



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ/ΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΙΔΙΟΤΙΜΩΝ
ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ
ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΩΝ
ΛΕΠΤΟΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ (RISERS)
ΓΙΑ ΘΑΛΑΣΣΙΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΖΑΝΟΥ Μ. ΣΟΦΟΚΛΗ**

**ΥΠΟ ΕΠΙΒΛΕΨΗ
Ι.Κ. ΧΑΤΖΗΓΕΩΡΓΙΟΥ**

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2007

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1^ο :	Εισαγωγή	
1.1.	Περιγραφή του προβλήματος	1
Κεφάλαιο 2^ο :	Διατύπωση του προβλήματος	
2.1.	Παράμετροι του προβλήματος	2
2.2.	Παραδοχές κι εξισώσεις κίνησης	3
2.3.	Μέθοδος λύσης	4-5
Κεφάλαιο 3^ο :	Επίλυση του προβλήματος	
3.1.	Μέθοδος Galerkin	6
3.2.	Οριακές συνθήκες στήριξης κι ιδιομορφές	7-10
3.3.	Γενικευμένοι χρονικά μεταβαλλόμενοι συντελεστές των ιδιομορφών	11-15
Κεφάλαιο 4^ο :	Αποτελέσματα προγράμματος	
4.1.	Περιγραφή αριθμητικής επίλυσης	16-17
4.2.	1 ^η σειρά αποτελεσμάτων	18-27
4.3.	2 ^η σειρά αποτελεσμάτων	28-45
4.4.	3 ^η σειρά αποτελεσμάτων	46-63
4.5.	4 ^η σειρά αποτελεσμάτων	64-65

Κεφάλαιο 5^ο : **Σχολιασμός αποτελεσμάτων**

5.1.	1 ^η σειρά αποτελεσμάτων	66
5.2.	2 ^η σειρά αποτελεσμάτων	67
5.3.	3 ^η σειρά αποτελεσμάτων	68
5.4.	4 ^η σειρά αποτελεσμάτων	69

Παράρτημα Α : **Σχηματικές απεικονίσεις**

Σχήμα Α.1	Δομή κατακόρυφης ‘λεπτής’ κατασκευής, με αρθρώσεις στα δύο άκρα, υπό παραμετρική δυσδιάστατη φόρτιση	70
Σχήμα Α.2	Τάσεις κατά μήκος κατακόρυφου ‘λεπτού’ riser	71

Παράρτημα Β : **Προγράμματα**

B.1.	Προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab	72-82
B.2.	Προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού Maple	82-83

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1⁰

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Περιγραφή του προβλήματος

Τα ναυτικά καλώδια και τα risers τυγχάνουν ευρείας χρήσης σε offshore εγκαταστάσεις και γι' αυτό, η δυναμική συμπεριφορά τους στο νερό έχει γίνει αντικείμενο μελέτης από πολλούς ερευνητές.

Οι μέθοδοι υπολογισμού της δυναμικής συμπεριφοράς των ναυτικών καλωδίων και των risers είναι κοινές, θεωρώντας ότι η δυναμική ισορροπία του καλωδίου περιγράφει πλήρως την συμπεριφορά του riser, δεδομένου ότι ελήφθησαν υπόψη, όλοι οι επιπρόσθετοι παράγοντες που επηρεάζουν τη δυναμική του riser, όπως, λόγω χάρη, τα καμπτικά φαινόμενα.

Στην παρακάτω μελέτη έχουν αμεληθεί, εξ' αρχής, όροι ανώτερης τάξης, στους τελικούς υπολογισμούς, όπως επίσης και οι δυνάμεις αντίστασης στην αξονική διεύθυνση, για λόγους απλοποίησης του προβλήματος, εφόσον δεν θεωρείται σημαντική, η συνεισφορά τους.

Το πρόβλημα, λοιπόν, που θα μας απασχολήσει στα επόμενα, είναι η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του riser που υποβάλλεται σε αρμονική διέγερση στην αξονική και στην εγκάρσια διεύθυνση, εφαρμόζοντας τη θεωρία ιδιοτιμών, αναπτύσσοντας τις ζητούμενες λύσεις σε σειρά Galerkin.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.1. Παράμετροι του προβλήματος

Θεωρούμε εύκαμπτο, κατακόρυφο riser, με αρθρώσεις στα δύο άκρα και δυνατότητα διαμήκους παραμόρφωσης, χωρίς στρέψη.

Τα αδρανειακά και γεωμετρικά μεγέθη του riser είναι :

- l , απαραμόρφωτο μήκος ίσο με το βάθος της εγκατάστασης.
- d , απαραμόρφωτη εξωτερική διάμετρος.
- EI , καμπτική ακαμψία.
- EA , ελαστική ακαμψία
- w_0 , βυθισμένο βάρος του riser ανά μονάδα μήκους.
- $mass$, μάζα του riser ανά μονάδα μήκους.
- ma , πρόσθετη μάζα ανά μονάδα μήκους.
- $M = mass + ma$, άθροισμα μάζας και πρόσθετης μάζας.

Άλλες παράμετροι του προβλήματος :

- ρ , πυκνότητα θαλασσινού νερού.
- C_{Dn} , συντελεστής αντίστασης στην εγκάρσια διεύθυνση.

Οι παράμετροι που αποτελούν συναρτήσεις της Lagrange συντεταγμένης s και του χρόνου t :

- T , τάση κατά μήκος της κατασκευής.
- ϕ , γωνία μεταξύ εφαπτόμενης του άξονα της γραμμής και της οριζοντίου.
- u , ταχύτητα κατά την αξονική διεύθυνση.
- v , ταχύτητα κατά την εγκάρσια διεύθυνση.

2.2. Παραδοχές και εξισώσεις κίνησης

- ασυμπίεστο, μη συνεκτικό ρευστό.
 - οι κινήσεις του riser περιορίζονται στο επίπεδο.
 - διάμετρος αγωγού μικρή σε σχέση με το μήκος του, $d \ll 1$.
 - διάμετρος αγωγού μικρή σε σχέση με το μήκος κύματος, $d \ll \lambda$.
- $\Rightarrow k \cdot a \rightarrow 0$, ($k = 2 \cdot \pi / \lambda$ -κυματάριθμος-, $a = d/2$ -εξωτερική ακτίνα riser-) $\Rightarrow b \rightarrow 0$, ($b =$ συντελεστής υδροδυναμικής απόσβεσης).
- υδροδυναμικά “λεπτή” κατασκευή $\Rightarrow k \cdot a \leq 0.6$ δηλ. $d/\lambda \leq 1/5 \Rightarrow$ φαινόμενα περίθλασης, αμελητέα $\sim C_a = 1$ ($C_a =$ συντελεστής υδροδυναμικής μάζας) για κατακόρυφο κύλινδρο.
 - γραμμική σχέση τάσης – διαμήκους παραμόρφωσης $T = EA \cdot \varepsilon$.
 - παραμόρφωση πολύ μικρότερη της μονάδας $\varepsilon \ll 1$.

Έτσι, λοιπόν, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές, το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει την δυναμική συμπεριφορά του λεπτόγραμμου riser στον δυσδιάστατο χώρο, θεωρώντας τον τύπο του Morisson, διέπεται από τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις :

$$mass \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial s} + EI \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial s} - w_0 \cdot \cos \phi \quad (1)$$

$$M \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -EI \cdot \frac{\partial^3 \phi}{\partial s^3} + T \cdot \frac{\partial \phi}{\partial s} + w_0 \cdot \sin \phi - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{Dn} \cdot d \cdot v \cdot |v| \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1}{EA} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (4)$$

2.3. Μέθοδος λύσης

Η μέθοδος λύσης που θα χρησιμοποιήσουμε βασίζεται στη θεωρεία ιδιοτιμών (**Modal expansion solution method (MESM)**). Η φιλοσοφία της μεθόδου προνοεί περαιτέρω απλοποίηση των σχέσεων (1) – (4).

Σύμφωνα με τη μέθοδο :

- Τα μεγέθη T και ϕ έχουν εκφραστεί ως το άθροισμα των στατικών και δυναμικών τους συνισταμένων, δηλ. $T(s,t)=T_0(s)+T_1(s,t)$, $\phi(s,t)=\phi_0(s)+\phi_1(s,t)$.

- Για εντελώς κατακόρυφη κατασκευή, το στατικό μέγεθος $\phi_0(s)$ ισούται με μηδέν, δηλ. $\phi_0(s) = 0$.

- Οι ταχύτητες u και v αποτελούν διαφορικές συναρτήσεις των μετατοπίσεων $p(s,t)$ στην αξονική διεύθυνση και $q(s,t)$ στην εγκάρσια διεύθυνση, ως προς τον χρόνο, δηλ. $u = \frac{dp}{dt}$ και $v = \frac{dq}{dt}$.

Επιλύνοντας τις εξισώσεις (3) – (4), σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς, λαμβάνουμε, αντίστοιχα :

$$T_1(s,t) = EA \cdot \left[p' + \frac{1}{2} \cdot (q')^2 \right] \quad (5)$$

$$\phi_1(s,t) = q' \quad (6)$$

Εφαρμόζοντας τις (5) - (6) στις (1) - (2), καταλήγουμε στο απλοποιημένο σύστημα των εξισώσεων (7) και (8) :

$$mass \cdot \ddot{p} = EA \cdot p'' + EA \cdot q' \cdot q'' + EI \cdot q''' \cdot q'' + \frac{1}{2} \cdot w_0 \cdot (q')^2 \quad (7)$$

$$M \cdot \ddot{q} = -EI \cdot q''' + T_0 \cdot q'' + EA \cdot p' \cdot q'' + \frac{1}{2} \cdot EA \cdot (q')^2 \cdot q'' + w_0 \cdot q' - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{Dn} \cdot d \cdot \dot{q} \cdot |\dot{q}| \quad (8)$$

~ Θεωρώντας μικρές γωνίες κλίσης ϕ , οι τριγωνομετρικοί αριθμοί, στις σχέσεις (7) και (8), προσεγγίζονται ως :

$$\sin \phi_1 \approx \phi_1 \quad \text{και} \quad \cos \phi_1 \approx 1 - \phi_1^2 / 2$$

$$\sim \text{Στην (8) : } T_0 = T_0(s) = T_e + w_0 \cdot s \quad \text{με} \quad T_e = T_t - w_0 \cdot l,$$

όπου T_t , η σταθερή στατική τάση που εφαρμόζεται στην κορυφή του riser (δες **Παράρτημα Α**).

~Υποθέτοντας μικρές εγκάρσιες αποκλίσεις και ελαστικές παραμορφώσεις, η Lagrange μεταβλητή s δύναται να αντικατασταθεί από την κατακόρυφη συντεταγμένη x του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων για λόγους συμβατότητας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3⁰

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

3.1. Μέθοδος Galerkin

Οι εξισώσεις (7) και (8) μπορούν να λυθούν με χρήση της μεθόδου Galerkin και της αρχής της υπέρθεσης των ιδιοσυναρτήσεων τόσο για την ελαστική, όσο και για την καμπτική ταλάντωση. Ακολουθώντας τη μέθοδο χωρισμού των μεταβλητών, η λύση της απόκρισης του riser θα αναζητηθεί μέσω σχέσεων της παρακάτω μορφής, οι οποίες κατασκευάζονται με γνώμονα την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών :

$$p(x,t) = a_p(x) \cdot p_a(t) + \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j(t) \varphi_j(x) \quad (9)$$

$$q(x,t) = a_q(x) \cdot q_a(t) + \sum_{j=1}^{\infty} n_j(t) \psi_j(x) \quad (10)$$

- $a_p(x)$: συνάρτηση χωρικής μεταβλητής x της ελαστικής ταλάντωσης που ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες.
- $a_q(x)$: συνάρτηση χωρικής μεταβλητής x της καμπτικής ταλάντωσης που ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες.
- $p_a(t)$: αρμονική κίνηση που επιβάλλεται στην κορυφή της κατασκευής κατά την αξονική διεύθυνση δηλ. $p_a(t) = p_{a0} \cdot \cos(\omega t)$.
- $q_a(t)$: αρμονική κίνηση που επιβάλλεται στην κορυφή της κατασκευής κατά την εγκάρσια διεύθυνση δηλ. $q_a(t) = q_{a0} \cdot \cos(\omega t + \theta)$.
- $\varphi_j(x)$: ιδιομορφή της ελαστικής ταλάντωσης.
- $\psi_j(x)$: ιδιομορφή της καμπτικής ταλάντωσης.
- $\xi_j(t)$: γενικευμένος χρονικά μεταβαλλόμενος συντελεστής της ελαστικής ταλάντωσης.
- $n_j(t)$: γενικευμένος χρονικά μεταβαλλόμενος συντελεστής της καμπτικής ταλάντωσης.

3.2. Οριακές συνθήκες στήριξης και ιδιομορφές

Οι οριακές συνθήκες διαμορφώνονται από τον τρόπο στήριξης των άκρων. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, οι συνδέσεις του κατακόρυφου riser μπορούν να προσεγγιστούν, με μεγάλη ακρίβεια, ως αρθρωτές στηρίξεις.

Υποθέτοντας αρθρωμένα, τα δύο άκρα της κατασκευής, οι κινήσεις του κάτω άκρου είναι μηδενικές, καθώς οι κινήσεις του άνω άκρου αποτελούν καθορισμένες συναρτήσεις του χρόνου. Επιπλέον, οι καμπτικές ροπές, και στα δύο άκρα, ισούνται με μηδέν.

Οι παραπάνω απαιτήσεις περιγράφονται μαθηματικά, ως :

$$p(0,t) = 0 \quad (11)$$

$$p(l,t) = p_a(t) \quad (12)$$

$$q(0,t) = 0 \quad (13)$$

$$q(l,t) = q_a(t) \quad (14)$$

$$EI \cdot q''(0,t) = 0 \quad (15)$$

$$EI \cdot q''(l,t) = 0 \quad (16)$$

Εφαρμόζοντας, τώρα, στις (9) – (10), βρίσκουμε :

$$- a_p(x) = x/l \quad (17)$$

$$- a_q(x) = x/l \quad (18)$$

Επίσης, ισχύει :

- Για κατακόρυφο αρθρωμένο-αρθρωμένο riser, οι ιδιομορφές της ελαστικής ταλάντωσης εκφράζονται ως : $\varphi_j(x) = \sin(j \cdot \pi \cdot x/l)$.

Όσον αφορά την ιδιομορφή της καμπτικής ταλάντωσης, αυτή δίνεται με επίλυση της εξίσωσης Bessel στην οποία καταλήγει το πρόβλημα των ελεύθερων καμπτικών ταλαντώσεων κατακόρυφου riser, αμελώντας τη συνεισφορά των όρων που εξαρτώνται απ' τη καμπτική ακαμψία, σύμφωνα με το παρακάτω σύγγραμμα που αναφέρεται και στη βιβλιογραφία :

« I.K. Chatjigeorgiou (Lecturer), S.A. Mavrakos (Prof. Dr.-Ing.)

“An investigation of the nonlinear transverse vibration of parametrically excited vertical marine risers and cables under tension”.

21st International conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE, paper 28170, June 23-28, Oslo, Norway.»

Κατ' αυτόν τον τρόπο,

- οι εγκάρσιες ιδιομορφές εκφράζονται ως :

$$\psi_j(x) = C_1 \cdot J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot x)}{w_0^2}} \right] + C_2 \cdot Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot x)}{w_0^2}} \right]$$

Όπου :

- J_0, Y_0 : συναρτήσεις Bessel πρώτου & δεύτερου είδους και μηδενικής τάξης.
- ω_j : εγκάρσιες ιδιοσυχνότητες.
- C_1, C_2 : σταθερές που εξαρτώνται απ' τις συνθήκες στήριξης, δηλ. για αρθρωμένο- αρθρωμένο riser, ισχύει :

$$\psi_j(0) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right]}{Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right]} \cdot C_1$$

$$\psi_j(l) = 0 \Rightarrow C_1 \cdot \left[J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right] \cdot Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot l)}{w_0^2}} \right] - \right.$$

$$\left. Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right] \cdot J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot l)}{w_0^2}} \right] \right] = 0$$

► Θεωρώντας ότι $C_1 \neq 0$, τότε :

$$J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right] \cdot Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot l)}{w_0^2}} \right] -$$

$$Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right] \cdot J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot l)}{w_0^2}} \right] = 0$$

~ Σχέση που υπολογίζει τις ιδιοσυχνότητες ω_j (δες **Παράρτημα Β**).

~ Το C_1 μπορεί να πάρει οποιαδήποτε, αυθαίρετη τιμή π.χ. $C_1 = 1$.

Έτσι, λοιπόν, σύμφωνα με τα παραπάνω, **οι λύσεις της απόκρισης του riser** διαμορφώνονται ως εξής :

$$p(x,t) = \frac{x}{l} \cdot p_a(t) + \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j(t) \varphi_j(x) \quad (19)$$

$$q(x,t) = \frac{x}{l} \cdot q_a(t) + \sum_{j=1}^{\infty} n_j(t) \psi_j(x) \quad (20)$$

Όπου :

$$\varphi_j(x) = \sin(j \cdot \pi \cdot x / l) \quad (21)$$

$$\psi_j(x) = J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot x)}{w_0^2}} \right] + B_j \cdot Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (T_e + w_0 \cdot x)}{w_0^2}} \right] \quad (22)$$

$$\text{με } B_j = - \frac{J_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right]}{Y_0 \left[2 \cdot \omega_j \cdot \sqrt{\frac{M \cdot T_e}{w_0^2}} \right]} \quad (23)$$

$$\text{και } p_a(t) = p_{ao} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (24), \quad q_a(t) = q_{ao} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \quad (25)$$

3.3. Γενικευμένοι χρονικά μεταβαλλόμενοι συντελεστές των ιδιομορφών

Είναι προφανές, πλέον, ότι η επίλυση του προβλήματος ανάγεται στον υπολογισμό των, γενικευμένων χρονικά εξαρτώμενων, συντελεστών της ελαστικής και καμπτικής ταλάντωσης, $\xi_j(t)$ και $\eta_j(t)$, αντίστοιχα· δεδομένου ότι, όλες οι υπόλοιπες συναρτήσεις της λύσης της απόκρισης ορίζονται, σαφέστατα, μέσω των οριακών συνθηκών και του τύπου διέγερσης.

Η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε για την εύρεση των $\xi_j(t)$ και $\eta_j(t)$ αποτελείται από τα παρακάτω τρία βήματα :

1⁰ βήμα : αντικατάσταση των σχέσεων (19) - (20) στις εξισώσεις κίνησης (7) - (8).

$$\begin{aligned}
 & mass \cdot \frac{x}{l} \cdot \ddot{p}_a(t) + mass \cdot \sum_j \ddot{\xi}_j(t) \varphi_j(x) = EA \cdot \sum_j \xi_j(t) \varphi_j''(x) + \\
 & EA \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + EA \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \psi_j'(x) \psi_m''(x) + \\
 & EI \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \psi_j'''(x) \psi_m''(x) + \frac{1}{2} \cdot w_0 \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l} \right)^2 + \\
 & w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j'(x) + \frac{1}{2} \cdot w_0 \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \psi_j'(x) \psi_m'(x)
 \end{aligned}
 \tag{ 26 }$$

$$\begin{aligned}
& M \cdot \frac{x}{l} \cdot \ddot{q}_a(t) + M \cdot \sum_j \ddot{n}_j(t) \psi_j(x) = -EI \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + \\
& T_e \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + w_0 \cdot x \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + EA \cdot \frac{p_a(t)}{l} \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + \\
& EA \cdot \sum_j \sum_m \xi_j(t) n_m(t) \varphi_j'(x) \psi_m''(x) + \frac{1}{2} \cdot EA \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l} \right)^2 \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j''(x) + \\
& EA \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \psi_j''(x) \psi_m'(x) + \\
& \frac{1}{2} \cdot EA \cdot \sum_j \sum_m \sum_s n_j(t) n_m(t) n_s(t) \psi_j''(x) \psi_m'(x) \psi_s'(x) + w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{l} + \\
& w_0 \cdot \sum_j n_j(t) \psi_j'(x) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{Dn} \cdot d \cdot \left(\dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right) \cdot \\
& \left| \dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right| \tag{27}
\end{aligned}$$

2^ο βήμα : ολοκλήρωση ως προς τις συναρτήσεις $\varphi_k(x)$ και $\psi_k(x)$ των εξισώσεων (26) και (27), αντίστοιχα, κατά μήκος της κατασκευής.

$$\begin{aligned}
& mass \cdot \frac{\ddot{p}_a(t)}{l} \cdot \int_0^l x \varphi_k(x) dx + mass \cdot \sum_j \ddot{\xi}_j(t) \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_k(x) dx = \\
& EA \cdot \sum_j \xi_j(t) \int_0^l \varphi_j''(x) \varphi_k(x) dx + EA \cdot \frac{q_a(t)}{l} \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \varphi_k(x) dx + \\
& EA \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \int_0^l \psi_j'(x) \psi_m''(x) \varphi_k(x) dx + \\
& EI \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \int_0^l \psi_j'''(x) \psi_m''(x) \varphi_k(x) dx + \frac{1}{2} \cdot w_0 \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l} \right)^2 \cdot \int_0^l \varphi_k(x) dx + \\
& w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j'(x) \varphi_k(x) dx + \\
& \frac{1}{2} \cdot w_0 \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \int_0^l \psi_j'(x) \psi_m'(x) \varphi_k(x) dx \tag{28}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& M \cdot \frac{\ddot{q}_a(t)}{l} \cdot \int_0^l x \psi_k(x) dx + M \cdot \sum_j \ddot{n}_j(t) \int_0^l \psi_j(x) \psi_k(x) dx = \\
& - EI \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& T_e \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + w_0 \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l x \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& EA \cdot \frac{p_a(t)}{l} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& EA \cdot \sum_j \sum_m \xi_j(t) n_m(t) \int_0^l \phi_j'(x) \psi_m''(x) \psi_k(x) dx + \\
& \frac{1}{2} \cdot EA \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l} \right)^2 \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& EA \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_m'(x) \psi_k(x) dx + \\
& \frac{1}{2} \cdot EA \cdot \sum_j \sum_m \sum_s n_j(t) n_m(t) n_s(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_m'(x) \psi_s'(x) \psi_k(x) dx + \\
& w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{l} \cdot \int_0^l \psi_k(x) dx + \\
& w_0 \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j'(x) \psi_k(x) dx - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{Dn} \cdot d \cdot \int_0^l \left(\dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right) \cdot \\
& \left| \dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right| \psi_k(x) dx \tag{29}
\end{aligned}$$

3^οβήμα : θεωρώντας την ιδιότητα της ορθογωνικότητας των ιδιομορφών και αφού αμελήσουμε τους όρους ανώτερης τάξης, λαμβάνουμε τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις για τους συντελεστές ξ_j και η_j :

~ \exists τιμή μόνο για $j = k$ στο $\int_0^l \varphi_j(x)\varphi_k(x)dx$, τότε

$$\sum_j \ddot{\xi}_j(t) \int_0^l \varphi_j(x)\varphi_k(x)dx = a_j \ddot{\xi}_k$$

~ \exists τιμή μόνο για $j = k$ στο $\int_0^l \psi_j(x)\psi_k(x)dx$, τότε

$$\sum_j \ddot{\eta}_j(t) \int_0^l \psi_j(x)\psi_k(x)dx = a_k \ddot{\eta}_k$$

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_k = & -\frac{\ddot{p}_a(t)}{a_j \cdot l} \cdot \int_0^l x\varphi_k(x)dx + \frac{EA}{mass \cdot a_j} \cdot \sum_j \xi_j(t) \int_0^l \varphi_j''(x)\varphi_k(x)dx + \\ & EA \cdot \frac{q_a(t)}{mass \cdot a_j \cdot l} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x)\varphi_k(x)dx + \\ & \frac{EA}{mass \cdot a_j} \cdot \sum_j \sum_m n_j(t)n_m(t) \int_0^l \psi_j'(x)\psi_m''(x)\varphi_k(x)dx + \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{w_0}{mass \cdot a_j} \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l}\right)^2 \cdot \int_0^l \varphi_k(x)dx + \\ & w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{mass \cdot a_j \cdot l} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j'(x)\varphi_k(x)dx + \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{w_0}{mass \cdot a_j} \cdot \sum_j \sum_m n_j(t)n_m(t) \int_0^l \psi_j'(x)\psi_m'(x)\varphi_k(x)dx \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{n}_k = & -\frac{\ddot{q}_a(t)}{a_k \cdot l} \cdot \int_0^l x \psi_k(x) dx + \frac{T_e}{M \cdot a_k} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& \frac{w_0}{M \cdot a_k} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l x \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + EA \cdot \frac{P_a(t)}{M \cdot a_k \cdot l} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& \frac{EA}{M \cdot a_k} \cdot \sum_j \sum_m \xi_j(t) n_m(t) \int_0^l \varphi_j'(x) \psi_m''(x) \psi_k(x) dx + \\
& \frac{1}{2} \cdot \frac{EA}{M \cdot a_k} \cdot \left(\frac{q_a(t)}{l} \right)^2 \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_k(x) dx + \\
& EA \cdot \frac{q_a(t)}{M \cdot a_k \cdot l} \cdot \sum_j \sum_m n_j(t) n_m(t) \int_0^l \psi_j''(x) \psi_m'(x) \psi_k(x) dx + \\
& w_0 \cdot \frac{q_a(t)}{M \cdot a_k \cdot l} \cdot \int_0^l \psi_k(x) dx + \frac{w_0}{M \cdot a_k} \cdot \sum_j n_j(t) \int_0^l \psi_j'(x) \psi_k(x) dx \\
& - \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{M \cdot a_k} \cdot C_{Dn} \cdot d \cdot \int_0^l \left(\dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right) \cdot \\
& \left| \dot{q}_a(t) \cdot \frac{x}{l} + \sum_j \dot{n}_j(t) \psi_j(x) \right| \psi_k(x) dx
\end{aligned} \tag{31}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4⁰

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

4.1. Περιγραφή αριθμητικής επίλυσης

Οι διαφορικές εξισώσεις (30), (31), των χρονικά εξαρτώμενων συντελεστών $\xi_j(t)$ και $\eta_j(t)$, επιλύονται για τις 10 πρώτες ιδιοσυχνότητες των αξονικών και εγκάρσιων ιδιομορφών, $\varphi_j(x)$ και $\psi_j(x)$, αντίστοιχα.

Το πρόβλημα επιλύεται αριθμητικά, χρησιμοποιώντας πολυβηματική μέθοδο ολοκλήρωσης κατά Runge-Kutta. Η μέθοδος εφαρμόζεται μέσω του solver 'ode15s', που καλείται από το πρόγραμμα 'diplom 37' σε γλώσσα Matlab (δες **Παράρτημα Β**).

Οι τιμές των χαρακτηριστικών μεγεθών του riser που έχουν χρησιμοποιηθεί, αναφέρονται παρακάτω, αλλά και στο ίδιο το πρόγραμμα (δες **Παράρτημα Β**).

Οι τιμές των πλατών των διεγέρσεων στην κορφή, p_{ao} και q_{ao} , για τις οποίες θα γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων, αναφέρονται παρακάτω, αλλά και στις επικείμενες σειρές αποτελεσμάτων των επόμενων ενοτήτων του κεφαλαίου.

Οι τιμές της συχνότητας διέγερσης ω , για τις οποίες θα γίνει επεξεργασία αποτελεσμάτων, αναφέρονται παρακάτω, αλλά και στις επικείμενες σειρές αποτελεσμάτων των επόμενων ενοτήτων του κεφαλαίου.

Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις, υπολογίζονται, εφαρμόζοντας τις λυμένες, πλέον, εξισώσεις (30), (31) στις λύσεις της απόκρισης (19) και (20), με κατάλληλους ορισμούς στο πρόγραμμα.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου, δίνονται τα εξής αριθμητικά αποτελέσματα της μελέτης :

- 1^η σειρά αποτελεσμάτων, αξονικές και εγκάρσιες ιδιομορφές, $\varphi_j(x)$ και $\psi_j(x)$, αντίστοιχα, για τις 10 πρώτες ιδιοσυχνότητες.

- 2^η σειρά αποτελεσμάτων, για διαφορετικό πλάτος αξονικής διέγερσης p_{ao} στην κορυφή του riser ($p_{ao} = 0.1-0.2-0.3$ m) με $q_{ao} = 0.1$ m και $\omega = 0.5 \text{ sec}^{-1}$.

- 3^η σειρά αποτελεσμάτων, για διαφορετικό πλάτος εγκάρσιας διέγερσης q_{ao} στην κορυφή του riser ($q_{ao} = 0.1-0.2-0.3$ m) με $p_{ao} = 0.1$ m και $\omega = 0.5 \text{ sec}^{-1}$.

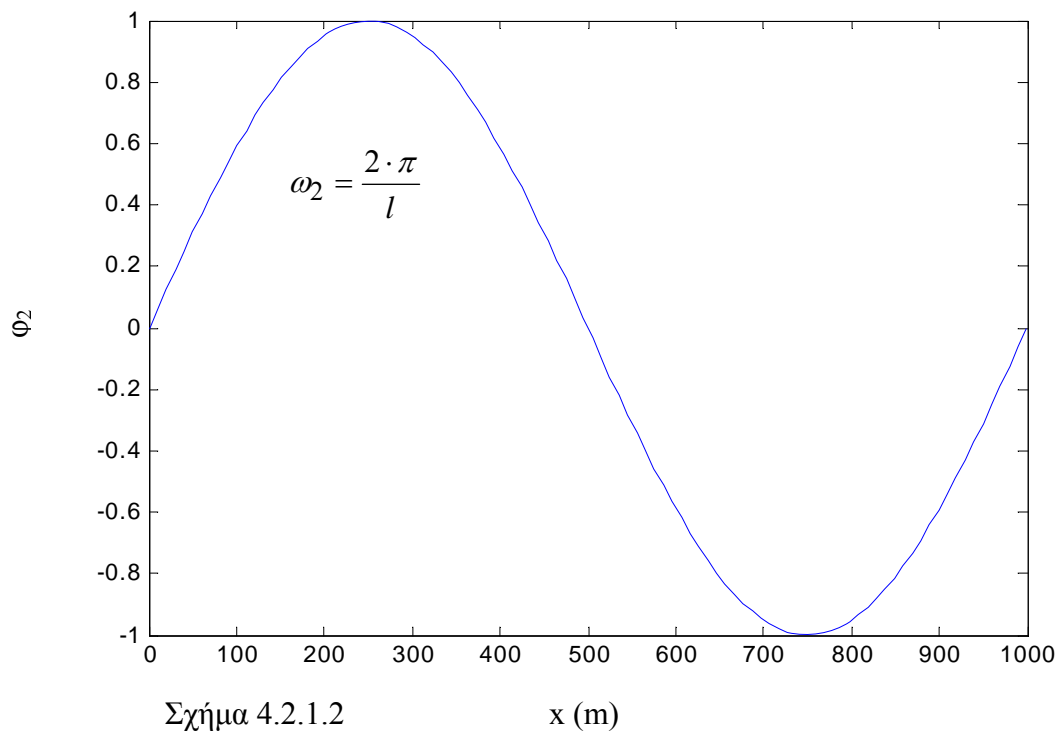
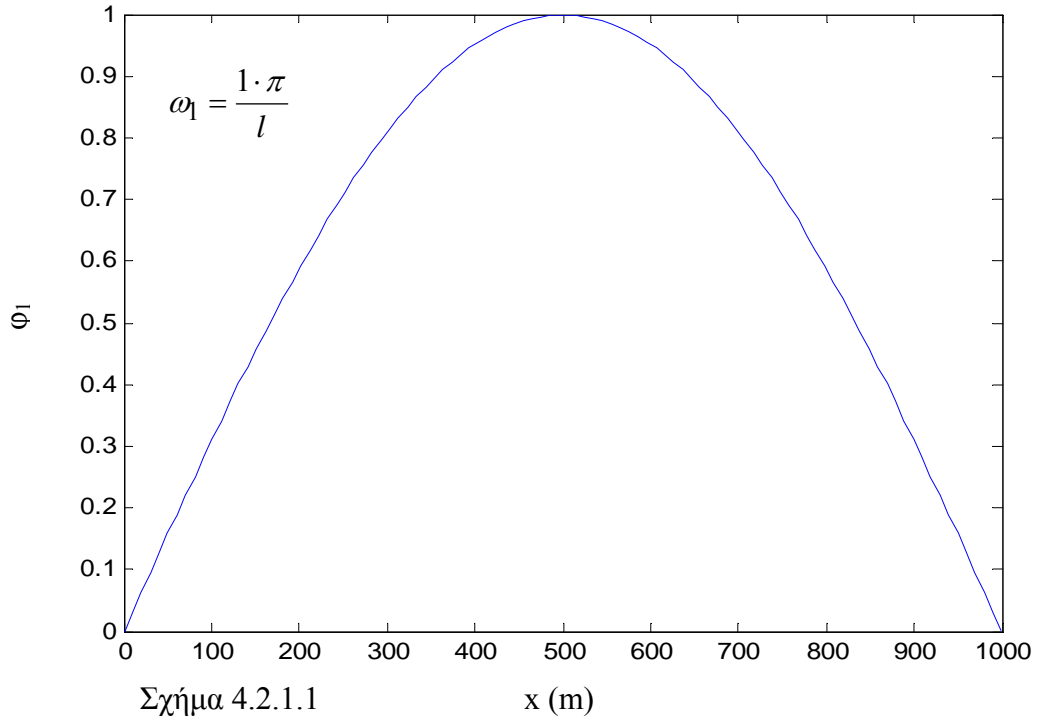
- 4^η σειρά αποτελεσμάτων, τυπική απόκλιση (std) ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης και της οριζόντιας μετατόπισης, $std \sum_1^{10} \xi_j(t) \varphi_j(x)$ και $std \sum_1^{10} n_j(t) \psi_j(x)$, αντίστοιχα, για όλες τις συχνότητες διέγερσης ω (0 έως 1.2 sec^{-1}) με $p_{ao} = 0.3$ m και $q_{ao} = 0.3$ m.

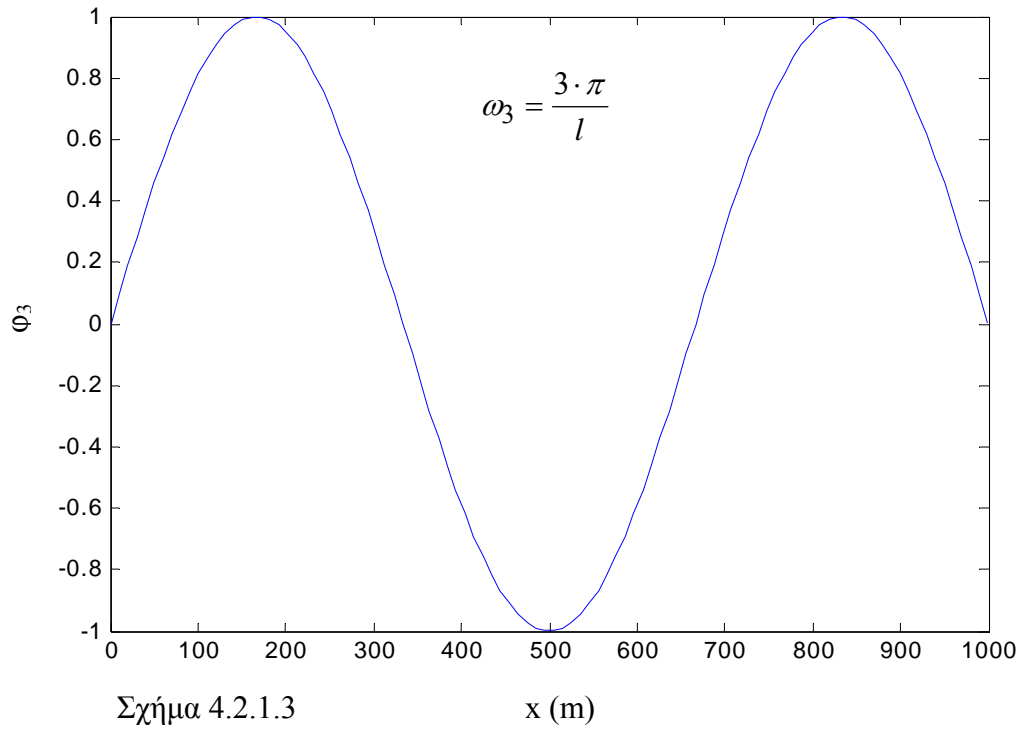
Μήκος κατασκευής	l	1000	m
Εξωτερική διάμετρος	d	0.429	m ²
Πυκνότητα νερού	ρ	1025	kg/m ³
Μάζα riser/μήκος	mass	262.933	kg/m
Πρόσθετη μάζα/μήκος	ma	$\rho \cdot \pi \cdot (d/2)^2$	kg/m
Αθροισμα (μαζας και πρόσθετης μάζας)/μήκος	M	Mass + ma	kg/m
Επιτάχυνση βαρύτητας	g	9.81	m/sec ²
Βυθισμένο βάρος riser/μήκος	w_0	915.56	N/m
Εγκάρσιος συντελεστής αντίστασης	C_{Dn}	1.0	-
Ελαστική ακαμψία	EA	0.5823E+10	N
Καμπτική ακαμψία	EI	0.1209E+09	N·m ²
Στατική τάση κορφής	T_t	1000000	N
Ενεργός τάση κορφής	T_e	$T_t - w_0 \cdot l$	N
Διαφορά φάσης	θ	0	-
Αριθμός ιδιομορφών	j	10	-

Πίνακας I: Χαρακτηριστικά μεγέθη του riser.

4.2. 1^η σειρά αποτελεσμάτων

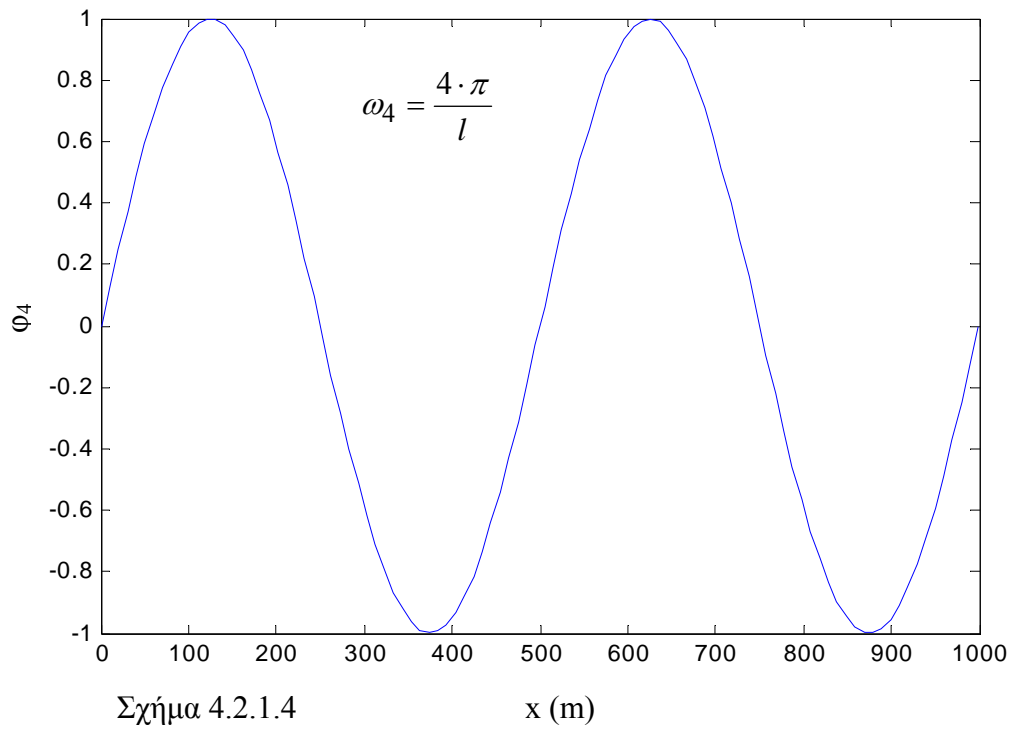
4.2.1. αξονική ιδιομορφή $\varphi_i(x)$





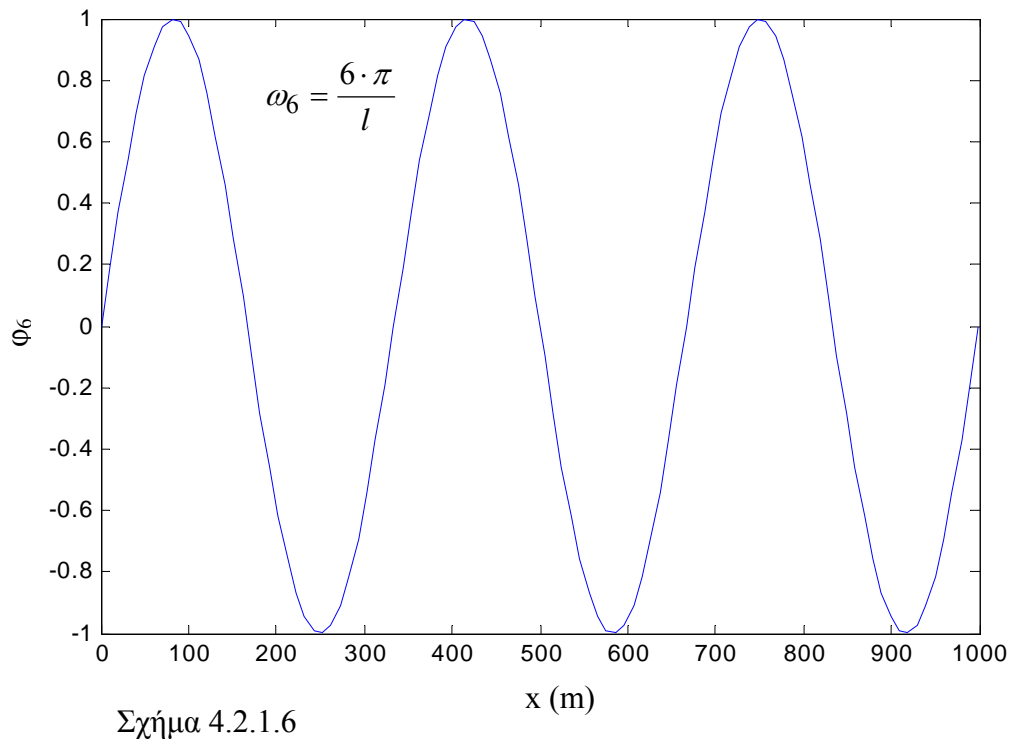
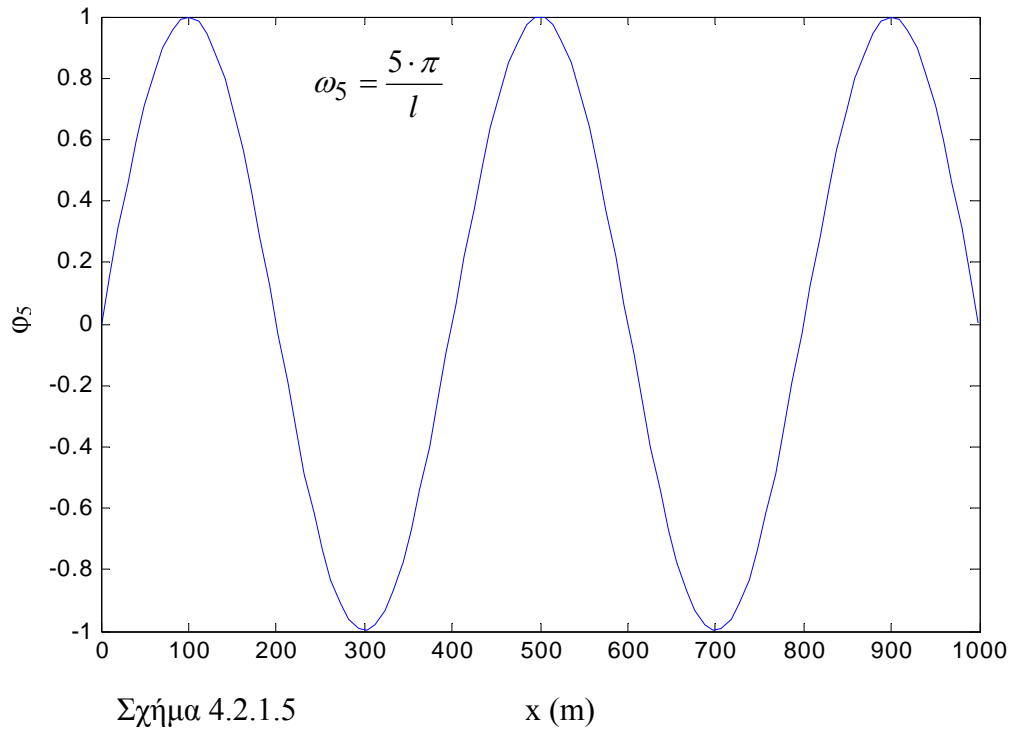
Σχήμα 4.2.1.3

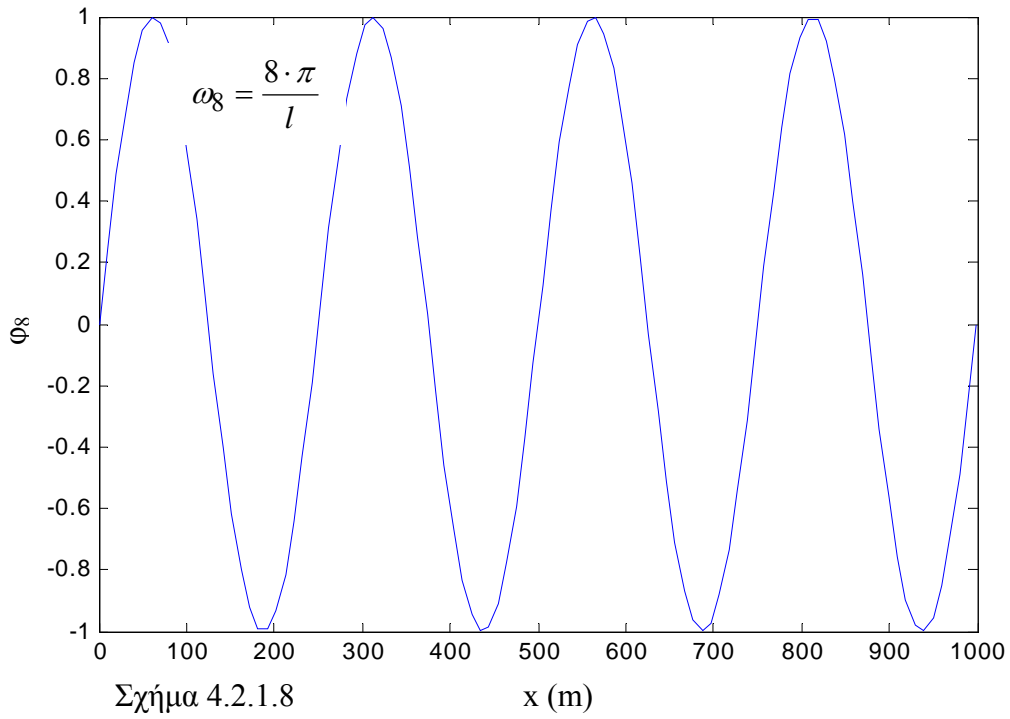
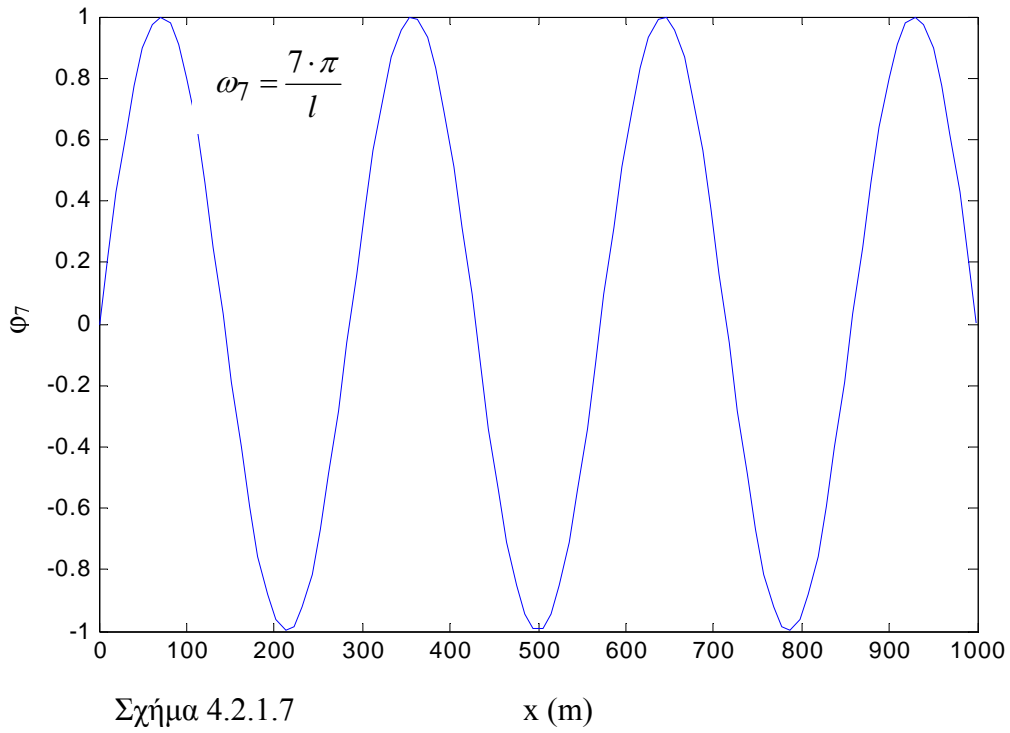
x (m)

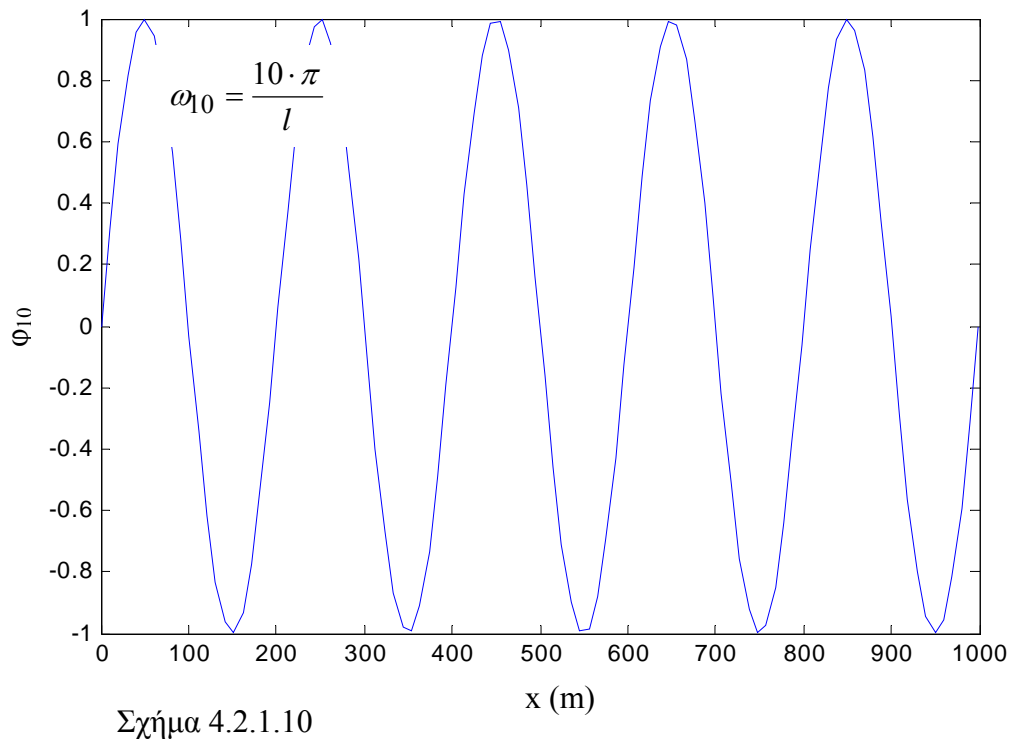
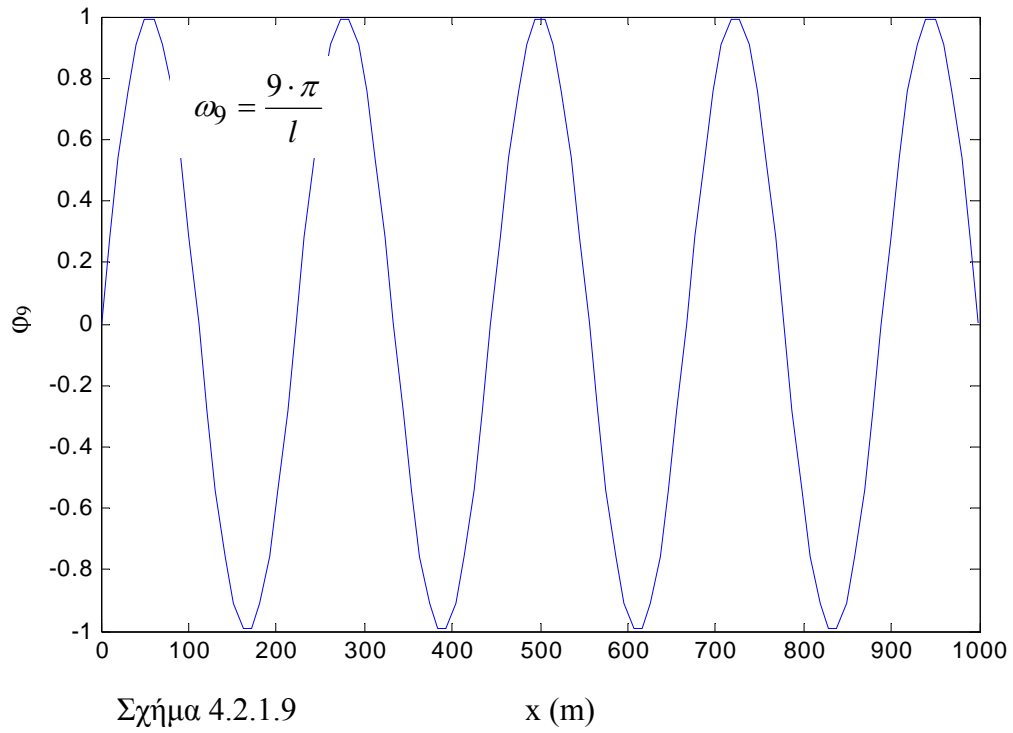


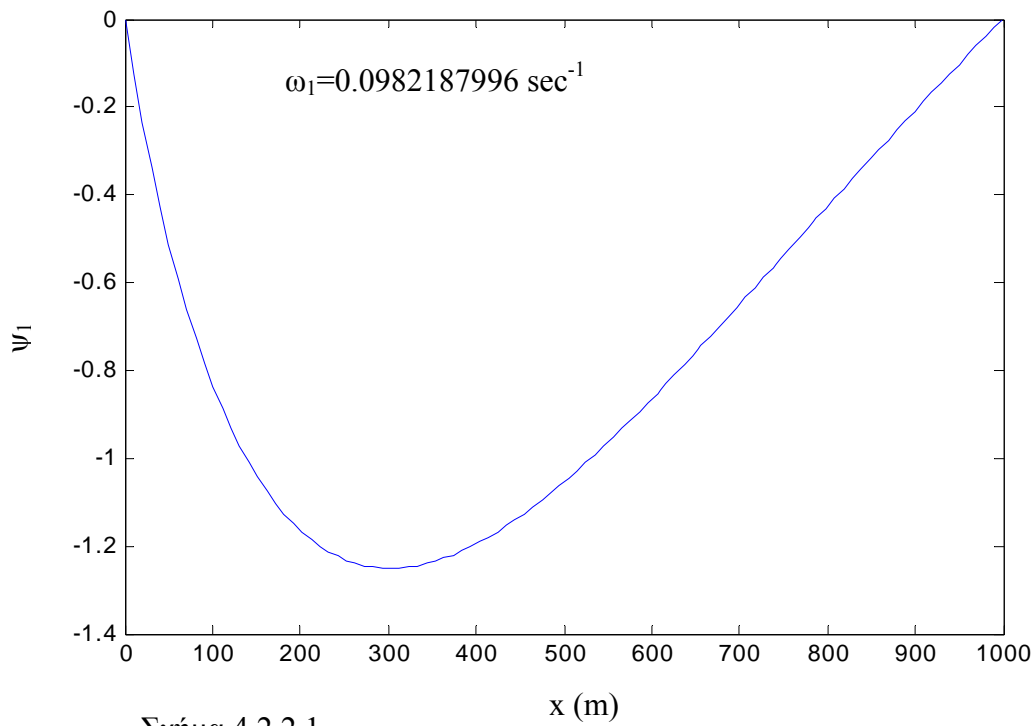
Σχήμα 4.2.1.4

x (m)

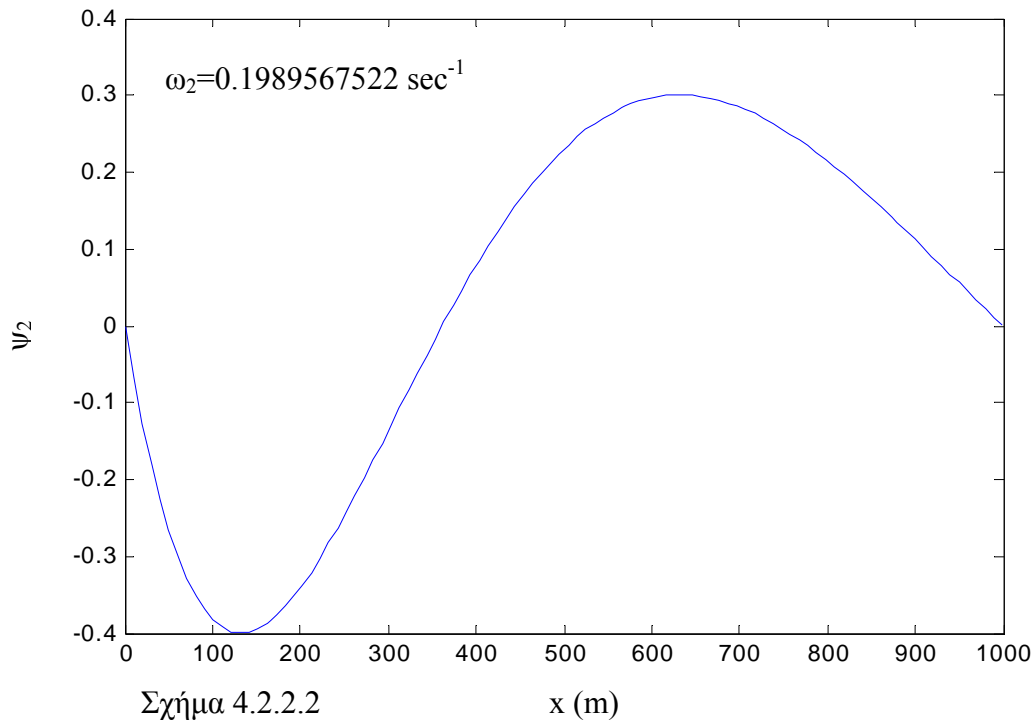




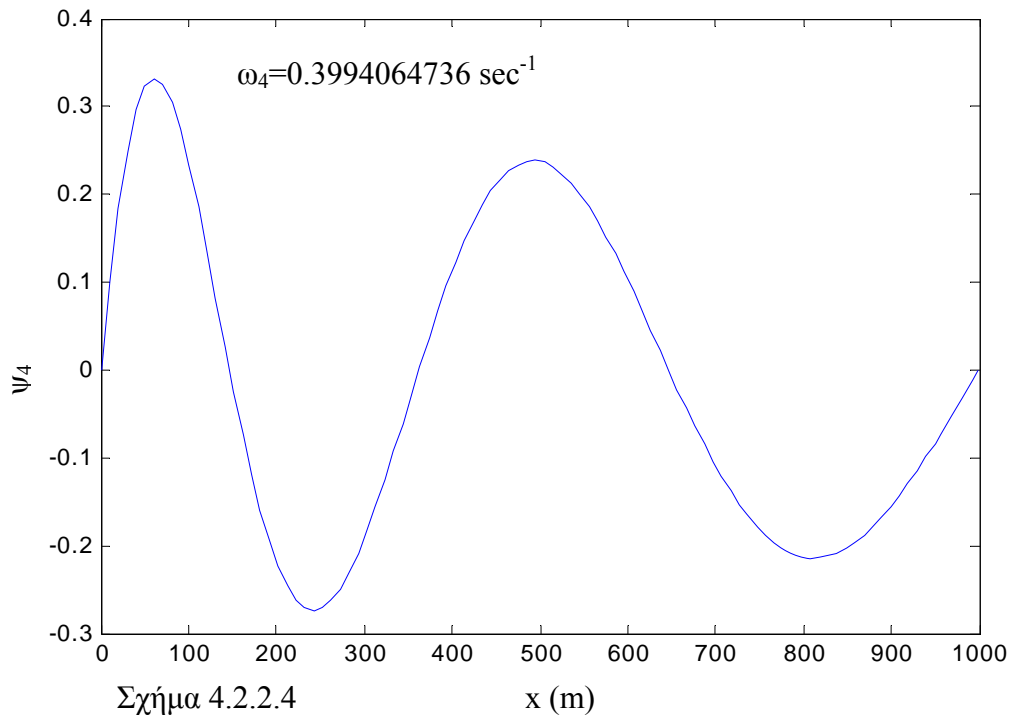
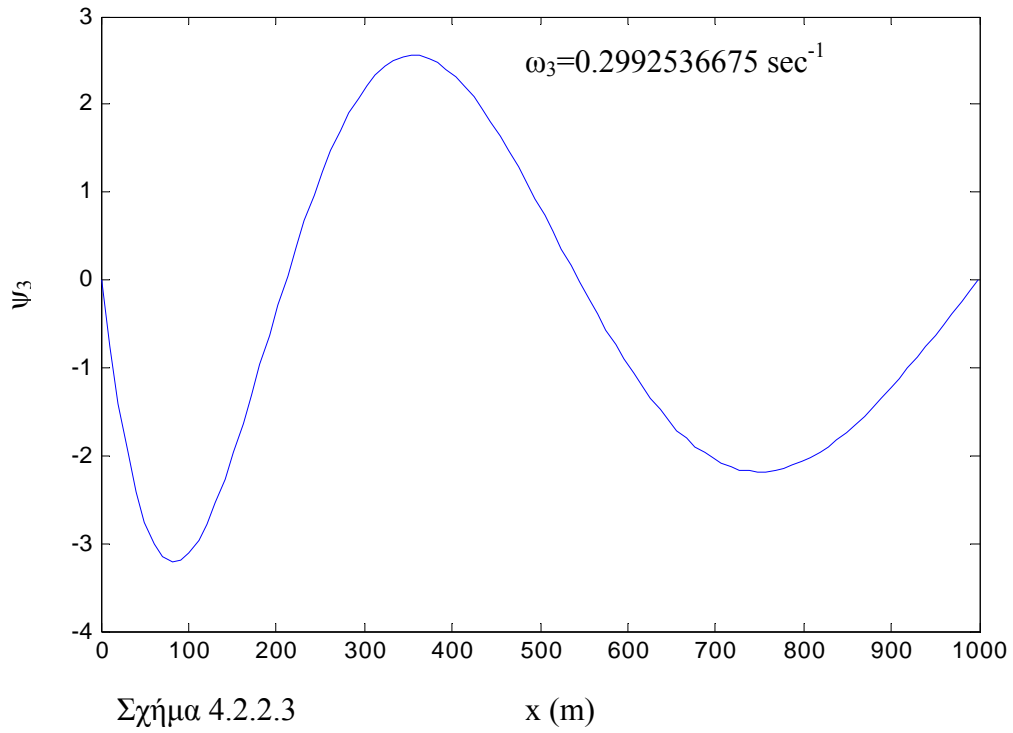


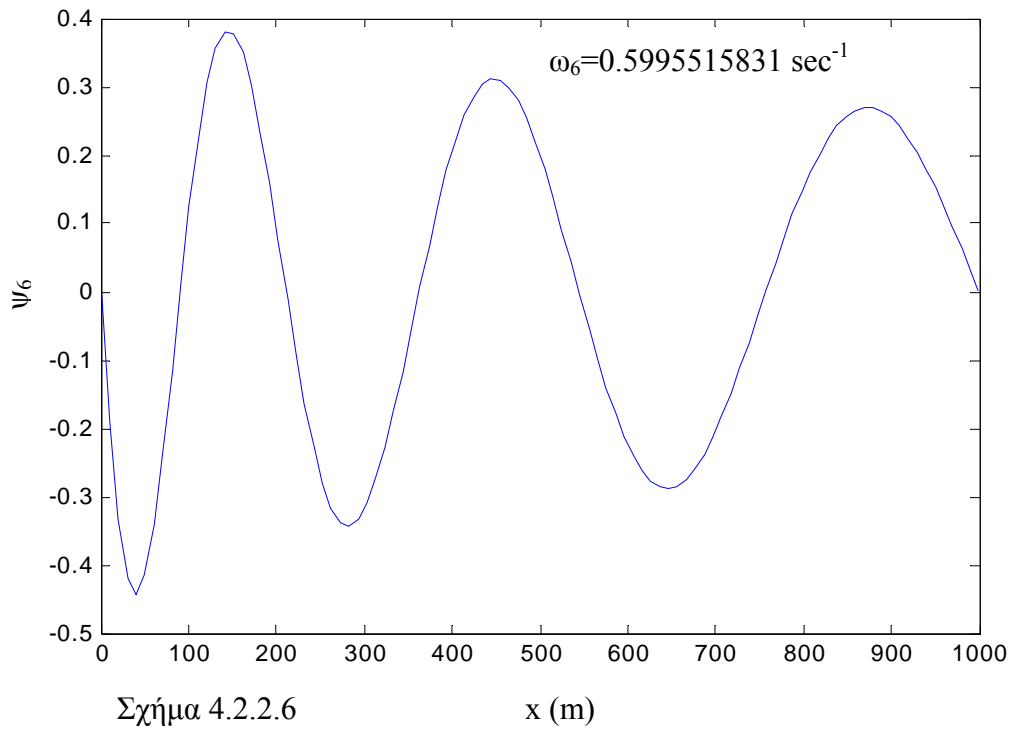
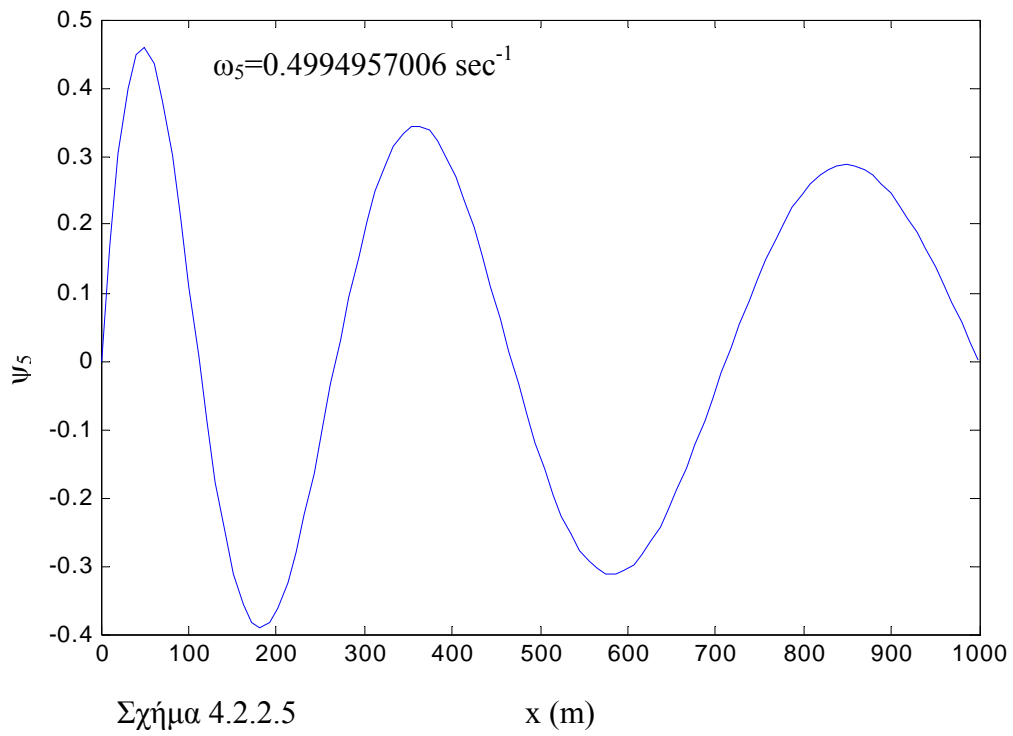
4.2.2. εγκάρσια ιδιομορφή $\psi_i(x)$ 

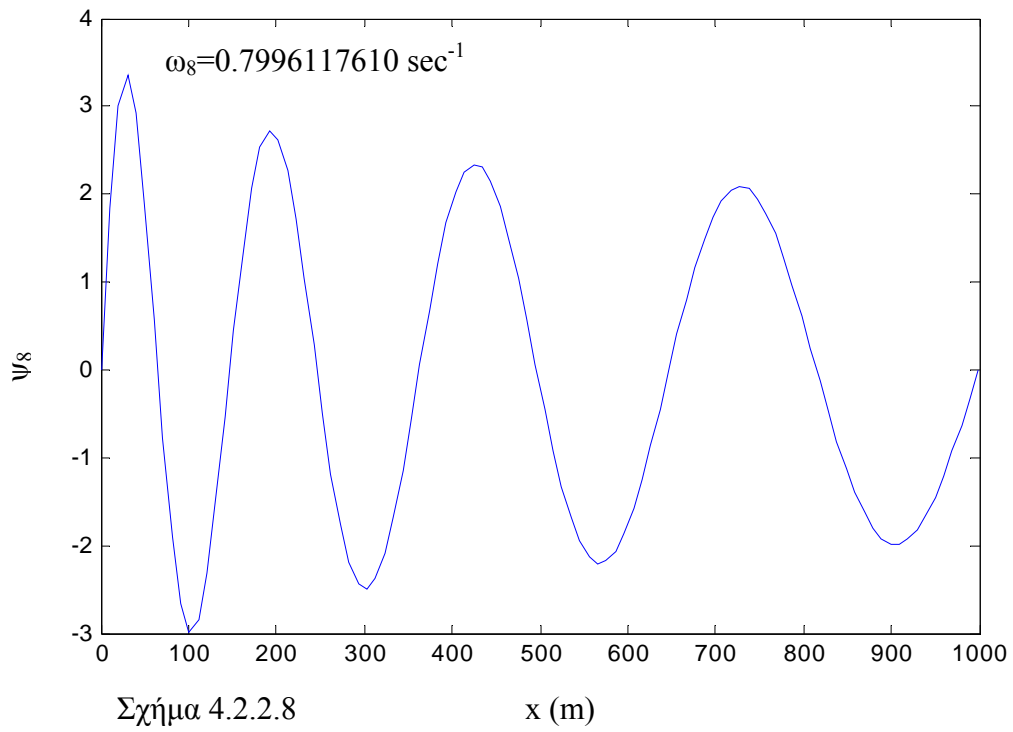
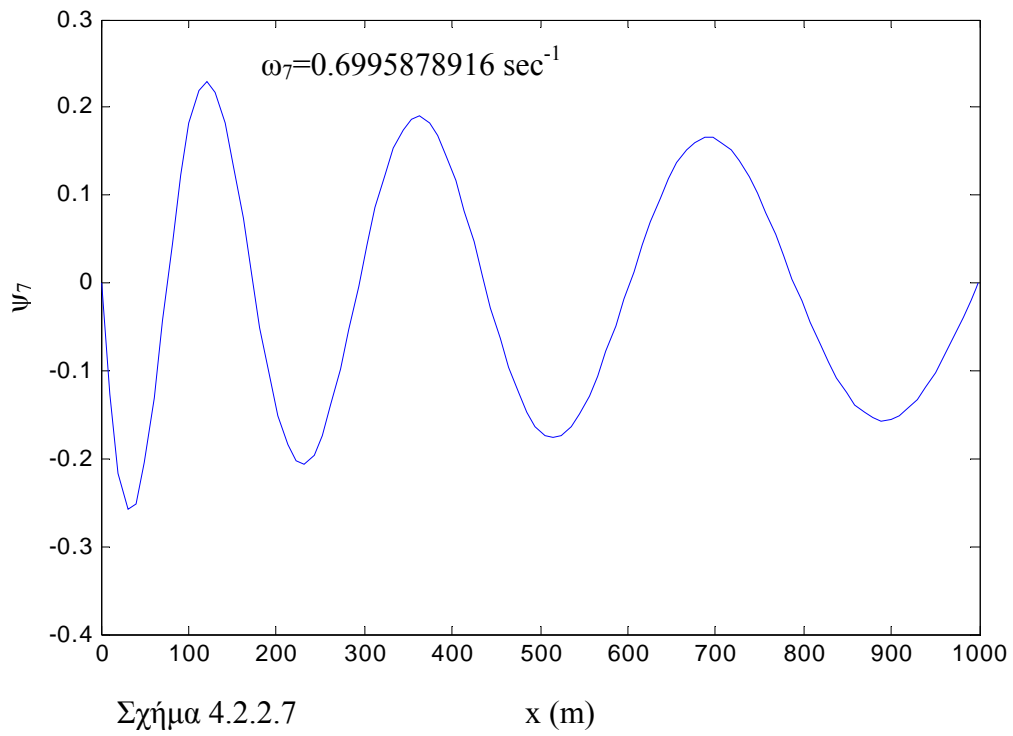
Σχήμα 4.2.2.1

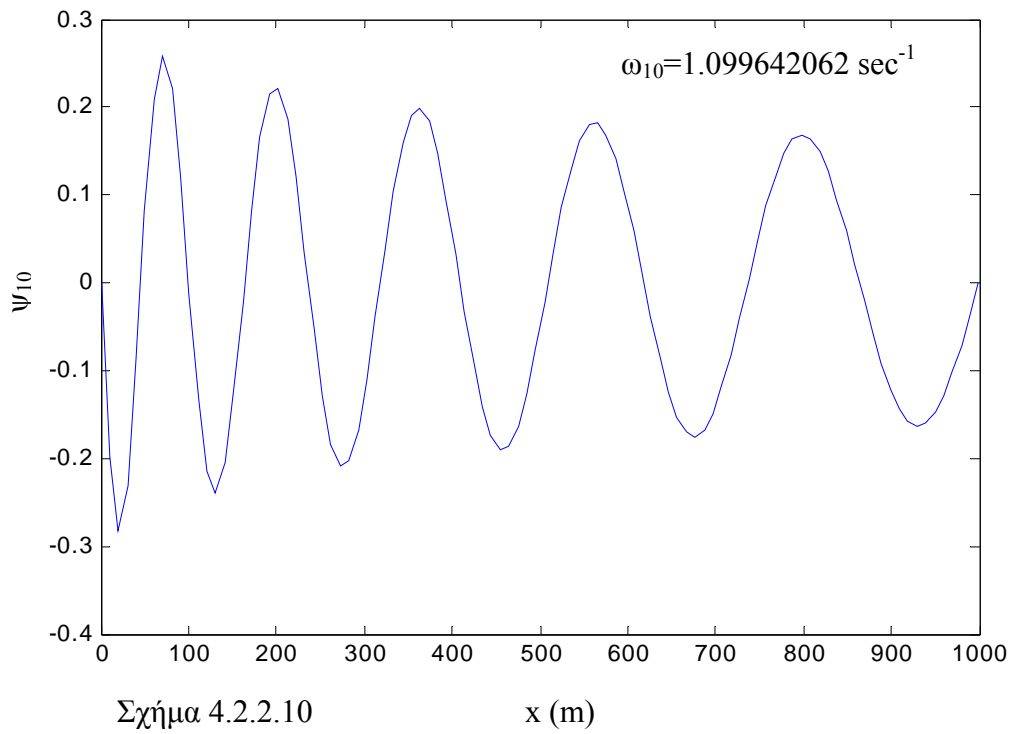
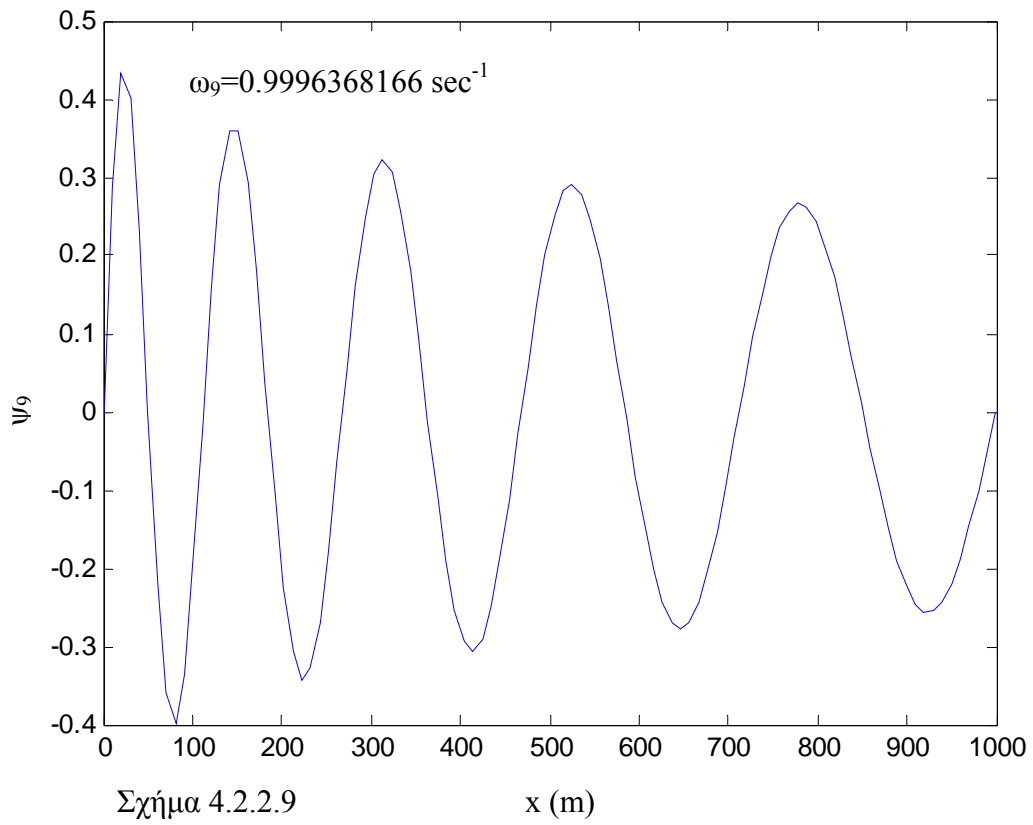


Σχήμα 4.2.2.2



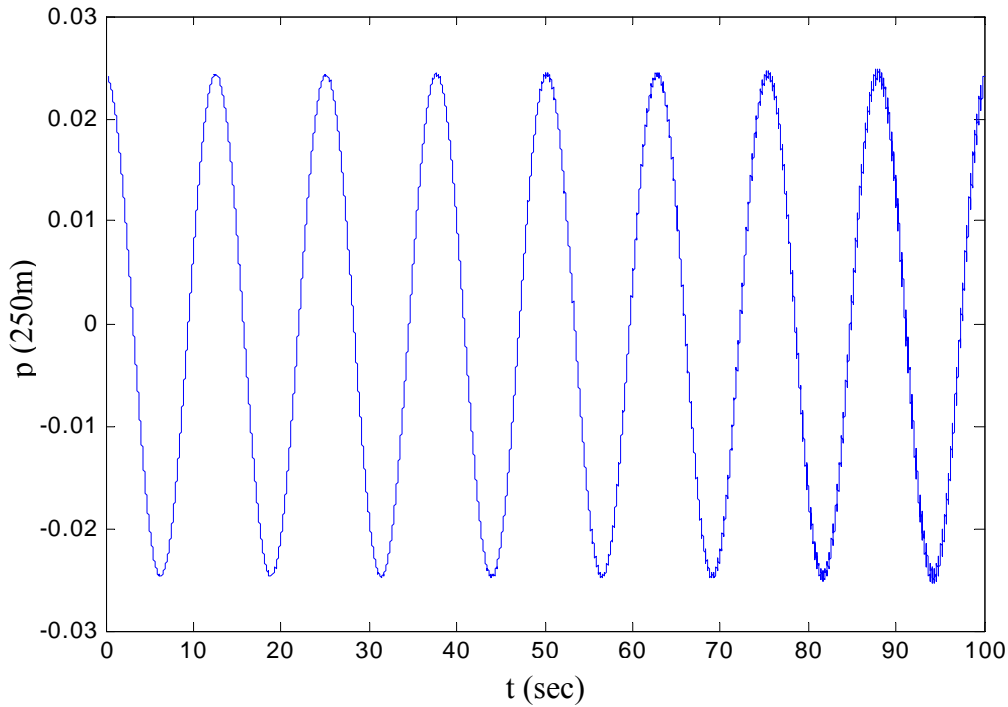




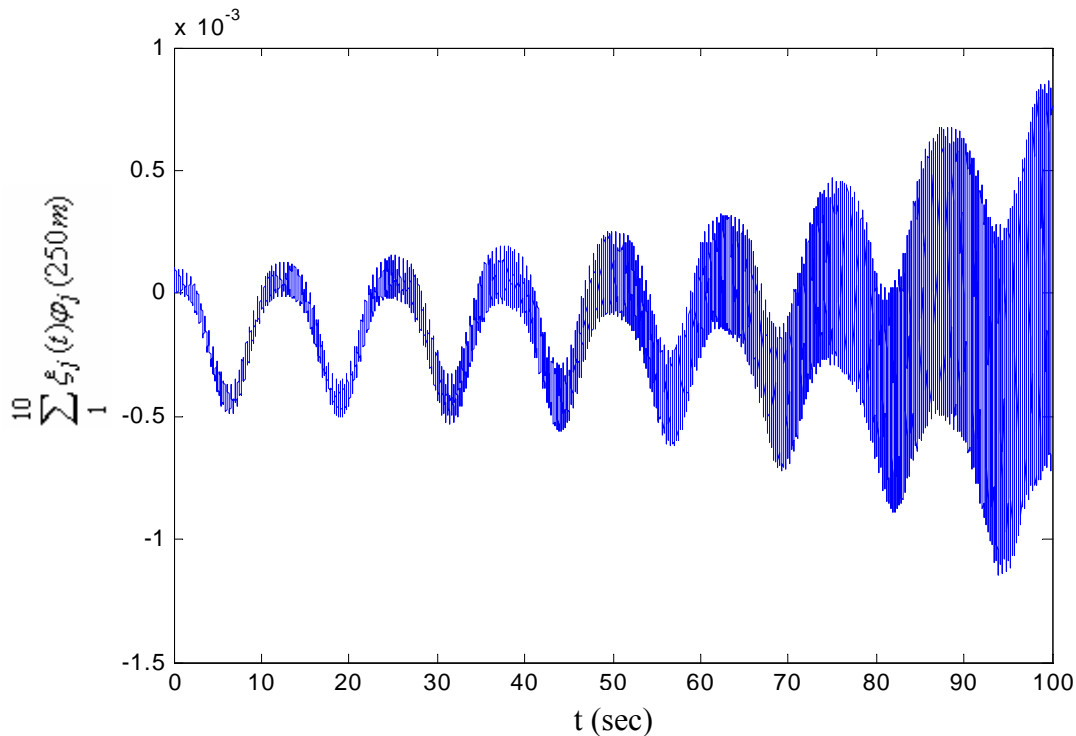


4.3. 2^η σειρά αποτελεσμάτων ($q_{ao}=0.1m, \omega=0.5sec^{-1}$)

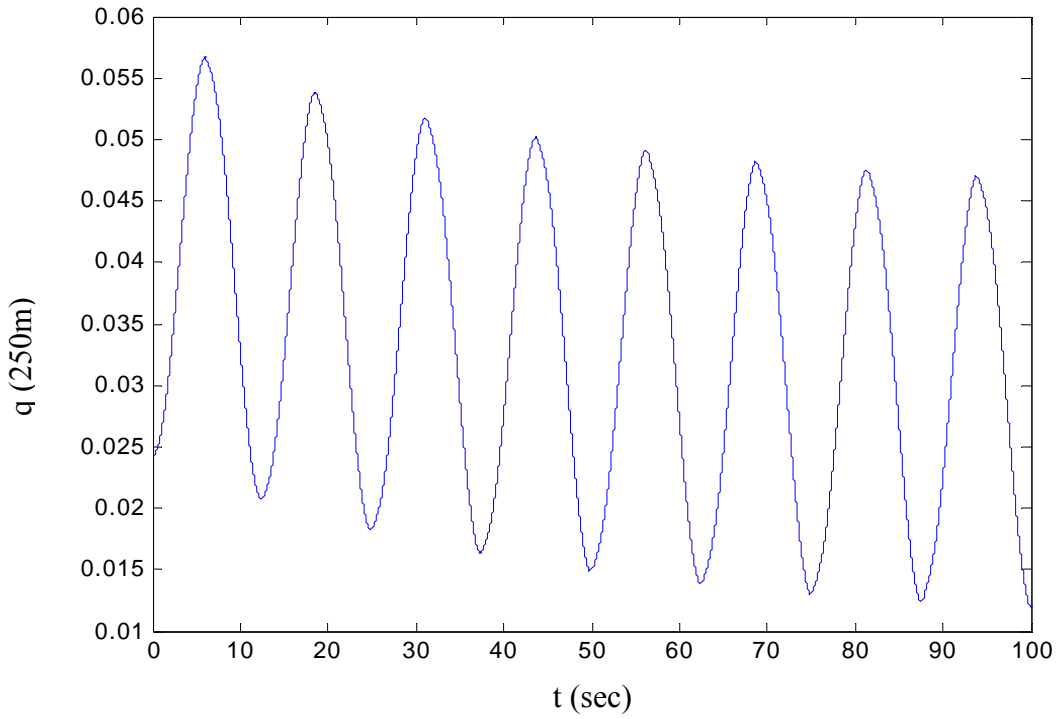
4.3.1. πλάτος κατακόρυφης διέγερσης στην κορυφή $p_{ao}=0.1m$



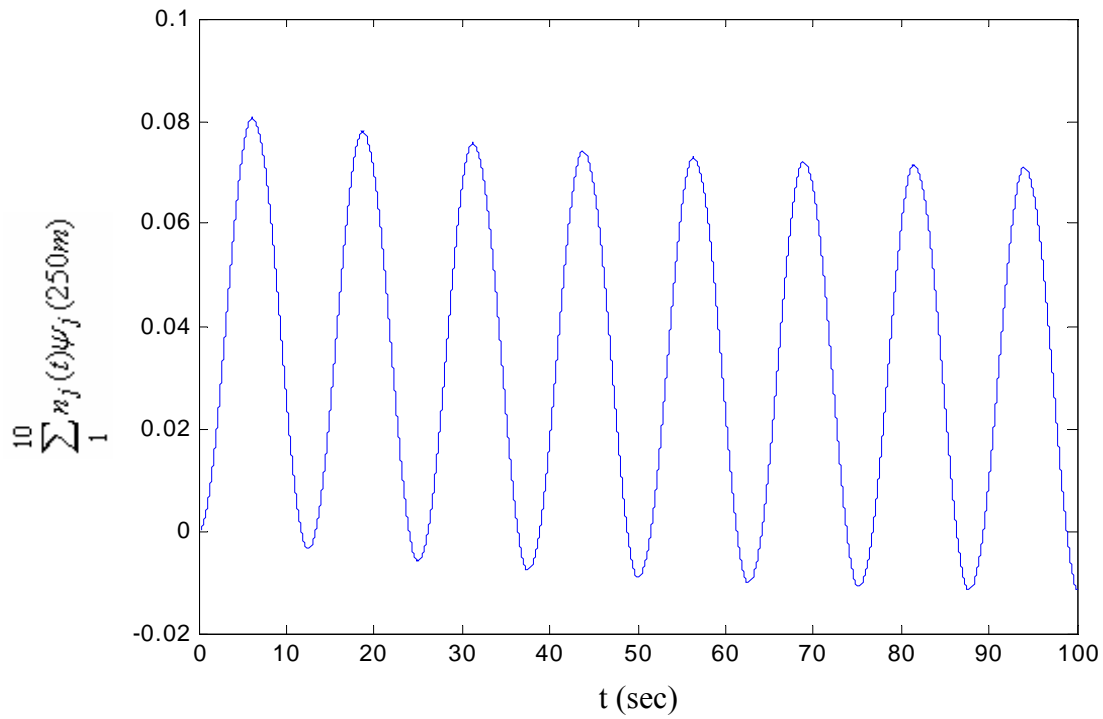
Σχήμα 4.3.1.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



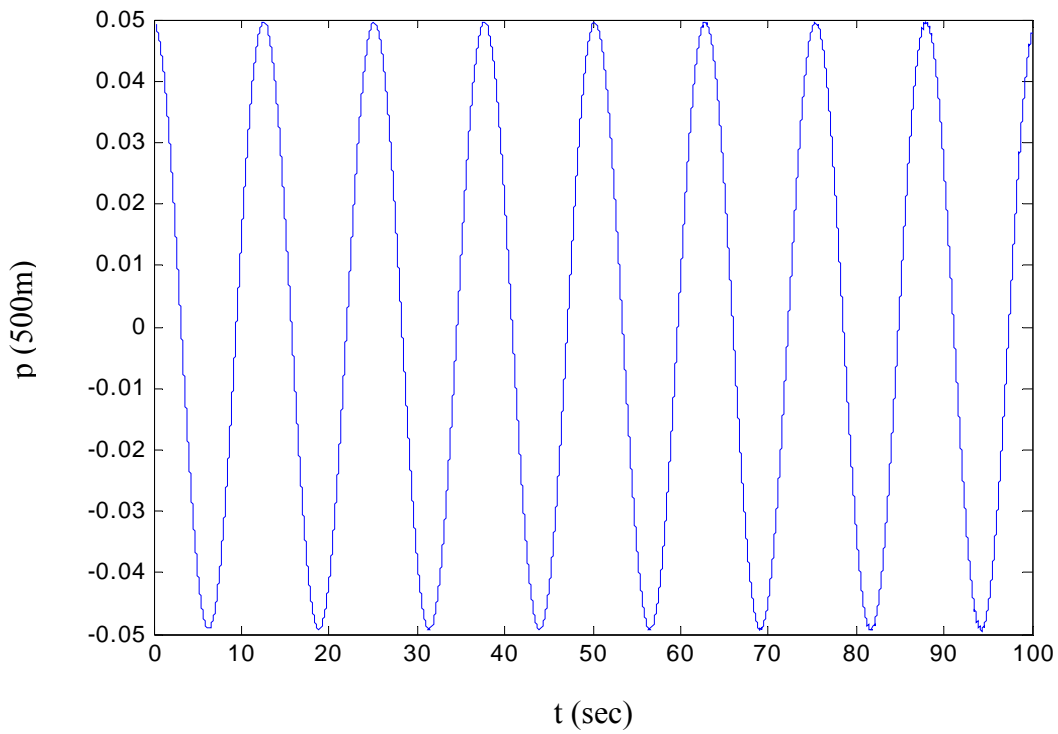
Σχήμα 4.3.1.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



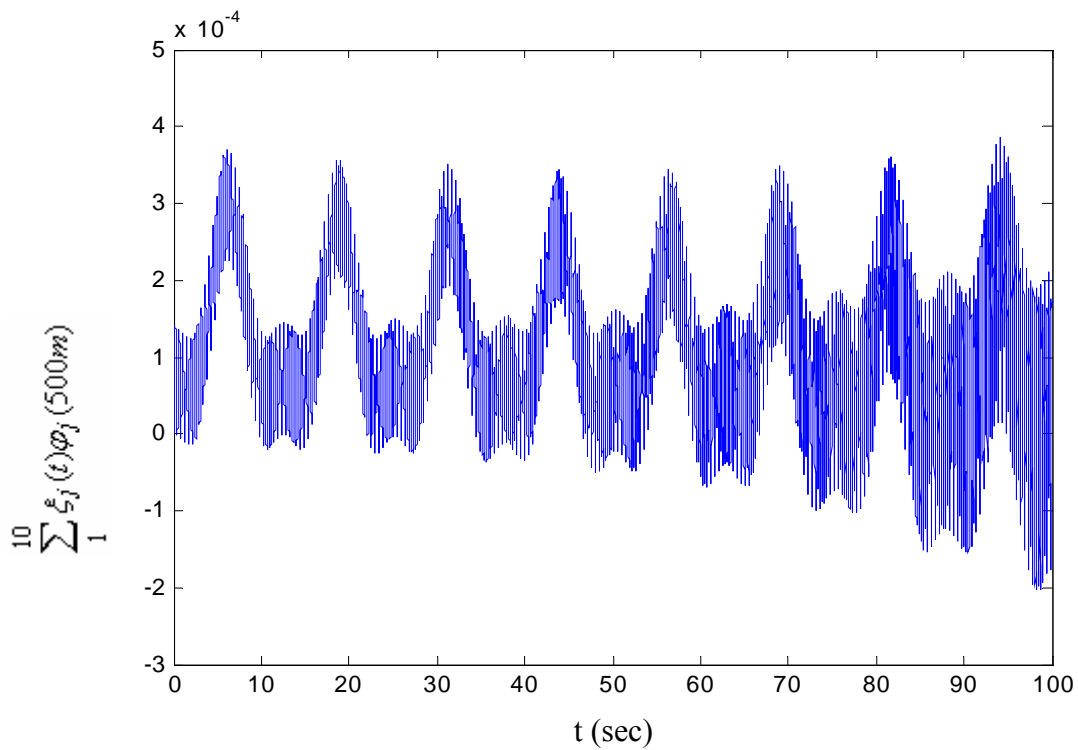
Σχήμα 4.3.1.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



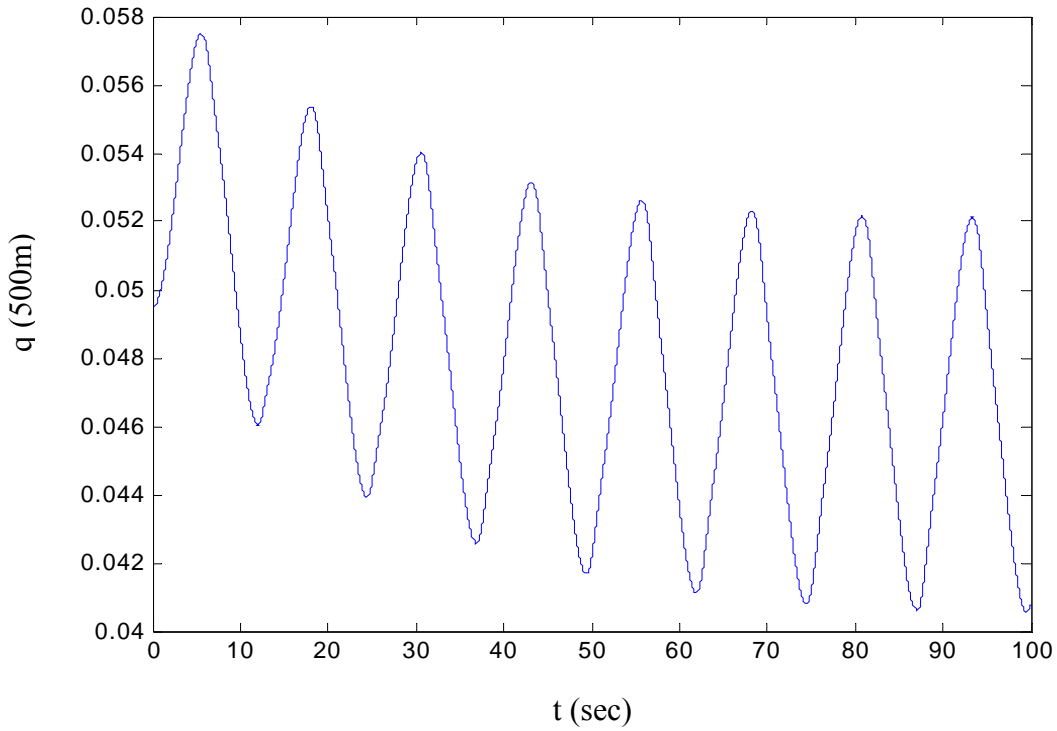
Σχήμα 4.3.1.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



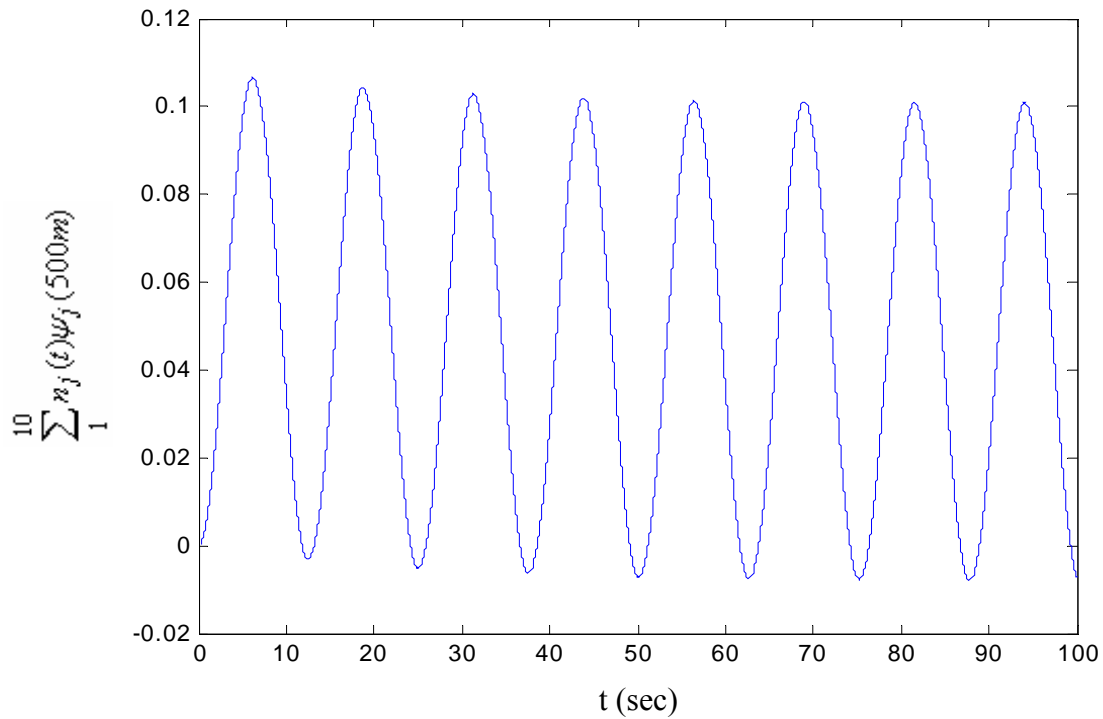
Σχήμα 4.3.1.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



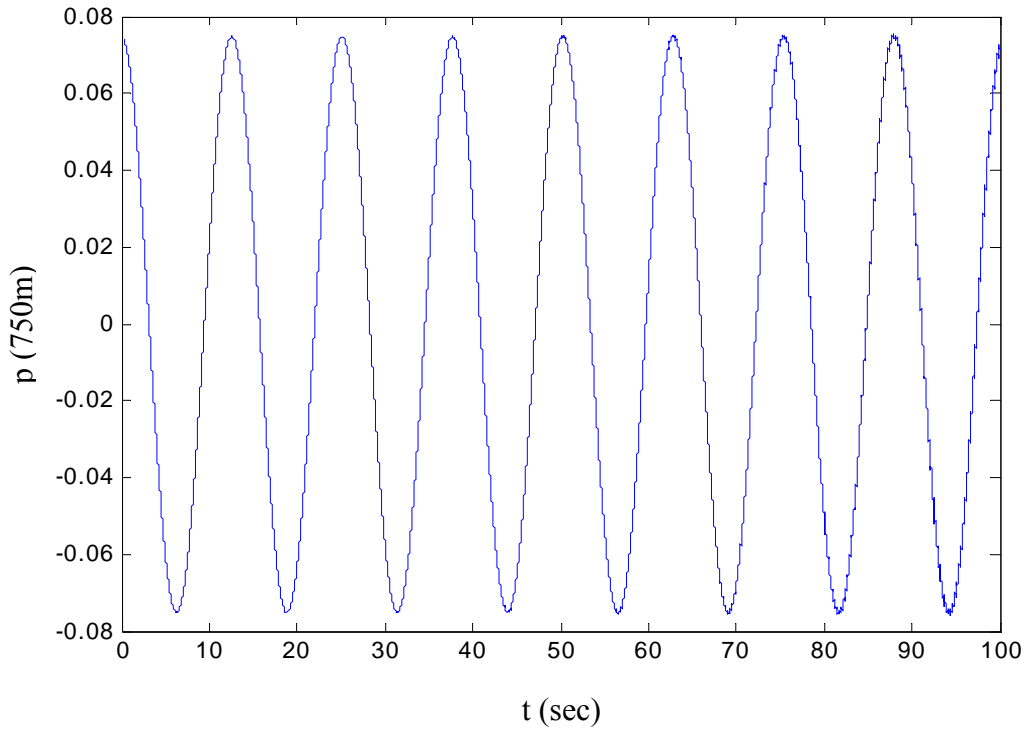
Σχήμα 4.3.1.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



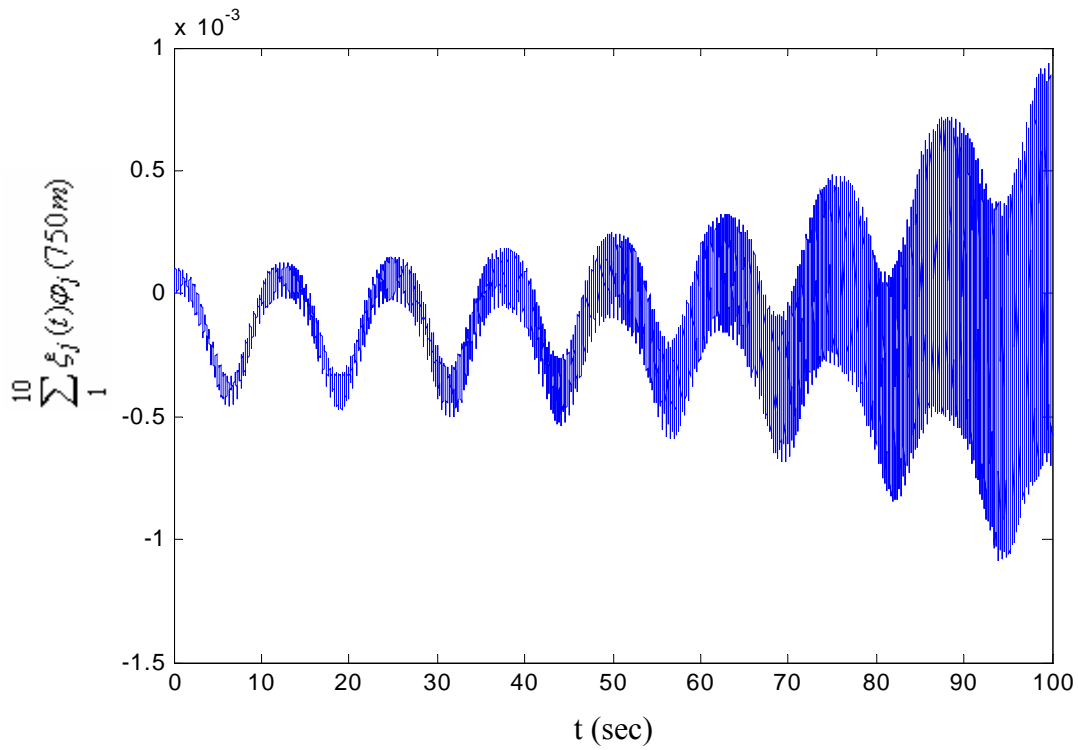
Σχήμα 4.3.1.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



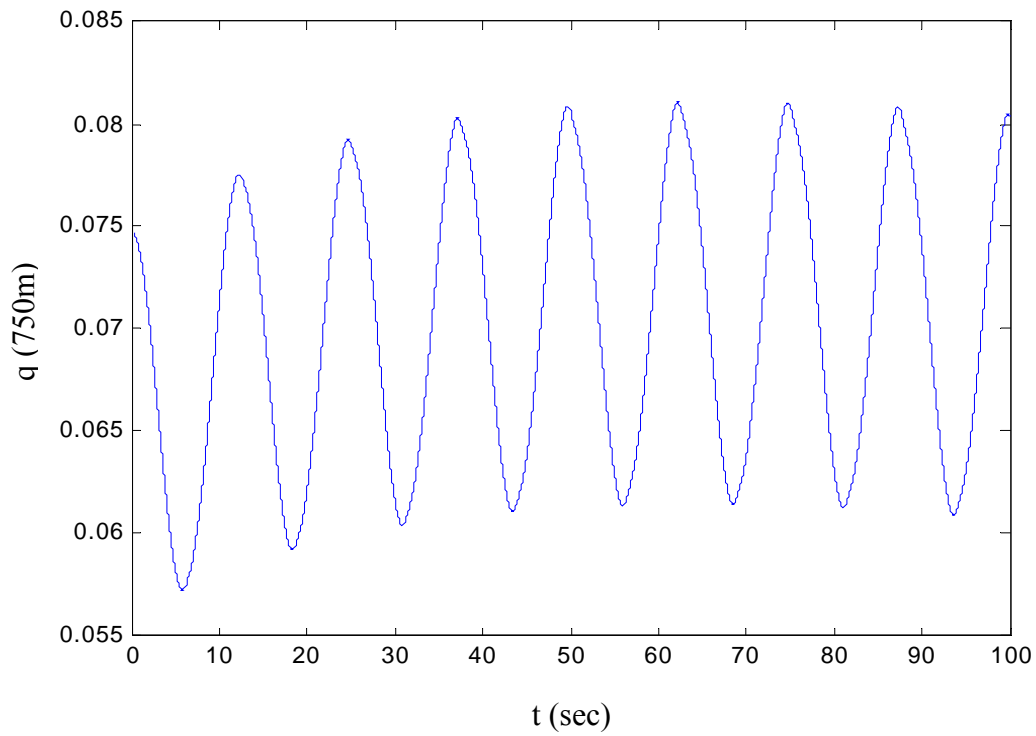
Σχήμα 4.3.1.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



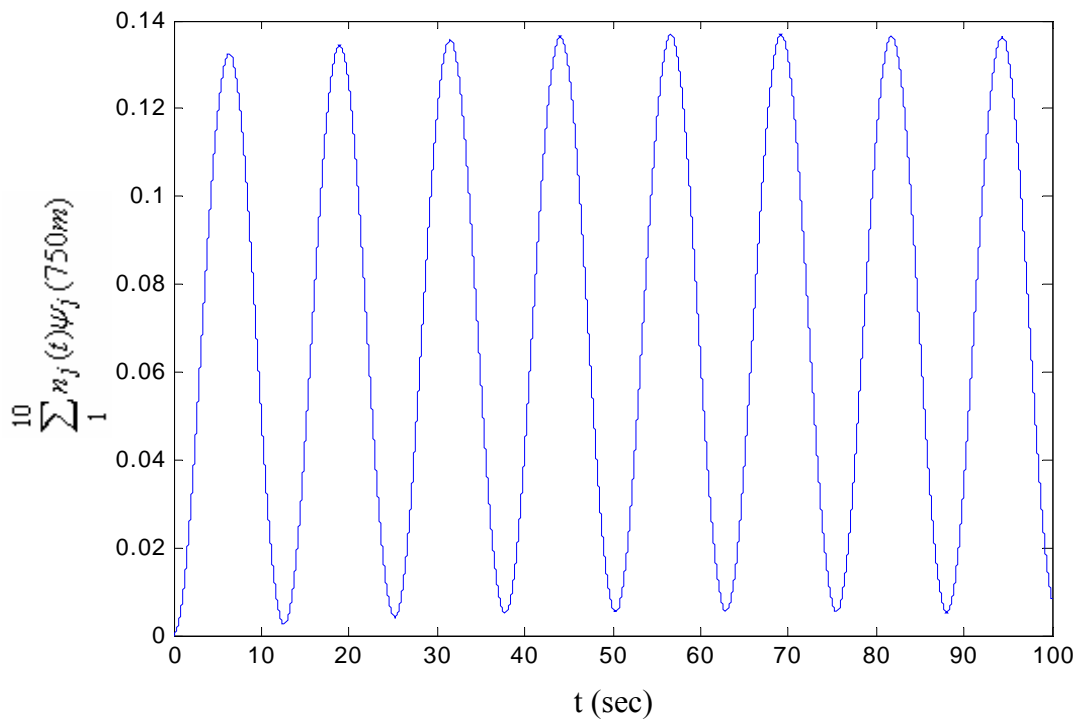
Σχήμα 4.3.1.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



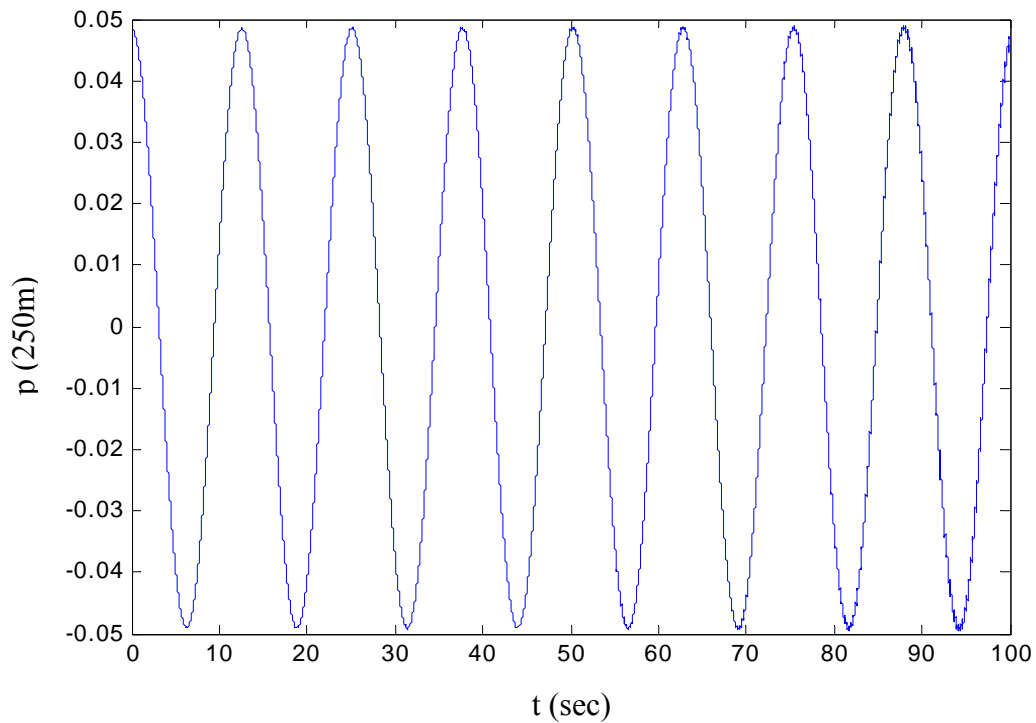
Σχήμα 4.3.1.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



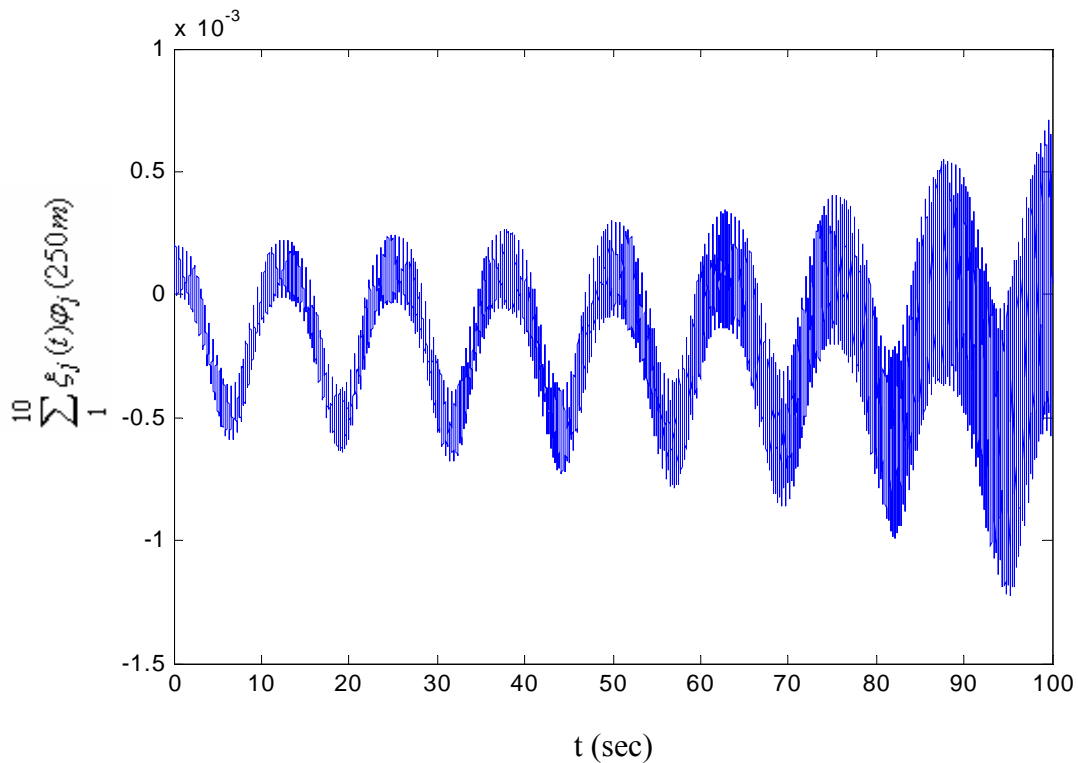
Σχήμα 4.3.1.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.



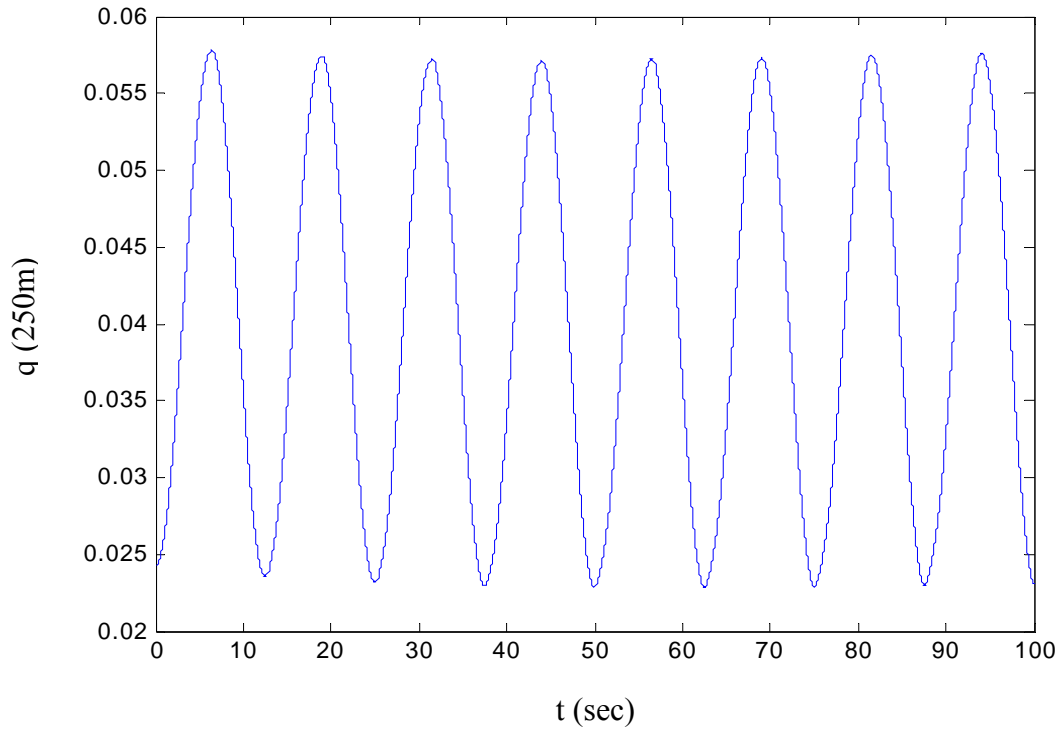
Σχήμα 4.3.1.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

4.3.2. πλάτος κατακόρυφης διέγερσης στην κορφή $p_{a0}=0.2m$ 

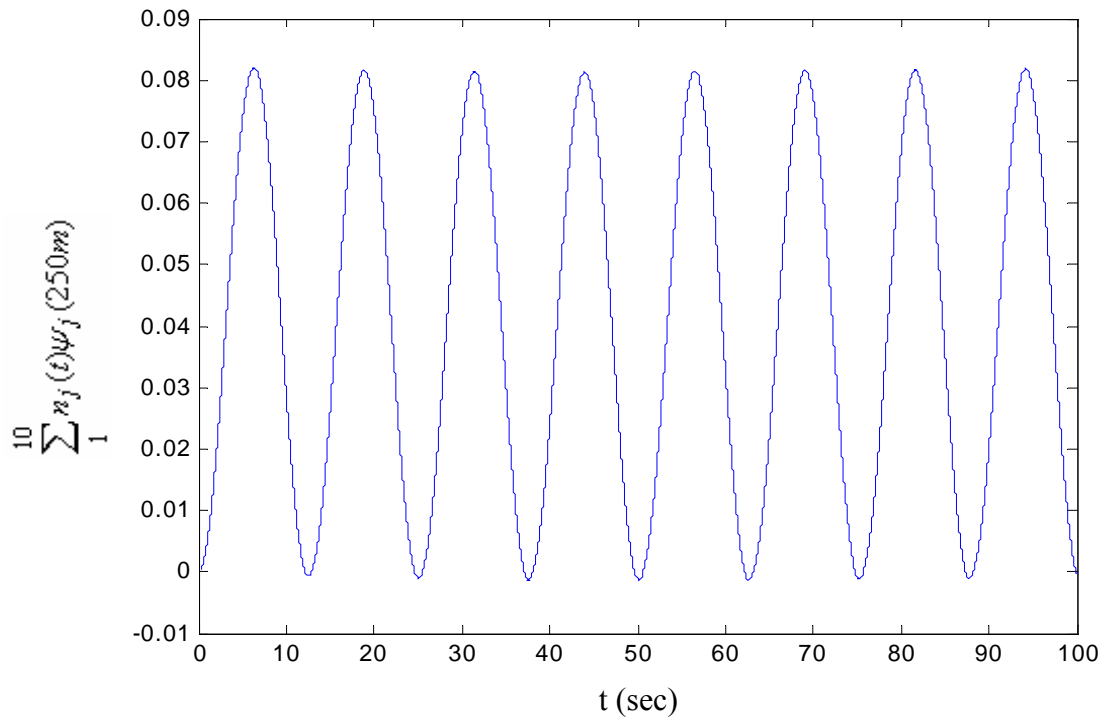
Σχήμα 4.3.2.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



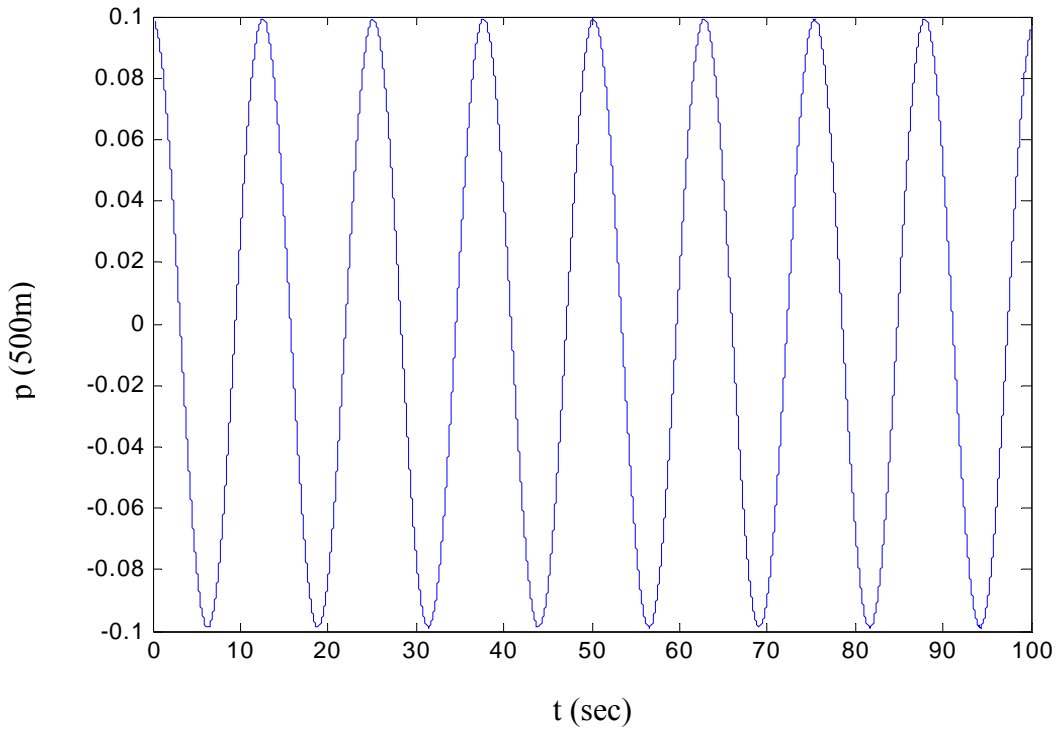
Σχήμα 4.3.2.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



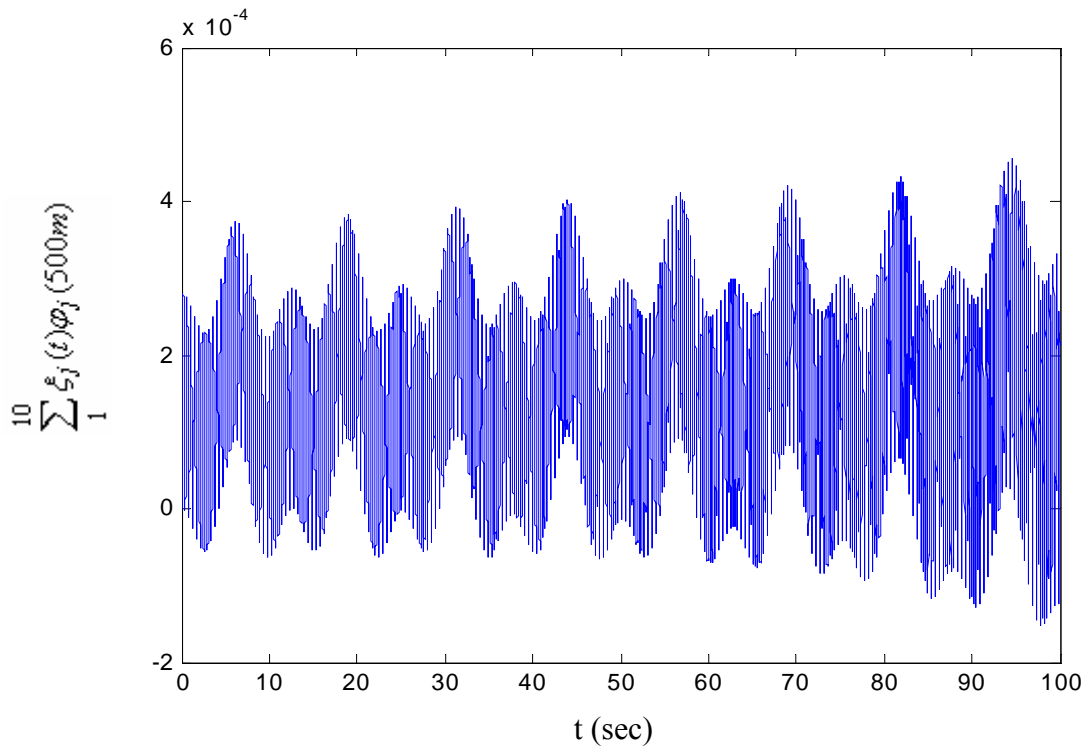
Σχήμα 4.3.2.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



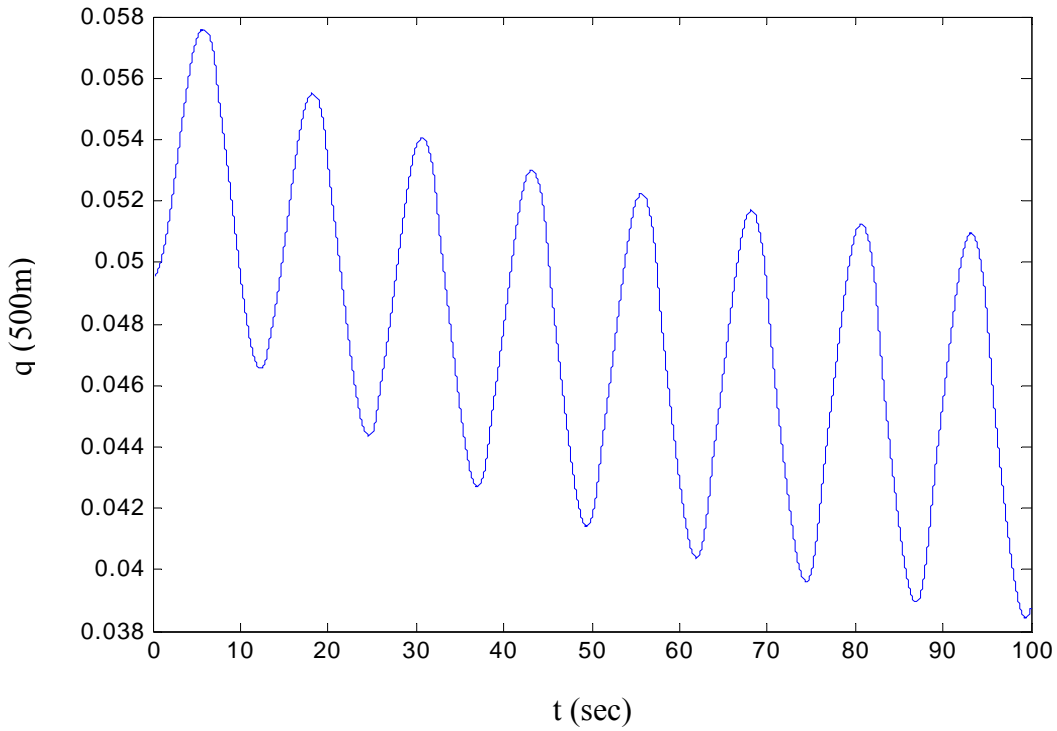
Σχήμα 4.3.2.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



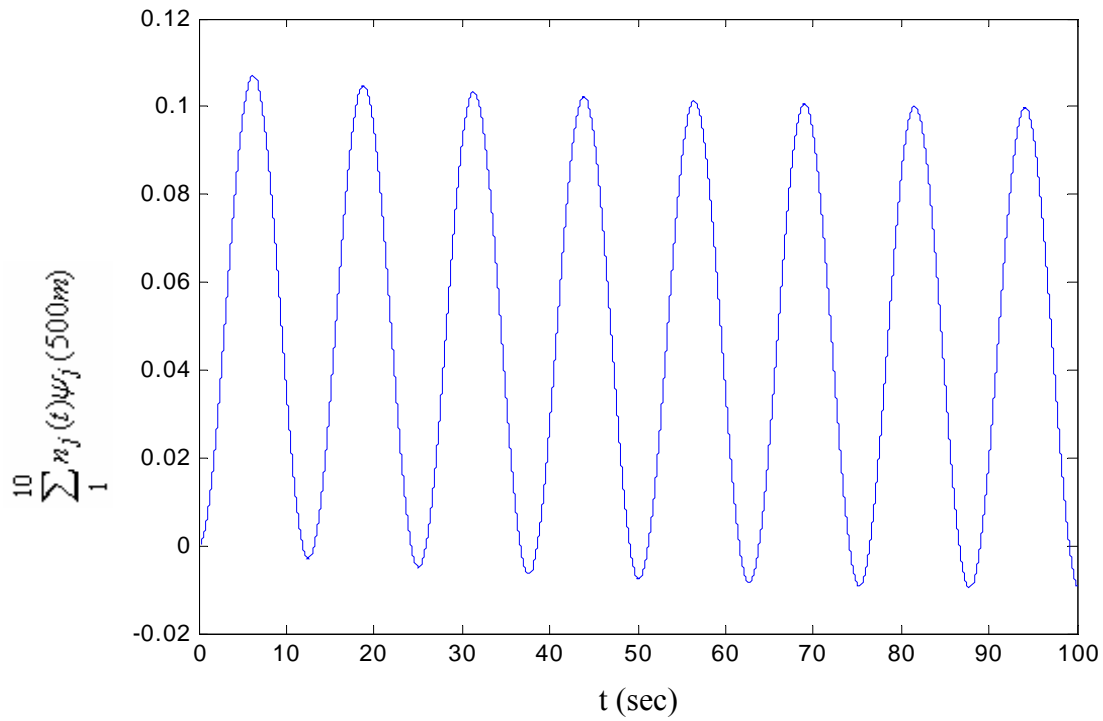
Σχήμα 4.3.2.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



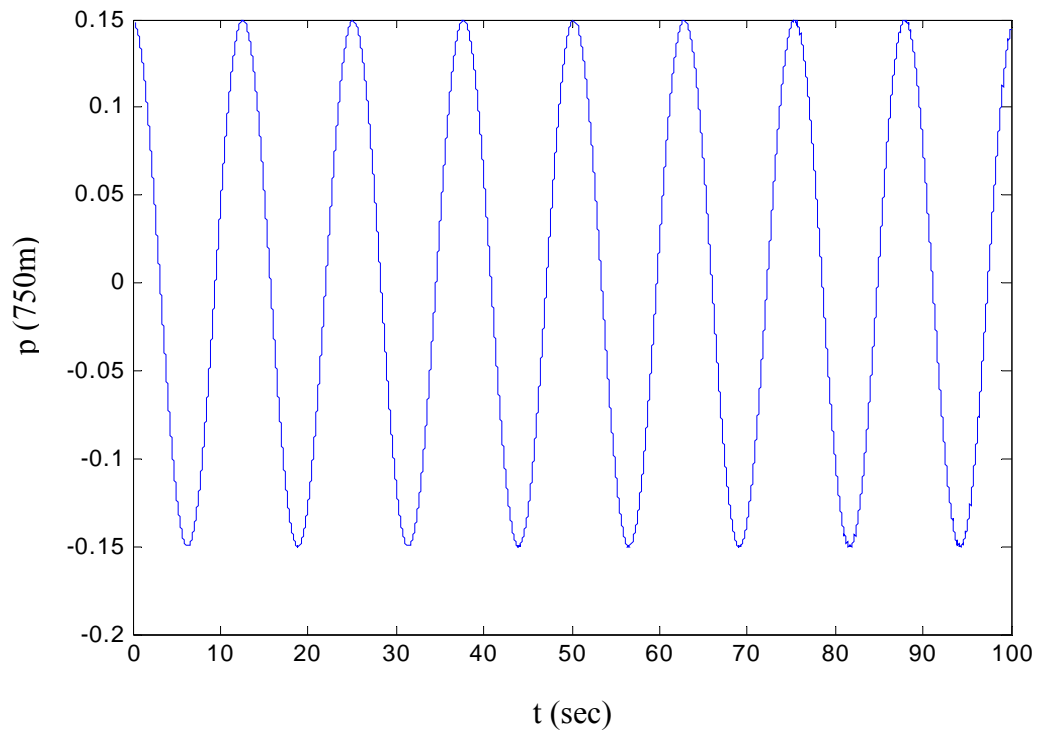
Σχήμα 4.3.2.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



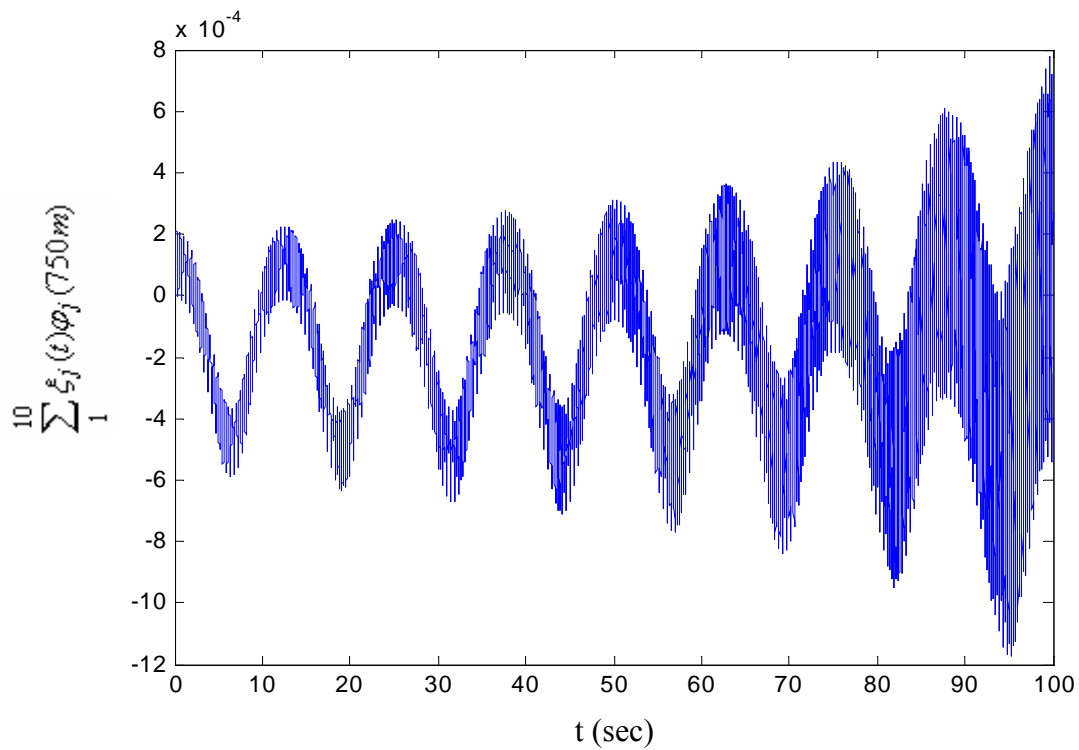
Σχήμα 4.3.2.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



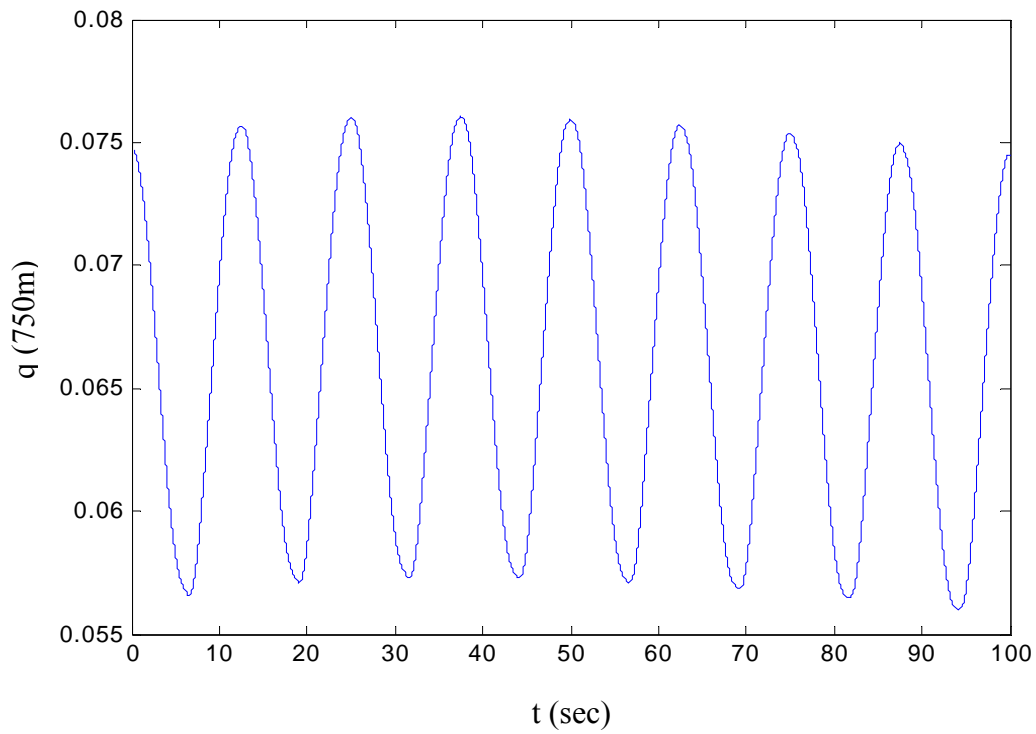
Σχήμα 4.3.2.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



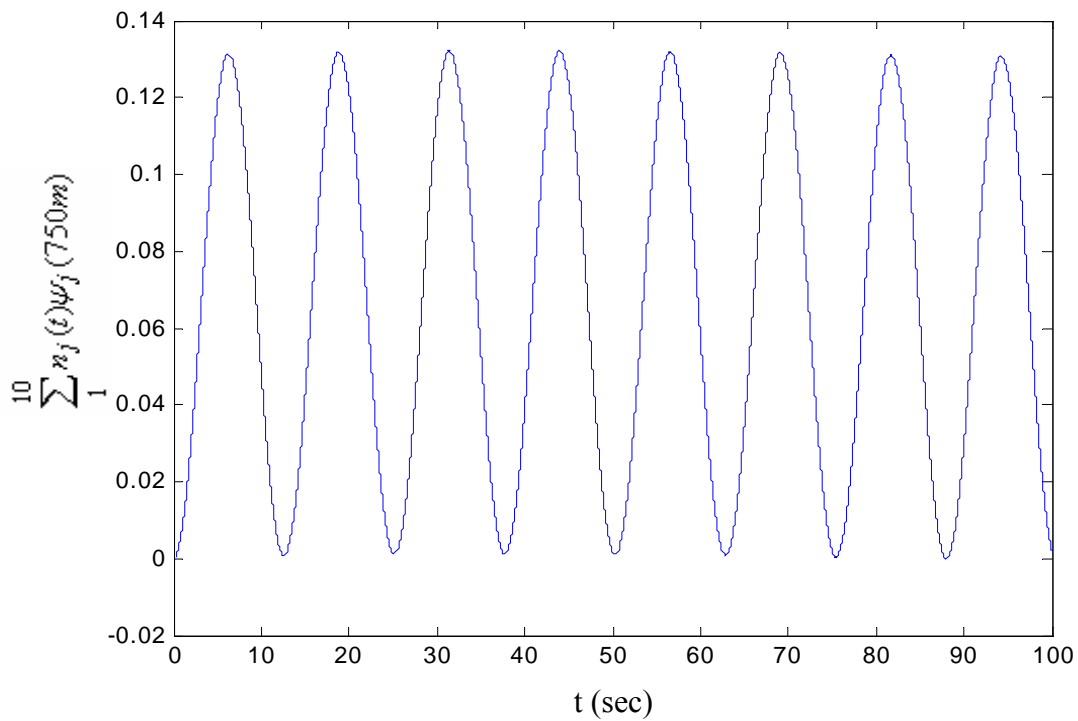
Σχήμα 4.3.2.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



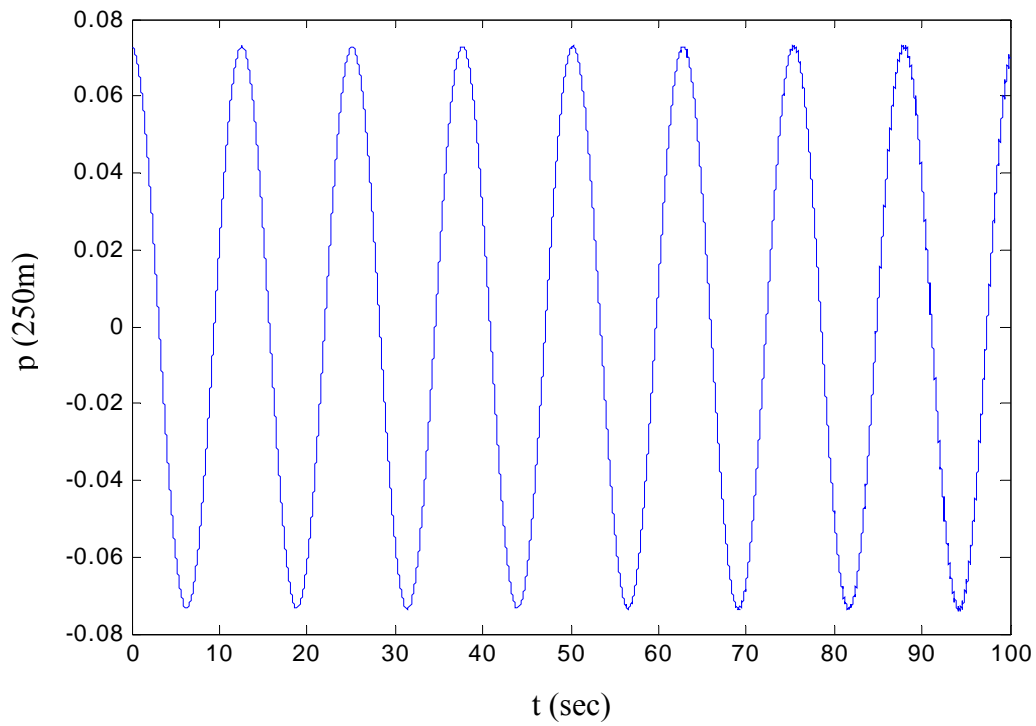
Σχήμα 4.3.2.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



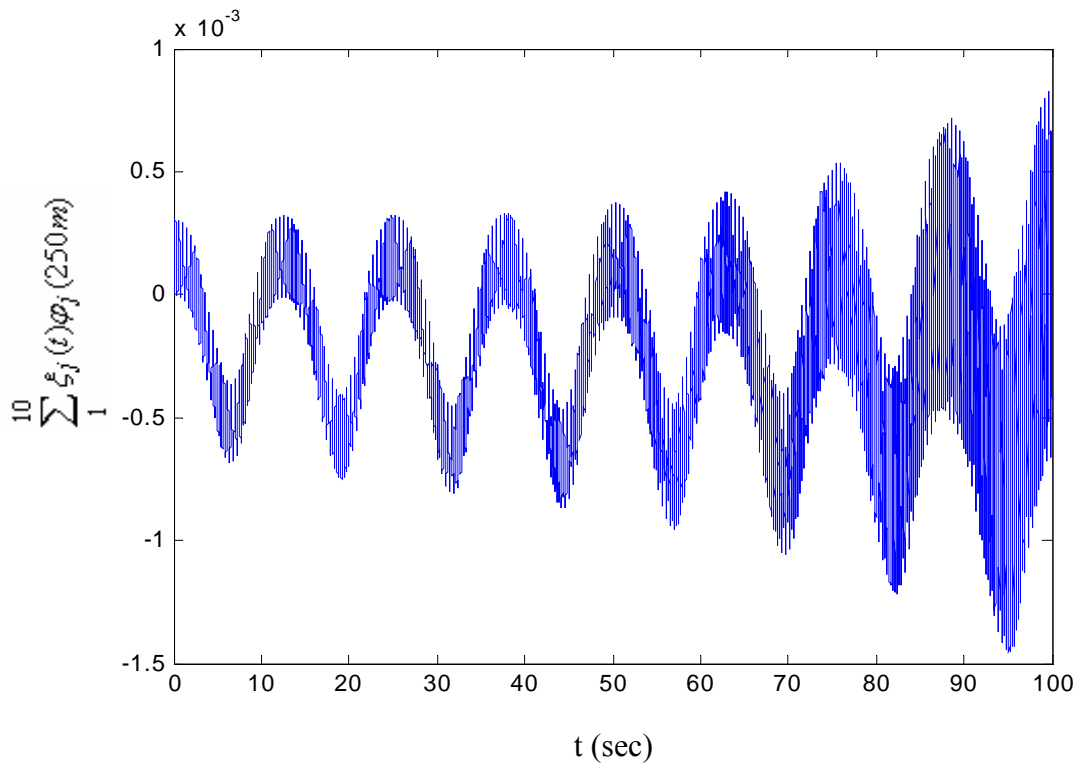
Σχήμα 4.3.2.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.



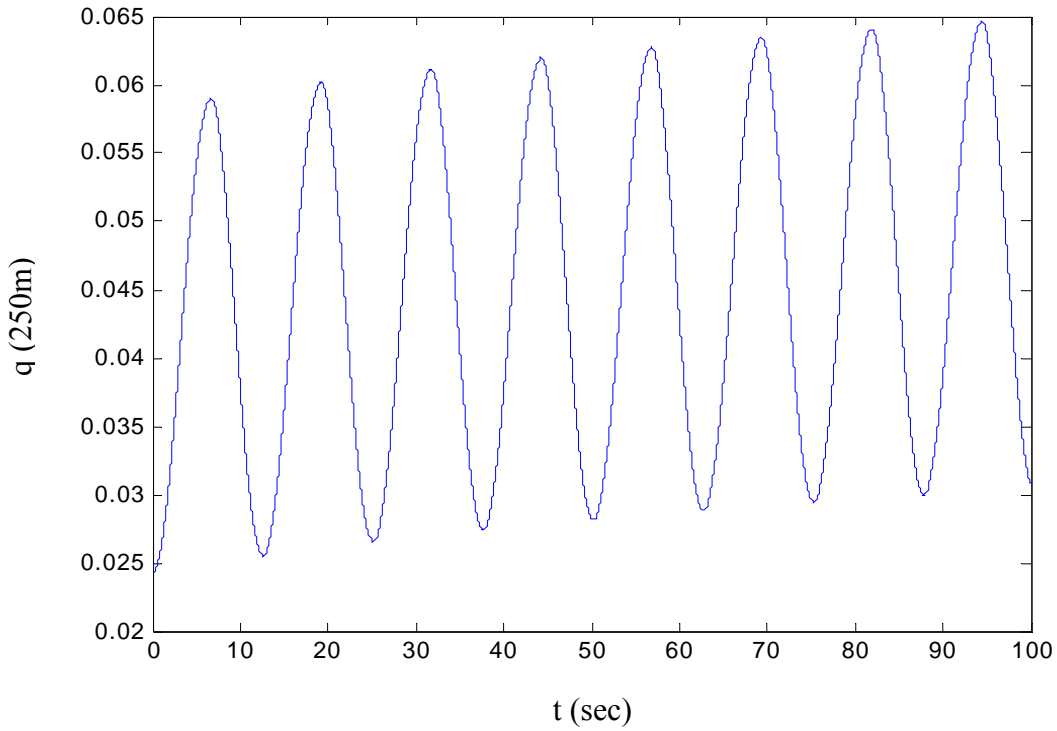
Σχήμα 4.3.2.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

4.3.3. πλάτος κατακόρυφης διέγερσης στην κορφή $p_{a0}=0.3m$ 

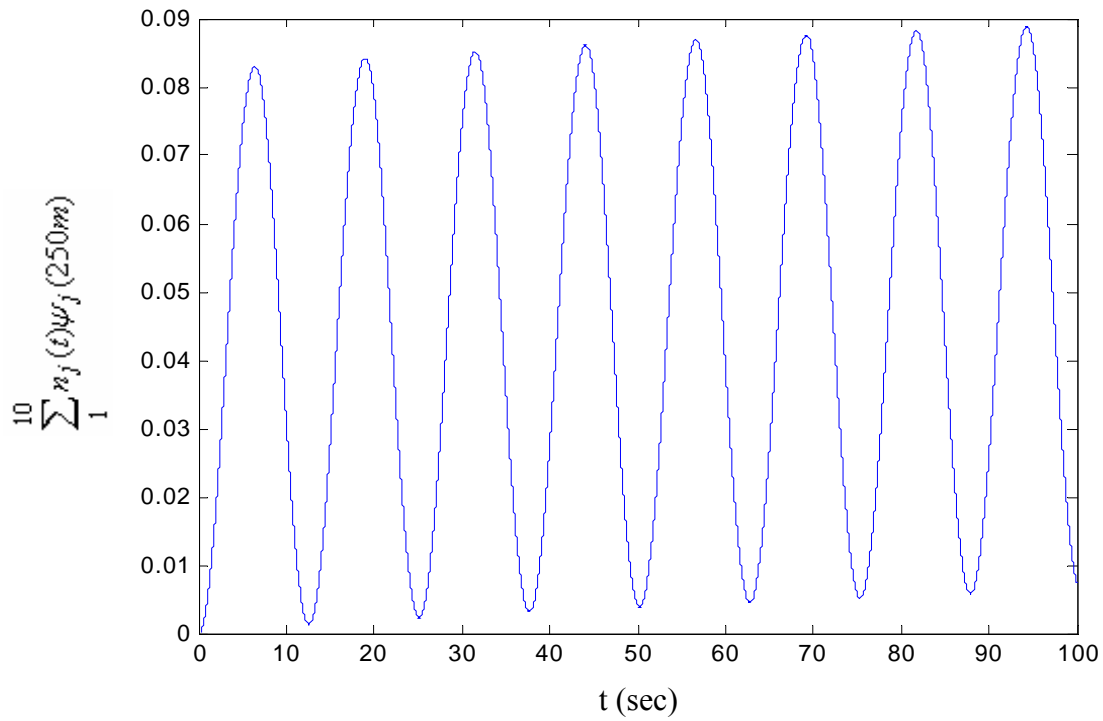
Σχήμα 4.3.3.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



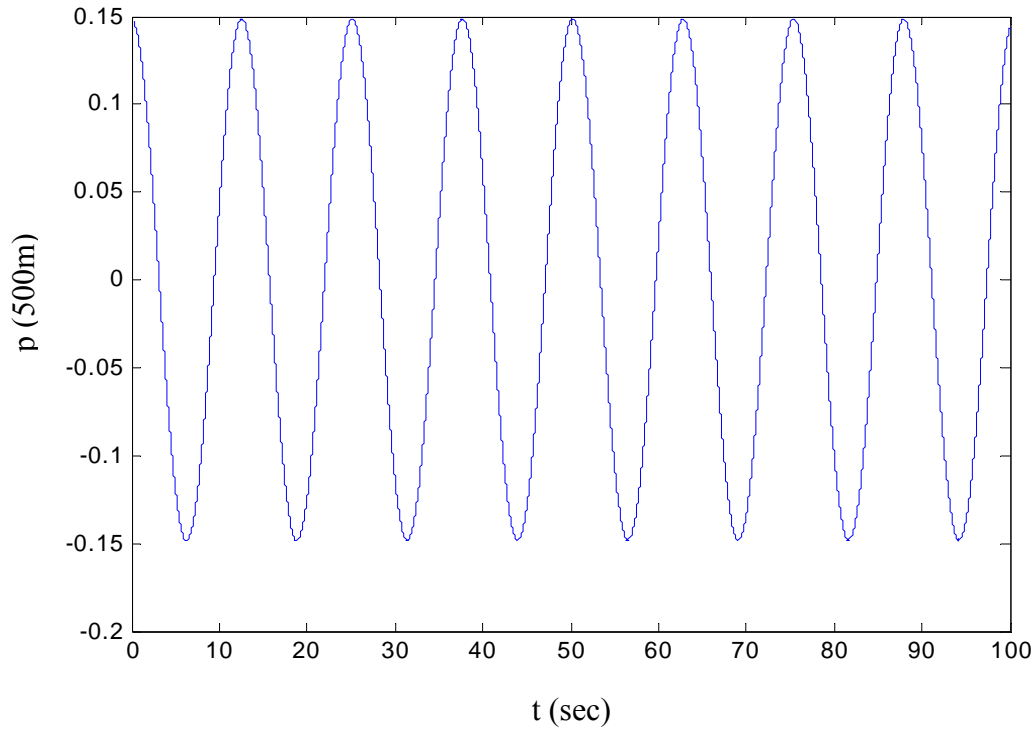
Σχήμα 4.3.3.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



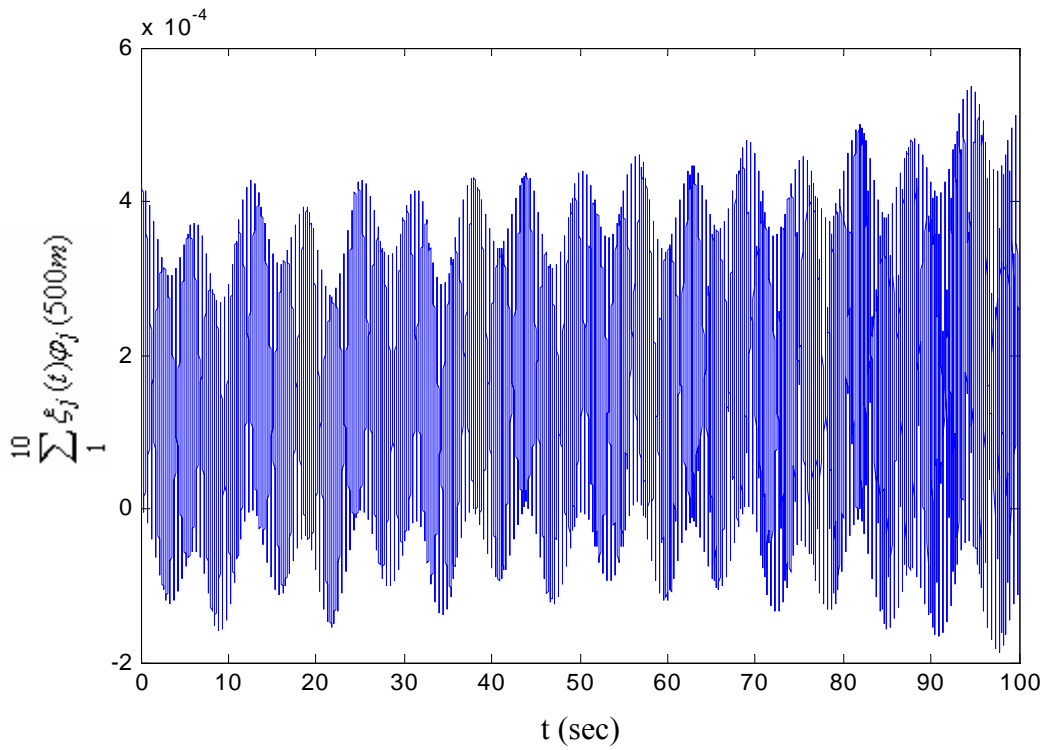
Σχήμα 4.3.3.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



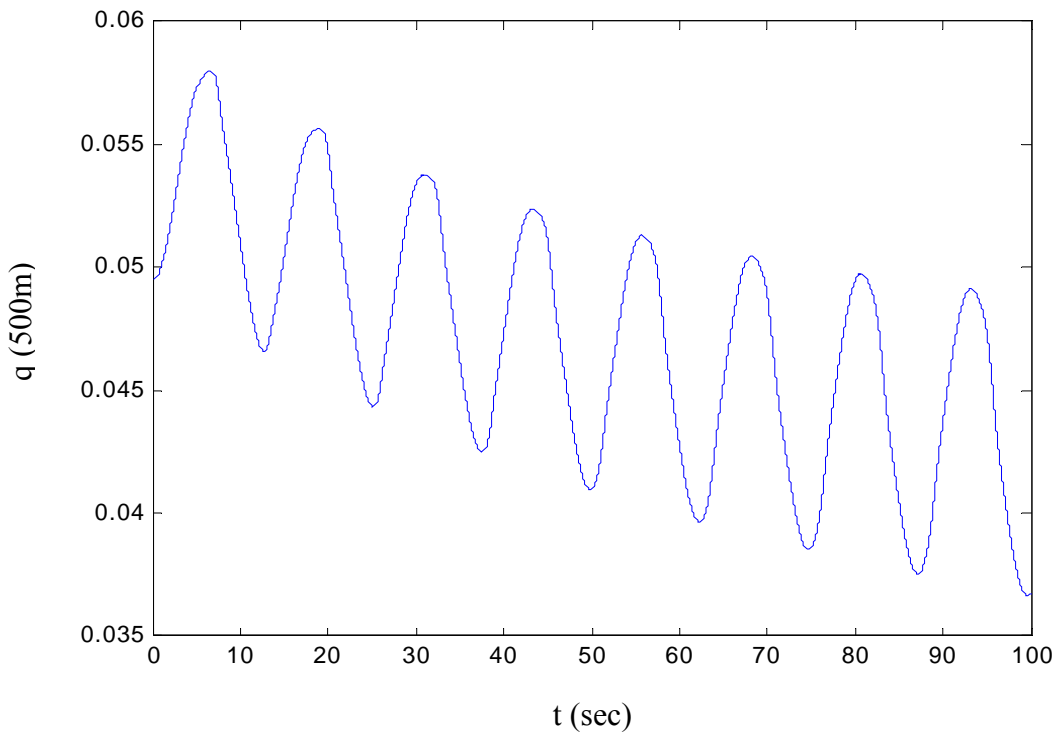
Σχήμα 4.3.3.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



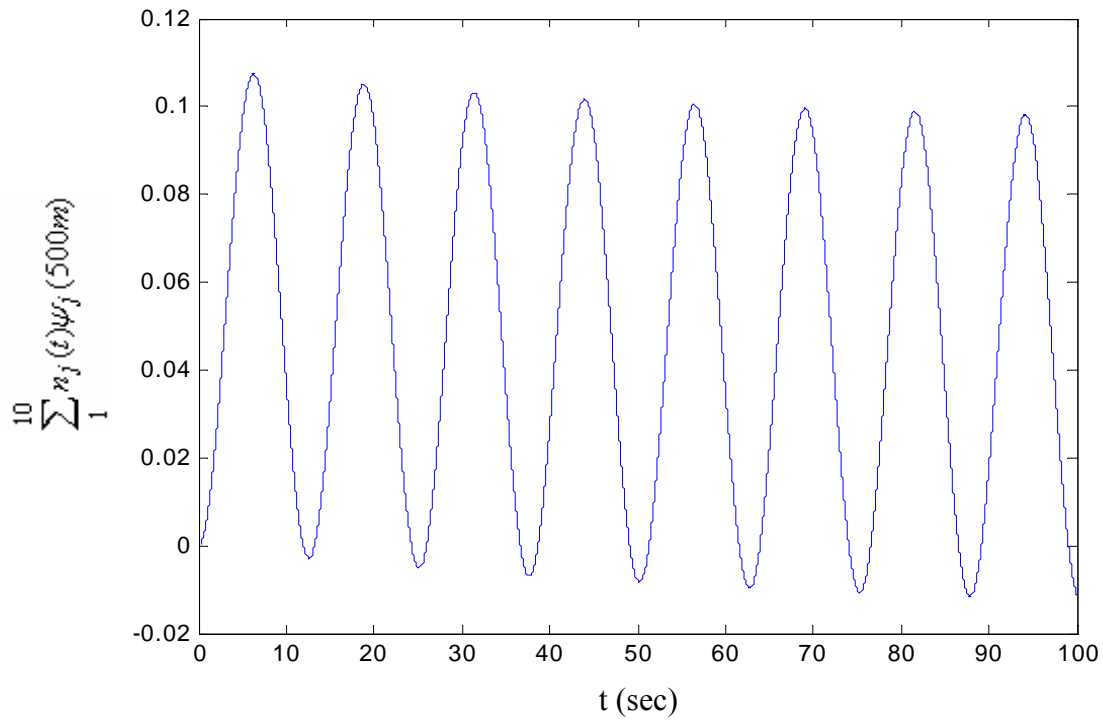
Σχήμα 4.3.3.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



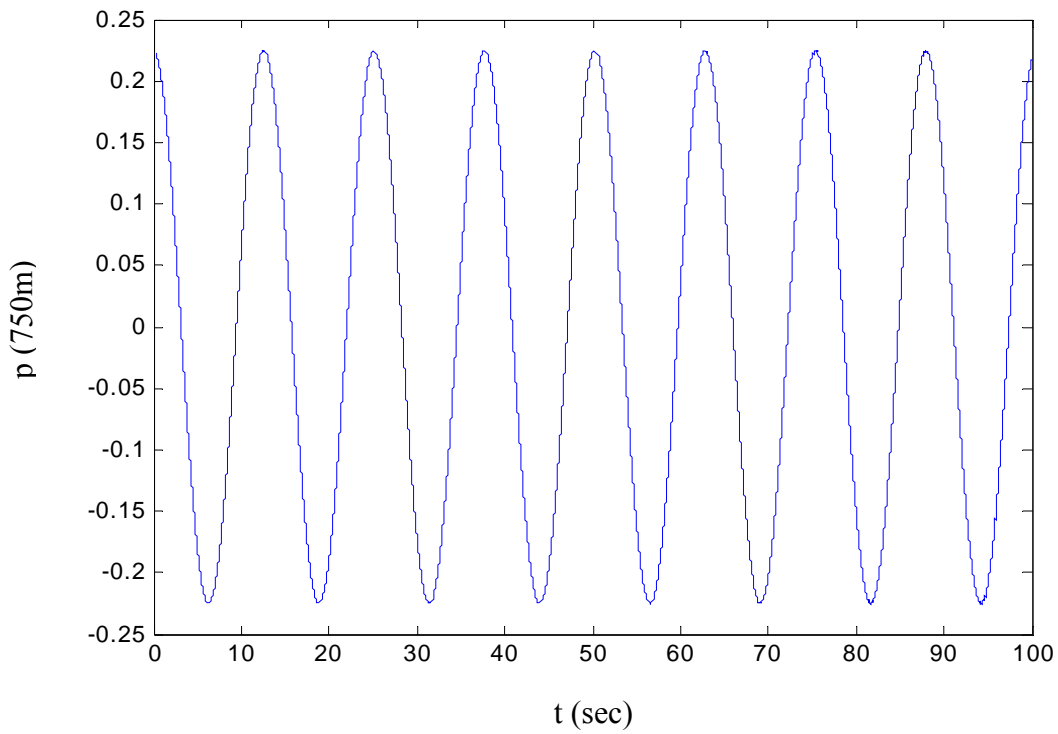
Σχήμα 4.3.3.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



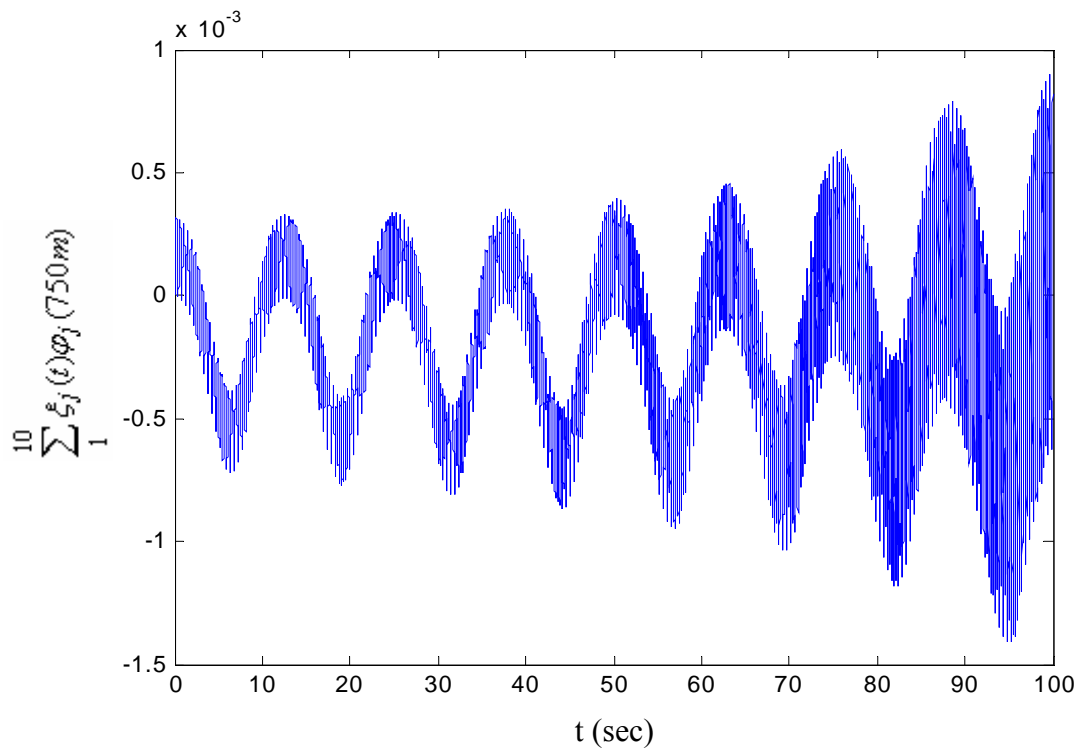
Σχήμα 4.3.3.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



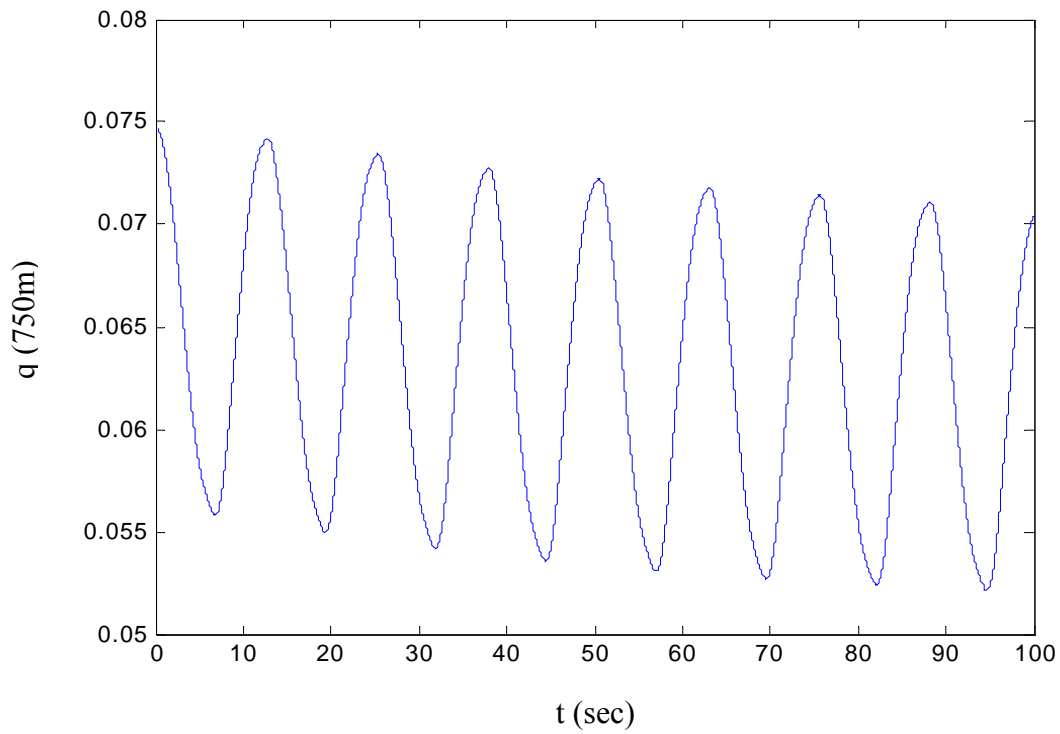
Σχήμα 4.3.3.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



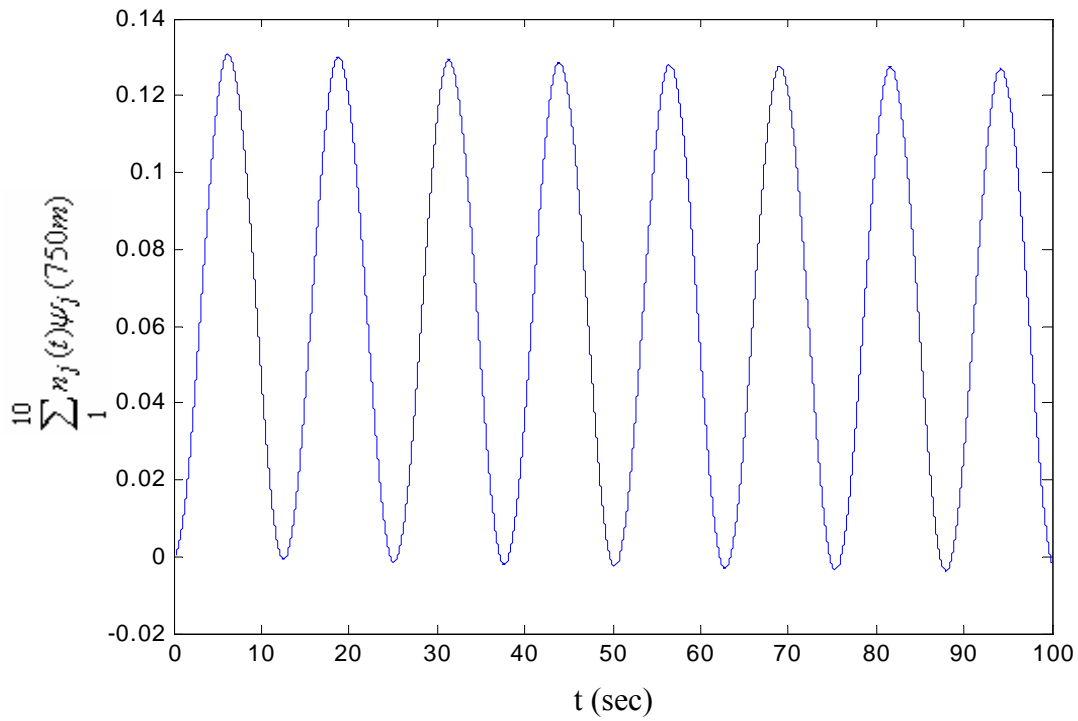
Σχήμα 4.3.3.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



Σχήμα 4.3.3.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



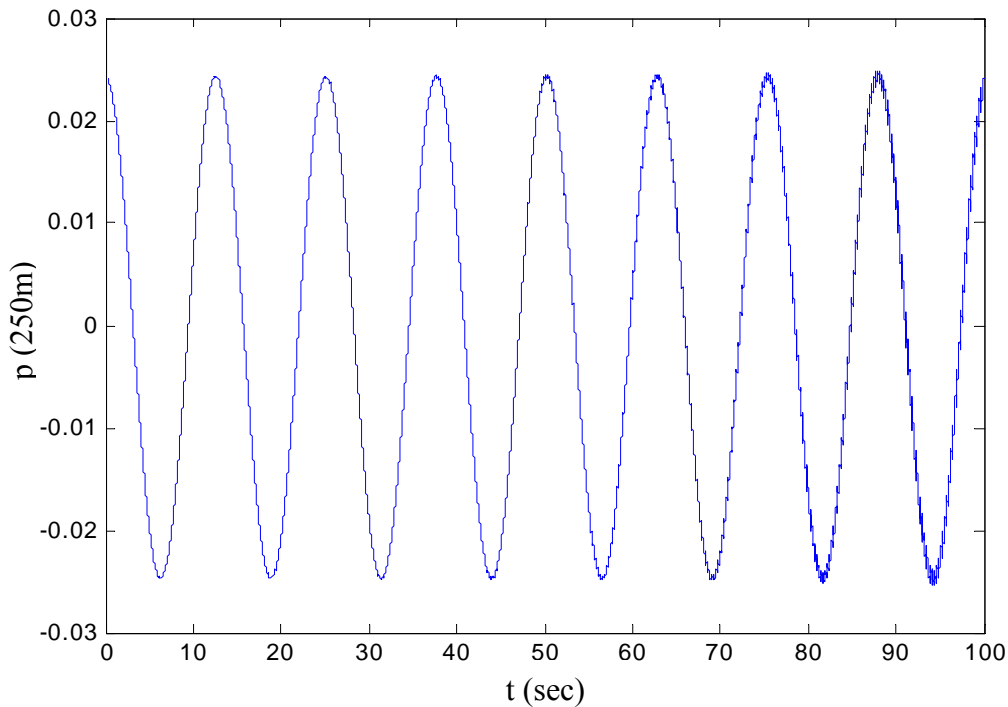
Σχήμα 4.3.3.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.



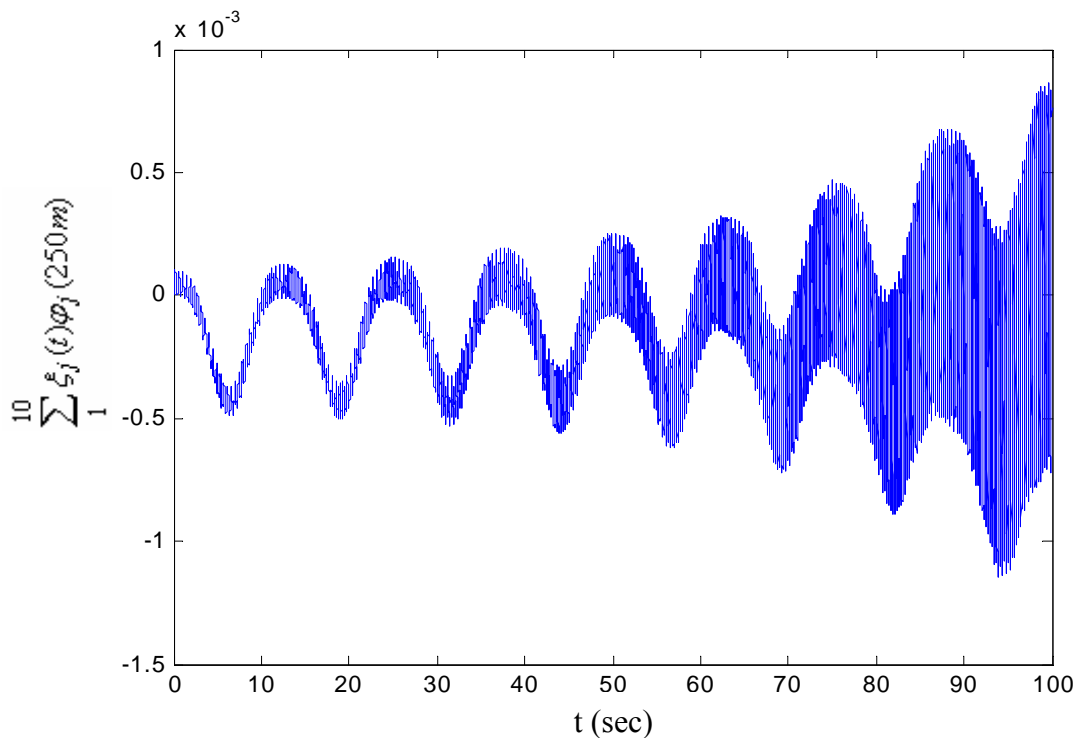
Σχήμα 4.3.3.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

4.4. 3^η σειρά αποτελεσμάτων ($p_{a0}=0.1m, \omega=0.5sec^{-1}$)

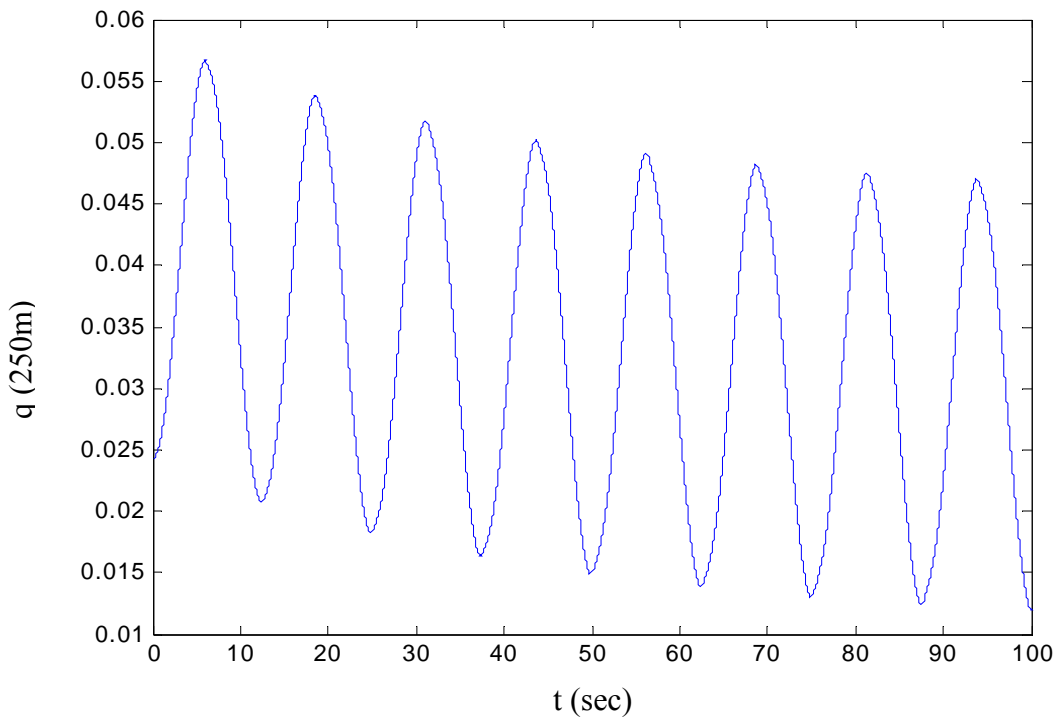
4.4.1. πλάτος οριζόντιας διέγερσης στην κορυφή $q_{a0}=0.1m$



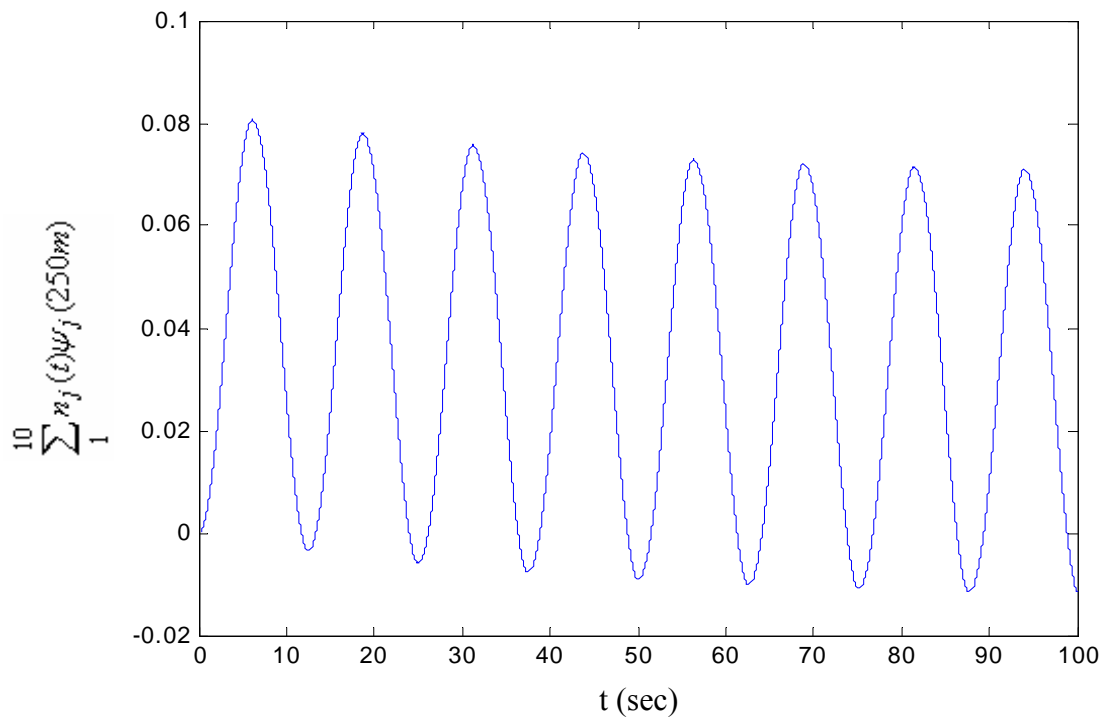
Σχήμα 4.4.1.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



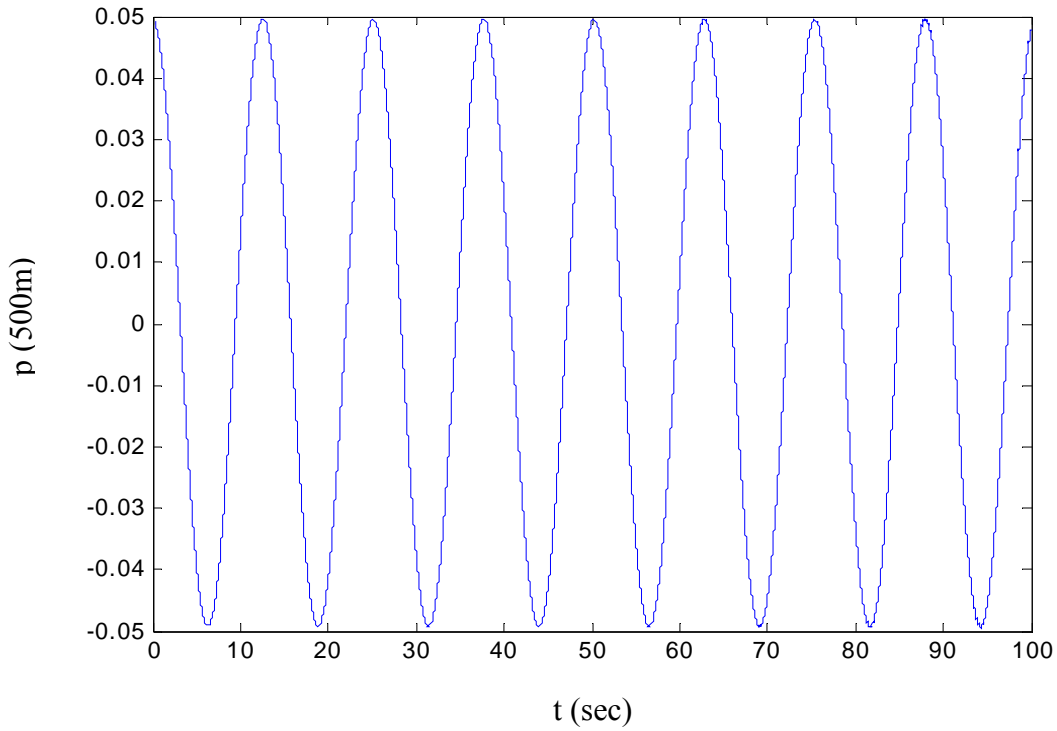
Σχήμα 4.4.1.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



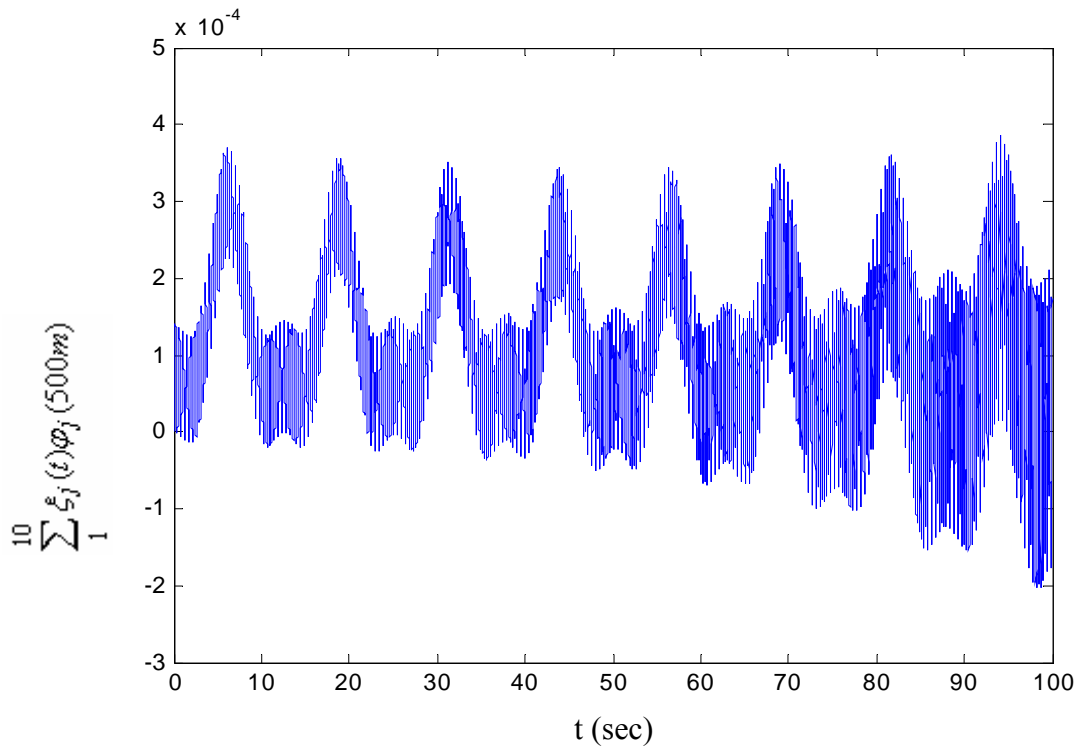
Σχήμα 4.4.1.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



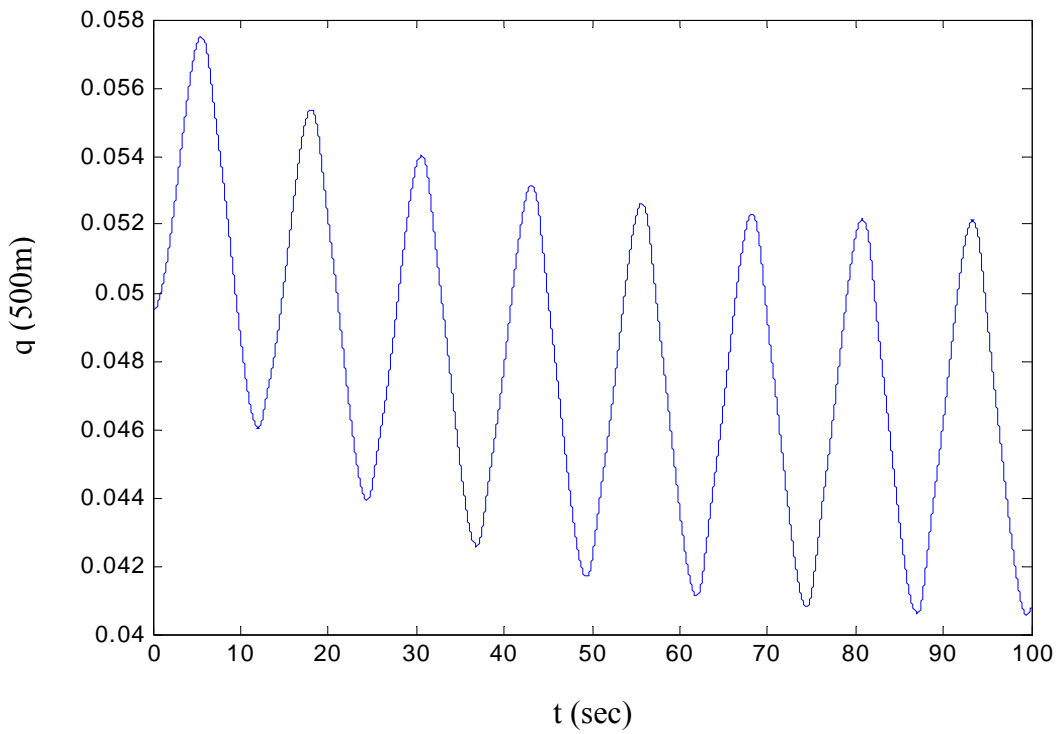
Σχήμα 4.4.1.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



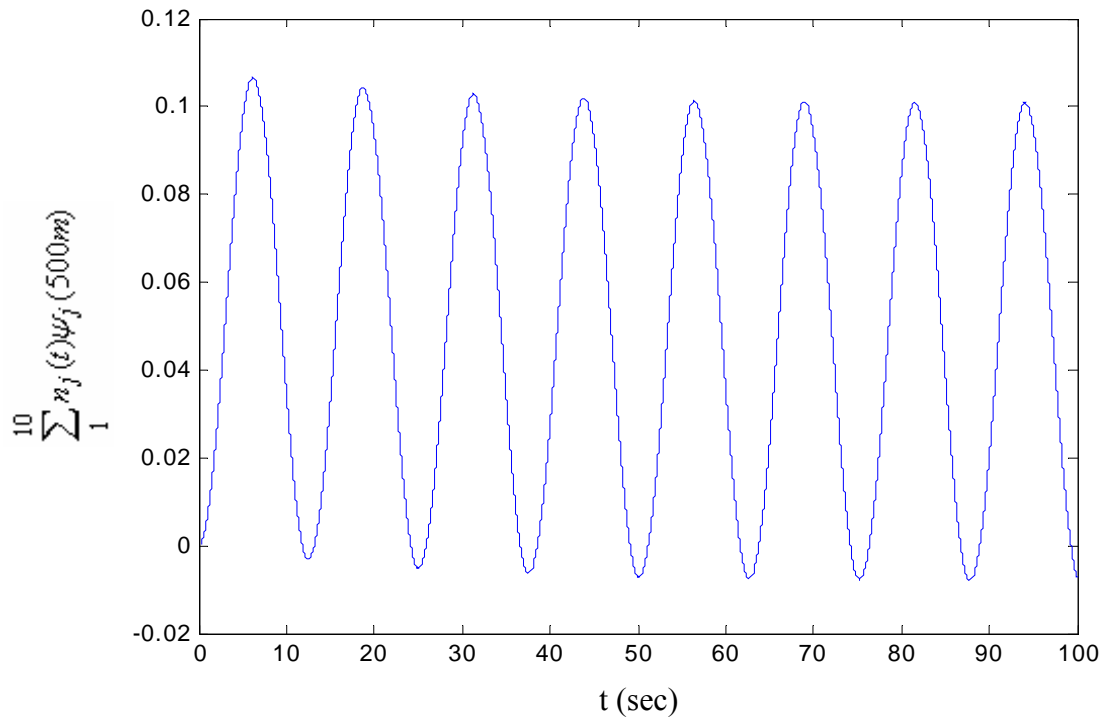
Σχήμα 4.4.1.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



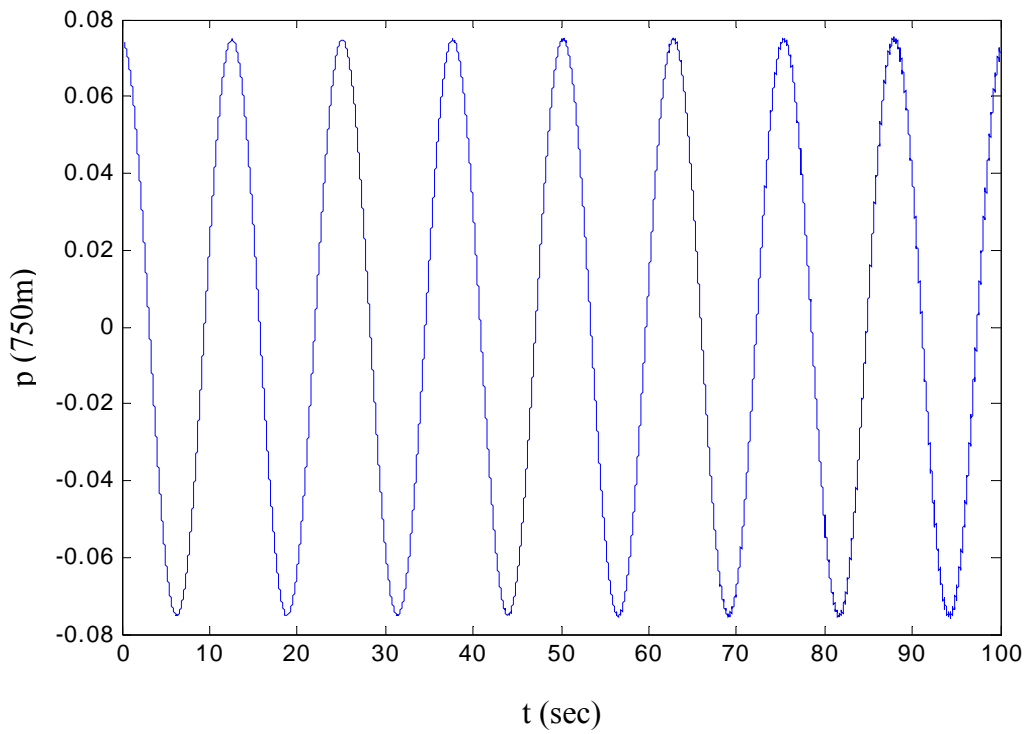
Σχήμα 4.4.1.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



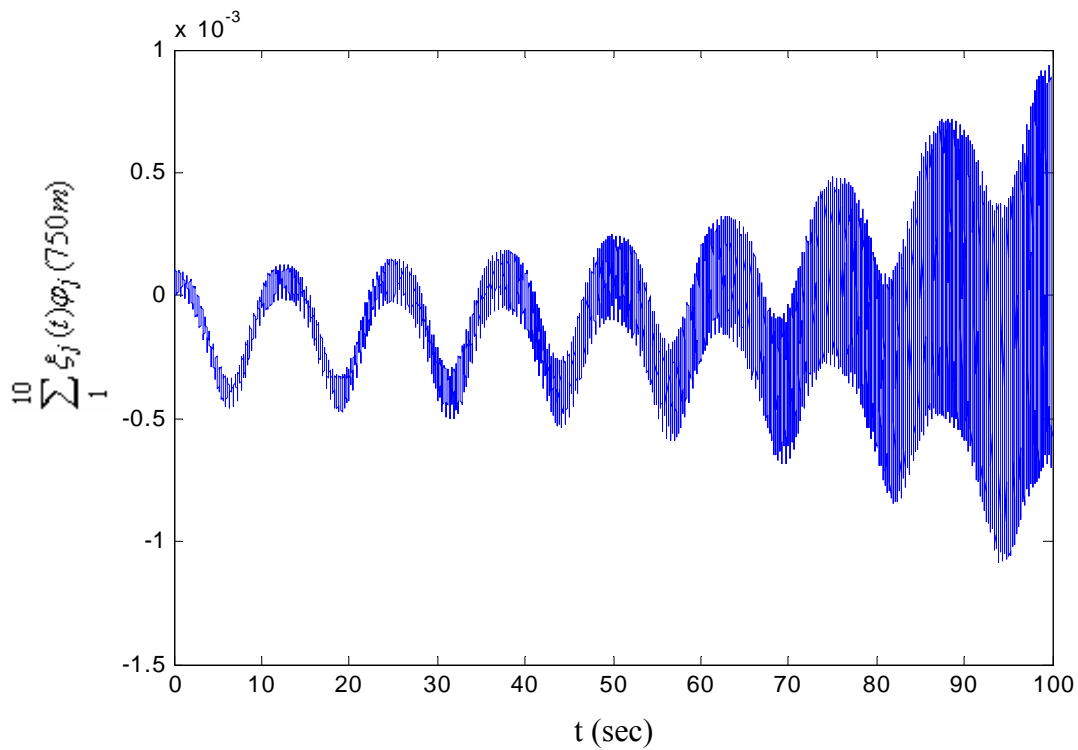
Σχήμα 4.4.1.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



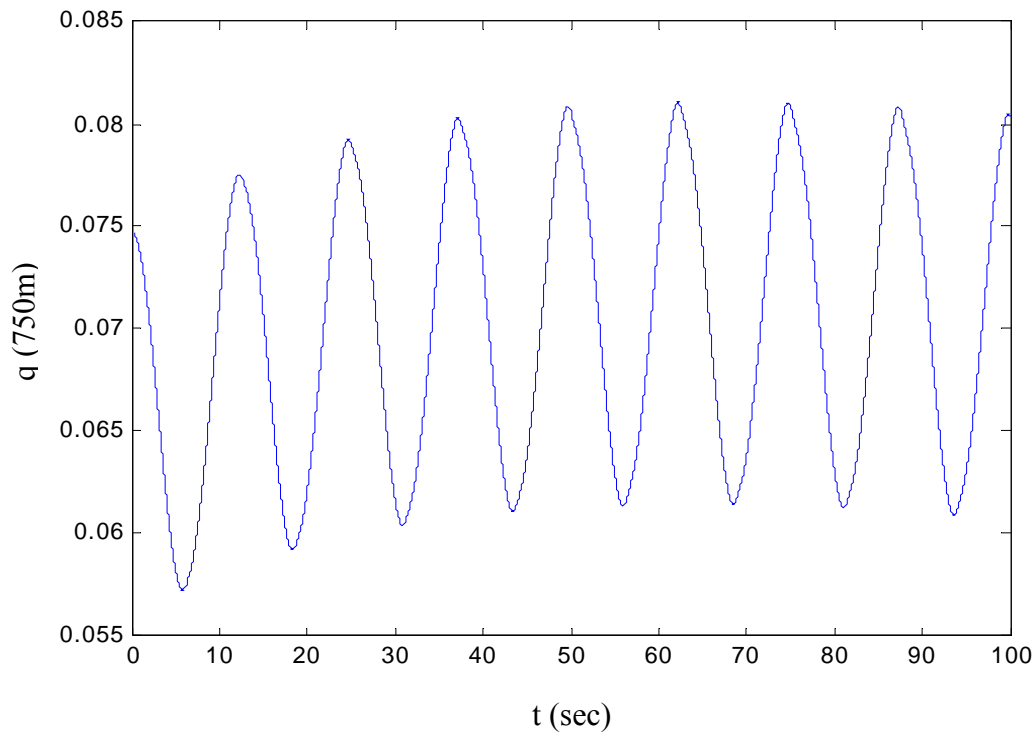
Σχήμα 4.4.1.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



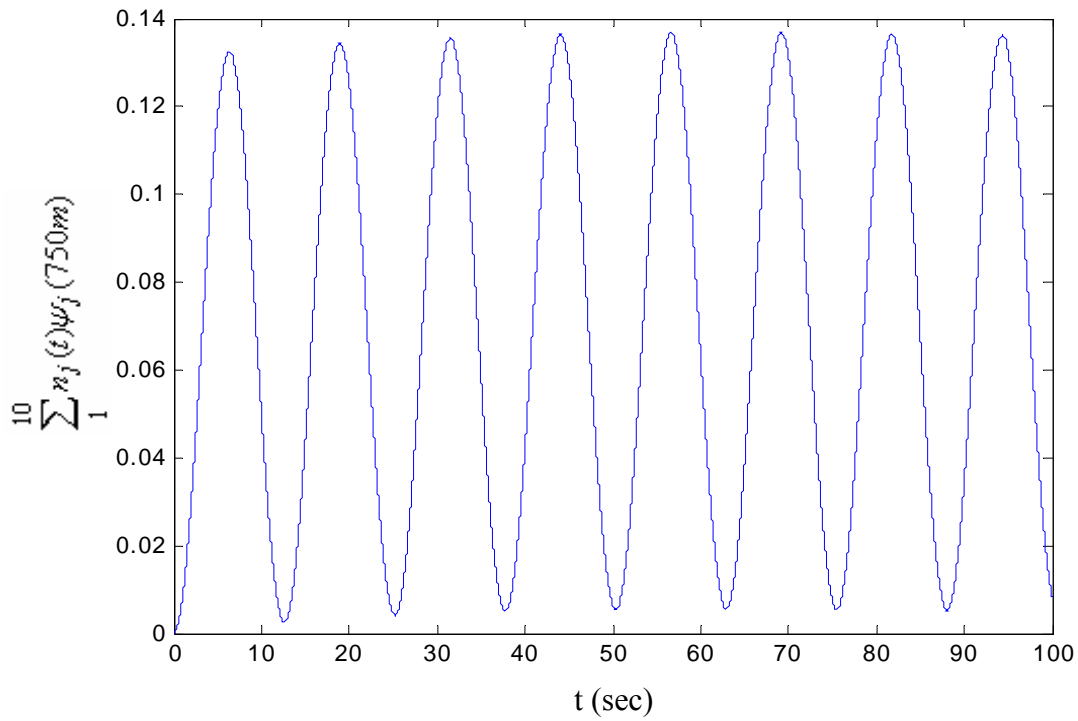
Σχήμα 4.4.1.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



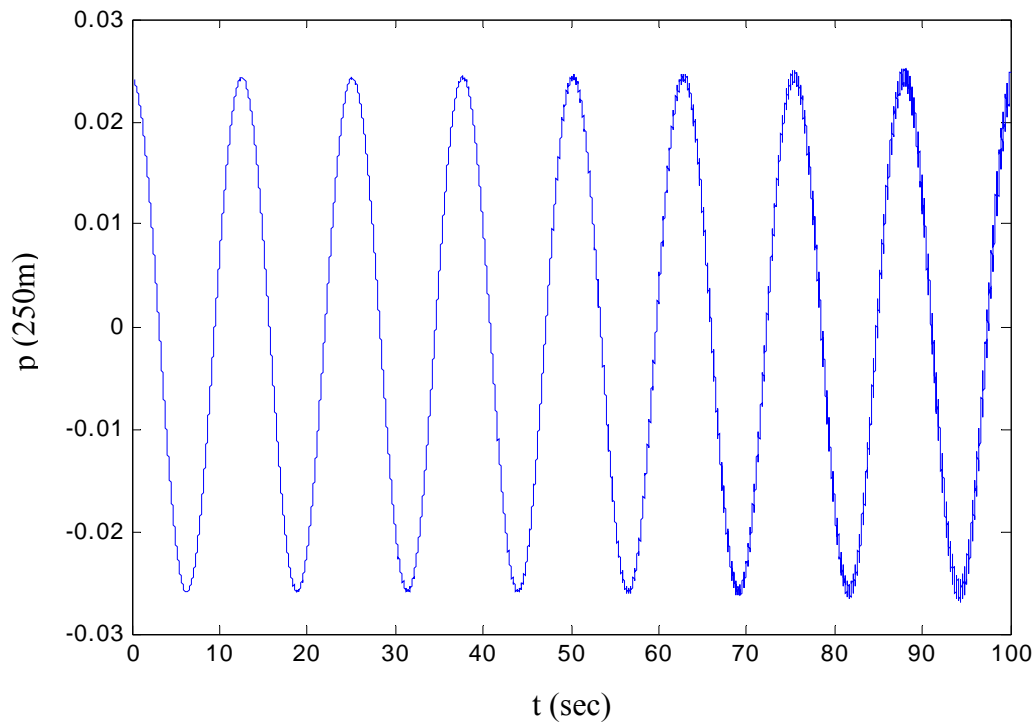
Σχήμα 4.4.1.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



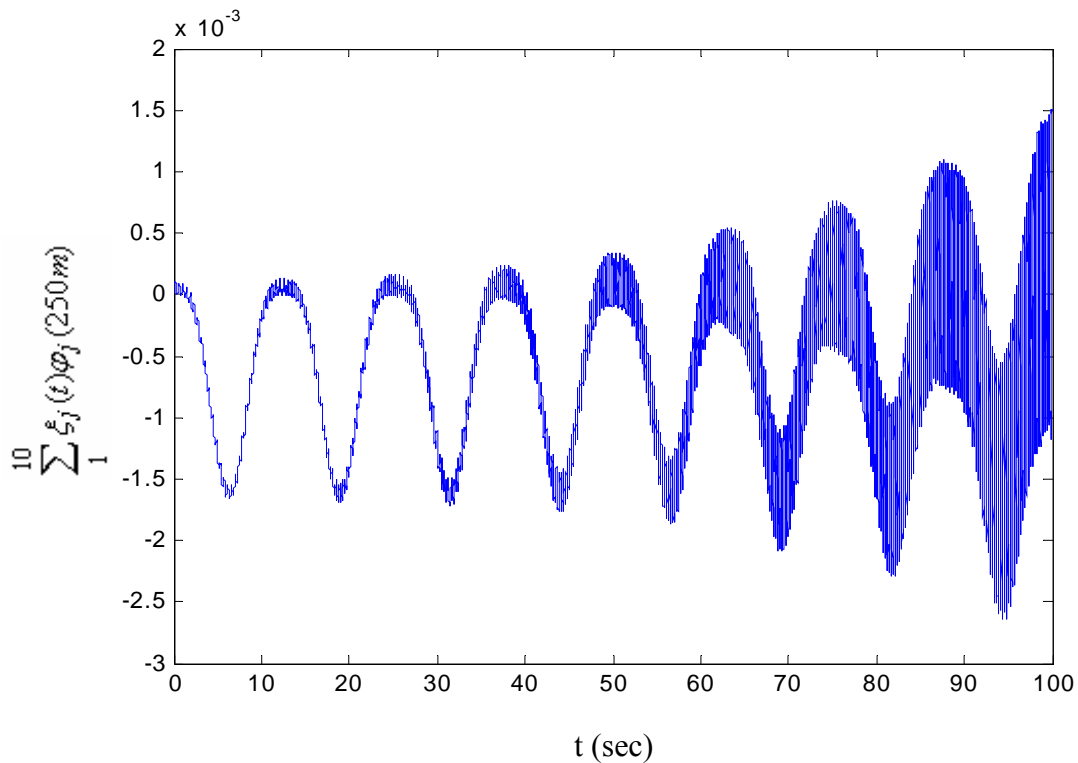
Σχήμα 4.4.1.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.



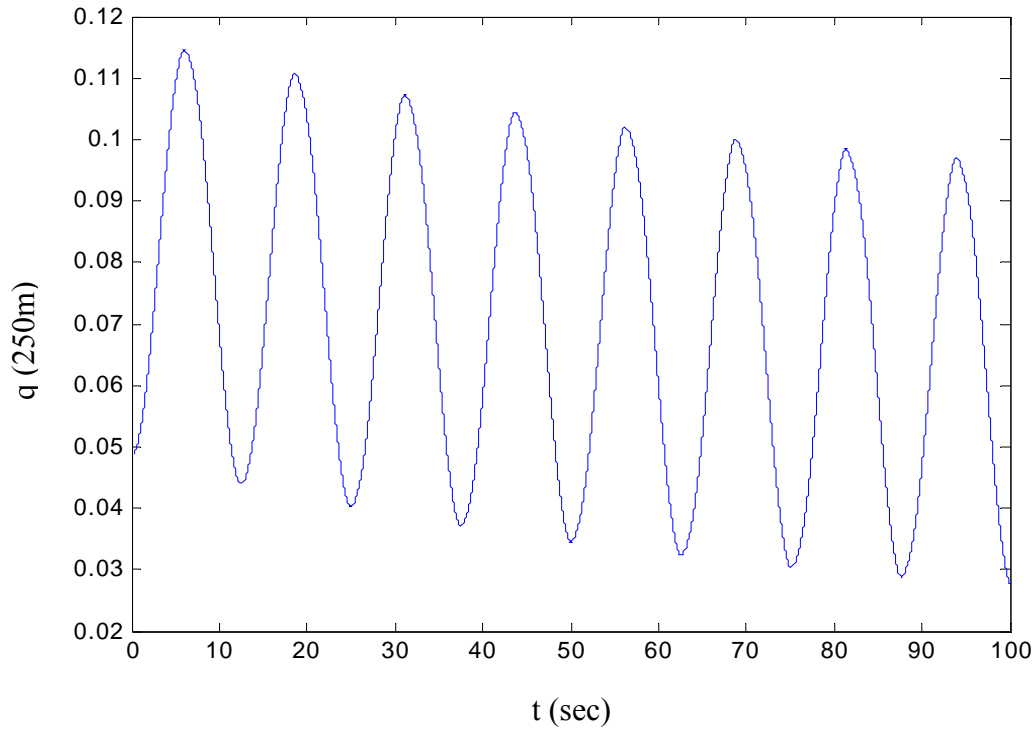
Σχήμα 4.4.1.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750

4.4.2. πλάτος οριζόντιας διέγερσης στην κορφή $q_{a0}=0.2m$ 

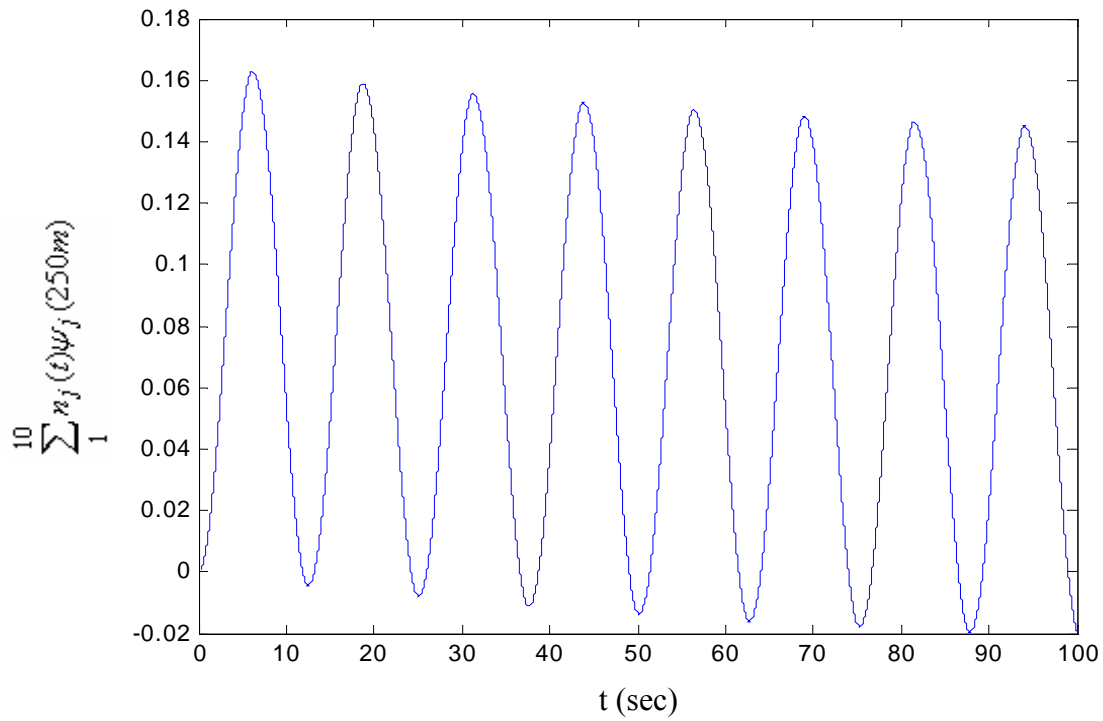
Σχήμα 4.4.2.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



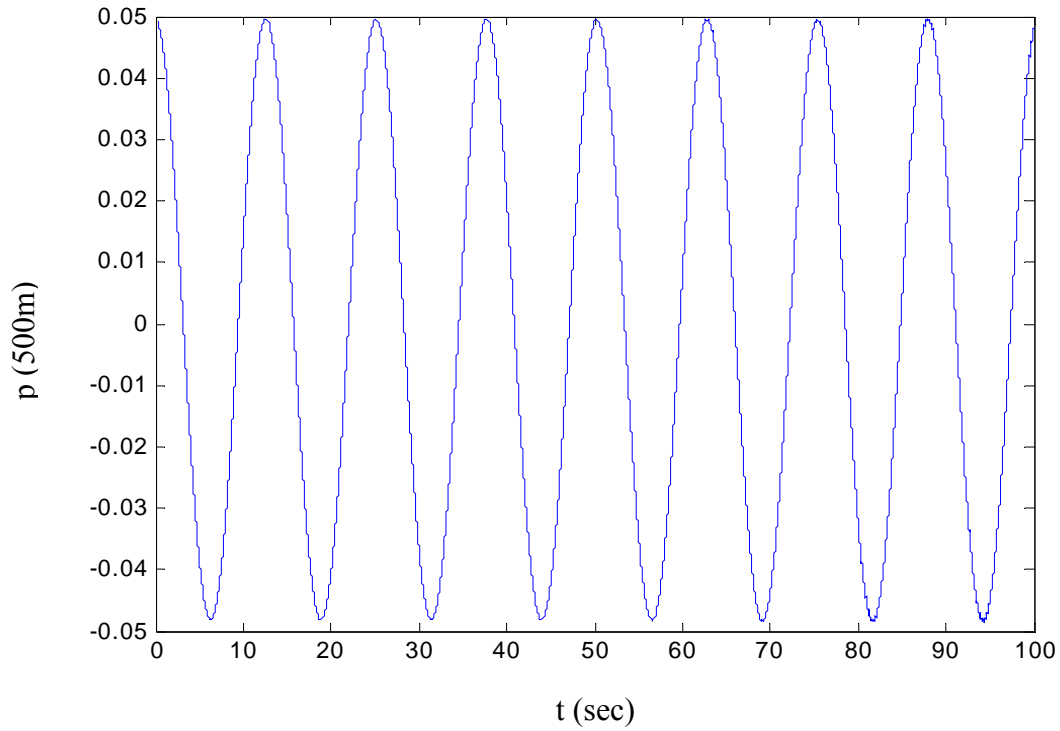
Σχήμα 4.4.2.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



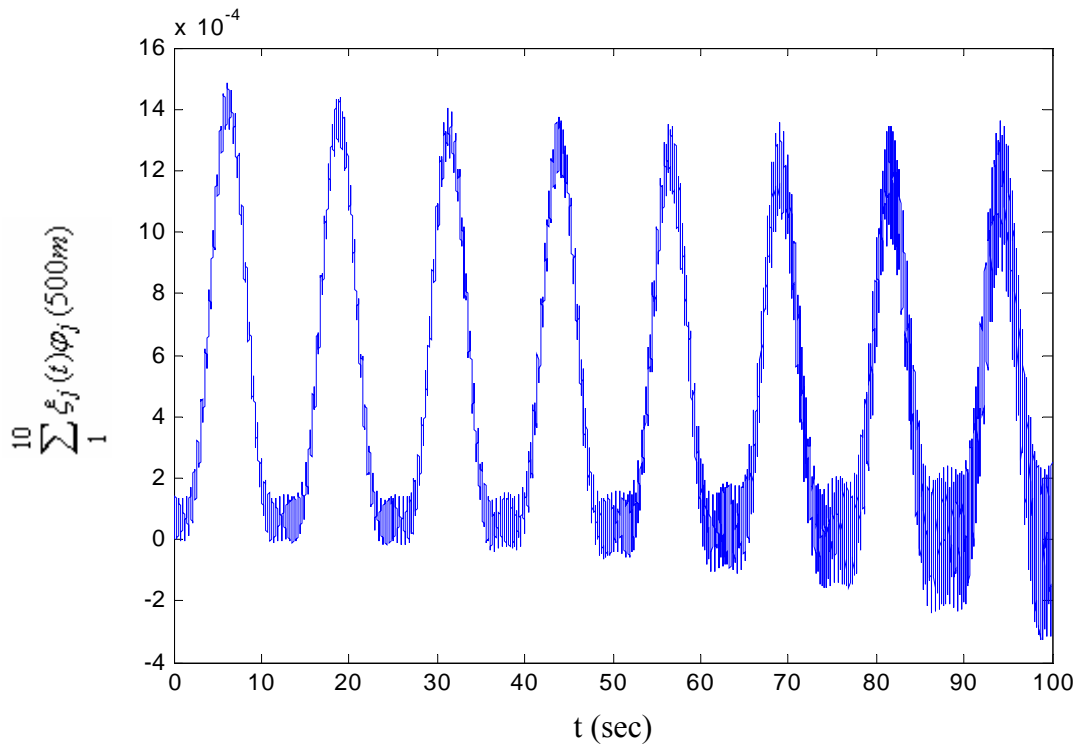
Σχήμα 4.4.2.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



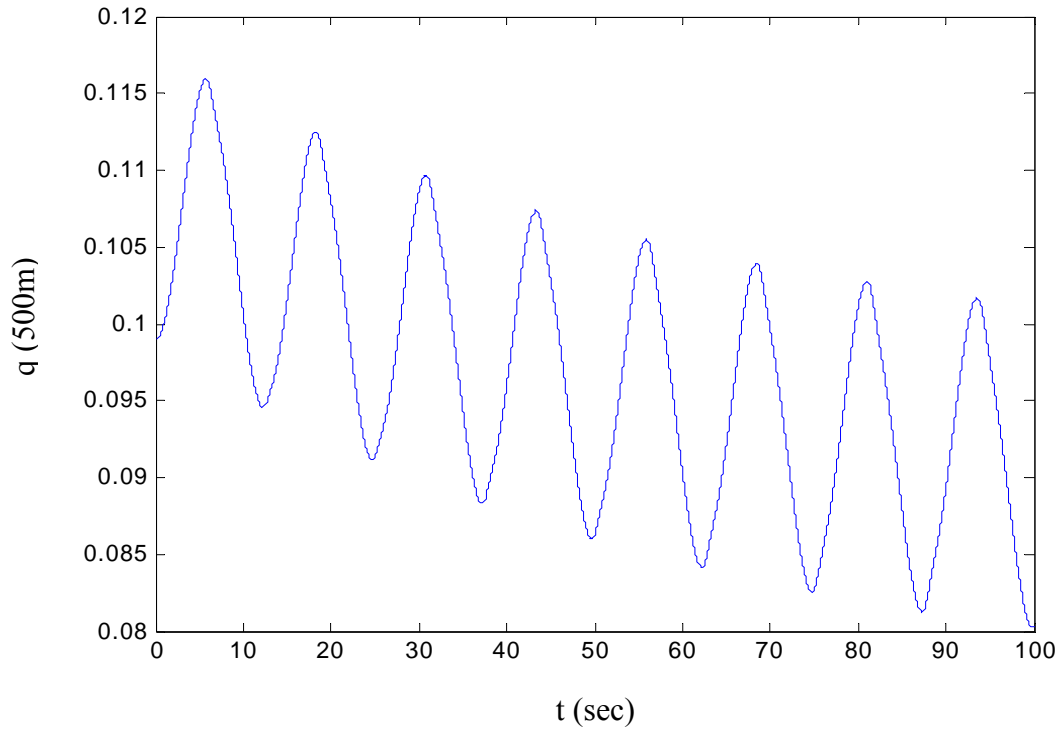
Σχήμα 4.4.2.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



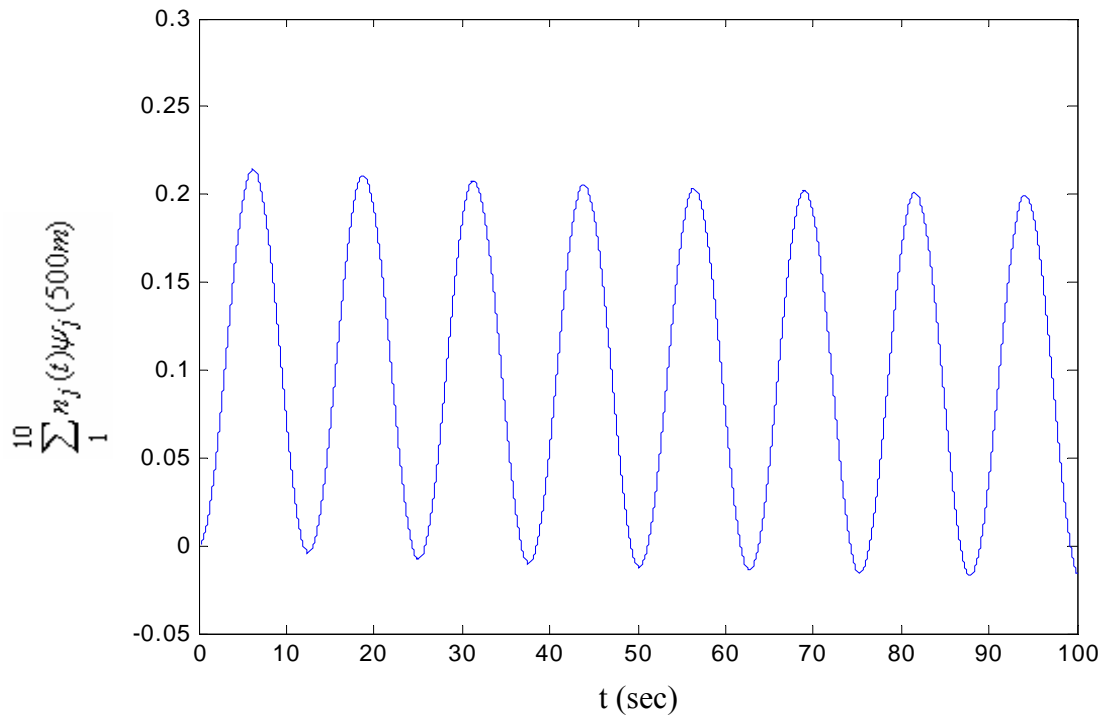
Σχήμα 4.4.2.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



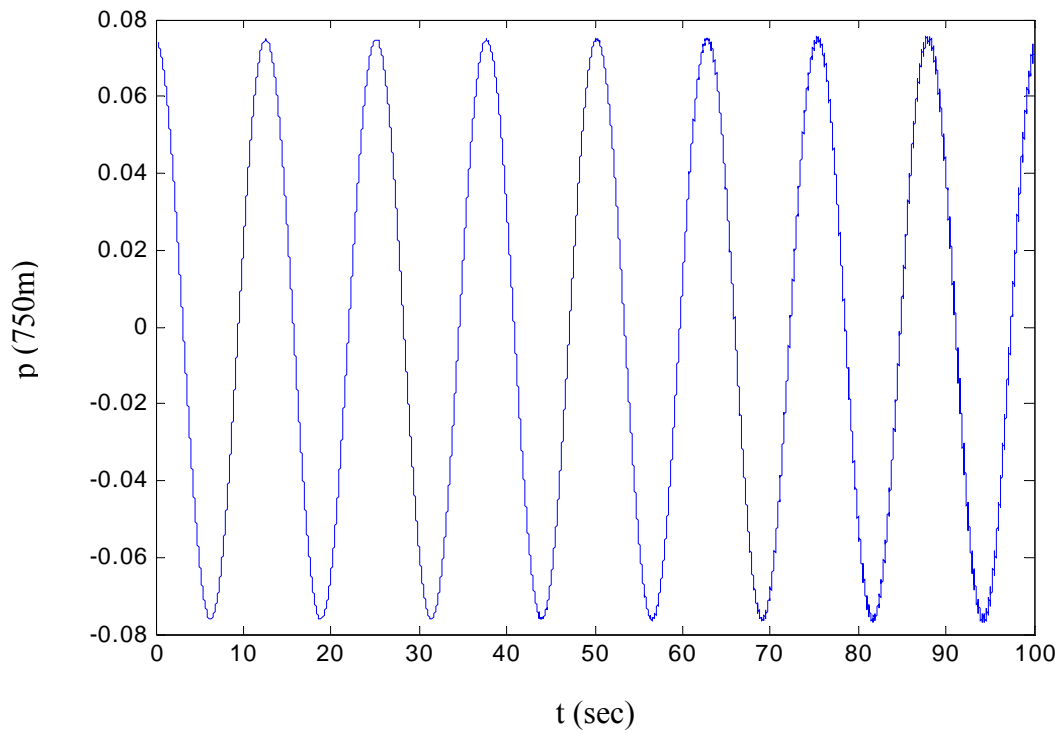
Σχήμα 4.4.2.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



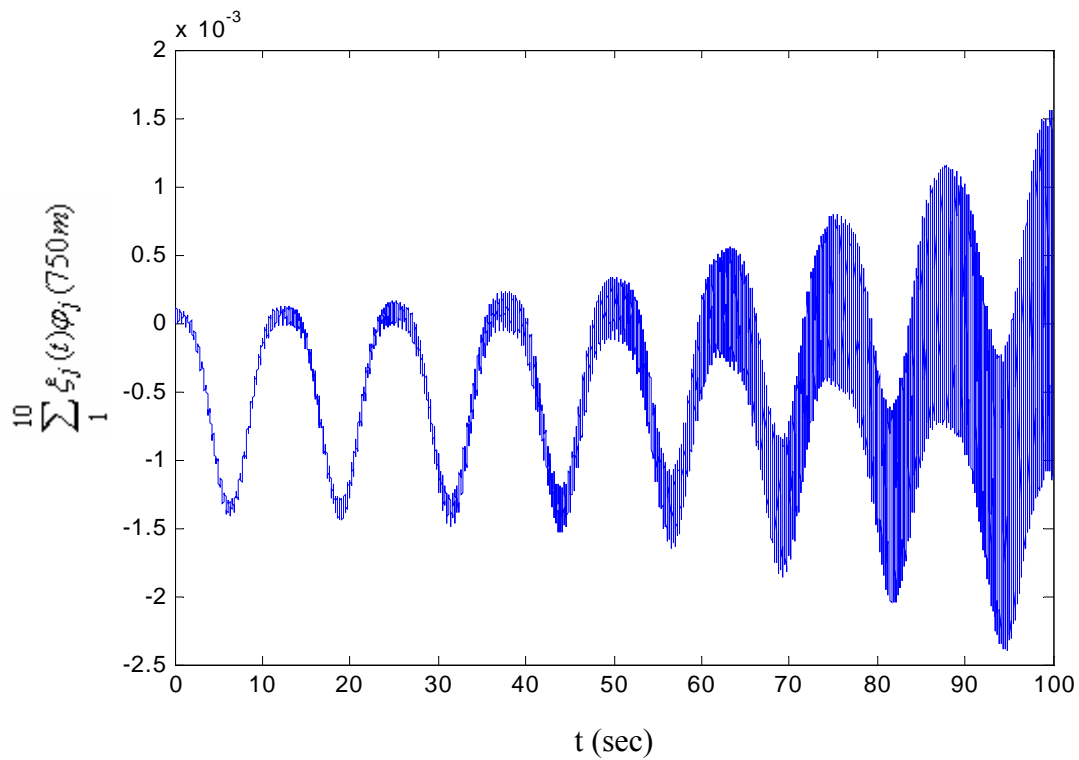
Σχήμα 4.4.2.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



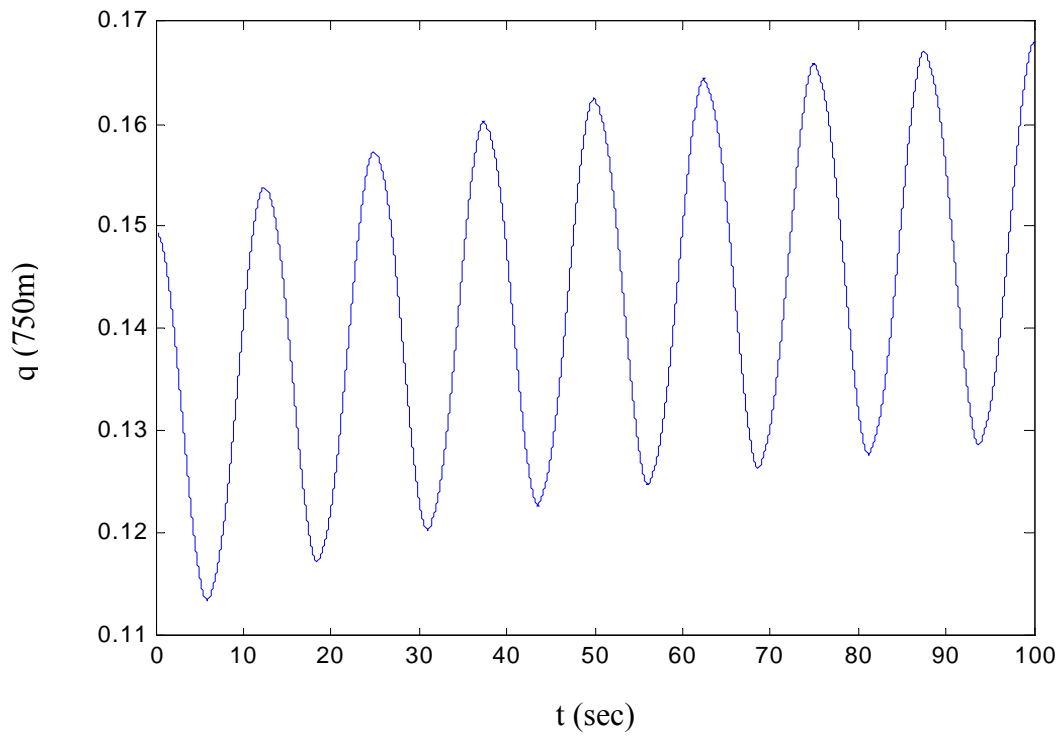
Σχήμα 4.4.2.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



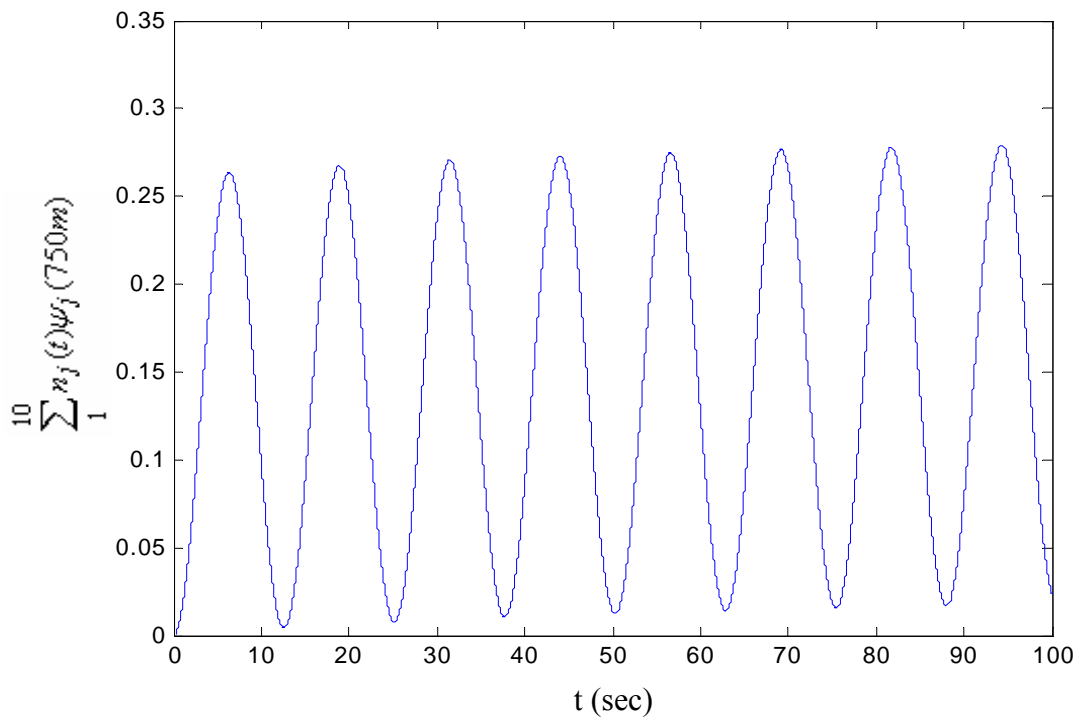
Σχήμα 4.4.2.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



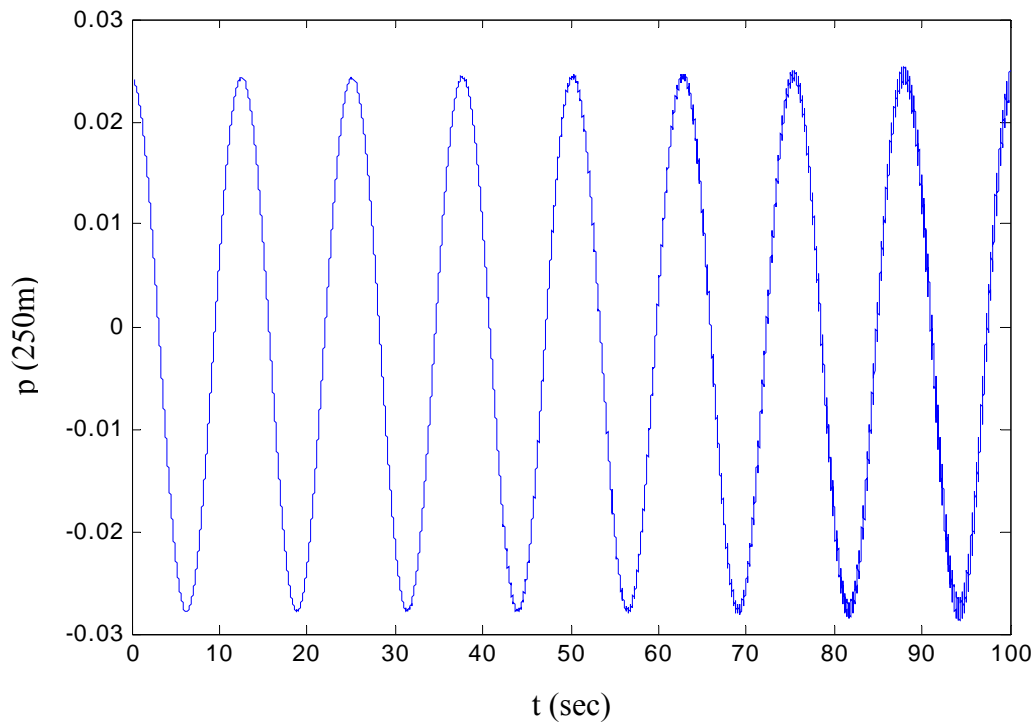
Σχήμα 4.4.2.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



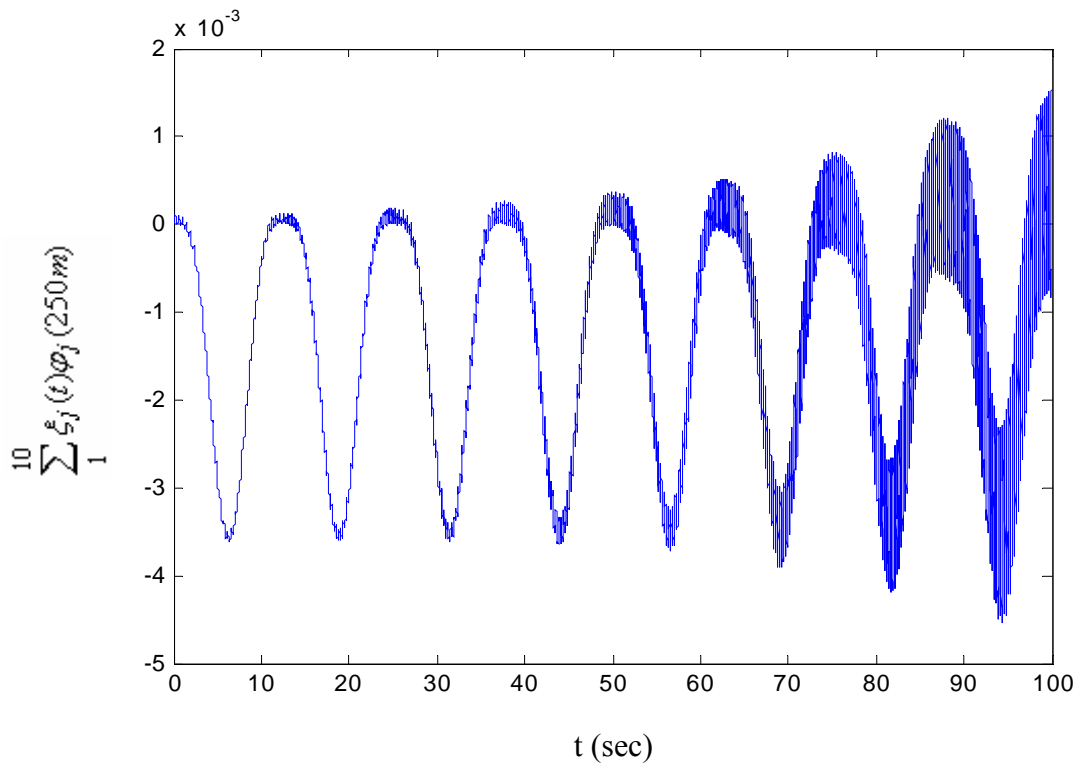
Σχήμα 4.4.2.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.



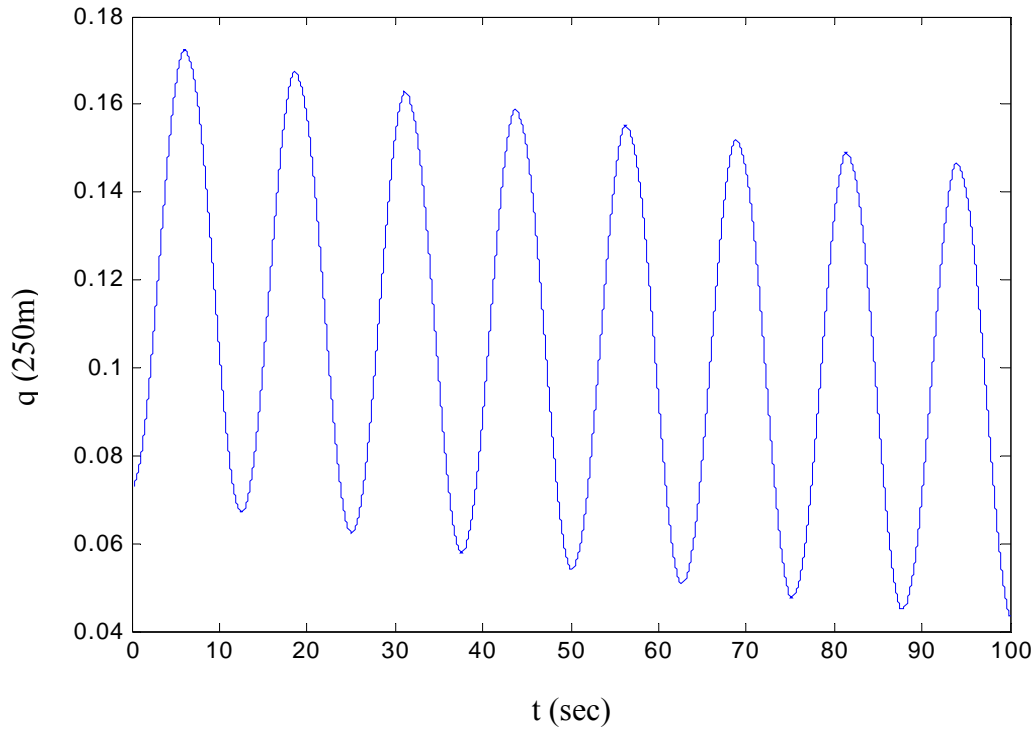
Σχήμα 4.4.2.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

4.4.3. πλάτος οριζόντιας διέγερσης στην κορφή $q_{a0}=0.3m$ 

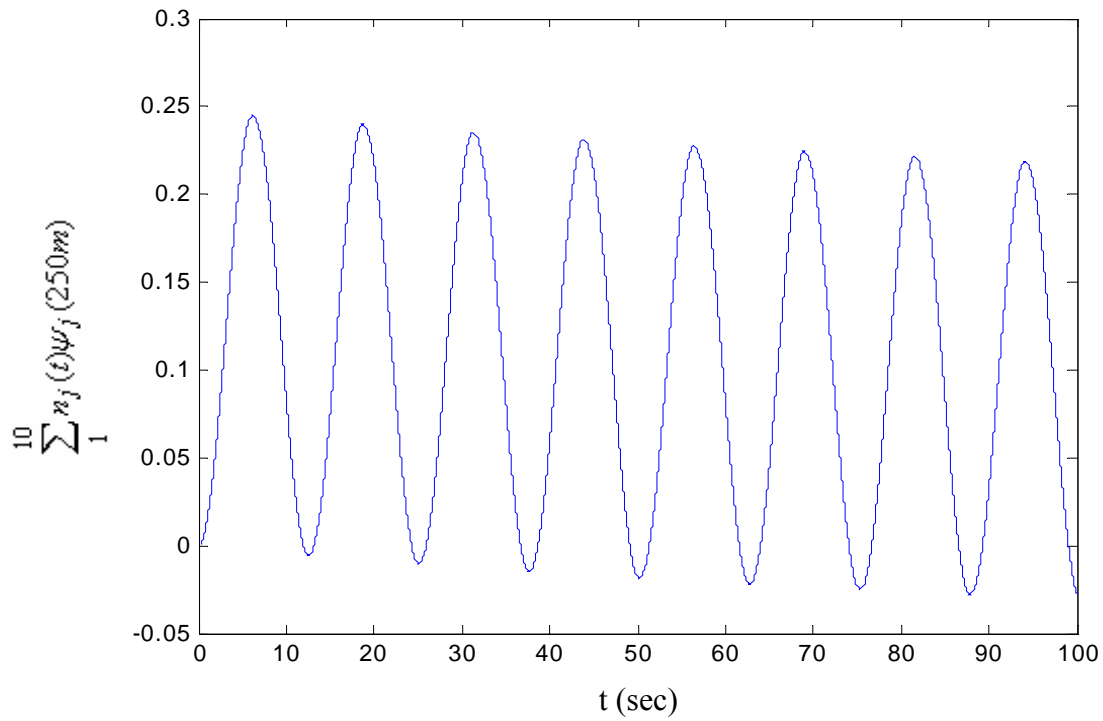
Σχήμα 4.4.3.1: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



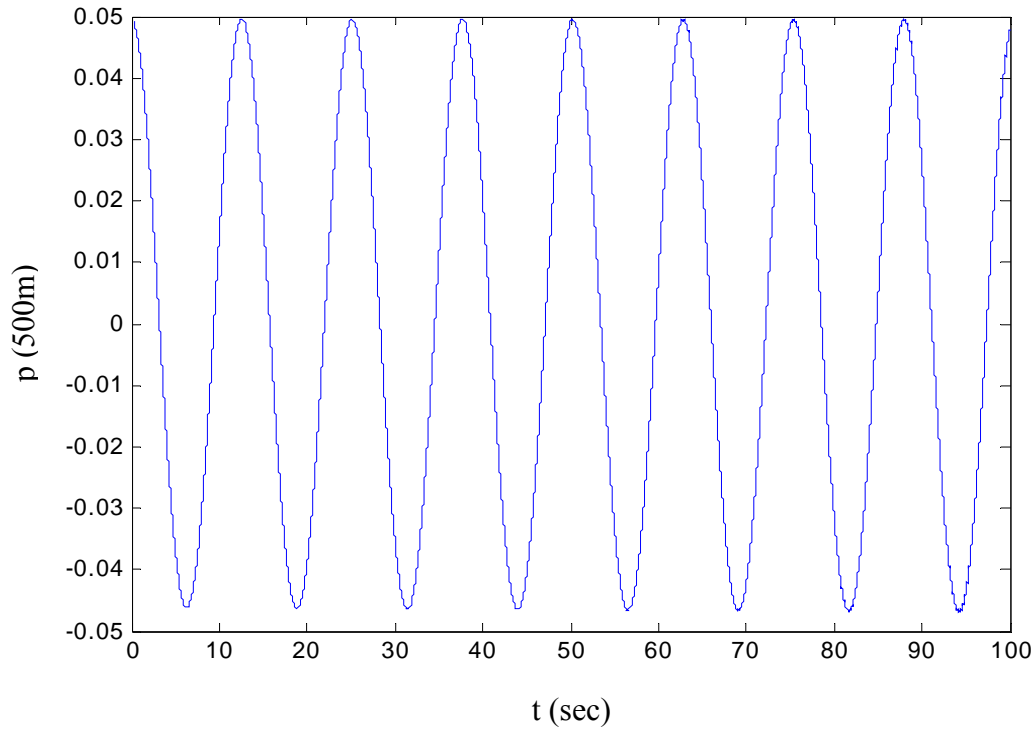
Σχήμα 4.4.3.2: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 250m.



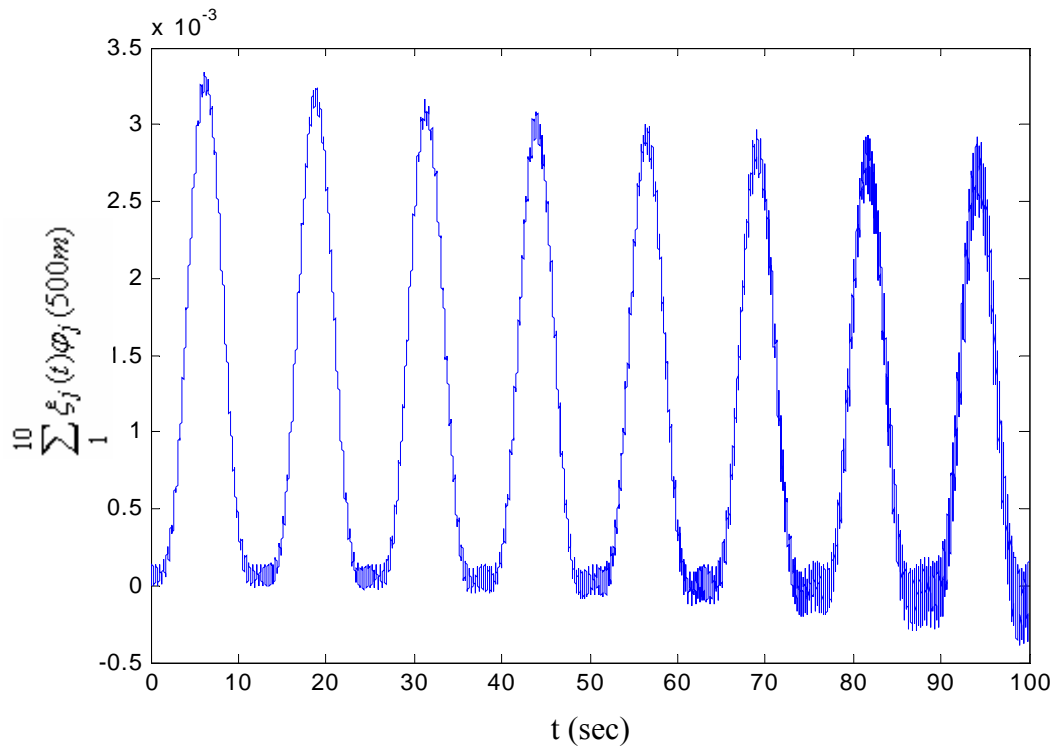
Σχήμα 4.4.3.3: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



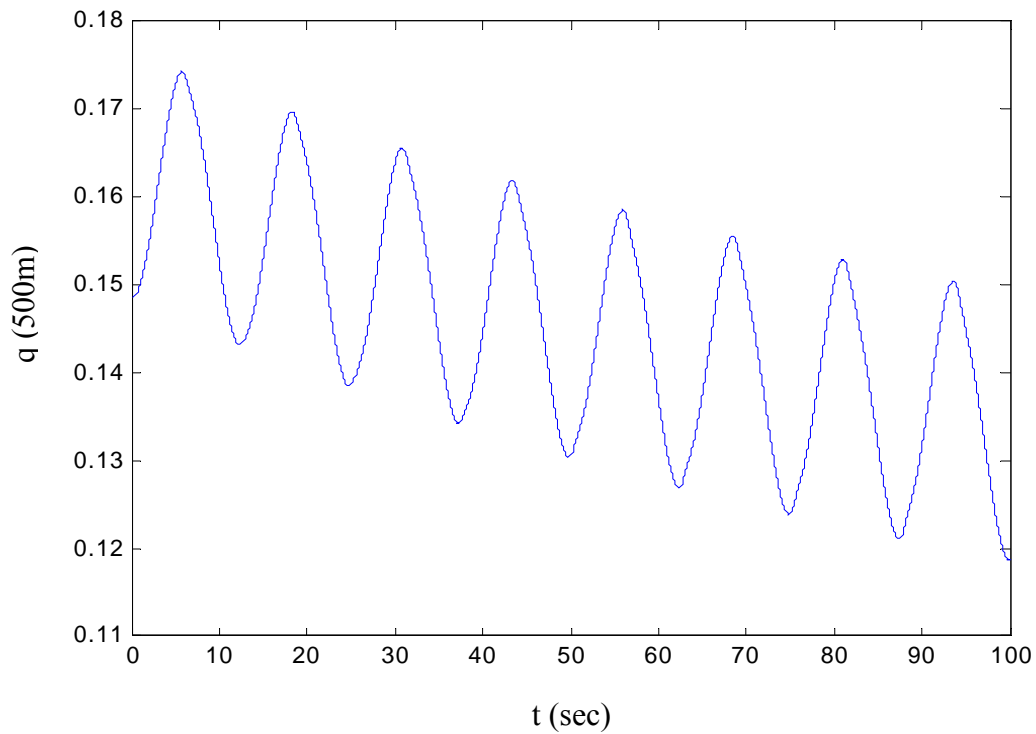
Σχήμα 4.4.3.4: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 250m.



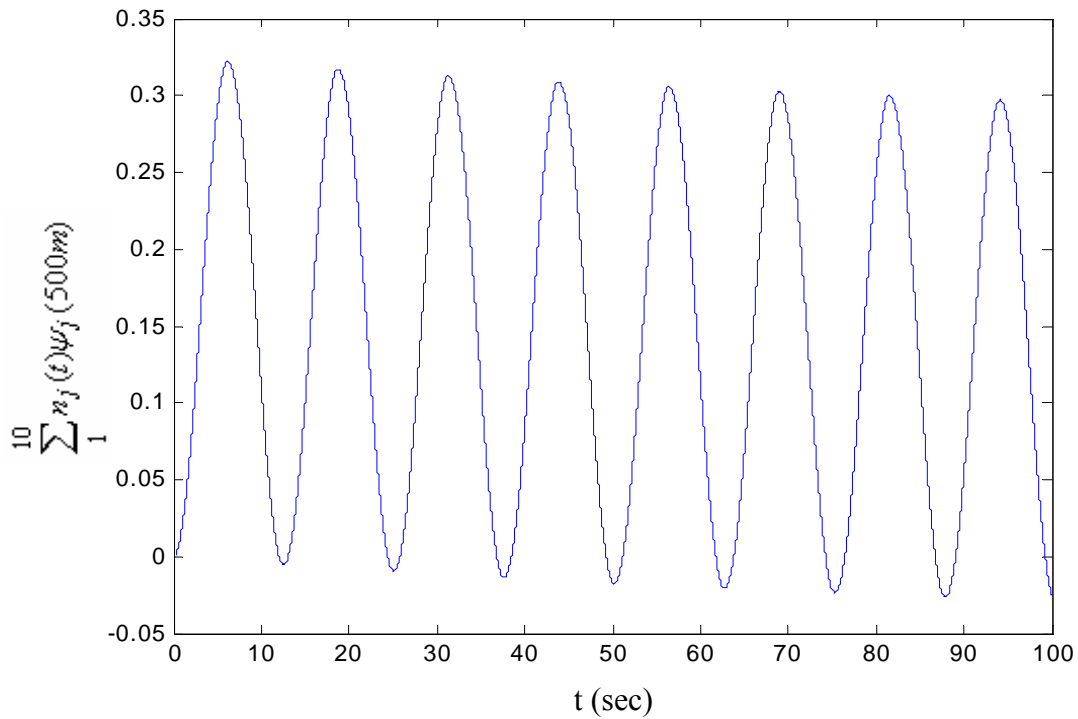
Σχήμα 4.4.3.5: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



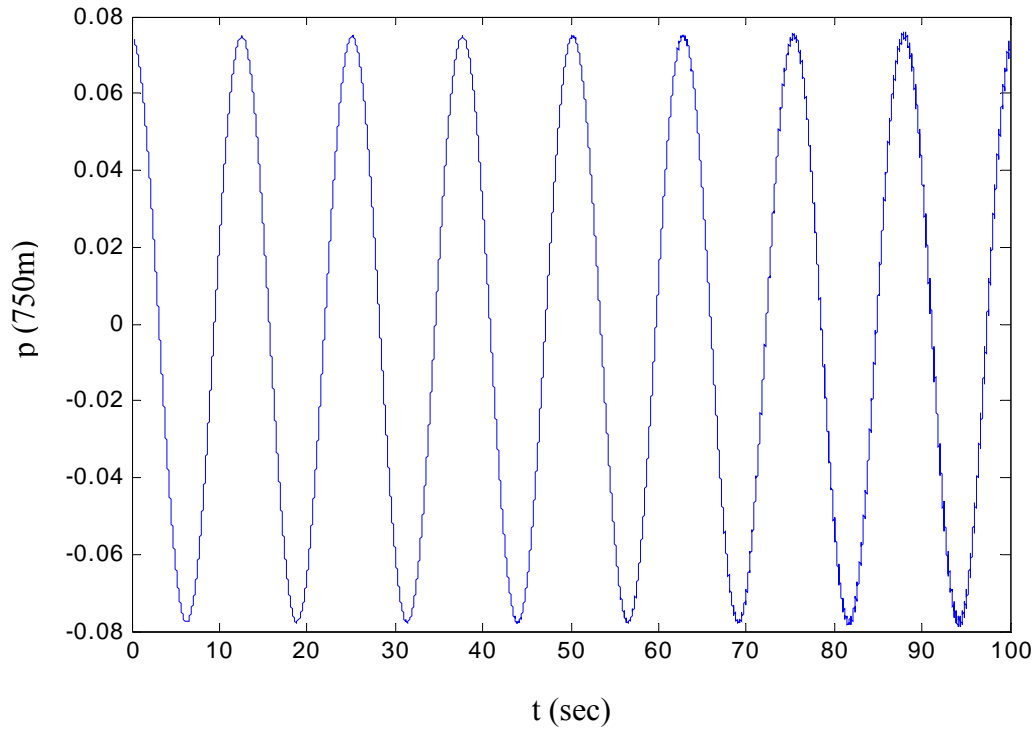
Σχήμα 4.4.3.6: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 500m.



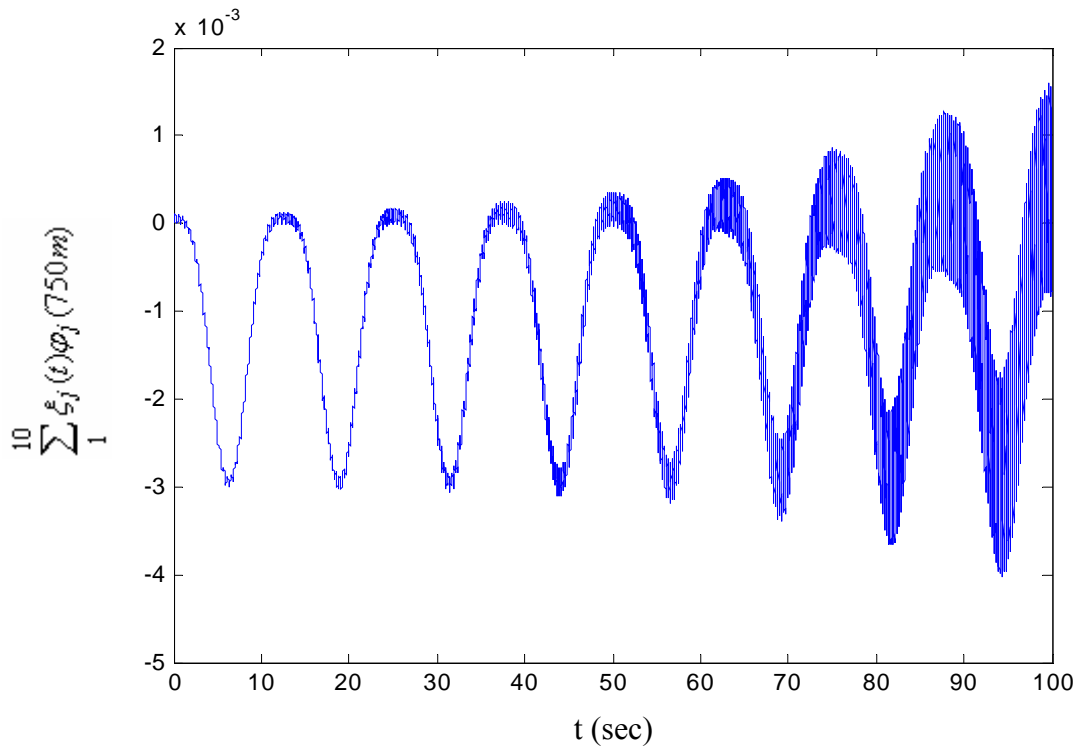
Σχήμα 4.4.3.7: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



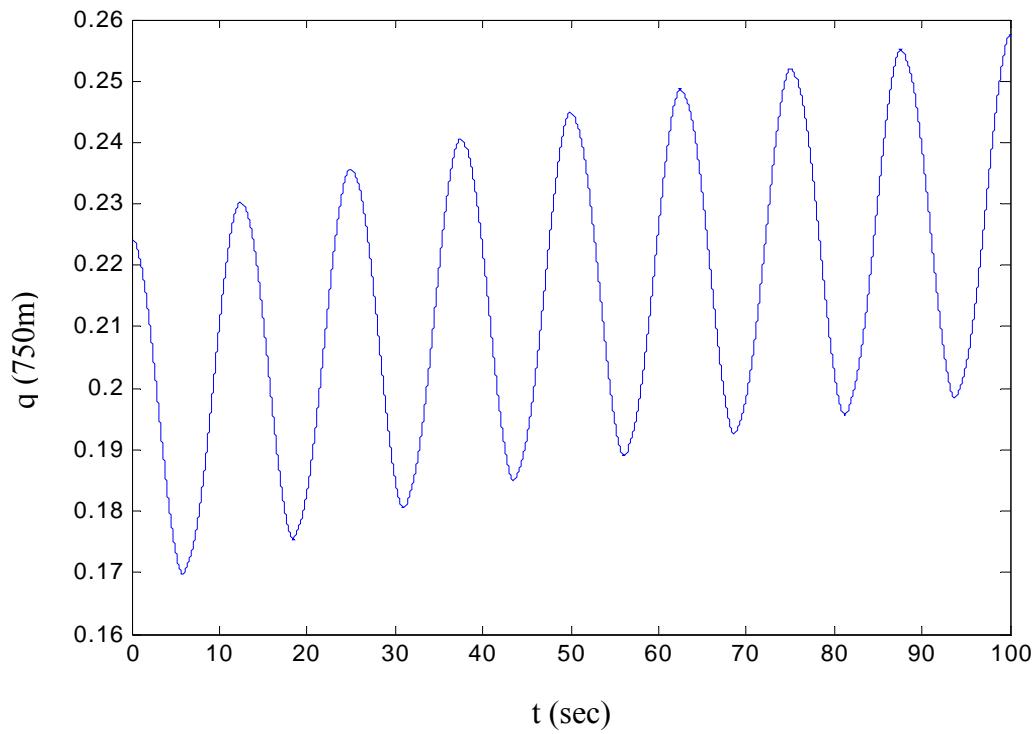
Σχήμα 4.4.3.8: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 500m.



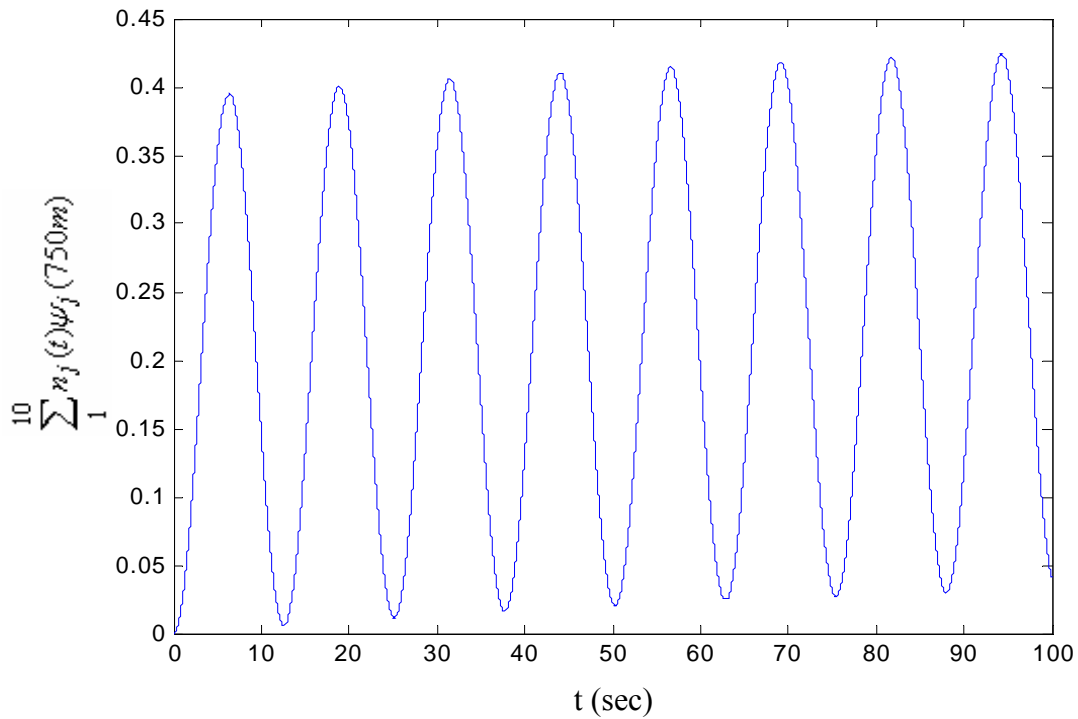
Σχήμα 4.4.3.9: Διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



Σχήμα 4.4.3.10: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης μετατόπισης στα 750m.



Σχήμα 4.4.3.11: Διάγραμμα οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

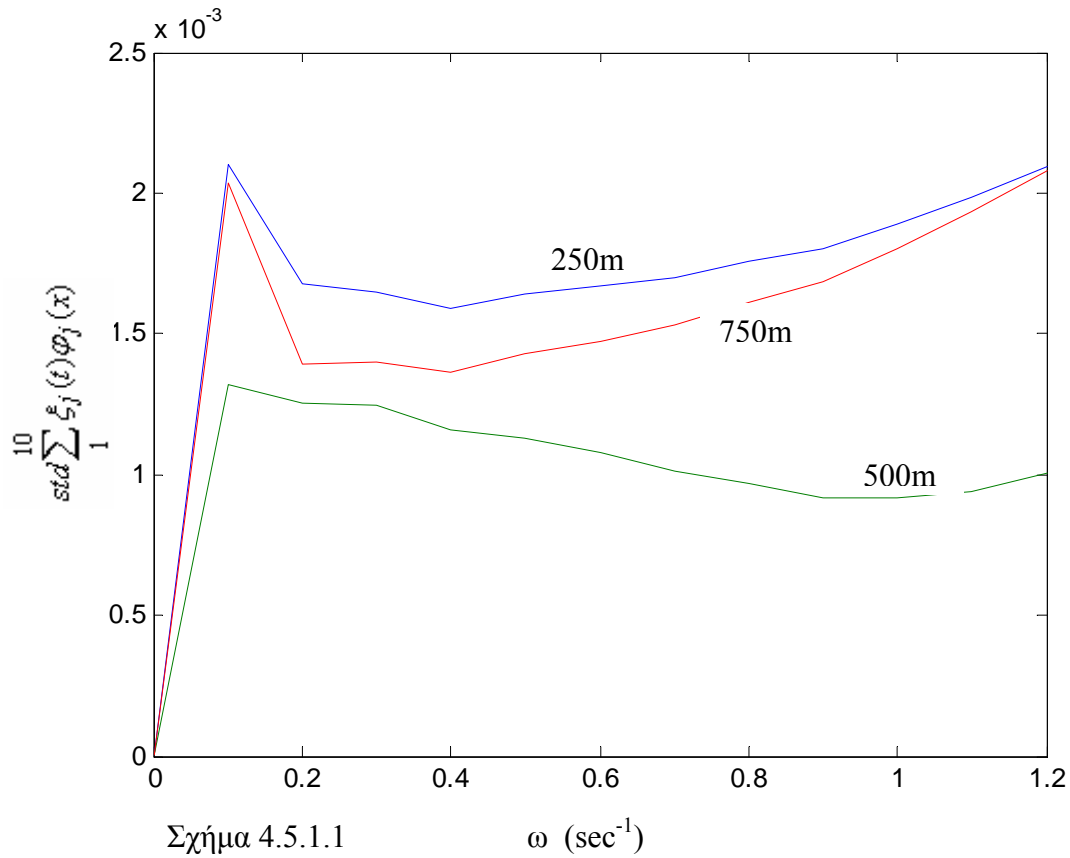


Σχήμα 4.4.3.12: Διάγραμμα ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης στα 750m.

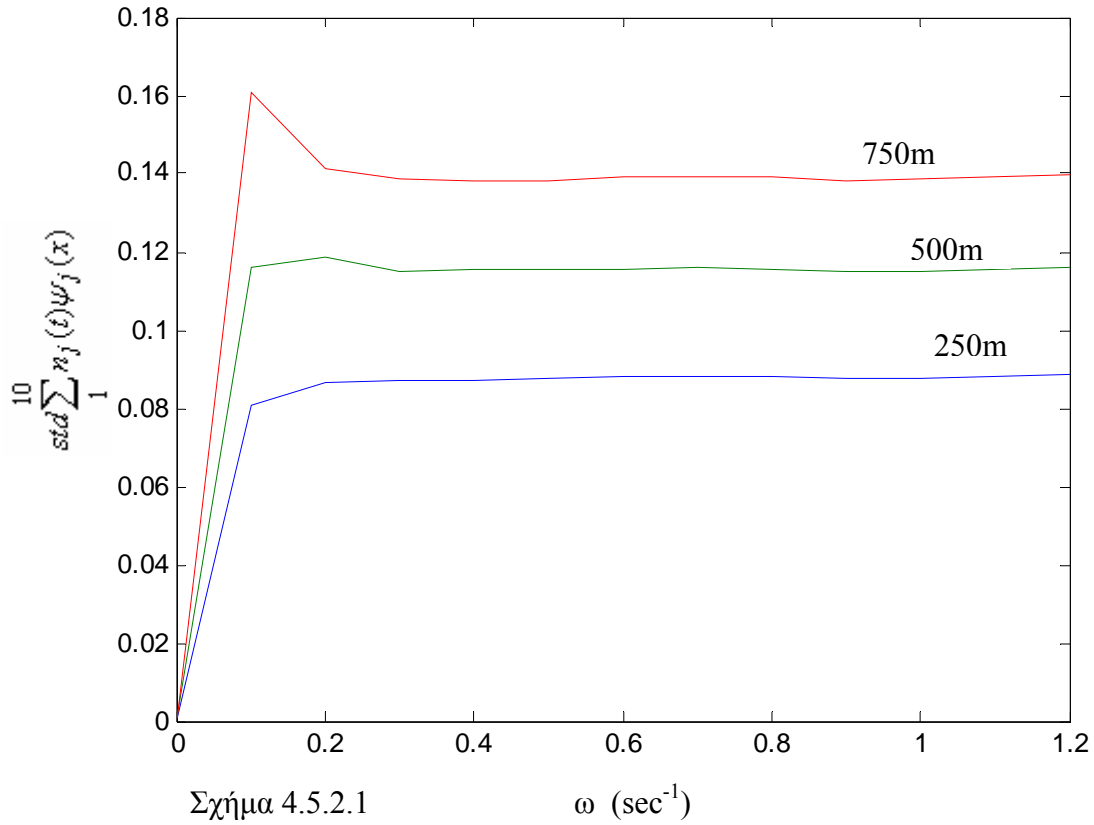
4.5. 4^η σειρά αποτελεσμάτων ($p_{ao}=0.3m, q_{ao}=0.3m$)

4.5.1. τοπική απόκλιση (std) ιδιομορφικής συνιστώσας της

κατακόρυφης μετατόπισης, $std \sum_1^{10} \xi_j(t) \varphi_j(x)$



4.5.2. τυπική απόκλιση (std) ιδιομορφικής συνιστώσας της οριζόντιας μετατόπισης, $std \sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5⁰

ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1. 1^η σειρά αποτελεσμάτων

(1^η σειρά αποτελεσμάτων, αξονικές και εγκάρσιες ιδιομορφές, $\varphi_j(x)$ και $\psi_j(x)$, αντίστοιχα, για τις 10 πρώτες ιδιοσυχνότητες).

- Προφανώς, όσο αυξάνεται η ιδιοσυχνότητα ω_j της ιδιομορφής $\varphi_j(x)$, αντίστοιχα μειώνεται και η ιδιοπερίοδος T_j , άρα εμφανίζονται περισσότερες ‘κορυφές’ και ‘κοιλιάδες’ στα διαγράμματα.

- Το ίδιο ισχύει για την ιδιομορφή $\psi_j(x)$. Όμως, τα διαγράμματα, σ’ αυτή την περίπτωση, είναι μετατοπισμένα στ’ αριστερά. Αυτό συμβαίνει, διότι το πλάτος και η ιδιοσυχνότητα της κίνησης ενισχύονται από το βυθισμένο βάρος του riser, πάνω από το εξεταζόμενο σημείο, το οποίο προφανώς μειώνεται κατά μήκος της χωρικής μεταβλητής x , γι’ αυτό κι εξασθενεί η κίνηση, όσο απομακρυνόμαστε από τον πυθμένα (δες **Παράρτημα Α**). Η συμβολή του προαναφερόμενου βάρους διαφαίνεται κι εκφράζεται, ξεκάθαρα από τις συναρτήσεις Bessel που χαρακτηρίζουν την ιδιομορφή.

5.2. 2^η σειρά αποτελεσμάτων ($q_{ao}=0.1m, \omega=0.5sec^{-1}$)

(2^η σειρά αποτελεσμάτων, για διαφορετικό πλάτος αξονικής διέγερσης p_{ao} στην κορυφή του riser ($p_{ao} = 0.1-0.2-0.3 m$)).

- Σε κάθε περίπτωση, η κατακόρυφη ιδιομορφική μετατόπιση $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$, έχει πολύ μικρή συμβολή στην συνολική κατακόρυφη μετατόπιση p .

- Γι' αυτό το λόγο, η κατακόρυφη μετατόπιση p , αυξάνεται 'σχεδόν γραμμικά' κατά μήκος της χωρικής μεταβλητής x , σε κάθε χρονικό στιγμιότυπο, αφού πλην του όρου $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$, η εξάρτηση της p από τη x είναι γραμμική.

- Με την πάροδο του χρόνου, αυξάνεται και η συμβολή του όρου $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ δια κάθε x , αφού αυξάνεται το πλάτος της κίνησης του, όχι όμως σε σημείο που να συμβάλλει σημαντικά στην τελική τιμή της μετατόπισης p .

- Με αύξηση του p_{ao} , προφανώς μεγαλώνουν τα πλάτη όλων των διαγραμμάτων· συγκεκριμένα, αυξάνονται ραγδαία, οι τιμές των p , $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ και ελάχιστα των q και $\sum_1^{10} n_j(t)\varphi_j(x)$, διότι η επικείμενη αύξηση που φέρει το πλάτος p_{ao} , στον όρο $\sum_1^{10} n_j(t)\varphi_j(x)$, είναι μικρή για

να επηρεάσει σημαντικά την τελική τιμή της οριζόντιας μετατόπισης q .

- Εξαιρετική σημασία παρουσιάζει το γεγονός ότι τα διαγράμματα $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ και $\sum_1^{10} n_j(t)\varphi_j(x)$ ως προς τον χρόνο, ξεκινούν πάντα από το '0' πράγμα που σημαίνει ότι οι συντελεστές $\xi_j(0)$ και $n_j(0)$ είναι πάντα μηδενικοί, αφού οι ιδιομορφές $\varphi_j(x)$ και $\psi_j(x)$, πλην των άκρων, δεν μπορούν να είναι μηδενικές για όλα τα 'j', δηλαδή για όλες τις ιδιοσυχνότητες, αλλά μόνο για μία το πολύ.

5.3. 3^η σειρά αποτελεσμάτων ($p_{ao}=0.1m, \omega=0.5sec^{-1}$)

(3^η σειρά αποτελεσμάτων, για διαφορετικό πλάτος εγκάρσιας διέγερσης q_{ao} στην κορυφή του riser ($q_{ao} = 0.1-0.2-0.3 m$)).

- Καταλυτική συνεισφορά της οριζόντιας ιδιομορφικής μετατόπισης $\sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$ στην συνολική οριζόντια μετατόπιση q .

- Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ενίσχυση ή την απόσβεση του πλάτους της τελικής κίνησης q δια κάθε x , αλλά και τη μετατόπιση της προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Στην αρχή ραγδαία και μετά πιο αργά, οπότε και τείνει να σταθεροποιηθεί.

- Με αύξηση του q_{ao} , αυξάνεται αισθητά, πλέον, η συμβολή της κατακόρυφης ιδιομορφικής μετατόπισης $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ στη συνολική κατακόρυφη μετατόπιση p , με αποτέλεσμα να εξαλείφεται η γραμμική εξάρτηση του p , από το x .

- Επιπλέον, η αύξηση του q_{ao} , προφανώς, αυξάνει ραγδαία τα πλάτη των q και $\sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$, αλλά και του p , λόγω της προαναφερθείσας επικείμενης αύξησης του $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ που συμβάλλει στην τελική τιμή του p . Μάλιστα, όσο πιο πολύ αυξάνεται το q_{ao} σε σχέση με το p_{ao} , τόσο πιο καταλυτική δράση, έχει ο όρος $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$.

- Εξαιρετική σημασία παρουσιάζει το γεγονός ότι τα διαγράμματα $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ και $\sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$ ως προς τον χρόνο, ξεκινούν πάντα από το '0' πράγμα που σημαίνει ότι οι συντελεστές $\xi_j(0)$ και $n_j(0)$ είναι πάντα μηδενικοί, αφού οι ιδιομορφές $\varphi_j(x)$ και $\psi_j(x)$, πλην των άκρων, δεν μπορούν να είναι μηδενικές για όλα τα 'j', δηλαδή για όλες τις ιδιοσυχνότητες, αλλά μόνο για μία το πολύ.

5.4. 4^η σειρά αποτελεσμάτων ($p_{ao}=0.3m, q_{ao}=0.3m$)

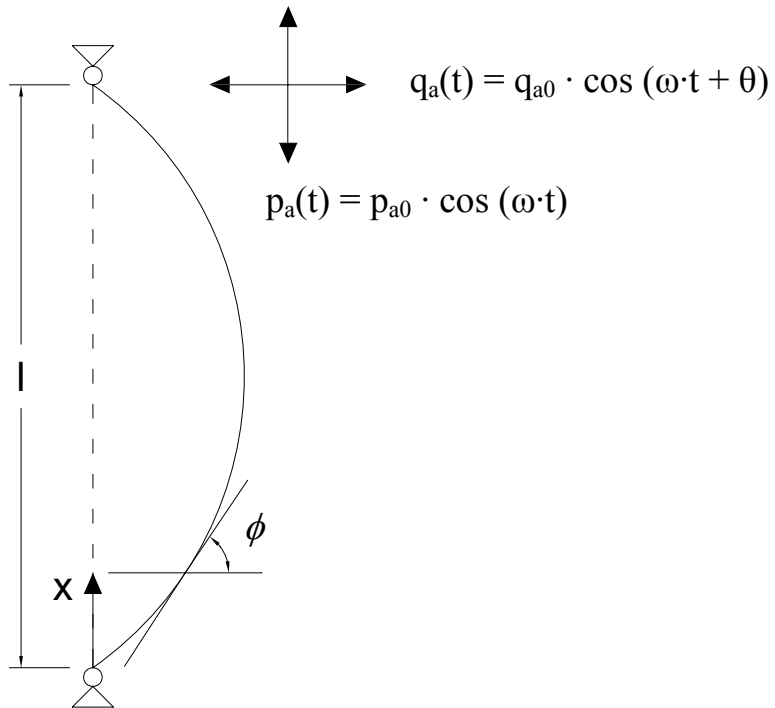
(4^η σειρά αποτελεσμάτων, τυπική απόκλιση (std) ιδιομορφικής συνιστώσας της κατακόρυφης και της οριζόντιας μετατόπισης, $std \sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ και $std \sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$, αντίστοιχα, για όλες τις συχνότητες διέγερσης ω (0 έως $1.2sec^{-1}$)).

- Στις χαμηλές συχνότητες διέγερσης ω , παρατηρείται γραμμική αύξηση της τυπικής απόκλισης (std) και μάλιστα ραγδαία· πράγμα που σημαίνει ότι οι χρονικές παρατηρήσεις των $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$ και $\sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$ ξεφεύγουν όλο και περισσότερο από τη μέση τιμή. Δηλαδή, το πλάτος της κίνησης δεν έχει ακόμη σταθεροποιηθεί αλλά τείνει να αυξάνεται.

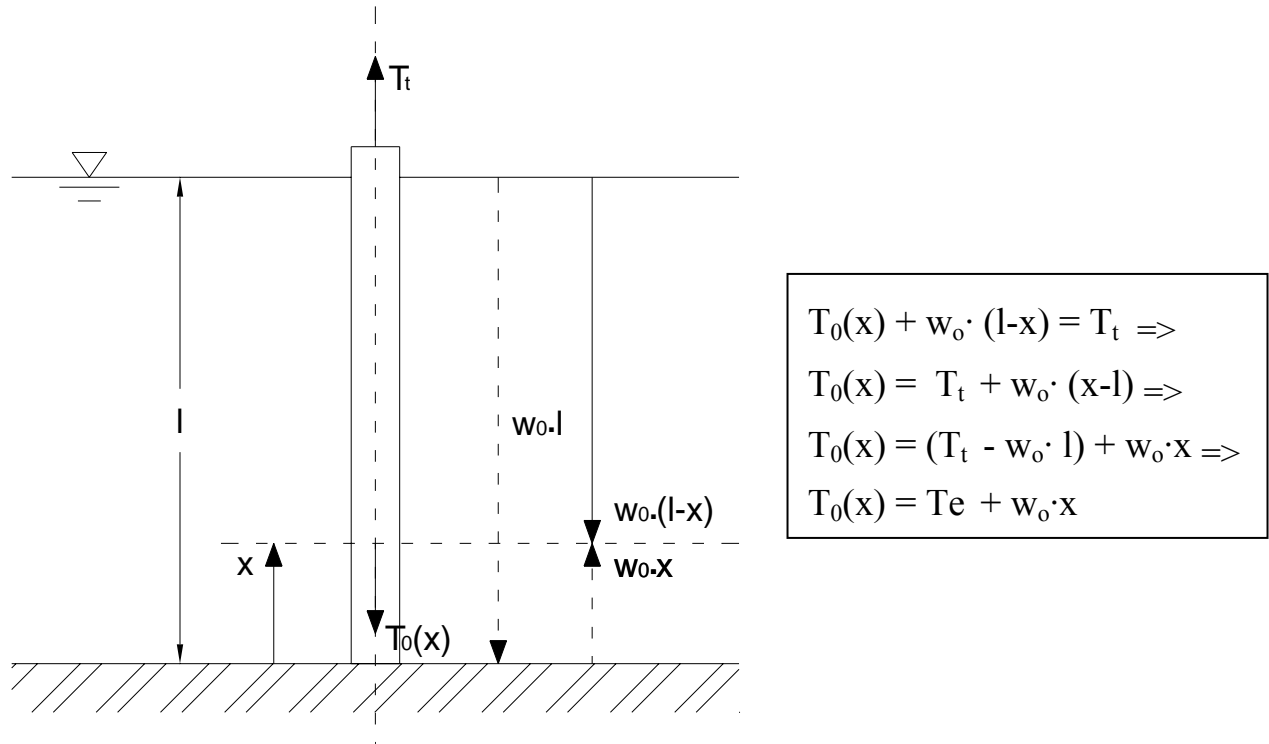
- Όσον αφορά τον όρο $\sum_1^{10} n_j(t)\psi_j(x)$, μετά τα $0.1sec^{-1}$ και μέχρι τα $0.3sec^{-1}$ παρατηρείται κάποια αυξομείωση της std και κατόπιν, αυτή, τείνει να σταθεροποιηθεί σε κάποια συγκεκριμένη τιμή, για τις υπόλοιπες συχνότητες διέγερσης, διαφορετική για κάθε x . Συνεπώς, το πλάτος της κίνησης σταθεροποιείται.

- Όσον αφορά τον όρο $\sum_1^{10} \xi_j(t)\varphi_j(x)$, μετά τα $0.1sec^{-1}$ και μέχρι τα $0.2sec^{-1}$ παρατηρείται μείωση της std και κατόπιν, αυτή, ακολουθεί 'παραβολοειδή' κατανομή με minimum ακρότατο, το οποίο εμφανίζεται σε μεγαλύτερη συχνότητα διέγερσης, όσο προχωράμε προς το κέντρο της κατασκευής.

- Θεωρώντας και τις δύο κινήσεις, αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι εξετάζοντας την std για όλες τις ω , παρατηρούμε ότι παίρνει, παντού, μεγαλύτερες ή μικρότερες τιμές για κάθε x σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο. Δηλαδή, δεν 'μπερδεύονται' οι καμπύλες των γραφημάτων, για τα διάφορα x . Μάλιστα, όσον αφορά την οριζόντια μετατόπιση, η κατανομή της std μεγαλώνει κατά μήκος της χωρικής μεταβλητής x .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**ΣΧΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ**

Σχήμα Α.1: Δομή κατακόρυφης ‘λεπτής’ κατασκευής, με αρθρώσεις στα δύο άκρα, υπό παραμετρική δυσδιάστατη φόρτιση.



Σχήμα Α.2: Τάσεις κατά μήκος κατακόρυφου 'λεπτού' riser.

Όπου:

- T_e , ενεργός τάση κορφής.
- $w_0 \cdot (l-x)$, δύναμη που εκφράζει το βυθισμένο βάρος του riser, πάνω από το εξεταζόμενο σημείο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ****B.1. Προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab**

Παρακάτω, παρατίθενται τα εξής προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab:

- diplom 37, που υπολογίζει την απόκριση του riser, για τα δεδομένα χαρακτηριστικά που περιέχονται, καλώντας τον solver 'ode15s' που επιλύει τις διαφορικές εξισώσεις (30), (31) των χρονικά εξαρτώμενων συντελεστών $\xi_j(t)$ και $\eta_j(t)$.

(εδώ, αναγράφεται το πρόγραμμα diplom 37 για $p_{a0}=0.1m$, $q_{a0}=0.1m$, $\omega=0.5sec^{-1}$).

- eq3839, που περιέχει τις διαφορικές εξισώσεις (30), (31), οι οποίες καλούνται απ' τον solver 'ode15s' του προγράμματος 'diplom 37'.

.....

% Προγραμμα diplom37

```
l=1000; %length of the structure(m)
d=0.429; %outer diameter(m^2)
row=1025; %water density(kg/m^3)
mass=262.933; %mass per length(kg/m)
ma=row*pi*d^2/4; %added mass per length(kg/m)
M=mass+ma; %sum of mass and added mass(kg/m)
g=9.81; %gravity acceleration(m/s^2)
wo=915.56; %wet weight per length(N/m)
Cdn=1.0; %normal drag coefficient
EA=0.5823e10; %elastic stiffness(N)
EI=0.1209e9; %bending stiffness(N*m^2)
Tt=1000000; %tension applied at the top(N)
Te=Tt-wo*l; %effective tension at the top(N)
```

```
TMAX=100; %max time to perform calculations(s)
pao=0.1; %axial top excitation(m)
qao=0.1; %normal top excitation(m)
omexc=0.5; %excitation frequency(1/s)
```

```

% eigenfrequencies(1/s)
om(1)=.0982187996;
om(2)=.1989567522;
om(3)=.2992536675;
om(4)=.3994064736;
om(5)=.4994957006;
om(6)=.5995515831;
om(7)=.6995878916;
om(8)=.7996117610;
om(9)=.9996368166;
om(10)=1.099642062;

nomeg=10; %number of modes to be considered

z=2*om*sqrt(M*Te/wo^2);
for j=1:max(size(om))
    B(j)=besselj(0,z(j))/bessely(0,z(j));
end

n=100;
dx=1/(n-1);
for i=1:n
    x(i)=(i-1)*dx;
end

for j=1:max(size(om))
    for i=1:n
        y(j,i)=besselj(0,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))-
        B(j)*bessely(0,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2));
        dy(j,i)=
        besselj(1,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))*om(j)*M/sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2)/
        wo ...

        +B(j)*bessely(1,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))*om(j)*M/sqrt(M*(Te+wo*x(i))/
        wo^2)/wo;
        d2y(j,i)=-((besselj(0,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))-
        1/2*besselj(1,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))...

        /(om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2)))*om(j)^2*M)/(Te+wo*x(i))+1/2*besselj(1,2*om(j)
        *sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))...

        *om(j)*M^2/((M*(Te+wo*x(i))/wo^2)^(3/2)*wo^2)+B(j)*((bessely(0,2*om(j)*sqrt(M*(
        Te+wo*x(i))/wo^2))-1/2*bessely(1,2*om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))...

        /(om(j)*sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2)))*om(j)^2*M)/(Te+wo*x(i))+1/2*bessely(1,2*om(j)
        *sqrt(M*(Te+wo*x(i))/wo^2))...

```

```

*om(j)*M^2/((M*(Te+wo*x(i))/wo^2)^(3/2)*wo^2);

phi(j,i)=sin(j*pi*x(i)/l);
dphi(j,i)=j*pi/l*cos(j*pi*x(i)/l);
d2phi(j,i)=-(j*pi/l)^2*sin(j*pi*x(i)/l);

end
end

for j=1:max(size(om))
    ak(j)=trapz(y(j,:),y(j,:),x);
end
aj(1:max(size(om)))=l/2;

ak=abs(ak);

coef(2:n-1)=1;coef(1)=0.5;coef(n)=0.5;

for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n
        sum=sum+y(k,i)*x(i)*coef(i)*dx;
    end
    I1(k)=sum;
end

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+y(j,i)*y(k,i)*coef(i)*dx;
        end
        I2(j,k)=sum;
    end
end

I3=0;

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+d2y(j,i)*y(k,i)*coef(i)*dx;

```

```

        end
        I4(j,k)=sum;
    end
end

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+d2y(j,i)*y(k,i)*x(i)*coef(i)*dx;
        end
        I5(j,k)=sum;
    end
end

I6=I4;

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        for m=1:max(size(om))
            sum=0;
            for i=1:n
                sum=sum+dphi(j,i)*y(k,i)*d2y(m,i)*coef(i)*dx;
            end
            I7(j,k,m)=sum;
        end
    end
end

I8=I4;

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        for m=1:max(size(om))
            sum=0;
            for i=1:n
                sum=sum+d2y(j,i)*y(k,i)*dy(m,i)*coef(i)*dx;
            end
            I9(j,k,m)=sum;
        end
    end
end

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        for m=1:max(size(om))

```

```
        for s=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+d2y(j,i)*y(k,i)*dy(m,i)*dy(s,i)*coef(i)*dx;
        end
        I10(j,k,m,s)=sum;
    end
end
end
end
```

```
for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n
        sum=sum+y(k,i)*coef(i)*dx;
    end
    I11(k)=sum;
end
```

```
for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+dy(j,i)*y(k,i)*coef(i)*dx;
        end
        I12(j,k)=sum;
    end
end
```

```
for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n
        sum=sum+phi(k,i)*x(i)*coef(i)*dx;
    end
    J1(k)=sum;
end
```

```
for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        sum=0;
        for i=1:n
            sum=sum+phi(j,i)*phi(k,i)*coef(i)*dx;
        end
        J2(j,k)=sum;
    end
end
```

```

for j=1:max(size(om))
  for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n
      sum=sum+d2phi(j,i)*phi(k,i)*coef(i)*dx;
    end
    J3(j,k)=sum;
  end
end

for j=1:max(size(om))
  for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n
      sum=sum+d2y(j,i)*phi(k,i)*coef(i)*dx;
    end
    J4(j,k)=sum;
  end
end

for j=1:max(size(om))
  for k=1:max(size(om))
    for m=1:max(size(om))
      sum=0;
      for i=1:n
        sum=sum+dy(j,i)*phi(k,i)*d2y(m,i)*coef(i)*dx;
      end
      J5(j,k,m)=sum;
    end
  end
end

J6=0;

for k=1:max(size(om))
  sum=0;
  for i=1:n
    sum=sum+phi(k,i)*coef(i)*dx;
  end
  J7(k)=sum;
end

for j=1:max(size(om))
  for k=1:max(size(om))
    sum=0;
    for i=1:n

```



```

        sum=sum+dy(j,i)*phi(k,i)*coef(i)*dx;
    end
    J8(j,k)=sum;
end
end

for j=1:max(size(om))
    for k=1:max(size(om))
        for m=1:max(size(om))
            sum=0;
            for i=1:n
                sum=sum+dy(j,i)*phi(k,i)*dy(m,i)*coef(i)*dx;
            end
            J9(j,k,m)=sum;
        end
    end
end
end
f=y;

```

```

data=[pao,qao,omexc,EA,l,mass,M,wo,Te];
init(1:4*nomeg)=0.e-06; %set initial values
[T, Y] =
ode15s(@eq3839,[0,TMAX],init,[],nomeg,I1,I4,I5,I6,I7,I8,I9,I11,I12,J1,J3,J4,J5,J7,J8,J9
,ak,aj,data,f,phi,x);

```

```

npo=max(size(x));

```

```

for jj=1:npo
    for ss=1:size(T)
        ss
        sum=0;
        for kk=1:nomeg
            sum=sum+Y(ss,kk)*phi(kk,jj);
        end
        sum38(jj,ss)=sum;
        p(jj,ss)=x(jj)/l*pao*cos(omexc*T(ss))+sum;
    end
end
end

```

```

b = zeros(30,100);

```

```

for jj=1:npo
  for kk=1:nomeg
    b(kk+2*nomeg,jj)=f(kk,jj);
  end
end

for jj=1:npo
  for ss=1:size(T)
    ss
    sum=0;
    for kk=21:30
      sum=sum+Y(ss,kk)*b(kk,jj);
    end
    sum39(jj,ss)=sum;
    q(jj,ss)=x(jj)/l*qao*cos(omexc*T(ss))+sum;
  end
end

```

% Προγραμμα eq3839

```

function dy =
eq3839(t,y,nomeg,I1,I4,I5,I6,I7,I8,I9,I11,I12,J1,J3,J4,J5,J7,J8,J9,ak,aj,data,f,phi,x);

dy = zeros(4*nomeg,1); % a column vector

t
pao=data(1);qao=data(2);omexc=data(3);EA=data(4);l=data(5);mass=data(6);M=data(7);
wo=data(8);Te=data(9);

npo=max(size(x));
for i = 1:nomeg
  ksi1(i) = y(i);
  ksi2(i) = y(i+nomeg);
  ni1(i)= y(i+2*nomeg);
  ni2(i)= y(i+3*nomeg);

end

for k=1:nomeg

```

```

sum1=0;
sum2=0;
sum4=0;
sum6=0;
sum7=0;
sum8=0;
sum10=0;
sum12=0;

for j=1:nomeg
    sum1=sum1+ksi1(j)*J3(j,k);
    sum2=sum2+ni1(j)*J4(j,k);
    sum4=sum4+ni1(j)*J8(j,k);
    sum6=sum6+ni1(j)*I4(j,k);
    sum7=sum7+ni1(j)*I5(j,k);
    sum8=sum8+ni1(j)*I6(j,k);
    sum10=sum10+ni1(j)*I8(j,k);
    sum12=sum12+ni1(j)*I12(j,k);
end
SJ3(k)=sum1;
SJ4(k)=sum2;
SJ8(k)=sum4;
SI4(k)=sum6;
SI5(k)=sum7;
SI6(k)=sum8;
SI8(k)=sum10;
SI12(k)=sum12;
end

for k=1:nomeg
    sum3=0;
    sum5=0;
    sum9=0;
    sum11=0;
    for j=1:nomeg
        for m=1:nomeg
            sum3=sum3+ni1(j)*ni1(m)*J5(j,m,k);
            sum5=sum5+ni1(j)*ni1(m)*J9(j,m,k);
            sum9=sum9+ksi1(j)*ni1(m)*I7(j,m,k);
            sum11=sum11+ni1(j)*ni1(m)*I9(j,m,k);
        end
    end
    SJ5(k)=sum3;
    SJ9(k)=sum5;
    SI7(k)=sum9;
end

```

```

    SI9(k)=sum11;
end

for jj=1:npo
    sum=0;
    for kk=1:nomeg
        sum=sum+ni2(kk)*f(kk,jj);
    end
    integ(jj)=-omexc*qao*sin(omexc*t)*x(jj)/l+sum;
end

coef(2:npo-1)=1;coef(1)=0.5;coef(npo)=0.5;dx=x(2)-x(1);

for kk=1:nomeg
    sum=0;
    for jj=1:npo
        sum=sum+integ(jj)*abs(integ(jj))*f(kk,jj)*dx*coef(jj);
    end
    damp(kk)=-0.5*1025*1.0*0.429*sum;
end

for kk=1:nomeg
    dni1(kk)=ni2(kk);

    dni2(kk)=omexc^2*qao*cos(omexc*t)/ak(kk)/l*I1(kk)+Te/M/ak(kk)*SI4(kk)+wo/M/ak(
kk)*SI5(kk) ...

+EA/M/l/ak(kk)*SI6(kk)*pao*cos(omexc*t)+EA/M/ak(kk)*SI7(kk)+EA/2*qao^2*cos(o
mexc*t)^2/M/ak(kk)/l^2*SI8(kk) ...

+EA*qao*cos(omexc*t)/M/ak(kk)/l*SI9(kk)+wo*qao*cos(omexc*t)/M/ak(kk)/l*I11(kk)
+wo/M/ak(kk)*SI12(kk)+damp(kk);
    dksi1(kk)=ksi2(kk);

    dksi2(kk)=+pao*cos(omexc*t)*omexc^2/aj(kk)/l*J1(kk)+1/mass*EA/aj(kk)*SJ3(kk)+1/
mass*EA*qao*cos(omexc*t)/aj(kk)/l*SJ4(kk) ...

+EA/mass/aj(kk)*SJ5(kk)+0.5*wo*(qao*cos(omexc*t))^2/mass/aj(kk)/l^2*J7(kk)+1/mas
s*wo*qao*cos(omexc*t)/aj(kk)/l*SJ8(kk) ...
    +1/mass*0.5*wo/aj(kk)*SJ9(kk);
end

```

```

for kk = 1:nomeg
  dy(kk) = dksi1(kk);
  dy(kk+nomeg) = dksi2(kk);
  dy(kk+2*nomeg) = dni1(kk);
  dy(kk+3*nomeg) = dni2(kk);
end

```

B.2. Προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού Maple

Παρακάτω, παρατίθεται το πρόγραμμα εντολών Diplom22, σε γλώσσα προγραμματισμού Maple, που υπολογίζει αριθμητικά τις δέκα πρώτες ιδιοσυχνότητες ω_j της εγκάρσιας κίνησης για τα διάφορα πεδία τιμών.

```

> # Πρόγραμμα diplom22
>
f:=BesselJ(0,2*x*sqrt(Te*M/wo^2))*BesselY(0,2*x*sqrt((Te+wo
*1)*M/wo^2))-
BesselY(0,2*x*sqrt(Te*M/wo^2))*BesselJ(0,2*x*sqrt((Te+wo*1)
*M/wo^2));

$$f := \text{BesselJ}\left(0, 2x\sqrt{\frac{Te M}{wo^2}}\right) \text{BesselY}\left(0, 2x\sqrt{\frac{(Te + wo l) M}{wo^2}}\right) \\ - \text{BesselY}\left(0, 2x\sqrt{\frac{Te M}{wo^2}}\right) \text{BesselJ}\left(0, 2x\sqrt{\frac{(Te + wo l) M}{wo^2}}\right)$$

> Te:=84440;
Te := 84440
> M:=411.0921;
M := 411.0921
> wo:=915.56;
wo := 915.56
> l:=1000;
l := 1000

```

```
> f;
      BesselJ(0, 12.87024644 x) BesselY(0, 44.29072106 x)
      - BesselY(0, 12.87024644 x) BesselJ(0, 44.29072106 x)
> fsolve(f, x, 0..0.1);
      .09821879960
> fsolve(f, x, 0..0.2);
      .09821879960
> fsolve(f, x, 0..0.3);
      0.
> fsolve(f, x, 0..0.4);
      .1989567522
> fsolve(f, x, 0..0.5);
      0.
> fsolve(f, x, 0..0.6);
      .2992536675
> fsolve(f, x, 0..0.7);
      0.
> fsolve(f, x, 0..0.8);
      .3994064736
> fsolve(f, x, 0..0.9);
      .7996117610
> fsolve(f, x, 0..1.0);
      .4994957006
> fsolve(f, x, 0..1.1);
      .9996368166
> fsolve(f, x, 0..1.2);
      .5995515831
> fsolve(f, x, 0..1.3);
      1.099642062
> fsolve(f, x, 0..1.4);
      .6995878916
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1]. I.K. Chatjigeorgiou (Lecturer)

Division of Marine Structures, National Technical University of Athens, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 9 Iroon Polytechniou Ave. GR 157-73 Zografos Campus, Athens, Greece.

“On the parametric excitation of vertical elastic slender structures and the effect of damping in marine applications”.

[2]. I.K. Chatjigeorgiou (Lecturer), S.A. Mavrakos (Prof. Dr.-Ing.)

Department of Naval Architecture and Marine Engineering, National Technical University of Athens, 9 Iroon Polytechniou Ave. GR 157-73 Zografos Campus, Athens, Greece.

“Bounded and unbounded coupled transverse response of parametrically excited vertical marine risers and tensioned cable legs for marine applications”.

[3]. I.K. Chatjigeorgiou (Lecturer), S.A. Mavrakos(Prof. Dr.-Ing.)

National Technical University of Athens, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 9 Iroon Polytechniou Ave. GR 157-73 Hellas.

21st International conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE, paper 28170, June 23-28, 2002, Oslo, Norway.

“AN INVESTIGATION OF THE NON-LINEAR TRANSVERSE VIBRATIONS OF PARAMETRICALLY EXCITED VERTICAL MARINE RISERS AND CABLES UNDER TENSION”.