από τις μεγαλύτερες που έχουν παρατηρηθεί). Αυτή η ιδιότητα αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα για πάρα πολλές εφαρμογές
- Ποικιλία εφαρμογών. Οι βασικές τους ιδιότητες μπορούν να τροποποιούνται κάθε φορά ανάλογα με τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής.(Ανάμειξη με κάποιο πρόσθετο της επιλογής μας, χρήση τροποποιητικών και συνθέσεων).
- Καλή χημική αντίσταση η οποία εξαρτάται από το πρόσθετο που χρησιμοποιείται.
- Συνολικά οι εποξειδικές ρητίνες έχουν πολύ υψηλή αντίσταση στα καυστικά και καλή μέχρι άριστη στα οξέα.



- Μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό και κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους.

**Εικόνες 14**

Ένας σημαντικός αριθμός ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών είχε ως αποτέλεσμα το γρήγορο ρυθμό ανάπτυξής τους και την ευρεία σε έκταση χρήση τους. Έτσι αποτελούν σχεδόν πάντα το ένα από τα δύο ή περισσότερα προϊόντα που συνδυάζονται για να δώσουν το τελικό σύνθετο υλικό. Σε πάρα πολλές περιπτώσεις δε, χρησιμοποιούνται και τελείως μόνες τους.

#### **1.4.4. Οι Βασικές Εφαρμογές Εποξειδικών Ρητινών**

Τα εποξειδικά βρίσκουν αξιόλογη χρήση σε εφαρμογές όπως:

- Χρώματα και επικαλυπτικά

Η ευρύτερη εφαρμογή των εποξειδικών ρητινών γίνεται στον τομέα των επικαλυπτικών με καλές ηλεκτρικές ιδιότητες και αντοχή σε χημικά μέσα. Περιλαμβάνονται τα επικαλυπτικά σε μορφή σκόνης για πλυντήρια στεγνωτήρια και άλλες ηλεκτρικές συσκευές κουζίνας. Τα επικαλυπτικά με βάση τα εποξειδικά σε σκόνη, που η συγκόλληση τους γίνεται με τήξη, χρησιμοποιούνται ευρέως για αντιδιαβρωτική προστασία χαλύβδινων σωλήνων και εξαρτημάτων που χρησιμοποιούνται στη βιομηχανία ελαίων και αερίων, σε σωληνώσεις (χαλύβδινες) για τη μεταφορά πόσιμου νερού, σε ράβδους οπλισμένου σκυροδέματος.

- Συγκολλητικά.

Τα εποξειδικά συγκολλητικά ανήκουν στα συγκολλητικά εκείνα που ονομάζονται «δομικά συγκολλητικά» (που περιλαμβάνουν επίσης πολυουρεθάνες, ακρυλικά, κυανοακρυλικά κ.λ.π). Τα υψηλών απαιτήσεων αυτά εποξειδικά χρησιμοποιούνται στην κατασκευή αεροσκαφών, αυτοκινήτων, ποδηλάτων, όπου απαιτούνται υψηλές αντοχές πρόσφυσης. Τα εποξειδικά συγκολλούν ξύλο, γυαλί, πέτρα και κάποια πλαστικά.

- Βιομηχανικά εργαλεία παραγωγής και σύνθετα υλικά.

Τα εποξειδικά χρησιμοποιούνται για την παραγωγή καλουπιών (τύπων), μοντέλων, αντικολλητικών φύλλων, στη χύτευση και στη βιομηχανική παραγωγή

βοηθημάτων. Τα εποξειδικά χρησιμοποιούνται επίσης στην παραγωγή στοιχείων ενισχυμένων με ίνες ή από σύνθετα υλικά. Είναι ακριβότερα από τις πολυεστερικές ρητίνες και τις ρητίνες από βινυλεστέρα, αλλά γενικώς παράγουν ισχυρότερα και πιο ανθεκτικά στη θερμοκρασία σύνθετα υλικά.

- Ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά συστήματα

Οι εποξειδικές ρητίνες εφαρμόζονται στη βιομηχανία των ηλεκτρονικών, σε κινητήρες, γεννήτριες, μετασχηματιστές, στον εξοπλισμό διανομής ηλεκτρικών φορτίων, στους μονωτήρες μετασχηματιστών και στους μονωτήρες. Οι εποξειδικές ρητίνες είναι εξαιρετικοί ηλεκτρικοί μονωτές και προστατεύουν τα ηλεκτρικά στοιχεία από μικρά κυκλώματα, σκόνη και υγρασία.

- Ναυτιλιακές εφαρμογές

Τα εποξειδικά πωλούνται σε καταστήματα σιδηρικών, σε σετ δύο συστατικών. Μπορεί όμως να πωλούνται σε καταστήματα με ναυτιλιακά είδη για θαλάσσιες εφαρμογές. Τα εποξειδικά δεν χρησιμοποιούνται ως εξωτερική στρώση ενός σκάφους γιατί επηρεάζονται από τις UV ακτίνες. Συνήθως χρησιμοποιούνται κατά την επισκευή και συναρμολόγηση σκαφών, και κατόπιν επικαλύπτονται από ένα πολουρεθανικό χρώμα ή βερνίκι θαλάσσης που παρέχουν UV προστασία.

- Αεροδιαστημικές εφαρμογές

Στην αεροδιαστημική βιομηχανία, οι εποξειδικές ρητίνες εφαρμόζονται ως το υλικό της δομικής μήτρας το οποίο μετά ενισχύεται με ίνες, όπως υάλου, άνθρακος, Kevlar και βορίου. Επίσης χρησιμοποιούνται ως δομική κόλλα.

## 1.5. ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ

### 1.5.1. Ορισμός

Τα εγκλείσματα (ή ενισχυτικά υλικά) είναι ανόργανα υλικά που περικλείονται μέσα σε μία μήτρα και επιτελούν πολλές σημαντικές λειτουργίες. Κατά κύριο λόγο, οι επιθυμητές ιδιότητες επιτυγχάνονται επιλέγοντας τον κατάλληλο τύπο και υλικό ενίσχυσης. Έχουν επιφορτισθεί με το να φέρουν εις πέρας τις

αυξημένες μηχανικές απαιτήσεις που χαρακτηρίζουν τα σύνθετα υλικά, μίας και είναι εκείνες που περιλαμβάνουν τα φορτία. Για αυτό και τα εγκλείσματα που χρησιμοποιούνται έχουν μηχανικές ιδιότητες κατά πολύ ανώτερες σε σχέση με το υλικό που αποτελεί την μήτρα, προσδίδοντας στο σύνθετο υλικό αυξημένη αντοχή και μέτρο ελαστικότητας. Τα εγκλείσματα που χρησιμοποιούνται είναι πολλά και διαφέρουν ως προς το μέγεθος την γεωμετρία και τα φυσικά χαρακτηριστικά τους.

Υπάρχουν τρεις κύριες κατηγορίες εγκλεισμάτων βάσει του σχήματος τους:

- Εγκλείσματα σε μορφή κόκκων.
- Εγκλείσματα σε μορφή ινών.
- Εγκλείσματα σε μορφή νιφάδων.

Τα εγκλείσματα έχουν αρκετά μικρές διαστάσεις της τάξης του «Μίκρο».

### **1.5.2. Η Επίδραση των Εγκλεισμάτων στις Ιδιότητες των Εποξειδικών Ρητινών**

Η παρουσία των εγκλεισμάτων στις ρητίνες γενικά αυξάνει το μέτρο ελαστικότητας σε αυτές, ενώ αντίθετα η παραμόρφωση θραύσης ελαττώνεται.

Η μεταβολή αυτή είναι ανάλογη με την περιεκτικότητα της σε έγκλεισμα. Αυτό ισχύει για μετρήσεις σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

- Συστολή

Η συστολή κατά τη διάρκεια σκλήρυνσης της ρητίνης ελαττώνεται ανάλογα με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα του σύνθετου υλικού. Αυτό οφείλεται στο ότι η ρητίνη αντικαθίσταται τοπικά από υλικό που δεν εμφανίζει μεταβολή στις διαστάσεις του, σε αντίθεση με την καθαρή ρητίνη.

- Αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια και σε διάβρωση

Μερικά εγκλείσματα όπως π.χ. το ανθρακικό ασβέστιο μειώνουν την αντοχή των ρητινών σε οξέα ενώ άλλα όπως το αλουμίνιο μειώνουν τη αντοχή αυτή σε

υγρασία. Τα εγκλείσματα γενικά μειώνουν την ταχύτητα διάχυσης του νερού στα σύνθετα υλικά και επίσης συμμετέχουν στην διάβρωση των πολυμερών στην επαφή τους με μέταλλα.

Ιόντα που υπάρχουν στην στερεοποιημένη μήτρα μπορούν να μεταφέρουν γαλβανικά ρεύματα και να ενισχύσουν τη διάβρωση. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της αγωγιμότητας του σύνθετου, λόγω της ικανότητας των εγκλεισμάτων να απελευθερώνουν ιόντα.

- Ειδική πυκνότητα

Τα εγκλείσματα που στην πλειοψηφία τους έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την ρητίνη, αυξάνουν την πυκνότητα των σύνθετων υλικών ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους. Έτσι η παρουσία των εγκλεισμάτων μειώνει αισθητά το κόστος του σύνθετου υλικού.

- Ιξώδες

Τα εγκλείσματα αυξάνουν το ιξώδες των εποξειδικών ρητινών. Η αύξηση αυτή είναι μεγαλύτερη με ινώδη υλικά και λιγότερο με κοκκώδη εγκλείσματα.

- Συντελεστής θερμικής διαστολής

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής της στερεοποιημένης εποξειδικής ρητίνης ελαττώνεται με την αύξηση της κατ' όγκο συγκέντρωσης σε εγκλείσματα. Η ελάττωση αυτή δεν είναι γραμμική.

- Πρόσφυση

Τα εγκλείσματα ελαττώνουν το βαθμό συστολής και έτσι αυξάνουν την ικανότητα πρόσφυσης των εποξειδικών ρητινών αποτελεσματικά.

- Θερμική σταθερότητα

Ενισχύεται με την παρουσία εγκλεισμάτων. Με τον όρο θερμική σταθερότητα εννοούμε την κατάσταση του σύνθετου όταν δεν παρατηρούνται αλλοιώσεις στη δομή του συναρτήσει της θερμοκρασίας.

- Θερμική αγωγιμότητα

Τα εγκλείσματα αυξάνουν τη θερμική αγωγιμότητα των ρητινών, αν και σε μεγάλες περιεκτικότητες αυξάνουν την παρουσία φυσαλίδων αέρα μέσα στο σύνθετο, που ως γνωστό αποτελούν θερμομονωτικά σώματα. Περισσότερο αυξάνεται η θερμική αγωγιμότητα στην περίπτωση των μεταλλικών ινών συγκριτικά με τα κοκκώδη μεταλλικά εγκλείσματα.

- Αντοχή στη συμπίεση

Τα κοκκώδη εγκλείσματα αυξάνουν την αντοχή σε συμπίεση λόγω της δυσκαμψίας που προκαλούν.

- Συμπεριφορά στην κρούση

Τα κοκκώδη εγκλείσματα επηρεάζουν την αντοχή σε κρούση των σκληρυνόμενων εποξειδικών ρητινών σε βαθμό που ποικίλει ανάλογα με τον τύπο του εγκλείσματος, τον τύπο της ρητίνης και το είδος της δομικής κρούσης. Γενικά τόσο τα κοκκώδη όσο και τα ινώδη εγκλείσματα ενισχύουν την αντοχή των ρητινών σε κρούση.

- Συμπεριφορά στην κάμψη

Τα κοκκώδη εγκλείσματα γενικά ελαττώνουν την αντοχή στην κάμψη και αυξάνουν το μέτρο ελαστικότητας σε κάμψη.

- Σκληρότητα επιφάνειας-αντίσταση στην τριβή

Τα εγκλείσματα αυξάνουν την σκληρότητα της επιφάνειας του σύνθετου και την αντίσταση σε τριβή.

### **1.5.3. Ταξινόμηση Σύνθετων Υλικών**

Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού ενίσχυσης, τα σύνθετα κατατάσσονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

α. Ινώδη Σύνθετα (Fibrous Composites): Με ενίσχυση ινών εμποτισμένων σε υλικό μήτρας.

β. Κοκκώδη Σύνθετα (Particulate Composites): Με ενίσχυση σωματιδίων διασκορπισμένων στο υλικό μήτρας.

γ. Στρωματικά Σύνθετα ή Πολύστρωτα (Πολυστρώματα) (Laminated Composites): Με επάλληλες στρώσεις υλικών.

Τα ινώδη σύνθετα διακρίνονται περαιτέρω ανάλογα με τον προσανατολισμό και τη διάταξη των ινών μέσα στη μήτρα. Σύμφωνα με την ταξινόμηση αυτή τα ινώδη σύνθετα διακρίνονται σε:

α. Μονοδιευθυντικά σύνθετα: Οι ίνες έχουν όλες την ίδια διεύθυνση.

β. Πολυδιευθυντικά σύνθετα: Οι ίνες έχουν διαφορετικές διευθύνσεις.

Η ιδιότητα αυτή οδηγεί άμεσα σε ταξινόμηση των πολυδιευθυντικών σύνθετων στις ακόλουθες υποομάδες:

α. Σύνθετα με ίνες τυχαίας διεύθυνσης. β. Σύνθετα με ίνες σε πλέξη ύφανσης

γ. Σύνθετα με ίνες σε τρισσορθογώνια ύφανση.

Μία επιπλέον διάκριση των ινωδών σύνθετων στηρίζεται στο λόγο μήκους προς διάμετρο ( $l/d$ ) των ινών, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως εξής:

α. Συνεχείς ή μεγάλου μήκους ίνες (continuous fibers), όταν είναι  $l/d > 100$ .

β. Ασυνεχείς ή βραχείες (κοντές) ίνες (discontinuous fibers), όταν είναι  $l/d < 100$ .

γ. Νηματίδια ή τριχίτες (whiskers), όταν  $d < 1\mu\text{m}$  και  $l = 100\mu\text{m}$  (πρόκειται για λεπτούς μονοκρυστάλλους κεραμικού υλικού).

## 1.6. ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

### 1.6.1. Ορισμός

Αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη κατηγορία σύνθετων υλικών, δεδομένης της ευρύτατης εξάπλωσης που αυτά γνωρίζουν σε πληθώρα εφαρμογών. Ο οπλισμός, ο οποίος είναι τοποθετημένος στη μήτρα με τη μορφή ινών, αποτελείται εναλλακτικά από γυαλί (Glass), βόριο (Boron), άνθρακα (Carbon), γραφίτη (graphite), αραμίδιο (Κέβλαρ) ή και κάποιο μέταλλο, αντίθετα η μήτρα είναι συνήθως μια εποξειδική ρητίνη ή κάποιο άλλο πολυμερές, χωρίς να απαγορεύει την κατάταξη στην ίδια κατηγορία συνθέτων υλικών με μεταλλική μήτρα (π.χ αλουμινίου) και τη χρήση οπλισμού από ένα ή περισσότερα παραπάνω υλικά.

### 1.6.2. Μηχανικές Ιδιότητες Ινωδών Σύνθετων Υλικών

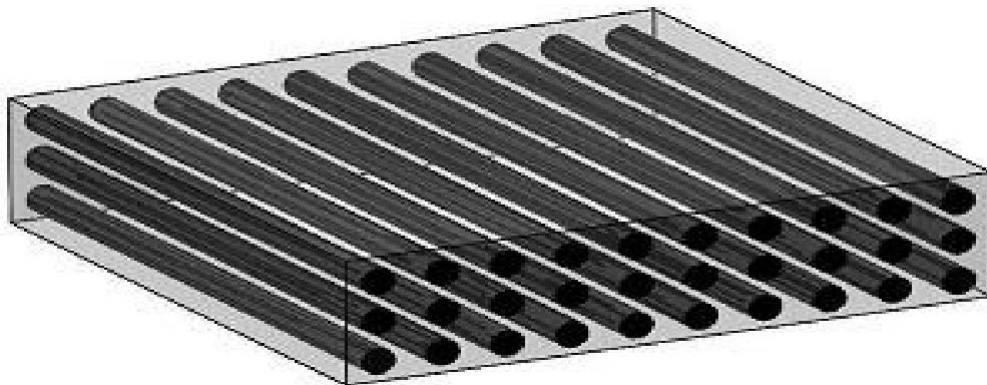
Τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν γενικά πολύ καλή συμπεριφορά σε εφελκυσμό ειδικά κατά την περίπτωση που η διεύθυνση της τάσης ταυτίζεται με αυτή των ινών. Θα πρέπει βέβαια να σημειωθεί, πως για να παρουσιάζει το σύνθετο υλικό καλύτερες ιδιότητες από τη μήτρα, χρειάζεται η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών  $U_f$  να ξεπερνά μια κρίσιμη ελάχιστη τιμή, γιατί διαφορετικά η εφαρμοζόμενη τάση αναλαμβάνεται από την όλκιμη μήτρα η οποία και παραμορφώνεται

Η αντοχή τους σε θλίψη είναι μειωμένη κάτι που οφείλεται σε φαινόμενα κύρτωσης, αναδίπλωσης και λυγισμού των ινών (buckling effect) που προκαλούνται όταν ασκούνται θλιπτικά φορτία.

Σε ότι αφορά τη συμπεριφορά τους σε κόπωση, αυτή είναι δύσκολο να προβλεφθεί, αφού δεν ισχύει στην περίπτωση αυτή ο κανόνας των μειγμάτων, αλλά απαιτούνται πειραματικές πειραματικές δοκιμές για κάθε συγκεκριμένο ινώδες υλικό. Ανάλογες δοκιμές έδειξαν πως την καλύτερη συμπεριφορά σε κόπωση παρουσιάζουν τα ινώδη υλικά αποτελούμενα από εποξειδική μήτρα και ίνες γραφίτη.

Τέλος σε ότι αφορά τη συμπεριφορά τους σε τριβή, αυτή εξαρτάται από το μήκος, τον προσανατολισμό και τις μηχανικές ιδιότητες των ινών.



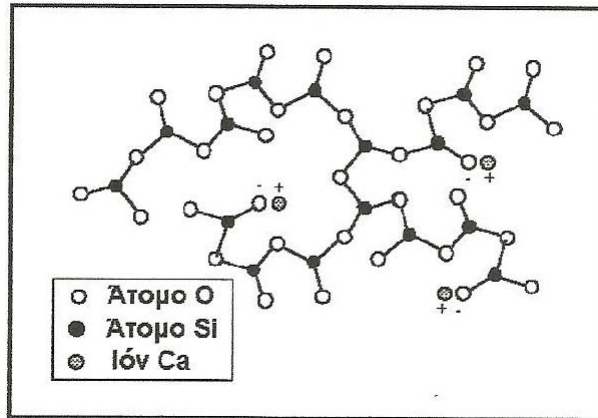


Εικόνα 15( Ινώδες υλικό με συνεχείς ίνες)

### 1.6.3. Ίνες Γυαλιού

Οι ίνες γυαλιού χρησιμοποιήθηκαν στα σύνθετα πρώτης γενιάς (1940) και η χρήση τους συνεχίζεται επιτυχώς μέχρι σήμερα. Είναι από τους πλέον διαδεδομένους τύπους ενισχυτικών ινών στα σύνθετα πολυμερικής μήτρας. Η δομική τους βάση είναι τα οξείδια πυριτίου, ασβεστίου, βορίου, αλουμινίου κ.α. Θεωρούνται από τα πιο φθηνά ενισχυτικά υλικά.

Χαρακτηριστική δομή του γυαλιού παρουσιάζεται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 16

Ανάλογα με τη χημική τους σύσταση οι ίνες γυαλιού χαρακτηρίζονται τύπου E,C και S των οποίων οι κύριες φυσικές και μηχανικές ιδιότητες παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΤΥΠΟΣ			
	E	C	S	SiO <sub>2</sub> καθαρή
Χημική σύσταση (%)				
SiO <sub>2</sub>	54	60	65	>99,5
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	25	25	-
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	8	-	-	-
CaO	17	9	-	-
MgO	5	6	10	-
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	75	80	84	72
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2100-3400	2500-4400	2800-4800	3500-8800
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	2,54	2,50	2,48	2,20
Θερμοκρασία τήξης (°C)	900-1200	1400-1600	1400-1600	1720
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	550	650	650	750

Πίνακας Β

E-glass (E=electrical): Πρόκειται για τα συχνότερα χρησιμοποιούμενα υαλονήματα με καλές ηλεκτρικές ιδιότητες, αντοχή, και δυσκαμψία, καθώς και πολύ καλή συμπεριφορά στην αλλαγή των καιρικών συνθηκών, αλλά με μέτρια αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια.

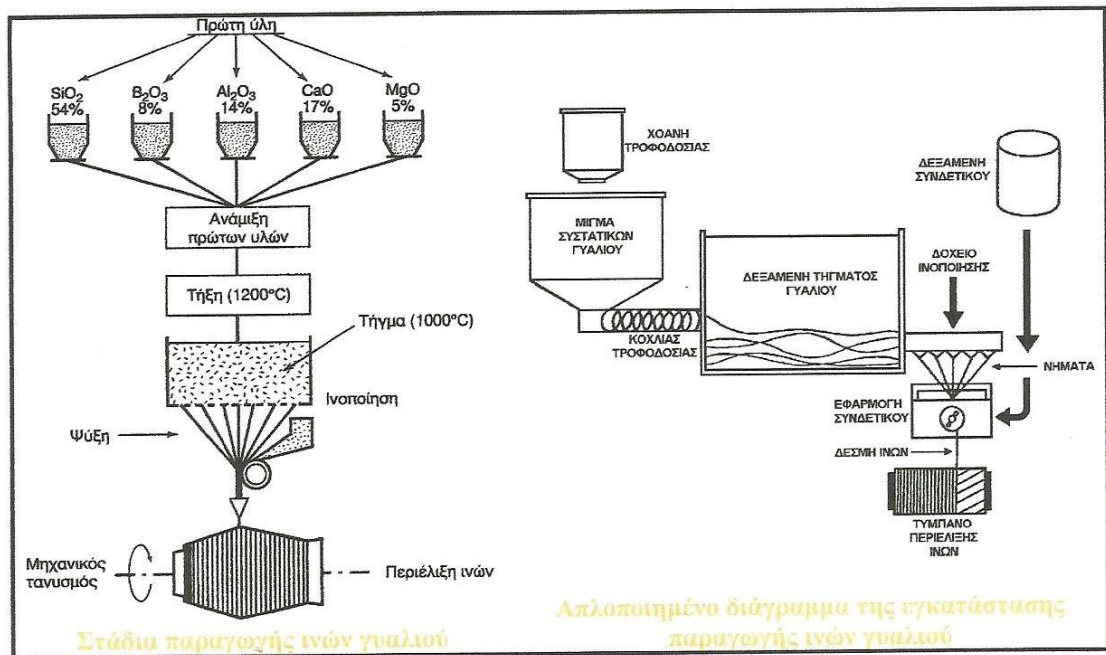
C-glass (C=corrosion): Υαλονήματα με υψηλή αντίσταση στη χημική διάβρωση, αλλά και με καλλίτερες μηχανικές ιδιότητες από τις ίνες τύπου E, από τις οποίες όμως είναι ακριβότερες.

S-glass (S=stiffness): Ακριβότερο υλικό από το E-glass , αλλά με υψηλότερη δυσκαμψία και θερμική αντοχή. Χρησιμοποιείται κυρίως στην αεροπορική βιομηχανία.

Όταν περιέχονται μεγάλα ποσοστά SiO<sub>2</sub> (>99.5%) παρατηρούνται αυξημένες τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων της ίνας και της μέγιστης θερμοκρασίας χρήσης του σύνθετου. Γι'αυτό το λόγο, σε ειδικές εφαρμογές όπου απαιτούνται υψηλές μηχανικές ιδιότητες κάτω από υψηλή θερμοκρασία χρησιμοποιούνται ίνες από 100% καθαρή πυριτία.

Τα βασικά πλεονεκτήματα των υαλονημάτων είναι το χαμηλό κόστος και η υψηλή αντοχή, ενώ στα κύρια μειονεκτήματα τους εντάσσονται το χαμηλό μέτρο ελαστικότητας και η μικρή αντοχή τους έναντι φθοράς εκτριβής(λύση της συνέχειας της επιφάνειας τους). Εγγαράξεις και εκδορές δημιουργούν περιοχές συγκέντρωσης τάσεων στην επιφάνεια της ίνας, με αποτέλεσμα την ταχεία υποβάθμιση των μηχανικών τους ιδιοτήτων και της ικανότητας πρόσφυσης τους στη πολυμερική μήτρα.

Η παραγωγή των ινών γυαλιού γίνεται με εκβολή τήγματος γυαλιού διαμέσου μήτρας με διάτρητο πυθμένα και περιλαμβάνει τις ακόλουθες φάσεις:



Εικόνα 17

- Η πρώτη ύλη τοποθετείται σε δεξαμενή, όπου τήκεται.
- Το τήγμα τοποθετείται σε σειρά κυλινδρικών δοχείων με διάτρητο πυθμένα (διάμετρος οπών 1-2 mm)
- Το γυαλί ρέει μέσα από τις οπές του πυθμένα υπό την επίδραση της βαρύτητας.
- Οι παραγόμενες ίνες συγκεντρώνονται σε ένα σύνολο και τανύονται μηχανικά μέχρις ότου αποκτήσουν την κατάλληλη διάμετρο (1-15  $\mu\text{m}$ ) και ακολουθεί ελαφρός ψεκασμός τους με νερό (ψύξη).
- Ακολούθως οι ίνες διέρχονται από μάντα που επιβάλλει σε αυτές προστατευτικό λιπαντικό συνδετικό υλικό (binder) ή ειδικά κολλοειδή πρόσθετα που δρουν ως προστατευτικές επικαλύψεις και συνεισφέρουν στην καλύτερη πρόσφυση ινών-μήτρας.

- Τέλος, οι ίνες περιτυλίγονται ανά δέσμες (stand ή end) των 204 νημάτων (τυπική τιμή) γύρω από τύμπανο, που περιστρέφεται με μεγάλη ταχύτητα (της τάξης των 50m/s).
- Οι ρόλοι υαλονήματος υφίστανται ξήρανση πριν υποβληθούν σε οποιαδήποτε περαιτέρω διεργασία μορφής.

Σημειώνονται τα ακόλουθα:

- Ο έλεγχος της διαμέτρου των ινών γίνεται με ρύθμιση της στάθμης τήγματος μέσα στη δεξαμενή, της πυκνότητας του, της διαμέτρου των οπών και της ταχύτητας περιστροφής του τυμπάνου.

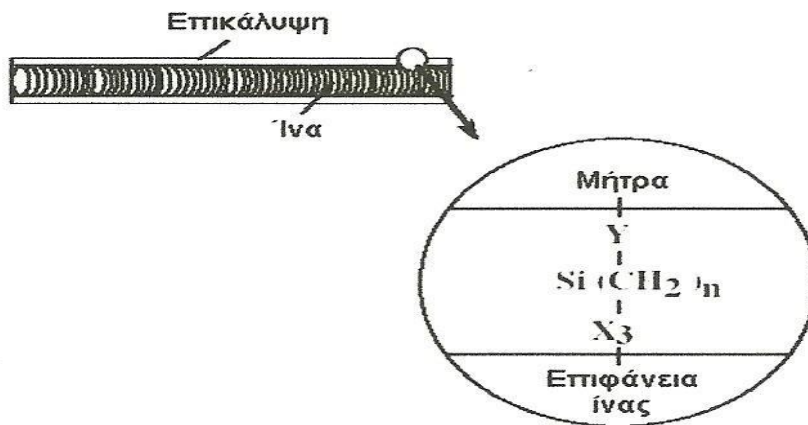
- Κατά τη διάρκεια παραγωγής των ινών, πρέπει να αποφεύγεται η επαφή ινών μεταξύ τους, καθώς και με άλλα αντικείμενα, που μπορεί να προκαλέσουν επιφανειακές κακώσεις στην ίνα.

- Τα χημικά πρόσθετα (sizes) διακρίνονται σε προσωρινά και συμβατά. Τα προσωρινά πρόσθετα έχουν κύριο στόχο αφενός τη προστασία της ίνας έναντι μείωσης της αντοχής λόγω τριβής της με τις άλλες ίνες και αφετέρου τη σύνδεση των ινών μεταξύ τους στην περίπτωση που διαμορφωθούν σε πλέξη ύφανσης και ακόμη προσδίδουν στην ίνα αντιστατικές ιδιότητες.

Συνήθως χρησιμοποιούνται αμυλέλαια, που διευκολύνουν αποτελεσματικά την πρόσφυση ίνας και ρητίνης εμποτισμού. Τα προσωρινά πρόσθετα απομακρύνονται εύκολα με θέρμανση των ινών σε κλιματιζόμενο περιβάλλον σε θερμοκρασία  $> 340^{\circ}\text{C}$  για χρονικό διάστημα 15-20h.

Τα συμβατά πρόσθετα έχουν στόχο τη βελτίωση της αρχικής πρόσφυσης ρητίνης-γυαλιού και τη μείωση των δυσάρεστων επιπτώσεων της υγρασίας ή

άλλων περιβαλλοντικών επιδράσεων. Πρόκειται περί οργανοπυριτικών ενώσεων τύπου  $X_3Si(CH_2)_nY$ , όπου η Y ομάδα συμβατή προς την πολυμερική μήτρα, X υδρολυόμενη ομάδα στο πυρίτιο και  $n=0-3$  η δράση των οποίων περιγράφεται στο παρακάτω σχήμα



Εικόνα 18

- Η αντοχή και η δυσκαμψία του γυαλιού προσδιορίζεται από την τρισδιάστατη δομή και διάταξη των συστατικών οξειδίων του. Λόγω αυτής της δομής τα υαλοήματα είναι ισότροπα υλικά και παρουσιάζουν γραμμική ελαστική συμπεριφορά. Η συμμετοχή και των μεταλλικών οξειδίων στη σύνθεση των ινών μπορεί να επιφέρει αλλαγές στις φυσικοχημικές τους ιδιότητες.

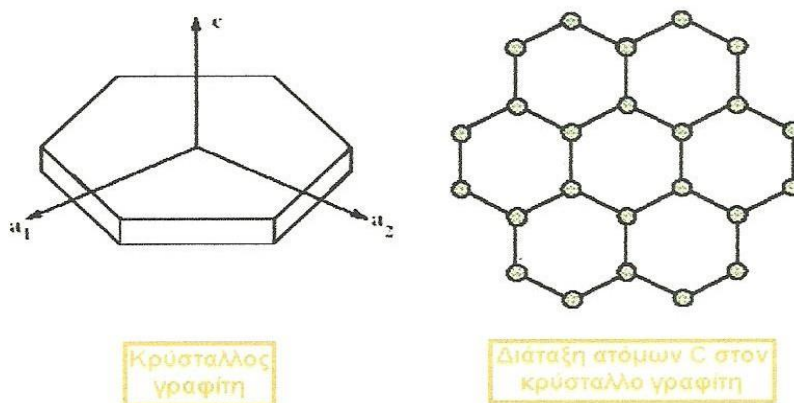
#### 1.6.4. Ίνες Άνθρακα

Οι ίνες γραφίτη είναι η επικρατέστερη ενίσχυση υψηλής αντοχής και υψηλού μέτρου ελαστικότητας, η οποία χρησιμοποιείται για την παρασκευή υψηλών επιδόσεων σύνθετων υλικών ρητινικής μήτρας. Γενικά, όταν απαιτείται ο βέλτιστος συνδυασμός μηχανικής συμπεριφοράς και ελάττωσης βάρους, οι χρησιμοποιούμενες ίνες είναι, συνήθως, ίνες άνθρακα.

Επίσης, οι ίνες άνθρακα προτιμούνται όταν η θερμική διαστολή ενός υλικού πρέπει να συγκρατηθεί σε χαμηλό επίπεδο ή όταν απαιτείται συμβατότητα των χαρακτηριστικών διαστολής δύο συνενωμένων διαφορετικών υλικών.

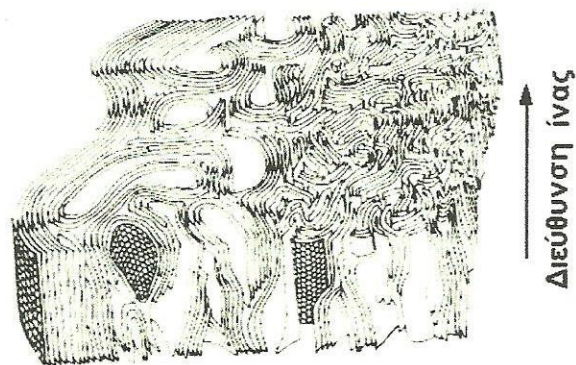
Η υπεροχή αυτή των ανθρακονημάτων οφείλεται στη φύση του άνθρακα (ως στοιχείου) και τους ενδοατομικούς δεσμούς που σχηματίζει με άλλα άτομα άνθρακα. Ο γραφίτης αποτελείται από ανισότροπους πολυκρυσταλλίτες, των οποίων η ανισοτροπία εξαρτάται από τις συνθήκες παρασκευής τους.

Αποτέλεσμα του ισχυρού προσανατολισμού των κρυσταλλιτών παράλληλα στο διαμήκη άξονα των ανθρακονημάτων είναι η υψηλή στιβαρότητα και αντοχή σε θραύση και ο χαμηλός συντελεστής θερμικής διαστολής κατά τη διεύθυνση αυτή. Στη γραφιτική δομή τα άτομα C διατάσσονται πολύ πυκνά με τη μορφή εξαγωνικών επιπέδων όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Εικόνα 19

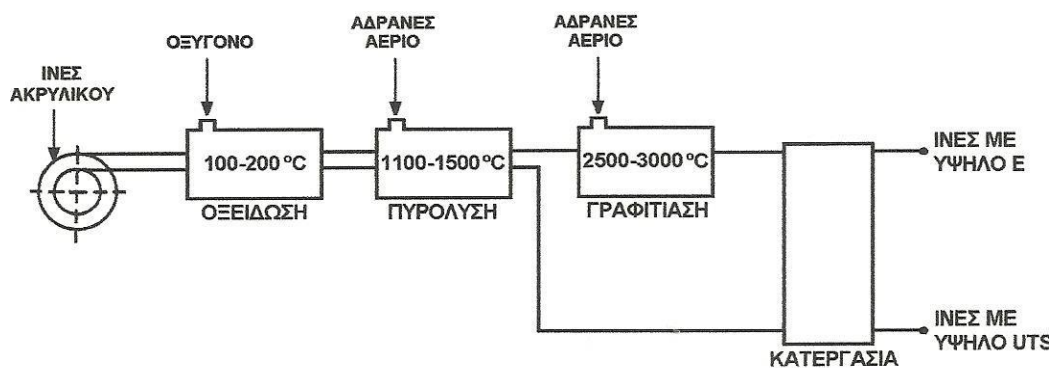
Ο ισχυρός δεσμός μεταξύ των ατόμων στις επίπεδες αυτές εξαγωνικές στρώσεις οδηγεί σε εξαιρετικά υψηλό μέτρο ελαστικότητας. Αντίθετα, ο ασθενής τύπου Van Der Waals δεσμός που υφίσταται μεταξύ γειτονικών στρώσεων, έχει ως αποτέλεσμα ένα χαμηλότερης τιμής μέτρο ελαστικότητας σε αυτή τη διεύθυνση. Τυπική δομή του ανθρακονήματος, όπως έχει ληφθεί από ηλεκτρονικό μικροσκόπιο παρουσιάζεται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 20

Στην παραγωγή ανθρακονημάτων, ως πρώτη ύλη χρησιμοποιούνται πολυμερικές ίνες πολυακρυλονιτρίλιου (PAN), ίνες τεχνητής μέταξας (rayon) και πίσσα.

Η παραγωγή ινών γραφίτη από ίνες (PAN) πραγματοποιείται σε τρία στάδια:



Εικόνα 21



- Οξείδωση των ινών PAN στον αέρα και σε χαμηλή θερμοκρασία (100-200°C), με ταυτόχρονη εφαρμογή τάσης, η οποία είναι απαραίτητη για την ευθυγράμμιση των αλυσίδων του πολυμερούς.
- Πυρόλυση, υπό τάση, σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα και σε θερμοκρασία 1100-1500°C. Οι παραγόμενες ίνες στο στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες υψηλής αντοχής (high strength carbon fibers) και η αντοχή τους φτάνει τα 3000 MPa.
- Η θέρμανση σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα συνεχίζεται σε υψηλές θερμοκρασίες (2500-3500°C), οπότε πραγματοποιείται γραφίτιωση, με ταυτόχρονη ανακρυστάλλωση, που οδηγεί σε ισχυρό προσανατολισμό των κρυσταλλιτών. Οι παραγόμενες ίνες σε αυτό το στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες υψηλού μέτρου ελαστικότητας (high module carbon fibers) και έχουν μέτρο ελαστικότητας περίπου 400GPa, η δε διάμετρος τους είναι περίπου 10μm. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά ινών άνθρακα που έχουν παραχθεί σε δύο στάδια οξείδωση και πυρόλυση) και σε τρία στάδια (οξείδωση, πυρόλυση, θέρμανση σε υψηλή θερμοκρασία), αντίστοιχα.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΙΝΕΣ ΥΨΗΛΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ	ΙΝΕΣ ΥΨΗΛΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	180-230	350-420
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2500-3400	1900-2300
% περιεκτικότητα άνθρακα	95-98	99
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	1,8	1,9
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	2000	2500

Πίνακας C

Σημειώνονται τα ακόλουθα:

- Σε οξειδωτική ατμόσφαιρα, η μέγιστη θερμοκρασία χρήσης των ανθρακονημάτων περιορίζεται στους 500°C και για τους δύο τύπους ινών. Κατά το σχεδιασμό του συνθέτου πρέπει οπωσδήποτε να λαμβάνεται υπόψη και η μέγιστη θερμοκρασία χρήσης της μήτρας.
- Οι ιδιότητες των χρησιμοποιούμενων ανθρακονημάτων εξαρτώνται σημαντικά από την αρχιτεκτονική των ινών του PAN (μονοδιευθυντικές ίνες, διδιάστατο πλέγμα, τρισδιάστατο πλέγμα). Ο τρόπος διευθέτησης των ινών αυτών καθορίζει και το βαθμό ανισοτροπίας των ανθρακονημάτων που προκύπτουν και μπορεί να ποικίλλει από την πλήρη ισοτροπία ως την πλήρη ανισοτροπία.
- Η δυνατότητα επιλογής, από ένα μεγάλο εύρος τιμών της θερμοκρασίας κάθε σταδίου παραγωγής ανθρακονημάτων, δίνει την ευχέρεια παραγωγής ανθρακονημάτων διαφορετικού βαθμού γραφιτίασης και διαφορετικών ιδιοτήτων (οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες, όπως η θερμική και η ηλεκτρική αγωγιμότητα, εξαρτώνται από το βαθμό γραφιτίασης και το βαθμό ανισοτροπίας). Γενικά, όσο καλύτερα προσανατολισμένες είναι οι ίνες και όσο υψηλότερη περιεκτικότητα σε γραφίτη διαθέτουν τόσο καλύτερες μηχανικές ιδιότητες επιδεικνύουν.
- Τέλος το κόστος παραγωγής των ινών γραφίτη είναι δέκα φορές τουλάχιστον υψηλότερο από το κόστος παραγωγής των ινών γυαλιού.

### 1.6.5. Ίνες Πολυμερούς

Οι πιο διαδεδομένες ίνες πολυμερούς είναι οι ίνες από Nylon, πολυαιθυλένιο και Kevlar. Τα νήματα Nylon και πολυεστέρα παράγονται με φυγοκεντρική περιδίνηση τήγματος, ενώ ακρυλικά και κυτταρινικά νήματα παρασκευάζονται με φυγοκεντρική περιδίνηση διαλύματος και συνακόλουθες τεχνικές καθίζησης ιζήματος. Η αντοχή τους δεν ξεπερνά τα 10Pa, ενώ το μέτρο ελαστικότητας πλησιάζει τα 1000Pa. Παρόλο που από μηχανικής άποψης δεν κατατάσσονται στις ίνες υψηλής απόδοσης, εντούτοις το χαμηλό κόστος παραγωγής τους τις καθιστά δημοφιλείς στην αγορά.

Η πρώτη υψηλής απόδοσης οργανική ίνα αραμιδίου κατασκευάστηκε από την DuPont και έγινε γνωστή με την εμπορική ονομασία Kevlar και παράγεται σε τρεις τύπους:

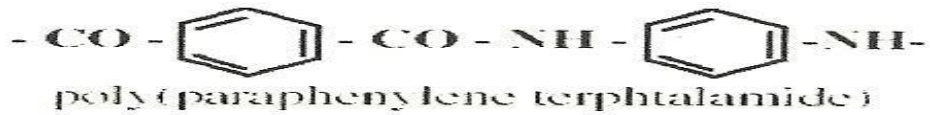
- **Kevlar-29:** Με μέτρο ελαστικότητας 60GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,6GPa.
- **Kevlar-49:** Με μέτρο ελαστικότητας 120 GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,6 GPa.
- **Kevlar-149:** Με μέτρο ελαστικότητας 180 GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,4 GPa.

Η πυκνότητα και των τριών τύπων είναι ίδια (1.45 g/cm<sup>3</sup>), ενώ η διαφορετική ελαστικότητα οφείλεται στο γεγονός της βελτιωμένης ευθυγράμμισης των μοριακών αλυσίδων, που αυξάνει την δυσκαμψία στη διεύθυνση του άξονα της ίνας. Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται οι βασικές ιδιότητες των ινών Kevlar.

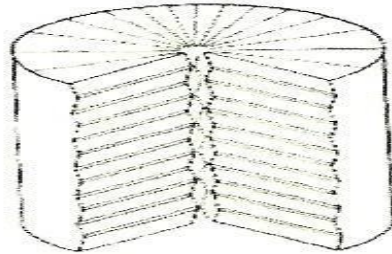
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	Kevlar 29	Kevlar 49
Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	60	130
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2700	3600
Επιμήκυνση θραύσης (%)	4.5	2
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	1.45	1.45
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	200	200
Θερμοκρασία αστοχίας (°C)	400	425

Πίνακας D

Οι υψηλές τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων του Kevlar οφείλονται στο γεγονός ότι οι πολυμερικές δομικές αλυσίδες του υλικού είναι αυτές καθ'αυτές πιο ισχυρές και συντάσσονται έτσι, ώστε να δημιουργούν ένα σταθερότερο πλέγμα, σε μορφή επίπεδης ταινίας όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



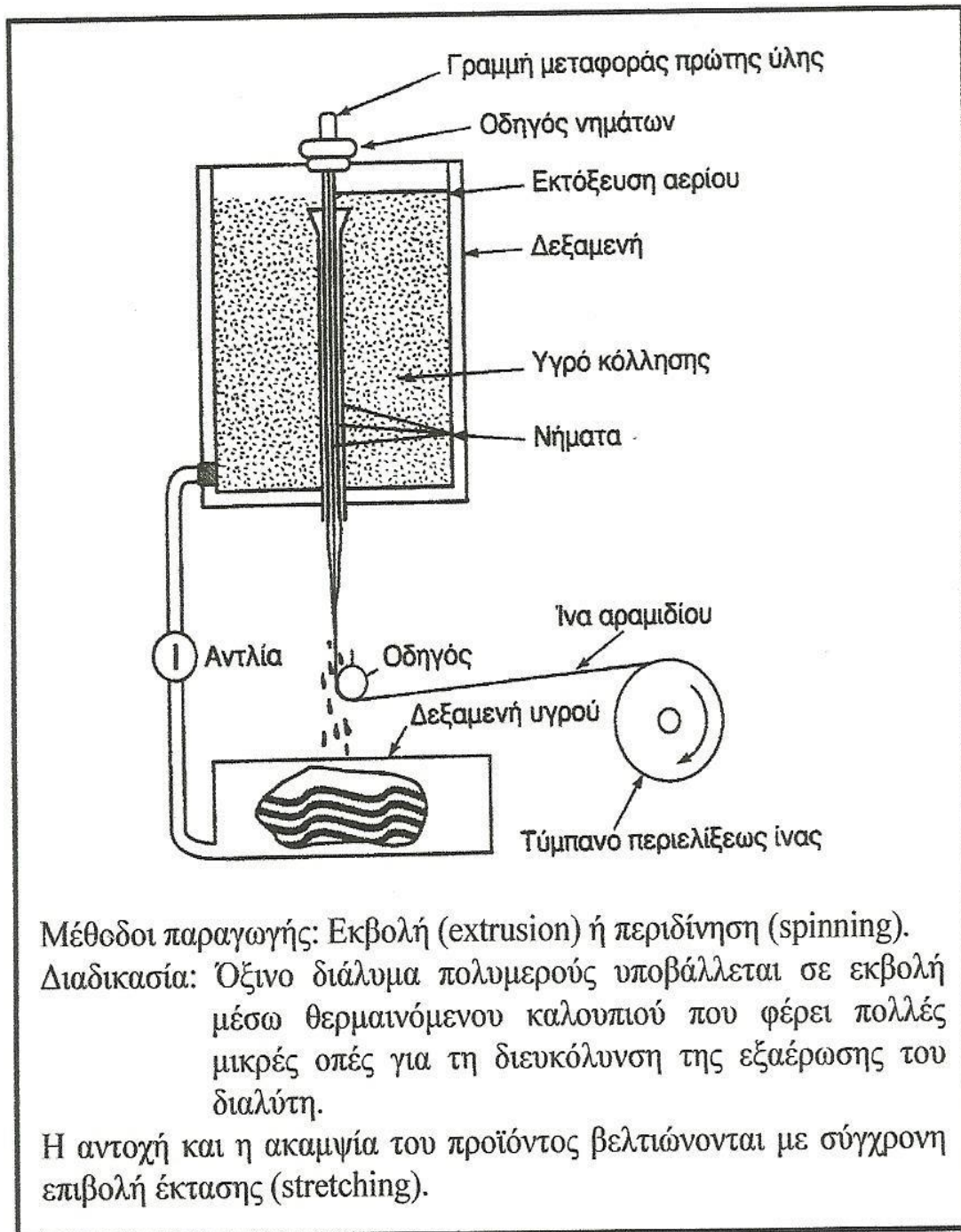
Τύπος αραμιδίου



Δομή ίνας Kevlar

Εικόνα 22

Ο κυλινδρικός φλοιός της ίνας περικλείει και συγκρατεί το υλικό του πυρήνα αποδίδοντας στο προϊόν ιδιαίτερα υψηλές επιδόσεις κατά την αξονική διεύθυνση, αλλά φτωχή συμπεριφορά κατά την εγκάρσια διεύθυνση. Επιπλέον, ενώ στην εφελκυστική καταπόνηση το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά με παραμόρφωση έως και 2%, η μεγάλη του αδυναμία εμφανίζεται στη θλίψη, όπου σε 0,3% θλιπτική παραμόρφωση αναπτύσσεται πλαστικού τύπου αστοχία. Αξιοσημείωτο, όμως, είναι ότι η αστοχία αυτή δεν είναι καταστροφική, αλλά έχει τη μορφή πτυχώσεων (kink bands).



Εικόνα 23

### 1.6.6. Μεταλλικές Ίνες

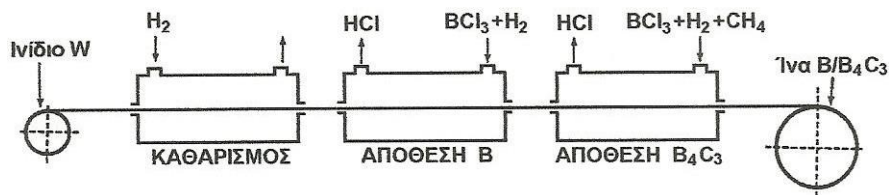
Διάφορα μέταλλα όπως το βόριο (B), το βηρύλλιο (Be) και το βολφράμιο (W) θα μπορούσαν να αποτελέσουν εξαιρετικά ενισχυτικά συνθέτων υλικών, αφού

παρουσιάζουν υψηλή τιμή ακαμψίας σε σχέση με το ειδικό βάρος τους (ειδική ακαμψία). Το βόριο είναι το περισσότερο υποσχόμενο υλικό για την κατασκευή ινών ενίσχυση, ωστόσο οι τεχνικές παραγωγής μεταλλικών ινών ενίσχυσης εξακολουθούν να παραμένουν πολύ δαπανηρές.

Σήμερα χρησιμοποιούνται δύο τεχνικές για την παραγωγή ινών βορίου:

- Αναγωγή από αλογονίδιο του βορίου

Αλογονίδιο του βορίου (συνήθως  $\text{BCl}_3$ ) ανάγεται από υδρογόνο σε έναν κλειστό θάλαμο υψηλής θερμοκρασίας ( $1100^\circ\text{C}$ ) και αποτίθεται σε πολύ λεπτό νήμα βολφραμίου, διαμέτρου 10-15  $\mu\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Η διάμετρος των παραγόμενων ινών με αυτήν την τεχνική κυμαίνεται μεταξύ 100-200  $\mu\text{m}$ , ενώ οι ίνες παρουσιάζουν εξαιρετική δυσκαμψία και μηχανική αντοχή.



Εικόνα 24

- Απόθεση με τεχνική CVD

Το βόριο αποτίθεται σε νήμα άνθρακα ή βολφραμίου με την τεχνική της χημικής εναπόθεσης ατμών (CVD). Η τεχνική αυτή είναι η οικονομικότερη από την προηγούμενη, αλλά το προϊόν έχει χαμηλότερη μηχανική αντοχή.

Οι ίνες βορίου έχουν υψηλή μηχανική αντοχή ( $E=300-420 \text{ GPa}$ ,  $UTS=3000-3700 \text{ MPa}$ ), ενώ οι τιμές των ιδιοτήτων τους διατηρούνται σταθερές ως τους  $500^\circ\text{C}$ . Για τη χρήση τους σε υψηλότερες θερμοκρασίες, θα πρέπει να χρησιμοποιείται προστατευτικό επίστρωμα καρβιδίου του πυριτίου (ίνες Borsic) ή νιτριδίου του βορίου. Τα επιστρώματα αυτά αποτρέπουν την αντίδραση του υλικού ενίσχυσης με αυτό της μήτρας, δεδομένου ότι σε υψηλές θερμοκρασίες, κυρίως σε σύνθετα

με μεταλλική μήτρα τιτανίου ή αλουμινίου, ευνοούνται η διάχυση μέσω της διεπιφάνειας ίνας-μήτρα και οι αντιδράσεις σε στερεά κατάσταση που οδηγούν στο σχηματισμό εύθραυστων μεσομεταλλικών ενώσεων και αστοχία του συνθέτου.

### 1.6.7. Κεραμικές Ίνες

Οι κεραμικές ίνες χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές υψηλών θερμοκρασιών. Χαρακτηρίζονται από υψηλή αντοχή, στιβαρότητα και θερμική ευστάθεια. Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες κεραμικές ίνες είναι οι ίνες καρβιδίου και πυριτίου (SiC) και αλουμινίου (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), ενώ σπανιότερα συναντώνται και ίνες Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, BeO, B<sub>4</sub>C και ZrO<sub>2</sub>.

Το καρβίδιο του πυριτίου (SiC) και αλουμίνας (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ως ενισχυτικό υλικό είτε με τη μορφή ινών είτε με τη μορφή φυλλιδίων. Οι ίνες SiC παρουσιάζουν υψηλές τιμές αντοχής και ανώτερες μηχανικές ιδιότητες από τα φυλλίδια. Οι μέθοδοι παραγωγής των υπόψη ινών συνίστανται στις παρακάτω:

- Με χημική εναπόθεση ατμών (CVD) χλωριούχου σιλανίου σε ίνες άνθρακα. Οι παραγόμενες ίνες έχουν πυρήνα διαμέτρου 10-25μm και εξωτερική διάμετρο 100-150μm.
- Από πολυμερικές ίνες (Nicalon).

Θέρμανση σε κενό σε θερμοκρασία 850°C μετατρέπει την πολυμερική ίνα σε ανόργανο SiC, ενώ θέρμανση σε υψηλότερη θερμοκρασία (>1000°C) προκαλεί κρυστάλλωση σε β-SiC. Οι παραγόμενες ίνες έχουν διάμετρο 10- 15μm.

- Τριχίτες SiC από φλοιό ρυζιού.

Ο φλοιός του ρυζιού περιέχει ~15% κ.β. SiO<sub>2</sub>

Θέρμανση σε θερμοκρασία 700-900°C οδηγεί σε υπόλειμμα SiO<sub>2</sub> και ελεύθερο άνθρακα.

Θέρμανση του υπολλείματος σε θερμοκρασία  $\sim 1500^{\circ}\text{C}$  και σε περιβάλλον αζώτου ή αμμωνίας οδηγεί στο σχηματισμό SiC.

Οι παραγόμενοι τριχίτες έχουν διάμετρο  $\sim 0,1-1\mu\text{m}$  και μήκος  $\sim 50\mu\text{m}$ .

Παρακάτω παρουσιάζεται συγκριτικός πίνακας των ιδιοτήτων των ινών από κάθε μέθοδο.

Γενικά οι μέθοδοι παρασκευής των κεραμικών ινών είναι ιδιαίτερα δαπανηρές.

Μέθοδος	CVD	Nicalon	Τριχίτες
Ιδιότητα			
Πυκνότητα, $\rho$ ( $\text{g/cm}^3$ )	3.3	2.6	-
Αντοχή, UTS (MPa)	3500	2000	7000
Μέτρο ελαστικότητας, E (GPa)	430	180	480
Διάμετρος ίνας, d ( $\mu\text{m}$ )	140	15	<1

Πίνακας E

Το SiC παρουσιάζει σταθερή μηχανική αντοχή ως τους  $1400^{\circ}\text{C}$ , ωστόσο η μέγιστη επιτρεπτή θερμοκρασία χρήσης του, περιορίζεται στους  $900^{\circ}\text{C}$ , λόγω της σημαντικής δραστηριότητας του πάνω από τη θερμοκρασία αυτή.

Οι μονοκρυσταλλικές ίνες αλουμίνας ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) διαμέτρου  $250\mu\text{m}$  έχουν εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες. Λόγω της ισχυρής φύσεως των χημικών δεσμών, η σταθερότητα των μηχανικών τους ιδιοτήτων διατηρείται ως τους  $800^{\circ}\text{C}$ . Οι μονοκρυσταλλικές ίνες αλουμίνας είναι εξαιρετικά ευαίσθητες έναντι επιφανειακής φθοράς που οδηγεί ταχύτατα σε αστοχία.

### 1.6.8. Τριχίτες (Whiskers)



Οι τριχιτές είναι νηματικοί μονοκρύσταλλοι που παράγονται με αποσύνθεση άλατος μετάλλου σε αναγωγική ατμόσφαιρα, κάτω από αυστηρά ελεγχόμενες συνθήκες θερμοκρασίας. Η διάμετρος τους είναι της τάξης του 1μm, ενώ το μήκος τους μπορεί να φτάσει τα μερικά χιλιοστά και παρουσιάζουν τις μηχανικές ιδιότητες ενός τέλειου κρυστάλλου. Οι εξωτερικές τους επιφάνειες είναι λείες και δεν παρουσιάζουν ζώνες συγκέντρωσης τάσεων.

Οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενοι τριχιτές είναι από αλουμίνα, γραφίτη, καρβίδιο του πυριτίου, βηρύλλια και νιτρίδιο του πυριτίου. Η παραγωγή τριχιτών σε βιομηχανική κλίμακα είναι δύσκολη. Στο πίνακα γίνεται σύγκριση των ιδιοτήτων ινών τριχιτών από SiC και Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

ΙΔΙΟΤΗΤΑ	SiC <sub>ΙΝΑ</sub>	SiC <sub>ΤΡΙΧΙΤΗΣ</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> <sub>ΙΝΑ</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> <sub>ΤΡΙΧΙΤΗΣ</sub>
Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	480	840	500	755
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2300	21000	2000	19500
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	3,2	3,2	4,0	4,0
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	900	1600	800	1300

Πίνακας F

### 1.6.9. Ίνες Φυσικών Ορυκτών Πόρων

Αρκετά ορυκτά που βρίσκονται σε ινώδη ή φυλλώδη μορφή, μπορούν να αποτελέσουν φθηνό ενισχυτικό υλικό, αλλά χαμηλών προδιαγραφών. Ευρύτερα χρησιμοποιούμενα τέτοια ορυκτά είναι ο αμιάντος και η μαρμαρυγία (mica).

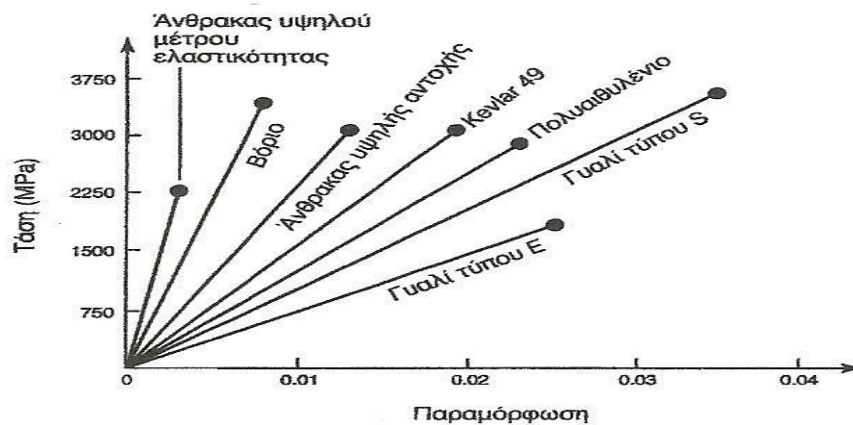
Οι ίνες αμιάντου αποτελούνται από 500 περίπου στοιχειώδη ινίδια, διαμέτρου ~10nm, και έχουν διάμετρο ~2010μm και μήκος αρκετά cm. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν μέχρι θερμοκρασία 500°C, οπότε η μηχανική αντοχή του υλικού μειώνεται σημαντικά. Το μέτρο ελαστικότητας της ίνας είναι της τάξης των 160GPa, ενώ η μηχανική αντοχή μπορεί να φθάσει μέχρι 5500GPa. Ο αμιάντος λόγω του χαμηλού του κόστους χρησιμοποιείται ευρύτατα.

Οι μαρμαρυγίες ανήκουν στην κατηγορία των φυλλοπυριτικών ορυκτών, χαρακτηρίζονται από τέλειο σχισμό και αποχωρίζονται εύκολα από το πέτρωμα

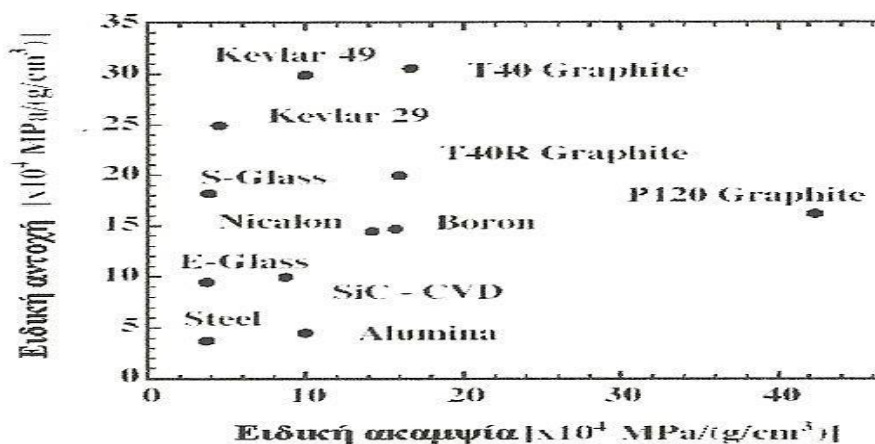
με μορφή φυλλιδίων, τα οποία χρησιμοποιούνται ως συστατικό ενίσχυσης του σύνθετου υλικού. Η αντοχή σε εφελκυσμό μπορεί να φθάσει μέχρι 2500 MPa (τέλεια φυλλίδια), ενώ λόγω ατελειών στις άκρες των φυλλιδίων, οι συνήθεις τιμές της αντοχής κυμαίνονται στην περιοχή 700-900MPa. Το μέτρο ελαστικότητας των μαρμαρυγιών είναι περίπου 250GPa και η πυκνότητα τους 2,8 g/cm<sup>3</sup>.

### 1.6.10. Σύγκριση Ενισχυτικών Ινών

- Ως προς την ειδική αντοχή και ειδική ακαμψία



Εικόνα 25



Εικόνα 26

- Ως προς την θερμική ευστάθεια

Υνα	T <sub>max</sub> (°C)
Spectra	150
Kevlar	250
Glass	800
SiC	1000
Alumina	1370
Carbon	2000*

\* Παρουσία οξυγόνου: T<sub>max</sub>=500 °C

Πίνακας G

- Ως προς την παραμόρφωση θραύσης

Υνα	Παραμόρφωση θραύσης (%)
Kevlar	3-4
Glass	2
Carbon	1
Ceramic	<1

Πίνακας H

## 1.7. ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από πολύ μικρά σωματίδια σε σχήμα κόκκου, κάποιου ισχυρού και ανθεκτικού υλικού, τα οποία είναι διεσπαρμένα μέσα στη μήτρα η οποία είναι από διαφορετικό υλικό. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικοί ή μη, όπως επίσης και η μήτρα. Τα κοκκώδη υλικά έχουν υποδεέστερες μηχανικές ιδιότητες σε σχέση με τα ινώδη, μιας και η συνεισφορά

των σωματιδίων στη μηχανική συμπεριφορά του σύνθετου είναι μικρότερη από αυτή των ινών. Ένα σημαντικό γνώρισμα των κοκκωδών σύνθετων υλικών είναι η χαμηλή συνήθως πυκνότητα σε σωματίδια, πράγμα που προσδίδει αρκετές καλές ιδιότητες σε αυτά τα υλικά. Ως πρώτη ύλη στα κοκκώδη, μπορούν να χρησιμοποιηθούν κάποια φυσικά ορυκτά όπως ο τάλκης, ενώ η διαδικασία μορφοποίησης αυτών των υλικών είναι σχετικά απλή και αυτοματοποιημένη, γεγονός που επιτρέπει την μαζική παραγωγή προϊόντων. Κοκκώδη υλικά χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές μη υψηλών απαιτήσεων όπως αντικείμενα καθημερινής χρήσης, εξαρτήματα αυτοκινήτων, και άλλα. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικής υφής ή μη και δύναται να συνδυασθούν με διάφορων τύπων μήτρες. Οι διάφοροι συνδυασμοί μήτρας/κόκκων που μπορούν να επιτευχθούν, αναφέρονται παρακάτω. Έτσι, από αυτήν την άποψη έχουμε τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς:

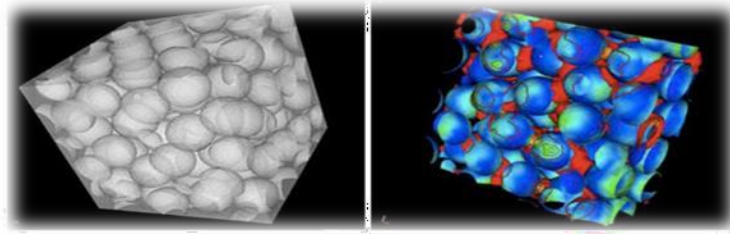
1. **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας**

Το μη οπλισμένο σκυρόδεμα αποτελεί το πιο κοινό παράδειγμα ενός τέτοιου υλικού. Το σκυρόδεμα αποτελείται από κόκκους άμμου και πέτρας «δεμένους» με ένα μείγμα τσιμέντου και νερού, το οποίο έχει αντιδράσει χημικά και έχει σκληρύνει. Η αντοχή του σκυροδέματος αποδίδεται στην ύπαρξη κόκκων πέτρας. Επίσης φλούδες μη μεταλλικών υλικών, όπως ο μαρμαρυγίας ή το γυαλί, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα μιας γυάλινης ή πλαστικής μήτρας.

2. **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας**

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι το έγκλεισμα χαλκού μέσα σε εποξειδική ρητίνη, που αυξάνει κατά πολύ την ηλεκτρική αγωγιμότητα αυτής. Επίσης είναι συνήθη τα σύνθετα υλικά με έγκλεισμα από το μέταλλο αυτό, υπό μορφή φλούδας. Σκοπός της παρασκευής τέτοιων σύνθετων υλικών είναι η δημιουργία ενός υλικού με βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες (αντοχή, μέτρο ελαστικότητας, όριο διαρροής), η αύξηση της ηλεκτρικής και θερμικής

αγωγιμότητας καθώς και η μείωση του συντελεστή θερμικής διαστολής και της φθοράς της μήτρας.



Εικόνα 27

### 3. Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας

Ένα παράδειγμα υλικού αυτής της κατηγορίας είναι τα κράματα χαλκού ή χάλυβα που περιέχουν κόκκους μόλυβδου, η ύπαρξη των οποίων καθιστά τα παραπάνω υλικά κατεργάσιμα στις εργαλειομηχανές. Επίσης πολλά μέταλλα που έχουν πολύτιμες ιδιότητες αλλά είναι εύθραυστα σε θερμοκρασία περιβάλλοντος, όπως είναι το χρώμιο, το βολφράμιο και το μολυβδαίνιο, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα άλλων μετάλλων τα οποία παρουσιάζουν όγκιμη συμπεριφορά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. μολυβδαίνιο, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα άλλων μετάλλων τα οποία παρουσιάζουν όγκιμη συμπεριφορά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Το σύνθετο υλικό που προκύπτει είναι όγκιμο στη θερμοκρασία αυτή και διαθέτει παράλληλα και κάποιες από τις ιδιότητες του εύθραυστου εγκλείσματος.

### 4. Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας

Μη μεταλλικά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μορφή κοκκώδους εγκλείσματος μέσα σε μεταλλική μήτρα. Τα υλικά που προκύπτουν ονομάζονται κεραμομέταλλα. Τα κεραμομέταλλα μπορούν να είναι δυο ειδών ανάλογα με το εγκλείσμα. Το πρώτο είδος είναι κεραμομέταλλα με κόκκους οξειδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται στην κατασκευή εργαλείων και σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας όπου η αντίσταση στη

διάβρωση είναι σημαντική. Το δεύτερο είδος είναι τα κεραμομέταλλα με κόκκους καρβιδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα. Έτσι, το καρβίδιο του βολφραμίου μέσα σε μήτρα κοβαλτίου χρησιμοποιείται σε τμήματα μηχανών τα οποία απαιτούν μεγάλη αντοχή στην οξείδωση και στη διάβρωση, ενώ έχει συντελεστή θερμικής διαστολής παραπλήσιο με αυτόν του χάλυβα και έτσι είναι κατάλληλο για χρήσεις σε βαλβίδες κ.α. Επίσης το καρβίδιο του τιτανίου μέσα σε μήτρα νικελίου ή κοβαλτίου χρησιμοποιείται συχνά σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας, όπως π.χ. σε διάφορα μέρη στροβιλομηχανών. Τέλος τα κεραμομέταλλα χρησιμοποιούνται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες σαν καύσιμα.

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά δύναται να ταξινομηθούν και με κριτήριο το μέγεθος των κόκκων ως εξής:

1. **Σύνθετα με ενίσχυση σωματιδίων μεγάλου μεγέθους.**

Τα σωματίδια έχουν διάμετρο λίγων  $\mu\text{m}$  και περιέχονται σε ποσοστό μεγαλύτερο του 25%. Η συνήθης κατ' όγκο περιεκτικότητα κυμαίνεται ανάμεσα 60-90%.

2. **Σύνθετα με ενίσχυση μικρών σωματιδίων σε διασπορά.**

Τα εγκλείσματα, που συνήθως πρόκειται για οξείδια, περιέχονται στο σύνθετο σε συγκεντρώσεις μικρότερες του 15% κατ' όγκο. Η διάμετρος των σωματιδίων ποικίλει μεταξύ 0,01-0,1 $\mu\text{m}$ . Η ισχυροποίηση της μήτρας επιτυγχάνεται με την παρεμπόδιση της μετάδοσης των διαταραχών εξαιτίας της ύπαρξης σωματιδίων.

## 1.8. ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

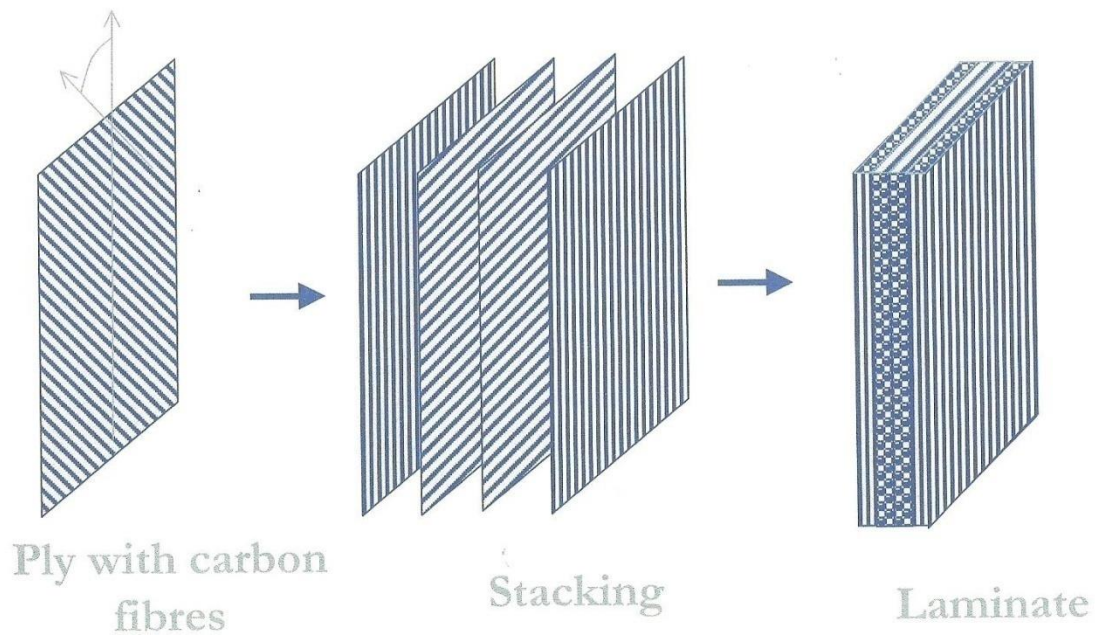
Τα πολύστρωτα (laminated) ή στρωματικά σύνθετα υλικά είναι μια κατηγορία σύνθετων υλικών στην οποία τα υλικά της μήτρας και της ενίσχυσης είναι υπό τη μορφή στρώσεων και φύλλων. Διάφορα υλικά μπορούν να συνδυασθούν ή και να αποτελέσουν τις στρώσεις (στρώματα ή φύλλα (ply)) που συνθέτουν τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά. Τα σύνθετα αυτού του τύπου μπορεί να έχουν πολύ καλές ιδιότητες, όπως δυσκαμψία, αντοχή, αντίσταση στη διάβρωση και στη φθορά, ακουστική και θερμική μόνωση κ.α.

Οι επιμέρους στρώσεις αποτελούνται από ίνες υψηλής αντοχής και υψηλές τιμές μέτρου ελαστικότητας, «δεμένες» με ένα πολυμερές, μεταλλικό ή κεραμεικό συνδετικό υλικό. Να πούμε εδώ ότι οι ίνες των στρώσεων μπορούν να είναι και διαφορετικά προσανατολισμένες(Εικ.28), πράγμα το οποίο βελτιώνει τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού σε πολλές διευθύνσεις. Ίνες που χρησιμοποιούνται συνήθως, περιλαμβάνουν γραφίτη, γυαλί, βόριο, και καρβίδιο του πυριτίου. Μερικά συνδετικά υλικά είναι εποξειδικές ρητίνες, οι πολυϊμίδες, το αλουμίνιο, το τιτάνιο και η αλουμίνα. Επίσης οι επιμέρους στρώσεις γενικά είναι ορθότροπες (δηλαδή, με κύριες ιδιότητες σε ορθογώνιες κατευθύνσεις) ή εγκάρσιως ισότροπες (με ισότροπες ιδιότητες στο εγκάρσιο επίπεδο). Ωστόσο οι επιμέρους στρώσεις μπορούν να παρουσιάζουν και ανισότροπες (με μεταβλητή κατεύθυνση των κύριων ιδιοτήτων), ορθότροπες, ή ημι-ισότροπες ιδιότητες. Τα ημι-ισοτροπικά ελάσματα εμφανίζουν ισότροπη (δηλαδή, ανεξάρτητη από την κατεύθυνση) απόκριση εντός του επιπέδου αλλά δεν περιορίζονται σε ισοτροπική (καμπτική) απόκριση εκτός αυτού.

Τα κυριότερα είδη των πολύστρωτων σύνθετων υλικών είναι:

1. *τα διμέταλλα*
2. *τα επιμεταλλωμένα μέταλλα*
3. *η ύαλος ασφαλείας*
4. *τα υλικά με επίστρωση πλαστικού*

# Carbon epoxy laminated composites



Εικόνα 28

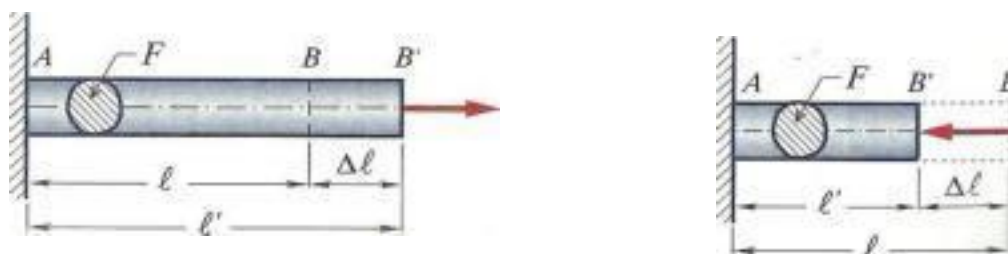


## 2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

### 2.1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

#### 2.1.1. Σύντομοι Ορισμοί Στοιχείων Μηχανικής

##### Νόμος του Hooke:



Εικόνα 2.1

Ο Robert Hooke (1678) απέδειξε πειραματικά ότι υπάρχει σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης η οποία διατυπώνεται παρακάτω.

Έστω η πρισματική αβαρής ράβδος AB, η οποία καταπονείται από αξονική εφελκυστική δύναμη  $P$  που ασκείται στο κέντρο βάρους B της διατομής της Εικόνας (2.1). Έστω επίσης  $P$  το εμβαδό της διατομής, το οποίο θεωρείται σταθερό σε ολόκληρο το μήκος  $l$  της ράβδου.

Με την επενέργεια της εφελκυστικής δύναμης  $P$  η ράβδος θα επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l$  και τελικά το σημείο B εφαρμογής της δύναμης, θα μετατοπιστεί δεξιότερα στη θέση  $B'$  οπότε το τελικό μήκος της ράβδου, θα γίνει  $l'$ .

Ο Hooke πειραματιζόμενος με τέτοιες πρισματικές ράβδους ποικίλων υλικών, υποβαλλόμενες σε μονοαξονικό εφελκυσμό εντός της περιοχής της ελαστικής

συμπεριφοράς των υλικών, παρατήρησε ότι η επιμήκυνση  $\Delta l$  της ράβδου ήταν ανάλογη τόσο προς την εφελκύουσα δύναμη  $P$ , όσο και προς το αρχικό της μήκος  $l$  και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού  $F$  της διατομής .

Η πλήρης μαθηματική διατύπωση του νόμου του Hooke είναι η παρακάτω:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} \quad (2.1.1)$$

Όπου:

$$\Delta l = l' - l = (BB') ,$$

είναι η παραμόρφωση της ράβδου που για τον εφελκυσμό καλείται επιμήκυνση ή μήκυνση ενώ για τη θλίψη επιβράχυνση ή βράχυνση , (σε m, cm, mm κλπ).

$P$ , είναι το αξονικό φορτίο (δύναμη) εφελκυσμού (σε N, t, κλπ).

$F$ , είναι το εμβαδό της κάθετης διατομής στον άξονα της ράβδου (σε  $m^2$ ,  $cm^2$ , κλπ).

$E$ , είναι ο συντελεστής αναλογίας, που είναι η ελαστική σταθερά η οποία εξαρτάται από το είδος του υλικού. Η σταθερά αυτή ονομάζεται μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young (σε  $N/m^2$ , at, κλπ).

Ο νόμος αυτός επιβεβαιώθηκε στη συνέχεια από πολλούς ερευνητές, οι οποίοι πειραματίστηκαν σε μεγάλο πλήθος δοκιμίων και από διάφορα υλικά. Διαπιστώθηκε δε ότι αυτός ισχύει όχι μόνο για δοκίμια υποβαλλόμενα σε εφελκυσμό αλλά και θλίψη.

Με την παραδοχή ότι οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις σε μία τυχαία διατομή

της ράβδου κατανέμονται ομοιόμορφα σε αυτήν (όπως συμβαίνει περίπου και στην πράξη) και αν αμελήσουμε το ίδιο βάρος της, η ορθή τάση  $\sigma$  είναι  $\sigma = P/F$  , η δε ανηγμένη παραμόρφωση  $\epsilon$  από τη σχέση ορισμού της είναι  $\epsilon = \Delta l/l$

Οπότε λαμβάνοντας υπόψη τις δύο προηγούμενες εξισώσεις, ο νόμος του Hooke γράφεται και με την εξής απλούστερη μορφή:  $\sigma = \epsilon E$  (2.1.2)

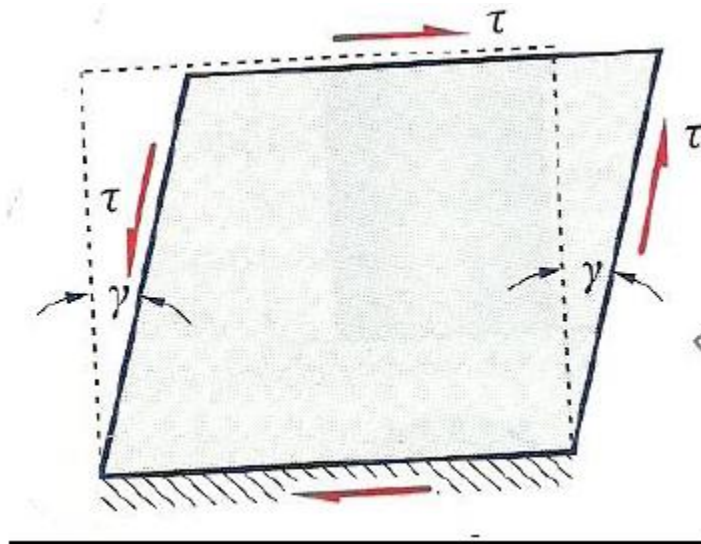
Η ανωτέρω εξίσωση εκφρασμένη με λόγια, διατυπώνει συνοπτικά το νόμο του Hooke με τη παρακάτω φράση: « Η τάση είναι ανάλογη προς την ανηγμένη παραμόρφωση ».

Το μέτρο ελαστικότητας  $E$  είναι ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ της τάσης και της ανηγμένης παραμόρφωσης, όπως προκύπτει από την ανωτέρω εξίσωση. Λύνοντας τη δε ως προς  $E$  έχουμε :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.1.3)$$

Επειδή η ανηγμένη παραμόρφωση  $\varepsilon$  είναι αδιάστατο μέγεθος , το μέτρο ελαστικότητας  $E$  έχει μονάδες τάσης. Από τον ορισμό προκύπτει ότι το  $E$  αντιπροσωπεύει την τάση εκείνη  $\sigma$ , η οποία θα προκαλούσε ανηγμένη παραμόρφωση  $\varepsilon=1$ , δηλαδή  $\Delta l = l$  ή διαφορετικά, αντιπροσωπεύει την τάση εκείνη η οποία θα διπλασίαζε το αρχικό μήκος μιας ράβδου.

### Μέτρο Διάτμησης:



Εικόνα 2.2

Διαπιστώσαμε ότι ο νόμος του Hooke συνδέει τις ορθές τάσεις με την ανηγμένη παραμόρφωση στην ελαστική περιοχή, με την γραμμική σχέση  $\sigma = \varepsilon E$ . Αντίστοιχα ο νόμος του Hooke συνδέει τις διατμητικές τάσεις  $\tau$  με τη γωνιακή παραμόρφωση  $\gamma$  με την ανάλογη γραμμική σχέση είναι:

$$\tau = G\gamma \text{ όπου } \gamma \text{ σε rad.} \quad (2.1.4)$$

Το  $G$  είναι σταθερή ποσότητα που έχει διαστάσεις τάσης. Είναι δε κάτι ανάλογο του μέτρου ελαστικότητας  $E$  και ονομάζεται μέτρο διάτμησης.

### Λόγος Poisson:

Όπως είναι γνωστό μία πρισματική ράβδος μήκους  $l$ , με την επενέργεια εφελκυστικής δύναμης  $P$  παρουσιάζει μεταβολή και συγκεκριμένα αύξηση του ανηγμένων πλευρικών βραχύνσεων  $\varepsilon_y$  και  $\varepsilon_z$  κατά τους άξονες  $y$  και  $z$  αντίστοιχα, προς την ανηγμένη αξονική επιμήκυνση είναι ίσα προς έναν αριθμό  $\nu$ , σταθερό για κάθε υλικό που καταπονείται με φορτία τέτοια ώστε να ισχύει ο νόμος του Hooke. Η σταθερά αυτή ονομάζεται λόγος του Poisson ή συντελεστής εγκάρσιας παραμόρφωσης.

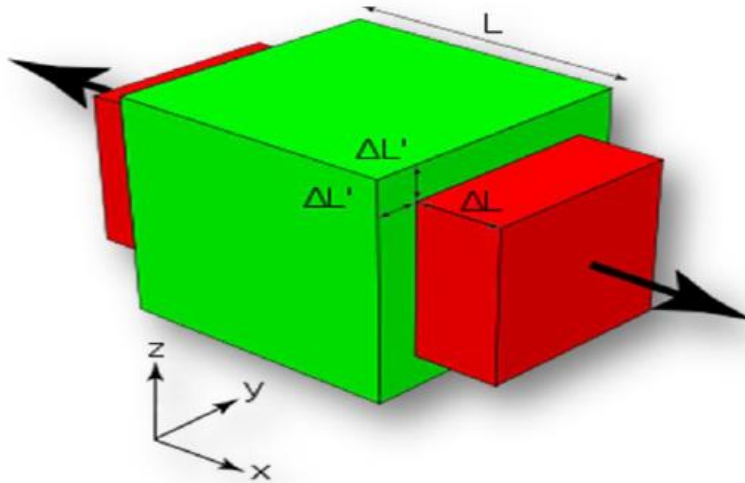
Έτσι ισχύει η σχέση:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (2.1.5)$$

Δεδομένου ότι οι ανηγμένες βραχύνσεις είναι αρνητικοί αριθμοί, το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (2.1.5), δικαιολογείται. Ο λόγος Poisson είναι «καθαρός» αριθμός, ο οποίος πάντοτε είναι μικρότερος ή ίσος από 0.5 και μεγαλύτερος ή ίσος του 0. Για τα μέταλλα για παράδειγμα ισχύει ότι το παρακάτω:

$$0.25 \leq \nu \leq 0.35$$

Ο λόγος Poisson παίρνει την μεγαλύτερή του τιμή για κάποιο υλικό, στο όριο ανάμεσα στην «ελαστική» και «πλαστική» περιοχή, όπου και σταματά να ισχύει ο νόμος του Hooke.

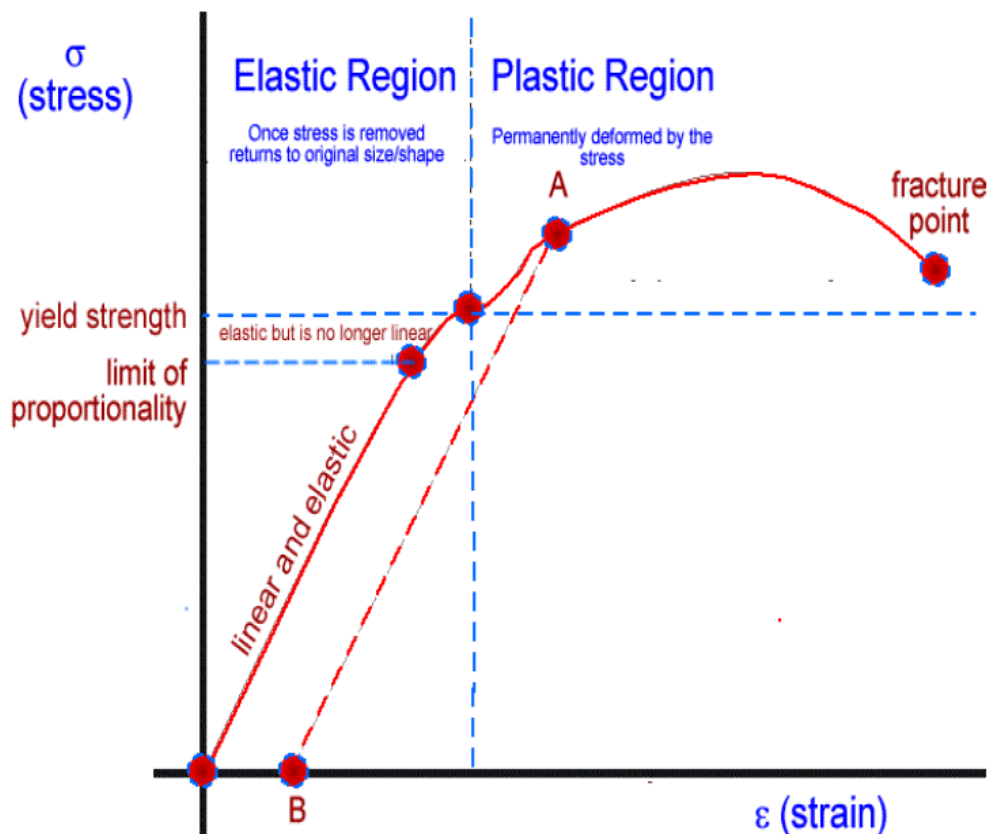


Εικόνα 2.3

**Ομοιογενές υλικό:** ονομάζεται εκείνο το υλικό που παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες σε όλα τα σημεία της μάζας του. Διαφορετικά λέγεται ανομοιογενές.

**«Γελείως ελαστικό» σώμα:** ονομάζεται το σώμα εκείνο, το οποίο επανέρχεται ακριβώς στο αρχικό του σχήμα και όγκο μετά την αποφόρτιση. Οι δε, προκαλούμενες παραμορφώσεις, ονομάζονται τότε «ελαστικές».

**«Γελείως πλαστικό» σώμα:** χαρακτηρίζεται το σώμα εκείνο, το οποίο παραμένει απολύτως στη παραμορφωμένη κατάσταση που έφτασε και μετά την αποφόρτιση. Στη περίπτωση αυτή λέμε ότι το σώμα έχει υποστεί μόνιμη ή πλαστική παραμόρφωση.



Εικόνα 2.4(Διάγραμμα  $\sigma$ - $\epsilon$ )

**Ανηγμένη διόγκωση:**

Κατά την καταπόνηση μιας ράβδου σε εφελκυσμό πριν από την επιβολή του εξωτερικού φορτίου, η ράβδος είχε μήκος  $l$  (Εικόνα 2.2), εμβαδό διατομής  $F$  ανάλογο του τετραγώνου της διάστασης  $b$ , δηλαδή  $F = \lambda b^2$  και όγκο  $V = lF = \lambda l b^2$ , όπου το  $\lambda$  είναι καθαρός αριθμός χαρακτηριστικός του είδους της διατομής.

Μετά την επιβολή του εφελκυστικού φορτίου και την επέλθουσα παραμόρφωση, το τελικό μήκος έστω  $l'$  της ράβδου γίνεται:

$$l' = l + \Delta l = l(1 + \epsilon) \tag{2.1.6}$$

Η τελική διάσταση της εγκάρσιας πλευράς - της ράβδου, προκύπτει από τη σχέση ορισμού του λόγου Poisson  $\nu$  και είναι:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} = -\frac{b' - b}{\varepsilon b} \Rightarrow b' = b(1 - \nu\varepsilon) \quad (2.1.7)$$

Το τελικό εμβαδό  $F'$  της διατομής μετά την παραμόρφωση είναι:

$$V' = F'\ell' = \lambda\ell b^2(1 + \varepsilon)(1 - \nu\varepsilon)^2 = \lambda\ell b^2(1 + \varepsilon - 2\nu\varepsilon + \varepsilon^2 - 2\nu\varepsilon^2 + \varepsilon^2) \quad (2.1.8)$$

Επειδή το  $\varepsilon$  στην ελαστική περιοχή είναι πολύ μικρός αριθμός, χωρίς σημαντικό σφάλμα, μπορούμε να παραλείψουμε τους όρους που περιέχουν  $\varepsilon^2$  και  $\varepsilon^3$  στην πιο πάνω εξίσωση, οπότε ο νέος όγκος είναι περίπου:

$$V' \sim \lambda\ell b^2(1 + \varepsilon - 2\nu\varepsilon) \quad (2.1.9)$$

Ονομάζουμε ανηγμένη μεταβολή όγκου  $\Theta$  (ή ανηγμένη διόγκωση) της ράβδου το πηλίκο:

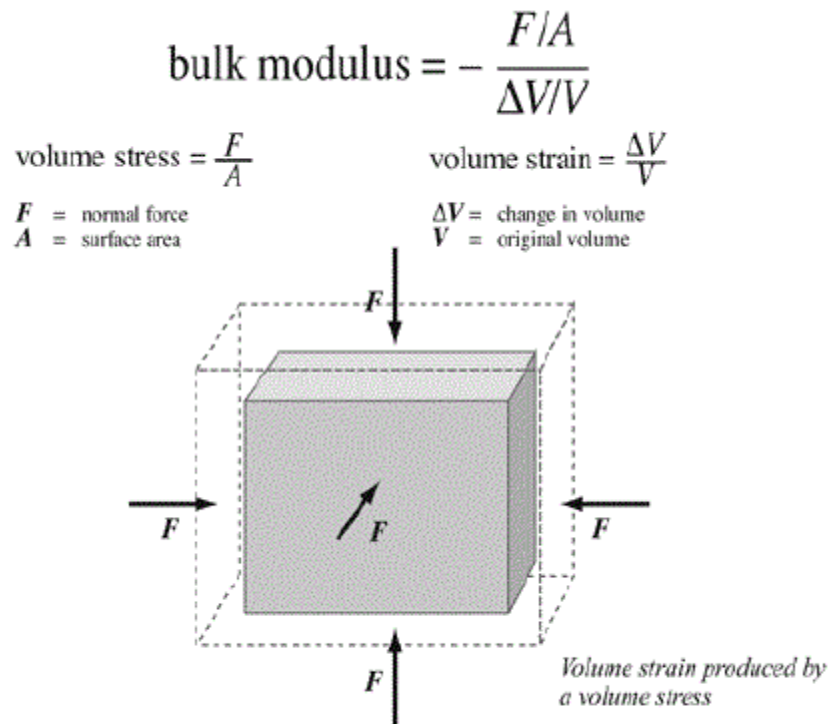
$$\Theta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V} = \varepsilon(1 - 2\nu) = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\nu) \quad (2.1.10)$$

### Μέτρο Διόγκωσης:

Ονομάζουμε μέτρο διόγκωσης  $K$  ενός υλικού, το λόγο:

$$K = \frac{\sigma}{\Theta} = \frac{P}{\Delta V/V} \quad (2.1.11)$$

Το  $K$  από τη σχέση ορισμού του προκύπτει ότι έχει μονάδες τάσης  $[N/m^2]$ . Είναι δηλαδή και αυτό μία ελαστική σταθερά, όπως το  $E$  και το  $G$ .



Εικόνα 2.5

### 2.1.2. Ενέργεια Παραμόρφωσης, Στερεότητα

Οι δύο θεμελιώδεις τρόποι με τους οποίους τα υλικά αντιδρούν στην επιβολή εξωτερικών δυνάμεων είναι η αλλαγή του όγκου τους και η αλλαγή του σχήματός τους.

**Η αλλαγή του όγκου** ενός στοιχειώδους κύβου μπορεί να γίνει με ομοιόθετη αλλαγή όλων των γραμμικών του διαστάσεων και προφανώς θα πρέπει να εξαρτάται μόνον από τις ορθές παραμορφώσεις. Στην περίπτωση αυτή ο στοιχειώδης κύβος διατηρεί το σχήμα του, αλλά με διαφορετικές διαστάσεις των ακμών του.

**Η αλλαγή σχήματος** ενός στοιχειώδους κύβου μπορεί να επιτευχθεί με δυο τρόπους:



a) Με αλλαγή των γωνιών του κύβου χωρίς αισθητή αλλαγή των γραμμικών του διαστάσεων (π.χ. περίπτωση καθαρής διατμήσεως).

b) Με μη ομοιόθετη αλλαγή των γραμμικών διαστάσεών του,

οπότε αυτός μετατρέπεται σε στοιχειώδες ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Αυτό βεβαία σημαίνει ότι μερικές γωνίες, θα αλλάξουν τιμή, όπως εκείνες των διαγωνίων του. Επομένως, η αλλαγή του σχήματός του επιτυγχάνεται και από ορθές και από διατμητικές παραμορφώσεις.

Για τις αλλαγές αυτές απαιτείται η καταβολή εξωτερικού έργου που επιτυγχάνεται από την επιβολή φορτίων. Το έργο αυτό αποθηκεύεται στο δοκίμιο ως **ενέργεια παραμόρφωσης**, η οποία αποτελείται από δυο προσθετέους, έναν που αντιστοιχεί στην αλλαγή όγκου και ονομάζεται **ενέργεια μεταβολής όγκου** και έναν που αντιστοιχεί στην αλλαγή σχήματος ή αλλιώς στρέβλωση του υλικού και καλείται **στροφική ενέργεια**. Προφανώς το άθροισμα των δυο αυτών όρων παριστά το σύνολο της ενέργειας παραμόρφωσης που αποθηκεύθηκε στο υλικό και ισούται με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων που δαπανήθηκε για τη φόρτιση του δοκιμίου.

Το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στην καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  και τον άξονα των παραμορφώσεων (Εικ.2.4) παριστάνει τη συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμόρφωσης που έχει αποθηκευθεί στο υλικό ή καταναλωθεί από αυτό από την αρχή της φόρτισης του μέχρι τη στιγμή που η τάση είναι  $\sigma$ (τυχαίο) και η αντίστοιχη παραμόρφωση  $\epsilon$ (τυχαίο). Όταν το ζεύγος ( $\sigma, \epsilon$ ) αντιστοιχεί στο σημείο θραύσης  $\theta$  του υλικού τότε η συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμόρφωσης καλείται στερρότητα του υλικού και αποτελεί μέτρο τα απαιτούμενης από το υλικό ενέργειας για τη θραύση.

### 2.1.3. Η Ταξινόμηση των Μέσων βάσει των Ανεξαρτήτων Ελαστικών Σταθερών

**Ανισότροπο τρικλινές μέσο:** το μέσο το οποίο δεν παρουσιάζει συμμετρίες και έχει 21 ελαστικές σταθερές ανεξάρτητες.

**Μονοκλινές μέσο:** το μέσο αυτό έχει ένα επίπεδο συμμετρίας και κάθε διεύθυνση έχει ίδιες ιδιότητες με την συμμετρική της ως προς το επίπεδο αυτό. Αποδεικνύεται ότι το μέσο αυτό έχει 13 ελαστικές σταθερές.

**Ορθότροπο μέσο:** όταν το υλικό παρουσιάζει συνολικά δύο κάθετα επίπεδα συμμετρίας τότε λέγεται ορθότροπο. Το μέσο αυτό έχει 9 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές.

**Εγκαρσίως ισότροπο μέσο:** μια ακόμα ανώτερη τάξη ελαστικής συμμετρίας από αυτή του ορθότροπου μέσου. Το μέσο σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζει έναν άξονα συμμετρίας ως προς τις μηχανικές ιδιότητες. Οι ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές είναι 5.

**Ισότροπο μέσο:** τα μέσα στα οποία κάθε διεύθυνση είναι διεύθυνση υλικής συμμετρίας. Αρκούν μόνο 2 ελαστικές σταθερές για την περιγραφή του μέσου (το μέτρο ελαστικότητας  $E$  και ο λόγος Poisson  $\nu$ ).

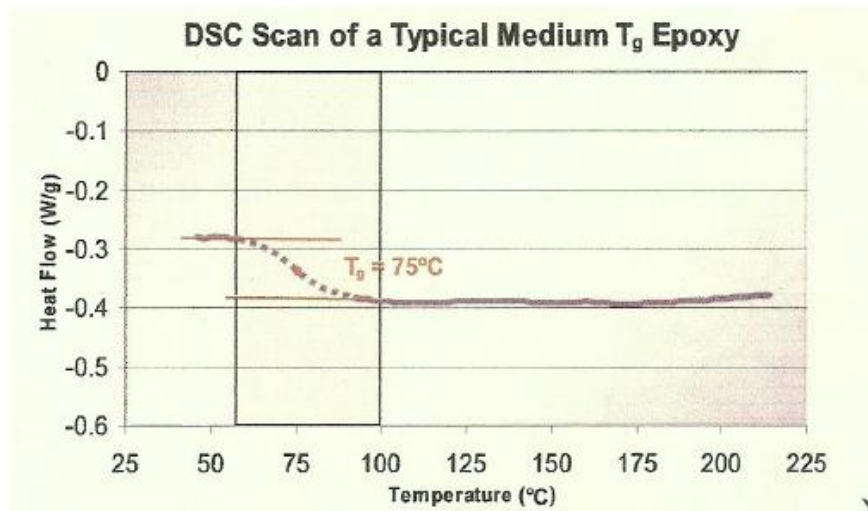
## 2.2. ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

### 2.2.1. Ορισμός Υαλώδους Μετάπτωσης Θερμοκρασίας $T_g$

Η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης ( $T_g$ ) είναι ένα εύρος θερμοκρασιών όπου ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές μεταβαίνει από τη σκληρή, στερεά και υαλώδη κατάσταση σε μία περισσότερο εύκαμπτη μαλακή, ελαστική.

Στην πραγματικότητα το ( $T_g$ ) δεν είναι μία ξεκάθαρη θερμοδυναμική μετάβαση, αλλά ένα εύρος θερμοκρασιών στο οποίο αυξάνεται σημαντικά η κινητικότητα των πολυμερικών αλυσίδων. Η μέγιστη τιμή ( $T_g$ ) καθορίζεται από τη χημική δομή της εποξειδικής ρητίνης, τον τύπο του σκληρυντή και το βαθμό της θερμικής κατεργασίας.

Δεδομένου ότι η θερμοκρασία ναλώδους μετάπτωσης ( $T_g$ ) , είναι ένα εύρος θερμοκρασιών και όχι μία συγκεκριμένη θερμοκρασία, είναι βολικό να ορίζουμε μία μέση τιμή της περιοχής που οριοθετείται από τις εφαπτόμενες στις δύο περιοχές της καμπύλης ροής της θερμότητας όπου στη περίπτωση του εποξειδικού της παρακάτω καμπύλης είναι οι  $75^\circ\text{C}$ .



**Εικόνα 2.6**

Επίσης τονίζεται ότι η  $T_g$  μετριέται χρησιμοποιώντας το θερμικό αναλυτή Differential Scanning Calorimetry (DSC).

### **2.2.2. Περιγραφή της Ενδιάμεσης Φάσης**

Μεταξύ των σπουδαιότερων παραγόντων οι οποίοι προσδιορίζουν την βισκοελαστική συμπεριφορά των σύνθετων υλικών με πολυμερική μήτρα, είναι:

- a. η προσρόφηση πολυμερικών μακρομορίων εντός των εγκλεισμάτων.
- b. η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος.

Η προσρόφηση των πολυμερικών μακρομορίων από το έγκλεισμα, είναι η κύρια αιτία για την διαφορετική διαμόρφωση των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα σε σχέση με τη διαμόρφωση τους στη μήτρα γενικότερα. Η αλλαγή της κατάστασης των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα, προσδιορίζει την περιοχή της ενδιάμεσης φάσης, η οποία έχει διαφορετική δομή και ιδιότητες από τη μήτρα. Έτσι, καταλήγουμε ότι η παρουσία εγκλείσματος μέσα στην πολυμερική μήτρα δημιουργεί μία ατέλεια στο πολυμερικό δομικό δίκτυο της.

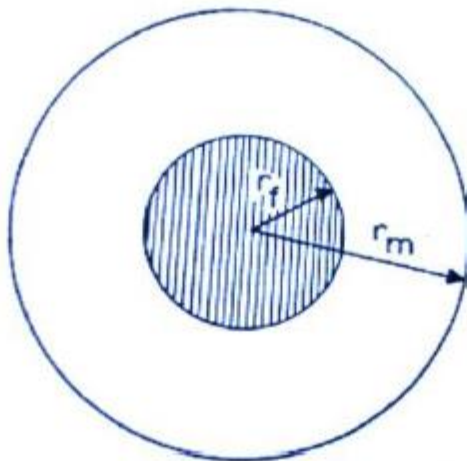
Είναι γνωστό ότι οι ιδιότητες των πολυμερικών σύνθετων υλικών κατά την χαλάρωση, επηρεάζονται σημαντικά από την ύπαρξη της ενδιάμεσης φάσης [7]-[13]. Από αυτή την άποψη είναι πολύ σημαντική η μελέτη της θερμομηχανικής συμπεριφοράς αυτών των σύνθετων υλικών και η συλλογή πληροφοριών για την δομή και τις ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης καθώς επίσης και την επίδραση της στην βισκοελαστική συμπεριφορά του σύνθετου συστήματος μας.

Ωστόσο, η δομή και οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης εξαρτώνται, σε σημαντικό βαθμό, από την μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της. Αυτό συμβαίνει διότι κάθε μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται χαρακτηρίζεται από τους δικούς της ιδιαίτερους περιορισμούς. Ως συνέπεια των παραπάνω, τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται από τις διαφορετικές μεθόδους προσδιορισμού της ενδιάμεσης φάσης είναι συχνά διαφορετικά μεταξύ τους. Για παράδειγμα γνωρίζουμε ότι ο προσδιορισμός της ενδιάμεσης φάσης είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με την θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$ . Ωστόσο, ενώ υπάρχουν αρκετές πειραματικές μέθοδοι για την εύρεση τιμών για την  $T_g$ , όπως η θερμιδομετρία, η διαστολομετρία, οι δυναμικές μετρήσεις κ.α., αυτές εξάγουν διαφορετικά αποτελέσματα μεταξύ τους [14],[15].

Λόγω της παραπάνω δυσκολίας, δημιουργήθηκε ένα χάσμα ανάμεσα στα ευρήματα διαφόρων ερευνητών για την επίδραση της κατ' όγκο περιεκτικότητας

του εγκλείσματος, στην υαλώδη μεταβατική θερμοκρασία  $T_g$ [16]. Για παράδειγμα, αρκετοί ερευνητές βρήκαν ότι όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα σε έγκλεισμα ενός σύνθετου υλικού, αυξάνεται και η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$  και ότι η σχέση αυτή είναι γραμμική. Άλλοι ερευνητές βρήκαν ότι η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$  δεν επηρεάζεται σημαντικά από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος [17],[18],[19]. Τέλος υπήρχαν και ερευνητές που βρήκαν ότι οι τιμές της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας  $T_g$  εξαρτώνται πολύ από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος, και σε πολλές περιπτώσεις η  $T_g$  ελαττώνεται όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα[20].

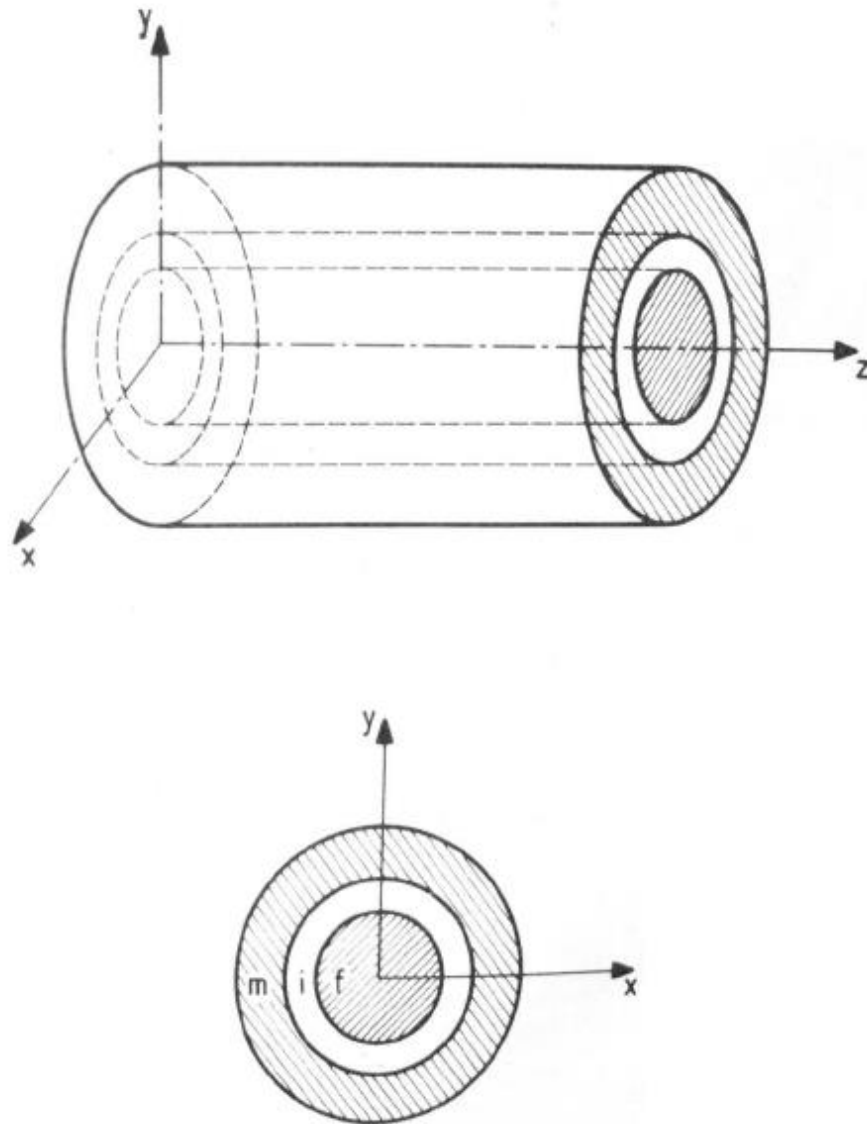
Στην περίπτωση μετρήσεων με την μέθοδο της θερμιδομετρίας μια παράμετρος η οποία επιδρά στον προσδιορισμό των υαλώδων μεταβατικών θερμοκρασιών  $T_g$ , είναι ο ρυθμός θέρμανσης ανά μάζα ή αλλιώς ειδική θερμότητα. Έχει παρατηρηθεί ότι, σε D.S.C μετρήσεις που έγιναν με την βοήθεια ενός θερμικού αναλυτή, η εξάρτηση της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας από την ειδική θερμότητα  $H_f$ , είναι τέτοια ώστε διαφορές της τάξεως των  $15^\circ\text{C}$  να μπορούν να παρατηρηθούν για διαφορετικούς ρυθμούς θέρμανσης [21],[22],[23].



Εικόνα 2.7

### 2.2.3. Θεωρητικός Υπολογισμός Πάχους Ενδιάμεσης Φάσης

Πιο αναλυτικά παρακάτω θα περιγραφεί η διαδικασία εύρεσης του πάχους της ενδιάμεσης φάσης. Ας θεωρήσουμε ένα στοιχείο ελέγχου κάνοντας χρήση του τριφασικού μοντέλου(Εικ. 2.7), το οποίο προκύπτει ουσιαστικά από το διφασικό μοντέλο(Εικ.2.6) με την προσθήκη της ενδιάμεσης φάσης, και είναι το δομικό «κύτταρο» για ένα ινώδες σύνθετο υλικό, το οποίο αποτελείται από μέσα προς τα έξω, από έγκλεισμα, ενδιάμεση φάση και μήτρα αντίστοιχα.



**Εικόνα 2.8**

Αν ορίσουμε ως  $r_f$ ,  $r_i$  και  $r_m$  τις ακτίνες των περιοχών των φάσεων του παραπάνω μοντέλου, με τους δείκτες  $f$ ,  $i$ ,  $m$  να συμβολίζουν το έγκλεισμα, την ενδιάμεση φάση και την μήτρα αντιστοίχως, τότε οι αντίστοιχες κατ' όγκο περιεκτικότητες θα γράφονται ως:

$$U_f = \frac{r_f^2}{r_m^2}, \quad U_i = \frac{r_i^2 - r_f^2}{r_m^2}, \quad U_m = \frac{r_m^2 - r_i^2}{r_m^2} \quad (2.2.1)$$

Και επίσης θα ισχύει:

$$U_m = (1 - U_f - U_i) \quad (2.2.2)$$

Καθώς η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος αυξάνεται, το ποσοστό των μακρομορίων της μήτρας, τα οποία χαρακτηρίζονται από μειωμένη κινητικότητα, επίσης αυξάνεται. Αυτό ισοδυναμεί με αύξηση της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης και οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχει μία σχέση ανάμεσα στο  $\Delta C_p$  το οποίο εκφράζει την απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας στην υαλώδη μεταβατική περιοχή μιας ουσίας, και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης. Η σχέση αυτή για τα ινώδη υλικά εκφράζεται από τον παρακάτω τύπο[5],[26]:

$$\frac{(r_f + \Delta r)^2}{r_f^2} - 1 = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (2.2.3)$$

Όπου το  $\Delta r$  εκφράζει το πάχος της ενδιάμεσης φάσης και η παράμετρος  $\mu$  δίνεται βάσει από τον τύπο:

$$\mu = 1 - \frac{\Delta C_p^f}{\Delta C_p^0} \quad (2.2.4)$$

Όπου  $\Delta C_p^f$  είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα με έγκλεισμα, ενώ  $\Delta C_p^0$  είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα «σκέτη», χωρίς έγκλεισμα, στις αντίστοιχες υαλώδεις μεταβατικές θερμοκρασίες τους.

Η σχέση (2.2.3), αφού  $r_f + \Delta r$  ισούται ουσιαστικά με  $r_i$  με την βοήθεια των σχέσεων (2.2.1), μπορεί να γραφτεί και σαν:

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (2.2.5)$$

Η σχέση (2.2.5) μαζί με την (2.2.1) και την (2.2.2) εξάγουν την εξής σχέση:

$$cnt = \frac{r_f^2}{r_i^2} = \frac{U_f}{U_f + U_i} = \frac{1 - U_f}{1 - U_f(1 - \mu)} \quad (2.2.6)$$

Τέλος υπολογίζοντας με την βοήθεια των DSC (differential scanning calorimetry) μετρήσεων, τα άλματα της ειδικής θερμότητας  $\Delta C_p$  στην υαλώδη μετάβαση ενός ινώδους σύνθετου υλικού και του αντίστοιχου πολυμερούς του, από το οποίο είναι αποκλειστικά φτιαγμένη η μήτρα του σύνθετου υλικού, **μπορούμε να εκτιμήσουμε τον παράγοντα  $\mu$**  και άρα και το πάχος της ενδιάμεσης φάσης αφού μας είναι γνωστή η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος.

#### 2.2.4. Πειραματική Περιγραφή και Προσδιορισμός του Πάχους και της κατ' Όγκο Περιεκτικότητας της Ενδιάμεσης Φάσης

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του ΕΜΠ έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις θερμοχωρητικότητας επί δοκιμών εποξειδικής ρητίνης και ινών γυαλιού. Παρακάτω θα περιγράψουμε μία από τις πειραματικές έρευνες [28],[29],[30] που



έγιναν για την μέτρηση του πάχους και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης.

Στην συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκαν ινώδη σύνθετα υλικά μονής κατεύθυνσης αποτελούμενα από μία εποξειδική μήτρα(PermaglassXE5/1, Permali Ltd.,U.K) ενισχυμένη με συνεχείς ίνες γυαλιού τύπου-E. Το υλικό της μήτρας βασίστηκε σε διγλυκιδυλαιθέρα της δισφαινόλης A, συνδυασμένο με σκληρυντή από αρωματική αμίνη(Araldite My 750/HT972, Ciba-Geigy, U.K). Οι ίνες γυαλιού είχαν διάμετρο  $1,2 \times 10^{-5}$  m και η κατ' όγκο περιεκτικότητά τους ήταν 0.65.

Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ιών γυαλιού προσδιορίστηκε με το συνήθη τρόπο, δηλαδή καίγοντας δείγματα του ιώδους σύνθετου υλικού και ζυγίζοντας το υπόλοιπο. Έτσι η κατά μάζα περιεκτικότητα του γυαλιού υπολογίστηκε 79.6% (+/- 0.28%). Με την χρήση του αποτελέσματος αυτού και των τιμών των ειδικών πυκνοτήτων του γυαλιού ( $\rho_g = 2.55 \text{ gr/cm}^3$ ) και της εποξειδικής μήτρας( $\rho_c = 1.20 \text{ gr/cm}^3$ ), και κάνοντας και κάποιους εύκολους υπολογισμούς, υπολογίζεται ότι η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ιών γυαλιού του πειράματος μας είναι 0.65.

Από την άλλη μεριά, δοκίμια με διάμετρο 0.004m και πάχους που ποικίλει από 0.001m μέχρι 0.0015m, φτιαγμένα είτε από ινώδες σύνθετο υλικό σε διάφορες κατ' όγκο περιεκτικότητες είτε φτιαγμένα από το υλικό της μήτρας υποβλήθηκαν σε δοκιμές DSC, με θερμικό αναλυτή στην περιοχή της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας τους, έτσι ώστε να προσδιορισθούν οι τιμές της ειδικής θερμότητάς τους.

Οι τιμές του παράγοντα  $\mu$  (σχέση 2.2.4) εξήχθησαν από τις τιμές των αλμάτων των ειδικών θερμοτήτων της μήτρας ενισχυμένης με ίνες γυαλιού και της μη ενισχυμένης μήτρας, δηλαδή των  $\Delta C_p^f$  και  $\Delta C_p^0$  αντίστοιχα, που υπολογίστηκαν από τα  $\Delta C_p = f(T)$  διαγράμματα σύμφωνα με το διάγραμμα της Εικόνας 2.8. Οι τιμές του  $\mu$  που προσδιορίστηκαν από τα DSC τεστ, επέτρεψαν και την εκτίμηση

του πάχους της ενδιάμεσης φάσης για κάθε σύνθετο υλικό(για κάθε διαφορετική κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα).

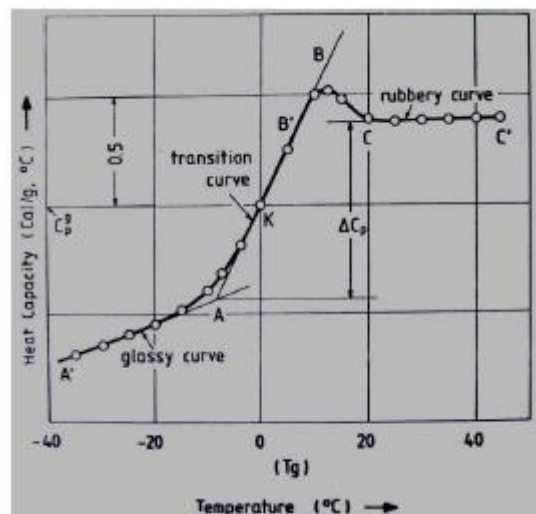
Έχει δειχθεί ότι για της μιας κατεύθυνσης ινώδη σύνθετα υλικά, υπάρχει μια παραβολική σχέση ανάμεσα στην κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και στην κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος.

Αυτή η σχέση είναι ως εξής:

$$U_i = CU_f^2 \quad (2.2.7)$$

Όπου με  $U_i$  και  $U_f$  συμβολίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και του εγκλείσματος αντίστοιχα.

Η σταθερά  $C$  στην περίπτωση μας είναι ίση με 0.123[40].

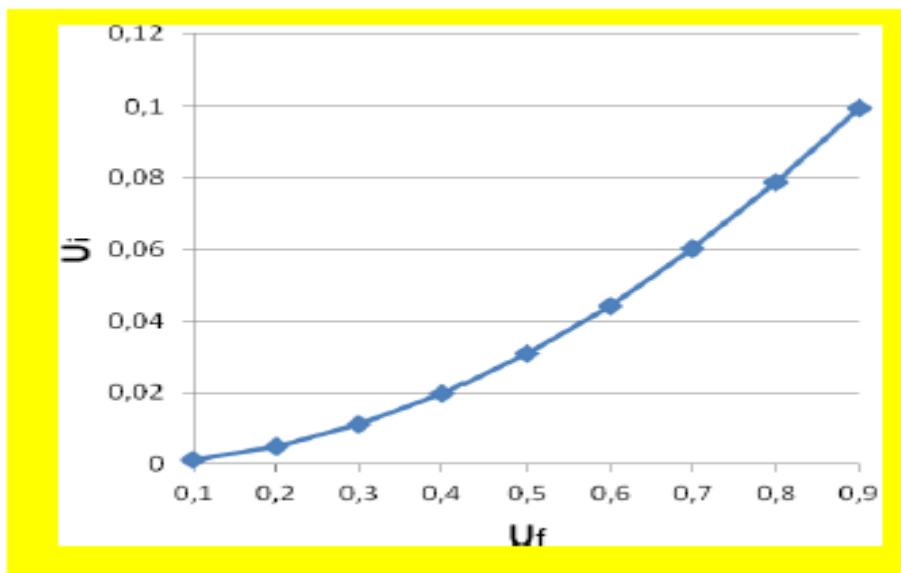


**Εικόνα 2.9**

Να σημειώσουμε εδώ ότι ύστερα από τον υπολογισμό της σχέσης (2.2.7) και με την βοήθεια της σχέσης (2.2.3) εξάγεται ο παρακάτω πίνακας τιμών για το τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση και παρατηρούμε από το ακόλουθο διάγραμμα ότι η μεταβολή της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος είναι περίπου παραβολική:

$U_f$	$U_i$	$r_i(\mu m)$
0.10	0.0012	6.036
0.20	0.00492	6.073
0.30	0.01107	6.110
0.40	0.01968	6.146
0.50	0.03075	6.182
0.60	0.04428	6.217
0.65	0.052	6.235
0.70	0.06027	6.254
0.80	0.07872	6.288
0.90	0.09963	6.323

Πίνακας Ι



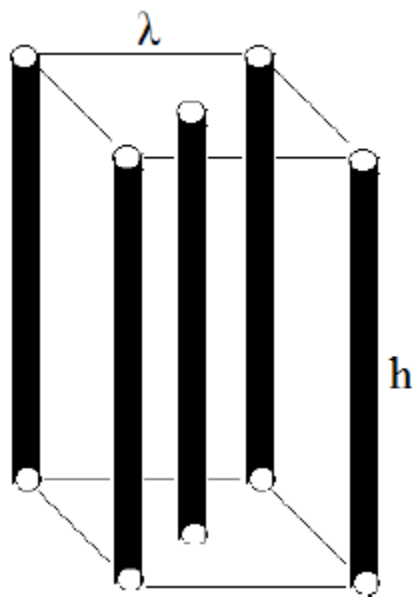
Εικόνα 2.10

### 3. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ, ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

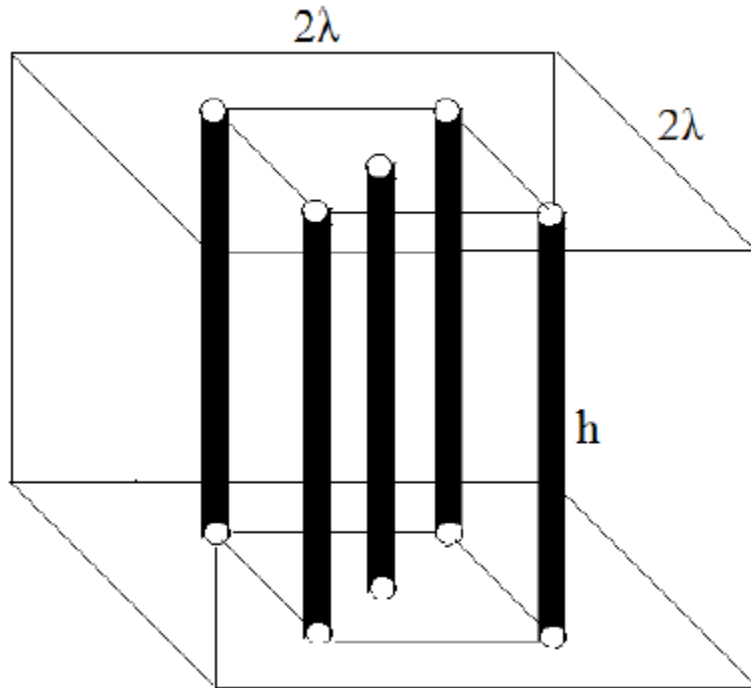
#### 3.1. Θεωρητικός Προσδιορισμός Ακτινών Τετραφασικού Μοντέλου Χωρίς Ενδιάμεση Φάση

##### 3.1.1. Γεωμετρική Κατανομή Ινών

Σε αυτήν την υποενότητα, θα θεωρήσουμε τον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι ίνες (ινώδη εγκλείσματα) μέσα στη μάζα της μήτρας ενός ινώδους σύνθετου υλικού έτσι ώστε να μπορέσουμε ύστερα να προσδιορίσουμε τις ακτίνες του κυλινδρικού μοντέλου που θα προκύψει μέσα από αυτήν την μελέτη.



Εικόνα 3.1



**Εικόνα 3.2**

Θεωρούμε λοιπόν ότι 4 ίνες καταλαμβάνουν τις κορυφές ενός τυχαίου τετραγωνικού πρίσματος ακμής  $\lambda$  και πεπερασμένου μήκους  $h$  και 1 ίνα καταλαμβάνει το κέντρο βάρους του. Το υπόψη πρίσμα περικλείεται σε ένα δεύτερο τετραγωνικό πρίσμα ακμής  $2\lambda$  και ίδιου μήκους (Εικ.3.1, Εικ.3.2). Το πρίσμα αυτό επαναλαμβάνεται συμμετρικά σε όλη την μάζα του σύνθετου υλικού και το ορίζουμε ως το στοιχειώδες δομικό «κύτταρο» του υλικού. Το τμήμα μεταξύ των ινών αλλά και το τμήμα ανάμεσα στο αρχικό τετραγωνικό πρίσμα και το δομικό «κύτταρο» του υλικού, αντιπροσωπεύει την μήτρα του σύνθετου υλικού.

Το πρίσμα ακμής  $2\lambda$  θα το αναγάγουμε τώρα, σε ένα «ισοδύναμο» κυλινδρικό μοντέλο με ίδιο μήκος  $h$  για να εκμεταλλευθούμε έτσι την κυλινδρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτήν, σε ένα τετραφασικό μοντέλο.

Το τετραφασικό μοντέλο μας, θα αποτελείται από τέσσερις ομόκεντρους κυλίνδρους ακτίνας  $a, b, c, d$  ( $a < b < c < d$ ) (Εικ.3.3). Σε αυτό το μοντέλο, η δεύτερη και η τέταρτη φάση (μπλε), που τις αποτελούν ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $a$  και εξωτερική  $b$ , και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $c$  και εξωτερική ακτίνα  $d$ , αντιπροσωπεύουν το υλικό της μήτρας και θα τα συμβολίζουμε με  $m$ . Ο κύλινδρος με ακτίνα  $a$  καθώς και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $b$  και εξωτερική ακτίνα  $c$ , πρώτη και τρίτη φάση (κόκκινο), αντιπροσωπεύουν το σύνολο των ινών του δομικού μας «κυττάρου» και τα συμβολίζουμε με  $f$ .



**Εικόνα 3.3**

Για ένα ινώδες σύνθετο υλικό, ξέρουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών του  $U_f$ , όπως επίσης και την ακτίνα των ινών του  $r_f$ . Για το πρίσμα ακμής  $2\lambda$  η  $U_f$  θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου των πέντε ινών του, προς τον όγκο ολόκληρου του πρίσματος, δηλαδή:

$$U_f = \frac{5\pi r_f^2 h}{(2\lambda)^2 h} = \frac{5\pi r_f^2}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt{\frac{5\pi}{4U_f}} \quad (3.1.1)$$

Επίσης ο όγκος του πρίσματος με ακμή  $2\lambda$  αντιπροσωπεύεται από τον όγκο του κυλίνδρου ακτίνας  $d$  στο κυλινδρικό μοντέλο. Έτσι θα έχουμε:

$$(2\lambda)^2 h = \pi d^2 h \Rightarrow d = 2\lambda \sqrt{\frac{1}{\pi}} \quad (3.1.2)$$

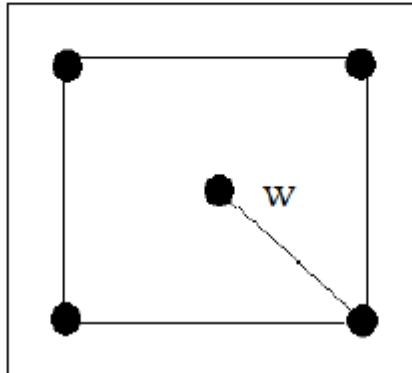
Η πρώτη φάση αποτελείται από την κυλινδρική ίνα που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του πρίσματος. Οπότε θα ισχύει:

$$a = r_f \quad (3.1.3)$$

Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των ακτινών  $b, c$ .

Θεωρούμε το τετραγωνικό πρίσμα ακμής  $\lambda$  όπως πριν. Η απόσταση από τον κεντρικό άξονα του, έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από εφαρμογή γεωμετρικών υπολογισμών, έχει μήκος  $\frac{2^{1/2}}{2}\lambda$ . Αν ονομάσουμε αυτήν την απόσταση  $w$ , το  $w$  θα αντιπροσωπεύει την απόσταση του άξονα του πρίσματος από τα κέντρα των ινών και ισχύει ότι (Εικόνα 3.4):

$$w = \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda \quad (3.1.4)$$



**Εικόνα 3.4**

Θεωρούμε επίσης ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες  $b, c$  κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα  $w$ , προσαρμοσμένη στο τετραφασικό μοντέλο. Θα ισχύει λοιπόν:

$$\pi(c^2 - w^2)h = \pi(w^2 - b^2)h \Rightarrow 2w^2 = b^2 + c^2 \quad (3.1.5)$$

Ο όγκος της τρίτης φάσης ισούται όμως με τον όγκο των τεσσάρων ιών και άρα θα πρέπει:

$$\pi(c^2 - b^2)h = 4\pi r_f^2 h \Rightarrow c^2 - b^2 = 4r_f^2 \quad (3.1.6)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.1.5), (3.1.6) προκύπτουν οι εκφράσεις των  $c, b$  ως εξής:

$$b = \sqrt{w^2 - 2r_f^2} \quad (3.1.7)$$

$$c = \sqrt{w^2 + 2r_f^2} \quad (3.1.8)$$

Και άρα από τις σχέσεις (3.1.1) και (3.1.3) θα έχουμε:

$$a = r_f \quad (3.1.9)$$

$$b = \sqrt{\frac{5\pi r_f^2}{8U_f} - 2r_f^2} \quad (3.1.10)$$

$$c = \sqrt{\frac{5\pi r_f^2}{8U_f} + 2r_f^2} \quad (3.1.11)$$

$$d = 2r_f \sqrt{\frac{5}{4U_f}} \quad (3.1.12)$$

Καταφέραμε έτσι λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες  $a, b, c, d$  συναρτήσει των γνωστών μεγεθών  $U_f$  και  $r_f$ .

### 3.1.2. Γεωμετρικοί Περιορισμοί

Σε αυτή την υποενότητα θα εξετάσουμε τους γεωμετρικούς περιορισμούς που προκύπτουν για το κυλινδρικό τετραφασικό μοντέλο μας χωρίς ενδιάμεση

φάση, βάσει της κατανομής των ιών γυαλιού που έχουμε θεωρήσει. Να σημειώσουμε εδώ ότι η θεώρηση ύπαρξης ενδιάμεσης φάσης στο συγκεκριμένο μοντέλο, δεν επηρεάζει τις σχέσεις των γεωμετρικών περιορισμών και αυτό διότι η ενδιάμεση φάση θεωρείται αλλοιωμένη μήτρα και συνεπώς είναι μέρος της μήτρας. Άρα θα έχουμε:

$$b > 0 \Rightarrow \sqrt{r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} - 2r_f^2} > 0 \Rightarrow r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} - 2r_f^2 > 0 \Rightarrow U_f < \frac{5\pi}{16} \Rightarrow U_f < 0.98125 \quad (3.1.13)$$

$$a < b \Rightarrow r_f < \sqrt{w^2 - 2r_f^2} \Rightarrow 3r_f^2 < w^2 \Rightarrow 3r_f^2 < \frac{1}{2}r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} \Rightarrow U_f < \frac{5\pi}{24} \Rightarrow U_f < 0.65416$$

(3.1.14)

$$c < d \Rightarrow \sqrt{2r_f^2 + w^2} < 2\lambda\sqrt{\frac{1}{\pi}} \Rightarrow 2r_f^2 + \frac{\lambda^2}{2} < \frac{4\lambda^2}{\pi} \Rightarrow 2r_f^2 < 0,773r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} \Rightarrow$$

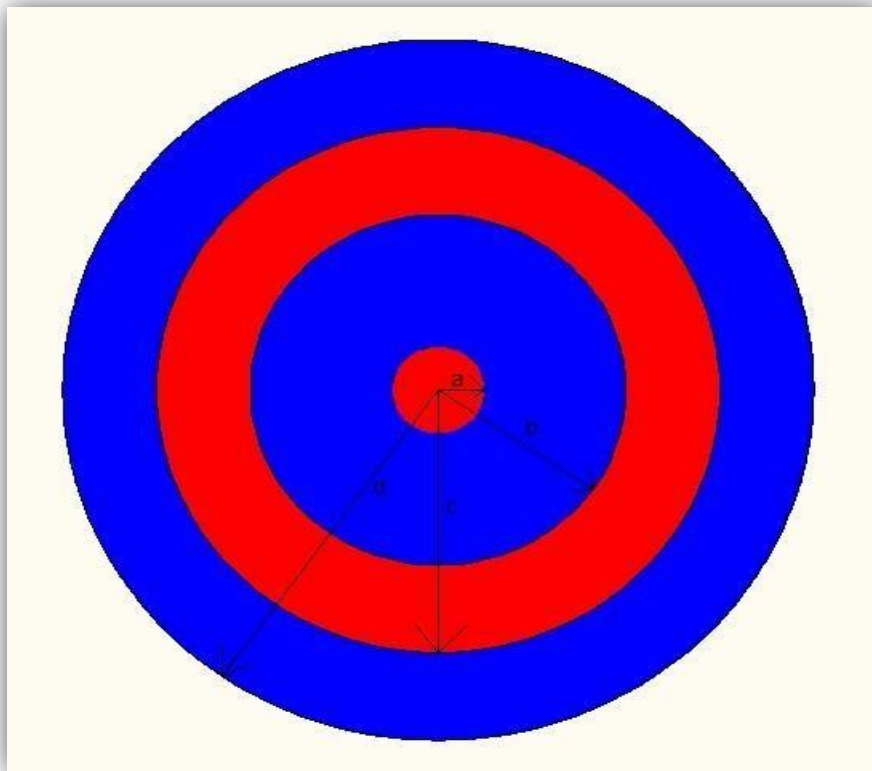
$U_f < 1.51$  (3.1.15)

Άρα συμπεραίνουμε ότι βάσει αυτού το μοντέλου η **μέγιστη επιτρεπτή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε ινώδες έγκλεισμα** θα είναι  $U_f < 0,65416$ .



### 3.2. Θεωρητικός Προσδιορισμός Ακτινών Τετραφασικού Κυλινδρικού Μοντέλου με Ενδιάμεση Φάση

Θεωρούμε το τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο αυτή την φορά συμπεριλαμβανομένου και ενδιάμεσων φάσεων.



Εικόνα 3.5

Έστω ότι ασκούμε εξωτερικά μία σταθερή αξονική παραμόρφωση  $\epsilon$  η οποία βέβαια είναι ίδια για τις τέσσερις φάσεις του υλικού (βλέπε σχήμα 3.5). Η ανάλυση είναι η παρακάτω.

### 3.2.1. Υπολογισμός διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$

#### Τασική συνάρτηση

Θεωρούμε την τασική συνάρτηση  $\Phi$  που περιγράφει το πρόβλημα μας, εκφρασμένη σε κυλινδρικές συντεταγμένες. Η γενική μορφή της τασικής είναι:

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0$$

Η πιο πάνω διαφορική εξίσωση είναι τύπου Euler και η γενική της λύση έχει την μορφή:

$$\Phi = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4$$

όπου  $C_1, C_2, C_3$  και  $C_4$  σταθερές.

Η κάθε μία από τις τέσσερις φάσεις έχει την δική της τασική συνάρτηση που την χαρακτηρίζει, έτσι έχουμε αντίστοιχα:

$$\Phi_1 = A \ln r + B r^2 \ln r + C r^2 + P$$

$$\Phi_2 = D \ln r + E r^2 \ln r + F r^2 + Q$$

$$\Phi_3 = G \ln r + H r^2 \ln r + K r^2 + R$$

$$\Phi_4 = L \ln r + M r^2 \ln r + N r^2 + S$$

#### Τάσεις

Πρώτο βήμα είναι ο υπολογισμός των τάσεων  $\sigma_r$  και  $\sigma_\theta$  με την βοήθεια των τασικών συναρτήσεων και από τις σχέσεις:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \text{ και } \sigma_\theta = \frac{d^2 \Phi}{dr^2}$$

Έχουμε λοιπόν:

$$\sigma_{r,1} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_1}{dr} = \frac{A}{r^2} + B(1+2\ln r) + 2C \quad (3.2.1)$$

$$\sigma_{\theta,1} = \frac{d^2 \Phi_1}{dr^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3+2\ln r) + 2C \quad (3.2.2)$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_2}{dr} = \frac{D}{r^2} + E(1+2\ln r) + 2F \quad (3.2.3)$$

$$\sigma_{\theta,2} = \frac{d^2\Phi_2}{dr^2} = -\frac{D}{r^2} + E(3+2\ln r) + 2F \quad (3.2.4)$$

$$\sigma_{r,3} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_3}{dr} = \frac{G}{r^2} + H(1+2\ln r) + 2K \quad (3.2.5)$$

$$\sigma_{\theta,3} = \frac{d^2\Phi_3}{dr^2} = -\frac{G}{r^2} + H(3+2\ln r) + 2K \quad (3.2.6)$$

$$\sigma_{r,4} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_4}{dr} = \frac{L}{r^2} + M(1+2\ln r) + 2N \quad (3.2.7)$$

$$\sigma_{\theta,4} = \frac{d^2\Phi_4}{dr^2} = -\frac{L}{r^2} + M(3+2\ln r) + 2N \quad (3.2.8)$$

Για να αποφύγουμε τον απειρισμό των τάσεων στη θέση  $r=0$  θα πρέπει και οι σταθερές  $A$  και  $B$  να ισούνται με το μηδέν, έτσι  $A=B=0$ .

Επίσης μπορεί να δειχθεί, εξισώνοντας τις εκφράσεις των μετατοπίσεων  $u$  για την 2η, 3η και 4η φάση, πως  $E=H=M=0$ . Οι σχέσεις (3.2.1)-(3.2.8) μετασχηματίζονται σε:

$$\sigma_{r,1} = \sigma_{\theta,1} = 2C$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{D}{r^2} + 2F, \quad (3.2.9)$$

$$\sigma_{\theta,2} = -\frac{D}{r^2} + 2F \quad (3.2.10)$$

$$\sigma_{r,3} = \frac{G}{r^2} + 2K, \quad (3.2.11)$$

$$\sigma_{\theta,3} = -\frac{G}{r^2} + 2K \quad (3.2.12)$$

$$\sigma_{r,4} = \frac{L}{r^2} + 2N, \quad (3.2.13)$$

$$\sigma_{\theta,4} = -\frac{L}{r^2} + 2N \quad (3.2.14)$$

Οι αξονικές τάσεις  $\sigma_{z,1}, \sigma_{z,2}, \sigma_{z,3}, \sigma_{z,4}$  θα υπολογιστούν από τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων και την συνθήκη  $0 = \varepsilon_{z,1} = \varepsilon_{z,2} = \varepsilon_{z,3} = \varepsilon_{z,4}$

$$\varepsilon_{z,1} = \frac{\sigma_{z,1} - \nu_1(\sigma_{r,1} + \sigma_{\theta,1})}{E_1} = \varepsilon \quad (3.2.15)$$

$$\varepsilon_{z,2} = \frac{\sigma_{z,2} - \nu_2(\sigma_{r,2} + \sigma_{\theta,2})}{E_2} = \varepsilon \quad (3.2.16)$$

$$\varepsilon_{z,3} = \frac{\sigma_{z,3} - \nu_3(\sigma_{r,3} + \sigma_{\theta,3})}{E_3} = \varepsilon \quad (3.2.17)$$

$$\varepsilon_{z,4} = \frac{\sigma_{z,4} - \nu_4(\sigma_{r,4} + \sigma_{\theta,4})}{E_4} = \varepsilon \quad (3.2.18)$$

Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (3.2.15)- (3.2.18) και κάνοντας χρήση και των εξισώσεων (3.2.9)- (3.2.14) καταλήγουμε στις εξής φράσεις για τις αξονικές τάσεις:

$$\sigma_{z,1} = \varepsilon E_1 + 4\nu_1 C \quad (3.2.19)$$

$$\sigma_{z,2} = \varepsilon E_2 + 4\nu_2 F \quad (3.2.20)$$

$$\sigma_{z,3} = \varepsilon E_3 + 4\nu_3 K \quad (3.2.21)$$

$$\sigma_{z,4} = \varepsilon E_4 + 4\nu_4 N \quad (3.2.22)$$

### Μετατοπίσεις

Οι ακτινικές μετατοπίσεις δίνονται από τη γενική σχέση:  $u_r = r\varepsilon_\theta$  όπου από τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων έχω  $\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}[\sigma_r - \nu(\sigma_z + \sigma_\theta)]$

Άρα θα έχουμε:

$$u_{r,1} = \frac{r}{E_1}[2C - \nu_1(2C + 4\nu_1 C + \varepsilon E_1)] \quad (3.2.23)$$

$$u_{r,2} = \frac{r}{E_2}[2F - \frac{D}{r^2} - \nu_2(2F + 4\nu_2 F + \varepsilon E_2)] \quad (3.2.24)$$

$$u_{r,3} = \frac{r}{E_3}[2K - \frac{G}{r^2} - \nu_3(2K + 4\nu_3 K + \varepsilon E_3)] \quad (3.2.25)$$

$$u_{r,4} = \frac{r}{E_4}[2N - \frac{L}{r^2} - \nu_4(2N + 4\nu_4 N + \varepsilon E_4)] \quad (3.2.26)$$

### Παραμορφώσεις

Οι εκφράσεις για τις παραμορφώσεις  $\varepsilon_r$  και  $\varepsilon_\theta$  των τεσσάρων φάσεων προκύπτουν από τις παρακάτω γενικές σχέσεις:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \text{και} \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$$

$$\varepsilon_{r,1} = \frac{2C(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) - \nu_1 E_1 \varepsilon}{E_1} \quad (3.2.27)$$

$$\varepsilon_{\theta,1} = \frac{2C(1-V_1-2v_1^2)-v_1E_1\varepsilon}{E_1} \quad (3.2.28)$$

$$\varepsilon_{z,1} = \varepsilon \quad (3.2.29)$$

$$\varepsilon_{r,2} = \frac{(1+v_2)\frac{D}{r^2}+2F(1-v_2-2v_2^2)-v_2E_2\varepsilon}{E_2} \quad (3.2.30)$$

$$\varepsilon_{\theta,2} = \frac{-(1+v_2)\frac{D}{r^2}+2F(1-v_2-2v_2^2)-v_2E_2\varepsilon}{E_2} \quad (3.2.31)$$

$$\varepsilon_{z,2} = \varepsilon \quad (3.2.32)$$

$$\varepsilon_{r,3} = \frac{(1+v_3)\frac{G}{r^2}+2K(1-v_3-2v_3^2)-v_3E_3\varepsilon}{E_3} \quad (3.2.33)$$

$$\varepsilon_{\theta,3} = \frac{-(1+v_3)\frac{G}{r^2}+2K(1-v_3-2v_3^2)-v_3E_3\varepsilon}{E_3} \quad (3.2.34)$$

$$\varepsilon_{z,3} = \varepsilon \quad (3.2.35)$$

$$\varepsilon_{r,4} = \frac{(1+v_4)\frac{L}{r^2}+2N(1-v_4-2v_4^2)-v_4E_4\varepsilon}{E_4} \quad (3.2.36)$$

$$\varepsilon_{\theta,4} = \frac{-(1+v_4)\frac{L}{r^2}+2N(1-v_4-2v_4^2)-v_4E_4\varepsilon}{E_4} \quad (3.2.37)$$

$$\varepsilon_{z,4} = \varepsilon \quad (3.2.38)$$

### Συνοριακές συνθήκες τάσεων

Για  $r=a$ :  $\sigma_{r,1}=\sigma_{r,2}$  και  $r=b$ :  $\sigma_{r,3}=\sigma_{r,2}$

Για  $r=c$ :  $\sigma_{r,3}=\sigma_{r,4}$  και  $r=d$ :  $\sigma_{r,4}=0$

$$\text{Για } r=a: 2C = \frac{D}{a^2} + 2F \quad (3.2.39)$$

$$\text{Για } r=b: \frac{G}{b^2} + 2K = \frac{D}{b^2} + 2F \quad (3.2.40)$$

$$\text{Για } r=c: \frac{G}{c^2} + 2K = \frac{L}{c^2} + 2N \quad (3.2.41)$$

$$\text{Για } r=d: \frac{L}{c^2} + 2N=0 \quad (3.2.42)$$

### Συνοριακές συνθήκες μετατοπίσεων

$$\text{Για } r=a: u_{r,1}=u_{r,2} \text{ και για } r=b: u_{r,3}=u_{r,4}$$

Οπότε για  $r=a$ :

$$E_2[2C(1 - V_1 - 2v_1^2) - v_1 E_1 \varepsilon] = E_1[-(1 + v_2) \frac{D}{a^2} + 2F(1 - v_2 - 2v_2^2) - v_2 E_2 \varepsilon] \quad (3.2.43)$$

Για  $r=b$ :

$$E_3[-(1 + v_2) \frac{D}{b^2} + 2F(1 - v_2 - 2v_2^2) - v_2 E_2 \varepsilon] = E_2[-(1 + v_3) \frac{G}{b^2} + 2K(1 - v_3 - 2v_3^2) - v_3 E_3 \varepsilon]$$

(3.2.44)

Για  $r=c$ :

$$E_4[-(1 + v_3) \frac{G}{c^2} + 2K(1 - v_3 - 2v_3^2) - v_3 E_3 \varepsilon] = E_3[-(1 + v_4) \frac{L}{c^2} + 2N(1 - v_4 - 2v_4^2) - v_4 E_4 \varepsilon]$$

(3.2.45)

Οι εξισώσεις (3.2.39)-(3.2.45) αποτελούν ένα σύστημα 7 εξισώσεων με 7 αγνώστους του οποίου η λύση δίνει τιμές των σταθερών C,D,F,G,K,L και N. Οι τιμές αυτές θα προκύψουν ως συνάρτηση των σταθερών  $E_1, E_2, E_3, E_4$  και  $V_1, V_2, V_3, V_4, \varepsilon$  και των ακτινών a, b, c, και d. Επειδή όμως, όπως ήδη γνωρίζουμε οι τιμές των ακτινών αλλάζουν με κάθε μεταβολή της  $U_f$ , έπεται ότι και οι σταθερές C, D, F, G, K, L και N (οι οποίες είναι όλες πολλαπλασιασμένες με το  $\varepsilon$ ) θα αλλάζουν σε κάθε περιεκτικότητα.

Οι τιμές των σταθερών C, D, F, G, K, L και N για κάθε περιεκτικότητα της  $U_f$  περιέχονται στους Πίνακες στις σελίδες 130-137.

Για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας  $E_L$  του συνθέτου υλικού, θεωρούμε ότι η ενέργεια παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού ισούται με το άθροισμα των ενεργειών παραμόρφωσης των τεσσάρων φάσεων από τις οποίες αποτελείται. Έχουμε λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} E_L \varepsilon^2 dV_c = & \frac{1}{2} \int_{V_1} \sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{z,1} \varepsilon_{z,1} dV_1 + \frac{1}{2} \int_{V_2} \sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \\ & \sigma_{z,2} \varepsilon_{z,2} dV_2 + \frac{1}{2} \int_{V_3} \sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{z,3} \varepsilon_{z,3} dV_3 + \frac{1}{2} \int_{V_4} \sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \\ & \sigma_{z,4} \varepsilon_{z,4} dV_4 \end{aligned} \quad (3.2.46)$$

όπου  $dV=2\pi r h dr$ .

Η παραπάνω μετατρέπεται λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^d E_L \varepsilon^2 2\pi r h dr = & \frac{1}{2} \int_0^a \sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{z,1} \varepsilon_{z,1} 2\pi r h dr + \frac{1}{2} \int_a^b \sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \\ & \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \sigma_{z,2} \varepsilon_{z,2} 2\pi r h dr + \frac{1}{2} \int_b^c \sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \\ & \sigma_{z,3} \varepsilon_{z,3} 2\pi r h dr + \frac{1}{2} \int_c^d \sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{z,4} \varepsilon_{z,4} 2\pi r h dr \end{aligned} \quad (3.2.47)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω τις εκφράσεις των τάσεων από τις σχέσεις (3.2.9)- (3.2.14) και (3.2.19)- (3.2.22) και των παραμορφώσεων από τις σχέσεις (3.2.27)- (3.2.38) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \int_0^d E_L \varepsilon^2 r dr = & \frac{1}{E_1} \int_0^a [8C^2(1 - v_1 - 2v_1^2) + E_1 \varepsilon^2] r dr + \frac{1}{E_2} \int_a^b \left[ \frac{4D^2}{r^4} (1 + v_2) + 8F^2(1 - v_2 - \right. \\ & \left. 2v_2^2) + E_2 \varepsilon^2 \right] r dr + \frac{1}{E_3} \int_b^c \left[ \frac{4G^2}{r^4} (1 + v_3) + 8K^2(1 - v_3 - 2v_3^2) + E_3 \varepsilon^2 \right] r dr + \frac{1}{E_4} \int_c^d \left[ \frac{4L^2}{r^4} (1 + \right. \\ & \left. v_4) + 8N^2(1 - v_4 - 2v_4^2) + E_4 \varepsilon^2 \right] r dr \end{aligned} \quad (3.2.48)$$

Στη συνέχεια εκτελούμε τις ολοκληρώσεις και έχουμε:

$$\begin{aligned} E_L \varepsilon^2 d^2 = & \frac{1}{E_1} [8C^2(1 - v_1 - 2v_1^2) + E_1 \varepsilon^2] a^2 \\ & + \frac{1}{E_2} \left\{ [-2D^2(1 + v_2) \left( \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) + [8F^2(1 - v_2 - 2v_2^2) + E_2 \varepsilon^2] (b^2 - a^2)] \right\} \\ & + \frac{1}{E_3} \left\{ [-2G^2(1 + v_3) \left( \frac{1}{c^2} - \frac{1}{b^2} \right) + [8K^2(1 - v_3 - 2v_3^2) + E_3 \varepsilon^2] (c^2 - b^2)] \right\} \\ & + \frac{1}{E_4} \left\{ [-2L^2(1 + v_4) \left( \frac{1}{d^2} - \frac{1}{c^2} \right) + [8N^2(1 - v_4 - 2v_4^2) + E_4 \varepsilon^2] (d^2 - c^2)] \right\} \end{aligned} \quad (3.2.49)$$

Με βάση τη θεώρηση του μοντέλου που έχουμε επιλέξει, οι κατ' όγκο περιεκτικότητες των τεσσάρων φάσεων, προκύπτουν ως εξής:

$$U_1 = \frac{\pi a^2 h}{\pi d^2 h} = \frac{a^2}{d^2} \quad (3.2.50)$$

$$U_2 = \frac{\pi b^2 h - \pi a^2 h}{\pi d^2 h} = \frac{b^2 - a^2}{d^2} \quad (3.2.51)$$

$$U_3 = \frac{\pi c^2 h - \pi b^2 h}{\pi d^2 h} = \frac{c^2 - b^2}{d^2} \quad (3.2.52)$$

$$U_4 = \frac{\pi d^2 h - \pi c^2 h}{\pi d^2 h} = \frac{d^2 - c^2}{d^2} \quad (3.2.53)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (3.2.50)-(3.2.53) και διαιρώντας και τα δυο μέλη της σχέσης (3.2.49) με  $d^2$  και  $\varepsilon^2$  προκύπτει η τελική σχέση για το  $E_L$ :

$$\begin{aligned} E_L = & \frac{1}{E_1} [8C^2(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) + E_1]U_1 \\ & + \frac{1}{E_2} \{ [2D^2(1 + \nu_2) \frac{U_2}{a^2 b^2} + [8F^2(1 - \nu_2 - 2\nu_2^2) + E_2]U_2 \} \\ & + \frac{1}{E_3} \{ [2G^2(1 + \nu_3) \frac{U_3}{c^2 b^2} + [8K^2(1 - \nu_3 - 2\nu_3^2) + E_3]U_3 \} \\ & + \frac{1}{E_4} \{ [2L^2(1 + \nu_4) \frac{U_4}{c^2 d^2} + [8N^2(1 - \nu_4 - 2\nu_4^2) + E_4]U_4 \} \end{aligned} \quad (3.2.54)$$

Σημείωση C, D, F, G, K, L και N είναι πολλαπλασιασμένες με την παραμόρφωση  $\varepsilon$  και γι' αυτό το  $\varepsilon$  απλοποιείται από την τελική έκφραση του  $E_L$

### 3.2.2. Υπολογισμός Διαμήκη Λόγου Poisson $\nu_T$

Ο Διαμήκης λόγος Poisson υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\nu_L = - \frac{[u_{r,4}]_{r=d}}{\varepsilon} \quad (3.2.55)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2.26) που δίνει την έκφραση του  $u_{r,4}$  όπου  $r = d$  και αντικαθιστώντας στη συνέχεια στη σχέση (3.2.55) προκύπτει:



$$v_L = \frac{-[2N - \frac{L}{d^2} - v_4(2v + \frac{L}{d^2} + 4v_4N + E_4)]}{E_4} \quad (3.2.55)$$

Οι τιμές των σταθερών  $N$  και  $L$  είναι αυτές που έχουν ήδη υπολογιστεί στην ενότητα αυτή και παρατίθενται στους πίνακες.

### 3.2.3. Υπολογισμός Εγκάρσιου Λόγου Poisson $V_T$

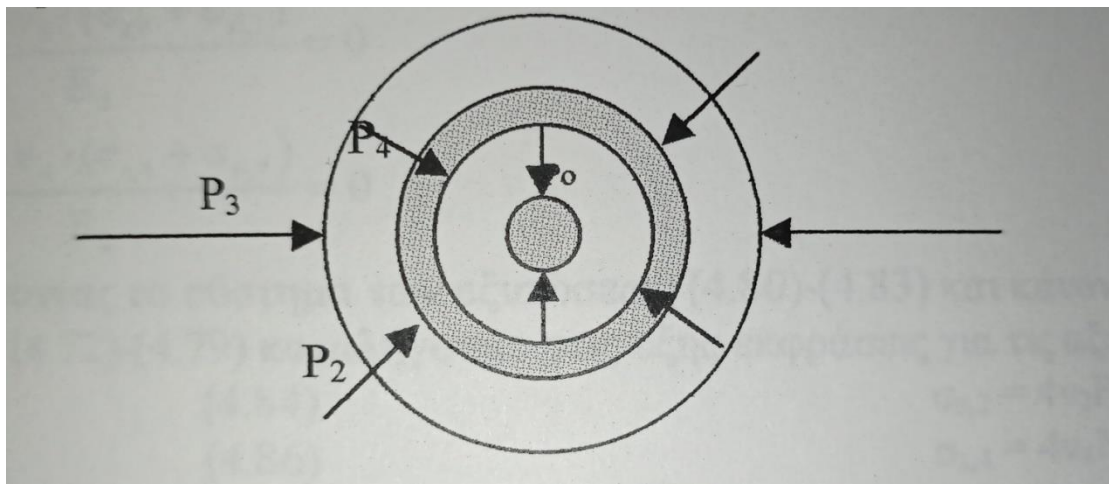
Ο εγκάρσιος λόγος Poisson  $V_T$  του σύνθετου υλικού προκύπτει από τον νόμο των φάσεων και δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{v_T} = \frac{U_1}{v_1} + \frac{U_2}{v_2} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{U_4}{v_4} \quad (3.2.55)$$

### 3.2.4. Υπολογισμός Εγκαρσίου Μέτρου Ελαστικότητας $E_T$

Θεωρούμε και πάλι το τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο, όπως αυτό έχει προκύψει από την ανάλυση στην ενότητα.

Έστω ότι στην εξωτερική επιφάνεια του κυλίνδρου ακτίνας  $d$  ασκούμε ομοιόμορφα ακτινική πίεση  $P_3$ . Λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ 3ης και 4ης φάσης, στο σύνορο τους, θα ασκείται μία πίεση που την καλούμε  $P_2$ . Ομοίως λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ 2ης και 3ης φάσης στο σύνορο τους θα ασκείται μία πίεση, έστω  $P_1$ , ενώ λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ 1ης και 2ης φάσης στο σύνορο τους θα ασκείται μία πίεση  $P_0$ .



Εικόνα 3.6

#### Τασική συνάρτηση

Η τασική συνάρτηση Airy καθώς και η λύση της που περιγράφουν το πρόβλημα μας είναι ίδιες με αυτές που αναφέρονται στην ενότητα 3.2.1 που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του  $E_L$ , δηλαδή:

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0$$

Η πιο πάνω διαφορική εξίσωση είναι τύπου Euler και η γενική της λύση έχει την μορφή:

$$\Phi = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4$$

όπου  $C_1, C_2, C_3$  και  $C_4$  σταθερές.

Η κάθε μία από τις τέσσερις φάσεις έχει την δική της τασική συνάρτηση που την χαρακτηρίζει, έτσι έχουμε αντίστοιχα:

$$\Phi_1 = A \ln r + B r^2 \ln r + C r^2 + P$$

$$\Phi_2 = D \ln r + E r^2 \ln r + F r^2 + Q$$

$$\Phi_3 = G \ln r + H r^2 \ln r + K r^2 + R$$

$$\Phi_4 = L \ln r + M r^2 \ln r + N r^2 + S$$

### Τάσεις

Επειδή η τασική συνάρτηση παραμένει η ίδια, έπεται πως και οι τάσεις  $\sigma_r$  και  $\sigma_\theta$  προκύπτουν ίδιες με αυτές της ενότητας 3.2.1 και για λόγους πληρότητας παρατίθενται ξανά:

$$\sigma_{r,1} = \sigma_{\theta,1} = 2C(*)$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{D}{r^2} + 2F, \quad (3.2.56)$$

$$\sigma_{\theta,2} = -\frac{D}{r^2} + 2F \quad (3.2.57)$$

$$\sigma_{r,3} = \frac{G}{r^2} + 2K, \quad (3.2.58)$$

$$\sigma_{\theta,3} = -\frac{G}{r^2} + 2K \quad (3.2.59)$$

$$\sigma_{r,4} = \frac{L}{r^2} + 2N, \quad (3.2.60)$$

$$\sigma_{\theta,4} = -\frac{L}{r^2} + 2N \quad (3.2.61)$$

Οι αξονικές τάσεις  $\sigma_{z,1}, \sigma_{z,2}, \sigma_{z,3}, \sigma_{z,4}$  θα υπολογιστούν από τις σχέσεις τάσεων- παραμορφώσεων και την συνθήκη  $0 = \varepsilon_{z,1} = \varepsilon_{z,2} = \varepsilon_{z,3} = \varepsilon_{z,4}$

$$\varepsilon_{z,1} = \frac{\sigma_{z,1} - \nu_1(\sigma_{r,1} + \sigma_{\theta,1})}{E_1} = 0 \quad (3.2.62)$$

$$\varepsilon_{z,2} = \frac{\sigma_{z,2} - \nu_2(\sigma_{r,2} + \sigma_{\theta,2})}{E_2} = 0 \quad (3.2.63)$$

$$\varepsilon_{z,3} = \frac{\sigma_{z,3} - \nu_3(\sigma_{r,3} + \sigma_{\theta,3})}{E_3} = 0 \quad (3.2.64)$$

$$\varepsilon_{z,4} = \frac{\sigma_{z,4} - \nu_4(\sigma_{r,4} + \sigma_{\theta,4})}{E_4} = 0 \quad (3.2.65)$$

Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (3.2.62)-(3.2.65) και κάνοντας χρήση και των εξισώσεων (3.2.56)-(3.2.61) καταλήγουμε στις εξής φράσεις για τις αξονικές τάσεις:

$$\sigma_{z,1} = 4\nu_1 C \quad (3.2.66)$$

$$\sigma_{z,2} = 4\nu_2 F \quad (3.2.67)$$

$$\sigma_{z,3} = 4\nu_3 K \quad (3.2.68)$$

$$\sigma_{z,4} = 4\nu_4 N \quad (3.2.69)$$

### Μετατοπίσεις

Οι ακτινικές μετατοπίσεις δίνονται από τη γενική σχέση:  $u_r = r\varepsilon_\theta$  όπου από τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων έχω  $\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}[\sigma_r - \nu(\sigma_z + \sigma_\theta)]$

Άρα θα έχουμε:

$$u_{r,1} = \frac{r}{E_1} 2C(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) \quad (3.2.70)$$

$$u_{r,2} = \frac{r}{E_2} [2F(1 - \nu_2 - 2\nu_2^2) - \frac{D}{r^2}(1 + \nu_2)] \quad (3.2.71)$$

$$u_{r,3} = \frac{r}{E_3} [2K(1 - \nu_3 - 2\nu_3^2) - \frac{G}{r^2}(1 + \nu_3)] \quad (3.2.72)$$

$$u_{r,4} = \frac{r}{E_4} [2N(1 - \nu_4 - 2\nu_4^2) - \frac{L}{r^2}(1 + \nu_4)] \quad (3.2.73)$$

### Παραμορφώσεις

Οι εκφράσεις για τις παραμορφώσεις  $\varepsilon_r$  και  $\varepsilon_\theta$  των τεσσάρων φάσεων προκύπτουν από τις παρακάτω γενικές σχέσεις:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \text{και} \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$$

$$\varepsilon_{r,1} = \frac{2C(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2)}{E_1} \quad (3.2.74)$$

$$\varepsilon_{\theta,1} = \frac{2C(1-V_1-2v_1^2)}{E_1} \quad (3.2.75)$$

$$\varepsilon_{z,1} = 0 \quad (3.2.76)$$

$$\varepsilon_{r,2} = \frac{(1+v_2)\frac{D}{r^2} + 2F(1-v_2-2v_2^2)}{E_2} \quad (3.2.77)$$

$$\varepsilon_{\theta,2} = \frac{-(1+v_2)\frac{D}{r^2} + 2F(1-v_2-2v_2^2)}{E_2} \quad (3.2.78)$$

$$\varepsilon_{z,2} = 0 \quad (3.2.79)$$

$$\varepsilon_{r,3} = \frac{(1+v_3)\frac{G}{r^2} + 2K(1-v_3-2v_3^2)}{E_3} \quad (3.2.80)$$

$$\varepsilon_{\theta,3} = \frac{-(1+v_3)\frac{G}{r^2} + 2K(1-v_3-2v_3^2)}{E_3} \quad (3.2.81)$$

$$\varepsilon_{z,3} = 0 \quad (3.2.82)$$

$$\varepsilon_{r,4} = \frac{(1+v_4)\frac{L}{r^2} + 2N(1-v_4-2v_4^2)}{E_4} \quad (3.2.83)$$

$$\varepsilon_{\theta,4} = \frac{-(1+v_4)\frac{L}{r^2} + 2N(1-v_4-2v_4^2)}{E_4} \quad (3.2.84)$$

$$\varepsilon_{z,4} = 0 \quad (3.2.85)$$

### Συνοριακές συνθήκες τάσεων

Για r=a:  $\sigma_{r,1} = -P_0$  και  $\sigma_{r,2} = -P_0$

Για r=b:  $\sigma_{r,3} = -P_1$  και  $\sigma_{r,2} = -P_0$

Για r=c:  $\sigma_{r,3} = -P_2$  και  $\sigma_{r,4} = -P_2$

Για r=d:  $\sigma_{r,4} = -P_3$

Οι εξισώσεις (\*), (3.2.56), (3.2.58), (3.2.60) μετασχηματίζονται αντίστοιχα:

$$2C = -P_0 \quad (3.2.86)$$

$$\text{Για } r=a: -P_0 = \frac{D}{a^2} + 2F \quad (3.2.87)$$

$$\text{Για } r=b: -P_1 = \frac{D}{b^2} + 2F \quad (3.2.88)$$

$$\text{Για } r=b: -P_1 = \frac{G}{b^2} + 2F \quad (3.2.89)$$

$$\text{Για } r=c: \frac{G}{b^2} + 2K = -P_2 \quad (3.2.90)$$

$$\text{Για } r=c: \frac{L}{c^2} + 2N = -P_2 \quad (3.2.91)$$

$$\text{Για } r=d: \frac{L}{d^2} + 2N = -P_3 \quad (3.2.92)$$

Από τη λύση της εξίσωσης (3.2.86) προκύπτει η τιμή της σταθεράς C. Οι εξισώσεις (3.2.87)-(3.2.88), (3.2.89)-(3.2.90) και (3.2.91)- (3.2.92) αποτελούν αντίστοιχα 3 συστήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους.

Από τη λύση των 3 συστημάτων αυτών προκύπτουν οι τιμές των σταθερών D-F, G-K και L-N αντίστοιχα. Οι τιμές που προκύπτουν είναι:

$$C = -\frac{P_0}{2}$$

$$D = \frac{(P_1 - P_0)a^2 b^2}{b^2 - a^2} \quad (3.2.93)$$

$$F = \frac{P_0 a^2 - P_1 b^2}{2(b^2 - a^2)} \quad (3.2.94)$$

$$G = \frac{(P_2 - P_1)b^2 c^2}{c^2 - b^2} \quad (3.2.95)$$

$$K = \frac{P_1 b^2 - P_2 c^2}{2(c^2 - b^2)} \quad (3.2.96)$$

$$L = \frac{(P_3 - P_2)c^2 d^2}{d^2 - c^2} \quad (3.2.97)$$

$$N = \frac{P_2 c^2 - P_3 d^2}{2(d^2 - c^2)} \quad (3.2.98)$$

### Συνοριακές συνθήκες μετατοπίσεων

Οι συνοριακές συνθήκες για τις μετατοπίσεις είναι:

Για  $r=a:u_{r,1} = u_{r,2}$     για  $r=b:u_{r,2} = u_{r,3}$     και για  $r=c:u_{r,3} = u_{r,4}$

$$(3.2.70)=(3.2.71)\Rightarrow(\text{Για } r=a) \quad \frac{a}{E_1} 2C(1 - v_1 - 2v_1^2) = \frac{a}{E_2} \left[ 2F(1 - v_2 - 2v_2^2) - \frac{D}{a^2} (1 + v_2) \right] \Rightarrow$$

$$\frac{P_0}{E_1} (1 - v_1 - 2v_1^2) = \frac{1}{E_2} \left[ 2 \frac{P_0 a^2 - P_1 b^2}{2(b^2 - a^2)} (1 - v_2 - 2v_2^2) - \frac{(P_1 - P_0) a^2 b^2}{b^2 - a^2} (1 + v_2) \right] \Rightarrow$$

$$P_0 \left[ \frac{a^2(1 - v_2 - 2v_2^2) + b^2(1 + v_2)}{E_2(b^2 - a^2)} + \frac{(1 - v_1 - 2v_1^2)}{E_1} \right] = P_1 \left[ \frac{2b^2(1 - v_2^2)}{E_2(b^2 - a^2)} \right] \Rightarrow$$

$$P_0 = \frac{2b^2(1 - v_2^2)E_1}{E_1[a^2(1 - v_2 - 2v_2^2) + b^2(1 + v_2)] + E_2(b^2 - a^2)(1 - v_1 - 2v_1^2)} P_1 \quad (3.2.99)$$

όπου θέτουμε:

$$\mu = \frac{2b^2(1 - v_2^2)E_1}{E_1[a^2(1 - v_2 - 2v_2^2) + b^2(1 + v_2)] + E_2(b^2 - a^2)(1 - v_1 - 2v_1^2)}$$

και έτσι παίρνουμε την σχέση:

$$P_0 = \mu P_1 \quad (3.2.100)$$

Για  $r=b:u_{r,2} = u_{r,3}$

$$(\text{Για } r=b) \frac{b}{E_2} \left[ 2F(1 - v_2 - 2v_2^2) - \frac{D}{b^2} (1 + v_2) \right] = \frac{b}{E_3} \left[ 2K(1 - v_3 - 2v_3^2) - \frac{G}{b^2} (1 + v_3) \right] \Rightarrow$$

$$\frac{1}{E_2} \left[ 2 \frac{P_0 a^2 - P_1 b^2}{2(b^2 - a^2)} (1 - v_2 - 2v_2^2) - \frac{(P_1 - P_0) a^2 b^2}{b^2 - a^2} (1 + v_2) \right] =$$

$$= \frac{1}{E_3} \left[ 2 \frac{P_1 b^2 - P_2 c^2}{2(c^2 - b^2)} (1 - v_3 - 2v_3^2) - \frac{(P_2 - P_1) b^2 c^2}{c^2 - b^2} (1 + v_3) \right] \Rightarrow$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε όπου  $P_0$  το  $\mu P_1$  και έχουμε μετά από πράξεις:

$$P_2 = \left[ \frac{2c^2(1 - v_3^2)}{E_3(c^2 - b^2)} \right] =$$

$$= P_1 \left[ \frac{b^2(1 - v_3 - 2v_3^2) + c^2(1 + v_3)}{E_3(c^2 - b^2)} + \frac{b^2(1 - v_2 - 2v_2^2) + a^2(1 + v_2) - 2\mu a^2(1 - v_2^2)}{E_2(b^2 - a^2)} \right] \Rightarrow P_1 =$$

$$= \frac{2c^2(1-v_3^2)(b^2-a^2)E_2}{E_2(b^2-a^2)[c^2(1+v_3)+b^2(1-v_3-2v_3^2)]+E_3(c^2-b^2)[a^2(1+v_2)+b^2(1-v_2-2v_2^2)]-2\mu a^2(1-v_2^2)} \cdot P_2$$

Στη συνέχεια θέτουμε:

$$= \lambda_1 = \frac{2c^2(1-v_3^2)(b^2-a^2)E_2}{E_2(b^2-a^2)[c^2(1+v_3)+b^2(1-v_3-2v_3^2)]+E_3(c^2-b^2)[a^2(1+v_2)+b^2(1-v_2-2v_2^2)]-2\mu a^2(1-v_2^2)}$$

και η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται:

$$P_1 = \lambda_1 P_2 \quad (3.2.101)$$

$$\text{Έτσι προκύπτει ότι } P_0 = \mu \lambda_1 P_2 \Rightarrow \frac{P_0}{P_2} = \mu \lambda_1 \quad (3.2.102)$$

Στην συνέχεια (Για  $r=c$ )

$$\frac{c}{E_3}[2K(1-v_3-2v_3^2) - \frac{G}{c^2}(1+v_3)] = \frac{c}{E_4}[2N(1-v_4-2v_4^2) - \frac{L}{c^2}(1+v_4)] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{E_3} \left[ 2 \frac{P_1 b^2 - P_2 c^2}{2(c^2 - b^2)} (1 - v_3 - 2v_3^2) - \frac{(P_2 - P_1)b^2 c^2}{c^2 - b^2} (1 + v_3) \right] = \\ & = \frac{1}{E_4} \left[ 2 \frac{P_2 c^2 - P_3 d^2}{2(d^2 - c^2)} (1 - v_4 - 2v_4^2) - \frac{(P_3 - P_2)c^2 d^2}{d^2 - c^2} (1 + v_4) \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε όπου  $P_1$  με το  $\lambda_1 P_2$  και έχουμε μετά από πράξεις:

$$\begin{aligned} & P_3 \left[ \frac{2d^2(1-v_4^2)}{E_4(d^2-c^2)} \right] = \\ & P_2 \left[ \frac{c^2(1-v_4-2v_4^2) + d^2(1+v_4)}{E_4(d^2-c^2)} + \frac{c^2(1-v_3-2v_3^2) + b^2(1+v_3) - 2\lambda_1 b^2(1-v_3^2)}{E_3(c^2-b^2)} \right] \Rightarrow \\ & P_2 = \frac{2d^2(1-v_4^2)(c^2-b^2)E_3}{E_3(c^2-b^2)[d^2(1+v_4) + c^2(1-v_4-2v_4^2)] + E_4(d^2-c^2)[b^2(1+v_3) + c^2(1-v_3-2v_3^2)] - 2\lambda_1 b^2(1-v_3^2)} \cdot P_3 \end{aligned}$$

Στη συνέχεια θέτουμε:

$$\lambda_2 = \frac{2d^2(1-v_4^2)(c^2-b^2)E_3}{E_3(c^2-b^2)[d^2(1+v_4) + c^2(1-v_4-2v_4^2)] + E_4(d^2-c^2)[b^2(1+v_3) + c^2(1-v_3-2v_3^2)] - 2\lambda_1 b^2(1-v_3^2)}$$

και η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται:

$$P_2 = \lambda_2 P_3 \quad (3.2.103)$$



$$\text{Από (3.2.103), (3.2.102)} \Rightarrow P_0 = \mu \lambda_1 \lambda_2 P_3 \Rightarrow \frac{P_0}{P_3} = \mu \lambda_1 \lambda_2 \quad (3.2.104)$$

Για τον υπολογισμό του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας  $E_T$  του σύνθετου υλικού, θεωρούμε ότι η ενέργεια παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού ισούται με το άθροισμα των ενεργειών παραμόρφωσης των τεσσάρων φάσεων από τις οποίες αποτελείται. Έχουμε λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} \frac{P_3^2}{K_c} dV_c &= \frac{1}{2} \int_{V_1} (\sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{z,1} \varepsilon_{z,1}) dV_1 + \frac{1}{2} \int_{V_2} (\sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} \\ &+ \sigma_{z,2} \varepsilon_{z,2}) dV_2 \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_3} (\sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{z,3} \varepsilon_{z,3}) dV_3 \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_4} (\sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{z,4} \varepsilon_{z,4}) dV_4 \end{aligned}$$

$$(3.2.105)$$

όπου  $dV=2\pi r h dr$  και  $K_c = \frac{1}{2 \left( \frac{1-\nu_T}{E_T} - \frac{2\nu_L^2}{E_L} \right)}$  το μέτρο διόγκωσης.

Η σχέση (3.2.105) μετατρέπεται λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^d \frac{P_3^2}{K_c} 2\pi r h dr &= \frac{1}{2} \int_0^a (\sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{z,1} \varepsilon_{z,1}) 2\pi r h dr + \frac{1}{2} \int_a^b (\sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \\ &\sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \sigma_{z,2} \varepsilon_{z,2}) 2\pi r h dr + \frac{1}{2} \int_b^c (\sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{z,3} \varepsilon_{z,3}) 2\pi r h dr + \\ &\frac{1}{2} \int_c^d (\sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{z,4} \varepsilon_{z,4}) 2\pi r h dr \end{aligned} \quad (3.2.106)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2.105) τις εκφράσεις των τάσεων  $\sigma$  από τις σχέσεις (3.2.56)-(3.2.61) και (3.2.66)-(3.2.69) και των παραμορφώσεων από τις σχέσεις (3.2.74)-(3.2.85) προκύπτει η εξής σχέση:

$$\int_0^d \frac{P_3^2}{K_c} r dr = \frac{1}{E_1} \int_0^a 8C^2(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) r dr + \frac{1}{E_2} \int_a^b \left[ \frac{2D^2}{r^4} (1 + \nu_2) 8F^2(1 - \nu_2 - 2\nu_2^2) \right] r dr + \frac{1}{E_3} \int_b^c \left[ \frac{2G^2}{r^4} (1 + \nu_3) 8K^2(1 - \nu_3 - 2\nu_3^2) \right] r dr + \frac{1}{E_4} \int_c^d \left[ \frac{2L^2}{r^4} (1 + \nu_4) 8N^2(1 - \nu_4 - 2\nu_4^2) \right] r dr$$

(3.2.107)

Στην συνέχεια εκτελούμε τις ολοκληρώσεις, αντικαθιστούμε την έκφραση του  $K_c$  και έχουμε:

$$P_3^2 \left( \frac{1-\nu_T}{E_T} + \frac{2\nu_L^2}{E_L} \right) d^2 = \frac{1}{E_1} [4C^2(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2)] a^2 + \frac{1}{E_2} \left\{ -D^2(1 + \nu_2) \left( \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) + [4F^2(1 - \nu_2 - 2\nu_2^2)](a^2 - b^2) \right\} + \frac{1}{E_3} \left\{ -G^2(1 + \nu_3) \left( \frac{1}{c^2} - \frac{1}{b^2} \right) + [4K^2(1 - \nu_3 - 2\nu_3^2)](c^2 - b^2) \right\} + \frac{1}{E_4} \left\{ -L^2(1 + \nu_4) \left( \frac{1}{d^2} - \frac{1}{c^2} \right) + [4N^2(1 - \nu_4 - 2\nu_4^2)](d^2 - c^2) \right\}$$

(3.2.108)

Τέλος αντικαθιστούμε τις εκφράσεις των σταθερών  $C, D, F, K, G, L, N$  από τις εξισώσεις (3.2.93)-(3.2.98), διαιρούμε με  $P_3^2, d^2$  και λαμβάνοντας υπ' όψιν από τις σχέσεις (3.2.101), (3.2.103) και (3.2.104) ότι  $\mu\lambda_1\lambda_2 = \frac{P_0}{P_3}, \lambda_1\lambda_2 = \frac{P_1}{P_3}$  και  $\lambda_2 = \frac{P_2}{P_3}$  και τις σχέσεις (3.2.50)-(3.2.53) προκύπτει η τελική έκφραση του  $E_T$  ως εξής:

$$\left( \frac{1-\nu_T}{E_T} - \frac{2\nu_L^2}{E_L} \right) = \frac{1}{E_1} (\mu\lambda_1\lambda_2)(1 - \nu_1 - 2\nu_1^2)U_1 + \frac{1}{E_2 U_2} \{ (\lambda_1\lambda_2)[\mu U_1 - (U_1 + U_2)]^2(1 - \nu_2 - 2\nu_2^2) + (\lambda_1\lambda_2)^2(1 - \mu)^2 U_1(U_1 + U_2)(1 + \nu_2) \} + \frac{1}{E_3 U_3} \{ \lambda_2^2 [\lambda_1(U_1 + U_2) - (1 - U_4)]^2(1 - \nu_3 - 2\nu_3^2) + \lambda_2^2(1 - \lambda_1)^2(U_1 + U_2)(1 - U_4)(1 + \nu_3) \} + \frac{1}{E_4 U_4} \{ [\lambda_2(1 - U_4)]^2(1 - \nu_4 - 2\nu_4^2) + (1 - \lambda_2)^2(1 - U_4)(1 + \nu_4) \}$$

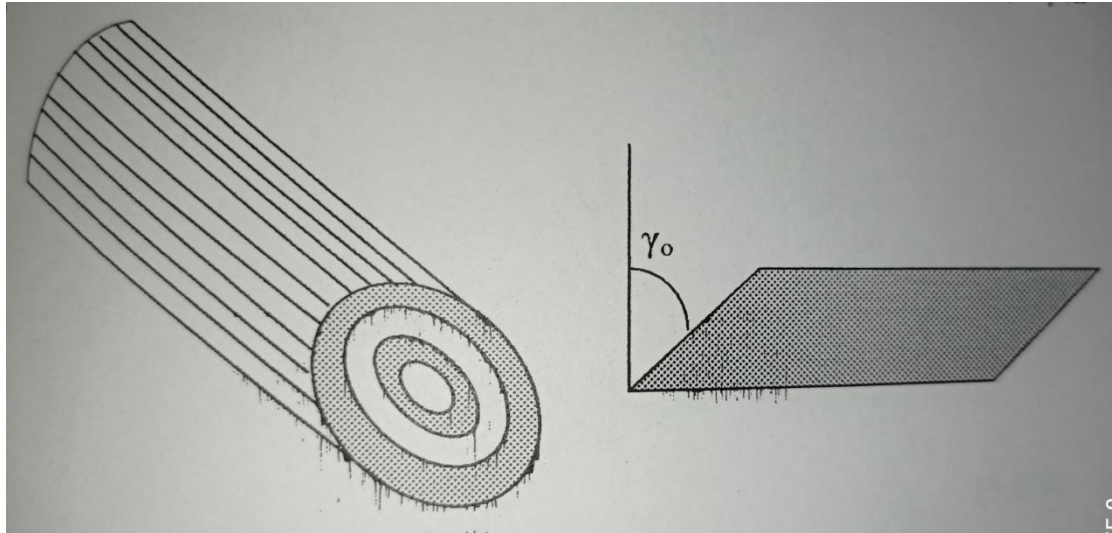
(3.2.109)

### Παρατήρηση

Ο εγκάρσιος λόγος Poisson  $\nu_T$  του σύνθετου υλικού προκύπτει από τον τύπο (3.2.55).

### 3.2.5. Υπολογισμός Διαμήκους Μέτρου Διάτμησης $G_L$ .

Θεωρούμε το τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο μας και έστω ότι ασκούμε μια διάτμηση  $\gamma_0$ .



Εικόνα 3.7

Οι τάσεις και οι μετατοπίσεις για κάθε μία από τις τέσσερις φάσεις, προκύπτουν από τη Θεωρία της Ελαστικότητας ως εξής:

### Τάσεις

$$\sigma_{r,1} = \sigma_{\theta,1} = \sigma_{z,1} = \sigma_{r\theta,1} = 0$$

$$\sigma_{rz,1} = G_1 \left( A + C - \frac{B}{r^2} \right) \cos\theta \quad (3.2.110)$$

$$\sigma_{\theta z,1} = -G_1 \left( A + C + \frac{B}{r^2} \right) \sin\theta \quad (3.2.111)$$

$$\sigma_{rz,2} = G_2 \left( D + H - \frac{F}{r^2} \right) \cos\theta \quad (3.2.112)$$

$$\sigma_{\theta z,2} = -G_2 \left( D + H + \frac{F}{r^2} \right) \sin\theta \quad (3.2.113)$$

$$\sigma_{rz,3} = G_3 \left( K + M - \frac{N}{r^2} \right) \cos\theta \quad (3.2.114)$$

$$\sigma_{\theta z,3} = -G_3 \left( K + M + \frac{N}{r^2} \right) \sin\theta \quad (3.2.115)$$

$$\sigma_{rz,4} = G_4 \left( P + R - \frac{Q}{r^2} \right) \cos\theta \quad (3.2.116)$$

$$\sigma_{\theta z,4} = -G_4 \left( P + R + \frac{Q}{r^2} \right) \sin\theta \quad (3.2.117)$$

όπου A,B,C,D,F,H,K,M,N,P,R,Q σταθερές

### Μετατοπίσεις

$$u_{z,1} = \left( Ar + \frac{B}{r} \right) \cos\theta \quad (3.2.118) \quad u_{r,1} = Cz \cos\theta \quad (3.2.119) \quad u_{\theta,1} = -Cz \sin\theta \quad (3.2.120)$$

$$u_{z,2} = \left( Dr + \frac{F}{r} \right) \cos\theta \quad (3.2.121) \quad u_{r,2} = Hz \cos\theta \quad (3.2.122) \quad u_{\theta,2} = -Hz \sin\theta \quad (3.2.123)$$

$$u_{z,3} = \left( Kr + \frac{N}{r} \right) \cos\theta \quad (3.2.124) \quad u_{r,3} = Mz \cos\theta \quad (3.2.125) \quad u_{\theta,3} = -Mz \sin\theta \quad (3.2.126)$$

$$u_{z,4} = \left( Pr + \frac{Q}{r} \right) \cos\theta \quad (3.2.127) \quad u_{r,4} = Rz \cos\theta \quad (3.2.128) \quad u_{\theta,4} = -Rz \sin\theta \quad (3.2.129)$$

Για να αποφύγουμε τον απειρισμό των τάσεων στη θέση  $r=0$  θα πρέπει η σταθερά  $B$  να ισούται με το μηδέν,  $B=0$ .

Στο σύνορο της τέταρτης φάσης, εκεί που ασκείται δηλαδή η διάτμηση

$\gamma_0$ , η ακτινική μετατόπιση ισούται με  $\gamma_0 z \cos\theta$ . Άρα από τη σχέση (3.2.128) προκύπτει:

$$R z \cos\theta = \gamma_0 z \cos\theta \Rightarrow R = \gamma_0$$

Επίσης εξισώνοντας αρχικά τις εκφράσεις των μετατοπίσεων  $u_r$ , για τη 3η και 4η φάση, προκύπτει πως  $R = M = \gamma_0$  για τη 2η και 3η φάση, προκύπτει πως  $H=M=\gamma_0$  και στη συνέχεια κάνοντας το ίδιο για την 1η και 2η φάση προκύπτει πως  $C=H=\gamma_0$ .

### Συνοριακές συνθήκες τάσεων

Οι συνοριακές συνθήκες για τις τάσεις είναι:

$$\text{Για } r=a: \sigma_{rz,1} = \sigma_{rz,2} \quad \text{για } r=b: \sigma_{rz,2} = \sigma_{rz,3} \quad \text{και για } r=c: \sigma_{rz,3} = \sigma_{rz,4}$$

$$(3.2.110)=(3.2.112) \Rightarrow (\text{Για } r=a) G_1 \left( A + C - \frac{B}{a^2} \right) \cos\theta = G_2 \left( D + H - \frac{F}{a^2} \right) \cos\theta \Rightarrow$$

$$G_1(A+\gamma_0) = G_2(D + \gamma_0 - \frac{F}{a^2}) \quad (3.2.130)$$

$$(3.2.112)=(3.2.14) \Rightarrow (\text{Για } r=b) G_2 \left( D + H - \frac{F}{b^2} \right) \cos\theta = G_3 \left( K + M - \frac{N}{b^2} \right) \cos\theta \Rightarrow$$

$$G_2(D+\gamma_0 - \frac{F}{b^2}) = G_3 \left( K + \gamma_0 - \frac{N}{b^2} \right) \quad (3.2.131)$$

$$(3.2.14)=(3.2.16) \Rightarrow (\text{Για } r=c) G_3 \left( K + M - \frac{N}{c^2} \right) \cos\theta = G_4 \left( P + R - \frac{Q}{c^2} \right) \cos\theta \Rightarrow$$

$$G_3(K+\gamma_0 - \frac{N}{c^2}) = G_4 \left( P + \gamma_0 - \frac{Q}{c^2} \right) \quad (3.2.132)$$

### Συνοριακές συνθήκες μετατοπίσεων

Οι συνοριακές συνθήκες για τις μετατοπίσεις είναι:

$$\text{Για } r= a: u_{z,1} = u_{z,2} \quad \text{Για } r= b: u_{z,2} = u_{z,3}$$

$$\text{Για } r=c: u_{z,3} = u_{z,4} \quad \text{Για } r=d: u_{z,4} = 0$$

$$(3.2.118)=(3.2.121) \Rightarrow (\text{Για } r=a) \left( Aa + \frac{B}{a} \right) \cos\theta = \left( Da + \frac{F}{a} \right) \cos\theta \Rightarrow A = D + \frac{F}{a^2}$$

(3.2.133)

$$(3.2.121)=(3.2.124) \Rightarrow (\text{Για } r=b) \left( Db + \frac{F}{b} \right) \cos\theta = \left( Kb + \frac{N}{b} \right) \cos\theta \Rightarrow D + \frac{F}{b^2} = K + \frac{N}{b^2}$$

(3.2.134)

$$(3.2.124)=(3.2.127) \Rightarrow (\text{Για } r=c) \left( Kc + \frac{N}{c} \right) \cos\theta = \left( Pc + \frac{Q}{c} \right) \cos\theta \Rightarrow K + \frac{N}{c^2} = P + \frac{Q}{c^2}$$

(3.2.135)

$$(3.2.127)=0 \Rightarrow (\text{Για } r=d) \left( Pd + \frac{Q}{d} \right) \cos\theta = 0 \Rightarrow (\text{πρέπει } \forall\theta) P + \frac{Q}{d^2} = 0$$

(3.2.136)

Οι εξισώσεις (3.2.130) - (3.2.136) αποτελούν ένα σύστημα 7 εξισώσεων με 7 αγνώστους του οποίου η λύση δίνει τις τιμές των σταθερών A,D,F,K,N,P,Q. Οι τιμές αυτές θα προκύψουν ως συνάρτηση των σταθερών  $G_1, G_2, G_3, G_4, \nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \gamma_0$  και των ακτινών a,b,c,d. Επειδή όμως, όπως αναπτύχθηκε προτύτερα, οι τιμές των ακτινών αλλάζουν με κάθε μεταβολή της  $U_f$ , έπεται ότι και οι σταθερές A,D,F,K,N,P και Q (οι οποίες είναι όλες πολλαπλασιασμένες με το  $\gamma_0$ ) θα αλλάζουν σε κάθε περιεκτικότητα. Οι τιμές των σταθερών A,D,F,K,N,P και Q για κάθε περιεκτικότητα της  $U_f$  περιέχονται στους Πίνακες λύσεων στις σελ. 120, 121.

Για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου διάτμησης  $G_L$  του σύνθετου υλικού, θεωρούμε ότι η ενέργεια παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού ισούται με το άθροισμα των ενεργειών παραμόρφωσης των τεσσάρων φάσεων από τις οποίες αποτελείται. Έχουμε λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} G_L \gamma_0^2 dV_c = & \frac{1}{2} \int_{V_1} \sigma_{rz,1} \gamma_{rz,1} + \sigma_{\theta z,1} \gamma_{\theta z,1} dV_1 + \frac{1}{2} \int_{V_2} \sigma_{rz,2} \gamma_{rz,2} + \\ & \sigma_{\theta z,2} \gamma_{\theta z,2} dV_2 + \frac{1}{2} \int_{V_3} \sigma_{rz,3} \gamma_{rz,3} + \sigma_{\theta z,3} \gamma_{\theta z,3} dV_3 + \frac{1}{2} \int_{V_4} \sigma_{rz,4} \gamma_{rz,4} + \sigma_{\theta z,4} \gamma_{\theta z,4} dV_4 \end{aligned}$$

όπου  $dV = 2\pi r dr d\theta$  (3.2.137)

Η παραπάνω σχέση μετατρέπεται λοιπόν:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^d \int_0^{2\pi} G_L \gamma_0^2 r dr d\theta = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} (\sigma_{rz,1} \gamma_{rz,1} + \sigma_{\theta z,1} \gamma_{\theta z,1}) 2\pi r dr d\theta + \\ & \frac{1}{2} \int_a^b \int_0^{2\pi} (\sigma_{rz,2} \gamma_{rz,2} + \sigma_{\theta z,2} \gamma_{\theta z,2}) 2\pi r dr d\theta + \\ & \frac{1}{2} \int_b^c \int_0^{2\pi} (\sigma_{rz,3} \gamma_{rz,3} + \sigma_{\theta z,3} \gamma_{\theta z,3}) 2\pi r dr d\theta + \\ & \frac{1}{2} \int_c^d \int_0^{2\pi} (\sigma_{rz,4} \gamma_{rz,4} + \sigma_{\theta z,4} \gamma_{\theta z,4}) 2\pi r dr d\theta \end{aligned}$$

(3.2.138)

Λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\gamma = \frac{\sigma}{G}$  και αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2.136) τις εκφράσεις των τάσεων  $\sigma_{rz}$  και  $\sigma_{\theta z}$  από τις σχέσεις (3.2.110)-(3.2.117) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \int_0^d \int_0^{2\pi} G_L \gamma_0^2 r dr d\theta = & \int_0^a \int_0^{2\pi} [G_1(A + \gamma_0)^2 \cos^2 \theta + G_1(A + \gamma_0)^2 \sin^2 \theta] r dr d\theta + \\ & \int_a^b \int_0^{2\pi} [G_2(D + \gamma_0 - \frac{F}{r^2})^2 \cos^2 \theta + G_2(D + \gamma_0 + \frac{F}{r^2})^2 \sin^2 \theta] r dr d\theta + \\ & \int_b^c \int_0^{2\pi} [G_3(K + \gamma_0 - \frac{N}{r^2})^2 \cos^2 \theta + G_3(K + \gamma_0 + \frac{N}{r^2})^2 \sin^2 \theta] r dr d\theta + \\ & \int_c^d \int_0^{2\pi} [G_4(P + \gamma_0 - \frac{Q}{r^2})^2 \cos^2 \theta + G_4(P + \gamma_0 + \frac{Q}{r^2})^2 \sin^2 \theta] r dr d\theta \end{aligned}$$

(3.2.139)

Εκτελούμε τις διπλές ολοκληρώσεις και έχουμε:

$$\begin{aligned} G_L \gamma_0^2 d^2 = & G_1 a^2 (A + \gamma_0)^2 + G_2 (b^2 - a^2) \left[ (D + \gamma_0)^2 + \frac{F^2}{a^2 b^2} \right] + G_3 (c^2 - b^2) \left[ (K + \right. \\ & \left. \gamma_0)^2 + \frac{N^2}{c^2 b^2} \right] + \end{aligned}$$

$$G_3(d^2 - c^2) \left[ (P + \gamma_0)^2 + \frac{Q^2}{c^2 d^2} \right] \quad (3.2.140)$$

Τέλος διαιρούμε και τα δύο μέλη της παραπάνω σχέσης με  $d^2$ ,  $\gamma_0^2$  και προκύπτει η τελική έκφραση για το  $G_L$  ως εξής ( το  $\gamma_0$  απλοποιείται από τα A, D, F, K, N, P, Q):

$$G_L = G_1 U_1 (A+1)^2 + G_2 U_2 \left[ (D+1)^2 + \frac{F^2}{a^2 b^2} \right] + G_3 U_3 \left[ (K+1)^2 + \frac{N^2}{c^2 b^2} \right] + G_4 U_4 \left[ (P+1)^2 + \frac{Q^2}{c^2 d^2} \right] \quad (3.2.141)$$

### 3.2.6. Υπολογισμός Των $E_\theta$ , $\nu_\theta$ , & $G_\theta$

Στη παρούσα παράγραφο θα υπολογίσουμε πως μεταβάλλονται το μέτρο ελαστικότητας, ο λόγος Poisson και το μέτρο διάτμησης, όταν μεταβάλλεται η γωνία  $\theta$  που σχηματίζει ο άξονας φορτίσεως με τη διεύθυνση των ιών. Οι σχέσεις που χρησιμοποιούμε είναι οι εξής:

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{1}{E_L} \cos^4 \theta + \left( \frac{1}{G_L} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_T} \sin^4 \theta \quad (3.2.142)$$

$$\nu_\theta = E_\theta \left[ \frac{\nu_L}{E_L} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] \quad (3.2.143)$$

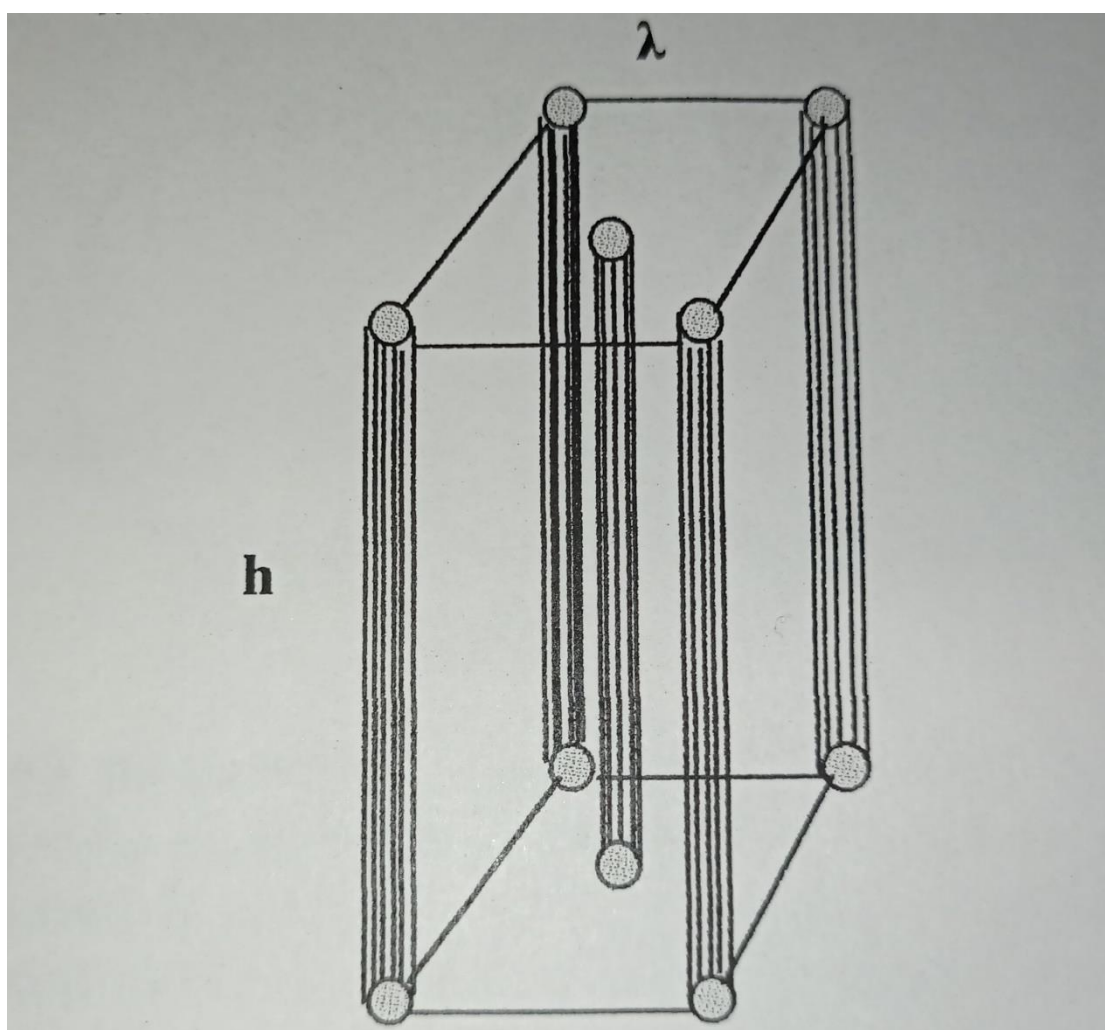
$$\frac{1}{G_\theta} = 2 \left( \frac{2}{E_L} + \frac{2}{E_T} + \frac{4\nu_L}{E_L} - \frac{1}{G_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_L} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \quad (3.2.144)$$

Η χρήση των παραπάνω σχέσεων θα γίνει για περιεκτικότητα εγκλείσματος  $U_f = 60\%$  και τα μεγέθη  $E_L$ ,  $\nu_L$ ,  $E_T$  και  $G_L$  είναι τα αντίστοιχα που έχουν προκύψει από την εφαρμογή των δύο μοντέλων.

### 3.2.7. Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο

Στο θεωρητικό αυτό τετραφασικό μοντέλο ισχύουν οι ίδιες παραδοχές που αναπτύχθηκαν και στα άλλα μοντέλα.

Προφανώς εδώ θεωρώ ότι οι ίνες μέσα στη μάζα της μήτρας καταλαμβάνουν τις κορυφές, καθώς και τον κεντρικό άξονα ενός κανονικού τετραγωνικού πρίσματος ακμής  $\lambda$  και πεπερασμένου μήκους  $h$  και το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το τμήμα μεταξύ των ιών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού. (βλέπε εικόνα 3.8).



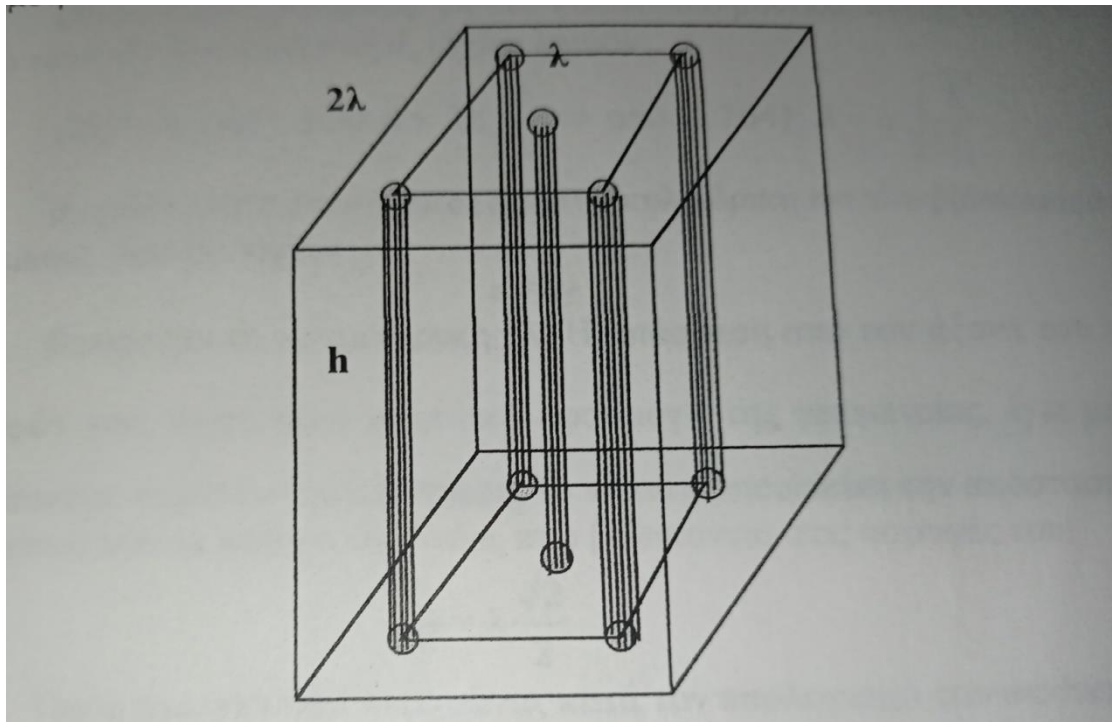
Εικόνα 3.8

Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω πρισματικό τετραγωνικό μοντέλο σε ένα "ισοδύναμο" κυλινδρικό ίδιου μήκους  $h$



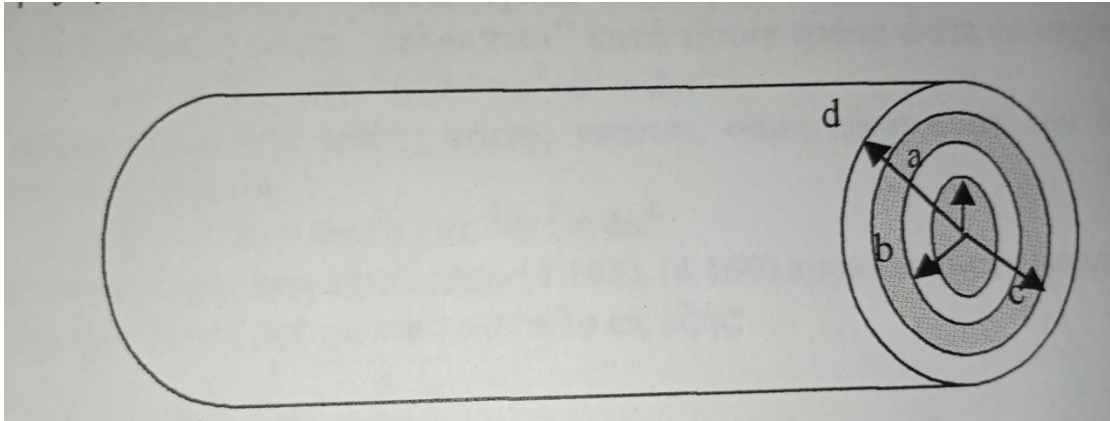
για να εκμεταλλευθούμε την κυλινδρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που προκύπτουν από αυτή.

Θεωρούμε λοιπόν ένα τυχαίο τετραγωνικό πρίσμα ακμής  $\lambda$  και πεπερασμένου ύψους  $h$  και ένα άλλο ίδιο με το ίδιο ύψος, άξονα και κέντρο βάρους, αλλά ακμής  $2\lambda$  ώστε να περικλείει το πρίσμα ακμής  $\lambda$ . Το πρίσμα αυτό, ακμής  $2\lambda$  επίσης επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ' όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού (βλέπε εικόνα 3.9).



**Εικόνα 3.9**

Το πρίσμα ακμής  $2\lambda$  θα το ανάγουμε σε ένα τετραφασικό μοντέλο αποτελούμενο από τέσσερις ομόκεντρους κυλίνδρους ακτίνας  $a, b, c, d$  αντίστοιχα ( $a < b < c < d$ )



**Εικόνα 3.10**

Σε αυτό το μοντέλο, η δεύτερη και η τέταρτη φάση, που τις αποτελούν ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $a$  και εξωτερική  $b$  και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $c$  και εξωτερική  $d$ , αντιπροσωπεύουν το υλικό της μήτρας. Ο κύλινδρος ακτίνας  $a$  (πρώτη φάση) και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $b$  και εξωτερική  $c$  (τρίτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο των ινών, δηλαδή το υλικό ενίσχυσης.

Για ένα οποιοδήποτε ινώδες υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα  $U_f$  των ινών, όπως και την ακτίνα τους  $r_f$ . Για το πρίσμα ακμής  $2\lambda$  η  $U_f$  θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου των 4 ινών που βρίσκονται στις κατά μήκος ακμές του πρίσματος και της μίας κυλινδρικής ίνας που είναι στον άξονα του, προς τον όγκο του πρίσματος, δηλαδή:

$$U_f = \frac{4\pi \cdot r_f^2 \cdot h + \pi r_f^2 h}{(2\lambda)^2 \cdot h} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt{\frac{5\pi}{4 \cdot U_f}} \quad (3.2.145)$$

Ο όγκος του πρίσματος  $2\lambda$  στο κυλινδρικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο του κυλίνδρου ακτίνας  $d$ , ισχύει λοιπόν:

$$(2\lambda)^2 \cdot h = \pi d^2 \cdot h \Rightarrow d = 2\lambda \sqrt{\frac{1}{\pi}} \Rightarrow \text{από (3.2.145)} \quad d = r_f \sqrt{\frac{5}{U_f}} \quad (3.2.146)$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από την κυλινδρική ίνα που βρίσκεται στον άξονα του πρίσματος. Άρα θα ισχύει :

$$a = r_f$$

(3.2.147)

Θεωρούμε το πρίσμα ακμής  $\lambda$ . Η απόσταση από τον άξονα του έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από εφαρμογή της γεωμετρίας, έχει μήκος  $\lambda \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Αν ονομάσουμε  $w$  αυτήν την απόσταση, το  $w$  αντιπροσωπεύει την απόσταση του άξονα του πρίσματος από τα κέντρα των ινών, που βρίσκονται στις κορυφές του.

$$w = \lambda \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3.2.148)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, κατά τον υπολογισμό των ακτίνων  $b$  και  $c$  έχουμε δύο ομάδες μοντέλων τα  $A$  και  $B$ .

### Model A

Εδώ θεωρούμε ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες  $b, c$  κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα  $w$ . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση "απλώνεται" κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\pi(c^2 - w^2)h = \pi(w^2 - b^2)h \Rightarrow c^2 + b^2 = 2w^2 \quad (3.2.149)$$

Ο όγκος όμως της τρίτης φάσης ισούται, όπως είπαμε, με τον όγκο των 4 κυλινδρικών ινών, δηλαδή:

$$\pi(c^2 - b^2)h = 4\pi r_f^2 h \Rightarrow c^2 - b^2 = 4r_f^2 \quad (3.2.150)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.2.149), (3.2.150) προκύπτουν οι εκφράσεις των  $b, c$  για το  $A$  τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο ως εξής:

$$b = \sqrt{w^2 - \frac{4}{2} r_f^2} \quad (3.2.151)$$

$$c = \sqrt{w^2 + \frac{4}{2} r_f^2} \quad (3.2.152)$$

### Περιορισμός

$$1) \text{ Θα πρέπει: } b > a \Rightarrow b^2 > a^2 \Rightarrow w^2 - 2r_f^2 \geq r_f^2 \Rightarrow r_f^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{4U_f} \geq 3r_f^2 \Rightarrow U_f \leq \frac{5\pi}{24} \Rightarrow U_f \leq 0,6545$$

$$2) \text{ Θα πρέπει: } d > c \Rightarrow d^2 > c^2 \Rightarrow r_f^2 \frac{5}{U_f} \geq \frac{2}{4} \cdot r_f^2 \cdot \frac{5\pi}{4U_f} + 2r_f^2 \Rightarrow U_f \leq \frac{1}{2} \cdot \left( 5 - \frac{2}{4} \cdot \frac{5\pi}{4} \right) \Rightarrow U_f \leq 1,5182$$

Άρα για να έχει νόημα η ανάπτυξη του Α' τετραγωνικού πρισματικού μοντέλου θα πρέπει η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων ινών να μην υπερβαίνει το 65,45%

$$\text{Δηλαδή: } U_f \leq 65,45\%$$

### Model B

Εδώ θεωρούμε ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες b,c κατανέμεται ισόπαχα εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w. Δηλαδή η ακτίνα w βρίσκεται στο μέσο του κυλινδρικού φλοιού. Άρα ισχύει:

$$c-w=w-b \Rightarrow c=2w-b \quad (3.2.153)$$

Άρα εδώ στο τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ο όγκος της τρίτης φάσης ισούται με τον όγκο των 4 κυλινδρικών εγκλεισμάτων. Δηλαδή:

$$\pi(c^2 - b^2)h = 4\pi r_f^2 h \Rightarrow c^2 - b^2 = 4r_f^2 \quad (3.2.154)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.2.153) και (3.2.154) προκύπτουν οι εκφράσεις των ακτινών b και c ως εξής:

$$b = w - \frac{4r_f^2}{4w} \quad (3.2.155)$$

$$c = w + \frac{4r_f^2}{4w} \quad (3.2.156)$$

### Περιορισμός

$$1) \text{ Θα πρέπει: } b > a \Rightarrow b^2 > a^2 \Rightarrow w^2 + \frac{r_f^4}{w^2} - 2r_f^2 \geq r_f^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} + \frac{r_f^4}{\frac{1}{2} \cdot r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f}} -$$

$$3r_f^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{4} \cdot U_f^2 - 3U_f + \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{4} \geq 0 \Rightarrow U_f \leq 0,7499$$

$$2) \text{ Θα πρέπει: } d > c \Rightarrow d^2 > c^2 \Rightarrow r_f^2 \frac{5}{U_f} \geq \frac{2}{4} r_f^2 \frac{5\pi}{4U_f} + \frac{r_f^2}{\frac{2}{4} \frac{5\pi}{4U_f}} + 2r_f^2 \Rightarrow \frac{U_f^2}{\frac{2}{4} \frac{5\pi}{4}} + 2U_f +$$

$$\left( \frac{2}{4} \cdot \frac{5\pi}{4} - 5 \right) \leq 0 \Rightarrow U_f \leq 1,1698$$

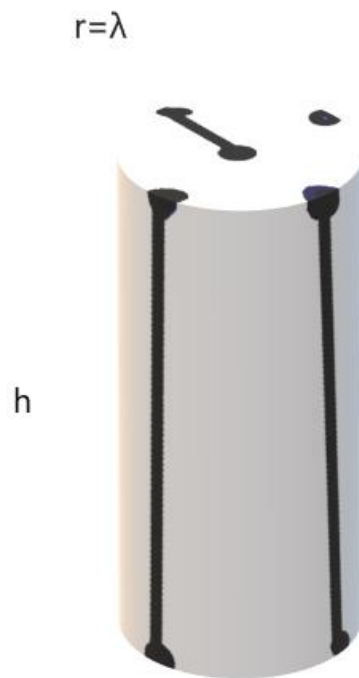
Άρα για να έχει νόημα η ανάπτυξη του Β' τετραγωνικού πρισματικού μοντέλου θα πρέπει η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων ινών να είναι :  $U_f \leq 74,99\%$  .

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a,b,c,d συναρτήσει των γνωστών μεγεθών  $U_f$  και  $r_f$  . Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον υπολογισμό των σχέσεων (3.2.49), (3.2.51), (3.2.52),(3.2.109) και (4.2.31) - (που δίνουν το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$ , το διαμήκη και εγκάρσιο λόγο Poisson  $V_L$  και  $V_T$ , το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$ , το διάμηκες μέτρο διάτμησης  $G_L$ )- παραμένει επίσης η ίδια και αυτές τις σχέσεις, σε συνδυασμό με τα a,b,c,d και w που υπολογίστηκαν πιο πάνω, θα χρησιμοποιήσουμε στην εφαρμογή του τετραφασικού τετραγωνικού πρισματικού μοντέλου.

### 3.2.8. Κυκλικό Πρισματικό Μοντέλο

Ομοίως με το προηγούμενο στο θεωρητικό αυτό τετραφασικό μοντέλο ισχύουν οι ίδιες παραδοχές που αναπτύχθηκαν και στα άλλα μοντέλα.

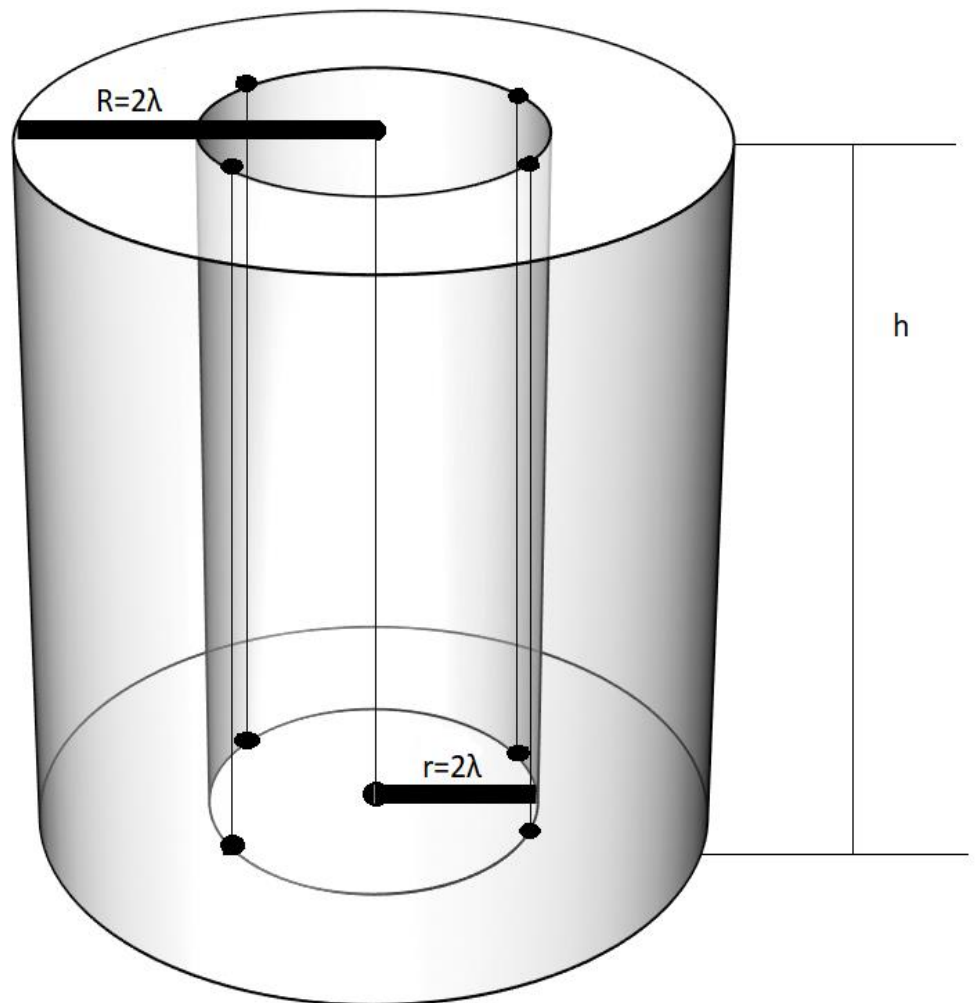
Σε αυτή την περίπτωση θεωρώ ότι οι ίνες μέσα στη μάζα της μήτρας καταλαμβάνουν θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου τ.ώ. να βαίνουν σε ίσα τόξα, καθώς και τον κεντρικό άξονα ενός κανονικού κυκλικού πρίσματος ακτίνας  $r=\lambda$  και πεπερασμένου μήκους  $h$  και το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το τμήμα μεταξύ των ινών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού.(βλέπε εικόνα 3.11).



**Εικόνα 3.11**

Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω πρισματικό σφαιρικό μοντέλο σε ένα "ισοδύναμο" κυλινδρικό ίδιου μήκους  $h$  για να εκμεταλλευθούμε την κυλινδρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που προκύψουν από αυτή.

Θεωρούμε λοιπόν ένα τυχαίο σφαιρικό πρίσμα ακτίνας  $\lambda$  και πεπερασμένου ύψους  $h$  και ένα άλλο ίδιο με το ίδιο ύψος, άξονα και κέντρο βάρους, αλλά ακτίνα  $R=2\lambda$  ώστε να περικλείει το πρίσμα ακτίνας  $\lambda$ . Το πρίσμα αυτό, ακτίνας  $R$  επίσης επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ' όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού (βλέπε εικόνα 3.12).



**Εικόνα 3.12**

Το πρίσμα ακτίνας  $R$  θα το ανάγουμε σε ένα τετραφασικό μοντέλο αποτελούμενο από τέσσερις ομόκεντρους κυλίνδρους ακτίνας  $a, b, c, d$  αντίστοιχα ( $a < b < c < d$ ) όπως είδαμε στην εικόνα 3.10.

Σε αυτό το μοντέλο, η δεύτερη και η τέταρτη φάση, που τις αποτελούν ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $a$  και εξωτερική  $b$  και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $c$  και εξωτερική  $d$ , αντιπροσωπεύουν το υλικό της μήτρας. Ο κύλινδρος ακτίνας  $a$  (πρώτη φάση) και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $b$  και εξωτερική  $c$  (τρίτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο των ινών, δηλαδή το υλικό ενίσχυσης.

Για ένα οποιοδήποτε ινώδες υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα  $U_f$  των ινών, όπως και την ακτίνα τους  $r_f$ . Για το πρίσμα ακτίνας  $R$  η  $U_f$  θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου των 4 ινών που βρίσκονται στις κατά μήκος ακμές του πρίσματος και της μίας κυλινδρικής ίνας που είναι στον άξονα του, προς τον όγκο του πρίσματος, δηλαδή:

$$U_f = \frac{4\pi \cdot r_f^2 \cdot h + \pi r_f^2 h}{\pi \cdot (R)^2 \cdot h} \Rightarrow R = r_f \sqrt{\frac{5}{U_f}} \quad \text{ή} \quad \lambda = r_f \sqrt{\frac{5}{4 \cdot U_f}} \quad (3.2.145)$$

Ο όγκος του πρίσματος  $R$  στο κυλινδρικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο του κυλίνδρου ακτίνας  $d$ , ισχύει λοιπόν:

$$\pi \cdot (R)^2 \cdot h = \pi d^2 \cdot h \Rightarrow d = R \Rightarrow \text{από (3.2.145)} \quad d = r_f \sqrt{\frac{5}{U_f}} \quad (3.2.146)$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από την κυλινδρική ίνα που βρίσκεται στον άξονα του πρίσματος. Άρα θα ισχύει :

$$a = r_f$$

$$(3.2.147)$$

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, αν ονομάσουμε  $w$  την απόσταση του κέντρου του εσωτερικού πρίσματος ακτίνας  $\lambda$  από τα κέντρα των ινών στην περιφέρεια είναι προφανές ότι θα ισχύει.

$$w = \lambda \quad (3.2.148)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, κατά τον υπολογισμό των ακτίνων  $b$  και  $c$  έχουμε δύο ομάδες μοντέλων τα  $A$  και  $B$ .

### Model A

Εδώ θεωρούμε ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες  $b, c$  κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα  $w$ . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση "απλώνεται" κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:



$$\pi(c^2 - w^2)h = \pi(w^2 - b^2)h \Rightarrow c^2 + b^2 = 2w^2 \quad (3.2.149)$$

Ο όγκος όμως της τρίτης φάσης ισούται, όπως είπαμε, με τον όγκο των 4 κυλινδρικών ιών, δηλαδή:

$$\pi(c^2 - b^2)h = 4\pi r_f^2 h \Rightarrow c^2 - b^2 = 4r_f^2 \quad (3.2.150)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.2.149), (3.2.150) προκύπτουν οι εκφράσεις των b,c για το A κυκλικό πρισματικό μοντέλο ως εξής:

$$b = \sqrt{w^2 - \frac{4}{2}r_f^2} \quad (3.2.151)$$

$$c = \sqrt{w^2 + \frac{4}{2}r_f^2} \quad (3.2.152)$$

### Περιορισμός

$$1) \text{ Θα πρέπει: } b > a \Rightarrow b^2 > a^2 \Rightarrow w^2 - 2r_f^2 \geq r_f^2 \Rightarrow r_f^2 \cdot \frac{5}{U_f} \geq 3r_f^2 \Rightarrow U_f \leq \frac{5}{3}$$

Φαίνεται ότι αυτό το μοντέλο, σε αντίθεση με το προηγούμενο, δεν έχει περιορισμό ως προς την μέγιστη περιεκτικότητα του εγκλείσματος.

$$2) \text{ Θα πρέπει: } d > c \Rightarrow d^2 > c^2 \Rightarrow r_f^2 \frac{5}{U_f} \geq r_f^2 \cdot \frac{5}{4 \cdot U_f} + 2r_f^2 \Rightarrow U_f \leq \frac{15}{8}$$

Άρα για την ανάπτυξη του A' κυκλικού πρισματικού μοντέλου δεν θα έχουμε περιορισμό στην περιεκτικότητα του εγκλείσματος

### **Model B**

Εδώ θεωρούμε ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες b,c κατανέμεται ισόπαχα εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w. Δηλαδή η ακτίνα w βρίσκεται στο μέσο του κυλινδρικού φλοιού. Άρα ισχύει:

$$c - w = w - b \Rightarrow c = 2w - b \quad (3.2.153)$$

Άρα εδώ στο τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ο όγκος της τρίτης φάσης ισούται με τον όγκο των 4 κυλινδρικών εγκλεισμάτων. Δηλαδή:

$$\pi(c^2 - b^2)h = 4\pi r_f^2 h \Rightarrow c^2 - b^2 = 4r_f^2 \quad (3.2.154)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.2.153) και (3.2.154) προκύπτουν οι εκφράσεις των ακτινών b και c ως εξής:

$$b = w - \frac{4r_f^2}{4w} \quad (3.2.155)$$

$$c = w + \frac{4r_f^2}{4w} \quad (3.2.156)$$

### Περιορισμός

$$1) \text{ Θα πρέπει: } b > a \Rightarrow b^2 > a^2 \Rightarrow w^2 + \frac{r_f^4}{w^2} - 2r_f^2 \geq r_f^2 \Rightarrow U_f^2 - 15U_f + 25 \geq 0$$

Όπου η λύση του τριωνύμου πάλι δεν μας δίνει κανένα ιδιαίτερο περιορισμό

$$2) \text{ Θα πρέπει: } d > c \Rightarrow d^2 > c^2 \Rightarrow r_f^2 \frac{5}{U_f} \geq r_f^2 \frac{5}{4U_f} + \frac{r_f^2}{\frac{5}{4U_f}} + 2r_f^2 \Rightarrow 16U_f^2 + 40U_f - 75 \leq 0$$

Η οποία με την σειρά δεν δίνει κάτι σημασίας.

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a,b,c,d συναρτήσει των γνωστών μεγεθών  $U_f$  και  $r_f$ . Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον υπολογισμό των σχέσεων (3.2.49), (3.2.51), (3.2.52),(3.2.109) και (4.2.31) - (που δίνουν το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$ , το διαμήκη και εγκάρσιο λόγο Poisson  $V_L$  και  $V_T$ , το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$ , το διάμηκες μέτρο διάτμησης  $G_L$ )- παραμένει επίσης η ίδια και αυτές τις σχέσεις, σε συνδυασμό με τα a,b,c,d και w που υπολογίστηκαν πιο πάνω, θα χρησιμοποιήσουμε στην εφαρμογή του τετραφασικού κυκλικού πρισματικού μοντέλου.

### 3.3. Μοντέλα και εκφράσεις για τις ελαστικές σταθερές και του λόγους Poisson ινωδών σύνθετων υλικών

Στην συνέχεια παραθέτουμε σχέσεις που κατά καιρούς έχουν εκφράσει διάφοροι ερευνητές για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας  $E_L$ , του διαμήκη λόγου Poisson  $\nu_L$ , του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας  $E_T$  και του διαμήκους μέτρου διάτμησης  $G_L$ . Να αναφέρουμε κατά τα γνωστά πως ο δείκτης  $f$  δηλώνει το έγκλεισμα(filler) ενώ ο δείκτης  $m$  δηλώνει την μήτρα(matrix).

#### 3.3.1. Τύποι διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$

##### Εξίσωση Θεογάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου

Οι παραπάνω ερευνητές θεώρησαν την ύπαρξη μιας ενδιάμεσης φάσης η οποία δημιουργείται ανάμεσα στην μήτρα και στο έγκλεισμα. Το μοντέλο τους είναι κυλινδρικό τριφασικό και η κατανομή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης στον παρακάτω τύπο επιλέχθηκε να είναι παραβολική.

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m + \frac{3(E_f + E_m)(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}}}{6 \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} +$$

$$+ \frac{8(E_f - E_m)(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\}}{6 \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} +$$

$$+ \frac{6 \left\{ E_f(1 - U_m) + E_m U_f - 2E_m [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\} \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]}$$

(3.3.1)

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης:

$$U_m = 1 - U_f - U_i$$

Νόμος των φάσεων (mixture law):

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m$$

(3.3.2)

Εξίσωση Ekvall:

$$E_L = E_f U_f + E_m^* U_m$$

$$\text{Όπου } E_m^* = \frac{E_m}{(1 - 2\nu_m)^2}$$

(3.3.3)

### 3.3.2. Τύποι διαμήκους λόγου Poisson $\nu_L$

**Εξίσωση Θεογάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου:**

Θεωρώντας και πάλι το κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση και χρησιμοποιώντας την παραβολική μεταβολή, οι παραπάνω ερευνητές έδειξαν ότι ισχύει η εξής σχέση:

$$\begin{aligned} \nu_{LT} = & \nu_f U_f + \nu_m U_m + \frac{3(\nu_f + \nu_m)(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}}}{6 \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} + \\ & + \frac{8(\nu_f - \nu_m)(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\}}{6 \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} + \\ & + \frac{6 \left\{ \nu_f(1 - U_m) + \nu_m U_f - 2\nu_m [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}{\left[ (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \end{aligned}$$

(3.3.4)

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης:

$$U_m = 1 - U_f - U_i$$

**Νόμος των φάσεων (mixture law):**

$$v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m$$

(3.3.5)

**Εξίσωση Rosen:**

$$v_{LT} = \frac{U_f E_f L_1 + U_m E_m L_2 v_m}{U_f E_f L_3 + U_m E_m L_2}$$

(3.3.6)

Όπου

$$L_1 = 2v_f(1 - v_m^2)U_f + v_m(1 + v_m)U_m$$

$$L_2 = U_f(1 - v_f - 2v_f^2)U_f + (1 + v_m)U_m$$

$$L_3 = 2(1 - v_m^2)U_f + (1 + v_m)U_m$$

**3.3.3. Τύποι εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας  $E_T$**

**Εξίσωση Σιδερίδη:**

Θεωρώντας την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης στο κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο και έστω ότι  $E_i(r)$  και  $v_i(r)$  οι συναρτήσεις που περιγράφουν το μέτρο

ελαστικότητας και τον λόγο Poisson της ενδιάμεσης φάσης αντίστοιχα με βάση την παραβολική μεταβολή, τότε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας του μοντέλου  $E_T$  θα είναι:

$$\frac{1-\nu_T}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} = \frac{1}{E_f}(1-\nu_f - 2\nu_f^2)U_f + \frac{1}{E_m}(1-\nu_m - 2\nu_m^2)U_m + \frac{2U_f}{a^2} \int_a^b \frac{(1-\nu_i(r) - 2\nu_i^2(r))}{E_i(r)} r dr$$

(3.3.7)

Όπου τα  $E_L$  και  $\nu_{LT}$  τα δίνονται από τις σχέσεις (3.3.1) και (3.3.4). Και εδώ πάλι λόγω της ενδιάμεσης φάσης θα ισχύει ότι:

$$U_m = 1 - U_f - U_i$$

#### **Εξίσωση Paul:**

Η εξίσωση του Paul αποτελεί ένα ελάχιστο όριο για το  $E_T$  και είναι η εξής:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{U_f}{E_f} + \frac{U_m}{E_m}$$

(3.3.8)

#### **Εξίσωση Whitney-Riley:**

$$E_T = \frac{2K_c(1-\nu_T)E_L}{E_L + 4K_c\nu_L^2}$$

(3.3.9)

Όπου  $K_c$  το μέτρο διογκώσεως του σύνθετου υλικού και ισχύει η σχέση:

$$K_c = \frac{(k_f + G_m)k_m - (k_f - k_m)G_m U_f}{(k_f + G_m) - (k_f - k_m)U_f}$$

$$\mu\epsilon \quad k_f = \frac{E_f}{(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)} \quad \text{και} \quad k_m = \frac{E_m}{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)}$$

**Εξίσωση Ekvall:**

$$E_T = \frac{E_f E_m \cdot}{U_f E_m \cdot + U_m E_f (1 - \nu_m^2)}$$

(3.3.10)

$$\text{Όπου } E_m \cdot = \frac{E_m}{(1 - 2\nu_m)^2}$$

**Εξίσωση Tsai-Hahn:**

$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{U_f + n_2 U_m} \left[ \frac{U_f}{E_f} + \frac{n_2 U_m}{E_m} \right] \quad \text{όπου } n_2 = 0.50$$

(3.3.11)

**Εξίσωση Halpin-Tsai:**

$$E_T = E_m \left( \frac{1 + \xi n U_f}{1 - n U_f} \right) \quad \text{όπου } n = \frac{E_f / E_m - 1}{E_f / E_m + \xi} \quad \text{και } \xi = 2$$

(3.3.12)

### 3.3.4. Τύποι διαμήκους μέτρου διατμήσεως $G_L$

#### Εξίσωση Σιδερίδη:

Θεωρείται από τον ερευνητή το τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση, όπου με  $G_i(r)$  συμβολίζεται το διάμηκες μέτρο διατμήσεως της ενδιάμεσης φάσης το οποίο περιγράφεται με την παραβολική μεταβολή. Το διάμηκες μέτρο διατμήσεως θα είναι  $G_{LT}$  θα είναι:

$$G_{LT}\gamma_0 = G_f(A + \gamma_0)^2 U_f + \frac{2U_f}{a^2} \int_a^b G_i(r)(D + \gamma_0)^2 r dr + G_m \left[ (K + \gamma_0)^2 + \frac{K^2}{1 - U_m} \right] U_m$$

(3.3.13)

$$\text{Όπου } A = D = \frac{(G_m - G_i)(c^2 - b^2)}{(G_m + G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_0, \quad K = \frac{(G_i - G_m)b^2}{(G_m + G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_0$$

$$\text{και } U_m = 1 - U_f - U_i$$

#### Νόμος των φάσεων (mixture law):

$$G_{LT} = \frac{G_f G_m}{G_f U_m + G_m U_f}$$

(3.3.14)

#### Εξίσωση Hashin-Rosen:

Οι Hashin και Rosen έδωσαν μια έκφραση η οποία αποτελεί ένα κάτω όριο για το  $G_{LT}$  και είναι η εξής:

$$G_{LT} = G_m \frac{(1 + U_f)G_f + G_m U_m}{(1 + U_f)G_m + G_f U_m}$$



(3.3.15)

**Εξίσωση Hashin:**

Ο Hashin έδωσε επίσης μια έκφραση που αποτελεί ένα άνω όριο για το  $G_{LT}$  και είναι η εξής:

$$G_{LT} = G_f \frac{(1+U_m)G_m + G_f U_f}{(1+U_m)G_f + G_m U_f}$$

(3.3.16)

**Εξίσωση Ekvall-Greszczuk:**

$$G_{LT} = \frac{G_m G_f}{G_f U_m + G_m U_f}$$

(3.3.17)

**Εξίσωση Tsai-Hahn:**

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{U_f + n_2 U_m} \left[ \frac{U_f}{G_f} + \frac{n_2 U_m}{G_m} \right] \quad \text{όπου } n_2 = 0.50$$

(3.3.18)

**Εξίσωση Halpin-Tsai:**

$$G_{LT} = G_m \left( \frac{1 + \xi n U_f}{1 - n U_f} \right) \quad \text{όπου } n = \frac{G_f/G_m - 1}{G_f/G_m + \xi} \quad \text{και } \xi=2$$

(3.3.19)

**Εξίσωση Puck**

$$G_{LT} = G_m \left( 1 + 0.6 U_f^{1/2} \right) (1 - U_f)^{1.25} + U_f \left( \frac{E_m(1+\nu_f)}{E_f(1+\nu_m)} \right)$$

(3.3.20)

### 3.3.5. Τύποι εγκάρσιου λόγου Poisson $\nu_T$

Ο εγκάρσιος λόγος Poisson  $\nu_T$  του σύνθετου υλικού προκύπτει από τον νόμο των φάσεων και δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\nu_T} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m}$$

(3.3.21)

Ακόμη έχουμε και την έκφραση του Poisson η οποία είναι η εξής:

$$\nu_{TT} = \nu_f U_f + \nu_m U_m \left[ \frac{1 + \nu_m - \nu_{LT} \left( \frac{E_m}{E_L} \right)}{1 - \nu_m^2 + \nu_m \nu_{LT} \left( \frac{E_m}{E_L} \right)} \right]$$

(3.3.22)

## 4. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

### 4.1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΓΙΑ ΤΟ $E_L$

Όπως είχαμε ήδη πει στο προηγούμενο κεφάλαιο θα κάνουμε χρήση των 7 εξισώσεων (3.2.39)-(3.2.45) για να βρούμε τους 7 αγνώστους C, D, F, G, K, L, N. Για τις ακτίνες a, b, c, d θα συμβουλευτούμε το τετραγωνικό και κυκλικό πρίσμα που αναλύσαμε στο ίδιο κεφάλαιο. Υπενθυμίζουμε ότι αυτές οι ακτίνες αλλάζουν με την μεταβολή της περιεκτικότητας του εγκλείσματος.

\*Για το διαμήκες μέτρο Poisson χρησιμοποιούνται οι ίδιες σταθερές, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο (σχ. 3.2.55).

#### 4.1.1. Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model A να πάρουμε περιεκτικότητα εγκλείσματος  $U_f < 65,45\%$

(Π.0)

$U_f$	G	K	D	F	C	L	N
1%	36680,5901	-2,5774	-12,7844	0,0448	-0,1327	-212,3584	0,0058
5%	5568,7677	-1,9075	-10,3466	0,1715	0,0278	-169,2461	0,0235
10%	2112,7765	-1,4062	-8,5589	0,2644	0,1456	-137,0191	0,0380
15%	1117,219	-1,0874	-7,4616	0,3215	0,2178	-116,5391	0,0485
20%	682,2727	-0,8653	-6,7440	0,3588	0,2651	-102,3644	0,0568
25%	451,2798	-0,7018	-6,2652	0,3837	0,2967	-91,9549	0,0638
30%	313,2915	-0,5757	-5,9555	0,3998	0,3171	-83,9905	0,0699
35%	223,9429	-0,4749	-5,7821	0,4088	0,3285	-77,6991	0,0755
40%	162,4681	-0,3919	-5,7361	0,4112	0,3315	-72,6087	0,0860
45%	117,9758	-0,3213	-5,8314	0,4062	0,3252	-68,4175	0,0855
50%	84,1473	-0,2591	-6,1171	0,3914	0,3064	-64,9295	0,0901
55%	56,7987	-0,2015	-6,7151	0,3603	0,2670	-62,0287	0,0947
60%	32,1858	-0,1425	-7,9597	0,2956	0,1850	-59,6913	0,0994
65%	3,4204	-0,0653	-11,1021	0,1322	-0,0219	-58,1452	0,1049

#### 4.1.2. Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model B να πάρουμε περιεκτικότητα εγκλείσματος  $U_f < 74,99\%$

$U_f$	G	K	D	F	C	L	N
1%	36681,6113	-2,5774	-12,7844	0,0448	-0,1327	-212,3581	0,0058
5%	5573,3691	-1,9079	-10,3479	0,1714	0,0277	-169,2691	0,0235
10%	2120,7041	-1,4079	-8,5648	0,2641	0,1452	-137,1313	0,0380
15%	1127,5356	-1,0908	-7,4739	0,3208	0,2170	-116,7856	0,0486
20%	694,3689	-0,8717	-6,7625	0,3578	0,2639	-102,7716	0,0570
25%	464,7621	-0,7112	-6,2874	0,3825	0,2952	-92,5483	0,0642
30%	327,9067	-0,5883	-5,9758	0,3987	0,3157	-84,7754	0,0706
35%	239,5428	-0,4909	-5,7894	0,4084	0,3280	-78,6786	0,0764
40%	178,9968	-0,4116	-5,7101	0,4125	0,3332	-73,7806	0,0819
45%	135,4956	-0,3452	-5,7336	0,4113	0,3317	-69,7725	0,0872
50%	102,9159	-0,2882	-5,8692	0,4043	0,3228	-66,4474	0,0922
55%	77,5020	-0,2378	-6,1436	0,3900	0,3047	-63,6643	0,0972
60%	56,7212	-0,1917	-6,6122	0,3656	0,2738	-61,3301	0,1022
65%	38,5780	-0,1470	-7,3896	0,3252	0,2226	-59,3931	0,1072
70%	20,9350	-0,0992	-8,7358	0,2552	0,1339	-57,8554	0,1124

(Π.1)

#### 4.1.3. Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )

Για την θεώρηση αυτή δεν βρήκαμε περιορισμούς από τις ακτίνες των φάσεων.

$U_f$	G	K	D	F	C	L	N
1%	36681,1007	-2,5774	-12,7844	0,0448	-0,1327	-212,3583	0,0058
5%	5571,0684	-1,9077	-10,3473	0,1715	0,0278	-169,2576	0,0235
10%	2116,7403	-1,4071	-8,5619	0,2643	0,1454	-137,0752	0,0380
15%	1122,3773	-1,0891	-7,4678	0,3212	0,2174	-116,6624	0,0486
20%	688,3208	-0,8685	-6,7533	0,3583	0,2645	-102,5680	0,0569
25%	458,0210	-0,7065	-6,2763	0,3831	0,2960	-92,2516	0,0640
30%	320,5991	-0,5820	-5,9657	0,3993	0,3164	-84,3830	0,0703
35%	231,7429	-0,4829	-5,7858	0,4086	0,3283	-78,1889	0,0760
40%	170,7325	-0,4018	-5,7231	0,4119	0,3324	-73,1947	0,0840

45%	126,7357	-0,3333	-5,7825	0,4088	0,3285	-69,0950	0,0864
50%	93,5316	-0,2737	-5,9932	0,3979	0,3146	-65,6885	0,0912
55%	67,1504	-0,2197	-6,4294	0,3752	0,2859	-62,8465	0,0960
60%	44,4535	-0,1671	-7,2860	0,3306	0,2294	-60,5107	0,1008
65%	20,9992	-0,1062	-9,2459	0,2287	0,1004	-58,7692	0,1061

(Π.2)

**4.1.4. Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )**

Όμοια με το μοντέλο A δεν βρήκαμε περιορισμούς από τις ακτίνες των φάσεων.

$U_f$	<b>G</b>	<b>K</b>	<b>D</b>	<b>F</b>	<b>C</b>	<b>L</b>	<b>N</b>
1%	36682,1219	-2,5774	-12,7844	0,0448	-0,1327	-212,3580	0,0058
5%	5575,6717	-1,9081	-10,3486	0,1714	0,0277	-169,2806	0,0235
10%	2124,6828	-1,4088	-8,5678	0,2640	0,1450	-137,1874	0,0380
15%	1132,7415	-1,0925	-7,4801	0,3205	0,2166	-116,9091	0,0487
20%	700,5242	-0,8749	-6,7718	0,3573	0,2633	-102,9760	0,0571
25%	471,7046	-0,7160	-6,2985	0,3819	0,2945	-92,8469	0,0644
30%	335,5552	-0,5947	-5,9860	0,3982	0,3150	-85,1715	0,0710
35%	247,8861	-0,4992	-5,7931	0,4082	0,3278	-79,1745	0,0769
40%	188,1019	-0,4219	-5,6972	0,4132	0,3341	-74,3760	0,0799
45%	145,5564	-0,3580	-5,6855	0,4139	0,3350	-70,4634	0,0881
50%	114,3933	-0,3044	-5,7503	0,4110	0,3314	-67,2241	0,0933
55%	91,6269	-0,2592	-5,8822	0,4061	0,3262	-64,5037	0,0985
60%	78,3406	-0,2248	-6,0525	0,4089	0,3395	-62,1720	0,1036
65%	236,8457	-0,2390	-6,1541	0,5626	-1,0200	-60,0304	0,1084

(Π.3)

**4.2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΓΙΑ ΤΟ  $G_L$**

Όμοίως με την περίπτωση για το διαμήκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$ , θα κάνουμε χρήση των 7 εξισώσεων (3.2.130)-(3.2.136) για να βρούμε τους 7 αγνώστους A, D, F, K, N, P, και Q. Για τις ακτίνες a, b, c, d θα συμβουλευτούμε πάλι το τετραγωνικό και κυκλικό πρίσμα. Υπενθυμίζουμε ότι αυτές οι ακτίνες αλλάζουν με την μεταβολή της περιεκτικότητας του εγκλείσματος.

#### 4.2.1. Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model A να πάρουμε περιεκτικότητα εγκλείσματος

$U_f < 65,45\%$

$U_f$	Q	P	F	D	N	A	K
1%	-813,4761	0,0451	-31,1951	-0,0552	3146,0881	-0,9217	-0,5093
5%	-668,8435	0,1857	-26,1087	-0,2092	493,9395	-0,9344	-0,5968
10%	-562,9316	0,3127	-22,5312	-0,3176	195,5004	-0,9434	-0,6610
15%	-498,0160	0,4150	-20,5150	-0,3786	107,9745	-0,9485	-0,7005
20%	-455,3670	0,5059	-19,3971	-0,4125	68,9768	-0,9513	-0,7265
25%	-426,3012	0,5920	-18,8905	-0,4278	49,8280	-0,9526	-0,7444
30%	-406,263	0,6771	-18,8743	-0,4293	34,9001	-0,9526	-0,7570
35%	-392,6684	0,7635	-19,3267	-0,4146	26,3110	-0,9515	-0,7658
40%	-383,9864	0,8532	-20,3139	-0,3847	20,2246	-0,9490	-0,7718
45%	-379,3111	0,9482	-22,0253	-0,3329	15,6625	-0,9447	-0,7759
50%	-378,2155	1,0505	-24,8962	-0,2459	12,0378	-0,9375	-0,7783
55%	-380,7896	1,1635	-30,0031	-0,0913	8,9202	-0,9247	-0,7799
60%	-388,3361	1,2944	-40,7197	0,2332	5,7876	-0,8978	-0,7819
65%	-409,1240	1,4773	-75,3322	1,2815	0,8158	-0,8109	-0,7906

(Π.4)

#### 4.2.2. Για το τετραγωνικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model B να πάρουμε περιεκτικότητα

εγκλείσματος  $U_f < 74,99\%$

$U_f$	Q	P	F	D	N	A	K
1%	-813,4781	0,0451	-31,1951	-0,0552	3146,1781	-0,9217	-0,5093
5%	-336,0131	0,1858	-26,1151	-0,2090	494,4044	-0,9344	-0,5967
10%	-563,8110	0,3132	-22,5631	-0,3166	196,3768	-0,9433	-0,6605
15%	-500,1274	0,4167	-20,5909	-0,3763	109,1902	-0,9483	-0,6992
20%	-459,2046	0,5102	-19,5316	-0,4084	70,4925	-0,9511	-0,7242
25%	-432,3461	0,6004	-19,0932	-0,4217	49,6092	-0,9521	-0,7407
30%	-415,0281	0,6917	-19,1466	-0,4201	36,9296	-0,9519	-0,7516
35%	-404,7146	0,7869	-19,6528	-0,4047	28,5821	-0,9506	-0,7584
40%	-399,964	0,8888	-20,6388	-0,3749	22,7412	-0,9482	-0,7620
45%	-399,9654	0,9998	-22,2027	-0,3275	18,4428	-0,9442	-0,7630

50%	-404,3521	1,1231	-24,5434	-0,2566	15,1272	-0,9384	-0,7617
55%	-413,1791	1,2624	-28,0411	-0,1507	12,4339	-0,9296	-0,7584
60%	-426,9420	1,4231	-33,4574	0,0133	10,0882	-0,9160	-0,7531
65%	-446,9444	1,6139	-42,5109	0,2875	7,8008	-0,8933	-0,7463
70%	-476,6011	1,8534	-59,9814	0,8166	5,0528	-0,8495	-0,7386

(Π.5)

#### 4.2.3. Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο A ( Model A )

U <sub>f</sub>	Q	P	F	D	N	A	K
1%	-813,4771	0,0451	-31,1951	-0,0552	3146,1331	-0,9217	-0,5093
5%	-502,4283	0,1858	-26,1119	-0,2091	494,1720	-0,9344	-0,5968
10%	-563,3713	0,3130	-22,5472	-0,3171	195,9386	-0,9434	-0,6608
15%	-499,0717	0,4159	-20,5530	-0,3775	108,5824	-0,9484	-0,6999
20%	-457,2858	0,5081	-19,4644	-0,4105	69,7347	-0,9512	-0,7254
25%	-429,3237	0,5962	-18,9919	-0,4248	49,7186	-0,9524	-0,7426
30%	-410,6456	0,6844	-19,0105	-0,4247	35,9149	-0,9523	-0,7543
35%	-398,6915	0,7752	-19,4898	-0,4097	27,4466	-0,9511	-0,7621
40%	-391,9752	0,8710	-20,4764	-0,3798	21,4829	-0,9486	-0,7669
45%	-389,6383	0,9740	-22,1140	-0,3302	17,0527	-0,9445	-0,7695
50%	-391,2838	1,0868	-24,7198	-0,2513	13,5825	-0,9380	-0,7700
55%	-396,9844	1,2130	-29,0221	-0,1210	10,6771	-0,9272	-0,7692
60%	-407,6391	1,3588	-37,0886	0,1233	7,9379	-0,9069	-0,7675
65%	-428,0342	1,5456	-58,9216	0,7845	4,3083	-0,8521	-0,7685

(Π.6)

#### 4.2.4. Για το κυκλικό πρισματικό μοντέλο B ( Model B )

U <sub>f</sub>	Q	P	F	D	N	A	K
1%	-813,4791	0,0451	-31,1951	-0,0552	3146,2231	-0,9217	-0,5093
5%	-252,4096	0,1859	-26,1183	-0,2089	494,6371	-0,9344	-0,5967
10%	-564,2514	0,3135	-22,5791	-0,3161	196,8170	-0,9433	-0,6603
15%	-501,1876	0,4176	-20,6290	-0,3752	109,8049	-0,9482	-0,6986
20%	-461,1396	0,5124	-19,5993	-0,4064	71,2670	-0,9510	-0,7231
25%	-435,4114	0,6047	-19,1956	-0,4187	49,5003	-0,9519	-0,7389
30%	-419,5052	0,6992	-19,2847	-0,4156	38,0034	-0,9516	-0,7489
35%	-410,9225	0,7990	-19,8186	-0,3999	29,8157	-0,9502	-0,7547

40%	-408,2852	0,9073	-20,8038	-0,3701	24,1561	-0,9478	-0,7572
45%	-410,8549	1,0270	-22,2921	-0,3248	20,0797	-0,9440	-0,7567
50%	-418,3235	1,1619	-24,3695	-0,2622	17,0683	-0,9389	-0,7536
55%	-430,7514	1,3161	-27,1243	-0,1997	14,8828	-0,9321	-0,7479
60%	-448,1639	1,4938	-30,4739	0,0070	13,8363	-0,9253	-0,7392
65%	-467,6027	1,6885	-33,2502	0,1760	41,1966	-0,9387	-0,7254

(Π.7)

### 4.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Παρακάτω βλέπουμε τις διαστάσεις των ακτινών a, b, c, και d για το τετραγωνικό και κυκλικό πρισματικό μοντέλο ( με περαιτέρω διαχωρισμό για ισοπαχική ( Model B ) και ισοογκική ( Model A ) θεώρηση).

#### 4.3.1. Διαστάσεις για το τετραγωνικό μοντέλο A ( Model A )

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model A να πάρουμε περιεκτικότητα εγκλείσματος  $U_f < 65,45\%$

$U_f$	$\lambda$	d	w	a	b	c
1%	118,8998	134,1641	84,0748	6	83,6455	84,5019
5%	53,17636	60,0000	37,5994	6	36,6294	38,5456
10%	37,5994	42,4264	26,5868	6	25,1964	27,9080
15%	30,6998	34,6410	21,7080	6	19,9809	23,3074
20%	26,5868	30,0000	18,7997	6	16,7758	20,6259
25%	23,7799	26,8328	16,8149	6	14,5174	18,8346
30%	21,7080	24,4949	15,3499	6	12,7913	17,5390
35%	20,0977	22,6778	14,2112	6	11,3999	16,5517
40%	18,7997	21,2132	13,2934	6	10,2330	15,7706
45%	17,7245	20,000	12,5331	6	9,2238	15,1353
50%	16,8149	18,9736	11,8899	6	8,3289	14,6072
55%	16,0324	19,0906	11,3366	6	7,5179	14,1605
60%	15,3499	17,3205	10,8540	6	6,7682	13,7771
65%	14,7477	16,6410	10,4282	6	6,0619	13,4442



(Π.8)

**4.3.2. Διαστάσεις για το τετραγωνικό μοντέλο B ( Model B )**

Για να είναι  $a < b$  πρέπει για το model B να πάρουμε περιεκτικότητα εγκλείσματος  $U_f < 74,99\%$

$U_f$	$\lambda$	$d$	$w$	$a$	$b$	$c$
1%	118,8998	134,1641	84,0748	6	83,6455	84,5019
5%	53,17636	60,0000	37,5994	6	36,6294	38,5456
10%	37,5994	42,4264	26,5868	6	25,1964	27,9080
15%	30,6998	34,6410	21,7080	6	19,9809	23,3074
20%	26,5868	30,0000	18,7997	6	16,7758	20,6259
25%	23,7799	26,8328	16,8149	6	14,5174	18,8346
30%	21,7080	24,4949	15,3499	6	12,7913	17,5390
35%	20,0977	22,6778	14,2112	6	11,3999	16,5517
40%	18,7997	21,2132	13,2934	6	10,2330	15,7706
45%	17,7245	20,000	12,5331	6	9,2238	15,1353
50%	16,8149	18,9736	11,8899	6	8,3289	14,6072
55%	16,0324	19,0906	11,3366	6	7,5179	14,1605
60%	15,3499	17,3205	10,8540	6	6,7682	13,7771
65%	14,7477	16,6410	10,4282	6	6,0619	13,4442
70%	14,2112	16,0357	10,0488	6	6,4663	13,6313

(Π.9)

**4.3.3. Διαστάσεις για το κυκλικό μοντέλο A ( Model A )**

$U_f$	$\lambda$	$d$	$w$	$a$	$b$	$c$
1%	130,7898	134,1641	67,0820	6,0000	87,8278	88,7270
5%	58,4940	60,0000	30,0000	6,0000	38,4609	40,4729
10%	41,3593	42,4264	21,2132	6,0000	26,4562	29,3034
15%	33,7698	34,6410	17,3205	6,0000	20,9799	24,4728
20%	29,2455	30,0000	15,0000	6,0000	17,6146	21,6572
25%	26,1579	26,8328	13,4164	6,0000	15,2433	19,7763
30%	23,8788	24,4949	12,2474	6,0000	13,4309	18,4160
35%	22,1075	22,6779	11,3389	6,0000	11,9699	17,3793
40%	20,6797	21,2132	10,6066	6,0000	10,7447	16,5591
45%	19,4970	20,0000	10,0000	6,0000	9,6850	15,8921

50%	18,4964	18,9737	9,4868	6,0000	8,7453	15,3376
55%	17,6356	18,0907	9,0453	6,0000	7,8938	14,8685
60%	16,8849	17,3205	8,6603	6,0000	7,1066	14,4660
65%	16,2225	16,6410	8,3205	6,0000	6,3650	14,1164

(Π.10)

#### 4.3.4. Διαστάσεις για το κυκλικό μοντέλο B ( Model B )

$U_f$	$\lambda$	$d$	$w$	$a$	$b$	$c$
1%	130,7898	134,1641	67,0820	6,0000	87,8278	88,7270
5%	58,4940	60,0000	30,0000	6,0000	38,4609	40,4729
10%	41,3593	42,4264	21,2132	6,0000	26,4562	29,3034
15%	33,7698	34,6410	17,3205	6,0000	20,9799	24,4728
20%	29,2455	30,0000	15,0000	6,0000	17,6146	21,6572
25%	26,1579	26,8328	13,4164	6,0000	15,2433	19,7763
30%	23,8788	24,4949	12,2474	6,0000	13,4309	18,4160
35%	22,1075	22,6779	11,3389	6,0000	11,9699	17,3793
40%	20,6797	21,2132	10,6066	6,0000	10,7447	16,5591
45%	19,4970	20,0000	10,0000	6,0000	9,6850	15,8921
50%	18,4964	18,9737	9,4868	6,0000	8,7453	15,3376
55%	17,6356	18,0907	9,0453	6,0000	7,8938	14,8685
60%	16,8849	17,3205	8,6603	6,0000	7,1066	14,4660
65%	16,2225	16,6410	8,3205	6,0000	6,3650	14,1164

(Π.11)

#### 4.4. ΜΕΘΟΛΟΓΙΑ, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Για τον υπολογισμό των ελαστικών σταθερών και του λόγου Poisson, μέσω των θεωρητικών σχέσεων που εξήχθηκαν στο προηγούμενο στο προηγούμενο κεφάλαιο κα αντλήθηκαν από την βιβλιογραφία χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα "Microsoft Excel 2010" και "Matlab 10". Για τα διάφορα μοντέλα βρέθηκαν τα σημεία και έπειτα δημιουργείται η καμπύλη που τα προσεγγίζει με πολυωνυμική μέθοδο.

Τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν σ' αυτήν την μελέτη είναι ινώδη σύνθετα μονή κατεύθυνσης. Τα υλικά αυτά αποτελούνται από μια εποξειδική μήτρα ενισχυμένη με συνεχείς ίνες βορίου διαμέτρου 140μm(**B5.6**) και 100μm(**B4.0**). Οι τιμές των ελαστικών σταθερών και των λόγων Poisson της μήτρας και των ινών που χρησιμοποιήθηκαν δίνονται στο πίνακα Σ1.

Τύπος Βορίου/Ινα	<b>B5.6</b>	<b>B4.0</b>
<b><math>E_L</math>(Gpa)</b>	395	400
<b><math>E_T</math>(Gpa)</b>	395	400
<b><math>\nu_L</math>(Gpa)</b>	0,13	0,13
<b><math>G_L</math>(Gpa)</b>	165	173
Εποξειδική ρητίνη/Μήτρα	<b>3501.6</b>	<b>977-3</b>
<b><math>E_L</math>(Gpa)</b>	4,3	3,7

<b><math>E_T</math>(Gpa)</b>	4,3	3,7
<b><math>\nu_L</math>(Gpa)</b>	0,35	0,35
<b><math>G_L</math>(Gpa)</b>	1,6	1,37

(Σ.1)

Πιο συγκεκριμένα, στο **Πίνακα Π1** παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας  $E_L$  για τα διάφορα μοντέλα που αντλήσαμε από την βιβλιογραφία όπως και για το τετραφασικό τετραγωνικό και κυκλικό μοντέλο, των κατ' όγκο περιεκτικοτήτων και συγκρίνονται με τα πειραματικά δεδομένα τεσσάρων συνθέτων (**B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4.0/3501.6, B4.0/977-3**) ανά μοντέλο.

Στο πίνακα **Π2** ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  για 4 σετ πειραματικών δεδομένων (**B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4/3501.6, B4/977-3**).

Όμοια πράξαμε στον **Π3** για το διαμήκες λόγο Poisson  $\nu_L$  για τα σύνθετα (**B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4/3501.6, B4/977-3**) και στον **Π4** για το διαμήκες μέτρο διατμήσεως  $G_L$  για τα σύνθετα (**B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4/3501.6, B4/977-3**).

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Για κάποιες περιεκτικότητες τα πειραματικά αποτελέσματα προέκυψαν από ανάγνωση αντίστοιχων διαγραμμάτων. Επειδή δεν υπήρχαν οι πίνακες με τις ακριβείς πειραματικές τιμές, είναι πιθανή η ύπαρξη μιας μικρής απόκλισης των τιμών των Πινάκων από τις πραγματικές που εξήχθησαν από τους διάφορους πειραματιστές. Σημειώνονται με μαύρο χρώμα στα διάφορα διαγράμματα οι περιεκτικότητες οι οποίες είναι απόλυτα ακριβείς.

Επειδή τα πειραματικά δεδομένα που διαθέτουμε αφορούν ένα περιορισμένο εύρος περιεκτικότητας 50%-65% η αξιολόγηση των μοντέλων θα γίνει και θα κριθεί για αυτό το διάστημα.

#### 4.4.1. Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας $E_L$

Στα διαγράμματα (4.1.1)-(4.1.6), (4.1.I)-(4.1.IV) απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας ( $E_L$ ) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών. Στα υπόψη διαγράμματα φαίνεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας που προέκυψε από το προταθέν μοντέλο του ερευνητή Ekvall(4.1.2), από το Νόμο των Φάσεων(4.1.1), από το τετραγωνικό ινώδες(A)(4.1.3) και (B)(4.1.4) και από το κυκλικό ινώδες τετραφασικό (A)(4.1.5) και (B)(4.1.6).

Για το σύνθετο B5.6/3501.6 στο διάγραμμα (4.1.A) παραθέτουμε όλα τα θεωρητικά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε και τα πειραματικά δεδομένα και παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση σε βαθμό τέτοιο ώστε να είναι δυσδιάκριτα όταν τα παρουσιάζουμε σε όλο το εύρος των τιμών. Έτσι για καλύτερη επίβλεψη, επιλέγουμε να επικεντρωνόμαστε σε συγκεκριμένο εύρος, διαφορετικό για κάθε μοντέλο, όπου περιέχει όλα τα πειραματικά στοιχεία και είναι σε μικρότερη κλίμακα. Ομοίως πράξαμε για όλα τα είδη συνθέτων που μελετήσαμε και για όλα τα μοντέλα.

Σε καθένα από τα διαγράμματα (4.1.I)-(4.1.IV) έχουμε σχεδιάσει τις προβλεπόμενες συμπεριφορές όλων των θεωρητικών μοντέλων για κάθε σύνθετο ξεχωριστά έτσι ώστε να μελετήσουμε τις διαφορές τους για το ίδιο μείγμα μήτρας-εγκλείσματος.

Σε καθένα από τα διαγράμματα (4.1.1)-(4.1.6) έχουμε σχεδιάσει τις προβλεπόμενες συμπεριφορές των 4 συνθέτων για κάθε μοντέλο ξεχωριστά, με σκοπό να φανεί η ανταπόκριση του εκάστοτε μοντέλου για τους διάφορους συνδυασμούς μήτρας-εγκλείσματος.

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η περιεκτικότητα των ινών το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας αυξάνεται και επιπλέον σε όλες τις περιπτώσεις βλέπουμε όλα τα μοντέλα να εμφανίζουν πολύ καλή σύγκλιση με την με τα πειραματικά σημεία.

Επιπλέον παρατηρούμε στο πολύ καλή σύγκλιση για όλα τα μοντέλα με τον νόμο των φάσεων(Mixture Law(4.1.1)), να δίνει ιδιαίτερα καλές προσεγγίσεις. Αξιοσημείωτο επίσης είναι και το φαινόμενο που βλέπουμε στα διαγράμματα (4.1.3), (4.1.4), (4.1.5), (4.1.6) δηλαδή στα 4 πρισματικά μοντέλα ( τετραγωνικό (A), (B) και κυκλικό (A), (B)) όπου βλέπουμε μια ξεκάθαρη διαφορά στις προβλεπόμενες τιμές ανάμεσα στα σύνθετα που εμπεριέχουν ίνες B5.6 και B4. Θυμίζουμε ότι η ενώ η διαφορά στα διαμήκη μέτρα ελαστικότητας είναι, όπως βρίσκουμε από την βιβλιογραφία, πολύ μικρή (395GPa και 400GPa για B5.6 και B4 αντίστοιχα) η διαφορά στις διαμέτρους των ινών είναι της τάξης του 40%

(140 $\mu\text{m}$  B4, 100 $\mu\text{m}$  B5.6). Αυτή η διαφορά στις τιμές των θεωρητικών μοντέλων είναι αναμενόμενη και δικαιολογείται εάν ανατρέξουμε στην ανάλυση στο προηγούμενο κεφάλαιο όπου βλέπουμε όπου υπεισέρχεται και η διάμετρος των ιών του εγκλείσματος.

**Mixture Law ( Νόμος Φάσεων )**

Theor.E <sub>t</sub> (GPa)					Exp.E <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	43,6441	43,4225	44,3087	44,0872					
20%	83,0103	82,5889	84,2744	83,8530	51%	-	204	-	-
30%	122,3765	121,7553	124,2401	123,6189					
40%	161,7427	160,9217	164,2058	163,3848	52%	-	-	210	-
50%	201,1089	200,0881	204,1715	203,1506					
60%	240,4751	239,2545	244,1372	242,9165	65%	-	-	-	268
70%	279,8414	278,4208	284,1029	282,6824					
80%	319,2076	317,5872	324,0686	322,4483					

**Ekvall**

Theor.E <sub>t</sub> (GPa)					Exp.E <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	46,1048	45,8708	46,8069	46,5729					
20%	86,2921	85,8540	87,6062	87,1681	51%	-	204	-	-
30%	126,4793	125,8373	128,4054	127,7634					
40%	166,6665	165,8205	169,2046	168,3586	52%	-	-	210	-
50%	206,8538	205,8038	210,0038	208,9538					
60%	247,0410	245,7870	250,8031	249,5491	65%	-	-	-	268
70%	287,2283	285,7703	291,6023	290,1443					
80%	327,4155	325,7535	332,4015	330,7395					

**Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(A)**

Theor.E <sub>t</sub> (GPa)					Exp.E <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	43,5633	43,3422	44,2267	44,0056					
20%	83,0204	82,5989	84,2846	83,8632	51%	-	204	-	-
30%	122,5806	121,9584	124,4473	123,8251					
40%	162,1898	161,3665	164,6597	163,8364	52%	-	-	210	-
50%	201,8255	200,8010	204,8990	203,8745					
60%	241,4753	240,2496	245,1526	243,9268	65%	-	-	-	268

**Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(B)**

Theor.E <sub>t</sub> (GPa)					Exp.E <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	43,5414	43,3204	44,2045	43,9835					
20%	82,9759	82,5547	84,2395	83,8183	51%	-	204	-	-
30%	122,5095	121,8876	124,3751	123,7532					
40%	162,0879	161,2651	164,5562	163,7335	52%	-	-	210	-
50%	201,6891	200,6653	204,7605	203,7367					
60%	241,3027	240,0779	244,9774	243,7525	65%	-	-	-	268
70%	280,9218	279,4958	285,1998	283,7738					

**Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(A)**

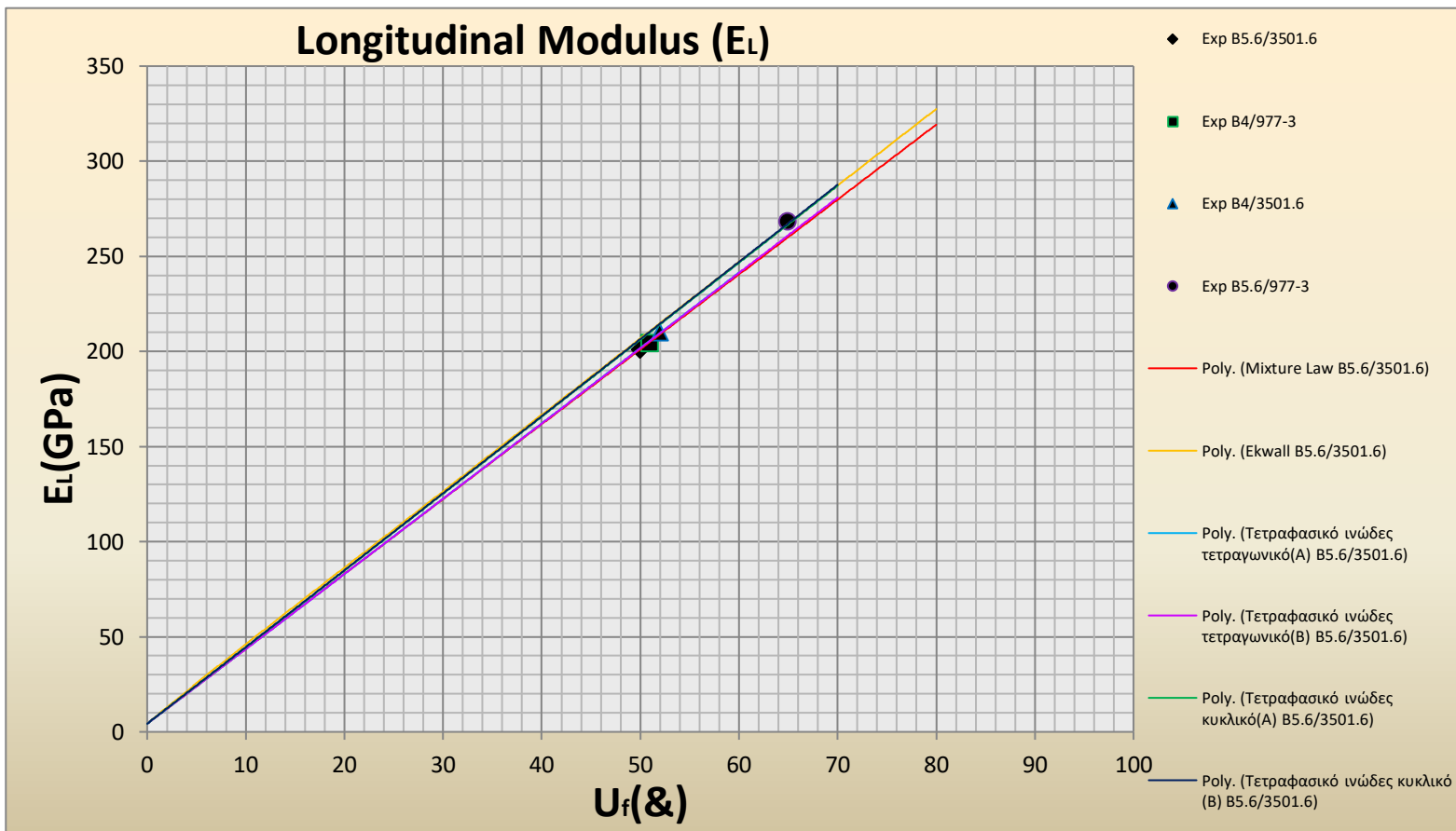
Theor.E <sub>t</sub> (GPa)					Exp.E <sub>t</sub> (GPa)				
----------------------------	--	--	--	--	--------------------------	--	--	--	--

$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	44,4985	44,2727	45,1762	44,9503					
20%	84,7998	84,3694	86,0912	85,6608	51%	-	204	-	-
30%	125,2024	124,5668	127,1090	126,4735					
40%	165,6508	164,8099	168,1734	167,3325	52%	-	-	210	-
50%	206,1225	205,0762	209,2614	208,2151					
60%	246,6069	245,3551	250,3623	249,1105	65%	-	-	-	268
70%	287,0968	285,6395	291,4689	290,0115					

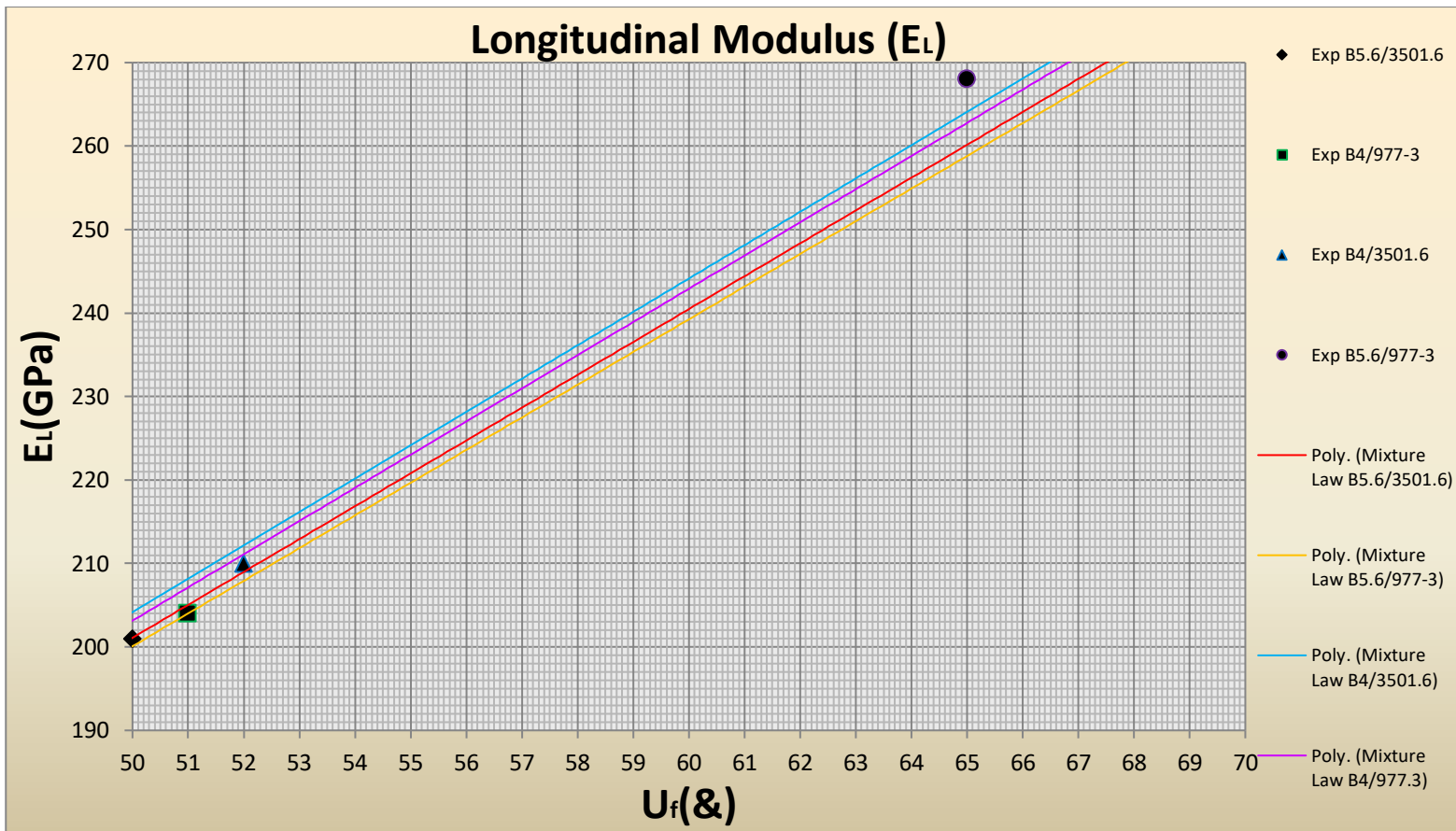
**Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(B)**

$U_f$	Theor. $E_L$ (GPa)				$U_f$	Exp. $E_L$ (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3	3,7000	50%	201	-	-	-
10%	44,5844	44,3581	45,2633	45,0370					
20%	84,9634	84,5321	86,2573	85,8260	51%	-	204	-	-
30%	125,4439	124,8071	127,3542	126,7175					
40%	165,9703	165,1278	168,4978	167,6553	52%	-	-	210	-
50%	206,5201	205,4718	209,6651	208,6168					
60%	247,0826	245,8284	250,8453	249,5910	65%	-	-	-	268
70%	287,6506	286,1905	292,0311	290,5710					

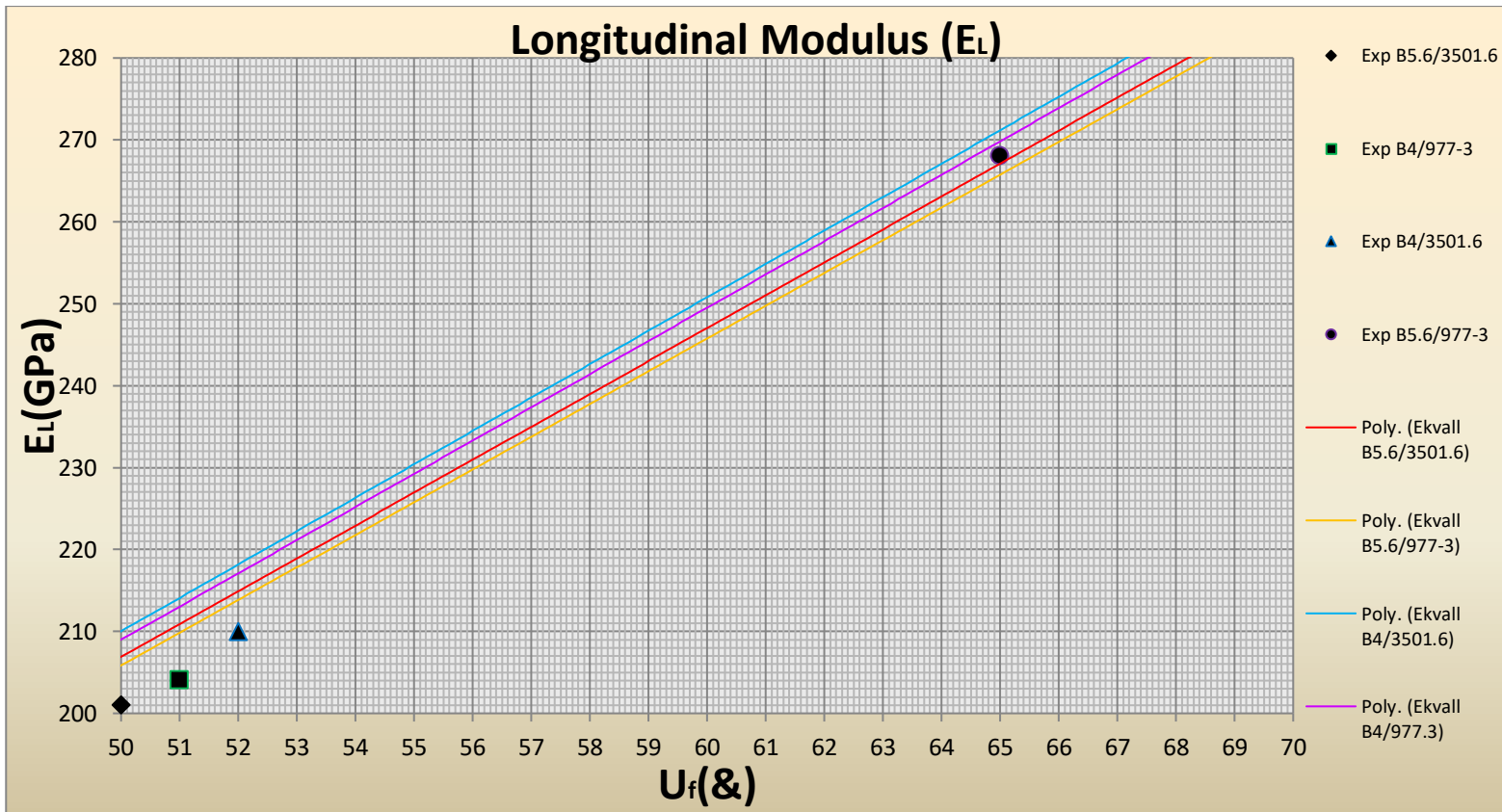
(Π.12)



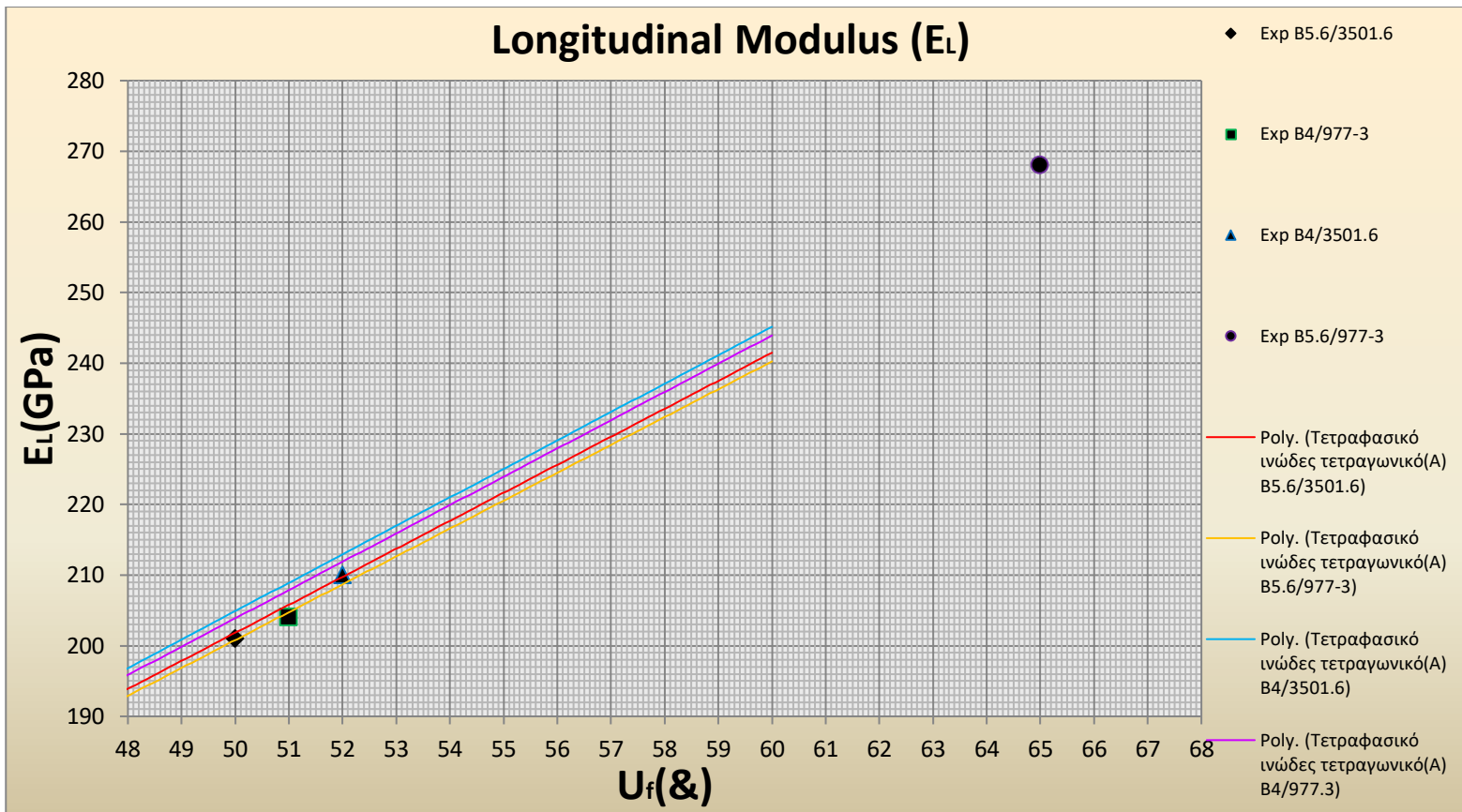




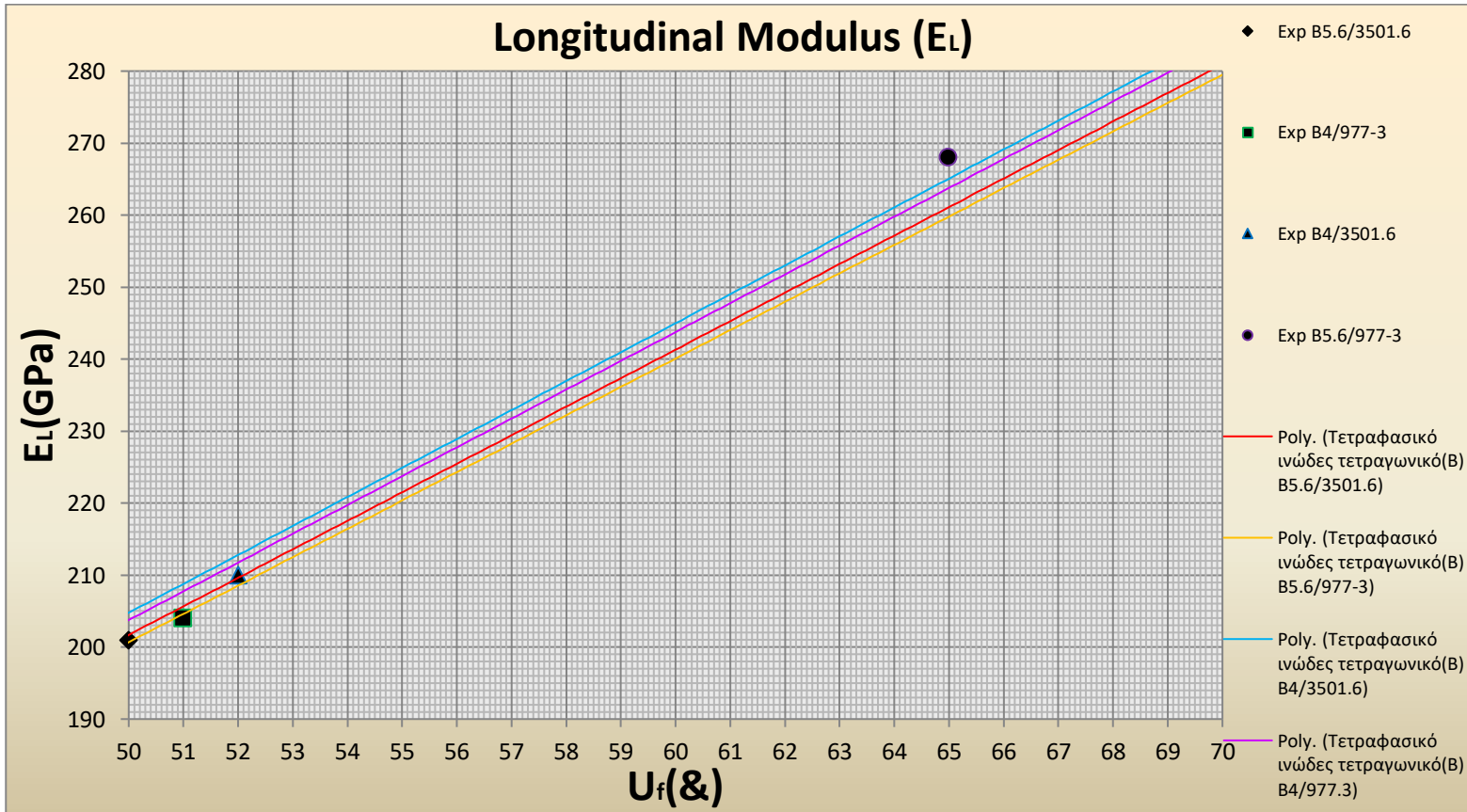
(4.1.1)



(4.1.2)

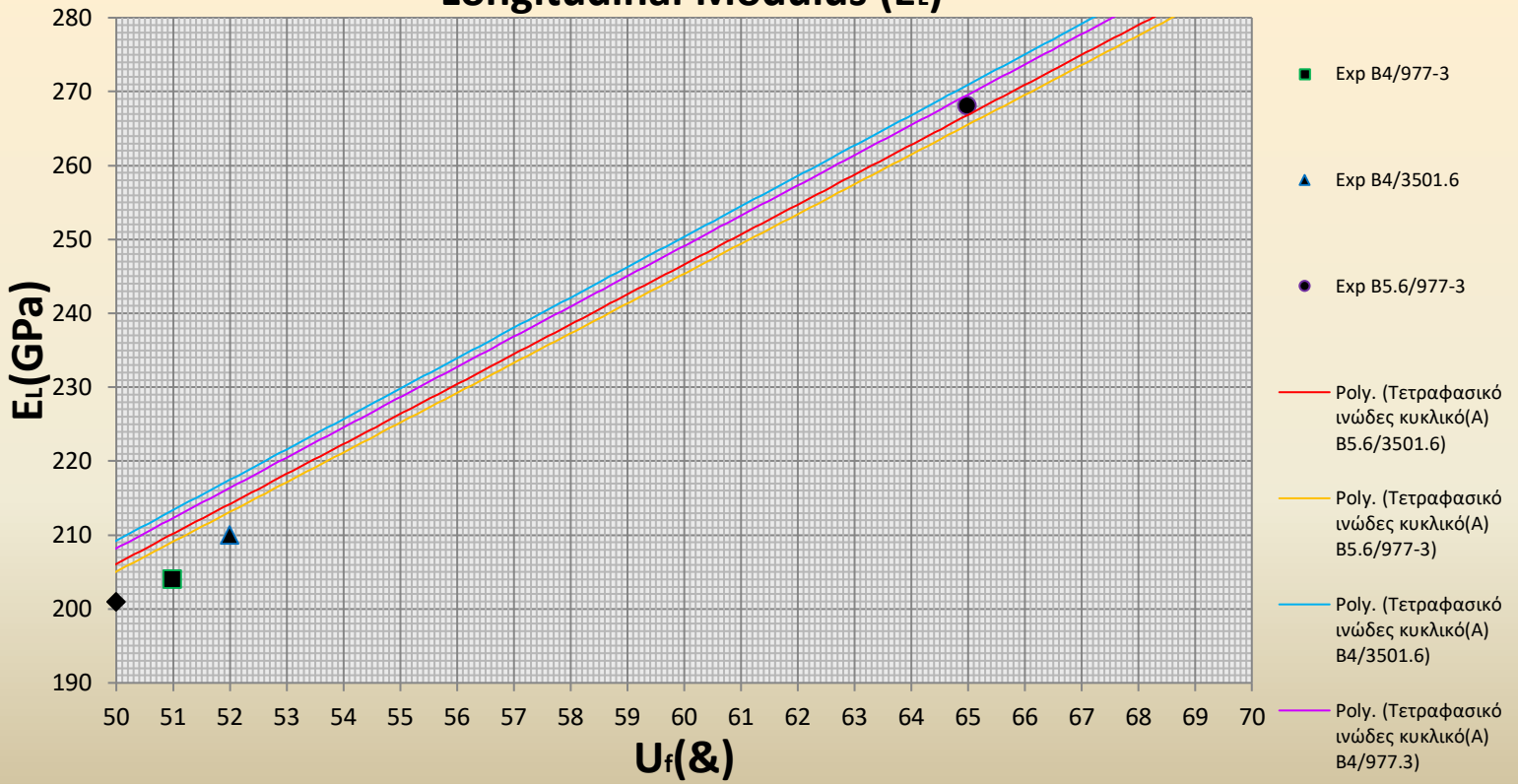


(4.1.3)



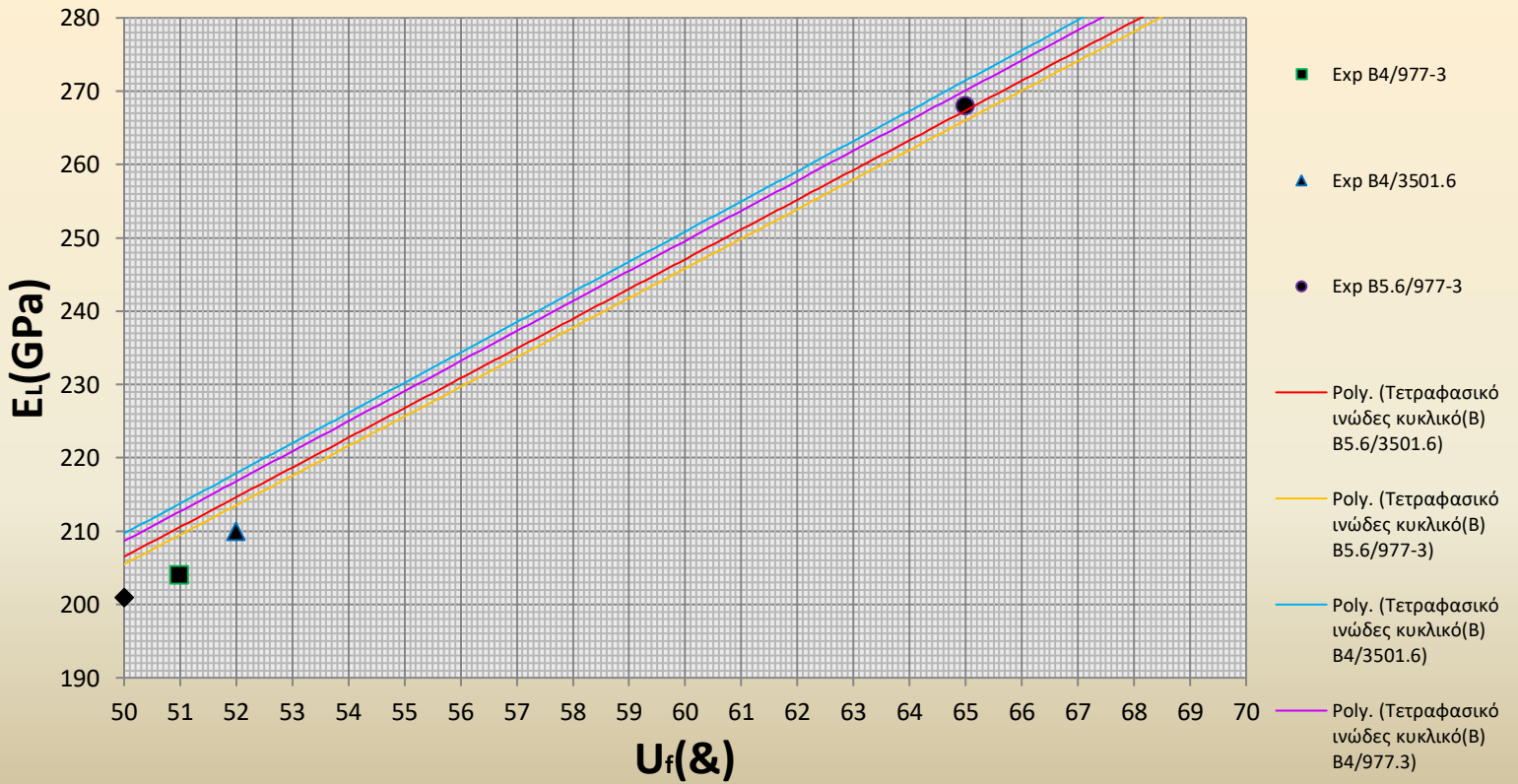
(4.1.4)

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )

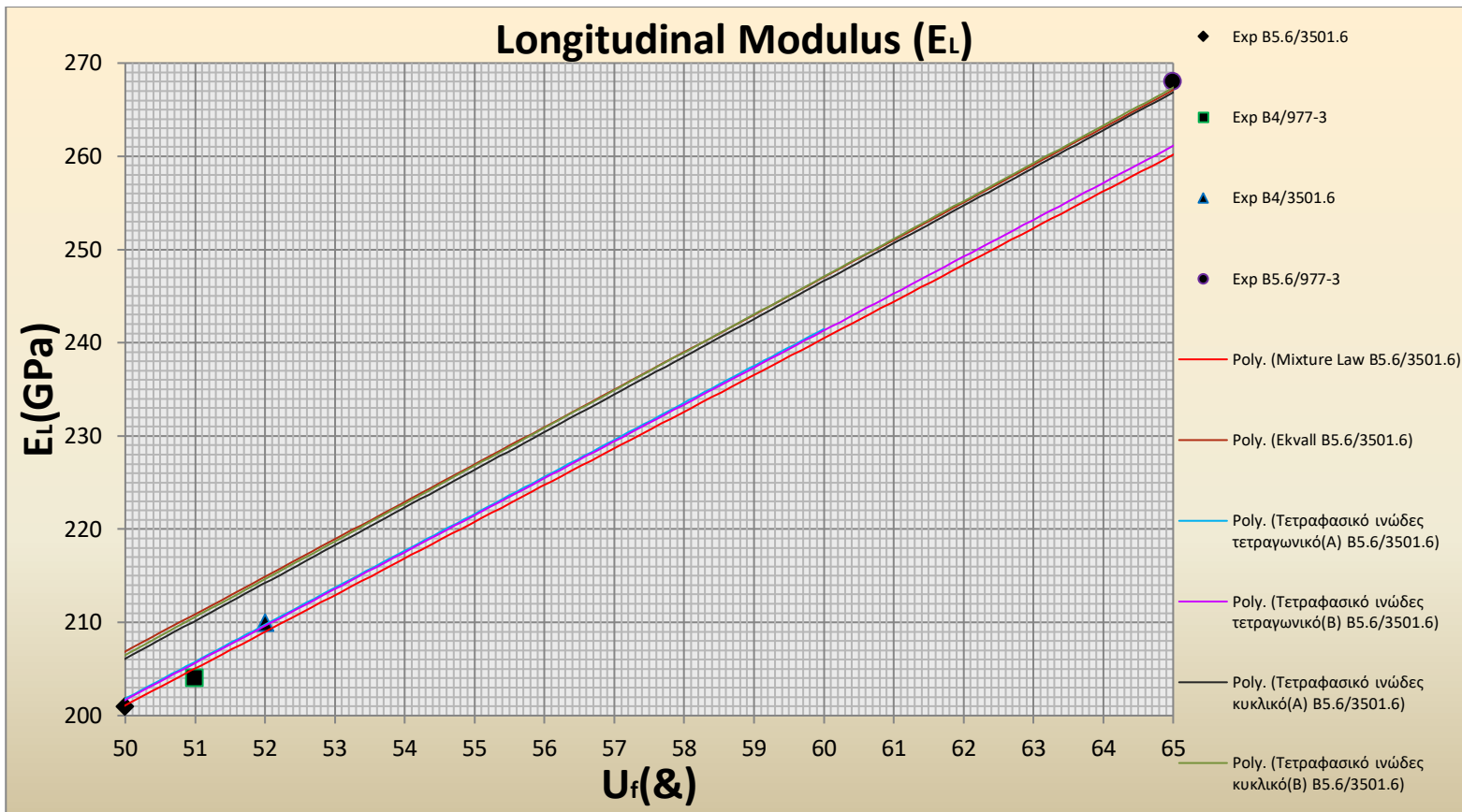


(4.1.5)

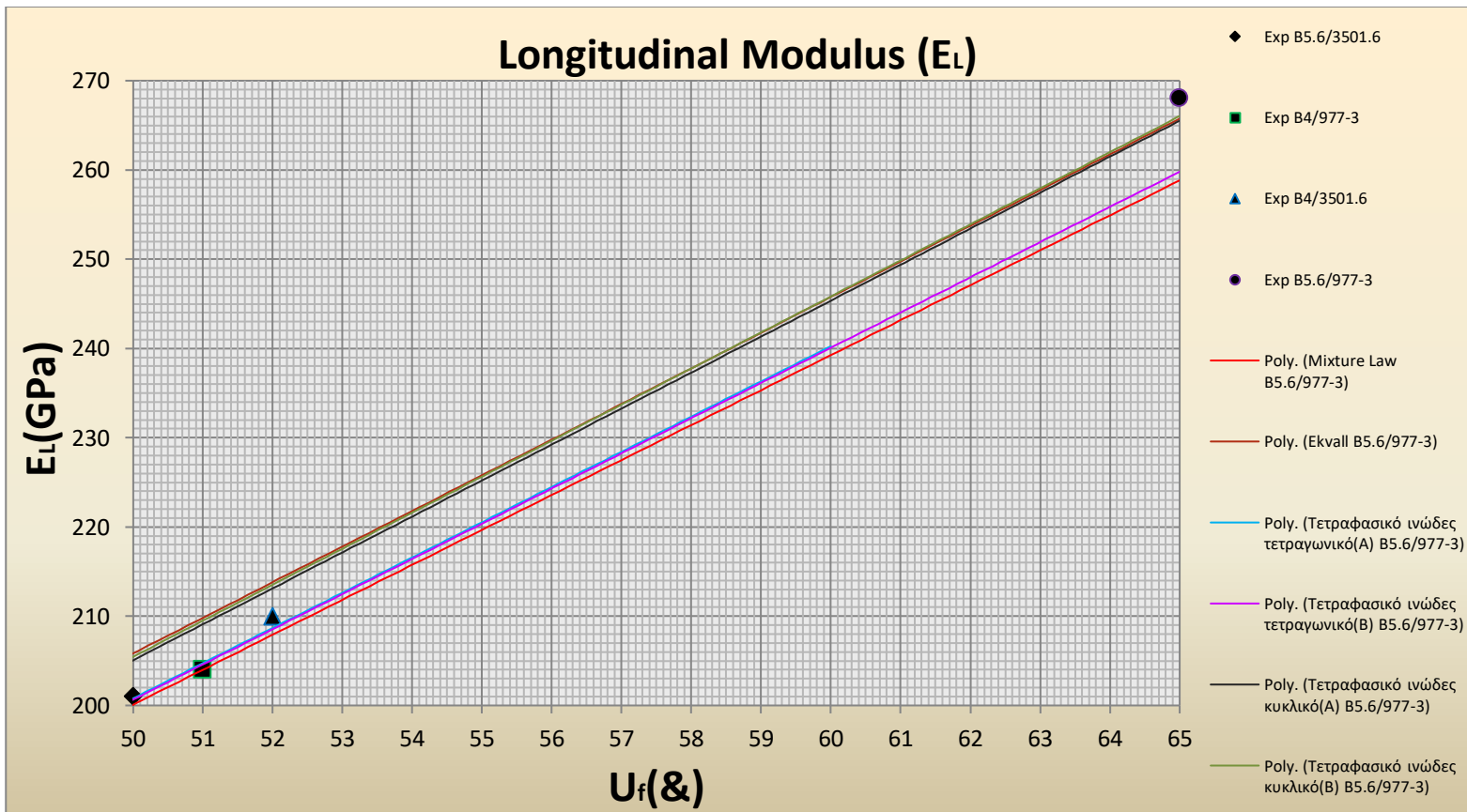
### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )



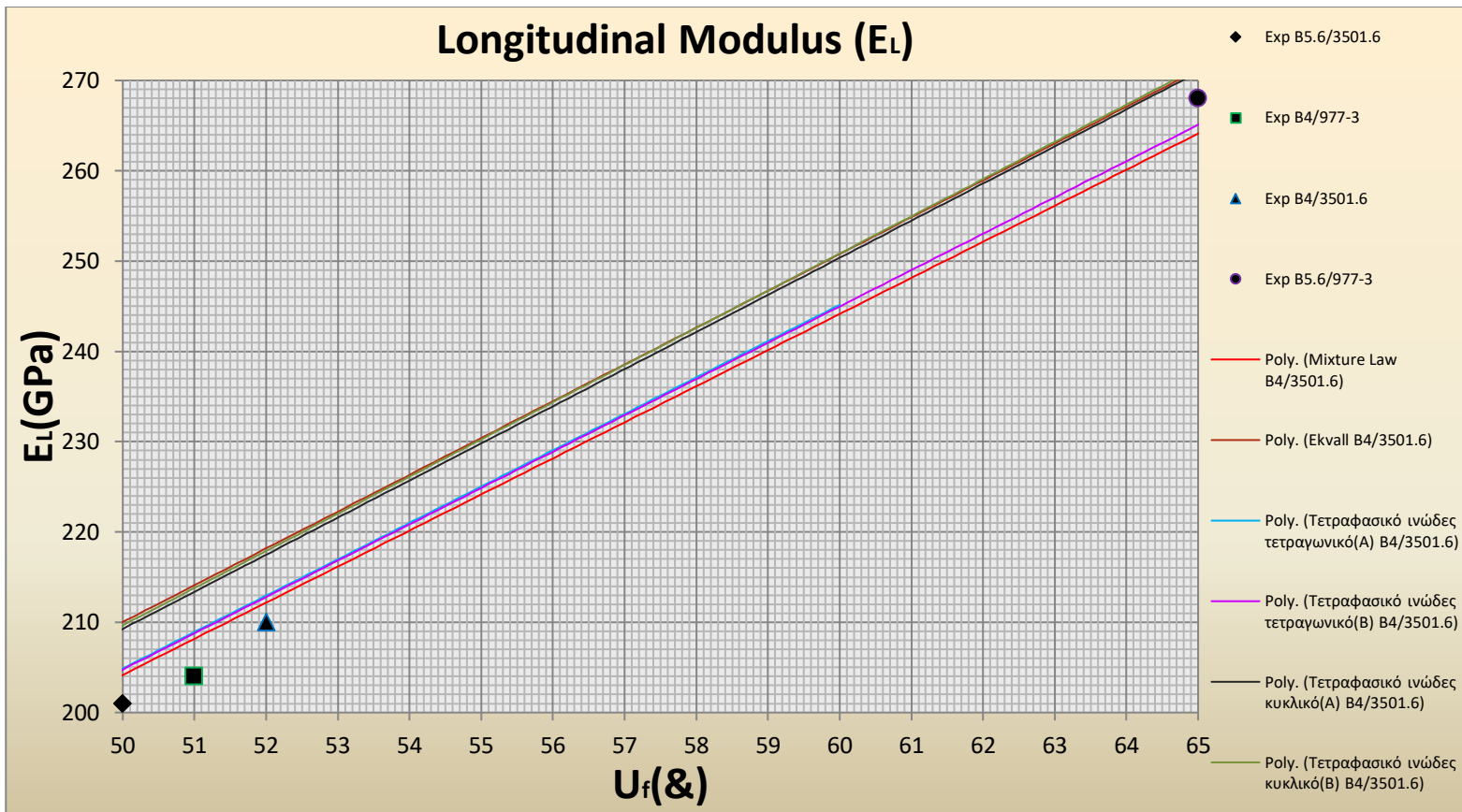
(4.1.6)



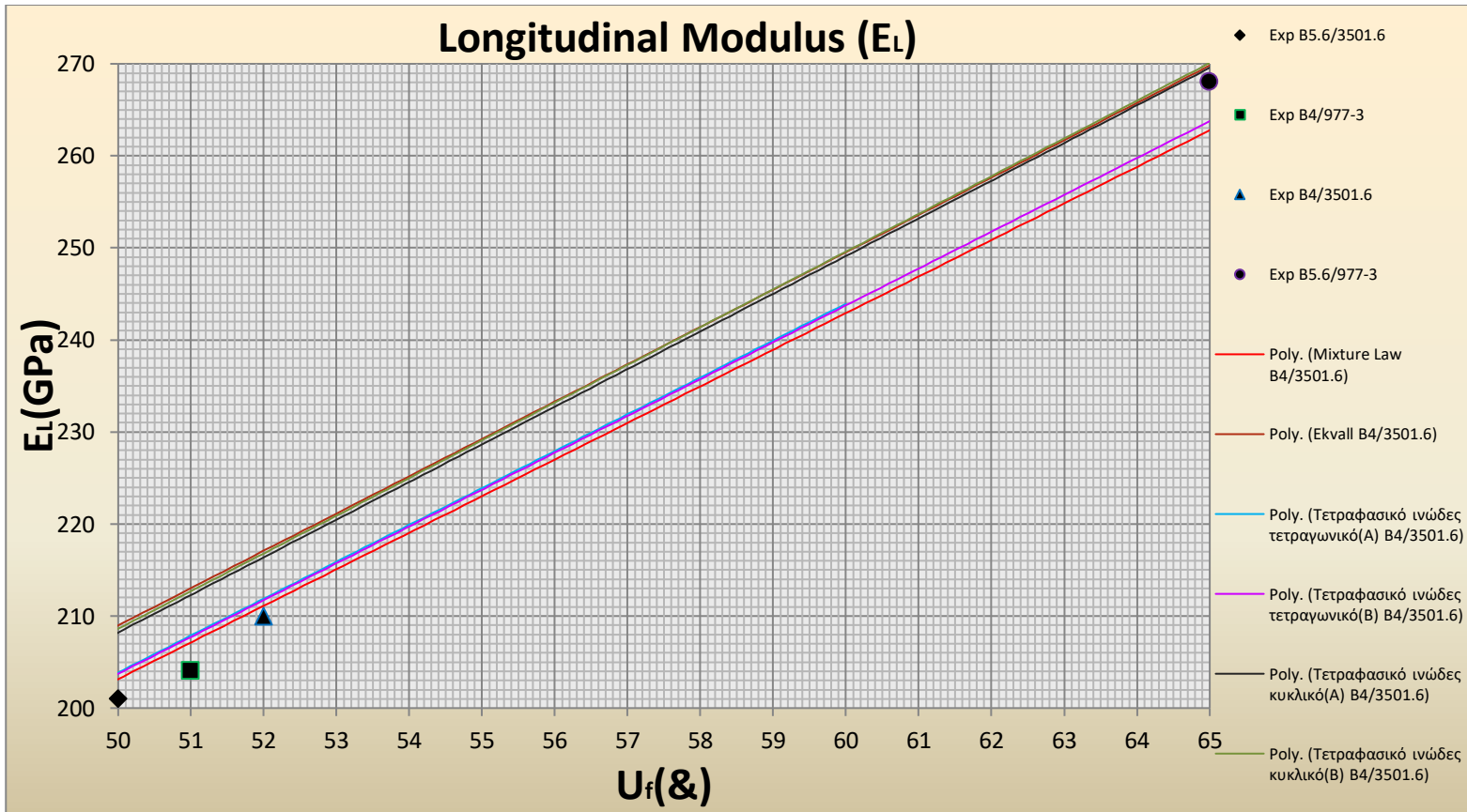
(4.1.I)



(4.1.II)



(4.1.III)



(4.1.IV)

#### 4.4.2. Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας $E_T$

Στα διαγράμματα (4.2.1)-(4.2.11), (4.2.I.a)-(4.2.IV.b) απεικονίζεται η μεταβολή του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας ( $E_T$ ) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών. Στα υπόψη διαγράμματα φαίνονται η μεταβολή του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας που προέκυψε από το προταθέν μοντέλο, από τους ερευνητές Paul(4.2.1), Whitney και Riley(4.2.2), Ekvall(4.2.3), Tsai και Hahn(4.2.4), Halpin και Tsai(4.2.5), από το τετραγωνικό ινώδες(A)(4.2.6) και (B)(4.2.7) και από το κυκλικό ινώδες τετραφασικό (A)(4.2.8) και (B)(4.2.9).

Για το σύνθετο B5.6/3501.6 στο διάγραμμα (4.2.A) παραθέτουμε όλα τα θεωρητικά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε και τα πειραματικά δεδομένα και παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση σε βαθμό τέτοιο ώστε να είναι δυσδιάκριτα όταν τα παρουσιάζουμε σε όλο το εύρος των τιμών. Έτσι για καλύτερη επίβλεψη, επιλέγουμε να επικεντρωνόμαστε σε συγκεκριμένο εύρος, διαφορετικό για κάθε μοντέλο, όπου περιέχει όλα τα πειραματικά στοιχεία και είναι σε μικρότερη κλίμακα. Ομοίως πράξαμε για όλα τα είδη συνθέτων που μελετήσαμε και για όλα τα μοντέλα.

Σε καθένα από τα διαγράμματα (4.2.I.a)-(4.2.IV.b) έχουμε σχεδιάσει τις προβλεπόμενες συμπεριφορές των όλων των θεωρητικών μοντέλων για κάθε σύνθετο ξεχωριστά έτσι ώστε να μελετήσουμε τις διαφορές τους για το ίδιο μείγμα μήτρας-εγκλείσματος.

Σε καθένα από τα διαγράμματα (4.2.1)-(4.2.9) έχουμε σχεδιάσει τις προβλεπόμενες συμπεριφορές των 4 συνθέτων για κάθε μοντέλο ξεχωριστά, με σκοπό να φανεί η ανταπόκριση του εκάστοτε μοντέλου για τους διάφορους συνδυασμούς μήτρας-εγκλείσματος.

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η περιεκτικότητα των ινών το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας αυξάνεται και επιπλέον σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχει επαρκής σύγκλιση με κάποιες διαφοροποιήσεις.

Πιο συγκεκριμένα βλέπουμε στα (4.2.I.a), (4.2.II.a), (4.2.III.a) και (4.2.IV.a) ότι το μοντέλο Paul προβλέπει τις χαμηλότερες θεωρητικές τιμές ανάμεσα σε όλα τα μοντέλα που μελετήσαμε.

Επιπλέον, παρατηρούμε την πλειοψηφία των θεωρητικών μοντέλων να συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για περιεκτικότητα εγκλείσματος κοντά στο 50%, ενώ όλα εκτός του Whitney-Riley(4.2.2) προέβλεψαν χαμηλότερο μέτρο ελαστικότητας από τις πειραματικές τιμές για περιεκτικότητα 65%. Αυτό το στοιχείο έχει πρακτική σημασία γιατί στα περισσότερα ινώδη υλικά η περιεκτικότητα κυμαίνεται σε παρόμοιες τιμές. Το

μοντέλο Whitney-Riley φαίνεται να προβλέπει τις υψηλότερες τιμές και θα μπορούσε να αποτελέσει ένα άνω όριο.

Στα διαγράμματα (4.2.1)-(4.2.9) παρατηρούμε μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των θεωρητικών καμπυλών για τα 4 είδη συνθέτου από ότι στα μοντέλα για το διαμήκη μέτρο ελαστικότητας. Έτσι συμπεραίνουμε ότι τα θεωρητικά μοντέλα για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας είναι πιο ευαίσθητα στις διαφορετικές σταθερές των συστατικών του συνθέτου.

Paul									
U <sub>f</sub>	Theor.E <sub>T</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.E <sub>T</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,3903	3,8415	5,4879	4,9391					
20%	5,5750	4,8781	6,9688	6,2719	51%	-	12	-	-
30%	7,0930	6,2064	8,8663	7,9797					
40%	9,1081	7,9696	11,3851	10,2466	52%	-	-	18,5	-
50%	11,9119	10,4230	14,8899	13,4009					
60%	16,0807	14,0706	20,1009	18,0908	65%	-	-	-	36,84
70%	22,9315	20,0650	28,6643	25,7979					
80%	36,2800	31,7450	45,3500	40,8150					
Whitney-Riley									
U <sub>f</sub>	Theor.E <sub>T</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.E <sub>T</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	5,4115	4,7351	6,7644	6,0880					
20%	7,6549	6,6981	9,5687	8,6118	51%	-	12	-	-
30%	10,5295	9,2133	13,1619	11,8457					
40%	14,3452	12,5520	17,9315	16,1383	52%	-	-	18,5	-
50%	19,6547	17,1979	24,5684	22,1116					
60%	27,5488	24,1052	34,4360	30,9924	65%	-	-	-	36,84
70%	40,5216	35,4564	50,6520	45,5868					
80%	65,7987	57,5738	82,2483	74,0235					
Ekvall									
U <sub>f</sub>	Theor.E <sub>T</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.E <sub>T</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,9939	4,3696	6,2424	5,6181					
20%	6,8024	5,9521	8,5030	7,6527	51%	-	12	-	-
30%	9,1197	7,9797	11,3996	10,2596					
40%	12,1957	10,6712	15,2446	13,7202	52%	-	-	18,5	-
50%	16,4759	14,4164	20,5949	18,5354					
60%	22,8397	19,9847	28,5496	25,6946	65%	-	-	-	36,84
70%	33,2976	29,1354	41,6220	37,4598					
80%	53,6746	46,9652	67,0932	60,3839					
Tsai-Hahn									
Theor.E <sub>T</sub> (GPa)					Exp.E <sub>T</sub> (GPa)				

U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	5,2890	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	5,7410	5,0234	7,1763	6,4586					
20%	7,4649	6,5318	9,3312	8,3981	51%	-	12	-	-
30%	10,0496	8,7934	12,5620	11,3058					
40%	13,0957	11,4587	16,3696	14,7326	52%	-	-	18,5	-
50%	17,3343	15,1675	21,6678	19,5010					
60%	23,6361	20,6816	29,5451	26,5906	65%	-	-	-	36,84
70%	33,9923	29,7432	42,4903	38,2413					
80%	52,1458	45,6276	65,1823	58,6641					

**Halpin-Tsai**

Theor.E <sub>T</sub> (GPa)					Exp.E <sub>T</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,9939	4,3696	6,2424	5,6181					
20%	6,8024	5,9521	8,5030	7,6527	51%	-	12	-	-
30%	8,3228	7,2825	10,4035	9,3632					
40%	11,1300	9,7388	13,9126	12,5213	52%	-	-	18,5	-
50%	15,0363	13,1567	18,7953	16,9158					
60%	20,8440	18,2385	26,0550	23,4495	65%	-	-	-	36,84
70%	30,3881	26,5896	37,9851	34,1866					
80%	53,6746	46,9652	67,0932	60,3839					

**(Π.13)**

Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(A)									
Theor.E <sub>T</sub> (GPa)					Exp.E <sub>T</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,9630	4,3426	6,2037	5,5833					
20%	6,8616	6,0039	8,5769	7,7193	51%	-	12	-	-
30%	9,2943	8,1325	11,6179	10,4561					
40%	12,5236	10,9581	15,6545	14,0890	52%	-	-	18,5	-
50%	17,0171	14,8899	21,2713	19,1442					
60%	23,6979	20,7356	29,6223	26,6601	65%	-	-	-	36,84

Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(B)									
Theor.E <sub>T</sub> (GPa)					Exp.E <sub>T</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,8866	4,2758	6,1083	5,4974					
20%	6,6900	5,8538	8,3625	7,5263	51%	-	12	-	-
30%	9,0008	7,8757	11,2510	10,1259					
40%	12,0682	10,5597	15,0852	13,5767	52%	-	-	18,5	-
50%	16,3364	14,2943	20,4205	18,3784					
60%	22,6822	19,8470	28,3528	25,5175	65%	-	-	-	36,84
70%	33,1108	28,9720	41,3885	37,2497					

Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(A)									
Theor.E <sub>T</sub> (GPa)					Exp.E <sub>T</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%	21,7	-	-	-
10%	4,6423	4,0620	5,8028	5,2226					
20%	6,3555	5,5611	7,9444	7,1500	51%	-	12	-	-
30%	8,5508	7,4819	10,6885	9,6196					

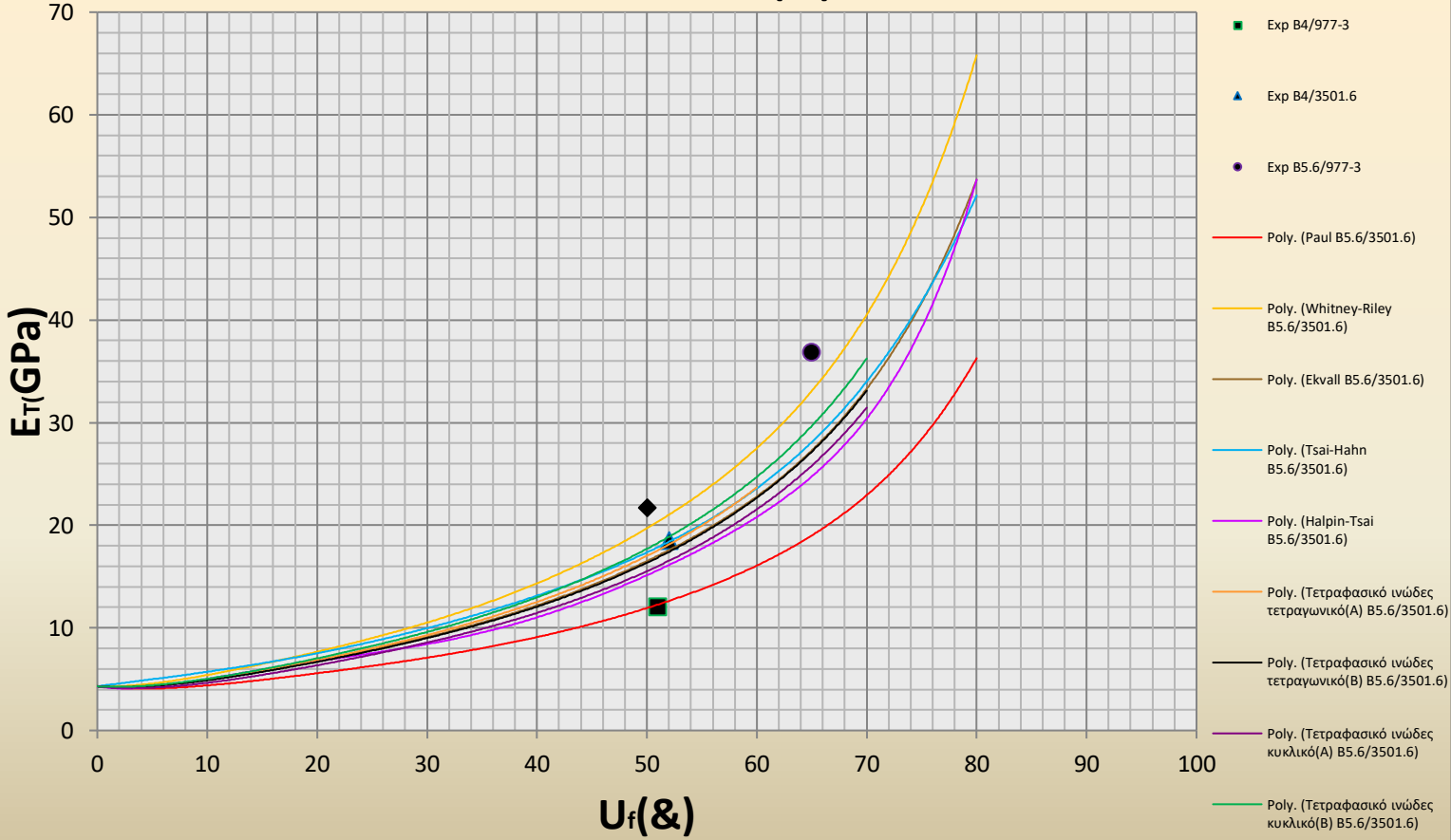


40%	11,4648	10,0317	14,3310	12,8979	52%	-	-	18,5	-
50%	15,5196	13,5796	19,3995	17,4595					
60%	21,5481	18,8546	26,9352	24,2417	65%	-	-	-	36,84
70%	31,4553	27,5234	39,3191	35,3872					

**Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(B)**

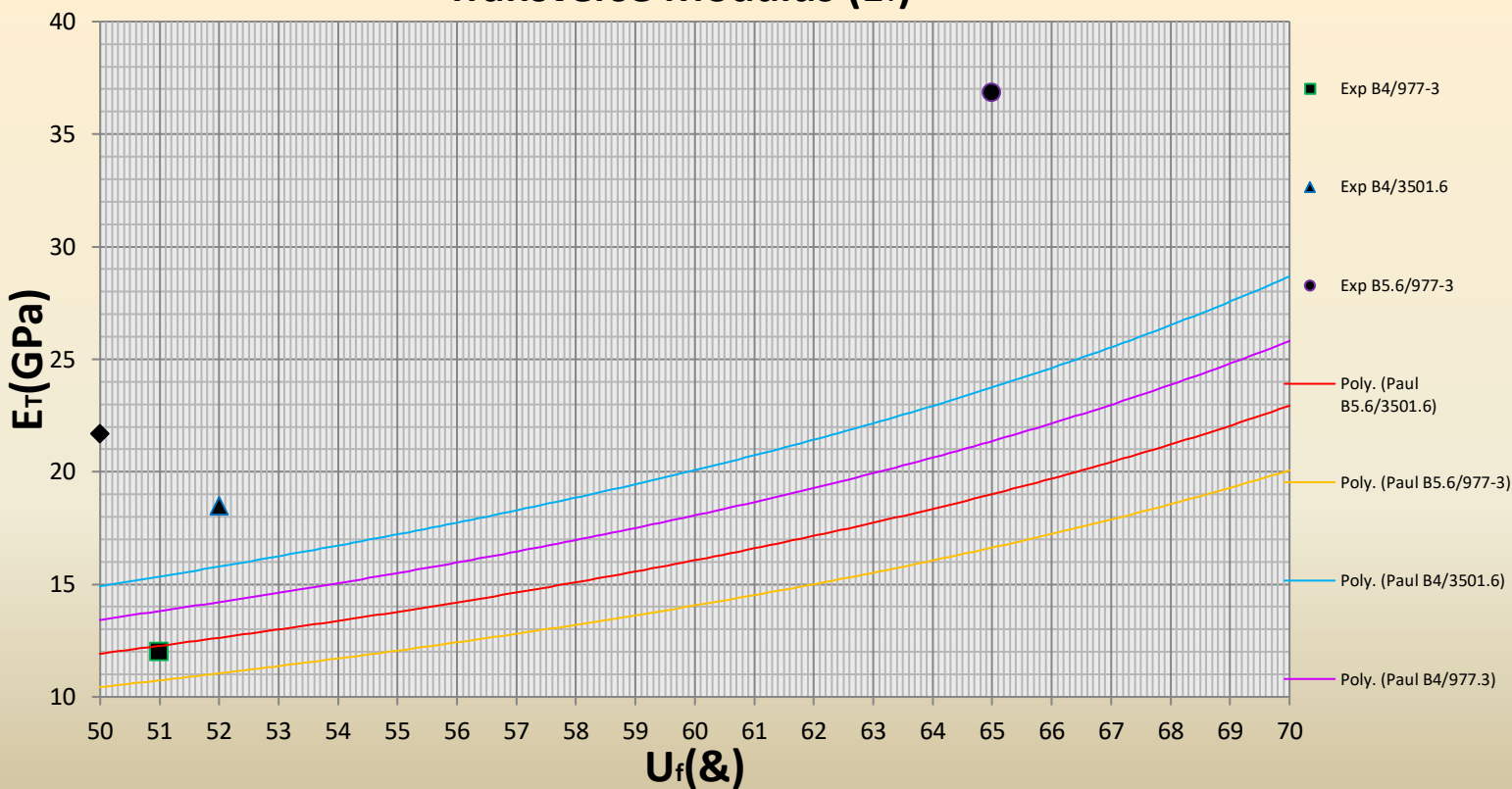
U <sub>f</sub>	Theor.E <sub>T</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.E <sub>T</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	4,3000	3,7000	4,3000	3,7000	50%				
10%	5,0393	4,4094	6,2991	5,6692	51%	21,7	-	-	-
20%	7,0331	6,1540	8,7914	7,9122		-	12	-	-
30%	9,5878	8,3893	11,9848	10,7863	52%	-	-	-	-
40%	12,9790	11,3566	16,2237	14,6014		-	-	18,5	-
50%	17,6977	15,4855	22,1222	19,9100	65%	-	-	-	36,84
60%	24,7135	21,6243	30,8919	27,8027		-	-	-	36,84
70%	36,2429	31,7125	45,3036	40,7733					

**Transverse Modulus (E<sub>T</sub>)**



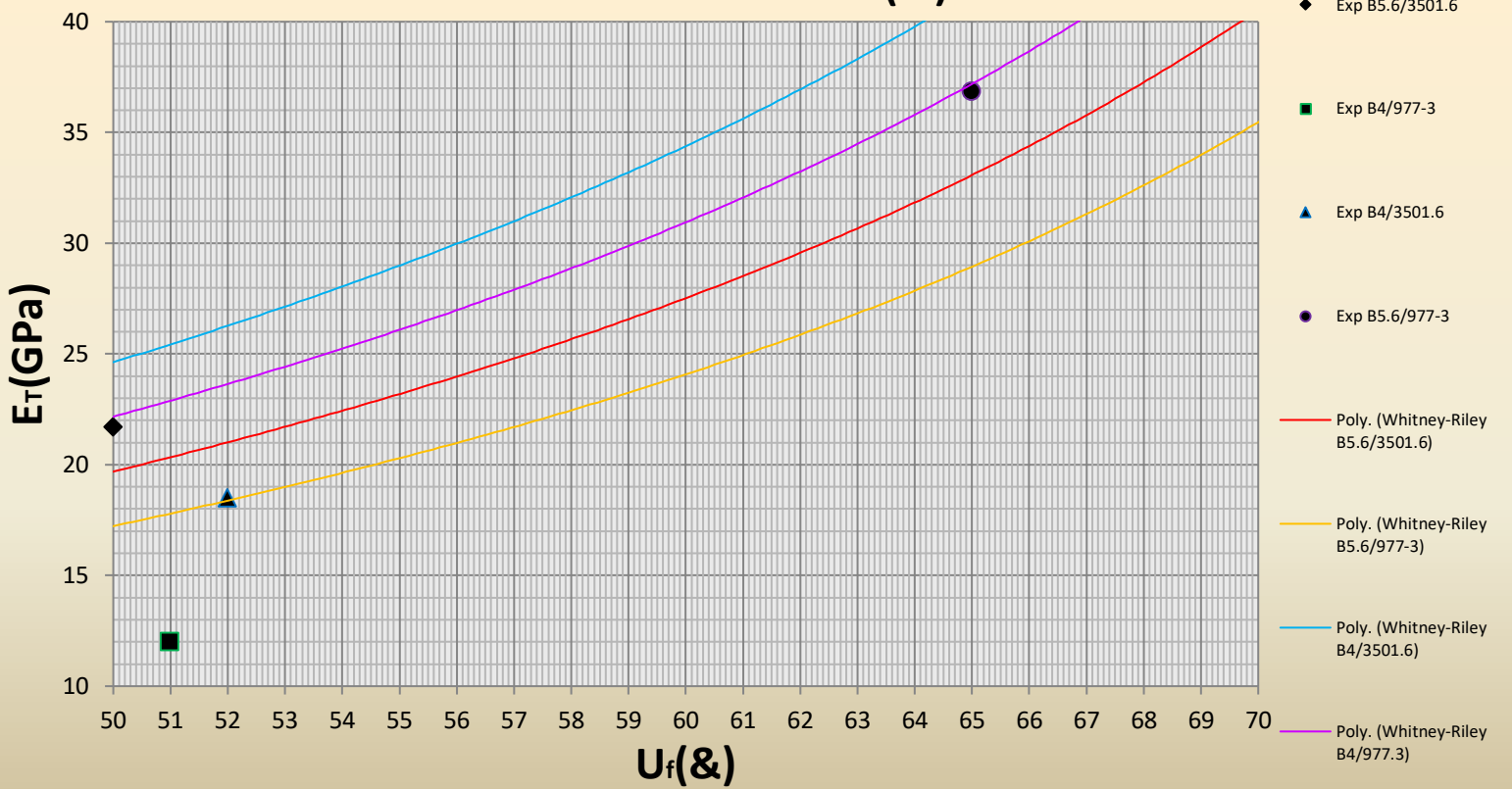
**U<sub>f</sub>(%)**  
**(4.2.A)**

### Transverse Modulus ( $E_T$ )



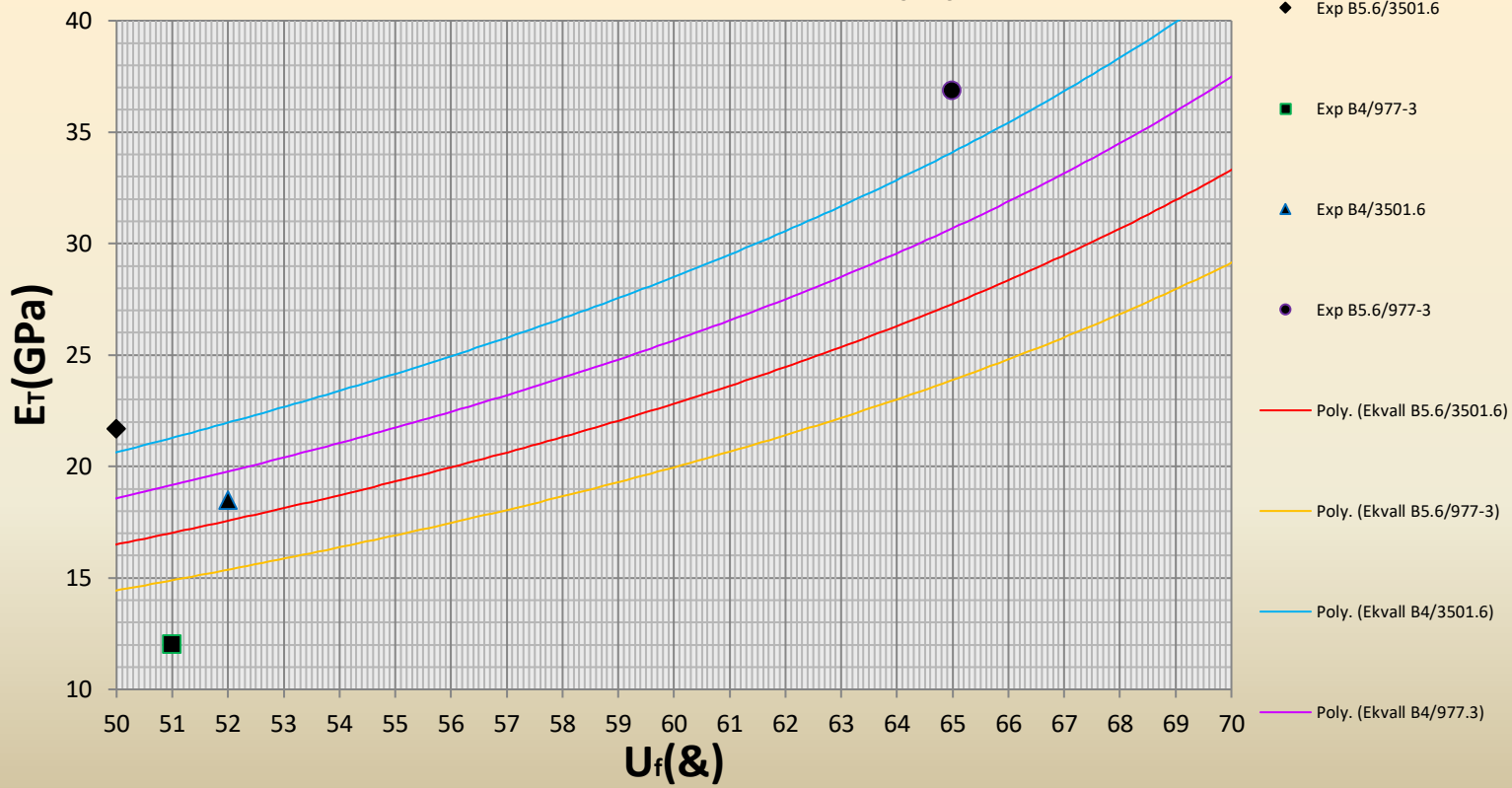
(4.2.1)

### Transverse Modulus ( $E_T$ )



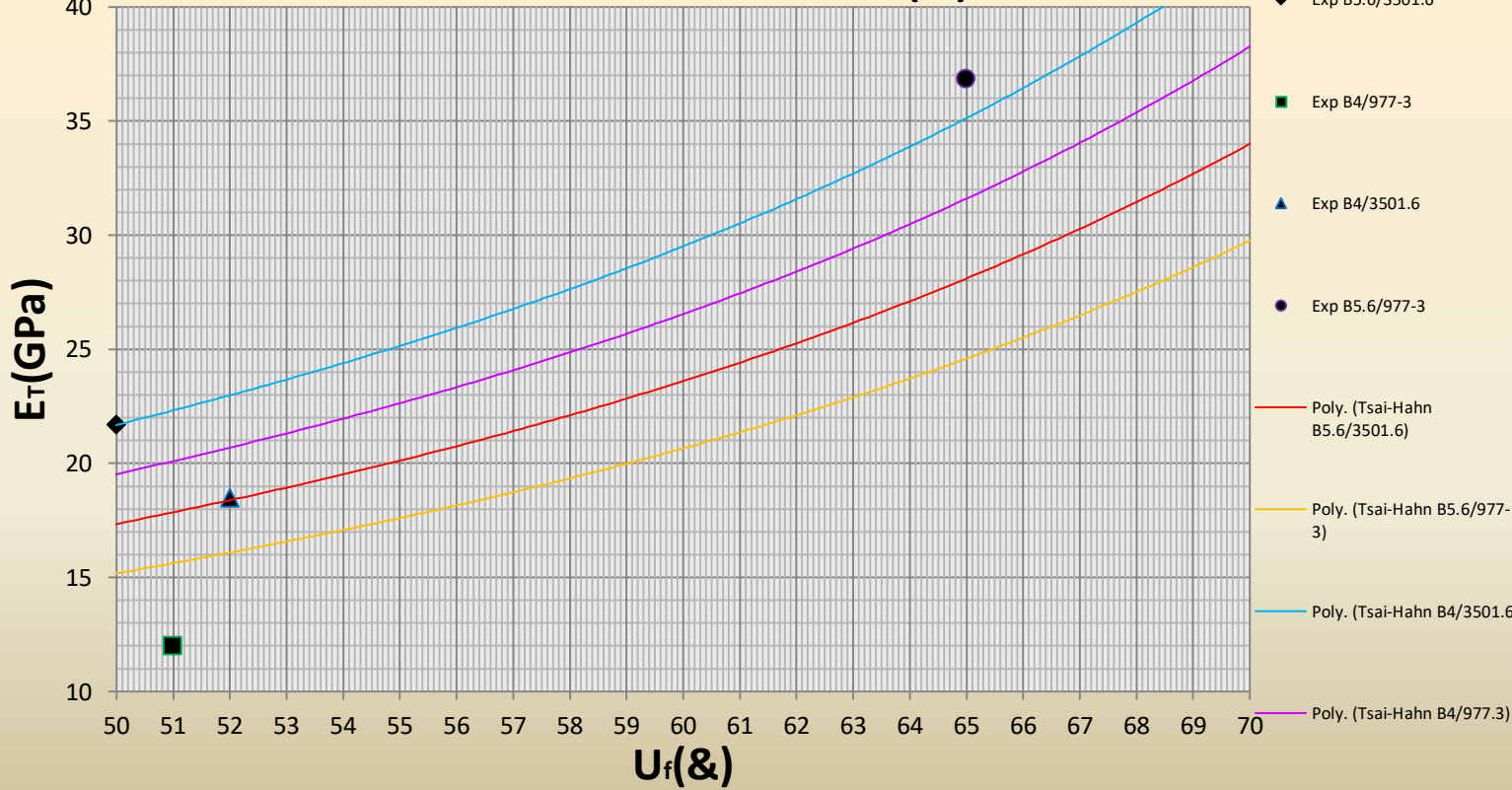
(4.2.2)

### Transverse Modulus ( $E_T$ )

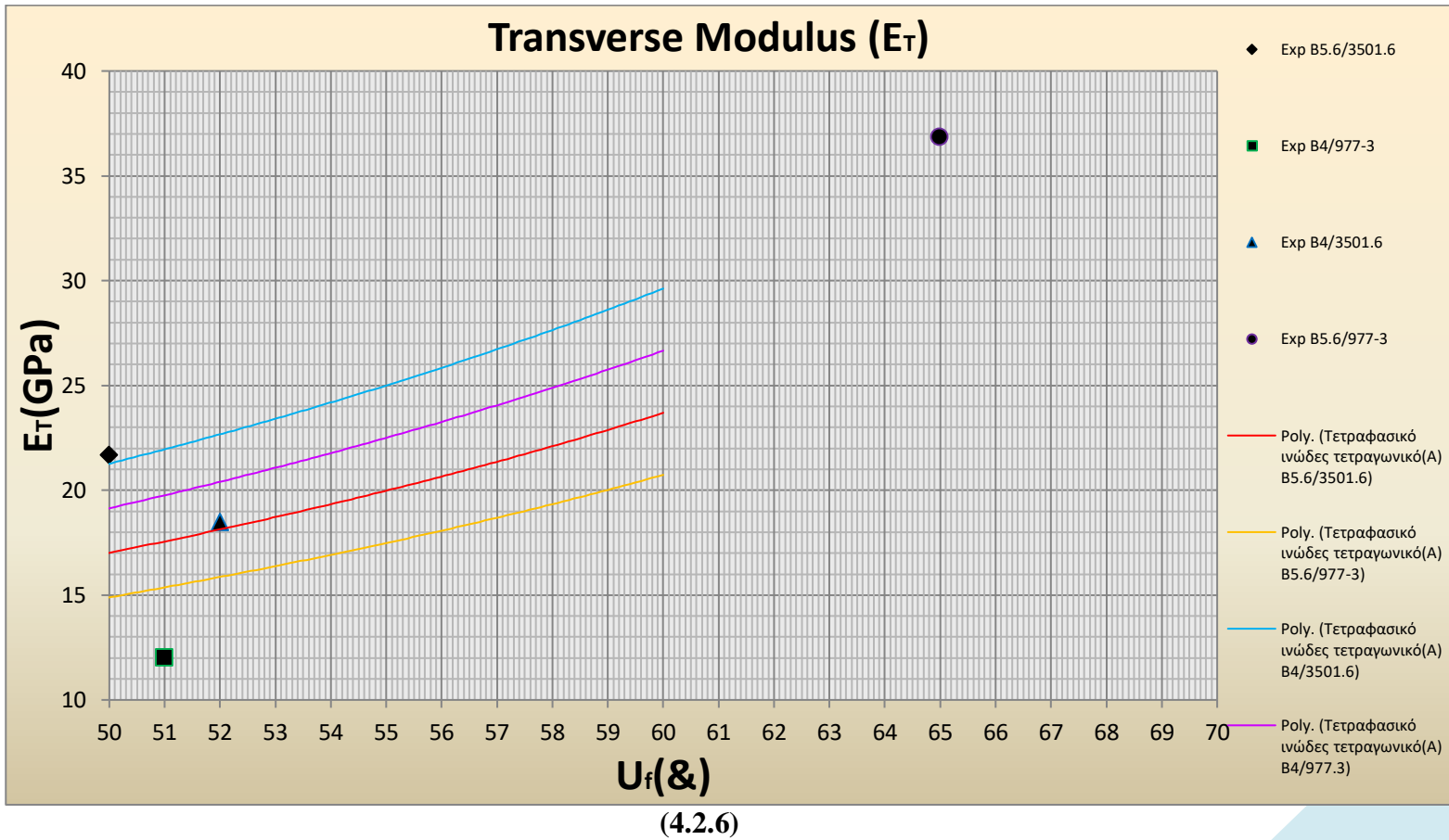
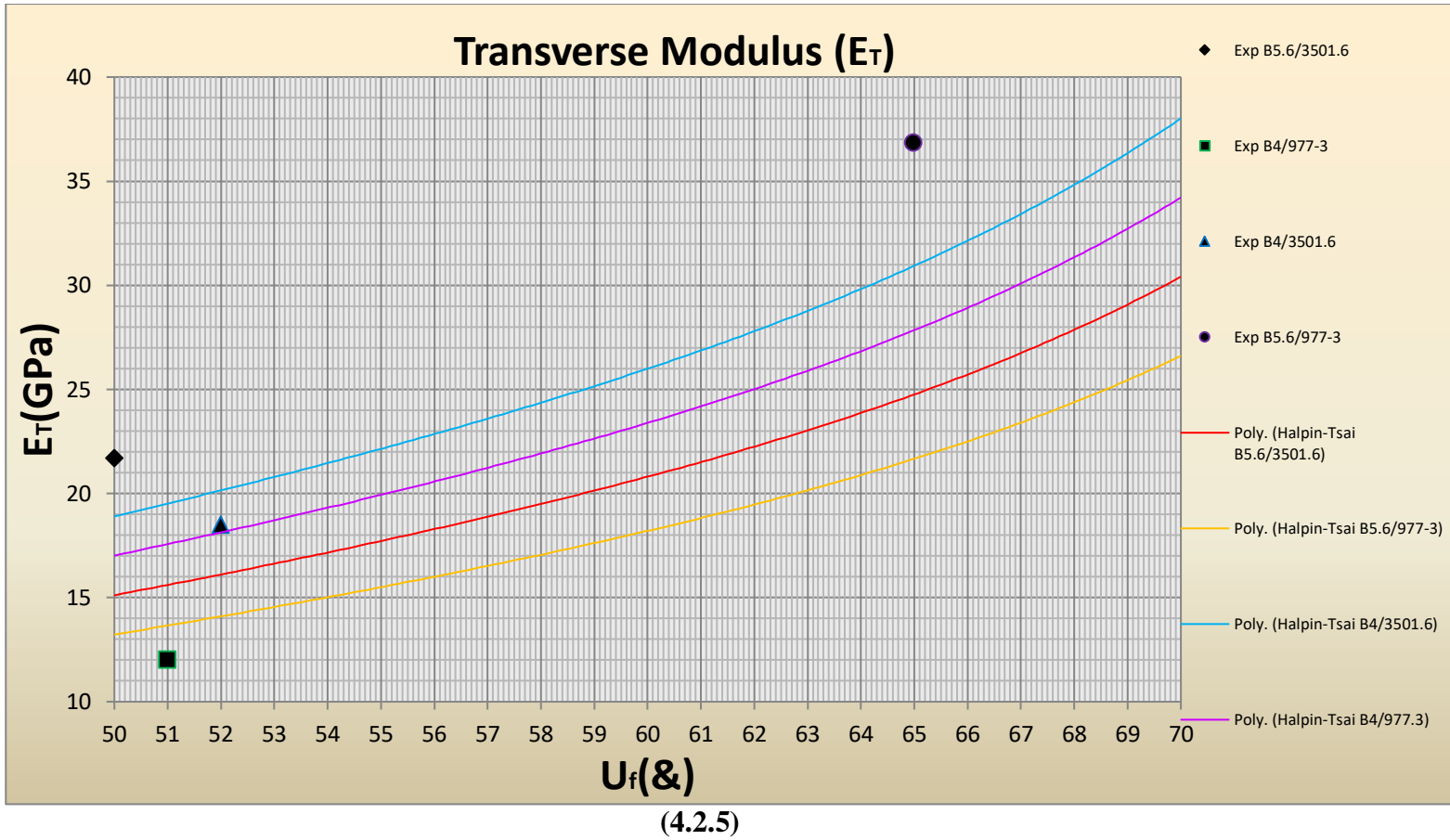


(4.2.3)

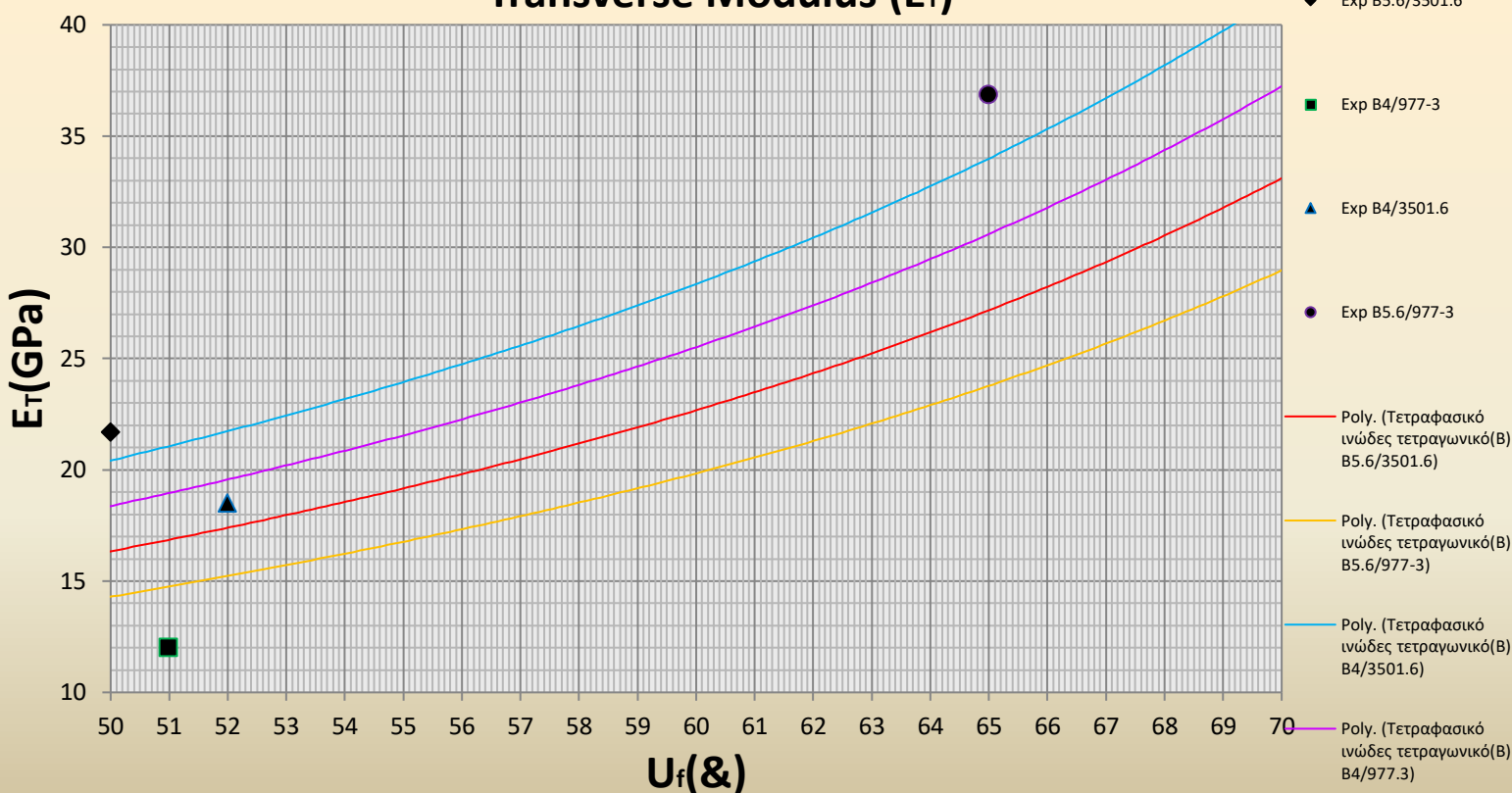
### Transverse Modulus ( $E_T$ )



(4.2.4)

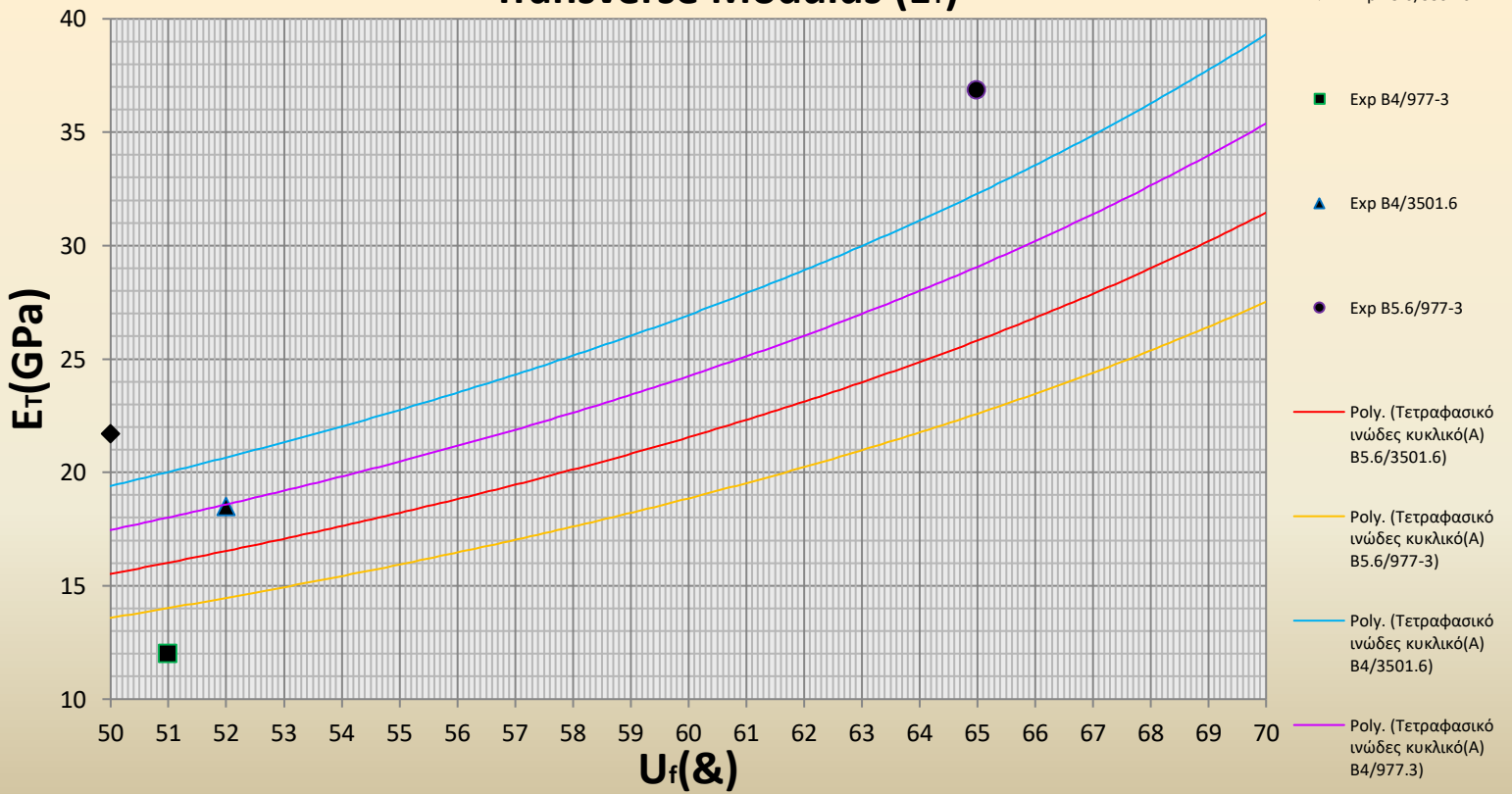


### Transverse Modulus ( $E_T$ )



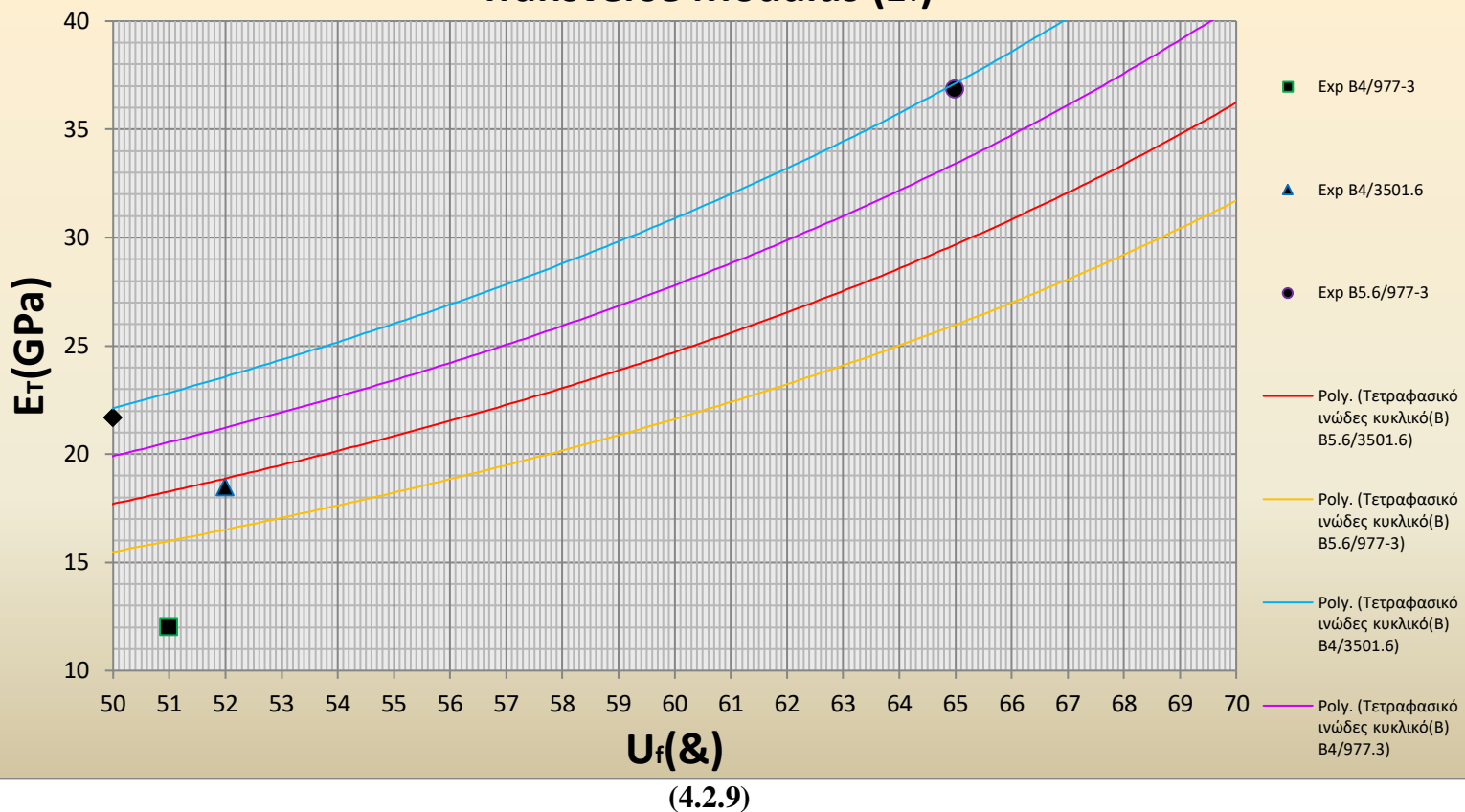
(4.2.7)

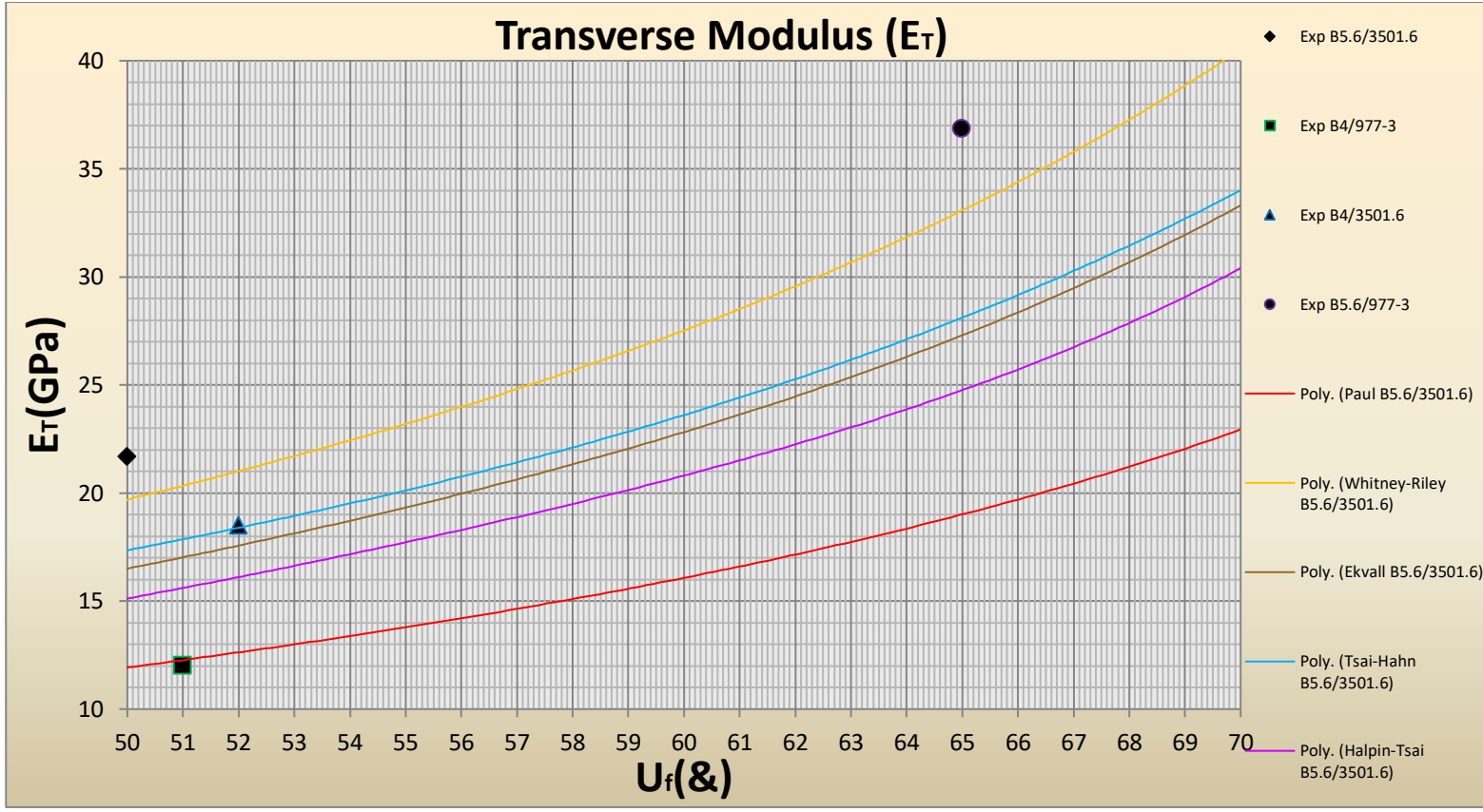
### Transverse Modulus ( $E_T$ )



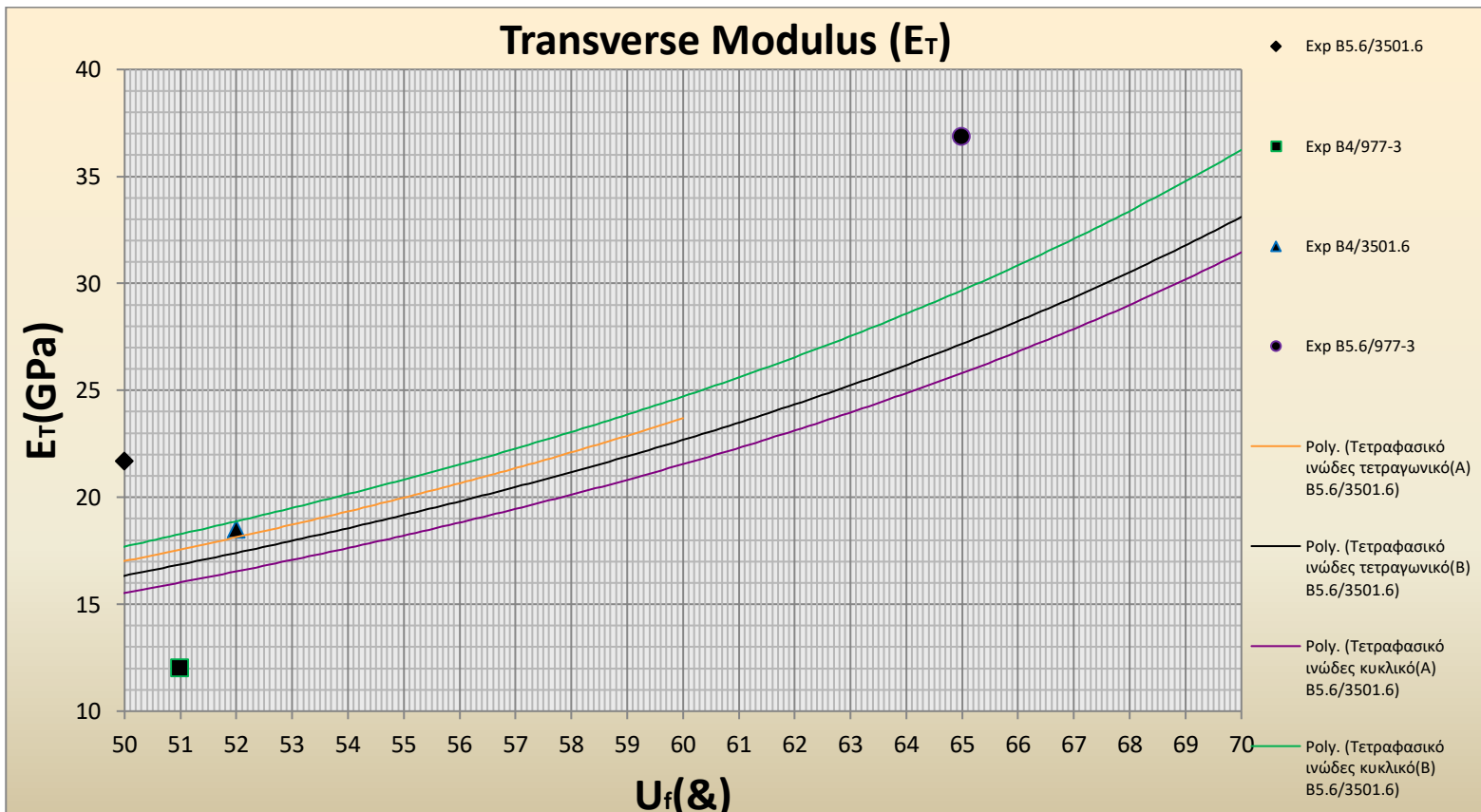
(4.2.8)

# Transverse Modulus ( $E_T$ )

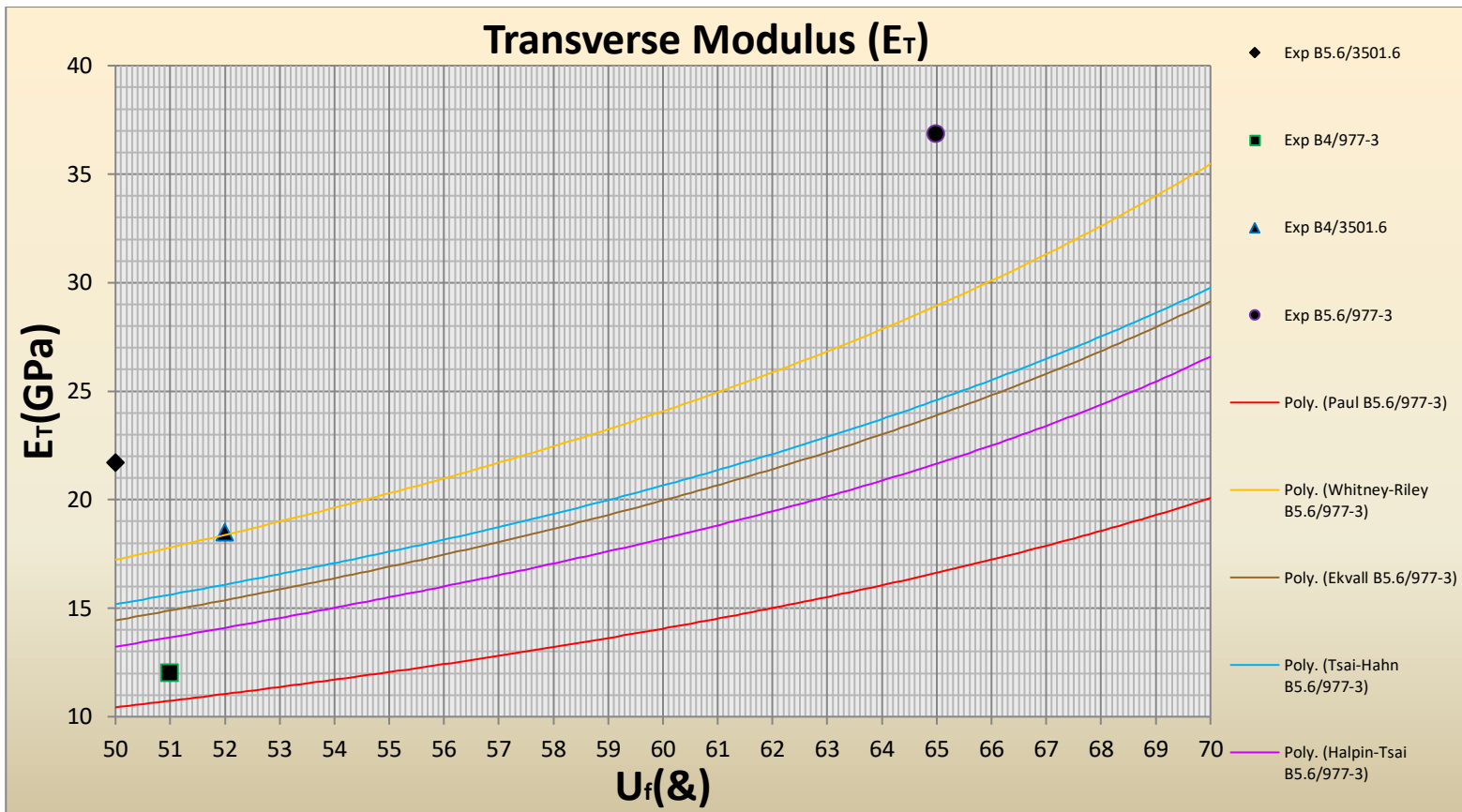




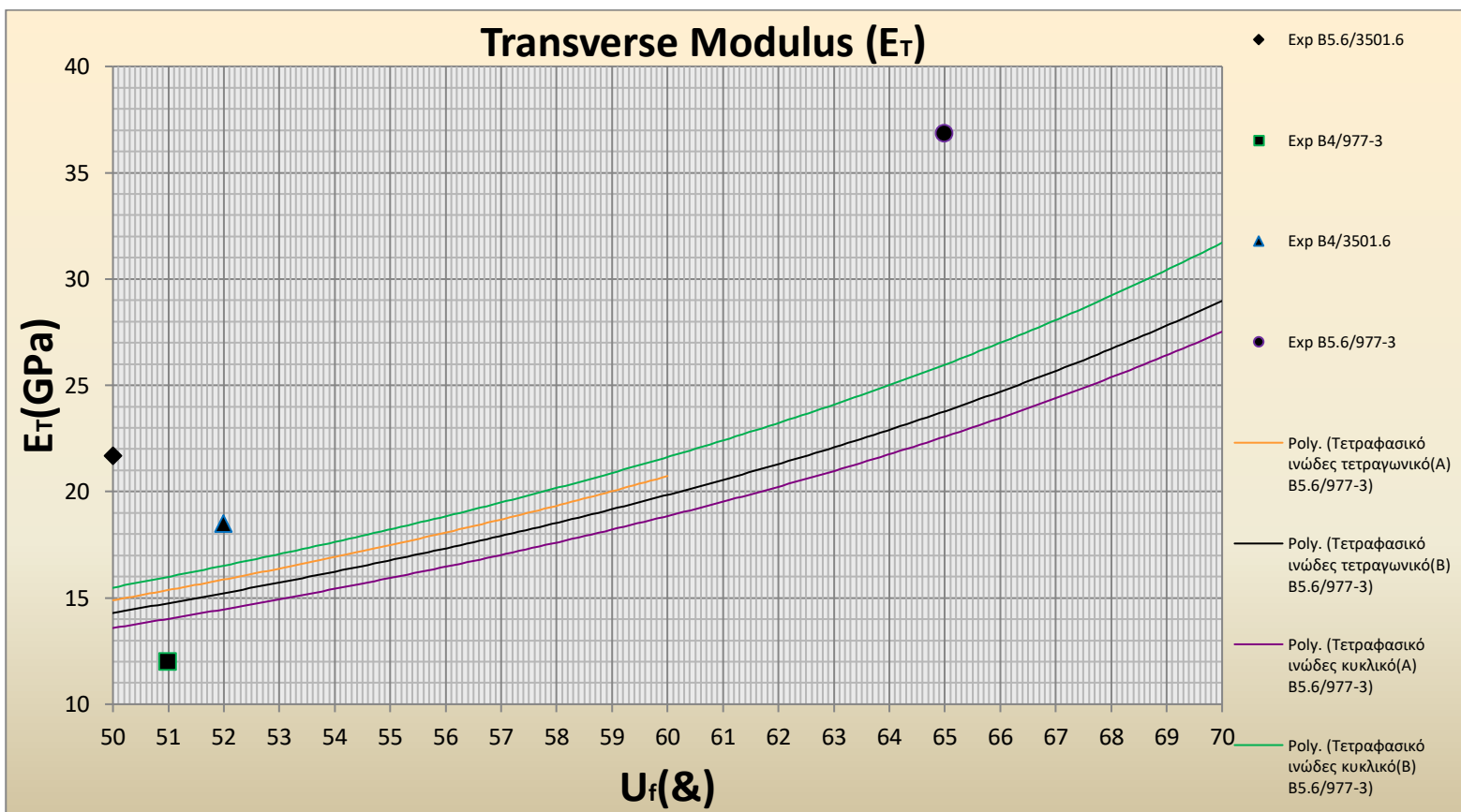
(4.2.I.a)



(4.2.I.b)



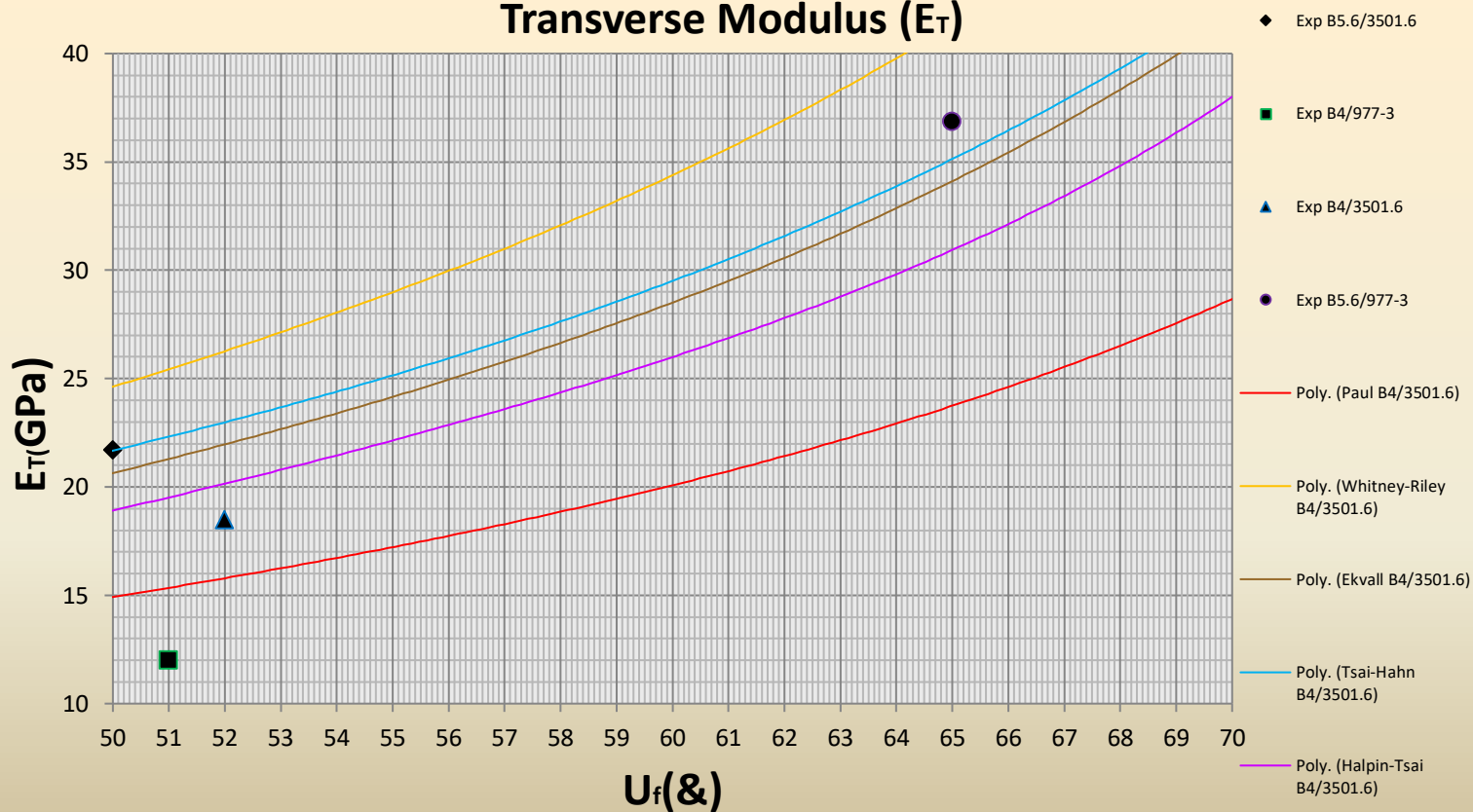
(4.2.II.a)



(4.2.II.b)

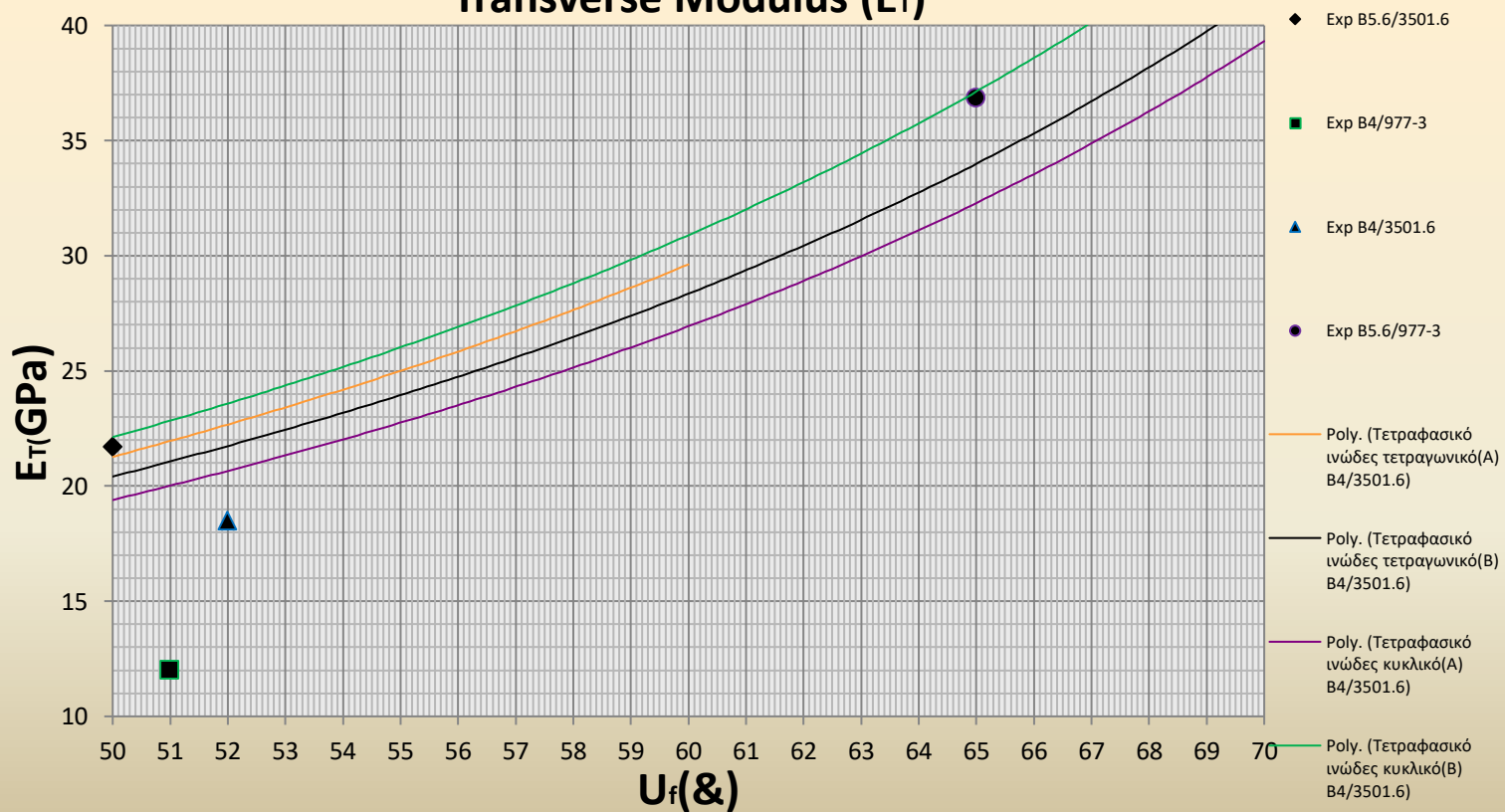


### Transverse Modulus ( $E_T$ )

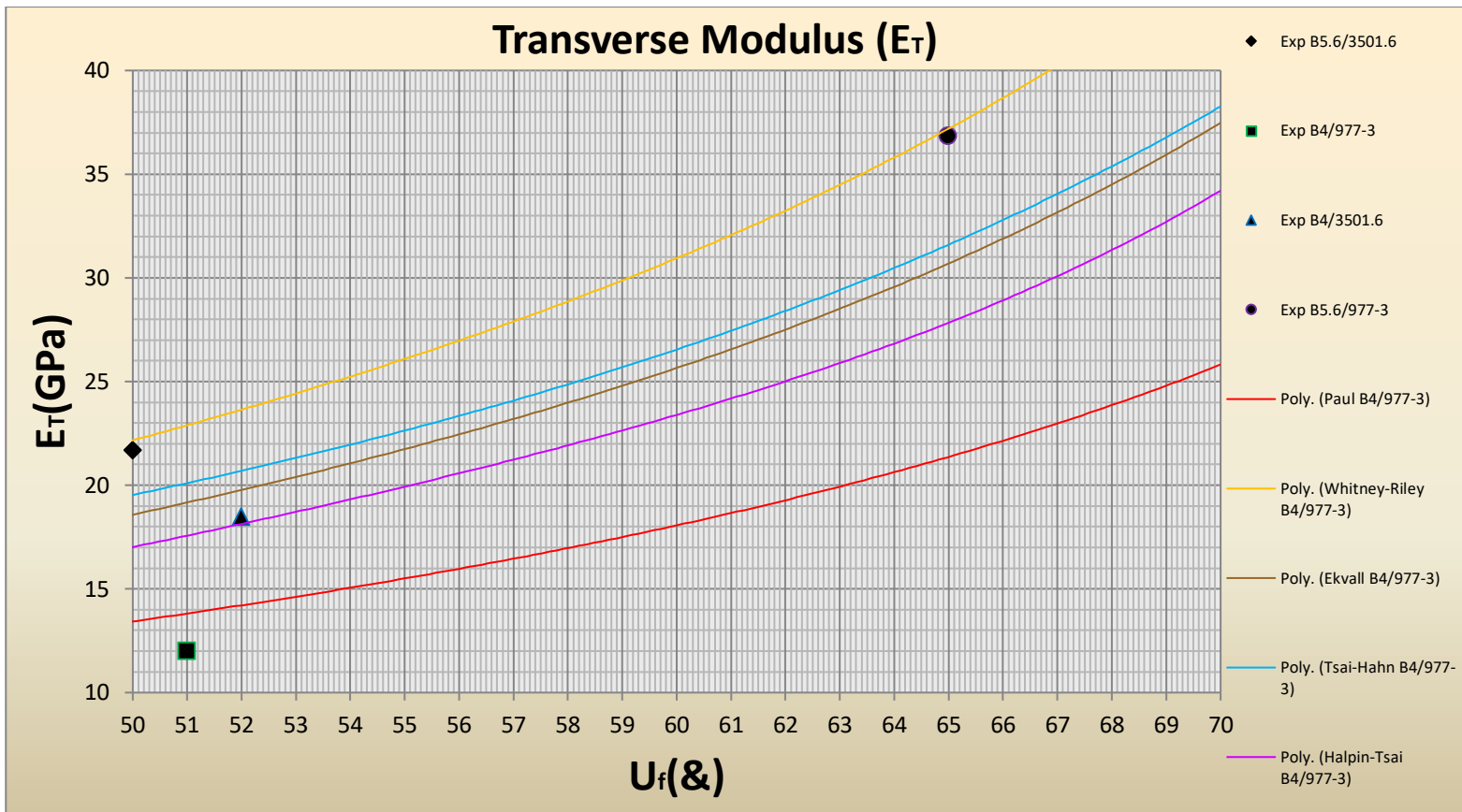


(4.2.III.a)

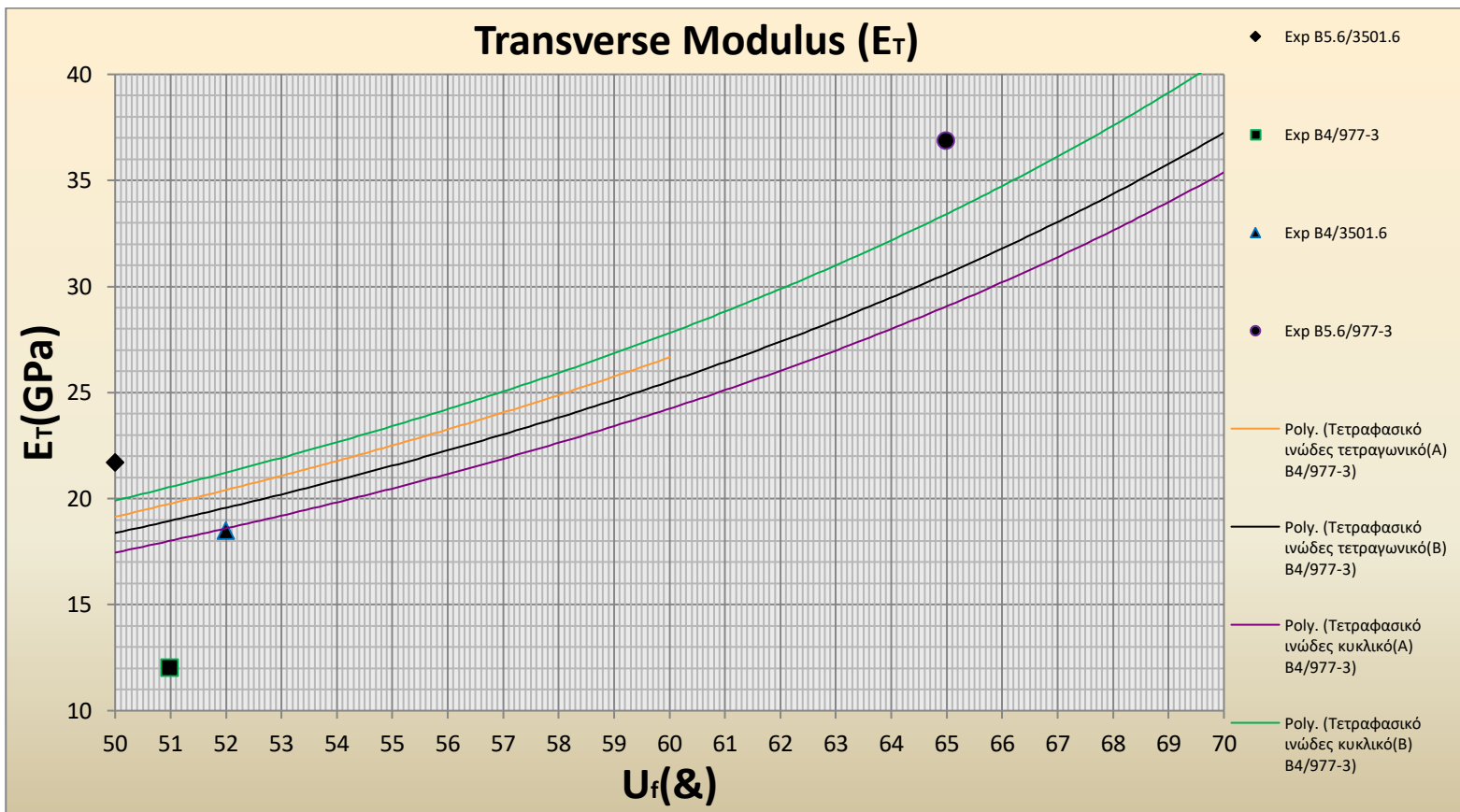
### Transverse Modulus ( $E_T$ )



(4.2.III.b)



(4.2.IV.a)



(4.2.IV.b)



#### 4.4.3. Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκης λόγο Poisson $\nu_L$

Στα διαγράμματα (4.3.1)-(4.3.2), (4.3.I)-(4.3.IV) απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους λόγου Poisson  $\nu_L$  συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών. Στα υπόψη διαγράμματα φαίνονται η μεταβολή του διαμήκους λόγου Poisson που προέκυψε από τα προταθέν μοντέλα, από το Νόμο των Φάσεων, από τους ερευνητές Rosen, από το τετραγωνικό ινώδες(A) και (B) και από το κυκλικό ινώδες τετραφασικό (A) και (B).

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η περιεκτικότητα των ινών ο διαμήκης λόγος Poisson μειώνεται σε όλες τις περιπτώσεις.

Θυμίζουμε από το κεφάλαιο 3 ότι ο νόμος των φάσεων(3.3.5) και το μοντέλο Rosen(3.3.6) εξαρτώνται αποκλειστικά από το ποσοστό εγκλείσματος και τις τιμές του λόγου Poisson του εγκλείσματος και της μήτρας. Έτσι, βλέποντας και τους πίνακες (Σ.1) και (Π3), είναι αναμενόμενο οι τιμές για τα δύο αυτά μοντέλα να είναι ίδιες ανάμεσα στα σύνθετα που έχουν τις ίδιες αρχικές τιμές. Οπότε δεν έχει ερευνητικό ενδιαφέρον να τις παραθέσουμε διπλά στα διαγράμματα που θα μελετήσουμε.

Επίσης παρατηρούμε ότι οι θεωρητικές τιμές που προβλέπονται από όλα τα μοντέλα πλησιάζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τις πειραματικές. Πιο συγκεκριμένα, από το διάγραμμα(4.3.1), ο Νόμος των Φάσεων φαίνεται να έχει την καλύτερη σύγκλιση, τα τετραγωνικά μοντέλα να προβλέπουν ελαφρώς υψηλότερες τιμές από τα πειραματικά και τα κυκλικά μοντέλα ελαφρώς χαμηλότερες. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι από την ανάλυση των κυκλικών τετραφασικών μοντέλων δεν προέκυψαν περιορισμοί για το ανώτερο επιτρεπτό ποσοστό εγκλείσματος όπως είχαμε βρει στα τετραγωνικά μοντέλα.

**Mixture Law ( Νόμος Φάσεων )**

Theor. $v_L$ (GPa)					Exp. $v_L$ (GPa)				
$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,3280	0,3280	0,3280	0,3280					
20%	0,3060	0,3060	0,3060	0,3060	51%	-	0,23	-	-
30%	0,2840	0,2840	0,2840	0,2840					
40%	0,2620	0,2620	0,2620	0,2620	52%	-	-	0,22	-
50%	0,2400	0,2400	0,2400	0,2400					
60%	0,2180	0,2180	0,2180	0,2180	65%	-	-	-	0,207
70%	0,1960	0,1960	0,1960	0,1960					
80%	0,1740	0,1740	0,1740	0,1740					

**Rosen**

Theor. $v_L$ (GPa)					Exp. $v_L$ (GPa)				
$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,2788	0,2788	0,3018	0,3018					
20%	0,2601	0,2601	0,2815	0,2815	51%	-	0,23	-	-
30%	0,2414	0,2414	0,2613	0,2613					
40%	0,2227	0,2227	0,2410	0,2410	52%	-	-	0,22	-
50%	0,2040	0,2040	0,2208	0,2208					
60%	0,1853	0,1853	0,2006	0,2006	65%	-	-	-	0,207
70%	0,1666	0,1666	0,1803	0,1803					
80%	0,1479	0,1479	0,1601	0,1601					

**Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(A)**

Theor. $v_L$ (GPa)					Exp. $v_L$ (GPa)				
$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,3507	0,3507	0,3577	0,3577					
20%	0,3318	0,3318	0,3385	0,3385	51%	-	0,23	-	-
30%	0,3075	0,3075	0,3136	0,3136					
40%	0,2809	0,2809	0,2865	0,2865	52%	-	-	0,22	-
50%	0,2535	0,2535	0,2585	0,2585					
60%	0,2262	0,2262	0,2307	0,2307	65%	-	-	-	0,207

**Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(B)**

Theor. $v_L$ (GPa)					Exp. $v_L$ (GPa)				
$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,3507	0,3507	0,3612	0,3512					
20%	0,3321	0,3321	0,3420	0,3420	51%	-	0,23	-	-
30%	0,3081	0,3081	0,3173	0,3173					
40%	0,2821	0,2821	0,2905	0,2905	52%	-	-	0,22	-
50%	0,2553	0,2553	0,2630	0,2630					
60%	0,2285	0,2285	0,2353	0,2353	65%	-	-	-	0,207
70%	0,2023	0,2023	0,2083	0,2083					

**Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(A)**

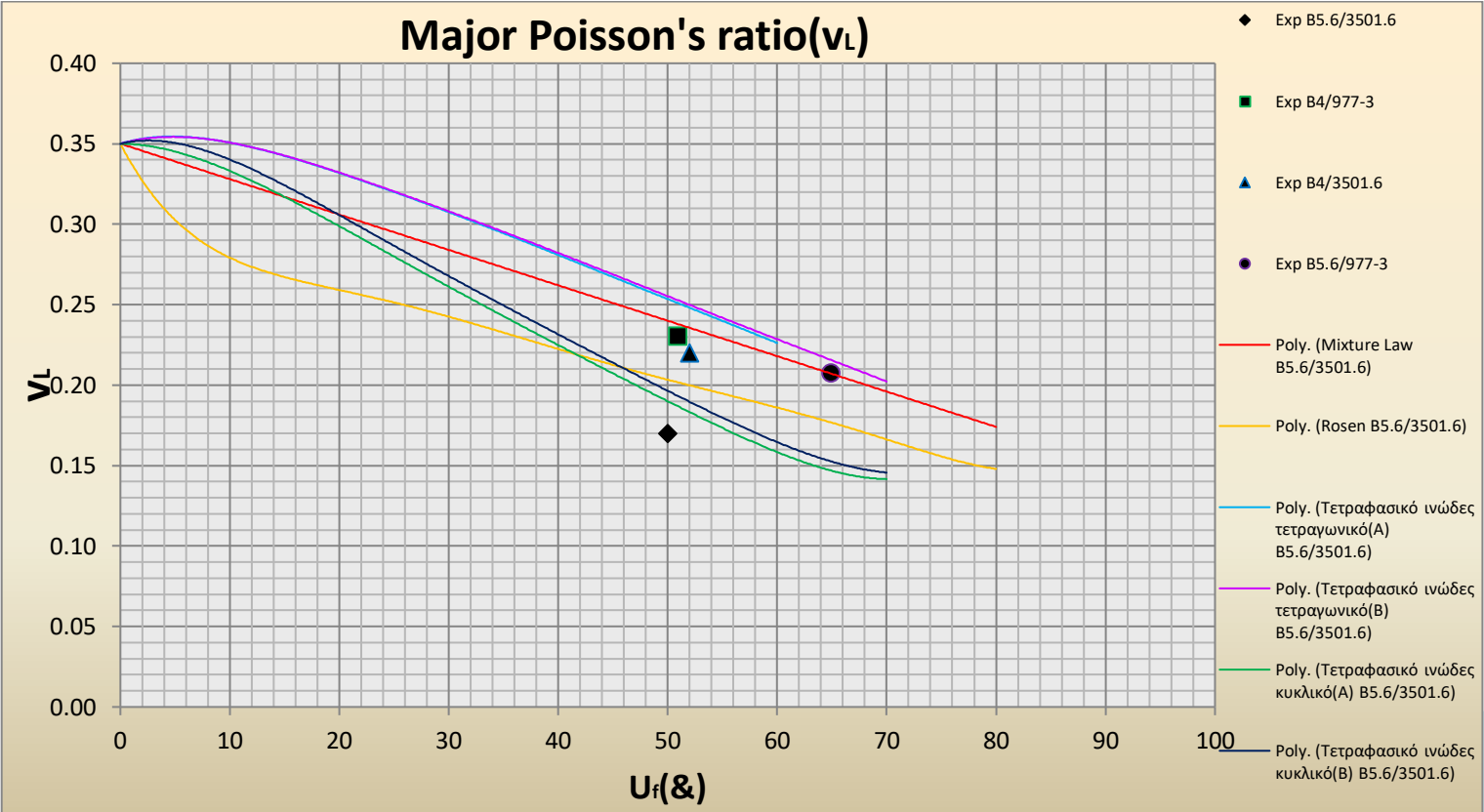
Theor. $v_L$ (GPa)					Exp. $v_L$ (GPa)				
--------------------	--	--	--	--	------------------	--	--	--	--

$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	$U_f$	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,3332	0,3332	0,3465	0,3465					
20%	0,2987	0,2987	0,3196	0,3196	51%	-	0,23	-	-
30%	0,2613	0,2613	0,2796	0,2796					
40%	0,2247	0,2247	0,2404	0,2404	52%	-	-	0,22	-
50%	0,1901	0,1901	0,2034	0,2034					
60%	0,1583	0,1583	0,1694	0,1694	65%	-	-	-	0,207
70%	0,1416	0,1416	0,1515	0,1515					

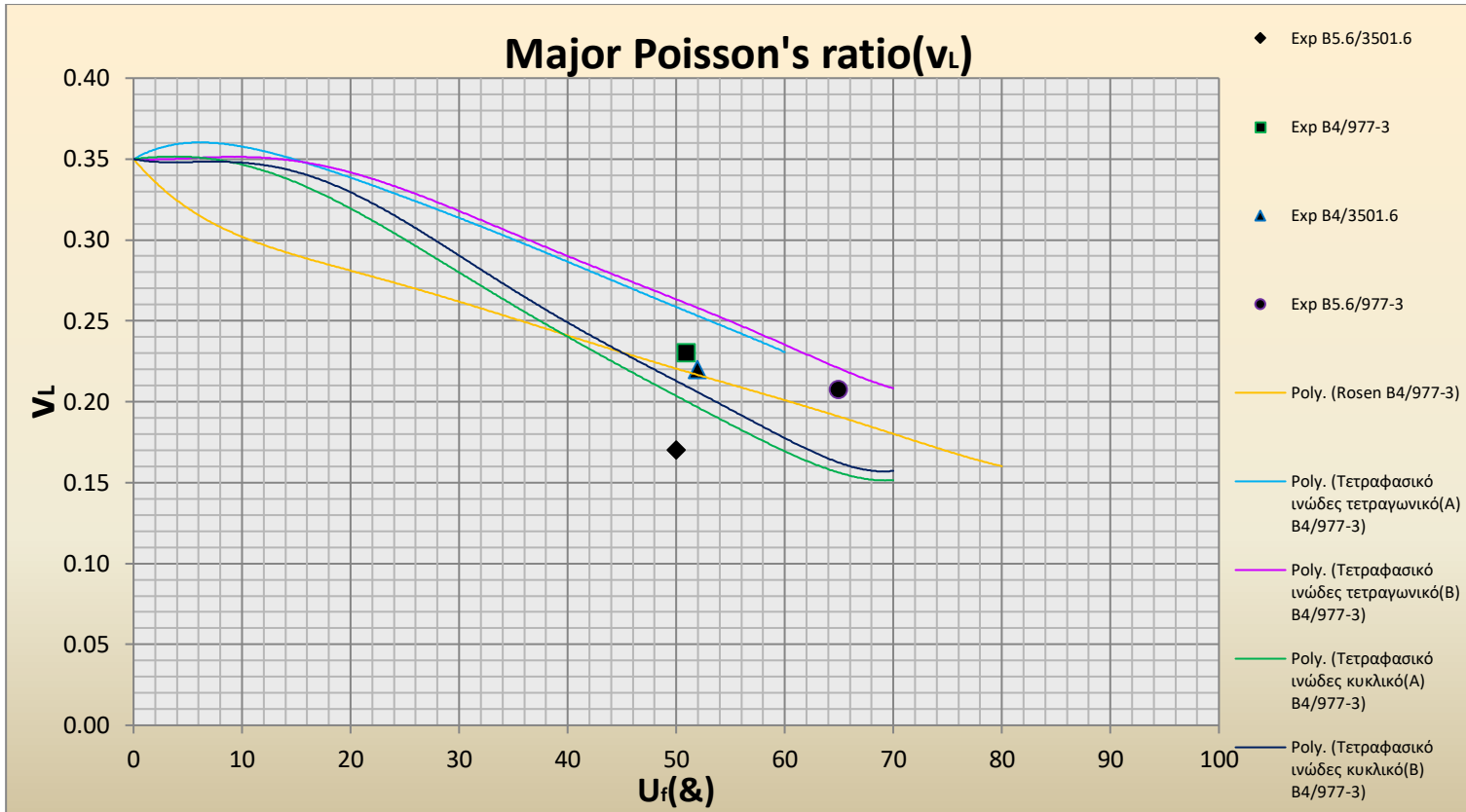
**Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(B)**

$U_f$	Theor. $v_L$ (GPa)				$U_f$	Exp. $v_L$ (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	0,3500	0,3500	0,3500	0,3500	50%	0,17	-	-	-
10%	0,3402	0,3402	0,3476	0,3476					
20%	0,3055	0,3055	0,3299	0,3299	51%	-	0,23	-	-
30%	0,2680	0,2680	0,2895	0,2895					
40%	0,2313	0,2313	0,2498	0,2498	52%	-	-	0,22	-
50%	0,1966	0,1966	0,2123	0,2123					
60%	0,1645	0,1645	0,1777	0,1777	65%	-	-	-	0,207
70%	0,1456	0,1456	0,1573	0,1573					

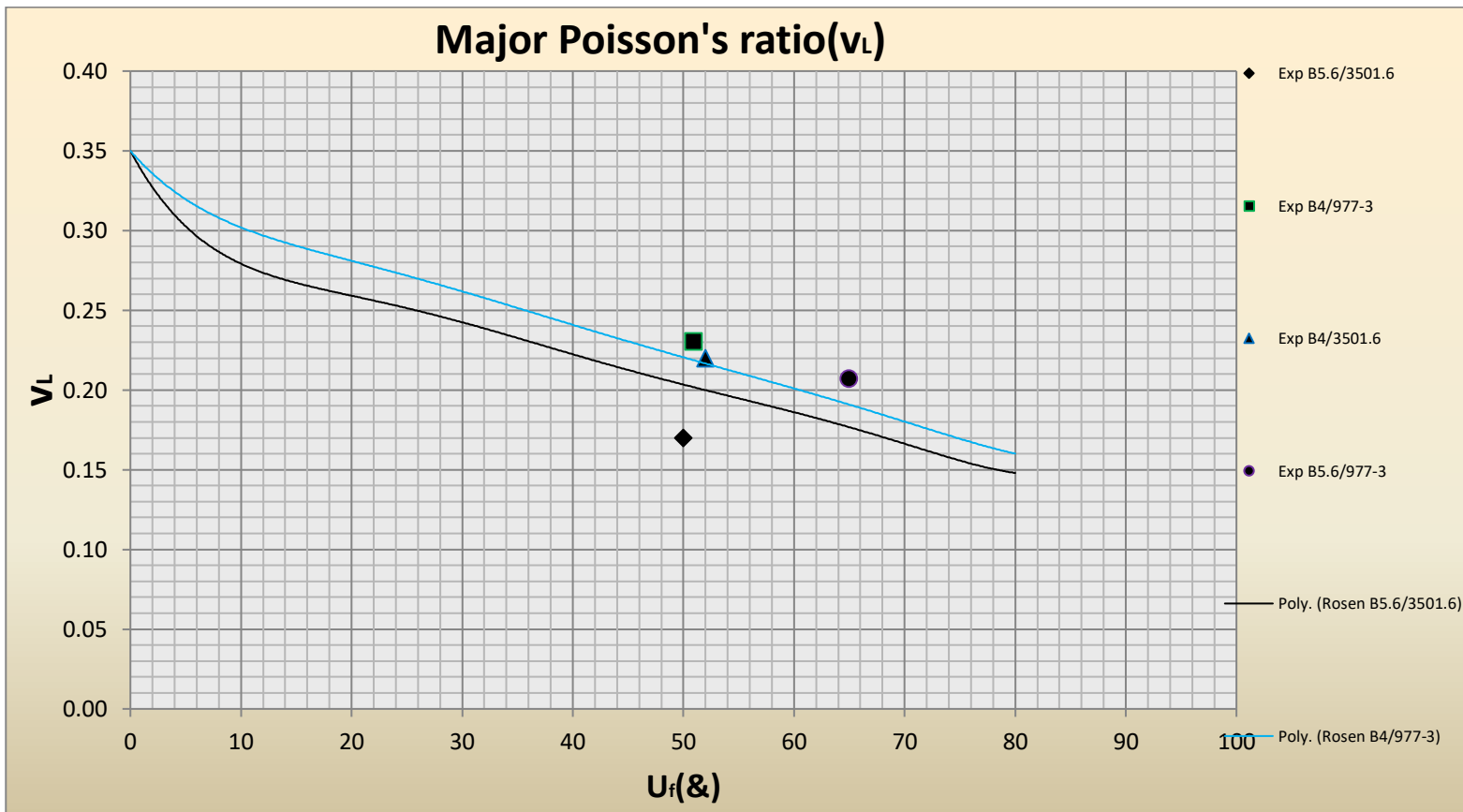
(Π.14)



(4.3.1)

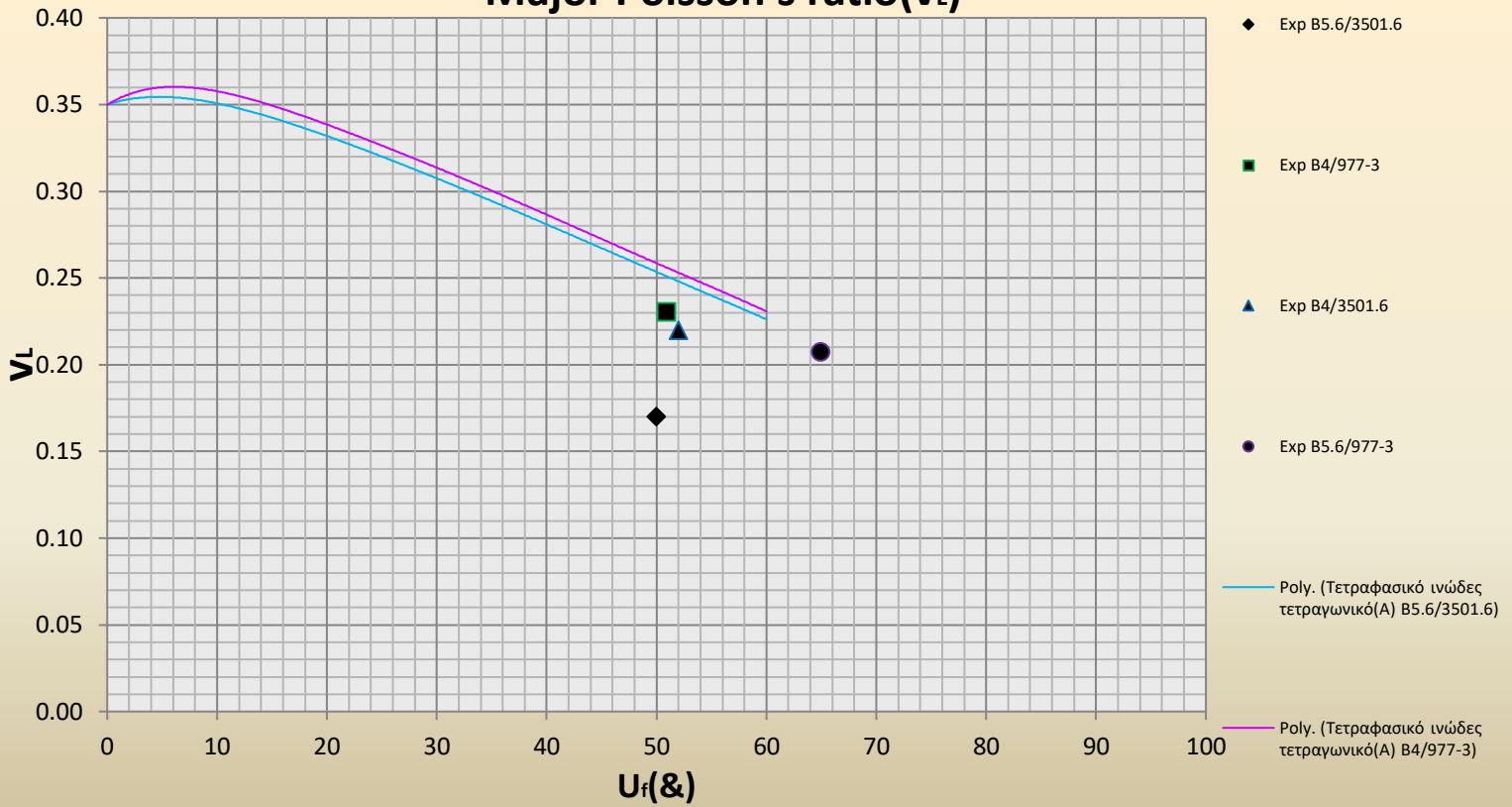


(4.3.2)



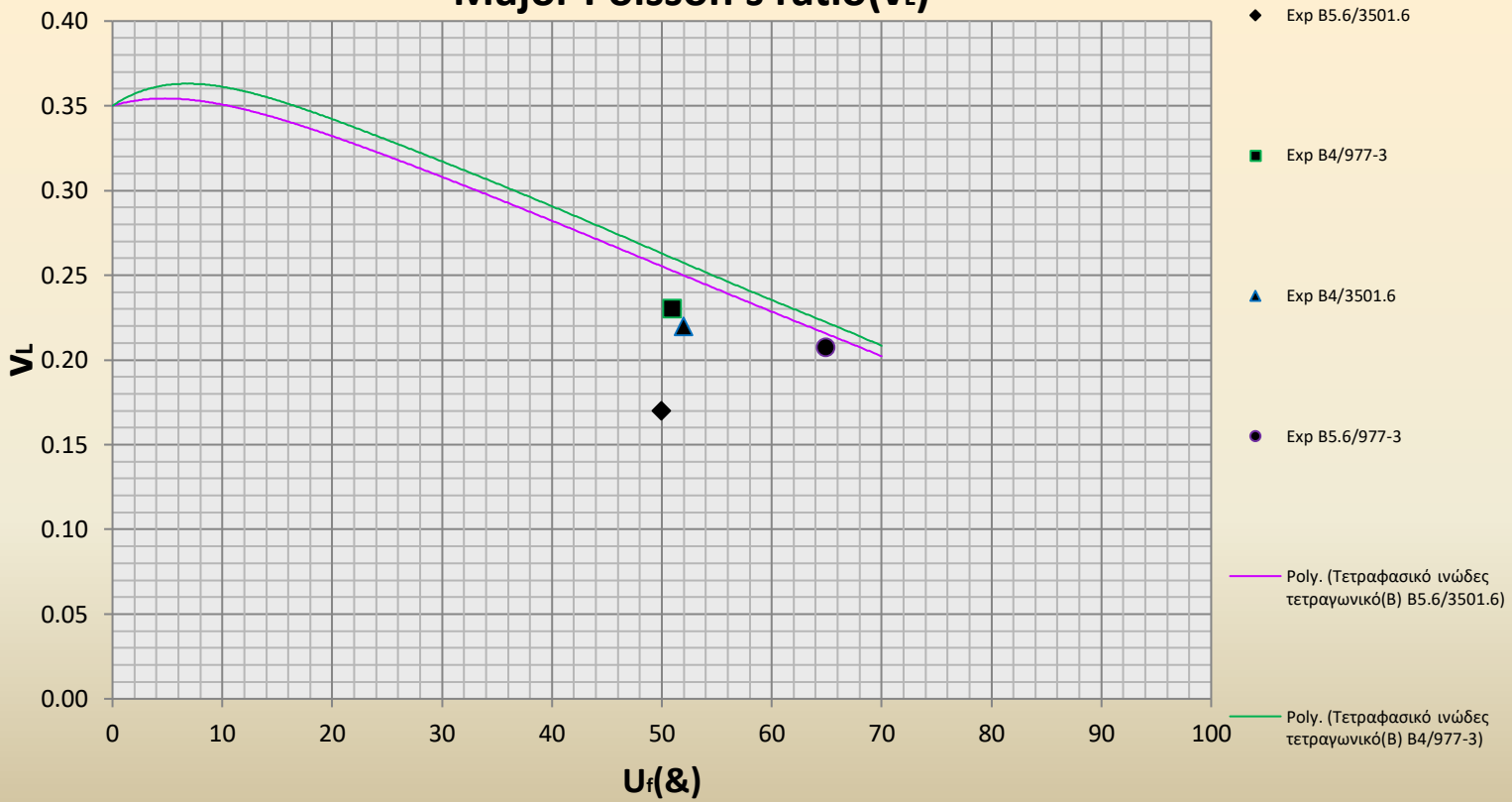
(4.3.I)

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



(4.3.II)

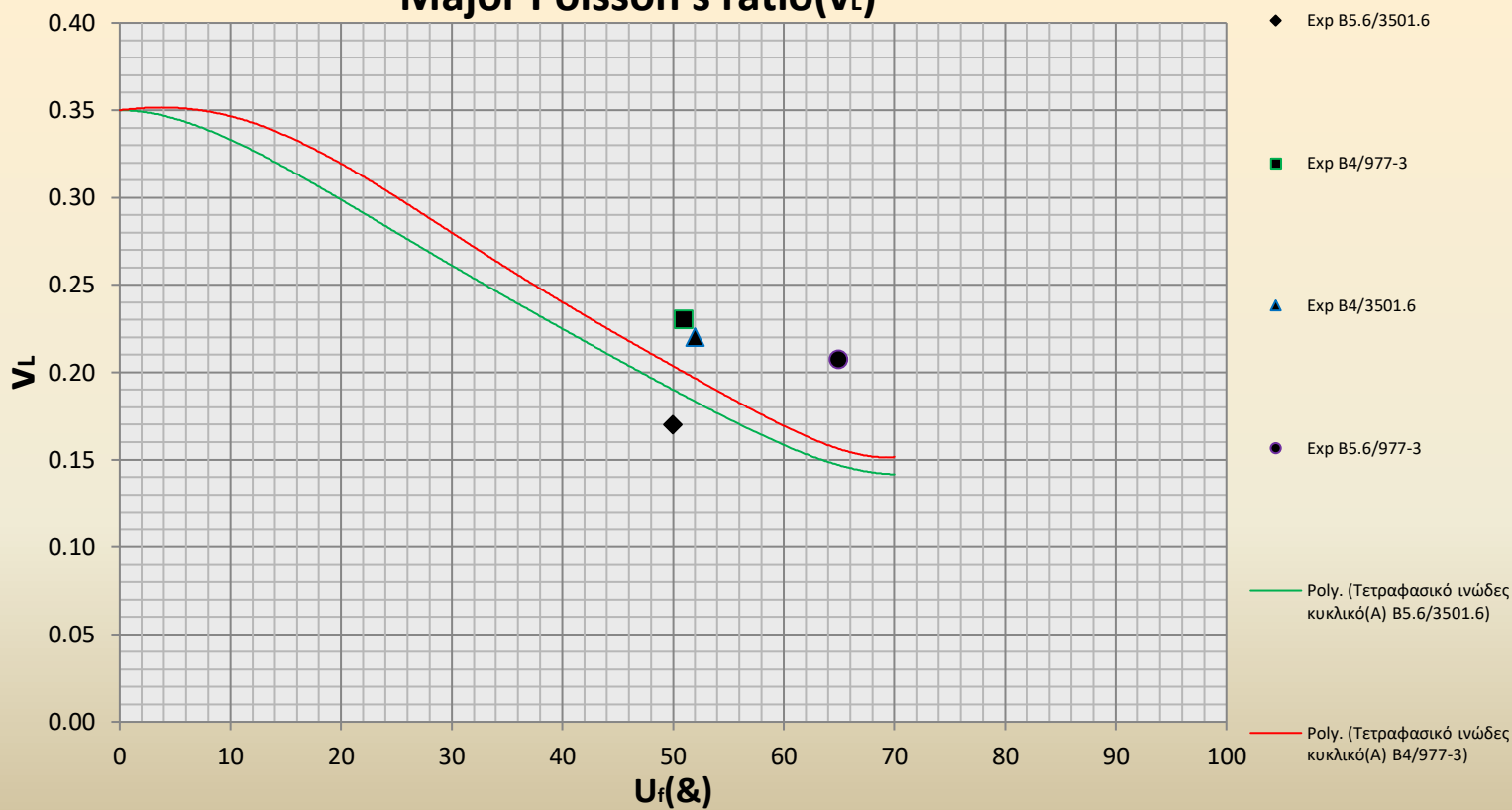
### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



(4.3.III)

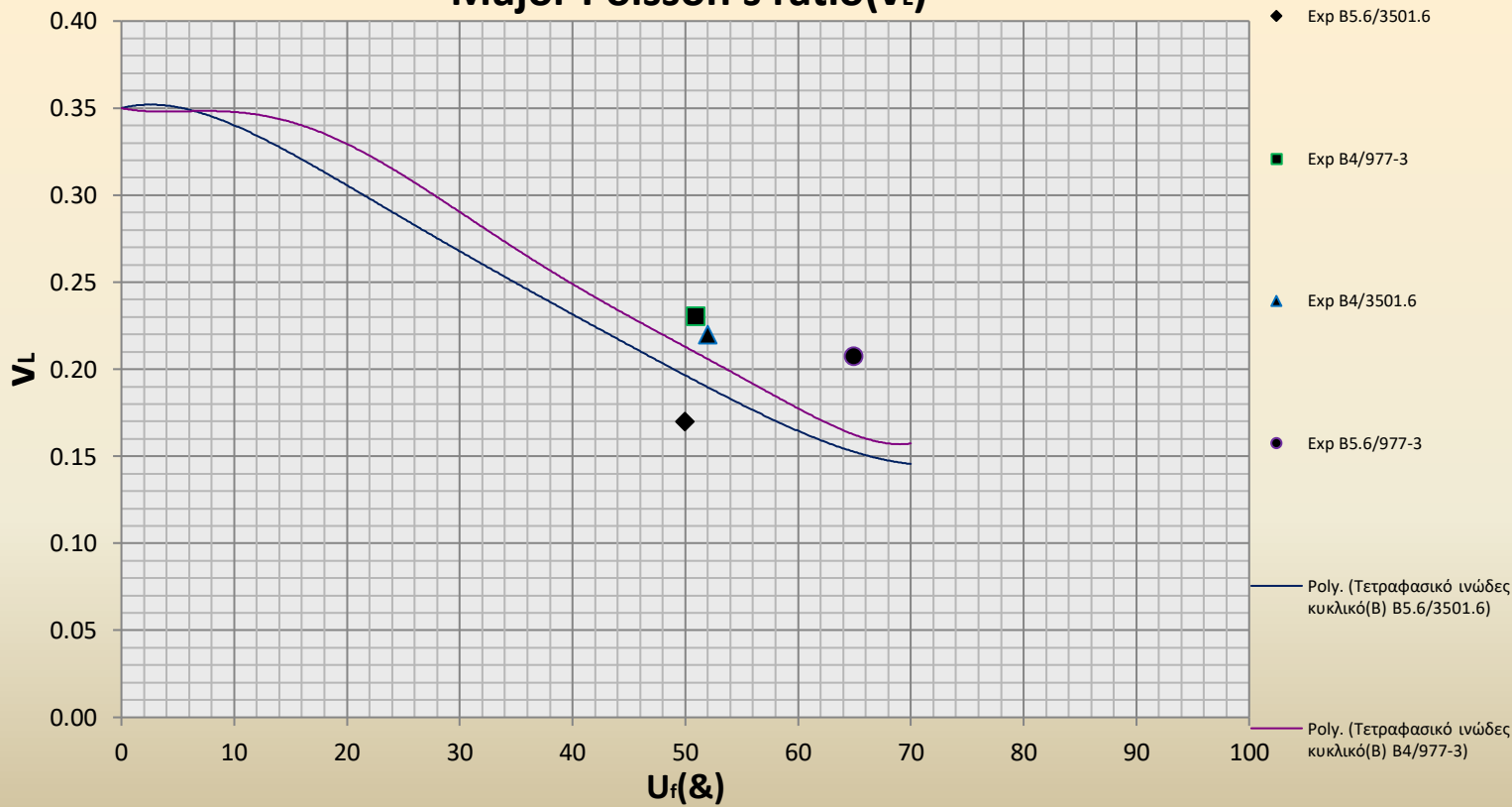


### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



(4.3.IV)

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



(4.3.V)

#### 4.4.4. Σύγκριση και σχολιασμός πειραματικών δεδομένων και

##### θεωρητικών μοντέλων για το Διαμήκης μέτρο Διατμήσεως $G_L$

Στα διαγράμματα (4.4.1)-(4.4.9), (4.4.I.a)-(4.4.IV.b) απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου διατμήσεως  $G_L$  συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών. Στα υπόψη διαγράμματα φαίνονται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου διατμήσεως  $G_L$  που προέκυψε από τα προταθέν μοντέλα από τους ερευνητές Halpin-Rosen(4.4.1), Hashin(4.4.2), Ekvall-Greszcuk(4.4.3), Tsai-Hahn(4.4.4), Puck(4.4.10), Halpin-Tsai(4.4.5), από το τετραγωνικό ινώδες(A)(4.4.6) και (B)(4.4.7) και από το κυκλικό ινώδες τετραφασικό (A)(4.4.8) και (B)(4.4.9) μοντέλο.

Για το σύνθετο **B5.6/3501.6** στο διάγραμμα (4.4.A) παραθέτουμε όλα τα θεωρητικά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε και τα πειραματικά δεδομένα και παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση σε βαθμό τέτοιο ώστε να είναι δυσδιάκριτα όταν τα παρουσιάζουμε σε όλο το εύρος των τιμών. Έτσι για καλύτερη επίβλεψη, επιλέγουμε να επικεντρωνόμαστε σε συγκεκριμένο εύρος, διαφορετικό για κάθε μοντέλο, όπου περιέχει όλα τα πειραματικά στοιχεία και είναι σε μικρότερη κλίμακα. Ομοίως πράξαμε για όλα τα είδη συνθέτων που μελετήσαμε και για όλα τα μοντέλα.

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η περιεκτικότητα των ινών το διαμήκες μέτρο διατμήσεως αυξάνεται σε όλες τις περιπτώσεις.

Παρατηρούμε στα διαγράμματα (4.4.1)-(4.4.9) αρκετά καλή σύγκλιση από όλα τα μοντέλα με μόνο το μοντέλο Ekvall-Greszcuk(4.4.3) να εμφανίζει χαμηλότερες θεωρητικές τιμές από τις πειραματικές ενώ τα μοντέλα Halpin-Tsai(4.4.5) και όλα τα τετραφασικά μοντέλα (4.4.6)(4.4.9) φαίνονται να συμφωνούν απόλυτα με τα πειραματικά δεδομένα. Βλέπουμε λοιπόν τα πολυφασικά μοντέλα (4.4.III.b) και (4.4.IV.b) και τα μοντέλα όπου υπεισέρχεται η επίδραση των γειτονικών ινών όπως το Halpin-Tsai στα (4.4.II.a), (4.4.IV.a) να δίνουν απολύτως ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά το μέτρο διατμήσεως

Halpin-Rosen									
U <sub>f</sub>	Theor.G <sub>t</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.G <sub>t</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,8897	1,7533	1,9481	1,6949					
20%	2,3098	2,1431	2,3812	2,0717	51%	-	12	-	-
30%	2,8467	2,6413	2,9348	2,5532					
40%	3,5571	3,3004	3,6671	3,1904	52%	-	-	18,5	-
50%	4,5410	4,2133	4,6815	4,0729					
60%	5,9944	5,5618	6,1798	5,3764	65%	-	-	-	36,84
70%	8,3584	7,7552	8,6169	7,4967					
80%	12,8789	11,9495	13,2772	11,5512					
Hashin									
U <sub>f</sub>	Theor.G <sub>t</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.G <sub>t</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	2,0220	1,8760	2,0845	1,8135					
20%	2,4715	2,2931	2,5479	2,2167	51%	-	12	-	-
30%	3,0460	2,8262	3,1402	2,7320					
40%	3,8061	3,5314	3,9238	3,4137	52%	-	-	18,5	-
50%	4,8589	4,5083	5,0092	4,3580					
60%	6,4140	5,9512	6,6124	5,7528	65%	-	-	-	36,84
70%	8,9434	8,2980	9,2200	8,0214					
80%	13,7804	12,7859	14,2066	12,3597					
Ekvall-Greszcuk									
U <sub>f</sub>	Theor.G <sub>t</sub> (GPa)				U <sub>f</sub>	Exp.G <sub>t</sub> (GPa)			
	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3		B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,6176	1,5008	1,6676	1,4508					

20%	1,9772	1,8345	2,0383	1,7733	51%	-	12	-	-
30%	2,4368	2,2609	2,5122	2,1856					
40%	3,0449	2,8251	3,1390	2,7309	52%	-	-	18,5	-
50%	3,8871	3,6066	4,0073	3,4864					
60%	5,1312	4,7609	5,2899	4,6022	65%	-	-	-	36,84
70%	7,1548	6,6384	7,3760	6,4172					
80%	11,0243	10,2287	11,3653	9,8878					

**Tsai-Hahn**

Theor.G <sub>t</sub> (GPa)					Exp.G <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	2,0822	1,9319	2,1466	1,8675					
20%	2,5487	2,3647	2,6275	2,2859	51%	-	12	-	-
30%	3,1448	2,9179	3,2421	2,8206					
40%	3,9335	3,6497	4,0552	3,5280	52%	-	-	18,5	-
50%	5,0259	4,6632	5,1813	4,5077					
60%	6,6391	6,1600	6,8444	5,9547	65%	-	-	-	36,84
70%	9,2625	8,5940	9,5489	8,3076					
80%	14,2770	13,2467	14,7186	12,8052					

**Puck**

Theor.G <sub>t</sub> (GPa)					Exp.G <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,6193	1,5241	1,9051	1,8098					
20%	2,1101	1,9859	2,4824	2,3583	51%	-	12	-	-
30%	2,7354	2,5745	3,2182	3,0572					
40%	3,5597	3,3503	4,1879	3,9785	52%	-	-	18,5	-
50%	4,6957	4,4195	5,5244	5,2481					
60%	6,3615	5,9873	7,4841	7,1099	65%	-	-	-	36,84
70%	9,0404	8,5086	10,6358	10,1040					
80%	14,0606	13,2335	16,5418	15,7148					

**Halpin-Tsai**

Theor.G <sub>t</sub> (GPa)					Exp.G <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	2,0533	1,9051	2,1168	1,8416					
20%	2,6755	2,4824	2,7582	2,3997	51%	-	12	-	-
30%	3,4685	3,2182	3,5757	3,1109					
40%	4,5136	4,1879	4,6532	4,0483	52%	-	-	18,5	-
50%	5,9540	5,5244	6,1382	5,3402					
60%	8,0662	7,4841	8,3157	7,2347	65%	-	-	-	36,84
70%	11,4630	10,6358	11,8175	10,2813					
80%	17,8284	16,5418	18,3798	15,9905					

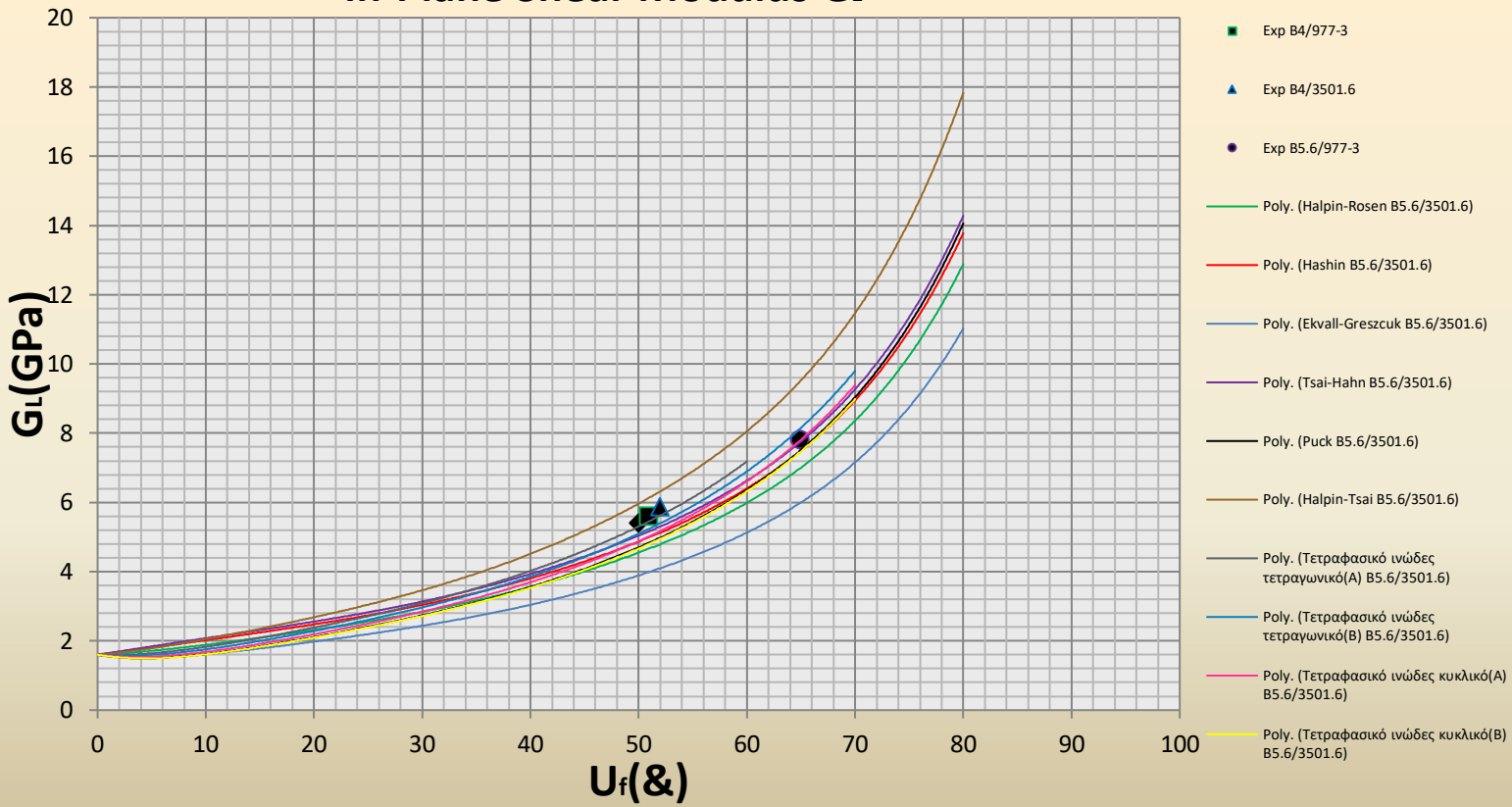
**Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(A)**

Theor.G <sub>t</sub> (GPa)					Exp.G <sub>t</sub> (GPa)				
U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3	U <sub>f</sub>	B5.6/3501.6	B5.6/977-3	B4.0/3501.6	B4.0/977-3
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,8289	1,7717	1,9813	1,9432					
20%	2,3831	2,3086	2,5817	2,5321	51%	-	12	-	-
30%	3,0894	2,9929	3,3469	3,2825					
40%	4,0204	3,8947	4,3554	4,2716	52%	-	-	18,5	-

50%	5,3034	5,1377	5,7453	5,6349					
60%	7,1848	6,9602	7,7835	7,6338	65%	-	-	-	36,84
<b>Τετραφασικό-Ινώδες-Τετραγωνικό(B)</b>									
	<b>Theor.G<sub>r</sub> (GPa)</b>					<b>Exp.G<sub>r</sub> (GPa)</b>			
<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>	<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,7557	1,7009	1,9020	1,8655					
20%	2,2878	2,2163	2,4784	2,4308	51%	-	12	-	-
30%	2,9658	2,8732	3,2130	3,1512					
40%	3,8596	3,7389	4,1812	4,1008	52%	-	-	18,5	-
50%	5,0913	4,9322	5,5155	5,4095					
60%	6,8974	6,6818	7,4722	7,3285	65%	-	-	-	36,84
70%	9,8019	9,4956	10,6188	10,4146					
<b>Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(A)</b>									
	<b>Theor.G<sub>r</sub> (GPa)</b>					<b>Exp.G<sub>r</sub> (GPa)</b>			
<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>	<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,6826	1,6300	1,8228	1,7877					
20%	2,1925	2,1240	2,3752	2,3295	51%	-	12	-	-
30%	2,8423	2,7535	3,0791	3,0199					
40%	3,6987	3,5832	4,0070	3,9299	52%	-	-	18,5	-
50%	4,8791	4,7266	5,2857	5,1841					
60%	6,6100	6,4034	7,1608	7,0231	65%	-	-	-	36,84
70%	9,3935	9,1000	10,1763	9,9806					
<b>Τετραφασικό-Ινώδες-Κυκλικό(B)</b>									
	<b>Theor.G<sub>r</sub> (GPa)</b>					<b>Exp.G<sub>r</sub> (GPa)</b>			
<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>	<b>U<sub>f</sub></b>	<b>B5.6/3501.6</b>	<b>B5.6/977-3</b>	<b>B4.0/3501.6</b>	<b>B4.0/977-3</b>
0	1,6000	1,3000	1,6000	1,3000	50%	21,7	-	-	-
10%	1,6094	1,5591	1,7435	1,7100					
20%	2,0971	2,0316	2,2719	2,2282	51%	-	12	-	-
30%	2,7187	2,6337	2,9453	2,8886					
40%	3,5379	3,4274	3,8328	3,7590	52%	-	-	18,5	-
50%	4,6670	4,5211	5,0559	4,9587					
60%	6,3226	6,1250	6,8495	6,7178	65%	-	-	-	36,84
70%	8,9851	8,7043	9,7339	9,5467					

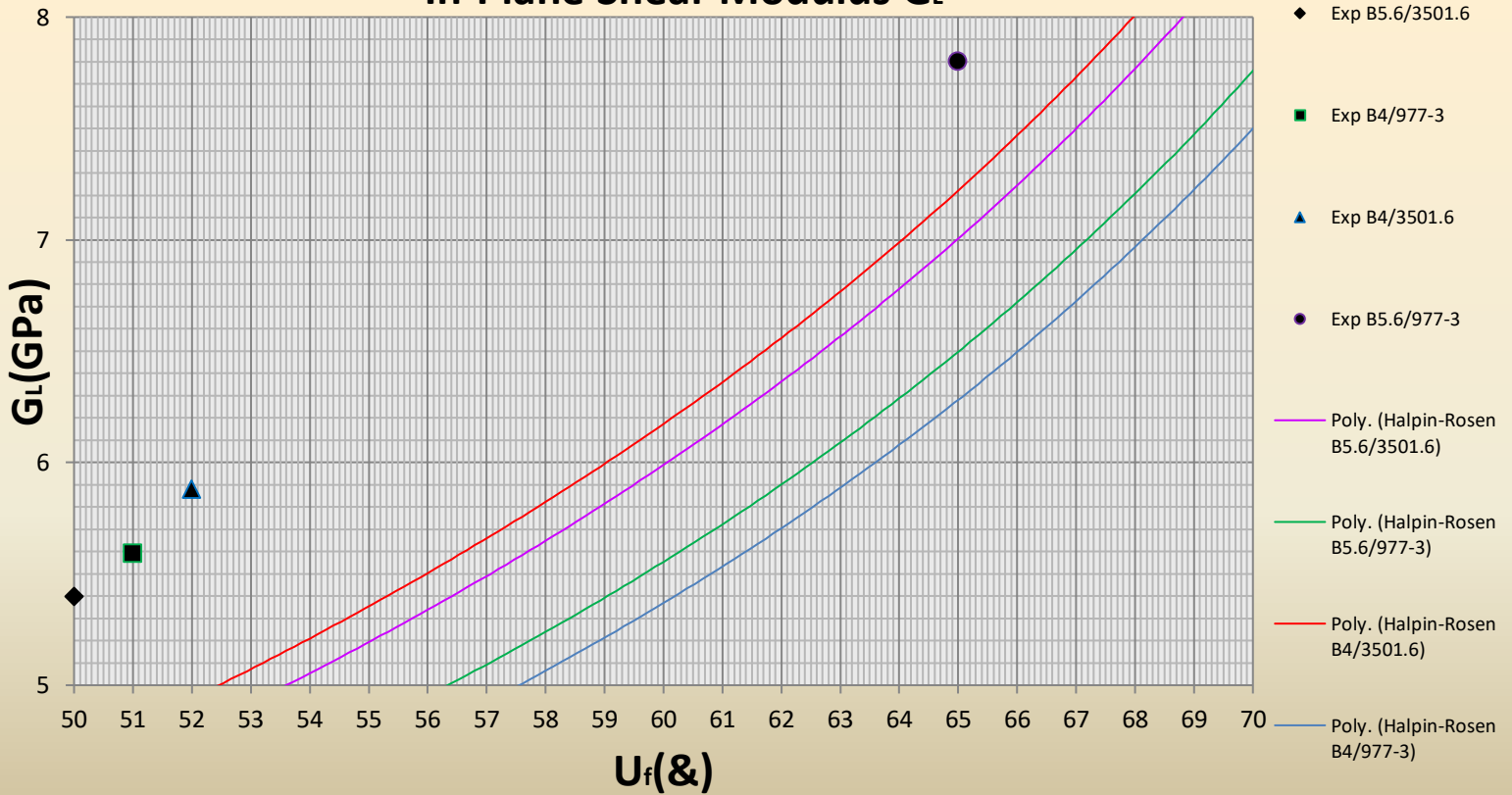
**(Π.15)**

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



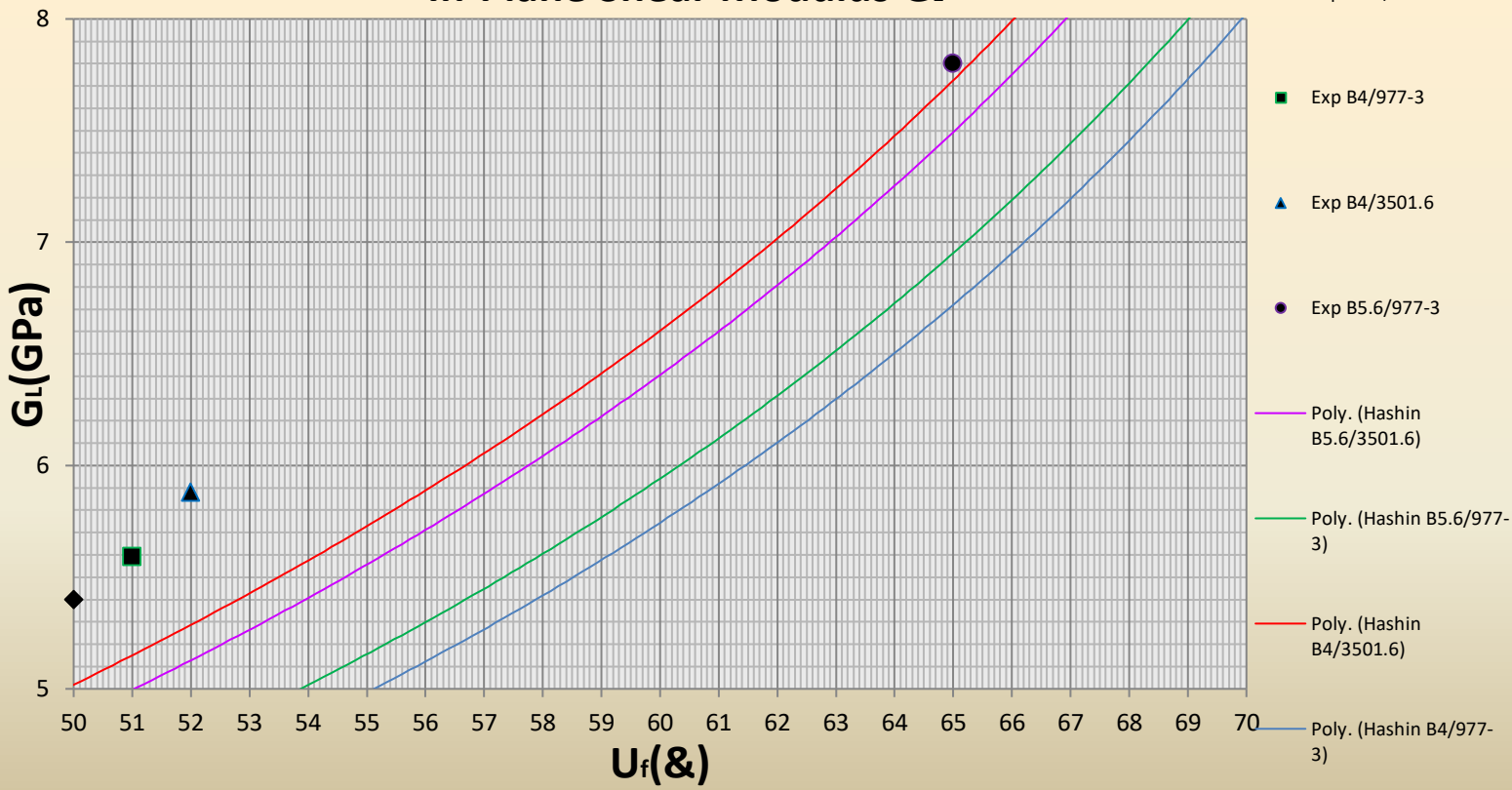
(4.4.A)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



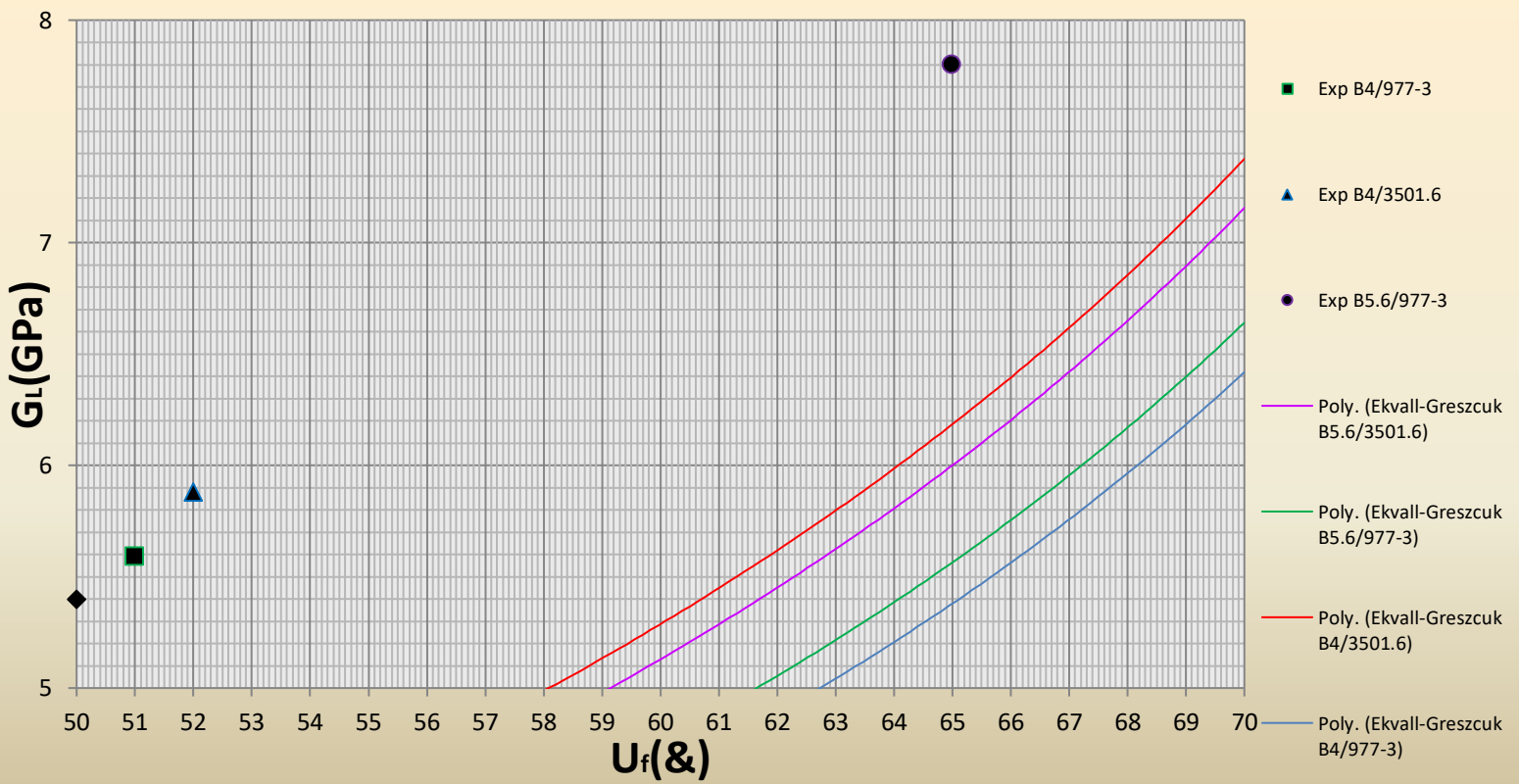
(4.4.1)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



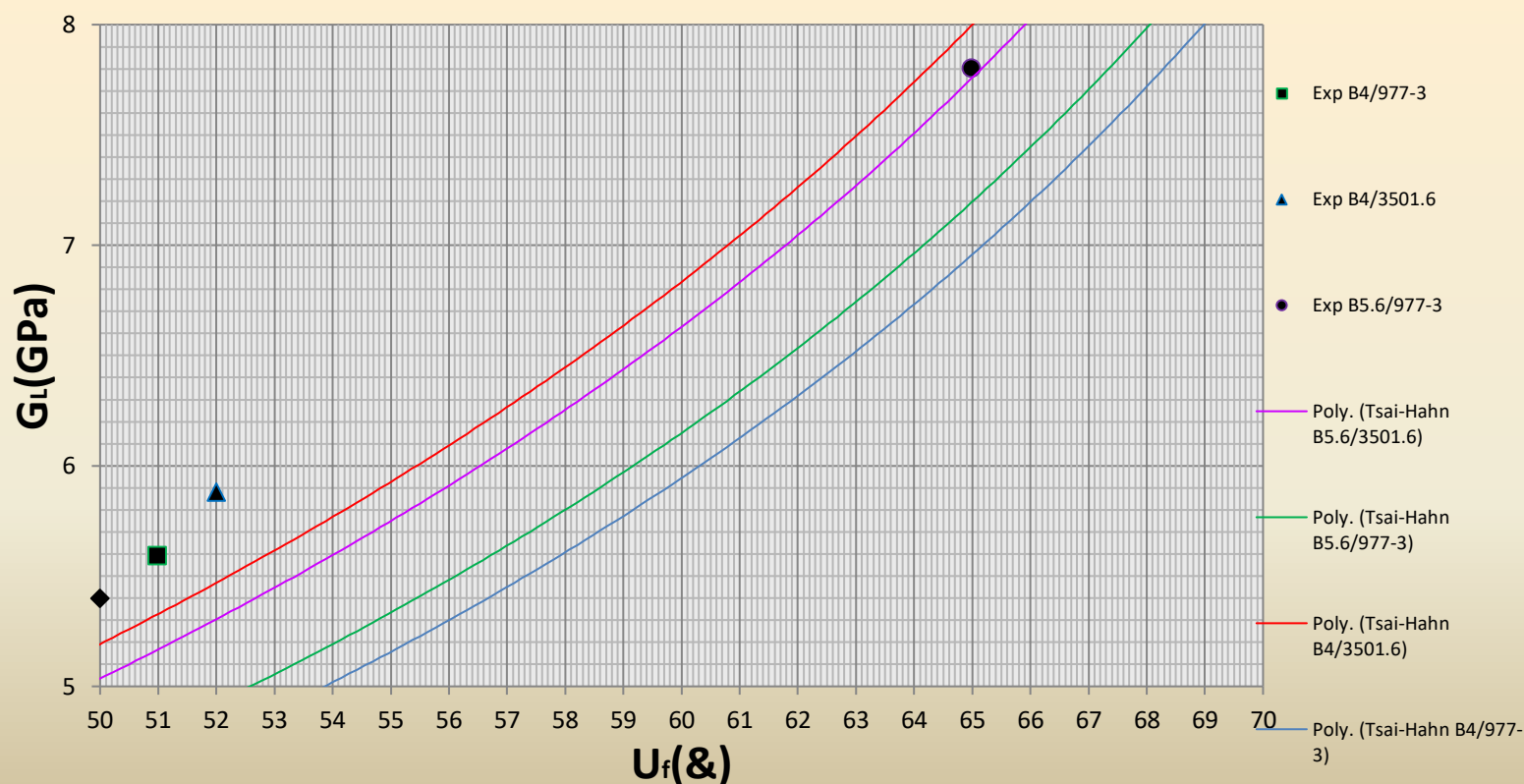
(4.4.2)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



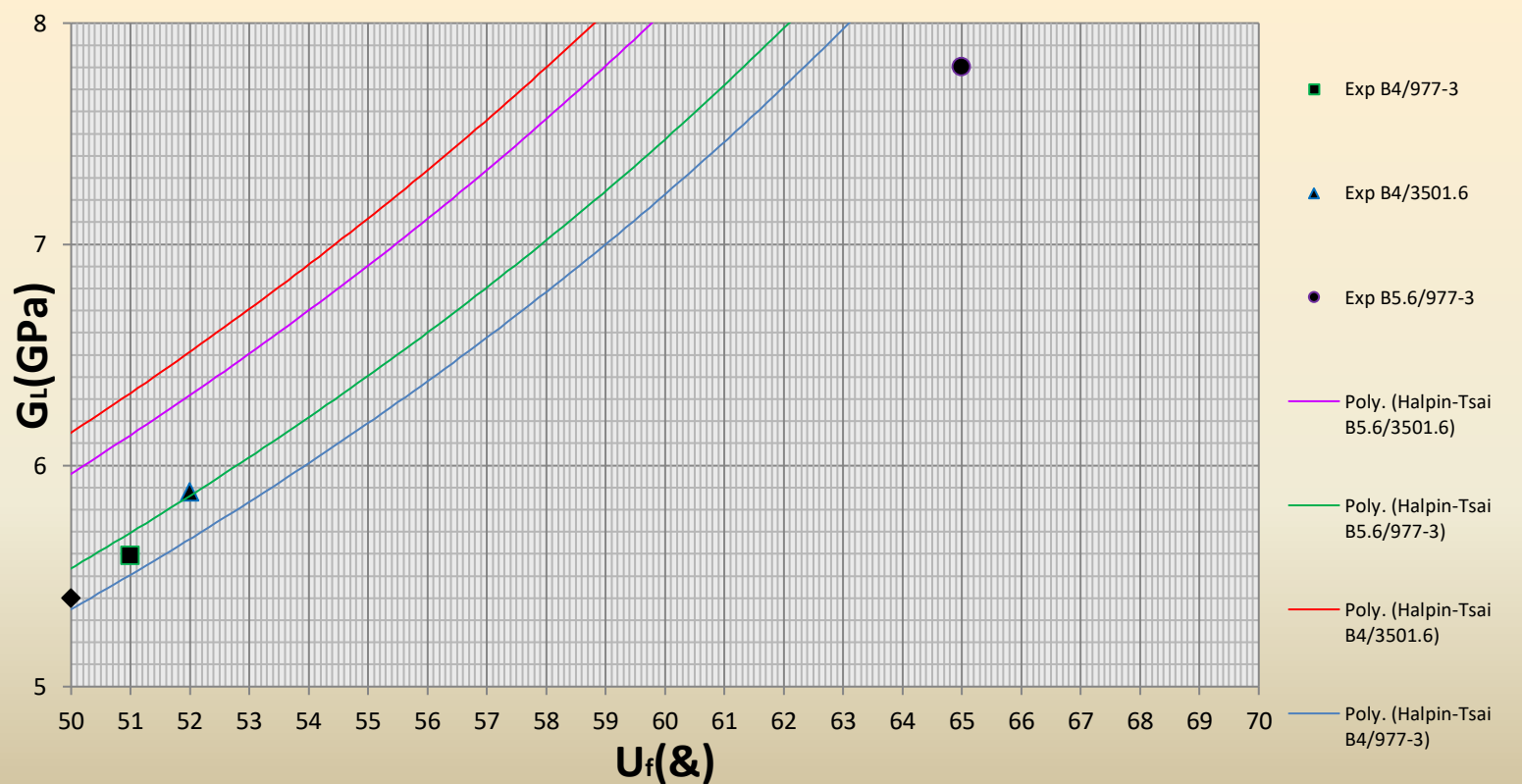
(4.4.3)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



(4.4.4)

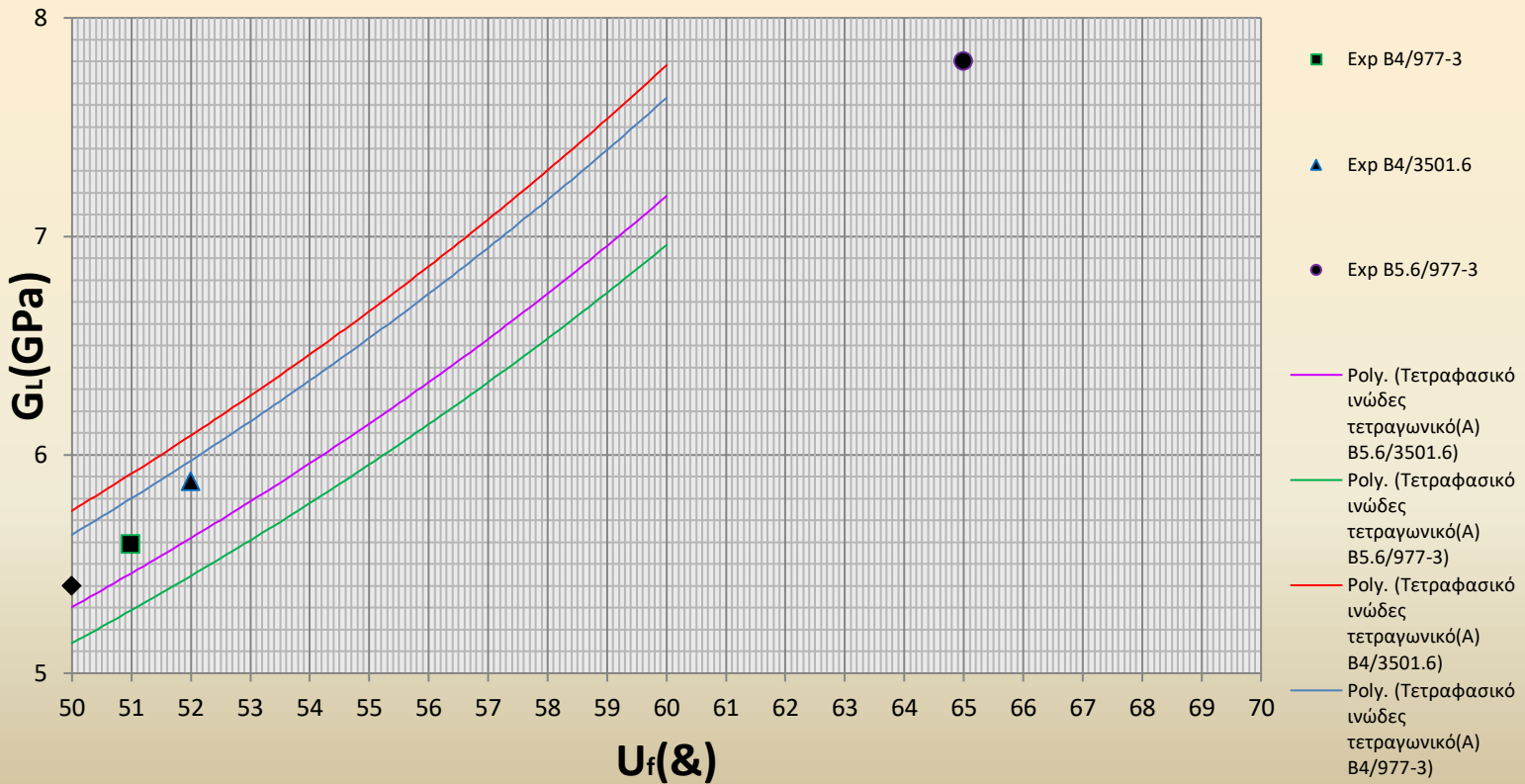
### In-Plane Shear Modulus $G_L$



(4.4.5)

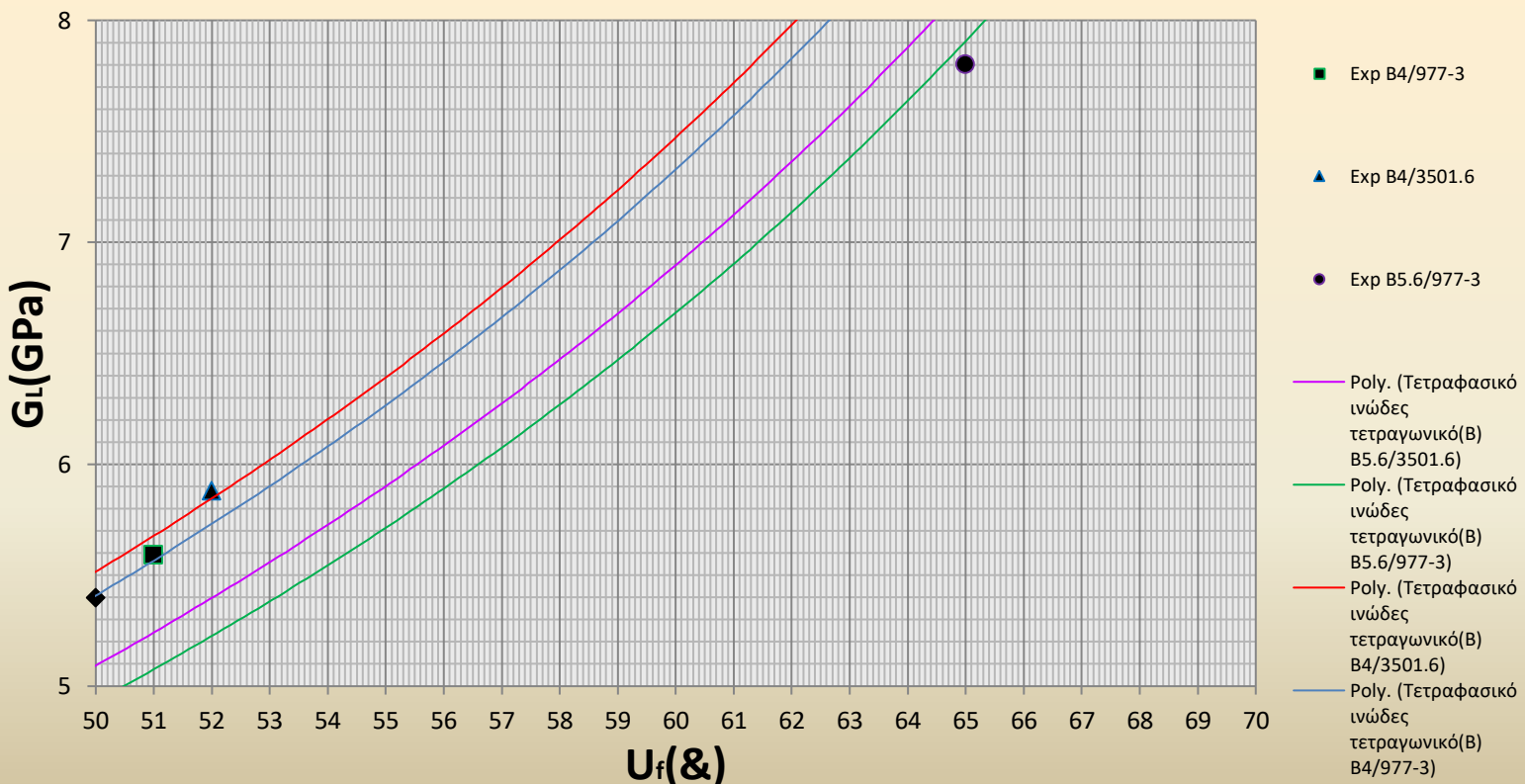


### In-Plane Shear Modulus $G_L$

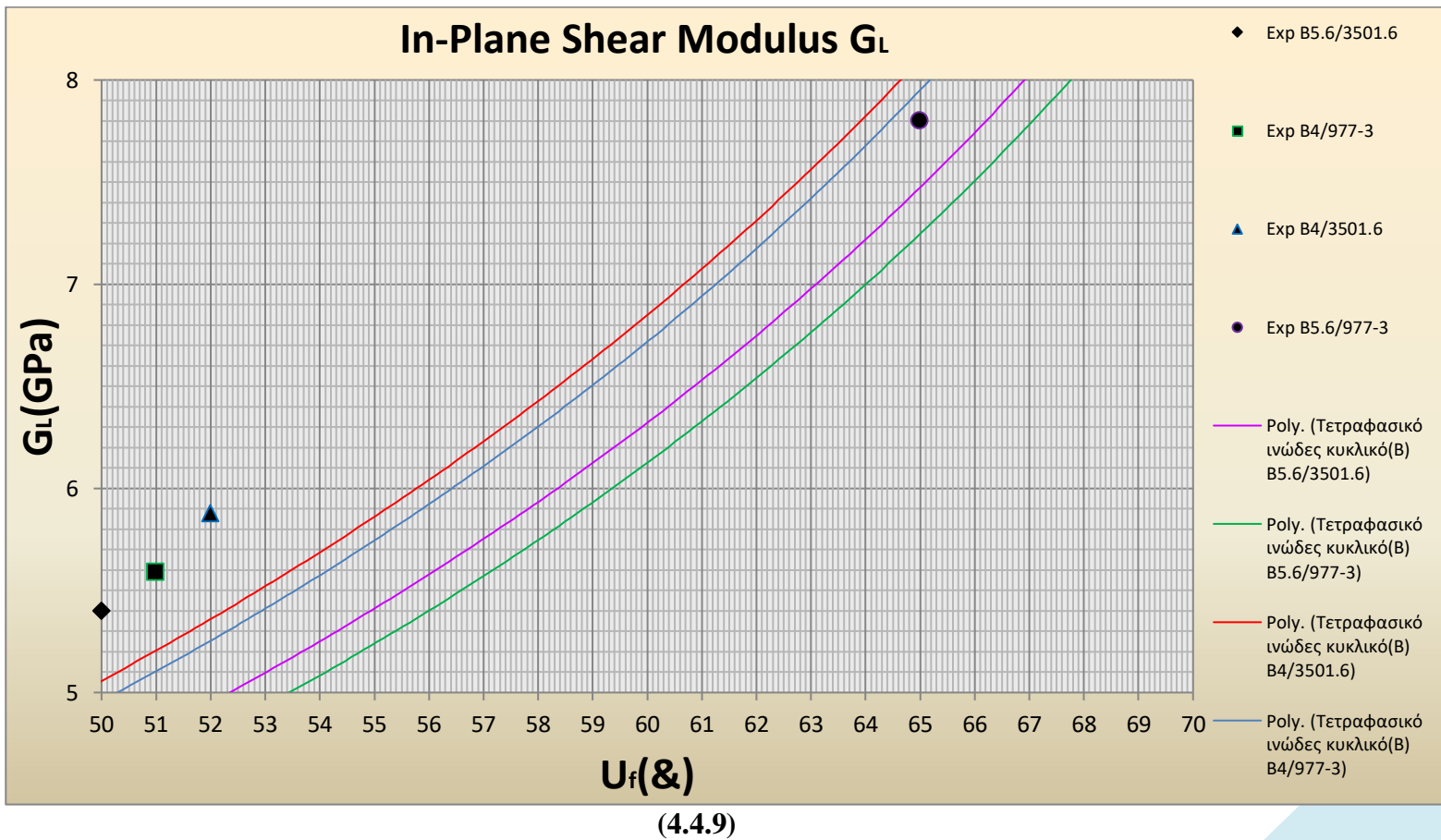
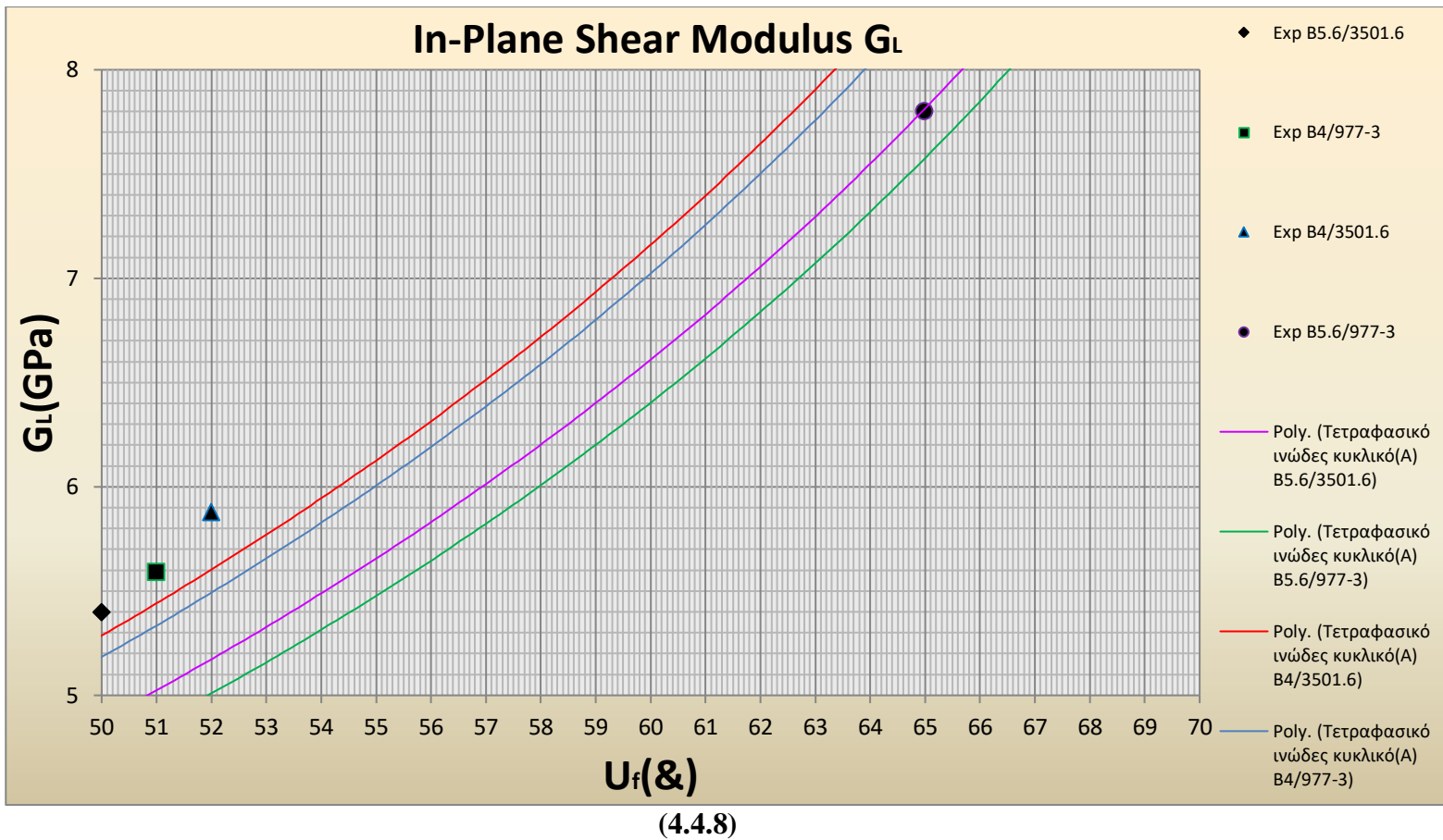


(4.4.6)

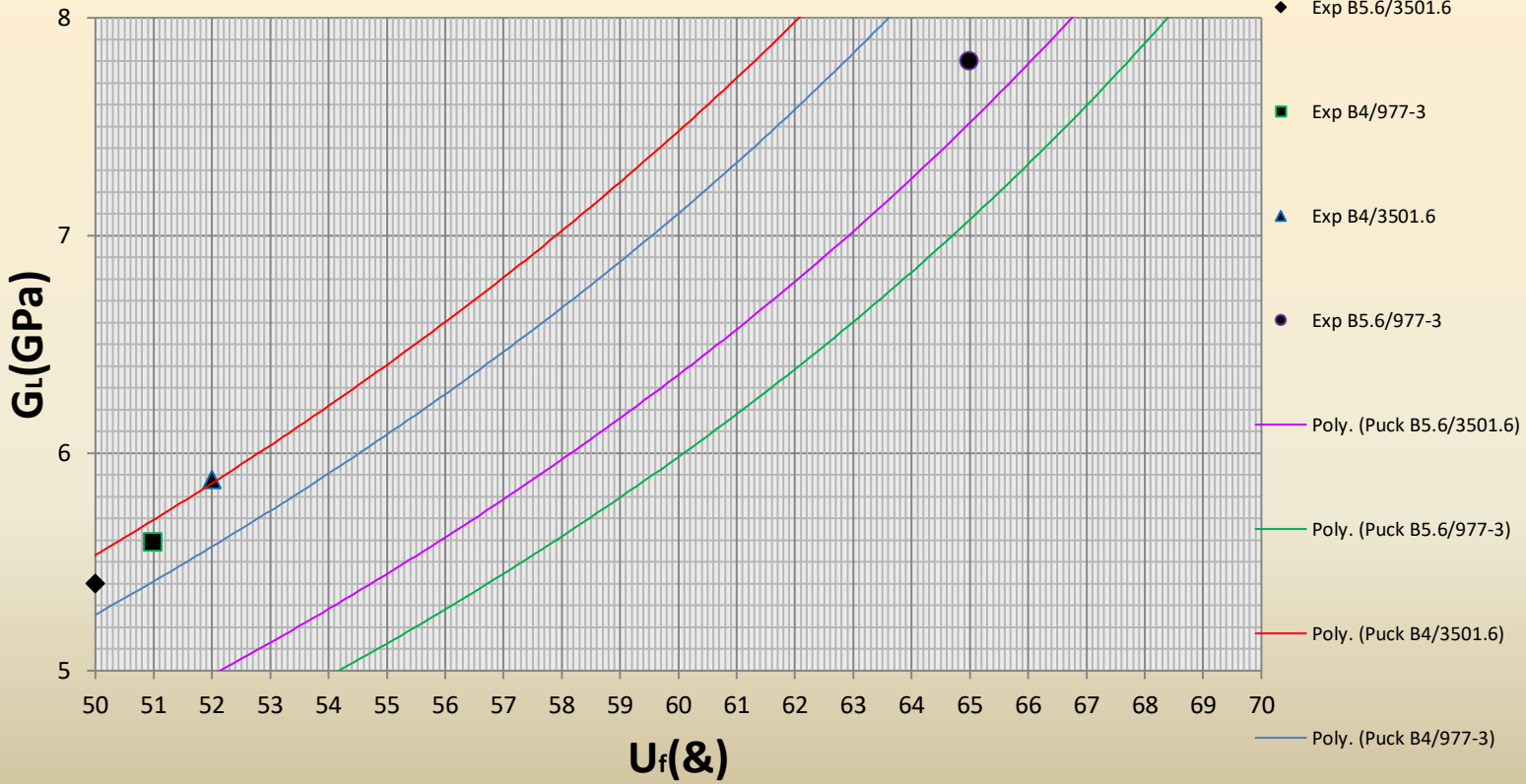
### In-Plane Shear Modulus $G_L$



(4.4.7)

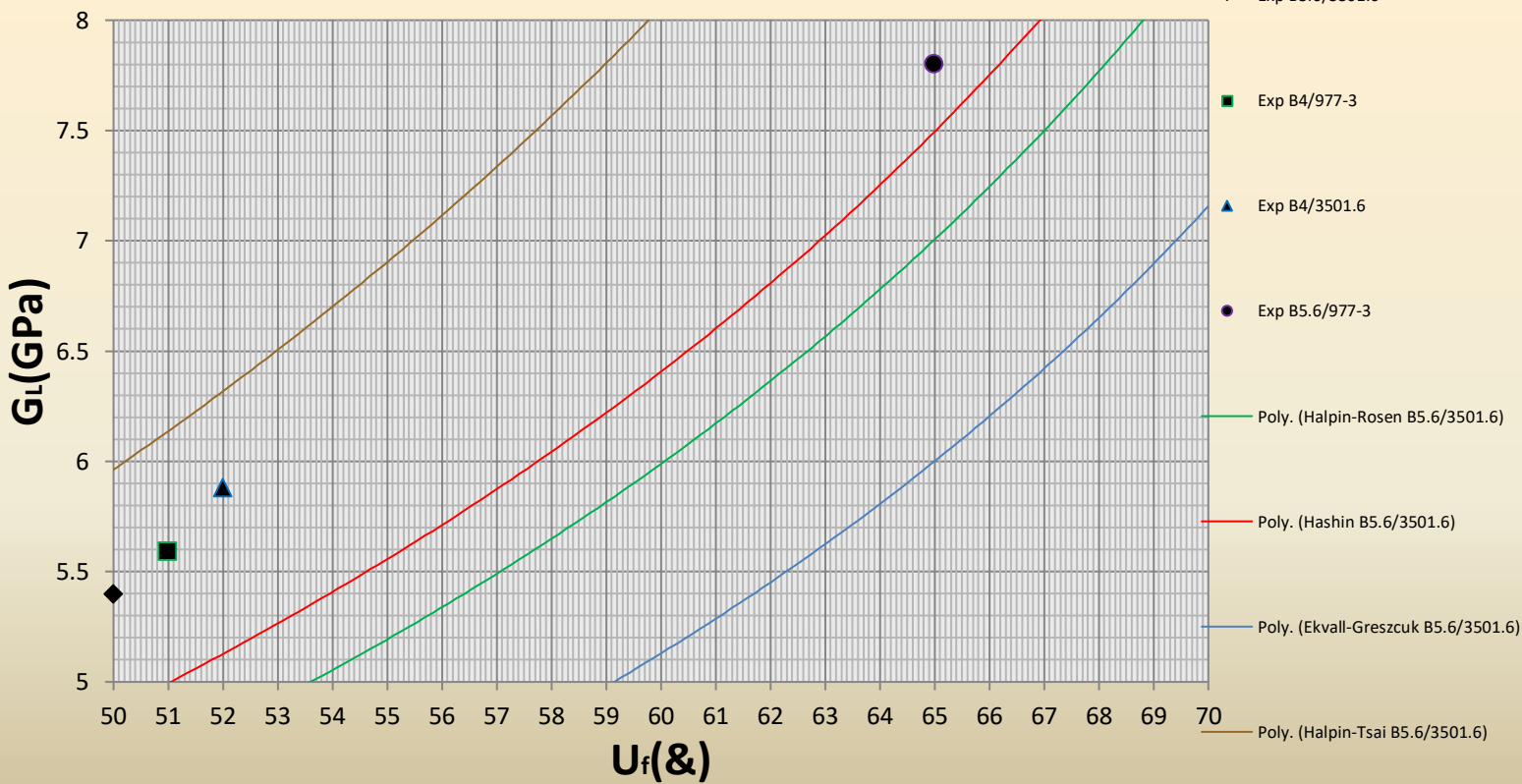


### In-Plane Shear Modulus $G_L$



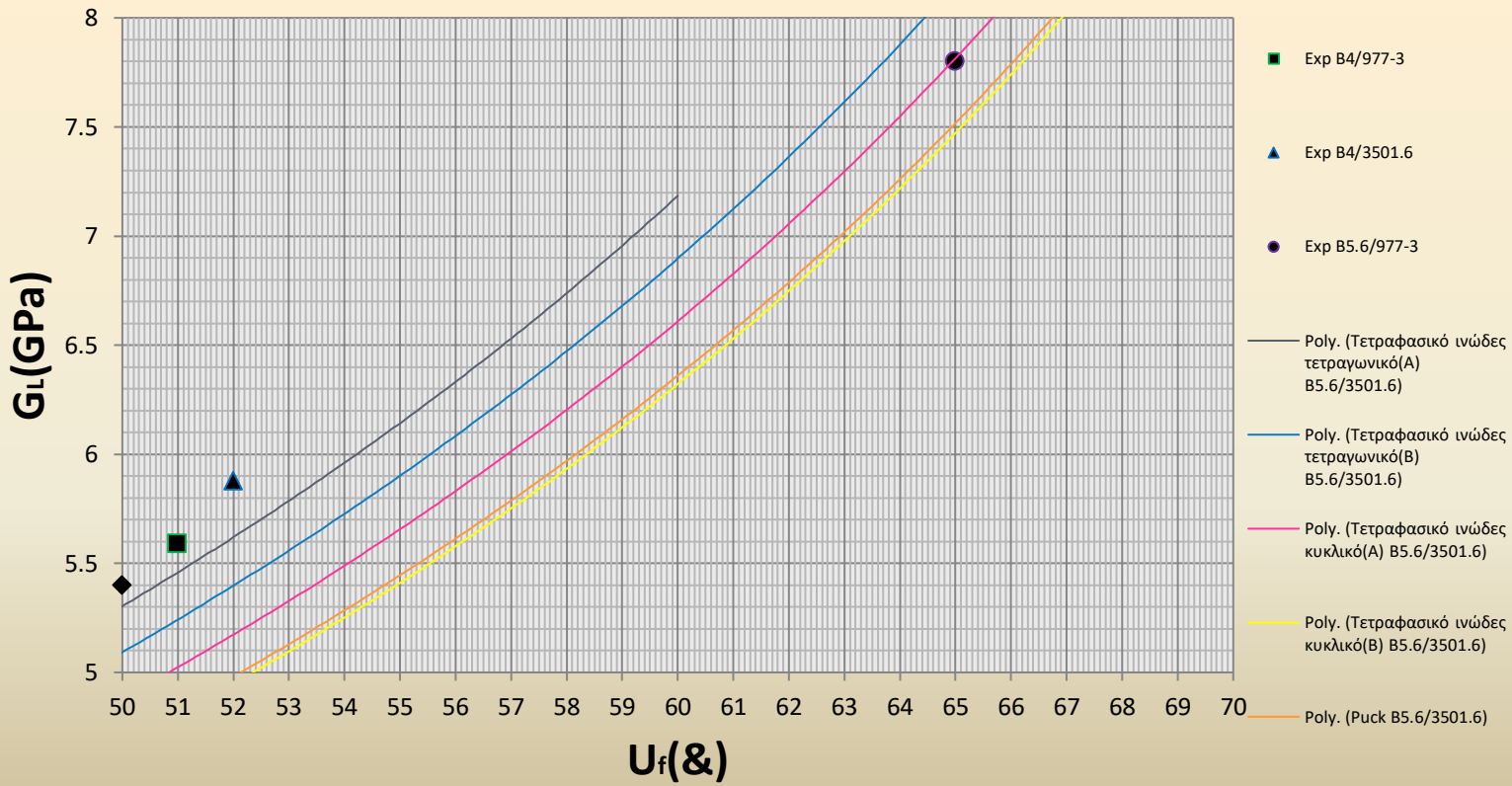
(4.4.10)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



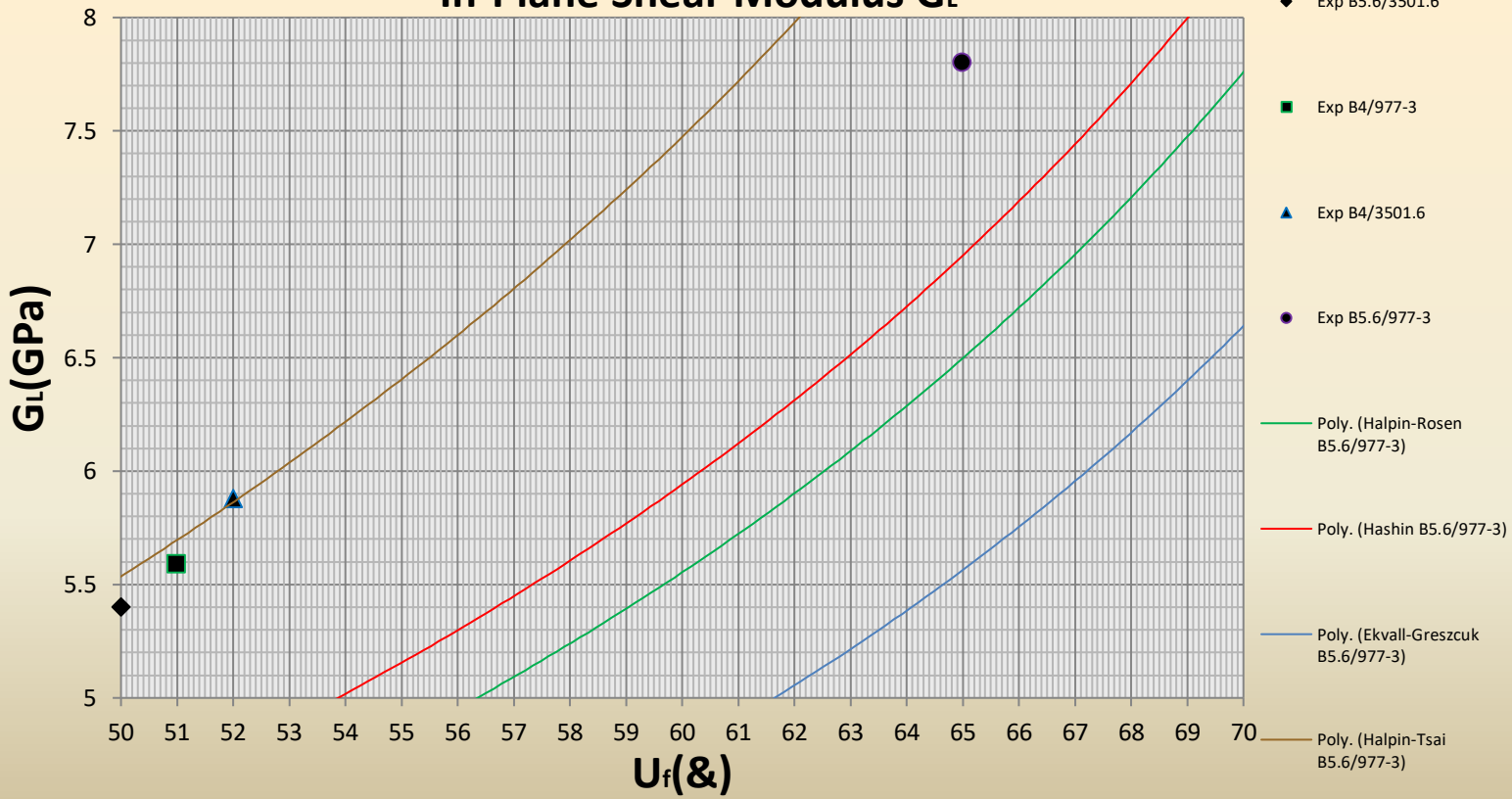
(4.4.1a)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



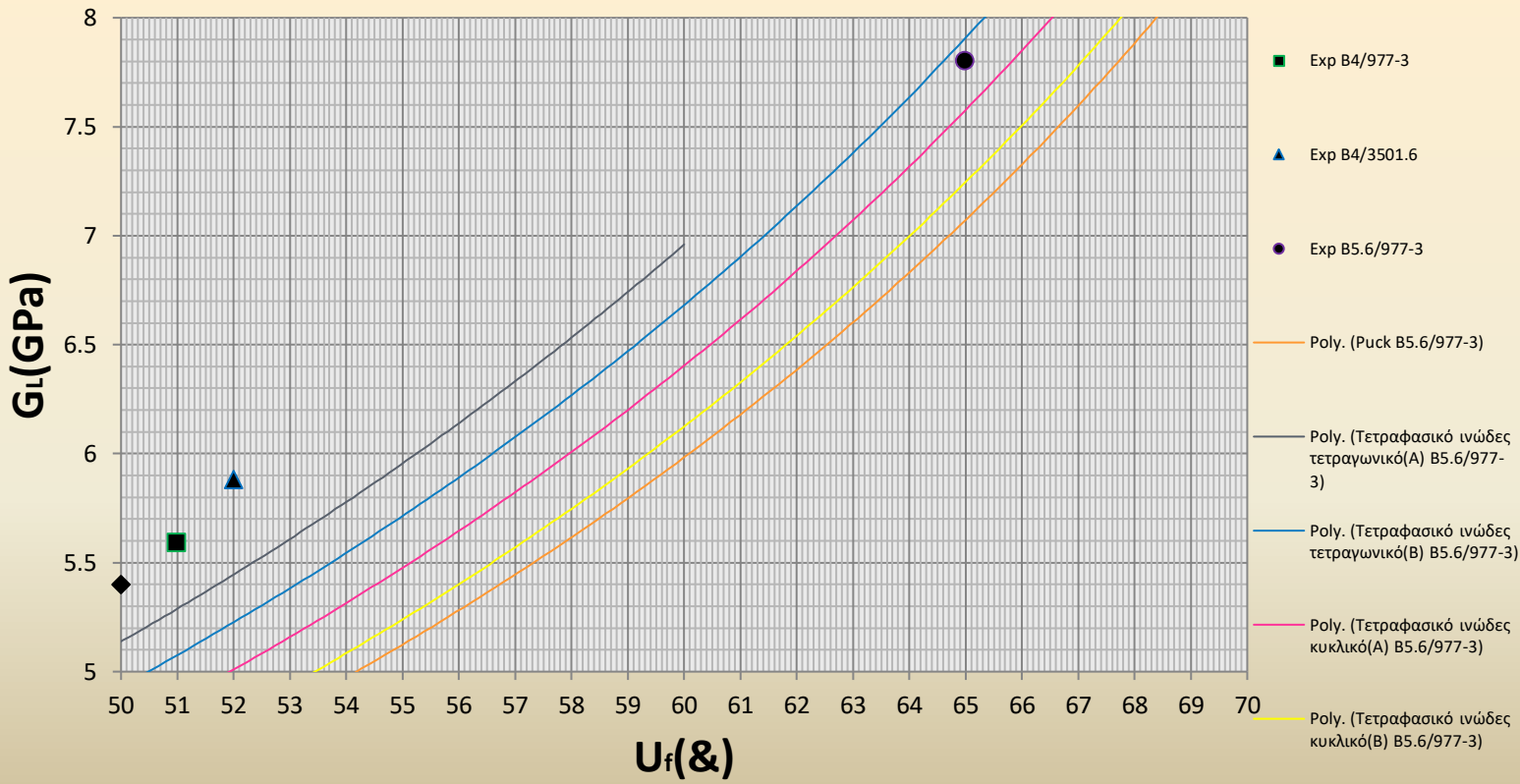
(4.4.I.b)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$



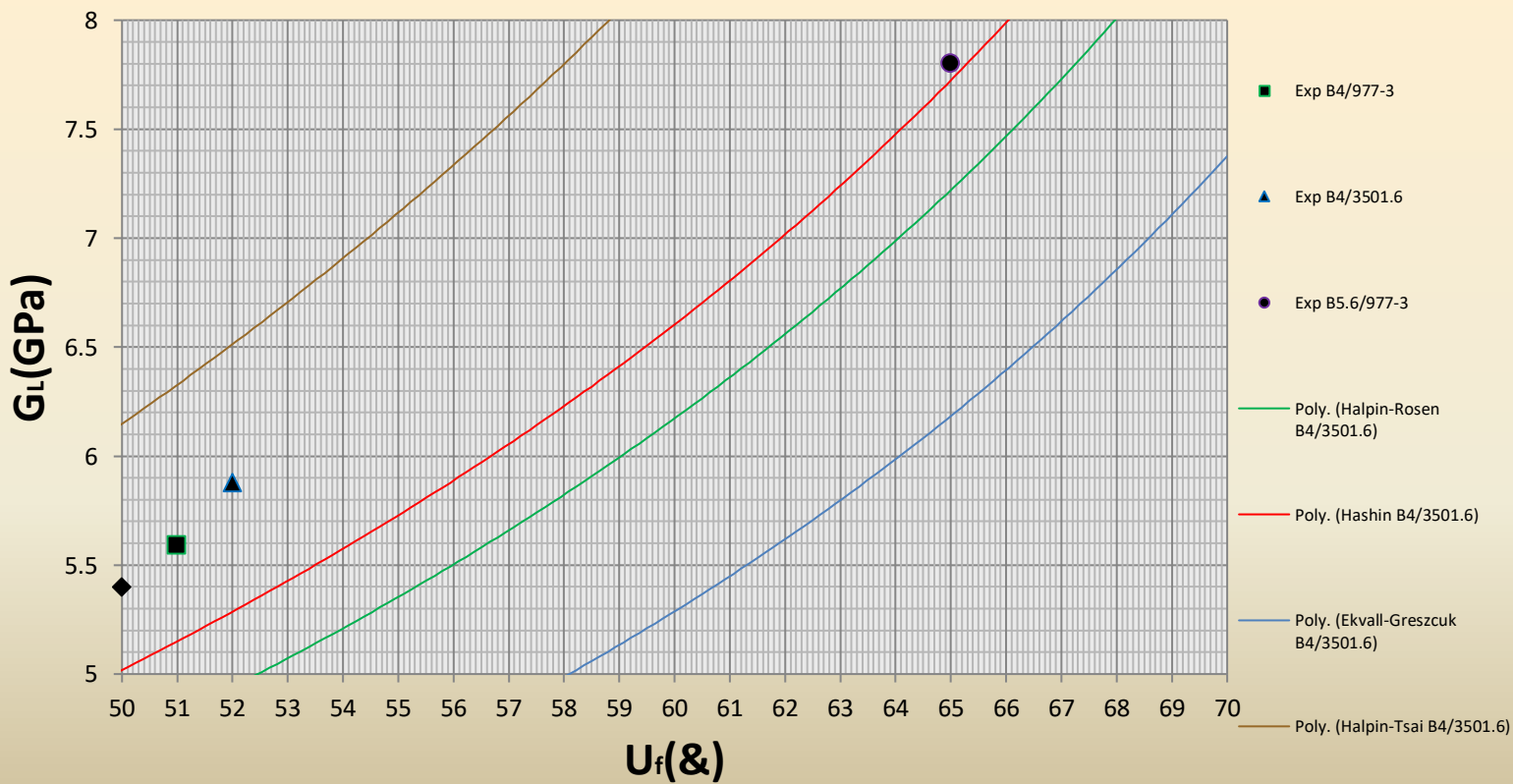
(4.4.II.a)

### In-Plane Shear Modulus $G_L$

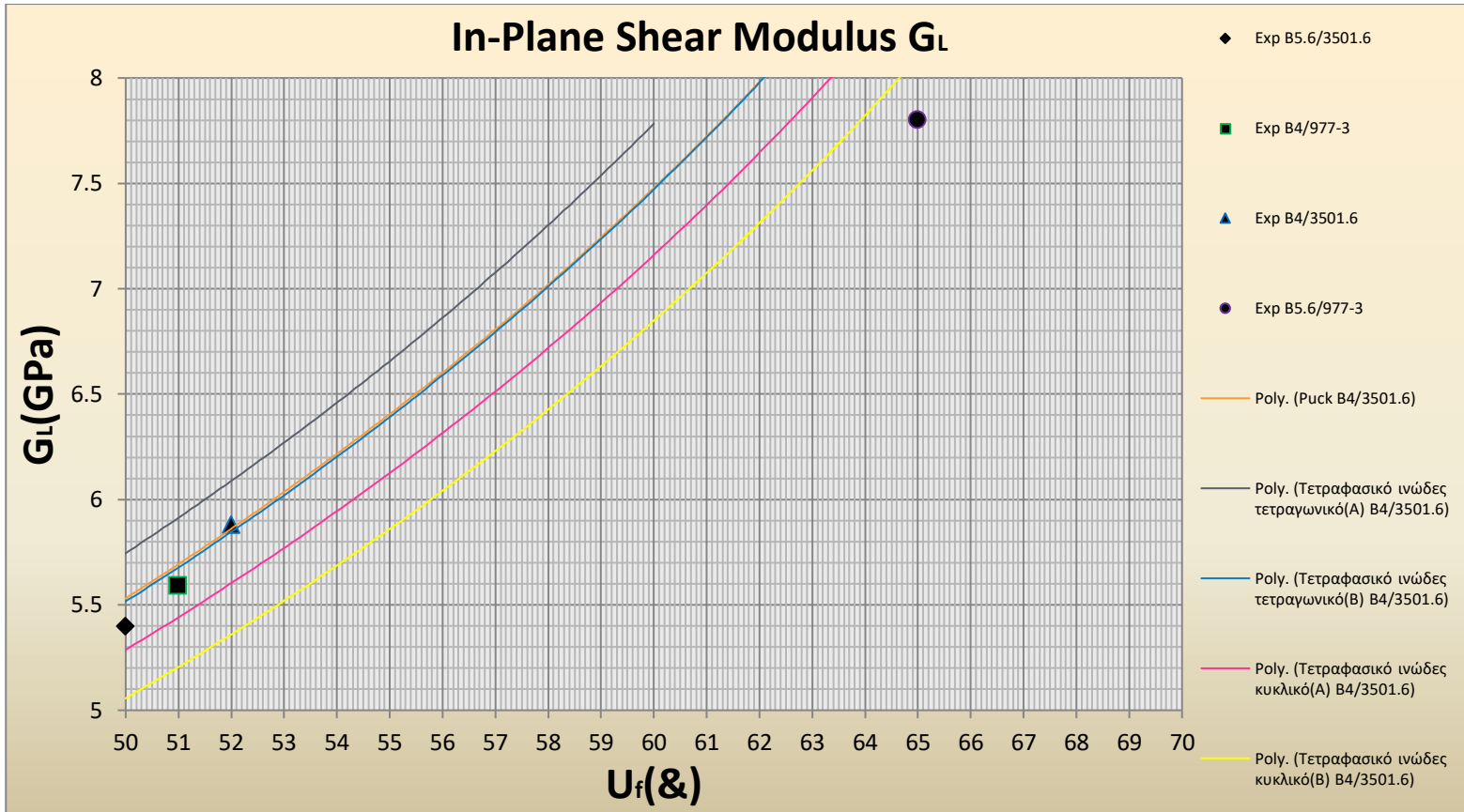


(4.4.II.b)

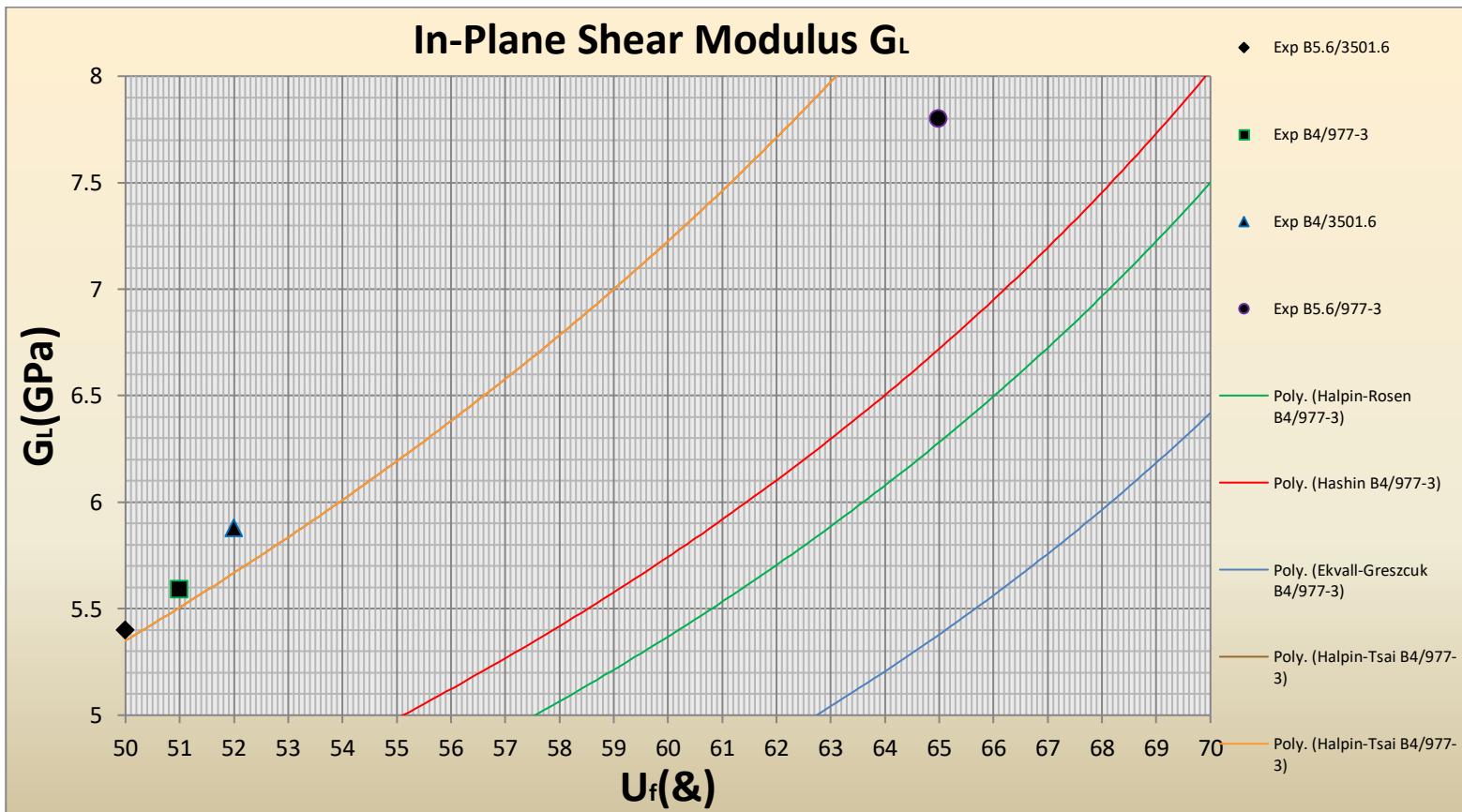
### In-Plane Shear Modulus $G_L$



(4.4.III.a)

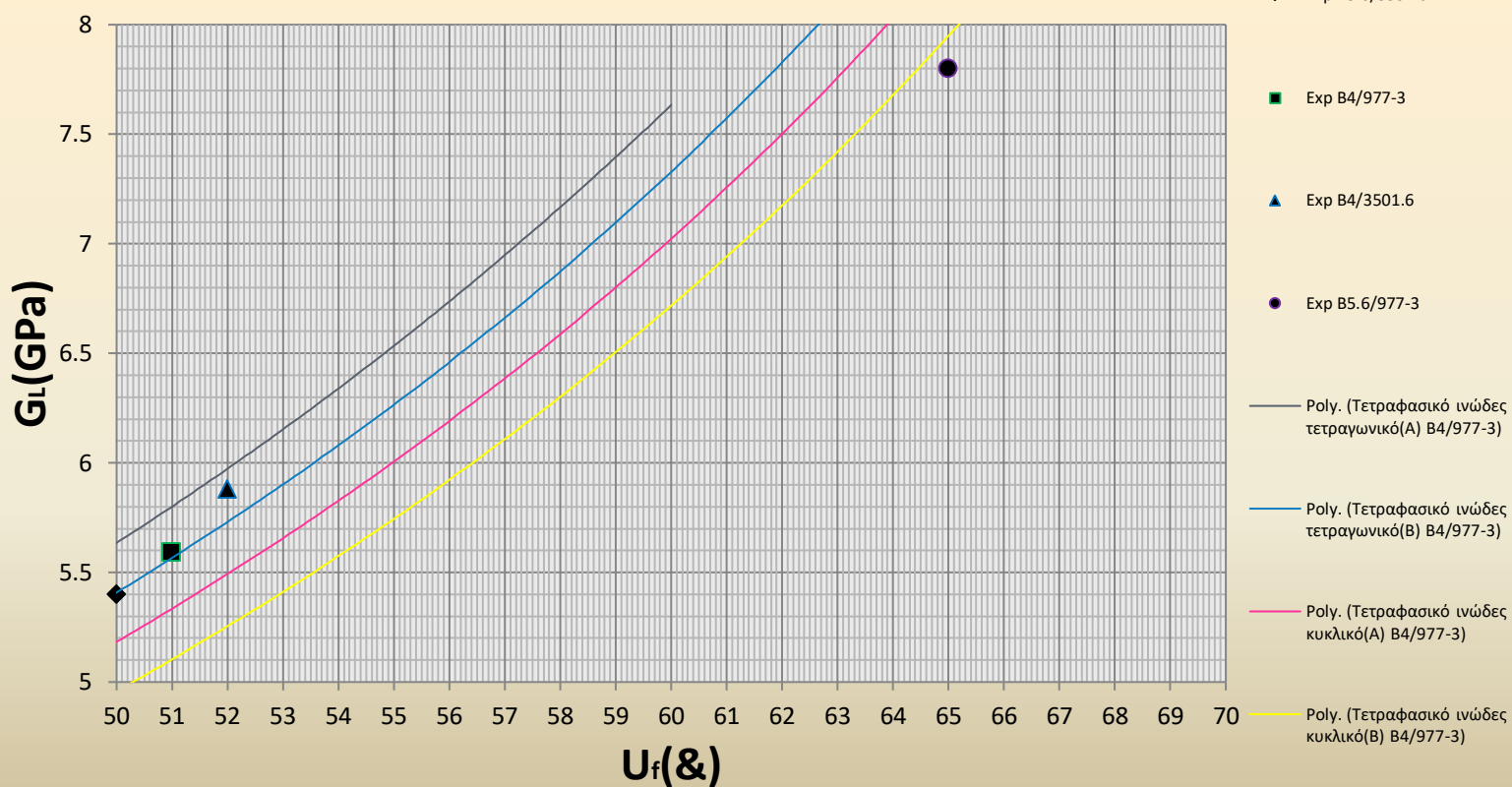


(4.4.III.b)



(4.4.IV.a)

# In-Plane Shear Modulus $G_L$



(4.4.IV.b)

#### 4.4.5. Σύγκριση θεωρητικών μοντέλων για τον Εγκάρσιο Λόγο

##### Poisson $\nu_{TT}$

Στο διάγραμμα (4.5.1) απεικονίζεται η μεταβολή του εγκάρσιου λόγου Poisson όπως προβλέπεται από το θεωρητικό μοντέλο του Foye (3.3.22) και από τον αντίστροφο νόμο των φάσεων (3.3.21).

Παρατηρούμε ότι αυξάνοντας το ποσοστό εγκλείσματος ο εγκάρσιος λόγος Poisson μειώνεται και στις δύο περιπτώσεις.

Πιο συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι το μοντέλο Foye αναμένει μια μικρή αύξηση του  $\nu_{TT}$  καθώς ξεκινάμε να εισάγουμε τις ίνες στο σύνθετο, για πολύ μικρές περιεκτικότητες εγκλείσματος <10% ενώ έπειτα ακολουθεί πτωτική πορεία όπως και ο αντίστροφος νόμος των φάσεων. Επιπλέον παρόλο που το μοντέλο Foye δείχνει και αυτό ελάττωση του  $\nu_{TT}$ , προβλέπει υψηλότερες τιμές από τον αντίστροφο νόμο των φάσεων σε όλο το εύρος των περιεκτικότητων.

$U_f(\%)$	$\nu_{TT}$								
	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Foye	0,3500	0,4800	0,4490	0,4117	0,3725	0,3327	0,2924	0,2520	0,2114
Mixture Law	0,3500	0,2293	0,2615	0,2321	0,2087	0,1876	0,1737	0,1602	0,1487

(Π.16)



### Minor Poisson's ratio( $\nu_T$ )



(4.5.1)

#### 4.4.6. Σχολιασμός της επίδρασης της γωνίας στο τετραφασικό μοντέλο

Στο διάγραμμα (4.6.1), (4.6.2), (4.6.3) απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας, του λόγου Poisson και του μέτρου διατμήσεως όπως προβλέπεται για την αλλαγή γωνίας των ινών από τις σχέσεις που παραθέσαμε στο κεφάλαιο 3 (3.2.142), (3.2.143), (3.2.144), αντίστοιχα για το κάθε μέγεθος. Ως εναρκτήρια τιμή χρησιμοποιήσαμε την θεωρητική τιμή που υπολογίσαμε για το τετραφασικό κυκλικό μοντέλο (A) για περιεκτικότητα εγκλείσματος 60% για το σύνθετο υλικό B5.6/3501.6.

Πιο συγκεκριμένα στο διάγραμμα για το μέτρο ελαστικότητας (4.6.1) βλέπουμε απότομη πτώση ακόμη και για μικρή μεταβολή γωνίας <10% ενώ στη συνέχεια ο ρυθμός αυτής της πτώσης φαίνεται να ελαττώνεται και να φτάνει τελικά σε μια ελάχιστη τιμή από την οποία φαίνεται να μην μειώνεται περαιτέρω. Η τιμή αυτή είναι πολύ κοντά στην τιμή του εγκαρσίου μέτρου ελαστικότητας  $E_L$  όπως και περιμένουμε για γωνία 90°.

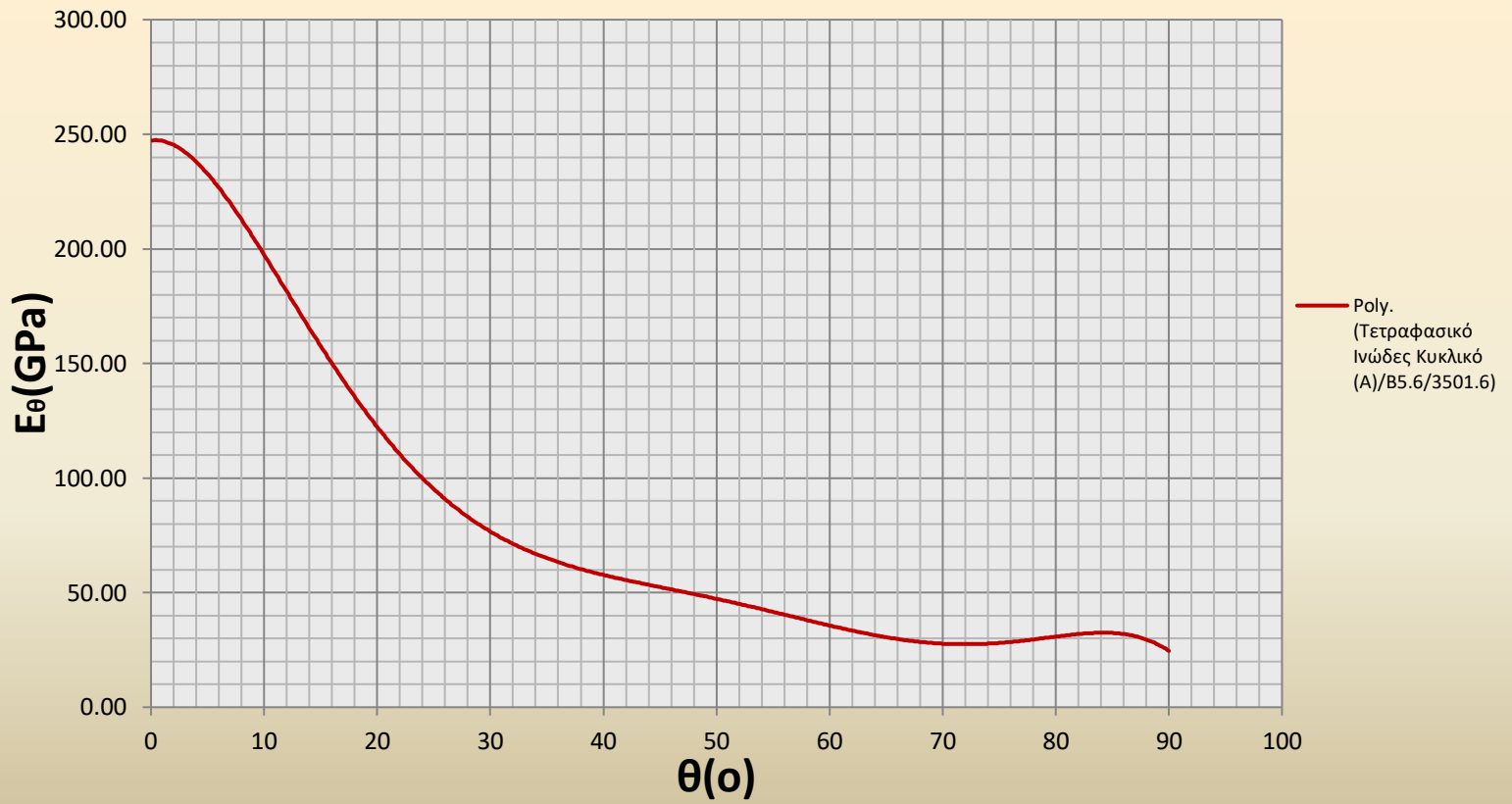
Ο λόγος Poisson αρχικά αυξάνεται ραγδαία έως και την διπλάσια αρχική τιμή για μεταβολή γωνίας κατά 45 περίπου μοίρες και έπειτα μειώνεται εξίσου ραγδαία ώσπου να φτάσει κοντά στην αρχική τιμή πράγμα που περιμέναμε.

Το μέτρο διατμήσεως για μικρές αλλαγές γωνίας ~10% φαίνεται να μην επηρεάζεται σημαντικά ενώ στην συνέχεια (20°) αυξάνεται απότομα χωρίς όμως να ξεπερνάει κατά πολύ την αρχική τιμή έως ότου φτάσει (50°) την υψηλότερη τιμή. Έπειτα από αυτό άνω όριο πέφτει εξίσου ραγδαία μέχρι να φτάσει πάλι τιμές παρόμοιες με την αρχική.

	$E_{\theta}$	$\nu_{\theta}$	$G_{\theta}$
0	246,6069	0,1583	6,6100
10	201,1489	0,258932	6,6336
20	114,8334	0,377594	6,7106
30	81,8814	0,456268	6,8488
40	60,3115	0,485982	6,9973
50	42,1492	0,468176	6,9973
60	35,5521	0,401081	6,8455
70	31,5289	0,290072	6,7045
80	28,3618	0,170597	6,6268
90	25,0444	0,11761	6,6031

(Π.17)

### Young Modulus with orientation angle ( $E_{\theta}$ )



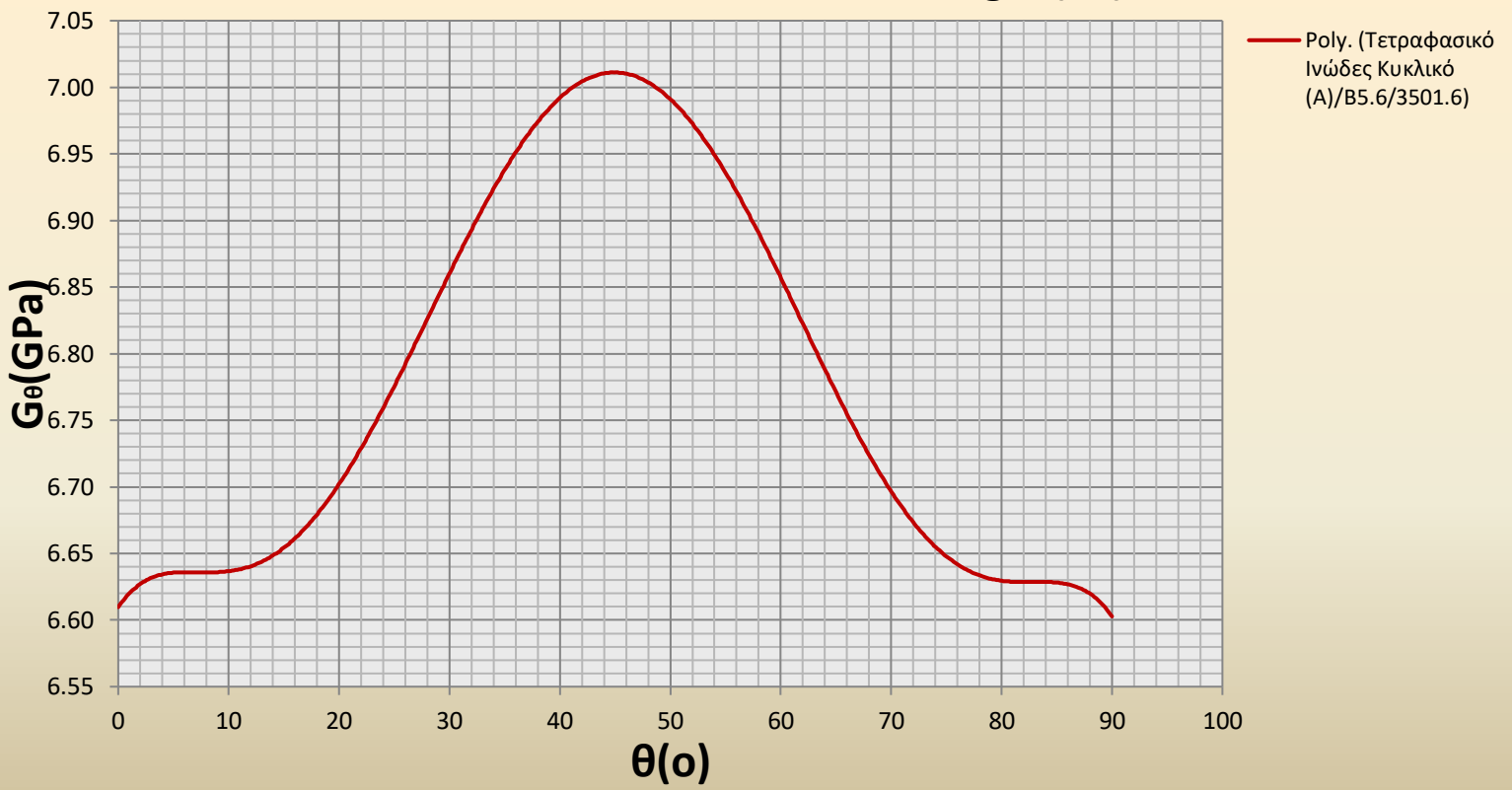
(4.6.1)

### Poisson's ratio with orientation angle ( $\nu_{\theta}$ )



(4.6.2)

### Shear modulus with orientation angle ( $G_\theta$ )



(4.6.3)



## 5. ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΕΤΡΑΦΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

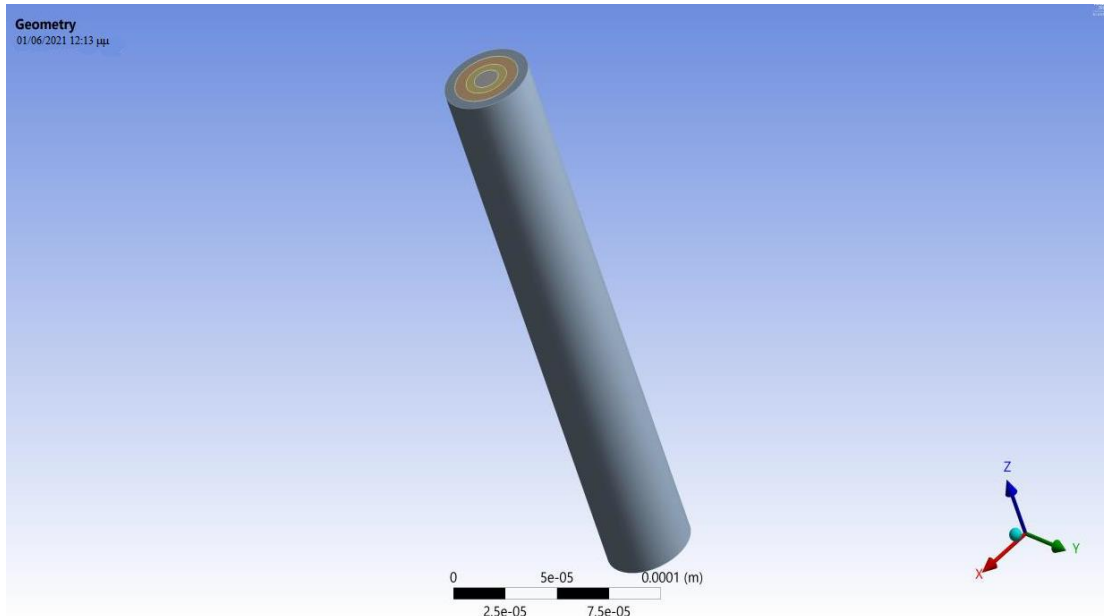
### 5.1. Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να επαληθεύσουμε τα θεωρητικά αποτελέσματα που εξήχθησαν στα προηγούμενα κεφάλαια από το θεωρητικό τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο. Το μοντέλο που θα ακολουθήσουμε απαρτίζεται, από τέσσερις φάσεις με διαφορετικές ανά δύο μηχανικές ιδιότητες και την παραδοχή ότι είναι ομογενείς και ισότροπες. Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο των πεπερασμένων, στοιχείων μέσω του εμπορικού προγράμματος ANSYS, με σκοπό να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου, με τα αντίστοιχα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα (όπου αυτά υφίστανται). Δηλαδή θα χρησιμοποιήσουμε την ανωτέρω μέθοδο για να υπολογίσουμε τα ακόλουθα μεγέθη του σύνθετου υλικού:

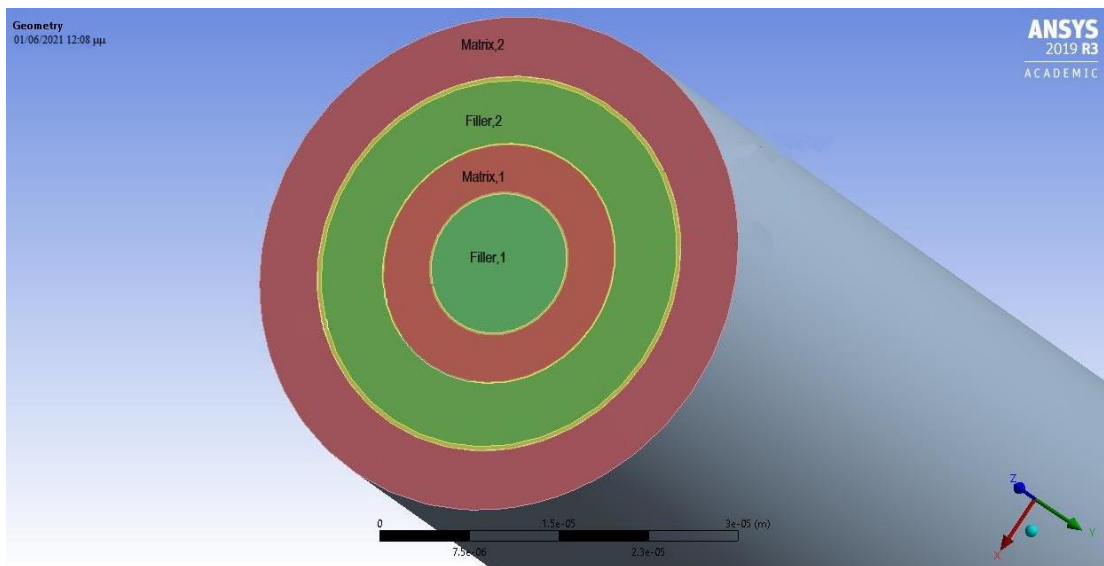
- Το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$  του συνθέτου (longitudinal modulus of elasticity)
- Το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  του συνθέτου (transverse modulus of elasticity)
- Το λόγο Poisson  $\nu_{LT}$  του συνθέτου (major Poisson ratio), δηλαδή τον αρνητικό λόγο της εγκάρσιας προς την διαμήκη τροπή.

### 5.2. Μελέτη του προβλήματος-συνοριακές συνθήκες φόρτισης

Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται σχηματικά το μοντέλο που προσπαθήσαμε να μελετήσουμε. Ο κάθε κύλινδρος συμβολίζει μία φάση, οπότε έχουμε τέσσερις κύλινδρους τον ένα μέσα στον άλλο.



### 5.2.1 Κυλινδρικό τετραφασικό μοντέλο



### 5.2.2 Κυλινδρικό τετραφασικό μοντέλο

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω εικόνες **5.2.1** και **5.2.2** προκύπτουν οι παρακάτω τέσσερις περιοχές R (Regions) κατά την μοντελοποίηση ως ακολούθως:

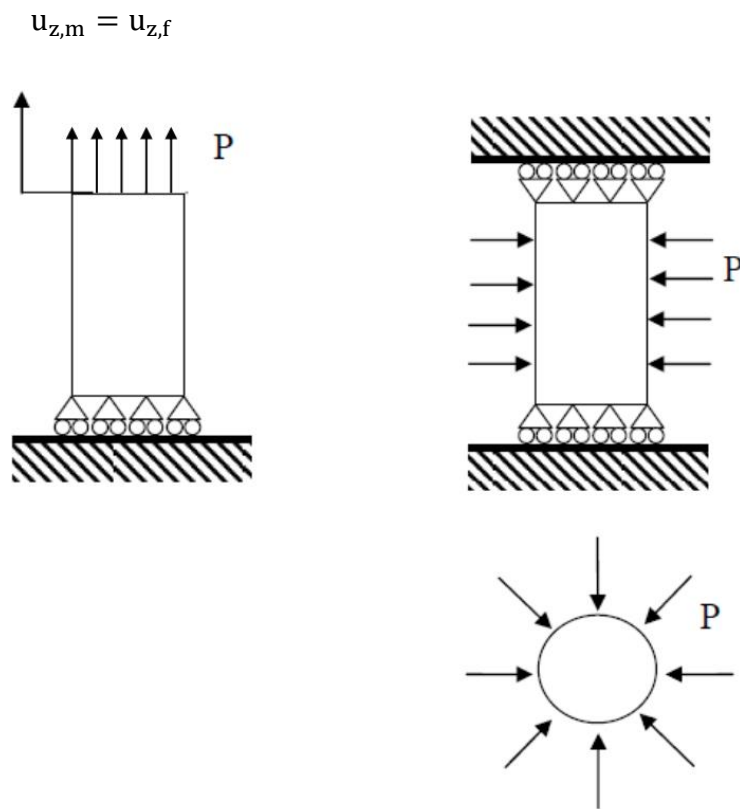
1.  $R_{f,1} = R_1$  το «1» συμβολίζει την 1η φάση (1η περιοχή εγκλείσματος) ίνας βορίου.
2.  $R_{m,1} = R_2$  το «2» συμβολίζει την 2η φάση (1η περιοχή εποξικής ρητίνης)

3.  $R_{f,2} = R_3$  το «3» συμβολίζει την 3η φάση (2η περιοχή εγκλείσματος) ίνας βορίου.
4.  $R_{m,2} = R_4$  το «4» συμβολίζει την 4η φάση (2η περιοχή εποξικής ρητίνης)

Επαναλαμβάνουμε ότι οι παραπάνω δείκτες των περιοχών έχουν ως εξής:

- Ο δείκτης «m» είναι συντομογραφία του «m = matrix» και ορίζει την μήτρα.
- Ο δείκτης «f» είναι συντομογραφία του «f = fiber» και ορίζει το έγκλεισμα(ίνα βορίου).

Στην εικόνα 5.2.2 όπου φαίνονται οι παραπάνω τέσσερις φάσεις, με πράσινο είναι οι δύο περιοχές του εγκλείσματος και με κόκκινο οι δύο περιοχές της μήτρας. Στην μελέτη που θα κάνουμε με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων, θεωρούμε ότι ισχύουν οι κάτωθι συνοριακές συνθήκες της παρακάτω εικόνας θεωρώντας το μοντέλο μακροσκοπικά ως ομογενές σώμα.



α. Συνοριακές συνθήκες για την διερεύνηση των  $E_L$  και  $\nu_{LT}$

5.2.3.α

β. Συνοριακές συνθήκες για την διερεύνηση του  $E_T$

5.2.3.β

Ενεφ

### 5.2.3 Γραφική αναπαράσταση του 3D SOLID186 element of ANSYS



Με  $u$  συμβολίζουμε την μετατόπιση στο άνω σύνορο, ειδικότερα με  $u_f$ ,  $u_m$  ορίζουμε τις μετατοπίσεις στο άνω σύνορο, της ίνας και της μήτρας αντίστοιχα. Στην εικόνα **a** παρουσιάζονται οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση που επιλέξαμε για να υπολογίσουμε το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας ( $E_L$ , longitudinal modulus of elasticity) και τον διάμηκες λόγο Poisson  $\nu_{LT}$ . Στο άνω ελεύθερο άκρο του μοντέλου θεωρούμε ότι η μετατόπιση θα είναι η ίδια και για τα δύο υλικά και κατ' επέκταση και για τις τέσσερις φάσεις. Στο κάτω άκρο του κυλινδρικού μοντέλου έχουμε πάκτωση που δεν επιτρέπει την μετακίνηση του κάτω συνόρου σε καμία από τις διευθύνσεις  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Επιλέξαμε αυτές τις συνοριακές συνθήκες γιατί προσπαθούμε να προσομοιάσουμε το πείραμα που περιγράφεται στην παραπομπή [55] για την εξαγωγή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας ( $E_L$ ) και του λόγου Poisson ( $\nu_{LT}$ ). Στην εικόνα **β** παρουσιάζονται οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση που επιλέξαμε για να υπολογίσουμε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας ( $E_T$ , transverse modulus of elasticity) του συνθέτου υλικού. Στην περίπτωση αυτή οι συνοριακές συνθήκες τόσο του άνω όσο και του κάτω άκρου του μοντέλου, δεν επιτρέπουν την μετατόπιση και των δύο συνόρων προς κάποια από τις διευθύνσεις  $x$ ,  $y$  και  $z$ . Ουσιαστικά είναι σαν να έχουμε πακτώσει το μοντέλο στα δύο του άκρα.

### 5.3. Μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία

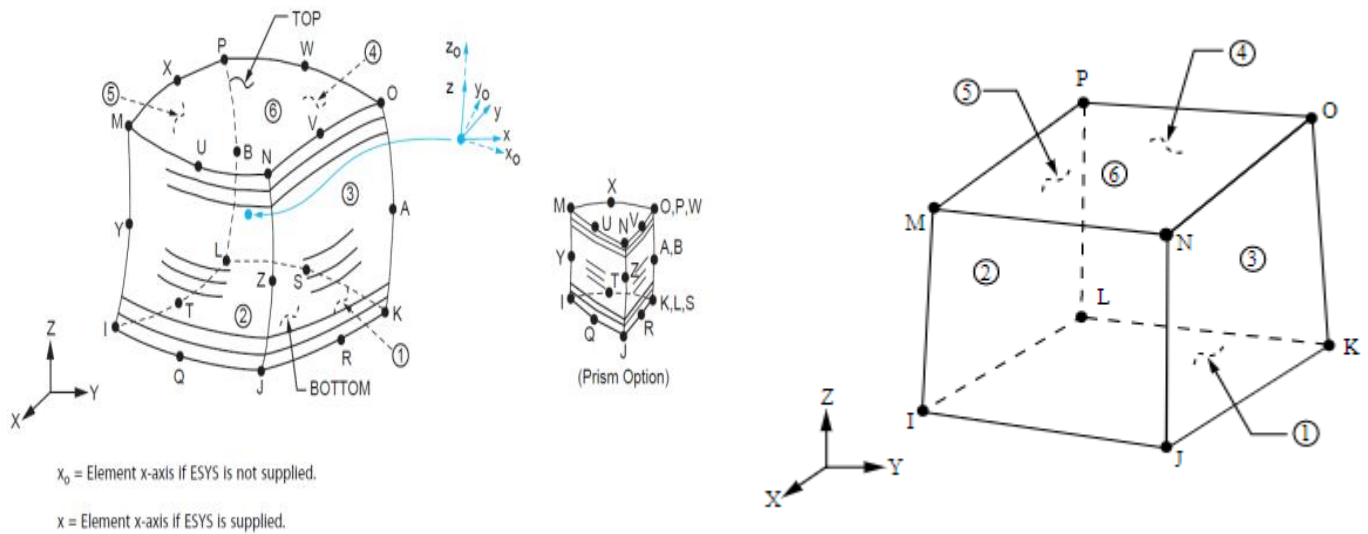
Η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία έλαβε χώρα χρησιμοποιώντας το εμπορικό πρόγραμμα “ANSYS 2019 R3 ”[56]. Για την εφαρμογή των πεπερασμένων στοιχείων όπως ήδη αναφέραμε στα προηγούμενα, δημιουργήσαμε δύο αριθμητικά μοντέλα για την υπολογιστική εύρεση των ελαστικών σταθερών και των λόγων Poisson. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε εφελκυσμό του κυλινδρικού μοντέλου, ενώ στη δεύτερη περίπτωση εφαρμόζουμε υδροστατική πίεση γύρω από αυτό.

Λόγω της κυλινδρικής γεωμετρίας του μοντέλου, αλλά και λόγω του γεγονότος ότι προσομοιάζουμε ένα δομικό υλικό στο οποίο αναπτύσσονται τρισδιάστατα τασικά πεδία, είμαστε αναγκασμένοι να δημιουργήσουμε ένα τρισδιάστατο μοντέλο.

Για την ανάπτυξη του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε η λειτουργία του εμπορικού προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ANSYS WORKBENCH 2019 R3 [56]. Για την διακριτοποίηση του σύνθετου υλικού, που λόγω της κυλινδρικής γεωμετρίας είναι αρκετά δύσκολη, χρησιμοποιήθηκε το 3D εικοσακομβικό στοιχείο του ANSYS SOLID186, του οποίου η γραφική απεικόνιση φαίνεται στην Εικόνα 5.3.1. Άλλα στοιχεία που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν είναι το τρισδιάστατο εξαεδρικό οκτάκομβο στοιχείο **Hex8** το οποίο έχει ορθότροπες μηχανικές ιδιότητες και τρεις βαθμούς ελευθερίας μετατόπισης ανά κόμβο και ANSYS SOLID185 το οποίο έχει 8 κόμβους και παρόμοιες ιδιότητες με το ANSYS SOLID186. Η επιλογή του ANSYS SOLID186 αντί του ANSYS SOLID185 έγκειται στο ότι το ενώ και τα δύο έχουν ίδιες ιδιότητες, το πρώτο έχει υπερδιπλάσιους κόμβους ανά στοιχείο.

Το στοιχείο αυτό έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά σύμφωνα με την βιβλιοθήκη του ANSYS:

- Είναι υψηλότερης τάξης στοιχείο άρα μεγαλύτερης ακρίβειας από το 3D ANSYS SOLID185.
- Είναι τρισδιάστατο στερεό στοιχείο
- Έχει 20 κόμβους
- Έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας μετατόπισης στις κομβικές κατευθύνσεις x,y και z για κάθε κόμβο.
- Παρουσιάζει συμπεριφορά τετραγωνικής μετατόπισης.
- Παρουσιάζει ορθότροπες μηχανικές ιδιότητες
- Υποστηρίζει πλαστική, υπερελαστική συμπεριφορά, ερπυσμό, μεγάλες παραμορφώσεις και γενικότερα πολύπλοκες συνθέσεις σχεδόν ασυμπίεστων ελαστοπλαστικών υλικών και πλήρως ασυμπιεσμένων υπερελαστικών υλικών
- Δέχεται ως παραμέτρους εισόδου τον αριθμό, το πάχος και τον προσανατολισμό των στρώσεων



### 5.3.1(ANSYS SOLID186 και ANSYS SOLID185)

Για την μοντελοποίηση με τα πεπερασμένα στοιχεία ακολουθούμε ορισμένους κανόνες και μερικές πρακτικές, που μας βοηθούν ώστε να προσεγγίσουμε τα προβλήματα με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι καλά ορισμένα και να δίνουν λύση καθώς και τα αποτελέσματα που θα προκύψουν να έχουν ικανοποιητική ακρίβεια.

α. Για να πετύχουμε όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα προσπαθούμε να χρησιμοποιούμε όσο πιο μικρά μοντέλα μπορούμε, ώστε κατά την διακριτοποίηση να έχουμε πιο λίγα στοιχεία με όσο πιο απλές συναρτήσεις σχήματος γίνεται. Σε παλαιότερες εκδόσεις του προγράμματος ANSYS (Apdl) έπρεπε να επιλέξουμε εμείς τα κατάλληλα στοιχεία ανάλογα με το είδος του προβλήματος (δοκός, κέλυφος, 1D, 2D, 3D κ.τ.λ.) το οποίο απαιτούσε πολύ προσοχή και εμπειρία ώστε να προκύψουν σωστά αποτελέσματα. Στην έκδοση του ANSYS που χρησιμοποιήσαμε το ίδιο το πρόγραμμα επιλέγει αυτόματα τα καταλληλότερα στοιχεία ανάλογα την γεωμετρία του μοντέλου μας. Επιπρόσθετα δεν είναι εφικτό να γνωρίζουμε εκ των προτέρων το κατάλληλο μέγεθος του στοιχείου για την ικανοποιητική προσέγγιση του πεδίου μετατοπίσεων του προβλήματός μας. Στο κομμάτι αυτό βοηθάει πολύ η προηγούμενη αποκτηθείσα εμπειρία του χρήστη ή με την εκτέλεση επαναληπτικών δοκιμών επί του μοντέλου. Επίσης γενικός κανόνας είναι ότι όσο μικρότερα είναι τα στοιχεία άρα πυκνότερος και ο κάναβος που θα χρησιμοποιήσουμε, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα το πρόβλημα να έχει λύση και οδηγηθούμε σε καλή σύγκλιση. Όμως αυτό έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος, οπότε με βάση την εμπειρία και τον διαθέσιμο χρόνο που έχουμε, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται στοιχεία που δίνουν λύση με ικανοποιητική ακρίβεια και σε εύλογο υπολογιστικό χρόνο [57].

β. Σε συμμετρικά προβλήματα, μπορούμε να περιορίσουμε το χωρίο επίλυσης, θέτοντας κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στα επίπεδα συμμετρίας.

γ. Σε αξονοσυμμετρικά προβλήματα, αντίστοιχα με την παραπάνω σημείωση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα τομέα μόνο του χωρίου μας ή ακόμα και να σχεδιάσουμε το πρόβλημα σε δύο διαστάσεις ενώ η λύση θα δοθεί κανονικά και

στις τρεις διαστάσεις. Με τον τρόπο αυτό κερδίζουμε σε ευκολία σχεδίασης της γεωμετρίας καθώς και σε υπολογιστικό χρόνο. Εναλλακτικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ειδικά επίπεδα «αξονοσυμμετρικά» στοιχεία. Τα προβλήματα αυτά πρέπει να επιδεικνύουν συμμετρία και ως προς την γεωμετρία αλλά και ως προς την φόρτιση και τις συνοριακές συνθήκες.

#### 5.4. Επίλυση του μοντέλου

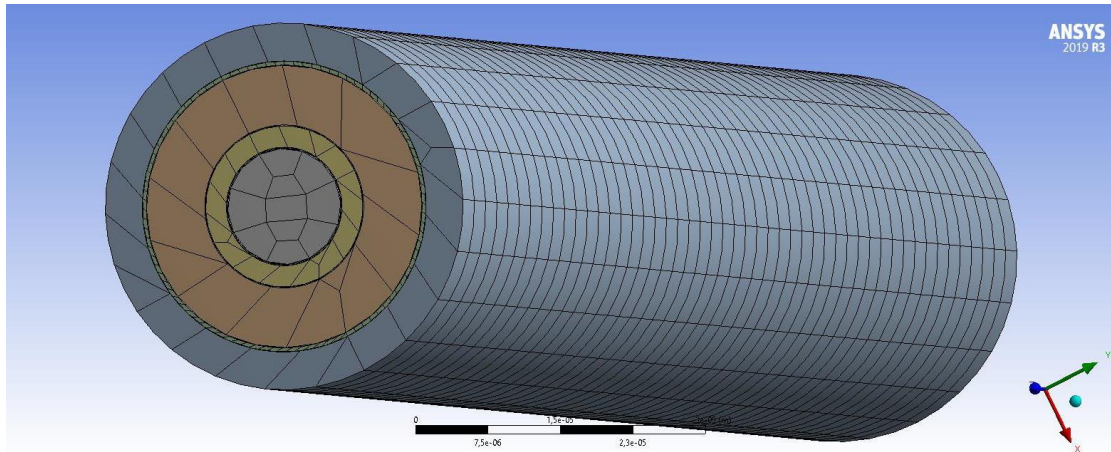
Με την ανάλυση που κάναμε έχουμε σαν σκοπό να εξάγουμε ως αποτελέσματα τις ελαστικές σταθερές του κυλινδρικού τετραφασικού μοντέλου δηλαδή τα ακόλουθα:

- Το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$
- Το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$
- Το λόγο Poisson  $\nu_{LT}$

Όπως ήδη προαναφέραμε η προσομοίωση στην γεωμετρία θα γίνει με την χρήση τεσσάρων κυλίνδρων, με τον ένα μέσα στον άλλο, έτσι ώστε να δημιουργηθούν τέσσερα κυλινδρικά σώματα όπως ακριβώς φαίνεται στην εικόνα 5.2.2. Το 1ο σώμα έχει συμπαγή κυλινδρική γεωμετρία ενώ τα υπόλοιπα σώματα είναι έξη κοίλοι κύλινδροι. Κάθε σώμα προσομοιάζει μία από τις τέσσερις φάσεις του μοντέλου μας.

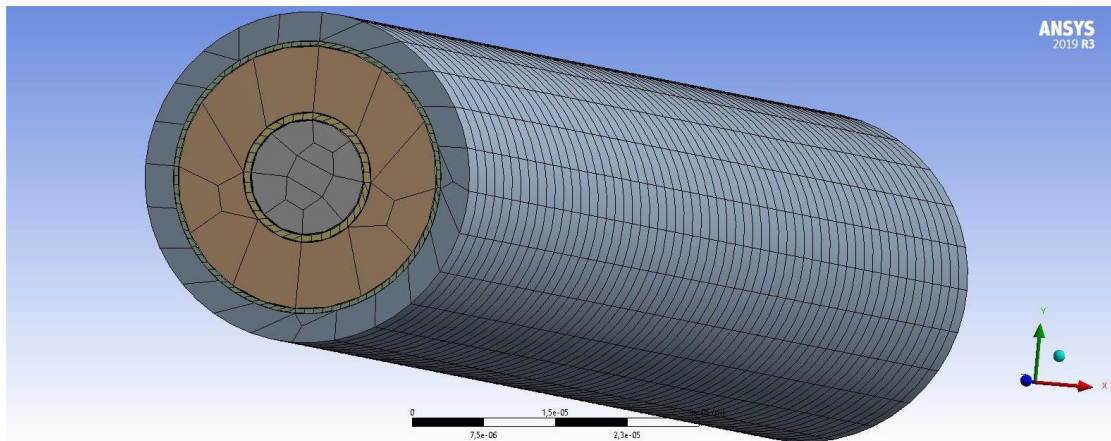
##### 5.4.1. Τετραφασικό κυλινδρικό μοντέλο για τις διάφορες περιεκτικότητες

Στις παρακάτω εικόνες αποτυπώνονται τρία κυλινδρικά μοντέλα (υπολογιστικά χωρία) με τέσσερις ομόκεντρους κυλίνδρους το καθένα. Κάθε μοντέλο διαφέρει στην περιεκτικότητα σε έγκλεισμα και μήτρα. Η γεωμετρία των μοντέλων αυτών προήρθε από τα αποτελέσματα των ακτίνων ( $r$ ) για κάθε φάση και σε κάθε περιεκτικότητα εγκλείσματος όπως αναγράφονται στον πίνακες του κεφαλαίου 4. Το μήκος των κυλινδρικών μοντέλων είναι 250 $\mu\text{m}$ . Τα υπολογιστικά μοντέλα θα υποβληθούν σε φορτίσεις και τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν, θα τα συγκρίνουμε με τα αποτελέσματα των θεωρητικών λύσεων που αναγράφονται στο κεφάλαιο 4.



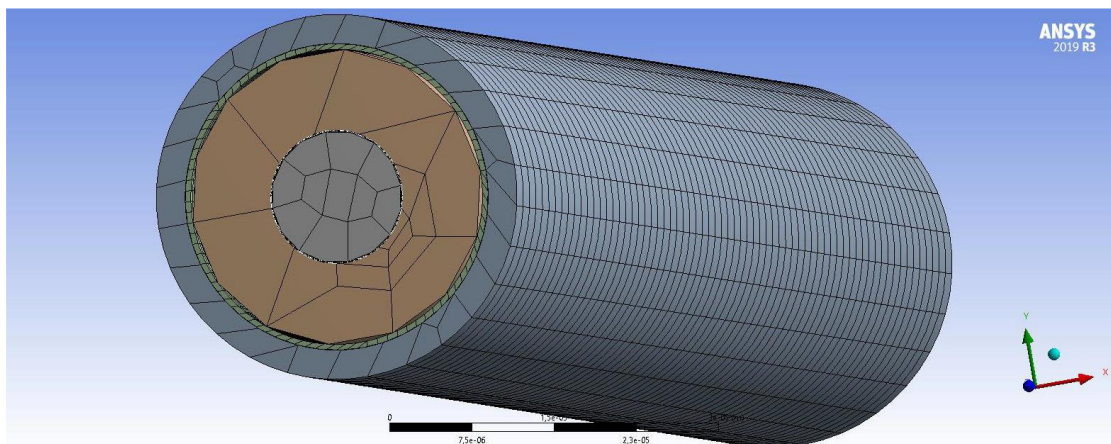
**Εικόνα 5.4.1 Διακριτοποίηση μοντέλου  $U_f=50\%$**

1η περίπτωση  $U_f=50\%$ ,  $U_m=50\%$



**Εικόνα 5.4.2 Διακριτοποίηση μοντέλου  $U_f=60\%$**

2η περίπτωση  $U_f=60\%$ ,  $U_m=40\%$



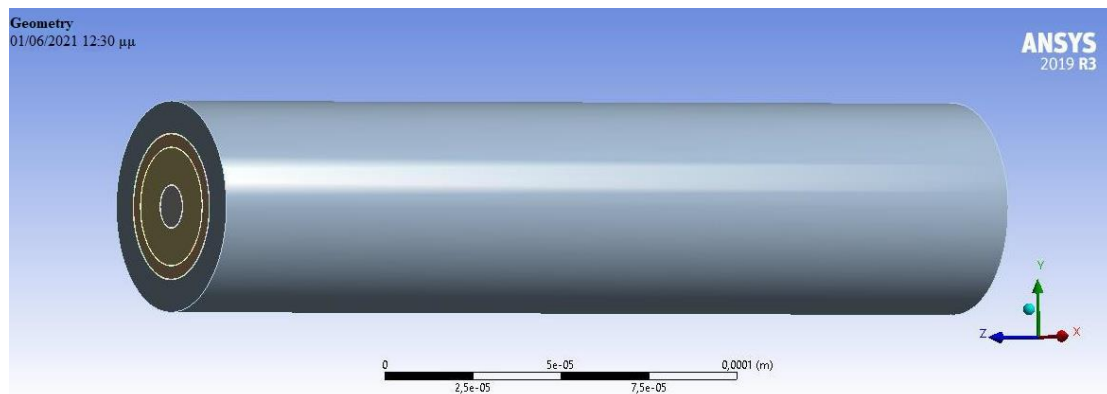
### Εικόνα 5.4.3 Διακριτοποίηση μοντέλου $U_f=70\%$

3η περίπτωση  $U_f=70\%$ ,  $U_m=30\%$

	<b>E(GPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
<b>Fiber B5.6</b>	395	0.13
<b>Fiber B4</b>	400	0.13
<b>Epoxy 3501-6</b>	4.3	0.35
<b>Epoxy 977-3</b>	3.7	0.35

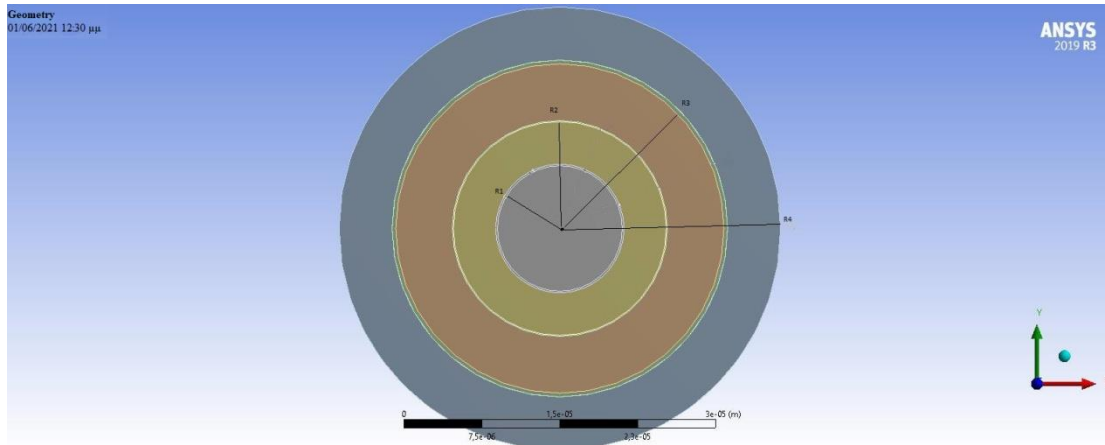
#### 5.4.2. Υπολογισμός του διαμήκου μέτρου ελαστικότητας $E_L$

Για τον υπολογισμό του διαμήκου μέτρου ελαστικότητας  $E_L$  ακολουθήσαμε εξής: Με το εμπορικό πρόγραμμα ANSYS WORKBENCH 2019 R3 κατασκευάσαμε το κυλινδρικό τετραφασικό μοντέλο με τα παρακάτω γεωμετρικά χαρακτηριστικά:



**L(Μήκος) =250μm**

**Εικόνα 5.4.1 Μήκος μοντέλου**



**Εικόνα 5.4.2 Ακτίνες των τεσσάρων φάσεων του μοντέλου**

**Εικόνα 5.4.1 Μήκος μοντέλου**

Οι ακτίνες  $r_1, r_2, r_3$  και  $r_4$  παίρνουν τιμές αναλόγως της περιεκτικότητας του εγκλείσματος που έχουμε επιλέξει στην κάθε περίπτωση. Οι τιμές των ακτίνων που έχουν προκύψει αναφέρονται στον πίνακα **Π.8**, **Π.9**, **Π.10** και **Π.11** του κεφαλαίου 4.

Το μήκος του μοντέλου επιλέχθηκε ώστε να προσομοιάσει όσο το δυνατόν περισσότερο τα δοκίμια του εργαστηρίου σε αναλογία μήκους / εξωτερικής διαμέτρου. Στο ένα άκρο όπως είπαμε θα ασκηθεί εφελκυστική τάση. Στην ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, το στοιχείο χρησιμοποιήθηκε είναι το 3D εικοσακομβικό στοιχείο του ANSYS, 3D SOLID ELEMENT 186 όπως περιγράψαμε παραπάνω και το οποίο επιλέχθηκε αυτόματα, ως καταλληλότερο από το πρόγραμμα, ώστε να μπορέσουμε να προσεγγίσουμε καλύτερα την πολύπλοκη γεωμετρία που έχουμε σχεδιάσει. Το μοντέλο προς επίλυση κατά την διακριτοποίηση και αναλόγως την περιεκτικότητα σε εγκλείσμα έχει:

- Συνολικό αριθμό κόμβων στην υπολογιστική κάναβο:

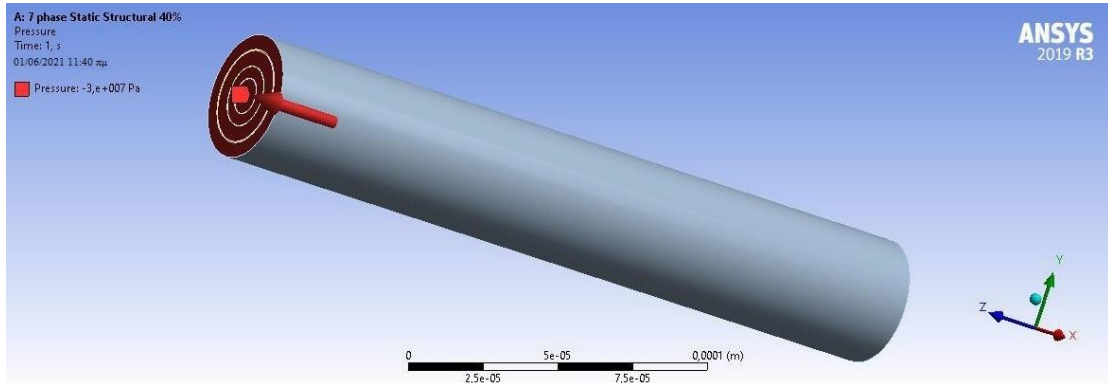
- Για  $U_f=50\%$  χρησιμοποιήθηκαν 340942 κόμβοι
- Για  $U_f=60\%$  χρησιμοποιήθηκαν 609260 κόμβοι
- Για  $U_f=70\%$  χρησιμοποιήθηκαν 412486 κόμβοι

- Συνολικό αριθμό των πεπερασμένων στοιχείων:

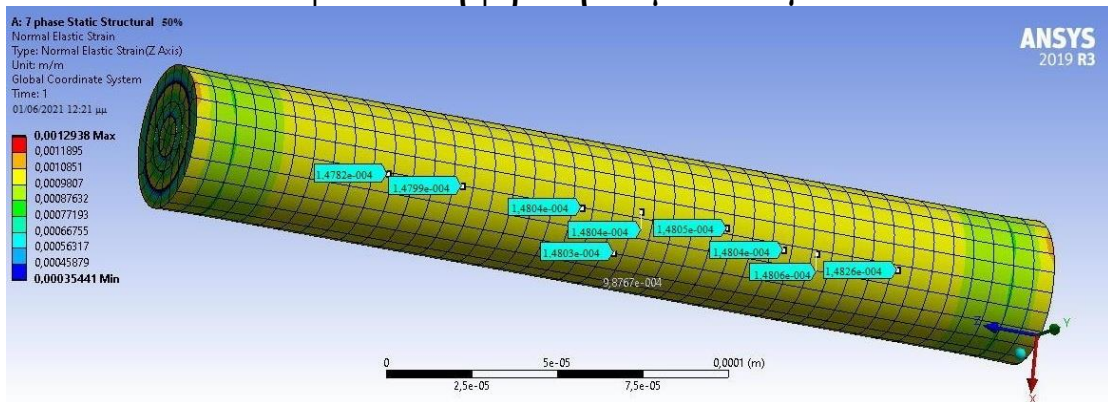
- Για  $U_f=50\%$  χρησιμοποιήθηκαν 276254
- Για  $U_f=60\%$  χρησιμοποιήθηκαν 576539

- Για  $U_f=70\%$  χρησιμοποιήθηκαν 305565

Στην συνέχεια εφαρμόσαμε στο μοντέλο στο ένα άκρο εφελκυστική φόρτιση  $P=-30\text{MPa}$  ενώ στο άλλο άκρο υπάρχει πάκτωση:



**Εικόνα 5.4.2 Εφελκυστική φόρτιση του μοντέλου για  $U_f=50\%$**



**Εικόνα 5.4.3 Διαμήκειες τροπές του τετραφασικού υπολογιστικού μοντέλου κατά τον z άξονα με  $U_f=50\%$ .**

Από το παραμορφωμένο μοντέλο που φαίνεται στην εικόνα 5.4.3 λάβαμε εννέα τυχαίες μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά το άξονα των z. Η μέση τιμή των τροπών κατά τον z άξονα με  $U_f=50\%$  είναι  $\varepsilon_{zz}=14,805 \times 10^{-5}$ . Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke στις τρεις διαστάσεις, διατυπωμένος ως προς τις τάσεις είναι:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (5.1)$$

$$\text{με } \lambda = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\text{και } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Άρα τελικά η (5.1) γράφεται ως:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (5.2)$$



Επειδή το πρόβλημα είναι αξονοσυμμετρικό κατά τον z άξονα τόσο ως προς την γεωμετρία όσο και ως την φόρτιση, έχουμε ότι:

$$\sigma_{ij}, \epsilon_{ij} = 0, \text{ για } i \neq j \text{ (} i, j = r, z, \theta \text{)} \quad (5.3)$$

Δηλαδή όλες οι διαμητικές τάσεις άρα και τροπές είναι 0. Εφόσον στο ελεύθερο άκρο του κυλίνδρου έχουμε πίεση P τότε:

$$\sigma_{zz} = P = -30\text{MPa} \quad (5.4)$$

Στην ελεύθερη κυλινδρική επιφάνεια, δεν ασκείται καμία δύναμη ή πίεση οπότε:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = 0 \quad (5.5)$$

Από την σχέση (5.2) για  $\sigma_{rr} = 0$ , συνάγεται ότι:

$$\epsilon_{rr} + \frac{\nu}{1-2\nu}(\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{zz}) = 0 \quad (5.6)$$

Από την (5.2) για  $\sigma_{\theta\theta} = 0$ , συνάγεται ότι:

$$\epsilon_{\theta\theta} + \frac{\nu}{1-2\nu}(\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{zz}) = 0 \quad (5.7)$$

Από τον συνδυασμό των σχέσεων (5.6) & (5.7) έχουμε:

$$\epsilon_{rr} = \epsilon_{\theta\theta} \quad (5.8)$$

Από το συνδυασμό των (5.6) & (5.8) προκύπτει:

$$\epsilon_{rr} = \epsilon_{\theta\theta} = -\nu\epsilon_{zz} \quad (5.9)$$

Αντίστοιχα από τον συνδυασμό των (5.2) & (5.9) έχουμε :

$$\sigma_{zz} = P = E\epsilon_{zz} \quad (5.10)$$

Έτσι από τη σχέση (5.10) υπολογίζουμε το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού, αφού έχουμε υπολογίσει με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τον μέσο όρο της τροπής του μοντέλου κατά τον z άξονα:

$$E_L = 202.6362\text{GPa}$$

Ο πίνακας E.1 μας δίνει τον μέσο όρο των τροπών για το σύνθετο B5.6/3501.6 για το τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (A).

$U_f$	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ANSYS
50%	$14,805 \times 10^{-5}$
60%	$12,372 \times 10^{-5}$

### E.1

Εφαρμόζουμε την παραπάνω διαδικασία για όλες τις περιπτώσεις περιεκτικότητας σε έγκλεισμα οπότε προκύπτει ο παρακάτω πίνακας αποτελεσμάτων, όπου για λόγους σύγκρισης έχουμε συμπεριλάβει τα αποτελέσματα από το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (A), (B), από το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο (A), (B) καθώς και τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα όπου αυτά υφίστανται για τα 4 σύνθετα υλικά που χρησιμοποιήσαμε.

Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία για μικρότερο αριθμό κόμβων και στοιχείων έτσι ώστε να δούμε κατά πόσο επηρεάζονται τα αποτελέσματα από την

επιλογή του αριθμού των στοιχείων. Έτσι, εφαρμόζουμε τα προηγούμενα βήματα για το 75% και 50% του αρχικού πλήθους των στοιχείων δηλαδή:

1. Για το 75% των αρχικών στοιχείων
    - Για  $U_f=50\%$  χρησιμοποιήθηκαν 252297 στοιχεία
    - Για  $U_f=60\%$  χρησιμοποιήθηκαν 450852 στοιχεία
    - Για  $U_f=70\%$  χρησιμοποιήθηκαν 305239 στοιχεία
- Για το 50% των αρχικών στοιχείων
- Για  $U_f=50\%$  χρησιμοποιήθηκαν 177289 στοιχεία
  - Για  $U_f=60\%$  χρησιμοποιήθηκαν 316815 στοιχεία
  - Για  $U_f=70\%$  χρησιμοποιήθηκαν 214492 στοιχεία

**Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας  $E_L$ (GPa)(100% του αρχικού πλήθους στοιχείων)**

U <sub>f</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	202,6362(+0,378%)	201,8255	201,5781(+0,378%)	200,8010	205,6919(+0,378%)	204,8990	204,6335(+0,378%)	203,8745	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	242,4853(+0,418%)	241,4753	241,2545(+0,418%)	240,2496	246,1780(+0,418%)	245,1526	244,9471(+0,418%)	243,9268	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
U <sub>f</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	202,4969(+0,378%)	201,6891	200,6653(+0,378%)	201,4418	205,5529(+0,378%)	204,7605	204,5251(+0,378%)	203,7367	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	242,3120(+0,418%)	241,3027	240,0779(+0,418%)	241,0821	246,0021(+0,418%)	244,9774	244,7721(+0,418%)	243,7525	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	282,2768(+0,482%)	280,9218	279,4958(+0,482%)	279,8439	286,5755(+0,482%)	285,1998	285,1426(+0,482%)	283,7738	-
U <sub>f</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	207,3193(+0,378%)	206,5201	206,2669(+0,378%)	205,4718	210,4965(+0,378%)	209,6651	209,4241(+0,378%)	208,6168	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	250,1245(+0,418%)	247,0826	246,8566(+0,418%)	245,8284	251,8945(+0,418%)	250,8453	250,5350(+0,418%)	249,5910	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	289,0381(+0,482%)	287,6506	287,5709(+0,482%)	286,1905	293,4397(+0,482%)	292,0311	291,9726(+0,482%)	290,5710	-
U <sub>f</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	206,9202(+0,378%)	206,1225	205,8698(+0,378%)	205,0762	210,0712(+0,378%)	209,2614	209,0209(+0,378%)	208,2151	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	249,6426(+0,418%)	247,6069	246,3814(+0,418%)	245,3551	251,4095(+0,418%)	250,3623	250,1525(+0,418%)	249,1105	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	288,4816(+0,482%)	287,0968	286,9168(+0,482%)	285,6395	292,9049(+0,482%)	291,4689	291,4104(+0,482%)	290,0115	-

(Π.18)

Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας  $E_L$ (GPa)(75% του αρχικού πλήθους στοιχείων )

U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	208,7152(+3,399)	201,8550	207,6254(+3,399)	200,8010	211,8627(+3,399)	204,8990	210,8034(+3,399)	203,8745	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	249,7599(+3,431)	241,4753	248,4921(+3,431)	240,2496	253,5634(+3,431)	245,1526	252,2955(+3,431)	243,9268	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	208,5437(+3,399)	201,6891	207,4851(+3,399)	200,6653	211,7195(+3,399)	204,7605	210,6609(+3,399)	203,7367	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	249,5814(+3,431)	241,3027	248,3146(+3,431)	240,0779	253,3821(+3,431)	244,9774	252,1152(+3,431)	243,7525	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	290,7451(+3,497)	280,9218	289,2693(+3,497)	279,4958	295,1727(+3,497)	285,1998	293,6968(+3,497)	283,7738	-
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	213,5389(+3,399)	206,5201	212,4550(+3,399)	205,4718	216,7908(+3,399)	209,6651	215,7068(+3,399)	208,6168	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	257,6282(+3,431)	249,0826	254,2623(+3,431)	245,8284	259,4514(+3,431)	250,8453	258,1540(+3,431)	249,591	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	297,7092(+3,497)	287,6506	296,1981(+3,497)	286,1905	302,2429(+3,497)	292,0311	300,7317(+3,497)	290,571	-
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	213,1278(+3,399)	206,1225	212,0459(+3,399)	205,0762	216,3734(+3,399)	209,2614	215,2915(+3,399)	208,2151	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	256,1019(+3,431)	247,6069	253,7728(+3,431)	245,3551	258,9518(+3,431)	250,3623	257,6570(+3,431)	249,1105	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	297,1360(+3,497)	287,0968	295,5243(+3,497)	285,5395	301,6921(+3,497)	291,4989	300,1527(+3,497)	290,0115	-

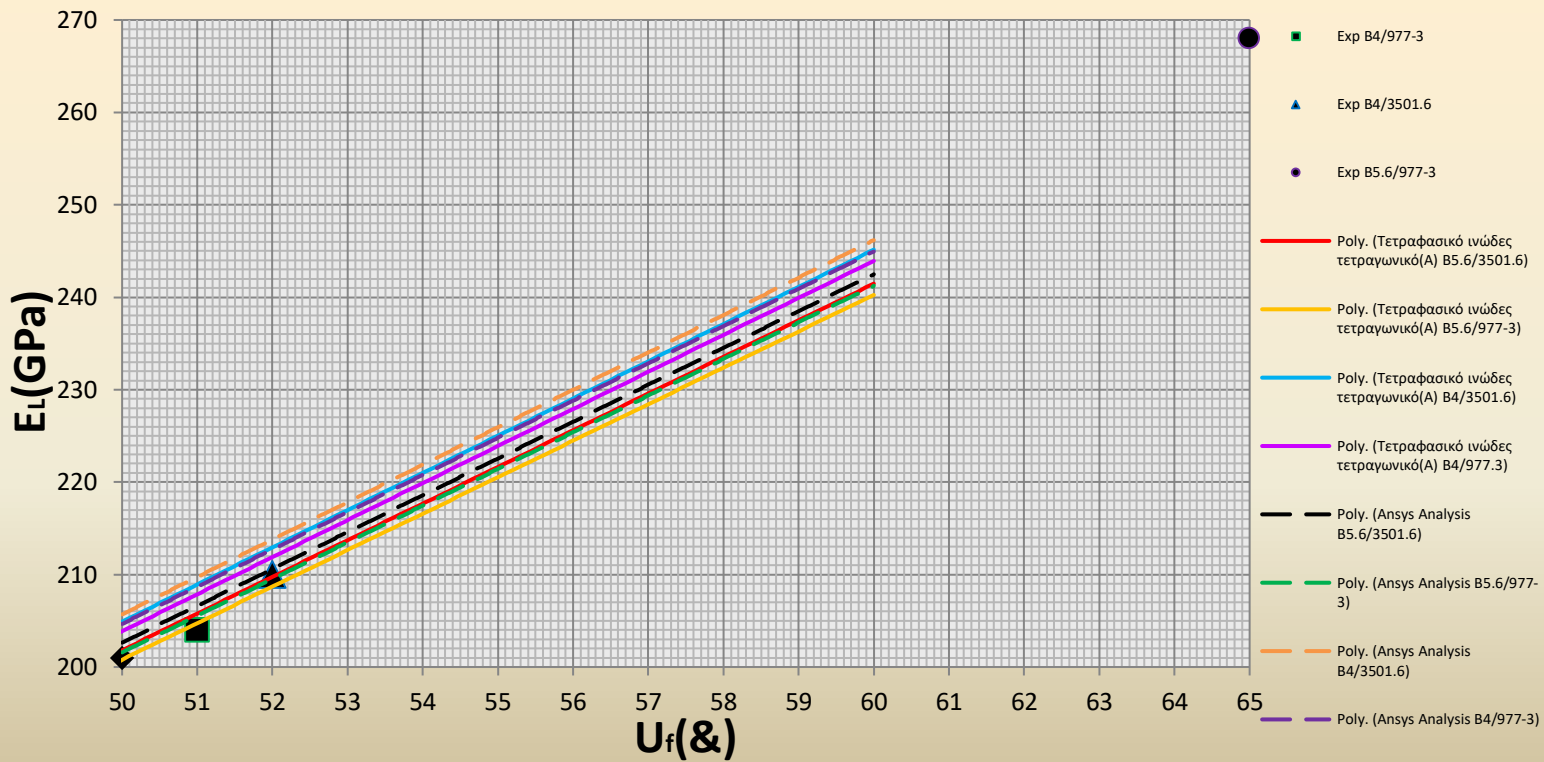
(Π.19)

Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας  $E_L$ (GPa)(50% του αρχικού πλήθους στοιχείων )

U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	212,7680(+5,406)	201,8550	211,6570(+5,406)	200,8010	215,9765(+5,406)	204,8990	214,8966(+5,406)	203,8745	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	254,6096(+5,439)	241,4753	253,3172(+5,439)	240,2496	258,4869(+5,439)	245,1526	257,1944(+5,439)	243,9268	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	212,5931(+5,406)	201,6891	211,5139(+5,406)	200,6653	215,8305(+5,406)	204,7605	214,7514(+5,406)	203,7367	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	254,4276(+5,439)	241,3027	253,1362(+5,439)	240,0779	258,3022(+5,439)	244,9774	257,0107(+5,439)	243,7525	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	296,3907(+5,506)	280,9218	294,8861(+5,506)	279,4958	300,9042(+5,506)	285,1998	299,3997(+5,506)	283,7738	-
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	217,6853(+5,406)	206,5201	216,5803(+5,406)	205,4718	221,0003(+5,406)	209,6651	219,8953(+5,406)	208,6168	217,6853
51	-	-	-	-	-	-	-	-	-
52	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	262,6307(+5,439)	249,0826	259,1995(+5,439)	245,8284	264,4893(+5,439)	250,8453	263,1667(+5,439)	249,5910	262,6307
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	303,4900(+5,506)	287,6506	301,9495(+5,506)	286,1905	308,1117(+5,506)	292,0311	306,5712(+5,506)	290,5710	303,4900
U <sub>I</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	217,2662(+5,406)	206,1225	216,1633(+5,406)	205,0762	220,5748(+5,406)	209,2614	219,4719(+5,406)	208,2151	201
51	-	-	-	-	-	-	-	-	204
52	-	-	-	-	-	-	-	-	210
60	261,0747(+5,439)	247,6069	258,7004(+5,439)	245,3551	263,9800(+5,439)	250,3623	262,6601(+5,439)	249,1105	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	268
70	302,9057(+5,506)	287,0968	301,2626(+5,506)	285,5395	307,5502(+5,506)	291,4989	305,9809(+5,506)	290,0115	-

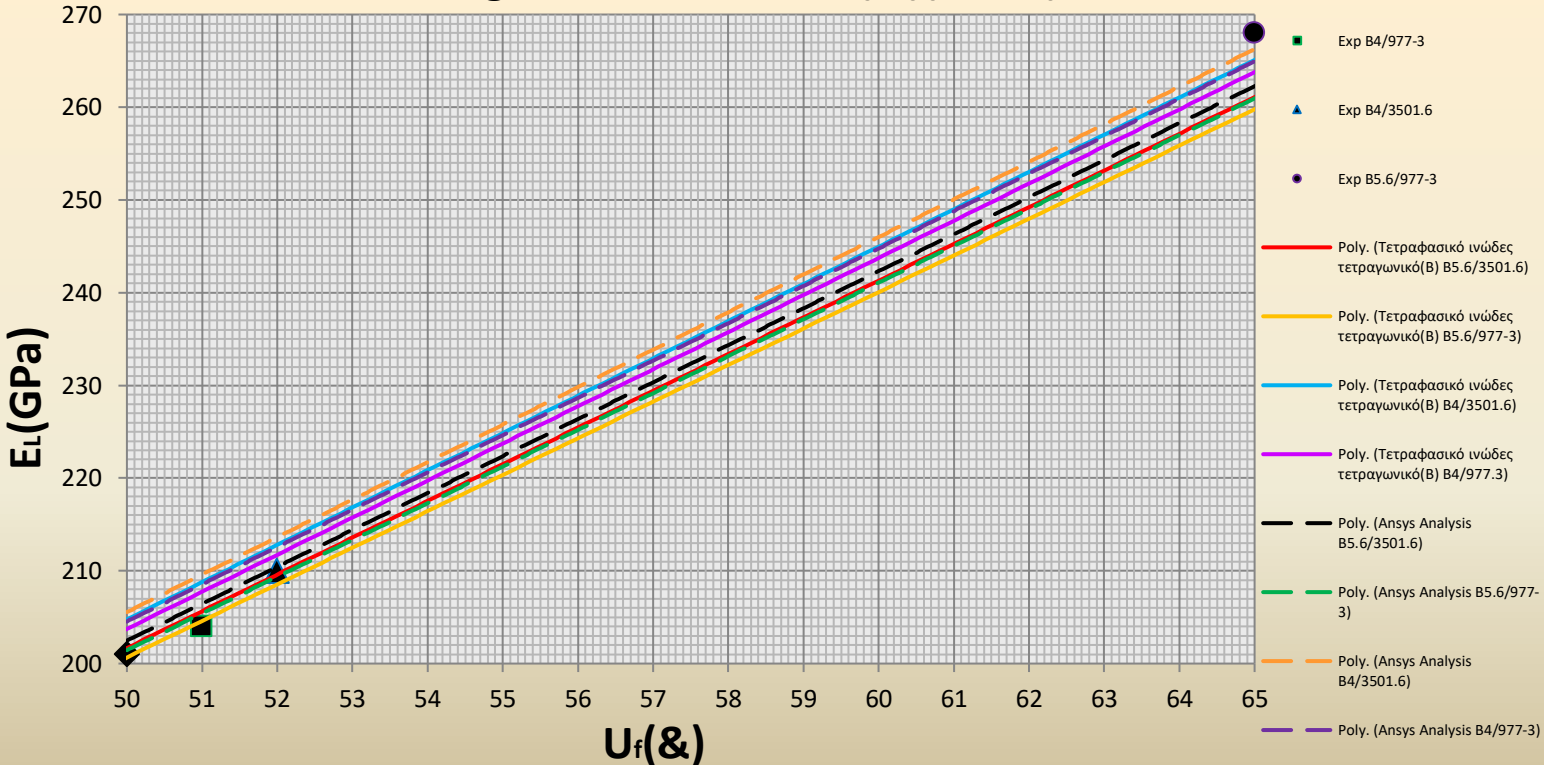
(Π.20)

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(100%)



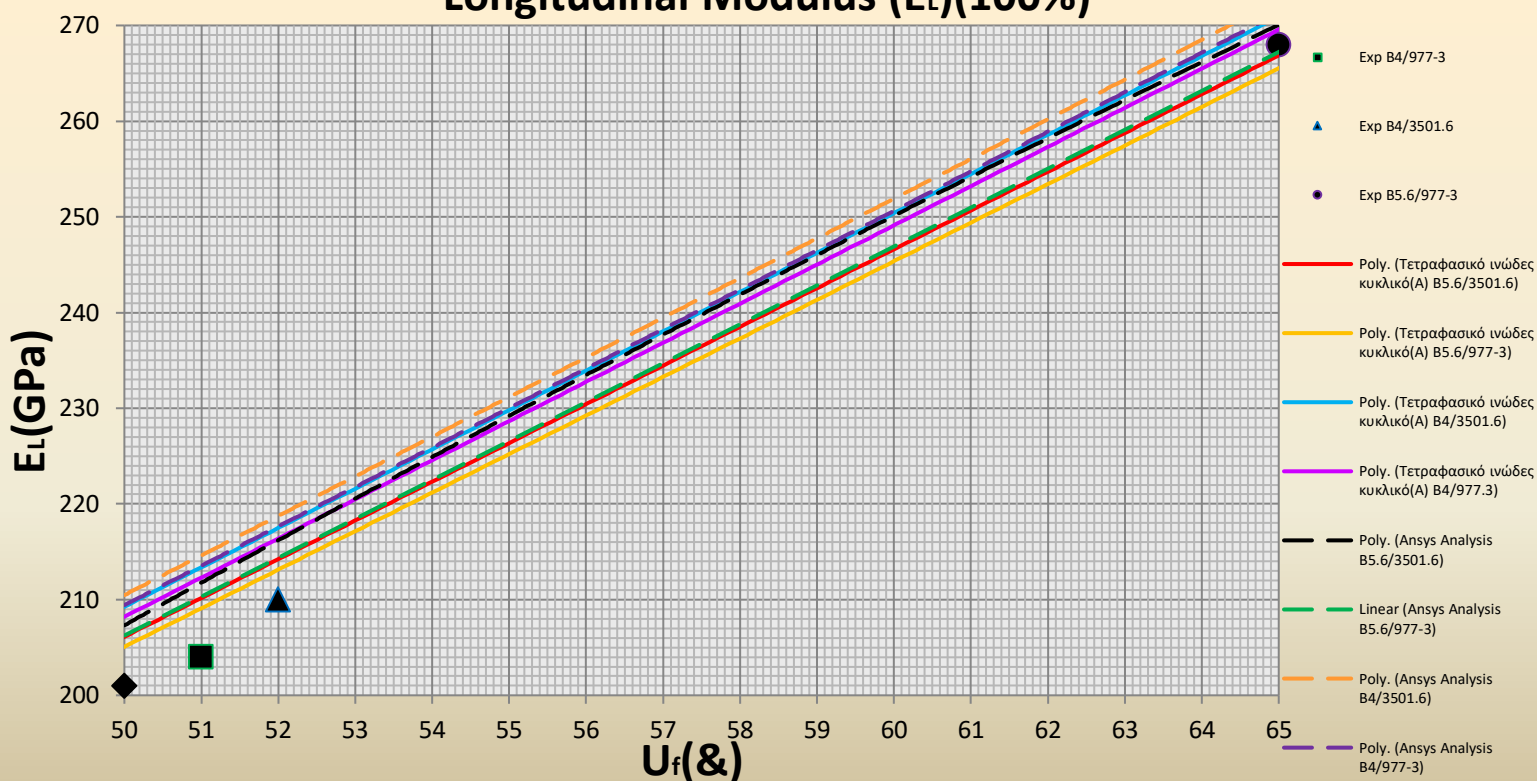
(Δ.5.4.2.1)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(100%)



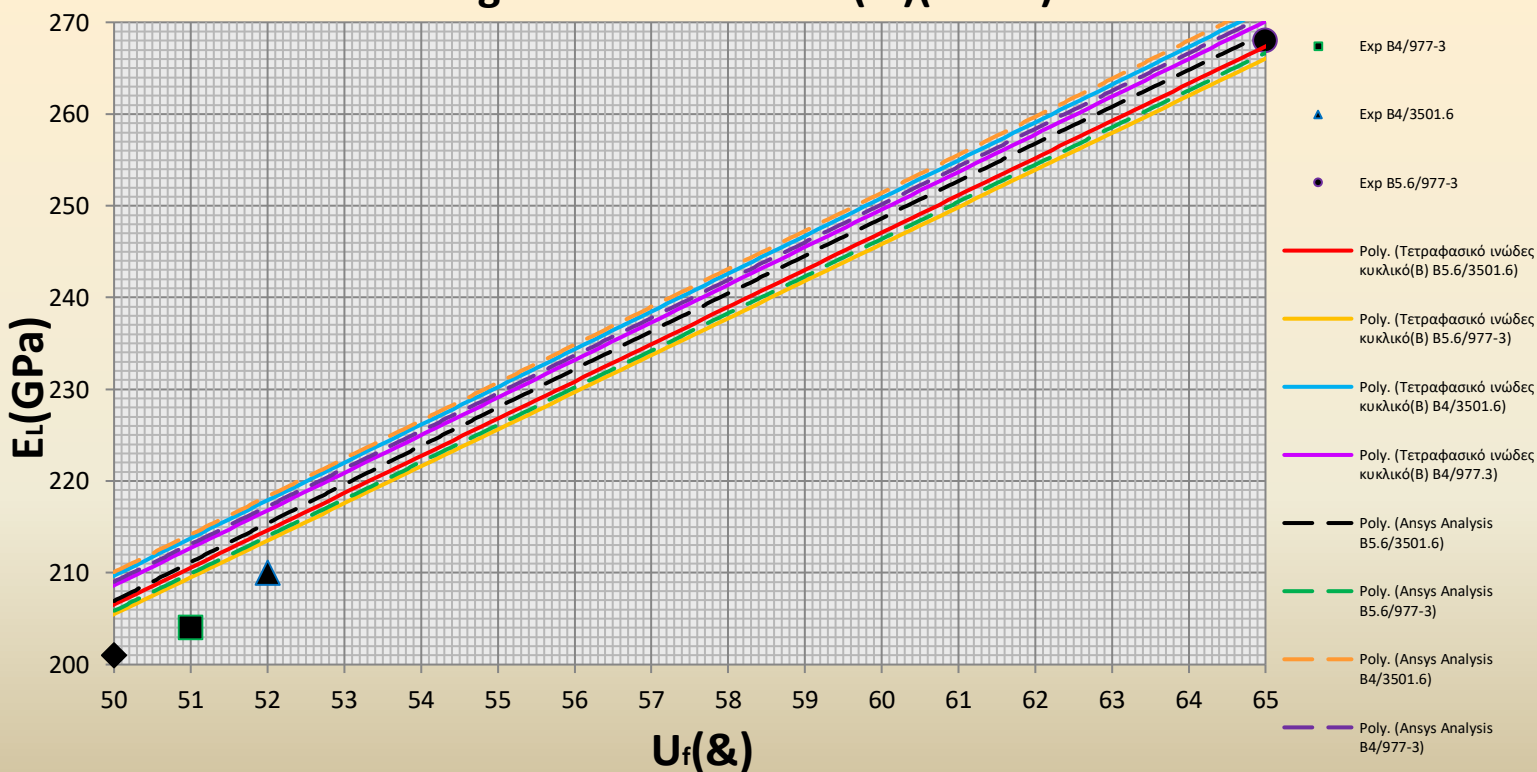
(Δ.5.4.2.2)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(100%)



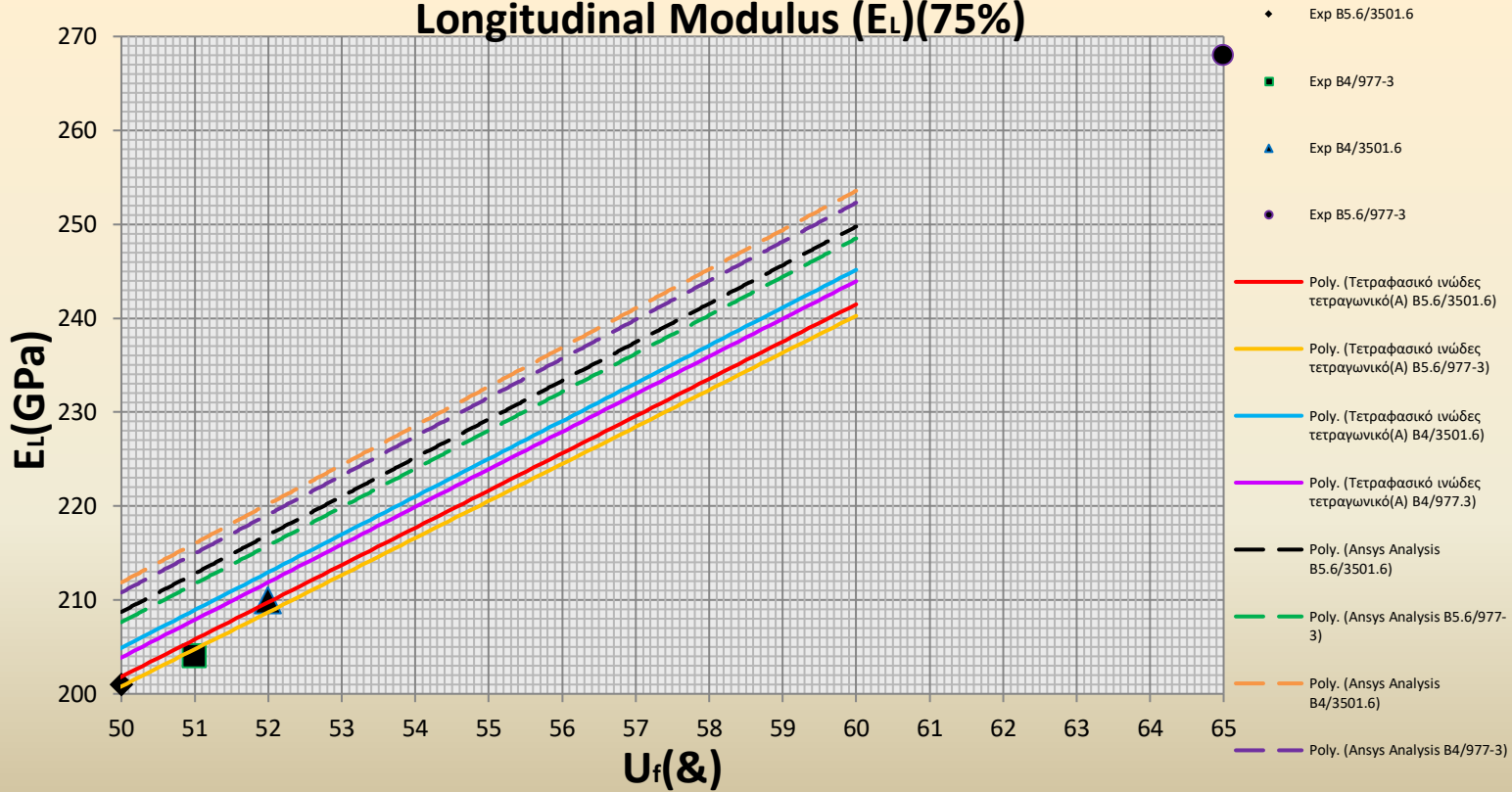
(Δ.5.4.2.3)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(100%)



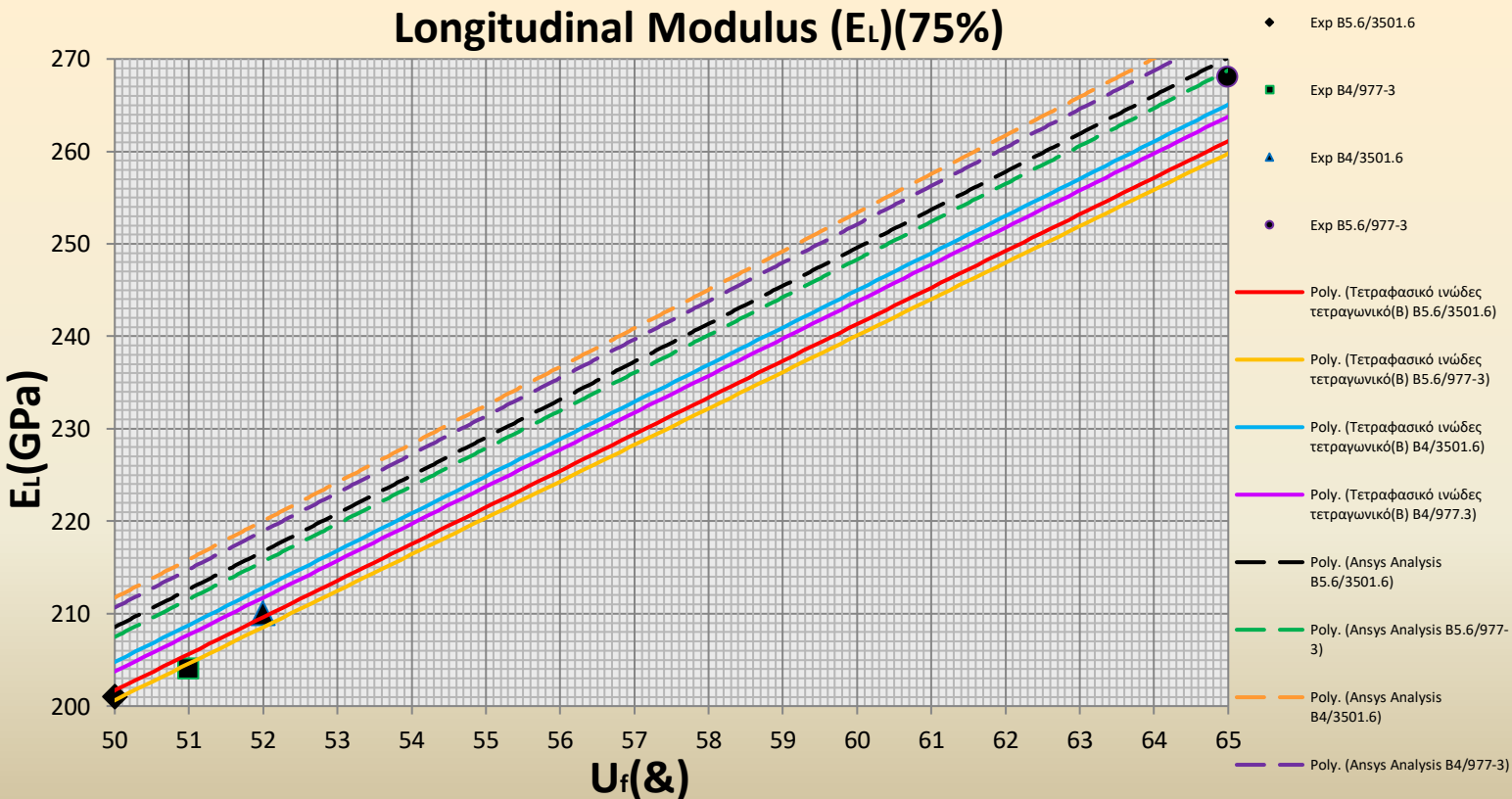
(Δ.5.4.2.4)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(75%)



(Δ.5.4.2.5)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

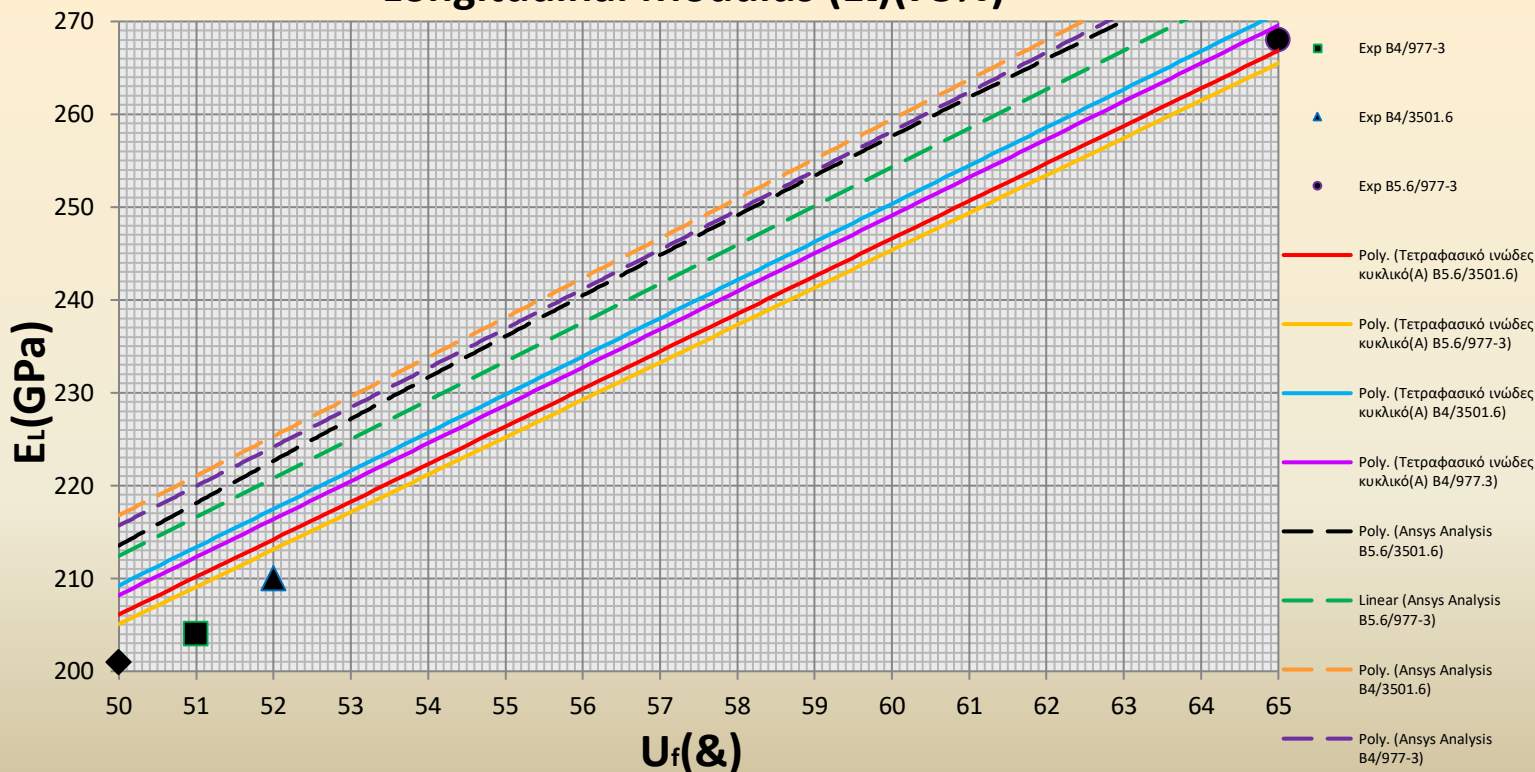
### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(75%)



(Δ.5.4.2.6)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

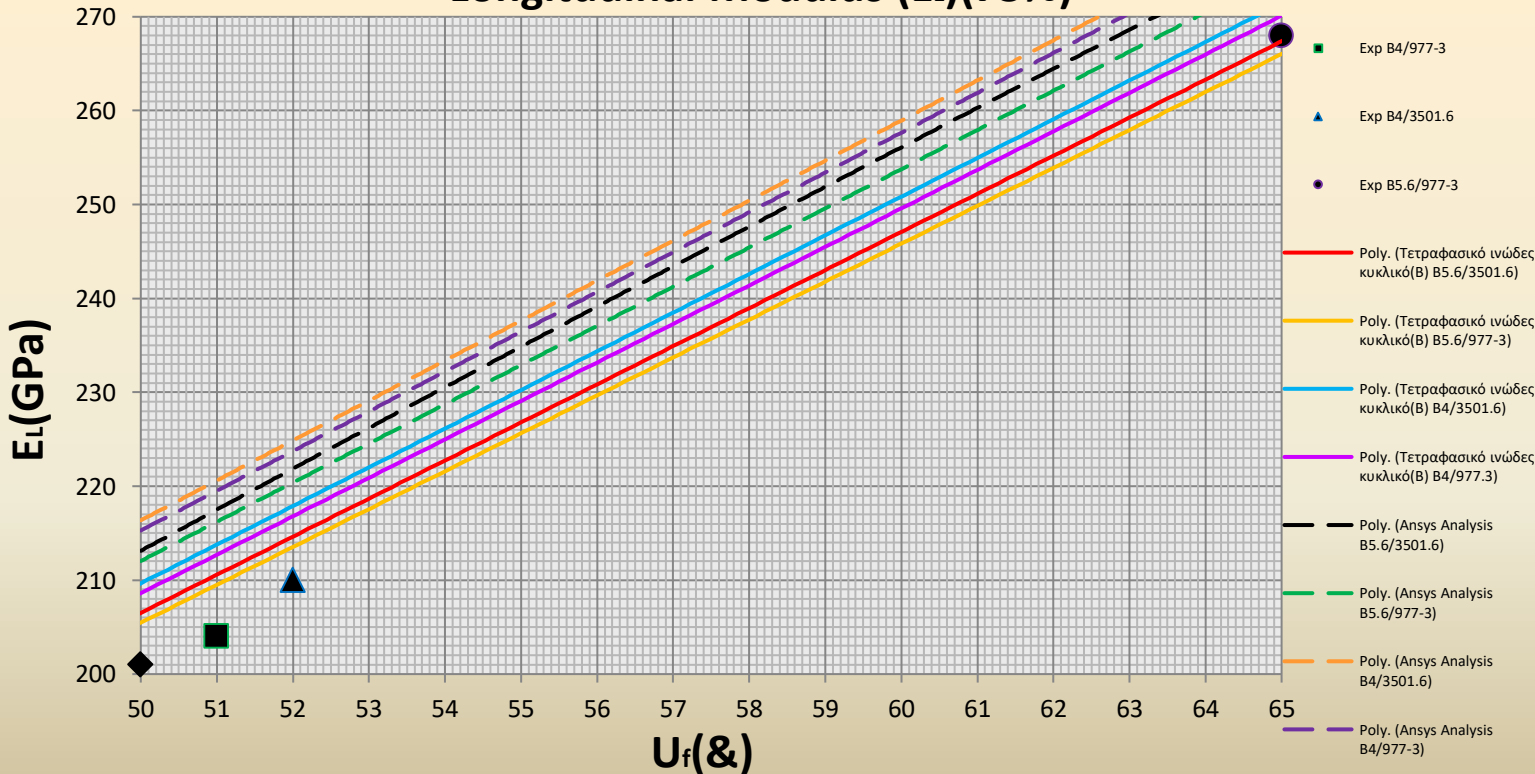


### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(75%)



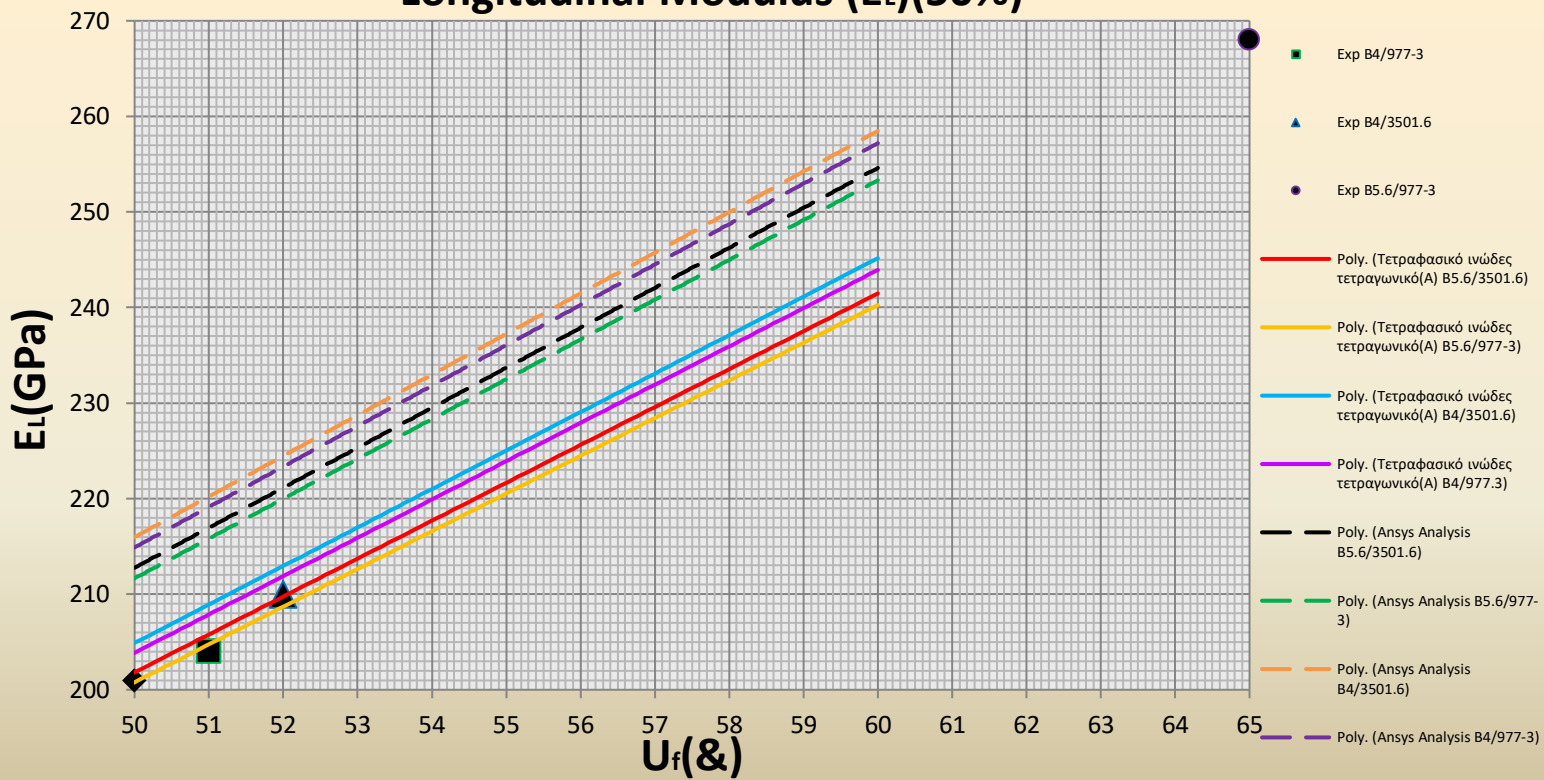
(Δ.5.4.2.7)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Κοκκικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(75%)



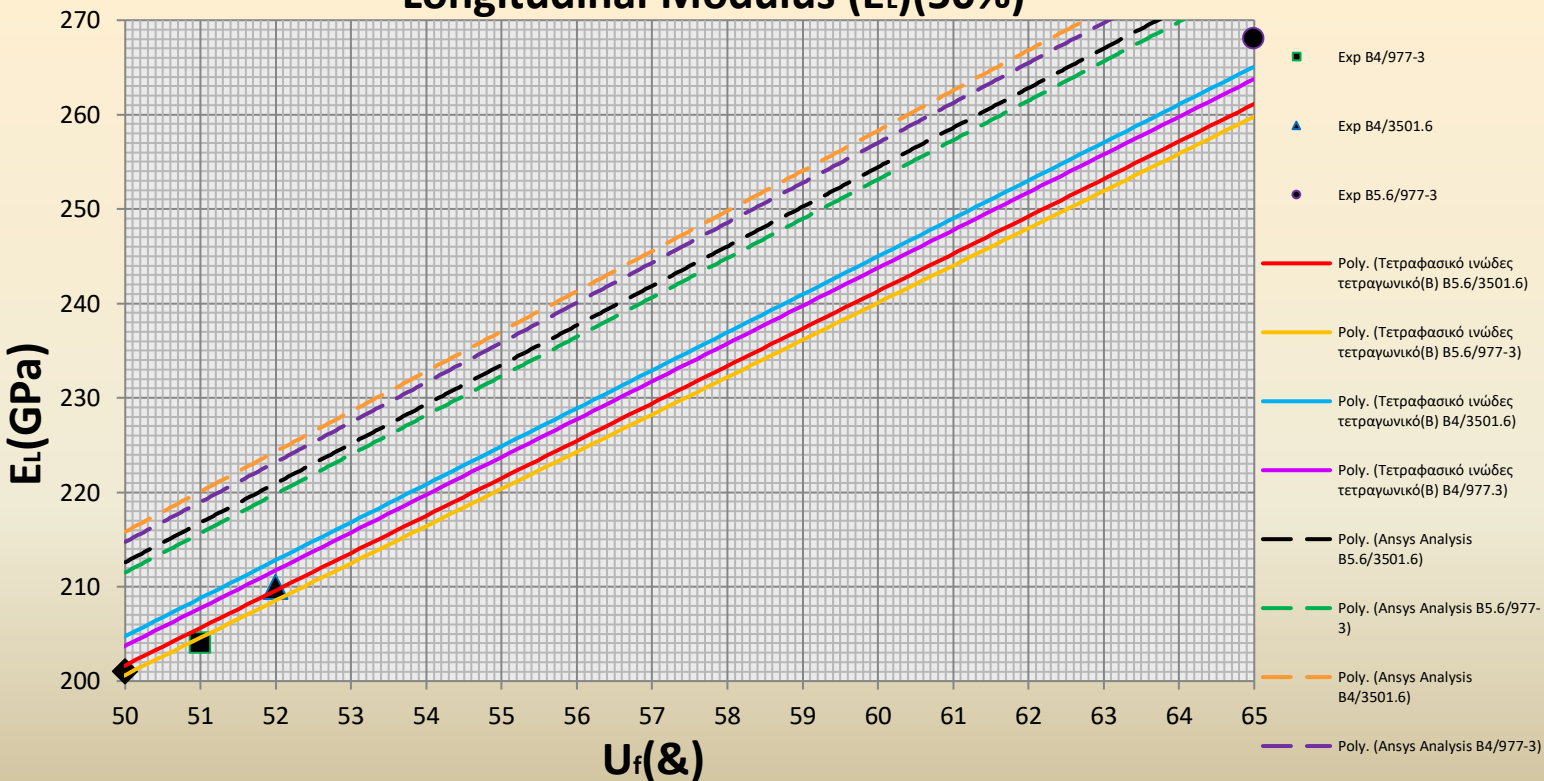
(Δ.5.4.2.8)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Κοκκικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(50%)



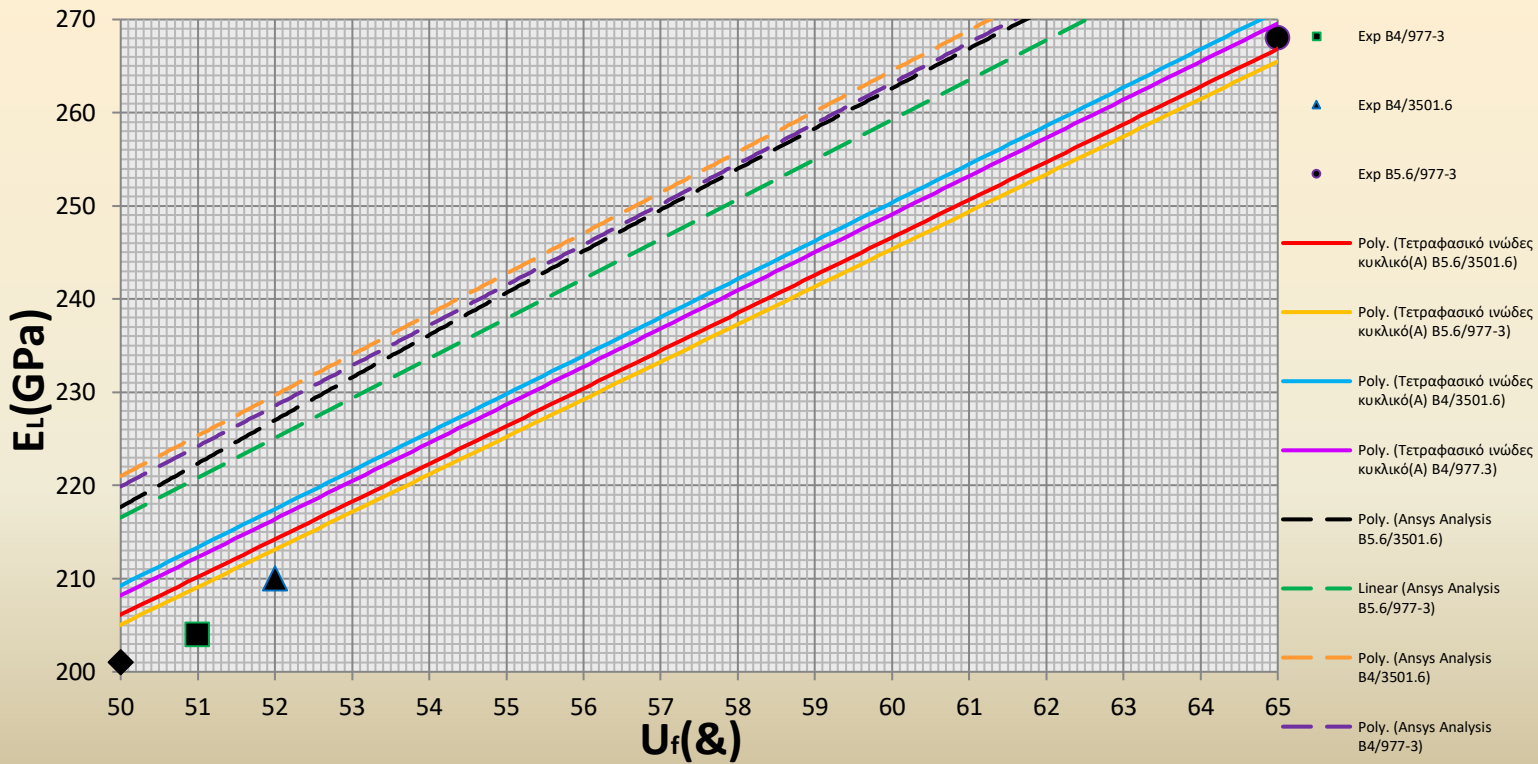
(Δ.5.4.2.9)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(50%)



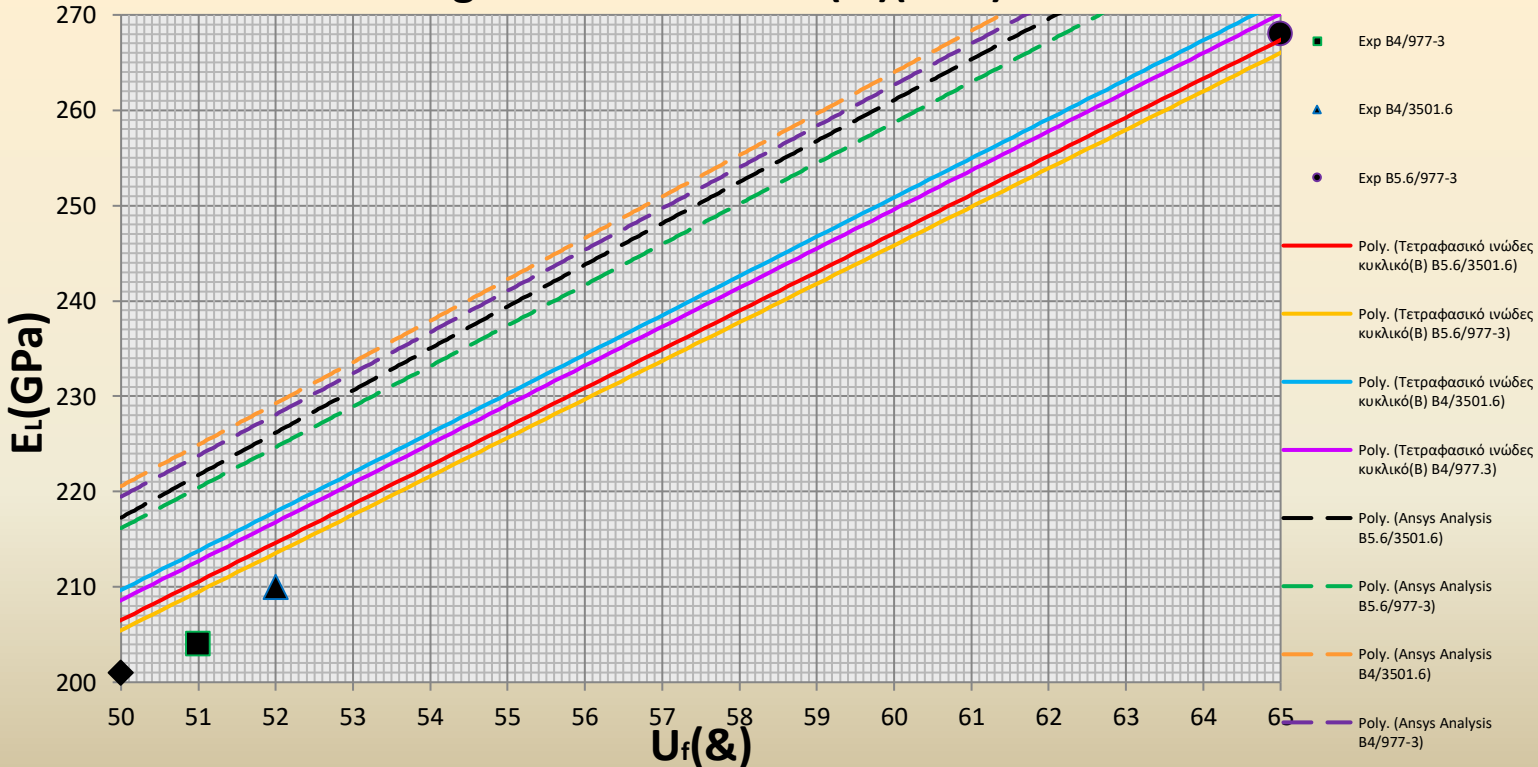
(Δ.5.4.2.10)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(50%)

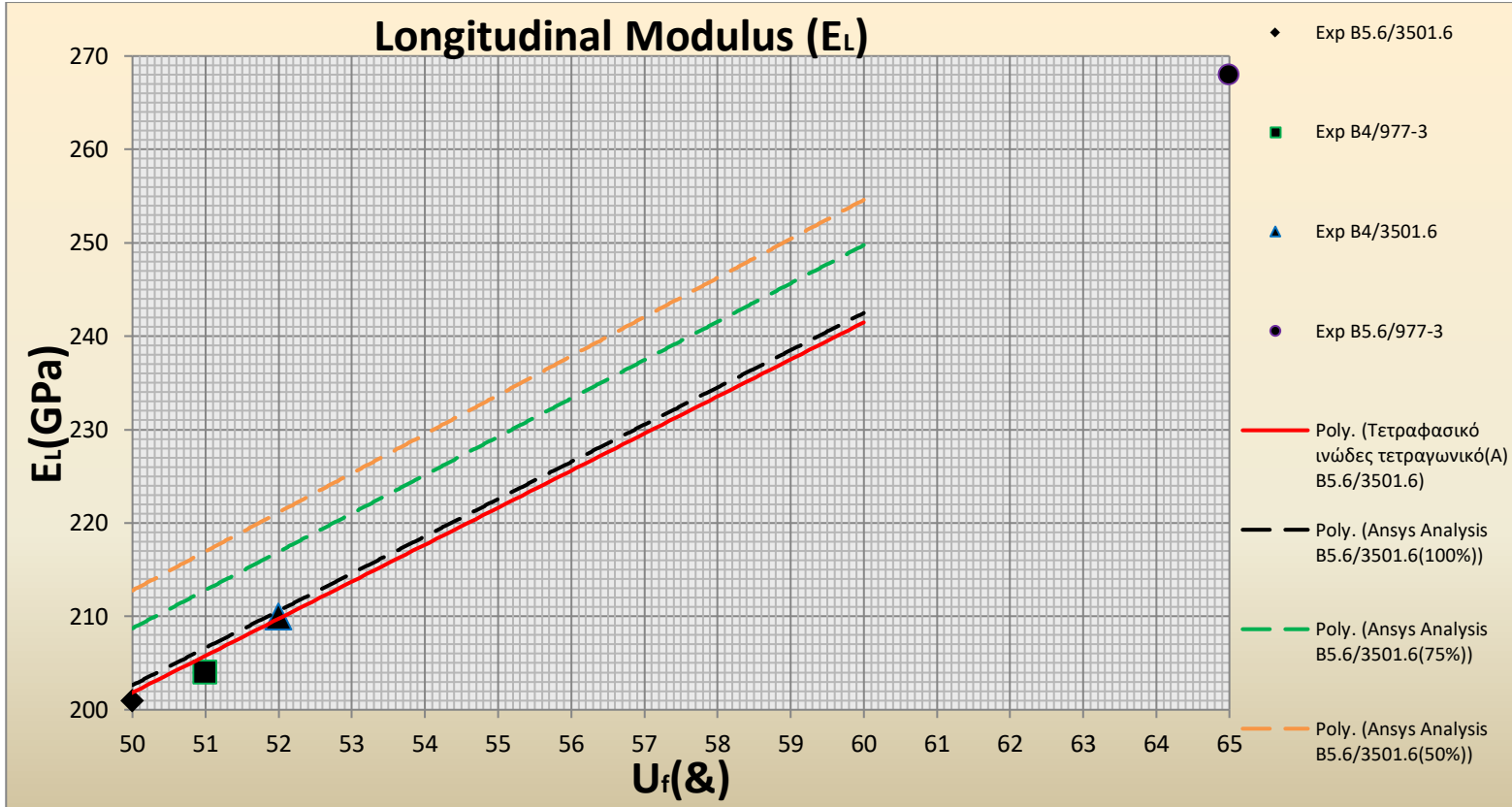


(Δ.5.4.2.11)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

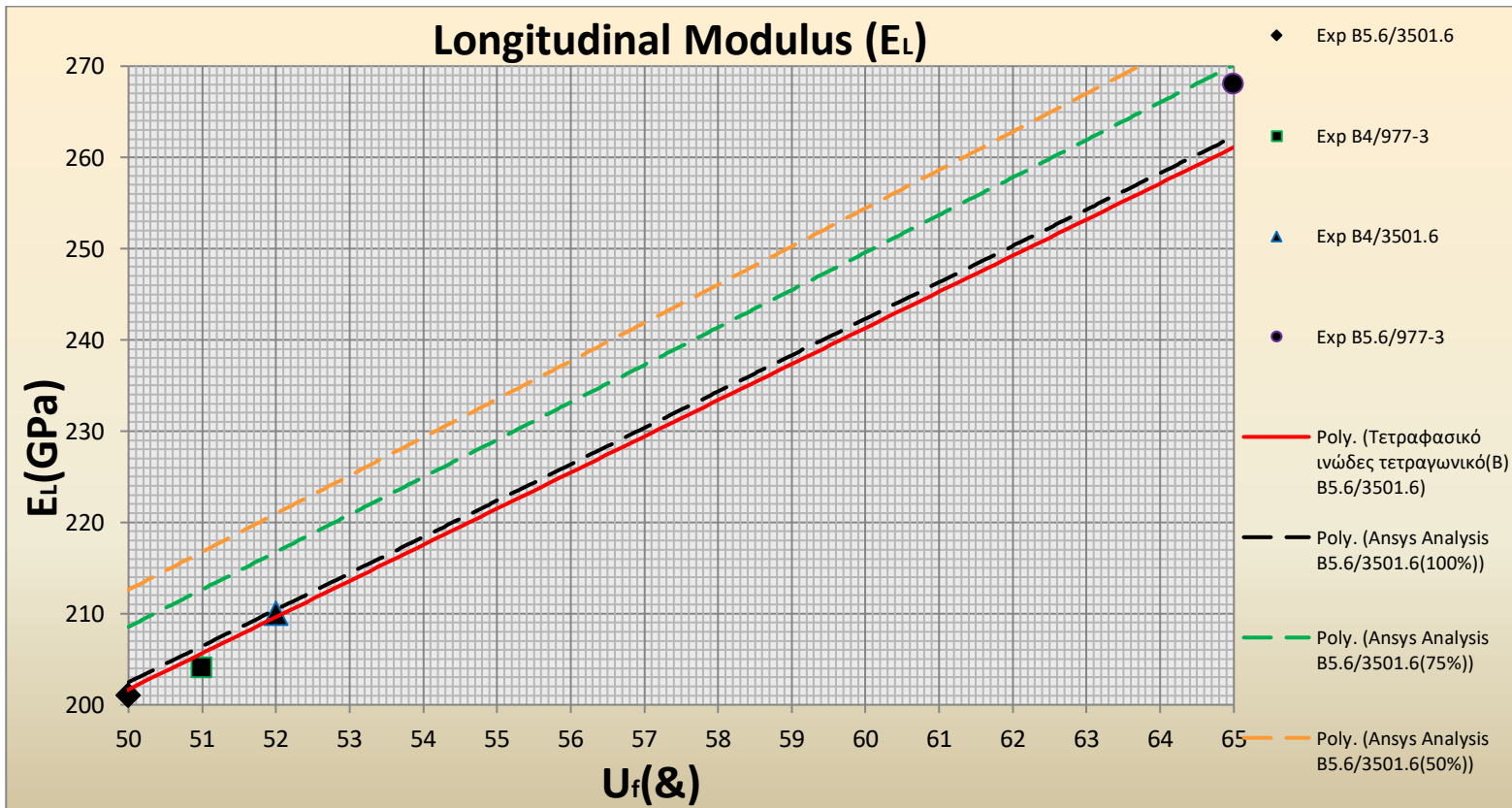
### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )(50%)



(Δ.5.4.2.12)~Διαμήκες Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

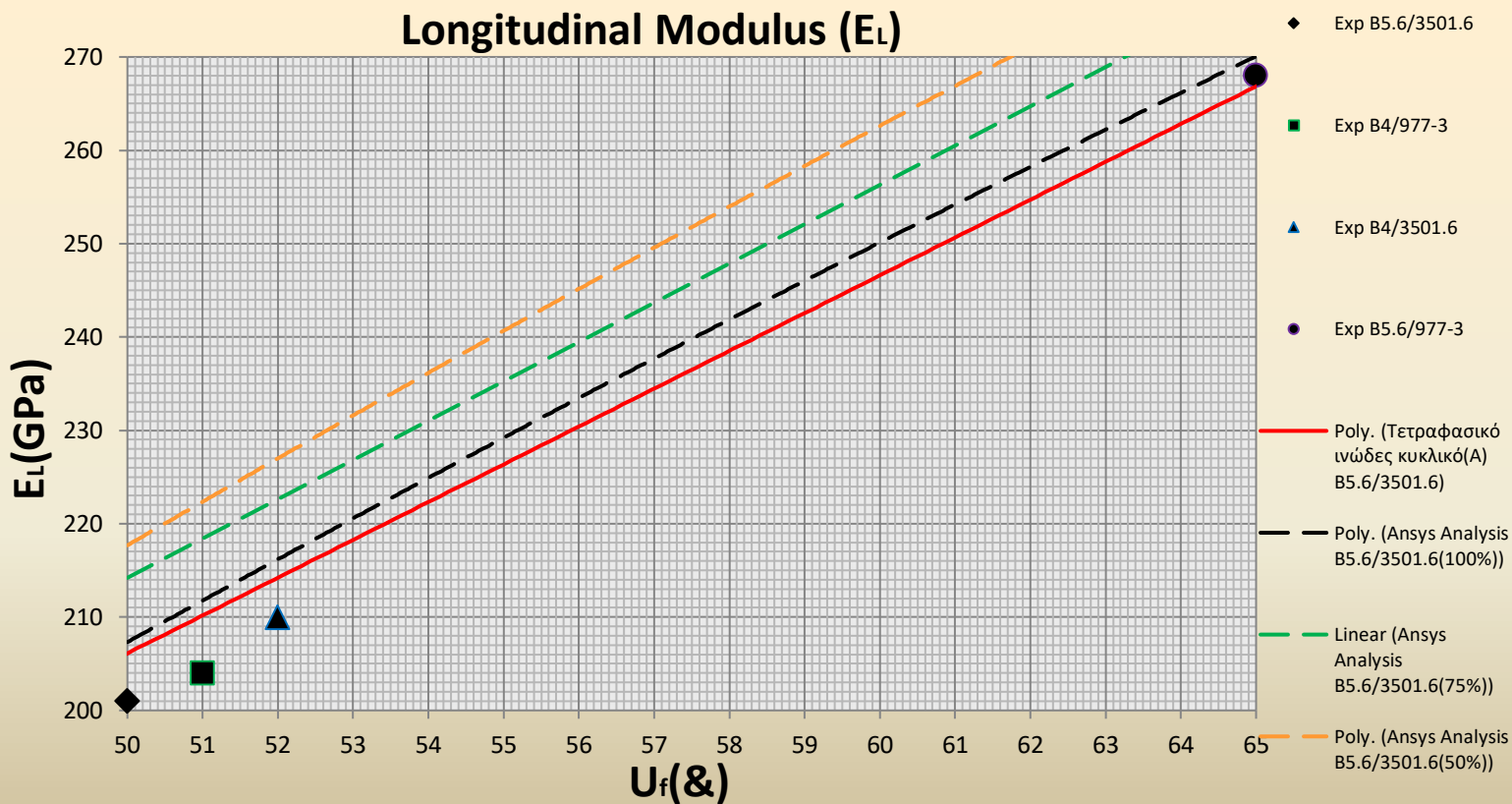


(Δ.5.4.3.Ι)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(A) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~



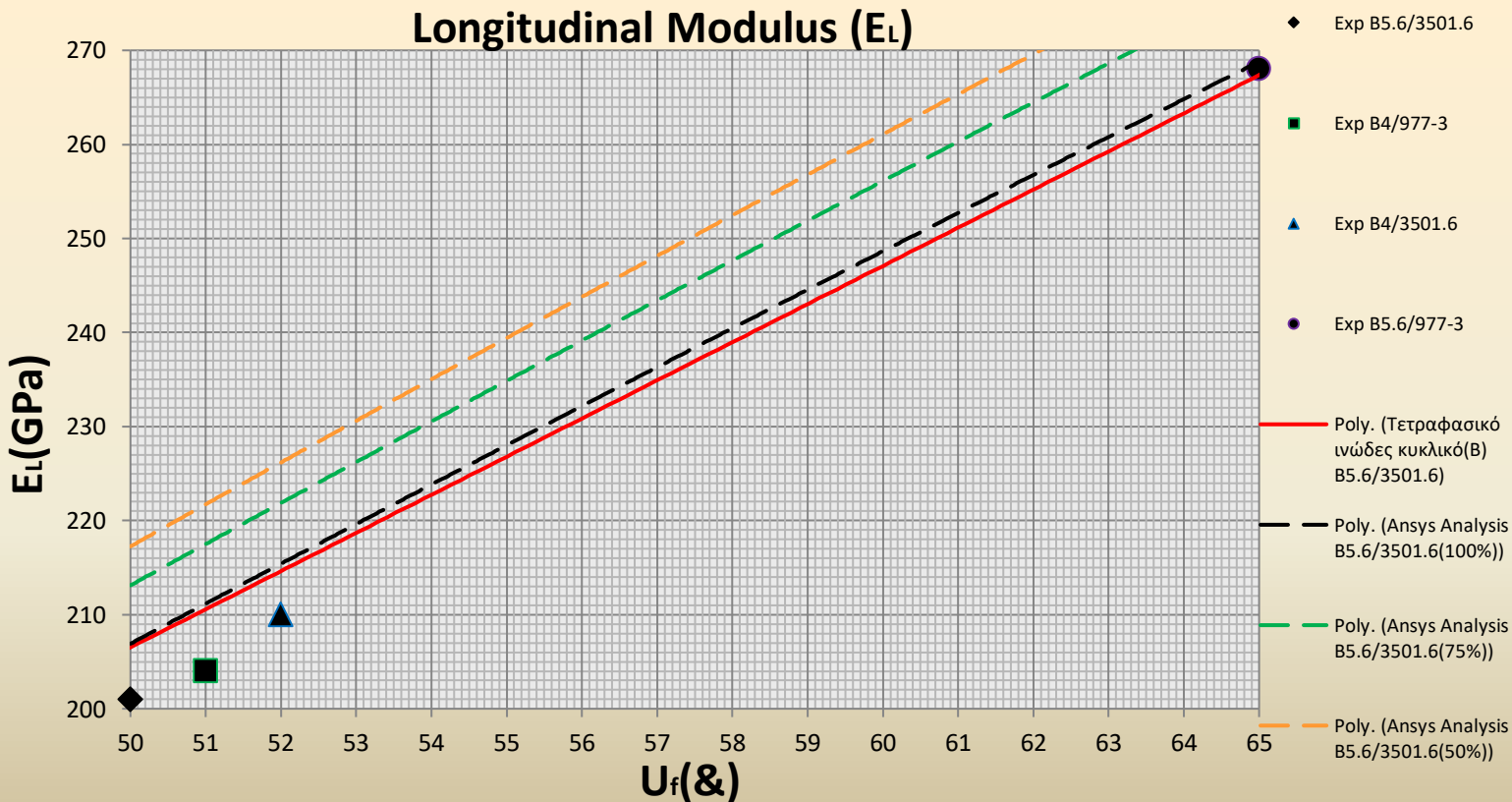
(Δ.5.4.3.ΙΙ)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(B) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )



(Δ.5.4.3.III)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(A) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6

### Longitudinal Modulus ( $E_L$ )

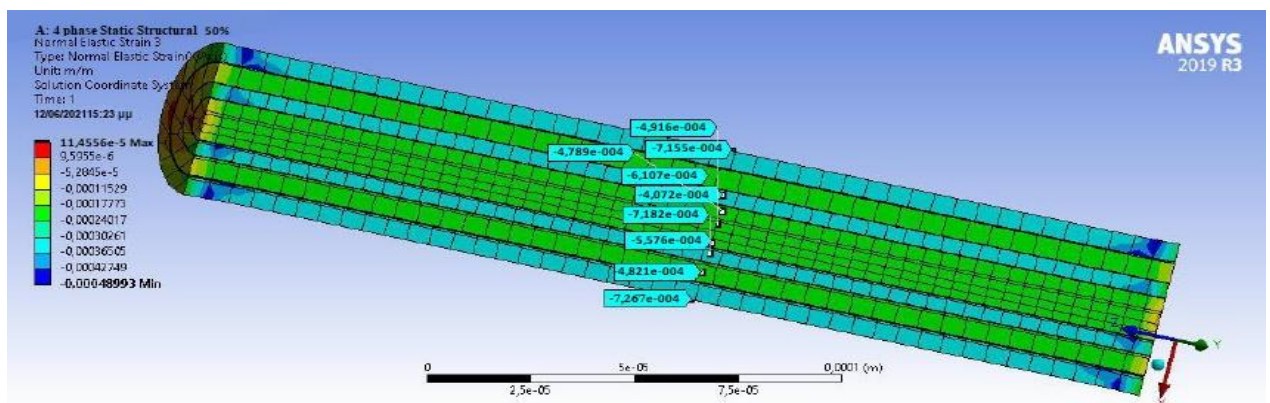


(Δ.5.4.3.IV)~Διαμήκης Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(B) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~

Στα παραπάνω διαγράμματα έχουμε απεικονίσει την συγκριτική μελέτη του θεωρητικού τετραφασικό τετραγωνικού μοντέλου (A) με τα αποτελέσματα που λάβαμε από το ANSYS(Δ.5.4.2.1) για το διαμήκη μέτρο ελαστικότητας  $E_L$  και επαναλάβαμε την διαδικασία για το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.2.2), το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο (A)(Δ.5.4.2.3) και το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.2.4). Η απεικόνιση των παραπάνω μοντέλων στα συγκεκριμένα διαγράμματα έγινε για τα τέσσερα είδη συνθέτων (B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4/3501.6, B4/977-3) που είχαμε πειραματικά δεδομένα, για το μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων που επιτρέπει η υπολογιστική μας δύναμη. Στους πίνακες Π18, Π19, Π20 έχουμε τις τιμές που έχουμε υπολογίσει από τα τετραφασικά θεωρητικά μοντέλα και από το ANSYS και έχουμε προσθέσει και την ποσοστιαία απόκλιση του προγράμματος από τις θεωρητικές τιμές. Έτσι λοιπόν, παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση θεωρητικών αποτελεσμάτων και προσομοιώσεων μέσω ANSYS και για τα 4 μοντέλα, για κάθε τύπο συνθέτου, η οποία φαίνεται από την πολύ μικρή ποσοστιαία απόκλιση από τα θεωρητικά μοντέλα. Στα διαγράμματα (Δ.5.4.2.5)- (Δ.5.4.2.8) και (Δ.5.4.2.9)- (Δ.5.4.2.12) επαναλάβαμε την ίδια διαδικασία για μειωμένο αριθμό στοιχείων, συγκεκριμένα 75% και 50% του αρχικού. Στις δύο αυτές σειρές διαγραμμάτων βλέπουμε ελαφρώς χαμηλότερο βαθμό σύγκλισης χωρίς όμως να έχουμε απόκλιση μεγαλύτερη του 10% από τις θεωρητικές τιμές οι οποίες ήταν ήδη πολύ κοντά στα πειραματικά δεδομένα όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τέλος, στα διαγράμματα (Δ.5.4.2.I)- (Δ.5.4.2.II) κάνουμε σύγκριση των αποτελεσμάτων του ANSYS για διαφορετικό αριθμό στοιχείων για καθένα από τα θεωρητικά μοντέλα για το σύνθετο B5.6/3501.6. Είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι η μείωση των στοιχείων κατά 25% και 50% δεν επέφερε μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων γεγονός πολύ χρήσιμο σε περιπτώσεις περιορισμένων υπολογιστών πόρων όπου μπορεί να είναι αποδεκτή η χρήση πολύ λιγότερων στοιχείων. Συμπεραίνουμε ότι όσον αφορά το διαμήκη μέτρο ελαστικότητας  $E_L$  η χρήση πεπερασμένων στοιχείων μέσω ANSYS δίνει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τα τετραφασικά μοντέλα.

### 5.4.3. Υπολογισμός του λόγου Poisson $\nu_{LT}$

Παρακάτω παρουσιάζουμε την υπολογιστική προσέγγιση του διαμήκους λόγου Poisson  $\nu_{LT}$  δηλαδή τον αρνητικό λόγο των εγκάρσιων προς της διαμήκεις τροπές ( $\nu_{LT} = -\epsilon_T / \epsilon_{LT}$ ). Η  $\epsilon_T$  είναι η εγκάρσια ή ακτινική τροπή  $\epsilon_r = \epsilon_x = \epsilon_y$  και  $\epsilon_{LT}$  είναι η διαμήκης τροπή κατά τον διαμήκη άξονα z του κυλινδρικού δοκιμίου που υπολογίσαμε παραπάνω. Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία με την προηγούμενη παράγραφο παίρνουμε από την επίλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία για το πλήρες υπολογιστικό τετραφασικό μοντέλο, τα αποτελέσματα για τις εγκάρσιες τροπές ως προς τον x άξονα, όπως ακριβώς φαίνεται στις παρακάτω εικόνες.



Εικόνα 5.4.4 Εγκάρσιες τροπές του τετραφασικού υπολογιστικού μοντέλου κατά τον x άξονα με  $U_f=50\%$ .

Από το παραμορφωμένο μοντέλο λάβαμε εννέα μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά τον x άξονα. Η μέση τιμή των τιμών για τις τροπές κατά τον x άξονα για το τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο(A) είναι  $\epsilon_{rr} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{xx} = -5,765 \times 10^{-4}$  για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα  $U_f=50\%$ . Ο πίνακας E.2 μας δίνει τον μέσο όρο των εγκάρσιων τροπών για το σύνθετο B5.6/3501.6 για το τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (A).

$U_f$	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΤΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ANSYS
50%	$5,765 \times 10^{-4}$
60%	$5,245 \times 10^{-4}$

#### E.2

Εφαρμόζουμε την παραπάνω διαδικασία για όλες τις περιπτώσεις περιεκτικότητας σε έγκλεισμα, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες (Π.21), (Π.22), (Π.23) όπου για λόγους σύγκρισης έχουμε συμπεριλάβει τα αποτελέσματα από το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο(A) και (B) και από το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο(A) και (B), καθώς

και τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα όπου αυτά υφίστανται. Έχουμε επίσης προσθέσει όπως πριν τα αποτελέσματα για μικρότερο αριθμό στοιχείων.



Λόγος Poisson  $\nu_{Lr}$ (100% του αρχικού πλήθους στοιχείων )

U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2572(+1,465%)	0,2535	0,2572(+1,465%)	0,2535	0,2623(+1,465%)	0,2585	0,2623(+1,465%)	0,2585	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0,2359(+4,280%)	0,2262	0,2359(+4,280%)	0,2262	0,2406(+4,280%)	0,2307	0,2406(+4,280%)	0,2307	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2590(+1,465%)	0,2553	0,2590(+1,465%)	0,2553	0,2669(+1,465%)	0,2630	0,2669(+1,465%)	0,2630	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0,2383(+4,280%)	0,2285	0,2383(+4,280%)	0,2285	0,2454(+4,280%)	0,2353	0,2454(+4,280%)	0,2353	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0,2033(+0,482%)	0,2023	0,2033(+0,482%)	0,2023	0,2093(+0,482%)	0,2083	0,2093(+0,482%)	0,2083	-
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,1929(+1,465%)	0,1901	0,1929(+1,465%)	0,1901	0,2064(+1,465%)	0,2034	0,2064(+1,465%)	0,2034	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0,1651(+4,280%)	0,1583	0,1651(+4,280%)	0,1583	0,1767(+4,280%)	0,1694	0,1767(+4,280%)	0,1694	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0,1423(+0,482%)	0,1416	0,1423(+0,482%)	0,1416	0,1522(+0,482%)	0,1515	0,1522(+0,482%)	0,1515	-
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,1995(+1,465%)	0,1966	0,1995(+1,465%)	0,1966	0,2154(+1,465%)	0,2123	0,2154(+1,465%)	0,2123	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0,1715(+4,280%)	0,1645	0,1715(+4,280%)	0,1645	0,1853(+4,280%)	0,1777	0,1853(+4,280%)	0,1777	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0,1463(+0,482%)	0,1456	0,1463(+0,482%)	0,1456	0,1581(+0,482%)	0,1573	0,1581(+0,482%)	0,1573	-

(Π.21)

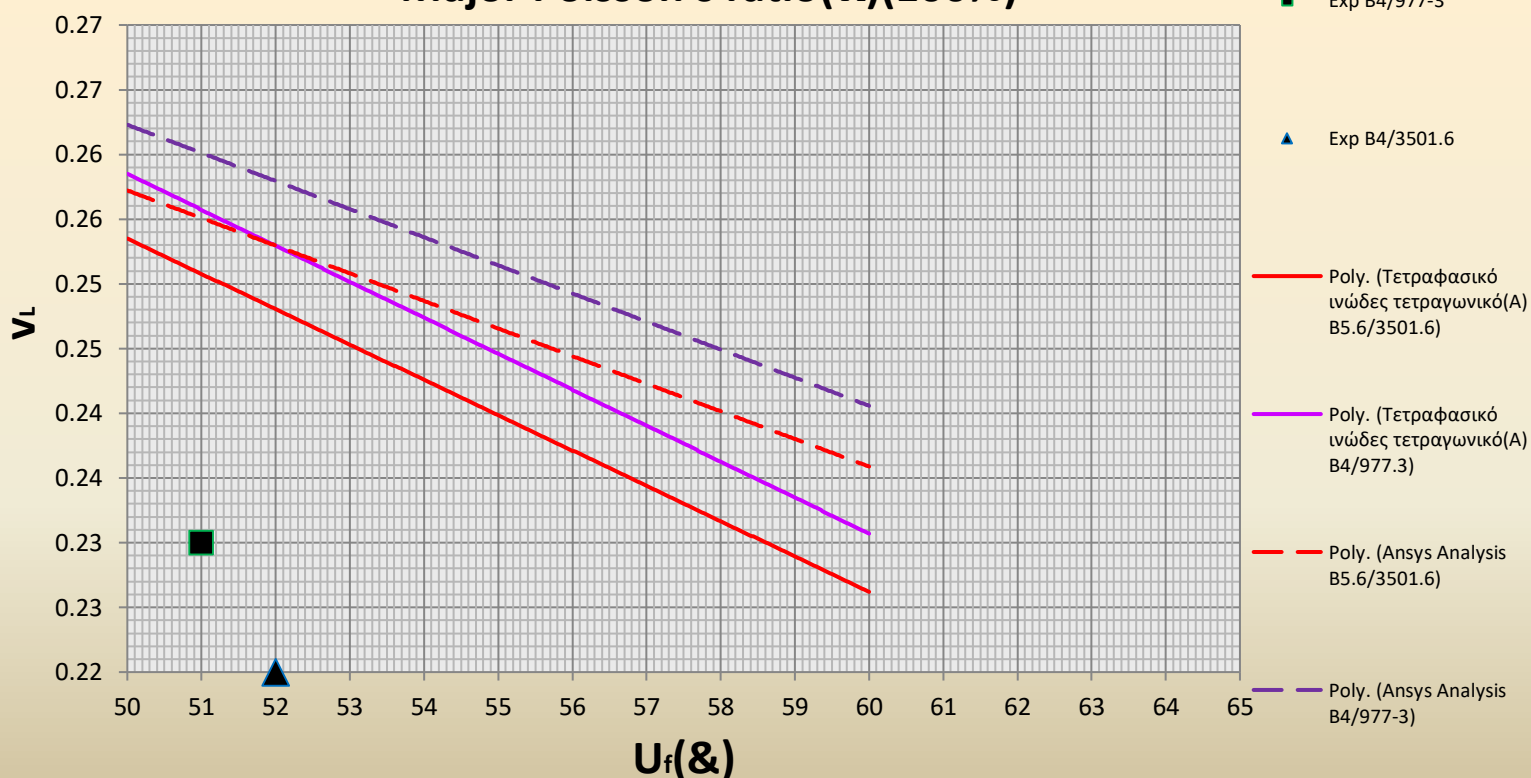
Λόγος Poisson $\nu_{Lr}(75\%$ του αρχικού πλήθους στοιχείων )									
$U_f$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0.2675(+5,524%)	0,2535	0,2675(+5,524%)	0,2535	0,2728(+5,524%)	0,2585	0,2728(+5,524%)	0,2585	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0.2453(+8,451%)	0,2262	0,2453(+8,451%)	0,2262	0,2502(+8,451%)	0,2307	0,2502(+8,451%)	0,2307	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
$U_f$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0.2694(+5,524%)	0,2553	0,2694(+5,524%)	0,2553	0,2775(+5,524%)	0,263	0,2775(+5,524%)	0,263	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0.2478(+8,451%)	0,2285	0,2478(+8,451%)	0,2285	0,2552(+8,451%)	0,2353	0,2552(+8,451%)	0,2353	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0.2114(+4,502%)	0,2023	0,2114(+4,502%)	0,2023	0,2177(+4,502%)	0,2083	0,2177(+4,502%)	0,2083	-
$U_f$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0.2006(+5,524%)	0,1901	0,2006(+5,524%)	0,1901	0,2146(+5,524%)	0,2034	0,2146(+5,524%)	0,2034	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0.1717(+8,451%)	0,1583	0,1717(+8,451%)	0,1583	0,1837(+8,451%)	0,1694	0,1837(+8,451%)	0,1694	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0.1480(+4,502%)	0,1416	0,1480(+4,502%)	0,1416	0,1583(+4,502%)	0,1515	0,1583(+4,502%)	0,1515	-
$U_f$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0.2075(+5,524%)	0,1966	0,2075(+5,524%)	0,1966	0,2240(+5,524%)	0,2123	0,2240(+5,524%)	0,2123	0.170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0.202
60	0.1784(+8,451%)	0,1645	0,1784(+8,451%)	0,1645	0,1927(+8,451%)	0,1777	0,1927(+8,451%)	0,1777	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0.207
70	0.1522(+4,502%)	0,1456	0,1522(+4,502%)	0,1456	0,1644(+4,502%)	0,1573	0,1644(+4,502%)	0,1573	-

(Π.22)

Λόγος Poisson $\nu_{LT}$ (50% του αρχικού πλήθους στοιχείων)									
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2726(+7,553%)	0,2535	0,2726(+7,553%)	0,2535	0,2780(+7,553%)	0,2585	0,2780(+7,553%)	0,2585	0,170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0,203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0,202
60	0,2500(+10,537%)	0,2262	0,2500(+10,537%)	0,2262	0,2550(+10,537%)	0,2307	0,2550(+10,537%)	0,2307	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0,207
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2746(+7,553%)	0,2553	0,2746(+7,553%)	0,2553	0,2829(+7,553%)	0,2630	0,2829(+7,553%)	0,2630	0,170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0,203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0,202
60	0,2526(+10,537%)	0,2285	0,2526(+10,537%)	0,2285	0,2601(+10,537%)	0,2353	0,2601(+10,537%)	0,2353	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0,207
70	0,2155(+6,511%)	0,2023	0,2155(+6,511%)	0,2023	0,2219(+6,511%)	0,2083	0,2219(+6,511%)	0,2083	-
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2045(+7,553%)	0,1901	0,2045(+7,553%)	0,1901	0,2188(+7,553%)	0,2034	0,2188(+7,553%)	0,2034	0,170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0,203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0,202
60	0,1750(+10,537%)	0,1583	0,1750(+10,537%)	0,1583	0,1872(+10,537%)	0,1694	0,1872(+10,537%)	0,1694	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0,207
70	0,1508(+6,511%)	0,1416	0,1508(+6,511%)	0,1416	0,1614(+6,511%)	0,1515	0,1614(+6,511%)	0,1515	-
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	0,2114(+7,553%)	0,1966	0,2114(+7,553%)	0,1966	0,2283(+7,553%)	0,2123	0,2283(+7,553%)	0,2123	0,170
51	-	-	-	-	-	-	-	-	0,203
52	-	-	-	-	-	-	-	-	0,202
60	0,1818(+10,537%)	0,1645	0,1818(+10,537%)	0,1645	0,1964(+10,537%)	0,1777	0,1964(+10,537%)	0,1777	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	0,207
70	0,1551(+6,511%)	0,1456	0,1551(+6,511%)	0,1456	0,1675(+6,511%)	0,1573	0,1675(+6,511%)	0,1573	-

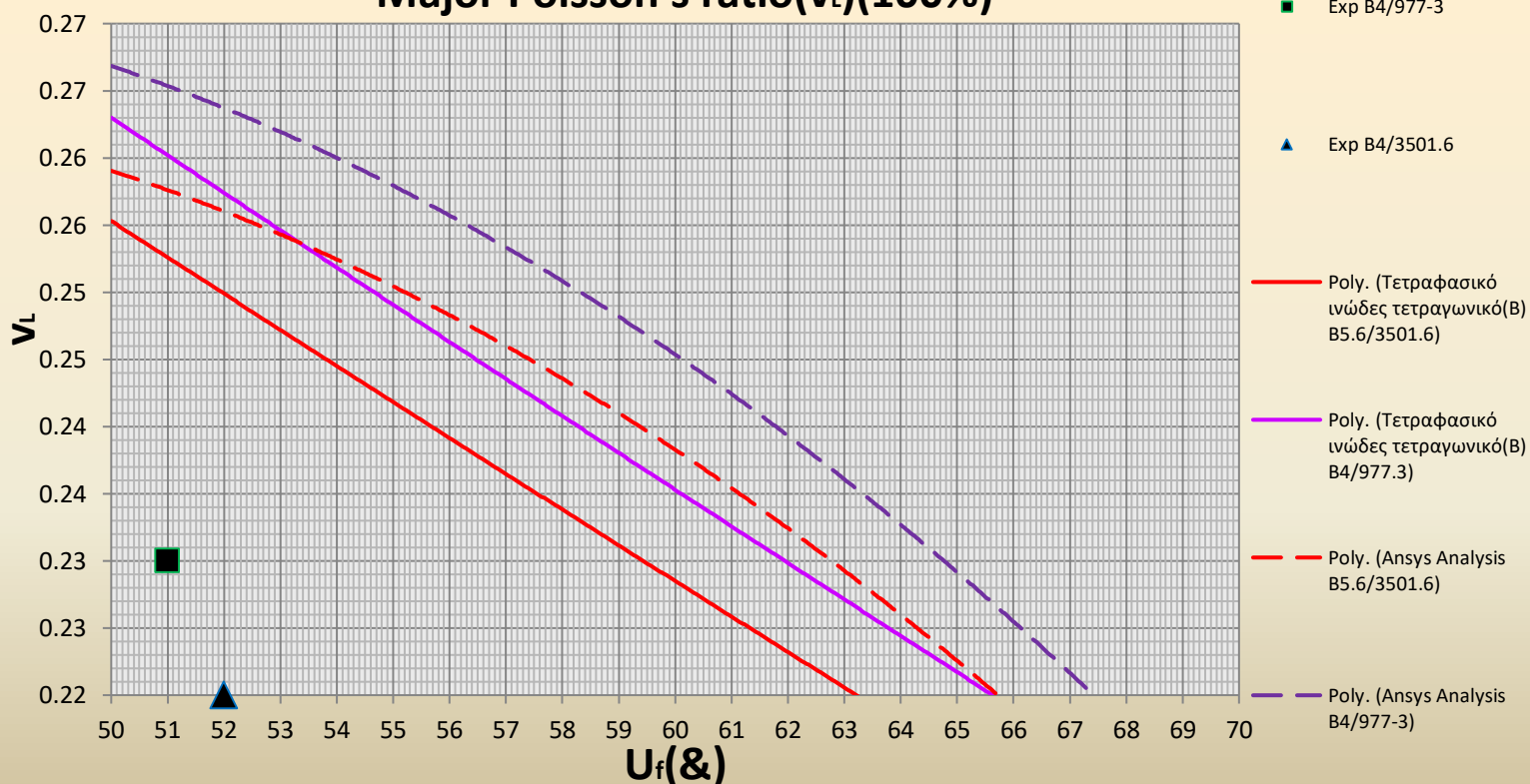
(Π.23)

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(100%)



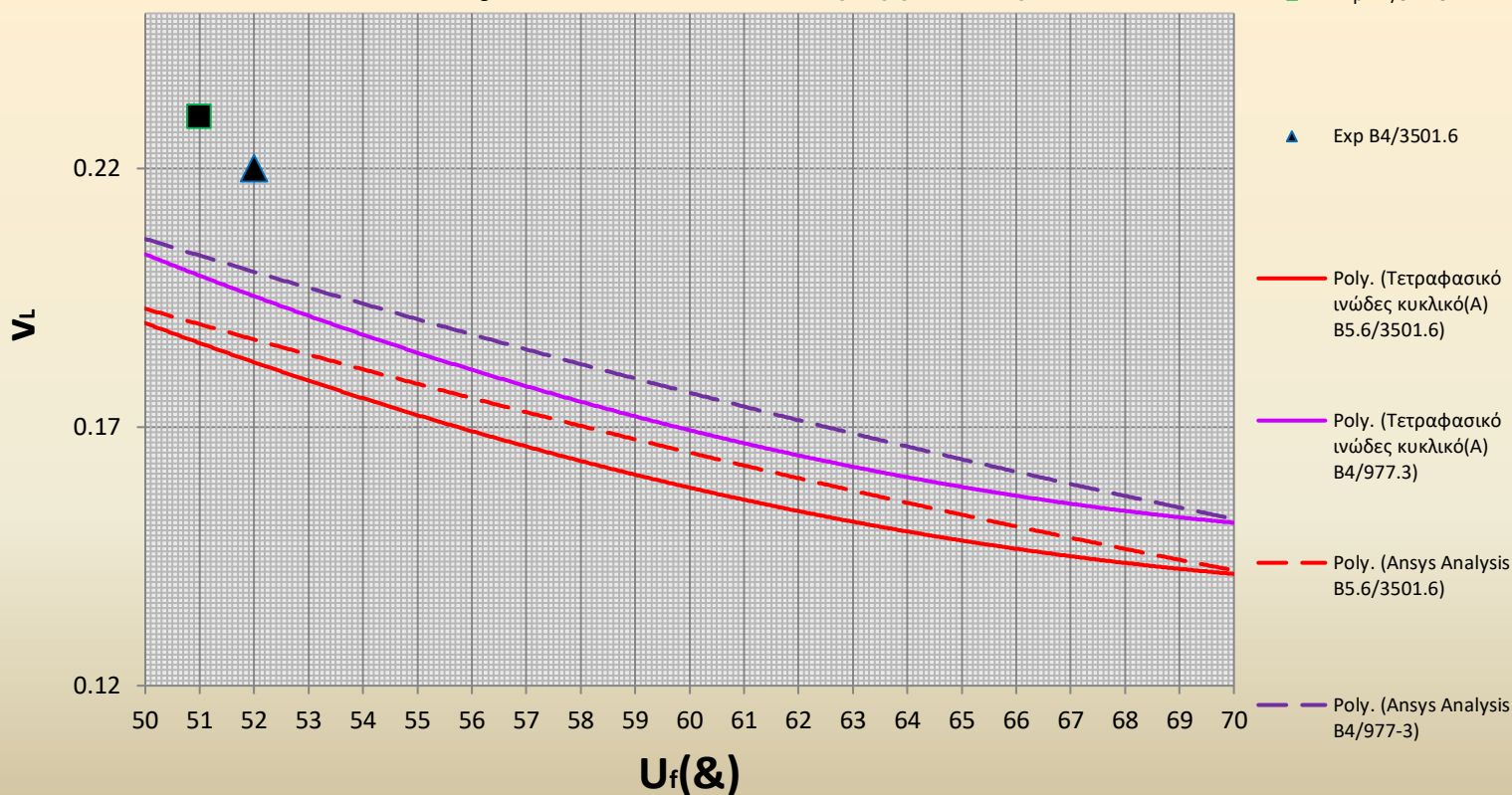
(Δ.5.4.3.1)~Διαμήκες ΛόγοςPoisson για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(100%)



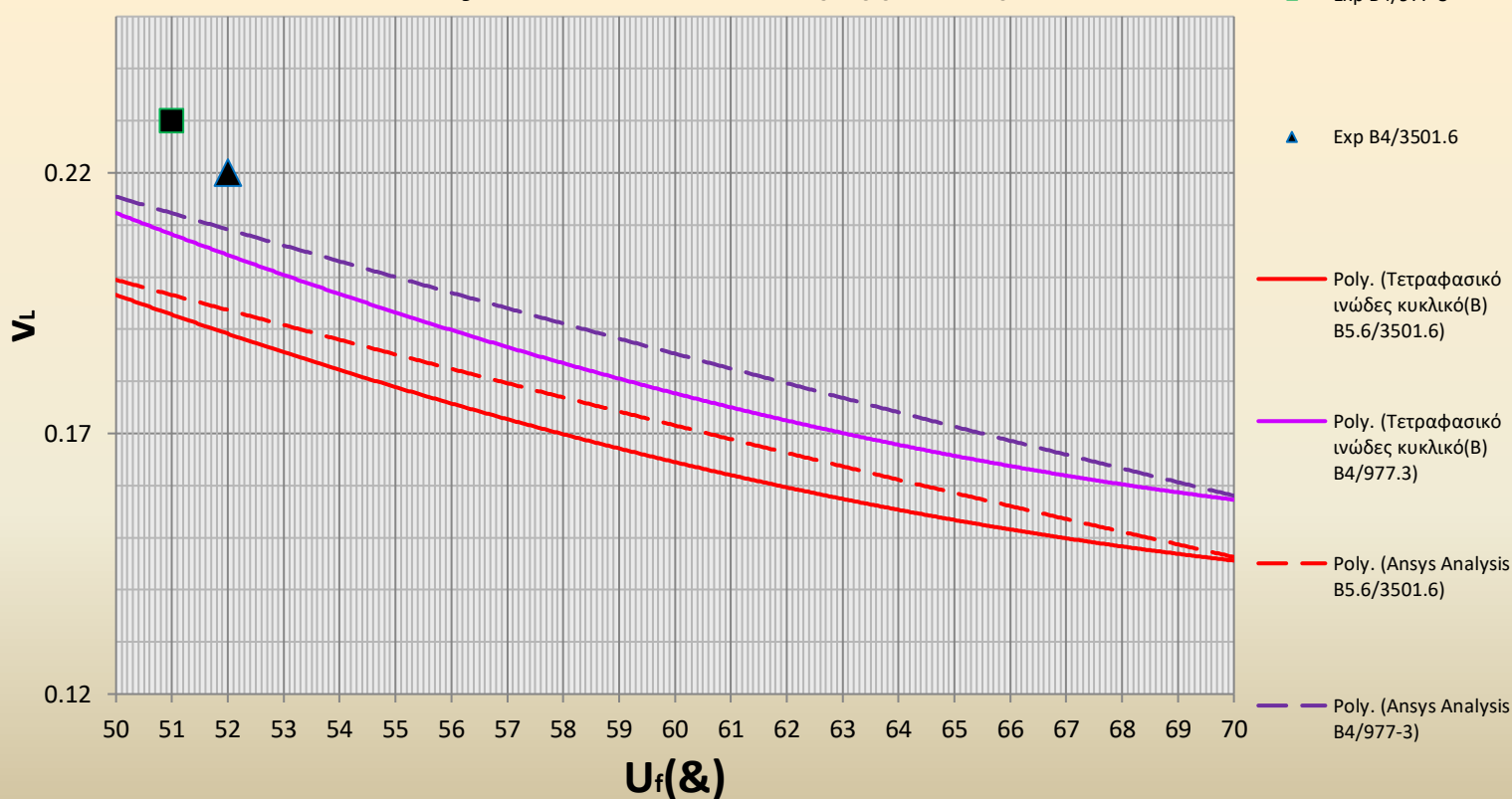
(Δ.5.4.3.2)~Διαμήκες ΛόγοςPoisson για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(100%)



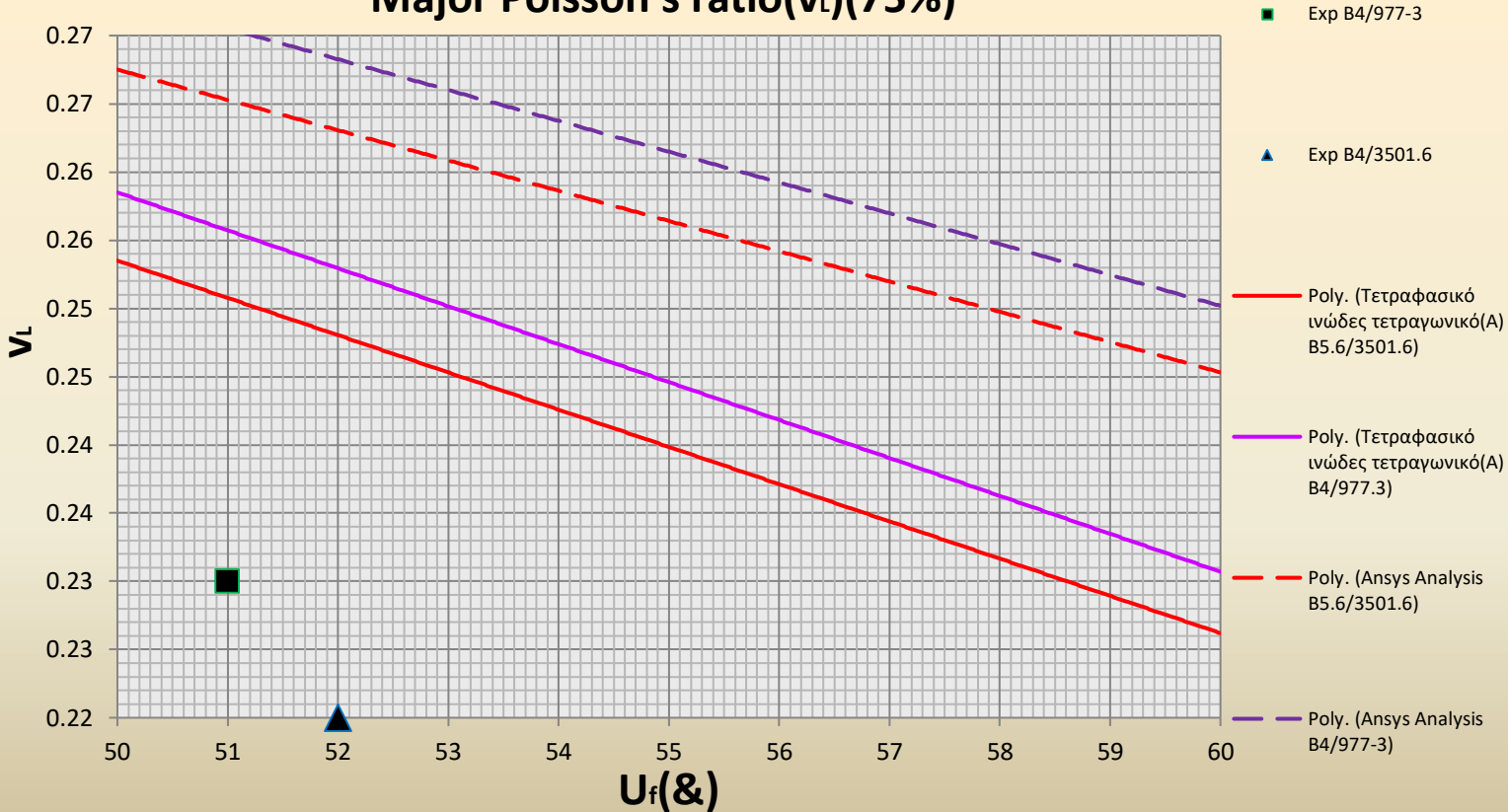
(Δ.5.4.3.3)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Κυκλικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(100%)



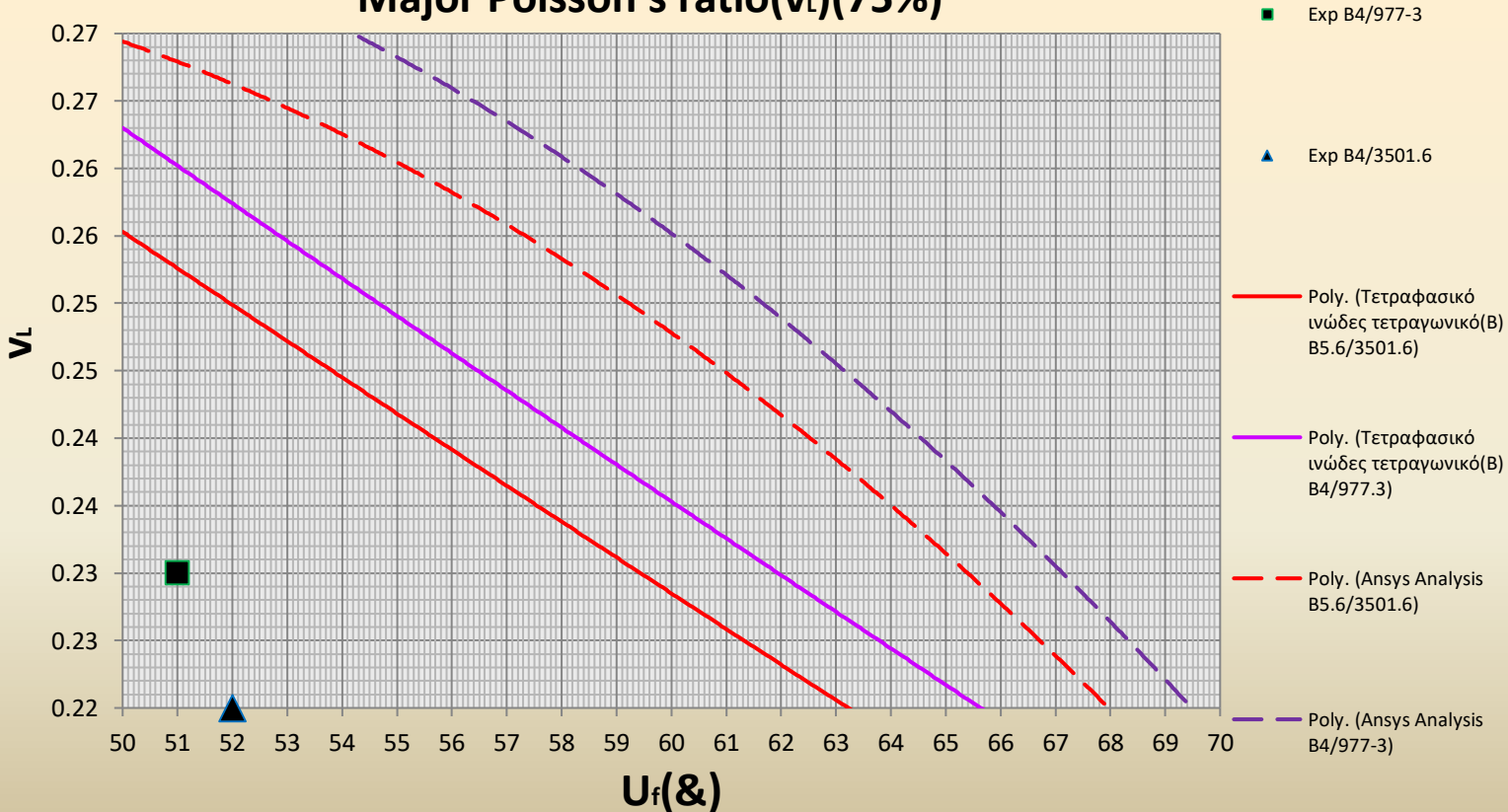
(Δ.5.4.3.4)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Κυκλικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(75%)



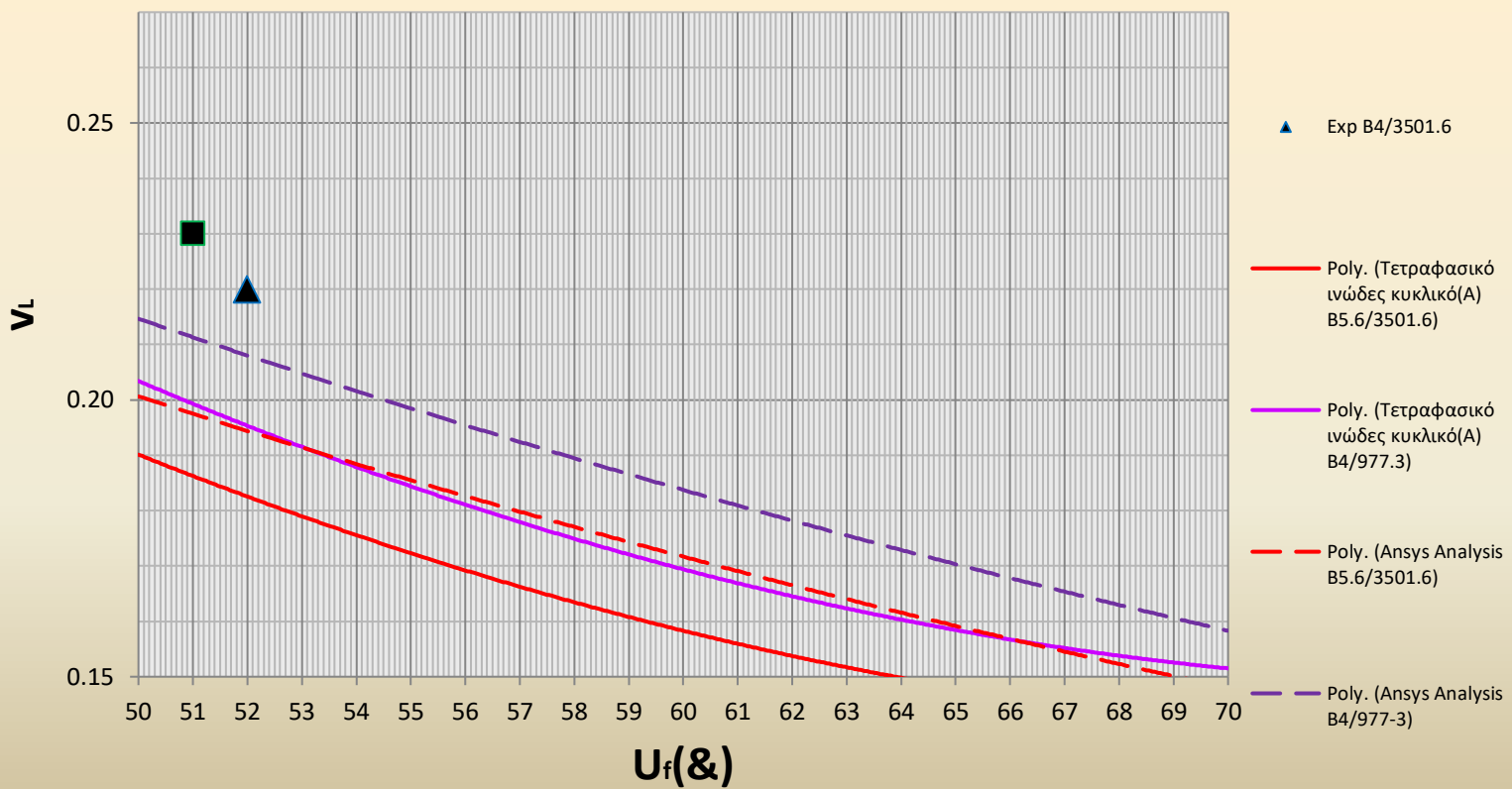
(Δ.5.4.3.5)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(75%)



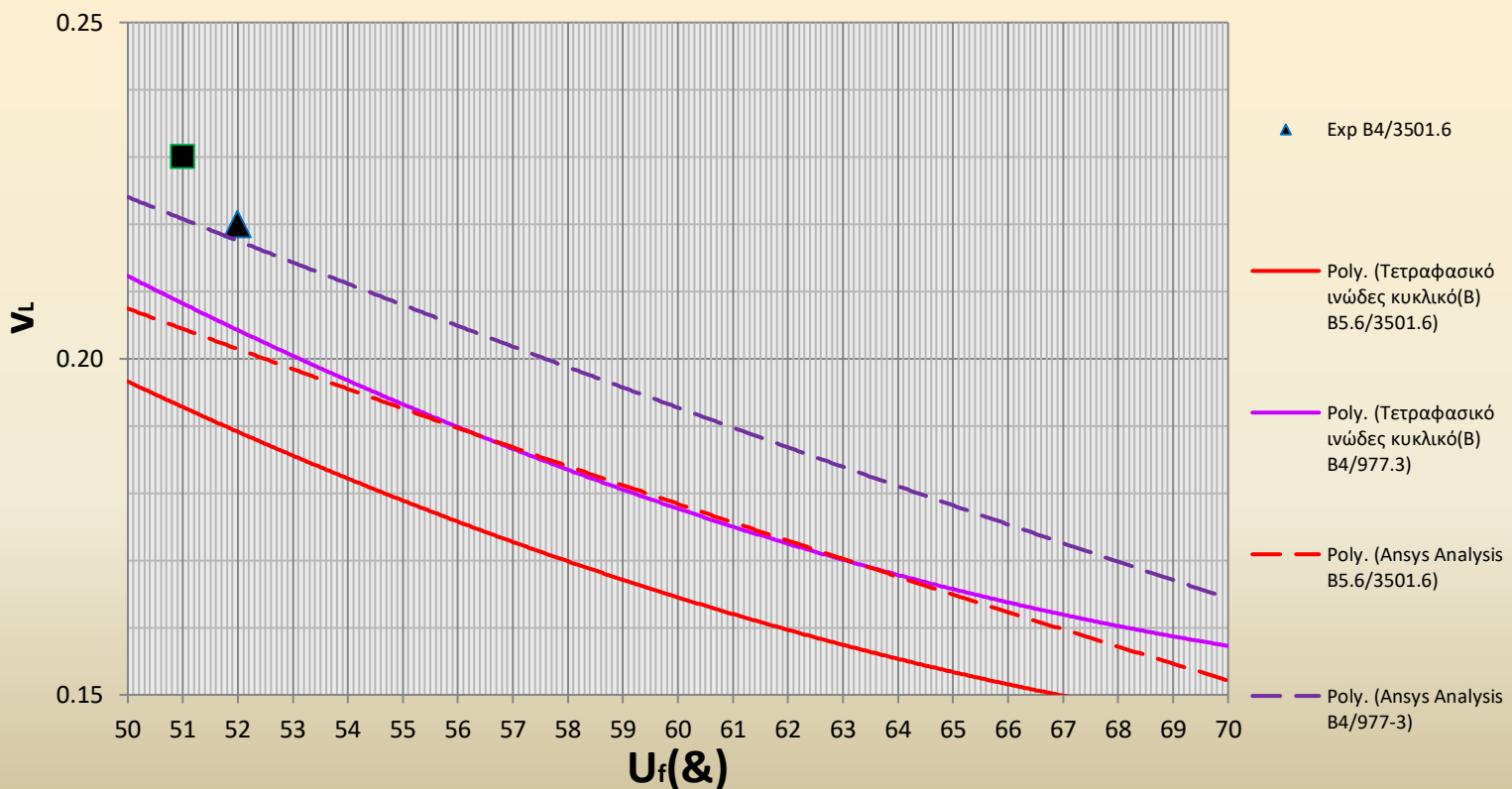
(Δ.5.4.3.6)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(75%)



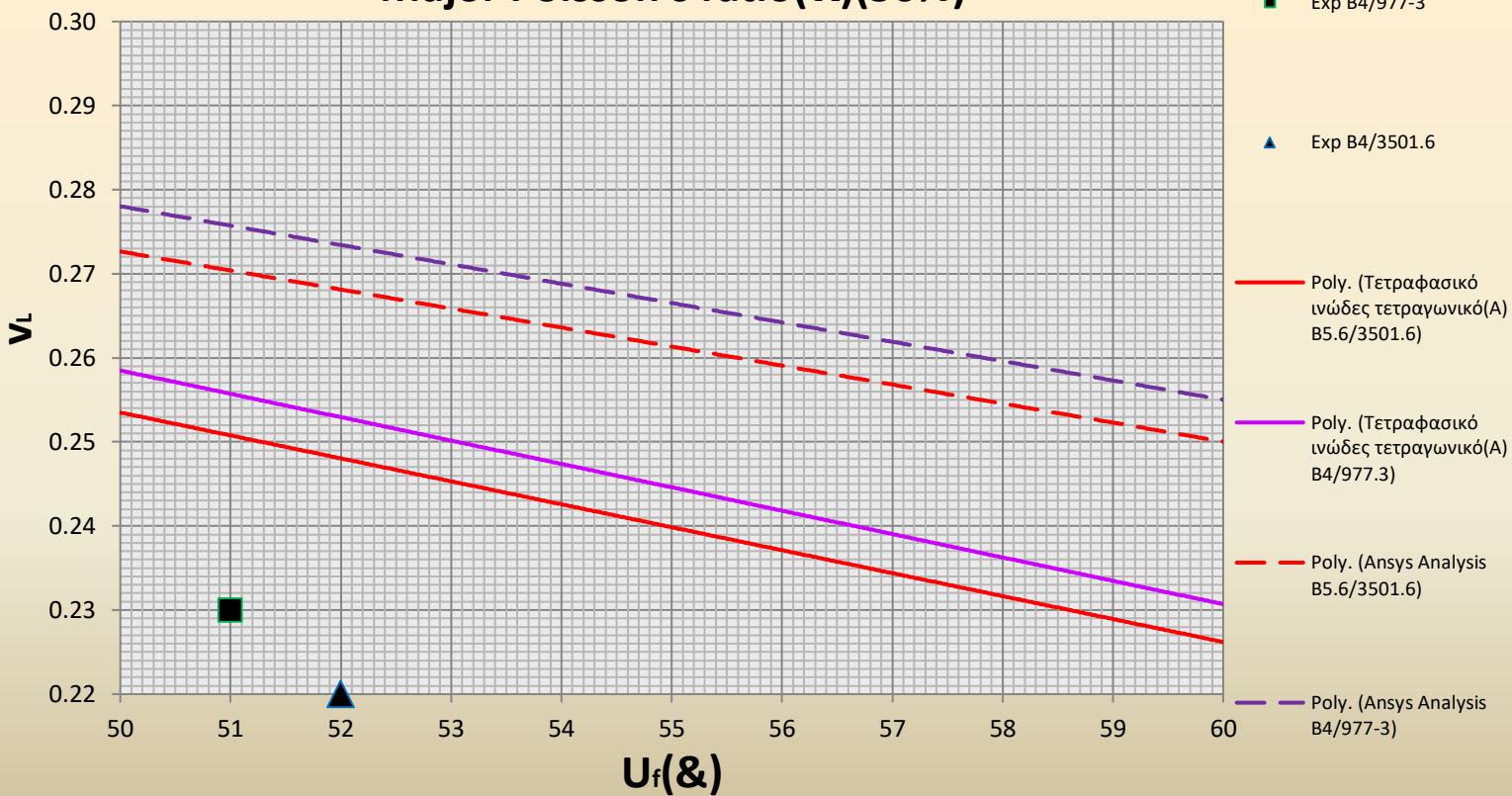
(Δ.5.4.3.7)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Κυκλικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(75%)



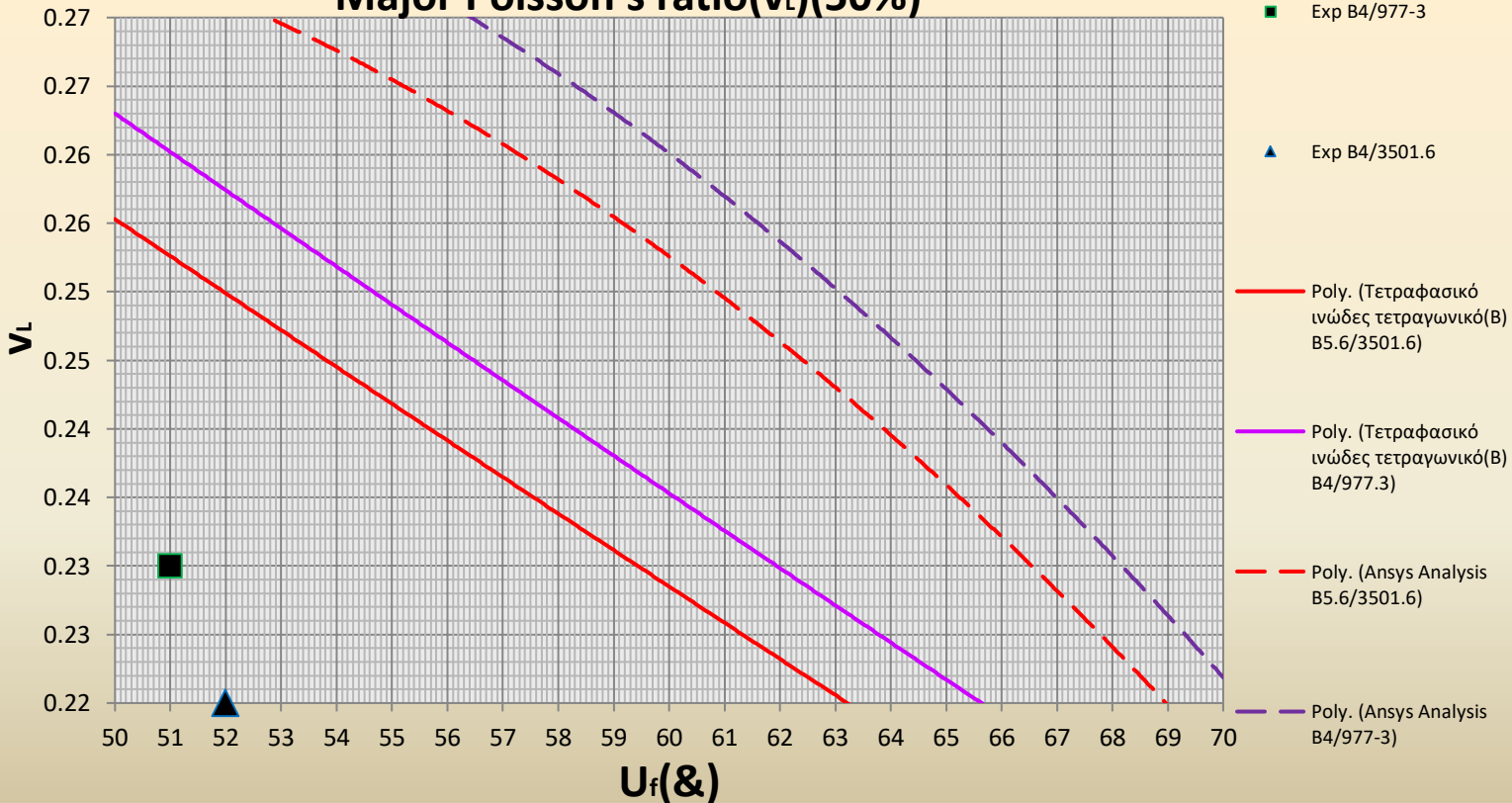
(Δ.5.4.3.8)~Διαμήκης ΛόγοςPoisson για Κυκλικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(50%)



(Δ.5.4.3.9)~Διαμήκης Λόγος Poisson για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

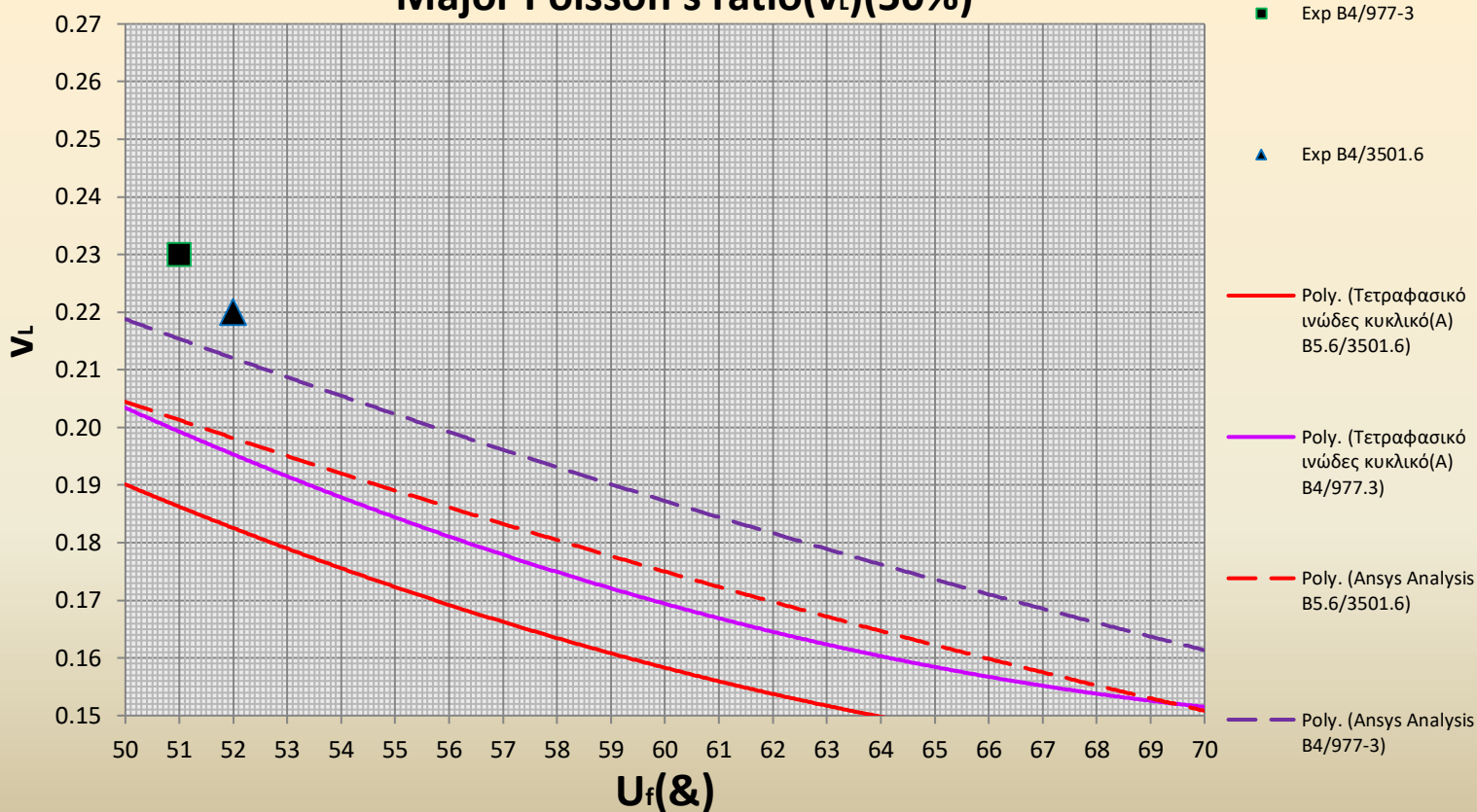
### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(50%)



(Δ.5.4.3.10)~Διαμήκης Λόγος Poisson για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

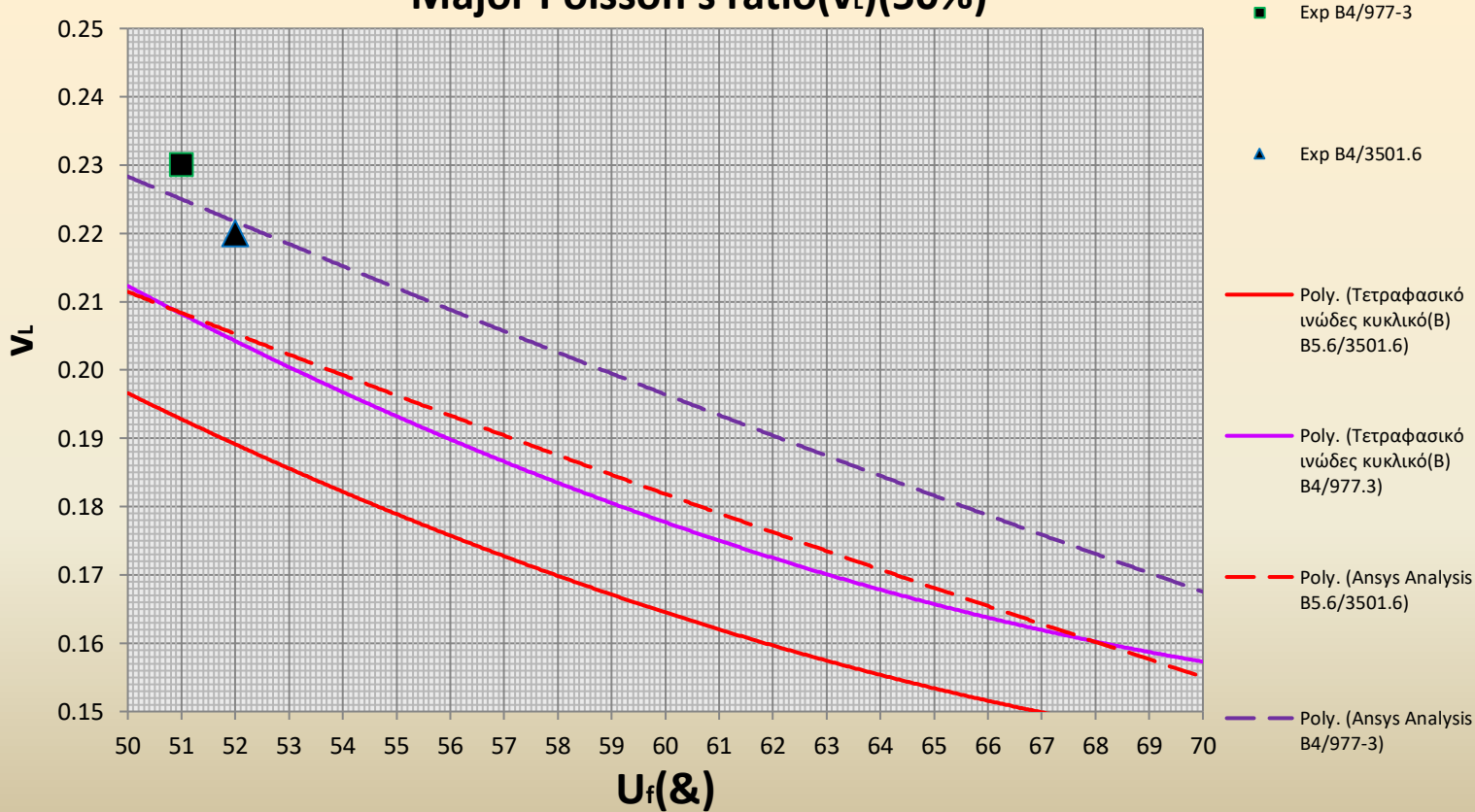


### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(50%)



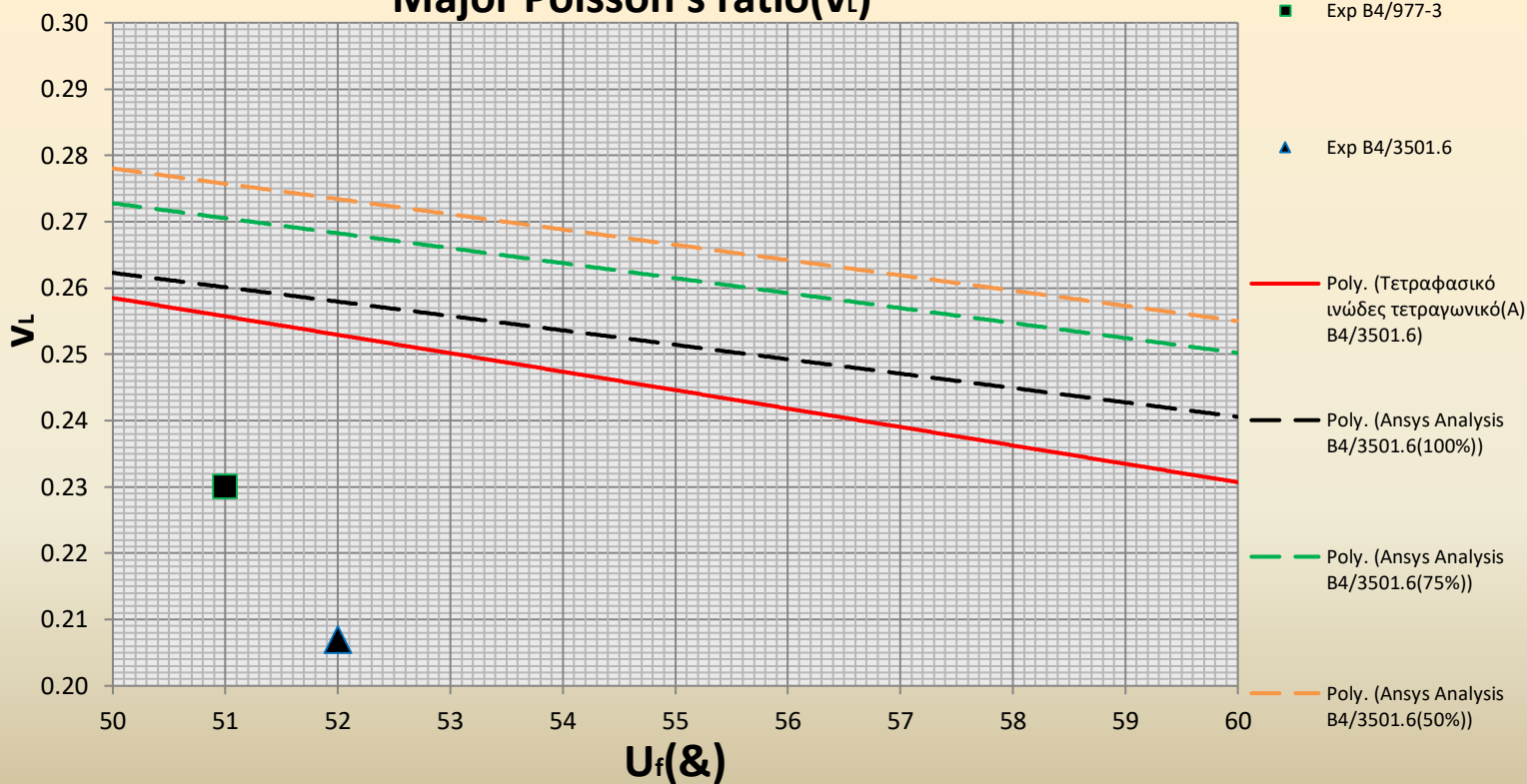
(Δ.5.4.3.11)~Διαμήκης Λόγος Poisson για Κυκλικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )(50%)



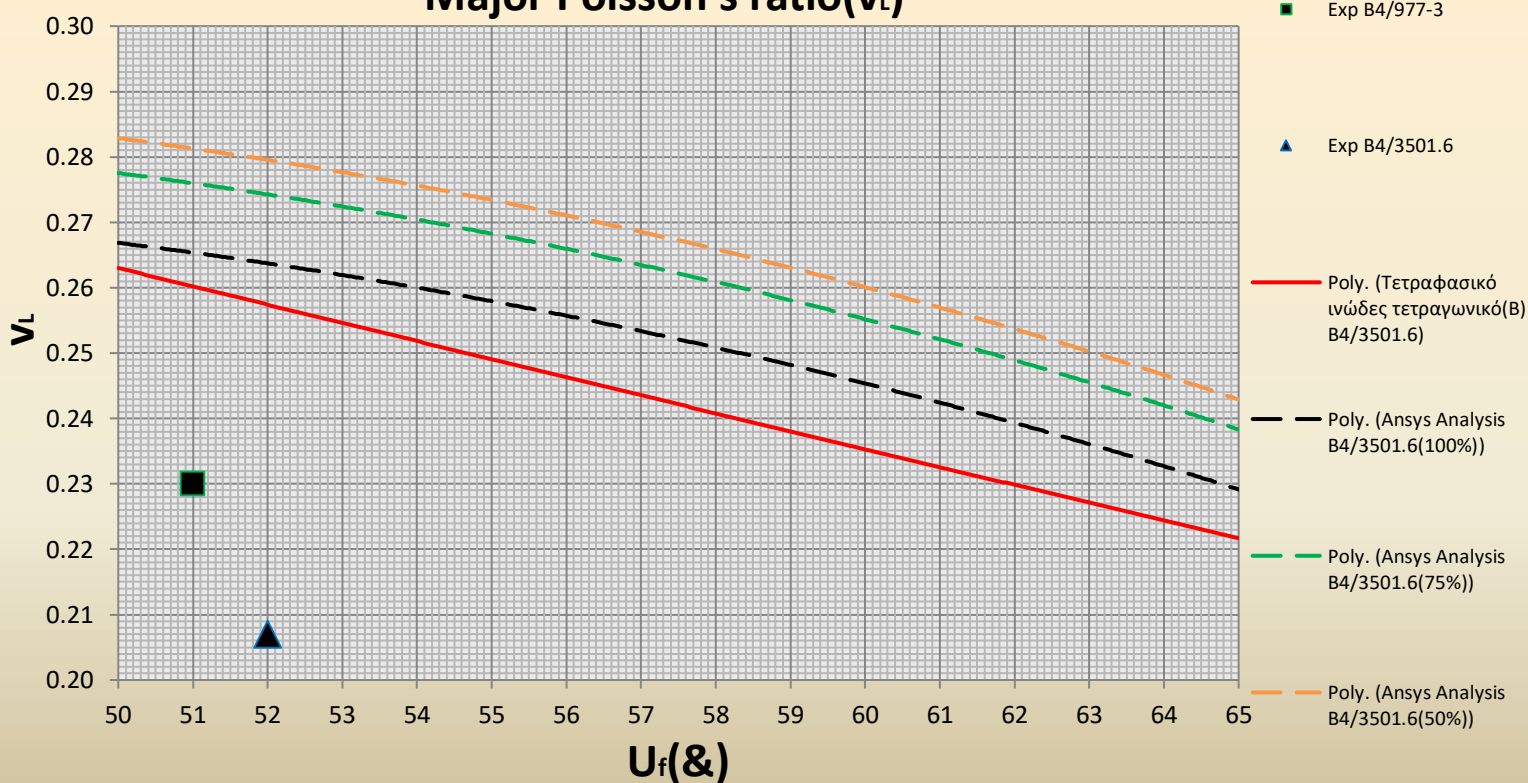
(Δ.5.4.3.12)~Διαμήκης Λόγος Poisson για Κυκλικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 2 είδη συνθέτων~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



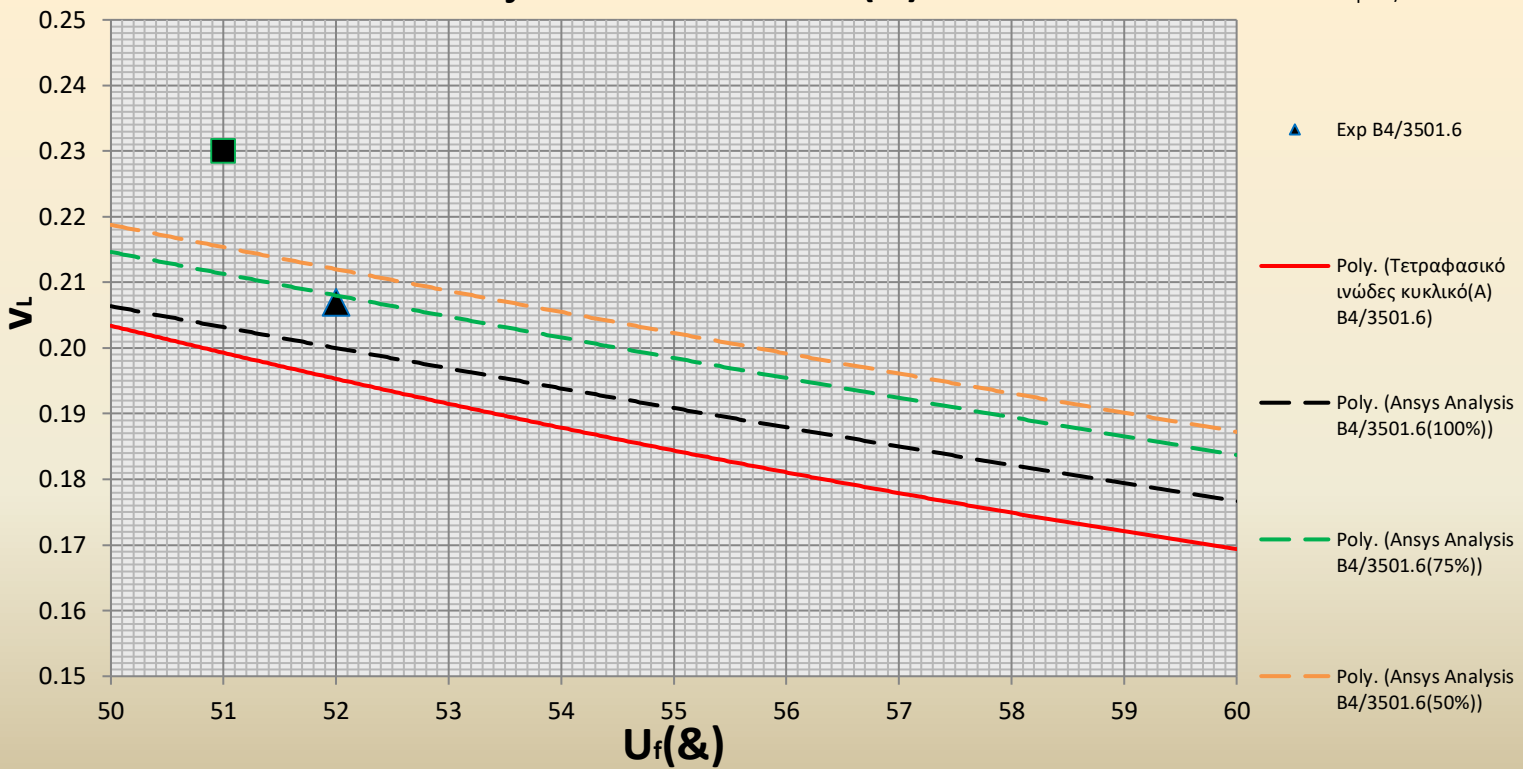
(Δ.5.4.3.I)~Διαμήκης Λόγος Poisson για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(A) μοντέλο του συνθέτου B4/3501.6~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



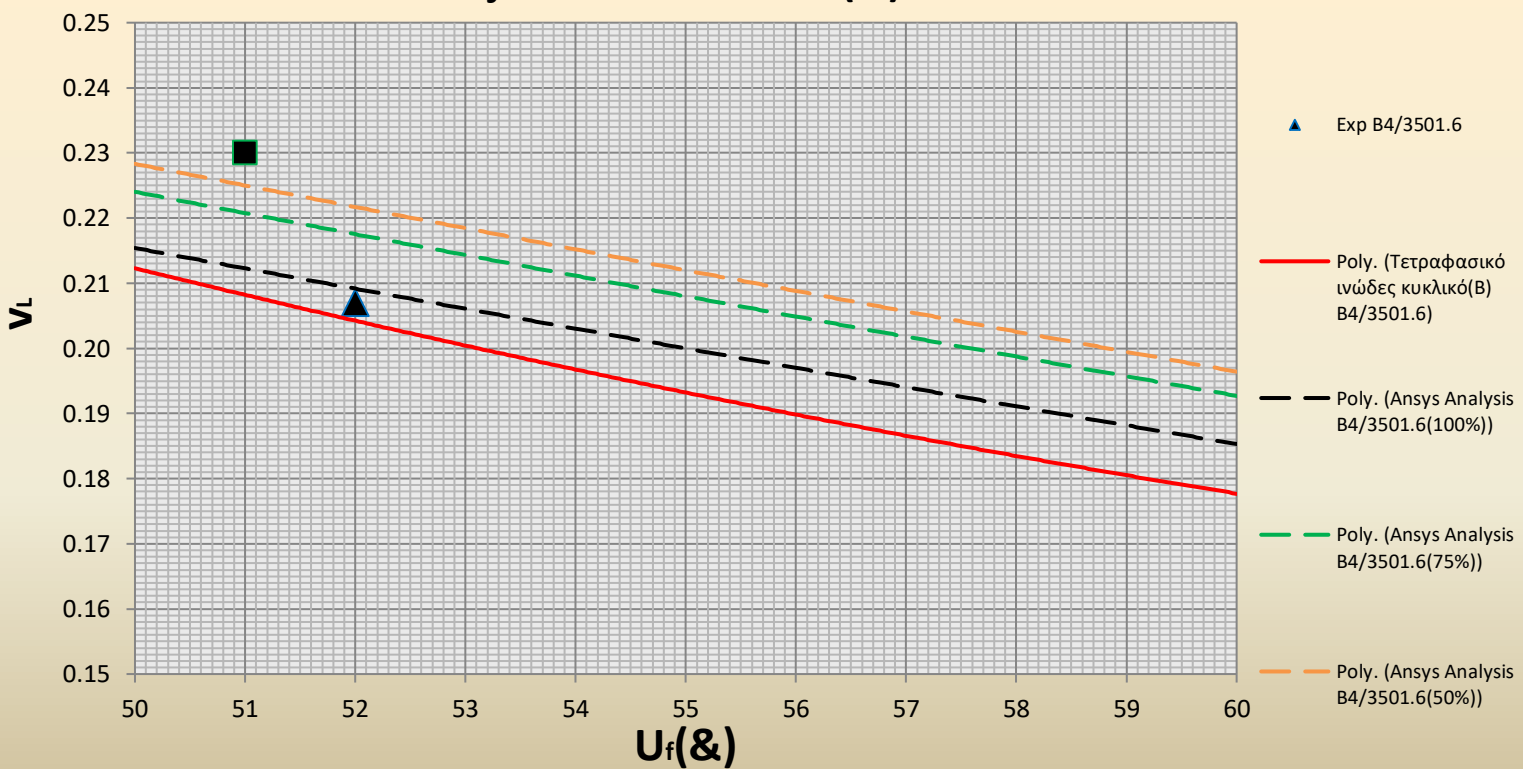
(Δ.5.4.3.II)~Διαμήκης Λόγος Poisson για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(B) μοντέλο του συνθέτου B4/3501.6~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



(Δ.5.4.3.III)~Διαμήκης Λόγος Poisson για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(A) μοντέλο του συνθέτου B4/3501.6~

### Major Poisson's ratio( $\nu_L$ )



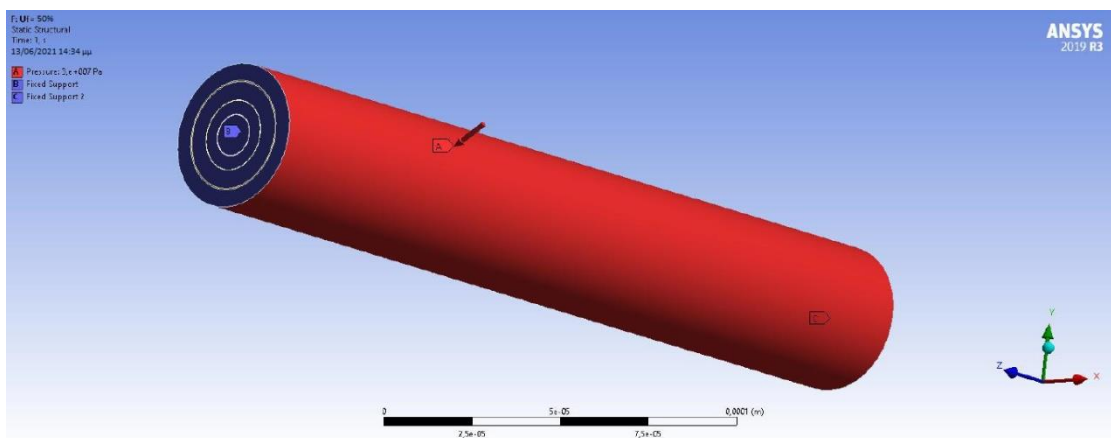
(Δ.5.4.3.IV)~Διαμήκης Λόγος Poisson για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(B) μοντέλο του συνθέτου B4/3501.6~

Στα παραπάνω διαγράμματα έχουμε απεικονίσει την συγκριτική μελέτη του θεωρητικού τετραφασικό τετραγωνικού μοντέλου (A) με τα αποτελέσματα που λάβαμε από το ANSYS(Δ.5.4.3.1) για το διαμήκη λόγο Poisson  $\nu_L$  και επαναλάβαμε την διαδικασία για το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.3.2), το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο (A)(Δ.5.4.3.3) και το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.3.4). Η απεικόνιση των παραπάνω μοντέλων στα συγκεκριμένα διαγράμματα έγινε για τα δύο είδη συνθέτων (B5.6/3501.6, B4/977-3) που είχαμε πειραματικά δεδομένα, για το μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων που επιτρέπει η υπολογιστική μας δύναμη. Στους πίνακες Π21, Π22 , Π23 έχουμε τις τιμές που έχουμε υπολογίσει από τα τετραφασικά θεωρητικά μοντέλα και από το ANSYS και έχουμε προσθέσει και την ποσοστιαία απόκλιση του προγράμματος από τις θεωρητικές τιμές. Υπενθυμίζουμε ότι κάποια από τα συστατικά των συνθέτων που μελετάμε έχουν ίδιους λόγους Poisson οπότε δεν έχουμε λόγο να κάνουμε την ανάλυση και για τα τέσσερα σύνθετα. Επιπλέον θυμίζουμε την σημασία της διαμέτρου στο υπολογισμό των τετραφασικών μοντέλων και την μεγάλη διαφορά στις διαμέτρους των ινών B5.6(100 $\mu\text{m}$ ) και B4(140 $\mu\text{m}$ ). Έτσι λοιπόν, παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση θεωρητικών αποτελεσμάτων και προσομοιώσεων μέσω ANSYS και για τα 4 μοντέλα για κάθε τύπο συνθέτου. Στα διαγράμματα (Δ.5.4.3.5)- (Δ.5.4.3.8) και (Δ.5.4.3.9)- (Δ.5.3.2.12) επαναλάβαμε την ίδια διαδικασία για μειωμένο αριθμό στοιχείων, συγκεκριμένα 75% και 50% του αρχικού. Στις δύο αυτές σειρές διαγραμμάτων βλέπουμε ελαφρώς χαμηλότερο βαθμό σύγκλισης χωρίς όμως να έχουμε απόκλιση μεγαλύτερη του 10% από τις θεωρητικές τιμές οι οποίες ήταν ήδη πολύ κοντά στα πειραματικά δεδομένα όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τέλος, στα διαγράμματα (Δ.5.4.3.I)- (Δ.5.4.3.II) κάνουμε σύγκριση των αποτελεσμάτων του ANSYS για διαφορετικό αριθμό στοιχείων για καθένα από τα θεωρητικά μοντέλα για το σύνθετο B4/3501.6. Είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι η μείωση των στοιχείων κατά 25% και 50% δεν επέφερε μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων γεγονός πολύ χρήσιμο σε περιπτώσεις περιορισμένων υπολογιστών πόρων όπου μπορεί να είναι αποδεκτή η χρήση πολύ λιγότερων στοιχείων. Συμπεραίνουμε ότι όσον αφορά το διαμήκη λόγο Poisson η χρήση πεπερασμένων στοιχείων μέσω ANSYS δίνει πολύ

ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τα τετραφασικά μοντέλα.

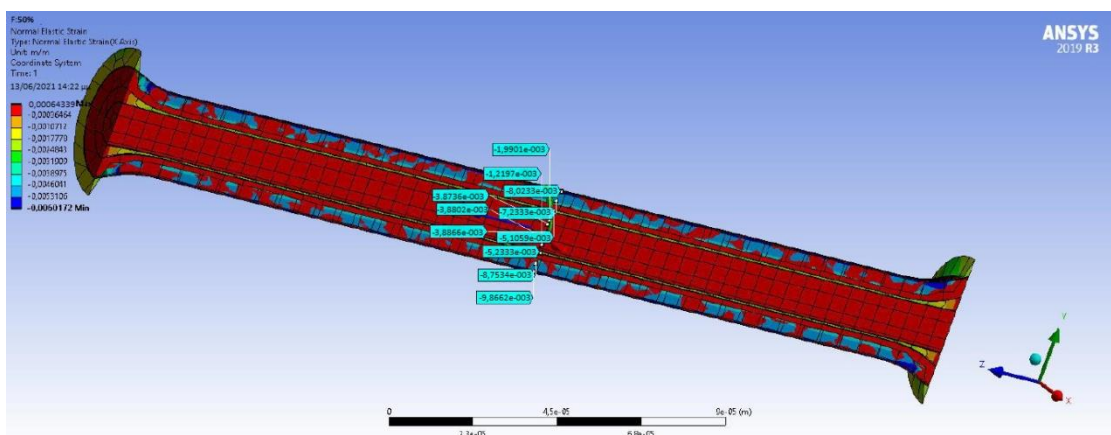
#### 5.4.4. Υπολογισμός του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας $E_T$

Για να υπολογίσουμε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  του συνθέτου υλικού εφαρμόσαμε στα προαναφερόμενα πλήρη τετραφασικά υπολογιστικά μοντέλα (σε σχέση με την περιεκτικότητα σε έγκλεισμα), τις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες και φορτίσεις όπως φαίνονται και στην εικόνα που ακολουθεί:



Εικόνα 5.4.5 Εγκάρσια φόρτιση για 50% έγκλεισμα

- Στα δύο άκρα του δοκιμίου εφαρμόσαμε πάκτωση δηλαδή ( $U_x=U_y=U_z=0$ ).
- Φορτίσαμε το δοκίμιο με μία εγκάρσια κατανεμημένη τάση  $P=30\text{Mpa}$   
Με αυτό το τρόπο θέλουμε να υπολογίσουμε τις εγκάρσιες τροπές του κυλίνδρου  $\epsilon_{rr} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$  για μία κατανεμημένη εγκάρσια φόρτιση.



Εικόνα 5.4.6 Εγκάρσιες τροπές του τετραφασικού υπολογιστικού μοντέλου κατά τον x άξονα με  $U_T=50\%$ .

Έγινε χρήση των εξισώσεων του νόμου Hooke που αναφέρονται στην παραπομπή [23] (εξισώσεις (48), (49) & (50) σελ. 249). Οι εξισώσεις αναφέρονται ως προς την διαμήκη και την εγκάρσια κατεύθυνση, σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων ( $r$  η ακτινική συντεταγμένη,  $\theta$  η περιμετρική συντεταγμένη,  $z$  η συντεταγμένη κατά τον άξονα συμμετρίας) κατ' αντιστοιχία με το καρτεσιανό σύστημα ( $x,y,z$ ) που έχουμε δει μέχρι τώρα στα παραπάνω σχήματα.

$$\epsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_T} - \nu_{\pi} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_T} - \nu_{LT} \frac{\sigma_z}{E_L} \quad (5.11)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_T} - \nu_{\pi} \frac{\sigma_r}{E_T} - \nu_{LT} \frac{\sigma_z}{E_L} \quad (5.12)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E_L} [\sigma_z - \nu_{LT} (\sigma_r + \sigma_{\theta\theta})] \quad (5.13)$$

Με την παραπάνω θεώρηση και από την εξίσωση (5.13), για μηδενικές τροπές  $\epsilon_{zz}=0$  κατά την διεύθυνση  $z$ , προκύπτει το μέτρο των τάσεων που θα αναπτυχθούν στην ίδια διεύθυνση. Παρατηρούμε ότι αυτό εξαρτάται από τις άλλες δύο τάσεις και τον διαμήκη λόγο Poisson  $\nu_{LT}$ . Για να βρούμε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$ , θα φορτίσουμε το μοντέλο κατά την εγκάρσια διεύθυνση με μία εξωτερική υδροστατική πίεση  $P$ . Έτσι λόγω της συμμετρίας του μοντέλου προκύπτει ότι :

$$P = \sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} \quad (5.14)$$

Εφαρμόζοντας την (5.14) στις εξισώσεις (5.11) & (5.12) αυτές γίνονται ταυτόσημες. Επομένως το πρόβλημά έχει τελικά δύο αγνώστους, το  $E_T$  και το  $\nu_{TT}$ , αλλά μία εξίσωση προς λύση οπότε δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένο. Για αυτό τον λόγο θα θεωρήσουμε δεδομένες τις τιμές του λόγου του Poisson  $\nu_{TT}$  σε σχέση με την περιεκτικότητα σε έγκλεισμα. Παρακάτω δίνονται οι τιμές του εγκάρσιου λόγου του Poisson  $\nu_{TT}$ , που υπολογίστηκαν από την σχέση (3.3.21) του Κεφαλαίου 3.

	Εγκάρσιος λόγος Poisson $\nu_{TT}$								
$U_f$	0%	10%	20%	30%	40%	50%	70%	80%	90%
	0,3500	0,2993	0,2615	0,2321	0,2087	0,1896	0,1737	0,1602	0,1487

Από το παραμορφωμένο μοντέλο Εικ. 5.4.6 λάβαμε έντεκα μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά ακτινική διεύθυνση, για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα  $U_f=50\%$ .

Η μέση τιμή των τιμών για τις τροπές κατά τον  $x$  άξονα είναι  $\epsilon_{rr} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{\theta\theta} = 4,7865 \times 10^{-3}$ . Οπότε θέτοντας το παραπάνω αποτέλεσμα στις σχέσεις (5.11) έως (5.13) βρίσκουμε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού:

$$E_T = 16,1987 \text{ GPa}$$

Παρακάτω είναι ο πίνακας των μέσων όρων των τροπών κατά την ακτινική κατεύθυνση για κάθε περιεκτικότητα όπως προκύπτει από την επίλυση του τετραφασικού υπολογιστικού μοντέλου. Ο πίνακας E.2 μας δίνει τον μέσο όρο των εγκάρσιων τροπών για το σύνθετο B5.6/3501.6 για το τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (A).

$U_f$	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΤΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ANSYS
50%	<b><math>4,7865 \times 10^{-3}</math></b>
60%	<b><math>4,7995 \times 10^{-3}</math></b>

Εφαρμόζουμε την παραπάνω διαδικασία για όλες τις περιπτώσεις περιεκτικότητας σε έγκλεισμα, προκύπτουν οι παρακάτω **πίνακες (Π.24), (Π.25), (Π.26)** όπου για λόγους σύγκρισης έχουμε συμπεριλάβει τα αποτελέσματα από το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο(A) και (B) και από το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο(A) και (B), καθώς και τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα όπου αυτά υφίστανται. Έχουμε επίσης προσθέσει όπως πριν τα αποτελέσματα για μικρότερο αριθμό στοιχείων.

Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας $E_T$ (100% του αρχικού πλήθους στοιχείων)									
$U_T$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	16,1987(-4,809%)	17,0171	14,1738(-4,809%)	14,1738	20,2483(-4,809%)	21,2713	18,2235(-4,809%)	19,1442	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	22,6265(-4,521%)	23,6979	19,7980(-4,521%)	20,7356	28,2830(-4,521%)	29,6223	25,4547(-4,521%)	26,6601	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
$U_T$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	15,5507(-4,809%)	16,3364	13,6068(-4,809%)	14,2943	19,4383(-4,809%)	20,4204	17,4945(-4,809%)	18,3784	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	21,6567(-4,521%)	22,6822	18,9496(-4,521%)	19,8469	27,0709(-4,521%)	28,3528	24,3638(-4,521%)	25,5175	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	33,2705(+0,482%)	33,1108	29,1117(+0,482%)	28,9719	41,5881(+0,482%)	41,3885	37,4293(+0,482%)	37,2496	21.7
$U_T$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	14,7732(-4,809%)	15,5196	12,9226(-4,809%)	13,5796	18,4664(-4,809%)	19,3994	16,6198(-4,809%)	17,4595	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	20,6739(-4,521%)	21,5481	18,0021(-4,521%)	18,8546	25,7173(-4,521%)	26,9351	23,1456(-4,521%)	24,2416	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	31,6070(+0,482%)	31,4553	27,6561(+0,482%)	27,5233	39,5087(+0,482%)	39,3190	35,5579(+0,482%)	35,3871	21.7
$U_T$	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	16,8466(-4,809%)	17,6977	14,7407(-4,809%)	15,4855	21,0582(-4,809%)	22,1221	18,9524(-4,809%)	19,9099	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	23,5961(-4,521%)	24,7135	20,6466(-4,521%)	21,6243	29,4951(-4,521%)	30,8918	26,5456(-4,521%)	27,8026	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	36,4177(+0,482%)	36,2429	31,8655(+0,482%)	31,7125	45,5221(+0,482%)	45,3036	40,9699(+0,482%)	40,7732	21.7



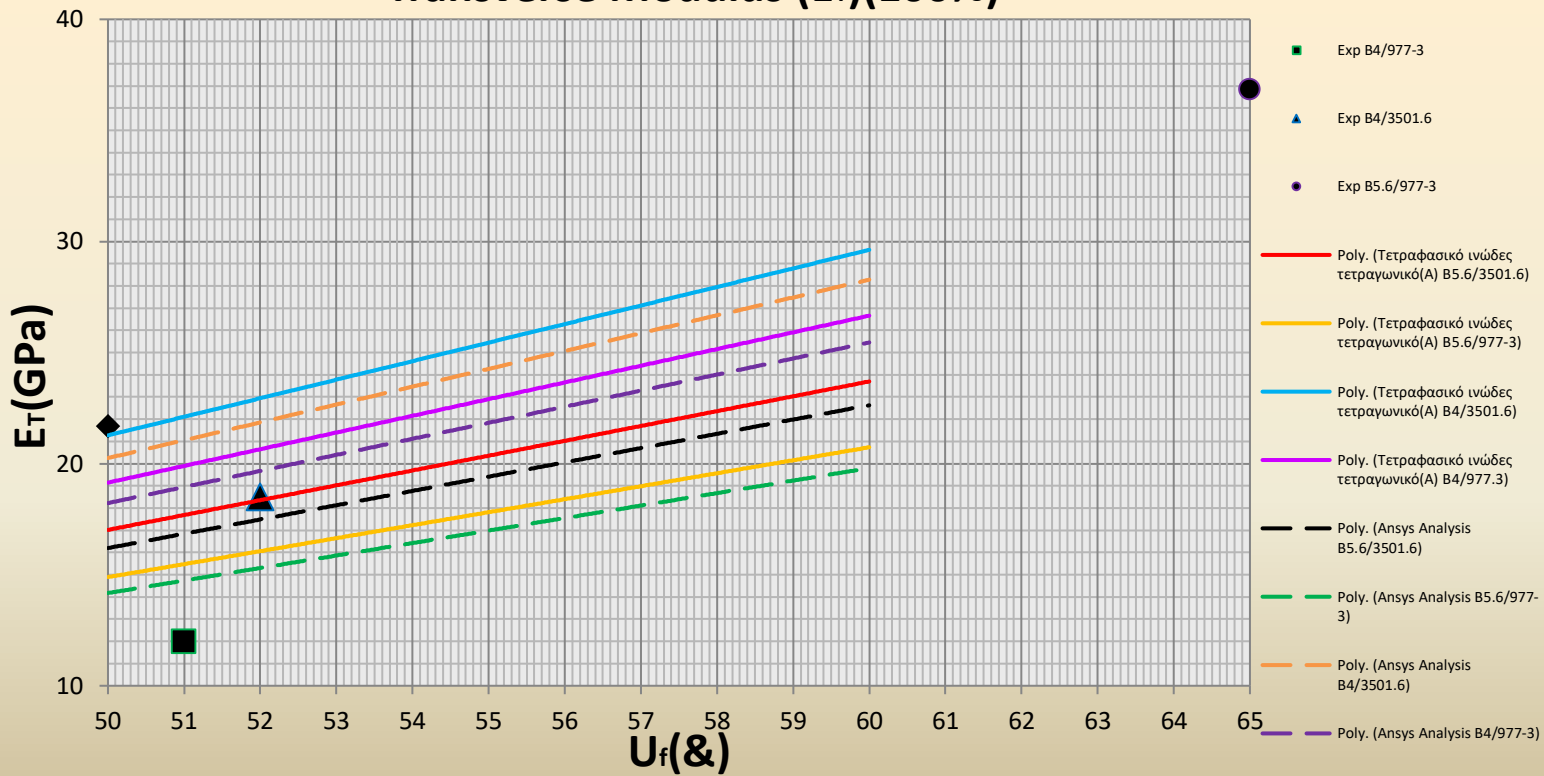
Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας $E_T$ (75% του αρχικού πλήθους στοιχείων)									
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	17,2516(+1,378%)	17,0171	15,0951(+1,378%)	14,8899	21,5644(+1,378%)	21,2713	19,4080(+1,378%)	19,1442	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	24,0972(+1,685%)	23,6979	21,0850(+1,685%)	20,7356	30,1214(+1,685%)	29,6223	27,1093(+1,685%)	26,6601	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	16,5615(+1,378%)	16,3364	14,4913(+1,378%)	14,2943	20,7019(+1,378%)	20,42048	18,6317(+1,378%)	18,378432	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	23,0644(+1,685%)	22,6822	20,1814(+1,685%)	19,8469	28,8305(+1,685%)	28,352811	25,9475(+1,685%)	25,51753	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	35,4331(+7,014%)	33,1108	31,0040(+7,014%)	28,9719	44,2914(+7,014%)	41,388505	39,8622(+7,014%)	37,249654	21.7
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	15,7334(+1,378%)	15,5196	13,7668(+1,378%)	13,579619	19,6668(+1,378%)	19,399456	17,7001(+1,378%)	17,45951	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	21,9112(+1,685%)	21,5481	19,1723(+1,685%)	18,854619	27,3890(+1,685%)	26,93517	24,6501(+1,685%)	24,241653	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	33,6614(+7,014%)	31,4553	29,4538(+7,014%)	27,523356	42,0768(+7,014%)	39,31908	37,8691(+7,014%)	35,387172	21.7
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	17,9416(+1,378%)	17,6977	15,6989(+1,378%)	15,485531	22,4270(+1,378%)	22,122186	20,1843(+1,378%)	19,909968	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	25,1299(+1,685%)	24,7135	21,9886(+1,685%)	21,624308	31,4123(+1,685%)	30,891869	28,2711(+1,685%)	27,802682	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	38,7849(+7,014%)	36,2429	33,9368(+7,014%)	31,712544	48,4811(+7,014%)	45,303634	43,6330(+7,014%)	40,77327	21.7

(Π.25)

Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας Ε <sub>T</sub> (50% του αρχικού πλήθους στοιχείων )									
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	17,5594(+3,187%)	17,0171	15,3644(+3,187%)	14,8899	21,9492(+3,187%)	21,2713	19,7543(+3,187%)	19,1442	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	24,5271(+0,035)	23,6979	21,4611(+0,035)	20,7356	30,6588(+0,035)	29,6223	27,5929(+0,035)	26,6601	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Πρισματικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	16,8570(+3,187%)	16,3364	14,7499(+3,187%)	14,2943	21,0712(+3,187%)	20,4205	18,9641(+3,187%)	18,3784	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	23,4759(+3,499%)	22,6822	20,5414(+3,499%)	19,8470	29,3449(+3,499%)	28,3528	26,4104(+3,499%)	25,5175	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	36,0652(+8,923%)	33,1108	31,5571(+8,923%)	28,9720	45,0815(+8,923%)	41,3885	40,5734(+8,923%)	37,2497	21.7
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (A)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	16,0141(+3,187%)	15,5196	14,0124(+3,187%)	13,5796	20,0177(+3,187%)	19,3995	18,0159(+3,187%)	17,4595	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	22,3021(+3,499%)	21,5481	19,5143(+3,499%)	18,8546	27,8776(+3,499%)	26,9352	25,0899(+3,499%)	24,2417	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	34,2620(+8,923%)	31,4553	29,9792(+8,923%)	27,5234	42,8275(+8,923%)	39,3191	38,5447(+8,923%)	35,3872	21.7
U <sub>r</sub>	Τετραφασικό Τετραγωνικό Κυκλικό Μοντέλο (B)								Experiment Data
	B5.6/3501-6		B5.6/3501-6		B4/3501-6		B4/977-3		
	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	Τετραφασικό ANSYS	Τετραφασικό Θεωρητικό	
50	18,2617(+3,187%)	17,6977	15,9790(+3,187%)	15,4855	22,8272(+3,187%)	22,1222	20,5444(+3,187%)	19,9100	21.7
51	-	-	-	-	-	-	-	-	12
52	-	-	-	-	-	-	-	-	18.5
60	25,5782(+3,499%)	24,7135	22,3809(+3,499%)	21,6243	31,9728(+3,499%)	30,8919	28,7755(+3,499%)	27,8027	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	36.84
70	39,4768(+8,923%)	36,2429	34,5422(+8,923%)	31,7125	49,3460(+8,923%)	45,3036	44,4114(+8,923%)	40,7733	21.7

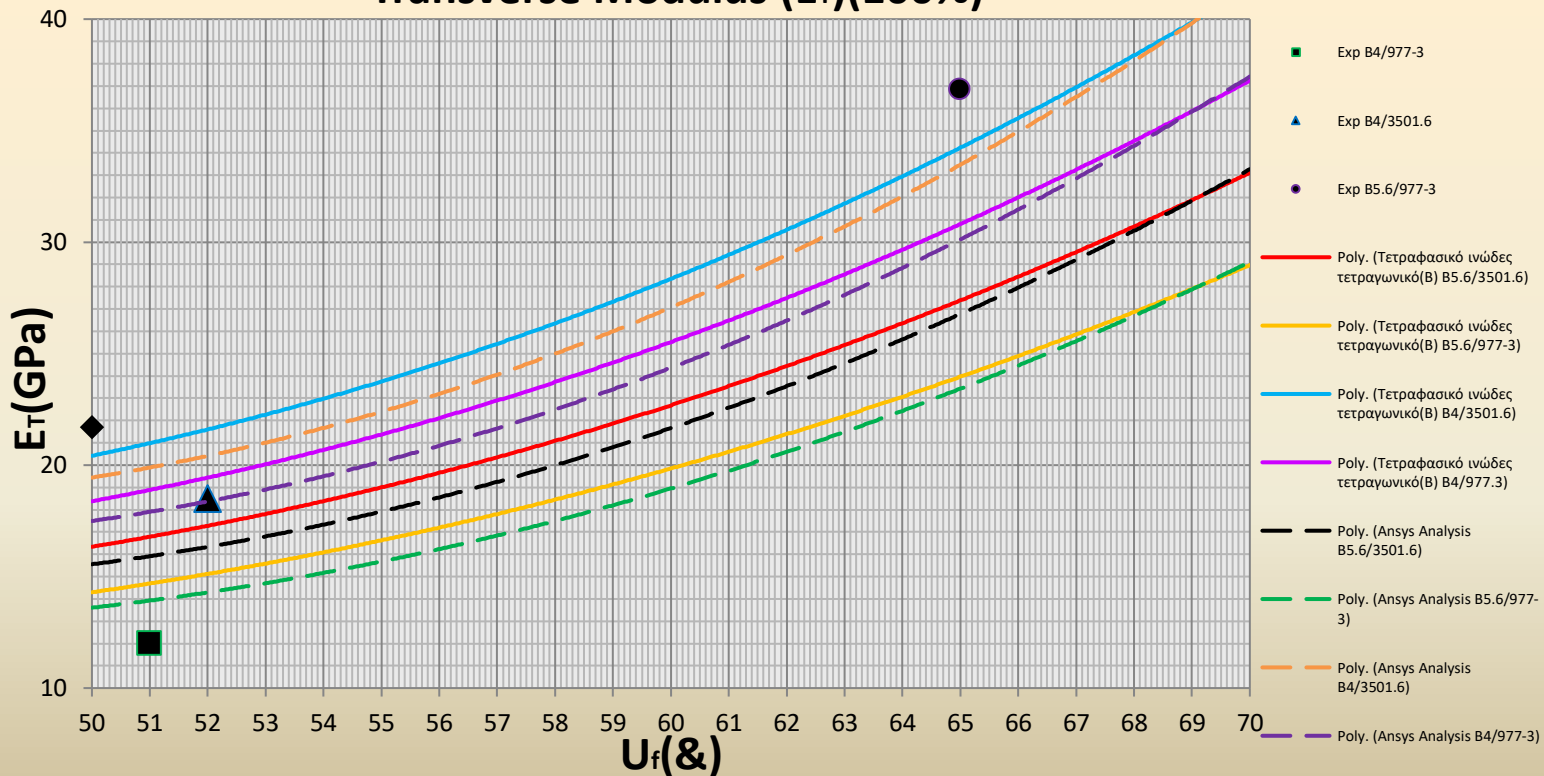
(Π.26)

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(100%)

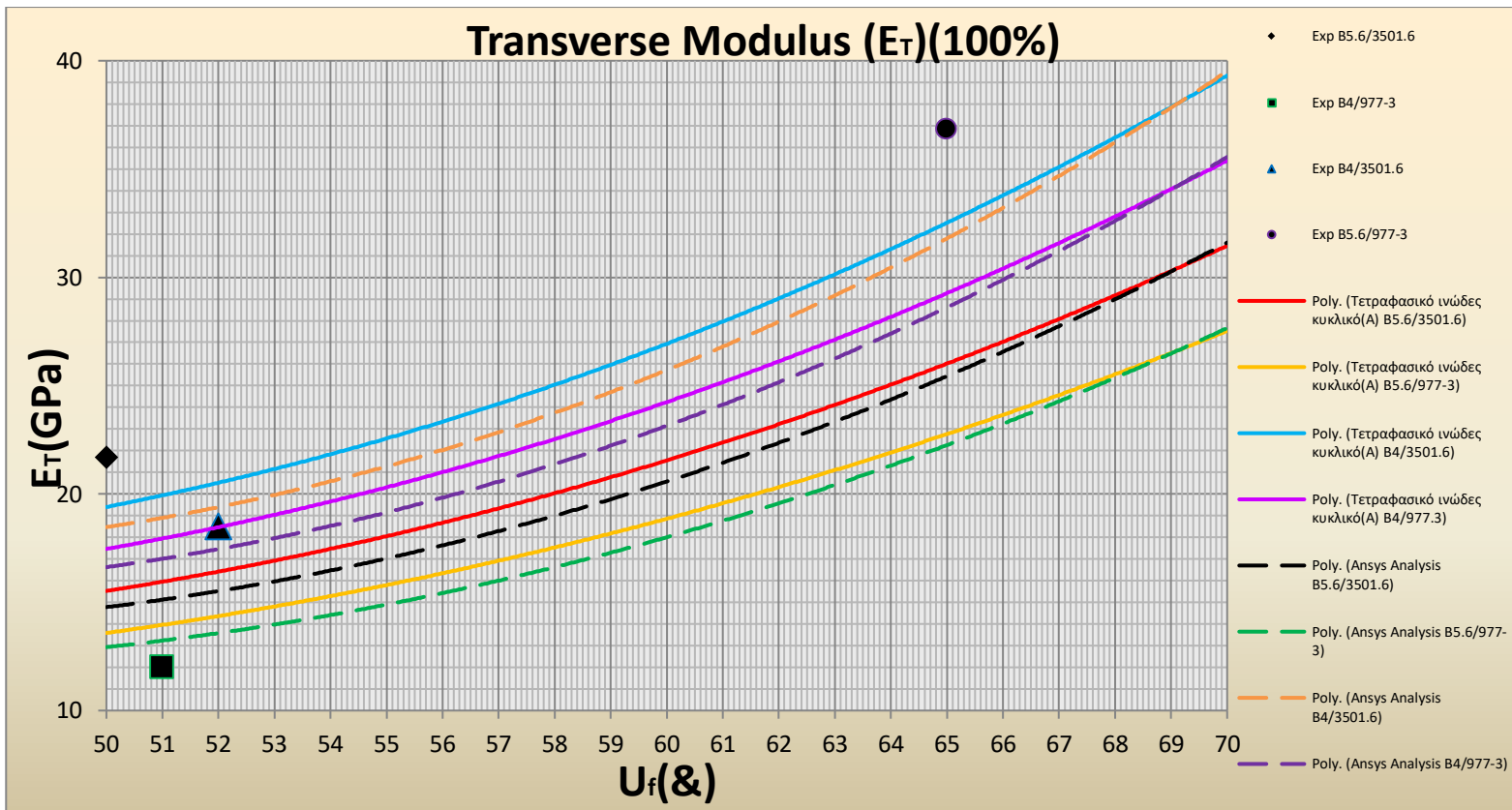


(Δ.5.4.4.1)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

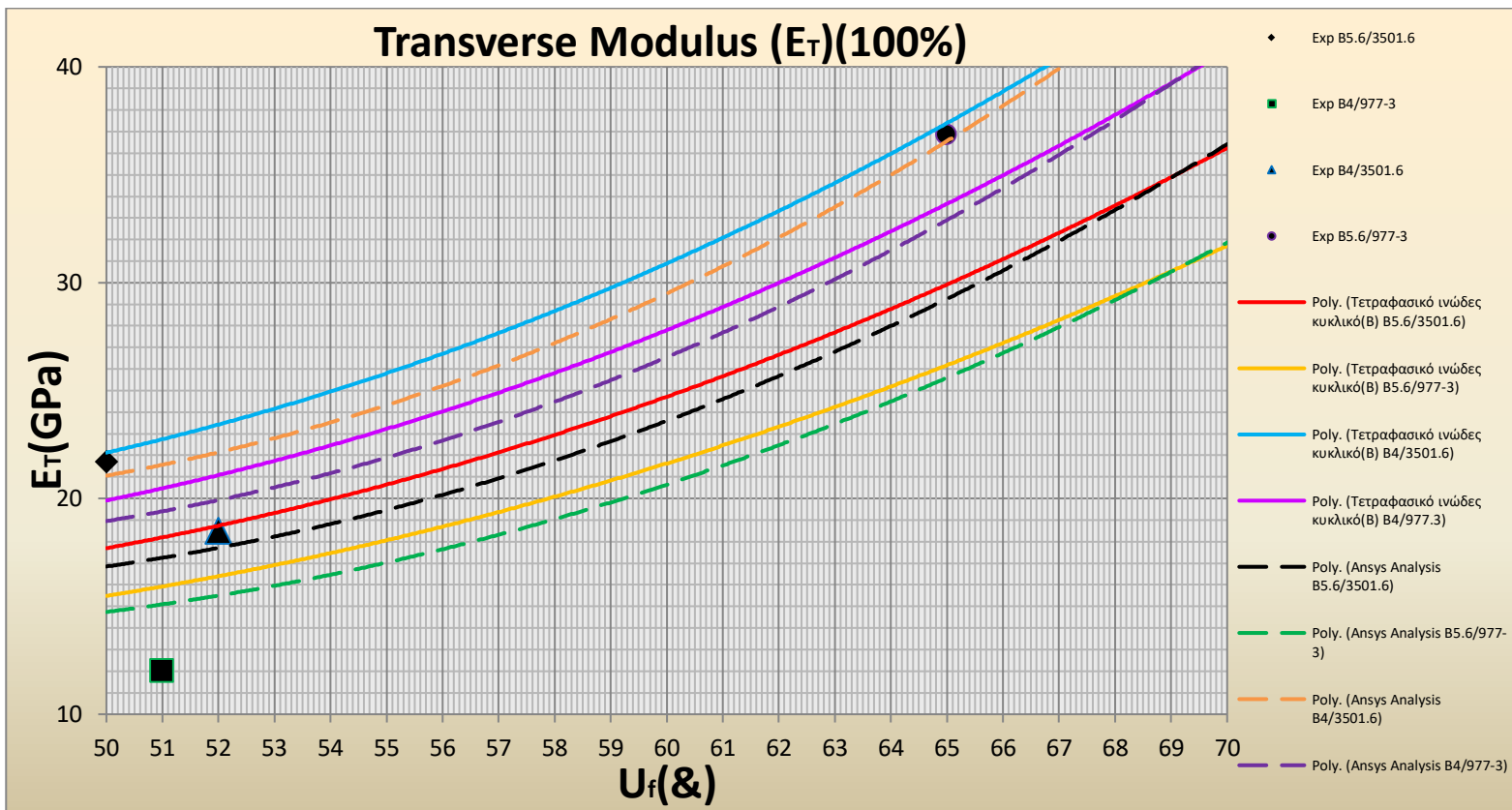
### Transverse Modulus ( $E_T$ )(100%)



(Δ.5.4.4.2)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

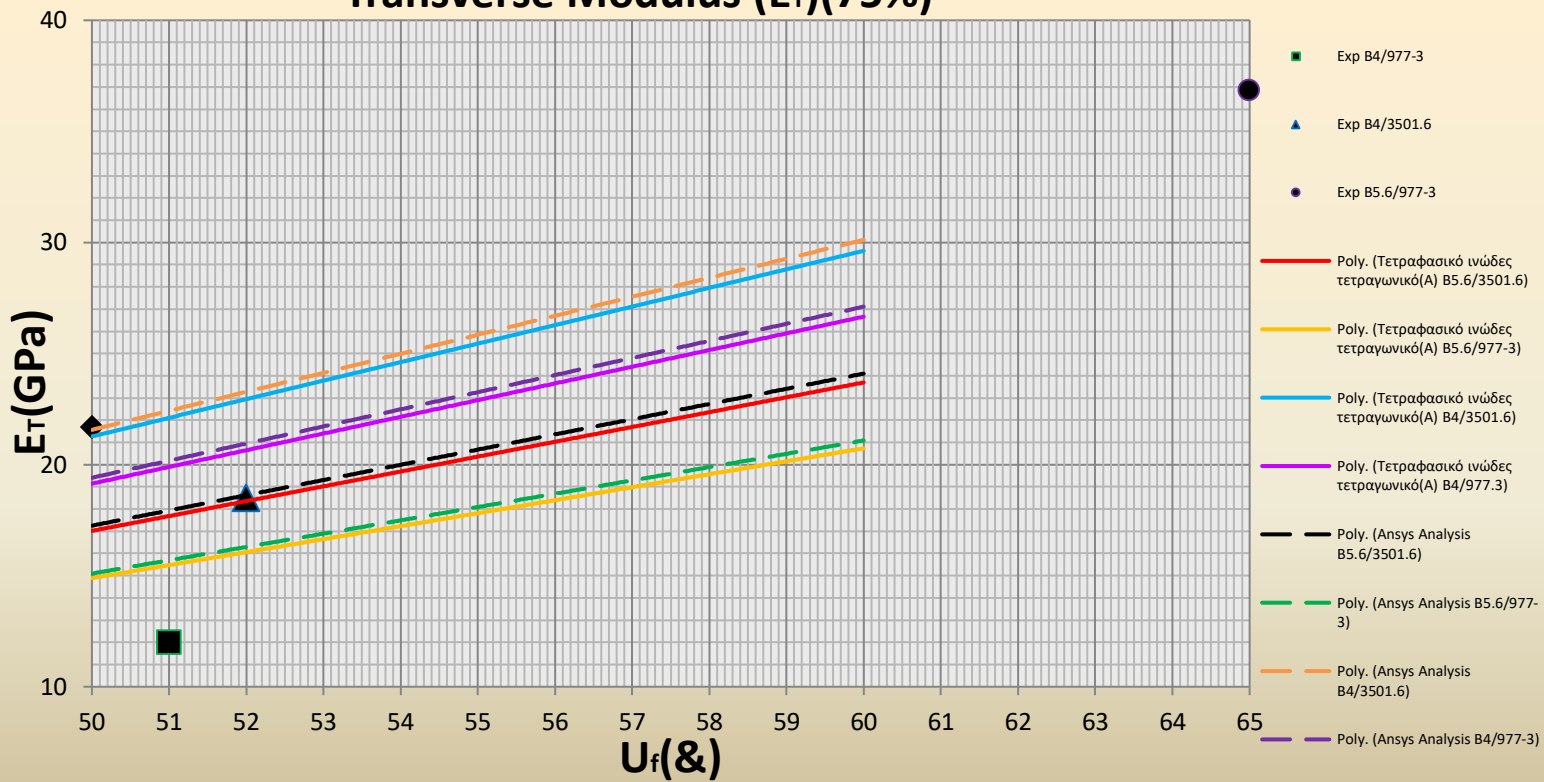


(Δ.5.4.4.3)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(A), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~



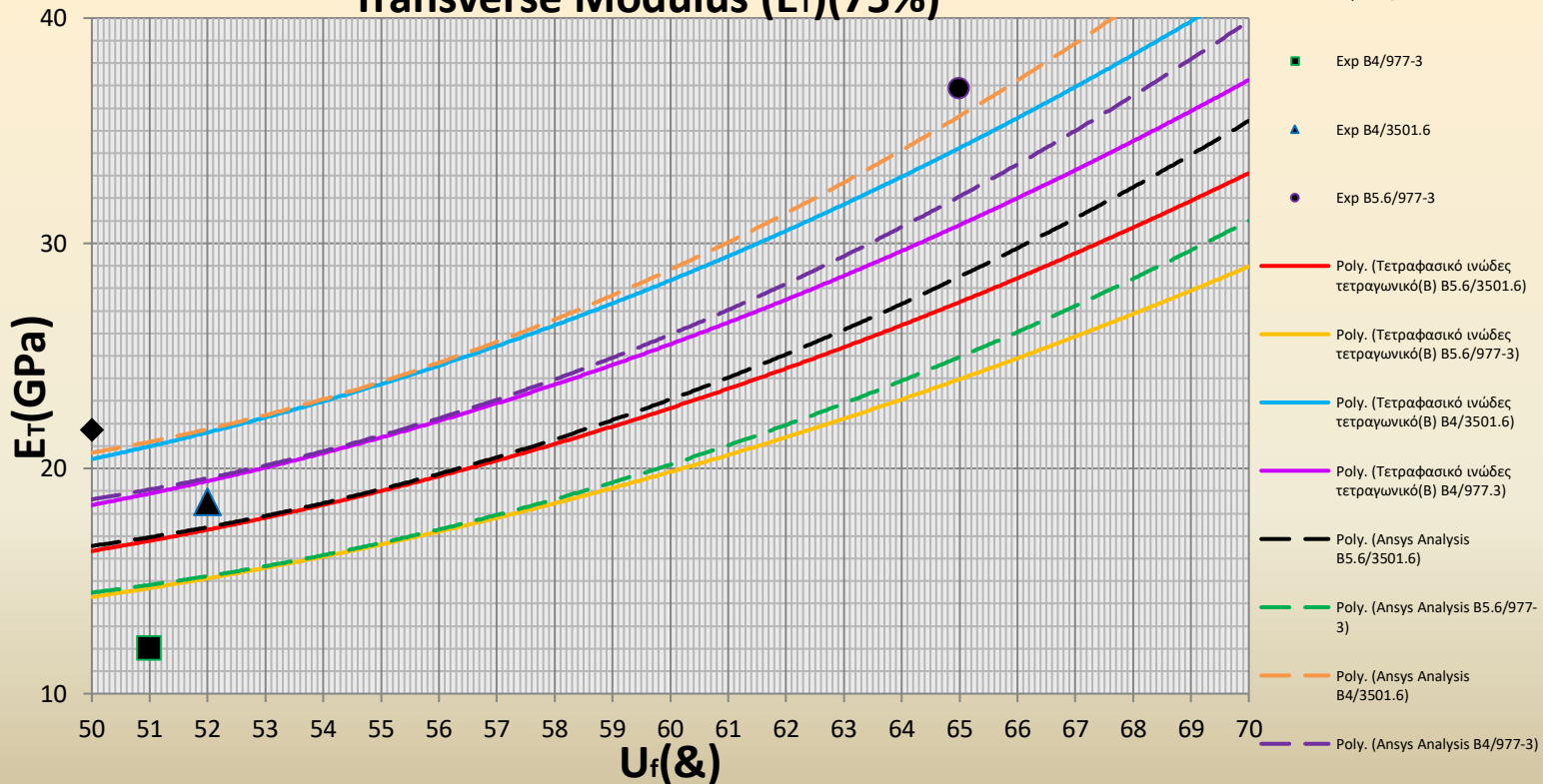
(Δ.5.4.4.4)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(B), για 100% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(75%)

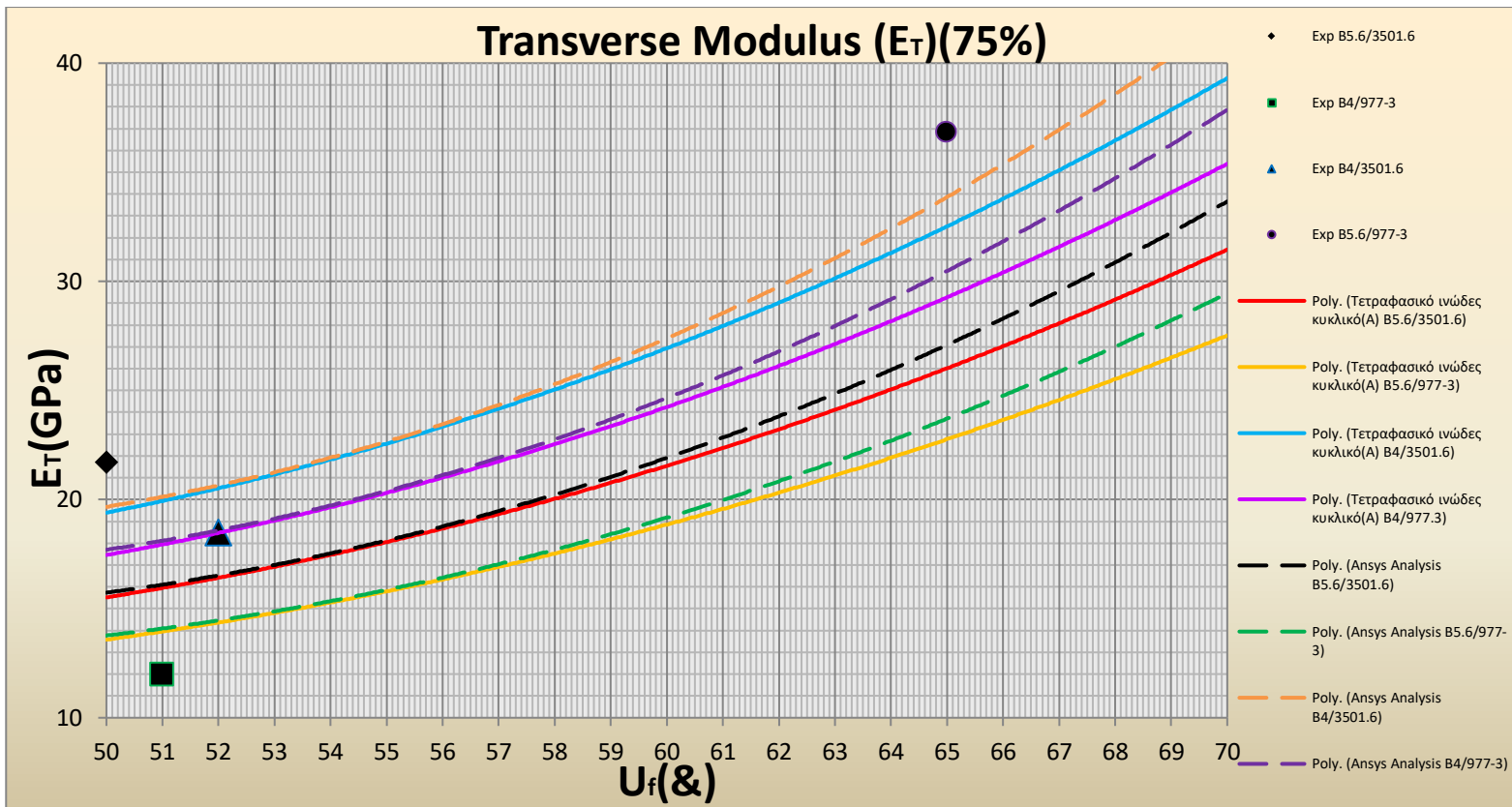


(Δ.5.4.4.5)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

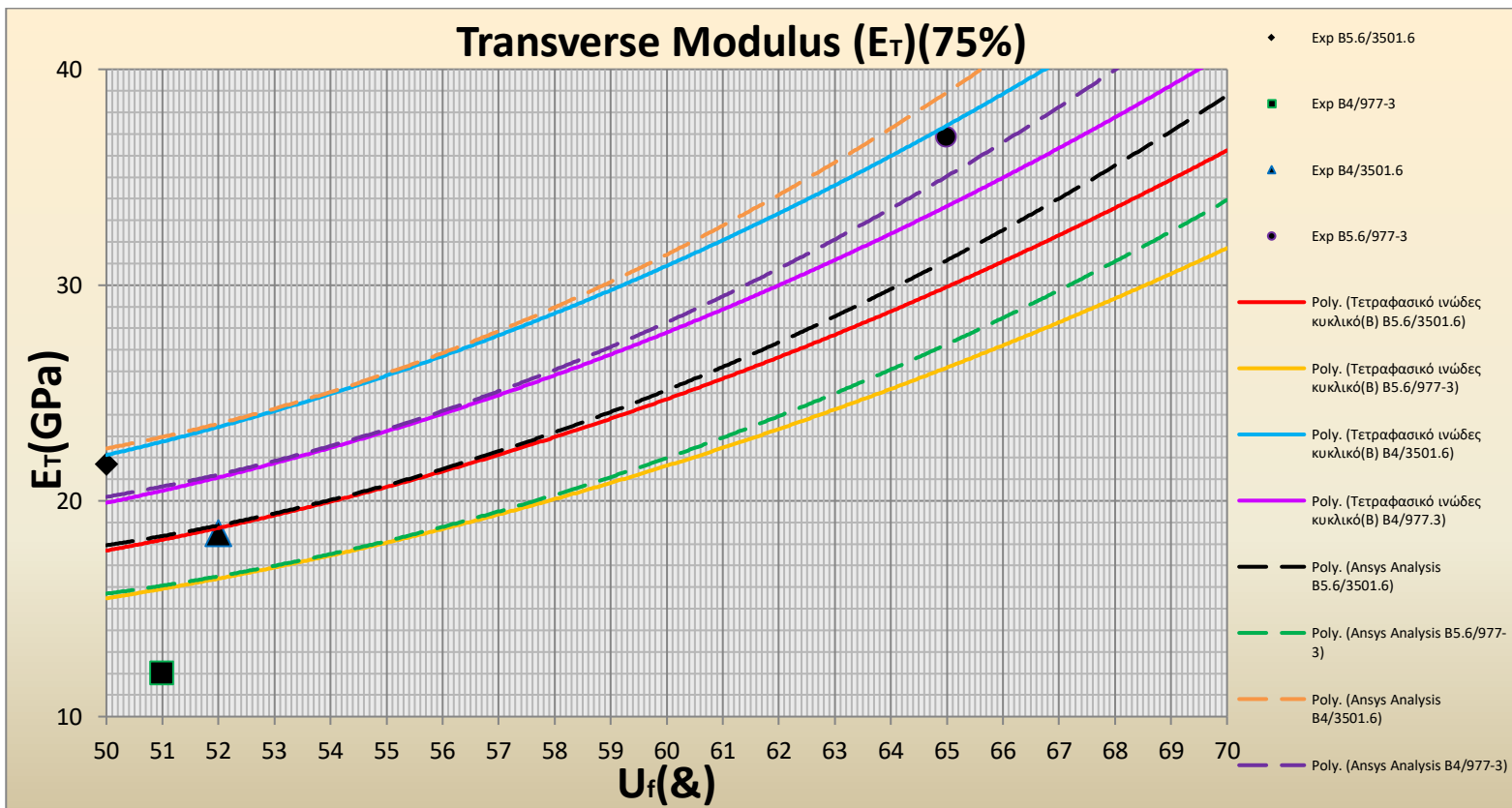
### Transverse Modulus ( $E_T$ )(75%)



(Δ.5.4.4.6)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

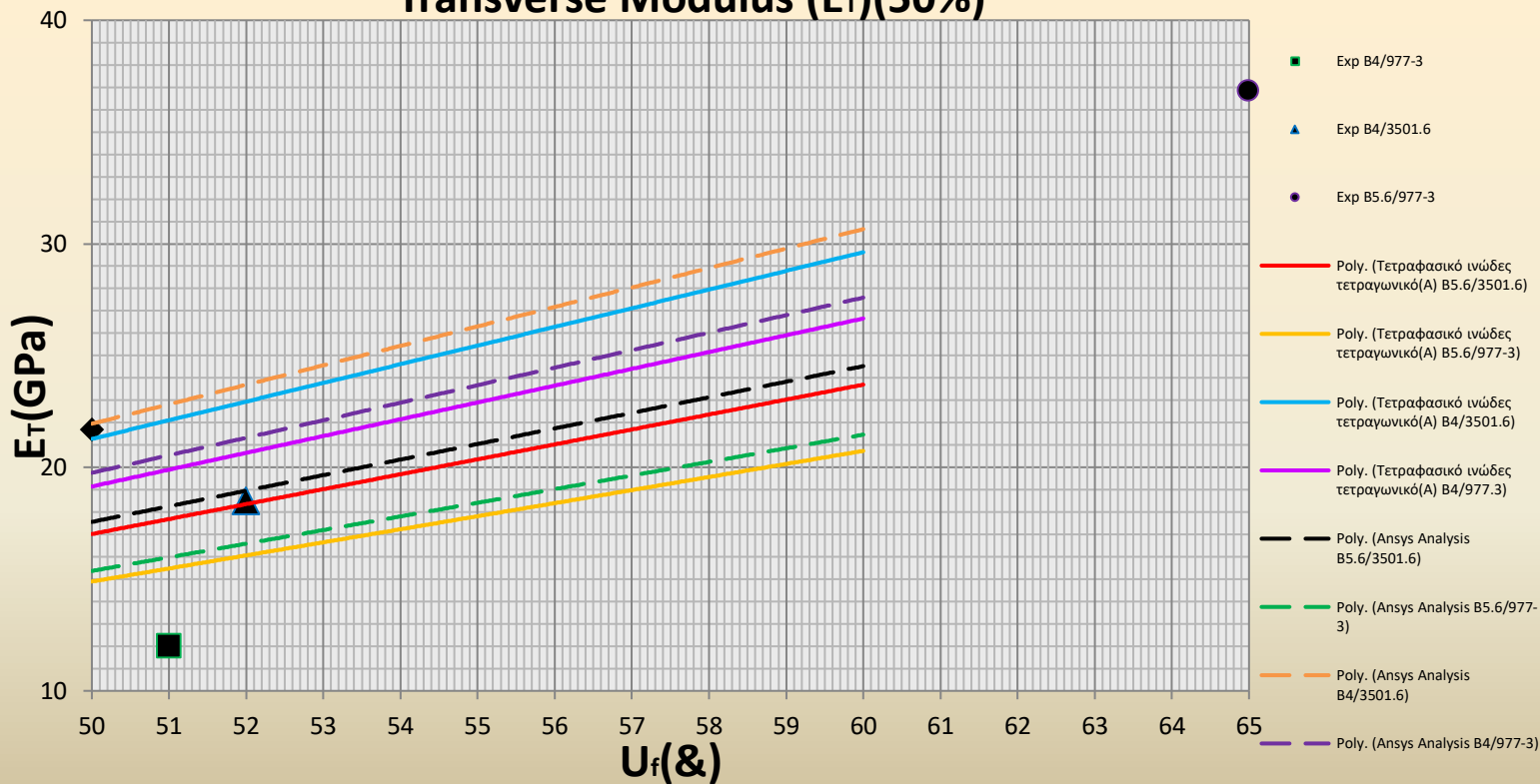


(Δ.5.4.4.7)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(A), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~



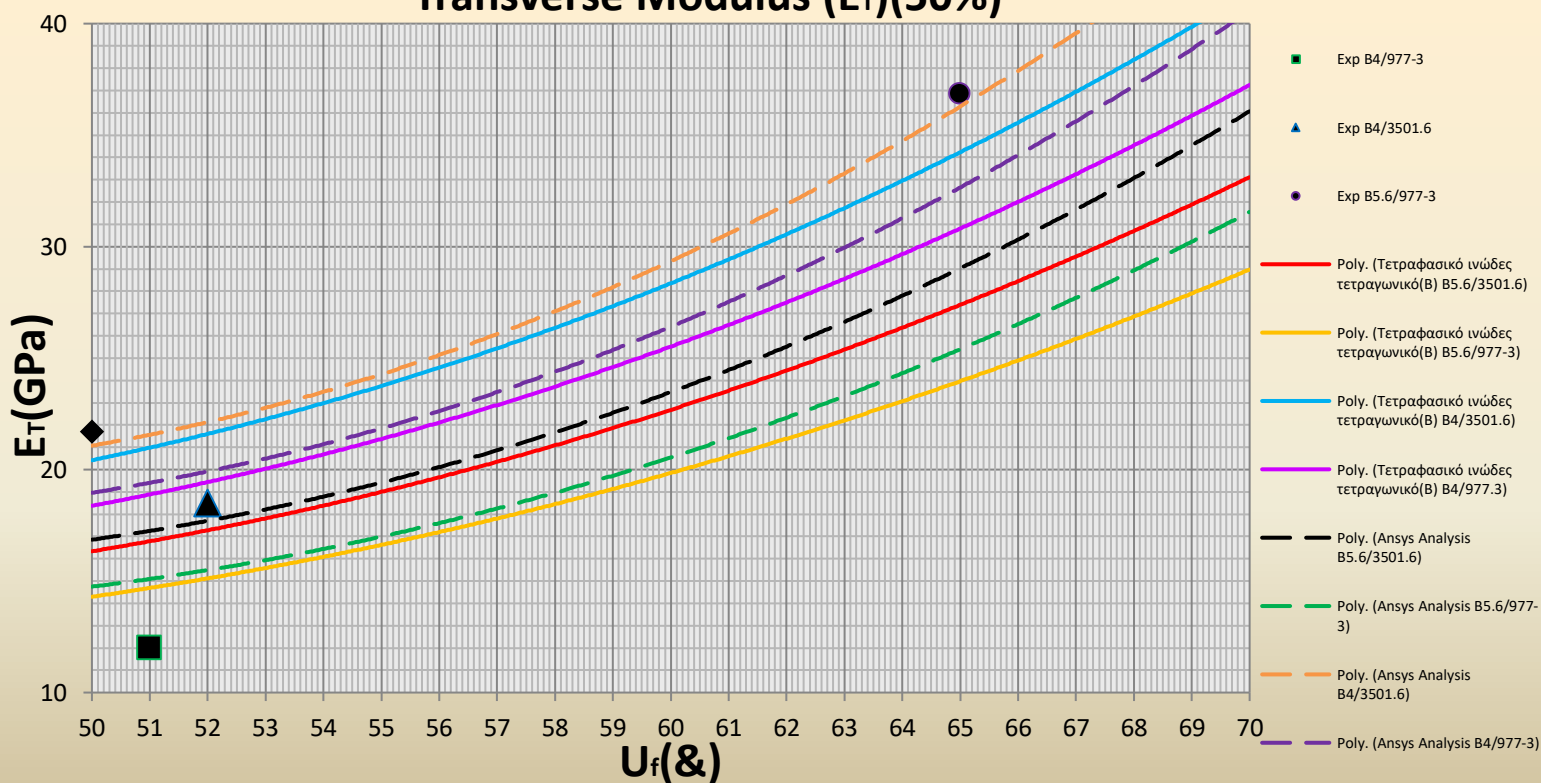
(Δ.5.4.4.8)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(B), για 75% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(50%)



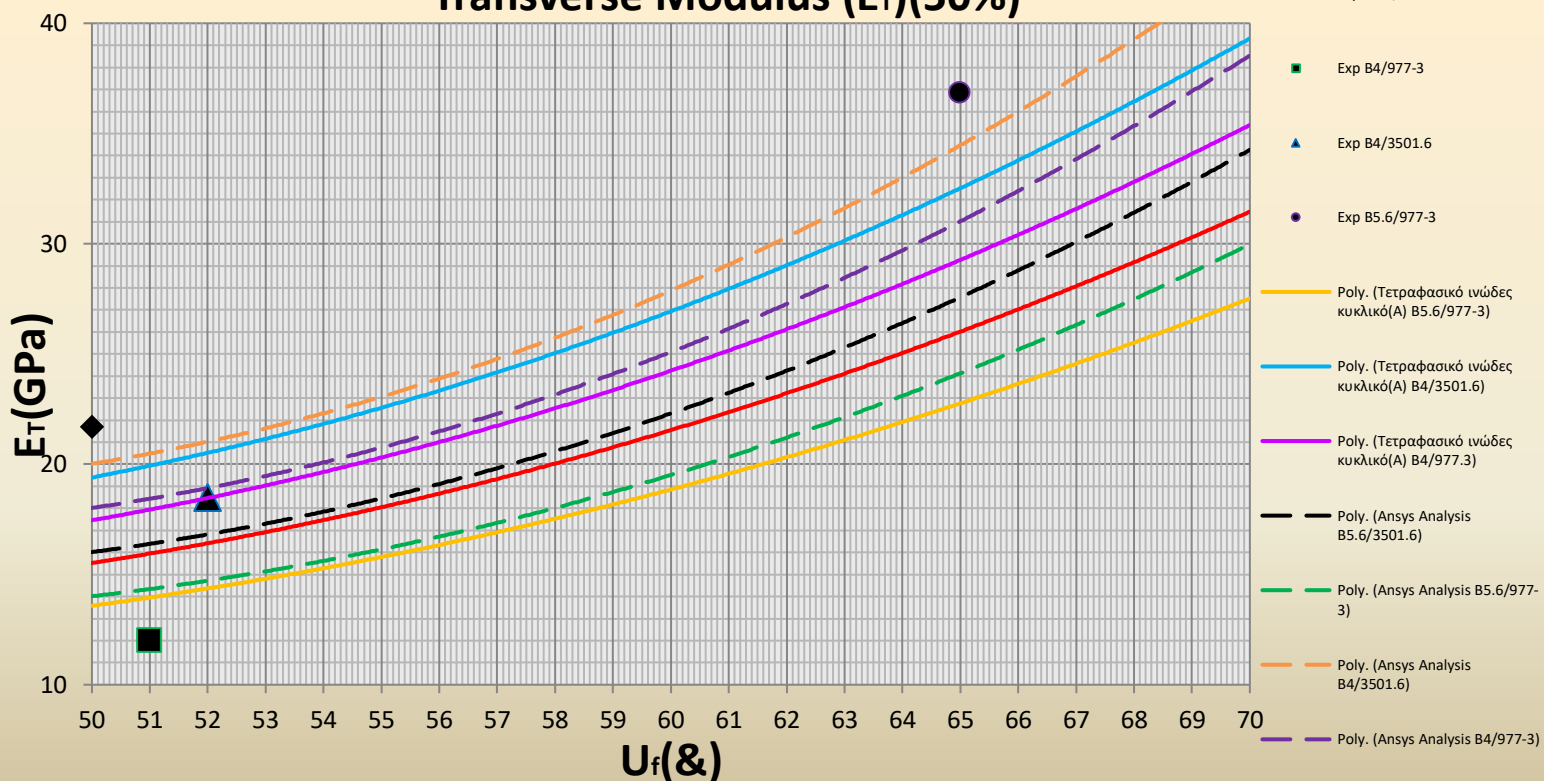
(Δ.5.4.4.9)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(50%)



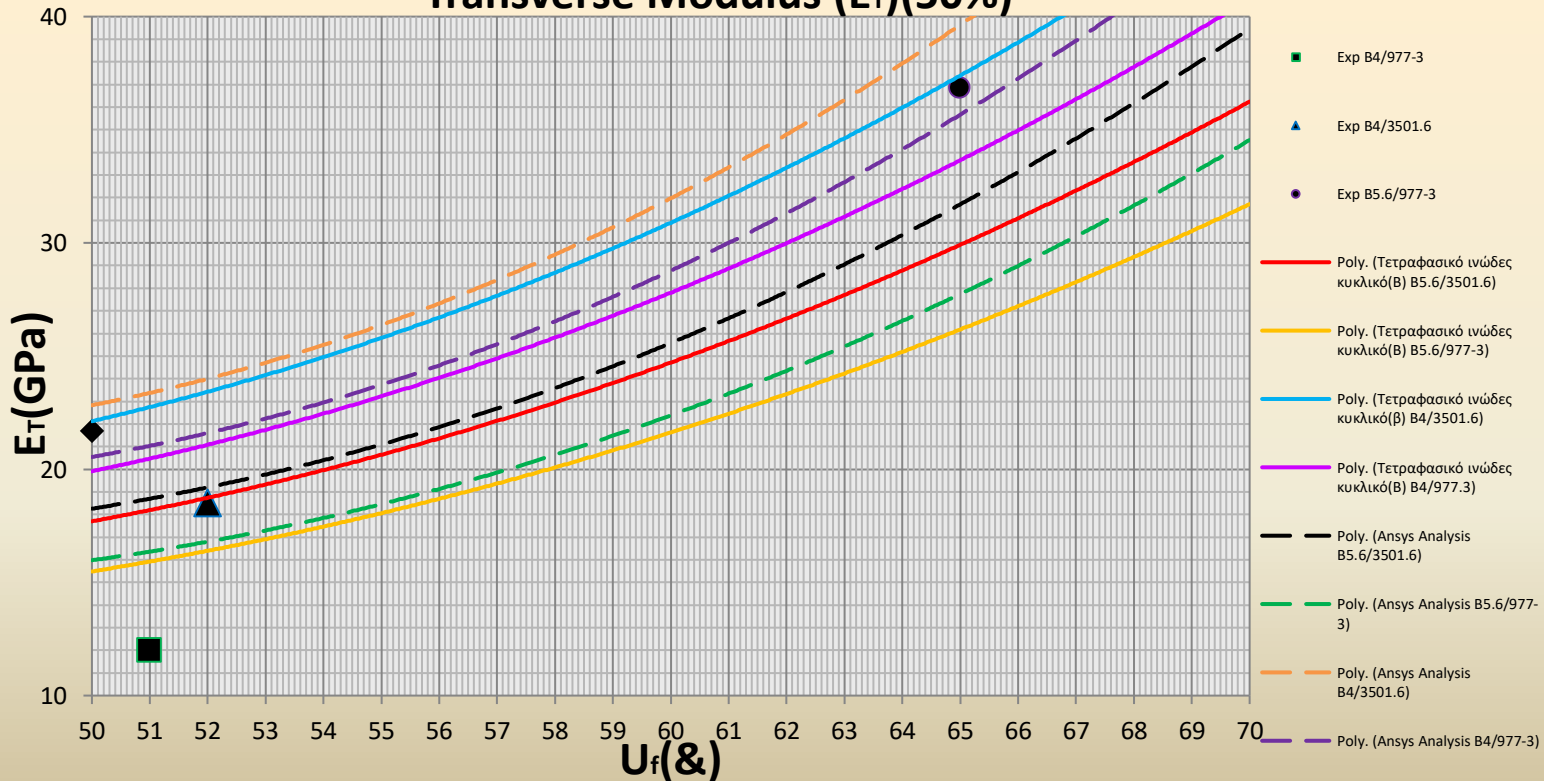
(Δ.5.4.4.10)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Τετραγωνικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(50%)



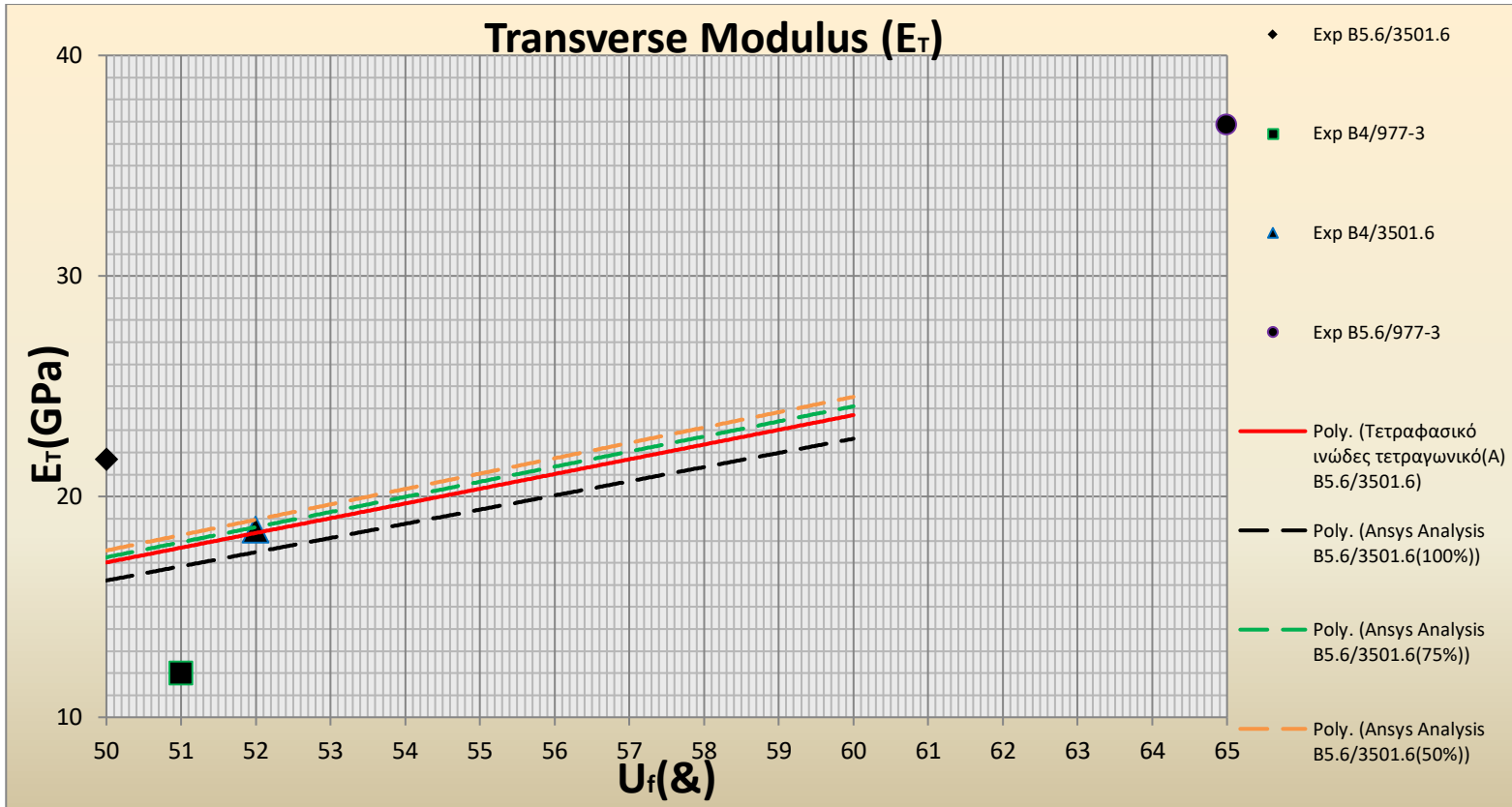
(Δ.5.4.4.11)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(A), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

### Transverse Modulus ( $E_T$ )(50%)

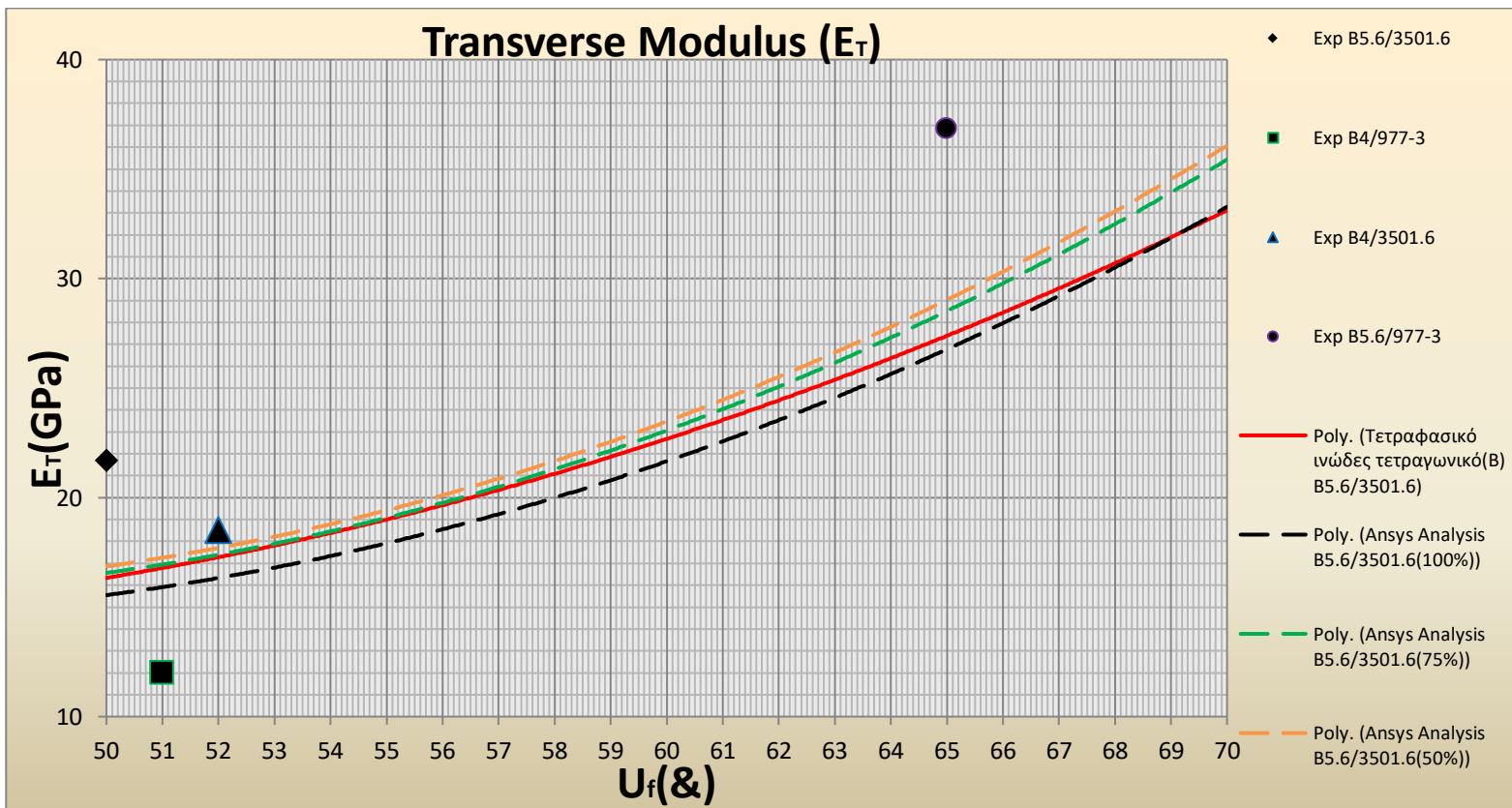


(Δ.5.4.4.12)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για Κυκλικό Ινώδες(B), για 50% πλήθους στοιχείων, για 4 είδη συνθέτων~

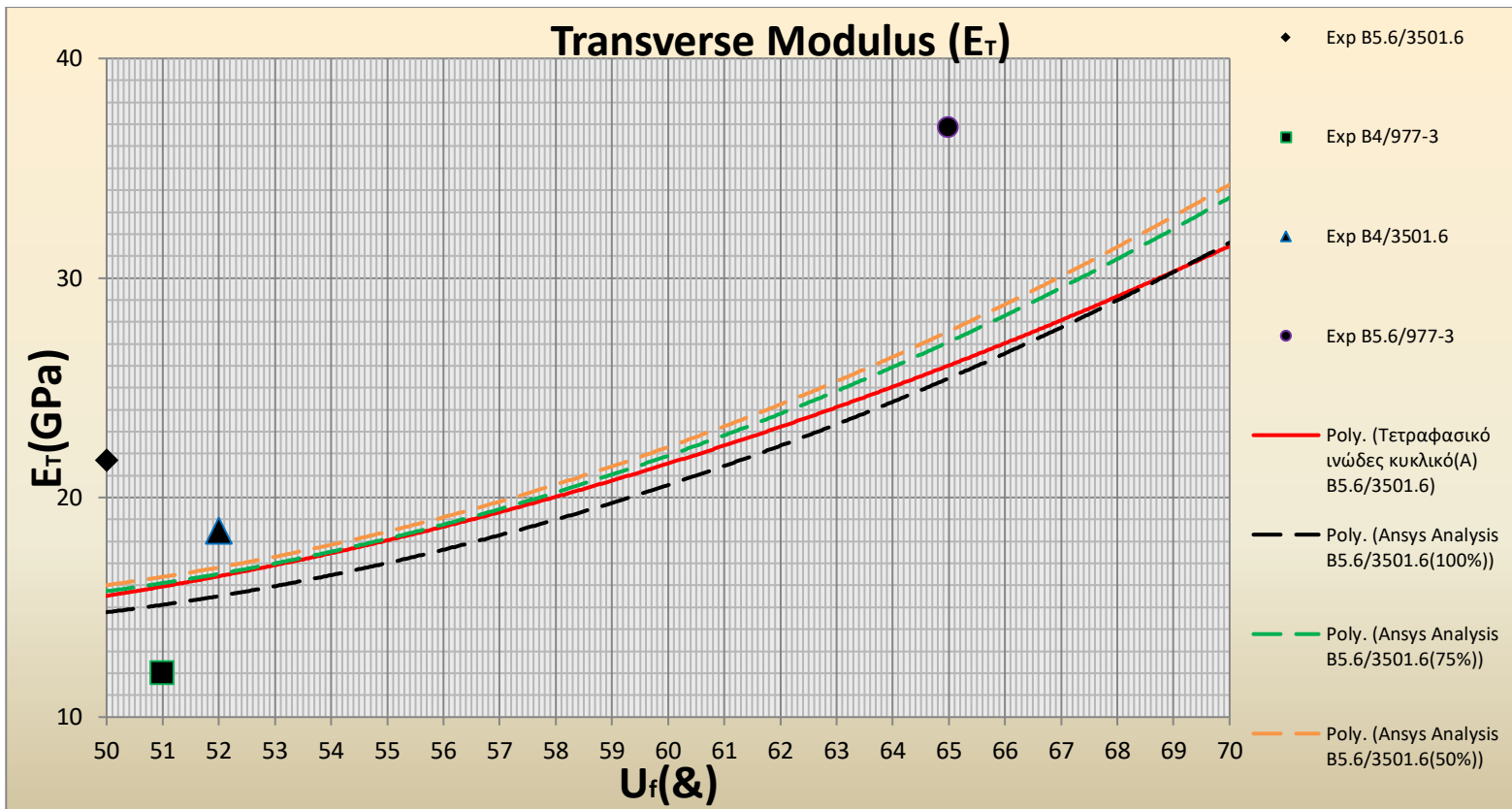




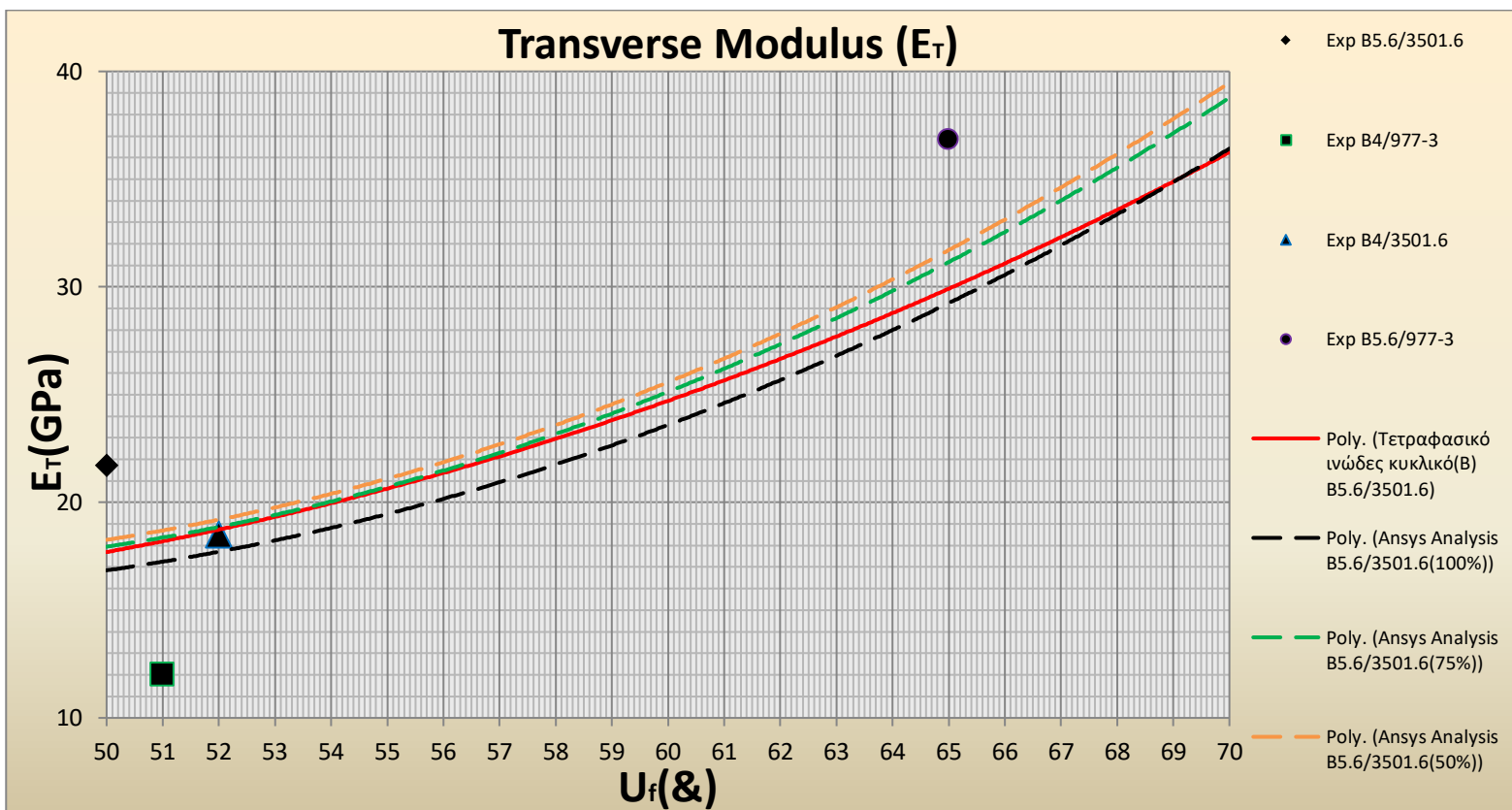
(Δ.5.4.4.Ι)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(A) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~



(Δ.5.4.4.ΙΙ)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Τετραγωνικό(B) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~



(Δ.5.4.4.III)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(A) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~



(Δ.5.4.4.IV)~Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας για όλα τα πλήθη στοιχείων για το Κυκλικό(B) μοντέλο του συνθέτου B5.6/3501.6~

Στα παραπάνω διαγράμματα έχουμε απεικονίσει την συγκριτική μελέτη του θεωρητικού τετραφασικού τετραγωνικού μοντέλου (A) με τα αποτελέσματα που λάβαμε από το ANSYS(Δ.5.4.4.1) για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  και επαναλάβαμε την διαδικασία για το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.4.2), το θεωρητικό τετραφασικό κυκλικό μοντέλο (A)(Δ.5.4.4.3) και το θεωρητικό τετραφασικό τετραγωνικό μοντέλο (B)(Δ.5.4.4.4). Η απεικόνιση των παραπάνω μοντέλων στα συγκεκριμένα διαγράμματα έγινε για τα τέσσερα είδη συνθέτων (B5.6/3501.6, B5.6/977-3, B4/3501.6, B4/977-3) που είχαμε πειραματικά δεδομένα, για το μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων που επιτρέπει η υπολογιστική μας δύναμη. Στους πίνακες Π24, Π25, Π26 έχουμε τις τιμές που έχουμε υπολογίσει από τα τετραφασικά θεωρητικά μοντέλα και από το ANSYS και έχουμε προσθέσει και την ποσοστιαία απόκλιση του προγράμματος από τις θεωρητικές τιμές. Έτσι λοιπόν, παρατηρούμε πολύ καλή σύγκλιση θεωρητικών αποτελεσμάτων και προσομοιώσεων μέσω ANSYS και για τα 4 μοντέλα, για κάθε τύπο συνθέτου. Στα διαγράμματα (Δ.5.4.4.5)- (Δ.5.4.4.8) και (Δ.5.4.4.9)- (Δ.5.4.4.12) επαναλάβαμε την ίδια διαδικασία για μειωμένο αριθμό στοιχείων, συγκεκριμένα 75% και 50% του αρχικού. Στις δύο αυτές σειρές διαγραμμάτων βλέπουμε ελαφρώς χαμηλότερο βαθμό σύγκλισης χωρίς όμως να έχουμε απόκλιση μεγαλύτερη του 10% από τις θεωρητικές τιμές οι οποίες ήταν ήδη πολύ κοντά στα πειραματικά δεδομένα όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επιπλέον παρατηρούμε ότι για το μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δίνει ελαφρώς χαμηλότερες τιμές από τα θεωρητικά μοντέλα και καθώς μειώνουμε το αριθμό των στοιχείων στο 75% και 50% οι τιμές της μεθόδου αυξάνονται. Και στην περίπτωση των 75% και 50% βλέπουμε από τους πίνακες Π25, Π26 ότι η απόκλιση από τις θεωρητικές τιμές δεν φτάνει ούτε στο 10%. Τέλος, στα διαγράμματα (Δ.5.4.4.I)- (Δ.5.4.4.II) κάνουμε σύγκριση των αποτελεσμάτων του ANSYS για διαφορετικό αριθμό στοιχείων για καθένα από τα θεωρητικά μοντέλα για το σύνθετο B5.6/3501.6. Είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι η μείωση των στοιχείων κατά 25% και 50% δεν επέφερε μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων γεγονός πολύ χρήσιμο σε περιπτώσεις περιορισμένων υπολογιστών πόρων όπου μπορεί να είναι αποδεκτή η χρήση πολύ λιγότερων στοιχείων. Συμπεραίνουμε ότι όσον αφορά το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  η χρήση πεπερασμένων στοιχείων μέσω ANSYS δίνει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τα τετραφασικά μοντέλα.



## 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟ ΜΕΛΛΟΝ

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η απόκλιση των τιμών των ελαστικών σταθερών που εξήχθησαν από το τετραφασικό μοντέλο, σε σύγκριση με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα, μπορεί να θεωρηθεί αρκετά μικρή είναι αναμενόμενη.

Όλες οι προσεγγίσεις των ελαστοστατικών ιδιοτήτων του συνθέτου υλικού εμπεριέχουν σφάλματα, είτε λόγω θεωρήσεων για την επίτευξη κλειστής λύσης στις μεν αναλυτικές μεθόδους, είτε σε σφάλματα διενέργειας και διασποράς των αποτελεσμάτων στις πειραματικές διατάξεις. Και στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, τα σφάλματα που εμπεριέχονται επί των λύσεων αποτυπώθηκαν και αναλύθηκαν. Η αριθμητική προσέγγιση του διάμηκες μέτρου Ελαστικότητας  $E_L$  και του λόγου POISSON  $\nu_{LT}$  είναι αρκετά σωστή με βάση τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης του Κεφαλαίου '3' και των πειραματικών αποτελεσμάτων που έχουμε, πράγμα το οποίο συμβαίνει ακόμα και με τις πιο απλές μεθόδους υπολογισμού αυτών των μεγεθών. Ο λόγος του Poisson  $\nu_{TT}$  υπολογίζεται από το θεωρητικό τύπο του Κεφαλαίου '3'. Επειδή το πρόβλημα μας δεν μπορεί να επιλυθεί μονοσήμαντα, αυτή η αυθαίρετη επιλογή του  $\nu_{TT}$  θα επηρεάσει και τον υπολογισμό του  $E_T$ . Η αριθμητική προσέγγιση του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας  $E_T$  προβλέπει ικανοποιητικά αποτελέσματα παρά τη χρησιμοποίηση των τιμών του θεωρητικού τύπου του λόγου POISSON  $\nu_{TT}$ . Τα αριθμητικά μοντέλα μπορούν να μας φανούν χρήσιμα στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- Στον συσχετισμό περιπτώσεων με διαφορετικές παραμέτρους. Μπορούμε να κατανοήσουμε την συμπεριφορά διαφόρων μεταβολών στα δεδομένα, συγκρίνοντας τα μεταξύ τους και όχι απαραίτητα με την πραγματική λύση, εάν αυτή υπάρχει.
- Τα αποτελέσματα των αριθμητικών λύσεων να βρίσκονται εντός του εύρους των πειραματικών αποτελεσμάτων, για όσα πειραματικά αποτελέσματα υπάρχουν διαθέσιμα.

Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση επί της εφαρμογής της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση στατικών μικρο-μηχανικών μοντέλων είναι:

A) Η δημιουργία ενός 'ιδιαίτερου' στοιχείου, το οποίο μακροσκοπικά θα

συμπεριφέρεται σαν ένα τμήμα της μεσοφάσης, δηλαδή θα ενταφιάσει την μέση τιμή της εκθετικής μεταβολής των ιδιοτήτων του εντός των συναρτήσεων σχήματος του.

Β) Την προσπάθεια μοντελοποίησης του προβλήματος με μεγαλύτερη πυκνωση στοιχείων στην ενδιάμεση φάση με τα 3D SOLID185 στοιχεία.

Γ) Την συμπεριφορά παρόμοιων μοντέλων σε δυναμική ανάλυση και διερεύνηση των ελαστο-δυναμικών ιδιοτήτων του συνθέτου υλικού

Πέρα των ανωτέρω συμπερασματικά σε γενικές γραμμές μπορούμε να πούμε ότι το θεωρητικό τετραφασικό μοντέλο ανταποκρίνεται αρκετά καλά σε σχέση με τα πραγματικά δοκίμια, αφού οι τιμές που εξάγονται από αυτό προσεγγίζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό τα υφιστάμενα πειραματικά δεδομένα..Ακόμα είδαμε στην ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρινόμενα με τα θεωρητικά αποτελέσματα και τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα είναι πολύ κοντά. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα να πούμε ότι με την μέθοδο αυτή μπορούμε να έχουμε γρήγορα και αξιόπιστα αποτελέσματα, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που οι θεωρητικές σχέσεις που προκύπτουν από την μελέτη μας δεν έχουν αναλυτική λύση. Επίσης μπορούμε εύκολα να παραμετροποιήσουμε δεδομένα όπως είναι η φόρτιση ή η στατική στήριξη του μοντέλου και να καταλάβουμε άμεσα πώς αυτό συμπεριφέρεται στις διάφορες μεταβολές. Ως μελλοντική εργασία προτείνεται να γίνει αντίστοιχη μελέτη κυλινδρικού μοντέλου για σύνθετα υλικά με ίνες άνθρακα ή υβριδικά σύνθετα υλικά όπως το Glare, καθώς αυτά αποτελούν τα υλικά δημιουργίας νέων καινοτόμων κατασκευών ιδιαίτερα σε εφαρμογές ακριβείας όπως στην αεροναυπηγική και την μικρο-ιατρική και έχουν εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες που μπορούν να προσαρμοστούν καταλλήλως ανάλογα με τις εκάστοτε απαιτήσεις.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Σ. Καϊμαξής, «Θεωρητική και Υπολογιστική Μελέτη των Θερμομηχανικών Ελαστικών Σταθερών Ινώδους Σύνθετου Υλικού με χρήση του Επταφασικού Μοντέλου με Ενδιάμεση Φάση », Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. α(6-44), β(46-53), γ(53-58), δ(63-72), ε(73-99), στ(100-150), (2017)
2. Ε. Κουρουτζόγλου, «Μελέτη των ελαστικών σταθερών ινώδους σύνθετου υλικού με χρήση του Επταφασικού Μοντέλου με Ενδιάμεση Φάση» », Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. α(9-49), β(52-59), γ(60-67), δ(68-79), ε(80-134), στ(135-191) (2014)
3. Γ. Μπικάκης, «Συμβολή στη μελέτη της αντοχής μηχανολογικών κατασκευών από σύγχρονα πολύστρωτα υλικά», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 1-42 (2010)
4. Yu.S. Lipatov, V.F.Babich and V.F.Rosovizky, J. Appl. Polym. Sci., 18, p. 1213 (1974)
5. Yu.S. Lipatov and L.M.Sergeeva, Adsorption of Polymer, New York (1974)
6. Yu.S. Lipatov, Plaste Kautschuk, 10, p. 738 (1973)
7. Yu.S. Lipatov and V.F. Babich, Vysokomol, Soedin, B10, p. 848 (1968)
8. Yu.S. Lipatov and T.E Geller, Vysokomol, Soedin, 8, p. 592, (1966)
9. Yu.S. Lipatov and F.G. Fabulyak, J. Appl. Polym. Sci., 16, p. 2131 (1972)
10. Yu.S. Lipatov, V.F. Babich and V.F.Rosovozky, J. Appl. Polymer Sci., 20, p. 1787 (1976)
11. G.C. Papanicolaou, P.S. Theocaris, Colloid and Polymer Sci., 257, 3, p. 239 (1979)
12. P.S. Theocaris and G.C. Papanicolaou, Colloid and Polymer Sci., 258, 9, p. 1044-1051 (1980)
13. R.F. Landel and T.L. Smith, American Rocket Society Jnl., p. 599 (1961)
14. S. Turner, Appl. Mat. Res., p. 10 (1965)
15. C.W. Van Der Wal, H.W. Bree and F.R. Schwarzl, J. Appl. Pol. Sci., 9, p. 2143 (1965)
16. C.A. Kumins and J.Roteman, J. Pol. Sci., 1-A, p. 527 (1963)
17. G.C. Papanicolaou, S.A.Paipetis and P.S. Theocaris, J. Appl. Pol. Sci., 21, p. 689 (1977)
18. S. Strella and P.F.Erhardt, J. Appl. Pol. Sci., 13, p. 1373 (1969)

19. S.Strella, J. Appl. Pol. Sci., 7, p. 569 (1963)
20. S.Strella, J. Appl. Pol. Sci., 7, p. 1281 (1963)
21. P.S. Theocaris and G. C.Papanicolaou, Fibre Science and Technology, Vol.12, 6, p.421 (1979)
22. P.S. Theocaris, "The Interphase and its Influence on the Mechanical Properties of Composites," New developments in the Characterization of Polymers in the Solid State, Advances in Polymer Science, H.H.Kausch & H.C.Zachmann Editors, Springer Verlag Publ.(1984); see also P.S.Theocaris, "On the Evaluation of Adhesion Between Phases in Fiber Composites," Colloid and Polymer Journal (1984).
23. E. Sideridis, "The Transverse Elastic Modulus of Fiber-Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Journal of Applied Polymer Science, Vol. 48, p.243-255 (1993)
24. E. Sideridis, "The In-Plane Shear Modulus of Fiber Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Composites Science and Technology 31, p.35-53 (1988)
25. E. Sideridis, "The Off-Axis Elastic Constants of Unidirectional Glass Fiber Composites Defined by the Concept of Interphase"
26. P.S. Theocharis, "The Unfolding Model for the Representation of the Interphase Layer in Composites", Proc. Nat. Acad. Athens, Vol.59, No. II, p.87-100 (1984)
27. P.S. Theocaris, E.P.Sideridis, G.C.Papanicolaou, "The Elastic Longitudinal Modulus and Poisson 's Ratio of Fiber Composites" Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 4, (October 1985)
28. I.M. Daniel-O.Ishai "Engineering mechanics of composite materials", Oxford university press, New York, p.  $\alpha(99)$ ,  $\beta(85)$  (2006)
29. P.S. Theocharis "The mesophase concept in composites", Springer Verlag, Berlin, p. 82 (1987)
30. S.W. Tsai and H.T. Hahn, "Introduction to composite materials", Technomic , Lancaster, Pa (1985)
31. G.A. Papadopoulos, E. Sideridis, Study of Orthotropic materials: The Interphase Model and the Crack Initiation., Archive of Applied Mechanics 66, p.111-125 (1995)
32. J.C. Ekvall, "ASME" (1961)
33. B.W. Rosen, "Composites" (1974)
34. Paul, Trans. Metallurgical Soc. AIME, 21. p.8, 36 (1960)
35. J.M. Whitney and M.B. Riley, AIAA J. , p.1537 (1966)



36. J.C. Ekvall, “Structural Behaviour of Monofilament Composites”, Proc. AIAA 6th Structures and Materials Conf. , AIAA, New York (1965)
37. Z. Hashin and B.W. Rosen, J. Appl. Mech. , Trans. Asme, 86 p.223 (1964)
38. Z. Hashin, J. Mech. Phys. Solids, 12, p.119 (1965)
39. J.C. Ekvall, ASME Paper No.63-WA-223 (1963)
40. L.B. Greszczuk, “Membrane Analysis Methods for Composites Structures”, Douglas Aircraft Co. Inc. , SM-41543 (1962)
41. P.S. Theocharis, “The Unfolding Model for the Representation of the Interphase Layer in Composites”, Proc. Nat. Acad. Athens, Vol.59, No. II, p.87-100 (1984)
42. G.C. Sih, P.D. Hilton, R. Badaliance , P.S. Schenberger and G. Villareal , “Fractured Mechanics for Fibrous Composites, ASTM STP 521 , p. 98-132 (1973)
43. L.L. Clements and Moore R.L. , Composites, 1, p.93 (1978)
44. J.M. Whitney and M.B.Riley, AIAA Journal, 4(9), p.1537-1542 (1966).
45. L.B. Gteszczuk, “Theoretical and Experimental Studies on Properties and Behaviour of Filamentary Composites”, SPI 21st Conference, Chicago, IL, Sect. 5-B (1966)
46. S.W.Tsai, NASA CR-71 (1964)
47. R.M. Orgrkiewicz and A.A.M. Sayigh, J. Strain Analysis 6,p.226 (1971)
48. Z. Hashin, Int. J. Solids Structures, 6, p.797(1970)
49. Α. Καμπούρογλου, «Μελέτη των Δυναμικών Ελαστικών Σταθερών Σύνθετων Ινωδών Υλικών διά της θεωρήσεως της Αρχής της Αντιστοιχίας», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ.53-59 (2017),
50. Z. Hashin, (1972b). Vibrations of Viscoelastic Bodies with Small Loss Tangents: Correspondence Principle and Application to Composites. MED Rep. 37.
51. P.S. Theocharis, Coll. Polym. Sci. 235, p.1182 (1969)
52. S.L. Quimby, Phys. Rev.,p.25,558 (1925)
53. J.H. C.Thomson, Trans. R. Soc. London, p.231,339 (1933)
54. N.P. Cheremisinoff. “Handbook of ceramics and compoisites”Vol.1.Marcel Dekker, New York, p.155-164 (1990)
55. Αιμ. Σιδερίδης, “Μελέτη της θερμομηχανικής συμπεριφοράς των κοκκωδών και ινωδών συνθέτων υλικών διά της θεωρίας της ενδιαμέσου φάσεως”, Διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ σελ.169 (1998)
56. ANSYS WORKBENCH Version 19.3

- 57.Γ.Ι. Τσαμασφύρος-Ε.Ε.Θεοτόκογλου, «Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων», Συμμετρία, Αθηνά σελ. 72-77 (2005)
- 58.M.H. Sadd, “Elasticity, Theory, Applications, and Numerics”, Academic Press, Burlington p. 81 (2009)
59. Yu.S. Lipatov, Physical Chemistry of Filled Polymers, Originally published “Khimiya” (Moscow 1977). Translated from the Russian by R.J. Moseley, International Polymer Science and Technology Monograph No. 2
60. Π. Α. Βουθούνης, «Τεχνική Μηχανική», Αθήνα (1993)
61. [www.epotec.gr](http://www.epotec.gr) (Tg-Glass Transition Temperature for Epoxies)
- 62.E. Sideridis , “Thermal expansion coefficients of fiber composites defined by the concept of the interphase” (1993)
63. P.S. Theocaris, G.D. Spathis., E.P. Sideridis, Fibre Sci and Technology, Vol.17, p.169 (1982)
64. P.S. Theocaris, G.C.Papanicolaou and G.D.Spathis Fibre Sci. and Technology, Vol. 15, p.187 (1981)
65. G.C. Papanicolaou, P.S. Theocaris and G.D. Spathis Colloid and Polymer Science, Vol. 258, 11, p. 1231 (1980)
66. G.C. Papanikolaou, S.A. Paipetis and P.S. Theocaris, Colloid and Polymer Science, Vol. 256, 7, p. 625(1978)