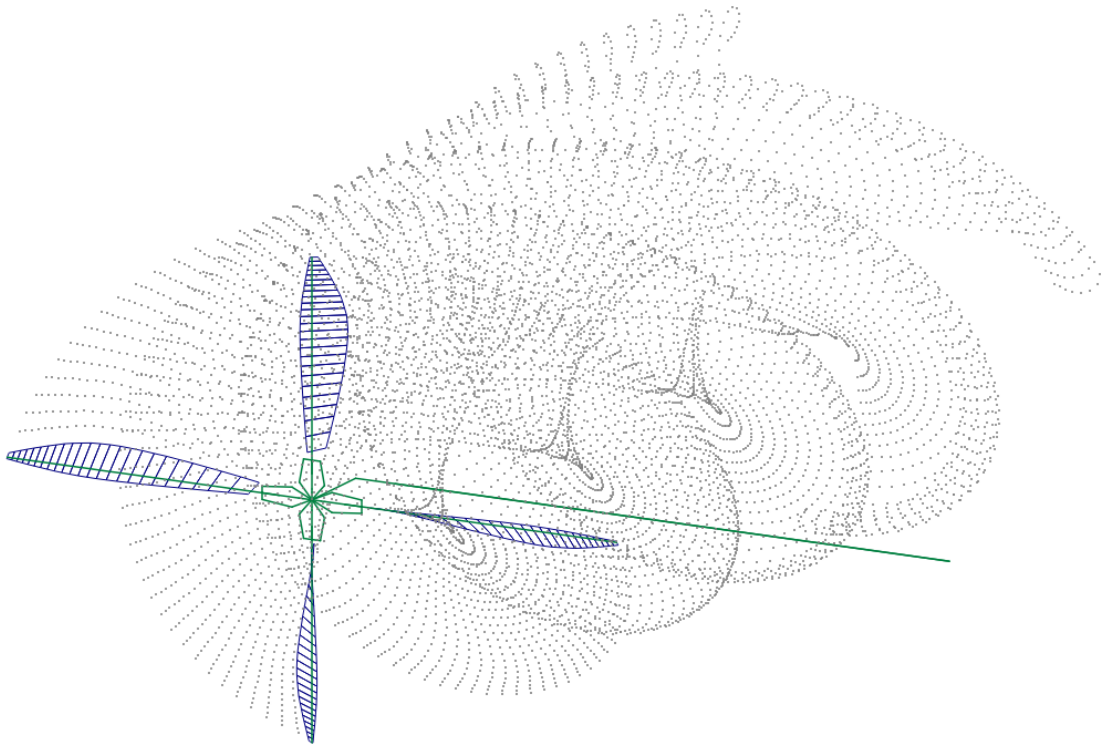




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ & ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ ΚΑΘΕΤΗΣ ΑΠΟΓΕΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΓΕΙΩΣΗΣ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΙΑΚΩΒΟΣ ΣΩΤΗΡΙΑΔΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΡΙΖΙΩΤΗΣ

ΑΘΗΝΑ
ΙΟΥΛΙΟΣ 2022

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής εργασίας, κ. Βασίλειο Ριζιώτη ο οποίος καταρχάς δέχτηκε την πρότασή μου για την εργασία αυτή και καθ' όλη την διάρκεια της παρείχε πολύ σημαντική καθοδήγηση και βοήθεια. Εκτιμώ ιδιαίτερα τον χρόνο που αφιέρωσε για την αντιμετώπιση κάθε δυσκολίας που παρουσιάστηκε καθώς επίσης και τις συμβουλές που μου έδωσε για την διεξαγωγή και ολοκλήρωση της εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Νίκο Σπυρόπουλο για την προθυμία και την διαρκή άμεση διαθεσιμότητά του στο να με βοηθήσει σε κάθε φάση της διπλωματικής εργασίας. Τον ευχαριστώ επίσης, για την υπομονή του και την άψογη συνεργασία που είχαμε κατά την ανάπτυξη και επαλήθευση του αεροελαστικού μοντέλου και του αεροελαστικού κώδικα.

Δεν θα μπορούσα να παραλείψω του γονείς μου, Ελπιδοφόρο και Ανδρονίκη, οι οποίοι μου προσέφεραν την δυνατότητα να ολοκληρώσω τις σπουδές μου, μέσω της αδιάλειπτης υποστήριξης σε ό,τι χρειάστηκα όλα αυτά τα χρόνια. Τους ευχαριστώ για όλα όσα έχουν κάνει για εμένα και τα αδέρφια μου.

Τέλος, ευχαριστώ τα αδέρφια μου, τους φίλους και συμφοιτητές μου και την Ιωάννα, οι οποίοι όλα τα χρόνια των σπουδών μου, αλλά και κατά την διεξαγωγή της διπλωματικής εργασίας, συνεχώς με ενθάρρυναν και με στήριζαν. Είναι οι άνθρωποι με τους οποίους έζησα τις καλύτερες στιγμές αυτά τα χρόνια που φοίτησα στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά στην ανάπτυξη του αεροελαστικού μοντέλου αεροσκάφους κάθετης απογείωσης και προσγείωσης. Αναπτύσσεται το αεροελαστικό μοντέλο μισής πτέρυγας, το οποίο περιλαμβάνει την πτέρυγα και το δρομέα της πτέρυγας του αεροσκάφους, με βάση τον αεροελαστικό κώδικα hGast που αναπτύχθηκε από το εργαστήριο Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Ο κώδικας είναι γραμμένος στην γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90 και με αφορμή την διεκπεραίωση της διπλωματικής αυτής εργασίας έγινε επαλήθευση και επικαιροποίηση του αλγορίθμου, για την επαύξηση των δυνατοτήτων μοντελοποίησής του.

Αρχικά γίνεται αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασίζονται οι μέθοδοι μοντελοποίησης που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου. Αναφέρονται οι αεροδυναμικές μέθοδοι με τις οποίες μοντελοποιούνται οι αεροδυναμικές επιφάνειες του μοντέλου και ο ομόρρους των αεροδυναμικών αυτών επιφανειών. Στη συνέχεια, περιγράφονται οι ελαστικές μέθοδοι με τις οποίες μοντελοποιούνται τα ελαστικά σώματα του μοντέλου. Έπειτα γίνεται μια περιγραφή του αεροσκάφους το οποίο έχει επιλεγεί να μοντελοποιηθεί και αναλύεται η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την κατασκευή του μοντέλου. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αεροδυναμικών, ελαστικών και αεροελαστικών μελετών των διαφόρων τμημάτων του μοντέλου που παράχθηκαν κατά την επαλήθευση του με τον αεροελαστικό κώδικα του εργαστηρίου Αεροδυναμικής.

ABSTRACT

The present dissertation concerns the development of the aeroelastic model of a vertical take-off and landing aircraft. The model developed is a half-wing aeroelastic model, which includes the aircraft wing and the rotor, based on the hGast aeroelastic code developed by the Aerodynamics laboratory of the National Technical University of Athens. The code is written in Fortran 90 and on the occasion of the undertaking of this dissertation the algorithm was verified and updated, in order to increase its modeling capabilities.

Initially, reference is made to the theoretical background on which the modeling methods, used to construct the model, are based. The aerodynamic methods, based on which the aerodynamic surfaces of the model and their wake are modeled, are mentioned. Afterwards, the elastic methods used to model the elastic bodies are described. Consequently, a description of the aircraft that has been selected to be modeled is made and the procedure followed for the construction of the model is analyzed. Finally, the results of the aerodynamic, elastic and aeroelastic studies of the various parts of the model, produced during its verification using the aeroelastic code of the Aerodynamics laboratory, are presented.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ	6
1.1 ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ	6
1.1.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ	6
1.1.2 ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΜΟΡΦΗ	9
1.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΟΜΟΡΡΟΥ	11
1.2.1 ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ.....	11
1.2.2 Ο ΟΜΟΡΡΟΥΣ ΩΣ ΦΥΛΛΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ	13
1.2.3 ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΟΜΟΡΡΟΥ.....	15
2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ.....	20
2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΩΝ ΔΟΚΩΝ.....	20
2.1.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΔΟΚΩΝ.....	20
2.1.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΔΟΚΩΝ	23
2.1.3 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕΣΩ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	27
2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ	32
2.2.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	32
2.2.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	35
2.2.3 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ	38
3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ - ΔΡΟΜΕΑ	42
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	43
3.2 ΠΛΗΜΝΗ	44
3.3 ΔΡΟΜΕΑΣ	51
3.3.1 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ	53
3.3.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ	56
3.4 ΠΤΕΡΥΓΑ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ	58
3.5 ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	61
4. ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	64
4.1 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ.....	64
4.1.1 ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ.....	65
4.1.2 ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ.....	71
4.1.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΡΟΜΕΩΝ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ.....	77
4.2 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	83
4.2.1 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ.....	83
4.2.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΤΕΡΥΓΑΣ	89
4.2.3 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	93
4.3 ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	99

4.3.1	ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ.....	99
5.	ΣΧΟΛΙΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	108
5.1	ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ.....	108
5.2	ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ.....	108
5.3	ΕΙΣΗΓΗΣΕΙΣ.....	109
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	110

ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΕΙΚΟΝΑ 1: ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΚΥΨΕΛΕΣ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΠΛΕΓΜΑΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΧΩΡΙΟΥ ΡΟΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΕΡΟΤΟΜΗ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΜΗ ΠΛΕΓΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΜΟΡΡΟΥ ΔΡΟΜΕΑ (ΔΕΞΙΑ).....	2
ΕΙΚΟΝΑ 2: ΤΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ (ΠΑΝΩ ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΤΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ (ΠΑΝΩ ΔΕΞΙΑ) ΚΑΙ ΤΟ ΠΛΗΡΕΣ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΜΙΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ (ΚΑΤΩ)	3
ΕΙΚΟΝΑ 3: ΟΙ ΚΥΡΙΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΚΙΝΗΤΗΡΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ ΚΑΘΕΤΗΣ ΑΠΟΓΕΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΓΕΙΩΣΗΣ	4
ΕΙΚΟΝΑ 4: ΦΩΤΟΡΕΑΛΙΣΤΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΣΧΕΔΙΑΣΕΙ ΟΙ ΕΤΑΙΡΙΕΣ VERTICAL AEROSPACE (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ LILIJUM (ΔΕΞΙΑ).....	5
ΕΙΚΟΝΑ 5: ΠΡΟΣΩΠΗ ΤΟΥ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ ΜΕ ΤΙΣ ΚΛΙΣΕΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΤΗΡΩΝ ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΡΥΘΜΙΣΕΙΣ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΠΤΗΣΗΣ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΘΕΤΗΣ ΑΠΟΓΕΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΓΕΙΩΣΗΣ (ΔΕΞΙΑ).....	5
ΕΙΚΟΝΑ 1.1: ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΗ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΣΤΟΥΣ ΔΙΝΟΣΩΛΗΝΕΣ	6
ΕΙΚΟΝΑ 1.2: ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ ΑΚΡΟΠΤΕΡΥΓΙΟΥ.....	7
ΕΙΚΟΝΑ 1.3: ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΝΩΣΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΛΟΓΩ ΚΑΤΩΡΕΥΜΑΤΟΣ w	7
ΕΙΚΟΝΑ 1.4: ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΚΑΤΩΡΕΥΜΑΤΟΣ.....	8
ΕΙΚΟΝΑ 1.5: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΔΙΝΟΠΕΤΑΛΩΝ ΣΕ ΠΤΕΡΥΓΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ.	10
ΕΙΚΟΝΑ 1.6: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΦΥΛΛΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ.....	11
ΕΙΚΟΝΑ 1.7: ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΑΚΜΗΣ ΕΚΦΥΓΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΠΟΥ ΕΙΣΑΓΕΙ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΥΤΗ.....	13
ΕΙΚΟΝΑ 1.8: ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ ΚΥΤΤΑ	14
ΕΙΚΟΝΑ 1.9: Η ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΩΣ ΦΥΛΛΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ.....	15
ΕΙΚΟΝΑ 1.10: Η ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΚΟΝΤΙΝΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ.....	16
ΕΙΚΟΝΑ 1.11: ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΔΙΝΟΠΛΕΓΜΑΤΩΝ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ	17
ΕΙΚΟΝΑ 1.12: ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΕ ΧΩΡΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ.....	18
ΕΙΚΟΝΑ 2.1: ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ ΔΟΚΟΥ.	20
ΕΙΚΟΝΑ 2.2: ΓΩΝΙΕΣ ΜΗΤΡΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΑΠΟ ΤΟΠΙΚΕΣ ΣΕ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ	21
ΕΙΚΟΝΑ 2.3: ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ ΣΤΡΟΦΗΣ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ ΩΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ	22
ΕΙΚΟΝΑ 2.4: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΔΟΚΟΥ.....	23
ΕΙΚΟΝΑ 2.5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΕ ΔΟΚΟ	28
ΕΙΚΟΝΑ 2.6: ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΚΟΜΒΩΝ ΤΟΥ (ΑΝΩ) ΚΑΙ ΟΙ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ (ΚΑΤΩ)	30
ΕΙΚΟΝΑ 2.7: ΜΟΡΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΗΤΡΩΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑ ΣΩΜΑ (ΜΙΑ ΔΟΚΟ) ΣΤΟ ΤΟΠΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ	31
ΕΙΚΟΝΑ 2.8: ΤΟΠΙΚΟ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΟΙ ΚΑΙ ΤΟΠΙΚΟΙ ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ qk ΚΑΙ $q0k$ (ΔΕΞΙΑ) ΓΙΑ ΠΤΕΡΥΓΙΟ ΔΡΟΜΕΑ	33
ΕΙΚΟΝΑ 2.9: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΟΚΟΥ ΣΕ ΠΟΛΛΑ ΥΠΟΣΩΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ	34
ΕΙΚΟΝΑ 2.10: ΜΟΡΦΗ ΚΑΘΟΛΙΚΩΝ ΜΗΤΡΩΩΝ M, C, K ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΕΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΠΟΛΛΑ ΥΠΟΣΩΜΑΤΑ.....	37
ΕΙΚΟΝΑ 2.11: ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ/ΥΠΟΣΩΜΑΤΩΝ	38
ΕΙΚΟΝΑ 2.12: ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΡΙΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ	38
ΕΙΚΟΝΑ 2.13: ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΠΙΚΩΝ ΒΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΥΘΕΙΑΚΩΝ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΜΗ ΣΥΝΕΥΘΕΙΑΚΩΝ (ΔΕΞΙΑ) ΣΩΜΑΤΩΝ	39
ΕΙΚΟΝΑ 2.14: ΕΛΕΥΘΕΡΗ Η ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ	40
ΕΙΚΟΝΑ 2.15: ΚΑΘΟΛΙΚΑ ΜΗΤΡΩΑ M, C, K ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΚΑΜΠΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΣΥΝΔΕΣΗ (ΔΕΞΙΑ)	41
ΕΙΚΟΝΑ 3.1: ΠΡΟΣΩΠΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ ERICA ΜΕ ΤΟΥΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ ΣΕ ΚΛΙΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΠΤΗΣΗΣ (ΑΝΩ) ΚΑΙ ΣΕ ΚΛΙΣΗ ΚΑΘΕΤΗΣ ΑΠΟΓΕΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΓΕΙΩΣΗΣ (ΚΑΤΩ).....	42
ΕΙΚΟΝΑ 3.2: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΟΜΒΩΝ (NODES), ΤΟΜΩΝ (SECTIONS) ΚΑΙ ΛΩΡΙΔΩΝ (STRIPS) ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	43
ΕΙΚΟΝΑ 3.3: ΣΚΙΤΣΟ ΠΛΗΜΝΗΣ.....	45
ΕΙΚΟΝΑ 3.4: ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΜΝΗΣ ΓΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΕΝΑ ΠΤΕΡΥΓΙΟ	45
ΕΙΚΟΝΑ 3.5: ΔΙΑΤΑΞΗ ΔΟΚΩΝ ΠΛΗΜΝΗΣ.....	46
ΕΙΚΟΝΑ 3.6: ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΣΩΜΑΤΩΝ ΠΛΗΜΝΗΣ	46
ΕΙΚΟΝΑ 3.7: ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	47
ΕΙΚΟΝΑ 3.8: ΑΡΧΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ (ΣΤΡΟΦΕΣ) ΑΞΟΝΩΝ ΤΟΠΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΙΟΘΕΤΗΣΗ ΣΩΣΤΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ.	48
ΕΙΚΟΝΑ 3.9: ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ ΤΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΤΩΝ ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΩΝ ΑΞΟΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΕΡΙΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΕΔΡΑΝΩΝ	49
ΕΙΚΟΝΑ 3.10: ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ 5 (ΔΟΚΟΣ ΚΑΜΨΗΣ)	49

ΕΙΚΟΝΑ 3.11: Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΔΟΚΩΝ ΚΑΜΨΗΣ (FLEXBEAMS) ΤΗΣ ΜΙΑΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΗΣ ΠΛΗΜΝΗΣ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ	50
ΕΙΚΟΝΑ 3.12: ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΩΜΑΤΩΝ ΠΛΗΜΝΗΣ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΞΟΝΩΝ ΤΟΥ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ	50
ΕΙΚΟΝΑ 3.13: ΠΤΕΡΥΓΙΑ ΔΡΟΜΕΑ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ	51
ΕΙΚΟΝΑ 3.14: ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΤΟΥ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ	52
ΕΙΚΟΝΑ 3.15: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΑΚΤΙΝΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ. ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΟΝΤΑΙ Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΧΟΡΔΗΣ (ΑΝΩ, ΑΡΙΣΤΕΡΑ), Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΤΟΥ $1/4^{ου}$ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ (ΑΝΩ, ΔΕΞΙΑ), Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗΣ (ΚΑΤΩ, ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΥΣΤΡΟΦΗΣ (ΚΑΤΩ, ΔΕΞΙΑ)	52
ΕΙΚΟΝΑ 3.16: ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΜΕΝΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ	53
ΕΙΚΟΝΑ 3.17: ΤΟΠΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΞΟΝΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ.	54
ΕΙΚΟΝΑ 3.18: ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΦΕΣ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΓΙΑ ΝΑ ΚΑΤΑΛΗΞΕΙ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗ ΘΕΣΗ ΔΡΟΜΕΑ	54
ΕΙΚΟΝΑ 3.19: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΔΡΟΜΕΑ	55
ΕΙΚΟΝΑ 3.20: ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΔΡΟΜΕΑ	55
ΕΙΚΟΝΑ 3.21: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΔΡΟΜΕΑ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ	56
ΕΙΚΟΝΑ 3.22: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ	56
ΕΙΚΟΝΑ 3.23: ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΣΕ ΥΠΟΣΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	57
ΕΙΚΟΝΑ 3.24: ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΥΠΟΣΩΜΑΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ.	57
ΕΙΚΟΝΑ 3.25: ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ	58
ΕΙΚΟΝΑ 3.26: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΜΑΖΑΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ	59
ΕΙΚΟΝΑ 3.27: Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΩΣ ΔΟΚΟΙ.....	59
ΕΙΚΟΝΑ 3.28: ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΣΩΜΑΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΚΑΙ ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΟΙ ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ ΣΤΗΡΙΞΕΩΝ	61
ΕΙΚΟΝΑ 3.29: ΔΙΑΤΑΞΗ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΕΑ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΤΑ ΑΚΑΜΠΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΔΡΟΜΕΑ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΤΟΥΣ (ΔΕΞΙΑ).....	62
ΕΙΚΟΝΑ 3.30: ΣΥΖΕΥΞΗ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ	62
ΕΙΚΟΝΑ 3.31: ΣΥΖΕΥΞΗ ΔΡΟΜΕΑ ΜΕ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΣΩΜΑ ΑΞΟΝΑ ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΜΙΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ	63
ΕΙΚΟΝΑ 4.1: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ, ΜΕ ΓΩΝΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ 13° , ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΡΟΦΕΣ ΚΑΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΗΣ ΕΠ' ΑΠΕΙΡΟΝ ΡΟΗΣ 50 kts	65
ΕΙΚΟΝΑ 4.2: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΜΕ ΓΩΝΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ 51° ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΤΟ 50% ΤΗΣ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΙΣ 4 ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΕΠ' ΑΠΕΙΡΟΝ ΡΟΗΣ.....	66
ΕΙΚΟΝΑ 4.3: ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΜΕ ΓΩΝΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ 51° ΚΑΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΡΟΗΣ 150 kts ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ.....	67
ΕΙΚΟΝΑ 4.4: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΥΝΑΜΗΣ Fzpot ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΗΚΟΥΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΒΗΜΑΤΟΣ 51 ΚΑΙ 13 ΜΟΙΡΩΝ.....	67
ΕΙΚΟΝΑ 4.5: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΝΩΣΗΣ Clpot ΚΑΙ CLst ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΔΡΟΜΕΑ	68
ΕΙΚΟΝΑ 4.6: ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ Fzpot ΚΑΙ Fzst ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΣΤΗΝ ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΘΕΣΗ ΤΩΝ 75% ΓΙΑ ΤΑ ΔΥΟ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΒΗΜΑΤΟΣ 51° (ΑΝΩ) ΚΑΙ 13° (ΚΑΤΩ).....	69
ΕΙΚΟΝΑ 4.7: ΔΥΝΑΜΗ ΩΣΗΣ ΔΡΟΜΕΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΓΙΑ ΤΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕ ΓΩΝΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ 51° (ΑΝΩ) ΚΑΙ 13° (ΚΑΤΩ).....	70
ΕΙΚΟΝΑ 4.8: ΡΟΠΗ ΔΡΟΜΕΑ Mzst ΤΩΝ ΣΕΝΑΡΙΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ 51° ΚΑΙ 13°	70
ΕΙΚΟΝΑ 4.9: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΟΙ ΟΠΟΙΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΡΟΦΗ ΤΩΝ ΤΟΜΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΓΩΝΙΑ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗΣ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΤΗ ΣΤΡΟΦΗ ΤΩΝ ΤΟΜΩΝ (ΔΕΞΙΑ).....	72
ΕΙΚΟΝΑ 4.10: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΧΟΡΔΗΣ (ΑΡΙΣΤΕΡΑ) ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΣ ΣΥΣΤΡΟΦΗΣ (ΔΕΞΙΑ) ΤΩΝ ΔΥΟ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΤΟΜΕΣ.....	72
ΕΙΚΟΝΑ 4.11: ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΣΤΡΑΜΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΜΗ ΣΤΡΑΜΜΕΝΩΝ ΤΟΜΩΝ.....	73
ΕΙΚΟΝΑ 4.12: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ Fzst ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΤΟΜΕΣ	73
ΕΙΚΟΝΑ 4.13: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ CLst ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΣΤΡΑΜΜΕΝΕΣ ΤΟΜΕΣ ...	74
ΕΙΚΟΝΑ 4.14: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ ΕΚΦΥΓΗΣ ΤΟΥΣ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΓΡΑΜΜΗ ΑΝΩΣΗΣ.....	75
ΕΙΚΟΝΑ 4.15: ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΟΜΟΡΡΟΥ	75
ΕΙΚΟΝΑ 4.16: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΝΩΣΗΣ CLst ΚΑΙ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ Fzst ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ ΕΚΦΥΓΗΣ ΤΟΥΣ.....	76
ΕΙΚΟΝΑ 4.17: ΩΣΗ ΔΡΟΜΕΑ Fzst ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΜΕ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ ΕΚΦΥΓΗΣ	76
ΕΙΚΟΝΑ 4.18: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ $1/4^{ου}$ ΤΩΝ ΧΟΡΔΩΝ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΤΡΙΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	78
ΕΙΚΟΝΑ 4.19: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΝΩΣΗΣ CLst ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ $1/4^{ου}$ ΤΩΝ ΧΟΡΔΩΝ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΤΡΙΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	79

ΕΙΚΟΝΑ 4.20: ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΝΩΣΗΣ Fzst ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ $1/4^{ON}$ ΤΩΝ ΧΟΡΔΩΝ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΤΡΙΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	80
ΕΙΚΟΝΑ 4.21: ΔΥΝΑΜΗ ΩΣΗΣ ΤΩΝ ΔΡΟΜΕΩΝ Fzst ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΑ ΤΡΙΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	82
ΕΙΚΟΝΑ 4.22: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	84
ΕΙΚΟΝΑ 4.23: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	84
ΕΙΚΟΝΑ 4.24: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΟ ΤΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ Ixz	85
ΕΙΚΟΝΑ 4.25: : ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ.....	85
ΕΙΚΟΝΑ 4.26: : ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 2^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	86
ΕΙΚΟΝΑ 4.27: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} TORSION ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	86
ΕΙΚΟΝΑ 4.28: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΕΝΟΣ ΥΠΟΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	87
ΕΙΚΟΝΑ 4.29: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΕΝΟΣ ΥΠΟΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	88
ΕΙΚΟΝΑ 4.30: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΕΝΟΣ ΥΠΟΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 2^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	88
ΕΙΚΟΝΑ 4.31: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΕΝΟΣ ΥΠΟΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} TORSION ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	88
ΕΙΚΟΝΑ 4.32: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	90
ΕΙΚΟΝΑ 4.33: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	90
ΕΙΚΟΝΑ 4.34: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} TORSION ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	90
ΕΙΚΟΝΑ 4.35: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 2^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	91
ΕΙΚΟΝΑ 4.36: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΜΑΖΑΣ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} FLAPWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	92
ΕΙΚΟΝΑ 4.37: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΜΑΖΑΣ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	92
ΕΙΚΟΝΑ 4.38: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΜΑΖΑΣ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} TORSION ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	92
ΕΙΚΟΝΑ 4.39: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΜΑΖΑΣ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 2^{HZ} EDGEWISE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	93
ΕΙΚΟΝΑ 4.40: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 1^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ	94
ΕΙΚΟΝΑ 4.41: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 6^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ	94
ΕΙΚΟΝΑ 4.42: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 11^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ	95
ΕΙΚΟΝΑ 4.43: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 16^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ	95
ΕΙΚΟΝΑ 4.44: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ 1^{OY} ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 2^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	96
ΕΙΚΟΝΑ 4.45: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ 1^{OY} ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 7^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	96
ΕΙΚΟΝΑ 4.46: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ 1^{OY} ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 12^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	96
ΕΙΚΟΝΑ 4.47: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ 1^{OY} ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΣ 39^{HZ} ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	97
ΕΙΚΟΝΑ 4.48: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΩΝ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΡΟΜΕΑ.....	100
ΕΙΚΟΝΑ 4.49: ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΡΟΜΕΑ	101
ΕΙΚΟΝΑ 4.50: ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΝΩΣΗΣ CLpot ΚΑΙ CLst	101
ΕΙΚΟΝΑ 4.51: ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΦΟΡΤΙΩΝ Fzpot ΚΑΙ Fzst ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΩΝ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ	102
ΕΙΚΟΝΑ 4.52: ΓΩΝΙΑ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΣΤΟ 75% ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	103
ΕΙΚΟΝΑ 4.53: ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΝΩΣΗΣ CLst ΣΤΟ 75% ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	103
ΕΙΚΟΝΑ 4.54: ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΣΗΣ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ Fzst ΣΤΟ 75% ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΤΟΥΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	103
ΕΙΚΟΝΑ 4.55: ΩΣΗ ΔΡΟΜΕΑ Fzst ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	104
ΕΙΚΟΝΑ 4.56: ΡΟΠΗ Mx ΣΤΗΝ ΡΙΖΑ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	105
ΕΙΚΟΝΑ 4.57: ΡΟΠΗ My ΣΤΗΝ ΡΙΖΑ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	105
ΕΙΚΟΝΑ 4.58: ΡΟΠΗ Mz ΣΤΗΝ ΡΙΖΑ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	105
ΕΙΚΟΝΑ 4.59: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΤΟ TIP ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΧΟΡΔΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	106
ΕΙΚΟΝΑ 4.60: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΤΟ TIP ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	106

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1: ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΔΡΟΜΕΑ	51
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1: ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΟΥ	83
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2: ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΣΤΑΤΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΕΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ.....	87
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3: ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΤΕΡΥΓΑΣ.....	89
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4: ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΜΑΖΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ-ΠΛΗΜΝΗΣ	91
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5: ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	93
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ	97
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ	98

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

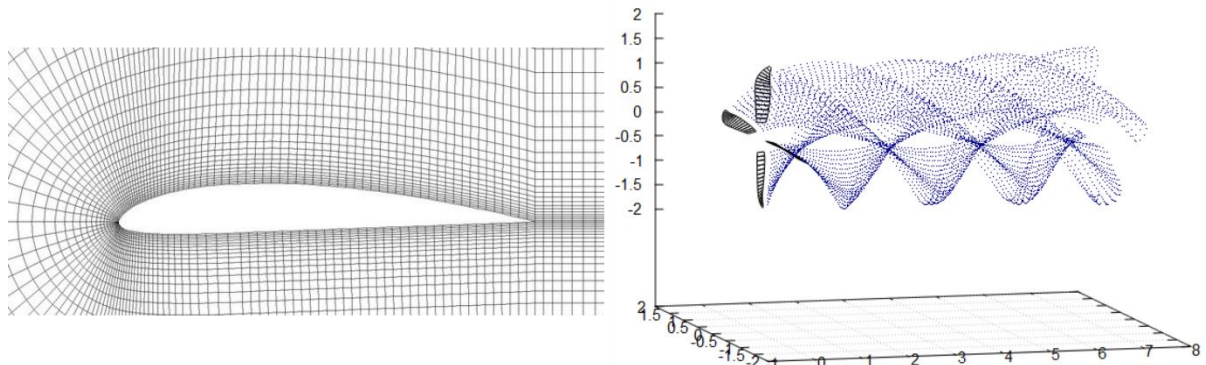
Η διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την αεροελαστική μοντελοποίηση αεροσκάφους, το οποίο έχει δυνατότητες κάθετης απογείωσης και προσγείωσης (Vertical Take-Off and Landing - VTOL). Αφορά, δηλαδή, την ανάπτυξη ενός υπολογιστικού μοντέλου αεροσκάφους μέσω της σύζευξης της μοντελοποίησης των αεροδυναμικών και των ελαστικών χαρακτηριστικών του και την θέσπιση της αλληλεπίδρασης μεταξύ αεροδυναμικής και ελαστικότητας υπολογιστικά. Η μοντελοποίηση αυτή γίνεται με την χρήση του υπολογιστικού εργαλείου hGast του εργαστηρίου Αεροδυναμικής, της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Η υπολογιστική μοντελοποίηση είναι ένα από τα σημαντικότερα σύγχρονα εργαλεία στα χέρια ενός μηχανικού. Μέσω αυτής καθίσταται δυνατή η προσομοίωση και μελέτη φυσικών διατάξεων υπολογιστικά, έτσι ώστε να γίνεται εκτίμηση διαφόρων συμπεριφορών του αντικειμένου που μοντελοποιείται. Όσον αφορά τις αεροναυτικές εφαρμογές, η μοντελοποίηση και η υπολογιστική ανάλυση επιτρέπει τον γρήγορο σχεδιασμό και ανάπτυξη αεροσκαφών και διαφόρων αεροδυναμικών σωμάτων, όπως για παράδειγμα προπέλες, πτερύγια και ατράκτους. Λόγω της σημαντικής εξέλιξης των δυνατοτήτων μοντελοποίησης, είναι εφικτή η μελέτη της συμπεριφοράς πολλών τμημάτων των αεροδυναμικών σωμάτων μέσω προσομοιώσεων, μειώνοντας έτσι σημαντικά το κόστος και τον χρόνο ανάπτυξής τους. Η επεξεργασία διαφόρων χαρακτηριστικών μπορεί να γίνει με μεγαλύτερη ευκολία υπολογιστικά και να εξεταστούν σενάρια τα οποία με την χρήση των πραγματικών σωμάτων θα απαιτούσαν σημαντική οικονομική επένδυση. Επιπλέον, η μοντελοποίηση και προσομοίωση πολλών σεναρίων λειτουργίας μειώνουν σημαντικά τους κινδύνους αστοχίας τόσο των ιδίων των αεροσκαφών και των αεροδυναμικών σωμάτων, όσο και των εγκαταστάσεων ανάπτυξης και δεν θέτουν σε κίνδυνο ανθρώπινο δυναμικό. Συνεπώς η μοντελοποίηση και η ανάλυση των μοντέλων υπολογιστικά μειώνει σημαντικά το κόστος ανάπτυξης και διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό την τροποποίηση, βελτίωση και έλεγχο των αντικειμένων προτού αρχίσει η κατασκευή τους.

Η υλοποίηση της υπολογιστικής μοντελοποίησης βασίζεται στην μετατροπή της θεωρίας που περιγράφει φαινόμενα και συμπεριφορές σωμάτων σε υπολογιστικά μοντέλα αποτελούμενα από αλγόριθμους οι οποίοι αναλαμβάνουν την πραγματοποίηση των υπολογισμών που οδηγούν στα επιθυμητά αποτελέσματα. Συνεπώς η μοντελοποίηση αφορά στην αριθμητική επίλυση της μαθηματικοποιημένης έκφρασης της σχετικής θεωρίας με την χρήση αλγορίθμων και υπολογιστικής ισχύος. Η αεροελαστική μοντελοποίηση αφορά στην μοντελοποίηση τόσο της αεροδυναμικής συμπεριφοράς των αντικειμένων, η οποία επηρεάζεται από την μορφή της ροής γύρω από αυτά, όσο και την μοντελοποίηση της ελαστικής συμπεριφοράς τους, η οποία έχει να κάνει με τις παραμορφώσεις των αντικειμένων με βάση τα φορτία που ασκούνται σε αυτά και με βάση τα ελαστικά τους χαρακτηριστικά. Η σύζευξη και η θέσπιση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των αεροδυναμικών και ελαστικών μοντέλων παράγουν το αεροελαστικό μοντέλο, το οποίο είναι ικανό να προσεγγίσει πιο πιστά την απόκριση του πραγματικού σώματος, συγκριτικά με τις αντίστοιχες αποκρίσεις κάθε ενός από τα μοντέλα που το αποτελούν.

Η αεροδυναμική μοντελοποίηση γίνεται μέσω της διακριτοποίησης της μαθηματικοποιημένης μορφής των διαφόρων μεθοδολογιών της αεροδυναμικής θεωρίας. Η αεροδυναμική θεωρία αποτελείται από μεθόδους οι οποίες έχουν ως στόχο να περιγράψουν την ροή ρευστών γύρω από ένα σώμα και την περιγραφή διαφόρων φαινομένων της ροής, κυρίως του αέρα. Η μοντελοποίηση της αεροδυναμικής γίνεται με τον ορισμό της θεωρίας σε ένα υπολογιστικό περιβάλλον χρησιμοποιώντας κατά κύριο λόγο δύο κατηγορίες τεχνικών, τις μη πλεγματικές και τις πλεγματικές μεθόδους διακριτοποίησης της αεροδυναμικής. Οι μη πλεγματικές μέθοδοι αφορούν απλουστευμένες μορφές της αεροδυναμικής θεωρίας και έχουν ως βασική διαφορά, συγκριτικά με τις πλεγματικές μεθόδους, την μοντελοποίηση της ροής χωρίς την χρήση υπολογιστικού πλέγματος. Οι μη πλεγματικές μέθοδοι επίσης περιορίζονται στην μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού. Οι πλεγματικές

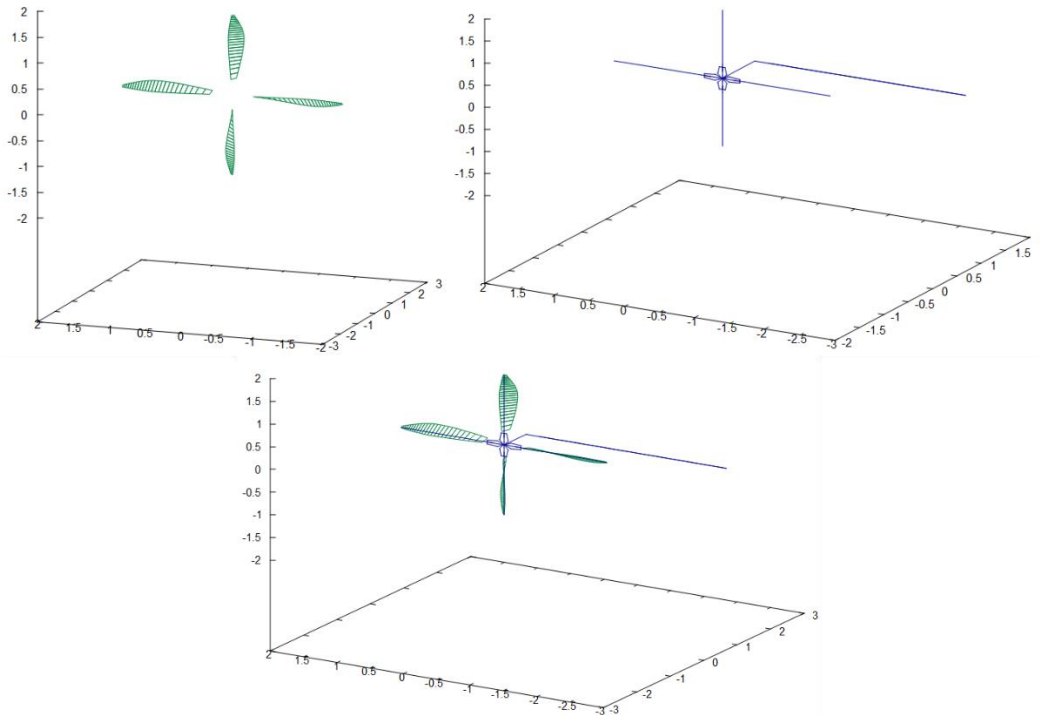
μέθοδοι διακριτοποίησης βασίζονται στην διακριτοποίηση ενός πεπερασμένου υπολογιστικού χωρίου μέσω ενός πλέγματος, δηλαδή μέσω του διαχωρισμού του χωρίου σε μικρότερες υπολογιστικές κυψέλες. Στις κυψέλες αυτές υπολογίζονται τα χαρακτηριστικά της ροής, έτσι ώστε να είναι εφικτή η περιγραφή της σε ολόκληρο το χωρίο. Σε αντίθεση με τις μη πλεγματικές, οι πλεγματικές μέθοδοι είναι ικανές να μοντελοποιήσουν συνεκτικές και συμπίεστες ροές με αποτέλεσμα να είναι ακριβέστερες και να περιγράφουν την θεωρία με καλύτερη πιστότητα.



Εικόνα 1: Υπολογιστικές κυψέλες δισδιάστατης πλεγματικής μεθόδου διακριτοποίησης χωρίου ροής γύρω από αεροτομή (αριστερά) και μη πλεγματική μέθοδος μοντελοποίησης ομόρρου δρομέα (δεξιά)

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία μοντελοποιούνται αεροδυναμικά τα πτερύγια του δρομέα του μοντέλου μισής πτέρυγας ενός επιβατικού αεροσκάφους μέσω μη πλεγματικών μεθόδων. Οι αεροδυναμικές επιφάνειες των πτερυγίων μοντελοποιούνται με βάση την θεωρία Γραμμής Άνωσης και ο ομόρρος του δρομέα μοντελοποιείται ως Φύλλο Στροβιλότητας χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Δινοπλεγμάτων και την μέθοδο των Στοιχείων Στροβιλότητας. Η θεωρία γραμμής άνωσης προτείνει την αναπαράσταση ανωστικών επιφανειών ως δινοσωλήνες οι οποίοι επάγουν ταχύτητα στο πεδίο ροής, δημιουργώντας έτσι την μορφή της ροής γύρω από την επιφάνεια. Η μοντελοποίηση του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας γίνεται μέσω της δημιουργίας τετράπλευρων δινοπλεγμάτων, αποτελούμενων από τέσσερις δινοσωλήνες, τα οποία παράγονται στην ακμή εκφυγής της αεροδυναμικής επιφάνειας και κινούνται κατά την κατεύθυνση της ροής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Στη συνέχεια, για την μοντελοποίηση ενός δεύτερου κομματιού του ομόρρου, τα δινοπλέγματα του πρώτου κομματιού μετατρέπονται σε κατανομές στοιχείων στροβιλότητας περιγράφοντας έτσι την ροή σε περιοχές πιο μακριά από τα πτερύγια του δρομέα.

Το ελαστικό μοντέλο που αναπτύσσεται στα πλαίσια της εργασίας, αφορά την μισή πτέρυγα του αεροσκάφους. Τα τμήματα που μοντελοποιούνται ελαστικά είναι η δεξιά πτέρυγα του αεροσκάφους μαζί με τον δρομέα και τα εξαρτήματα που τον συνδέουν με τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος είναι τοποθετημένος στο ακροπτερύγιο. Η μέθοδος μοντελοποίησης της ελαστικότητας των τμημάτων αυτών γίνεται με την χρήση της μονοδιάστατης θεωρίας πεπερασμένων δοκών και η αλληλεπίδραση μεταξύ των τμημάτων θεσπίζεται με την χρήση της μεθόδου των πολλαπλών σωμάτων. Οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούν την θεώρηση των σωμάτων ως δοκών, των οποίων οι κινήσεις, οι παραμορφώσεις και τα φορτία περιγράφονται μέσω των εξισώσεων του μοντέλου μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα. Το ελαστικό μοντέλο των τμημάτων της πτέρυγας μαζί με το αεροδυναμικό μοντέλο των πτερυγίων του δρομέα, όταν συσχετιστούν υπολογιστικά, σχηματίζουν το πλήρες αεροελαστικό μοντέλο της μισής πτέρυγας του αεροσκάφους, το οποίο θα μελετηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία.



Εικόνα 2: Το αεροδυναμικό μοντέλο των πτερυγίων (πάνω αριστερά) το ελαστικό μοντέλο της πτέρυγας και του δρομέα (πάνω δεξιά) και το πλήρες αεροελαστικό μοντέλο της μισής πτέρυγας (κάτω)

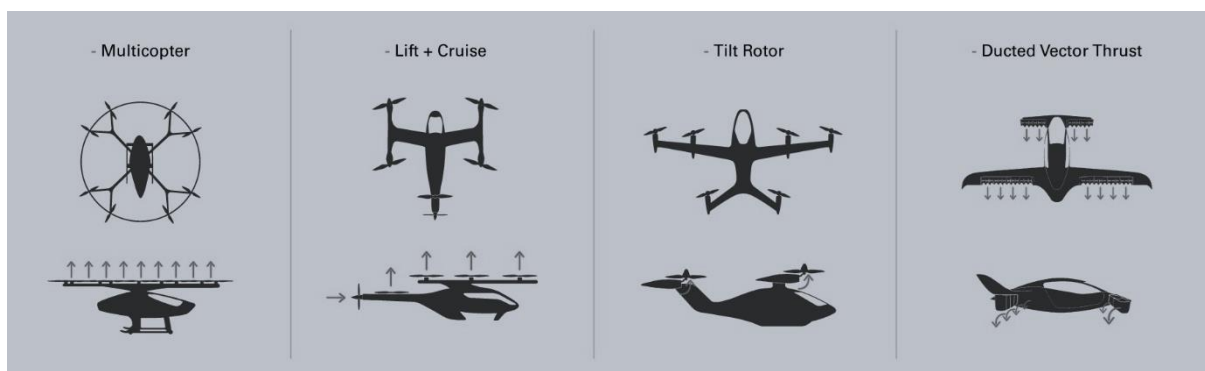
Η επιλογή του θέματος της διπλωματικής έγινε με αφορμή την εμφάνιση νέων τεχνολογιών στον τομέα της αεροπορίας και πιο συγκεκριμένα του κλάδου της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας (Urban Air Mobility). Ο κλάδος της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας έχει ως στόχο την χρήση αεροσκαφών τα οποία θα ίπτανται σε χαμηλό υψόμετρο εντός αστικών και προαστίων περιοχών για την μεταφορά φορτίου και επιβατών. Ιστορικά ο κλάδος συνδέεται με την ιδέα των ιπτάμενων αυτοκινήτων και σήμερα αναφέρεται σε ήδη υπάρχουσες αλλά και αναπτυσσόμενες τεχνολογίες οι οποίες παρουσιάζονται ως λύση στην κυκλοφοριακή συμφόρηση εντός των μεγάλων αστικών κέντρων, όπως για παράδειγμα τα ελικόπτερα. Η Αστική Εναέρια Κινητικότητα είναι στενά συνδεδεμένη με την δυνατότητα κάθετης απογείωσης και προσγείωσης των αεροσκαφών (VTOL) αφού η κίνηση εντός αστικών περιοχών δεν μπορεί να γίνεται με συμβατικά αεροσκάφη σταθερής πτέρυγας, τα οποία απαιτούν μεγάλο μήκος απογείωσης και προσγείωσης. Σήμερα οι λύσεις που προσφέρονται στον κλάδο είναι κυρίως τα ελικόπτερα, τα οποία όμως έχουν υψηλά κόστη λειτουργίας και συντήρησης με αποτέλεσμα να μην είναι ακόμα εφικτό η Αστική Εναέρια Κινητικότητα να είναι προσβάσιμη από μεγάλο τμήμα του πληθυσμού για να είναι μια αποτελεσματική λύση στο πρόβλημα της κυκλοφοριακής συμφόρησης.

Μεγάλη αύξηση του ενδιαφέροντος για την Αστική Εναέρια Κινητικότητα παρατηρείται τα τελευταία χρόνια λόγω της μεγάλης ανάπτυξης που έχουν γνωρίσει τα ηλεκτρικά οχήματα και οι συσσωρευτές ηλεκτρικής ενέργειας. Η ηλεκτροκίνηση είναι μια τεχνολογία η οποία έχει την δυνατότητα να κάνει προσιτή την ανάπτυξη νέων ηλεκτρικών αεροσκαφών λόγω της χρήσης απλούστερων και ελαφρότερων κινητήρων οι οποίοι θα μειώσουν σημαντικά τα διάφορα κόστη συντήρησης και λειτουργίας των αεροσκαφών αυτών. Η ηλεκτροκίνηση επίσης μπορεί να δώσει λύσεις στο πρόβλημα του θορύβου που δημιουργούν τα αεροσκάφη μέσω των αθόρυβων ηλεκτρικών κινητήρων και τον μειωμένο αριθμό κινητών μερών έτσι ώστε να μην παρουσιάζεται πρόβλημα ηχορύπανσης κατά την εκτεταμένη υιοθέτηση αυτών των τεχνολογιών. Επιπλέον η εμφάνιση ανεπτυγμένων συστημάτων ελέγχου και αυτονομίας των οχημάτων καθιστά τον έλεγχο της εναέριας κυκλοφορίας μεγάλου όγκου εναέριων οχημάτων ως ένα πολύ πιο επιλύσιμο πρόβλημα. Ακόμα ένας λόγος για τον οποίο αυξάνεται το ενδιαφέρον για τα ηλεκτροκίνητα αεροσκάφη είναι ο φιλικός προς το περιβάλλον χαρακτήρας που

τους έχει αποδοθεί. Συνεπώς, παρατηρείται η εναρμόνιση πολλών παραγόντων οι οποίοι ευνοούν την ανάπτυξη της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας ως μια αποτελεσματική και βιώσιμη τεχνολογική λύση στο πρόβλημα στις κυκλοφοριακές συμφόρησης των μεγάλων αστικών κέντρων.

Τα βασικά πλεονεκτήματα της χρήσης ηλεκτροκίνησης σε αεροσκάφη, για την ανάπτυξη της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας, είναι το μικρό βάρος των ηλεκτρικών κινητήρων και ο απλούστερος σχεδιασμός τους. Τα πλεονεκτήματα αυτά επιτρέπουν την τοποθέτηση πολλαπλών κινητήρων στο αεροσκάφος σε σημεία στα οποία μηχανές εσωτερικής καύσης δεν είναι εφικτό να τοποθετηθούν. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορούν να σχεδιαστούν αεροσκάφη με διατάξεις κινητήρων πολύ πιο ευνοϊκές για την κάθετη απογείωση και προσγείωσή τους. Οι κύριες κατηγορίες των Ηλεκτρικών Αεροσκαφών Κάθετης Απογείωσης και Προσγείωσης (Electric Vertical Take-Off and Landing – eVTOL) ορίζονται με βάση την διάταξη των κινητήρων και αυτοί πως χρησιμοποιούνται για την κίνηση του αεροσκάφους.

- **Διάταξη Πολλαπλών Κινητήρων (Multicopter)**
Είναι διάταξη στην οποία πολλοί κινητήρες παράγουν ώση κατά την κάθετη κατεύθυνση. Η διάταξη αυτή είναι αποτελεσματική κατά την κάθετη απογείωση και προσγείωση, όμως λόγω της απουσίας σταθερής πτέρυγας δεν έχει καλή επίδοση κατά την κρουαζιέρα.
- **Διάταξη Lift + Cruise**
Αυτή η διάταξη είναι ο συνδυασμός της διάταξης πολλαπλών κάθετων κινητήρων και κινητήρων που παράγουν ώση στην κατεύθυνση της πτήσης. Συνοδεύεται από επιφάνειες άνωσης και εκμεταλλεύεται τις δύο διαφορετικές διατάξεις κινητήρων σε ξεχωριστές φάσεις της πτήσης. Μειονέκτημα της διάταξης είναι ότι δεν μπορούν να χρησιμοποιούνται όλοι οι κινητήρες κατά την κρουαζιέρα με αποτέλεσμα κάποιοι να παραμένουν ανενεργοί όμως να συμβάλουν στην παραγωγή οπισθέλκουσας.
- **Διατάξεις Tilt Rotor και Tilt Wing**
Οι κινητήρες σε αυτή την διάταξη μπορούν να λαμβάνουν κλίση έτσι ώστε να είναι σε θέση να παράγουν ώση και στην κάθετη κατεύθυνση αλλά και στην κατεύθυνση της πτήσης.
- **Διάταξη Ducted Vector Fan**
Η διάταξη αυτή χρησιμοποιεί κινητήρες εντός αγωγών οι οποίοι μπορούν να λαμβάνουν κλίση. Οι αγωγοί χρησιμοποιούνται για την αύξηση της αεροδυναμικής απόδοσης και την μείωση του θορύβου.



Εικόνα 3: Οι κύριες διατάξεις κινητήρων ηλεκτρικών αεροσκαφών κάθετης απογείωσης και προσγείωσης

Με την εμφάνιση ενδιαφέροντος για τον κλάδο της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας πολλές είναι οι εταιρίες που αναπτύσσουν νέα ηλεκτρικά αεροσκάφη ως λύση στις προκλήσεις που παρουσιάζονται. Ακόμα, αφιερώνεται μεγάλος όγκος κεφαλαίων από επενδυτές για να υποστηριχθεί η ανάπτυξη των

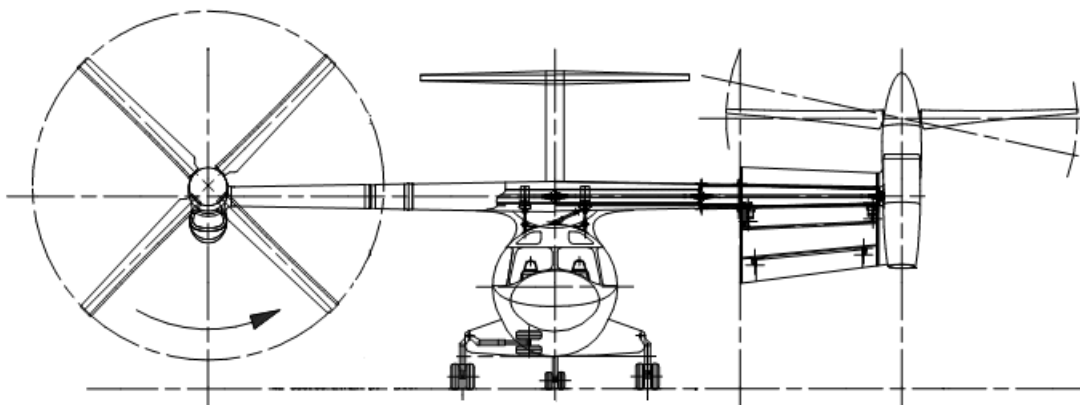
υποδομών οι οποίες θα φιλοξενούν και θα εξυπηρετούν τα αεροσκάφη που θα εκτελούν τον μεγάλο αριθμό πτήσεων καθημερινά, εάν η Αστική Εναέρια Κινητικότητα αποδειχθεί ως ένας εναλλακτικός τρόπος μετακίνησης εντός των πόλεων και των προαστίων. Μερικές από τις πρωτοβουλίες για την έρευνα και την ανάπτυξη νέων αεροσκαφών λαμβάνονται από τις μεγάλες κατασκευάστριες εταιρίες αεροσκαφών όπως είναι η Boeing, η Airbus και η Embraer, όμως αρκετές είναι και οι νεοφυείς εταιρίες που έχουν παρουσιάσει τις δικές τους προτάσεις όπως η Joby, η Vertical Aerospace, η Lilium και πολλές άλλες.



Εικόνα 4: Φωτορεαλιστικές απεικονίσεις των μοντέλων αεροσκαφών που έχουν σχεδιάσει οι εταιρίες Vertical Aerospace (αριστερά) και Lilium (δεξιά)

Η ραγδαία ανάπτυξη του τομέα της Αστικής Εναέριας Κινητικότητας λειτούργησε ως έμπνευση για την πρόταση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία επικεντρώνεται στην αεροελαστική μοντελοποίηση του μοντέλου μισής πτέρυγας ενός δικινητήριου επιβατικού αεροσκάφους με διάταξη κινητήρων tilt-rotor. Το αεροσκάφος αυτό είχε μελετηθεί σε προηγούμενο χρόνο από το εργαστήριο Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου στα πλαίσια του ευρωπαϊκού προγράμματος ‘Advanced European Tiltrotor Dynamics and Noise’.

Το υπό μελέτη αεροσκάφος είναι ένα επιβατικό αεροσκάφος μεσαίου μεγέθους του οποίου η δυνατότητα κάθετης προσγείωσης και απογείωσης υλοποιείται μέσω της ρύθμισης της κλίσης των δύο κινητήρων του. Οι κινητήρες του είναι τοποθετημένοι στα ακροπτερύγια και είναι μηχανές εσωτερικής καύσης τύπου turboprop. Μέρος των ακροπτερυγίων λαμβάνει την ίδια κλίση με αυτή των κινητήρων καθιστώντας έτσι το αεροσκάφος tilt-rotor και εν μέρει tilt-wing. Η μοντελοποίηση του αεροσκάφους έχει ενδιαφέρον για την περαιτέρω αεροελαστική μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του αεροσκάφους κατά την μετάβαση μεταξύ των φάσεων της κάθετης απογείωσης και προσγείωσης και την οριζόντιας πτήσης.



Εικόνα 5: Πρόσοψη του υπό μελέτη αεροσκάφους με τις κλίσεις των κινητήρων στις δύο διαφορετικές ρυθμίσεις της οριζόντιας πτήσης (αριστερά) και της κάθετης απογείωσης και προσγείωσης (δεξιά)

1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

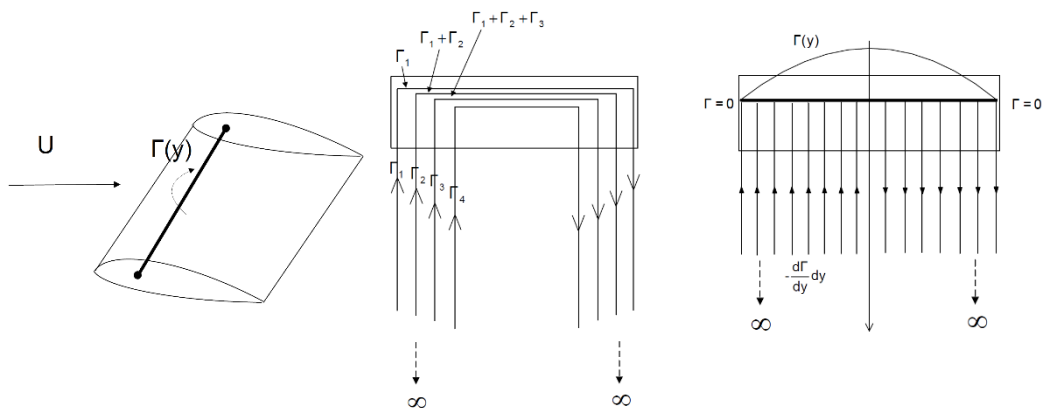
Η αεροδυναμική μοντελοποίηση που εκτελείται κατά την χρήση του αεροελαστικού κώδικα που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου βασίζεται σε θεωρήση μη-συνεκτικής και ασυμπίεστης ροής ρευστού. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση των αεροδυναμικών επιφανειών και σωμάτων αφορά και αυτή, λοιπόν, μη-συνεκτικό και ασυμπίεστο ρευστό, στην οποία εντάσσεται επίσης και η στροβιλότητα του ρευστού. Έπειτα, στις θεωρήσεις αυτές εφαρμόζονται διορθώσεις έτσι ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των συνεκτικών επιδράσεων στα αεροδυναμικά φορτία, με βάση τους συντελεστές άνωσης, οπισθέλκουσας και ροπής των υπό μελέτη αεροδυναμικών σωμάτων.

1.1 ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ

LIFTING LINE THEORY

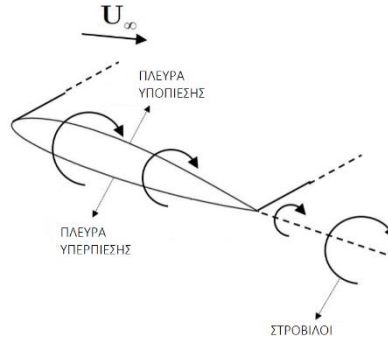
1.1.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η Θεωρία Γραμμής Άνωσης είναι μια θεωρία μοντελοποίησης της αεροδυναμικής συμπεριφοράς πτέρυγας αεροσκάφους, που πρότεινε ο Γερμανός φυσικός Ludwig Prandtl το 1918 - 1919. Η θεωρία αυτή περιγράφει την μοντελοποίηση της πτέρυγας ως ενός δινοσωλήνα με ένταση κυκλοφορίας $\Gamma(y)$, η οποία μεταβάλλεται κατά το εκπέτασμα. Ο δινοσωλήνας τοποθετείται στο $1/4$ της χορδής της πτέρυγας. Για την καλύτερη προσέγγιση της κατανομής του φορτίου της πτέρυγας, ο δινοσωλήνας διαιρείται σε μικρότερους, απειροστού μήκους δινοσωλήνες που διαμορφώνουν την μεταβολή της έντασης της κυκλοφορίας κατά μήκος της πτέρυγας. Οι δινοσωλήνες στον ομόρρου εκτείνονται στο άπειρο, κάθετα στην πτέρυγα του αεροσκάφους.



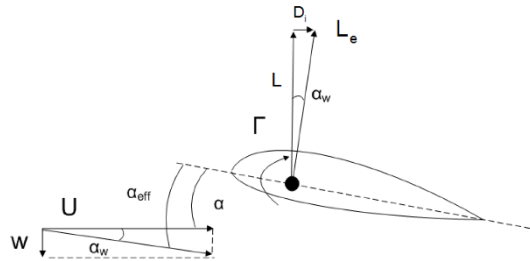
Εικόνα 1.1: Απεικόνιση της μοντελοποίησης της πτέρυγας με γραμμή άνωσης και μετατροπή της σε απειροστούς δινοσωλήνες

Η μοντελοποίηση αυτή πραγματοποιείται την δημιουργία στροβίλων στα ακροπερυγία των αεροσκαφών, λόγω της επαγόμενης ροής από την διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο πλευρών της πτέρυγας. Η κάτω πλευρά, η πλευρά υπερπίεσης, έχει μεγαλύτερη πίεση από την άνω πλευρά της πτέρυγας, την πλευρά υποπίεσης. Η διαφορά πίεσης προκαλεί την ροή του αέρα από την πλευρά υπερπίεσης του ακροπερυγίου προς την πλευρά υποπίεσης, δημιουργώντας έτσι τον στρόβιλο.



Εικόνα 1.2: Δημιουργία στροβίλων ακροπτερυγίου

Η μοντελοποίηση του συγκεκριμένου φαινομένου είναι απαραίτητη διότι οι στρόβιλοι που δημιουργούνται έχουν επίδραση στην αεροδυναμική συμπεριφορά της πτέρυγας. Συγκεκριμένα επάγουν κατώρευμα w το οποίο μεταβάλλει την φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης α της επ' άπειρο ροής U . Έτσι αλλάζει η άνωση της πτέρυγας και εισάγεται και επαγόμενη οπισθέλκουσα.



Εικόνα 1.3: Μεταβολή άνωσης αεροτομής λόγω κατωρεύματος w

Η άνωση που παράγει η δισδιάστατη αεροτομή είναι η πιο κάτω:

$$\frac{L}{b} = \rho U_{eff} \Gamma = C_L \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c \quad (1.1)$$

Η άνωση συμβολίζεται με L , το εκπέτασμα της πτέρυγας είναι το b , ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, C_L είναι ο συντελεστής άνωσης και c είναι το μήκος χορδής της πτέρυγας. Η ταχύτητα U_{eff} είναι η συνολική φαινόμενη ταχύτητα της ροής γύρω από την πτέρυγα, λόγω της επ' άπειρο ροής και του επαγόμενου κατωρεύματος. Για την τρισδιάστατη πτέρυγα, με βάση την θεωρία της γραμμής άνωσης, η έκφραση που περιγράφει την δημιουργία άνωσης για κάθε απειροστό τμήμα της παίρνει την εξής μορφή:

$$\frac{dL}{dy} = \rho U_{eff} \Gamma(y) = C_L \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c(y) \quad (1.2)$$

Το πως κατανέμεται η κυκλοφορία $\Gamma(y)$ κατά μήκος της πτέρυγας φαίνεται στην Εικόνα 1.4, όπως επίσης φαίνονται και οι οριακές συνθήκες στα ακροπτερύγια. Η κυκλοφορία στα άκρα παίρνει μηδενική τιμή. Για ορθογώνια πτέρυγα:

$$\frac{dL}{dy} = \frac{dC_L}{d\alpha} (\alpha_{eff} - \alpha_0) \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c = \frac{dC_L}{d\alpha} (\alpha - \alpha_0 + \alpha_w) \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c \quad (1.3)$$

Η κλίση $dC_l/d\alpha$ είναι ίση με 2π . Οι απειροστοί δυνωσωλήνες που εκτείνονται στο άπειρο έχουν ένταση κυκλοφορίας ίση με:

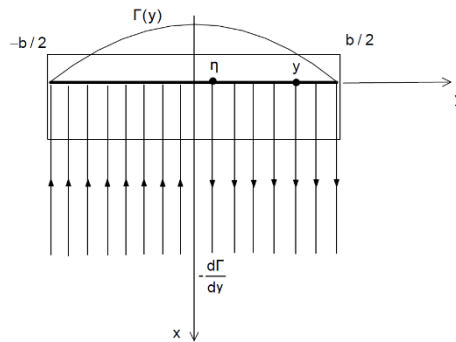
$$\gamma = \frac{d\Gamma}{dy}$$

Στην αναλυτική μορφή της θεωρίας γραμμής άνωσης η οριζόντια κατανομή κυκλοφορίας Γ δεν αυτεπάγει κατώρευμα, όμως οι κάθετοι στην πτέρυγα δυνωσωλήνες, που εκτείνονται στο άπειρο, επάγουν κατώρευμα, του οποίου το μέτρο υπολογίζεται ως εξής:

$$dw = -\frac{d\Gamma}{dy} \frac{dy}{4\pi(y-\eta)}$$

$$\Rightarrow w(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{y-\eta}$$
(1.4)

Το κατώρευμα επάγεται σε σημείο y της πτέρυγας από όλους τους απειροστούς δυνωσωλήνες θέσεων η από το άκρο $-\frac{b}{2}$ μέχρι το άκρο $\frac{b}{2}$ της πτέρυγας.



Εικόνα 1.4: Σύστημα αναφοράς πτέρυγας για υπολογισμό κατωρεύματος

Η γωνία κατά την οποία μεταβάλλεται η φαινόμενη ταχύτητα της ροής γύρω από την πτέρυγα, λόγω του κατωρεύματος, μπορεί να υπολογιστεί από τα μέτρα της ταχύτητας ανέμου και του επαγόμενου κατωρεύματος.

$$\alpha_w(y) = \tan^{-1} \left(\frac{w(y)}{U} \right) \approx \frac{w(y)}{U}$$

$$\Rightarrow \alpha_w(y) = -\frac{1}{4\pi U} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{y-\eta}$$
(1.5)

Στην έκφραση της άνωσης πτέρυγας για απειροστό πλάτος μπορεί να αντικατασταθεί η εξίσωση της μεταβολής της γωνίας πρόσπτωσης λόγω κατωρεύματος.

$$\frac{dL}{dy} = \rho U_{eff} \Gamma(y) = 2\pi(\alpha - \alpha_0 + \alpha_w) \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c$$

$$\Rightarrow \frac{dL}{dy} = 2\pi \left(\alpha - \alpha_0 - \frac{1}{4\pi U} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{y - \eta} \right) \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c \quad (1.6)$$

Εάν υποθέσουμε ότι $U_{eff} \approx U$ τότε η έκφραση παίρνει την μορφή:

$$\frac{dL}{dy} = \rho U \Gamma(y) = 2\pi \left(\alpha - \alpha_0 - \frac{1}{4\pi U} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{y - \eta} \right) \frac{\rho}{2} U^2 c \quad (1.7)$$

Η παραπάνω έκφραση στην οποία έχουμε καταλήξει, από την θεωρία της γραμμής άνωσης του Prandtl, είναι η ολοκληρωματική εξίσωση μονοπλάνου. Ο άγνωστος παράγοντας της εξίσωσης θεωρείται η κατανομή της κυκλοφορίας $\Gamma(y)$ κατά μήκος της πτέρυγας. Για την επίλυση της εξίσωσης, η κυκλοφορία αναλύεται ως σειρά Fourier.

$$\Gamma(y) = 2bU \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\varphi) \quad (1.8)$$

$$y = -\frac{b}{2} \cos \varphi$$

Με την αντικατάσταση της έκφρασης της κυκλοφορίας στην εξίσωση μονοπλάνου προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

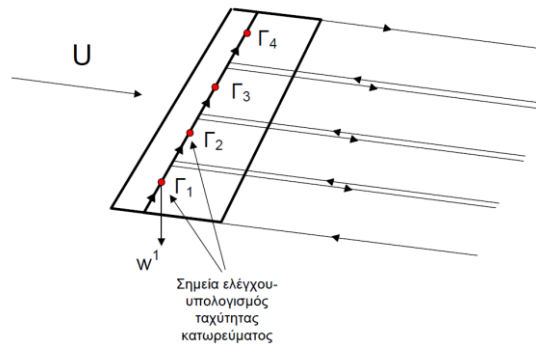
$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\varphi) \left[1 + \frac{\pi c}{2b} \frac{n}{\sin \varphi} \right] = \frac{\pi c}{2b} (\alpha - \alpha_0) \quad (1.9)$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί την αλγεβρική έκφραση από την οποία είναι εφικτό να υπολογιστούν οι συντελεστές A_i της σειράς Fourier. Για τον υπολογισμό των συντελεστών επιλέγεται ανάλογος αριθμός γωνιών φ που αντιστοιχούν σε διαφορετικές θέσεις κατά το εκπέτασμα της αεροτομής, για τις οποίες θα σχηματιστεί η εξίσωση μονοπλάνου. Από τις εξισώσεις που θα σχηματιστούν για αυτές τις θέσεις θα υπολογιστεί η τιμή της κυκλοφορίας η οποία είναι αναγκαία έτσι ώστε η θεωρία γραμμής άνωσης να μας οδηγήσει στα αεροδυναμικά φορτία που ασκούνται στην πτέρυγα, ή γενικότερα στο αεροδυναμικό σώμα, που μελετάμε.

1.1.2 ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΜΟΡΦΗ

Η επίλυση της εξίσωσης μονοπλάνου αναλυτικά είναι χρονοβόρα, με αποτέλεσμα, για αεροδυναμικές προσομοιώσεις, να είναι χρήσιμο οι υπολογισμοί να γίνονται αριθμητικά. Η θεωρία γραμμής άνωσης μπορεί να μετασχηματιστεί σε διακριτή μορφή και να χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε οι υπολογισμοί των αεροδυναμικών φορτίων ενός σώματος να γίνουν υπολογιστικά.

Για να μετασχηματιστεί σε διακριτή μορφή η θεωρία της γραμμής άνωσης, αρχικά, το αεροδυναμικό σώμα που μελετάται χωρίζεται σε επιμέρους τμήματα. Στο κάθε τμήμα εισάγεται ένα σημείο ελέγχου στο οποίο θα επαληθευτεί η εξίσωση μονοπλάνου, που μελετήθηκε προηγουμένως. Το κάθε τμήμα μοντελοποιείται με βάση την θεωρία της γραμμής άνωσης, δηλαδή ως ένας δινοσωλήνας κατά μήκος του τμήματος μαζί με τους δινοσωλήνες που εκτείνονται στο άπειρο. Η συγκεκριμένη διάταξη δινοσωλήνων ονομάζεται και δινοπέταλο.



Εικόνα 1.5: Κατανομή δινοπετάλων σε πτέρυγα για την διακριτή μορφή της θεωρίας γραμμής άνωσης.

Τα σημεία ελέγχου τοποθετούνται στα κέντρα των αντίστοιχων δινοπετάλων. Σε κάθε σημείο ελέγχου επάγεται κατώρευμα w_i από τους δινοσωλήνες των τμημάτων της πτέρυγας, εκτός από τους δινοσωλήνες του πετάλου στο οποίο ανήκει το σημείο. Στην διακριτή έκφραση της θεωρίας γραμμής άνωσης το κατώρευμα υπολογίζεται ως το άθροισμα των επαγόμενων κατωρευμάτων από κάθε διακριτή αεροδυναμική γεωμετρία.

$$w_i = \sum_{j=1}^n (a_j^i \cdot n_i) \cdot \Gamma_j \quad (1.10)$$

$$a_j^i = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3}$$

Ο παράγοντας a_j^i αφορά την γεωμετρία j η οποία επάγει κατώρευμα στο εξεταζόμενο σημείο ελέγχου με δείκτη i , δηλαδή οι τρεις δινοσωλήνες του κάθε δινοπέταλου.

$$a_j^i = \left[\frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_1 + \left[\frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_2 + \left[\frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_3 \quad (1.11)$$

Όπου οι δείκτες **1** και **3** αντιστοιχούν στους ελεύθερους δινοσωλήνες, αυτούς που εκτείνονται στο άπειρο, και ο δείκτης **2** στον δινοσωλήνα που εκτείνεται κατά μήκος του τμήματος. Οι άπειροι δινοσωλήνες μπορούν να χωριστούν σε n_w διακριτά τμήματα και έτσι ο παράγοντας a_j^i μπορεί να εκφραστεί και ως:

$$a_j^i = \left[\sum_{n=1}^{n_w} \frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_1 + \left[\frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_2 + \left[\sum_{n=1}^{n_w} \frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{dl \times (r_i - r)}{|r_i - r|^3} \right]_3 \quad (1.12)$$

Με βάση, λοιπόν, την διακριτή μορφή της θεωρίας γραμμής άνωσης, για την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης μονοπλάνου, η έκφραση που περιγράφει την άνοση ανά μονάδα βάθους παίρνει την πιο κάτω μορφή:

$$\frac{dL}{dy} = \rho U \Gamma(y) = 2\pi(\alpha - \alpha_0 + \alpha_w) \frac{\rho}{2} U^2 c$$

$$\Rightarrow \rho U \Gamma_i = 2\pi \left(\alpha - \alpha_0 + \frac{w_i}{U} \right) \frac{\rho}{2} U^2 c = 2\pi \left(\alpha - \alpha_0 + \frac{1}{U} \sum_{j=1}^n (a_j^i \cdot n_i) \cdot \Gamma_j \right) \frac{\rho}{2} U^2 c \quad (1.13)$$

Για τα \mathbf{n} τμήματα στα οποία χωρίζεται η πτέρυγα, σχηματίζονται \mathbf{n} εξισώσεις με αγνώστους τις κυκλοφορίες Γ_i του κάθε τμήματος. Με την επίλυση των εξισώσεων και τον υπολογισμό των κυκλοφοριών, υπολογίζονται και οι αεροδυναμικές δυνάμεις που ασκούνται στην πτέρυγα.

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho U \Gamma(y) \cdot \cos(\alpha_w) dy \approx \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho U \Gamma(y) dy \approx \sum_{i=1}^n \rho U \Gamma_i b_i \quad (1.14)$$

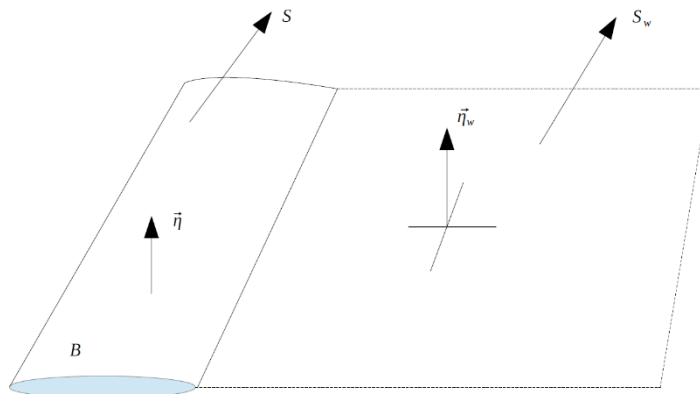
$$D = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho U \Gamma(y) \cdot \sin(\alpha_w) dy \approx \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho w(y) \Gamma(y) dy \approx \sum_{i=1}^n \rho w_i \Gamma_i b_i \quad (1.15)$$

1.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΟΜΟΡΡΟΥ

Ο ομόρρους ενός αεροδυναμικού σώματος, όπως παρουσιάστηκε και μέσω της θεωρίας γραμμής άνωσης, επηρεάζει σημαντικά την συμπεριφορά του. Μεταβάλλει την ροή γύρω από το σώμα και έτσι τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του σώματος και τα φορτία που ασκούνται σε αυτό διαφοροποιούνται. Είναι πολύ σημαντικό λοιπόν, η επίδραση του ομόρρου να μοντελοποιηθεί με σωστό τρόπο. Ο κώδικας hGast συνδυάζει την μέθοδο των Δινοπλεγμάτων και την μέθοδο των Στοιχείων Στροβιλότητας για την δημιουργία Φύλλου Στροβιλότητας και την μοντελοποίηση του ομόρρου αεροδυναμικών σωμάτων.

1.2.1 ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ

Το ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας ορίζεται ως η κινούμενη επιφάνεια \mathbf{S}_w η οποία παρουσιάζει ασυνέχεια στην επαπτομενική ταχύτητα στο πεδίο ροής του ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού. Η ασυνέχεια ταχύτητας ορίζεται ως $[[\vec{U}]](\vec{x}_w)$ σε τυχαία θέση $\vec{x}_w \in \mathbf{S}_w$. Η ασυνέχεια στην επαπτομενική ταχύτητα του πεδίου περιγράφει επίσης και την ασυνέχεια στο δυναμικό του πεδίου.



Εικόνα 1.6: Αναπαράσταση φύλλου στροβιλότητας

Οι εξισώσεις που διέπουν το φύλλο στροβιλότητας αφορούν την κατανομή διπόλων στην επιφάνεια για την δημιουργία ενός φύλλου στροβιλότητας που παράγεται σε κάθε χρονικό βήμα και εισάγει την ασυνέχεια δυναμικού.

$$\llbracket \vec{U} \rrbracket(\vec{x}_w) \cdot \vec{\eta}_w(\vec{x}_w) = \mathbf{0} \quad (1.16)$$

$$\vec{\gamma}(\vec{x}_w) = \vec{\eta}_w(\vec{x}_w) \times \llbracket \vec{U} \rrbracket(\vec{x}_w) \quad (1.17)$$

Το διάνυσμα $\vec{\eta}_w(\vec{x}_w)$ είναι το κάθετο διάνυσμα της επιφάνειας S_w στην τυχαία θέση \vec{x}_w . Η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας της τυχαίας θέσης \vec{x}_w αναπαρίστανται με $\vec{\gamma}(\vec{x}_w)$. Σε κάθε σημείο \vec{x}_w της επιφάνειας ισχύουν τα εξής:

$$\frac{d\vec{x}_w}{dt} = \vec{U}(\vec{x}_w, t)$$

$$\llbracket \mathbf{P} \rrbracket_w = \mathbf{0}$$

Η ταχύτητα $\vec{U}(\vec{x}_w, t)$ είναι η ταχύτητα μεταφοράς του φύλλου στροβιλότητας και $\llbracket \mathbf{P} \rrbracket_w$ η ασυνέχεια πίεσης. Μέσω της ταχύτητας περιγράφεται η χρονική εξέλιξη της γεωμετρίας του φύλλου στροβιλότητας. Από την ασυνέχεια της πίεσης καθορίζεται πως η άνω και κάτω πλευρές του φύλλου στροβιλότητας θα έχουν ίδια πίεση σε κάθε σημείο του.

Από το θεώρημα του Helmholtz, εξάγεται ότι το πεδίο ροής ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού χωρίζεται σε δύο τμήματα: σε στροβιλό πεδίο ροής και αστρόβιλο. Συνεπώς το πεδίο ταχύτητας μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}_\infty(\vec{x}, t) + \nabla\Phi(\vec{x}, t) + \vec{u}_\omega(\vec{x}, t) \quad (1.18)$$

Η ταχύτητα $\vec{U}_\infty(\vec{x}, t)$ είναι η ταχύτητα της επ' άπειρον ροής, $\nabla\Phi(\vec{x}, t)$ είναι η ταχύτητα διαταραχής λόγω του αεροδυναμικού σώματος και $\vec{u}_\omega(\vec{x}, t)$ είναι η ταχύτητα που επάγεται λόγω της στροβιλότητας του ομόρρου του σώματος.

Εάν η ταχύτητα $\vec{u}_\omega(\vec{x}, t)$ είναι δυνατόν να συμπεριληφθεί στον όρο $\nabla\Phi(\vec{x}, t)$ τότε προκύπτει η καθαρά δυναμική θεώρηση του φύλλου στροβιλότητας. Στην δυναμική θεώρηση το φύλλο στροβιλότητας αποτελείται από πλέγματα δινοσωλήνων, δηλαδή δινοπλέγματα, με ένταση μ_w που καθορίζεται από το θεώρημα διατήρησης κυκλοφορίας του Kelvin. Το δυναμικό $\Phi_w(\vec{x}_0, t)$ και η ταχύτητα $\vec{u}_w(\vec{x}_0, t)$ που επάγει το φύλλο στροβιλότητας σε ένα σημείο \vec{x}_0 του χώρου D υπολογίζονται ως εξής:

$$\Phi_w(\vec{x}_0, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \mu_w(\vec{x}_w, t) \frac{\vec{\eta}_w(\vec{x}_w) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x}_w)}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_w|^3} dS_w(\vec{x}_w) \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \vec{u}_w(\vec{x}_0, t) = & \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} [\nabla\mu_w(\vec{x}_w, t) \times \vec{\eta}_w(\vec{x}_w)] \times \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}_w)}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_w|^3} dS_w(\vec{x}_w) \\ & + \frac{1}{4\pi} \oint_{\partial S_w} \mu_w(\vec{x}_w, t) \frac{d\vec{l}_w \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x}_w)}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_w|^3} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Θέτουμε όρο γενικευμένης στροβιλότητας:

$$\vec{\omega}(\vec{x}, t) = \delta_{S_w}(\vec{x} - \vec{x}_w) \cdot [\nabla\mu_w(\vec{x}_w, t) \times \vec{\eta}_w(\vec{x}_w, t)] + \delta_{\partial S_w}(\vec{x} - \vec{x}_w) \cdot \mu_w(\vec{x}_w, t) \cdot \vec{\tau}_w(\vec{x}_w, t)$$

όπου $\vec{\tau}_w(\vec{x}_w, t)$ είναι το εφαπτομενικό μοναδιαίο διάνυσμα στο σύνορο $\partial S_w(t)$ του φύλλου στροβιλότητας και $\delta_{S_w}(\vec{x} - \vec{x}_w)$, $\delta_{\partial S_w}(\vec{x} - \vec{x}_w)$ είναι συναρτήσεις Dirac ορισμένες στην επιφάνεια S_w και στο σύνορο ∂S_w της. Έτσι η έκφραση της ταχύτητας μετατρέπεται σε:

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}_0, t) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\vec{\omega}(\vec{x}, t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dx \quad (1.21)$$

Η εξίσωση που περιγράφει την γενικευμένη στροβιλότητα $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ αποδεικνύει πως αυτή συμπεριφέρεται όπως η χωρική στροβιλότητα και κινηματικά αλλά και δυναμικά.

1.2.2 Ο ΟΜΟΡΡΟΥΣ ΩΣ ΦΥΛΛΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ

Στην περίπτωση μελέτης του πεδίου ροής ασυμπίεστου, μη συνεκτικού ρευστού γύρω από ένα αεροδυναμικό σώμα, ορίζεται το στερεό σύνορο από το οποίο θα εκφεύγει το φύλλο στροβιλότητας που θα περιγράφει τον ομόρρου του. Στην περίπτωση της πτέρυγας το στερεό σύνορο αυτό αποτελεί η ακμή εκφυγής της. Το φύλλο στροβιλότητας εισάγει την ασυνέχεια στην εφαπτομενική ταχύτητα μεταξύ της άνω και κάτω πλευράς του, η οποία είναι υπεύθυνη για την δημιουργία κυκλοφορίας. Σε μια χρονική στιγμή t , στην ακμή εκφυγής μια αεροτομής της πτέρυγας, δημιουργείται ασυνέχεια δυναμικού η οποία παράγει κυκλοφορία ίση με την κυκλοφορία γύρω από την αεροτομή.

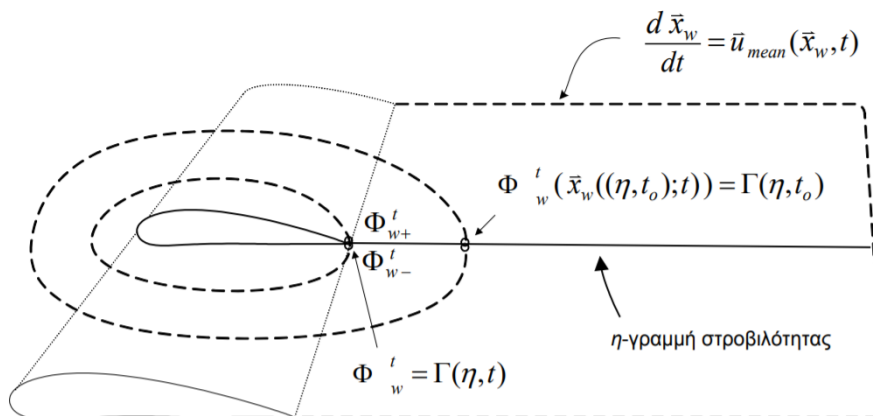
$$[[\Phi_w]]_t = (\Phi_w^+ - \Phi_w^-)|_t = \Gamma_t$$

Η ασυνέχεια δυναμικού $[[\Phi_w]](\vec{x}_w)$ που εμφανίζεται ορίζει την ένταση δινοσωλήνα $\mu_w(\vec{x}_w)$ σημείου \vec{x}_w του φύλλου στροβιλότητας του ομόρρου.

$$\mu_w(\vec{x}_w) = -[[\Phi_w]](\vec{x}_w) = -(\Phi_w^+ - \Phi_w^-)$$

Η θέση του σημείου \vec{x}_w του ομόρρου καθορίζεται από την μέση ταχύτητα μεταξύ των δύο πλευρών του φύλλου στροβιλότητας. Η ταχύτητα αυτή είναι σαφώς εφαπτομενική.

$$\frac{d\vec{x}_w}{dt} = \frac{1}{2} [\vec{u}^+(\vec{x}_w, t) + \vec{u}^-(\vec{x}_w, t)] = \vec{u}_{mean}(\vec{x}_w, t) \quad (1.22)$$



Εικόνα 1.7: Ασυνέχεια δυναμικού ακμής εκφυγής αεροτομής πτέρυγας που εισάγει κυκλοφορία γύρω από αυτή

Το φύλλο στροβιλότητας πρέπει να σχηματίζεται σύμφωνα με δύο συνθήκες, τη συνθήκη Kelvin και τη συνθήκη Kutta. Η συνθήκη Kelvin αφορά την διατήρηση της κυκλοφορίας και συγκεκριμένα ορίζει πως η κυκλοφορία κατά μήκος των αποβαλλόμενων γραμμών στροβιλότητας διατηρείται σταθερή. Η υλική

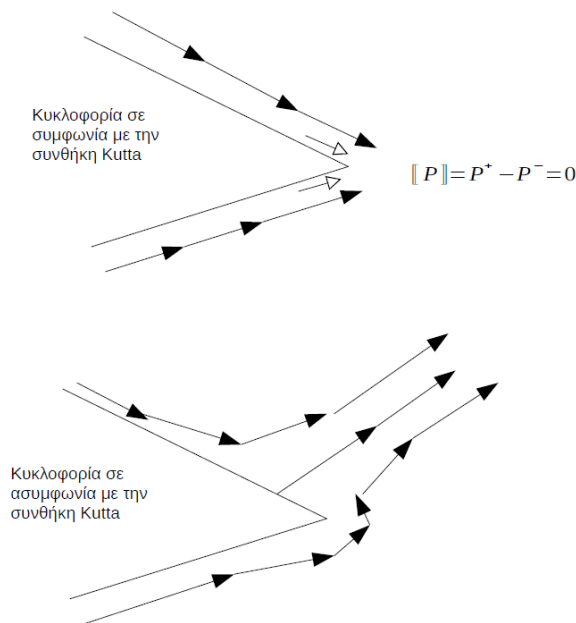
παράγωγος της κυκλοφορίας είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς η ένταση της στροβιλότητας ενός συγκεκριμένου σημείου \vec{x}_w που αποβλήθηκε από την ακμή εκφυγής σε αρχικό χρόνο t_0 θα διατηρείται σταθερή για κάθε χρόνο t καθώς το σημείο κινείται κατά μήκος μιας γραμμής στροβιλότητας, και η ένταση θα είναι ίση με την κυκλοφορία της χρονικής στιγμής t_0 .

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

$$[[\Phi_w]](\vec{x}_w(\eta, t_0), t) = \Gamma(\eta, t_0)$$

Η συνθήκη Kutta διασφαλίζει την ομαλή έξοδο της ροής από την ακμή εκφυγής μέσω της συνέχειας των πιέσεων του ρευστού της πλευράς υπερπίεσης και της πλευράς υποπίεσης.

$$P^+ = P^- \Rightarrow [[P]] = 0$$



Εικόνα 1.8: Γραφική αναπαράσταση της συνθήκης Kutta

Η συνθήκη Kutta αποτελεί τη δυναμική συνθήκη για τον σχηματισμό του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας και βρίσκεται σε συμφωνία με τη συνθήκη Kelvin, καθορίζοντας έτσι και την κυκλοφορία γύρω από την πτέρυγα. Αυτό αποδεικνύεται μέσω της αντικατάστασης της κυκλοφορίας με την ασυνέχεια δυναμικού στο θεώρημα Kelvin.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\nabla \Gamma) = 0$$

$$[[\Phi_w]] = \Gamma \Rightarrow \frac{\partial [[\Phi_w]]}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\nabla [[\Phi_w]]) = 0$$

Και αφού θεωρούμε πως η ταχύτητα είναι η μέση ταχύτητα μεταξύ των δύο πλευρών του φύλλου στροβιλότητας τότε:

$$\frac{\partial [\Phi_w]}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{u}^+ + \vec{u}^-) \cdot [\vec{u}^+ - \vec{u}^-] = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_w^+}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{+2} = \frac{\partial \Phi_w^-}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{-2}$$

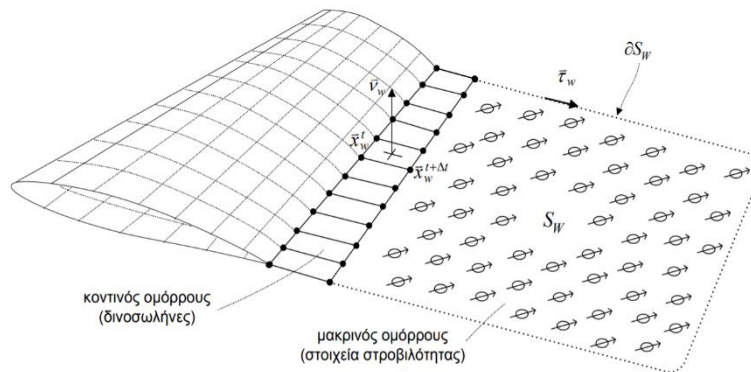
Συνεπώς από Bernoulli:

$$\frac{\partial \Phi_w^+}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{+2} + \frac{p^+}{\rho} = \frac{\partial \Phi_w^-}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{-2} + \frac{p^-}{\rho}$$

$$\Rightarrow [P] = 0$$

1.2.3 ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΟΜΟΡΡΟΥ

Η διακριτοποίηση του ομόρρου γίνεται τόσο χωρικά όσο και χρονικά. Ο ομόρρος του αεροδυναμικού σώματος διακριτοποιείται ως φύλλο στροβιλότητας το οποίο παράγεται σε διακριτά χρονικά διαστήματα. Παράγεται στην ακμή εκφυγής του σώματος και χωρίζεται σε δύο μέρη: τον κοντινό και τον μακρινό ομόρρο.

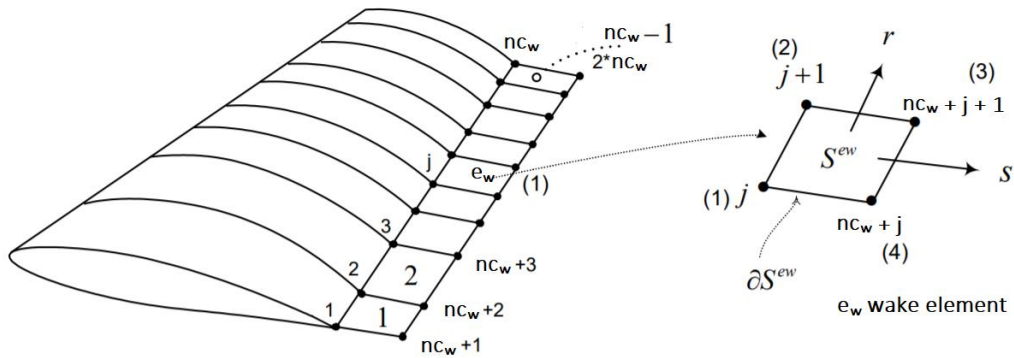


Εικόνα 1.9: Η διακριτοποίηση του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας

ΚΟΝΤΙΝΟΣ ΟΜΟΡΡΟΣ

Ονομάζεται κοντινός διότι είναι το τμήμα του ομόρρου που παράγεται στην ακμή εκφυγής του σώματος. Αποτελείται, σύμφωνα με τη δυναμική θεώρηση φύλλου στροβιλότητας, από τετράπλευρα δινοπλέγματα τα οποία δημιουργούν επιφανειακή στροβιλότητα με ένταση που προκύπτει βάσει του θεωρήματος διατήρησης της κυκλοφορίας Kelvin. Η διακριτοποίηση του ομόρρου αντιστοιχεί στην ακτινική διακριτοποίηση του αεροδυναμικού σώματος.

Το θεώρημα Kelvin, για την ικανοποίησή του, επιβάλλει πως τα δινοπλέγματα, που αποτελούν τον κοντινό ομόρρο, είναι προέκταση της ακμής εκφυγής του σώματος, έχοντας μια πλευρά κοινή με αυτό. Ένα δινοπλέγμα λοιπόν, θα αποτελείται από τους κόμβους που συμπίπτουν με αυτούς της ακμής εκφυγής του σώματος και αυτούς που προκύπτουν λόγω της μεταφοράς τους με την μέση ταχύτητα των πλευρών του φύλλου στροβιλότητας. Δημιουργούνται έτσι $\mathbf{nc}_w - \mathbf{1}$ αριθμός δινοπλεγμάτων, όπου \mathbf{nc}_w είναι ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος στην ακμή εκφυγής κατά την κατεύθυνση \mathbf{r} , δηλαδή κατά το εκπέτασμα, του αεροδυναμικού σώματος. Έτσι τα $\mathbf{nc}_w - \mathbf{1}$ δινοπλέγματα ορίζονται από πλήθος $2\mathbf{nc}_w$ κόμβων.



Εικόνα 1.10: Η διακριτοποίηση του κοντινού ομόρρου

Τα $nc_w - 1$ δινοπλέγματα του κοντινού ομόρρου ονομάζονται επιφανειακά στοιχεία (wake elements e_w) και η αρίθμηση των κόμβων που τα αποτελούν γίνεται κατά σύμβαση δεξιόστροφα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.10. Για κάθε στοιχείο κατασκευάζεται πίνακας **NEWAKE**(K, n) στον οποίο γίνεται αντιστοίχιση της τοπικής αρίθμησης των κόμβων του με την γενική τους αρίθμηση. Ο δείκτης $K = 1, 4$ υποδεικνύει την αρίθμηση των κόμβων στο τοπικό σύστημα και ο δείκτης n τον αριθμό του επιφανειακού στοιχείου στο οποίο αναφερόμαστε.

$$K = 1 \rightarrow \mathbf{NEWAKE}(1, e_w) = e_w$$

$$K = 2 \rightarrow \mathbf{NEWAKE}(2, e_w) = e_w + 1$$

$$K = 3 \rightarrow \mathbf{NEWAKE}(3, e_w) = \mathbf{NEWAKE}(2, e_w) + nc_w$$

$$K = 4 \rightarrow \mathbf{NEWAKE}(4, e_w) = \mathbf{NEWAKE}(1, e_w) + nc_w$$

Η χωρική εξέλιξη του κοντινού ομόρρου καθορίζεται, με βάση τη μέση ταχύτητα $\vec{u}_m(\vec{x}_w, t)$ όπως υπολογίστηκε σύμφωνα με την εξίσωση (1.22), από την πιο κάτω κινηματική εξίσωση:

$$\frac{d\vec{x}_w}{dt} = \vec{u}_m(\vec{x}_w, t) \Rightarrow \vec{x}_w^{t+\Delta t} = \vec{x}_w^t + \vec{u}_m(\vec{x}_w, t) \cdot \Delta t \quad (1.23)$$

Η εφαρμογή της πιο πάνω εξίσωσης οδηγεί στην δημιουργία επιφανειακής διανομής στροβιλότητας μέσω δινοσωλήνων που ορίζουν έτσι τα τετράπλευρα στοιχεία τα οποία σχηματίζουν την γεωμετρία του κοντινού ομόρρου. Για να διασφαλίζεται η ευστάθεια της αριθμητικής επίλυσης του ομόρρου, πρέπει να δίνεται προσοχή στην επιλογή του μήκους των δινοπλεγμάτων, το οποίο ελέγχεται μέσω της κατάλληλης επιλογής χρονικού βήματος Δt .

Η ταχύτητα $\vec{u}_w(\vec{x}_0, t)$ και το δυναμικό $\Phi_w(\vec{x}_0, t)$ που επάγεται σε σημείο \vec{x}_0 από στοιχείο του κοντινού ομόρρου υπολογίζονται από την εξίσωση (1.20). Κάθε χρονικό διάστημα, από την ακμή εκφυγής του αεροδυναμικού σώματος, παράγεται νέο πλέγμα δινοπλεγμάτων. Οι εντάσεις διπόλων κάθε νέου δινοπλέγματος υπολογίζονται με βάση τις συνθήκες Kelvin και Kutta και διατηρούνται στον χρόνο.

ΜΑΚΡΙΝΟΣ ΟΜΟΡΡΟΣ

Το υπόλοιπο τμήμα του φύλλου στροβιλότητας του ομόρρου σχηματίζεται μέσω της κατανομής στοιχείων στροβιλότητας (vortex particles). Ο κοντινός ομόρρος μεταφέρεται στον μακρινό ομόρρο, μετατρέποντας τα επιφανειακά στοιχεία σε στοιχεία στροβιλότητας, μετά από κάποια χρονικά διαστήματα τα οποία καθορίζονται εκ των προτέρων. Η αλλαγή σε στοιχεία στροβιλότητας γίνεται λόγω της μεγαλύτερης ελευθερίας που έχουν στην κίνησή τους στον χώρο, με αποτέλεσμα να γίνεται καλύτερη διαχείριση της τρισδιάστατης δομής του ομόρρου. Με την μεταφορά στο μακρινό ομόρρο,

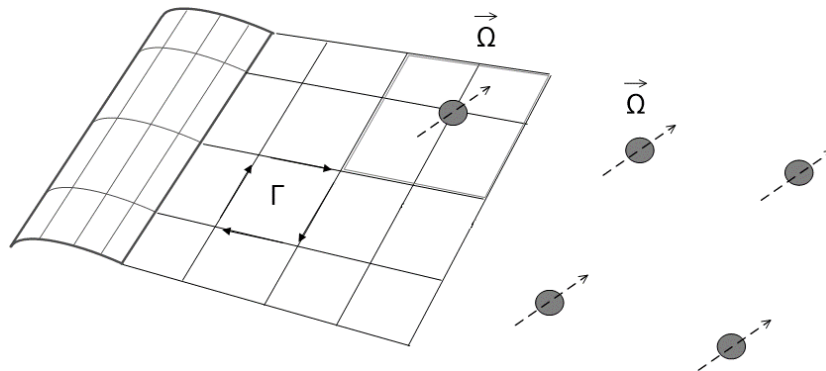
ο υπολογισμός της ταχύτητας των στοιχείων στροβιλότητας επιβάλλεται από τον άμεσο υπολογισμό της πάνω στους κόμβους και όχι από τον έμμεσο υπολογισμό της μέσης ταχύτητας των δύο πλευρών των επιφανειακών στοιχείων.

Τα στοιχεία στροβιλότητας μπορούν να κατανεμηθούν στις θέσεις των κόμβων που σχηματίζουν τον κοντινό ομόρρου, όμως υπάρχει επίσης η δυνατότητα να συμπυκνθούν σε ένα στοιχείο στροβιλότητας πολλαπλά δινοπλέγματα. Αυτό που γίνεται, είναι η μετατροπή επιφανειακής στροβιλότητας, η οποία εισάγεται από τα δινοπλέγματα, σε χωρική στροβιλότητα.

Η μετατροπή γίνεται για στοιχεία του κοντινού ομόρρου τα οποία έχουν γνωστές κατανομές διπόλων. Συνεπώς, εάν $\mu_{ew}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ είναι η διανομή διπόλων σε στοιχείο ew του κοντινού ομόρρου στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων, τότε η ένταση $\vec{\Omega}_{ew}$ της ισοδύναμης χωρικής στροβιλότητας ισούται με:

$$\vec{\Omega}_{ew} = \int_{s^{ew}} [\nabla_{sr} \mu_{ew}(\mathbf{s}, \mathbf{r}) \times \vec{\eta}^{ew}] ds dr + \oint_{\partial s^{ew}} \mu_{ew}(\mathbf{s}, \mathbf{r}) d\vec{l} \quad (1.24)$$

Ο συμβολισμός ∇_{sr} υποδεικνύει την παραγωγή ως προς την τοπική βάση. Για την μετατροπή δινοπλέγματος, είτε αποτελείται από πολλά στοιχεία είτε μόνο από ένα, παράγονται δύο στοιχεία χωρικής στροβιλότητας. Το ένα στοιχείο συγκεντρώνει την επιφανειακή στροβιλότητα του πλέγματος και το άλλο συγκεντρώνει την στροβιλότητα του επικαμπύλιου όρου. Λόγω του ότι θεωρούμε πως στον ομόρρου η κατανομή διπόλων σε ένα δινοπλέγμα διατηρείται σταθερή τότε η επιφανειακή στροβιλότητα του στοιχείου απαλείφεται και έτσι παραμένει μόνο το στοιχείο χωρικής στροβιλότητας που συγκεντρώνει τον επικαμπύλιο όρο.

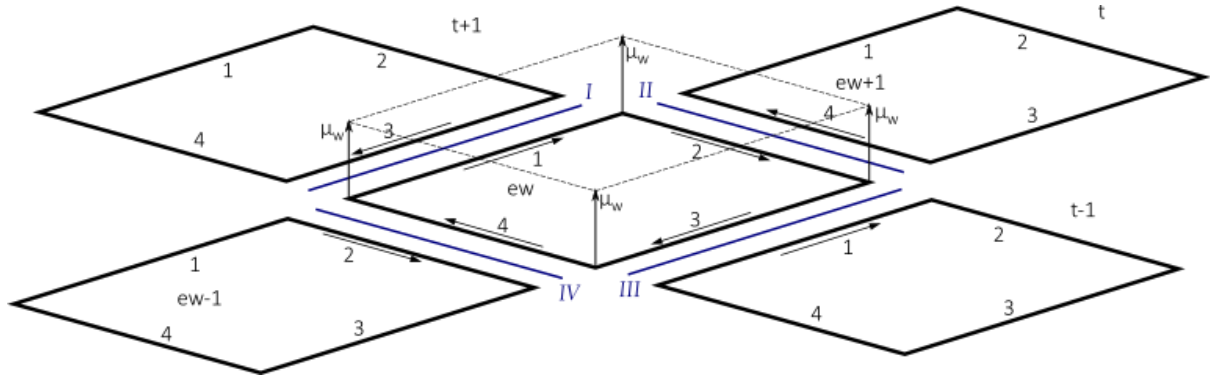


Εικόνα 1.11: Μετατροπή δινοπλεγμάτων σε στοιχεία στροβιλότητας

Θεωρούμε, λοιπόν, πως κάθε πλευρά \mathbf{K} του στοιχείου επιφανειακής στροβιλότητας ew έχει σταθερή τιμή έντασης διπόλου μ_w κατά το μήκος της $\vec{l}_K = l_K \cdot \vec{t}_K$, όπου \vec{t}_K είναι τα μοναδιαία διανύσματα της κάθε πλευράς. Ο όρος που συγκεντρώνει την στροβιλότητα του επικαμπύλιου όρου υπολογίζεται ως:

$$\oint_{\partial s^{ew}} \mu_{ew}(\mathbf{s}, \mathbf{r}) d\vec{l} = \sum_{K=1}^4 \mu_w \cdot \vec{l}_K = \sum_{K=1}^4 \mu_w \cdot l_K \cdot \vec{t}_K \quad (1.25)$$

Λόγω του ότι έχουμε θέσει πως η ένταση μ_w είναι η ίδια σε όλες τις πλευρές, το πιο πάνω άθροισμα θα είναι ίσο με μηδέν. Συνεπώς η μετατροπή της επιφανειακής στροβιλότητας σε χωρική θα απαλείφει την υπάρχουσα στροβιλότητα. Αυτό είναι λάθος και για να διορθωθεί, αντί να αθροίζονται οι όροι κάθε πλευράς του στοιχείου ew , αθροίζονται οι γειτονικοί όροι των πλευρών των στοιχείων του δινοπλέγματος. Τα αθροίσματα των διανυσμάτων $\mu_w \cdot l_K \cdot \vec{t}_K$ χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί η στροβιλότητα του χωρικού στοιχείου.



Εικόνα 1.12: Διάταξη στοιχείων επιφανειακής στροβιλότητας που χρησιμοποιούνται για μετατροπή σε χωρικό στοιχείο στροβιλότητας

Με βάση την πιο πάνω εικόνα, μετατρέπεται το στοιχείο επιφανειακής στροβιλότητας ew σε στοιχείο χωρικής στροβιλότητας ως εξής:

Σε κάθε μια από τις πλευρές του στοιχείου ew , υπολογίζεται το άθροισμα στροβιλότητας της πλευράς του στοιχείου και της γειτονικής πλευράς του γειτονικού στοιχείου.

$$\begin{aligned}
 \vec{\Omega}_I &= (\mu_w \cdot \mathbf{l}_1 \cdot \vec{\tau}_1)|_{ew}^t + (\mu_w \cdot \mathbf{l}_3 \cdot \vec{\tau}_3)|_{ew}^{t+1} \\
 \vec{\Omega}_{II} &= (\mu_w \cdot \mathbf{l}_2 \cdot \vec{\tau}_2)|_{ew}^t + (\mu_w \cdot \mathbf{l}_4 \cdot \vec{\tau}_4)|_{ew+1}^t \\
 \vec{\Omega}_{III} &= (\mu_w \cdot \mathbf{l}_3 \cdot \vec{\tau}_3)|_{ew}^t + (\mu_w \cdot \mathbf{l}_1 \cdot \vec{\tau}_1)|_{ew-1}^{t-1} \\
 \vec{\Omega}_{IV} &= (\mu_w \cdot \mathbf{l}_4 \cdot \vec{\tau}_4)|_{ew}^t + (\mu_w \cdot \mathbf{l}_2 \cdot \vec{\tau}_2)|_{ew-1}^t
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

Ο δείκτης t αφορά την χρονική διακριτοποίηση και ο δείκτης ew την χωρική. Αφού υπολογιστούν τα αθροίσματα στροβιλότητας των γειτονικών πλευρών, τότε λαμβάνεται το μισό της στροβιλότητας κάθε αθροίσματος για να σχηματιστεί η στροβιλότητα του χωρικού σημείου στροβιλότητας.

$$\vec{\Omega}_{ew} = \oint_{\partial S^{ew}} \mu^{ew}(s, r) d\vec{l} = \sum_{M=I}^{IV} \frac{\vec{\Omega}_M}{2} \tag{1.27}$$

Η στροβιλότητα $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ και η ταχύτητα $\vec{u}_w(\vec{x}, t)$ που επάγει το κάθε χωρικό στοιχείο στροβιλότητας $\vec{\Omega}_j$, όπου $j = 1, \dots, K(t)$ ο δείκτης του πλήθους $K(t)$ των χωρικών στοιχείων στροβιλότητας που μεταβάλλεται με τον χρόνο, υπολογίζονται ως εξής:

$$\vec{\omega}(\vec{x}, t) = \sum_{j=1}^{K(t)} \vec{\Omega}_j(t) \cdot \zeta_\varepsilon(|\vec{x} - \vec{x}_j(t)|) \tag{1.28}$$

$$\vec{u}_w(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{K(t)} \frac{\vec{\Omega}_j(t) \times (\vec{x} - \vec{x}_j(t))}{|\vec{x} - \vec{x}_j(t)|^3} f_\varepsilon(|\vec{x} - \vec{x}_j(t)|) \tag{1.29}$$

Λόγω του ότι το πεδίο ταχύτητας παρουσιάζει ιδιομορφία όταν το σημείο υπολογισμού είναι πολύ κοντά σε στοιχείο στροβιλότητας $\vec{x} \rightarrow \vec{x}_j$, εισάγονται κατάλληλες συναρτήσεις αποκοπής $f_\varepsilon(|\vec{x} -$

$\vec{x}_j(\mathbf{t})|)$ και $\zeta_\varepsilon(|\vec{x} - \vec{x}_j(\mathbf{t})|)$. Οι συναρτήσεις αυτές ομαλοποιούν την κατανομή της ταχύτητας σε μια περιοχή ακτίνας ε γύρω από το χωρικό στοιχείο στροβιλότητας με θέση \vec{x}_j . Η συνάρτηση $f_\varepsilon(\mathbf{r})$ πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες:

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow \infty} f_\varepsilon(\mathbf{r}) &= \mathbf{1} \\ \lim_{r \rightarrow 0} f_\varepsilon(\mathbf{r}) &= \mathbf{0}\end{aligned}$$

και συνδέεται με την συνάρτηση $\zeta_\varepsilon(\mathbf{r})$ μέσω της σχέσης:

$$\zeta_\varepsilon(\mathbf{r}) = \frac{f'_\varepsilon(\mathbf{r})}{4\pi r^2}$$

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

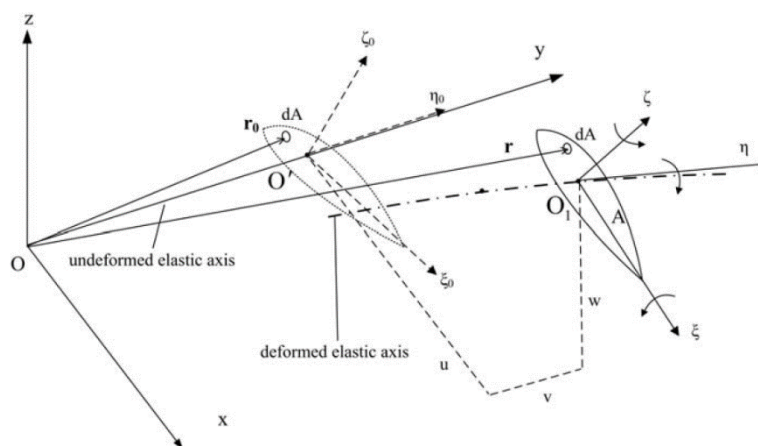
Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση της ελαστικής συμπεριφοράς τμημάτων αεροδυναμικών σωμάτων είναι αυτή της μονοδιάστατης προσέγγισης της δομικής μέσω δοκών (beam theory). Γίνεται διαχωρισμός των σωμάτων στα βασικά στοιχεία από τα οποία αποτελούνται και έπειτα αυτά τα στοιχεία χωρίζονται σε διακριτά τμήματα που μοντελοποιούνται μέσω δοκών. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιήθηκε και για την προσέγγιση της δομικής συμπεριφοράς των σωμάτων που μελετώνται και στην παρούσα εργασία. Βασικό μειονέκτημα είναι ότι η μέθοδος αυτή περιορίζεται σε σώματα των οποίων δύο από τις τρεις διαστάσεις τους είναι αρκετά μικρότερες από την τρίτη, όπως για παράδειγμα μια δοκός. Έτσι προκύπτει η μονοδιάστατη φύση του προβλήματος, η οποία σχηματίζεται μέσω της τρίτης διάστασης του σώματος. Η μέθοδος επίσης χρησιμοποιεί την θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση των δυνάμεων και των παραμορφώσεων των τμημάτων.

Σε ένα δυναμικό μηχανικό σύστημα, η αλληλεπίδραση μεταξύ των στοιχείων ορίζεται κινηματικά και δυναμικά. Δηλαδή, η κινηματική των τμημάτων αφορά τις παραμορφώσεις και τις περιστροφές τους ενώ η δυναμική τους αφορά την περιγραφή της μεταφοράς φορτίων (δυνάμεων και ροπών αντιδράσεων). Στο σύστημα ορίζονται περιορισμοί τόσο για την κινηματική όσο και για την δυναμική οι οποίοι αντιστοιχούν σε συνθήκες συνδεσμολογίας των σωμάτων που εξάγονται τόσο από την φυσική του συστήματος όσο και από τις υπολογιστικές απαιτήσεις. Στην σύνδεση πολλών σωμάτων, ένα σώμα είναι αυτό που ορίζει την κινηματική και τα υπόλοιπα προσδίδουν φορτία.

2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΩΝ ΔΟΚΩΝ

2.1.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΔΟΚΩΝ

Θεωρείται καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ μιας δοκού, του οποίου ο άξονας y είναι ευθυγραμμισμένος με τον άξονα της δοκού. Οι άξονες x και z ορίζουν το επίπεδο που είναι κάθετο στην απαραμόρφωτη δοκό, καθορίζοντας τις δύο κατευθύνσεις κάμψης της δοκού. Θεωρείται επίσης τοπικό σύστημα συντεταγμένων $O'\xi_0\eta_0\zeta_0$ σε κάποια απαραμόρφωτη τομή της δοκού όπου τα ξ_0 και ζ_0 είναι στραμμένα ως προς τον καρτεσιανό άξονα y . Τέλος, το τοπικό σύστημα συντεταγμένων $O_1\xi\eta\zeta$ ορίζει την παραμορφωμένη τομή της δοκού.



Εικόνα 2.1: Απεικόνιση συστημάτων συντεταγμένων κινηματικής δοκού.

Η ανάλυση που ακολουθεί βασίζεται στην θεωρία δοκού Euler-Bernoulli η οποία ορίζει πως η κάθε διατομή κατά μήκος της δοκού μπορεί να μετακινείται και να περιστρέφεται ομοιόμορφα υπό την επίρεια εξωτερικών καμπτικών, αξονικών και στρεπτικών φορτίων. Κάθε διατομή πρέπει να

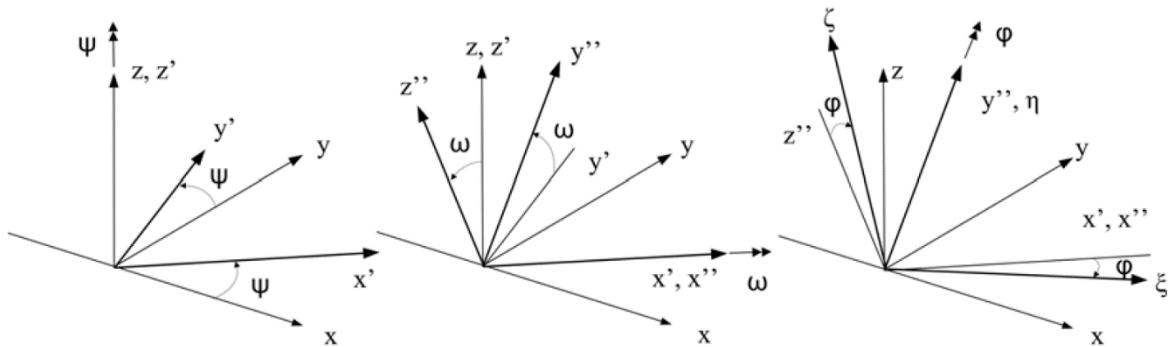
παραμένει επίπεδη και απαραμόρφωτη. Είναι μια λογική θεώρηση, δεδομένου του ότι τα σώματα έχουν μικρή διατομή σε σχέση με την επιμήκη τους διάσταση. Επίσης οι διατομές περιστρέφονται με τέτοιο τρόπο ώστε να παραμένουν πάντοτε κάθετες στον παραμορφωμένο επιμήκη άξονα. Έτσι, μετατοπίσεις της διατομής προκύπτουν μόνο από την κάμψη του σώματος και παραμορφώσεις λόγω διάτμησης αμελούνται.

Το διάνυσμα \mathbf{r} οποιουδήποτε σημείου της παραμορφωμένης δοκού ορίζεται ως:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} + \mathbf{E} \cdot \begin{bmatrix} \xi \\ 0 \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

όπου \mathbf{u} , \mathbf{w} είναι οι παραμορφώσεις λόγω κάμψης κατά τους καρτεσιανούς άξονες \mathbf{x} και \mathbf{z} αντίστοιχα και \mathbf{v} είναι η αξονική μετατόπιση της διατομής κατά τον άξονα \mathbf{y} . Ο πίνακας \mathbf{E} αποτελεί την μήτρα μεταφοράς από το τοπικό σύστημα συντεταγμένων της παραμορφωμένης διατομής $\mathbf{O}_1\xi\eta\zeta$ στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{O}xyz$. Με βάση τις γωνίες φ , ψ και ω που φαίνονται στην Εικόνα 2.2, ο πίνακας \mathbf{E} παίρνει την πιο κάτω μορφή:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$



Εικόνα 2.2: Γωνίες μήτρας μεταφοράς διατομής από τοπικές σε καρτεσιανές συντεταγμένες

Οι γωνίες ψ και ω συνδέονται με τις παραμορφώσεις \mathbf{u} και \mathbf{w} άμεσα ενώ η γωνία φ αντιπροσωπεύει την παραμόρφωση λόγω στρέψης της διατομής. Οι γωνίες αυτές, για ένα στοιχειώδες τμήμα της παραμορφωμένης δοκού $d\mathbf{r}$, μπορούν να εκφραστούν ως συναρτήσεις των μετατοπίσεων λόγω κάμψης ως εξής:

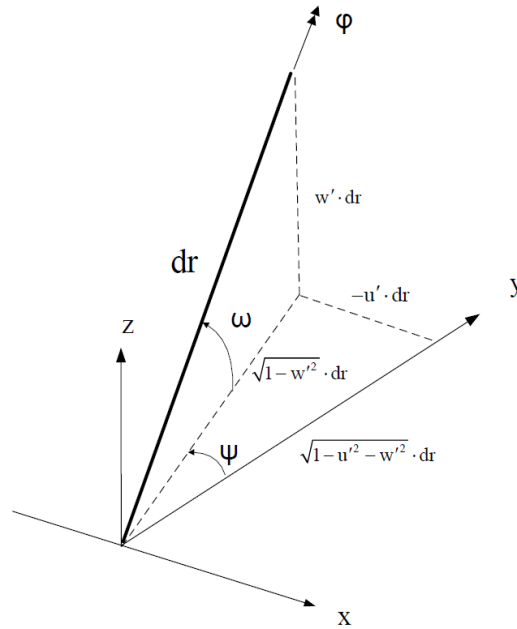
$$\cos\omega = \sqrt{1 - \mathbf{w}'^2}, \quad \sin\omega = \mathbf{w}', \quad \cos\psi = \frac{\sqrt{1 - \mathbf{u}'^2 - \mathbf{w}'^2}}{\sqrt{1 - \mathbf{w}'^2}}, \quad \sin\psi = \frac{-\mathbf{u}'}{\sqrt{1 - \mathbf{w}'^2}}$$

Διατηρώντας μόνο τους όρους δευτέρας τάξεως για την έκφραση των γωνιών ως συναρτήσεις των μετατοπίσεων \mathbf{u} και \mathbf{w} , η μήτρας μεταφοράς \mathbf{E} γράφεται με την παρακάτω μορφή:

$$E = \begin{bmatrix} \cos(\theta_t + \hat{\theta} - u'w') \cdot \left(1 - \frac{u'^2}{2}\right) & u' & \sin(\theta_t + \hat{\theta} - u'w') \cdot \left(1 - \frac{u'^2}{2}\right) \\ -u' \cos(\theta_t + \hat{\theta}) + w' \sin(\theta_t + \hat{\theta}) & 1 - \frac{u'^2}{2} - \frac{w'^2}{2} & -u' \cos(\theta_t + \hat{\theta}) - w' \sin(\theta_t + \hat{\theta}) \\ -\sin(\theta_t + \hat{\theta}) \cdot \left(1 - \frac{u'^2}{2}\right) & w' & \cos(\theta_t + \hat{\theta}) \cdot \left(1 - \frac{u'^2}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Στην πιο πάνω μορφή της μήτρας μεταφοράς, οι όροι οι οποίοι έχουν τον συμβολισμό \mathbf{u}' , δηλαδή έχουν απόστροφο, είναι χωρικές παράγωγοι ως προς την θέση \mathbf{y} κατά το μήκος της δοκού. Η γωνία θ_t είναι η τοπική προϋπάρχουσα συστροφή της διατομής, η θ είναι η συστροφή λόγω στρέψης ως προς τον καρτεσιανό άξονα \mathbf{y} και η $\hat{\theta}$ είναι η τοπική συστροφή λόγω στρέψης ως προς τον τοπικό παραμορφωμένο άξονα $\boldsymbol{\eta}$, έτσι ώστε $\boldsymbol{\varphi} = \hat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\theta}_t$.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} + \int_0^y \mathbf{u}' w' dy$$



Εικόνα 2.3: Οι γωνίες στρώσης των αξόνων ως συναρτήσεις των μετατοπίσεων

Εάν αμεληθούν οι όροι δευτέρας τάξεως, τότε ο πίνακας E απλοποιείται σημαντικά.

$$E = \begin{bmatrix} \cos\theta_t - \sin\theta_t \cdot \theta & u' & \sin\theta_t + \cos\theta_t \cdot \theta \\ -u' \cos\theta_t + w' \sin\theta_t & 1 & -u' \sin\theta_t - w' \cos\theta_t \\ -\sin\theta_t - \cos\theta_t \cdot \theta & w' & \cos\theta_t - \sin\theta_t \cdot \theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Θεωρώντας ότι τα τοπικά συστήματα αξόνων της μη παραμορφωμένης διατομής $\mathbf{O}'\xi_0\eta_0\zeta_0$ και της παραμορφωμένης διατομής $\mathbf{O}_1\xi\eta\zeta$ δεν συμπίπτουν με τους πρωτεύοντες άξονες της διατομής, δηλαδή δεν στρέφονται μαζί με την γωνία προϋπάρχουσας συστρώσης, το διάνυσμα θέσης \mathbf{r} της διατομής έχει την παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & u' & \theta \\ -u' & 1 & -w' \\ -\theta & w' & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}' \\ \mathbf{v}' \\ \mathbf{w}' \\ \boldsymbol{\theta}' \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$= \mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u} + \mathbf{S}^1 \cdot \mathbf{u}'$$

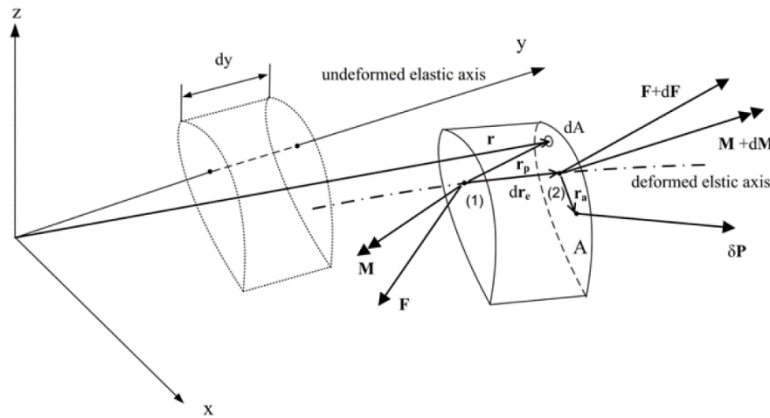
Το διάνυσμα \mathbf{r}_0 αποτελεί το διάνυσμα θέσης ενός σημείου πάνω στη μη παραμορφωμένη διατομή της δοκού και \mathbf{u} είναι το πεδίο παραμόρφωσης που περιλαμβάνει όλους τους ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας μετατόπισης και περιστροφής. Σημειώνεται ότι στα πλαίσια της θεωρίας δοκών Euler-Bernoulli και για την ανάλυση που γίνεται με όρους πρώτης τάξεως, οι δύο γωνίες που προκαλούν κάμψη της δοκού είναι ίσες με τις χωρικές παράγωγους των μετατοπίσεων.

$$\boldsymbol{\psi} = -\mathbf{u}', \quad \boldsymbol{\omega} = \mathbf{w}'$$

Αναφέρεται ότι η σύμφωνα με την ανάλυση της χρήσης όρων πρώτης τάξεως, το διάνυσμα θέση ενός τυχαίου σημείου της παραμορφωμένης διατομής εξαρτάται γραμμικά από το πεδίο μετατοπίσεων.

2.1.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΔΟΚΩΝ

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση της κινηματικής δοκού, είναι δυνατό να σχηματιστούν οι εξισώσεις ισορροπίας της. Θεωρείται στοιχειώδες τμήμα της δοκού με διατομή A και μήκος dy . Η μάζα του απειροελάχιστου στοιχείου dA της διατομής υπολογίζεται από $dm = \rho dA$ όπου ρ είναι η τοπική πυκνότητα του υλικού της διατομής.



Εικόνα 2.4: Αναπαράσταση στοιχειώδους τμήματος δοκού

Επίσης, θεωρούνται τα διανύσματα: $\delta \mathbf{P} = [\delta P_x, \delta P_y, \delta P_z]^T$ που περιέχει τις εξωτερικές δυνάμεις ανά μονάδα μήκους που ασκούνται στο τμήμα, $\delta \mathbf{F} = [\delta F_x, \delta F_y, \delta F_z]^T$ διάνυσμα με τις εσωτερικές ελαστικές δυνάμεις αντίδρασης, $\mathbf{g} = [g_x, g_y, g_z]^T$ η επιτάχυνση της βαρύτητας, και $\mathbf{p}^i = [p_x^i, p_y^i, p_z^i]^T$ και $\mathbf{p}^e = [p_x^e, p_y^e, p_z^e]^T$ τα διανύσματα των συνολικών αδρανειακών και εξωτερικών δυνάμεων. Συνεπώς η εξίσωση ισορροπίας των δυνάμεων ως προς το τοπικό σύστημα αξόνων $Oxyz$ είναι η:

$$\underbrace{\left(\int_A \boldsymbol{\rho} \cdot dA \cdot \mathbf{r} \right) dy}_{\mathbf{p}^i \cdot dy} = d\mathbf{F} + \underbrace{\left(\int_A \boldsymbol{\rho} \cdot dA \cdot \mathbf{g} \right) dy + \delta \mathbf{P} dy}_{\mathbf{p}^e \cdot dy} \quad (2.6)$$

Ομοίως, η εξίσωση ισορροπίας ροπών ως προς το σημείο αναφοράς **(1)**, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.4, για το στοιχειώδες τμήμα σχηματίζεται ως:

$$\underbrace{\left(\int_A \rho \cdot dA \cdot \mathbf{r}_p \times \mathbf{r} \right) dy}_{\mathbf{q}^i \cdot dy} = d\mathbf{M} + d\mathbf{r}_e \times (\mathbf{F} + d\mathbf{F}) + \underbrace{\left(\int_A \rho \cdot dA \cdot \mathbf{r}_p \times \mathbf{g} \right) dy + \mathbf{r}_a \times \delta P dy}_{\mathbf{q}^e \cdot dy} \quad (2.7)$$

Σε αυτή την εξίσωση, $\mathbf{F} + d\mathbf{F}$ είναι το διάνυσμα της συνισταμένης ελαστικής δύναμης στο σημείο αναφοράς **(2)**, $d\mathbf{M} = [dM_x, dM_y, dM_z]^T$ είναι η ολική ροπή του τμήματος και $\mathbf{q}^i = [q_x^i, q_y^i, q_z^i]^T$ και $\mathbf{q}^e = [q_x^e, q_y^e, q_z^e]^T$ είναι οι αδρανειακή και η εξωτερική ροπή αντίστοιχα, που ασκούνται στο τμήμα. Το διάνυσμα \mathbf{r}_a είναι το τοπικό διάνυσμα θέσης του κέντρου των εξωτερικών δυνάμεων, ως προς τον παραμορφωμένο ελαστικό άξονα του τμήματος. Επίσης ορίζονται τα $\mathbf{r}_p = \mathbf{r} - \mathbf{r}_e$ και $d\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_e^{(1)} - \mathbf{r}_e^{(2)}$, όπου \mathbf{r}_e είναι το διάνυσμα θέσης ενός σημείου στον παραμορφωμένο ελαστικό άξονα του τμήματος και οι δείκτες **(1)** και **(2)** υποδεικνύουν την αρχή και το τέλος του στοιχειώδους τμήματος $d\mathbf{y}$. Το διάνυσμα \mathbf{r}_e δίνεται ως:

$$\mathbf{r}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Οι εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών αναλύονται σε συνιστώσες ως προς τους μη παραμορφωμένους άξονες \mathbf{x} , \mathbf{y} και \mathbf{z} . Οι εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} p_x^i &= F'_x + p_x^e \\ p_y^i &= F'_y + p_y^e \\ p_z^i &= F'_z + p_z^e \end{aligned} \quad (2.9)$$

Και οι εξισώσεις ροπών παίρνουν την μορφή:

$$\begin{aligned} q_x^i &= M'_x + F_z - F_y w' + q_x^e \\ q_y^i &= M'_y + F_y u' - F_x w' + q_y^e \\ q_z^i &= M'_z + F_x - F_y u' + q_z^e \end{aligned} \quad (2.10)$$

Λόγω του ότι αμελούνται τα διατμητικά φορτία, υπό την παραδοχή ότι η δοκός έχει μεγάλη ακαμψία στην διάτμηση και έτσι οι παραμορφώσεις λόγω διάτμησης είναι αμελητέες, η διατομή της δοκού θεωρείται ότι παραμένει κάθετη στον παραμορφωμένο ελαστικό άξονα. Συνεπώς οι περιστροφές $\boldsymbol{\omega}$ και $\boldsymbol{\psi}$ λόγω κάμψης γύρω από τους άξονες \mathbf{x} και \mathbf{z} είναι εξαρτημένες μεταβλητές της ανάλυσης. Έτσι οι εξισώσεις των ροπών q_x^i και q_z^i χρησιμοποιούνται για την απαλοιφή των χωρικών παραγώγων των εσωτερικών διατμητικών δυνάμεων F'_x και F'_z από τις εξισώσεις ισορροπίας των δυνάμεων p_x^i και p_z^i . Συνεπώς, οι έξι εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών μπορούν να μειωθούν στις τέσσερις εκφράσεις χρησιμοποιώντας τις ανεξάρτητες μετατοπίσεις \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} και $\boldsymbol{\theta}$ ως προς το μη παραμορφωμένο σύστημα αξόνων.

Δύναμη κατά \mathbf{x} :

$$p_x^i + (q_z^i)' = M_z'' + (F_y u')' + p_x^e + (q_z^e)' \quad (2.11)$$

Δύναμη κατά y :

$$p_y^i = F_y' + p_y^e \quad (2.12)$$

Δύναμη κατά z :

$$p_z^i - (q_x^i)' = -M_x'' + (F_y w')' + p_z^e - (q_x^e)' \quad (2.13)$$

Ροπή κατά y :

$$q_y^i + q_x^i u' + q_z^i w' = M_y' + M_x u' + M_z w' + q_y^e + q_x^e u' + q_z^e w' \quad (2.14)$$

Για να ολοκληρωθεί ο σχηματισμός του πιο πάνω συστήματος εξισώσεων απαιτούνται οι εκφράσεις των συνισταμένων εσωτερικών δυνάμεων ως συναρτήσεις των άγνωστων μετατοπίσεων. Τα εσωτερικά φορτία λαμβάνονται από την ολοκλήρωση των τάσεων ως προς την επιφάνεια της διατομής A . Οι τάσεις αυτές είναι συνδεδεμένες με τις παραμορφώσεις άρα, μέσω του νόμου ελαστικότητας του Hooke, και με τις μετατοπίσεις.

Οι παραμορφώσεις ϵ με βάση τον ορισμό του Green είναι:

$$dr^T \cdot dr - dr_0^T \cdot dr_0 = 2 \cdot [dx \quad dy \quad dz] \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Επιπλέον, υπό την υπόθεση ομογενούς και ισότροπου υλικού, ο νόμος του Hooke παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy} \\ \sigma_{yx} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yx} \\ \epsilon_{yz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Από τον ορισμό των παραμορφώσεων ϵ του Green εξαγονται οι εκφράσεις για τις μετατοπίσεις. Με την διατήρηση μόνο των όρων πρώτης τάξεως σχηματίζονται οι παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \epsilon_{yy} &= v' - x \cdot u'' - z \cdot w'' \\ \epsilon_{yx} &= \frac{1}{2} z \cdot \theta' \\ \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} x \cdot \theta' \end{aligned} \quad (2.17)$$

Έτσι ορίζονται οι σχέσεις μεταξύ τάσεων και μετατοπίσεων. Οι συνισταμένες δυνάμεις και ροπές, ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του παραμορφωμένου άξονα, ορίζονται από την ολοκλήρωση των ορθών και διατμητικών τάσεων κατά την επιφάνεια της διατομής.

Αξονική δύναμη:

$$F_y = - \int_A \sigma_{yy} dA = EA \cdot v' - EA_z \cdot u'' - EA_x \cdot w'' \quad (2.18)$$

Καμπτική ροπή κατά x :

$$M_x = - \int_A z \cdot \sigma_{yy} dA = EI_{xz} \cdot u'' + EI_{xx} \cdot w'' - EA_x \cdot v' \quad (2.19)$$

Καμπτική ροπή κατά \mathbf{z} :

$$\mathbf{M}_z = \int_A \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{yy} dA = -EI_{zz} \cdot \mathbf{u}'' - EI_{xz} \cdot \mathbf{w}'' + EA_z \cdot \mathbf{v}' \quad (2.20)$$

Στρεπτική ροπή:

$$\mathbf{M}_y = \int_A (\mathbf{z} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{yx} - \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{yz}) dA = GI_t \cdot \boldsymbol{\theta}' \quad (2.21)$$

Οι μηχανικές ιδιότητες της δοκού που αναφέρονται στις εκφράσεις των συνισταμένων δυνάμεων και ροπών ορίζονται παρακάτω.

$$\begin{aligned} EA &= \int_A E dA, \quad EA_x = \int_A E \cdot z dA, \quad EA_z = \int_A E \cdot x dA \\ EI_{xx} &= \int_A E \cdot z^2 dA, \quad EI_{zz} = \int_A E \cdot x^2 dA \\ GI_t &= \int_A G(x^2 + z^2) dA \end{aligned} \quad (2.22)$$

Οι πιο πάνω εκφράσεις των συνισταμένων δυνάμεων και ροπών αντικαθίστανται στο σύστημα των τεσσάρων εξισώσεων ισορροπίας δυνάμεων και ροπών και έτσι το τελικό σύστημα σχηματίζεται ως:

Δύναμη κατά \mathbf{x} :

$$\mathbf{p}_x^i + (\mathbf{q}_z^i)' - \mathbf{p}_x^e - (\mathbf{q}_z^e)' = (-EI_{zz} \cdot \mathbf{u}'' - EI_{xz} \cdot \mathbf{w}'' + EA_z \cdot \mathbf{v}')'' + (\mathbf{F}_y \mathbf{u}')' \quad (2.23)$$

Δύναμη κατά \mathbf{y} :

$$\mathbf{p}_y^i - \mathbf{p}_y^e = (EA \cdot \mathbf{v}' - EA_z \cdot \mathbf{u}'' - EA_x \cdot \mathbf{w}'')' \quad (2.24)$$

Δύναμη κατά \mathbf{z} :

$$\mathbf{p}_z^i - (\mathbf{q}_x^i)' - \mathbf{p}_z^e + (\mathbf{q}_x^e)' = (-EI_{xz} \cdot \mathbf{u}'' - EI_{xx} \cdot \mathbf{w}'' + EA_x \cdot \mathbf{v}')'' + (\mathbf{F}_y \mathbf{w}')' \quad (2.25)$$

Ροπή κατά \mathbf{y} :

$$\mathbf{q}_y^i + \mathbf{q}_x^i \mathbf{u}' + \mathbf{q}_z^i \mathbf{w}' - \mathbf{q}_y^e - \mathbf{q}_x^e \mathbf{u}' - \mathbf{q}_z^e \mathbf{w}' = (GI_t \boldsymbol{\theta}')' \quad (2.26)$$

Το αριστερό μέλος των πιο πάνω εξισώσεων του συστήματος αντιπροσωπεύει τα αδρανειακά και εξωτερικά φορτία και το δεξί μέλος τα εσωτερικά φορτία. Το δεξί μέλος συνδέεται με την ακαμψία της δοκού. Οι όροι $(\mathbf{F}_y \mathbf{u}')'$ και $(\mathbf{F}_y \mathbf{w}')'$ των δυνάμεων κατά \mathbf{x} και κατά \mathbf{z} αντίστοιχα, είναι οι μόνοι μη γραμμικοί όροι που εμφανίζονται στο σύστημα εξισώσεων στα εσωτερικά φορτία. Αυτοί οι όροι αναμένεται να συμβάλουν σημαντικά στις εκφράσεις των φορτίων, ιδιαίτερα κατά την περιστροφική κίνηση των δοκών όπου οι αξονικές δυνάμεις αυξάνονται λόγω του φαινομένου της φυγοκέντρισης. Οι όροι αυτοί συμβάλουν στην αύξηση της ακαμψίας των δοκών καθώς αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής τους.

Με την χρήση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα και χάριν μιας πιο συστηματικής προσέγγισης για την διατύπωση δυναμικών εξισώσεων, με την χρήση της αρχής του Hamilton, γίνεται αναδιαμόρφωση του συστήματος εξισώσεων ισορροπίας δυνάμεων και ροπών.

Το σύστημα παίρνει την πιο κάτω μητρική μορφή:

$$\begin{aligned} & \int_A (\rho dA) \Pi_0 \cdot S^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \int_A (\rho dA) \Pi_0 \cdot S^1 \cdot \ddot{\mathbf{u}}' - \left(\int_A (\rho dA) \Pi_1 \cdot S^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} \right)' - \left(\int_A (\rho dA) \Pi_1 \cdot S^1 \cdot \ddot{\mathbf{u}}' \right)' \\ & = (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}')' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')'' + (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'')' + (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}')'' + \int_A (\rho dA) \Pi_0 \cdot \mathbf{g} + \Pi_a \cdot \delta P \end{aligned} \quad (2.27)$$

Όπου:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= (S^0)^T, \quad \Pi_1 = (S^1)^T, \quad \Pi_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ z_a & 0 & -x_a \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_{11} &= \begin{bmatrix} F_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EA & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GI_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA_z & 0 & -EA_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_{21} &= -\mathbf{K}_{12}^T, \quad \mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} -EI_{zz} & 0 & -EI_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EI_{xz} & 0 & -EI_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Και τα \mathbf{x}_a και \mathbf{z}_a αναφέρεται ότι είναι οι συντεταγμένες του αεροδυναμικού κέντρου της διατομής.

Το σύστημα εξισώσεων ισορροπίας που αναλύθηκε στο παρόν κεφάλαιο αφορά την κίνηση δοκού υπό την επίρεια αεροδυναμικών και βαρυτικών δυνάμεων όταν το σωματοδετό τοπικό σύστημα αξόνων δεν μετακινείται σε σχέση με το καρτεσιανό αδρανειακό σύστημα αξόνων. Αποτελεί γραμμικό σύστημα εξισώσεων όταν η δοκός δεν περιστρέφεται, έτσι ώστε να απαλείφονται οι μη γραμμικοί όροι που περιγράφουν τις αξονικές δυνάμεις λόγω φυγοκέντρησης.

2.1.3 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕΣΩ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Φέρνοντας τις σε μητρική μορφή εξισώσεις ισορροπίας στην μορφή $\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$, τότε για οποιαδήποτε μετατόπιση $\delta \mathbf{u}$ το έργο που παράγουν τα φορτία $\mathbf{F}(\mathbf{u})$ πρέπει να είναι ίσο με μηδέν. Το έργο αποτελεί εσωτερικό γινόμενο των ολοκληρώσιμων συναρτήσεων $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) \equiv \int \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ με το ολοκλήρωμα να είναι ορισμένο σε πεδίο ορισμού που στην συγκεκριμένη περίπτωση αφορά το μήκος της ελαστικής δοκού L .

$$\int_0^L \delta \mathbf{u}^T \mathbf{F}(\mathbf{u}) d\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad \forall \delta \mathbf{u}$$

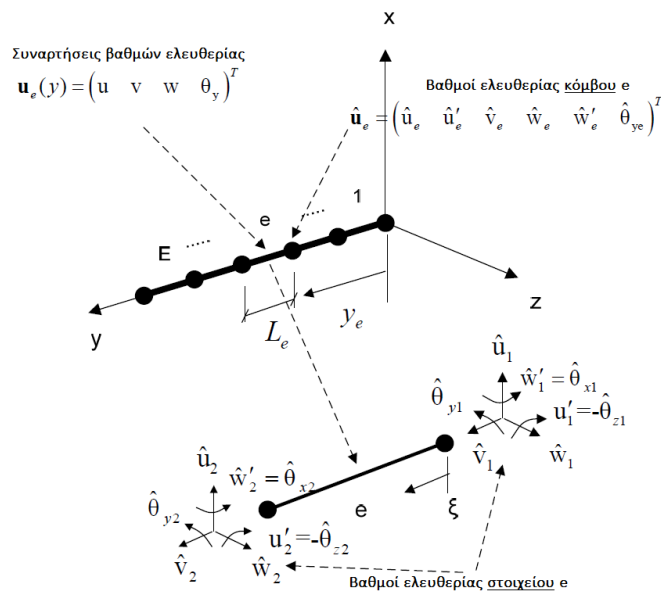
Η απαίτηση μηδενισμού του δυνατού έργου για οποιοσδήποτε δυνατές μετατοπίσεις είναι αντίστοιχο της πραγματοποίησης της ολοκλήρωσης υπό μια πλήρως ορισμένη βάση συνάρτησης. Αυτό σημαίνει πως οι συνοριακές συνθήκες πρέπει να ληφθούν υπόψη. Για όλους τους βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν σε κινηματικές συνθήκες πρέπει να οριστεί πως $\delta \mathbf{u}_p = \mathbf{0}$. Οι συνοριακές συνθήκες για την στατική κατάσταση ή την κατάσταση όπου εξασκούνται φορτία στην δοκό, προκύπτουν από την παραγοντική ολοκλήρωση των εξισώσεων. Για παράδειγμα, σχηματίζεται η παραγοντική ολοκλήρωση των όρων εσωτερικών δυνάμεων της εξίσωσης ισορροπίας σε μητρική μορφή.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^L \delta \mathbf{u}^T [(\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}')' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')'' + (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'')' + (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}')''] dy = [\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}')]_0^L \\
 & + \frac{[\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')]' - \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')]}_0^L + \frac{[\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'')]' - \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'')]}_0^L + \frac{[\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}')]' - \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}')]}_0^L \quad (2.28) \\
 & - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}') dy + \int_0^L \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'') dy - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'') dy + \int_0^L \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}') dy
 \end{aligned}$$

Οι υπογραμμισμένοι όροι αντιστοιχούν στις εκφράσεις του δυνατού έργου που παράγουν οι αντιδράσεις των δυνάμεων και των ροπών στα άκρα της δοκού. Εάν οι μετατοπίσεις ή οι στροφές στα άκρα της δοκού είναι ορισμένες, π.χ. μέσω κάποιας στήριξης, τότε οι αντίστοιχες δυνατές μετατοπίσεις $\delta \mathbf{u}$ μηδενίζονται και επομένως μηδενίζονται και τα αντίστοιχα έργα των αντιδράσεων. Αντιθέτως, στην περίπτωση όπου η δοκός στα άκρα της δέχεται γνωστό φορτίο, τότε οι όροι αυτοί λαμβάνουν τις τιμές που έχουν οριστεί. Παρόμοια, εάν ολοκληρωθούν παραγοντικά ο τρίτος και τέταρτος όρος του αριστερού μέλους της εξίσωσης ισορροπίας σε μητρική μορφή:

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} \right) dy - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^1 \cdot \ddot{\mathbf{u}}' \right) dy \\
 & = - \left[\delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} \right) \right]_0^L - \left[\delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^1 \cdot \ddot{\mathbf{u}}' \right) \right]_0^L \quad (2.29) \\
 & + \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} \right) dy + \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_1 \cdot \mathbf{S}^1 \cdot \ddot{\mathbf{u}}' \right) dy
 \end{aligned}$$

Η πιο διαδεδομένη μέθοδος επίλυσης δυναμικών εξισώσεων είναι η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων. Για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου, η δοκός διακριτοποιείται πρώτα σε στοιχεία μήκους L_e και στη συνέχεια, σε κάθε στοιχείο εφαρμόζεται η ίδια τοπική προσέγγιση για τον σχηματισμό των άγνωστων συναρτήσεων μετατόπισης και στροφής \mathbf{u} καθώς και για τις δυνατές μετατοπίσεις και στροφές $\delta \mathbf{u}$. Για το λόγο αυτό επιλέγονται κατάλληλες πολυωνυμικές συναρτήσεις μορφής καθώς και οι αντίστοιχοι διακριτοί βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος $\hat{\mathbf{u}}$.



Εικόνα 2.5: Εφαρμογή μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων σε δοκό

Η επιλογή των συναρτήσεων μορφής εξαρτάται από την τάξη των χωρικών παραγώγων των διαφορικών εξισώσεων του προβλήματος. Οι εξισώσεις ισορροπίας σε μητρική μορφή του προτύπου Euler-Bernoulli περιλαμβάνουν όρους μέχρι τετάρτης τάξεως στο χώρο. Οι χωρικές παράγωγοι τέταρτης τάξης αφορούν τις εξισώσεις κάμψης για τις οποίες ορίζονται τριτοβάθμιες συναρτήσεις μορφής, ενώ οι εξισώσεις εφελκυσμού-θλίψης και στρέψης είναι δευτέρας τάξεως, άρα μπορούν να οριστούν γραμμικές συναρτήσεις μορφής. Οι διακριτοί βαθμοί ελευθερίας συνήθως αντιστοιχούν στις τιμές των \mathbf{u} των κόμβων των στοιχείων, αλλά μπορεί επίσης να συμπεριλαμβάνουν τιμές των χωρικών τους παραγώγων, όπως στην περίπτωση της κάμψης. Λαμβάνοντας ως κόμβους τα δύο άκρα του στοιχείου \mathbf{e} :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(\mathbf{y}) &= \beta_1^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_1 + \beta_1^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_1' + \beta_2^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_2 + \beta_2^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_2' \\
 &= \beta_1^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_1 + \beta_1^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}_{z1} + \beta_2^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_2 + \beta_2^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}_{z2} \\
 \mathbf{w}(\mathbf{y}) &= \beta_1^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_1 + \beta_1^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_1' + \beta_2^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_2 + \beta_2^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_2' \\
 &= \beta_1^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_1 + \beta_1^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}_{x1} + \beta_2^0(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{w}}_2 + \beta_2^1(\mathbf{y}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}_{x2} \\
 \mathbf{v}(\mathbf{y}) &= \gamma_1(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_1 + \gamma_2(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_2 \\
 \boldsymbol{\theta}_y(\mathbf{y}) &= \gamma_1(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\theta}_{y1} + \gamma_2(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\theta}_{y2}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Όπου:

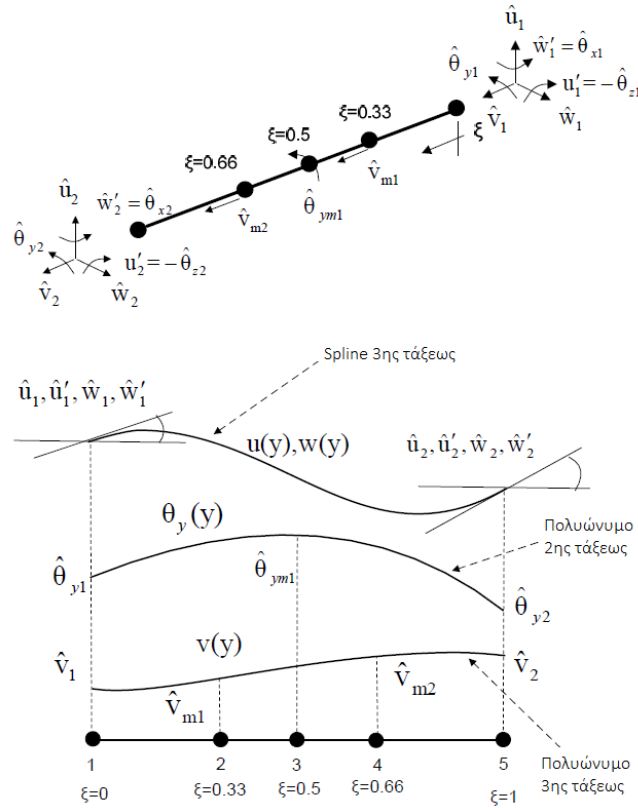
$$\begin{aligned}
 \beta_1^0 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad \beta_1^1 = L_e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), \quad \beta_2^0 = 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad \beta_2^1 = L_e(-\xi^2 + \xi^3) \\
 \gamma_1 &= 1 - \xi, \quad \gamma_2 = \xi \\
 \xi &= \frac{\mathbf{y} - \mathbf{y}_e}{L_e}, \quad L_e = \mathbf{y}_{e+1} - \mathbf{y}_e
 \end{aligned}$$

Για την καλύτερη αριθμητική προσέγγιση των λύσεων στα προβλήματα εφελκυσμού-θλίψης και στρέψης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολυώνυμα υψηλότερου βαθμού. Σε αυτή την περίπτωση, για τους επιπλέον διακριτούς βαθμούς ελευθερίας θα απαιτηθεί να οριστούν εσωτερικοί κόμβοι των στοιχείων, στους οποίους οι τιμές των μετατοπίσεων και στροφών θα θεωρούνται άγνωστες. Στη συνέχεια της ανάλυσης θα χρησιμοποιηθούν δευτέρου βαθμού πολυώνυμα για το πρόβλημα της στρέψης με ένα εσωτερικό κόμβο και τρίτου βαθμού πολυώνυμα για το πρόβλημα του εφελκυσμού με δύο εσωτερικούς κόμβους. Έτσι οι εκφράσεις των όρων εφελκυσμού-θλίψης και στρέψης, των εξισώσεων ((2.30), γίνονται:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}(\mathbf{y}) &= \delta_1(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_1 + \delta_2(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_{m1} + \delta_3(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_{m2} + \delta_4(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{v}_2 \\
 \boldsymbol{\theta}_y(\mathbf{y}) &= \eta_1(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\theta}_{y1} + \eta_2(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\theta}_{ym2} + \eta_3(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\theta}_{y2}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Όπου:

$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= 0.125 \cdot (1 - \xi) \cdot [-1 + 9 \cdot (2\xi - 1)^2], \quad \delta_2 = 4.5 \cdot (1 - \xi) \xi (2 - 3\xi) \\
 \delta_3 &= 4.5 \cdot (1 - \xi) \cdot \xi \cdot (-1 + 3\xi), \quad \delta_4 = 0.125 \cdot \xi \cdot [-1 + 9 \cdot (2\xi - 1)^2] \\
 \eta_1 &= -(1 - \xi) \cdot (2\xi - 1), \quad \eta_2 = 4(1 - \xi) \cdot \xi, \quad \eta_3 = \xi \cdot (2\xi - 1)
 \end{aligned}$$



Εικόνα 2.6: Ορισμός του στοιχείου και των κόμβων του (άνω) και οι καμπύλες παρεμβολής (κάτω)

Σε μητρική μορφή, οι παραπάνω εκφράσεις σχηματίζονται ως:

$$\mathbf{u}_e(\mathbf{y}) = [\mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{w} \quad \theta_y]^T = \mathbf{N}_e(\mathbf{y}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_e$$

Για τη συγκεκριμένη διακριτοποίηση των στοιχείων δοκού με 5 κόμβους προκύπτουν 15 βαθμοί ελευθερίας για κάθε στοιχείο.

$$\hat{\mathbf{u}}_e = \left[\underbrace{\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\theta}_{z1}, \hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{w}}_1, \hat{\theta}_{x1}, \hat{\theta}_{y1}}_{\text{κόμβος 1}}, \quad \underbrace{\hat{\mathbf{v}}_{m1}}_{\text{κόμβος 2}}, \quad \underbrace{\hat{\theta}_{ym1}}_{\text{κόμβος 3}}, \quad \underbrace{\hat{\mathbf{v}}_{m2}}_{\text{κόμβος 4}}, \quad \underbrace{\hat{\mathbf{u}}_2, \hat{\theta}_{z2}, \hat{\mathbf{v}}_2, \hat{\mathbf{w}}_2, \hat{\theta}_{x2}, \hat{\theta}_{y2}}_{\text{κόμβος 5}} \right]^T$$

$$\mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} \beta_1^0 & -\beta_1^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2^0 & -\beta_2^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & 0 & 0 & 0 & \delta_2 & 0 & \delta_3 & 0 & \delta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_1^0 & \beta_1^1 & 0 & 0 & N_{\theta_y}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2^0 & \beta_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_1 & 0 & \eta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Επειδή οι εξισώσεις βρίσκονται σε ολοκληρωτική μορφή, πρέπει πρώτα να υπολογιστούν σε επίπεδο στοιχείου και μετά να γίνει η “συναρμολόγηση” του πλήρους συστήματος εξισώσεων για ολόκληρη τη δοκό. Αυτό γίνεται με την άθροιση των δυνατών έργων που συνεισφέρουν όλα τα στοιχεία που απαρτίζουν τη δοκό. Με εφαρμογή των πιο πάνω προσεγγίσεων που αναλύθηκαν, στο επίπεδο του ενός στοιχείου, προκύπτουν τα ακόλουθα μητρώα διαστάσεων 15×15 :

$$\mathbf{M}_e = \int_{L_e} \left[\int_A (\rho dA) \mathbf{N}_e^T \cdot \mathbf{I} \mathbf{I}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{N}_e \right] dy + \int_{L_e} \left[\int_A (\rho dA) \mathbf{N}_e^T \cdot \mathbf{I} \mathbf{I}_0 \cdot \mathbf{S}^1 \cdot \mathbf{N}_e' \right] dy$$

$$+ \int_{L_e} \left[\int_A (\rho dA) \mathbf{N}_e'^T \cdot \mathbf{I} \mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{N}_e \right] dy + \int_{L_e} \left[\int_A (\rho dA) \mathbf{N}_e'^T \cdot \mathbf{I} \mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{S}^1 \cdot \mathbf{N}_e' \right] dy \quad (2.33)$$

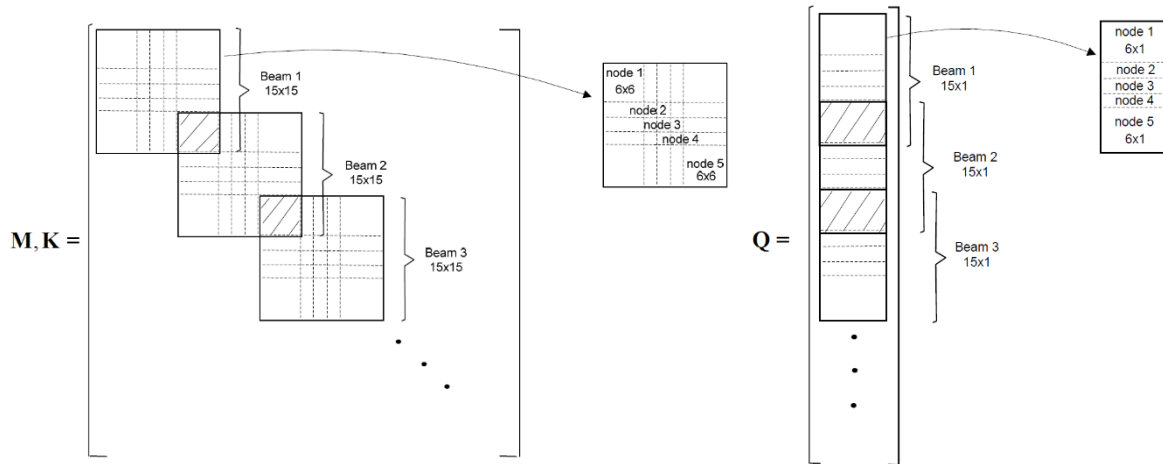
$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_e = & \int_{L_e} \mathbf{N}'_e{}^T \cdot \mathbf{K}_{11} \cdot \mathbf{N}'_e \, dy - \int_{L_e} \mathbf{N}''_e{}^T \cdot \mathbf{K}_{22} \cdot \mathbf{N}''_e \, dy + \int_{L_e} \mathbf{N}'_e{}^T \cdot \mathbf{K}_{12} \cdot \mathbf{N}''_e \, dy \\
 & - \int_{L_e} \mathbf{N}''_e{}^T \cdot \mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{N}'_e \, dy
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q}_e = & \int_{L_e} \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{N}_e^T \cdot \mathbf{II}_0 \cdot \mathbf{g} \right) dy + \int_{L_e} \mathbf{N}_e^T \cdot \mathbf{II}_\alpha \cdot \delta P \, dy \\
 & + \text{συνοριακοί όροι}
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Οι πιο πάνω πίνακες μπορούν να επιλυθούν είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά. Μετά από τη συναρμολόγηση των καθολικών μητρώων της δοκού, αθροίζοντας τη συμβολή όλων των επιμέρους στοιχείων που την απαρτίζουν, το σύστημα των δυναμικών εξισώσεων λαμβάνει τη συνήθη μορφή:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{Q}$$

Τα καθολικά μητρώα της δοκού \mathbf{M} , \mathbf{K} και \mathbf{Q} , μετά τη συναρμολόγηση των τοπικών μητρώων των επιμέρους διαδοχικών στοιχείων παίρνουν τη μορφή που φαίνεται πιο κάτω.



Εικόνα 2.7: Μορφή συστήματος μητρώων για ένα σώμα (μια δοκό) στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων

Σημειώνεται ότι κατά τη συναρμολόγηση των καθολικών μητρώων, οι συνοριακοί όροι που αφορούν γειτονικούς κόμβους και αναπαριστούν τις εσωτερικές δυνάμεις αντίδρασης του εκάστοτε ελεύθερου στοιχείου, αλληλοανααιρούνται. Επομένως οι μοναδικοί συνοριακοί όροι που απομένουν είναι αυτοί που αφορούν στον πρώτο και στον τελευταίο κόμβο της δοκού. Όταν ο τελευταίος κόμβος αναπαριστά ελεύθερο άκρο, οι αντιδράσεις μηδενίζονται και οι συνοριακοί όροι απαλείφονται. Επιπλέον, στον πρώτο κόμβο οι μετατοπίσεις και οι στροφές είναι συνήθως δεδομένες, μέσω συνθήκης Dirichlet, επομένως οι δυνατές μετατοπίσεις σε αυτή την περίπτωση είναι μηδενικές, συνεπώς οι σχετικοί συνοριακοί όροι επίσης απαλείφονται. Στην περίπτωση όπου η δοκός συνδέεται σε κάποιο άκρο της με άλλο σώμα, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στους συνοριακούς όρους οι αντιδράσεις που μεταφέρονται από το συνδεδεμένο σώμα. Αυτές οι συνοριακές αντιδράσεις αποτελούνται, για την υπό εξέταση δοκό, από τα εξωτερικά φορτία που μπορούν συμπεριληφθούν στο μητρώο \mathbf{Q} .

2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

MULTIBODY ANALYSIS

Η ανάλυση του προηγούμενου τμήματος της έκθεσης έγινε για δοκό η οποία είναι σταθερά προσδεσμένη σε ακίνητο σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$. Σε αεροναυτικές εφαρμογές όμως, τα αεροδυναμικά σώματα εκτελούν κινήσεις απολύτως στερεού σώματος. Επίσης τα αεροδυναμικά σώματα είναι δυνατό να συνδέονται μεταξύ τους, δημιουργώντας έτσι μια αλληλεπίδραση μεταξύ των κινήσεων των σωμάτων και μεταξύ των δυνάμεων που εξασκούνται σε αυτά. Για την ανάλυση τέτοιων συστημάτων, μια προσέγγιση που μπορεί να εφαρμοστεί και ακολουθείται από τον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για την διεκπεραίωση της παρούσας εργασίας, είναι η προσέγγιση των πολλαπλών σωμάτων (multibody analysis).

Στη βάση αυτής της προσέγγισης, οι διάφορες ελαστικές συνιστώσες που απαρτίζουν το υπό εξέταση σύστημα προσομοιώνονται ως παραμορφώσιμες δοκοί οι οποίες παραμορφώνονται σε σχέση με το τοπικό σύστημα συντεταγμένων τους, όπως αναλύθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια της έκθεσης. Ταυτόχρονα η προσέγγιση μπορεί να χειριστεί τις κινήσεις απολύτως στερεού σώματος που εκτελεί η κάθε συνιστώσα είτε από μόνη της, είτε λόγω της σύνδεσής της με κάποια άλλη ελαστική συνιστώσα. Επίσης χειρίζεται και τις κινήσεις που οφείλονται σε παραμορφώσεις σωμάτων τα οποία συνδέονται με το υπό εξέταση σώμα και μεταφέρονται σε αυτό.

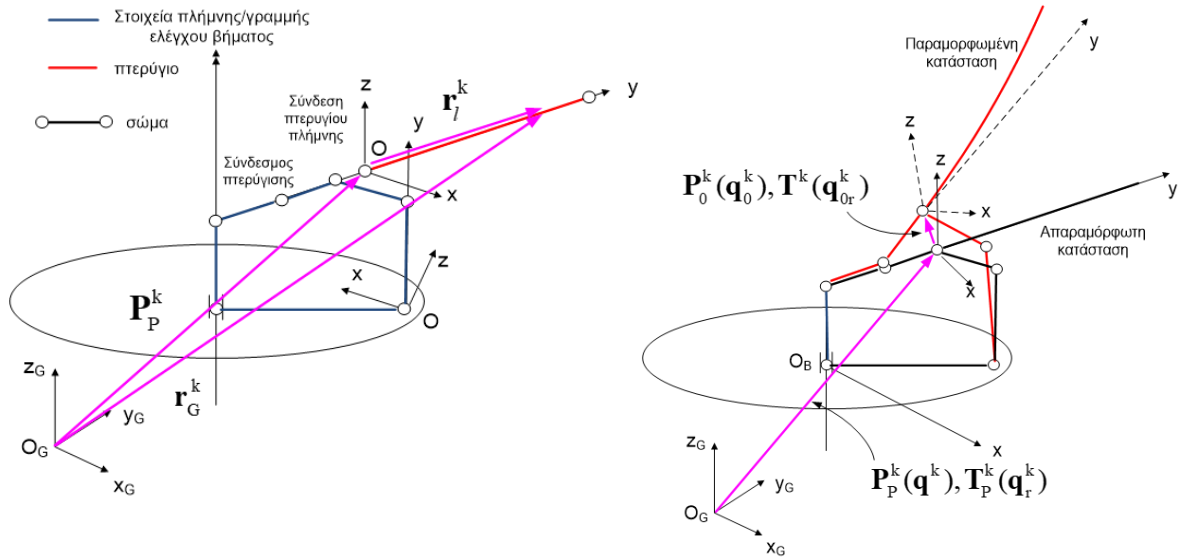
Για κάθε ελαστικό σώμα ορίζεται τοπικό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$, στο οποίο ορίζονται οι τοπικές ελαστικές παραμορφώσεις του. Το κάθε ελαστικό σώμα k υπόκειται σε κινήσεις απολύτως στερεού σώματος, οι οποίες αποτελούνται από τις κινήσεις που εκτελεί το σώμα μόνο του και από τις κινήσεις οι οποίες επάγονται σε αυτό από τα άλλα σώματα του συστήματος, όπως για παράδειγμα οι κινήσεις λόγω ελαστικής παραμόρφωσης. Επίσης το κάθε σώμα k εκτελεί κινήσεις οι οποίες προέρχονται από τις κινήσεις των σωμάτων στα οποία είναι συνδεδεμένα, πέραν των ελαστικών τους παραμορφώσεων.

2.2.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΣΩΜΑΤΩΝ

Το διάνυσμα των γενικών μετακινήσεων και στροφών που ορίζουν την αρχή και τον προσανατολισμό του τοπικού συστήματος αξόνων του απαραμόρφωτου σώματος k σε σχέση με το γενικό σύστημα συντεταγμένων $O_Gx_Gy_Gz_G$, συμβολίζεται με $q^k = [q_t^k \quad q_r^k]^T$. Συγκεκριμένα το διάνυσμα q^k περιλαμβάνει:

- όλες τις σταθερές μετακινήσεις και στροφές που ορίζουν τη θέση και τον προσανατολισμό του τοπικού συστήματος αξόνων του σώματος k , σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων $O_Gx_Gy_Gz_G$, στην απαραμόρφωτη κατάσταση πριν την έναρξη των κινήσεων του συστήματος
- τις χρονικά μεταβαλλόμενες κινήσεις, δηλαδή μετατοπίσεις ή στροφές που το σώμα k εκτελεί μόνο του
- τους γενικούς βαθμούς ελευθερίας κίνησης του απολύτως στερεού σώματος που ορίζονται με τον ίδιο τρόπο για ένα σύνολο σωμάτων μεταξύ των οποίων βρίσκεται και το k

Επίσης ορίζεται διάνυσμα τοπικών βαθμών ελευθερίας $q_0^k = [q_{0t}^k \quad q_{0r}^k]^T$ το οποίο αποτελείται από τρεις μετακινήσεις και τρεις στροφές. Στους βαθμούς ελευθερίας αυτούς περιλαμβάνονται οι ελαστικές κινήσεις και οι κινήσεις απολύτως στερεού σώματος που επάγονται από τα σώματα στα οποία είναι συνδεδεμένο το σώμα k .



Εικόνα 2.8: Τοπικό και γενικό σύστημα συντεταγμένων (αριστερά) και γενικοί και τοπικοί βαθμοί ελευθερίας \mathbf{q}^k και \mathbf{q}_0^k (δεξιά) για πτερύγιο δρομεία

Οι μετατοπίσεις απολύτως στερεού σώματος, που συμβολίζονται με το δείκτη \mathbf{t} , και οι αντίστοιχες γωνίες στροφής, που συμβολίζονται με το δείκτη \mathbf{r} , συμβάλλουν στη μετατόπιση του σώματος συνολικά κατά τα διανύσματα \mathbf{P}_P^k και \mathbf{P}_0^k . Επίσης οι γωνίες στροφής απολύτως στερεού σώματος οδηγούν στη μεταβολή του προσανατολισμού του τοπικού συστήματος του σώματος σε σχέση με το γενικό σύστημα σύμφωνα με τα μητρώα στροφής \mathbf{T}_P^k και \mathbf{T}_0^k . Συνεπώς, το διάνυσμα θέσης \mathbf{r}_G^k του τυχαίου σημείου P του παραμορφωμένου σώματος k σε σχέση με το γενικό σύστημα συντεταγμένων $O_Gx_Gy_Gz_G$ ορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_G^k &= \mathbf{P}_P^k(\mathbf{q}^k, \mathbf{t}) + \mathbf{T}_P^k(\mathbf{q}_r^k, \mathbf{t}) \cdot [\mathbf{P}_0^k(\mathbf{q}_0^k, \mathbf{t}) + \mathbf{T}_0^k(\mathbf{q}_{0r}^k, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{r}_I^k] \\ \Rightarrow \mathbf{r}_G^k &= \underbrace{[\mathbf{P}_P^k(\mathbf{q}^k, \mathbf{t}) + \mathbf{T}_P^k(\mathbf{q}_r^k, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{P}_0^k(\mathbf{q}_0^k, \mathbf{t})]}_{\mathbf{p}^k} + \underbrace{\mathbf{T}_P^k(\mathbf{q}_r^k, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{T}_0^k(\mathbf{q}_{0r}^k, \mathbf{t})}_{\mathbf{T}^k} \cdot \mathbf{r}_I^k \end{aligned} \quad (2.36)$$

Το διάνυσμα \mathbf{r}_I^k είναι το διάνυσμα θέσης τυχαίου σημείου P του σώματος k σε σχέση με το τοπικό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ του σώματος, το οποίο δίνεται από την κινηματική σχέση ((2.5) της θεωρίας δοκών. Παρατηρείται, λοιπόν, πως η ελαστική παραμόρφωση του σώματος θα ορίζεται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων.

Σημειώνεται ότι τα μητρώα \mathbf{T}_P^k και \mathbf{T}_0^k εκφράζονται ως μια ακολουθία διαδοχικών, στοιχειωδών στροφών, γύρω από έναν άξονα, σε κάθε στροφή. Άρα τα μητρώα στροφής θα έχουν την πιο κάτω μορφή:

$$\mathbf{T}^k = \mathbf{R}_1^j(\mathbf{q}_r^k) \cdot \mathbf{R}_2^j(\mathbf{q}_r^k) \cdots \mathbf{R}_i^j(\mathbf{q}_r^k) \cdots \mathbf{R}_{m-1}^j(\mathbf{q}_r^k) \cdot \mathbf{R}_m^j(\mathbf{q}_r^k) \quad (2.37)$$

Ο δείκτης $\mathbf{j} = x, y, z$ υποδεικνύει γύρω από ποιόν τοπικό άξονα γίνεται η περιστροφή και ο δείκτης $\mathbf{i} = 1, 2, \dots, m$ υποδεικνύει την σειρά που έχει η στοιχειώδης στροφή μεταξύ όλων των m στροφών. Τα μητρώα των στοιχειωδών στροφών \mathbf{R}_i^j γύρω από κάθε άξονα ορίζονται ως:

Στροφή κατά x :

$$\mathbf{R}_i^x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_r) & -\sin(q_r) \\ 0 & \sin(q_r) & \cos(q_r) \end{bmatrix}$$

Στροφή κατά y :

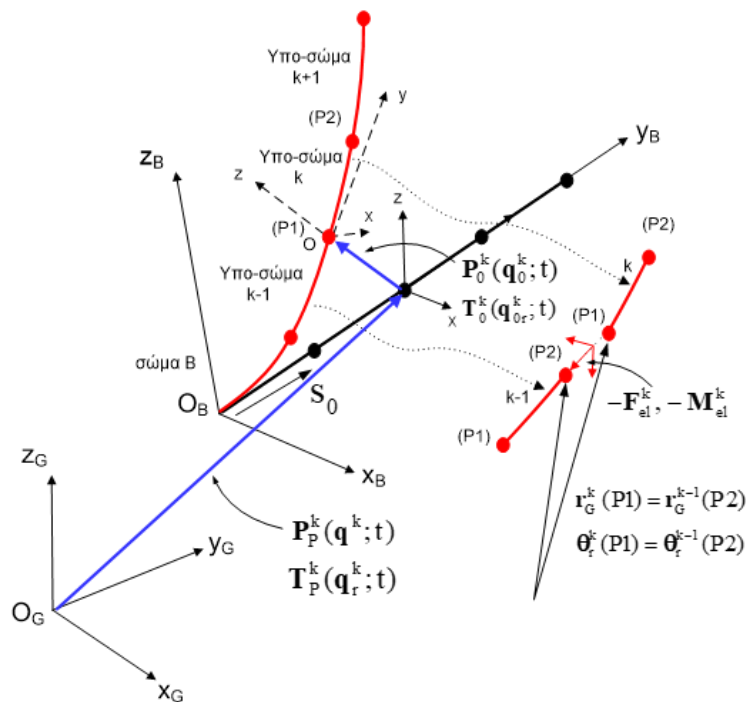
$$R_i^y = \begin{bmatrix} \cos(q_r) & 0 & \sin(q_r) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_r) & 0 & \cos(q_r) \end{bmatrix}$$

Στροφή κατά z :

$$R_i^z = \begin{bmatrix} \cos(q_r) & -\sin(q_r) & 0 \\ \sin(q_r) & \cos(q_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η συγκεκριμένη μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί και στο επίπεδο του ενός σώματος. Εύκαμπτα σώματα, όπως για παράδειγμα τα πτερύγια, μπορούν να διαχωριστούν σε διακριτό πλήθος υποσωμάτων (sub-bodies) τα οποία συνδέονται μεταξύ τους για να σχηματίσουν το σώμα. Το κάθε υποσώμα μοντελοποιείται ως δοκός η οποία διακριτοποιείται μέσω πεπερασμένων στοιχείων, όπως έχει αναφερθεί στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Με τον τρόπο αυτό ξεπερνιούνται οι περιορισμοί που οφείλονται στις υποθέσεις ανάλυσης πρώτης τάξης που υιοθετήθηκαν στην ανάλυση της δυναμικής δοκών.

Στην περίπτωση προσομοίωσης ενός σώματος μέσω της μεθόδου των πολλαπλών σωμάτων, οι μεγάλες ελαστικές μετακινήσεις και στροφές χτίζονται σταδιακά καθώς περνάμε από το ένα υποσώμα στο επόμενο. Η μη γραμμική δυναμική, λόγω μεγάλων μετακινήσεων και στροφών, εισάγεται μέσω της μεταφοράς των κινήσεων του τελευταίου κόμβου **P2** του κάθε υποσωματος στον πρώτο κόμβο **P1** του επόμενου υποσωματος, ως κινήσεις απολύτως στερεού σώματος, μέσω του διανύσματος τοπικών ελαστικών μετακινήσεων και στροφών q_0 . Η δυναμική σύζευξη των υποσωμάτων, από τα οποία αποτελείται η δοκός, επιτυγχάνεται μέσω της μεταφοράς των αντιδράσεων του πρώτου κόμβου του κάθε υποσωματος **P1** στον τελευταίο κόμβο του συνδεδεμένου σε αυτό υποσωματος **P2** ως εξωτερικά φορτία.



Εικόνα 2.9: Μοντελοποίηση δοκού σε πολλά υποσώματα για την διαχείριση μεγάλων παραμορφώσεων

Στην Εικόνα 2.9 το σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{O}_B \mathbf{x}_B \mathbf{y}_B \mathbf{z}_B$ είναι το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του σώματος το οποίο προσομοιώνεται μέσω μιας ακολουθίας συνδεδεμένων υποσωμάτων. Επίσης, $\mathbf{O}xyz$ είναι το τοπικό σύστημα του υποσώματος \mathbf{k} το οποίο παρακολουθεί το υποσώμα καθώς παραμορφώνεται μέσω των κινήσεων του τοπικού διανύσματος \mathbf{q}_0^k .

2.2.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Θεωρείται δοκός με τοπικό σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{O}xyz$ η οποία κινείται σε σχέση με αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{O}_G \mathbf{x}_G \mathbf{y}_G \mathbf{z}_G$. Με βάση την θεωρία δοκών Bernoulli και την κινηματική ανάλυση σωμάτων που προηγήθηκε, οι δυναμικές εξισώσεις του σώματος \mathbf{k} προβλεβλημένες στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του είναι οι εξής:

$$\int_A (\rho dA) \Pi_0 \cdot \mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{r}}_G^k = (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}')' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')'' + (\mathbf{K}_{12} \mathbf{u}'')' + (\mathbf{K}_{21} \mathbf{u}')'' + \int_A (\rho dA) \Pi_0 \cdot \mathbf{T}^{kT} \cdot \mathbf{g} + \Pi_a \cdot \delta \mathbf{P} \quad (2.38)$$

Η έκφραση ((2.27) της εξίσωσης ισορροπίας δυνάμεων και ροπών τροποποιείται με τον πολλαπλασιασμό τόσο των αδρανειακών όσο και των βαρυτικών δυνάμεων με τον ανάστροφο πίνακα του συνολικού μητρώου στροφής \mathbf{T}^k . Αυτό γίνεται για να μεταφερθούν οι δυνάμεις αυτές από το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων στο τοπικό του σώματος \mathbf{k} και έτσι προκύπτει η πιο πάνω έκφραση. Οι υπόλοιποι όροι της δυναμικής εξίσωσης ορίζονται εξ' αρχής ως προς το τοπικό σύστημα.

Η συνολική επιτάχυνση τυχαίου σημείου \mathbf{P} του σώματος \mathbf{k} ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων αποτελείται από τους εξής όρους:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{r}}_G^k = & \underbrace{\mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{p}}^k}_{\text{επιτάχυνση της αρχής}} + \underbrace{\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \cdot (\mathbf{r}_{0l}^k + \mathbf{S}_T^0 \cdot \mathbf{u}^k(t))}_{\text{Φυγόκεντροι}} \\ & + \underbrace{2\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \cdot (\mathbf{S}_T^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}^k(t))}_{\text{Coriolis}} + \underbrace{\mathbf{S}_T^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}^k(t)}_{\text{τοπική επιτάχυνση}} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Οι τέσσερις όροι αυτοί, με τη σειρά που εμφανίζονται και στην πιο πάνω εξίσωση, αφορούν την γραμμική επιτάχυνση της αρχής του τοπικού συστήματος συντεταγμένων $\mathbf{O}xyz$ ως προς το αδρανειακό $\mathbf{O}_G \mathbf{x}_G \mathbf{y}_G \mathbf{z}_G$, τις φυγόκεντρες αδρανειακές δυνάμεις, τις δυνάμεις λόγω της επιτάχυνσης Coriolis και την τοπική επιτάχυνση ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Οι πρώτοι τρεις όροι εξαρτώνται μη γραμμικά από τα διανύσματα $\mathbf{q}^k = [\mathbf{q}_t^k \quad \mathbf{q}_r^k]^T$ και $\mathbf{q}_0^k = [\mathbf{q}_{0t}^k \quad \mathbf{q}_{0r}^k]^T$ των τοπικών μετακινήσεων και στροφών της δοκού.

Μέσω της θεωρίας των δυνατών έργων και με την χρήση της εξίσωσης (2.39) σχηματίζεται η ασθενής διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας. Η διατύπωση δίνεται για το σώμα \mathbf{k} με την εξίσωση (2.41). Το σώμα έπειτα διακριτοποιείται με πλήθος πεπερασμένων στοιχείων. Η ασθενής διατύπωση της εξίσωσης ισορροπίας σχηματίζεται για κάθε πεπερασμένο στοιχείο \mathbf{e} και για την προσέγγιση των αγνώστων μετατοπίσεων και στροφών εισάγονται κατάλληλες συναρτήσεις μορφής.

$$\mathbf{u}_e^k = \mathbf{N}_e \cdot \hat{\mathbf{u}}_e^k \quad \rightarrow \quad \delta \mathbf{u}_e^k T = \delta \hat{\mathbf{u}}_e^k T \cdot \mathbf{N}_e^T \quad (2.40)$$

Έτσι, με την άθροιση των δυνατών έργων όλων των στοιχείων, σχηματίζονται τα συνολικά μητρώα της δοκού.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^L \int_A (\rho dA) \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k) d\mathbf{y} \\
 & + \int_0^L \int_A (\rho dA) \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot \left(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \cdot (\mathbf{r}_{0l}^k + \mathbf{S}_T^0 \cdot \mathbf{u}^k) \right) d\mathbf{y} \\
 & + \int_0^L \int_A (\rho dA) \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot \left(\mathbf{H}_0 \cdot 2\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \cdot (\mathbf{S}_T^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}^k) \right) d\mathbf{y} \\
 & + \int_0^L \int_A (\rho dA) \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_T^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}^k) d\mathbf{y} \\
 & = \int_0^L \delta \mathbf{u}^T [(K_{11}\mathbf{u}')' + (K_{22}\mathbf{u}'')'' + (K_{12}\mathbf{u}'')' + (K_{21}\mathbf{u}')''] d\mathbf{y} \\
 & + \int_0^L \int_A (\rho dA) \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{T}^{kT} \cdot \mathbf{g}) d\mathbf{y} + \int_0^L \delta \mathbf{u}^{kT} \cdot (\mathbf{H}_a \cdot \delta \mathbf{P}) d\mathbf{y}
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Οι αδρανειακοί όροι της ασθενούς διατύπωσης των εξισώσεων ισορροπίας είναι μη γραμμικοί. Συνεπώς για να εκφραστούν οι εξισώσεις σε μορφή με όρους μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας, απαιτείται η γραμμικοποίησή των αδρανειακών όρων. Η γραμμικοποίηση λοιπόν, γίνεται μέσω της μεθόδου των διαταραχών, όπου οι βαθμοί ελευθερίας εκφράζονται ως το άθροισμα μιας κατάστασης αναφοράς και της διαταραχής.

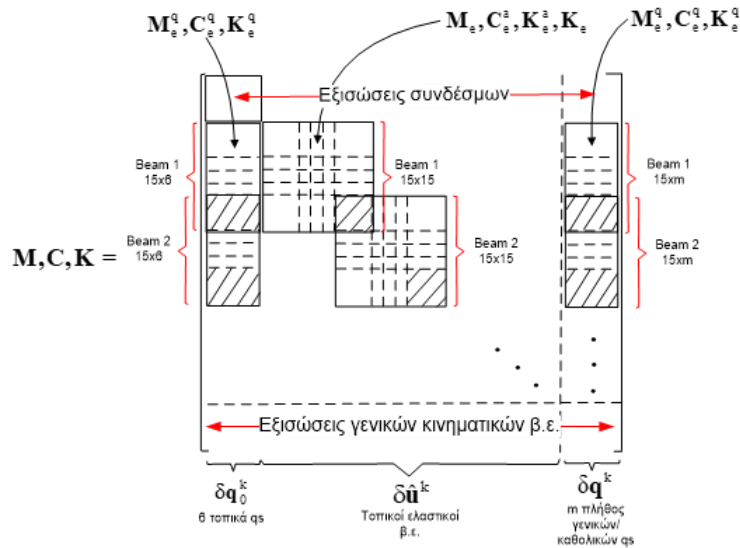
$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}_-^k &= \mathbf{q}_-^{k0} + \delta \mathbf{q}_-^k, & \dot{\mathbf{q}}_-^k &= \dot{\mathbf{q}}_-^{k0} + \delta \dot{\mathbf{q}}_-^k, & \ddot{\mathbf{q}}_-^k &= \ddot{\mathbf{q}}_-^{k0} + \delta \ddot{\mathbf{q}}_-^k \\
 \mathbf{u}_e^k &= \mathbf{u}_e^{k0} + \delta \mathbf{u}_e^k, & \dot{\mathbf{u}}_e^k &= \dot{\mathbf{u}}_e^{k0} + \delta \dot{\mathbf{u}}_e^k, & \ddot{\mathbf{u}}_e^k &= \ddot{\mathbf{u}}_e^{k0} + \delta \ddot{\mathbf{u}}_e^k
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Ο όρος \mathbf{q}_-^k αφορά και τον όρο \mathbf{q}^k αλλά και τον όρο \mathbf{q}_0^k . Στο συμβολισμό της κατάστασης αναφοράς ο δείκτης $\mathbf{0}$ τοποθετείται στο άνω μέρος για να διαφοροποιείται από τον όρο τοπικών βαθμών ελευθερίας του σώματος \mathbf{q}_0^k . Τα γινόμενα των διαταραχών, δηλαδή οι όροι δευτέρας τάξεως, θεωρούνται μικροί και αμελούνται και οι διαταραχές ως γωνίες προσεγγίζονται από τα $\cos(\delta \mathbf{q}) = \mathbf{1}$ και $\sin(\delta \mathbf{q}) = \delta \mathbf{q}$. Μετά την εφαρμογή της γραμμικοποίησης, οι αδρανειακοί όροι γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k &= \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k \right)^0 + \partial_q \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k \right)^0 \cdot \delta \mathbf{q}_-^k + \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k \right)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}_-^k \\
 & \quad + \partial_{\ddot{q}} \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{p}}^k \right)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}_-^k \\
 \mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k &= \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \right)^0 + \partial_q \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \right)^0 \cdot \delta \mathbf{q}_-^k + \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \right)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}_-^k \\
 \mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k &= \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \right)^0 + \partial_q \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \right)^0 \cdot \delta \mathbf{q}_-^k + \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \right)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}_-^k \\
 & \quad + \partial_{\ddot{q}} \left(\mathbf{T}^{kT} \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \right)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}_-^k
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Στη συνέχεια σχηματίζονται τα τοπικά μητρώα μάζας \mathbf{M} , απόσβεσης \mathbf{C} και δυσκαμψίας \mathbf{K} για κάθε στοιχείο \mathbf{e} των σωμάτων της δοκού. Οι εκφράσεις των μητρώων παρατίθενται στο Παράρτημα της τεχνικής έκθεσης.

Τα καθολικά μητρώα M , C , K και Q του συνολικού συστήματος του σώματος k , μετά τη συναρμολόγηση των τοπικών μητρώων των διαδοχικών πεπερασμένων στοιχείων παίρνουν την μορφή που φαίνεται στην Εικόνα 2.10. Σημειώνεται ότι κατά τη συναρμολόγηση των καθολικών μητρώων, οι τοπικοί κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας q_0^k του σώματος k ομαδοποιούνται με τους τοπικούς βαθμούς ελαστικής παραμόρφωσης του σώματος, δεδομένου ότι χαρακτηρίζουν το συγκεκριμένο σώμα. Επίσης, οι γενικοί κινηματικοί βαθμοί q^k τοποθετούνται τελευταίοι.

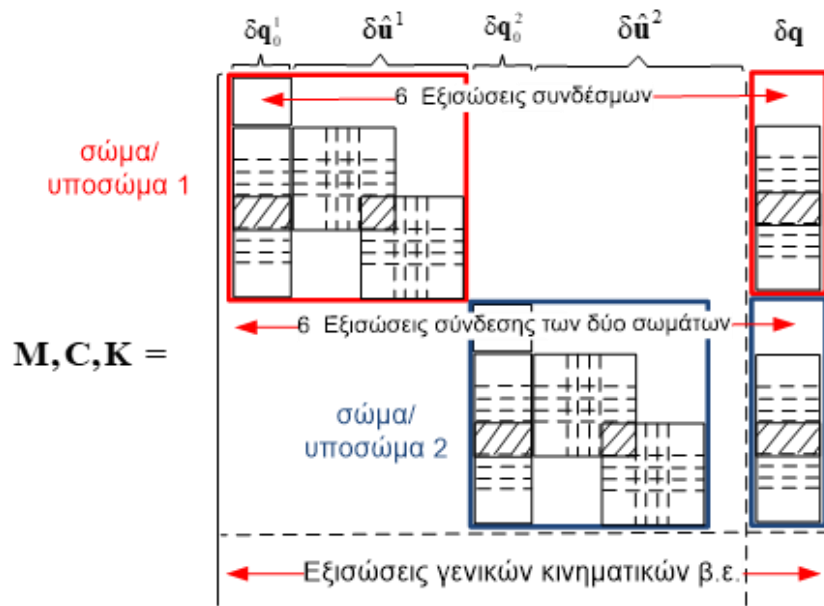


Εικόνα 2.10: Μορφή καθολικών μητρώων M , C , K μοντελοποίησης ενός σώματος με πολλά υποσώματα

Σε περίπτωση συστήματος που αποτελείται από περισσότερα σώματα, τα οποία είναι διακριτοποιημένα σε υποσώματα, τα καθολικά μητρώα παίρνουν τη μορφή που φαίνεται στην Εικόνα 2.11, ενώ οι δυναμικές εξισώσεις γράφονται στην μορφή:

$$M \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\delta q_0}^k \\ \dot{\delta u} \\ \delta q \end{Bmatrix} + C \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\delta q_0}^k \\ \delta u \\ \delta q \end{Bmatrix} + K \cdot \begin{Bmatrix} \delta q_0^k \\ \delta u \\ \delta q \end{Bmatrix} = Q$$

Οι γενικοί κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας q^k τοποθετούνται και σε αυτή την περίπτωση τελευταίοι, βάσει γενικής αρίθμησης που είναι ανεξάρτητη του σώματος k το οποίο περιγράφουν. Οι βαθμοί ελευθερίας ορίζονται με κοινό τρόπο για μια ομάδα σωμάτων-υποσωμάτων. Αυτό που δεν έχει ληφθεί ακόμα υπόψη όμως, είναι η υλοποίηση της δυναμικής σύνδεσης μεταξύ πολλαπλών σωμάτων, δηλαδή οι αντιδράσεις που μεταφέρονται από το ένα σώμα ή υπόσωμα σε ένα άλλο σώμα ή υπόσωμα που είναι συνδεδεμένο σε αυτό. Αυτό θα εξεταστεί στη συνέχεια.

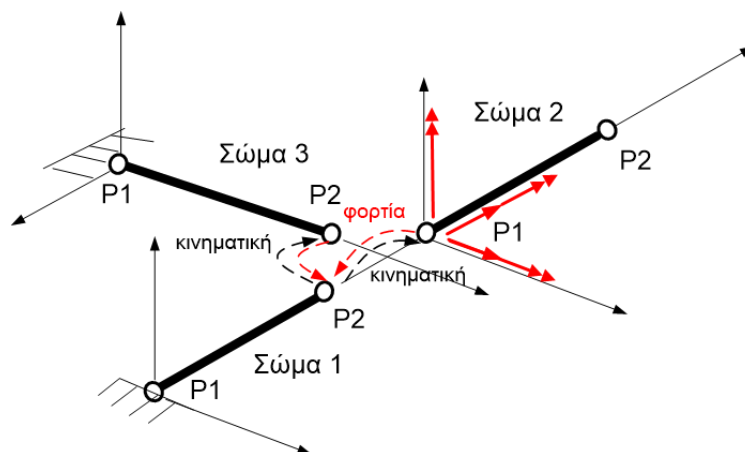


Εικόνα 2.11: Σύστημα δύο συνδεδεμένων σωμάτων/υποσωμάτων

2.2.3 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Οι εξισώσεις σύνδεσης σωμάτων εφαρμόζονται στους ακραίους κόμβους των συνδεδεμένων σωμάτων ή υποσωμάτων. Τα σώματα και τα υποσώματα μπορούν να είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους ή να συνδέονται με ακλόνητα σημεία σε κάθε έναν από τους δύο ακραίους κόμβους τους. Επίσης είναι δυνατό να συνδέονται μεταξύ τους ή σε ακλόνητα σημεία, είτε με άκαμπτη, είτε με ελαστική σύνδεση.

Θεωρείται σύστημα τριών σωμάτων τα οποία μοντελοποιούνται ως δοκοί. Οι ακραίοι κόμβοι **P2** των σωμάτων **1** και **3** συνδέονται και οι δύο με τον κόμβο **P1** του σώματος **2**, όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα. Κατά τη σύνδεση δύο σωμάτων, ένα από τα σώματα μεταφέρει στο άλλο τις κινήσεις του σώματος και το δεύτερο μεταφέρει τις ελαστικές αντιδράσεις στο πρώτο. Η μεταφορά της κινηματικής και της δυναμικής συμβαίνει στον κόμβο σύνδεσής τους. Οι αντιδράσεις εφαρμόζονται στο πρώτο σώμα ως σημειακές εξωτερικές δυνάμεις.



Εικόνα 2.12: Συνδεσμολογία συστήματος τριών σωμάτων

Κατά τη σύνδεση τριών σωμάτων επιβάλλεται πως ένα από τα τρία σώματα προσδίδει κινήσεις στα άλλα δύο και τα δύο σώματα αυτά μεταφέρουν ελαστικές αντιδράσεις στο πρώτο. Στο σύστημα που

έχουμε ορίσει, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.12, ο κόμβος που μεταφέρει την κινηματική είναι ο κόμβος **P2** του σώματος **1**. Η κινηματική μεταφέρεται στους κόμβους **P1** και **P2** των σωμάτων **2** και **3** αντίστοιχα και με την σειρά τους αυτοί οι κόμβοι μεταφέρουν ελαστικές αντιδράσεις στον κόμβο **P2** του σώματος **1**. Αυτό που μένει να οριστεί είναι ο τρόπος με τον οποίο συνδέονται τα τρία σώματα μεταξύ τους. Δηλαδή, ποιοι βαθμοί ελευθερίας κίνησής τους είναι δεσμευμένοι και με ποιο τρόπο.

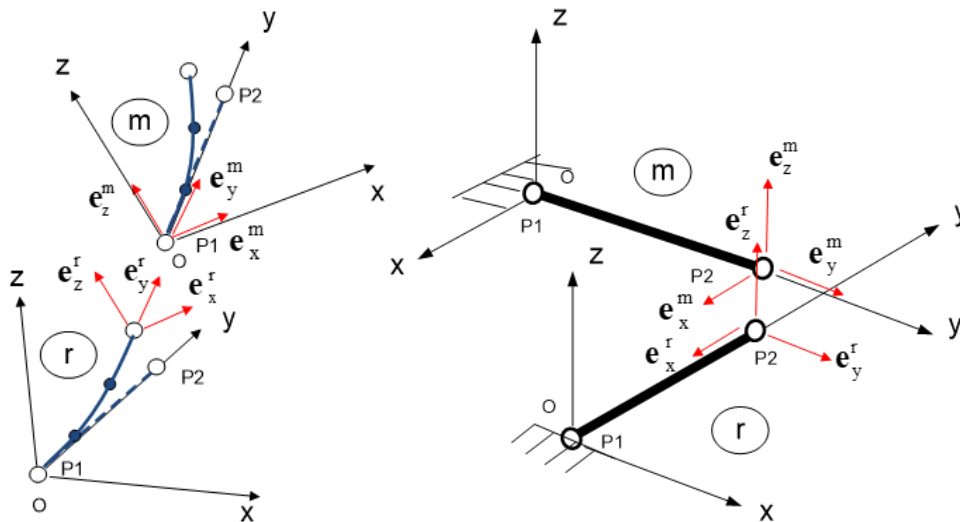
ΑΚΑΜΠΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ

Η πιο απλή συνθήκη σύνδεσης δύο σωμάτων είναι η άκαμπτη σύνδεση. Όταν ένας κόμβος του σώματος **r** είναι άκαμπτα συνδεδεμένος με έναν κόμβο του σώματος **m** τότε ορίζονται τρεις μη γραμμικές συνθήκες θέσης, οι οποίες ορίζουν τις μετατοπίσεις των συνδεδεμένων κόμβων και τρεις μη γραμμικές συνθήκες προσανατολισμού, που ορίζουν τον προσανατολισμό των συστημάτων συντεταγμένων των δύο σωμάτων.

$$\mathbf{r}_G^r (P1 \text{ ή } P2) = \mathbf{r}_G^m (P1 \text{ ή } P2)$$

$$\boldsymbol{\theta}_r^{r,m} = \mathbf{0}$$

Το διάνυσμα \mathbf{r}_g είναι το διάνυσμα θέσης του εκάστοτε κόμβου **P1** ή **P2**, όπως έχει οριστεί από την εξίσωση (2.36), ενώ το $\boldsymbol{\theta}_r^{r,m} = (\boldsymbol{\theta}_{rx}^{r,m}, \boldsymbol{\theta}_{ry}^{r,m}, \boldsymbol{\theta}_{rz}^{r,m})^T$ είναι το διάνυσμα το οποίο περιέχει τις σχετικές γωνίες στροφής των διανυσμάτων δύο βάσεων. Της τοπικής μοναδιαίας βάσης $(\mathbf{e}_x^m, \mathbf{e}_y^m, \mathbf{e}_z^m)$ του σώματος **m** στον κόμβο σύνδεσης, σε σχέση με τη μοναδιαία βάση $(\mathbf{e}_x^r, \mathbf{e}_y^r, \mathbf{e}_z^r)$ του σώματος **r** στον ίδιο κόμβο.



Εικόνα 2.13: Ορισμός τοπικών βάσεων συνευθειακών (αριστερά) και μη συνευθειακών (δεξιά) σωμάτων

Τα διανύσματα των δύο βάσεων ορίζονται στην παραμορφωμένη κατάσταση ενώ στην αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση οι βάσεις ταυτίζονται. Συνεπώς σε συνθήκη άκαμπτης σύνδεσης κόμβων, οι γωνίες $\boldsymbol{\theta}_r^{r,m} = (\boldsymbol{\theta}_{rx}^{r,m}, \boldsymbol{\theta}_{ry}^{r,m}, \boldsymbol{\theta}_{rz}^{r,m})^T$ πρέπει να παραμένουν μηδενικές σε κάθε παραμορφωμένη θέση του συστήματος των σωμάτων, όπως φαίνεται και στην πιο πάνω εικόνα για την περίπτωση των συνευθειακών σωμάτων. Το διάνυσμα των γωνιών υπολογίζεται από τις πιο κάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \cos \boldsymbol{\theta}_{rx}^{r,m} (\mathbf{e}_y^r \cdot \mathbf{e}_z^m) - \sin \boldsymbol{\theta}_{rx}^{r,m} (\mathbf{e}_z^r \cdot \mathbf{e}_z^m) &= 0 \\ \cos \boldsymbol{\theta}_{ry}^{r,m} (\mathbf{e}_z^r \cdot \mathbf{e}_x^m) - \sin \boldsymbol{\theta}_{ry}^{r,m} (\mathbf{e}_x^r \cdot \mathbf{e}_x^m) &= 0 \\ \cos \boldsymbol{\theta}_{rz}^{r,m} (\mathbf{e}_x^r \cdot \mathbf{e}_y^m) - \sin \boldsymbol{\theta}_{rz}^{r,m} (\mathbf{e}_y^r \cdot \mathbf{e}_y^m) &= 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Στην περίπτωση που τα σώματα αρχικά είναι συνευθειακά, τα διανύσματα μοναδιαίων βάσεων ορίζονται από τις στήλες του ολικού μητρώου στροφή \mathbf{T} του κάθε σώματος για τον κόμβο $\mathbf{P1}$ ενώ για τον κόμβο $\mathbf{P2}$ ορίζονται από τις στήλες του μητρώου $\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_l$, όπου:

$$\mathbf{T}_l = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\theta_z(\mathbf{P2}) & \theta_y(\mathbf{P2}) \\ \theta_z(\mathbf{P2}) & \mathbf{1} & -\theta_x(\mathbf{P2}) \\ -\theta_y(\mathbf{P2}) & \theta_x(\mathbf{P2}) & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Οι γωνίες που ορίζονται στον πίνακα \mathbf{T}_l είναι οι τοπικές ελαστικές γωνίες του κόμβου $\mathbf{P2}$, οι οποίες θεωρούνται μικρές. Όταν τα σώματα δεν είναι συνευθειακά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.13 (δεξιά), τότε τα διανύσματα της μοναδιαίας βάσης του σώματος \mathbf{r} προκύπτουν από τις στήλες του μητρώου $\mathbf{T}^r \cdot \mathbf{T}_l^r \cdot (\mathbf{T}^r \cdot \mathbf{T}^m)^{un}$ όπου $(\mathbf{T}^r \cdot \mathbf{T}^m)^{un}$ είναι το μητρώο στροφής από το τοπικό σύστημα του σώματος \mathbf{m} στο τοπικό σύστημα του \mathbf{r} στην αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση (un - undeformed).

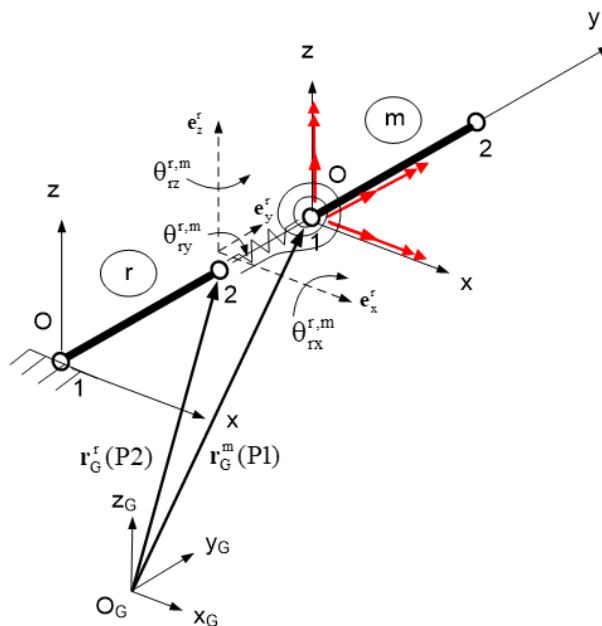
ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ

Μια άλλη συνθήκη σύνδεσης σωμάτων είναι η ελεύθερη ή ελαστικά περιορισμένη κίνηση του σώματος \mathbf{m} σε σχέση με το σώμα \mathbf{r} . Η σύνδεση αυτή υλοποιείται με την εικονική τοποθέτηση ελατηρίου και απόσβεσης μεταξύ των κόμβων που συνδέονται, όπως αναπαρίσταται στην Εικόνα 2.14. Οι σχέσεις που διέπουν τις δυναμικές συνθήκες της σύνδεσης των σωμάτων είναι οι:

$$\begin{aligned} & \mathbf{k}_p^t [(\mathbf{T}^r)^T \cdot \mathbf{r}_G^r(\mathbf{P2}) - (\mathbf{T}^r)^T \cdot \mathbf{r}_G^m(\mathbf{P1} \text{ ή } \mathbf{P2})]_p \\ & + \mathbf{c}_p^t [(\mathbf{T}^r)^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_G^r(\mathbf{P2}) - (\mathbf{T}^r)^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_G^m(\mathbf{P1} \text{ ή } \mathbf{P2})]_p = \mathbf{F}_p^R \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{k}_p^r [\theta_{r0}^{r,m} - \theta_{r0}^{r,m}]_p + \mathbf{c}_p^r [\dot{\theta}_r^{r,m}]_p = \mathbf{M}_p^R$$

Όπου $\mathbf{p} = x, y, z$, οι όροι $\mathbf{k}_p^t, \mathbf{k}_p^r$ και $\mathbf{c}_p^t, \mathbf{c}_p^r$ αντιπροσωπεύουν τις γραμμικές, με δείκτη \mathbf{t} , και γωνιακές, με δείκτη \mathbf{r} , ιδιότητες δυσκαμψίας \mathbf{k} και απόσβεσης \mathbf{c} της σύνδεσης, οι όροι \mathbf{F}_p^R και \mathbf{M}_p^R είναι οι συνιστώσες των δυνάμεων και των ροπών αντίδρασης στο σημείο σύνδεσης και $\theta_{r0}^{r,m}$ είναι η γωνία μηδενικής ελαστικής παραμόρφωσης του ελατηρίου.



Εικόνα 2.14: Ελεύθερη ή ελαστική σύνδεση σωμάτων

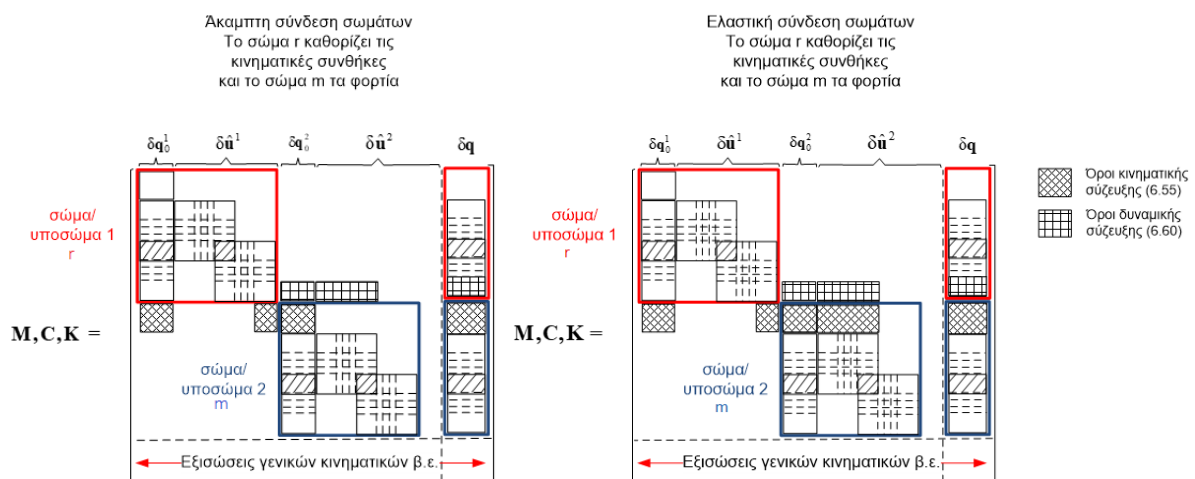
Μαζί με τις σχετικές γωνίες στροφής ενός σώματος σε σχέση με το σώμα με το οποίο είναι συνδεδεμένο, μπορούν να υπολογιστούν και οι απόλυτες γωνιακές ταχύτητες του κάθε σώματος ως προς τους άξονες του τοπικού συστήματός του. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας του σώματος \mathbf{r} $\boldsymbol{\omega}_i^r = \dot{\boldsymbol{\theta}}_i^r = (\dot{\theta}_{lx}^r, \dot{\theta}_{ly}^r, \dot{\theta}_{lz}^r)^T$, εκφρασμένο σε σχέση με το τοπικό σύστημα του σώματος υπολογίζεται από την πιο κάτω σχέση:

$$\mathbf{T}^{rT} \cdot \dot{\mathbf{T}}^r = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\dot{\theta}_{lz}^r & \dot{\theta}_{ly}^r \\ \dot{\theta}_{lz}^r & \mathbf{0} & -\dot{\theta}_{lx}^r \\ -\dot{\theta}_{ly}^r & \dot{\theta}_{lx}^r & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Τα φορτία αντίδρασης $\mathbf{Q}^R = (\mathbf{F}^R, \mathbf{M}^R)^T$ εκφράζονται ως γραμμική σχέση των τοπικών ελαστικών βαθμών ελευθερίας παραμόρφωσης $\hat{\mathbf{u}}$ και των γενικών και τοπικών βαθμών ελευθερίας \mathbf{q} και \mathbf{q}_0 αντίστοιχα του σώματος \mathbf{m} και συγκεκριμένα του στοιχείου \mathbf{e} για το οποίο υπολογίζονται οι αντιδράσεις, χρησιμοποιώντας τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας που προκύπτουν μετά από την γραμμικοποίηση των μη γραμμικών δυναμικών εξισώσεων, στο κεφάλαιο 2.2.2. Οι όροι $\mathbf{F}^R = (F_x^R, F_y^R, F_z^R)^T$ και $\mathbf{M}^R = (M_x^R, M_y^R, M_z^R)^T$ ορίζονται στο σημείο σύνδεσης του σώματος \mathbf{m} με το σώμα \mathbf{r} .

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}^R(1) \\ \mathbf{Q}^R(2) \end{pmatrix}^{m.(e)} = \mathbf{M}_e \cdot \delta \ddot{\mathbf{u}}^{m.(e)} + \mathbf{C}_e^a \cdot \delta \dot{\mathbf{u}}^{m.(e)} + (\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_e^a) \cdot \delta \mathbf{u}^{m.(e)} + \mathbf{M}_e^a \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}^m + \mathbf{C}_e^a \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}^m + \mathbf{K}_e^a \cdot \delta \mathbf{q}^m - \mathbf{Q}_e \quad (2.47)$$

Οι όροι $\mathbf{Q}^R(1)$ και $\mathbf{Q}^R(2)$ είναι οι αντιδράσεις των ακραίων κόμβων του κάθε πεπερασμένου στοιχείου \mathbf{e} του σώματος \mathbf{m} . Σημειώνεται ότι αν το στοιχείο περιέχει εσωτερικούς κόμβους, οι αντίστοιχες γραμμές των τοπικών μητρώων του \mathbf{e} δεν λαμβάνονται υπόψη στην πιο πάνω εξίσωση. Συνεπώς τα καθολικά μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} που περιεγράφηκαν στην Εικόνα 2.11, πλέον με τις προθήκες για την κινηματική και δυναμική σύνδεση σωμάτων ή υποσωμάτων, παίρνουν την πιο κάτω μορφή:



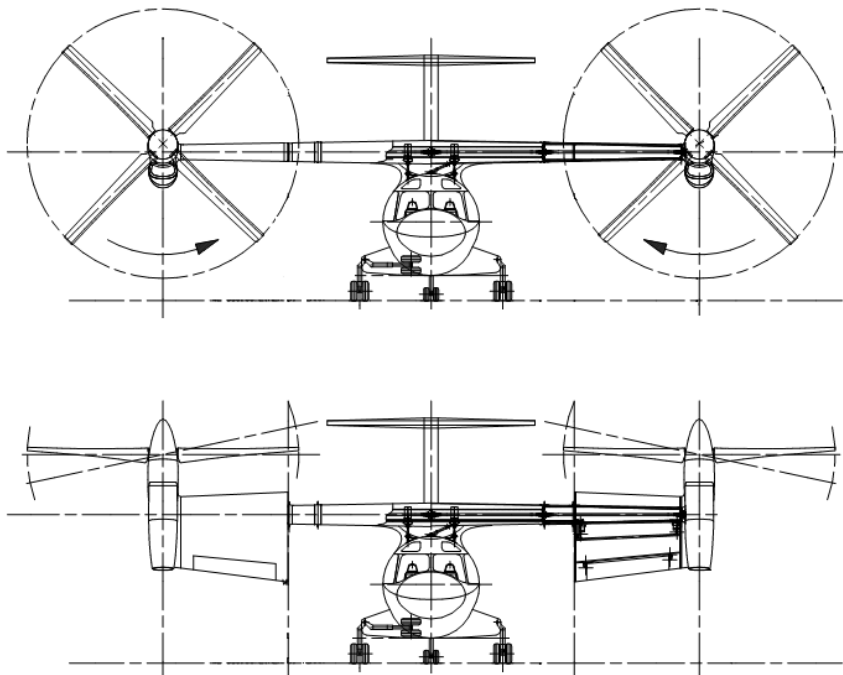
Εικόνα 2.15: Καθολικά μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} συστήματος δύο συνδεδεμένων σωμάτων με άκαμπτη σύνδεση (αριστερά) και ελεύθερη σύνδεση (δεξιά)

3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ - ΔΡΟΜΕΑ

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, το σύστημα το οποίο μελετήθηκε είναι αυτό της μισής πτέρυγας με τον αντίστοιχο δρομέα αεροσκάφους με δυνατότητες κάθετης απογείωσης και προσγείωσης (VTOL). Μελετήθηκε η κύρια πτέρυγα του αεροσκάφους με τον δρομέα, χωρίς το ουραίο τμήμα του αεροσκάφους. Η δυνατότητα του αεροσκάφους, να απογειώνεται και να προσγειώνεται κάθετα, υλοποιείται μέσω της αλλαγής της κλίσης των κινητήρων του αεροσκάφους.

Συγκεκριμένα το αεροσκάφος το οποίο μελετήθηκε είναι το πειραματικό αεροσκάφος ERICA (Enhanced Rotorcraft Innovative Concept Achievement). Το πρόγραμμα στο οποίο εντάχθηκε η ανάπτυξη του ERICA είχε ως στόχο την ανάπτυξη ελικοφόρων αεροσκαφών νέας γενιάς, ανακλινόμενου δρομέα. Το αεροσκάφος Erica κατηγοριοποιείται ως αεροσκάφος μεσαίου μεγέθους, ανακλινόμενου δρομέα ο οποίος έχει τοποθετηθεί στο ακροπτερύγιο. Τμήμα του ακροπτερυγίου του αεροσκάφους έχει την ιδιαιτερότητα ότι είναι και αυτό ανακλινόμενο και ακολουθεί την κλίση του δρομέα έτσι ώστε να ευθυγραμμίζεται με την κατεύθυνση της ροής κατάντι του δρομέα.

Οι κινητήρες του αεροσκάφους είναι τοποθετημένοι στα ακροπτερύγια του αεροσκάφους και υποστηρίζονται από την κύρια δοκό της πτέρυγας του αεροσκάφους η οποία είναι κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό. Η δοκός είναι σχεδιασμένη να παρέχει την κατάλληλη στιβαρότητα έτσι ώστε να διατηρείται η ευστάθεια του αεροσκάφους και να παραλαμβάνει τα φορτία που προκύπτουν από την κάθετη και οριζόντια πτήση. Επίσης η δοκός περιστρέφεται, αλλάζοντας τις κλίσεις των κινητήρων του αεροσκάφους, μέσω σερβομηχανισμών.



Εικόνα 3.1: Πρόσοψη αεροσκάφους Erica με τους κινητήρες σε κλίση οριζόντιας πτήσης (άνω) και σε κλίση κάθετης απογείωσης και προσγείωσης (κάτω)

Κατά την μελέτη που έγινε από το εργαστήριο Αεροδυναμικής του ΕΜΠ, το αεροσκάφος Erica τέθηκε υπό κλίμακα, και δημιουργήθηκε το μοντέλο TILTAERO. Τα στοιχεία που χρειάστηκαν για την μοντελοποίηση του αεροσκάφους, για την μελέτη της παρούσας διπλωματικής εργασίας, λήφθηκαν

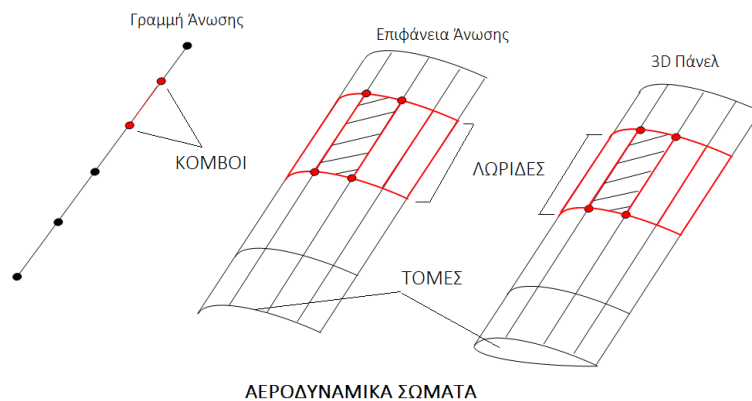
με βάση το μοντέλο TILTAERO. Συνεπώς όλα τα δεδομένα και αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην έκθεση αφορούν το υπό κλίμακα μοντέλο του αεροσκάφους.

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Το σύστημα μοντελοποιείται στον hGast με τον διαχωρισμό του σε ομάδες σωμάτων. Υπάρχουν τα αεροδυναμικά σώματα και τα ελαστικά σώματα μεταξύ των οποίων ορίζεται σύζευξη η οποία επιτρέπει την αεροελαστική τους μελέτη. Το κάθε σώμα περιγράφεται από ξεχωριστά αρχεία εισόδου του κώδικα τα οποία ορίζουν τα απαραίτητα ελαστικά, αεροδυναμικά, γεωμετρικά και κινηματικά στοιχεία.

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

Το κάθε αεροδυναμικό σώμα χωρίζεται σε τομές (sections) οι οποίες απαρτίζονται από πλήθος κόμβων (nodes) καθορίζοντας έτσι την βάση σχηματισμού του σώματος. Δύο διαδοχικές τομές ορίζουν μια λωρίδα (strip) του σώματος, δηλαδή ένα πεπερασμένο τμήμα του αεροδυναμικού σώματος. Οι λωρίδες αποτελούν τα κύρια αεροδυναμικά στοιχεία του σώματος, όπου υπολογίζονται και τα αεροδυναμικά φορτία.



Εικόνα 3.2: Αναπαράσταση κόμβων (nodes), τομών (sections) και λωρίδων (strips) αεροδυναμικών σωμάτων

Τέσσερις κόμβοι, τοποθετημένοι σε ανθρωπολογική σειρά, ορίζουν ένα πάνελ, στην περίπτωση που το αεροδυναμικό σώμα έχει μοντελοποιηθεί μέσω της μεθόδου των πάνελ. Κάθε λωρίδα αποτελείται από πλήθος πάνελ.

Από την ακμή εκφυγής των αεροδυναμικών σωμάτων απορρέει ο ομόρρους υπό την μορφή πάνελ και στη συνέχεια μετατρέπονται σε στοιχεία στρωβιλότητας, όπως έχει αναλυθεί στο κεφάλαιο 1.2. Κάθε λωρίδα παράγει τον δικό της ομόρρου, έτσι ο ομόρρους διακριτοποιείται χωρικά όπως το αντίστοιχο αεροδυναμικό σώμα. Για κάθε χρονικό βήμα παράγεται νέα σειρά πάνελ ομόρρου στην ακμή εκφυγής, οπότε έτσι προκύπτει και η χρονική διακριτοποίησή του.

Υπάρχει η επιλογή τα σώματα να ομαδοποιηθούν σε blocks, για παράδειγμα τα πτερύγια του δρομέα να αποτελούν ένα block, έτσι ώστε τα φορτία να υπολογίζονται και για ολόκληρο το block, εκτός από τον υπολογισμό για κάθε ξεχωριστό σώμα.

ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

Τα ελαστικά σώματα μοντελοποιούνται, όπως έχει παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 2.2, ως δοκοί. Η κάθε δοκός, ως σώμα (body), χωρίζεται σε υποσώματα (sub-bodies) και αυτά με τη σειρά τους χωρίζονται σε πεπερασμένα στοιχεία (elements). Τέλος τα στοιχεία αποτελούνται από κόμβους (nodes).

Για το κάθε στοιχείο, καταχωρούνται οι πληροφορίες για τα ελαστικά χαρακτηριστικά του τμήματος του σώματος το οποίο μοντελοποιούν. Συνεπώς τα χαρακτηριστικά αυτά, όπως η μάζα, το μέτρο ελαστικότητας, η αδράνεια, υπολογίζονται ανά μήκος σώματος και έπειτα εισάγονται στα αρχεία εισόδου για κάθε διακριτό μήκος, σχηματίζοντας έτσι τα χαρακτηριστικά για ολόκληρο το σώμα.

Είναι πολύ σημαντικό για τα ελαστικά σώματα, να καθοριστεί η συνδεσμολογία μεταξύ των σωμάτων και μεταξύ των υποσωμάτων. Οι συνθήκες σύνδεσης καθορίζονται σε ακραίους κόμβους σωμάτων και υποσωμάτων και ορίζουν ποια σώματα μεταφέρουν κινήσεις στα υπόλοιπα, και ποια μεταφέρουν φορτία. Ο κάθε κόμβος έχει έξι βαθμούς ελευθερίας, τρεις κινήσεις και τρεις στροφές ή αντίθετα τρεις δυνάμεις και τρεις ροπές. Μέσω των συνδέσεων ορίζεται ποιοι από αυτούς τους βαθμούς ελευθερίας συνδέονται ελαστικά ή άκαμπτα, π.χ. σε μια πάκτωση όλοι οι βαθμοί ελευθερίας ορίζονται ως άκαμπτες συνδέσεις.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ

Για κάθε σώμα ορίζεται μια σειρά από μετακινήσεις και στροφές οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό της θέσης του σώματος στον χώρο. Ορίζονται τόσο για τα ελαστικά όσο και για τα αεροδυναμικά σώματα. Οι μετακινήσεις καθορίζονται από αρχεία εισόδου τα οποία περιέχουν πληροφορίες για την μεταφορά και περιστροφή του τοπικού συστήματος συντεταγμένων του κάθε σώματος, έτσι ώστε να μπορεί να τοποθετηθεί το σώμα σε μια επιθυμητή θέση. Επίσης μπορούν να οριστούν περιοδικές κινήσεις για κάθε σώμα, όπως για παράδειγμα περιστροφή του δρομέα ή περιοδική μεταβολή της γωνίας βήματος πτερυγίου.

Οι μετακινήσεις αυτές αφορούν το τοπικό σύστημα αξόνων του σώματος και ορίζονται για κάθε σώμα ξεχωριστά. Μπορούν όμως να οριστούν και γενικές κινήσεις οι οποίες θα είναι ίδιες για όσα σώματα οριστεί. Η περιστροφή των πτερυγίων του δρομέα μπορεί να καθοριστεί για κάθε πτερύγιο ξεχωριστά ή μέσω κάποιας γενικής κίνησης και για τα 4 πτερύγια.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

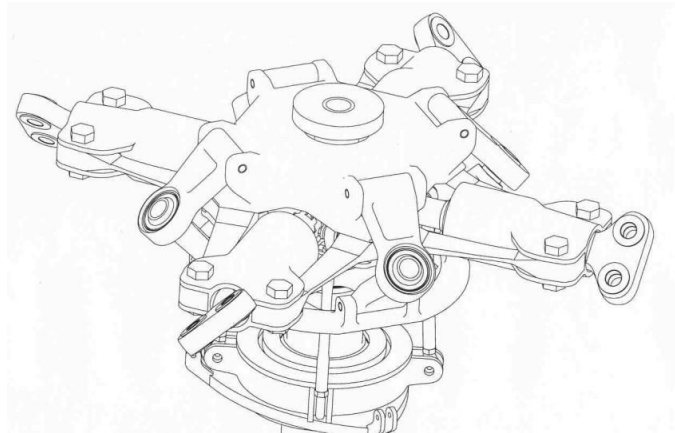
Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διαφόρων σωμάτων ορίζονται κατά το μήκος τους. Το σώμα χωρίζεται σε διαδοχικά τμήματα και για κάθε τμήμα περιγράφονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά έτσι ώστε από τα χαρακτηριστικά όλων των τμημάτων να περιγράφεται το συνολικό σώμα. Ο ορισμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών είναι ιδιαίτερα σημαντικός για τα αεροδυναμικά σώματα

Για τα αεροδυναμικά σώματα βασικά χαρακτηριστικά που περιγράφονται κατά μήκος του σώματος είναι το μήκος της χορδής, η γωνία συστροφής, η γωνία οπισθόκλισης και η γεωμετρία της αεροτομής. Για τα ελαστικά σώματα, εφόσον αυτά είναι μονοδιάστατα, περιγράφεται το μήκος του κάθε τμήματος, η θέση του κέντρου βάρους του κάθε τμήματος και εάν υπάρχει οπισθόκλιση.

3.2 ΠΛΗΜΝΗ

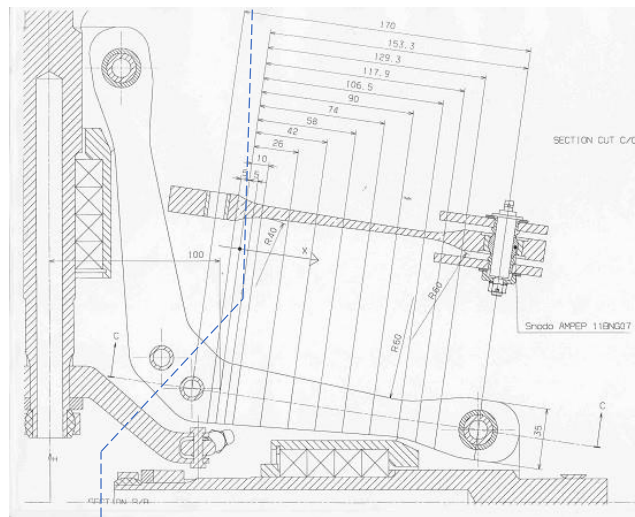
Η πλήμνη (hub) αποτελεί τον μηχανισμό σύζευξης των πτερυγίων του δρομέα μεταξύ τους και με τον άξονα του κινητήρα. Μοντελοποιείται μόνο ελαστικά, αφού δεν αποτελείται από αεροδυναμικές επιφάνειες. Κατά συνέπεια, η πλήμνη συνδέεται μόνο με τα ελαστικά τμήματα των πτερυγίων και όχι με τα αεροδυναμικά. Τα τμήματα της πλήμνης χωρίζονται έτσι ώστε κάθε πτερύγιο να συνδέεται με αντίστοιχο τμήμα της πλήμνης, παρόλο που μερικά τμήματα της πλήμνης στην πραγματικότητα

συνδέονται με περισσότερα από ένα πτερύγια. Αυτό γίνεται στην λογική της δυνατότητας μοντελοποίησης ενός σώματος με πολλά υποσώματα.



Εικόνα 3.3: Σκίτσο πλήμνης

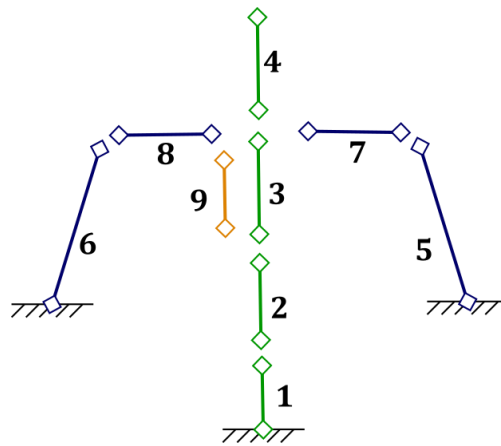
Το τμήμα της πλήμνης που μοντελοποιείται ελαστικά, για τη σύνδεση με κάθε πτερύγιο, παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.4. Αποτελείται από εννέα σώματα-δοκούς, τα οποία δεν χωρίζονται σε υποσώματα. Το κάθε σώμα ορίζεται από δύο κόμβους, στους οποίους καθορίζονται και οι συνθήκες σύνδεσης μεταξύ των σωμάτων της πλήμνης.



Εικόνα 3.4: Τμήμα πλήμνης για σύνδεση με ένα πτερύγιο

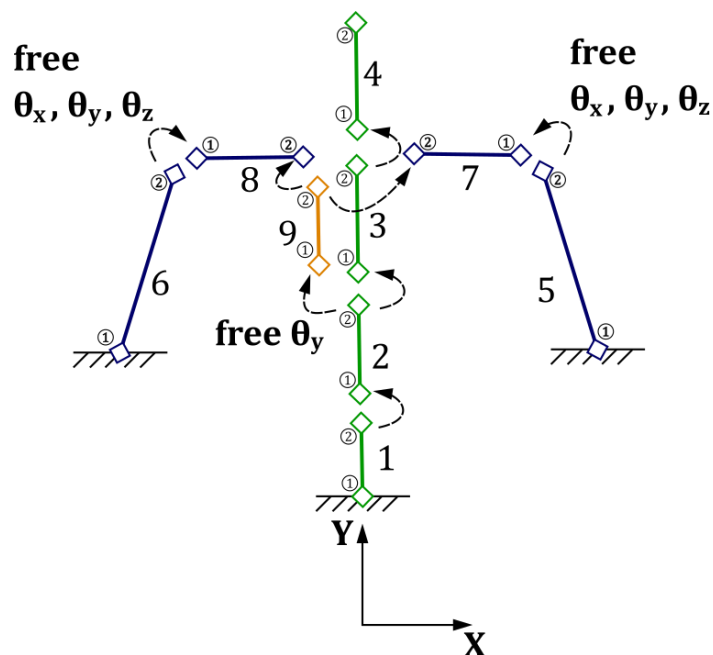
Τα σώματα που αποτελούν την πλήμη είναι οι δοκοί κάμψης (flexbeams), τα στρεφόμενοι άξονες (spindles) και το περίβλημα των εδράνων. Η δοκός κάμψης (flexbeam) είναι το σώμα το οποίο συνδέεται με δύο πτερύγια για αυτό τον λόγο μοντελοποιείται ως δύο διαφορετικά σώματα και το κάθε σώμα αντιστοιχεί σε διαφορετικό πτερύγιο. Τα spindles είναι μικροί άτρακτοι οι οποίοι μεταδίδουν την περιστροφική κίνηση του άξονα του κινητήρα στα πτερύγια, επιτρέποντας όμως την περιστροφή του πτερυγίου για την ρύθμιση της γωνίας βήματος.

Η διάταξη των σωμάτων παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.5. Τα σώματα **1** έως **4** αποτελούν τους στρεφόμενους άξονες (spindles) της πλήμνης, τα σώματα **5** έως **8** είναι τα δύο μισά των δοκών κάμψης (flexbeams) που συνδέονται με κάθε πτερύγιο και το σώμα **9** είναι το περίβλημα των εδράνων το οποίο μοντελοποιείται ως δοκός, όμως στην πραγματικότητα είναι κύλινδρος.



Εικόνα 3.5: Διάταξη δοκών πλήμνης

Είναι σημαντικό να οριστούν οι συνδέσεις μεταξύ των σωμάτων έτσι ώστε να δημιουργηθούν οι κινηματικές και δυναμικές συνθήκες του συστήματος. Οι συνδέσεις μεταξύ των σωμάτων **1** έως **4**, δηλαδή των στρεφόμενων αξόνων (spindles) είναι όλες άκαμπτες. Ο κόμβος **2** του πρώτου σώματος προσδίδει κινηματική στον κόμβο **1** του επόμενου και αυτός με την σειρά του μεταφέρει τις αντιδράσεις των δυνάμεων στον προηγούμενο. Το σώμα **4** στο τέλος των στρεφόμενων αξόνων συνδέεται με το περύγιο. Στην πραγματικότητα τα σώματα **1** έως **4** μοντελοποιούν ένα στερεό. Οι συνδέσεις μεταξύ των δοκών κάμψης (flexbeam) **5** και **7** και των δοκών κάμψης (flexbeam) **6** και **8** είναι ελαστικές. Στις συνδέσεις αυτές δεσμεύονται μόνο οι κινήσεις \mathbf{u}, \mathbf{v} και \mathbf{w} του κόμβου **1** των σωμάτων **7** και **8** από τους κόμβους **2** των σωμάτων **5** και **6**. Οι στροφές θ_x, θ_y και θ_z των σωμάτων **7** και **8** δεν περιορίζονται από την σύνδεση. Επίσης το περίβλημα των εδράνων, σώμα **9**, συνδέεται άκαμπτα, μεταφέροντας κινήσεις, στον κόμβο **2** με τους κόμβους **2** των σωμάτων **7** και **8**. Επίσης, ο κόμβος **1** του σώματος **9** συνδέεται ελαστικά με τον κόμβο **2** του σώματος **2**, δεσμεύοντας όλες τις κινήσεις εκτός από αυτήν της θ_y , μεταφέροντας τις αντιδράσεις των δυνάμεων. Τέλος, οι κόμβοι **1** των σωμάτων **1**, **5** και **6** συνδέονται με το περιβάλλον με άκαμπτη σύνδεση. Στο πιο κάτω σχήμα αναπαρίστανται οι συνδέσεις μεταξύ των σωμάτων.



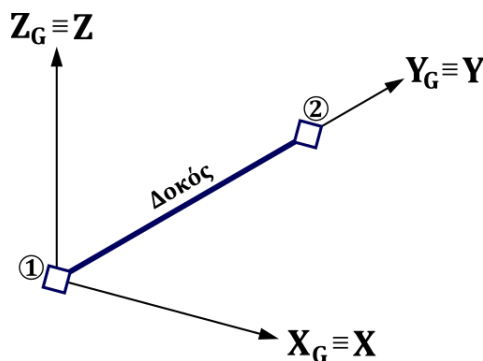
Εικόνα 3.6: Συνδέσεις σωμάτων πλήμνης

Κάθε ένα από τα τέσσερα τμήματα που σχηματίζουν την πλήμνη, κινούνται μαζί με το αντίστοιχο ελαστικό πτερύγιο του δρομέα. Συνεπώς για να αποκτήσουν τον κατάλληλο προσανατολισμό πρέπει να μεταφερθούν και να στραφούν με τις κατάλληλες κινήσεις. Το κάθε σώμα έχει τον δικό του τοπικό άξονα συντεταγμένων, για τον οποίο θα εφαρμοστούν οι μετακινήσεις και οι στροφές έτσι ώστε η πλήμνη να αποκτήσει την μορφή που περιεγράφηκε προηγουμένως.

Οι στρεφόμενοι άξονες (spindles), όπως φαίνεται και στα σχήματα, βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Συνεπώς, ο κάθε στρεφόμενος άξονας θα είναι απλώς μετατοπισμένος κατά τον τοπικό άξονα Y όσο το μήκος του προηγούμενου στρεφόμενου άξονα. Στις δοκούς κάμψης (flexbeams) όμως θα εφαρμοστούν διαφορετικές κινήσεις. Για τις δοκούς κάμψης παρατηρείται ότι είναι μετατοπισμένα και κατά τον άξονα Y και κατά τον X και έχουν στραφεί γύρω από τον άξονα Z . Επίσης όλα τα σώματα του τμήματος της πλήμνης στρέφονται έτσι ώστε το σύστημα να λάβει την αξιμουθιακή θέση του πτερυγίου στο οποίο αντιστοιχεί.

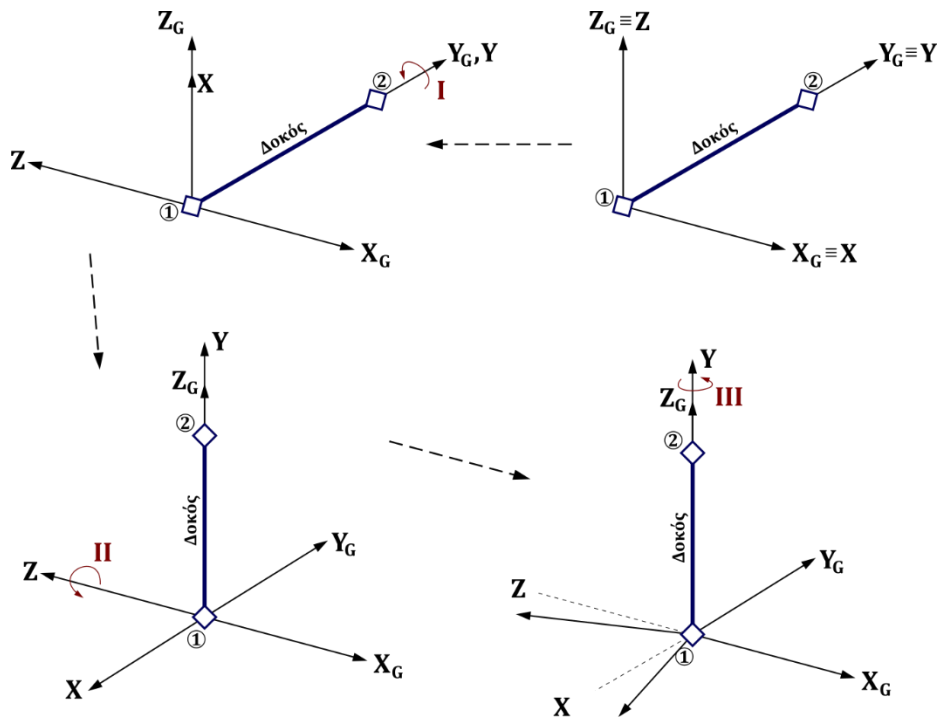
Συνεπώς, όλα τα σώματα ορίζονται αρχικά σε αδρανειακό σύστημα, πριν εφαρμοστούν οι μετατοπίσεις και οι μεταφορές και στη συνέχεια κινούνται οι τοπικοί άξονες συντεταγμένων του κάθε σώματος. Οι πρώτες μετακινήσεις και στροφές που εφαρμόζονται κινούν τα συστήματα προς τον προσανατολισμό της πτέρυγας στην οποία αντιστοιχούν. Εάν θεωρήσουμε πως το πρώτο πτερύγιο του δρομέα είναι το άνω κάθετο πτερύγιο, τότε οι αρχικές κινήσεις όλων των σωμάτων θα είναι οι στροφές των τοπικών αξόνων για να λάβουν τη σωστή αξιμουθιακή σχέση.

Πιο κάτω παρουσιάζεται η αρχική θέση των σωμάτων, πριν εφαρμοστούν μετακινήσεις και στροφές στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Οι τοπικοί άξονες ταυτίζονται με τους αδρανειακούς. Το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων είναι ορισμένο με τον πιο κάτω προσανατολισμό, στα πλαίσια του κώδικα που χρησιμοποιείται για την αεροελαστική ανάλυση των σωμάτων.



Εικόνα 3.7: Αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων των σωμάτων

Για να προσανατολιστεί το κάθε σώμα σύμφωνα με το σύστημα του πτερυγίου στο οποίο αντιστοιχεί, γίνεται στροφή, κίνηση I , γύρω από τον τοπικό άξονα Y έτσι ώστε ο άξονας Z να είναι στην ίδια κατεύθυνση με τον άξονα περιστροφής του δρομέα. Έπειτα το σύστημα αξόνων στρέφεται γύρω από τον τοπικό άξονα Z , κίνηση II , έτσι ώστε το σώμα να λάβει την κατάλληλη αξιμουθιακή θέση. Στην περίπτωση των σωμάτων που αντιστοιχούν στο πτερύγιο 1 του δρομέα, αυτά στρέφονται στην κάθετη άνω θέση, δηλαδή κατά -90° . Τέλος το σύστημα αξόνων στρέφεται γύρω από τον άξονα Y ξανά, κίνηση III , για να ευθυγραμμιστεί με την γωνία βήματος του πτερυγίου. Οι κινήσεις των αξόνων φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα.



Εικόνα 3.8: Αρχικές κινήσεις (στροφές) αξόνων τοπικού συστήματος συντεταγμένων σωμάτων για την υιοθέτηση σωστού προσανατολισμού.

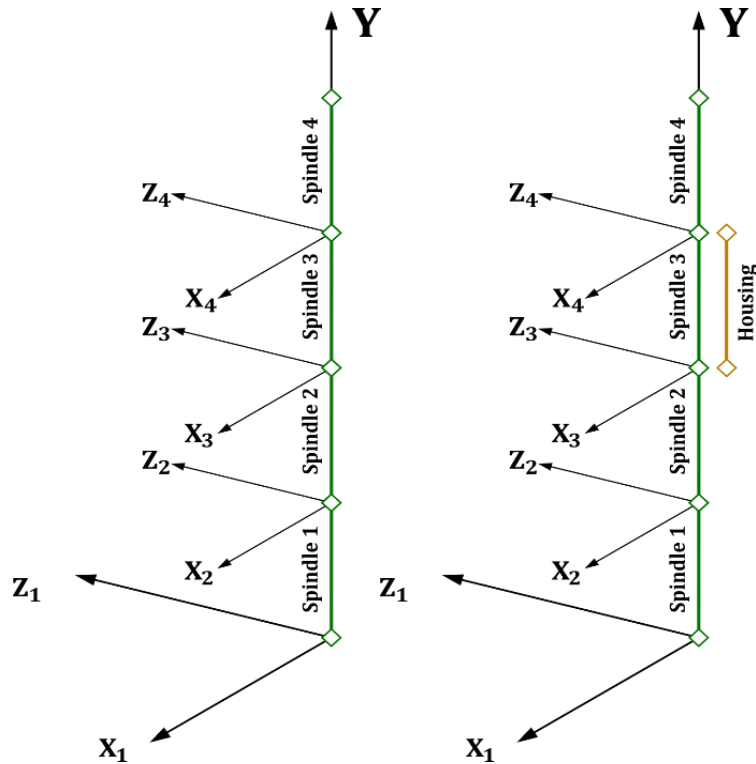
Κατά την κίνηση **II**, πέρα από την αζιμουθιακή περιστροφή, ορίζεται και η ταχύτητα περιστροφής του σώματος η οποία είναι η ίδια με την γωνιακή ταχύτητα του περυγίου. Η ταχύτητα περιστροφής είναι σημαντικό να οριστεί πριν ο τοπικός άξονας **Z** στραφεί και δεν έχει πλέον την ίδια κατεύθυνση με τον άξονα περιστροφής του δρομέα. Αυτές οι κινήσεις είναι κοινές για όλα τα σώματα της πλήμνης και γίνονται έτσι ώστε στη συνέχεια, με βάση τον σωστό προσανατολισμό, να οριστούν οι θέσεις του κάθε σώματος για να σχηματιστεί η πλήμνη.

Οι στρεφόμενοι άξονες (spindles), όπως αναφέρθηκε προηγουμένως βρίσκονται πάνω στην διεύθυνση του τοπικού άξονα **Y**. Για να λάβουν τη σωστή θέση για τον σχηματισμό της πλήμνης, μετακινούνται κατά τον άξονα **Y** έτσι ώστε το σύστημα συντεταγμένων τους, όπου στην αρχή του συστήματος τοποθετείται ο κόμβος **1** του σώματος, να τοποθετείται στο τέλος των προηγούμενων στρεφόμενων αξόνων. Συνεπώς οι τοπικοί άξονες συντεταγμένων των στρεφόμενων αξόνων (spindles) διαμορφώνονται όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.9. Επίσης με τον ίδιο τρόπο μετακινείται και το περίβλημα των εδράνων στην αντίστοιχη θέση.

Όσον αφορά την μετακίνηση των συστημάτων συντεταγμένων των δοκών κάμψης (flexbeams), πέρα από την κίνηση στην σωστή θέση κατά **Y** πρέπει να οριστούν κατάλληλες κινήσεις κατά τον άξονα **X** και στροφές γύρω από τον **Z** για να λάβουν τον σωστό προσανατολισμό. Θα παρουσιαστούν οι κινήσεις και οι στροφές των τοπικών συστημάτων των δοκών κάμψης της δεξιάς πλευράς της πλήμνης. Με παρόμοιο τρόπο μετακινούνται και οι δοκοί κάμψης της αριστερής πλευράς, όμως εφαρμόζονται οι αντίθετες στροφές, έτσι ώστε η πλήμνη να είναι συμμετρικό.

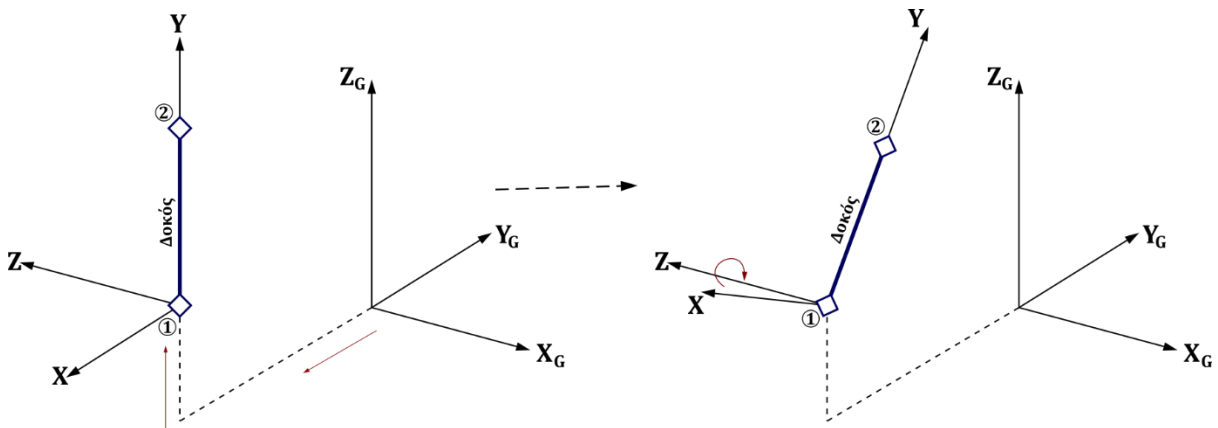
Οι δοκοί κάμψης, αφού μετακινηθούν έτσι ώστε να λάβουν τη σωστή αζιμουθιακή θέση, μετατοπίζονται κατά τον άξονα **X** και τον άξονα **Z** ώστε ο κόμβος **1**, όπου είναι τοποθετημένη η αρχή των αξόνων του τοπικού συστήματος συντεταγμένων, να βρεθεί στην κατάλληλη θέση. Έπειτα, στρέφεται κάθε δοκός κάμψης γύρω από τον άξονα **Z** για να προσανατολιστεί όπως φαίνεται στην

Εικόνα 3.5. Εάν η μετακίνηση των δοκών κάμψης (flexbeams) ξεκινήσει από το σώμα **5** τότε ο κόμβος **1** του σώματος **7** θα πρέπει να τοποθετηθεί στο ίδιο σημείο με τον κόμβο **2** του σώματος **5**.



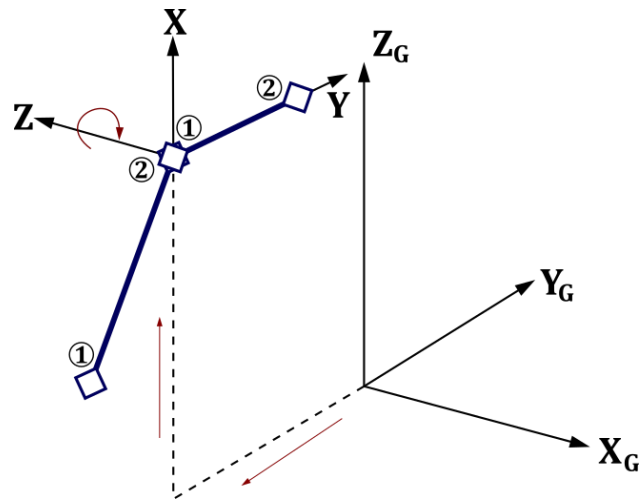
Εικόνα 3.9: Μετακίνηση των τοπικών συστημάτων συντεταγμένων των στρεφόμενων αξόνων και του περιβλήματος των εδράνων

Οι μετακινήσεις των ακριανών δοκών κάμψης φαίνονται στην πιο κάτω εικόνα:



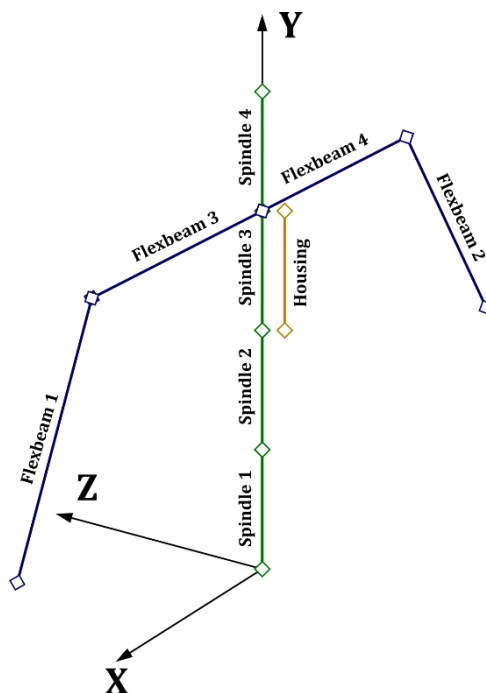
Εικόνα 3.10: Μετακίνηση σώματος **5** (δοκός κάμψης)

Η ίδια σειρά κινήσεων εφαρμόζεται στο σώμα **7** έτσι ώστε η αρχή των τοπικών αξόνων συντεταγμένων να βρίσκεται το τέλος του σώματος **5**. Επίσης η στροφή του σώματος **7** γύρω από τον τοπικό άξονα **Z** είναι **90°** έτσι ώστε να είναι οριζόντιο.



Εικόνα 3.11: Η διάταξη των δοκών κάμψης (flexbeams) της μιας πλευράς της πλήμνης πτερυγίου

Με παρόμοιο τρόπο μετακινούνται και τα σώματα **6** και **8** έτσι ώστε να κατασκευαστεί το συμμετρικό τμήμα της πλήμνης που αντιστοιχεί στο κάθε πτερύγιο. Έτσι η πλήμη λαμβάνει την πιο κάτω διάταξη, σε σχέση και με τους άξονες του πτερυγίου στο οποίο αντιστοιχούν. Στην άκρη του τελευταίου στρεφόμενου άξονα θα τοποθετηθούν τα ελαστικά σώματα του πτερυγίου του δρομέα, τα οποία εκτείνονται κατά τον άξονα **Y**. Η σύνδεση μεταξύ των στρεφόμενων αξόνων και του πτερυγίου είναι άκαμπτη. Εφόσον οι στρεφόμενοι άξονες είναι ελεύθεροι να στραφούν γύρω από τον άξονα **Y**, τότε αυτοί θα στρέφονται ανάλογα με την γωνία βήματος του πτερυγίου.



Εικόνα 3.12: Διάταξη σωμάτων πλήμνης σε σχέση με το σύστημα αξόνων του πτερυγίου

3.3 ΔΡΟΜΕΑΣ

Ο δρομέας του αεροσκάφους αποτελείται από τέσσερα πτερύγια. Τα πτερύγια είναι συνδεδεμένα με τον κινητήρα μέσω της πλήμνης και τοποθετούνται σε συμμετρικές θέσεις γύρω από τον άξονα περιστροφής τους. Το κομμάτι της πτέρυγας που μελετάται είναι το αριστερό μισό, όπως φαίνεται στην πρόσοψη στην Εικόνα 3.1, άρα ο δρομέας περιστρέφεται αριστερόστροφα, ανθρωπολογικά. Πέρα από την δυνατότητα αλλαγής κλίσης του κινητήρα άρα και του δρομέα, υπάρχει η δυνατότητα αλλαγής της γωνίας βήματος (pitch angle) των πτερυγίων του δρομέα. Επιπλέον, κατά μήκος του πτερυγίου, η συστροφή (twist angle) και η οπισθόκλιση (sweep) των πτερυγίων μεταβάλλονται.



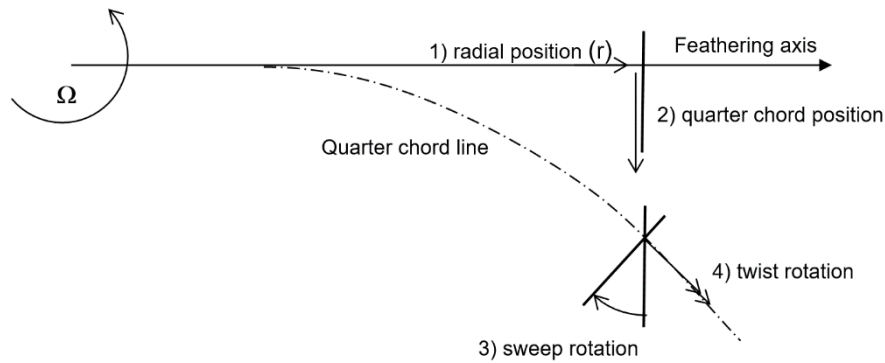
Εικόνα 3.13: Πτερύγια δρομέα αεροσκάφους

Η διάμετρος του δρομέα του μοντέλου TILTAERO είναι $D_R = 2.96 \text{ m}$, συνεπώς η άκρη (tip) του πτερυγίου του δρομέα βρίσκεται σε ακτίνα $R_{tip} = 1.48 \text{ m}$. Η αεροδυναμική επιφάνεια του κάθε πτερυγίου ξεκινάει σε ακτίνα $R = 0.308 \text{ m}$ και συνεχίζει μέχρι την άκρη του πτερυγίου με συγκεκριμένη κατανομή αεροτομών. Το υπόλοιπο τμήμα του πτερυγίου, που δεν αντιστοιχεί σε αεροδυναμική επιφάνεια, αποτελεί το σύστημα στήριξης του πτερυγίου στον άξονα του κινητήρα. Πιο κάτω παρουσιάζονται τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αεροδυναμικής επιφάνειας των πτερυγίων του δρομέα, συναρτήσει της ακτινικής θέσης από το κέντρο του δρομέα.

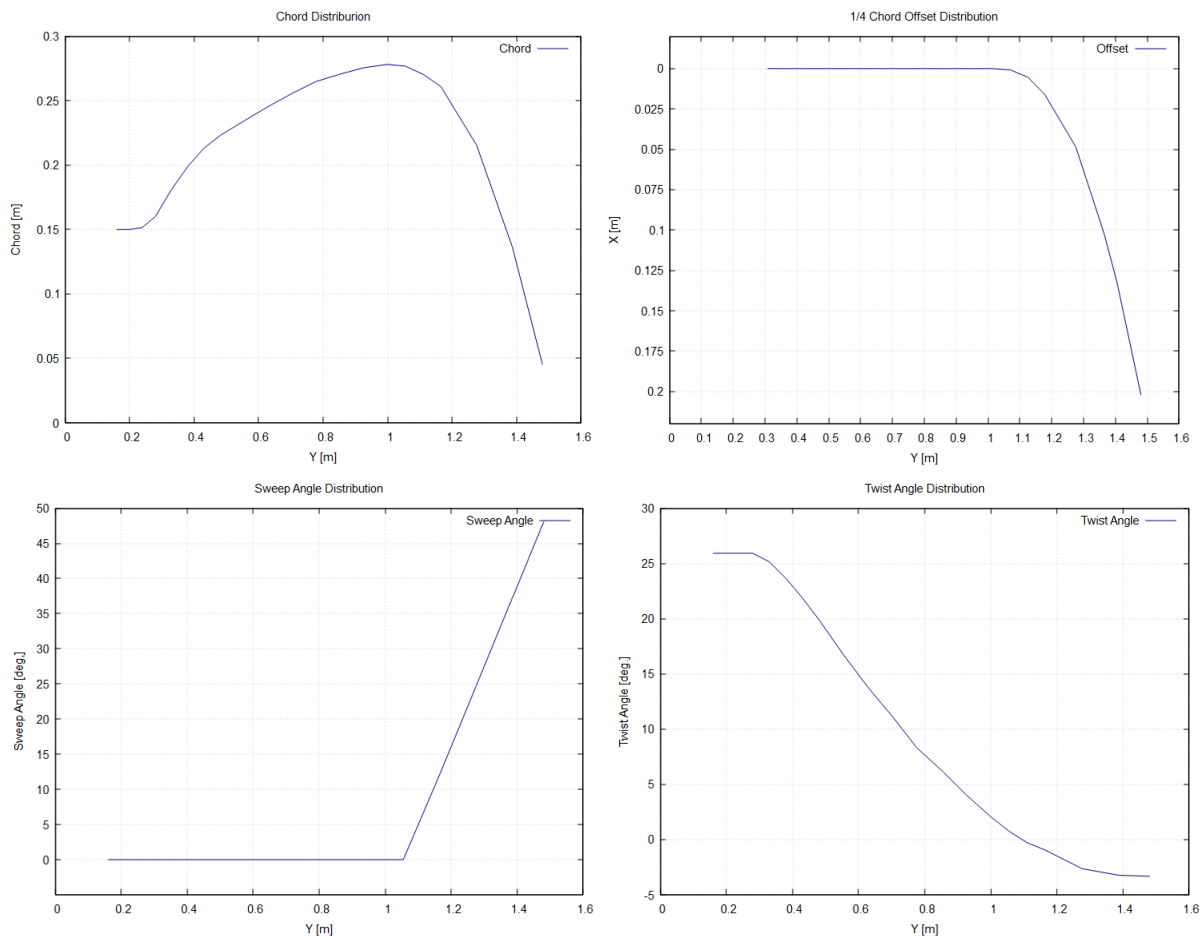
Ακτινική Θέση [m]	Γωνία Συστροφής [°]	Απόκλιση 1/4ου χορδής [m]	Γωνία Οπισθόκλισης [°]	Μήκος Χορδής [m]
0.16	25.92	0	0	0.15
0.20	25.92	0	0	0.15
0.24	25.92	0	0	0.15158
0.28	25.92	0	0	0.16001
0.33	25.15	0	0	0.18102
0.38	23.62	0	0	0.19907
0.43	21.84	0	0	0.21312
0.48	19.87	0	0	0.22297
0.56	16.71	0	0	0.23426
0.63	13.77	0	0	0.24527
0.70	11.12	0	0	0.25543
0.78	8.28	0	0	0.26471
0.85	6.28	0	0	0.27039
0.93	4.07	0	0	0.27546
1.00	2.09	0	0	0.2781
1.05	0.76	0	0	0.27671
1.11	-0.28	0.00293	6.03	0.2704
1.17	-0.95	0.01176	12.07	0.261
1.28	-2.63	0.04877	24.74	0.2154
1.39	-3.23	0.11611	37.43	0.13635
1.48	-3.33	0.20192	48.04	0.0455

Πίνακας 3.1: Κατανομή γεωμετρικών χαρακτηριστικών πτερυγίων δρομέα

Το τμήμα του πτερυγίου από την ακτινική θέση $R = 0.16 \text{ m}$ μέχρι την θέση $R = 0.308 \text{ m}$ αποτελεί σώμα στήριξης του πτερυγίου και δεν θεωρείται ως αεροδυναμική επιφάνεια. Για αυτό τον λόγο, όπως θα παρουσιαστεί και στη συνέχεια, το τμήμα αυτό του πτερυγίου δεν θεωρείται ως αεροδυναμική επιφάνεια. Η γεωμετρία του πτερυγίου, με βάση τα πιο πάνω στοιχεία, δημιουργείται μέσω της μεταφοράς των σημείων του $1/4^{\text{ου}}$ της χορδής και την στροφή των αεροτομών για την δημιουργία της συστροφής και της οπισθόκλισης.



Εικόνα 3.14: Διαδικασία μεταφοράς αεροτομής για την δημιουργία της γεωμετρίας του πτερυγίου



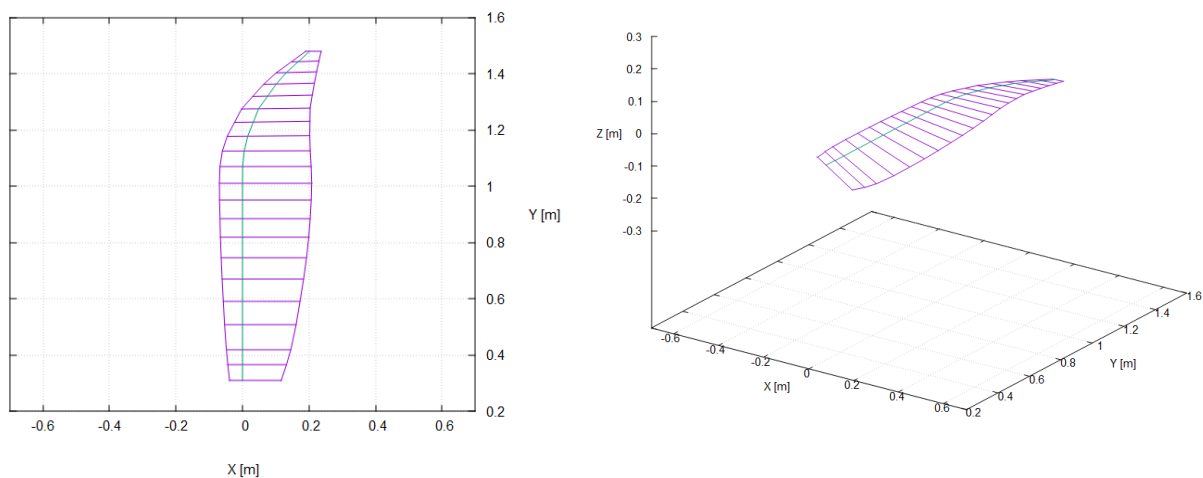
Εικόνα 3.15: Κατανομές γεωμετρικών μεγεθών πτερυγίων συναρτήσει της ακτινικής θέσης. Απεικονίζονται η κατανομή του μήκους χορδής (άνω, αριστερά), η μετατόπιση του $1/4^{\text{ου}}$ της χορδής (άνω, δεξιά), η κατανομή της γωνίας οπισθόκλισης (κάτω, αριστερά) και η κατανομή της γωνίας συστροφής (κάτω, δεξιά)

Στις πιο πάνω γραφικές παραστάσεις φαίνονται οι κατανομές των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του πτερυγίου κατά μήκος του. Ο άξονας Y του πτερυγίου περιγράφει την ακτινική θέση. Από τα δεδομένα που δόθηκαν στα πλαίσια της μελέτης του αεροσκάφους εντός του προγράμματος ERICA, είναι γνωστοί οι αεροδυναμικοί συντελεστές των αεροτομών C_L , C_D , C_M που απαρτίζουν τα πτερύγια, βάσει των οποίων θα γίνουν οι υπολογισμοί των αεροδυναμικών φορτίων. Επίσης δόθηκαν στοιχεία τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για να οριστούν οι κατανομές των δομικών χαρακτηριστικών και των χαρακτηριστικών αδράνειας των πτερυγίων.

3.3.1 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

Για να μοντελοποιηθούν τα πτερύγια, έτσι ώστε να μπορεί ο κώδικας να εκτελέσει την αεροδυναμική του ανάλυση, πρέπει αυτά να διακριτοποιηθούν. Δηλαδή, όπως έχει αναφερθεί εισαγωγικά, να χωριστούν σε τμήματα και να παραχθούν οι κόμβοι έτσι ώστε να προκύψει η γεωμετρία του μοντελοποιημένου πτερυγίου.

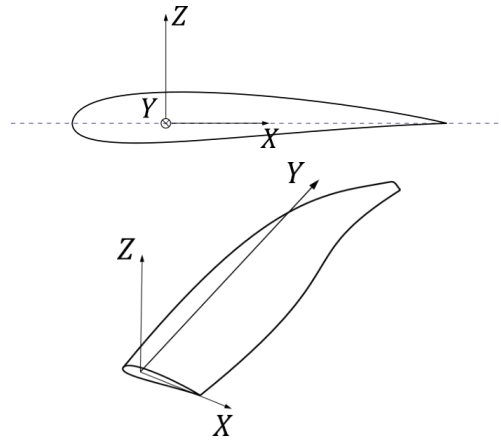
Τα αεροδυναμικά σώματα, στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, μοντελοποιήθηκαν με την θεωρία της Γραμμής Άνωσης. Συγκεκριμένα, τα πτερύγια χωρίστηκαν σε τμήματα τα οποία ορίζουν λωρίδες που χωρίζουν την γραμμή αναφοράς του πτερυγίου, δηλαδή την γραμμή του $1/4^{ου}$ της χορδής, σε διακριτά τμήματα. Το κάθε τμήμα του πτερυγίου αποτελεί μέρος της γραμμής άνωσης που προσεγγίζει την αεροδυναμική συμπεριφορά του πτερυγίου. Μέσω της κατανομής της χορδής γίνονται παρεμβολές έτσι ώστε να σχηματιστεί η διακριτοποιημένη γεωμετρία του πτερυγίου ως πάνελ τεσσάρων κόμβων για κάθε λωρίδα.



Εικόνα 3.16: Μορφή της διακριτοποιημένης επιφάνειας των πτερυγίων του δρομέα

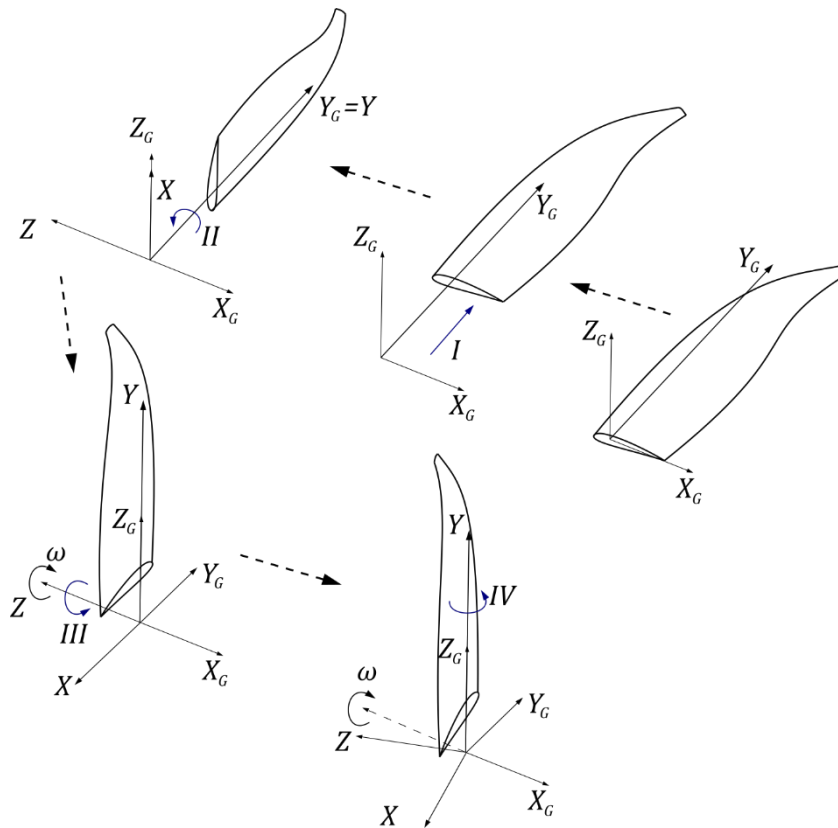
Τα πάνελ χρησιμοποιούνται για να οριστεί η ακμή εκφυγής, από την οποία απορρέει ο ομόρρους του πτερυγίου και για να οριστεί το πλέγμα δινοσωλήνων για κάθε λωρίδα, το οποίο θα μοντελοποιεί την κατανομή της κυκλοφορίας του πτερυγίου που προκύπτει από την θεωρία γραμμής άνωσης.

Για τον σχηματισμό της διάταξης του δρομέα, είναι αναγκαίο να οριστούν μετακινήσεις και στροφές των τοπικών συστημάτων συντεταγμένων $OXYZ$ των πτερυγίων, έτσι ώστε το κάθε πτερύγιο να καταλήξει στην κατάλληλη θέση. Το τοπικό σύστημα αξόνων ορίζεται με τον άξονα Y να ταυτίζεται με τον άξονα του $1/4^{ου}$ της χορδής των πτερυγίων, για το τμήμα που δεν έχει οπισθόκλιση. Δηλαδή κατά τον άξονα Y ορίζεται η ακτινική θέση κατά το εκπέτασμα του πτερυγίου. Ο άξονας X ορίζεται ως ο άξονας που ταυτίζεται με την κατεύθυνση της χορδής του πτερυγίου, όταν δεν υπάρχει συστροφή και οι θετικές τιμές του άξονα X ορίζονται στην κατεύθυνση που κινείται η επ' άπειρο ροή. Οι θετικές τιμές του άξονα Z βρίσκονται στην κατεύθυνση προς την πλευρά υποπίεσης του πτερυγίου.



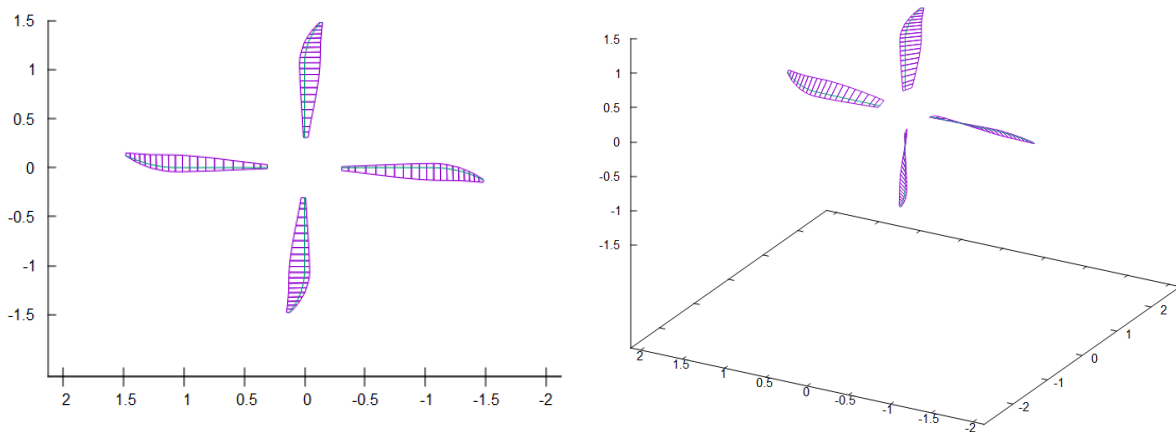
Εικόνα 3.17: Τοπικό σύστημα αξόνων πτερυγίων.

Αρχικά το τοπικό σύστημα συντεταγμένων των πτερυγίων ταυτίζεται με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{OX}_G\mathbf{Y}_G\mathbf{Z}_G$ του “περιβάλλοντος” του κώδικα. Για να καταλήξει το πτερύγιο στην θέση που του αντιστοιχεί για τον σχηματισμό του δρομέα, οι μετακινήσεις και οι στροφές που εφαρμόζονται έχουν την ακόλουθη σειρά. Το πτερύγιο μετατοπίζεται κατά τον άξονα \mathbf{Y} μέχρι την αξονική θέση όπου ορίζεται η αρχή της αεροδυναμικής επιφάνειας. Έπειτα το πτερύγιο στρέφεται γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} με στροφή 90° έτσι ώστε ο άξονας \mathbf{Z} να ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής ολόκληρου του δρομέα. Στη συνέχεια το πτερύγιο στρέφεται γύρω από τον άξονα \mathbf{Z} για να λάβει την αξιμουθιακή του θέση και ορίζεται η ταχύτητα περιστροφής του γύρω από τον άξονα \mathbf{Z} . Τέλος ορίζεται μια τελική στροφή γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} για να καθορισθεί η γωνία βήματος του πτερυγίου (pitch angle).



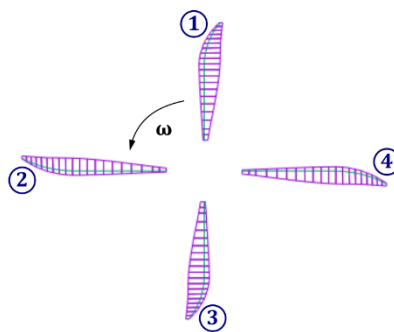
Εικόνα 3.18: Μετακινήσεις και στροφές πτερυγίου για να καταλήξει στην κατάλληλη θέση δρομέα

Στην Εικόνα 3.18 φαίνονται οι μετακινήσεις και οι στροφές του πτερυγίου, που περιεγράφηκαν, καθώς επίσης και πως μεταβάλλεται ο προσανατολισμός του τοπικού συστήματος συντεταγμένων \mathbf{OXYZ} του πτερυγίου σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα $\mathbf{OX_GY_GZ_G}$. Κατά την πρώτη μετακίνηση \mathbf{I} του πτερυγίου παρατηρείται ότι το τοπικό σύστημα συντεταγμένων δεν μετακινήθηκε μαζί με το πτερόγιο. Αυτό συμβαίνει διότι αυτό που αλλάζει είναι η ακτινική θέση της αεροδυναμικής επιφάνειας κατά το τοπικό σύστημα και δεν μετακινείται ολόκληρο το σύστημα αξόνων. Εξού και η αρχή της αεροδυναμικής επιφάνειας έχει οριστεί στην ακτινική θέση $\mathbf{Y} = \mathbf{0.308 m}$ όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Έτσι οι αεροδυναμικές επιφάνειες του δρομέα έχουν την εξής μορφή:



Εικόνα 3.19: Αεροδυναμικές επιφάνειες πτερυγίων δρομέα

Ως πρώτο πτερόγιο από τα τέσσερα του δρομέα, ορίζεται αυτό που βρίσκεται στην άνω κάθετη αζιμουθιακή θέση, δηλαδή το πτερόγιο με αζιμουθιακή περιστροφή αξόνων -90° . Οι αριθμοί των υπόλοιπων πτερυγίων καθορίζονται, κατά σύμβαση, με βάση την φορά περιστροφής του δρομέα έτσι ώστε το πτερόγιο **1** να κατευθύνεται προς την θέση του πτερυγίου **2**, το πτερόγιο **2** προς την θέση του πτερυγίου **3** και ούτω καθεξής. Συνεπώς, ο δρομέας έχει την πιο κάτω διάταξη:

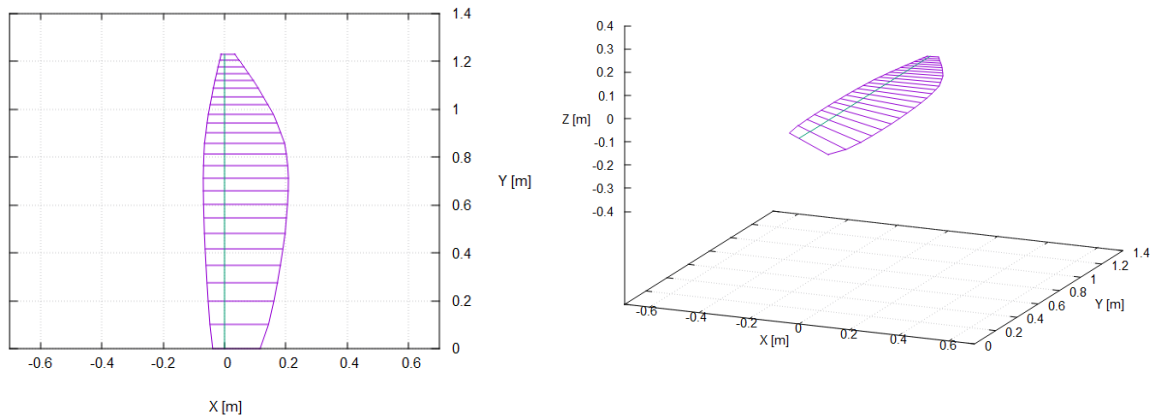


Εικόνα 3.20: Αρίθμηση πτερυγίων δρομέα

Για την ελαστική μοντελοποίηση του πτερυγίου με οπισθόκλιση, απαιτείται η μοντελοποίηση των καμπύλων ελαστικών σωμάτων. Συνεπώς, για την απλοποίηση της μοντελοποίησης, η οπισθόκλιση των πτερυγίων του δρομέα δεν λήφθηκε υπόψη κατά την ανάπτυξη του αεροελαστικού μοντέλου. Έτσι, για να μελετηθεί η μεταβολή της συμπεριφοράς του πτερυγίων, όταν από αυτά αφαιρεθεί η οπισθόκλιση, αναπτύχθηκε ένα ευθύ πτερόγιο το οποίο βασίστηκε στα χαρακτηριστικά του πτερυγίου με οπισθόκλιση.

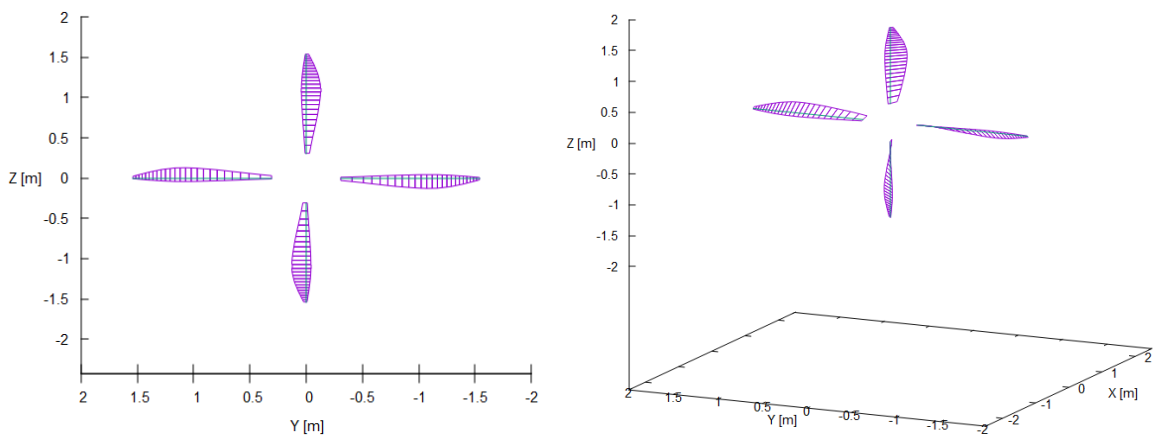
Ο τρόπος με τον οποίο σχηματίστηκε το ευθύ πτερόγιο του δρομέα είχε ως βάση του την κατανομή των χαρακτηριστικών του πτερυγίου με οπισθόκλιση στην καμπύλη που ενώνει τα σημεία του $1/4^{ου}$ της χορδής των αεροτομών. Αυτή η καμπύλη μετατράπηκε σε γραμμή και οι κατανομές της συστροφής

και της χορδής διατηρήθηκαν σταθερές. Αυτά που αφαιρέθηκαν από τις κατανομές ήταν η κατανομή της οπισθόκλισης και η κατανομή της απόκλισης του $1/4^{ου}$ της χορδής, αφού το πτερύγιο πλέον είναι



Εικόνα 3.21: Αεροδυναμική μοντελοποίηση πτερυγίων δρομέα χωρίς οπισθόκλιση ευθύ και χωρίς οπισθόκλιση.

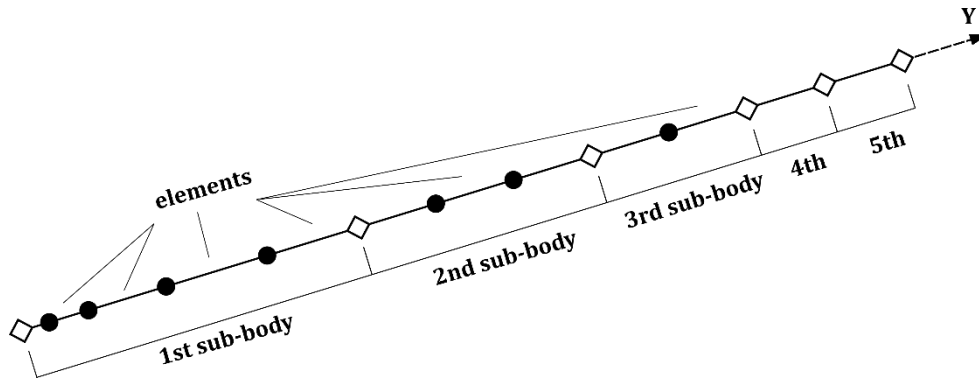
Τα πτερύγια του δρομέα χωρίς οπισθόκλιση θα φτάνουν σε μεγαλύτερη ακτινική θέση, αφού σχηματίστηκαν με την ανάπτυξη της καμπύλης των πτερυγίων του δρομέα με οπισθόκλιση σε ευθεία γραμμή. Η ακτινική θέση της άκρης (tip) του πτερυγίου χωρίς οπισθόκλιση είναι $R_{tip} = 1.5392 m$. Οι άξονες του κάθε πτερυγίου ορίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και αυτοί των πτερυγίων με οπισθόκλιση. Ο δρομέας με τα πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση σχηματίζεται και αυτός μετακινώντας τα τέσσερα πτερύγια με τον ίδιο τρόπο όπως στον δρομέα των πτερυγίων με οπισθόκλιση, που αναλύθηκε προηγουμένως.



Εικόνα 3.22: Αεροδυναμικές επιφάνειες δρομέα πτερυγίων χωρίς οπισθόκλιση

3.3.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

Τα πτερύγια του δρομέα μοντελοποιούνται ελαστικά ως δοκοί, σύμφωνα με την θεωρία δοκών που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 2. Αρχικά μοντελοποιήθηκε το ευθύ πτερύγιο του δρομέα, δηλαδή το πτερύγιο χωρίς οπισθόκλιση. Το κάθε πτερύγιο, ως σώμα, χωρίστηκε σε 5 υποσώματα. Το κάθε υποσώμα χωρίστηκε σε πλήθος πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα το πρώτο υποσώμα αποτελείται από 5 στοιχεία, το δεύτερο από τρία, το τρίτο από δύο και το τέταρτο και το πέμπτο υποσώμα αποτελούνται από ένα στοιχείο το κάθε ένα. Προκύπτουν έτσι 12 στοιχεία τα οποία περιγράφουν το ελαστικό πτερύγιο ως δοκό.



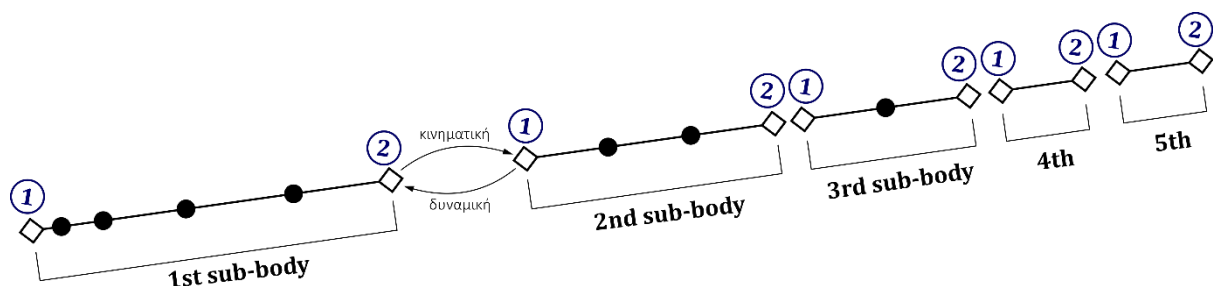
Εικόνα 3.23: Ελαστική μοντελοποίηση πτερυγίου σε υποσώματα και πεπερασμένα στοιχεία

Όπως φαίνεται και στην πιο πάνω εικόνα, ο διαχωρισμός του πτερυγίου γίνεται κατά το εκπέτασμα του, δηλαδή κατά τον τοπικό άξονα Y . Όπως αναφέρθηκε και στη θεωρία δοκών, οι δοκοί του πτερυγίου είναι μονοδιάστατα σώματα με κύρια διάσταση αυτή του μήκους κατά το εκπέτασμα. Για το κάθε πεπερασμένο στοιχείο καταχωρούνται, μέσω αρχείων εισόδου, τα ελαστικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου, δημιουργώντας έτσι την κατανομή των ελαστικών ιδιοτήτων του πτερυγίου κατά το εκπέτασμα του.

Αυτό που επίσης πρέπει να οριστεί είναι οι συνθήκες σύνδεσης μεταξύ των σωμάτων και μεταξύ των υποσωμάτων. Σημειώνεται πως συνθήκες σύνδεσης ορίζονται μόνο μεταξύ των σωμάτων και μεταξύ των υποσωμάτων. Για τα πεπερασμένα στοιχεία δεν απαιτείται να οριστούν συνθήκες σύνδεσης διότι θεωρούνται στοιχεία μιας δοκού. Όσον αφορά τις συνδέσεις των υποσωμάτων του πτερυγίου, εφόσον το πτερύγιο είναι στερεό σώμα, τότε όλες οι συνδέσεις είναι άκαμπτες. Αυτό σημαίνει πως το κάθε υποσώμα μεταφέρει στο επόμενο όλες τις κινήσεις και παραλαμβάνει από αυτό όλα τα φορτία. Συγκεκριμένα, οι συνδέσεις έχουν οριστεί ως εξής:

- Ο κόμβος **2** του υποσώματος **1** συνδέεται άκαμπτα με τον κόμβο **1** του υποσώματος **2**
- Ο κόμβος **2** του υποσώματος **2** συνδέεται άκαμπτα με τον κόμβο **1** του υποσώματος **3**
- Ο κόμβος **2** του υποσώματος **3** συνδέεται άκαμπτα με τον κόμβο **1** του υποσώματος **4**
- Ο κόμβος **2** του υποσώματος **4** συνδέεται άκαμπτα με τον κόμβο **1** του υποσώματος **5**

Αυτό σημαίνει πως οι κόμβοι **2** των υποσωμάτων θα μεταφέρουν όλες τις κινήσεις $[u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z]$ στους κόμβους **1** των επόμενων υποσωμάτων και με τη σειρά τους οι κόμβοι **1** των επόμενων υποσωμάτων θα μεταφέρουν όλες τις αντιδράσεις $[F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]$ στον κόμβο **2** των προηγούμενων.



Εικόνα 3.24: Συνδέσεις μεταξύ υποσωμάτων πτερυγίου.

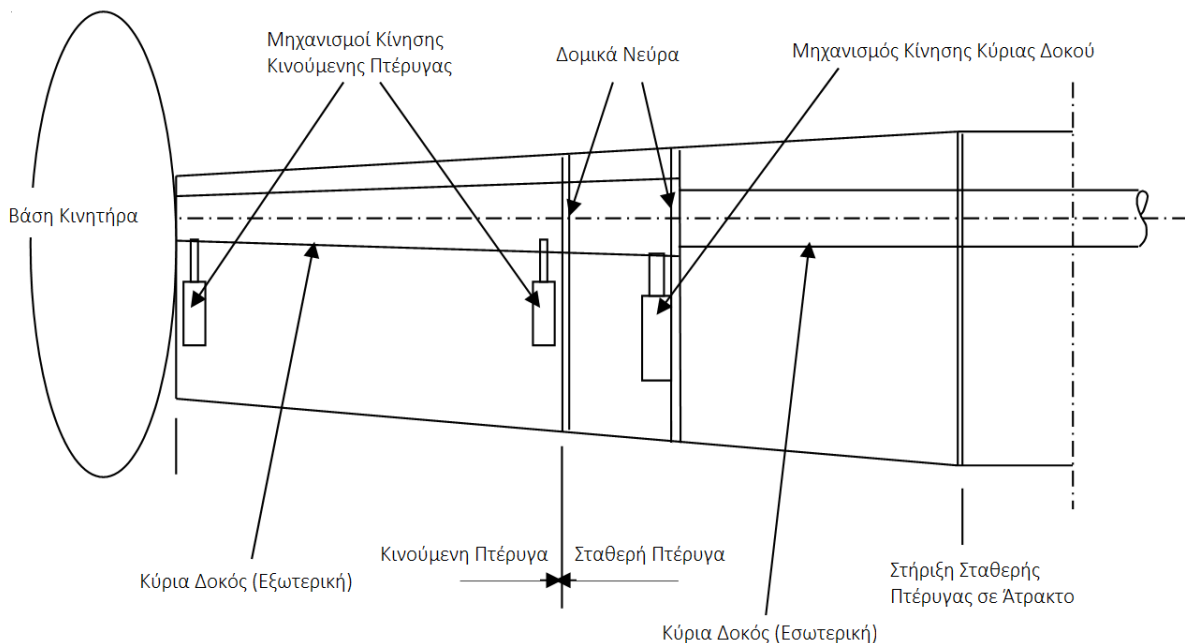
Το πτερύγιο, ως σώμα, συνδέεται στην πλήμνη και αφού επαναληφθεί η πιο πάνω μοντελοποίηση και για τα 4 πτερύγια τότε σχηματίζεται ο ελαστικός δρομέας. Με τις ίδιες μετακινήσεις και στροφές, όπως

στην αεροδυναμική μοντελοποίηση των πτερυγίων, το κάθε ελαστικό πτερύγιο λαμβάνει την αντίστοιχη αξιμουθιακή θέση στον δρομέα.

3.4 ΠΤΕΡΥΓΑ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ

Η πτέρυγα του αεροσκάφους αποτελείται από τρία διαφορετικά συστήματα, την σταθερή πτέρυγα, την κινούμενη πτέρυγα και την κύρια δοκό στρέψης. Η σταθερή πτέρυγα είναι ενωμένη με την άτρακτο του αεροσκάφους μέσω δομικού νεύρου. Η κύρια δοκός στρέψης διατρέχει την σταθερή και την κινούμενη πτέρυγα και στερεώνεται σε αυτές μέσω νεύρων τα οποία επιτρέπουν την περιστροφή της εντός αυτών. Πάνω στην δοκό είναι ενωμένη η βάση του κινητήρα της πτέρυγας, ή κλωβός, η οποία περιστρέφεται μαζί με την δοκό. Η περιστροφή της δοκού γίνεται μέσω μηχανισμών κίνησης οι οποίοι στηρίζονται στα νεύρα της σταθερής και της κινούμενης πτέρυγας. Η κινούμενη πτέρυγα έχει την δυνατότητα να κινείται ανεξάρτητα από την δοκό της πτέρυγας, μέσω των μηχανισμών κίνησης.

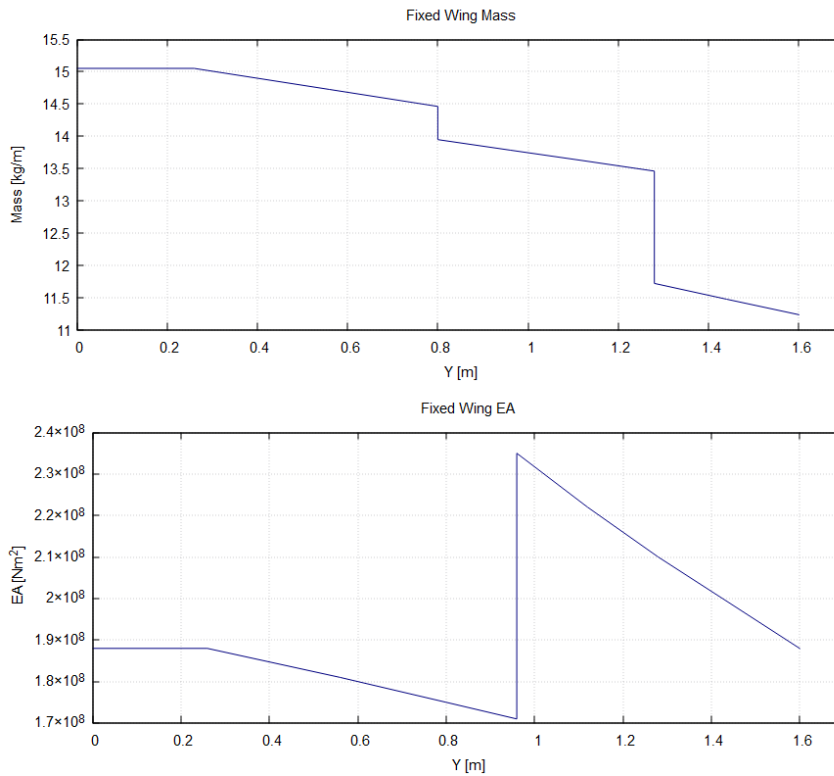
Τα αεροδυναμικά φορτία που παράγονται από την κινούμενη πτέρυγα μεταφέρονται στην κύρια δοκό της πτέρυγας μέσω των δομικών νεύρων και των μηχανισμών κίνησης. Επίσης τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται από τον δρομέα μεταφέρονται στην κύρια δοκό μέσω της βάσης του κινητήρα στην άκρη της οποίας είναι προσδεμένος ο δρομέας, και η οποία είναι ενωμένη άκαμπτα με την κύρια δοκό. Η δοκός, έπειτα, μεταφέρει τα φορτία αυτά στη σταθερή πτέρυγα, η οποία παραλαμβάνει και τα δικά της αεροδυναμικά φορτία. Τα φορτία που παραλαμβάνει η σταθερή πτέρυγα από την δοκό μεταφέρονται μέσω των δομικών νεύρων και των μηχανισμών κίνησης που βρίσκονται στο τμήμα της σταθερής πτέρυγας.



Εικόνα 3.25: Διάταξη συστημάτων πτέρυγας αεροσκάφους

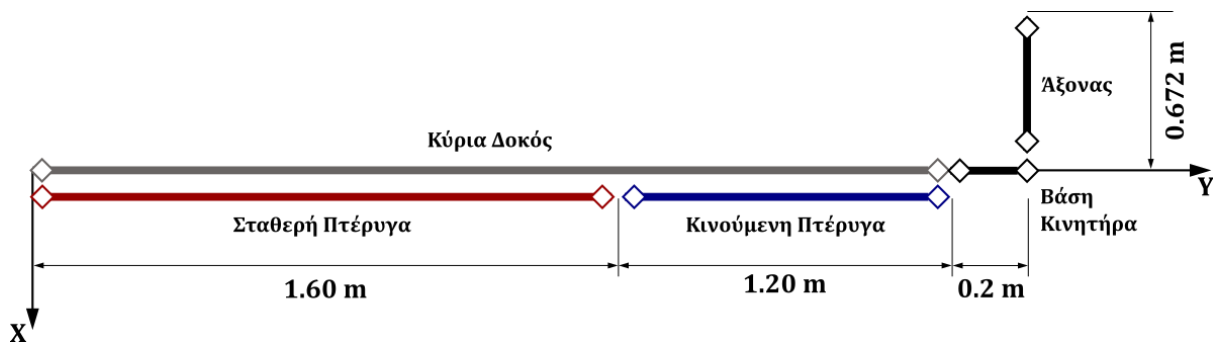
Η πτέρυγα του υπό κλίμακα μοντέλου του αεροσκάφους, το οποίο μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία, έχει εκπέτασμα **5.6 m**, άρα η μισή πτέρυγα που μοντελοποιείται έχει μήκος **2.8 m**. Το τμήμα της σταθερής πτέρυγας έχει μήκος **1.6 m** και η κινούμενη πτέρυγα έχει μήκος **1.2 m**. Η κύρια δοκός διατρέχει ολόκληρη την πτέρυγα έτσι έχει μήκος ίσο με αυτή. Το μήκος της βάσης του κινητήρα είναι **0.2 m** και ο άξονας του δρομέα, ο οποίος είναι κάθετος στην κύρια δοκό και στο τμήμα της βάσης του κινητήρα έχει μήκος **0.672 m**.

Τα ελαστικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες του κάθε τμήματος της πτέρυγας του αεροσκάφους δόθηκαν ως κατανομές κατά το μήκος των τμημάτων και δημιουργήθηκαν έτσι τα αρχεία εισόδου για την ελαστική μοντελοποίηση της συνολικής πτέρυγας. Αναφέρεται πως το κάθε τμήμα της πτέρυγας, δηλαδή η σταθερή πτέρυγα, η κινούμενη πτέρυγα, η κύρια δοκός στρέψης και η βάση του κινητήρα μοντελοποιήθηκαν ως ξεχωριστά σώματα, τα οποία χωρίστηκαν σε υποσώματα, κατά τα γνωστά και όπως περιγράφεται στη συνέχεια. Οι κατανομές μερικών δομικών χαρακτηριστικών της σταθερής πτέρυγας παρουσιάζονται πιο κάτω. Με παρόμοιο τρόπο σχηματίζονται οι κατανομές των ελαστικών χαρακτηριστικών κάθε σώματος των τμημάτων της πτέρυγας.



Εικόνα 3.26: Κατανομές μάζας και μέτρου ελαστικότητας κατά μήκος της σταθερής πτέρυγας

Τα τμήματα της πτέρυγας μοντελοποιούνται ελαστικά ως δοκοί, και το κάθε τμήμα χωρίζεται σε πλήθος υποσωμάτων. Στις κατανομές μάζας των τμημάτων της πτέρυγας προστέθηκαν επιπλέον μάζες σε συγκεκριμένα μικρά υποσώματα των σωμάτων έτσι ώστε να μοντελοποιηθούν επιπλέον τμήματα της πτέρυγας, τα οποία ήταν δεδομένα ως σημειακές μάζες, όπως για παράδειγμα τα δομικά νεύρα.



Εικόνα 3.27: Η διάταξη των τμημάτων της πτέρυγας ως δοκοί

Η βάση του κινητήρα συνδέεται με την κύρια δοκό στον τελευταίο κόμβο της με άκαμπτη σύνδεση. Ο άξονας συνδέεται με την βάση του κινητήρα επιτρέποντας την περιστροφή του. Όμως οι υπόλοιπες συνδέσεις των τμημάτων μεταξύ τους είναι πιο σύνθετες, αφού όπως αναφέρθηκε οι συνδέσεις της δοκού με τα τμήματα της πτέρυγας γίνονται μέσω μηχανισμών και δομικών νεύρων, με αποτέλεσμα κάποιοι βαθμοί ελευθερίας να δεσμεύονται κατά τη σύνδεση και άλλοι όχι. Επιπλέον, όπως φαίνεται και στο σχήμα, η σταθερή και κινούμενη πτέρυγα συνδέονται σε ενδιάμεσο σημείο της δοκού, συνεπώς πρέπει να ρυθμιστούν τα μήκη των υποσωμάτων της δοκού έτσι ώστε στο σημείο αυτό να υπάρχει κόμβος. Αυτό διότι οι συνδέσεις σωμάτων και υποσωμάτων γίνονται μόνο πάνω σε κόμβους και όχι σε τμήματα μεταξύ αυτών.

Οι στηρίξεις που συνδέουν τα τμήματα της πτέρυγας μεταξύ τους, μαζί με τις συνθήκες σύνδεσης, καθορίστηκαν από τους κατασκευαστές του αεροσκάφους. Όπως έχει αναφερθεί, αναλύεται το μοντέλο της μισής πτέρυγας, έτσι ως άξονας συμμετρίας του συστήματος θεωρείται ο αδρανειακός άξονας \mathbf{X} όταν η πτέρυγα μελετάται χωρίς τον δρομέα. Αργότερα, κατά τη συναρμολόγηση ολόκληρου το μοντέλου πτέρυγας και δρομέα, ο άξονας συμμετρίας θα θεωρείται ο τοπικός άξονας \mathbf{X} της πτέρυγας που, όπως θα παρουσιαστεί, δεν θα ταυτίζεται με τον αδρανειακό.

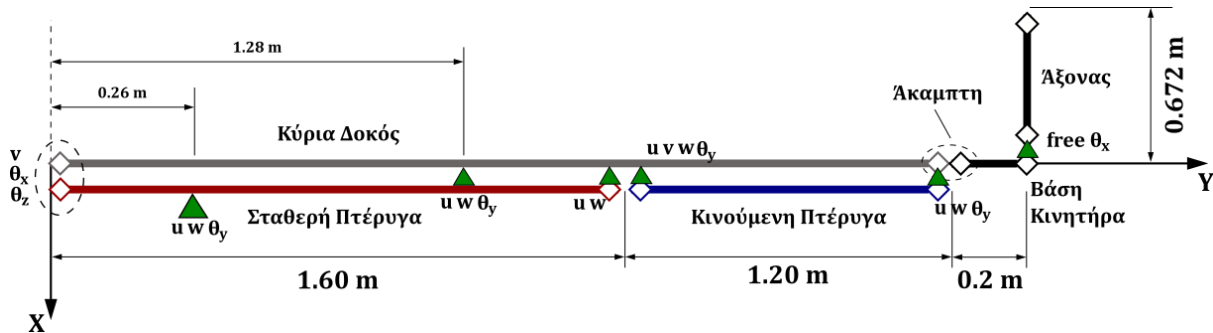
Τα σώματα που στηρίζονται στον άξονα συμμετρίας σε σύνδεση με το περιβάλλον είναι η κύρια δοκός της πτέρυγας και η σταθερή πτέρυγα. Οι στηρίξεις των σωμάτων αυτών στο περιβάλλον του λογισμικού είναι όμοιες και ορίζονται ως άκαμπτες για τις περιστροφές γύρω από τους τοπικούς τους άξονες \mathbf{X} και \mathbf{Z} και για την μετατόπιση κατά τον άξονα \mathbf{Y} δηλαδή τον επιμήκη άξονά τους. Οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας κίνησης των σωμάτων στο σημείο στήριξης είναι ελεύθεροι. Κατά μήκος της σταθερής πτέρυγας, μέχρι και τον ακρινό κόμβο του σώματός της ορίζονται επιπλέον στηρίξεις οι οποίες έχουν να κάνουν με τη σύνδεση της σταθερής πτέρυγας με την κύρια δοκό και με την άτρακτο του αεροσκάφους. Συγκεκριμένα:

- Σε μήκος **0.26 m** κατά τον άξονα \mathbf{Y} της σταθερής πτέρυγας ορίζεται στήριξη της με την άτρακτο του αεροσκάφους, η οποία μοντελοποιείται ως σύνδεση με το περιβάλλον. Η σύνδεση αυτή δεσμεύει τις μετακινήσεις κατά τους άξονες \mathbf{X} και \mathbf{Z} και την περιστροφή γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} άκαμπτα και οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας είναι ελεύθεροι.
- Σε μήκος **1.28 m** της σταθερής πτέρυγας ορίζεται σύνδεση της με την κύρια δοκό η οποία δεσμεύει τις μετακινήσεις κατά τους άξονες \mathbf{X} και \mathbf{Z} άκαμπτα και την περιστροφή γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} ελαστικά με μέτρο ελαστικότητας $\mathbf{K}_t = 3.43 \times 10^6$. Η σύνδεση αυτή αφορά τον μηχανισμό κίνησης της κύριας δοκού, ο οποίος μεταφέρει τα στρεπτικά φορτία της δοκού στη σταθερή πτέρυγα, και το δομικό νεύρο που μεταφέρει τα καμπτικά φορτία της δοκού στη σταθερή πτέρυγα.
- Στον τελευταίο ακρινό κόμβο της σταθερής πτέρυγας, δηλαδή σε μήκος **1.60 m**, ορίζεται σύνδεση της με την κύρια δοκό η οποία δεσμεύει τις μετακινήσεις κατά τους άξονες \mathbf{X} και \mathbf{Z} . Οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας είναι ελεύθεροι. Η σύνδεση αυτή μοντελοποιεί το δομικό νεύρο στην άκρη της σταθερής πτέρυγας το οποίο είναι υπεύθυνο για την μεταφορά των καμπτικών φορτιών.

Μετά τη σταθερή πτέρυγα ακολουθούν οι συνδέσεις της κινούμενης πτέρυγας με την δοκό, οι οποίες ορίζονται στα δύο άκρα της κινούμενης πτέρυγας. Αποτελούν τις συνδέσεις που σχετίζονται με τα δομικά νεύρα της κινούμενης πτέρυγας και τους δύο μηχανισμούς κίνησης που μετακινούν την κινούμενη πτέρυγα γύρω από την κύρια δοκό.

- Σε μήκος **1.60 m** της δοκού και μήκος **0.0 m** της κινούμενης πτέρυγας ορίζεται σύνδεση η οποία δεσμεύει τις μετακινήσεις κατά τους τρεις άξονες \mathbf{X} , \mathbf{Y} και \mathbf{Z} άκαμπτα και την περιστροφή γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} ελαστικά με μέτρο ελαστικότητας $\mathbf{K}_t = 1.13 \times 10^6$.

- Σε μήκος **2.80 m** της δοκού και μήκος **1.20 m** της κινούμενης πτέρυγας ορίζεται επίσης σύνδεση η οποία δεσμεύει τις μετακινήσεις κατά τους άξονες **X** και **Z** άκαμπτα και την περιστροφή γύρω από τον άξονα **Y** ελαστικά με μέτρο ελαστικότητας $K_z = 1.13 \times 10^6$.



Εικόνα 3.28: Σημεία στήριξης και σύνδεσης σωμάτων πτέρυγας και δεσμευμένοι βαθμοί ελευθερίας στηρίζων

3.5 ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Το πλήρες μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από την μισή πτέρυγα του υπό κλίμακα αεροσκάφους. Η συναρμολόγησή του στο περιβάλλον του λογισμικού γίνεται μέσω της μετακίνησης του κάθε σώματος, ελαστικού και αεροδυναμικού, στην κατάλληλη θέση και μέσω του ορισμού των ανάλογων συνδέσεων μεταξύ των τμημάτων που αναλύθηκαν στα προηγούμενα υποκεφάλαια.

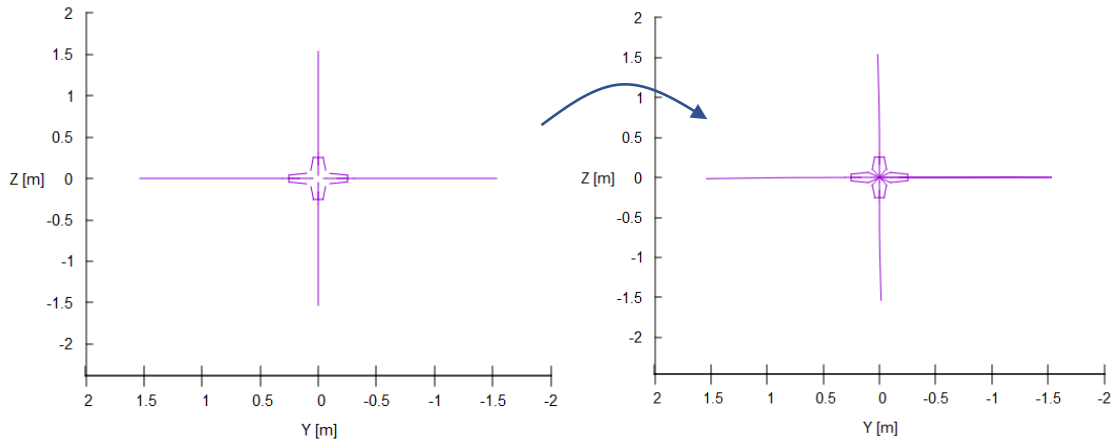
Οι μετακινήσεις των σωμάτων, κατά τη συναρμολόγηση, γίνονται με βάση το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων του λογισμικού. Οποιοσδήποτε μετακινήσεις ορίζονται κατά τη συναρμολόγηση αποτελούν κινήσεις οι οποίες εκτελούνται μαζί με τις κινήσεις των σωμάτων και υποσωμάτων που έχουν οριστεί για να σχηματιστεί το κάθε τμήμα της πτέρυγας. Έτσι οι μετακινήσεις που ορίζονται αποτελούν κινήσεις των τοπικών συστημάτων συντεταγμένων του κάθε σώματος σε μια θέση που πρέπει να λάβουν σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων αλλά και την θέση που έχουν σε αντίστοιχο σύστημα στο οποίο ανήκουν.

Ο δρομέας του μοντέλου αποτελείται από τα περισσότερα σώματα, αφού το κάθε πτερύγιό του έχει τόσο ελαστική όσο και αεροδυναμική μοντελοποίηση και σε κάθε πτερύγιο συνδέεται και το τμήμα της πλήμνης που της αντιστοιχεί. Συνεπώς είναι βολικό, για περιορισμό του αριθμού μετακινήσεων σωμάτων, το κέντρο του δρομέα να μείνει στην αρχή των αξόνων του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων.

Έτσι, ξεκινώντας από τα ελαστικά σώματα των πτερυγίων, μετακινούνται έτσι ώστε να σχηματιστεί ο δρομέας με τα τέσσερα ελαστικά πτερύγια. Το πρώτο πτερύγιο, κατ' αντιστοιχία με την διάταξη των αεροδυναμικών πτερυγίων του δρομέα, θα έχει την άνω κάθετη αζιμουθιακή θέση. Το δεύτερο ελαστικό πτερύγιο θα λάβει την αζιμουθιακή θέση η οποία βρίσκεται σε γωνία **90°** από το πρώτο πτερύγιο, κατά την φορά περιστροφής του δρομέα. Σε κάθε πτερύγιο προστίθενται τα σώματα της πλήμνης που της αντιστοιχούν. Η σύνδεση μεταξύ του τμήματος της πλήμνης και του αντίστοιχου πτερυγίου γίνεται μέσω άκαμπτης σύνδεσης και μεταξύ του τελευταίου κόμβου του τελευταίου στρεφόμενου άξονα (spindle) της πλήμνης και του πρώτου κόμβου του πρώτου υποσώματος του πτερυγίου. Έτσι οι στρεφόμενοι άξονες είναι αυτοί που καθορίζουν την γωνία βήματος των πτερυγίων.

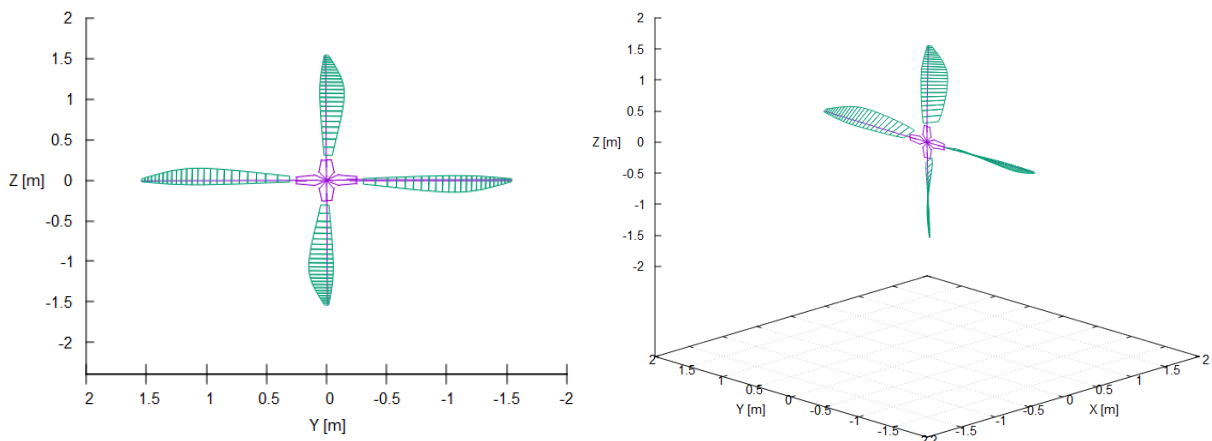
Κάθε ένα από τα συστήματα πτερυγίου-πλήμνης πρέπει να συνδεθεί με τον άξονα περιστροφής. Τα στοιχεία της πλήμνης όμως δεν ξεκινάνε από την αρχή των αξόνων, όπου θα τοποθετηθεί ο ακρινός κόμβος του άξονα. Έτσι, για να εξασφαλιστεί η σύνδεση των συστημάτων πτερυγίου-πλήμνης με τον

άξονα, προστίθενται σε κάθε σύστημα τρία μικρά, πολύ άκαμπτα στοιχεία τα οποία θα ξεκινάνε από την αρχή των αξόνων και θα καταλήγουν στους πρώτους κόμβους των σωμάτων που πρέπει να συνδεθούν με τον άξονα. Δηλαδή, τα στοιχεία αυτά θα συνδέσουν τους πρώτους κόμβους των δοκών κάμψης (flexbeams) **1** και **2** και του στρεφόμενου άξονα (spindle) **1** του κάθε συστήματος πτερυγίου-πλήμνης με την αρχή των αξόνων. Έπειτα οι πρώτοι κόμβοι των στοιχείων που συνδέουν τις δοκούς κάμψης θα συνδεθούν με τον πρώτο κόμβο του στοιχείου του στρεφόμενου άξονα έτσι ώστε μόνο ένας κόμβος να χρειαστεί σύνδεση με τον άξονα περιστροφής για κάθε πτερύγιο.



Εικόνα 3.29: Διάταξη ελαστικών σωμάτων δρομέα τεσσάρων πτερυγίων χωρίς τα άκαμπτα στοιχεία σύνδεσης (αριστερά) και διάταξη δρομέα μετά την πρόσθεσή τους (δεξιά)

Για να ολοκληρωθεί ο δρομέας, προστίθεται σε κάθε ελαστικό πτερύγιο, η αντίστοιχη αεροδυναμική επιφάνεια. Η αεροδυναμική επιφάνεια, για κάθε σύστημα πτερυγίου-πλήμνης, υπενθυμίζεται ότι ξεκινάει σε απόσταση **0.308 m** από την αρχή των αξόνων, κατά τον τοπικό άξονα **Y** του συστήματος. Με την μετακίνηση κάθε αεροδυναμικού σώματος στη σωστή αζιμουθιακή θέση, γίνεται σύζευξη των ελαστικών σωμάτων των πτερυγίων με τα αεροδυναμικά σώματα για την αεροελαστική διαχείρισή τους.

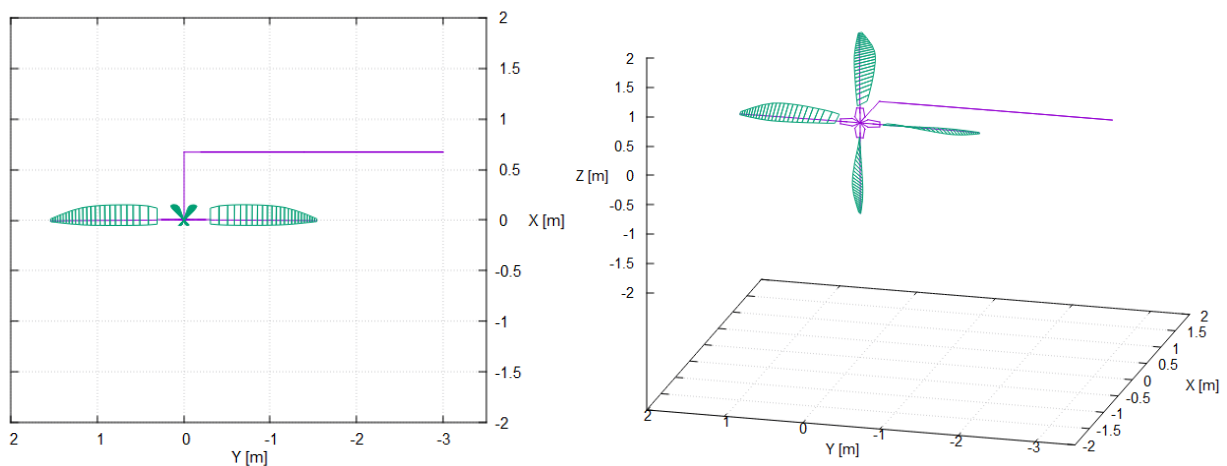


Εικόνα 3.30: Σύζευξη ελαστικών σωμάτων πτερυγίων με τα αεροδυναμικά σώματα

Το επόμενο βήμα για τον σχηματισμό του πλήρους μοντέλου που μελετάται στην παρούσα εργασία είναι η προσθήκη των ελαστικών σωμάτων της μισής πτέρυγας και η σύνδεσή τους με τον δρομέα. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο τελευταίος ακρινός κόμβος του άξονα, δηλαδή ο ελεύθερος κόμβος που δεν είναι συνδεδεμένος με την πτέρυγα, τοποθετείται στην αρχή των αξόνων του αδρανειακού συστήματος αναφοράς. Εκεί βρίσκεται και το κέντρο του δρομέα με τον οποίο θα συνδεθεί ο άξονας μέσω των μικρών άκαμπτων στοιχείων σύνδεσης των πρώτων στρεφόμενων

αξόνων (spindles) κάθε συστήματος πτερυγίου-πλήμνης. Υλοποιούνται τέσσερις άκαμπτες συνδέσεις του ακρινού κόμβου του άξονα με τους πρώτους κόμβους των στοιχείων σύνδεσης των στρεφόμενων αξόνων καθορίζοντας έτσι πως ο δρομέας θα περιστρέφεται με την γωνιακή ταχύτητα του άξονα.

Τα υπόλοιπα ελαστικά σώματα της πτέρυγας, δηλαδή η βάση κινητήρα, η σταθερή και μετακινούμενη πτέρυγα, και η κύρια δοκός της μεταφέρονται πίσω, κατά τον άξονα X έτσι ώστε ο πρώτος κόμβος του άξονα να συνδεθεί με την άκρη της πτέρυγας, δηλαδή των δεύτερο κόμβο του σώματος της βάσης κινητήρα. Αναφέρεται πως ο άξονας συμμετρίας του πλήρους αεροσκάφους τώρα βρίσκεται στην θέση $x = 3 \text{ m}$ και δεν είναι πλέον ο αδρανειακός άξονας X , όπως παρουσιάσθηκε στο κεφάλαιο 3.4 της μοντελοποίησης της πτέρυγας. Η πτέρυγα στερεώνεται μέσω της κύριας δοκού και της σταθερής πτέρυγας, όπως αναλύθηκε στην μοντελοποίηση της πτέρυγας.



Εικόνα 3.31: Σύζευξη δρομέα με ελαστικό σώμα άξονα και πρόσθεση σωμάτων της μισής πτέρυγας

Για τον λόγο ότι τα ελαστικά σώματα της κύριας δοκού και της σταθερής και κινούμενης πτέρυγας βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία, δεν είναι ευδιάκριτο που βρίσκεται το κάθε σώμα. Όμως η μοντελοποίηση που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 3.4 ορίζει που τοποθετείται το κάθε σώμα και τι συνδέσεις υλοποιούνται στα διάφορα σημεία της πτέρυγας. Η ίδια μοντελοποίηση ακολουθείται και κατά την σύζευξη των σωμάτων του πλήρους μοντέλου πτέρυγας-δρομέα.

4. ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Η επαλήθευση του μοντέλου μισής πτέρυγας του υπό κλίμακα αεροσκάφους έγινε μέσω της μελέτης διαφόρων σεναρίων λειτουργίας. Τα σενάρια που αναπτύχθηκαν αφορούσαν είτε τα διάφορα τμήματα του μοντέλου ξεχωριστά είτε ολόκληρο το μοντέλο μετά τη σύζευξη των τμημάτων. Μελετήθηκαν τόσο τα αεροδυναμικά σώματα μόνα τους όσο και τα ελαστικά πριν την αεροελαστική τους σύζευξη. Η ανάπτυξη των διαφόρων σεναρίων έγινε όχι μόνο για σκοπούς μελέτης του κάθε τμήματος του μοντέλου, αλλά και για την επαλήθευση πως το σταδιακό κτίσιμο του πλήρους μοντέλου γινόταν χωρίς την εμφάνιση σφαλμάτων και πως το μοντέλο συμπεριφερόταν με προβλεπόμενο τρόπο κατά τον εμπλουτισμό του.

Η μελέτη που έγινε αρχικά ήταν αυτή της σύγκρισης της αεροδυναμικής συμπεριφοράς των πτερυγίων του δρομέα με και χωρίς οπισθόκλιση. Μελετήθηκε ο δρομέας ως σύστημα καθαρά αεροδυναμικών επιφανειών με την μοντελοποίηση των πτερυγίων μέσω της μεθόδου της γραμμής άνωσης, χωρίς να προστεθούν στα πτερύγια τα ελαστικά σώματα που τους αντιστοιχούν.

Έπειτα μελετήθηκαν τα ελαστικά σώματα των διαφόρων τμημάτων του μοντέλου. Έγινε ιδιοδιανυσματική ανάλυση τόσο τμηματικά, όσο και κατά την συναρμολόγηση των σωμάτων μεταξύ τους. Επιπλέον, έγινε επεξεργασία των ελαστικών σωμάτων έτσι ώστε να εξεταστούν διάφορες διατάξεις του ελαστικού μοντέλου, πριν τον σχηματισμό του αεροελαστικού μοντέλου.

Τέλος, αναλύθηκε το αεροελαστικό μοντέλο του δρομέα. Έγινε επιλογή της γωνίας βήματος των πτερυγίων του δρομέα, της ταχύτητας περιστροφής του και μιας συγκεκριμένης ταχύτητας της επ' άπειρον ροής, έτσι ώστε να εξεταστεί συγκεκριμένο σενάριο λειτουργίας του αεροσκάφους και να συγκριθούν τα αεροελαστικά αποτελέσματα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις προηγούμενες αναλύσεις.

4.1 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ

Αρχικά μελετήθηκαν οι αεροδυναμικές επιφάνειες του δρομέα, δηλαδή τα πτερύγια, χωρίς την προσθήκη της ελαστικότητάς τους. Τα πτερύγια μοντελοποιήθηκαν μέσω της θεωρίας γραμμής άνωσης και ο ομόρρους της κάθε αεροδυναμικής επιφάνειας μοντελοποιήθηκε ως φύλλο στροβιλότητας. Τα σενάρια λειτουργίας του δρομέα σχηματίστηκαν με βάση τις συνθήκες λειτουργίας που είχαν οριστεί από τους κατασκευαστές του αεροσκάφους, στα πλαίσια του προγράμματος ERICA.

Τα χαρακτηριστικά των σεναρίων της αεροδυναμικής μελέτης τα οποία μεταβάλλονταν, για να σχηματιστούν τα διάφορα σενάρια λειτουργίας, ήταν η γωνία βήματος των πτερυγίων του δρομέα, η ταχύτητα της επ' άπειρον ροής η οποία προσομοιώνει την ευθεία και οριζόντια πτήση του αεροσκάφους, και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα. Η μελέτη ξεκίνησε χρησιμοποιώντας τις τιμές των χαρακτηριστικών που είχαν οριστεί κατά την μελέτη του υπό κλίμακα αεροσκάφους στο πρόγραμμα ERICA. Η ονομαστική γωνιακή ταχύτητα του δρομέα ήταν **1382.5 rpm** και οι γωνίες βήματος των πτερυγίων που εξετάστηκαν ήταν οι **13°** και οι **51°**. Η ταχύτητα της επ' άπειρον ροής έλαβε εύρος τιμών έτσι ώστε να μελετηθεί η συμπεριφορά του δρομέα σε διάφορα σημεία λειτουργίας.

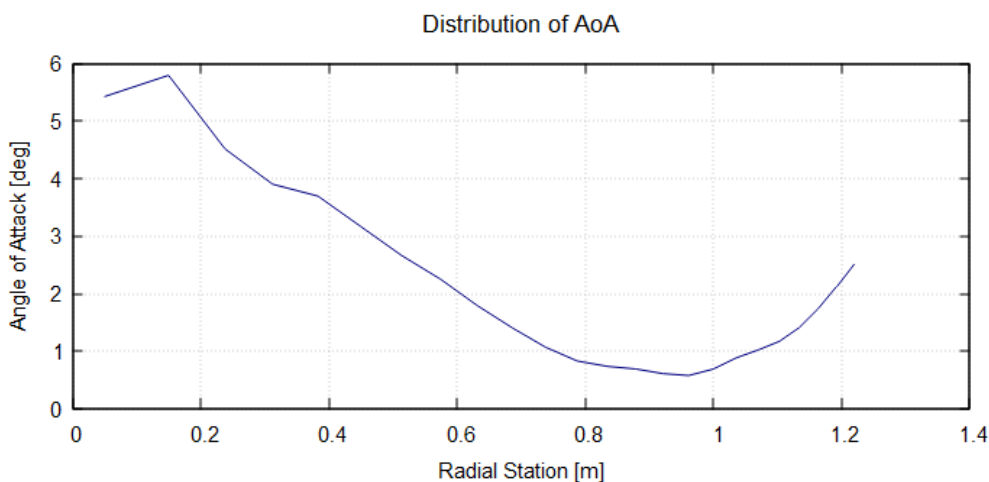
Τα αεροδυναμικά μοντέλα των επιφανειών χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση δέκα περιστροφών του δρομέα σε όλες τις γωνιακές ταχύτητες. Καθορίζοντας τον αριθμό των χρονικών βημάτων και την χρονική διάρκεια του κάθε βήματος ρυθμίστηκε το πλήθος των περιστροφών που προσομοιώθηκαν. Συγκεκριμένα, το κάθε χρονικό βήμα καθορίστηκε, ανάλογα με την εκάστοτε γωνιακή ταχύτητα, έτσι ώστε ο δρομέας να μετακινείται κατά **4°** και να ολοκληρώνεται μια περιστροφή

κάθε 90 χρονικά βήματα. Συνεπώς 10 περιστροφές του δρομέα θα ολοκληρώνονται κάθε 900 χρονικά βήματα.

4.1.1 ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ

Η μελέτη του δρομέα ο οποίος σχηματίστηκε χρησιμοποιώντας τις αεροδυναμικές επιφάνειες των πτερυγίων χωρίς οπισθόκλιση, έγινε για να καθοριστεί η αεροδυναμική συμπεριφορά του σε εύρος σεναρίων λειτουργίας. Σχηματίστηκαν τα σενάρια λειτουργίας του δρομέα στο **50%**, το **77%** και το **100%** της ονομαστικής ταχύτητας περιστροφής του, κατ' αντιστοιχία με τα σημεία λειτουργίας που μελετήθηκαν στα πλαίσια του προγράμματος ERICA. Οι γωνιακές ταχύτητες αυτές εφαρμόστηκαν και για τις δύο γωνίες βήματος των πτερυγίων και για ταχύτητες της επ' άπειρον ροής **50, 100, 150**, και **200 kts**.

Για κάθε γωνία βήματος των πτερυγίων του δρομέα αναμένεται ότι συγκεκριμένες συνθήκες είναι αυτές υπό τις οποίες ο δρομέας θα συμπεριφέρεται με τρόπο που να είναι επιθυμητός. Κατά την ρύθμιση της γωνίας βήματος στις **13°**, στα πλείστα σενάρια που προσομοιώθηκαν, οι γωνίες πρόσπτωσης των αεροτομών κατά το μήκος του πτερυγίου προέκυψαν αρνητικές λόγω του μεγάλου μέτρου της ταχύτητας της επ' άπειρον ροής. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα η ώση που παράγαγε ο δρομέας να έχει αντίθετη φορά από αυτή που αναμένεται να έχει ο δρομέας ενός αεροσκάφους σε ευθεία και οριζόντια πτήση. Όμως στις ονομαστικές στροφές του δρομέα και με την ταχύτητα της επ' άπειρον ροής ίση με **50 kts** οι γωνίες πρόσπτωσης κατά το μήκος του πτερυγίου είχαν θετικές τιμές.



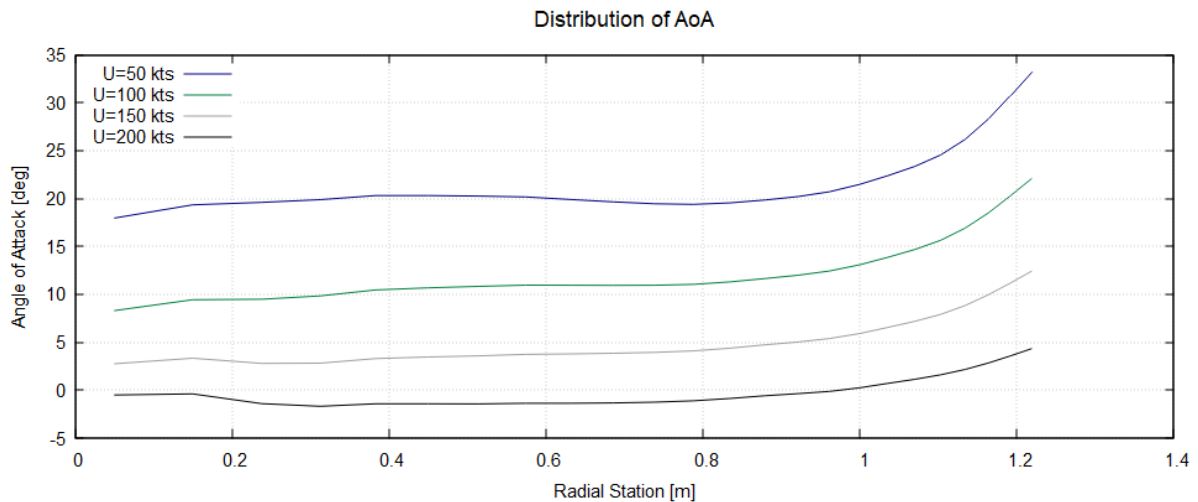
Εικόνα 4.1: Κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης κατά το μήκος των πτερυγίων χωρίς οπισθόκλιση, με γωνία βήματος **13°**, ονομαστικές στροφές και ταχύτητα της επ' άπειρον ροής **50 kts**

Το γεγονός πως η κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης είναι θετική στις συγκεκριμένες συνθήκες υποδεικνύει πως η γωνία βήματος των **13°** χρησιμοποιείται για υψηλές στροφές δρομέα και χαμηλή ταχύτητα της επ' άπειρον ροής. Συνεπώς αυτή η γωνία βήματος είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί κατά την κάθετη προσγείωση και απογείωση του αεροσκάφους, όπου υπάρχουν μεγάλες απαιτήσεις ισχύος και η ταχύτητα του αεροσκάφους είναι πολύ μικρή. Η περιγραφή της λειτουργίας του αεροσκάφους που δόθηκε από τους κατασκευαστές όντως επαληθεύει πως η μικρή γωνία βήματος των πτερυγίων του δρομέα χρησιμοποιείται όταν το αεροσκάφος βρίσκεται σε λειτουργία κάθετης κίνησης.

Με την αύξηση της γωνίας βήματος στις **51°** είναι λογικό ότι οι επιθυμητές γωνίες πρόσπτωσης, για την δημιουργία θετικών φορτίων, θα προκύπτουν σε μεγαλύτερες τιμές της ταχύτητας της επ' άπειρον ροής. Οι ταχύτητες αυτές προσομοιώνουν την ευθεία και οριζόντια πτήση του αεροσκάφους σε λειτουργία κρουαζιέρας. Σε μικρότερες ταχύτητες της επ' άπειρον ροής οι γωνίες πρόσπτωσης

αναμένεται να είναι πολύ μεγάλες, συνεπώς σε αυτές τις ταχύτητες ο δρομέας θα λειτουργεί σε περιοχές αποκόλλησης.

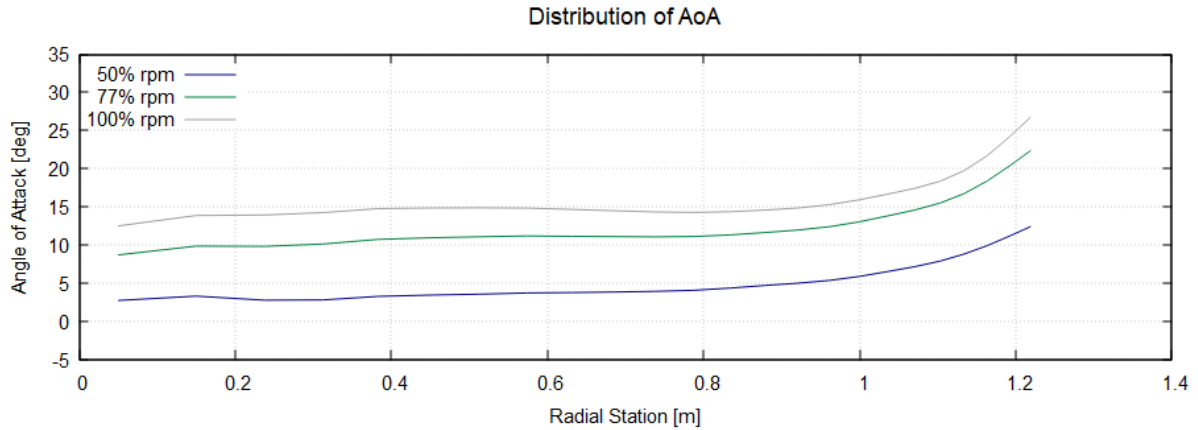
Αν σχηματιστούν οι κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης για μια συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής του δρομέα, για τις διάφορες ταχύτητες της επ' άπειρον ροής, είναι δυνατόν να παρατηρηθεί πως μεταβάλλεται η γωνία κατά την αύξηση της ταχύτητας της ροής. Πιο κάτω φαίνονται οι κατανομές των γωνιών πρόσπτωσης κατά το μήκος του πτερυγίου για ταχύτητα περιστροφής του δρομέα στο 50% της ονομαστικής ταχύτητας και για τις τέσσερις ταχύτητες της επ' άπειρον ροής.



Εικόνα 4.2: Κατανομή της γωνία πρόσπτωσης κατά το μήκος του πτερυγίου με γωνία βήματος 51° και γωνιακή ταχύτητα στο 50% της ονομαστικής και για τις 4 ταχύτητες της επ' άπειρον ροής

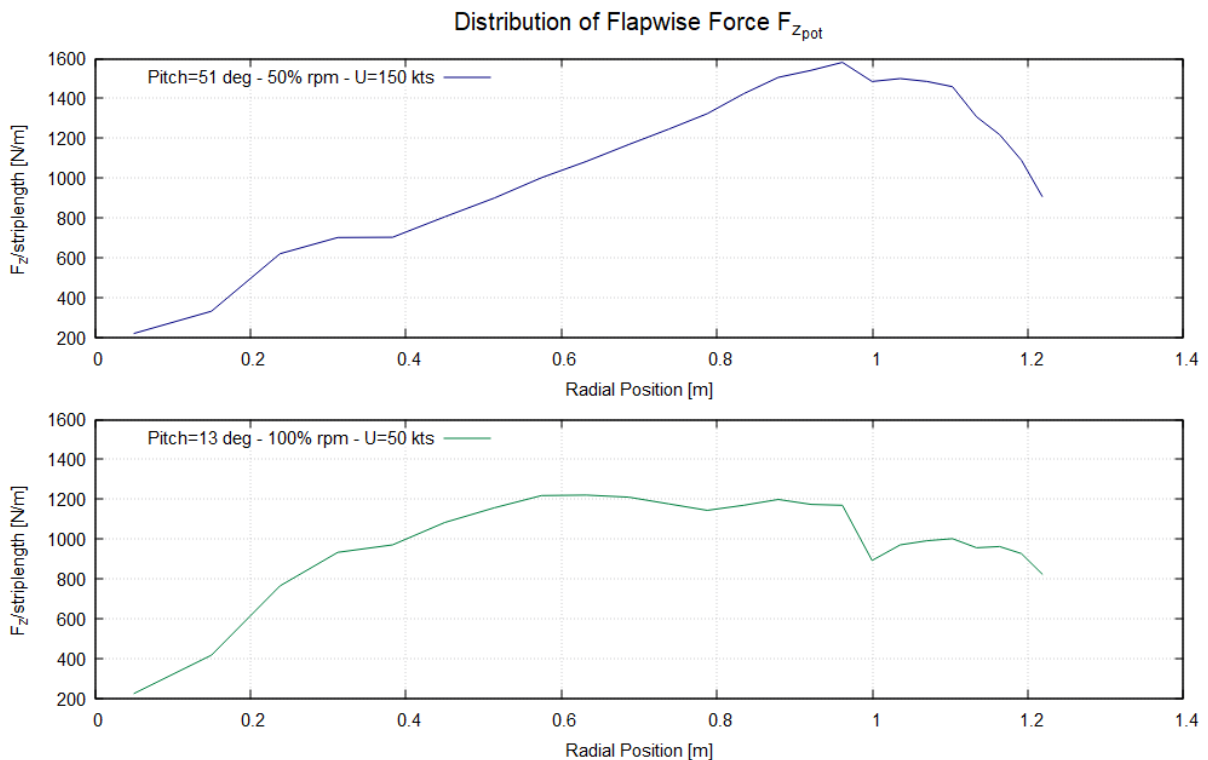
Με την αύξηση της ταχύτητας της ροής φαίνεται πως η ταχύτητα πρόσπτωσης μειώνεται κατά μήκος του πτερυγίου. Στις μικρές ταχύτητες ροής η γωνία πρόσπτωσης όντως φαίνεται να είναι πολύ μεγάλη συνεπώς ο δρομέας δεν λειτουργεί σε επιθυμητή περιοχή γωνιών. Επιπλέον για μεγάλες ταχύτητες ροής και μικρές ταχύτητες περιστροφής του δρομέα οι γωνίες πρόσπτωσης παίρνουν αρνητικές τιμές αντιστρέφοντας την ώση που παράγεται. Συνεπώς για γωνία βήματος 51° το αεροσκάφος θεωρείται πως βρίσκεται σε ευθεία και οριζόντια πτήση και η κατάλληλη ταχύτητα πτήσης είναι κοντά στα **150 kts**. Για την συγκεκριμένη ταχύτητα πτήσης, σχηματίζονται οι κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης κατά το μήκος των πτερυγίων για τις τρεις διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του δρομέα.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.3, σε μεγάλες ταχύτητες περιστροφής του δρομέα, κοντά στην άκρη των πτερυγίων, δηλαδή σε μεγάλες ακτινικές θέσεις, το πτερύγιο βρίσκεται σε περιοχές όπου η ροή αποκολλάται. Η ταχύτητα περιστροφής που παράγει μια επιθυμητή συμπεριφορά του δρομέα για τη συγκεκριμένη ταχύτητα ροής είναι αυτή του 50% της ονομαστικής ταχύτητας περιστροφής. Πράγμα που συμφωνεί με σενάριο λειτουργίας του αεροσκάφους ευθείας και οριζόντιας πτήσης με ταχύτητα κρουαζιέρας.



Εικόνα 4.3: Ακτινική κατανομή γωνίας πρόσπτωσης πτερυγίου με γωνία βήματος 51° και ταχύτητα ροής 150 kts για όλες τις ταχύτητες περιστροφής του δρομέα

Αφού εντοπίστηκαν οι συνθήκες λειτουργίας όπου ο δρομέας έχει επιθυμητή συμπεριφορά, ανάλογα με την γωνία βήματος που έχει ρυθμιστεί στα πτερύγια, για τις συνθήκες αυτές αναλύονται τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στα πτερύγια. Οι αεροδυναμικές δυνάμεις που αναλύονται στα πτερύγια περιγράφονται στους τρεις τοπικούς άξονες των λωρίδων στις οποίες χωρίζεται η αεροδυναμική επιφάνεια και υπολογίζονται ως δυνάμεις ανά το μήκος της αντίστοιχης λωρίδας. Το φορτίο που παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι αυτό που αναπτύσσεται κατά τον άξονα Z αφού αυτό περιγράφει το φορτίο κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (flapwise) του πτερυγίου. Δηλαδή την κατεύθυνση κάθετη στη γωνία βήματος των πτερυγίων.



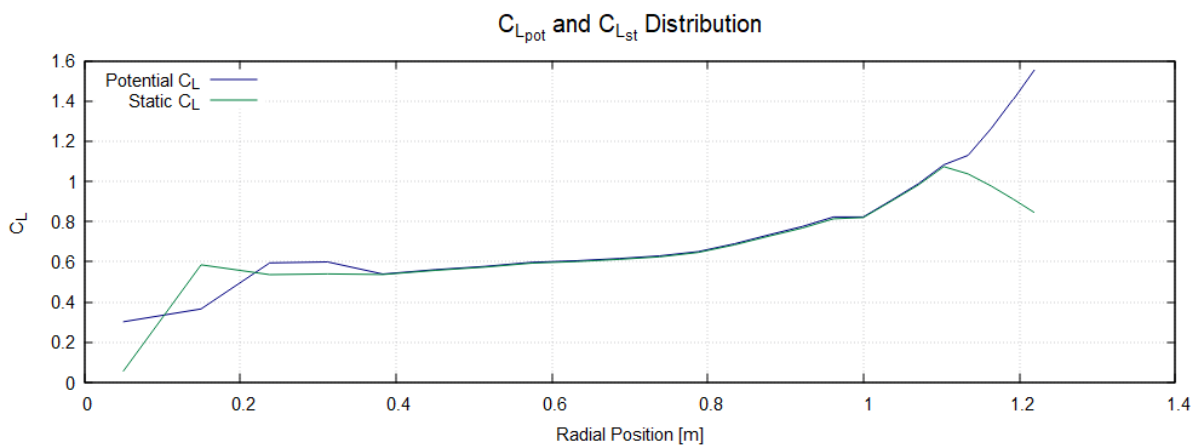
Εικόνα 4.4: Κατανομές δύναμης $F_{z_{pot}}$ ανά μονάδα μήκους των πτερυγίων για τα σενάρια λειτουργίας των γωνιών βήματος 51 και 13 μοιρών

Τα φορτία που απεικονίζονται στην Εικόνα 4.4 είναι φορτία που ασκούνται στα πτερύγια από ασυμπέριστο, μη-συνεκτικό ρευστό. Προκύπτουν από την λύση της ροής με βάση την θεώρηση ασυμπέριστου, μη-συνεκτικού ρευστού. Με βάση τις κατανομές των συντελεστών άνωσης,

οπισθέλκουσας και ροπής των αεροτομών από τις οποίες αποτελείται το πτερυγίο, οι οποίες προκύπτουν μέσω θεώρησης συμπιεστού και συνεκτικού ρευστού, ο κώδικας έχει την δυνατότητα να υπολογίσει τις διορθωμένες τιμές των φορτίων για να ληφθεί υπόψη η συμπίεστικότητα και η συνεκτικότητα. Τα μεγέθη που υπολογίζονται από την θεώρηση ασυμπίεστου, μη-συνεκτικού ρευστού λαμβάνουν τον δείκτη **pot**, δηλαδή με βάση την **potential** λύση της ροής, ενώ τα μεγέθη που υπολογίζονται από την θεώρηση συμπιεστού και συνεκτικού ρευστού λαμβάνουν τον δείκτη **st** από την **static** λύση της ροής.

Παρατηρώντας το φορτίο $F_{z_{pot}}$ ανά μονάδα μήκους λωρίδας που δημιουργείται κατά το μήκος του πτερυγίου, φαίνεται πως αυτό αυξάνεται όσο αυξάνεται και η ακτινική θέση μέχρι ένα σημείο. Σε μεγαλύτερες ακτινικές θέσεις το φορτίο μειώνεται. Αυτό συμβαίνει παρόλο που η ταχύτητα της ροής γύρω από το πτερυγίο σε μεγάλες ακτινικές θέσεις αυξάνεται και χωρίς να υπάρχει αποκόλληση της ροής. Η ροή ενδέχεται να αποκολλάται στην άκρη του πτερυγίου, όταν όμως επιβληθούν διορθώσεις με βάση τις κατανομές του συντελεστή άνωσης των αεροτομών του πτερυγίου της λύσης συνεκτικού και συμπιεστού ρευστού. Συνεπώς η $F_{z_{pot}}$, προφανώς δεν μειώνεται λόγω αποκόλλησης. Εάν, όμως, ληφθεί υπόψη η γεωμετρία του πτερυγίου, φαίνεται πως το μήκος της χορδής μειώνεται σημαντικά στις τελευταίες ακτινικές θέσεις του πτερυγίου. Έτσι προκύπτει η σημαντική μείωση και του φορτίου $F_{z_{pot}}$ ανά μονάδα μήκους λωρίδας.

Είναι δυνατόν να καθοριστεί σε ποια ακτινική θέση αναμένεται να αποκολληθεί η ροή, παρατηρώντας την κατανομή του συντελεστή άνωσης κατά μήκος του πτερυγίου, σε σχέση με την κατανομή του συντελεστή άνωσης που προκύπτει μέσω της θεώρησης ασυμπίεστου, μη-συνεκτικού ρευστού. Αφού η κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης παρουσιάζει μια συνεχή αύξηση της κατά το μήκος του πτερυγίου, εάν δεν υπάρχει αποκόλληση της ροής και το πτερυγίο λειτουργεί σε γραμμική περιοχή του συντελεστή άνωσης, τότε αναμένεται και η ακτινική κατανομή του συντελεστή άνωσης να έχει συνεχή αύξηση. Σχηματίζονται οι κατανομές του συντελεστή άνωσης για το σενάριο λειτουργίας του δρομέα με γωνία βήματος 51° .

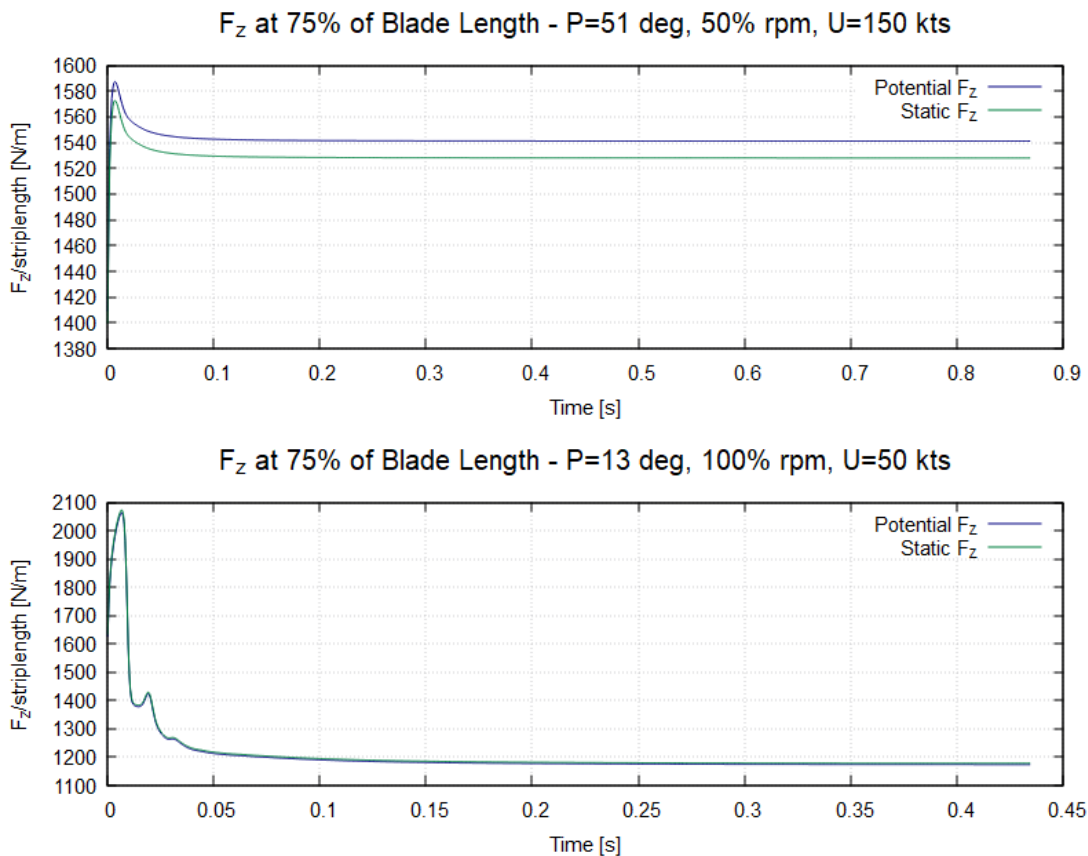


Εικόνα 4.5: Κατανομές συντελεστών άνωσης $C_{L_{pot}}$ και $C_{L_{st}}$ κατά μήκος του πτερυγίου δρομέα

Διαπιστώνεται ότι στο σενάριο λειτουργίας των 51° προκύπτει αποκόλληση της ροής αφού ο συντελεστής $C_{L_{pot}}$ συνεχίζει να αυξάνεται στις ακραίες θέσεις του πτερυγίου ενώ ο συντελεστής $C_{L_{st}}$ εμφανίζει μείωση. Συνεπώς οι διορθώσεις που εισάγονται από την κατανομή του συντελεστή άνωσης των αεροτομών των πτερυγίων με βάση την θεώρηση συνεκτικού συμπιεστού ρευστού υποδεικνύουν πως το τέλος του πτερυγίου λειτουργεί σε περιοχή εκτός της γραμμικής του συντελεστή άνωσης.

Το φορτίο F_z είναι μέγιστο σε μια περιοχή γύρω από το **75%** του μήκους της πτέρυγας, περίπου. Αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές στις συνθήκες λειτουργίας ευθείας και οριζόντιας πτήσης κατά την

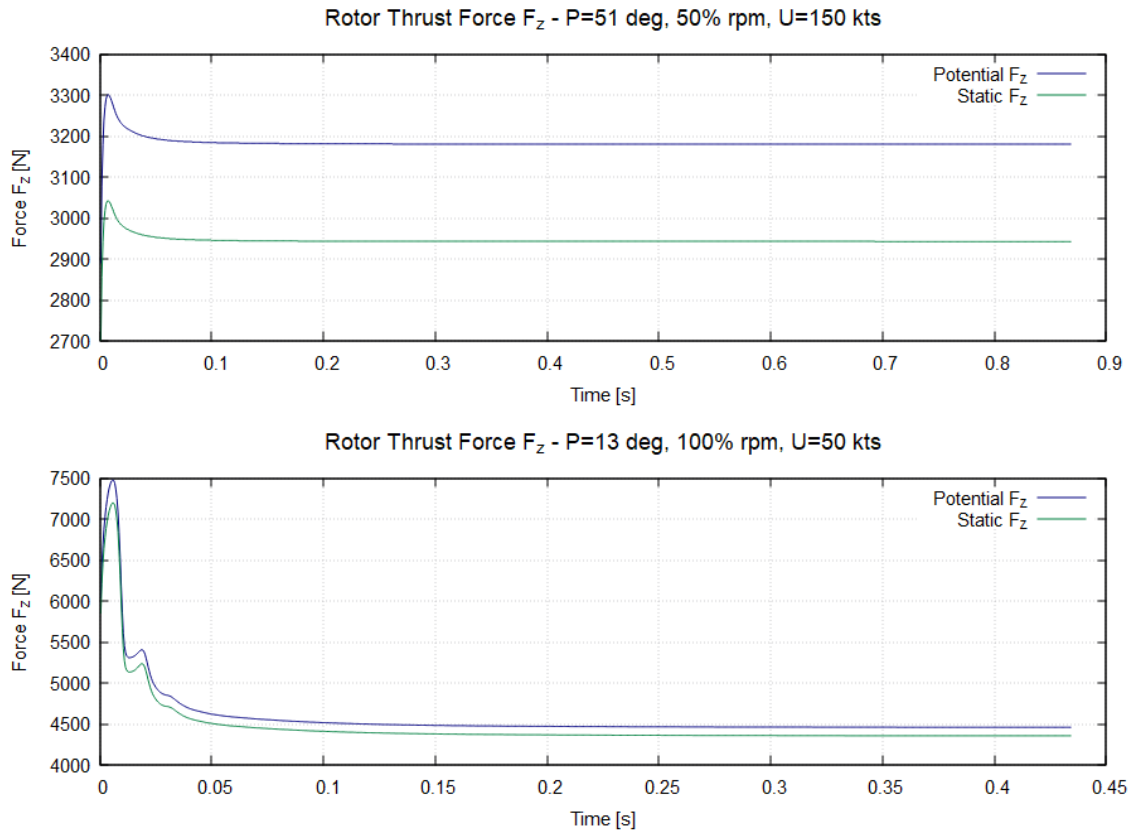
κρουαζιέρα του αεροσκάφους, δηλαδή με ταχύτητα περιστροφής του δρομέα **50%** της ονομαστικής, γωνία βήματος τις **51°** και ταχύτητα της επ' άπειρον ροής τα **150 kts**. Στο σενάριο λειτουργίας μικρής γωνίας βήματος, το φορτίο F_z μεγιστοποιείται περίπου στο **50%** του μήκους του πτερυγίου όμως διατηρείται υψηλό μέχρι και το **75%** του μήκους. Συνεπώς επιλέχθηκε το μήκος αυτό για να μελετηθεί η μεταβολή του φορτίου F_z συναρτήσει του χρόνου, κατά την περιστροφή του δρομέα, στα δύο σενάρια λειτουργίας.



Εικόνα 4.6: Μεταβολή των φορτίων $F_{z_{pot}}$ και $F_{z_{st}}$ συναρτήσει του χρόνου στην ακτινική θέση των **75%** για τα δύο σενάρια λειτουργίας των γωνιών βήματος **51°** (άνω) και **13°** (κάτω)

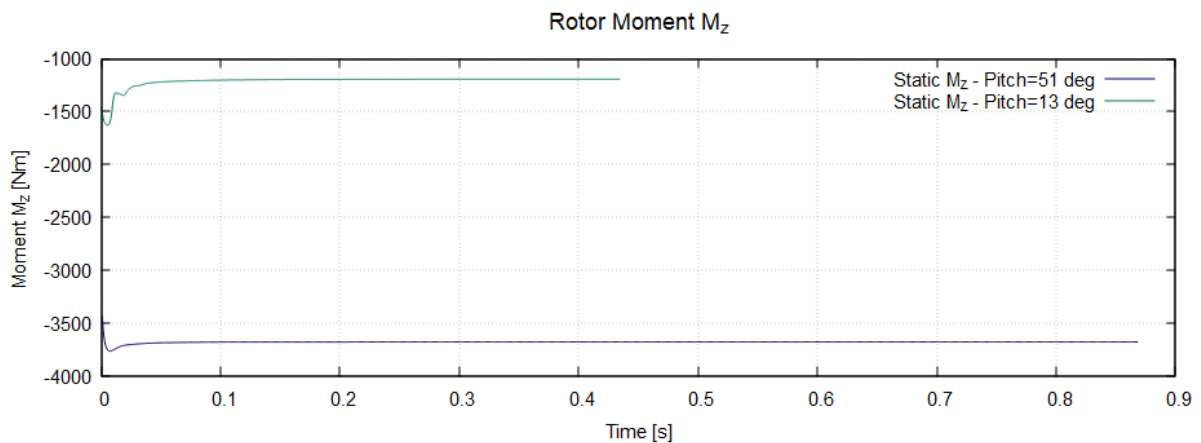
Το φορτίο κατά την κατεύθυνση πτερυγίωσης των πτερυγίων φαίνεται να σταθεροποιείται στον χρόνο, μετά την εξαφάνιση των μεταβατικών φαινομένων κατά την εκκίνηση της περιστροφής του δρομέα. Επίσης φαίνεται πως στα αρχικά χρονικά βήματα στο σενάριο λειτουργίας όπου ο δρομέας περιστρέφεται με τις ονομαστικές του στροφές, αναπτύσσονται μεγαλύτερα φορτία αρχικά όμως σταθεροποιούνται σε μικρότερη τιμή σε σχέση με το σενάριο όπου ο δρομέας περιστρέφεται με το 50% των ονομαστικών στροφών. Η διακύμανση του φορτίου F_z είναι αρκετά μεγαλύτερη στις ονομαστικές στροφές του δρομέα.

Ο κώδικας έχει την δυνατότητα, για ένα σύστημα σωμάτων, να αναγάγει τις δυνάμεις και ροπές σε ένα προκαθορισμένο σύστημα συντεταγμένων. Αυτό ωφελεί στη συγκεκριμένη περίπτωση για την μελέτη των αεροδυναμικών φορτίων ολόκληρου του δρομέα. Συνεπώς ανάγονται τα φορτία και των τεσσάρων πτερυγίων του δρομέα σε σύστημα συντεταγμένων το οποίο τοποθετείται στο κέντρο του δρομέα. Το κύριο φορτίο που μας ενδιαφέρει είναι η δύναμη της ώσης του δρομέα, δηλαδή η δύναμη είναι κάθετη στο επίπεδο περιστροφής των πτερυγίων.



Εικόνα 4.7: Δύναμη ώσης δρομέα συναρτήσει του χρόνου για τα σενάρια λειτουργίας με γωνία βήματος 51° (άνω) και 13° (κάτω)

Παρατηρείται πως η μεταβολή της ώσης του δρομέα σε κάθε ένα από τα δύο σενάρια αντιστοιχεί στην μορφή της μεταβολής του φορτίου των πτερυγίων κατά την κατεύθυνση πτερυγίωσης. Επίσης, παρόλο που μετά τα μεταβατικά φαινόμενα η τιμή του φορτίου F_z των πτερυγίων σταθεροποιείται σε μεγαλύτερη τιμή για το σενάριο της γωνίας βήματος των 51° , παρατηρείται πως η ώση του δρομέα για το ίδιο σενάριο σταθεροποιείται σε χαμηλότερη τιμή από αυτή του σεναρίου των 13° . Αυτό συμβαίνει ακριβώς διότι η γωνία βήματος είναι μεγαλύτερη, έτσι η συνιστώσα που συμβάλλει στην ώση μειώνεται. Συνεπώς αναμένεται να εμφανιστεί μεγαλύτερη ροπή γύρω από τον άξονα Z με την αυξημένη γωνία βήματος, διότι η συνιστώσα της δύναμης η οποία αντιτίθεται στην περιστροφή του δρομέα αυξάνεται.



Εικόνα 4.8: Ροπή δρομέα M_{zst} των σεναρίων λειτουργίας 51° και 13°

Παρατηρείται όντως, ότι η ροπή που δημιουργείται από τη συνιστώσα της δύναμης η οποία είναι αντίθετη της γραμμικής ταχύτητας των πτερυγίων στο σενάριο της γωνίας βήματος των 51° είναι μεγαλύτερη από αυτή του σεναρίου της γωνίας βήματος των 13° . Η διαφορά στο χρονικό διάστημα στο οποίο εμφανίζεται η ροπή έχει να κάνει με την διαφορά της γωνιακής ταχύτητας μεταξύ των δύο σεναρίων και με το γεγονός ότι σε κάθε σενάριο προσομοιώνονται δέκα περιστροφές του δρομέα.

4.1.2 ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΜΕ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ

Τα πτερύγια του δρομέα του αεροσκάφους είναι σχεδιασμένα με οπισθόκλιση (sweeper), όμως στο αεροελαστικό μοντέλο που αναπτύχθηκε τα πτερύγια που χρησιμοποιήθηκαν για τον δρομέα ήταν αυτά χωρίς την οπισθόκλιση. Για σκοπούς αεροδυναμικής και μόνο μελέτης των πτερυγίων με οπισθόκλιση, αλλά και για τη σύγκριση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς τους με αυτή των πτερυγίων χωρίς οπισθόκλιση, μοντελοποιήθηκαν ως αεροδυναμικά σώματα.

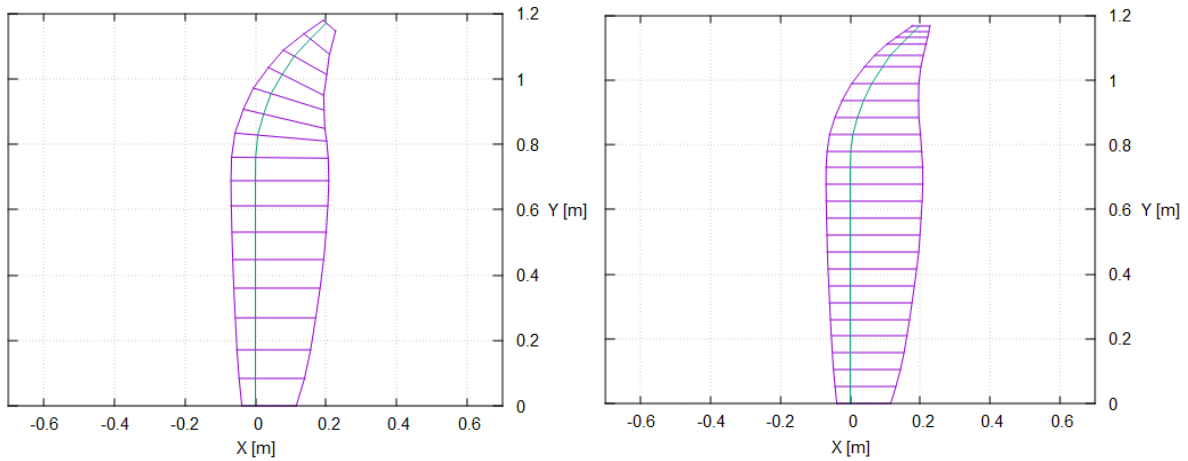
Επιλέχθηκε το σενάριο λειτουργίας ευθείας και οριζόντιας πτήσης του αεροσκάφους όπου η γωνία βήματος των πτερυγίων του δρομέα ρυθμίζεται στις 51° , η ταχύτητα περιστροφής του στο 50% των ονομαστικών στροφών και η ταχύτητα της επ' άπειρον ροής στα 150 kts . Δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να μελετηθεί η αεροδυναμική συμπεριφορά του δρομέα στις διάφορες συνθήκες λειτουργίες όπως στο προηγούμενο κεφάλαιο για τον δρομέα με πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση. Αναμένονται παρόμοια αποτελέσματα τα οποία θα οδηγήσουν στα ίδια συμπεράσματα, όσον αφορά την εύρεση κατάλληλων συνθηκών λειτουργίας.

Αυτό που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι η μελέτη του πως διαχειρίζεται ο αεροδυναμικός κώδικας την επεξεργασία της γεωμετρίας των πτερυγίων. Συγκεκριμένα, αυτό που επιθυμούμε να ελέγξουμε είναι εάν θα υπάρξει επίδραση στα αποτελέσματα κατά την αλλαγή του προσανατολισμού των τομών που δημιουργούνται κατά το μήκος των πτερυγίων, ως προς την στροφή που τους εφαρμόζεται γύρω από τον τοπικό τους άξονα Z κατά την δημιουργία της οπισθόκλισης.

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο της μοντελοποίησης του δρομέα, η γεωμετρία των πτερυγίων με οπισθόκλιση κατασκευάζεται μέσω της μεταφοράς και στροφής των αεροτομών σε σχέση με έναν άξονα αναφοράς (Εικόνα 3.14). Έπειτα η διακριτοποίηση της γεωμετρίας των πτερυγίων γίνεται μέσω της κατανομής λωρίδων οι οποίες ορίζονται από δύο τομές. Οι τομές αυτές διατηρούν την κατανομή της γωνίας οπισθόκλισης και έτσι είναι στραμμένες γύρω από τον τοπικό άξονα Z με γωνία που αντιστοιχεί στην ακτινική θέση που βρίσκονται. Από τις τομές αυτές, οι οποίες αποτελούν και την χορδή της αεροτομής στην κάθε ακτινική θέση, σχηματίζονται οι συντεταγμένες των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής, δημιουργώντας έτσι τη γεωμετρία του πτερυγίου.

Αυτό που επιθυμούμε είναι να σχηματιστεί πτερύγιο το οποίο διατηρεί την ίδια ακριβώς γεωμετρία όμως αντί οι τομές που σχηματίζουν τις λωρίδες του πτερυγίου να είναι στραμμένες και κάθετες στην καμπύλη που ενώνει τα $1/4^{\text{α}}$ της χορδής, αυτές να μην στραφούν και η γωνία οπισθόκλισης των τομών να παραμείνει μηδενική. Αυτό υλοποιείται μέσω της επιλογής των θέσεων όπου θα οριστούν οι τομές του πτερυγίου, κατά μήκος της καμπύλης που ενώνει τα $1/4^{\text{α}}$ των χορδών. Για την τιμή της συντεταγμένης Y της κάθε ορισθείσας θέσης γίνεται γραμμική παρεμβολή για τον υπολογισμό των συντεταγμένων X και Z των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής με βάση τη γεωμετρία των πτερυγίων που έχει προκύψει ήδη από τη στροφή των τομών κατά την γωνία οπισθόκλισης.

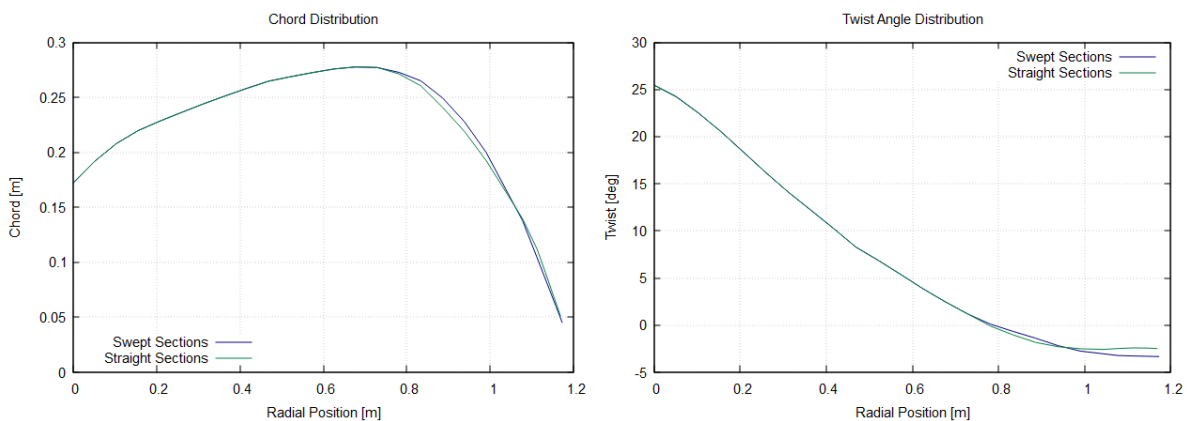
Τα νέα αυτά πτερύγια θα διατηρούν την ίδια οπισθόκλιση και θα έχουν πανομοιότυπη γεωμετρία με αυτά που σχηματίστηκαν από τη στροφή των τομών κατά την γωνία οπισθόκλισης. Όμως θα διαφέρει η κατανομή της χορδής, η οποία θα πρέπει να υπολογιστεί με βάση τις συντεταγμένες των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής. Επίσης ενδέχεται να διαφέρει και ο αριθμός των λωρίδων που χρησιμοποιήθηκαν για την διακριτοποίηση της αεροδυναμικής επιφάνειας.



Εικόνα 4.9: Αεροδυναμικές επιφάνειες πτερυγίων με οπισθόκλιση οι οποίες κατασκευάζονται από τη στροφή των τομών κατά την γωνία οπισθόκλισης (αριστερά) και χωρίς τη στροφή των τομών (δεξιά)

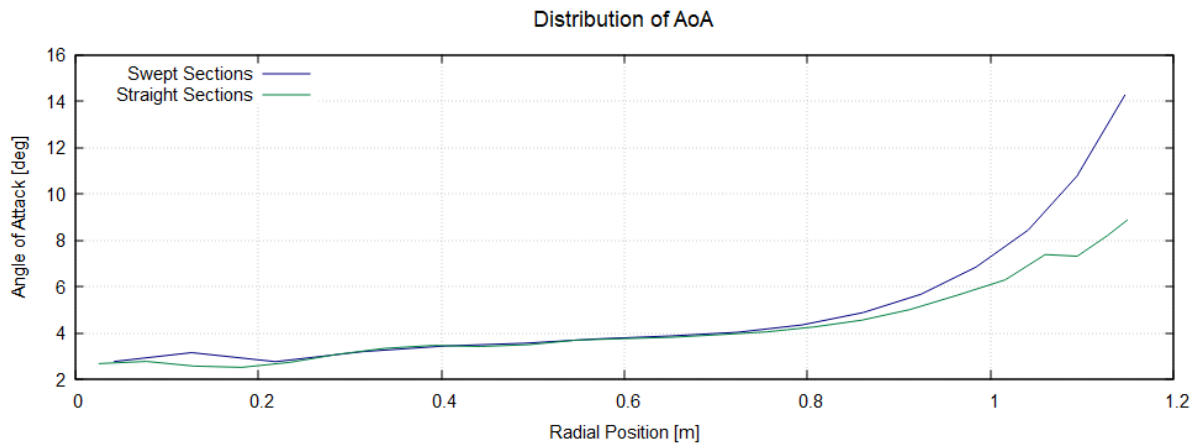
Παρατηρώντας τις δύο μορφές των πτερυγίων, φαίνεται πως υπάρχει ένα τμήμα όπου οι τομές δεν έχουν γωνία σε κανένα από τα δύο πτερύγια. Οι τομές κατά μήκος του πτερυγίου ξεκινούν να στρέφονται σε ακτίνα περίπου **0.75 m**. Στο τμήμα όπου οι τομές δεν έχουν στραφεί, η μόνη διαφορά μεταξύ των πτερυγίων είναι ο αριθμός των λωρίδων που προκύπτουν από την διακριτοποίηση της αεροδυναμικής επιφάνειας. Συνεπώς οποιοσδήποτε διαφορές εμφανιστούν στην αεροδυναμική συμπεριφορά των πτερυγίων αναμένεται ότι θα οφείλονται στον διαφορετικό αριθμό τομών που έχουν γίνει. Στο υπόλοιπο τμήμα του πτερυγίου εάν εμφανιστούν διαφορές θα οφείλονται και στο γεγονός ότι στο ένα πτερύγιο οι τομές έχουν στραφεί ενώ στο άλλο όχι.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι κατανομές χορδής και γωνίας συστροφής των τομών των πτερυγίων, κατά το μήκος τους.



Εικόνα 4.10: Κατανομές χορδής (αριστερά) και γωνίας συστροφής (δεξιά) των δύο πτερυγίων με στραμμένες και μη στραμμένες τομές

Για τις συνθήκες λειτουργίας που ορίστηκαν, με βάση την ρύθμιση της γωνίας βήματος στις **51°** θα μελετηθούν τα διάφορα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν όσον αφορά τα πτερύγια αλλά και τον δρομέα. Αρχικά παρουσιάζεται η κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης που προκύπτει κατά την ακτινική θέση πάνω στο πτερύγιο για τα πτερύγια με τις δύο διαφορετικές διαμορφώσεις των τομών τους.



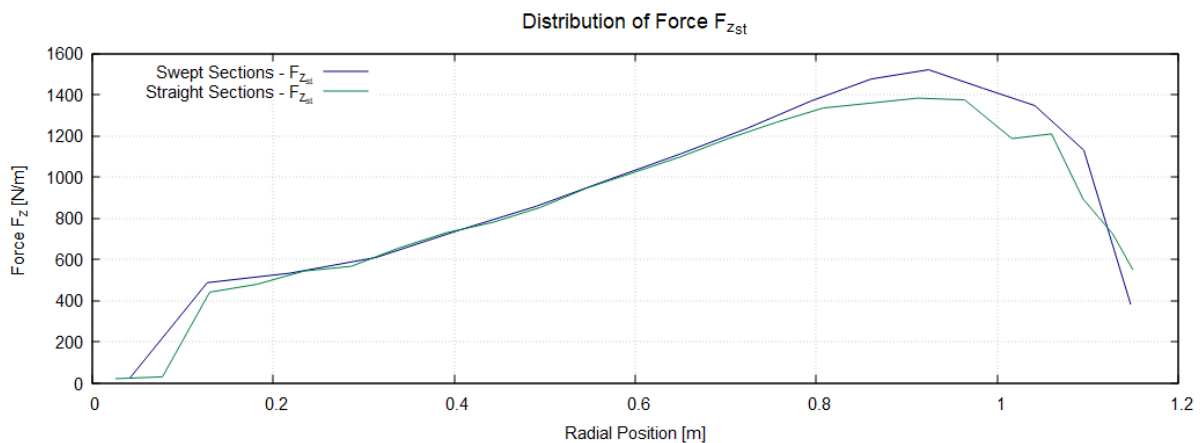
Εικόνα 4.11: Ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης των πτερυγίων με οπισθόκλιση στραμμένων και μη στραμμένων τομών

Όπως παρατηρείται, η γωνία πρόσπτωσης αυξάνεται με τη στροφή των τομών του πτερυγίου, στο τμήμα όπου ξεκινάει η στροφή τους. Στο τμήμα όπου δεν εφαρμόζεται στροφή δεν παρατηρείται ιδιαίτερη διαφορά στην κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης.

Η συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας που προκύπτει από την περιστροφή του δρομέα είναι μικρότερη για τις στραμμένες τομές του, αφού τμήμα της ταχύτητας αυτής θα είναι κάθετο προς την τομή. Λόγω αυτού αναμένεται η γωνία πρόσπτωσης να μειωθεί στο τμήμα όπου οι τομές έχουν στραφεί. Επιπλέον, λόγω του ότι ο ομόρρους ακολουθεί την κατεύθυνση της ροής στην ακμή εκφυγής του πτερυγίου, η οποία είναι παράλληλη με τις τομές, θα είναι πιο πυκνός στο χώρο όταν εκφεύγει από το πτερύγιο με τις στραμμένες τομές. Έτσι αναμένεται ότι το κατώρευμα θα είναι πιο ισχυρό λόγω των στραμμένων τομών και έτσι η γωνία πρόσπτωσης θα μειώνεται περαιτέρω.

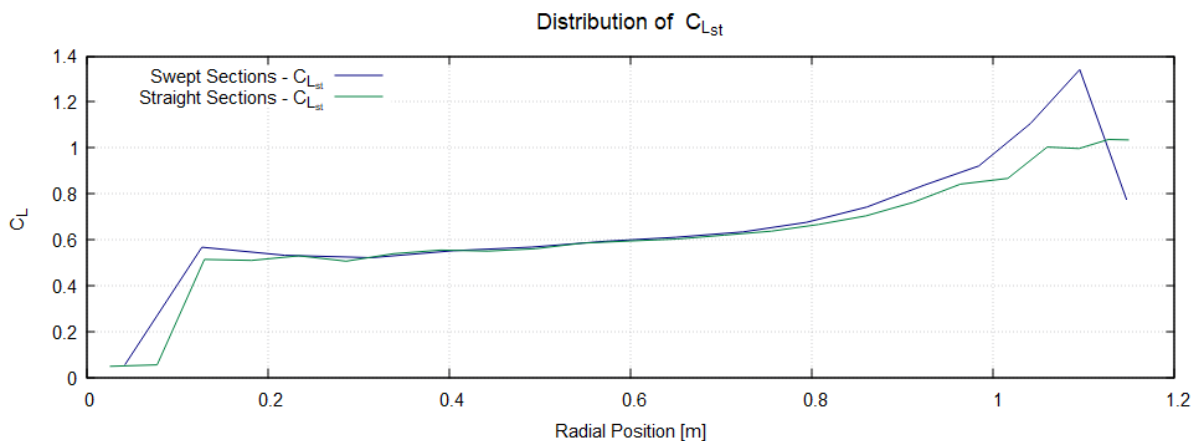
Το γεγονός ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι αυξημένη, στο πτερύγιο με οπισθόκλιση με στραμμένες τομές, είναι πιθανό να οφείλεται στο ότι οι ακμές πρόσπτωσης των λωρίδων διακριτοποίησης βρίσκονται σε ελαφρώς μεγαλύτερη ακτινική θέση, λόγω της στροφής των τομών. Έτσι η ταχύτητα της ροής, λόγω περιστροφής, θα είναι μεγαλύτερη αυξάνοντας έτσι την γωνία πρόσπτωσης.

Εφόσον η γωνία πρόσπτωσης είναι αυξημένη στα πτερύγια με τις στραμμένες τομές, τότε και τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται σε αυτές θα είναι αυξημένα κατά το μήκος τους.



Εικόνα 4.12: Κατανομή της F_{zst} κατά μήκος των πτερυγίων με στραμμένες και μη στραμμένες τομές

Στο τμήμα όπου οι τομές είναι στραμμένες, όντως το φορτίο κατά την κατεύθυνση πτερυγίωσης του πτερυγίου είναι αυξημένο. Στην άκρη του πτερυγίου όμως με στραμμένες τις τομές παρατηρείται μια έντονη μείωση του φορτίου σε επίπεδα χαμηλότερα από αυτά του πτερυγίου με τις μη στραμμένες τομές. Αυτό συμβαίνει παρόλο που η γωνία πρόσπτωσης παραμένει μεγαλύτερη σε αυτή την ακτινική θέση. Συνεπώς, λόγω της μεγάλης γωνίας πρόσπτωσης συμπεραίνεται πως το πτερύγιο σε αυτή την ακτινική θέση λειτουργεί σε περιοχή αποκόλλησης της ροής. Αυτό διακρίνεται και από την κατανομή του συντελεστή άνωσης $C_{L_{st}}$, όπου ο συντελεστής στην άκρη του πτερυγίου με τις στραμμένες τομές δεν ακολουθεί πλέον την γραμμική περιοχή και παρουσιάζει μεγάλη μείωση.



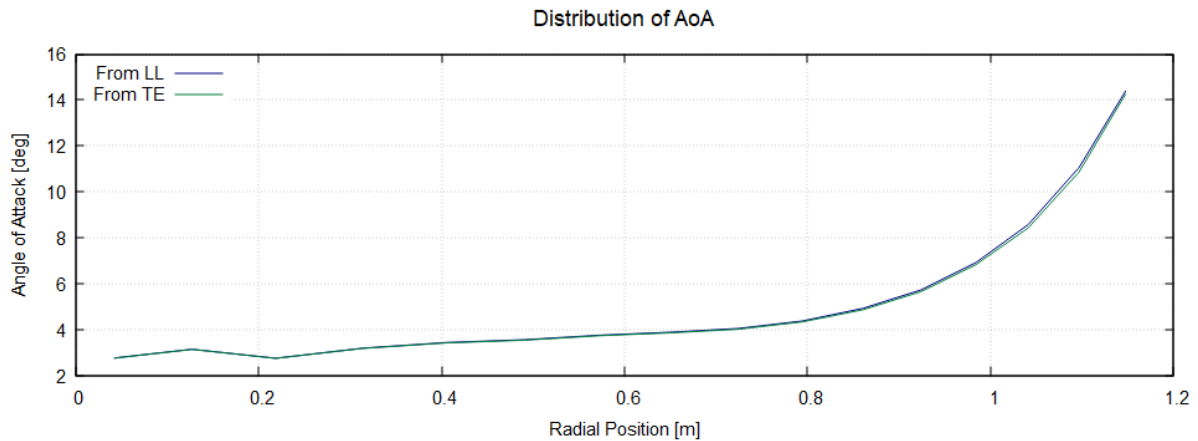
Εικόνα 4.13: Κατανομή συντελεστή $C_{L_{st}}$ κατά το μήκος των πτερυγίων με στραμμένες και μη στραμμένες τομές

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση της αεροδυναμικής των δύο αυτών πτερυγίων, συμπεραίνεται πως τη σημαντικότερη επίδραση στα αποτελέσματα έχει η αλλαγή του προσανατολισμού των τομών των πτερυγίων και όχι το πλήθος των λωρίδων στις οποίες διακριτοποιούνται. Οι μεγαλύτερες διαφορές στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στο τμήμα των πτερυγίων όπου οι τομές δεν έχουν τον ίδιο προσανατολισμό και οι μικρές διαφορές που παρουσιάζονται στο υπόλοιπο τμήμα των πτερυγίων μπορούν να αποδοθούν τόσο στην διαφορετική τους διακριτοποίηση όσο και στην αλλαγή της χωρικής κατανομής του ομόρρου που προκύπτει από την στρέψη των τομών. Συνεπώς για την εξαγωγή πιο ξεκάθαρων συμπερασμάτων όσον αφορά την επίδραση που έχει η μεταβολή στην διακριτοποίηση των πτερυγίων, είναι ορθότερο να απομονωθεί ως η μόνη μεταβολή στα πτερύγια.

Μια άλλη μεταβολή που μελετήθηκε κατά την μελέτη της αεροδυναμικής των πτερυγίων με οπισθόκλιση, στα πλαίσια της επαλήθευσης των αεροδυναμικών σωμάτων του μοντέλου που αναπτύχθηκε, ήταν η μεταβολή της ακμής από την οποία εκφεύγει ο ομόρρος των πτερυγίων. Ο κώδικας έχει την δυνατότητα, κατά την μοντελοποίηση των αεροδυναμικών σωμάτων με βάση την θεωρία της γραμμής άνωσης, να σέβεται την γεωμετρία του πραγματικού πτερυγίου και να παράγεται ο ομόρρος στην ακμή εκφυγής του. Υπάρχει όμως και η επιλογή ο ομόρρος να εκφεύγει από τη γραμμή άνωσης η οποία μοντελοποιεί το σώμα και να μην σέβεται την πραγματική γεωμετρία. Έτσι αποφασίστηκε να μελετηθεί η επίδραση που έχει η κάθε μέθοδος παραγωγής του ομόρρου στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά.

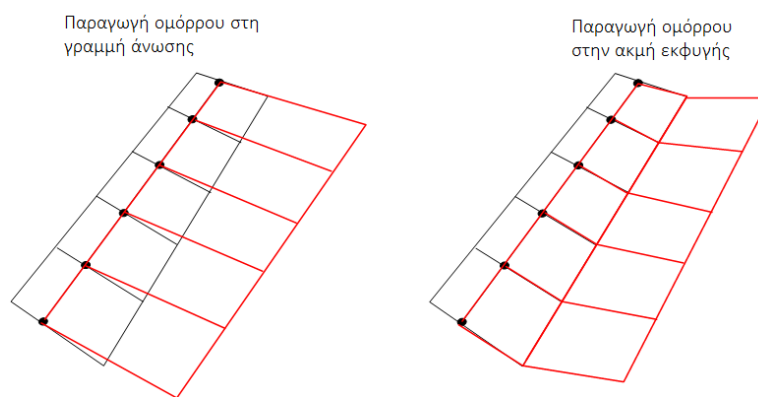
Μελετήθηκε το ίδιο σενάριο λειτουργίας του δρομέα με την προηγούμενη ανάλυση του, δηλαδή το σενάριο λειτουργίας με γωνία βήματος τις **51°**, ταχύτητα περιστροφής του δρομέα στο **50%** των ονομαστικών στροφών και ταχύτητα της επ' άπειρον ροής τα **150 kts**. Το πτερύγιο που χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση του δρομέα ήταν αυτό με τις στραμμένες τομές.

Ξεκινώντας από την ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης που προκύπτει από κάθε μέθοδο παραγωγής του ομόρρου, φαίνεται πως δεν προκύπτει κάποια σημαντική διαφορά. Η γωνία πρόσπτωσης δεν εμφανίζει σημαντική μεταβολή από την αλλαγή της γραμμής από την οποία εκφεύγει ο ομόρρος. Διακρίνεται μια πολύ μικρή μείωση στην κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης κατά την παραγωγή του ομόρρου στην ακμή εκφυγής του πτερυγίου.



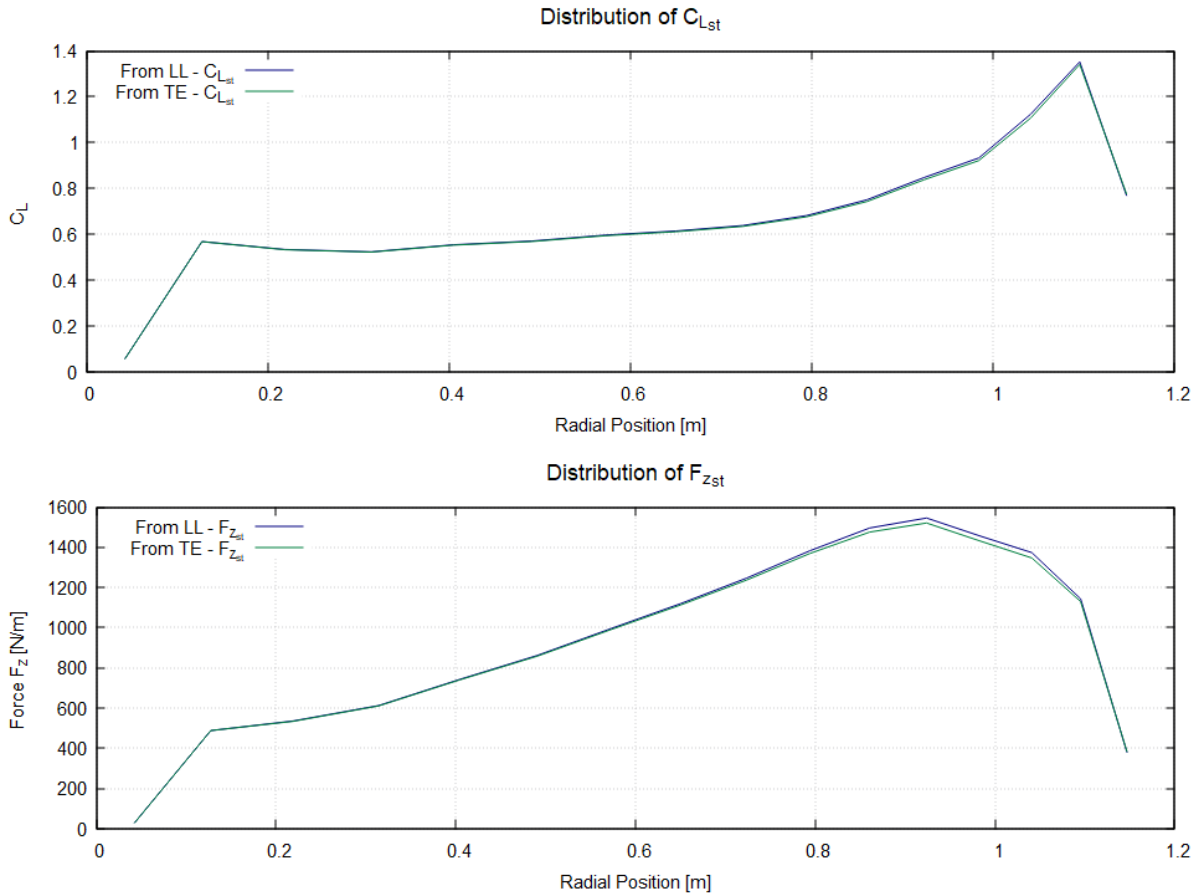
Εικόνα 4.14: Κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης κατά το μήκος των πτερυγίων με παραγωγή του ομόρρου στην ακμή εκφυγής τους και στην γραμμή άνωσης

Η μικρή μείωση της γωνία πρόσπτωσης μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι για να παραχθεί ο ομόρρος στην ακμή εκφυγής δημιουργείται ένα τμήμα δινοσωλήνων που δεν λαμβάνουν την κατεύθυνση της επ' άπειρον ροής, αλλά διατηρούν την κατεύθυνση της χορδής μέχρι να φτάσουν την ακμή εκφυγής. Όταν το τμήμα αυτό φτάσει την ακμή εκφυγής τότε επιτρέπεται στον ομόρρο να κινηθεί κατά την κατεύθυνση της επ' άπειρον ροής.



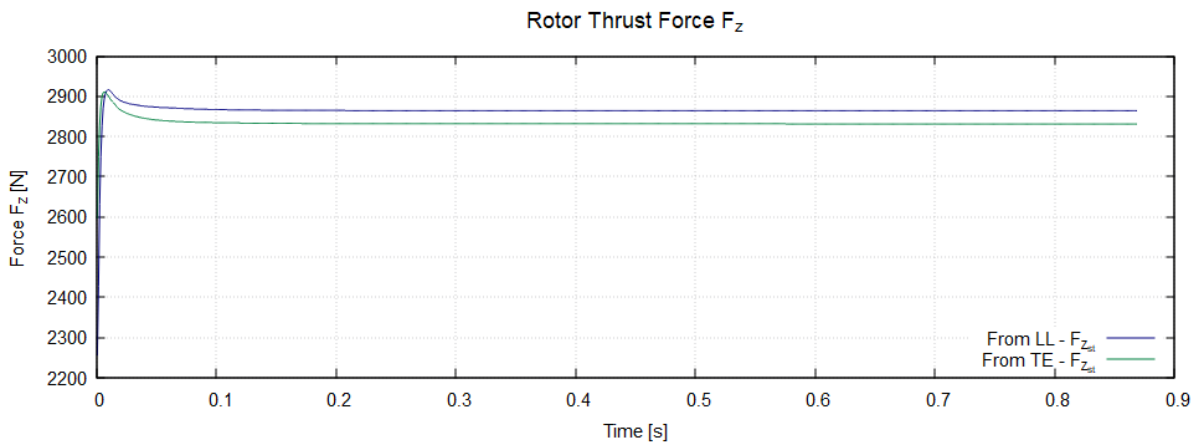
Εικόνα 4.15: Απεικόνιση μεθόδων παραγωγής ομόρρου

Έτσι στην μέθοδο παραγωγής του ομόρρου στην ακμή εκφυγής των πτερυγίων προστίθεται ένα μικρό τμήμα στον ομόρρο το οποίο είναι υπεύθυνο για την διατήρησή του πάνω στην κατεύθυνση της χορδής, το οποίο επάγει επιπλέον κατώρευμα. Έτσι το κατώρευμα αυτό μειώνει ελαφρώς την γωνία πρόσπτωσης κατά το μήκος του πτερυγίου. Παρόμοια κατανομή εμφανίζουν και οι συντελεστές άνωσης $C_{L_{st}}$ και τα φορτία κατά την κατεύθυνση πτερυγίωσης των πτερυγίων ανά μονάδα μήκους λωρίδας $F_{z_{st}}$.



Εικόνα 4.16: Κατανομή του συντελεστή άνωσης $C_{L_{st}}$ και του φορτίου $F_{z_{st}}$ κατά μήκος των πτερυγίων με παραγωγή του ομόρρου στη γραμμή άνωσης και στην ακμή εκφυγής τους

Εάν ληφθούν υπόψη τα φορτία και των τεσσάρων πτερυγίων για να σχηματιστεί η κατανομή της ώσης ολόκληρου του δρομέα συναρτήσει του χρόνου γίνεται πιο εμφανής η διαφορά στα φορτία των πτερυγίων μεταξύ των δύο μεθόδων παραγωγής του ομόρρου. Η μείωση του φορτίου στην περίπτωση όπου ο ομόρρος παράγεται στην ακμή εκφυγής είναι μεγαλύτερη αφού τώρα λαμβάνονται υπόψη τα φορτία και των τεσσάρων πτερυγίων.



Εικόνα 4.17: Ώση δρομέα $F_{z_{st}}$ πτερυγίων με οπισθόκλιση με παραγωγή του ομόρρου στη γραμμή άνωσης και στην ακμή εκφυγής

4.1.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΡΟΜΕΩΝ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΟΠΙΣΘΟΚΛΙΣΗ

Λόγω της απλοποίησης της μοντελοποίησης του δρομέα με πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση, αντί της χρήσης των πτερυγίων με οπισθόκλιση όπως γίνεται και στο πραγματικό αεροσκάφος, είναι θεμιτό να συγκριθούν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των δύο αυτών δρομέων. Η σύγκριση γίνεται έτσι ώστε να εντοπιστούν οι διαφορές στη συμπεριφορά των δρομέων και να διαπιστωθεί σε ποιο βαθμό τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης ολόκληρου του μοντέλου μισής πτέρυγας του αεροσκάφους μπορούν να ταυτίζονται με αυτά της πραγματικής διάταξης.

Συγκρίνονται οι συμπεριφορές των δύο δρομέων για τρία διαφορετικά σενάρια λειτουργίας, στα οποία εφαρμόζονται τρεις διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του δρομέα και τρεις διαφορετικές ταχύτητες πτήσης. Οι συνθήκες λειτουργίας του δρομέα των σεναρίων στα οποία πραγματοποιείται η σύγκριση είναι:

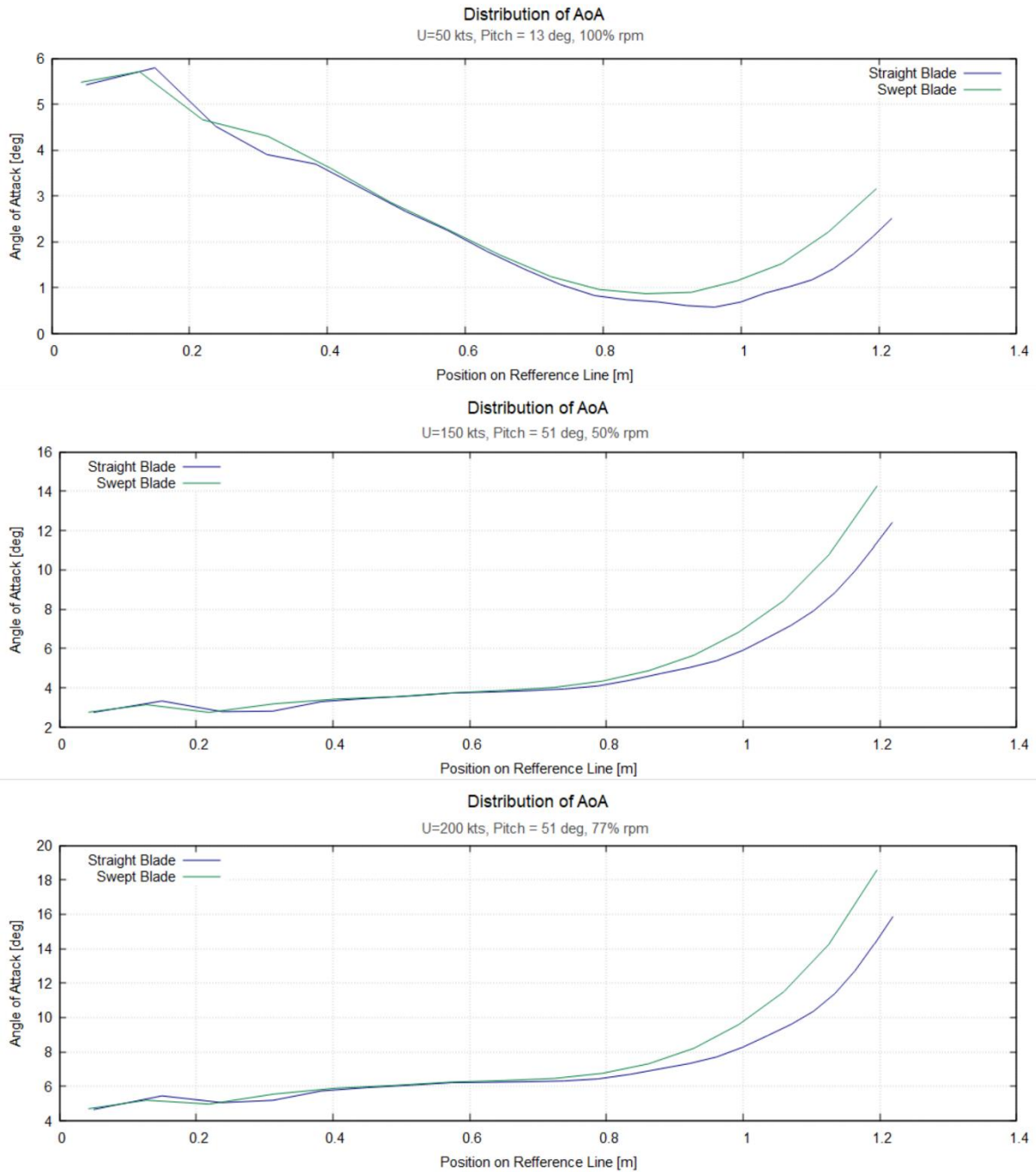
- | | | |
|------|----------------------------|-----------------|
| I. | Γωνιακή ταχύτητα δρομέα: | 100% rpm |
| | Γωνία βήματος πτερυγίων: | 13° |
| | Ταχύτητα επ' άπειρον ροής: | 50 kts |
| II. | Γωνιακή ταχύτητα δρομέα: | 50% rpm |
| | Γωνία βήματος πτερυγίων: | 51° |
| | Ταχύτητα επ' άπειρον ροής: | 150 kts |
| III. | Γωνιακή ταχύτητα δρομέα: | 77% rpm |
| | Γωνία βήματος πτερυγίων: | 51° |
| | Ταχύτητα επ' άπειρον ροής: | 200 kts |

Το μήκος των πτερυγίων των δύο δρομέων δεν είναι το ίδιο. Στα πτερύγια με οπισθόκλιση, η καμπύλη που ενώνει τα 1/4^α των χορδών, όσο κινούμαστε από την ρίζα προς την άκρη του πτερυγίου, έχει μεγαλύτερο μήκος από την ακτίνα του δρομέα. Έτσι όταν αυτή αναπτύσσεται σε γραμμή από καμπύλη, αυξάνεται η ακτίνα του δρομέα. Έτσι επειδή τα δύο πτερύγια κατασκευάζονται με βάση την ίδια καμπύλη όπου ενώνονται τα 1/4^α των χορδών, η σύγκριση των μεγεθών θα γίνεται κατά το μήκος αυτής της καμπύλης.

Αρχικά, συγκρίνονται οι κατανομές των αεροδυναμικών μεγεθών κατά το μήκος των πτερυγίων, έτσι ώστε να διαπιστωθεί που εμφανίζονται διαφορές. Αναμένεται, για τις ακτινικές θέσεις όπου και στα δύο πτερύγια δεν υπάρχει οπισθόκλιση, να εμφανίζονται όμοιες κατανομές των αεροδυναμικών μεγεθών. Αυτό διότι σε αυτό το τμήμα τα πτερύγια ουσιαστικά ταυτίζονται. Οι διαφορές μεταξύ των πτερυγίων αναμένεται να εμφανίζονται μετά το σημείο όπου ξεκινάει η οπισθόκλιση του ενός πτερυγίου.

Οι θέσεις στις οποίες αποτυπώνονται οι κατανομές των αεροδυναμικών μεγεθών του κάθε πτερυγίου βρίσκονται στο ενδιάμεσο μεταξύ δύο τομών, από τις οποίες κατασκευάζονται τα πτερύγια. Επειδή οι αεροδυναμικές επιφάνειες των δύο πτερυγίων κατασκευάστηκαν με διαφορετικό πλήθος τομών τότε τα σημεία όπου καταγράφονται τα μεγέθη κατά το μήκος των πτερυγίων θα είναι διαφορετικά για κάθε πτερύγιο. Οι κατανομές των αεροδυναμικών μεγεθών, όμως, σχηματίζονται κανονικά και μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους.

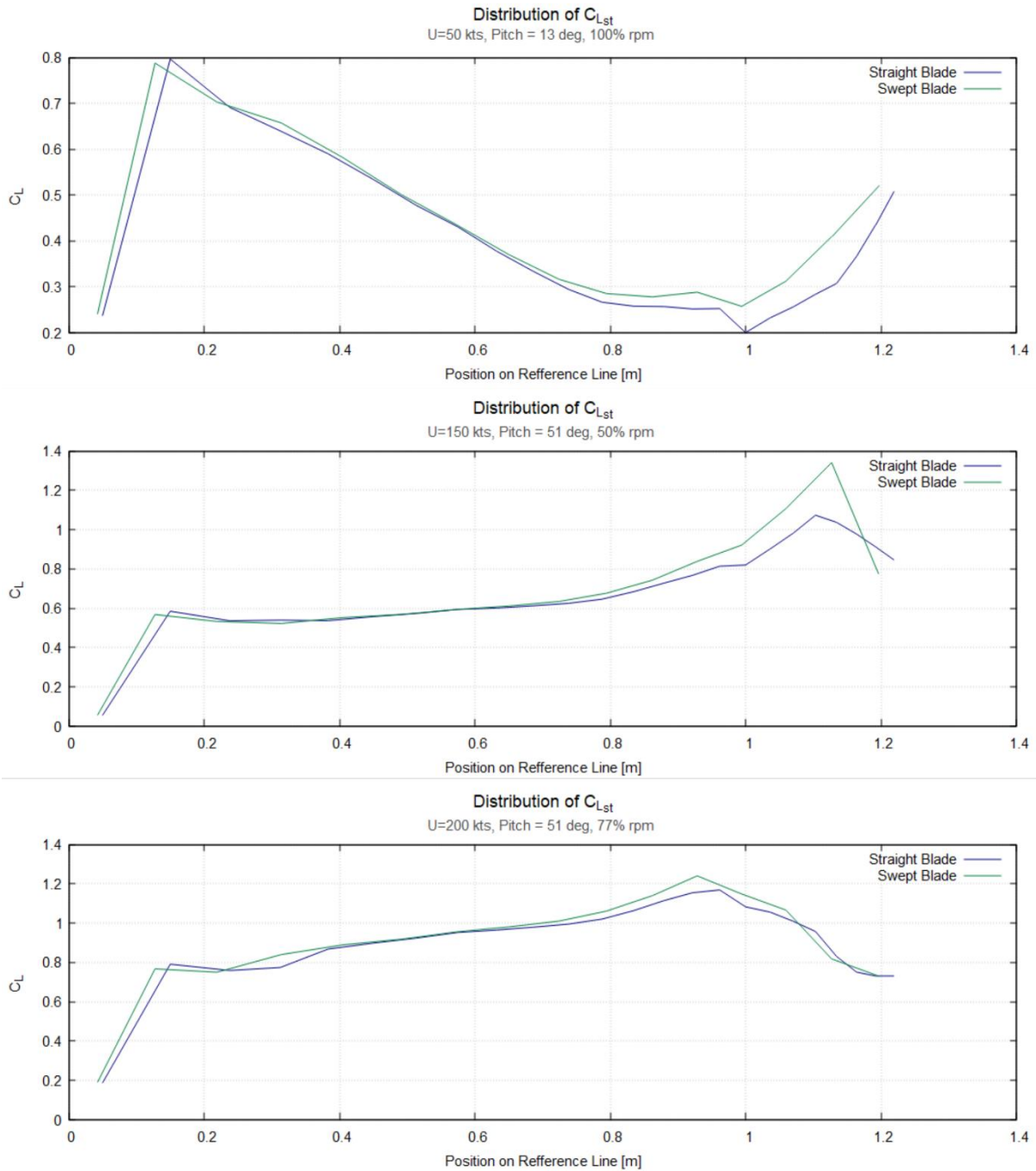
Αρχικά σχηματίζεται η κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης κατά μήκος της γραμμής των 1/4^{ωv} των χορδών των δύο πτερυγίων.



Εικόνα 4.18: Κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης κατά το μήκος της γραμμής 1/4^{ου} των χορδών των πτερυγίων με και χωρίς οπισθόκλιση για τα τρία σενάρια λειτουργίας

Η γωνία πρόσπτωσης κατά μήκος της καμπύλης που ενώνει τα 1/4^α των χορδών είναι μεγαλύτερη στα πτερύγια με οπισθόκλιση. Συγκεκριμένα, αυξάνεται περισσότερο απ’ ότι αυξάνεται στα πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση μετά από το σημείο όπου ξεκινάει να εφαρμόζεται η οπισθόκλιση στα πτερύγια. Αυτό συμβαίνει διότι η επαγόμενη από τον ομόρρου ταχύτητα, στα πτερύγια με οπισθόκλιση, μειώνεται, αυξάνοντας έτσι την γωνία πρόσπτωσης στα πτερύγια. Συγκεκριμένα μειώνεται η συνιστώσα της επαγόμενης ταχύτητας η οποία είναι παράλληλη με τις τομές των πτερυγίων λόγω του ότι εφαρμόζεται η οπισθόκλιση. Με την εφαρμογή της οπισθόκλισης και την στρέψη των τομών αυξάνεται η συνιστώσα της επαγόμενης ταχύτητας η οποία είναι κάθετη στις τομές, δηλαδή η συνιστώσα κατά τον τοπικό άξονα Y των τομών. Η συνιστώσα αυτή δεν επηρεάζει την γωνία πρόσπτωσης, ούτε συνεισφέρει στην δημιουργία άνωσης.

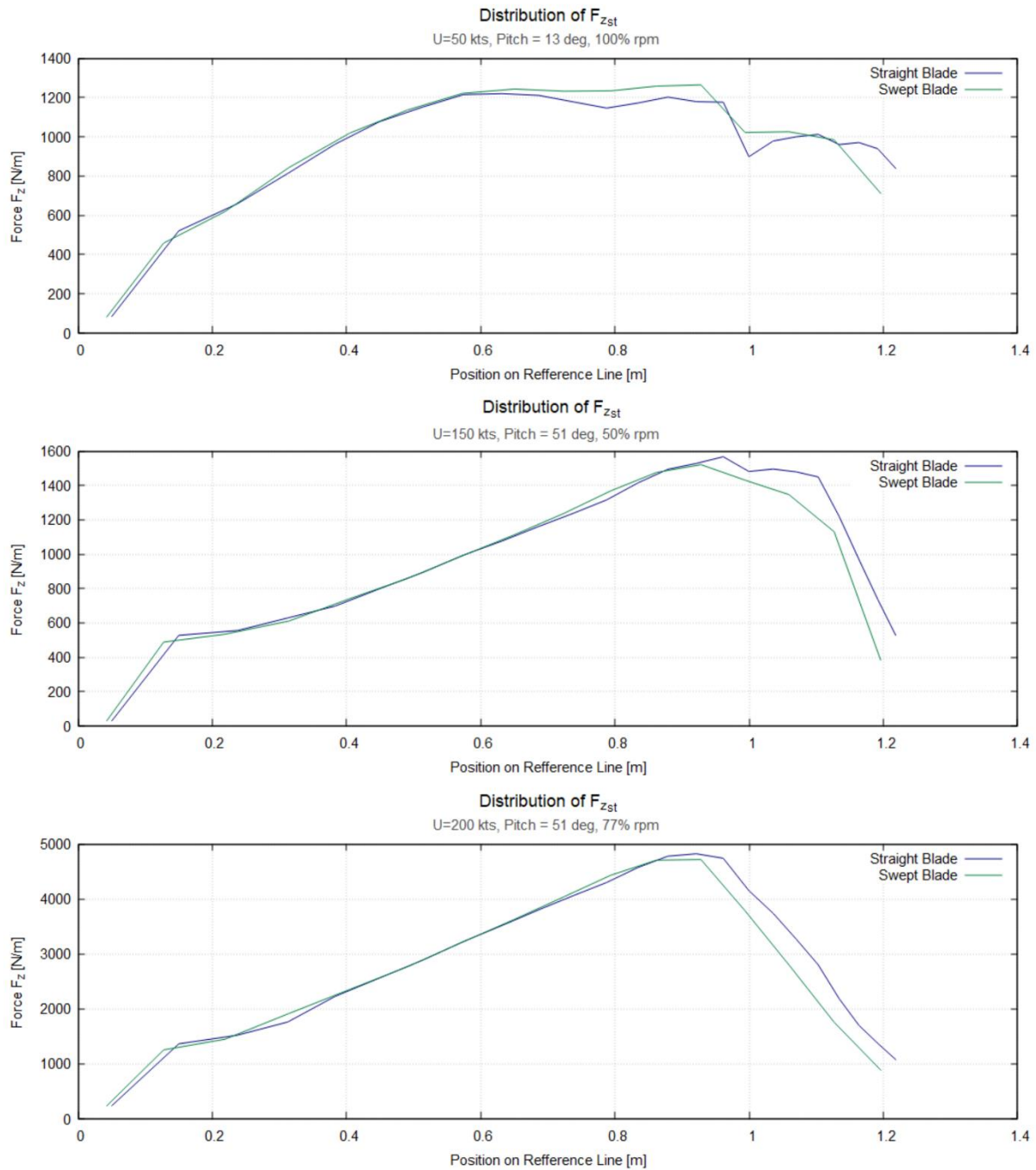
Παρόμοια, σχηματίζονται οι κατανομές του συντελεστή άνωσης κατά μήκος της γραμμής των $1/4^{uv}$ των χορδών των πτερυγίων.



Εικόνα 4.19: Κατανομές του συντελεστή άνωσης C_{Lst} κατά το μήκος της γραμμής $1/4^{uv}$ των χορδών των πτερυγίων με και χωρίς οπισθόκλιση για τα τρία σενάρια λειτουργίας

Και στα τρία σενάρια λειτουργίας των δρομέων, ο συντελεστής άνωσης των πτερυγίων με οπισθόκλιση φαίνεται να εμφανίζει παρόμοιες κατανομές με αυτές της γωνίας πρόσπτωσης. Δηλαδή ο συντελεστής άνωσης είναι μεγαλύτερος για τα πτερύγια με οπισθόκλιση, σε σύγκριση με τα πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση. Όμως το σενάριο III είναι αυτό όπου εμφανίζονται οι μικρότερες διαφορές μεταξύ των κατανομών του συντελεστή άνωσης. Παρατηρείται πως η κατανομή του συντελεστή άνωσης των πτερυγίων με οπισθόκλιση δεν αποκλίνει από αυτή των πτερυγίων χωρίς οπισθόκλιση όσο αποκλίνουν οι κατανομές των υπόλοιπων δύο σεναρίων λειτουργίας.

Σχηματίζονται, επίσης, οι κατανομές του φορτίου $F_{z_{st}}$ κατά το μήκος της καμπύλης των $1/4^{uv}$ των χορδών των πτερυγίων.



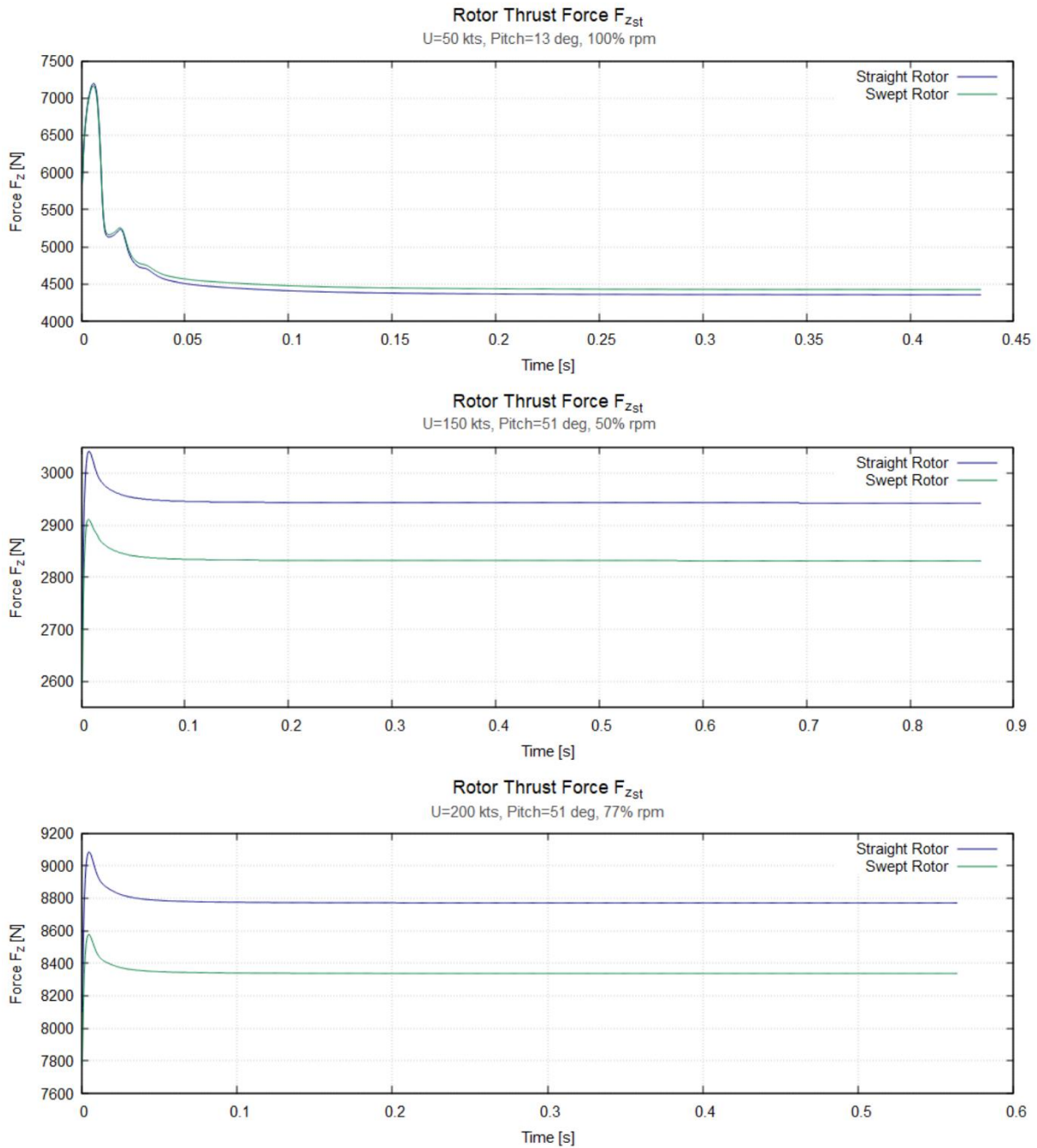
Εικόνα 4.20: Κατανομές του συντελεστή άνωσης $F_{z_{st}}$ κατά το μήκος της γραμμής $1/4^{uv}$ των χορδών των πτερυγίων με και χωρίς οπισθόκλιση για τα τρία σενάρια λειτουργίας

Σε αντίθεση με τις κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης και του συντελεστή άνωσης, η κατανομή του φορτίου $F_{z_{st}}$ κατά την κατεύθυνση περύγισης των πτερυγίων του δρομέα φαίνεται να έχει μεγαλύτερο μέτρο, στο τμήμα όπου τα πτερύγια των δύο δρομέων διαφέρουν, στα πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση. Αυτό είναι αναμενόμενο αφού στα πτερύγια με οπισθόκλιση οι στραμμένες τομές οδηγούν στην δημιουργία συνιστώσας της ροής η οποία δεν συμβάλλει στην δημιουργία άνωσης. Επίσης η ταχύτητα της ροής κοντά στην άκρη των πτερυγίων του δρομέα χωρίς οπισθόκλιση είναι

μεγαλύτερη λόγω του ότι οι θέσεις αυτές έχουν μεγαλύτερη ακτινική θέση από τις αντίστοιχες στα πτερύγια με οπισθόκλιση.

Η κατανομή του φορτίου $F_{z_{st}}$ είναι εμφανές πως έχει μεγαλύτερο μέτρο κατά το μήκος της καμπύλης των $1/4^{\omega v}$ των χορδών στα σενάρια λειτουργίας του δρομέα II και III. Στο σενάριο I όμως, όπου οι δρομείς λειτουργούν στις ονομαστικές τους στροφές, υπάρχουν τμήματα όπου το μέτρο του φορτίου $F_{z_{st}}$ είναι μεγαλύτερο στα πτερύγια με οπισθόκλιση. Αυτό συμβαίνει διότι ο συντελεστής άνωσης είναι πολύ μικρός, έτσι η ποσοστιαία διαφορά που εμφανίζουν στην κατανομή του συντελεστή οι δύο τύποι πτερυγίων καταλήγει να είναι μεγαλύτερη από την διαφορά που εμφανίζεται στην ταχύτητα της ροής γύρω από τα πτερύγια λόγω της διαφορετικής του ακτινικής θέσης.

Εάν σχηματίσουμε και την χρονική εξέλιξη της ώσης των δύο δρομέων για τα σενάρια αυτά, αναμένεται πως η ώση που θα παράγει ο δρομέας χωρίς οπισθόκλιση θα είναι μεγαλύτερη από αυτή του δρομέα με οπισθόκλιση.



Εικόνα 4.21: Δύναμη ώσης των δρομέων F_{zst} συναρτήσει του χρόνου και για τα τρία σενάρια λειτουργίας

Παρατηρώντας τις γραφικές της ώσης των δρομέων συναρτήσει χρόνου, φαίνεται πως η ώση του δρομέα πτερυγίων με οπισθόκλιση είναι κατά **4 – 5%** μικρότερη αυτής του δρομέα με πτερύγια χωρίς οπισθόκλιση. Έτσι συμπεραίνεται ότι με την αφαίρεση της οπισθόκλισης από τα πτερύγια του δρομέα γίνεται υπερεκτίμηση της ώσης που παράγει ο αντίστοιχος δρομέας. Αυτό φαίνεται στα σενάρια λειτουργίας II και III των δρομέων, αφού στο πρώτο σενάριο λειτουργίας η διαφορά στην ώση του δρομέα είναι μικρότερη. Στο πρώτο σενάριο λειτουργίας η ώση του δρομέα με οπισθόκλιση είναι μεγαλύτερη από αυτή του δρομέα χωρίς το οποίο όμως ήταν αναμενόμενο με βάση την παρατήρηση και της κατανομής του φορτίου F_{zst} των πτερυγίων κατά το μήκος της καμπύλης των $1/4^{uv}$ των χορδών που έγινε προηγουμένως.

4.2 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Αφού ολοκληρώθηκε η επαλήθευση και η μελέτη των αεροδυναμικών επιφανειών του μοντέλου, έπειτα σχηματίστηκαν τα ελαστικά σώματα. Τα ελαστικά σώματα μοντελοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας την θεωρία των μονοδιάστατων δοκών και την μέθοδο πολλαπλών σωμάτων, όπως αναλύθηκε και στο κεφάλαιο 2.

Το ελαστικό μοντέλο του υπό κλίμακα αεροσκάφους δημιουργήθηκε σε τμήματα. Στη συνέχεια τα τμήματα ενώθηκαν για να κτιστεί το πλήρες ελαστικό μοντέλο. Τα τμήματα στα οποία χωρίστηκε το μοντέλο ήταν το τμήμα του δρομέα, στο οποίο συμπεριλήφθηκαν τα ελαστικά σώματα των τεσσάρων πτερυγίων και των σωμάτων από τα οποία αποτελείται η πλήμνη, καθώς επίσης και το τμήμα της πτέρυγας μαζί με τον άξονα του δρομέα. Τα δύο τμήματα αρχικά μελετήθηκαν ξεχωριστά και μετά ως ένα ενιαίο σύστημα. Και αυτό έγινε για να επαληθευτεί η σωστή μοντελοποίηση των διαφόρων σωμάτων κατά τη σταδιακή δημιουργία του μοντέλου, αλλά και για να εντοπιστούν τυχόν σφάλματα στον αλγόριθμο της ελαστικής ανάλυσης.

4.2.1 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ

Το πρώτο τμήμα του ελαστικού μοντέλου που σχηματίστηκε ήταν αυτό το δρομέα μαζί με η πλήμνη. Για κάθε ελαστικό σώμα δημιουργήθηκαν τα αρχεία εισόδου με τις αντίστοιχες πληροφορίες γεωμετρίας και ελαστικότητας που απαιτούνται για να χαρακτηριστεί η ελαστική τους συμπεριφορά. Αφού ενώθηκαν τα σώματα μεταξύ τους με τις ανάλογες συνδέσεις έγινε η ελαστική ανάλυση του δρομέα.

Αρχικά μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά της στατικής λύσης του συστήματος του δρομέα. Ενώθηκαν όλα τα ελαστικά σώματα μεταξύ τους και το κέντρο του συστήματος του δρομέα τοποθετήθηκε στην αρχή των αδρανειακών αξόνων του τρισδιάστατου χώρου στον κώδικα. Χωρίς να οριστεί περιστροφή του δρομέα έγινε η ιδιοδιανυσματική ανάλυση του, όπου μελετώνται οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές που παράγονται. Σημειώνεται πως, για απλοποίηση της διάταξης, ο δρομέας που μοντελοποιήθηκε ελαστικά είναι ο δρομέας χωρίς οπισθόκλιση, με ευθεία πτερύγια.

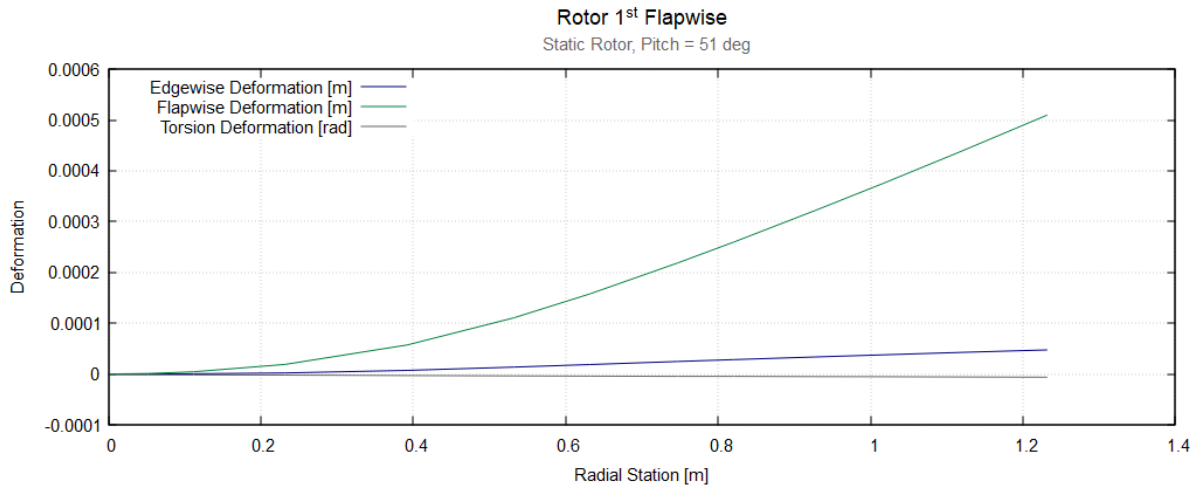
Με την χρήση του ελαστικού κώδικα έγινε επίλυση των εξισώσεων της μοντελοποίησης των πολλαπλών σωμάτων και υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος μαζί με τις αντίστοιχές τους ιδιομορφές. Από την παρατήρηση των ιδιομορφών είναι δυνατόν να κατηγοριοποιηθούν σε σχέση με τις κατευθύνσεις στις οποίες παραμορφώνονται τα πτερύγια, κατά το τοπικό τους σύστημα συντεταγμένων. Οι χαρακτηριστικές ιδιοσυχνότητες που μελετώνται για το σύστημα του δρομέα παρουσιάζονται πιο κάτω:

ΣΕΙΡΑ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
1 ^η Ιδιοσυχνότητα	7.50	1 ^η Flapwise
2 ^η Ιδιοσυχνότητα	11.15	1 ^η Edgewise
3 ^η Ιδιοσυχνότητα	41.62	2 ^η Flapwise
⋮	⋮	⋮
8 ^η Ιδιοσυχνότητα	208.12	1 ^η Torsion

Πίνακας 4.1: Ιδιοσυχνότητες και τύπος ιδιοσυχνότητας με βάση την παραμόρφωση που διεγείρει

Οι πιο πάνω ιδιοσυχνότητες αφορούν τον στατικό δρομέα με γωνία βήματος τις **51°**. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές αντιστοιχούν στις πιο κάτω ιδιομορφές, από τις οποίες προκύπτει ο τύπος της κάθε ιδιοσυχνότητας.

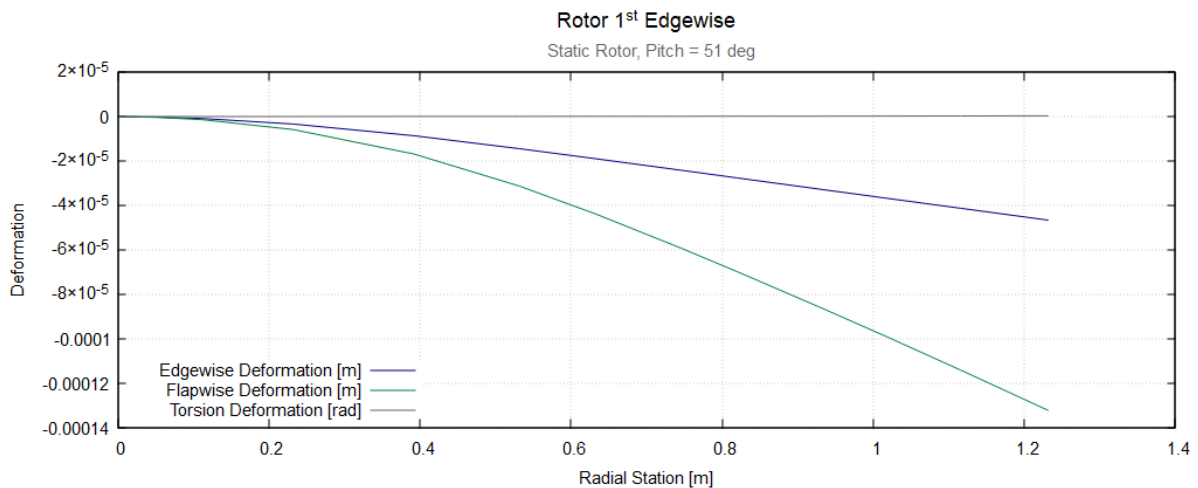
1^η FLAP ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ



Εικόνα 4.22: Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 1^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας

Κατά την διέγερση της 1^{ης} ιδιοσυχνότητας του συστήματος φαίνεται ότι η κύρια παραμόρφωση βρίσκεται κατά τον τοπικό άξονα **Z** των πτερυγίων. Έτσι η ιδιοσυχνότητα αυτή κατηγοριοποιείται ως η 1^η flapwise ιδιοσυχνότητα. Συνεπώς οι ιδιομορφές και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητές τους διακρίνονται με βάση την κατεύθυνση στην οποία παρουσιάζεται η κύρια παραμόρφωση των πτερυγίων του δρομέα.

1^η EDGE ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

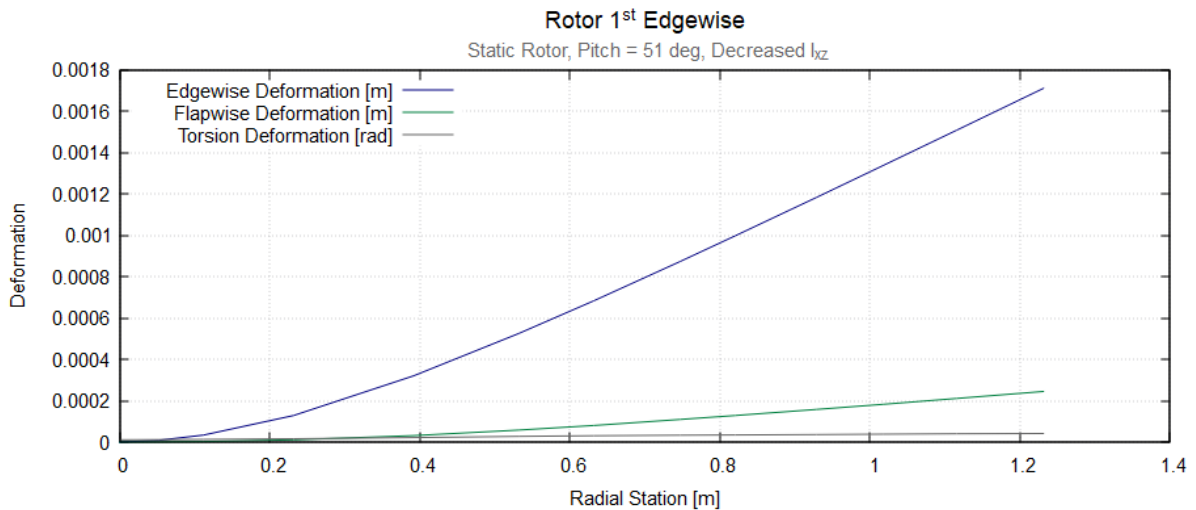


Εικόνα 4.23: Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας

Κατά την διέγερση της 2^{ης} ιδιοσυχνότητας του δρομέα παρατηρείται πως η μεγαλύτερη παραμόρφωση παραμένει αυτή κατά την κατεύθυνση πτερύγισης. Όμως σε σχέση με την διέγερση της προηγούμενης ιδιοσυχνότητας, η παραμόρφωση στην κατεύθυνση πτερύγισης έχει μειωθεί σημαντικά. Και δεδομένου ότι η 1^η flapwise ιδιοσυχνότητα έχει ήδη οριστεί τότε διαπιστώνεται πως στη δεύτερη ιδιοσυχνότητα η παραμόρφωση κατά την κατεύθυνση χορδής αυξάνεται, συγκριτικά με προηγούμενως. Άρα η δεύτερη ιδιοσυχνότητα ορίζεται ως 1^η edgewise. Το γεγονός ότι διατηρείται η παραμόρφωση πτερύγισης ως η μεγαλύτερη, είναι αποτέλεσμα της σύζευξης των παραμορφώσεων κατά τις κατευθύνσεις αυτές λόγω των ελαστικών χαρακτηριστικών των πτερυγίων. Η σύζευξη των

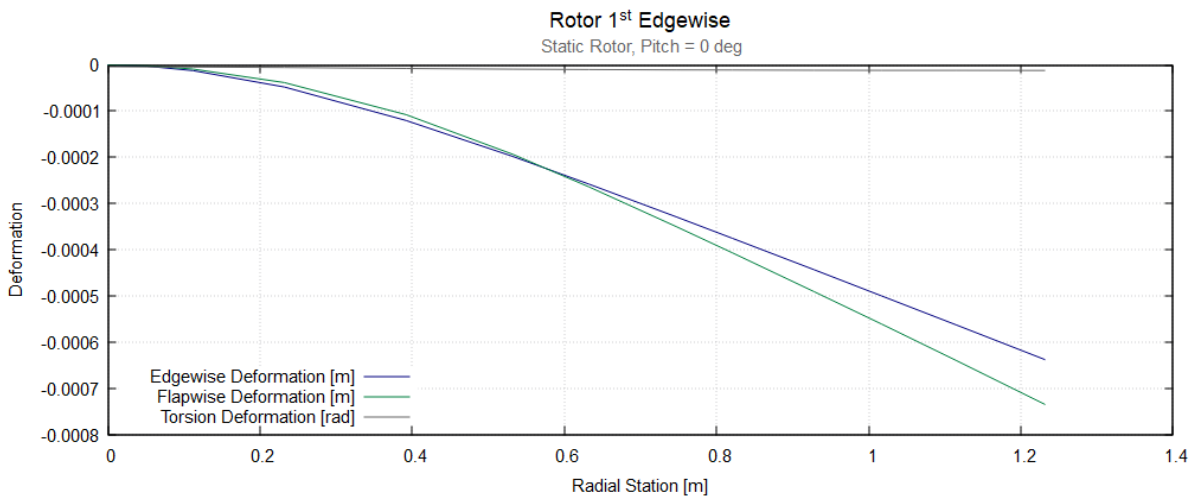
παραμορφώσεων κατά τις κατευθύνσεις X και Z επηρεάζεται από το μέγεθος του γινομένου αδράνειας I_{xz} .

Εάν μειώσουμε το γινόμενο αδράνειας I_{xz} , στα αρχεία εισόδου των πτερυγίων, τότε παρατηρείται πως η σύζευξη των παραμορφώσεων κατά τους δύο άξονες X και Z μειώνεται. Η δεύτερη ιδιοσυχνότητα, η οποία όταν διεγείρεται δημιουργεί παραμορφώσεις κατά την κατεύθυνση χορδής, παρατηρείται πως, με μειωμένο το I_{xz} , η παραμόρφωση κατά τον άξονα X είναι η κύρια. Φαίνεται λοιπόν πιο καθαρά πως η δεύτερη ιδιοσυχνότητα είναι η πρώτη ιδιοσυχνότητα της edge κατεύθυνσης.



Εικόνα 4.24: Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας με μειωμένο το γινόμενο αδράνειας I_{xz}

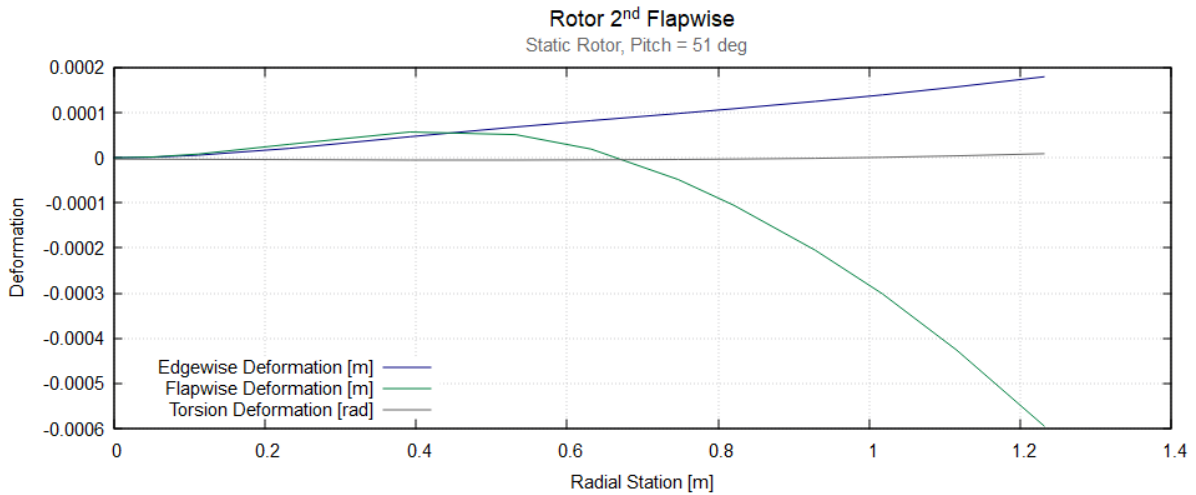
Παρόμοια αποσύζευξη συμβαίνει όταν μειώσουμε την γωνία βήματος. Εάν θέσουμε την γωνία βήματος ίση με μηδέν τότε παρατηρείται ότι στην πρώτη ιδιοσυχνότητα edge παραμόρφωσης η παραμόρφωση κατά τον άξονα X αυξάνεται έντονα, συγκριτικά με την πρώτη ιδιοσυχνότητα παραμόρφωσης στην κατεύθυνση πτερύγισης. Συνεπώς και με την μείωση της γωνίας βήματος οι ιδιομορφές είναι πιο ευδιάκριτες και μπορούν να οριστούν ευκολότερα. Η σύζευξη των παραμορφώσεων κατά τις κατευθύνσεις flap και edge είναι μεγαλύτερη όταν στα πτερύγια εφαρμόζεται γωνία βήματος διότι στα υπόλοιπα ελαστικά σώματα του συστήματος δρομέα-πλήμνης δεν υπάρχει γωνία βήματος. Έτσι δεν είναι προσανατολισμένα όλα τα σώματα στους ίδιους άξονες και η αλληλεπίδραση μεταξύ των σωμάτων προκαλεί παραμορφώσεις και στις δύο κατευθύνσεις.



Εικόνα 4.25: Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας με μειωμένη γωνία βήματος

2^η FLAP ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

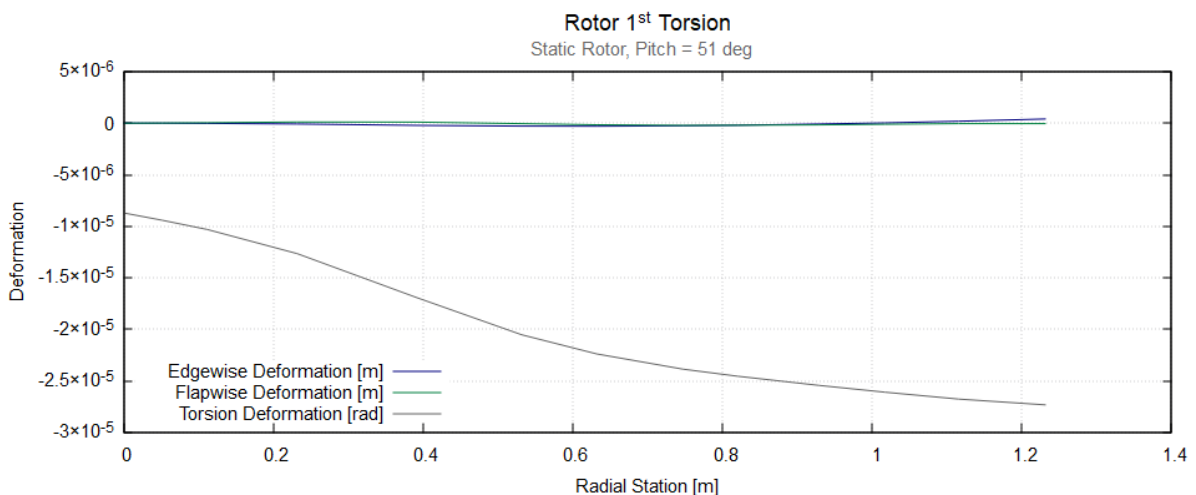
Η τρίτη ιδιοσυχνότητα που υπολογίζεται από τον ελαστικό κώδικα είναι η δεύτερη ιδιοσυχνότητα που διεγείρει παραμορφώσεις πτερύγισης. Η κύρια παραμόρφωση είναι η παραμόρφωση κατά τον άξονα **Z** και παρατηρείται πως υπάρχει σημείο καμπής στην καμπύλη της παραμόρφωσης πτερύγισης.



Εικόνα 4.26: : Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 2^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας

1^η TORSION ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Μετά την τρίτη ιδιοσυχνότητα, ακολουθούν αρκετές ιδιοσυχνότητες οι οποίες συνεχίζουν να είναι είτε flapwise είτε edgewise ιδιοσυχνότητες. Παρατηρούνται περισσότερα σημεία καμπής στις κύριες παραμορφώσεις και επίσης διακρίνεται και πάλι η σύζευξη των παραμορφώσεων στις κατευθύνσεις **X** και **Z**. Φτάνοντας στην 8^η ιδιοσυχνότητα του συστήματος, εντοπίζεται η πρώτη ιδιοσυχνότητα που όταν διεγείρεται παράγει παραμορφώσεις στρέψης γύρω από τον άξονα **Y** των πτερυγίων. Η ιδιοσυχνότητα αυτή ονομάζεται πρώτη ιδιοσυχνότητα torsion.



Εικόνα 4.27: Παραμορφώσεις των πτερυγίων κατά την διέγερση της 1^{ης} torsion ιδιοσυχνότητας

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΩΣ ΕΝΑ ΣΩΜΑ

Τα πτερύγια του δρομέα, εξ' αρχής, μοντελοποιήθηκαν με τον διαχωρισμό του κάθε πτερυγίου σε πέντε υποσώματα. Το κάθε υποσώμα χωρίστηκε σε αριθμό πεπερασμένων στοιχείων έτσι ώστε

συνολικά το κάθε πτερύγιο να αποτελείται από δώδεκα στοιχεία. Για την εξέταση της λειτουργίας του ελαστικού κώδικα έγινε η ίδια ελαστική ανάλυση του δρομέα χωρίς τον διαχωρισμό των πτερυγίων σε 5 υποσώματα με 12 στοιχεία αλλά με την μοντελοποίηση των πτερυγίων ως ένα σώμα/υποσώμα με 12 στοιχεία.

Αυτή η διαφορά στην μοντελοποίηση εξετάζεται για να παρατηρηθεί η επίδραση των συνδέσεων μεταξύ των σωμάτων πάνω στα αποτελέσματα της ελαστικής ανάλυσης του συστήματος σωμάτων. Αναμένεται πως η διαφορά στον αριθμό των υποσωμάτων ενός σώματος δεν θα δημιουργήσει διαφορές στα αποτελέσματα, αφού ο αριθμός των στοιχείων θα παραμείνει ο ίδιος και οι συνδέσεις μεταξύ των υποσωμάτων αφορούν μόνο πακτώσεις και όχι ελεύθερες συνδέσεις.

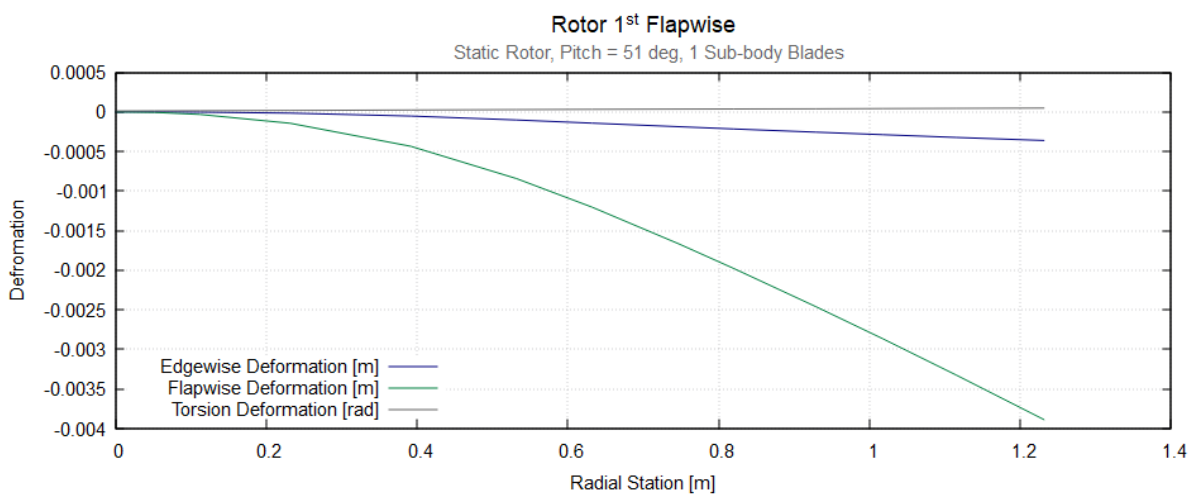
Οι ιδιοσυχνότητες των χαρακτηριστικών ιδιομορφών, που μελετήθηκαν και στην προηγούμενη μοντελοποίηση, υπολογίζονται από τον ελαστικό κώδικα με βάση την νέα μοντελοποίηση των πτερυγίων. Παρουσιάζονται οι νέες ιδιοσυχνότητες πιο κάτω.

ΣΕΙΡΑ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
1 ^η Ιδιοσυχνότητα	7.50	1 ^η Flapwise
2 ^η Ιδιοσυχνότητα	11.15	1 ^η Edgewise
3 ^η Ιδιοσυχνότητα	41.62	2 ^η Flapwise
⋮	⋮	⋮
8 ^η Ιδιοσυχνότητα	208.12	1 ^η Torsion

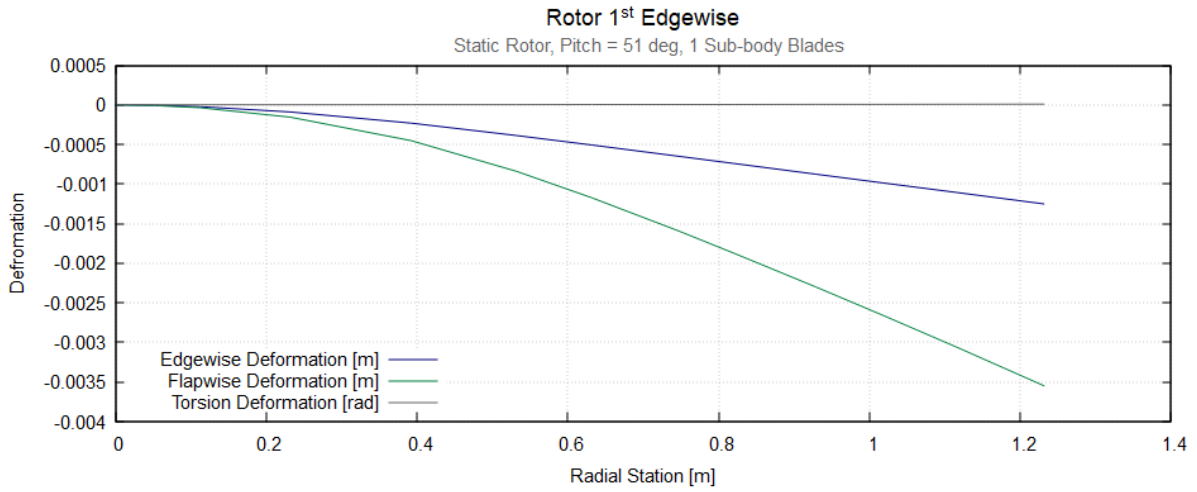
Πίνακας 4.2: Ιδιοσυχνότητες στατικού δρομέα πτερυγίων ενός σώματος

Οι ιδιοσυχνότητες που προκύπτουν για τον δρομέα του οποίου τα πτερύγια μοντελοποιούνται ως ένα σώμα, είναι οι ίδιες με αυτές του δρομέα με πτερύγια πολλαπλών υποσωμάτων. Εάν μελετηθούν οι ιδιοσυχνότητες των δύο διαφορετικών μοντελοποιήσεων κατά την πλήρη ακρίβεια με την οποία υπολογίζονται από τον ελαστικό κώδικα, τότε παρατηρείται πως διαφοροποίηση στις συχνότητες εμφανίζεται, κατά το μέγιστο, στο έκτο δεκαδικό ψηφίο. Η διαφορά αυτή δεν είναι σημαντική.

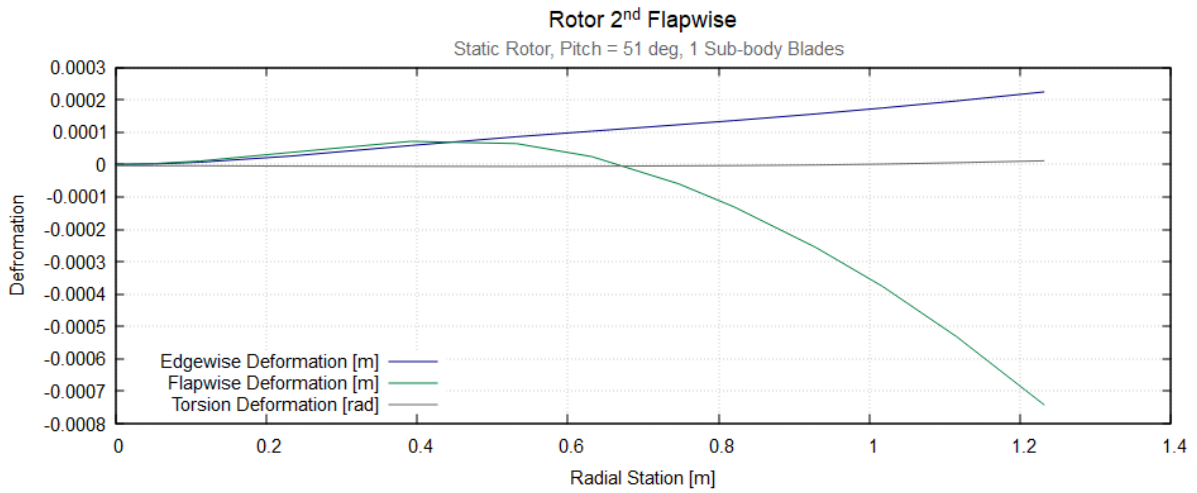
Από τις αντίστοιχες ιδιομορφές που προκύπτουν μπορούμε και πάλι να κατηγοριοποιήσουμε τις ιδιοσυχνότητες, με βάση την κύρια παραμόρφωση κάθε ιδιομορφής. Οι ίδιες ιδιοσυχνότητες παράγουν τους ίδιους τύπους παραμόρφωσης.



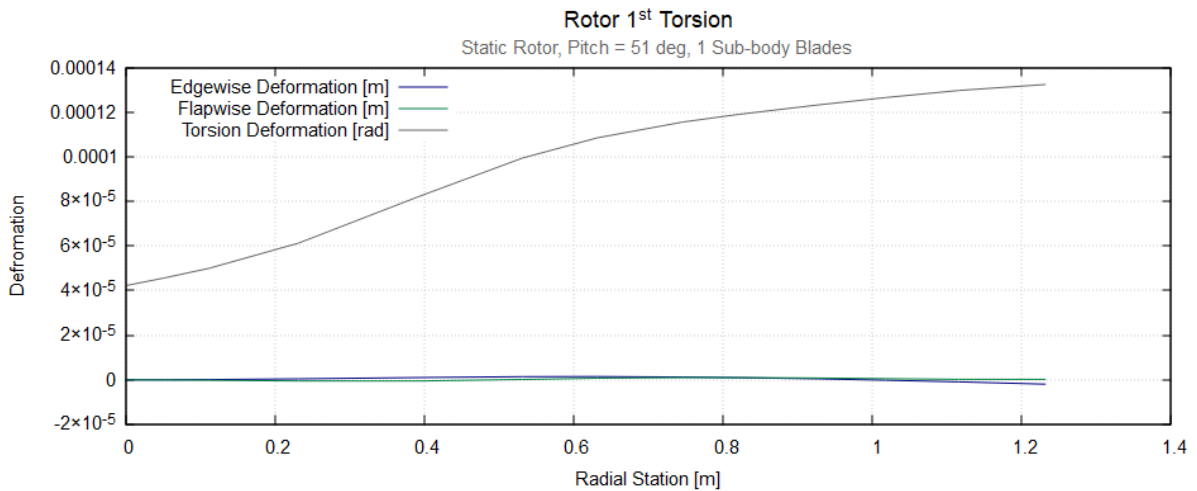
Εικόνα 4.28: Παραμορφώσεις πτερυγίων ενός υποσώματος κατά την διέγερση της 1^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.29: Παραμορφώσεις πτερυγίων ενός υποσώματος κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.30: Παραμορφώσεις πτερυγίων ενός υποσώματος κατά την διέγερση της 2^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.31: Παραμορφώσεις πτερυγίων ενός υποσώματος κατά την διέγερση της 1^{ης} torsion ιδιοσυχνότητας

4.2.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΤΕΡΥΓΑΣ

Μετά την ελαστική μελέτη του συστήματος δρομέα-πλήμνης, μοντελοποιήθηκε και μελετήθηκε το σύστημα σωμάτων της πτέρυγας χωρίς τον δρομέα. Τα σώματα από τα οποία αποτελείται η πτέρυγα του μοντέλου, όπως αναλύθηκε και στο κεφάλαιο 3.4, είναι η κύρια δοκός, η σταθερή και κινητή πτέρυγα, η βάση του κινητήρα και ο άξονας που περιστρέφει τον δρομέα.

Αρχικά έγινε η ιδιοδιανυσματική ανάλυση της πτέρυγας, παρόμοια με πριν, χωρίς να προστεθούν ελαστικά σώματα του συστήματος του δρομέα στο μοντέλο της πτέρυγας. Στη συνέχεια προστέθηκαν οι μάζες όλων των ελαστικών σωμάτων του συστήματος δρομέα-πλήμνης ως κατανομή μάζας στο τελευταίο υποσώμα του ελαστικού σώματος του άξονα. Το μοντέλο αυτό της πτέρυγας μαζί με τις μάζες των σωμάτων του δρομέα μελετήθηκε έτσι ώστε να γίνει σύγκριση μεταξύ αυτού και του πλήρους μοντέλου με το οποίο ολοκληρώνεται η ελαστική μελέτη.

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΧΩΡΙΣ ΔΡΟΜΕΑ

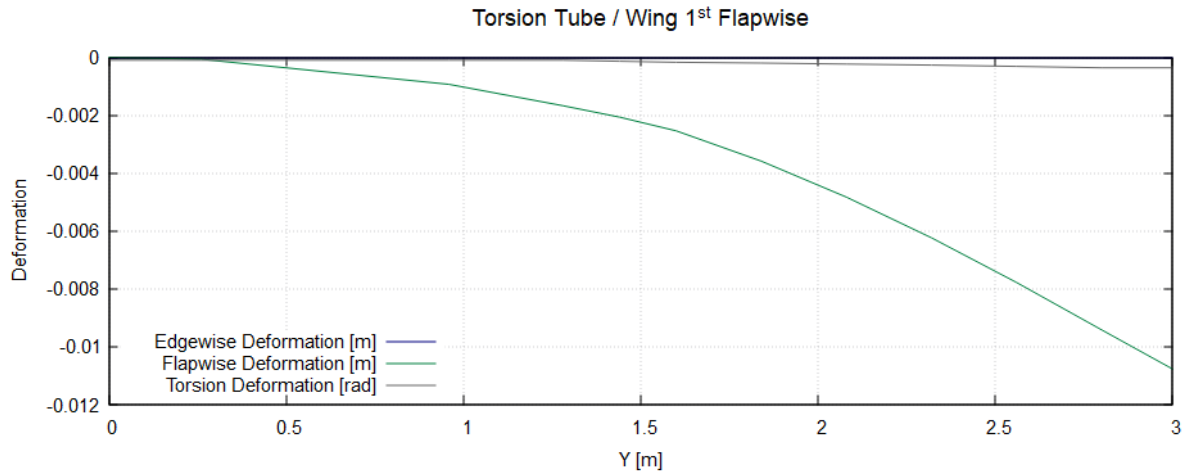
Μετά την κατασκευή των ελαστικών σωμάτων του συστήματος της πτέρυγας, μέσω των αρχείων εισόδου με τα ελαστικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κάθε σώματος, ορίστηκαν οι συνδέσεις μεταξύ τους έτσι ώστε να σχηματιστεί η πτέρυγα του μοντέλου. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο αυτό της πτέρυγας έγινε η ιδιοδιανυσματική ανάλυση της χωρίς να τεθεί περιστροφή στον άξονα. Πιο κάτω παρουσιάζονται μερικές χαρακτηριστικές ιδιοσυχνότητες του συστήματος.

ΣΕΙΡΑ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
1 ^η Ιδιοσυχνότητα	7.31	1 ^η Flapwise
2 ^η Ιδιοσυχνότητα	8.12	1 ^η Edgewise
3 ^η Ιδιοσυχνότητα	47.33	1 ^η Torsion
⋮	⋮	⋮
6 ^η Ιδιοσυχνότητα	100.06	2 ^η Edgewise

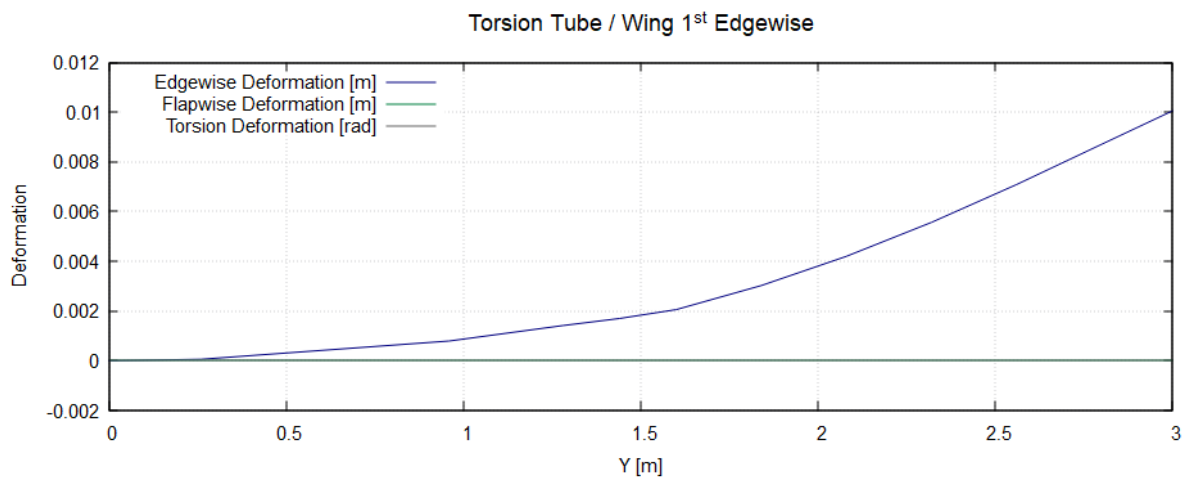
Πίνακας 4.3: Χαρακτηριστικές ιδιοσυχνότητες ελαστικού μοντέλου πτέρυγας

Το σύστημα της πτέρυγας, όπως έχει αναλυθεί, αποτελείται από πέντε ελαστικά σώματα. Όμως το κύριο κομμάτι της πτέρυγας αποτελείται από τα τρία ελαστικά σώματα της κύριας δοκού, της σταθερής και της κινούμενης πτέρυγας. Τα τρία αυτά σώματα το κύριο κομμάτι της πτέρυγας του μοντέλου, του οποίου οι παραμορφώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κατηγοριοποιηθούν οι ιδιοσυχνότητές της. Συγκεκριμένα, το ελαστικό σώμα το οποίο χρησιμοποιείται για την κατηγοριοποίηση των ιδιοσυχνοτήτων είναι αυτό της κύριας δοκού, το οποίο διατρέχει ολόκληρο το μήκος της πτέρυγας. Έτσι οι ιδιομορφές που θα παρουσιαστούν και θα αναλυθούν είναι οι ιδιομορφές της κύριας δοκού της πτέρυγας, που προκύπτουν από την διέγερση των αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων.

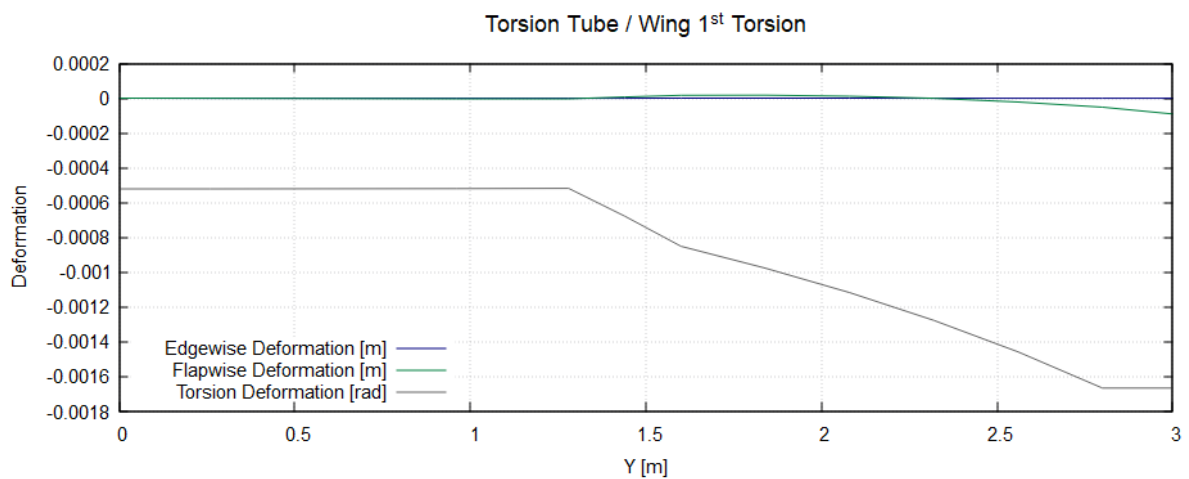
Η διέγερση της πρώτης ιδιοσυχνότητας δημιουργεί παραμορφώσεις κατά την κατεύθυνση πτερυγίσης της κύριας δοκού, η οποία συμπίπτει με αυτή ολόκληρης της πτέρυγας ως σύστημα, λόγω του ότι έχουν τον ίδιο προσανατολισμό. Η δεύτερη στη σειρά ιδιοσυχνότητα του συστήματος της πτέρυγας προκαλεί παραμορφώσεις κατά την κατεύθυνση χορδής της (edgewise). Μετά την 1^η edgewise ιδιοσυχνότητα, ακολουθεί η 1^η torsion ιδιοσυχνότητα της πτέρυγας. Οι επόμενες κατά σειρά ιδιοσυχνότητες δημιουργούν παραμορφώσεις πτερυγίσης και παραμορφώσεις κατά την κατεύθυνση της χορδής όμως δεν είναι εύκολο να κατηγοριοποιηθούν, πιθανώς διότι μπορεί να αντιστοιχούν σε ιδιοσυχνότητες των υπόλοιπων σωμάτων της πτέρυγας και όχι της κύριας δοκού και λόγω του ότι υπάρχει σύζευξη μεταξύ των παραμορφώσεων στις διάφορες κατευθύνσεις. Όμως η έκτη στη σειρά ιδιοσυχνότητα του συστήματος φαίνεται να δημιουργεί παραμορφώσεις κατά την κατεύθυνση χορδής της πτέρυγας οι οποίες αντιστοιχούν στην 2^η edgewise ιδιοσυχνότητα.



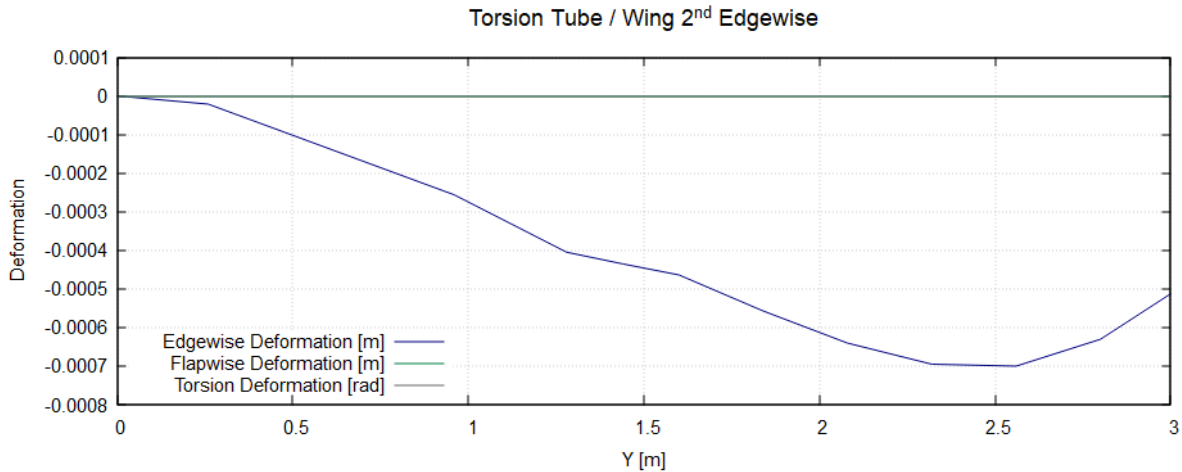
Εικόνα 4.32: Παραμορφώσεις της κύριας δοκού κατά την διέγερση της 1^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.33: Παραμορφώσεις κύριας δοκού κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.34: Παραμορφώσεις κύριας δοκού κατά την διέγερση της 1^{ης} torsion ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.35: Παραμορφώσεις κύριας δοκού κατά την διέγερση της 2^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας

Οι παραμορφώσεις της δοκού που δημιουργούνται κατά την διέγερση των διαφόρων ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος φαίνεται να επηρεάζονται από τις συνδέσεις μεταξύ των σωμάτων της πτέρυγας. Ιδιαίτερα στις παραμορφώσεις από την διέγερση της 1^{ης} torsion και 2^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας, παρατηρείται πως στα σημεία σύνδεσης της δοκού με την σταθερή και κινητή πτέρυγα υπάρχει αλλαγή στην κλίση των παραμορφώσεων. Αυτό που παρατηρείται είναι αναμενόμενο καθώς κατά τη σύνδεση της δοκού με τα διαφορετικά σώματα υλοποιείται, κατ' ουσίαν, αλλαγή στα ελαστικά χαρακτηριστικά του συστήματος στις συγκεκριμένες θέσεις.

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΜΑΖΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ

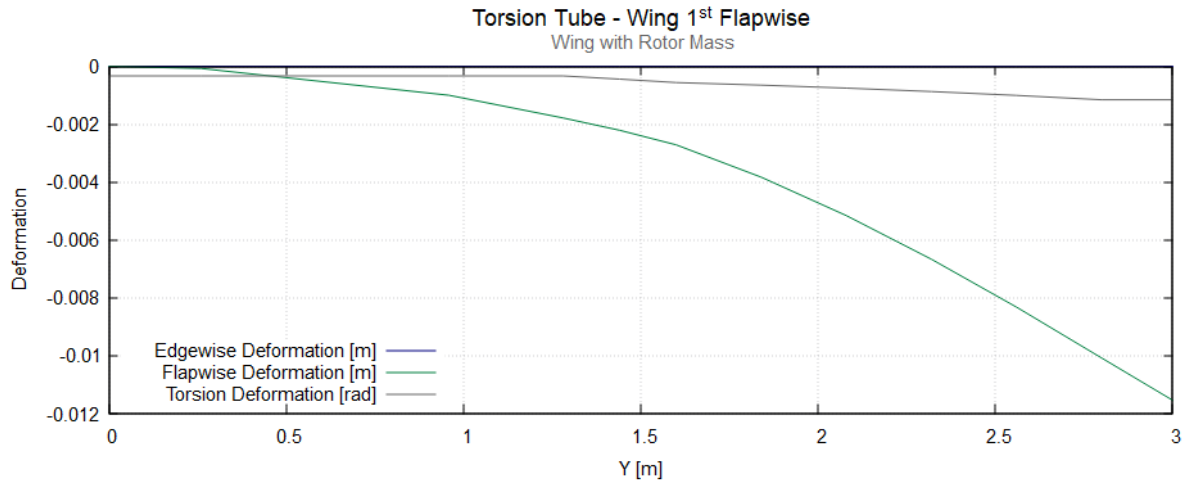
Αφού μελετήθηκε το ελαστικό μοντέλο της πτέρυγας χωρίς τη συναρμολόγηση του συστήματος του δρομέα σε αυτή, το επόμενο βήμα της μοντελοποίησης ήταν η προσθήκη αντίστοιχης του δρομέα σημειακής μάζας στο τμήμα του άξονα στο οποίο αργότερα θα τοποθετηθεί ο δρομέας. Αυτό το βήμα ακολουθείται έτσι ώστε να μελετηθούν οι διαφορές μεταξύ της απόκρισης του μοντέλου αυτού και του πλήρους ελαστικού μοντέλου, όπου θα προστεθεί ολόκληρο το ελαστικό σύστημα δρομέα-πλήμνης.

Επειδή ο ελαστικός κώδικας δεν έχει την δυνατότητα να εισάγει σημειακές μάζες, η συνολική μάζα των ελαστικών σωμάτων του δρομέα με την πλήμνη κατανέμεται στο τελευταίο υποσώμα του άξονα, δηλαδή στο ελεύθερο άκρο του άξονα. Με βάση αυτή την μοντελοποίηση γίνεται η ιδιοδιανυσματική ανάλυση της πτέρυγας, παρόμοια με προηγουμένως. Οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος με βάση την νέα μοντελοποίηση είναι οι πιο κάτω.

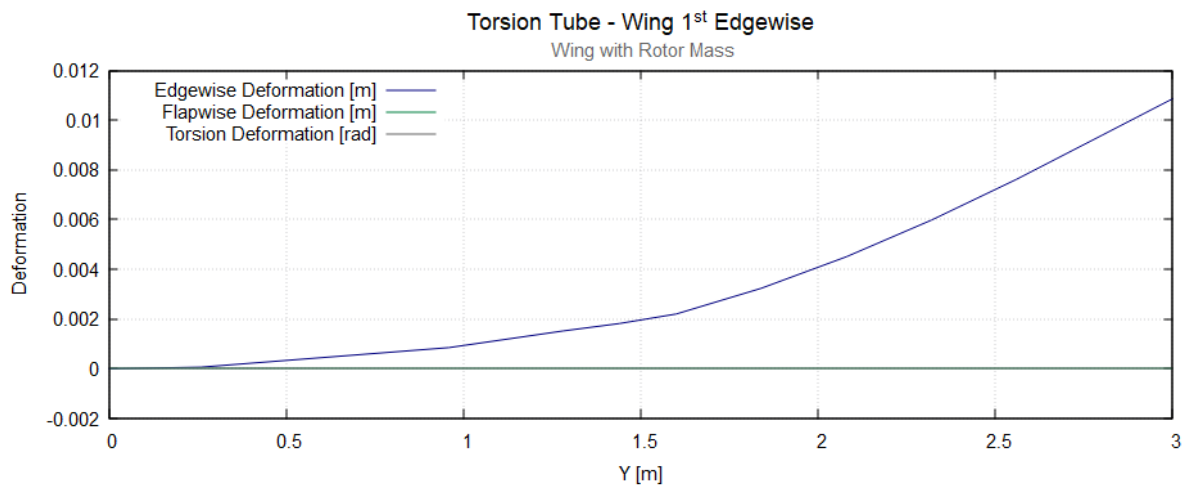
ΣΕΙΡΑ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
1 ^η Ιδιοσυχνότητα	6.80	1 ^η Flapwise
2 ^η Ιδιοσυχνότητα	7.51	1 ^η Edgewise
3 ^η Ιδιοσυχνότητα	29.95	1 ^η Torsion
4 ^η Ιδιοσυχνότητα	48.82	2 ^η Edgewise

Πίνακας 4.4: Ιδιοσυχνότητες ελαστικού μοντέλου πτέρυγας με μάζα συστήματος δρομέα-πλήμνης

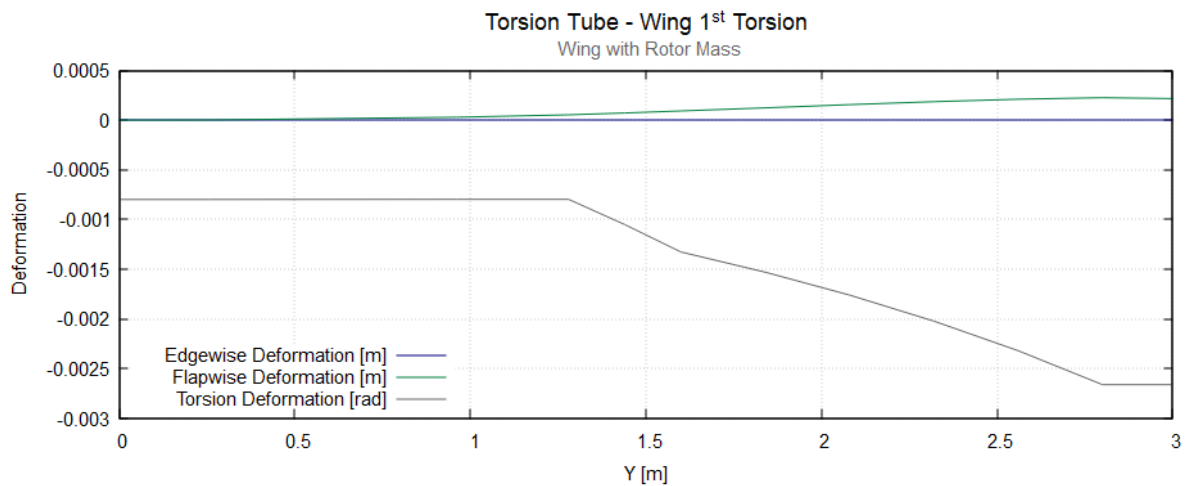
Με την πρόσθεση της μάζας δρομέα παρατηρείται μια μείωση στα μεγέθη των ιδιοσυχνοτήτων κάτι το οποίο αναμένεται και επαληθεύεται από την θεωρία συστημάτων μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα. Οι ιδιομορφές που προκύπτουν από την διέγερση των πιο πάνω ιδιοσυχνοτήτων παρουσιάζονται πιο κάτω. Και πάλι μελετώνται οι ιδιομορφές της κύριας δοκού της πτέρυγας οι οποίες χρησιμοποιούνται για να κατηγοριοποιηθούν οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες.



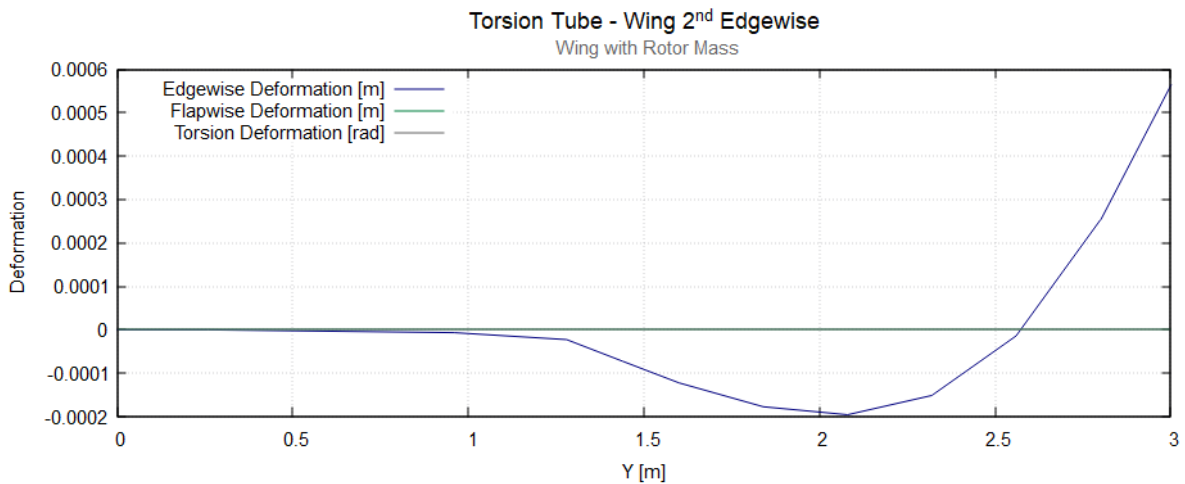
Εικόνα 4.36: Παραμορφώσεις πτέρυγας με προσθήκη μάζας δρομέα κατά την διέγερση της 1^{ης} flapwise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.37: Παραμορφώσεις πτέρυγας με προσθήκη μάζας δρομέα κατά την διέγερση της 1^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.38: Παραμορφώσεις πτέρυγας με προσθήκη μάζας δρομέα κατά την διέγερση της 1^{ης} torsion ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 4.39: Παραμορφώσεις πτέρυγας με προσθήκη μάζας δρομέα κατά την διέγερση της 2^{ης} edgewise ιδιοσυχνότητας

4.2.3 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Με την ολοκλήρωση της ελαστικής μελέτης των επί μέρους τμημάτων του μοντέλου, η τελική ανάλυση που έγινε ήταν η ελαστική μελέτη του πλήρους ελαστικού μοντέλου του αεροσκάφους. Το πλήρες ελαστικό μοντέλο δημιουργήθηκε με τη συναρμολόγηση όλων των ελαστικών σωμάτων έτσι ώστε να σχηματιστεί το σύστημα της πτέρυγας με τον δρομέα όπως αναλύεται στο κεφάλαιο 3.5. Έγινε ουσιαστικά η σύζευξη του συστήματος δρομέα-πλήμνης με το ελαστικό μοντέλο της πτέρυγας στο άκρο του άξονα περιστροφής του δρομέα.

Αρχικά, και στο πλήρες μοντέλο όπως και στην ελαστική μελέτη μόνο του δρομέα, δεν εισάγεται κάποια περιστροφή του δρομέα. Συνεπώς μελετάται η στατική λύση του πλήρους μοντέλου και γίνεται η ιδιοδιανυσματική ανάλυσή του. Σημειώνεται ότι πριν την σύζευξη του δρομέα πάνω στην πτέρυγα, έπρεπε πρώτα να προηγηθεί η αφαίρεση της μάζας του δρομέα που προστέθηκε στο τελευταίο υποσώμα του άξονα στην προηγούμενη μελέτη ως κατανομή μάζας.

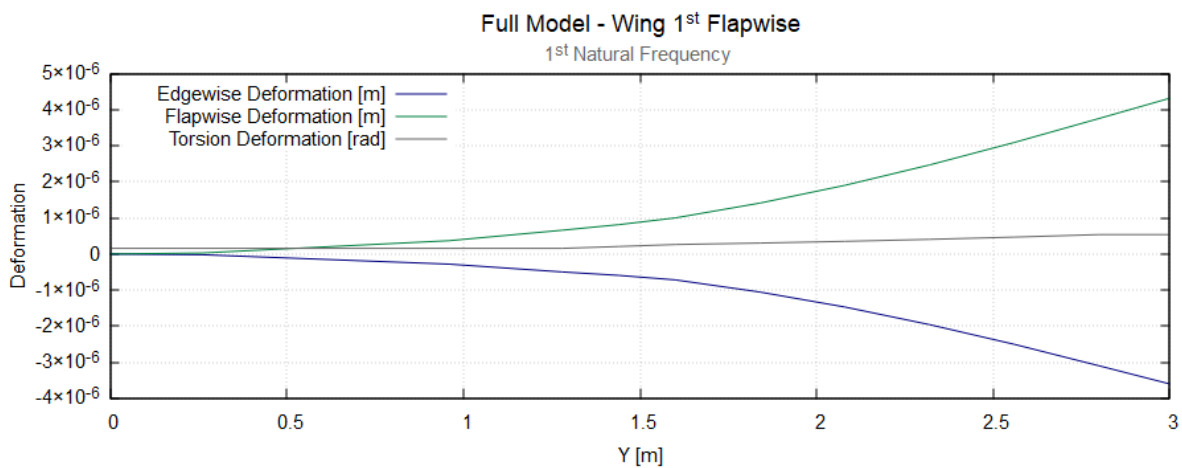
Από την ιδιοδιανυσματική μελέτη του πλήρους μοντέλου της μισής πτέρυγας του αεροσκάφους υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες του, οι οποίες κατά την κατηγοριοποίησή τους φαίνεται να είναι το σύνολο των ιδιοσυχνοτήτων των δύο επί μέρους ελαστικών μοντέλων που αναλύθηκαν προηγουμένως. Δηλαδή κάποιες από τις ιδιοσυχνότητες συμπίπτουν με αυτές του μοντέλου του δρομέα και κατά την διέγερση τους παρουσιάζονται παραμορφώσεις στα πτερύγια και άλλες ιδιοσυχνότητες αντιστοιχούν σε αυτές του μοντέλου της πτέρυγας.

ΣΕΙΡΑ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
1 ^η Ιδιοσυχνότητα	6.53	1 ^η Flapwise Πτέρυγας
2 ^η – 5 ^η Ιδιοσυχνότητες	6.69 – 7.49	1 ^{εσ} Flapwise Δρομέα
6 ^η Ιδιοσυχνότητα	8.73	1 ^η Edgewise Πτέρυγας
7 ^η – 10 ^η Ιδιοσυχνότητες	10.99 – 11.42	1 ^{εσ} Edgewise Δρομέα
11 ^η Ιδιοσυχνότητα	28.91	1 ^η Torsion Πτέρυγας
12 ^η – 15 ^η Ιδιοσυχνότητες	40.07 – 43.06	2 ^{εσ} Flapwise Δρομέα
16 ^η Ιδιοσυχνότητα	49.82	2 ^η Edgewise Πτέρυγας
⋮	⋮	⋮
39 ^η – 42 ^η Ιδιοσυχνότητες	208.31 – 208.90	1 ^{εσ} Torsion Δρομέα

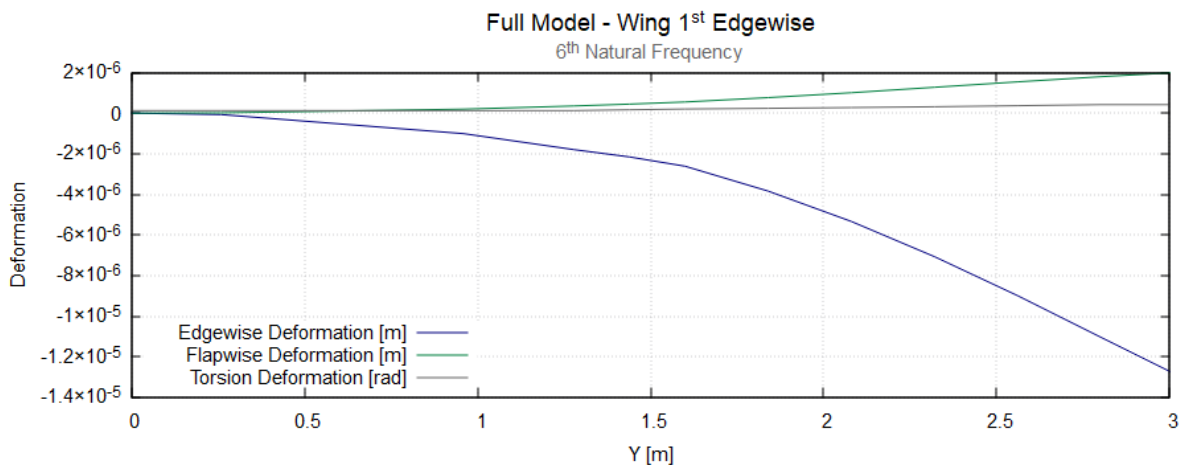
Πίνακας 4.5: Χαρακτηριστικές ιδιοσυχνότητες πλήρους ελαστικού μοντέλου

Όπως παρατηρείται, η σειρά με την οποία εμφανίζονται οι διάφορες ιδιοσυχνότητες του πλήρους ελαστικού μοντέλου είναι πως μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων που αντιστοιχούν σε αυτές της πτέρυγας εμφανίζονται τέσσερις ιδιοσυχνότητες του δρομέα οι οποίες έχουν σχεδόν την ίδια τιμή. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές είναι τέσσερις διότι κάθε μια αντιστοιχεί σε ένα από τα πτερύγια του δρομέα. Συγκρίνοντας τις ιδιοσυχνότητες του πλήρους μοντέλου με τις ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από την ανάλυση του δρομέα και της πτέρυγας ξεχωριστά μπορούμε να εντοπίσουμε ποιες ιδιοσυχνότητες αντιστοιχούν σε κάθε μέρος του ολικού μοντέλου. Από την παρατήρηση και των ιδιομορφών επαληθεύεται η αντιστοιχία των ιδιοσυχνοτήτων με αυτές των προηγούμενων αναλύσεων των επί μέρους τμημάτων.

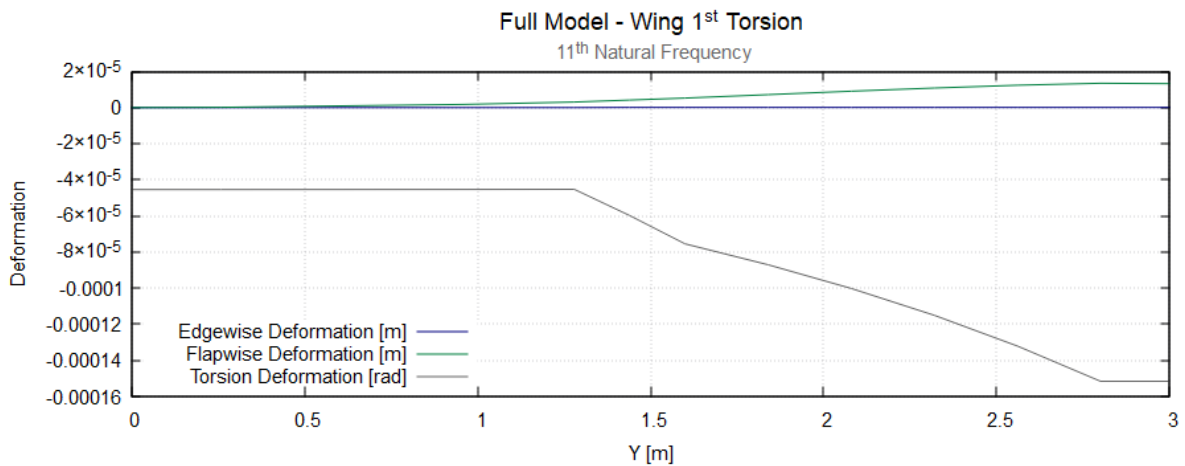
Παρουσιάζονται αρχικά οι ιδιομορφές που προκύπτουν από την διέγερση των ιδιοσυχνοτήτων που αντιστοιχούν στο τμήμα της πτέρυγας του μοντέλου. Όπως και προηγουμένως, οι παραμορφώσεις που μελετώνται είναι αυτές της κύριας δοκού της πτέρυγας, οι οποίες μας επιτρέπουν να αντιληφθούμε την κατάσταση ολόκληρης της πτέρυγας.



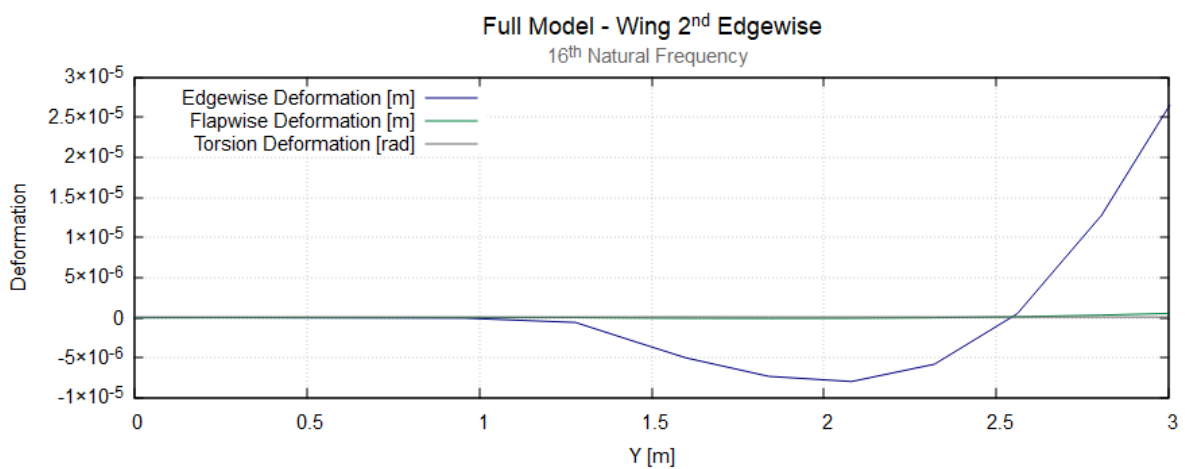
Εικόνα 4.40: Παραμορφώσεις πτέρυγας πλήρους μοντέλου κατά την διέγερση της 1ης ιδιοσυχνότητας του



Εικόνα 4.41: Παραμορφώσεις πτέρυγας πλήρους μοντέλου κατά την διέγερση της 6ης ιδιοσυχνότητας του



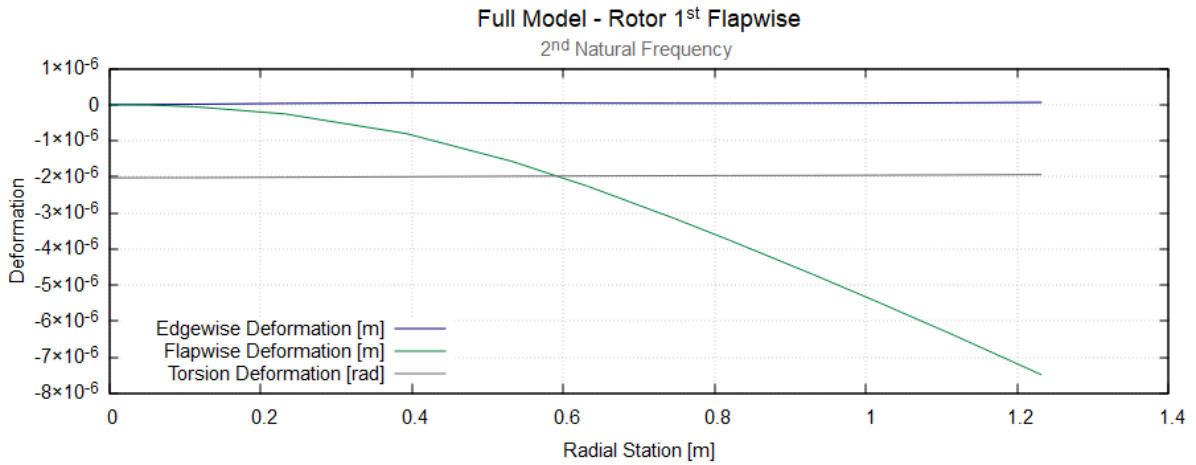
Εικόνα 4.42: Παραμορφώσεις πτέρυγας πλήρους μοντέλου κατά την διέγερση της 11^{ης} ιδιοσυχνότητας του



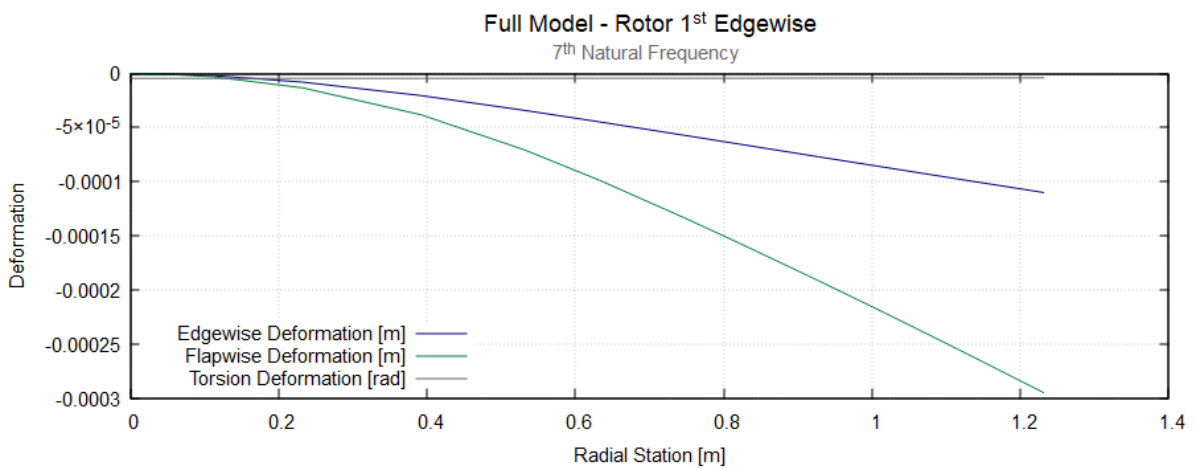
Εικόνα 4.43: Παραμορφώσεις πτέρυγας πλήρους μοντέλου κατά την διέγερση της 16^{ης} ιδιοσυχνότητας του

Οι ιδιομορφές της πτέρυγας που σχηματίζονται κατά την διέγερση των ιδιοσυχνοτήτων του πλήρους μοντέλου μοιάζουν σε σημαντικό βαθμό με αυτές που παρατηρήθηκαν στην μελέτη του ελαστικού μοντέλου της πτέρυγας. Εκτός από την πρώτη ιδιομορφή, στην οποία εμφανίζεται παραμόρφωση και κατά την edge κατεύθυνση αντί να εμφανίζεται μόνο στην flap, οι υπόλοιπες ιδιομορφές παρουσιάζουν την ίδια μορφή με αυτές του μοντέλου της πτέρυγας με την προσθήκη της μάζας του δρομέα.

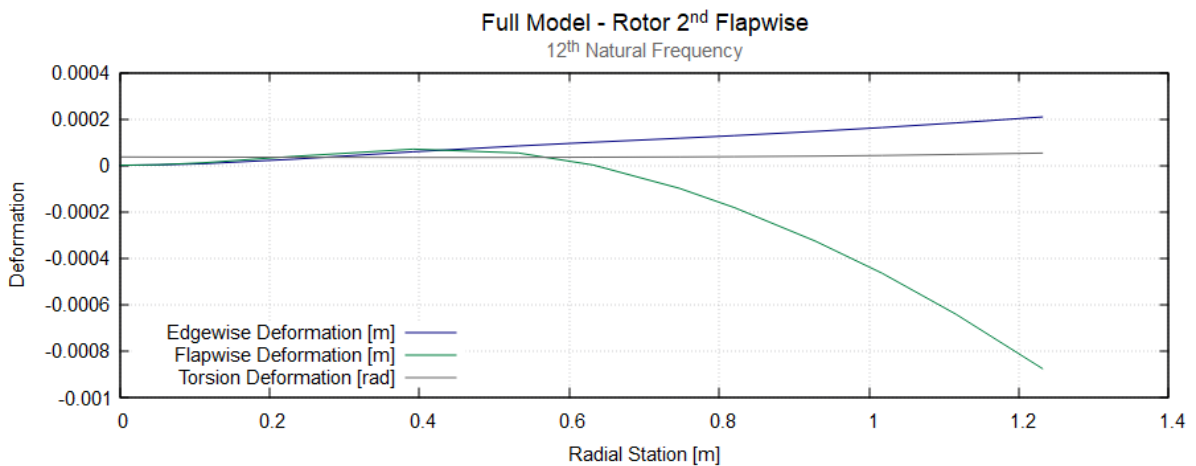
Επίσης, παρουσιάζονται οι ιδιομορφές που αντιστοιχούν στον δρομέα οι οποίες σχηματίζονται κατά την διέγερση των αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων. Αυτές οι ιδιομορφές που αφορούν τα ελαστικά σώματα των πτερυγίων του δρομέα, οι παραμορφώσεις των οποίων είναι οι πιο σημαντικές, όσον αφορά το σύστημα του δρομέα με την πλήμνη.



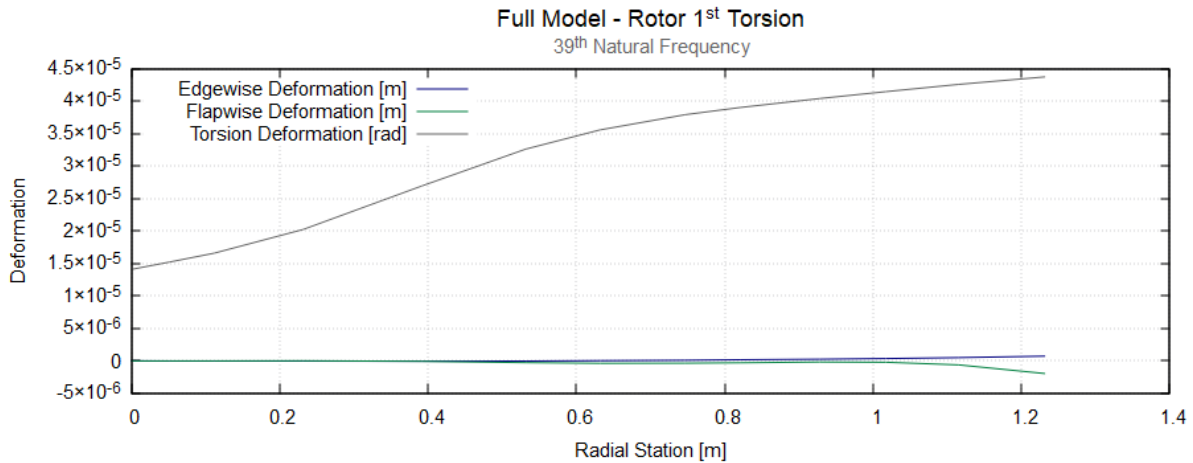
Εικόνα 4.44: Παραμορφώσεις 1^{ου} πτερυγίου του δρομέα κατά την διέγερση της 2^{ης} ιδιοσυχνότητας του πλήρους μοντέλου



Εικόνα 4.45: Παραμορφώσεις 1^{ου} πτερυγίου του δρομέα κατά την διέγερση της 7^{ης} ιδιοσυχνότητας του πλήρους μοντέλου



Εικόνα 4.46: Παραμορφώσεις 1^{ου} πτερυγίου του δρομέα κατά την διέγερση της 12^{ης} ιδιοσυχνότητας του πλήρους μοντέλου



Εικόνα 4.47: Παραμορφώσεις 1^{ου} πτερυγίου του δρομέα κατά την διέγερση της 39^{ης} ιδιοσυχνότητας του πλήρους μοντέλου

Και στην περίπτωση της διέγερσης των ιδιοσυχνοτήτων του πλήρους μοντέλου που αντιστοιχούν σε ιδιομορφές του δρομέα παρατηρούνται ίδιες μορφές παραμορφώσεων με αυτές των πτερυγίων στο μοντέλο του συστήματος δρομέα-πλήμνης. Αναφέρεται πως τα πτερύγια του δρομέα στην μοντελοποίηση του ολικού συστήματος δρομέα-πτέρυγας έχουν γωνία βήματος ίση με **51°**. Έτσι, όπως και στην ανάλυση του ελαστικού μοντέλου του συστήματος δρομέα-πλήμνης, κατά την διέγερση της 1^{ης} edge ιδιοσυχνότητας παρουσιάζεται η σύζευξη των παραμορφώσεων των κατευθύνσεων πτερύγισης και χορδής.

Συνεπώς το πλήρες ελαστικό μοντέλο φαίνεται να παρουσιάζει απόκριση παρόμοια με αυτήν των επί μέρους τμημάτων του. Αυτή η συμπεριφορά του ελαστικού μοντέλου παρατηρείται στις ιδιοσυχνότητες που εμφανίζονται, των οποίων οι τιμές τους είναι πολύ κοντά στις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες του κάθε τμήματος του μοντέλου, που προκύπτουν όταν αυτό ξεετάζεται μόνο του. Επίσης, η συμπεριφορά του πλήρους μοντέλου αυτή διακρίνεται από το γεγονός ότι κατά την διέγερση των ιδιοσυχνοτήτων του οι αντίστοιχες παραμορφώσεις που προκύπτουν έχουν ίδια μορφή με τις παραμορφώσεις που εμφανίζει το κάθε τμήμα μόνο του. Επομένως τα αποτελέσματα που προκύπτουν κατά την σταδιακή μοντελοποίηση του αεροσκάφους έρχονται σε συμφωνία με αυτά της σύζευξης όλων των σωμάτων του μοντέλου. Μπορούμε, λοιπόν, να καταλήξουμε στην κανονική λειτουργία του ελαστικού μοντέλου της μισής πτέρυγας του αεροσκάφους, όσον αφορά τη σύζευξη όλων των επί μέρους τμημάτων της.

ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	
	ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΜΑΖΑ ΔΡΟΜΕΑ	ΠΛΗΡΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟ
1 ^η Flapwise	6.80	6.53
1 ^η Edgewise	7.51	8.73
1 ^η Torsion	29.95	28.91
2 ^η Edgewise	48.82	49.82

Πίνακας 4.6: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων του πλήρους μοντέλου και του ελαστικού μοντέλου της πτέρυγας

ΤΥΠΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ [Hz]	
	ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΡΟΜΕΑ- ΠΛΗΜΝΗΣ	ΠΛΗΡΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟ
1 ^η Flapwise	7.50	6.69 – 7.49
1 ^η Edgewise	11.15	10.99 – 11.42
2 ^η Flapwise	41.62	40.07 – 43.06
1 ^η Torsion	208.12	208.31 – 208.90

Πίνακας 4.7: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων του πλήρους μοντέλου και του ελαστικού μοντέλου του δρομέα

ΕΝΤΑΞΗ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΔΡΟΜΕΑ ΣΤΟ ΠΛΗΡΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το επόμενο βήμα στην επαλήθευση του ελαστικού μοντέλου μισής πτέρυγας ήταν ο ορισμός της περιστροφής του δρομέα. Επειδή ο αεροελαστικός κώδικας του εργαστηρίου Αεροδυναμικής βρισκόταν ακόμα σε στάδια ανάπτυξης, έπρεπε να επαληθευτεί πως η δυνατότητα περιστροφής ελαστικών σωμάτων τα οποία συνδέονται με άλλα ελαστικά σώματα είχε προγραμματιστεί ορθά. Με την χρήση του ελαστικού μοντέλου της μισής πτέρυγας που αναπτύχθηκε εξετάστηκαν διάφορα σενάρια λειτουργίας έτσι ώστε να εξακριβωθούν τα σημεία όπου ο κώδικας λειτουργούσε σωστά.

Τα ελαστικά σώματα στα οποία τίθεται περιστροφή είναι αυτά του άξονα του δρομέα, που είναι σώμα του συστήματος της πτέρυγας, και σε όλα τα ελαστικά σώματα του συστήματος δρομέα-πλήμνης. Κατά την επαλήθευση του κώδικα μέσω διαφόρων σεναρίων λειτουργίας όχι μόνο του πλήρους μοντέλου αλλά και διαφόρων άλλων διατάξεων, διαπιστώθηκε πως υπήρχε σφάλμα στην διαχείριση της περιστροφής σωμάτων τα οποία συνδέονται με σώματα τα οποία είναι ακίνητα. Αυτού του τύπου η σύνδεση υλοποιείται στην ένωση του άξονα περιστροφής του δρομέα με την βάση του κινητήρα η οποία βρίσκεται στο ακροπτερύγιο. Το πρόβλημα που παρουσιάστηκε στον αλγόριθμο ήταν η αναγνώριση της περιστροφής του δρομέα ως παραμόρφωση σε σχέση με το ακροπτερύγιο και η αδυναμία του να διαχειριστεί μεγάλες παραμορφώσεις.

Το πρόβλημα αυτό διαπιστώθηκε κατά την εφαρμογή της περιστροφής του δρομέα και του άξονα στην μελέτη του σεναρίου της ευθείας και οριζόντιας πτήσης του αεροσκάφους. Ο άξονας, μαζί με τον δρομέα, σε αυτό το σενάριο έχει ρυθμιστεί να εκτελούν δέκα περιστροφές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο άξονας περιστροφής του δρομέα να σχηματίζει μεγάλη γωνία σε σχέση με τον προσανατολισμό των αξόνων της βάσης κινητήρα και της κύριας δοκού της πτέρυγας. Η γωνία αυτή ξεπερνάει τα όρια που έχουν τεθεί για τις παραμορφώσεις στον ελαστικό κώδικα και έτσι ο αλγόριθμος δεν μπορεί να ολοκληρώσει τους υπολογισμούς.

Για την διόρθωση του σφάλματος και την βελτίωση των δυνατοτήτων του αεροελαστικού κώδικα έγινε επεξεργασία της μεθόδου ορισμού των βαθμών ελευθερίας των σωμάτων, έτσι ώστε να είναι εφικτό διάφορα σώματα να βρίσκονται υπό γωνία η οποία μεταβάλλεται χωρίς αυτή να περιορίζεται από τα όρια των παραμορφώσεων. Αυτή η δυνατότητα υλοποιήθηκε μέσω της πρόσθεσης ενός επιπλέον επιπέδου κίνησης στα αρχεία των ελαστικών σωμάτων, στο οποίο ορίζεται η επιθυμητή κίνηση που εκτελεί ένα σώμα σε σχέση με ένα άλλο.

4.3 ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στα προηγούμενα υποκεφάλαια της επαλήθευσης του μοντέλου εξετάστηκε εάν η μοντελοποίηση των διαφόρων τμημάτων του αεροσκάφους έγινε ορθά. Επαληθεύτηκε η κανονική λειτουργία τόσο των αεροδυναμικών όσο και των ελαστικών τμημάτων του μοντέλου έτσι ώστε το κάθε κομμάτι της μοντελοποίησης να συμπεριφέρεται με τον αναμενόμενο τρόπο κατά τον σχηματισμό του πλήρους αεροελαστικού μοντέλου. Παράλληλα με την επαλήθευση της μοντελοποίησης έγινε και η επικύρωση του αεροδυναμικού και του ελαστικού κώδικα εξασφαλίζοντας ότι είναι ικανοί να διαχειριστούν τις διάφορες διατάξεις του μοντέλου και τα διάφορα σενάρια λειτουργίας του. Ήταν σημαντικό να γίνει η σταδιακή μοντελοποίηση και η τμηματική μελέτη των συστημάτων του μοντέλου για να διευκολυνθεί η εξακρίβωση των σημείων όπου εμφανίζονταν οποιαδήποτε προβλήματα και από άποψη μοντελοποίησης αλλά και από άποψη προγραμματισμού του κώδικα. Έτσι με την επαλήθευση όλων των συνιστωσών, η συναρμολόγηση του πλήρους αεροελαστικού μοντέλου θα γινόταν σωστά και ο εντοπισμός επιπλέον σφαλμάτων θα ήταν ευκολότερος.

Το τελευταίο κομμάτι της επαλήθευσης ήταν η σύζευξη του ελαστικού μοντέλου με το αεροδυναμικό, για τον σχηματισμό του πλήρους αεροελαστικού μοντέλου, και η εξέταση κάποιων σεναρίων λειτουργίας του. Αυτό απαιτούσε τη συγκέντρωση όλων των αρχείων εισόδου του ελαστικού και αεροδυναμικού μοντέλου και την θέσπιση των σχέσεων μεταξύ των ελαστικών και αεροδυναμικών σωμάτων που αντιστοιχούσαν στα ίδια σώματα του αεροσκάφους. Τα πτερύγια του δρομέα είναι τα σώματα του μοντέλου τα οποία έχουν και ελαστική μοντελοποίηση αλλά και αεροδυναμική. Συνεπώς έπρεπε να καθοριστεί ποια ελαστικά σώματα του ελαστικού μοντέλου αντιστοιχούσαν στις αεροδυναμικές επιφάνειες του αεροδυναμικού, μέσω ρυθμίσεων των αντίστοιχων αρχείων εισόδου. Η θέσπιση της σχέσης μεταξύ ελαστικότητας και αεροδυναμικής των σωμάτων έγινε σε επίπεδο ελαστικών και αεροδυναμικών σωμάτων του μοντέλου. Έτσι η τμηματική μελέτη του μοντέλου ήταν και πάλι εφικτή.

Αρχικά η αεροελαστική μελέτη έγινε για το σύστημα του δρομέα-πλήμνης χωρίς την πρόσθεση των σωμάτων της πτέρυγας. Το επόμενο βήμα στην μοντελοποίηση της μισής πτέρυγας θα ήταν η πρόσθεση του αεροελαστικού δρομέα στο ελαστικό μοντέλο της πτέρυγας. Επειδή ο αεροελαστικός κώδικας όμως ήταν υπό ανάπτυξη κατά την κατασκευή του αεροελαστικού μοντέλου και εντοπίστηκαν αδυναμίες διαχείρισης του πλήρους αεροελαστικού μοντέλου, δεν κατέστη εφικτό να ολοκληρωθεί η συναρμολόγηση του αεροελαστικού μοντέλου. Στις αεροελαστικές μελέτες, όπως παρουσιάζεται στα επόμενα υποκεφάλαια, μελετώνται τα φορτία τα οποία δημιουργούνται από την αλληλεπίδραση των ελαστικών και των αεροδυναμικών σωμάτων υπό συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας του μοντέλου.

4.3.1 ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΔΡΟΜΕΑ

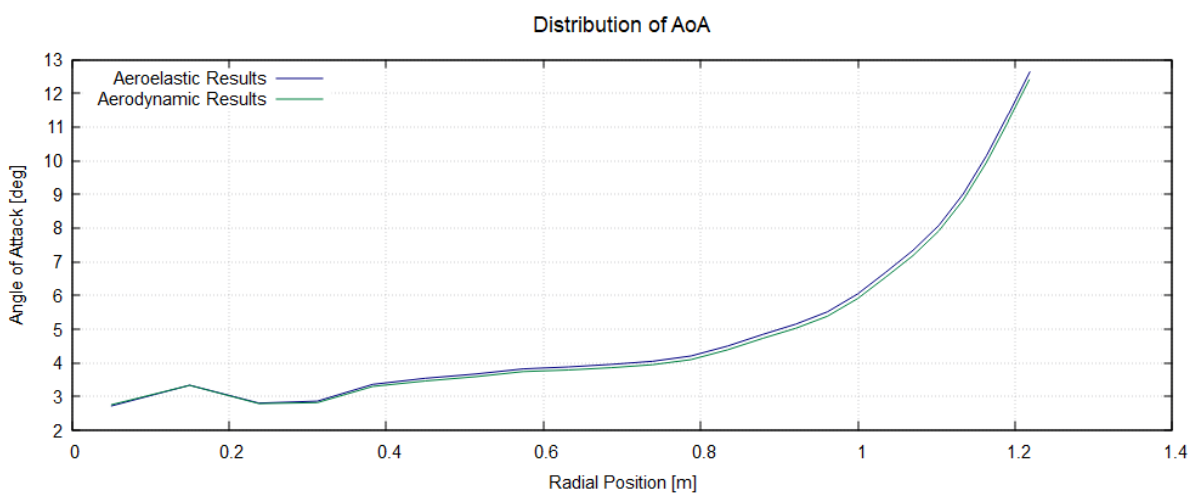
Η αεροελαστική μελέτη του δρομέα, όπως και η αεροδυναμική, γίνεται στο πεδίο του χρόνου, θέτοντας ταχύτητα περιστροφής στα σώματα του δρομέα. Για την αεροελαστική μελέτη του δρομέα επιλέχθηκε να μελετηθεί το σενάριο λειτουργίας του δρομέα όπου τα πτερύγια έχουν γωνία βήματος **51°**, ο δρομέας περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα **50%** της ονομαστικής και η επ' άπειρον ροή να έχει ταχύτητα **150 kts**. Δηλαδή η λειτουργία του δρομέα αφορά την ευθεία και οριζόντια πτήση του αεροσκάφους.

Τα φορτία τα οποία μελετώνται κατά την αεροελαστική ανάλυση του δρομέα είναι τα αεροδυναμικά φορτία των πτερυγίων του και οι αντιδράσεις στις ρίζες τους που προκύπτουν από την αεροελαστικότητα. Τα αεροδυναμικά φορτία μελετώνται με παρόμοιο τρόπο όπως και στην επαλήθευση του αεροδυναμικού μοντέλου στο κεφάλαιο 4.1 ενώ τα αεροελαστικά φορτία των πτερυγίων εξετάζονται στο σημείο σύνδεσής τους με τους στρεφόμενους άξονες της πλήμνης

(spindles). Στη σύνδεση αυτή αναλύονται οι μορφές των φορτίων στους τοπικούς άξονες των σωμάτων συναρτήσει του χρόνου.

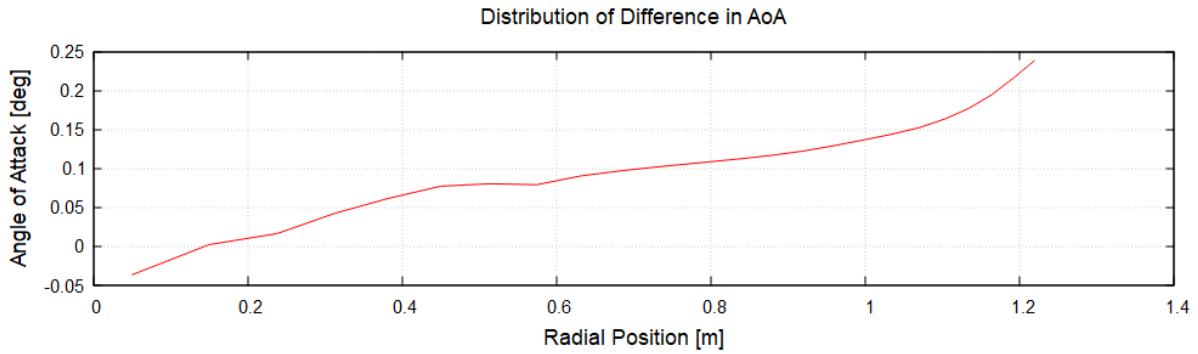
ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Τα φορτία που αναπτύσσονται από την αεροδυναμική του δρομέα, στο σενάριο λειτουργίας ευθείας και οριζόντιας πτήσης του αεροσκάφους, αναμένονται να είναι παρόμοια με αυτά που παρατηρήθηκαν στο αντίστοιχο σενάριο λειτουργίας του αεροδυναμικού μοντέλου των πτερυγίων. Αυτό διότι η μόνη διαφορά που έχουν μεταξύ τους τα δύο μοντέλα είναι η πρόσθεση των ελαστικών σωμάτων του δρομέα κατά την αεροελαστική του μελέτη. Συνεπώς οποιεσδήποτε διαφορές στα αεροδυναμικά φορτία θα πρέπει να μπορούν να αποδοθούν στην πρόσθεση της ελαστικότητας και η αεροδυναμική συμπεριφορά δεν αναμένεται να μεταβληθεί σημαντικά. Αρχικά εξετάζουμε την ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης που προκύπτει από την αεροελαστική μοντελοποίηση σε σύγκριση με αυτή της αεροδυναμικής.



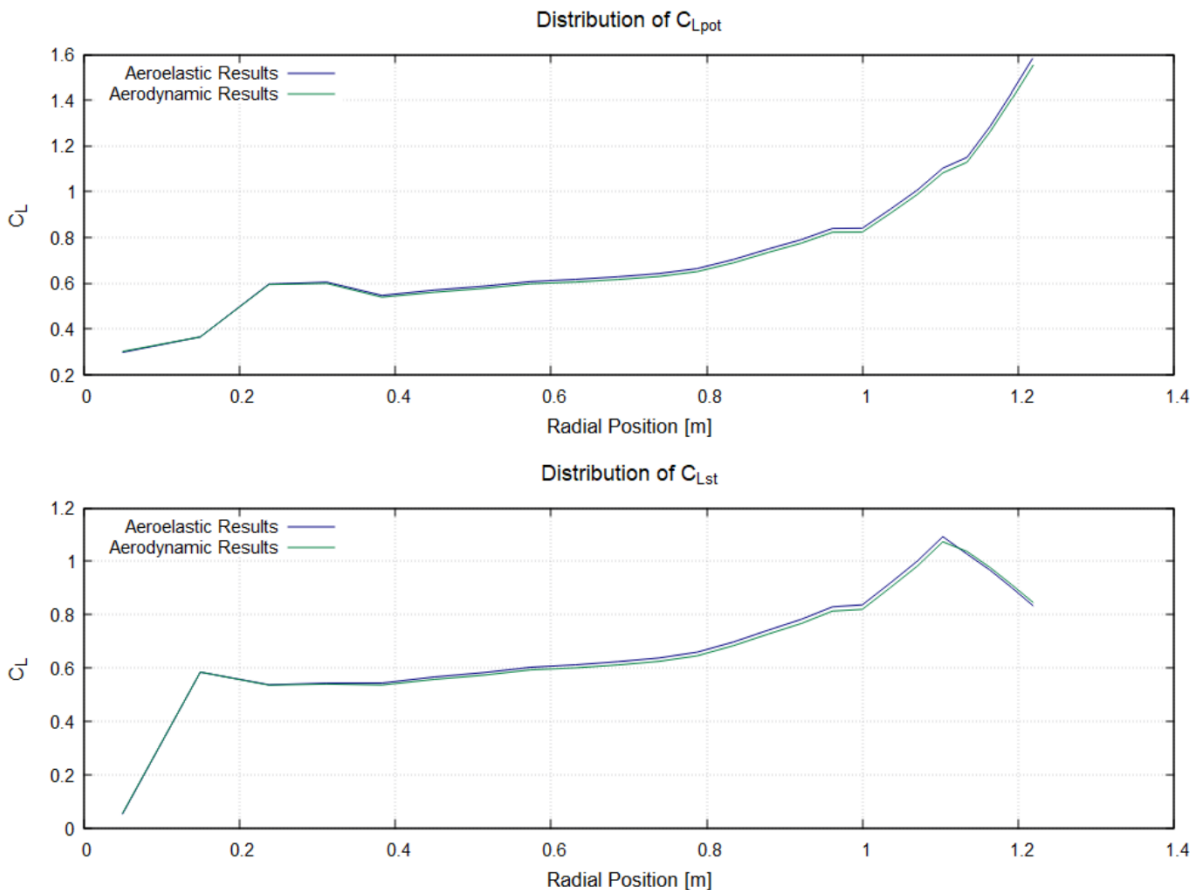
Εικόνα 4.48: Κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης κατά το μήκος των αεροδυναμικών πτερυγίων του αεροελαστικού και του αεροδυναμικού μοντέλου δρομέα

Στις κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης στα δύο πτερύγια παρατηρείται μια μικρή διαφορά στις τιμές. Παρόλο που οι μορφές των κατανομών είναι οι ίδιες, κάτι το οποίο υποδηλώνει πως η αεροδυναμική συμπεριφορά δεν έχει αλλάξει κατά μήκος των πτερυγίων, η γωνία πρόσπτωσης είναι ελαφρώς αυξημένη στο αεροελαστικό μοντέλο του δρομέα. Αυτό είναι λογικό διότι η ελαστικότητα εντάσσει παραμορφώσεις στα πτερύγια, οι οποίες σαφώς ενδέχεται να επηρεάσουν σε κάποιο βαθμό τον προσανατολισμό των πτερυγίων. Οι διαφορές στην γωνία πρόσπτωσης φαίνεται να αυξάνονται με την ακτινική θέση, πράγμα το οποίο επαληθεύει ότι οι διαφορές αυτές οφείλονται στις ελαστικές παραμορφώσεις, αφού κοντά στην ρίζα των πτερυγίων θα είναι μικρές ενώ η μέγιστη παραμόρφωση βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο των πτερυγίων.



Εικόνα 4.49: Ακτινική κατανομή της διαφοράς της γωνίας πρόσπτωσης μεταξύ του αεροελαστικού και του αεροδυναμικού μοντέλου δρομέα

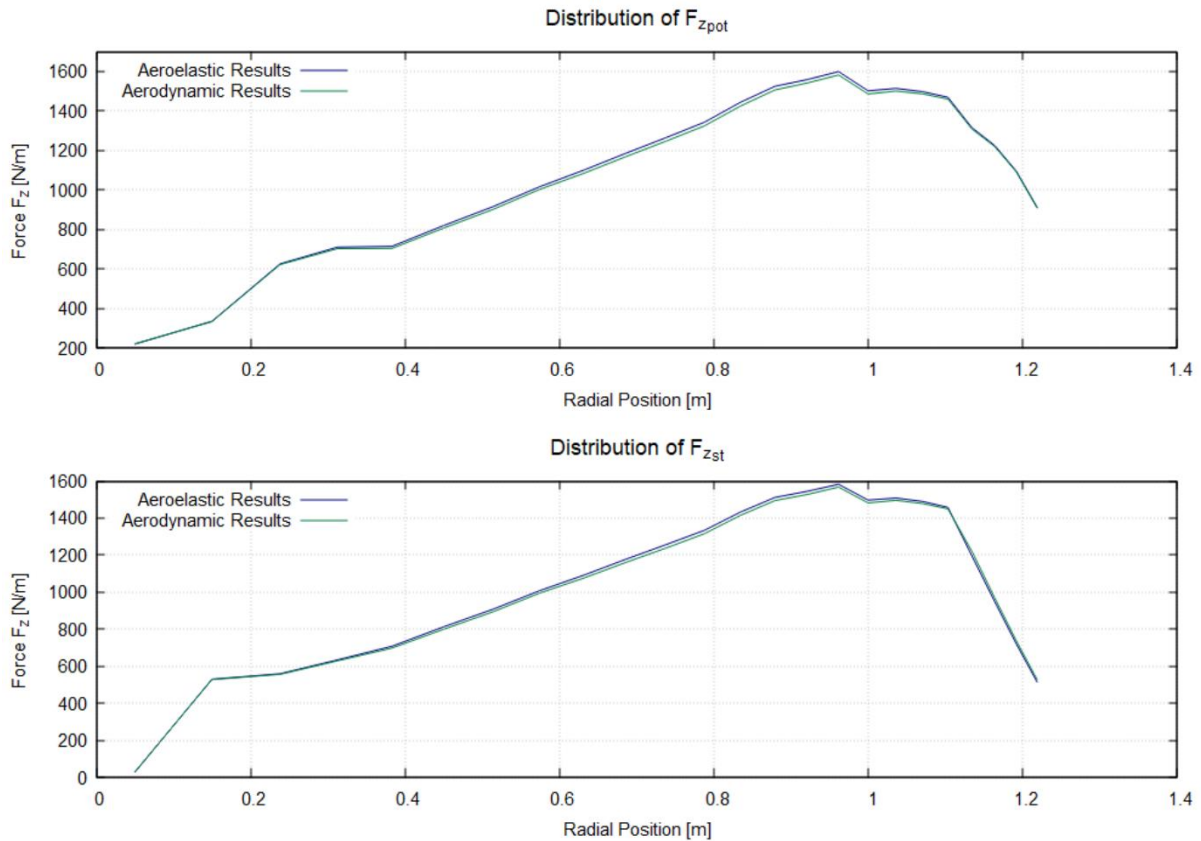
Έπειτα εξετάζονται οι ακτινικές κατανομές των συντελεστών άνωσης των πτερυγίων. Μελετώνται, όπως και στην αεροδυναμική ανάλυση των πτερυγίων, τόσο οι συντελεστές που προκύπτουν από την θεωρία ασυμπίεστου μη-συνεκτικού ρευστού, όσο και αυτοί που εμπεριέχουν τις διορθώσεις συνεκτικότητας και συμπίεστότητας.



Εικόνα 4.50: Ακτινικές κατανομές συντελεστών άνωσης $C_{L_{pot}}$ και $C_{L_{st}}$

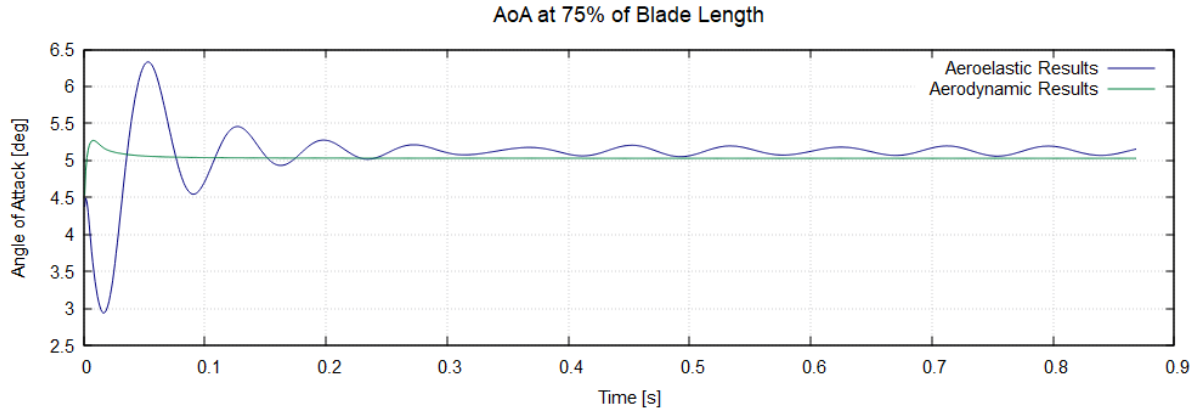
Και στους συντελεστές άνωσης παρατηρείται ότι οι μορφές των κατανομών είναι οι ίδιες μεταξύ των δύο μοντέλων. Λόγω της ίδιας μορφής που έχουν οι κατανομές, φαίνεται και στο αεροελαστικό μοντέλο η αποκόλληση της ροής κοντά στην άκρη των πτερυγίων όταν συγκρίνονται οι συντελεστές των δύο διαφορετικών θεωρήσεων μεταξύ τους, όπως παρατηρήθηκε και στην αεροδυναμική ανάλυση των πτερυγίων του δρομέα. Επίσης παρατηρείται η μικρή αύξηση των μεγεθών στο αεροελαστικό μοντέλο, όπως και στις κατανομές της γωνίας πρόσπτωσης.

Έπειτα παρουσιάζονται οι κατανομές των φορτίων $F_{z_{pot}}$ και $F_{z_{st}}$ κατά το μήκος των πτερυγίων των δύο μοντέλων. Δηλαδή τα φορτία που είναι υπεύθυνα για την παραμόρφωση των πτερυγίων κατά τον τοπικό τους άξονα Z . Εφόσον η γωνία πρόσπτωσης και ο συντελεστής άνωσης των πτερυγίων του αεροελαστικού μοντέλου ακολουθούν τις ίδιες κατανομές με αυτές του αεροδυναμικού, τότε αναμένεται και οι κατανομές των φορτίων μεταξύ των δύο μοντέλων να είναι παρόμοιες.

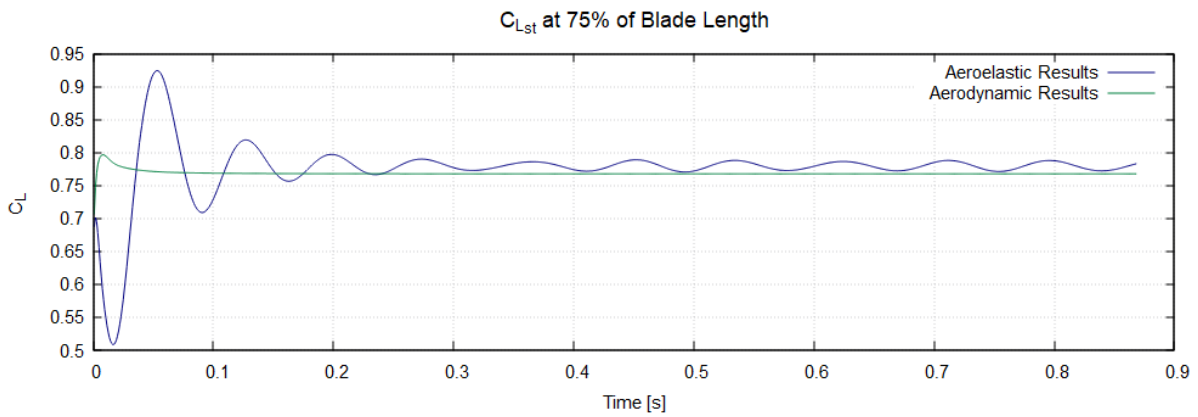


Εικόνα 4.51: Ακτινικές κατανομές φορτίων $F_{z_{pot}}$ και $F_{z_{st}}$ των πτερυγίων των αεροελαστικών και αεροδυναμικών μοντέλων

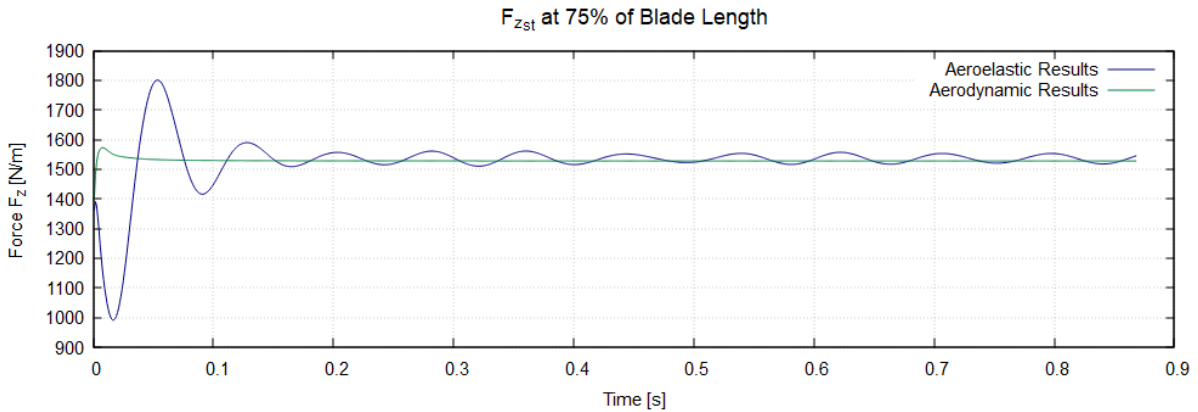
Παρατηρείται πως και οι ακτινικές κατανομές των φορτίων έχουν τις ίδιες μορφές με το μέτρο των δυνάμεων να είναι ελαφρώς αυξημένο για το αεροελαστικό μοντέλο. Από την παρατήρηση των κατανομών αυτών των αεροδυναμικών μεγεθών φαίνεται πως το αεροελαστικό μοντέλο συνεχίζει να συμπεριφέρεται με σωστό τρόπο αεροδυναμικά με την πρόσθεση των διαφόρων ελαστικών σωμάτων του δρομέα. Τα ίδια μεγέθη μπορούν τώρα να μελετηθούν και συναρτήσεσι του χρόνου, έτσι ώστε να φανεί πως συμπεριφέρεται το αεροελαστικό μοντέλο από την αρχή της προσομοίωσης μέχρι το τέλος των δέκα περιστροφών που έχει οριστεί να εκτελέσει. Όπως και στην αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα, έτσι και στην αεροελαστική θα μελετηθεί η χρονική μεταβολή των πιο πάνω μεγεθών σε τομή των πτερυγίων που βρίσκεται στο **75%** του μήκους τους.



Εικόνα 4.52: Γωνία πρόσπτωσης στο 75% του μήκους των πτερυγίων του αεροελαστικού και αεροδυναμικού μοντέλου συναρτήσει του χρόνου



Εικόνα 4.53: Συντελεστής άνωσης C_{Lst} στο 75% του μήκους των πτερυγίων του αεροελαστικού και αεροδυναμικού μοντέλου συναρτήσει του χρόνου



Εικόνα 4.54: Φορτίο κατά την κατεύθυνση πτερύγισης των πτερυγίων F_{zst} στο 75% του μήκους τους του αεροελαστικού και αεροδυναμικού μοντέλου συναρτήσει του χρόνου

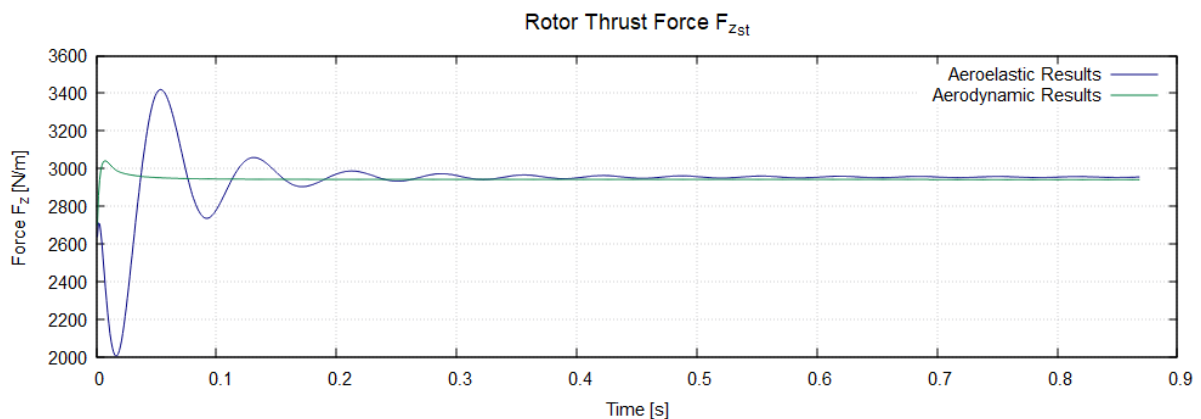
Παρατηρώντας τις κατανομές των πιο πάνω αεροδυναμικών μεγεθών, συναρτήσει του χρόνου, βλέπουμε αρχικά πως τα μεγέθη του αεροελαστικού μοντέλου εμφανίζουν μια περιοδικότητα. Αναλύοντας την συχνότητα της περιοδικότητας αυτής συμπεραίνεται πως τα μεγέθη μεταβάλλονται με βάση τη συχνότητα περιστροφής του δρομέα. Συνεπώς τα αεροδυναμικά μεγέθη μεταβάλλονται καθώς ο δρομέας περιστρέφεται, σε σύγκριση με τα αντίστοιχα μεγέθη του αεροδυναμικού μοντέλου, των οποίων οι τιμές τους σταθεροποιούνται μετά την εξάλειψη των μεταβατικών φαινομένων. Συνεπώς μπορούμε να καταλήξουμε πως η περιοδική αυτή μεταβολή των μεγεθών οφείλεται στην ένταση της ελαστικότητας των σωμάτων, η οποία σε κάθε αξιμουθιακή θέση της περιστροφής επιδρά

διαφορετικά στα σώματα λόγω της βαρύτητας. Η περιοδικότητα αυτή λοιπόν, είναι αναμενόμενη με την εισαγωγή των ελαστικών σωμάτων στο μοντέλο.

Επιπλέον, παρατηρείται πως η μεταβατική φάση στην αρχή της προσομοίωσης έχει μεγαλύτερη διάρκεια στο αεροελαστικό μοντέλο σε σχέση με το αεροδυναμικό. Τα μεγέθη που αφορούν την αεροδυναμική μοντελοποίηση φαίνεται να σταθεροποιούνται πολύ γρηγορότερα από τα αντίστοιχα της αεροελαστικής μοντελοποίησης. Αυτό είναι πιθανό να οφείλεται στο ότι στην μοντελοποίηση των ελαστικών σωμάτων ακολουθείται η μεθοδολογία της θεωρίας δοκών, όπου εισάγεται ο όρος του ελατηρίου στις κινητικές και δυναμικές εξισώσεις. Έτσι τα ελαστικά σώματα θα ταλαντώνονται γύρω από μια θέση ισορροπίας μέχρι να σταθεροποιηθούν, αφού όμως πρώτα σταθεροποιηθούν τα αεροδυναμικά φαινόμενα της αρχικής μεταβατικής κατάστασης. Κατά συνέπεια, τα ελαστικά σώματα θα κινούν τα αεροδυναμικά σώματα και έτσι θα καθυστερούν να σταθεροποιηθούν τα αεροδυναμικά μεγέθη γύρω από την θέση ισορροπίας τους.

Τέλος, από τις παραστάσεις των μεγεθών συναρτήσει του χρόνου, φαίνεται πως τα αεροδυναμικά μεγέθη της αεροελαστικής μοντελοποίησης σταθεροποιούνται σε τιμές ελαφρώς μεγαλύτερες από αυτές στις οποίες σταθεροποιούνται τα αντίστοιχα μεγέθη της αεροδυναμικής μοντελοποίησης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε κάθε ακτινική θέση τα μεγέθη αυτά, όπως παρατηρήθηκε προηγουμένως, έχουν μεγαλύτερη τιμή στο αεροελαστικό μοντέλο. Έτσι και κατά την μελέτη των μεγεθών αυτών σε συνάρτηση με τον χρόνο, θα είναι αυξημένη η τιμή γύρω από την οποία ταλαντώνονται.

Τα ίδια φαινόμενα παρατηρούνται και κατά την εξέταση της ώσης ολόκληρου του δρομέα.



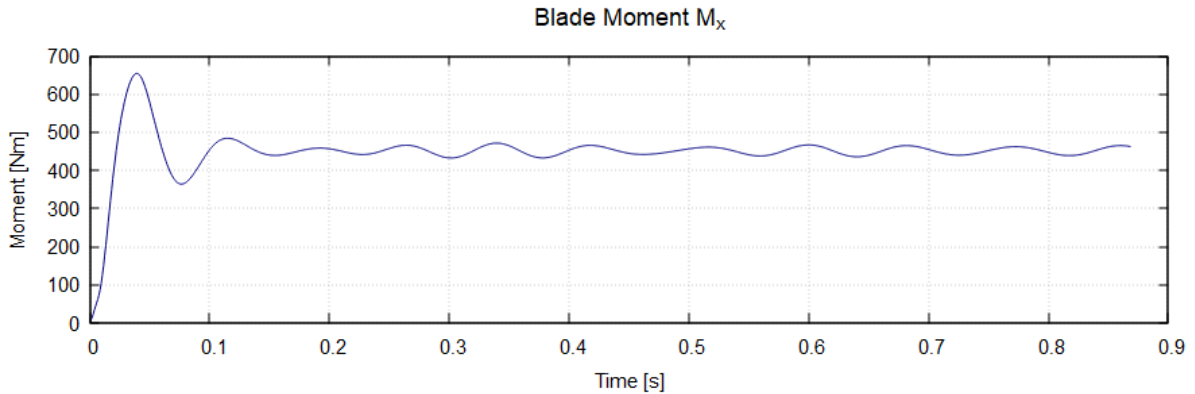
Εικόνα 4.55: Ώση δρομέα F_{zst} του αεροελαστικού και του αεροδυναμικού μοντέλου συναρτήσει του χρόνου

ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

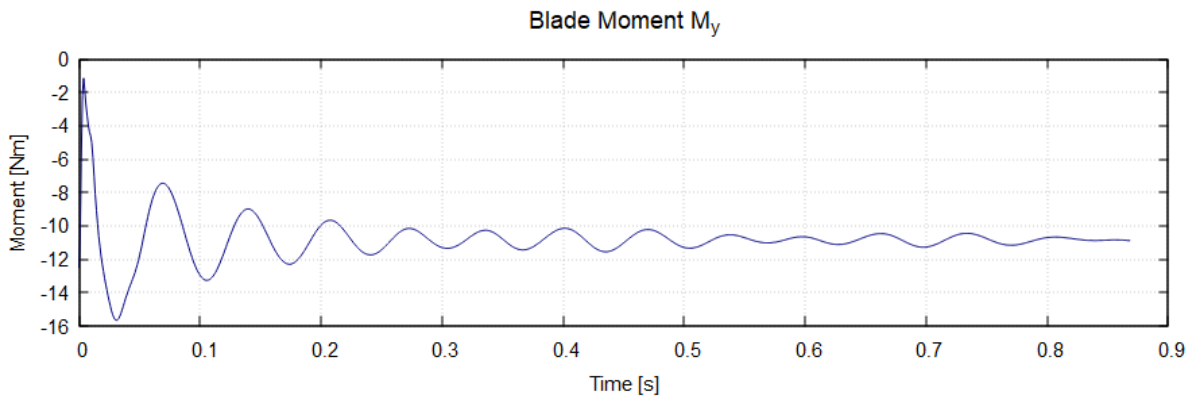
Στο σενάριο λειτουργίας του δρομέα για ευθεία και οριζόντια πτήση του αεροσκάφους αναπτύσσονται φορτία και δημιουργούνται παραμορφώσεις στα πτερύγια τόσο λόγω της περιστροφής και της ελαστικότητάς τους όσο και λόγω της αλληλεπίδρασης τους με την ροή του αέρα. Τα αεροελαστικά φορτία θα μελετηθούν στις ρίζες των πτερυγίων, δηλαδή στο σημείο σύνδεσής τους με τα ελαστικά σώματα των στρεφόμενων αξόνων της πλήμνης (spindles). Εκεί όπου, ουσιαστικά, συνδέονται με το σύστημα της πλήμνης.

Αρχικά αναφέρεται πως από η ιδιοδιανυσματική ανάλυση γίνεται μόνο στον ελαστικό στατικό δρομέα και όχι στον αεροελαστικό. Συνεπώς οι ιδιοτιμές του δρομέα και τα ιδιοδιανύσματα παραμένουν ίδια με αυτά που προέκυψαν κατά την ελαστική ανάλυση του δρομέα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα

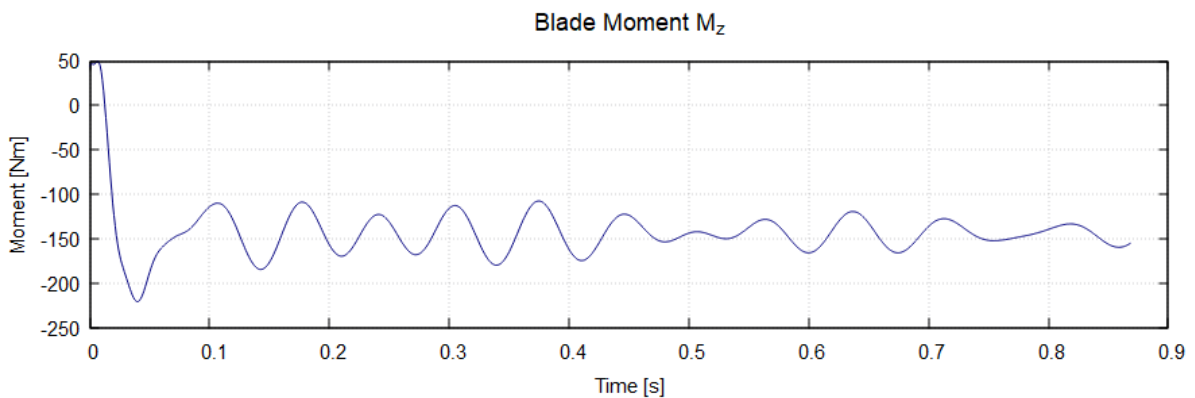
αεροελαστικά φορτία που αναπτύσσονται στα πτερύγια του δρομέα, συγκεκριμένα οι ροπές των δυνάμεων που αναπτύσσονται γύρω από τους τοπικούς άξονες X , Y , και Z .



Εικόνα 4.56: Ροπή M_x στην ρίζα των πτερυγίων του αεροελαστικού δρομέα συναρτήσει του χρόνου



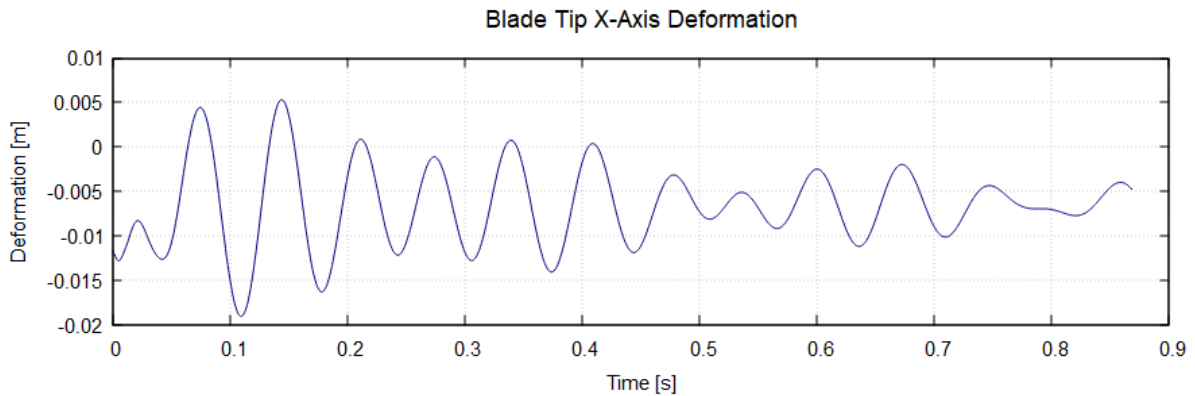
Εικόνα 4.57: Ροπή M_y στην ρίζα των πτερυγίων του αεροελαστικού δρομέα συναρτήσει του χρόνου



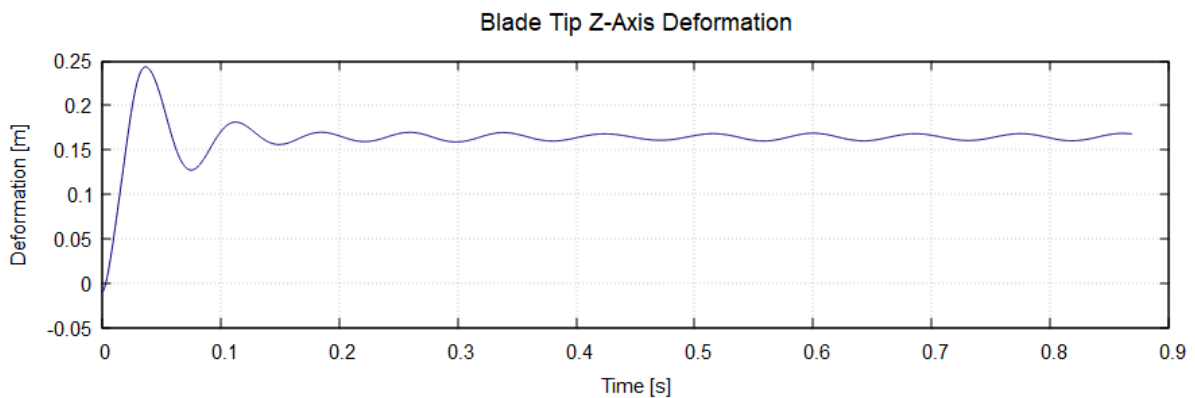
Εικόνα 4.58: Ροπή M_z στην ρίζα των πτερυγίων του αεροελαστικού δρομέα συναρτήσει του χρόνου

Η ροπή M_x στις ρίζες των πτερυγίων είναι η ροπή που προκύπτει από τα αεροελαστικά φορτία που ασκούνται κατά την κατεύθυνση πτερύγισης. Συνεπώς είναι αναμενόμενο να έχουν το μεγαλύτερο μέτρο, αφού σε αυτή την κατεύθυνση παράγεται η ώση. Το θετικό πρόσημο της ροπής των πτερυγίων επαληθεύεται από το γεγονός ότι η ώση παράγεται με φορά προς την πλευρά υποπίεσης των πτερυγίων. Η μορφή της χρονικής μεταβολής της ροπής M_x είναι παρόμοια με τις μορφές που παρατηρήθηκαν και στα αεροδυναμικά φορτία του αεροελαστικού δρομέα προηγούμενως. Το μέτρο της ροπής ταλαντώνεται με τη συχνότητα περιστροφής του δρομέα.

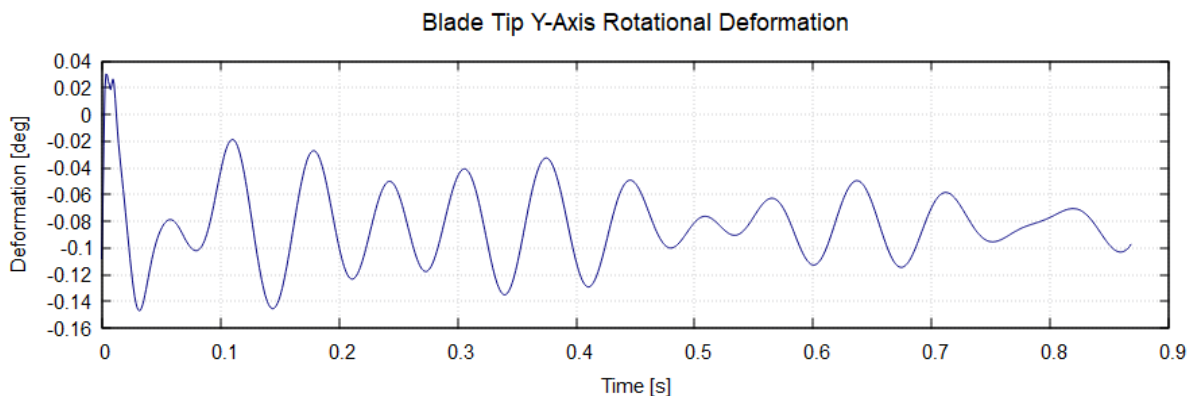
Παρατηρείται επίσης πως η ροπή M_y , η οποία είναι η ροπή γύρω από τον διαμήκη άξονα των πτερυγίων, είναι πολύ μικρή. Συνεπώς, η γωνία βήματος των πτερυγίων δεν αναμένεται να αλλάζει κατά την περιστροφή του δρομέα. Τέλος η ροπή M_z η οποία είναι υπεύθυνη για την παραμόρφωση κατά την κατεύθυνση χορδής των πτερυγίων, είναι χαμηλότερη από την M_x . Οι μορφές τόσο των αεροελαστικών, όσο και των αεροδυναμικών φορτίων υποδεικνύουν πως ο αεροελαστικός κώδικας είναι σωστός αλγοριθμικά, έτσι ώστε να μπορεί να χειρίζεται το αεροελαστικό μοντέλο του δρομέα. Με βάση τις κατανομές των ροπών, παρουσιάζονται και οι κατανομές των παραμορφώσεων u , w και θ_y , οι οποίες θα είναι ίδιες με αυτές των αντίστοιχων ροπών που τις προκαλούν. Οι παραμορφώσεις θα μελετηθούν στο ελεύθερο άκρο των πτερυγίων του δρομέα, όπου είναι μέγιστες.



Εικόνα 4.59: Παραμόρφωση στο tip των πτερυγίων κατά την κατεύθυνση χορδής συναρτήσει του χρόνου



Εικόνα 4.60: Παραμόρφωση στο tip των πτερυγίων κατά την κατεύθυνση πτερύγισης συναρτήσει του χρόνου



Εικόνα 4.61: Περιστροφή γύρω από τον άξονα Y στο tip των πτερυγίων συναρτήσει του χρόνου

Οι μορφές των παραμορφώσεων \mathbf{u} , \mathbf{w} και θ_y παρατηρείται πως συμφωνούν με αυτές των αεροελαστικών ροπών που τις προκαλούν. Όμως, παρατηρείται επίσης μια σύζευξη μεταξύ των παραμορφώσεων. Εντονότερα η σύζευξη αυτή παρατηρείται στην περιστροφή γύρω από τον άξονα \mathbf{Y} των πτερυγίων, αφού η μορφή της φαίνεται να μοιάζει με αυτή της παραμόρφωσης κατά τον άξονα \mathbf{X} και της ροπής \mathbf{M}_z , ενώ προκαλείται από την \mathbf{M}_y . Αυτό συμβαίνει λόγω των ελαστικών χαρακτηριστικών των πτερυγίων.

5. ΣΧΟΛΙΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Η διπλωματική εργασία είχε ως στόχο την αεροελαστική μοντελοποίηση αεροσκάφους δυνατοτήτων κάθετης απογείωσης και προσγείωσης μέσω του μοντέλου της μισή πτέρυγας. Το μοντέλο που αναπτύχθηκε ήταν αυτό της δεξιάς πτέρυγας του υπό κλίμακα μοντέλου ενός πειραματικού αεροσκάφους, το οποίο είχε τους κινητήρες τοποθετημένους στα ακροπτερύγια. Παράλληλα, η ανάπτυξη του συγκεκριμένου αεροελαστικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε για την επαλήθευση και την επαύξηση των δυνατοτήτων του αεροελαστικού κώδικα hGast του εργαστηρίου Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, στον οποίο βασίστηκε η ανάλυση και η μελέτη του μοντέλου.

Αρχικά σχηματίστηκαν τα μοντέλα όλων των τμημάτων του αεροελαστικού μοντέλου, με βάση τις πληροφορίες που παρείχε ο κατασκευαστής του αεροσκάφους. Σχηματίστηκε το ελαστικό μοντέλο της πλήμνης, η οποία συνδέει τα πτερύγια με τον άξονα περιστροφής του δρομέα. Έπειτα έγινε η αεροδυναμική και η ελαστική μοντελοποίηση των πτερυγίων του δρομέα. Στη συνέχεια αναπτύχθηκε το ελαστικό μοντέλο της πτέρυγας του αεροσκάφους μαζί με τον άξονα περιστροφής του δρομέα. Τέλος, έγινε η συναρμολόγηση ολόκληρου του αεροελαστικού μοντέλου μέσω της μετακίνησης των σωμάτων στις κατάλληλες θέσεις και μέσω της σύζευξης των ελαστικών σωμάτων με τα αεροδυναμικά.

Αφού σχηματίστηκαν τα τμήματα του αεροελαστικού μοντέλου έγινε και η επαλήθευσή τους μέσω του αεροελαστικού κώδικα. Χρησιμοποιώντας τα αεροδυναμικά σώματα των δρομέων που αναπτύχθηκαν, εξετάστηκε η απόκρισή τους σε εύρος σεναρίων λειτουργίας έτσι ώστε να διαπιστωθεί πως συμπεριφέρεται τόσο το μοντέλο, όσο και ο κώδικας. Επίσης, μελετήθηκαν ιδιοδιανυσματικά τα ελαστικά σώματα των τμημάτων του δρομέα αλλά και της πτέρυγας, δίνοντας ιδιαίτερη σημασία στον τρόπο σύνδεσης μεταξύ των ελαστικών σωμάτων. Μετά την τμηματική επαλήθευση του ελαστικού δρομέα και της πτέρυγας, τα τμήματα αυτά ενώθηκαν σχηματίζοντας έτσι το πλήρες ελαστικό μοντέλο της μισής πτέρυγας του αεροσκάφους. Έτσι, με την ολοκλήρωση της ελαστικής μελέτης και του πλήρους ελαστικού μοντέλου, ξεκίνησε η αεροελαστική μελέτη. Στην αεροελαστική μελέτη χρησιμοποιήθηκε το αεροελαστικό μοντέλο του δρομέα, όπου έγινε επαλήθευση της ορθής του λειτουργίας, σε σύγκριση με τις αποκρίσεις στις τμηματικές μοντελοποιήσεις του. Η διπλωματική εργασία τερματίστηκε μετά την μελέτη του αεροελαστικού δρομέα λόγω και της πίεσης του χρόνου αλλά και λόγω της ανάγκης για βελτίωση του αεροελαστικού κώδικα έτσι ώστε να συνεχιστεί η μοντελοποίηση.

5.2 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Η διπλωματική εργασία ολοκληρώθηκε με την αεροελαστική μοντελοποίηση του δρομέα. Λόγω του ότι το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση ήταν υπό ανάπτυξη, αλλά και λόγω της υψηλής πολυπλοκότητας του μοντέλου, δεν ήταν εφικτή, εντός των χρονικών πλαισίων της εργασίας, η σύζευξη της ελαστικής πτέρυγας του μοντέλου με τον αεροελαστικό δρομέα. Η ανάπτυξη ενός πολύπλοκου αεροελαστικού μοντέλου, με την χρήση πολλών ελαστικών σωμάτων και συνδέσεων, αποδείχθηκε αρκετά απαιτητική αλλά και ως μια πολύ καλή περίπτωση για έλεγχο διαφόρων δυνατοτήτων ενός αεροελαστικού εργαλείου, όπως αυτόν που αναπτύσσεται στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αφιερώθηκε αρκετός χρόνος στην μελέτη διαφόρων σεναρίων λειτουργίας και πολλών διαφορετικών διατάξεων του μοντέλου για την διαπίστωση των σημείων αδυναμίας του αεροελαστικού κώδικα. Κατά συνέπεια, εντοπίστηκαν διατάξεις τις οποίες ο αεροελαστικός κώδικας δεν μπορούσε να διαχειριστεί. Το πιο σημαντικό σημείο στο οποίο υστερούσε ο αεροελαστικός κώδικας ήταν στην

δυνατότητα σύνδεσης τμημάτων τα οποία βρίσκονται υπό γωνία μεταξύ τους και βρίσκονται σε διαφορετικές κινηματικές καταστάσεις, όπως για παράδειγμα η σύνδεση μεταξύ της κύριας δοκού της πτέρυγας και του άξονα περιστροφής του δρομέα. Ο άξονας του δρομέα είναι κάθετος στην κύρια δοκό και περιστρέφεται μαζί με τον δρομέα, ενώ η δοκός παραμένει σταθερή. Συνεπώς, στο σημείο αυτό έπρεπε να γίνει επεξεργασία του αλγορίθμου έτσι ώστε να επιτρέπει τη σχετική περιστροφή μεταξύ δύο συστημάτων αξόνων συντεταγμένων χωρίς αυτή να θεωρείται ως παραμόρφωση, αλλά ως επιπλέον κίνηση του σώματος.

5.3 ΕΙΣΗΓΗΣΕΙΣ

Το αεροελαστικό μοντέλο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αναπτύχθηκε με σκοπό την μελλοντική αεροελαστική μελέτη. Σημαντική βελτίωση στο μοντέλο, λοιπόν, για την δυνατότητα αεροελαστικής μοντελοποίησής του είναι η πρόσθεση του αεροελαστικού δρομέα στο ελαστικό σύστημα της πτέρυγας και η επαλήθευση της λειτουργικότητας της επαυξημένης αυτής διάταξης. Άρα απαιτείται και η ολοκλήρωση της επαλήθευσης των δυνατοτήτων του αεροελαστικού αλγορίθμου. Επιπρόσθετη επαύξηση του αεροελαστικού μοντέλου είναι και η εισαγωγή της αεροδυναμικής μοντελοποίησης της πτέρυγας, η οποία παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον λόγω των δύο τμημάτων στα οποία χωρίζεται, την κινητή πτέρυγα, η οποία λαμβάνει την ίδια κλίση με την κλίση των κινητήρων στις διάφορες φάσεις της πτήσης, και την σταθερή πτέρυγα, η οποία είναι συνδεδεμένη με την άτρακτο του αεροσκάφους.

Αφού ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση της μισή πτέρυγας του αεροσκάφους τότε είναι δυνατή η αεροελαστική μελέτη διαφόρων σεναρίων λειτουργίας του μοντέλου. Ένα από τα σεναρία λειτουργίας που θα μπορούσαν να μελετηθούν είναι η ευθεία και οριζόντια πτήση του αεροσκάφους σε μεγάλο χρονικό διάστημα για την διαπίστωση ανάπτυξης φαινομένων ταλάντωσης, όπως το whirl flutter. Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα σεναρία λειτουργίας των αεροσκαφών tilt-rotor είναι η μετάβαση από την κατακόρυφη αιώρηση στην ευθεία πτήση. Συνεπώς, είναι ιδιαίτερα χρήσιμο να γίνει η αεροελαστική μελέτη των μεταβατικών φαινομένων αυτής της φάσης της πτήσης, όπου υπάρχει αλλαγή στην ροή του αέρα τόσο γύρω από το αεροσκάφος, όσο και γύρω από τον δρομέα, αλλά η αλλαγή αυτή συνδυάζεται και με την περιστροφή του δρομέα, στον οποίο θα αναπτύσσονται περαιτέρω αδρανειακές επιταχύνσεις. Επίσης, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μελέτη της επίδρασης της θέσης του δρομέα στην αεροδυναμική της πτέρυγας και κατά πόσο υπάρχουν οφέλη στην τοποθέτησή του στα ακροπτερύγια.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] 2003. *ERICA General Specification and Design Data*, Agusta.
- [2] Bianchi, E., 2005. *TILTAERO Blade Inertial and Structural Characteristics*, Agusta.
- [3] Bianchi, E., 2005. *TILTAERO Hub: Structural Characteristics for Modelling*, Agusta.
- [4] Crisfield, M. A., 1991. *Non-linear Finite Element Analysis*. London: John Wiley & Sons.
- [5] Dieterich, O., 2003. *Preliminary ERICA Whirl Flutter and Stability Results*, ECD.
- [6] Dieterich, O., 2006. *ADYN WT Model Whirl Flutter and Stability Results*, ECD.
- [7] Manolas, D., 2015. *Hydro-Aero-Elastic Analysis of Offshore Wind Turbines*, Athens: NTUA.
- [8] Nitzsche, F. et al., *A New Comprehensive Analysis Tool for the Preliminary Design and Design Evaluation of Helicopters - The CORAL Project*. s.l., European Rotorcraft Forum.
- [9] Opoku, D., Triantos, D., Nitzsche, F. & Voutsinas, S., 2002. Rotorcraft Aerodynamic and Aeroacoustic Modelling Using Vortex Particle Methods.
- [10] Riziotis, V., Papadakis, G., Spyropoulos, N. & Ntouras, D., 2020. *Phase I: CORAL aerodynamic module functionality description and code flow chart*, Athens: iWind Renewables.
- [11] Riziotis, V., Papadakis, G. & Spyropoulos, N., 2019. *CORAL: Aerodynamic Module manual. Method and Input/Output description*, Athens: iWind Renewables.
- [12] Riziotis, V. & Politis, E., 2010. *Methods for Linearizing the Servo-Aero-Elastic Equations of the Full Wind Turbine*, s.l.: Centre for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens.
- [13] Riziotis, V. & Voutsinas, S., 2002. *Preliminary ERICA Whirl Flutter and Stability Results NTUA*, s.l.: NTUA.
- [14] Μάντζαρης, Θ., 2012. *Ανάλυση Πτερυγίων Ανεμογεννήτριας με Επέκταση του Αεροδυναμικού Σχεδιασμού έως την Ρίζα*, Αθήνα: ΕΜΠ.
- [15] Μπεργελές, Γ., 2009. *Η Αεροδυναμική του Υποηχητικού Αεροσκάφους & Η Μηχανική της Πτήσης*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμewών.

- [16] Ντινόπουλος, Γ., 2020. *Αεροδυναμική Ανάλυση Δρομέα Ελικοπτέρου με την Μέθοδο Γραμμής Δράσης*, Αθήνα: ΕΜΠ.
- [17] Ρίγγας, Γ., 2017. *Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση Πτήσης Ελικοπτέρου σε Αλληλεπίδραση με Ομόρρου Ανεμογεννήτριας*, Αθήνα: ΕΜΠ.
- [18] Τσαγγάρης, Σ., 2016. *Μηχανική των Ρευστών*. Αθήνα: Εκδόσεις Τσότρας.
- [19] Φραντζής, Χ., 2014. *Αντίθετα Περιστρεφόμενες Προπέλες: Μοντελοποίηση με Χρήση Στροβιλής Μεθοδολογίας και Εισαγωγή σε Μοντέλο Κινητήρα Open-Rotor*, Αθήνα: ΕΜΠ.
- [20] Χουλάκης, Χ. Κ., 2017. *Πειραματική Μελέτη Ομόρρου Πτέρυγας NASA 64418 υπό Μόνιμες και Μη Μόνιμες (Πρόνευση) Συνθήκες Ροής*, Αθήνα : ΕΜΠ.