



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.

Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

**Έλεγχος Προσανατολισμού Μικρού Δορυφόρου με Χρήση
Γυροσκοπικών Επενεργητών Ελέγχου και Σύγκριση με
Σφονδύλους Αντίδρασης**

Σταμάτης Σουγλές

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2022

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία, πραγματεύεται το αν η εγκατάσταση συστήματος Γυροσκοπικών Επενεργητών Ελέγχου (CMGs) είναι εφικτή σε έναν μικρού μεγέθους δορυφόρο, και μάλιστα εξετάζεται αν η χρήση του είναι συμφέρουσα συγκριτικά με ένα αντίστοιχο σύστημα σφονδύλων αντίδρασης (RWs). Αρχικά, εισάγεται ο σκοπός και το αντικείμενο της εργασίας και παρατίθεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση, σχετική με τον έλεγχο προσανατολισμού και τη διεθνή έρευνα για την υλοποίηση συστημάτων CMGs.

Θεμελιώνεται το θεωρητικό υπόβαθρο σχετικά με την κινηματική και δυναμική απαραμόρφωτου σώματος και τις διάφορες μεθόδους περιγραφής προσανατολισμού. Παρουσιάζονται τα συστατικά στοιχεία από τα οποία αποτελείται ένα σύστημα κλειστού βρόχου όπως είναι ο προγραμματισμός τροχιάς, ο υπολογισμός σφάλματος με βάση τα Quaternions και διάφορα είδη νόμων ελέγχου οι οποίοι χρησιμοποιούνται συνηθέστερα σε συστήματα ελέγχου προσανατολισμού. Με τη βοήθεια ενός παραδείγματος δείχνεται βήμα-βήμα ο τρόπος με τον οποίον ένας μηχανικός μοντελοποιεί, απλά στην αρχή, το υπό μελέτη σύστημα και γίνεται μια σύγκριση μεταξύ των νόμων ελέγχου που συναντώνται στη βιβλιογραφία πάνω στο πρόβλημα του ελέγχου προσανατολισμού.

Στη συνέχεια, παρατίθενται κάποια στοιχεία σχετικά με τα είδη των δορυφόρων και τα είδη επενεργητών, οι οποίοι ελέγχουν τον προσανατολισμό ενός διαστημικού οχήματος. Ακολούθως, η εργασία στρέφεται προς τα CMGs και περιγράφονται αναλυτικά οι τύποι τους (SG, DG ή VS CMGs), οι διάφορες διαμορφώσεις τους, η διαθεσιμότητα στην αγορά, οι εξισώσεις και οι παραδοχές με τις οποίες μοντελοποιείται μια συστοιχία τεσσάρων SGCMGs σε διάταξη πυραμίδας, τα προβλήματα ιδιομορφιών που εμφανίζουν και οι τρόποι αντιμετώπισής τους μέσω κατάλληλων μαθηματικών αλγορίθμων που ονομάζονται Νόμοι Οδήγησης.

Τέλος, παρουσιάζεται η αναλυτική διαδικασία σχεδιασμού ενός συστήματος CMGs, για μια ορισμένη μελέτη περίπτωσης δορυφόρου, με συγκεκριμένες προδιαγραφές και περιορισμούς. Εξηγείται σχολαστικά η διαδικασία διαστασιολόγησης και κάθε επιλογή που έγινε αναφορικά με τη μάζα και τη ροπή αδράνειας του σφονδύλου, την απαιτούμενη ροπή εξόδου και την επιλογή των κινητήρων σφονδύλων και αντίζυγων. Ακολουθούν οι προσομοιώσεις στο περιβάλλον MATLAB/Simulink/Simscape, από τις οποίες εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα και επαληθεύουν τις επιλογές που έγιναν κατά τη διαδικασία διαστασιολόγησης. Τέλος, με το ίδιο σκεπτικό σχεδιάζεται ένα αντίστοιχο σύστημα τεσσάρων RWs σε διάταξη πυραμίδας, ώστε τα δύο συστήματα να συγκριθούν σε μία κοινή βάση. Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δείχνει την με διαφορά επικράτηση των CMGs συγκριτικά με τα RWs, τόσο από άποψη ροπής εξόδου (και άρα ταχύτερης περιστροφής του δορυφόρου), όσο και ενεργειακά.

Abstract

This thesis, discusses the feasibility of installing Control Moment Gyros (CMGs) on a small satellite, and examines whether it is advantageous compared to a corresponding system of Reaction Wheels (RWs). Initially, the purpose and scope of the paper is introduced and a brief literature review, relevant to the subject of attitude control theory and international research on the implementation of CMG systems, is provided.

The theoretical background on the kinematics and dynamics of a rigid body and the various methods of orientation description is established. The components of a closed-loop system, such as trajectory planning, quaternion-based error calculation and various types of control laws that are most commonly used in attitude control systems, are also presented. With the help of an example, it is shown step-by-step, how an engineer models the system under study, and a comparison is made between the control laws found in the literature on the problem of attitude control.

Subsequently, some facts are given about the types of satellites and the different types of actuators that control the orientation of a spacecraft. Next, the paper turns into CMGs and describes in detail their types (SG, DG or VS CMGs), their different configurations, their availability on the market, the equations and assumptions with which a configuration of 4 SGCMGs in a pyramid configuration is modelled, the singularity problems they exhibit, and the ways to deal with them through mathematical algorithms called Steering Laws.

Finally, the analytical design procedure of a CMGs system is presented for a certain satellite case study with given specifications and constraints. The sizing process and each choice made regarding the flywheel mass and moment of inertia, the required output torque and the choice of flywheel and gimbal motors are thoroughly explained. This is followed by simulations in the MATLAB/Simulink/Simscape environment, from which useful conclusions are drawn, and which verify the choices made during the sizing process. Finally, a corresponding system of 4 RWs in a pyramid arrangement is designed along the same lines so that the two systems can be compared on a common basis. The result of the comparison shows the predominance of CMGs over RWs by far, both in terms of output torque (and thus faster satellite rotation) and energy consumption.

*Σὰ βγεῖς στὸν πηγαῖμὸ γιὰ τὴν Ἰθάκη,
νὰ εὔχεσαι νᾶναι μακρὺς ὁ δρόμος,
γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις.
~ ~ ~ Κ. Π. Καβάφης ~ ~ ~*

Περιεχόμενα

Περίληψη	2
Abstract	3
Περιεχόμενα	5
Κατάλογος Σχημάτων.....	7
Κατάλογος Εικόνων	9
Κατάλογος Πινάκων	10
Κατάλογος Συντμήσεων.....	11
Κατάλογος Συμβολισμών.....	12
1. Εισαγωγή.....	13
1.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	14
1.2 Δομή Εργασίας.....	15
2. Κινηματική & Δυναμική Ανάλυση και Έλεγχος Προσανατολισμού.....	17
2.1 Τρόποι Περιγραφής Προσανατολισμού (Rotational Kinematics)	17
2.1.1 Συνημίτονα Κατεύθυνσης (Direction Cosines)	17
2.1.2 Γωνίες Euler (Euler Angles).....	18
2.1.3 Ζεύγος Ισοδύναμης Γωνίας – Άξονα Περιστροφής (Axis–Angle)	19
2.1.4 Παράμετροι Euler (Euler Parameters) ή Unit Quaternions	20
2.2 Κινηματικές Διαφορικές Εξισώσεις.....	20
2.3 Δυναμική Ανάλυση Απαραμόρφωτου Σώματος (Rigid Body Dynamics)	22
2.4 Έλεγχος Προσανατολισμού Απαραμόρφωτου Κυλινδρικού Σώματος	23
2.4.1 Μοντελοποίηση Δυναμικών-Κινηματικών Εξισώσεων - Εγκατάσταση	24
2.4.2 Είσοδος – Σχεδιασμός Τροχιάς (Trajectory Planning)	25
2.4.3 Εξαγωγή Επιθυμητών Γωνιών Euler από Διάνυσμα Στόχο (Pointing)	27
2.4.4 Ελεγκτής (Controller) ή Νόμος Ελέγχου (Control Law)	28
2.4.5 Αποτελέσματα – Σύγκριση Νόμων Ελέγχου	37
3. Είδη Δορυφόρων – Συστήματα Επενέργειας Ελέγχου Προσανατολισμού (ACS).....	43
3.1 Κατηγοριοποίηση δορυφόρων.....	43
3.2 Έλεγχος Προσανατολισμού (Attitude Control)	44
3.2.1 Μη Αδρανειακοί Επενεργητές.....	45
3.2.2 Αδρανειακοί Επενεργητές.....	45
3.3 Σύγκριση Τεχνολογιών	50
3.4 Διαμορφώσεις Γυροσκοπικών Επενεργητών Ελέγχου (CMGs).....	52

3.4.1 Μη Πλεονάζουσες Διαμορφώσεις (Non-Redundant Configurations).....	52
3.4.2 Πλεονάζουσες Διαμορφώσεις (Redundant Configurations)	53
3.5 Διαθεσιμότητα CMGs Στην Αγορά.....	55
3.6 Μαθηματικό Μοντέλο CMGs.....	56
3.7 Ανάπτυξη Στροφορμής στο χώρο (Momentum Envelope) και Νόμοι Οδήγησης (Steering Laws)	61
3.7.1 Μηδενική Κίνηση (Null Motion)	64
3.7.2 Νόμος Οδήγησης Ψευδοαντίστροφου Moore-Penrose (MPPSL).....	65
3.7.3 Νόμος Οδήγησης Γενικευμένου Αντίστροφου (GISL)	65
3.7.4 Νόμος Οδήγησης Singularity Robust (SR) Inverse.....	67
3.7.5 Νόμος Οδήγησης Generalized Singularity Robust (GSR) Inverse	67
3.8 Σύστημα Ελέγχου Κλειστού Βρόχου	68
4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs.....	70
4.1 Απαιτήσεις Προδιαγραφών και Περιορισμοί	70
4.2 Διαδικασία Σχεδιασμού.....	71
4.2.1 Καθορισμός Απαιτήσεων Μονάδας CMG	72
4.2.2 Σχεδιασμός - Διαστασιολόγηση Σφονδύλου και Αντίζυγου	73
4.2.3 Επιλογή Κινητήρων	77
4.3 Προσομοιώσεις – Αποτελέσματα.....	78
4.4 Σύγκριση Αντίστοιχων Συστημάτων RWs και CMGs	91
4.4.1 Μαθηματικό Μοντέλο RWs.....	91
4.4.2 Διαστασιολόγηση – Σχεδιασμός Αντίστοιχου Συστήματος RWs.....	94
4.4.3 Διαδικασία Σύγκρισης CMGs – RWs	95
5. Συμπεράσματα και Προτάσεις.....	101
5.1 Συμπεράσματα	101
5.2 Προτάσεις για Μελλοντική Εργασία	101
Βιβλιογραφία.....	103
Παράρτημα Α	106
Παράρτημα Β	113

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2-1.	Μορφή συναρτήσεων κορεσμού και υπερβολικής εφαπτομένης έναντι της συνάρτησης προσήμου.	35
Σχήμα 2-2.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον PD ελεγκτή, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.....	38
Σχήμα 2-3.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον PID ελεγκτή, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.....	39
Σχήμα 2-4.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον PD ελεγκτή της εξίσωσης (2-36), (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.	39
Σχήμα 2-5.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον PID ελεγκτή της εξίσωσης (2-37), (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.	40
Σχήμα 2-6.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον κορεσμένο PD ελεγκτή 2 στρωμάτων, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.	40
Σχήμα 2-7.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον κορεσμένο PID ελεγκτή 2 στρωμάτων, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.	41
Σχήμα 2-8.	(α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον ελεγκτή τύπου Sliding Mode, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.	41
Σχήμα 3-1.	Είδη γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου [17].	50
Σχήμα 3-2.	Συστοιχία δύο παράλληλα συνδεδεμένων CMGs.	53
Σχήμα 3-3.	Κυβική διαμόρφωση με έξι CMGs [17].	53
Σχήμα 3-4.	Διαμόρφωση πυραμίδας με τέσσερα CMGs [17].	54
Σχήμα 3-5.	Διαμόρφωση τετραέδρου με τέσσερα CMGs [17].	55
Σχήμα 3-6.	Συστήματα συντεταγμένων σφονδύλου και αντίζυγου.	58
Σχήμα 3-7.	Κατηγοριοποίηση Ιδιομορφιών για SGCMGs [23].	63
Σχήμα 3-8.	Κατηγορίες Νόμων Οδήγησης.	64
Σχήμα 3-9.	Διάγραμμα ροής συστήματος κλειστού βρόχου.	68
Σχήμα 3-10.	Μοντελοποιημένο σύστημα στο περιβάλλον MATLAB/Simulink.	69
Σχήμα 4-1.	Βήματα σχεδιασμού CMG ACS.	70
Σχήμα 4-2.	Ανάπτυξη στροφορμής για διάταξη πυραμίδας τεσσάρων CMGs που το καθένα διαθέτει 0.25 Nms στροφορμής.	72
Σχήμα 4-3.	Περιστροφή 30° ως προς τον y άξονα, προσομοίωση A. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	84

Σχήμα 4-4.	Περιστροφή 150° ως προς τον z άξονα, προσομοίωση Β. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	85
Σχήμα 4-5.	Περιστροφή $30^\circ/30^\circ/30^\circ$ (Z-Y-X) με βάση τις γωνίες Euler, προσομοίωση Γ. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	86
Σχήμα 4-6.	Περιστροφή $100^\circ/-20^\circ/120^\circ$ (Z-Y-X) με βάση τις γωνίες Euler, προσομοίωση Δ. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	87
Σχήμα 4-7.	Επανάληψη προσομοίωσης Β (B2) με δυσχερείς αρχικές γωνιακές θέσεις αντίζυγων. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	89
Σχήμα 4-8.	Επανάληψη προσομοίωσης Δ (Δ2) με δυσχερείς αρχικές γωνιακές θέσεις αντίζυγων. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.	90
Σχήμα 4-9.	Γεωμετρία διαμόρφωσης πυραμίδας τεσσάρων RWs [47].	92
Σχήμα 4-10.	Περιστροφή του συστήματος των RWs κατά γωνία θ ως προς τον άξονα z.	93
Σχήμα 4-11.	(α) Απαίτηση ισχύος συστήματος CMGs (σφονδύλων και αντίζυγων), (β) Απαίτηση ισχύος συστήματος RWs.	97
Σχήμα 4-12.	Μορφή διαταραχών με χρήση του Block "Random Noise Source".	98
Σχήμα 4-13.	(α), (β), (γ) Συμπεριφορά του συστήματος των τεσσάρων CMGs στις διαταραχές, (δ) Απαιτούμενη ισχύς.	98
Σχήμα 4-14.	(α), (β), (γ) Συμπεριφορά του συστήματος των τεσσάρων RWs στις διαταραχές, (δ) Απαιτούμενη ισχύς.	99

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1-1.	Αυξημένη ικανότητα απεικόνισης ευέλικτου δορυφόρου.....	13
Εικόνα 2-1.	Σύστημα κλειστού βρόχου (Simulink).	24
Εικόνα 2-2.	Τυπική τροχιά με γραμμικά και παραβολικά τμήματα (τραπεζοειδές προφίλ ταχύτητας).....	25
Εικόνα 2-3.	Απεικόνιση μετασχηματισμών για περιγραφή του διανύσματος στόχου.....	27
Εικόνα 2-4.	Το φαινόμενο του chattering σε VSC νόμους ελέγχου.	33
Εικόνα 3-1.	Τροχιές γεωκεντρικών δορυφόρων.	43
Εικόνα 3-2.	Σφόνδυλοι αντίδρασης σε δορυφόρο για έλεγχο στους τρεις άξονες.	46
Εικόνα 3-3.	Ροπή και στροφορμή σφονδύλου αντίδρασης [18].	46
Εικόνα 3-4.	Δομή και λειτουργία σφονδύλου αντίδρασης.	47
Εικόνα 3-5.	Μονού αντίζυγου CMG [18].	48
Εικόνα 3-6.	Συστοιχία τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας.	49
Εικόνα 3-7.	Μέγεθος δορυφόρου που κάθε σύστημα επενέργησης είναι αποδοτικότερο ενεργειακά [18].	52
Εικόνα 3-8.	Κατεύθυνση διανυσμάτων ροπής σε περίπτωση εμφάνισης ιδιομορφίας.	61
Εικόνα 3-9.	Κέλυφος ανάπτυξης στροφορμής στο χώρο για συστοιχία δύο αντικριστών CMGs με γωνία κλίσης $\beta=90^\circ$ [16].	62
Εικόνα 4-1.	Μοντέλο μικρο-δορυφόρου.....	71
Εικόνα 4-2.	Παραγωγή ροπής από δύο αντικριστά CMGs για περιστροφή ως προς τον x άξονα.....	73
Εικόνα 4-3.	Τελική μορφή σφονδύλου CMG.....	76
Εικόνα 4-4.	Αριστερά η απλοποιημένη μορφή αντίζυγου και δεξιά η τοπολογία τους σε μορφή πυραμίδας.....	76
Εικόνα 4-5.	Συστοιχία τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας με και χωρίς τα εξωτερικά τους κελύφη.	76
Εικόνα 4-6.	Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή 30° περί τον άξονα y (Simscape, Multibody).....	80
Εικόνα 4-7.	Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή 150° περί τον άξονα z (Simscape, Multibody).....	81
Εικόνα 4-8.	Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή $30^\circ/30^\circ/30^\circ$ με βάση τις γωνίες Euler Z-Y-X (Simscape, Multibody).	82
Εικόνα 4-9.	Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή $100^\circ/-20^\circ/120^\circ$ με βάση τις γωνίες Euler Z-Y-X (Simscape, Multibody).	83

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3-1.	Κατηγορίες δορυφόρων με βάση τη μάζα τους.	43
Πίνακας 3-2.	Χαρακτηριστικά γεωκεντρικών δορυφόρων.	44
Πίνακας 3-3.	Συγκριτικά χαρακτηριστικά CMGs/RW σε μικρο-δορυφόρο.	51
Πίνακας 3-4.	Διαθέσιμα CMGs στη σημερινή αγορά και βασικές προδιαγραφές τους.	56
Πίνακας 4-1.	Μάζα επιμερους στοιχείων του συστήματος τεσσάρων CMGs.	79
Πίνακας 4-2.	Μάζα επιμερους στοιχείων του συστήματος τεσσάρων RWs.....	94
Πίνακας 4-3.	Κατηγοριοποίηση γωνιακών μεταβολών.....	95
Πίνακας 4-4.	Πίνακας αποτελεσμάτων σύγκρισης συστοιχίας τεσσάρων CMGs και τεσσάρων RWs σε διάταξη πυραμίδας.....	96

Κατάλογος Συντμήσεων

<i>ACS</i>	Attitude Control System
<i>BLDC</i>	Brushless DC motor
<i>CMG</i>	Control Moment Gyro
<i>DGCMG</i>	Double Gimbal CMG
<i>GEO</i>	Geostationary Orbit
<i>GISL</i>	Generalized Inverse Steering Law
<i>GSO</i>	Geosynchronous Orbit
<i>GSR</i>	Generalized Singularity Robust
<i>HEO</i>	Highly-Elliptical-Orbit
<i>ISS</i>	International Space Station
<i>LEO</i>	Low-Earth-Orbit
<i>MEO</i>	Medium-Earth-Orbit
<i>MOI</i>	Moment Of Inertia
<i>MPC</i>	Model Predictive Control
<i>MPPSL</i>	Moore-Penrose Pseudoinverse Steering Law
<i>PD</i>	Proportional-Derivative controller
<i>PID</i>	Proportional-Integral-Derivative controller
<i>RMSE</i>	Root Mean Square Error
<i>RW</i>	Reaction Wheel
<i>SGCMG</i>	Single Gimbal CMG
<i>SMC</i>	Sliding Mode Controller
<i>SR</i>	Singularity Robust
<i>STW-SMC</i>	Super-Twisting SMC
<i>VSC</i>	Variable Structure Control
<i>VSCMG</i>	Variable Speed CMG
<i>ΣΣ</i>	Σύστημα Συντεταγμένων

Κατάλογος Συμβολισμών

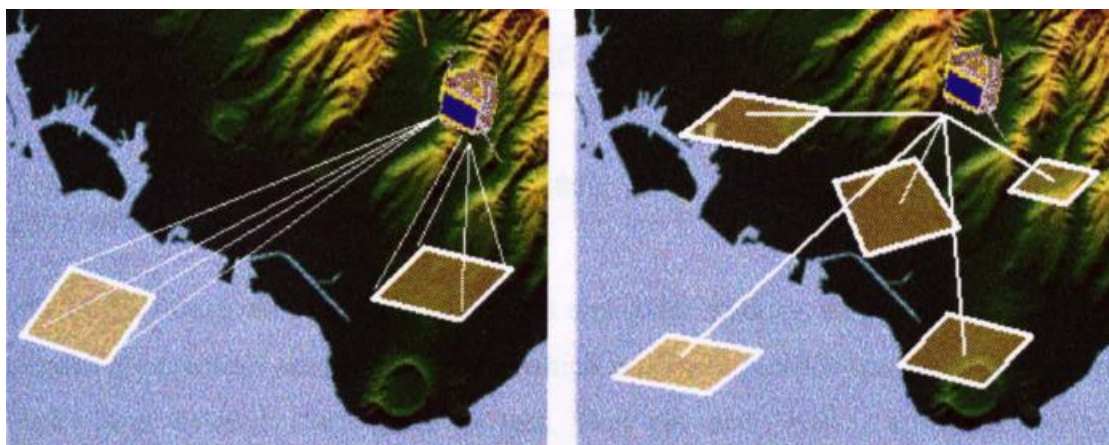
(Για τα βασικότερα σύμβολα, με τη σειρά αυτά συναντώνται στο κείμενο)

C_i	Πίνακας περιστροφής ως προς $i=x,y,z$ άξονα
$C^{B/A}$	Πίνακας μετασχηματισμού $\Sigma\Sigma\{A\}$ σε $\Sigma\Sigma\{B\}$
ω	Γωνιακή ταχύτητα σώματος ως προς το $\Sigma\Sigma$ του
$(\cdot)^\times$	Αντισυμμετρικός πίνακας (skew symmetric)
ϵ	Διάνυσμα 3×1 μοναδιαίου Quaternion
η	Αριθμητική τιμή του 4ου Quaternion
I_3	Μοναδιαίος Πίνακας 3×3
M	Ροπή στρέψης
H, h	Στροφορμή
J	Μητρώο ροπών αδράνειας
m	Μάζα
\hat{p}	Μοναδιαίο Διάνυσμα
u	Ροπή εισόδου από τον ελεγκτή
ω_e	Σφάλμα γωνιακής ταχύτητας
ϵ_e	Διάνυσμα σφάλματος μοναδιαίου Quaternion
s	Επιφάνεια ολίσθησης
V	Συνάρτηση Lyapunov
I_{body}	Αριθμητική τιμή ροπής αδράνειας ως τον προς άξονα περιστροφής
β	Γωνία κλίσης στη βάση της πυραμίδας
\vec{g}_i	Διάνυσμα άξονα περιστροφής του i αντίζυγου
J_h	Ιακωβιανή συστήματος
Ω	Γωνιακή ταχύτητα σφονδύλου CMG
δ	Γωνιακή θέση αντίζυγου
B	Συντελεστής απωλειών λόγω τριβών

1. Εισαγωγή

Όσο η τεχνολογία των δορυφόρων ωριμάζει, οι αποστολές τους γίνονται πιο απαιτητικές. Οι νέοι δορυφόροι χρειάζεται να μπορούν να φέρουν περισσότερα όργανα και μηχανισμούς σε κατά το δυνατό μικρότερο όγκο, μικρότερη μάζα, και ταυτόχρονα καταναλώνοντας λιγότερη ενέργεια και διαθέτοντας μεγαλύτερη ακρίβεια και ευελιξία.

Ο ρόλος της ευελιξίας είναι ιδιαίτερα σημαντικός, καθώς ένας ευέλικτος δορυφόρος διευρύνει το πεδίο λειτουργίας και την αποτελεσματικότητά του, ενώ μπορεί να φέρνει στη Γη μεγαλύτερο όγκο δεδομένων. Επιπρόσθετα, διαθέτοντας ευελιξία, μπορεί να αναλάβει και αποστολές που απαιτούν ταχείες μεταβολές του προσανατολισμού, χωρίς πια να υπάρχει η απαίτηση να φέρουν επιπλέον μηχανισμούς και άρα επιπλέον φορτίο και πολυπλοκότητα. Παραδείγματος χάριν, ένας ευέλικτος δορυφόρος, που μπορεί να στραφεί ταχύτατα, απαιτεί λιγότερες κάμερες για πλήρη ικανότητα απεικόνισης (Εικόνα 1-1).



Εικόνα 1-1. Αυξημένη ικανότητα απεικόνισης ευέλικτου δορυφόρου.

Η ευελιξία είναι επίσης χρήσιμη σε εφαρμογές επιτήρησης ή επιδιόρθωσης άλλων δορυφόρων ή συστημάτων στο διάστημα μέσω ρομποτικών μηχανισμών.

Το σύστημα ελέγχου προσανατολισμού (ACS) είναι ζωτικής σημασίας για τα περισσότερα είδη δορυφόρων. Ωστόσο, η σχεδίαση ενός τέτοιου συστήματος, το οποίο θα έχει τη δυνατότητα να παρέχει υψηλή ευελιξία και ενεργειακή απόδοση, και ταυτόχρονα να ικανοποιεί τους πολύ στενούς περιορισμούς μάζας και χώρου (ιδιαίτερα για μικρού μεγέθους δορυφόρους) είναι δύσκολο να επιτευχθεί με τεχνολογίες όπως οι σφόνδυλοι αντίδρασης (Reaction Wheels).

Η χρήση λοιπόν ενός πιο πολύπλοκου συστήματος, των Γυροσκοπικών Επενεργητών Ελέγχου, (Control Moment Gyros ή αλλιώς CMGs) δύναται να παρέχει την απαιτούμενη απόδοση και ευελιξία. Ένα CMG αποτελείται από έναν διαρκώς στρεφόμενο σφόνδυλο, και ένα αντίζυγο, το οποίο στρέφει τον σφόνδυλο ως προς άξονα κάθετο στο διάνυσμα της σταθερής γωνιακής ταχύτητας του σφονδύλου. Η ροπή που παράγεται είναι γυροσκοπικής φύσεως. Μειονέκτημα ενός συστήματος CMGs αποτελούν η πολυπλοκότητά του, το κόστος του και η ύπαρξη ιδιομορφιών. Οι βασικές αρχές, ο τρόπος λειτουργίας τους και η

αντιμετώπιση των μειονεκτημάτων τους θα συζητηθεί εκτενώς στα κύρια κεφάλαια της εργασίας.

Προβλέπεται, πως η χρήση τους ιδιαίτερα σε μικρούς δορυφόρους, θα είναι απολύτως απαραίτητη για μελλοντικές εφαρμογές. Από χρόνια πριν άλλωστε, έχει προβλεφθεί (και πλέον επιβεβαιώνεται) πως ο απαιτούμενος ρυθμός περιστροφής (slew rate) δορυφόρων για διαστημικές αποστολές θα είναι στο μέλλον της τάξεως των $6^\circ/s$ ή παραπάνω [1].

Είναι καταφανής η ανάγκη για πιο ευέλικτους δορυφόρους, κάτι που μαγνητίζει την προσοχή όλο και περισσότερων ερευνητών προς τους Γυροσκοπικούς Επενεργητές Ελέγχου. Η παρούσα εργασία είναι στραμμένη προς αυτήν την κατεύθυνση, δηλαδή τη διερεύνηση και εν' τέλει επίτευξη πλήρους τριαξονικού ελέγχου και ευστάθειας μικρό-δορυφόρου με χρήση CMGs.

1.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση, που αφορά τον έλεγχο προσανατολισμού, τα CMGs, αλλά και τη δυναμική των διαστημικών σκαφών γενικότερα. Σημειώνεται πως κάποια από αυτά που θα αναφερθούν παρακάτω, προκειμένου να γίνουν κατανοητά από τον αναγνώστη, απαιτείται γνώση των βασικών αρχών και του τρόπου λειτουργίας των CMGs, τα οποία αναλύονται στο μεγαλύτερο τμήμα της της εργασίας.

Γενικά, υπάρχει πληθώρα βιβλιογραφίας που πραγματεύεται κάθε πτυχή των διαστημικών οχημάτων όπως την τροχιά τους, τους ελιγμούς, την αντιμετώπιση διαταραχών, τη λίπανση στρεφόμενων μερών, τα υποσυστήματά τους, κ.λπ. Η θεωρία, συμπεριλαμβανομένης της κινηματικής και της δυναμικής απαραμόρφωτου σώματος, θεμελιώνεται σε διάφορα βιβλία όπως είναι αυτό του Hughes [2] ή αυτό του Wie [3] και επικεντρώνονται στον έλεγχο της τροχιάς και του προσανατολισμού των δορυφόρων. Κάποια επίσης σημαντικά συγγράμματα, πιο εξειδικευμένα για μηχανικούς, είναι αυτά των Sidi [4] και Chobotov [5]. Στοιχεία θεωρίας σχετικά με τη μελέτη προσανατολισμού, τις γωνίες Euler, τα Quaternions, τη διαφορική κινηματική, τον προγραμματισμό τροχιάς και τους νόμους ελέγχου συναντά κανείς σε οποιοδήποτε βιβλίο από αυτά που αναφέρθηκαν. Για τη συγγραφή της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκαν περισσότερο το βιβλίο του Hughes και οι σημειώσεις του Ε. Παπαδόπουλου [6]. Πληροφορίες πιο ευρέος φάσματος όσων αφορά τα διαστημικά οχήματα και όλα τα υποσυστήματα από τα οποία αυτά απαρτίζονται, συναντά κανείς στο βιβλίο των Fortescue και Stark [7].

Για την επιλογή νόμου ελέγχου σε ένα μη γραμμικό σύστημα, όπως αυτό που αποτελείται από την κινηματική και δυναμική ενός απαραμόρφωτου σώματος και χρησιμοποιείται στον έλεγχο του προσανατολισμού του, μπορεί κανείς να βρει σημαντικά δεδομένα στον Wie [1, 3, 8] που προτείνει ελεγκτές τύπου PD ή παραλλαγής αυτών. Για συστήματα αδρανειακών επενεργητών όπως είναι τα CMGs και τα RWs προτείνονται επίσης νόμοι ελέγχου Επιφάνειας Ολίσθησης (Sliding Mode ή αλλιώς SMC) από τους Lavant [9], Utkin [10], Wu [11] και D'Ortona, Capello, Satoh [12].

Αναφορικά με την υλοποίηση συστημάτων CMGs, τόσο μαθηματικά όσο και κατασκευαστικά, πολύτιμα στοιχεία συλλέχθηκαν κυρίως από την πολυετή έρευνα του Larras με τις δημοσιεύσεις [13, 14, 15] αλλά και από την έρευνα των [16-21].

Όπως ήδη αναφέρθηκε, ένα βασικό μειονέκτημα των CMGs είναι η εμφάνιση ιδιομορφιών. Το σύστημα των CMGs έχει τη δυνατότητα είτε να αποφύγει τέτοιες καταστάσεις, είτε να ξεφύγει από αυτές σε περίπτωση που δεν τις αποφύγει. Αυτό

επιτυγχάνεται με τη χρήση κάποιων μαθηματικών διαδικασιών που ονομάζονται Νόμοι Οδήγησης. Οι Wu Z. και Wu H [22] παρέχουν μια μαθηματική διατύπωση για την ύπαρξη μη ιδιόμορφων μονοπατιών στο χώρο των γωνιακών θέσεων των αντίζυγων. Απέδειξαν μαθηματικά την ύπαρξη μη-ιδιόμορφων οδηγήσεων για μια πλεονάζουσα διαμόρφωση συστοιχία μονού αντίζυγου CMGs (SGCMGs). Μια πολύ αναλυτική περιγραφή των ιδιομορφιών και των νόμων οδήγησης συναντάται στη διδακτορική διατριβή του Leve [23]. Σημαντικά δεδομένα σχετικά με τους νόμους οδήγησης επίσης συλλέγονται από την έρευνα των Roberts [24], Nakamura [25], Vadali [26] και Schaub, Junkins, Vadali [27].

Η χρήση ενός ισχυρού νόμου οδήγησης δεν είναι ο μόνος τρόπος αποφυγής ιδιομορφιών. Εναλλακτικό τρόπο αποτελεί η χρήση περισσότερων σε πλήθος ή διαφορετικού τύπου CMGs. Η χρήση διπλού αντίζυγου CMGs (DGCMGs) προσδίδει σε κάθε CMG έναν επιπλέον βαθμό ελευθερίας και άρα τη δυνατότητα αποφυγής ιδιομορφιών, αλλά ταυτόχρονα επιβαρύνουν με επιπλέον βάρος και πολυπλοκότητα το σύστημα. Πληροφορίες γι' αυτού του είδους τα CMGs ανακτώνται από τις δημοσιεύσεις των Sasaki, Takahiro, Shimomura, Kanata [28] και Xue-qin, Chen [29]. Γενικά τα DGCMGs είναι αποδοτικά κυρίως για μεγάλου μεγέθους διαστημικά σκάφη. Η χρήση CMGs με δυνατότητα μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας των σφονδύλων (VSCMGs) αποτελεί αποδοτικότερη επιλογή. Το είδος αυτού του τύπου CMGs ερευνάται ευρέως στη βιβλιογραφία σε δημοσιεύσεις όπως αυτές των Yoon, Tsiotras [30], Schaub, Junkins [27, 31, 32] και Zhang, Wang, Feng, Li [33].

Τέλος, συναντώνται στη βιβλιογραφία κάποιες ενδιαφέρουσες ιδέες όπως αυτή των Kojima, Matsuda, Takada [34] που αντί της χρήσης DGSMGs ή VSCMGs χρησιμοποιούν τη μεταβολή της γωνίας κλίσης β στη βάση της πυραμίδας, αλλάζοντας ουσιαστικά τη γεωμετρία της διάταξης και αποφεύγοντας έτσι περιπτώσεις ιδιομορφιών. Παρόμοια είναι επίσης η ιδέα των Papakonstantinou, Lappas, Kostopoulos [35], οι οποίοι για αποφυγή των ιδιομορφιών που συναντώνται σε SGCMGs, δοκίμασαν τη χρήση ενός βηματικού κινητήρα που μπορεί να στρέψει ολόκληρη τη βάση που στηρίζεται η συστοιχία τεσσάρων CMGs περί τον άξονα z. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως ένα τέτοιο σύστημα (το οποίο ονόμασαν Gimbaled CMG ή αλλιώς GCMG) υπερέχει συγκριτικά με ένα αντίστοιχο σύστημα VSCMGs.

1.2 Δομή Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται σε πέντε συνολικά κεφάλαια το περιεχόμενο των οποίων έχει ως εξής.

Στο Κεφάλαιο 1 εισάγεται ο σκοπός και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας και παρατίθεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση, σχετική με το αντικείμενο του ελέγχου προσανατολισμού και τη διεθνή έρευνα πάνω στην υλοποίηση συστημάτων CMGs.

Στο Κεφάλαιο 2 θεμελιώνεται το θεωρητικό υπόβαθρο σχετικά με την κινηματική και δυναμική απαραμόρφωτου σώματος και τις μεθόδους περιγραφής προσανατολισμού (γωνίες Euler, Quaternions). Παρουσιάζονται επίσης τα συστατικά στοιχεία που αποτελούν ένα σύστημα κλειστού βρόχου όπως είναι ο προγραμματισμός τροχιάς, ο υπολογισμός σφάλματος με βάση τα Quaternions και διάφορα είδη νόμων ελέγχου οι οποίοι χρησιμοποιούνται συνηθέστερα σε συστήματα ελέγχου προσανατολισμού. Τέλος, με τη βοήθεια ενός παραδείγματος δείχνεται βήμα-βήμα ο τρόπος με τον οποίον ένας μηχανικός μοντελοποιεί, απλουστευτικά στην αρχή, το υπό μελέτη σύστημα και γίνεται μια σύγκριση

μεταξύ των νόμων ελέγχου (διαφόρων παραλλαγών τύπου PD-PID και Sliding Mode) που συναντώνται στη βιβλιογραφία πάνω στο πρόβλημα του ελέγχου προσανατολισμού.

Στο Κεφάλαιο 3 παρατίθενται αρχικά κάποια στοιχεία σχετικά με τα είδη των δορυφόρων και τα διαφορετικά είδη επενεργητών, δουλειά των οποίων είναι να ελέγχουν τον προσανατολισμό ενός διαστημικού οχήματος. Τέτοια συστήματα είναι οι προωθητήρες, οι μαγνητικοί επενεργητές, οι σφόνδυλοι αντίδρασης, οι σφόνδυλοι αδράνειας και οι γυροσκοπικοί επενεργητές ελέγχου (CMGs). Στη συνέχεια, η εργασία στρέφεται προς τα CMGs και περιγράφονται αναλυτικά οι τύποι τους (SG, DG ή VS CMGs), οι διάφορες διαμορφώσεις τους, η διαθεσιμότητά τους στην αγορά, οι εξισώσεις και οι παραδοχές με τις οποίες μοντελοποιείται μια συστοιχία τεσσάρων SGCMGs σε διάταξη πυραμίδας, τα προβλήματα ιδιομορφιών που εμφανίζουν και οι τρόποι αντιμετώπισής τους μέσω κατάλληλων μαθηματικών αλγορίθμων, των Νόμων Οδήγησης.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η αναλυτική διαδικασία σχεδιασμού ενός συστήματος CMGs, για μια ορισμένη μελέτη περίπτωσης δορυφόρου με συγκεκριμένες προδιαγραφές και περιορισμούς. Εξηγείται σχολαστικά η διαδικασία διαστασιολόγησης και κάθε επιλογή που έγινε αναφορικά με τη μάζα και τη ροπή αδράνειας του σφονδύλου, την απαιτούμενη ροπή εξόδου και την επιλογή των κινητήρων των σφονδύλων και των αντίζυγων. Ακολουθούν οι προσομοιώσεις στο περιβάλλον MATLAB/Simulink/Simscare από τις οποίες εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα και επαληθεύουν τις επιλογές που έγιναν κατά τη διαδικασία διαστασιολόγησης. Τέλος, με το ίδιο σκεπτικό σχεδιάζεται ένα αντίστοιχο σύστημα τεσσάρων RWs σε διάταξη πυραμίδας και τα δύο συστήματα συγκρίνονται σε μία κοινή βάση.

Στο Κεφάλαιο 5 συνοψίζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από το σχεδιασμό του συστήματος των CMGs και τη σύγκριση με αυτό των RWs, και προτείνονται ιδέες για μελλοντική εργασία, η οποία ενδέχεται να ακολουθήσει ως συνέχεια των πορισμάτων που προκύπτουν από την παρούσα διπλωματική.

2. Κινηματική & Δυναμική Ανάλυση και Έλεγχος Προσανατολισμού

Ένας δορυφόρος πρέπει να έχει τη δυνατότητα να στρέφεται προς τη σωστή κατεύθυνση ανάλογα με τις ανάγκες της αποστολής του. Παραδείγματος χάριν, κάποιοι δορυφόροι πρέπει να είναι διαρκώς στραμμένοι προς τη Γη, άλλοι προς τον ήλιο, ενώ άλλοι να μπορούν να κάνουν ταχείς ελιγμούς προκειμένου να στρέφονται προς το αντικείμενο ενδιαφέροντός τους. Σε κάθε περίπτωση δορυφόρου, αλλά και για οποιοδήποτε σώμα γενικότερα, απαιτείται ένας τρόπος περιγραφής του προσανατολισμού του. Αυτό γίνεται μέσω της θεωρίας της κινηματικής ανάλυσης (Rotational Kinematics), η οποία αναλύεται στο παρόν κεφάλαιο. Στη συνέχεια, ορίζονται οι δυναμικές εξισώσεις που περιγράφουν τη δυναμική ενός απαραμόρφωτου σώματος, και τέλος παρουσιάζεται ένα ολοκληρωμένο παράδειγμα που αφορά την υλοποίηση ενός συστήματος κλειστού βρόχου μαζί με όλα τα στοιχεία που το απαρτίζουν και αφορά τον έλεγχο προσανατολισμού ενός κυλινδρικού σώματος.

2.1 Τρόποι Περιγραφής Προσανατολισμού (Rotational Kinematics)

Για την περιγραφή του προσανατολισμού είναι απαραίτητο να υπάρχει ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων αναφοράς $\Sigma\{0\}$ (reference frame). Επίσης στο σώμα ενδιαφέροντος προσαρτάται ένα σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων για το οποίο στη συνέχεια θα γίνεται αναφορά ως $\Sigma\{b\}$. Έχοντας ορίσει αυτά, στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κύριοι τρόποι περιγραφής του προσανατολισμού ενός σώματος με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους με βάση τις πηγές [6, 3]. Προκειμένου να μην υπάρχει σύγχυση με τους συμβολισμούς σημειώνεται πως ένα διάνυσμα \vec{p} θα συμβολίζεται επίσης και ως $\mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z]^T$ που αποτελεί την αναπαράσταση του διανύσματος ως προς τα διανύσματα βάσης $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.

2.1.1 Συνημίτονα Κατεύθυνσης (Direction Cosines)

Θεωρούνται αρχικά ένα $\Sigma\{0\}$ με μοναδιαία διανύσματα βάσης $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ και ένα $\Sigma\{b\}$ με μοναδιαία διανύσματα βάσης $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$. Αν κάθε διάνυσμα \vec{b}_i εκφραστεί ως προς τα \vec{a}_i δηλαδή ως προς το $\Sigma\{0\}$ (reference frame) τότε προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\vec{b}_1 = r_{11}\vec{a}_1 + r_{12}\vec{a}_2 + r_{13}\vec{a}_3 \quad (2-1\alpha)$$

$$\vec{b}_2 = r_{21}\vec{a}_1 + r_{22}\vec{a}_2 + r_{23}\vec{a}_3 \quad (2-1\beta)$$

$$\vec{b}_3 = r_{31}\vec{a}_1 + r_{32}\vec{a}_2 + r_{33}\vec{a}_3 \quad (2-1\gamma)$$

όπου r_{ij} είναι το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζουν τα \vec{b}_i και \vec{a}_j και ονομάζεται συνημίτονο κατεύθυνσης.

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν και με τη μορφή πινάκων όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \\ \vec{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vec{a}_3 \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R}_b \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vec{a}_3 \end{bmatrix} \quad (2-1\delta)$$

όπου ${}^0\mathbf{R}_b$ είναι ο πίνακας περιστροφής που περιέχει τα συνημίτονα κατεύθυνσης και περιγράφει τον προσανατολισμό του ΣΣ {b} ως προς το ΣΣ {0}.

Επομένως, για την περιγραφή του προσανατολισμού ενός σώματος απαιτούνται εννέα (9) αριθμοί, εκ των οποίων σημειώνεται πως οι τρεις μόνο είναι ανεξάρτητοι και άρα δεν περιγράφουν με μοναδικό τρόπο έναν συγκεκριμένο προσανατολισμό. Τα συνημίτονα κατεύθυνσης είναι ο απλούστερος τρόπος περιγραφής μεταξύ των άλλων. Αν και δεν χρησιμοποιείται σε εφαρμογές, η παράθεσή του κρίνεται απαραίτητη για την πλήρη επεξήγηση των μεθόδων που ακολουθούν.

2.1.2 Γωνίες Euler (Euler Angles)

Ένας άλλος τρόπος για την περιγραφή του προσανατολισμού ενός σώματος είναι οι Γωνίες Euler, δηλαδή οι γωνίες περιστροφής του σώματος γύρω από τους διαδοχικούς σωματόδετους άξονές του.

Ανάλογα με τη διαδοχή των περιστροφών που θα επιλεγούν υπάρχουν δώδεκα τριάδες γωνιών Euler. Η πιο συνηθισμένη, και βάσει της οποίας θα γίνει η ανάλυση παρακάτω είναι η διαδοχή Z-Y-X (3-2-1) ή αλλιώς γνωστές ως Roll-Pitch-Yaw. Η περιγραφή αυτή περιλαμβάνει πρώτα μία περιστροφή του ΣΣ {0} γύρω από τον άξονα z κατά γωνία θ_3 που δίνει τελικά το ΣΣ {1}, έπειτα μία περιστροφή του ΣΣ {1} γύρω από τον άξονα y κατά γωνία θ_2 που δίνει το ΣΣ {2} και τέλος μία περιστροφή του ΣΣ {2} γύρω από τον άξονα z κατά γωνία θ_1 που δίνει το ζητούμενο ΣΣ {b}. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται από τις παρακάτω σχέσεις πινάκων:

$$\begin{bmatrix} \vec{a}'_1 \\ \vec{a}'_2 \\ \vec{a}'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & \sin\theta_3 & 0 \\ -\sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vec{a}_3 \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vec{a}_3 \end{bmatrix} \quad (2-3\alpha)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{a}''_1 \\ \vec{a}''_2 \\ \vec{a}''_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & -\sin\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}'_1 \\ \vec{a}'_2 \\ \vec{a}'_3 \end{bmatrix} = {}^1\mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} \vec{a}'_1 \\ \vec{a}'_2 \\ \vec{a}'_3 \end{bmatrix} \quad (2-3\beta)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \\ \vec{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ 0 & -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}''_1 \\ \vec{a}''_2 \\ \vec{a}''_3 \end{bmatrix} = {}^2\mathbf{R}_b \begin{bmatrix} \vec{a}''_1 \\ \vec{a}''_2 \\ \vec{a}''_3 \end{bmatrix} \quad (2-3\gamma)$$

όπου σημειώνεται πως τα ΣΣ {1} και ΣΣ {2} είναι ενδιάμεσα συστήματα συντεταγμένων της διαδικασίας των τριών διαδοχικών περιστροφών. Οι τρεις γωνίες θ_1 , θ_2 και θ_3 ονομάζονται γωνίες Euler.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις σε μία, προκύπτει ο πίνακας περιστροφής 0R_b που περιγράφει τον προσανατολισμό του ΣΣ {b} ως προς το ΣΣ {0}, και φαίνεται στην επόμενη εξίσωση:

$${}^0R_b = R_z(\theta_3)R_y(\theta_2)R_x(\theta_1) = \begin{bmatrix} c_2c_3 & c_2s_3 & -s_2 \\ s_1s_2c_3 - c_1s_3 & s_1s_2s_3 + c_1c_3 & s_1c_2 \\ c_1s_2c_3 + s_1s_3 & c_1s_2s_3 - s_1c_3 & c_1c_2 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

όπου $c_i = \cos\theta_i$ και $s_i = \sin\theta_i$.

Η (2-4) συνδέει τα συνημίτονα κατεύθυνσης με τις γωνίες Euler. Οι γωνίες Euler πλεονεκτούν ως προς τα συνημίτονα κατεύθυνσης αφού χρησιμοποιούν μόνο ένα σετ τριών αριθμών, όσους δηλαδή και οι βαθμοί ελευθερίας στον έλεγχο προσανατολισμού. Παρ' όλα αυτά όμως δεν υπάρχει μοναδικό σετ που να περιγράφει έναν συγκεκριμένο προσανατολισμό. Επιπλέον, παρουσιάζουν ιδιομορφίες (singularities) σε ορισμένες περιπτώσεις. Για τη συγκεκριμένη αλληλουχία ZYX, η ιδιομορφία εμφανίζεται όταν $\theta_2 = 90^\circ$.

2.1.3 Ζεύγος Ισοδύναμης Γωνίας – Άξονα Περιστροφής (Axis–Angle)

Στην περίπτωση αυτή, ο προσανατολισμός {b} του σωματόδετου ΣΣ προκύπτει από μια περιστροφή γωνίας θ του ΣΣ {0} γύρω από κάποιον άξονα κατά την κατεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος $\hat{e} = [e_x \ e_y \ e_z]^T$.

Άρα, αν γνωρίζουμε τη γωνία και τον άξονα περιστροφής, τότε ο αντίστοιχος πίνακας περιστροφής αποδεικνύεται πως δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$${}^0R_b(\theta) = I_3 \cos\theta + \hat{e}\hat{e}^T(1 - \cos\theta) + \hat{e}^\times \sin\theta \quad (2-5)$$

όπου I_3 ο μοναδιαίος πίνακας 3×3, ενώ για το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{e} = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ με τον συμβολισμό \hat{e}^\times ορίζεται ο τελεστής του εξωτερικού γινομένου (cross product operator), δηλαδή ο αντί-συμμετρικός πίνακας (skew symmetric) του διανύσματος \hat{e} με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\hat{e}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -e_z & e_y \\ e_z & 0 & -e_x \\ -e_y & e_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

Με αυτόν τον τρόπο περιγραφής, παρατηρείται πως απαιτούνται τέσσερις αριθμοί για να ορισθούν τα \hat{e} και θ όμως μόνο τρεις από αυτούς μπορεί να είναι ανεξάρτητοι, και επομένως πρέπει να υπάρχει κάποιος περιορισμός. Αυτός θα προκύψει από το γεγονός πως το μέτρο του μοναδιαίου διανύσματος \hat{e} πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή:

$$e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 = 1 \quad (2-7)$$

Η περιγραφή αυτή πλεονεκτεί συγκριτικά με τις προηγούμενες, ωστόσο δεν είναι η συχνότερα χρησιμοποιούμενη, αλλά αποτελεί τη βάση για την κατανόηση της επόμενης (Euler Parameters). Πάντως σημειώνεται ότι προκύπτουν ιδιομορφίες για τιμές της γωνίας θ που είναι άρτιο πολλαπλάσιο των 180° .

2.1.4 Παράμετροι Euler (Euler Parameters) ή Unit Quaternions

Οι παράμετροι Euler είναι ο συνηθέστερα χρησιμοποιούμενος τρόπος περιγραφής προσανατολισμού, και ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία επειδή παρουσιάζει τις λιγότερες ιδιομορφίες.

Ορίζονται ως ένα διάνυσμα $\boldsymbol{\varepsilon}$ και μία παράμετρο η ως εξής:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \hat{\boldsymbol{e}} \sin(\theta/2), \quad \eta = \cos(\theta/2) \quad (2-8)$$

όπου $\hat{\boldsymbol{e}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα του άξονα περιστροφής και θ γωνία γύρω από αυτόν όπως ορίστηκαν παραπάνω.

Γνωρίζοντας τις παραμέτρους Euler τότε ο πίνακας περιστροφής 0R_b δίνεται από την εξίσωση:

$${}^0R_b = (2\eta^2 - 1)\mathbf{I}_3 + 2\eta\boldsymbol{\varepsilon}^\times + 2\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T \quad (2-9)$$

Το διάνυσμα στήλης $(\boldsymbol{\varepsilon}^T, \eta)^T = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \ \eta]^T$ ονομάζεται μοναδιαίο quaternion, και όπως και στην προηγούμενη περιγραφή υπάρχει και εδώ ένας περιορισμός:

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \eta^2 = 1 \quad (2-10)$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως οι παράμετροι Euler θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την περιγραφή του προσανατολισμού του σώματος/δορυφόρου καθώς πλεονεκτεί των υπολοίπων παρουσιάζοντας τις λιγότερες ιδιομορφίες.

2.2 Κινηματικές Διαφορικές Εξισώσεις

Στο προηγούμενο υποκεφάλαιο αναλύθηκαν οι τρόποι περιγραφής του προσανατολισμού ενός σώματος και αποφασίστηκε η χρήση των παραμέτρων Euler. Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα εξεταστεί η σχετική θέση μεταξύ δύο ΣΣ, που όμως τώρα εξαρτώνται από το χρόνο, και η οποία περιγράφεται από τις Κινηματικές Διαφορικές Εξισώσεις (Kinematic Differential Equations) με χρήση των παραμέτρων Euler [3].

Θεωρούνται αρχικά τα ΣΣ {0} και ΣΣ {b} τα οποία ορίστηκαν και χρησιμοποιήθηκαν στο Υποκεφάλαιο 2.1, μεταξύ των οποίων υπάρχει σχετική κίνηση. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας του ΣΣ {b} ως προς το ΣΣ {0} συμβολίζεται με $\vec{\omega}$, και γράφεται ως:

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{b}_1 + \omega_2 \vec{b}_2 + \omega_3 \vec{b}_3 \quad (2-11)$$

όπου το $\vec{\omega}$ είναι συνάρτηση του χρόνου, και παρακάτω γίνεται αναφορά και ως $\boldsymbol{\omega}$.

Παραγωγίζοντας την εξίσωση (2-2) αποδεικνύεται εύκολα [3] ότι προκύπτει η εξίσωση:

$${}^0\dot{R}_b + \boldsymbol{\Omega}^0 R_b = 0 \quad (2-12)$$

όπου ο συμβολισμός ${}^0\dot{\mathbf{R}}_b$ υποδεικνύει τη χρονική παράγωγο του πίνακα περιστροφής, και το $\boldsymbol{\Omega}$ είναι μία συντομογραφία του $\boldsymbol{\omega}^\times$. Εν συνεχεία, από την εξίσωση (2-9) και (2-12) αποδεικνύεται [3] πως ισχύουν οι ακόλουθες τρεις εξισώσεις:

$$\omega_1 = 2(\dot{\varepsilon}_1\eta + \dot{\varepsilon}_2\varepsilon_3 - \dot{\varepsilon}_3\varepsilon_2 - \dot{\eta}\varepsilon_1) \quad (2-13\alpha)$$

$$\omega_2 = 2(\dot{\varepsilon}_2\eta + \dot{\varepsilon}_3\varepsilon_1 - \dot{\varepsilon}_1\varepsilon_3 - \dot{\eta}\varepsilon_2) \quad (2-13\beta)$$

$$\omega_3 = 2(\dot{\varepsilon}_3\eta + \dot{\varepsilon}_1\varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_2\varepsilon_1 - \dot{\eta}\varepsilon_3) \quad (2-13\gamma)$$

Επίσης παραγωγίζοντας την (2-10) προκύπτει:

$$0 = 2(\dot{\varepsilon}_1\varepsilon_1 + \dot{\varepsilon}_2\varepsilon_2 + \dot{\varepsilon}_3\varepsilon_3 + \dot{\eta}\eta) \quad (2-14)$$

Συνδυάζοντας τις τέσσερις τελευταίες εξισώσεις σε μορφή πινάκων προκύπτει τελικά:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \eta & \varepsilon_3 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_3 & \eta & \varepsilon_1 & -\varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 & -\varepsilon_1 & \eta & -\varepsilon_3 \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

Με αντιστροφή του μητρώου 4x4 προκύπτουν οι Κινηματικές Διαφορικές εξισώσεις για τις παραμέτρους Euler:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \eta \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 & \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 & \eta & -\varepsilon_1 & \varepsilon_2 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \eta & \varepsilon_3 \\ -\varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_3 & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

και οι οποίες αποδεικνύεται πως μπορούν να γραφούν επίσης ως:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \eta \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

Οι κινηματικές διαφορικές εξισώσεις (2-16), μπορούν να διατυπωθούν και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^\times\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2-18\alpha)$$

$$\dot{\eta} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^T\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2-18\beta)$$

Στις εξισώσεις αυτές πρόκειται να γίνεται συχνή αναφορά στη συνέχεια της εργασίας.

2.3 Δυναμική Ανάλυση Απαραμόρφωτου Σώματος (Rigid Body Dynamics)

Σε πολλές εφαρμογές αεροδιαστημικής, η δυναμική ανάλυση του σώματος ενδιαφέροντος συνηθίζεται να γίνεται χρησιμοποιώντας ένα «Απαραμόρφωτο Σώμα» (Rigid Body) αναλόγων διαστάσεων, μάζας και ροπής αδράνειας. Αυτό είναι φυσικά το απλούστερο μοντέλο που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη δυναμική ανάλυση ενός παραδείγματος χάριν δορυφόρου, καθώς δεν λαμβάνει υπ' όψιν του μικρές παραμορφώσεις, ανομοιομορφίες και απώλειες ενέργειας. Πάντως ένας έμπειρος μηχανικός στην αρχή κυρίως της έρευνάς του μπορεί με χρήση ενός τέτοιου μοντέλου να εξάγει πολύ χρήσιμα συμπεράσματα [2].

Στη συνέχεια θα εξαχθούν οι εξισώσεις Lagrange-Euler για το απαραμόρφωτο σώμα. Ξεκινώντας από την αρχή διατήρησης της στροφορμής που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\vec{M} = \dot{\vec{H}} \quad (2-19)$$

όπου $\dot{\vec{H}}$ είναι το διάνυσμα της στροφορμής του σώματος και \vec{M} το διάνυσμα των εξωτερικών ροπών που δρουν στο σώμα ως προς το κέντρο μάζας του. Για τα ΣΣ {0} και ΣΣ {b} που έχουν ορισθεί (το ΣΣ {0} είναι το ΣΣ αναφοράς και το ΣΣ {b} είναι το σωματόδετο), ισχύει ότι:

$$\dot{\vec{H}} = \left\{ \frac{d\vec{H}}{dt} \right\}_0 = \left\{ \frac{d\vec{H}}{dt} \right\}_b + \vec{\omega} \times \vec{H} \quad (2-20)$$

όπου $\vec{H} = \mathbf{J} \cdot \vec{\omega}$ και \mathbf{J} ο 3x3 πίνακας ροπών αδράνειας που ορίζεται ως:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

Με χρήση των παραπάνω σχέσεων και κάποιες παραδοχές αποδεικνύεται [3] πως προκύπτουν οι Lagrange-Euler εξισώσεις για το απαραμόρφωτο σώμα:

$$\mathbf{J}\dot{\omega} + \omega \times \mathbf{J}\omega = \mathbf{M} \quad (2-22)$$

στην οποία αν θεωρηθεί ότι το ΣΣ {b} ταυτίζεται με το κύριο ΣΣ (principal-axis frame), τότε η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί ως:

$$J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 = M_1 \quad (2-23\alpha)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 = M_2 \quad (2-23\beta)$$

$$J_3 \dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 = M_3 \quad (2-23\gamma)$$

όπου J_1, J_2 και J_3 οι κύριες ροπές αδράνειας (J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}) και M_i, ω_i οι αντίστοιχες ροπές και γωνιακές ταχύτητες ως προς τους κύριους άξονες αυτού του ΣΣ {b}.

Οι δυναμικές εξισώσεις που εξήχθησαν, είναι τρεις συζευγμένες (coupled), μη-γραμμικές (non-linear), συνήθεις διαφορικές εξισώσεις (ode) για τις μεταβλητές κατάστασης ω_i , οι οποίες περιγράφουν την στροφική κίνηση ενός απαραμόρφωτου σώματος με τρεις περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας.

2.4 Έλεγχος Προσανατολισμού Απαραμόρφωτου Κυλινδρικού Σώματος

Στο κεφάλαιο αυτό πρόκειται να παρουσιαστεί μια εφαρμογή της θεωρίας που αναλύθηκε στα προηγούμενα για τον έλεγχο προσανατολισμού ενός απαραμόρφωτου σώματος γνωστών διαστάσεων, το οποίο πρακτικά είναι ένα απλοποιημένο μοντέλο ενός μικρο-δορυφόρου, και το οποίο αποτελεί το κυρίως κομμάτι της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Εκτός από τις εξισώσεις της κινηματικής και δυναμικής, αναλύονται και κάποια επιπλέον απαραίτητα στοιχεία για την επίτευξη ελέγχου του προσανατολισμού του μοντέλου όπως ο προγραμματισμός της ζητούμενης τροχιάς (trajectory planning) και η επιλογή κατάλληλου ελεγκτή (controller). Αυτά πραγματοποιούνται και με τη βοήθεια του λογισμικού MATLAB/Simulink.

Για τις ανάγκες του παραδείγματος θεωρείται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο σώμα μάζας $m = 80 \text{ Kg}$, διαστάσεων $0.4 \times 0.4 \times 0.5 \text{ m}$ και άρα οι ροπές αδράνειας υπολογίζονται ως:

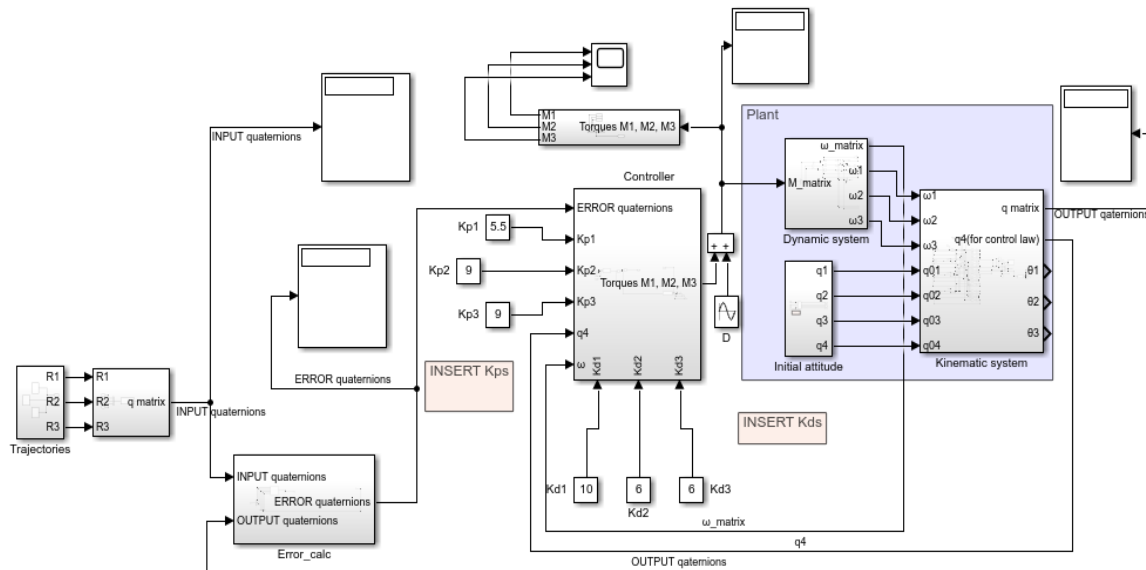
$$J_{zz} = \frac{1}{12} m(x^2 + y^2) = 2.13 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{yy} = \frac{1}{12} m(x^2 + z^2) = 2.73 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{xx} = \frac{1}{12} m(y^2 + z^2) = 2.73 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Για να υπάρχει ευστάθεια στην τροχιά του μοντέλου του δορυφόρου [3] θεωρείται ότι $J_{zz} = J_{Yaw} = J_3$, $J_{xx} = J_{Roll} = J_2$ και $J_{yy} = J_{Pitch} = J_1$.

Για την επίτευξη του ελέγχου προσανατολισμού κατασκευάζεται ένα σύστημα κλειστού βρόχου (Εικόνα 2-1), κύρια στοιχεία του οποίου είναι η Είσοδος (Desired value) που καθορίζει το επιθυμητό αποτέλεσμα (Output), ο Ελεγκτής (Controller) ή αλλιώς ο Νόμος Ελέγχου (Control Law), η Εγκατάσταση (Plant) και η Ανάδραση (Feedback) με την οποία κλείνει ο βρόχος. Προκειμένου το σύστημα να ανταποκρίνεται περισσότερο στις πραγματικές συνθήκες, συνήθως προστίθενται και κάποιες Διαταραχές (Disturbances) μεταξύ ελεγκτή και εγκατάστασης.



Εικόνα 2-1. Σύστημα κλειστού βρόχου (Simulink).

2.4.1 Μοντελοποίηση Δυναμικών-Κινηματικών Εξισώσεων - Εγκατάσταση

Η εγκατάσταση της συγκεκριμένης εφαρμογής θα αποτελείται από τα μοντέλα των κινηματικών (2-17) και δυναμικών (2-23) διαφορικών εξισώσεων οι οποίες συνοψίζονται αντίστοιχα ως εξής:

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{1}{2} (\epsilon_2 \omega_3 - \epsilon_3 \omega_2 + \eta \omega_1) \quad (2-17\alpha)$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{1}{2} (-\epsilon_1 \omega_3 + \epsilon_3 \omega_1 + \eta \omega_2) \quad (2-17\beta)$$

$$\dot{\epsilon}_3 = \frac{1}{2} (\epsilon_1 \omega_2 - \epsilon_2 \omega_1 + \eta \omega_3) \quad (2-17\gamma)$$

$$\dot{\eta} = \frac{1}{2} (-\epsilon_1 \omega_1 - \epsilon_2 \omega_2 - \epsilon_3 \omega_3) \quad (2-17\delta)$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{M_1}{J_1} + \frac{(J_2 - J_3)\omega_2\omega_3}{J_1} \quad (2-23\alpha)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{M_2}{J_2} + \frac{(J_3 - J_1)\omega_3\omega_1}{J_2} \quad (2-23\beta)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{M_3}{J_3} + \frac{(J_1 - J_2)\omega_1\omega_2}{J_3} \quad (2-23\gamma)$$

Οι εξισώσεις (2-17) αποτελούν τις εξισώσεις που προέκυψαν από την κινηματική ανάλυση για την περιγραφή του προσανατολισμού του σώματος με τη βοήθεια των παραμέτρων Euler και οι (2-23) είναι οι εξισώσεις Lagrange-Euler για το απαραμορφωτο σώμα. Οι επτά αυτές εξισώσεις αποτελούν ένα μη γραμμικό σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων που αποτελούν την εγκατάσταση (Plant) του συστήματος κλειστού βρόχου.

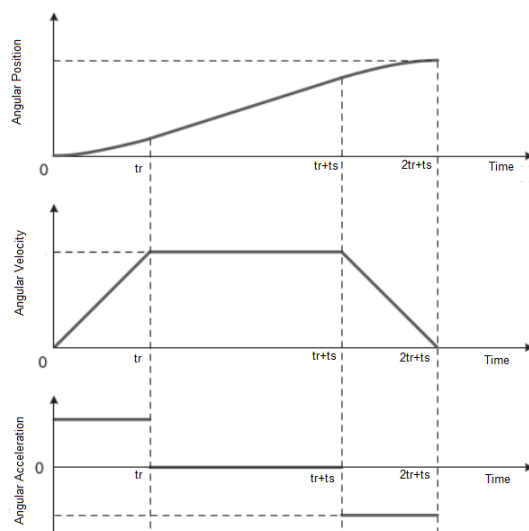
2.4.2 Είσοδος – Σχεδιασμός Τροχιάς (Trajectory Planning)

Η εντολή στο σύστημα κλειστού βρόχου καθορίζει το επιθυμητό αποτέλεσμα ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου. Μπορεί να είναι μοναδιαία βηματική, παραβολική, αναρρίχησης ή άλλης συγκεκριμένης μορφής. Σε πολλές εφαρμογές, όπως και στην παρούσα περίπτωση, πρέπει να σχεδιαστεί όλη η εξέλιξη του ζητούμενου αποτελέσματος, πρέπει δηλαδή να γίνει σχεδιασμός τροχιάς (trajectory planning).

Σχεδιασμός τροχιάς επομένως, είναι η ανεύρεση κυματομορφών (δηλαδή συναρτήσεων του χρόνου), οι οποίες θα ορίζουν την εξέλιξη των μεταβλητών που περιγράφουν την κινηματική του σώματος ενδιαφέροντος (στην προκειμένη περίπτωση του προσανατολισμού του μοντέλου). Οι κυματομορφές αυτές μπορεί να είναι είτε απλά πολυώνυμα 3^{ου} βαθμού, είτε πολυώνυμα 3^{ου} βαθμού με ενδιάμεσα σημεία, είτε γραμμικές συναρτήσεις με παραβολικά τμήματα [6]. Από τους τρόπους αυτούς επιλέγεται να γίνει χρήση του τελευταίου, οι λεπτομέρειες του οποίου παρατίθενται στη συνέχεια.

Πρέπει λοιπόν να βρεθούν οι συναρτήσεις $\theta_d(t)$, $\dot{\theta}_d(t)$, $\ddot{\theta}_d(t)$ όπου $\theta_d(t)$ η επιθυμητή (desired) εξέλιξη του προσανατολισμού του μοντέλου με βάση την μέθοδο περιγραφής του προσανατολισμού που έχει επιλεγεί. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέγεται η χρήση των παραμέτρων Euler για την περιγραφή του προσανατολισμού, λόγω του ότι έχει τις λιγότερες ιδιομορφίες. Ωστόσο, επειδή δεν έχουν κάποια εύκολα αντιληπτή φυσική σημασία, αποφασίζεται η επιθυμητή τροχιά να δίνεται μέσω των γωνιών Euler, και αμέσως να γίνεται η μετατροπή τους σε παραμέτρους Euler για την είσοδο στο σύστημα κλειστού βρόχου με χρήση των εξισώσεων (2-2), (2-4) και (2-9). Έτσι ο έλεγχος θα γίνεται με βάση τις παραμέτρους Euler που παρουσιάζουν τις λιγότερες ιδιομορφίες. Άρα απαιτείται να βρεθούν οι συναρτήσεις $\theta_d(t)$, $\dot{\theta}_d(t)$, $\ddot{\theta}_d(t)$ για τις τρεις γωνίες Euler.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, θα χρησιμοποιηθούν γραμμικές συναρτήσεις με παραβολικά τμήματα, και συγκεκριμένα τραπεζοειδές προφίλ ταχύτητας $\dot{\theta}_d(t)$ η μορφή του οποίου φαίνεται και στην Εικόνα 2-2.



Εικόνα 2-2. Τυπική τροχιά με γραμμικά και παραβολικά τμήματα (τραπεζοειδές προφίλ ταχύτητας).

Αρχικά για τις ανάγκες της εφαρμογής θα πρέπει να γίνουν κάποιες υποθέσεις εργασίας, όπως για παράδειγμα ότι η μέγιστη ροπή που μπορεί να αποδοθεί είναι $M_{i,max} = 100 \text{ mNm}$, ότι το μέγιστο χρονικό διάστημα που θα μπορεί να διαρκέσει το 1^ο και το 3^ο τμήμα της επιθυμητής τροχιάς είναι $t_{max} = 8 \text{ s}$ καθώς και ότι το επιταχυνόμενο και

επιβραδυνόμενο τμήμα θα διαρκούν τον ίδιο χρόνο και έχουν το ίδιο μέτρο επιτάχυνσης/επιβράδυνσης.

Με βάση τη μέγιστη ροπή που θα μπορεί να δώσει το σύστημα επενέργειας (υποτέθηκε 100 mNm) θα υπολογιστούν οι μέγιστες επιταχύνσεις σε κάθε άξονα. Για τις υποτιθέμενες διαστάσεις και μάζα βρέθηκε ότι $J_{zz} = 2.13 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{yy} = 2.73 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ και $J_{xx} = 2.73 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, άρα:

$$M_{z,max} = J_{zz}\ddot{\theta}_{z,max} \rightarrow \ddot{\theta}_{z,max} = 0.046 \text{ rad/s}$$

$$M_{y,max} = J_{yy}\ddot{\theta}_{y,max} \rightarrow \ddot{\theta}_{y,max} = 0.036 \text{ rad/s}$$

$$M_{x,max} = J_{xx}\ddot{\theta}_{x,max} \rightarrow \ddot{\theta}_{x,max} = 0.036 \text{ rad/s}$$

Στη συνέχεια πρέπει να αποφασιστούν οι επιταχύνσεις $\ddot{\theta}_d$ που θα χρησιμοποιηθούν για τα επιταχυνόμενα και επιβραδυνόμενα τμήματα, έτσι ώστε όταν θα γίνει η επιλογή των κερδών στον ελεγκτή να μην απαιτείται μεγαλύτερη ροπή από αυτήν που είναι διαθέσιμη από το σύστημα επενέργειας και ταυτόχρονα τα κέρδη να μπορούν να είναι αρκετά υψηλά έτσι ώστε να επιτυγχάνεται καλή παρακολούθηση τροχιάς. Αποφασίζεται στο σημείο αυτό οι μέγιστες επιταχύνσεις $\ddot{\theta}_d$ να είναι περίπου το 50% αυτών που υπολογίστηκαν, και μάλιστα να είναι ίσες μεταξύ τους. Επιλέγεται:

$$\ddot{\theta}_z = 0.02 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{\theta}_y = 0.02 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{\theta}_x = 0.02 \text{ rad/s}^2$$

Τέλος γίνεται η υπόθεση ότι κάθε ένα από τα τρία τμήματα (δύο παραβολικά και ένα γραμμικό) της επιθυμητής τροχιάς $\theta_d(t)$ θα πρέπει να ισούται με το 1/3 της συνολικής στροφικής μετατόπισης ως προς κάθε άξονα. Συνοψίζοντας τα παραπάνω, ισχύει ότι:

$$t_r = \sqrt{\frac{2|\theta_{d,ss} - \theta_0|}{3\ddot{\theta}_d}} \quad \text{αν } t_r \leq 8 \text{ s}, \quad \text{αλλιώς } t_r = 8 \text{ s}$$

και ότι:

$$t_s = \frac{|\theta_{d,ss} - \theta_0|}{\dot{\theta}_d} - t_r$$

όπου t_r ο χρόνος επιτάχυνσης/επιβράδυνσης, t_s ο χρόνος του γραμμικού τμήματος της τροχιάς $\theta_d(t)$, $\theta_{d,ss}$ η τελική (steady state) γωνία του προσανατολισμού του μοντέλου κατά τον κάθε άξονα και θ_0 η γωνιακή θέση του αρχικού προσανατολισμού του ως προς τον αντίστοιχο άξονα.

Επομένως η επιθυμητή τροχιά θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\theta_d(t) = \begin{cases} \theta_0 + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_d t^2 & \text{όταν } t \leq t_r \\ \theta_d(t_r) + \dot{\theta}_d(t - t_r) & \text{όταν } t_r < t \leq t_r + t_s \\ \theta_d(t_r + t_s) - \frac{1}{2}\ddot{\theta}_d(t - t_r - t_s)^2 & \text{όταν } t_r + t_s < t \leq 2t_r + t_s \end{cases} \quad (2-24)$$

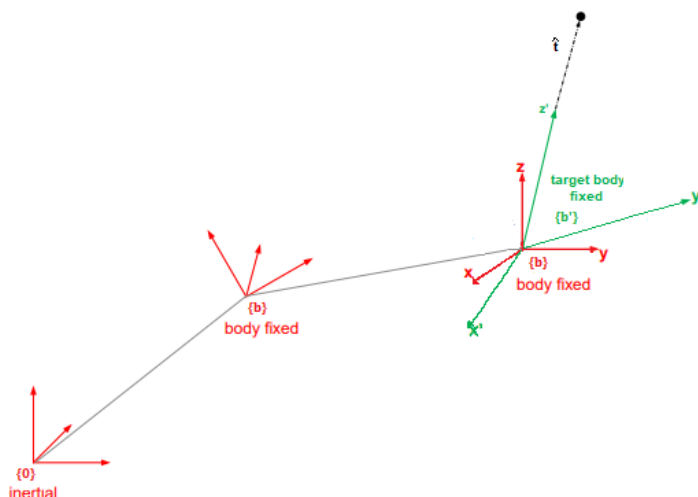
Στα παραπάνω, προστίθεται και η συνθήκη:

$$\theta_d(t) = \theta_{d,ss} = \theta_d(2t_r + t_s) \quad \text{όταν } t \geq 2t_r + t_s \quad (2-25)$$

2.4.3 Εξαγωγή Επιθυμητών Γωνιών Euler από Διάνυσμα Στόχο (Pointing)

Αν υποθεθεί πως το ελεγχόμενο σώμα (δορυφόρος) διαθέτει κάποια κεραία ή κάποια τηλεσκοπική κάμερα που περιγράφεται από το διάνυσμα κατεύθυνσης \hat{p} , την οποία πρέπει να στρέψει προς συγκεκριμένο στόχο, τότε από την κεραία/κάμερα μέχρι το σημείο στόχου ορίζεται ένα διάνυσμα κατεύθυνσης. Το διάνυσμα αυτό ονομάζεται διάνυσμα στόχος (target vector), και η κατεύθυνση της κεραίας ή της κάμερας πρέπει να ταυτιστεί μαζί του σε δεδομένο χρόνο.

Πρώτα θα πρέπει να οριστούν κάποια $\Sigma\Sigma$ τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην κατωτέρω ανάλυση. Θα γίνει χρήση των συμβόλων όπως στα προηγούμενα, όπου το $\Sigma\Sigma$ αναφοράς θα συμβολίζεται $\Sigma\Sigma\{0\}$ και το σωματόδετο $\Sigma\Sigma$ ως $\Sigma\Sigma\{b\}$. Ο απαραίτητος μετασχηματισμός που πρέπει να γίνει, έτσι ώστε να εξαχθεί το ζητούμενο σετ γωνιών Euler, γνωρίζοντας το μοναδιαίο διάνυσμα στόχου \hat{t} , φαίνεται στην Εικόνα 2-3.



Εικόνα 2-3. Απεικόνιση μετασχηματισμών για περιγραφή του διανύσματος στόχου.

Με βάση αυτό, το σωματόδετο $\Sigma\Sigma\{b'\}$ ταυτίζεται με το διάνυσμα στόχου όταν:

$$R_z(\theta_3)R_y(\theta_2)R_x(\theta_1)\hat{p} = \hat{t} \quad (2-26)$$

Αν επίσης υποθεθεί πως η κεραία ή κάμερα βρίσκεται πάνω στον άξονα z του $\Sigma\Sigma\{b\}$, δηλαδή ότι $\hat{p} = \hat{z}_0$ τότε μπορεί να γραφτεί ότι:

$$\mathbf{R}_z(\theta_3)\mathbf{R}_y(\theta_2)\mathbf{R}_x(\theta_1)\hat{z} = {}^0\mathbf{R}_b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \hat{t} \quad (2-27)$$

Από τη σύνθεση των περιστροφών της αλληλουχίας ZYX η εξίσωση (2-27) τελικά δίνει:

$$\begin{bmatrix} c_2c_3 & c_2s_3 & -s_2 \\ s_1s_2c_3 - c_1s_3 & s_1s_2s_3 + c_1c_3 & s_1c_2 \\ c_1s_2c_3 + s_1s_3 & c_1s_2s_3 - s_1c_3 & c_1c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \\ \hat{t}_z \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

Ή απλούστερα:

$$\begin{bmatrix} -\sin(\theta_2) \\ \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) \\ \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \\ \hat{t}_z \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

Με γνωστές τις συντεταγμένες του διανύσματος στόχου, από την επίλυση του τριγωνομετρικού συστήματος εξαγονται οι επιθυμητές γωνίες Euler.

Στα παραπάνω, έγινε η υπόθεση πως η κεραία ή κάμερα που πρέπει να στραφεί προς συγκεκριμένο προσανατολισμό βρίσκεται στον διαμήκη άξονα z του σωματόδετου $\Sigma\{b\}$ και γι' αυτό το σύστημα (2-29) είναι αποζευγμένο από την θ_3 και άρα η επίλυση του συστήματος δίνει παραπάνω από μια λύση ανάλογα με το τεταρτημόριο στο οποίο ανήκει κάθε φορά η θ_2 . Στην περίπτωση που το διάνυσμα \hat{p} είναι οποιοδήποτε άλλο, η διαδικασία που ακολουθείται είναι ακριβώς η ίδια, εκκινώντας πάλι από την εξίσωση (2-26).

2.4.4 Ελεγκτής (Controller) ή Νόμος Ελέγχου (Control Law)

Για τον έλεγχο της εγκατάστασης θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί κατάλληλος νόμος ελέγχου που θα ζητά από το σύστημα επενέργησης τις ροπές \mathbf{M} ή αλλιώς είσοδο \mathbf{u} , έτσι ώστε να επιτευχθεί γρήγορη και ευσταθής απόκριση του συστήματος. Για την συγκεκριμένη εφαρμογή θα εξεταστούν διαφορετικοί νόμοι ελέγχου που συναντώνται στη βιβλιογραφία για το κομμάτι του ελέγχου προσανατολισμού, με σκοπό τη σύγκρισή τους και τελικά την επιλογή του καλύτερου εξ' αυτών.

Νόμοι Ελέγχου τύπου PD - PID

Οι ελεγκτές αυτού τύπου PD - PID αποτελούνται από δύο ή αντίστοιχα τρία επιμέρους τμήματα ελέγχου.

Το αναλογικό "P" (Proportional) μέρος παράγει έλεγχο ανάλογο της θέσης μέσω κάποιου κέρδους K_p . Αυξάνοντας το κέρδος αυτό, το αποτέλεσμα είναι ταχύτερη απόκριση και άρα καλύτερη παρακολούθηση της προγραμματισμένης ζητούμενης τροχιάς, όμως ταυτόχρονα αυξάνεται η υπερακόντιση (overshoot) και ο χρόνος αποκατάστασης. Επιλέγοντας πολύ μεγάλη τιμή του κέρδους αυτού σε ορισμένες εφαρμογές, όπως στον έλεγχο προσανατολισμού, το σύστημα γίνεται ασταθές.

Το ολοκληρωτικό "I" (Integral) μέρος, παράγει έλεγχο ανάλογο του ιστορικού του σφάλματος με το πέρασμα του χρόνου, μέσω του κέρδους K_I . Σε συνδυασμό με το αναλογικό "P" μέρος αυξάνει την ταχύτητα απόκρισης, ενώ το σημαντικότερο χαρακτηριστικό

του είναι ότι ελαχιστοποιεί το τελικό σφάλμα (steady-state error). Το αρνητικό του τμήματος αυτού είναι ότι αυξάνει τόσο την υπερακόντιση όσο και τον χρόνο αποκατάστασης.

Το διαφορικό “D” (Derivative) μέρος, παράγει έλεγχο ανάλογο της παραγώγου της θέσης (δηλαδή της ταχύτητας), μέσω ενός κέρδους K_d και προσθέτει απόσβεση στο σύστημα, καθυστερώντας έτσι την απόκριση. Βασική λειτουργία του είναι να μειώσει την υπερακόντιση και τον τελικό χρόνο αποκατάστασης, αποτελέσματα υψηλών τιμών των κερδών K_p και K_d . Το κύριο μειονέκτημά του είναι ότι λόγω της διαφορίσης ενισχύει το θόρυβο. Ωστόσο το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί αν για τη μέτρηση της ταχύτητας δεν γίνεται προσεγγιστική διαφορίση, αλλά αντί αυτού μετράται απευθείας μέσω αισθητήρων. Θόρυβος υπάρχει και πάλι, όμως με χρήση κατάλληλων φίλτρων το πρόβλημα είναι αμελητέο.

Με κατάλληλη επιλογή κερδών, οι ελεγκτές αυτού του είδους δύνανται να παρέχουν ικανοποιητική, αλλά όχι βέλτιστη απόδοση. Φυσικά στη θεωρία όσο οι τιμές των κερδών αυξάνονται με κατάλληλη βαθμονόμηση, αντίστοιχα βελτιώνεται και η απόδοση του ελεγκτή. Εντούτοις στην πράξη υπάρχουν περιορισμοί για το πόσο μπορούν να αυξηθούν και εξαρτάται από το ρεύμα που πρέπει να διατεθεί σε ενισχυτές και ηλεκτρονικά για να υλοποιηθούν τα κέρδη αυτά. Οι ελεγκτές αυτού του είδους, γενικά μπορούν και λειτουργούν αποτελεσματικά σε συστήματα με άγνωστη η περίπλοκη δυναμική. Γι’ αυτό το λόγο, οι περισσότερες βιομηχανικές εφαρμογές χρησιμοποιούν PID ή παραλλαγές PID ελεγκτών.

Αρχικά εξετάζεται ο έλεγχος τύπου PD ο οποίος όπως ειπώθηκε παραπάνω, προϋποθέτει ανάδραση θέσης και ταχύτητας, ή ανάδραση θέσης και υπολογισμό ταχύτητας από τη θέση, μέσω προσεγγιστικής διαφορίσης. Στην παρούσα εργασία λόγω της χρήσης του Simscape η ταχύτητα μετράται απευθείας με χρήση του αισθητήριου block “Transform Sensor”.

Με χρήση του παρακάτω ελεγκτή, η παρακολούθηση της τροχιάς προβλέπεται να είναι υποδεέστερη συγκριτικά με άλλους νόμους ελέγχου, όμως επιλέγεται να παρατεθούν όλοι οι συνήθεις νόμοι ελέγχου που χρησιμοποιούνται στον έλεγχο προσανατολισμού για λόγους πληρότητας στη σύγκριση αυτών. Αυτός λοιπόν θα έχει τη μορφή [3]:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_p \boldsymbol{\varepsilon}_e + \mathbf{K}_d \boldsymbol{\omega}_e \quad (2-30)$$

όπου $\boldsymbol{\omega}_e = [\omega_{1e} \ \omega_{2e} \ \omega_{3e}]^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_e = [\varepsilon_{1e} \ \varepsilon_{2e} \ \varepsilon_{3e}]^T$, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$, και τα σφάλματα $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ μεταξύ υπολογιζόμενου και επιθυμητού προσανατολισμού υπολογίζονται από την εξίσωση [3]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1e} \\ \varepsilon_{2e} \\ \varepsilon_{3e} \\ \eta_e \end{bmatrix} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{des}, \boldsymbol{\eta}_{des})^T \otimes (\boldsymbol{\varepsilon}_{out}, \boldsymbol{\eta}_{out})^T = \begin{bmatrix} \eta_d & \varepsilon_{3d} & -\varepsilon_{2d} & -\varepsilon_{1d} \\ -\varepsilon_{3d} & \eta_d & \varepsilon_{1d} & -\varepsilon_{2d} \\ \varepsilon_{2d} & -\varepsilon_{1d} & \eta_d & -\varepsilon_{3d} \\ \varepsilon_{1d} & \varepsilon_{2d} & \varepsilon_{3d} & \eta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \eta \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

όπου \otimes είναι το “Kronecker product”, $\boldsymbol{\varepsilon}_{des}$, $\boldsymbol{\eta}_{des}$ οι επιθυμητές τιμές των παραμέτρων Euler και ε_i , η οι υπολογιζόμενες κάθε χρονική στιγμή.

Τα κέρδη \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_d είναι διαγώνιοι 3x3 πίνακες όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} K_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{p3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} K_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{d2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{d3} \end{bmatrix}$$

όπου $K_{pi} = 2k_i \cdot J_{ii}$, $K_{di} = c_i \cdot J_{ii}$. Οι τιμές των κερδών υπολογίζονται έτσι ώστε οι τιμές των ροπών που θα δίνει ο ελεγκτής να μην ξεπερνούν τη μέγιστη ροπή που μπορεί να δώσει το σύστημα επενέργειας σε κάθε άξονα και μετά από γραμμικοποίηση στο σημείο ισορροπίας του συστήματος (equilibrium point) από όπου προκύπτει πως:

$$k_i = \omega_n^2 \quad (2-32\alpha)$$

$$c_i = 2\zeta\omega_n \quad (2-32\beta)$$

όπου ω_n η φυσική συχνότητα του αντίστοιχου συστήματος 2^{ης} τάξης και ζ ο λόγος απόσβεσης.

Εάν επιθυμείται η εκμηδένιση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης τότε μπορεί να προστεθεί και το ολοκλήρωμα του σφάλματος και ο νόμος ελέγχου PID να γίνει:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_p \left(\boldsymbol{\varepsilon}_e + \frac{1}{T} \int \boldsymbol{\varepsilon}_e dt \right) + \mathbf{K}_d \boldsymbol{\omega}_e \quad (2-33)$$

όπου T η χρονική σταθερά του ολοκληρωτικού όρου που συνήθως επιλέγεται τέτοια ώστε $T \approx 10/(\zeta\omega_n)$ [3, p. 132], και τα k_i , c_i υπολογίζονται ως εξής:

$$k_i = \omega_n^2 + 2\zeta\omega_n/T \quad (2-34\alpha)$$

$$c_i = 2\zeta\omega_n + 1/T \quad (2-34\beta)$$

ενώ εδώ υπάρχει επιπλέον το κέρδος του ολοκληρωτικού όρου

$$\mathbf{K}_I = \begin{bmatrix} K_{I1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{I2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{I3} \end{bmatrix}$$

Το οποίο δεν εμφανίζεται στην εξίσωση (2-33), αλλά υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{K}_I = 2J_{ii}(\omega_n^2/T) \quad (2-35)$$

Οι παραπάνω ελεγκτές δεν έχουν καμία γνώση των χαρακτηριστικών του μοντέλου (πέρα από τις ροπές αδράνειας του σώματος που περιλαμβάνονται στον υπολογισμό των

κερδών) και συνεπώς η απόδοσή τους θα μπορούσε να βελτιωθεί με κάποια παραλλαγή τους.

Ο όρος $\omega^\times J \omega$ της εξίσωσης Lagrange-Euler (2-22) συνήθως είναι μη-σημαντικός για διάφορες μεταβολές του της γωνιακής ταχύτητας του απαραμόρφωτου σώματος, όμως σε ορισμένες περιπτώσεις είναι επιθυμητό να απλοποιείται απευθείας. Αυτό επιτυγχάνεται εάν υπάρχει ως επιπλέον όρος στον ελεγκτή, αποκτώντας έτσι γνώση των χαρακτηριστικών του μοντέλου (Model Based Control Law). Ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου είναι ο εξής:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_p \boldsymbol{\varepsilon}_e + \mathbf{K}_d \boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \quad (2-36)$$

ο οποίος είναι μια παραλλαγή του PD, και όπου φυσικά θα μπορούσε να είναι και του PID αντίστοιχα ως:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_p \left(\boldsymbol{\varepsilon}_e + \frac{1}{T} \int \boldsymbol{\varepsilon}_e dt \right) + \mathbf{K}_d \boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \quad (2-37)$$

Ο νόμος αυτός πολλές συναντάται στη βιβλιογραφία και ως νόμος ελέγχου γραμμικοποίησης συστήματος. Τα κέρδη και στις δύο περιπτώσεις προσδιορίζονται με τις ίδιες ακριβώς σχέσεις όπως και παραπάνω.

Όλοι οι ελεγκτές που παρουσιάστηκαν είναι είτε λιγότερο είτε περισσότερο λειτουργικοί όπως θα φανεί και στα αποτελέσματα του υποκεφαλαίου 2.4.5. Ωστόσο, στην πράξη υπάρχουν κάποια όρια, όπως για παράδειγμα η μέγιστη ροπή που μπορεί να δώσει ο επενεργητής ή η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής του σώματος (δωρυφόρου). Για το λόγο αυτό εισάγεται η έννοια του κορεσμού (saturation) και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στους νόμους ελέγχου. Στη συνέχεια ορίζεται η μαθηματική έκφραση του κορεσμού και γενικότερα παρουσιάζεται το σκεπτικό του ελέγχου που βασίζεται σε αυτόν (Cascade-Saturation Control Logic) [3, 8].

Η συνάρτηση κορεσμού (saturation function) ενός n -διάστατου διανύσματος $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ορίζεται ως:

$$\text{sat}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{sat}_1(x_1) \\ \text{sat}_2(x_2) \\ \vdots \\ \text{sat}_n(x_n) \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

όπου:

$$\text{sat}_i(x_n) = \begin{cases} x_i^+ & \text{αν } x_i > x_i^+ \\ x_i & \text{αν } x_i^- \leq x_i \leq x_i^+ \\ x_i^- & \text{αν } x_i < x_i^- \end{cases} \quad (2-39)$$

Ομοίως υπάρχει και η κανονικοποιημένη έκδοση της παραπάνω συνάρτησης που ορίζεται ως:

$$\text{sat}_\sigma(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{x} & \text{αν } \sigma(\mathbf{x}) < 1 \\ \mathbf{x}/\sigma(\mathbf{x}), & \text{αν } \sigma(\mathbf{x}) \geq 1 \end{cases} \quad (2-40)$$

όπου $\sigma(\mathbf{x})$ κατάλληλα επιλεγείσα συνάρτηση του \mathbf{x} που χαρακτηρίζει το μέγεθος του διανύσματος \mathbf{x} . Συνήθως το μέγεθος ενός διανύσματος χαρακτηρίζεται από τα μέτρα του (norms), και επομένως μπορεί να επιλεχθεί κάποια από τις συναρτήσεις:

$$\sigma(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} \quad (2-41\alpha)$$

$$\sigma(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_\infty = \max_i |x_i| \quad (2-41\beta)$$

Βάσει όσων αναφέρθηκαν, ένας ελεγκτής της παρακάτω μορφής λέγεται κορεσμένος ελεγκτής 2 επιπέδων (2-layer cascade-saturation controller) [3, 8].

$$\mathbf{u} = -\text{sat}_{U_i} \left\{ \mathbf{K}_p \text{sat}_{L_i}(\boldsymbol{\varepsilon}_e) + \mathbf{K}_d \boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \right\} \quad (2-42)$$

όπου, το U είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να δώσει ο επενεργητής του συστήματος και η οποία δε γίνεται σε καμία περίπτωση να ξεπεραστεί, ενώ το L_i υπολογίζεται ως [8]:

$$L_i = \frac{K_{d,i}}{2K_{p,i}} \cdot \min(\sqrt{4a_i |\boldsymbol{\varepsilon}_e|}, |\omega_{i,max}|) \quad (2-43)$$

με $\omega_{i,max}$ την μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να στραφεί το σώμα ως προς τον i άξονα και η οποία πολλές φορές καθορίζεται από κάποιον περιορισμό. Το a_i αποτελεί την επιτάχυνση ελέγχου (control acceleration) και υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση.

$$a_i = \frac{U_i}{J_{ii}} \quad (2-44)$$

Ο παραπάνω ελεγκτής ορίζεται ομοίως και στην έκδοση του PID.

Συνήθως στην πράξη χρησιμοποιείται χαμηλότερη της υπολογιζόμενης τιμής λόγω της ύπαρξης μη γραμμικών φαινομένων που συνήθως αμελούνται κατά την ανάλυση αλλά και ως συντελεστής ασφαλείας λόγω φθορών, που αναπόφευκτα υπάρχουν σε πραγματικά συστήματα με το πέρασμα του χρόνου.

Ο ελεγκτής της εξίσωσης (2-42) προβλέπεται να παρόμοια απόδοση όσων αφορά την παρακολούθηση της ζητούμενης τροχιάς, όμως αποκλείεται η πιθανότητα να ζητήσει μεγαλύτερη ροπή από τη μέγιστη που μπορεί να δώσει ο επενεργητής.

Νόμοι Ελέγχου Ολίσθησης Επιφάνειας (Sliding Mode ή SMC)

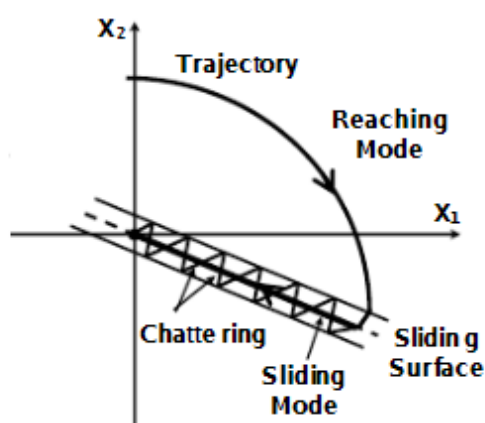
Πολύ συχνά σε διάφορες εφαρμογές χρησιμοποιείται ένας τύπος ελέγχου ο οποίος είναι γνωστός ως έλεγχος επιφάνειας ολίσθησης (sliding mode) που συνήθως είναι

αποτελεσματικότερος αυτών που παρουσιάστηκαν παραπάνω και οι οποίοι ήταν όλοι τύπου PD ή PID. Ο νόμος αυτός ανήκει στην κατηγορία Νόμων Ελέγχου Μεταβλητής Δομής (Variable Structure Control ή VSC) και για την κατανόηση του πρέπει πρώτα ο αναγνώστης να κατανοήσει το απαραίτητο θεωρητικό και μαθηματικό υπόβαθρο το οποίο παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Ο Έλεγχος Μεταβλητής Δομής αποτελεί μια μορφή ελέγχου μη γραμμικού και ασυνεχούς. Τα πραγματικά συστήματα που συναντώνται στον κόσμο είτε είναι γραμμικά, είτε μη γραμμικά, οι μεταβλητές κατάστασής τους είναι πάντοτε συνεχείς. Οι νόμοι ελέγχου που εμπίπτουν στην κατηγορία αυτή δημιουργούν μια τεχνητή ασυνέχεια στο εξεταζόμενο σύστημα, μέσω της οποίας επιτυγχάνεται η επιθυμητή συμπεριφορά του (ευστάθεια – ακριβής παρακολούθηση ζητούμενης τροχιάς). Η τεχνητή αυτή ασυνέχεια παρίσταται στο χώρο καταστάσεων ως μια υπέρ-επιφάνεια (hypersurface), η οποία ονομάζεται switching surface και μπορεί να επιλεγθεί κατάλληλα βασιζόμενη στη δυναμική του συστήματος.

Οι Νόμοι Ελέγχου που ανήκουν στους VSC μπορούν να επιλεγθούν έτσι ώστε οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος να προσεγγίζουν την επιλεγείσα επιφάνεια (reaching mode) και επιπλέον να περιορίζονται πάνω σε αυτήν ολισθαίνοντας (sliding mode). Τότε η επιφάνεια αυτή ονομάζεται επιφάνεια ολίσθησης (sliding surface). Οι νόμοι ελέγχου που διαθέτουν τα χαρακτηριστικά αυτά ονομάζονται Νόμοι Ελέγχου τύπου Sliding Mode.

Βασικό χαρακτηριστικό αυτού του τύπου Νόμου ελέγχου είναι η πολύ καλή απόρριψη διαταραχών, που αναπόφευκτα θα υπάρχουν σε ένα πραγματικό σύστημα, ενώ βασικό του μειονέκτημα η εμφάνιση chattering (Εικόνα 2-4) που οφείλεται στην ασυνεχή φύση του (στην Ελληνική γλώσσα η έννοια του όρου μπορεί να αποδοθεί ως κροτάλισμα). Το πρόβλημα αυτό ωστόσο, δύναται να αντιμετωπιστεί εν' μέρει με απλούς τρόπους που θα συζητηθούν παρακάτω. Στη συνέχεια παρατίθεται το μαθηματικό κομμάτι και ο τρόπος που υλοποιείται ένας τέτοιος ελεγκτής.



Εικόνα 2-4. Το φαινόμενο του chattering σε VSC νόμους ελέγχου.

Έστω ένα μη γραμμικό σύστημα της μορφής:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ y &= h(x, t) \end{aligned} \quad (2-45)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^n$ οι μεταβλητές κατάστασης, $u \in \mathbb{R}^m$ οι είσοδοι του συστήματος και $f(x, t), g(x, t)$ συναρτήσεις που περιγράφουν τη δυναμική του, ενώ $y \in \mathbb{R}^m$ οι έξοδοι του συστήματος.

Η switching surface συμβολίζεται συνήθως στη βιβλιογραφία ως $s(x)$ ή απλώς s και ορίζεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε:

$$s = [s_1, \dots, s_m] = \mathbf{0} \quad (2-46)$$

Συνήθως η επιφάνεια αυτή εξαρτάται από τα σφάλματα της ζητούμενης τροχιάς έτσι ώστε η εξίσωση (2-46) να ικανοποιείται όταν τα σφάλματα τείνουν στο μηδέν και συνεπώς οι μεταβλητές κατάστασης να προσεγγίζουν την επιφάνεια s . Παραδείγματος χάριν, αν το οριστεί το σφάλμα $e_i = y_{des,i} - y_i$ τότε μια τυπική επιλογή επιφανειών θα ήταν της μορφής $s_i = \dot{e}_i + c_i e_i$.

Προκειμένου να επιτυγχάνεται η σύγκλιση των τροχιών (reaching mode) πάνω στην switching surface, σύμφωνα με τη θεωρία πρέπει να ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη:

$$s_i \cdot \dot{s}_i < 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2-47)$$

Στη συνέχεια, προκειμένου να εξασφαλιστεί η παραμονή και ολίσθηση των τροχιών πάνω στην επιφάνεια (sliding mode), πρέπει να ικανοποιούνται επιπλέον και οι συνθήκες:

$$\begin{aligned} s &= \mathbf{0} \\ \dot{s} &= \mathbf{0} \\ &\vdots \\ s^{(r-1)} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2-48)$$

Αν υπάρχει η απαίτηση να ικανοποιείται μονάχα η πρώτη συνθήκη τότε πρόκειται για ελεγκτή sliding mode 1^{ης} τάξης (1-SMC), αν υπάρχει η απαίτηση να ικανοποιούνται οι πρώτες δύο συνθήκες πρόκειται για ελεγκτή sliding mode 2^{ης} τάξης και κατ' αναλογία αν πρέπει να ικανοποιούνται οι $r-1$ κατά σειρά συνθήκες της εξίσωσης (2-47) πρόκειται για r -οστής τάξης (r -SMC). Η παρακάτω ανάλυση αφορά ελεγκτή τύπου 2-SMC.

Από τη συνθήκη $\dot{s} = \mathbf{0}$ και με χρήση της (2-44) προκύπτει:

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x} [f(x, t) + g(x, t)u] = \mathbf{0} \quad (2-49)$$

Αν η τελευταία επιλυθεί ως προς u , τότε προκύπτει ο ισοδύναμος νόμος ελέγχου (equivalent control law) για ιδανική ολίσθηση τροχιών, η οποία συμβολίζεται ως u_{eq} .

Από τον τρόπο που προέκυψε ο ισοδύναμος νόμος ελέγχου, είναι φανερό πως είναι υπεύθυνος για τη διατήρηση των τροχιών πάνω στις επιφάνειες ολίσθησης όταν οι τροχιές φτάσουν πάνω σε αυτές. Για τη σύγκλιση των τροχιών πάνω στις switching surfaces είναι υπεύθυνες κάποιες άλλες είσοδοι στις οποίες οφείλονται και οι ασυνέχειες του νόμου ελέγχου και η μορφή τους φαίνεται με τη βοήθεια των εξισώσεων (2-51) και (2-52). Επομένως, ένας νόμος ελέγχου τύπου sliding mode δίνεται από εισόδους του τύπου:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^-(x, t) & \text{αν } s_i < 0 \\ u_{eq,i} & \text{αν } s_i = 0 \\ u_i^+(x, t) & \text{αν } s_i > 0 \end{cases} \quad (2-50)$$

όπου u_i^- η εντολή που δίνει ο ελεγκτής όταν το σφάλμα s_i είναι αρνητικό και αντίστοιχα u_i^+ η εντολή που δίνει ο ελεγκτής όταν το σφάλμα s_i είναι θετικό.

Για παράδειγμα ο παραπάνω ελεγκτής μπορεί να υλοποιηθεί ως:

$$u_i = u_{eq,i} + u_{s,i} \quad (2-51)$$

Όπου:

$$u_{s,i} = \begin{cases} 0 & \text{αν } s_i = 0 \\ -K_i \cdot \text{sign}(s_i) & \text{αν } s_i \neq 0 \end{cases} \quad (2-52)$$

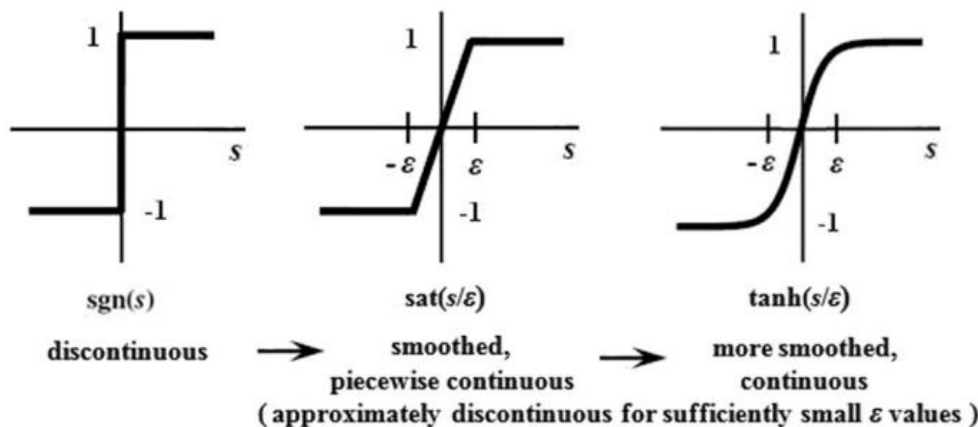
με το K_i να είναι κατάλληλα επιλεγμένο κέρδος έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες (2-47) και (2-48). Επιπρόσθετα, πρέπει η παράγωγος της συνάρτησης Lyapunov να είναι αρνητική πάνω στο εύρος των τροχιών του συστήματος. Συνήθως επιλέγεται η συνάρτηση Lyapunov της μορφής:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T s \quad (2-53)$$

Και άρα πρέπει να ισχύει αυτό που ήδη απαιτεί η συνθήκη (2-46), αφού:

$$\dot{V}(s) < 0 \rightarrow s\dot{s} < 0 \quad (2-54)$$

Όπως φαίνεται από την εξίσωση (2-52), η χρήση της συνάρτησης προσήμου $\text{sign}()$ ευθύνεται για την ασυνέχεια στον έλεγχο και κατά συνέπεια στην δημιουργία του φαινομένου που ονομάζεται chattering. Το πρόβλημα αυτό είναι δυνατό να αντιμετωπιστεί, ομαλοποιώντας τις ασυνέχειες χρησιμοποιώντας αντί της συνάρτησης $\text{sign}()$ τη συνάρτηση κορεσμού $\text{sat}()$ ή τη συνάρτηση της υπερβολικής εφαπτομένης $\text{tanh}()$.



Σχήμα 2-1. Μορφή συναρτήσεων κορεσμού και υπερβολικής εφαπτομένης έναντι της συνάρτησης προσήμου.

Γενικά, η ιδέα ενός ελεγκτή τύπου Sliding Mode 1^{ης} τάξης χρησιμοποιείται με επιτυχία σε πληθώρα εφαρμογών και κυρίως σε ηλεκτρικές εφαρμογές όπου το πρόβλημα της ύπαρξης του chattering δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικό, λόγω των PWM σημάτων, τα οποία εξ' ορισμού είναι ασυνεχή. Σε μηχανικές εφαρμογές, το πρόβλημα του chattering δύναται να δημιουργήσει προβλήματα στα συστήματα επενέργειας και δεν είναι επιθυμητό. Συνεπώς, λόγω των χαρακτηριστικών των συστημάτων επενέργειας απαιτείται μια συνεχής είσοδος ελέγχου. Η χρήση συναρτήσεων, όπως της υπερβολικής εφαπτομένης, λύνει εν μέρει το πρόβλημα βελτιώνοντας την κατάσταση, ωστόσο βάσει της βιβλιογραφίας το σύστημα υστερεί σε στιβαρότητα και αυξάνονται τα μεγέθη των σφαλμάτων.

Μια πολύ καλύτερη εναλλακτική είναι κάποιοι νόμοι ελέγχου τύπου Sliding Mode 2^{ης} τάξης (2-SMC), οι οποίοι είναι συνεχείς και βασίζονται στην ίδια κεντρική ιδέα, επιλύοντας όμως το πρόβλημα του chattering με πολύ μεγαλύτερη επιτυχία.

Ένας πολύ δημοφιλής αλγόριθμος ενός 2^{ης} τάξης ελεγκτή Sliding Mode συναντάται με την ονομασία "Super-Twisting Algorithm" ή αλλιώς "STW-SMC". Πλεονέκτημα ενός τέτοιου ελεγκτή αποτελεί το γεγονός πως πρόκειται για έναν συνεχή νόμο ελέγχου που είναι ικανός να παρέχει στο σύστημα όλες τις βασικές ιδιότητες ενός SMC για συστήματα που επηρεάζονται από «λείας» μορφής διαταραχών με γνωστά όρια κλίσης.

Για το πρόβλημα που αφορά η παρούσα εργασία μπορεί να οριστεί η επιφάνεια [12]:

$$s = \omega_e + k\varepsilon_e \quad (2-55)$$

όπου ω_e το σφάλμα γωνιακής ταχύτητας και ε_e το σφάλμα θέσης προσανατολισμού όπως ορίστηκε από την(2-23). Ο αλγόριθμος STW ορίζει την είσοδο ελέγχου u_s ως:

$$\begin{aligned} u_s &= -\lambda|s|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(s) + w \\ \dot{w} &= a\text{sign}(s) \end{aligned} \quad (2-56)$$

όπου οι παράμετροι λ και a ορίζονται με βάση μια γνωστή σταθερά L , η τιμή της οποίας διερευνάται αυξανόμενη σταδιακά, μέχρι την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης του ελεγκτή όσον αφορά τα σφάλματα. Οι παράμετροι λ και a επιλέγονται έτσι ώστε να ικανοποιούν τις συνθήκες όπως προτείνεται στο [9]:

$$\begin{aligned} \lambda &> 1.5L^{\frac{1}{2}} \\ a &> 1.1L \end{aligned} \quad (2-57)$$

Με βάση το [10] η απόδοση του ελεγκτή μπορεί να βελτιωθεί περιλαμβάνοντας την ισοδύναμη είσοδο ελέγχου u_{eq} .

Ξεκινώντας από τη διαφόριση της (2-50) και στη συνέχεια συνδυάζοντάς την με την (2-22) τελικά προκύπτει:

$$u = -k\varepsilon_e^{\times} J \omega_e - \frac{1}{2} k J (\varepsilon_e^{\times} + \eta_e I_3) \omega_e \quad (2-58)$$

Για τον ορισμό της \mathbf{u}_{eq} προτείνεται η προσθήκη ενός ακόμη όρου και τελικά προκύπτει [11]:

$$\mathbf{u}_{eq} = -k\boldsymbol{\varepsilon}_e^{\times} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e - \frac{1}{2} k \mathbf{J} (\boldsymbol{\varepsilon}_e^{\times} + \eta_e \mathbf{I}_3) \boldsymbol{\omega}_e - k_s \mathbf{s} \quad (2-59)$$

όπου \mathbf{I}_3 μοναδιαίος πίνακας 3x3 και k_s κατάλληλα επιλεγμένο κέρδος.

2.4.5 Αποτελέσματα – Σύγκριση Νόμων Ελέγχου

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τις περιπτώσεις ελεγκτών που παρουσιάστηκαν παραπάνω, για καθορισμένη μεταβολή του προσανατολισμού του μοντέλου στους τρεις άξονες. Τα δεδομένα που αφορούν τον αρχικό και τελικό προσανατολισμό είναι σε όλες τις περιπτώσεις τα ίδια. Υποτίθενται λοιπόν οι αρχικές γωνίες Euler ίσες με 0° και οι τελικές ίσες με 60° , ενώ σημειώνεται πως προστίθενται στο σύστημα τυχαίες διαταραχές της τάξεως του 1 mNm . Υπενθυμίζεται, πως οι γωνίες Euler δεν χρησιμοποιούνται στον έλεγχο του προσανατολισμού του σώματος, αλλά μόνο για να γίνει κατανοητός ο αρχικός και τελικός προσανατολισμός από τον αναγνώστη.

Για τη σύγκριση του σφάλματος της ζητούμενης τροχιάς κάθε ελεγκτή θα χρησιμοποιηθεί το κριτήριο του RMSE (Root-Mean-Square-Error), και στη συνέχεια προκειμένου να ληφθούν υπ' όψιν και οι τρεις άξονες θα θεωρηθεί το μέτρο του σφάλματος των τριών αξόνων ως:

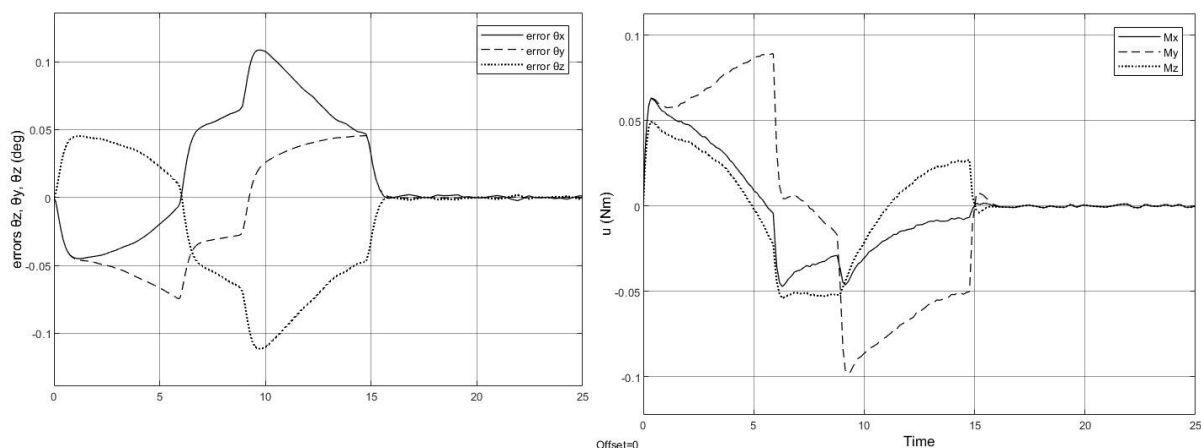
$$\text{RMSE}_{ZYX} = \sqrt{\text{RMSE}_Z^2 + \text{RMSE}_Y^2 + \text{RMSE}_X^2} \quad (2-60)$$

Για την υπεροχή ενός ελεγκτή ως προς έναν άλλον πρώτα λαμβάνεται υπ' όψιν και το μέγιστο σφάλμα κατά τη διάρκεια της τροχιάς και έπειτα το RMSE_{ZYX} που ορίστηκε παραπάνω, ενώ επίσης δεν θα πρέπει να ξεπερνάται το όριο της μέγιστης ροπής των 100 mNm .

Για τον απλό PD νόμο ελέγχου της εξίσωσης (2-30), επιλέγοντας $\omega_n = 5 \text{ rad/s}$ και $\zeta = 0.9$ τα κέρδη προκύπτουν:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 137 & 0 & 0 \\ 0 & 137 & 0 \\ 0 & 0 & 107 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 19 \end{bmatrix}$$

και τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 2-2 που ακολουθεί.



Σχήμα 2-2. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσεως του χρόνου για τον PD ελεγκτή, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.

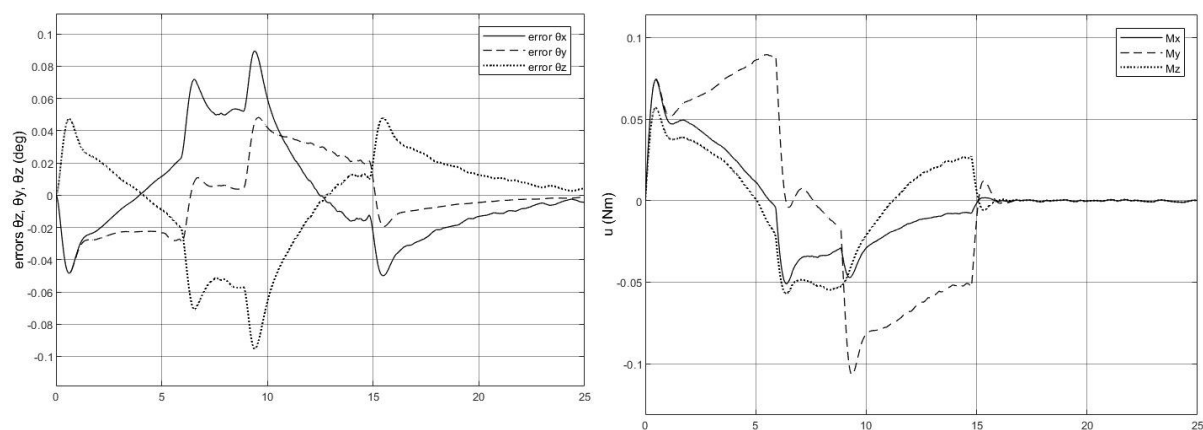
Αυτό που παρατηρείται για την περίπτωση του συγκεκριμένου ελεγκτή είναι ότι δύναται να παρακολουθήσει με επιτυχία τη ζητούμενη τροχιά με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.12^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.04894$. Η επίτευξη του τελικού προσανατολισμού επιτυγχάνεται όπως φαίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 2-1 μετά από 15 περίπου δευτερόλεπτα, όπου ο προσανατολισμός είναι ο επιθυμητός ως προς και τους τρεις άξονες. Ο χρόνος αυτός καθορίζεται από τον προγραμματισμό τροχιάς που αναλύθηκε προηγουμένως, και δεν δύναται να βελτιωθεί με κάποιον άλλον ελεγκτή.

Αν η παρακολούθηση της τροχιάς δεν είναι πολύ καλή, τότε λόγω των σφαλμάτων ο ελεγκτής θα απαιτήσει μεγαλύτερες ροπές προκειμένου να μπορέσει να ακολουθήσει την τροχιά. Αυτό μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα εάν η απαιτούμενη ροπή ξεπεράσει το όριο που θέτει το σύστημα επενέργειας. Πάντως, στο Σχήμα 2-1 πως οι απαιτούμενες ροπές δεν ξεπερνούν τη μέγιστη τιμή που είναι τα 100 mNm .

Όσον αφορά τον έλεγχο PID της εξίσωσης (2-33), προκειμένου να επιτευχθεί αντίστοιχης και λίγο καλύτερης ποιότητας αποτέλεσμα, τα κέρδη που θα πρέπει να επιλεγούν είναι της ίδιας τάξεως όπως φαίνεται παρακάτω, ωστόσο απαιτείται επιπλέον και το κέρδος του ολοκληρωτικού όρου:

$$K_p = \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 148 & 0 \\ 0 & 0 & 116 \end{bmatrix}, \quad K_d = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad K_I = \begin{bmatrix} 74 & 0 & 0 \\ 0 & 74 & 0 \\ 0 & 0 & 58 \end{bmatrix}$$

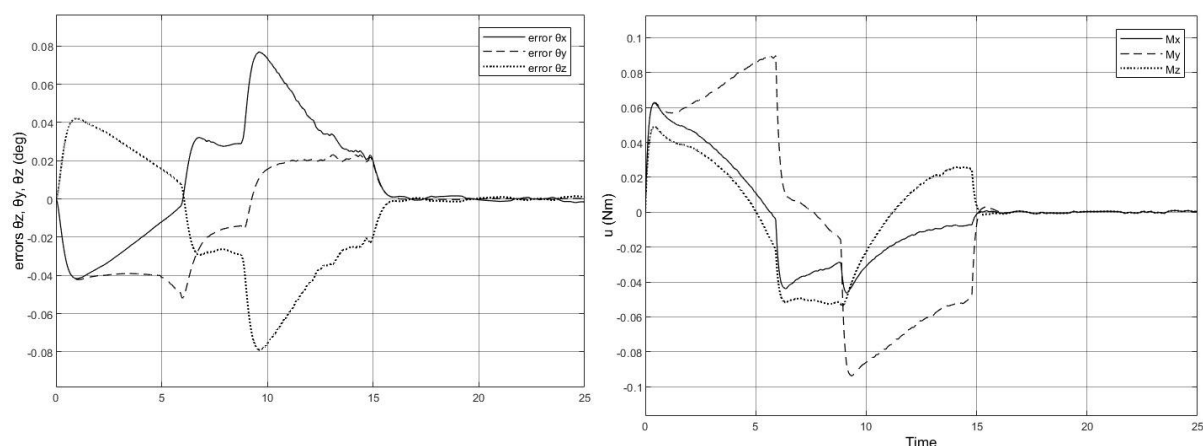
Τα αποτελέσματα φαίνονται στη συνέχεια (Σχήμα 2-3).



Σχήμα 2-3. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσεσι του χρόνου για τον PID ελεγκτή, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργησις.

Παρατηρείται πως με την προσθήκη του ολοκληρωτικού όρου έχουμε ελαφρώς καλύτερη παρακολούθηση της τροχιάς ως προς το μέγιστο σφάλμα που συναντάται όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο και χωρίς να απαιτούνται σημαντικά μεγαλύτερα κέρδη συγκριτικά με τον PD ελεγκτή. Το μέγιστο σφάλμα είναι $\pm 0.09^\circ$ και το $RMSE_{ZYX} = 0.04262$, όμως φαίνεται πως αυξάνεται ο χρόνος αποκατάστασης του συστήματος προκειμένου το τελικό σφάλμα να μηδενιστεί αν και μετά από λίγα δευτερόλεπτα τείνει τελικά στο μηδέν. Επίσης φαίνεται πως υπάρχουν περισσότερες ταλαντώσεις στο διάγραμμα σφαλμάτων, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα ο ελεγκτής να ζητήσει σε ένα σημείο (λίγο μετά το 9° δευτερόλεπτο) μεγαλύτερη ροπή από το όριο των 100 mNm .

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τον ελεγκτή της εξίσωσης (2-36), και επιλέγοντας τα ίδια κέρδη με τον PD ελεγκτή προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

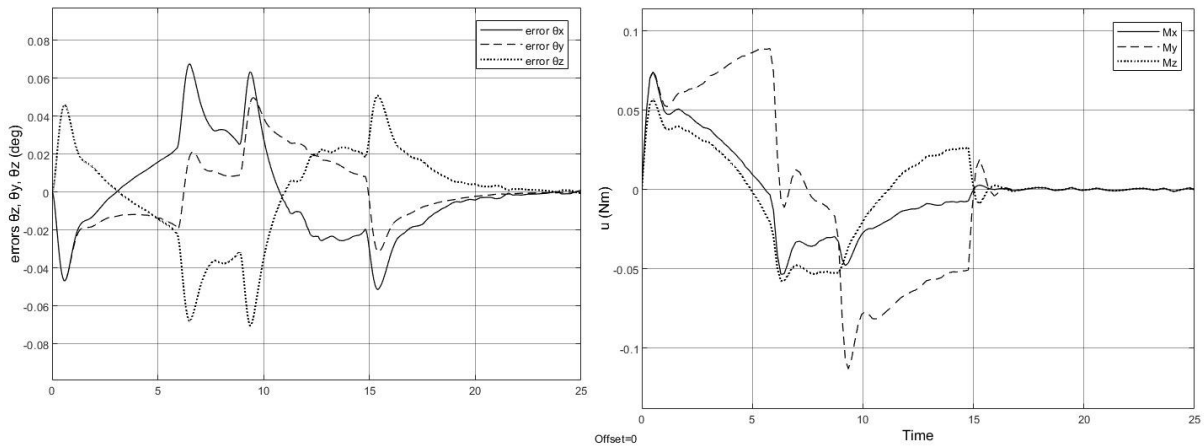


Σχήμα 2-4. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσεσι του χρόνου για τον PD ελεγκτή της εξίσωσης (2-36), (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργησις.

Με τον συγκεκριμένο ελεγκτή παρατηρείται πολύ καλή παρακολούθηση της ζητούμενης τροχιάς, βελτιωμένη συγκριτικά με τον PD της εξίσωσης (2-30), ενώ ταυτόχρονα η απαιτούμενη ροπή από το σύστημα επενέργησις βρίσκεται εντός των επιτρεπτών ορίων. Η

Ζητούμενη τροχιά ακολουθείται επιτυχώς με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.08^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.04436$.

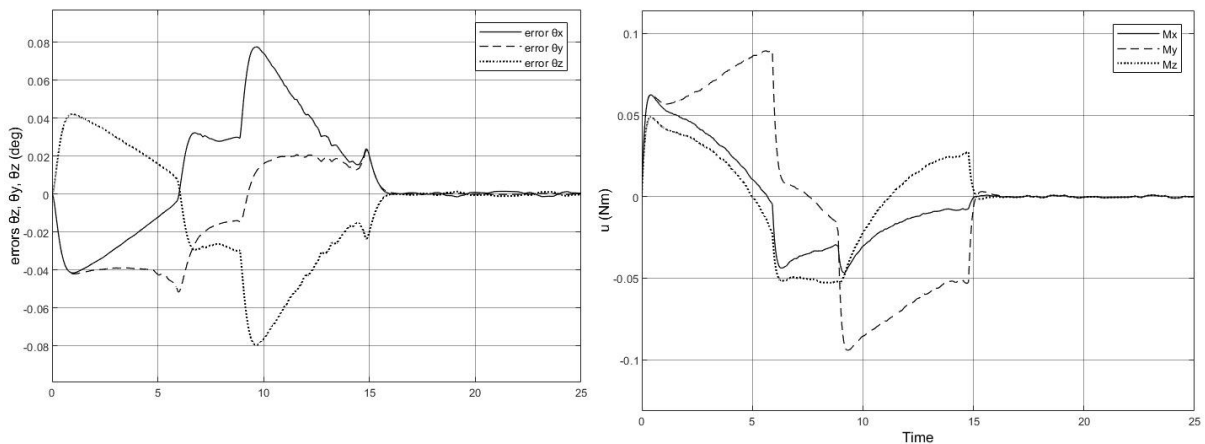
Στη συνέχεια δοκιμάζεται ο αντίστοιχος PID ελεγκτής με την προσθήκη του αντισυμμετρικού όρου που δίνεται από την εξίσωση (2-37) με τα ίδια και πάλι κέρδη.



Σχήμα 2-5. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσεως του χρόνου για τον PID ελεγκτή της εξίσωσης (2-37), (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.

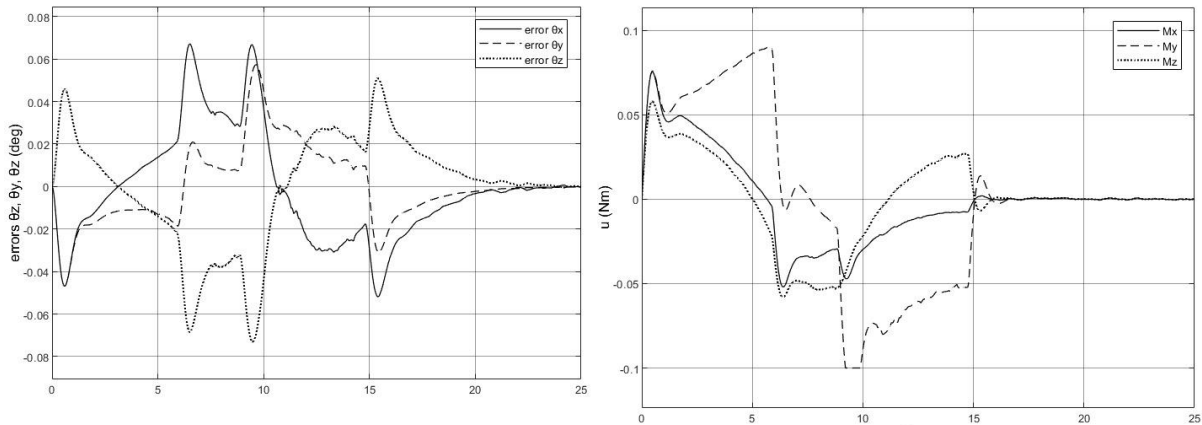
Η ζητούμενη τροχιά ακολουθείται επιτυχώς με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.07^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.04187$ όμως και πάλι λόγω των ταλαντώσεων που φαίνονται στο διάγραμμα σφαλμάτων η απαιτούμενη ροπή ξεπερνά το όριο των 100 mNm . Με τον ελεγκτή αυτόν το σφάλμα στο τέλος της κίνησης τείνει γρηγορότερα στο μηδέν.

Έπειτα δοκιμάζεται ο κορεσμένος PD ελεγκτής 2 στρωμάτων της εξίσωσης (2-41) με τα ίδια και πάλι κέρδη και στη συνέχεια και ο αντίστοιχος PID.



Σχήμα 2-6. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσεως του χρόνου για τον κορεσμένο PD ελεγκτή 2 στρωμάτων, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.

Η ζητούμενη τροχιά ακολουθείται επιτυχώς με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.08^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.04205$ και άρα υπερिशχύει οριακά σε σχέση με τον αντίστοιχο ελεγκτή χωρίς τα δύο στρώματα κορεσμού. Επομένως ο συγκεκριμένος ελεγκτής προκρίνεται σε σχέση με τους προηγούμενους τύπου PD-PID που δοκιμάστηκαν μέχρι στιγμής.

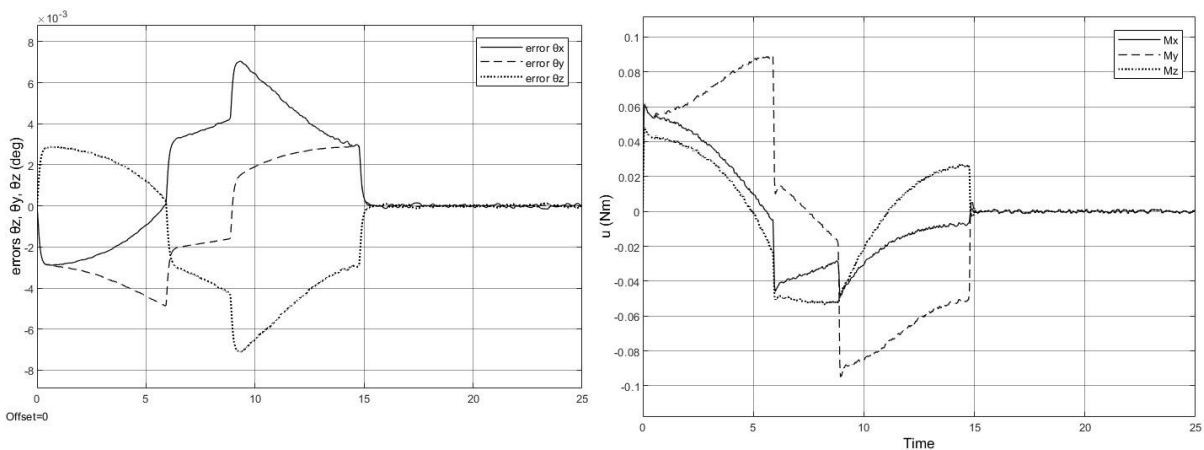


Σχήμα 2-7. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον κορεσμένο PID ελεγκτή 2 στρωμάτων, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.

Η ζητούμενη τροχιά ακολουθείται επιτυχώς με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.07^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.04324$ και άρα ο συγκεκριμένος ελεγκτής είναι υποδεέστερος όσων αφορά τα σφάλματα, όμως δεν ξεπερνά το όριο απαίτησης ροπής των 100 mNm .

Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον έλεγχο τύπου Sliding Mode 2^{ης} τάξης που αναλύθηκε τελευταίος. Τα κέρδη που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

$$k = \begin{bmatrix} 22 & 0 & 0 \\ 0 & 22 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{bmatrix}, \quad k_s = \begin{bmatrix} 98 & 0 & 0 \\ 0 & 98 & 0 \\ 0 & 0 & 77 \end{bmatrix}$$



Σχήμα 2-8. (α) Διάγραμμα σφαλμάτων γωνιών Euler συναρτήσει του χρόνου για τον ελεγκτή τύπου Sliding Mode, (β) Διάγραμμα ροπής που απαιτεί ο ελεγκτής από το σύστημα επενέργειας.

Με τον ελεγκτή αυτόν, η ζητούμενη τροχιά ακολουθείται επιτυχώς με μέγιστο σφάλμα $\pm 0.007^\circ$ και $RMSE_{ZYX} = 0.00540$. Επομένως ο συγκεκριμένος ελεγκτής προκρίνεται σε σχέση με όλους τους προηγούμενους που δοκιμάστηκαν.

Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό, πως στον έλεγχο προσανατολισμού ενός δορυφόρου (και όχι σε ένα μοντέλο απαραμόρφωτου σώματος) σίγουρα θα υπάρξουν

διαφοροποιήσεις, παραδείγματος χάριν λόγω της ύπαρξης γινομένων ροπών αδρανείας (inertia products) στο μητρώο J . Επομένως, στο πρωταρχικό αυτό στάδιο είναι απαραίτητο η παρακολούθηση της τροχιάς να είναι όσο το δυνατό καλύτερη, και η απαιτούμενη ροπή να μη ξεπερνά ή πλησιάζει πολύ το όριό της. Φυσικά ο ελεγκτής θα δοκιμαστεί ξανά όταν το σύστημα επενέργειας έχει σχεδιαστεί και είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά του ακριβούς μοντέλου δορυφόρου.

3. Είδη Δορυφόρων – Συστήματα Επενέργησης Ελέγχου Προσανατολισμού (ACS)

3.1 Κατηγοριοποίηση δορυφόρων

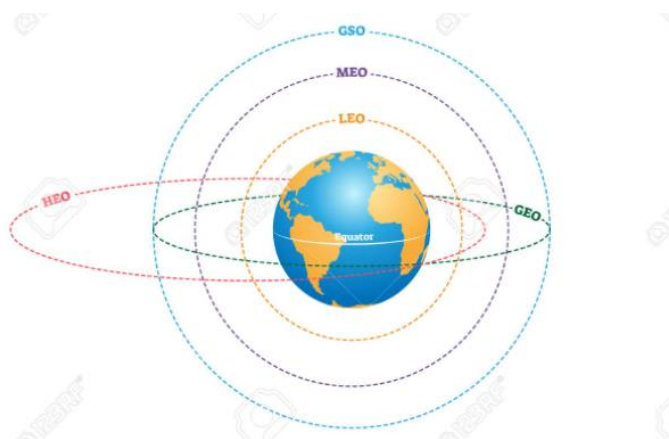
Ως τεχνητός δορυφόρος ορίζεται μία οποιαδήποτε κατασκευή, που δημιουργήθηκε από τον άνθρωπο και τοποθετείται σε τροχιά γύρω από ένα ουράνιο σώμα. Ειδικότερα, τεχνητός δορυφόρος της Γης λέγεται κάθε αντικείμενο που τοποθετείται από τον άνθρωπο σε τροχιά γύρω από αυτήν.

Υπάρχουν πολλών ειδών δορυφόροι, οι οποίοι κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τη λειτουργία τους και τα χαρακτηριστικά τους. Μια πρώτη κατηγοριοποίηση γίνεται με βάση το μέγεθος, και ειδικότερα της μάζας τους, και χωρίζονται όπως φαίνεται στον Πίνακα 3-1 σε μεγάλους (Large), μεσαίους (Medium sized) και μικρότερους (small) δορυφόρους (mini, micro, nano, pico, femto satellites).

Χωρίζονται επίσης ανάλογα με τη χρήση τους, σε δορυφόρους τηλεπικοινωνιών (communication satellites), πλοήγησης (navigation satellites), παρατήρησης της Γης (earth observation satellites), μετεωρολογικούς (weather satellites), στρατιωτικούς (military satellites) και δορυφόρους εξερεύνησης του διαστήματος.

Πίνακας 3-1. Κατηγορίες δορυφόρων με βάση τη μάζα τους.

Κατηγορία	Μάζα (Kg)
Large Satellite	>1000
Medium sized Satellite	500-1000
Mini-Satellite	100-500
Micro-Satellite	10-100
Nano-Satellite	1-10
Pico-Satellite	0,1-1
Femto-Satellite	<0,1



Εικόνα 3-1. Τροχιές γεωκεντρικών δορυφόρων.

Τέλος, οι δορυφόροι γεωκεντρικής τροχιάς (geocentric orbit satellites) διαχωρίζονται με βάση την τροχιά τους και την απόστασή τους από την επιφάνεια της Γης σε LEO (Low-Earth-Orbit), MEO (Medium-Earth-Orbit), GEO (Geostationary Orbit), GSO (Geosynchronous Orbit) και HEO (Highly-Elliptical-Orbit) και τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στον Πίνακα 3-2 και στην Εικόνα 3-1.

Πίνακας 3-2. Χαρακτηριστικά γεωκεντρικών δορυφόρων.

Κατηγορία	Υψόμετρο (Km)	Περίοδος τροχιάς (hours)
Low Earth Orbit	160-2.000	~ 1,5
Medium Earth Orbit	2.000-35.786	~ 2-24
Geostationary Orbit	35.786	~ 24
Geosynchronous Orbit	35.786	~ 24
Highly Elliptical Orbit	Μέγιστο: 40.000 Ελάχιστο: 1.000	~ 12

Η παρούσα εργασία αφορά ειδικότερα τους μικρο-δορυφόρους (micro-satellites) οι οποίοι συχνά στη βιβλιογραφία αναφέρονται και ως “small satellites” και συναντώνται περισσότερο σε τροχιά LEO. Οι μικρο-δορυφόροι έχουν γίνει εξαιρετικά δημοφιλείς τα τελευταία χρόνια και είναι πια περισσότερο προσβάσιμοι στις βιομηχανίες που δραστηριοποιούνται στο διαστημικό χώρο. Έτσι τώρα, η χρήση τους δεν περιορίζεται σε αμιγώς ερευνητική όπως παλαιότερα, αλλά πλέον βρίσκουν ευρεία εφαρμογή. Βασικά στοιχεία των δορυφόρων αυτού του είδους είναι το χαμηλό τους κόστος, η ταχύτερη κατασκευή τους ως συστήματα, καθώς και η ευελιξία που διαθέτουν λόγω του μεγέθους τους.

3.2 Έλεγχος Προσανατολισμού (Attitude Control)

Από τα πιο σημαντικά υποσυστήματα ενός δορυφόρου είναι το σύστημα ελέγχου προσανατολισμού του (Attitude Control System ή ACS), το οποίο συνδέεται άμεσα και με τη ευστάθειά του (Stabilization) για απόρριψη διαταραχών. Συνεπώς, το ερευνητικό ενδιαφέρον είναι στραμμένο τόσο προς την εύρεση νέων μεθόδων επίτευξης ελέγχου, όσο και τη βελτίωση των ήδη υπαρχουσών τεχνολογιών.

Ένα σύστημα ελέγχου μπορεί να είναι είτε ανοικτού βρόχου (open-loop), είτε κλειστού (closed-loop). Τα συστήματα ανοικτού βρόχου συνήθως περιλαμβάνουν ανθρώπινη παρέμβαση. Αφού πρώτα συλλεχθούν δεδομένα μέσω αισθητήρων και αναλυθούν τότε ο χρήστης στέλνει εντολή για την πραγματοποίηση συγκεκριμένης ενέργειας. Αντιθέτως, τα συστήματα κλειστού βρόχου ελέγχονται από υπολογιστή που βρίσκεται πάνω στο δορυφόρο, ο οποίος επεξεργάζεται τα δεδομένα που παρέχουν οι αισθητήρες και δίνει την κατάλληλη εντολή χρησιμοποιώντας κάποιον νόμο ελέγχου (control law), σαν έναν από αυτούς που παρουσιάστηκαν στο Υποκεφάλαιο 2.4.3.

Βασικός σκοπός, είναι λοιπόν ο έλεγχος προσανατολισμού ενός δορυφόρου συνήθως και στους τρεις άξονες (3-axis control), έτσι ώστε να μπορεί να λάβει οποιονδήποτε προσανατολισμό στο χώρο. Προκειμένου να γίνει αυτό, πρέπει να εξοπλιστεί με επενεργητές

(actuators) για την παραγωγή ροπής. Συνήθως η ροπή αυτή είναι γυροσκοπικής ή μαγνητικής προελεύσεως. Άλλη επιλογή είναι η χρήση συστήματος προωθητήρων, οι οποίοι όμως δεν προτιμώνται για λόγους που θα εξηγηθούν στη συνέχεια. Γενικά, οι διάφορες τεχνολογίες ελέγχου προσανατολισμού διαφοροποιούνται με βάση εάν χρησιμοποιούν ή όχι τη μεταβολή στροφορμής για την παραγωγή ροπής και στηρίζονται στη χρήση αδρανειακών (Υποκεφάλαιο 3.2.2) ή μη αδρανειακών επενεργητών (Υποκεφάλαιο 3.2.1).

3.2.1 Μη Αδρανειακοί Επενεργητές

Σε αυτήν την κατηγορία συναντώνται οι προωθητήρες (thrusters) και οι μαγνητικοί επενεργητές (magnetorquers ή magnetic torquers).

Προωθητήρες (Thrusters)

Η μέθοδος αυτή συναντάται συνήθως σε μικρούς δορυφόρους. Το σύστημα προωθητήρων παρέχει ισχυρή ώση σε ελάχιστο χρόνο και λειτουργεί με την καύση και εκκένωση καυσίμου. Τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούνται τόσο ως αποκλειστικά μέσα για τον έλεγχο του δορυφόρου (σπανιότερα), όσο και ως βοηθητικά για την απόρριψη στροφορμής δηλαδή σε συνδυασμό με κάποιο άλλο σύστημα (συνηθέστερα). Όταν χρησιμοποιούνται ως βασικό σύστημα ελέγχου ο δορυφόρος οδηγείται σε ταλαντώσεις ή κροτάλισμα (chattering) κάτι που έχει ως αποτέλεσμα αυξημένη κατανάλωση καυσίμου και φθορά των προωθητήρων. Αν και είναι ίσως ο απλούστερος τρόπος για παραγωγή ροπής, ωστόσο γενικότερα δεν προτιμάται για χρήση ως βασικό σύστημα ελέγχου σε διαστημική εφαρμογή λόγω της της απαίτησής του να φέρει και καταναλώνει καύσιμο. Πάντως, ως βοηθητικό υποσύστημα συναντάται στους περισσότερους δορυφόρους.

Μαγνητικοί Επενεργητές (Magnetorquers)

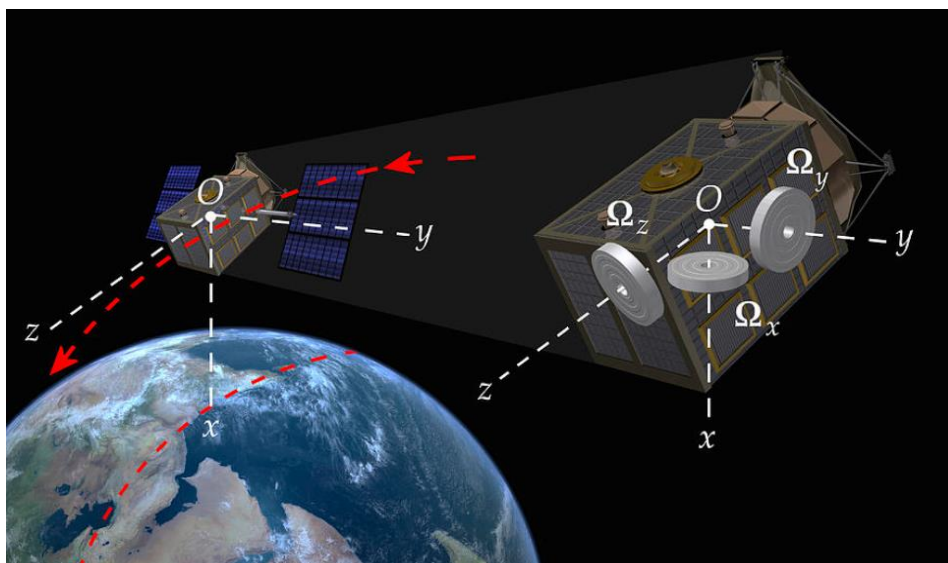
Οι μαγνητικοί επενεργητές μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε LEO, και σε μικρούς κυρίως δορυφόρους (micro-satellites, Cubesats), όπου λόγω του μικρού υψομέτρου στο οποίο βρίσκονται, υπάρχει αλληλεπίδραση με το μαγνητικό πεδίο της Γης. Οι μαγνητικοί αυτοί επενεργητές δημιουργούν ένα μαγνητικό δίπολο, το μέγεθος του οποίου είναι ανάλογο με των αμπερελιγμάτων και της περιοχής που περικλείεται από το πηνίο. Ο προσανατολισμός του δορυφόρου που φέρει τους μαγνητικούς επενεργητές επηρεάζεται όταν αυτοί διαρρέονται από ρεύμα και δημιουργείται ροπή [36]. Και αυτοί οι επενεργητές πολλές φορές συναντώνται ως βοηθητικό σύστημα σε συνδυασμό με κάποιον αδρανειακό επενεργητή, όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια.

3.2.2 Αδρανειακοί Επενεργητές

Σε αυτήν την κατηγορία επενεργητών ανήκουν οι σφόνδυλοι αντίδρασης (Reaction Wheels ή RWs), οι σφόνδυλοι αδράνειας (Momentum Wheels), και οι γυροσκοπικοί επενεργητές ελέγχου (Control Moment Gyros ή CMGs). Η υλοποίησή τους περιλαμβάνει σφόνδυλο του οποίου η στροφορμή μεταβάλλεται με τη βοήθεια ηλεκτροκινητήρα.

Σφόνδυλοι Αντίδρασης (Reaction Wheels)

Οι σφόνδυλοι αντίδρασης (RWs) είναι η πιο διαδεδομένη μέθοδος ελέγχου προσανατολισμού δορυφόρων και συνήθως για την επίτευξη ελέγχου σε τρεις άξονες χρησιμοποιούνται τρεις ή αλλιώς τέσσερις σφόνδυλοι για λόγους ασφαλείας (Εικόνα 3-2).

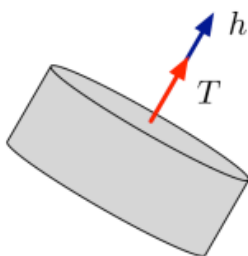


Εικόνα 3-2. Σφόνδυλοι αντίδρασης σε δορυφόρο για έλεγχο στους τρεις άξονες.

Κάθε διάταξη σφονδύλου αντίδρασης αποτελείται έναν ηλεκτροκινητήρα (συνήθως τύπου Brushless DC) που συνδέεται με έναν σφόνδυλο. Όταν απαιτείται να αποδοθεί ροπή σε κάποιον άξονα, τότε ο σφόνδυλος επιταχύνεται από την ακινησία και έτσι με βάση τον 3^ο Νόμο του Νεύτωνα (Δράση-Αντίδραση), ο δορυφόρος στρέφεται με αντίθετη φορά (Εικόνα 3-4). Η στροφορμή (angular momentum) που παράγεται φαίνεται στην Εικόνα 3-3 και το μέτρο της υπολογίζεται από την εξίσωση (3-1):

$$\vec{h}_{RW} = I_{wheel}\vec{\omega} \quad (3-1)$$

όπου I_{wheel} είναι η σταθερά ροπής αδράνειας του σφονδύλου, $\vec{\omega}$ η ταχύτητα περιστροφής του. Στην Εικόνα 3-3, \vec{T} είναι η παραγόμενη ροπή που στα υπόλοιπα κεφάλαια της εργασίας θα συμβολίζεται και ως \vec{M} . Τα διανύσματα παραγόμενης ροπής και στροφορμής βρίσκονται πάνω στην ίδια διεύθυνση.



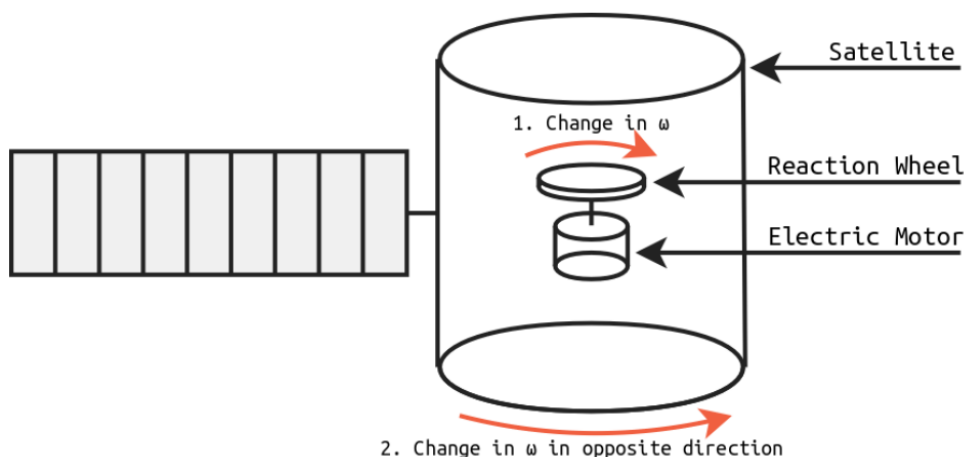
Εικόνα 3-3. Ροπή και στροφορμή σφονδύλου αντίδρασης [18].

Ο έλεγχος του σφονδύλου αντίδρασης, επιτυγχάνεται με μεταβολή της ταχύτητας περιστροφής του μέσω κινητήρα, και κατά συνέπεια με μεταβολή της ταχύτητας και της στροφορμής του. Υπάρχουν δύο τρόποι για αύξηση της ροπής εξόδου κατά τη διαδικασία σχεδιασμού ενός σφονδύλου αντίδρασης. Η πρώτη επιλογή είναι αύξηση της ροπής αδράνειας του στρεφόμενου σφονδύλου I_{wheel} , και η δεύτερη είναι η χρήση ισχυρότερου κινητήρα. Ωστόσο, οι δύο αυτές επιλογές επιφέρουν αύξηση σε βάρος και κόστος αντίστοιχα.

Οι σφόνδυλοι αντίδρασης ως επενεργητές ελέγχου προσανατολισμού είναι ιδιαίτερα ακριβείς, ενώ δεν καταναλώνουν καύσιμο και άρα σε τελική ανάλυση θεωρούνται ενεργειακά αποδοτικοί. Βασικό της μειονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι το εύρος στροφών λειτουργίας είναι πεπερασμένο, με αποτέλεσμα όταν ξεπεραστεί κάποιο όριό του να έχουμε κορεσμό (saturation). Στο πρόβλημα αυτό σύμφωνα με επιστημονικές μελέτες συμβάλλουν και διαστημικά φαινόμενα όπως γεωμαγνητικές καταιγίδες, ή ηλιακοί άνεμοι, τα οποία δημιουργούν επιπλέον φορτία, δηλαδή αύξηση τριβών, και κατά συνέπεια οι σφόνδυλοι αντίδρασης φθείρονται γρηγορότερα.

Για LEO δορυφόρους όπου υπάρχει το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο της γης το πρόβλημα λύνουν μαγνητικοί επενεργητές (magnetorquers), οι οποίοι δημιουργούν ένα μαγνητικό δίπολο που συνδέεται με το μαγνητικό πεδίο της Γης έτσι ώστε να μεταφέρει σε αυτήν τη γωνιακή ορμή μέσω του πλανητικού μαγνητικού πεδίου της [37]. Σε άλλη περίπτωση, χρησιμοποιούνται προωθητήρες μέσω των οποίων εκτελείται μία ψευδο-περιστροφή του δορυφόρου για να απορριφθεί η συσσωρευμένη στροφορμή.

Μειονέκτημα των σφονδύλων αντίδρασης αποτελεί επίσης το γεγονός πως πρόκειται μηχανισμό με κινούμενα μέρη και άρα υπάρχουν μικρές ταλαντώσεις, ενώ ακόμη απαιτείται λίπανση.



Εικόνα 3-4. Δομή και λειτουργία σφονδύλου αντίδρασης.

Σφόνδυλοι Αδράνειας (Momentum Wheels)

Οι σφόνδυλοι αδράνειας στρέφονται συνεχώς, με σχεδόν σταθερή ταχύτητα μέσω ηλεκτροκινητήρα και παρέχουν σταθερή στροφορμή για επίτευξη ευστάθειας. Ο έλεγχος του προσανατολισμού γίνεται με μικρές μεταβολές της ταχύτητας περιστροφής του τροχού.

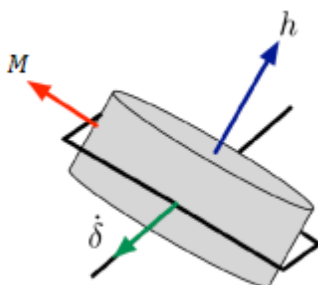
Οι σφόνδυλοι αδράνειας μοιάζουν αρκετά σε σχέση με τους σφονδύλους αντίδρασης, με βασική διαφορά το γεγονός ότι οι πρώτοι στρέφονται συνεχώς επιβραδύνοντας ή επιταχύνοντας, ενώ οι δεύτεροι ξεκινούν να επιταχύνουν από την ακινησία. Επιπλέον, όπως αναφέρθηκε, κύριος σκοπός τους είναι η επίτευξη ευστάθειας και απόρριψη διαταραχών αποθηκεύοντας μεγάλα ποσά στροφορμής, άρα μια ακόμη διαφορά είναι συνήθως πως οι σφόνδυλοι αδράνειας έχουν μεγαλύτερη μάζα και μέγεθος.

Γυροσκοπικοί Επενεργητές Ελέγχου (Control Moment Gyros ή CMGs)

Η ιδέα της μεθόδου βασίζεται στο γυροσκοπικό φαινόμενο και η μελέτη για χρήση τους στον έλεγχο προσανατολισμού δορυφόρων προέκυψε από την ανάγκη αύξησης της ευελιξίας τους. Αποτελούνται όπως και οι σφόνδυλοι αντίδρασης, από έναν κινητήρα και έναν σφόνδυλο που περιστρέφεται. Βασική διαφορά τους όμως, είναι ο τρόπος με τον οποίον παράγεται η ροπή. Τα CMGs διαφέρουν ως προς το ότι αντί να μεταβάλλεται η ταχύτητα περιστροφής των σφονδύλων τους, αυτή παραμένει σταθερή και περιστρέφεται ολόκληρη η διάταξη του CMG. Ο σφόνδυλος τοποθετείται πάνω σε έναν ή δύο μηχανισμούς αντίζυγου (gimbal) και ο οποίος επιτρέπει στον άξονα περιστροφής του τροχού να αλλάξει κατεύθυνση [17]. Η παραγόμενη ροπή (Εικόνα 3-5) δίνεται από την εξίσωση (3-2).

$$\vec{M} = \vec{h}_{CMG} \times \dot{\delta} \quad (3-2)$$

Όπου \vec{h}_{CMG} η στροφορμή του CMG και $\dot{\delta}$ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του άξονα του αντίζυγου. Τα διανύσματα της παραγόμενης ροπής \vec{M} και της στροφορμής είναι πάντοτε κάθετα μεταξύ τους. Παράγεται λοιπόν ροπή μεγάλη σε μέτρο, και ταυτόχρονα το ποσό ενέργειας που απαιτείται είναι μικρό. Αυτό γιατί η απαιτούμενη ενέργεια, προορίζεται όχι για τη μεταβολή της ταχύτητας του σφονδύλου όπως γίνεται στους σφονδύλους αντίδρασης, αλλά για τη στρέψη του άξονα του αντίζυγου (ο οποίος στρέφεται με πολύ μικρότερες ταχύτητες). Επομένως, ενέργεια καταναλώνεται μόνο για τη στρέψη των αντίζυγων και την υπερνίκηση των τριβών του διαρκώς στρεφόμενου σφονδύλου.



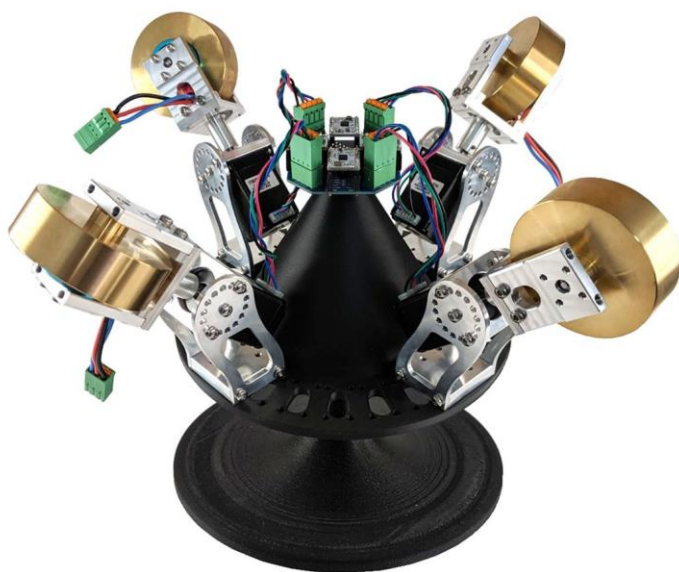
Εικόνα 3-5. Μονού αντίζυγου CMG [18].

Μια συστοιχία από CMGs μπορεί να παράγει, όπως ήδη ειπώθηκε, ιδιαίτερα ισχυρή ροπή και στροφορμή, αφού περιστρέφεται με πολύ υψηλές στροφές καταναλώνοντας μικρό ποσό ενέργειας. Προσδίδει στο δορυφόρο ιδιαίτερη ευελιξία, και δίνει τη δυνατότητα για ταχύτερους ελιγμούς συγκριτικά με άλλα συστήματα ελέγχου προσανατολισμού. Ουσιαστικά τα CMGs συνδυάζουν τις λειτουργίες των σφονδύλων αντίδρασης και αδράνειας καθώς προσφέρουν τόσο στον έλεγχο προσανατολισμού, όσο και στη γυροσκοπική ευστάθεια (αφού οι σφόνδυλοι στρέφονται διαρκώς) και μπορούν να παρέχουν ροπή σε κάθε διεύθυνση.

Ωστόσο, τα CMGs έχουν μεγαλύτερο κόστος σε σύγκριση με τους σφονδύλους αντίδρασης/αδράνειας, ενώ ο πολύ υψηλός ρυθμός περιστροφής απαιτεί εξαιρετική ακρίβεια στην κατασκευή για να αποφευχθούν κατά το δυνατόν τριβές και ταλαντώσεις. Το ότι ο

ρυθμός περιστροφής του σφονδύλου είναι σταθερός απαιτεί ακριβείς ελεγκτές και αισθητήρες, και επίσης το γεγονός πως η κατεύθυνση του άξονα περιστροφής δεν είναι σταθερή προσθέτει επιπλέον πολυπλοκότητα στο σύστημα.

Αυτά, σε συνδυασμό με το ότι οι μικροί δορυφόροι συνήθως έχουν περιορισμό χώρου για τη μεταφορά περιττών συσκευών και συστημάτων, έχουν ως αποτέλεσμα τα παραδείγματα χρήσης των CMGs σε μικρούς δορυφόρους να είναι λίγα. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε μεγάλοι μεγέθους δορυφόρους όπως ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (ISS). Επειδή όμως η εφαρμογή τους θα ήταν πολύ χρήσιμη ως και απαραίτητη σε μελλοντικές εφαρμογές μικρών δορυφόρων, η έρευνα στρέφεται στη βελτιστοποίηση του ελέγχου προσανατολισμού τους με λιγότερα, μικρού μεγέθους CMGs και στην επίλυση των όποιων δυσκολιών επιφέρουν [19, 15].



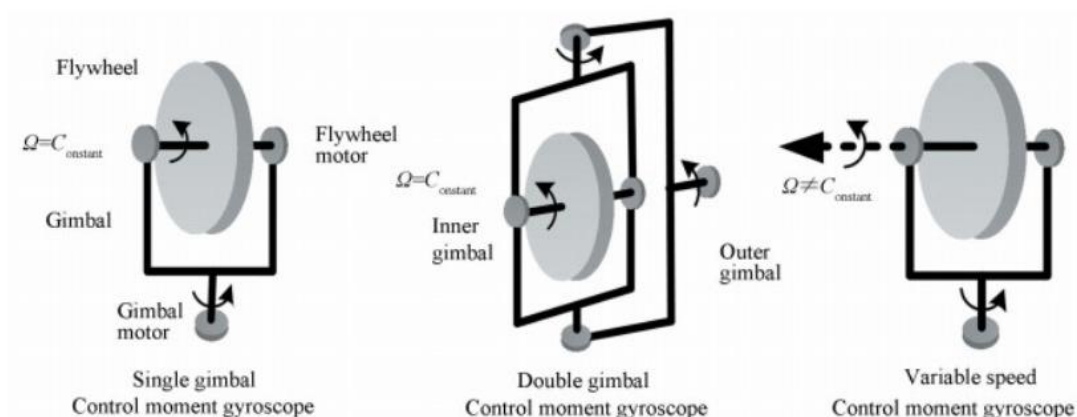
Εικόνα 3-6. Συστοιχία τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας.

Υπάρχουν διάφορες υλοποιήσεις γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου (Σχήμα 3-1) οι οποίες εξηγούνται στη συνέχεια [17]:

- Μονού αντίζυγου (Single-gimbal ή SGCMGs): περιλαμβάνουν ένα μόνο αντίζυγο και είναι τα πιο αποτελεσματικά CMGs, αφού μπορούν να δημιουργούν πολύ μεγάλες ροπές για έναν βαθμό ελευθερίας. Συνήθως, τέτοιες υλοποιήσεις περιλαμβάνουν τέσσερα μονού αντίζυγου CMGs για ασφαλή και πλήρη έλεγχο στους τρεις άξονες, αλλά έχουν γίνει και υλοποιήσεις με λιγότερα CMGs για έλεγχο σε έναν ή δύο άξονες για δορυφόρους ειδικών εφαρμογών [14].
- Διπλού αντίζυγου (Double-gimbal ή DGCMGs): περιλαμβάνουν δύο αντίζυγα ανά σφόνδυλο. Ως επενεργητές, είναι πιο ευέλικτοι από τους προηγούμενους, μιας και παράγουν ροπή για δύο βαθμούς ελευθερίας. Ωστόσο, σε κάποιες περιπτώσεις, απαιτούν περισσότερη ισχύ για δεδομένη ροπή από τα SGCMGs. Εάν ο στόχος είναι απλώς η αποθήκευση της ορμής με αποδοτικό τρόπο, όπως στην περίπτωση του Διεθνούς Διαστημικού Σταθμού, τα DGCMGs αποτελούν καλή σχεδιαστική επιλογή. Ωστόσο, εάν ένας δορυφόρος απαιτεί μεγάλη ροπή

εξόδου, καταναλώνοντας ταυτόχρονα ελάχιστη ισχύ, τα SGCMGs είναι καλύτερη επιλογή.

- Μεταβλητής ταχύτητας (Variable-speed ή VSCMGs): τα προηγούμενα CMGs διατηρούν σταθερή την ταχύτητα του σφονδύλου. Τα VSCMGs έχουν τη δυνατότητα αύξησης ή μείωσης αυτής και προσφέρουν ορισμένα πλεονεκτήματα ως επενεργητές. Αυτό διότι η ροπή εξόδου του σφονδύλου είναι συνήθως πολύ μικρότερη από αυτή που προκαλείται από την κίνηση του αντίζυγου. Το κύριο όφελος των VSCMGs σε σύγκριση με τα συμβατικά SGCMGs, είναι ένας επιπλέον βαθμός ελευθερίας που μπορεί να αξιοποιηθεί για αποφυγή ιδιομορφιών (singularities) και επαναπροσανατολισμό του συστήματος των VSCMGs στην αρχική, ιδανική του θέση. Τα VSCMGs είναι άμεσα διαθέσιμα χρησιμοποιώντας συμβατικά CMGs με κάποιες τροποποιήσεις [19].



Σχήμα 3-1. Είδη γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου [17].

Μεταξύ των παραπάνω διαφορετικών τύπων γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου, αυτοί των μονών αντίζυγων υπερέρχουν από άποψη κόστους, μάζας και αξιοπιστίας. Εμφανίζουν όμως θέματα ιδιομορφιών (singularities), δηλαδή καταστάσεων όπου για συγκεκριμένες γωνίες του αντίζυγου δεν παράγεται ροπή (Gimbal-Lock). Για την αποφυγή τέτοιων καταστάσεων χρησιμοποιούνται συγκεκριμένες τεχνικές που ονομάζονται Νόμοι Οδήγησης (Steering Laws), οι οποίοι παρουσιάζονται στο Υποκεφάλαιο 3.7.

3.3 Σύγκριση Τεχνολογιών

Αρχικά, οι μαγνητικοί επενεργητές απαιτούν για τη λειτουργία τους την παρουσία του μαγνητικού πεδίου που περιβάλλει τη Γη επομένως η σύγκρισή τους με τους σφονδύλους αντίδρασης, έχει νόημα μόνο για LEO δορυφόρους.

Στην περίπτωση LEO δορυφόρου λοιπόν, το μαγνητικό πεδίο της Γης που επιδρά με τους επενεργητές αυτούς, μεταβάλλεται με το χρόνο αφού η γεωγραφική θέση του δορυφόρου αλλάζει. Επομένως, ο μαγνητικός έλεγχος γίνεται μη γραμμικός και συνεπώς σπάνια συναντάται ως βασικό σύστημα ελέγχου προσανατολισμού. Τέλος, δεν μπορούν να παρέχουν πλήρη τριαξονικό έλεγχο, καθώς η ροπή που μπορεί να παραχθεί θα είναι μόνο κάθετη στο μαγνητικό πεδίο της Γης.

Αντιθέτως, οι σφόνδυλοι αντίδρασης έχουν τη δυνατότητα ελέγχου ανεξαρτήτως της γεωγραφικής θέσης του δορυφόρου. Μειονέκτημά τους όμως σε σχέση με τους μαγνητικούς

επενεργητές είναι το βάρος τους, το κόστος τους και το γεγονός πως αποτελούνται από κινούμενα μέρη μηχανισμού (και άρα υπάρχουν ταλαντώσεις, απαιτήσεις λίπανσης) [37]. Το πιο βασικό μειονέκτημα των σφονδύλων αντίδρασης είναι το φαινόμενο του κορεσμού (saturation) που εξηγήθηκε παραπάνω.

Αντίστοιχα, οι μαγνητικοί επενεργητές έχουν σημαντικά μικρότερο κόστος, είναι ελαφρύτεροι και δεν έχουν κινούμενα μέρη. Όπως φαίνεται, οι δύο αυτές μέθοδοι ελέγχου έχουν αντικρουόμενα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, και για το λόγο αυτό είναι συνήθως η ταυτόχρονη παρουσία τους σε ένα δορυφόρο, όπου κύριο σύστημα ελέγχου αποτελούν οι σφόνδυλοι αντίδρασης και βοηθητικό σύστημα οι μαγνητικοί επενεργητές προκειμένου να λύνουν το πρόβλημα του κορεσμού. Μάλιστα, ο συνδυασμός αυτός φαίνεται πως είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός [38].

Οι Γυροσκοπικοί Επενεργητές Ελέγχου (CMGs) με τη σειρά τους, διατηρούν τα πλεονεκτήματα που έχουν οι σφόνδυλοι αντίδρασης, αλλά υπερέχουν συγκριτικά με αυτούς, καθώς προσδίδουν στο δορυφόρο μεγαλύτερη ευελιξία και σταθερότητα αφού παράγουν μεγαλύτερη ροπή και στροφορμή, ενώ ταυτόχρονα έχουν και μικρότερη μάζα ανά Nm ροπής εξόδου και απαιτούν μικρότερα ποσά ισχύος [21]. Ωστόσο, όπως εξηγήθηκε το κόστος τους είναι υψηλότερο και έχουν αυξημένη πολυπλοκότητα ως σύστημα.

Στη συνέχεια, παρατίθενται (Πίνακας 3-3) τα αποτελέσματα σύγκρισης του συστήματος ελέγχου ενός μικρο-δορυφόρου με χρήση σφονδύλων αντίδρασης και αντίστοιχα με χρήση γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου [39, 13]. Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν τους σφονδύλους αντίδρασης στο δορυφόρο Tsinghua-1 σε διάταξη τετραέδρου, και τους γυροσκοπικούς επενεργητές του δορυφόρου Mk.II σε διάταξη πυραμίδας.

Φαίνεται πως οι γυροσκοπικοί επενεργητές υπερέχουν όσον αφορά τη μάζα, τη ροπή εξόδου, την απαιτούμενη ισχύ και ενέργεια, ενώ επιπλέον δίνουν τη δυνατότητα στο δορυφόρο για αρκετά μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα (slew rate). Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα έδειξαν πως οι γυροσκοπικοί επενεργητές είναι 21.5% πιο αποδοτικοί ενεργειακά, 41.5% πιο ελαφροί ως συστήματα και τέλος είναι κατά 61.7% ταχύτεροι στη μεταβολή του προσανατολισμού του δορυφόρου.

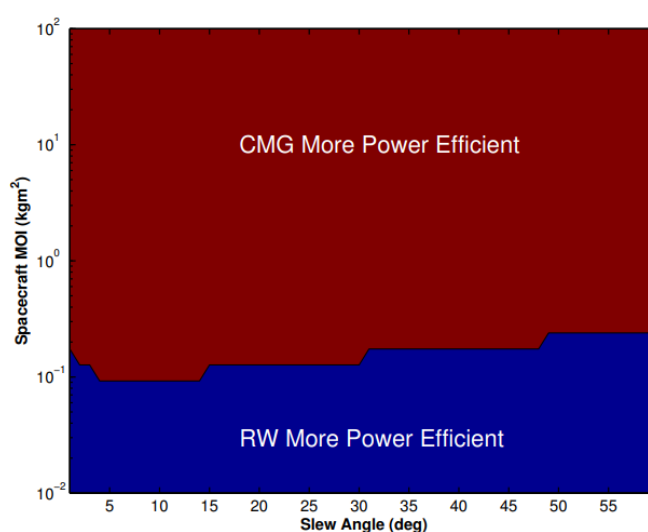
Πίνακας 3-3. Συγκριτικά χαρακτηριστικά CMGs/RW σε μικρο-δορυφόρο.

Παράμετροι	Χρήση CMGs	Χρήση RW
Αριθμός επενεργητών	4	4
Ροπή εξόδου (mNm)	52.25	20
Μέγιστη στροφορμή (Nms)	1.05	1.44
Μάζα συστήματος	1.17	4
Ηλεκτρική Ισχύς (min-max W)	1.68-6.48	3.2-14
Μέση γωνιακή ταχύτητα (°/s)	3	1.85
Ελάχιστος χρόνος για 30°	10	16.17

Μια νεότερη μελέτη [18] σύγκρισης σφονδύλων αντίδρασης και γυροσκοπικών επενεργητών ελέγχου που βασίστηκε σε μοντέλα κυβικών δορυφόρων (CubeSats)

διαφορετικής σταθεράς ροπής αδράνειας (Moment of Inertia ή MOI), έδειξε πως οι δεύτεροι υπερέχουν όσον αφορά την απόδοση τους για δορυφόρους ροπής αδράνειας μεγαλύτερης του 1 Kg-m^2 ανά άξονα και επομένως είναι καταλληλότεροι για μικρο-δορυφόρους ή μεγαλύτερους δορυφόρους. Αντιθέτως, για δορυφόρους ακόμα μικρότερης ροπής αδράνειας (nano, pico satellites) φαίνεται πως οι σφόνδυλοι αντίδρασης είναι πιο αποδοτικοί ενεργειακά.

Παρατηρήθηκε επίσης πως διαθεσιμότητα των σφονδύλων αντίδρασης στην αγορά είναι πολύ μεγαλύτερη συγκριτικά με τους γυροσκοπικούς επενεργητές, κάτι στο οποίο αποδίδουν μερίδιο ευθύνης για το γεγονός ότι προτιμώνται περισσότερο ως σύστημα ελέγχου. Ωστόσο, οι συγκεκριμένοι μελετητές, λόγω των πλεονεκτημάτων των CMGs, επισημαίνουν την ανάγκη για στροφή της έρευνας προς τη βελτίωσή τους και προβλέπουν ευρύτερη χρήση αυτών στο άμεσο μέλλον.



Εικόνα 3-7. Μέγεθος δορυφόρου που κάθε σύστημα επενέργησης είναι αποδοτικότερο ενεργειακά [18].

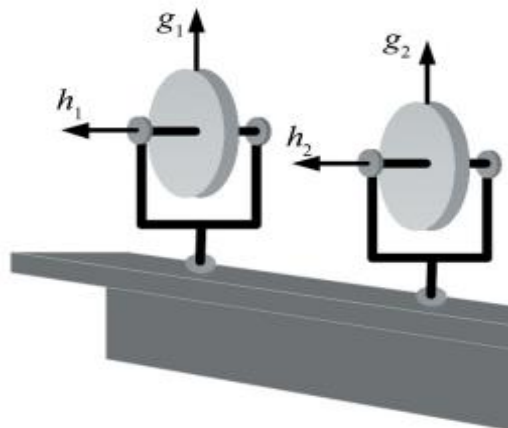
3.4 Διαμορφώσεις Γυροσκοπικών Επενεργητών Ελέγχου (CMGs)

Η παρούσα εργασία αφορά κυρίως τη μελέτη των CMGs και επομένως η συνέχεια αφορά σχεδόν αποκλειστικά αυτό το είδος συστήματος επενέργησης. Προκειμένου σε έναν δορυφόρο να επιτευχθεί έλεγχος προσανατολισμού και ευστάθεια σε έναν, δύο ή τρεις άξονες πρέπει οι γυροσκοπικοί επενεργητές να τοποθετηθούν σε συγκεκριμένη διαμόρφωση (configuration). Ο έλεγχος σε τρεις άξονες απαιτεί τουλάχιστον τρία CMGs (non-redundant configuration), δηλαδή ένα CMG για κάθε άξονα. Αν ληφθεί υπ' όψιν η αξιοπιστία-ασφάλεια του συστήματος, τότε απαιτούνται παραπάνω CMGs και κατά συνέπεια μια πλεονάζουσα (redundant), όπως λέγεται, διαμόρφωση. Η επιλογή μιας πλεονάζουσας ή μη διαμόρφωσης εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα σε χώρο αλλά και το κόστος. Τα παρακάτω, αναφέρονται σε CMGs μονού αντίζυγου (SGCMGs).

3.4.1 Μη Πλεονάζουσες Διαμορφώσεις (Non-Redundant Configurations)

Για ευκίνητους, μικρούς δορυφόρους, όπως για παράδειγμα δορυφόρους παρατήρησης της Γης (observing satellites), όπου απαιτείται μια μεγάλη ροπή κατά μήκος των «roll» και «pitch» αξόνων, συνήθως προτιμάται μια μη πλεονάζουσα διάταξη. Τότε η πιο συνηθισμένη επιλογή, είναι η τοποθέτηση δύο ή τριών CMGs για τον έλεγχο των δύο προαναφερθέντων

αξόνων, σε συνδυασμό με τη χρήση ενός σφονδύλου αντίδρασης για έλεγχο του «Yaw» άξονα, με μία αρκετά μικρότερη φυσικά ροπή [17]. Στο Σχήμα 3-2 φαίνονται δύο CMGs (2-parallel configuration) που είναι συνδεδεμένα έτσι ώστε οι άξονες των αντίζυγων τους να είναι παράλληλοι. Το σύστημα αυτό μπορεί να παράγει ροπή σε δύο διαστάσεις, αλλάζοντας τον προσανατολισμό των στρεφόμενων σφονδύλων.

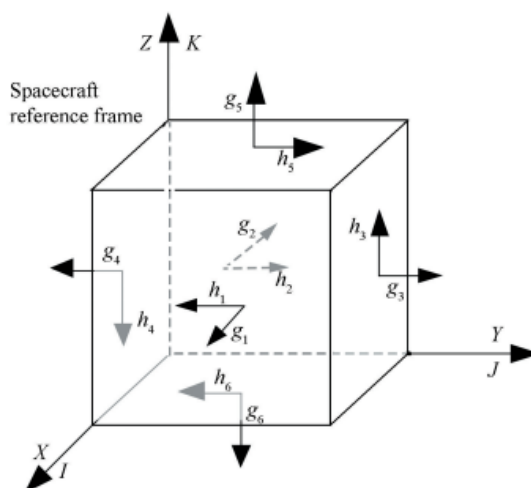


Σχήμα 3-2. Συστοιχία δύο παράλληλα συνδεδεμένων CMGs.

Φυσικά υπάρχουν και άλλες διαφορετικές μη πλεονάζουσες διατάξεις, ωστόσο δεν θα αναλυθούν οι καθεμιά ξεχωριστά αφού η κεντρική ιδέα είναι η ίδια

3.4.2 Πλεονάζουσες Διαμορφώσεις (Redundant Configurations)

Ως λογική συνέχεια όσων αναφέρθηκαν παραπάνω, η ιδέα των πλεοναζουσών διαμορφώσεων στηρίζεται στην ύπαρξη παραπάνω από ένα CMGs (π.χ δύο) για έλεγχο του κάθε άξονα. Μια τέτοια διάταξη είναι κυβική διαμόρφωση (cube configuration) που φαίνεται στο Σχήμα 3-3 και αποτελείται από έξι CMGs.



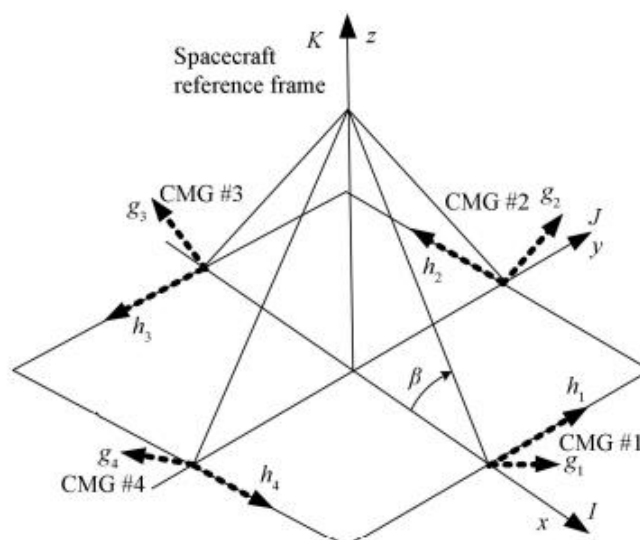
Σχήμα 3-3. Κυβική διαμόρφωση με έξι CMGs [17].

Φυσικά η ιδέα αυτή είναι αντισυμβατική, και σχεδόν απαγορευτική για την περίπτωση μικρών δορυφόρων που έχουν τον περιορισμό χώρου και βάρους, αφού με τη λογική αυτή για έλεγχο σε δύο άξονες απαιτούνται τέσσερα, ενώ για έλεγχο σε τρεις άξονες έξι CMGs.

Στην πράξη, όταν γίνεται αναφορά σε πλεονάζουσες διαμορφώσεις, συνήθως πρόκειται για μια ενδιάμεση λύση με συνολικά τέσσερα συνήθως CMGs για έλεγχο και στους τρεις

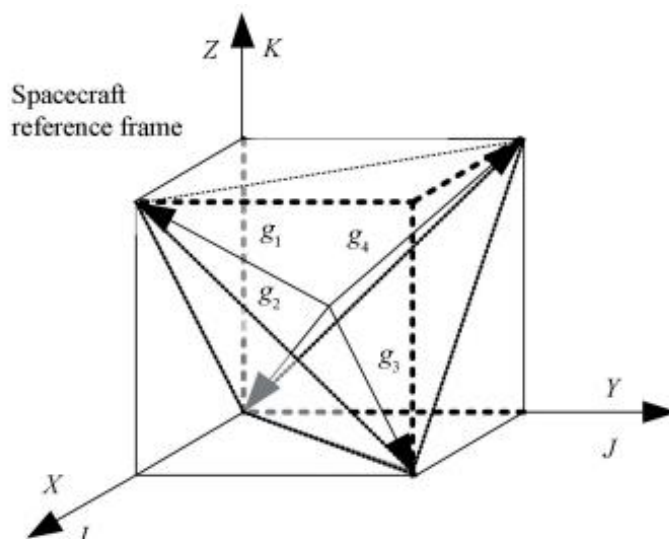
άξονες, αλλά υπάρχουν διαμορφώσεις και με πέντε ή έξι CMGs που προορίζονται φυσικά για μεγαλύτερου μεγέθους δορυφόρους. Κάποιες μόνο από αυτές τις διατάξεις εξηγούνται συνοπτικά στη συνέχεια, ενώ σημειώνεται πως υπάρχουν και πολλές άλλες πλεονάζουσες διαμορφώσεις (five pyramid, six pyramid, pyramid-Z, five pyramid-Z, 3-double parallel) οι οποίες δε θα αναλυθούν στην παρούσα εργασία.

- Διαμόρφωση πυραμίδας (pyramid configuration): Είναι γνωστή και ως «ελάχιστη πλεονάζουσα» διαμόρφωση (min-redundant cluster), καθώς διαθέτει μόνο ένα επιπλέον CMG και φαίνεται στο Σχήμα 3-4. Η διαμόρφωση αυτή είναι η πιο συχνά εμφανιζόμενη σε εφαρμογές ευέλικτων δορυφόρων, καθώς όπως δείχνουν οι έρευνες είναι από τις πιο αποδοτικές. Αποτελείται από τέσσερα SGCMGs τοποθετημένα έτσι ώστε οι άξονες των σφονδύλων να είναι κάθετοι στους άξονες X και Y του τοπικού συστήματος αναφοράς του δορυφόρου. Η γωνία β ονομάζεται γωνία κλίσης (skew angle) και οι συνηθέστερες τιμές που συναντώνται είναι 53.13° , 54.73° και 60° . Αν κάποια στιγμή σε κάποιο CMG εμφανιστεί κάποια βλάβη, τότε τα υπόλοιπα τρία θα διατηρήσουν τον τριαξονικό έλεγχο, λόγω της πλεονάζουσας μορφής της διάταξης.



Σχήμα 3-4. Διαμόρφωση πυραμίδας με τέσσερα CMGs [17].

- Διαμόρφωση τετραέδρου (tetrahedron configuration): Η διάταξη αυτή φαίνεται στο Σχήμα 3-5 και αποτελείται από τέσσερα CMGs τοποθετημένα έτσι ώστε ο άξονας κάθε αντίζυγου να είναι κάθετος σε μία από τις τέσσερις έδρες. Η μελέτη πάνω σε αυτήν τη διαμόρφωση έδειξαν πως μπορεί να παράγει σημαντικά μεγαλύτερη ροπή από αυτήν τη διαμόρφωση πυραμίδας σε έναν από τους τρεις άξονες, αλλά θυσιάζοντας διαθέσιμη τη διαθέσιμη ροπή στους δύο άλλους άξονες [40].



Σχήμα 3-5. Διαμόρφωση τετραέδρου με τέσσερα CMGs [17].

Στην παρούσα εργασία επιλέγεται για πλήρη τριαξονικό έλεγχο η ελάχιστη πλεονάζουσα διαμόρφωση πυραμίδας η οποία περιεγράφηκε παραπάνω και αποτελείται από μια συστοιχία τεσσάρων CMGs όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-4.

3.5 Διαθεσιμότητα CMGs Στην Αγορά

Τα πρώτα CMGs που χρησιμοποιήθηκαν σε πραγματική διαστημική εφαρμογή ήταν το 1973 στον πρώτο διαστημικό σταθμό της NASA, Skylab. Γενικά, μέχρι την 10ετία του '90 όσα CMGs κατασκευάστηκαν αφορούσαν αποκλειστικά μεγαλύτερου μεγέθους δορυφόρους, κυρίως λόγω της μεγάλης αποθηκευτικής ικανότητας σε στροφορμή, που χρησιμοποιείται για να παρέχει ευστάθεια και να απορρίπτει τις εξωτερικές ροπές διαταραχών. Γενικά τα CMGs που κατασκευάζονταν – και κατασκευάζονται ακόμη φυσικά – είχαν αρκετά μεγάλο βάρος της τάξεως των 60-150 Kg, παραγωγή στροφορμής της τάξεως των 300-1000 Nms και ροπής εξόδου περί τα 100-1000 Nm.

Από τότε και μετά έγιναν τα πρώτα βήματα για χρήση CMGs μικρότερης κλίμακας διαστημικές εφαρμογές κυρίως από την Honeywell, την Astrium και την Alcatel που αφορούσαν δορυφόρους Medium Sized (500-1000 Kg). Στη συνέχεια οι έρευνες επεκτάθηκαν προκειμένου να μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε μικρο-δορυφόρους και πλέον υπάρχουν CMGs για σχεδόν όλους τους τύπους δορυφόρων. Στον Πίνακα 3-4 φαίνονται κάποια από τα CMGs που είναι διαθέσιμα στην αγορά σήμερα, εν έτει 2022, μαζί με τις βασικές προδιαγραφές τους.

Πίνακας 3-4. Διαθέσιμα CMGs στη σημερινή αγορά και βασικές προδιαγραφές τους.

CMGs	Κατασκευαστής	Τύπος CMG	Μάζα ¹ (Kg)	Στροφορμή (Nms)	Ροπή (Nm)	Κατάλληλο για Δορυφόρο
CMGM-5-51A	Michigan Aerospace Manufacturers Association	VSCMG	8.0	5.0	5.0	300-500 Kg
CMG 4-6S	Airbus	SGCMG	13.0	4.0	6.0	200-500 Kg
M50 CMG	Honeywell	VSCMG	28.0	75.0	75.0	~1 tn
CMG-12	Blue Canyon Technologies	SGCMG	15.0	12.0	12.0	500-800 Kg
CMG-8	Blue Canyon Technologies	SGCMG	10.0	8.0	8.0	200-700 Kg
MicroSat CMG	Honeybee Robotics	SGCMG	1.3	0.056	0.112	5-100 Kg

3.6 Μαθηματικό Μοντέλο CMGs

Όπως ήδη ειπώθηκε, στην παρούσα εργασία επιλέγεται η χρήση συστοιχίας τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3-4. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν οι εξισώσεις που διέπουν τη δυναμική του συστήματος ελέγχου μέσω των CMGs και οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για την επίτευξη ελέγχου κλειστού βρόχου.

Στο Υποκεφάλαιο 2-3 και συγκεκριμένα στην εξίσωση (2-19) συμβολίστηκε ως \vec{H} το διάνυσμα της στροφορμής του απαραμόρφωτου σώματος, δηλαδή του απλοποιημένου μοντέλου του δορυφόρου. Στο εξής θα γίνεται αναφορά στο διάνυσμα \vec{H}_{NET} το οποίο αφορά το ακριβές μοντέλο του δορυφόρου που περιλαμβάνει το σώμα του μαζί με τη συστοιχία των τεσσάρων CMGs. Αυτό ορίζεται ως εξής:

$$\vec{H}_{NET} = \vec{H} + \vec{h}_{act} \quad (3-3)$$

όπου \vec{H} το διάνυσμα στροφορμής του σώματος του δορυφόρου και \vec{h}_{act} το διάνυσμα στροφορμής του συστήματος επενέργησης, που στη συνέχεια για την συστοιχία των τεσσάρων CMGs θα συμβολίζεται ως \vec{h}_{CMG} δίνεται από την εξίσωση:

$$\vec{h}_{CMG} = \vec{h}_1 + \vec{h}_2 + \vec{h}_3 + \vec{h}_4 \quad (3-4)$$

¹ Περιλαμβάνονται τα ηλεκτρονικά, αν πρόκειται για συστοιχία CMGs τότε γίνεται αναφορά στη μάζα όλου του συστήματος.

όπου \vec{h}_i το διάνυσμα στροφορμής του κατ' αριθμόν i CMG και το οποίο χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρηθεί μοναδιαίο.

Αν εν' συνεχεία θεωρηθεί \vec{g}_i το μοναδιαίο διάνυσμα του αντίζυγου το οποίο στρέφεται κατά γωνία δ_i όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3-4 και β η γωνία στη βάση της πυραμίδας τότε από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για τα διανύσματα \vec{g}_i όπου τα $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x, y και z αντίστοιχα όπως αυτοί φαίνονται στο σχήμα.

$$\vec{g}_1 = \sin(\beta) \vec{i} + \cos(\beta) \vec{k} \quad (3-5\alpha)$$

$$\vec{g}_2 = \sin(\beta) \vec{j} + \cos(\beta) \vec{k} \quad (3-5\beta)$$

$$\vec{g}_3 = -\sin(\beta) \vec{i} + \cos(\beta) \vec{j} \quad (3-5\gamma)$$

$$\vec{g}_4 = -\sin(\beta) \vec{j} + \cos(\beta) \vec{k} \quad (3-5\delta)$$

Το διάνυσμα της στροφορμής των CMGs έχει εκφραστεί ως προς το σωματόδετο $\Sigma\Sigma$ του δορυφόρου όπως αυτό ορίστηκε στο Κεφάλαιο 2 και γράφεται ως εξής:

$$\vec{H} = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k} = [i \quad j \quad k] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = [i \quad j \quad k] \mathbf{H} \quad (3-6)$$

Στο σημείο αυτό επισημαίνεται και πάλι πως παρ' όλο που το διάνυσμα \vec{H} δεν πρέπει να συγχέεται με το διάνυσμα στήλης \mathbf{H} , στην παρούσα εργασία θα γίνεται και στις δύο περιπτώσεις αναφορά ως διάνυσμα και θα είναι ξεκάθαρο από το περιεχόμενο όσων γράφονται σε ποιο από τα τα δύο γίνεται αναφορά. Αυτή η πρακτική θα ακολουθηθεί για οποιοδήποτε διάνυσμα στη συνέχεια της ανάλυσης.

Στο Κεφάλαιο 2 αναλύθηκε ο τρόπος που εξήχθη η εξίσωση (2-22) γνωστή και ως Lagrange-Euler για το απαραμόρφωτο σώμα και η οποία παρατίθεται και πάλι για λόγους ευκολίας του αναγνώστη:

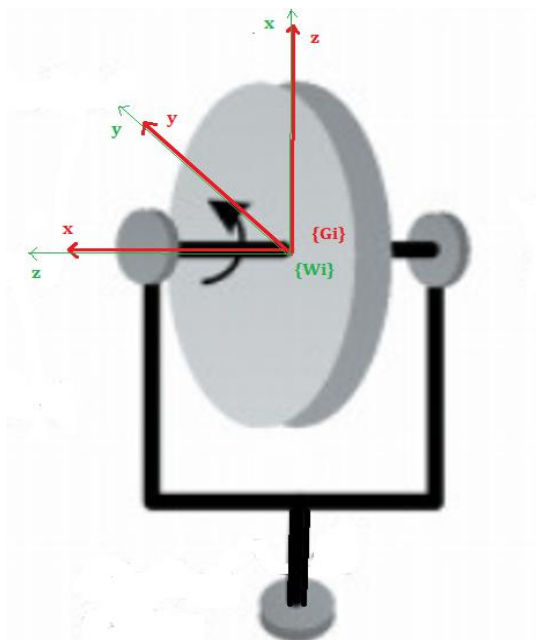
$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M} \quad (3-7)$$

Εκφράζοντας τη στροφορμή \mathbf{H} ως $\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$ και αντικαθιστώντας την εξίσωση (3-3) στην (3-7) προκύπτει η εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική του δορυφόρου μαζί με τη συστοιχία των CMGs.

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{h}_{CMG} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}_{CMG}) = \mathbf{M} \quad (3-8)$$

όπου \mathbf{J} ο 3×3 πίνακας ροπών αδράνειας του δορυφόρου μαζί με το σύστημα των CMGs, $\boldsymbol{\omega}$ το διάνυσμα γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου, \mathbf{M} το διάνυσμα που εκφράζει τη ροπή επενέργειας και όποιες άλλες εξωτερικές ροπές διαταραχών υπάρχουν, και \mathbf{h}_{CMG} το διάνυσμα στροφορμής που δίνουν τα CMGs και το οποίο είναι γνωστό ως προς το σωματόδετο $\Sigma\Sigma$ του δορυφόρου. Για να γίνει αυτό απαιτείται μια σειρά μετασχηματισμών με πίνακες περιστροφής σύμφωνα με τη θεωρία που παρουσιάστηκε στο Υποκεφάλαιο 2.1.2.

Αρχικά θα πρέπει να οριστούν κάποια ΣΣ τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην κατωτέρω ανάλυση. Το ΣΣ του i σφονδύλου θα συμβολίζεται στο εξής ΣΣ $\{W_i\}$ ή απλώς $\{W_i\}$, το ΣΣ του i αντίζυγου θα συμβολίζεται στο εξής ΣΣ $\{G_i\}$ ή απλώς $\{G_i\}$ και το σωματόδετο ΣΣ, η αρχή των αξόνων του οποίου ταυτίζεται με το κέντρο μάζας του δορυφόρου, όπως έχει ήδη αναφερθεί θα συμβολίζεται με ΣΣ $\{b\}$ ή απλώς $\{b\}$.



Σχήμα 3-6. Συστήματα συντεταγμένων σφονδύλου και αντίζυγου.

Εκφράζοντας τη στροφορμή του i σφονδύλου και του i αντίζυγου ως προς το σύστημα αναφοράς $\{W_i\}$ τότε γράφεται ως:

$$\mathbf{h}_i^{\{W_i\}} = \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \\ 0 \\ I_w \Omega_i \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

όπου I_G είναι η αριθμητική τιμή της ροπής αδράνειας του συστήματος σφονδύλου-αντίζυγου ως προς τον άξονα περιστροφής του αντίζυγου, $\dot{\delta}_i$ η γωνιακή ταχύτητα με την οποία περιστρέφεται το αντίζυγο, I_w είναι η πολική ροπή αδράνειας του συστήματος σφονδύλου ως προς τον άξονα περιστροφής του και Ω_i η σταθερή ταχύτητα περιστροφής του σφονδύλου.

Ωστόσο για την εφαρμογή της εξίσωσης (3-8) είναι απαραίτητο η στροφορμή του κάθε CMG να είναι εκφρασμένη ως προς το σωματόδετο ΣΣ $\{b\}$. Για το σκοπό αυτό γίνεται χρήση των γωνιών Euler και κατασκευάζεται ένας πίνακας περιστροφής ${}^w R_b$ όπως ακριβώς εξηγήθηκε στην ανάλυση της θεωρίας στο Κεφάλαιο 2. Με βάση αυτά προκύπτει:

$$\mathbf{h}_i^{\{b\}} = \mathbf{R}_z(\theta_3)^T \mathbf{R}_y(\theta_2)^T \mathbf{R}_x(\theta_1)^T \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \\ 0 \\ I_w \Omega_i \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

όπου η γωνία θ_3 καθορίζει τη θέση του κάθε CMG πάνω στη βάση που στηρίζεται η συστοιχία των CMGs και εξαρτάται από την επιλεγείσα διαμόρφωση. Στη διαμόρφωση πυραμίδας το κάθε CMG βρίσκεται στο μέσον της κάθε πλευράς της τετραγωνικής βάσης

τους και άρα έχουν διαφορά γωνίας 90 μοιρών μεταξύ τους. Η γωνία θ_2 σχετίζεται με την κλίση των CMGs δηλαδή στην περίπτωση της διαμόρφωσης πυραμίδας αφορά τη γωνία β , και τέλος η γωνία θ_1 είναι η εκάστοτε γωνία περιστροφής του αντίζυγου δ_i . Με δεδομένη τη γεωμετρία της επιλεγείσας διαμόρφωσης προκύπτει:

$$\mathbf{h}_i^{(b)} = \mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) - I_w \Omega_i \cos(\beta) \sin(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \cos(\delta_i) \\ I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) + I_w \Omega_i \sin(\beta) \sin(\delta_i) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

Επομένως, η συνολική στροφορμή των τεσσάρων CMGs της διαμόρφωσης πυραμίδας θα δίνεται από την εξίσωση η οποία είναι αντίστοιχη της (3-4):

$$\mathbf{h}_{CMG} = \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) - I_w \Omega_i \cos(\beta) \sin(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \cos(\delta_i) \\ I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) + I_w \Omega_i \sin(\beta) \sin(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \quad (3-12)$$

και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (3-3) και (3-12) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{H}_{NET} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) - I_w \Omega_i \cos(\beta) \sin(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \cos(\delta_i) \\ I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) + I_w \Omega_i \sin(\beta) \sin(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \quad (3-13)$$

Διαφορίζοντας, προκύπτει τελικά η εξίσωση που δίνει τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος $\dot{\mathbf{H}}_{NET}$ η οποία είναι ίση με τη ροπή \mathbf{M} :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_{NET} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} I_G \ddot{\delta}_i \cos(\beta) - I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \cos(\beta) \cos(\delta_i) \\ -I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \cos(\delta_i) \\ I_G \ddot{\delta}_i \cos(\beta) + I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \sin(\beta) \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \\ + \boldsymbol{\omega}^\times \left[\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) - I_w \Omega_i \cos(\beta) \sin(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \cos(\delta_i) \\ I_G \dot{\delta}_i \cos(\beta) + I_w \Omega_i \sin(\beta) \sin(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \right] \end{aligned} \quad (3-14)$$

Η εξίσωση (3-14) μπορεί να απλοποιηθεί κάνοντας τις εξής παραδοχές:

$$\dot{\delta}_i \ll \Omega_i \quad (3-15\alpha)$$

$$\ddot{\delta}_i \ll \Omega_i \dot{\delta}_i \quad (3-15\beta)$$

Οι παραδοχές αυτές κρίνονται ορθές, διότι η γωνιακή ταχύτητα των σφονδύλων η οποία συνήθως συναντάται 500-2000 rad/s είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή των αντίζυγων που δεν ξεπερνά το 2 rad/s. Η δεύτερη παραδοχή ισχύει για τον ίδιο λόγο και η μόνη περίπτωση

που δεν ισχύει είναι όταν η γωνιακή ταχύτητα των αντίζυγων είναι μηδενική, κάτι που συμβαίνει μόνο στιγμιαία. Άρα η εξίσωση (3-14) γράφεται τελικά ως:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_{NET} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} -I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \cos(\beta) \cos(\delta_i) \\ -I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \cos(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \dot{\delta}_i \sin(\beta) \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \\ + \boldsymbol{\omega}^\times \left[\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^4 \left(\mathbf{R}_z(\theta_i)^T \begin{bmatrix} -I_w \Omega_i \cos(\beta) \sin(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \cos(\delta_i) \\ I_w \Omega_i \sin(\beta) \sin(\delta_i) \end{bmatrix} \right) \right] \end{aligned} \quad (3-16)$$

Ή αλλιώς με ακόμα πιο συνεπτυγμένο τρόπο ως εξής:

$$\dot{\mathbf{H}}_{NET} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + I_w \Omega_i \mathbf{A}_d \dot{\boldsymbol{\delta}} + \boldsymbol{\omega}^\times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + I_w \Omega_i \mathbf{A}) \quad (3-17)$$

όπου $\dot{\boldsymbol{\delta}} = [\dot{\delta}_1 \quad \dot{\delta}_2 \quad \dot{\delta}_3 \quad \dot{\delta}_4]^T$ και οι πίνακες \mathbf{A} , \mathbf{A}_d φαίνονται παρακάτω:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\cos(\beta) \sin(\delta_1) & -\cos(\delta_2) & \cos(\beta) \sin(\delta_3) & \cos(\delta_4) \\ \cos(\delta_1) & -\cos(\beta) \sin(\delta_2) & -\cos(\delta_3) & \cos(\beta) \sin(\delta_4) \\ \sin(\beta) \sin(\delta_1) & \sin(\beta) \sin(\delta_2) & \sin(\beta) \sin(\delta_3) & \sin(\beta) \sin(\delta_4) \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} -\cos(\beta) \cos(\delta_1) & \sin(\delta_2) & \cos(\beta) \cos(\delta_3) & -\sin(\delta_4) \\ -\sin(\delta_1) & -\cos(\beta) \cos(\delta_2) & \sin(\delta_3) & \cos(\beta) \cos(\delta_4) \\ \sin(\beta) \cos(\delta_1) & \sin(\beta) \cos(\delta_2) & \sin(\beta) \cos(\delta_3) & \sin(\beta) \cos(\delta_4) \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

Ο πίνακας \mathbf{A}_d εκφράζει τη μη-γραμμική σχέση μεταξύ της μεταβολής της στροφορμής των CMGs ως προς τις γωνιακές ταχύτητες περιστροφής των αντίζυγων. Ο \mathbf{A}_d ονομάζεται διαφορετικά και Ιακωβιανή \mathbf{J}_h (Jacobian) της \mathbf{h}_{CMG} ως προς το $\boldsymbol{\delta}$ αφού:

$$\mathbf{A}_d = \mathbf{J}_h = \frac{d\mathbf{h}_{CMG}}{d\boldsymbol{\delta}} \quad (3-20)$$

Η σχέση που προκύπτει μέσω της \mathbf{J}_h όπως φαίνεται από τα παραπάνω χρησιμοποιείται για το συσχετισμό της μεταβολής της στροφορμής των CMGs με τις μεταβλητές ελέγχου τους, δηλαδή τις γωνιακές ταχύτητες περιστροφής των αντίζυγων $\dot{\boldsymbol{\delta}}$.

$$\dot{\mathbf{h}}_{CMG} = I_w \Omega_i \mathbf{J}_h \dot{\boldsymbol{\delta}} \quad (3-21)$$

όπου η $\dot{\mathbf{h}}_{CMG}$ σχετίζεται με την απαίτηση που δίνει ο ελεγκτής του συστήματος κλειστού βρόχου και αφορά την παραγωγή ροπής, η οποία δίνεται από την εξίσωση (3-2) και

επαναλαμβάνεται στο σημείο αυτό για λόγους πληρότητας και κατανόησης της διαδικασίας με τους συμβολισμούς που χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν κεφάλαιο:

$$\vec{M} = \dot{\vec{h}}_{CMG} = \dot{\delta} \times (I_w \vec{\Omega}_i) \quad (3-22)$$

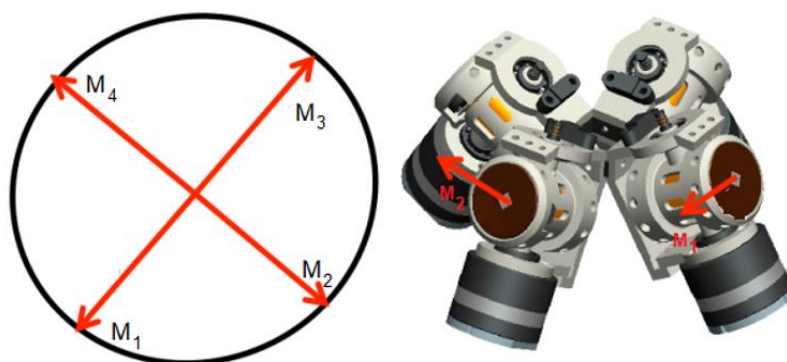
Συνοψίζοντας, με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε, αν συμβολιστεί ως \mathbf{u} η ροπή που απαιτεί ο ελεγκτής του συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου και γίνει χρήση των εξισώσεων (3-7), (3-8) προκύπτει πως:

$$\dot{\vec{h}}_{CMG} = -\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega} \times \vec{h}_{CMG} \quad (3-23)$$

Επομένως για την επίτευξη του ελέγχου, αφού ο ελεγκτής υπολογίσει την απαιτούμενη ροπή (με κατάλληλο νόμο ελέγχου, αισθητήρια όργανα, ανάδραση κλπ.) γίνεται χρήση της εξίσωσης (3-23) για τον υπολογισμό της $\dot{\vec{h}}_{CMG}$. Με υπολογισμένη τη μεταβολή της στροφορμής πρέπει να λυθεί η εξίσωση (3-21) για τον υπολογισμό των καταλλήλων γωνιακών ταχυτήτων των αντίζυγων που αποτελούν και τις μεταβλητές ελέγχου των CMGs. Ωστόσο η Ιακωβιανή \mathbf{J}_h της εξίσωσης (3-21) δεν είναι τετραγωνική (square matrix) και άρα δεν είναι άμεσα αντιστρέψιμη. Για την επίλυση της εξίσωσης αυτής γίνεται χρήση κάποιων συγκεκριμένων διαδικασιών που ονομάζονται Νόμοι Οδήγησης (Steering Laws) και παρουσιάζονται στη συνέχεια.

3.7 Ανάπτυξη Στροφορμής στο χώρο (Momentum Envelope) και Νόμοι Οδήγησης (Steering Laws)

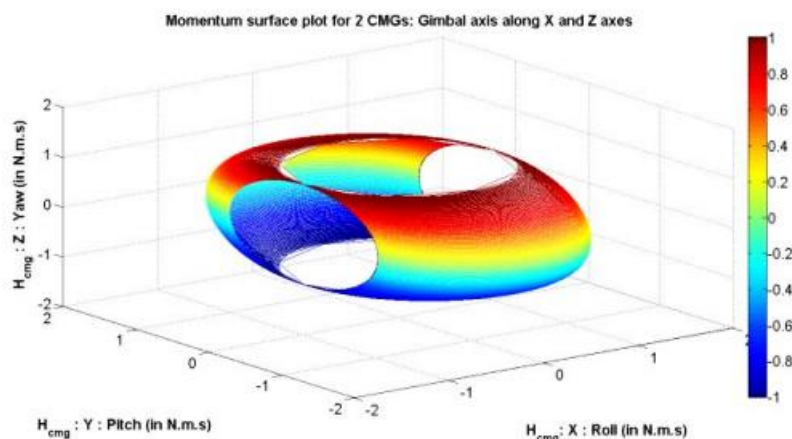
Προτού παρουσιαστούν οι Νόμοι Οδήγησης, θα γίνει μια σύντομη αναφορά στην ανάπτυξη στροφορμής μιας συστοιχίας SGCMGs στο χώρο (Momentum Envelope), αλλά και τις Ιδιομορφίες (Singularities) που αναπόφευκτα θα υπάρχουν. Όταν εμφανίζονται οι ιδιομορφίες, τότε τα διανύσματα ροπής \mathbf{M}_i ($i = 1, \dots, 4$) του κάθε CMG έχουν κατεύθυνση όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-9.



Εικόνα 3-8. Κατεύθυνση διανυσμάτων ροπής σε περίπτωση εμφάνισης ιδιομορφίας.

Όποτε λοιπόν γίνεται λόγος για ιδιομορφίες, εννοούνται οι περιπτώσεις όπου η συνολική ροπή ΣM που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν, ενώ οι επιμέρους ροπές M_i είναι διάφορες του μηδενός.

Όταν γίνεται αναφορά στην ανάπτυξη στροφορμής, συνήθως αυτό οπτικοποιείται με ένα κέλυφος που παριστάνει το μέτρο της μέγιστης στροφορμής που αναπτύσσουν τα CMGs σε όλες τις πιθανές κατευθύνσεις που μπορεί να «δείξει» το διάνυσμα αυτό. Στην Εικόνα 3-8 φαίνεται μάλιστα το κέλυφος μιας συστοιχίας 2-SGCMGs αντικριστά μεταξύ τους με γωνία κλίσης $\beta=90^\circ$. Όπως διακρίνεται και στην Εικόνα 3-9 υπάρχουν κάποιες τρύπες ή αλλιώς κενά στο κέλυφος και γενικά αποδεικνύεται πως για μια συστοιχία που αποτελείται από N σε πλήθος CMGs θα υπάρχουν $2N$ τρύπες [16]. Το κέλυφος αυτό σχετίζεται με τις ιδιομορφίες, μια κατάσταση κατά την οποία τα CMGs αδυνατούν να παράγουν την επιθυμητή ροπή, και συγκεκριμένα με τις εξωτερικές ιδιομορφίες ή αλλιώς ιδιομορφίες κορεσμού όπως πολλές φορές αποκαλούνται στη βιβλιογραφία. Τα είδη των ιδιομορφιών περιγράφονται αναλυτικά στη συνέχεια.

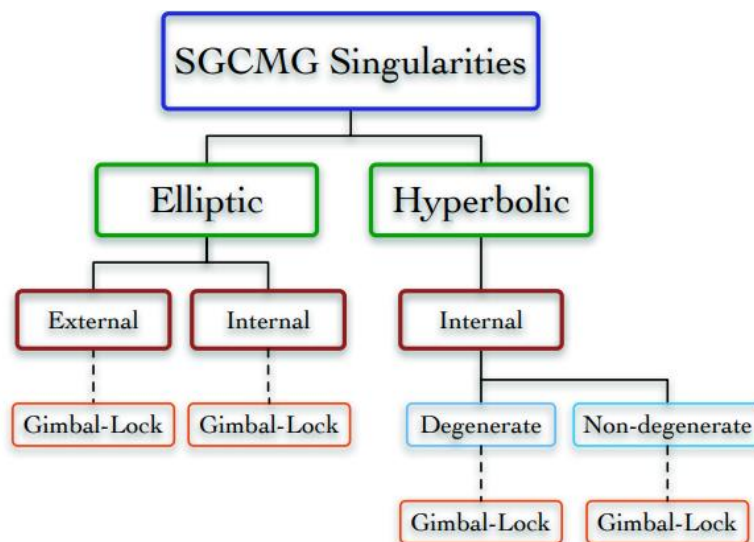


Εικόνα 3-9. Κέλυφος ανάπτυξης στροφορμής στο χώρο για συστοιχία δύο αντικριστών CMGs με γωνία κλίσης $\beta=90^\circ$ [16].

Μια πρώτη κατηγοριοποίηση των ιδιομορφιών, αποτελεί αυτήν που τις διαχωρίζει σε ιδιομορφίες υπερβολικού τύπου (hyperbolic) και ιδιομορφίες ελλειπτικού τύπου (elliptic), ενώ έπειτα αυτές χωρίζονται σε εσωτερικές (internal) και εξωτερικές (external). Για μία διάταξη πυραμίδας οι εσωτερικές ιδιομορφίες είναι συχνότερα υπερβολικού τύπου και δύναται να αποφευχθούν μέσω διαφόρων τεχνικών, οι οποίες εκμεταλλεύονται το φαινόμενο μηδενικής κίνησης (null motion), και εξηγείται παρακάτω. Οι εσωτερικές ελλειπτικού τύπου ιδιομορφίες, δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με αυτές τις τεχνικές.

Αντίθετα, όλες οι εξωτερικές ιδιομορφίες είναι ελλειπτικού τύπου και η διαχείρισή τους είναι πιο δύσκολη, καθώς δεν μπορούν να αποφευχθούν μέσω της μηδενικής κίνησης. Η αντιμετώπισή τους μπορεί να επιτευχθεί είτε μέσω κατάλληλου Νόμου Οδήγησης, ή μέσω υπερδιαστασιολόγησης (Υποκεφάλαιο 4.2) κατά το σχεδιασμό. Η δεύτερη επιλογή είναι περισσότερο βιώσιμη για συστήματα CMGs που προορίζονται για μεγάλο μέγεθος διαστημικά σκάφη τα οποία συνήθως διαθέτουν μεγαλύτερα περιθώρια ώστε να φέρουν επιπλέον βάρος. Για μικρά διαστημικά οχήματα, με στενούς περιορισμούς βάρους, η χρήση κατάλληλου Νόμου Οδήγησης είναι μονόδρομος. Τα παραπάνω, παρουσιάζονται και εξετάζονται πιο διεξοδικά από τον Leve [23].

Η κατηγοριοποίηση των ιδιομορφιών αποτυπώνεται στο Σχήμα 3-7. Όπως φαίνεται όλες οι ιδιομορφίες ελλειπτικού τύπου οδηγούν τελικά το σύστημα σε μια κατάσταση που ονομάζεται κλείδωμα αντίζυγου (Gimbal-Lock). Οι ιδιομορφίες υπερβολικού τύπου διακρίνονται σε μη-εκφυλισμένες (Non-Degenerate) και εκφυλισμένες (Degenerate) ανάλογα με το αν μπορούν ή δεν μπορούν αντίστοιχα να αποφευχθούν μέσω μηδενικής κίνησης, πριν φτάσουν τελικά στην κατάσταση του κλειδώματος αντίζυγου.



Σχήμα 3-7. Κατηγοριοποίηση Ιδιομορφιών για SGCMGs [23].

Η κατάσταση του κλειδωμένου αντίζυγου (Gimbal-Lock) υφίσταται όταν το διάνυσμα της ροπής εξόδου «δείχνει» σε ιδιόμορφη κατεύθυνση, όταν δηλαδή συναντάται ιδιομορφία. Όταν συμβαίνει αυτό το σύστημα παγιδεύεται στην ιδιόμορφη αυτή κατάσταση και μόνο μερικές από τις μεθόδους οδήγησης έχουν τη δυνατότητα να ξεφύγουν από αυτήν. Μία εξ' αυτών είναι γνωστή ως Generalized Singularity Robust (GSR) Inverse, η οποία ωστόσο πρέπει να σημειωθεί πως δεν έχει επίσημα αποδειχθεί πως επιτυγχάνει πάντοτε ξεφύγει από το κλείδωμα αντίζυγου.

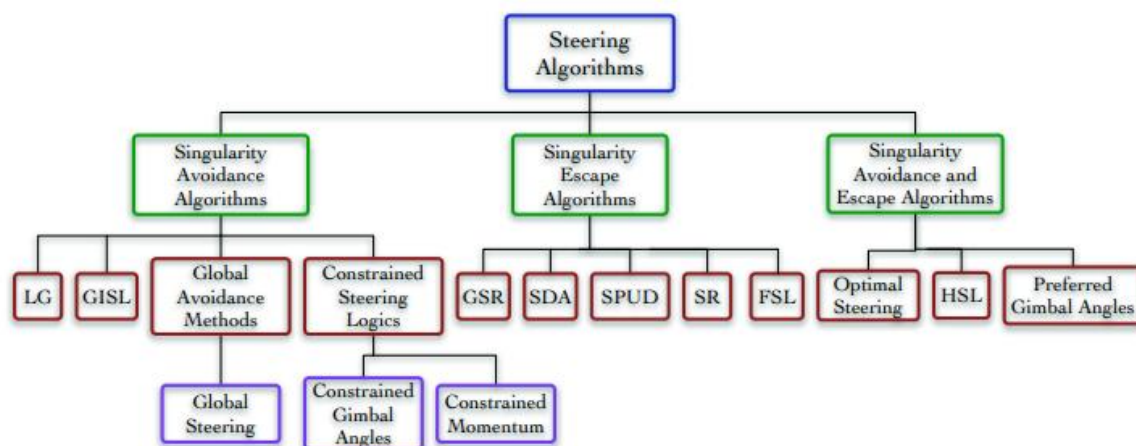
Οι Νόμοι Οδήγησης μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-8. Σε κάθε κατηγορία ανήκει πολύ μεγάλο πλήθος μεθόδων, ωστόσο στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστούν μόνο οι βασικότερες εξ' αυτών.

Η πρώτη κατηγορία αποτελείται από αλγόριθμους αποφυγής ιδιομορφιών (Singularity Avoidance Algorithms) οι οποίοι συγκριτικά είναι πιο απλοί, αποφεύγουν τις περισσότερες ιδιομορφίες υπερβολικού τύπου (όχι όλες), αλλά σε περίπτωση που το σύστημα βρεθεί σε κατάσταση εκφυλισμένης ιδιομορφίας δεν μπορεί να ξεφύγει. Χρησιμοποιούν για το σκοπό τους είτε μονοπάτια μηδενικής κίνησης, είτε περιορισμούς στις γωνίες περιστροφής των αντίζυγων. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως μια μέθοδος που χρησιμοποιεί μονάχα μονοπάτια μηδενικής κίνησης δεν μπορεί να αποφύγει ή να ξεφύγει από ελλειπτικές εσωτερικές ιδιομορφίες.

Η δεύτερη κατηγορία αποτελείται από μεθόδους που έχουν τη δυνατότητα να ξεφύγουν από μια εκφυλισμένη ιδιομορφία (Singularity Escape Algorithms), είτε ελλειπτικού είτε υπερβολικού τύπου, και για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν την προσθήκη σφάλματος

ροπής. Ωστόσο, οι μέθοδοι αυτές δεν μπορούν να αναγνωρίσουν ότι πλησιάζουν σε κάποια ιδιομορφία.

Η τρίτη κατηγορία περιλαμβάνει αλγορίθμους που συνδυάζουν τα δύο παραπάνω, με ικανότητα τόσο αποφυγής ιδιομορφιών όταν αυτό καθίσταται δυνατό, όσο και δυνατότητα χρήσης σφάλματος ροπής για να ξεφύγουν από αυτές όταν δεν τις αποφύγουν (Singularity Avoidance and Escape Algorithms).



Σχήμα 3-8. Κατηγορίες Νόμων Οδήγησης.

Η διεξοδική διερεύνηση των νόμων οδήγησης δεν είναι πρωταρχικό αντικείμενο της παρούσας εργασίας, και γι' αυτό το λόγο στη συνέχεια θα παρουσιαστούν οι βασικότεροι και απλούστεροι εξ' αυτών και θα επιλεγθεί ο καταλληλότερος κατά την υπάρχουσα βιβλιογραφία. Πρώτα όμως θα εξηγηθεί πολύ συνοπτικά το φαινόμενο της μηδενικής κίνησης (null motion).

3.7.1 Μηδενική Κίνηση (Null Motion)

Η Ιακωβιανή J_h έχει περισσότερες στήλες από ότι σειρές, κάτι που εξασφαλίζει την ύπαρξη της λεγόμενης μηδενικής κίνησης (η J_h έχει μηδενόχωρο) κατά την οποία:

$$\dot{h}_{CMG} = 0 = J_h \dot{\delta}_n \quad (3-24)$$

με $\dot{\delta}_n \neq 0$. Το φαινόμενο αυτό είναι αποτέλεσμα της ύπαρξης τεσσάρων επενεργητών που ελέγχουν ένα πρόβλημα τριών διαστάσεων. Έτσι, όταν τα αντίζυγα βρεθούν σε συγκεκριμένες θέσεις, δηλαδή τα διανύσματα $\dot{\delta}_n$ αποκτήσουν συγκεκριμένη διεύθυνση στο χώρο, τότε η συστοιχία των CMGs δεν παράγει ροπή. Γενικότερα, αυτό αποτελεί πρόβλημα για μία οποιαδήποτε πλεονάζουσα διαμόρφωση, όμως ταυτόχρονα αποτελεί και σημαντικό εργαλείο για την αποφυγή (όχι αντιμετώπιση) ορισμένων ιδιομορφιών, αφού η μηδενική κίνηση αυτή δύναται να χρησιμοποιηθεί μέσω τεχνικών που αξιοποιούν μονοπάτια μηδενικής κίνησης (null motion paths).

3.7.2 Νόμος Οδήγησης Ψευδοαντίστροφου Moore-Penrose (MPPSL)

Ο πρώτος Νόμος οδήγησης που θα παρουσιαστεί, είναι αυτός του ψευδοαντίστροφου κατά Moore-Penrose ή αλλιώς MPPSL από τα αρχικά των λέξεων Moore-Penrose Pseudoinverse Steering Law.

Έστω ότι το σύστημα προς επίλυση είναι της μορφής:

$$Ax = b \quad (3-25)$$

όπου A ένας πίνακας που έχει περισσότερες στήλες από ότι γραμμές, κατ' αντιστοιχία με την εξίσωση (3-21) που πρέπει να επιλυθεί, τότε η επίλυσή του γίνεται με τον ψευδοαντίστροφο πίνακα που ορίζεται ως:

$$A^+ = A^T(AA^T)^{-1} \quad (3-26)$$

και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τον πίνακα αυτό ως:

$$x = A^+b \quad (3-27)$$

Χρησιμοποιώντας τον MPPSL στην εξίσωση (3-21) το σύστημα τελικά λύνεται:

$$\delta = J_h^T(J_h J_h^T)^{-1} \dot{h}_{CMG} = J_h^+ \dot{h}_{CMG} \quad (3-28)$$

όπου δ οι ζητούμενες γωνιακές ταχύτητες περιστροφής των αντίζυγων, J_h η Ιακωβιανή των CMGs που ορίστηκε προηγουμένως και \dot{h}_{CMG} η επιθυμητή μεταβολή της στροφορμής του συστήματος.

Ο MPPSL είναι ο απλούστερος νόμος οδήγησης, που όμως δεν μπορεί να αποφύγει τις ιδιομορφίες. Οι ιδιομορφίες αυτές εμφανίζονται όταν η ορίζουσα του $J_h J_h^T$ είναι μηδενική ($\det(J_h J_h^T) = 0$) και ο ψευδοαντίστροφος πίνακας δεν υπάρχει. Ο νόμος λοιπόν οδήγησης αυτός δεν προτιμάται, όμως οι περισσότεροι όσων χρησιμοποιούνται αποτελούν κάποια παραλλαγή του.

3.7.3 Νόμος Οδήγησης Γενικευμένου Αντίστροφου (GISL)

Ο συγκεκριμένος νόμος οδήγησης αποτελεί μία εναλλακτική μέθοδο αντιστροφής της Ιακωβιανής J_h με την οποία αποφεύγονται ορισμένες ιδιομορφίες που με την προηγούμενη μέθοδο δεν θα αποφεύγονταν.

Ειδικότερα, η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί το φαινόμενο της μηδενικής κίνησης που περιεγράφηκε παραπάνω προκειμένου να αποφύγει μη εκφυλισμένες ιδιομορφίες. Πάντως δεν μπορεί να χειριστεί τις εκφυλισμένες ιδιομορφίες καθώς αυτές δε δύναται να αντιμετωπιστούν μέσω κάποιου μονοπατιού μηδενικής κίνησης. Για τον νόμο οδήγησης αυτόν απαιτείται η θεώρηση ενός νέου συστήματος συντεταγμένων $Y \in \mathbb{R}^3$ τέτοιο ώστε:

$$\delta = A^T \dot{Y} \quad (3-29)$$

Συνδυάζοντας την παραπάνω εξίσωση με την (3-21) προκύπτει ότι:

$$\dot{\mathbf{h}}_{CMG} = \mathbf{J}_h \mathbf{A}_{GISL}^T \dot{\mathbf{Y}} \quad (3-30)$$

και με την υπόθεση πως ο πίνακας $\mathbf{J}_h \mathbf{A}_{GISL}^T$ είναι μη-ιδιάζων ισχύει ότι:

$$\dot{\mathbf{Y}} = (\mathbf{J}_h \mathbf{A}_{GISL}^T)^{-1} \dot{\mathbf{h}}_{CMG} \quad (3-31)$$

Ο συνδυασμός των εξισώσεων (3-29) και (3-31) δίνει τον GISL νόμο οδήγησης ως:

$$\delta = \mathbf{A}_{GISL}^T (\mathbf{J}_h \mathbf{A}_{GISL}^T)^{-1} \dot{\mathbf{h}}_{CMG} \quad (3-32)$$

Εάν στη θέση του \mathbf{A}_{GISL} χρησιμοποιηθεί η Ιακωβιανή \mathbf{J}_h τότε ο νόμος οδήγησης ταυτίζεται με τον MPPSL. Γενικά, υπάρχουν διάφορες προτάσεις για την επιλογή του \mathbf{A}_{GISL} προκειμένου η λύση να γίνει πιο στιβαρή. Στις αναφορές [24] και [23] προκρίνεται ως καταλληλότερη επιλογή για την συγκεκριμένη εφαρμογή ένας πίνακας \mathbf{A}_{GISL} του τύπου:

$$\mathbf{A}_{GISL} = \mathbf{J}_h + \mathbf{B} \quad (3-33)$$

όπου τα διανύσματα στήλης του πίνακα \mathbf{B} είναι ορθογώνια (δηλαδή κάθετα) ως προς τις στήλες της Ιακωβιανής \mathbf{J}_h και άρα το εσωτερικό γινόμενο τους θα δίνει μηδέν. Επομένως για την συγκεκριμένη περίπτωση προτείνεται να οριστεί ο \mathbf{B} ως:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\cos(\beta) \sin(\delta_1) & -\cos(\delta_2) & \cos(\beta) \sin(\delta_3) & \cos(\delta_4) \\ \cos(\delta_1) & -\cos(\beta) \sin(\delta_2) & -\cos(\delta_3) & \cos(\beta) \sin(\delta_4) \\ \sin(\beta) \sin(\delta_1) & \sin(\beta) \sin(\delta_2) & \sin(\beta) \sin(\delta_3) & \sin(\beta) \sin(\delta_4) \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

Με βάση αυτά ο νόμος οδήγησης GISL για τη συγκεκριμένη εφαρμογή εκφράζεται ως εξής:

$$\delta = (\mathbf{J}_h + \mathbf{B})^T (\mathbf{J}_h (\mathbf{J}_h + \mathbf{B})^T)^{-1} \dot{\mathbf{h}}_{CMG} \quad (3-35)$$

Αξίζει να σημειωθεί πως ο συγκεκριμένος νόμος οδήγησης δεν εξαλείφει το πρόβλημα των εσωτερικών ιδιομορφιών. Αυτό που κάνει με απλά λόγια, είναι ότι προσθέτει τη μηδενική κίνηση μέσω της προσθήκης του πίνακα \mathbf{B} και συνδυάζει την μηδενική λύση με την κανονική λύση για την εύρεση ενός αντιστρόφου. Επομένως δεν μπορεί να αποφύγει τις ελλειπτικές εσωτερικές ιδιομορφίες, αφού αυτές θα εμφανίζονται κάθε φορά που ο πίνακας $\mathbf{J}_h (\mathbf{J}_h + \mathbf{B})^T$ θα είναι ιδιόμορφος.

3.7.4 Νόμος Οδήγησης Singularity Robust (SR) Inverse

Ο Νόμος Οδήγησης αυτός είναι μια παραλλαγή του MPPSL, όπου ένας πίνακας ορισμένος ως λI και αποτελούμενος από έναν κατάλληλα επιλεγμένο θετικό αριθμό λ πολλαπλασιασμένο με έναν μοναδιαίο πίνακα, προστίθεται στον πίνακα AA^T . Επομένως έχει τη μορφή:

$$A^{SR} = A^T(AA^T + \lambda I)^{-1} \quad (3-36)$$

Η επιλογή του λ γίνεται είτε μέσω της (3-37) που προτείνεται από το [25] :

$$\lambda = \begin{cases} 0 & \text{αν } m \geq m_0 \\ \lambda_0 \left(1 - \frac{m}{m_0}\right)^2 & \text{αν } m < m_0 \end{cases} \quad (3-37)$$

όπου λ_0 και m_0 κατάλληλα επιλεγμένοι αριθμοί, είτε μέσω της (3-38) που προτείνεται από τα [26, 27]:

$$\lambda = \lambda_0 \exp(-\mu \det(AA^T)) \quad (3-38)$$

όπου και πάλι λ_0 και m_0 κατάλληλα επιλεγμένοι αριθμοί.

Ο SR είναι ικανός να ξεφύγει τόσο από υπερβολικές όσο και από ελλειπτικές ιδιομορφίες, ωστόσο δεν είναι αποτελεσματικός για την αντιμετώπιση του κλειδώματος αντίζυγου (gimbal-lock). Προκειμένου να αντιμετωπιστεί και το πρόβλημα αυτό, αναπτύχθηκε μια παραλλαγή του SR που είναι γνωστή ως νόμος οδήγησης GSR.

3.7.5 Νόμος Οδήγησης Generalized Singularity Robust (GSR) Inverse

Ο συγκεκριμένος νόμος οδήγησης αντικαθιστά τον σταθερό θετικό πίνακα λI με έναν μεταβαλλόμενο με το χρόνο συμμετρικό πίνακα λE ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & e_1 & e_2 \\ e_1 & 1 & e_3 \\ e_2 & e_3 & 1 \end{bmatrix}, \quad e_i = e_0 \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (3-39)$$

όπου οι μη-διαγώνιοι όροι του E είναι εξαρτώμενοι από το χρόνο μέσω τριγωνομετρικών συναρτήσεων με πλάτος e_0 , συχνότητα ω_i και φάση φ_i τα οποία επιλέγονται και παίρνουν κατάλληλα ορισμένες τιμές. Η παράμετρος λ επιλέγεται και πάλι μέσω των εξισώσεων (3-37) ή (3-38). Επομένως ο GSR γράφεται:

$$A^{GSR} = A^T(AA^T + \lambda E)^{-1} \quad (3-40)$$

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, ο GSR παρέχει τη δυνατότητα στο σύστημα να ξεφύγει από την κατάσταση κλειδωμένου αντίζυγου, και όπως ακριβώς και ο SR εγγυάται

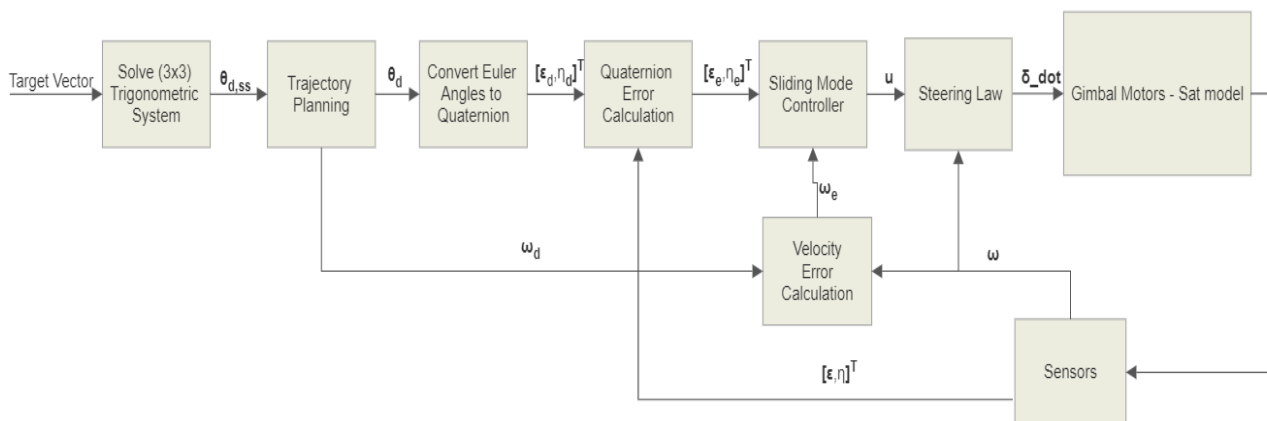
την αποφυγή υπερβολικών και ελλειπτικών εσωτερικών ιδιομορφιών, όμως δεν έχει αποδειχθεί μαθηματικά πως μπορεί πάντοτε να ξεφύγει από την κατάσταση κλειδωμένου αντίζυγου.

Στο σημείο αυτό, επαναλαμβάνεται και πάλι, πως η παρούσα εργασία έχει ως βασικό στόχο την διερεύνηση του κατά πόσο τα CMGs μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλα για να εξοπλίσουν έναν μικρο-δορυφόρο, και τη σύγκρισή τους με τα RWs. Η βελτιστοποίηση ενός τέτοιου συστήματος θα γίνει σε επόμενο στάδιο, εκτός αυτής της εργασίας, και άρα η διεξοδική διερεύνηση των Νόμων Οδήγησης δεν είναι το κυρίως μέλημα της παρούσας δουλειάς. Κρίνεται λοιπόν αχρείαστη η παρουσίαση πιο εξελιγμένων μεθόδων οδήγησης, και φυσικά υπάρχει πληθώρα πληροφοριών στη βιβλιογραφία.

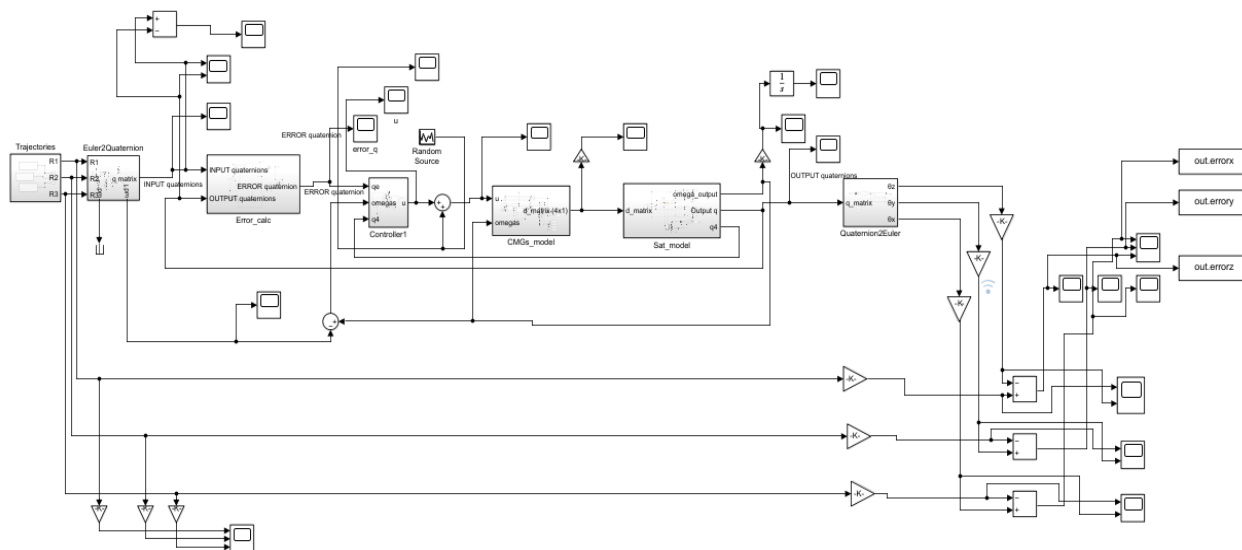
3.8 Σύστημα Ελέγχου Κλειστού Βρόχου

Με τα όσα περιγράφηκαν ως εδώ, πρέπει πλέον να είναι κατανοητός από τον αναγνώστη ο τρόπος με τον οποίον μοντελοποιείται με χρήση μαθηματικών μια συστοιχία 4^{ων} CMGs σε διάταξη πυραμίδας. Στο σημείο αυτό είναι αναγκαίο να συνοψιστούν όλα τα στοιχεία που αναλύθηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3 και να υλοποιηθεί τελικά το σύστημα κλειστού βρόχου που θα είναι υπεύθυνο για τον αυτόματο έλεγχο προσανατολισμού του σώματος στο οποίο εγκαθίσταται.

Συλλέγοντας λοιπόν όλα τα απαραίτητα στοιχεία όπως είναι η εξαγωγή των επιθυμητών τελικών γωνιών Euler, ο προγραμματισμός της ζητούμενης τροχιάς και οι Νόμοι Ελέγχου και Οδήγησης που επελέγησαν, το τελικό σύστημα κλειστού βρόχου παρουσιάζεται σε μορφή διαγράμματος ροής στο Σχήμα 3-9, ενώ το μοντέλο στο περιβάλλον MATLAB/Simulink στο Σχήμα 3-10, ενώ κάποια Υποσυστήματα (Subsystems) του μοντέλου παρατίθενται στο Παράρτημα A-3.



Σχήμα 3-9. Διάγραμμα ροής συστήματος κλειστού βρόχου.

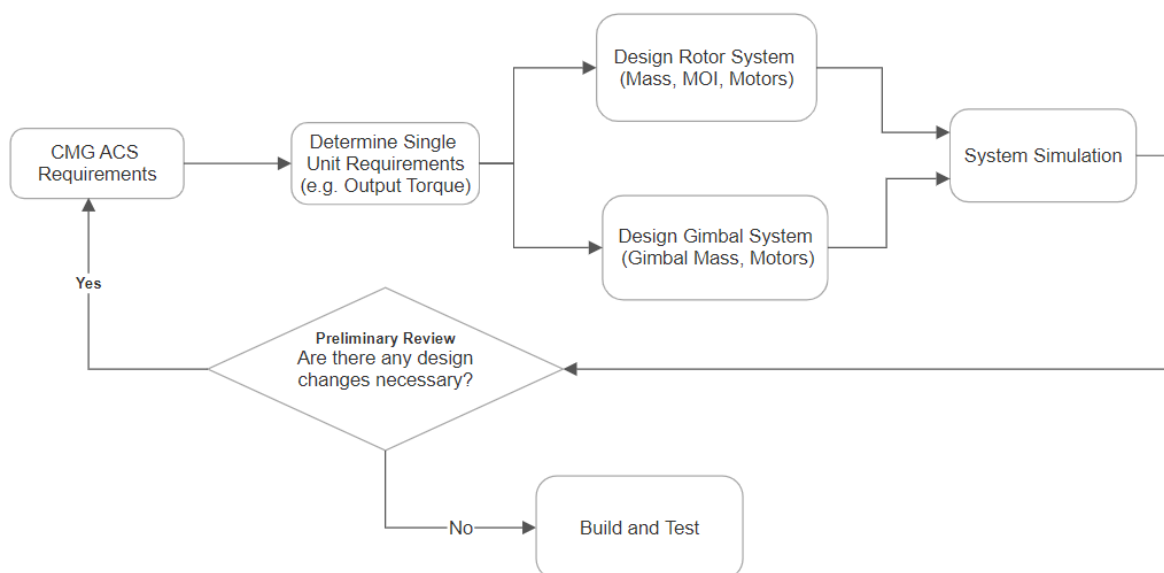


Σχήμα 3-10. Μοντελοποιημένο σύστημα στο περιβάλλον MATLAB/Simulink.

4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs

Το κεφάλαιο αυτό αφορά την αναλυτική μεθοδολογία σχεδιασμού που ακολουθείται προκειμένου το σύστημα επενέργειας των CMGs να διαστασιολογηθεί, και στη συνέχεια να μοντελοποιηθεί στο περιβάλλον MATLAB/Simulink/Simscape με βάση τις απαιτήσεις/προδιαγραφές για τον έλεγχο προσανατολισμού ενός μικρο-δορυφόρου. Οι απαιτήσεις αυτές παρατίθενται στη συνέχεια του κεφαλαίου μέσω συγκεκριμένης μελέτης περίπτωσης.

Η ακριβής πορεία που ακολουθήθηκε κατά τον προκαταρκτικό αυτό σχεδιασμό, περιγράφεται από το σχεδιάγραμμα του Σχήματος 4-1 και το κάθε βήμα εξηγείται αναλυτικά στο παρόν κεφάλαιο. Υπενθυμίζεται και πάλι, πως έχει επιλεγεί η μη-πλεονάζουσα διαμόρφωση πυραμίδας τεσσάρων CMGs και επομένως η παρακάτω ανάλυση αφορά αποκλειστικά τη συγκεκριμένη τοπολογία του συστήματος. Το κεφάλαιο αυτό περιλαμβάνει επίσης τη σύγκριση του συστήματος των CMGs σε σχέση με ένα αντίστοιχο σύστημα RWs που σχεδιάζεται εδώ.



Σχήμα 4-1. Βήματα σχεδιασμού CMG ACS.

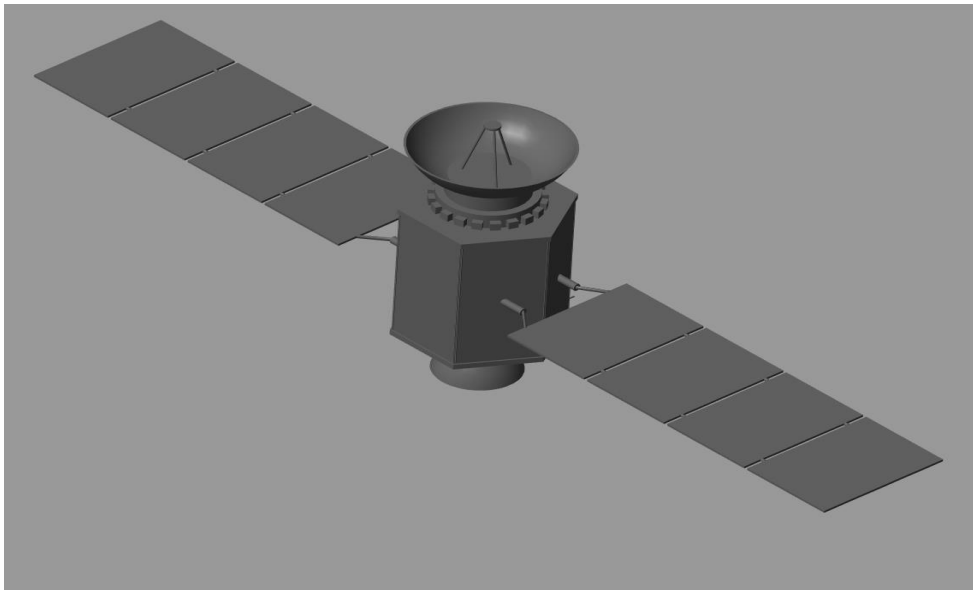
4.1 Απαιτήσεις Προδιαγραφών και Περιορισμοί

Η παρούσα εργασία αφορά τη μελέτη περίπτωσης (case study) ενός LEO μικρο-δορυφόρου βάρους 80 κιλών, που πρόκειται να τεθεί σε τροχιά 600 χιλιομέτρων από τη Γη, για τον οποίο μελετάται η εγκατάσταση συστήματος τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας. Το σύστημα θα είναι υπεύθυνο για τον έλεγχο του προσανατολισμού του στο διάστημα, και θα πρέπει να προσφέρει τη δυνατότητα για ταχείες μεταβολές.

Για την πραγμάτωση της διαδικασίας του σχεδιασμού και την τεκμηριωμένη λήψη αποφάσεων σχετικά με τα χαρακτηριστικά του συστήματος, απαιτείται η ύπαρξη κάποιων βασικών προδιαγραφών και περιορισμών. Οι προδιαγραφές και περιορισμοί αυτοί

επελέγησαν περισσότερο σαν υπόθεση εργασίας, αλλά σε κάθε περίπτωση είναι βασισμένοι στη διεθνή βιβλιογραφία και αποτελούν λογικές απαιτήσεις για έναν σύγχρονο, ευέλικτο μικρο-δορυφόρο 80 κιλών (Εικόνα 4.1) ο οποίος σχεδιάστηκε στο περιβάλλον SOLIDWORKS. Το μητρώο ροπών αδράνειας J του δορυφόρου, υπολογίζεται αυτόματα από το λογισμικό με καθορισμό της μάζας του και φαίνεται παρακάτω:

$$J = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.03 & 0.001 \\ 0.03 & 3.0 & 0.03 \\ 0.001 & 0.03 & 3.2 \end{bmatrix} Kg\,m^2$$



Εικόνα 4-1. Μοντέλο μικρο-δορυφόρου.

Οι απαιτήσεις που τίθενται είναι οι εξής:

- Μέση γωνιακή ταχύτητα σε κάθε άξονα τουλάχιστον $3^\circ/s$ για μικρές και τουλάχιστον $5^\circ/s$ για μεσαίες και μεγαλύτερες γωνιακές μετατοπίσεις.
- Μέγιστο βάρος του συστήματος CMG 3 Kg.
- Μέγιστος συνολικός όγκος συστήματος CMG $0.2m \times 0.2m \times 0.2m$.
- Κατά το δυνατόν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής χωρίς συντήρηση².

4.2 Διαδικασία Σχεδιασμού

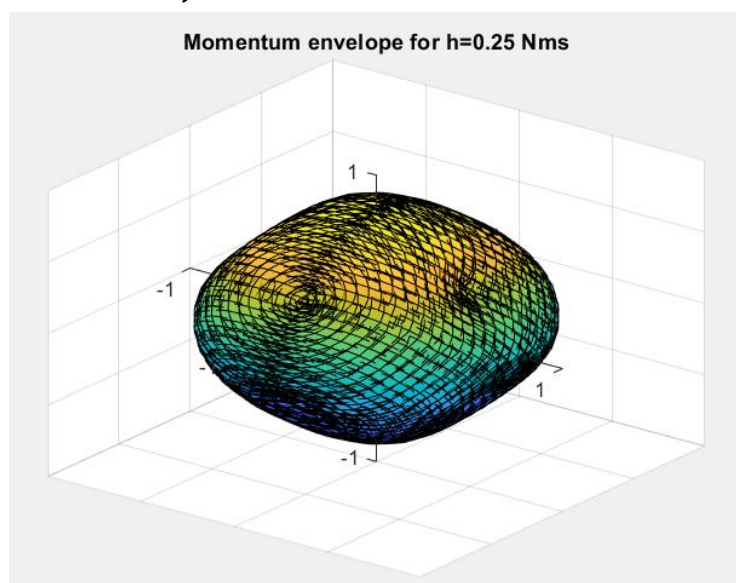
Γνωρίζοντας τις απαιτήσεις και τους περιορισμούς που πρέπει να φέρει εις πέρας το σύστημα επενέργειας, ακολουθούνται τα βήματα που περιγράφονται στο Σχήμα 4-1. Στο σημείο αυτό, πρέπει να σημειωθεί πως εξ' αρχής επιλέγεται η γωνία κλίσης β στη βάση της πυραμίδας να είναι 54.73° λόγω της μορφής του κελύφους στροφορμής που αναπτύσσεται και είναι σχεδόν σφαιρική. Για την ακρίβεια η μέγιστη στροφορμή που δύναται να αναπτυχθεί είναι ελαφρώς μεγαλύτερη στον z άξονα και μπορεί να φανεί χρήσιμη εάν στον συγκεκριμένο άξονα υπάρχει ανάγκη για μεγαλύτερη ροπή.

² Αφορά κατά κύριο λόγο την επιλογή κινητήρων.

4.2.1 Καθορισμός Απαιτήσεων Μονάδας CMG

Αρχικά, κάνοντας χρήση του λογισμικού SOLIDWORKS τοποθετήθηκε πάνω στο μοντέλο του δορυφόρου η συστοιχία των CMGs μάζας 5 κιλών (που αποτελεί το μέγιστο δυνατό) προκειμένου να υπολογιστούν οι ροπές αδράνειας του δορυφόρου μαζί με τα CMGs. Η μέγιστη ροπή αδράνειας είναι ως προς τον z άξονα και υπολογίστηκε περίπου $3.5 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$.

Με βάση το σχεδιασμό τροχιάς (trajectory) που παρουσιάστηκε στο Υποκεφάλαιο 2.4.2 έχοντας μέγιστο χρόνο επιτάχυνσης 8s και επιλέγοντας σταθερή επιτάχυνση και επιβράδυνση μέτρου 0.025 rad/s προκύπτει πως η μέγιστη ταχύτητα με την οποία θα περιστρέφεται ο δορυφόρος στο τμήμα της τροχιάς με σταθερή ταχύτητα θα είναι 0.2 rad/s σε κάθε άξονα. Τότε το διάνυσμα στροφορμής του δορυφόρου ως προς τον αντίστοιχο άξονα θα έχει μέτρο 0.7 Nms . Αυτό σημαίνει, όπως εξηγείται και στο [20] πως η στροφορμή αυτή θα πρέπει να μεταφερθεί απευθείας από τα στρεφόμενα CMGs και υπολογίζεται (μέσω του κελύφους στροφορμής για την επιλεγείσα διαμόρφωση [16, 20, 23]) πως κάθε CMG θα πρέπει να διαθέτει στροφορμή τουλάχιστον 0.11 Nms . Αν μάλιστα πρέπει να δώσει στροφορμή για περιστροφή και στους τρεις άξονες τότε θα πρέπει να διαθέτει το καθένα στροφορμή τουλάχιστον 0.25 Nms . Από το Σχήμα 4-2 (προέκυψε χρησιμοποιώντας τους κώδικες που δίνει έτοιμους ο Leve [23] για την ανάπτυξη στροφορμής) φαίνεται πως αν το καθένα διαθέτει στροφορμή 0.25 Nms , τότε η διάταξη πυραμίδας μπορεί να αναπτύξει τουλάχιστον 0.7 Nms σε κάθε άξονα.



Σχήμα 4-2. Ανάπτυξη στροφορμής για διάταξη πυραμίδας τεσσάρων CMGs που το καθένα διαθέτει 0.25 Nms στροφορμής.

Επίσης, προκειμένου να μπορεί να επιταχύνει το δορυφόρο με 0.025 rad/s θα πρέπει το σύστημα των CMGs να μπορεί να δώσει 100 mNm ροπή σε κάθε άξονα. Αυτή όμως η τιμή μπορεί να σταθεί μόνο σε θεωρητικό επίπεδο, καθώς από δοκιμές που έγιναν σε μεταγενέστερο στάδιο, παρατηρήθηκε πως η απαίτηση σε ροπή για κάθε άξονα (λόγω σύνθετης κίνησης σε τρεις άξονες, λόγω απλοποιήσεων κατά τη μοντελοποίηση (συνθήκες (3-15α,β)), λόγω του ότι οι αρχικές γωνιακές θέσεις δ των αντίζυγων δεν θα είναι απαραίτητα μηδέν, λόγω εμφάνισης ιδιομορφιών, λόγω κάποιου συντελεστή ασφαλείας) είναι αρκετά μεγαλύτερη ($\sim 340 \text{ mNm}$).

4.2.2 Σχεδιασμός - Διαστασιολόγηση Σφονδύλου και Αντίζυγου

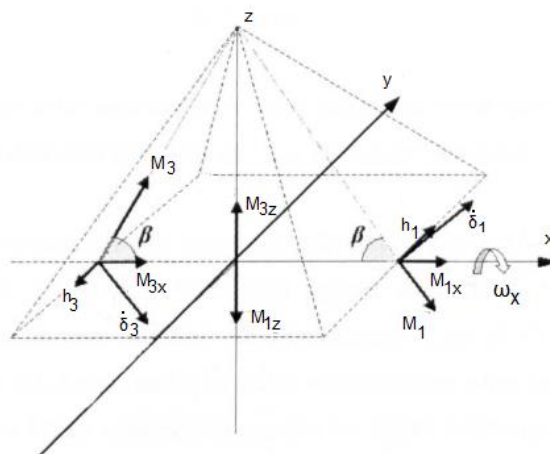
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, σύμφωνα με τις προδιαγραφές και τις αποφάσεις που πάρθηκαν για το μέγιστο χρόνο και το μέτρο επιτάχυνσης/επιβράδυνσης, υπάρχει η απαίτηση για τουλάχιστον 340 mNm ροπής. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάστηκε ο τρόπος με τον οποίο τα CMGs παράγουν ροπή και για λόγους πληρότητας επαναλαμβάνεται η εξίσωση που δίνει την παραγόμενη ροπή:

$$\mathbf{M}_{CMG} = \mathbf{h}_{CMG} \times \dot{\delta} \quad (4-1)$$

Η διαστασιολόγηση του μέτρου της στροφορμής h_{CMG} και της μέγιστης γωνιακής ταχύτητας που μπορεί να στραφεί το αντίζυγο $\dot{\delta}_{max}$ αποτελούν έναν συμβιβασμό μεταξύ απόδοσης (ροπής), μεγέθους και αποφυγής κατά το δυνατό των ιδιομορφιών. Από τη μία, μεγάλη τιμή της στροφορμής, απαιτεί μεγαλύτερη ροπή αδράνειας (άρα και βάρους) και μεγαλύτερη ταχύτητα περιστροφής του σφονδύλου (άρα και αύξηση απωλειών τριβής, απαίτηση ισχυρότερου κινητήρα). Από την άλλη, μεγαλύτερη επιτρεπόμενη μέγιστη ταχύτητα αντίζυγου συνεπάγεται μεγαλύτερες γωνιακές μετατοπίσεις των αντίζυγων και άρα μεγαλύτερες πιθανότητες το σύστημα να βρεθεί σε ιδιομορφίες. Επομένως, η βέλτιστη επιλογή αυτών χρήζει ιδιαίτερης σημασίας και επιτυγχάνεται μετά από τη διενέργεια δοκιμών και τη βοήθεια της βιβλιογραφίας.

Όπως παρατηρείται από τον Lappas [13], πρέπει η $\dot{\delta}_{max}$ να επιλεγεί μεγαλύτερη από την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που μπορεί να αποκτήσει ο δορυφόρος (σύμφωνα με τα παραπάνω, 0.2 rad/s). Στο στάδιο αυτό, τιμή που επιλέγεται μετά και από δοκιμές είναι $\dot{\delta}_{max} = 1 \text{ rad/s}$. Η τιμή αυτή επιλέγεται στα πλαίσια του σχεδιασμού, και φυσικά η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει εξαρτάται από τον κινητήρα.

Στη συνέχεια, μπορεί να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας (άρα και η μάζα του) και η ταχύτητα περιστροφής του σφονδύλου. Αυτό θα γίνει περιγράφοντας για παράδειγμα την παραγωγή ροπής περί τον x άξονα και αναλύοντας τις παραγόμενες ροπές των CMGs με τη βοήθεια της Εικόνας 4-2. Στην Εικόνα γίνεται η υπόθεση πως υπάρχουν δυο αντικριστά CMGs.



Εικόνα 4-2. Παραγωγή ροπής από δύο αντικριστά CMGs για περιστροφή ως προς τον x άξονα.

Ισχύει ότι:

$$\mathbf{h}_1 = h_0 \begin{bmatrix} -\cos(\beta) \sin(\delta_1) \\ \cos(\delta_1) \\ \sin(\beta) \sin(\delta_1) \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \dot{\boldsymbol{\delta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \sin(\beta) \\ 0 \\ \dot{\delta}_1 \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Άρα:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \end{bmatrix} = \mathbf{h}_1 \times \dot{\boldsymbol{\delta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \cos(\beta) \cos(\delta_1) \\ \dot{\delta}_1 \sin(\delta_1) \\ -\dot{\delta}_1 \sin(\beta) \cos(\delta_1) \end{bmatrix}$$

Ομοίως ισχύει ότι:

$$\mathbf{h}_3 = h_0 \begin{bmatrix} \cos(\beta) \sin(\delta_3) \\ -\cos(\delta_3) \\ \sin(\beta) \sin(\delta_3) \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \dot{\boldsymbol{\delta}}_3 = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_3 \sin(\beta) \\ 0 \\ -\dot{\delta}_3 \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Άρα:

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} M_{3x} \\ M_{3y} \\ M_{3z} \end{bmatrix} = \mathbf{h}_3 \times \dot{\boldsymbol{\delta}}_3 = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_3 \cos(\beta) \cos(\delta_3) \\ \dot{\delta}_3 \sin(\delta_3) \\ \dot{\delta}_3 \sin(\beta) \cos(\delta_3) \end{bmatrix}$$

Υποθέτοντας έπειτα πως $\delta_1 = \delta_3 = \delta$ και $\dot{\delta}_1 = \dot{\delta}_3 = \dot{\delta}$ προκύπτει τελικά πως:

$$M_x = 2h_0 \dot{\delta} \cos(\beta) \cos(\delta) \quad (4-2)$$

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γενικευτεί για τον υπολογισμό της μέγιστης ροπής σε κάθε άξονα. Από αυτήν, και με δεδομένη τη μέγιστη ροπή που απαιτείται σε κάθε άξονα, μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της h_0 ικανοποιώντας φυσικά ταυτόχρονα και την απαίτηση σε στροφορμή που προέκυψε από το Υποκεφάλαιο 4.2.1 ($h_0 > 0.25 \text{ Nms}$).

Οι τιμές που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της στροφορμής h_0 είναι:

$$M = 340 \text{ mNm} , \quad \dot{\delta}_{max} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} , \quad \delta = 0^\circ$$

Σύμφωνα με αυτές υπολογίζεται πως η απαιτούμενη στροφορμή είναι $h_0 = 0.30 \text{ Nms}$. Η τιμή αυτή θα χρησιμοποιηθεί με τη σειρά της για τη διαστασιολόγηση των σφονδύλων αφού η στροφορμή δίνεται από την εξίσωση:

$$h_0 = I_w \Omega_i \quad (4-3)$$

όπου I_w η ροπή αδράνειας του σφονδύλου ως προς τον άξονα περιστροφής και Ω_i η σταθερή γωνιακή του ταχύτητα με την οποία περιστρέφεται.

Στο σημείο αυτό είναι εμφανές πως για την επίτευξη της απαιτούμενης στροφορμής πρέπει να γίνει ένας ακόμη συμβιβασμός ανάμεσα σε ροπή αδράνειας σφονδύλου και

γωνιακή ταχύτητα περιστροφής. Από την μία, αν η ροπή αδράνειας είναι μεγάλη, αυτό συνεπάγεται μεγαλύτερο βάρος του σφονδύλου το οποίο είναι φυσικά ανεπιθύμητο. Από την άλλη, σε μεγάλες ταχύτητες περιστροφής, λόγω τριβών, οι ανάγκες σε απαιτούμενη ροπή αυξάνονται και άρα απαιτείται μεγαλύτερος και βαρύτερος κινητήρας και ταυτόχρονα αυξημένη κατανάλωση ενέργειας ώστε να υπερνικηθούν οι τριβές και η ταχύτητα να διατηρηθεί σταθερή.

Εξαιτίας των περιορισμών αυτών και μετά από δοκιμές (ακολουθώντας την επαναληπτική διαδικασία που περιγράφεται από το Σχήμα 4-1) προκειμένου να ικανοποιούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές, τελικά επιλέγεται η σταθερή ταχύτητα του σφονδύλου να είναι 7000 RPM , και η ροπή αδράνειας $6.3 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, οι οποίες τιμές είναι ελαφρώς υπέρ-διαστασιολογημένες (δίνουν $h_0 = 0.46 \text{ Nms}$). Με τις τιμές αυτές μπορεί το σύστημα πλέον να δώσει αυξημένη τιμή μέγιστης ροπής ($\sim 550 \text{ Nm}$) στην ιδανική περίπτωση. Μάλιστα, αν ο κινητήρας έχει τη δυνατότητα και ταυτόχρονα είναι ενεργειακά αποδεκτό, η ταχύτητα περιστροφής μπορεί να αυξηθεί και επομένως να αυξηθεί και η διαθέσιμη ροπή.

Η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του σφονδύλου πρέπει να επιτευχθεί με τέτοιο τρόπο ώστε ο σφόνδυλος να είναι όσο το δυνατόν ελαφρύτερος. Ταυτόχρονα φυσικά πρέπει να υπάρχει τέτοιο υλικό ώστε να αντέχει να στρέφεται στις ζητούμενες στροφές και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται οι περιορισμοί όσων αφορά τον όγκο του συστήματος.

Με βάση τη μελέτη [41] που έγινε σχετικά με το καταλληλότερο και αποδοτικότερο υλικό για σφονδύλους επιλέγεται το κράμα Ti-13V-11Cr-3Al. Θεωρώντας ως δεδομένη τη χρήση του συγκεκριμένου υλικού, το επόμενο βήμα είναι ο ακριβής σχεδιασμός της μορφής του σφονδύλου.

Στην περίπτωση που ο σφόνδυλος έχει κυλινδρικό σχήμα τότε η ροπή αδράνειάς ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από την εξίσωση:

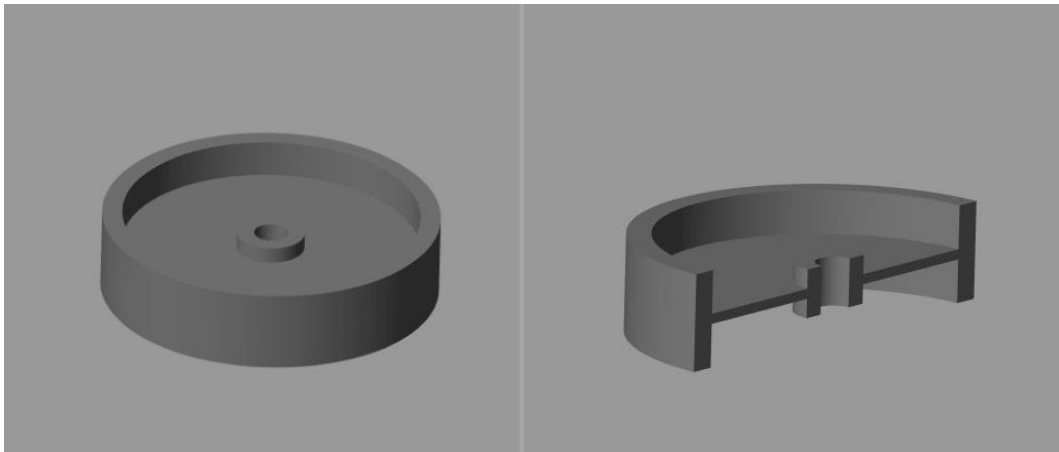
$$I_w = \frac{1}{2} mR^2 \quad (4-4)$$

Θα ήταν επιθυμητό, η ζητούμενη τιμή ροπής αδράνειας που υπολογίστηκε παραπάνω, να επιτευχθεί ελαχιστοποιώντας τη μάζα και μεγιστοποιώντας την ακτίνα του σφονδύλου χωρίς φυσικά να υπονομευτούν οι περιορισμοί που αφορούν τον όγκο του συστήματος. Επομένως, επιλέγεται η ακτίνα του σφονδύλου 0.05 m . Με την επιλογή αυτή η μάζα του σφονδύλου θα πρέπει να είναι 0.504 Kg .

Ωστόσο, το κυλινδρικό σχήμα δεν είναι το βέλτιστο που θα μπορούσε να επιλεγεί. Η ιδέα είναι πως θα ήταν προτιμότερο το σχήμα του να θυμίζει περισσότερο δακτύλιο. Τότε η ροπή αδράνειας δίνεται από την εξίσωση:

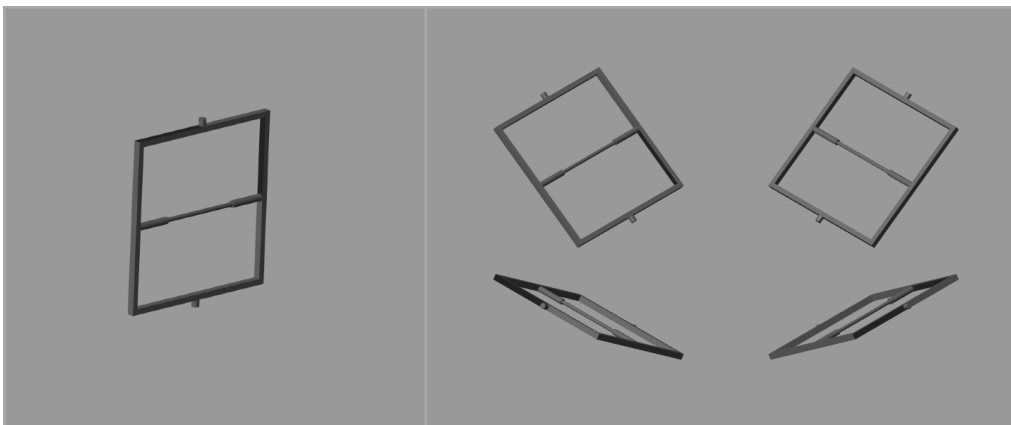
$$I_w = mR^2 \quad (4-5)$$

Αυτό φυσικά δεν είναι εφικτό από κατασκευαστικής άποψης, αλλά κινούμενοι προς αυτή την κατεύθυνση προκύπτει η τελική μορφή του σφονδύλου η οποία φαίνεται στην Εικόνα 4-3. Τελικά η ζητούμενη ροπή αδράνειας επιτυγχάνεται επιλέγοντας εξωτερική ακτίνα του σφονδύλου 0.05 m και μάζα 0.330 Kg .

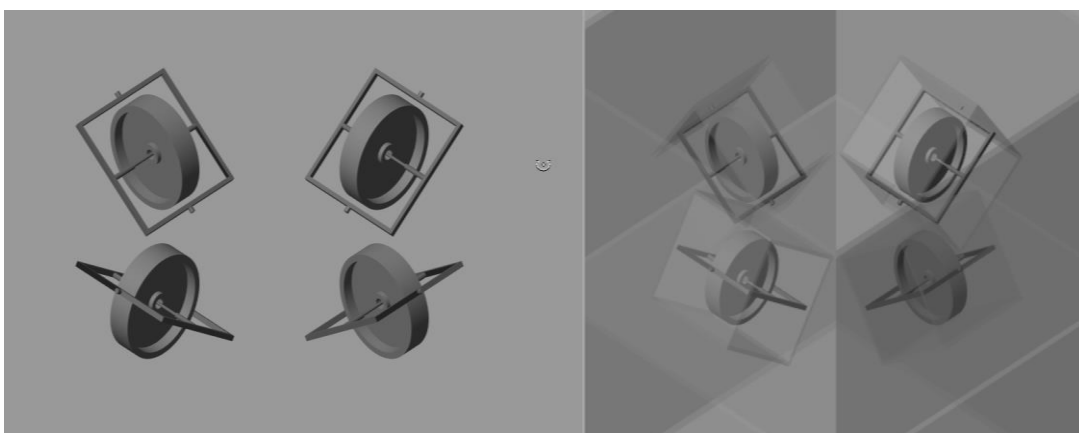


Εικόνα 4-3. Τελική μορφή σφονδύλου CMG.

Σε ότι αφορά τα αντίζυγα, επιλέγεται μια πιο απλουστευμένη μοντελοποίηση. Το καθένα έχει μάζα 0.080 Kg και η μορφή τους φαίνεται στην Εικόνα 4-4. Στην Εικόνα 4-5 φαίνονται οι σφόνδυλοι συζευγμένοι με τα αντίζυγα και το κέλυφός τους τα οποία στηρίζονται σε μία λεπτή βάση. Οι εικόνες που παρουσιάζονται σε γκριζο φόντο προέρχονται από το περιβάλλον MATLAB/Simscapre/Multibody.



Εικόνα 4-4. Αριστερά η απλοποιημένη μορφή αντίζυγου και δεξιά η τοπολογία τους σε μορφή πυραμίδας.



Εικόνα 4-5. Συστοιχία τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας με και χωρίς τα εξωτερικά τους κελύφη.

Σημειώνεται ότι η παραπάνω ανάλυση αφορά την ιδανική περίπτωση όπου οι αρχικές γωνιακές θέσεις των αντίζυγων $\delta = 0^\circ$. Στην πράξη αυτό δεν συμβαίνει σχεδόν ποτέ, αφού πάντοτε οι αρχικές θέσεις δ των αντίζυγων θα είναι οι τελικές θέσεις στις οποίες έμειναν στραμμένα από την τελευταία κίνηση. Ένας ακόμη λόγος που στην πράξη τα αντίζυγα δεν βρίσκονται στις αρχικές τους θέσεις είναι οι διαταραχές που υπάρχουν ανάλογα με το είδος του δορυφόρου και την τροχιά που ακολουθεί εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου της Γης. Φυσικά σε έναν δορυφόρο υπάρχουν και βοηθητικά συστήματα όπως οι προωθητήρες ή οι μαγνητικοί επενεργητές οι οποίοι μπορούν να βοηθήσουν τα αντίζυγα να επανέλθουν στις αρχικές ιδανικές τους θέσεις ή έστω σε ευνοϊκότερες.

Πάντως από δοκιμές που έγιναν (πριν την επιλογή κινητήρων) παρατηρήθηκε πως για τον συγκεκριμένο προγραμματισμό ζητούμενης τροχιάς, το σύστημα λειτουργεί χωρίς προβλήματα εάν ο κινητήρας μπορεί να δώσει έστω και στιγμιαία $\dot{\delta}_{max} = 1.5 \text{ rad/s}$. Αυτό θα φανεί και στις προσομοιώσεις του Υποκεφαλαίου 4.3. Εάν ο κινητήρας δεν μπορεί να πετύχει την ταχύτητα αυτή, τότε μια λύση είναι επιλογή ενός ισχυρότερου.

Μια εναλλακτική αντιμετώπιση, θα ήταν η αύξηση της μάζας του κάθε σφονδύλου, έτσι ώστε να αυξηθεί η διαθέσιμη ροπή που μπορεί να δώσει το σύστημα και κατ' επέκταση να πιέζεται λιγότερο σε δυσμενείς περιπτώσεις όπου τα αντίζυγα δεν βρίσκονται σε ευνοϊκή αρχική γωνιακή θέση. Αυτή η εναλλακτική έχει επίσης το μειονέκτημα, πως λόγω της αύξησης του βάρους του σφονδύλου αναμένεται και αύξηση των τριβών στην έδραση και επομένως μεγαλύτερη κατανάλωση ενέργειας. Μάλιστα, η διαφορά αυτή σίγουρα δεν είναι αμελητέα μιας και οι σφόνδυλοι θα περιστρέφονται αδιάκοπτα.

Μια τρίτη λύση, σε περίπτωση που δεν είναι επιθυμητή αύξηση της $\dot{\delta}_{max}$ μέσω ισχυρότερου κινητήρα ή αύξηση του βάρους του συστήματος, είναι να μειωθεί το μέτρο της επιτάχυνσης και της επιβράδυνσης της ζητούμενης κάθε φορά κίνησης και άρα να μειωθεί η μέση ταχύτητα μιας περιστροφής (πράγμα μη επιθυμητό στην προκειμένη περίπτωση).

4.2.3 Επιλογή Κινητήρων

Το επόμενο βήμα σχετίζεται με την επιλογή των κινητήρων και είναι ιδιαίτερα καθοριστική για την απόδοση του συστήματος.

Το ενδιαφέρον στην επιλογή του κινητήρα για τους στρεφόμενους με σταθερή ταχύτητα σφονδύλους, έγκειται κυρίως στο συντελεστή απόδοσης και τη μακρά διάρκεια ζωής του χωρίς την ανάγκη συντήρησης. Η απαίτηση υψηλών ταχυτήτων περιστροφής, οδηγεί την αναζήτηση σε κινητήρες συνεχούς ρεύματος (DC motors). Η επιλογή ενός κινητήρα με ψήκτρες (Brushed motor) θα ήταν απολύτως ακατάλληλη λόγω φθοράς τους αλλά και αυξημένης κατανάλωσης. Επομένως η πιο κατάλληλη λύση είναι η χρήση κινητήρα συνεχούς ρεύματος χωρίς ψήκτρες (Brushless DC motor) ή όπως συχνά γίνεται αναφορά ως κινητήρας BLDC. Σημειώνεται, πως σε όλα τα CMGs που διατίθενται στην αγορά γίνεται χρήση αυτού του είδους κινητήρων.

Όπως έγινε σαφές παραπάνω, επειδή ο σφόνδυλος θα στρέφεται διαρκώς όσο λειτουργεί το σύστημα των CMGs, ο σημαντικότερος παράγοντας για την επιλογή συγκεκριμένου BLDC κινητήρα είναι ο συντελεστής απόδοσης για δεδομένες στροφές και φορτίο τριβών που πρέπει να υπερνικήσει. Στο σημείο αυτό πρέπει να εκτιμηθεί ο συντελεστής δυναμικής τριβής στην έδραση του στρεφόμενου σφονδύλου. Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στη βιβλιογραφία και ειδικότερα στα CMGs που σχεδίασαν έφτιαξαν και δοκίμασαν οι Lappas, Steyn και Underwood [15].

Οι προαναφερθέντες ερευνητές δοκίμασαν 2 CMGs των οποίων ο σφόνδυλος είχε μάζα 0.150 Kg και στρεφόταν με σταθερή ταχύτητα 11200 RPM . Μέτρησαν πως για την περιστροφή τους σε σταθερή ταχύτητα απαιτείται ισχύς 1.617 W και άρα 0.807 W για το καθένα και φυσικά αφορά την κατανάλωση του κινητήρα. Ο κινητήρας που χρησιμοποιήσαν λειτουργεί με περίπου 80% απόδοση και άρα η ισχύς των τριβών υπολογίζεται 0.6456 W . Με βάση αυτά ο συντελεστής δυναμικής τριβής του συστήματός τους υπολογίζεται ότι είναι $B = 4.7 \cdot 10^{-7}\text{ Nms}$. Επειδή όμως ο σφόνδυλος της παρούσας εργασίας έχει μάζα 0.330 Kg , προσεγγιστικά μπορεί να εκτιμηθεί πως για αντίστοιχης ποιότητας έδραση ότι $B = 7 \cdot 10^{-7}\text{ Nms}$. Με τον τρόπο που έγινε η εκτίμηση περιλαμβάνεται στον υπολογισμό και η αντίσταση λόγω τριβής Coulomb.

Άρα το φορτίο τριβών για την ταχύτητα των 7000 RPM ανέρχεται σε $B \cdot \omega = 0.55\text{ mNm}$. Μετά από σχολαστική μελέτη των διαθέσιμων κινητήρων της Maxon και της Faulhaber ο κινητήρας που κρίνεται ως η καλύτερη επιλογή (best-fit) είναι ο 2610T006B της Faulhaber ο οποίος ζυγίζει 20.1 g και υπό αυτές τις συνθήκες θα λειτουργεί με συντελεστή απόδοσης περίπου 80%. Στους υπολογισμούς λήφθηκε υπ' όψιν και η δυνατότητα του κινητήρα να φέρει τον σφόνδυλο στην απαιτούμενη ταχύτητα περιστροφής σε εύλογο χρονικό διάστημα (3min) σε περίπτωση που χρειαστεί να σταματήσει και να εκκινήσει ξανά. Ο συγκεκριμένος κινητήρας μπορεί μάλιστα να στρέψει το σφόνδυλο μέχρι $\sim 15000\text{ RPM}$ και έτσι η εξαγόμενη ροπή του συστήματος να διπλασιαστεί ($\sim 1000\text{ mNm}$). Αυτό προϋποθέτει να είναι και ενεργειακά αποδεκτό ανάλογα με τις απαιτήσεις του δορυφόρου σε ενέργεια/ισχύ αφού αν διπλασιαστεί η ταχύτητα περιστροφής του σφονδύλου διπλασιάζεται και η κατανάλωση.

Ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιήθηκε ο κινητήρας στο περιβάλλον MATLAB/Simulink, οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν και ο έλεγχος στροφών περιγράφεται αναλυτικά στο Παράρτημα Α. Το φύλλο προδιαγραφών του κινητήρα, οι χαρακτηριστικές “T-ω” και το σημείο λειτουργίας βρίσκονται στο Παράρτημα Β.

Από την άλλη, οι πιθανές λύσεις για την επιλογή του τύπου του κινητήρα των αντίζυγων δεν είναι μονοσήμαντη, αφού μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο βηματικός κινητήρας (Stepper motor), όσο και BLDC κινητήρας με πλανητικό μειωτήρα στροφών υψηλής ακριβείας (Precision Planetary Gearhead). Και οι δύο τύποι κινητήρα έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και χρησιμοποιούνται αμφότεροι σε τέτοιες εφαρμογές. Η τελική επιλογή αφορά BLDC κινητήρα με μειωτήρα στροφών, δίχως ωστόσο να απορρίπτεται η επιλογή βηματικού.

Το μοντέλο του κινητήρα που θα στρέψει τα αντίζυγα είναι το 1028M006B της εταιρίας Faulhaber μαζί με Planetary Gearhead Series 10/1 256:1. Ο συνδυασμός τους ζυγίζει 19.4 g και μπορεί να δώσει ταχύτητα $\dot{\delta}_{max} \approx 1.9\text{ rad/s}$ και ροπή λόγω επιτάχυνσης/επιβράδυνσης του αντίζυγου ως 200 mNm . Το φύλλο προδιαγραφών του κινητήρα και του μειωτήρα στο Παράρτημα Β.

Σημειώνεται, πως για την επιλογή των κινητήρων και στις δύο περιπτώσεις έγινε συμβουλευτική χρήση του Εργαλείου Επιλογής (Selection Tool) που είναι διαθέσιμο μέσω των επίσημων ιστοσελίδων της Faulhaber και της Maxon [42].

4.3 Προσομοιώσεις – Αποτελέσματα

Μετά το πέρας του σχεδιασμού, το επόμενο βήμα είναι να γίνουν κάποιες δοκιμές-προσομοιώσεις για να διαπιστωθεί εάν η θεωρία έρχεται σε συμφωνία με την πράξη. Φυσικά σε ότι αφορά το σύστημα ελέγχου περί νόμων ελέγχου και νόμων οδήγησης γίνεται χρήση όσων αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

Πριν όμως παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, στον Πίνακα 4-1 συνοψίζονται τα βασικά μέρη της τελικής συστοιχίας των τεσσάρων CMGs ώστε να υπολογιστεί το βάρος του τελικού συστήματος.

Πίνακας 4-1. Μάζα επιμερους στοιχείων του συστήματος τεσσάρων CMGs.

Μέρος συστοιχίας CMGs	Μάζα
Σφόνδυλοι	4×330 g
Κινητήρες σφονδύλων	4×20.1 g
Αντίζυγα	4×80 g
Κινητήρες-μειωτήρες αντίζυγων	4×19.4 g
Ηλεκτρονικά (εκτίμηση)	~200 g
Λοιπές μάζες κατασκευής (εκτίμηση)	~200 g
Συνολική εκτιμώμενη μάζα	~2.2 Kg

Σημειώνεται, πως η μάζα των ηλεκτρονικών και οι λοιπές μάζες κατασκευής αποτελούν απλή εκτίμηση βάσει των ήδη υπάρχοντων συστημάτων που κυκλοφορούν στην αγορά.

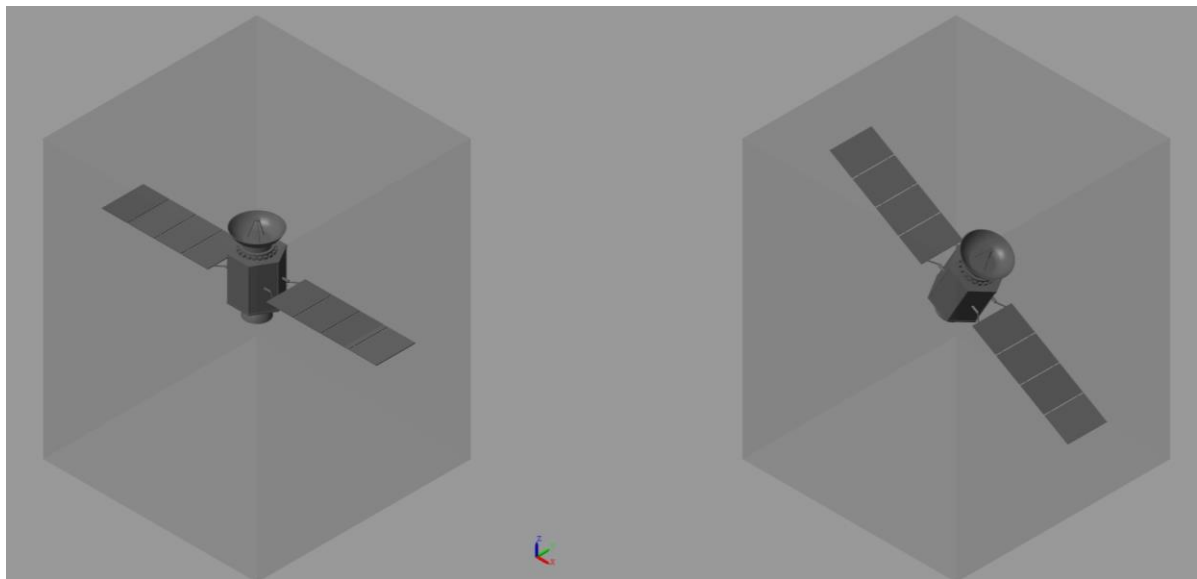
Στη συνέχεια, ακολουθεί το κομμάτι των προσομοιώσεων κατά το οποίο δοκιμάζονται διάφορα είδη γωνιακών μετατοπίσεων σε έναν, δύο ή τρεις άξονες στο περιβάλλον MATLAB/Simulink/Simscap. Βάσει των αποτελεσμάτων, το σύστημα αξιολογείται και στη συνέχεια αποφασίζεται αν χρειάζονται εκ' νέου αλλαγές στο σχεδιασμό, προκειμένου να ικανοποιούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

Επισημαίνεται πως τα προφίλ των ζητούμενων τροχιών (επιτάχυνση-σταθερή ταχύτητα-επιβράδυνση) παραμένουν όμοια για όλες τις περιστροφές. Σε μια βελτιστοποιημένη εκδοχή των ζητούμενων προφίλ, αυτά θα μπορούσαν να μεταβάλλονται έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η βέλτιστη εκμετάλλευση του συστήματος των CMGs και ταυτόχρονα αύξηση της μέσης ταχύτητας κάθε ζητούμενης περιστροφής. Το παραπάνω θα μπορούσε να υλοποιηθεί είτε μέσω ελέγχου ανοικτού βρόχου (open-loop) και χρήση μαθηματικού μοντέλου συστήματος δορυφόρου-CMGs όπως περιγράφεται στο [43], είτε μέσω αλγορίθμων βελτιστοποίησης με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου κίνησης [44, 45, 46].

Οι προσομοιώσεις περιλαμβάνουν γωνιακές μεταβολές σε έναν και σε τρεις άξονες με βάση τις γωνίες Euler. Στις επόμενες σελίδες παρατίθενται τα αποτελέσματα των τεσσάρων δοκιμών με τη μορφή διαγραμμάτων και συζητούνται στη συνέχεια. Στις δοκιμές αυτές οι αρχικές γωνιακές θέσεις των αντίζυγων είναι μηδενικές και η ζητούμενες περιστροφές επιλέγονται τυχαία.

Η προσομοίωση A αφορά περιστροφή 30° περί τον άξονα y (Σχήμα 4.3) και το αποτέλεσμά της οπτικοποιείται στην Εικόνα 4-6. Η περιστροφή αυτή όπως φαίνεται από το Σχ. 4-3(α) διήρκησε περίπου 9 s κάτι που αντιστοιχεί σε μέση ταχύτητα περιστροφής $3.3^\circ/s$. Η απαίτηση σε ροπή κατά τον άξονα z σύμφωνα με το Σχ. 4-3(ε) δεν ξεπερνά τα 270 mNm δηλαδή είναι αρκετά μικρότερη της μέγιστης ροπής που μπορεί να δώσει το σύστημα σύμφωνα με τη διαστασιολόγηση. Αυτό σημαίνει πως η συγκεκριμένη περιστροφή μπορεί να πραγματοποιηθεί αρκετά συντομότερα, υπό την προϋπόθεση ότι τα αντίζυγα βρίσκονται στην ιδανική γωνιακή θέση, αυξάνοντας τα μέτρα της επιτάχυνσης και της επιβράδυνσης της ζητούμενης τροχιάς. Ωστόσο όπως επιβλήθηκε και παραπάνω το κομμάτι αυτό αφορά τη

βελτιστοποίηση της ζητούμενης τροχιάς και δεν είναι αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Η ροπή που ασκούν τα αντίζυγα στον δορυφόρο λόγω της επιτάχυνσής τους που φαίνεται στο Σχ. 4-3(ζ) εμφανίζει μέγιστη τιμή 1.7 mNm σε τρία σημεία και επηρεάζει σε κάποιο μικρό βαθμό το σύστημα. Η μικρή επιρροή αυτή φαίνεται στο Σχ. 4-3(ε) όπου η απαιτούμενη ροπή των CMGs εμφανίζει κάποια μέγιστα τις αντίστοιχες στιγμές. Η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής των αντίζυγων που φαίνεται στο Σχ. 4-3(η) φτάνει τις $18^\circ/s$ ή αλλιώς 0.31 rad/s και άρα αρκετά λιγότερο από το 1 rad/s δηλαδή την τιμή που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διαδικασία διαστασιολόγησης. Τέλος, η γωνιακή μέγιστη γωνιακή θέση στην οποία εκτρέπονται τα αντίζυγα όπως φαίνεται στο Σχ. 4-3(θ) είναι περίπου 48° , ενώ στο τέλος και τα τέσσερα αντίζυγα επιστρέφουν στην αρχική, ιδανική τους θέση.



Εικόνα 4-6. Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή 30° περί τον άξονα y (Simscape, Multibody).

Η προσομοίωση Β αφορά περιστροφή 150° περί τον άξονα z (Σχήμα 4.4) και το αποτέλεσμα της οπτικοποιείται στην Εικόνα 4-7. Η περιστροφή αυτή, όπως φαίνεται από το Σχ. 4-4(α), διήρκεσε περίπου 21 s , και αντιστοιχεί σε μέση ταχύτητα περιστροφής $7.1^\circ/s$. Η απαίτηση σε ροπή κατά τον άξονα z σύμφωνα με το Σχ. 4-4(ε) δεν ξεπερνά τα 240 mNm , δηλαδή είναι επίσης χαμηλότερη της μέγιστης ροπής που μπορεί να δώσει το σύστημα. Η ροπή που ασκούν τα αντίζυγα στον δορυφόρο λόγω της επιτάχυνσής τους που φαίνεται στο Σχ. 4-4(ζ) εμφανίζει μέγιστη τιμή 0.5 mNm σε τρία σημεία και άρα δεν έχει ούτε και εδώ σημαντική επιρροή. Μάλιστα, η μείωση της επιρροής σε σχέση με πριν είναι εμφανής αν συγκρίνουμε τα Σχ. 4-4(ε) που δείχνουν την απαίτηση ροπής των CMGs. Η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής των αντίζυγων που φαίνεται στο Σχ. 4-4(η) φτάνει τις $5.8^\circ/s$ ή αλλιώς 0.101 rad/s , άρα και εδώ είναι μικρότερη από το 1 rad/s . Τέλος, η γωνιακή μέγιστη γωνιακή θέση στην οποία εκτρέπονται τα αντίζυγα όπως φαίνεται στο Σχ. 4-4(θ) είναι περίπου 36° , ενώ στο τέλος και τα τέσσερα αντίζυγα επιστρέφουν στην αρχική, ιδανική τους θέση.



Εικόνα 4-7. Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή 150° περί τον άξονα z (Simscape, Multibody).

Στο σημείο αυτό να σημειωθεί πως το γεγονός ότι στην παραπάνω προσομοίωση η γωνιακή ταχύτητα των αντίζυγων στο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα είναι μικρότερη από τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου, έχει ως άμεση συνέπεια τη μη ύπαρξη (σε όλο το εύρος της κίνησης) αυτού που περιγράφεται από τον Larras [13] ως Torque Amplification ή αλλιώς Ενίσχυση Ροπής και αφορά την αποτελεσματικότητα του συστήματος. Αυτή, υπολογίζεται προσεγγιστικά από τον λόγο της γωνιακής ταχύτητας του αντίζυγου δ προς τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου ω , δηλαδή:

$$\frac{M_{in}}{M_{out}} \approx \frac{\delta}{\omega} \quad (4-6)$$

Με λίγα λόγια, η ενίσχυση ροπής είναι ο λόγος που δείχνει πόσο μεγαλύτερη είναι η παραγόμενη ροπή σε σχέση με τη ροπή που δίνεται στο σύστημα από τους κινητήρες. Ο λόγος αυτός μπορεί να αυξηθεί είτε με χρήση ενός πιο «επιθετικού» trajectory και άρα μεγαλύτερη απαίτηση σε ροπή που συνεπάγεται αύξηση της γωνιακής ταχύτητας του αντίζυγου (φυσικά στα όρια που μπορεί να λειτουργήσει ο κινητήρας), είτε με το «σπάσιμο» μιας γωνίας περιστροφής σε μικρότερες γωνίες, είτε με τον συνδυασμό των δύο παραπάνω. Ο πρώτος τρόπος προέκυψε μετά από παρατηρήσεις με βάση το μοντέλο στο Simscape και χρήση πιο απαιτητικών ζητούμενων τροχιών και έχει το πλεονέκτημα ότι αυξάνεται η μέση ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου αλλά αυξάνονται οι απαιτήσεις σε ενέργεια. Ο δεύτερος τρόπος έχει ως αποτέλεσμα μείωση της μέσης γωνιακής ταχύτητας περιστροφής με σχεδόν ίδιες απαιτήσεις σε ενέργεια (που όμως εξαρτάται από το μέγεθος της γωνιακής μεταβολής και το πλήθος των κομματιών που θα χωριστεί) και περιγράφεται αναλυτικά από τον Larras.

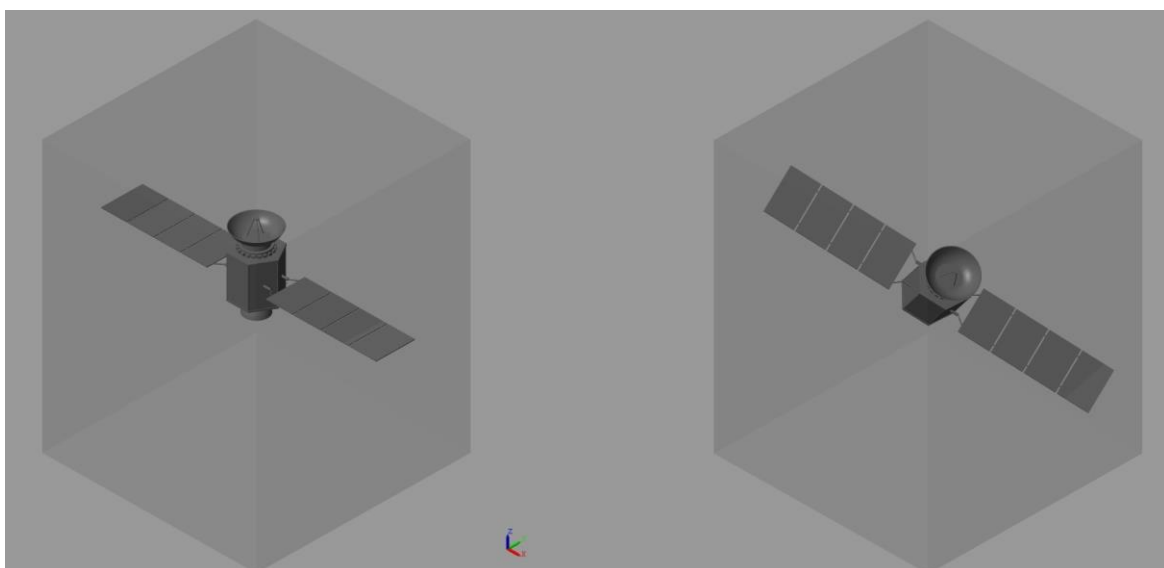
Η προσομοίωση Γ (Σχήμα 4.5) αφορά μια περιστροφή σε τρεις άξονες με βάση τις γωνίες Euler (Z-Y-X) από μία αρχική θέση έστω 0°/0°/0° σε μια τελική 30°/30°/30° και το αποτέλεσμα της οπτικοποιείται στην Εικόνα 4-8. Η περιστροφή αυτή όπως φαίνεται από το

Σχ. 4-5(α) διήρκησε περίπου 9 s συνολικά. Για τον ορισμό της μέσης ταχύτητας περιστροφής εισάγεται στο σημείο αυτό ένα μέτρο για τη μέτρηση της γωνιακής μετατόπισης σε τρεις άξονες με βάση τις γωνίες Euler [47]:

$$d = \sqrt{\Delta(\theta_{z1}, \theta_{z2})^2 + \Delta(\theta_{y1}, \theta_{y2})^2 + \Delta(\theta_{x1}, \theta_{x2})^2} \quad (4-7)$$

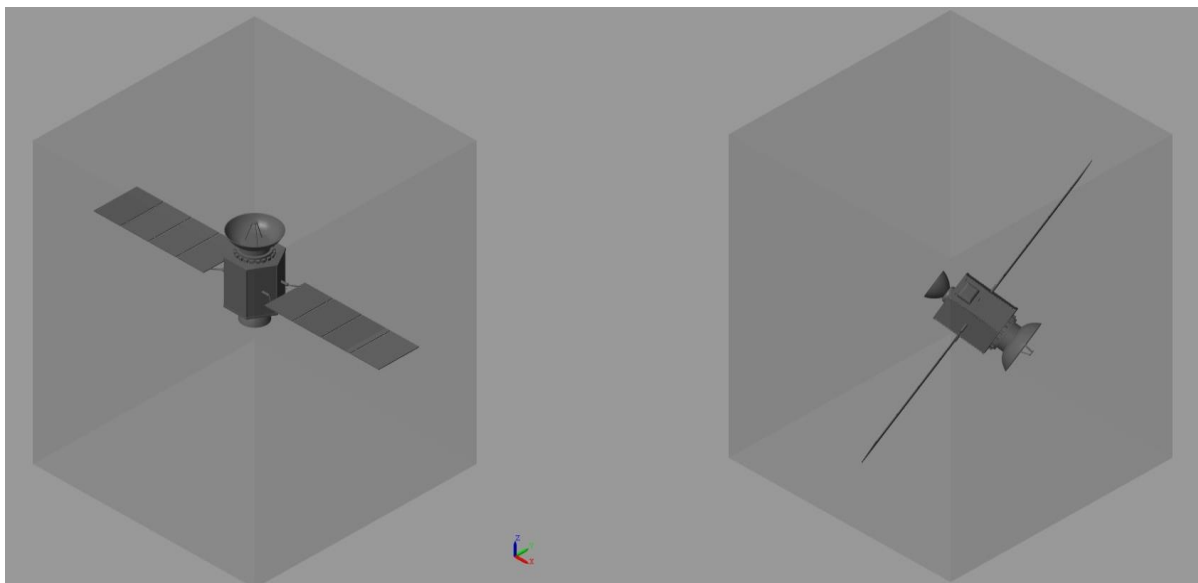
όπου ο τελεστής Δ συμβολίζει την απόλυτη διαφορά αρχικής και τελικής γωνίας σε μοίρες. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση αυτή προκύπτει πως η μέση ταχύτητα περιστροφής είναι $5.7^\circ/s$.

Η χρήση της εξίσωσης (4-7) για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας δεν έχει φυσική σημασία, είναι όμως αντιπροσωπευτική σε περιπτώσεις σύγκρισης. Η απαίτηση σε ροπή σύμφωνα με το Σχ. 4-5(ε) δεν ξεπερνά τα 310 mNm δηλαδή τιμή μικρότερη της μέγιστης ροπής που μπορεί να δώσει το σύστημα, ωστόσο είναι αυξημένη συγκριτικά με την απαίτηση της πρώτης δοκιμής που αφορούσε περιστροφή 30° μοιρών σε έναν άξονα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τη διάρκεια τη περιστροφής, κάποιιο άλλο από τα CMGs ασκεί στο δορυφόρο ροπή αντίθετης φοράς συγκριτικά με τη φορά επιτάχυνσης (δηλαδή υπάρχει εξουδετέρωση μέρους της) προκειμένου να παράξει με τη σειρά του ροπή για κάποιον άλλον άξονα. Με λίγα λόγια, η απαίτηση σε ροπή είναι αυξημένη λόγω της σύνθετης κίνησης σε τρεις άξονες. Η ροπή που ασκούν τα αντίζυγα στον δορυφόρο λόγω της επιτάχυνσής τους που φαίνεται στο Σχ. 4-5(ζ) εμφανίζει μέγιστη τιμή 3.5 mNm και είναι αυξημένη σε τρία σημεία και άρα εδώ επίσης η μικρή επιρροή της φαίνεται στα μέγιστα του Σχ. 4-5(ε) τις αντίστοιχες στιγμές. Η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής των αντίζυγων που φαίνεται στο Σχ. 4-5(η) αγγίζει τις $30^\circ/s$ ή αλλιώς 0.52 rad/s και είναι και εδώ μικρότερη από την τιμή του 1 rad/s , και υπάρχει περισσότερο το φαινόμενο της Ενίσχυσης Ροπής συγκριτικά με τις προηγούμενες προσομοιώσεις, αφού η γωνιακή ταχύτητα των αντίζυγων είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε μεγαλύτερο μέρος της κίνησης. Τέλος, η γωνιακή μέγιστη γωνιακή θέση στην οποία εκτρέπονται τα αντίζυγα όπως φαίνεται στο Σχ. 4-5(θ) είναι περίπου 80° , ενώ στο τέλος δεν επιστρέφουν στην αρχική, ιδανική τους θέση αλλά στις $\pm 21^\circ$ (συμμετρικά ανά δύο).



Εικόνα 4-8. Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή $30^\circ/30^\circ/30^\circ$ με βάση τις γωνίες Euler Z-Y-X (Simscape, Multibody).

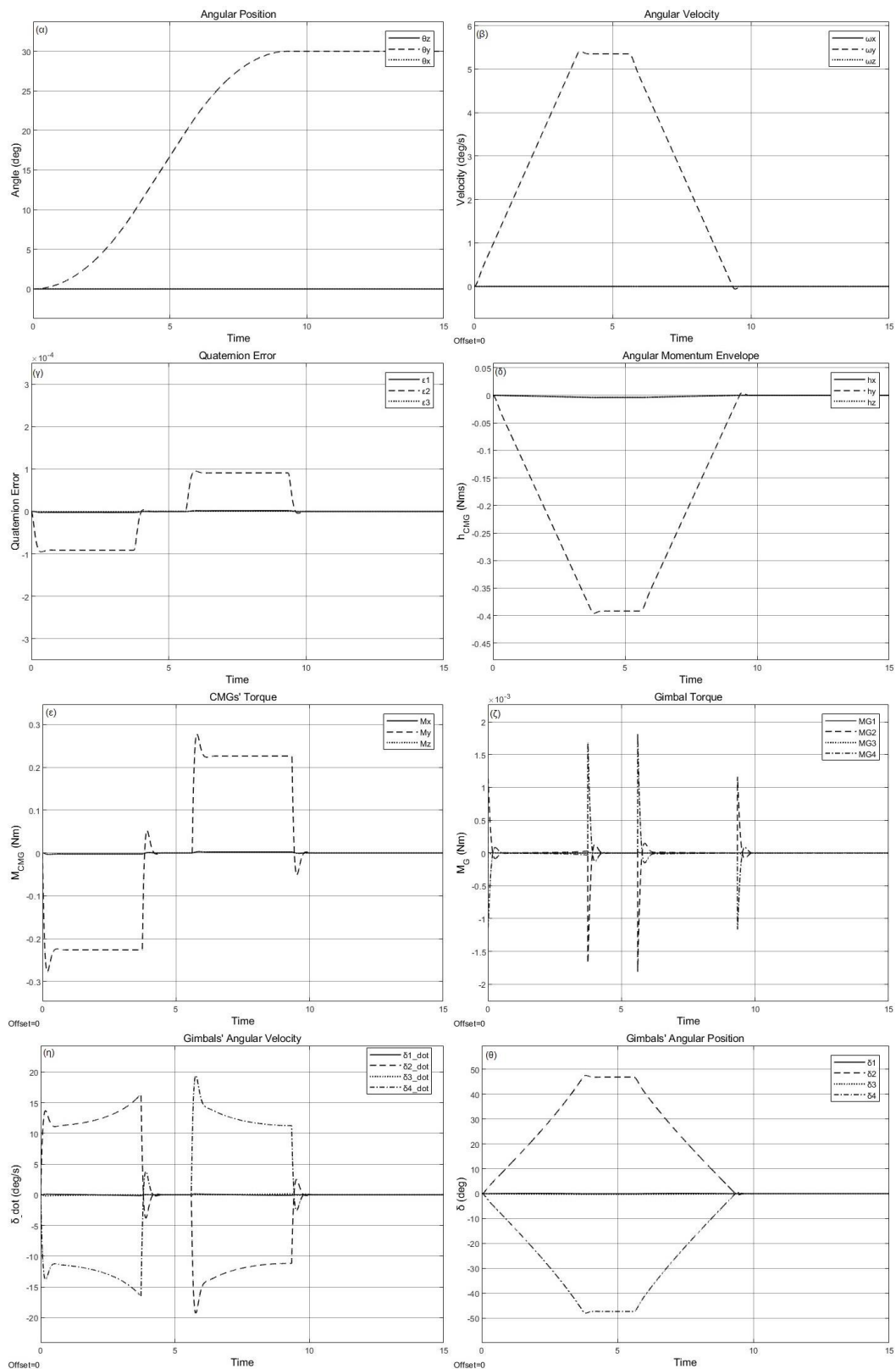
Η προσομοίωση Δ (Σχήμα 4.6) αφορά μια περιστροφή σε τρεις άξονες με βάση τις γωνίες Euler (Z-Y-X) από μία αρχική θέση έστω $0^\circ/0^\circ/0^\circ$ σε μια τελική $100^\circ/-20^\circ/120^\circ$ και το αποτέλεσμα της οπτικοποιείται στην Εικόνα 4-9. Η περιστροφή αυτή όπως φαίνεται από το Σχ. 4-6(α) διήρκησε περίπου 18.7 s κάτι που αντιστοιχεί σε μέση ταχύτητα περιστροφής $8.4^\circ/\text{s}$ σε κάθε άξονα. Η απαίτηση σε ροπή κατά τον άξονα z σύμφωνα με το Σχ. 4-6(ε) ξεπερνά τα 340 mNm , τιμή σύμφωνα με την οποία σχεδιάστηκε το σύστημα, εξαιτίας της σύνθετης κίνησης σε τρεις άξονες. Ωστόσο επειδή όπως αναφέρθηκε έγινε μια μικρή υπέρ-διαστασιολόγηση και το σύστημα μπορεί να δώσει $\sim 500\text{ Nm}$ το σύστημα λειτουργεί δίχως προβλήματα. Η ροπή που ασκούν τα αντίζυγα στον δορυφόρο λόγω της επιτάχυνσής τους που φαίνεται στο Σχ. 4-6(ζ) εμφανίζει μέγιστη τιμή 1 mNm σε περισσότερα σημεία συγκριτικά με τις προηγούμενες προσομοιώσεις, και συντελεί σε κάποιο μικρό βαθμό στην αύξηση της απαίτησης σε ροπή, αφού οι επιταχύνσεις των αντίζυγων έχουν αμεληθεί κατά τη μοντελοποίηση. Η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής των αντίζυγων, που φαίνεται στο Σχ. 4-6(η) αγγίζει τις $28^\circ/\text{s}$ ή αλλιώς 0.49 rad/s και είναι μικρότερη του 1 rad/s . Τέλος, η γωνιακή μέγιστη γωνιακή θέση στην οποία εκτρέπονται τα αντίζυγα όπως φαίνεται στο Σχ. 4-6(θ) είναι περίπου 152° , ενώ στο τέλος δεν επιστρέφουν στην αρχική, ιδανική τους θέση αλλά και πάλι καταλήγουν σε ανά δύο συμμετρικές θέσεις. Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα, αφού ακόμη και αν κατέληγαν στις ιδανικές τους θέσεις, είναι δεδομένο πως λόγω διαταραχών θα απέκλιναν και πάλι από αυτές κατά κάποιες μοίρες.



Εικόνα 4-9. Αρχική και τελική θέση δορυφόρου για περιστροφή $100^\circ/-20^\circ/120^\circ$ με βάση τις γωνίες Euler Z-Y-X (Simscape, Multibody).

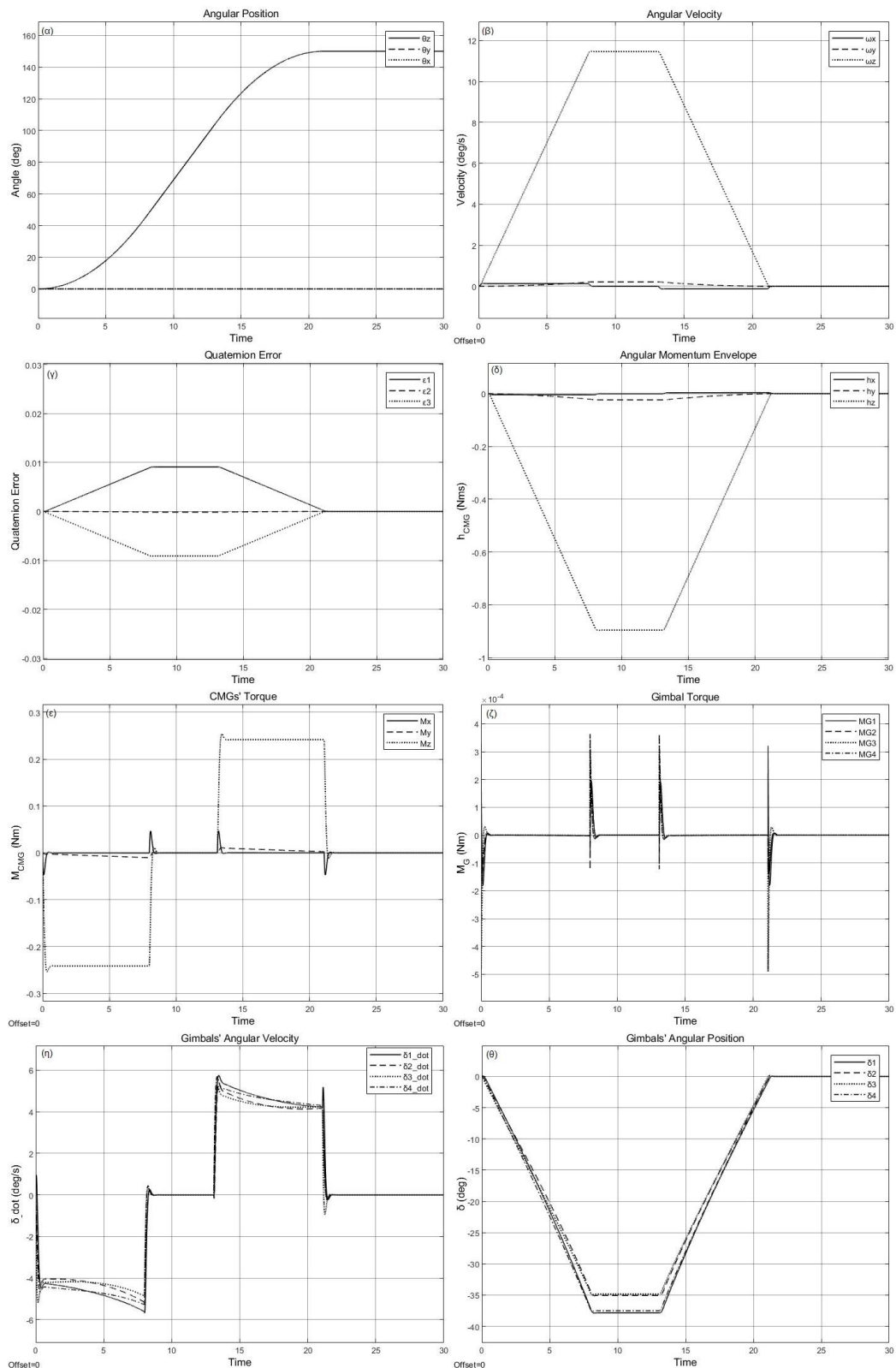
Τα διαγράμματα που αφορούν τις προσομοιώσεις που αναφέρθηκαν παρατίθενται συγκεντρωμένα στα σχήματα που ακολουθούν.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



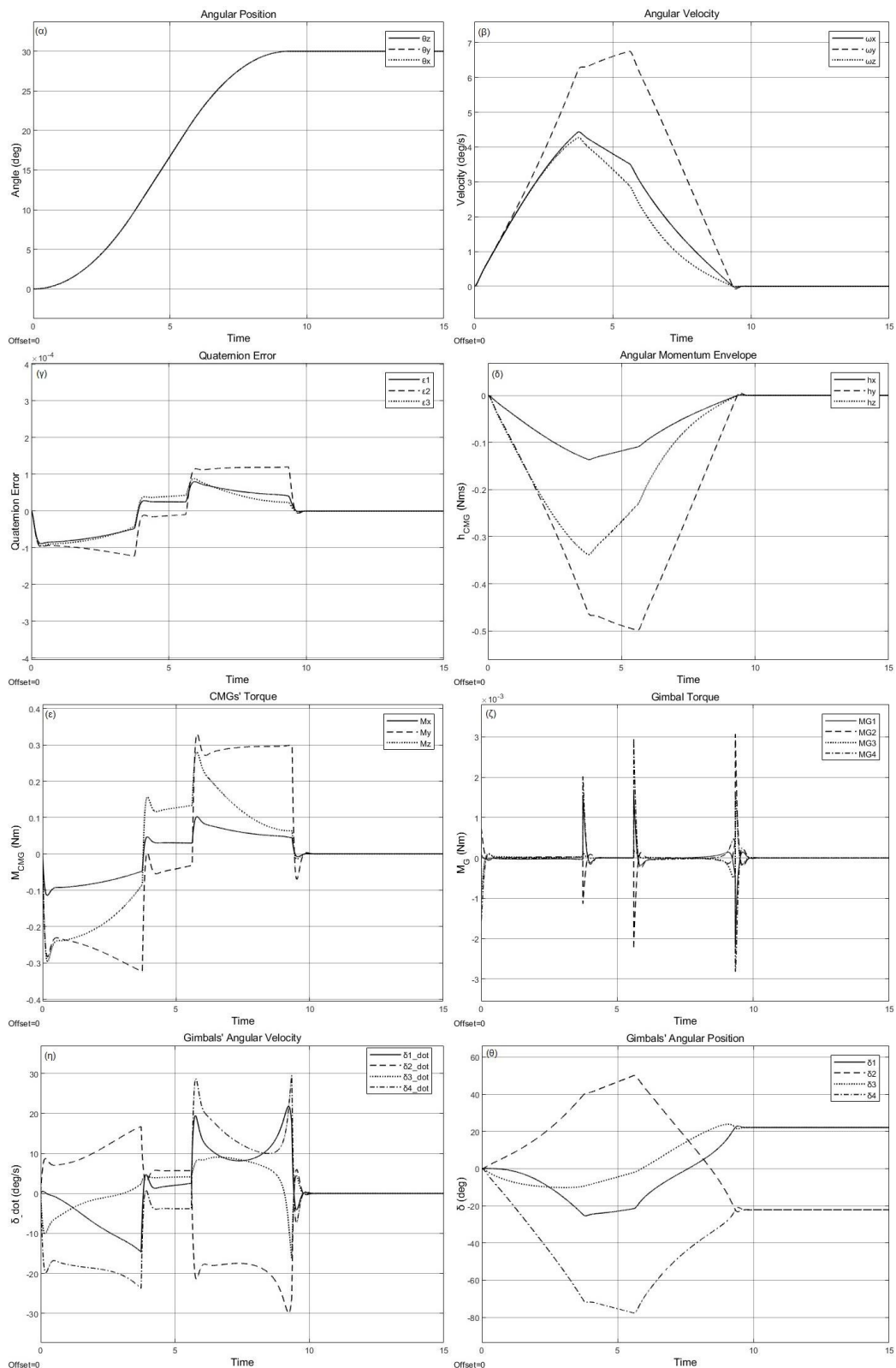
Σχήμα 4-3. Περιστροφή 30° ως προς τον y άξονα, προσομοίωση A. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



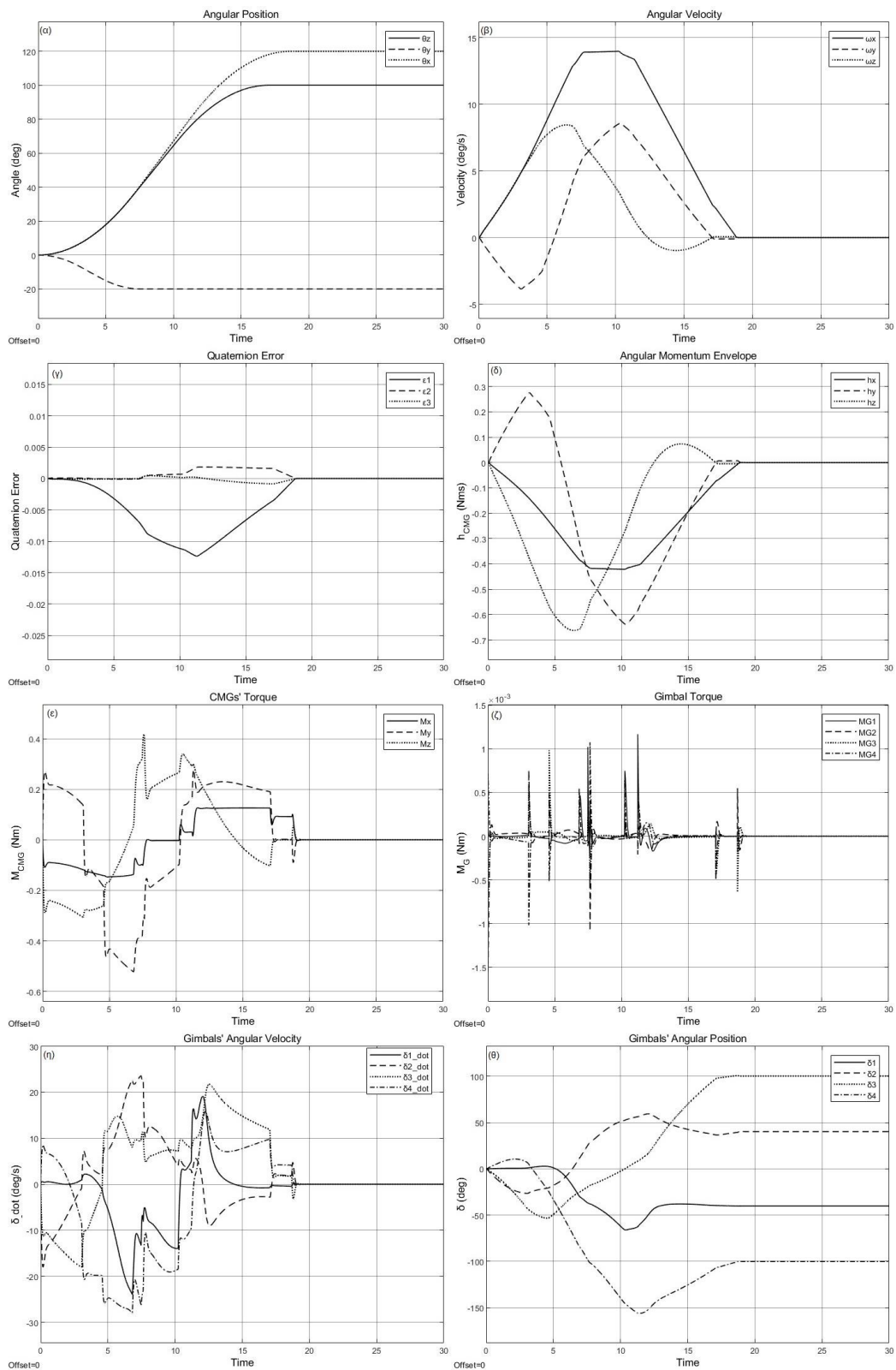
Σχήμα 4-4. Περιστροφή 150° ως προς τον z άξονα, προσομοίωση B. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



Σχήμα 4-5. Περιστροφή 30°/30°/30° (Z-Y-X) με βάση τις γωνίες Euler, προσομοίωση Γ. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



Σχήμα 4-6. Περιστροφή $100^\circ/-20^\circ/120^\circ$ (Z-Y-X) με βάση τις γωνίες Euler, προσομοίωση Δ . (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

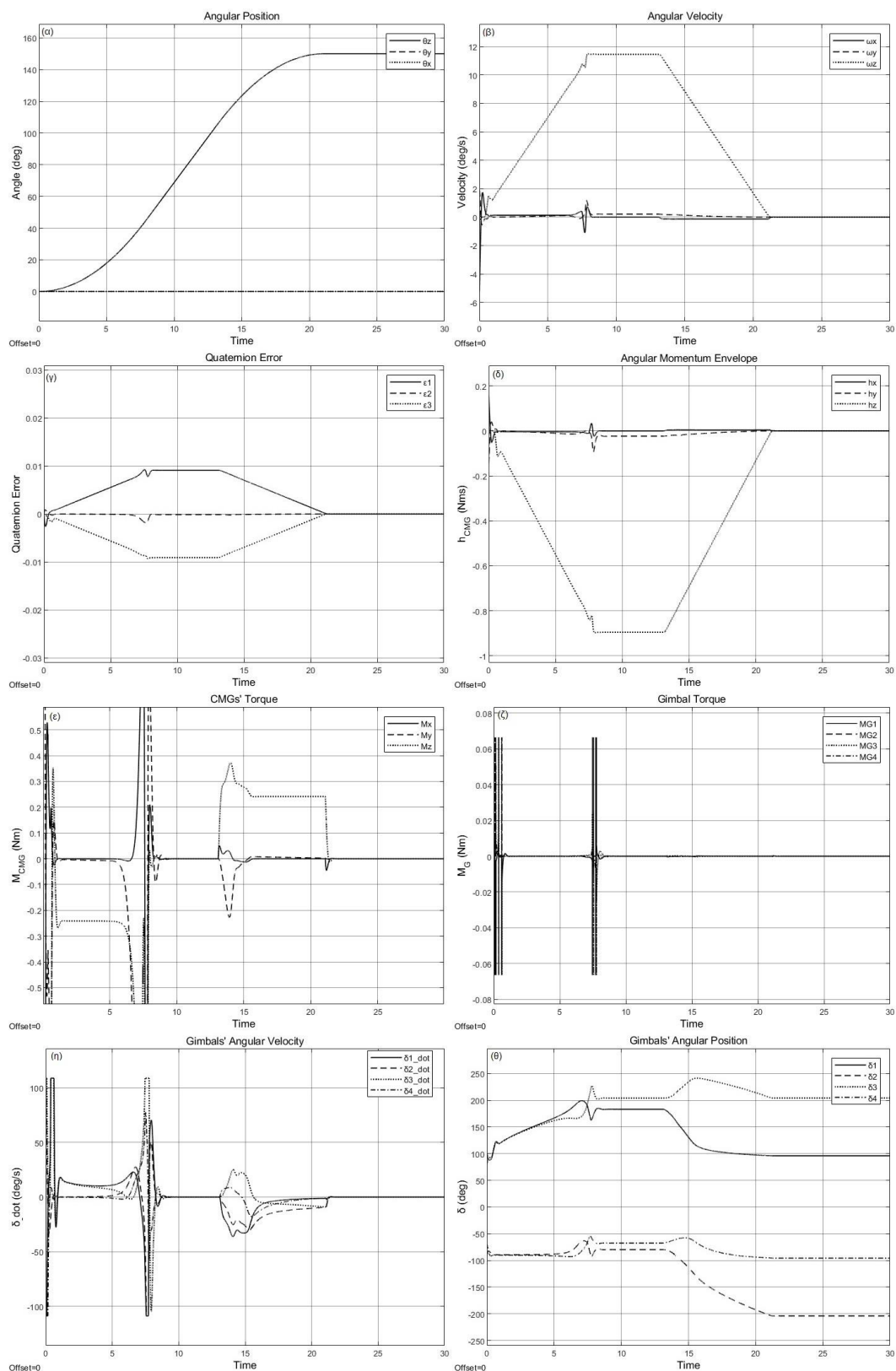
Οι παραπάνω προσομοιώσεις στέφθηκαν με επιτυχία καθώς αποδεικνύουν την ομαλή λειτουργία του συστήματος, ικανοποιώντας ταυτόχρονα τις απαιτήσεις-προδιαγραφές, ενώ οι κινητήρες των αντίζυγων μπορούν και ανταπεξέρχονται στις απαιτήσεις ροπής και ταχύτητας. Παρ' όλα αυτά, κρίνεται αναγκαίο να γίνουν μερικές ακόμη δοκιμές προκειμένου να καταστούν σαφή κάποια θέματα που ενδεχομένως να γεννούν απορίες. Πιο συγκεκριμένα οι παρακάτω προσομοιώσεις έχουν σκοπό να δώσουν κάποιες περεταίρω πληροφορίες σχετικά με τη συμπεριφορά του συστήματος των CMGs στην περίπτωση που οι αρχικές γωνιακές θέσεις των αντίζυγων δεν είναι οι ιδανικές ($\delta_{0i} \neq 0^\circ$).

Όπως φάνηκε από τις παραπάνω μανούβρες που επιχειρήθηκαν, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων τα αντίζυγα δεν επιστρέφουν στις αρχικές, ιδανικές τους θέσεις. Στις περιπτώσεις όπου ζητείται γωνιακή μεταβολή ως προς έναν μόνο άξονα όπως στις προσομοιώσεις A και B, τότε επιστρέφουν στην ιδανική θέση με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Η ακρίβεια αυτή όμως μειώνεται όταν επιθυμείται γωνιακή μετατόπιση σε παραπάνω άξονες, όπως στην Γ και Δ προσομοίωση. Σε κάθε περίπτωση όμως παρατηρείται ότι καταλήγουν πάντα στην ίδια τελική θέση ή ανά δύο συμμετρική ως προς το μηδέν. Σημειώνεται όμως και πάλι πως τελική τους θέση δεν αποτελεί κάποια απαίτηση ή ανάγκη προς ικανοποίηση, αφού τελικά λόγω διαταραχών θα μετατοπίζονται ελαφρώς, με τυχαίο τρόπο. Παρ' όλα αυτά υπάρχουν τρόποι έτσι ώστε οι μετατοπίσεις τους λόγω διαταραχών να μένουν σε λογικά πλαίσια (πχ $\pm 10^\circ$).

Οι επόμενες προσομοιώσεις αφορούν περιπτώσεις περιστροφής ως προς έναν και τρεις άξονες για τις οποίες οι αρχικές θέσεις των αντίζυγων είναι δυσχερείς. Δυσχερείς θέσεις θεωρούνται αυτές που βρίσκονται κοντά στις $\pm 90^\circ$ και $\pm 180^\circ$ οι οποίες αποτελούν ιδιομορφίες του συστήματος. Προκειμένου να είναι πιο εμφανής διαφορά σε σχέση με την ιδανική περίπτωση, θα εξεταστούν τα αντίστοιχα σενάρια με αυτά των προσομοιώσεων B και Δ με μόνη διαφορά τις αρχικές γωνιακές θέσεις των αντίζυγων. Αυτές, στο σενάριο της B2 προσομοίωσης θα είναι $\delta_0 = [100^\circ \quad -90^\circ \quad 80^\circ \quad -70^\circ]^T$ και στο σενάριο της Δ2 θα είναι $\delta_0 = [90^\circ \quad -90^\circ \quad 90^\circ \quad -90^\circ]^T$.

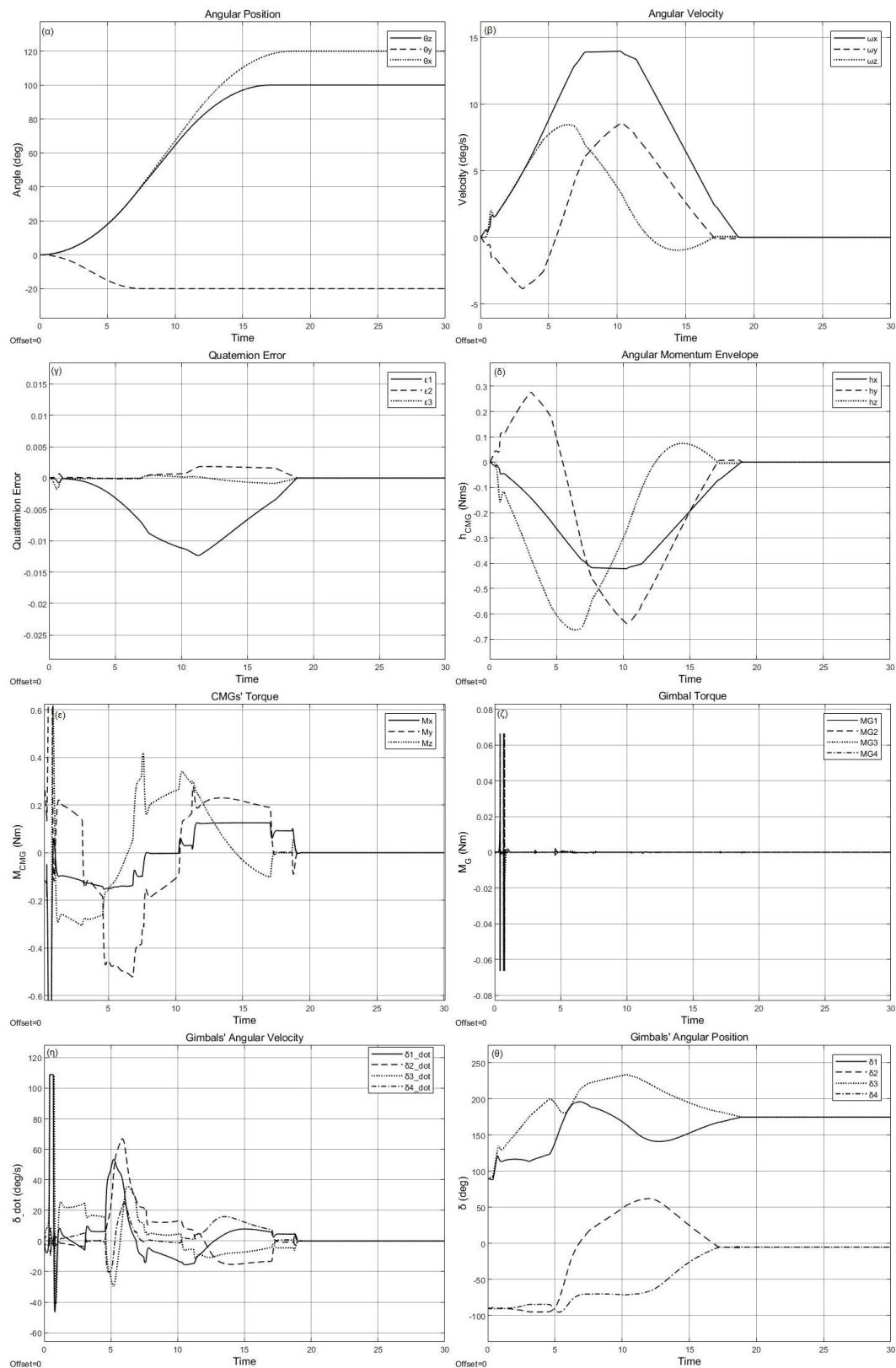
Οι προσομοιώσεις B2 (Σχήμα 4-7) και Δ2 (Σχήμα 4-8), στέφονται επίσης με επιτυχία. Επισημαίνεται πως οι παραπάνω αρχικές θέσεις αντιστοιχούν στα χειρότερα δυνατά σενάρια, αφού ξεκινούν πολύ κοντά σε αυτές των ιδιομορφών, εκεί που τα CMGs δεν μπορούν να παράγουν ροπή. Σε κάθε περίπτωση πάντως μπορεί να γίνει χρήση κάποιου βοηθητικού υποσυστήματος (Thrusters, Magnetorquers κλπ.) προκειμένου να επαναφερθούν στις ιδανικές τους, ή έστω σε ευνοϊκότερες θέσεις. Για να γίνει αυτό, συνήθως απαιτείται μια ψευδό-περιστροφή (dummy maneuver) με ταυτόχρονη χρήση του κύριου και του βοηθητικού υποσυστήματος ελέγχου προσανατολισμού.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



Σχήμα 4-7. Επανάληψη προσομοίωσης B (B2) με δυσχερείς αρχικές γωνιακές θέσεις αντίζυγων. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



Σχήμα 4-8. Επανάληψη προσομοίωσης Δ ($\Delta 2$) με δυσχερείς αρχικές γωνιακές θέσεις αντίζυγων. (α) Γωνιακή θέση δορυφόρου, (β) Γωνιακή ταχύτητα δορυφόρου, (γ) Σφάλμα quaternion, (δ) Στροφορμή εξόδου των CMGs, (ε) Ροπή εξόδου των CMGs, (ζ) Ροπή αντίζυγων, (η) Γωνιακές ταχύτητες αντίζυγων, (θ) Γωνιακές θέσεις αντίζυγων.

Και στις δύο προσομοιώσεις, κατά το πρώτο δευτερόλεπτο ο δορυφόρος δεν ακολουθεί ακριβώς την επιθυμητή τροχιά και δείχνει να ταλαντώνεται, αλλά πολύ σύντομα αυτό διορθώνεται και ακολουθεί κανονικά τη ζητούμενη πορεία. Αυτό αποτυπώνεται κυρίως στα Σχ. 4-7(β) και 4-8(β) γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου όπου και φαίνεται μια μικρή ταλάντωση διάρκειας περίπου ενός δευτερολέπτου. Στα Σχ. 4-7(ε) και 4-8(ε) φαίνεται πως προκειμένου να διατηρηθεί ο έλεγχος του δορυφόρου στο χρονικό διάστημα αυτό, υπάρχει απαίτηση για μεγαλύτερη ροπή από αυτή που μπορεί το σύστημα να δώσει και αυτός είναι και ο λόγος ύπαρξης αυτής της μικρής σε διάρκεια ταλαντωτικής συμπεριφοράς. Αυτό επίσης σχετίζεται με το γεγονός πως τα αντίζυγα βρίσκονται κοντά σε ιδιόμορφες θέσεις. Τα Σχ. 4-7(ζ) και 4-8(ζ) δείχνουν πως στο διάστημα αυτό υπάρχει επίσης επιρροή της ροπής λόγω επιτάχυνσης των αντίζυγων αφού φτάνει στιγμιαία τα 60 mNm. Αυτό φανερώνεται και από τα Σχ. 4-7(η) και 4-8(η) που αφορούν την γωνιακή ταχύτητα των αντίζυγων και φαίνεται πως τη συγκεκριμένη στιγμή επιβραδύνουν απότομα, αφού νωρίτερα έχουν βρεθεί στη μέγιστη ταχύτητα δ_{max} με την οποία δύνανται να στραφούν. Η ανάγκη του συστήματος να ζητήσει τη μέγιστη ταχύτητα αποσκοπεί στην ουσία στο να βρεθούν τα αντίζυγα σε μια λιγότερο δυσχερή θέση που θα ευνοεί την ανάπτυξη της ζητούμενης ροπής. Ακριβώς η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των στιγμών 7 s και 8 s της B2 προσομοίωσης, όπου τα αντίζυγα βρίσκονται και πάλι σε ιδιόμορφη θέση.

Οι παραπάνω συμπεριφορές αιτιολογούνται άμεσα από τα διαγράμματα Σχ. 4-7(θ) και 4-8(θ) της γωνιακής θέσης των αντίζυγων, όπου φαίνεται η αντιστοιχία των παραπάνω φαινομένων και των χρονικών στιγμών που αυτά βρίσκονται κοντά στις $\pm 90^\circ$ ή $\pm 180^\circ$. Φαίνεται μάλιστα το «τίναγμα» των αντίζυγων λόγω του Νόμου Οδήγησης, που τα βοηθά να διαφύγουν από την ιδιόμορφη κατάσταση. Τέλος, και στις δύο προσομοιώσεις παρατηρείται πως η τελική τους θέση είναι και πάλι συμμετρική ανά δύο και μάλιστα είναι ευνοϊκότερη της αρχικής.

4.4 Σύγκριση Αντίστοιχων Συστημάτων RWs και CMGs

Το υποκεφάλαιο αυτό αποσκοπεί στην περάτωση μιας σύγκρισης που θα αφορά τα Reaction Wheels και τα CMGs για εφαρμογή τους στη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης. Βέβαια προκειμένου η σύγκριση αυτή να είναι αξιόπιστη, πρέπει να υπάρχει μια κοινή βάση μεταξύ των δύο συστημάτων. Πρέπει λοιπόν να ακολουθηθεί διαδικασία σχεδιασμού συστήματος τεσσάρων RWs σε διάταξη πυραμίδας και το αποτέλεσμα της διαδικασίας να δώσει ένα σύστημα ίσης μάζας και αντίστοιχων προδιαγραφών. Προτού όμως γίνει αυτό καθίσταται αναγκαίο να παρουσιαστεί το μαθηματικό μοντέλο των RWs το οποίο φυσικά είναι απλούστερο από αυτό των CMGs.

4.4.1 Μαθηματικό Μοντέλο RWs

Το θεωρητικό μέρος και ο τρόπος λειτουργίας των RWs εξηγήθηκε αναλυτικά στο Υποκεφάλαιο 3.2.2, δίχως να παρουσιαστεί ο τρόπος με τον οποίο περιγράφεται από μαθηματική σκοπιά. Η παρακάτω ανάλυση έχει σκοπό να καλύψει αυτό ακριβώς το κενό.

Αν γίνει χρήση των εξισώσεων (3-3) και (3-7) που χρησιμοποιήθηκαν για το μαθηματικό μοντέλο των CMGs τότε προκύπτει η αντίστοιχη της (3-8) για το σύστημα των RWs:

$$J\dot{\omega} + \mathbf{h}_{act} + \omega^\times (J\omega + \mathbf{h}_{act}) = \mathbf{u} \quad (4-8)$$

όπου J ο 3×3 πίνακας ροπών αδράνειας του δορυφόρου μαζί με το σύστημα των RWs, ω το διάνυσμα γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου, u το διάνυσμα που εκφράζει τη ροπή επενέργησης και όποιες άλλες εξωτερικές ροπές διαταραχών υπάρχουν, και h_{act} το διάνυσμα στροφορμής που δίνουν τα RWs και δίνεται από την εξίσωση:

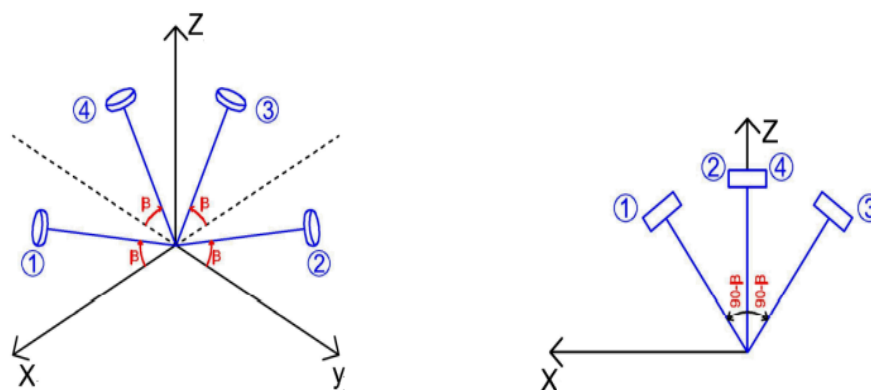
$$h_{act} = A_{3 \times 4} I_{RW} \Omega_{RW} \quad (4-9)$$

και το οποίο πρέπει να είναι εκφρασμένο ως προς το σωματόδετο ΣΣ του δορυφόρου. Στην παραπάνω εξίσωση ο πίνακας $A_{3 \times 4}$ εκφράζει τη γεωμετρία της διαμόρφωσης, I_{RW} είναι η αριθμητική τιμή της ροπής αδράνειας του σφονδύλου ως προς τον άξονα περιστροφής του και Ω_{RW} η ταχύτητα περιστροφής του.

Για να εκφραστεί ως προς το σωματόδετο ΣΣ απαιτείται μια σειρά μετασχηματισμών με πίνακες περιστροφής όπως ακριβώς έγινε και στο Υποκεφάλαιο 3.6 για τα CMGs. Η διαδικασία όμως τώρα είναι αρκετά απλούστερη αφού δεν υπάρχουν τα αντίζυγα, τα οποία και αύξαναν την πολυπλοκότητα του συστήματος. Λόγω του ότι το σύστημα πρόκειται για μια πλεονάζουσα διαμόρφωση, θα ισχύει:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = A_{3 \times 4} \begin{bmatrix} M_{RW1} \\ M_{RW2} \\ M_{RW3} \\ M_{RW4} \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

όπου με τη βοήθεια της γεωμετρίας του Σχήματος 4-9 προκύπτουν τα στοιχεία του πίνακα $A_{3 \times 4}$.



Σχήμα 4-9. Γεωμετρία διαμόρφωσης πυραμίδας τεσσάρων RWs [48].

Με απλές τριγωνομετρικές πράξεις προκύπτει τελικά πως:

$$M_x = M_{RW1} \cos(\beta) - M_{RW3} \cos(\beta) \quad (4-11\alpha)$$

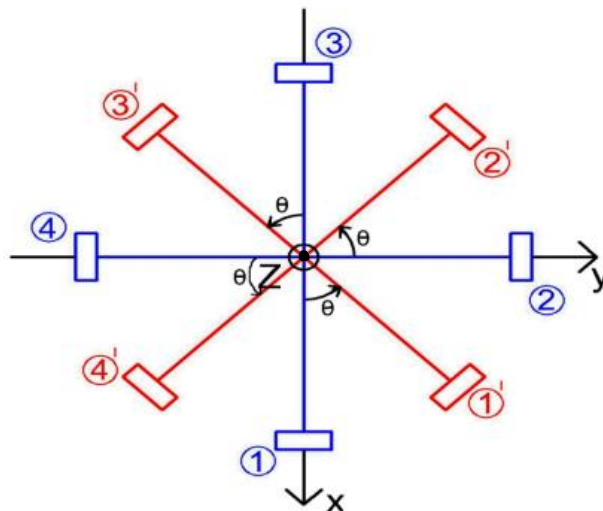
$$M_y = M_{RW2} \cos(\beta) - M_{RW4} \cos(\beta) \quad (4-11\beta)$$

$$M_z = M_{RW1} \sin(\beta) + M_{RW2} \sin(\beta) + M_{RW3} \sin(\beta) + M_{RW4} \sin(\beta) \quad (4-11\gamma)$$

και άρα ο πίνακας γίνεται:

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\cos(\beta) & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & 0 & -\cos(\beta) \\ \sin(\beta) & \sin(\beta) & \sin(\beta) & \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

Συνήθως τα RWs τοποθετούνται σε γωνία θ ως προς τον z άξονα του Σχήματος 4-9, δηλαδή όπως στο Σχήμα 4-10, έτσι ώστε να συμμετέχουν και τα τέσσερα RWs στην παραγόμενη σε κάθε άξονα ροπή. Στο Σχήμα 4-10, η αρίθμηση 1,2,3,4 αφορά την αρχική θέση των σφονδύλων και τα 1',2',3',4' την τελική τους θέση.



Σχήμα 4-10. Περιστροφή του συστήματος των RWs κατά γωνία θ ως προς τον άξονα z.

Τελικά ο πίνακας $A_{3 \times 4}$ γίνεται:

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\theta) & -\cos(\beta)\sin(\theta) & -\cos(\beta)\cos(\theta) & \cos(\beta)\sin(\theta) \\ \cos(\beta)\sin(\theta) & \cos(\beta)\cos(\theta) & -\cos(\beta)\sin(\theta) & -\cos(\beta)\cos(\theta) \\ \sin(\beta) & \sin(\beta) & \sin(\beta) & \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

Με επιλογή γωνιών $\theta = 45^\circ$ και $\beta \approx 35.264^\circ$ προκύπτει ο ακόλουθος ομογενής πίνακας [48]:

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

Έστω ότι \mathbf{u} είναι η ροπή που ζητά ο ελεγκτής του συστήματος κλειστού βρόχου τότε με τη βοήθεια της εξίσωσης (4-8) προκύπτει:

$$\dot{\mathbf{h}}_{act} = -\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{act} \quad (4-15)$$

όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου και \dot{h}_{act} το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής των RWs, δηλαδή το διάνυσμα της απαιτούμενης ροπής την οποία παράγουν.

Τελικά, από την επίλυση της παρακάτω εξίσωσης προκύπτουν οι ζητούμενες επιταχύνσεις $\dot{\Omega}_{RW}$ των σφονδύλων.

$$M = \dot{h}_{act} = I_{RW} A_{3 \times 4} \dot{\Omega}_{RW} \quad (4-16)$$

Στην εξίσωση αυτή ο πίνακας $A_{3 \times 4}$ δεν είναι τετραγωνικός οπότε δεν είναι άμεσα αντιστρέψιμος, και άρα η επίλυση προϋποθέτει χρήση του ψευδοαντίστροφου πίνακα όπως έγινε και στο σύστημα των CMGs. Μόνη διαφορά ότι τώρα δεν υπάρχει το πρόβλημα ιδιομορφιών και η ανάγκη χρήσης νόμων οδήγησης καθώς ο πίνακας είναι γνωστός.

4.4.2 Διαστασιολόγηση – Σχεδιασμός Αντίστοιχου Συστήματος RWs

Όπως ειπώθηκε και παραπάνω προκειμένου η σύγκριση να είναι αξιόπιστη θα πρέπει να υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ του συστήματος CMGs και RWs.

Για το λόγο αυτό το σύστημα των RWs θα πρέπει να έχει σχεδόν την ίδια μάζα, και άρα το άθροισμα των μαζών των σφονδύλων και των κινητήρων, μαζί με την εκτίμηση των μαζών των ηλεκτρονικών και των λοιπών κατασκευαστικών στοιχείων θα πρέπει να ζυγίζει περίπου ~2.2 Kg. Στον Πίνακα 4-2 φαίνονται οι τελικές επιλογές που έγιναν.

Πίνακας 4-2. Μάζα επιμερους στοιχείων του συστήματος τεσσάρων RWs.

Μέρος συστοιχίας RWs	Μάζα
Σφόνδυλος	4×400 g
Κινητήρας σφονδύλου	4×140 g
Ηλεκτρονικά (εκτίμηση)	~150 g
Λοιπές μάζες κατασκευής (εκτίμηση)	~150 g
Συνολική εκτιμώμενη μάζα	~2.4 Kg

Η σταθερά τριβής B στην έδραση του σφονδύλου εκτιμήθηκε $B = 5 \cdot 10^{-6} Nms$ και οι τριβές Coulomb $c = 10^{-3} Nm$ με βάση την βιβλιογραφία [49].

Η επιλογή του κινητήρα έγινε με τη βοήθεια των εργαλείων επιλογής της Faulhaber και της Maxon και τελικά επελέγη ο κινητήρας της Faulhaber 2264W024BP4 τα χαρακτηριστικά του οποίου παρατίθενται στο Παράρτημα B.

Το σύστημα των RWs έχει τελικά λίγο μεγαλύτερη μάζα (~2.4Kg έναντι ~2.2Kg) και τη δυνατότητα να παράγει 230 mNm ροπής (κατά μέγιστο) που είναι αρκετά χαμηλότερη από αυτή που παράγουν τα CMGs. Βέβαια είναι ξεκάθαρο από τη βιβλιογραφία πως τα CMGs μπορούν να παράγουν αρκετά μεγαλύτερη ροπή και άρα για να μπορέσει το σύστημα των RWs να εξάγει ίση ροπή με αυτή των CMGs, θα πρέπει είναι κατά πολύ βαρύτερο. Αυτό, γιατί προκειμένου η ροπή εξόδου να αυξηθεί, πρέπει να χρησιμοποιηθεί πολύ ισχυρότερος και άρα βαρύτερος κινητήρας, κάτι το οποίο θα έκανε τη σύγκριση μη αξιόπιστη. Η επιλογή που έγινε κρίθηκε η καλύτερη δυνατή προκειμένου να γίνει η σύγκριση των δύο συστημάτων σε μία κοντινή αν όχι κοινή βάση.

Με αυτά, είναι προφανές ότι οι μέγιστες επιταχύνσεις των ζητούμενων τροχιών, θα είναι μικρότερες σε σχέση με των CMGs (0.017 rad/s έναντι 0.025 rad/s) και συνεπώς η μέση ταχύτητα με την οποία θα μπορεί να στρέψει το δορυφόρο θα είναι επίσης μικρότερη. Οι τιμές αυτές των επιταχύνσεων επιλέγονται έτσι ώστε το ζητούμενο προφίλ τροχιάς να μπορεί να λειτουργήσει για κάθε μανούβρα (είτε μικρή-είτε μεγάλη, είτε σε 1 άξονα-είτε σε 3 άξονες) χωρίς προβλήματα. Προφανώς λοιπόν, σε ορισμένους ελιγμούς (πχ. σε έναν άξονα) οι επιταχύνσεις αυτές θα μπορούσαν να είναι μεγαλύτερες.

4.4.3 Διαδικασία Σύγκρισης CMGs – RWs

Η διαδικασία σύγκρισης αφορά την ίδια μελέτη περίπτωσης μικρό-δορυφόρου όπως αυτή ορίστηκε στο Υποκεφάλαιο 4.3 και αφού τα δύο συστήματα έχουν σχεδόν την ίδια μάζα, άρα το μητρώο ροπών αδράνειας του συστήματος θα είναι σχεδόν το ίδιο, κάτι που επαληθεύεται με χρήση του λογισμικού SOLIDWORKS.

Τα δύο συστήματα θα συγκριθούν ως προς τη μέση ταχύτητα με την οποία περιστρέφουν το δορυφόρο, τη μέση και μέγιστη ισχύ που απαιτούν και τη συνολική ενέργεια που καταναλώνουν προκειμένου να εκτελέσουν συγκεκριμένες μεταβολές. Οι μεταβολές αυτές κατηγοριοποιούνται σε μικρές, μεσαίες και μεγάλες μεταβολές σε έναν, δύο και τρεις άξονες. Προκειμένου μια μεταβολή να κατηγοριοποιηθεί σε μια εκ των τριών κατηγοριών ως προς το μέγεθος της μεταβολής θα χρησιμοποιηθεί η εξίσωση (4-7) που ορίστηκε παραπάνω. Οι κατηγορίες αυτές διαχωρίζονται όπως φαίνεται στον Πίνακα 4-3.

Πίνακας 4-3. Κατηγοριοποίηση γωνιακών μεταβολών

Είδος γωνιακής μεταβολής	$d = \sqrt{\Delta(\theta_{z1}, \theta_{z2})^2 + \Delta(\theta_{y1}, \theta_{y2})^2 + \Delta(\theta_{x1}, \theta_{x2})^2}$
Μικρή	$d < 60^\circ$
Μεσαία	$60^\circ \leq d \leq 120^\circ$
Μεγάλη	$d > 120^\circ$

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων συνοψίζονται στον Πίνακα 4-4, στον οποίο οι πρώτες έξι συγκρίσεις αφορούν σε περιστροφή σε έναν άξονα, οι επόμενες έξι σε δύο άξονες και οι τελευταίες έξι σε τρεις άξονες. Στον πίνακα τα πράσινα κελιά δηλώνουν ποιο εκ των δύο συστημάτων υπερτερεί. Οι ζητούμενες περιστροφές επελέγησαν έτσι ώστε τα συστήματα να συγκριθούν σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις και να καλυφθούν όλα τα σενάρια.

Στη συνέχεια, αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της σύγκρισης θα διευκρινιστεί πότε το κάθε σύστημα είναι πιο κατάλληλο, ανάλογα με το είδος της αποστολής του δορυφόρου και τη συχνότητα με την οποία απαιτείται να στραφεί.

Πίνακας 4-4. Πίνακας αποτελεσμάτων σύγκρισης συστοιχίας τεσσάρων CMGs και τεσσάρων RWs σε διάταξη πυραμίδας.

Υπό Μελέτη Σύστημα		RWs	CMGs	RWs	CMGs	RWs	CMGs
(Ζ/Υ/Χ)	Είδος Μεταβολής	Μέση Ταχύτητα (°/s)		Μέση-Μέγιστη Ισχύς (W)		Ενέργεια (J)	
0°/0°/30°	Μικρή	2.63	3.21	2.06-4.74	1.99-1.99	23.39	18.60
0°/90°/0°	Μεσαία	4.58	5.56	20.64-52.37	2.00-2.16	405.24	32.58
160°/0°/0°	Μεγάλη	5.61	7.28	4.74-14.74	1.99-2.00	135.16	43.80
0°/50°/0°	Μικρή	3.42	4.15	15.32-39.50	2.00-2.02	224.13	24.12
100°/0°/0°	Μεσαία	4.80	5.86	5.89-15.03	1.99-2.00	122.79	34.02
0°/0°/140°	Μεγάλη	5.39	6.92	3.22-11.11	1.99-1.99	83.74	40.27
0°/50°/20°	Μικρή	3.68	4.47	16.99-36.84	2.00-2.01	248.55	24.13
30°/50°/0°	Μικρή	3.68	4.83	19.71-44.77	2.00-2.01	288.40	24.16
70°/0°/70°	Μεσαία	5.72	6.94	17.98-37.94	2.00-2.01	276.45	28.56
0°/90°/60°	Μεσαία	5.51	6.69	19.12-41.65	2.00-2.01	375.31	32.36
140°/0°/140°	Μεγάλη	7.62	9.79	25.73-67.43	2.00-2.02	616.70	40.53
170°/80°/0°	Μεγάλη	6.30	8.24	18.41-57.12	2.00-2.02	548.98	45.66
20°/50°/10°	Μικρή	3.74	4.54	20.80-43.23	2.00-2.02	304.30	24.17
30°/45°/20°	Μικρή	3.95	4.79	23.86-52.20	2.00-2.03	331.18	22.93
90°/70°/20°	Μεσαία	5.89	7.15	31.20-68.31	2.01-2.02	612.37	32.44
60°/80°/30°	Μεσαία	5.64	6.84	31.31-67.12	2.01-2.03	610.57	30.61
150°/90°/140°	Μεγάλη	8.22	10.62	28.36-82.09	2.00-2.03	772.70	42.28
180°/80°/160°	Μεγάλη	8.16	10.70	23.66-82.15	2.00-2.03	735.46	47.46
Επικρατέστερο Σύστημα		CMGs		CMGs		CMGs	

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης αυτής, επιβεβαιώνει τις ήδη υπάρχουσες που συναντώνται στη βιβλιογραφία, αφού φαίνεται πως το σύστημα των τεσσάρων CMGs υπερτερεί σε όλους τους τομείς και σχεδόν σε όλα τα είδη περιστροφών.

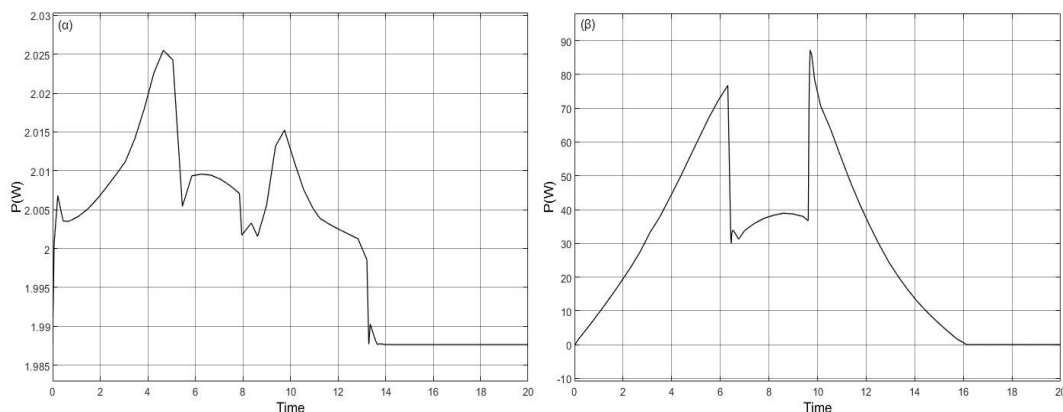
Αρχικά όλες οι περιστροφές ήταν ταχύτερες με χρήση του συστήματος των CMGs. Σημειώνεται μάλιστα πως οι σφόνδυλοί τους μπορούν να στραφούν με περισσότερες στροφές, άρα να αυξηθεί η διαθέσιμη ροπή, και έτσι ακολουθώντας μια πιο απαιτητική σε ροπή τροχιά, η μέση ταχύτητα να αυξηθεί. Φυσικά τότε αυξάνεται και η κατανάλωση ενέργειας. Αντίθετα τα RWs δεν έχουν τη δυνατότητα αυτή αφού για να επιτευχθεί αυτό απαιτείται η χρήση ισχυρότερων και βαρύτερων κινητήρων.

Στη συνέχεια, όπως φαίνεται και στον πίνακα, τα CMGs απαιτούν σχεδόν την ίδια μέση και μέγιστη ισχύ σε όλων των ειδών τις περιστροφές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως όλη η απαιτούμενη αυτή ενέργεια καταναλώνεται για την υπερνίκηση των τριβών στην έδραση του αεικίνητου στρεφόμενου σφονδύλου. Τα αντίζυγα με τη σειρά τους καταναλώνουν συγκριτικά πολύ μικρότερα ποσά ενέργειας, εκτός αν βρεθούν σε ιδιόμορφη θέση όπως

στην περίπτωση της δεύτερης γραμμής του Πίνακα 4-4. Τότε λόγω της απότομης επιτάχυνσής τους απαιτείται ελαφρώς περισσότερη ενέργεια, αλλά και πάλι πολύ μικρότερη συγκριτικά με τα RWs.

Τα RWs με τη σειρά τους φαίνεται πως απαιτούν πολλαπλάσια ποσά μέσης ή μέγιστης ισχύος σε όλες τις περιπτώσεις του πίνακα. Μάλιστα η απαίτηση φτάνει σε κάποιες περιπτώσεις και τα $\sim 100 W$. Το γεγονός αυτό μπορεί να προκαλέσει αποφόρτιση των μπαταριών στην περίπτωση που δεν διαθέτει την ισχύ αυτή από τα solar panels. Η μόνη περίπτωση που τα RWs πλησιάζουν τα επίπεδα κατανάλωσης των CMGs είναι σε μικρές περιστροφές περί τον άξονα x (πχ στην πρώτη γραμμή του πίνακα). Αυτό αιτιολογείται καθώς η ροπή αδράνειας του δορυφόρου $I_{xx} = 1.4 Kg \cdot m^2$ και άρα απαιτείται πολύ χαμηλότερη ροπή για την επιτάχυνση και επιβράδυνση του.

Η διαφορά αυτή που περιγράφεται παραπάνω γίνεται πιο εμφανής στο με την παράθεση του Σχήματος 4-11 που δείχνει την απαίτηση ισχύος κάθε συστήματος για μια μεταβολή $60^\circ/60^\circ/60^\circ$.

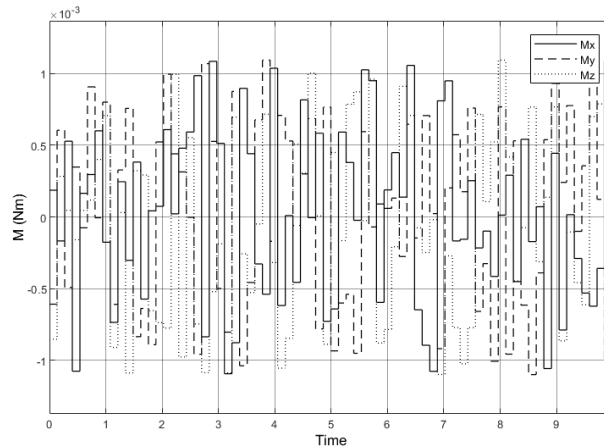


Σχήμα 4-11. (α) Απαίτηση ισχύος συστήματος CMGs (σφονδύλων και αντίζυγων), (β) Απαίτηση ισχύος συστήματος RWs.

Στο διάγραμμα 4-11(α), που αφορά τα CMGs, φαίνεται πως η απαίτηση των αντίζυγων είναι πολύ χαμηλή συγκριτικά αυτήν που απαιτείται για την υπερνίκηση των τριβών και καθ' όλη τη διάρκεια της ζητούμενης περιστροφής απαιτείται σχεδόν σταθερό ποσό ισχύος. Αντίθετα, στο διάγραμμα 4-11(β), που αφορά τα RWs, φαίνεται πως η απαίτηση αυξάνεται όσο επιταχύνουν/επιβραδύνουν οι σφόνδυλοι φτάνοντας σε στιγμιαία απαίτηση σχεδόν $87 W$ στο τέλος αυτής, ενώ στο διάστημα που στρέφονται με σταθερή ταχύτητα η απαίτηση είναι μειωμένη περί τα $30 - 40 W$. Τέλος στην αρχή της επιβραδυνόμενης κίνησης η απαίτηση αυξάνεται και πάλι και οδεύει μειούμενη στο μηδέν στο τέλος της κίνησης.

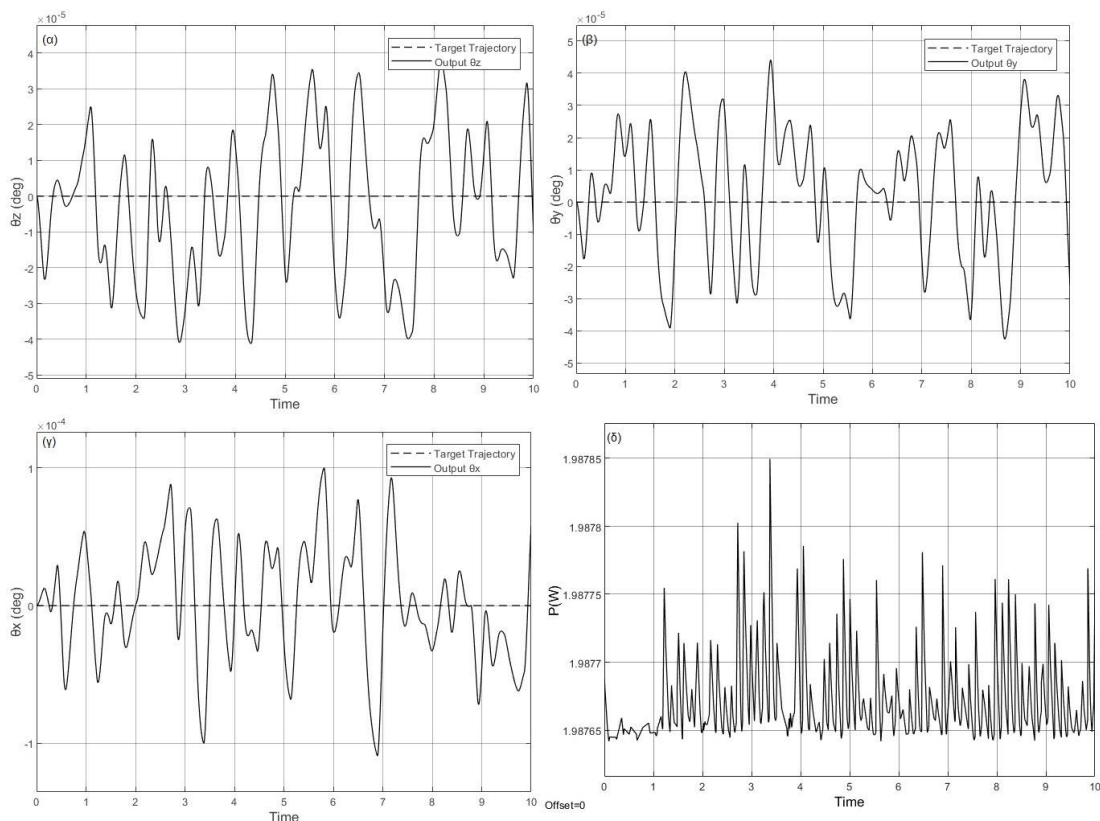
Με τον τρόπο που έγιναν οι παραπάνω συγκρίσεις, υπάρχει μία παράμετρος που δεν έχει μελετηθεί ακόμη. Αυτή είναι το γεγονός πως οι σφόνδυλοι των CMGs θα στρέφονται ανεξαρτήτως με το αν η αποστολή του δορυφόρου απαιτεί να πραγματοποιηθεί κάποια περιστροφή και άρα θα καταναλώνει ενέργεια. Στο διάστημα αυτό, το χρησιμοποιούμενο σύστημα ελέγχου προσανατολισμού έχει να αντιμετωπίσει μόνο τις όποιες διαταραχές υπάρχουν ανάλογα με την απόσταση του δορυφόρου από τη Γη. Η παρούσα εργασία αφορά έναν LEO μικρό-δορυφόρο και άρα οι υπάρχουσες διαταραχές είναι της τάξεως των $10^{-3} Nm$ όπως αποδεικνύεται με τους σχετικούς υπολογισμούς στο Παράρτημα A-2. Οι διαταραχές αυτές μοντελοποιούνται με τη βοήθεια του Block "Random Noise Source" στο Simulink και οι διαταραχές που προσθέτει στο σύστημα φαίνονται στο Σχήμα 4-12. Ταυτόχρονα εξετάζεται και η ικανότητα του κάθε συστήματος στην απόρριψη διαταραχών.

Κεφάλαιο 4. Σχεδιασμός Συστήματος CMGs & Σύγκριση με RWs



Σχήμα 4-12. Μορφή διαταραχών με χρήση του Block “Random Noise Source”.

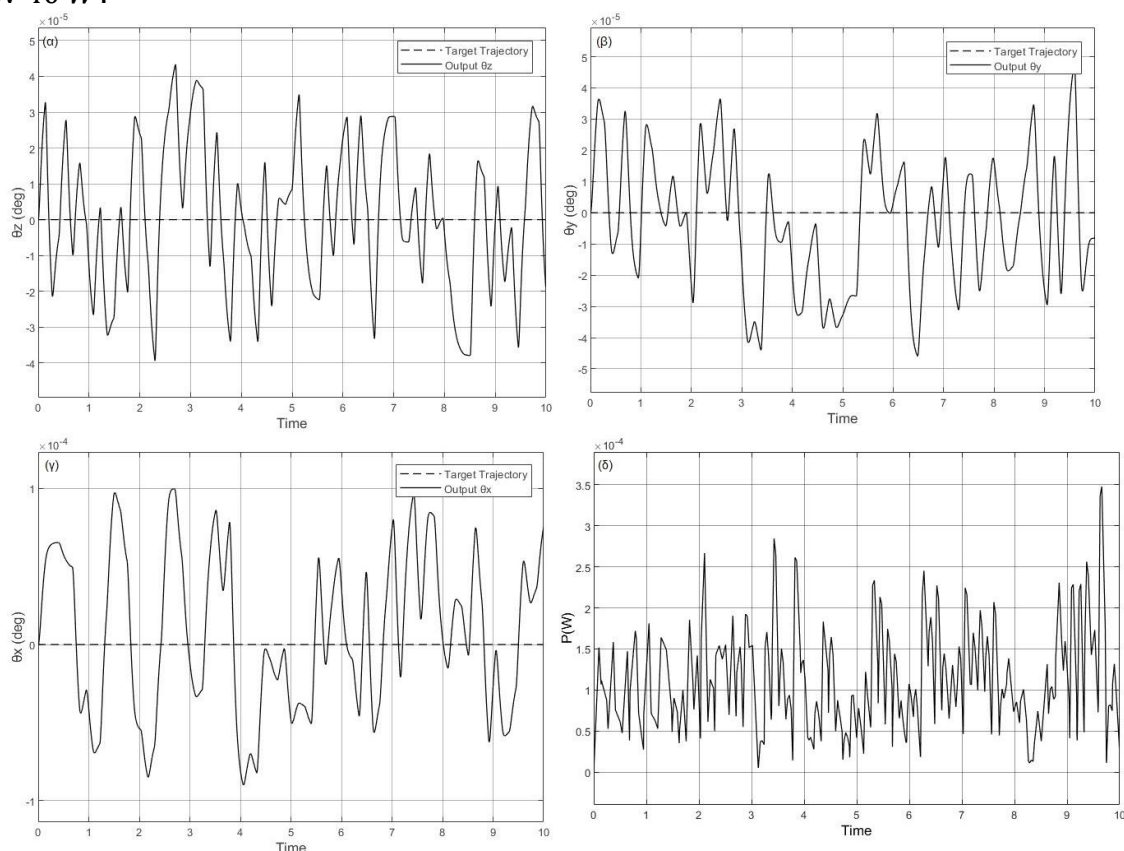
Όπως φαίνεται από τα Σχήματα 4-13(α), 4-13(β) και 4-13(γ) το σύστημα των CMGs μπορεί και αντιμετωπίζει με επιτυχία τις εξωτερικές ροπές λόγω διαταραχών, αφού ο προσανατολισμός του δορυφόρου δεν αποκλίνει σε ποσοστό περισσότερο από το 10^{-4} της μοίρας. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται τόσο στην επάρκεια του συστήματος απέναντι σε διαταραχές, αλλά και στον ελεγκτή που χρησιμοποιείται, τύπου sliding mode, ο οποίος έχει πολύ καλή ικανότητα απόρριψης διαταραχών. Στο Σχήμα 4.13(δ) φαίνεται πως το κύριο ποσό ισχύος που απαιτείται είναι αυτό που χάνεται στην έδραση του σφονδύλου λόγω τριβών ($\sim 1.988 W$). Τα αντίζυγα όπως φαίνεται απαιτούν συγκριτικά πολύ χαμηλότερη ισχύ ($\sim 0.1 mW$). Στη διάρκεια των 10 δευτερολέπτων λοιπόν υπολογίζεται πως καταναλώθηκαν από τα τέσσερα CMGs περίπου $19.88 J$, το οποίο ποσό ενέργειας είναι μεν μικρό αλλά δεν γίνεται να μην αναφερθεί σε ό,τι αφορά τη διαδικασία σύγκρισης.



Σχήμα 4-13. (α), (β), (γ) Συμπεριφορά του συστήματος των τεσσάρων CMGs στις διαταραχές, (δ) Απαιτούμενη ισχύς.

Πάντως, αυτό δεν αποτελεί μειονέκτημα για το σύστημα, αφού η σταθερή ισχύς των περίπου 2 W το διάστημα που ο δορυφόρος διατηρεί σταθερό τον προσανατολισμό του θεωρείται αμελητέα σαν απαίτηση, τη στιγμή μάλιστα που ένας δορυφόρος αντίστοιχου μεγέθους έχει διαθέσιμη ισχύ περίπου $\sim 40\text{ W}$ από τα solar panels που διαθέτει. Επομένως η ισχύς 2 W δεν αποφορτίζει τις μπαταρίες.

Η εκτίμηση της διαθέσιμης ισχύος ($\sim 40\text{ W}$) έγινε με βάση τον ISS ο οποίος διαθέτει solar panels 2500 m^2 τα οποία διαθέτουν στον διαστημικό σταθμό κατά μέσο όρο $80 - 120\text{ KW}$ ισχύος σύμφωνα με τα στοιχεία της NASA. Θεωρώντας ότι ο δορυφόρος της συγκεκριμένης μελέτης περίπτωσης (με βάση τα σχέδια στο περιβάλλον του SOLIDWORKS) θα μπορούσε, με μια συντηρητική προσέγγιση, να διαθέτει solar panels επιφάνειας τουλάχιστον 1 m^2 , προκύπτει πως αναλογικά θα μπορούν να διαθέσουν ισχύ της τάξεως των 40 W .



Σχήμα 4-14. (α), (β), (γ) Συμπεριφορά του συστήματος των τεσσάρων RWs στις διαταραχές, (δ) Απαιτούμενη ισχύς.

Ομοίως τα διαγράμματα 4-14(α), 4-14(β) και 4-14(γ) που αναφέρονται στο σύστημα των RWs δείχνουν πως μπορεί επίσης και αντιμετωπίζει με επιτυχία τις εξωτερικές ροπές λόγω διαταραχών, αφού και πάλι ο προσανατολισμός του δορυφόρου δεν αποκλίνει σε ποσοστό περισσότερο από το 10^{-4} της μοίρας. Σε αντίθεση με πριν, τώρα στο διάγραμμα 4-14(δ) φαίνεται πως απαιτείται πολύ χαμηλότερο ποσό ισχύος ($\sim 1.5\text{ mW}$) και άρα στη διάρκεια των 10 δευτερολέπτων υπολογίζεται πως καταναλώθηκαν από τα τέσσερα RWs περίπου 0.015 J , το οποίο ποσό θεωρείται αμελητέο. Φυσικά στην πράξη, λόγω του προβλήματος του κορεσμού που αντιμετωπίζουν τα RWs, οι σφόνδυλοι συνήθως στρέφονται με κάποια μικρή ταχύτητα (η ταχύτητα αυτή εξαρτάται από το όριο που τίθεται από το σύστημα ελέγχου για από-κορεσμό, συνήθως με τη βοήθεια των προωθητήρων), και άρα καταναλώνουν

κάποιο ποσό ενέργειας. Παραδείγματος χάριν, αν η ταχύτητα αυτή είναι της τάξεως των 50 rad/s τότε θα απαιτούνται από τον κινητήρα $\sim 40 \text{ mW}$ και άρα σε 10 δευτερόλεπτα 0.4 J , ποσό που προφανώς θεωρείται αμελητέο.

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα της σύγκρισης, κρίνεται πως τα CMGs υπερτερούν σημαντικά των RWs τόσο σε ταχύτητα όσο και ενεργειακά, ενώ μάλιστα τα δεύτερα ζυγίζουν ποσοστιαία $\sim 9\%$ περισσότερο. Επιπρόσθετα, το γεγονός ότι για οποιαδήποτε περιστροφή τα CMGs απαιτούν σταθερό ποσό ισχύος της τάξεως, των 2 W , είναι πολύ σημαντικό καθώς μειώνονται πάρα πολύ οι απαιτήσεις του δορυφόρου σε ισχύ. Λόγω αυτού συνεπάγεται μείωση της συνολικής μάζας που θα φέρει ο δορυφόρος, αφού θα απαιτούνται λιγότερα solar panels και μικρότερες/ελαφρύτερες μπαταρίες. Έτσι ελαττώνονται οι τιμές του μητρώου των ροπών αδράνειας του δορυφόρου και μπορούν να επιτευχθούν ακόμα υψηλότερες ταχύτητες και γενικότερα μεγαλύτερη ευκινησία, και επίσης διευκόλυνση όσων αφορά τους στενούς περιορισμούς που υπάρχουν συνήθως για τη συνολική μάζα του δορυφόρου.

5. Συμπεράσματα και Προτάσεις

5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε το κατά πόσο οι γυροσκοπικοί επενεργητές ελέγχου (CMGs) μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλοι έτσι ώστε να εγκατασταθούν σε έναν μικρό-δορυφόρο.

Αρχικά, αφού παρουσιάστηκαν αναλυτικά τα απαραίτητα στοιχεία θεωρίας, έγινε μια διερεύνηση των συνηθέστερων Νόμων Ελέγχου που χρησιμοποιούνται στον τομέα του ελέγχου προσανατολισμού με απώτερο σκοπό τη σύγκριση της απόδοσής τους και τελικά χρήση του κυρίαρχου ελεγκτή στο σύστημα των CMGs που επρόκειτο να σχεδιαστεί. Το αποτέλεσμα της σύγκρισης έδειξε πως ο επικρατέστερος νόμος ελέγχου ήταν τύπου Sliding Mode 2^{ης} τάξης όπως αυτός παρατίθεται στο Υποκεφάλαιο 2.4.

Έπειτα, ακολούθησε ο προκαταρκτικός σχεδιασμός του συστήματος τεσσάρων CMGs σε διάταξη πυραμίδας προκειμένου να ικανοποιεί τις απαιτήσεις σε μέγιστη μάζα, όγκο και ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να στρέψει τον δορυφόρο της υποτιθέμενης μελέτης περίπτωσης. Αφού πρώτα περιγράφηκε λεπτομερώς η φύση και τα είδη των προβλημάτων ιδιομορφιών που εμφανίζει η διάταξη των CMGs, έγινε μια σύντομη αναφορά στους επικρατέστερους τρόπους με τους οποίους αντιμετωπίζονται (Νόμοι Οδήγησης) και επιλέχθηκε ο ικανότερος εξ' αυτών (GSR).

Μετά την διαδικασία διαστασιολόγησης, την επιλογή κατάλληλων κινητήρων και την μοντελοποίηση στο περιβάλλον MATLAB/Simulink/Simscape, αποδείχθηκε πως ένα τέτοιο σύστημα μπορεί όχι απλά να φανεί αντάξιο ενός αντίστοιχου μεγέθους συστήματος RWs, αλλά αντ' αυτού πολύ ισχυρότερο, τόσο ως προς τη διαθέσιμη ροπή εξόδου, όσο και ως προς την απαίτηση σε ισχύ. Το αντίστοιχο σύστημα των RWs όντας και 9% βαρύτερο αποδείχθηκε πως απαιτεί πολλαπλάσια πόσα διαθέσιμης ισχύος. Μάλιστα, δεν μπόρεσε να πλησιάσει τις επιδόσεις των CMGs ως προς την ταχύτητα με την οποία δύναται να στρέψει το δορυφόρο. Για να γίνει αυτό θα απαιτούνταν πολύ βαρύτερος σφόνδυλος και ισχυρότερος κινητήρας κάτι που θα αύξανε κατά πολύ τη μάζα του συστήματος.

Τέλος, δεν μπορούν να αμεληθούν οι έμμεσες συνέπειες που αφορούν την πολύ χαμηλή απαίτηση ισχύος του συστήματος των CMGs συγκριτικά με αυτό των RWs, και οι οποίες εδραιώνουν την κυριαρχία του πρώτου. Η υψηλή απαίτηση ισχύος των RWs προϋποθέτει την ύπαρξη διαθέσιμων φορτισμένων μπαταριών οι οποίες προσδίδουν επιπλέον βάρος στον δορυφόρο και δεν λήφθηκαν υπόψιν στο συνολικό βάρος του συστήματος και ύπαρξη περισσότερων solar coils για επαναφόρτισή τους. Αντίθετα οι χαμηλές απαιτήσεις ισχύος των CMGs έχουν ως αποτέλεσμα να ο δορυφόρος να χρειάζεται να φέρει λιγότερο ισχυρές, και άρα ελαφρύτερες μπαταρίες και λιγότερα solar coils.

Εν' κατακλείδι, το πόρισμα που συνεπάγεται από την παρούσα μελέτη είναι πως για τον τριαξονικό πλήρη έλεγχο προσανατολισμού ενός μικρό-δορυφόρου, η συστοιχία τεσσάρων CMGs που σχεδιάστηκε υπερισχύει έναντι ενός αντίστοιχου συστήματος RWs.

5.2 Προτάσεις για Μελλοντική Εργασία

Η παρούσα μελέτη ξεκίνησε από το μηδέν και αφορούσε μια διερεύνηση σχετικά με το κατά πόσο ένα σύστημα CMGs σε διάταξη πυραμίδας, είναι δυνατό να εγκατασταθεί σε έναν

μικρού μεγέθους δορυφόρο και ταυτόχρονα να ικανοποιεί τις σύγχρονες απαιτήσεις για διάθεση υψηλής ευελιξίας.

Εφόσον τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με βάση τον προκαταρκτικό σχεδιασμό στέφθηκαν με επιτυχία, το εγχείρημα για υλοποίησή του συστήματος στην πράξη αποτελεί λογικό επακόλουθο. Όταν γίνει αυτό, ενδέχεται να απαιτηθούν αλλαγές στη διαστασιολόγηση και μοντελοποίηση που έγινε στο πρωταρχικό στάδιο όσων αφορά βάρος και ταχύτητα περιστροφής σφονδύλων, κινητήρες, εδράσεις. Μάλιστα, θα πρέπει να γίνει δοκιμή του συστήματος σε συνθήκες μηδενικής πίεσης και μελέτη των κραδασμών προκειμένου να διασφαλιστεί η ομαλή λειτουργία του σε πραγματικές συνθήκες, και να δοθεί ιδιαίτερη σημασία στην ακρίβεια της κατασκευής και στην ποιότητα των εδράσεων στους άξονες των σφονδύλων.

Πέρα όμως από την πραγματική κατασκευή του συστήματος, υπάρχουν και κάποιοι ακόμη τομείς που χρειάζονται βελτίωση όπως ο Νόμος Ελέγχου, ο Νόμος Οδήγησης και τέλος η βελτιστοποίηση του προγραμματισμού της ζητούμενης τροχιάς που στην παρούσα εργασία έγινε με χρήση των Γωνιών Euler.

Στο Υποκεφάλαιο 2.4 πραγματοποιήθηκε μία σύγκριση των συνηθέστερα χρησιμοποιούμενων νόμων ελέγχου που συναντήθηκαν στη βιβλιογραφία με σκοπό, να γίνει χρήση του αποδοτικότερου εξ' αυτών. Σε μεταγενέστερο στάδιο, είναι σκόπιμο να γίνει μια περαιτέρω διερεύνηση με σκοπό το σχεδιασμό ενός ακόμη αποδοτικότερου ελεγκτή για χρήση του στο πραγματικό σύστημα των CMGs όταν αυτό πραγματωθεί, όπως για παράδειγμα ενός ελέγχου τύπου MPC (Model Predictive Control).

Όπως έγινε σαφές στο Υποκεφάλαιο 3.7 ένα βασικό ελάττωμα ενός συστήματος SGCMGs αποτελούν οι ιδιομορφίες. Η αναλυτική περιγραφή των τύπων ιδιομορφιών που συναντώνται και ο τρόπος με τον οποίο αυτές συνήθως αντιμετωπίζονται (Singularity Avoidance Algorithms ή Singularity Escape Algorithms), οδήγησε στην επιλογή του νόμου οδήγησης GSR, ενός απλού, αποδοτικού αλλά όχι βέλτιστου νόμου οδήγησης ο οποίος μπορεί να ξεφύγει από ορισμένους τύπους ιδιομορφιών. Αν και συνήθως στην πράξη ένα βοηθητικό σύστημα ελέγχου βοηθά στην αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων, εντούτοις θα ήταν επιθυμητό να χρησιμοποιείται ένας Νόμος Οδήγησης που θα αντιμετωπίζει την πλειοψηφία τέτοιων καταστάσεων. Προτείνεται λοιπόν η δοκιμή και σύγκριση αλγορίθμων (Optimal Steering, HSL, Preferred Gimbal Angles), οι οποίοι θα μπορούν τόσο να αποφύγουν, όσο και να ξεφύγουν από όλων των ειδών τις ιδιομορφες καταστάσεις [23]. Επίσης έντονη ερευνητική δραστηριότητα παρατηρείται γύρω από Νόμους Οδήγησης που στηρίζονται στη θεωρία παιγνίων και αλγορίθμους βελτιστοποίησης.

Μία ακόμη σημαντική βελτίωση που όμως δεν αφορά την τεχνολογία των CMGs, αλλά το σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου, και γι' αυτόν τον λόγο δεν μελετήθηκε, αφορά τη βελτιστοποίηση της προγραμματιζόμενης ζητούμενης τροχιάς γνωρίζοντας τον αρχικό και τελικό προσανατολισμό του δορυφόρου με βάση τις γωνίες Euler. Μια τέτοια βελτίωση, προφανώς θα μειώσει σημαντικά το χρόνο περιστροφής ενός δορυφόρου για να φτάσει τον επιθυμητό προσανατολισμό. Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης διαφόρων ειδών (Trajectory Optimization) συναντώνται σε πληθώρα στη βιβλιογραφία [43-46].

Τέλος, η παρούσα μελέτη εστίασε στην ελάχιστη πλεονάζουσα διάταξη πυραμίδας τεσσάρων μονού αντίζυγου CMGs (SGCMGs) η οποία είναι και η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη. Σημαντικό ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η δοκιμή και σύγκριση διαφορετικών τύπων διατάξεων SGCMGs, διατάξεων αποτελούμενων από μεταβλητής ταχύτητας CMGs (VSCMGs) ή μη πλεοναζουσών διατάξεων με τρία CMGs.

Βιβλιογραφία

- [1] W. Bong and P. Barba, "Quaternion feedback for spacecraft large angle maneuvers," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, , pp. 8(3): 360-365.
- [2] P. C. Hughes, *Spacecraft Attitude Dynamics*, New York: Dover Publications, Inc, 2004.
- [3] B. Wie, *Space Vehicle Dynamics and control*, Tempe, Arizona: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 2018.
- [4] M. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering*, Cambridge University Press, 1997.
- [5] V. Chobotov, *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*, Krieger Publishing Company, 1991.
- [6] Ε. Γ. Παπαδόπουλος, *Σημειώσεις Ρομποτικής*, Αθήνα: Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 2008.
- [7] P. Fortescue and J. Stark, *Spacecraft Systems Engineering*, Wiley, 2003.
- [8] B. Wie, D. Bailey and C. Heiberg, "Rapid Multitarget Acquisition and Pointing Control of Agile Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, January–February 2002.
- [9] A. Lavant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control," *International journal of control*, pp. 1247-1263, 1993.
- [10] V. Utkin, J. Guldner and J. Shi, "Sliding mode control in electromechanical systems," *Taylor & Francis Ltd*, 1999, pp. 115-129,.
- [11] Wu and Baolin, "Spacecraft Attitude Control with Input Quantization," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, August 2015, pp. 176-181.
- [12] D'Ortona, Capello and Satoh, "Design of Sliding Mode Techniques for a CMG-based Testbed Attitude Control System," *IFAC Conference Paper Archive*, 2021.
- [13] V. Lappas, "A Control Moment Gyro (CMG) Based Attitude Control System (ACS) For Agile Small Satellites," January 2002.
- [14] V. Lappas, P. Oosthuizen, P. Madle, L. Cowie, G. Yuksel and D. Fertin, "Micro CMGs for agile small satellites: design and in-orbit tests," *Guidance, Navigation and Control Systems*, vol. 606. 2006.
- [15] V. Lappas, W. H. Steyn and C. Underwood, "Attitude Control for Small Satellites using Control Moment Gyros," *Journal of Spacecraft and Rockets* 42, 2005, pp. 729-739.
- [16] A. Mony, H. Hablani and G. Sharma, "Control Moment Gyro (CMG) Sizing and Cluster Configuration Selection for Agile Spacecraft," *10th National Symposium and Exhibition on Aerospace and Related Mechanisms (ARMS 2016)*, 18-19 November 2016.
- [17] Y. Wu, F. Han, B. Hua, Z. Chen, D. Xu and L. Ge, "A Survey of Single Gimbal Control Moment Gyroscope for Agile Spacecraft Attitude Control," *Journal of Harbin Institute of Technology (New Series)* , 2018, pp. 22-45.
- [18] R. Votel and D. Sinclair, "Comparison of Control Moment Gyros and Reaction Wheels for Small Earth-Observing Satellites," *26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2012.
- [19] K. Omagari, K. Fujihashi, Matunaga and Saburo, "CMG Configuration and Control for Rapid Attitude Maneuver of Small Spacecraft," *9th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, February 2008, pp. 26-29.
- [20] S. Johnson, "Design of a Control Moment Gyroscope Attitude Actuation System for the Attitude Control Subsystem Proving Ground," Theses and Dissertations. 833, *Wright-Patterson Air Force Base*, Ohio, 2013.
- [21] B. J. Kawak, "Development of a low-cost, low micro-vibration CMG for small agile satellite

- applications," *Acta Astronautica* 131, 2017, pp. 113-122.
- [22] Z. Wu and H. Wu, "Existence of Nonsingular Steering in Redundant Single Gimbal Control Moment Gyroscope Systems," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, August 1998.
- [23] Leve and Frederick, "Novel Steering and Control Algorithms for Single-Gimbal Control," PhD thesis, The University of Florida, 2010.
- [24] Roberts, Palmer and Asghar, "Exact steering law for pyramid-type four," in *In AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, 2006.
- [25] Nakamura and Hanafusa, "Inverse Kinematic Solutions With Singularity Robustness for Robot Manipulator Control," *Journal Of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, September 1986, vol. 108, pp. 163-171.
- [26] Vadali, "Preferred gimbal angles for single gimbal control moment gyros," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1990, pp. Vol. 13, No. 6.
- [27] Schaub, Junkins and Vadali, "Feedback control law for variable speed control moment gyros," *Journal of the Astronautical Sciences*, 1998, pp. Vol. 46, No. 3, 307-328.
- [28] T. Sasaki, T. Shimomura και S. Kanata, «LPV control and singularity avoidance of a spacecraft with DGCMGs,» *IFAC-PapersOnLine*, 2016, τόμ. 49, αρ. 17, pp. 152-157.
- [29] Xue-qin and Chen, "Staring imaging attitude tracking control of agile small satellite," *2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 2011.
- [30] H. Yoon, P. Tsiotras and 27(3), "Singularity analysis of variable speed control moment gyros," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, vol. 27, no. 3, pp. 374-386.
- [31] H. Schaub and J. L. Junkins, "CMG singularity avoidance using VSCMG null motion," *In AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*, August 1998.
- [32] H. Schaub and J. L. Junkins, "Singularity avoidance using null motion and variable-speed control moment gyros," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, vol. 23, no. 1, pp. 11-16.
- [33] L. Zhang, Q. Wang, J. Feng and J. Li, "Attitude Control for an Agile Satellite using Four Variable Speed Control Moment Gyros," *37th Chinese Control Conference (CCC)*, 2018, pp. 9958-9961.
- [34] H. Kojima, N. Matsuda and K. Takada, "Adaptive skewing pyramid-type CMGs for fast attitude maneuver," *Transactions of The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Space Technology Japan*, 2009.
- [35] C. Papakonstantinou, V. Lappas and V. Kostopoulos, "A Gimballed Control Moment Gyroscope Cluster Design for Spacecraft Attitude Control. Aerospace," 2021, vol. 8, no. 9, p. 273.
- [36] P. Wang and Y. B. Shtessel, "Satellite attitude control using only magnetorquers," *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, 1998.
- [37] Kristiansen, Raymond, O. Egeland and P. J. Nicklasson, "A comparative study of actuator configurations for satellite attitude control," 2005.
- [38] G. Avanzini, E. L. Angelis, F. Giuliotti and N. Serrano, "Attitude control of Low Earth Orbit satellites by reaction wheels and magnetic torquer," 2019.
- [39] W. Steyn, "SSTL Reaction/Momentum Wheels," *SSTL technical document reference Doc. RW001*, July 2000.
- [40] Tekinalp and Ozan, "Momentum Envelopes and Steering of Control Moment Gyroscope Clusters," *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, August 2012.
- [41] E. Slejko, "Enhancing demisability without sacrificing performance: material selection for the case study of reaction wheels in the framework of design for demise," *Journal of Space Safety Engineering*, 2021, vol. 8, Issue 3, pp. 217-224.
- [42] Faulhaber, "Selection Tool - Drive Calculator," [Online]. Available: <https://www.faulhaber.com/en/drive-calculator/>.

- [43] M. Kota and T. Masaki, "Minimum-Time Attitude Maneuver and Robust Attitude Control of Small Satellite Mounted with Data Relay Communication Antenna," *Journal of Applied Sciences*, 11 March 2019.
- [44] K. Bilimoria and W. Bong, "Time-Optimal Three-Axis Reorientation of a Rigid Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, May-June 1993, vol. 16, no. 3, pp 231-239.
- [45] M. Kelly, "AN INTRODUCTION TO TRAJECTORY OPTIMIZATION: How to Do Your Own Direct Collocation," *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2017, vol. 59, no. 4, pp. 849-904.
- [46] E. Sin, M. Arcak, S. Nag, V. Ravindra and A. Li, "Attitude Trajectory Optimization for Agile Satellites in Autonomous Remote Sensing Constellations," February 2021.
- [47] J. Kuffner, "Effective Sampling and Distance Metrics for 3D Rigid Body Path Planning," *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, 2004.
- [48] I. Kök, "Comparison and Analysis of Attitude Control Systems of a Satellite Using Reaction Wheel Actuators," *Master Thesis*, October 2012.
- [49] Carrara and Kuga, "Estimating Friction Parameters in Reaction Wheels for Attitude Control," *Mathematical Problems in Engineering, Hindawi Publishing Corporation*, 28 May 2013.
- [50] Tashakori, Ektesabi and Hosseinzadeh, "Modeling of BLDC Motor with Ideal Back-EMF for Automotive Applications," *Proceedings of the World Congress on Engineering*, 6-8 July 2011.
- [51] Wertz, *Space Mission Analysis & Design*, Torrance, California: Microcosm, 1999.
- [52] Steyn, "A Multi-mode Attitude Determination and Control System for Small Satellites," *Phd Thesis, Stellenbosch*, 1995.
- [53] Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Dordrecht, Holland: Reidel Publishing Company, 1978.

Παράρτημα Α

A-1 Εξισώσεις που περιγράφουν έναν BLDC κινητήρα και μοντελοποίηση στο περιβάλλον MATLAB/Simulink

Οι κινητήρες BLDC ή αλλιώς κινητήρες συνεχούς ρεύματος χωρίς ψήκτρες είναι σύγχρονοι τριφασικοί κινητήρες που χρησιμοποιείται ευρύτατα σε πληθώρα εφαρμογών. Βασική διαφορά τους σε σχέση με τους κινητήρες DC με ψήκτρες αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η εναλλαγή των φάσεων για τη δημιουργία μαγνητικού πεδίου και άρα ροπής (commutation). Σε τέτοιους κινητήρες, αυτό γίνεται ηλεκτρονικά δίχως την ανάγκη για ψήκτρες και άρα έχουν μικρότερες ανάγκες συντήρησης. Επίσης απαιτούν πιο περίπλοκους αλγορίθμους ελέγχου συγκριτικά με άλλα είδη κινητήρων, και άρα απαιτείται πιο ακριβής μοντελοποίηση προκειμένου να επιτευχθεί ακρίβεια στον έλεγχο.

Με βάση το σήμα της αντιηλεκτρεγερτικής τάσης ή αλλιώς ΑΗΕΔ (back-EMF) υπάρχουν δύο είδη BLDC κινητήρων. Αυτό είναι είτε ημιτονοειδές ή τραπεζοειδές (στην παρούσα περίπτωση τραπεζοειδές). Επίσης υπάρχουν δύο ειδών BLDC κινητήρων αναλόγως αν έχουν ή όχι αισθητήρες για τον προσδιορισμό της θέσης του ρότορα. Συνήθως χρησιμοποιούνται για το λόγο αυτό αισθητήρες που βασίζονται στο φαινόμενο Hall, γνωστοί και ως Hall Effect Sensors. Τα σήματα που παράγονται από τα αισθητήρια αυτά χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της ταχύτητας του κινητήρα μέσω παλμών PWM. Σημειώνεται πως ο έλεγχος του κινητήρα δεν είναι πρωταρχικό αντικείμενο της παρούσας εργασίας και χρησιμοποιείται ο απλός έλεγχος τύπου PI.

Στη συνέχεια παρατίθενται οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου [50]. Οι παράμετροι του κινητήρα που υπάρχουν στις παρακάτω εξισώσεις είτε λαμβάνονται απευθείας από τα φύλλα του κατασκευαστή, είτε μετρούνται στην πράξη μέσω κατάλληλων διαδικασιών. Αν δεν μπορεί να γίνει κάτι από τα παραπάνω, τότε εκτιμώνται με συνέπεια φυσικά πολλές φορές ένα λιγότερο ακριβές μοντέλο.

$$V_a = Ri_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + E_a \quad (\text{A-1}\alpha)$$

$$V_b = Ri_b + (L - M) \frac{di_b}{dt} + E_b \quad (\text{A-1}\beta)$$

$$V_c = Ri_c + (L - M) \frac{di_c}{dt} + E_c \quad (\text{A-1}\gamma)$$

$$E_a = K_e \omega_m F(\theta_e) \quad (\text{A-2}\alpha)$$

$$E_b = K_e \omega_m F\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A-2}\beta)$$

$$E_c = K_e \omega_m F\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A-2}\gamma)$$

$$T_a = K_t i_a F(\theta_e) \quad (\text{A-3}\alpha)$$

$$T_b = K_t i_b F(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \quad (\text{A-3}\beta)$$

$$T_c = K_t i_c F(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \quad (\text{A-3}\gamma)$$

$$T_e = T_a + T_b + T_c \quad (\text{A-4})$$

$$T_e - T_L = J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + B \frac{d\theta_m}{dt} \quad (\text{A-5})$$

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (\text{A-6})$$

Όπου για $k=a, b, c$ οι τρεις φάσεις:

V_k : Τάση της k φάσης από 3-Phase-Inverter σε BLDC

i_k : Ρεύμα της k φάσης

R : Αντίσταση φάσης (μετρείται-εκτιμάται)

L : Αυτεπαγωγή φάσης (μετρείται-εκτιμάται)

M : Mutual αυτεπαγωγή (συνήθως αμελείται)

E_k : ΑΗΕΔ τάση της k φάσης

T_k : Ηλεκτρομαγνητική ροπή που παράγεται από την k φάση

T_e : Ηλεκτρομαγνητική ροπή που παράγει ο BLDC κινητήρας

K_e : Σταθερά της ΑΗΕΔ

K_t : Σταθερά ροπής

ω_m : Γωνιακή ταχύτητα στρεφόμενου μέρους

θ_m : Μηχανική γωνία στρεφόμενου μέρους

θ_e : Ηλεκτρική γωνία στρεφόμενου μέρους

P : Αριθμός πόλων κινητήρα

$F(\theta_e)$: Συνάρτηση που παράγει το σήμα της ΑΗΕΔ συναρτήσει της ηλεκτρικής γωνίας θ_e . Αυτή επιλέχθηκε να είναι το ημίτονο της θ_e με προσθήκη μιας συνάρτησης κορεσμού προκειμένου να δημιουργείται το τραπεζοειδές προφίλ. Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιεί επίσης τη μέγιστη μαγνητική ροή (flux leakage) η οποία μπορεί να εκτιμηθεί μετά από δοκιμές χρησιμοποιώντας το συντελεστή απόδοσης του κινητήρα σε συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας.

Αφαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (A-1), (A-2) και (A-2), (A-3), αμελώντας την παράμετρο M και χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

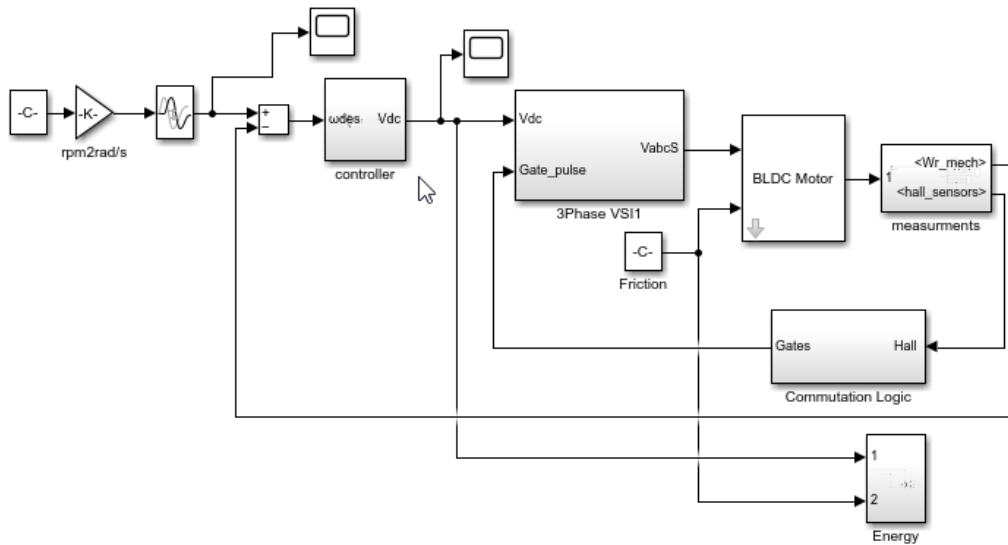
$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (\text{A-7})$$

προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις που δίνουν τα ρεύματα κάθε φάσης:

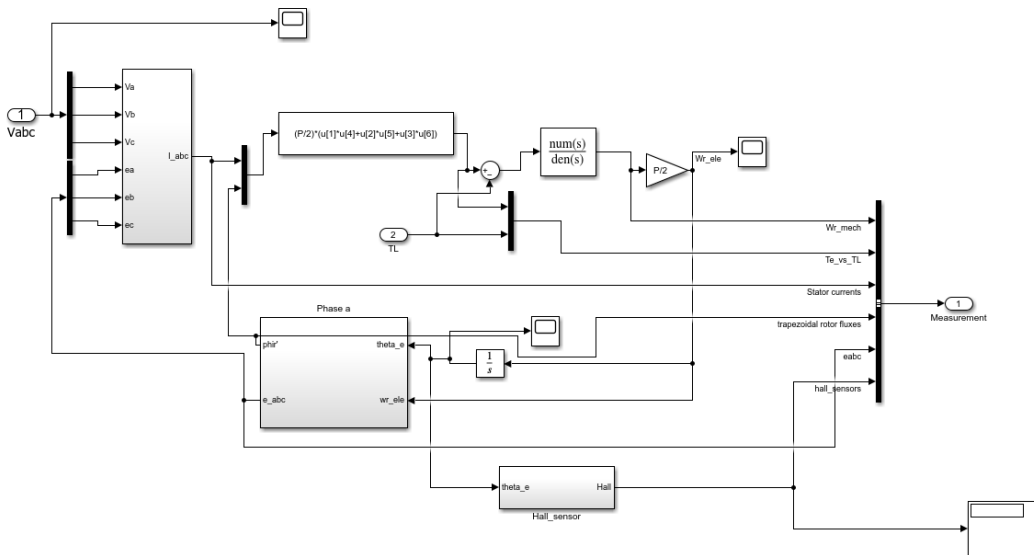
$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R}{L} i_a + \frac{2}{3L} (V_{ab} - E_{ab}) + \frac{1}{3L} (V_{bc} - E_{bc}) \quad (\text{A-8})$$

$$\frac{di_b}{dt} = -\frac{R}{L}i_b - \frac{2}{3L}(V_{ab} - E_{ab}) + \frac{1}{3L}(V_{bc} - E_{bc}) \quad (A-9)$$

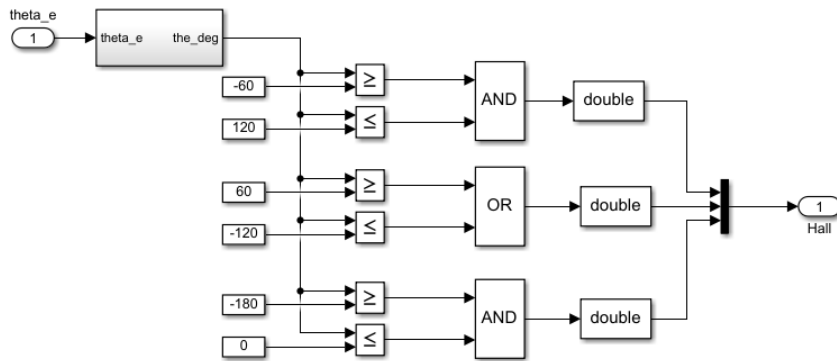
Οι εξισώσεις (A-5) , (A-8) και (A-9) σχηματίζουν τις εξισώσεις κατάστασης του μοντέλου του κινητήρα, οι οποίες περιλαμβάνονται στο block “BLDC Motor”. Το ολοκληρωμένο μοντέλο στο περιβάλλον MATLAB/Simulink φαίνεται στην παρακάτω Εικόνα.



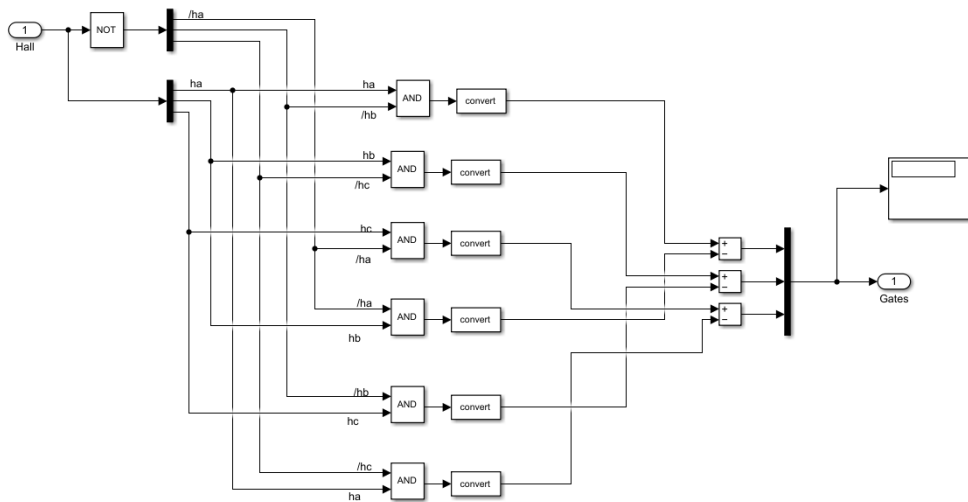
Σχήμα A- 1-1. Ολοκληρωμένο μοντέλο BLDC κινητήρα.



Σχήμα A- 1-2. Υποσύστημα “BLDC Motor”.



Σχήμα A- 1-3. Hall Sensor.



Σχήμα A- 1-4. Commutation Logic.

A-2 Υπολογισμός διαταραχών ενός LEO δορυφόρου

Οι συνολικές διαταραχές που δέχεται ένας LEO δορυφόρος χωρίζονται σε τρία είδη. Τις διαταραχές λόγω κλίσης βαρύτητας (Gravity Gradient), τις αεροδυναμικές διαταραχές και τις διαταραχές που οφείλονται στην ηλιακή ακτινοβολία (Solar Radiation Pressure).

Οι διαταραχές λόγω κλίσης βαρύτητας αφορούν δορυφόρους που οι ροπές αδράνειας I_{xx} , I_{yy} , και I_{zz} είναι άνισες μεταξύ τους, και αν τα γινόμενα του μητρώου ροπών αδράνειας είναι μικρά, προσεγγιστικά είναι της τάξεως [13, 51, 52]:

$$N_G \sim \frac{3\mu}{2R^3} \left[I_{zz} - \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} \right] \quad (\text{A-9})$$

όπου μ είναι η σταθερά βαρύτητας της Γης ($3.986 \cdot 10^{14} m^3 s^{-2}$) και R η απόσταση του δορυφόρου από τη Γη (600 Km).

Για το δορυφόρο της συγκεκριμένης μελέτης περίπτωσης η ροπή των διαταραχών αυτού του είδους είναι της τάξεως των $10^{-3} Nm$.

Οι αεροδυναμικές διαταραχές μπορούν να υπολογιστούν από την εξίσωση [13, 53]:

$$N_A = \frac{1}{2} (\rho C_D A V^2) (C_{pa} - C_g) \quad (\text{A-10})$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα της στα 600 Km, C_D ο συντελεστής οπισθέλκουσας, A η επιφάνεια διατομής του δορυφόρου, V η ταχύτητα τροχιάς του, C_{pa} το κέντρο αεροδυναμικής πίεσης του και C_g το κέντρο βαρύτητας. Όπως υπολογίζεται στο [13] για έναν αντίστοιχου μεγέθους δορυφόρο, οι διαταραχές αυτές είναι της τάξεως των $10^{-7} Nm$.

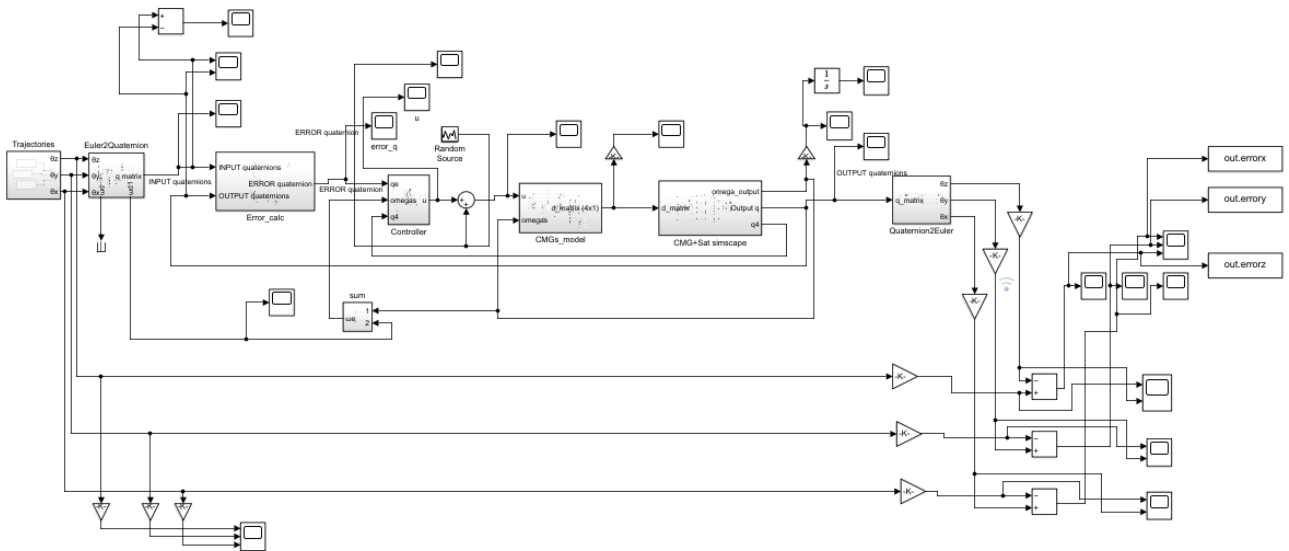
Οι διαταραχές λόγω ηλιακής ακτινοβολίας υπολογίζονται από την εξίσωση [13, 53]:

$$N_S = F (C_{ps} - C_g) \quad (\text{A-11})$$

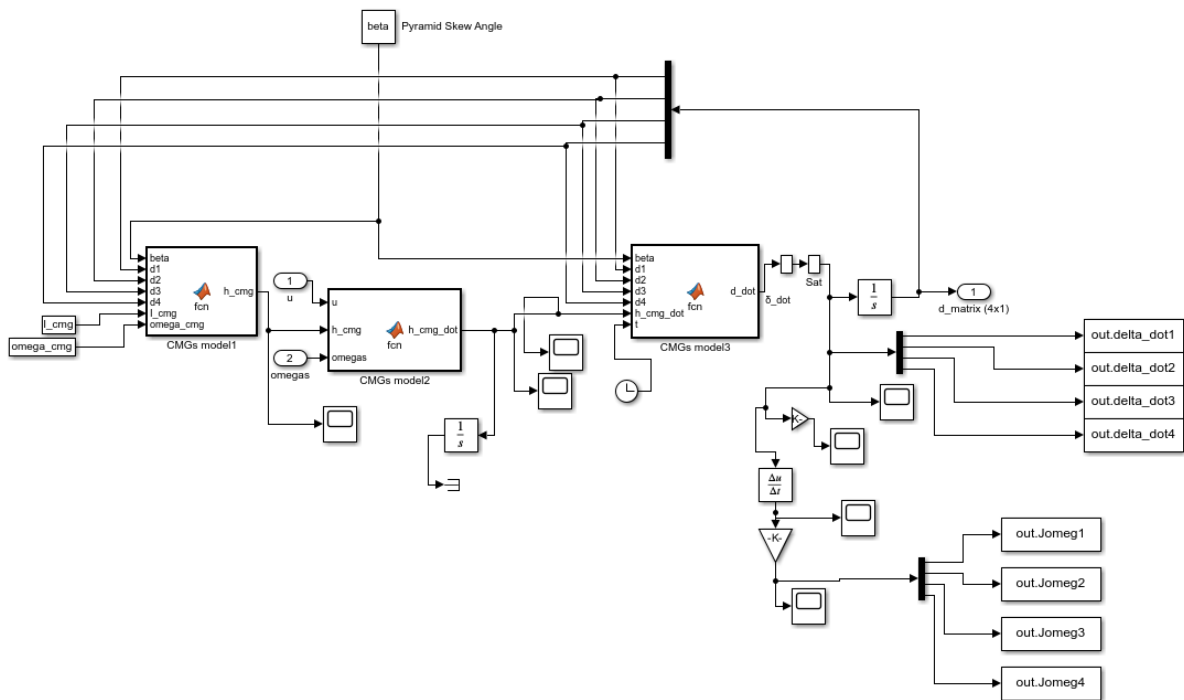
όπου F παράμετρος που εξαρτάται από την τροχιά και την επιφάνεια διατομής του δορυφόρου και C_{ps} το κέντρο ηλιακής πίεσης. Όπως υπολογίζεται επίσης στο [13] για έναν αντίστοιχου μεγέθους δορυφόρο, οι διαταραχές αυτές είναι της τάξεως των $10^{-9} Nm$.

Επομένως οι συνολικές διαταραχές για έναν LEO δορυφόρο είναι της τάξεως των $10^{-3} Nm$ ή $1 mNm$.

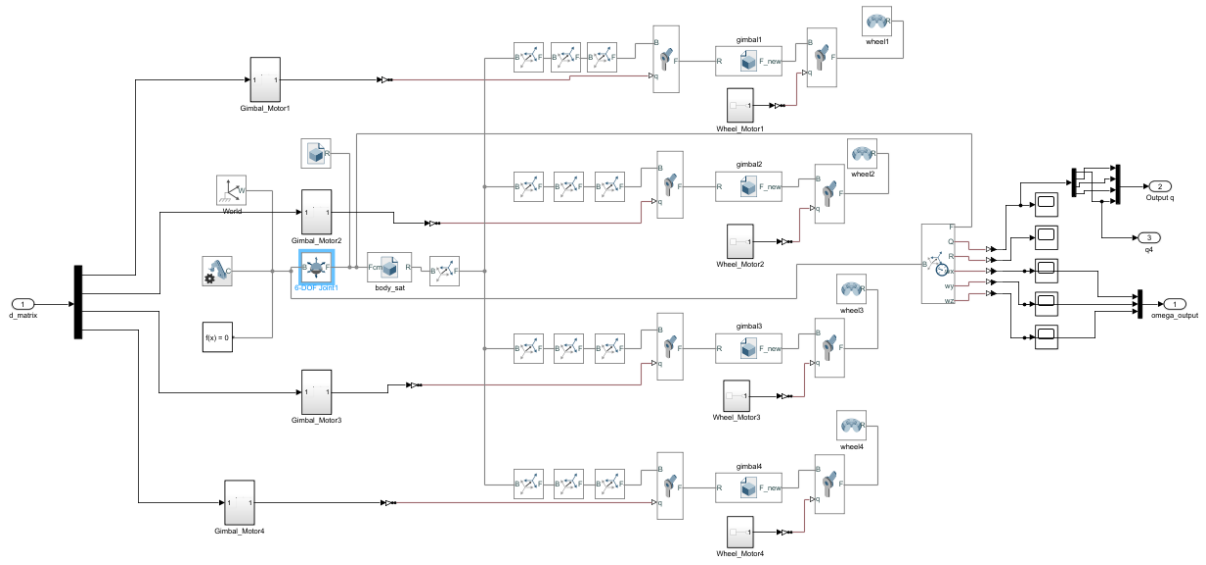
A-3 Σύστημα κλειστού βρόχου στο περιβάλλον Matlab/Simulink/Simscape



Σχήμα A- 3-1. Σύστημα κλειστού βρόχου.



Σχήμα A- 3-2. CMGs model.



Σχήμα A-3-3. CMG+Sat Simscape.

Παράρτημα Β

B-1 Φύλλο κατασκευαστή κινητήρα Faulhaber 2610T006B, χαρακτηριστικές “T-ω” και σημείο λειτουργίας



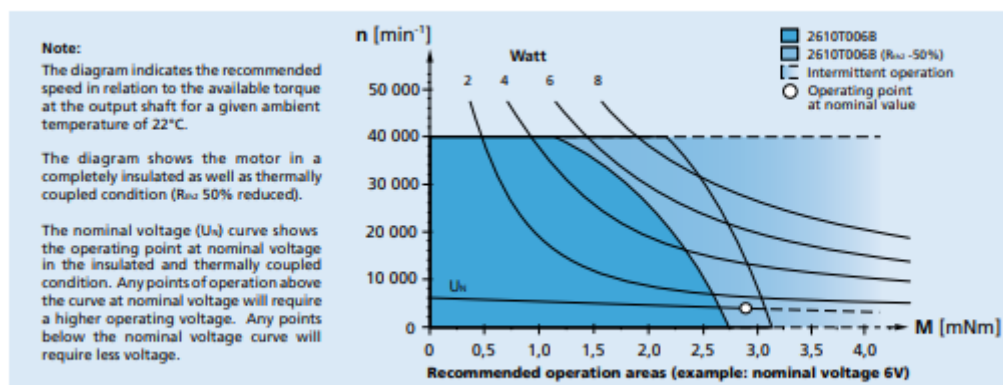
Brushless DC-Flat Motors
4 Pole Technology

3,1 mNm
9 W

Series 2610 ... B

Values at 22°C and nominal voltage	2610 T	006 B	012 B	
1 Nominal voltage	U_N	6	12	V
2 Terminal resistance, phase-phase	R	6,97	28,2	Ω
3 Efficiency, max.	η_{max}	79	79	%
4 No-load speed	n_0	6 400	6 400	min^{-1}
5 No-load current, typ. (with shaft \varnothing 1,5 mm)	I_0	0,01	0,005	A
6 Stall torque	M_N	7,543	7,453	mNm
7 Friction torque, static	C_s	0,035	0,035	mNm
8 Friction torque, dynamic	C_d	$8,85 \cdot 10^{-4}$	$8,85 \cdot 10^{-4}$	$\text{mNm}/\text{min}^{-1}$
9 Speed constant	k_n	1 085	543	min^{-1}/V
10 Back-EMF constant	k_e	0,922	1,842	$\text{mV}/\text{min}^{-1}$
11 Torque constant	k_{tr}	8,8	17,6	mNm/A
12 Current constant	k_i	0,114	0,057	A/mNm
13 Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	859	870	$\text{min}^{-1}/\text{mNm}$
14 Terminal inductance, phase-phase	L	486	1 945	μH
15 Mechanical time constant	T_m	71	72	ms
16 Rotor inertia	J	7,9	7,9	gcm^2
17 Angular acceleration	α_{max}	9	9	$\cdot 10^4 \text{rad}/\text{s}^2$
18 Thermal resistance	R_{th} / R_{thc}	33 / 27		K/W
19 Thermal time constant	T_{th} / T_{thc}	23,6 / 222		s
20 Operating temperature range:				
– motor		-25 ... +80		$^{\circ}\text{C}$
– winding, max. permissible		+80		$^{\circ}\text{C}$
21 Shaft bearings		ball bearings, preloaded		
22 Shaft load max.:				
– with shaft diameter		1,5		mm
– radial at 3 000 min^{-1} (3 mm from mounting flange)		4		N
– axial at 3 000 min^{-1} (push only)		3,5		N
– axial at standstill (push only)		17,5		N
23 Shaft play:				
– radial	\leq	0,015		mm
– axial	m	0		mm
24 Housing material		plastic		
25 Mass		20,1		g
26 Direction of rotation		electronically reversible		
27 Speed up to	n_{max}	40 000		min^{-1}
28 Number of pole pairs		2		
29 Hall sensors		digital		
30 Magnet material		NdFeB		
Rated values for continuous operation				
31 Rated torque	M_N	2,87	2,85	mNm
32 Rated current (thermal limit)	I_N	0,356	0,177	A
33 Rated speed	n_N	3 430	3 410	min^{-1}

Note: Rated values are calculated with nominal voltage and at a 22°C ambient temperature. The R_{thc} value has been reduced by 25%.



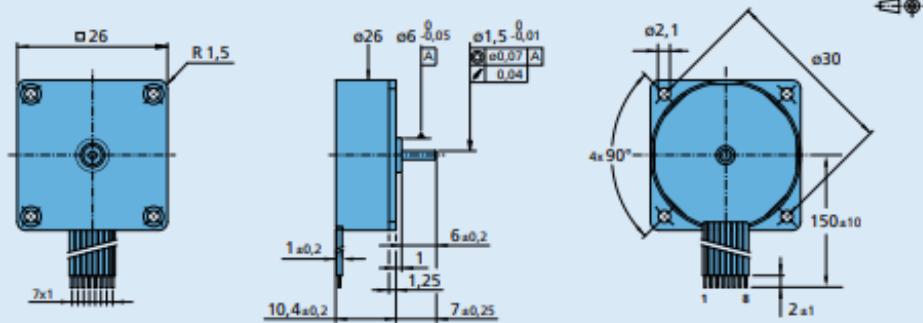
For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".

Edition 2020 Feb. 18

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.

www.faulhaber.com

Dimensional drawing



2610 T ... B

Option, cable and connection information

Example product designation: **2610T006B-Y4192**

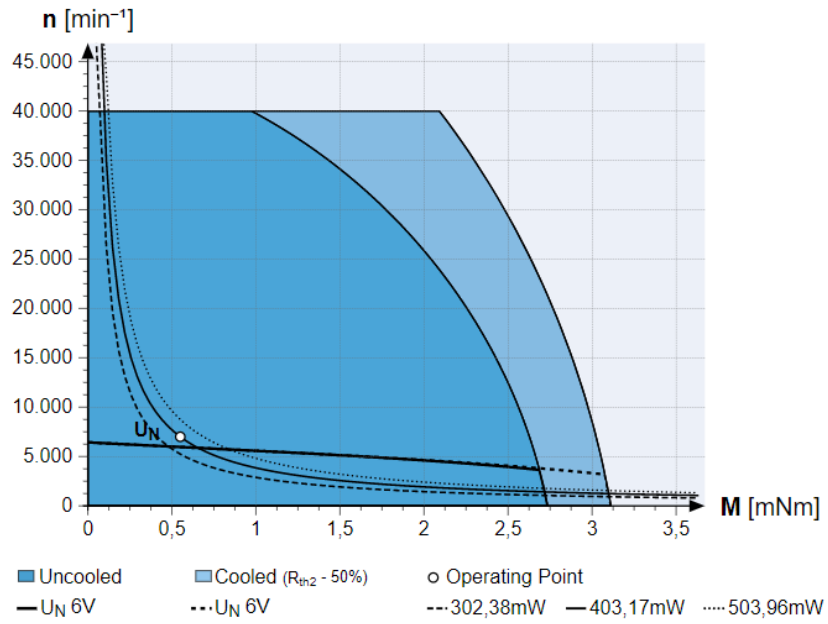
Option	Type	Description	Connection																		
Y4192	Bearing lubrication	For vacuum of 10 ⁻⁴ Pa @ 22°C	<table border="1"> <thead> <tr> <th>No.</th> <th>Function</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>Phase C</td></tr> <tr><td>2</td><td>Phase B</td></tr> <tr><td>3</td><td>Phase A</td></tr> <tr><td>4</td><td>GND</td></tr> <tr><td>5</td><td>U_{CC} (+5V)</td></tr> <tr><td>6</td><td>Hall sensor C</td></tr> <tr><td>7</td><td>Hall sensor B</td></tr> <tr><td>8</td><td>Hall sensor A</td></tr> </tbody> </table>	No.	Function	1	Phase C	2	Phase B	3	Phase A	4	GND	5	U _{CC} (+5V)	6	Hall sensor C	7	Hall sensor B	8	Hall sensor A
No.	Function																				
1	Phase C																				
2	Phase B																				
3	Phase A																				
4	GND																				
5	U _{CC} (+5V)																				
6	Hall sensor C																				
7	Hall sensor B																				
8	Hall sensor A																				
4082	Temperature range	Extended temperature range (-40...+85°C)																			
			<p>Standard cable Insulation: PVC 8 conductors, AWG 28 pitch 1 mm, wires tinned</p>																		

Product combination

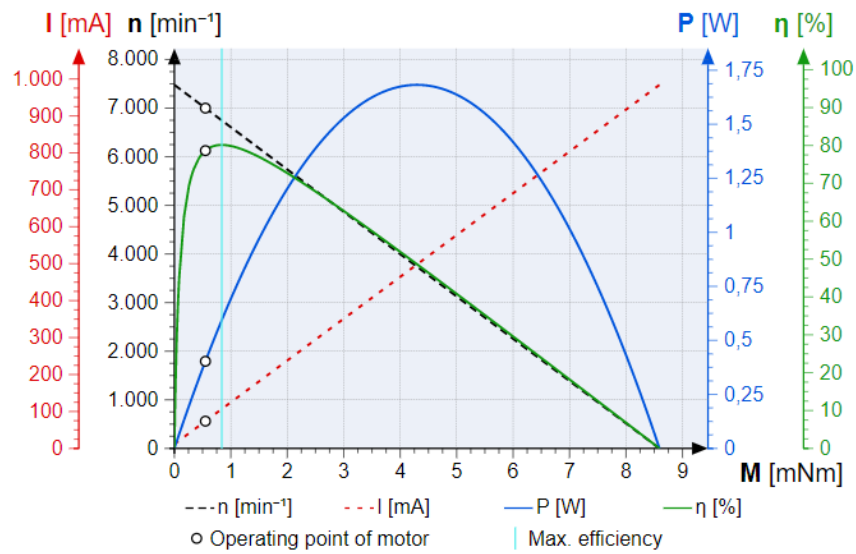
Precision Gearheads / Lead Screws	Encoders	Drive Electronics	Cables / Accessories
		SC 1801 P SC 1801 S	

For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
 Edition 2020 Feb. 18

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
 Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com



Σχήμα Β-1-1. Σημείο λειτουργίας



Σχήμα Β-1-2. Χαρακτηριστικές καμπύλες κινητήρα

B-2 Φύλλο κατασκευαστή κινητήρα Faulhaber 1028M006B



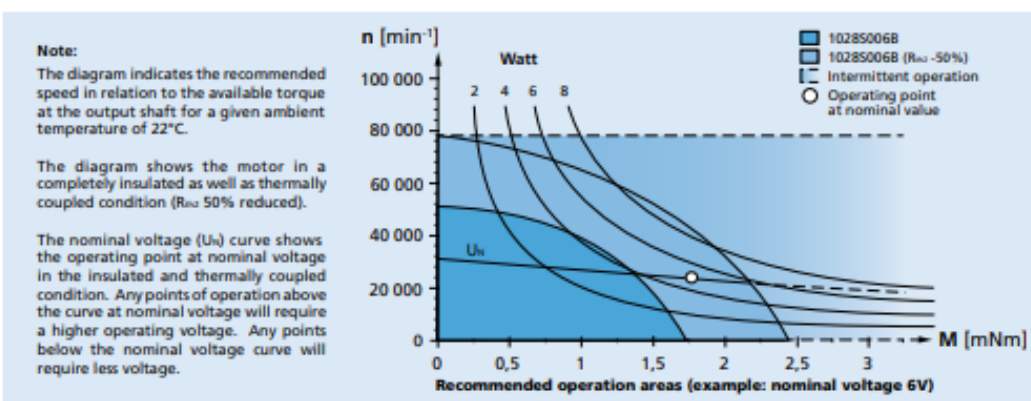
Brushless DC-Servomotors
2 Pole Technology

2,2 mNm
8,7 W

Series 1028 ... B

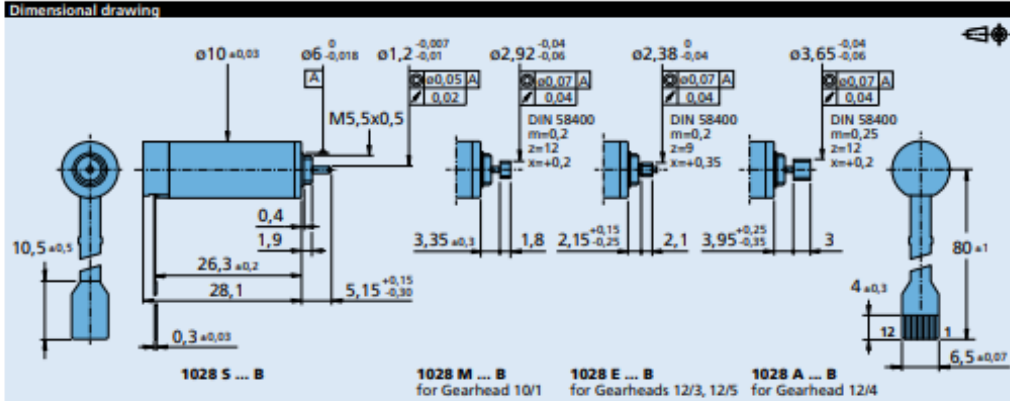
Values at 22°C and nominal voltage		1028 S	006 B	012 B	
1	Nominal voltage	U_N	6	12	V
2	Terminal resistance, phase-phase	R	1,08	4,37	Ω
3	Efficiency, max.	η_{max}	73	72	%
4	No-load speed	n_0	32 300	33 600	min ⁻¹
5	No-load current, typ. (with shaft \varnothing 1,2 mm)	I_0	0,121	0,065	A
6	Stall torque	M_{st}	9,72	9,22	mNm
7	Friction torque, static	C_s	0,06	0,06	mNm
8	Friction torque, dynamic	C_v	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-4}$	mNm/min ⁻¹
9	Speed constant	k_n	5 426	2 825	min ⁻¹ /V
10	Back-EMF constant	k_e	0,184	0,354	mV/min ⁻¹
11	Torque constant	k_{tr}	1,76	3,38	mNm/A
12	Current constant	k_i	0,568	0,296	A/mNm
13	Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	3 329	3 653	min ⁻¹ /mNm
14	Terminal inductance, phase-phase	L	24	87	μ H
15	Mechanical time constant	τ_m	1,9	2,1	ms
16	Rotor inertia	J	0,0622	0,0622	gcm ²
17	Angular acceleration	α_{max}	1 803	1 711	$\cdot 10^4$ rad/s ²
18	Thermal resistance	R_{th} / R_{th}	6,6 / 42,4		K/W
19	Thermal time constant	τ_{th} / τ_{th}	4,2 / 152		s
20	Operating temperature range:				°C
	- motor		-20 ... +100		
	- winding, max. permissible		+125		
21	Shaft bearings		ball bearings, preloaded		
22	Shaft load max.:				
	- with shaft diameter		1,2		mm
	- radial at 10 000 min ⁻¹ (4 mm from mounting flange)		2,5		N
	- axial at 10 000 min ⁻¹ (push only)		1,3		N
	- axial at standstill (push only)		11		N
23	Shaft play:				
	- radial	\leq	0,012		mm
	- axial	$=$	0		mm
24	Housing material		aluminium, black anodized		
25	Mass		9,4		g
26	Direction of rotation		electronically reversible		
27	Speed up to	n_{max}	79 000		min ⁻¹
28	Number of pole pairs		1		
29	Hall sensors		digital		
30	Magnet material		NdFeB		
Rated values for continuous operation					
31	Rated torque	M_N	1,68	1,57	mNm
32	Rated current (thermal limit)	I_N	1,16	0,57	A
33	Rated speed	n_N	25 660	26 800	min ⁻¹

Note: Rated values are calculated with nominal voltage and at a 22°C ambient temperature. The R_{th} value has been reduced by 25%.



For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
Edition 2021 Nov. 18

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com



Option, cable and connection information

Example product designation: **1028S006B-K179**

Option	Type	Description	Connection	
K179	Bearing lubrication	For vacuum of 10 ⁻¹ Pa @ 22°C	No.	Function
			1	Phase C
			2	Phase B
			3	Phase A
			4	GND
			5	U _{cc} (+5V)
			6	Hall sensor C
			7	Hall sensor B
			8	Hall sensor A
			9	Hall sensor B
			10	Hall sensor A
			11	Hall sensor C
			12	Reserved
			Standard flexboard 12 pole, 0,5 mm pitch	
			Recommended connector Molex - ZF Connector, No. 52745-1297.	

Product combination

Precision Gearheads / Lead Screws	Encoders	Drive Electronics	Cables / Accessories
10/1 12/3 12/4 12/5	IEM3-1024 AESM-4096	SC 1801 P SC 1801 S SC 2402 P SC 2804 S MC 3001 B MC 3001 P	To view our large range of accessory parts, please refer to the "Accessories" chapter.

For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
Edition 2021 Nov. 18

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com

B-3 Φύλλο κατασκευαστή πλανητικού μηχανισμού Faulhaber Series 10/1 256:1



Planetary Gearheads

0,1 Nm

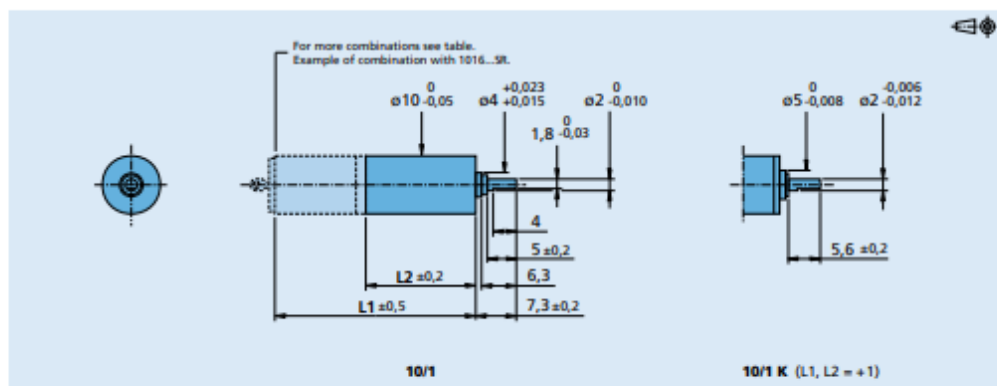
For combination with
DC-Micromotors
Brushless DC-Motors
Stepper Motors

Series 10/1

	10/1	10/1K
Housing material	metal	metal
Geartrain material	steel	steel
Recommended max. input speed for:		
- continuous operation	5 000 min ⁻¹	5 000 min ⁻¹
Backlash, at no-load	≤ 3 *	≤ 3 *
Bearings on output shaft	sintered bearings	ball bearings, preloaded
Shaft load, max.:		
- radial (5 mm from mounting face)	≤ 1 N	≤ 7 N
- axial	≤ 2 N	≤ 5 N
Shaft press fit force, max.	≤ 10 N	≤ 5 N
Shaft play		
- radial (5 mm from mounting face)	≤ 0,06 mm	≤ 0,04 mm
- axial	≤ 0,1 mm	= 0 mm
Operating temperature range	- 30 ... + 100 °C	- 30 ... + 100 °C

Technical data

		1	2	3	4	5	6
Number of gear stages		1	2	3	4	5	6
Continuous torque	mNm	5	15	54	100	100	100
Intermittent torque	mNm	200	200	200	200	200	200
Mass without motor, ca.	g	6	7	8	10	11	13
Efficiency, max.	%	90	80	70	60	55	48
Direction of rotation, drive to output		=	=	=	=	=	=
Reduction ratio (exact)		4:1	16:1	64:1	256:1	1 024:1	4 096:1
L2 [mm] = length without motor		9,7	12,8	15,9	19,0	22,1	25,2
L1 [mm] = length with motor		25,6	28,7	31,8	34,9	38,0	41,1
0816M...SR		25,6	28,7	31,8	34,9	38,0	41,1
1024M...SR		33,6	36,7	39,8	42,9	46,0	49,1
1219M...G		28,4	31,5	34,6	37,7	40,8	43,9
1224M...SR		33,9	37,0	40,1	43,2	46,3	49,4
0824M...B		33,8	36,9	40,0	43,1	46,2	49,3
1028M...B		37,8	40,9	44,0	47,1	50,2	53,3
1218M...B		27,7	30,8	33,9	37,0	40,1	43,2
1226M...B		35,7	38,8	41,9	45,0	48,1	51,2
AM0820...10		23,5	26,6	29,7	32,8	35,9	39,0
AM1020...08		25,6	28,7	31,8	34,9	38,0	41,1
DM1220...55		27,1	30,2	33,3	36,4	39,5	42,6



For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
Edition 2020 Feb. 18

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com

B-4 Φύλλο κατασκευαστή κινητήρα Faulhaber 2264W024BP4



Brushless DC-Servomotors

59 mNm

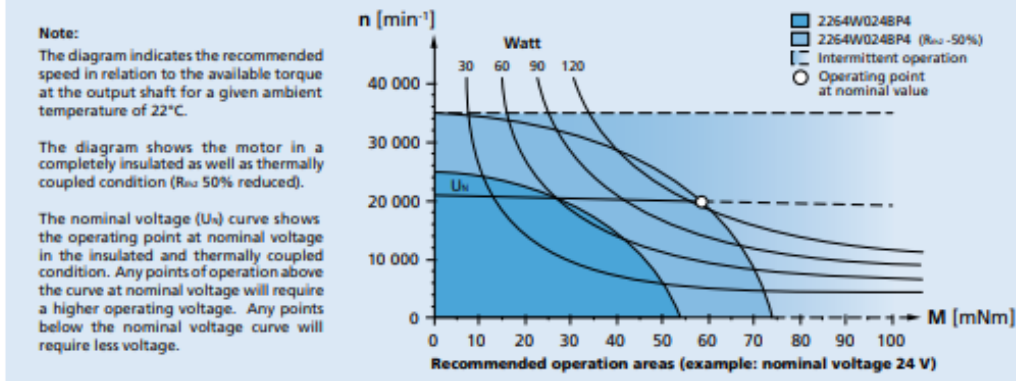
4 Pole Technology

133 W

Series 2264 ... BP4

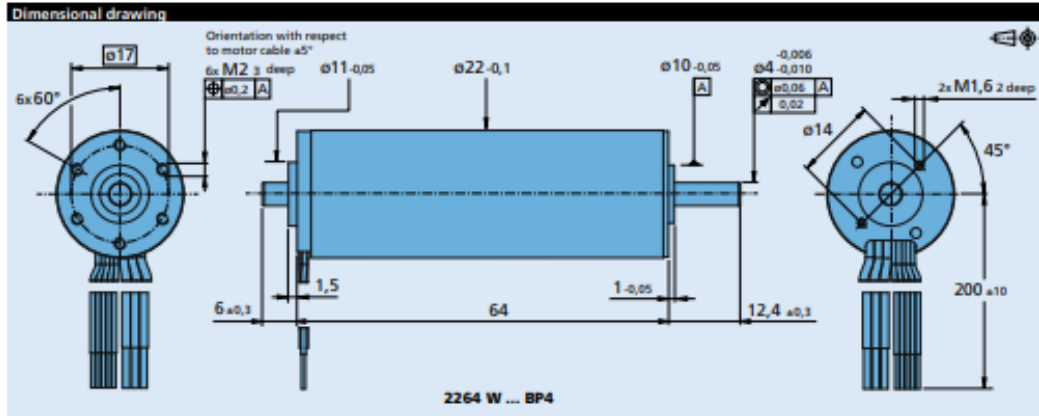
Values at 22°C and nominal voltage	2264 W	012 BP4	024 BP4	048 BP4	
1 Nominal voltage	U_N	12	24	48	V
2 Terminal resistance, phase-phase	R	0,05	0,22	0,881	Ω
3 Efficiency, max.	η_{max}	91	91	90	%
4 No-load speed	n_0	21 000	21 100	21 100	min^{-1}
5 No-load current, typ. (with shaft \varnothing 4 mm)	I_0	0,521	0,261	0,13	A
6 Stall torque	M_S	1 311	1 311	1 280	mNm
7 Friction torque, static	C_S	0,41	0,41	0,407	mNm
8 Friction torque, dynamic	C_D	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$\text{mNm}/\text{min}^{-1}$
9 Speed constant	k_n	1 618	809	404	min^{-1}/V
10 Back-EMF constant	k_e	0,618	1,236	2,48	$\text{mV}/\text{min}^{-1}$
11 Torque constant	k_{tr}	5,9	11,8	23,6	mNm/A
12 Current constant	k_i	0,169	0,085	0,0423	A/mNm
13 Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	14,8	14,8	15,1	$\text{min}^{-1}/\text{mNm}$
14 Terminal inductance, phase-phase	L	6	24	91,3	μH
15 Mechanical time constant	τ_m	1,4	1,4	1,45	ms
16 Rotor inertia	J	9,2	9,2	9,21	gcm^2
17 Angular acceleration	α_{max}	1 424	1 424	1 400	$\cdot 10^4 \text{rad}/\text{s}^2$
18 Thermal resistance	R_{th} / R_{th2}	1,2 / 12			K/W
19 Thermal time constant	τ_{th} / τ_{th2}	7 / 693			s
20 Operating temperature range:					
– motor		-40 ... +125			°C
– winding, max. permissible		+150			°C
21 Shaft bearings		ball bearings, preloaded			
22 Shaft load max.:					
– with shaft diameter		4			mm
– radial at 3 000 min^{-1} (3 mm from mounting flange)		20			N
– axial at 3 000 min^{-1} (push / pull)		2			N
– axial at standstill (push / pull)		20			N
23 Shaft play:					
– radial	\leq	0,015			mm
– axial	m	0			mm
24 Housing material		stainless steel			
25 Mass		140			g
26 Direction of rotation		electronically reversible			
27 Speed up to	n_{max}	34 500			min^{-1}
28 Number of pole pairs		2			
29 Hall sensors		digital			
30 Magnet material		NdFeB			
Rated values for continuous operation					
31 Rated torque	M_N	59	59	57,9	mNm
32 Rated current (thermal limit)	I_N	11,9	6	2,94	A
33 Rated speed	n_N	20 460	20 490	20 500	min^{-1}

Note: Rated values are calculated with nominal voltage and at a 22°C ambient temperature. The R_{th2} value has been reduced by 50%.



For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
Edition 2020 Nov. 19

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com



Option, cable and connection information

Example product designation: **2264W024BP4-3692**

Option	Type	Description	Connection
Y158	Shaft end	Motor without second shaft end	Function Colour
3692	Controller combination	Analog Hall sensors for combination with Motion Controller MC 5010	Phase C yellow
6356	Encoder combination	Motor without Hall sensors cable for combination with Encoder AEMTL	Phase B orange
			Phase A brown
			GND black
			U _{cc} (+5V) red
			Hall sensor C grey
			Hall sensor B blue
			Hall sensor A green
			Standard cable
			3 single wires, material PTFE, AWG 20, Phase A/B/C
			5 single wires, material PTFE, AWG 20, Hall A/B/C, U _{cc} , GND
			Note
			With the connection cable the terminal resistance is increased typ. by 0,008 Ω .

Product combination

Precision Gearheads / Lead Screws	Encoders	Drive Electronics	Cables / Accessories
22GPT 26/1R 32GPT 32/3R	IE3-1024 IE3-1024 L IERS3-500 IERS3-500 L IER3-10000 IER3-10000 L AEMT-12/16 L AES-4096 L	SC 5008 S MC 5010 S	To view our large range of accessory parts, please refer to the "Accessories" chapter.

For notes on technical data and lifetime performance refer to "Technical Information".
Edition 2020 Nov. 19

© DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG
Specifications subject to change without notice.
www.faulhaber.com