



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης ΥΡΔ & Βελτιστοποίησης

Βελτιστοποίηση μορφής αεροτομής εσωτερικά
ψυχόμενου περυγίου στροβίλου με χρήση της συνεχούς
συζυγούς μεθόδου

Διπλωματική Εργασία

Παναγιωτόπουλος Δημήτρης

Επιβλέπων:
Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου, για την προθυμία του να με βοηθήσει και να με καθοδηγήσει, κατά την εκπόνηση της διπλωματικής αυτής εργασίας. Επιπλέον, το διδακτικό και επιστημονικό του έργο αποτέλεσε το κίνητρο μου κατά το διάστημα των προπτυχιακών σπουδών μου και του είμαι ευγνώμων γι' αυτό.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Ξενοφών Τρομπούκη και τη Υπ. Δρ. Μαρίνα Κοντού για την πολύτιμη βοήθεια τους και τη διαρκή υποστήριξη που μου προσέφεραν απαντώντας σε ερωτήσεις μου για τη διπλωματική αυτή εργασία και όχι μόνο. Η συνεισφορά τους ήταν εξαιρετικά πολύτιμη.

Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω όλα τα μέλη της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ για την έμμεση βοήθεια που μου προσέφεραν, μέσω του λογισμικού που χρησιμοποίησα στη διπλωματική αυτή εργασία.

Τέλος, ευχαριστώ από καρδιάς τους γονείς μου, τα αδέρφια μου, τους φίλους μου και τη Χ. για τη διαρκή στήριξη, την εμπύχωση και τους αγώνες που πραγματοποίησαν οι ίδιοι, ώστε να μπορέσω να κυνηγήσω τα όνειρα μου και να μπορώ να βρίσκομαι σε αυτή τη θέση σήμερα.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης ΥΡΔ & Βελτιστοποίησης

Βελτιστοποίηση μορφής αεροτομής εσωτερικά
ψυχόμενου πτερυγίου στροβίλου με χρήση της συνεχούς
συζυγούς μεθόδου

Διπλωματική Εργασία

Παναγιωτόπουλος Δημήτρης

Επιβλέπων:
Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διπλωματική αυτή εργασία πραγματεύεται τις διαδικασίες για τη βελτιστοποίηση μορφής αεροτομής εσωτερικά ψυχόμενων πτερυγίων στροβίλου. Στόχος της εργασίας είναι η εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, η οποία αποτελεί μια μέθοδο αεροδυναμικής βελτιστοποίησης, σε προβλήματα συνδυασμένης μεταφοράς θερμότητας και η εκτίμηση των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα, η μέθοδος εφαρμόζεται στην πτερύγωση στροβίλου C3X της NASA με εσωτερική ψύξη, όπου όλες οι μελέτες υλοποιούνται για μια 2D πτερύγωση. Για την πραγματοποίηση των προαναφερθέντων χρησιμοποιείται λογισμικό που αναπτύχθηκε πλήρως από την ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ, συγκεκριμένα ο κώδικας PUMA, ο οποίος είναι επιλύτης και της ροής αλλά και της συζυγούς μεθόδου, καθώς και τα περιφερειακά αρχεία που δημιουργούν και χειρίζονται το υπολογιστικό πλέγμα. Επιπλέον, χρησιμοποιείται λογισμικό με τη μέθοδο βελτιστοποίησης κινούμενων ασυμπτώτων (MMA) [17].

Αρχικά, γίνεται ανάλυση της αεροτομής σε 5 σημεία λειτουργίας, συγκρίνοντας πειραματικά δεδομένα με τα αποτελέσματα του επιλύτη ροής. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από 3 διαφορετικές βελτιστοποιήσεις μορφής του πτερυγίου, χρησιμοποιώντας ως στόχο (α) τις απώλειες ολικής πίεσης, (β) τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου και (γ) ένα συνδυασμό των δύο, αντίστοιχα. Η παραμετροποίηση της γεωμετρίας της αεροτομής του πτερυγίου γίνεται με δύο τρόπους. Στην πρώτη μέθοδο, γίνεται χρήση ενός πλέγματος ελέγχου βασισμένο στη θεωρία των ογκομετρικών καμπυλών NURBS, με τις μεταβλητές σχεδιασμού να αποτελούν τα σημεία ελέγχου. Στη δεύτερη μέθοδο, η εξωτερική μορφή της αεροτομής του πτερυγίου παραμένει σταθερή και η κίνηση συμβαίνει μόνο στους αγωγούς ψύξης με σημεία ελέγχου στο κέντρο τους, χωρίς να επηρεάζεται η διάμετρος τους. Οι περιορισμοί της ανηγμένης παροχής μάζας στην είσοδο, της γωνίας εξόδου της ροής και της απόστασης των αγωγών από το περίγραμμα της αεροτομής συμπεριλαμβάνονται στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Η μέθοδος βελτιστοποίησης αποτελείται από τη συζυγή μέθοδο για τον υπολογισμό των κλίσεων και από τη μέθοδο των κινούμενων ασυμπτώτων για τη δημιουργία της νέας λύσης. Η εκτίμηση της συνάρτησης-στόχου γίνεται με την επίλυση των εξισώσεων RANS και μεταφοράς θερμότητας. Ως μοντέλο τύρβης επιλέγονται τα Spalart-Allmaras, το k- ω SST και το k- ω SST με μοντέλο μετάβασης (γ - Re_{θ}) για την ανάλυση της αεροτομής, ενώ μόνο το πρώτο εφαρμόζεται κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
School of Mechanical Engineering
Laboratory of Thermal Turbomachines
Parallel CFD & Optimization Unit

Shape optimization of an internally cooled turbine blade
airfoil using the continuous adjoint method

Diploma Thesis

Panagiotopoulos Dimitris

Supervisor:
Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens 2022

ABSTRACT

This diploma thesis handles the optimization of the airfoil of internally cooled turbine blades. The intention of this thesis is the implementation of continuous adjoint method, which is a method for aerodynamic optimization, in CHT problems and evaluation of the results. Specifically, the method is applied on the C3X airfoil from the NASA, which is a wide utilized airfoil for software testing. This particular airfoil is deployed on internally cooled turbine stator vanes. For the actualization of the above, software entirely developed by PCOpt/NTUA, namely solver PUMA, for both the flow and adjoint solver and peripheral executable files, which create and manipulate the computational mesh. Also, a software based on method of moving asymptotes is used [17].

Initially, there will be an analysis of the airfoil in 5 operating points, comparing experimental and flow solver-derived data. Subsequently, results from 3 different optimizations of the airfoil will be presented, utilizing as target (a) the total pressure losses, (b) the maximum blade temperature and (c) a combination of both, accordingly. For the first method, a morphing mesh is used, based on the theory of volumetric NURBS, where design variables are the control points of the mesh. At the second method, the external outline of the airfoil is considered constant and the only movement occurs on the cooling holes, which have a control point on their center without changing their diameter. Constraints of inlet capacity and exit flow angle are considered in optimization procedure.

Optimization procedure consists of the adjoint method for the grad computation and the method of moving asymptotes for the evaluation of the new solution. Calculation of the objective function is made solving RANS equations and heat transfer equations. As the turbulence model, Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST and $k-\omega$ SST with transition model ($\gamma-Re_\theta$) are chosen for the analysis of the airfoil; however, only the first is used during optimization.

Ακρωνύμια

CHT	Conjugate Heat Transfer
FSI	Fluid Solid Interface
GPU	Graphics Processing Unit
LE	Leading Edge
MMA	Method of Moving Asymptotes
MOO	Multiple Objective Optimization
NTUA	National Technical University of Athens
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
PS	Pressure Side
PUMA	Parallel Unstructured Multi-row Adjoint
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
SOO	Single Objective Optimization
SS	Suction Side
TE	Trailing Edge
TSAT	Torsional Spring Analogy Technique
EMΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΜΠΥΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής & Βελτιστοποίησης
ΣΜΘ	Συζευγμένη Μεταφορά Θερμότητας

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Μέθοδοι Ψύξης Πτερυγίου Στροβίλου	1
1.2	Η Συζευγμένη Μεταφορά Θερμότητας	3
1.3	Στοχαστικές και Αιτιοκρατικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης	4
1.4	Η Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	6
2	Βασικά Χαρακτηριστικά της C3X.....	7
2.1	Κατασκευαστικά Δεδομένα.....	8
2.2	Πειραματικά Σημεία Λειτουργίας	9
2.3	Παραμετροποίηση της Αεροτομής.....	12
3	Εξισώσεις Ροής και Λογισμικό.....	15
3.1	Το Πρωτεύον Πρόβλημα	15
3.2	Οι Εξισώσεις RANS και Μεταφοράς Θερμότητας	15
3.3	Μοντελοποίηση της Τύρβης.....	16
3.3.1	Spalart-Allmaras	17
3.3.2	k- ω SST.....	17
3.3.3	Μοντέλο Μετάβασης (γ -Re θ).....	20
3.4	Λογισμικό.....	22
3.4.1	Ο Επιλύτης PUMA.....	22
3.4.2	Η Μέθοδος MMA	26
3.4.3	Περιφερειακό Λογισμικό.....	26
4	Ανάλυση Αεροτομής σε Σημεία Λειτουργίας	27
5	Μέθοδος Βελτιστοποίησης	41
5.1	Η Συνεχής Συζυγής Μέθοδος.....	42
5.2	Η Μέθοδος Κινούμενων Ασυμπτώτων.....	48
6	Εφαρμογή της Μεθόδου Βελτιστοποίησης	51
6.1	Διβηματική Βελτιστοποίηση.....	51
6.1.1	(Βήμα 1) Ελαχιστοποίηση Απωλειών Ολικής Πίεσης	52
6.1.2	(Βήμα 2) Ελαχιστοποίηση Μέγιστης Θερμοκρασίας Πτερυγίου	64
6.2	Συνδυασμένη Βελτιστοποίηση	71
6.3	Σύγκριση Αποτελεσμάτων	74
7	Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα	76

7.1 Ανακεφαλαίωση	76
7.2 Συμπεράσματα	77
8 Κατάλογος Πινάκων	80
9 Βιβλιογραφία	81

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η εξέλιξη των στροβιλομηχανών αλλά και των υπολογιστών οδήγησε αναπόφευκτα στο συνδυασμό των δύο αυτών τομέων της τεχνολογίας. Η ανάπτυξη μεθόδων βελτιστοποίησης, με υψηλές απαιτήσεις επεξεργαστικής ισχύος, βρήκε γόνιμο έδαφος στον τομέα των αεριοστροβίλων. Η εφαρμογή τους οδήγησε σε αλλαγές στο σχήμα των πτερυγίων που τους αποτελούν, στοχεύοντας σε υψηλότερες αεροδυναμικές επιδόσεις αλλά και σε καλύτερη συμπεριφορά υπό υψηλά θερμικά φορτία. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία στους στροβίλους, στους οποίους το εργαζόμενο μέσο βρίσκεται σε πολύ υψηλή θερμοκρασία.

1.1 Μέθοδοι Ψύξης Πτερυγίου Στροβίλου

Με την πάροδο των χρόνων, η ανάγκη βελτίωσης της απόδοσης των στροβιλομηχανών γίνεται ολοένα και εντονότερη. Η δημιουργία καινούργιων εργαλείων σχεδιασμού στροβιλομηχανών, μαζί με την εύρεση νέων κραμάτων μετάλλων και μεθόδων κατεργασίας αυτών, οδηγεί σε πιο αποδοτικές μηχανές. Μια παράμετρος που συνδέεται άμεσα με την απόδοση μιας στροβιλομηχανής είναι η θερμοκρασία εισόδου του ρευστού στο στρόβιλο. Με την αύξηση της θερμοκρασίας πετυχαίνουμε αύξηση της ισχύος ή ελάττωση της ειδικής κατανάλωσης καυσίμου.

Η αύξηση αυτή, όμως, περιορίζεται από την αντοχή του υλικού των πτερυγίων υπό υψηλό θερμικό φορτίο. Για την περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας χρειάστηκε να εφαρμοσθούν μέθοδοι ψύξης του μετάλλου του πτερυγίου. Για τον σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται ή υγρά [30] ή αέρια. Συνήθως, στις στροβιλομηχανές χρησιμοποιείται αέρας υπό πίεση, ο οποίος προέρχεται από το συμπιεστή. Η ψύξη μπορεί να εφαρμοσθεί τόσο σε κινητά όσο και σε ακίνητα πτερύγια.

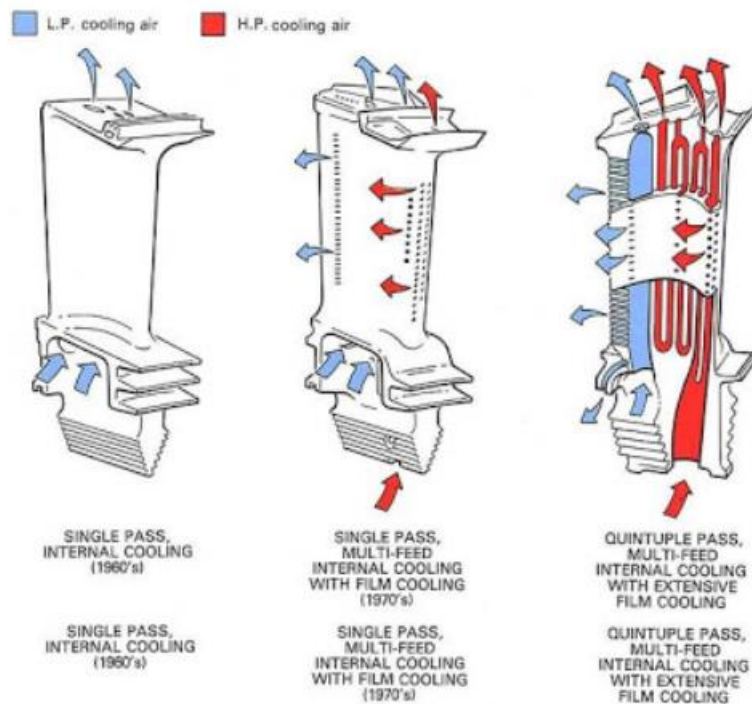
Η πρώτη μέθοδος ψύξης που εφαρμόστηκε είναι αυτή της εσωτερικής ψύξης, με την οποία αυτή η διπλωματική εργασία ασχολείται. Άλλες έρευνες που ασχολήθηκαν με τη μέθοδο της εσωτερικής ψύξης είναι οι [1],[2],[3]. Σε αυτήν τη μέθοδο, το ψυκτικό ρευστό διαρρέει κατά μήκος αγωγών ψύξης και θαλάμων που βρίσκονται εντός του όγκου του πτερυγίου και δεν επικοινωνούν άμεσα με το περιρρέον θερμό ρευστό. Το ψυκτικό αυτό μέσο απάγει θερμότητα, με τη μέθοδο της συναγωγής από το μέταλλο, μειώνοντας τη θερμοκρασία του.

Η δεύτερη μέθοδος είναι αυτή της εξωτερικής ψύξης, που χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες. Στη μέθοδο της ψύξης του στρώματος αέρα (film cooling) και σε αυτή της διαπνοής (transpiration cooling). Στην πρώτη μέθοδο, το ψυκτικό μέσο διέρχεται μέσα από το πτερύγιο ψύχοντας το εν μέρει μέσω συναγωγής, αλλά βγαίνει από οπές πάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου, δημιουργώντας ένα στρώμα αέρα κοντά στην

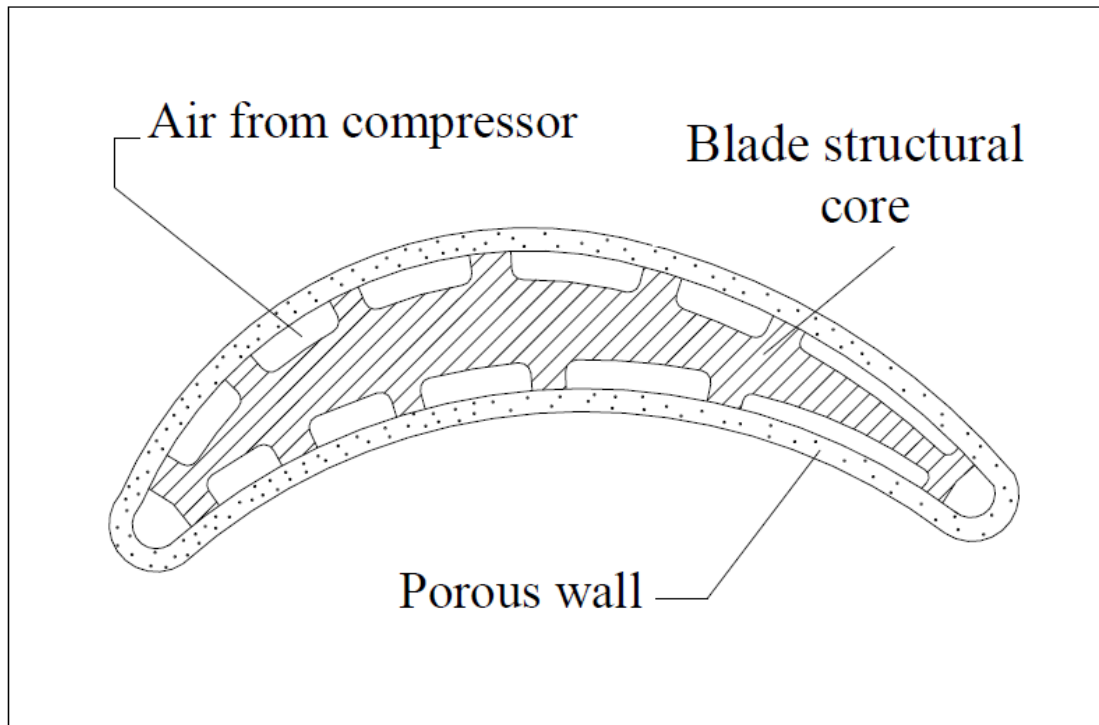
επιφάνεια, το οποίο εμποδίζει τη συναγωγή θερμότητας από το θερμό μέσο στο πετρυγίο. Η δεύτερη μέθοδος είναι παρόμοια με την πρώτη, με μόνη διαφορά πως ο αέρας εξέρχεται μέσω πορώδους υλικού αντί για οπές, δημιουργώντας ένα πιο ομοιόμορφο στρώμα αέρα και πετυχαίνοντας καλύτερη ψύξη του πετρυγίου. Η μέθοδος της διαπνοής είναι δύσκολη στην εφαρμογή, καθώς οι πόροι, από τους οποίους διέρχεται το ψυκτικό μέσο, ενδεχομένως να φράξουν από ξένα αντικείμενα. Στο Σχήμα 1.1 απεικονίζονται η μέθοδος εσωτερικής ψύξης και αυτή του στρώματος αέρα, ενώ στο Σχήμα 1.2 απεικονίζεται αυτή της διαπνοής.

Με τη χρήση μεθόδων ψύξης, παρατηρείται αύξηση ορισμένων απωλειών, χωρίς αυτές, ωστόσο, να μπορούν να υπερκεράσουν τη βελτίωση της απόδοσης από την αύξηση της θερμοκρασίας. Ενδεικτικά, αυτές είναι η απομάστευση εργαζόμενου μέσου από το συμπιεστή, άρα σε μείωση της παροχής μέσω του στροβίλου και η αφαίρεση θερμότητας από το εργαζόμενο μέσο, λόγω ανάμειξης ψυχρού ρευστού στο θερμό ρεύμα και μεταφοράς θερμότητας από το θερμό ρευστό στον όγκο του πετρυγίου.

Εκτενέστερη ανάλυση των μεθόδων ψύξης πετρυγίων στροβίλου γίνεται στο [29] και στα [25],[30].



Σχήμα 1.1: Οι μέθοδοι ψύξης των πετρυγίων στροβίλου. Η μέθοδος της εσωτερικής ψύξης φαίνεται (αριστερά) και της ψύξης με στρώμα αέρα (κέντρο και δεξιά). (Figure 4 από [19])



Σχήμα 1.2: Η διάταξη της ψύξης του πτερυγίου με τη μέθοδο της διαπνοής (transpiration cooling) (Figure 2 από [30])

1.2 Η Συζευγμένη Μεταφορά Θερμότητας

Η συζευγμένη μεταφορά θερμότητας (ΣΜΘ), ή αλλιώς CHT (Conjugate Heat Transfer), αποτελεί ένα εργαλείο, το οποίο δημιουργήθηκε όχι μόνο για να προσομοιώνει τη ροή ρευστού, αλλά και για να υπολογίζει τη μετάδοση θερμότητας. Για την επίτευξη αυτού, η ανάλυση συζευγμένης μεταφοράς θερμότητας λύνει τις εξισώσεις συνέχειας, ορμής και ενέργειας, συμπεριλαμβάνοντας και τη διακίνηση ενέργειας μεταξύ ρευστού και στερεού χωρίου. Σε αυτήν τη μέθοδο ανάλυσης, η θερμοκρασία παρουσιάζει συνέχεια στις επιφάνειες διεπαφής ρευστού-στερεού και μεταφέρεται στον όγκο του κάθε χωρίου, με αγωγή για το στερεό και συναγωγή για το ρευστό.

Σε αυτών των ειδών τις αναλύσεις, το υπολογιστικό χωρίο εμπεριέχει καμπύλες, οι οποίες αποτελούν σύνορα γειτονικών χωρίων, πάνω στα οποία επικοινωνούν οι διάφοροι επιλύτες. Συγκεκριμένα, στην επιφάνεια του στερεού τοιχώματος, υπάρχει συνέχεια της θερμοκρασίας και της ροής θερμότητας από το ρευστό στο στερεό. Για τη σύνδεση των επιλυτών των επιμέρους χωρίων υπάρχουν δύο προσεγγίσεις. Η πρώτη είναι με ισχυρή και η δεύτερη με ασθενή σύζευξη. Στην πρώτη, οι δύο επιλύτες λύνουν ταυτόχρονα τις εξισώσεις και στα δύο χωρία. Στη δεύτερη, οι εξισώσεις λύνονται σε κάθε χωρίο ξεχωριστά και οι πληροφορίες μεταδίδονται από το ένα στο άλλο μέσω των διεπαφών τους.

Η ανάπτυξη αυτών των μεθόδων έκανε εφικτή την προσομοίωση συστημάτων με υψηλή εξάρτηση από τη θερμοκρασία και ακολούθως την εφαρμογή μεθόδων βελτι-

στοποίησης, οι οποίες στοχεύουν στη μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας αλλά και στη μείωση της κλίσης της θερμοκρασίας, δηλαδή των θερμοκρασιακών διαφορών, σε γειτονικές περιοχές του στερεού χωρίου, οι οποίες προκαλούν θερμικές τάσεις. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα όχι μόνο την προσέγγιση σύνθετων προβλημάτων από εκπαιδευτικής σκοπιάς, αλλά και την άμεση εφαρμογή της στη βιομηχανία, επιτρέποντας την κατασκευή προϊόντων με υψηλότερες προδιαγραφές.

Ο όρος CHT αναφέρθηκε για πρώτη φορά το 1961 από το T.L. Perelman [20], ο οποίος έκανε κοινή επίλυση των εξισώσεων μεταφοράς θερμότητας σε ένα σώμα με πηγή θερμότητας και περιρρέον ρευστό. Οι Dechaumphai et al. το 1989 [21] και οι Zhao et al. το 2011 [22] έκαναν χρήση της CHT μεθόδου, συνδυασμένη με μέθοδο δομικής ανάλυσης, για τη μελέτη των θερμοαεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται σε κινούμενο με υπερηχητική ταχύτητα σώμα. Επίσης, έγινε σύγκριση των δεδομένων που παρήγαγαν με δεδομένα πειραματικής διάταξης, αποτελούμενης από κυλινδρικό αγωγό σε ροή ταχύτητας 6.47 Mach. Οι Bibin et al. το 2018 [23] πραγματοποίησαν μία επισκόπηση εφαρμογών της CHT μεθόδου των προηγούμενων δεκαετιών. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι, παρόλο που σε αυτήν τη διπλωματική εργασία η εφαρμογή της CHT μεθόδου γίνεται για τον τομέα των στροβιλομηχανών, η εφαρμογή της έγινε και σε άλλους τομείς της τεχνολογίας. Για παράδειγμα, η έρευνα από τους Weisberg et al. [31] αποτελεί μία θεωρητική έρευνα για την εφαρμογή αγωγών ψύξης ή περυγίων διαστάσεων μικρομέτρων (μm), ενσωματωμένων σε ολοκληρωμένα κυκλώματα για την ψύξη τους, ενώ υπήρξε σύγκριση των αποτελεσμάτων και με άλλες έρευνες.

1.3 Στοχαστικές και Αιτιοκρατικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Η βελτιστοποίηση αποτελεί ένα απαραίτητο εργαλείο για τη σύγχρονη έρευνα και βιομηχανία. Ορίζεται ως η διαδικασία εύρεσης εκείνων των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού, για τις οποίες η συνάρτηση-στόχος λαμβάνει τη βέλτιστη τιμή της, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιεί τους περιορισμούς που της έχουν επιβληθεί. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης πραγματώνεται μέσω διαφόρων μεθόδων που έχουν αναπτυχθεί ανά τα χρόνια. Η εύρεση της τιμής της συνάρτησης-στόχου από το συνδυασμό των μεταβλητών σχεδιασμού δεν εκτελείται από την εφαρμοζόμενη μέθοδο βελτιστοποίησης, αλλά από μεθόδους προσομοίωσης φυσικών συστημάτων, οι οποίες θα αξιολογήσουν τη συνάρτηση-στόχο που προκύπτει από τις συγκεκριμένες μεταβλητές σχεδιασμού. Η εκάστοτε εφαρμοζόμενη μέθοδος βελτιστοποίησης αξιοποιεί τα αποτελέσματα της μεθόδου αξιολόγησης της συνάρτησης-στόχου, με σκοπό την εύρεση της επόμενης λύσης, με τέτοιο τρόπο ώστε η τιμή της συνάρτησης-στόχου να ελαχιστοποιείται. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στις στοχαστικές μεθόδους, που χρησιμοποιούν έξυπνα την τυχαιότητα στη διαδικασία τους και στις αιτιοκρατικές, οι οποίες στηρίζονται στις παραγώγους της συνάρτησης-στόχου και οι οποίες πρέπει να υπολογιστούν.

Οι στοχαστικές πληθυσμιακές μέθοδοι βελτιστοποίησης [35] αποτελούν ευέλικτα εργαλεία, που μπορούν να εφαρμοσθούν σε οποιοδήποτε πρόβλημα. Η αρχική εκτίμηση μιας λύσης, η οποία βρίσκεται τυχαία ή από προηγούμενη εκτίμηση, χρησιμοποιείται ώστε να δημιουργηθεί η επόμενη. Λόγω της φύσης τους, οι στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης κινούνται προς την εύρεση του ολικού βέλτιστου της συνάρτησης-στόχου, ανεξάρτητα της αρχικοποίησής τους, αρκεί να τους επιτραπεί ικανό πλήθος αξιολογήσεων. Συνεπώς, δεν έχουν πρόβλημα παγίδευσης σε τοπικό βέλτιστο. Η σύγκλιση τους απαιτεί πολλές αξιολογήσεις υποψήφιων λύσεων, δημιουργώντας μεγάλες απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο. Παράλληλα, το υπολογιστικό τους κόστος αυξάνεται όσο αυξάνονται και οι μεταβλητές σχεδιασμού. Στοχαστικές μέθοδοι σε ευρεία χρήση είναι αυτές των Εξελικτικών Αλγόριθμων (EA), οι οποίες συνήθως χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων. Η λειτουργία τους είναι εμπνευσμένη από τη βιολογία.

Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης [35],[34] υπολογίζουν τις παραγώγους πρώτης ή δεύτερης τάξης για την τρέχουσα λύση και, χρησιμοποιώντας αυτήν την πληροφορία, βρίσκουν την επόμενη λύση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι σύγκλισης, ενέχοντας τον κίνδυνο σύγκλισης σε τοπικό ακρότατο, αποτρέποντας πιθανόν τις μεθόδους να βρουν την καθολικά βέλτιστη λύση. Σε αντίθεση με τις στοχαστικές μεθόδους, η αρχικοποίηση επηρεάζει τη σύγκλιση. Επιπλέον, οι αιτιοκρατικές μέθοδοι δεν είναι το ίδιο ευέλικτες με τις στοχαστικές μεθόδους ως προς την εφαρμογή τους, καθώς είναι δύσκολο να προσαρμοστούν για διαφορετικό πρόβλημα και απαιτούν περισσότερο χρόνο και προσπάθεια από τον προγραμματιστή. Οι απαιτούμενες λύσεις που αξιολογούνται έως τη σύγκλιση της συνάρτησης-στόχου, είναι πολύ λιγότερες από αυτές των στοχαστικών μεθόδων. Παράλληλα, το υπολογιστικό κόστος των αιτιοκρατικών μεθόδων είναι ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού, επιτρέποντας τη βελτιστοποίηση σύνθετων προβλημάτων με χαμηλή απαίτηση υπολογιστικής ισχύος. Μέθοδοι που αντιπροσωπεύουν τις αιτιοκρατικές μεθόδους είναι: α) η μέθοδος της απότομης καθόδου (Steepest Descent), κατά την οποία υπολογίζεται με ακρίβεια ή προσεγγιστικά η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού [34], β) η μέθοδος του Newton, κατά την οποία υπολογίζεται τόσο η πρώτη, όσο και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, με ακρίβεια [34] και γ) η μέθοδος Quasi-Newton, κατά την οποία οι πρώτες παράγωγοι της συνάρτησης-στόχου υπολογίζονται με ακρίβεια, ενώ οι δεύτερες παράγωγοι υπολογίζονται προσεγγιστικά [34]. Μέθοδοι υπολογισμού των παραγώγων της συνάρτησης-στόχου είναι η μέθοδος της ευθείας διαφορίσης (Direct Differentiation Method) [35], οι πεπερασμένες διαφορές (Finite Differences) [35],[34], η μέθοδος των μιγαδικών μεταβλητών (Complex Variable Method) [35], η συνεχής και η διακριτή συζυγής μέθοδος (Discrete and Continuous Adjoint Method) [35].

1.4 Η Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

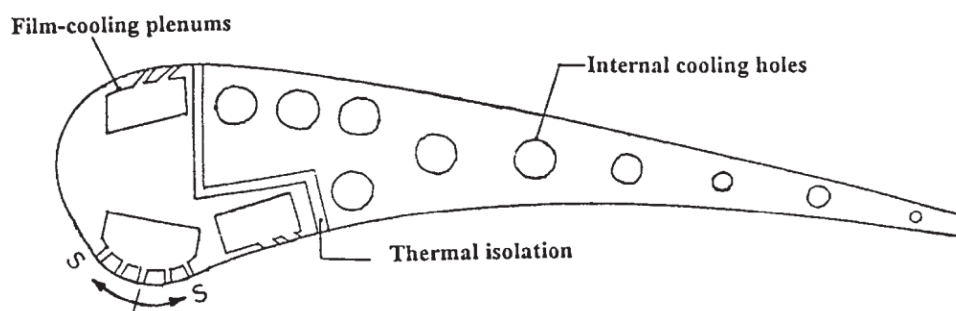
Σκοπός της εργασίας είναι η εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για τη βελτιστοποίηση της μορφής αεροτομών, εσωτερικά ψυχόμενων πτερυγίων στροβίλων, με στόχο τη βελτίωση ωφέλιμων χαρακτηριστικών τους. Για την επίτευξη του γίνονται 3 διαφορετικές διαδικασίες βελτιστοποίησης. Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, στόχος από θερμικής πλευράς είναι η μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας εντός του πτερυγίου και όχι η μείωση της κλίσης της θερμοκρασίας. Η δομή της διπλωματικής εργασίας είναι ως εξής:

- Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται η παρουσίαση της αεροτομής, των συνθηκών που διέπουν κάθε σημείο λειτουργίας και μία επισκόπηση ερευνών με αντίστοιχο θέμα.
- Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι εξισώσεις του πρωτεύοντος προβλήματος, μαζί με το λογισμικό, το οποίο τις επιλύει αριθμητικά, αφού προηγηθεί η γένεση του πλέγματος.
- Στο Κεφάλαιο 4 θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης της C3X αεροτομής σε 5 διαφορετικά σημεία λειτουργίας και τα αποτελέσματα θα συγκριθούν με πειραματικά δεδομένα που προέκυψαν από τους Hylton et al. [1].
- Στο Κεφάλαιο 5 διατυπώνεται η διαδικασία της βελτιστοποίησης. Επίσης, γίνεται η μαθηματική περιγραφή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου και της μεθόδου των κινούμενων ασυμπτώτων, των δύο μεθόδων που πραγματοποιούν σε συνεργασία τη βελτιστοποίηση.
- Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των τριών διαδικασιών βελτιστοποίησης. Η βελτιστοποίηση με στόχο την ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης πραγματοποιείται και για τα 5 σημεία λειτουργίας, ενώ η ελαχιστοποίηση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου και η βελτιστοποίηση δύο στόχων γίνεται μόνο για τα σημεία λειτουργίας 108 και 157.
- Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται ανακεφαλαίωση της διπλωματικής αυτής εργασίας και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτήν.

Κεφάλαιο 2

Βασικά Χαρακτηριστικά της C3X

Η C3X είναι μία αεροτομή, η οποία χρησιμοποιείται και σε εσωτερικά αλλά και σε εξωτερικά ψυχόμενα πτερύγια στροβίλου. Στο Σχήμα 2.1 φαίνεται ένα παράδειγμα εξωτερικής ψύξης της C3X στην ακμή πρόσπτωσής της, ενώ στο Σχήμα 2.2 φαίνεται ένα εσωτερικό σύστημα ψύξης για την ίδια αεροτομή. Για τη συγκεκριμένη αεροτομή υπάρχει πληθώρα ερευνών, που προσεγγίζουν την ανάλυσή της και τη βελτιστοποίησή της με διάφορες μεθόδους. Το 1983 υπήρξε μία έρευνα [1], η οποία χρησιμοποίησε ένα εσωτερικά ψυχόμενο πτερύγιο με αεροτομή τη C3X. Αυτό το πτερύγιο κατασκευάστηκε και δοκιμάστηκε σε 18 διαφορετικά σημεία λειτουργίας. Από την πειραματική διάταξη προέκυψαν μετρήσεις, οι οποίες συγκρίθηκαν με δεδομένα που παρήχθησαν από κώδικα CFD, ο οποίος αναπτύχθηκε στην ίδια έρευνα, με στόχο την εκτίμηση θερμοαεροδυναμικών μεγεθών στις στροβιλομηχανές. Σε έρευνα του 2014, από το Πανεπιστήμιο της Φλωρεντίας [26], χρησιμοποιήθηκε η αεροτομή C3X σε πτερύγιο, το οποίο αναλύθηκε με χρήση μεθόδου CHT, σε πλέγμα δομημένο με τη μέθοδο των εμβαπτιζόμενων ορίων (Immersed Boundary), κατά την οποία κατασκευάστηκε ένα καρτεσιανό πλέγμα για την αεροτομή, για τους αγωγούς ψύξης και για το περιρρέον ρευστό μαζί. Σε δύο έρευνες, που εκπονήθηκαν από τη ΜΠΥΡ&Β ΕΜΠ [2],[3], έγινε ανάλυση της αεροτομής C3X, συγκρίνοντας πειραματικά δεδομένα της έρευνας του 1983 [1] με δεδομένα που παρήχθησαν από τον επιλύτη ροής PUMA, που θα παρουσιασθεί στο Κεφάλαιο 3. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε η συνεχής συζυγής μέθοδος για τη βελτιστοποίηση της μορφής του πτερυγίου. Στην πρώτη έρευνα, ως συνάρτηση-στόχος ορίστηκε το σταθμισμένο άθροισμα των απωλειών ολικής πίεσης και μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, ενώ οι μεταβλητές σχεδιασμού άλλαζαν τη συνολική γεωμετρία του πτερυγίου. Στη δεύτερη έρευνα, έγινε διβηματική βελτιστοποίηση με στόχο πρώτα τις απώλειες ολικής πίεσης και ύστερα τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου, ενώ οι μεταβλητές σχεδιασμού στο πρώτο βήμα άλλαζαν τη συνολική γεωμετρία και στη δεύτερη μόνο τη θέση των αγωγών ψύξης. Και η ανάλυση αλλά και η βελτιστοποίηση εφαρμόστηκαν μόνο στην περίπτωση 158 του [1].



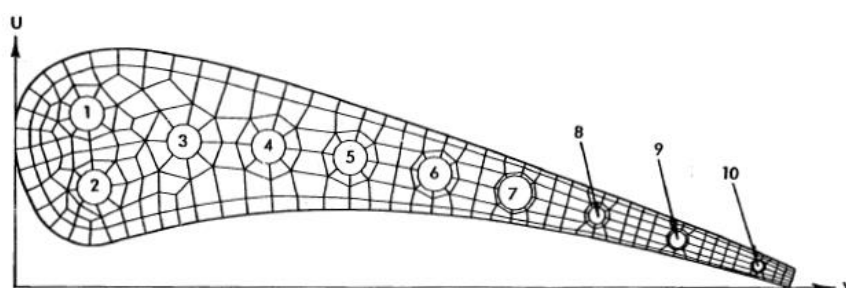
Σχήμα 2.1: Η αεροτομή C3X με μικτό σύστημα ψύξης. Στην ακμή πρόσπτωσης εφαρμόζεται η μέθοδος του στρώματος αέρα και στο υπόλοιπο πτερύγιο η μέθοδος της εσωτερικής ψύξης. (Figure 1 από [27])

2.1 Κατασκευαστικά Δεδομένα

Η 2D γεωμετρία της αεροτομής C3X, που χρησιμοποιείται στη διπλωματική αυτή εργασία, είναι η ίδια με αυτή της έρευνας [1] με εσωτερικό σύστημα ψύξης 10 αγωγών. Τα βασικά στοιχεία αυτής της γεωμετρίας παρατίθενται στον Πίνακα 2.1.

Πραγματική χορδή	14.493cm
Μήκος τόξου πλευράς υπερπίεσης	13.723cm
Μήκος τόξου πλευράς υποπίεσης	17.782cm
Γωνία σφήνωσης	59.89°
Γωνία εξόδου της ροής	72.38°
Αξονική χορδή	7.816cm

Πίνακας 2.1: Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αεροτομής C3X.



Σχήμα 2.2: Η αρίθμηση των αγωγών και η θέση τους συναρτήσει του U και V. (Figure 7 από [1])

Cooling Channel No.	U (cm)	V (cm)	Diameter (cm)	Cr
1	2.377	1.311	0.630	1.118
2	1.057	1.534	0.630	1.118
3	1.981	3.119	0.630	1.118
4	1.981	4.674	0.630	1.118
5	1.869	6.182	0.630	1.118
6	1.666	7.747	0.630	1.118
7	1.412	9.235	0.630	1.118
8	1.087	10.759	0.310	1.056
9	0.737	12.253	0.310	1.056
10	0.345	13.757	0.198	1.025

Πίνακας 2.2: Η γεωμετρία των 10 αγωγών ψύξης εσωτερικά του περυγίου.

Οι συντεταγμένες U, V (Πίνακας 2.2) απεικονίζονται στο Σχήμα 2.2, όπως η θέση και η διάμετρος των αγωγών ψύξης και του αριθμού Cr από την έρευνα [1]. Ο αριθμός Cr εξαρτάται από τον αριθμό Pr, τον αριθμό Re_D και το λόγο x/D , με D τη διάμετρο του αγωγού και αποτελεί συντελεστή διόρθωσης της έκφρασης του αριθμού Nu, για πλήρως διαμορφωμένα θερμικά οριακά στρώματα, ώστε να εξισορροπηθούν τα αποτελέσματα της περιοχής εισόδου της θερμότητας [1]. Το περύγιο, στο οποίο χρησιμοποιείται η αεροτομή, αποτελείται από χάλυβα ASTM310 με πυκνότητα $\rho^S = 7900 \frac{kg}{m^3}$ και θερμοχωρητικότητα $C^S = 586.15 \frac{J}{kgK}$. Η θερμική αγωγιμότητά του υπολογίζεται συναρτήσει της θερμοκρασίας ως $\kappa^S = 6.8110 + 0.020716T^S W/(m^2K)$. Στο περύγιο υπάρχουν 10 αγωγοί κατά μήκος, με σκοπό την ψύξη του, οι οποίοι αριθμούνται από το 1-10 ξεκινώντας από την ακμή πρόσπτωσης.

2.2 Πειραματικά Σημεία Λειτουργίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στα σημεία λειτουργίας, στα οποία αναλύεται η αεροτομή κατά το πειραματικό στάδιο της έρευνας από τους Hylton et al. [1]. Ο Πίνακας 2.1 αναγράφει, ανά σημείο λειτουργίας, τις συνθήκες της ροής του θερμού μέσου εκτός των πτερυγίων. Αυτές είναι η ολική πίεση, η θερμοκρασία, η γωνία ροής και η ένταση της τύρβης T_u στην είσοδο, ενώ στην έξοδο δίνεται η στατική πίεση και ο ισεντροπικός αριθμός Mach.

Case	108	111	113	157	158
P_{t1}	319503Pa	307989Pa	323157Pa	413272Pa	243700Pa
T_{t1}	786K	796K	781K	818K	808K
T_{u1}	6.5%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%
P_2	188909Pa	153339Pa	193145Pa	247004Pa	142530Pa
α_1	0°	0°	0°	0°	0°
$M_{2,is}$	0.9	1.05	0.89	0.89	0.91

Πίνακας 2.3: Οι συνθήκες της ροής στην είσοδο και την έξοδο του υπολογιστικού χωρίου για τα πέντε διαφορετικά σημεία λειτουργίας που εξετάστηκαν.

Η μέθοδος CHT σε ένα 2D πρόβλημα, όπως αυτό που αναλύεται σε αυτή τη διπλωματική εργασία, προϋποθέτει τη μετατροπή της παροχής μάζας και της μέσης θερμοκρασίας σε δεδομένα θερμοκρασίας και συναγωγιμότητας. Ξεκινώντας, ο αριθμός Nusselt για κάθε ψυκτικό κανάλι υπολογίζεται μέσω της εμπειρικής σχέσης για τυρβώδεις ροές, σε σωλήνες με λείο εσωτερικό τοίχωμα $Nu_D = Cr(0.022Pr^{0.5}Re_D^{0.8})$. Ο αριθμός Reynolds (Re_D) υπολογίζεται από τη μοριακή πυκνότητα, την παροχή μάζας και τη διάμετρο του κάθε καναλιού, μέσω της σχέσης $Re_D = 4\dot{m}/\pi D\mu$. Η μοριακή πυκνότητα υπολογίστηκε με το νόμο του Sutherland [24].

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_{ref} + C}{T + C},$$

όπου $C = 110.56K$, $T_{ref} = 273.11K$, $\mu_{ref} = 1.7894 \cdot 10^{-5} kg/(m \cdot s)$. Θεωρώντας ότι το $Pr = 0.72$, μπορούμε να βρούμε και τη θερμική αγωγιμότητα του ψυκτικού μέσου σε κάθε αγωγό, μέσω της σχέσης $k_c = Pr \cdot \mu/C_p$. Τέλος, η θερμική συναγωγιμότητα βρίσκεται από τη σχέση $h = k_c \cdot Nu_D/D$.

Στο CHT πρόβλημα, το οποίο πραγματεύεται από ένα τμήμα αυτής της διπλωματικής εργασίας, πρέπει να βρεθεί η επίδραση των αγωγών στην ψύξη του περυγίου. Αν η ανάλυση ήταν 3D, τότε θα έπρεπε να γίνει η επίλυση των εξισώσεων RANS και για το εσωτερικό των αγωγών. Λόγω της 2D ανάλυσης που πραγματοποιείται σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, οι αγωγοί ψύξης μοντελοποιούνται από μία σταθερή θερμοκρασία και ένα συντελεστή συναγωγής.

Ο Πίνακας 2.4 απεικονίζει τα πειραματικά δεδομένα της μέσης θερμοκρασίας και παροχής μάζας του ψυκτικού μέσου, καθώς επίσης και της συναγωγιμότητας, που υπολογίστηκε για καθένα από τους 10 αγωγούς ψύξης και για καθένα από τα 5 σημεία λειτουργίας. Οι τιμές που χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση των αγωγών ψύξης είναι η μέση θερμοκρασία καναλιού και ο συντελεστής συναγωγιμότητας που υπολογίστηκε.

Case 108			
<i>Cooling Channel No.</i>	<i>Average Temperature (K)</i>	<i>Coolant mass flow rate (kg/s)</i>	<i>h (J/kgK)</i>
1	346.07	0.0227	2119.03
2	345.70	0.0239	1882.84
3	338.00	0.0225	1788.90
4	338.47	0.0237	1865.17
5	331.73	0.0236	1854.11
6	360.85	0.0159	1366.51
7	340.69	0.0234	1847.80
8	358.87	0.00798	2663.00
9	396.78	0.00529	1942.00
10	437.39	0.00289	2639.02
Case 111			
<i>Cooling Channel No.</i>	<i>Average Temperature (K)</i>	<i>Coolant mass flow rate (kg/s)</i>	<i>h (J/kgK)</i>
1	415.81	0.00771	780.32
2	417.75	0.00621	656.71
3	399.15	0.00620	651.86
4	407.29	0.00658	685.48
5	384.36	0.00661	682.71
6	444.68	0.00686	717.26

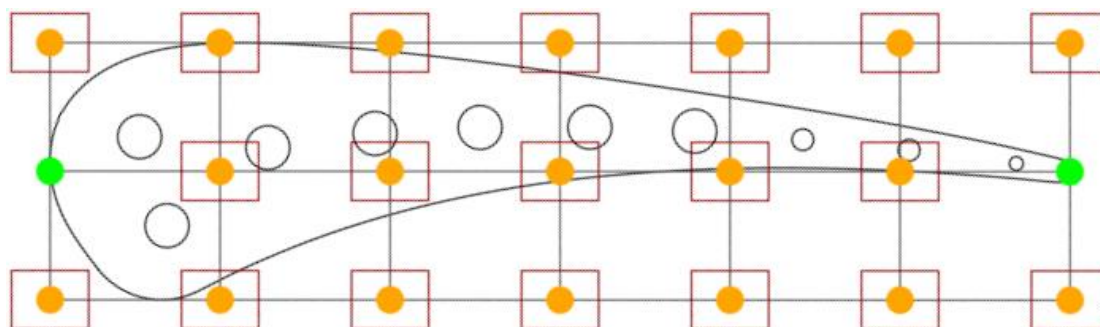
7	401.55	0.00636	665.82
8	417.18	0.00225	986.62
9	486.10	0.00137	677.71
10	539.68	0.000771	945.14
Case 113			
<i>Cooling Channel No.</i>	<i>Average Temperature (K)</i>	<i>Coolant mass flow rate (kg/s)</i>	<i>h (J/kgK)</i>
1	354.02	0.0213	1722.37
2	353.06	0.0228	1818.10
3	344.81	0.0225	1793.48
4	345.42	0.0238	1882.56
5	339.51	0.0242	1897.33
6	366.62	0.0248	1954.10
7	347.27	0.0229	1820.60
8	365.88	0.00784	2632.15
9	400.68	0.00504	1870.66
10	442.16	0.00257	2406.14
Case 157			
<i>Cooling Channel No.</i>	<i>Average Temperature (K)</i>	<i>Coolant mass flow rate (kg/s)</i>	<i>h (J/kgK)</i>
1	352.14	0.0222	1779.13
2	354.54	0.0221	1774.26
3	345.62	0.0218	1749.23
4	346.72	0.0228	1813.87
5	340.70	0.0225	1790.73
6	366.21	0.0225	1807.47
7	351.48	0.0216	1740.13
8	376.24	0.00744	2533.36
9	406.97	0.00477	1793.78
10	446.69	0.00256	2402.04
Case 158			
<i>Cooling Channel No.</i>	<i>Average Temperature (K)</i>	<i>Coolant mass flow rate (kg/s)</i>	<i>h (J/kgK)</i>
1	358.14	0.0167	1419.85
2	359.37	0.0174	1467.92
3	349.97	0.0148	1285.25
4	351.51	0.0165	1402.85
5	342.56	0.0175	1465.60
6	371.85	0.0165	1413.11
7	351.85	0.0161	1375.75
8	385.96	0.0055	1996.11
9	413.22	0.00349	1399.93
10	454.87	0.00171	1743.75

Πίνακας 2.4: Οι συνθήκες εντός των 10 εσωτερικών αγωγών ψύξης για τα πέντε σημεία λειτουργίας που μελετώνται.

Τα 5 αυτά σημεία λειτουργίας επιλέχθηκαν λόγω μεγάλων διαφορών που παρουσιάζονται στις ιδιότητες του εισερχόμενου θερμού ρευστού, όπως η ένταση της τύρβης και η ολική πίεση (Πίνακας 2.3), δημιουργώντας μία πιο ολοκληρωμένη ανάλυση της αεροτομής αλλά και της εφαρμογής της συνεχούς συζυγούς μεθόδου.

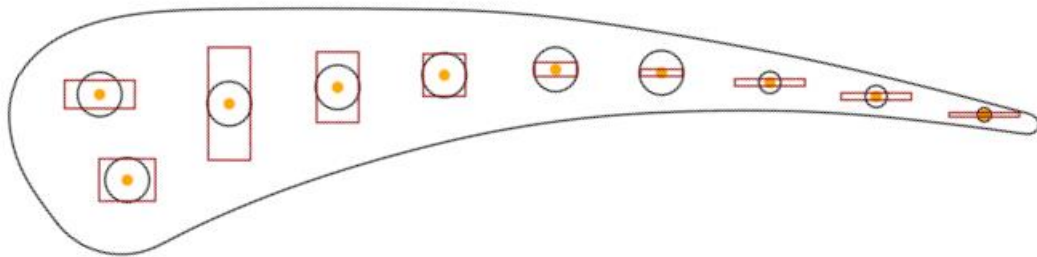
2.3 Παραμετροποίηση της Αεροτομής

Το πρώτο βήμα στη βελτιστοποίηση μίας αεροτομής είναι η παραμετροποίηση του σχήματός της, δηλαδή η μετάφραση της γεωμετρίας της σε καμπύλη ή σύνολο καμπυλών, που ελέγχονται από μεταβλητές σχεδιασμού. Στη διπλωματική αυτή εργασία, η παραμετροποίηση της αεροτομής έγινε με 2 μεθόδους (Πίνακας 2.5). Η πρώτη κάνει χρήση ενός πλέγματος ελέγχου, βασισμένο στη θεωρία των ογκομετρικών καμπυλών NURBS, το οποίο ελέγχεται από $7 \times 3 = 21$ σημεία ελέγχου. Η καμπύλη υπερπίεσης (PS) και η καμπύλη υποπίεσης (SS) βρίσκονται μέσα στο πλέγμα 7×3 σημείων ελέγχου (morphing box), τα οποία κινούμενα αλλάζουν το περίγραμμα της αεροτομής μαζί με τη θέση των αγωγών ψύξης, ταυτόχρονα και με τον ίδιο τρόπο (Σχήμα 2.3). Μετά την αλλαγή της θέσης των αγωγών, δημιουργείται κύκλος σταθερής διαμέτρου για κάθε αγωγό γύρω από κάθε κέντρο. Με αυτό τον τρόπο, η διάμετρος των αγωγών και το κυκλικό τους σχήμα παραμένουν σταθερά. Τα δύο σημεία κοντά στην ακμή πρόσπτωσης (LE) και την ακμή εκφυγής (TE) μένουν ακίνητα, ενώ τα υπόλοιπα αλλάζουν θέση κατά x και y, δημιουργώντας συνολικά $(21-2) \times 2 = 38$ μεταβλητές σχεδιασμού. Ο έλεγχος μέσω ενός τέτοιου πλέγματος μορφοποίησης δεν εγγυάται τη δημιουργία αεροτομών με επιτρεπτά κατασκευαστικά όρια, επιτρέποντας συμφύσεις γεωμετρικών στοιχείων της αεροτομής, π.χ. επαφή οπής ψύξης με το θερμό ρευστό. Για να ικανοποιηθούν οι πραγματικοί κατασκευαστικοί περιορισμοί χρησιμοποιήθηκαν όρια στην κίνηση των σημείων ελέγχου, τα οποία τέθηκαν εμπειρικά.



Σχήμα 2.3: Παραμετροποίηση της αεροτομής με χρήση πλέγματος μορφοποίησης. Με πράσινο συμβολίζονται τα σημεία ελέγχου, τα οποία είναι ακίνητα και βρίσκονται στην ακμή πρόσπτωσης και την ακμή εκφυγής. Με πορτοκαλί συμβολίζονται τα κινητά σημεία ελέγχου. Με κόκκινο συμβολίζονται τα όρια κίνησης των σημείων ελέγχου. Τα κινητά σημεία ελέγχου διαμορφώνουν το συνολικό περίγραμμα της αεροτομής αλλά και τη θέση των αγωγών ψύξης.

Η δεύτερη μέθοδος παραμετροποίησης, η οποία θα χρησιμοποιηθεί, επιτρέπει την κίνηση μόνο των αγωγών ψύξης, κρατώντας σταθερή την πλευρά υπερπίεσης (PS) και υποπίεσης (SS) (Σχήμα 2.4). Αυτό δημιουργεί 10 σημεία, κινούμενα σε x και y , τα οποία αποτελούν τα κέντρα της διατομής των αγωγών. Τα όρια κίνησης των σημείων τίθενται εμπειρικά, όπως στο πλέγμα μορφοποίησης, αλλά γίνεται και υπολογισμός, ώστε οι αγωγοί να μην πλησιάσουν τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης. Και οι δύο παραμετροποιήσεις μετακινούν τα σημεία θεωρώντας πως η αεροτομή βρίσκεται στις 0° .



Σχήμα 2.4: Παραμετροποίηση των αγωγών ψύξης της αεροτομής. Με κίτρινο συμβολίζονται τα σημεία ελέγχου στο κέντρο της κάθε οπής και με κόκκινο τα όρια κίνησης των σημείων ελέγχου. Η διάμετρος της κάθε οπής παραμένει σταθερή.

Ο τρόπος παραμετροποίησης με τη χρήση του πλέγματος μορφοποίησης έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή και των πιέσεων και των θερμοκρασιών γύρω από την αεροτομή. Ο τρόπος παραμετροποίησης της θέσης των αγωγών ψύξης επηρεάζει ελάχιστα τις πιέσεις και πολύ τη θερμοκρασία. Η μέθοδος του πλέγματος μορφοποίησης παρουσιάστηκε στο [5], ενώ με άλλη διάταξη ακίνητων και κινούμενων σημείων για τη δημιουργία πλεγμάτων ελέγχου βασισμένων στη θεωρία των ογκομετρικών καμπυλών NURBS και με στόχο τη βελτιστοποίηση αεροτομής, έγινε από τους ερευνητές της ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ [11].

Η παραμετροποίηση σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι μία ουσιώδης διαδικασία, καθώς επιτρέπει σε μεγάλο πλήθος μεταβλητών, όπως δηλαδή οι θέσεις των σημείων που αποτελούν το περίγραμμα της αεροτομής, να ελέγχεται από μικρό πλήθος σημείων, τα οποία αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτό, βελτιώνει κατά πολύ τον υπολογιστικό χρόνο που χρειάζεται ένα πρόγραμμα βελτιστοποίησης.

	<i>περίγραμμα</i>	<i>αγωγοί ψύξης</i>	
<i>1^{ος} τρόπος παραμετροποίησης (morphing box)</i>	<i>Ναι</i>	<i>Ναι</i>	
<i>2^{ος} τρόπος παραμετροποίησης</i>	<i>Όχι</i>	<i>Ναι</i>	
	<i>Βελτιστοποίηση απωλειών ολικής πίεσης</i>	<i>Βελτιστοποίηση μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου</i>	<i>Συνδυασμένη βελτιστοποίηση</i>
<i>1^{ος} τρόπος παραμετροποίησης (morphing box)</i>	<i>Ναι</i>	<i>Όχι</i>	<i>Ναι</i>
<i>2^{ος} τρόπος παραμετροποίησης</i>	<i>Όχι</i>	<i>Ναι</i>	<i>Όχι</i>

Πίνακας 2.5: Οι μέθοδοι παραμετροποίησης και οι χρήσεις τους.

Κεφάλαιο 3

Εξισώσεις Ροής και Λογισμικό

3.1 Το Πρωτεύον Πρόβλημα

Η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος ορίζεται, σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, ως η διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων RANS και μεταφοράς θερμότητας στο υπολογιστικό χωρίο. Σε μεθόδους βελτιστοποίησης, η διαδικασία αυτή καταλήγει στον υπολογισμό της συνάρτησης-στόχου για κάθε υποψήφια λύση. Η διαδικασία ξεκινά με τη γένεση του περιγράμματος της αεροτομής και των αγωγών ψύξης από τα σημεία ελέγχου. Στη συνέχεια, δημιουργούνται τα υπολογιστικά πλέγματα του ρευστού και του στερεού, στα οποία θα λυθούν οι εξισώσεις ροής και μεταφοράς θερμότητας για το κάθε ένα. Έπειτα, γίνεται επιλογή του κατάλληλου σχήματος διακριτοποίησης. Σειρά έχει η επίλυση, μέσω του επιλύτη PUMA, ο οποίος θα εφαρμόσει επαναληπτική διαδικασία μέχρι οι τιμές στους κόμβους του πλέγματος να σταθεροποιηθούν και τα υπόλοιπα των εξισώσεων να μηδενιστούν, δηλαδή να επέλθει σύγκλιση της διαδικασίας. Εάν πρόκειται για διαδικασία βελτιστοποίησης, αυτό είναι το σημείο στο οποίο γίνεται υπολογισμός της συνάρτησης-στόχου, με επεξεργασία των πεδίων που επιλύθηκαν.

3.2 Οι Εξισώσεις RANS και Μεταφοράς Θερμότητας

Η επίλυση του προβλήματος της διπλωματικής αυτής εργασίας γίνεται με τις εξισώσεις RANS. Οι εξισώσεις RANS είναι οι μετασχηματισμένες εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες βρίσκουν τη μέση χρονικά τιμή των χρονικά μεταβαλλόμενων ποσοτήτων. Σε ένα πρόβλημα συνδυασμένης μεταφοράς θερμότητας (CHT), οι εξισώσεις στο χωρίο του ρευστού Ω^F είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με τις εξισώσεις μεταφοράς θερμότητας στο στερεό χωρίο Ω^S . Στο Ω^F οι εξισώσεις RANS συμπιεστού ρευστού, που αποτελούνται από την εξίσωση συνέχειας, τις εξισώσεις της ορμής κατά x και y και την εξίσωση ενέργειας γράφονται

$$R_n^F = \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} - \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} = 0 \quad (3.1)$$

όπου ο όρος $f_k^{inv} = [\rho v_k \rho v_k v_1 + p \delta_{1k} \rho v_k v_2 + p \delta_{2k} \rho v_k h_t]^T$ και ο όρος $f_k^{vis} = [0 \ \tau_{1k} \ \tau_{2k} \ v_1 \tau_{1k} + q_k^F]^T$. Το f_k^{inv} αποτελείται από όλους τους όρους, που δεν εμπλέκουν τη συνεκτικότητα ή την τύρβη (ατριβείς ροές) και το f_k^{vis} από τους όρους των συνεκτικών και τυρβωδών τάσεων. Το ρ , p και h_t είναι η πυκνότητα, η πίεση και η ολική ενθαλπία αντίστοιχα, ενώ τα v_k είναι η ταχύτητα κατά την k κατεύθυνση του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων. Το δ_{1k} είναι το σύμβολο του

Cronecker. Η ροή θερμότητας στο Ω^F προκύπτει από την εξίσωση $q_k^F = \kappa^F \frac{\partial T}{\partial x_k}$ με το $\kappa^F = C_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$ να είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του ρευστού. Το C_p είναι η ειδική θερμότητα σταθερής πίεσης, το μ_t η τυρβώδης δυναμική συνεκτικότητα και τα Pr και Pr_t είναι οι αριθμοί Prandtl της στρωτής και της τυρβώδους ροής αντίστοιχα. Γι' αυτούς ισχύει εμπειρικά πως $Pr = 0.72$ και $Pr_t = 0.90$. Η δυναμική συνεκτικότητα εξαρτάται από τη θερμοκρασία του ρευστού T^F και δίνεται από το νόμο του Sutherland (1983) [24]. Ο τελεστής των τάσεων δίνεται από την εξίσωση $\tau_{km} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_m} + \frac{\partial v_m}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_{km} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right)$. Η τυρβώδης δυναμική συνεκτικότητα μ_t δίνεται από το μοντέλο τύρβης που εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση. Η αγωγή θερμότητας στο Ω^S δίνεται από την εξίσωση

$$R^S = - \frac{\partial q_k^S}{\partial x_k} = 0 \quad (3.2)$$

όπου το $q_k^S = \kappa^S \frac{\partial T^S}{\partial x_k}$ είναι η ροή θερμότητας στο στερεό και κ^S η θερμική αγωγιμότητα του μετάλλου. Στη διεπαφή ρευστού-στερεού (FSI) πρέπει να ισχύουν οι συνθήκες

$$T^F = T^S, q_k^F n_k^F = -q_k^S n_k^S \quad (3.3)$$

με τα n_k^F, n_k^S να αποτελούν τα μοναδιαία διανύσματα κάθετα στο FSI και με κατεύθυνση προς το ρευστό και προς το στερεό αντίστοιχα. Η πρώτη συνθήκη αποτελεί την απαίτηση της συνέχειας της θερμοκρασίας από το ρευστό στο στερεό. Η δεύτερη συνθήκη επιβάλλει τη μεταφορά της θερμικής ροής από το Ω^F στο Ω^S . Συνεπώς, όπως γίνεται αντιληπτό, ισχύει $\Omega^F \cup \Omega^S = \Omega^{comp}$, με Ω^{comp} το υπολογιστικό χωρίο.

3.3 Μοντελοποίηση της Τύρβης

Με τον όρο τύρβη χαρακτηρίζονται οι χαώδεις αλλαγές του πεδίου ροής ενός ρευστού, που δημιουργούνται από την υπέρσχυση της απόσβεσης που προκαλεί η συνεκτικότητα από την κινητική ενέργεια.

Για να εισαχθεί η τύρβη στον επιλύτη ροής, ο οποίος λύνει τις εξισώσεις RANS, χρησιμοποιούνται μοντέλα που προσομοιώνουν τη δημιουργία και καταστροφή της στον όγκο του ρευστού. Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, τα μοντέλα τύρβης που θα χρησιμοποιηθούν είναι τρία.

3.3.1 Spalart-Allmaras

Το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras αποτελεί ένα μοντέλο μίας εξίσωσης που αναπτύχθηκε για τον υπολογισμό της τυρβώδους δυναμικής συνεκτικότητας, σε περιοχές κοντά σε τοιχώματα με ανάστροφες κλίσεις πίεσης, Spalart-Allmaras (1994) [10]. Το μοντέλο αυτό εισάγει τη μεταβλητή $\tilde{\nu}$, η οποία δίνει στη συνέχεια την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα ν_t . Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται από τη μεταβλητή $\tilde{\nu}$ ως εξής $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$, $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}$, $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$. Η εξίσωση υπολογισμού της $\tilde{\nu}$ είναι

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (u \tilde{\nu}) = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{b2} (\nabla \tilde{\nu})^2] - c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (3.4)$$

όπου το S είναι η ένταση της τύρβης και ισχύει $\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}$ με $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$ και d η απόσταση από τον κοντινότερο τοίχο. Η συνάρτηση $f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{(1/6)}$ με $g = r + c_{w1} (r^6 - r)$ και $r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$. Οι σταθερές του μοντέλου είναι:

$$c_{b1} = 0.1355, c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}, c_{v1} = 7.1$$

$$c_{b2} = 0.622, c_{w2} = 0.3$$

$$\sigma = \frac{2}{3}, \kappa = 0.41, c_{w3} = 2$$

3.3.2 k- ω SST

Το μοντέλο τύρβης k- ω SST παρουσιάστηκε το 1994 από τον Menter [6],[7] και αντικατέστησε τα μοντέλα k- ω και k- ϵ . Το k- ϵ είχε έλλειψη ακρίβειας σε περιοχές κοντά στα τοιχώματα, όπου και υπήρχαν ανάστροφες κλίσεις πίεσης. Το k- ω ήταν επιρρεπές στην τιμή του ω της ελεύθερης ροής που επιβαλλόταν στην είσοδο. Στόχος του μοντέλου αυτού ήταν ο συνδυασμός των μεθόδων k- ϵ και k- ω , για να ξεπεραστεί η αδυναμία της κάθε περίπτωσης. Η βασική αρχή του μοντέλου αυτού είναι η χρήση της πρώτης μεθόδου εκτός του οριακού στρώματος, της δεύτερης κοντά στα τοιχώματα και μίας blending function στην ενδιάμεση περιοχή. Το k- ω SST είναι ένα μοντέλο 2 εξισώσεων για την εύρεση της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας ν_t , αφού προηγουμένως υπολογιστούν η τυρβώδης κινητική ενέργεια k και ο ειδικός ρυθμός καταστροφής της τύρβης ω . Η εξίσωση που δίνει την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα είναι

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.5)$$

Οι εξισώσεις για την εύρεση της κινητικής ενέργειας k και του ειδικού ρυθμού καταστροφής της τύρβης ω είναι

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v k) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \bar{P}_k - D_k \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \omega) &= \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) \\ + \frac{\gamma}{v_t} \bar{P}_k - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \end{aligned} \quad (3.7)$$

όπου $D_k = \beta^* \rho k \omega$. Η συνάρτηση $F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500v}{d^2 \omega} \right) \right]^2 \right]$ με το d να συμβολίζει την απόσταση από τον κοντινότερο τοίχο. Ο περιοριστής της παραγωγής της τύρβης έχει εξίσωση $\bar{P}_k = \min(P_k, 10D_k)$ με το $P_k = \mu_t \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$. Η συνάρτηση F_1 λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Όταν $F_1 = 0$ το μοντέλο είναι το k-ε, ενώ όταν $F_1 = 1$ το μοντέλο είναι το k-ω. Η F_1 δίνεται από την εξίσωση

$$F_1 = \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500v}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \right]^4 \right\} \quad (3.8)$$

με το $CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} (\nabla k \cdot \nabla \omega), 10^{-10} \right)$

και το $\nabla k \cdot \nabla \omega = \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y}$.

Κάθε σταθερά δίνεται από ένα συνδυασμό των σταθερών του μοντέλου k-ε μακριά από το στερεό όριο και του μοντέλου k-ω κοντά στο στερεό όριο. Αν τα σημεία κοντά συμβολίζονται με 1 και τα σημεία μακριά με 2, τότε η ποσότητα φ δίνεται από τη σχέση $\varphi = \varphi_1 F_1 + \varphi_2 (1 - F_1)$. Οι σταθερές του μοντέλου δίνονται παρακάτω:

$$a_1 = \frac{5}{9}, \beta_1 = 0.075, \sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{\omega 1} = 0.5$$

$$a_2 = 0.44, \beta_2 = 0.0828, \sigma_{k2} = 1, \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

$$\beta^* = 0.09$$

Κατά την εφαρμογή του μοντέλου μετάβασης (γ -Re θ) οι εξισώσεις 3.6 και 3.7 του μοντέλου k - ω SST υπόκεινται σε αλλαγές. Για την εξίσωση εύρεσης του k , ο όρος $\nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right)$ μετατρέπεται στον $\nabla \cdot ((\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k)$, ο όρος παραγωγής της τύρβης \bar{P}_k μετατρέπεται στον $(\gamma_{eff} \mu_t S^2 - \rho k \nabla v)$ και ο όρος καταστροφής της τύρβης D_k ως $\min[\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1] \rho \beta^* [1 + F(M_t)] (\omega k - \omega_0 k_0)$. Στην εξίσωση εύρεσης του ω , ο όρος $\nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right)$ μετατρέπεται στον $\nabla \cdot ((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega)$, ο όρος παραγωγής της τύρβης $\frac{\gamma}{v_t} \bar{P}_k$ στον $a(\mu_t S^2 - \rho k \nabla v)$ και ο όρος $\beta \rho \omega^2$ στον $\rho \beta (\omega^2 - \omega_0^2)$, ενώ ο όρος $2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma \omega^2}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega$ παραμένει σταθερός.

Τα ω_0 και k_0 είναι οι τιμές της τύρβης στην είσοδο του υπολογιστικού χωρίου. Η συνάρτηση $F(M_t) = \xi^* \max \left[\left(\frac{2k}{a^2 - M_{t0}^2} \right), 0 \right]$ με $\xi^* = 1.5$, $M_{t0}^2 = 0.25$ και a η ταχύτητα του ήχου. Η δυναμική κινηματική συνεκτικότητα δίνεται από την εξίσωση $\mu_t = \rho k T$ με $T = \min \left[\frac{1}{\max \left[\omega, \frac{SF_2}{a_1} \right]}, \frac{0.6}{\sqrt{3S}} \right]$ όπου ρ η πυκνότητα, μ η δυναμική συνεκτικότητα και μ_t η τυρβώδης δυναμική συνεκτικότητα. Η παράμετρος γ_{eff} θα επεξηγηθεί στην υποε-
νότητα 3.3.3. Οι συναρτήσεις F_1, F_2 δίνονται από τις εξισώσεις

$$F_1 = \max[F_3, \tanh(\arg_1^4)] \quad (3.9)$$

όπου $\arg_1 = \max \left[\min \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{\omega d^2} \right), \frac{2k}{d^2 CD_{k\omega}} \right]$ με $CD_{k\omega} = \max \left(\frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \right)$.

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.10)$$

όπου $\arg_2 = \max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{\omega d^2} \right)$.

$$F_3 = \exp \left(- \left(\frac{R_d}{120} \right)^2 \right) \quad (3.11)$$

όπου $R_d = \frac{\rho d k^{1/2}}{\mu}$ με το d να συμβολίζει την απόσταση από τον κοντινότερο τοίχο.

Οι σταθερές του μοντέλου που μεταβάλλονται είναι

$$a_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \sigma_{\omega 1} = 0.65, a_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, a_l = 0.3, \kappa = 0.41$$

Όλες οι υπόλοιπες παραμένουν ίδιες.

3.3.3 Μοντέλο Μετάβασης (γ - Re_{θ})

Το μοντέλο μετάβασης (transition model) γ - Re_{θ} αναπτύχθηκε από τον Langtry [15] και αποτελεί μία προσθήκη στο μοντέλο τύρβης k - ω SST, εισάγοντας δύο ακόμη εξισώσεις. Σκοπός αυτού του μοντέλου είναι αφενός μεν η αποφυγή της υπόθεσης πως το οριακό στρώμα είναι εξ αρχής τυρβώδες και αφετέρου η όσο το δυνατόν πιο ακριβής εκτίμηση του σημείου μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Το μοντέλο τύρβης γ - Re_{θ} είναι μοντέλο δύο εξισώσεων και συνδυάζεται με το μοντέλο τύρβης k - ω SST. Η μία υπολογίζει το γ , το οποίο λειτουργεί ως διακόπτης για την παραγωγή τύρβης. Η άλλη υπολογίζει το Re_{θ} , το οποίο είναι ο αριθμός Reynolds εάν χρησιμοποιηθεί ως απόσταση το πάχος ορμής του οριακού στρώματος και χρησιμοποιείται για μέτρηση απόστασης, με αφετηρία το σημείο εκκίνησης της δημιουργίας του οριακού στρώματος, πάνω σε καμπύλες, δηλαδή σε μία αεροτομή από την ακμή πρόσπτωσης (TE). Οι εξισώσεις των μεγεθών αυτών είναι

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \gamma) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \nabla \gamma \right) \\ + F_{length} c_{a1} \rho S (\gamma F_{onset})^{(1/2)} (1 - c_{e1} \gamma) + c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (1 - c_{e2} \gamma) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \widetilde{Re}_{\theta t}) = \nabla \cdot (\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \nabla \widetilde{Re}_{\theta t}) \\ + c_{\theta t} \frac{(\rho v)^2}{500 \mu} (Re_{\theta t} - \widetilde{Re}_{\theta t}) (1 - F_{\theta t}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

όπου Ω είναι ο ταυιστής στροβιλότητας και v είναι η τοπική ταχύτητα. Οι παράμετροι F_{length} και F_{onset} χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν το μήκος της μεταβατικής ροής και το σημείο έναρξής της αντίστοιχα. Παράλληλα, οι παράμετροι F_{turb} και $F_{\theta t}$ καθορίζουν την μετάβαση του οριακού στρώματος από τυρβώδες σε στρωτό και το σημείο μετάβασης της ροής σε πλήρως τυρβώδη. Για τις εξισώσεις 3.12 και 3.13 ισχύουν οι σχέσεις

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0),$$

$$F_{turb} = \exp\left[-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4\right],$$

$$F_{onset2} = \min[\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2],$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_v}{2.193Re_{\theta c}},$$

$$F_{onset3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right),$$

$$F_{\theta t} = \min\left\{\max\left[F_{wake} \exp\left[-\left(\frac{v^2}{375\Omega v \bar{Re}_{\theta t}}\right)^4\right], 1 - \left(\frac{c_{e2}\varphi - 1}{c_{e2} - 1}\right)^2\right], 1\right\},$$

$$F_{wake} = \exp\left[-\left(\frac{Re_{\omega}}{10^5}\right)^2\right],$$

$$Re_v = \frac{\rho S d^2}{\mu},$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega},$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \Omega d^2}{\mu}$$

Με Re_v συμβολίζεται ο αριθμός Reynolds του ρυθμού παραμόρφωσης, με R_T ο τυρβώδης αριθμός Reynolds, με $Re_{\theta c}$ ο αριθμός Reynolds στο σημείο εκκίνησης της μεταβατικής ροής και με $Re_{\theta t}$ ο αριθμός Reynolds στο σημείο μετάβασης της ροής από μεταβατική σε πλήρως τυρβώδη. Οι σταθερές του μοντέλου είναι

$$c_{a1} = 2.0, c_{e1} = 1.0$$

$$c_{a2} = 0.06, c_{e2} = 50.0$$

$$c_a = 0.5, \sigma_{\gamma} = 1.0, \sigma_{\theta t} = 2.0, c_{\theta t} = 0.03$$

Για το γ_{eff} ισχύει $\gamma_{eff} = \max(\gamma_{sep}, \gamma)$, όπου το $\gamma_{sep} = \min\left[s_1 \max\left(\frac{Re_v}{3.235Re_{\theta c}} - 1, 0\right) F_{reattach}, 2\right] F_{\theta t}$, $F_{reattach} = \exp\left(-\left(\frac{R_T}{20}\right)^4\right)$ με το $s_1 = 2$. Ο Langtry [15] προτείνει για το $Re_{\theta t}$ ελάχιστη τιμή το 20. Η ένταση της τύρβης δίνεται από την εξίσωση $T_u = 100 \frac{\sqrt{2/3k}}{v}$. Η εξίσωση εύρεσης του $Re_{\theta t}$ είναι

$$Re_{\theta t} = 803.73(T_u + 0.6067)^{-1.027} F_{\lambda, K} \quad (3.14)$$

όπου

$$F_{\lambda, K} = \begin{cases} 1 - F_{\lambda} e^{-T_u/3} & \text{για } \lambda \leq 0 \\ 1 + F_K(1 - e^{-2T_u/3}) + 0.556(1 - e^{-23.9\lambda})e^{-T_u/3} & \text{για } \lambda > 0 \end{cases}$$

$$F_{\lambda} = -10.32\lambda - 89.47\lambda^2 - 265.51\lambda^3$$

$$F_K = 0.0962(K \cdot 10^6) + 0.148(K \cdot 10^6)^2 + 0.0141(K \cdot 10^6)^3$$

Η εξίσωση 3.14 διορθώθηκε από τον Langtry [15] αργότερα στην εξίσωση 3.15, σύμφωνα με την έρευνα [16].

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} \left[1173.51 - 589.428T_u + \frac{0.2196}{T_u^2} \right] F(\lambda, T_u) & \text{για } T_u \leq 1.3 \\ 331.5[T_u - 0.5658]^{-0.671} F(\lambda, T_u) & \text{για } T_u > 1.3 \end{cases} \quad (3.15)$$

$$F(\lambda, T_u) = \begin{cases} 1 + e^{-(T_u/1.5)^{1.5}} (12.986\lambda + 123.66\lambda^2 + 405.689\lambda^3) & \lambda \leq 0 \\ 1 + 0.275e^{-2T_u}(1 - e^{-35\lambda}) & \lambda > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

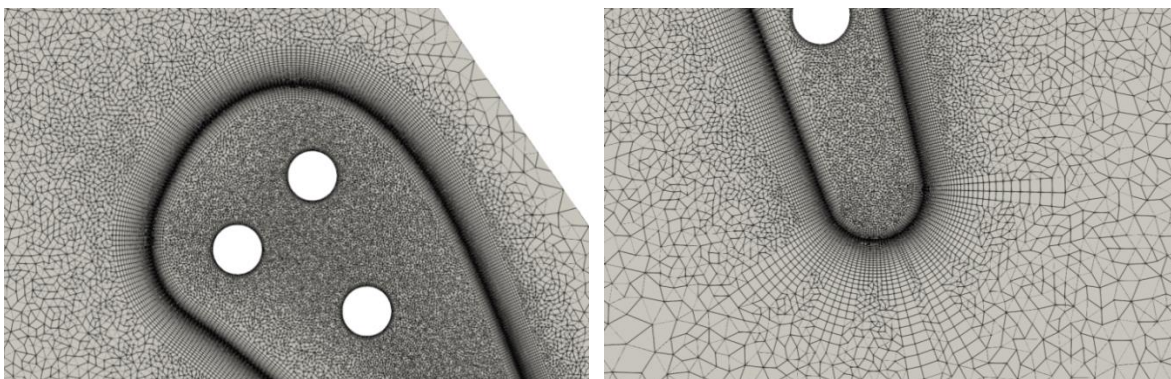
Περαιτέρω πληροφορίες για το μοντέλο βρίσκονται στο [14].

3.4 Λογισμικό

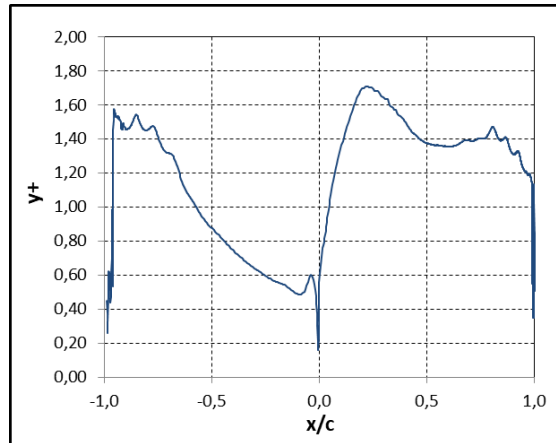
3.4.1 Ο Επιλύτης PUMA

Για την επίλυση του CHT προβλήματος χρησιμοποιείται ο επιλύτης ροής PUMA, ο οποίος εκτελείται σε GPU και έχει αναπτυχθεί πλήρως από την ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ [4]. Ο επιλύτης λύνει τις εξισώσεις RANS, τις εξισώσεις μετάδοσης θερμότητας και τις εξισώσεις του χρησιμοποιούμενου μοντέλου τύρβης. Επίσης, αν χρησιμοποιείται αιτιοκρατική μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής, ο PUMA χρησιμοποιεί τη συνεχή συζυγή μέθοδο και υπολογίζει τις παραγώγους της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Για την πρόλεξη του πεδίου ροής γίνεται γένεση και χρήση 2D πλεγμάτων, για το χωρίο του ρευστού και του στερεού, αποτελούμενων από τρίγωνα και τετράπλευρα, εκτεινόμενα και στην τρίτη κατεύθυνση του πεδίου ροής, δημιουργώντας πρίσματα και εξάεδρα, καθώς ο PUMA χρησιμοποιεί 3D πλέγματα.

Κοντά στη διεπιφάνεια περυγίου-ρευστού (FSI) χρησιμοποιείται δομημένο πλέγμα, ενώ μακριά από αυτό μη δομημένο (Σχήμα 3.1). Παρά ταύτα, ο επιλύτης PUMA χρησιμοποιεί τα πλέγματα ως μη δομημένα. Τα δύο αυτά πλέγματα δημιουργούνται με τέτοιο τρόπο, ώστε στην επιφάνεια του περυγίου να υπάρχουν κοινοί κόμβοι για το στερεό και το ρευστό. Οι εξισώσεις του πρωτεύοντος και του συζυγούς προβλήματος διακριτοποιούνται πάνω στο πλέγμα, χρησιμοποιώντας κεντροκομβική μέθοδο πεπερασμένων όγκων. Για την επίλυση των εξισώσεων χρησιμοποιείται η μέθοδος της χρονο-προέλασης (time-marching), στην οποία οι εξισώσεις κάθε ψευδο-χρονική στιγμή λύνονται με τη μέθοδο Runge-Kutta 3^{ης} τάξης με εξομάλυνση υπολοίπων. Τα υπόλοιπα των εξισώσεων υπολογίζονται με δεύτερης τάξης ακρίβεια. Για τον υπολογισμό των χωρικών παραγώγων ακολουθείται η μέθοδος Green-Gauss, ενώ για τη διακριτοποίηση εφαρμόζεται το σχήμα Jameson-Schmidt-Turkel (JST) [28] 2^{ης} τάξης για τους όρους μεταφοράς στις μέσες εξισώσεις της ροής και το σχήμα ανάντι Roe [9] 1^{ης} τάξης για τα μοντέλα τύρβης. Οι εξισώσεις θερμότητας διακριτοποιούνται στο ίδιο πλέγμα και λύνονται με βάση τη μέθοδο Krylov. Οι αγωγοί ψύξης λειτουργούν ως όρια, στο περίγραμμα των οποίων επιβάλλεται ο συντελεστής συναγωγιμότητας και η θερμοκρασία ψυκτικού μέσου. Ο PUMA επιβάλλει ροή θερμότητας στα τοιχώματα των αγωγών, σύμφωνα με το συντελεστή συναγωγιμότητας, τη θερμοκρασία ψυκτικού μέσου και την τρέχουσα θερμοκρασία στο όριο. Στην επίλυση δεν χρησιμοποιούνται συναρτήσεις τοίχου, διότι το πλέγμα πλησίον των σταθερών τοιχωμάτων είναι αρκετά πυκνό (Σχήμα 3.2). Τα τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης, που χρησιμοποιούνται είναι το Spalart-Allmaras, το k- ω SST και το μοντέλο μετάβασης (γ - Re_{θ}). Το υπολογιστικό πλέγμα περικλείεται από την είσοδο, την έξοδο και τα περιοδικά όρια (Σχήμα 3.3) και αποτελείται συνολικά από 312k κόμβους (183k για το θερμό ρευστό και 129k για το στερεό υλικό του περυγίου) και είναι ίδιο για όλες τα σημεία λειτουργίας που μελετώνται. Η εκτέλεση του επιλύτη ροής και του συζυγούς επιλύτη, για τα 5 σημεία λειτουργίας που αναλύονται και για όλα τα στάδια βελτιστοποίησης, πραγματοποιείται σε κάρτα γραφικών (GPU) Tesla P100, η οποία ανήκει σε cluster.

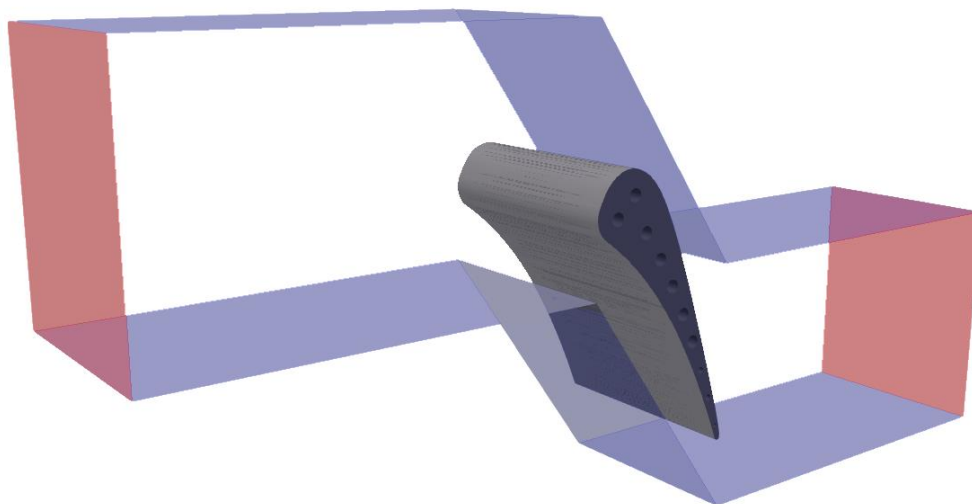


Σχήμα 3.1: (Case 108) Το υπολογιστικό πλέγμα κοντά στην ακμή προσβολής και στην ακμή εκφυγής.

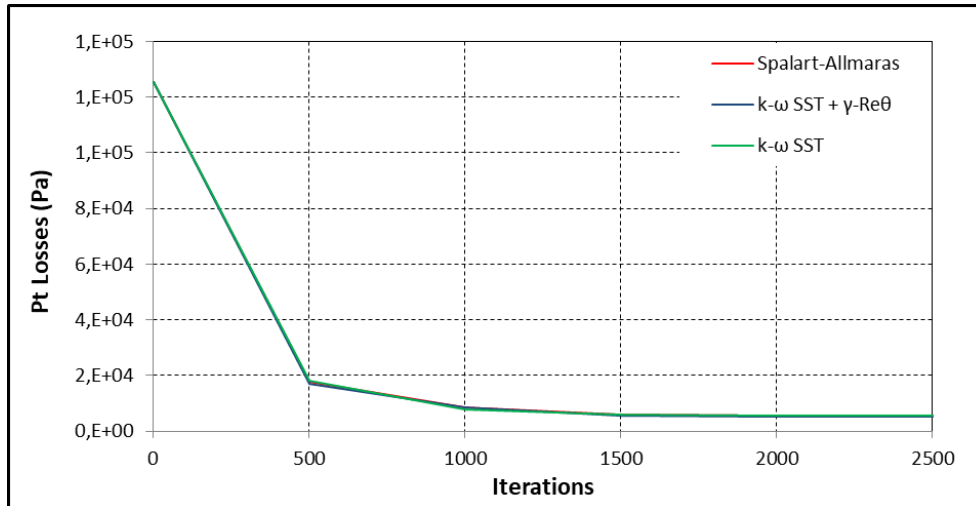


Σχήμα 3.2: (Case 108) Η κατανομή του y^+ πάνω στην αεροτομή.

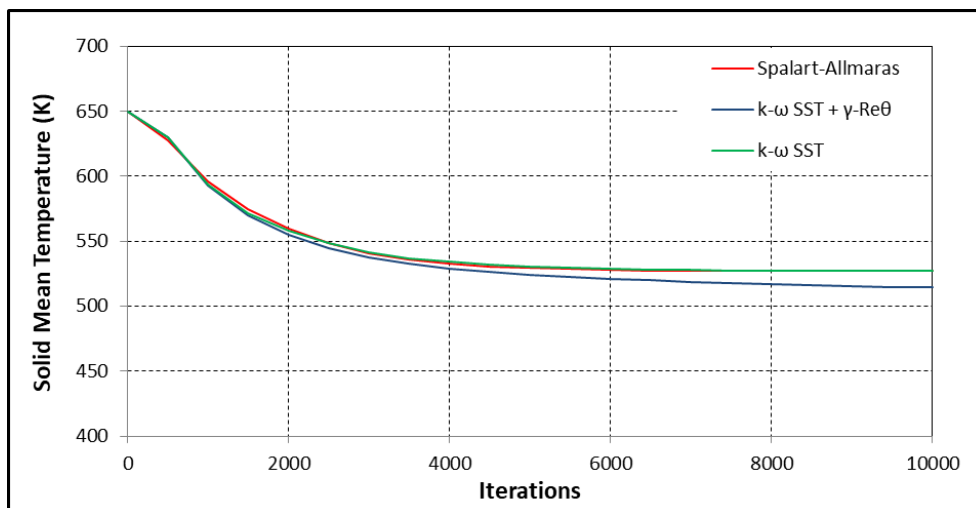
Ο επιλύτης PUMA, σε κάθε επανάληψη, λύνει μία φορά το αεροδυναμικό πρόβλημα και μία φορά το πρόβλημα μετάδοσης θερμότητας. Ο αριθμός των επαναλήψεων τέθηκε στις 10k. Αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι να υπάρξει σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Στο Σχήμα 3.4 και στο Σχήμα 3.5 απεικονίζεται η σταθεροποίηση των απωλειών ολικής πίεσης και της μέσης θερμοκρασίας του περυγίου στο σημείο λειτουργίας 108 για τα 3 διαφορετικά μοντέλα τύρβης. Για το μοντέλο k- ω SST με μοντέλο μετάβασης γ - Re_{θ} δεν έχει επιτευχθεί καλή σύγκλιση της μέσης θερμοκρασίας περυγίου και έγινε επίλυση με αριθμό επαναλήψεων τις 12k, όπου και υπήρξε σύγκλιση της (Σχήμα 3.6). Το συγκεκριμένο μοντέλο τύρβης εφαρμόστηκε μόνο για λόγους πληρότητας της ανάλυσης της αεροτομής και δε χρησιμοποιείται κατά τη βελτιστοποίηση.



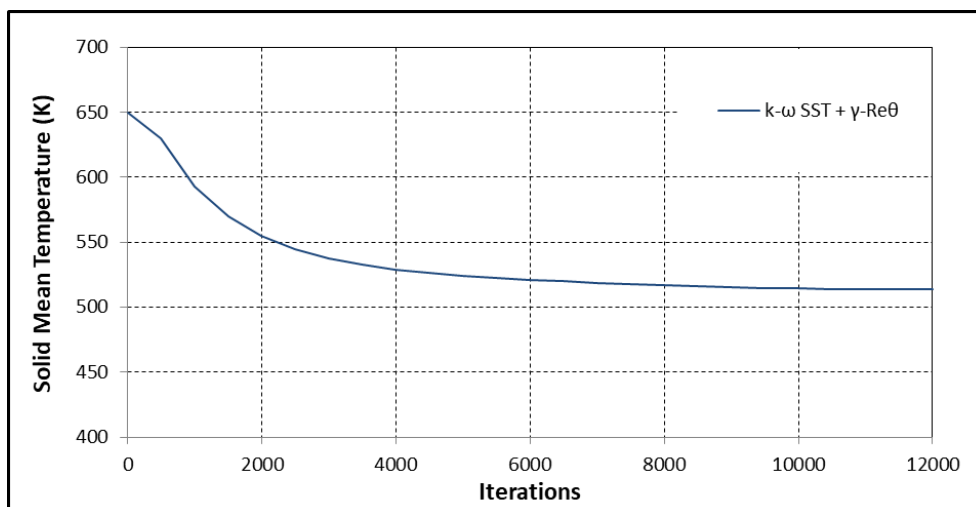
Σχήμα 3.3: Το υπολογιστικό χωρίο που χρησιμοποιεί ο PUMA. Με γκρι φαίνεται το περύγιο, με κόκκινο φαίνεται η είσοδος και η έξοδος και με μπλε τα περιοδικά όρια. Παρά το 3D υπολογιστικό χωρίο, η ανάλυση είναι 2D.



Σχήμα 3.4: (Case 108) Η σύγκλιση των απολειών ολικής πίεσης συναρτήσει των CHT κύκλων με τα τρία μοντέλα τύρβης.



Σχήμα 3.5: (Case 108) Η σύγκλιση της μέσης θερμοκρασίας του περυγίου συναρτήσει των CHT κύκλων με τα τρία μοντέλα τύρβης.



Σχήμα 3.6: (Case 108) Η σύγκλιση της μέσης θερμοκρασίας του περυγίου συναρτήσει των CHT κύκλων με το μοντέλο k- ω SST + γ -Re θ και όριο τους 12k κύκλους.

3.4.2 Η Μέθοδος MMA

Η μέθοδος MMA ή μέθοδος κινούμενων ασυμπτώτων, αποτελεί το εργαλείο , το οποίο συμπληρώνει τη συνεχή συζυγή μέθοδο σε αυτήν τη διπλωματική εργασία. Στόχος του είναι η αξιοποίηση των κλίσεων που παράγει ο συζυγής επιλύτης του PUMA για τη βελτιστοποίηση της συνάρτησης-στόχου με τη χρήση περιορισμών. Η επιλογή της συγκεκριμένης μεθόδου έγινε λόγω της ύπαρξης περιορισμών, που αναφέρονται στο Κεφάλαιο 5. Το λογισμικό χρησιμοποιεί ως είσοδο ένα αρχείο, στο οποίο αναγράφονται οι αρχικές τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού και οι περιορισμοί που χαρακτηρίζουν το πρόβλημα. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι γεωμετρικής, αεροδυναμικής ή θερμικής φύσης. Ως έξοδοι, παράγονται η τιμή της συνάρτησης-στόχου και οι τιμές των περιορισμών, για κάθε υποψήφια λύση.

3.4.3 Περιφερειακό Λογισμικό

Η αεροτομή παράγεται ως μία καμπύλη από τις μεταβλητές σχεδιασμού, που είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου της ογκομετρικής καμπύλης NURBS. Το υπολογιστικό χωρίο δημιουργείται από 16 καμπύλες. Αυτές είναι η είσοδος και η έξοδος, τα περιοδικά όρια, η πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης και οι 10 αγωγοί ψύξης (Σχήμα 3.3). Τη σύνδεση των επιφανειών αναλαμβάνει ένα εκτελέσιμο αρχείο. Μετά τη σύνδεση των επιφανειών, δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα. Λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας της αεροτομής σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης, το πλέγμα πρέπει να προσαρμοστεί στην καινούργια γεωμετρία. Αυτό δε συμβαίνει με εκ νέου γένεση πλέγματος, διότι είναι χρονοβόρο, αντιθέτως χρησιμοποιείται η τεχνική αναλογίας στρεπτικών ελατηρίων (Torsional Spring Analogy Technique (TSAT))[33], η οποία προσαρμόζει το υπάρχον πλέγμα στην τρέχουσα γεωμετρία. Οι διαδικασίες που αναφέρθηκαν προηγουμένως πραγματοποιούνται με τη βοήθεια εκτελέσιμων αρχείων (.exe), που καλούνται από το λογισμικό βελτιστοποίησης. Παράλληλα, το ίδιο λογισμικό καλεί scripts που ανασύρουν τιμές, όπως οι απώλειες ολικής πίεσης, η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου, η παροχή στην είσοδο, η γωνία εξόδου της ροής και οι αποστάσεις των αγωγών από την πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης, από αρχεία που δημιουργεί ο επιλύτης PUMA και τις τοποθετούν σε αρχεία, αναγνώσιμα από το λογισμικό βελτιστοποίησης. Αυτές οι τιμές είναι οι περιορισμοί και η τιμή της συνάρτησης-στόχου, καθώς και οι κλίσεις αυτών.

Κεφάλαιο 4

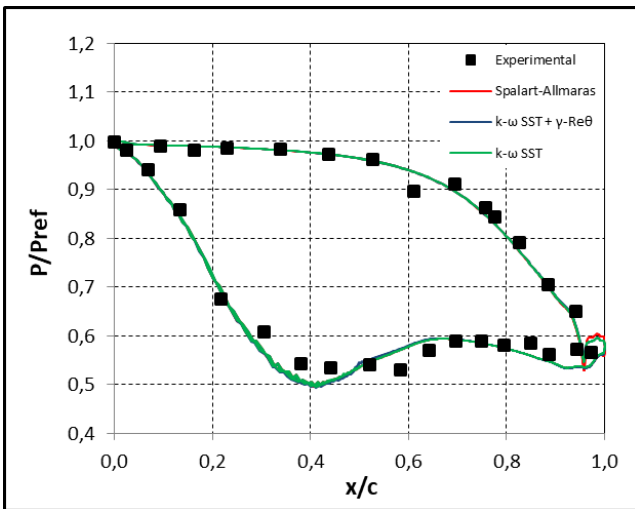
Ανάλυση Αεροτομής σε Σημεία Λειτουργίας

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η ανάλυση της αεροτομής για 5 διαφορετικά σημεία λειτουργίας. Η ανάλυση έγινε μόνο με τη χρήση του PUMA. Σε κάθε διαφορετικό σημείο λειτουργίας εφαρμόστηκαν και τα τρία μοντέλα τύρβης. Η κατανομή θερμοκρασίας, πίεσης και συντελεστή μετάδοσης θερμότητας κατά μήκος της χορδής της αεροτομής, συγκρίνεται με πειραματικά δεδομένα που παρήχθησαν από τους Hylton et al. (1983) [1].

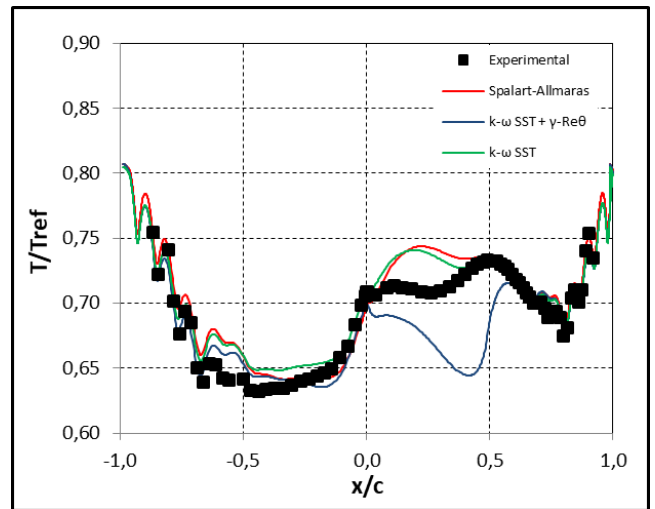
Στο Σχήμα 4.1 - Σχήμα 4.20 παρουσιάζονται τα διαγράμματα θερμοκρασίας, πίεσης και συντελεστή συναγωγιμότητας του ρευστού γύρω από την αεροτομή, καθώς και η κατανομή της θερμοκρασίας στο εσωτερικό της αεροτομής, για τα σημεία λειτουργίας που αναλύθηκαν.

Η αδιαστατοποίηση των πιέσεων, για κάθε σημείο λειτουργίας γίνεται διαιρώντας με την ολική πίεση P_{t1} της εισόδου. Η αδιαστατοποίηση της θερμοκρασίας έγινε, για όλα τα σημεία λειτουργίας, διαιρώντας με τη θερμοκρασία αναφοράς, η οποία είναι ίση με 811K. Ο υπολογισμός του συντελεστή συναγωγής, για κάθε σημείο πάνω στην αεροτομή, γίνεται με την εξίσωση $h_i = \frac{q_i}{\Delta T_i}$, με i τα σημεία πάνω στην αεροτομή και αδιαστατοποιείται με χρήση του συντελεστή συναγωγής αναφοράς $h_{ref} = 1135 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. Το $\Delta T = T_{t1} - T_i^S$, όπου το T_{t1} η ολική θερμοκρασία εισόδου για κάθε σημείο λειτουργίας και το T_i^S η θερμοκρασία του πτερυγίου στο σημείο i . Στα σχήματα, τα οποία απεικονίζουν τη θερμοκρασία και το συντελεστή συναγωγιμότητας, η περιοχή [-1,0] αντιστοιχεί στην πλευρά υπερπίεσης (PS) και η περιοχή [0,1] στην περιοχή υποπίεσης (SS).

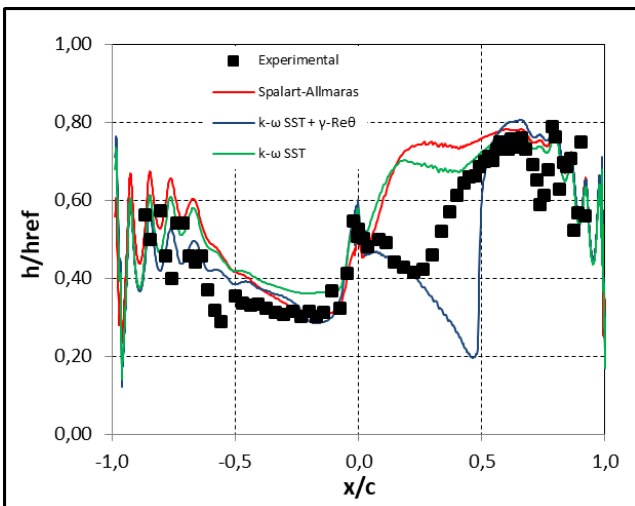
Case 108



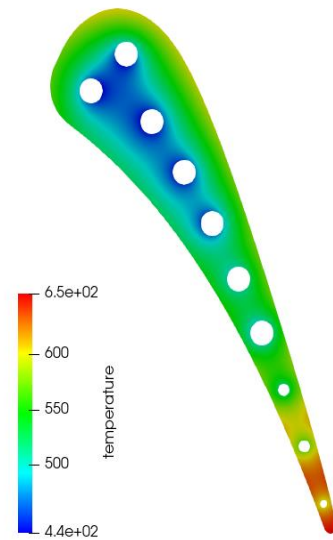
Σχήμα 4.1: Κατανομή πίεσης γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με την πίεση αναφοράς 319503 Pa.



Σχήμα 4.2: Κατανομή θερμοκρασίας γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με τη θερμοκρασία αναφοράς 811 K.

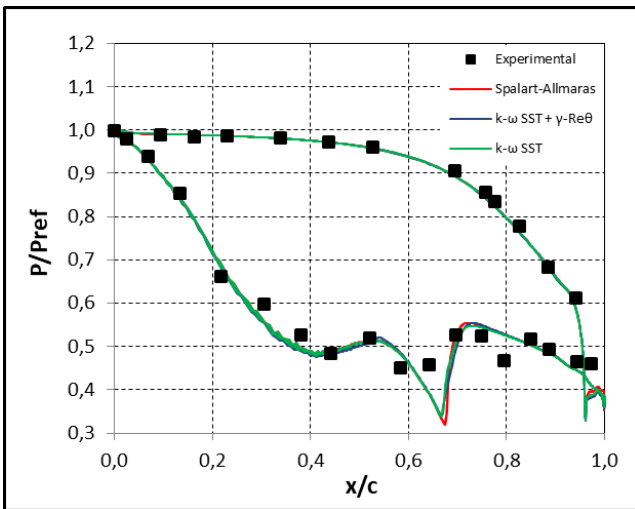


Σχήμα 4.3: Κατανομή συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με την τιμή αναφοράς $1135 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

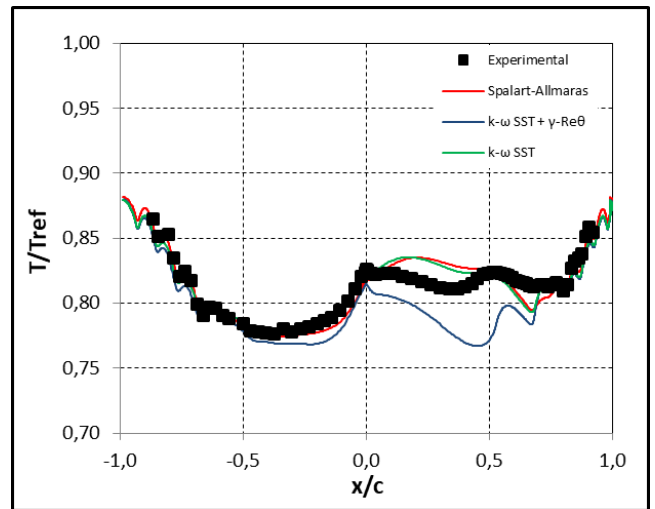


Σχήμα 4.4: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής.

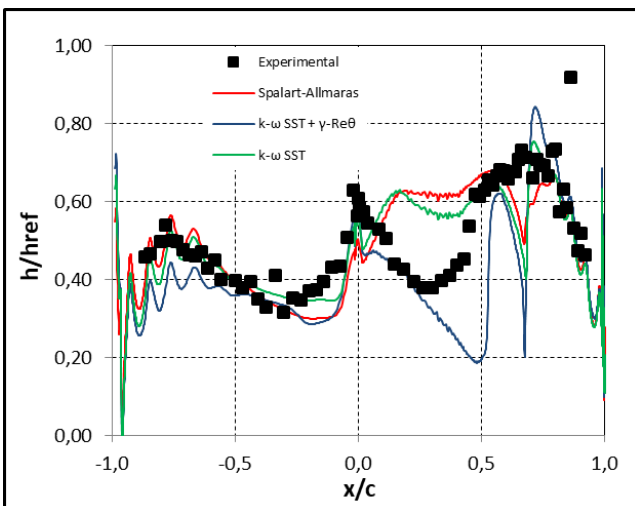
Case 111



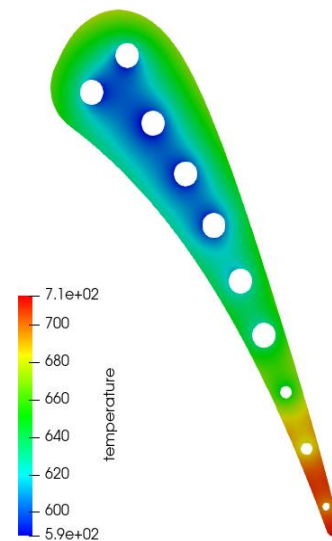
Σχήμα 4.5: Κατανομή πίεσης γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με την πίεση αναφοράς 307989 Pa.



Σχήμα 4.6: Κατανομή θερμοκρασίας γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με τη θερμοκρασία αναφοράς 811 K.

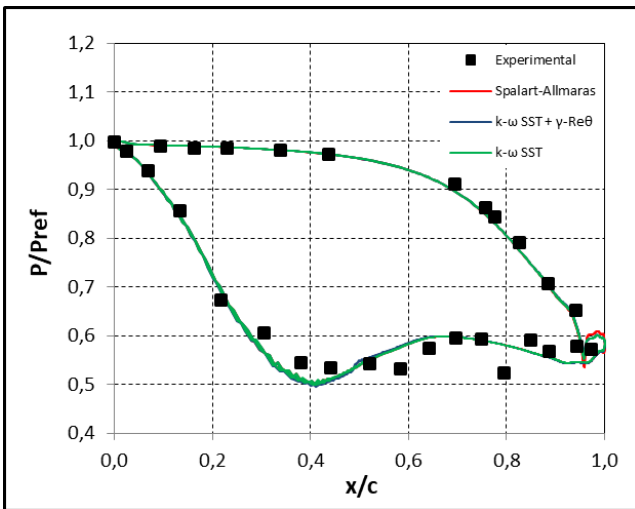


Σχήμα 4.7: Κατανομή συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με την τιμή αναφοράς $1135 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$.

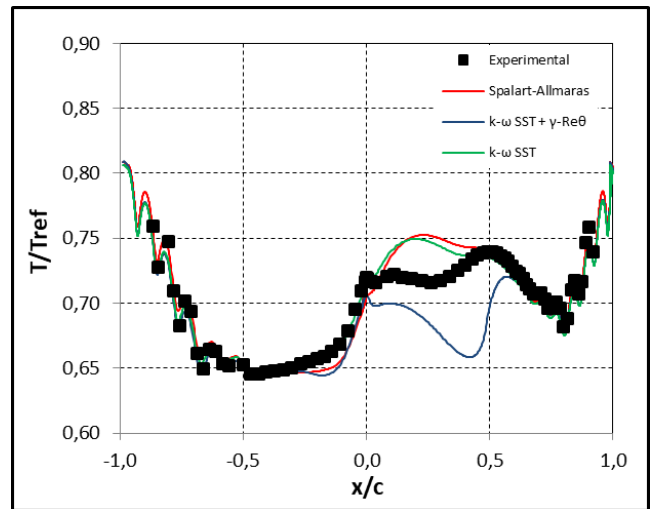


Σχήμα 4.8: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής.

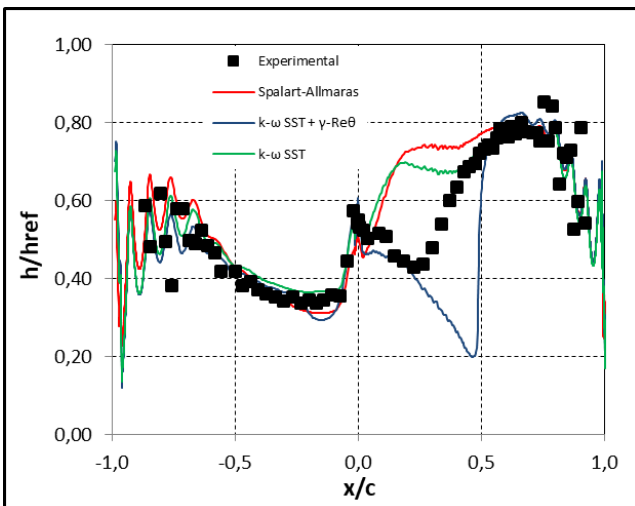
Case 113



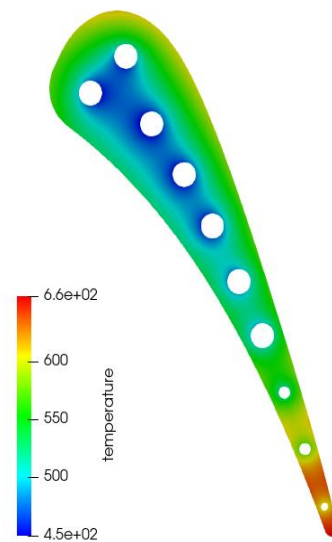
Σχήμα 4.9: Κατανομή πίεσης γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με την πίεση αναφοράς 323157 Pa.



Σχήμα 4.10: Κατανομή θερμοκρασίας γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με τη θερμοκρασία αναφοράς 811 K.

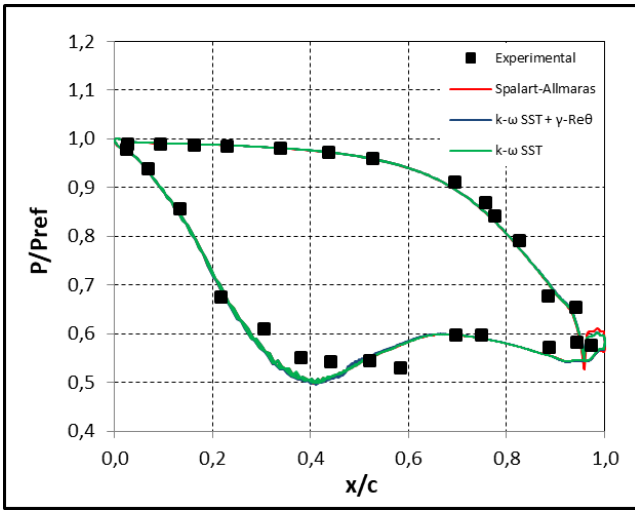


Σχήμα 4.11: Κατανομή συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από το περύγιο, ανηγμένη με την τιμή αναφοράς $1135 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$.

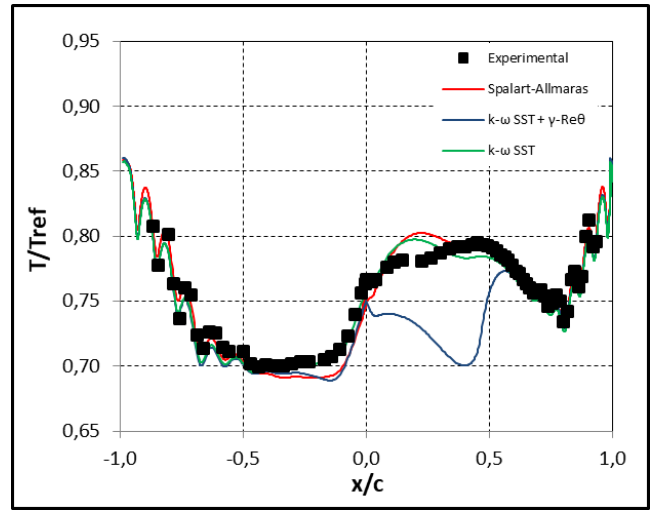


Σχήμα 4.12: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής.

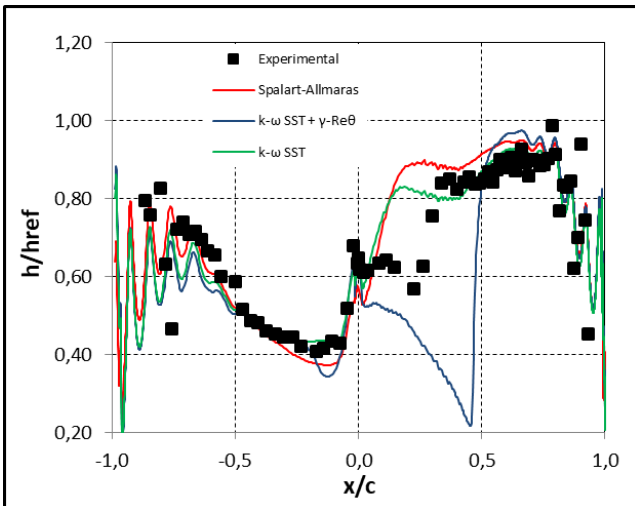
Case 157



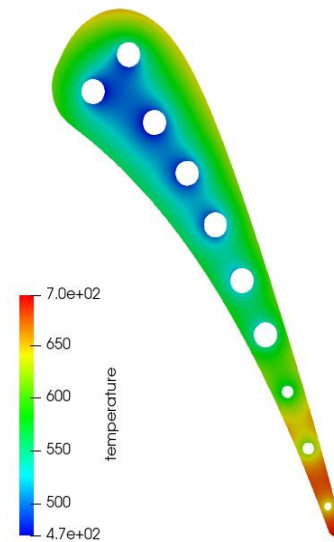
Σχήμα 4.13: Κατανομή πίεσης γύρω από το πτερύγιο, ανηγμένη με την πίεση αναφοράς 413272 Pa .



Σχήμα 4.14: Κατανομή θερμοκρασίας γύρω από το πτερύγιο, ανηγμένη με τη θερμοκρασία αναφοράς 811 K .

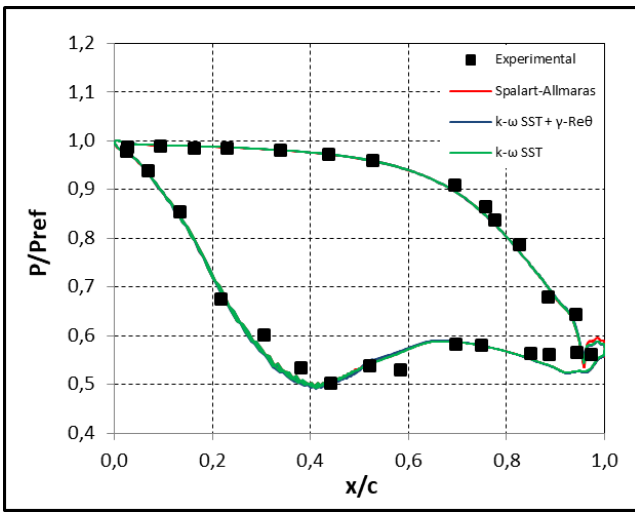


Σχήμα 4.15: Κατανομή συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από το πτερύγιο, ανηγμένη με την τιμή αναφοράς $1135 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$.

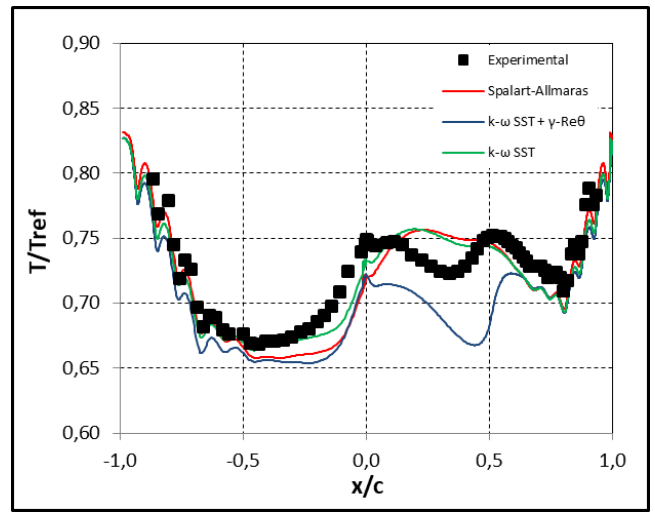


Σχήμα 4.16: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής.

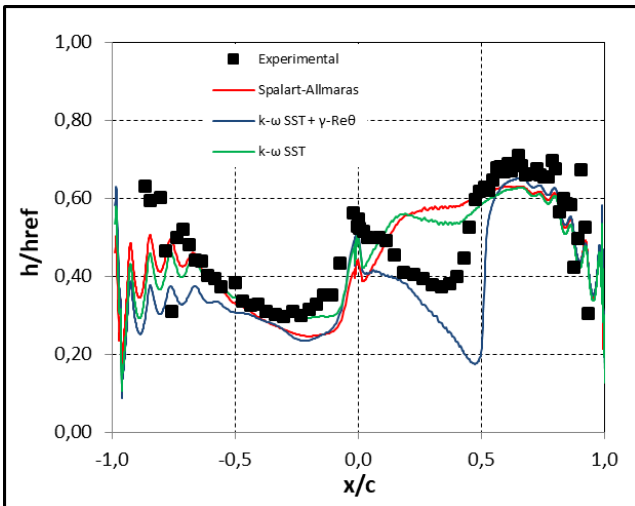
Case 158



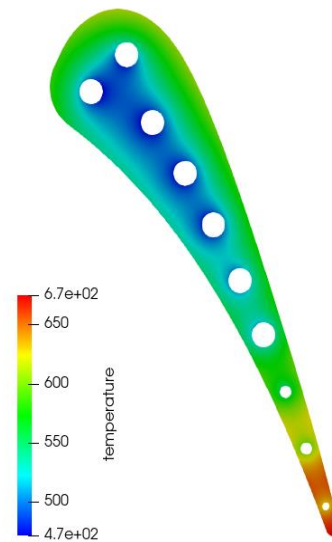
Σχήμα 4.17: Κατανομή πίεσης γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με την πίεση αναφοράς 243700 Pa..



Σχήμα 4.18: Κατανομή θερμοκρασίας γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με τη θερμοκρασία αναφοράς 811 K.

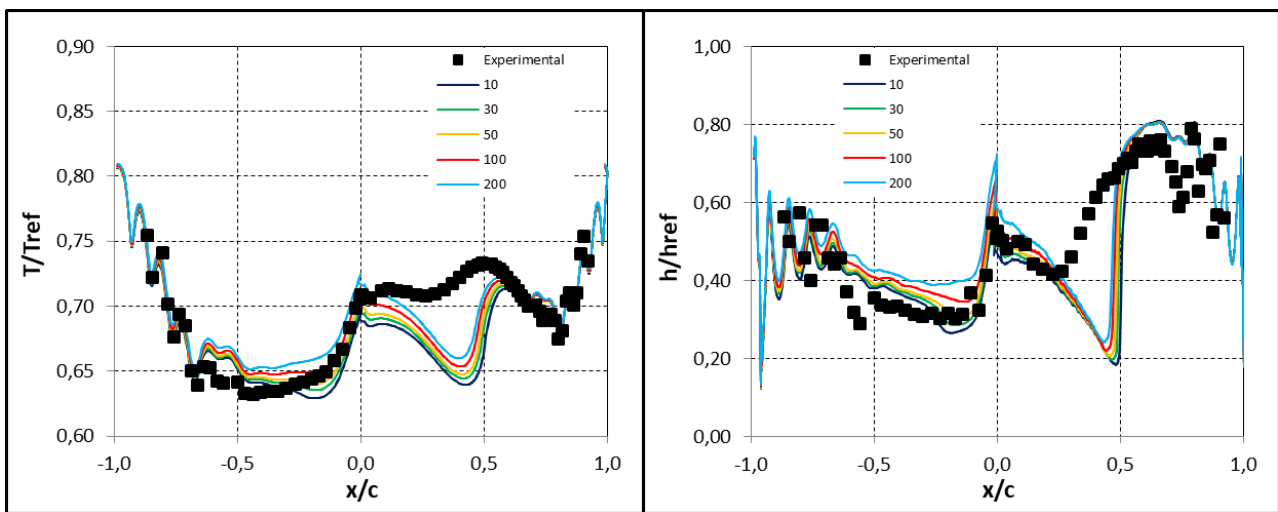


Σχήμα 4.19: Κατανομή συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από το περφόριο, ανηγμένη με την τιμή αναφοράς $1135 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$.



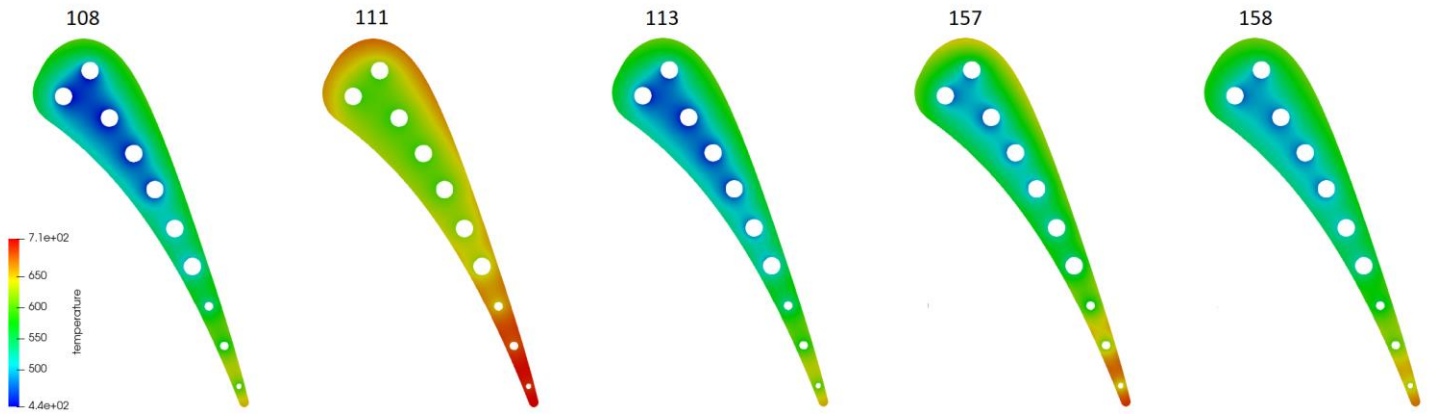
Σχήμα 4.20: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής.

Τα μοντέλα Spalart-Allmaras και $k-\omega$ SST θεωρούν τη ροή πλήρως τυρβώδη σε όλο το υπολογιστικό χωρίο. Αυτό έχει ως επίπτωση, την υπερεκτίμηση της θερμοκρασίας και του συντελεστή συναγωγιμότητας στην πλευρά υποπίεσης. Προς επίλυση αυτού, δοκιμάστηκε η εφαρμογή και μοντέλου μετάβασης ($\gamma-Re_\theta$), το οποίο προέβη σε διόρθωση των δύο κατανομών, προσεγγίζοντας τη μορφή τους αλλά με μεγάλη υποεκτίμηση των ποσοτήτων, στην περιοχή που είχε γίνει αρχικά υπερεκτίμηση, με αποτέλεσμα την αύξηση του σφάλματος. Στο Σχήμα 4.21 φαίνονται οι κατανομές της θερμοκρασίας και του συντελεστή η συναρτήσεϊ τιμών του λόγου τυρβώδους προς μοριακή συνεκτικότητα, που επιβάλλονται στην είσοδο για το μοντέλο τύρβης με μοντέλο μετάβασης, οι οποίοι δοκιμάστηκαν με στόχο τη μείωση της υποεκτίμησης που επέφερε το μοντέλο στην κατανομή.

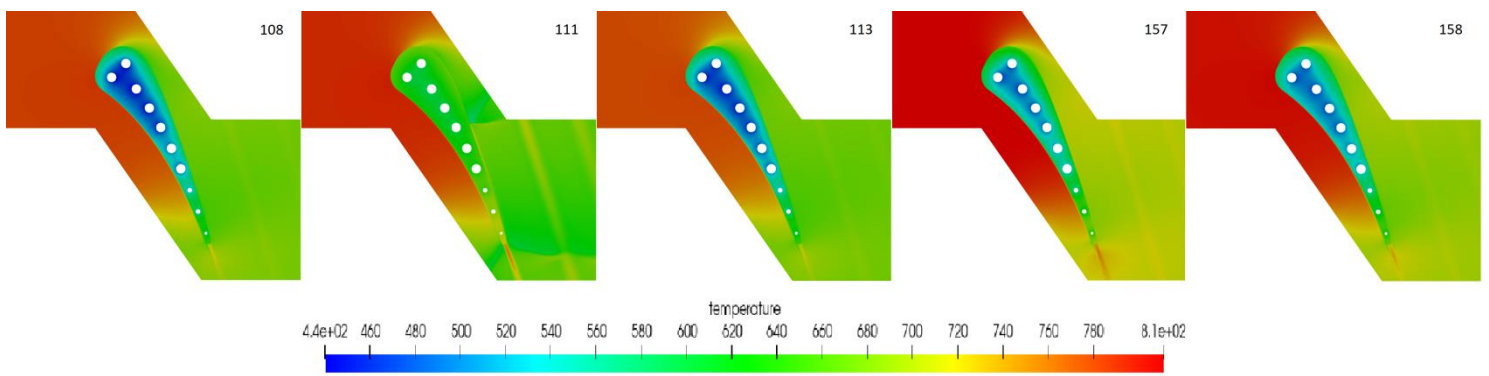


Σχήμα 4.21: (Case 108) Διαγράμματα θερμοκρασίας ανηγμένης με $T_{ref} = 811K$ και συντελεστή συναγωγιμότητας ανηγμένου με $h_{ref} = 1135 Wm^{-2}K^{-1}$, με μοντέλο τύρβης $k-\omega$ SST + $\gamma-Re_\theta$ και διαφορετικούς λόγους συνεκτικότητας ν_t/ν .

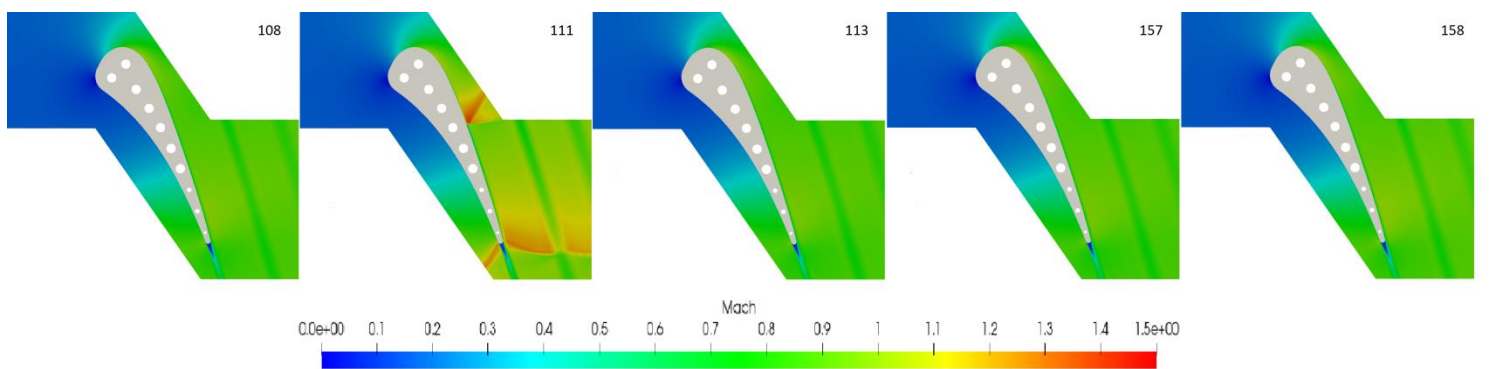
Στο Σχήμα 4.22 απεικονίζονται οι κατανομές θερμοκρασίας στον όγκο του περυγίου, για τα 5 σημεία λειτουργίας που μελετώνται, χρησιμοποιώντας χρωματική κλίμακα μεταξύ της ελάχιστης και της μέγιστης θερμοκρασίας που παρατηρήθηκε. Για το σημείο λειτουργίας 111, παρατηρείται σημαντικά αυξημένη θερμοκρασία εντός της αεροτομής, λόγω της μειωμένης παροχής ψυκτικού μέσου μέσω των αγωγών. Στο Σχήμα 4.23 και στο Σχήμα 4.24 παρουσιάζονται η κατανομή θερμοκρασίας σε όλο το υπολογιστικό χωρίο, καθώς και η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή αντίστοιχα.



Σχήμα 4.22: Κατανομή θερμοκρασίας στον εσωτερικά της αεροτομής, ανά σημείο λειτουργίας, χρησιμοποιώντας κοινή κλίμακα θερμοκρασίας.



Σχήμα 4.23: Κατανομή θερμοκρασίας εσωτερικά της αεροτομής και στο περιβάλλον ρευστό, ανά σημείο λειτουργίας, χρησιμοποιώντας κοινή κλίμακα θερμοκρασίας.



Σχήμα 4.24: Κατανομή του αριθμού Mach στο ρευστό γύρω από την αεροτομή ανά σημείο λειτουργίας.

Όπως ήταν αναμενόμενο, η πλευρά υποπίεσης (SS) παρουσιάζει μεγαλύτερο συντελεστή συναγωγιμότητας και μεγαλύτερη θερμοκρασία, λόγω της γρήγορης μετάβασης του οριακού στρώματος σε τυρβώδες. Αντιθέτως, η πλευρά υπερπίεσης (PS) έχει στρωτό οριακό στρώμα, το οποίο γίνεται τυρβώδες πλησιάζοντας την ακμή εκφυγής (TE). Αυτό δικαιολογεί και τις χαμηλότερες τιμές θερμοκρασίας και συντελεστή συναγωγιμότητας, που παρατηρούνται στη δεύτερη.

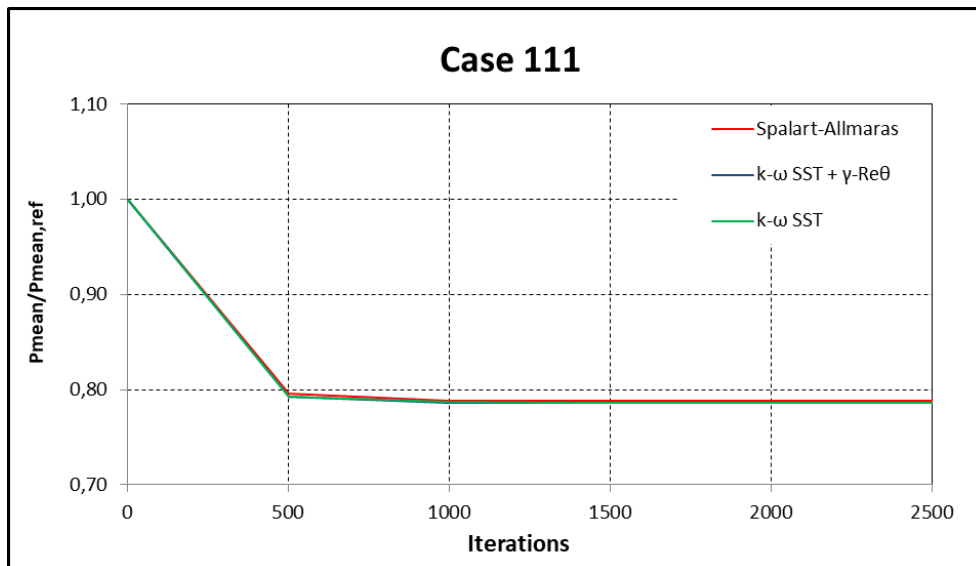
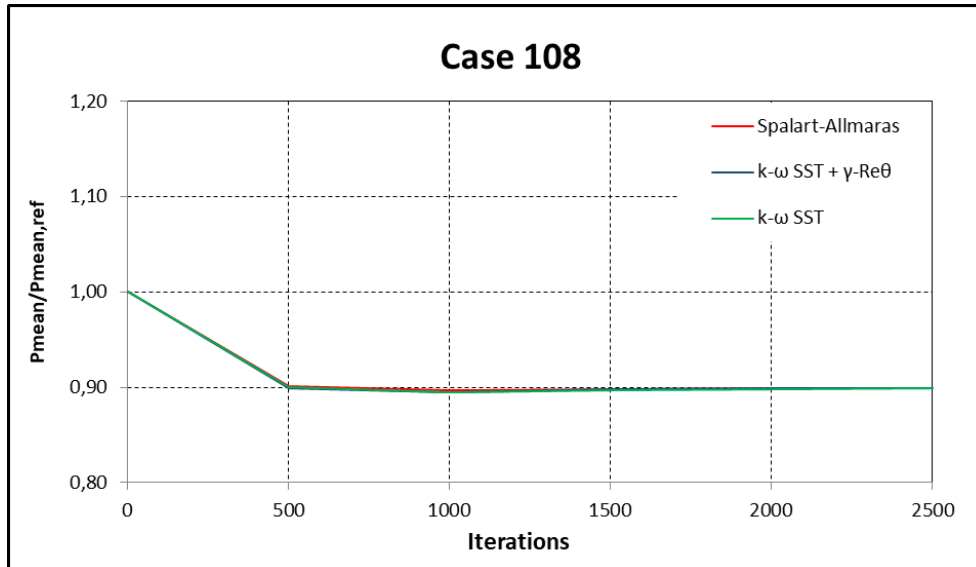
Η βύθιση που παρατηρείται, στα πειραματικά αποτελέσματα, στη θερμοκρασία και το συντελεστή συναγωγιμότητας στην αρχή της πλευράς υποπίεσης είναι λόγω του οριακού στρώματος, που ακόμα δεν μετέβη σε πλήρως τυρβώδες. Το χαρακτηριστικό αυτό, τα μοντέλα τύρβης Spalart-Allmaras και k- ω SST, αδυνατούν να το υιοθετήσουν και αυτός είναι ο λόγος εφαρμογής του μοντέλου μετάβασης (γ - Re_{θ}). Το σημείο απότομης αύξησης που παρουσιάζεται στη θερμοκρασία και πολύ πιο έντονα στο συντελεστή συναγωγιμότητας είναι το σημείο μετάβασης του οριακού στρώματος.

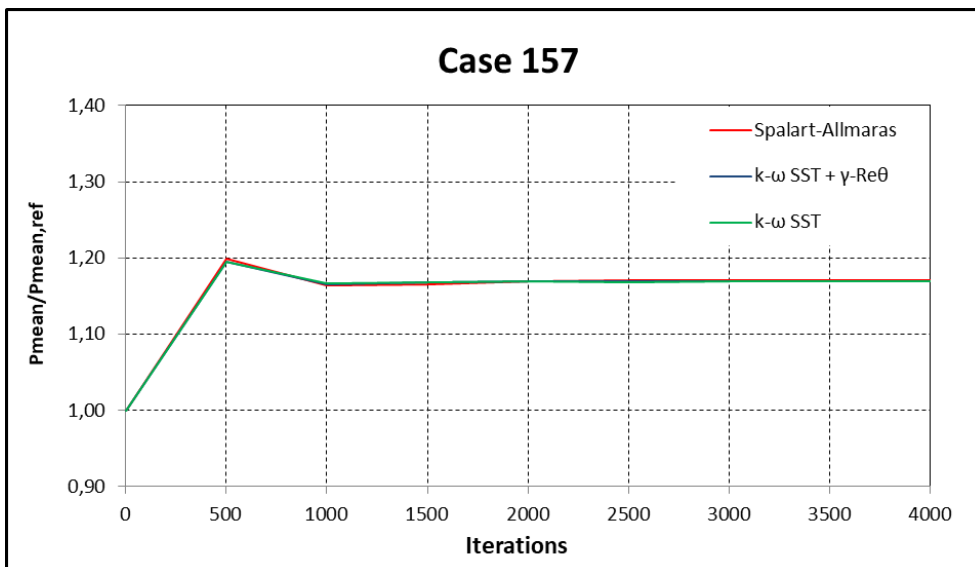
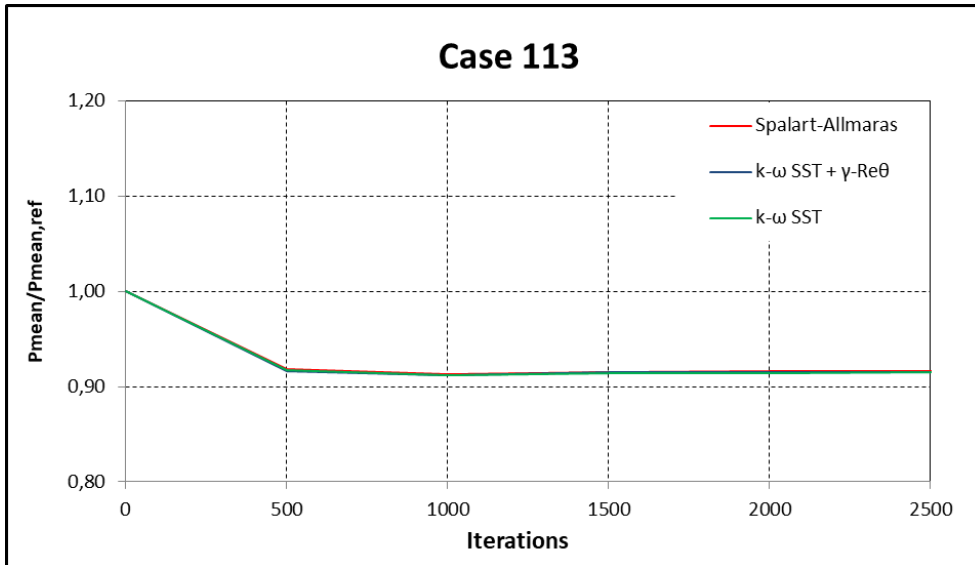
Στο Σχήμα 4.24, στο οποίο παρουσιάζεται η κατανομή του αριθμού Mach στο χωρίο του ρευστού, παρατηρείται για το σημείο λειτουργίας 111 εμφάνιση κύματος κρούσης. Αυτό γίνεται αντιληπτό και στο Σχήμα 4.5 - Σχήμα 4.7, στα οποία η πίεση παρουσιάζει μία απότομη βύθιση στην πλευρά υποπίεσης στο 0.67 της αξονικής χορδής και εντονότερη πτώση της πίεσης στην πλευρά υπερπίεσης, κοντά στην ακμή εκφυγής. Η ύπαρξη κύματος κρούσης γίνεται αντιληπτή και στα διαγράμματα θερμοκρασίας και συντελεστή συναγωγιμότητας, όπου παρατηρείται αύξηση των τιμών κοντά στην ακμή εκφυγής και βύθιση στο σημείο εμφάνισης του κύματος κρούσης στην πλευρά υποπίεσης.

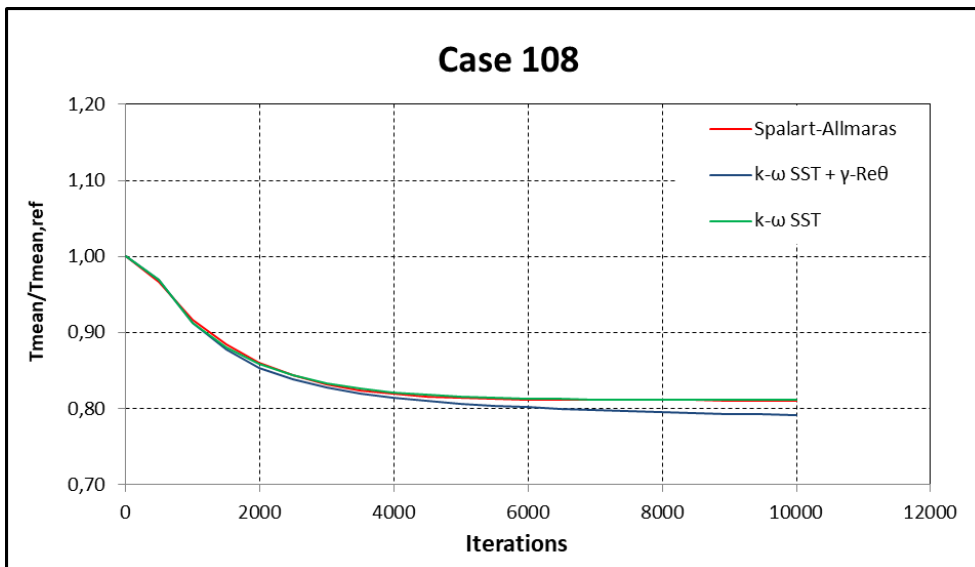
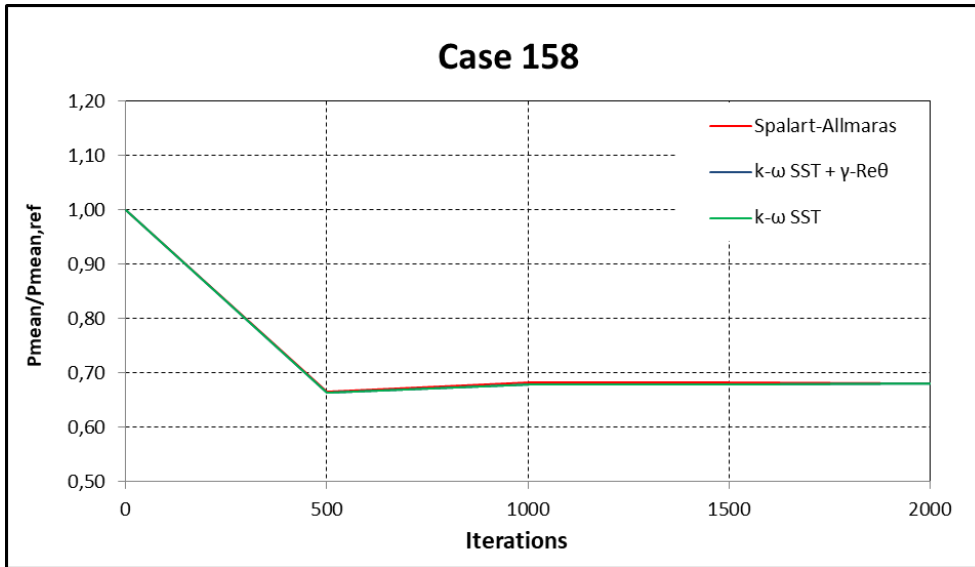
Η ανάλυση των σημείων λειτουργίας που προηγήθηκε έχει διττό ρόλο. Αρχικά, μπορεί να εκτιμηθεί η προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων από τον επιλύτη ροής. Για το σημείο λειτουργίας 158 έχει γίνει εφαρμογή του επιλύτη ροής PUMA στο παρελθόν [2][3]. Το σημείο λειτουργίας 112, το οποίο δοκιμάστηκε πειραματικά από τους Hylton et al. [1], αναλύθηκε από τους De Marinis et al. χρησιμοποιώντας λογισμικό, που επιλύει τις εξισώσεις URANS [26]. Με το ίδιο σημείο λειτουργίας ασχολήθηκε και η [25], πραγματοποιώντας CHT ανάλυση σε σύστημα ψύξης αμιγώς εσωτερικού τύπου και μικτού τύπου. Η διπλωματική αυτή εργασία προσφέρει την ανάλυση τεσσάρων ακόμα σημείων λειτουργίας με μεγάλες αποκλίσεις στις συνθήκες που επικρατούν στη είσοδο και την έξοδο του πτερυγίου, για τα οποία η βιβλιογραφία μετά το 1983 [1] είναι αρκετά περιορισμένη, δημιουργώντας μία πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση της αεροτομής C3X. Στη διπλωματική αυτή εργασία, η βελτιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης θα εφαρμοσθεί και στα 5 σημεία λειτουργίας, ενώ η βελτιστοποίηση μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου και η βελτιστοποίηση με τους δύο στόχους, θα εφαρμοσθεί σε 2 διαφορετικά σημεία λειτουργίας, στο 108 και το 157.

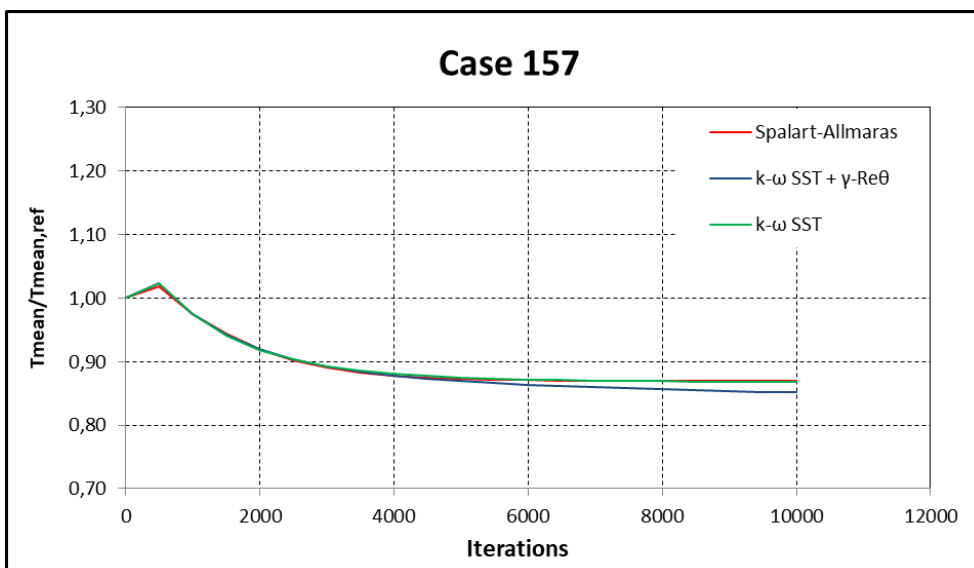
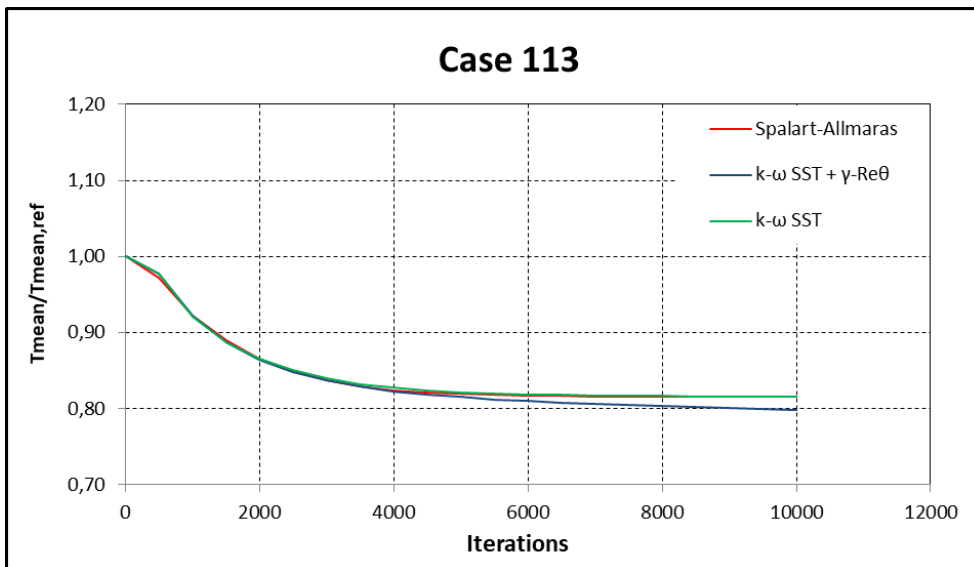
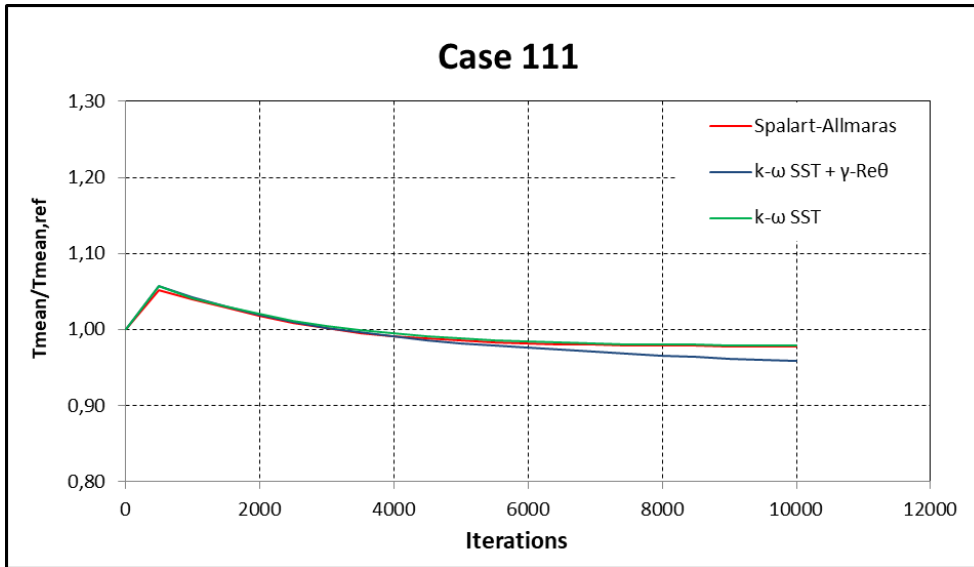
Μέτρο για την εκτίμηση της σύγκλισης των εξισώσεων RANS είναι η μέση πίεση στο πεδίο του ρευστού. Αυτή αδιαστατοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ως πίεση αναφοράς την $P_{mean,ref} = 119215.4 Pa$ για όλα τα σημεία λειτουργίας, καθώς αυτή η τιμή χρησιμοποιήθηκε για αρχικοποίηση του πεδίου πίεσης. Για τη σύγκλιση των εξισώ-

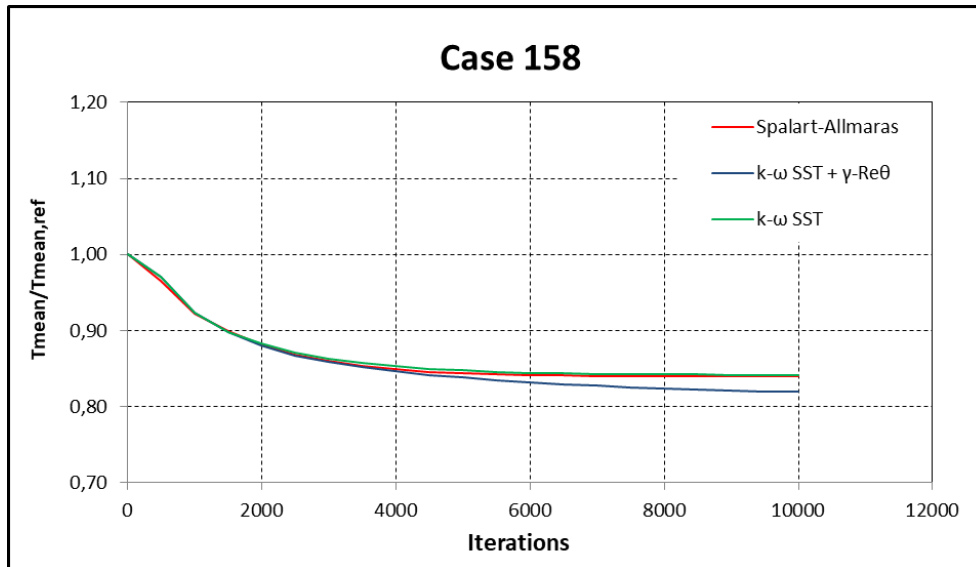
σεων μεταφοράς θερμότητας, ως δείκτης σύγκλισης χρησιμοποιήθηκε η μέση θερμοκρασία περυγίου, η οποία αδιαστατοποιήθηκε με τη θερμοκρασία $T_{mean,ref} = 650K$, καθώς αυτή ήταν η αρχικοποίηση για τον όγκο του περυγίου. Στο Σχήμα 4.25 - Σχήμα 4.34 παρουσιάζονται τα δύο αυτά μεγέθη, για κάθε σημείο λειτουργίας και για τα 3 μοντέλα τύρβης.











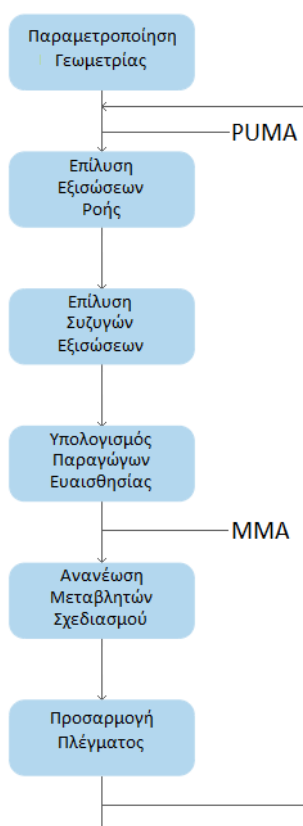
Σχήμα 4.25-4.34: Τα πρώτα πέντε σχήματα απεικονίζουν τη σύγκλιση της μέσης πίεσης, συναρτήσει των επαναλήψεων (Σχήμα 4.25-4.29). Τα πέντε επόμενα απεικονίζουν τη σύγκλιση της μέσης θερμοκρασίας του περυγίου, συναρτήσει των επαναλήψεων (Σχήμα 4.30-4.34).

Κεφάλαιο 5

Μέθοδος Βελτιστοποίησης

Ο σκοπός της συζυγούς μεθόδου είναι ο υπολογισμός των κλίσεων της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Στη συνέχεια, η μέθοδος κινούμενων ασυμπτώτων θα χρησιμοποιήσει τις κλίσεις για να ενημερώσει τις τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού.

Αρχικά, λύνονται οι εξισώσεις της ροής και της θερμότητας ακολουθούμενες από τις συζυγείς εξισώσεις που παράγουν τις κλίσεις. Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι παράγωγοι ευαισθησίας. Οι στόχοι που επιδιώκονται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι η μείωση των απωλειών ολικής πίεσης, που περιγράφουν την αεροδυναμική απόδοση της περύγωσης του στροβίλου και η μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας του περυγίου, ώστε να μην προκαλείται φθορά λόγω θερμοκρασίας του περυγίου ή να αυξηθεί η θερμοκρασία του ρευστού, για να βελτιωθεί ο βαθμός απόδοσης του στροβίλου.



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ροής της βελτιστοποίησης.

Σε έρευνα του 2014 [11], το τμήμα επίλυσης του πρωτεύοντος προβλήματος έγινε με χρήση του λογισμικού PUMA και η βελτιστοποίηση με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου σε συνεργασία με τη μέθοδο της απότομης καθόδου, λόγω έλλειψης περιορισμών. Στις έρευνες του 2021 [2],[3], χρησιμοποιήθηκε πάλι το λογισμικό PUMA με τον συζυγή επιλύτη και η μέθοδος των κινούμενων ασυμπτώτων (MMA) για τη βελτιστοποίηση της C3X αεροτομής.

5.1 Η Συνεχής Συζυγής Μέθοδος

Η διπλωματική εργασία εφαρμόζει τρεις συναρτήσεις-στόχους. Μία για τις απώλειες ολικής πίεσης, μία για τη μέγιστη θερμοκρασία και μία που περιλαμβάνει και τις δύο προηγούμενες, εισάγοντας δύο συντελεστές βαρύτητας w_1 και w_2 . Αυτές οι συναρτήσεις-στόχοι είναι

$$F_1 = \frac{\int_{S_i^F} p_t \rho v_k n_k dS}{\int_{S_i^F} \rho v_k n_k dS} - \frac{\int_{S_o^F} p_t \rho v_k n_k dS}{\int_{S_o^F} \rho v_k n_k dS} \quad (5.1)$$

$$F_2 = \frac{\sum_{nodes^S} T^S e^{\alpha T^S}}{\sum_{nodes^S} e^{\alpha T^S}} \quad (5.2)$$

$$F = w_1 F_1 + w_2 F_2 \quad (5.3)$$

εκ των οποίων, η τρίτη συνάρτηση επιτρέπει τη διαχείριση δύο στόχων με μεθόδους ενός στόχου (SOO). Η συνάρτηση F_2 χρησιμοποιείται για την εύρεση της μέγιστης θερμοκρασίας καθώς, σε αντίθεση με την $max(T^S)$, είναι διαφορίσιμη με συνεχή παράγωγο. Στη διαδικασία τη βελτιστοποίησης, αυτής της διπλωματικής εργασίας, το α αυτής της συνάρτησης ορίζεται ως $\alpha = 0.2$. Για τη συζυγή μέθοδο εφαρμόζεται το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναπτυχθεί η μέθοδος για τη συνάρτηση-στόχο της εξίσωσης 5.3, που περιλαμβάνει και τους δύο στόχους, καθώς εύκολα γίνεται η μετατροπή της στις άλλες δύο. Ξεκινώντας, η F ενισχύεται από τα χωρικά ολοκληρώματα των υπολοίπων των εξισώσεων ροής και των συζυγών εξισώσεων στο χωρίο του ρευστού Ω^F και του στερεού Ω^S και προκύπτει η F^{aug} . Αυτή γράφεται ως

$$\begin{aligned} \frac{\delta F^{aug}}{\delta b_i} &= \frac{\delta F}{\delta b_i} + \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\delta R_n^F}{\delta b_i} d\Omega \\ &+ \int_{\Omega^F} \Psi^{SA} \frac{\delta R^{SA}}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^F} \Psi^D \frac{\delta R^D}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^S} T_a \frac{\delta R^S}{\delta b_i} d\Omega \end{aligned} \quad (5.4)$$

όπου το Ψ_n είναι οι συζυγείς μεταβλητές με το $n=1,\dots,5$. Το Ψ^{SA} είναι η συζυγής μεταβλητή του Spalart-Allmaras και το T_a η συζυγής θερμοκρασία. Το R^D είναι το υπόλοιπο της εξίσωσης Eikonal, η οποία ορίζεται ως $\frac{\partial D}{\partial x_j} \frac{\partial D}{\partial x_j} = 1$ και υπολογίζει την απόσταση από το σταθερό όριο και Ψ^D η συζυγής της μεταβλητή [32]. Κάθε συνάρτηση Φ μπορεί να γραφτεί ως $\frac{\delta \Phi}{\delta b_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial b_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_i}$ συνδέοντας τις ολικές και μερικές παραγώγους της με τις ευαισθησίες του πλέγματος $\frac{\delta x_k}{\delta b_i}$. Η ολική παράγωγός της μπορεί να γραφτεί και ως $\frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \right) = \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\delta \Phi}{\delta b_i} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\delta x_k}{\delta b_i} \right)$. Μετά από ολοκλήρωση κατά μέλη και εφαρμογή του θεωρήματος Gauss, η $\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i}$ εκφράζεται συναρτήσει των ολοκληρωμάτων I_{FAE}, I_{ABC} , τα οποία είναι πεδιακά και επιφανειακά ολοκληρώματα αντίστοιχα και περιλαμβάνουν μεταβολές των μεταβλητών κατάστασης και του I_{SD} , το οποίο βασίζεται στις ευαισθησίες των γεωμετρικών ποσοτήτων. Η απαλοιφή των συντελεστών των μεταβολών στις μεταβλητές κατάστασης δημιουργεί τις πεδιακές συζυγείς εξισώσεις (FAE) και τις συζυγείς οριακές συνθήκες (ABC). Η ανάπτυξη της συζυγούς μεθόδου για το μοντέλο Spalart-Allmaras για ασυμπίεστες ροές παρουσιάστηκε από τους Zymaris et al. [18]. Με την εφαρμογή των εξισώσεων RANS και μεταφοράς θερμότητας στη σχέση $\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i}$ προκύπτει

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} &= \frac{\delta F}{\delta b_i} + \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial F_{nk}^{inv}}{\partial x_k} \right) d\Omega \\ &- \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial F_{nk}^{vis}}{\partial x_k} \right) d\Omega - \int_{\Omega^S} T_a \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial q_k^S}{\partial x_k} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (5.5)$$

όπου

$$I_{inv}^F = \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial F_{nk}^{inv}}{\partial x_k} \right) d\Omega$$

$$I_{vis}^F = \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial F_{nk}^{vis}}{\partial x_k} \right) d\Omega$$

$$I^S = \int_{\Omega^S} T_a \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial q_k^S}{\partial x_k} \right) d\Omega$$

Μετά την εφαρμογή του θεωρήματος Gauss, το ολοκλήρωμα I_{inv}^F γίνεται

$$I_{inv}^F = \int_{S^F} \Psi_n n_k \frac{\delta F_{nk}^{inv}}{\delta b_i} dS - \int_{\Omega^F} A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta U_m}{\delta b_i} d\Omega - \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\partial F_{nk}^{inv}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\delta x_l}{\delta b_i} d\Omega$$

όπου

το $\int_{S^F} \Psi_n n_k \frac{\delta F_{nk}^{inv}}{\delta b_i} dS$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_b

το $\int_{\Omega^F} A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta U_m}{\delta b_i} d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{FAE}

το $\int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\partial F_{nk}^{inv}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\delta x_l}{\delta b_i} d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{SD}

με το $U = [\rho \quad \rho v_1 \quad \rho v_2 \quad \rho v_3 \quad \rho E]$ είναι οι συντηρητικές ροϊκές μεταβλητές και το E η συνολική ενέργεια ανά μονάδα μάζας. Το $A_{nmk} = \frac{\delta F_{nk}^{inv}}{\delta v_m}$ είναι οι Ιακωβιανοί πίνακες της μη συνεκτικής ροής. Το I_{vis}^F γίνεται αντίστοιχα

$$I_{vis}^F = - \int_{S^F} \Psi_n n_k \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} dS \\ + \int_{\Omega^F} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$$

όπου

το $\int_{S^F} \Psi_n n_k \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} dS$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_b

το $\int_{\Omega^F} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα $I_{vis,\Omega}^F$

το $\int_{\Omega^F} \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{SD}

και μετά την εφαρμογή του θεωρήματος απόκλισης

$$I_{vis,\Omega}^F = \int_{\Omega^F} \frac{\tau_{km}}{\mu + \mu_t} \left(\frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} + v_m \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \right) \frac{\delta(\mu + \mu_t)}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^F} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \frac{\delta k}{\delta b_i} d\Omega \\ - \int_{\Omega^F} K_k \frac{\delta V_k}{\delta b_i} d\Omega - \int_{\Omega^F} \left(\tau_{km}^{adj} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} + q_m^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \right) \frac{\partial}{\partial x_m} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega \\ + \int_{S^F} \left(\tau_{km}^{adj} n_m \frac{\partial v_k}{\partial b_i} + q_m^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} \right) dS$$

όπου

το $\int_{\Omega^F} \frac{\tau_{km}}{\mu + \mu_t} \left(\frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} + v_m \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \right) \frac{\delta(\mu + \mu_t)}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^F} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \frac{\delta k}{\delta b_i} d\Omega - \int_{\Omega^F} K_k \frac{\delta V_k}{\delta b_i} d\Omega$ συνεισφέρει στο I_{FAE}

το $\int_{\Omega^F} \left(\tau_{km}^{adj} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} + q_m^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \right) \frac{\partial}{\partial x_m} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{SD}

το $\int_{S^F} \left(\tau_{km}^{adj} n_m \frac{\partial v_k}{\partial b_i} + q_m^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} \right) dS$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_b

Ο εκθέτης F και ο εκθέτης S μπορούν να παραλειφθούν από τα q^{adj} και T για λόγους απλότητας. Οι πίνακες V , K γράφονται

$$V = [p \ v_1 \ v_2 \ v_3 \ T^F]$$

$$K = \left[0 \ \frac{\partial \tau_{1m}^{adj}}{\partial x_m} - \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_m} \tau_{1m} \ \frac{\partial \tau_{2m}^{adj}}{\partial x_m} - \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_m} \tau_{2m} \ \frac{\partial \tau_{3m}^{adj}}{\partial x_m} - \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_m} \tau_{3m} \ \frac{\partial q_k^{adj,F}}{\partial x_k} \right]$$

με τις συζυγείς τάσεις και τη συζυγή ροή θερμότητας να ορίζονται ως

$$\tau_{km}^{adj} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_m} + \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta k_m \frac{\partial \Psi_{l+1}}{\partial x_l} + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} v_m + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_m} v_k - \frac{2}{3} \delta k_m \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_l} v_l \right)$$

$$q_k^{adj,F} = \kappa^F \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k}$$

Χρησιμοποιώντας την έκφραση για το R^S και το θεώρημα απόκλισης το ολοκλήρωμα στο χωρίο του στερεού Ω^S γίνεται

$$I^S = - \int_{\Omega^S} T_a n_k \frac{\delta q_k}{\delta b_i} dS + \int_{\Omega^S} \frac{\partial T_a}{\partial x_k} \frac{\delta q_k}{\delta b_i} d\Omega + \int_{\Omega^S} T_a \frac{\partial q_k}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$$

όπου

το $\int_{\Omega^S} T_a n_k \frac{\delta q_k}{\delta b_i} dS$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_b

το $\int_{\Omega^S} \frac{\partial T_a}{\partial x_k} \frac{\delta q_k}{\delta b_i} d\Omega$ είναι το ολοκλήρωμα I_Ω^S

το $\int_{\Omega^S} T_a \frac{\partial q_k}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{SD}

με το I_Ω^S να δίνεται από την εξίσωση

$$I_\Omega^S = \int_{\Omega^S} \frac{\partial T_a}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \frac{\delta k}{\delta b_i} d\Omega - \int_{\Omega^S} \frac{\partial q_k^{adj}}{\partial x_k} \frac{\delta T}{\delta b_i} d\Omega$$

$$+ \int_{\Omega^S} q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS - \int_{\Omega^S} q_k^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega \quad (5.6)$$

όπου

το $\int_{\Omega^S} \frac{\partial T_a}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \frac{\delta k}{\delta b_i} d\Omega - \int_{\Omega^S} \frac{\partial q_k^{adj}}{\partial x_k} \frac{\delta T}{\delta b_i} d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{FAE}

το $\int_{\Omega^S} q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_b

το $\int_{\Omega^S} q_k^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega$ επιδρά στο ολοκλήρωμα I_{SD}

Στην εξίσωση 6.6 το $q_k^{adj,S} = \kappa^S \frac{\partial T_a}{\partial x_k}$ αποτελεί τη συζυγή ροή θερμότητας στο στερεό χωρίο. Απαλείφοντας τους συντελεστές των μεταβλητών στα ολοκληρώματα δημιουργούνται οι συζυγείς εξισώσεις

$$\begin{aligned} R_m^{adj,F} &= -A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} - K_n \frac{\partial V_n}{\partial U_m} + B_\mu^F \frac{\partial \mu}{\partial U_m} + B_c^F \frac{\partial \kappa^F}{\partial U_m} + S_m^{SA} = 0 \\ R^{adj,S} &= -\frac{\partial q_k^{adj,S}}{\partial x_k} + B_c^S \frac{\partial \kappa^S}{\partial T^S} + w_2 \frac{\partial F_2}{\partial T^S} = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

όπου τα B_μ^F , B_c^F και B_c^S είναι οι συντελεστές των $\frac{\delta \mu}{\delta b_i}$, $\frac{\delta \kappa^F}{\delta b_i}$ και $\frac{\delta \kappa^S}{\delta b_i}$ αντίστοιχα. Τα S^{SA} είναι οι όροι πηγής που προκύπτουν από τη διαφορίση του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, Zymaris et al. [18]. Το $\frac{\partial F_2}{\partial T^S}$ είναι η συνεισφορά της F_2 στη συζυγή εξίσωση αγωγής θερμότητας. Συνδυάζοντας όλα τα ολοκληρώματα προκύπτει

$$\begin{aligned} I_b &= \int_{S^F} \Psi_n n_k \frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta b_i} - \Psi_n n_k \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} + \tau_{km}^{adj} n_m \frac{\delta v_k}{\delta b_i} \\ &+ q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS - \int_{S^F} T_a n_k \frac{\delta q_k}{\delta b_i} + q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS \end{aligned} \quad (5.8)$$

Το ολοκλήρωμα I_b χωρίζεται σε δύο επιφανειακά ολοκληρώματα, ένα στην επιφάνεια εισόδου/εξόδου ($S^{I/O}$) και ένα στο στερεό τοίχωμα (S^W). Το πρώτο ολοκλήρωμα εκφράζεται ως

$$I_b^{I/O} = \int_{S^{I/O}} \Psi_n A_{nmk} n_k \frac{\delta U_m}{\delta b_i} + (\tau_{km}^{adj} n_m - \Psi_5 \tau_{km} n_m) \frac{\delta v_k}{\delta b_i} + q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS$$

αγνοώντας μεταβολές στις συνεκτικές τάσεις και στη ροή θερμότητας υποθέτοντας πως μεταβολές της γεωμετρίας δεν επηρεάζουν την είσοδο και την έξοδο. Απαλείφοντας τους συντελεστές των παραγώγων στις εξισώσεις ροής προκύπτουν οι συζυγείς συνθήκες στην είσοδο και στην έξοδο. Αυτές υπολογίζονται ως

$$\begin{aligned} &\Psi_n A_{nmk} n_k \frac{\partial U_m}{\partial V_j^{I/O}} + (\tau_{km}^{adj} n_m - \Psi_5 \tau_{km} n_m) \frac{\partial v_k}{\partial V_j^{I/O}} \\ &+ q_k^{adj} n_k \frac{\partial T}{\partial V_j^{I/O}} + w_1 \frac{\partial F_1}{\partial V_j^{I/O}} = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

όπου το $V_j^{I/O}$ είναι κάθε ποσότητα της ροής που προεκτείνεται στα όρια εισόδου και εξόδου από το εσωτερικό του Ω^S . Για την είσοδο, το V_j^I είναι η ταχύτητα και για την

έξοδο, το V_j^0 είναι οι μεταβλητές Riemann. Στην εξίσωση 5.9 το $\frac{\partial F_1}{\partial V_j^{I/O}}$ είναι η συνεισφορά της F_1 . Λόγω της συνθήκης μη-ολίσθησης στα στερεά τοιχώματα, η εξίσωση 5.8 γίνεται

$$\begin{aligned} I_b^W &= \int_{S^{W,F}} \Psi_{m+1} n_m \frac{\delta p}{\delta b_i} dS - \int_{S^{W,F}} \Psi_{m+1} n_k \frac{\delta \tau_{km}}{\delta b_i} dS \\ &- \int_{S^{W,F}} \Psi_5 \frac{\delta(q_k n_k)}{\delta b_i} dS + \int_{S^{W,F}} q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS - \int_{S^{W,S}} T_a \frac{\delta(q_k n_k)}{\delta b_i} dS \\ &+ \int_{S^{W,S}} q_k^{adj} n_k \frac{\delta T}{\delta b_i} dS + \int_{S^{W,F}} \Psi_5 q_k \frac{\delta n_k}{\delta b_i} dS + \int_{S^{W,S}} T_a q_k \frac{\delta n_k}{\delta b_i} dS \end{aligned}$$

Οι συζυγείς συνθήκες μη-ολίσθησης $\Psi_2, \Psi_3 = 0$ εξαλείφουν τα ολοκληρώματα, που περιέχουν τις μεταβολές στις συνεκτικές τάσεις και την πίεση του ρευστού. Οι όροι, που περιλαμβάνουν μεταβολές στη ροή θερμότητας και στη θερμοκρασία, απαλείφονται ικανοποιώντας τις συζυγείς αδιαβατικές συνθήκες και τις συνθήκες στο FSI. Πάνω στα αδιαβατικά τοιχώματα του Ω^F ισχύει $q_m^{adj,F} n_m = 0$, ενώ στου Ω^S ισχύει $q_m^{adj,S} n_m = 0$. Οι συζυγείς συνθήκες του FSI γράφονται

$$\Psi_5 = T_a \cdot q_k^{adj,F} n_k^F = -q_k^{adj,S} n_k^S$$

τα υπόλοιπα επιφανειακά ολοκληρώματα και ολοκληρώματα πεδίου σχηματίζουν την έκφραση των παραγώγων της F ως

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_i} &= - \int_{\Omega^F} \left[\Psi_n \left(\frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_l} - \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} \right) - \left(\tau_{km}^{adj} \frac{\partial v_m}{\partial x_l} + q_k^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \right) \right] \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega \\ &\quad + I_{SD}^{SA} \\ &+ \int_{\Omega^S} \left(T_a \frac{\partial q_k}{\partial x_l} - q_k^{adj} \frac{\partial T}{\partial x_l} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega + \int_{S^{W,F}} \Psi_5 q_k \frac{\delta n_k}{\delta b_i} dS \\ &\quad + \int_{S^{W,F}} T_a q_k \frac{\delta n_k}{\delta b_i} dS + I_{SD}^D \end{aligned} \tag{5.10}$$

όπου τα I_{SD}^{SA}, I_{SD}^D είναι οι συνεισφορές του Spalart-Allmaras και της εξίσωσης Eikonal. Οι εκφράσεις αυτών μπορούν να βρεθούν στα [18],[32]. Η περιγραφή της συζυγούς μεθόδου για CHT προβλήματα έγινε στο [2], ενώ η παρουσίαση της συζυγούς μεθόδου σε προβλήματα βελτιστοποίησης μορφής έγινε στο [5]. Στο [12] έγινε βελτιστοποίηση μορφής με χρήση της συζυγούς μεθόδου, παραμετροποίηση με χρήση μεθόδου βασισμένης σε ογκομετρικές NURBS και λογισμικό που εκτελείται σε GPU. Στο [13] παρουσιάζεται τροποποιημένη η συνεχής συζυγής μέθοδος για να μειώσει το υπολογιστικό κόστος, υπολογίζοντας τις παραγώγους μόνο από επιφανειακά ολοκληρώματα και όχι πεδιακά.

5.2 Η Μέθοδος Κινούμενων Ασυμπτώτων

Η μέθοδος βελτιστοποίησης κινούμενων ασυμπτώτων (Method of Moving Asymptotes, MMA) αναπτύχθηκε το 1987 από τον Kristen Svanberg [17] και αποτελεί μέθοδο ενός στόχου (SOO). Η μέθοδος αυτή επιλέχθηκε, διότι εφιστά δυνατή την εφαρμογή περιορισμών στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η μέθοδος στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης-στόχου F , με μεταβλητές σχεδιασμού τα $b = [b_1, \dots, b_n]^T$ τα οποία μπορούν να κινηθούν εντός των $\bar{b}_i^{(k)}, \underline{b}_i^{(k)}$, τα οποία είναι το ανώτερο και το κατώτερο όριο που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές σχεδιασμού. Με δεδομένο ένα σημείο επανάληψης b^k επιλέγονται τιμές παραμέτρων $L_i^{(k)}$ και $U_i^{(k)}$ με $i = 1, \dots, n$ τέτοια ώστε

$$L_i^{(k)} < b_i^{(k)} < U_i^{(k)} \quad (5.11)$$

για κάθε $j = 1, \dots, m$ η $f_j^{(k)}$ ορίζεται ως

$$f_j^{(k)}(b) = r_j^{(k)} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ji}^{(k)}}{U_i^{(k)} - b_i} + \frac{q_{ji}^{(k)}}{b_i - L_i^{(k)}} \right) \quad (5.12)$$

όπου

$$p_{ji}^{(k)} = \begin{cases} (U_i^{(k)} - b_i^{(k)})^2 \frac{\partial f_j}{\partial b_i}, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} > 0 \\ 0, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} \leq 0 \end{cases} \quad (5.13)$$

$$q_{ji}^{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} \geq 0 \\ -(b_i^{(k)} - L_i^{(k)})^2 \frac{\partial f_j}{\partial b_i}, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} < 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

$$r_j^{(k)} = -f_j(b^{(k)}) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ji}^{(k)}}{U_i^{(k)} - b_i} + \frac{q_{ji}^{(k)}}{b_i - L_i^{(k)}} \right) \quad (5.15)$$

και όλες οι παράγωγοι $\frac{\partial f_j}{\partial b_i}$ υπολογίζονται στο $b = b^{(k)}$. Η $f_j^{(k)}$ είναι η πρώτη τάξης προσέγγιση της f_j στο $b^{(k)}$. Ισχύει λοιπόν

$$f_j^{(k)}(b^{(k)}) = f_j(b^{(k)}) \text{ και } \frac{\partial f_j^{(k)}}{\partial b_i} = \frac{\partial f_j}{\partial b_i} \text{ στο } b = b^{(k)}$$

για $j = 1, \dots, m$ και $i = 1, \dots, n$. Οι δεύτερες παράγωγοι της $f_j^{(k)}$ σε ένα σημείο b τέτοιο ώστε $L_i^{(k)} < b_i < U_i^{(k)}$ για όλα τα i , δίνονται ως

$$\frac{\partial^2 f_j^{(k)}}{\partial b_i^2} = \frac{2p_{ji}^{(k)}}{(U_i^{(k)} - b_i)^3} + \frac{2q_{ji}^{(k)}}{(b_i - L_i^{(k)})^3} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial^2 f_j^{(k)}}{\partial b_i \partial b_l} = 0 \text{ εάν } j \neq l$$

Όσο $p_{ji}^{(k)} \geq 0$ και $q_{ji}^{(k)} \geq 0$, η $f_j^{(k)}$ είναι κυρτή συνάρτηση. Συγκεκριμένα στο $b = b^{(k)}$

$$\frac{\partial^2 f_j^{(k)}}{\partial b_i^2} = \begin{cases} \frac{2\frac{\partial f_j}{\partial b_i}}{U_i^{(k)} - b_i^{(k)}}, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} \geq 0 \\ -\frac{2\frac{\partial f_j}{\partial b_i}}{b_i^{(k)} - L_i^{(k)}}, & \text{εάν } \frac{\partial f_j}{\partial b_i} < 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Όσο πιο κοντά στο $b^{(k)}$ επιλέγονται τα $L_i^{(k)}$ και $U_i^{(k)}$, τόσο πιο μεγάλη γίνεται η δεύτερη παράγωγος και τόσο πιο μεγάλη κυρτότητα δίνεται στις προσεγγιστικές συναρτήσεις $f_j^{(k)}$ και τόσο πιο συντηρητική γίνεται η προσέγγιση του αρχικού προβλήματος.

Στη μέθοδο κινούμενων ασυμπτώτων οι τιμές των $L_i^{(k)}$ και $U_i^{(k)}$ είναι πάντοτε πεπερασμένες. Έτσι κάθε συνάρτηση $f_j^{(k)}$ είναι κυρτή για όλες τις μεταβλητές b_i , εκτός από αυτές για τις οποίες ισχύει $\frac{\partial f_j}{\partial b_i} = 0$ στο $b = b^{(k)}$. Αν η $\frac{\partial f_j}{\partial b_i} = 0$ στο $b = b^{(k)}$, τότε η $f_j^{(k)}$ γίνεται ανεξάρτητη των b_i . Με τη χρήση των προσεγγιστικών συναρτήσεων $f_j^{(k)}$ μπορεί να εκφραστεί το υποπρόβλημα $F^{(k)}$ ως εξής

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ji}^{(k)}}{U_i^{(k)} - b_i} + \frac{q_{ji}^{(k)}}{b_i - L_i^{(k)}} \right) + r_0^{(k)}$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ji}^{(k)}}{U_i^{(k)} - b_i} + \frac{q_{ji}^{(k)}}{b_i - L_i^{(k)}} \right) + r_j^{(k)} \leq \hat{f}_j \text{ για } j = 1, \dots, m$$

και

$$\max \{b_i, a_i^{(k)}\} \leq b_i \leq \min \{\bar{b}_i, \beta_i^{(k)}\} \text{ για } i = 1, \dots, n$$

Εδώ οι παράμετροι $a_i^{(k)}, \beta_i^{(k)}$ είναι κινούμενα όρια και χαμηλής σημασίας. Ωστόσο, για να αποφευχθεί η πιθανότητα διαίρεσης με το 0 κατά την επίλυση του υποπροβλήματος πρέπει να πάρουν τιμές σύμφωνα με το

$$L_i^{(k)} < a_i^{(k)} < b_i^{(k)} < \beta_i^{(k)} < U_i^{(k)} \quad (5.18)$$

Η επιλογή των $L_i^{(k)}$ και $U_i^{(k)}$ γίνεται με δύο κανόνες που βοηθούν την απόδοση του αλγορίθμου. Ο πρώτος κανόνας είναι η μετακίνηση των ασυμπτωτών κοντά στο τρέχον σημείο της επανάληψης, εάν η διαδικασία ταλαντώνεται. Ο δεύτερος είναι η μετακίνηση των ασυμπτωτών πιο μακριά από το τρέχον σημείο της επανάληψης, εάν η διαδικασία είναι μονότονη και αργή. Αυτοί οι δύο κανόνες εφαρμόζονται ως

για $k = 0$ και $k = 1$

$$L_i^{(k)} = b_i^{(k)} - (\bar{b}_i^{(k)} - \underline{b}_i^{(k)}) \text{ και } U_i^{(k)} = b_i^{(k)} + (\bar{b}_i^{(k)} - \underline{b}_i^{(k)}) \quad (5.19)$$

για $k \geq 2$

α) αν τα πρόσημα των $b_i^{(k)} - b_i^{(k-1)}$ και $b_i^{(k-1)} - b_i^{(k-2)}$ είναι αντίθετα δείχνοντας ταλάντωση στις μεταβλητές b_i τότε

$$\begin{aligned} L_i^{(k)} &= b_i^{(k)} - s (b_i^{(k-1)} - L_i^{(k-1)}) \\ U_i^{(k)} &= b_i^{(k)} + s (U_i^{(k-1)} - b_i^{(k-1)}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

β) αν τα πρόσημα των $b_i^{(k)} - b_i^{(k-1)}$ και $b_i^{(k-1)} - b_i^{(k-2)}$ είναι ίδια δείχνοντας πως οι ασύμπτωτες επιβραδύνουν τη σύγκλιση των μεταβλητών b_i τότε

$$\begin{aligned} L_i^{(k)} &= b_i^{(k)} - \frac{(b_i^{(k-1)} - L_i^{(k-1)})}{s} \\ U_i^{(k)} &= b_i^{(k)} + \frac{(U_i^{(k-1)} - b_i^{(k-1)})}{s} \end{aligned} \quad (5.21)$$

όπου το s είναι ένας πραγματικός αριθμός.

Κεφάλαιο 6

Εφαρμογή της Μεθόδου Βελτιστοποίησης

6.1 Διβηματική Βελτιστοποίηση

Σε αυτό το κεφάλαιο θα πραγματοποιηθεί διαδικασία βελτιστοποίησης 2 σταδίων της αεροτομής του πτερυγίου στροβίλου C3X. Στόχος είναι η δημιουργία αεροτομής με μειωμένες απώλειες ολικής πίεσης και μειωμένη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου. Η μέθοδος MMA μπορεί να επεξεργαστεί προβλήματα ενός στόχου (Single Objective Optimization, SOO). Για την αντιμετώπιση ενός προβλήματος δύο στόχων, αποφασίζεται η βελτιστοποίηση του κάθε στόχου σε διαφορετική διαδικασία. Στο πρώτο τμήμα του κεφαλαίου θα χρησιμοποιηθούν ως συνάρτηση-στόχος οι απώλειες ολικής πίεσης και στο δεύτερο τμήμα η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου. Στις διαδικασίες που ακολουθούν ισχύουν

Σύμβολο	Περιγραφή	Στόχος	Εξίσωση
<i>F1</i>	Απώλειες Ολικής Πίεσης	Ελαχιστοποίηση	$P_{t_{losses}} = P_{t_1} - P_{t_2}$
<i>F2</i>	Μέγιστη Θερμοκρασία Πτερυγίου	Ελαχιστοποίηση	-
<i>C1</i>	Ανηγγεμένη παροχή μάζας στην είσοδο	$\left \frac{\dot{m}_{in}^* - \dot{m}_{in,ref}^*}{\dot{m}_{in,ref}^*} \right \leq 0.001$	$\dot{m}_{in}^* = \dot{m} \frac{\sqrt{T_t}}{P_t}$
<i>C2</i>	Γωνία εξόδου της ροής	$\left \frac{\alpha_2 - \alpha_{2,ref}}{\alpha_{2,ref}} \right \leq 0.001$	-
<i>C3</i>	Ελάχιστη απόσταση οπής από την πλευρά υπερπίεσης (PS)	$d_{PS} - 1 \cdot 10^{-6} \geq 0$	-
<i>C4</i>	Ελάχιστη απόσταση οπής από την πλευρά υποπίεσης (SS)	$d_{SS} - 1 \cdot 10^{-6} \geq 0$	-

Πίνακας 6.1: Οι μεταβλητές ενδιαφέροντος της βελτιστοποίησης με τα βασικά χαρακτηριστικά τους.

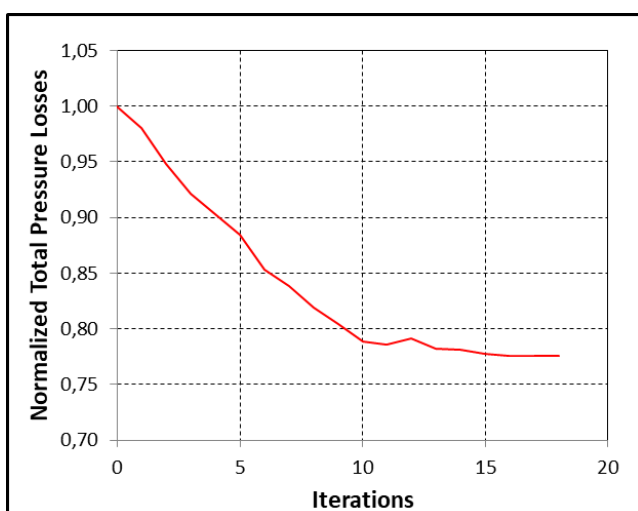
Οι σχέσεις που δίνουν τους στόχους των περιορισμών C1 και C2 μπορούν να απλοποιηθούν ως $0.999 \leq \frac{\dot{m}_{in}^*}{\dot{m}_{in,ref}^*} \leq 1.001$ και $0.999 \leq \frac{\alpha_2}{\alpha_{2,ref}} \leq 1.001$ αντίστοιχα. Η αδιαστατοποίηση των ποσοτήτων F1, F2, C1, C2, C3 και C4 γίνεται για κάθε σημείο λειτουργίας (Πίνακας 6.2, Πίνακας 6.3, Πίνακας 6.4, Πίνακας 6.5 και Πίνακας 6.6).

6.1.1 (Βήμα 1) Ελαχιστοστοποίηση Απωλειών Ολικής Πίεσης

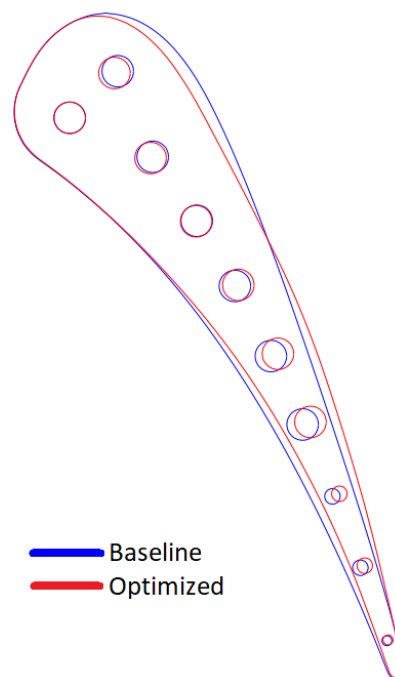
Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου βελτιστοποίησης. Στόχος είναι η μείωση των απωλειών ολικής πίεσης από την είσοδο στην έξοδο του υπολογιστικού χωρίου. Οι περιορισμοί ανισοϊσότητας του προβλήματος είναι, η ανηγμένη παροχή μάζας στην είσοδο και η γωνία εξόδου της ροής να μεταβληθούν εντός ορίων. Τα όρια αυτά τίθενται με τέτοιο τρόπο, ώστε να διευκολυνθεί η σύγκλιση του λογισμικού βελτιστοποίησης, λαμβάνοντας την αδιάστατη τιμή 2.0×10^{-3} (C1 και C2, Πίνακας 6.1). Ως μεταβλητές σχεδιασμού ορίζονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του πλέγματος μορφοποίησης, οι μεταβολές των οποίων αλλάζουν τη μορφή και του περιγράμματος αλλά και τη θέση των αγωγών ψύξης. Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται και για τα 5 σημεία λειτουργίας. Στο Σχήμα 6.1 - Σχήμα 6.15 παρουσιάζονται τα διαγράμματα σύγκλισης της συνάρτησης-στόχου και η γεωμετρία που επιτυγχάνει τις ελάχιστες απώλειες ολικής πίεσης μαζί με την αρχική γεωμετρία του πτερυγίου ανά σημείο λειτουργίας. Παράλληλα απεικονίζονται, η μεταβολή της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου κι η τιμή των περιορισμών ανά κύκλο βελτιστοποίησης. Τα όρια των περιορισμών απεικονίζονται στα σχήματα με στόχο την αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων.

Case 108

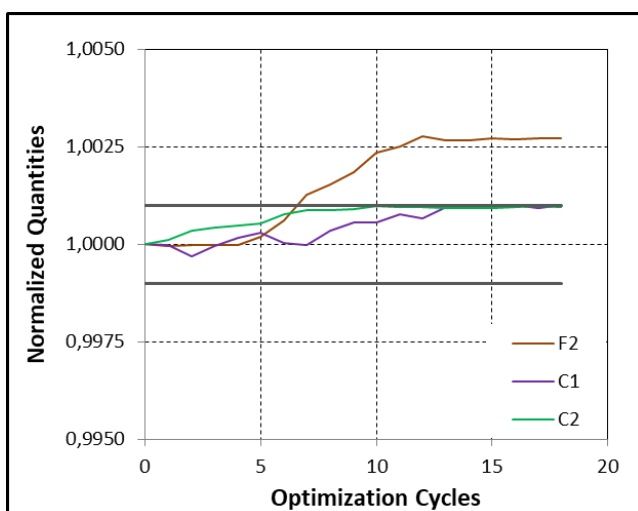
Στο σημείο λειτουργίας 108, η μείωση των απωλειών ολικής πίεσης που επιτεύχθηκε είναι 22.5%, ενώ η μέγιστη θερμοκρασία περυγίου αυξήθηκε κατά 1.8 K.



Σχήμα 6.1: (Case 108) Η σύγκλιση των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.2: (Case 108) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του περυγίου.



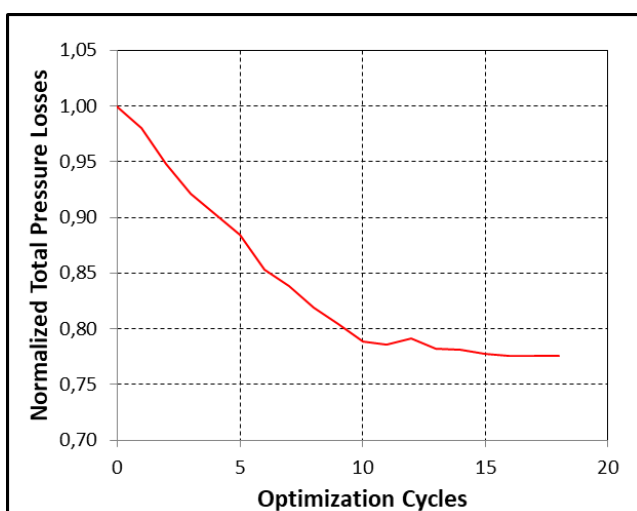
Σχήμα 6.3: (Case 108) Η πορεία της ανηγμένης μέγιστης θερμοκρασίας περυγίου, μαζί με την ανηγμένη παροχή εισόδου και την ανηγμένη γωνία εξόδου της ροής. Με γκρι συμβολίζονται τα όρια των περιορισμών.

Συνθήκες	
$Pt1$	319503 Pa
$Tt1$	786 K
$Tu1$	6.5%
$P2$	188909 Pa
$M2,is$	0.9
Normalization Value	
$F1$	5540.54 Pa
$F2$	649.59 K
$C1$	$6.7053257 \cdot 10^{-5}$
$C2$	-1.2755952 rad

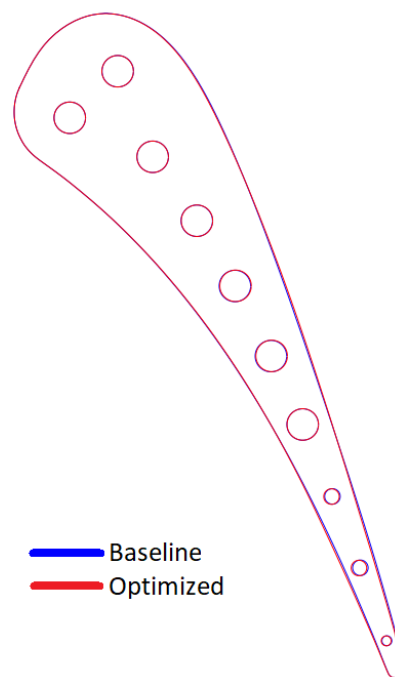
Πίνακας 6.2: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών και οι συνθήκες του σημείου λειτουργίας.

Case 111

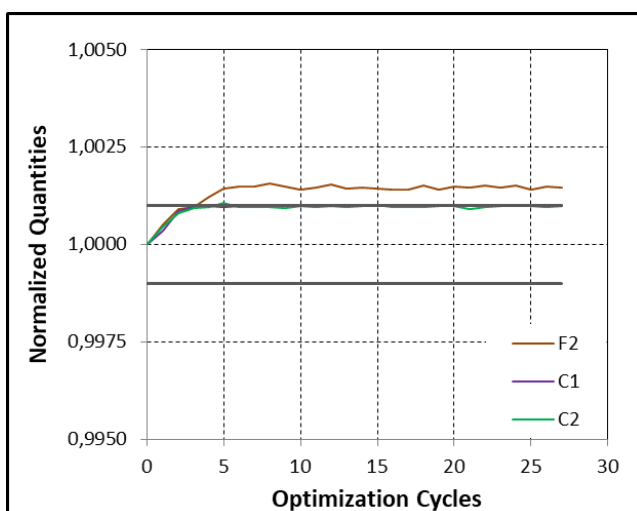
Στο σημείο λειτουργίας 111, οι απώλειες ολικής πίεσης μειώθηκαν κατά 13.6% και η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου αυξήθηκε κατά 1.1 K.



Σχήμα 6.4: (Case 111) Η σύγκλιση των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.5: (Case 111) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του πτερυγίου.



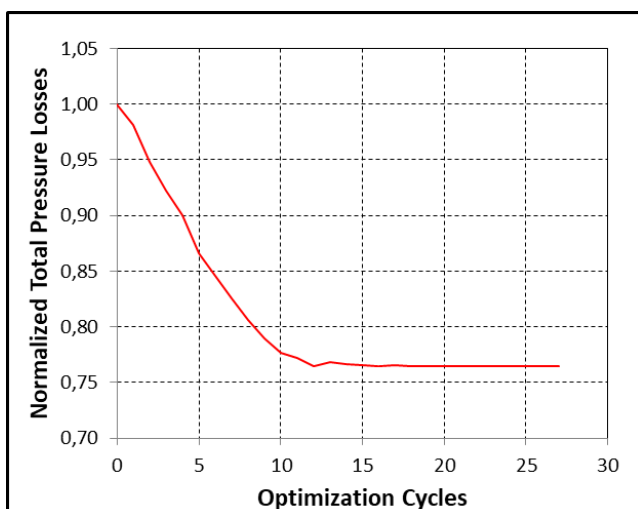
Σχήμα 6.6: (Case 111) Η πορεία της ανηγμένης μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, μαζί με την ανηγμένη παροχή εισόδου και την ανηγμένη γωνία εξόδου της ροής. Με γκρι συμβολίζονται τα όρια των περιορισμών.

Συνθήκες	
P_{t1}	307989 Pa
T_{t1}	796 K
T_{u1}	8.3%
P_2	153339 Pa
$M_{2,is}$	1.05
Normalization Value	
$F1$	12384.95 Pa
$F2$	709.2 K
$C1$	$6.7597963 \cdot 10^{-5}$
$C2$	-1.2691205 rad

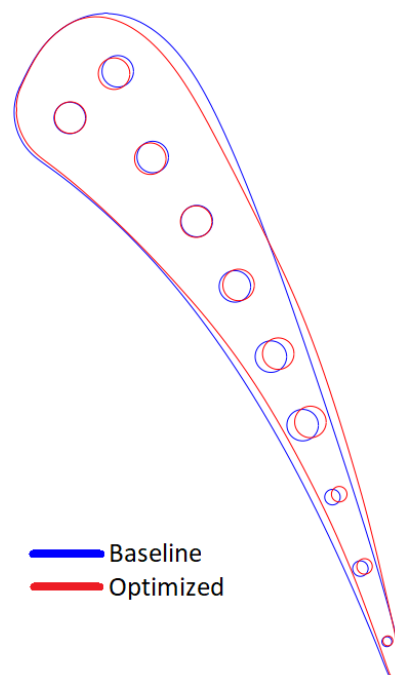
Πίνακας 6.3: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών και οι συνθήκες του σημείου λειτουργίας.

Case 113

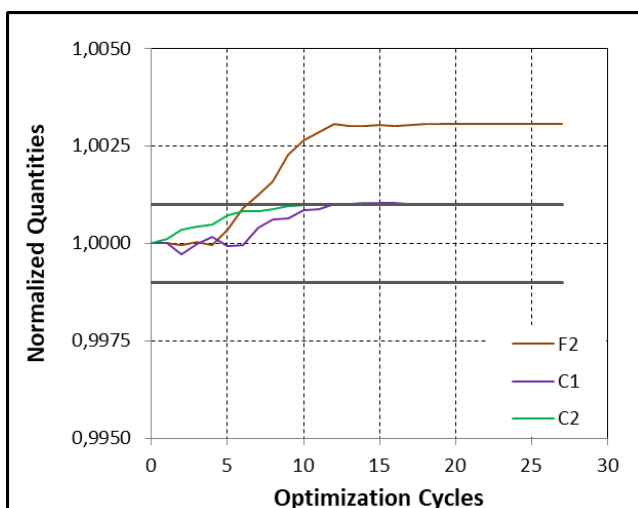
Στο σημείο λειτουργίας 113, η πτώση των απωλειών ολικής πίεσης λόγω της βελτιστοποίησης είναι 22.8%, ενώ η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου αυξήθηκε κατά 1.9 Κ.



Σχήμα 6.7: (Case 113) Η σύγκλιση των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.8: (Case 113) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του πτερυγίου.



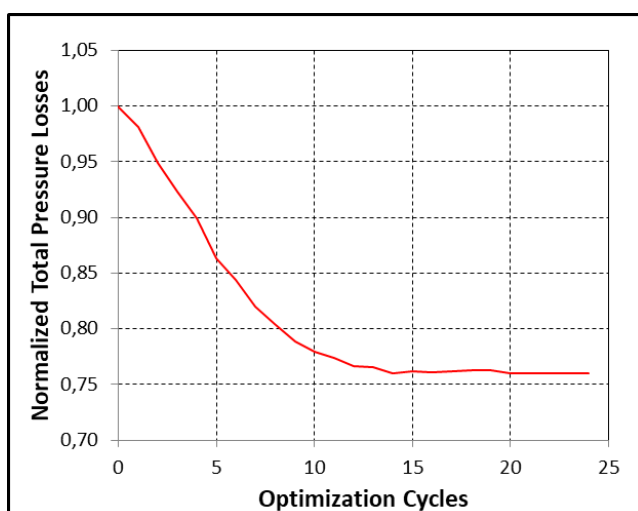
Σχήμα 6.9: (Case 113) Η πορεία της ανηγμένης μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, μαζί με την ανηγμένη παροχή εισόδου και την ανηγμένη γωνία εξόδου της ροής. Με γκρι συμβολίζονται τα όρια των περιορισμών.

Συνθήκες	
$Pt1$	323157 Pa
$Tt1$	781 K
$Tu1$	8.3%
$P2$	193145 Pa
$M2,is$	0.89
Normalization Value	
$F1$	5490.18 Pa
$F2$	651.05 K
$C1$	$6.6941078 \cdot 10^{-5}$
$C2$	-1.2755260 rad

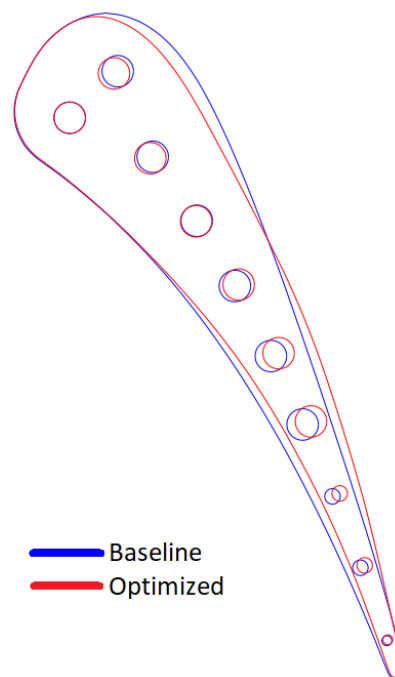
Πίνακας 6.4: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών και οι συνθήκες του σημείου λειτουργίας.

Case 157

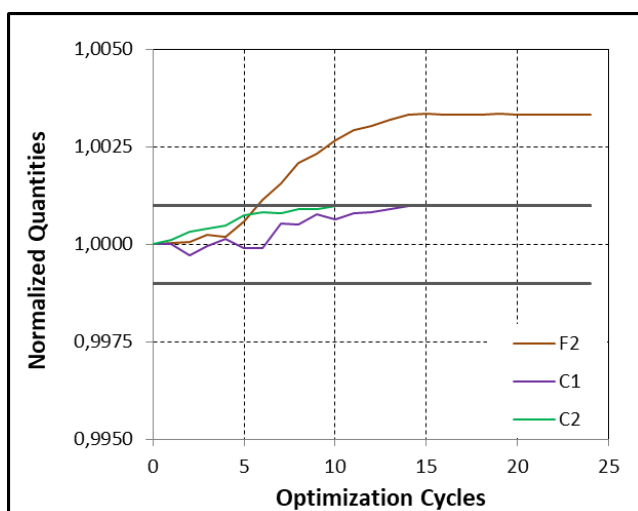
Στο σημείο λειτουργίας 157, η βελτιστοποίηση μείωσε κατά 23.9% τις απώλειες ολικής πίεσης και αύξησε τη μέγιστη θερμοκρασία περυγίου κατά 2.3 K.



Σχήμα 6.10: (Case 157) Η σύγκλιση των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.11: (Case 157) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του περυγίου.



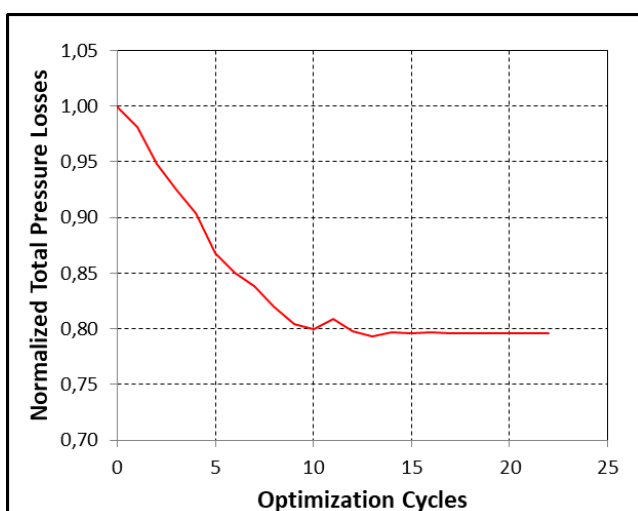
Σχήμα 6.12: (Case 157) Η πορεία της ανηγμένης μέγιστης θερμοκρασίας περυγίου, μαζί με την ανηγμένη παροχή εισόδου και την ανηγμένη γωνία εξόδου της ροής. Με γκρι συμβολίζονται τα όρια των περιορισμών.

Συνθήκες	
P_{t1}	413272 Pa
T_{t1}	818 K
T_{u1}	8.3%
P_2	247004 Pa
$M_{2,is}$	0.89
Normalization Value	
$F1$	6856.92 Pa
$F2$	691.39 K
$C1$	$6.6961264 \cdot 10^{-5}$
$C2$	-1.2755307 rad

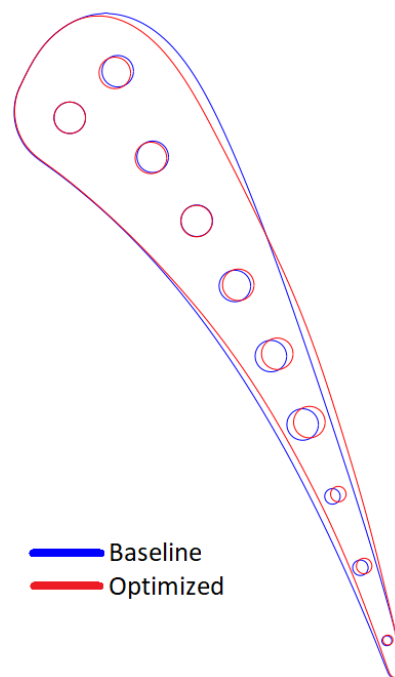
Πίνακας 6.5: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών και οι συνθήκες του σημείου λειτουργίας.

Case 158

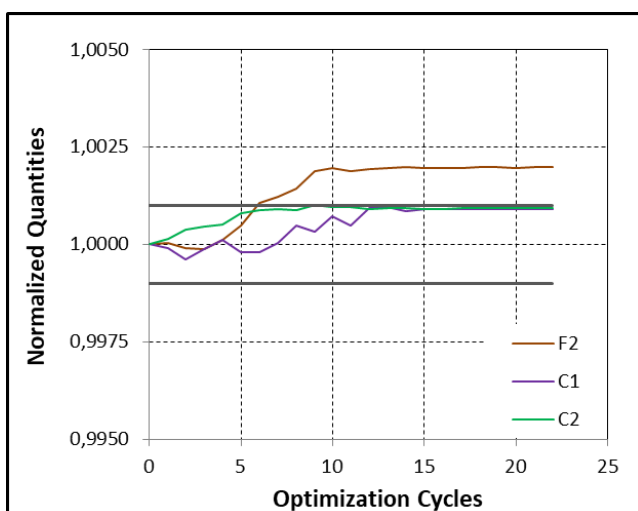
Στο σημείο λειτουργίας 158, οι απώλειες ολικής πίεσης μειώθηκαν κατά 20.7%, ενώ η μέγιστη θερμοκρασία πετεργίου υψώθηκαν κατά 1.3 K.



Σχήμα 6.13: (Case 158) Η σύγκλιση των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.14: (Case 158) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του πετεργίου.



Σχήμα 6.15: (Case 158) Η πορεία της ανηγμένης μέγιστης θερμοκρασίας πετεργίου, μαζί με την ανηγμένη παροχή εισόδου και την ανηγμένη γωνία εξόδου της ροής. Με γκρι συμβολίζονται τα όρια των περιορισμών.

Συνθήκες	
P_{t1}	243700 Pa
T_{t1}	808 K
T_{u1}	8.3%
P_2	142530 Pa
$M_{2,is}$	0.91
Normalization Value	
$F1$	4490.33 Pa
$F2$	669.59 K
$C1$	$6.7105246 \cdot 10^{-5}$
$C2$	-1.2756093 rad

Πίνακας 6.6: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών και οι συνθήκες του σημείου λειτουργίας.

Οι τιμές αναγράφονται σε Pa.		Σημείο λειτουργίας				
		108	111	113	157	158
Βελτιστοποιημένη αεροτομή	108	4296.77	13639.25*	4263.49	5318.53	3528.51*
	111	5570.85*	10699.85	5516.45*	6904.19*	4522.35*
	113	4286.08	13997.71*	4236.20	5284.35	3581.73*
	157	4261.11*	14287.90*	4181.45*	5216.59	3597.39*
	158	4383.76	12681.16*	4354.43*	5432.10	3562.27
Τιμές προ Βελ/σης		5540.54	12384.95	5490.18	6856.92	4490.33

Πίνακας 6.7: Οι απώλειες ολικής πίεσης που παρουσιάζουν οι βελτιστοποιημένες αεροτομές, η κάθε μία για όλα τα σημεία λειτουργίας. Στην τελευταία γραμμή βρίσκονται οι αρχικές τιμές των απωλειών πίεσης για κάθε σημείο λειτουργίας με μη-βελτιστοποιημένες αεροτομές. Με αστερίσκο συμβολίζονται οι τιμές που καταπατούν τουλάχιστον ένα περιορισμό. Με πορτοκαλί απεικονίζονται οι βέλτιστες αεροτομές για το κάθε σημείο λειτουργίας, οι οποίες δεν τηρούν τουλάχιστον ένα περιορισμό, ενώ με πράσινο απεικονίζονται οι βέλτιστες με αποδεκτή τιμή περιορισμών.

$\left \frac{\dot{m}_{in}^* - \dot{m}_{in,ref}^*}{\dot{m}_{in,ref}^*} \right \cdot 10^3 \leq 1$		Σημείο λειτουργίας				
		108	111	113	157	158
Βελτιστοποιημένη αεροτομή	108	0,9998	34,5716	0,8515	0,9660	1,1340
	111	3,2546	0,9965	3,3432	3,3518	3,1430
	113	0,9211	35,0187	0,8824	0,9941	1,0644
	157	0,8512	36,6517	0,8455	0,9753	1,0090
	158	0,6620	29,4289	0,3932	0,4781	0,9442
$\dot{m}_{in}^* \cdot 10^{-5}$		6.7053257	6.7597963	6.6941078	6.6961264	6.7105246

Πίνακας 6.8: Η τιμή της ανηγμένης παροχής μάζας στην είσοδο που παρουσιάζει κάθε βελτιστοποιημένη αεροτομή, για κάθε ένα από τα σημεία λειτουργίας. Στην τελευταία γραμμή βρίσκονται οι τιμές της ανηγμένης παροχής μάζας αναφοράς στην είσοδο για κάθε σημείο λειτουργίας με μη-βελτιστοποιημένες αεροτομές.

$\left \frac{\alpha_2 - \alpha_{2,ref}}{\alpha_{2,ref}} \right \cdot 10^3 \leq 1$		Σημείο λειτουργίας				
		108	111	113	157	158
Βελτιστοποιημένη αεροτομή	108	0.9473	9.4959	0.9772	0.9261	0.9160
	111	0.8154	0.9722	0.8298	0.8475	0.8015
	113	0.9752	9.9031	0.9940	0.9434	0.8675
	157	1.0163	10.5553	1.0552	0.9985	0.8641
	158	0.9472	7.4439	1.0005	0.9587	0.9209
$\alpha_{2,ref}$ (rad)		-1.2755952	-1.2691205	-1.2755260	-1.2755307	-1.2756093

Πίνακας 6.9: Η τιμή της γωνίας εξόδου της ροής που παρουσιάζει κάθε βελτιστοποιημένη αεροτομή, για κάθε ένα από τα σημεία λειτουργίας. Στην τελευταία γραμμή βρίσκονται οι τιμές της γωνίας αναφοράς της ροής στην έξοδο για κάθε σημείο λειτουργίας με μη-βελτιστοποιημένες αεροτομές.

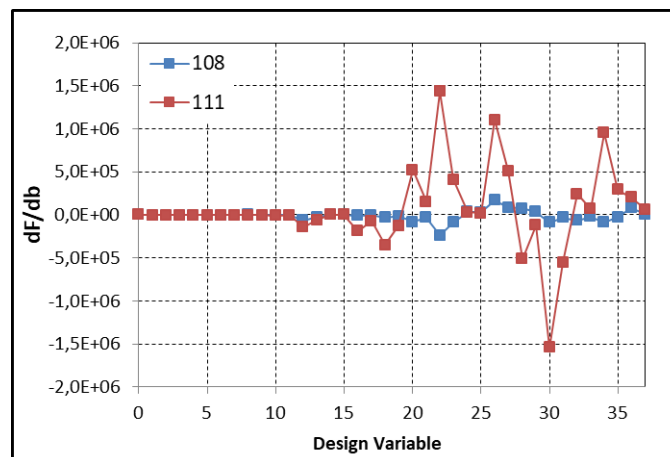
Σε όλα τα σημεία λειτουργίας που βελτιστοποιήθηκαν, οι απώλειες ολικής πίεσης μειώθηκαν, όπως ήταν επιθυμητό, συνοδευόμενες όμως από αύξηση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα, πως οι παράγωγοι της συνάρτησης-στόχου, δηλαδή των απωλειών ολικής πίεσης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, είχαν αντίθετο πρόσημο από αυτές της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου. Συχνά η διαδικασία βελτιστοποίησης ενός στόχου μπορεί να χειροτερεύει άλλες ποσότητες, οι οποίες δεν ελήφθησαν υπόψη κατά τη βελτιστοποίηση που έγινε. Αυτό συμβαίνει στη διαδικασία βελτιστοποίησης που αναλύθηκε παραπάνω. Στα Σχήματα Σχήμα 6.3, Σχήμα 6.6, Σχήμα 6.9, Σχήμα 6.12 και Σχήμα 6.15 φαίνεται η ανεπιθύμητη αύξηση της θερμοκρασίας. Επίσης παρατηρείται πως, όταν οι περιορισμοί υπερβαίνουν το όριο, η μέθοδος βελτιστοποίησης προσπαθεί να τους επαναφέρει εντός ορίων και συνεπώς, μπορεί να οδηγήσει την τιμή της συνάρτησης-στόχου σε αύξηση.

Ο Πίνακας 6.7 παρουσιάζει τις βελτιστοποιημένες αεροτομές για κάθε σημείο λειτουργίας, εφαρμοσμένες σε όλα τα σημεία λειτουργίας που μελετώνται και με μοντέλο τύρβης το Spalart-Allmaras. Με πορτοκαλί φαίνονται οι βέλτιστοι συνδυασμοί, οι οποίοι όμως δεν τηρούν τουλάχιστον ένα περιορισμό. Με πράσινο εμφανίζονται οι βέλτιστοι συνδυασμοί που τηρούν τους περιορισμούς που έχουν τεθεί, συνεπώς το ιδανικό είναι τα πράσινα κελιά να βρίσκονται στη διαγώνιο του πίνακα. Όπως παρατηρείται αυτό συμβαίνει για όλες τις συνθήκες πλην της 108. Σε αυτό το σημείο, συμπεραίνεται πως η βελτιστοποίηση εγκλωβίστηκε σε τοπικό ακρότατο. Ο πίνακας αυτός παρουσιάζει και αποτελέσματα, τα οποία δεν σέβονται τους περιορισμούς της ανηγμένης παροχής μάζας εισόδου (Πίνακας 6.8) και της γωνίας εξόδου της ροής (Πίνακας 6.9), καθώς ανάλογα την εφαρμογή, οι περιορισμοί μπορεί να αποκτήσουν δευτερεύουσα σημασία.

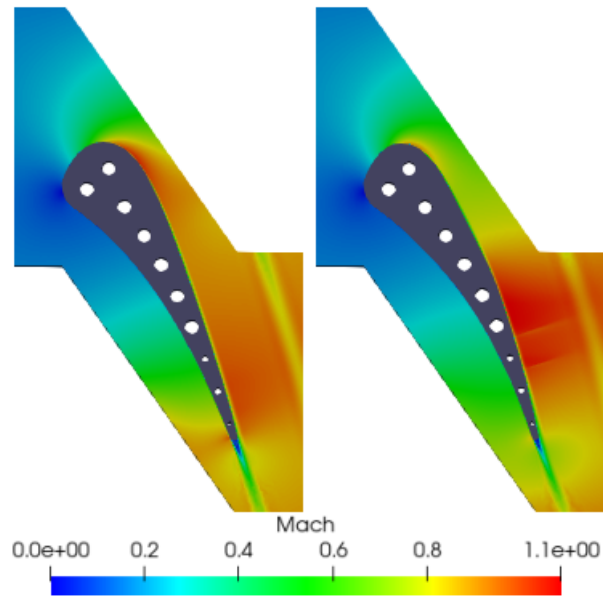
Σε όλες τα σημεία λειτουργίας, το πάχος της αεροτομής κοντά στην ακμή πρόσπτωσης (LE) μειώθηκε, ενώ πηγαίνοντας προς την ακμή εκφυγής (TE) μεγαλώνει η κυρ-

τότητα της μέσης γραμμής (Σχήμα 6.2, Σχήμα 6.5, Σχήμα 6.8, Σχήμα 6.11 και Σχήμα 6.14). Αυτό έχει ως επίπτωση την πτώση της ταχύτητας κοντά στην ακμή πρόσπτωσης και στην ακμή εκφυγής, αυξάνοντας σημαντικά την ταχύτητα στην πλευρά υποπίεσης κοντά στο μέσο της χορδής της αεροτομής. Επιπλέον, όλες οι αεροτομές μετά τη βελτιστοποίηση εμφανίζουν περιοχές απότομης αλλαγής της ταχύτητας στην πλευρά υποπίεσης (SS). Στα Σχήματα Σχήμα 6.17, Σχήμα 6.19, Σχήμα 6.20 και Σχήμα 6.21 παρατηρείται πως η μείωση των απωλειών ολικής πίεσης προκύπτει από την πτώση της ταχύτητας στο τμήμα μεταξύ των δύο πτερυγίων. Στο Σχήμα 6.22 φαίνεται αυτή η μείωση της ταχύτητας για το σημείο 108, καθώς απεικονίζονται 2 πτερύγια και ο ενδιάμεσος χώρος τους.

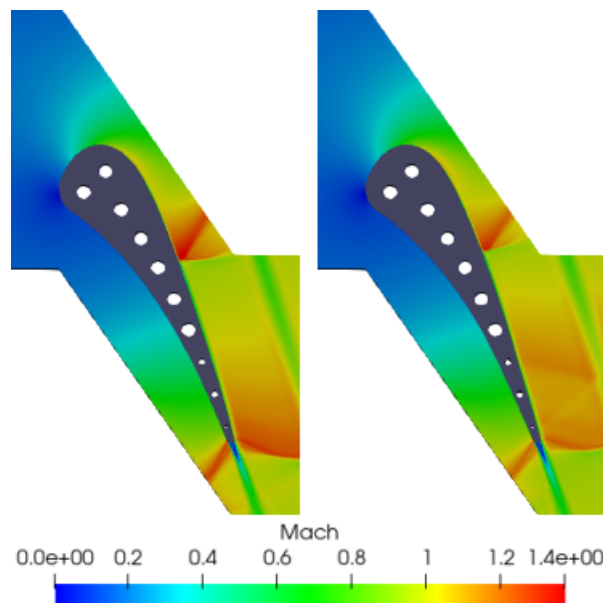
Ιδιαίτερη περίπτωση είναι το σημείο λειτουργίας 111, στο οποίο η μεταβολή της γεωμετρίας ήταν πολύ μικρή, λόγω των πολύ μεγάλων τιμών της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.16. Αυτό δημιουργεί ιδιαίτερη ευαισθησία του πεδίου ροής από τη γεωμετρία της αεροτομής. Παράλληλα, τα ισχυρά κύματα κρούσης που εμφανίζονται στην πλευρά υποπίεσης (SS) και στην πλευρά υπερπίεσης (PS) δεν αλλάζουν θέση, μόνο μειώνονται σε ένταση (Σχήμα 6.18), συνεπώς μειώνονται και οι απώλειες ολικής πίεσης.



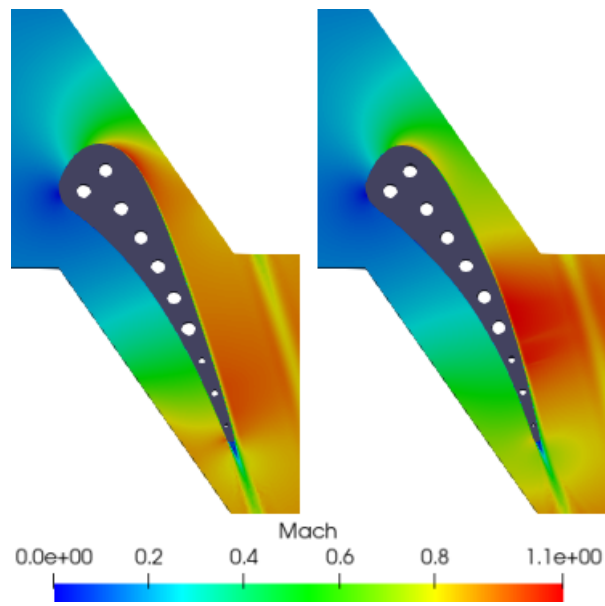
Σχήμα 6.16: Η παράγωγος της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού για τα σημεία λειτουργίας 108 και 111.



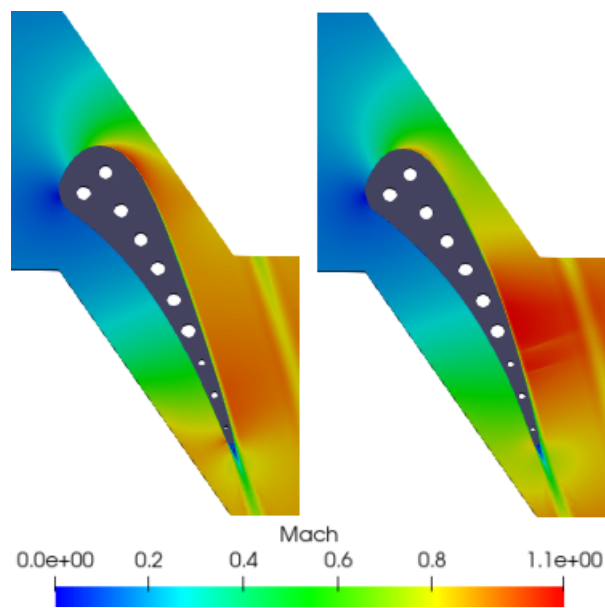
Σχήμα 6.17: (Case 108) Η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).



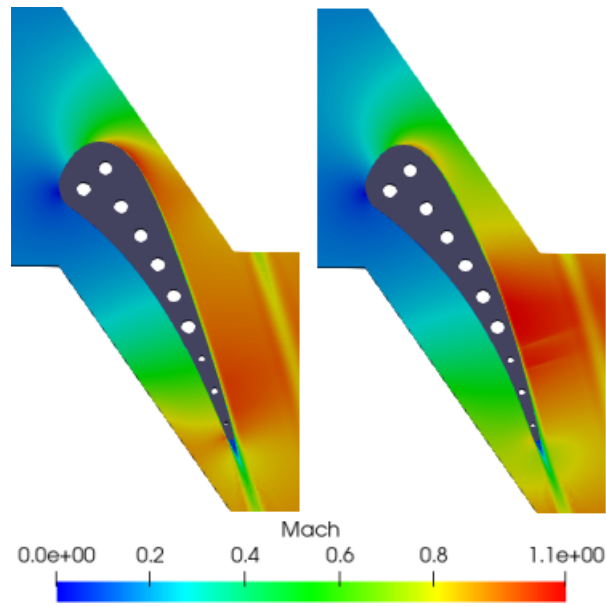
Σχήμα 6.18: (Case 111) Η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).



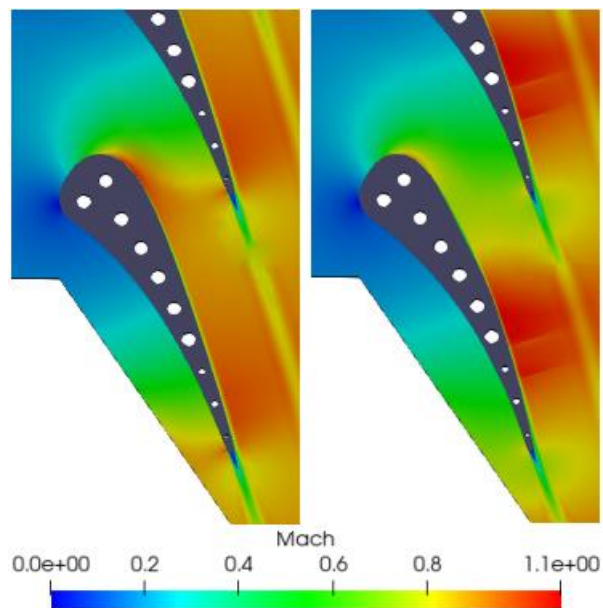
Σχήμα 6.19: (Case 113) Η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).



Σχήμα 6.20: (Case 157) Η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).



Σχήμα 6.21: (Case 158) Η κατανομή του αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).



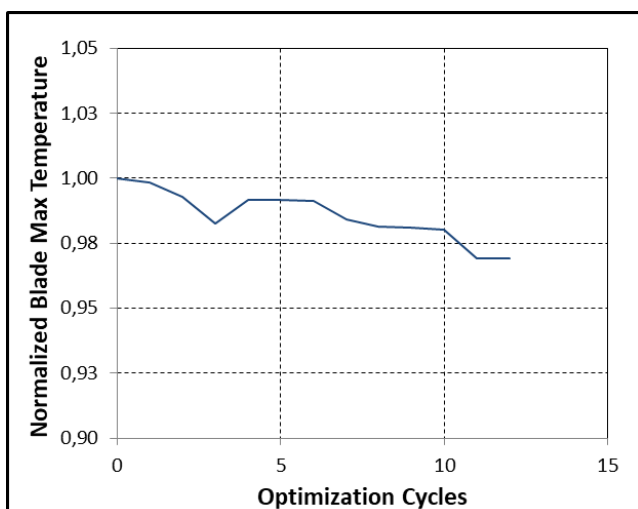
Σχήμα 6.22: (Case 108) Η κατανομή του αριθμού Mach στο χώρο μεταξύ δύο αεροτομών. Η αρχική γεωμετρία (αριστερά) και η βελτιστοποιημένη ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης (δεξιά).

6.1.2 (Βήμα 2) Ελαχιστοποίηση Μέγιστης Θερμοκρασίας Πτερυγίου

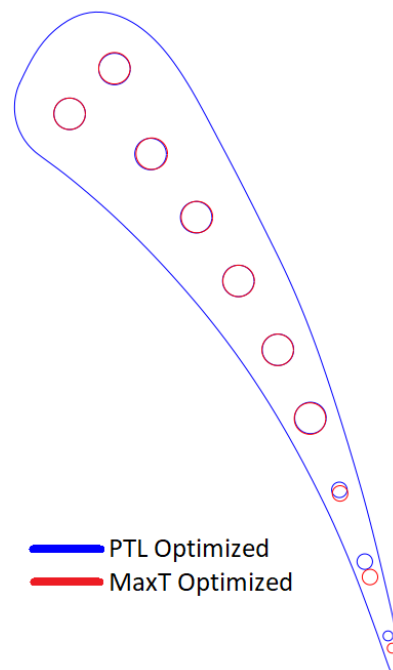
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του δεύτερου σταδίου βελτιστοποίησης. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της μέγιστης θερμοκρασίας του μετάλλου του πτερυγίου. Οι περιορισμοί του προβλήματος είναι γεωμετρικής φύσης και σχετίζονται με την απόσταση των αγωγών ψύξης από την πλευρά υπερπίεσης και υποπίεσης. Η ελάχιστη απόσταση επιλέγεται εμπειρικά προς διευκόλυνση της σύγκλισης του λογισμικού βελτιστοποίησης και λαμβάνει την τιμή 1.0×10^{-6} m. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί, πως οι περιορισμοί ανηγμένης παροχής μάζας στην είσοδο και της γωνίας εξόδου της ροής δεν ισχύουν και δεν λήφθηκαν υπόψη για την επιλογή της βέλτιστης λύσης ως προς τη βέλτιστη θερμοκρασία πτερυγίου. Ως μεταβλητές σχεδιασμού, σε αυτό το στάδιο, ορίζονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες των κέντρων των διατομών των αγωγών, κρατώντας σταθερό το περίγραμμα της αεροτομής. Τα σημεία λειτουργίας που βελτιστοποιούνται με αυτήν τη μέθοδο είναι μόνο το 108 και το 157. Ως αρχική γεωμετρία επιλέγεται η αντίστοιχη βέλτιστη από πλευράς απωλειών πίεσης, ολοκληρώνοντας μία διβηματική βελτιστοποίηση της αεροτομής. Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα σύγκλισης της συνάρτησης-στόχου και η γεωμετρία που επιτυγχάνει τη μικρότερη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου μαζί με την αρχική γεωμετρία του πτερυγίου ανά σημείο λειτουργίας. Επιπροσθέτως, αναγράφεται και η αλλαγή των απωλειών ολικής πίεσης που επιφέρει η αλλαγή της θέσης των αγωγών ψύξης.

Case 108

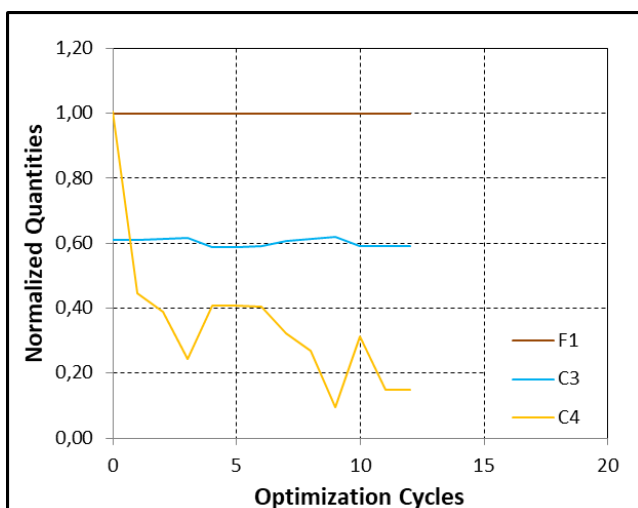
Στο σημείο λειτουργίας 108, η μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου που επιτεύχθηκε είναι 20.1 K ($651,3\text{ K} \rightarrow 631,2\text{ K}$), ενώ οι απώλειες ολικής πίεσης μειώθηκαν κατά 0.19%.



Σχήμα 6.23: (Case 108) Η σύγκλιση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



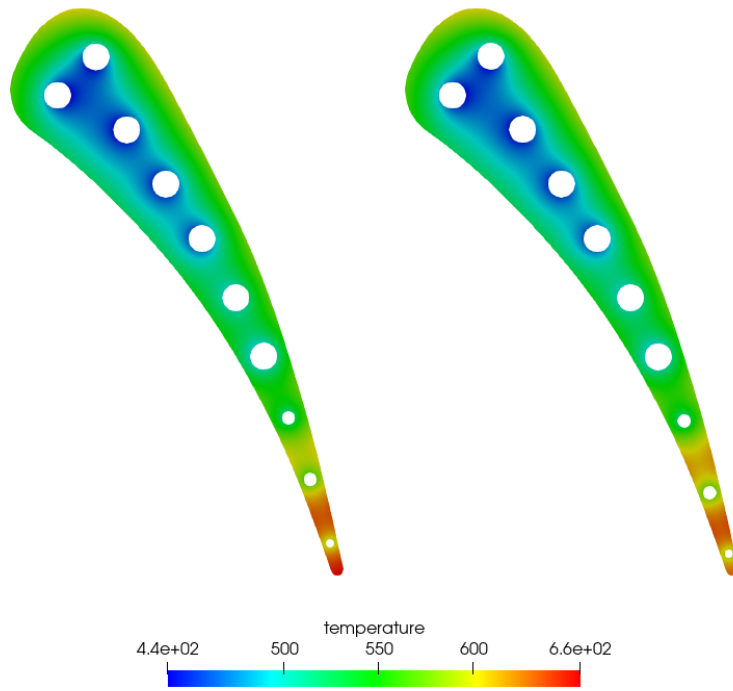
Σχήμα 6.24: (Case 108) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του πτερυγίου.



Σχήμα 6.25: (Case 108) Η πορεία των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης, μαζί με τις ανηγμένες αποστάσεις από την πλευρά υπερπίεσης και υποπίεσης.

Quantity	Normalization Value
F2	651.36 K
F1	4296.77 Pa
C3	$1 \cdot 10^{-3}\text{ m}$
C4	$1 \cdot 10^{-3}\text{ m}$

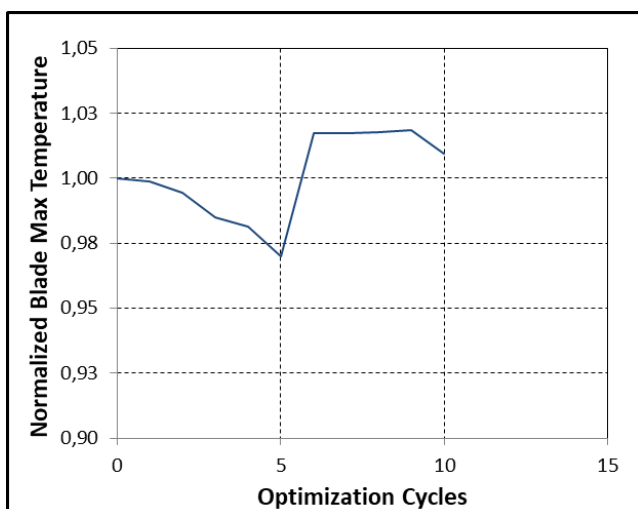
Πίνακας 6.10: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών.



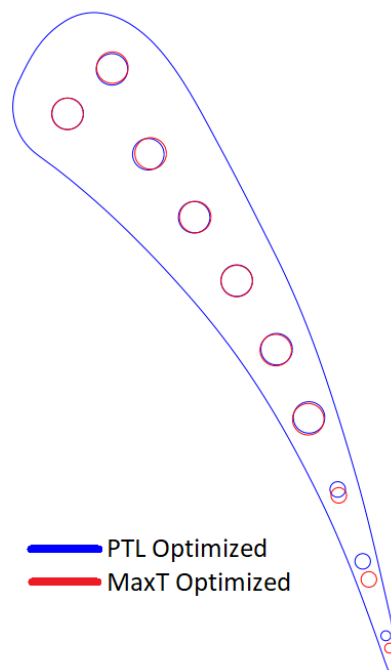
Σχήμα 6.26: (Case 108) Η κατανομή θερμοκρασίας του περυγίου πριν τη βελτιστοποίηση για τη μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας (αριστερά) και μετά τη βελτιστοποίηση (δεξιά).

Case 157

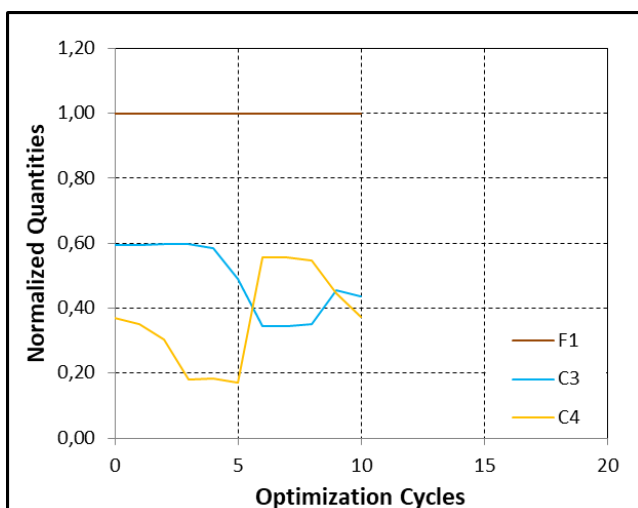
Στην σημείο λειτουργίας 157, η μέγιστη θερμοκρασία του πτερυγίου μειώθηκε κατά 20.9 K ($693,3\text{ K} \rightarrow 672.4\text{ K}$) και οι απώλειες ολικής πίεσης μειώθηκαν επίσης κατά 0.18%.



Σχήμα 6.27: (Case 157) Η σύγκλιση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης.



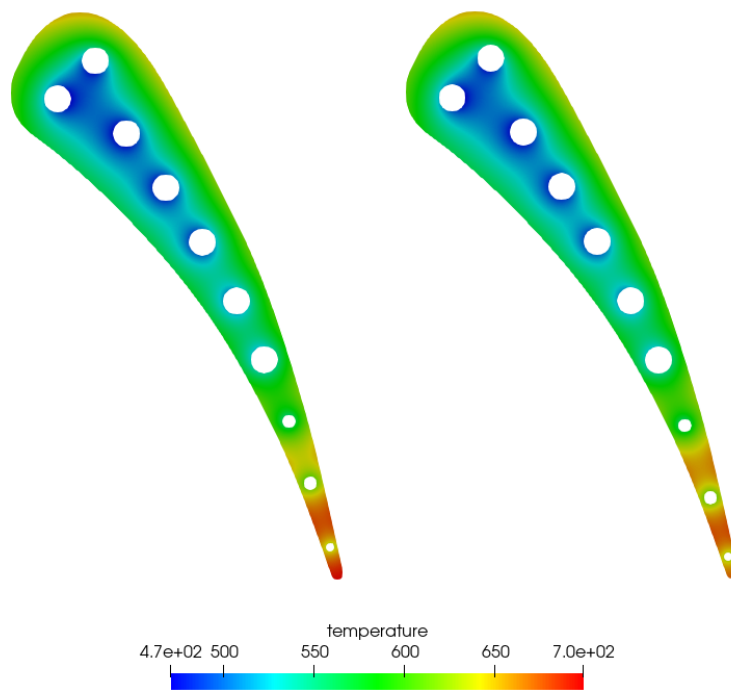
Σχήμα 6.28: (Case 157) Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία και η αρχική γεωμετρία του πτερυγίου.



Σχήμα 6.29: (Case 157) Η πορεία των ανηγμένων απωλειών ολικής πίεσης, μαζί με τις ανηγμένες αποστάσεις από την πλευρά υπερπίεσης και υποπίεσης.

Quantity	Normalization Value
F2	693.69 K
F1	5210.8 Pa
C3	$1 \cdot 10^{-3}\text{ m}$
C4	$1 \cdot 10^{-3}\text{ m}$

Πίνακας 6.11: Οι τιμές αδιαστατοποίησης των μεγεθών.



Σχήμα 6.30: (Case 157) Η κατανομή θερμοκρασίας του πτερυγίου πριν τη βελτιστοποίηση για τη μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας (αριστερά) και μετά τη βελτιστοποίηση (δεξιά).

Οι τιμές αναγράφονται σε Κ.		Σημείο λειτουργίας				
		108	111	113	157	158
Βελτιστοποιημένη αεροτομή	108	631.8	703.6	632.8	674.8	838
	157	628.7	703.2	630.8	672.4	649.0

Πίνακας 6.12: Η μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου που παρατηρείται για τις, βελτιστοποιημένες κατά το δεύτερο στάδιο της βελτιστοποίησης, αεροτομές για κάθε σημείο λειτουργίας. Με γαλάζιο εμφανίζεται η βέλτιστη αεροτομή για κάθε σημείο λειτουργίας.

$\left \frac{C - C_{ref}}{C_{ref}} \right \cdot 10^3 \leq 1$		Max Temperature Optimized Airfoil	
		108	157
Περιορισμός	C1	1.1653	1.1568
	C2	0.9182	0.9641

Πίνακας 6.13: Οι περιορισμοί C1 και C2 για το δεύτερο βήμα της διβηματικής βελτιστοποίησης. Η τιμή αναφοράς C_{ref} για το C1 και το C2, για τα δύο σημεία λειτουργίας, δίνονται στους πίνακες Πίνακας 6.8 και Πίνακας 6.9.

Και για τα 2 σημεία λειτουργίας παρατηρείται μείωση και της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, το οποίο αποτελεί τον στόχο αυτής της βελτιστοποίησης αλλά και των απωλειών ολικής πίεσης, σε σχέση με αυτό που προέκυψε από την πρώτη φάση της βελτιστοποίησης, η οποία είχε ως στόχο τη μείωση των απωλειών ολικής πίεσης. Σε αντίθεση με το πρώτο στάδιο της βελτιστοποίησης, η συνάρτηση-στόχος και μία ποσότητα που μας ενδιαφέρει, χωρίς όμως να τη θέσουμε ως περιορισμό ή ως στόχο, μειώνονται ταυτόχρονα. Συμπεραίνουμε λοιπόν, πως οι παράγωγοι της συνάρτησης-στόχου έχουν ίδιο πρόσημο με αυτές των απωλειών ολικής πίεσης.

Επιπροσθέτως, η αεροτομή, η οποία βελτιστοποιήθηκε, παρουσίασε και στα 2 σημεία λειτουργίας κίνηση των αγωγών ψύξης, που βρίσκονται κοντά στην ακμή πρόσπτωσης, προς την πλευρά υποπίεσης (Σχήμα 6.24 και Σχήμα 6.28). Αυτό συμβαίνει λόγω του υπερεκτιμημένου συντελεστή συναγωγιμότητας, που προκύπτει από το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras. Ταυτόχρονα, οι αγωγοί ψύξης, που βρίσκονται κοντά στην ακμή εκφυγής, κινήθηκαν προς αυτή, καθώς σε εκείνο το σημείο του πτερυγίου παρατηρείται υψηλή θερμοκρασία (Σχήμα 6.26 και Σχήμα 6.30). Στο Σχήμα 6.27 φαίνεται πως η μετακίνηση του, πλησιέστερου στην ακμή εκφυγής, αγωγού ψύξης πλησιέστερα της πλευράς υπερπίεσης, μετά τον 5^ο κύκλο βελτιστοποίησης, δημιούργησε αστάθεια στη σύγκλιση της διαδικασίας και πρόωρο τερματισμό της, χωρίς να συγκλίνει σε βέλτιστη λύση.

Ο Πίνακας 6.12 απεικονίζει την τιμή της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου για τις δύο αεροτομές, που ολοκλήρωσαν τη διβηματική βελτιστοποίηση, για κάθε σημείο λειτουργίας. Στο σημείο λειτουργίας 108 παρατηρούμε πως η γεωμετρία του 157 συμπεριφέρεται καλύτερα, όσον αφορά τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου. Συνεπώς, η βελτιστοποίηση της αεροτομής 108 πιθανόν εγκλωβίστηκε σε τοπικό ακρότατο. Ο Πίνακας 6.13 απεικονίζει τους περιορισμούς της ανηγμένης παροχής μάζας στην είσοδο (C1) και την γωνία της ροής στην έξοδο (C2) για τις δύο αεροτομές που ολοκλήρωσαν τη διβηματική βελτιστοποίηση. Ο περιορισμός C1 παραβιάζεται και στις δύο περιπτώσεις αλλά δεν επιδρά καθόλου στην επιλογή της βέλτιστης λύσης κατά το δεύτερο βήμα της διβηματικής βελτιστοποίησης. Η παράθεση των τιμών των δύο περιορισμών γίνεται για λόγους πληρότητας της διπλωματικής αυτής εργασίας.

Για την περίπτωση βελτιστοποίησης της αεροτομής στο σημείο λειτουργίας 108, το πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης μείωσε κατά 22.4% τις απώλειες ολικής πίεσης, ενώ αύξησε τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου κατά 1.8 K. Το δεύτερο στάδιο μείωσε κατά 20.2 K τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου ενώ οι απώλειες ολικής πίεσης έμειναν σχεδόν σταθερές, σε σχέση με το πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης. Συνεπώς, η διβηματική βελτιστοποίηση για το συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας απέδωσε αεροτομή με περίπου 22.6% μειωμένες απώλειες ολικής πίεσης και περίπου 18.4 K μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας μετάλλου του πτερυγίου σε σχέση με τη βασική γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε στο Κεφάλαιο 4 (Πίνακας 6.14). Για την αεροτομή στο σημείο λειτουργίας 157 έχουμε για το πρώτο στάδιο 24% μείωση απωλειών ολικής πίεσης και 2.4 K αύξηση μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου. Για το δεύτερο στάδιο έχουμε για τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου μείωση κατά 21.3 K και για τις απώ-

λειες ολικής πίεσης, μηδαμινή αύξηση. Τέλος, η διβηματική βελτιστοποίηση για το σημείο λειτουργίας 157 πέτυχε αεροτομή με περίπου 23.9% μειωμένες απώλειες ολικής πίεσης και κατά περίπου 18.9 K μειωμένη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου σε σχέση με την αρχική γεωμετρία της αεροτομής, με την οποία έγινε η βασική ανάλυση του Κεφαλαίου 4 (Πίνακας 6.14). Η μέση θερμοκρασία του πτερυγίου παρέμεινε σχεδόν σταθερή κατά τα δύο στάδια της βελτιστοποίησης (Πίνακας 6.15). Ο Πίνακας 6.16 δείχνει τη μεταβολή των απωλειών ολικής πίεσης και μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, εφαρμόζοντας για επαναξιολόγηση των βέλτιστων λύσεων, τα μοντέλα τύρβης k- ω SST και k- ω SST & γ - Re_{θ} μέχρι συγκλίσεως. Στη βιομηχανία, πολλές φορές προτιμάται ένα μοντέλο χαμηλότερης ακρίβειας για τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, όπως το Spalart-Allmaras, από ένα μοντέλο υψηλότερης ακρίβειας, όπως το k- ω SST & γ - Re_{θ} , λόγω των χαμηλότερων απαιτήσεων σε υπολογιστικούς πόρους. Προκύπτει όμως, πως μπορεί να γίνει επαναξιολόγηση των βέλτιστων λύσεων με καλύτερο μοντέλο τύρβης, όπως η εφαρμογή μοντέλου μετάβασης.

<i>Η πίεση αναγράφεται σε Pa και η θερμοκρασία σε K</i>		Baseline		1st stage (Pt Losses Optimized Airfoil)		2nd stage (Max Blade Temperature Optimized Airfoil)	
		<i>Pt Losses</i>	<i>Max Temp.</i>	<i>Pt Losses</i>	<i>Max Temp.</i>	<i>Pt Losses</i>	<i>Max Temp.</i>
Σημείο Λειτουργίας	108	5540.5	649.6	4296.8	651.4	4289.4	631.2
	157	6856.9	691.4	5210.8	693.7	5218.5	672.4

Πίνακας 6.14: Η τιμή των απωλειών ολικής πίεσης και μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, για τις δύο αεροτομές που ολοκλήρωσαν τη βελτιστοποίηση δύο φάσεων, για κάθε στάδιο.

<i>Η θερμοκρασία αναγράφεται σε K.</i>		Baseline	1st stage (Pt Losses Optimized Airfoil)	2nd stage (Max Blade Temperature Optimized Airfoil)
		<i>Mean Blade Temperature</i>	<i>Mean Blade Temperature</i>	<i>Mean Blade Temperature</i>
Σημείο Λειτουργίας	108	527	525.8	526.1
	157	564.8	563.3	563.5

Πίνακας 6.15: Η μέση θερμοκρασία πτερυγίου για τα σημεία λειτουργίας 108 και 157 στην αρχική γεωμετρία, στο τέλος του πρώτου σταδίου και στο τέλος του δεύτερου της διβηματικής βελτιστοποίησης.

Η πίεση αναγράφεται σε Pa και η θερμοκρασία σε K		Σημείο Λειτουργίας			
		108		157	
		Pt Losses	Max Temp.	Pt Losses	Max Temp.
Baseline	<i>Evaluation with Spalart-Allmaras</i>	5540.5	649.6	6856.9	691.4
	<i>Evaluation with k-ω SST</i>	5693.8	647.6	7036.9	690.2
	<i>Evaluation with k-ω SST + γ-Re_{θ}</i>	5449.3	649.4	6793.6	692.4
Optimized	<i>Evaluation with Spalart-Allmaras</i>	4289.4	631.2	5218.5	672.4
	<i>Evaluation with k-ω SST</i>	4371.1	627.3	5282.1	669.7
	<i>Evaluation with k-ω SST + γ-Re_{θ}</i>	3819.2	618.2	4733.5	661.5

Πίνακας 6.16: Οι απώλειες ολικής πίεσης και η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου για τις δύο αεροτομές που ολοκλήρωσαν τη διβηματική βελτιστοποίηση (με το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras) και την αρχική γεωμετρία, αξιολογημένες με τα μοντέλα τύρβης Spalart-Allmaras, το k- ω SST και το k- ω SST & γ - Re_{θ} .

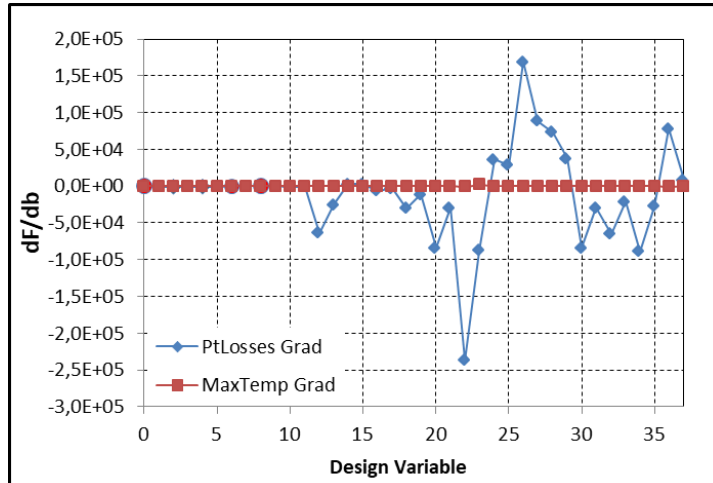
6.2 Συνδυασμένη Βελτιστοποίηση

Σε αυτήν την ενότητα γίνεται βελτιστοποίηση της αεροτομής για τα σημεία λειτουργίας 108 και 157, όπως στη διβηματική βελτιστοποίηση. Σε αυτήν τη διαδικασία βελτιστοποίησης, η συνάρτηση-στόχος ορίζεται ως το σταθμισμένο άθροισμα των απωλειών ολικής πίεσης και της μέγιστης θερμοκρασίας του πτερυγίου (MOO). Με αυτόν τον τρόπο, μετατρέπεται ένα πρόβλημα δύο στόχων, σε πρόβλημα ενός στόχου, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος βελτιστοποίησης που έχει επιλεγεί. Οι περιορισμοί και η μέθοδος παραμετροποίησης είναι ίδια με αυτά της διαδικασίας ελαχιστοποίησης των απωλειών ολικής πίεσης (Υποενότητα 6.1.1).

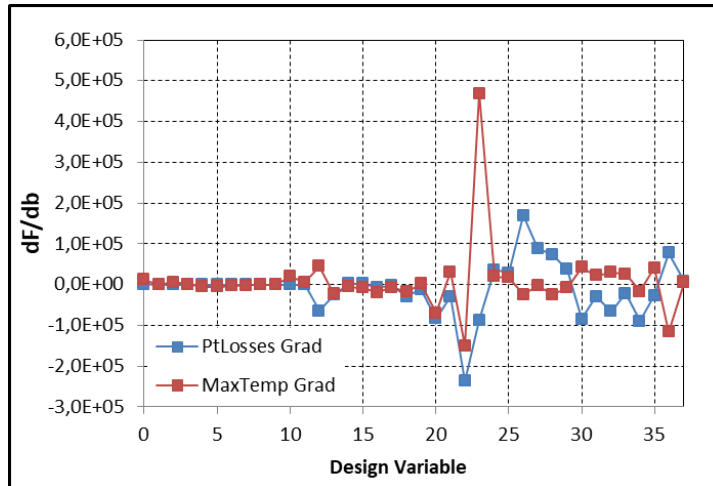
Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων, με την εφαρμοζόμενη μέθοδο, παράγει ένα σύνολο λύσεων, για διαφορετικούς συντελεστές βαρών. Εάν οι λύσεις αποτυπωθούν σε ένα γράφημα, του οποίου ο ένας άξονας απεικονίζει την τιμή του πρώτου στόχου και ο άλλος άξονας την τιμή του δεύτερου στόχου, τότε στο γράφημα παρουσιάζεται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της βελτιστοποίησης, στη λογική ενός μετώπου Pareto.

Έστω F_1 οι απώλειες ολικής πίεσης και F_2 η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου. Η συνάρτηση-στόχος δίνεται από τη σχέση $F = w_1 F_1 + w_2 F_2$. Με την επιλογή 5 συνδυασμών συντελεστών βάρους, δημιουργούνται 5 διαφορετικές συναρτήσεις-στόχοι, η ελαχιστοποίηση των οποίων οδηγεί και σε ένα σημείο του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων κάθε φορά, θεωρώντας πως το πρόβλημα βελτιστοποίησης

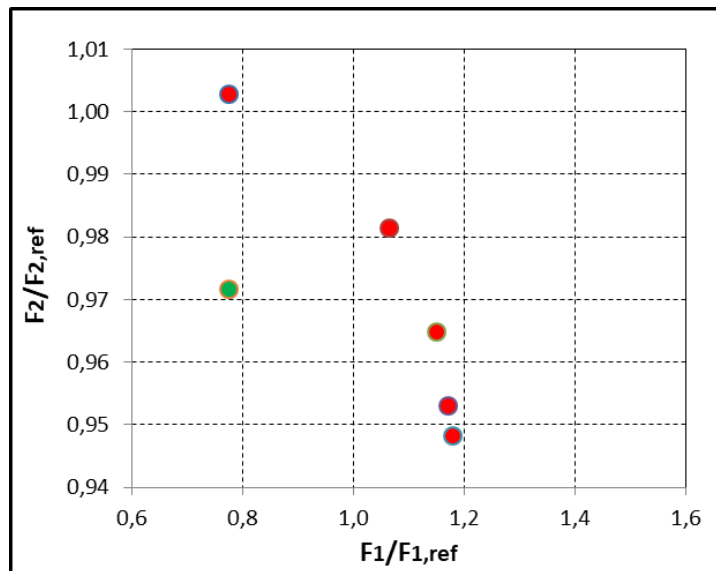
είναι κυρτό. Οι συντελεστές βάρους ορίζονται στην περιοχή $[0,1]$ με $w_2 = 1 - w_1$. Επιπλέον, λόγω διαφοράς των $\frac{\partial F_1}{\partial b_i}$ και $\frac{\partial F_2}{\partial b_i}$ ακόμα και κατά 5 τάξεις μεγέθους, γίνεται τέτοια μετατροπή των συντελεστών βάρους w_1, w_2 , ώστε να εξισορροπηθούν οι διαφορές στις τάξεις των παραγώγων. Για τη διαδικασία αυτή, υπολογίζεται η διάμεσος των απολύτων των λόγων $\frac{\partial F_1}{\partial b_i} / \frac{\partial F_2}{\partial b_i}$. Στη συνέχεια, η συνάρτηση-στόχος μετασχηματίζεται στην $F = w_1 F_1 + w_2' F_2$, όπου $w_2' = w_2 \cdot \text{median}\left(\left|\frac{\partial F_1}{\partial b_i} / \frac{\partial F_2}{\partial b_i}\right|\right)$. Για το σημείο λειτουργίας 108, αυτός ο λόγος έχει τιμή περίπου 240, ενώ για το σημείο λειτουργίας 157 έχει τιμή περίπου 230. Ο συντελεστής βάρους w_1 και στις δύο περιπτώσεις λαμβάνει τιμές $w_1 = [1 \ 0.75 \ 0.5 \ 0.25 \ 0]^T$, ενώ για τον συντελεστή βάρους w_2' έχουμε στο σημείο λειτουργίας 108, $w_2' = [0 \ 60 \ 120 \ 180 \ 1]^T$ και για το σημείο λειτουργίας 157, $w_2' = [0 \ 57.5 \ 115 \ 172.5 \ 1]^T$. Οι διαφορές των παραγώγων της συνάρτησης-στόχων ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, για το σημείο λειτουργίας 108, χωρίς τη χρήση του $\text{median}\left(\left|\frac{\partial F_1}{\partial b_i} / \frac{\partial F_2}{\partial b_i}\right|\right)$ και με χρήση του φαίνεται στο Σχήμα 6.31 και στο Σχήμα 6.32. Για την εύρεση των παραγώγων των απωλειών ολικής πίεσης, ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού και των παραγώγων της μέγιστης θερμοκρασίας περυγίου, ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, εφαρμόστηκε δύο φορές η συζυγής μέθοδος, μία φορά για κάθε στόχο. Αυτή η πρακτική, επιβάρυνε σε υπολογιστικό χρόνο τη διαδικασία, καθώς ο δόκιμος τρόπος εφαρμογής της συζυγούς μεθόδου είναι μία φορά για τη συνάρτηση-στόχο σταθμισμένου αθροίσματος.



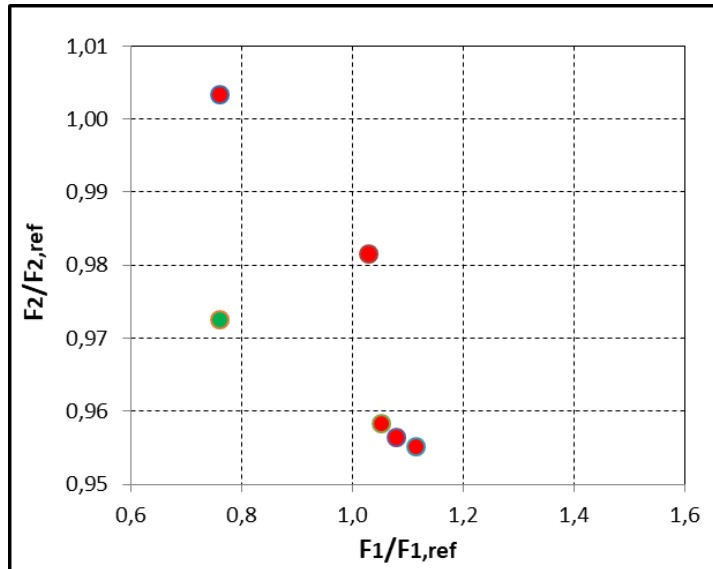
Σχήμα 6.31: (Case 108) Οι παράγωγοι των απωλειών ολικής πίεσης και μέγιστης θερμοκρασίας περυγίου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού πριν τη ισοστάθμιση τους.



Σχήμα 6.32: (Case 108) Οι παράγωγοι των απωλειών ολικής πίεσης και μέγιστης θερμοκρασίας περηνγίου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού μετά την ισοστάθμιση τους.



Σχήμα 6.33: (Case 108) Οι μη κυριαρχούμενες λύσεις της βελτιστοποίησης φαίνονται με κόκκινο, ενώ με πράσινο φαίνεται η λύση της προηγούμενης βελτιστοποίησης. Το ιδεατό βέλτιστο είναι κάτω-αριστερά.



Σχήμα 6.34: (Case 157) Οι μη κυριαρχούμενες λύσεις της βελτιστοποίησης φαίνονται με κόκκινο, ενώ με πράσινο φαίνεται η λύση της προηγούμενης βελτιστοποίησης. Το ιδεατό βέλτιστο είναι κάτω-αριστερά.

6.3 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Η πιο δόκιμη μέθοδος βελτιστοποίησης είναι αυτή της συνάρτησης-στόχου σταθμισμένου αθροίσματος, ενώ ταυτόχρονα απαιτεί περισσότερο χρόνο από τη διβηματική μέθοδο για την εύρεση μίας λύσης. Η διβηματική μέθοδος λύνει στο πρώτο βήμα και στο δεύτερο βήμα, ένα πρωτεύον και ένα συζυγές πρόβλημα για το κάθε ένα. Η συνδυασμένη μέθοδος βελτιστοποίησης λύνει ένα πρωτεύον πρόβλημα και δύο συζυγή. Τα δύο συζυγή που επιλύει η συνδυασμένη βελτιστοποίηση είναι, ένα για τις απώλειες ολικής πίεσης και ένα για την μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου, σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Αυτό δεν αποτελεί το βέλτιστο τρόπο αντιμετώπισης ενός τέτοιου προβλήματος, καθώς μπορεί να επιλυθεί ένα συζυγές πρόβλημα για ολόκληρη τη συνάρτηση-στόχο και όχι κάθε στόχο ξεχωριστά.

Η φύση του προβλήματος επιτρέπει στη διβηματική μέθοδο να είναι ικανοποιητική στην εφαρμογή της, καθώς η αλλαγή της συνολικής γεωμετρίας, δηλαδή και του περιγράμματος της αεροτομής αλλά και της θέσης των αγωγών ψύξης, ταυτόχρονα και με τον ίδιο τρόπο, επηρεάζει περισσότερο τις απώλειες ολικής πίεσης, ενώ η κίνηση μόνο των αγωγών ψύξης περισσότερο τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου, με μηδαμινό αντίκτυπο στις απώλειες ολικής πίεσης. Περιοριστικός παράγοντας είναι η μέθοδος της παραμετροποίησης της αεροτομής με το πλέγμα μορφοποίησης, καθώς δεν επιτρέπει την μεμονωμένη κίνηση των αγωγών και συνεπώς δυσκολεύει τη διαδικασία σύγκλισης. Παρά ταύτα, και οι δύο μέθοδοι παρήγαγαν αποτελέσματα ικανοποιητικά για πρακτικές εφαρμογές με σημαντικό όφελος και ως προς τις απώλειες ολικής πίεσης αλλά και ως προς τη μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου.

Σύμφωνα με το Σχήμα 6.33 και Σχήμα 6.34, για το σημείο λειτουργίας 108, η συνδυασμένη βελτιστοποίηση για συντελεστές βάρους $(w_1, w_2) = (1,0)$ απέδωσε μείωση απωλειών ολικής πίεσης ίση με αυτή της διβηματικής βελτιστοποίησης, ενώ για συντελεστές βάρους $(w_1, w_2) = (0,1)$ η μέγιστη θερμοκρασία πτερυγίου της συνδυασμένης είναι κατά 15.2 K χαμηλότερη από αυτή της διβηματικής. Οι απώλειες πίεσης στη συνδυασμένη αυξήθηκαν κατά 52.3% πάνω από αυτές της διβηματικής. Για το σημείο λειτουργίας 157, οι αντίστοιχες τιμές είναι, μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου στη συνδυασμένη βελτιστοποίηση ίση με 12 K κάτω από αυτή της διβηματικής και αύξηση απωλειών ολικής πίεσης, στη συνδυασμένη βελτιστοποίηση, ίση με 46.5%, μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της διβηματικής.

Στη συνδυασμένη βελτιστοποίηση παρατηρείται μεγάλο όφελος σε μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου, παρότι η θερμοκρασία εξαρτάται κυρίως από τη θέση των αγωγών ψύξης. Ένα κριτήριο για την εκτίμηση ενός μετώπου λύσεων είναι η απόσταση από την αρχή των αξόνων. Η απόσταση του σημείου της διβηματικής βελτιστοποίησης από την αρχή των αξόνων είναι μικρότερη από την ελάχιστη της συνδυασμένης βελτιστοποίησης και για τα 2 σημεία λειτουργίας. Αυτό οφείλεται κυρίως στις μεθόδους παραμετροποίησης.

Κεφάλαιο 7

Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα

7.1 Ανακεφαλαίωση

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία μελετάται η βελτιστοποίηση μορφής αεροτομής εσωτερικά ψυχόμενου πτερυγίου στροβίλου με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου. Αρχικά, παρατίθενται πειραματικά δεδομένα για την αεροτομή C3X από [1] στα 5 σημεία λειτουργίας που μελετώνται. Στη συνέχεια, γίνεται παρουσίαση των δύο τρόπων παραμετροποίησης, ο πρώτος με το πλέγμα μορφοποίησης που μεταβάλλει και το περίγραμμα της αεροτομής αλλά και τη θέση των αγωγών ψύξης ταυτόχρονα και ο δεύτερος που θεωρεί ακίνητες την πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης, δηλαδή το περίγραμμα της αεροτομής, μεταβάλλοντας μόνο τη θέση των αγωγών ψύξης. Έπειτα, παρουσιάζονται οι εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα συζευγμένης μεταφοράς θερμότητας καθώς και το λογισμικό που χρησιμοποιείται για την εκπόνηση της διπλωματικής αυτής εργασίας. Ακολούθως, υπάρχει παράθεση των αποτελεσμάτων του επιλύτη ροής για 3 διαφορετικά μοντέλα τύρβης (Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST, γ - Re_θ) και σύγκριση τους με πειραματικά δεδομένα μαζί με σχολιασμό των αποτελεσμάτων. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η συνεχής συζυγής μέθοδος και η μέθοδος κινούμενων ασυμπτώτων, ακολουθούμενες από την εφαρμογή τους σε 3 διαφορετικές διαδικασίες βελτιστοποίησης. Στην πρώτη, χρησιμοποιείται το πλέγμα μορφοποίησης με στόχο τη μείωση των απωλειών ολικής πίεσης και περιορισμούς την παροχή στην είσοδο και τη γωνία εξόδου της ροής. Στη δεύτερη, επιτρέπεται η μετακίνηση μόνο των αγωγών ψύξης, στις ήδη βελτιστοποιημένες αεροτομές από την πρώτη διαδικασία, με στόχο τη μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας πτερυγίου και περιορισμούς την απόσταση των αγωγών από τις πλευρές υποπίεσης και υπερπίεσης. Στην τρίτη διαδικασία, εφαρμόζεται η μέθοδος του πλέγματος μορφοποίησης με ίδιους περιορισμούς όπως στην πρώτη διαδικασία αλλά ως συνάρτηση-στόχο το σταθμισμένο άθροισμα των δύο στόχων των προηγούμενων διαδικασιών.

Επίσης, σε αυτήν τη διπλωματική εργασία μελετήθηκαν επιπλέον:

- Η εφαρμογή του επιλύτη ροής PUMA σε προβλήματα συνδυασμένης μεταφοράς θερμότητας, όπως τα σημεία λειτουργίας της αεροτομής και δοκιμή τριών διαφορετικών μοντέλων τύρβης μαζί με σύγκριση με πειραματικά δεδομένα για τον έλεγχο της προσέγγισης που αυτός προσφέρει. Τα αποτελέσματα του επιλύτη ροής παρουσιάζουν πολύ καλή προσέγγιση των πειραματικών σημείων, επιτρέποντας την αξιόπιστη εφαρμογή του.
- Η διαδικασία παραμετροποίησης με χρήση πλέγματος μορφοποίησης για τον έλεγχο της γεωμετρίας αεροτομής κατά τη βελτιστοποίηση. Επιπλέον, ο έλεγχος της

θέσης των αγωγών ψύξης για τη μεταβολή μόνο αυτού του τμήματος σε βελτιστοποιήσεις εστιασμένες περισσότερο σε θέματα μεταφοράς θερμότητας. Ο τρόπος παραμετροποίησης επηρεάζει σημαντικά το αποτέλεσμα που θα επιτύχει η μέθοδος βελτιστοποίησης.

- Η επίδραση του λόγου τυρβώδους συνεκτικότητας προς μοριακή συνεκτικότητα στο μοντέλο μετάβασης (γ - Re_θ) όσον αφορά την πρόβλεψη της θερμοκρασίας και του συντελεστή συναγωγιμότητας γύρω από την αεροτομή. Ο λόγος αυτός, σε συνδυασμό με την ένταση της τύρβης, αποτελούν τις οριακές συνθήκες που εισάγονται στον επιλύτη ροής για να περιγράψουν την τύρβη στην είσοδο του υπολογιστικού χωρίου. Με αύξηση της τιμής του λόγου συνεκτικότητων παρατηρείται μετακίνηση της μέγιστης απόκλισης, υπολογισμένης κατανομής και πειραματικών σημείων, από την πλευρά υποπίεσης στην ακμή πρόσπτωσης, με ταυτόχρονη αύξηση του συνολικού σφάλματος.
- Η σύγκριση της μονοβηματικής βελτιστοποίησης δύο στόχων με μία συνάρτηση-στόχο, με συντελεστές βαρών, με τη βελτιστοποίηση δύο βημάτων με μία συνάρτηση-στόχο στο καθένα. Η συνδυασμένη βελτιστοποίηση μοιάζει να αποτελεί τον πιο δόκιμο τρόπο προσέγγισης τέτοιων προβλημάτων. Πάρα ταύτα, η μέθοδος παραμετροποίησης έχει πολύ σημαντική επίδραση κάνοντας τη διβηματική βελτιστοποίηση να επιτύχει καλύτερα αποτελέσματα.
- Η ανάπτυξη αρχείων εντολών για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων του επιλύτη ροής αλλά και την επικοινωνία του περιφερειακού λογισμικού με το λογισμικό που εκτελεί τη διαδικασία της βελτιστοποίησης.

7.2 Συμπεράσματα

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν και αναλύθηκαν, η συνεχής συζυγής μέθοδος είναι μία γρήγορη και αξιόπιστη μέθοδος για τη βελτιστοποίηση αεροτομών. Η διατύπωσή της για την ανάλυση συζευγμένης μεταφοράς θερμότητας επιτρέπει τη βελτιστοποίηση απαρτίων, όπως πτερύγια στροβίλων, ακροφύσια κινητήρων, εναλλακτών θερμότητας κ.τ.λ, τα οποία εξαρτώνται αφενός από την αεροδυναμική και αφετέρου από τη θερμική συμπεριφορά τους.

Συγκεκριμένα βρέθηκε πως

- Η διβηματική βελτιστοποίηση αποτελεί μία δόκιμη λύση στην περίπτωση των εσωτερικά ψυχόμενων αεροτομών, καθώς οι απώλειες ολικής πίεσης εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το περίγραμμα της αεροτομής, ενώ η μέγιστη θερμοκρασία του πτερυγίου από τη θέση των αγωγών ψύξης εντός του πτερυγίου.

- Η συνδυασμένη βελτιστοποίηση είναι ο βέλτιστος τρόπος αντιμετώπισης ενός προβλήματος δύο στόχων, καθώς μπορεί να επιτευχθεί ένα μέτωπο μη κυριαρχούμενων λύσεων, το οποίο παρέχει μία πληρέστερη εικόνα για την αλλαγή της γεωμετρίας συναρτήσει του στόχου που τίθεται σε κάθε περίπτωση.
- Η διβηματική βελτιστοποίηση απαιτεί περισσότερο υπολογιστικό χρόνο για την εύρεση μίας λύσης αλλά σε παραδείγματα, όπως το αντικείμενο μελέτης της διπλωματικής αυτής εργασίας, μπορεί να παραγάγει μία αρκετά ικανοποιητική λύση. Συγκεκριμένα με τη διβηματική βελτιστοποίηση επιτεύχθηκε μείωση των απωλειών ολικής πίεσης, για το σημείο λειτουργίας 108, από 5540.54 Pa σε 4289.44 Pa, δηλαδή πτώση περίπου 22.7% και μέγιστη θερμοκρασία περυγίου από 649.6 K σε 631.2. Για το σημείο λειτουργίας 157, η πτώση απωλειών ολικής πίεσης μειώθηκε από τα 6856.9 Pa σε 5218.5 Pa, δηλαδή μείωση περίπου 23.9%. Η μέγιστη θερμοκρασία του περυγίου κατήλθε από τους 691.4 K στους 672.4 K.
- Η συνδυασμένη βελτιστοποίηση χρειάζεται κατά 25% λιγότερο χρόνο από τη διβηματική για την εύρεση μίας λύσης. Παρά ταύτα, η λύση εξαρτάται από τη μέθοδο παραμετροποίησης του περυγίου και την επιλογή των τιμών των συντελεστών βάρους της συνάρτησης-στόχου. Στο δεύτερο βήμα της διβηματικής βελτιστοποίησης, επιλέγεται ο τρόπος παραμετροποίησης, που επιτρέπει τη μεμονωμένη κίνηση των αγωγών ψύξης. Προφανώς, ο συνδυασμός των δύο μεθόδων παραμετροποίησης, ένας για κάθε βήμα, επιτρέπει την εύρεση καλύτερης ποιοτικά λύσης, λόγω της αυξημένης ελευθερίας στην κίνηση των στοιχείων της αεροτομής.
- Φαίνεται ότι η βελτιστοποίηση με μοντέλο τύρβης το Spalart-Allmaras και επαναξιολόγηση των αποτελεσμάτων με το μοντέλο μετάβασης γ -Re θ είναι ασφαλής τρόπος εργασίας .

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1	8
Πίνακας 2.2	8
Πίνακας 2.3	9
Πίνακας 2.4	11
Πίνακας 2.5	14
Πίνακας 6.1	51
Πίνακας 6.2	53
Πίνακας 6.3	54
Πίνακας 6.4	55
Πίνακας 6.5	56
Πίνακας 6.6	57
Πίνακας 6.7	58
Πίνακας 6.8	58
Πίνακας 6.9	59
Πίνακας 6.10	65
Πίνακας 6.11	67
Πίνακας 6.12	68
Πίνακας 6.13	68
Πίνακας 6.14	70
Πίνακας 6.15	70
Πίνακας 6.16	71

Βιβλιογραφία

- [1] Hylton, L.; Mihelc, M.; Turner, E.; Nealy, D.; York, R. Analytical and Experimental Evaluation of the Heat Transfer Distribution over the Surfaces of Turbine Vanes. In NASA-CR-168015; Detroit Diesel Allison: Indianapolis, IN, USA, 1983.
- [2] Trompoukis, X.; Tsiakas, K.; Asouti, V.; Kontou, M.; Giannakoglou, K. Continuous Adjoint Shape Optimization of Internally Cooled Turbine Blade. In Proceedings of the 14th European Turbomachinery Conference, Gdansk, Poland, 12–16 April 2021.
- [3] Trompoukis, X.; Tsiakas, K.; Asouti, V.; Kontou, M.; Giannakoglou, K. Continuous Adjoint-Based Optimization of an Internally Cooled Turbine Blade - Mathematical Development and Application. *International Journal of Turbomachinery Propulsion and Power* 2021.
- [4] Trompoukis, X. Numerical Solution of Aerodynamic-Aeroelastic Problems on Graphics Processing Units. PhD Thesis, Laboratory of Thermal Turbomachines, NTUA, Athens, 2012.
- [5] Tsiakas, K. Development of Shape Parameterization Techniques, a Flow Solver and its Adjoint, for Optimization on GPUs. *Turbomachinery and External Aerodynamics Applications*. PhD thesis, Laboratory of Thermal Turbomachines, NTUA, Athens, 2019.
- [6] Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598–1605.
- [7] Menter, Florian & Kuntz, M. & Langtry, RB. (2003). Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Heat and Mass Transfer*. 4.
- [8] Γιαννάκογλου, Κ.Υ. Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική. Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, 2006.
- [9] P.L Roe (1981). Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. , 43(2), 357–372.
- [10] Spalart, P. and Allmaras, S. (1994). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *Rech. Aerosp.*, 1:5–21.

- [11] Trompoukis, X.S.; Tsiakas, K.T.; Ghavami Nejad, M.; Asouti V.G. and Giannakoglou, K.C. The Continuous Adjoint Method on Graphics Processing Units for Compressible Flows. OPT-i, International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization, Greece, June 4-6, 2014.
- [12] Tsiakas, K.T.; Trompoukis, X.S.; Asouti, V.G.; Ghavami Nejad M.; Giannakoglou, K.C. Shape Optimization Using the Continuous Adjoint Method and Volumetric NURBS on a Many GPU System. 8th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Greece, July 12-15, 2015.
- [13] Kavvadias, I.S.; Papoutsis-Kiachagias, E.M.; Giannakoglou, K.C. On the Proper Treatment of Grid Sensitivities in Continuous Adjoint Methods for Shape Optimization. *Journal of Computational Physics*, 301: 1-18, 2015.
- [14] Rumsey, C. 2021, Site of NASA Langley Research Centre - Turbulence Modelling Resource, accessed 18 June 2022, <<https://turbmodels.larc.nasa.gov/sst.html>>.
- [15] Langtry, R.B. A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes. PhD Thesis, University of Stuttgart, Stuttgart, 2006.
- [16] Malan, P.; Suluksna, K.; Juntasaro, E. Calibrating the gamma-Re_theta Transition Model for Commercial CFD. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2009.
- [17] Svanberg K. (1987). The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. , 24(2), 359–373.
- [18] Zymaris, A., Papadimitriou, D., Giannakoglou, K., and Othmer, C. (2009). Continuous adjoint approach to the Spalart-Allmaras turbulence model for incompressible flows. *Comput. Fluids*, 38:1528–1538.
- [19] Song, X. 2018, Site of ConceptsNREC, accessed 28 June 2022, <<https://www.conceptsnrec.com/blog/film-cooling-in-turbines>>.
- [20] Perelman, T.L. (1961). On conjugated problems of heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 3(4), 293–303.
- [21] Dechaumpai, P.; Wieting, A.R. and Thornton, E.A. (1989). Flow-thermal-structural study of aerodynamically heated leading edges. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 26(4), 201–209.

- [22] Zhao, X.; Sun, Z.; Tang, L. and Zheng, G. (2011). Coupled Flow-Thermal-Structural Analysis of Hypersonic Aerodynamically Heated Cylindrical Leading Edge. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 5(2), 170–179.
- [23] John, B.; Senthilkumar, P. and Sadasivan, S. (2018). Applied and Theoretical Aspects of Conjugate Heat Transfer Analysis: A Review. *Archives of Computational Methods in Engineering*.
- [24] Sutherland, W. (1893). The viscosity of gases and molecular force. *Phil. Mag.*, 36:507–531.
- [25] Andrei, L., Andreini, A., Facchini, B., and Winchler, L. (2014). A decoupled CHT procedure; application and validation on a gas turbine vane with different cooling configurations. *Energy Procedia*, 45:1087–1096.
- [26] De Marinis, D., de Tullio, M., Napolitano, M., and Pascazio, G. (2015). A conjugate-heat-transfer immersed-boundary method for turbine cooling. *Energy Procedia*, 82:215–221.
- [27] Sarkar, S., Das, K., & Basu, D. (2001). Film cooling on a turbine guide vane: A numerical analysis with a multigrid technique. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 215(1), 39–53.
- [28] Jameson, A., Schmidt, W., & Turkel, E. (1981). Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference.
- [29] Μαθιουδάκης, Κ. Εισαγωγή στους Αεροπορικούς Κινητήρες: Στροβιλοαντιδραστήρες. Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, 2016.
- [30] Constantin, S., & Brasoveanu, D. (2003). Exceeding 2000 K at Turbine Inlet: Relative Cooling With Liquid for Gas Turbines — Integrated Systems. Volume 1: Turbo Expo 2003.
- [31] Weisberg, A., Bau, H. H., & Zemel, J. N. (1992). Analysis of microchannels for integrated cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35(10), 2465–2474.
- [32] Papoutsis-Kiachagias, E. and Giannakoglou, K. (2016). Continuous Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape and Topology Optimization: Industrial Applications. *Arch. Comput. Methods Eng.*, 23(2):255–299.

- [33] Farhat, C.; Degand, C.; Coobus, B.; Lesoinne, M. Torsional springs for two dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163(1-4):231-245, 21/9/1998.
- [34] Nocedal, J.; Wright, S. *Numerical Optimization*. Springer New York, 1999.
- [35] Γιαννάκογλου, Κ.Χ. *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2006.