



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
Τομέας Π: Ανάλυση Και Σχεδιασμός Διεργασιών Και Συστημάτων-  
Μονάδα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής

Αεροδυναμική και Αεροακουστική Ανάλυση Τρισδιάστατης  
Πτέρυγας σε Διηχητικό Καθεστώς

Διπλωματική Εργασία

του

**Καραλή Μιχαήλ**

**Επιβλέποντες :**

Ριζιώτης Βασίλειος, Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.  
Υπόψιν Μαρκάτου Νικολάου, Ομότιμου Καθηγητή ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούνιος 2022





NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY of  
ATHENS

SCHOOL OF CHEMICAL ENGINEERING

SECTION II: ANALYSIS AND DESIGN OF PROCESSES AND  
SYSTEMS - COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS UNIT

AERODYNAMIC AND AEROACOUSTIC ANALYSIS OF  
A 3-D WING IN THE TRANSONIC REGION

Thesis

of

**Michail Karalis**

**Academic Supervisors:**

Riziotis Vasileios, Assistant Professor NTUA  
Markatos Nikolaos, Emeritus Professor NTUA

Athens, June 2022



.....

Καραλής Μιχαήλ

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All Rights Reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

## Περιεχόμενα

Αεροδυναμική και Αεροακουστική Ανάλυση Τρισδιάστατης Πτέρυγας σε Διηχητικό Καθεστώς .....	1
AERODYNAMIC AND AEROACOUSTIC ANALYSIS OF A 3-D WING IN THE TRANSONIC REGION .....	3
1 Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	13
1.1 Εισαγωγή .....	13
1.1.1 Αρχικό Σχέδιο (Conceptual Design) .....	13
1.1.2 Προκαταρκτικό Σχέδιο (Preliminary Design) .....	13
1.1.3 Λεπτομερής Σχεδίαση (Detail Design) .....	13
1.1.4 Κατηγορίες πτέρυγας .....	14
1.1.5 Παράμετροι Σχεδιασμού και Κατάταξη Πτερύγων .....	16
1.1.6 Αριθμός Mach.....	16
1.1.7 Κρίσιμος Αριθμός Mach .....	18
1.1.8 Κρουστικό Κύμα (Shock Wave).....	18
1.1.9 Είδη κρουστικού κύματος: .....	20
1.2 Βασικές Αρχές Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής.....	22
1.2.1 Βασικά Μηχανικής Ρευστών .....	22
1.2.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων .....	23
2 Προσομοίωση .....	29
2.1 Σχεδίαση πτέρυγας Opera M6 .....	29
2.1.1 Δημιουργία χωρίου μελέτης .....	31
2.2 Διακριτοποίηση υπολογιστικού χωρίου (meshing).....	33
2.2.1 Δημιουργία πλέγματος .....	33
2.2.2 Δημιουργία Περιοχών (Named Selections) .....	36
2.3 Αρχική Ρύθμιση Fluent .....	38
2.3.1 Γενικές ρυθμίσεις.....	38
2.3.2 Επιλογή Μοντέλων .....	41

2.3.3	Συνθήκες Προσομοίωσης (Operating Conditions) .....	44
2.3.4	Οριακές Συνθήκες.....	45
2.3.5	Τιμές Αναφοράς.....	48
2.3.6	Μέθοδοι Επίλυσης .....	48
2.3.7	Έλεγχος Επίλυσης.....	49
2.3.8	Αρχικοποίηση .....	50
2.4	Μελέτη Ανεξαρτησίας Πλέγματος.....	51
2.4.1	Σύγκριση Αποτελεσμάτων.....	53
2.4.2	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων- Δεδομένων Fluent .....	58
2.4.3	Αποτελέσματα Σύγκρισης .....	73
2.5	Επιλογή Μοντέλου Τύρβης .....	76
2.5.1	Τυρβώδεις ροές.....	76
2.6	Σύγκριση Μοντέλων Τύρβης.....	87
2.6.1	Spalart-Allmaras .....	87
2.6.2	Standard κ-ε.....	88
2.6.3	Realizable κ-ε.....	89
2.6.4	Transition SST .....	90
2.6.5	Reynolds Stress Model.....	91
2.6.6	Large Eddy Simulation Model (LES) (Transient Simulation) .....	92
2.6.7	Σύγκριση Αποτελεσμάτων.....	93
2.7	Συμπεράσματα .....	113
3	Αεροακουστική Ανάλυση Πτέρυγας.....	114
3.1	Εισαγωγή .....	114
3.1.1	Αερακουστικά Μοντέλα.....	115
3.1.2	Ακουστική αναλογία του Lighthill .....	116
3.1.3	Προσέγγιση Ffowcs-Williams and Hawkings .....	118
3.1.4	Εξίσωση Farassat .....	119

3.1.5	Εξίσωση Farassat-Succi-Brentner.....	120
3.1.6	Broadband Noise Model.....	120
3.2	Αποτελέσματα.....	121
4	Βιβλιογραφία .....	128
5	Διαδικτυακοί Σύνδεσμοι.....	129



## Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1.1 Φάσεις Σχεδιασμού Αεροσκάφους [1]	14
Εικόνα 1.2 Διάφοροι Τύποι Πτέρυγας Αεροσκάφους [2]	15
Εικόνα 1.3 Παράμετροι Γεωμετρικού Σχεδιασμού Πτέρυγας [3]	16
Εικόνα 1.4 Διάκριση Ροής Βάσει Τοπικού Αριθμού Mach [4]	17
Εικόνα 1.5 Δημιουργία Ωστικού Κύματος [5]	19
Εικόνα 1.6 Κανονικό Κρουστικό Κύμα [5]	20
Εικόνα 1.7 Λοξό Κρουστικό Κύμα [5]	21
Εικόνα 1.8 Σχήμα Διακριτοποίησης FVM [7]	25
Εικόνα 2.1 Πτέρυγα Μελέτης [7]	30
Εικόνα 2.2 Πτέρυγα Opera M6	31
Εικόνα 2.3 Υπολογιστικό Χωρίο	31
Εικόνα 2.4 Σώμα Επιρροής (Body of Influence)	32
Εικόνα 2.5 Πλέγμα Διακριτοποίησης Πτέρυγας (αριστερά) και Υπολογιστικού Χωρίου (δεξιά)	37
Εικόνα 2.6 Αλγόριθμοι Pressure Based segregated (αριστερά) και coupled (αριστερά)	39
Εικόνα 2.7 Density-Based Solver [25]	40
Εικόνα 2.8 Επιλογή Steady Time και Pressure-Based Solver	41
Εικόνα 2.9 Επιλογή Εξίσωσης Ενέργειας και Μοντέλου Τύρβης	41
Εικόνα 2.10 Επιλογή Μοντέλου Τύρβης και Παραμέτρων	42
Εικόνα 2.11 Επιλογή Υλικών και των Ιδιοτήτων τους	43
Εικόνα 2.12 Επιλογή Συνθηκών Λειτουργίας	45
Εικόνα 2.13 Επιλογή Οριακών Συνθηκών	46
Εικόνα 2.14 Επιλογή Εξισώσεων Τοίχου	47
Εικόνα 2.15 Τιμές Αναφοράς	48
Εικόνα 2.16 Επιλογή Μεθόδων Επίλυσης	49
Εικόνα 2.17 Επιλογές Ελέγχου Επίλυσης	50
Εικόνα 2.18 Μέθοδος Αρχικοποίησης Τιμών	50
Εικόνα 2.19 Παράμετροι των 5 Πλεγμάτων	52
Εικόνα 2.20 Διατήρηση Μάζας σε κάθε Περίπτωση	54
Εικόνα 2.21 Συντελεστές Οπισθέλκουσας	56
Εικόνα 2.22 Συντελεστές Άντωσης	58
Εικόνα 2.23 Κατανομή Συντελεστή Πίεσης στην Πτέρυγα	73
Εικόνα 2.24 Ισογραμμές Αριθμού Mach γύρω από την Πτέρυγα	74
Εικόνα 2.25 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Συντελεστή Πίεσης και Αριθμού Mach	74
Εικόνα 2.26 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Αριθμού Mach και Κατοπτρική Απεικόνιση Συντελεστή Πίεσης	75
Εικόνα 2.27 Οπτική Απεικόνιση Δινών Χείλους Εκφυγής	75
Εικόνα 2.28 Μοντέλα Τύρβης και Χαρακτηριστικά τους	76
Εικόνα 2.29 Διατήρηση Μάζας	94

Εικόνα 2.30 Συντελεστές Οπισθέλκουσας	95
Εικόνα 2.31 Συντελεστές Άντωσης	97
Εικόνα 3.1 Πηγές Ήχου	115
Εικόνα 3.2 Κατανομή Πίεσης στην Πτέρυγα	122
Εικόνα 3.3 Διάγραμμα Κατανομής Πίεσης στην Πτέρυγα	122
Εικόνα 3.4 Τοπικός Αριθμός Mach στην Πτέρυγα	123
Εικόνα 3.5 Διάγραμμα Τοπικού Αριθμού Mach στην Πτέρυγα	123
Εικόνα 3.6 Κατανομή Πίεσης στην Πτέρυγα (όψη από ακροπτερύγιο)	124
Εικόνα 3.7 Κατανομή Τοπικού Αριθμού Mach στην Πτέρυγα (όψη από ακροπτερύγιο)	124
Εικόνα 3.8 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Αριθμού Mach (κάτω) και Κατοπτρική Απεικόνιση Πίεσης στην Πτέρυγα (πάνω)	125
Εικόνα 3.9 Οπτική Απεικόνιση Δινών στο Χείλος Εκφυγής	125
Εικόνα 3.10 Επίπεδο Ακουστικής Ισχύος σε Db	126
Εικόνα 3.11 Διακύμανση Ακουστικής Πίεσης	126
Εικόνα 3.12 Πηγή Θορύβου κατά Lilley S	127
Εικόνα 3.13 Επίπεδο Επιφανειακής Ακουστικής Πίεσης στην Πτέρυγα	127

## Περίληψη

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η αεροδυναμική και αεροακουστική μελέτη της τρισδιάστατης πτέρυγας Opera M6 και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με πειραματικά δεδομένα. Ο υπολογισμός της οπισθέλκουσας δύναμης καθώς και της δύναμης άντωσης αποτελεί βασικό στοιχείο κατά τη σχεδίαση μίας πτέρυγας, διαδικασία χρονοβόρα και με μεγάλο κόστος. Σήμερα, η αύξηση της επεξεργαστικής ισχύς των Η/Υ καθώς και η ανάπτυξη πακέτων υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD) δίνει τη δυνατότητα εξοικονόμησης χρόνου και χρημάτων μέσω των προσομοιώσεων. Βασικό στοιχείο αυτής της μελέτης αποτελεί η σχεδίαση του τρισδιάστατου μοντέλου της πτέρυγας Opera M6 και η επιβολή πλέγματος διακριτοποίησης. Αφού επιτεύχθηκε ανεξαρτησία πλέγματος, δοκιμάζοντας 5 πλέγματα και συγκρίνοντας τα αποτελέσματά τους, μοντελοποιήθηκε η διηχητική ροή γύρω από την πτέρυγα επιβάλλοντας τις κατάλληλες αρχικές και συνοριακές συνθήκες οι οποίες αντιπροσωπεύουν το φαινόμενο κατά το δυνατόν πιο πιστά.

Μεγάλη προσοχή δόθηκε στην μοντελοποίηση της τύρβης, με τη δοκιμή και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφόρων μοντέλων-εξισώσεων που περιγράφουν το φαινόμενο.

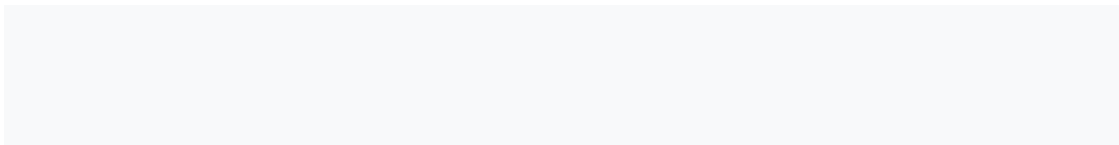
Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε μελέτη του αεροδυναμικά παραγόμενου θορύβου ως προϊόν της αλληλεπίδρασης της πτέρυγας με τον αέρα. Για το λόγο αυτό, λήφθησαν υπόψιν οι βασικές αρχές παραγωγής και διάδοσης ακουστικού κύματος καθώς και η ακουστική αναλογία του Lighthill ενώ εφαρμόστηκε και το μοντέλο Broadband Noise Model για τον υπολογισμό των ακουστικής πίεσης στην πτέρυγα.

## Summary

The purpose of this dissertation is the aerodynamic and aero acoustic study of the three-dimensional wing of the Onera M6 and the comparison of the results with experimental data. The calculation of the drag force as well as the lift force is a key element in designing a wing, a time consuming and costly process. Nowadays, the increase of the PCs processing power as well as the development of computational fluid dynamic packages (CFD) gives the possibility of saving time and money through the simulations. A key element of this study is the design of the three-dimensional model of the Onera M6 wing and the imposition of a discretization grid. After grid independence was achieved by testing 5 different grids and comparing their results, the sound around the wing was modelled by imposing the appropriate initial and boundary conditions which represent the phenomenon as accurately as possible.

Great attention was paid to the turbulence modelling, by testing and comparing the results of the various models-equations describing the phenomenon.

Aerodynamically generated noise was finally studied as a product of the wing's interaction with the air. For this reason, the basic principles of acoustic wave generation and propagation were taken into account as well as the Lighthill acoustic ratio and the Broadband Noise Model was applied to calculate the acoustic pressure on the wing.



# **1 Θεωρητικό Υπόβαθρο**

## **1.1 Εισαγωγή**

Η αεροδιαστημική αποτελεί έναν από τους πιο πολύπλοκους τεχνολογικούς τομείς και μία από τις μεγαλύτερες αγορές παγκοσμίως. Τα υπέρογκα ποσά που δαπανώνται και τα δυσθεώρητα κόστη κάθε πτυχής αυτού του κλάδου καθιστούν αναγκαία την ενδελεχή μελέτη και βελτιστοποίηση σε όλα τα στάδια παραγωγής, από την επιλογή των υλικών έως και την προσομοίωση των συνθηκών πτήσης.

Κάθε στοιχείο ενός αεροπλάνου, από ένα μικρό κινητήρα μέχρι και ένα ολόκληρο επιβατικό αεροσκάφος, προκύπτει από τρία στάδια σχεδίασης:

### **1.1.1 Αρχικό Σχέδιο (Conceptual Design)**

Αποτελεί την πρώτη φάση της διαδικασίας σχεδίασης ενός αεροπλάνου κατά την οποία δημιουργούνται τα πρώτα απλά σκίτσα-σχέδια στα οποία απεικονίζονται τα επιθυμητά χαρακτηριστικά του αεροπλάνου. Στόχος των σχεδιαστών αποτελεί η δημιουργία ενός σχεδίου το οποίο θα ικανοποιεί όλες τις επιθυμητές προδιαγραφές αναφορικά με την απόδοση, το σχήμα, την αεροδυναμική, τα συστήματα ελέγχου κλπ.

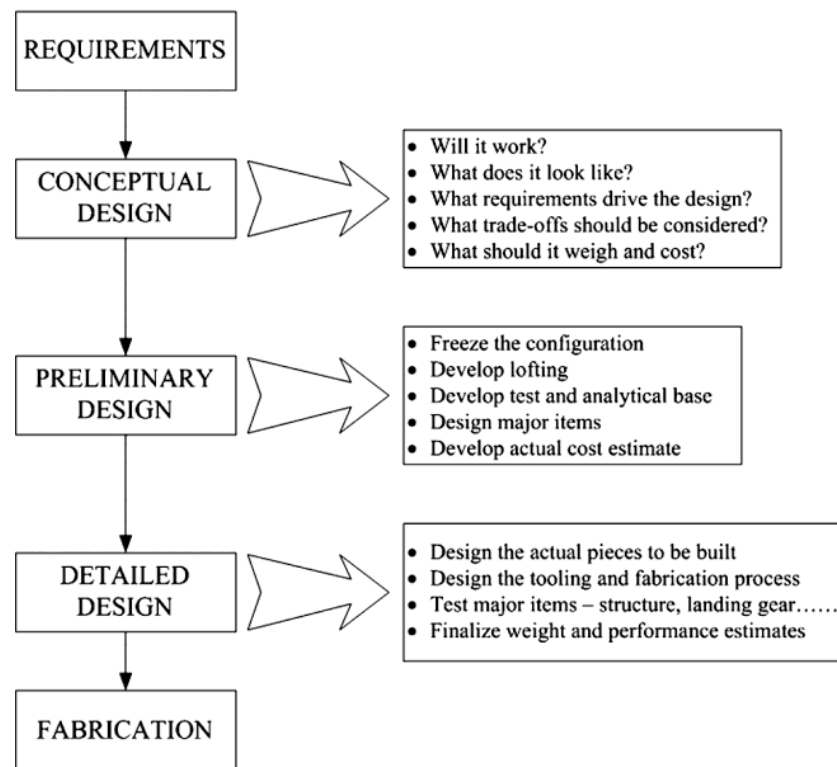
### **1.1.2 Προκαταρκτικό Σχέδιο (Preliminary Design)**

Αποτελεί το δεύτερο κατά σειρά βήμα σχεδίασης και έπεται του αρχικού σχεδίου. Στη φάση αυτή το αρχικό σχέδιο βελτιστοποιείται προκειμένου να ικανοποιήσει τις απαραίτητες παραμέτρους. Οι μηχανικοί σχεδίασης μπορούν με το σχέδιο αυτό να πραγματοποιήσουν αεροδυναμικούς ελέγχους, τεστ αεροσήραγγας (wind tunnel) καθώς επίσης και στατικές αναλύσεις και αναλύσεις συστημάτων ελέγχου. Επιπλέον στο στάδιο αυτό οι μηχανικοί εντοπίζουν στατικές ατέλειες και τις διορθώνουν προτού περάσει το αεροσκάφος στην τελική φάση κατασκευής του.

### **1.1.3 Λεπτομερής Σχεδίαση (Detail Design)**

Το τελικό στάδιο αποτελεί η λεπτομερής σχεδίαση του αεροσκάφους. Στη φάση αυτή, οι μηχανικοί χρησιμοποιούν τα σχέδια που προέκυψαν από τις δύο παραπάνω

φάσεις για να κατασκευάσουν το πραγματικό μοντέλο. Προσδιορίζονται στο στάδιο αυτό το τελικό σχέδιο καθώς και η τοπολογία πολλών στοιχείων που το αποτελούν όπως τα νεύρα της πτέρυγας κλπ. Τέλος στο στάδιο αυτό πραγματοποιούνται πτήσεις προσομοίωσης για να διασφαλιστεί ότι το τελικό σχέδιο είναι λειτουργικό και συμβαδίζει με τις προδιαγραφές που τέθηκαν.



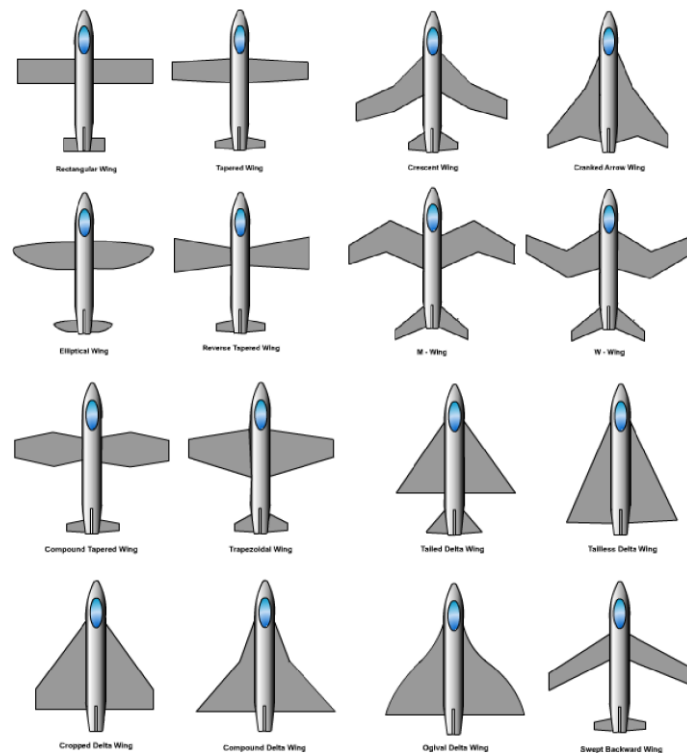
Εικόνα 1.1 Φάσεις Σχεδιασμού Αεροσκάφους [1]

#### 1.1.4 Κατηγορίες πτέρυγας

Κρίσιμο στοιχείο σχεδιασμού ενός αεροσκάφους αποτελεί η πτέρυγά του. Η πτέρυγα είναι εκείνη η γεωμετρική κατασκευή η οποία όταν εκτίθεται σε ρεύμα αέρα αναπτύσσει ανωστικές δυνάμεις λόγω της ανισοροπίας στην κατανομή της πίεσης μεταξύ της πάνω και της κάτω πλευράς της και αποτελεί, για το λόγο αυτό, ένα από τα πιο βασικά δομικά στοιχεία του. Κατά τη διαδικασία σχεδιασμού και βελτιστοποίησης δύο από τα πιο σημαντικά μεγέθη αποτελούν: ο συντελεστής άνωσης και ο συντελεστής οπισθέλκουσας που αντιπροσωπεύουν την ικανότητα μιας πτέρυγας να διατηρεί ένα αεροσκάφος στον αέρα, παρά τη δράση της βαρύτητας καθώς και να το κατευθύνει προς την επιθυμητή κατεύθυνση, με την ελάχιστη δυνατή δαπάνη ενέργειας.

Ο συνδυασμός μορφής και θέσης των πτερύγων σε ένα αεροσκάφος προσδιορίζουν τα βασικά αεροδυναμικά χαρακτηριστικά ενός αεροσκάφους, ανάλογα τον τύπο και το σκοπό του. Για το λόγο αυτό υπάρχουν διάφοροι συνδυασμοί με τις βασικότερες κατηγορίες να είναι:

- Χαμηλοπτέρυγος Σχηματισμός (Low Wing Configuration)
- Μεσοπτέρυγος Σχηματισμός (Mid Wing Configuration)
- Υψηλοπτέρυγος Σχηματισμός (High Wing Configuration)
- Διέδρη Πτέρυγα (Dihedral Wing Configuration)
- Ανεδρική Πτέρυγα (Anhedral Wing Configuration)
- Πτέρυγα Τύπου Γλάρου (Gull Wing Configuration)
- Πτέρυγα τύπου ανεστραμμένου Γλάρου (Inverted Gull Wing Configuration)
- Ορθογώνια Πτέρυγα (Rectangular Wing)
- Τραπεζοειδής Πτέρυγα (Tapered Wing)
- Ελλειπτικού Σχήματος Πτέρυγα (Elliptical Wing)
- Περιστραμένη Πτέρυγα (Swept Wing)
- Πτέρυγα Τύπου Δέλτα (Delta Wing)

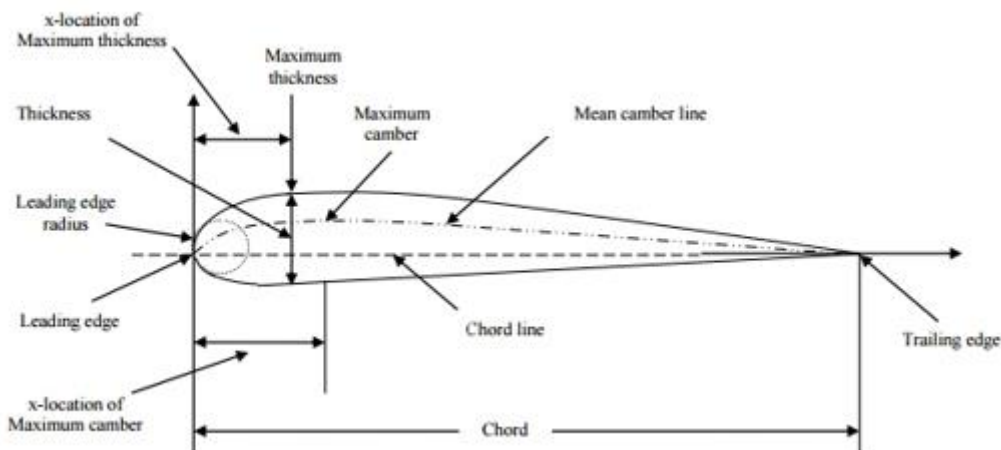


Εικόνα 1.2 Διάφοροι Τύποι Πτέρυγας Αεροσκάφους [2]

### 1.1.5 Παράμετροι Σχεδιασμού και Κατάταξη Πτερυγών

Βασικές παράμετροι κατά τη σχεδίαση μίας πτέρυγας αποτελούν:

- |   |                   |
|---|-------------------|
| 1. Χορδή Βάσης (Root Chord)                         | $c_r$             |
| 2. Χορδή Άκρης (Tip Chord)                          | $c_t$             |
| 3. Μέση Αεροδυναμική Χορδή (Mean Aerodynamic Chord) | $MAC$             |
| 4. Εκπέτασμα (Wingspan)                             | $S$               |
| 5. Κύρτωση (Camber)                                 | $(y_c)_{max} / c$ |
| 6. Πάχος (Thickness)                                | $t$               |
| 7. Αναλογία Απεικόνισης (Aspect Ratio)              | $AR$              |
| 8. Κωνική Αναλογία (Taper Ratio)                    | $TR$              |



Εικόνα 1.3 Παράμετροι Γεωμετρικού Σχεδιασμού Πτέρυγας [3]

### 1.1.6 Αριθμός Mach

Ο αριθμός Mach ( $Ma$ ), είναι αδιάστατος αριθμός και ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας ροής ως προς την ταχύτητα μετάδοσης του ήχου. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου δεν είναι πάντα σταθερή αλλά εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την πυκνότητα και την πίεση στην περιοχή μελέτης. Για το λόγο αυτό συνήθως αναφερόμαστε στην τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου καθώς διαφέρει αναλόγως το ύψος και τις επικρατούσες συνθήκες της μελέτης μας:



$$\text{Τοπικός Αριθμός Mach} = \frac{u}{c} \quad (1)$$

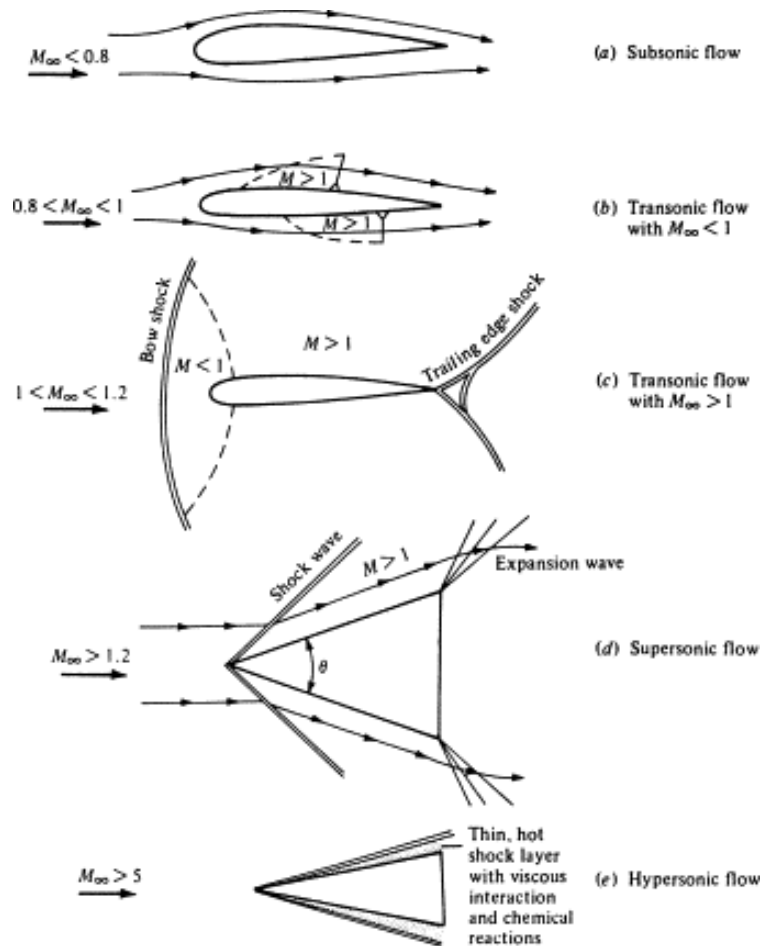
όπου:

u: τοπική ταχύτητα της ροής

c: τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου

Ο τοπικός αριθμός Mach χρησιμοποιείται συνήθως για την κατηγοριοποίηση του καθεστώτος πτήσης των αεροσκαφών. Αναλόγως της τιμής του, διακρίνουμε τρεις κατηγορίες:

- Υποηχητικό καθεστώς πτήσης ( $Ma < 1$ )
- Διηχητικό καθεστώς πτήσης ( $Ma \approx 1$ )
- Υπερηχητικό καθεστώς πτήσης ( $Ma > 1$ )



Εικόνα 1.4 Διάκριση Ροής Βάσει Τοπικού Αριθμού Mach [4]

### 1.1.7 Κρίσιμος Αριθμός Mach

Σε κάθε αεροσκάφος, η ταχύτητα πτήσης δεν ταυτίζεται με την ταχύτητα ροής γύρω από αυτό. Μία αεροτομή παράγει άντωση λόγω του κυρτού σχήματός της. Πιο συγκεκριμένα το σχήμα της είναι τέτοιο ώστε ο αέρας να ρέει γρηγορότερα στην πάνω πλευρά της αεροτομής από ότι στην κάτω. Καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αέρα, μειώνεται η πίεση και το αντίστροφο. Επομένως η διαφορά ταχυτήτων ροής αέρα μεταξύ των δύο πλευρών μίας αεροτομής οδηγεί και σε διαφορά πιέσεων και αντίστροφα. Αυτός είναι ο λόγος εμφάνισης διαφορετικών ταχυτήτων γύρω από ένα αεροσκάφος κατά τη διάρκεια πτήσης.

Όταν ο τοπικός αριθμός Mach πλησιάσει αρκετά τον αριθμό 1 ( $M \approx 1$ ), η ταχύτητα ροής σε μία περιοχή κοντά στην αεροτομή θα ξεπεράσει κάποια στιγμή την τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου, παρότι η ταχύτητα του αεροσκάφους είναι μικρότερη. Η ταχύτητα πτήσης εκείνη τη στιγμή ονομάζεται κρίσιμος αριθμός Mach ( $M_{crit}$ ). Σε ταχύτητες ίσες ή μεγαλύτερες του  $M_{crit}$ , έχουμε την εμφάνιση κρουστικού κύματος (shock wave) που αναπτύσσεται γύρω από την πτέρυγα εξαιτίας του οποίου έχουμε δραματική αύξηση της οπισθέλκουσας δύναμης, αλλαγές στη ροή του αέρα γύρω από την πτέρυγα, μειωμένη απόδοση και έλεγχο του αεροσκάφους.

Όταν το εύρος ταχυτήτων γύρω από ένα αεροσκάφος είναι συνδυασμός υποηχητικών ( $M < 1$ ) και υπερηχητικών ταχυτήτων ( $M > 1$ ) τότε αναφερόμαστε στο διηχητικό καθεστώς πτήσης (**transonic region**). Αν και το εύρος ταχυτήτων του διηχητικού καθεστώτος, μεταβάλλεται αναλόγως του αεροδυναμικού σχήματος του αεροσκάφους και των συνθηκών πτήσης, συνήθως αναφερόμαστε σε ταχύτητες

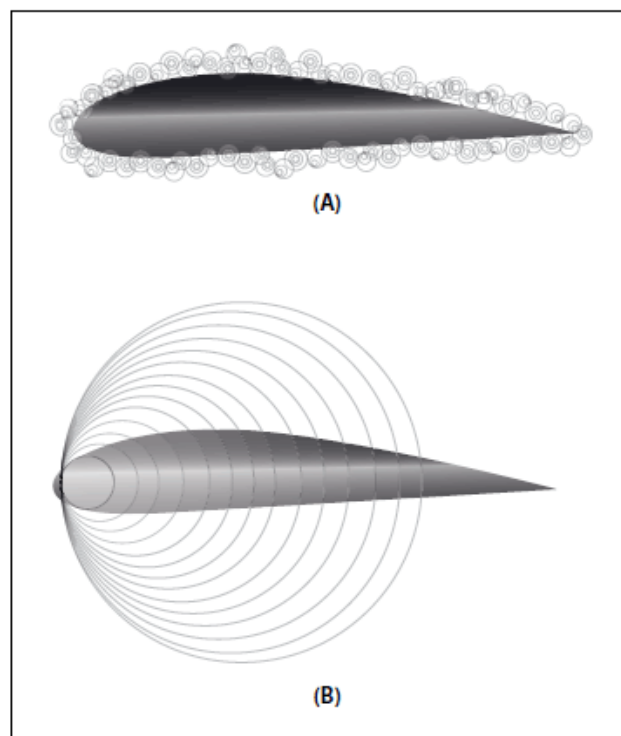
$$0.7 \leq M \leq 1.2$$

### 1.1.8 Κρουστικό Κύμα (Shock Wave)

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όταν σε κάποιο σημείο της ροής έχουμε τοπική ταχύτητα ροής η οποία ξεπερνάει την τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου, τότε έχουμε την εμφάνιση κρουστικού κύματος. Το κρουστικό κύμα προκαλείται όταν ένα αντικείμενο ή διαταραχή κινείται ταχύτερα από την ταχύτητα από την οποία η

πληροφορία μπορεί να διαδοθεί στο ρευστό που το περιβάλλει με αποτέλεσμα το ρευστό γύρω από τη συγκεκριμένη περιοχή να μην έχει χρόνο να «αντιδράσει».

Αναλυτικότερα για την πτήση ενός αεροπλάνου, ο ήχος που παράγεται είναι αποτέλεσμα της διαταραχής που προκαλεί στο υλικό μέσο (αέρας) μέσα στο οποίο κινείται και των συνεπακόλουθων ακουστικών κυμάτων πίεσης που προκαλεί η πηγή της διαταραχής. Όταν το αεροπλάνο ταξιδεύει με χαμηλή ταχύτητα ( $M \leq 1$ ) τα ακουστικά κύματα πίεσης «ταξιδεύουν» μπροστά από αυτό, έχοντας την τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Όταν όμως η τοπική ταχύτητα ροής πλησιάζει την τοπική ταχύτητα διάδοσης του ήχου, τα ακουστικά κύματα πίεσης δεν «ταξιδεύουν» πλέον μπροστά από το αεροσκάφος, καθώς δεν μπορούν να ξεφύγουν από αυτό λόγω της ταχύτητας κίνησής του. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη συσσώρευση ενέργειας (ακουστικής) αρχικά στο πάνω μέρος του αεροσκάφους και στη συνέχεια και στην κάτω πλευρά του. Η συσσώρευση αυτή ενέργειας ονομάζεται κρουστικό κύμα (**shock wave**). Αν το κρουστικό κύμα αυτό «φτάσει» στο έδαφος και γίνει αντιληπτό από τον άνθρωπο, θα ακουστεί ως το λεγόμενο ακουστικό κρότο (**acoustic boom**).

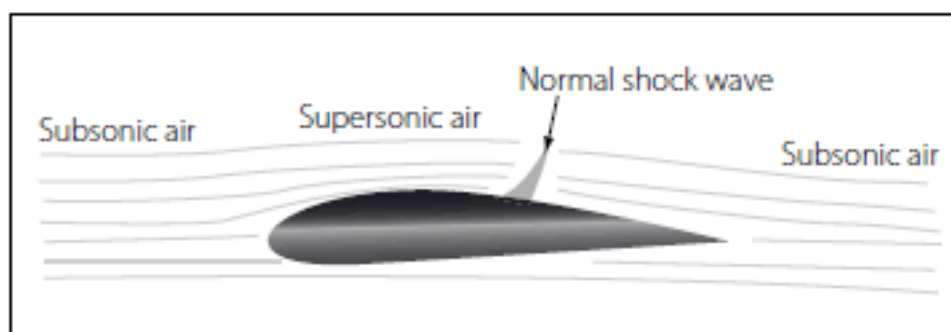


Εικόνα 1.5 Δημιουργία Ωστικού Κύματος [5]

### 1.1.9 Είδη κρουστικού κύματος:

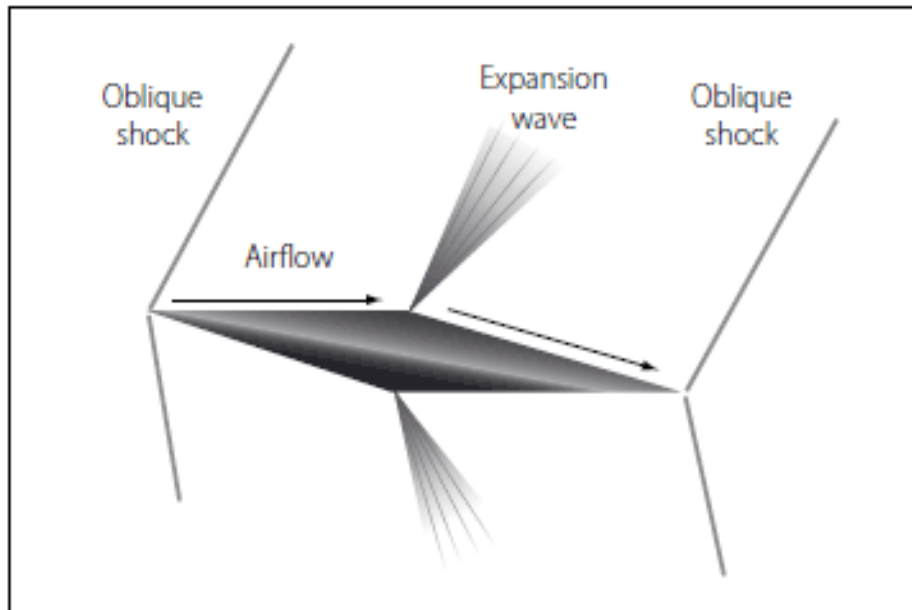
Κατά τη διηχητική ή υπερηχητική ροή ενός αεροσκάφους, εμφανίζονται δύο κύρια είδη κρουστικού κύματος, το κανονικό και το λοξό κρουστικό κύμα:

**Κανονικό κρουστικό κύμα:** Όταν ένα αεροσκάφος βρίσκεται σε διηχητικό καθεστώς πτήσης, το κρουστικό κύμα το οποίο δημιουργείται ονομάζεται κανονικό κρουστικό κύμα. Το κρουστικό κύμα όπως προαναφέρθηκε, πρώτα σχηματίζεται στην πάνω πλευρά και στη συνέχεια και στην κάτω πλευρά της πτέρυγας. Σε μία υπερηχητική πτήση, το κρουστικό κύμα μπορεί επίσης να εμφανιστεί και εμπροσθεν της πτέρυγας. Τα κανονικά κρουστικά κύματα διαμορφώνονται κάθετα στη διεύθυνση της ροής του αέρα. Η ταχύτητα του αέρα πίσω από το κρουστικό κύμα είναι υποηχητική και η στατική πίεση και η πυκνότητα του αέρα μεγαλύτερες.



Εικόνα 1.6 Κανονικό Κρουστικό Κύμα [5]

**Λοξό κρουστικό κύμα:** Όταν ένα αεροσκάφος έχει σχεδιαστεί να πετάει σε υπερηχητικές ταχύτητες, διακρίνεται για τις πολύ αιχμηρές επιφάνειές του. Οπότε ένα τέτοιο αεροπλάνο σε υπερηχητική πτήση θα εμφανίζει κρουστικά κύματα «δεμένα» στο χείλος προσβολής (*leading edge*) και στο χείλος εκφυγής (*trailing edge*) του. Τα κρουστικά αυτά κύματα είναι γνωστά ως «λοξά κρουστικά κύματα». Πίσω από τα κρουστικά κύματα, ταχύτητα είναι μικρότερη αλλά και πάλι υπερηχητική ενώ η στατική πίεση και η πυκνότητα είναι μεγαλύτερες.



Εικόνα 1.7 Λοξό Κρουστικό Κύμα [5]

Πέραν όμως του κρουστικού κύματος, εμφανίζεται όπως φαίνεται και στην παραπάνω εικόνα ένα κύμα εκτόνωσης (*expansion wave*). Αναλυτικότερα, στις υπερηχητικές ροές, ο αέρας λειτουργεί ως συμπιεστό ρευστό. Για το λόγο αυτό, όταν υπάρχει διαφορά πίεσης (υποπίεση) σε υπερηχητική ροή, ο αέρας τείνει να αποσυμπιέζεται-εκτονώνεται. Αυτή η διαφορά πίεσης εμφανίζεται στις υπερηχητικές ροές όταν ο αέρας ρέει στην πάνω πλευρά της πτέρυγας και υπάρχει μία απότομη αλλαγή της γεωμετρίας στην επιφάνεια. Ο αέρας προσαρμόζεται σε αυτήν την αλλαγή κατεύθυνσης, μέσω επέκτασης-εκτόνωσης προς τη νέα κατεύθυνση. Στο σημείο καμπής της επιφάνειας, εμφανίζεται το κύμα εκτόνωσης. Πίσω από αυτό το κύμα, η ταχύτητα αυξάνεται ενώ η στατική πίεση και η πυκνότητα μειώνονται. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί ότι το κύμα εκτόνωσης δεν αποτελεί κρουστικό κύμα αλλά εμφανίζεται στα κρουστικά κύματα υπερηχητικών ροών λόγω αλλαγής γεωμετρίας.

## 1.2 Βασικές Αρχές Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής

Η επίτευξη του βέλτιστου αεροδυναμικού σχήματος αποτελούσε ανέκαθεν μία πρόκληση για τους κατασκευαστές-μελετητές, οι οποίοι όμως στις μέρες μας διαθέτουν ένα επιπλέον πανίσχυρο εργαλείο: την προσομοίωση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η τρομακτική εξέλιξη των υπολογιστών τα τελευταία 30 χρόνια έχει ως αποτέλεσμα να αποτελούν πλέον βασικό κομμάτι της βιομηχανικής διαδικασίας. Από τους πρώτους κλάδους στους οποίους εισήχθη ο Υ/Η και αναδείχθηκε η σπουδαιότητά του είναι η Μηχανική των Ρευστών. Η επίλυση των σύνθετων εξισώσεων Navier-Stokes που μέχρι τότε θεωρούνταν αδύνατη, κατέστησε αναγκαία την παρουσία τους στους υπολογισμούς και τις προσομοιώσεις στον εν λόγω κλάδο.

Ειδικότερα, ο τομέας της μηχανικής ο οποίος αναπτύχθηκε με ταχύτατους ρυθμούς τα τελευταία χρόνια και αποτελεί την κορωνίδα της Μηχανικής των Ρευστών είναι η Υπολογιστική Ρευστομηχανική. Πρόκειται για ένα εργαλείο το οποίο δεν αντικαθιστά τους πειραματικούς ελέγχους και τις δοκιμαστικές πτήσεις προσομοίωσης, δρα όμως συνεπικουρικά και προσφέρει ταχύτητα και εξοικονόμηση πόρων. Είναι ένας δυναμικά εξελισσόμενος κλάδος που δίνει απαντήσεις σε ένα μεγάλο εύρος πολύπλοκων προβλημάτων χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους όπως οι πεπερασμένες διαφορές και οι πεπερασμένοι όγκοι.

### 1.2.1 Βασικά Μηχανικής Ρευστών

Οι βασικές εξισώσεις οι οποίες διέπουν την τυρβώδη ροή ενός ρευστού είναι:

- Η εξίσωση συνέχειας
- Η εξίσωση κίνησης
- Η εξίσωση ενέργειας

#### Εξίσωση Συνέχειας

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μάζας σε ένα στοιχειώδη όγκο συμπιεστού ρευστού σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων προκύπτει η εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\theta\rho}{\theta t} + \frac{\theta(\rho u)}{\theta x} + \frac{\theta(\rho v)}{\theta y} + \frac{\theta(\rho w)}{\theta z} = 0 \quad (1.1)$$

## Εξίσωση Διατήρησης Ορμής

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής σε ένα στοιχειώδη όγκο συμπιεστού ρευστού προκύπτουν οι εξισώσεις κίνησης ανά διεύθυνση:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\theta p}{\theta x} + pf_x + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\theta}{\theta x} \left( \mu \frac{\theta u}{\theta x} \right) + \frac{\theta}{\theta y} \left( \mu \frac{\theta u}{\theta y} \right) + \frac{\theta}{\theta z} \left( \mu \frac{\theta u}{\theta z} \right) \right] \quad (1.2)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\theta p}{\theta y} + pf_y + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\theta}{\theta x} \left( \mu \frac{\theta v}{\theta x} \right) + \frac{\theta}{\theta y} \left( \mu \frac{\theta v}{\theta y} \right) + \frac{\theta}{\theta z} \left( \mu \frac{\theta v}{\theta z} \right) \right] \quad (1.3)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\theta p}{\theta z} + pf_z + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\theta}{\theta x} \left( \mu \frac{\theta w}{\theta x} \right) + \frac{\theta}{\theta y} \left( \mu \frac{\theta w}{\theta y} \right) + \frac{\theta}{\theta z} \left( \mu \frac{\theta w}{\theta z} \right) \right] \quad (1.4)$$

## Εξίσωση Διατήρησης Ενέργειας

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας σε ένα στοιχειώδη όγκο συμπιεστού προκύπτει η εξίσωση διατήρησης ενέργειας:

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\theta t} \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \vec{V} \right) \right] &= \rho \dot{q} + \frac{\theta}{\theta x} \left( k \frac{\theta T}{\theta x} \right) + \frac{\theta}{\theta y} \left( k \frac{\theta T}{\theta y} \right) + \\ &+ \frac{\theta}{\theta x} \left( k \frac{\theta T}{\theta z} \right) - \frac{\theta(uv)}{\theta x} - \frac{\theta(vp)}{\theta y} - \frac{\theta(wp)}{\theta z} + \frac{\theta(u\tau_{xx})}{\theta x} + \\ &+ \frac{\theta(u\tau_{yx})}{\theta y} + \frac{\theta(u\tau_{zx})}{\theta z} + \frac{\theta(v\tau_{xy})}{\theta x} + \frac{\theta(v\tau_{yy})}{\theta y} + \\ &+ \frac{\theta(v\tau_{zy})}{\theta z} + \frac{\theta(w\tau_{xz})}{\theta x} + \frac{\theta(w\tau_{yz})}{\theta y} + \frac{\theta(w\tau_{zz})}{\theta z} + p \vec{f} \cdot \vec{V} \quad (1.5) \end{aligned}$$

### 1.2.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους διακριτοποίησης στα υπολογιστικά πακέτα, όπως και στο λογισμικό Ansys Fluent που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, είναι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων. Είναι μία γενική μέθοδος η οποία συνδυάζει στοιχεία ολοκληρωματικών μεθόδων και μεθόδων διαφορών και αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποδοτική σε προβλήματα που περιλαμβάνουν μεταφορά μάζας, ορμής θερμότητας κλπ. Σε αυτή τη μέθοδο, η εξίσωση διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται για την αριθμητική λύση λαμβάνεται από την ολοκλήρωση διαφορικών εξισώσεων πάνω σε όγκους ελέγχου.

## 2-D Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Θεωρούμε την γενική εξίσωση μεταφοράς την οποία ολοκληρώνουμε πάνω σε ένα όγκο  $V$  ο οποίος περικλείεται από μία επιφάνεια  $A$ :

$$\iiint_V \frac{\theta}{\theta t} (\rho \varphi) dV + \iiint_V \operatorname{div}(\rho \vec{u} \varphi - \Gamma_\varphi \operatorname{grad} \varphi) dV = \iiint_V S_\varphi dV$$

και:

$$\frac{\theta}{\theta t} \iiint_V (\rho \varphi) dV + \iiint_V \operatorname{div}(\rho \vec{u} \varphi - \Gamma_\varphi \operatorname{grad} \varphi) dV = \iiint_V S_\varphi dV$$

Θεωρώντας τις μέσες τιμές των ποσοτήτων στον όγκο ελέγχου  $V$  παίρνουμε:

$$\frac{\theta}{\theta t} [\rho \varphi] \Delta V + \iiint_V \operatorname{div}(\rho \vec{u} \varphi - \Gamma_\varphi \operatorname{grad} \varphi) dV = [S_\varphi] \Delta V$$

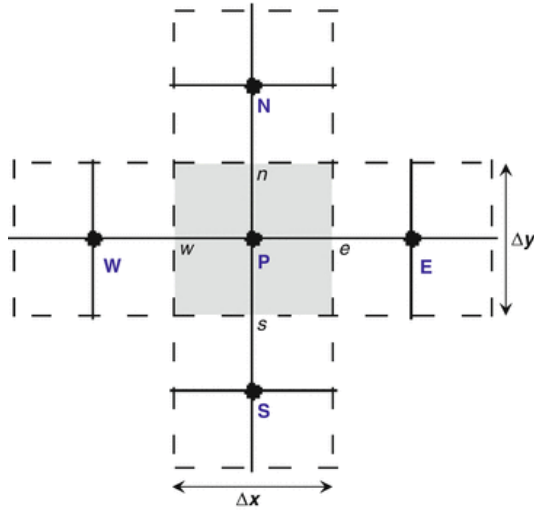
Εφαρμόζοντας το θεώρημα του Gauss μετατρέπουμε το χωρικό ολοκλήρωμα της απόκλισης του ρυθμού ροής του βαθμωτού μεγέθους  $\varphi$  σε επιφανειακό ολοκλήρωμα ως εξής:

$$\frac{\theta}{\theta t} [\rho \varphi] \Delta V + \iint_A (\rho \vec{u} \varphi - \Gamma_\varphi \operatorname{grad} \varphi) \cdot \vec{n} dA = [S_\varphi] \Delta V$$

Για τον υπολογισμό του χωρικού ολοκληρώματος απαιτείται η διακριτοποίηση του χωρίου μελέτης σε διακριτούς πεπερασμένους όγκους τυχαίου μεγέθους αλλά πάντα καρτεσιανής τοπολογίας.

Σε κάθε όγκο ελέγχου καθορίζουμε ένα σημείο στο οποίο αποθηκεύονται οι τιμές των βαθμωτών μεγεθών. Προκειμένου να δημιουργηθεί το πλέγμα ορίζονται και άλλα τέτοια κεντρικά σημεία αποθήκευσης βαθμωτών μεγεθών. Τα όρια των όγκων ελέγχου τοποθετούνται στο ενδιάμεσο της απόστασης των γειτονικών σημείων-κόμβων. Οι τιμές των μη-βαθμωτών μεγεθών αποθηκεύονται στις επιφάνειες των όγκων ελέγχου πάντα σε εξάρτηση από τα βαθμωτά μεγέθη. Αυτό σημαίνει ότι αποθηκεύονται τριάδες σημείων (P,w,s) στην ίδια θέση μνήμης του υπολογιστή παρότι στον όγκο ελέγχου δεν ταυτίζεται η θέση και των τριών σημείων.





Εικόνα 1.8 Σχήμα Διακριτοποίησης FVM [7]

Προκύπτουν τελικά τρία σετ πεπερασμένων όγκων: ένα για τις βαθμωτές ποσότητες, ένα για της u-ταχύτητες και ένα για τις v-ταχύτητες. Η εφαρμογή της γενικής εξίσωσης μεταφοράς στην ολοκληρωματική της μορφή πάνω στον όγκο ελέγχου δίνει:

$$\frac{d}{dt}[\rho\phi]V_P + g_e - g_w + g_n - g_s = [S_\phi]V_P \quad (1.6)$$

Για τη διακριτοποίηση της παραπάνω εξίσωσης κάνουμε τις εξής υποθέσεις:

- Ομοιόμορφη κατανομή των διαφόρων ποσοτήτων πάνω στον όγκο ελέγχου π.χ.:

$$[\rho\phi]V_P = \rho_P\phi_P V_P$$

$$[S_\phi]V_P = S_{\phi,P}V_P$$

- Ομοιόμορφη κατανομή των διαφόρων ποσοτήτων πάνω στην επιφάνεια ελέγχου π.χ.

$$g_e = (\rho u)_e A_e \phi_e - \Gamma_e A_e \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_e = CE + DE$$

- Πρώτης τάξης ακρίβεια προσέγγιση της χρονικής παραγώγου χρησιμοποιώντας ανάντη διαφορές:

$$\frac{d}{dt}[\rho\phi]V_P = \frac{d}{dt}(\rho_P\phi_P)V_P = \frac{(\rho_P\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0)V_P}{\Delta t}$$

Κάνοντας τις παραπάνω υποθέσεις η εξίσωση μεταφοράς διακριτοποιείται ως εξής:

$$\frac{\rho_P \varphi_P - \rho_P^0 \varphi_P^0}{\Delta t} + (CE + DE) - (CW + DW) + (CN + DN) - (CS + DS) = S_{\Phi, P} V_P \quad (1.7)$$

όπου:

$$\begin{aligned} CE &= (\rho u)_e A_e \varphi_e & DE &= -\Gamma_e A_e \left. \frac{\theta \varphi}{\theta x} \right|_e \\ CN &= (\rho u)_w A_w \varphi_w & DW &= -\Gamma_w A_w \left. \frac{\theta \varphi}{\theta x} \right|_w \\ CS &= (\rho v)_s A_s \varphi_s & DS &= -\Gamma_s A_s \left. \frac{\theta \varphi}{\theta y} \right|_s \end{aligned}$$

Για την πλήρη διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς είναι αναγκαίο να υπολογιστούν οι τιμές της μεταβλητής  $\varphi$  και των παραγώγων της στα μέτωπα των όγκων ελέγχου (n,s,e,w) συναρτήσει των τιμών στα σημεία N,S,E,W.

### Σχήμα Κεντρικών Διαφορών

Γίνεται η υπόθεση της γραμμικής κατανομής της ποσότητας  $\varphi$  γύρω από τα μέτωπα του πεπερασμένου όγκου:

$$\varphi_w = 0.5(\varphi_w + \varphi_P) \quad \left. \frac{\theta \varphi}{\theta x} \right|_w = \frac{\varphi_P - \varphi_w}{\Delta x}$$

Η εξίσωση μεταφοράς για τη μονοδιάστατη μόνιμη ροή δίνεται από:

$$CE + DE - CW - DW = S_{\Phi, P} V_P$$

ή

$$(\rho u)_e A_e \varphi_e - \Gamma_e A_e \left. \frac{\theta \varphi}{\theta x} \right|_e - (\rho u)_w A_w \varphi_w + \Gamma_w A_w \left. \frac{\theta \varphi}{\theta x} \right|_w = S_{\Phi, P} V_P$$

όπου μετά από αντικατάσταση:

$$0.5 C_e A_e \varphi_e (\varphi_E + \varphi_P) - D_e (\varphi_E - \varphi_P) - 0.5 C_w (\varphi_P + \varphi_w) + D_w (\varphi_P - \varphi_w) = S_{\Phi, P} V_P \quad (1.8)$$

όπου:

$$C_e = (\rho u)_e A_e, \quad D_e = \frac{\Gamma_e}{x_E - x_P} A_e, \quad C_w = (\rho u)_w A_w, \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{x_P - x_w} A_w$$

## Σχήμα Ανάντη Διαφορών

Μία άλλη αντιμετώπιση είναι η διακριτοποίηση με ανάντη διαφορές όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\varphi_w \begin{cases} \varphi_w, & \text{όταν } u_w \geq 0 \\ \varphi_p & \text{όταν } u_w < 0 \end{cases}$$

Η ολοκληρωμένη εξίσωση μεταφοράς για τη μονοδιάστατη ροή γράφεται:

$$CE + DE - CW - DW = S_{\Phi,P} V_p$$

ή

$$C_e \varphi_e + D_e (\varphi_p - \varphi_E) - C_w \varphi_w - D_w (\varphi_w - \varphi_p) = S_{\Phi,P} V_p$$

Επειδή:  $C_w = \max[C_w, 0] - \max[-C_w, 0]$  ο όρος  $C_w \varphi_w$  γράφεται ως εξής:

$$C_w \varphi_w = \max[C_w, 0] (\varphi_w - \varphi_p) + C_w \varphi_p$$

Όμοια:

$$C_e \varphi_e = \max[C_e, 0] (\varphi_p - \varphi_E) + C_e \varphi_p$$

Έτσι η τελική μορφή της διακριτοποιημένης μονοδιάστατης εξίσωσης δίνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned} & \max[-C_w, 0] (\varphi_p - \varphi_E) + D_e (\varphi_p - \varphi_E) + C_e \varphi_p \\ & + \max[C_w, 0] (\varphi_p - \varphi_w) + C_w (\varphi_p - \varphi_w) - C_w \varphi_p = S_{\Phi,P} V_p \end{aligned}$$

Εύκολα επεκτείνεται και για τον τρισδιάστατο χώρο η διακριτοποιημένη μας εξίσωση:

$$(A_p - SP) \varphi_p = A_E \varphi_E + A_W \varphi_W + A_N \varphi_N + A_S \varphi_S + A_H \varphi_H + A_L \varphi_L + SU$$

όπου:

$$\begin{aligned} A_E &= \max[0.5C_e, D_e] - 0.5C_e \\ A_W &= \max[0.5C_w, D_w] + 0.5C_w \\ A_N &= \max[0.5C_n, D_n] - 0.5C_n \\ A_S &= \max[0.5C_s, D_s] + 0.5C_s \\ A_H &= \max[0.5C_h, D_h] - 0.5C_h \\ A_L &= \max[0.5C_l, D_l] + 0.5C_l \end{aligned}$$

και:

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_H + A_L + [C_e - C_w + C_n - C_s + C_h - C_l]$$



## 2 Προσομοίωση

Στην παρούσα εργασία θα πραγματοποιηθεί αεροδυναμική ανάλυση της τρισδιάστατης πτέρυγας Onera M6 σε διηχητικό καθεστώς και συγκεκριμένα για αριθμό Mach  $M=0.8395$ . Θα δημιουργηθούν διάφορα τρισδιάστατα πλέγματα της γεωμετρίας μας εφαρμόζοντας τεχνικές πύκνωσης τους, θα γίνει τρισδιάστατη απεικόνιση των βασικών χαρακτηριστικών ροής ενώ θα επικυρωθούν και θα επιβεβαιωθούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης με πειραματικά δεδομένα που ανακτήσαμε από αντίστοιχο πείραμα της NASA. Για τη σχεδίαση της πτέρυγας χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό SolidWorks 2019 ενώ για την προσομοίωση το λογισμικό Ansys Fluent.

### 2.1 Σχεδίαση πτέρυγας Onera M6

Η πτέρυγα μελέτης σχεδιάστηκε το 1972 από το Αεροδυναμικό Τμήμα Onera ως πειραματική γεωμετρία μελέτης τρισδιάστατων πολύπλοκων φαινομένων ροής, με υψηλούς αριθμούς Reynolds. Αποτελεί μία πτέρυγα αναφοράς στην αεροδυναμική καθώς συνιστά κλασσική περίπτωση επικύρωσης υπολογιστικών μοντέλων με πειραματικά δεδομένα για εξωτερικές ροές, λόγω της απλής γεωμετρίας της σε συνδυασμό με τις ιδιαιτερότητες που παρουσιάζονται σε μια διηχητική ροή όπως τοπικά υπερηχητική ροή, αποχωρισμό οριακού στρώματος, δημιουργία κρουστικού κύματος κλπ. Έχει εμφανιστεί ως πτέρυγα επικύρωσης σε πολλές επιστημονικές εργασίες συμπεριλαμβανομένης και της εργασίας των Schmitt, V. and F. Charpin: “AGARD Report AR-138” που δημοσιεύτηκε το 1979 και η οποία αποτέλεσε τον οδηγό μας για το σχεδιασμό και την προσομοίωση της διηχητικής ροής [7],[19].

Πιο συγκεκριμένα, στην εν λόγω μελέτη, δοκιμάστηκε η πτέρυγα Onera M6 σε αεροσήραγγα για αριθμούς Mach 0.7, 0.84, 0.88 και 0.92. και για γωνίες προσβολής που φτάνουν μέχρι τις 6 μοίρες. Στη δική μας μελέτη αναφερόμαστε σε αριθμό Mach 0.84, γωνία προσβολής  $3.06^\circ$ , αριθμό Reynolds  $Re=11.72$  εκατομμύρια και μηδενική γωνία πλευρικής ολίσθησης. Στην εικόνα **2.1** φαίνονται οι διαστάσεις καθώς και οι παράμετροι σχεδίασης της πτέρυγας του υπολογιστικού μοντέλου μας.

Αναλυτικότερα το μήκος της χορδής βάσης είναι  $c_r = 0.8059\mu$ , το μήκος εκπετάσματος  $b = 0.11963\mu$ , η αναλογία απεικόνισης  $A = 3.8$ , η κωνική αναλογία  $\lambda =$

0.56 Επιπλέον έχουν οριστεί 7 εγκάρσιες διατομές κατά μήκος των οποίων θα υπολογιστεί η κατανομή πίεσης και θα συγκριθεί με τα πειραματικά δεδομένα.

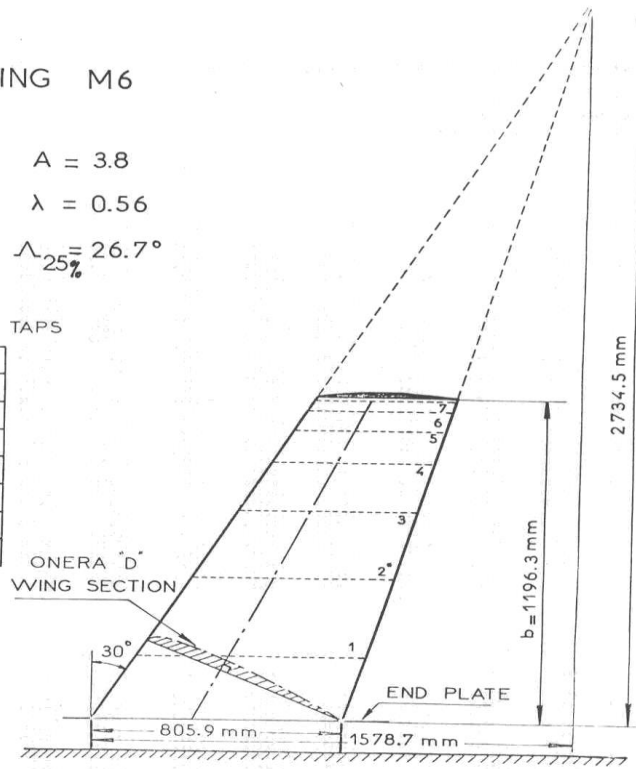
FIGURE B1-1

SWEPT WING M6

Aspect ratio  $A = 3.8$   
 Taper ratio  $\lambda = 0.56$   
 Sweep angle  $\Lambda_{25\%} = 26.7^\circ$

ROWS OF PRESSURE TAPS

N°	y/b	upper	under
1	0.20	23	11
2*	0.44	23	11
3	0.65	23	11
4	0.80	23	11
5	0.90	31	14
6	0.95	31	14
7	0.99	31	14



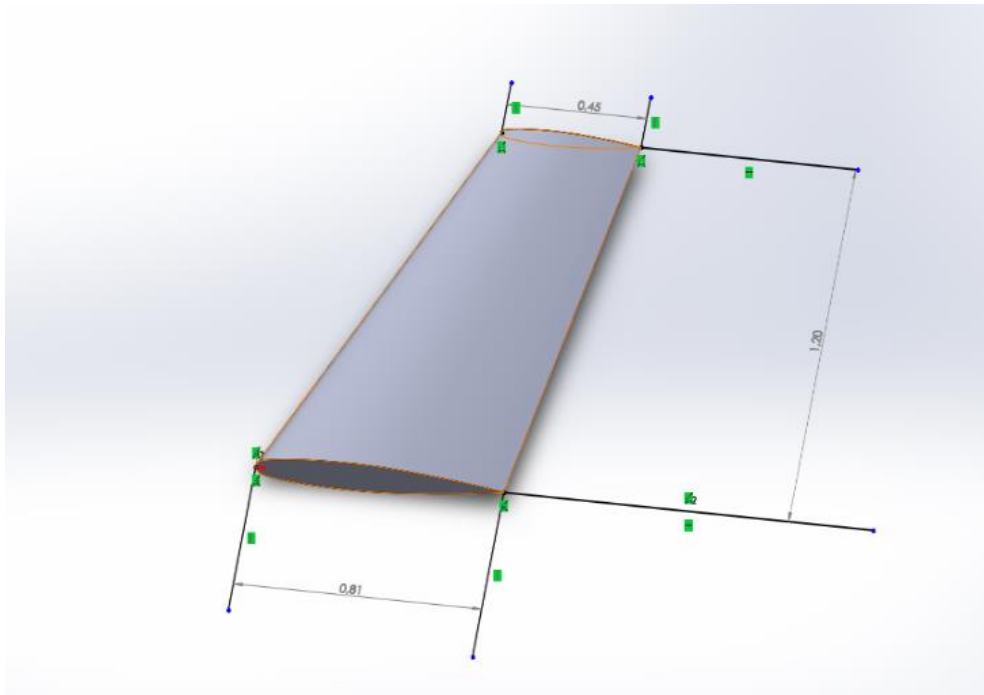
Εικόνα 2.1 Πτέρυγα Μελέτης [7]

Mach	Reynolds Number	Angle-of-Attack (deg)	Angle-of-Sideslip (deg)
0.8395	11.72e+06	3.06	0

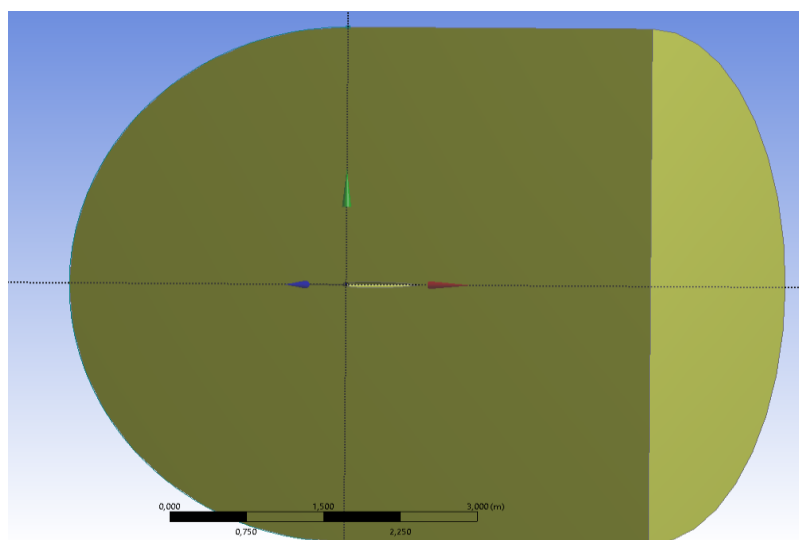
Πίνακας 1 Παράμετροι Ροής

### 2.1.1 Δημιουργία χωρίου μελέτης

Μετά τη σχεδίαση της πτέρυγας επόμενο βήμα αποτελεί ο ορισμός του πεδίου μελέτης-ροής το οποίο επιλέγεται να είναι μορφής «C» αγκαλιάζοντας τη γεωμετρία της πτέρυγας. Η επιλογή αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι η διακριτοποίηση του χωρίου τέτοιας μορφής επιφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλου τύπου πλέγμα. Πιο συγκεκριμένα, αποτυπώνει καλύτερα τη γεωμετρία του χείλους προσβολής ενώ αποφεύγει τη διάδοση της λεπτότητας του οριακού στρώματος ανάντη της αεροτομής.



Εικόνα 2.2 Πτέρυγα Onera M6



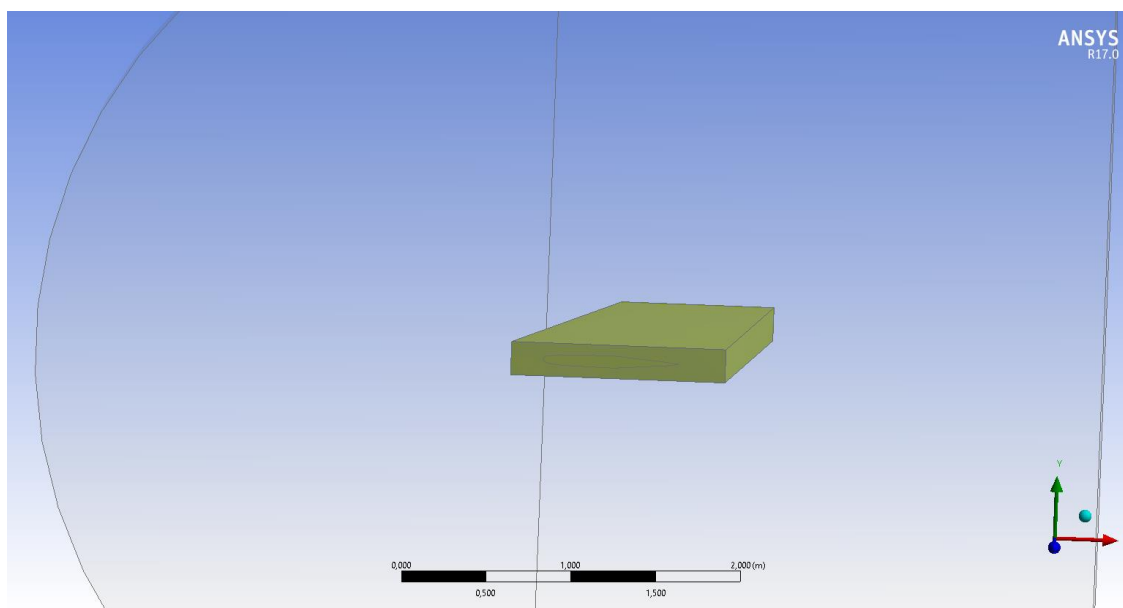
Εικόνα 2.3 Υπολογιστικό Χωρίο

Οι διαστάσεις του χωρίου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x-διάσταση	6m
y-διάσταση	6m
z-διάσταση	3m
Συνολική Επιφάνεια	108,95m <sup>2</sup>
Συνολικός Όγκος	74,893m <sup>3</sup>

*Πίνακας 2 Χαρακτηριστικά Υπολογιστικού Χωρίου*

Επιπλέον δημιουργήθηκε γύρω από την πτέρυγα ένα σώμα επιρροής (body of influence). Με την επιλογή αυτή του Ansys Fluent, υποδεικνύουμε στο πρόγραμμα την πύκνωση του πλέγματος στη συγκεκριμένη περιοχή καθώς είναι εγκιβωτισμένη η πτέρυγα μας. Πρέπει να τονιστεί ότι το σώμα αυτό, δεν αποτελεί ξεχωριστή γεωμετρία αλλά μία εικονική η οποία απλά λειτουργεί επικουρικά στη σωστή πύκνωση του πλέγματος και η οποία επομένως δε θα διακριτοποιηθεί.



*Εικόνα 2.4 Σώμα Επιρροής (Body of Influence)*



## 2.2 Διακριτοποίηση υπολογιστικού χωρίου (meshing)

Τον καθορισμό του χωρίου μελέτης ακολουθεί η επιβολή πλέγματος (meshing) σε αυτό. Πρόκειται για μία διαδικασία κατά την οποία ένα συνεχές γεωμετρικό αντικείμενο κατακερματίζεται σε χιλιάδες ακόμα και εκατομμύρια μικρότερα κομμάτια-όγκους αναφοράς και αναφέρεται τόσο σε δι-διάστατα όσο και σε τρισδιάστατα αντικείμενα. Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των επιμέρους ποσοτήτων τόσο πιο ακριβές θα είναι το τρισδιάστατο CAD μοντέλο μας και τόσο πιο αξιόπιστη θα είναι η προσομοίωση και τα αποτελέσματά μας. Η δημιουργία πλέγματος αποτελεί συνήθως μία χρονοβόρα διαδικασία και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται στο κάθε λογισμικό ειδικά εργαλεία έξυπνης και ταχείας επιβολής πλέγματος.

Κατέχει εξέχοντα ρόλο όταν αναφερόμαστε σε προσομοιώσεις μηχανικής καθώς ένα υψηλής ποιότητας πλέγμα αποτελεί από τους σημαντικότερους ενδείκτες ακρίβειας και εγκυρότητας μιας προσομοίωσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένας υπολογιστής δεν μπορεί να πραγματοποιήσει προσομοίωση σε ένα CAD μοντέλο αυθαίρετης-τυχαίας γεωμετρίας καθώς δεν μπορούν να επιλυθούν οι απαραίτητες εξισώσεις σε ένα τέτοιο σχήμα. Αυτές οι εξισώσεις, οι οποίες αποτελούν συνήθως μερικές διαφορικές εξισώσεις, μπορούν να επιλυθούν μόνο σε αυστηρά καθορισμένα σχήματα και μαθηματικά ορισμένους όγκους. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι ένα κατάλληλα ορισμένο και υψηλής ποιότητας πλέγμα επηρεάζει την ακρίβεια, τη σύγκλιση και την ταχύτητα της προσομοίωσής μας.

### 2.2.1 Δημιουργία πλέγματος

Όπως λοιπόν προαναφέρθηκε βασικό βήμα της σωστής προσομοίωσης αποτελεί η επιβολή πλέγματος. Αυτό το πραγματοποιούμε το εργαλείο Ansys Meshing. Στη συνέχεια αναφέρεται και επεξηγείται η στρατηγική που ακολουθήθηκε για τη δημιουργία κατάλληλου πλέγματος:

#### 2.2.1.1 Καθολικές ρυθμίσεις πλέγματος

- **Physics preference:** Επιλέγεται το είδος της φυσικής με το οποίο θα αντιμετωπίσει το πρόγραμμα τη γεωμετρία μας. Επιλέγουμε «CFD».
- **Solver Preference:** Επιλέγουμε «Fluent» καθώς αυτός είναι ο Solver με τον οποίον θα «τρέξουμε» την προσομοίωση.

- **Relevance:** Μας επιτρέπει να ορίσουμε την προτίμησή μας σε ταχύτητα ή ακρίβεια λύσεων. Το εύρος επιλογής είναι από -100 έως 100. Αφήνουμε την by default επιλογή 0, μία μέση κατάσταση δηλαδή.
- **Shape checking:** Επιλέγουμε τον τρόπο με τον οποίο θα αντιμετωπίσει το πρόγραμμα τη γεωμετρίας μας. Επιλέγουμε «CFD».
- **Element midside nodes:** Επιλέγουμε εάν θέλουμε το πλέγμα μας να διατηρεί τους ενδιάμεσους κόμβους (quadratic elements) ή όχι (linear elements). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί ότι η διατήρηση των ενδιάμεσων κόμβων (επιλογή kept) αυξάνει την ακρίβεια και το βαθμό ελευθερίας αυξάνει όμως και το υπολογιστικό κόστος. Αντίθετα απορρίπτοντας τους ενδιάμεσους κόμβους (επιλογή dropped), μειώνεται η ακρίβεια και ο βαθμός ελευθερίας αλλά μειώνεται το υπολογιστικό κόστος. Υπάρχει και η επιλογή «Program controlled» by default. Στην περίπτωση μας ταυτίζεται με την επιλογή «kept» την οποία και επιλέγουμε.
- **Size function:** Επιλέγεται η μέθοδος με την οποία θα γίνει πύκνωση του πλέγματος. Μας δίνει το δικαίωμα να παραμετροποιήσουμε τις γωνίες των κάθετων διανυσμάτων μεταξύ των γειτονικών στοιχείων, τον αριθμό των στοιχείων που «γεμίζουν» ένα κενό μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων καθώς και τη σταδιακή αύξηση στοιχείων βασιζόμενοι σε ένα ρυθμό αύξησης που ορίζεται αυτόματα ή από το χρήστη. Εμείς επιλέγουμε τη μέθοδο «curvature» καθώς με αυτή σεβόμαστε την καμπυλότητα των γεωμετρικών οντοτήτων εφόσον η καμπυλότητα των παραγόμενων στοιχείων δεν παραβιάζει την καμπυλότητα των εν λόγω γεωμετριών.
- **Relevance center:** Επιλέγεται το πόσο πυκνό ή αραιό θέλουμε να είναι το πλέγμα μας. Επιλέγουμε «coarse» που σημαίνει αραιό πλέγμα άρα και μικρότερο υπολογιστικό κόστος.
- **Smoothing:** Μας δίνεται η δυνατότητα με την επιλογή αυτή να βελτιώσουμε την ποιότητα του πλέγματος με τη μετακίνηση της τοποθεσίας των κόμβων με σεβασμό στους γειτονικούς κόμβους και στοιχεία. Επιλέγουμε «medium».
- **Transition:** Καθορίζεται η σχετική αλλαγή των μεγεθών των γειτονικών στοιχείων. Επιλέγουμε «slow» έτσι ώστε η μετάβαση να είναι ομαλή και

να μην εμφανίζεται απότομη αυξομείωση των μεγεθών των γειτονικών στοιχείων.

- **Span angle center:** Επιλέγεται ο στόχος της μεθόδου «curvature», δηλαδή το πλέγμα θα υποδιαιρείται μέχρις ότου κάθε γωνία κάθετων διανυσμάτων μεταξύ γειτονικών στοιχείων θα ανήκει μέσα σε ένα όριο τιμών. Επιλέγουμε «fine» οπότε κάθε γωνία θα πρέπει να ανήκει στο αυστηρό διάστημα  $-36^\circ$  έως  $12^\circ$ .
- **Element size:** Επιλέγουμε τα όρια στο μέγεθος κάθε στοιχείου. Περιλαμβάνει τον ορισμό των:
  - curvature normal angle
  - min size
  - max face size
  - max tet size
  - growth rate

Σε όλα τα παραπάνω πεδία επιλέγουμε τις by default τιμές.

- **Automatic mesh based defeaturing:** Πρόκειται για τη διαδικασία απομάκρυνσης πολύ μικρών οντοτήτων και γεωμετριών. Πραγματοποιείται βάση ενός ορίου που τίθεται είτε αυτόματα είτε από το χρήστη. Ενεργοποιούμε την επιλογή αυτή.
- **Inflation** Ένα αξιόπιστο πλέγμα οφείλει να αποτυπώνει την πληροφορία από την εμφάνιση βαθμίδας μεγεθών, κυρίως στη διεπιφάνεια μεταξύ ρευστού και στερεού. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί, όπως και στην περίπτωση μας, η εμφάνιση και μοντελοποίηση οριακού στρώματος στη διεπιφάνεια πτέρυγας-αέρα λόγω της συνθήκης μη ολίσθησης που επικρατεί στην επιφάνεια της πτέρυγας. Για την επαρκή προσομοίωση του οριακού στρώματος θα πρέπει να επιβάλλουμε επιπλέον πύκνωση στα όρια της διεπιφάνειας με την εντολή «inflation», ορίζοντας αριθμό επιπέδων πύκνωσης και μέγεθος των στοιχείων τους. Ορίζουμε δηλαδή τον ελάχιστο αριθμό στρωμάτων (layers) που απαιτούνται για την ακριβέστερη προσομοίωση του οριακού στρώματος αποζητώντας παράλληλα και την εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου και χώρου.

Στην προσομοίωσή μας, επιλέγουμε ως αριθμό στρωμάτων (layers) 5, ως ρυθμό αύξησης (growth rate) 1.2, ως λόγο μετάβασης (transition ratio)

0.272 και by default επιλογή smooth transition. Αυτό σημαίνει ότι ο αλγόριθμός μας θα δημιουργήσει 10 στρώσεις πύκνωσης, με λόγο αύξησης του μεγέθους των στοιχείων ίσο με 0.272 και με ρυθμός αύξησης του πάχους 1.2. Καθώς έχουμε επιλέξει smooth transition η μετάβαση από το ένα στρώμα στο άλλο σε επίπεδο μεγέθους στοιχείων γίνεται ομαλά.

- **Assembly meshing:** Με την επιλογή αυτή επιβάλλεται από το πρόγραμμα πλέγμα στο σύνολο της γεωμετρίας και όχι σε κάθε υποδιαίρεση του ξεχωριστά. Επιλέγουμε «no».

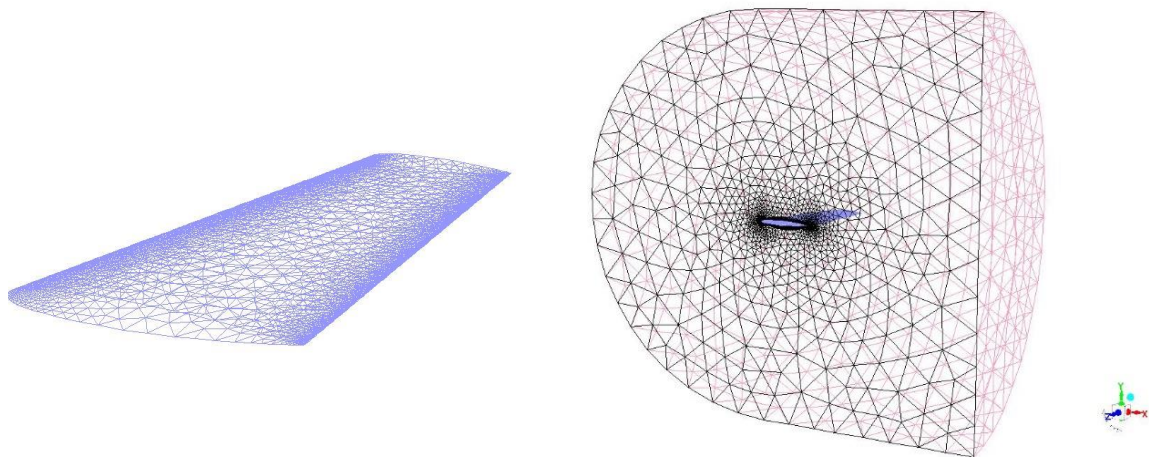
### 2.2.1.2 Τοπικές ρυθμίσεις πλέγματος

- **Body sizing:** Εφόσον έχουμε ορίσει το σώμα επιρροής (body of influence) στη συνέχεια κάνουμε πύκνωση στο σώμα αυτό επιλέγοντας «body sizing». Ως μέγεθος χωρικού στοιχείου (element size) αφήνουμε την επιλογή by default.
- **Face sizing:** Στη συνέχεια κάνουμε επιφανειακή πύκνωση του πλέγματος εφόσον προηγουμένως έχουμε χωρίσει την πτέρυγα σε επιφάνειες. Και στην περίπτωση αυτή ως μέγεθος επιφανειακού στοιχείου αφήνουμε την επιλογή by default.
- **Inflation:** Ισχύει ότι και στις καθολικές ρυθμίσεις πλέγματος. Στην προσομοίωσή μας, επιλέγουμε το σύνολο της επιφάνειας της πτέρυγας καθώς εμφανίζεται οριακό στρώμα σε όλη την επιφάνειά της. Επιλέγουμε ως αριθμό στρωμάτων (layers) 10, ως ρυθμό αύξησης (growth rate) 1.2 και by default επιλογή smooth transition. Αυτό σημαίνει ότι ο αλγόριθμός μας θα δημιουργήσει 10 στρώσεις πύκνωσης με ρυθμός αύξησης του πάχους του 1.2. Καθώς έχουμε επιλέξει smooth transition η μετάβαση από το ένα στρώμα στο άλλο σε επίπεδο μεγέθους στοιχείων γίνεται ομαλά.

### 2.2.2 Δημιουργία Περιοχών (Named Selections)

Εφόσον έχουμε δημιουργήσει το πλέγμα, το επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε περιοχές, να τις ονοματίσουμε και να τις κατατάξουμε. Αναλυτικότερα αναλύουμε το υπολογιστικό χωρίο στις εξής υποπεριοχές:

- Είσοδο (inlet): Αποτελεί την επιφάνεια από την οποία γίνεται η είσοδος του ρευστού στο υπολογιστικό χωρίο μας.
- Έξοδο (outlet): Αποτελεί την επιφάνεια από την οποία γίνεται η έξοδος του ρευστού από το υπολογιστικό χωρίο μας.
- Εγγύς περιοχή (near side): Αποτελεί την επιφάνεια του υπολογιστικού χωρίου η οποία εφάπτεται με την μεγαλύτερη διατομή-ρίζα (root) της πτέρυγας.
- Επιφάνεια πτέρυγας (wing-surface): Αποτελεί την επιφάνεια της πτέρυγας πλην του ακροπτερυγίου (wingtip).
- Επιφάνεια ακροπτερυγίου (wingtip): Αποτελεί την επιφάνεια του ακροπτερυγίου.
- Άπω περιοχή (far-side): Αποτελεί την επιφάνεια η οποία είναι απομακρυσμένη από την πτέρυγα καθώς και από την είσοδο και την έξοδο του υπολογιστικού χωρίου.
- Εσωτερικό (interior-fluid): Αποτελεί το υπόλοιπο υπολογιστικό χωρίο.



*Εικόνα 2.5 Πλέγμα Διακριτοποίησης Πτέρυγας (αριστερά) και Υπολογιστικού Χωρίου (δεξιά)*

## 2.3 Αρχική Ρύθμιση Fluent

Εφόσον έχουμε σχεδιάσει την πτέρυγα, έχουμε ορίσει το υπολογιστικό χωρίο μελέτης και επιπλέον έχουμε προβεί σε κατάλληλη επιβολή πλέγματος, ακολουθεί η σωστή ρύθμιση των παραμέτρων του solver μας Fluent. Οι ρυθμίσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν αρχικά για τη μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος ενώ στη συνέχεια θα πραγματοποιηθούν αλλαγές προκειμένου να εξεταστεί ποιες ρυθμίσεις προσομοιώνουν καλύτερα το πρόβλημά μας και συμβάλουν στις ταχύτερη σύγκλιση. Όπως έχουμε αναφέρει σε προηγούμενο κεφάλαιο, αναφερόμαστε σε διηχητική, τρισδιάστατη ροή γύρω από την πτέρυγα Opera M6 με ταχύτητα ροής  $M = 0.8395$ , αριθμό Reynolds  $Re = 11.72e+06$ , γωνία προσβολής  $3.06^\circ$  και μηδενική γωνία πλευρικής ολίσθησης. Αναλυτικότερα:

### 2.3.1 Γενικές ρυθμίσεις

#### 2.3.1.1 *Pressure - Density Based Solver*

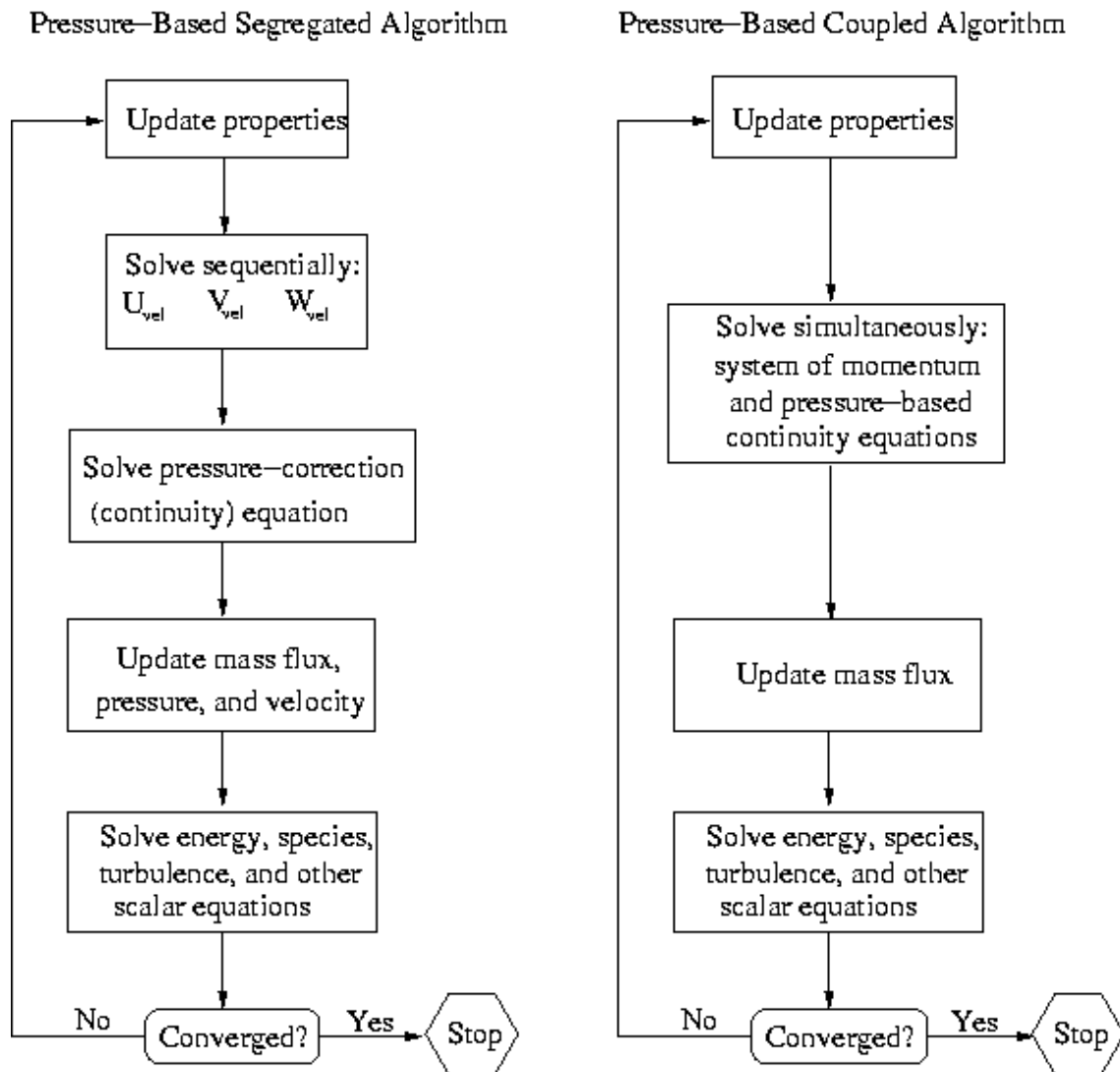
Μας δίνεται η δυνατότητα να επιλέξουμε μεταξύ *pressure based* και *density based* solver. Και οι δύο μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ένα μεγάλο εύρος ροών με μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα η κάθε μία ανά κατηγορία ροής. Η τεχνική *pressure-based* αρχικά δημιουργήθηκε για ασυμπίεστες και οριακά συμπιεστές ροές ενώ η τεχνική *density-based* για συμπιεστές ροές υψηλών ταχυτήτων. Πλέον όμως και οι δύο τεχνικές έχουν τροποποιηθεί με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να εφαρμόζονται για όλα τα εύρη ταχυτήτων ροής.

Και στις δύο μεθόδους το πεδίο ταχυτήτων λαμβάνεται από τις εξισώσεις διατήρησης της ορμής. Στην προσέγγιση *density-based* χρησιμοποιείται η εξίσωση συνέχειας για να υπολογιστεί το πεδίο πυκνοτήτων ενώ το πεδίο πιέσεων καθορίζεται από την καταστατική εξίσωση. Αντιθέτως στην προσέγγιση *pressure-based*, το πεδίο πιέσεων υπολογίζεται επιλύοντας εξίσωση πίεσης ή διόρθωσης πίεσης, η οποία με τη σειρά της υπολογίζεται από τις εξισώσεις συνέχεια και διατήρησης ορμής. Και οι δύο προσεγγίσεις, επιλύουν τις βασικές ολοκληρωτικές εξισώσεις συνέχειας, διατήρησης ορμής, ενέργειας κλπ και χρησιμοποιείται η τεχνική των όγκων ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα το υπολογιστικό χωρίο διακρίνεται σε επιμέρους υπολογιστικά χωρία με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων, επιλύονται οι παραπάνω εξισώσεις σε κάθε χωρίο και προκύπτουν εξισώσεις για κάθε μεταβλητή που μας ενδιαφέρει και εν τέλει

γραμμικοποιούνται οι εξισώσεις, επιλύεται το γραμμικό σύστημα που προκύπτει και ανανεώνονται οι λύσεις αυτής της επαναληπτικής διαδικασίας.

### Τεχνική Pressure-Based

Υπάρχουν δύο αλγόριθμοι της προσέγγισης pressure-based: ο διαχωρισμένος (segregated) και ο συζευγμένος (coupled). Οι διαφορές τους φαίνονται στην παρακάτω εικόνα:



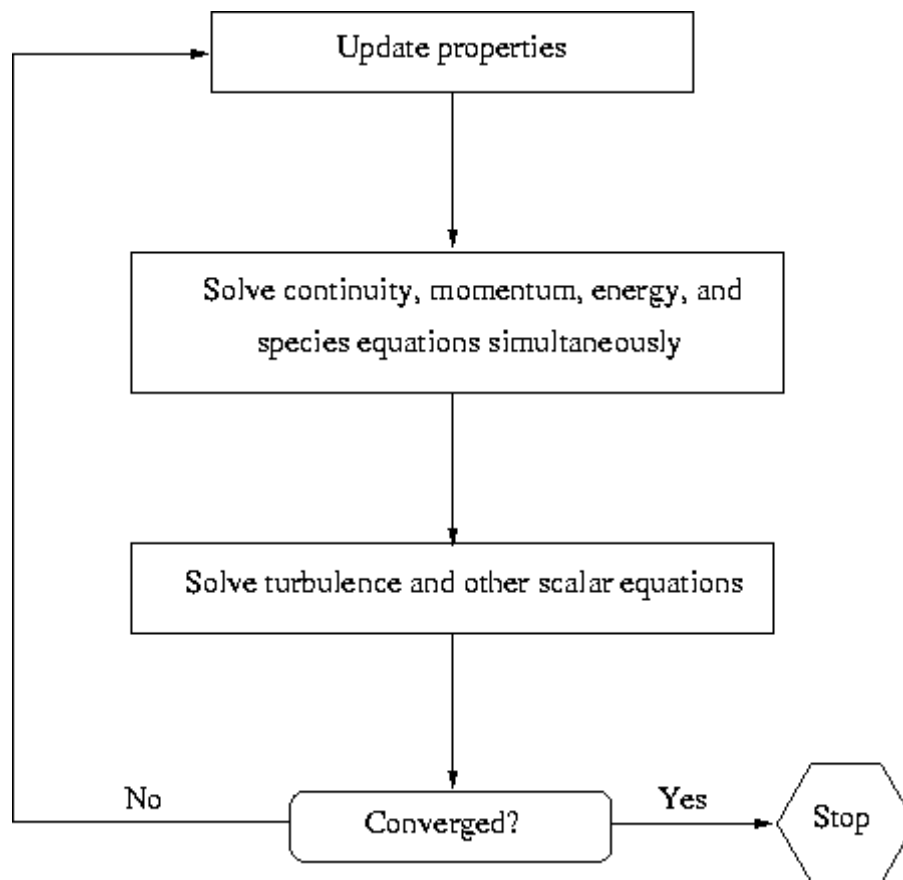
Εικόνα 2.6 Αλγόριθμοι Pressure Based segregated (αριστερά) και coupled (αριστερά)

Παρατηρούμε ότι στον συζευγμένο αλγόριθμο τα βήματα 1 και 2 γίνονται σε ένα βήμα καθώς γίνεται σύζευξη των εξισώσεων συνέχειας και διατήρησης της ορμής.

Λόγω αυτής της σύζευξης επιτυγχάνεται καλύτερη σύγκλιση της λύσης αλλά αυξάνεται 1.5 με 2 φορές η απαιτούμενη μνήμη.

### **Τεχνική Density-Based**

Με την τεχνική αυτή επιλύεται ταυτόχρονα το συζευγμένο σύστημα των εξισώσεων συνέχειας, διατήρησης της ορμής, ενέργειας κλπ και στη συνέχεια επιλύονται εξισώσεις για τα υπόλοιπα βαθμωτά μεγέθη. Ο αλγόριθμος της τεχνικής αυτής φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 2.7 Density-Based Solver [25]

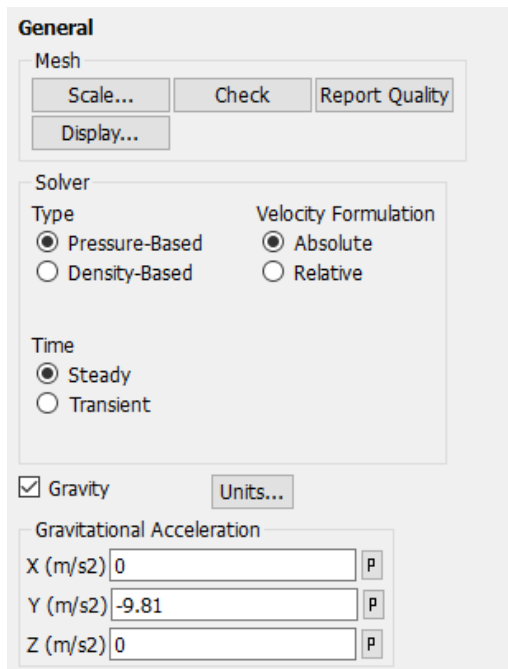
#### **2.3.1.2 Steady time or transient time**

Επιλέγουμε η προσομοίωσή μας να αναφέρεται σε σταθερή ροή και όχι μεταβαλλόμενης με το χρόνο. Θα χρησιμοποιήσουμε την επιλογή «steady state».

#### **2.3.1.3 Gravity**

Ορίζουμε ως επιτάχυνση βαρύτητας  $-9.81\text{m/s}^2$  στην y διεύθυνση



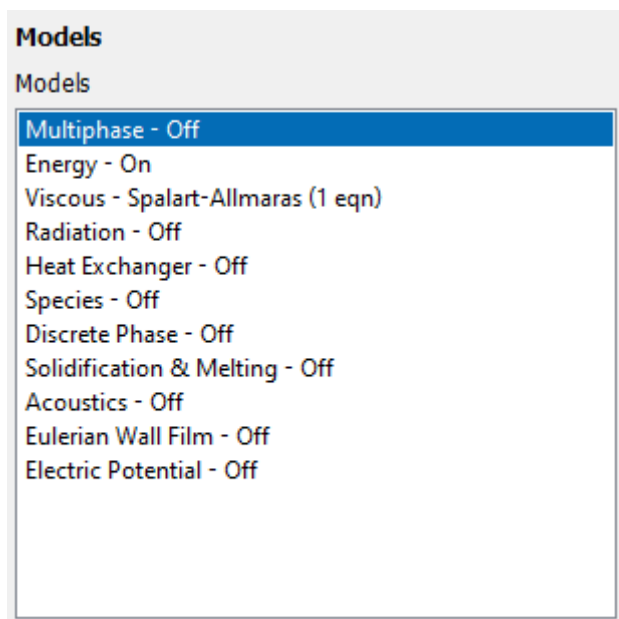


Εικόνα 2.8 Επιλογή Steady Time και Pressure-Based Solver

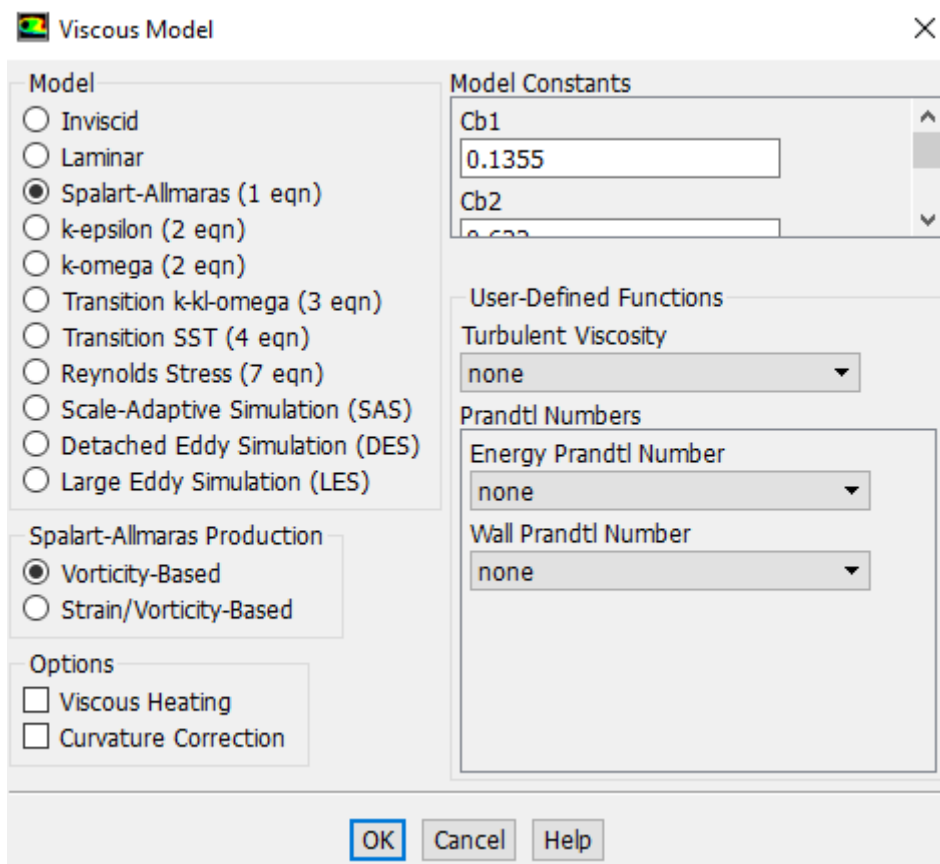
### 2.3.2 Επιλογή Μοντέλων

**Εξίσωση ενέργειας:** Επιλέγουμε την επίλυση της εξίσωσης ενέργειας

**Μοντέλο Τύρβης:** Επιλέγουμε το μοντέλο Spalart-Allmaras ως το μοντέλο τύρβης για την μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος και ως Spalart-Allmaras production: Vorticity-Based



Εικόνα 2.9 Επιλογή Εξίσωσης Ενέργειας και Μοντέλου Τύρβης



Εικόνα 2.10 Επιλογή Μοντέλου Τύρβης και Παραμέτρων

### Υλικά

Δύο είναι τα υλικά της προσομοίωσής μας: το ρευστό (αέρας) και το υλικό κατασκευής της πτέρυγας (μέταλλο). Επιλέγουμε τα συγκεκριμένα υλικά από τη βιβλιοθήκη υλικών του Fluent και προσδιορίζουμε τις ιδιότητές τους ως εξής:

### Αέρας

Σύμφωνα με το Fluent, για συμπιεστές ροές όπως η δική μας, η καλύτερη προσέγγιση είναι να θεωρούμε τον αέρα ως ιδανικό αέριο (ideal gas) με χαρακτηριστικά:

Ειδική θερμοχωρητικότητα  $C_p$ : 1006.43 (j/kg-k)

Θερμική αγωγιμότητα: 0.0242 (w/m-k)

Ιξώδες αέρα: 1.626995e-05 (kg/m-s)

Μοριακό βάρος: 28.966 (kg/kgmol)

## Αλουμίνιο

Για το αλουμίνιο επιλέγουμε τις παρακάτω τιμές για τις ιδιότητές του:

1. Πυκνότητα: 2719 (kg/m<sup>3</sup>)
2. Ειδική θερμοχωρητικότητα Cp: 871 (j/kg-k)
3. Θερμική αγωγιμότητα: 202.4 (w/m-k)

The screenshot shows the 'Create/Edit Materials' dialog box for a material named 'air'. The 'Material Type' is set to 'fluid'. The 'Chemical Formula' is empty. The 'Mixture' is set to 'none'. The 'Properties' section is expanded, showing the following values:

Property	Value
Density (kg/m <sup>3</sup> )	ideal-gas
Cp (Specific Heat) (j/kg-k)	constant
Thermal Conductivity (w/m-k)	constant
Viscosity (kg/m-s)	constant

Buttons at the bottom: Change/Create, Delete, Close, Help.

The screenshot shows the 'Create/Edit Materials' dialog box for a material named 'aluminum'. The 'Material Type' is set to 'solid'. The 'Chemical Formula' is 'al'. The 'Mixture' is set to 'none'. The 'Properties' section is expanded, showing the following values:

Property	Value
Density (kg/m <sup>3</sup> )	constant
Cp (Specific Heat) (j/kg-k)	constant
Thermal Conductivity (w/m-k)	constant

Buttons at the bottom: Change/Create, Delete, Close, Help.

Εικόνα 2.11 Επιλογή Υλικών και των Ιδιοτήτων τους

### 2.3.3 Συνθήκες Προσομοίωσης (Operating Conditions)

#### 2.3.3.1 Πίεση λειτουργίας

Η απόλυτη πίεση δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Απόλυτη πίεση} = \text{πίεση λειτουργίας} + \text{μανομετρική\_πίεση}$$

Για συμπιεστές ροές όπως η δική μας, ο solver χρειάζεται τις απόλυτες τιμές πίεσης οπότε τις περισσότερες φορές «βολεύει» να μηδενίζουμε την πίεση λειτουργίας και να δίνουμε κατευθείαν την τιμή της απόλυτης πίεσης. Οπότε θέτουμε πίεση λειτουργίας ίση με μηδέν.

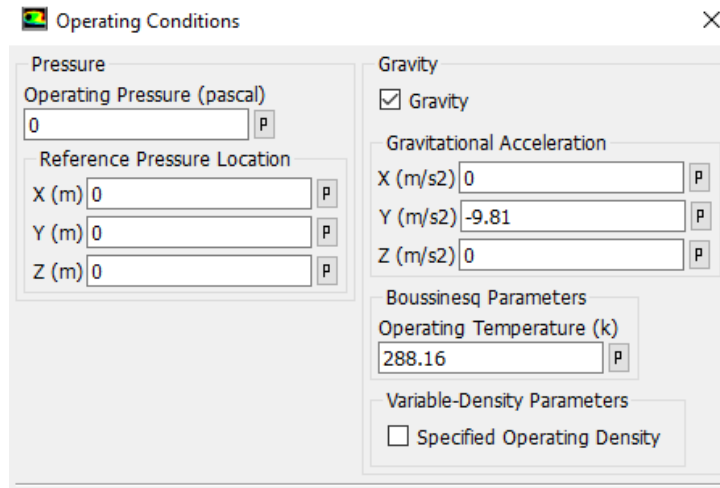
**Βαρύτητα:** -9.81 m/s<sup>2</sup> στην y διεύθυνση

**Θερμοκρασία Λειτουργίας:** Αφήνουμε την by-default τιμή η οποία προκύπτει από τις υπόλοιπες αρχικές συνθήκες λειτουργίας σύμφωνα με την εξίσωση του Boussinesq. Πιο συγκεκριμένα, όταν προστίθεται θερμότητα σε ένα ρευστό και η πυκνότητα του ρευστού μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία, δημιουργείται ροή ρευστού λόγω διαφοράς πυκνότητας. Η ροή αυτή ονομάζεται ροή φυσικής διάχυσης. Σε περιπτώσεις «steady state» ροής η χρήση του μοντέλου Boussinesq είναι αποτελεσματικότερη από τον προσδιορισμό της πυκνότητας ως συνάρτηση της θερμοκρασίας καθώς οδηγεί σε ταχύτερη σύγκλιση.

Στην προσέγγιση αυτή η πυκνότητα αντιμετωπίζεται ως σταθερά σε όλες τις επιλυμένες εξισώσεις εκτός από τον όρο άνωσης στην εξίσωση ορμής:

$$(\rho - \rho_0)g \approx -\rho_0\beta(T - T_0)g$$

όπου  $\rho_0$  η σταθερή πυκνότητα της ροής,  $T_0$  η θερμοκρασία λειτουργίας και  $\beta$  ο συντελεστής θερμικής εκτόνωσης.



Εικόνα 2.12 Επιλογή Συνθηκών Λειτουργίας

### 2.3.4 Οριακές Συνθήκες

- Είσοδος (inlet)

Αποτελεί την επιφάνεια από την οποία θα εισέλθει η ροή στο υπολογιστικό χωρίο. Ο τύπος οριακής συνθήκης για την επιφάνεια αυτή ορίζεται: pressure far-field. Αυτός ο τύπος χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει μία συνθήκη ελεύθερης ροής στο άπειρο όπου ο αριθμός Mach της ελεύθερης ροής και οι στατικές συνθήκες έχουν οριστεί.

Ως τιμές παραμέτρων εισάγουμε:

1. Μανομετρική πίεση: 315979.8 pascal
2. Αριθμός Mach: 0.8395

Επιπλέον επειδή έχουμε γωνία προσβολής της πτέρυγας ίση με  $3.06^{\circ}$  ορίζουμε ως τιμή της ροής ανά διεύθυνση ως εξής:

- X-Συντελεστής Διεύθυνσης Ροής:  $\cos(3.06) = 0.9986$
  - Y-Συντελεστής Διεύθυνσης Ροής:  $\sin(3.06) = 0.0534$
  - Z-Συντελεστής Διεύθυνσης Ροής: 0
3. Λόγος Ιξώδους Τύρβης (Turbulent Viscosity Ratio): 10
  4. Θερμοκρασία: 255.5556 K

Pressure Far-Field ×

Zone Name  
inlet

Momentum Thermal Radiation Species UDS DPM

Gauge Pressure (pascal) 315979.8 constant

Mach Number 0.8395 constant

Coordinate System Cartesian (X, Y, Z)

X-Component of Flow Direction 0.9986 constant

Y-Component of Flow Direction 0.0534 constant

Z-Component of Flow Direction 0 constant

Turbulence

Specification Method Turbulent Viscosity Ratio

Turbulent Viscosity Ratio 10 constant

OK Cancel Help

Pressure Far-Field ×

Zone Name  
inlet

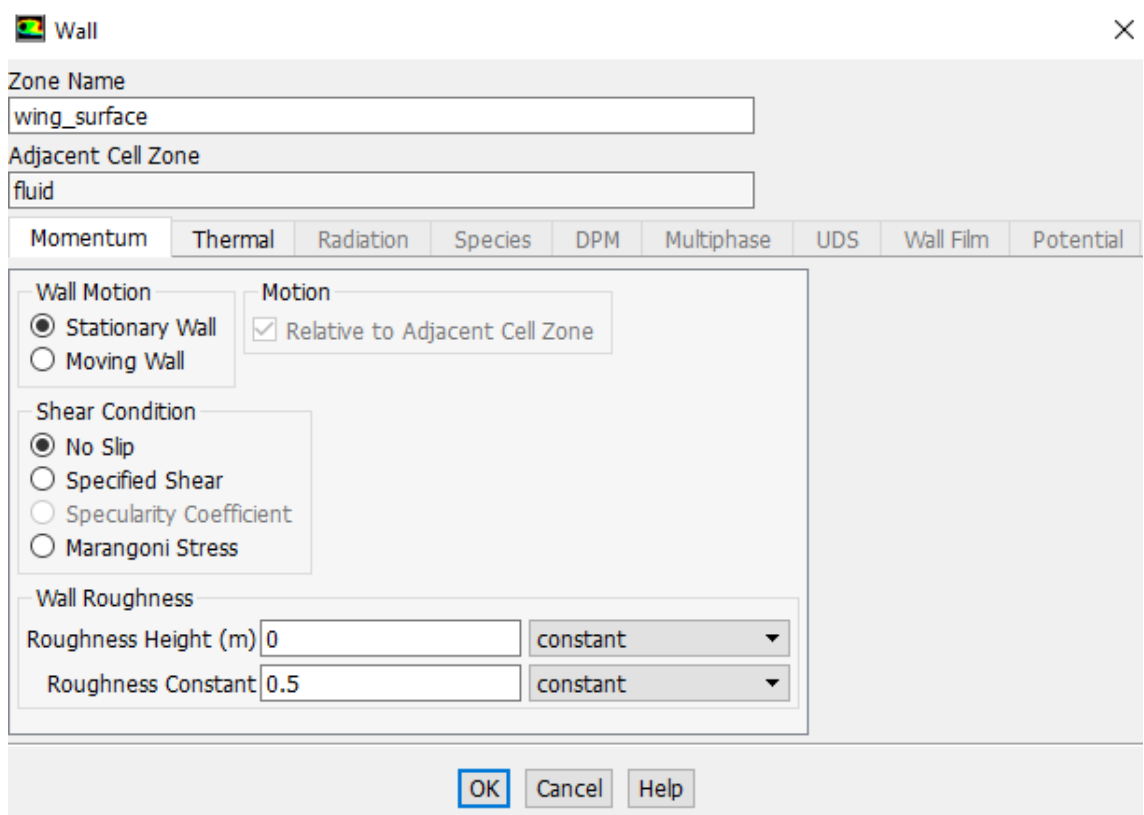
Momentum Thermal Radiation Species UDS DPM

Temperature (k) 255.5556 constant

OK Cancel Help

Εικόνα 2.13 Επιλογή Οριακών Συνθηκών

- **Έξοδος (outlet):** Όμοια με την είσοδο.
- **Άπω Περιοχή (far side):** Όμοια με την είσοδο.
- **Εγγύς Περιοχή (near side):** Ορίζουμε ως τύπο οριακής συνθήκης «συμμετρία».
- **Επιφάνεια πτέρυγας (wing surface):** Ορίζουμε στην επιφάνεια της πτέρυγας οριακή συνθήκη σταθερού «τοιχού» με συνθήκη μη ολίσθησης.



Εικόνα 2.14 Επιλογή Εξισώσεων Τοίχου

- **Επιφάνεια ακροπτερυγίου (wingtip):** Όμοια με επιφάνεια πτέρυγας.
- **Εσωτερικό (interior):** Επιλέγουμε «interior».

### 2.3.5 Τιμές Αναφοράς

Ως τιμές αναφοράς επιλέγουμε τον υπολογισμό βάσει τιμών εισόδου. Με την επιλογή αυτή παίρνουμε:

Reference Values	
Area (m2)	1.5928
Density (kg/m3)	4.307593
Enthalpy (j/kg)	-6706.155
Length (m)	1.196
Pressure (pascal)	315979.8
Temperature (k)	255.5556
Velocity (m/s)	268.9317
Viscosity (kg/m-s)	1.626995e-05
Ratio of Specific Heats	1.4

Εικόνα 2.15 Τιμές Αναφοράς

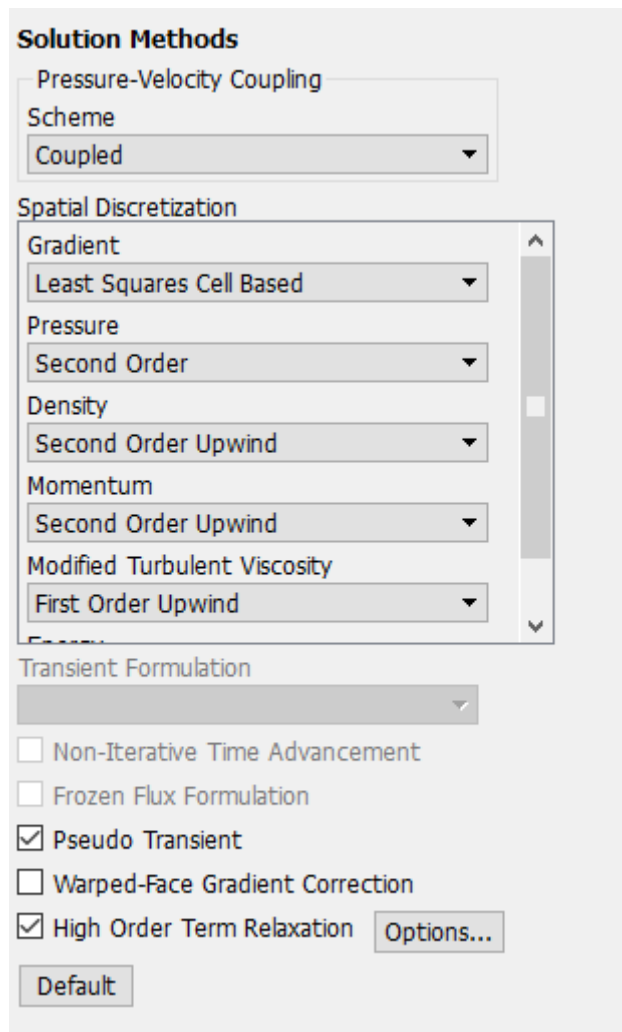
### 2.3.6 Μέθοδοι Επίλυσης

Επιλέγουμε τη μέθοδο σύζευξης (coupled) μεταξύ πίεσης και ταχύτητας με τις ακόλουθες παραμέτρους χωρικής διακριτοποίησης:

- Βαθμίδα (Gradient): Least Squares Cell Based
- Πίεση (Pressure): Second Order
- Πυκνότητα (Density): Second Order Upwind
- Ορμή (Momentum): Second Order Upwind
- Τροποποιημένο Τυρβώδες Ιξώδες (Modified Turbulent Viscosity): First Order Upwind
- Ενέργεια (Energy): Second Order Upwind

Επιπλέον κάνουμε χρήση των επιλογών: Ψευδο-Μεταβαλλόμενη Ροή (Pseudo Transient) και Υψηλής Τάξεως Όρου χαλάρωση (High Order Term Relaxation).



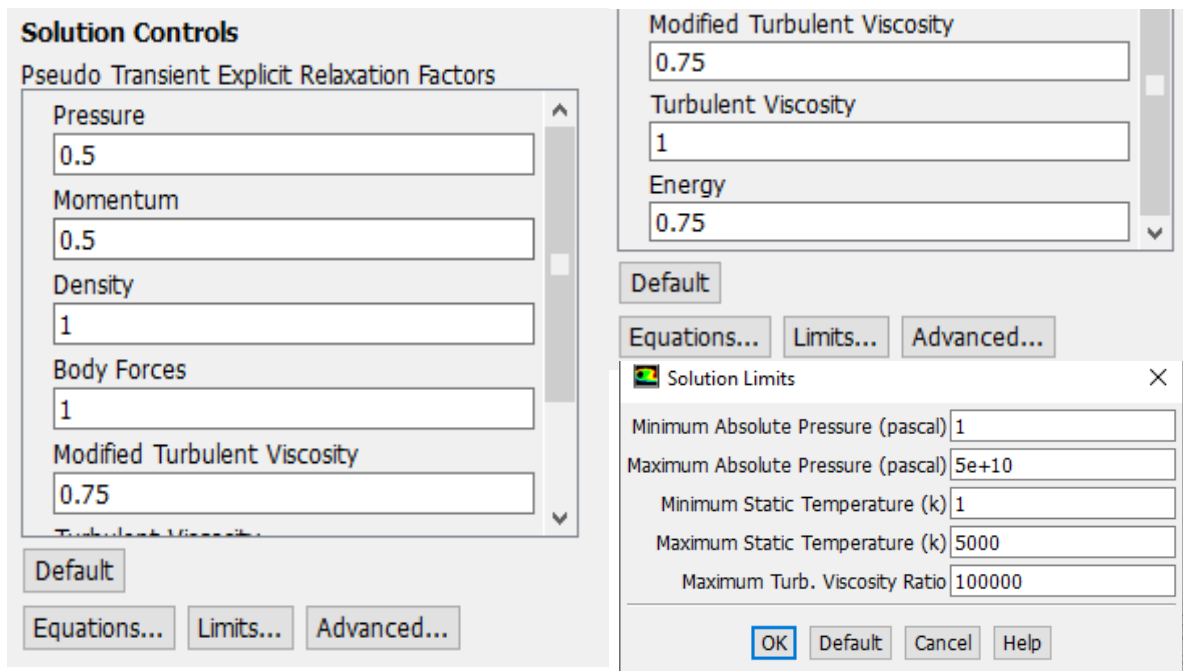


Εικόνα 2.16 Επιλογή Μεθόδων Επίλυσης

### 2.3.7 Έλεγχος Επίλυσης

Ως παράγοντες χαλάρωσης ψευτο-μεταβαλλόμενης ροής ρητού σχήματος (pseudo transient explicit relaxation factors) αφήνουμε τις by default τιμές των:

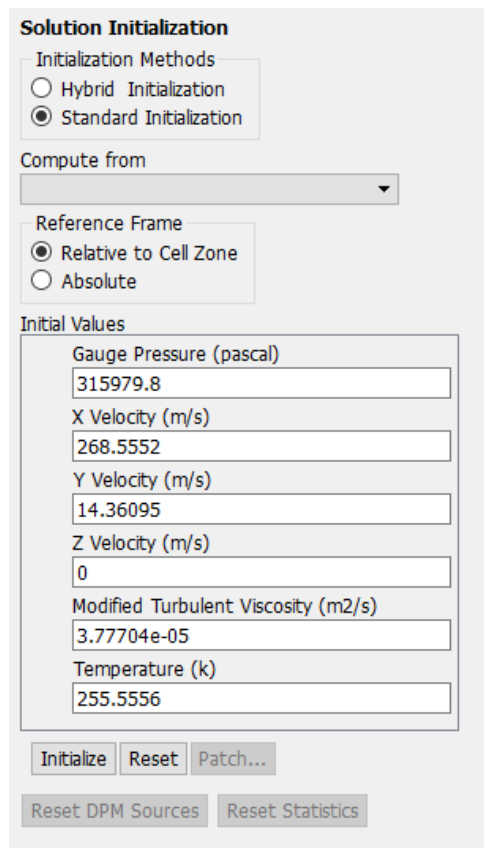
- Πίεση (Pressure): 0.5
- Ορμή (Momentum): 0.5
- Πυκνότητα (Density): 1
- Δυνάμεις Σώματος (Body Forces): 1
- Τροποποιημένο Τυρβώδες Ιξώδες (Modified Turbulent Viscosity): 0.75
- Τυρβώδες Ιξώδες (Turbulent Viscosity): 1
- Ενέργεια (Energy): 0.75



Εικόνα 2.17 Επιλογές Ελέγχου Επίλυσης

### 2.3.8 Αρχικοποίηση

Επιλέγουμε «standard» μέθοδο αρχικοποίησης βάσει τιμών εισόδου:



Εικόνα 2.18 Μέθοδος Αρχικοποίησης Τιμών

## 2.4 Μελέτη Ανεξαρτησίας Πλέγματος

Η επιλογή του κατάλληλου πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται έπειτα από τη μελέτη ανεξαρτησίας πλέγματος. Σε μία τέτοια μελέτη, δοκιμάζονται πλέγματα διαφορετικής πυκνότητας και αριθμού κόμβων και στη συνέχεια συγκρίνονται τα αποτελέσματά μεταξύ τους. Σκοπός, όπως έχει αναφερθεί ξανά σε προηγούμενο κεφάλαιο, είναι η επιλογή εκείνου του πλέγματος που θα αποτυπώνει με το βέλτιστο τρόπο το πραγματικό φαινόμενο ενώ θα χρησιμοποιεί τον ελάχιστο δυνατό αριθμό κόμβων επιτυγχάνοντας εν τέλει την επιθυμητή ακρίβεια και εγκυρότητα αποτελεσμάτων με όσο το δυνατόν μικρότερη υπολογιστική ισχύ.

Για τις ανάγκες της προσομοίωσής μας έχουμε δημιουργήσει και δοκιμάσει 5 πλέγματα με τα χαρακτηριστικά τους να φαίνονται παρακάτω:

Πλέγμα	1	2	3	4	5
Αριθμός Κόμβων	131 k	800 k	1.4 m	2.5 m	4.1 m

Πίνακας 3 Αριθμός Κόμβων Πλεγμάτων Μελέτης

Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Export Format	Standard
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Dropped
<b>Sizing</b>	
Size Function	Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal A...	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	Default (4,587e-003 m)
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (0,45870 m)
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (0,91740 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20)
Automatic Mesh Based...	On
<input type="checkbox"/> Defeaturing Tolera...	Default (2,2935e-003 m)
Minimum Edge Length	7,4542e-002 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<b>Assembly Meshing</b>	
<b>Advanced</b>	
<b>Statistics</b>	
<input type="checkbox"/> Nodes	131745
<input type="checkbox"/> Elements	477293

Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Export Format	Standard
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Program Controlled
<b>Sizing</b>	
Size Function	Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal A...	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	Default (4,587e-003 m)
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (0,45870 m)
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (0,91740 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20)
Automatic Mesh Based...	On
<input type="checkbox"/> Defeaturing Tolera...	Default (2,2935e-003 m)
Minimum Edge Length	7,4542e-002 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<b>Assembly Meshing</b>	
<b>Advanced</b>	
<b>Statistics</b>	
<input type="checkbox"/> Nodes	820565
<input type="checkbox"/> Elements	476049

Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Export Format	Standard
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Program Controlled
<b>Sizing</b>	
Size Function	Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal A...	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	2,e-003 m
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (0,45870 m)
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (0,91740 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20 )
Automatic Mesh Based...	On
<input type="checkbox"/> Defeaturing Tolera...	Default (1,e-003 m)
Minimum Edge Length	7,4542e-002 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<b>Assembly Meshing</b>	
<b>Advanced</b>	
<b>Statistics</b>	
<input type="checkbox"/> Nodes	1407294
<input type="checkbox"/> Elements	819303

Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Export Format	Standard
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Program Controlled
<b>Sizing</b>	
Size Function	Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	High
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal A...	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	1,e-003 m
<input type="checkbox"/> Max Face Size	0,10 m
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (0,91740 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20 )
Automatic Mesh Based...	On
<input type="checkbox"/> Defeaturing Tolera...	Default (5,e-004 m)
Minimum Edge Length	7,4542e-002 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	Program Controlled
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	10
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<b>Assembly Meshing</b>	
<b>Advanced</b>	
<b>Statistics</b>	
<input type="checkbox"/> Nodes	2488578
<input type="checkbox"/> Elements	1489501

Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Export Format	Standard
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Program Controlled
<b>Sizing</b>	
Size Function	Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	High
Transition	Fast
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal A...	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	2,5e-003 m
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (0,45870 m)
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (0,91740 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,850 )
Automatic Mesh Based...	On
<input type="checkbox"/> Defeaturing Tolera...	Default (1,25e-003 m)
Minimum Edge Length	7,4542e-002 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	10
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,1
Inflation Algorithm	Post
View Advanced Options	No
<b>Assembly Meshing</b>	
<b>Advanced</b>	
<b>Statistics</b>	
<input type="checkbox"/> Nodes	4166949
<input type="checkbox"/> Elements	2743003

Εικόνα 2.19 Παράμετροι των 5 Πλεγμάτων

## 2.4.1 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια ακολουθεί η σύγκριση των αποτελεσμάτων των 5 πλεγμάτων. Επιλέχθηκαν οι παράμετροι και οι συνθήκες λειτουργίας που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο και για τις 5 προσομοιώσεις και τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω:

### 2.4.1.1 Αριθμός Επαναλήψεων

Ο αριθμός επαναλήψεων που απαιτείται για να συγκλίνει το κάθε πλέγμα φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Πλέγμα	131k	800k	1.4m	2.5m	4.1m
Αριθμός Επαναλήψεων	182	185	182	205	247

Πίνακας 4 Αριθμός Επαναλήψεων

### 2.4.1.2 Διατήρηση Μάζας

Η αρχή διατήρησης της μάζας αποτελεί ένα γρήγορο τρόπο να ελέγξουμε την φυσική ορθότητα της προσομοίωσής μας. Η αρχή διατήρησης της μάζας όπως ισχύει στην πραγματικότητα θα πρέπει να ισχύει και στην προσομοίωσή μας. Το άθροισμα του ρυθμού εισροής και εκροής μάζας από κάθε επιφάνεια του υπολογιστικού μας χωρίου θα πρέπει να είναι τιμή πού κοντά στο μηδέν. Αυτό ισχύει για κάθε ένα από τα 5 πλέγματά μας όπως φαίνεται παρακάτω οπότε είμαστε φυσικά ορθοί:

131k	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
-----	
far_side	14.99602
inlet	16275.739
interior-fluid	4848.053
outlet	-16290.735
wing-tip	-0
wing_surface	-0
-----	
Net	-0.00026099443

800k	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
-----	
far_side	14.185377
inlet	16275.722
interior-fluid	-1500.1194
outlet	-16289.908
wing-tip	-0
wing_surface	-0
-----	
Net	-0.00016837304

1,4m	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
-----	
far_side	14.801748
inlet	16275.496
interior-fluid	6282.0987
outlet	-16290.298
wing_surface	-0
wing_tip	-0
-----	
Net	-5.688471e-07

2,5m	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
-----	
far_side	16.407273
inlet	16334.411
interior-fluid	2283.1487
outlet	-16350.818
wing_surface	-0
wing_tip	-0
-----	
Net	0.00019088945

4,1m	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
-----	
far_side	12.629485
inlet	16276.906
interior-fluid	-8560.8661
outlet	-16289.536
wing_surface	-0
wing_tip	-0
-----	
Net	-2.5866924e-05

Εικόνα 2.20 Διατήρηση Μάζας σε κάθε Περίπτωση

### 2.4.1.3 Συντελεστής Οπισθέλκουσας

Υπολογίζουμε τις δυνάμεις και τους συντελεστές στο διάνυσμα το οποίο είναι κάθετο στην πτέρυγα δηλαδή στο (0.9986, 0.0534, 0) και στη συνέχεια συγκρίνουμε το συντελεστή οπισθέλκουσας σε κάθε πλέγμα με τα πειραματικά δεδομένα:

131k						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	1912.1933	500.68417	2412.8775	0.0077069387	0.0020179666	0.0097249053
wing-tip	-6.7303218e-05	5.0870179	5.0869506	-2.7126011e-10	2.0502809e-05	2.0502538e-05
-----						
Net	1912.1933	505.77119	2417.9644	0.0077069385	0.0020384694	0.0097454079

800k						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	1907.0231	501.23473	2408.2578	0.0076861005	0.0020201856	0.009706286
wing-tip	-7.3571704e-05	4.9308923	4.9308187	-2.9652473e-10	1.9873558e-05	1.9873261e-05
-----						
Net	1907.023	506.16562	2413.1886	0.0076861002	0.0020400591	0.0097261593

1,4m						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	1871.3777	502.69676	2374.0745	0.0075424348	0.0020260781	0.0095685129
wing_tip	-0.00011838086	4.9771322	4.9770138	-4.7712438e-10	2.0059924e-05	2.0059447e-05
-----						
Net	1871.3776	507.67389	2379.0515	0.0075424343	0.0020461381	0.0095885724

2,5m						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	1869.5431	503.29152	2372.8346	0.0075350405	0.0020284753	0.0095635158
wing_tip	-9.85632e-05	4.9288593	4.9287608	-3.9725091e-10	1.9865364e-05	1.9864967e-05
-----						
Net	1869.543	508.22038	2377.7634	0.0075350401	0.0020483406	0.0095833807

4,1m						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2053.6042	503.86573	2557.4699	0.0082768836	0.0020307896	0.010307673
wing_tip	-0.00011226459	4.995494	4.9953818	-4.5247323e-10	2.013393e-05	2.0133478e-05
Net	2053.604	508.86123	2562.4653	0.0082768831	0.0020509235	0.010327807

Εικόνα 2.21 Συντελεστές Οπισθέλκουσας

	Cd	% διαφορά
Πειραματικά Δεδομένα	0,0088	-
Πλέγμα 131k	0,0077	14,28571429
Πλέγμα 800k	0,00768	14,58333333
Πλέγμα 1.4m	0,00754	16,71087533
Πλέγμα 2.4m	0,00753	16,86586985
Πλέγμα 4.1m	0,00827	6,408706167

Πίνακας 5 Σύγκριση Συντελεστών Οπισθέλκουσας και Απόκλιση από Πειραματικά Δεδομένα



#### 2.4.1.4 Συντελεστής Άντωσης

Υπολογίζουμε τις δυνάμεις και τους συντελεστές στο διάνυσμα το οποίο είναι παράλληλο στην εγκάρσια διεύθυνση της πτέρυγας δηλαδή στο  $(-0.534, 0.9986, 0)$  και στη συνέχεια συγκρίνουμε το συντελεστή άντωσης σε κάθε πλέγμα με τα πειραματικά δεδομένα:

131k						
"Force Report"						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31678.769	-17.663656	31661.105	0.12767869	-7.1191922e-05	0.12760749
wing-tip	-3.4670533e-05	0.75388513	0.75385046	-1.3973675e-10	3.0384723e-06	3.0383326e-06
-----						
Net	31678.769	-16.909771	31661.859	0.12767869	-6.8153449e-05	0.12761053

800k						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31544.337	-17.594226	31526.743	0.12713687	-7.0912087e-05	0.12706596
wing-tip	-4.0130964e-05	0.72740562	0.72736549	-1.6174457e-10	2.9317488e-06	2.9315871e-06
-----						
Net	31544.337	-16.86682	31527.47	0.12713687	-6.7980338e-05	0.12706889

1,4m						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31546.428	-17.62939	31528.798	0.1271453	-7.1053814e-05	0.12707424
wing_tip	-5.3092417e-05	0.7507973	0.75074421	-2.1398464e-10	3.0260271e-06	3.0258131e-06
-----						
Net	31546.428	-16.878593	31529.549	0.1271453	-6.8027787e-05	0.12707727

2,5m						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31470.365	-17.758355	31452.607	0.12683873	-7.1573597e-05	0.12676716
wing_tip	-3.5171278e-05	0.71864148	0.71860631	-1.4175496e-10	2.8964257e-06	2.8962839e-06
-----						
Net	31470.365	-17.039714	31453.325	0.12683873	-6.8677171e-05	0.12677005

4,1m						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
Zone	Forces (n)			Coefficients		
	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	30772.657	-18.797291	30753.86	0.12402668	-7.5760942e-05	0.12395092
wing_tip	-7.3598224e-05	0.50272429	0.50265069	-2.9663162e-10	2.0261891e-06	2.0258925e-06
-----						
Net	30772.657	-18.294566	30754.363	0.12402668	-7.3734753e-05	0.12395294

Εικόνα 2.22 Συντελεστές Άντωσης

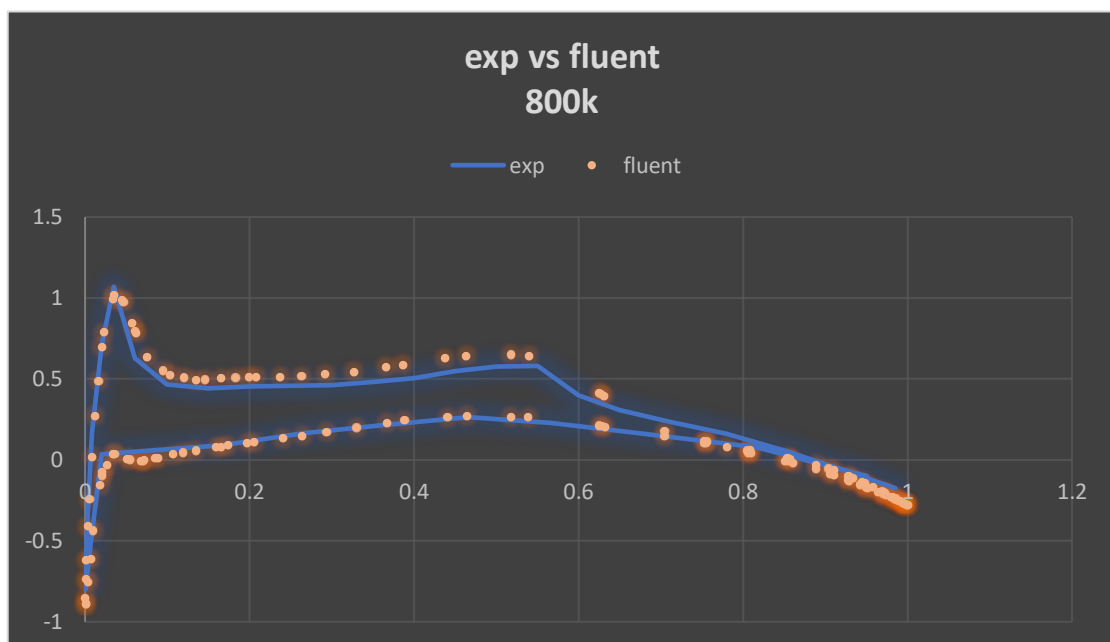
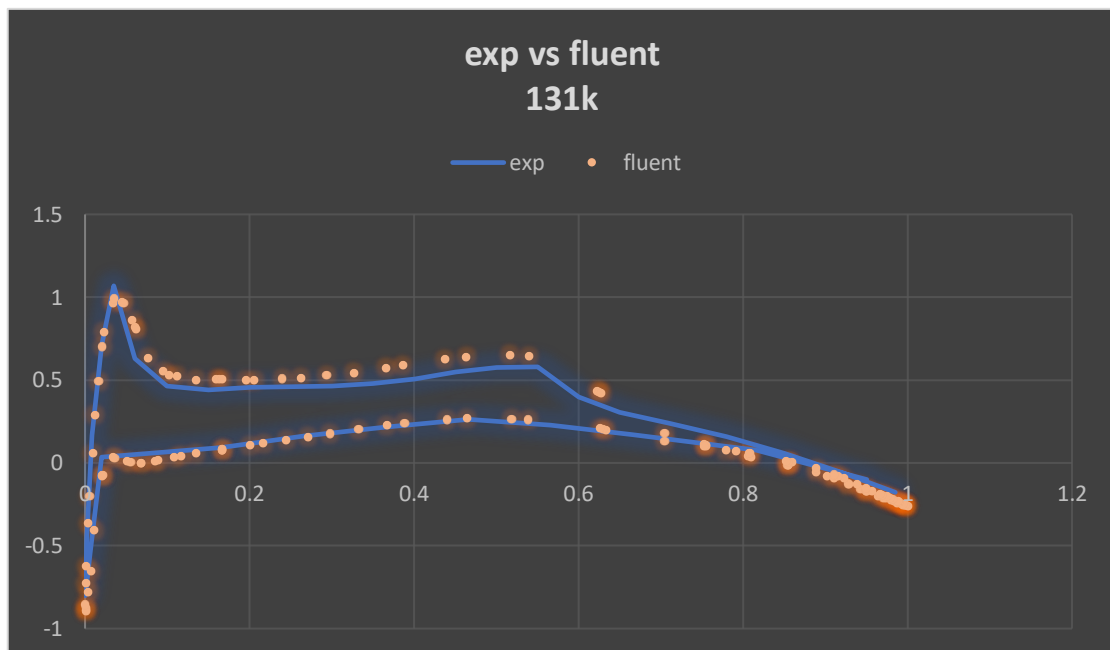
	Cl	% διαφορά
Πειραματικά Δεδομένα	0,1410	-
Πλέγμα 131k	0,1276	10,5015674
Πλέγμα 800k	0,1271	10,93627065
Πλέγμα 1.4m	0,1271	10,93627065
Πλέγμα 2.4m	0,1268	11,19873817
Πλέγμα 4.1m	0,1240	13,70967742

Πίνακας 6 Σύγκριση Συντελεστών Άντωσης και Απόκλιση από Πειραματικά Δεδομένα

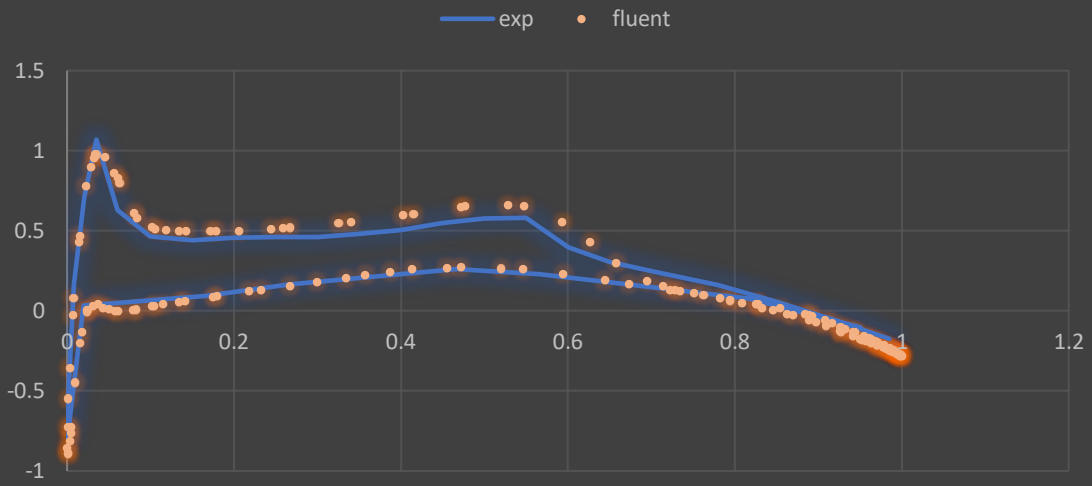
#### 2.4.2 Σύγκριση πειραματικών δεδομένων- Δεδομένων Fluent

Στη συνέχεια συγκρίνουμε τα πειραματικά δεδομένα από το πείραμα της NASA με τα αποτελέσματά μας από την προσομοίωση με το Ansys Fluent σε κάθε μία από τις 7 εγκάρσιες διατομές κατά μήκος της πτέρυγας:

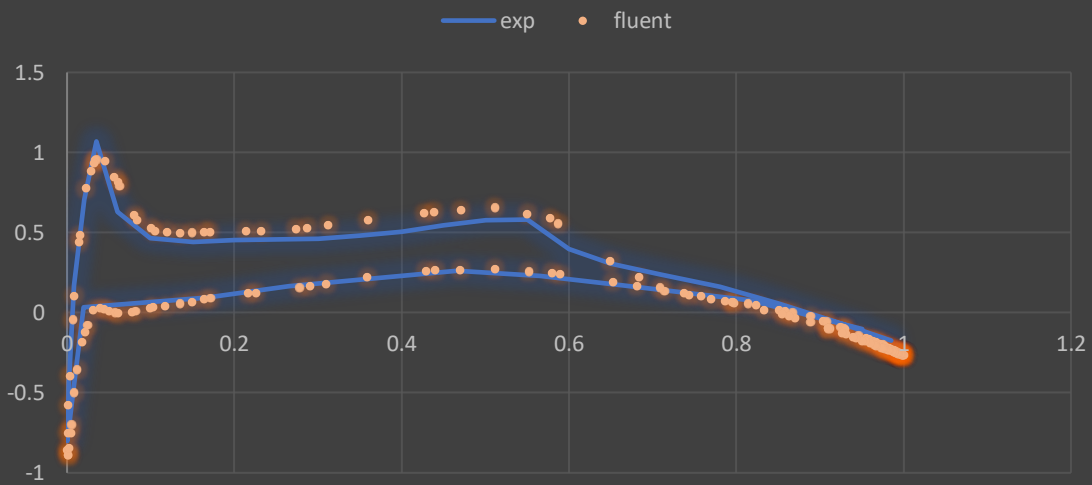
**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 1<sup>η</sup> θέση: (ν/b)=0.20**



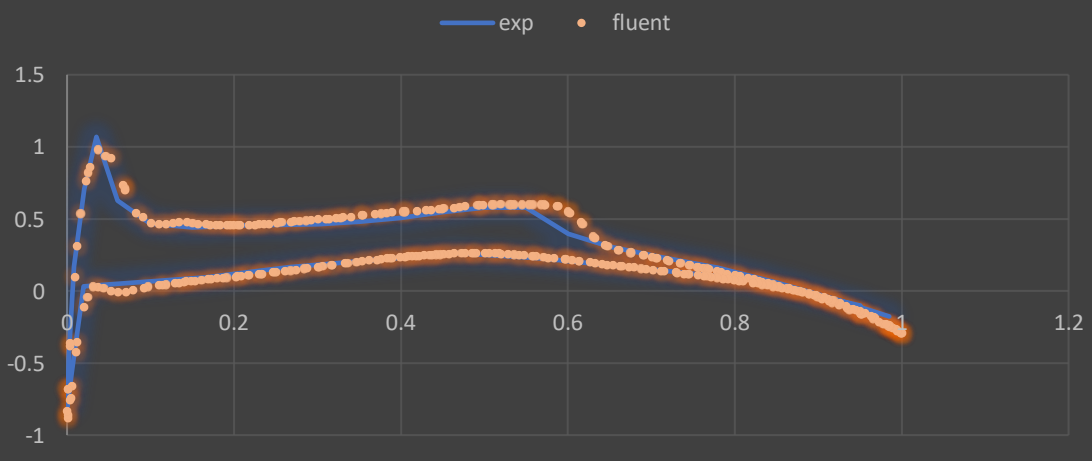
exp vs fluent  
1.4m



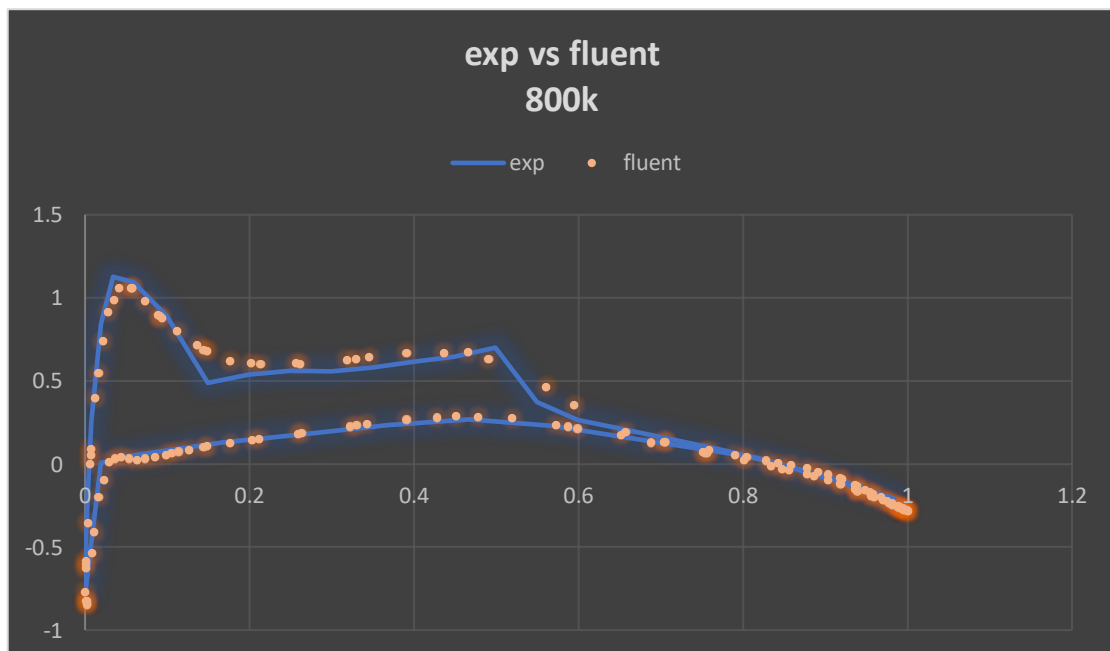
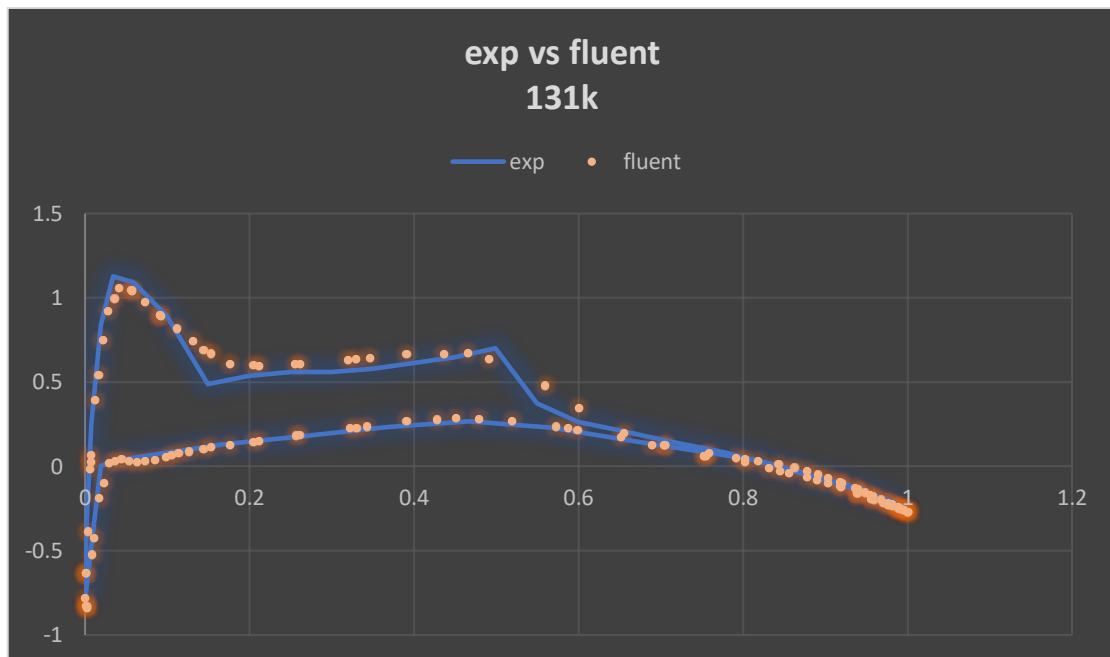
exp vs fluent  
2.5m



exp vs fluent  
4.1m

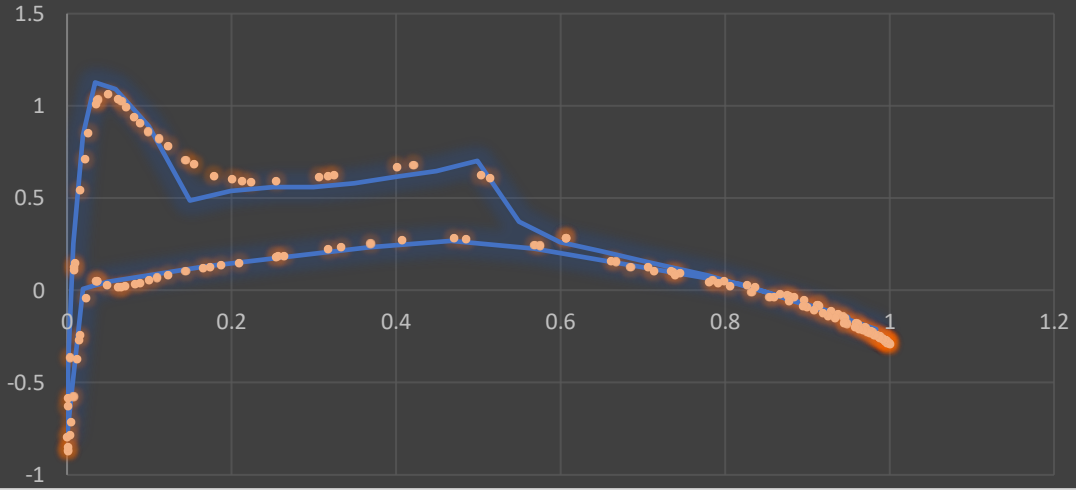


**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 2<sup>η</sup> θέση: (ν/b)=0.44**



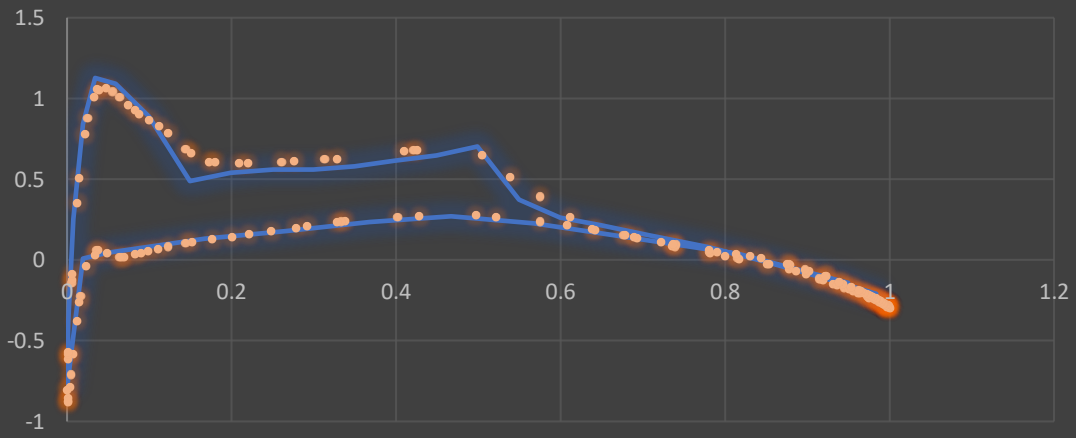
### exp vs fluent 1.4m

— exp • fluent



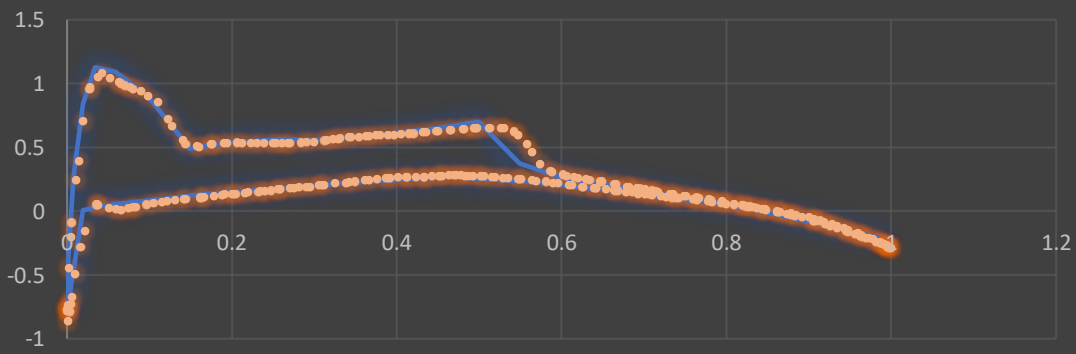
### exp vs fluent 2.5m

— exp • fluent

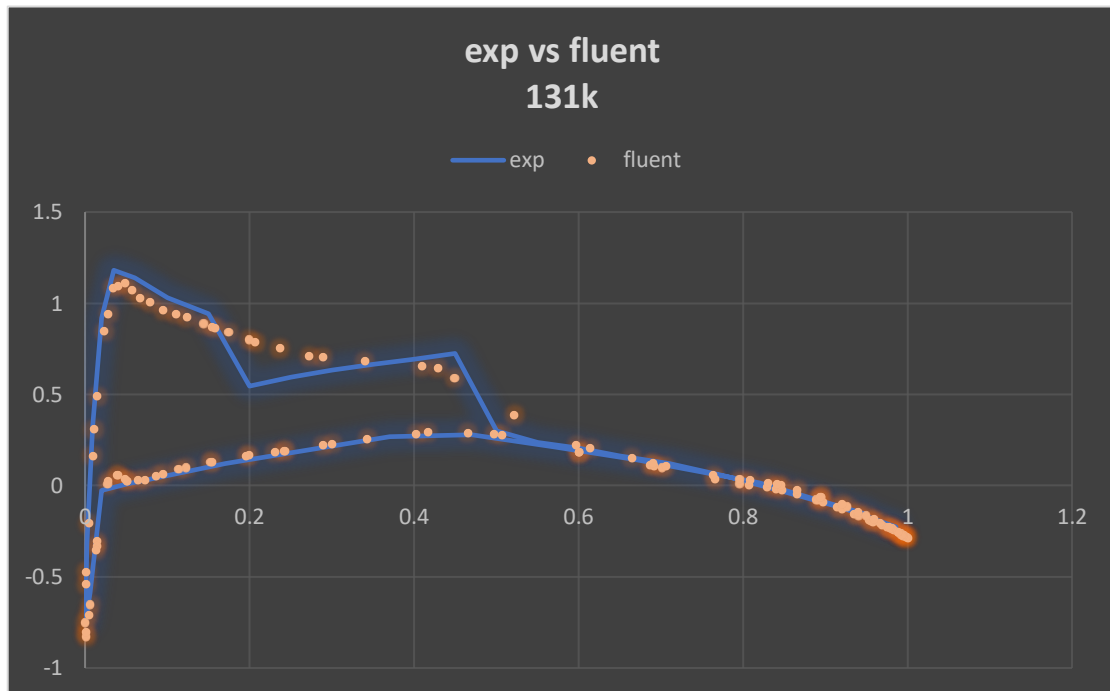


### exp vs fluent 4.1m

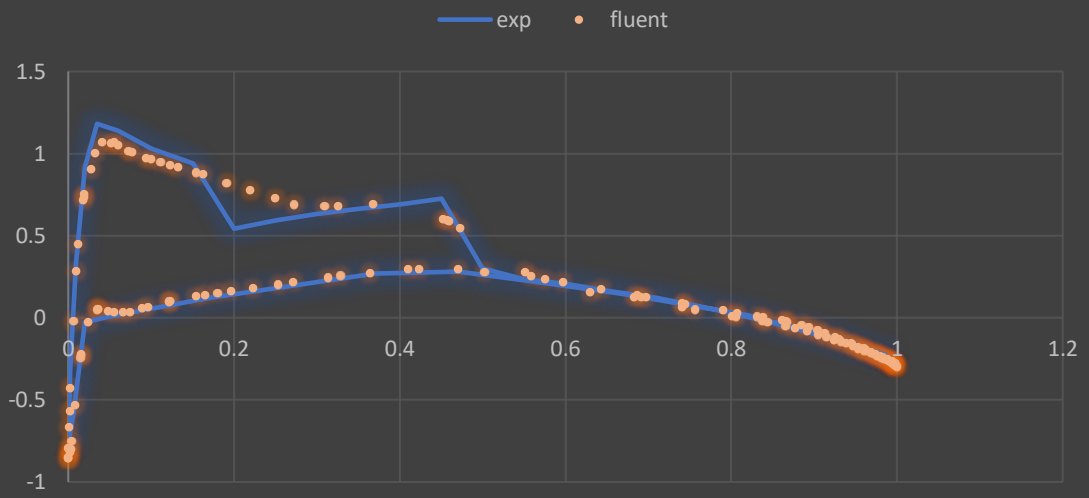
— exp • fluent



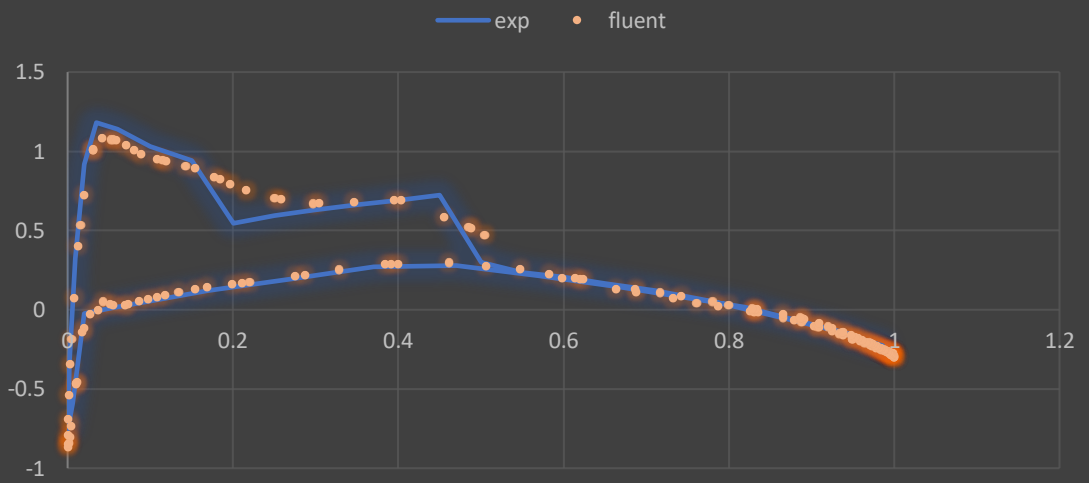
**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 3<sup>η</sup> θέση:  $(\nu/b)=0.65$**



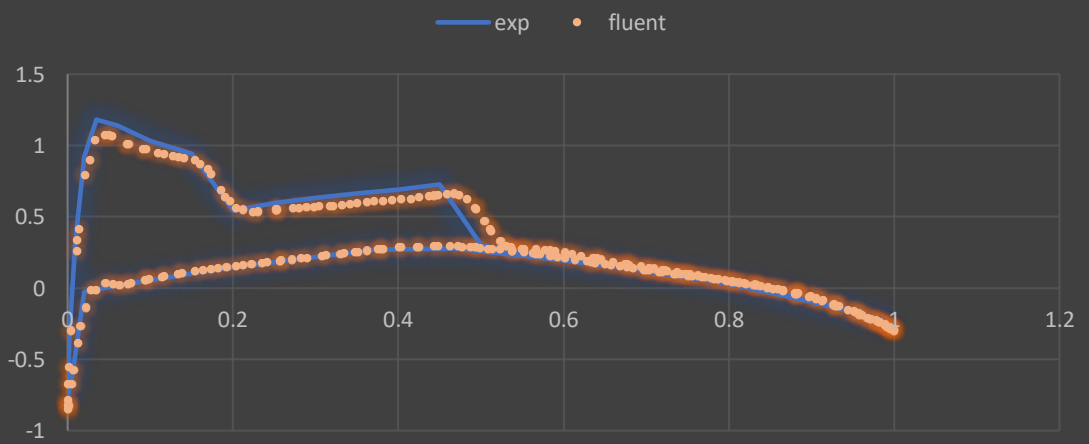
exp vs fluent  
1.4m



exp vs fluent  
2.5m

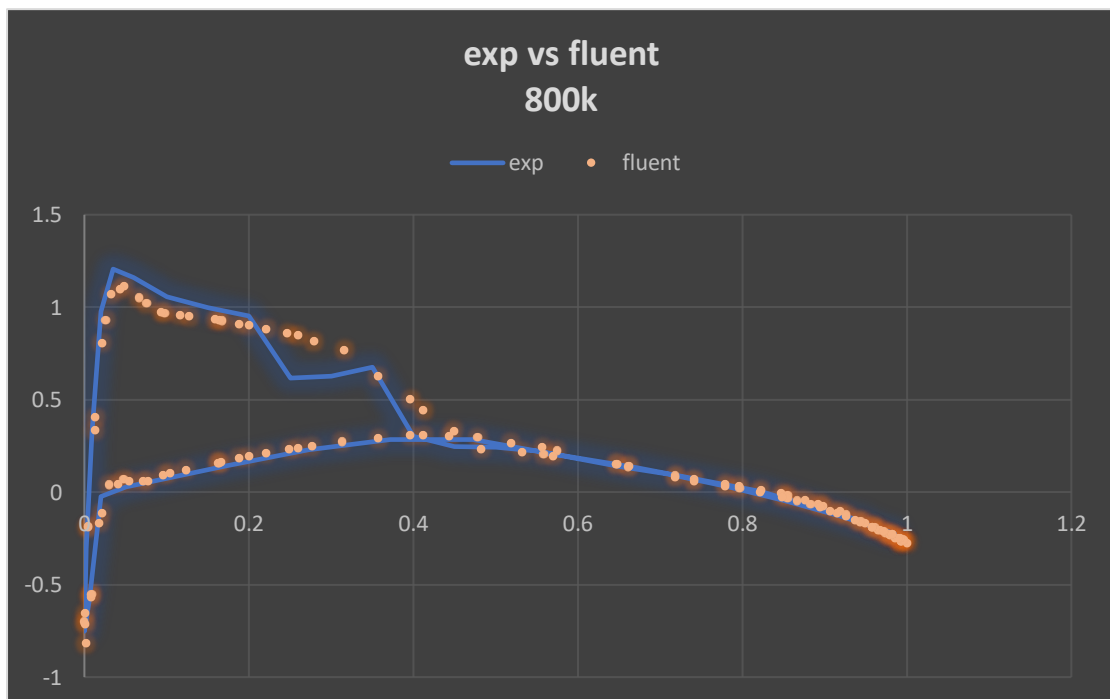
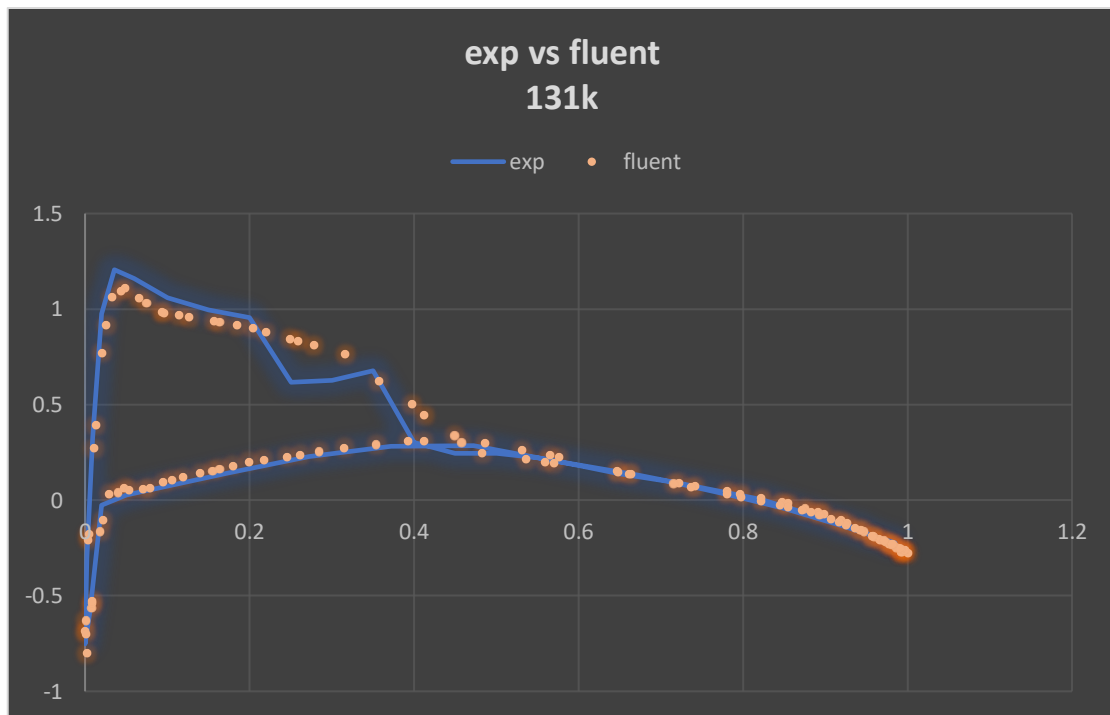


exp vs fluent  
4.1m

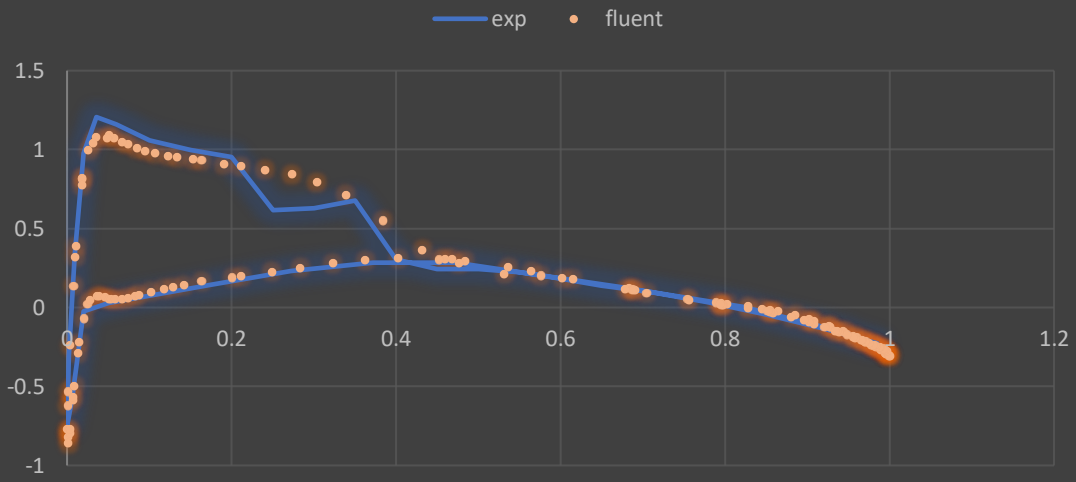




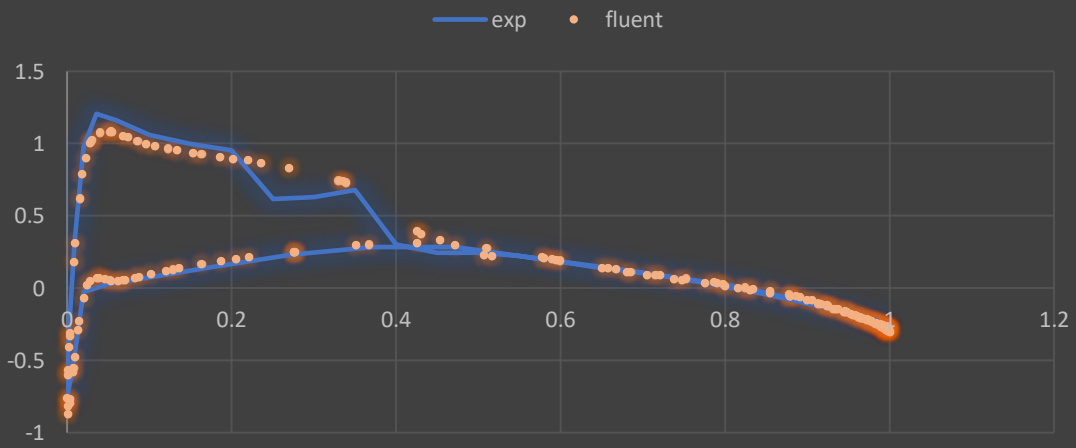
**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 4<sup>η</sup> θέση:  $(\nu/b)=0.80$**



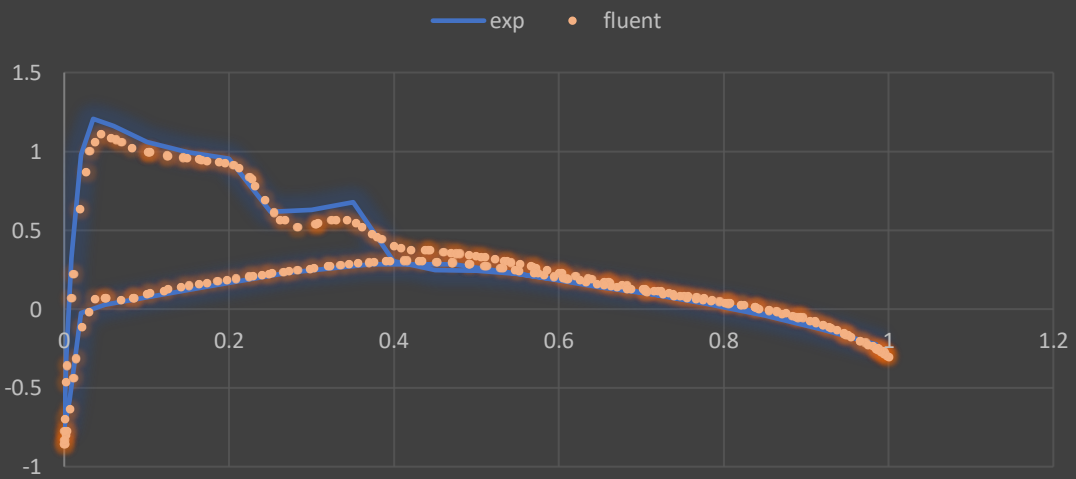
exp vs fluent  
1.4m



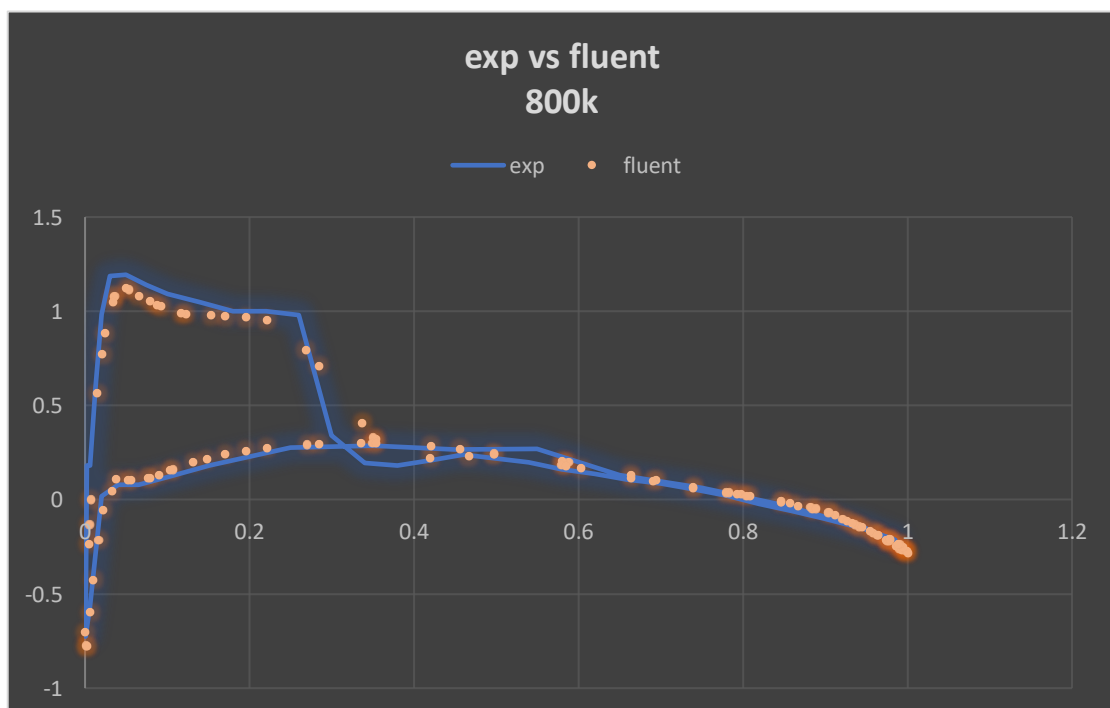
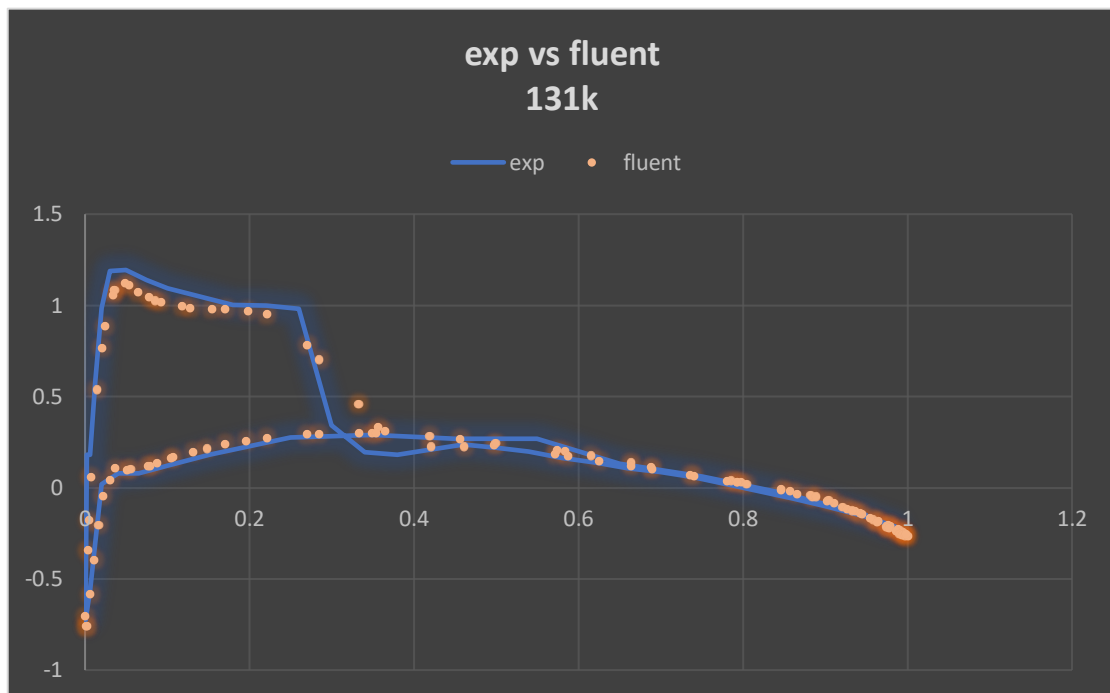
exp vs fluent  
2.5m

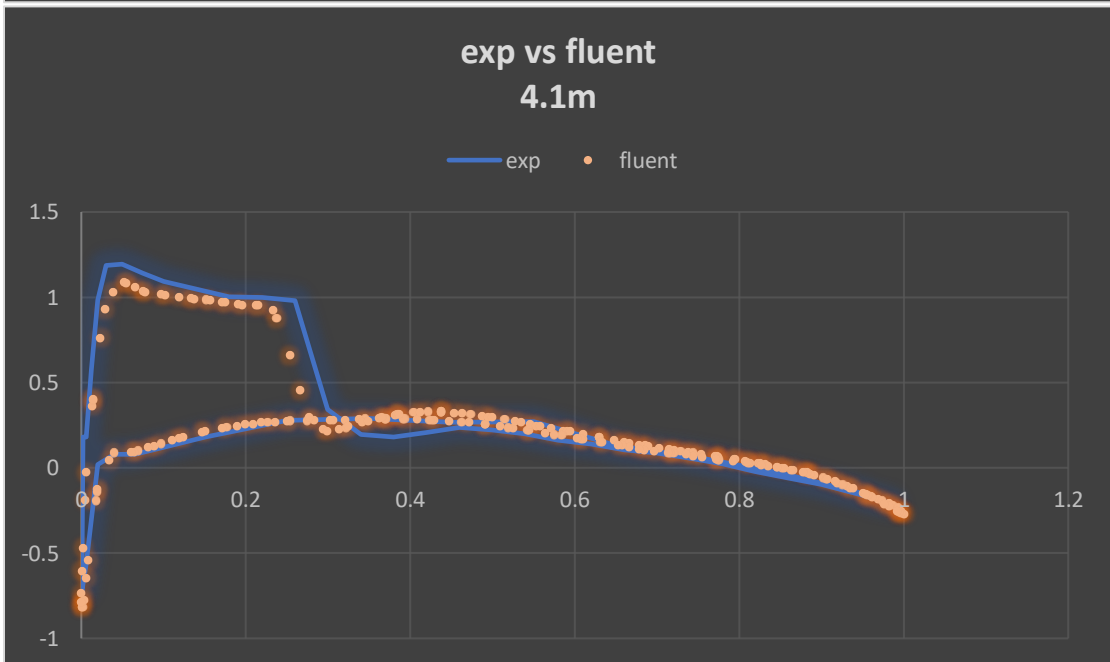
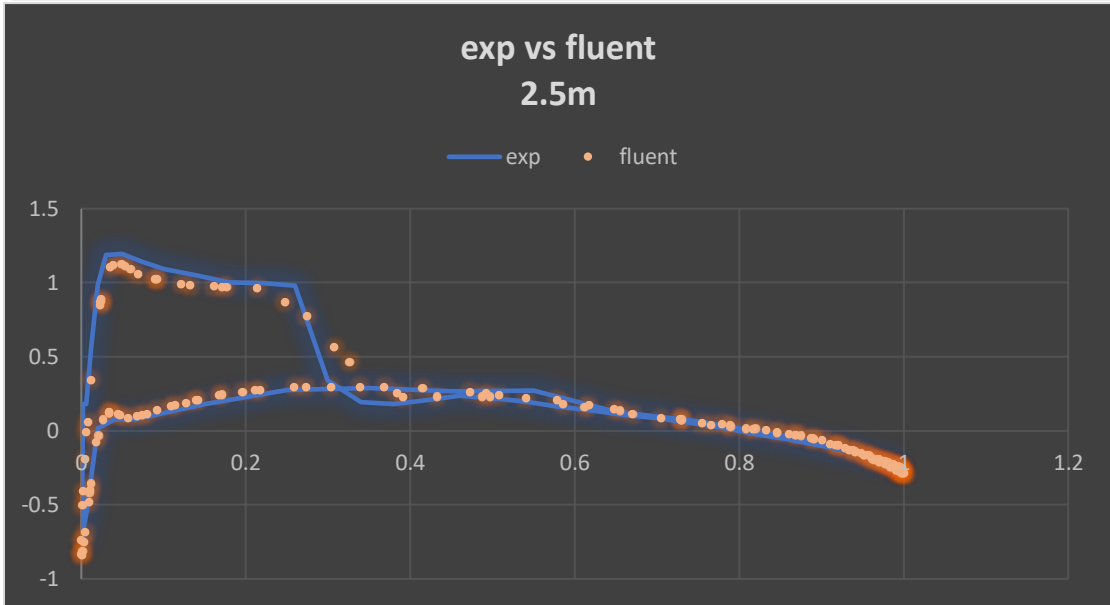
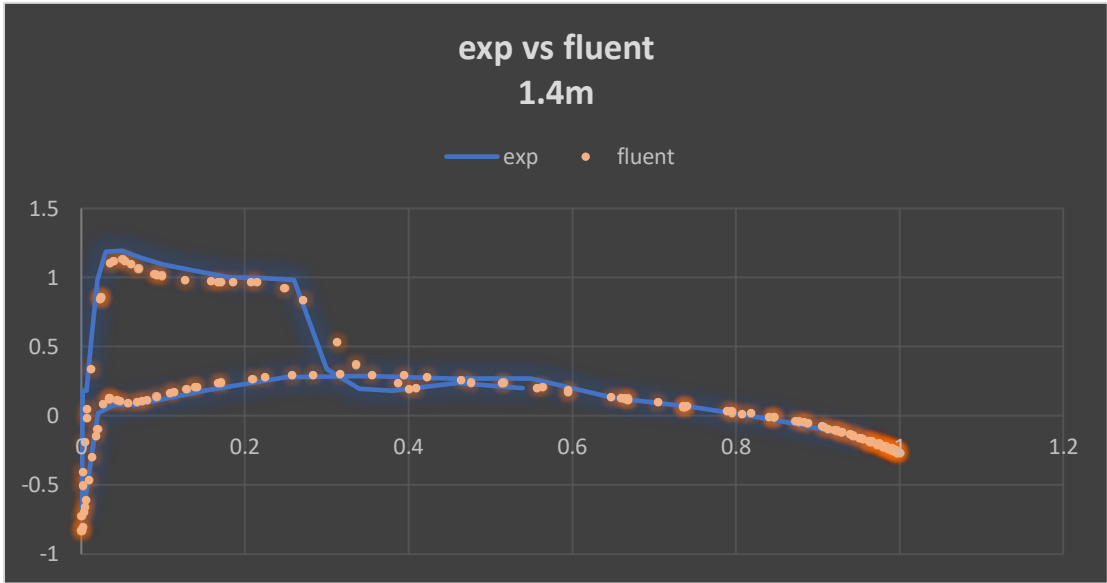


exp vs fluent  
4.1m

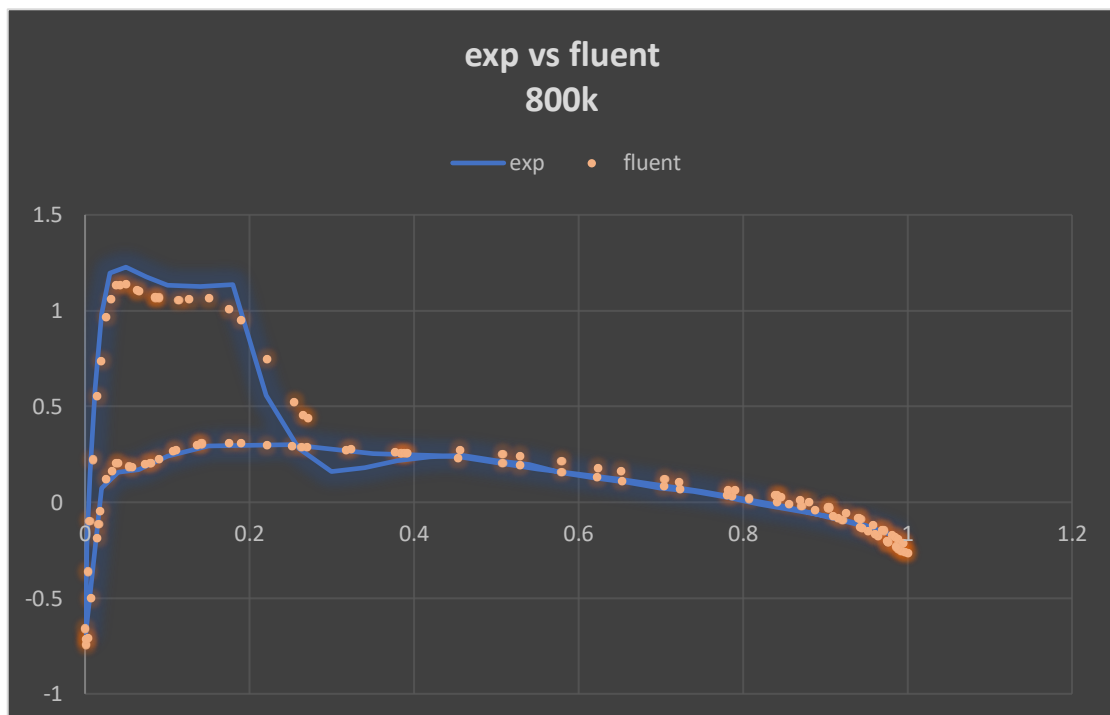
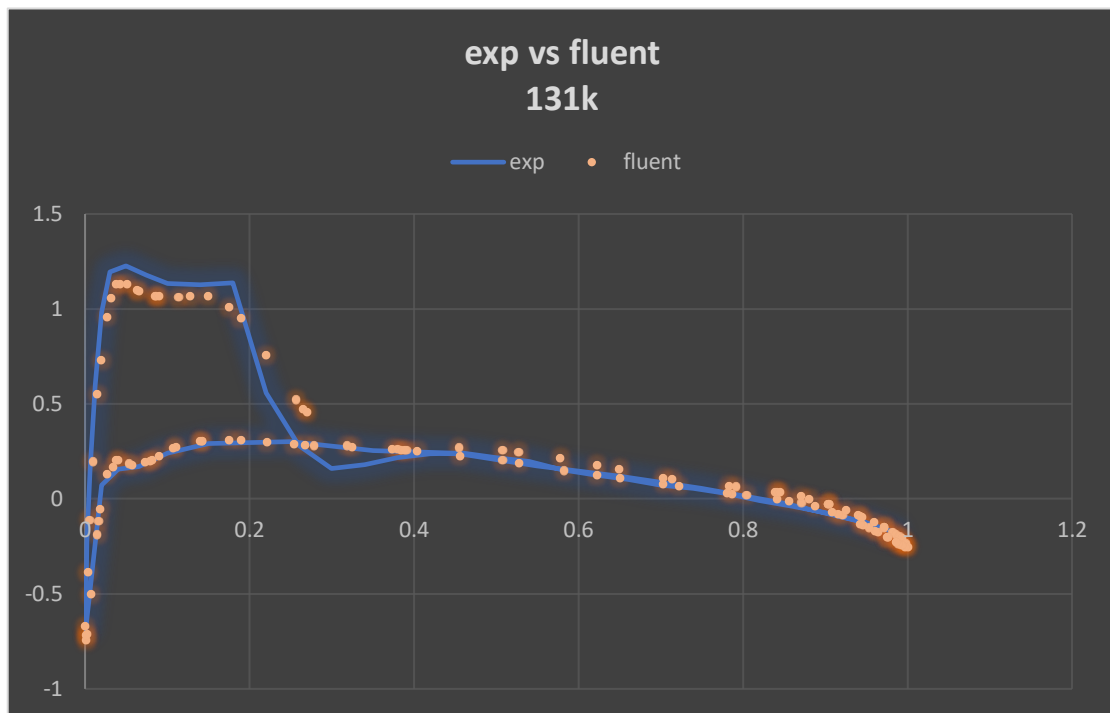


**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 5<sup>η</sup> θέση: (ν/b)=0.90**

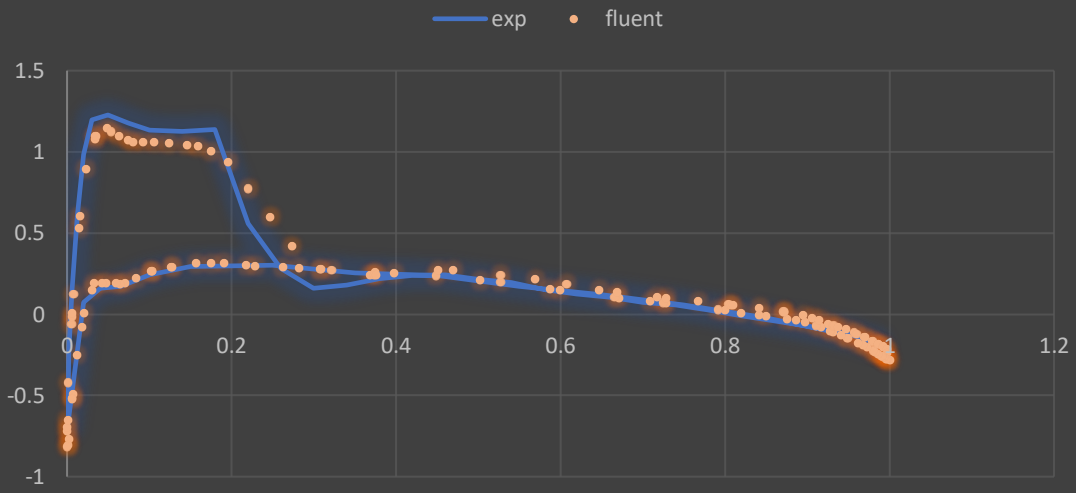




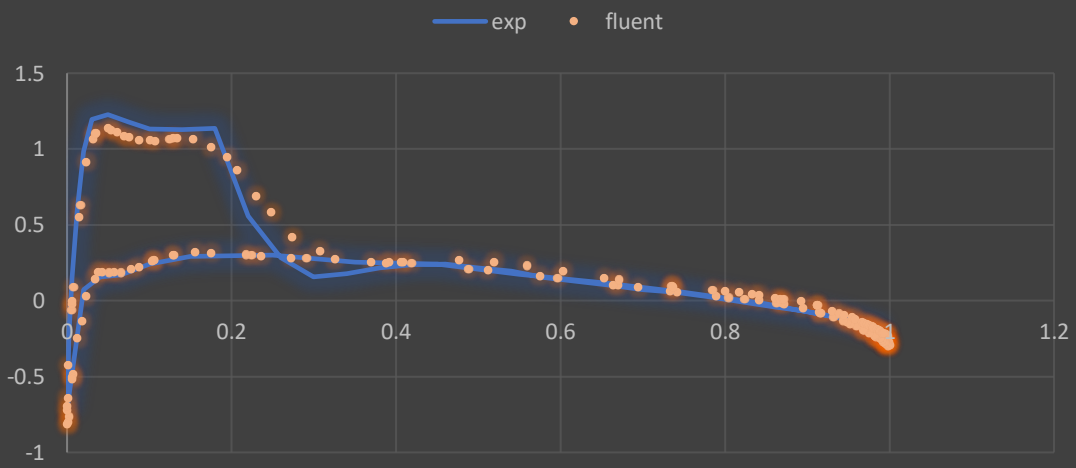
**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 6<sup>η</sup> θέση:  $(\nu/b)=0.95$**



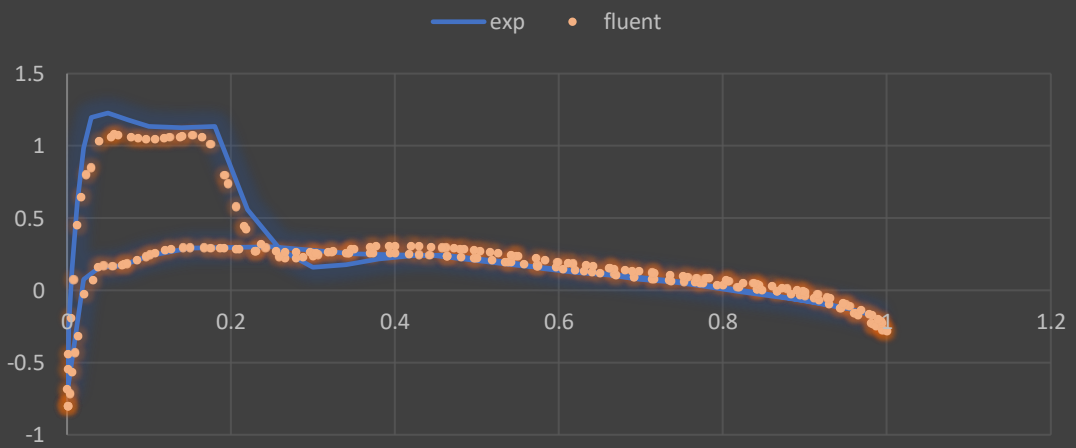
exp vs fluent  
1.4m



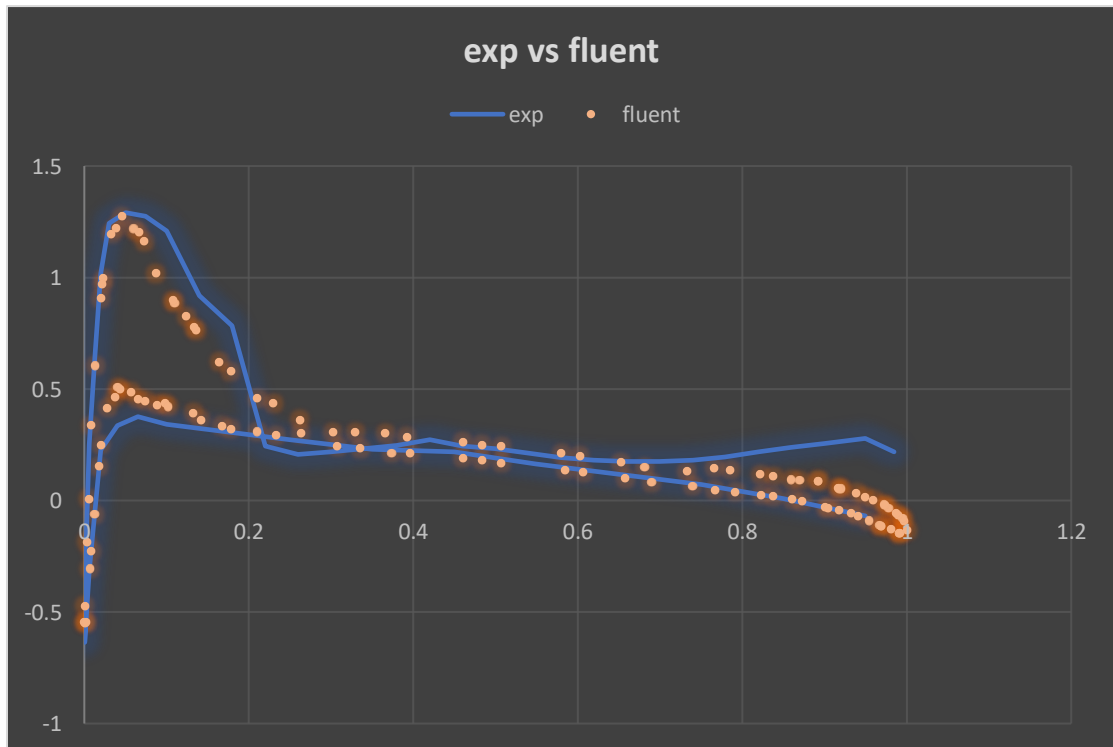
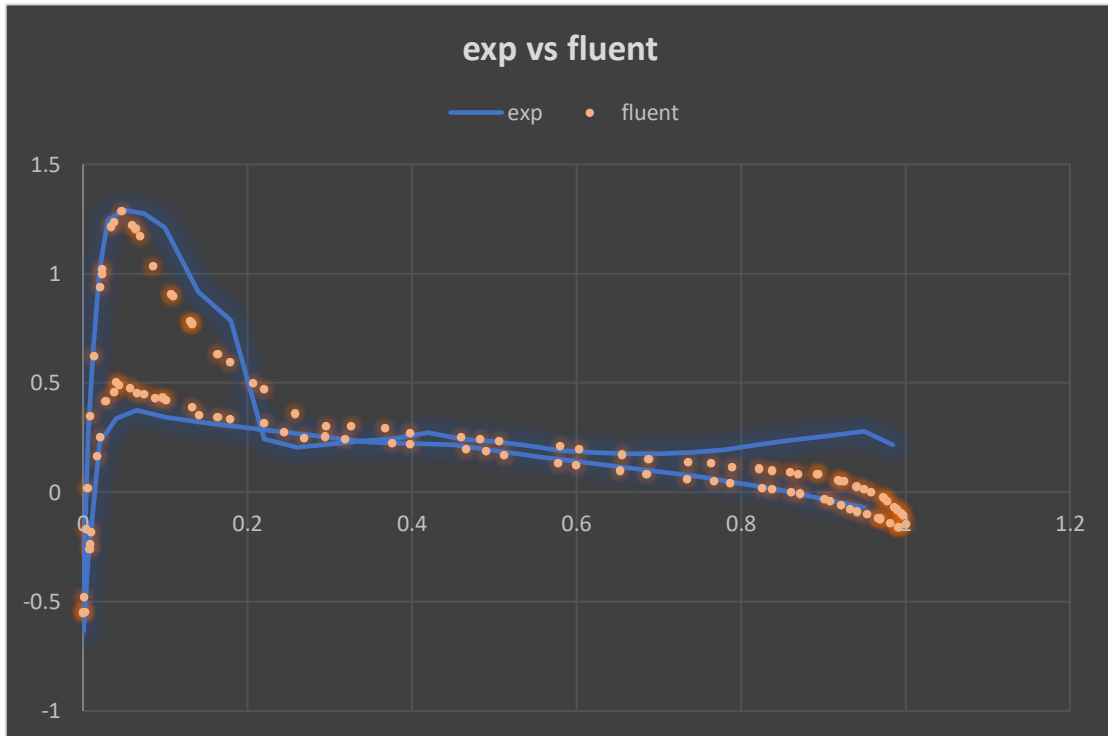
exp vs fluent  
2.5m

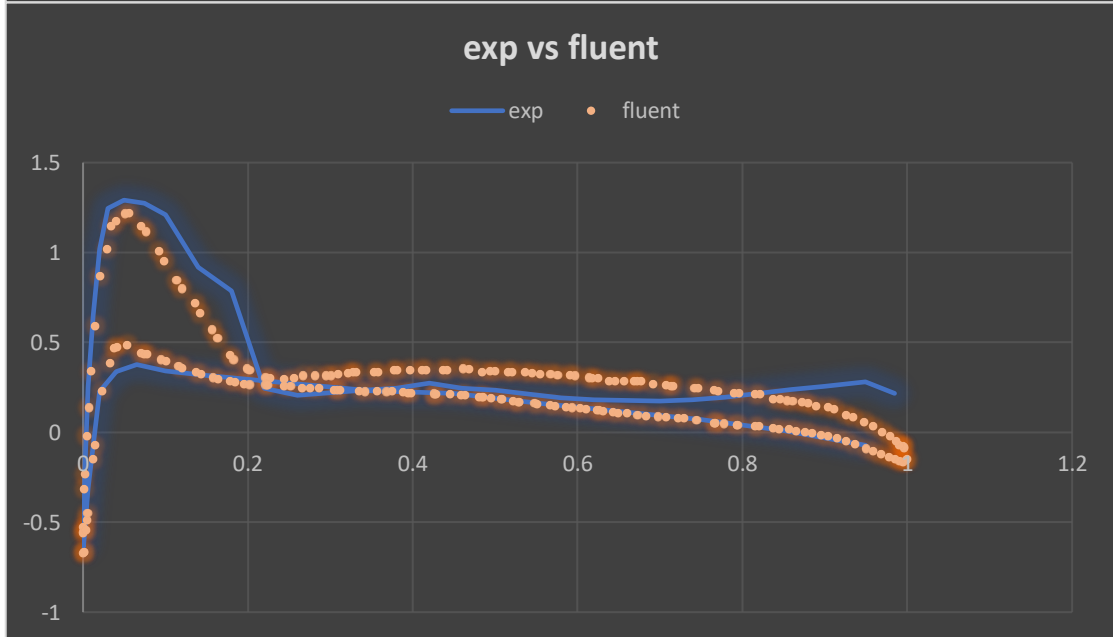
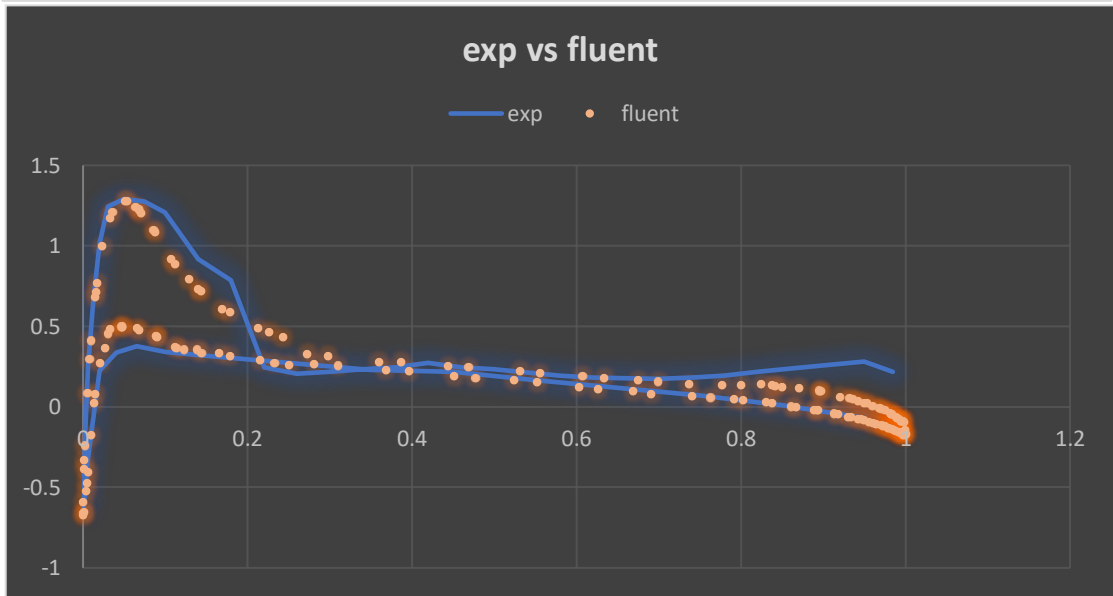
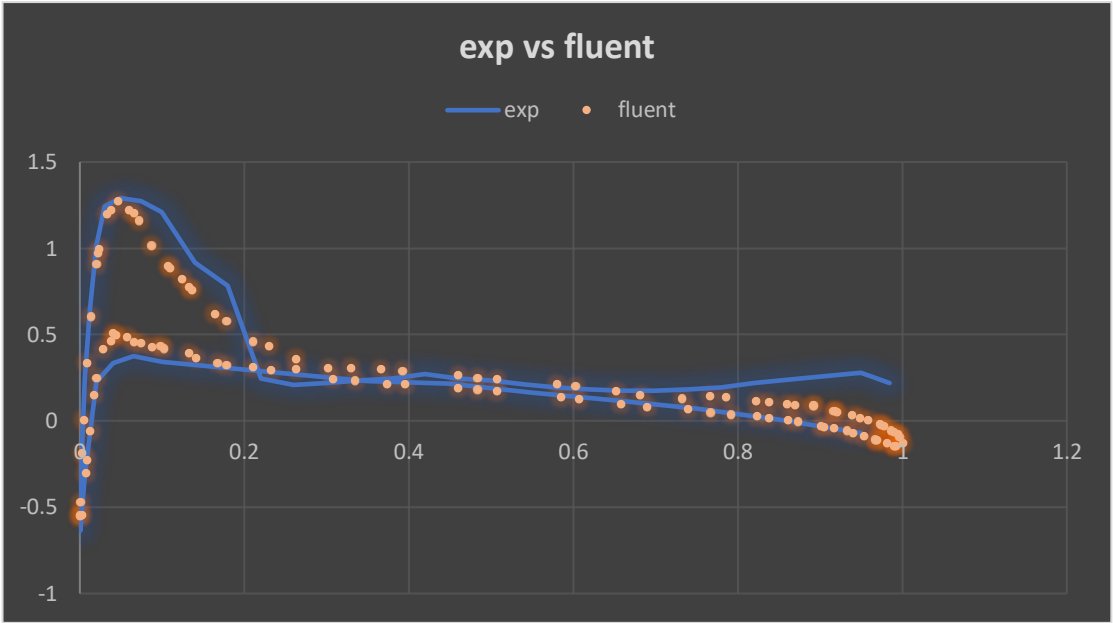


exp vs fluent  
4.1m



**Σύγκριση των 5 πλεγμάτων στην 7<sup>η</sup> θέση: (ν/b)=0.99**







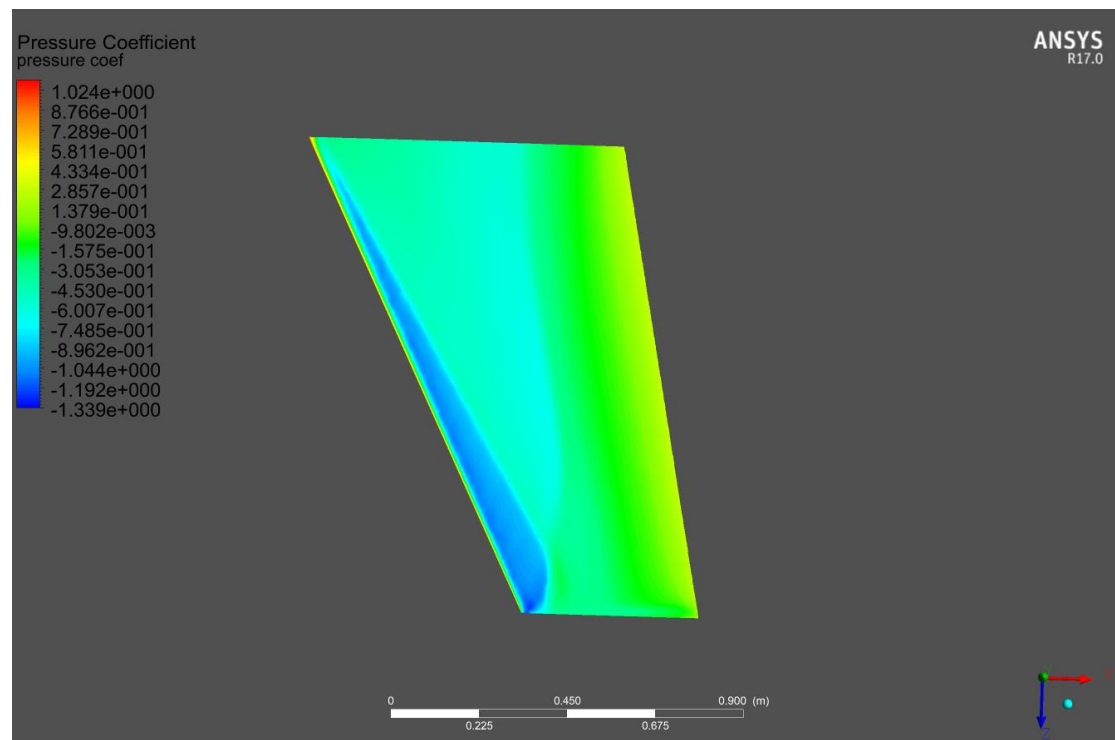
### 2.4.3 Αποτελέσματα Σύγκρισης

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που μας έδωσε το κάθε πλέγμα μεταξύ τους καθώς επίσης και με τα πειραματικά δεδομένα επιλέγουμε ως τελικό πλέγμα μελέτης αυτό των 4.1 εκατομμυρίων κόμβων.

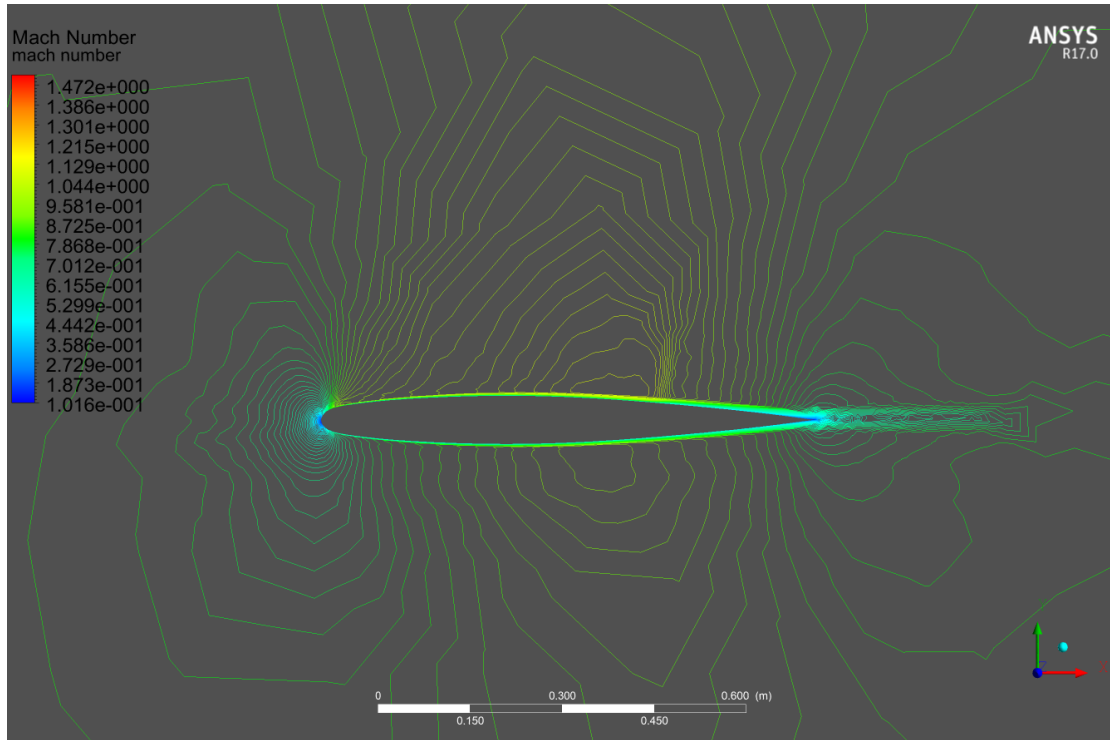
Αναλυτικότερα είναι το πλέγμα που απαιτεί τις περισσότερες επαναλήψεις, η διαφορά όμως με τα υπόλοιπα πλέγματα δεν είναι σημαντικά μεγάλη.

Επιπλέον εντοπίζουμε πολύ καλύτερη προσέγγιση σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα όσον αφορά το συντελεστή οπισθέλκουσας καθώς και πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια στην κατανομή του συντελεστή πίεσης και στις 7 θέσεις, πάντα σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα.

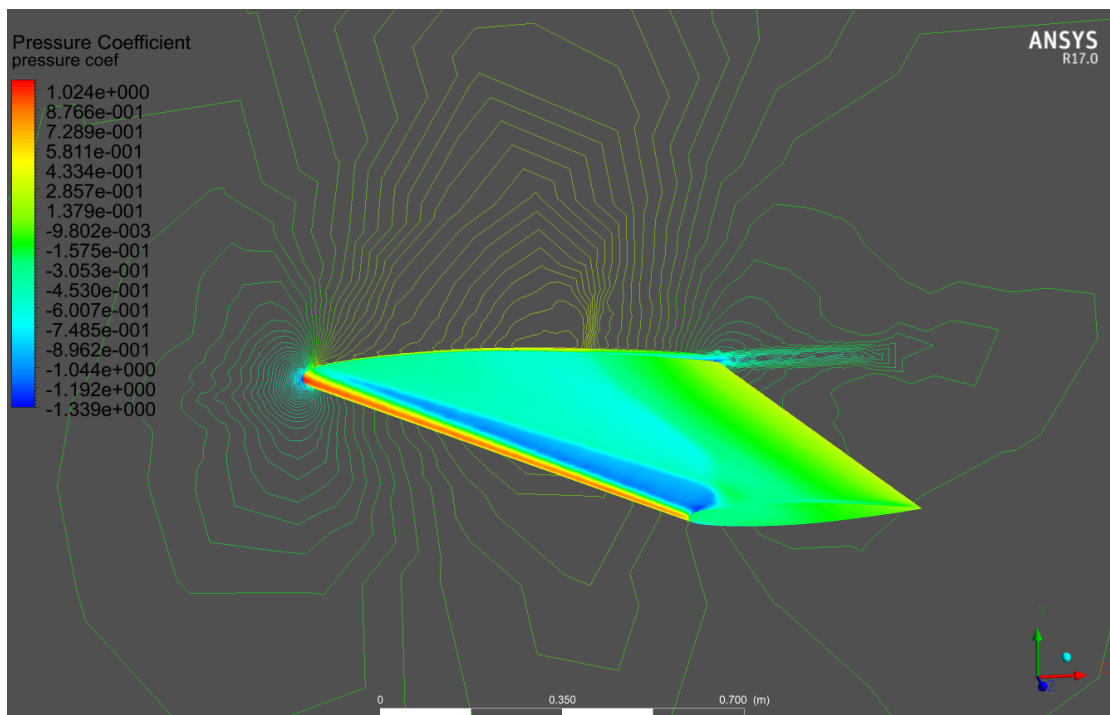
Στη συνέχεια ακολουθούν αποτελέσματα κατανομής συντελεστή πίεσης, αριθμού Mach και οπτικοποίηση των ανακυκλοφοριών στο wingtip τα οποία λάβαμε με το πλέγμα των 4.1 εκατομμυρίων.



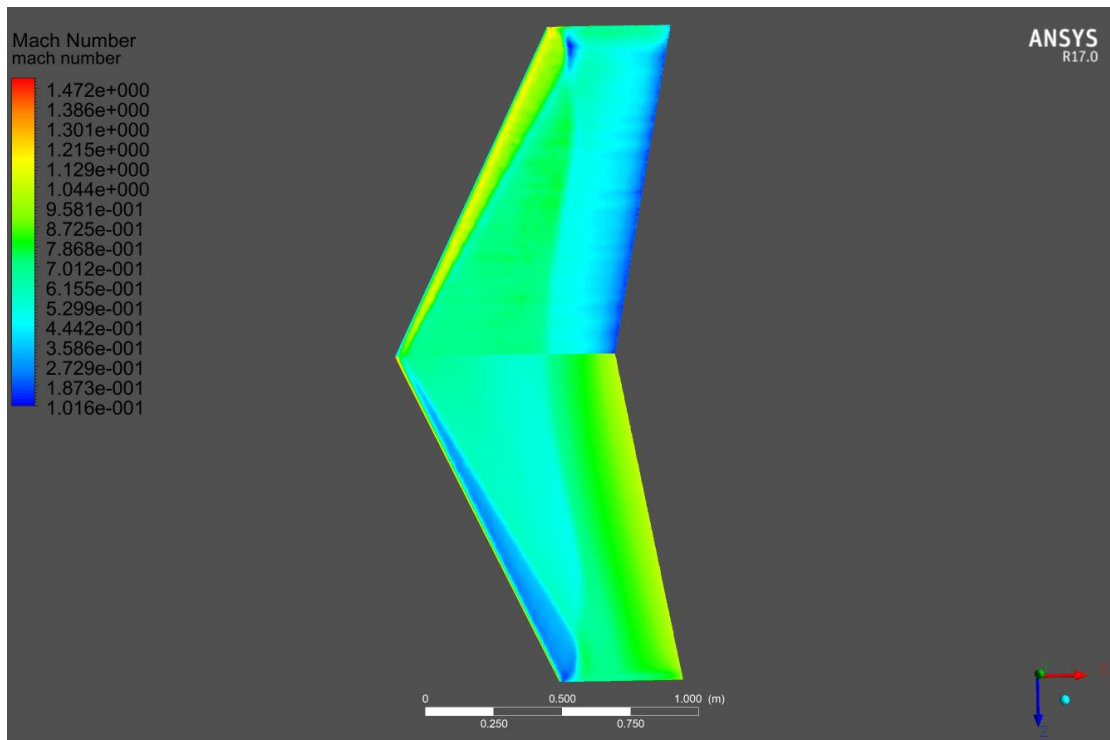
Εικόνα 2.23 Κατανομή Συντελεστή Πίεσης στην Πτέρυγα



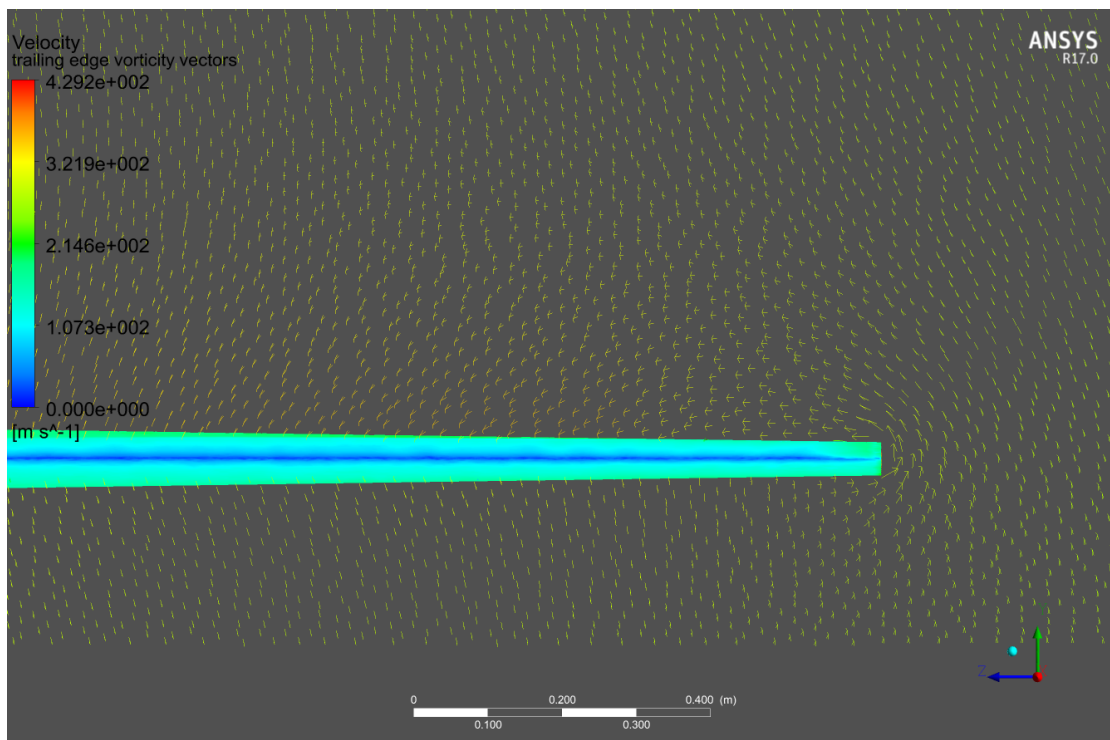
Εικόνα 2.24 Ισογραμμές Αριθμού Mach γύρω από την Πτέρυγα



Εικόνα 2.25 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Συντελεστή Πίεσης και Αριθμού Mach



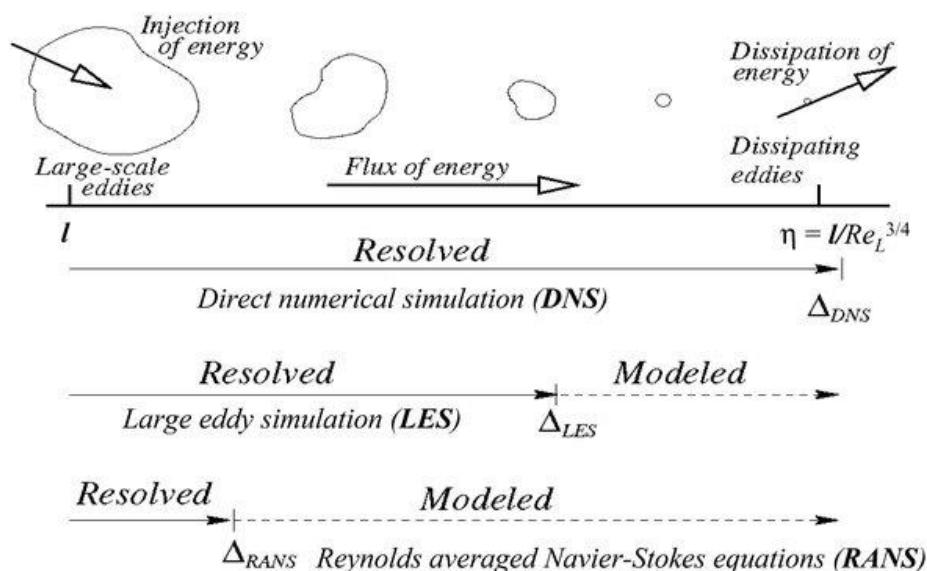
Εικόνα 2.26 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Αριθμού Mach και Κατοπτρική Απεικόνιση Συντελεστή Πίεσης



Εικόνα 2.27 Οπτική Απεικόνιση Δινών Χείλους Εκφυγής

## 2.5 Επιλογή Μοντέλου Τύρβης

Επόμενο στάδιο αποτελεί η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου τύρβης για την προσομοίωση του φαινομένου μελέτης.



Εικόνα 2.28 Μοντέλα Τύρβης και Χαρακτηριστικά τους

### 2.5.1 Τυρβώδεις ροές

Μία τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από διακυμάνσεις του πεδίου ταχυτήτων. Αυτές οι διακυμάνσεις αναμειγνύουν τις ποσότητες που μεταφέρονται όπως η μάζα και η ορμή και προκαλούν διακυμάνσεις και σε αυτές. Αυτές οι διακυμάνσεις είναι υπολογιστικά πολύ «ακριβές» για να υπολογιστούν απευθείας αριθμητικά και να προσομοιωθούν λόγω της μικρής κλίμακας και των μεγάλων συχνοτήτων που εμφανίζονται. Για το λόγο αυτό ο απευθείας αριθμητικός υπολογισμός (Direct Numerical Simulation-DNS) δεν προκρίνεται για βιομηχανικές εφαρμογές.

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό, έχουν διατυπωθεί διάφορες προσεγγίσεις βασισμένες σε κάποιες παραδοχές προκειμένου να καταστεί εφικτός ο υπολογισμός εντός αποδεκτών χρονικών και υπολογιστικών ορίων:

- Μοντέλα RANS (Reynolds – Averaged Navier – Stokes)
- Μοντέλο LES (Large Eddy Simulation )

### 2.5.1.1 Μοντέλα RANS

Στην προσέγγιση αυτή δεχόμαστε ότι η στιγμιαία τιμή ταχύτητας προκύπτει ως άθροισμα χρονικού μέσου όρου και όρου διακύμανσης:

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (2.1)$$

Όμοια και για την πίεση και άλλα βαθμωτά μεγέθη παίρνουμε:

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i + \varphi_i' \quad (2.2)$$

Αντικαθιστώντας εκφράσεις αυτής της μορφής στις εξισώσεις υπολογισμού στιγμιαίας διατήρησης ορμής και συνέχειας και λαμβάνοντας το χρονικό μέσο όρο παίρνουμε:

$$\bullet \quad \frac{\theta \rho}{\theta t} + \frac{\theta}{\theta x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.3)$$

$$\bullet \quad \frac{\theta}{\theta t} (\rho u_i) + \frac{\theta}{\theta x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\theta p}{\theta x_i} + \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \mu \left( \frac{\theta u_i}{\theta x_i} + \frac{\theta u_j}{\theta x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\theta u_k}{\theta x_k} \right) \right] + \frac{\theta}{\theta x_j} (-\overline{\rho u_i' u_j'}) \quad (2.4)$$

Οι δύο αυτές εξισώσεις αποτελούν τις εξισώσεις RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Παρατηρούμε όμως ότι στην τελευταία εξίσωση εμφανίζονται επιπλέον όροι οι οποίοι αντιπροσωπεύουν την επίδραση της τύρβης. Αυτοί οι νέοι άγνωστοι κρύβονται στους όρους:  $-\overline{\rho u_i' u_j'}$  που αποτελούν τους όρους των τάσεων Reynolds. Έχουμε δηλαδή ένα σύστημα 4 εξισώσεων και 7 αγνώστων το οποίο πρέπει να το μοντελοποιήσουμε ώστε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα κλεισίματος (closure problem).

### 2.5.1.2 Υπόθεση Boussinesq

Η μοντελοποίηση των τάσεων Reynolds βασίζονται στην υπόθεση του Boussinesq σύμφωνα με την οποία συνδέονται οι τάσεις Reynolds με τις κλίσεις των χρονικά μέσων ταχυτήτων:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\theta u_i}{\theta x_j} + \frac{\theta u_j}{\theta x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\theta u_k}{\theta x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.5)$$

Η υπόθεση του Boussinesq χρησιμοποιείται στο μοντέλο Spalart-Allmaras, στα μοντέλα  $k-\epsilon$  και στα μοντέλα  $k-\omega$ . Το πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι το σχετικά χαμηλό υπολογιστικό κόστος της τυρβώδους συνεκτικότητας  $\mu_t$ .

ενώ στις άλλες δύο οικογένειες μοντέλων επιλύονται δύο επιπλέον εξισώσεις μεταφοράς για την κινητική ενέργεια της τύρβης και για την καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είτε την ειδική διάχυση:

### 2.5.1.3 Μοντέλο Spalart – Allmaras

Πρόκειται για μοντέλο μίας εξίσωσης καθώς επιλύεται μία επιπλέον εξίσωση μεταφοράς για το μέγεθος  $\tilde{\nu}$  το οποίο είναι γνωστό και ως μεταβλητή Spalart – Allmaras. Πρόκειται για ένα μοντέλο το οποίο προκρίνεται για εφαρμογές αεροδυναμικής σε εξωτερικές ροές και περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + v_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1}(1 - f_{t2})S\tilde{\nu} - \left[ c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2} \right] \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\theta}{\theta x_j} \left( (v + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \quad (2.6)$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (2.7)$$

Όπου:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^2 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad S = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{v2}, \quad \Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}},$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\theta u_i}{\theta x_j} - \frac{\theta u_j}{\theta x_i} \right), \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6},$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \min \left[ \frac{\tilde{\nu}}{Sk^2 d^2}, 10 \right], \quad f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)$$

Και οι τιμές των σταθερών:

$$c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad \sigma = 2/3, \quad \kappa = 0.41, \quad c_{w2} = 0.3,$$

$$c_{w3} = 2, \quad c_{u1} = 7.1, \quad c_{t3} = 1.2, \quad c_{t4} = 0.5, \quad c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}$$

### 2.5.1.4 Μοντέλο k-ε

Πρόκειται για ένα από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα στους υπολογιστικούς κώδικες CFD με μεγάλο εύρος εφαρμογών. Ανήκει στην κατηγορία μοντέλων 2 εξισώσεων εισάγοντας δύο επιπλέον μεταβλητές:

- Την κινητική ενέργεια της τύρβης - k
- Το ρυθμό καταστροφής της κινητικής ενέργειας της τύρβης - ε

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο αυτό δίνονται παρακάτω:

$$\rho \frac{\theta k}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta k}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\theta k}{\theta x_j} \right] + \tau'_{ij} \frac{\theta u_i}{\theta x_j} - \rho \varepsilon \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{\theta \varepsilon}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta \varepsilon}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\theta \varepsilon}{\theta x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau'_{ij} \frac{\theta u_i}{\theta x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.9)$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (2.10)$$

Και οι τιμές των σταθερών:

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

### 2.5.1.5 Realizable κ-ε

Αποτελεί μία παραλλαγή του μοντέλου κ-ε και διαφέρει στα εξής σημεία από αυτό:

- Στο μοντέλο κ-ε realizable, η τυρβώδης συνεκτικότητα δίνεται από διαφορετικό τύπο
- Μία νέα εξίσωση μεταφοράς για το ρυθμό καταστροφής της κινητικής ενέργειας της τύρβης (ε) προκύπτει από την εξίσωση μεταφοράς της μέσης τιμής του τετραγώνου της διακύμανσης του στροβιλισμού

Αποτελεί την εκδοχή του κ-ε μοντέλου η οποία ικανοποιεί μαθηματικά τους περιορισμούς των τάσεων Reynolds καθώς και τη φυσική που διέπει τις ροές. Εμφανίζει πλεονεκτήματα σε επίπεδες και στρογγυλές jet ροές. Επίσης προκρίνεται για ροές στις οποίες εμφανίζεται περιστροφή, οριακό στρώμα κάτω από ισχυρές κλίσεις πίεσης, αποχωρισμός οριακού στρώματος και ανακυκλοφορίες. Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο αυτό δίνονται παρακάτω:

$$\rho \frac{\theta k}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta k}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\theta k}{\theta x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.11)$$

$$\rho \frac{\theta \varepsilon}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta \varepsilon}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\theta \varepsilon}{\theta x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (2.12)$$

Όπου:

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.13)$$

Όπου:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}}, \quad U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \overline{\Omega_{ij}\Omega_{ij}}}, \quad \Omega_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k,$$

$$\overline{\Omega_{ij}} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ijk}\omega_k, \quad A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi,$$

$$\varphi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{S^3}, \quad S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\theta u_j}{\theta x_i} + \frac{\theta u_i}{\theta x_j} \right)$$

Και οι τιμές των σταθερών:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

### 2.5.1.6 Μοντέλο k-ω

Και το μοντέλο αυτό ανήκει στην οικογένεια των μοντέλων 2 εξισώσεων εισάγοντας δύο επιπλέον μεταβλητές:

- Την κινητική ενέργεια της τύρβης - k
- Τον ειδικό ρυθμό καταστροφής της κινητικής ενέργειας της τύρβης - ω

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο αυτό δίνονται παρακάτω:

$$\rho \frac{\theta k}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta k}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma k_t} \right) \frac{\theta k}{\theta x_j} \right] + \tau'_{ij} \frac{\theta u_i}{\theta x_j} - \beta^* \rho k \omega \quad (2.14)$$

$$\rho \frac{\theta \omega}{\theta t} + \rho u_j \frac{\theta \omega}{\theta x_j} = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\theta \omega}{\theta x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} \tau'_{ij} \frac{\theta u_i}{\theta x_j} - \beta \rho \omega^2 \quad (2.15)$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (2.16)$$

Και οι τιμές των σταθερών:

$$\alpha = 5/9, \quad \beta = 3/40, \quad \beta^* = 9/100, \quad \sigma_k = 1/2, \quad \sigma_\omega = 1/2$$

Τα μοντέλα κ-ε και κ-ω είναι και τα δύο ευρέως διαδεδομένα και παρουσιάζουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο κ-ε εμφανίζει καλύτερη απόδοση σε περιοχές ελεύθερης ροής ενώ το μοντέλο κ-ω προκρίνεται στις περιοχές κοντά σε «τοίχο» καθώς είναι πιο «σταθερό» και εμφανίζει καλύτερη σύγκλιση.



### 2.5.1.7 Μοντέλο Transition-SST

Το μοντέλο αυτό προκύπτει ως σύζευξη των εξισώσεων μεταφοράς του μοντέλου κ-ω SST και δύο ακόμα εξισώσεων μεταφοράς. Η μία εξίσωση αφορά τη διακοπτότητα (intermittency) και η άλλη για το σημείο έναρξης μετάβασης (onset transition criteria).

Η εξίσωση μεταφοράς για τη διακοπτότητα (intermittency) δίνεται παρακάτω:

$$\frac{\theta(\rho\gamma)}{\theta t} + \frac{\theta(\rho U_j \gamma)}{\theta x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\theta \gamma}{\theta x_j} \right] \quad (2.17)$$

Όπου:

$$P_{\gamma 1} = 2F_{length} \rho S [\gamma F_{onset}]^{c_{\gamma 3}}, \quad E_{\gamma 1} = P_{\gamma 1} \gamma, \quad P_{\gamma 2} = (2c_{\gamma 1}) \rho \Omega_\gamma F_{turb},$$

$$P_{\gamma 2} = (2c_{\gamma 1}) \rho \Omega_\gamma F_{turb}$$

$$E_{\gamma 2} = c_{\gamma 2} P_{\gamma 2} \gamma, \quad Re_\nu = \frac{\rho y^2 S}{\mu}, \quad R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \quad F_{onset1} = \frac{Re_\nu}{2.193 Re_{\theta c}},$$

$$F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0), \quad F_{onset3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right),$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0), \quad F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4},$$

Και οι τιμές των σταθερών:

$$c_{\gamma 1} = 0.03, \quad c_{\gamma 2} = 50, \quad c_{\gamma 3} = 0.5 \quad \sigma_\gamma = 1.0$$

Εισάγεται στο μοντέλο διόρθωση για το διαχωρισμό της ροής:

$$\gamma_{sep} = \min\left(2 \max\left[\left(\frac{Re_\nu}{3.235 Re_{\theta c}}\right) - 1, 0\right] F_{reattch}, 2\right) F_{\theta t}$$

Όπου:

$$F_{reattch} = e^{-\left(\frac{R_T}{20}\right)^4}, \quad \gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep})$$

Η εξίσωση μεταφοράς για τον αριθμό Reynolds του πάχους ορμής στο οριακό στρώμα δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\theta(\rho Re_{\theta t})}{\theta t} + \frac{\theta(\rho U_j Re_{\theta t})}{\theta x_j} = P_{\theta t} + \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\theta Re_{\theta t}}{\theta x_j} \right] \quad (2.18)$$

Όπου:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (\text{Re}_{\theta t} - \text{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}), \quad t = \frac{500\mu}{\rho U^2},$$

$$F_{\theta t} = \min \left( \max \left( F_{wake} \left( \frac{\gamma}{\delta} \right)^4, 1.0 - \left( \frac{\gamma - 1/50}{1.0 - 1/50} \right)^2 \right), 1.0 \right), \quad \theta_{BL} = \frac{\text{Re}_{\theta t} \mu}{\rho U}$$

$$\delta_{BL} = \frac{15}{2} \theta_{BL}, \quad \delta = \frac{50\Omega y}{U} \delta_{BL}, \quad \text{Re}_w = \frac{\rho \omega y^2}{\mu}, \quad F_{wake} = e^{-\left( \frac{\text{Re}_w}{1E+5} \right)^2}$$

Με τις αντίστοιχες τιμές σταθερών:

$$c_{\theta t} = 0.03, \quad \sigma_{\theta t} = 2.0$$

Η σύζευξη του μοντέλου μεταφοράς (transition model) που επεξηγήθηκε παραπάνω και του μοντέλου SST μοντελοποίησης της τύρβης οδηγεί στο παρακάτω μοντέλο:

$$\frac{\theta}{\theta t} (\rho k) + \frac{\theta}{\theta x_j} (\rho u_j k) = P_k - D_k + \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\theta k}{\theta x_j} \right] \quad (2.19)$$

Όπου:

$$P_k = \gamma_{eff} P_k, \quad D_k = \min \left( \max (\gamma_{eff}, 0.1), 1.0 \right) D_k, \quad R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu},$$

$$F_3 = e^{-\left( \frac{R_y}{120} \right)^3}, \quad F_t = \max (F_{1orig}, F_3)$$

### 2.5.1.8 Μοντέλο RSM (Reynolds Stress Model)

Πρόκειται για ένα από τα πιο αναλυτικά μοντέλα μοντελοποίησης της τύρβης. Εγκαταλείποντας τη θεωρία της υπόθεσης του Boussinesq περί ισοτροπικού ιξώδους δινών, αντιμετωπίζει το πρόβλημα «κλεισίματος» των εξισώσεων RANS επιλύοντας επιπλέον εξισώσεις για τον όρο των τάσεων Reynolds. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επιλύονται επιπλέον 5 εξισώσεις σε διδιάστατα προβλήματα και επιπλέον 7 εξισώσεις σε τρισδιάστατα προβλήματα.

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι με τις επιπλέον εξισώσεις συνυπολογίζονται φαινόμενα όπως καμπυλότητα και περιστροφή της ροής αναμένουμε μεγαλύτερη ακρίβεια των αποτελεσμάτων μας.

Οι εξισώσεις μεταφοράς για τις τάσεις Reynolds δίνονται παρακάτω:

$$\begin{aligned}
& \frac{\theta}{\theta t} (\overline{\rho u'_i u'_j}) + \frac{\theta}{\theta x_k} (\overline{\rho u'_k u'_i u'_j}) = -\frac{\theta}{\theta x_k} \left[ \overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + \overline{p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)} \right] + \\
& + \frac{\theta}{\theta x_k} \left[ \mu \frac{\theta}{\theta x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right] - \rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\theta u'_j}{\theta x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\theta u'_i}{\theta x_k} \right) - \rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta}) + \quad (2.20) \\
& + \rho \left( \frac{\theta u'_i}{\theta x_j} + \frac{\theta u'_j}{\theta x_i} \right) - 2\mu \frac{\theta u'_i}{\theta x_k} \frac{\theta u'_j}{\theta x_k} - 2\rho \Omega_k (\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm}) + S_{user}
\end{aligned}$$

Όπου:

- $D_{T,ij} = -\frac{\theta}{\theta x_k} \left[ \overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + \overline{p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)} \right]$ : (2.21) η τυρβώδης διάχυση η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$D_{T,ij} = \frac{\theta}{\theta x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\theta u'_i u'_j}{\theta x_k} \right), \quad (2.22) \quad \sigma_k = 0.82$$

- $\varphi_{ij} = \rho \left( \frac{\theta u'_i}{\theta x_j} + \frac{\theta u'_j}{\theta x_i} \right)$ : (2.23) pressure strain. Η μοντελοποίηση του όρου αυτού περιγράφεται παρακάτω:

$$\varphi_{ij} = \varphi_{ij,1} + \varphi_{ij,2} + \varphi_{ij,w} \quad (2.24)$$

Όπου:

$$\begin{aligned}
\varphi_{ij,1} &= -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[ \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \\
\varphi_{ij,2} &= -C_2 \left[ (P_{ij} + F_{ij} + 5/6 G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + 5/6 G - C) \right] \\
\varphi_{ij,w} &\equiv C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k n_i n_k} \right) \frac{C_l k^{3/2}}{\varepsilon d} +
\end{aligned}$$

με τιμές σταθερών:

$$C_1 = 1.8, \quad C_2 = 0.60, \quad C'_1 = 0.5, \quad C'_2 = 0.3$$

$$C_l = C_\mu^{3/4} / \kappa, \quad C_\mu = 0.09, \quad \kappa = 0.4187$$

Και:

$$P = \frac{1}{2} P_{kk}, \quad G = \frac{1}{2} G_{kk}, \quad C = \frac{1}{2} C_{kk}$$

- $G_{ij} = \rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta})$ : όρος άνωσης δίνεται παρακάτω:

$$G_{ij} = -\frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \left( g_i \frac{\theta \rho}{\theta x_j} + g_j \frac{\theta \rho}{\theta x_i} \right) \quad (2.25)$$

Με:

$$G_{ij} = (\overline{J_i U_j} + \overline{J_j U_i}) = -\beta (g_i \overline{U_j \theta} + g_j \overline{U_i \theta}), \quad \overline{U_i \theta} = \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \left( \frac{\theta T}{\theta X_i} \right), \quad \text{Pr}_t = 0.85$$

- $k = \frac{1}{2} \overline{u'_j u'_i}$ : Η κινητική ενέργεια της τύρβης για την οποία επιλύεται η εξίσωση μεταφοράς:

$$\frac{\theta}{\theta t} (\rho k) + \frac{\theta}{\theta x_i} (\rho k u_i) = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\theta k}{\theta x_j} \right] + \frac{1}{2} (P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (2.26)$$

όπου  $\sigma_k = 0.82$  και  $S_k$ : όρος πηγής ο οποίος δίνεται από το χρήστη.

- $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho \varepsilon + Y_M)$ : Ο ταυνοστής διάχυσης για τον οποίο ισχύει:

$$Y_M = 2\rho \varepsilon M_t^2, \quad M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}, \quad a \equiv \sqrt{\gamma RT}$$

Η εξίσωση μεταφοράς για το βαθμωτό μέγεθος του συντελεστή διάχυσης φαίνεται παρακάτω:

$$\frac{\theta}{\theta t} (\rho \varepsilon) + \frac{\theta}{\theta x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\theta}{\theta x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\theta \varepsilon}{\theta x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (2.27)$$

Όπου:

$$\sigma_\varepsilon = 1.0, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} : (2.28) \text{ τυρβώδες ιξώδες για το οποίο έχουμε: } C_\mu = 0.09$$

### 2.5.1.9 Μοντέλο Προσομοίωσης Μεγάλων Δινών – LES (Large Eddy Simulation Model)

Οι τυρβώδεις ροές αποτελούνται από δίνες με μεγάλο εύρος μήκους και χρονικής κλίμακας. Το μέγεθος των μεγαλύτερων δινών δύναται να συγκριθεί με το χαρακτηριστικό μήκος της ροής ενώ οι μικρότερες είναι υπεύθυνες για την απόσβεση της κινητικής ενέργειας τη τύρβης. Στη θεωρία είναι δυνατός ο ακριβής προσδιορισμός και υπολογισμός των δινών σε όλο το φάσμα μηκών και χρονικής κλίμακας, στην πράξη αυτό είναι ασύμφορο, ειδικότερα για ροές μεγάλου αριθμού Reynolds λόγω τεράστιου υπολογιστικού κόστους. Αυτό το αντιλαμβάνεται κανείς καλύτερα

λαμβάνοντας υπόψιν ότι το κόστος ακριβούς αριθμητικού υπολογισμού είναι ανάλογο του  $Re_i^3$  όπου  $Re_i$  είναι ο αριθμός Reynolds της τυρβώδους ροής.

Στο μοντέλο LES, οι μεγάλες δίνες υπολογίζονται απευθείας ενώ οι μικρότερες δίνες μοντελοποιούνται. Αποτελεί δηλαδή το μοντέλο αυτό μία ενδιάμεση κατάσταση μεταξύ DNS και RANS. Τα βασικά σημεία του μοντέλου LES είναι:

Η ορμή, η μάζα, η ενέργεια καθώς και άλλα βαθμωτά μεγέθη τα οποία μεταφέρονται κυρίως μέσω των μεγάλων δινών.

Οι μεγάλες δίνες είναι περισσότερο εξαρτημένες από το πρόβλημα μέσω της γεωμετρίας και των οριακών συνθηκών του προβλήματός μας.

Οι μικρότερες δίνες εξαρτώνται λιγότερο από τη γεωμετρία και τείνουν στην ισοτροπία των χαρακτηριστικών τους στο εσωτερικό τους.

Για το λόγο αυτό είναι πιο εύκολο να βρούμε ένα κυρίαρχο μοντέλο για το σύνολο των δινών.

Υπολογίζοντας αριθμητικά απευθείας μόνο τις μεγάλες δίνες μπορεί να επιτρέψει μεγαλύτερα χρονικά βήματα από ότι αν εφαρμόζαμε DNS μέθοδο υπολογισμού αλλά χρειάζεται σημαντικά πυκνότερο πλέγμα από ότι τα μοντέλα RANS. Επιπλέον το LES μοντέλο χρειάζεται να «τρέξει» περισσότερο χρόνο προκειμένου να φτάσουμε σε «στατιστική σταθερότητα». Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι το υπολογιστικό κόστος είναι τάξεις ανώτερο των μοντέλων RANS σε όρους μνήμης και χρόνου υπολογισμού.

Οι βασικές εξισώσεις του LES μοντέλου λαμβάνονται από τις χρονικά εξαρτημένες εξισώσεις Navier-Stokes τις οποίες φιλτράρουμε είτε στο χώρο Fourier είτε στο φυσικό χώρο. Οι παραγόμενες εξισώσεις είναι:

$$\frac{\theta \rho}{\theta t} + \frac{\theta}{\theta x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\theta}{\theta t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\theta}{\theta x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\theta}{\theta x_j} (\sigma_{ij}) - \frac{\theta \bar{p}}{\theta x_i} - \frac{\theta \tau_{ij}}{\theta x_j} \quad (2.30)$$

Όπου:

$$\sigma_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\theta \bar{u}_i}{\theta x_j} + \frac{\theta \bar{u}_j}{\theta x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\theta \bar{u}_l}{\theta x_l} \delta_{ij} \quad (2.31) \quad \text{- ο τανυστής τάσεων λόγω}$$

μοριακού ιξώδους

Και  $\tau_{ij} \equiv \overline{\rho u_i u_j} - \rho \overline{u_i} \overline{u_j}$  οι τάσεις οι οποίες προκύπτουν από τη διαδικασία φιλτραρίσματος και χρειάζονται μοντελοποίηση. Κάνοντας χρήση και στην περίπτωση αυτή της υπόθεσης του Boussinesq για την τάση στο μοντέλο που προσομοιώνει τις μικρές δίνες (subgrid-scale model) παίρνουμε:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.32)$$

όπου  $\mu_t$ : το τυρβώδες ιξώδες για το μοντέλο μικρών δινών (subgrid-scale model).

Το πιο απλό και γνωστό subgrid-scale model είναι το Smagorinsky-Lilly μοντέλο το οποίο και εφαρμόζουμε στη μελέτη μας. Σε αυτό υπολογίζουμε το  $\mu_t$  ως εξής:

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{S}'|, \quad |\bar{S}'| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$$

## 2.6 Σύγκριση Μοντέλων Τύρβης

Έχοντας επιτύχει ένα ανεξάρτητο πλέγμα διακριτοποίησης, επόμενο στάδιο αποτελεί η προσομοίωση του προβλήματός μας με διαφορετικά μοντέλα τύρβης και σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ τους, προκειμένου να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά με την καταλληλότητα και την αξιοπιστία του κάθε μοντέλου. Τα μοντέλα τύρβης τα οποία δοκιμάστηκαν και παρουσιάζονται στη συνέχεια είναι τα:

- Spalart-Allmaras
- κ-ε standard
- κ-ε realizable
- Transition SST
- Reynolds Stress Model (RSM)
- Large Eddy Simulation Model (LES)

Η θεωρία και το μαθηματικό υπόβαθρο του κάθε μοντέλου έχει αναλυθεί σε προηγούμενη παράγραφο της παρούσας εργασίας. Θα πρέπει να τονιστεί ότι σε κάθε προσομοίωση η γεωμετρία, το χωρίο μελέτης, το πλέγμα, τα υλικά καθώς και οι αρχικές συνθήκες παραμένουν ίδιες. Η μόνη διαφορά έγκειται στο μοντέλο τύρβης που επιλέγεται καθώς επίσης και στον αλγόριθμο επίλυσής τους με τις αντίστοιχες παραμέτρους τους.

### 2.6.1 Spalart-Allmaras

#### 2.6.1.1 Model

- Viscous Model: Spalart-Allmaras
- Spalart-Allmaras Production: Vorticity-Based
- Model Constants:  $C_{b1}=0.1355, C_{b2}=0.622, C_{v1}=7.1, C_{w2}=0.3, C_{w3}=2,$   
Prandtl Number=0.667, Energy Prandtl Number= 0.85, Wall Prandtl  
Number=0.85

#### 2.6.1.2 Solution Methods

- Pressure-Velocity Coupling: Coupled
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Second Order Upwind
- Modified Turbulent Viscosity: First Order Upwind
- Energy: Second Order Upwind

- Pseudo Transient
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.25

### **2.6.1.3 Solution Controls – Pseudo Transient Explicit Relaxation Factors**

- Pressure: 0.5
- Momentum: 0.5
- Density: 1
- Body Forces: 1
- Modified Turbulent Viscosity: 0.75
- Turbulent Viscosity: 1
- Energy: 0.75

## **2.6.2 Standard $\kappa$ - $\epsilon$**

### **2.6.2.1 Model**

- Model: k-epsilon Standard
- Near Wall Treatment: Standard Wall Functions
- Model Constants:  $C_{\mu}=0.09$ ,  $C_1$ -Epsilon=1.44,  $C_2$ -Epsilon=1.92, TKE Prandtl Number=1, TDR Prandtl Number=1.3, Energy Prandtl Number=0.85, Wall Prandtl Number=0.85

### **2.6.2.2 Solution Methods**

- Pressure-Velocity Coupling: Coupled
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Second Order Upwind
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind
- Energy: Second Order Upwind
- Pseudo Transient
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.25



### **2.6.2.3 *Solution Controls – Pseudo Transient Explicit Relaxation Factors***

- Pressure: 0.5
- Momentum: 0.5
- Density: 1
- Body Forces: 1
- Turbulent Kinetic Energy: 0.75
- Turbulent Dissipation Rate: 0.75
- Turbulent Viscosity: 1
- Energy: 0.75

### **2.6.3 Realizable $\kappa$ - $\epsilon$**

#### **2.6.3.1 *Model***

- Model: k-epsilon Realizable
- Near Wall Treatment: Standard Wall Functions
- Model Constants: C2-Epsilon=1.9, TKE Prandtl Number=1.2, TDR Prandtl Number=1.2, Energy Prandtl Number=0.85, Wall Prandtl Number=0.85

#### **2.6.3.2 *Solution Methods***

- Pressure-Velocity Coupling: Coupled
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Second Order Upwind
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind
- Energy: Second Order Upwind
- Pseudo Transient
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.25

#### **2.6.3.3 *Solution Controls – Pseudo Transient Explicit Relaxation Factors***

- Pressure: 0.5
- Momentum: 0.5
- Density: 1

- Body Forces: 1
- Turbulent Kinetic Energy: 0.75
- Turbulent Dissipation Rate: 0.75
- Turbulent Viscosity: 1
- Energy: 0.75

## **2.6.4 Transition SST**

### **2.6.4.1 Model**

- Model: Transition SST
- Options: Production Kato-Launder, Production Limiter
- Model Constants:  $\text{Alpha}^*_{\text{inf}}=1$ ,  $\text{Alpha}_{\text{inf}}=0.52$ ,  $\text{Beta}^*_{\text{inf}}=0.09$ ,  $a1=0.31$ ,  $\text{Beta}_i(\text{Inner})=0.075$ ,  $\text{Beta}_i(\text{Outer})=0.0828$ ,  $\text{Ca}1=2$ ,  $\text{Ca}2=0.06$ ,  $\text{Ce}1=1$ ,  $\text{Ce}2=50$ ,  $\text{C}_{\text{thetat}}=0.03$ ,  $\text{C}_{s1}=2$ , TKE (Inner) Prandtl # = 1.176, TKE (Outer) Prandtl # = 1, SDR (Inner) Prandtl # = 2, SDR (Outer) Prandtl # = 1.168, Intermit. Prandtl # = 1,  $\text{Re}_{\text{theta}}$ . Prandtl # = 2, Energy Prandtl Number = 0.85, Wall Prandtl Number=0.85, Production Limiter Clip Factor: 10

### **2.6.4.2 Solution Methods**

- Pressure-Velocity Coupling: Coupled
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Second Order Upwind
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind
- Specific Dissipation Rate: First Order Upwind
- Momentum Thickness Re: First Order Upwind
- Energy: Second Order Upwind
- Pseudo Transient
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.25

### **2.6.4.3 Solution Controls – Pseudo Transient Explicit Relaxation Factors**

- Pressure: 0.5
- Momentum: 0.5

- Density: 1
- Body Forces: 1
- Turbulent Kinetic Energy: 0.75
- Specific Dissipation Rate: 0.75
- Intermmitency: 0.75
- Momentum Thickness Re: 0.75
- Turbulent Viscosity: 1
- Energy: 0.75

## **2.6.5 Reynolds Stress Model**

### **2.6.5.1 Model**

- Model: Reynolds Stress – Linear Pressure-Strain
- Options: Wall BC from k Equation, Wall reflection Effects
- Near Wall Treatment: Standard Wall Functions
- Model Constants:  $C_{\mu}=0.09$ ,  $C1\text{-Epsilon}=1.44$ ,  $C2\text{-Epsilon}=1.92$ ,  $C1\text{-PS}=1.8$ ,  $C2\text{-PS}=0.6$ ,  $C1'\text{-PS}=0.5$ ,  $C2'\text{-PS}=0.3$ , TKE Prandtl Number=1, TDR Prandtl Number=1.3, Energy Prandtl Number=0.85, Wall Prandtl Number=0.85

### **2.6.5.2 Solution Methods**

- Pressure-Velocity Coupling: Coupled
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Second Order Upwind
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind
- Reynolds Stresses: First Order Upwind
- Energy: Second Order Upwind
- Pseudo Transient
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.25

### **2.6.5.3 Solution Controls – Pseudo Transient Explicit Relaxation Factors**

- Pressure: 0.5

- Momentum: 0.5
- Density: 1
- Body Forces: 1
- Turbulent Kinetic Energy: 0.75
- Turbulent Dissipation Rate: 0.75
- Turbulent Viscosity: 1
- Reynolds Stresses: 0.75
- Energy: 0.75

## **2.6.6 Large Eddy Simulation Model (LES) (Transient Simulation)**

### **2.6.6.1 Model**

- Model: Large Eddy Simulation (LES)
- Subgrid-Scale Model: Smagorinsky-Lilly
- Options: Dynamic Stress, Viscous Heating
- Near Wall Treatment: Standard Wall Functions
- Model Constants: Energy Prandtl Number=0.85, Wall Prandtl Number=0.85

### **2.6.6.2 Solution Methods**

- Pressure-Velocity Coupling: SIMPLEC
- Gradient: Least Squares Cell Based
- Pressure: Second Order
- Density: Second Order Upwind
- Momentum: Bounded Central Differencing
- Energy: Second Order Upwind
- Transient Formulation: Bounded Second Order Implicit
- High Order Term Relaxation
- Relaxation Factor: 0.75

### **2.6.6.3 Solution Controls – Under-Relaxation Factors**

- Pressure: 0.3
- Density: 1
- Body Forces: 1
- Momentum: 0.7
- Energy: 0.75

### 2.6.7 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για κάθε ένα από τα παραπάνω μοντέλα και θα συγκριθούν με τα πειραματικά δεδομένα σε κάθε μία από τις 7 θέσεις μελέτης. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί ότι τα 5 πρώτα μοντέλα είναι σταθερού χρόνου (steady-time), ενώ το μοντέλο LES είναι μεταβλητού χρόνου (transient-time). Το μοντέλο LES δοκιμάστηκε προκειμένου να πραγματοποιήσουμε μία γραφική προσομοίωση της κατανομής της πίεσης και του αριθμού Mach στην επιφάνεια της πτέρυγας.

#### 2.6.7.1 Αριθμός Επαναλήψεων

Μοντέλο	Επαναλήψεις
Spalart Allmaras	182
κ-ε	240
κ-ε Realizable	660
Transition SST	255
Reynolds Stress Model (RSM)	265
Large Eddy Simulation Model (LES)	1000 time_steps 25 iter/time_step = 25.000

Πίνακας 7 Πίνακας Μοντέλων και Αντίστοιχων Επαναλήψεων

#### 2.6.7.2 Διατήρηση Μάζας

Όπως έχει αναφερθεί ήδη η αρχή διατήρησης της μάζας αποτελεί ένα γρήγορο τρόπο να ελέγξουμε την φυσική ορθότητα της προσομοίωσής μας. Αυτό σημαίνει ότι το άθροισμα του ρυθμού εισροής και εκροής μάζας από κάθε επιφάνεια του υπολογιστικού μας χωρίου θα πρέπει να είναι τιμή πού κοντά στο μηδέν.

Spalart Allmaras	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	12.629485
inlet	16276.906
interior-fluid	-8560.8661
outlet	-16289.536
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	-2.5866924e-05

k-e	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	12.574063
inlet	16276.84
interior-fluid	-8559.1705
outlet	-16289.414
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	-0.00019402462

k-e Realizable	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	12.59582
inlet	16276.856
interior-fluid	-8559.5569
outlet	-16289.452
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	0.00017687142

transition SST	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	15.384132
inlet	16300.244
interior-fluid	-8570.9261
outlet	-16315.628
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	-0.00042657883

Reynolds Stress	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	12.605317
inlet	16276.902
interior-fluid	-8561.5071
outlet	-16289.507
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	7.4581261e-05

LES	
"Flux Report"	
Mass Flow Rate	(kg/s)
far_side	13.265035
inlet	16277.004
interior-fluid	-8549.2137
outlet	-16290.223
wing_surface	-0
wing_tip	-0
Net	0.046126604

Εικόνα 2.29 Διατήρηση Μάζας

## Συντελεστής Οπισθέλκουσας

Υπολογίζουμε τις δυνάμεις και τους συντελεστές στο διάνυσμα το οποίο είναι κάθετο στην πτέρυγα δηλαδή στο (0.9986, 0.0534, 0) και στη συνέχεια συγκρίνουμε το συντελεστή οπισθέλκουσας σε κάθε μοντέλο με τα πειραματικά δεδομένα:

Spalart Allmaras						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2053.6042	503.86573	2557.4699	0.0082768836	0.0020307896	0.010307673
wing_tip	-0.00011226459	4.995494	4.9953818	-4.5247323e-10	2.013393e-05	2.0133478e-05
-----						
Net	2053.604	508.86123	2562.4653	0.0082768831	0.0020509235	0.010327807
k-e						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2072.1108	538.77143	2610.8822	0.008351473	0.0021714742	0.010522947
wing_tip	-0.0001119849	2.6912307	2.6911187	-4.5134597e-10	1.0846785e-05	1.0846334e-05
-----						
Net	2072.1107	541.46266	2613.5733	0.0083514726	0.002182321	0.010533794
k-e realizable						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2069.0944	527.01765	2596.1121	0.0083393159	0.0021241015	0.010463417
wing_tip	-0.00011175646	2.6558976	2.6557858	-4.5042528e-10	1.0704378e-05	1.0703927e-05
-----						
Net	2069.0943	529.67355	2598.7679	0.0083393154	0.0021348059	0.010474121
Transition SST						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2045.2961	508.58989	2553.8859	0.0082433984	0.0020498299	0.010293228
wing_tip	-0.0001117154	2.8201424	2.8200307	-4.5025979e-10	1.1366353e-05	1.1365903e-05
-----						
Net	2045.2959	511.41003	2556.706	0.008243398	0.0020611963	0.010304594
Reynolds Stress Model (RSM)						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2058.513	525.93749	2584.4505	0.0082966682	0.002119748	0.010416416
wing_tip	-0.00011217003	2.5113949	2.5112827	-4.5209215e-10	1.0121972e-05	1.012152e-05
-----						
Net	2058.5129	528.44889	2586.9618	0.0082966677	0.00212987	0.010426538
LES						
Forces - Direction Vector (0.9986 0.0534 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	2136.6088	197.46805	2334.0768	0.0086114269	0.00079587881	0.0094073057
wing_tip	-0.00010961333	5.115178	5.1150684	-4.4178755e-10	2.0616306e-05	2.0615865e-05

Εικόνα 2.30 Συντελεστές Οπισθέλκουσας

	Cd	% διαφορά
Πειραματικά Δεδομένα	0,0088	
Spalart-Allmaras	0,008276883	6,320216121
k-e	0,008351473	5,370638467
k-e Realizable	0,008339315	5,524249628
Transition SST	0,008243398	6,752094221
Reynolds Stress Model (RSM)	0,008296668	6,066680241
LES	0,008611427	2,189805603

*Πίνακας 8 Σύγκριση Συντελεστών Οπισθέλκουσας και Απόκλιση από Πειραματικά Δεδομένα*



## Συντελεστής Άντωσης

Υπολογίζουμε τις δυνάμεις και τους συντελεστές στο διάνυσμα το οποίο είναι παράλληλο στην εγκάρσια διεύθυνση της πτέρυγας δηλαδή στο (-0.534, 0.9986, 0) και στη συνέχεια συγκρίνουμε το συντελεστή άντωσης σε κάθε πλέγμα με τα πειραματικά δεδομένα:

Spalart Allmaras						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	30772.657	-18.797291	30753.86	0.12402668	-7.5760942e-05	0.12395092
wing_tip	-7.3598224e-05	0.50272429	0.50265069	-2.9663162e-10	2.0261891e-06	2.0258925e-06
-----						
Net	30772.657	-18.294566	30754.363	0.12402668	-7.3734753e-05	0.12395294
k-e						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31114.996	-21.549013	31093.447	0.12540645	-8.6851534e-05	0.1253196
wing_tip	-7.5891885e-05	0.26259068	0.26251478	-3.0587603e-10	1.0583502e-06	1.0580444e-06
-----						
Net	31114.996	-21.286422	31093.71	0.12540645	-8.5793184e-05	0.12532065
k-e realizable						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	31004.337	-20.879044	30983.458	0.12496044	-8.4151277e-05	0.12487629
wing_tip	-7.565106e-05	0.26058428	0.26050863	-3.0490541e-10	1.0502636e-06	1.0499587e-06
-----						
Net	31004.337	-20.618459	30983.719	0.12496044	-8.3101014e-05	0.12487734
Transition SST						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	30422.364	-19.336469	30403.027	0.12261485	-7.7934056e-05	0.12253691
wing_tip	-7.4527641e-05	0.26979986	0.26972533	-3.0037756e-10	1.0874063e-06	1.0871059e-06
-----						
Net	30422.364	-19.066669	30403.297	0.12261485	-7.684665e-05	0.122538
Reynolds Stress Model (RSM)						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	30798.527	-21.029622	30777.497	0.12413094	-8.4758172e-05	0.12404618
wing_tip	-7.6100519e-05	0.23821582	0.23813972	-3.0671692e-10	9.6010937e-07	9.5980265e-07
-----						
Net	30798.527	-20.791406	30777.735	0.12413094	-8.3798063e-05	0.12404714
LES						
Forces - Direction Vector (-0.0534 0.9986 0)						
	Forces (n)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total
wing_surface	29579.294	-4.1614345	29575.132	0.11921692	-1.6772321e-05	0.11920015
wing_tip	-5.9959512e-05	0.46387983	0.46381987	-2.4166191e-10	1.8696297e-06	1.869388e-06
-----						

Εικόνα 2.31 Συντελεστές Άντωσης

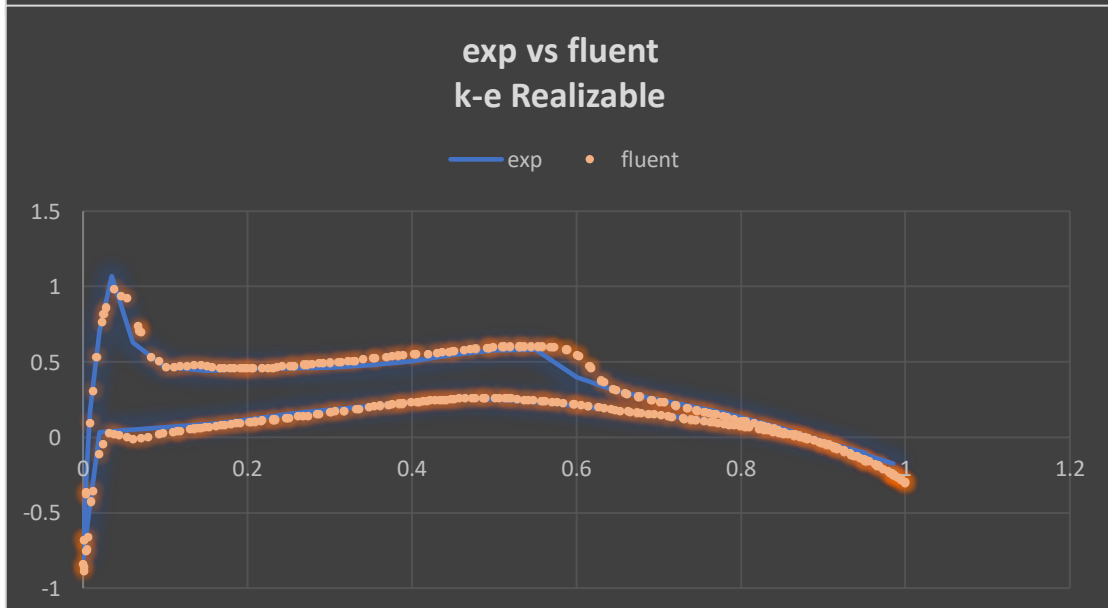
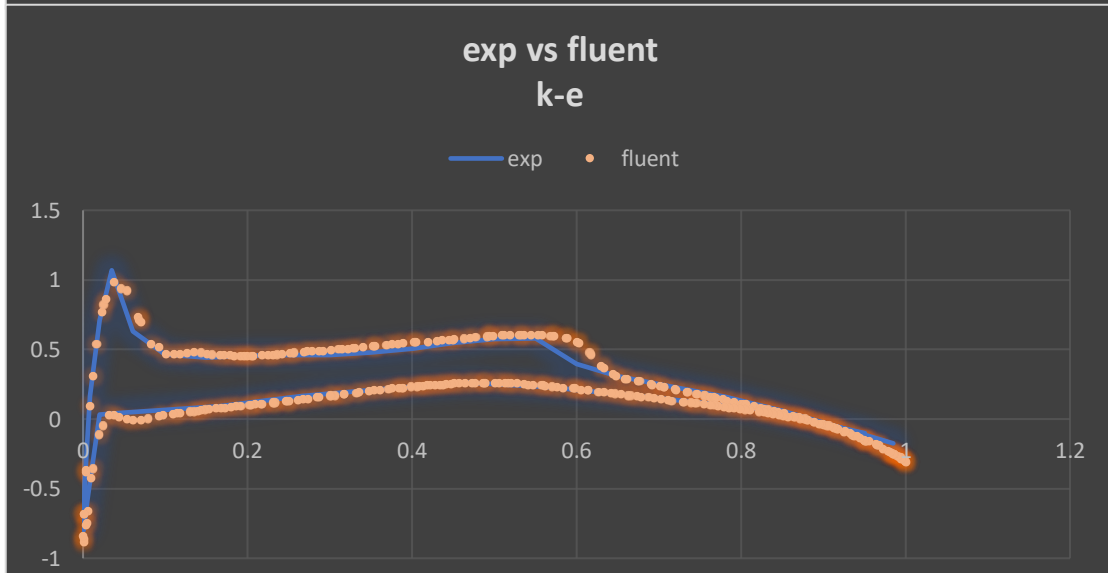
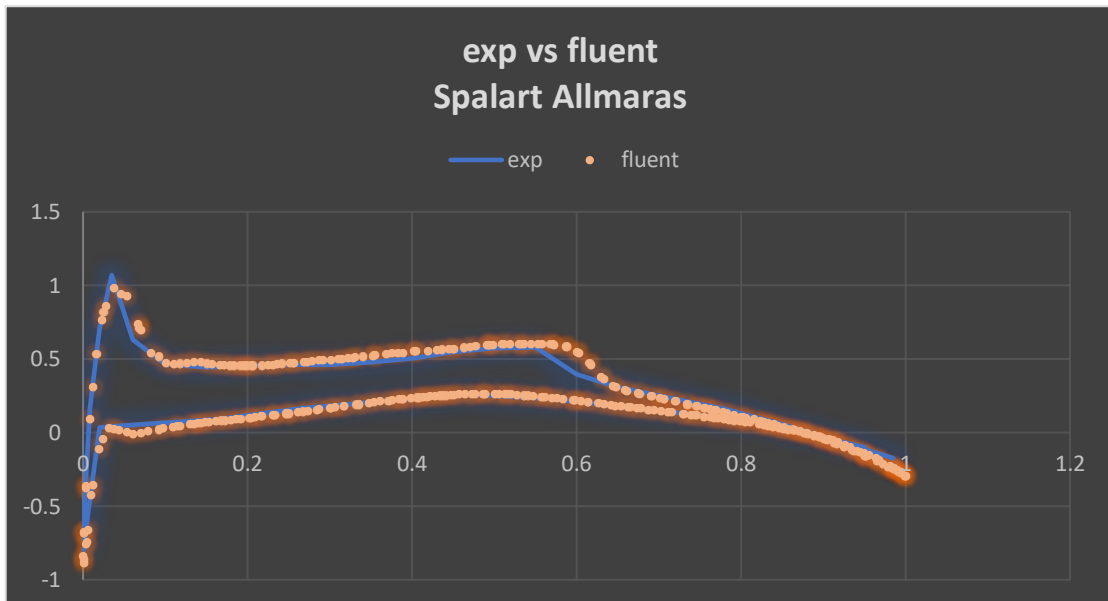
	Cl	% διαφορά
Πειραματικά Δεδομένα	0,141	
Spalart-Allmaras	0,12540645	12,43440828
k-e	0,12540645	12,43440828
k-e Realizable	0,12496044	12,83571025
Transition SST	0,12261485	14,99422786
Reynolds Stress Model (RSM)	0,12413094	13,58973033
LES	0,11921692	18,27180236

*Πίνακας 9 Σύγκριση Συντελεστών Άντωσης και Απόκλιση από Πειραματικά Δεδομένα*

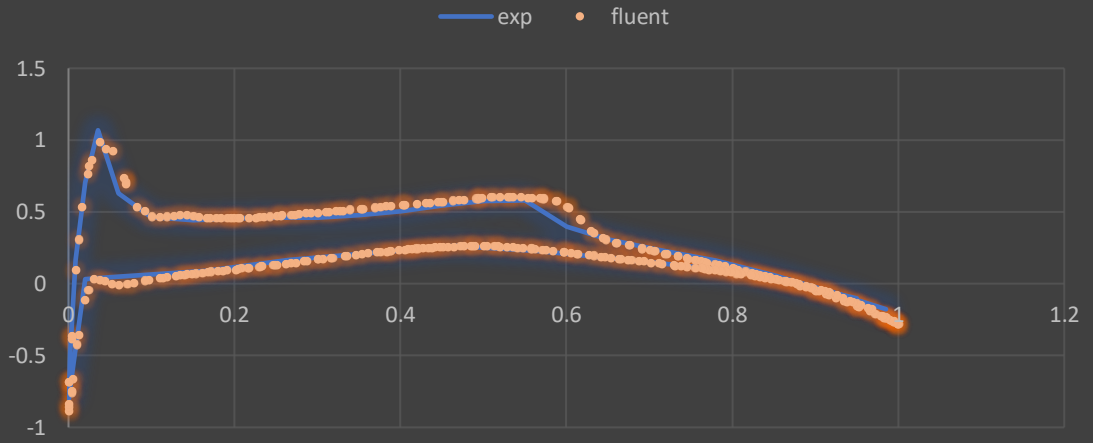
### **Σύγκριση πειραματικών δεδομένων – Δεδομένων Fluent**

Στη συνέχεια συγκρίνουμε τα πειραματικά δεδομένα από το πείραμα της NASA με τα αποτελέσματά μας από την προσομοίωση με το Ansys Fluent σε κάθε μία από τις 7 εγκάρσιες διατομές κατά μήκος της πτέρυγας:

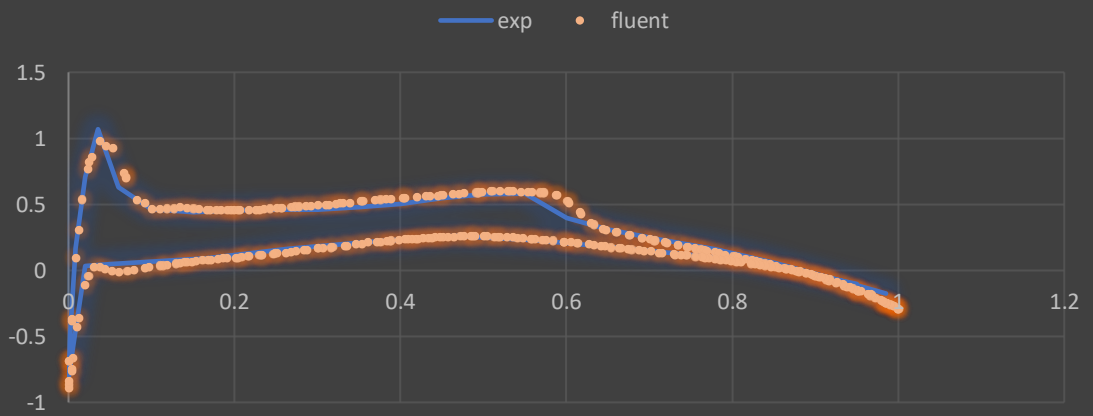
## Θέση 1



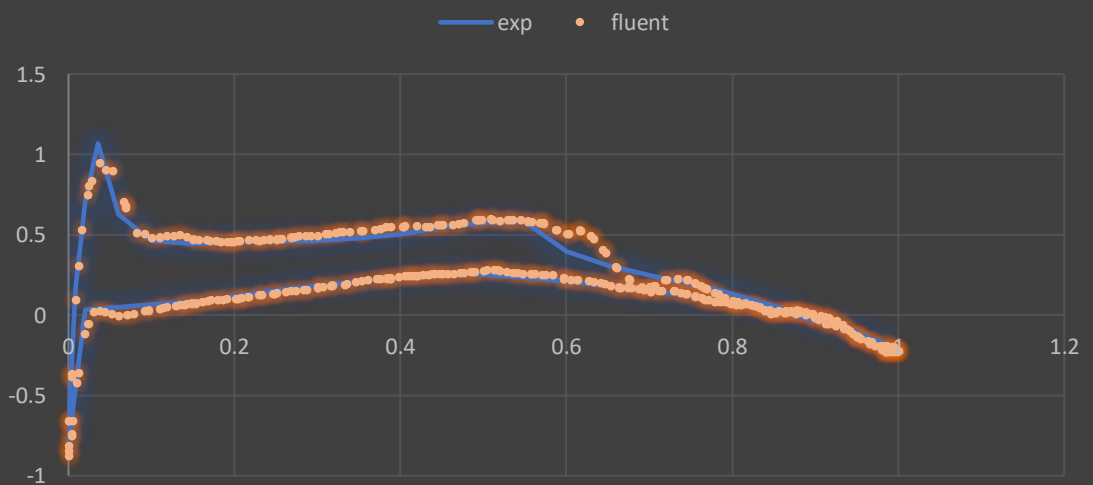
### exp vs fluent Transition SST



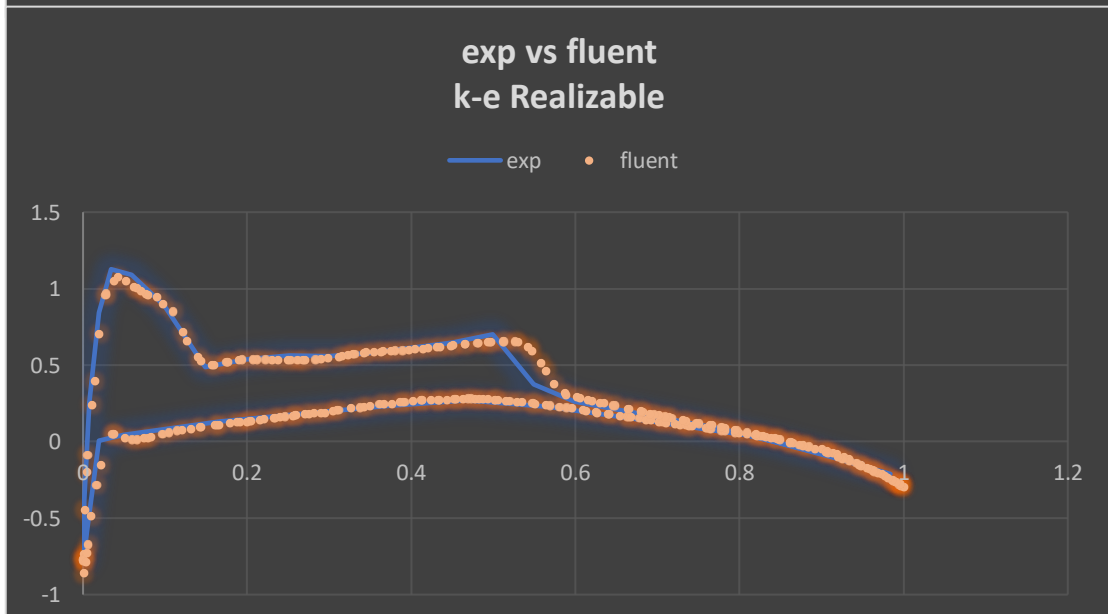
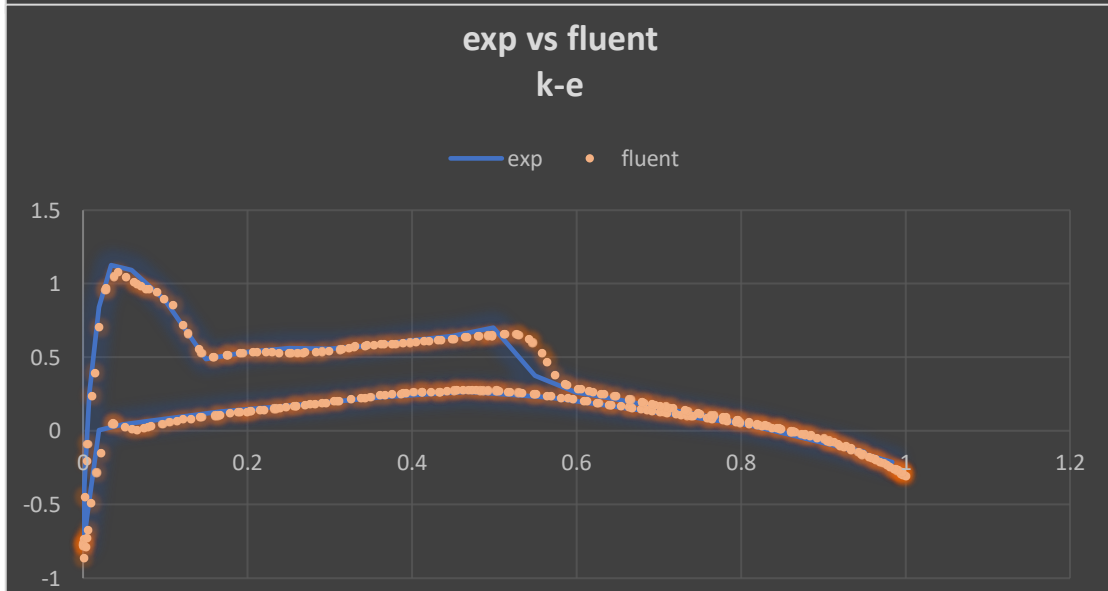
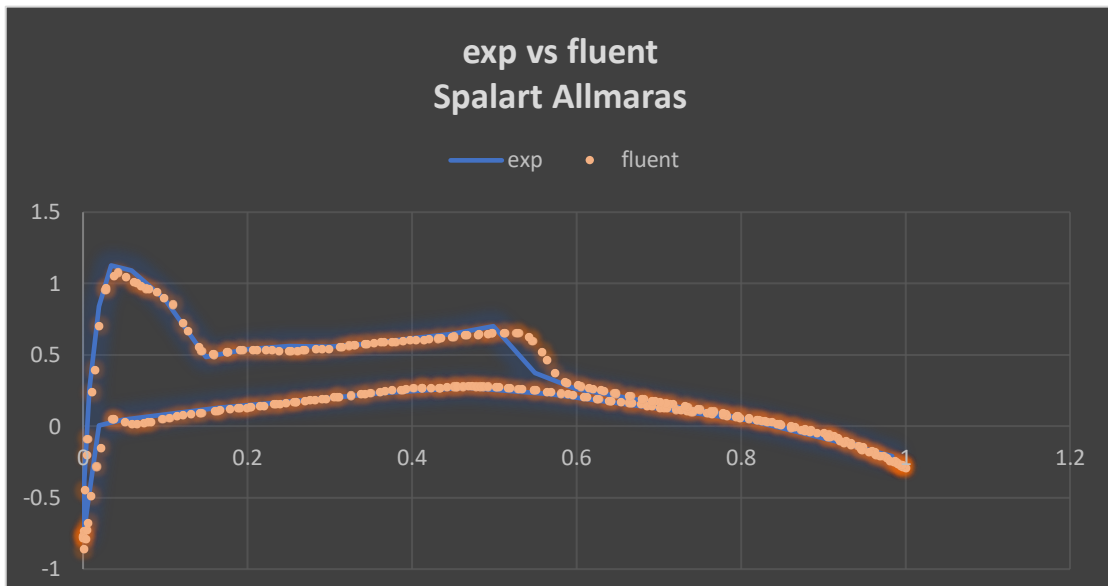
### exp vs fluent RSM

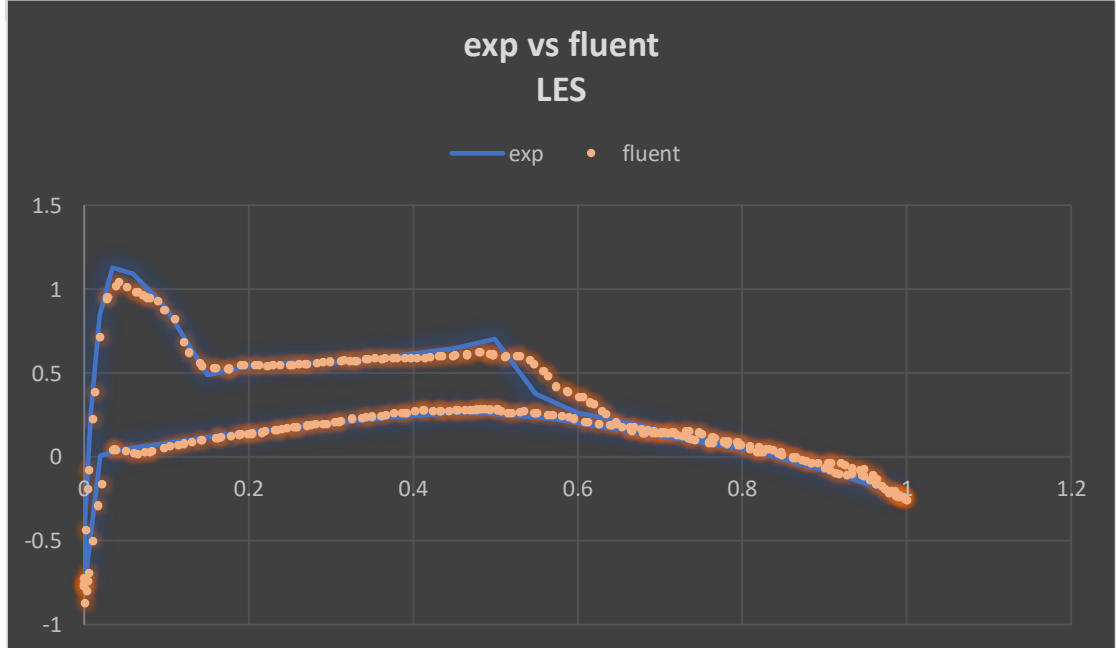
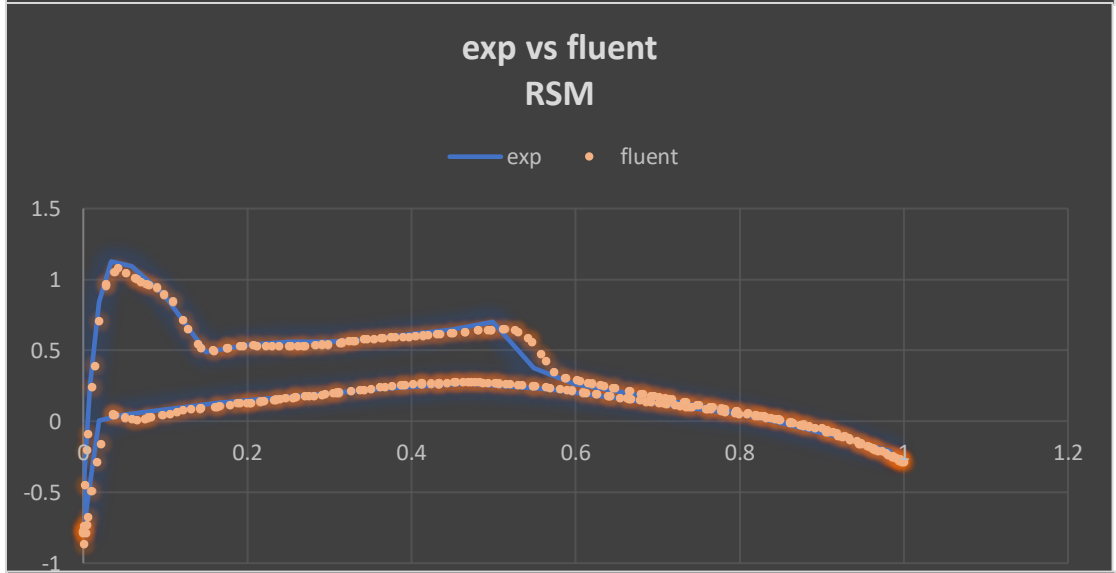
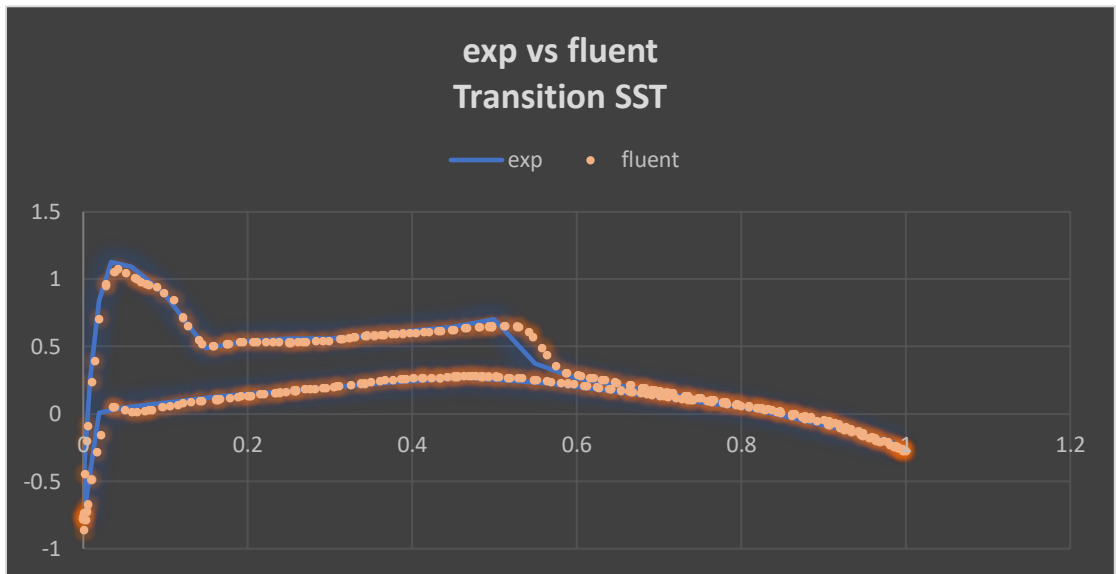


### exp vs fluent LES

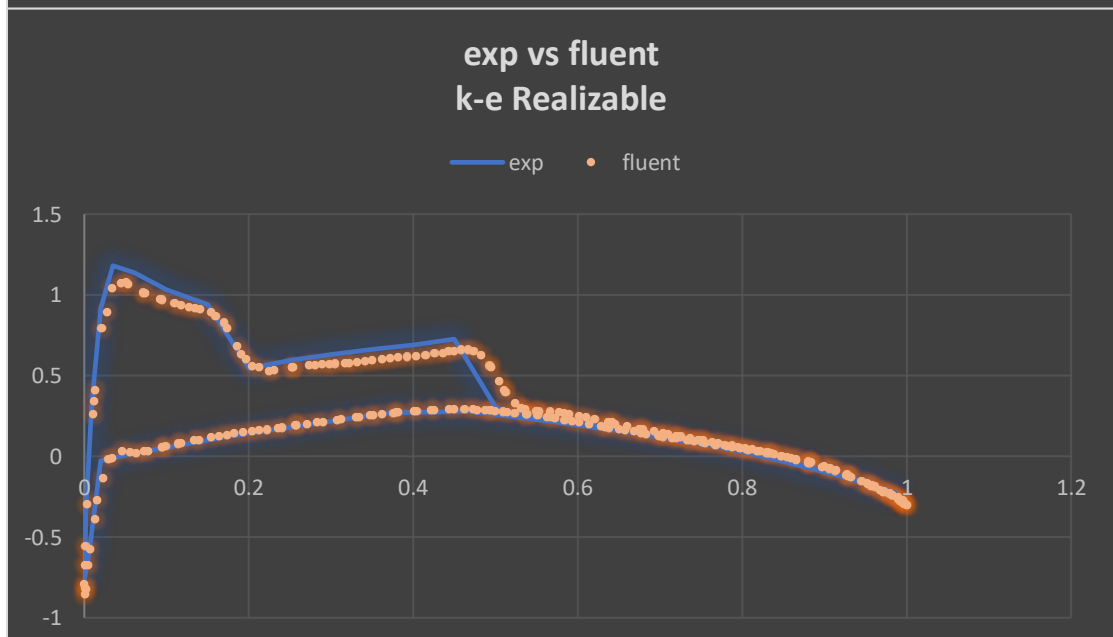
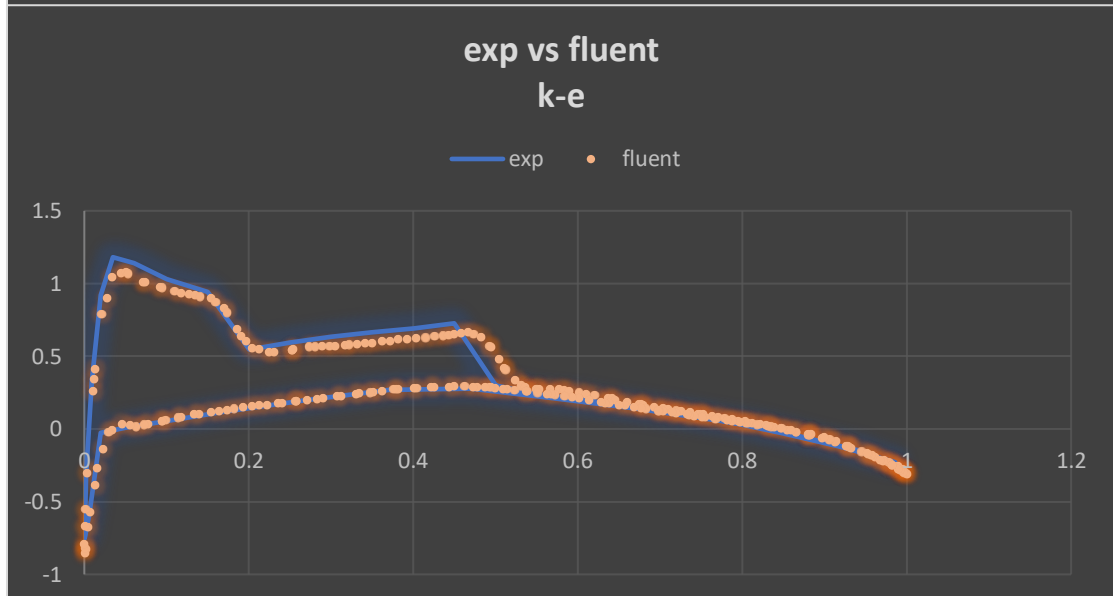
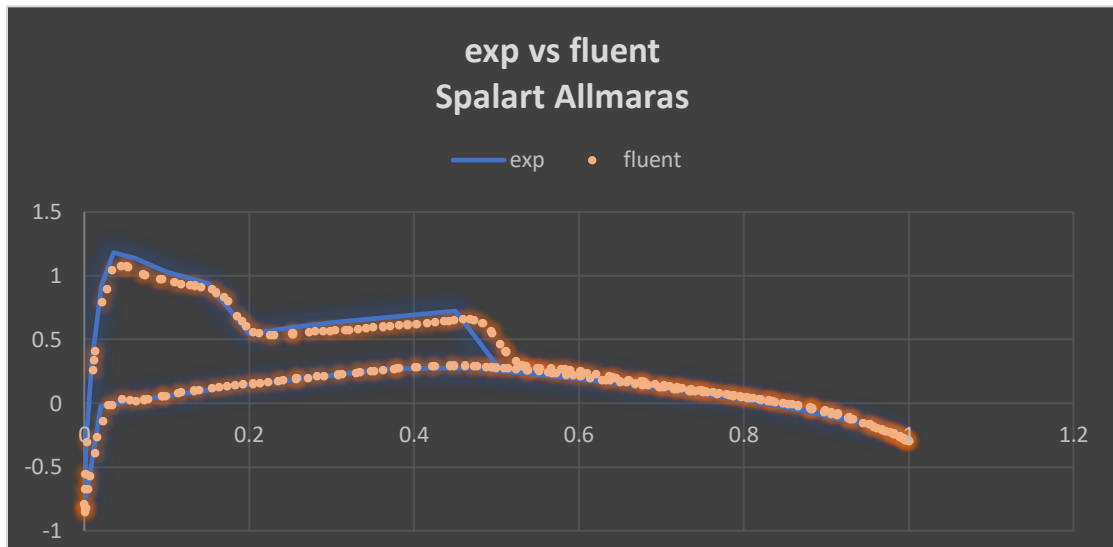


## Θέση 2



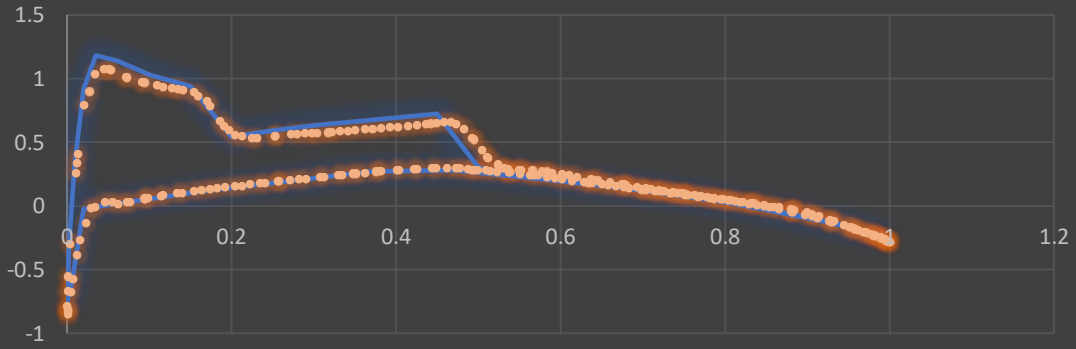


### Θέση 3



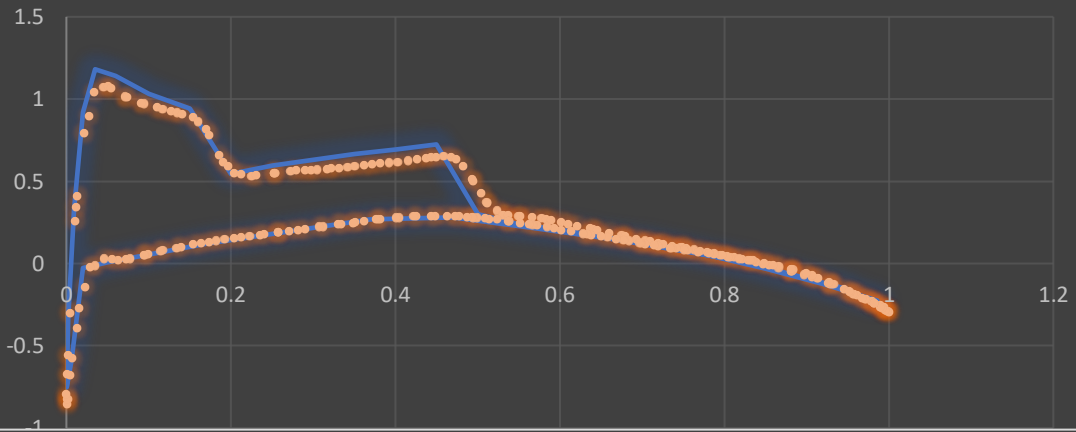
### exp vs fluent Transition SST

— exp • fluent



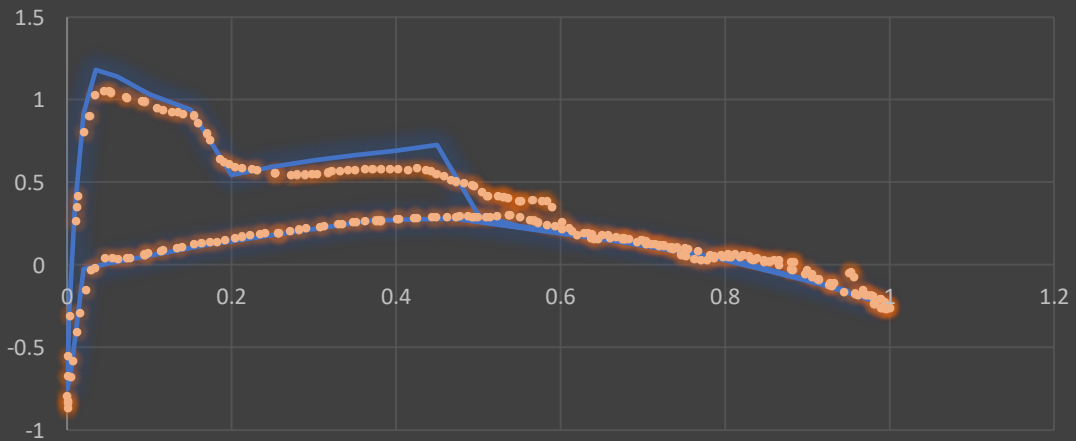
### exp vs fluent RSM

— exp • fluent



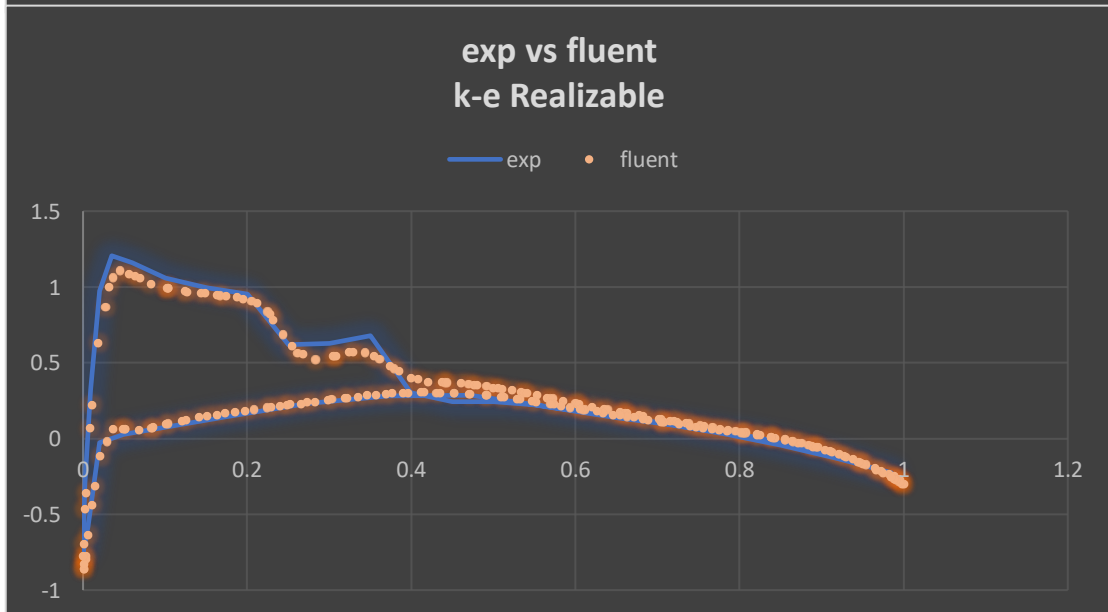
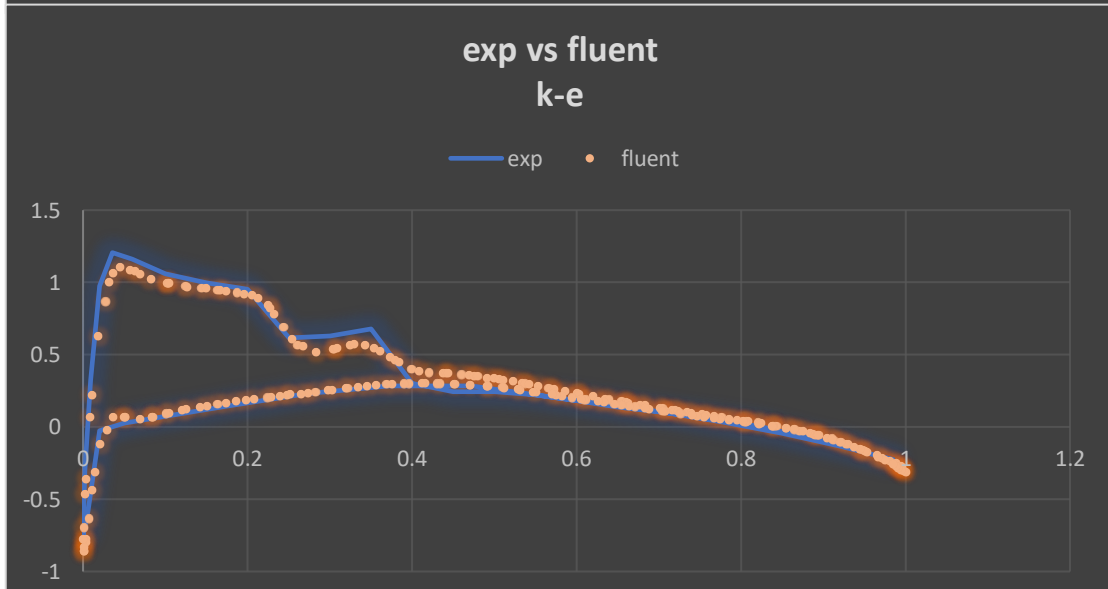
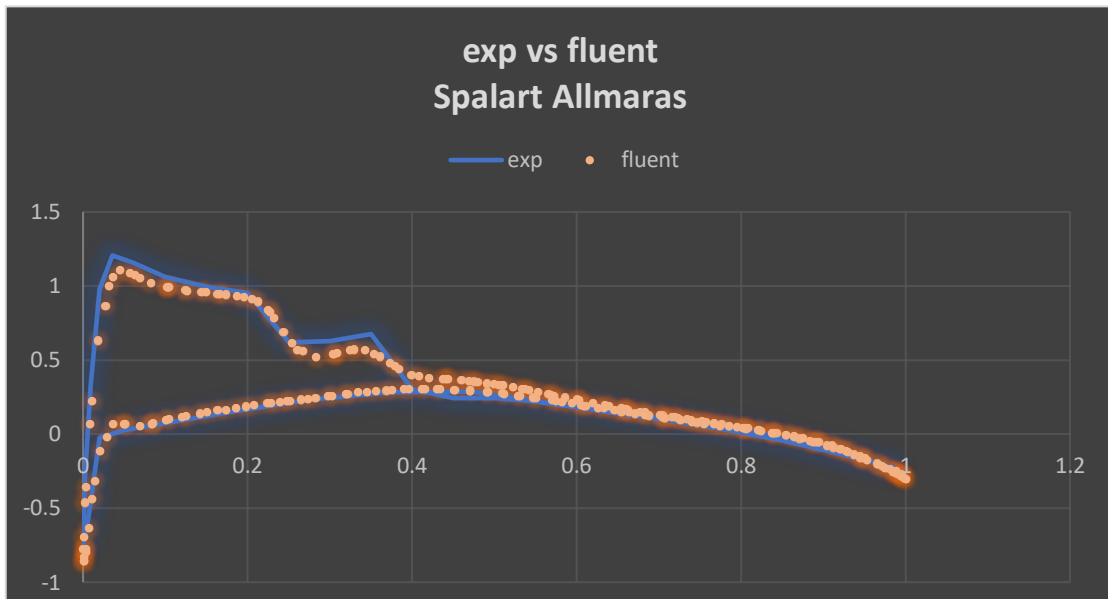
### exp vs fluent LES

— exp • fluent

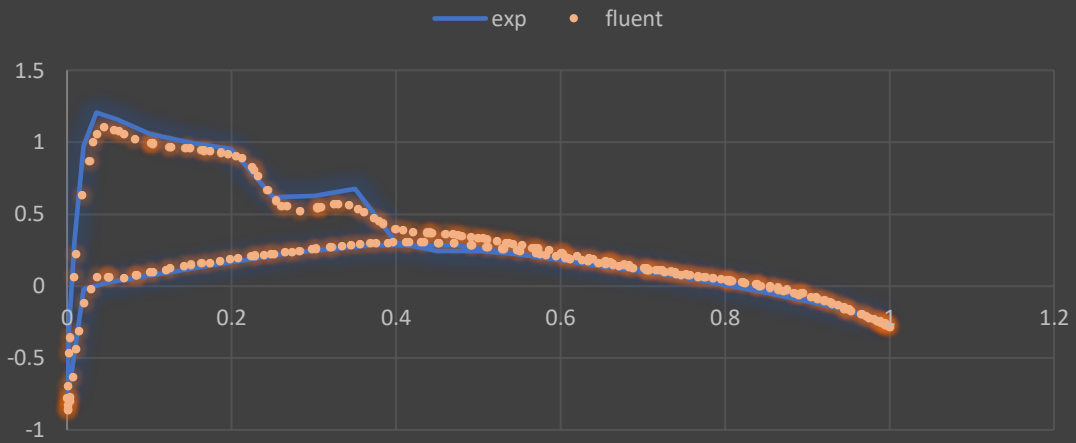




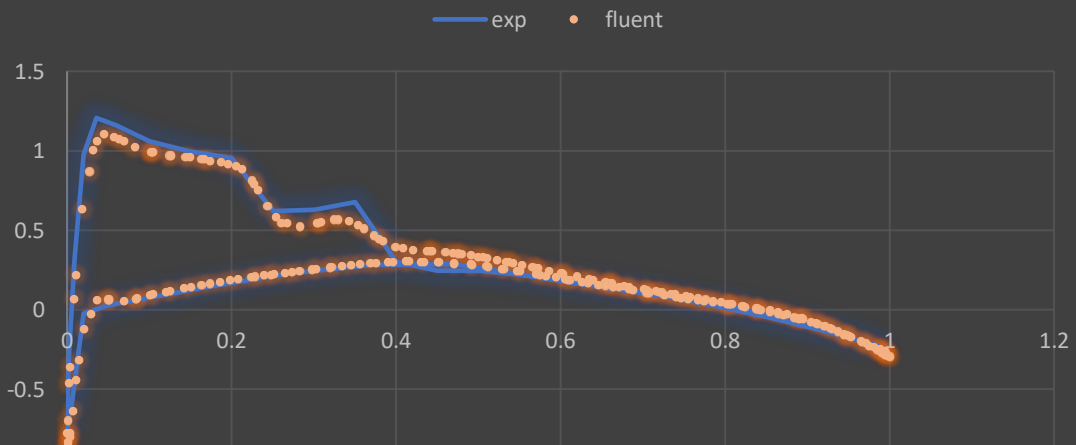
### Θέση 4



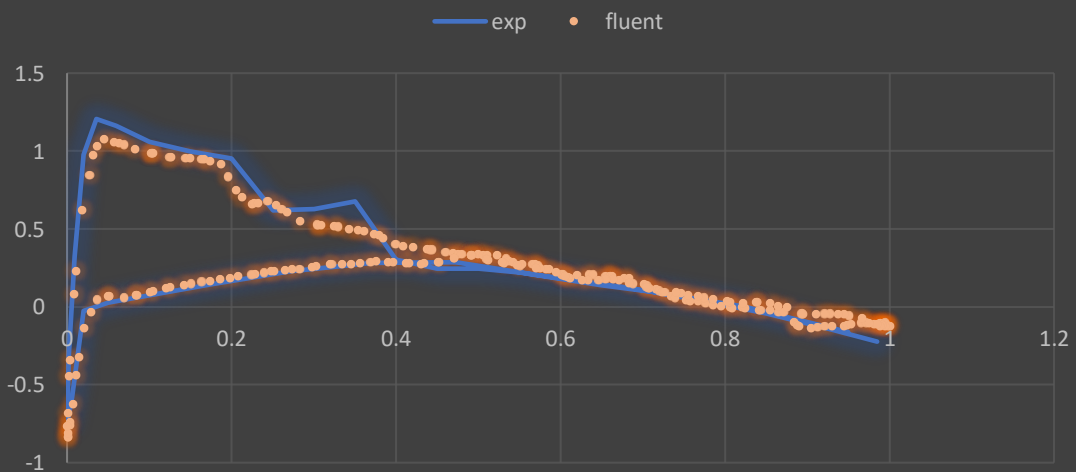
exp vs fluent  
Transition SST



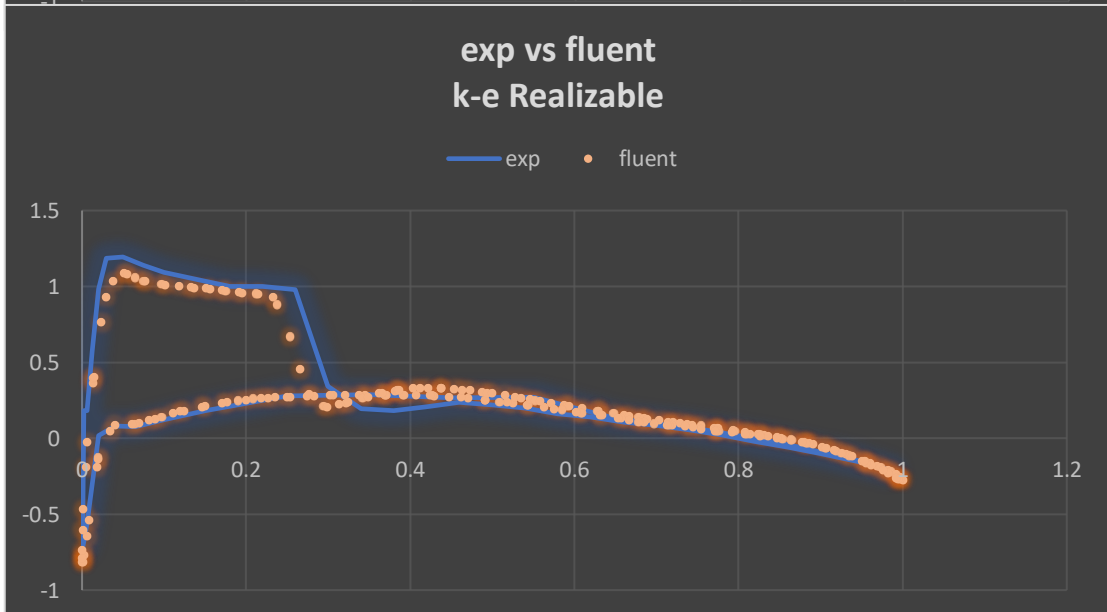
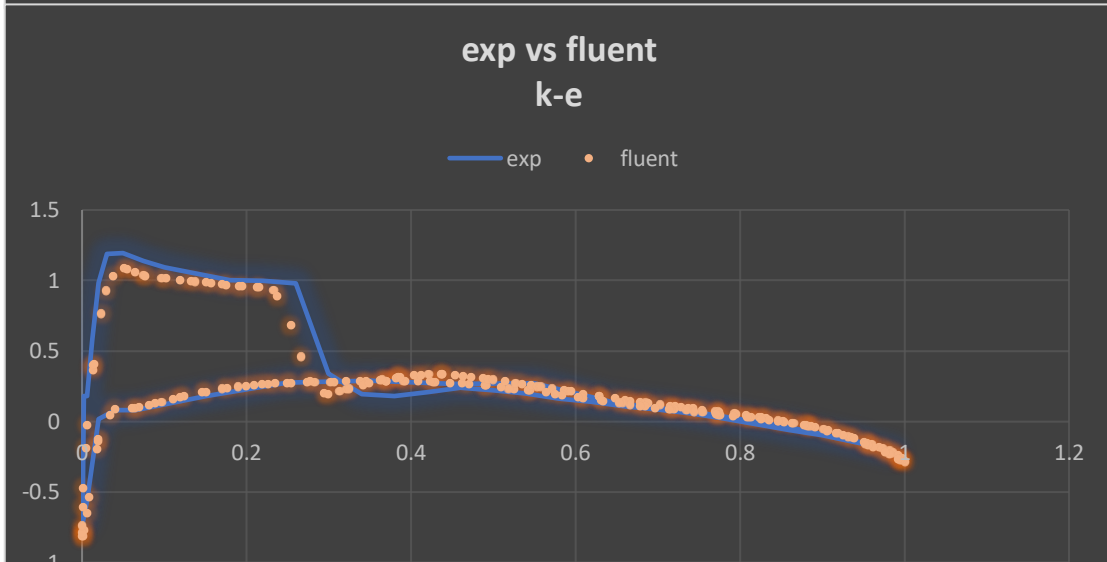
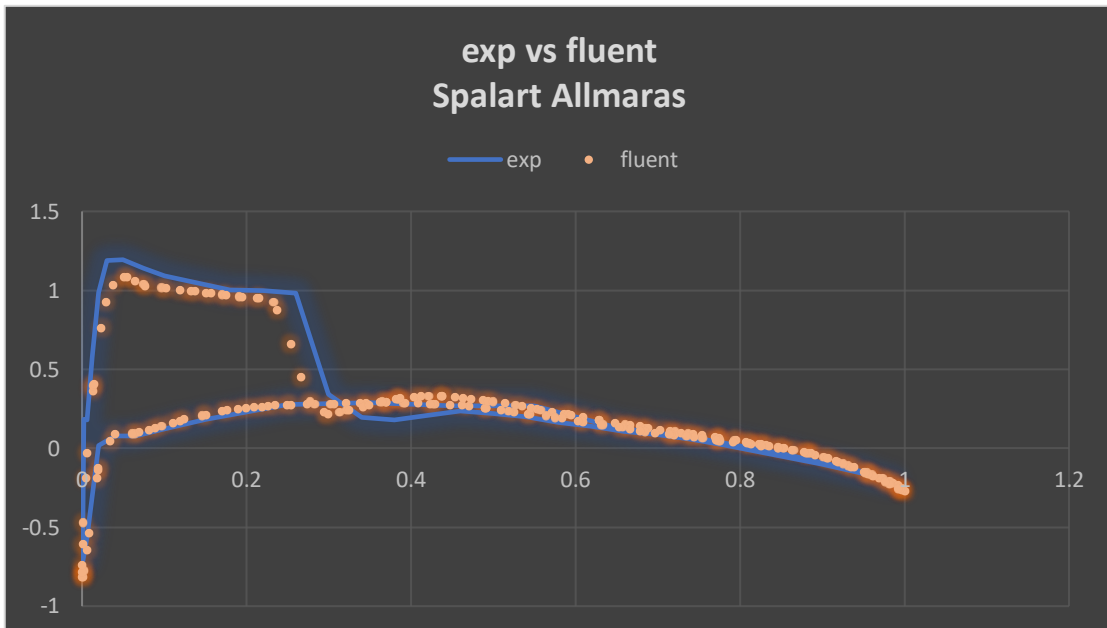
exp vs fluent  
RSM



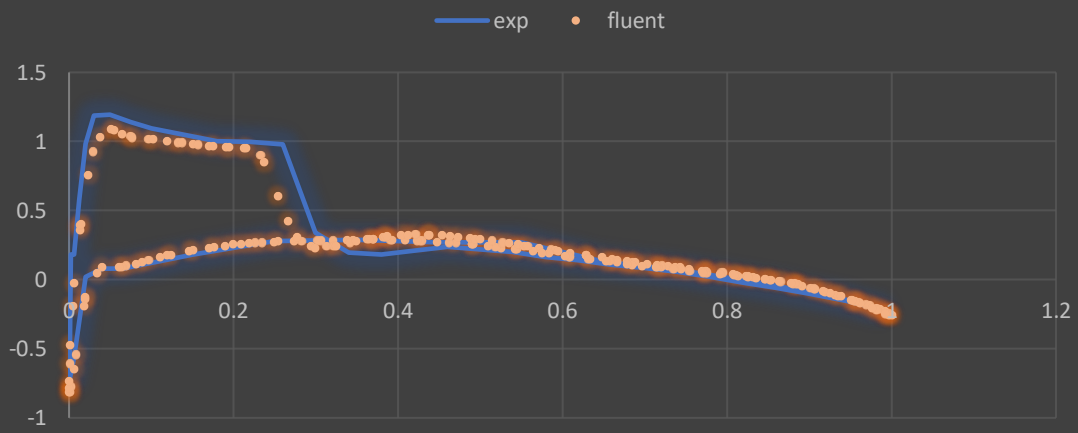
exp vs fluent  
LES



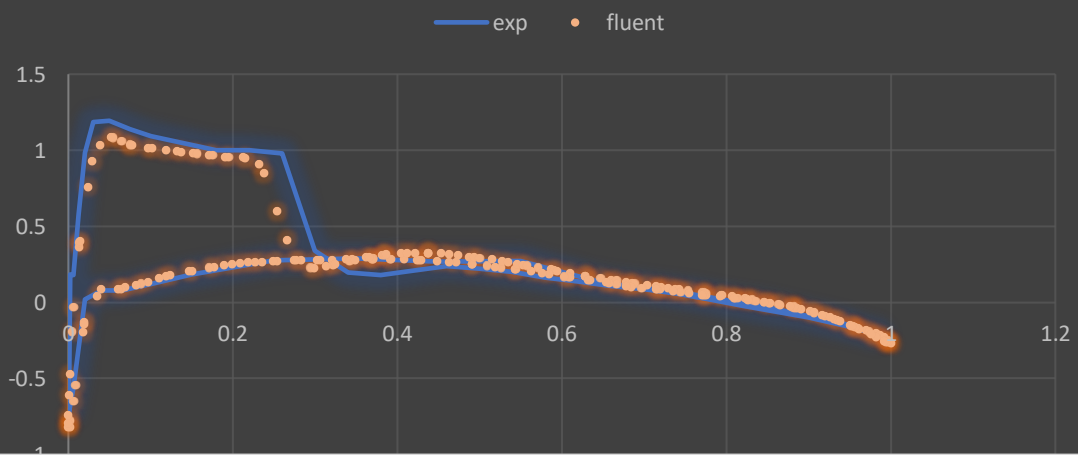
### Θέση 5



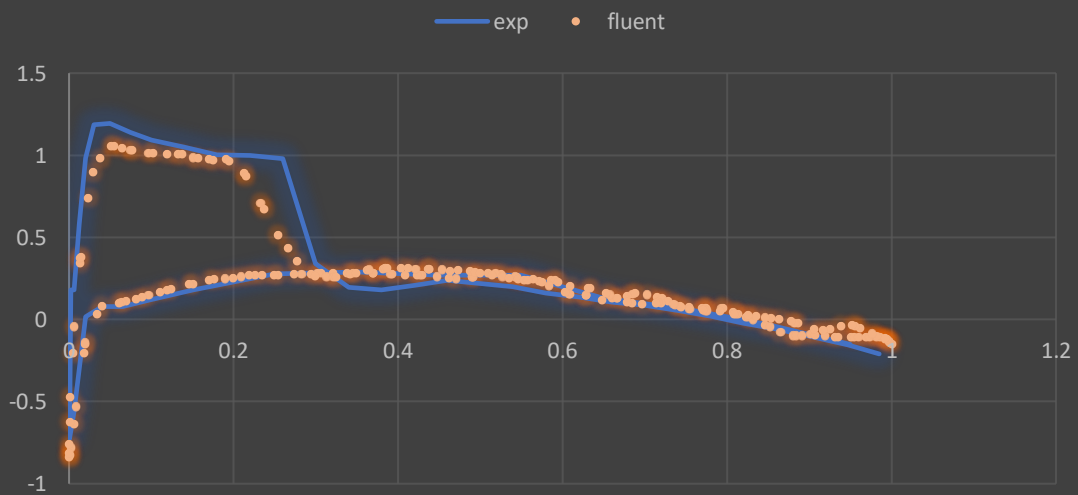
### exp vs fluent Transition SST



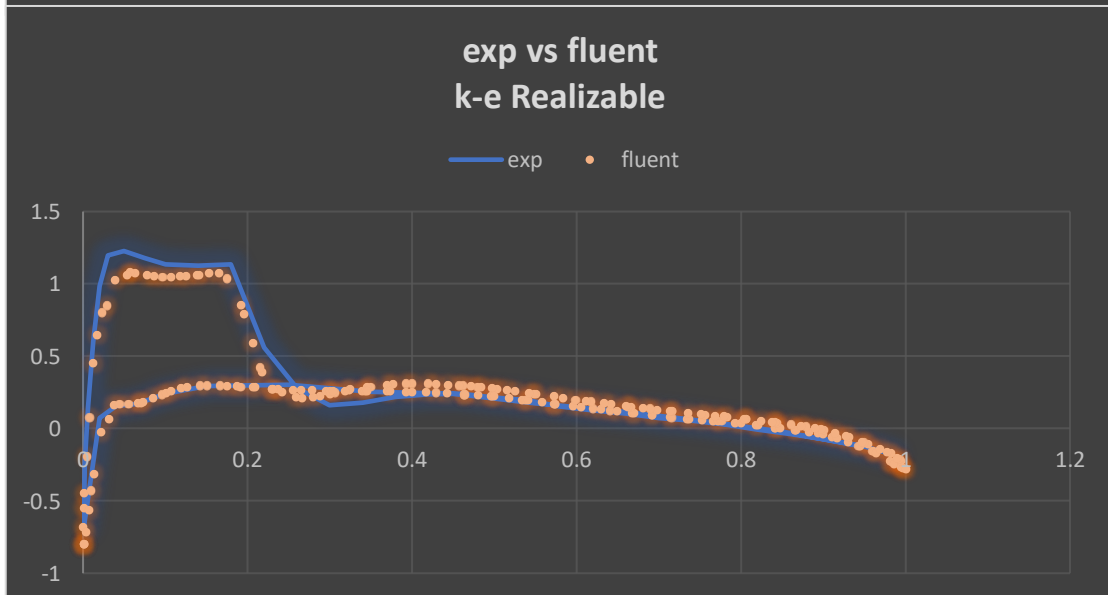
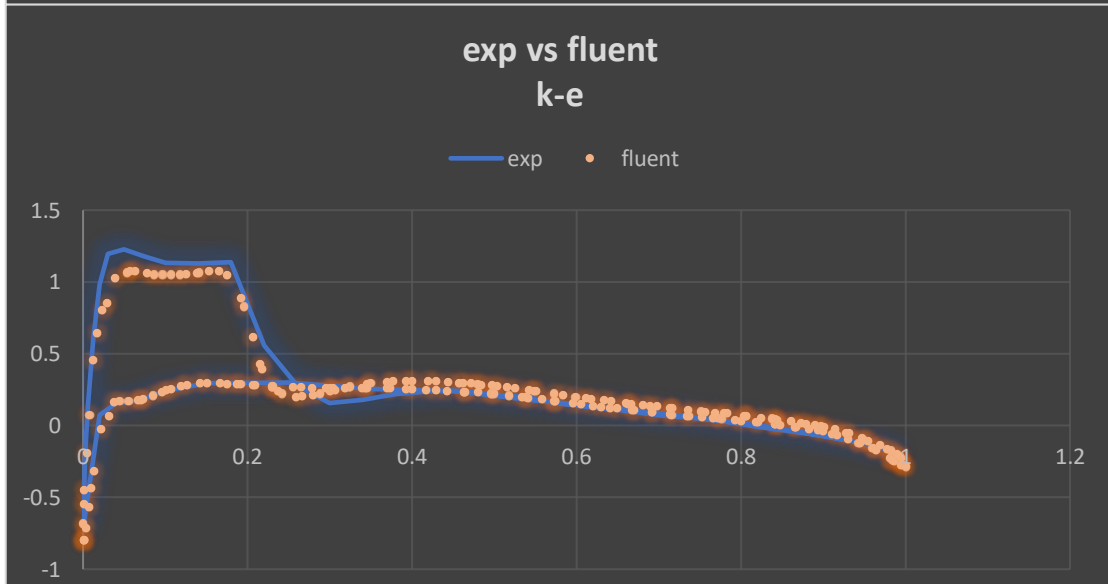
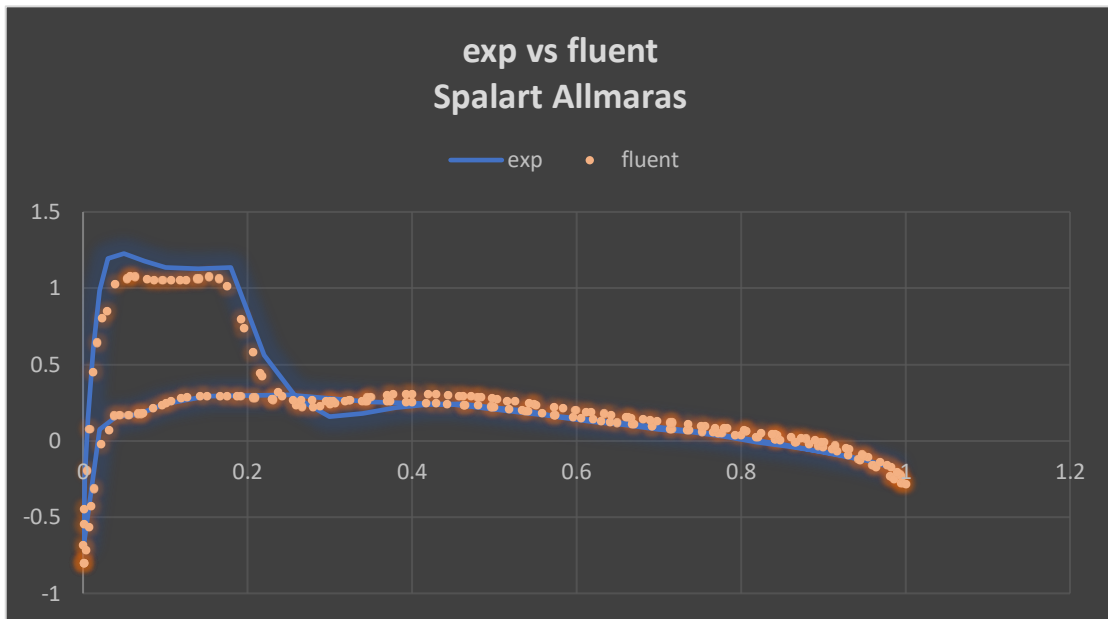
### exp vs fluent RSM



### exp vs fluent LES

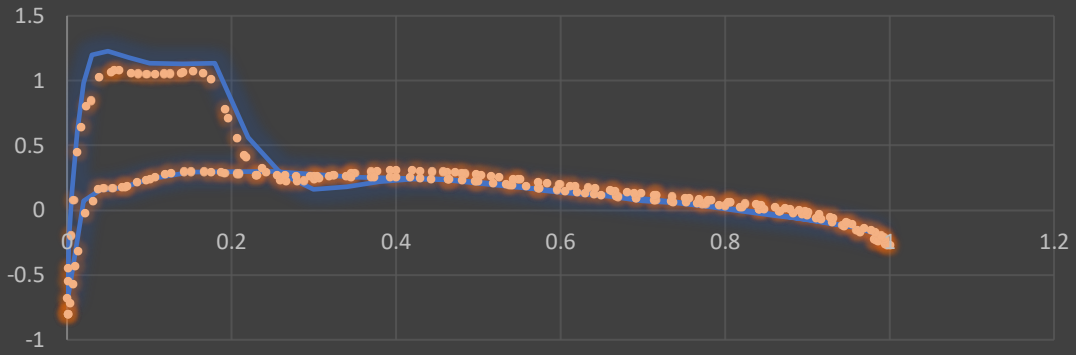


## Θέση 6



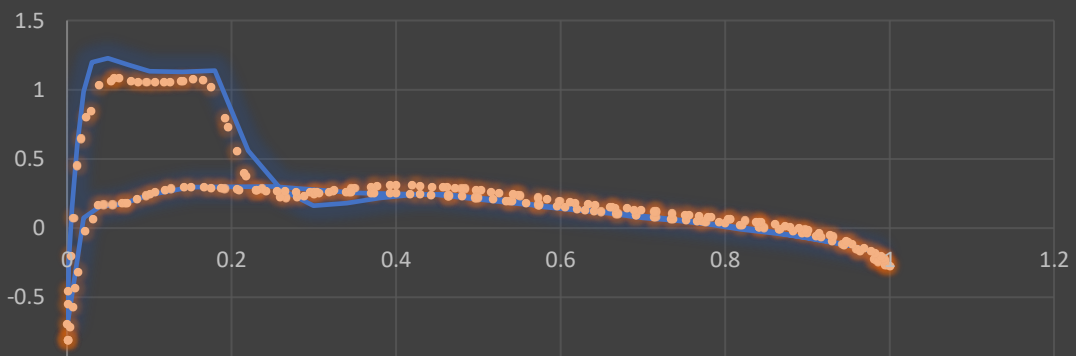
### exp vs fluent Transition SST

— exp • fluent



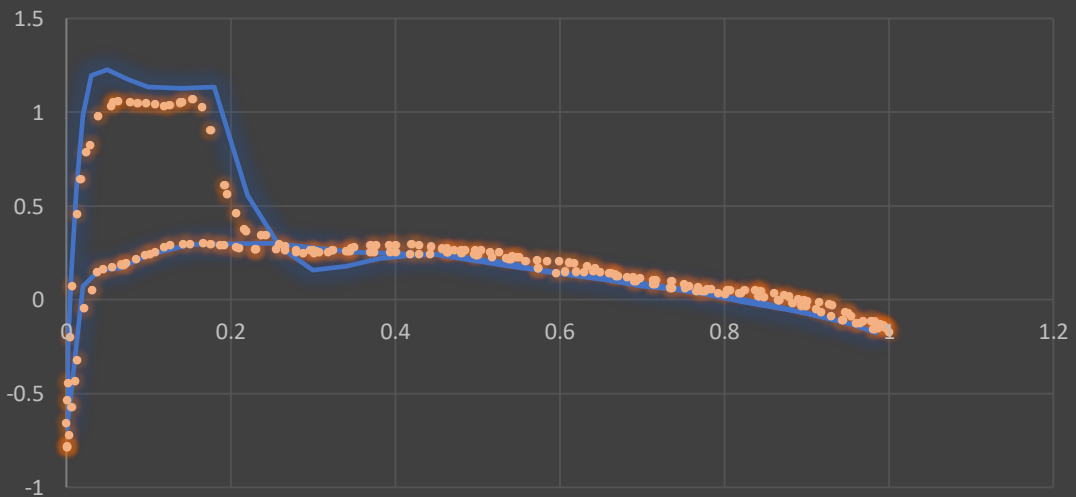
### exp vs fluent RSM

— exp • fluent

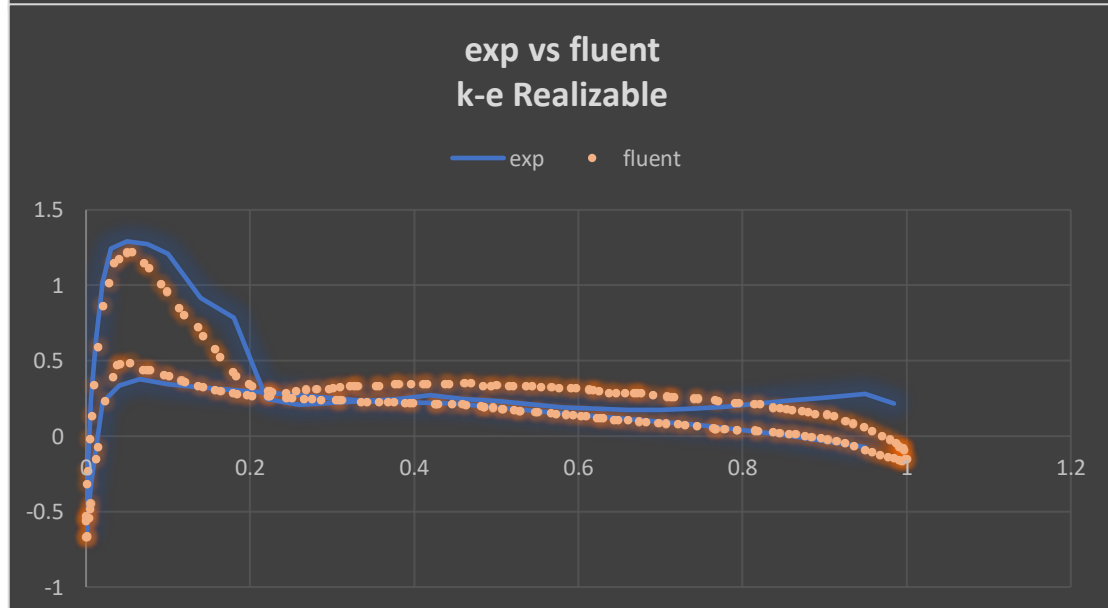
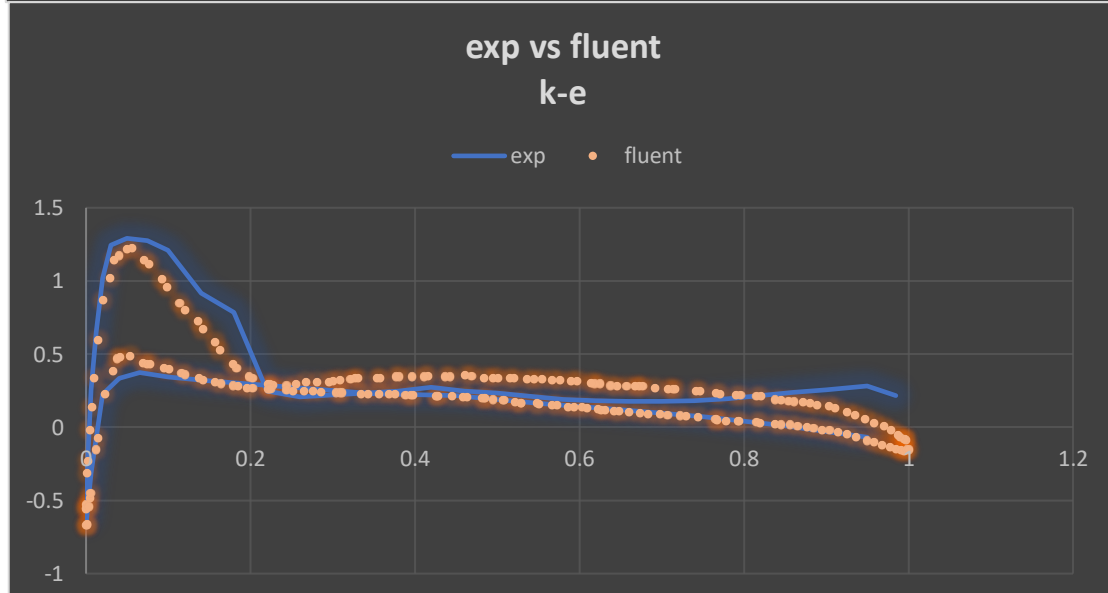
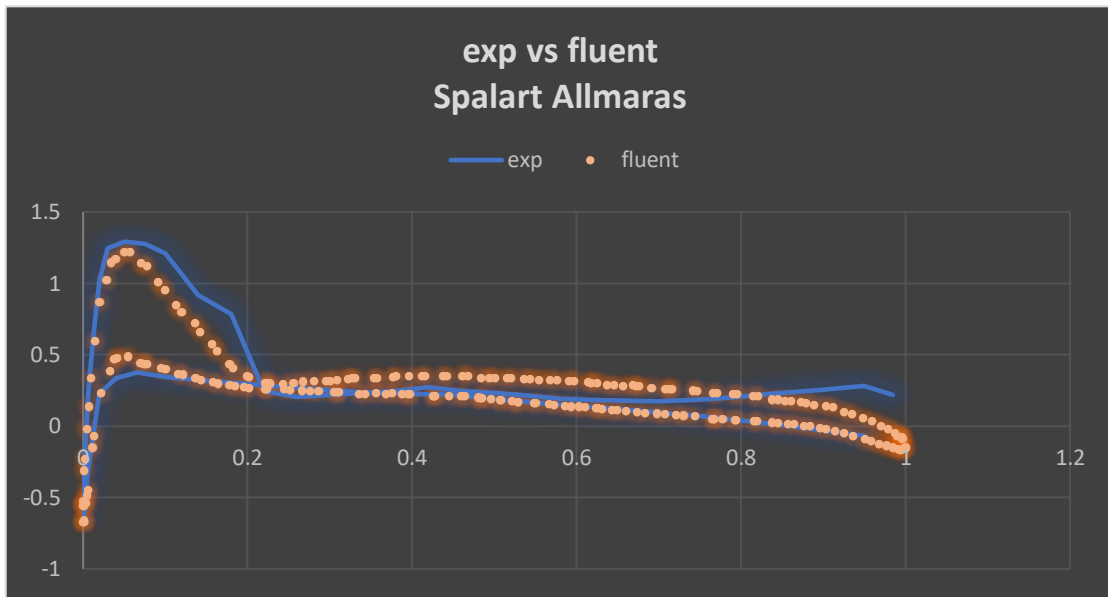


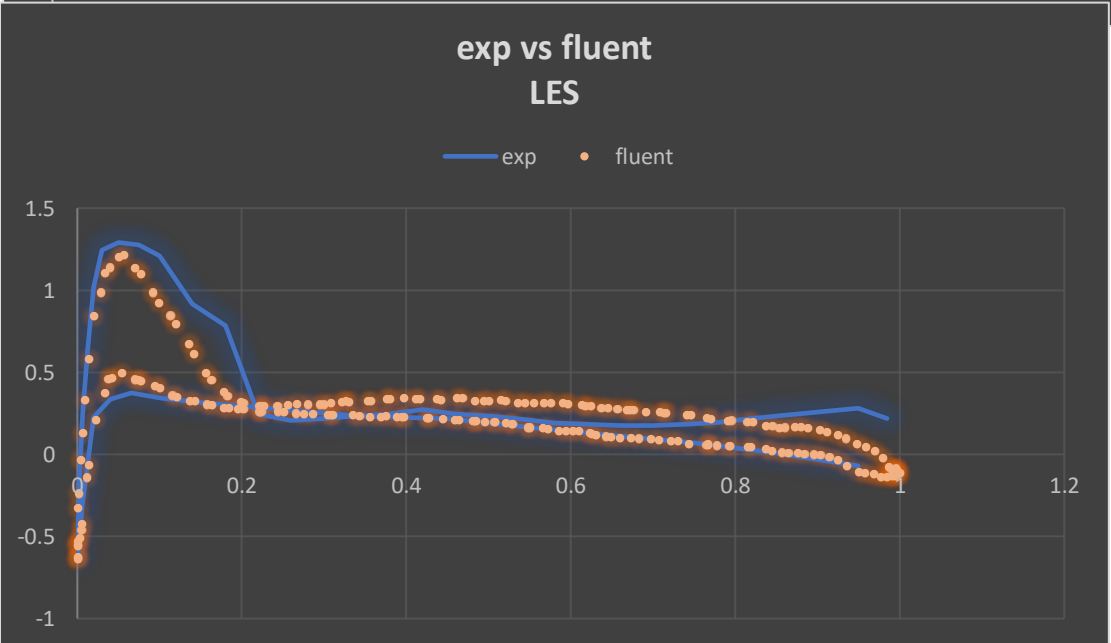
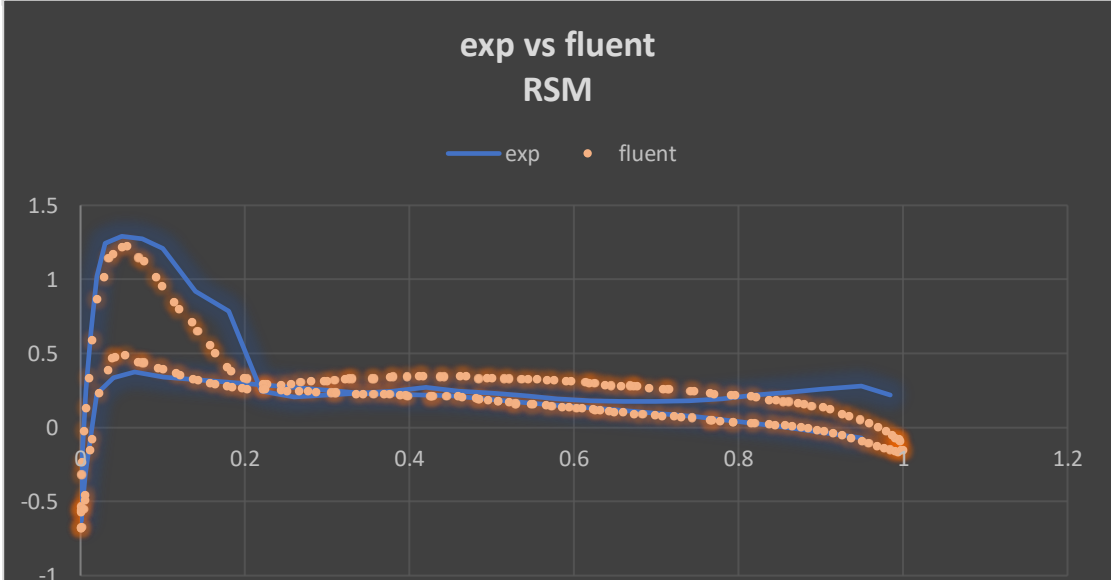
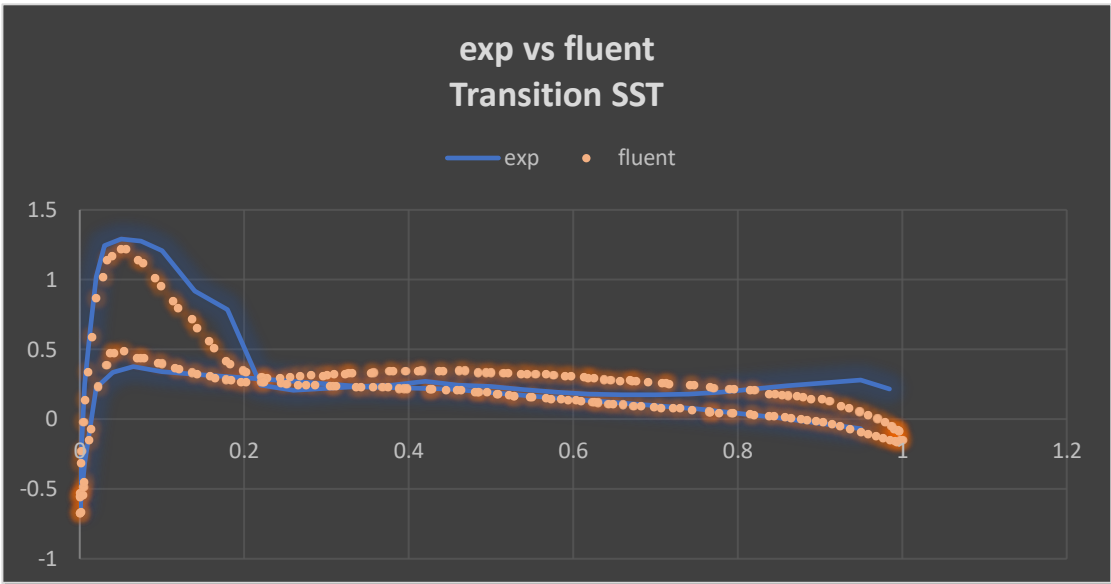
### exp vs fluent LES

— exp • fluent



### Θέση 7







## 2.7 Συμπεράσματα

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των μοντέλων τύρβης μεταξύ τους καθώς και με τα πειραματικά δεδομένα μπορεί κανείς να αντλήσει κάποια σημαντικά συμπεράσματα:

- Η προσομοίωση με κάθε ένα από τα μοντέλα ικανοποιούν τη φυσική συνθήκη της διατήρησης της μάζας, επομένως έχει φυσική υπόσταση η προσομοίωσή μας.
- Όλα τα μοντέλα ακολουθούν σε πολύ ικανοποιητικά επίπεδα τα πειραματικά δεδομένα.
- Το steady - time μοντέλο το οποίο απαιτεί τις λιγότερες επαναλήψεις είναι το Spalart-Allmaras ενώ το μοντέλο το οποίο απαιτεί τις περισσότερες με διαφορά είναι το κ-ε Realizable.
- Αναφορικά με το συντελεστή οπισθέλκουσας, πιο κοντά στα πειραματικά δεδομένα είναι τα αποτελέσματα με το μοντέλο LES, με τις διαφορές μεταξύ των υπόλοιπων μοντέλων να είναι πολύ μικρές ενώ πιο κοντά στην πειραματική τιμή του συντελεστή άντωσης είναι τα αποτελέσματα με το μοντέλο Spalart-Allmaras.

Με την παραπάνω σύγκριση επιβεβαιώνεται η θεωρία του μοντέλου Spalart-Allmaras το οποίο θεωρείται ως ένα από τα καλύτερα μοντέλα για τη μελέτη αεροδυναμικών φαινομένων σε εξωτερικές ροές. Πρόκειται για ένα «ελαφρύ» μοντέλο καθώς επιλύεται μία μόνο εξίσωση μεταφοράς για τις τάσεις Reynolds τα αποτελέσματά του όμως παρέχουν αρκετά μεγάλη ακρίβεια, κάτι το οποίο αποδεικνύεται και από το δικό μας παράδειγμα. Συνδυάζει δηλαδή ακρίβεια αποτελεσμάτων καθώς και χαμηλό υπολογιστικό κόστος συγκρινόμενο με άλλα μοντέλα.

### 3 Αεροακουστική Ανάλυση Πτέρυγας

#### 3.1 Εισαγωγή

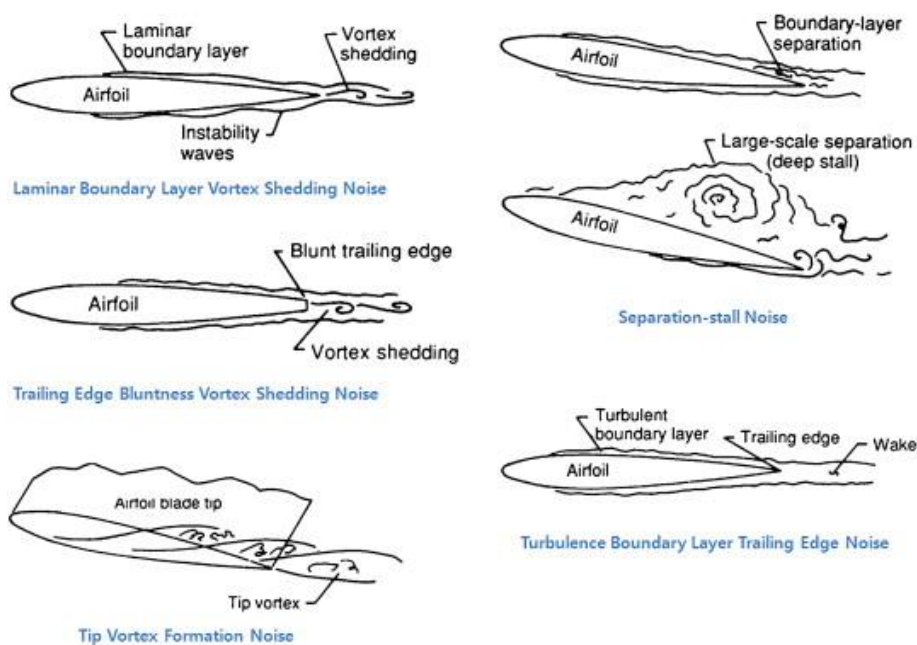
Ο αεροδυναμικά παραγόμενος ήχος αποτελεί αντικείμενο μελέτης εδώ και αρκετές δεκαετίες, με πειραματικές και θεωρητικές μελέτες να καταδεικνύουν ως πηγές την αλληλεπίδραση μιας στερεής επιφάνειας – πτέρυγας και της τυρβώδους ροής αέρα γύρω από αυτή. Υπάρχουν αρκετές θεωρίες οι οποίες περιγράφουν το αεροακουστικό φαινόμενο, κάποιες εμπειρικές, κάποιες πολύπλοκες που βασίζονται σε υπολογιστικούς κώδικες CFD καθώς και κάποιες με ημι-εμπειρικές μεθόδους.

Τα τελευταία χρόνια, με τη ραγδαία ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών καθώς και της εξέλιξης των υπολογιστικών πακέτων CFD, έχουν γίνει σημαντικές προσπάθειες στο πεδίο της υπολογιστικής αεροακουστικής (Computational Aero-Acoustics – CAA). Θεμελιωτής και πατέρας της αεροακουστικής θεωρείται ο Βρετανός Sir James Lighthill, ο οποίος εισήγαγε την ομώνυμη εξίσωση της ακουστικής αναλογίας του Lighthill η οποία αποτελεί τη βάση όλων των αεροακουστικών μεθοδολογιών. Η αναλογία του Lighthill βελτιώθηκε με τα χρόνια. Πιο συγκεκριμένα το 1955 ο N. Curle εισήγαγε την επίδραση του στερεού ορίου στον παραγόμενο θόρυβο ενώ το 1969 οι Ffowcs Williams και Hawkins (FW-H) διατύπωσαν τη γενική μορφή της ακουστικής αναλογίας με την εργασία τους «Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion» [14]. Με την εργασία τους ενσωμάτωσαν στην ακουστική αναλογία του Lighthill την επίδραση από κινούμενες ελεύθερες επιφάνειες στην παραγωγή του θορύβου καθιστώντας το μοντέλο τους ιδανικό για τον υπολογισμό του αεροδυναμικού παραγόμενου θορύβου στο ενδιάμεσο και στο μακρινό πεδίο (mid-field και far-field).

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί μία πρώτη εξοικείωση με την έννοια της αεροακουστικής και των υπολογιστικών μοντέλων-μεθόδων που χρησιμοποιούνται από τον κλάδο της Υπολογιστικής Αεροακουστικής. Αναλυτικότερα, θα γίνει μία παράθεση των πιο διαδεδομένων μοντέλων με παράλληλη εφαρμογή Broadband Noise μοντέλων στην ελεύθερη ροή γύρω από την τρισδιάστατη πτέρυγα Onera M6 που μελετήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, σε διηχητικό καθεστώς. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε και σε αυτήν την περίπτωση είναι το Ansys Fluent – Acoustics.

### 3.1.1 Αερακουστικά Μοντέλα

Με τον όρο ακουστική νοείται εκείνη η επιστήμη η οποία μελετά τον τρόπο γένεσης και διάδοσης του ήχου. Σύμφωνα με τη θεωρία της ακουστικής ο ήχος συνίσταται σε ηχητικά κύματα τα οποία δύναται να μελετηθούν και να περιγραφούν μαθηματικά μέσω της μηχανικής των ρευστών. Πηγή ενός ήχου μπορεί να αποτελεί είτε η ελεύθερη ροή ενός ρευστού είτε η αλληλεπίδραση ενός ρευστού με τις επιφάνειες ενός στερεού. Ο κλάδος της αεροακουστικής, ο οποίος και αποτελεί το αντικείμενο ενδιαφέροντος σε αυτή τη μελέτη, αποτελεί υποενότητα της ακουστικής επιστήμης, που ασχολείται και μελετά τον παραγόμενο ήχο όταν το ρευστό είναι ο αέρας. Τα αεροακουστικά μοντέλα ενσωματώνουν φαινόμενα τα οποία μπορούν να μεταβάλλουν το ακουστικό πεδίο λόγω ύπαρξης ροής, συναγωγής, ιξώδους απόσβεσης και όχι μόνο. Η αριθμητική επίλυση των αεροακουστικών φαινομένων αποτελεί αντικείμενο της Υπολογιστικής Αερακουστικής (Computational Aero Acoustics – CAA). Όπως τα προβλήματα της ρευστομηχανικής έτσι και τα προβλήματα της αεροακουστικής είναι ιδιαίτερα περίπλοκα. Το βασικό πρόβλημα σε όλα τα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί είναι ο υπολογισμός των πηγών ήχου οι οποίες προσδιορίζονται από την επίλυση των εξισώσεων N-S.



Εικόνα 3.1 Πηγές Ήχου

Στην εικόνα 3.1 παρουσιάζονται πιθανές πηγές αεροδυναμικού θορύβου σε μία αεροτομή καθώς η ροή γύρω από μία αεροτομή και κατ' επέκταση γύρω από μία πτέρυγα, αποτελεί μία πηγή θορύβου. Λόγω ελεύθερης ροής γύρω από την πτέρυγα,

αναπτύσσεται κατά μήκος της χορδής της οριακό στρώμα. Σε μεγάλους αριθμούς Reynolds, π.χ.  $12E+12$  όπως στην περίπτωση μας, το οριακό στρώμα αυτό δεν είναι στρωτό, έχουμε δηλαδή μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή.

Αναλυτικότερα, λόγω αεροδυναμικού σχεδιασμού, όταν η ροή διασχίζει την πάνω πλευρά της πτέρυγας, επιταχύνεται και επιβραδύνεται ξανά φτάνοντας στο χείλος εκφυγής (trailing edge). Αυτή η εναλλαγή της ταχύτητας ροής οδηγεί σε απότομη και έντονη αυξομείωση της βαθμίδας πίεσης με αποτέλεσμα την αποκόλληση της ροής από την πτέρυγα. Η επιβράδυνση της ροής κοντά στο χείλος εκφυγής οδηγεί σε αύξηση του πάχους του οριακού στρώματος στην πάνω πλευρά της πτέρυγας το οποίο σε συνδυασμό με το οριακό στρώμα στην κάτω πλευρά της, έχει ως αποτέλεσμα ένα «ρεύμα» το οποίο απομακρύνει (αποκόλληση) τους στροβίλους από την πτέρυγα. Στο φαινόμενο αυτό συμβάλλει και η εξίσωση της διαφοράς πίεσης της άνω και της κάτω πλευράς στο ακροπερύγιο. Όλα αυτά τα φαινόμενα τα οποία συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της ροής γύρω από μία πτέρυγα συμβάλλουν στην παραγωγή αεροδυναμικού θορύβου. Σε αυτές τις αιτίες μπορούν να προστεθούν και η ανομοιόμορφη κίνηση των πτερυγίων καθώς και οι αεροδυναμικές φορτίσεις που αναπτύσσονται σε αυτά.

Ένας άμεσος τρόπος υπολογισμού του αεροδυναμικού θορύβου είναι ο απευθείας υπολογισμός της γένεσης και της διάδοσης των ακουστικών κυμάτων επιλύοντας τις εξισώσεις Navier-Stokes. Αυτές οι εξισώσεις θα πρέπει να αναφέρονται στο τρισδιάστατο πεδίο και να μοντελοποιούν την τύρβη όπως οι εξισώσεις RANS, DES, LES κλπ. Αντιλαμβάνεται κανείς ότι με αυτές τις προϋποθέσεις, ο απευθείας υπολογισμός είναι πρακτικά ασύμφορος λόγω του τεράστιου υπολογιστικού κόστους που απαιτείται. Έχουν αναπτυχθεί για το λόγο αυτό διάφορες προσεγγίσεις και μοντέλα τα οποία προσομοιώνουν τον αεροδυναμικά παραγόμενο θόρυβο, τα οποία επεξηγούνται παρακάτω.

### **3.1.2 Ακουστική αναλογία του Lighthill**

Η ακουστική αναλογία στηρίζεται στην υπόθεση ότι το ακουστικό κύμα δεν αλληλοεπιδρά με την υπόλοιπη ροή και ότι οι πηγές παραγωγής θορύβου είναι εντός της ροής. Η πρωτοτυπία του Lighthill ήταν ότι ήθελε να αναδιατάξει τις θεμελιώδεις εξισώσεις ροής με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να καταλήξει σε μία κυματική εξίσωση για την ακουστική διακύμανση με ένα όρο πηγής στο δεύτερο μέλος. Η αρχική μορφή των θεμελιωδών εξισώσεων ροής είναι:

$$\begin{aligned}\frac{\theta\rho}{\theta t} + \frac{\theta}{\theta x_i}(\rho u_i) &= 0 \\ \frac{\theta}{\theta t}(\rho u_i) + \frac{\theta}{\theta x_j}(\rho u_i u_j) &= \frac{\theta}{\theta x_j}(-\rho\delta_{ij} + \sigma_{ij})\end{aligned}\quad (3.1)$$

όπου  $\delta_{ij}$  η συνάρτηση του Kroenecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

και  $\sigma_{ij}$  οι συνεκτικές διατμητικές τάσεις:

$$\sigma_{ij} = \mu \left[ \frac{\theta u_i}{\theta x_j} + \frac{\theta u_j}{\theta x_i} - \frac{2}{3} \left( \frac{\theta u_k}{\theta x_k} \right) \delta_{ij} \right] \quad (3.2)$$

Από τις 4.1 και 4.2 παίρνουμε:

$$\frac{\theta^2\rho}{\theta t^2} - \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho\delta_{ij} - \sigma_{ij}) \quad (3.3)$$

Η οποία είναι ισοδύναμη με τη:

$$\frac{\theta^2\rho}{\theta t^2} - \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho\delta_{ij} - \sigma_{ij}) + c_0^2 \frac{\theta^2\rho}{\theta x_i^2} - \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(c_0^2\rho\delta_{ij}) \quad (3.4)$$

Και με αναδιάταξη ώστε να εμφανίζονται μόνο πηγές στο δεύτερο μέλος και η κυματική εξίσωση στο πρώτο μέλος παίρνουμε:

$$\frac{\theta^2\rho}{\theta t^2} - c_0^2 \frac{\theta^2\rho}{\theta x_i^2} = \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}[(\rho - c_0^2\rho)\delta_{ij}] - \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\sigma_{ij}) \quad (3.5)$$

Οι πηγές λόγω συνεκτικότητας μπορούν να παραληφθούν καθώς αποδεικνύεται ότι είναι αντιστρόφως ανάλογες του αριθμού Reynolds. Οπότε προκύπτει η:

$$\frac{\theta^2\rho}{\theta t^2} - c_0^2 \frac{\theta^2\rho}{\theta x_i^2} = \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\theta^2}{\theta x_i\theta x_j}[(\rho - c_0^2\rho)\delta_{ij}] \quad (3.6)$$

Στη συνέχεια αναλύουμε τους όρους ταχύτητας, πυκνότητας και πίεσης ως εξής:

$$\begin{aligned}u_i &= u_0 + u_i' \\ \rho_i &= \rho_0 + \rho_i' \\ p_i &= p_0 + p_i'\end{aligned}\quad (3.7)$$

Όπου  $u_i'$ ,  $\rho_i'$ ,  $p_i'$  αποτελούν διαταραχές μικρού εύρους σε σχέση με την κατάσταση ηρεμίας όπου το ρευστό έχει ομοιόμορφη πυκνότητα  $\rho_0$  και πίεση  $p_0$ .

Από τα παραπάνω προκύπτει η ακουστική αναλογία του Lighthill η οποία αποτελεί μία μη-γραμμική ιζώδης ανομοιογενής κυματική εξίσωση:

$$\frac{\theta^2 \rho'}{\theta t^2} - c_0^2 \frac{\theta^2 \rho'}{\theta x_i \theta x_j} = \frac{\theta^2 T_{ij}}{\theta x_i \theta x_j}$$

Όπου:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \left[ (p - p_o) - c_0^2 (\rho - \rho_o) \right] \delta_{ij}$$

Οι πηγές ακουστικού ήχου προκύπτουν από μεταβολές πεδίου ροής καθώς επίσης και από φαινόμενα συμπίεσότητας. Επομένως μπορεί η συνολική ακουστική πηγή να αναλυθεί σε πηγή λόγω διακύμανση ταχύτητας και πηγή λόγω μεταβολής εντροπίας:

$$\frac{\theta^2 T_{ij}}{\theta x_i \theta x_j} = \frac{\theta^2 (\rho u_i u_j)}{\theta x_i \theta x_j} + \frac{\theta^2 \left[ (\rho - c_0^2 \rho) \delta_{ij} \right]}{\theta x_i \theta x_j} \quad (3.8)$$

Για ροές με μεγάλο αριθμός Reynolds και χαμηλό αριθμό Mach ο τανυστής τάσεων εκφυλίζεται στη μορφή:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j \quad (3.9)$$

Μειονέκτημα της ακουστικής αναλογίας όπως περιγράφηκε παραπάνω είναι ότι δεν μπορεί να προσομοιώσει θόρυβο παραγόμενο από κινούμενες επιφάνειες σε ρευστό.

### 3.1.3 Προσέγγιση Ffowcs-Williams and Hawkings

Η προσέγγιση των Ffowcs-Williams and Hawkings αποτελεί μία επέκταση της ακουστικής αναλογίας του Lighthill που καλύπτει το κενό της αρχικής ακουστικής αναλογίας που αφορά την πρόβλεψη αεροακουστικού θορύβου από κινούμενες επιφάνειες.

Κάνοντας χρήση της θεωρίας γενικευμένων συναρτήσεων και ακολουθώντας την ίδια λογική με τον Lighthill οι βασικές εξισώσεις ροής διαμορφώνονται σε μια κυματική εξίσωση η οποία στο δεύτερο μέλος περιλαμβάνει δύο επιφανειακούς όρους πηγής.

Η γενικευμένη εξίσωση FW-H με όρους διακύμανσης ακουστικής πυκνότητας είναι η:

$$\frac{\theta^2 \rho'}{\theta t^2} - c_0^2 \frac{\theta^2 \rho'}{\theta x_i \theta x_i} = \frac{\theta^2 T_{ij}}{\theta x_i \theta x_j} - \frac{\theta}{\theta x_i} \left[ (p' \delta_{ij}) \frac{\theta f}{\theta x_j} \delta(f) \right] + \frac{\theta}{\theta t} \left[ \rho_0 u_i \frac{\theta f}{\theta x_j} \delta(f) \right] \quad (3.10)$$

Στην εξίσωση (3.10) το δεύτερο μέλος αντιπροσωπεύει τους όρους πηγής. Ο πρώτος όρος τον όρο Lighthill και αποτελεί τετραπολική πηγή, ο δεύτερος όρος

αποτελεί διπολική πηγή και προσομοιώνει τη φόρτιση λόγω κινούμενης επιφάνειας ενώ ο τρίτος όρος είναι ακουστικό μονόπολο και αντιπροσωπεύει την παραγωγή θορύβου λόγω επιτάχυνσης του στερεού που προκαλείται από την κίνησή του.

### 3.1.4 Εξίσωση Farassat

Ο Farassat προέβη σε μία διατύπωση της γενικευμένης εξίσωσης των FW-H που προηγήθηκε, σε ολοκληρωτική μορφή προκειμένου να καθίσταται εφικτή η επίλυσή της όταν είναι γνωστά τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του στερεού, το είδος της κίνησής του μέσα στο ρευστό (αέρα) καθώς και τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται.

Θεωρούμε τη γενικευμένη συνάρτηση FW-H όπου η  $f(y, t) = 0$  περιγράφει τη γεωμετρία της κινούμενης επιφάνειας:

$$\square^2 p'(x, t) = \left( \frac{1}{c_0^2} \frac{\theta^2}{\theta t^2} - \nabla^2 \right) p'(x, t) = \frac{\theta}{\theta t} [\rho_0 v_n |\nabla f| \delta(f)] - \frac{\theta}{\theta x_i} [l_i |\nabla f| \delta(f)] - \frac{\theta}{\theta x_i \theta x_j} (T_{ij} H(f)) \quad (3.11)$$

όπου:

- $\square^2$  ο τελεστής D'Alembert
- $p'$  η ακουστική πίεση
- $\rho_0$  η πυκνότητα του αδιατάραχτου μέσου
- $c_0$  η ταχύτητα του ήχου στο αδιατάραχτο μέσο
- $v_n$  η τοπική κάθετη στην επιφάνεια ταχύτητα
- $l_i$  το αεροδυναμικό φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας

Το δεύτερο μέλος της παραπάνω εξίσωσης περιλαμβάνει τους όρους πηγής οι οποίοι είναι γνωστοί ως: thickness, loading και quadrupole αντίστοιχα.

Η τυπική λύση της κυματικής εξίσωσης σε ολοκληρωτική μορφή είναι:

$$4\pi r'(x, t) = \frac{\theta}{\theta t} \int \frac{\rho_0 v_n |\nabla f| \delta(f) \delta(g)}{r} dy d\tau - \frac{\theta}{\theta x_i} \int \frac{l_i |\nabla f| \delta(f) \delta(g)}{r} dy d\tau \quad (3.12)$$

Έπειτα από κατάλληλους μετασχηματισμούς η εξίσωση 3.11 καταλήγει στη μορφή:

$$4\pi r'(x, t) = \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[ \frac{\rho_0 c_0 v_n + l_r}{r(1-M_r)} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[ \frac{l_r}{r^2(1-M_r)} \right]_{ret} dS \quad (3.13)$$

Την οποία ο Farassat ονόμασε Formula 1.

### 3.1.5 Εξίσωση Farassat-Succi-Brentner

Πρόκειται για την εξέλιξη της Formula 1 σε 1A για την οποία ισχύει:

$$p'(x,t) = p'_T(x,t) + p'_L(x,t) \quad (3.14)$$

με:

$$4\pi p'_T(x,t) = \int_{f=0} \left[ \frac{\rho_0 \dot{v}_n + l_r}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[ \frac{\rho_0 v_n (r\dot{M}_i \hat{r}_i + c_0 M_r - c_0 M^2)}{r^2 (1-M_r)^3} \right]_{ret} dS$$

και:

$$4\pi p'_L(x,t) = \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[ \frac{\dot{l}_r r_i}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[ \frac{l_r - l_i M_i}{r^2 (1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[ \frac{l_r (r\dot{M}_i \hat{r}_i + c_0 M_r - c_0 M^2)}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS$$

όπου:  $p'_T$  και  $p'_L$  περιγράφουν την ακουστική πίεση του thickness και loading αντίστοιχα ενώ οι όροι  $\dot{M}_i$ ,  $l_i$  και  $\dot{v}_n$  αποτελούν χρονικά μεταβαλλόμενες μεταβλητές ως προς το χρόνο του παρατηρητή.

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν την ολοκληρωτική μορφή της γενικευμένης εξίσωσης της FW-H αλλιώς και φόρμουλα 1. Η φόρμουλα 1-A ισχύει για κάθε γεωμετρία καθώς και οποιασδήποτε κίνησής της ενώ λαμβάνονται υπόψιν όλοι οι μηχανισμοί παραγωγής αεροδυναμικών φορτίων. Η θέση του παρατηρητή μπορεί να μην είναι σταθερή αλλά να μεταβάλλεται με το χρόνο.

### 3.1.6 Broadband Noise Model

Σε πολλές περιπτώσεις τυρβώδους ροής, ο αεροδυναμικά παραγόμενα θόρυβος δεν αφορά σε διακριτούς ακουστικούς τόνους αλλά ένα ευρύ ακουστικό φάσμα τόνων κα συχνοτήτων (broadband noise). Σε τέτοιες περιπτώσεις, οι στατιστικές ποσότητες τυρβώδους ροής, που υπολογίζονται από τις εξισώσεις RANS, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό των πηγών του θορύβου σε συνδυασμό με ημιεμπειρικές σχέσεις καθώς και την ακουστική αναλογία του Lighthill. Το πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι μπορεί κανείς να εντοπίσει τα σημεία της



ροής τα οποία ευθύνονται κυρίως για την παραγωγή θορύβου και να προβούν σε αλλαγές και βελτιστοποιήσεις προκειμένου να περιορίσουν τον αεροδυναμικό θόρυβο.

Το λογισμικό Ansys Fluent, με την επιλογή του ακουστικού μοντέλου Broadband Noise Model, μας επιτρέπει να υπολογίσουμε ποσοτικά την τοπική συνεισφορά, ανά μονάδα επιφάνειας ή όγκου, στη συνολική ακουστική πίεση λόγω τυρβώδους ροής. Αυτό επιτυγχάνεται με μοντέλα όπως:

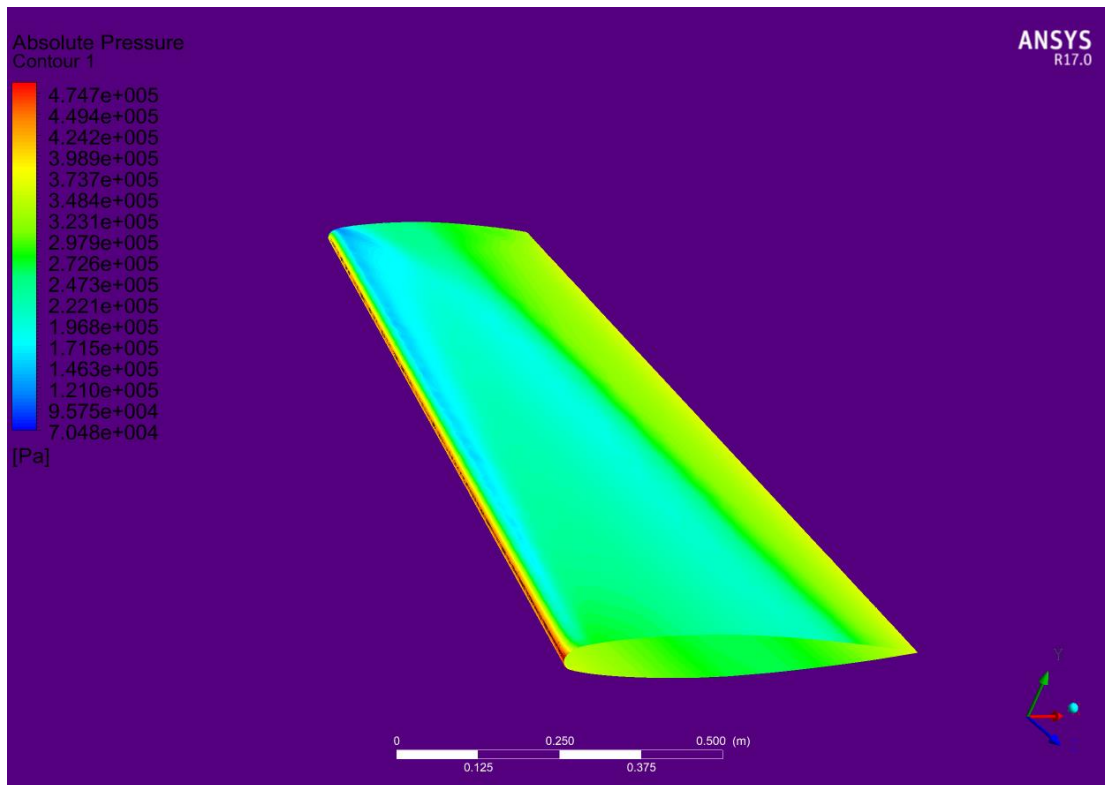
- Η φόρμουλα του Proudman
- Το μοντέλο πηγής θορύβου (jet noise source model)
- Το μοντέλο θορύβου οριακού στρώματος (boundary layer noise source model)
- Οι όροι πηγής στις γραμμικοποιημένες εξισώσεις του Euler (source terms in the linearized Euler equations)
- Όροι πηγής στην εξίσωση του Lilley (source terms in Lilley's equation).

### 3.2 Αποτελέσματα

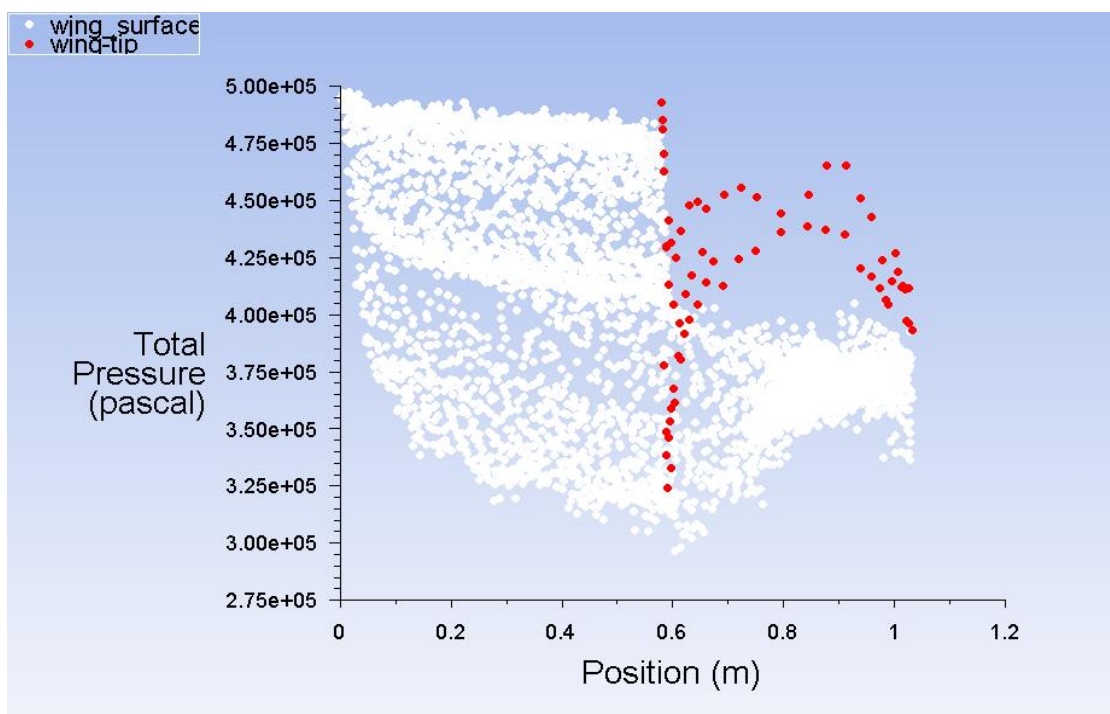
Στη συνέχεια παρατίθενται αποτελέσματα της αεροακουστικής μελέτης για την πτέρυγα Opera M6 σε διηχητικό καθεστώς. Αντικείμενα μελέτης αποτελούν:

- η ακουστική ισχύς και η διακύμανση πίεσης στην επιφάνεια της πτέρυγας και στην περιοχή γύρω από αυτήν.
- η επιφανειακή ακουστική ισχύς και η τοπική συνεισφορά στον αεροακουστικό θόρυβο στην επιφάνεια της πτέρυγας.
- η αντιπαραβολή με την αντίστοιχη κατανομή απόλυτης πίεσης και τοπικής ταχύτητας Mach προς επιβεβαίωση των υποθέσεών μας.

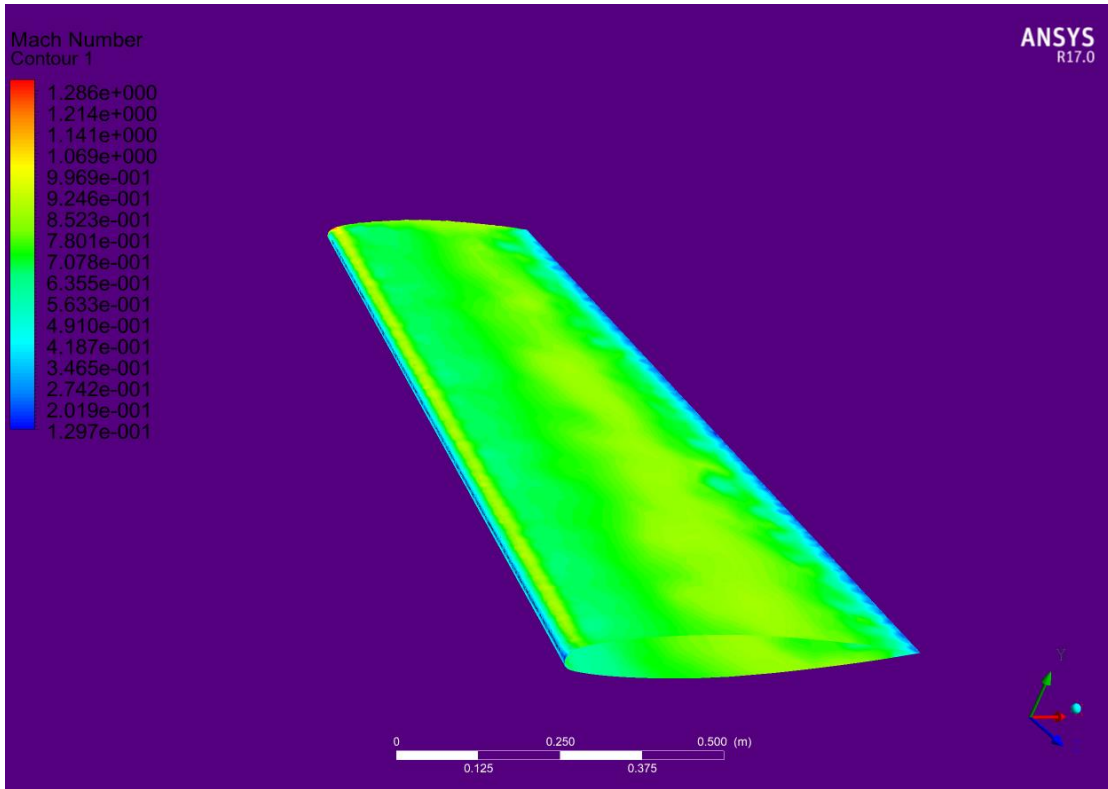
Ήδη από την προσομοίωση που πραγματοποιήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο έχουμε λάβει αποτελέσματα σχετικά με την κατανομή της πίεσης και της τοπικής ταχύτητας στην πτέρυγα. Βάσει θεωρίας αναμένουμε υψηλότερη στάθμη ακουστικής πίεσης εκεί όπου εμφανίζεται η υψηλότερη ταχύτητα ροής αέρας στην επιφάνεια της πτέρυγας, δηλαδή στο χείλος προσβολής καθώς επίσης και στις περιοχές που εμφανίζονται οι μεγαλύτερες ανακυκλοφορίες και απότομες αλλαγές γεωμετρίας. Αυτές τις περιοχές αποτελούν το χείλος εκφυγής αλλά και το ακροπτερύγιο (wingtip).



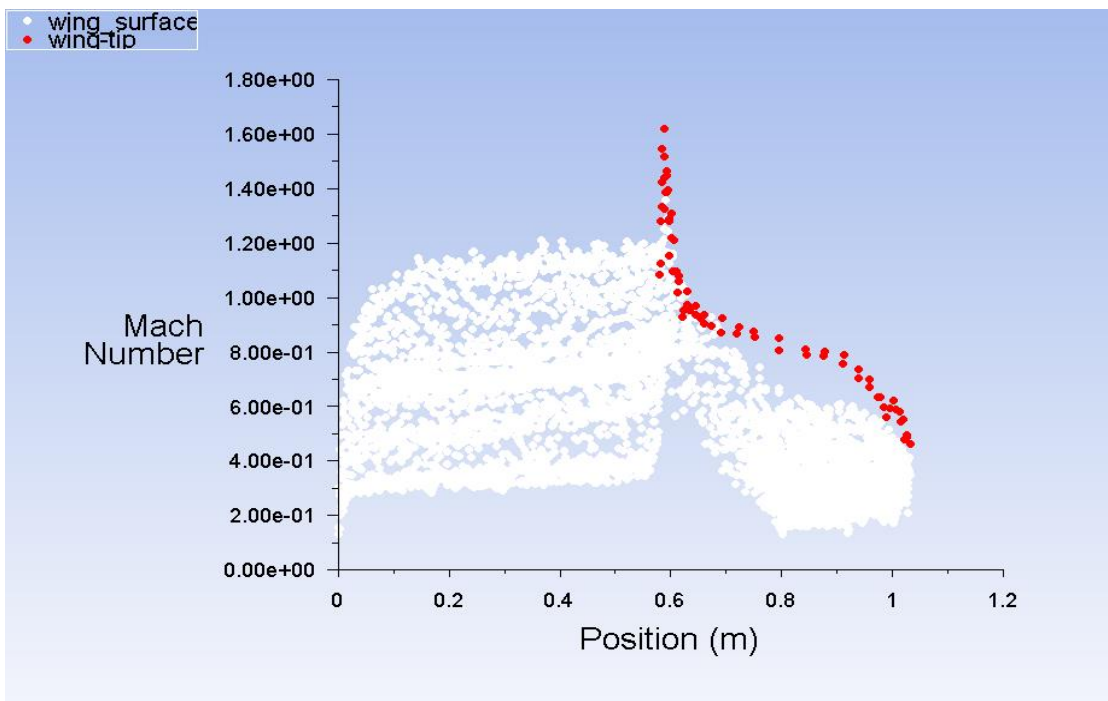
Εικόνα 3.2 Κατανομή Πίεσης στην Πτέρυγα



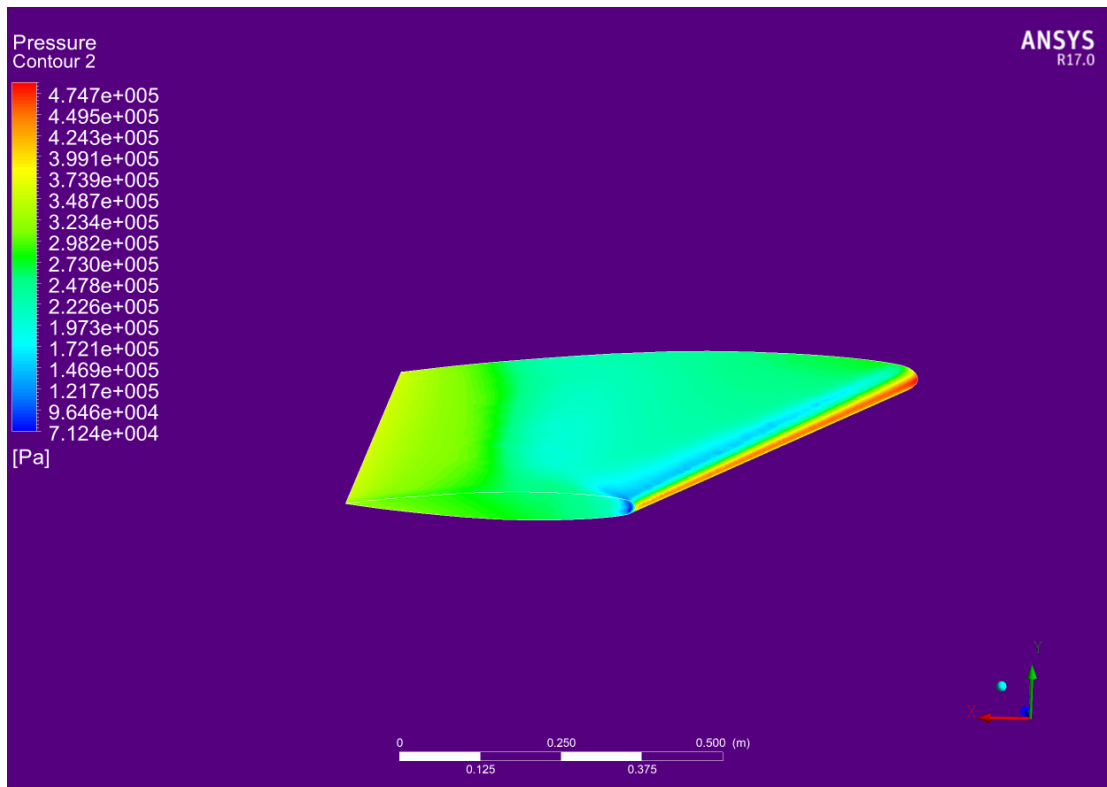
Εικόνα 3.3 Διάγραμμα Κατανομής Πίεσης στην Πτέρυγα



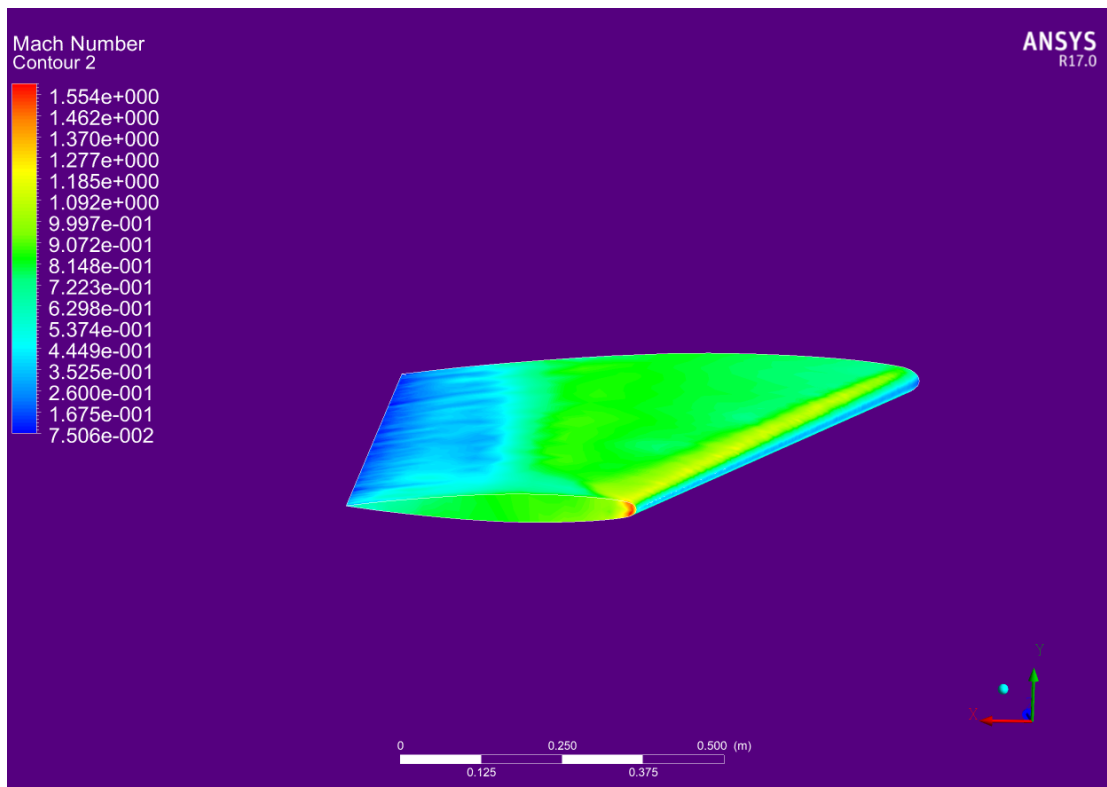
Εικόνα 3.4 Τοπικός Αριθμός Mach στην Πτέρυγα



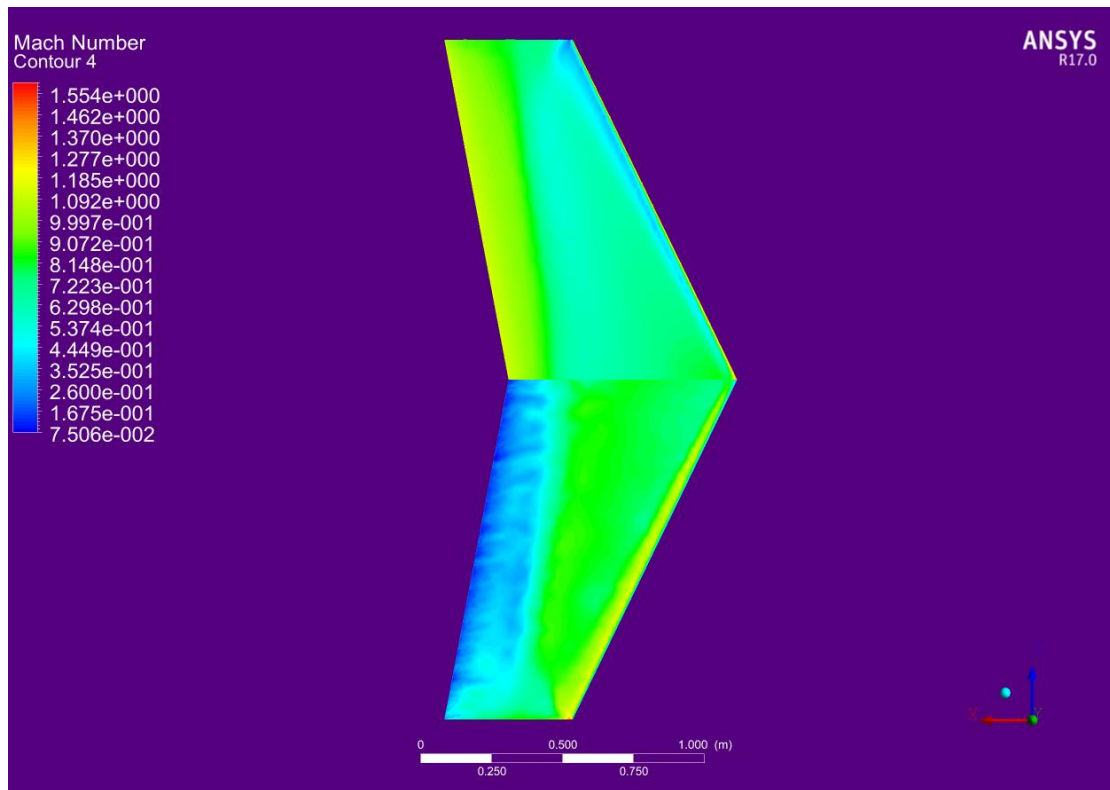
Εικόνα 3.5 Διάγραμμα Τοπικού Αριθμού Mach στην Πτέρυγα



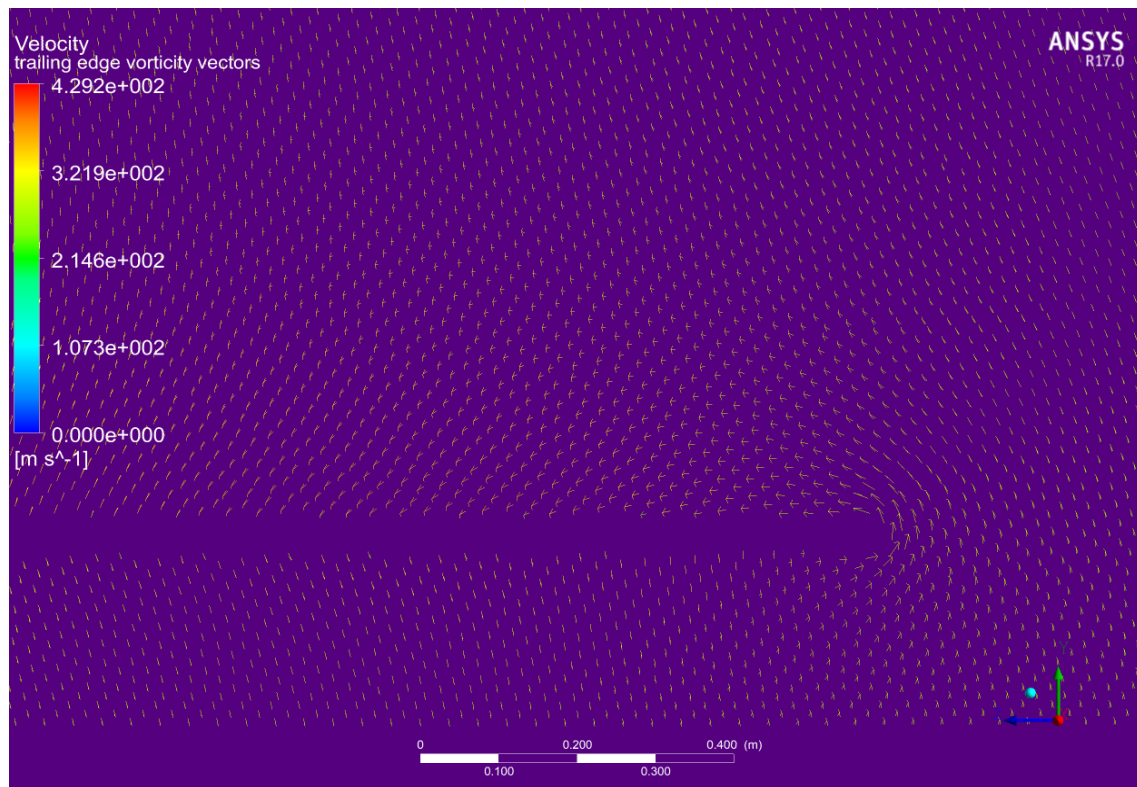
Εικόνα 3.6 Κατανομή Πίεσης στην Πτέρυγα (όψη από ακροπερύγιο)



Εικόνα 3.7 Κατανομή Τοπικού Αριθμού Mach στην Πτέρυγα (όψη από ακροπερύγιο)



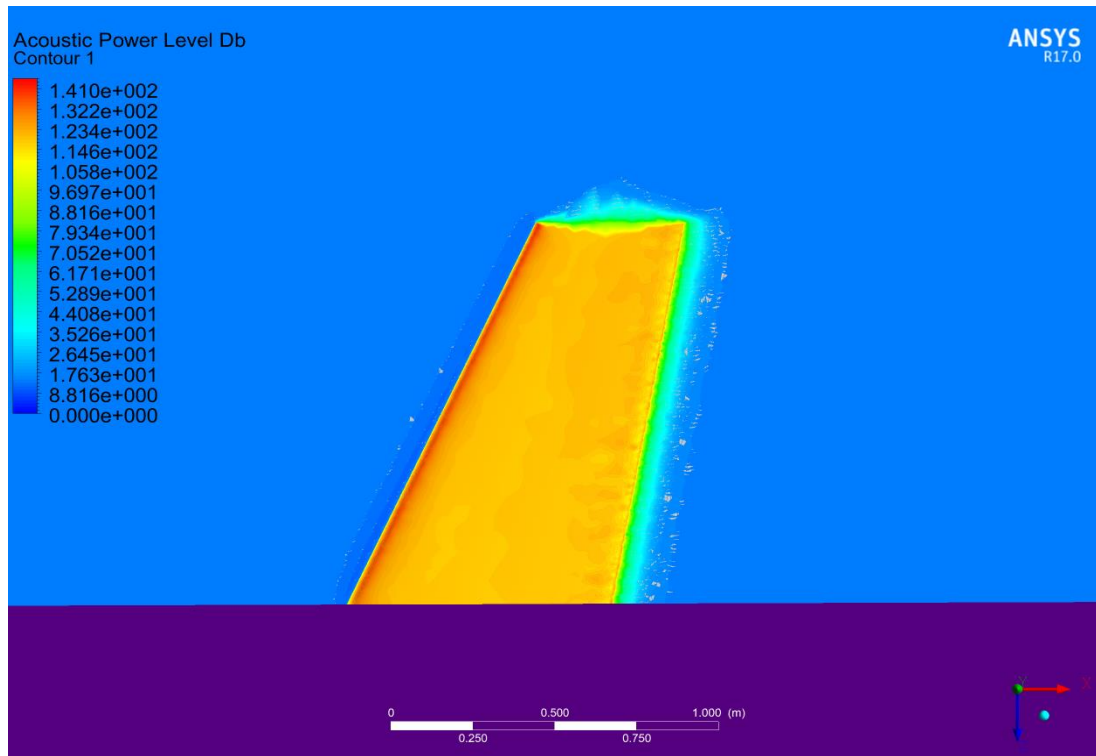
Εικόνα 3.8 Ταυτόχρονη Απεικόνιση Αριθμού Mach (κάτω) και Κατοπτρική Απεικόνιση Πίεσης στην Πτέρυγα (πάνω)



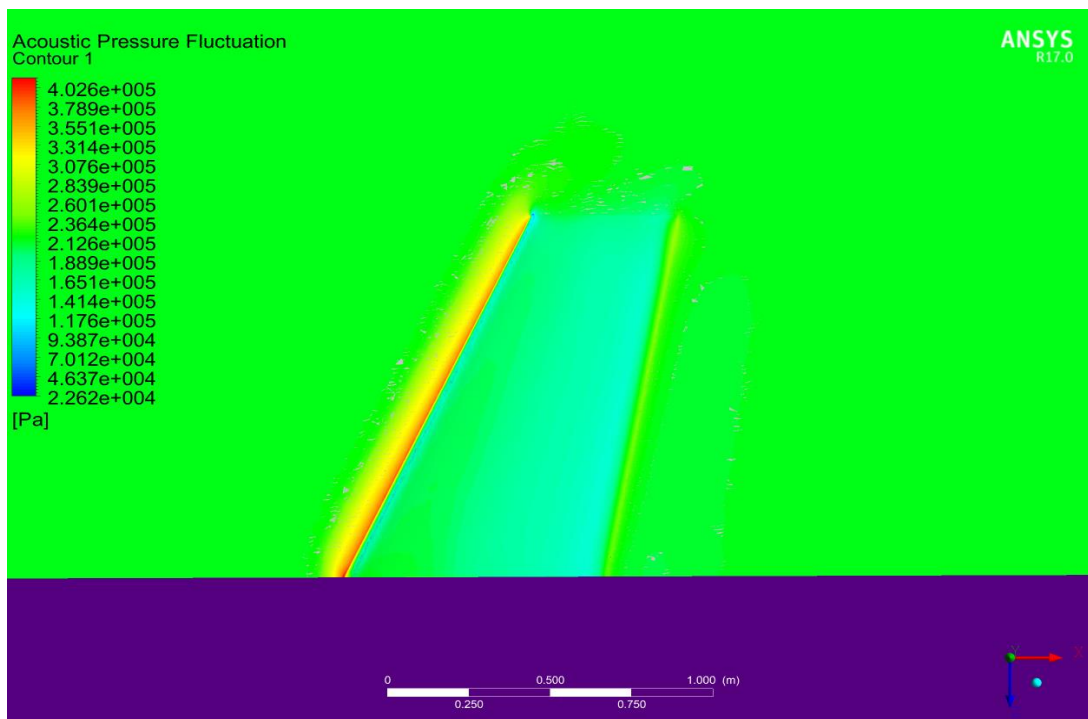
Εικόνα 3.9 Οπτική Απεικόνιση Δινών στο Χείλος Εκφυγής

## Πηγή Θορύβου

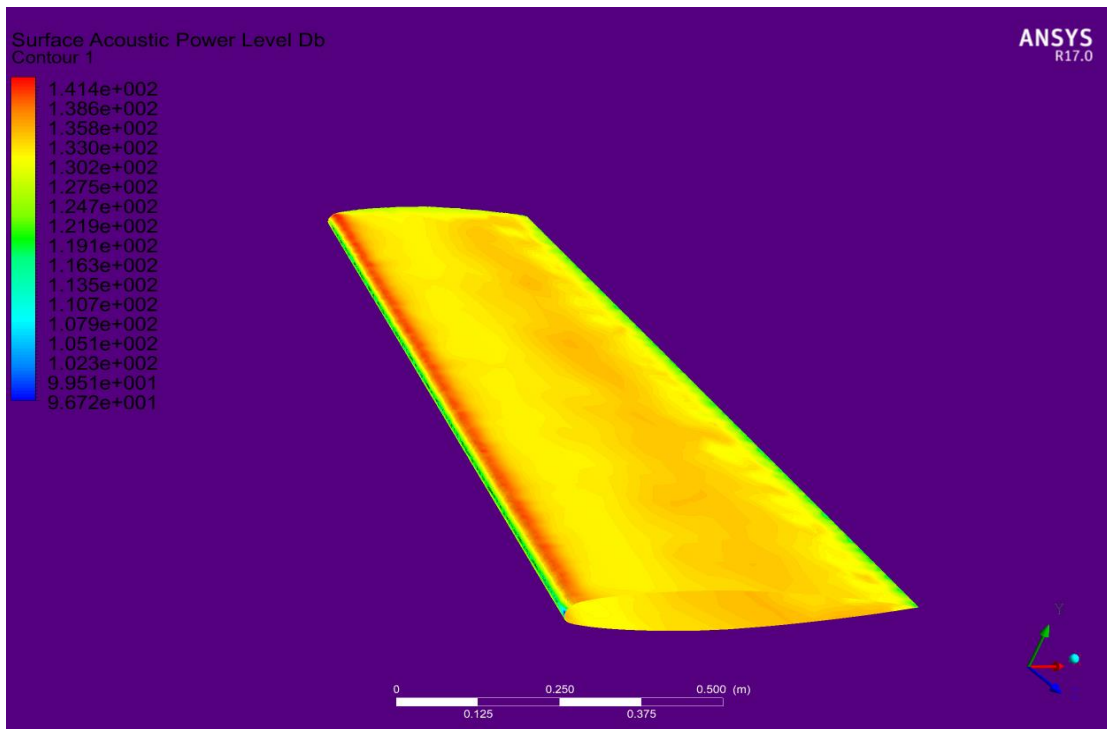
Η αντιπαραβολή των ακουστικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα της αεροδυναμικής ανάλυσης επιβεβαιώνει τις υποθέσεις μας περί πηγών θορύβου:



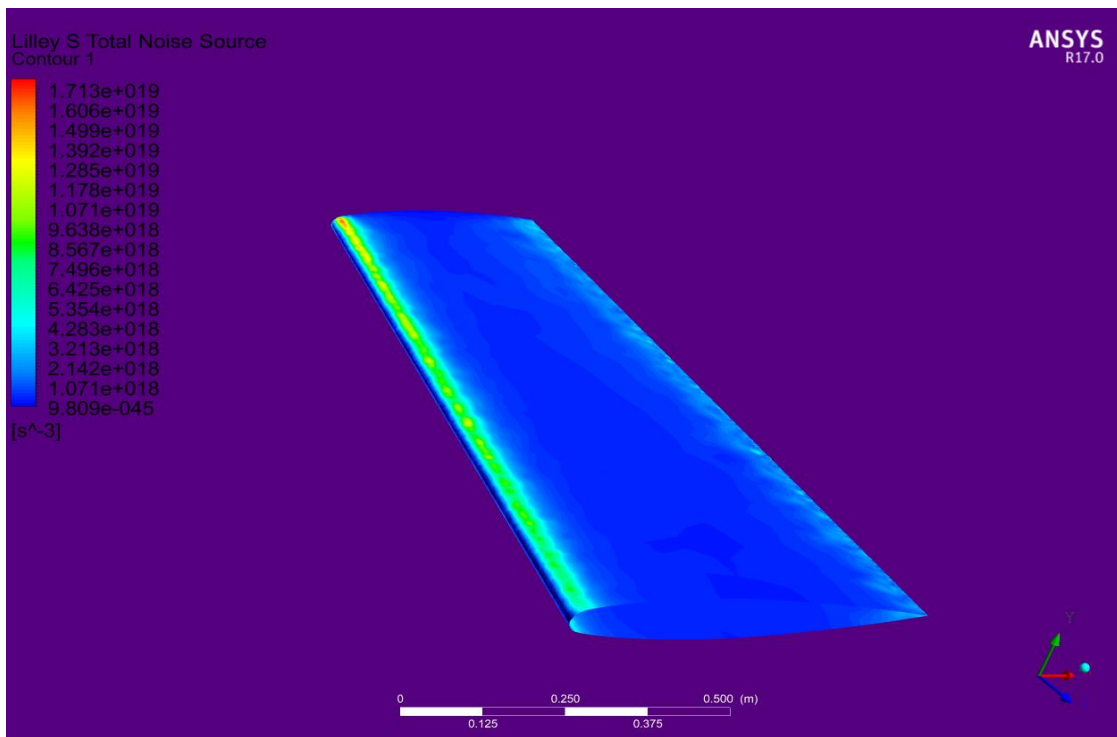
Εικόνα 3.10 Επίπεδο Ακουστικής Ισχύος σε Db



Εικόνα 3.11 Διακύμανση Ακουστικής Πίεσης



Εικόνα 3.13 Επίπεδο Επιφανειακής Ακουστικής Πίεσης στην Πτέρυγα



Εικόνα 3.12 Πηγή Θορύβου κατά Lilley S

## 4 Βιβλιογραφία

- [1] Chaudhry, Imran Ali and Ali Ahmed. "Preliminary Aircraft Design Optimization Using Genetic Algorithms." (2014).
- [2] Sohaib, Muhammad. "Parameterized Automated Generic Model for Aircraft Wing Structural Design and Mesh Generation for Finite Element Analysis." (2011).
- [3] Sadraey, Mohammad H. 2013. Aircraft Design: A Systems Engineering Approach. Chichester, West Sussex, U.K.: Wiley.
- [4] Robert A. Meyers. "Encyclopedia of Physical Science and Technology", San Diego. 2001.
- [5] J.F. Wendt (ed.), "Computational Fluid Dynamics, 3rd ed.", 15 c Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009
- [6] Q. Jane Wang, Yip-Wah Chung, "Encyclopedia of Tribology", Springer, Boston, MA, 2013
- [7] Schmitt, V. and Françoise Charpin. "Pressure distributions on the ONERA M6 wing at transonic Mach numbers." (1979).
- [8] K.M, Sachin et al. "Comparison Of Pressure Based Solver With Artificial Compressibility Method." International Journal of Engineering Research and 3 (2014): 472-475.
- [9] Seung Heo, Cheolung Cheong, Tae-Hoon Kim. "Development of low-noise centrifugal fans for a refrigerator using inclined S-shaped trailing edge", International Journal of Refrigeration, December 2011.
- [10] Brooks, T. F. , Pope, D. S. , and Marcolini M. A. , 1989, "Airfoil Self-Noise and Prediction," NASA Reference Publication 1218, National Aeronautics and Space Administration, USA.
- [11] Lighthill, M. J. , 1952, "On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory," Proc. R. Soc. London, Ser. A 1364-5021, 211, pp. 564–587.
- [12] Curle, N., 1955, "The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound," Proc. R. Soc. London, Ser. A 1364-5021, 231, pp. 505–514.
- [13] Ffowcs Williams J. E., , and Hall, L. H. , 1970, "Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of a scattering half plane," J. Fluid Mech. 0022-1120, 40, pp. 657–670.



- [14] Ffowcs Williams J. E., , and Hawkings, D. L. , 1969, “Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion,” Proc. R. Soc. London, Ser. A 1364-5021, 264, pp. 321–342.
- [15] Lawson, M. V. , 1993, “Assessment and Prediction of Wind Turbine Noise,” 1.Basic Aerodynamic and Acoustic Models. Flow Solutions Report 93/06, W/13/00317/00/00, pp. 1–46.
- [16] Grosveld, F. W. , 1985, “Prediction of Broadband Noise from Horizontal Axis Wind Turbines,” J. Propul. Power 0748-4658, 1, pp. 292–299.

## **5 Διαδικτυακοί Σύνδεσμοι**

- [17] <https://www.flight-mechanic.com/>
- [18] <https://skybrary.aero/articles/critical-mach-number>
- [19] <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/m6wing/m6wing.html>
- [20] <https://blog.gridpro.com/the-art-and-science-of-meshing-airfoil/>
- [21] <https://cfd.ninja/ansys-meshing/ansys-meshing-body-of-influence/>
- [22] <https://www.cadfer.in/blog/modeling-boundary-layer-inflation/>
- [23] [https://turbmodels.larc.nasa.gov/onerawingnumerics\\_val.html](https://turbmodels.larc.nasa.gov/onerawingnumerics_val.html)
- [24] <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/m6wing/m6wing.html>
- [25] <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node362.htm>