



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Δ.Π.Μ.Σ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

Αριστοποίηση Εναλλάκτη Θερμότητας Μέσω της Χρήσης Αλγορίθμου Taguchi

Μεταπτυχιακή Εργασία

Χαράλαμπος Μαθιουδάκης

52120011

Υπεύθυνος Καθηγητής: Βασίλειος Ριζιώτης, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Υπ' Όψιν Νικόλαου Χ. Μαρκάτου, Ομότιμου Καθηγητή ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούνιος 2022

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους επιβλέποντες κυρίους Νικόλαο Χ. Μαρκάτο – Ομότιμο Καθηγητή ΕΜΠ και Βασίλειο Ριζιώτη – Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ καθώς και την συνεπιβλέπουσα κύρια Θεοδώρα Ξενίδου – μέλος ΕΔΙΠ του ΕΜΠ, οι οποίοι μέσω της καθοδήγησης και του ενδιαφέροντός τους, συνετέλεσαν στην άρτια διεκπεραίωση της παρούσας εργασίας. Επιπλέον, ευχαριστώ θερμά την οικογένειά μου για την στήριξή της όλα αυτά τα χρόνια. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου για της γνώσεις που μου προσέφεραν σε αυτό το Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου και τους συναδέλφους μου για την γενικότερη τους στήριξη και συνεργασία.

Περίληψη

Μία από τις βασικές προκλήσεις που καλείται να αντιμετωπίσει ο σύγχρονος Μηχανικός, είναι η σχεδίαση ενός προϊόντος ή ενός συστήματος. Βασικό ζητούμενο κατά τον σχεδιασμό των παραπάνω, είναι η αριστοποίηση της λειτουργίας τους, ώστε να είναι σε θέση να επιτύχουν την υψηλότερη δυνατή απόδοση με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Ειδικότερα, ένα από τα βασικά συστήματα που καλείται να σχεδιάσει ο Μηχανικός σήμερα είναι ο εναλλάκτης θερμότητας, ο οποίος μπορεί να εμφανιστεί σε πληθώρα εφαρμογών (βιομηχανία, οικιακή χρήση, αυτοκινητοβιομηχανία κλπ.) και ο ρόλος του είναι η μεταφορά θερμότητας από ένα μέσον σε ένα άλλο. Κατά τον σχεδιασμό του, υπάρχει ένα πλήθος παραμέτρων των οποίων μπορεί να μεταβάλει, προκειμένου να καταλήξει στις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας του. Η χρήση της Υπολογιστικής Μηχανικής αποτελεί έναν οικονομικό, αξιόπιστο και γρήγορο τρόπο, προκειμένου να προσομοιώσει τις υπό εξέταση συνθήκες. Στην συνέχεια, θα πρέπει να εξετάσει τα αποτελέσματά του και μέσω μίας μεθόδου αριστοποίησης να αποκτήσει αξιόπιστα συμπεράσματα, σχετικά με το ποιες είναι οι βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας. Η παρούσα εργασία, επιχειρεί να προσομοιώσει έναν Εναλλάκτη Θερμότητας μέσω του υπολογιστικού πακέτου PHOENICS-VR της CHAM και στην συνέχεια να εντοπίσει τις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας του, κάνοντας χρήση του αλγορίθμου Taguchi.

Abstract

One of the main challenges that the modern Engineer has to face, is the design of a product or a system. When designing the above, optimization of their operation has to be the major concern, so that they are able to achieve the highest possible performance at the lowest possible cost. In particular, one of the basic systems that the Engineer is called to design today is the heat exchanger, which can appear in a variety of applications (industry, home, automotive, etc.) and its role is to transfer heat from one fluid to another. other. During the design of the Heat Exchanger, there are a number of parameters which can be changed in order to achieve the optimal operating conditions. Using Computational Fluid Dynamics is an economical, reliable and fast way to simulate the conditions under consideration. Next, the results have to be examined and then the use of an optimization method is necessary, in order to determine the optimal operating conditions. The present work attempts to simulate a Heat Exchanger through PHOENICS-VR of CHAM computer package and then to identify its optimal operating conditions, using the Taguchi algorithm.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	3
Περίληψη	4
Abstract.....	5
Περιεχόμενα.....	7
Πίνακας Εικόνων	9
Λίστα Πινάκων	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	13
1.1 Μεταφορά Θερμότητας.....	13
1.2 Μηχανισμοί Μεταφοράς Θερμότητας	13
1.3 Εναλλάκτες Θερμότητας.....	16
1.4 Τύποι Εναλλακτών Θερμότητας	16
1.5 Ανάλυση Εναλλακτών θερμότητας.....	18
1.6 Σκοπός.....	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ.....	20
2.1 Η Έννοια του Ρευστού	20
2.2 Το Συνεχές Μέσο.....	20
2.3 Οι Εξισώσεις Συνέχειας, Ορμής, Ενέργειας	20
2.4 Συνεκτικότητα.....	22
2.5 Εξισώσεις Navier-Stokes	23
2.6 Τύρβη.....	24
2.7 Πτώση Πίεσης Εντός Αγωγού	25
2.8 Μέθοδος Taguchi.....	26
2.8.1 Βήματα Μεθόδου Taguchi.....	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	29
3.1 Το Υπολογιστικό Χωρίο	29
3.2 Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Όγκων	30
3.3 Διακριτοποίηση Εξίσωσης Μεταφοράς.....	31
3.4 Υβριδικό Σχήμα	33
3.5 Συνοριακές Συνθήκες.....	34
3.7 Χειρισμός Ορου Πηγής.....	37
3.8 Τελική Έκφραση Διακριτοποιημένης Εξίσωσης	37
3.9 Αλγόριθμος SIMPLE	38
3.10 Επίλυση Συστήματος Γραμμικών Αλγεβρικών Εξισώσεων	39
3.11 Τεχνικές Υποχαλάρωσης	41

3.12 Προσομοίωση Τυρβώδους Ροής.....	42
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	48
4.1 Το Λογισμικό RHOENICS	48
4.2 Περιγραφή του Προβλήματος.....	50
4.2.1 Συνοριακές Συνθήκες.....	50
4.2.2 Κατασκευή Πλέγματος	55
4.2.3 Μοντέλα Επίλυσης.....	58
4.2.4 Αριθμητικό Σχήμα	60
4.2.5 Εκτέλεση Επαναλήψεων	60
4.3 Υπολογισμός Στόχων	61
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	64
5.1 Μεταβλητές και Επίπεδα	64
5.2 Ανάλυση Taguchi	65
5.3 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Μεταβλητών	75
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ.....	78
Βιβλιογραφία	80

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1: Αγωγή Θερμότητας διά Μέσω Τοιχώματος.....	14
Εικόνα 2: Εξαναγκασμένη Συναγωγή Θερμότητας.....	15
Εικόνα 3: Τύποι Εναλλακτών Θερμότητας [2].....	16
Εικόνα 4: Εναλλάκτες Θερμότητας με Διαφορετική Διάταξη Ροής.....	17
Εικόνα 5: Εναλλάκτες Θερμότητας με Αναμίξιμη και Μη Ροή.....	17
Εικόνα 6: Εναλλάκτης Θερμότητας Κελύφους – Αύλου.....	17
Εικόνα 7: Απειροστός Όγκος Ρευστού.....	21
Εικόνα 8: Διατμητική Τάση σε Στοιχείο Ρευστού.....	23
Εικόνα 9: Ανάπτυξη Διατμητικής Τάσεως εντός Αγωγού.....	23
Εικόνα 10: Μετάβαση Ροής από Στρωτή σε Τυρβώδη.....	24
Εικόνα 11: Το Υπολογιστικό Πλέγμα.....	29
Εικόνα 12: Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων.....	31
Εικόνα 13: Συνοριακή Συνθήκη Τύπου Neumann.....	34
Εικόνα 14: Κόμβοι Πεπερασμένου Όγκου.....	37
Εικόνα 15: Μοντέλα Επίλυσης Τυρβώδους Ροής.....	43
Εικόνα 16: Μοντέλο RANS.....	43
Εικόνα 17: Βασική Δομή Λογισμικού PHOENICS.....	48
Εικόνα 18: Διαδικασία Υπολογιστικής Προσομοίωσης.....	49
Εικόνα 19: Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου.....	50
Εικόνα 20: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 5 Στήλες.....	52
Εικόνα 21: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 3 Στήλες.....	53
Εικόνα 22: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 4 Στήλες.....	54
Εικόνα 24: Ευθεία Μελέτης Ανεξαρτησίας.....	55
Εικόνα 25: Διάγραμμα Σφάλματος της Θερμοκρασίας.....	57
Εικόνα 26: Μεταβολή Μέσης Ταχύτητας.....	57
Εικόνα 27: Κατανομή α) Θερμοκρασίας και β) Ταχύτητας στην Ευθεία Ενδιαφέροντος.....	58
Εικόνα 28: Υπολογιστικό Πλέγμα α) σε Πλήρη Μορφή και β) σε Μεγέθυνση.....	58
Εικόνα 29: Επιλογή Παραμέτρων στο PHOENICS-VR.....	59
Εικόνα 30: Κόμβος Υπολογισμού των Υπολοίπων.....	60
Εικόνα 31: Πορεία Σύγκλισης.....	61
Εικόνα 32: Περιβάλλον Δημιουργίας Γραφήματος.....	63
Εικόνα 33: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N για την Μεταφορά Θερμότητας.....	66
Εικόνα 34: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N για την Πτώση Πίεσης.....	66
Εικόνα 35: Συντελεστής Σύγκλισης για την Ταχύτητα-TOPSIS.....	69
Εικόνα 36: Συντελεστής Σύγκλισης για την Ροή Θερμότητας-TOPSIS.....	69
Εικόνα 37: Συντελεστής Σύγκλισης για τον Αριθμό των Σηλών-TOPSIS.....	70
Εικόνα 38: Βαθμός Σχετικότητας για την Ταχύτητα-GRA.....	72
Εικόνα 39: Βαθμός Σχετικότητας για την Ροή Θερμότητας-GRA.....	73
Εικόνα 40: Βαθμός Σχετικότητας για τον Αριθμό των Σηλών-GRA.....	73
Εικόνα 41: Απεικόνιση Ισοψών Γραμμών Θερμοκρασίας για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων.....	75
Εικόνα 42: Απεικόνιση Κατανομής της Θερμοκρασίας στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων.....	75
Εικόνα 43: Απεικόνιση Ισοψών Γραμμών Πίεσης για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων.....	76

Εικόνα 44: Απεικόνιση Κατανομής της Πίεσης στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων	76
Εικόνα 45: Απεικόνιση Ισουψών Γραμμών Ταχύτητας για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων .	76
Εικόνα 46: Απεικόνιση Κατανομής της Ταχύτητας στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων	77

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1: Θέσεις Αγωγών - 5 Στήλες.....	53
Πίνακας 2: Θέσεις Αγωγών - 3 Στήλες.....	53
Πίνακας 3: Θέσεις Αγωγών - 4 Στήλες.....	54
Πίνακας 4: Μέγεθος και Κόμβοι Πλεγμάτων.....	56
Πίνακας 5: Μεταβολή Σφάλματος κατά την Μελέτη Ανεξαρτησίας.....	56
Πίνακας 6: Αρχικές Τιμές Μεταβλητών.....	59
Πίνακας 7: Συντελεστές και Τύποι Υποχαλάρωσης.....	60
Πίνακας 8: Μεταβλητές και Επίπεδα.....	64
Πίνακας 9: Πίνακας L9 Taguchi.....	65
Πίνακας 10: Αποτελέσματα Παραμέτρων Στόχων.....	65
Πίνακας 11: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N.....	66
Πίνακας 12: Πίνακας Αποφάσεων-TOPSIS.....	67
Πίνακας 13: Κανονικοποιημένος Πίνακας-TOPSIS.....	68
Πίνακας 14: Συντελεστές Σύγκλισης-TOPSIS.....	68
Πίνακας 15: Αποτελέσματα TOPSIS.....	68
Πίνακας 16: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας - TOPSIS.....	70
Πίνακας 17: Πίνακας Αποφάσεων-GRA.....	71
Πίνακας 18: Κανονικοποιημένος Πίνακας-GRA.....	71
Πίνακας 19: Βαθμός Σχετικότητας-GRA.....	72
Πίνακας 20: Αποτελέσματα GRA.....	72
Πίνακας 21: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας – GRA.....	73
Πίνακας 22: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας.....	74

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα δοθούν οι βασικοί ορισμοί εννοιών και φαινομένων που θα απασχολήσουν σε αυτή την εργασία, όπως η Μεταφορά Θερμότητας, οι Εναλλάκτες Θερμότητας, οι Τύποι και η Ανάλυσή τους, ενώ θα αναπτυχθεί και ο βασικός Σκοπός αυτής της εργασίας.

1.1 Μεταφορά Θερμότητας

Με τον όρο *Θερμότητα*, ορίζεται η μορφή της ενέργειας που μπορεί να μεταφερθεί από ένα σύστημα σε ένα άλλο, ως αποτέλεσμα της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ των συστημάτων αυτών [1]. Συγκεκριμένα, η Θερμότητα μεταφέρεται από το σύστημα υψηλότερης θερμοκρασίας, στο σύστημα χαμηλότερης θερμοκρασίας. Η επιστήμη που πραγματεύεται τον προσδιορισμό των ρυθμών τέτοιας μεταφοράς ενέργειας, ονομάζεται *Μεταφορά Θερμότητας*. Ο ρυθμός Μεταφοράς Θερμότητας μετριέται στο SI σε Watt [W].

Ιδιαίτερα στον τομέα της Μηχανικής, η Μεταφορά Θερμότητας συναντάται σε πολλές εφαρμογές, όπως οι εναλλάκτες θερμότητας, οι συμπυκνωτές, τα καλοριφέρ, οι θερμοσίφωνες, τα ψυγεία, οι ηλιακοί συλλέκτες κα. Τα προβλήματα Μεταφοράς Θερμότητας που μπορεί να συναντήσει κάποιος στην πράξη, μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες:

- Στα προβλήματα ρυθμού μετάδοσης.
- Στα προβλήματα καθορισμού μεγέθους.

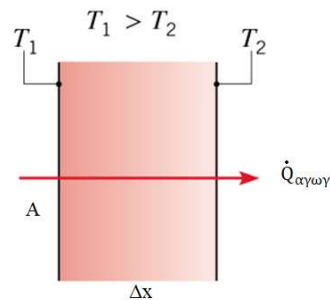
Τα προβλήματα ρυθμού μετάδοσης πραγματεύονται τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας ενός υπάρχοντος συστήματος σε συγκεκριμένη θερμοκρασιακή διαφορά. Από την άλλη πλευρά, τα προβλήματα καθορισμού μεγέθους πραγματεύονται τον καθορισμό του μεγέθους ενός συστήματος έτσι ώστε αυτό να μεταφέρει θερμότητα με συγκεκριμένο ρυθμό και για συγκεκριμένη θερμοκρασιακή διαφορά.

1.2 Μηχανισμοί Μεταφοράς Θερμότητας

Η Θερμότητα έχει την δυνατότητα να μεταφερθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους: Αγωγή, Συναγωγή και Ακτινοβολία. Οι παραπάνω μηχανισμοί είναι πολύ πιθανόν και να συνυπάρχουν κατά την διαδικασία Μεταφοράς Θερμότητας. Πιο αναλυτικά:

α) Αγωγή: Με τον όρο *Αγωγή*, αναφερόμαστε στον μηχανισμό, κατά τον οποίο μεταφέρεται θερμότητα από τα πιο ενεργητικά σωματίδια μιας ουσίας προς τα λιγότερο ενεργητικά σωματίδια, ως αποτέλεσμα αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων. Η αγωγή μπορεί να λάβει χώρα στα στερεά, στα υγρά και στα αέρια.

Ο ρυθμός αγωγής θερμότητας εντός μέσου, εξαρτάται από την γεωμετρία του μέσου, το πάχος του, το υλικό του καθώς και την θερμοκρασιακή διαφορά εκατέρωθεν του μέσου.



Εικόνα 1: Αγωγή Θερμότητας διά Μέσω Τοιχώματος

Με τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας να ισούται σύμφωνα με τον νόμο του Fourier με:

$$\dot{Q}_{αγωγ} = kA \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Όπου:

k : Η θερμική αγωγιμότητα του υλικού.

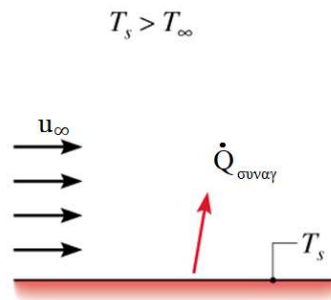
A : Η επιφάνεια του υλικού.

Η θερμική αγωγιμότητα ενός υλικού, εκφράζει τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας ανά μονάδα πάχους του υλικού ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα διαφοράς θερμοκρασίας.

β) Συναγωγή: Με τον όρο *Συναγωγή*, αναφερόμαστε στον μηχανισμό, κατά τον οποίο πραγματοποιείται Μεταφορά Θερμότητας ανάμεσα σε μία στερεά επιφάνεια και στο γειτονικό υγρό ή αέριο που βρίσκεται σε κίνηση και περιλαμβάνει τη συνδυασμένη επίδραση της αγωγής και της κίνησης του ρευστού.

Η Συναγωγή ονομάζεται εξαναγκασμένη, εάν το ρευστό αναγκάζεται σε ροή πάνω από μία επιφάνεια με την βοήθεια εξωτερικών μέσων, όπως ένας ανεμιστήρας, μια αντλία ή ο άνεμος. Αντίθετα, η συναγωγή ονομάζεται φυσική (ή ελεύθερη), εάν η κίνηση του ρευστού

προκαλείται από ανυψωτικές δυνάμεις που προκύπτουν από τις διαφορές στην πυκνότητα του ρευστού ή σε θερμοκρασιακή διαφορά.



Εικόνα 2: Εξαναγκασμένη Συναγωγή Θερμότητας

Με τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας να ισούται σύμφωνα με τον νόμο ψύξης του Newton με:

$$\dot{Q}_{\text{συναγ}} = hA(T_s - T_\infty) \quad (2)$$

Όπου:

h : Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή, εκπεφρασμένος σε $W/m^2 \cdot K$.

A : Η επιφάνεια του υλικού.

T_s : Η επιφανειακή θερμοκρασία.

T_∞ : Η θερμοκρασία του ρευστού που βρίσκεται μακριά από την επιφάνεια σε ικανοποιητικό βαθμό.

γ) Ακτινοβολία: Με τον όρο *Ακτινοβολία*, αναφερόμαστε στην ενέργεια που εκπέμπεται από την ύλη με την μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων (ή φωτονίων) ως αποτέλεσμα μεταβολών στην ηλεκτρονική διαμόρφωση των ατόμων ή των μορίων. Σε αντίθεση με την αγωγή και τη συναγωγή, η μεταφορά ενέργειας με ακτινοβολία, δεν απαιτεί την παρουσία υλικού μέσου.

Ο μέγιστος ρυθμός ακτινοβολίας που μπορεί να εκπέμψει μία επιφάνεια σε απόλυτη θερμοκρασία T_s , δίνεται από το νόμο Stefan-Boltzmann.

$$\dot{Q}_{\text{ακτιν}} = \sigma A_s T_s^4 \quad (3)$$

Όπου:

σ : Η σταθερά Stefan-Boltzmann, ίση με $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

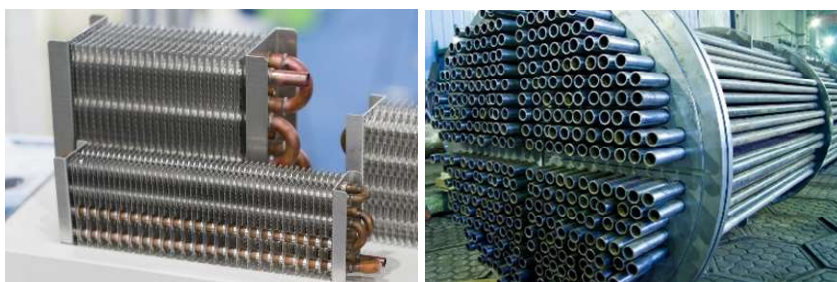
A_s : Η επιφάνεια του υλικού.

T_s : Η επιφανειακή θερμοκρασία.

1.3 Εναλλάκτες Θερμότητας

Οι *Εναλλάκτες Θερμότητας* είναι διατάξεις που επιτρέπουν την ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ δύο ρευστών που βρίσκονται σε διαφορετικές θερμοκρασίες, χωρίς όμως να επιτρέπεται η ανάμιξή τους. Χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε πολλές εφαρμογές, από οικιακά συστήματα θέρμανσης και κλιματισμού, έως την χημική επεξεργασία και την παραγωγή ισχύος σε μεγάλες βιομηχανικές εγκαταστάσεις.

Η μεταφορά θερμότητας σε έναν εναλλάκτη συνήθως περιλαμβάνει συναγωγή σε κάθε ρευστό και αγωγή δια μέσου του τοιχώματος που χωρίζει τα δύο ρευστά.



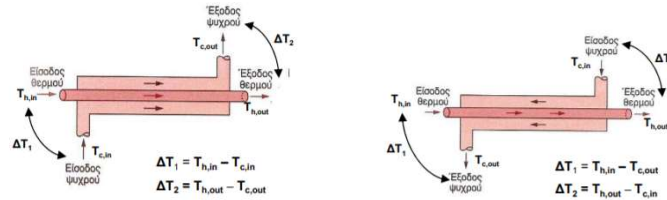
Εικόνα 3: Τύποι Εναλλακτών Θερμότητας [2]

1.4 Τύποι Εναλλακτών Θερμότητας

Για κάθε διαφορετική εφαρμογή μεταφοράς θερμότητας, απαιτείται διαφορετικό είδος μηχανικού εξοπλισμού και διαφορετικές συνδεσμολογίες εξοπλισμού μεταφοράς θερμότητας.

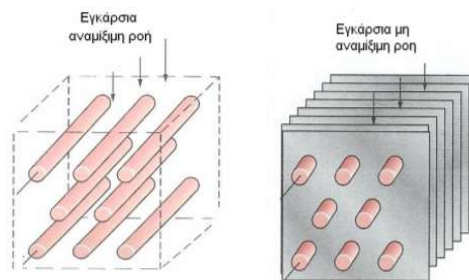
Ο απλούστερος τύπος εναλλάκτη θερμότητας αποτελείται από δύο ομόκεντρους σωλήνες διαφορετικής διαμέτρου και ονομάζεται εναλλάκτης θερμότητας διπλού σωλήνα. Σε έναν τέτοιο εναλλάκτη, το ρευστό ρέει στο εσωτερικό του μικρότερου σωλήνα, ενώ το άλλο ρευστό ρέει στο δακτυλιοειδή χώρο ανάμεσα στους δύο σωλήνες.

Υπάρχουν δύο τύποι διάταξης ροής σε ένα εναλλάκτη θερμότητας διπλού σωλήνα: σε παράλληλη ροή, όπου τόσο τα θερμά όσο και τα ψυχρά ρευστά εισέρχονται στον εναλλάκτη από το ίδιο άκρο και ρέουν προς την ίδια κατεύθυνση και σε αντιροή, όπου τα θερμά και ψυχρά ρευστά εισέρχονται στον εναλλάκτη από αντίθετα άκρα και ρέουν προς αντίθετες κατευθύνσεις.



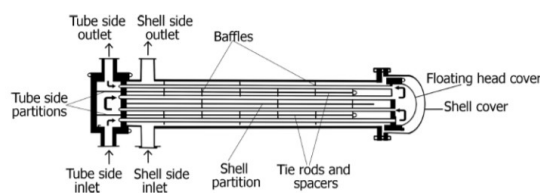
Εικόνα 4: Εναλλάκτες Θερμότητας με Διαφορετική Διάταξη Ροής

Ένας άλλος τύπος εναλλάκτη θερμότητας, ο οποίος είναι ειδικά σχεδιασμένος για να καλύπτει μία πολύ μεγάλη επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας ανά μονάδα χρόνου, είναι ο συμπαγής εναλλάκτης θερμότητας. Σε αυτόν τον τύπο εναλλάκτη, τα δύο ρευστά συνήθως ρέουν κάθετα μεταξύ τους (υπό ορθή γωνία) και αυτή η διαμόρφωση ονομάζεται εγκάρσια ή διασταυρούμενη ροή.



Εικόνα 5: Εναλλάκτες Θερμότητας με Αναμειγμένη και Μη Ροή

Το πιο συνηθισμένο είδος εναλλάκτη θερμότητας σε βιομηχανικές εφαρμογές είναι ο εναλλάκτης θερμότητας κελύφους – αύλου. Οι εναλλάκτες θερμότητας αυτού του τύπου, περιέχουν μεγάλο αριθμό σωλήνων (μερικές φορές αρκετές εκατοντάδες), τοποθετημένους μέσα σε ένα κέλυφος με τους άξονές τους παράλληλα με τον άξονα του κελύφους.



Εικόνα 6: Εναλλάκτης Θερμότητας Κελύφους – Αύλου

1.5 Ανάλυση Εναλλακτών Θερμότητας

Για την ανάλυση των εναλλακτών θερμότητας, συνήθως πραγματοποιούνται κάποιες παραδοχές, σύμφωνα με τις οποίες:

- Η παροχή μάζας κάθε ρευστού θεωρείται σταθερή
- Οι ιδιότητες του ρευστού, όπως η θερμοκρασία και η ταχύτητα σε οποιαδήποτε είσοδο ή έξοδο παραμένουν οι ίδιες.
- Οι μεταβολές στην δυναμική και την κινητική ενέργεια παραμένουν θεωρούνται αμελητέες.
- Η αξονική αγωγή θερμότητας κατά μήκος του αγωγού, θεωρείται αμελητέα και συνεπώς μπορεί να αγνοηθεί.
- Η εξωτερική επιφάνεια του εναλλάκτη μπορεί να θεωρηθεί πλήρως μονωμένη και συνεπώς θεωρούνται αμελητέες οι απώλειες θερμότητας προς το περιβάλλον.

Με βάση τα παραπάνω και σύμφωνα με τον Πρώτο Νόμο της Θερμοδυναμικής, ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας από το θερμό ρευστό θα είναι ίσος με το ρυθμό μεταφοράς θερμότητας προς το ψυχρό. Δηλαδή,

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc} (T_{c,out} - T_{c,in}) \quad (4)$$

και

$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph} (T_{h,out} - T_{h,in}) \quad (5)$$

Με τους δείκτες c και h να σχετίζονται με το ψυχρό και το θερμό ρευστό, αντίστοιχα και τα διάφορα μεγέθη να ορίζονται ως:

\dot{m}_c, \dot{m}_h : Οι παροχές μάζας

c_{pc}, c_{ph} : Οι ειδικές θερμότητες.

$T_{c,out} = T_{h,out}$: Οι θερμοκρασίες στην έξοδο

$T_{c,in} = T_{h,in}$: Οι θερμοκρασίες στην είσοδο

1.6 Σκοπός

Από τα παραπάνω, καθίσταται σαφές ότι οι εναλλάκτες θερμότητας αποτελούν σημαντικότερη διάταξη τόσο στην βιομηχανία, όσο και στην οικιακή χρήση. Συνεπώς, ο σχεδιασμός με στόχο την βελτιστοποίηση της λειτουργίας τους, αποτελεί βασική πρόκληση για τον μηχανικό.

Ο σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι να βελτιστοποιήσει την μεταφορά θερμότητας ενός εναλλάκτη, μεταβάλλοντας ορισμένες γεωμετρικές και λειτουργικές παραμέτρους, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα την ελάχιστη πτώση πίεσης εντός αυτού.

Η προσομοίωση της ροής θα γίνει μέσω του υπολογιστικού κώδικα Phoenics-VR της εταιρίας CHAM, ενώ για την βελτιστοποίηση του σχεδιασμού θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Taguchi.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται αναφορά στην έννοια του ρευστού, στις ιδιότητές του, καθώς και στις βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την συμπεριφορά του. Επιπλέον, εισάγεται το φαινόμενο της τύρβης και της πτώσης πίεσης εντός αγωγού. Τέλος, γίνεται αναφορά στον αλγόριθμο Taguchi, στην χρησιμότητά του καθώς και στα βασικά βήματα εκτέλεσής του.

2.1 Η Έννοια του Ρευστού

Ο όρος *Ρευστό*, χρησιμοποιείται γενικά για να περιγράψει είτε ένα υγρό είτε ένα αέριο αφού και τα δύο έχουν μια κοινή ιδιότητα που καθιστά δυνατή την κατασκευή μιας ενοποιημένης δυναμικής θεωρίας για υγρά και αέρια ταυτόχρονα [3]. Αυτή η κοινή ιδιότητα αναφέρεται ως ρευστότητα, η οποία ορίζεται ευρέως ως η τάση οποιουδήποτε μέσου να ρέει υπό τη δράση οποιασδήποτε εξωτερικής δύναμης, όσο μικρή αυτή κι αν είναι. Με άλλα λόγια, ένα ρευστό κινείται και παραμορφώνεται συνεχώς αρκεί να ασκηθεί μία εξωτερική δύναμη.

Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να αντιπαραβληθεί με αυτήν ενός στερεού, το οποίο όταν εκτεθεί σε εξωτερικές δυνάμεις θα υποστεί κάποια παραμόρφωση, αλλά τότε θα αναπτυχθούν εσωτερικές τάσεις στο στερεό που θα αντισταθούν σε περαιτέρω παραμόρφωση.

2.2 Το Συνεχές Μέσο

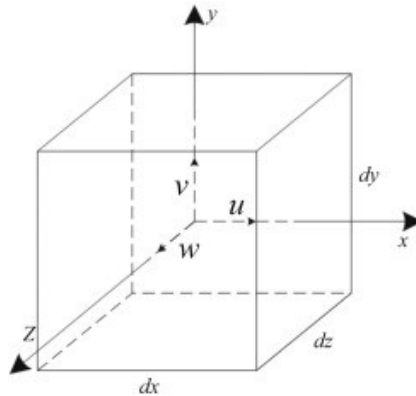
Σύμφωνα με την υπόθεση του *Συνεχούς Μέσου*, η συμπεριφορά της ύλης εξετάζεται σε μακροσκοπική κλίμακα (και όχι σε μοριακή), θεωρείται ότι οι υπό εξέταση κλίμακες μήκους είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αποστάσεις μεταξύ των μορίων.

Για την μακροσκοπική αυτή συμπεριφορά του ρευστού, γίνεται η υπόθεση ότι είναι συνεχής, ενώ οι φυσικές ιδιότητες όπως η μάζα, η ορμή κλπ. θεωρούμε ότι είναι συνεχώς κατανομημένες σε ένα πεπερασμένο ή και απειροστό όγκο ρευστού [4].

2.3 Οι Εξισώσεις Συνέχειας, Ορμής, Ενέργειας

Για να πραγματοποιηθεί η βασική ανάλυση των ρευστών, γίνεται με τη χρήση των εξισώσεων Συνέχειας, Ορμής και Ενέργειας. Συγκεκριμένα, αυτές οι εξισώσεις εφαρμόζονται

σε έναν απειροστό όγκο ελέγχου, με στοιχειώδη μήκη dx , dy , dz και αντίστοιχα ταχύτητες u, v, w .



Εικόνα 7: Απειροστός Όγκος Ρευστού

Η *Εξίσωση Συνέχειας* (γνωστή και ως εξίσωση διατήρησης μάζας), εκφράζει τον νόμο της Μηχανικής, ότι η μάζα δεν καταστρέφεται ούτε παράγεται από το μηδέν. Η συγκεκριμένη εξίσωση, στην διαφορική της μορφή εκφράζεται ως:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (6)$$

Όπου:

ρ : Η πυκνότητα του ρευστού.

\mathbf{V} : Το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού.

t : Ο χρόνος.

Η *Εξίσωση Ορμής* (ευρύτερα γνωστή και ως Δεύτερος Νόμος του Newton), εκφράζει ότι η χρονική μεταβολή της ορμής ενός όγκου ρευστού, ισούται με το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτόν. Σε διαφορική μορφή, είναι:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\rho \mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} \quad (7)$$

Όπου:

$\boldsymbol{\sigma}$: Οι αναπτυσσόμενες τάσεις στον όγκο ρευστού.

\mathbf{f} : Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον όγκο ρευστού.

Η *Εξίσωση Ενέργειας* (η οποία πηγάζει από τον Πρώτο Νόμο της Θερμοδυναμικής), εκφράζει το ότι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ενός όγκου ρευστού, ισούται με την παραγόμενη σε αυτόν ισχύ. Η συγκεκριμένη εξίσωση, στην διαφορική της μορφή εκφράζεται ως:

$$\rho \frac{D(c_v T)}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{V} + Y + k \nabla^2 T \quad (8)$$

Όπου:

c_v : Η θερμοχωρητικότητα του ρευστού υπό σταθερό όγκο.

T : Η θερμοκρασία του ρευστού.

Y : Η επίδραση των συνεκτικών τάσεων.

k : Η θερμική αγωγιμότητα του ρευστού.

2.4 Συνεκτικότητα

Η Συνεκτικότητα, είναι η ιδιότητα των ρευστών να ανθίστανται στην διάτμησή τους, δηλαδή στην κίνηση ενός στοιχείου ως προς το διπλανό του. Από φαινομενολογικής σκοπιάς, η συνεκτικότητα μοιάζει με την τριβή δυο στερεών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή και κινούνται σχετικά [5].

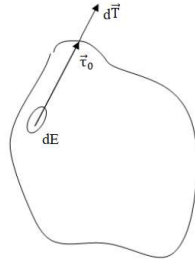
Εάν θεωρήσουμε δύο γειτονικά στοιχεία ρευστού που βρίσκονται σε σχετική κίνηση, τότε αναπτύσσεται μεταξύ τους εφαπτομενική δύναμη, η οποία ονομάζεται διατμητική δύναμη $d\vec{T}$. Η δύναμη αυτή ανά μονάδα επιφάνειας, ονομάζεται Διατμητική Τάση:

$$d\vec{T} = \tau dE \vec{\tau}_0 \quad (9)$$

Όπου:

$\vec{\tau}_0$: Το μοναδιαίο διάνυσμα κατά κατεύθυνση παράλληλη στο στοιχείο επιφάνειας dE .

dE : Η επιφάνεια του στοιχείου.



Εικόνα 8: Διατμητική Τάση σε Στοιχείο Ρευστού

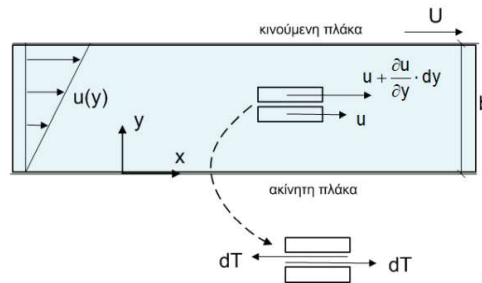
Ο Newton διατύπωσε αφοριστικά ότι για ορισμένα ρευστά όπως το νερό, ο αέρας κλπ, θα πρέπει να ισχύει ο υλικός νόμος για τη διατμητική δύναμη:

$$dT = \mu \frac{\partial u}{\partial y} dE \quad (10)$$

Όπου:

μ : Ο συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας, ή ιξώδες του ρευστού.

$\frac{\partial u}{\partial y}$: Η κλίση της ταχύτητας κατά την κάθετη στο στοιχείο κατεύθυνση.



Εικόνα 9: Ανάπτυξη Διατμητικής Τάσεως εντός Αγωγού

2.5 Εξισώσεις Navier-Stokes

Αν συνδυαστεί η Εξίσωση Ορμής και οι Διατμητικές Τάσεις λόγω συνεκτικότητας του ρευστού, τότε προκύπτουν οι Εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες μπορούν να εκφραστούν με την παρακάτω διαφορική μορφή:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + (\rho V \cdot \nabla) V = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + \rho f \quad (11)$$

Όπου:

μ: Το δυναμικό ιξώδες του ρευστού.

f: Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον όγκο ρευστού.

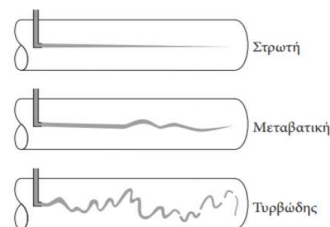
2.6 Τύρβη

Το φαινόμενο της τύρβης, εντοπίζεται καθημερινά σε πάρα πολλές εφαρμογές και χαρακτηρίζει την πλειοψηφία των ροών που συναντάμε τόσο στην φύση όσο και σε τεχνικές εφαρμογές. Συγκριμένα, η ροή ενός ρευστού εντός σε έναν αγωγό, χαρακτηρίζεται ως τυρβώδης, όταν αυτή συνοδεύεται από μεγάλο αριθμό Reynolds και χαοτική μορφή.

$$Re = \frac{\rho u}{\mu} \quad (12)$$

Η τυρβώδης ροή, έρχεται σε αντιδιαστολή με την στρωτή, όπου γίνεται η παραδοχή ότι το ρευστό ρέει σε παράλληλες προς τον άξονα του αγωγού γραμμές και χαρακτηρίζεται από ομαλότητα.

Φυσικά υπάρχει και η περίπτωση της μεταβατικής ροής, όπου η κίνηση του ρευστού από στρωτή αρχίζει να γίνεται τυρβώδης, καθώς ξεκινάει η δημιουργία στροβίλων και ασυμμετριών εντός της ροής.



Εικόνα 10: Μετάβαση Ροής από Στρωτή σε Τυρβώδη

Εάν και δεν μπορεί να καθοριστεί ακριβής τιμή του αριθμού Reynolds, ώστε η ροή να μεταβεί από το ένα στάδιο στο επόμενο, γενικά κάτω από την τιμή 2100 η ροή χαρακτηρίζεται ως στρωτή. Αντίστοιχα, πάνω από 4000 θεωρείται τυρβώδης, ενώ ανάμεσα σε αυτές τις δύο τιμές υπάρχει η μεταβατική κατάσταση. Τα οριακά στρώματα μηδενικής βαθμίδας πίεσης, μεταβαίνουν στην τυρβώδη κατάσταση περίπου όταν $Re = 600$, ενώ ροές ελεύθερης διάτμησης, όπως η ροή σε ένα στρώμα μίξης, γίνονται ασταθείς σε πολύ χαμηλές ταχύτητες.

2.7 Πτώση Πίεσης Εντός Αγωγού

Κατά την ροή ενός ρευστού μέσα σε έναν αγωγό, παρατηρείται πτώση της ολικής πίεσης του ρευστού, ως αποτέλεσμα των διατμητικών δυνάμεων που αναπτύσσονται.

Συγκεκριμένα, διατμητικές δυνάμεις εμφανίζονται:

- Ανάμεσα στα τοιχώματα του αγωγού και το ρευστό.
- Ανάμεσα στα γειτονικά στρώματα του ίδιου του ρευστού.

Επιπλέον, πτώση πίεσης μπορεί να προκληθεί καθώς το ρευστό διέρχεται από τυχόν στενώσεις, διευρύνσεις, στροφές, βαλβίδες ή εξαρτήματα άλλα εξαρτήματα.

Η σχέση που δίνει την πτώση πίεσης ενός ρευστού εντός αγωγού, μεταξύ δύο σημείων A και B είναι:

$$\Delta P = P_A - P_B = \frac{1}{2} \lambda \frac{l}{d} \rho \bar{u}^2 \quad (13)$$

Όπου:

ΔP : Η ολική πτώση πίεσης του ρευστού.

P_A : Η πίεση του ρευστού στο σημείο A.

P_B : Η πίεση του ρευστού στο σημείο B.

λ : Ο συντελεστής τριβής.

l : Η απόσταση ανάμεσα στα σημεία A και B.

d : Η διάμετρος του αγωγού (υδραυλική εάν πρόκειται για μη κυλινδρικό).

ρ : Η πυκνότητα του ρευστού.

\bar{u} : Η μέση ταχύτητα του ρευστού στην είσοδο.

Ο περιορισμός της Πτώσης Πίεσης ενός ρευστού εντός ενός αγωγού είναι επιθυμητός, καθώς το φαινόμενο αυτό οδηγεί σε πτώση της απόδοσης του συστήματος και δημιουργεί την ανάγκη επιπλέον κατανάλωσης ενέργειας.

2.8 Μέθοδος Taguchi

Ο βασικός στόχος κατά την διαδικασία του σχεδιασμού ενός προϊόντος, είναι η επίτευξη της υψηλότερης δυνατής ποιότητας στο βέλτιστο δυνατό κόστος. Για αυτό το λόγο είναι απαραίτητη η επίτευξη της μέγιστης δυνατής αποδοτικότητας και αποτελεσματικότητας στην έρευνα και την ανάπτυξη του προϊόντος. Τόσο η επίτευξη της ποιότητας, όσο και η βελτίωσή της δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν χωρίς τη χρήση στατιστικών μεθόδων σε όλη τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας.

Ο Taguchi ανέπτυξε μια μέθοδο για το σχεδιασμό πειραμάτων, ο οποίος βασίστηκε στον τρόπο με τον οποίο οι διάφοροι παράγοντες επηρεάζουν τη μέση τιμή και τη διασπορά του υπό εξέταση χαρακτηριστικού. Η μέθοδος Taguchi προσφέρει ιδιαιτέρως μειωμένη μεταβλητότητα στο πείραμα με το βέλτιστο συνδυασμό των παραγόντων ελέγχου [6].

Ο πειραματικός σχεδιασμός που προτάθηκε από τον Taguchi συνίσταται στη χρήση «Ορθογώνιων Διανυσμάτων» ("Orthogonal Arrays", OA) για την οργάνωση των παραμέτρων που επηρεάζουν τη διεργασία και των διάφορων επιπέδων αυτών (συνήθως κάθε παράγοντας έχει 2 ή 3 επίπεδα).

Τα "Ορθογώνια Διανύσματα" δίνουν τη δυνατότητα των ελάχιστων απαιτούμενων πειραμάτων. Ο Taguchi δημιούργησε και πρότεινε νέες τεχνικές για το σχεδιασμό πειραμάτων, που περιλαμβάνουν τους λόγους σήματος προς το θόρυβο (Signal-to-Noise Ratios), τον εύρωστο παραμετρικό σχεδιασμό και το σχεδιασμό αντοχών. Τα μέτρα απόδοσης της φιλοσοφίας του Taguchi συμβάλλουν στην ανάλυση των δεδομένων και την πρόβλεψη των βέλτιστων αποτελεσμάτων.

Έτσι, η μέθοδος Taguchi επιτυγχάνει τη συσχέτιση της μεθόδου σχεδιασμού πειραμάτων (design of experiments - DOE) με τη βελτιστοποίηση των παραγόντων ελέγχου, με τελικό σκοπό τη βέλτιστη ποιότητα του προϊόντος. Η μέθοδος Taguchi χρησιμοποιείται ιδανικά για αριθμό μεταβλητών στο διάστημα (3 έως 50), μικρό αριθμό αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μεταβλητών και μόνο στις περιπτώσεις που λίγες από τις μεταβλητές αυτές συνεισφέρουν σημαντικά στο πείραμα [7].

2.8.1 Βήματα Μεθόδου Taguchi

Η μέθοδος Taguchi είναι μέθοδος βελτιστοποίησης μιας διεργασίας ή ενός προϊόντος που περιλαμβάνει έξι βασικά στάδια σχεδιασμού, διεξαγωγής και εκτίμησης αποτελεσμάτων, έτσι

ώστε να προσδιοριστεί ο βέλτιστος συνδυασμός των παραγόντων ελέγχου. Πρωταρχικός στόχος είναι η μεταβλητότητα του εξαγόμενου αποτελέσματος να περιορίζεται σε χαμηλά επίπεδα, ανεξάρτητα από την παρουσία παραγόντων θορύβου στα δεδομένα εισαγωγής.

Η μεθοδολογία που πρότεινε ο Taguchi για το σχεδιασμό πειραμάτων, με σκοπό τη συνεχή βελτίωση της ποιότητας του προϊόντος ή της διεργασίας, αποτελείται από τα ακόλουθα στάδια:

1. Καθορισμός Προβλήματος

Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει τον εντοπισμό της πηγής του προβλήματος, όχι μόνο τα συμπτώματα. Γίνεται ο καθορισμός του ποιοτικού χαρακτηριστικού που επιλέγεται να λάβει βέλτιστη τιμή. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι μια παράμετρος της οποίας η μεταβλητότητα έχει κρίσιμη επίδραση στην ποιότητα του προϊόντος. Η παράμετρος αυτή χαρακτηρίζεται συνήθως ως έξοδος ή μεταβλητή απόκρισης.

2. Καταιγισμός Ιδεών

Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των συνθηκών πειραματισμού και των κρίσιμων μεταβλητών για την ποιότητα του υπό εξέταση προϊόντος ή της διεργασίας. Ο Taguchi χρησιμοποιεί τον όρο "παράγοντες" για τις κρίσιμες μεταβλητές. Διακρίνονται δύο κατηγορίες παραγόντων: α) Παράγοντες ελέγχου (control factors): είναι οι μεταβλητές που μπορούν εύκολα να προσδιοριστούν και να ελεγχθούν. β) Παράγοντες θορύβου (noise factors): είναι οι μεταβλητές που επηρεάζουν το σύστημα, αλλά είναι δύσκολο ή και αδύνατο να ελεγχθούν. Οι μεταβλητές αυτές προκαλούν στατιστικές αποκλίσεις στις υπό εξέταση διεργασίες και είναι υπεύθυνες για τη μεταβλητότητα της τελικής ποιότητας. Στόχος είναι ο περιορισμός των επιπτώσεων των παραγόντων θορύβου. Ορίζονται διαφορετικά επίπεδα για του παράγοντες έτσι ώστε να εντοπιστούν πιθανές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραγόντων ελέγχου. Επιπλέον καθορίζονται οι στόχοι του πειράματος.

3. Πειραματικός Σχεδιασμός

Στο στάδιο αυτό σχεδιάζεται το πείραμα μέσω αριθμητικών πινάκων και ορίζεται η μέθοδος για την ανάλυση των δεδομένων. Χρησιμοποιούνται τα επίπεδα παραγόντων και οι στόχοι όπως αυτά καθορίστηκαν στο προηγούμενο στάδιο του καταιγισμού ιδεών. Αρχικά, επιλέγονται τα κατάλληλα ορθογώνια διανύσματα για τους παράγοντες ελέγχου και θορύβου. Για το σκοπό αυτό, η μέθοδος παρέχει ένα πλήθος τυποποιημένων ορθογωνίων πινάκων και τις αντίστοιχες γραφικές τους παραστάσεις. Στη συνέχεια, πρέπει να καθοριστεί η διαδικασία για την προσομοίωση της διακύμανσης κάθε ποιοτικού χαρακτηριστικού, εξαιτίας των

παραγόντων θορύβου. Πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα για την επιλογή του αριθμού των δοκιμών, τις συνθήκες πειραματισμού, τον τρόπο μέτρησης των αποδόσεων, καθώς και άλλων παραγόντων.

4. Διεξαγωγή Πειράματος

Η μέθοδος Taguchi μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε περίπτωση όπου μια διεργασία πρέπει να ελεγχθεί. Η διεργασία αυτή μπορεί να είναι ένα πείραμα, ένα σύστημα μαθηματικών εξισώσεων ή ένα πρότυπο που μπορεί να μοντελοποιήσει κατάλληλα την απόκριση αρκετών προϊόντων και διαδικασιών.

5. Ανάλυση

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι τρόποι ανάλυσης, όπως η Ανάλυση Διασποράς (ANOVA) ή η Πολλαπλή Παλινδρόμηση (Multiple Regression), αλλά είναι διαθέσιμες και απλούστερες μέθοδοι. Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων, η μέθοδος Taguchi χρησιμοποιεί ένα στατιστικό μέτρο απόδοσης που ονομάζεται λόγος σήματος προς θόρυβο (signal to noise ratio - S/N). Βάσει του λόγου S/N, μπορούν να προσδιοριστούν τα επίπεδα των παραγόντων ελέγχου που αντιμετωπίζουν αποτελεσματικότερα το θόρυβο. Στη απλούστερή του μορφή, ο λόγος S/N είναι ο λόγος του μέσου (signal) προς την τυπική απόκλιση (noise). Η κατάλληλη μορφή του S/N εξαρτάται από το κριτήριο που πρέπει να βελτιστοποιηθεί για το κάθε ποιοτικό χαρακτηριστικό. Σε αυτή την φάση, γίνεται ο καθορισμός των βέλτιστων επιπέδων για όλους τους παράγοντες ελέγχου.

6. Επιβεβαίωση Πειράματος

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διαδικασία της ανάλυσης πρέπει να επιβεβαιωθούν από την εκτέλεση πειραμάτων, στα οποία οι παράγοντες ελέγχου λαμβάνουν τιμές που αντιστοιχούν στα βέλτιστα επίπεδα αυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

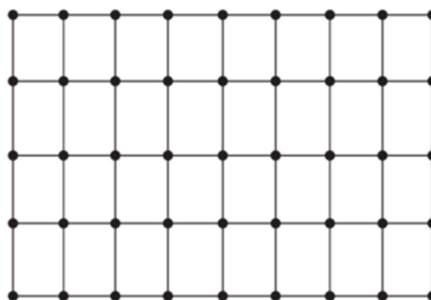
Τα προβλήματα Ροής Ρευστών και Μεταφοράς Θερμότητας, περιγράφονται από τις εξισώσεις που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 2. Πρόκειται για Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις οι οποίες μπορεί να είναι ακόμα και τρισδιάστατες, καθώς και μη-μόνιμες (διατηρείται ο όρος της χρονικής μεταβολής). Συνεπώς η αναλυτική επίλυσή τους, περιορίζεται σε ειδικές περιπτώσεις όπου αρκετοί όροι παραλείπονται.

Για πολλά χρόνια, οι λύσεις αυτών των προβλημάτων προέκυπταν είτε από εμπειρικές σχέσεις, είτε από πειραματικές διαδικασίες. Ωστόσο, με την ταχεία ανάπτυξη της ηλεκτρονικής και της πληροφορικής, ιδιαίτερα από τα μέσα του 20^{ου} αιώνα και μετά, αναπτύχθηκε ραγδαία ο κλάδος της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (CFD: Computational Fluid Dynamics).

Το βασικό προτέρημα της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής, είναι ότι μπορεί να μετατρέπει τις σύνθετες διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν ένα φαινόμενο (Navier Stokes-Εξίσωση Ενέργειας) σε συστήματα αλγεβρικών εξισώσεων.

3.1 Το Υπολογιστικό Χωρίο

Για οποιαδήποτε εφαρμογή, το φυσικό πρόβλημα αποτελείται από άπειρα σημεία στον χώρο. Το πρώτο βήμα της υπολογιστικής προσομοίωσης είναι η *χωρική διακριτοποίηση*. Κατά την διαδικασία αυτή, το χωρίο στο οποίο λαμβάνει χώρα η διεργασία, χωρίζεται σε έναν αριθμό από διακριτά σημεία, τα οποία συνολικά αποτελούν το *υπολογιστικό πλέγμα*.



Εικόνα 11: Το Υπολογιστικό Πλέγμα

Συνεπώς, το πρόβλημα πλέον ανάγεται στον υπολογισμό των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν, στους κόμβους του πλέγματος. Είναι φανερό, ότι όσο πιο πυκνό είναι το υπολογιστικό πλέγμα, τόσο πιο ακριβής θα είναι η λύση, σε σχέση με την αναλυτική.

Οι εξισώσεις μεταφοράς διατυπώνονται για τους κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος. Για την μετατροπή των διαφορικών εξισώσεων μεταφοράς σε αλγεβρικές, υπάρχουν τρεις μεθοδολογίες:

- Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών.
- Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.
- Η μέθοδος πεπερασμένων όγκων.

Σε αυτή την εργασία γίνεται εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων.

3.2 Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Όγκων

Οι εξισώσεις μεταφοράς μπορούν να εκφραστούν στην γενική διαφορική μορφή:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}}_{\text{(I)}} (\underbrace{\rho}_{\text{(II)}} \underbrace{\varphi}_{\text{(III)}}) + \underbrace{\text{div}}_{\text{(IV)}} (\underbrace{\rho \vec{u}}_{\text{(II)}} \underbrace{\varphi}_{\text{(III)}} - \underbrace{\vec{\Gamma}_{\varphi}}_{\text{(III)}} \underbrace{\text{grad}}_{\text{(IV)}} \underbrace{\varphi}_{\text{(III)}}) = \underbrace{S_{\varphi}}_{\text{(IV)}} \quad (14)$$

Όπου:

ρ : Η πυκνότητα του ρευστού.

φ : Η ποσότητα μεταφοράς.

\vec{u} : Το διάνυσμα της ταχύτητας.

$\vec{\Gamma}_{\varphi}$: Ο συντελεστής εναλλαγής.

S_{φ} : Ο όρος πηγής.

Και συνολικά οι όροι εκφράζουν:

I: Ο ρυθμός αύξησης της ποσότητας φ .

II: Ο καθαρός ρυθμός εκροής της φ .

III: Ο ρυθμός αύξησης της φ λόγω διάχυσης.

IV: Ο ρυθμός αύξησης της φ λόγω πηγών.

Η παραπάνω έκφραση, εάν ολοκληρωθεί πάνω σε έναν όγκο ελέγχου V , με σύνορο την επιφάνεια A , τότε έχουμε:

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho\varphi) dV + \iiint_V \operatorname{div}(\rho\vec{u}\varphi - \vec{\Gamma}_\varphi \operatorname{grad}\varphi) dV = \iiint_V S_\varphi dV \quad (15)$$

Με χρήση των μέσων τιμών των διαφορών ποσοτήτων στον όγκο ελέγχου, V , προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho\varphi] \Delta V + \iiint_V \operatorname{div}(\rho\vec{u}\varphi - \vec{\Gamma}_\varphi \operatorname{grad}\varphi) dV = [S_\varphi] \Delta V \quad (16)$$

Όπου οι αγκύλες συμβολίζουν τη μέση τιμή μιας ποσότητας στον όγκο ελέγχου. Εφαρμόζοντας το θεώρημα Gauss, το ολοκλήρωμα όγκου της απόκλισης του ρυθμού ροής της φ , μετατρέπεται σε επιφανειακό ολοκλήρωμα ροής:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho\varphi] \Delta V + \oint_A (\rho\vec{u}\varphi - \vec{\Gamma}_\varphi \operatorname{grad}\varphi) \cdot \vec{n} dA = [S_\varphi] \Delta V \quad (17)$$

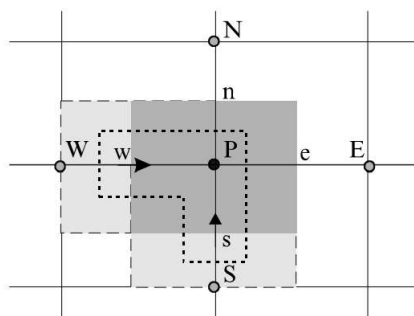
όπου το μοναδιαίο διάνυσμα, κάθετο στην επιφάνεια A .

3.3 Διακριτοποίηση Εξίσωσης Μεταφοράς

Η ολοκλήρωση του παραπάνω επιφανειακού ολοκληρώματος, απαιτεί τον ορισμό των όγκων ελέγχου. Για αυτό τον σκοπό, το πεδίο χωρίζεται σε πεπερασμένους όγκους τυχαίου μεγέθους αλλά πάντοτε τοπολογικά καρτεσιανού σχήματος.

Για την διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς, θα χρησιμοποιηθεί ο πεπερασμένος όγκος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

Στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου, ορίζεται το σημείο P , στο οποίο αποθηκεύονται οι τιμές των βαθμωτών μεγεθών ρ , T , P [8].



Θέση	Μεταβλητή
•	Βαθμωτά μεγέθη (ρ , T , ω , P)
→	u - ταχύτητα
↑	v - ταχύτητα

Εικόνα 12: Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Για την δημιουργία του πλέγματος ορίζεται η θέση των κόμβων του πλέγματος (σημεία αποθήκευσης βαθμωτών μεταβλητών). Στην συνέχεια, στη μέση της απόστασης δύο κόμβων και κάθετα στη γραμμή που τους ενώνει, χαράσσονται τα μέτωπα των όγκων ελέγχου. Με την μέθοδο αυτή, όταν το πλέγμα είναι ανομοιόμορφο τα υπολογιστικά σημεία δεν βρίσκονται στο κέντρο των όγκων ελέγχου.

Οι τιμές των ταχυτήτων u, v αποθηκεύονται στα μέτωπα των όγκων ελέγχου (w, s). Οι όγκοι ελέγχου είναι κατά συνέπεια μετατοπισμένοι προς τα πίσω, ως προς τους όγκους ελέγχου των βαθμωτών μεγεθών. Η τριάδα των σημείων P, w, s έχουν στη μνήμη του υπολογιστή την ίδια θέση αναφοράς. Η πρακτική αυτή ορίζει τρία σύνολα όγκων ελέγχου. Ένα για τα βαθμωτά μεγέθη, ένα για τις u -ταχύτητες και ένα για τις v -ταχύτητες.

Εφαρμόζοντας την γενική ολοκληρωτική εξίσωση μεταφοράς στον όγκο ελέγχου του παραπάνω σχήματος, προκύπτει η σχέση:

$$\frac{d}{dt} [\rho\varphi] V_P + g_e - g_w + g_n - g_s = [S_\varphi] V_P \quad (18)$$

Όπου για παράδειγμα, η ροή της φ από την ανατολική επιφάνεια του όγκου ελέγχου, θα είναι ίση με:

$$g_e = \iint_{A_e} (\rho u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial t}) dA_e \quad (19)$$

Στην συνέχεια, θεωρώντας ομοιόμορφη κατανομή των διαφόρων ποσοτήτων στον όγκο ελέγχου, ομοιόμορφη κατανομή ποσοτήτων στα μέτωπα του όγκου ελέγχου και συνθήκες μόνιμης ροής, έχουμε:

$$(CE + DE) - (CW + DW) + (CN + DN) - (CS + DS) = S_{\varphi, P} V_P \quad (20)$$

Όπου για τους όρους συναγωγής και διάχυσης, έχουμε:

$$\begin{aligned} CE &= (\rho u)_e A_e \varphi_e & DE &= -\Gamma_{\varphi, e} A_e \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_e \\ CW &= (\rho u)_w A_w \varphi_w & DW &= -\Gamma_{\varphi, w} A_w \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_w \\ CN &= (\rho v)_n A_n \varphi_n & DN &= -\Gamma_{\varphi, n} A_n \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_n \\ CS &= (\rho v)_s A_s \varphi_s & DS &= -\Gamma_{\varphi, s} A_s \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_s \end{aligned}$$

Όπου A_i ($i = n,s,e,w$) το εμβαδόν του μετώπου του όγκου ελέγχου.

3.4 Υβριδικό Σχήμα

Για την πλήρη διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς, απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών της μεταβλητής ϕ και των παραγώγων της στα μέτωπα των όγκων ελέγχου e,w,n , και s ως συνάρτηση των τιμών της στα υπολογιστικά σημεία E,W,N,S .

Ένα βασικό σχήμα υπολογισμού των παραπάνω μεγεθών, είναι αυτό των *Κεντρικών Διαφορών*. Σε αυτή την περίπτωση, γίνεται η υπόθεση της γραμμικής κατανομής της ποσότητας ϕ γύρω από τα μέτωπα των όγκων ελέγχου. Η τιμή της ϕ και η πρώτη παράγωγός της στο δυτικό μέτωπο του όγκου ελέγχου δίνονται από τις σχέσεις:

$$\phi_w = 0.5(\phi_w + \phi_P) \quad \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x} \quad (21)$$

Προκύπτει όμως, ότι παρόλο που το συγκεκριμένο σχήμα είναι δεύτερης τάξης, για να έχει φυσικό νόημα, θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$|Pec| \leq 2 \quad (22)$$

Όπου ο αριθμός Peclet, εκφράζει την σχετική ένταση της συναγωγής προς την διάχυση.

Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία, συχνά χρησιμοποιείται για τους όρους συναγωγής το σχήμα των *Ανάντη Διαφορών*:

$$\phi_w = \begin{cases} \phi_W, & u_w \geq 0 \\ \phi_P, & u_w < 0 \end{cases} \quad (23)$$

Ενώ η παράγωγος παραμένει όπως στο σχήμα Κεντρικών Διαφορών:

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x} \quad (24)$$

Ωστόσο, τόσο σχήμα Κεντρικών Διαφορών, όσο και σε αυτό των Ανάντη Διαφορών, παρατηρείται η εισαγωγή μιας διάχυσης αριθμητικού τύπου, η οποία ονομάζεται Ψευδοδιάχυση (False-Diffusion).

Συνεπώς, για να γίνει χρήση των πλεονεκτημάτων των δύο σχημάτων και να ελαχιστοποιηθούν τα μειονεκτήματά τους, γίνεται η χρήση του *Υβριδικού Σχήματος*:

- Όταν $|Pec| \leq 2$, χρησιμοποιούνται Κεντρικές Διαφορές

- Όταν $|Pe_c| > 2$, χρησιμοποιούνται Ανάντη Διαφορές και αφαιρείται ο όρος της διάχυσης.

3.5 Συνοριακές Συνθήκες

Στα όρια του πεδίου, θα πρέπει να εφαρμοστούν ειδικές τεχνικές έτσι ώστε να εισαχθεί στη διακριτοποιημένη εξίσωση μεταφοράς η πληροφορία που περιέχεται στις οριακές συνθήκες. Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων οι οριακές συνθήκες εισάγονται με τη βοήθεια ενός όρου πηγής (ψευδοπηγή). Οι πιο συνηθισμένοι τύποι συνοριακών συνθηκών για ένα βαθμωτό μέγεθος-έστω για την θερμοκρασία T -είναι:

A) Συνθήκη Dirichlet

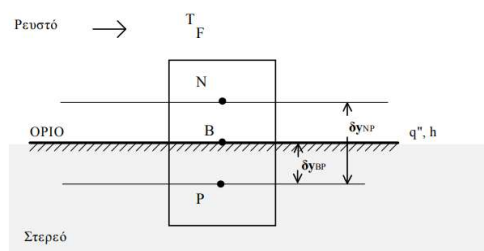
Για την θερμοκρασία στο τοίχωμα ή στην είσοδο ισχύει:

$$T = T_{\text{const}} \quad (25)$$

Συνεπώς, η θερμοκρασία είναι σταθερή και ίση με μια προκαθορισμένη τιμή T_{const} .

B) Συνθήκη Neumann

Σε αυτή την περίπτωση, είναι σταθερή κάποια κλίση ενός μεγέθους, το οποίο εκφράζεται μέσω της χωρικής ή χρονικής παραγώγου. Για παράδειγμα, αυτή η συνθήκη μπορεί να εκφράζει την ροή θερμότητας σε ένα σύνορο



Εικόνα 13: Συνοριακή Συνθήκη Τύπου Neumann

Για την ροή θερμότητας ισχύει:

$$\dot{q}_N = -A_N \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (26)$$

Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων για την προσομοίωση των οριακών συνθηκών χρησιμοποιείται ένας όρος πηγής (ψευδοπηγή). Ταυτόχρονα μηδενίζονται οι συνεισφορές των γειτονικών οριακών κόμβων θέτοντας τον αντίστοιχο συντελεστή A_i ίσο με το μηδέν.

Εάν θεωρήσουμε την γενική εξίσωση:

$$(A_p - SP_\varphi)\varphi_P = A_s\varphi_s + SU_\varphi + S_{BC} \quad (27)$$

Όπου:

$$S_{BC} = SU_{BC} + SP_{BC} \cdot \varphi_P \quad (28)$$

Για τα διανυσματικά μεγέθη, ισχύουν τα παρακάτω για τις συνοριακές συνθήκες:

Είσοδος (Inlet): Διατηρούνται συνέχεια οι τιμές που ορίστηκαν στις αρχικές συνθήκες, στα όρια του πεδίου.

Έξοδος (Outlet): Ορίζονται οι κλίσεις των μεταβλητών, κατά τη διεύθυνση της ροής, ίσες με μηδέν.

Στερεά Όρια (Wall): Οι κάθετες ταχύτητες ορίζονται ίσες με μηδέν.

3.6 Συναρτήσεις Τοίχου (Wall Functions)

Οι κλίσεις των μεταβλητών κοντά στα τοιχώματα, είναι εξαιρετικά απότομες. Συνεπώς, υπάρχει η ανάγκη χρήσης πυκνού πλέγματος για την ακριβή ανάλυση των απότομων βαθμίδων των μεταβλητών, που όμως απαιτεί πολύ χρόνο και μνήμη υπολογιστή. Μια μέθοδος παράκαμψης της χρήσης πυκνού πλέγματος είναι η εισαγωγή των συναρτήσεων τοιχώματος.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η τιμή της παράλληλης προς το τοίχωμα ταχύτητας και η διατμητική τάση που ασκείται από τα τοιχώματα υπολογίζονται με τη βοήθεια πολύ γνωστών και καλά τεκμηριωμένων πειραματικών συσχετίσεων, όπως η λογαριθμική κατανομή της ταχύτητας σε τυρβώδη ροή.

Το αδιάστατο μήκος:

$$y_+ = \frac{\Delta y_p}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (29)$$

Όπου:

Δy_p : Η απόσταση του σημείου P από την στερεή επιφάνεια.

ν : Το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

τ_w : Η διατμητική τάση που αναπτύσσεται στο τοίχωμα.

ρ : Η πυκνότητα του ρευστού.

- Αν το πλεγματικό σημείο P βρίσκεται μέσα στο υπόστρωμα στρωτής ροής ($y_+ < 11.63$), θα ισχύει: $u_+ = y_+$

Όπου: $u_+ = \frac{u_p}{u_*}$, η αδιάστατη ταχύτητα.

- Αν το πλεγματικό σημείο P βρίσκεται έξω από το υπόστρωμα στρωτής ροής ($y_+ > 11.63$), θα ισχύει:

$$u_+ = \frac{u_p}{u_*} = \frac{1}{k} \ln[E \cdot y_+] \quad (30)$$

Η ταχύτητα τριβής, σύμφωνα με το μοντέλο k-ε της τυρβώδους ροής, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u_+ = c_\mu^{0.25} k^{0.5} \quad (31)$$

Όπου k η κινητική ενέργεια της τύρβης και σταθερά ίση με 0.09.

Για την εισαγωγή της οριακής συνθήκης της ταχύτητας προστίθεται και πάλι μια ψευδοπηγή:

$$(A_p - SP_\varphi)\varphi_P = A_s\varphi_s + SU_\varphi + S_{BC} \quad (32)$$

Όπου:

$$S_{BC} = SU_{BC} + SP_{BC} \cdot u = F_w = -\tau_w A_n \quad (33)$$

Και:

$$SU_{BC} = 0 \quad (34)$$

$$SU_{BC} = \begin{cases} -\frac{\mu}{y_{BP}} A_n, & y_+ < 11.63 \\ -\frac{\rho(c_\mu^{0.25} k^{0.5})k(u_p - u_s)}{\ln(Ey_+)} A_n, & y_+ > 11.63 \end{cases} \quad (35)$$

Όπου:

μ : Το δυναμικό ιξώδες

c_μ : Η σταθερά του μοντέλου k-ε.

u_s : Η ταχύτητα του τοιχώματος.

3.7 Χειρισμός Όρου Πηγής

Στις περισσότερες περιπτώσεις ο όρος πηγής είναι συνάρτηση της εξαρτημένης μεταβλητής ϕ . Ο όρος πηγής προσεγγίζεται με τον κανόνα του μέσου σημείου, όπου το S αντιστοιχεί σε μία μέση τιμή, αντιπροσωπευτική για όλο τον όγκο ελέγχου. Για τον χειρισμό του απαιτείται η γραμμικοποίησή του, που θα έχει την μορφή:

$$S_{\phi,P}V_P = SU + SP\phi_P \quad (36)$$

Όπου: $SU = S_U V_P$

και $SP = S_P V_P$

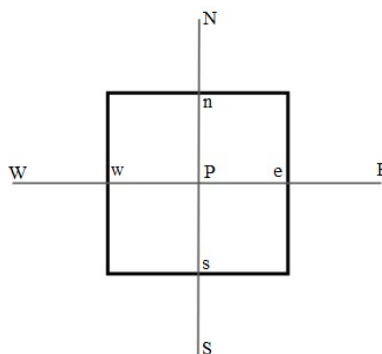
3.8 Τελική Έκφραση Διακριτοποιημένης Εξίσωσης

Με την χρήση του Υβριδικού Σχήματος, η τελική έκφραση της διακριτοποιημένης εξίσωσης μεταφοράς, είναι:

$$\alpha_P \phi_P = \alpha_W \phi_W + \alpha_E \phi_E + \alpha_S \phi_S + \alpha_N \phi_N \quad (37)$$

Με τον κεντρικό όρο:

$$\alpha_P = \alpha_W + \alpha_E + \alpha_S + \alpha_N + \Delta F \quad (38)$$



Εικόνα 14: Κόμβοι Πεπερασμένου Όγκου

Ενώ οι υπόλοιποι όροι, για το δισδιάστατο πρόβλημα είναι:

α_W	$\max\left[F_W, \left(D_W + \frac{F_W}{2}\right), 0\right]$
------------	---

α_E	$\max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right), 0\right]$
α_S	$\max\left[F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2}\right), 0\right]$
α_N	$\max\left[-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2}\right), 0\right]$
ΔF	$F_e - F_w + F_s - F_n$

Ενώ οι όροι F,D για κάθε μέτωπο εκφράζονται:

Μέτωπο	w	e	s	n
F	$(\rho u)_w A_w$	$(\rho u)_e A_e$	$(\rho u)_s A_s$	$(\rho u)_n A_n$
D	$\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w$	$\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e$	$\frac{\Gamma_s}{\delta y_{SP}} A_s$	$\frac{\Gamma_n}{\delta y_{PN}} A_n$

3.9 Αλγόριθμος SIMPLE

Για την επίλυση μιας ορισμένης μεταβλητής ϕ , απαιτείται μια εξίσωση όπου η ϕ να είναι κυρίαρχη μεταβλητή. Όλες οι μη υδροδυναμικές μεταβλητές ικανοποιούν αυτή την συνθήκη. Οι ταχύτητες u, v ικανοποιούν συγκεκριμένα αυτή την απαίτηση μέσω των εξισώσεων ορμής. Για την πίεση όμως δεν υπάρχει τέτοια εξίσωση. Υπάρχει ωστόσο μια επιπλέον εξίσωση, η εξίσωση συνέχειας, στην οποία όμως δεν εμφανίζεται καθόλου η πίεση.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος ονομάζεται SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) και στηρίζεται στην εκτίμηση ενός πεδίου πίεσης P^* και στην διόρθωση αυτού μέχρι οι ταχύτητες που προκύπτουν, να ικανοποιήσουν την εξίσωση συνέχειας καθώς και τις εξισώσεις ορμής.

Τα βήματα για την υλοποίηση του αλγορίθμου SIMPLE είναι:

1. Εκτίμηση πεδίου πίεσης P^* .
2. Εκτίμηση εξισώσεων ορμής για τις ταχύτητες u^*, v^* .
3. Επίλυση εξίσωσης διόρθωσης πίεσης P' .

4. Υπολογισμός σωστής πίεσης από: $P = P^* + P'$
5. Διόρθωση ταχυτήτων από τη σχέση $u'_w = u_w + DU_w \cdot (P'_w - P'_p)$
6. Επίλυση της εξίσωσης θερμότητας, συγκέντρωσης συστατικού και λοιπών βαθμωτών μεγεθών.
7. Επιστροφή στο Βήμα 1, θέτοντας $P^* = P^*$ και επανάληψη μέχρι να επιτευχθεί η σύγκλιση.

Με $DU_w = \frac{A_{ew}}{A_p}$, ενώ αντίστοιχη εφαρμογή γίνεται για κάθε μέτωπο.

3.10 Επίλυση Συστήματος Γραμμικών Αλγεβρικών Εξισώσεων

Η τελική μορφή της εξίσωσης μεταφοράς, μετά την διακριτοποίησή της με την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων είναι η παρακάτω:

$$A\Phi = B \quad (39)$$

Όπου: $\Phi = \phi_i$ ($i = 1, \dots, N$) το διάνυσμα της μεταβλητής που επιλύεται, N το πλήθος των κόμβων,

$A = a_{ij}$ ($i, j = 1, \dots, N$) ο πίνακας των συντελεστών της διακριτοποιημένης εξίσωσης,

$B = b_i$ ($i = 1, \dots, N$) το υπόλοιπο της εξίσωσης.

Οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν, ισχύουν για κάθε κόμβο του υπολογιστικού πεδίου. Στα όρια του υπολογιστικού πεδίου οι αλγεβρικές εξισώσεις τροποποιούνται για να συμπεριλάβουν τις οριακές συνθήκες.

Για την επίλυση αυτού του συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε οι άμεσες, είτε οι επαναληπτικές μέθοδοι. Στις άμεσες μεθόδους η μοναδική πηγή σφαλμάτων είναι τα σφάλματα υπολογιστικής αποκοπής (αναπαράσταση πραγματικών αριθμών με πεπερασμένο αριθμό ψηφίων στον υπολογιστή). Ωστόσο, ιδιαίτερα για μεγάλα πλέγματα η χρήση τους είναι απαγορευτική όσον αφορά τον απαιτούμενο χρόνο υπολογισμού καθώς και το υπολογιστικό κόστος.

Αντίθετα, χρησιμοποιούνται οι επαναληπτικές μέθοδοι, οι οποίες εκμεταλλεύονται την αραιή μορφή του πίνακα των συντελεστών και εμφανίζουν έτσι αυξημένη αποτελεσματικότητα, σε σχέση με τις άμεσες μεθόδους. Επιπλέον, δεν απαιτούν την αποθήκευση των μηδενικών στοιχείων του πίνακα A , μειώνοντας έτσι, τον απαιτούμενο υπολογιστικό χώρο. Ταυτόχρονα

μειώνουν τον υπολογιστικό φόρτο, καθώς δεν πραγματοποιούν πράξεις με τα μηδενικά στοιχεία.

Το πρόβλημα όμως που εισάγουν είναι η ανάγκη σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας.

Εάν η ακριβής λύση του συστήματος είναι η Φ και η προσεγγιστική η F , το σφάλμα (error) που προκύπτει ορίζεται ως $E = \Phi - F$ και το υπόλοιπο (residual) ως $R = B - AF$.

Συνήθως, κριτήριο σύγκλισης κατά την εκτέλεση της επαναληπτικής διαδικασίας αποτελεί το:

$$\|R^{k-1}\| < \varepsilon \quad (40)$$

Όπου: k = ο αριθμός της επανάληψης,

$$\|R^{k-1}\| = \sum_{i,j} |R_{i,j}^{k-1}|, \text{ η νόρμα του υπολοίπου (residual),}$$

ε = η επιθυμητή ακρίβεια της λύσης.

Για την επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων χρησιμοποιείται η Μέθοδος Γραμμή προς Γραμμή (Whole Field Method).

$$\alpha_{\text{PFP}}^{\text{new}} - \alpha_{\text{EFE}}^{\text{new}} - \alpha_{\text{WFW}}^{\text{new}} = \alpha_{\text{SPS}}^{\text{old}} - \alpha_{\text{NPN}}^{\text{old}} + \alpha_{\text{TF}} + S_{\Phi} \quad (41)$$

Στη μέθοδο επίλυσης γραμμή προς γραμμή γίνεται αναδιάταξη των εξισώσεων ώστε να είναι δυνατή η επίλυσή τους κατά μήκος μιας κατακόρυφης γραμμής υπολογιστικών σημείων. Οι όροι που περιέχουν τις τιμές της μεταβλητής στα σημεία έξω από τη γραμμή επίλυσης μεταφέρονται στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης. Το σύστημα μετατρέπεται σε τριδιαγώνιο και επιλύεται από το λογισμικό PHOENICS μέσω της μεθόδου ADI (Alternating Direction Implicit).

Στην αρχή της επαναληπτικής διαδικασίας πραγματοποιείται αρχικοποίηση των τιμών των μεταβλητών σε κάθε κελί του υπολογιστικού χωρίου. Στο στάδιο αυτό, συνήθως, τίθενται παντού οι γνωστές τιμές εισόδου κάθε μεταβλητής. Επιπλέον, ορίζεται ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων και μία μέγιστη τιμή (ξεχωριστή για κάθε μεταβλητή) για τα υπόλοιπα. Όταν το υπόλοιπο (residual) κάθε μεταβλητής πάρει τιμή μικρότερη αυτής που έχει οριστεί και σταθεροποιηθεί σε αυτήν, τότε θεωρείται ότι η έχει επέλθει η σύγκλιση.

Συνολικά, θεωρείται ότι έχει επιτευχθεί σύγκλιση όταν:

- Έχει επιτευχθεί η απαιτούμενη ακρίβεια, δηλαδή η πτώση των υπολοίπων (residuals) κάτω από μία τιμή που έχει προεπιλεγθεί από το χρήστη. Τα υπόλοιπα καθορίζονται για κάθε μεταβλητή που επιλύεται στο σύνολο των κόμβων του πλέγματος.
- Έχει επιτευχθεί η σταθεροποίηση της τιμής της μεταβλητής που επιλύεται, σε συγκεκριμένο σημείο (spot value), κατά τη διάρκεια των διαδοχικών επαναλήψεων.
- Υπάρχει ανεξαρτησία λύσης από το πλέγμα, που σημαίνει ότι η λύση δεν μεταβάλλεται από την περαιτέρω πυκνωση του πλέγματος από ένα σημείο και μετά.
- Ικανοποιούνται τα ισοζύγια μάζας, ενέργειας και ορμής, συνολικά σε όλο το πεδίο ροής. Το κριτήριο αυτό είναι η απαίτηση για τη σωστή επίλυση των εξισώσεων.

3.11 Τεχνικές Υποχαλάρωσης

Για τη βελτίωση της σύγκλισης, συχνά χρησιμοποιείται η μέθοδος της υποχαλάρωσης. Η υποχαλάρωση είναι απαραίτητη, ώστε να μειώνεται η αλλαγή στην τιμή της κάθε μεταβλητής, που προκύπτει σε κάθε επανάληψη και έτσι να αποφεύγεται η απόκλιση κατά την επαναληπτική διαδικασία. Οι βασικές τεχνικές είναι:

1. Γραμμική Υποχαλάρωση

Η τεχνική της γραμμικής υποχαλάρωσης (linear relaxation) είναι ο πιο κοινός τρόπος χαλάρωσης της λύσης. Η νέα τιμή της μεταβλητής, προκύπτει:

$$\varphi^{\text{new}} = \alpha_L \varphi^{\text{new}} + (1 - \alpha_L) \varphi^{\text{old}} \quad (42)$$

Ο συντελεστής γραμμικής υποχαλάρωσης α_L λαμβάνει τιμές στο διάστημα (0,1). Όσο υψηλότερη η τιμή του συντελεστή αυτού τόσο ταχύτερη η σύγκλιση. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία, για την πίεση και τη θερμοκρασία.

2. Υποχαλάρωση Ψευδούς Χρονικού Βήματος

Η τεχνική της υποχαλάρωσης ψευδούς χρονικού βήματος (false time step relaxation) τροποποιεί τις εξισώσεις πεπερασμένων όγκων, εισάγοντας ένα ψευδομεταβατικό όρο πηγής:

$$S_\varphi = (\rho V)_p \frac{\varphi^{\text{old}} - \varphi^{\text{new}}}{dt_f} \quad (43)$$

Από τη γραμμικοποίηση του όρου αυτού προκύπτουν οι ακόλουθοι όροι:

$$S_U = \frac{(\rho V)_P}{dt_f} \varphi^{old}$$

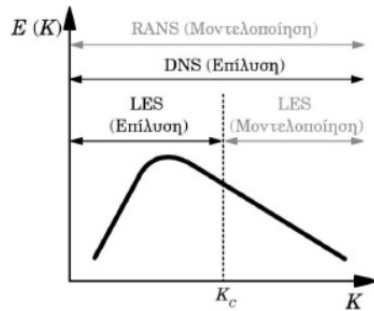
$$S_P = - \frac{(\rho V)_P}{dt_f}$$

Ο συντελεστής υποχαλάρωσης dt_f δηλώνει το ψευδές χρονικό βήμα. Όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής αυτός, τόσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των όρων S_U και S_P , επομένως τόσο πιο πολύ η νέα λύση τείνει να ταυτίζεται με αυτή της προηγούμενης επανάληψης (ισχυρή υποχαλάρωση). Η τεχνική της υποχαλάρωσης ψευδούς χρονικού βήματος εφαρμόζεται στις εξισώσεις διατήρησης της ορμής.

3.12 Προσομοίωση Τυρβώδους Ροής

Η τύρβη είναι μια τρισδιάστατη, χρονικά μεταβαλλόμενη κίνηση, στην οποία προκαλούνται ταλαντώσεις ταχύτητας που διασπείρονται σε όλα τα μήκη κύματος και το πλάτος των οποίων κυμαίνεται μεταξύ ενός ελάχιστου, που καθορίζεται από τις δυνάμεις ιξώδους, και ενός μεγίστου που καθορίζεται από τις οριακές συνθήκες ροής [9]. Για την μοντελοποίηση της τυρβώδους ροής, έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι, με βασικότερες:

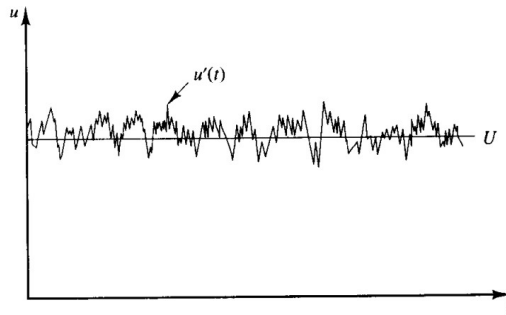
- Άμεση Αριθμητική Επίλυση (Direct Numerical Simulation: DNS), όπου γίνεται αριθμητική επίλυση των εξισώσεων μεταφοράς. Ωστόσο, λόγω της πολυπλοκότητας των εξισώσεων και του μεγάλου υπολογιστικού χρόνου και κόστους, η χρήση της μεθόδου περιορίζεται σε απλές εφαρμογές.
- Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS), όπου τα μεγέθη που περιγράφουν την τυρβώδη ροή περιγράφονται ως το άθροισμα της μέσης τιμής τους και της στιγμιαίας διακύμανσή τους. Έχουν ευρύτατη εφαρμογή και χαμηλό υπολογιστικό κόστος.
- Προσομοίωση των Μεγάλων Δινών (Large Eddy Simulation: LES), εφαρμόζεται ένα φίλτρο, στο οποίο οι δίνες που είναι μικρότερες από αυτό μοντελοποιούνται, ενώ οι μεγαλύτερες υπολογίζονται αριθμητικά. Οι μικρές δίνες παρουσιάζουν πολύ πιο ισοτροπική συμπεριφορά σε σύγκριση με τις μεγάλες οπότε η μοντελοποίησή τους είναι αρκετά πιο ακριβής. Το μέγεθος του φίλτρου που εφαρμόζουμε ισούται με το μέγεθος του μικρότερου υπολογιστικού κελιού. Αποτελεί μία από τις πιο ακριβείς τεχνικές μοντελοποίησης της τύρβης, ωστόσο έχουν μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος από τις RANS.



Εικόνα 15: Μοντέλα Επίλυσης Τυρβώδους Ροής

Οι Εξισώσεις RANS

Με την χρήση των εξισώσεων RANS, στην τυρβώδη ροή η τιμή της ταχύτητας σε ένα σημείο συναρτήσει του χρόνου, συνήθως έχει την παρακάτω μορφή:



Εικόνα 16: Μοντέλο RANS

Είναι εμφανές ότι το διάγραμμα απεικονίζει τις τυχαίες διακυμάνσεις της στιγμιαίας ταχύτητας u , γύρω από τη χρονικά μέση ταχύτητα U . Επιπλέον, μπορεί να γίνει η θεώρηση ότι η στιγμιαία ταχύτητα u , αποτελείται από το άθροισμα της χρονικά μέσης ταχύτητας U , και της διακυμαινόμενης συνιστώσας $u'(t)$:

$$u(t) = U + u'(t) \tag{44}$$

Με την μέση χρονική τιμή της ταχύτητας, να προκύπτει:

$$U = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta T} u(t) dt \tag{45}$$

Όπου ΔT είναι η χρονική περίοδος για την οποία υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή.

Γενικότερα, η τυρβώδης ροή περιγράφεται από τις μέσες τιμές των μεγεθών της (U, V, W, P) καθώς και από τις διακυμαινόμενες της (u', v', w', p').

Εάν γίνει αντικατάσταση των ταχυτήτων και της πίεσης ως άθροισμα των μέσω και διακυμαινόμενων ποσοτήτων στις εξισώσεις Navier-Stokes, τότε αυτές αποκτούν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (46a)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \text{div}(\rho U \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{ grad } U) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial z} \right] + S_{M_x} \quad (46b)$$

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \text{div}(\rho V \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{ grad } V) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'^2})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial z} \right] + S_{M_y} \quad (46c)$$

$$\frac{\partial(\rho W)}{\partial t} + \text{div}(\rho W \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{ grad } W) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right] + S_{M_z} \quad (46d)$$

Ενώ η γενική εξίσωση μεταφοράς για την διακυμαινόμενη ποσότητα Φ :

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \Phi \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \text{div}(\Gamma_\Phi \text{ grad } \Phi) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'\Phi'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'\Phi'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w'\Phi'})}{\partial z} \right] + S_\Phi \quad (46e)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις Reynolds. Είναι εμφανές ότι οι εξισώσεις αυτές, είναι ίδιες με την στρωτή ροή, με εξαίρεση τους όρους που περιέχουν τις τιμές των διακυμάνσεων. Αυτοί οι όροι προκύπτουν κατά την αντικατάσταση και ονομάζονται Τάσεις Reynolds, με:

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} -\overline{\rho u'^2} & -\overline{\rho u'v'} & -\overline{\rho u'w'} \\ -\overline{\rho u'v'} & -\overline{\rho v'^2} & -\overline{\rho v'w'} \\ -\overline{\rho u'w'} & -\overline{\rho v'w'} & -\overline{\rho w'^2} \end{bmatrix} \quad (47)$$

Έχει διαπιστωθεί πειραματικά, ότι οι αντιστάσεις που αναπτύσσονται κατά την ιξώδη ροή ρευστών αυξάνονται σημαντικά όταν η ροή μετατρέπεται από στρωτή σε τυρβώδη. Για να είναι δυνατόν αυτό, στην τυρβώδη ροή, πρέπει να αναπτύσσονται εκτός από τις τάσεις που οφείλονται στη μοριακή κίνηση του ρευστού, και τάσεις που οφείλονται στη τυρβώδη κίνηση των σωματιδίων του. Οι τάσεις αυτές, όπως αναφέρθηκε, είναι γνωστές ως τυρβώδεις τάσεις (ή φαινομενικές τάσεις ή και τάσεις Reynolds).

Υπόθεση Boussinesq

Ο Boussinesq το 1877 υποκινούμενος από τη σχέση μεταξύ τάσεων και ρυθμού παραμορφώσεως του Νεύτωνα διατύπωσε παρόμοια έκφραση και για τις τάσεις Reynolds,

$$\tau_{\sigma\tau\omega\tau\eta\varsigma \rho\omicron\eta\varsigma} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (48)$$

Όπου μ_t ένας συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας. Με την υπόθεση αυτή τελικά οι εξισώσεις Reynolds γράφονται:

$$\overline{u}_i \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \left[\nu_{eff} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (49)$$

Δηλαδή παίρνουν την ίδια μορφή με τις εξισώσεις Navier-Stokes με τις εξής δύο βασικές διαφορές

- I. Οι ταχύτητες u_i στην παραπάνω σχέση είναι χρονικά αμετάβλητες.
- II. Ο ενεργός συντελεστής κινηματικής συνεκτικότητας της ροής ν_{eff} , δεν είναι σταθερή ποσότητα (όπως ο ν που είναι φυσική σταθερά του ρευστού).

Η τυρβώδης μεταφορά θερμότητας, μάζας και άλλων βαθμωτών ιδιοτήτων μοντελοποιείται ομοίως:

$$-\rho \overline{u'_i \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_i} \quad (50)$$

Όπου Γ_t είναι η διαχυτότητα του ϕ σε τυρβώδη ροή.

Μοντέλο k-ε

Το συγκεκριμένο μοντέλο, βασίζεται στην επίδραση της μεταφοράς από την μέση ροή, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και της κλίμακας μήκους της.

Αρχικά, με βάση το μοντέλο μίας εξίσωσης (Bradshaw), γίνεται η θεώρηση ότι ο υπολογισμός του τυρβώδους συντελεστού συνεκτικότητας, γίνεται:

$$\mu_t = \rho l k^{1/2} \quad (51)$$

Όπου: l = η κλίμακα μήκους των δινών

και k = η τυρβώδης κινητική ενέργεια

Για την τυρβώδη κινητική ενέργεια, έχουμε:

$$K = \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + W^2) \quad (52a)$$

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (52b)$$

Όπου:

$$k(t)=K+ k'(t) \quad (52c)$$

Επιπλέον, χρησιμοποιείται ο όρος της απορρόφησης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας:

$$\varepsilon = \mu \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right) \quad (53)$$

Μέσω αριθμητικών πειραμάτων, προκύπτει η σταθερά C_D και η απορρόφηση συνδέεται με την κινητική ενέργεια:

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{l} \quad (54)$$

Από αυτή την σχέση έχουμε την κλίμακα μήκους:

$$l = C_D \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (55)$$

Και τον συντελεστή συνεκτικότητας της τυρβώδους ροής:

$$\mu_t = \rho C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (56)$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση Reynolds, και χρησιμοποιώντας την μοντελοποίηση των Daily-Harlow (1970) για υψηλούς αριθμούς Reynolds, έχουμε:

- **Τυρβώδης Κινητική Ενέργεια**

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \mathbf{U}) = \text{div} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (57)$$

- **Απορρόφηση Τυρβώδους Κινητικής Ενέργειας**

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{U}) = \text{div} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right) + 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (58)$$

Όπου:

$$C_\mu=0.09 \quad \sigma_k=1.00 \quad \sigma_\varepsilon=1.30 \quad C_{1\varepsilon}=1.44 \quad C_{2\varepsilon}=1.92 \quad (59)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις σε συνδυασμό με τις εξισώσεις Reynolds, αποτελούν το τυρβώδες μοντέλο Standard k-ε.

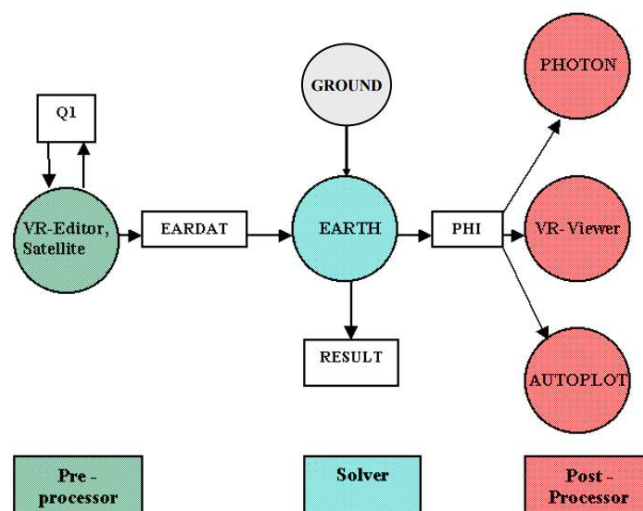
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται η βασική περιγραφή του λογισμικού PHOENICS που χρησιμοποιήθηκε, ενώ περιγράφεται αναλυτικά το πρόβλημα προς επίλυση. Επιπλέον, παρουσιάζεται η κατασκευή του πλέγματος καθώς και η μέθοδος ανεξαρτητοποίησης της λύσης από αυτό. Τέλος, αναλύονται τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν, τα σχήματα διακριτοποίησης, οι συντελεστές χαλάρωσης κλπ.

4.1 Το Λογισμικό PHOENICS

Για την προσομοίωση πολύπλοκων τυρβωδών ροών σε συνδυασμό με την μεταφορά θερμότητας, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό PHOENICS (Parabolic Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series) της εταιρείας CHAM [10].

Το εμπορικό λογισμικό PHOENICS εμπεριέχει τις τεχνικές της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής και συνεπώς προσφέρεται για την προσομοίωση μεγάλου εύρους φαινομένων ροής, μεταφοράς θερμότητας και χημικών διεργασιών. Το θεωρούμενο λογισμικό αποτελείται από τρία κύρια τμήματα: το πρόγραμμα SATELLITE, το πρόγραμμα EARTH και την υπορουτίνα GROUND. Η βασική δομή του λογισμικού PHOENICS απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



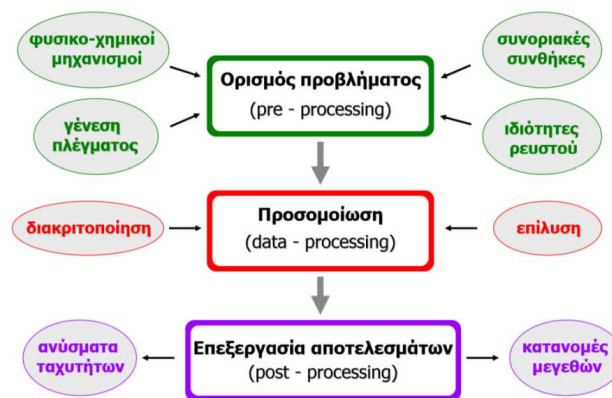
Εικόνα 17: Βασική Δομή Λογισμικού PHOENICS

Το πρόγραμμα SATELLITE είναι ένας προεπεξεργαστής στον οποίο ορίζεται το υπό μελέτη πρόβλημα. Η γεωμετρία του υπολογιστικού πλέγματος και το σύνολο των απαιτούμενων

διαφορικών εξισώσεων, μαζί με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες προσδιορίζονται μέσω του συγκεκριμένου προγράμματος, όπως επίσης και τα στοιχεία σύγκλισης στα οποία περιλαμβάνονται οι αρχικές συνθήκες των μεταβλητών, ο αριθμός των επαναλήψεων και η απαραίτητη υποχαλάρωση των εξαρτημένων μεταβλητών του προβλήματος.

Το πρόγραμμα SATELLITE μετά από την επεξεργασία των δεδομένων με τα οποία τροφοδοτείται, δημιουργεί το αρχείο δεδομένων EARDAT το οποίο διαβάζεται από το πρόγραμμα EARTH. Το τελευταίο πρόγραμμα χρησιμοποιείται για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων και κατόπιν δημιουργεί το αρχείο εξόδου RESULT στο οποίο αναγράφονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Η υπορουτίνα GROUND, σε γλώσσα Fortran, παρέχει πληροφορίες οι οποίες δεν εμπεριέχονται στο πρόγραμμα SATELLITE, όπως π.χ. θερμοφυσικές ιδιότητες ρευστών, μη γραμμικές οριακές συνθήκες, ρυθμούς χημικών αντιδράσεων και όρους πηγών.

Η απεικόνιση των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται κυρίως από τον γραφικό επεξεργαστή PHOTON. Όμως στην παρούσα εργασία, οι κατανομές των μεγεθών των εξαρτημένων μεταβλητών του υπολογιστικού μοντέλου προέκυψαν από τον GUI-Post processor με ισούψεις καμπύλες και με γραφήματα των σημείων του υπολογιστικού χωρίου. Η διαδικασία της συνολικής υπολογιστικής προσομοίωσης, παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:

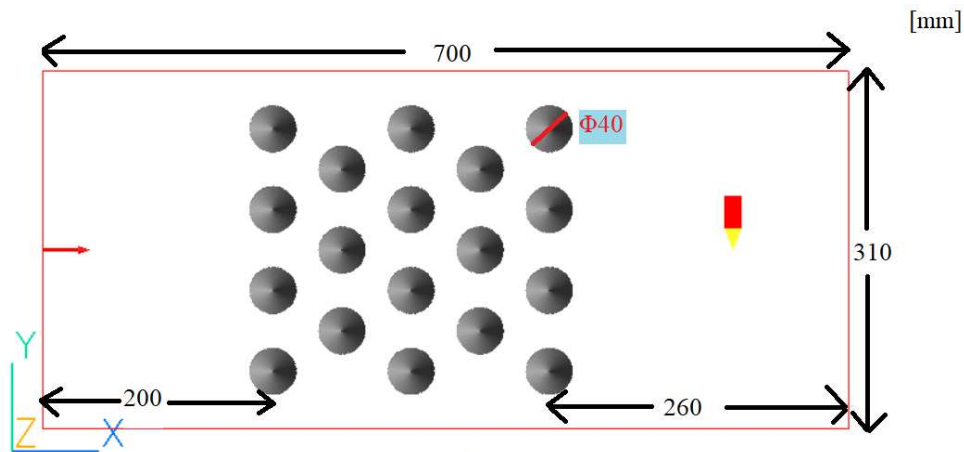


Εικόνα 18: Διαδικασία Υπολογιστικής Προσομοίωσης

Όπως φαίνεται, αρχικά γίνεται ο ορισμός του προβλήματος από τον χρήστη, στην συνέχεια εκτελεί το πρόγραμμα την υπολογιστική προσομοίωση και τέλος πραγματοποιείται από τον χρήστη η επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Εάν αυτά είναι τα επιθυμητά και τα αναμενόμενα, τότε η διαδικασία έχει ολοκληρωθεί. Διαφορετικά, ο χρήστης επιστρέφει στον ορισμό του προβλήματος και μεταβάλλει κάποια παράμετρο (πχ μοντέλα τύρβης, σχήμα διακριτοποίησης κλπ).

4.2 Περιγραφή του Προβλήματος

Σε αυτή την εργασία, εξετάζεται ο εναλλάκτης θερμότητας που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 19: Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου

Το υπολογιστικό χωρίο εκτείνεται σε δύο διαστάσεις (x,y) και έχει μήκος 700x310 mm αντίστοιχα. Κατά την εκτέλεση των υπολογισμών, πραγματοποιήθηκε παραμετρική μελέτη σε κάποια μεγέθη, συνεπώς αρχικά παρουσιάζεται η βασική περίπτωση (base case)

Από την Έισοδο-Inlet ($x=0$) εισέρχεται αέρας σε θερμοκρασία 18°C και ταχύτητα 1m/s . Εντός του χωρίου υπάρχουν 5 στήλες κυλινδρικών αγωγών (18 στο σύνολο), οι οποίοι δρουν ως πηγες θερμότητας προς το ρευστό. Η ροή είναι μονοφασική και δεν προσομοιώνεται η ροή εντός των κυλινδρικών αγωγών.

Το ρευστό με αυξημένη πλέον θερμοκρασία, εξέρχεται από την Έξοδο-Outlet ($x=700\text{ mm}$).

Σκοπός αυτής της μελέτης είναι να υπολογιστεί η μεταφορά θερμότητας από τους αγωγούς προς το ρευστό καθώς και η πτώση πίεσης του ρευστού εντός του χωρίου.

Η προσομοίωση αφορά την μόνιμη κατάσταση (steady state) και δεν υπάρχει μεταβολή του χρόνου.

4.2.1 Συνοριακές Συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατάστρωση του προβλήματος, είναι αναλυτικά:

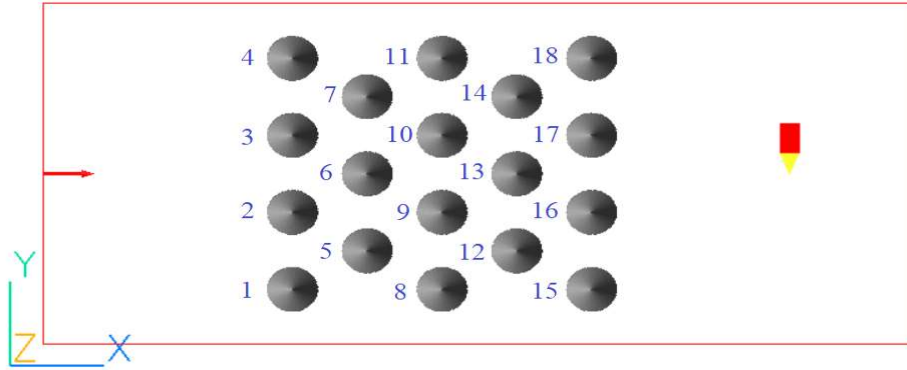
- **Είσοδος-Inlet**

- Είναι η επιφάνεια στην που ξεκινάει από το σημείο $(x,y)=(0,0)$.
- Έχει μήκος $(L_x,L_y)=(0, 0.31)\text{ m}$.

- Εισέρχεται Αέρας, με Πυκνότητα $\rho=1.189 \text{ kg/m}^3$.
 - Η Θερμοκρασία του ρευστού είναι $T=18^\circ\text{C}$ (τύπου Dirichlet).
 - Η Ταχύτητα του ρευστού είναι κατά συνιστώσες $(u,v)=(1,0) \text{ m/s}$ (τύπου Dirichlet).
 - Η Ένταση της Τύρβης (Turbulent Intensity), ισούται με 5% (τύπου Dirichlet).
 - Η Πίεση ορίζεται μηδενική ως πίεση αναφοράς, καθώς το πεδίο είναι ασυμπίεστο.
- **Έξοδος-Outlet**
 - Είναι η επιφάνεια στην που ξεκινάει από το σημείο $(x,y)=(0.70, 0) \text{ m}$.
 - Έχει μήκος $(L_x,L_y)=(0,0.31) \text{ m}$.
 - Η Πίεση ορίζεται μηδενική ως πίεση αναφοράς, καθώς το πεδίο είναι ασυμπίεστο.
- **Wall North**
 - Είναι η επιφάνεια στην που ξεκινάει από το σημείο $(x,y)=(0, 0.31) \text{ m}$.
 - Έχει μήκος $(L_x,L_y)=(0.70, 0) \text{ m}$.
 - Η Ταχύτητα και η Πίεση ορίζονται με συνθήκες μη-εισχώρισης.
 - Η Θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $T=20^\circ\text{C}$ (τύπου Dirichlet).
 - Η Πίεση περιβάλλοντος είναι ίση με 10^5 Pa (τύπου Dirichlet).
 - Χρησιμοποιούνται οι Λογαριθμικές Συναρτήσεις Τοίχου.
- **Wall South**
 - Είναι η επιφάνεια στην που ξεκινάει από το σημείο $(x,y)=(0,0) \text{ m}$.
 - Έχει μήκος $(L_x,L_y)=(0.70, 0) \text{ m}$.
 - Η Ταχύτητα και η Πίεση ορίζονται με συνθήκες μη-εισχώρισης.
 - Η Θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $T=20^\circ\text{C}$ (τύπου Dirichlet).
 - Η Πίεση περιβάλλοντος είναι ίση με 10^5 Pa (τύπου Dirichlet).
 - Χρησιμοποιούνται οι Λογαριθμικές Συναρτήσεις Τοίχου.
- **Κυλινδρικοί Αγωγοί**
 - Έχουν διάμετρο $d=0.04 \text{ m}$ ($\Phi 40$).
 - Το υλικό τους, είναι χάλυβας: 111,STEEL at 27 deg c ($C = 1\%$)
 - Ορίζονται ως Objects τύπου Solid.
 - Χρησιμοποιούνται οι Λογαριθμικές Συναρτήσεις Τοίχου.
 - Η ολίσθηση της ταχύτητας (Slide Velocity) ορίζεται ως σταθερή (Stationary).

- Η ροή θερμότητας προς το ρευστό είναι $10Y$, όπου Y η απόσταση του κέντρου του αγωγού από την επιφάνεια $y=0$.

Αναλυτικά, οι αγωγοί στην βασική περίπτωση των 5 στηλών είναι:



Εικόνα 20: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 5 Στήλες

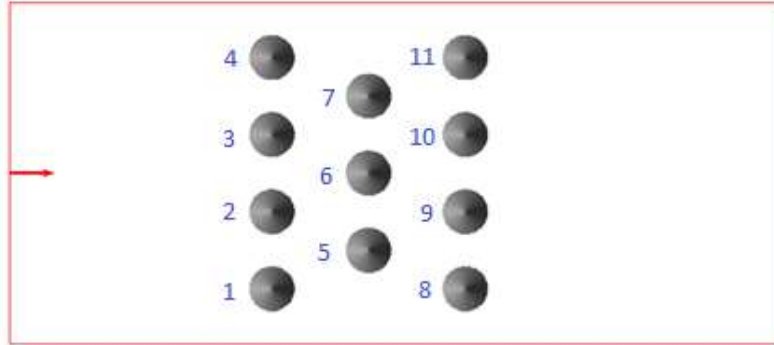
Τα στοιχεία του κάθε αγωγού, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αγωγός	Θέση x [m]	Θέση y [m]
1	0.200	0.050
2	0.200	0.120
3	0.200	0.190
4	0.200	0.260
5	0.260	0.085
6	0.260	0.155
7	0.260	0.225
8	0.320	0.050
9	0.320	0.120
10	0.320	0.190
11	0.320	0.260
12	0.380	0.085
13	0.380	0.155
14	0.380	0.225
15	0.440	0.050
16	0.440	0.120
17	0.440	0.190
18	0.440	0.260

Πίνακας 1: Θέσεις Αγωγών - 5 Στήλες

Οι θέσεις x και y, αναφέρονται στις θέσεις του κέντρου του κάθε αγωγού.

Αντίστοιχα, για την περίπτωση των 3 στηλών:



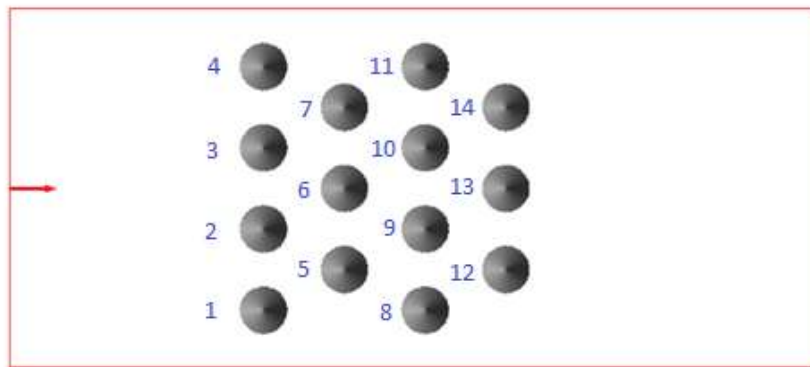
Εικόνα 21: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 3 Στήλες

Τα στοιχεία του κάθε αγωγού, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αγωγός	Θέση x [m]	Θέση y [m]
1	0.2375	0.050
2	0.2375	0.120
3	0.2375	0.190
4	0.2375	0.260
5	0.3250	0.085
6	0.3250	0.155
7	0.3250	0.225
8	0.4125	0.050
9	0.4125	0.120
10	0.4125	0.190
11	0.4125	0.260

Πίνακας 2: Θέσεις Αγωγών - 3 Στήλες

Τέλος, για την περίπτωση των 4 στηλών:



Εικόνα 22: Αρίθμηση Αγωγών Θερμότητας - 4 Στήλες

Τα στοιχεία του κάθε αγωγού, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

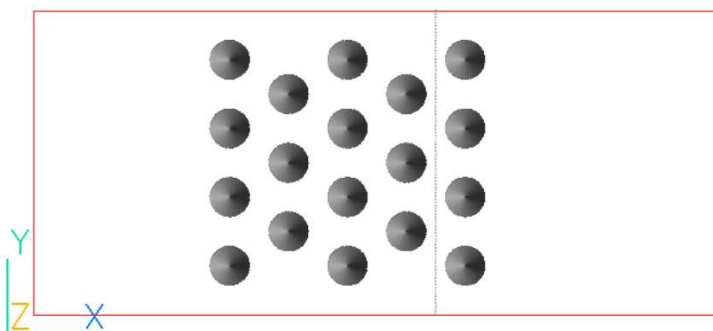
Αγωγός	Θέση x [m]	Θέση y [m]
1	0.220	0.050
2	0.220	0.120
3	0.220	0.190
4	0.220	0.260
5	0.290	0.085
6	0.290	0.155
7	0.290	0.225
8	0.360	0.050
9	0.360	0.120
10	0.360	0.190
11	0.360	0.260
12	0.430	0.085
13	0.430	0.155
14	0.430	0.225

Πίνακας 3: Θέσεις Αγωγών - 4 Στήλες

4.2.2 Κατασκευή Πλέγματος

Το υπολογιστικό πλέγμα, αποτελείται από το σύνολο των κόμβων στους οποίους υπολογίζονται οι μεταβλητές ενδιαφέροντος. Είναι προφανές, ότι όσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα, τόσο θα αυξάνεται και η ακρίβεια της λύσης. Ωστόσο το πυκνότερο πλέγμα συνεπάγεται μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος. Για αυτό τον λόγο, πραγματοποιήθηκε η μελέτη ανεξαρτησίας της λύσης από το πλέγμα, με στόχο τον εντοπισμό του πλέγματος, από την πύκνωση του οποίου και έπειτα, δεν παρατηρείται σημαντική μεταβολή στα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης.

Για την διαδικασία αυτή, επιλέχθηκε η ευθεία $x=0.41\text{m}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 23: Ευθεία Μελέτης Ανεξαρτησίας

Στην περιοχή αυτή, παρατηρούνται έντονες ανακυκλοφορίες της ροής και έντονη ανάμιξη των θερμικών στρωμάτων που δημιουργούνται από την αλληλουχία εναλλακτών.

Τα μεγέθη τα οποία αναλύονται είναι η Θερμοκρασία και η Ταχύτητα. Τα πλέγματα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν είναι τα παρακάτω:

Πλέγμα	Διαστάσεις	Πλήθος Κόμβων
1	150x150	22500
2	200x200	40000
3	250x250	62500
4	300x300	90000
5	350x350	122500
6	400x400	160000
7	450x450	202500

8	500x500	250000
---	---------	--------

Πίνακας 4: Μέγεθος και Κόμβοι Πλεγμάτων

Για την επίτευξη της ανεξαρτησίας της λύσης από το πλέγμα, πραγματοποιήθηκαν οι προσομοιώσεις με κάθε ένα από τα παρακάτω πλέγματα. Στην συνέχεια εξήχθη η κατανομή στην επιφάνεια ενδιαφέροντος (λαμβάνοντας 100 σημεία) και υπολογίστηκε το μέσο σφάλμα ανάμεσα σε δύο διαδοχικά πλέγματα. Αυτό υπολογίστηκε ως εξής:

$$E = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{|k_{new} - k_{old}|}{|k_{old}|} \cdot 100\% \quad (60)$$

Όπου:

E : Το σφάλμα που εκφράζει την απόκλιση των λύσεων ανάμεσα σε δύο διαδοχικά πλέγματα.

N : Το σύνολο των σημείων στα οποία γίνεται ο υπολογισμός.

k_{new} : Η τιμή της παραμέτρου στο νέο-πυκνότερο πλέγμα (πχ Θερμοκρασία, Ταχύτητα).

k_{old} : Η τιμή της παραμέτρου στο παλιό-αραιότερο πλέγμα (πχ Θερμοκρασία, Ταχύτητα).

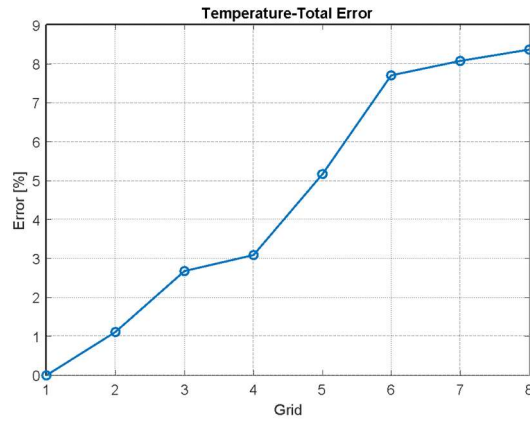
Τα αποτελέσματα για την θερμοκρασία, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πλέγμα	Σφάλμα [%]	Αθροιστικό Σφάλμα [%]
1	0.00	0.00
2	1.12	1.12
3	1.56	2.67
4	0.41	3.08
5	2.09	5.17
6	2.54	7.70
7	0.37	8.08
8	0.29	8.37

Πίνακας 5: Μεταβολή Σφάλματος κατά την Μελέτη Ανεξαρτησίας

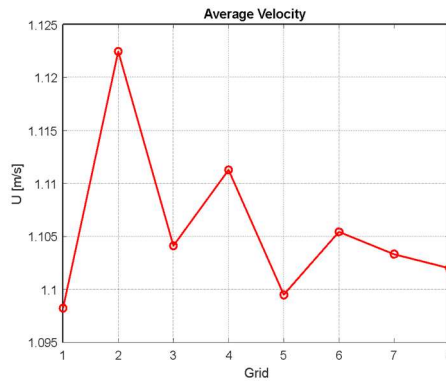
Γίνεται αντιληπτό, ότι το σφάλμα ανάμεσα στο πλέγμα 7 και το πλέγμα 8 είναι μόλις 0.29 %.

Γραφικά, το αθροιστικό σφάλμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 24: Διάγραμμα Σφάλματος της Θερμοκρασίας

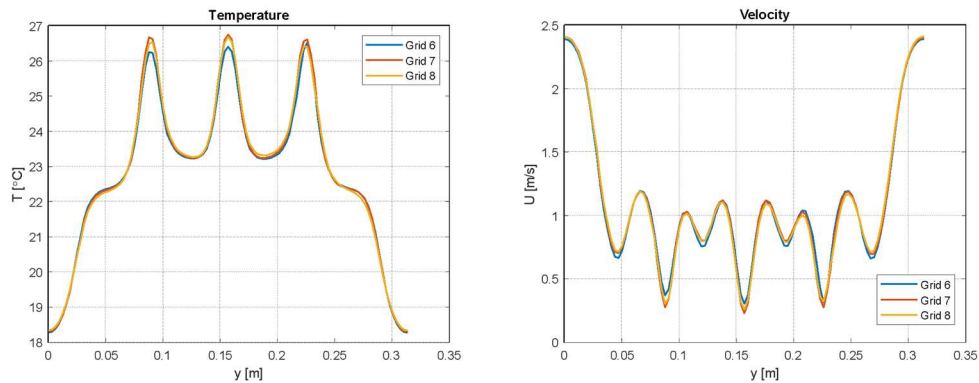
Αντίστοιχα για την Ταχύτητα, απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα η μεταβολή της μέσης τιμής της στην τομή ενδιαφέροντος:



Εικόνα 25: Μεταβολή Μέσης Ταχύτητας

Είναι προφανές, ότι μετά τις αρχικές ταλαντώσεις της μέσης τιμής λόγω αραιότητας των πλεγμάτων (μέχρι το 5), στην συνέχεια η τιμή συγκλίνει μεταξύ των πλεγμάτων 6-8.

Το ενδιαφέρον συνεπώς στρέφεται συνολικά στα πλέγματα 6,7,8. Οι κατανομές Θερμοκρασίας και Ταχύτητας σε αυτά τα πλέγματα είναι:

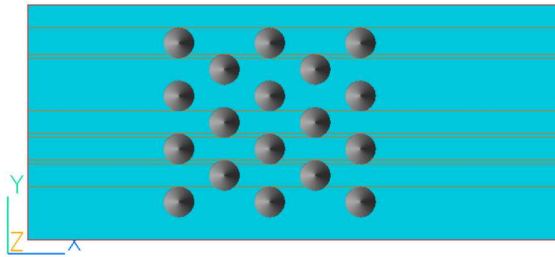


(24a)

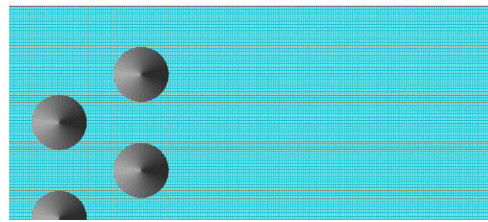
(24b)

Εικόνα 26: Κατανομή a) Θερμοκρασίας και b) Ταχύτητας στην Ευθεία Ενδιαφέροντος

Οι κατανομές των τριών πλεγμάτων σχεδόν ταυτίζονται. Για λόγους υπολογιστικούς κόστους, δεν θα επιλεγθεί το πυκνότερο πλέγμα (Grid 8). Συνεπώς, ως ανεξάρτητο πλέγμα επιλέγεται το Grid 7, με διαστάσεις 450x450 και συνολικό μέγεθος 202500 κελιά. Το πλέγμα φαίνεται παρακάτω:



(25a)



(25b)

Εικόνα 27: Υπολογιστικό Πλέγμα a) σε Πλήρη Μορφή και b) σε Μεγέθυνση

Τα κελιά είναι τετράπλευρα και η δημιουργία του πλέγματος έγινε μέσω των εντολών "X-manual", "Y-manual" το PHOENICS-VR.

4.2.3 Μοντέλα Επίλυσης

Για την εκτέλεση της προσομοίωσης, χρησιμοποιήθηκαν μέσω του PHOENICS-VR ορισμένα μοντέλα:

- Για τον υπολογισμό των εξισώσεων μεταφοράς, χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο Elliptic-Staggered.
- Η ροή που προσομοιώνεται είναι μονοφασική, συνεπώς χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο ONE_PHASE.
- Η εξίσωση μεταφοράς θερμότητας, επιλύεται ως προς την θερμοκρασία.
- Το τυρβώδες μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι το STANDARD KE, με σταθερές:

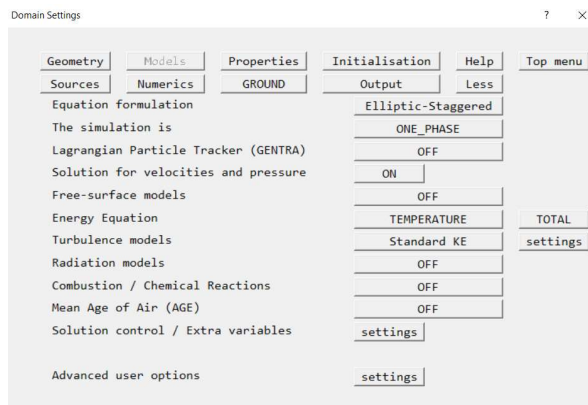
$$C_{\mu}=0.09 \quad C_{1\varepsilon}=1.44 \quad C_{2\varepsilon}=1.92$$

Ενώ η σταθερά Von-Karman είναι ίση με $k=0.41$ και η παράμετρος τραχύτητας είναι ίση με $z_0=8.60$

Συνολικά, τα μεγέθη τα οποία υπολογίζονται στους κόμβους του πλέγματος είναι:

- u: Η οριζόντια ταχύτητα.
- v: Η κατακόρυφη ταχύτητα.
- P: Η πίεση.
- T: Η θερμοκρασία.
- k: Η τυρβώδης κινητική ενέργεια.
- ε: Η απορρόφηση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

Ενώ, η επιλογή των παραμέτρων στο PHOENICS-VR φαίνεται πιο αναλυτικά:



Εικόνα 28: Επιλογή Παραμέτρων στο PHOENICS-VR

Οι αρχικές τιμές των μεταβλητών είναι οι εξής:

Σύμβολο	Αρχική Τιμή	Μονάδες
u	10^{-10}	m/s
v	10^{-10}	m/s
P	10^{-10}	Pa
T	18	°C
k	10^{-10}	m^2/s^2
ε	10^{-10}	m^2/s^3

Πίνακας 6: Αρχικές Τιμές Μεταβλητών

4.2.4 Αριθμητικό Σχήμα

Για τον υπολογισμό της Πίεσης και των Ταχυτήτων, χρησιμοποιήθηκε το Υβριδικό Σχήμα Διαφόρισης (HYBRID Differencing Scheme). Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκε υποχαλάρωση στον υπολογισμό των παραμέτρων, με τον παρακάτω τρόπο:

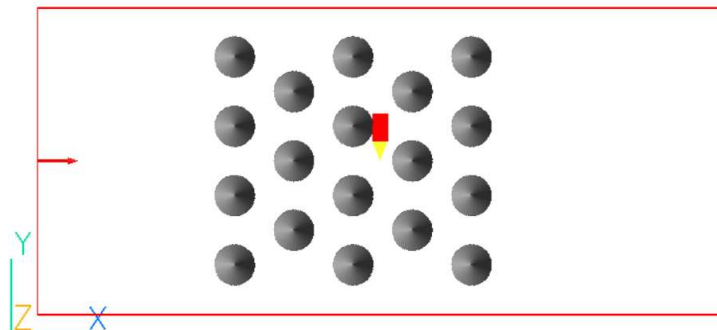
Σύμβολο	Συντελεστής	Τύπος Χαλάρωσης
u	10^{-3}	Ψευδούς Χρονικού Βήματος
v	10^{-3}	Ψευδούς Χρονικού Βήματος
P	1.00	Γραμμικός
T	1.00	Γραμμικός
k	10^{-3}	Ψευδούς Χρονικού Βήματος
ε	10^{-3}	Ψευδούς Χρονικού Βήματος

Πίνακας 7: Συντελεστές και Τύποι Υποχαλάρωσης

Για την σύγκλιση της επαναληπτικής διαδικασίας, επιλέχθηκε Global Convergence Criterion=0.1%.

4.2.5 Εκτέλεση Επαναλήψεων

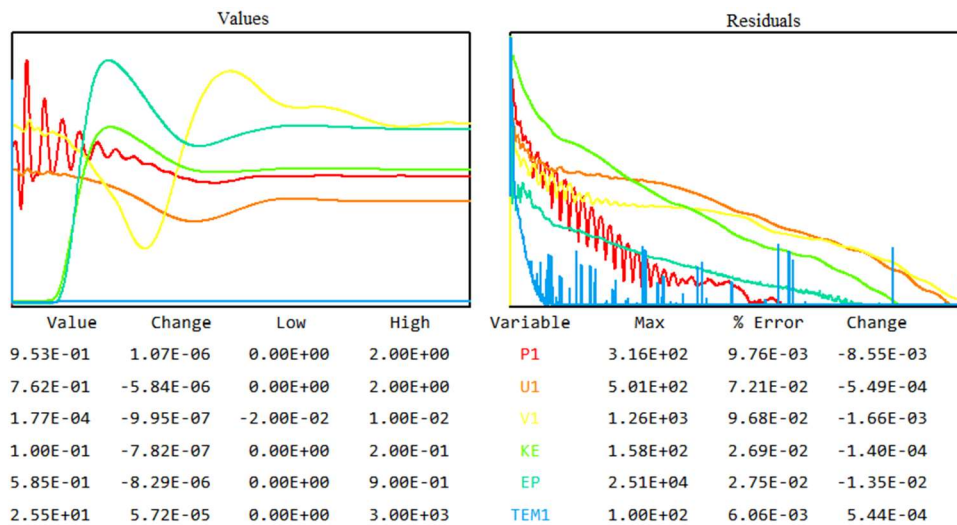
Ο υπολογισμός των υπολοίπων των μεταβλητών, γίνεται στους κόμβους (NX,NY)=(250,250), καθώς σε αυτή την περιοχή υπάρχουν πολλές ανακυκλοφορίες ενώ παρατηρούνται και έντονα φαινόμενα μεταφοράς θερμότητας λόγω των πολλών γειτονικών αγωγών.



Εικόνα 29: Κόμβος Υπολογισμού των Υπολοίπων

Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων τέθηκε ίσος με 1500, αλλά η επαναληπτική διαδικασία σταματάει αυτόματα νωρίτερα, καθώς έχει επέλθει σύγκλιση. Στην βασική περίπτωση, η

διαδικασία σταματάει αυτόματα στις 1038 επαναλήψεις, μετά από χρόνο CPU 397 sec, σε λειτουργικό σύστημα Windows, με 2.60 GHz και 16 GB συνολική μνήμη. Η πορεία σύγκλισης των υπολοίπων των μεταβλητών, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 30: Πορεία Σύγκλισης

Στο αριστερό σχήμα, βλέπουμε την πορεία των μεταβλητών στο σημείο ενδιαφέροντος. Γίνεται αντιληπτό ότι οι μεταβλητές έχουν συγκλίνει σε μια συγκεκριμένη τιμή, γεγονός που υποδεικνύει ότι έχει επέλθει σύγκλιση. Ταυτόχρονα στο δεξιό σχήμα, παρατηρούμε την πορεία των υπολοίπων, όπου φαίνεται ότι έχουν πέσει κάτω από το 0.1%, ενώ οι ακριβείς τιμές τους φαίνονται στην στήλη % Error.

4.3 Υπολογισμός Στόχων

Οι μεταβλητές-στόχοι που πρόκειται να υπολογιστούν, είναι η Μεταφορά Θερμότητας και η Πτώση Πίεσης. Αυτές οι δύο τιμές θα καθορίσουν τον βέλτιστο συνδυασμό παραμέτρων κατά την διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Μεταφορά Θερμότητας

Για τον υπολογισμό της συνολικής Μεταφοράς Θερμότητας από τους σωλήνες στο ρευστό, χρησιμοποιείται ο παρακάτω τύπος:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_{out} - T_{in}) \quad (61)$$

Όπου:

\dot{Q} : Η συνολική Μεταφορά Θερμότητα από της σωλήνες στο ρευστό [Kw].

\dot{m} : Η Παροχή Μάζας του ρευστού [kg/s].

c_p : Η Σταθερά Θερμοχωρητικότητας του ρευστού [kJ/kg K]

T_{out} : Η μέση Θερμοκρασία Εξόδου του ρευστού [K].

T_{in} : Η μέση Θερμοκρασία Εισόδου του ρευστού [K].

Για τον υπολογισμό της παροχής μάζας του ρευστού, χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω τύπος:

$$\dot{m} = \rho UA \quad (62)$$

Όπου:

ρ : Η Πυκνότητα του ρευστού [kg/m³].

U : Η Ταχύτητα Εισόδου του ρευστού [m/s].

A : Η Διάμετρος Εισόδου του αγωγού [m²].

Για την Πυκνότητα χρησιμοποιήθηκε η τιμή $\rho = 1.189 \text{ kg/m}^3$, που αντιστοιχεί στην Πυκνότητα του αέρα στους 18°C.

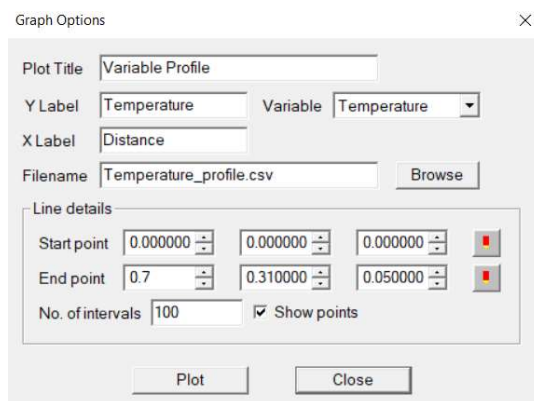
Η Ταχύτητα Εισόδου του ρευστού καθορίζεται από τον χρήστη, ανάλογα με την περίπτωση.

Η Διάμετρος Εισόδου του αγωγού υπολογίστηκε $A=0.31\text{m}\cdot 1\text{m}=0.31\text{m}^2$, καθώς η προσομοίωση θεωρήθηκε δισδιάστατη, συνεπώς στην διεύθυνση z το μήκος θεωρείται μοναδιαίο.

Η μέση Θερμοκρασία Εισόδου είναι σταθερή και ίση με 18°C, το οποίο καθορίζεται από τις συνοριακές συνθήκες.

Για την μέση Θερμοκρασία Εξόδου, ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία:

Μετά το πέρας της υπολογιστικής προσομοίωσης, χρησιμοποιήθηκε το περιβάλλον VR-VIEWER. Στην συνέχεια, με την χρήση της εντολής Plot Variable Profile, εξήχθη το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο του αγωγού.



Εικόνα 31: Περιβάλλον Δημιουργίας Γραφήματος

Το προφίλ αυτό, απεικονίζει τις τιμές της Θερμοκρασίας Εξόδου σε 100 σημεία κατά την διεύθυνση y . Από αυτές τις τιμές υπολογίζεται η μέση τιμή, η οποία εν τέλει αποτελεί και την μέση Θερμοκρασία Εξόδου.

Πτώση Πίεσης

Για τον υπολογισμό της συνολικής Πτώσης Πίεσης του ρευστού εντός του αγωγού, χρησιμοποιήθηκε η σχέση:

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} \quad (63)$$

Όπου:

P_{in} : Η Πίεση στην Είσοδο του αγωγού [Pa].

P_{out} : Η Πίεση στην Έξοδο του αγωγού [Pa].

Ο υπολογισμός αυτών των τιμών, γίνεται με τον ίδιο τρόπο που αναλύθηκε για την μέση Θερμοκρασία Εξόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται η παρουσίαση των μεταβλητών καθώς και των επιπέδων τους καθώς και η εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού τους, με την χρήση των μεθόδων Taguchi-TOPSIS και Taguchi-GRA. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των προσομοιώσεων.

5.1 Μεταβλητές και Επίπεδα

Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται κατά την διαδικασία της αριστοποίησης είναι:

- Η ταχύτητα εισόδου του ρευστού U .
- Η ροή θερμότητας ανά ύψος, από τους σωλήνες q/y .
- Ο αριθμός στηλών των σωλήνων r .

Τα τρία επίπεδα των μεταβλητών αυτών που χρησιμοποιούνται είναι:

	U [m/s]	q/y [W/m]	r
Επίπεδο 1	1	5	3
Επίπεδο 2	2	10	4
Επίπεδο 3	3	15	5

Πίνακας 8: Μεταβλητές και Επίπεδα

Η ταχύτητα U εκφράζει την μέση ταχύτητα εισόδου του ρευστού στην είσοδο του χωρίου [Inlet]. Αντίστοιχα, η ροή θερμότητας από τους σωλήνες έχει την μορφή q/y , όπου y η απόσταση του κέντρου του κάθε σωλήνα από το $y=0$. Τέλος, ο αριθμός των στηλών r είναι καθαρός αριθμός και εκφράζει το πλήθος των στηλών των σωλήνων εντός του υπολογιστικού χωρίου.

Στην συνέχεια γίνεται η επιλογή προκαθορισμένων σεναρίων σύμφωνα με τους ορθογώνιους πίνακες. Στην εξεταζόμενη περίπτωση που περιλαμβάνει 3 μεταβλητές με 3 επίπεδα χρησιμοποιείται ένας $L9$ ορθογώνιος πίνακας.

Προσομοίωση	u [m/s]	q/y [W/m]	r
1	1	5	3
2	2	10	4
3	3	15	5

4	1	5	4
5	2	10	5
6	3	15	3
7	1	5	5
8	2	10	3
9	3	15	4

Πίνακας 9: Πίνακας L9 Taguchi

Στην συνέχεια, γίνεται η εξαγωγή των τιμών των Παραμέτρων Στόχων με την βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου PHOENICS και των υπολογισμών που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Τα αποτελέσματα του PHOENICS για τους 2 στόχους είναι:

Πείραμα	Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔΡ (Pa)
1	0.594	1.822
2	1.580	2.209
3	3.081	2.988
4	0.801	8.420
5	2.091	11.450
6	1.799	6.729
7	1.052	25.537
8	1.205	14.880
9	2.420	18.780

Πίνακας 10: Αποτελέσματα Παραμέτρων Στόχων

5.2 Ανάλυση Taguchi

1) Κάνοντας χρήση των λόγων S/N στις τιμές των αριθμητικών αποτελεσμάτων των στόχων με τη συνάρτηση που πρότεινε ο Taguchi ανάλογα με το στόχο. Για την περίπτωση της Μεταφοράς Θερμότητας, χρησιμοποιείται το κριτήριο για την μεγιστοποίηση της απόκρισης το όποια αναφέρεται συχνά ως "larger is better or higher is better or more is better":

$$SNR_S = -10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n} = 10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^{-2} \cdot n}$$

, ενώ για την Πτώση Πίεσης χρησιμοποιείται το κριτήριο για την ελαχιστοποίηση της απόκρισης το όποια αναφέρεται συχνά ως "smaller is better or less is better or lower is better":

$$SNR_S = -10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n}$$

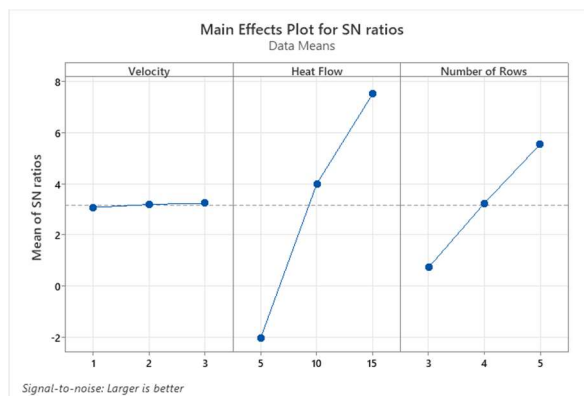
Τα αποτελέσματα για την ανάλυση S/N (με την χρήση Minitab) είναι:

Πείραμα	Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔΡ (Pa)
1	-4.52014	-5.2127
2	3.97223	-6.8853
3	9.77493	-9.5087
4	-1.93101	-18.5060
5	6.40639	-21.1758
6	5.10220	-16.5589
7	0.44020	-28.1435
8	1.62316	-23.4521
9	7.67485	-25.4740

Πίνακας 11: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N

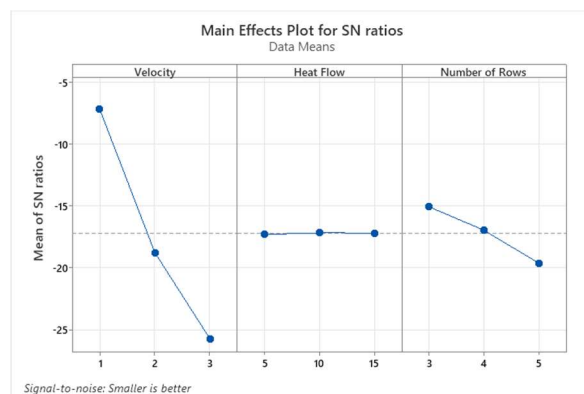
Ενώ με την χρήση του λογισμικού Minitab, φαίνονται σχηματικά τα αποτελέσματα της ανάλυσης:

Μεταφορά Θερμότητας



Εικόνα 32: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N για την Μεταφορά Θερμότητας

Πτώση Πίεσης



Εικόνα 33: Αποτελέσματα Ανάλυσης S/N για την Πτώση Πίεσης

Από τα παραπάνω διαγράμματα, λαμβάνοντας υπόψιν ότι οι μέγιστες τιμές είναι οι επιθυμητές σε κάθε περίπτωση, βγαίνει το συμπέρασμα ότι η βέλτιστη ταχύτητα είναι η $U=1$ m/s (καθώς στην περίπτωση της Μεταφοράς Θερμότητας δεν υπάρχει σημαντική επίδραση), η βέλτιστη ροή θερμότητας είναι η $q=15Y$ (καθώς στην περίπτωση της Πτώση Πίεσης δεν υπάρχει σημαντική επίδραση) ενώ για τον αριθμό των στηλών δεν είναι σε αυτό το σημείο ξεκάθαρο ποια είναι η βέλτιστη επιλογή.

2) Στην συνέχεια, γίνεται μετατροπή του προβλήματος πολλών στόχων σε πρόβλημα ενός στόχου. Οι δύο μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται είναι η Grey Relational Analysis (GRA) και η TOPSIS. Και για τις δύο μεθοδολογίες απαιτείται ο υπολογισμός ενός αθροιστικού συντελεστή στάθμισης. Για τον υπολογισμό αυτό, επιλέγεται η μεθοδολογία εντροπίας (Entropy method) ή η ανάλυση κύριων συνιστωσών (Principal Component Analysis PCA).

Μέθοδος TOPSIS

Ο πίνακας αποφάσεων είναι ο παρακάτω:

A =

Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔP (Pa)
0.594	1.822
1.580	2.209
3.081	2.988
0.801	8.420
2.091	11.450
1.799	6.729
1.052	25.537
1.205	14.880
2.420	18.780

Πίνακας 12: Πίνακας Αποφάσεων-TOPSIS

Ο κανονικοποιημένος πίνακας επιδόσεων έχει την παρακάτω μορφή:

R =	Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔP (Pa)
	0.110	0.047
	0.293	0.057
	0.572	0.077
	0.149	0.218
	0.388	0.297
	0.334	0.174
	0.195	0.661
	0.224	0.385
	0.449	0.486

Πίνακας 13: Κανονικοποιημένος Πίνακας-TOPSIS

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η Ευκλείδεια σχετική απόσταση των λύσεων από μία φανταστική ιδανική λύση. Η λύση που πλησιάζει περισσότερο την ιδανική λύση και απομακρύνεται περισσότερο από την αρνητική-ιδανική λύση, επιλέγεται ως η βέλτιστη. Τέλος, γίνεται ο υπολογισμός του συντελεστή σύγκλισης στην ιδανική επίλυση και κατάταξη. Ο συντελεστής σύγκλισης C_i δείχνει πόσο πλησιάζει η λύση την ιδανική λύση.

Πείραμα	Συντελεστής Σύγκλισης C_i
1	0.571
2	0.694
3	0.962
4	0.494
5	0.598
6	0.666
7	0.106
8	0.382
9	0.456

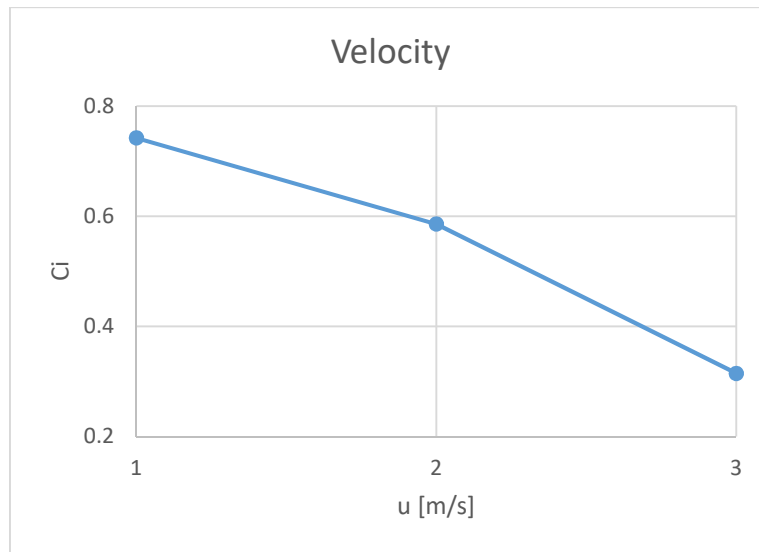
Πίνακας 14: Συντελεστές Σύγκλισης-TOPSIS

Κατόπιν γίνεται υπολογισμός των μέσων τιμών του συντελεστή C_i του TOPSIS για τα επίπεδα και τους παράγοντες της προσομοίωσης με βάση τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα.

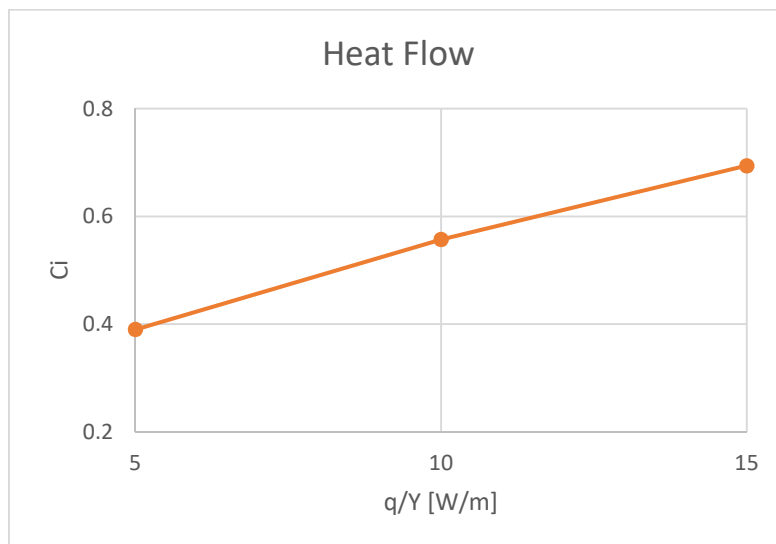
Μεταβλητή	TOPSIS		
	Ταχύτητα u (m/s)	Ροή Θερμότητας q/y (W/m)	Αριθμός Στηλών r
Επίπεδο 1	0.742	0.390	0.540
Επίπεδο 2	0.586	0.558	0.548
Επίπεδο 3	0.315	0.695	0.555
Μέσος Όρος	0.548	0.548	0.548

Πίνακας 15: Αποτελέσματα TOPSIS

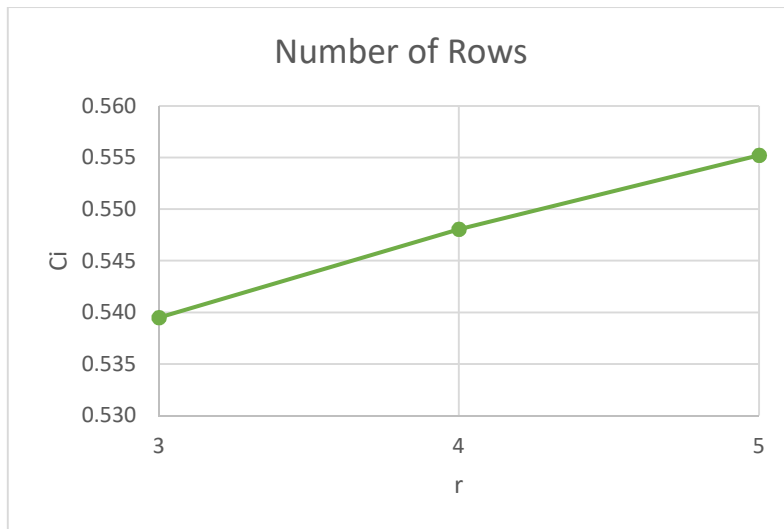
Ακολουθούν τα διαγράμματα με τα βέλτιστα επίπεδα για κάθε μεταβλητή:



Εικόνα 34: Συντελεστής Σύγκλισης για την Ταχύτητα-TOPSIS



Εικόνα 35: Συντελεστής Σύγκλισης για την Ροή Θερμότητας-TOPSIS



Εικόνα 36: Συντελεστής Σύγκλισης για τον Αριθμό των Στηλών-TOPSIS

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι συνθήκες λειτουργίας του εναλλάκτη, σύμφωνα με τη μέθοδο TOPSIS:

Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας – Μέθοδος TOPSIS	
Ταχύτητα u [m/s]	1
Ροή Θερμότητας q [W]	15Y
Αριθμός Στηλών r	5

Πίνακας 16: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας - TOPSIS

Μέθοδος GRA

Η δεύτερη μέθοδος που εφαρμόζεται είναι η μέθοδος GRA (Grey Relational Analysis).

Ο πίνακας αποφάσεων είναι ο παρακάτω:

A =

Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔP (Pa)
0.594	1.822
1.580	2.209
3.081	2.988
0.801	8.420
2.091	11.450
1.799	6.729
1.052	25.537
1.205	14.880
2.420	18.780

Πίνακας 17: Πίνακας Αποφάσεων-GRA

Ο κανονικοποιημένος πίνακας επιδόσεων έχει την παρακάτω μορφή:

R =

Μεταφορά Θερμότητας Q (kW)	Πτώση Πίεσης ΔP (Pa)
0.000	1.000
0.396	0.984
1.000	0.951
0.083	0.722
0.602	0.594
0.485	0.793
0.184	0.000
0.246	0.449
0.734	0.285

Πίνακας 18: Κανονικοποιημένος Πίνακας-GRA

Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του συντελεστή γκρι κατάστασης ο οποίος αναφέρεται στη σχέση του στοιχείου ενός παράγοντα με την βέλτιστη επίδοση.

Πείραμα	Βαθμός Σχετικότητας γ_i
1	0.667

2	0.711
3	0.955
4	0.498
5	0.554
6	0.600
7	0.357
8	0.437
9	0.532

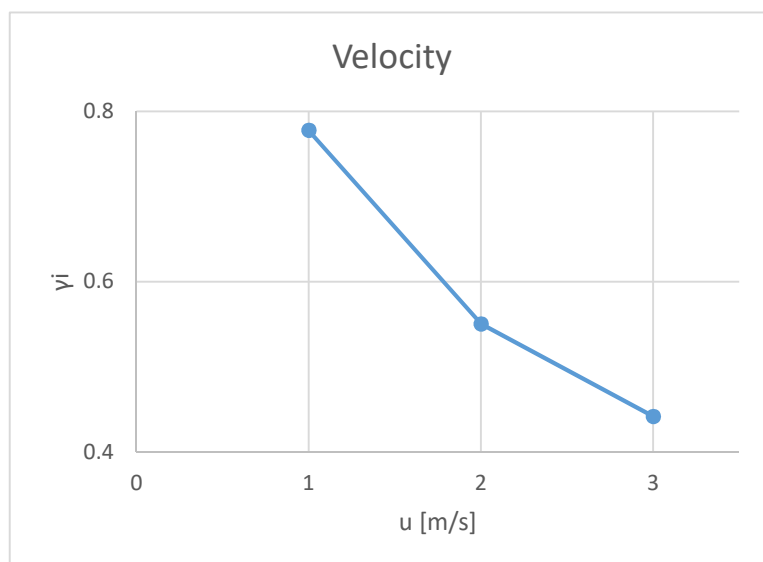
Πίνακας 19: Βαθμός Σχετικότητας-GRA

Κατόπιν γίνεται υπολογισμός των μέσων τιμών του συντελεστή C_i του TOPSIS για τα επίπεδα και τους παράγοντες της προσομοίωσης με βάση τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα.

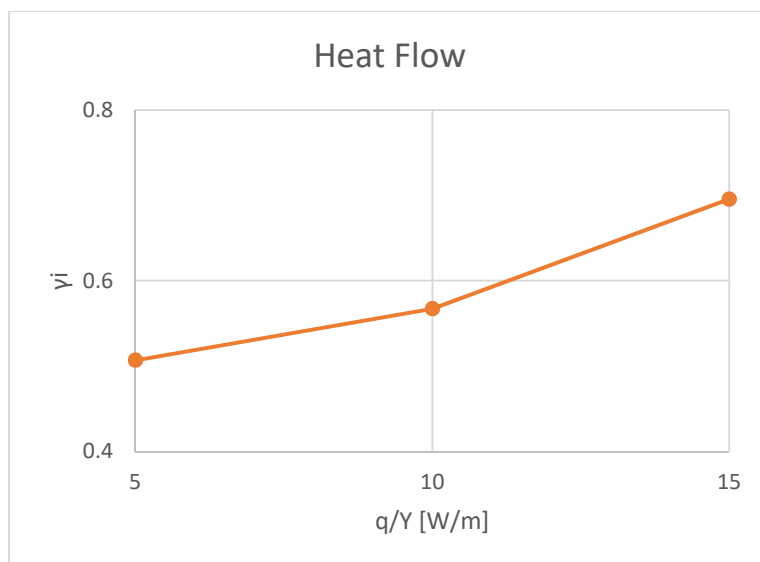
Μεταβλητή	GRA		
	Ταχύτητα u (m/s)	Ροή Θερμότητας q/y (W/m)	Αριθμός Στηλών r
Επίπεδο 1	0.778	0.507	0.568
Επίπεδο 2	0.551	0.567	0.580
Επίπεδο 3	0.442	0.696	0.622
Μέσος Όρος	0.590	0.590	0.590

Πίνακας 20: Αποτελέσματα GRA

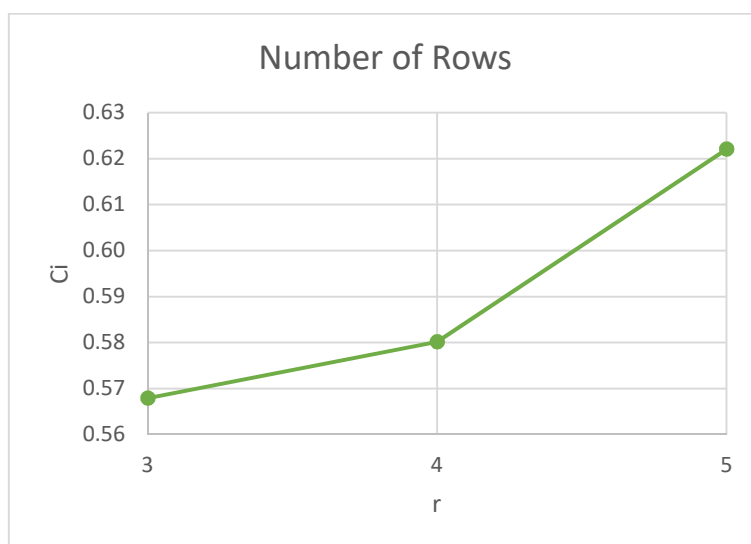
Ακολουθούν τα διαγράμματα με τα βέλτιστα επίπεδα για κάθε μεταβλητή:



Εικόνα 37: Βαθμός Σχετικότητας για την Ταχύτητα-GRA



Εικόνα 38: Βαθμός Σχετικότητας για την Ροή Θερμότητας-GRA



Εικόνα 39: Βαθμός Σχετικότητας για τον Αριθμό των Στηλών-GRA

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι συνθήκες λειτουργίας του εναλλάκτη, σύμφωνα με τη μέθοδο GRA:

Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας – Μέθοδος GRA	
Ταχύτητα u [m/s]	1
Ροή Θερμότητας q [W]	15 γ
Αριθμός Στηλών r	5

Πίνακας 21: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας – GRA

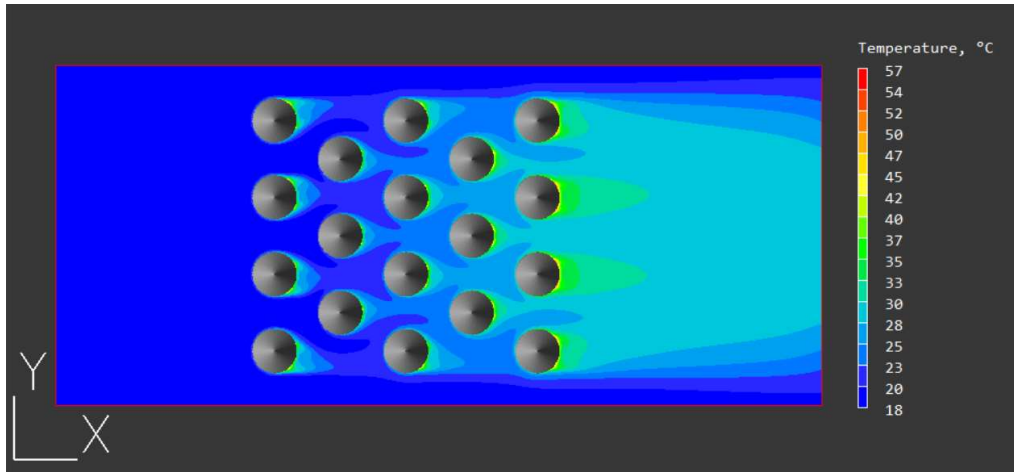
Συνεπώς, με βάση τόσο την μέθοδο TOPSIS όσο και την GRA, ως βέλτιστος συνδιασμός μεταβλητών κρίνεται ο παρακάτω:

Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας	
Ταχύτητα u [m/s]	1
Ροή Θερμότητας q [W]	15Y
Αριθμός Σηλών r	5

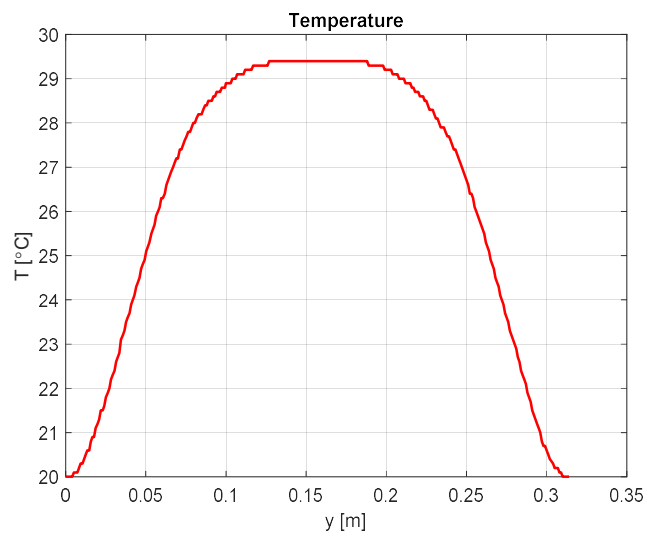
Πίνακας 22: Βέλτιστες Συνθήκες Λειτουργίας

5.3 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Μεταβλητών

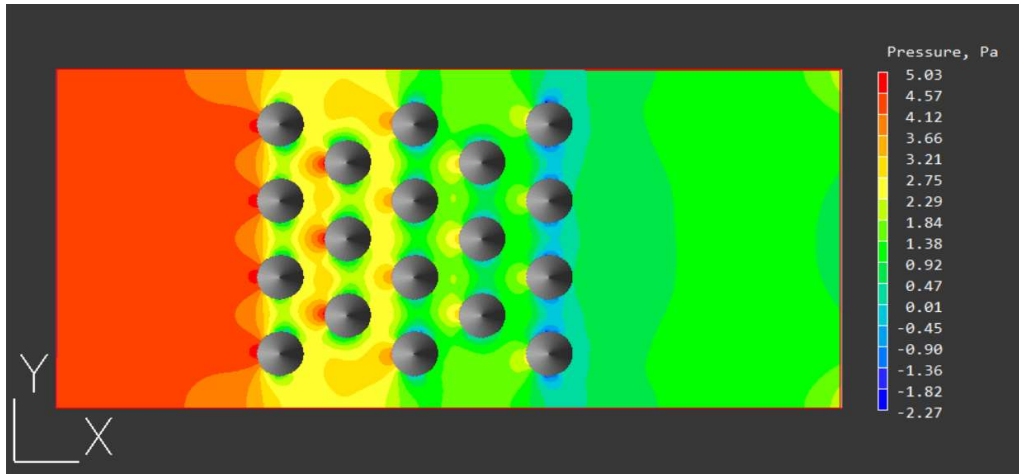
Σε αυτό το σημείο θα γίνει παρουσίαση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από το υπολογιστικό πακέτο PHOENICS, για τις μεταβλητές επίλυσης της περίπτωσης των βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας.



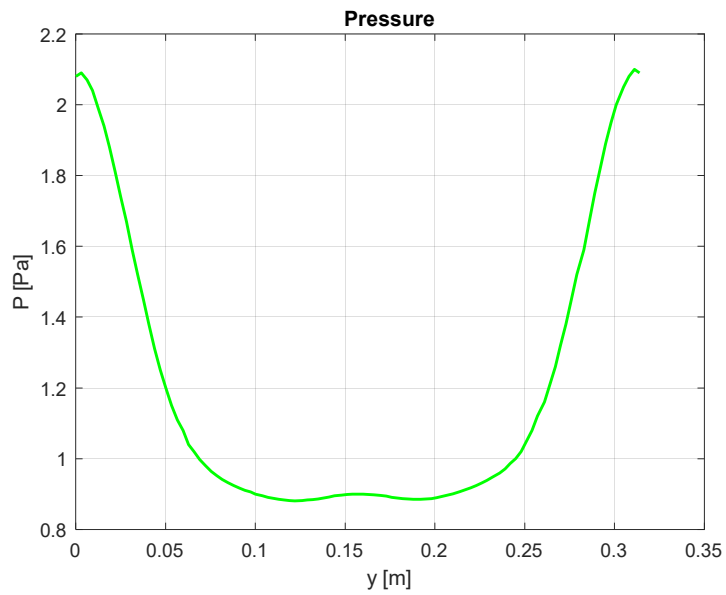
Εικόνα 40: Απεικόνιση Ισοϋψών Γραμμών Θερμοκρασίας για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων



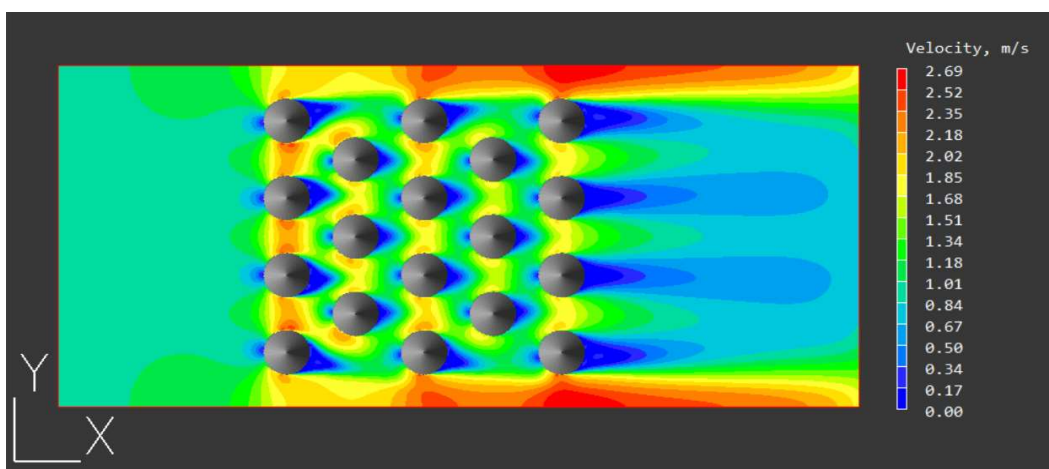
Εικόνα 41: Απεικόνιση Κατανομής της Θερμοκρασίας στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων



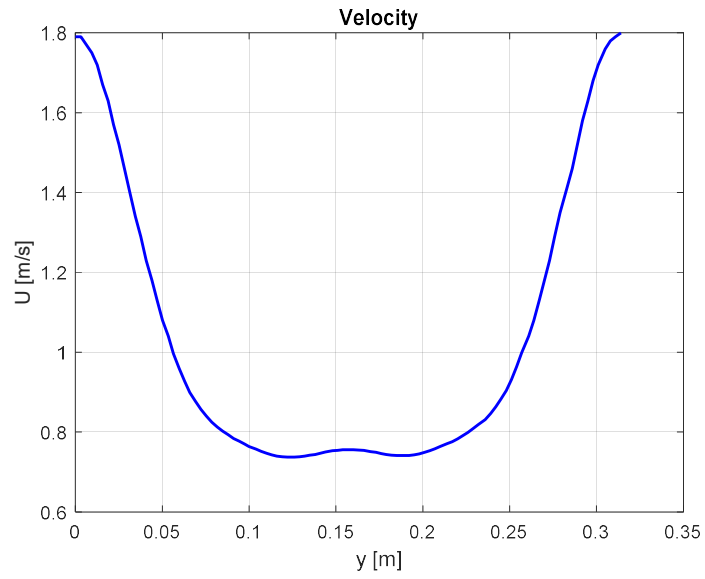
Εικόνα 42: Απεικόνιση Ισοψών Γραμμών Πίεσης για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων



Εικόνα 43: Απεικόνιση Κατανομής της Πίεσης στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων



Εικόνα 44: Απεικόνιση Ισοψών Γραμμών Ταχύτητας για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων



Εικόνα 45: Απεικόνιση Κατανομής της Ταχύτητας στην Έξοδο του Αγωγού για τον Βέλτιστο Συνδιασμό Παραμέτρων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η συγκεκριμένη Μεταπτυχιακή Εργασία, εξετάζει την επίδραση ορισμένων παραμέτρων στην λειτουργία και τον σχεδιασμό ενός εναλλάκτη θερμότητας, χρησιμοποιώντας σαν μέθοδο αριστοποίησης τον αλγόριθμο Taguchi.

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα του αλγορίθμου Taguchi, είναι δυνατό να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Η αύξηση της Ταχύτητας Εισόδου του ρευστού, οδηγεί στην αύξηση της Μεταφοράς Θερμότητας και την αύξηση της Πτώσης Πίεσής του.
- Η αύξηση της Ροής Θερμότητας, οδηγεί σε αύξηση της Μεταφοράς Θερμότητας, ενώ δεν επηρεάζει την Πτώση Πίεσης.
- Η αύξηση του Αριθμού των Στηλών των Σωλήνων, οδηγεί σε αύξηση της Μεταφοράς Θερμότητας και σε αύξηση της Πτώσης Πίεσης.

Όσον αφορά τα γραφήματα ισουψών γραμμών καθώς και τις κατανομές στην έξοδο, τα συμπεράσματα είναι τα εξής:

- Λόγω ανάμιξης, παρατηρείται ομοιόμορφη κατανομή της θερμοκρασίας στην έξοδο του αγωγού κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, παρ'όλο την μη ομοιόμορφη Ροή Θερμότητας από τους σωλήνες στην διεύθυνση αυτή.
- Λόγω των διατμητικών τάσεων που δημιουργούνται από τους σωλήνες, παρατηρείται αύξηση της Πτώσης Πίεσης κατά το μήκος του αγωγού.
- Οι αρνητικές τιμές της πίεσης παρατηρούνται, καθώς απεικονίζεται η σχετική ως προς την πίεση αναφοράς τιμή.
- Η ταχύτητα παρουσιάζει μηδενικές τιμές στα σημεία ανακοπής πριν από τους σωλήνες και στο απόρριμμα πίσω από αυτούς.

Η εργασία αυτή, εξετάζει μόνο ένα τμήμα του αντικειμένου το σχεδιασμού των Εναλλακτών Θερμότητας καθώς και την χρήση μεθόδων για την Αριστοποίηση της λειτουργίας τους. Συνεπώς, είναι δυνατή η περαιτέρω μελέτη και έρευνα στο μέλλον, στην οποία θα μπορούσαν να εξεταστούν τα παρακάτω:

- Η χρήση διαφορετικών μεταβλητών σχεδιασμού, όπως η γεωμετρία των σωλήνων και του αγωγού, η διαφοροποίηση του ρευστού και των συνοριακών συνθηκών.

- Η εφαρμογή της μεθόδου αριστοποίησης σε περισσότερα επίπεδα για τις εξεταζόμενες μεταβλητές, με μέγιστο αριθμό τα 4, καθώς για μεγαλύτερες τιμές θα έπρεπε να αναζητηθούν άλλες μέθοδοι.
- Η χρήση εναλλακτικών μεθόδων αριστοποίησης, όπως η μέθοδος ELECTRE, η οποία ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων που βασίζονται σε σχέσεις υπεροχής.
- Η εφαρμογή ακόμα πυκνότερου υπολογιστικού πλέγματος, ώστε να επιτευχθεί ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια.
- Η διεξαγωγή πειράματος, προκειμένου να διασταυρωθούν τα αποτελέσματα που εξήχθησαν
- Η προσομοίωση σε μη μόνιμη κατάσταση.

Βιβλιογραφία

- [1] Yunus A. Cengel, Afshin J. Ghajar: Μεταφορά Μάζας και Θερμότητας, 2018.
- [2] <https://www.ansys.com>
- [3] Franz Durst: Fluid Mechanics: An Introduction to the Theory of Fluid Flows, 2008.
- [4] Βασίλειος Ριζιώτης: Πανεπιστημιακές Σημειώσεις ΔΠΜΣ "Υπολογιστική Μηχανική" – Ροή Ρευστών, 2020.
- [5] Σωτήρης Τσαγγάρης: Μηχανική των Ρευστών, 2005.
- [6] Taguchi G., E. A. Elsayed and T. Hsiang: Quality Engineering in Production Systems, McGraw-Hill Book Company, 1989.
- [7] Χρήστος Γ. Τσάκωνας: Διερεύνηση Διεργασιών Χημικής Απόθεσης από Ατμό με χρήση Υπολογιστικών Μοντέλων, 2017.
- [8] Νικόλαος Χ. Μαρκάτος: Υπολογιστική Ρευστοδυναμική, 2021.
- [9] Νικόλαος Χ. Μαρκάτος: Τυρβώδη Φαινόμενα Μεταφοράς και Μαθηματικά Πρότυπα Προσομοίωσής τους, 2020.
- [10] <http://www.cham.co.uk/phoenics.php>