



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΟΥ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΟΥ

Πολυκριτηριακή ανάλυση των παραγόντων που επηρεάζουν το πλήθος νικών μιας ομάδας μπάσκετ

Διπλωματική Εργασία

του

Διονύση Μυλωνά

Επιβλέπων: Παναγιώτης Μιχαηλίδης

Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο των προπτυχιακών μου σπουδών στη Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και συγκεκριμένα στον τομέα Ανθρωπιστικών και Κοινωνικών Επιστημών και Δικαίου. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ, κύριο Μιχαηλίδη Παναγιώτη, για την ανάθεση του θέματος της διπλωματικής εργασίας, με την οποία μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα αντικείμενο που άπτεται στα ενδιαφέροντά μου. Εν συνεχεία, ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στον Διδάκτορα ΕΜΠ κύριο Μαρίνο Θεοχάρη για την καθοδήγηση και τη διάθεσή του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής, καθώς επίσης και στη συνάδελφο Δαμουλάκη Αργυρώ, με την οποία συνεργαστήκαμε με αφορμή το αντικείμενο μελέτης των εργασιών μας. Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου σε όλους τους δικούς μου ανθρώπους, για τη στήριξη σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να παρουσιάσουμε και να αναλύσουμε τη Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων και να την εφαρμόσουμε πρακτικά στη μελέτη των παραγόντων που επηρεάζουν τις νίκες μια ομάδας μπάσκετ στο NBA. Οι ομάδες του NBA και κατ' επέκταση ολόκληρη η λίγκα επιλέχθηκαν λόγω της ανοδικής πορείας τους τα τελευταία χρόνια, σε οικονομικό επίπεδο και σε επίπεδο προβολής αλλά και της σταθερής συμμετοχής των ίδιων ομάδων που επιτρέπει σε αυτές να χαράσσουν πιο μακροπρόθεσμα πλάνα. Το πρωτάθλημα του NBA, με τους κανόνες, την οργάνωση και τον τρόπο λειτουργίας του, είναι μια πολύ πιο σύνθετη διοργάνωση σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο πρωτάθλημα μπάσκετ στον κόσμο. Ειδικότερα, οι κανόνες που υπάρχουν σχετικά με το ύψος των συμβολαίων και το μέγιστο όριο δαπανών για κάθε ομάδα (salary cap), οι ανταλλαγές παικτών μεταξύ των ομάδων και η διαδικασία επιλογής παικτών που προέρχονται από τα λύκεια ή τα κολλέγια των Η.Π.Α. ή το εξωτερικό (draft) επηρεάζουν τον στρατηγικό σχεδιασμό κάθε συμμετέχουσας ομάδας. Παρουσιάζει ενδιαφέρον, λοιπόν, να εξετάσουμε μέσω μιας πολυκριτηριακής ανάλυσης ποιοι παράγοντες, αγωνιστικοί και μη, καθορίζουν τον αριθμό νικών μια ομάδας και συνεπώς, με μια πρώτη ματιά, την επιτυχία ή αποτυχία της. Αν, όμως, εμβαθύνουμε λίγο περισσότερο, θα δούμε ότι, λόγω του άκρως ανταγωνιστικού χαρακτήρα του αθλήματος και των κανόνων που έχει θεσπίσει η διοργανώτρια αρχή για να εξασφαλίσει ότι το πρωτάθλημα είναι δίκαιο για όλες τις ομάδες, η επιτυχία ή αποτυχία κάθε ομάδας είναι σχετική και εξαρτάται από τους στόχους που η ίδια έχει θέσει και τη φάση που βρίσκεται σύμφωνα με το μακροπρόθεσμο πλάνο που έχει σχεδιάσει. Η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων μας δίνει αυτήν ακριβώς τη δυνατότητα. Μας επιτρέπει, δηλαδή, να αποφανθούμε αν μια ομάδα, σύμφωνα με τα δικά της δεδομένα, είχε το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα ή όχι. Παρακάτω θα μελετήσουμε ποιες ομάδες ήταν αποδοτικές και τη χρονική εξέλιξη της αποδοτικότητας τους, θα συγκρίνουμε τις περιφέρειες και τις κατηγορίες που είναι διαιρεμένες οι ομάδες και τέλος θα εξετάσουμε ποιες από τις ομάδες που κατέκτησαν το πρωτάθλημα της εκάστοτε χρονιάς το έκαναν αξιοποιώντας παράλληλα τους διαθέσιμους πόρους με το βέλτιστο τρόπο.

Abstract

The aim of this thesis is to present and analyze the Envelopment Data Analysis and to apply it practically to the study of the factors that influence the wins of a basketball team in the NBA. The NBA teams and by extension the entire league were chosen because of their rise in recent years, both financially and in terms of global expansion, but also because of the consistent participation of the same teams which allows them to build long term plans. The NBA league, with its rules, structure and way of operating, is a much more complex organization than any other basketball league in the world. In particular, the rules regarding contract amounts and the maximum spending limit for each team (salary cap), player trades between teams and the process of selecting players from high schools or colleges in the U.S. or abroad (draft) affect the strategic planning of each participating team. It is therefore interesting to examine through a multicriteria analysis which factors, both game related and non, determine the number of a team's wins and thus, at first glance, its success or failure. However, if we delve a little deeper, we can see that, due to the highly competitive nature of the sport and the rules that the league has established to ensure that the championship is fair for all teams, the success or failure of each team is relative and depends on the goals it has set and the stage it is in according to its long-term plans. Envelopment Data Analysis gives us exactly this feature. That is, it allows us to decide whether a team, according to its own status, has had the best possible outcome or not. In the following chapters we will examine which teams were efficient and the progression of their efficiency over time, we will compare the conferences and divisions that the teams are distributed in, and finally we will examine which of the teams that won the championship every single year did so while making optimal use of the available resources.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	9
1.1 Εισαγωγικά στοιχεία.....	9
1.2 Τρόπος διεξαγωγής πρωταθλήματος	11
1.3 Ύψος Συμβολαίων, Φόρος Πολυτελείας και Πολιτική Συμβολαίων	13
1.4 NBA Draft.....	14
1.5 Ανταλλαγές (Trades).....	14
1.6 Αντικείμενο, στόχοι και δομή της εργασίας	15
Κεφάλαιο 2: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	16
2.1 Αθλητική Στατιστική	16
Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογικό πλαίσιο	25
3.1 Εισαγωγικά	25
3.2 Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων	25
3.2.1 Γενικά για την DEA.....	25
3.2.2 Εισροές – Εκροές.....	29
3.2.3 Αποδοτικό Σύνορο και Οικονομίες κλίμακας	31
3.2.4 Προσέγγιση προβλήματος	32
3.2.5 Τεχνική Αποδοτικότητα και Αποδοτικότητα Κλίμακας.....	32
3.3 Μοντελοποίηση της DEA	33
3.3.1 Μαθηματοποίηση της μεθόδου.....	33
3.3.2 Το υπόδειγμα Σταθερών Αποδόσεων Κλίμακας CCR	35
3.3.3 Το υπόδειγμα Μεταβλητών Αποδόσεων Κλίμακας BCC	36
3.4 Δείκτης Παραγωγικότητας Malmquist	37
3.5 Μελέτη Περίπτωσης	39
3.5.1 Αντικείμενο μελέτης	39
3.5.2 Επιλογή εισροών-εκροών και σενάρια μελέτης.....	40
3.5.3 Προσανατολισμός και αποδόσεις κλίμακας	42
Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή	44
4.1 Δεδομένα και πηγές δεδομένων	44
4.2 Εμπειρικά αποτελέσματα	47
4.2.1 Σενάριο 1°	47
4.2.2 Σενάριο 2°	49
4.2.2.1 Η χωρική μήτρα βαρών.....	51

4.2.3 Σενάριο 3 ^ο	53
4.2.4 Σενάριο 4 ^ο	56
4.2.5 Παρατηρήσεις	57
Κεφάλαιο 5: Ανάλυση, Παρατηρήσεις & Συμπεράσματα	59
5.1 Μέσο σκορ αποδοτικότητας	59
5.2 Αποδοτικότητα ανά κατηγορία (division) και περιφέρεια (conference)	69
5.3 Αποδοτικότητα πρωταθλητών NBA.....	76
5.4 Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας.....	77
5.5.Τελικά συμπεράσματα	80
Βιβλιογραφία	82
Παράρτημα I: Προηγμένα Στατιστικά (Advanced Statistics)	90
Παράρτημα II: Το Δυικό Πρόβλημα.....	92
Παράρτημα III: Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της DEA.....	93
Παράρτημα V: Μήτρα Βαρών (W) και Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών (Wnorm).....	94
Παράρτημα VI: Αποδοτικότητα των πρωταθλητών του NBA	96
Παράρτημα VII: Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας.....	97
Παράρτημα VIII: Αποτελέσματα DEA.....	99

Ευρετήριο πινάκων και εικόνων

Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογικό πλαίσιο	25
3.3 Μοντελοποίηση της DEA	33
3.3.3 Το υπόδειγμα Μεταβλητών Αποδόσεων Κλίμακας BCC	36
Εικόνα 3.1: Διαφορά CRS-VRS Συνόρου	37
3.4 Δείκτης Παραγωγικότητας Malmquist	37
Εικόνα 3.2: Διαφορές μεταξύ Χρονικών Περιόδων - Δείκτης Malmquist.....	39
3.5 Μελέτη Περίπτωσης	39
3.5.2 Επιλογή εισροών-εκροών και σενάρια μελέτης.....	40
Πίνακας 3.1: Σενάρια μελέτης της παρούσας εργασίας	41
Πίνακας 3.2: Τελικά σενάρια μελέτης της παρούσας εργασίας	42
3.5.3 Προσανατολισμός και αποδόσεις κλίμακας	42
Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή	44
4.2 Εμπειρικά αποτελέσματα	47
4.2.1 Σενάριο 1 ^ο	47
Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα 1 ^{ου} σεναρίου μελέτης για το 2020.	48
Πίνακας 4.2: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 1ου σεναρίου μελέτης.	49
4.2.2 Σενάριο 2 ^ο	49
Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα 2ου σεναρίου μελέτης για το 2020.....	50
Πίνακας 4.4: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 2ου σεναρίου μελέτης.	51
4.2.3 Σενάριο 3 ^ο	53
Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα 3ου σεναρίου μελέτης για το 2020.....	54
Πίνακας 4.6: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 3ου σεναρίου μελέτης.	55
4.2.4 Σενάριο 4 ^ο	56
Πίνακας 4.7: Αποτελέσματα 4ου σεναρίου μελέτης για το 2020.....	56
Πίνακας 4.8: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 4ου σεναρίου μελέτης.	57
Κεφάλαιο 5: Ανάλυση, Παρατηρήσεις & Συμπεράσματα.....	59
5.1 Μέσο σκορ αποδοτικότητας	59
Πίνακας 5.1: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 1 ^ο σενάριο μελέτης.	60
Πίνακας 5.2: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 2ο σενάριο μελέτης.	61

Πίνακας 5.3: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 3ο σενάριο μελέτης.	62
Πίνακας 5.4: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 4ο σενάριο μελέτης.	63
Εικόνα 5.1: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 1 ^ο σενάριο.	64
Εικόνα 5.2: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 3 ^ο σενάριο.	65
Εικόνα 5.3: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 4 ^ο σενάριο.	65
Εικόνα 5.4: Μέσο σκορ αποδοτικότητας των ομάδων (VRS) στην πάροδο του χρόνου του 4 ^{ου} σεναρίου σε σχέση με του 1 ^{ου} και το market size (μέγεθος φυσαλίδας).	66
Πίνακας 5.5: Πλήθος σεζόν με μέγιστο efficiency score και scale ανά ομάδα (Σενάρια 1 & 2).....	67
Πίνακας 5.6: Πλήθος σεζόν με μέγιστο efficiency score και scale ανά ομάδα (Σενάρια 3 & 4).....	68
5.2 Αποδοτικότητα ανά κατηγορία (division) και περιφέρεια (conference)	69
Εικόνα 5.5: Μέσο σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Προσανατολισμός εκρών, Σενάριο 1ο)......	69
Εικόνα 5.6: Χρονική εξέλιξη μέσου σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Προσανατολισμός εκρών).....	70
Πίνακας 5.7: Θέση κατάταξης των κατηγοριών ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητας (VRS_TE output oriented).....	71
Πίνακας 5.8: Πλήθος αποδοτικών ομάδων (Eff) ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητας (VRS_TE output oriented) και παρουσιών στα playoffs (PO) των ομάδων ανά κατηγορία (division).	72
Εικόνα 5.7: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία (division) για το 1ο σενάριο.	72
Εικόνα 5.8: Μέσο σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Σενάριο 4ο)......	73
Εικόνα 5.9: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία (division) για το 1ο σενάριο.	74
Εικόνα 5.10: Μέση αποδοτικότητα ανά περιφέρεια (conference) για το 2006-2020 (1ο σενάριο)	74
Εικόνα 5.11: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά περιφέρεια (1ο σενάριο).....	75
Εικόνα 5.12: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά περιφέρεια (conference) για το 2006-2020 (1ο σενάριο).....	75
5.3 Αποδοτικότητα πρωταθλητών NBA.....	76

Πίνακας 5.9: Σκορ αποδοτικότητας πρωταθλητών NBA (σενάριο 1ο).....	77
5.4 Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας.....	77
Εικόνα 5.13: Συντελεστής συσχέτισης Pearson πλήθους νικών κανονικής περιόδου, σκορ αποδοτικότητας VRS_TE-output-oriented και θέσης κατάταξης ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητας, rank-output-oriented.....	78
Εικόνα 5.14: Πλήθος νικών κανονικής περιόδου σε σχέση με τα σκορ αποδοτικότητας.....	78
Εικόνα 5.15: Πλήθος νικών κανονικής περιόδου σε σχέση με τη θέση κατάταξης βάσει των σκορ αποδοτικότητας.....	79
Παράρτημα V: Μήτρα Βαρών (W) και Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών (Wnorm).	94
Πίνακας Π1: Μήτρα Βαρών	94
Πίνακας Π2: Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών	95
Παράρτημα VI: Αποδοτικότητα των πρωταθλητών του NBA.....	96
Πίνακας Π3: Σκορ αποδοτικότητας πρωταθλητών NBA ανά σεζόν και ανά σενάριο	96
Παράρτημα VII: Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας	97
Πίνακας Π4: Αποτελέσματα απλού τετραγωνικού μοντέλου με ανεξάρτητη μεταβλητή τα σκορ αποδοτικότητας (vrs-output-oriented) και εξαρτημένη το πλήθος νικών.....	97
Εικόνα Π1: Διαγνωστικά διαγράμματα για έλεγχο υποθέσεων πρώτου μοντέλου	97
Εικόνα Π2: Διαγνωστικά διαγράμματα για έλεγχο υποθέσεων δεύτερου μοντέλου...	98
Πίνακας Π5: Αποτελέσματα απλού τετραγωνικού μοντέλου με ανεξάρτητη μεταβλητή τα σκορ αποδοτικότητας (vrs-output-oriented) και εξαρτημένη το πλήθος νικών, χωρίς να ληφθούν υπόψη οι αποδοτικές ομάδες.....	98

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγικά στοιχεία

Το NBA (National Basketball Association) είναι το επαγγελματικό πρωτάθλημα καλαθοσφαίρισης ανδρών των Η.Π.Α. Ιδρύθηκε το 1949 μετά την απορρόφηση ομάδων του NBL (National Basketball League, έτος ίδρυσης 1937) από το BAA (Basketball Association of America, έτος ίδρυσης 1946) και μετονομάστηκε σε NBA για νομικούς λόγους. Το NBA θεωρείται συνέχεια του BAA και αναγνωρίζει ιστορικά και στατιστικά στοιχεία αυτού του πρωταθλήματος, ενώ αντίθετα θεωρεί τις ομάδες που προήλθαν από το NBL ως επέκταση της λίγκας και όχι συνένωση, με αποτέλεσμα να μην δέχεται τις δικές τους παλαιότερες επιδόσεις. Το νέο αυτό πρωτάθλημα αποτελούνταν από 17 ομάδες, οι οποίες σταδιακά μειώθηκαν και τη σεζόν 1953-1954 έφτασαν στο ιστορικό χαμηλό των 8 ομάδων. Οι ομάδες έδειξαν μια τάση να αλλάζουν πόλεις ανά τα χρόνια εγκαταλείποντας τις μικρές αγορές για μεγαλύτερες. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1960 έως και τα μέσα της δεκαετίας του 1970 η λίγκα επεκτάθηκε και έφτασε τις 14 (1968) και αργότερα τις 18 ομάδες (1974). Παράλληλα είχε δημιουργηθεί ένα ακόμα πρωτάθλημα, η ABA, το οποίο τελικά μετά από αρκετές προσπάθειες συγχωνεύτηκε με το NBA και τέσσερις από τις ομάδες του μεταπήδησαν στο NBA αυξάνοντας τον αριθμό τους σε 22 (1976). Παρόλα αυτά στα τέλη της δεκαετίας του 1970 και στις αρχές της δεκαετίας του 1980 το NBA μαστιζόταν από ομάδες που δεν ήταν κερδοφόρες, το ενδιαφέρον του κοινού ήταν μειωμένο και γενικά η λίγκα φαινόταν έτοιμη να εκτροχιαστεί. Η ηγεσία του David Stern από τη θέση του κομισάριου (1984) σε συνδυασμό με την έλευση σπουδαίων παικτών όπως ο Larry Bird και ο Magic Johnson (1979) και ακόμα περισσότερο ο Michael Jordan (1984) βοήθησαν το πρωτάθλημα να ανακάμψει και σταδιακά να αρχίσει να μετατρέπεται σε ένα παγκόσμιο εμπορικό μεγαθήριο με συνεχώς αυξανόμενα έσοδα και προβολή σε κάθε γωνιά του πλανήτη. Οι ομάδες συνέχισαν να αυξάνονται φτάνοντας τις 27 (1989) ενώ το 1995 το NBA επεκτάθηκε και στον Καναδά προσθέτοντας δυο ακόμα ομάδες με έδρες το Toronto και το Vancouver. Τη σεζόν 2004-2005 το πρωτάθλημα έφτασε να αριθμεί 30 ομάδες που συνεχίζουν να αγωνίζονται μέχρι και σήμερα, ακόμα και αν κάποιες επέλεξαν να αλλάξουν πόλη και ονομασία το "franchise" παραμένει το ίδιο.

Οι ομάδες του NBA αποκομίζουν τεράστια κέρδη από τηλεοπτικά συμβόλαια, χορηγίες, διαφημιστικά, πωλήσεις προϊόντων και εισιτήρια. Ενδεικτικά, την τελευταία

χρονιά που μελετάμε 2019-2020 οι ομάδες του NBA είχαν συνολικά έσοδα ύψους περίπου 8 δις δολάρια, σύμφωνα με το STATISTA¹, ενώ την προηγούμενη χρονιά, 2018-2019, τα συνολικά έσοδα ήταν ακόμα υψηλότερα στο ύψος των 8,8 δις δολαρίων.

Οι παίκτες που αγωνίζονται στο πρωτάθλημα του NBA ανήκουν στους καλύτερα αμειβόμενους αθλητές του κόσμου. Το 2016-2017 το NBA υπέγραψε μια συμφωνία για τα τηλεοπτικά του δικαιώματα της τάξης των 2,6 δις δολάρια (200% περισσότερα σε σχέση με την προηγούμενη), γεγονός που «εκτίναξε» τα συμβόλαια των παικτών. Τη σεζόν 2015-2016 η μέση αμοιβή ήταν 5,2 εκατομμύρια δολάρια ενώ τη σεζόν 2021-2022 έφτασε στα 8,5². Μάλιστα, στη λίστα των πενήντα καλύτερα αμειβόμενων αθλητών παγκοσμίως του Forbes³ για το 2022 υπάρχουν δεκαοκτώ παίκτες του NBA.

Παράλληλα το NBA, στην προσπάθεια του να εξελίσσεται συνεχώς, έχει ιδρύσει και γυναικείο πρωτάθλημα (WNBA, 1996) αλλά και αναπτυξιακό πρωτάθλημα (G-League, 2001) και πάντα ψάχνει τρόπους να επεκταθεί σε άλλες χώρες και αγορές.

Τα τελευταία χρόνια η παρουσία σπουδαίων διεθνών αθλητών (π.χ. Antetokounmpo, Doncic, Jokic και Embiid και παλαιότερα Parker, Nowitzki, Gasol) έχει αυξήσει το ενδιαφέρον και την προβολή του NBA σε όλο τον κόσμο. Σήμερα, το NBA είναι διαθέσιμο σε περισσότερες από 200 χώρες και πωλούνται προϊόντα με το logo του NBA, ομάδων και παικτών σε ολόκληρο τον κόσμο.

Η λειτουργία των ομάδων, λοιπόν, έχει αρκετές ομοιότητες με αυτή των επιχειρήσεων. Όπως σε μια επιχείρηση στόχος είναι η μεγιστοποίηση των κερδών, έτσι το NBA αλλά και κάθε ομάδα ξεχωριστά στοχεύουν στη βελτίωση του «παραγόμενου προϊόντος» και στην αύξηση των εσόδων τους. Σε γενικές γραμμές παρατηρείται ότι καλύτερες αγωνιστικές επιδόσεις (δηλαδή περισσότερες νίκες) συνεπάγονται μεγαλύτερο ανταγωνισμό και, κατ' επέκταση, περισσότερο ενδιαφέρον και έσοδα. Εντούτοις, για τις ομάδες οι αγωνιστικές επιτυχίες είναι συνήθως σημαντικότερες σε σχέση με το οικονομικό κέρδος. Η εικόνα των ομάδων εντός των τεσσάρων γραμμών δεν επηρεάζεται μόνο από αγωνιστικούς παράγοντες αλλά και από αποφάσεις και ενέργειες της διοίκησης και του προπονητικού επιτελείου.

¹<https://www.statista.com/statistics/193467/total-league-revenue-of-the-nba-since-2005/>

²<https://www.thehoopsgeek.com/average-nba-salary/>

³<https://www.forbes.com/athletes/>

Αυτός ο πολυδιάστατος χαρακτήρας του πρωταθλήματος σε συνδυασμό με την παγκόσμια απήγησή του το καθιστούν ένα ενδιαφέρον αντικείμενο μελέτης. Προκειμένου να διαπιστωθεί ποιοι παράγοντες επηρεάζουν το πλήθος νικών μιας ομάδας και να καθοριστεί ποιες ομάδες λειτουργούν αποτελεσματικά και ποιες όχι στην παρούσα εργασία, κρίνεται χρήσιμο να παρουσιαστούν στη συνέχεια ο τρόπος διεξαγωγής του πρωταθλήματος και ορισμένοι βασικοί κανονισμοί που εφαρμόζονται με στόχο μία λίγκα ανταγωνιστική και δίκαιη.

1.2 Τρόπος διεξαγωγής πρωταθλήματος⁴

Οι ομάδες του πρωταθλήματος έχουν χωριστεί σε δύο περιφέρειες (conferences) ανάλογα με την πόλη που εδρεύουν, την Ανατολική και τη Δυτική. Αυτές με την σειρά τους χωρίζονται σε τρεις επιμέρους κατηγορίες (divisions). Πιο συγκεκριμένα, η Ανατολική Περιφέρεια χωρίζεται στις κατηγορίες Atlantic ή Ατλαντική (Boston Celtics, Brooklyn Nets, New York Knicks, Philadelphia 76ers, Toronto Raptors), Central ή Κεντρική (Chicago Bulls, Cleveland Cavaliers, Detroit Pistons, Indiana Pacers, Milwaukee Bucks) και Southeast ή Νοτιοανατολική (Atlanta Hawks, Charlotte Hornets, Miami Heat, Orlando Magic, Washington Wizards) ενώ η Δυτική στις Southwest ή Νοτιοδυτική (Dallas Mavericks, Houston Rockets, Memphis Grizzlies, New Orleans Pelicans, San Antonio Spurs), Northwest ή Βορειοδυτική (Denver Nuggets, Minnesota Timberwolves, Portland Trail Blazers, Oklahoma City Thunder, Utah Jazz) και Pacific ή Ειρηνικού (Golden State Warriors, Los Angeles Clippers, Los Angeles Lakers, Phoenix Suns, Sacramento Kings)

Υπό φυσιολογικές συνθήκες η κανονική σεζόν του NBA ξεκινά την τελευταία εβδομάδα του Οκτωβρίου και ολοκληρώνεται στα μέσα Απριλίου. Κατά τη διάρκεια της κανονικής περιόδου, κάθε ομάδα παίζει 82 παιχνίδια, 41 εντός και 41 εκτός έδρας. Μια ομάδα αντιμετωπίζει αντιπάλους που ανήκουν στη δική της κατηγορία (division) τέσσερις φορές. Κάθε ομάδα παίζει με έξι από τις ομάδες των υπόλοιπων δύο divisions της περιφέρειάς της τέσσερις φορές και με τις υπόλοιπες τέσσερις ομάδες τρεις φορές. Τέλος, κάθε ομάδα παίζει με όλες τις ομάδες της άλλης περιφέρειας δύο φορές.

Υπήρξαν χρονιές που, για λόγους ανωτέρας βίας, στην κανονική περίοδο πραγματοποιήθηκαν λιγότερα παιχνίδια. Χαρακτηριστικά παραδείγματα η σεζόν 2011-

⁴Πηγές: Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/National_Basketball_Association)

2012, που μετά την πεντάμηνη απεργία των παικτών, ξεκίνησε στις 25 Δεκέμβρη και κάθε ομάδα έπαιξε 66 παιχνίδια αλλά και η σεζόν 2019-2020 που λόγω της πανδημίας του COVID-19 διεκόπη για περίπου 2 δυο μήνες και συνεχίστηκε μόνο για τις ομάδες που ήταν στην πρώτη οκτάδα της βαθμολογίας κάθε περιφέρειας ή είχαν μαθηματικές ελπίδες να μπουν σε αυτή. Εκείνη τη σεζόν υπήρξαν ομάδες που έπαιξαν 65-67 παιχνίδια και άλλες με 71-73. Αυτή η παγκόσμια και απροσδόκητη υγειονομική κρίση έφερε, προφανώς, αλλαγές στον ετήσιο προγραμματισμό του πρωταθλήματος και, συνεπώς, η έναρξη της επόμενης αγωνιστικής περιόδου καθυστέρησε με αποτέλεσμα να διεξαχθούν 72 παιχνίδια στην κανονική περίοδο.

Τα playoffs του NBA ξεκινούν μετά την ολοκλήρωση της κανονικής περιόδου με τις οκτώ (8) πρώτες ομάδες κάθε περιφέρειας, δηλαδή εκείνες με το καλύτερο ρεκόρ νικών-ηττών, ανεξάρτητα από την division στην οποία ανήκουν, να διεκδικούν τον τίτλο της πρωταθλήτριας. Από τη σεζόν 2019-2020, το σύστημα εισόδου στα playoffs άλλαξε. Πλέον οι πρώτοι έξι (6) κάθε περιφέρειας εξασφαλίζουν μια θέση στα playoffs. Οι ομάδες που τερματίζουν στις θέσεις 7-10 σε κάθε περιφέρεια ανταγωνίζονται για τις δυο τελευταίες θέσεις των playoffs στα λεγόμενα "play-ins". Πιο συγκεκριμένα η ομάδα που τερμάτισε έβδομη αντιμετωπίζει την όγδοη και η ένατη την δέκατη. Η ομάδα που κερδίζει το παιχνίδι μεταξύ έβδομης και όγδοης μπαίνει στα playoffs ως έβδομη. Η ομάδα που χάνει το παιχνίδι αυτό αντιμετωπίζει το νικητή του παιχνιδιού μεταξύ ένατης και δέκατης. Η νικήτρια προκρίνεται στα playoffs ως όγδοη. Οι ιθύνοντες του NBA είδαν ότι ο συγκεκριμένος "ενδιάμεσος" γύρος αφενός έδωσε κίνητρο στις ομάδες που βρίσκονταν στις χαμηλότερες θέσεις της βαθμολογίας κάνοντας πιο ανταγωνιστικό το πρωτάθλημα και αφετέρου τα μονά νοκ άουτ παιχνίδια πάντα προσελκύουν το ενδιαφέρον του κοινού. Έτσι επέλεξαν να διατηρήσουν την συγκεκριμένη αλλαγή και στις επόμενες αγωνιστικές περιόδους.

Η πρόκριση στα playoffs και οι διασταυρώσεις των ομάδων στηρίζονται στο ρεκόρ της κανονικής περιόδου και πλέον και στα play-ins. Υψηλότερο ρεκόρ για μια ομάδα σημαίνει ότι αντιμετωπίζει μια φαινομενικά ασθενέστερη στον πρώτο γύρο. Ο πρώτος στην κατάταξη ξεκινά τα playoffs αντιμετωπίζοντας τον όγδοο, ο δεύτερος τον έβδομο κ.ο.κ.. Σε κάθε γύρο η ομάδα που είχε το καλύτερο ρεκόρ στην κανονική περίοδο έχει πλεονέκτημα έδρας. Κάθε σειρά είναι «best-of-seven», δηλαδή κρίνεται στις 4 νίκες.

Τα playoffs ακολουθούν μια μορφή τουρνουά, καθώς η νικήτρια ομάδα κάθε σειράς παιχνιδιών προκρίνεται στον επόμενο γύρο, ενώ η αντίπαλη αποκλείεται. Οι πρωταθλήτριες ομάδες κάθε περιφέρειας διεκδικούν τον τίτλο του πρωταθλητή του NBA.

Το πρωτάθλημα άρχισε να εφαρμόζει την τρέχουσα μορφή του, με τις οκτώ (8) κορυφαίες ομάδες κάθε περιφέρειας να προκρίνονται ανεξάρτητα από την υποδιαίρεσή τους στις divisions, την αγωνιστική περίοδο 2015-16. Τα προηγούμενα χρόνια, τα τρία πρώτα εισιτήρια από κάθε περιφέρεια στα playoffs πήγαιναν στους νικητές της εκάστοτε division.

1.3 Ύψος Συμβολαίων, Φόρος Πολυτελείας και Πολιτική Συμβολαίων

Το salary cap είναι το μέγιστο ποσό που μπορεί να ξοδέψει μια ομάδα για τους ετήσιους μισθούς των παικτών της. Ενώ τα αμερικάνικα πρωταθλήματα άλλων αθλημάτων έχουν αυστηρό ανώτατο όριο μισθών, το NBA δίνει μεγαλύτερη ευελιξία στις ομάδες του μέσω διαφόρων κανόνων και εξαιρέσεων (π.χ. Bird rights, Bi-annual exception κλπ.).

Εκτός από το salary cap υπάρχει ένα ακόμα μεγαλύτερο όριο (luxury threshold), το οποίο όποια ομάδα ξεπεράσει καλείται να πληρώσει φόρο πολυτελείας (luxury tax). Οι περισσότερες ομάδες του NBA προσπαθούν να κρατήσουν τα συμβόλαιά τους σε λογικά πλαίσια και λίγες ομάδες φτάνουν τα επίπεδα του luxury tax. Τα έσοδα από τους φόρους πολυτελείας κατανέμονται μεταξύ των ομάδων που δεν ξεπερνούν το καθορισμένο όριο.

Τέλος, τα συμβόλαια που υπογράφουν οι ομάδες με τους παίκτες υπάγονται σε ένα σύνολο κανονισμών που εξαρτώνται από τα χρόνια προϋπηρεσίας του κάθε αθλητή, τις ατομικές του επιδόσεις και από το salary cap.

Σκοπός όλων των παραπάνω είναι να εξασφαλίζεται ότι όλες οι ομάδες κινούνται σε αντίστοιχο οικονομικό επίπεδο και έτσι να επιτυγχάνεται ο μεγαλύτερος δυνατός ανταγωνισμός.

1.4 NBA Draft⁵

Το NBA Draft είναι ένα ετήσιο γεγονός που διεξάγεται το καλοκαίρι και στο οποίο συμμετέχουν όλες οι ομάδες επιλέγοντας παίκτες είτε από το κολεγιακό πρωτάθλημα των Η.Π.Α. είτε νεαρούς παίκτες που αγωνίζονται εκτός Αμερικής.

Το NBA draft πραγματοποιείται σε δύο γύρους. Στον πρώτο γύρο η σειρά επιλογής για τις 14 πρώτες θέσεις καθορίζεται από τη λοταρία (για τις ομάδες που έμειναν εκτός playoffs) ενώ οι υπόλοιπες 16 ομάδες επιλέγουν από το νούμερο 15 έως 30 με σειρά αντίστροφη του ρεκόρ που είχαν στην κανονική περίοδο. Ομοίως, στο δεύτερο οι ομάδες επιλέγουν με σειρά αντίστροφη του ρεκόρ τους τη χρονιά που τελείωσε.

Η λογική της διαδικασίας αυτής είναι να ενισχυθούν οι ομάδες που δεν είχαν καλή αγωνιστική χρονιά, δίνοντάς τους την ευκαιρία να επιλέξουν στις πρώτες θέσεις έναν πολύ καλό και υποσχόμενο παίκτη. Κάποιες ομάδες επιλέγουν να στηριχθούν στους νεαρούς αυτούς παίκτες ενώ άλλες τους ανταλλάσσουν με πιο έμπειρους προκειμένου να γίνουν άμεσα ανταγωνιστικές.

Το ύψος των συμβολαίων του πρώτου γύρου του draft είναι προκαθορισμένο και κλιμακώνεται ανάλογα με τη θέση, δηλαδή η πρώτη θέση αντιστοιχεί στο υψηλότερο rookie συμβόλαιο και η τριακοστή στο χαμηλότερο. Από την άλλη, τα συμβόλαια των επιλογών του δεύτερου γύρου στο draft δεν είναι ούτε καθορισμένα ούτε εγγυημένα.

1.5 Ανταλλαγές (Trades)

Οι ομάδες μπορούν να ανταλλάσσουν μεταξύ τους παίκτες και draft picks πριν την έναρξη της κανονικής περιόδου και έως μια καθορισμένη ημερομηνία περίπου στα μισά της σεζόν (trade deadline). Η διοργανώτρια αρχή έχει θεσπίσει κανονισμούς που καθιστούν ισάξιες και δίκαιες τις ανταλλαγές με σκοπό να παραμείνει ακέραια η ανταγωνιστικότητα του πρωταθλήματος. Η πολιτική των ομάδων όσον αφορά τις ανταλλαγές (trade policy) είναι ιδιαίτερα σημαντική τόσο για το εγγύς μέλλον όσο και μακροπρόθεσμα και πολλές φορές επηρεάζεται από παλαιότερες αποφάσεις τους. Μπορεί να τους έχουν "φορτώσει" με βαριά συμβόλαια ή να τους προσφέρουν ευελιξία, να τους έχουν εξασφαλίσει περισσότερες ή λιγότερες επιλογές στο draft κ.λπ..

⁵Πηγές: α) AgeofBasketball(<http://www.ageofbasketball.net/archives/3373>),

β) Sporttime (<https://www.sportime.gr/basket/nba/nba-draft-i-lotaria-etsi-litourgi/>),

γ) Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/National_Basketball_Association).

Μια ανταλλαγή μπορεί να αλλάξει τις αγωνιστικές τύχες των άμεσα εμπλεκόμενων ομάδων αλλά και των ανταγωνιστριών τους. Γίνεται, λοιπόν, εύκολα κατανοητό ότι κάθε ομάδα χτίζει τη συνολική στρατηγική της και θέτει τους στόχους της με βάση το πως διαχειρίζεται τον τομέα των ανταλλαγών.

1.6 Αντικείμενο, στόχοι και δομή της εργασίας

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι μελέτη των παραγόντων που επιδρούν στο πλήθος νικών που πετυχαίνει μια ομάδα του NBA από τους αγώνες της κανονικής περιόδου του πρωταθλήματος. Έχοντας ως δεδομένα διοικητικές και οικονομικές αποφάσεις των ομάδων θα εκτιμήσουμε ποιες από αυτές είναι αποδοτικές και αξιοποιούν αποτελεσματικά τους πόρους τους, όπως μεταφράζεται σε νίκες αλλά και σε αγωνιστικούς παράγοντες.

Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (DEA) σε μια προσπάθεια να συγκρίνουμε την κάθε ομάδα και με τις υπόλοιπες για να εξάγουμε συμπεράσματα και όχι να μελετήσουμε τι κάνει η κάθε ομάδα μεμονωμένα. Η βάση δεδομένων αποτελείται από τις 30 ομάδες που συμμετέχουν στο NBA, ενώ επιλέχθηκε μία χρονοσειρά δεκαπέντε ετών, από την αγωνιστική περίοδο 2005-2006 έως 2019-2020, καθώς σε αυτό το διάστημα αγωνίζονται και οι 30 ομάδες.

Η δομή της εργασίας είναι ως εξής:

- Το δεύτερο κεφάλαιο αφορά τη βιβλιογραφική ανασκόπηση για την αθλητική στατιστική και μεθόδους που έχουν εφαρμοστεί.
- Το τρίτο κεφάλαιο αφορά το μεθοδολογικό πλαίσιο, όπου περιγράφονται τα βασικά στοιχεία της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε.
- Το τέταρτο κεφάλαιο αφορά τα εμπειρικά αποτελέσματα, όπου γίνεται η εφαρμογή της μεθόδου και η ανάλυση των αποτελεσμάτων.
- Και τέλος στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια ανακεφαλαίωση των συμπερασμάτων από τα εμπειρικά ευρήματα του προηγούμενου κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 2: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

2.1 Αθλητική Στατιστική

Η αφετηρία της αθλητικής στατιστικής προήλθε από το ενδιαφέρον για την πρόβλεψη του αποτελέσματος ενός αγώνα. Εστιάζοντας στο μπάσκετ, οι περισσότερες μελέτες για την ανάλυση των παραγόντων που επιδρούν στις νίκες μιας ομάδας μπάσκετ αλλά και την πρόβλεψη του αποτελέσματος ενός αγώνα, οι οποίες μεθοδολογικά στηρίζονται κατά κύριο λόγο στη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων και ελάχιστες στην Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (DEA) που βρήκε εφαρμογή μεταγενέστερα.

Αρχικά, η Stefani (1977a,b) εισήγαγε την προσέγγιση που βασίζεται στην παλινδρόμηση με τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων με την οποία, αφού πρότεινε έναν τρόπο αξιολόγησης των ομάδων του κολεγιακού πρωταθλήματος καλαθοσφαίρισης αλλά και ποδοσφαίρου χρησιμοποιώντας το μέσο όρο των αξιολογήσεων του αντιπάλου με περιθώριο νίκης, προχώρησε σε προβλέψεις για τα αποτελέσματα των αγώνων.

Οι Schwertman et al. (1991), ο Carlin (1991) και ο Harville (2003) με την εφαρμογή γραμμικών και λογιστικών παλινδρομήσεων εκτίμησαν τις ακριβείς βαθμολογίες των ομάδων του κολεγιακού πρωταθλήματος των ΗΠΑ, καθώς και την πιθανότητα νίκης τους. Οι Schwertman et al. (1991) υπολόγισαν τις πιθανότητες με βάση την υπόθεση ότι ο παράγοντας της δυναμικότητας των ομάδων κατανέμεται κανονικά, ενώ ο Carlin (1991) βελτιώνει μοντέλα πιθανότητας που προτάθηκαν, όπως των Schwertman et al. (1991), εκμεταλλευόμενος εξωτερικές πληροφορίες σχετικά με τη σχετική δυναμικότητα των ομάδων. Ο Harville (2003) προτείνει την εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων σε ένα στατιστικό μοντέλο στο οποίο η αναμενόμενη διαφορά στο σκορ σε κάθε παιχνίδι διαμορφώνεται ως διαφορά στις ομαδικές επιδράσεις λαμβάνοντας υπόψη την έδρα του αγώνα.

Μία σημαντική προσωπικότητα για την ανάπτυξη της στατιστικής στην καλαθοσφαίριση είναι ο John Hollinger. Στα βιβλία του «Pro Basketball» (2002, 2003, 2004, 2005) αφιερώθηκε σε μία εκτενή ανάλυση και παρουσίαση των στατιστικών που καταγράφονται στους αγώνες μπάσκετ, αποσκοπώντας στο σχηματισμό μιας συνολικής εικόνας για τους παίκτες και τις ομάδες. Βασιζόμενος στον παράγοντα των κατοχών εμβάθυνε στην αμυντική και επιθετική ποιότητα των παικτών σε ατομικό

επίπεδο αλλά και των ομάδων. Επίσης, πραγματοποίησε προβλέψεις βάσει στατιστικών, και ασχολήθηκε κυρίως με το πώς μια ομάδα θα πρέπει να θεμελιώσει την επίθεσή της, προκειμένου να είναι αποδοτική. Να σημειωθεί, τέλος, ότι ο Hollinger είναι γνωστός για τη δημιουργία του στατιστικού δείκτη Player Efficiency Rating (PER) για την αξιολόγηση της απόδοσης των παικτών και ο οποίος χρησιμοποιείται, πλέον, ευρέως σε όλες τις διοργανώσεις.

Μια ακόμα σημαντική προσωπικότητα αποτελεί ο Dean Oliver (2004) ο οποίος καθιέρωσε τους "Four Factors to win", επεκτείνοντας την φιλοσοφία από το βιβλίο του «Basketball on Paper» (2002). Πρόκειται για μια ανάλυση αναφορικά με το πώς τέσσερις σημαντικές στρατηγικές-παράγοντες σχετίζονται με την επιτυχία στο μπάσκετ. Οι παράγοντες αυτοί κατά σειρά φθίνουσας σημαντικότητας ως προς το αποτέλεσμα του αγώνα αφορούν το σουτ, τα λάθη, τα rebounds, τις ελεύθερες βολές και είναι οι εξής: αποτελεσματικότητα εντός πεδιάς (effective field goal percentage - eFG%), λάθη ανά κατοχή (turnovers per possession-TPP), ποσοστό επιθετικών ριμπάουντ της ομάδας από των συνολικών επιθετικών ριμπάουντ (offensive rebounding percentage-ORP) και πλήθος επιθέσεων που καταλήγουν σε βολές (free throw rate-FTR).

Υπάρχουν εργασίες που βασίστηκαν στους «Four Factors» του Dean Oliver (2004). Χαρακτηριστικά, ο Küpfer (2005) τοποθέτησε διάφορα βάρη σε κάθε ένα από τους τέσσερις παράγοντες προκειμένου να εξετάσει τη σημασία αυτών σε σχέση με τις νίκες που πετυχαίνει μία ομάδα, επιβεβαιώνοντας τα αποτελέσματα του Dean Oliver.

Οι Kubatko et al. (2007) συγκέντρωσαν τις βασικές μεταβλητές της ανάλυσης μπάσκετ που απορρέουν από τα βασικά στατιστικά, με επίκεντρο τις κατοχές (possessions), και καθόρισαν ένα πλαίσιο στο οποίο μπορούν να θεμελιωθούν επόμενες έρευνες. Πολύ σημαντικοί είναι, φυσικά, οι «Four Factors» του Dean Oliver (2004) για τους οποίους οι Kubatko et al. (2007) παρατήρησαν ότι η μέση τιμή τους ποικίλλει με την πάροδο του χρόνου, και μάλιστα παρατήρησαν μια γενική συνολική μείωση του αναμενόμενων επιθετικών δεικτών και προφανώς των λαθών (turnovers). Επίσης, αξιοσημείωτη είναι η εισαγωγή των προηγμένων στατιστικών (advanced statistics)⁶ που υπολογίζονται

⁶βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ: Προηγμένα Στατιστικά (AdvancedStats)

μέσω box-score δεδομένων και τα οποία έχουν πλέον καθιερωθεί στον «στατιστικό» κόσμο του μπάσκετ.

Οι Doolittle και Pelton (2010) ερεύνησαν τα στατιστικά στοιχεία της ομάδας για τους τέσσερις παράγοντες και προσπάθησαν να τους συσχετίσουν με τη νίκη, ή ακόμα και να αναπτύξουν μία μέθοδο πρόβλεψης του αποτελέσματος βασισμένη σε μεμονωμένες, αγωνιστικές προβλέψεις για κάθε παίκτη, εφαρμόζοντας πολυμεταβλητή ανάλυση.

Ο Kline (2005) ξεφεύγοντας από την ανάλυση των ελαχίστων τετραγώνων εισήγαγε στη μελέτη κριτηρίων που οδηγούν μια ομάδα σε νίκη τον οικονομικό παράγοντα του salary, εφαρμόζοντας μοντέλα δομικών εξισώσεων (structural equation modeling, SEM). Έτσι, συσχέτισε τους αγωνιστικούς παράγοντες της μελέτης με το μισθό (salary) και έπειτα με τις νίκες μιας ομάδας.

Στην ίδια γραμμή, ο Tarek Al Baghal (2012) χρησιμοποίησε μοντέλα δομικών εξισώσεων SEM, για να μελετήσει κατά πόσο οι τέσσερις παράγοντες θα μπορούσαν να μοντελοποιηθούν ως δείκτες πιο γενικών μεμονωμένων μεταβλητών που αφορούν στην επιθετική και αμυντική ποιότητα των ομάδων. Ακολουθώντας, συσχέτισε τις δύο γενικές μεταβλητές με τις νίκες κάθε ομάδας. Επιπρόσθετα, ενσωμάτωσε και τους μισθούς της ομάδας στα μοντέλα SEM και διαπίστωσε ότι οι συνολικοί μισθοί κάθε ομάδας έχουν υψηλή επίδραση στην επιθετική της ποιότητα, ενώ επιδρά σε μέτριο βαθμό στο ποσοστό νικών της ομάδας.

Ο Hans Manner (2015) εισήγαγε τον παράγοντα της έδρας του παιχνιδιού αλλά και των back-to-back αγώνων σε ένα γραμμικό υπόδειγμα. Το μοντέλο που προτείνει στηρίζεται σε μια δυναμική Γκαουσιανή αυτοπαλίνδρομη διαδικασία και εκτιμά τη δυναμικότητα της ομάδας συναρτήσει της μεταβλητότητας του χρόνου για το διάστημα οκτώ αγωνιστικών περιόδων. Ο Manner (2015) συμπέρανε ότι η δυναμικότητα μιας ομάδας διατηρείται στη διάρκεια του συνόλου των αγωνιστικών περιόδων και όχι σε κάθε μεμονωμένη σεζόν. Επίσης, συμπέρανε εμπειρικά ότι η δυναμικότητα κάθε ομάδας επηρεάζεται σημαντικά από τους τραυματισμούς, τις ανταλλαγές (trades) και άλλους παράγοντες που επιδρούν στη σύνθεση και «χημεία» της ομάδας.

Όσον αφορά την Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (DEA) που αποτελεί μια μέθοδο αποτίμησης της αποδοτικότητας ενός συνόλου συγκρίσιμων και ομοιογενών ομάδων, των Μονάδων Λήψης Αποφάσεων (Decision Making Units, DMUs), βρίσκει εφαρμογή στον αθλητισμό αλλά μερικά χρόνια αργότερα σε σχέση με την παλινδρόμηση.

Ένας σημαντικός αριθμός εργασιών και μελετών που έχουν δημοσιευθεί καθορίζουν την αθλητική, οικονομική και διαχειριστική αποτελεσματικότητα σε διάφορα αθλήματα. Οι πρώτες μελέτες πραγματοποιήθηκαν στο baseball μετά το 1990 ενώ στην καλαθοσφαίριση κάνουν την εμφάνισή τους το 2009. Η πλειοψηφία των εργασιών αφορά στο baseball και ως εκ τούτου θα αναφερθούν παρακάτω ορισμένες εξ' αυτών.

Μία πρώτη μελέτη αποτελεί αυτή των Howard and Miller (1993), οι οποίοι εφάρμοσαν DEA για την αμοιβή των ιδίων κεφαλαίων στο μπέιζμπολ των 26 μεγάλων ομάδων του πρωταθλήματος των ΗΠΑ. Ανέλυσαν την αποτελεσματικότητα των 433 μη "pitching" παικτών και μετασχημάτισαν 29 εισροές σε μία μόνο έξοδο, τον μισθό. Τα αποτελέσματά τους έδειξαν ότι 209 παίκτες ήταν χαμηλά αμειβόμενοι, 166 παίκτες ικανοποιητικά αμειβόμενοι και 58 παίκτες υψηλά αμειβόμενοι. Λίγα χρόνια αργότερα, οι Anderson and Sharp (1997) εφάρμοσαν την DEA με βάση το μέτρο composite better index (CBI) και διεξήγαγε ετήσια ανάλυση για τα έτη 1901 έως 1993 για το baseball batting.

Η μέθοδος συγκριτικής αξιολόγησης χρησιμοποιήθηκε από τους Sueyoshi, Ohnishi and Kinase (1999) για την εκτίμηση της επιθετικής απόδοσης 30 Ιαπόνων παικτών μπέιζμπολ στο Central League για το 1995. Για να ξεπεραστεί η ανεπάρκεια της DEA, οι συγγραφείς εφάρμοσαν μια άλλη προσέγγιση συγκριτικής αξιολόγησης: Offensive Earned Run Average (OERA) και Slack Adjusted DEA (SA-DEA), έτσι, ώστε οι αποτελεσματικοί παίκτες θα μπορούσαν να ταξινομηθούν σύμφωνα με τις βαθμολογίες αποτελεσματικότητάς τους.

Η αποτελεσματικότητα των 30 ομάδων στο Major League Baseball (MLB) των ΗΠΑ καθορίστηκε από τους Sexton and Lewis (2003) κατά τη διάρκεια της σεζόν 1999 από DEA δύο σταδίων. Το αποτέλεσμα (output) του πρώτου σταδίου θεωρείται ως input για το δεύτερο. DEA δύο σταδίων χρησιμοποίησαν και οι Lewis, Sexton and Lock (2007) για τον καθορισμό των κατώτατων μισθών που θα πρέπει να καταβληθούν στους παίκτες της MLB προκειμένου να είναι ανταγωνιστικοί μελετώντας τις αγωνιστικές περιόδους 1985-2002. Μάλιστα, κατέληξαν στο ότι πολλές ομάδες ήταν αναποτελεσματικές λόγω των χαμηλά αμειβόμενων παικτών τους.

Δύο χρόνια αργότερα οι Lewis, Lock και Sexton (2009) εκτίμησαν την ικανότητα και αποδοτικότητα των ομάδων μπέιζμπολ της MLB για τις σεζόν 1901-2002 χρησιμοποιώντας DEA. Το αποτέλεσμα της μελέτης τους ήταν ότι η αμυντική

ικανότητα και αποδοτικότητα (pitching) παίζει σημαντικό ρόλο για τις ομάδες να είναι αποτελεσματικές στο MLB. Με αντίστοιχη λογική, οι Chen και Johnson (2010) μελέτησαν την απόδοση των pitchers σε μεγάλα πρωταθλήματα baseball από το 1871 έως το 2006 και συμπέραναν ότι πώς τα σχετικά κριτήρια για την αξιολόγηση της απόδοσης των pitchers μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της αγωνιστικής περιόδου. Οι Miceli και Volz (2012), ακόμα, εφάρμοσαν DEA για την αξιολόγηση των παικτών baseball του Hall of Fame της MLB από το 1876 έως το 2009. Τα αποτελέσματά τους έδειξαν ότι περίπου το ένα τρίτο των τότε μελών του HOF πρέπει να αφαιρεθεί.

Μελέτες με χρήση DEA έχουν πραγματοποιηθεί και στο ποδόσφαιρο. Μεταξύ αυτών, ο Haas (2003a) αξιολόγησε την κλίμακα απόδοσης 20 ποδοσφαιρικών ομάδων στην αγγλική Premier League τη σεζόν 2000-2001. Ο Haas (2003a) επεσήμανε ότι περίπου το ένα τέταρτο έως το ένα τρίτο των ομάδων ήταν στα όρια απόδοσης και οι ανεπάρκειες προέκυψαν από την αναποτελεσματική λειτουργία των συλλόγων. Λαμβάνοντας δεδομένα από την εποχή 2000 ο Haas (2003b) αξιολόγησε την αποτελεσματικότητα των ομάδων στο Major League Ποδόσφαιρο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μόνο 4 ομάδες από τις 12 ήταν τέλεια αποτελεσματικές. Αρκετές παρόμοιες μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί για άλλες διοργανώσεις και εθνικά πρωταθλήματα ποδοσφαίρου. Αξιοσημείωτοι είναι οι Barros, Assaf και Sa-Earp (2010) οι οποίοι εξέτασαν την αποτελεσματικότητα 20 ποδοσφαιρικών συλλόγων της Βραζιλίας για την περίοδο 2006-2007 πρώτα με την παραδοσιακή μέθοδο DEA και στη συνέχεια με ένα bootstrap DEA μοντέλο και σύγκριση των βαθμολογιών απόδοσης. Επίσης, οι Zambon-Ferraresi, Lera-lópez και Iraizoz (2017) που ασχολήθηκαν με την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των συλλόγων της αγγλικής Premier League (EPL) κατά τη διάρκεια των τριών ετών 2012-2015 με χρήση της παραδοσιακής DEA και των bootstrapped μοντέλων DEA.

Η DEA βρήκε εφαρμογή και σε άλλα ομαδικά αθλήματα, όπως το κρίκετ και το χάντμπολ. Αναφορικά, οι Amin Kumar and Sharma (2017) επέλεξαν μια ομάδα κρίκετ αξιολογώντας την απόδοση των 60 batsmen, 60 bowlers, 10 all-rounders και 10 wicket keepers στο πρωτάθλημα IPL για το 2011. Μελέτησαν τους αποτελεσματικούς και αναποτελεσματικούς παίκτες από κάθε κατηγορία (θέσης παικτών) και τους ταξινομήσαν προκρίμενου να καταλήξουν σε έναν απαιτούμενο αριθμό παικτών από κάθε κατηγορία θέσης για μια αποτελεσματική ομάδα κρίκετ. Επιπλέον, οι Gutierrez and Ruiz (2013a,b) αξιολόγησαν την απόδοση του παιχνιδιού των παικτών στο

ισπανικό Χάντμπολ League κατά τη σεζόν 2008-2009 και σύγκριναν το παιχνίδι και την ανταγωνιστική απόδοση των 24 ομάδων στο Παγκόσμιο Πρωτάθλημα Χάντμπολ ανδρών 2011 χρησιμοποιώντας DEA και cross evaluation.

Επίσης, υπάρχουν ελάχιστες μελέτες που εφάρμοσαν την DEA σε ατομικά αθλήματα όπως την ποδηλασία και το golf. Οι Rogge και Puyenbroeck (2012) χρησιμοποίησαν DEA για την απόδοση των ομάδων ποδηλασίας Tour de France τις χρονιές 2007-2011. Ακόμα, οι Fried, Lambrinos and Tyner (2004) αξιολόγησαν την απόδοση των παικτών γκολφ για το 1998 για τρεις μεγάλες διοργανώσεις στις Ηνωμένες Πολιτείες, την επαγγελματική Golf Association (PGA), την Ladies Professional Golf Association (LPGA) και την ανώτερη Επαγγελματική ένωση γκολφ (PGA).

Συνεχίζοντας και ολοκληρώνοντας με την καλαθοσφαίριση, που αποτελεί και το αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας, έχει εφαρμοστεί η DEA σε αρκετά περιορισμένο πλήθος εργασιών. Ξεκινώντας με τους Cooper, Ruiz και Sirvent (2009), οι οποίοι μέτρησαν την αποτελεσματικότητα από 172 παίκτες που συμμετείχαν στο ισπανικό πρωτάθλημα μπάσκετ κατά τη διάρκεια της σεζόν 2003-2004, υποστηρίζοντας ότι η DEA μπορεί να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά αντί για τον δείκτη της αξιολόγησης της αγωνιστικής απόδοσης των παικτών. Επιπλέον, επικεντρώθηκαν σε πολλαπλασιαστικές τιμές για την αποτελεσματικότητα των παικτών και στο πώς αυτές οι τιμές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βρουν τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του κάθε μεμονωμένου παίκτη.

Οι Lee και Worthington (2013) εξέτασαν την παραγόμενη (output) αποτελεσματικότητα των 62 βασικών περιφερειακών που αγωνίζονται στις θέσεις "1" και "2" του NBA για τη σεζόν 2011-2012. Να σημειωθεί ότι η περίοδος αυτή συμπίπτει με την εξαιρετική απόδοση του Jeremy Lin, γνωστή ως Linsanity. Τα αποτελέσματα της μελέτης τους έδειξαν ότι μεταξύ 29% - 42% των βασικών γκαρντ του NBA ήταν πλήρως αποτελεσματικοί συμπεριλαμβανομένου του Jeremy Lin. Ωστόσο, ο Jeremy Lin σπάνια χρησίμευσε ως σημείο αναφοράς για αναποτελεσματικά DMUs, κάτι που δείχνει το μοναδικό στυλ παιχνιδιού του, συμπεριλαμβανομένου του αλτρουιστικού παιχνιδιού και της ηγετικής ικανότητας.

Την ίδια χρονιά οι Radovanovic et al. (2013) μέτρησαν την απόδοση 26 παικτών NBA κατά τη διάρκεια της σεζόν 2011-2012 με χρήση της DEA και της ανάλυσης βάσει απόστασης (DBA). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα όλοι οι παίκτες του NBA

βρίσκονταν στο εύρος απόδοσης από 70% - 116% και 7 παίκτες είχαν βαθμολογία απόδοσης άνω του 100% που εμφανίζει πραγματική απόδοση. Τα αποτελέσματα DEA και DBA είχαν θετική συσχέτιση, υποδεικνύοντας ότι οι δύο μέθοδοι είναι σε αρμονία μεταξύ τους.

Σε αντίθεση με τις προαναφερθείσες μελέτες, οι Bartholomew και Collier (2011) παρουσίασαν μια μελέτη σε επίπεδο ομάδων του κολλεγιακού πρωταθλήματος της Αμερικής. Μάλιστα, εξέτασε την αμυντική αποδοτικότητα των ομάδων χρησιμοποιώντας DEA με DMU τα 20 ημίχρονα αγώνων, εκροές τα defensive rebounds (DR), τα contested shoots και εισροές total opponent points (TOP). Μάλιστα, μελέτησαν και ένα δεύτερο μοντέλο με τις ίδιες εισροές και εκροές τα forced turnovers (FTO), defensive rebounds (DR), total fouls (TF), contested shots (CS) and defensive steals (DS). DEA. Επίσης, ένα τρίτο μοντέλο που μελέτησαν έχει ως εισροές τα total opponent points (TOP) και field goal percentage (FG%) και εκροές τα FTO, DR, TF, and CS.

Οι Aizenberg et al. (2014) εφάρμοσαν την DEA για να μετρήσουν την αποδοτικότητα των ομάδων μπάσκετ του NBA τις χρονιές 2006-2007, 2007-2008, 2008-2009 και 2009-2010. Σε αυτό το πλαίσιο, κάθε ομάδα αποτελεί ένα DMU, ενώ ως εισροές επιλέγονται η συνολική μισθοδοσία (payroll) και η μέση προσέλευση (average attendance) ενώ ως εκροές οι νίκες και οι μέσοι πόντοι ανά παιχνίδι (average points per game). Αρχικά, προκειμένου να εξετάσουν αν υπάρχουν σημεία-ομάδες αναφοράς, μέτρησαν την αποδοτικότητα των DMUs μέσω του κλασικού μοντέλου DEA BCC ξεχωριστά για κάθε σεζόν. Εξετάζοντας τις τέσσερις σεζόν μαζί, είναι δυνατό να μελετήσει κανείς αν η απόδοση κάθε ομάδας αυξάνεται ή μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Στη συνέχεια, οι συγγραφείς αξιολόγησαν το cross efficiency των ομάδων από το DEA game για να επιβεβαιώσουν ότι δεν υπάρχει συνεργασία μεταξύ των DMUs.

Hai Yang et al. (2014) πρότειναν σε επίπεδο ομάδων και όχι παικτών την εφαρμογή 2-stage DEA. Συγκεκριμένα, «αποσυνθέτουν» τη συνολική απόδοση των ομάδων του NBA σε δύο κομμάτια: το ένα αφορά τους μισθούς (πρώτο στάδιο DEA) και το δεύτερο την αγωνιστική αποδοτικότητα (δεύτερο στάδιο DEA). Σύμφωνα με τα αποτελέσματά τους, οι ομάδες του NBA παρουσιάζουν καλύτερη απόδοση όσον αφορά τους μισθούς σε σχέση με το αγωνιστικό μέρος, καθώς η αποτελεσματικότητα στο γήπεδο επηρεάζεται από πολλούς ανεξέλεγκτους παράγοντες. Επιπλέον, οι ομάδες του NBA,

κατά μέσο όρο, τείνουν να δίνουν μεγαλύτερο βάρος στο πρώτο στάδιο, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι αποφάσεις της διοίκησης στην επιλογή παικτών είναι αρκετά κρίσιμες για την πορεία της ομάδας.

Οι Mao και Tan (2021) εφάρμοσαν την DEA σε δεδομένα του NBA τις σεζόν 2018-2020 για τη μέτρηση της αποδοτικότητας των ομάδων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η αποδοτικότητα των ομάδων διαφέρει ενώ οι πολύ καλοί παίκτες έχουν μεγαλύτερη επιρροή στην αποδοτικότητα των ομάδων τους.

Μία διαφορετική προσέγγιση παρουσιάζουν οι Moreno και Lozano (2014). Με εφαρμογή δικτύου DEA (Network DEA) στόχος τους είναι η αξιολόγηση της αποδοτικότητας των ομάδων του NBA για την κανονική περίοδο 2009-2010 και να συγκρίνουν τα αποτελέσματα με αυτά της απλής μεθόδου DEA. Και οι δύο μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα Slack-Based Measure (SBM) για να αξιολογήσουν την πιθανή μείωση των εισροών που καταναλώνονται, μπάτζετ (budget) ομάδας, και των παραγόμενων εκροών, δηλαδή το πλήθος νικών. Η μελέτη εξετάζει την κατανομή του μπάτζετ μεταξύ των παικτών της βασικής πεντάδας και της μισθοδοσίας των υπόλοιπων παικτών. Η προτεινόμενη προσέγγιση αποτελείται από πέντε στάδια, τα οποία αξιολογούν την απόδοση των παικτών βασικής πεντάδας και των παικτών του «πάγκου», τα επιθετικά και αμυντικά συστήματα και την ικανότητα «μετατροπής» των πόντων που πετυχαίνει και που δέχεται σε νίκες. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το δίκτυο DEA έχει μεγαλύτερη διακριτική ισχύ και παρέχει περισσότερη διορατικότητα από τη συμβατική προσέγγιση DEA.

Οι Villa και Lozano (2016) υποθέτοντας ότι ο αριθμός των πόντων που σημειώθηκαν σε ένα παιχνίδι μπάσκετ επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ελκυστικότητα ενός παιχνιδιού, προτείνουν μια νέα προσέγγιση που επικεντρώνεται στη μέτρηση της αποδοτικότητας στο σκοράρισμα των δύο ομάδων ενός αγώνα. Για να γίνει αυτό, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι επιδόσεις κάθε ομάδας σε κάθε δεκάλεπτο. Αυτό οδηγεί σε ένα δυναμικό μοντέλο DEA δικτύου (Dynamic Network DEA) με δύο υποεπεξεργασίες (που αντιστοιχούν στις ομάδες εντός και εκτός έδρας) που εκτελούνται σε κάθε δεκάλεπτο. Τα δεδομένα που επεξεργάστηκαν αφορούν την σεζόν 2014-2015 του NBA.

Σε μια πρόσφατη μελέτη, οι Assani et al. (2021) προτείνουν μοντέλα για τη μέτρηση της συνολικής, επιθετικής και αμυντικής αποτελεσματικότητας των παικτών με βάση

ένα μη ομοιογενές δίκτυο DEA. Επίσης, εισήγαγαν μοντέλα δικτύου για να εκτιμήσουν τις αποδόσεις από το μισθό στα αποτελέσματα τόσο των επιθετικών όσο και των αμυντικών δραστηριοτήτων.

Στην παρούσα εργασία η DEA εφαρμόζεται σε επίπεδο ομάδων και όχι παικτών, όπως στις περισσότερες μελέτες έως τώρα. Πέραν του παράγοντα που αφορά τη μισθοδοσία των παικτών, χρησιμοποιούνται ως εισροές οι επιλογές των ομάδων στο draft αλλά και οι ανταλλαγές των παικτών που, επίσης, αφορούν αποφάσεις της διοίκησης. Ακόμα, έχει νόημα να μελετηθούν και οι αντίστοιχες αποφάσεις των υπολοίπων ομάδων, κάτι που λαμβάνεται υπόψη. Τέλος, πέρα από τις νίκες, ως εκροές λαμβάνονται αγωνιστικοί παράγοντες που σχετίζονται με την επιθετική και αμυντική επίδοση κάθε ομάδας, αλλά και στατιστικά που αφορούν την ευστοχία, τη δημιουργία, τα rebounds και τα λάθη.

Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογικό πλαίσιο

3.1 Εισαγωγικά

Βασικό ερώτημα της παρούσας εργασίας αποτελεί κατά πόσο οι ομάδες που λαμβάνουν αποφάσεις χρησιμοποιούν κατάλληλα τις εισροές τους, οι οποίες είναι η αξία των draft, η αξία των ανταλλαγών καθώς και η συνολική μισθοδοσία τόσο της ίδιας της ομάδας όσο και των αντιπάλων της, ώστε να πετύχουν το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα, δηλαδή τα αγωνιστικά αποτελέσματα. Ουσιαστικά, πρόκειται να μελετήσουμε πόσο αποδοτικές είναι οι ομάδες.

Ως αποδοτικότητα (efficiency) ορίζεται η ικανότητα μιας μονάδας να μετασχηματίζει αποτελεσματικά, με γενικώς άγνωστο μηχανισμό παραγωγής, τις εισροές που καταναλίσκει, σε παραγόμενες εκροές. Όσο καλύτερα γίνεται αυτή η διαδικασία, δηλαδή όσες περισσότερες εκροές έχει μια μονάδα για δεδομένες εισροές ή όσο λιγότερες εισροές χρειάζεται για να έχει έναν συγκεκριμένο αριθμό εκροών, τόσο πιο αποδοτική είναι η εν λόγω μονάδα.

Η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων ή Data Envelopment Analysis (DEA) είναι μια μη-παραμετρική μαθηματική μέθοδος, βασισμένη στον Γραμμικό Προγραμματισμό, η οποία αξιολογεί τη σχετική απόδοση μονάδων. Η μέθοδος χρησιμοποιείται για την μέτρηση της αποδοτικότητας επιχειρήσεων και γενικά μονάδων λήψης αποφάσεων (Decision Making Units ή DMU's) που ανήκουν στον ίδιο κλάδο. Δηλαδή έχοντας αυτές τις μονάδες ως σύστημα αναφοράς, η DEA τις αξιολογεί και καταλήγει στις αποδοτικές και μη μονάδες καθώς και σε ποιο βαθμό δεν είναι αποδοτικές. Μπορεί να εφαρμοσθεί με επιτυχία σε πολλούς τομείς όπως φαίνεται χαρακτηριστικά και στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας. Η έννοια των Μονάδων Απόφασης έχει πλέον διευρυνθεί και λαμβάνει κάθε φορά συγκεκριμένη υπόσταση, αναλόγως του πεδίου εφαρμογής.

3.2 Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων

3.2.1 Γενικά για την DEA

Η πρώτη εφαρμογή της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων έγινε από τον Farrell (1957) που προσπάθησε να εκτιμήσει την αποδοτικότητα της αμερικάνικης γεωργίας σε σύγκριση με άλλες χώρες, εφαρμόζοντας ένα μοντέλο μονής εισροής και μονής

εκροής. Ο Farrell εξέφρασε την αποδοτικότητα των μονάδων παραγωγής με τον δείκτη συνολικής παραγωγικότητας που ορίζεται ως ο λόγος των συνολικών εκροών προς τις συνολικές εισροές.

Η ιδέα του Farrell επεκτάθηκε από τους Charnes, Cooper και Rhodes (1978) που μελέτησαν την αξιολόγηση ενός εκπαιδευτικού προγράμματος για μειονεκτούντες μαθητές, κυρίως για αφροαμερικάνους και ισπανόφωνους, στα δημόσια σχολεία των ΗΠΑ. Πραγματοποίησαν τη μέτρηση της σχετικής αποδοτικότητας των σχολείων, εισάγοντας μια νέα τεχνική αποτίμησης της αποδοτικότητας μη παραμετρική βασισμένη σε μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού με πολλαπλές εισροές και εκροές. Ένα βασικό υπόδειγμα της DEA είναι το CCR, το οποίο επικεντρώνει την προσοχή του στην εκτίμηση της τεχνικής μη αποδοτικότητας των DMUS:

$$\text{maximize} \left(\frac{\sum_i u_i y_{iq}}{\sum_j v_j x_{jq}} \right) \text{ υπό τους περιορισμούς: } \frac{\sum_i u_i y_{ik}}{\sum_j v_j x_{jk}} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n, u_i \geq \varepsilon,$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, s, \text{ και } v_j \leq \varepsilon, \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (3.1)$$

για την αξιολόγηση n παραγωγικών μονάδων (DMUs), όπου κάθε DMU παίρνει m διαφορετικές εισόδους παράγει s διαφορετικές εξόδους. Η ουσία των μοντέλων DEA στη μέτρηση της αποδοτικότητας της παραγωγικής μονάδας DMU $_q$ έγκειται στη μεγιστοποίηση του ρυθμού απόδοσης. Ισοδύναμα, η δυική μορφή του υποδείγματος είναι η εξής:

$$\text{minimize} (f = \theta - \varepsilon(e^T s^+ + e^T s^-)) \text{ υπό τους περιορισμούς: } Y\lambda - s^+ = Y_q, X\lambda - s^- = \theta X_q \text{ με } \lambda, s^+, s^- \geq 0 \quad (3.2)$$

όπου $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ είναι ένα διάνυσμα εκχωρημένο σε μεμονωμένες παραγωγικές μονάδες, s^+ και s^- είναι οι μεταβλητές εισόδου και εξόδου, $e^T = (1, 1, \dots, 1)$, και ε είναι μια σταθερά μεγαλύτερη από το μηδέν συνήθως κοντά στο 10^{-6} ή 10^{-8} .

Ο Banker (1980) καθόρισε αργότερα το θεωρητικό πλαίσιο λειτουργίας της DEA σαν μεθόδου αποτίμησης της σχετικής αποδοτικότητας συστημάτων με πολλαπλές εισόδους ή και εξόδους. Οι Banker, Charnes & Cooper (1984) εισήγαγαν τις μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας επεκτείνοντας την ιδέα των Charnes, Cooper και Rhodes (1978). Ένα δεύτερο βασικό υπόδειγμα της DEA, το BBC, καταμετρά την παραγωγική αποδοτικότητα καθώς επίσης και άλλα παραγωγικά χαρακτηριστικά της τεχνολογίας, μέσω των σχέσεων εισόδων και εξόδων (Banker, 1980). Σε αντίθεση δε με το βασικό μοντέλο CCR, το οποίο ασχολείται μόνο με τη σταθερή απόδοση

κλίμακας (Constant Return to scale), το μοντέλο BCC παράγει και μεταβλητή απόδοση κλίμακας (Variable Return to scale). Το δυϊκό μοντέλο BCC, λοιπόν, προκύπτει αν στο μοντέλο CCR προστεθεί ο περιορισμός: $e^T \lambda = 1$.

Οι εργασίες των Seiford και Lewin (1990), Ali και Seiford (1993), Cooper, Seiford και Tone (1999) αποτελούν αναλυτικές επισκοπήσεις της μεθόδου DEA. Οι Chang και Guh (1991) υποστήριξαν ότι η μείωση της βαθμολογίας απόδοσης CCR ορισμένων προβληματικών DMUs, δεν λειτουργεί πρακτικά. Μάλιστα, αναπτύσσουν μια εναλλακτική εφαρμογή η οποία εισάγει το μοντέλο CCR σε ένα μικτό-δυναμικό γραμμικό πλαίσιο προγραμματισμού.

Η DEA εφαρμόζεται ευρέως σε μία σειρά από μελέτες για την εκτίμηση της σχετικής αποδοτικότητας μονάδων, σε σχέση με ένα σύνολο όμοιων μονάδων, που έχουν πολλαπλές εισόδους (εισροές) και εξόδους (εκροές). Στην DEA οι μονάδες που μετατρέπουν τις εισροές (Inputs) σε εκροές (Outputs) αναφέρονται ως DMUs (Decision Making Units) (Charnes et al, 1978). Εκροές (έξοδοι) είναι τα προϊόντα ή οι υπηρεσίες που παράγονται από τις μονάδες και εισροές (είσοδοι) είναι οι πόροι που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή των εξόδων.

Η DEA υπολογίζει την σχετική αποδοτικότητα (*relative efficiency*) των DMU's και ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει θέτοντας διάφορους περιορισμούς και τροποποιήσεις στο μοντέλο. Για παράδειγμα μπορεί να θεωρηθεί η ύπαρξη Σταθερών Αποδόσεων Κλίμακας ή Μεταβλητών Αποδόσεων Κλίμακας, ή ακόμη και Non-Increasing ή Non-Decreasing Returns to Scale. Αυτή η ανάλυση καθορίζει ποια από τα DMU's είναι αποδοτικά (efficient) και ποια από αυτά είναι μη αποδοτικά (inefficient). Επίσης, παρέχει πληροφορίες σχετικά με το πώς τα μη αποδοτικά DMU's θα μπορέσουν να γίνουν αποδοτικά, αλλά και ποια από τα ήδη αποδοτικά DMU's έχουν ως στόχο προς επίτευξη. Αυτός ο στόχος χαρακτηρίζεται ως peer unit.

Η προσέγγιση της DEA στο ζήτημα της απόφασης για το αν μια μονάδα (DMU) είναι μη αποδοτική, βασίζεται στο "χτίσιμο" μιας σύνθετης μονάδας, που είναι γραμμικός συνδυασμός των εισόδων και εξόδων άλλων μονάδων. Η παραδοχή της γραμμικότητας ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι εάν δύο εκδοχές παραγωγής έχουν παρατηρηθεί στην πράξη, τότε κάθε πρόγραμμα παραγωγής που είναι γραμμικός συνδυασμός των δύο (όπου η καθεμία συμμετέχει με κάποιο βάρος), είναι επίσης εφικτό (Banker, Morey 1986). Ο αντικειμενικός σκοπός είναι (για την περίπτωση της εξοικονόμησης εισόδων),

η εύρεση του ελαχίστου επιπέδου πόρων που απαιτούνται για μια μονάδα που λειτουργεί σε ένα συγκεκριμένο περιβάλλον, ώστε να παραχθεί ένα καθορισμένο επίπεδο εξόδων. Αντίστοιχα, για την περίπτωση της αύξησης εξόδων, ο σκοπός είναι η εύρεση του μεγίστου επιπέδου εξόδων που μπορούν να παραχθούν από μια μονάδα που λειτουργεί σε ένα συγκεκριμένο περιβάλλον, δεδομένου ενός καθορισμένου επιπέδου εισόδων. Η αποδοτικότητα για οποιαδήποτε μονάδα υπολογίζεται σχηματίζοντας το λόγο του αθροίσματος των εξόδων, σε καθεμιά από τις οποίες έχει αντιστοιχηθεί ένα βάρος, προς το άθροισμα των εισόδων, στις οποίες επίσης έχουν αντιστοιχηθεί βάρη. Σημειωτέον ότι τα βάρη αυτά είναι μεταβλητές και όχι καθοριζόμενα από τον αποφασίζοντα.

Η σχέση που ορίζει την αποδοτικότητα (Charnes et al, 1978) είναι λοιπόν:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m N_i X_{ij}} \quad (3.3)$$

όπου i είναι η υποσημείωση των εισόδων ($i = 1, 2, \dots, m$), j είναι η υποσημείωση των DMUs ($j=1, 2, \dots, n$), r είναι η υποσημείωση των εξόδων ($r= 1, 2, \dots, s$), X_{ij} είναι η i είσοδος της j DMU, Y_{rj} είναι η r έξοδος της j DMUs είναι ο αριθμός των εξόδων, m είναι ο αριθμός των εισόδων και n είναι ο αριθμός των Μονάδων.

Η ιδέα πίσω από την DEA ήταν να είναι εφικτός ο υπολογισμός της αποδοτικότητας επιχειρήσεων που δεν έχουν σαν στόχο το κέρδος και συνεπώς δεν είναι τόσο εύκολη αυτή η ανάλυση. Η μέτρηση της απόδοσης είναι ιδιαίτερα σημαντική για την συνεχή και αδιάκοπη βελτίωση ενός οργανισμού. Εκτός όμως από την μέτρηση της αποδοτικότητας, η DEA αποτελεί πολύ χρήσιμο εργαλείο στην λεγόμενη συγκριτική αξιολόγηση (benchmarking) μεταξύ των επιχειρήσεων. Μέσω της σύγκρισης, οι επιχειρήσεις που δεν είναι τόσο αποδοτικές μπορούν να διαπιστώσουν τα προβλήματά τους και να ακολουθήσουν στρατηγικές οι οποίες θα τις κάνουν να βελτιωθούν και να καταφέρουν να ανταπεξέλθουν στο μέλλον. Τρία είναι τα είδη της αποδοτικότητας που εξετάζονται:

α) Τεχνική αποδοτικότητα: Είναι η ικανότητα μιας επιχείρησης να λειτουργεί στο όριο των παραγωγικών δυνατοτήτων της. Τεχνική αποτελεσματικότητα δηλαδή υπάρχει όταν η μονάδα, με σκοπό να βελτιστοποιήσει τα κέρδη, δε σπαταλά τους παραγωγικούς συντελεστές.

β) Αποδοτικότητα κλίμακας: Αναφέρεται στο αν η λειτουργία ενός DMU είναι άριστη, δηλαδή για δεδομένη τεχνολογία να μεγιστοποιείται το προϊόν.

γ) Διανεμητική αποδοτικότητα: Είναι η ικανότητα ενός DMU να χρησιμοποιεί τις εισροές σε βέλτιστες ποσότητες.

3.2.2 Εισροές – Εκροές

Όπως ήδη αναφέρθηκε παραπάνω η DEA είναι μια διαδικασία που μετατρέπει της εισροές σε εκροές.

- Ως μεταβλητή εισόδου ή εισροή (Input) ορίζεται οποιαδήποτε είσοδος σε ένα σύστημα, δηλαδή οι πόροι που καταναλώνει ένα DMU για να παράξει το έργο του και να εκτελέσει τον σκοπό του.
- Ως μεταβλητή εξόδου ή εκροή (Output) ορίζεται οποιαδήποτε έξοδος ενός συστήματος, ή με άλλα λόγια το αποτέλεσμα που προκύπτει από την διαδικασία της παραγωγής.

Συνεπώς, η αποδοτικότητα αποτελεί τον λόγο των εκροών προς τις εισροές.

Παρά το γεγονός ότι ο εκάστοτε αναλυτής έχει το ελεύθερο να επιλέγει τις εισροές και εκροές ανάλογα με τις ανάγκες της μελέτης του, υπάρχουν ορισμένοι κανόνες που δε θα πρέπει να παραβιάζονται, καθώς ο αριθμός και το είδος των εισροών και εκροών που θα επιλεγούν, καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό το πόσο καλή θα είναι η διάκριση μεταξύ των αποδοτικών και μη-αποδοτικών ομάδων.

Υπάρχουν δύο αντικρουόμενες θεωρήσεις σχετικά με το μέγεθος ενός συνόλου δεδομένων. Σύμφωνα με την πρώτη, είναι καλό να συμπεριληφθούν στη μελέτη όσα περισσότερα DMU's είναι δυνατόν, καθώς όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των DMU's τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα υπάρχει να βρεθούν αποδοτικές μονάδες, οι οποίες θα καθορίσουν το αποδοτικό σύνορο και θα βελτιώσουν το βαθμό διάκρισης των αποδοτικών και μη επιχειρήσεων. Η δεύτερη θεώρηση υποστηρίζει ότι με την επιλογή μεγάλου συνόλου δεδομένων η ομοιογένειά του θα μειωθεί και, ως εκ τούτου, κάποιες εξωγενείς επιπτώσεις είναι πιθανό να επηρεάσουν τα αποτελέσματα. Επίσης, θα αυξηθούν και οι υπολογιστικές απαιτήσεις.

Μερικοί κανόνες που καθορίζουν την επιλογή του αριθμού των DMU's, των εισροών και εκροών είναι εξής:

1. Σύμφωνα με τους Boussofiane et al. (1991) για να υπάρχει μια καλή διάκριση μεταξύ αποδοτικών και μη DMU's μέσα από την εφαρμογή των μοντέλων της DEA, το κάτω όριο του αριθμού των DMU's που επιλέγονται, δηλαδή ο ελάχιστος αριθμός των DMU's που πρέπει να έχει ο αναλυτής, θα πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του αριθμού των εισροών και του αριθμού των εκροών. Για παράδειγμα στην περίπτωση 3 εισροών και 4 εκροών το κάτω όριο, , είναι 12.
2. Σύμφωνα με τους Golany et al. (1989), ο αριθμός των DMU's θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ο διπλάσιος του αριθμού των εισροών και εκροών που έχουμε επιλέξει.
3. Ο Bowlin (1998) υποστήριξε ότι ο αριθμός αυτός θα πρέπει να είναι τρεις φορές ο αριθμός των μεταβλητών εισόδου και εξόδου.
4. Οι Dyson et al. (2001) πρότειναν τα DMU's να είναι δύο φορές το γινόμενο εισροών και εκροών.

Να σημειωθεί ότι σε κάθε περίπτωση οι αριθμοί αυτοί θα πρέπει να χρησιμοποιούνται σαν τα ελάχιστα επιτρεπτά όρια για την ανάλυση της αποδοτικότητας. Επιπλέον, με τον καθορισμό και την επιλογή των δεδομένων σχετίζονται οι εισροές και εκροές μιας μελέτης με DEA. Ένας αναλυτής αντιμετωπίζει πλήθος διαφορετικών προβλημάτων, τα οποία καλείται να επιλύσει, ώστε να επιλέξει τα απαραίτητα και κατάλληλα στοιχεία για την μελέτη του.

Η περίπτωση μεγάλων συνόλων δεδομένων είναι ένα πρώτο πιθανό πρόβλημα. Αν χρειάζεται μείωση του μεγέθους, αυτή μπορεί να επιτευχθεί εξαλείφοντας τους παράγοντες εισροών-εκροών με ισχυρή συσχέτιση μεταξύ τους. Ένα άλλο πρόβλημα είναι αυτό της ανισορροπίας στα δεδομένα των μεγεθών (imbalance at data magnitudes). Ένας από τους καλύτερους τρόπους για να διαπιστωθεί ότι δεν υπάρχει μεγάλη ανισορροπία στα δεδομένα, είναι να τα μετασχηματίσουμε, έτσι ώστε όλα να ανήκουν στην ίδια κλίμακα. Ένας τέτοιος τρόπος είναι η κανονικοποίηση των δεδομένων. Τέλος, υπάρχει η περίπτωση να έχουμε ελλιπή στοιχεία, τα οποία όμως είναι απαραίτητα για τον καθορισμό των μεταβλητών εισόδου και εξόδου. Η συνήθης αντιμετώπιση εδώ είναι να απορριφθούν όλα τα DMU's για τα οποία λείπουν στοιχεία, κάτι που μπορεί να έχει επιπτώσεις στην διαδικασία εύρεσης του αποδοτικού συνόρου. Μία δεύτερη αντιμετώπιση είναι η συμπλήρωση των δεδομένων που λείπουν από τον εκάστοτε αναλυτή με δική του ευθύνη, κάτι που βασίζεται καθαρά στην υποκειμενική κρίση του καθενός. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η επιλογή των δεδομένων γίνεται

πιθανοτικά με βάση την πιο αισιόδοξη, την πιο απαισιόδοξη, καθώς και την πιο πιθανή κατάσταση βάσει προηγούμενων εμπειριών. Γίνεται χρήση της κατανομής beta: $V_e = \frac{V_0 + 4V_m + V_p}{6}$, όπου το V_e είναι η τιμή που θα υπολογιστεί για το ελλειπές δεδομένο, το V_0 είναι η αισιόδοξη τιμή, το V_m είναι η πιο πιθανή τιμή και τέλος το V_p είναι η απαισιόδοξη τιμή. Βασική προϋπόθεση για την χρήση αυτής της μεθόδου είναι, καταρχάς, η κατανομή beta να αντιπροσωπεύει τα χαρακτηριστικά του δείγματος, και, σε δεύτερη φάση, οι υπεύθυνοι αναλυτές για τις υποθέσεις των παραπάνω τιμών να έχουν την σχετική εμπειρία και την ικανότητα.

3.2.3 Αποδοτικό Σύνορο και Οικονομίες κλίμακας

Η DEA χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των αποδοτικών και μη DMU's, κάτι που ουσιαστικά αποτελεί την εύρεση του Αποδοτικού Συνόρου. Το Αποδοτικό Σύνορο είναι το σύνορο που περιέχει τις περισσότερες αποδοτικές ομάδες του δείγματος της μελέτης και αποτελεί μέτρο σύγκρισης για τις υπόλοιπες ομάδες, η αποδοτικότητα των οποίων μετράται πλέον ανάλογα με την απόστασή τους από το όριο αυτό. Ως εκ τούτου, η αποδοτικότητα υπολογίζεται σε μορφή ποσοστού στην κλίμακα 0-100. Επίσης, εξυπηρετεί στην οριοθέτηση των στόχων για τις μη αποδοτικές μονάδες.

Η επιλογή των Οικονομιών Κλίμακας καθορίζει σε μεγάλο βαθμό τη μορφή του Αποδοτικού Συνόρου. Υπάρχουν δύο είδη οικονομιών κλίμακας:

1. Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας (Constant Returns to Scale ή CRS)

Μεταβάλλοντας μια εισροή κατά ένα σταθερό παράγοντα, η εκροή μεταβάλλεται αντίστοιχα κατά τον ίδιο παράγοντα.
2. Μεταβλητές Αποδόσεις Κλίμακας (Variable Returns to Scale ή VRS)

Πιθανή αύξηση της παραγωγής μπορεί να έχει αντίκτυπο στο κόστος παραγωγής.

Οι μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας διακρίνονται σε:

 - i. Αύξουσες Αποδόσεις Κλίμακας (IRS)

Πιθανή αύξηση της παραγωγής έχει θετικό αντίκτυπο στο κόστος παραγωγής.
 - ii. Φθίνουσες Αποδόσεις Κλίμακας (DRS)

Πιθανή αύξηση της παραγωγής έχει αρνητικά αποτελέσματα στο κόστος παραγωγής.

3.2.4 Προσέγγιση προβλήματος

Η προσέγγιση του προβλήματος μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους:

- i. Προσανατολισμός Εισροών – Input Orientation
Χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς τις εισροές, στόχος είναι η μείωση της ποσότητας των εισροών διατηρώντας παράλληλα αμετάβλητη την παραγόμενη ποσότητα των εκροών προκειμένου να επιτύχει κάθε μονάδα (ομάδα) μέγιστη αποδοτικότητα.
- ii. Προσανατολισμός Εκροών – Output Orientation
Στην περίπτωση αυτή, χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς τις εκροές, στόχος είναι η αύξηση της ποσότητας των παραγόμενων εκροών διατηρώντας παράλληλα αμετάβλητη την ποσότητα των εισροών προκειμένου να επιτύχει κάθε μονάδα (ομάδα) μέγιστη αποδοτικότητα.

Η επιλογή μεταξύ input και output oriented μοντέλου είναι αρκετά σημαντική. Η επιλογή του προσανατολισμού της τεχνικής αποτελεσματικότητας συνδέεται άμεσα με τη δυνατότητα της παραγωγικής μονάδας που εξετάζεται να επηρεάζει τις εισροές της ή τις εκροές της. Αν η υπό εξέταση μονάδα μπορεί να επηρεάσει τις εισροές της είναι καλύτερος ο υπολογισμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών. Στην αντίθετη περίπτωση, ο υπολογισμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών είναι καλύτερος.

Στην παραμετρική ανάλυση της DEA το εκτιμώμενο όριο που προκύπτει από τον υπολογισμό της τεχνικής αποτελεσματικότητας με προσανατολισμό στις εισροές είναι γενικά διαφορετικό από αυτό που προκύπτει με προσανατολισμό στις εκροές. Δεν ισχύει όμως το ίδιο για τη μη παραμετρική ανάλυση, καθώς το εκτιμώμενο όριο είναι το ίδιο είτε γίνεται αναφορά για τις εισροές είτε για τις εκροές. Έτσι τα ίδια ακριβώς DMUs εμφανίζονται ως αποτελεσματικά και ως μη αποτελεσματικά. Το μόνο που αλλάζει είναι η τιμή της τεχνικής αποτελεσματικότητας αλλά αυτό που έχει σημασία είναι η κατάταξη των DMU's η οποία παραμένει ίδια.

3.2.5 Τεχνική Αποδοτικότητα και Αποδοτικότητα Κλίμακας

Ανάλογα με το ποιο μοντέλο χρησιμοποιείται σε μια μελέτη (μεταξύ των CCR ή BCC) διακρίνονται δύο είδη αποδοτικότητας κατά τον Ramanathan (2003): η τεχνική

αποδοτικότητα (Technical Efficiency) και η αποδοτικότητα κλίμακας (Scale Efficiency).

Η τεχνική αποδοτικότητα περιγράφει την αποδοτικότητα με την οποία μετατρέπονται οι εισροές σε εκροές ενώ η αποδοτικότητα κλίμακας αφορά στην πιθανή απόκλιση μιας παραγωγικής μονάδας από το βέλτιστο μέγεθος, καθώς «αναγνωρίζει» ότι η οικονομία κλίμακας δεν μπορεί να επιτευχθεί σε όλους τους τομείς της παραγωγής και ότι υπάρχει μόνο ένα πιο αποδοτικό μέγεθος κλίμακας από τα άλλα, το Most Productive Scale Size (MPSS), όπου η αποδοτικότητα κλίμακας λαμβάνει μέγιστη τιμή (το 100%).

Το μοντέλο σταθερών αποδόσεων (CCR) υπολογίζει και τα δύο είδη αποδοτικότητας ενώ αυτό των μεταβλητών αποδόσεων (BCC) μετράει την καθαρή τεχνική αποδοτικότητα. Συνεπώς:

VRS Efficiency = Pure Technical Efficiency

CRS Efficiency = Technical and Scale Efficiency

και η αποδοτικότητα κλίμακας για κάθε DMU's υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Scale Efficiency} = \frac{\text{CRS Efficiency}}{\text{VRS Efficiency}}$$

Να σημειωθεί ότι η CRS αποδοτικότητα μιας επιχείρησης θα είναι πάντα μικρότερη ή ίση με την καθαρή τεχνική αποδοτικότητα ή αλλιώς την VRS αποδοτικότητά της. Η ισότητα ισχύει στην περίπτωση που η αποδοτικότητα κλίμακας λαμβάνει την τιμή 1, με άλλα λόγια, όταν το DMU λειτουργεί στο μέγιστο επίπεδο απόδοσης (MPSS). Τέλος, η VRS αποδοτικότητα μας δίνει το υψηλότερο score σε μία μελέτη, ενώ η CRS αποδοτικότητα μας δίνει το χαμηλότερο.

3.3 Μοντελοποίηση της DEA

3.3.1 Μαθηματικοποίηση της μεθόδου

Όπως έχει αναφερθεί, η αποδοτικότητα μιας μονάδας είναι το πηλίκο της εκροής προς την εισροή. Επειδή συχνά ερχόμαστε αντιμέτωποι με πολλαπλές εισροές και εκροές η αποδοτικότητα μετράται ως ο λόγος των εικονικών εκροών προς τις εικονικές εισροές, οι οποίες ορίζονται ως τα γραμμικά σταθμισμένα αθροίσματα των εκροών και των εισροών αντίστοιχα. Με άλλα λόγια:

$$\text{Εικονική εισροή (Virtual Input)} = \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad (3.4)$$

όπου v_i το βάρος που εκχωρείται στην εισροή x_{ij}

$$\text{Εικονική εκροή (Virtual Output)} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \quad (3.5)$$

όπου u_r το βάρος που εκχωρείται στην εκροή y_{rj}

Η εκχώρηση των κατάλληλων τιμών στα βάρη είναι μια περίπλοκη διαδικασία καθώς δεν υπάρχει συγκεκριμένη μεθοδολογία και στην DEA, συνήθως, καθορίζονται μέσω μαθηματικού προγραμματισμού. Εκχωρούνται, λοιπόν, συντελεστές βαρύτητας οι οποίοι θα μεγιστοποιήσουν την αποδοτικότητα των DMU's σε σχέση με αυτή άλλων και οι τιμές αυτών ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$.

Συνεπώς, πρόκειται για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της αποδοτικότητας. Έστω ότι υπάρχουν N DMU's των οποίων πρέπει να συγκριθούν οι αποδοτικότητες και έστω το m -οστό DMU. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της αποδοτικότητάς του. Σε αυτή την περίπτωση το m -οστό DMU καλείται Reference DMU. Το πρόβλημα:

$$\text{maximize } h_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \text{ για κάποιο } j \text{ υπό τους περιορισμούς } \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \forall j=1, \dots, N,$$

$$\text{και } v_j, u_r \geq \varepsilon, \forall i = 1, \dots, m, \forall r = 1, \dots, s, \text{ και κάποιο πολύ μικρό } \varepsilon \geq 10^{-4} \quad (3.6)$$

όπου y_{rj} η τιμή της εκροής Y_j για την μονάδα j , x_{ij} η τιμή της εισροής X_i για την μονάδα j , u_r ο συντελεστής βαρύτητας για την εκροή Y_j και v_j ο συντελεστής βαρύτητας για την εισροή X_i .

Οι συντελεστές βαρύτητας είναι ελεύθερες μεταβλητές και αποτελούν τους αγνώστους που πρέπει να υπολογιστούν από το μοντέλο ώστε να μεγιστοποιηθεί η ζητούμενη τιμή της αποδοτικότητας. Το παραπάνω μοντέλο αναφέρεται αποκλειστικά σε κάποια μονάδα j και συνεπώς κατασκευάζονται N το πλήθος τέτοια μοντέλα για κάθε μία μονάδα απόφασης ξεχωριστά. Στη συνέχεια επιλύονται όλα και προκύπτουν οι κατάλληλοι συντελεστές βαρύτητας για την κάθε μονάδα, έτσι ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη αποδοτικότητά της.

Κατά την επίλυση του μοντέλου πολλά διαφορετικά βάρη εκχωρούνται σε κάθε μονάδα. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρις ότου η τιμή της αποδοτικότητας να φτάσει την τιμή 1. Τότε η διαδικασία τερματίζεται για την συγκεκριμένη μονάδα μιας

και θεωρείται αποδοτική. Η ίδια διαδικασία συνεχίζεται και για τις υπόλοιπες μονάδες. Ωστόσο, η διαδικασία τερματίζεται και στην περίπτωση που η απόδοση ενός DMU είναι μικρότερη του 100% ($score < 100\%$), διότι μπορεί τότε οποιαδήποτε περαιτέρω προσπάθεια αύξησης της απόδοσης της συγκεκριμένης μονάδας, να οδηγεί κάποιες άλλες μονάδες σε λόγο κλάσματος μεγαλύτερο του 1, κάτι το οποίο απαγορεύεται από τους περιορισμούς που υπόκεινται το πρόβλημα.

Οι αποδοτικές μονάδες με $score = 1$ καλούνται μονάδες αναφορές ή αλλιώς reference units και αποτελούν στόχους ή benchmarks για τις μη-αποδοτικές. Οι μονάδες που έχουν χαρακτηριστεί ως μη-αποδοτικές θέτουν στόχους για την βελτίωσή τους. Αυτοί οι στόχοι μπορεί να είναι είτε να μειώσουν τα επίπεδα εισροών τους, χωρίς όμως να μεταβληθεί το αποτέλεσμα της.

Τέλος, να σημειωθεί ότι ο χαρακτηρισμός κάποιων ομάδων ως αποδοτικές δεν σημαίνει πως η συγκεκριμένη μονάδα είναι πλήρως αποδοτική, αλλά είναι πιο αποδοτική σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες που εμπεριέχονταν στο δείγμα που μελετάται. Εάν η ίδια αποδοτική μονάδα συμπεριληφθεί σε ένα άλλο δείγμα, τότε δεν είναι σίγουρο ότι θα συνεχίσει να είναι αποδοτική.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα δύο βασικά μοντέλα της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων.

3.3.2 Το υπόδειγμα Σταθερών Αποδόσεων Κλίμακας CCR

Το υπόδειγμα αυτό αποτελεί το πρώτο μοντέλο επίλυσης που κατασκευάστηκε από τους Charnes, Cooper και Rhodes (1978). Η επίλυση του κλασματικού μοντέλου για την μεγιστοποίηση του κλάσματος παραπάνω παρουσιάζει εφαρμογές στην πρακτική εφαρμογή της DEA. Γι' αυτό και γίνεται μετασχηματισμός του κλασματικού μοντέλου σε ένα ισοδύναμο γραμμικό βελτιστοποιώντας μόνο τον αριθμητή και προσθέτοντας έναν επιπλέον περιορισμό που αφορά τον σταθερό παρονομαστή. Το κύριο χαρακτηριστικό του μοντέλου CCR είναι ότι στηρίζεται πάνω στην κλίμακα σταθερών αποδόσεων. (CRS).

Βασικές υποθέσεις του μοντέλου είναι οι εξής:

- Οι υπό μελέτη μονάδες χρησιμοποιούν τις ίδιες εισροές (σε είδος) και παράγουν τις ίδιες εκροές.
- Οι ποσότητες των εισροών και των εκροών είναι μη αρνητικές.

- Οι εισροές και οι εκροές θεωρούνται αγαθά. Με το σκεπτικό αυτό, οι εισροές είναι αγαθά προς εξοικονόμηση και εκροές αγαθά προς μεγιστοποίηση.

Η ιδέα εδώ έχει ως εξής: μπορούμε να μεγιστοποιήσουμε ένα κλάσμα θέτοντας τον παρονομαστή ίσο με μια σταθερά και μεγιστοποιώντας τον αριθμητή. Οπότε, έχουμε:

$$\text{maximize } h_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \text{ για κάποιο } j \text{ υπό τους περιορισμούς } \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 1, \\ \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, N, \text{ και } v_j, u_r \geq \varepsilon, \forall i = 1, \dots, m, \forall r = 1, \dots, s, \text{ και κάποιο πολύ} \\ \text{μικρό } \varepsilon \geq 10^{-4} \quad (3.7)$$

Στον γραμμικό προγραμματισμό για την ευκολότερη επίλυση των προβλημάτων συνηθίζεται η μετατροπή του προβλήματος σε δυϊκή μορφή⁷. Το δυϊκό πρόβλημα, λοιπόν, για CCR μοντέλο:

$$E^* = \min E \text{ υπό τους περιορισμούς } \sum_{j=1}^N y_{rj} \lambda_j - y_{rj0} \geq 0, \quad \forall r = 1, \dots, s, \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j - x_{ij0} E \leq 0, \quad \forall i = 1, \dots, m, \lambda_j \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, N \quad (3.8)$$

όπου λ_j είναι ένα διάνυσμα $n \times 1$ διαστάσεων, το οποίο αντικατοπτρίζει τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης, του δυϊκού προβλήματος.

3.3.3 Το υπόδειγμα Μεταβλητών Αποδόσεων Κλίμακας BCC

Το μοντέλο αυτό αποτελεί ουσιαστικά προέκταση του πρώτου και κατασκευάστηκε από τους Banker, Charnes, και Cooper (1984). Στο πλαίσιο των μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας, εισήγαγαν ένα επιπλέον περιορισμό, όσον αφορά τους συντελεστές των μεταβλητών στο δυϊκό μοντέλο:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad (3.9)$$

Συνεπώς, το υπόδειγμα BCC είναι το εξής:

$$\text{maximize } h_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \text{ για κάποιο } j \text{ υπό τους περιορισμούς } \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \\ \forall j = 1, \dots, N, \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \text{ και } v_j, u_r \geq \varepsilon, \forall i = 1, \dots, m, \forall r = 1, \dots, s, \text{ και για κάποιο πολύ} \\ \text{μικρό } \varepsilon \geq 10^{-4} \quad (3.10)$$

Το αντίστοιχο γραμμικό πρόβλημα:

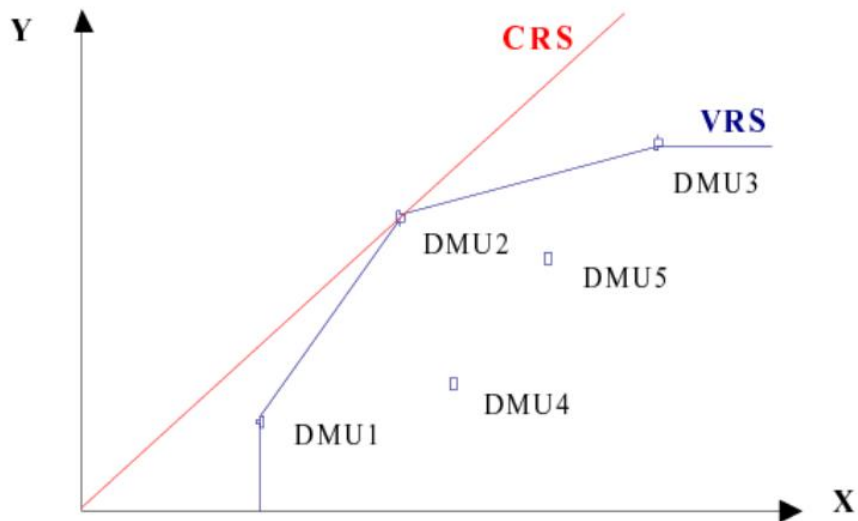
⁷Βλ. Παράρτημα II: Το Δυϊκό Πρόβλημα

$$\begin{aligned} & \text{maximize } h_j = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \text{ για κάποιο } j \text{ υπό τους περιορισμούς } \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 1 \\ & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, N, \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \text{ και } v_j, u_r \geq \varepsilon, \quad \forall i = 1, \dots, m, \forall r = 1, \dots, s \text{ και για} \\ & \text{κάποιο πολύ μικρό } \varepsilon \geq 10^{-4} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Το αντίστοιχο δυικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} E^* = \min E \text{ υπό τους περιορισμούς } & \sum_{j=1}^N y_{rj} \lambda_j - y_{rj_0} \geq 0, \quad \forall r = 1, \dots, s, \\ & \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j - x_{ij_0} E \leq 0, \quad \forall i = 1, \dots, m, \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.12)$$

Εικόνα 3.1: Διαφορά CRS-VRS Συνόρου



Πηγή: ResearchGate https://www.researchgate.net/figure/CRS-and-VRS-Frontiers_fig3_286828619

3.4 Δείκτης Παραγωγικότητας Malmquist

Έως τώρα η μέτρηση της αποδοτικότητας ενός συνόλου μονάδων (DMU's) έχει αναλυθεί για την περίπτωση μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου (Cross-Sectional Analysis). Ωστόσο, είναι εφικτή η μέτρηση της παραγωγικότητας στη διάρκεια του χρόνου, με άλλα λόγια στο πλαίσιο μιας χρονοσειράς (Time-Series Analysis).

Ένας τρόπος να διεξαχθεί η DEA σε ένα μοντέλο ανάλυσης χρονοσειρών, σύμφωνα με τον Ramanathan (2003), είναι με τη βοήθεια του δείκτη παραγωγικότητας Malmquist (Malmquist Productivity Index ή MPI).

Ο δείκτης παραγωγικότητας Malmquist βασισμένος στον προσανατολισμό εκροών βασίζεται στην ακόλουθη σχέση:

$$M^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \sqrt{\left[\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \times \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]} \quad (3.13)$$

όπου D^t συνάρτηση απόστασης που μετράει την αποδοτικότητα μετατροπής των εισροών x^t σε εκροές y^t κατά τη διάρκεια της περιόδου. Αν υπάρξει κάποια τεχνολογική αλλαγή κατά το έτος $t+1$, τότε το $D^{t+1}(x^t, y^t)$ είναι η συνάρτηση που μετράει την αποδοτικότητα μετατροπής των εισροών την περίοδο t σε εκροές την περίοδο t .

Ο MPI είναι ένας γεωμετρικός μέσος της επίδρασης της τεχνολογικής αλλαγής. Μπορεί να γραφεί και με την παρακάτω μορφή:

$$M^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \sqrt{\left[\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \times \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]} \quad (3.14)$$

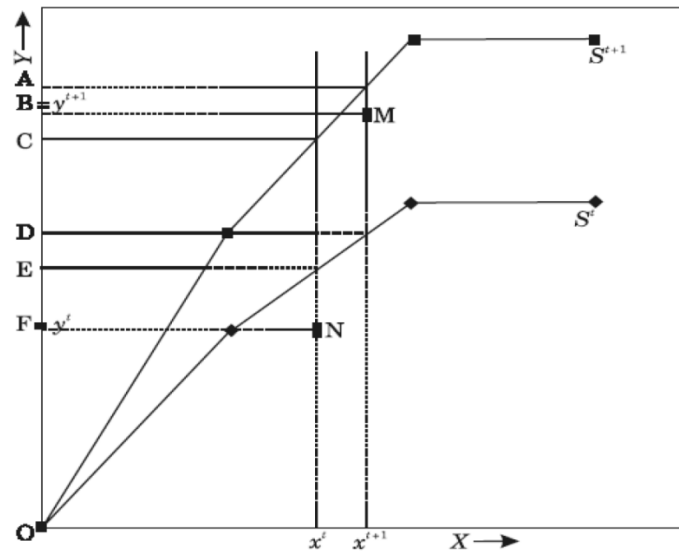
$$\text{ή σε ισοδύναμη μορφή πινάκων: } M = E \cdot T \quad (3.15)$$

όπου E η μεταβολή της τεχνικής αποδοτικότητας και T η μεταβολή της τεχνολογίας.

Αν το E είναι μεγαλύτερο της μονάδας τότε αυτό υπάρχει αύξηση στην τεχνική αποδοτικότητα μετατροπής των εισροών σε εκροές.

Εξαιτίας της μεταβολής στην τεχνική αποδοτικότητα, η ίδια εισροή x^t μπορεί να οδηγήσει στην παραγωγή μεγαλύτερου αριθμού εκροών, αν εφαρμοστεί στο διάστημα $t+1$ σε σχέση με το αν εφαρμοστεί στο χρονικό διάστημα t . Επίσης, η τεχνολογική μεταβολή, δηλαδή η εξέλιξη του τεχνολογικού επιπέδου μπορεί να οδηγήσει στην καλύτερη χρήση και αξιοποίηση των εισροών και σαν αποτέλεσμα να έχουμε μεγαλύτερο αριθμό εκροών σε μεταγενέστερη χρονική περίοδο.

Εικόνα 3.2: Διαφορές μεταξύ Χρονικών Περιόδων - Δείκτης Malmquist



Πηγή: *An Introduction to Data Envelopment Analysis*, R. Ramanathan

Εάν υπάρξει κάποια τεχνική πρόοδος, τότε το σύνορο S^{t+1} , θα μετακινηθεί προς τα επάνω σε σχέση με το αρχικό σύνορο S^t . Το M , αντιπροσωπεύει τα επιτεύγματα των εισροών και εκροών (x^{t+1}, y^{t+1}) την στιγμή $t+1$, ενώ το N αντιπροσωπεύει τα επιτεύγματα την χρονική στιγμή t .⁸

3.5 Μελέτη Περίπτωσης

3.5.1 Αντικείμενο μελέτης

Ακολουθώντας τη βιβλιογραφία, σε αυτή την εργασία θα εφαρμοστεί η DEA για κάθε αγωνιστική περίοδο από μια χρονοσειρά δεκαπέντε ετών και τέσσερα διαφορετικά σενάρια εισροών-εκροών για τις τριάντα παραγωγικές μονάδες που είναι οι ομάδες του NBA.

Αξιοσημείωτες είναι οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται ως εισροές, οι οποίες δεν αφορούν τον χρόνο συμμετοχής και την ατομική απόδοση των παικτών που χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στις ελάχιστες έως τώρα μελέτες. Ως εισροές έχουν χρησιμοποιηθεί μεταβλητές που αφορούν την αξία των παικτών που επιλέγουν στο draft οι ομάδες-παραγωγικές μονάδες, την αξία των ανταλλαγών που πραγματοποιούν,

⁸Ο δείκτης παραγωγικότητας Malmquist, έχει τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται για την μελέτη της απόδοσης επιχειρήσεων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών είναι μεταβολές στην τεχνική αποδοτικότητα (αποδοτικότητα που προκύπτει από την CRS ανάλυση), μεταβολές στις τεχνολογικές αλλαγές μεταβολές στην καθαρή τεχνική αποδοτικότητα (αποδοτικότητα που προκύπτει από την VRS ανάλυση), μεταβολές στην αποδοτικότητα κλίμακας και επίσης μεταβολές στον λεγόμενο Total Factor Productivity (TFP).

καθώς, και τη συνολική ετήσια μισθοδοσία τους. Ως εκροές, σε αντίθεση με άλλες μελέτες, έχουν χρησιμοποιηθεί οι νίκες στην κανονική περίοδο και ομαδικά προηγμένα (advanced) στατιστικά.

Πέρα από αυτό όμως, έχει εισαχθεί και ένας χωρικός παράγοντας σε ένα από τα σενάρια. Δηλαδή, σε κάποια σενάρια έχουν συμπεριληφθεί στις εισροές η αξία των παικτών που επιλέγουν στο draft οι αντίπαλες ομάδες, την αξία των ανταλλαγών που πραγματοποιούν, καθώς, και τη συνολική ετήσια μισθοδοσία τους.

Στόχος της μελέτης είναι να εξετάσουμε το πώς επηρεάζουν οι αποφάσεις των ομάδων την αγωνιστική εικόνα (στατιστικά και πλήθος νικών) τους, καθώς, και το πώς επηρεάζουν οι αποφάσεις των υπολοίπων ομάδων τα αποτελέσματα και την αγωνιστική εικόνα μιας ομάδας.

3.5.2 Επιλογή εισροών-εκροών και σενάρια μελέτης

Βασικό κομμάτι της έρευνας είναι ο καθορισμός των μεταβλητών εισόδου και εξόδου. Η επιλογή των εισροών και εκροών είναι στην κρίση του ερευνητή, καθώς αυτός αποφασίζει το πόσες και ποιες ακριβώς θα είναι αυτές. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέχθηκαν ως μεταβλητές εισόδου όσες αφορούν αποφάσεις της ομάδας και ως μεταβλητές εξόδου αυτές που σχετίζονται με αγωνιστικές παραμέτρους⁹.

Σε όλα τα σενάρια ως εισροές θεωρούνται οι πιο σημαντικές διοικητικές αποφάσεις των ομάδων, οι οποίες έχει νόημα να εκφραστούν ποσοτικά και είναι κρίσιμες για την πορεία τους. Στην πράξη κάθε ομάδα θα ήθελε να πετυχαίνει τους στόχους της καταναλώνοντας όσο τον δυνατόν λιγότερο σε μισθούς παικτών, ανταλλαγές και επιλογές στο draft. Όσον αφορά τις εκροές, στα δύο πρώτα σενάρια μελετάμε την αποδοτικότητα των ομάδων σε συνάρτηση με το πλήθος νικών τους στην κανονική περίοδο, που εκφράζει τον αντικειμενικό σκοπό του αθλήματος. Στο τρίτο σενάριο, επιλέξαμε ως εκροές δύο απλούς και χαρακτηριστικούς στατιστικούς δείκτες που αφορούν το ενεργητικό και το παθητικό μιας ομάδας. Και πάλι, με αντίστοιχο σκεπτικό, μια ομάδα θέλει να έχει την καλύτερη δυνατή επίδοση τόσο στους πόντους που πετυχαίνει όσο και σε αυτούς που δέχεται. Στο τελευταίο σενάριο, διαλέξαμε τους δείκτες που σχετίζονται με τους πιο θεμελιώδεις αγωνιστικούς παράγοντες (ευστοχία εντός πεδιάς, rebound, δημιουργία και λάθη). Και σε αυτή την περίπτωση, στόχος κάθε

⁹ Περεταίρω ανάλυση των μεταβλητών παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο.

ομάδας είναι να είναι όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματική σε κάθε μια από τις στατιστικές κατηγορίες που λαμβάνονται ως εκροές.

Παρακάτω (Πίνακας 3.1) φαίνονται τα τέσσερα σενάρια που εξετάσαμε και οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη μας.

Πίνακας 3.1: Σενάρια μελέτης της παρούσας εργασίας

Σενάριο	Εισροές	Εκροές
1	dprv, proll, trade	w82
2	dprv, proll, trade, Wdprv, Wproll, Wtrade (neg)	w82
3	dprv, proll, trade	offrtg, defrtg (neg)
4	dprv, proll, trade	efgprc, assrt, rebprc, tovprc (neg)

Ο αριθμός των εισροών, εκροών και DMU's ικανοποιεί και τους τέσσερις προτεινόμενους κανόνες, οι οποίοι αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2.2, προκειμένου η μέθοδος να είναι αποτελεσματική και να έχει κάποια διακριτική ικανότητα. Οι πιο αυστηροί από αυτούς τους κανόνες για τα παραπάνω σενάρια μελέτης είναι των Bowlin (1998) και Dyson et al. (2001), όπου ο αριθμός των DMU's θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 21 και 24 αντιστοίχως για τις περιπτώσεις (σενάρια) με τις περισσότερες μεταβλητές εισόδου και εξόδου.

Συνήθως, οι διαθέσιμοι πόροι που χρησιμοποιούνται από τα DMU's χαρακτηρίζονται ως εισροές ενώ τα μέτρα απόδοσης λειτουργούν ως εκροές κατά τη μοντελοποίηση. Μια προσέγγιση για την επιτυχή ενσωμάτωση παραγόντων στο μοντέλο είναι το αν λειτουργούν αποτελεσματικά ως επιπρόσθετοι πόροι για τη μονάδα ή όχι. Τότε στην πρώτη περίπτωση οι παράγοντες μπορεί να συγκαταλέγονται στις μεταβλητές εισόδου του μοντέλου ενώ στη δεύτερη θα πρέπει να συγκαταλέγονται στις μεταβλητές εξόδου της ομάδας (Φυτράκης Α., 2001). Βάσει αυτού στο δεύτερο σενάριο μελέτης (πίνακας 3.1), παρατηρείται ότι υπάρχουν τρεις μεταβλητές που αποτελούν εισροές αλλά λειτουργούν θετικά για την απόδοση της ομάδας (μονάδας) και ως εκ τούτου τις χειριζόμαστε ως εκροές. Ομοίως στο τρίτο και τέταρτο σενάριο (πίνακας 3.1) υπάρχουν δύο παράγοντες που λειτουργούν εις βάρος της απόδοσης των ομάδων και συνεπώς τις χειριζόμαστε ως εισροές. Περισσότερη ανάλυση παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο. Επομένως, τα τελικά σενάρια της εφαρμογής είναι τα εξής:

Πίνακας 3.2: Τελικά σενάρια μελέτης της παρούσας εργασίας

Σενάριο	Εισροές	Εκροές
1	dprv, proll, trade	w82
2	dprv, proll, trade	w82, Wdprv, Wproll, Wtrade
3	dprv, proll, trade, defrtg	offrtg
4	dprv, proll, trade, tovprc	efgprc, assrt, rebprc

Τέλος, να σημειωθεί ότι επειδή η μέθοδος της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων δέχεται ως δεδομένα, τόσο εισροών όσο και εκροών, αυστηρά θετικές τιμές, στην περίπτωση αρνητικών ή μηδενικών τιμών τα δεδομένα μετασχηματίστηκαν κατάλληλα¹⁰ προκειμένου η μέθοδος να υλοποιηθεί αποτελεσματικά. Ο μετασχηματισμός της κλίμακας τιμών της πραγματοποιήθηκε προσθέτοντας την απόλυτη τιμή της ελάχιστης τιμής +1, ώστε να μην υπάρχουν μηδενικά και αρνητικές τιμές.

3.5.3 Προσανατολισμός και αποδόσεις κλίμακας

Το μπάσκετ είναι ένα ανταγωνιστικό άθλημα και αντικειμενικός στόχος όλων των ομάδων είναι να επιτύχουν τις καλύτερες αγωνιστικές επιδόσεις και το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό νικών. Αυτό προσπαθούν οι ομάδες να το πετύχουν δαπανώντας τους λιγότερο δυνατούς πόρους. Ωστόσο, δεν είναι εύκολο να επιτευχθούν και τα δύο ταυτόχρονα, λόγω των ιδιαίτερων κανονισμών του NBA, που αφορούν τη στελέχωση και τα οικονομικά δεδομένα του ρόστερ των ομάδων. Κάθε ομάδα, λοιπόν, ανάλογα με την κατάσταση που βρίσκεται τόσο η ίδια όσο και οι αντίπαλοί της, το status της και τη στρατηγική της επιλέγει σε ποιον από τους δύο στόχους θα δώσει μεγαλύτερη βαρύτητα. Ως εκ τούτου, θεωρούμε ότι θα είχε νόημα να μελετηθούν και οι δύο κατευθύνσεις (output & input oriented). Στην παρούσα εργασία, όμως, η μελέτη αφορά τον προσανατολισμό εκροών, καθώς, λόγω ύπαρξης μη θετικών εισροών και του μετασχηματισμού τους (όπως αναφέρθηκε ακριβώς παραπάνω) προσαρμόζονται μόνο μοντέλα με στόχο την μεγιστοποίηση των εκροών.

Όσον αφορά τις αποδόσεις κλίμακας, η επιλογή του μοντέλου (constant CCR ή variable BCC) εξαρτάται από το είδος της διαδικασίας που αναλύουμε. Αν μια οποιαδήποτε

¹⁰Μόνο μία μεταβλητή είχε και μη θετικές τιμές, το trade value.

αύξηση σε μια εισροή που χρησιμοποιείται, έχει σαν αποτέλεσμα μια αναλογική αύξηση στις εκροές, τότε αυτό δείχνει ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στις εισροές και εκροές και άρα πρέπει να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο CCR (Banxia Frontier Analyst, 2003). Στην προκειμένη περίπτωση, δεν υπάρχουν λογικές ενδείξεις ούτε υποστηρίζεται από κάποια προηγούμενη μελέτη στη βιβλιογραφία ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ εισροών και εκροών κάθε σεναρίου. Επίσης, λόγω του μετασχηματισμού των εισροών σε αυστηρά θετικές τιμές με την τεχνική που αναφέρθηκε παραπάνω, η εφαρμογή του μοντέλου μεταβλητών αποδόσεων (VRS) είναι απαραίτητη¹¹.

¹¹ Σύμφωνα με τους Lovell και Pastor (1995) το υπόδειγμα δεν είναι “translation invariant” ενώ το BCC είναι με τον περιορισμό ότι μετασχηματίζονται μόνο οι αρνητικές εισροές ή εκροές σε θετικές (με την τεχνική που αναφέρθηκε παραπάνω) αλλά όχι και τα δύο.

Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή

4.1 Δεδομένα και πηγές δεδομένων

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται προέρχονται, κατά κύριο λόγο, από τη βάση δεδομένων της επίσημης ιστοσελίδας του NBA καθώς και άλλων σχετικών ιστοσελίδων όπως Basketball Reference, ESPN, RealGM και HOOPSHYPE.

Πιο αναλυτικά, τα αγωνιστικά δεδομένα της έρευνας αφορούν τις νίκες στο σύνολο των 82 παιχνιδιών της κανονικής περιόδου (w_{82}) και τα προηγμένα (advanced) στατιστικά: eFG%, ASTRatio, REB%, TOV%, OffRTG και DefRTG.¹² Πρόκειται για στατιστικά στοιχεία που καταγράφονται και υπολογίζονται για τις κανονικές περιόδους από το 2005-2006 έως το 2019-2020. Τα στοιχεία προέρχονται από τον επίσημο ιστότοπο της λίγκας του NBA.¹³

Από την ίδρυση του NBA μέχρι σήμερα παρουσιάζονται αλλαγές στον τρόπο διεξαγωγής της διοργάνωσης, όσον αφορά τον τρόπο διαχωρισμού των ομάδων οι οποίες επηρεάζουν και τον καθορισμό των αγωνιστικών αναμετρήσεων. Επιπλέον, με την πάροδο των χρόνων υπήρξαν προσθαφαιρέσεις ομάδων, ενώ δεν είναι λίγες οι ομάδες που άλλαξαν όνομα ή και πόλη. Το 2004-2005 είναι η χρονιά που άρχισε να εφαρμόζεται το φορμάτ που βλέπουμε μέχρι σήμερα και ο αριθμός των ομάδων σταθεροποιήθηκε στις 30. Ως εκ τούτου, επιλέξαμε να μην ξεκινήσουμε τη μελέτη μας για χρονιές νωρίτερα από τη σεζόν 2004-2005.

Τα δεδομένα μας, ωστόσο, δεν περιορίζονται μόνο στα αγωνιστικά. Λήφθηκαν υπόψη οι αποφάσεις της διοίκησης και του front office της εκάστοτε ομάδας σχετικά με το σχεδιασμό της για την επόμενη χρονιά.

Καταρχάς, ο παράγοντας που αφορά το NBA draft (Draft Pick Value - dpv) εκφράζει την απόφαση της κάθε ομάδας για το πώς επιθυμεί να διαχειριστεί την επιλογή της στο draft που διεξάγεται κάθε σεζόν πριν την έναρξη της αγωνιστικής περιόδου. Υπάρχουν ομάδες που επιλέγουν να στηριχτούν στον παίκτη που διαλέγουν και πραγματοποιούν τις κατάλληλες κινήσεις ώστε να "χτίσουν" μια ομάδα στην οποία ο συγκεκριμένος παίκτης θα έχει πρωταγωνιστικό ρόλο. Άλλες ομάδες επιλέγουν να ανταλλάξουν τον

¹²βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: Προηγμένα Στατιστικά (Advanced Stats).

¹³<https://www.nba.com/stats/teams/advanced/?sort=W&dir=-1>.

παίκτη την ίδια βραδιά του draft για κάποιον άλλο παίκτη που πιστεύουν ότι ταιριάζει καλύτερα στο ρόστερ τους. Επίσης, αν κάποια ομάδα επιθυμεί να γίνει διεκδικήτρια του τίτλου στο άμεσο μέλλον, ως επί το πλείστον δεν επιλέγει να στηριχτεί σε παίκτες που προέρχονται από το draft και για αυτό είτε το ανταλλάσσει στη συνέχεια, είτε το έχει συμπεριλάβει σε κάποια ανταλλαγή τις προηγούμενες χρονιές. Συνεπώς, η συγκεκριμένη μεταβλητή αντιπροσωπεύει την απόφαση που έλαβε κάθε ομάδα για την επιλογή της τη βραδιά του draft εκφρασμένη σε χρηματικές μονάδες (σε σταθερές τιμές του έτους 2022), μέσω των συμβολαίων που υπέγραψε (αν υπέγραψε) με πρωτοετή. Για τις επιλογές του πρώτου γύρου, όσο πιο μεγάλο είναι το συμβόλαιο, άρα και η τιμή της μεταβλητής draft, τόσο πιο "ψηλά" διάλεξε η ομάδα. Για τους παίκτες του δεύτερου γύρου, επειδή δεν υπάρχει κανονισμός για τα συμβόλαια και το συμβόλαιο δεν είναι εγγυημένο, καθορίστηκε η τιμή της μεταβλητής ως το μικρότερο συμβόλαιο του NBA αντιστοίχως σε κάθε σεζόν. Τα δεδομένα αντλήθηκαν από τις ιστοσελίδες BasketballReference¹⁴, ESPN¹⁵, RealGM¹⁶ και του NBA¹⁷ για τα draft κάθε χρονιάς από το 2004-2005 έως 2018-2019, το ύψος συμβολαίων των rookies, τους συνολικούς μισθούς των ομάδων και το μικρότερο οικονομικά συμβόλαιο ανά σεζόν.

Εν συνεχεία, ο παράγοντας trade (trd), επίσης εκφρασμένος σε χρηματικές μονάδες (σε σταθερές τιμές του έτους 2022), εκφράζει το κατά πόσο μια ομάδα ευνοείται ή ρισκάρει από μια ανταλλαγή με βάση την αξία των εμπλεκόμενων παικτών και επιλογών draft. Μια ομάδα, προκειμένου να είναι άμεσα ανταγωνιστική, και ακόμα περισσότερο διεκδικήτρια του τίτλου, καταφεύγει σε παίκτες με μεγαλύτερη εμπειρία και ικανότητα, οι οποίοι κατά βάση αμείβονται περισσότερο. Από την άλλη πλευρά, υπάρχουν ομάδες που αποφασίζουν να "χτιστούν" από την αρχή. Για τον σκοπό αυτό, επιλέγουν να στηριχτούν στο παρόν σε νεαρούς παίκτες ή draft picks, επενδύοντας, έτσι, στην προοπτική τους. Ουσιαστικά, ρισκάρουν επιλέγοντας να χρησιμοποιήσουν σαν "έμψυχα ανταλλάγματα" κάποιους καλούς και έμπειρους παίκτες, οι οποίοι δεν τους έφεραν τα επιθυμητά αγωνιστικά αποτελέσματα, και να επενδύσουν σε νεότερους, ελπίζοντας ότι μελλοντικά θα εξελιχθούν σε υψηλής αξίας παίκτες. Με γνώμονα αυτό, μελετήθηκαν οι ανταλλαγές μία προς μία για κάθε ομάδα ανά αγωνιστική περίοδο και έως τη λήξη των ελευθέρων μεταγραφών (free agency). Οι παίκτες ομαδοποιήθηκαν

¹⁴<https://www.basketball-reference.com/draft>.

¹⁵<http://www.espn.com/nba/salaries>.

¹⁶<https://basketball.realgm.com>.

¹⁷<https://www.nba.com>, <https://pr.nba.com>.

σε κατηγορίες και βαθμολογήθηκαν με αστέρια. Από την καλύτερη προς τη χειρότερη κατηγορία παικτών η βαθμολογία είναι 5, 4, 3, 2 και 1 αστέρι. Δεδομένων των συμβολαίων των παικτών, σε κάθε κατηγορία τα αστέρια "μετατρέπονται" σε χρηματικές μονάδες 50, 28, 13.5, 5 και 0.5 εκατομμυρίων δολαρίων αντιστοίχως. Συνεπώς, το trade υπολογίστηκε για κάθε ομάδα ανά σεζόν προσθέτοντας τη βαθμολογία των παικτών που πήρε και αφαιρώντας αυτών που έδωσε. Αν το trade είναι κοντά στο 0 σημαίνει η ομάδα δεν "ρίσκαρε" να κάνει ραγδαίες αλλαγές. Επίσης, θα δούμε τιμές του trade που είναι αρκετά μεγαλύτερες από το 0, γεγονός που σημαίνει ότι η ομάδα πιθανώς έχει στοχεύσει να αποκτήσει καλούς παίκτες και να φτάσει ψηλά στο πρωτάθλημα. Αντιθέτως, τιμές του trade που είναι αρκετά μικρότερες από το 0 εκφράζει ένα ρίσκο που παίρνει η ομάδα και πιθανώς μια επιθυμία να αλλάξει ριζικά το ρόστερ της ανταλλάσσοντας καλούς παίκτες παίρνοντας ως αντάλλαγμα "ρολίστες", νεαρούς και εξελίξιμους ή μελλοντικές επιλογές στο NBA draft ώστε να θέσει νέα θεμέλια. Τα δεδομένα που λήφθηκαν από τις προαναφερθείσες ιστοσελίδες αφορούσαν τα συμβόλαια των παικτών και τις επιδόσεις τους στο πρωτάθλημα μέχρι τη στιγμή που ενεπλάκησαν σε κάποια ανταλλαγή ώστε να κατηγοριοποιηθούν.

Τέλος, ο παράγοντας payroll (proll) αφορά τη συνολική μισθοδοσία των παικτών, δηλαδή το ύψος των συμβολαίων που η διοίκηση υπογράφει με τους παίκτες. Τα δεδομένα είναι εκφρασμένα σε χρηματικές μονάδες (σε σταθερές τιμές του έτους 2022), όπως οι προηγούμενοι δυο παράγοντες, και πηγάζουν από τη βάση δεδομένων των ιστοσελίδων HOOPSHYPE¹⁸ και ESPN¹⁹. Ενώ για όλες τις ομάδες το salary cap κάθε season είναι ίδιο, ο τρόπος διαχείρισής του που επιλέγεται από ομάδα σε ομάδα διαφέρει. Άλλωστε, όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο υπάρχει ελαστικότητα και εξαιρέσεις για τις ομάδες να το ξεπεράσουν σε κάποιες περιπτώσεις. Υπάρχουν ομάδες που επιλέγουν να προσφέρουν περισσότερα συμβόλαια σε νεαρούς, ανερχόμενους, "ρολίστες" ή και λιγότερο ποιοτικούς παίκτες με απώτερο σκοπό είτε να στηριχτούν σε αυτούς για το μέλλον είτε για να κάνουν το λεγόμενο "tanking" και να αφήσουν "χώρο" στο salary cap για υψηλότερα συμβόλαια καλών παικτών τις επόμενες χρονιές. Άλλες ομάδες δίνουν ένα με δύο υψηλά συμβόλαια και τα υπόλοιπα μοιράζονται σε πρωτοετής, μέτριους και "ρολίστες" που υποστηρίζουν τους καλύτερους ποιοτικά παίκτες (stars). Υπάρχουν και ομάδες που επιθυμώντας να

¹⁸<https://hoopshype.com/salaries>

¹⁹<http://www.espn.com/nba/salaries>

διεκδικήσουν το πρωτάθλημα άμεσα κάνουν μια οικονομική υπέρβαση υπογράφοντας παίκτες από το "πάνω ράφι" που αμείβονται με πολύ υψηλά συμβόλαια ξεπερνώντας, έτσι, το salary cap και, ενίοτε, ξεπερνούν και το όριο για το luxury tax.

4.2 Εμπειρικά αποτελέσματα

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστούν τα σενάρια μελέτης και μερικές πρώτες παρατηρήσεις από τα αντίστοιχα αποτελέσματα που λαμβάνουμε. Σε πρώτη φάση θα δούμε μία γενική εικόνα για τα περισσότερα και λιγότερα αποτελεσματικά DMU's.

Σε δεύτερη φάση, θα ασχοληθούμε με περαιτέρω μελέτη που θα προκύψει από παρατηρήσεις των εμπειρικών αποτελεσμάτων και ως εκ τούτου θα παρουσιαστεί αναλυτικά παρακάτω.

Οι πίνακες των αποτελεσμάτων παρατίθενται ολόκληροι στο Παράρτημα VIII ενώ εδώ παρατίθενται ενδεικτικά για κάθε σενάριο τα αποτελέσματα μιας χρονιάς. Επίσης, παρατίθεται ένας πίνακας με το πλήθος των ομάδων που εκ του αποτελέσματος από την εμπειρική μελέτη φαίνεται να έχουν efficiency score ίσο με 1, ανά σενάριο. Θεωρούμε ως αποτελεσματικές τις ομάδες αυτές με μέγιστη αποδοτικότητα (ίση με 1).

4.2.1 Σενάριο 1^ο

Ξεκινώντας από το πρώτο σενάριο, ως εισροές επιλέχθηκαν η αξία του draft, το σύνολο μισθών των παικτών και η αξία των ανταλλαγών ενώ ως εκροή επιλέχθηκε το σύνολο νικών της κανονικής περιόδου. Στην ουσία εξετάζουμε αν μια ομάδα είναι αποδοτική υπό τις παρακάτω συνθήκες: α) αν πέτυχε τον δεδομένο αριθμό νικών με τις ελάχιστες δυνατές δαπάνες και β) αν για τις δεδομένες δαπάνες σε ανταλλαγές, μισθούς και draft πέτυχε τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό νικών. Στον πίνακα 4.1 φαίνονται τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε και στον πίνακα 4.2 οι αποδοτικές ομάδες ανά σεζόν.

Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα 1^ο σεναρίου μελέτης για το 2020.

TEAM(DMU)	2020 Output Oriented			
	CRS_TE	VRS_TE	SCALE	RTS
BOS	0.968210	0.968210	1.000000	-
BKN	0.891322	0.891322	1.000000	-
NYK	0.796129	0.796129	1.000000	-
PHI	0.973087	0.974767	0.998277	irs
TOR	0.990101	0.990101	1.000000	-
CHI	0.806120	0.806120	1.000000	-
CLE	0.764762	0.767037	0.997033	irs
DET	0.782438	0.782438	1.000000	-
IND	0.951424	0.951424	1.000000	-
MIL	1.000000	1.000000	1.000000	-
ATL	0.787290	0.787290	1.000000	-
CHA	0.898997	0.898997	1.000000	-
MIA	0.996924	1.000000	0.996924	drs
ORL	0.871000	0.872310	0.998499	irs
WAS	0.809074	0.809074	1.000000	-
DEN	0.950015	0.952504	0.997387	irs
MIN	0.773732	0.773732	1.000000	-
OKC	0.958681	0.960944	0.997645	irs
POR	0.879755	0.883232	0.996064	irs
UTA	0.946659	0.946659	1.000000	-
GSW	1.000000	1.000000	1.000000	-
LAC	0.967453	0.971089	0.996256	irs
LAL	0.990546	0.990546	1.000000	-
PHX	0.889958	0.889958	1.000000	-
SAC	0.864005	0.864005	1.000000	-
DAL	0.930409	0.930409	1.000000	-
HOU	0.945102	0.945102	1.000000	-
MEM	0.889980	0.889980	1.000000	-
NOP	0.854437	0.854437	1.000000	-
SAS	0.875679	0.875679	1.000000	-

Πίνακας 4.2: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 1ου σεναρίου μελέτης.

		ΣΕΝΑΡΙΟ 1		
		Output oriented		
		efficient	inefficient	efficient%
2006	VRS_TE	4	26	13.33%
2007	VRS_TE	4	26	13.33%
2008	VRS_TE	5	25	16.67%
2009	VRS_TE	5	25	16.67%
2010	VRS_TE	6	24	20.00%
2011	VRS_TE	5	25	16.67%
2012	VRS_TE	5	25	16.67%
2013	VRS_TE	5	25	16.67%
2014	VRS_TE	4	26	13.33%
2015	VRS_TE	5	25	16.67%
2016	VRS_TE	6	24	20.00%
2017	VRS_TE	4	26	13.33%
2018	VRS_TE	4	26	13.33%
2019	VRS_TE	5	25	16.67%
2020	VRS_TE	3	27	10.00%

4.2.2 Σενάριο 2^ο

Στο δεύτερο σενάριο, επιλέχθηκαν οι ίδιες εισροές με το πρώτο και επιπλέον οι αντίστοιχοι παράγοντες των αντίπαλων ομάδων για κάθε DMU (ομάδα). Για τον προσδιορισμό αυτών των μεταβλητών, έχουμε χρησιμοποιήσει μια χωρική μήτρα βαρών, δηλαδή έναν θετικό τετραγωνικό πίνακα, με στοιχεία το βάρος της αλληλεπίδρασης των ομάδων μεταξύ τους. Ενώ φαινομενικά πρόκειται για παράγοντες που εκφράζουν αποφάσεις των ομάδων, στην πραγματικότητα έχουν αρνητικό αντίκτυπο για κάθε DMU-ομάδα. Ως εκ τούτου, θεωρούνται εκροές.

Οι μέσες αποδόσεις κλίμακας και η κατάταξη όπως στο προηγούμενο σενάριο παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα 2ου σεναρίου μελέτης για το 2020.

TEAM(DMU)	2020 Output Oriented			
	CRS_TE	VRS_TE	SCALE	RTS
BOS	0.996793	0.998109	0.998682	irs
BKN	0.989760	0.997699	0.992043	irs
NYK	0.997409	0.998939	0.998469	irs
PHI	0.993857	0.998257	0.995592	irs
TOR	0.997336	0.998567	0.998767	irs
CHI	0.986357	0.997244	0.989083	irs
CLE	0.976893	0.996445	0.980378	irs
DET	0.997792	0.999110	0.998681	irs
IND	0.996974	0.997827	0.999145	irs
MIL	1.000000	1.000000	1.000000	-
ATL	1.000000	1.000000	1.000000	-
CHA	1.000000	1.000000	1.000000	-
MIA	0.996924	1.000000	0.996924	drs
ORL	0.984994	0.996772	1.003238	drs
WAS	0.985891	0.997162	0.988697	irs
DEN	0.992398	0.999782	0.992614	irs
MIN	1.000000	1.000000	1.000000	-
OKC	1.000000	1.000000	1.000000	-
POR	0.984466	0.999233	0.985222	irs
UTA	0.996200	1.000000	0.996200	irs
GSW	1.000000	1.000000	1.000000	-
LAC	0.992224	0.999124	0.993094	irs
LAL	1.000000	1.000000	1.000000	-
PHX	1.000000	1.000000	1.000000	-
SAC	0.990851	0.999284	0.991561	irs
DAL	0.994316	0.999161	0.995151	irs
HOU	1.000000	1.000000	1.000000	-
MEM	1.000000	1.000000	1.000000	-
NOP	0.989293	0.998789	0.990493	drs
SAS	1.000000	1.000000	1.000000	-

Πίνακας 4.4: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 2ου σεναρίου μελέτης.

		ΣΕΝΑΡΙΟ 2		
		Output oriented		
		efficient	inefficient	efficient%
2006	VRS_TE	14	16	46.67%
2007	VRS_TE	16	14	53.33%
2008	VRS_TE	15	15	50.00%
2009	VRS_TE	15	15	50.00%
2010	VRS_TE	21	9	70.00%
2011	VRS_TE	16	14	53.33%
2012	VRS_TE	13	17	43.33%
2013	VRS_TE	17	13	56.67%
2014	VRS_TE	12	18	40.00%
2015	VRS_TE	19	11	63.33%
2016	VRS_TE	15	15	50.00%
2017	VRS_TE	16	14	53.33%
2018	VRS_TE	18	12	60.00%
2019	VRS_TE	20	10	66.67%
2020	VRS_TE	13	17	43.33%

4.2.2.1 Η χωρική μήτρα βαρών²⁰

Ιδιαίτερη σημασία έχει ο προσδιορισμός της χωρικής μήτρας βαρών W . Πρόκειται, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, για έναν θετικό, τετραγωνικό πίνακα $N \times N$ (στην προκειμένη περίπτωση 30×30) ο οποίος αποτυπώνει την αλληλεξάρτηση μεταξύ των ομάδων του υποδείγματος.²¹

Τα στοιχεία της χωρικής μήτρας βαρών πρέπει να είναι μη στοχαστικά και εξωγενώς ορισμένα (Anselin, 1988) και κανονικοποιημένα. Αυτό σημαίνει, για παράδειγμα, να αθροίζουν στη μονάδα ($\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1$). Μία μέθοδος κανονικοποίησης της μη κανονικοποιημένης μήτρας W_0 , η οποία και εφαρμόστηκε στην παρούσα μελέτη, είναι να διαιρεθεί κάθε στοιχείο της, $w_{0,ij}$, με τη μεγαλύτερη χαρακτηριστική της ρίζα $\omega_{0,max}$, έτσι ώστε $w_{ij} = (1/\omega_{0,max})w_{0,ij}$ (Anselin, 1988, Elhorst, 2014)²².

²⁰ βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V: Μήτρα Βαρών (W) και Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών (Wnorm).

²¹ Στην προκειμένη περίπτωση, δεν έχουμε τόσο πολύ «χωρική αλληλεξάρτηση», αλλά οργανωσιακή, δεδομένου ότι η αλληλεξάρτηση των ομάδων εξαρτάται από το φορμάτ της λίγκας.

²² Η ευστάθεια του υποδείγματος απαιτεί την ισχύ της σχέσης $1/\omega_{min} < \rho < 1/\omega_{max}$, όπου ω_{min} και ω_{max} είναι η μικρότερη και η μεγαλύτερη χαρακτηριστική ρίζα της W , αντίστοιχα. Η κανονικοποίηση ανά γραμμή της W , εν μέρει προϋποθέτει ότι η τιμή του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης ρ θα περιορίζεται στο διάστημα (-1, +1) (Elhorst, 2014).

Ο προσδιορισμός της μήτρας βαρών στη συγκεκριμένη εργασία στηρίχτηκε στον τρόπο διεξαγωγής των αγωνιστικών στη λίγκα του NBA. Κάθε μία από τις 30 ομάδες της διοργάνωσης στα 82 παιχνίδια της κανονικής περιόδου αντιμετωπίζει:

- 4 φορές τις 4 ομάδες που ανήκουν στην ίδια «κατηγορία» (division)
- 4 φορές τις 6 από τις συνολικά 10 ομάδες των άλλων division της ίδιας περιφέρειας (conference) και 3 φορές τις υπόλοιπες 4
- 2 φορές τις 15 ομάδες της άλλης περιφέρειας (conference)

Ως εκ τούτου, στην κανονική περίοδο ο ανταγωνισμός είναι μεγαλύτερος μεταξύ των ομάδων της ίδιας κατηγορίας (division), αφού οι ομάδες παίζουν τα περισσότερα παιχνίδια μεταξύ τους και είναι γεωγραφικά κοντά. Κατόπιν, μεγαλύτερος είναι ανταγωνισμός μεταξύ των ομάδων ίδιας περιφέρειας. Είναι λογικό ότι για κάθε ομάδα θα είναι δυσκολότερη η πορεία της κανονικής περιόδου προς τα playoffs αν μια ομάδα της ίδιας κατηγορίας ενισχυθεί, εφόσον την «συναντάει» περισσότερες φορές, παρά αν ενισχυθεί κάποια ομάδα μιας άλλης κατηγορίας και της άλλης περιφέρειας, τις οποίες «συναντάει» λιγότερες φορές. Επίσης η ύπαρξη μια δυνατής ομάδας στην ίδια κατηγορία επηρεάζει και τον αγωνιστικό σχεδιασμό των υπόλοιπων ομάδων. Με δεδομένο ότι οι οκτώ πρώτες ομάδες κάθε περιφέρειας προχωράνε στα playoffs, κάθε ομάδα εξετάζει τις πιθανότητες και τις δυνατότητες της και κινείται ανάλογα. Προκύπτει εύλογα, λοιπόν, ότι κάθε ομάδα σχετίζεται ισχυρά με τις ομάδες της ίδιας κατηγορίας, λιγότερο ισχυρά με τις υπόλοιπες της ίδιας περιφέρειας και δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από τις ομάδες της άλλης περιφέρειας. Βάση αυτού και του περιεχομένου της μελέτης, που αφορά την επίδραση στις νίκες της κανονικής περιόδου μιας ομάδας: (α) η αλληλεπίδραση μεταξύ των ομάδων διαφορετικών περιφερειών θεωρείται αμελητέα και ορίστηκε ίση με 0, (β) η αλληλεπίδραση μεταξύ ομάδων ίδιας περιφέρειας αλλά διαφορετικής κατηγορίας είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την πρώτη και ορίστηκε ίση με 0.5 ενώ (γ) η αλληλεπίδραση μεταξύ ομάδων ίδιας κατηγορίας είναι ακόμα μεγαλύτερη και ορίστηκε ίση με 1.

Διαιρώντας κάθε στοιχείο της μήτρας W με τη μεγαλύτερη χαρακτηριστική της ρίζα (υπολογίστηκε η μέγιστη κατ' απόλυτη ιδιοτιμή ίση με 9) προέκυψε η κανονικοποιημένη μήτρα βαρών, η οποία και εφαρμόστηκε.

4.2.3 Σενάριο 3^ο

Στο τρίτο σενάριο ως εισροές χρησιμοποιήθηκαν η αξία του draft, το σύνολο μισθών των παικτών κάθε ομάδας και η αξία των ανταλλαγών ενώ ως εκροές αυτή τη φορά χρησιμοποιήθηκαν οι αγωνιστικοί δείκτες OffRTG και DefRTG. Οι δύο εκροές που επιλέξαμε αφορούν την επιθετική και αμυντική επίδοση της ομάδας. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι κάθε ομάδα χρησιμοποιεί τους διαθέσιμους πόρους με σκοπό να έχει όσο το δυνατόν καλύτερες επιδόσεις στις δύο αυτές στατιστικές κατηγορίες. Η δεύτερη εκροή, που αφορά την άμυνα και κάθε ομάδα θα ήθελε να είναι όσο το δυνατόν πιο χαμηλή, έχει μη αποτελεσματική επίδραση στην απόδοση των ομάδων (DMU). Ως εκ τούτου θεωρείται και θα εισαχθεί στο μοντέλο σαν εισροή.

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα 3ου σεναρίου μελέτης για το 2020.

TEAM(DMU)	2020 Output Oriented			
	CRS_TE	VRS_TE	SCALE	RTS
BOS	0.999201	0.999557	0.999643	drs
BKN	0.988707	0.988913	0.999792	irs
NYK	0.988531	0.989219	0.999304	irs
PHI	0.995692	0.999719	0.995972	irs
TOR	0.995899	0.995973	0.999926	irs
CHI	0.984845	0.985622	0.999211	irs
CLE	0.978617	0.982992	0.995549	irs
DET	0.999814	1.000000	0.999814	irs
IND	0.993274	0.994058	0.999211	irs
MIL	1.000000	1.000000	1.000000	-
ATL	0.999279	1.000000	0.999279	irs
CHA	1.000000	1.000000	1.000000	-
MIA	1.000000	1.000000	1.000000	-
ORL	0.985438	0.986575	0.998847	irs
WAS	0.988135	0.996175	0.991929	irs
DEN	0.992764	0.994574	0.998181	drs
MIN	0.987306	0.991791	0.995477	irs
OKC	0.992361	0.997396	0.994952	irs
POR	0.990099	0.995340	0.994734	drs
UTA	0.994544	0.994748	0.999795	irs
GSW	1.000000	1.000000	1.000000	-
LAC	0.996519	0.998799	0.997717	drs
LAL	0.997940	0.999644	0.998295	irs
PHX	1.000000	1.000000	1.000000	-
SAC	0.990396	0.990540	0.999854	irs
DAL	1.000000	1.000000	1.000000	-
HOU	1.000000	1.000000	1.000000	-
MEM	0.995513	0.995796	0.999716	irs
NOP	0.990706	0.991001	0.999703	irs
SAS	0.994552	0.996363	0.998183	irs

Πίνακας 4.6: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 3ου σεναρίου μελέτης.

		ΣΕΝΑΡΙΟ 3		
		Output oriented		
		efficient	inefficient	efficient%
2006	VRS_TE	9	21	30.00%
2007	VRS_TE	8	22	26.67%
2008	VRS_TE	13	17	43.33%
2009	VRS_TE	12	18	40.00%
2010	VRS_TE	9	21	30.00%
2011	VRS_TE	10	20	33.33%
2012	VRS_TE	10	20	33.33%
2013	VRS_TE	6	24	20.00%
2014	VRS_TE	13	17	43.33%
2015	VRS_TE	7	23	23.33%
2016	VRS_TE	9	21	30.00%
2017	VRS_TE	7	23	23.33%
2018	VRS_TE	10	20	33.33%
2019	VRS_TE	10	20	33.33%
2020	VRS_TE	9	21	30.00%

4.2.4 Σενάριο 4^ο

Στο τελευταίο σενάριο οι εισροές είναι οι ίδιες ενώ ως εκροές χρησιμοποιήθηκαν οι αγωνιστικοί δείκτες eFG%, ASTRatio, REB% και TOV%. Με αντίστοιχο σκεπτικό, κάθε ομάδα θέλει να έχει τις καλύτερες δυνατές επιδόσεις στις επιμέρους αγωνιστικές στατιστικές κατηγορίες δεδομένων και των πόρων που καταναλώνει. Σε αυτό το σενάριο η εκροή που σχετίζεται με τα λάθη (TOV%) έχει αρνητική επίδραση στην απόδοση της κάθε ομάδας. Επομένως και σε αυτή την περίπτωση τη χειριζόμαστε σαν εισροή.

Πίνακας 4.7: Αποτελέσματα 4ου σεναρίου μελέτης για το 2020.

TEAM(DMU)	2020 Output Oriented			
	CRS_TE	VRS_TE	SCALE	RTS
BOS	0.995650	0.995662	0.999988	drs
BKN	0.991185	0.993192	0.997979	irs
NYK	1.000000	1.000000	1.000000	-
PHI	1.000000	1.000000	1.000000	-
TOR	0.991022	0.995246	0.995755	drs
CHI	0.984694	0.986238	0.998434	irs
CLE	0.988579	0.994949	0.993597	irs
DET	0.999305	1.000000	0.999305	irs
IND	1.000000	1.000000	1.000000	-
MIL	1.000000	1.000000	1.000000	-
ATL	0.999681	1.000000	0.999681	irs
CHA	1.000000	1.000000	1.000000	-
MIA	0.997290	1.000000	0.997290	drs
ORL	0.991744	0.993751	0.997981	irs
WAS	0.997137	1.000000	0.997137	irs
DEN	0.996999	1.000000	0.996999	drs
MIN	0.985940	0.985967	0.999973	irs
OKC	1.000000	1.000000	1.000000	-
POR	0.993779	0.994775	0.998999	drs
UTA	0.997841	0.999932	0.997909	drs
GSW	1.000000	1.000000	1.000000	-
LAC	0.991149	0.994949	0.996180	irs
LAL	0.996764	0.996816	0.999948	drs
PHX	1.000000	1.000000	1.000000	-
SAC	0.994011	0.994860	0.999147	irs
DAL	1.000000	1.000000	1.000000	-
HOU	0.998454	1.000000	0.998453	irs
MEM	1.000000	1.000000	1.000000	-
NOP	0.994384	0.997907	0.996469	drs
SAS	1.000000	1.000000	1.000000	-

Πίνακας 4.8: Πλήθος αποδοτικών ομάδων 4ου σεναρίου μελέτης.

		ΣΕΝΑΡΙΟ 4		
		Output oriented		
		efficient	inefficient	efficient%
2006	VRS_TE	13	17	43.33%
2007	VRS_TE	14	16	46.67%
2008	VRS_TE	17	13	56.67%
2009	VRS_TE	18	12	60.00%
2010	VRS_TE	15	15	50.00%
2011	VRS_TE	20	10	66.67%
2012	VRS_TE	14	16	46.67%
2013	VRS_TE	14	16	46.67%
2014	VRS_TE	18	12	60.00%
2015	VRS_TE	17	13	56.67%
2016	VRS_TE	15	15	50.00%
2017	VRS_TE	13	17	43.33%
2018	VRS_TE	14	16	46.67%
2019	VRS_TE	15	15	50.00%
2020	VRS_TE	17	13	56.67%

4.2.5 Παρατηρήσεις

Στους παραπάνω πίνακες βλέπουμε το σκορ αποδοτικότητας (efficiency score) των ομάδων σε σταθερές και μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας για το 2020, καθώς, και το scale που αποτελεί τον λόγο των σταθερών και μεταβλητών αποδόσεων.

Όσα DMU's έχουν efficiency score ίσο με 1 λειτουργούν αποτελεσματικά. Ακόμα και τα μη αποδοτικά DMU's δεν έχουν αρκετά μικρότερο efficiency score. Δεν παρατηρούνται εξαιρετικά μεγάλες διαφορές μεταξύ των αποδόσεων των ομάδων. Επιβεβαιώνεται ότι το NBA πρόκειται για ένα πρωτάθλημα δίκαιο και σε μεγάλο βαθμό ομοιογενές όσον αφορά το καθεστώς λειτουργίας των ομάδων, όπου οι ομάδες λειτουργούν στις περισσότερες περιπτώσεις είτε στο βέλτιστο των δυνατοτήτων τους (scale=1) είτε αρκετά κοντά σε αυτό.

Στην περίπτωση που το scale efficiency είναι μικρότερο του 1 και οι ομάδες δε λειτουργούν με το βέλτιστο δυνατό τρόπο, τότε αυξάνοντας τις εισροές τους κατά ένα ποσοστό οι εκροές θα αυξάνονται είτε με μεγαλύτερο ποσοστό (irs) είτε με μικρότερο (drs). Οι περισσότερες μη αποδοτικές ομάδες ανήκουν στην πρώτη κατηγορία που σημαίνει ότι έχουν περιθώρια βελτίωσης.

Επιπρόσθετα, παρατηρούμε ότι από το δεύτερο και τέταρτο σενάριο δεν προκύπτουν μεγάλες διαφορές στην αποδοτικότητα των ομάδων και μάλιστα παραπάνω από τα μισά DMU's βγαίνουν αποδοτικά (efficiency score=1). Ειδικότερα στο δεύτερο σενάριο παρατηρούνται αρκετά υψηλές τιμές του σκορ αποδοτικότητας (μεγαλύτερο από 0.92). Πιθανώς αυτό οφείλεται, και πάλι, στον τρόπο λειτουργίας και οργάνωσης του NBA.

Από τα αποτελέσματα όλων των ετών, με μία πρώτη ματιά οι SAS έχουν την καλύτερη απόδοση, πράγμα λογικό από τη στιγμή που θεωρούνται από τις πλέον επιτυχημένες ομάδες της περιόδου μελέτης με 14 συνεχόμενες παρουσίες στα playoffs. Από την άλλη πλευρά, οι NYK έχουν τη χαμηλότερη απόδοση σε βάθος δεκαπενταετίας, το οποίο επίσης είναι λογικό με μόλις 3 παρουσίες στην post season κατά την περίοδο μελέτης. Παρ' όλα αυτά, λόγω των κανονισμών της διοργάνωσης σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας των ομάδων, δεν παρατηρούνται εξαιρετικά χαμηλές αποδόσεις των ομάδων, πράγμα που δικαιολογεί την άποψη ότι το NBA αποτελεί ένα εξαιρετικά ανταγωνιστικό πρωτάθλημα.

Σε αυτή την ενότητα δεν κρίθηκε σκόπιμο να προχωρήσουμε σε περαιτέρω ανάλυση μιας και στο επόμενο κεφάλαιο θα εμβαθύνουμε μελετώντας τους μέσους όρους των αποδόσεων των ομάδων σε βάθος χρόνου και τις αποδόσεις ανά περιφέρεια και κατηγορία (division). Τέλος, θα εξετάσουμε το σκορ αποδοτικότητας για τις πρωταθλήτριες ομάδες και για κάποιες ομάδες που παρουσιάζουν ενδιαφέρον στη χρονική περίοδο μελέτης.

Κεφάλαιο 5: Ανάλυση, Παρατηρήσεις & Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε εκτενέστερα τα αποτελέσματα της μεθόδου και θα εμβαθύνουμε περισσότερο στα σενάρια με στόχο την εξαγωγή χρήσιμων και πρακτικών συμπερασμάτων για τις ομάδες.

5.1 Μέσο σκορ αποδοτικότητας

Αρχικά, οι παρακάτω πίνακες περιέχουν το μέσο efficiency score για κάθε ομάδα για τις σεζόν 2006-2020. Επίσης, υπάρχει η κατάταξη των ομάδων ανάλογα με το efficiency score των μεταβλητών αποδόσεων.

Για το πρώτο σενάριο, παρατηρούμε ότι οι SAS, HOU και DEN και οι λιγότερο αποδοτικές ομάδες είναι οι MIN, NYK, BKN. Για το δεύτερο σενάριο, οι αποδοτικότερες ομάδες είναι οι SAS, PHI και TOR και οι λιγότερο αποδοτικές ομάδες είναι NYK, WAS, POR. Για το τρίτο σενάριο, παρατηρούμε ότι οι τρεις αποδοτικότερες ομάδες είναι οι SAS, DEN και TOR και οι λιγότερο αποδοτικές ομάδες είναι οι BKN, NYK, DET. Τέλος, για το τέταρτο σενάριο, παρατηρούμε ότι οι τρεις αποδοτικότερες ομάδες είναι οι SAS, UTA και DEN και οι λιγότερο αποδοτικές ομάδες οι BKN, WAS, LAL.

Όσον αφορά τους SAS και NYK έχει αναφερθεί ήδη ότι πρόκειται για το περισσότερο και λιγότερο αποδοτικό DMU's αντιστοίχως. Επιβεβαιώνεται, ακόμα, αυτό που σημειώθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο σχετικά με τα διαφορετικά αποτελέσματα που λαμβάνουμε.

Μελετώντας τα σκορ αποδοτικότητας των δύο πρώτων σεναρίων προκύπτουν ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις. Αρχικά, οι PHI κατατάσσονται 24^{οι} στο πρώτο σενάριο αλλά στο δεύτερο όπου λαμβάνονται υπόψη οι δαπάνες των αντιπάλων τους, λόγω της συνύπαρξής τους με χειρότερες ομάδες (NYK, BKN, WAS) βρίσκονται υψηλότερα στη 2^η θέση της κατάταξης. Αντίθετα, οι GSW ενώ σύμφωνα με το πρώτο σενάριο έχουν από τα υψηλότερα σκορ μέσης αποδοτικότητας, η συνύπαρξή τους με ομάδες που δαπανώντας λιγότερα πέτυχαν εξίσου καλά αποτελέσματα με τους GSW κατατάσσονται μεταξύ των χειρότερων ομάδων στο δεύτερο σενάριο.

Πίνακας 5.1: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 1^ο σενάριο μελέτης.

TEAM	Output oriented Scenario 1	
	VRS_TE	RANK
BOS	0.92213	11
BKN	0.84652	28
NYK	0.84452	29
PHI	0.88056	24
TOR	0.93054	7
CHI	0.92463	10
CLE	0.89678	17
DET	0.87637	25
IND	0.93164	6
MIL	0.88647	22
ATL	0.90018	15
CHA	0.85654	27
MIA	0.89414	20
ORL	0.89458	19
WAS	0.88332	23
DEN	0.94451	3
MIN	0.84106	30
OKC	0.94069	5
POR	0.91140	13
UTA	0.93052	8
GSW	0.94330	4
LAC	0.92082	12
LAL	0.89862	16
PHX	0.88799	21
SAC	0.86178	26
DAL	0.92873	9
HOU	0.94657	2
MEM	0.89592	18
NOP	0.90257	14
SAS	0.97745	1

Πίνακας 5.2: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 2ο σενάριο μελέτης.

TEAM	Output oriented Scenario 2	
	VRS_TE	RANK
BOS	0.99927	17
BKN	0.99936	15
NYK	0.99857	30
PHI	0.99981	2
TOR	0.99975	3
CHI	0.99957	9
CLE	0.99905	25
DET	0.99904	26
IND	0.99920	20
MIL	0.99925	19
ATL	0.99968	4
CHA	0.99946	11
MIA	0.99898	27
ORL	0.99913	23
WAS	0.99881	29
DEN	0.99961	8
MIN	0.99938	14
OKC	0.99926	18
POR	0.99895	28
UTA	0.99967	5
GSW	0.99909	24
LAC	0.99943	13
LAL	0.99915	21
PHX	0.99963	7
SAC	0.99944	12
DAL	0.99915	22
HOU	0.99952	10
MEM	0.99963	6
NOP	0.99929	16
SAS	0.99988	1

Μία ακόμα παρατήρηση είναι η εξής: Όσο πιο ομοιογενής είναι η σύσταση μιας division, όσον αφορά το μέγεθος των αγορών που εδρεύουν οι ομάδες, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά στην κατάταξη του μέσου σκορ αποδοτικότητας μεταξύ των σεναρίων 1 και 2. Αυτό οφείλεται πιθανώς ότι σε μια division που όλες οι ομάδες βρίσκονται στην ίδια κατάσταση, αναφορικά με τους στόχους και τις δυνατότητές τους, και εφαρμόζουν παρόμοιες στρατηγικές, η επιτυχία μιας ομάδας καθιστά την αποτυχία των αντιπάλων της ακόμα μεγαλύτερη. Αντίστοιχα, στις πιο ανομοιογενής divisions

μπορεί κάθε ομάδα να επιτυγχάνει τους δικούς της στόχους χωρίς να επηρεάζεται τόσο έντονα από την επιτυχία ή αποτυχία των υπολοίπων.

Πίνακας 5.3: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 3ο σενάριο μελέτης.

TEAM	Output oriented Scenario 3	
	VRS_TE	RANK
BOS	0.99195	23
BKN	0.98904	30
NYK	0.98943	29
PHI	0.99111	25
TOR	0.99651	3
CHI	0.99376	14
CLE	0.99309	17
DET	0.99061	28
IND	0.99437	10
MIL	0.99188	24
ATL	0.99416	11
CHA	0.99076	27
MIA	0.99103	26
ORL	0.99333	16
WAS	0.99218	22
DEN	0.99711	2
MIN	0.99296	19
OKC	0.99619	4
POR	0.99383	13
UTA	0.99505	8
GSW	0.99588	5
LAC	0.99397	12
LAL	0.99254	21
PHX	0.99497	9
SAC	0.99371	15
DAL	0.99555	6
HOU	0.99550	7
MEM	0.99297	18
NOP	0.99267	20
SAS	0.99835	1

Πίνακας 5.4: Μέσο σκορ αποδοτικότητας και κατάταξη ομάδων ανάλογα με τις μεταβλητές αποδόσεις για το 4ο σενάριο μελέτης.

TEAM	Output oriented Scenario 4	
	VRS_TE	RANK
BOS	0.99623	19
BKN	0.99358	30
NYK	0.99513	26
PHI	0.99556	22
TOR	0.99792	7
CHI	0.99722	13
CLE	0.99749	10
DET	0.99610	20
IND	0.99542	25
MIL	0.99571	21
ATL	0.99821	6
CHA	0.99684	16
MIA	0.99723	12
ORL	0.99762	9
WAS	0.99385	29
DEN	0.99914	3
MIN	0.99673	18
OKC	0.99901	5
POR	0.99555	23
UTA	0.99921	2
GSW	0.99694	15
LAC	0.99717	14
LAL	0.99468	28
PHX	0.99678	17
SAC	0.99549	24
DAL	0.99902	4
HOU	0.99731	11
MEM	0.99487	27
NOP	0.99767	8
SAS	0.99952	1

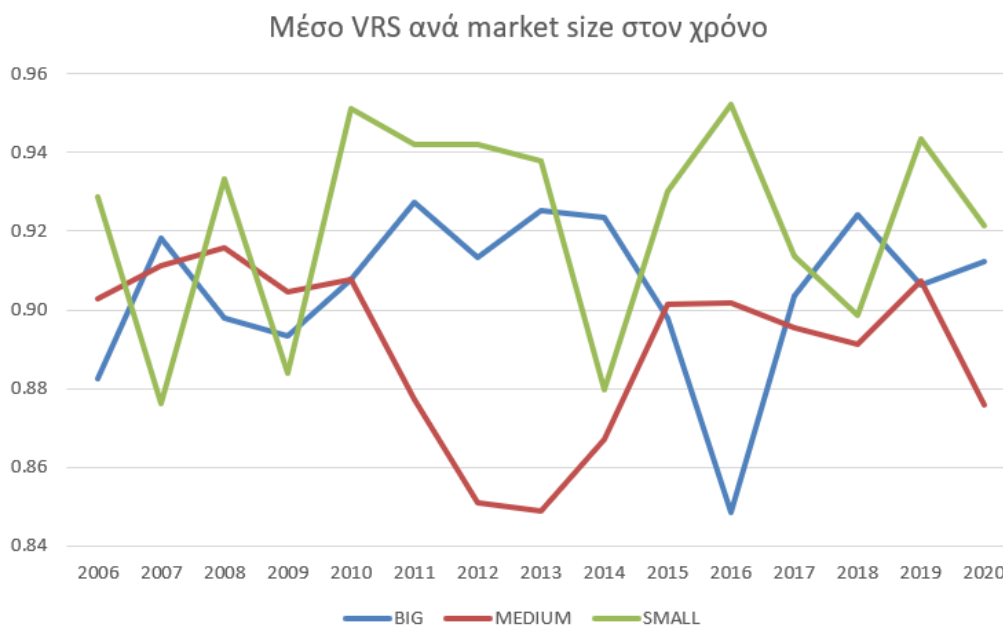
Επιπρόσθετα, υπάρχει η τάση ομάδες μεγαλύτερων αγορών να θέλουν να γίνουν άμεσα ανταγωνιστικές και να δυσκολεύονται να προβούν σε ριζικές αλλαγές όταν τα πράγματα δεν πηγαίνουν καλά. Συνεπώς, ενδιαφέρον θα είχε να δούμε τα efficiency scores σε συνδυασμό με το μέγεθος της «αγοράς» που εδρεύει κάθε ομάδα (market size) των ομάδων.

Στα ακόλουθα διαγράμματα (εικόνες 5.1, 5.2 και 5.3) φαίνεται το μέσο σκορ αποδοτικότητας ανά μέγεθος της αγοράς στην πάροδο του χρόνου της δεκαπενταετίας

που μελετάμε. Γενικά, παρατηρούμε ότι κατά μέσο όρο οι ομάδες που εδρεύουν σε μικρές αγορές παρουσιάζουν μέσα στην περίοδο μελέτης μεγαλύτερη αποδοτικότητα σε σχέση με τις μεσαίες και τις μεγάλες αγορές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχουν ομάδες με πολύ καλές αγωνιστικές επιδόσεις (SAS, DEN, UTA).

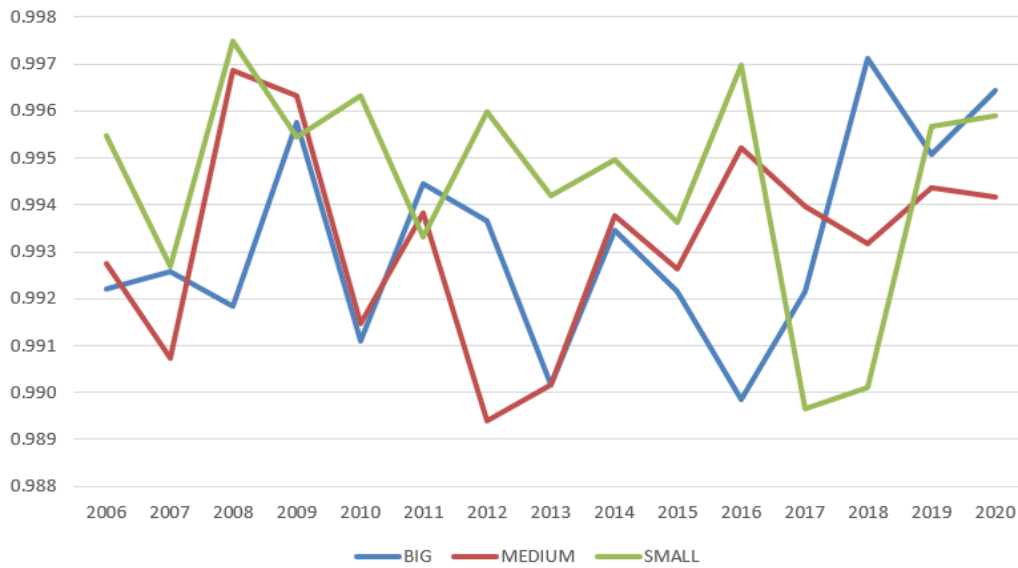
Όσον αφορά το πρώτο σενάριο (Εικόνα 5.1), το οποίο αφορά τη μεγιστοποίηση των νικών, φαίνεται οι μικρές αγορές να αποδίδουν αρκετά καλά και μάλιστα καλύτερα σε σχέση με μεγαλύτερες αγορές στη μεγαλύτερη διάρκεια της δεκαπενταετίας. Χαμηλότερη αποδοτικότητα φαίνεται να έχουν ομάδες μεσαίων αγορών.

Εικόνα 5.1: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 1^ο σενάριο.



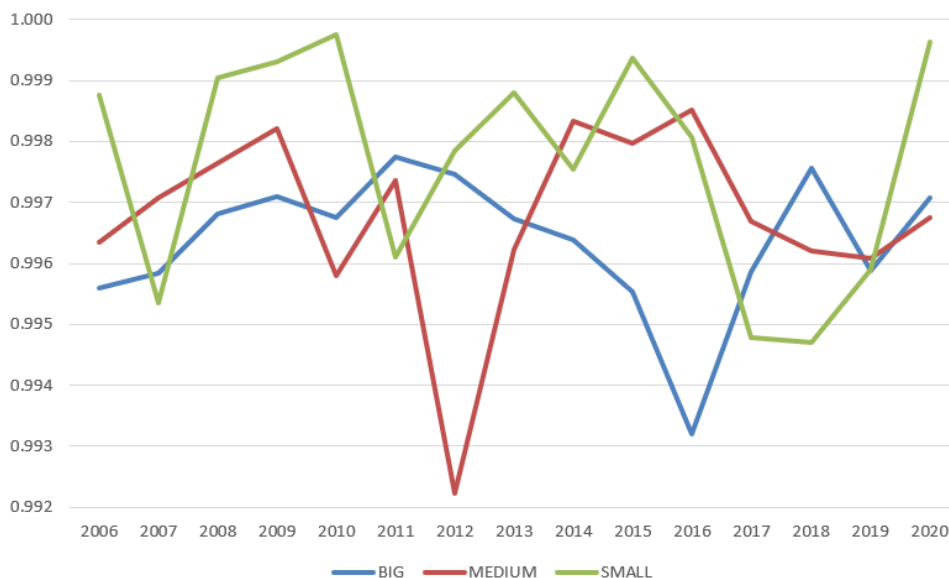
Στο τρίτο σενάριο μελέτης (Εικόνα 5.2), στο οποίο εμπλέκονται η επιθετική και αμυντική επίδοση, παρατηρούμε ότι οι μεσαίες και μεγάλες αγορές αποδίδουν καλύτερα σε σχέση με το πρώτο σενάριο. Μάλιστα κατά την περίοδο 2015-2018, όπου βάσει του πρώτου σεναρίου οι μεσαίες είναι αποδοτικότερες από τις μεγάλες αγορές, εδώ παρουσιάζονται ακόμα πιο αποδοτικές (με μεγαλύτερη διαφορά). Γενικά στο σενάριο αυτό παρατηρούνται περισσότερα σκαμπανεβάσματα σε σχέση με τα υπόλοιπα δύο σενάρια.

Εικόνα 5.2: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 3^ο σενάριο.
Μέσο VRS ανά market size στον χρόνο (σενάριο 3)



Αναφορικά με το τέταρτο σενάριο (Εικόνα 5.3), θα έλεγε κανείς ότι αποτυπώνεται μια σύνθεση των εικόνων των δύο προηγούμενων σεναρίων.

Εικόνα 5.3: Μέσο σκορ αποδοτικότητας (VRS) ανά market size στην πάροδο του χρόνου για το 4^ο σενάριο.
Μέσο VRS ανά market size στον χρόνο (σενάριο 4)



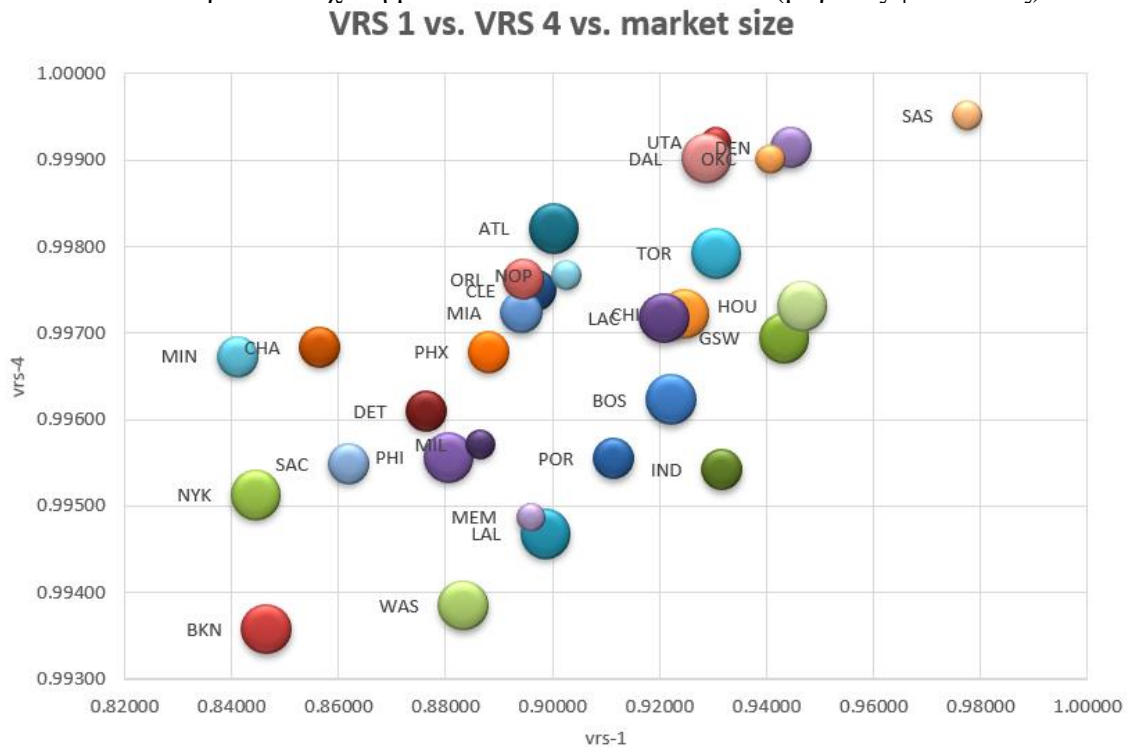
Στο παρακάτω διάγραμμα (Εικόνα 5.4) παρουσιάζεται η μέση αποδοτικότητα ανά τα χρόνια μελέτης των ομάδων του τέταρτου σεναρίου (άξονας Y) σε σχέση με αυτή του πρώτου σεναρίου (άξονας X) και το μέγεθος της αγοράς που εδρεύουν (μέγεθος φυσαλίδας). Όσο πιο πάνω βρίσκεται μια ομάδα τόσο αποδοτικότερη είναι σε σχέση

με τα αγωνιστικά της στατιστικά ενώ όσο πιο δεξιά βρίσκεται τόσο μεγαλύτερη είναι η αποδοτικότητα της αναφορικά με το αγωνιστικό αποτέλεσμα (τις νίκες).

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι οι SAS είναι η αποδοτικότερη ομάδα της δεκαπενταετίας (2006-2020) τόσο ως προς τα αγωνιστικά αποτελέσματα που πετυχαίνει όσο και ως προς τα αγωνιστικά στατιστικά της ταυτόχρονα. Να σημειωθεί ότι πρόκειται για ομάδα με έδρα σε μικρή αγορά, όπως οι UTA και DEN οι οποίες επίσης βρίσκονται αρκετά ψηλά στην μέση αποδοτικότητα με γνώμονα την μεγιστοποίηση των στατιστικών αλλά και των νικών τους. Επιβεβαιώνονται, λοιπόν, και όσα αναφέρθηκαν παραπάνω για την αποδοτικότητα των μικρών αγορών συγκριτικά με τις μεγαλύτερες.

Από την άλλη πλευρά, το BKN είναι μία από τις λιγότερο αποδοτικές ομάδες τόσο ως προς τα αγωνιστικά της αποτελέσματα όσο και την εικόνα του στο γήπεδο. Η NYK είναι ελαφρώς αποδοτικότερη από το BKN όσον αφορά τα αγωνιστικά στατιστικά του ενώ η WAS παρουσιάζεται σε μικρό βαθμό αποδοτικότερη αναφορικά με τα αποτελέσματα που πετυχαίνει. Να σημειωθεί ότι οι τρεις αυτές ομάδες εδρεύουν σε μεγάλες αγορές.

Εικόνα 5.4: Μέσο σκορ αποδοτικότητας των ομάδων (VRS) στην πάροδο του χρόνου του 4^{ου} σεναρίου σε σχέση με του 1^{ου} και το market size (μέγεθος φυσαλίδας).



Θα είχε νόημα σε βάθος δεκαπενταετίας να δούμε πόσες φορές έχει υπάρξει μια ομάδα αποδοτική αλλά και πόσες φορές έχει λειτουργήσει, τηρουμένων των δικών της αναλογιών, με το βέλτιστο τρόπο. Τα αποτελέσματα φαίνονται ακολούθως (Πίνακες 5.5 & 5.6)

Πίνακας 5.5: Πλήθος σεζόν με μέγιστο efficiency score και scale ανά ομάδα (Σενάρια 1 & 2)

TEAMS	SCENARIO 1		SCENARIO 2	
	VRS	SCALE	VRS	SCALE
BOS	1	8	6	2
BKN	0	9	8	5
NYK	1	4	5	5
PHI	2	8	11	9
TOR	4	9	11	9
CHI	4	11	10	9
CLE	4	7	8	7
DET	2	10	4	3
IND	2	10	7	6
MIL	2	7	6	6
ATL	1	13	9	8
CHA	1	13	7	7
MIA	2	4	6	5
ORL	2	7	8	7
WAS	3	10	6	5
DEN	5	12	11	11
MIN	1	8	8	5
OKC	4	8	8	8
POR	0	5	8	6
UTA	0	8	8	6
GSW	5	8	7	7
LAC	2	7	6	4
LAL	4	9	7	6
PHX	3	11	10	8
SAC	2	10	8	8
DAL	3	8	8	7
HOU	1	10	9	7
MEM	1	7	9	6
NOP	2	8	8	8
SAS	6	11	13	11

Πίνακας 5.6: Πλήθος σεζόν με μέγιστο efficiency score και scale ανά ομάδα (Σενάρια 3 & 4)

TEAMS	SCENARIO 3		SCENARIO 4	
	VRS	SCALE	VRS	SCALE
BOS	1	3	6	4
BKN	1	2	2	3
NYK	1	2	5	4
PHI	4	3	8	7
TOR	5	7	9	9
CHI	6	6	9	8
CLE	4	4	10	6
DET	3	2	6	4
IND	4	4	7	4
MIL	4	3	5	3
ATL	5	4	10	8
CHA	4	4	9	10
MIA	3	4	10	8
ORL	5	4	7	6
WAS	4	4	5	4
DEN	8	7	13	12
MIN	2	2	6	5
OKC	8	6	10	5
POR	5	3	8	6
UTA	5	4	11	10
GSW	8	6	7	8
LAC	5	3	9	6
LAL	4	4	5	3
PHX	7	7	9	9
SAC	5	4	6	7
DAL	7	6	10	10
HOU	7	7	8	5
MEM	4	2	6	6
NOP	4	3	7	7
SAS	9	9	11	11

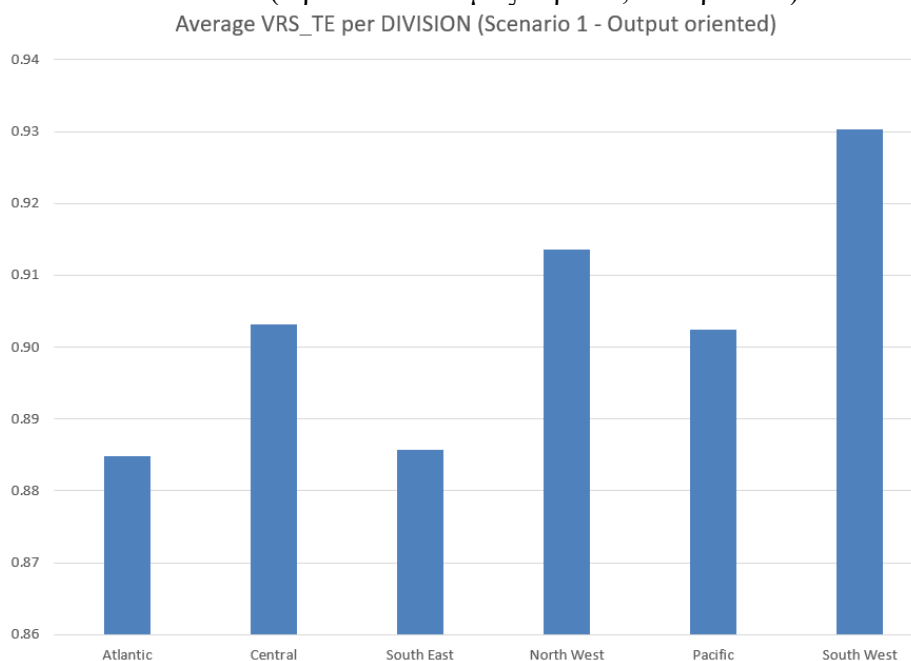
Αρχικά, παρατηρούμε ότι υπάρχουν ομάδες που ενώ δεν έχουν υπάρξει αρκετές χρονιές αποδοτικές λειτούργησαν στο μέγιστο των δυνατοτήτων τους. Οι ομάδες, που παρότι έχουν λειτουργήσει στο βέλτιστο βαθμό και δεν έχουν πετύχει τα ανάλογα αγωνιστικά αποτελέσματα ούτε θεωρούνται αποδοτικές, ίσως πρέπει να κινηθούν διαφορετικά για να μπορούν να διεκδικήσουν κάτι καλύτερο.

5.2 Αποδοτικότητα ανά κατηγορία (division) και περιφέρεια (conference)

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της αποδοτικότητας των κατηγοριών (division). Στόχος είναι να εξετάσουμε ποια από αυτές είναι αποδοτικότερη και έχει τις περισσότερες αποδοτικές ομάδες αναφορικά με τις αγωνιστικές επιδόσεις τους και τη συγκομιδή νικών. Επιλέγονται, λοιπόν, το πρώτο και τέταρτο σενάριο από αυτά που αναπτύχθηκαν παραπάνω.

Αρχικά, στα επόμενα διαγράμματα βλέπουμε το μέση σκορ αποδοτικότητας των μεταβλητών αποδόσεων ανά κατηγορία (division) για το χρονικό διάστημα 2006-2020. Από τον προσανατολισμό εκροών (Εικόνα 5.5) προκύπτει ότι κατά σειρά φθίνουσας αποδοτικότητας οι κατηγορίες έχουν ως εξής: Southwest, Northwest, Central, Pacific, Southeast, Atlantic. «Δίκαια» η Atlantic κατέχει την τελευταία θέση έχοντας σταθερά μη αποδοτικές ομάδες, όπως οι NYK και οι BKN. Από την άλλη, η Southwest αποτελείται από την πιο αποδοτική ομάδα της δεκαπενταετίας, τους SAS, αλλά και άλλες αποδοτικές όπως οι HOU.

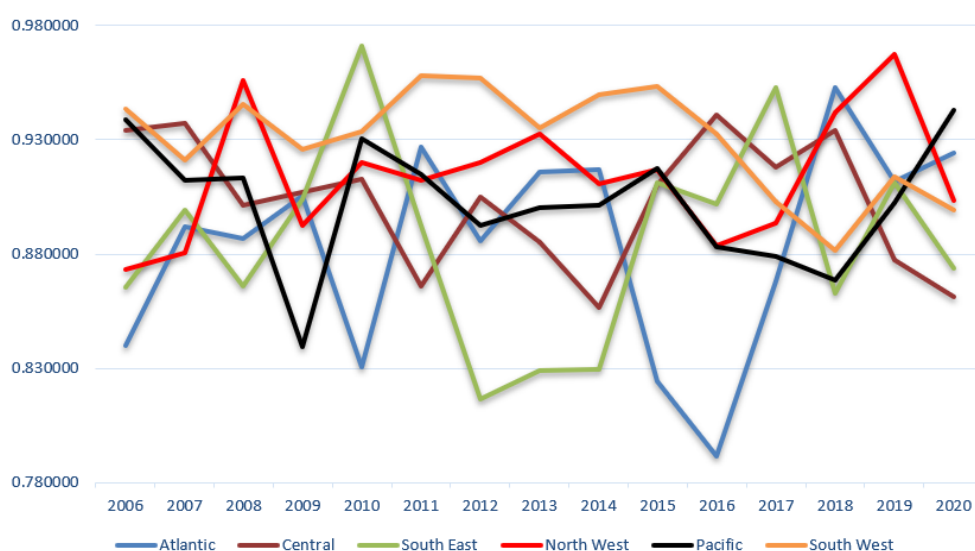
Εικόνα 5.5: Μέσο σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Προσανατολισμός εκροών, Σενάριο 1ο).



Ακολουθώς, βλέπουμε τη χρονική εξέλιξη των σκορ αποδοτικότητας για κάθε division. Στο πρώτο διάγραμμα (Εικόνα 5.6) από τον προσανατολισμό εκροών, φαίνεται ότι η χαμηλή θέση της Atlantic, όσον αφορά την απόδοση των ομάδων της, οφείλεται σε μια σταθερά χαμηλή αποδοτικότητά τους. Αντίστοιχα η Southwest, ενώ δεν έχει τα καλύτερα σκορ αποδοτικότητας σε σχέση με τις υπόλοιπες κατηγορίες, είναι σταθερά ψηλά και ως εκ τούτου έχει συνολικά τη μεγαλύτερη αποδοτικότητα (για την περίοδο μελέτης). Επίσης, η Southeast παρουσιάζει скаμπανεβάσματα στην αποδοτικότητά της ενώ οι υπόλοιπες φαίνεται να έχουν κάποια περίοδο σχετικά σταθερή αλλά και αυτές έχουν περιόδους πτώσης και ανόδου.

Εικόνα 5.6: Χρονική εξέλιξη μέσου σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Προσανατολισμός εκροών).

**VRS_TE per DIVISION for 2006-2020
(Output oriented-Scenario 1)**



Στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 5.7) φαίνεται η θέση κατάταξης των κατηγοριών ανά αγωνιστική σεζόν ανάλογα με τη μέση αποδοτικότητα των ομάδων τους. Επιβεβαιώνονται και από εδώ τα παραπάνω συμπεράσματα. Πιο συγκεκριμένα, οι πιο αποδοτικές ομάδες ανήκουν στη Southwest και οι λιγότερο αποδοτικές στην Atlantic. Τέλος, η Southeast φαίνεται να είναι η κατηγορία με τις πιο απότομες διακυμάνσεις στην αποδοτικότητα των ομάδων της, αφού βλέπουμε ότι είχαν απότομη άνοδο (2010) και ακολούθησε ακόμη πιο απότομη πτώση (2011, 2018). Να σημειωθεί ότι η κατηγορία αυτή δεν έχει καμία ομάδα με έδρα σε μικρή αγορά.

Πίνακας 5.7: Θέση κατάταξης των κατηγοριών ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητας (VRS_TE output oriented).

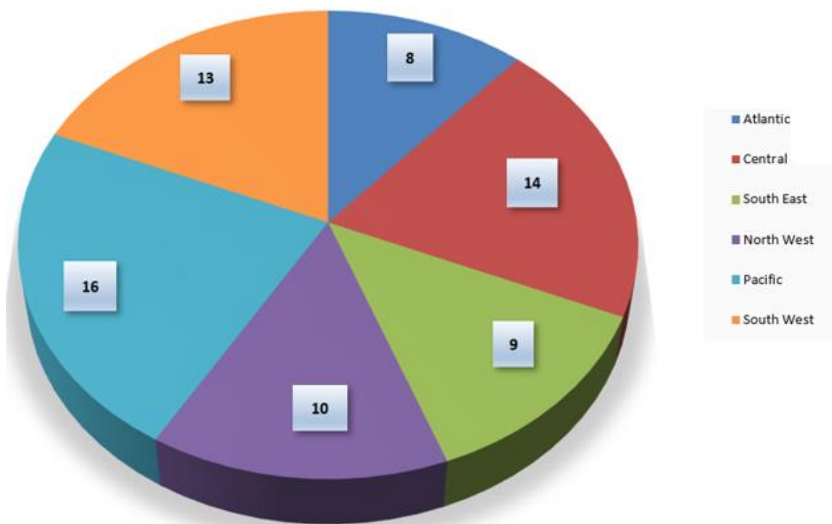
Division	Atlantic	Central	Southeast	Northwest	Pacific	Southwest
2006	6	3	5	4	2	1
2007	5	1	4	6	3	2
2008	5	4	6	1	3	2
2009	3	2	4	5	6	1
2010	6	5	1	4	3	2
2011	2	6	5	4	3	1
2012	5	3	6	2	4	1
2013	3	5	6	2	4	1
2014	2	5	6	3	4	1
2015	6	5	4	3	2	1
2016	6	1	3	4	5	2
2017	6	2	1	4	5	3
2018	1	3	6	2	5	4
2019	3	6	4	1	5	2
2020	2	6	5	3	1	4

Στο διάγραμμα της εικόνας 5.7 βλέπουμε το πλήθος των αποδοτικών ομάδων (με αποδοτικότητα ίση με 1) ανά division. Το γεγονός που προκαλεί εντύπωση είναι ότι η Pacific, με το τέταρτο μεγαλύτερο μέσο σκορ αποδοτικότητας (μεταβλητών αποδόσεων) και με μόλις μία χρονιά στην πρώτη θέση αποδοτικότητας (Πίνακας 5.7), είναι η κατηγορία με τις περισσότερες αποδοτικές ομάδες. Αυτό δικαιολογείται, καθώς αποτελεί την division με τις λιγότερες εκπροσώπους στα playoffs, 31 παρουσίες, έχει τις περισσότερες πρωταθλήτριες ομάδες και μάλιστα τις διπλάσιες σε σχέση με την αμέσως επόμενη κατηγορία (Πίνακας 5.8).

Πίνακας 5.8: Πλήθος αποδοτικών ομάδων (Eff) ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητας (VRS_TE output oriented) και παρουσιών στα playoffs (PO) των ομάδων ανά κατηγορία (division)²³.

DIVISION	Atlantic		Central		Southeast		Northwest		Pacific		Southwest	
	Eff	PO	Eff	PO	Eff	PO	Eff	PO	Eff	PO	Eff	PO
2006	0	1	1	5	0	2	0	1	2	4	1	3
2007	1	2	1	3	0	3	0	2	1	3	1	3
2008	1	3	1	2	0	3	2	2	0	2	1	4
2009	0	2	1	3	1	3	1	3	1	1	1	4
2010	0	1	1	3	2	4	0	4	3	2	0	2
2011	1	3	1	2	0	3	1	3	1	1	1	4
2012	0	3	2	2	0	3	1	3	0	2	2	3
2013	0	3	0	3	0	2	2	2	1	3	2	3
2014	2	2	0	2	0	4	1	2	0	2	1	4
2015	0	3	0	3	2	2	1	1	2	2	0	5
2016	0	2	2	3	0	3	0	2	2	2	2	4
2017	0	2	1	4	2	2	0	3	1	2	0	3
2018	2	3	1	3	0	2	0	4	0	1	1	3
2019	1	4	1	3	1	1	1	4	1	2	0	2
2020	0	4	1	2	1	2	0	4	1	2	0	2
SUM	8	38	14	43	9	39	10	40	16	31	13	49

Εικόνα 5.7: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία (division) για το 1ο σενάριο.
Efficient teams per DIVISION (Scenario 1-Output oriented)

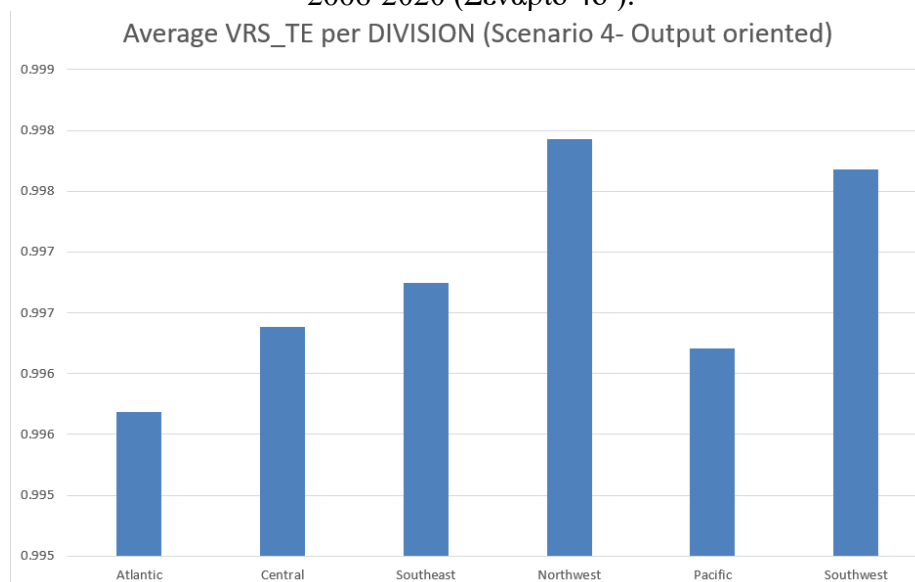


Για το τέταρτο σενάριο παρατηρούμε ότι κατά σειρά φθίνουσας αποδοτικότητας οι κατηγορίες έχουν ως εξής: Northwest, Southwest, Southeast, Central, Pacific και

²³ Με μπλε σημειώνονται τα νούμερα που αντιστοιχούν σε περιφέρειες που ανήκει η πρωταθλήτρια ομάδα την συγκεκριμένη αγωνιστική σεζόν.

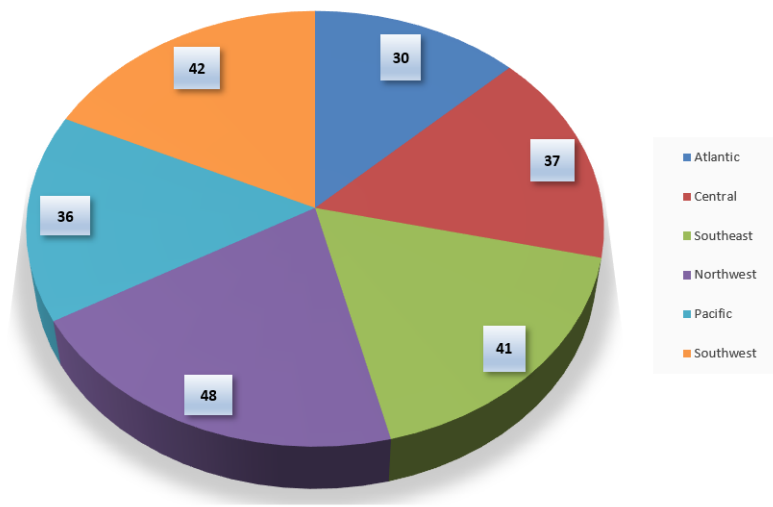
Atlantic (Εικόνα 5.8). Και πάλι η Atlantic βρίσκεται στην τελευταία θέση με βάση τη μέση αποδοτικότητα των ομάδων της. Η Southwest δεν είναι πρώτη πλέον αλλά συνεχίζει να έχει υψηλή αποδοτικότητα. Καλύτερο σκορ αποδοτικότητας έχει η Northwest στην οποία υπάρχουν ομάδες αρκετά αποδοτικές, όπως DEN και UTA. Η κατάταξη αυτή εξηγείται αν αναλογιστούμε ότι η Northwest παρ' ότι αποτελείται από ομάδες μικρών αγορών είναι τρίτη σε παρουσίες στα playoffs (40, πίνακας 16). Επομένως, στο σενάριο αυτό που λαμβάνει υπόψη στατιστικά στοιχεία του παιχνιδιού, γίνεται εμφανές ότι οι ομάδες αυτές έχουν πετύχει καλές αγωνιστικές επιδόσεις δαπανώντας λιγότερους πόρους.

Εικόνα 5.8: Μέσο σκορ αποδοτικότητας ανά κατηγορία (division) για την περίοδο 2006-2020 (Σενάριο 4ο).



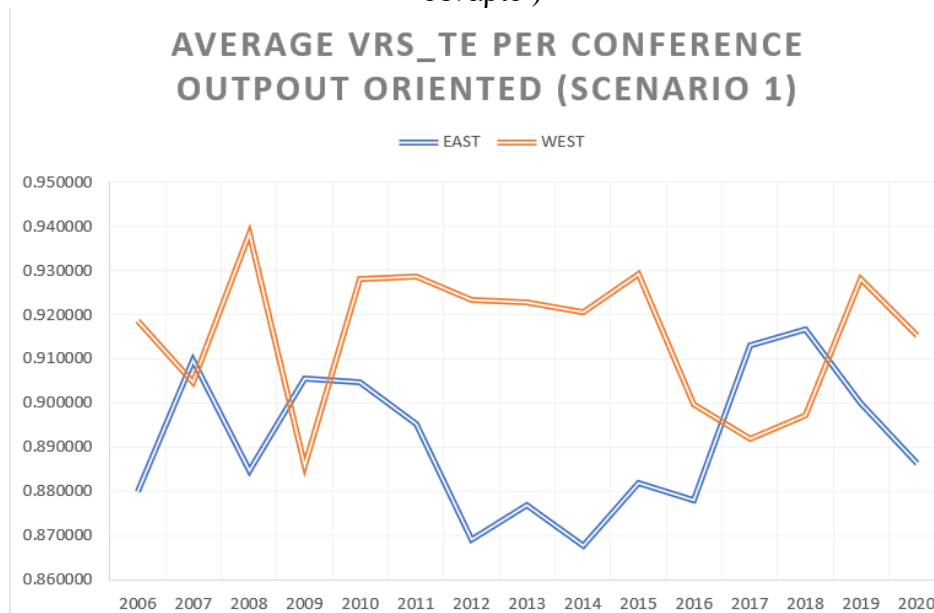
Όσον αφορά το πλήθος των αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία, παρατηρούμε από το διάγραμμα της εικόνας 5.9 ότι οι περισσότερες ανήκουν στη Northwest και ακολούθως στις Southeast και Southwest. Επίσης, παρατηρούμε ότι σε αυτό το σενάριο ο αριθμός των αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία είναι πολύ μεγαλύτερος σε σχέση με το πρώτο σενάριο, και δε μας βοηθά να έχουμε ξεκάθαρη εικόνα για το ποιες λειτουργούν πραγματικά αποδοτικά.

Εικόνα 5.9: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά κατηγορία (division) για το 1ο σενάριο.
Efficient teams pre DIVISION (Scenario 4-Output oriented)



Αναφορικά με τις περιφέρειες, η Δύση φαίνεται να έχει περισσότερες αποδοτικές ομάδες από αυτές της Ανατολής (Εικόνα 5.10) που προκύπτει από το σενάριο 1 στο οποίο εμφανίζονται πιο έντονα οι διαφορές. Δεν είναι τυχαίο ότι στην Ανατολή οι 8 από τις 15 ομάδες έχουν έδρα σε μεγάλες αγορές και μόλις 1 είναι σε μικρή, πράγμα που επηρεάζει το στρατηγικό πλάνο τους.

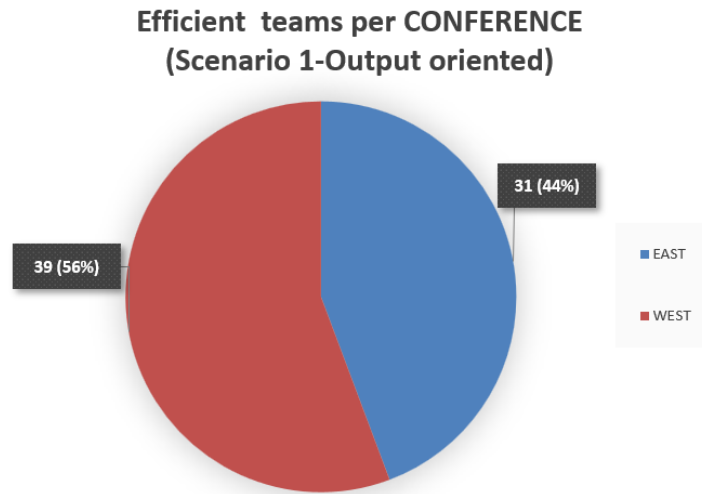
Εικόνα 5.10: Μέση αποδοτικότητα ανά περιφέρεια (conference) για το 2006-2020 (1ο σενάριο)



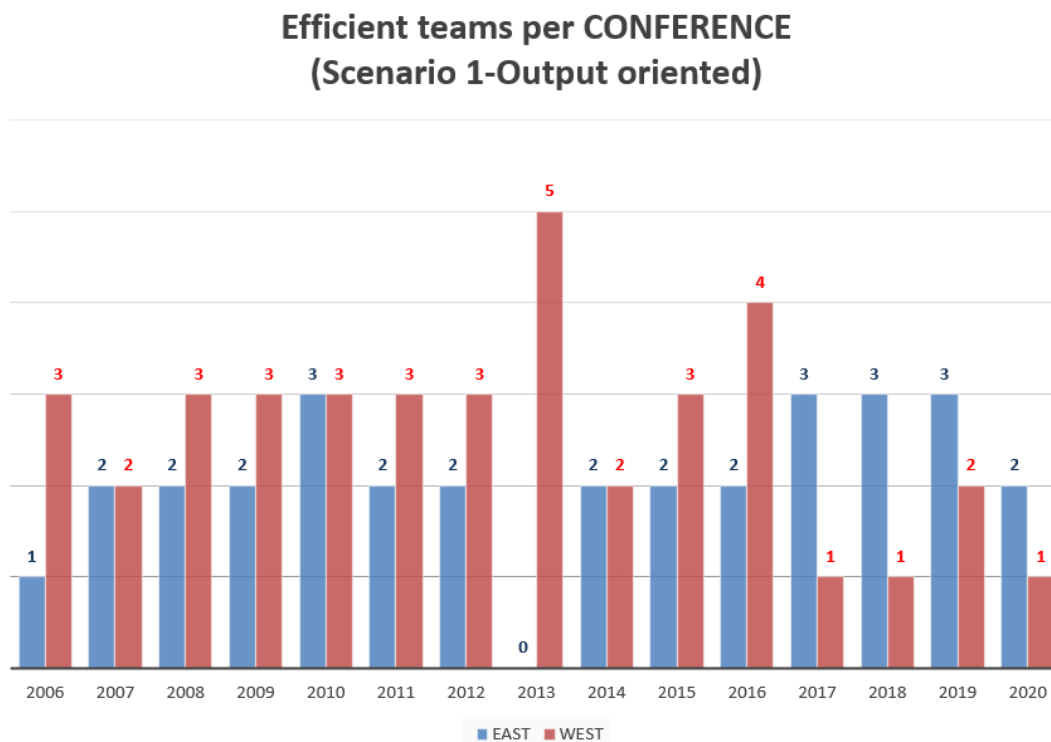
Επιπλέον, σύμφωνα με τα efficiency scores (σενάριο 1) βλέπουμε στις εικόνες 5.11 και 5.12 ότι η Δύση περιέχει τις περισσότερες αποδοτικές ομάδες της περιόδου μελέτης.

Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια (από το 2017 και μετά) έχει αλλάξει η εικόνα με την Ανατολή να υπερτερεί.

Εικόνα 5.11: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά περιφέρεια (1ο σενάριο)



Εικόνα 5.12: Πλήθος αποδοτικών ομάδων ανά περιφέρεια (conference) για το 2006-2020 (1ο σενάριο)



Αυτό σε συνδυασμό με όσα είδαμε νωρίτερα για τις κατηγορίες (division) ενισχύει την άποψη ότι το NBA έχει οργανωθεί με τρόπο τέτοιο ώστε όλες οι ομάδες να έχουν

ευκαιρίες να πρωταγωνιστήσουν, αν κινηθούν σωστά. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε είναι η αποδοτικότητα των πρωταθλητριών ομάδων.

5.3 Αποδοτικότητα πρωταθλητών NBA

Στον πίνακα 5.9 παρουσιάζονται οι πρωταθλήτριες ομάδες του NBA για τις σεζόν 2006-2020 καθώς και τα σκορ αποδοτικότητας από το πρώτο σενάριο²⁴. Παρατηρούμε ότι 8 από τις 15 ομάδες είναι πλήρως αποδοτικές, ενώ υπάρχουν πρωταθλήτριες ομάδες με σκορ αποδοτικότητας μικρότερο της μονάδας. Οι λιγότερο αποδοτικοί πρωταθλητές είναι οι MIA το 2012 και 2013. Ενδεικτικά, να σημειωθεί ότι οι MIA έκαναν υπέρβαση όσον αφορά τα οικονομικά συμβόλαια των παικτών 22 εκ. δολάρια πάνω από salary cap και 10 πάνω από φόρο πολυτελείας) προκειμένου να αποκτήσουν κάποιους υψηλής ποιότητας παίκτες (James, Wade και Bosh). Για το ρόστερ που είχαν, όμως, το 2012 δε φαίνεται να πέτυχαν το μέγιστο των δυνατοτήτων τους (100%) στην κανονική περίοδο, περνώντας στα playoffs από τη δεύτερη θέση στην περιφέρειά τους.

Ένα ακόμα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση των GSW. Συγκεκριμένα, το 2015 και 2017 έχοντας στηριχτεί σε ένα πιο μακροπρόθεσμο πλάνο κατέκτησαν το πρωτάθλημα, σημειώνοντας 67 νίκες στην κανονική περίοδο (και 15 ήττες) ξεπερνώντας salary cap (< 10 εκ. δολάρια) αλλά όχι τον φόρο πολυτελείας και έχοντας το 14^ο μεγαλύτερο payroll στο NBA σε αμφότερες περιπτώσεις. Το 2018 κατέκτησαν και πάλι το πρωτάθλημα πετυχαίνοντας αυτή τη φορά 58 νίκες στην κανονική περίοδο και έχοντας το 2^ο μεγαλύτερο payroll (max contract του Curry) αλλά με 40 εκ. δολάρια πάνω από salary cap και 20 πάνω από τον φόρο πολυτελείας. Παρατηρούμε ότι τη δεύτερη χρονιά το σκορ αποδοτικότητας μειώθηκε, μιας και η ομάδα κλήθηκε να δαπανήσει περισσότερους πόρους προκειμένου να διατηρήσουν τον κορμό της χωρίς να επαναλάβει αντίστοιχα καλή επίδοση στην κανονική περίοδο.

²⁴ Στο Παράρτημα VI φαίνονται οι αντίστοιχοι πίνακες και για τα υπόλοιπα σενάρια, τα οποία δεν αναπτύσσονται εδώ περεταίρω, καθώς δε έδιναν κάποια επιπλέον πληροφορία.

Πίνακας 5.9: Σκορ αποδοτικότητας πρωταθλητών NBA (σενάριο 1ο)

TEAM	MARKET SIZE	Scenario 1
		VRS_TE (Output)
MIA 2006	2	0.951242
SAS 2007	1	0.987886
BOS 2008	3	1
LAL 2009	3	1
LAL 2010	3	1
DAL 2011	3	0.979710
MIA 2012	2	0.886192
MIA 2013	2	0.895426
SAS 2014	1	1
GSW 2015	3	1
CLE 2016	2	1
GSW 2017	3	1
GSW 2018	3	0.975289
TOR 2019	3	1
LAL 2020	3	0.990546

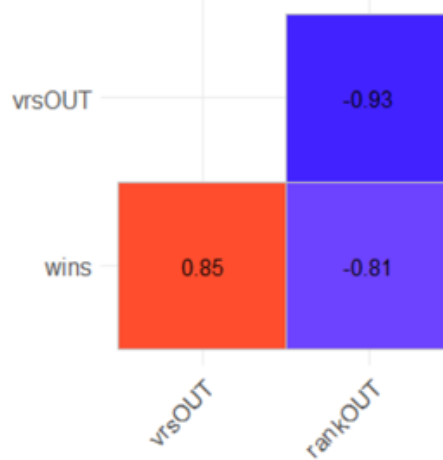
5.4 Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας

Έχοντας δει τα παραπάνω θα είχε ενδιαφέρον να μελετήσουμε την αντίστροφη διαδικασία, με την έννοια να εξετάσουμε τι σχέση των σκορ αποδοτικότητας με το πλήθος νικών της κανονικής περιόδου που πετυχαίνει μια ομάδα. Υποθέτουμε 450 παρατηρήσεις (15 έτη * 30 ομάδες) με δεδομένα τις νίκες, τα efficiency vrs scores (vrsOUT) καθώς και τις αντίστοιχες θέσεις κατάταξης των ομάδων βάσει των σκορ αποδοτικότητας (rankOUT).

Αρχικά, φαίνεται ακολούθως ο συντελεστής συσχέτισης Pearson (Εικόνα 5.13). Οι νίκες έχουν υψηλή, θετική, γραμμική συσχέτιση με το VRS_TE-output-oriented και αρνητική με το αντίστοιχο rank-output-oriented²⁵.

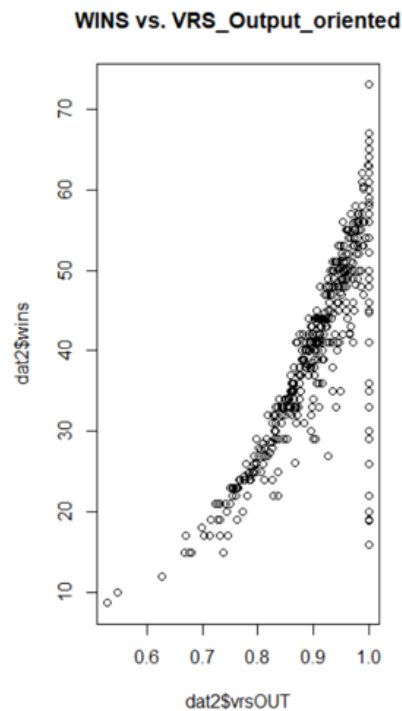
²⁵ Η αρνητική συσχέτιση οφείλεται στο γεγονός ότι οι χαμηλές τιμές της θέσης κατάταξης σημαίνει ότι έκαναν περισσότερες νίκες αφού τερμάτισαν στις υψηλότερες θέσεις της κανονικής περιόδου.

Εικόνα 5.13: Συντελεστής συσχέτισης Pearson πλήθους νικών κανονικής περιόδου, σκορ αποδοτικότητα VRS_TE-output-oriented και θέσης κατάταξης ανάλογα με τα σκορ αποδοτικότητα, rank-output-oriented.



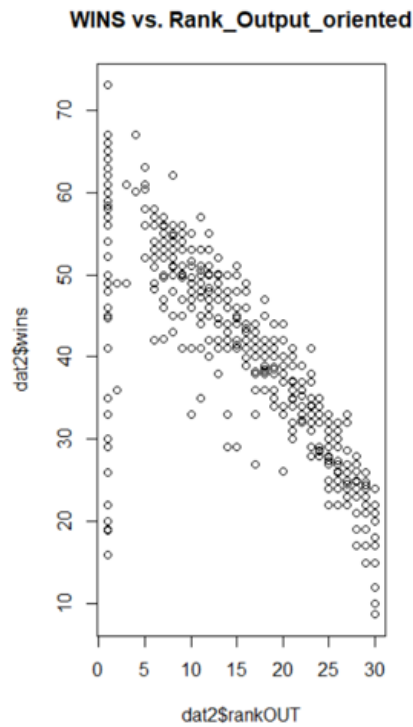
Ακολούθως (Εικόνα 5.14) φαίνεται το πλήθος νικών να έχει ίσως τετραγωνική σχέση με το vrs output-oriented score.

Εικόνα 5.14: Πλήθος νικών κανονικής περιόδου σε σχέση με τα σκορ αποδοτικότητας.



Όσον αφορά τη σχέση των νικών με τη θέση κατάταξης των ομάδων βάσει των σκορ αποδοτικότητας (Εικόνα 5.15), φαίνεται να είναι τετραγωνική και αρνητική για τον προσανατολισμό εκροών.

Εικόνα 5.15: Πλήθος νικών κανονικής περιόδου σε σχέση με τη θέση κατάταξης βάσει των σκορ αποδοτικότητας.



Δεδομένων των παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί ένα απλό τετραγωνικό μοντέλο για το efficiency (vrs_te) score του output oriented από το οποίο προκύπτει ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των νικών και των σκορ αποδοτικότητας. Το ίδιο προκύπτει ακόμα και αν δε λάβουμε υπόψη τις ομάδες με αποδοτικότητα ίση με 1. Το δεύτερο μοντέλο είναι καλύτερο και ο υψηλός εκτιμητής του συντελεστή εκφράζει την ισχυρή σχέση μεταξύ του σκορ αποδοτικότητας και του πλήθους νικών. Στο Παράρτημα VII παρατίθενται τα αποτελέσματα αυτών των απλών υποδειγμάτων.

5.5.Τελικά συμπεράσματα

Οι ομάδες όπως και οι επιχειρήσεις λειτουργούν με στόχο να επιτύχουν το μεγαλύτερο δυνατό αγωνιστικό κέρδος, καταναλώνοντας τους λιγότερους δυνατούς πόρους. Αγωνιστικό κέρδος σημαίνει είτε άμεσα να πετύχουν νίκες είτε έμμεσα να έχουν υψηλές επιδόσεις που αυξάνουν τις πιθανότητές τους για νίκη χωρίς όμως να την εγγυώνται.

Το πρωτάθλημα του NBA, ωστόσο, είναι ευθέως ανταγωνιστικό και δεν μπορούν να κερδίσουν όλοι. Επομένως, υπάρχουν ομάδες που με στρατηγική επιλογή δεν είναι καλές και στοχεύουν στο να διατηρηθούν σε ένα επίπεδο με όσο το δυνατό λιγότερες δαπάνες και ταυτόχρονα να χτίσουν τις βάσεις για να πετύχουν κάτι καλύτερο μακροπρόθεσμα. Για αυτόν τον λόγο επιλέξαμε να μελετήσουμε τις ομάδες λαμβάνοντας υπόψη αγωνιστικούς και μη παράγοντες με τη χρήση Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων ώστε να έχουμε μια σφαιρική εικόνα για την αποδοτικότητά τους.

Επειδή οι στόχοι κάθε ομάδας και ο χρονικός ορίζοντας που θέτει για να τους πετύχει διαφέρουν, μελετήσαμε σε βάθος δεκαπενταετίας τα τέσσερα σενάρια που αναπτύχθηκαν παραπάνω ως προς τον προσανατολισμό εκροών. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι περισσότερες ομάδες βγήκαν αποδοτικές πράγμα λογικό λόγω της καλής οργάνωσης και λειτουργίας του πρωταθλήματος και της τεχνογνωσίας των παραγόντων των ομάδων.

Το πρώτο σενάριο συνδέει άμεσα τις αποφάσεις μιας ομάδας με το αγωνιστικό αποτέλεσμα και για αυτό χρησιμοποιήθηκε περισσότερο για την εξαγωγή συμπερασμάτων, μιας και πέρα από το επιχειρηματικό σκέλος του NBA υπάρχει και το αγωνιστικό. Μπορεί μια ομάδα να συμβιβάζεται με το να λειτουργεί «οικονομικά» χωρίς να κερδίζει για ένα διάστημα, αλλά το κάνει ως μέρος ενός πιο μακροπρόθεσμου σχεδίου με στόχο να γίνει πρωταθληματική.

Σε πρώτη φάση μελετήσαμε ποια είναι η περισσότερο αποδοτική ομάδα της δεκαπενταετίας 2006-2020 και αν οι ομάδες ήταν σταθερές ή είχαν έντονα скаμπανεβάσματα. Διαπιστώσαμε ότι η κατάσταση είναι αρκετά ρευστή και πολλές ομάδες κατά καιρούς έχουν υπάρξει αποδοτικές. Όλες οι ομάδες, λοιπόν, έχουν τη

δυνατότητα λαμβάνοντας σωστές αποφάσεις να βελτιώσουν τη λειτουργία και τις αγωνιστικές τους επιδόσεις.

Ύστερα, μελετήσαμε αν κάποια από τις έξι κατηγορίες (divisions) υπερέχει ξεκάθαρα έναντι των άλλων. Παρατηρήθηκε ότι σε όλες τις κατηγορίες υπήρχαν αποδοτικές ομάδες όμως μία εξ αυτών ήταν φανερά κατώτερη των υπολοίπων μέσα στη δεκαπενταετία. Αυτό δεν οφείλεται αποκλειστικά στο ότι οι ομάδες της συγκεκριμένης κατηγορίας είναι κακές. Αυτές οι ομάδες δε λειτουργούν αποδοτικά κυρίως λόγω του τρόπου που επέλεξαν να κυνηγήσουν τους στόχους τους δαπανώντας πόρους δυσανάλογους των επιτυχιών τους. Αυτό επηρεάστηκε και από το μέγεθος των αγορών μιας και ομάδες με έδρα σε μεγάλες πόλεις και αγορές τείνουν να είναι περισσότερο «ανυπόμονες» και να μη διστάζουν να προβούν σε οικονομικές υπερβάσεις προκειμένου να γίνουν άμεσα ανταγωνιστικές.

Γενικεύοντας λίγο περισσότερο, συγκρίναμε την αποδοτικότητα των δύο περιφερειών (conference) για να διαπιστώσουμε αν έχει βάση ο προβληματισμός που είχε προκύψει περί υπεροχής της Δύσης έναντι της Ανατολής. Είδαμε ότι οι ομάδες της Δύσης όντως για αρκετές χρονιές ήταν αποδοτικότερες αλλά τα τελευταία χρόνια η κατάσταση έχει ανατραπεί πράγμα που κι αυτό επιβεβαιώνει πόσο ρευστές είναι οι ισορροπίες μεταξύ των ομάδων και τις ευκαιρίες που δίνει η διοργάνωση σε κάθε ομάδα να γίνει ανταγωνιστική.

Επιπρόσθετα, μελετήσαμε τα σκορ αποδοτικότητας των πρωταθλητών και παρατηρήσαμε ότι τις περισσότερες φορές ήταν αποδοτικοί. Ωστόσο, υπήρξαν περιπτώσεις που οι ομάδες επένδυσαν για να πετύχουν τον πολυπόθητο στόχο χωρίς να λειτουργήσουν αποδοτικά.

Συνοψίζοντας, μια ομάδα μελετώντας τόσο τα δικά της αποτελέσματα όσο και ομάδων που βρίσκονται σε αντίστοιχη φάση μπορεί να διαπιστώσει αν χρησιμοποιεί αποδοτικά τους πόρους της ή αν πρέπει να αλλάξει τρόπο διαχείρισης για να βελτιώσει τη λειτουργία της. Οι παραπάνω αριθμητικοί δείκτες σε συνδυασμό με την ποιοτική πληροφορία που υπάρχει από πίσω μπορούν να της δώσουν χρήσιμα συμπεράσματα και να ποσοτικοποιήσουν την επιτυχία ή αποτυχία της.

Βιβλιογραφία

- Aisenberg, L., Roboredo, C. M., Ramos, T.G., Melo, J. C., Meza, L. A., and Alves, A. M. (2014). Measuring the NBA Teams' Cross-Efficiency by DEA Game. *American Journal of Operations Research*, 4, p.101-112.
- Alam, I.M.S. and Sickles, R.C. (1998). "The Relationship Between Stock Market Returns and Technical Efficiency Innovations: Evidence from the US Airline Industry", *Journal of Productivity Analysis*, 9, 35–51.
- Angel M.Prieto και Jose L.Zofio, (2007). Network DEA efficiency in input-output models: With an application to OECD countries. *European Journal of Operational Research*, 178, p.292-304.
- Assani, S., Mansoor, M. S., Li, Y., and Yang, F. (2021). Efficiency, RTS, and marginal returns from salary on the performance of the NBA players: A parallel DATA network with shared inputs. *Journal of Industrial and Management Optimization*, Doi: 10.3934/jimo.2021053
- Baghal, T.A. (2012). "Are the "Four Factors" Indicators of One Factor? An Application of Structural Equation Modeling Methodology to NBA Data in Prediction of Winning Percentage". *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 8(1), Manuscript 1355.
- Banker R.D, (1980). A game theoretic approach to measuring efficiency. *European Journal of Operational research*, p262-266.
- Banker, R. D., A. Charnes and Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science.*, Vol. 30, 9, pp. 1078-1092.
- Bartholomew, J. T., and Collier, D. A. (2011). A defensive basketball efficiency score using data envelopment analysis. *Journal of Sport Management Research*, Vol.4, No. 2.
- Bhat, Z. U. H., Sultana, D., & Dar, Q. F. (2019). A comprehensive review of data envelopment analysis (DEA) in sports. *Journal of Sports Economics & Management*, 9(2), p.82-109.
- Berri, D.J., Schmidt, M.B. and Brook, S.L. (2006). *The Wages of Wins: Taking Measure of the Many Myths in Modern Sport*. Stanford, CA: Stanford University Press
- Boussofiane, A, Dyson, RG and Thanassoulis, E. (1991). "Applied Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, Vol. 52, 1, pp. 1-15.
- Bowlin, W.F. (1998). Measuring Performance: An Introduction to Data Envelopment Analysis (DEA).

- Carlin, B. P. (1996). "Improved NCAA basketball tournament modeling via point spread and team strength information", *The American Statistician*, Vol. 50, pp. 39–43.
- Charnes, A., Cooper W.W. and Rhodes, E. 1978. "Measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, 6, pp. 429-444.
- Cvetkoska, V. (2017). "UNIVERSITIES' EFFICIENCY ANALYSIS: LITERATURE REVIEW OF DEA APPLICATION", Ss. Cyril and Methodius University in Skopje, Faculty of Economics-Skopje, DOI: 378.4.014.61:519.8(100),1989/2017".
- Cullinane, K. and Wang, T.F. (2007). "DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) AND IMPROVING CONTAINER PORT EFFICIENCY", *Research in Transportation Economics*, Volume 17, 517–566
- Cullinane, K., Wang, T.F., Song, D.W. and Ji P. (2006). "The technical efficiency of container ports: Comparing data envelopment analysis and stochastic frontier analysis", *Transportation Research, Part A* 40, 354–374.
- Cummins, J.D., Turchetti, G. and Weiss, M.A. (1996). "PRODUCTIVITY AND TECHNICAL EFFICIENCY IN THE ITALIAN INSURANCE INDUSTRY", Financial Institution Center, The Wharton School.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. and Zhu, J. (2011). *Data Envelopment Analysis: History, Models, and Interpretations (Chapter 1)*. Springer
- Diacon, S. (2001). "The Efficiency of UK General Insurance Companies", Worshipful Company of Insurers Professor of Insurance Management Nottingham University Business School.
- Doolittle, B. and Pelton, K. (2010) *Pro Basketball Prospectus*. United States (California): CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Elo, A. E. (1978). *The rating of chess players past and present*. New York: Arco.
- Emrouznejad, A., Banker, R., Ray, S. and Chen, L. (2016). "Recent Applications of Data Envelopment Analysis", *Aston Business School*, (SN 978 1 85449 413 9, *ResearchGate*).
- Entine, O. A. and D. S. Small (2008). "The role of rest in the NBA home-court advantage", *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 4(2), Article: 6.
- Farrell, M.J. (1957). "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 120, 3, pp. 253-290.

- Fethi, M.D., Jackson, P.M. and Weyman-Jones, T.G. (2000). “Measuring the Efficiency of European Airlines: An Application of DEA and Tobit Analysis”, University of Leicester. Report. <https://hdl.handle.net/2381/370>.
- Green, R.H., Doyle, R.H. and Cook, W.D. (1996). “Efficiency bounds in Data Envelopment Analysis”, *European Journal of Operational Research*, 89, 482-490.
- Haag, S., Charnes A., Semple J. H. and Patrick, J., (1992). “Sensitivity of Efficiency Classification in the Additive Model of Data Envelopment Analysis”, *International Journal of Systems Science*, Vol. 23, 5, pp. 789-798.
- Hartman, T. E., Storbeck J. and Byrnes, P. (2001). “Allocative efficiency in branch banking”. *European Journal of Operational Research*, Vol. 134, 2, pp. 232-242.
- Harville, D. A. (2003). “The selection of seeding of college basketball or football teams for postseason competition”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 98, pp. 17–27.
- Harville, D. A. and M. H. Smith (1994). “The home-court advantage: How large is it and does it vary from team to team”, *The American Statistician*, Vol. 48, pp. 22–29.
- Hoffman, L. and Joseph, M. (2003). *A multivariate statistical analysis of the NBA*. University of Wisconsin River Falls (River Falls, WI) and Kentucky State University Frankfurt, KY
- Hollinger, J. (2002). *Pro Basketball: Prospectus*. United States: Brassey’s
- Hollinger, J. (2003). *Pro Basketball: Prospectus*. United States: University of Nebraska Press
- Hollinger, J. (2004). *Pro Basketball: Forecast*. United States: Potomac Books
- Hollinger, J. (2005). *Pro Basketball: Forecast*. United States: Potomac Books Inc.
- Zhang, J., Piatt, D.M., Ostroff, D.H. and Wright, J.W. (2005). “Importance of In-Game Entertainment Amenities at Professional Sporting Events: A Case for NBA Season Ticket Holders”, *Journal of Contemporary Athletics*, Vol. 2, pp. 1-24.
- Jati, K. S. (2003). *New efficiency theory : with applications of data envelopment analysis*, Berlin : Springer.
- Javier, G., Ibáñez, S.J., Santos, R.M.D. Nuno, L. and Sampaio, J. (2013). “Identifying basketball performance indicators in regular season and playoff games”, *Journal of Human Kinetics*, Vol. 36(1), pp. 161-168.

- Jarzębowski, S. (2014). "EFFICIENCY AND RETURNS TO SCALE– A CONCEPT OF USING DETERMINISTIC APPROACH", *QUANTITATIVE METHODS IN ECONOMICS*, Vol. XV, 2, pp. 102-111.
- Ji, Y. and Lee, C. (2009). "Data Envelopment Analysis in Stata", *The Stata Journal*, pp.1-13.
- Jones, E.S. (2016) *PREDICTING OUTCOMES OF NBA BASKETBALL GAMES*. North Dakota State University (In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of MASTER OF SCIENCE).
- Jones, M.B. (2007). "Home advantage in the NBA as a game-long process", *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 3 (4), Article: 2.
- Jones, M.B. (2008). "A note on team-specific home advantage in the NBA", *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 4 (3), Article: 5.
- Kline, R.B. (2005). *Principles and Practices of Structural Equation Modeling, 2nd Edition*, Guilford Press, New York, NY.
- Knorr-Held, L. (2000). "Dynamic ratings of sports teams", *The Statistician*, Vol. 49, pp. 261–276.
- Kubatko, J., Oliver, D., Pelton, K. and Rosenbaum, D.T. (2007). "A Starting Point for Analyzing Basketball Statistics", *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 3, Iss. 3, Article 1.
- Küpfer, E. (2005). Team Similarity. *APBRMetrics Forum*
- Lewis, M. (2003). *Moneyball: The Art of Winning an Unfair Game*. United States: W.W. Norton & Company.
- Lovell, C., and Pastor, J. T., (1995). Units Invariant and Translation Invariant DEA Models. *Operations Research Letters*, 18(3), p. 147-151, DOI: 10.1016/0167-6377(95)00044-5.
- Manner, H. (2015). *Modeling and forecasting the outcomes of NBA Basketball games*. Institute of Econometrics and Statistics, University of Cologne.
- Moreno, P., and Lozano, S. (2014). A network DEA assessment of team efficiency in the NBA. *Annals of Operations Research*, 214(1), p.99-124.
- Oliver, D. (2002). *Basketball on Paper: Rules and Tools for Performance Analysis*. United States (Washington D.C.): Brassey's, Inc.
- Ramanathan, R. (2003). *An Introduction to Data Envelopment Analysis: a tool for performance measurement*, New Delhi, Thousand Oaks, CA : Sage.

- Ray, S.C. (2004). *Data Envelopment Analysis: Theory and Techniques for Economics and Operation Research*, Cambridge University Press.
- Sarkis, J. (2002). *Preparing your Data for DEA*.
- Scheel, H. (2000). *EMS: Efficiency Measurement System User's Manual*.
- FIKUSZ '15 Symposium for Young Researchers. 2015, pp. 219-228.
- Schwertman, N. C., McCready, T.A. and Howard, L. (1991). "Probability models for the NCAA regional basketball tournaments", *The American Statistician*, Vol. 45, pp. 35–38.
- Singh, Sanjeet. (2016). Re: Can we use negative values as inputs or outputs in data envelopment analysis (DEA) in a financial case?. Retrieved from: <https://www.researchgate.net/post/Can-we-use-negative-values-as-inputs-or-outputs-in-data-envelopment-analysisDEA-in-a-financial-case/571738d4cbd5c253e61453c2/citation/download>.
- Stefani, R. T. (1977a). "Football and basketball prediction using least squares", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-7, pp. 117–121.
- Stefani, R. T. (1977b). "Improved least squares football, basketball, and soccer predictions", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-7, pp. 117–121.
- Stern, H. S. (1994). "A brownian motion model for the progress of sports scores", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, pp. 1128–1134.
- Szabo, R. (2015). *Efficiency of the Financial Services Institution*.
- Teramoto, M. and Cross, C.L. (2010). "Relative Importance of Performance Factors in Winning NBA Games in Regular Season versus Playoffs", *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 6, Iss. 3, Article: 2.
- Thanassoulis, E. (2003). Introduction to the theory and application of data envelopment analysis : A foundation text with integrated software, Kluwer Academic Publishers
- Torres, R. A. (2013). *Prediction of NBA games based on machine learning methods*. University of Wisconsin-Madison
- Uudmae, J. (2017). *Predicting NBA game outcomes*. Leland Stanford Junior University
- Villa, G., and Lozano, S. (2016). Dynamic Network DEA approach to basketball games efficiency. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 69 (2018), Issue 11.
- Vincova, K.I. (2005). "USING DEA MODELS TO MEASURE EFFICIENCY", *BIATEC*, Volume XIII.

- Wober, K.W. and Fesenmaier, D.R. (2002). “A Multi-criteria Approach to Destination Benchmarking: A Case Study of State Tourism Advertising Programs in the United States”. *Journal of Travel and Tourism Marketing*, Pages 1-18.
- Yang, C.H., Lin, H.Y., and Chen, C.P. (2014). Measuring the efficiency of NBA teams: Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *Annals of Operations Research*, 217(1), p.565-589.
- Yuanhao (Stanley), Y. (2015). *Predicting Regular Season Results of NBA Teams Based on Regression Analysis of Common Basketball Statistics*. University of California at Berkeley (A thesis submitted in fulfillment of the requirement for the degree of honors in Statistics).
- Zhang, X. (2019). *Modeling of NBA Game Data and their Correlation Structure*. University of Houston (Degree of Doctor of Philosophy in Mathematics).
- Zhu, J. (2009). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmark*.
- Βογιατζάκης, Γ.Σ.Ν. (2011). “ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΑΜΑΞΟΣΤΑΣΙΩΝ ΤΗΣ Ε.ΘΕ.Λ. Α.Ε.”, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ.
- Κατσαμάνης, Γ. (2009). “ΜΕΤΡΗΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ DATA ENVELOPMENT ANALYSIS”, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ.
- Κολέτσος, Ι. και Στογιάννης, Δ. (2012). Εισαγωγή Στην Επιχειρησιακή Έρευνα.
- Κούρογλου, Ο., (2019). «Μέτρηση της επίδοσης ελληνικών επιχειρήσεων του κλάδου των Ορυχείων-Μεταλλείων-Αλυκών (2015-2017)», Διπλωματική εργασία, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.
- Σκλαβουνάκης, Δ., (2020). «Μέτρηση της αποδοτικότητας των ελληνικών φαρμακοβιομηχανιών (2015-2017) μέσω της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων», Διπλωματική εργασία, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.
- Σμυρλή, Ι. Γ. (2003). “ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΜΗ ΑΚΡΙΒΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ: ΝΕΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΚΑΙ ΝΕΑ ΠΕΔΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ”, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

Διαδικτυακοί τόποι και πηγές δεδομένων

<https://www.insee.fr/en/information/3635545>

<https://www.researchgate.net/publication>

<http://www.units.miamioh.edu/sumsri/sumj/2003/NBAstats.pdf>

www.elsevier.com/locate/regec

www.sciencedirect.com

<https://www.nba.com/stats/teams/advanced/?sort=W&dir=-1>

<https://www.basketball-reference.com/draft>, <http://www.espn.com/nba/salaries>

<https://basketball.realgm.com>, https://basketball.realgm.com/nba/info/rookie_scale

<https://basketball.realgm.com/nba/playoffs/history?fbclid=IwAR18QdyOjRtxxgWnSTaHikOIapbj7hmlNmv2-Tjgqvm-GluUzoF2rrorlaI>

<https://www.nba.com>

<https://pr.nba.com>

<https://hoopshype.com/salaries>

<http://www.espn.com/nba/salaries>

<https://www.nba.com/stats/help/glossary>

https://www.landofbasketball.com/championships/year_by_year.htm

<https://nbamath.com/adjusted-team-ratings/>

<https://www.forbes.com/sites/kurtbadenhausen/2019/02/06/nba-team-values-2019-knicks-on-top-at-4-billion/#283d644ae667>

<https://www.forbes.com/nba-valuations/list/>

<https://bleacherreport.com/articles/2733544-ranking-every-nba-franchise-on-historical-success>

<https://bleacherreport.com/articles/824669-ranking-the-most-successful-franchises-in-nba-history>

<https://bleacherreport.com/articles/1333672-big-market-team-nba-power-rankings>

<https://bleacherreport.com/articles/1325290-small-market-team-nba-power-rankings>

<https://bleacherreport.com/articles/870390-ranking-the-front-office-from-every-nba-team-from-worst-to-first>

<https://bleacherreport.com/articles/2787678-updated-nba-front-office-power-rankings-post-free-agency>

https://www.reddit.com/r/nba/comments/axulos/rank_the_front_offices/

<https://www.stationindex.com/tv/tv-markets>

<https://sportsshow.net/most-popular-sports-in-america/>

<https://blog.statscore.com/what-are-the-5-most-popular-sports-in-the-usa/>

<https://www.totalsportek.com/worlds-popular-sports-eleven/>

<https://www.forbes.com/athletes/>

<https://www.statista.com/statistics/193467/total-league-revenue-of-the-nba-since-2005/>

<https://cbabreakdown.com/salary-cap-overview>

<https://cbabreakdown.com/trades>

<https://nationalpost.com/pmn/sports-pmn/european-talent-powers-overseas-ratings-boom>

<https://www.si.com/nba/2013/07/10/nba-salary-cap-luxury-tax-figures-2013-14>

<http://www.ageofbasketball.net/archives/3373>

<https://www.sportime.gr/basket/nba/nba-draft-i-lotaria-etsi-litourgi/>

https://en.wikipedia.org/wiki/NBA_salary_cap

https://en.wikipedia.org/wiki/National_Basketball_Association

Παράρτημα I: Προηγμένα Στατιστικά (Advanced Statistics)

Οι προηγμένες στατιστικές στο μπάσκετ αναφέρονται στην ανάλυση στατιστικών μπάσκετ μέσω αντικειμενικών «αποδεικτικών» στοιχείων.

Ένα βασικό δόγμα για πολλούς σύγχρονους αναλυτές μπάσκετ είναι ότι το μπάσκετ αξιολογείται καλύτερα στο επίπεδο των κατοχών (possessions). Κατά τη διάρκεια ενός μόνο παιχνιδιού, και οι δύο ομάδες έχουν περίπου τον ίδιο αριθμό κατοχών, επειδή εναλλάσσουν την κατοχή. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της σεζόν, οι ομάδες παίζουν με πολύ διαφορετικούς ρυθμούς, οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν δραματικά τους πόντους που σημείωσαν και τους πόντους που δέχονται ανά παιχνίδι. Ως εκ τούτου, αυτοί οι αναλυτές ευνοούν τη χρήση των πόντων που βαθμολογούνται ανά 100 κατοχές (επιθετική βαθμολογία) και των πόντων που επιτρέπονται ανά 100 κατοχές (αμυντική βαθμολογία).

Ένα δεύτερο βασικό δόγμα είναι ότι τα στατιστικά στοιχεία ανά λεπτό είναι πιο χρήσιμα για την αξιολόγηση των παικτών από τα στατιστικά στοιχεία ανά παιχνίδι.

Τα προηγμένα (advanced) και παραδοσιακά (traditional) στατιστικά που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα έρευνα είναι τα εξής:

1. eFG% (Effective Field Goal Percentage) εκφράζει το ποσοστό ευστοχίας για λογαριασμό του γεγονότος πως η προσπάθεια για τρίποντο μετράει για τρεις πόντους, ενώ η κανονική προσπάθεια μετράει μόνο για δύο πόντους. Ο τύπος υπολογισμού είναι: $eFG\% = ((FGM + (0.5 * 3PM)) / FGA)$, όπου FGM είναι τα εύστοχα σουτ, 3PM τα εύστοχα τρίποντα και FGA το πλήθος των προσπαθειών για σουτ άστοχων και εύστοχων
2. Assist Ratio είναι το ποσοστό των κατοχών μιας ομάδας που καταλήγει σε μια assist (δηλαδή πάσα που οδηγεί άμεσα σε εύστοχο καλάθι). Ο τύπος υπολογισμού είναι: $Assist\ Ratio = (Assists) * 100 / [(Field\ Goal\ Attempts) + (Free\ Throw\ Attempts * 0.44) + (Assists) + (Turnovers)]$
3. OREB% (Offensive Rebounds Percentage) είναι το ποσοστό των επιθετικών rebound που αποκτά ένας παίκτης ή μία ομάδα από τα διεκδικήσιμα ή διαθέσιμα επιθετικά rebound

4. DREB% (Defensive Rebounds Percentage) είναι το ποσοστό των αμυντικών rebound που αποκτά ένας παίκτης ή μία ομάδα από τα διεκδικήσιμα ή διαθέσιμα αμυντικά rebound
5. TOV% (Turnovers Percentage) είναι το ποσοστό των κατοχών μιας ομάδας που καταλήγουν σε λάθος
6. PACE είναι το πλήθος των κατοχών μιας ομάδας ανά 48 λεπτά που διαρκεί ένας αγώνας. Εκφράζει τον ρυθμό του παιχνιδιού μιας ομάδας, καθώς όσο πιο πολλές οι κατοχές μιας ομάδας ανά 48 λεπτά τόσο πιο γρήγορες επιθέσεις πραγματοποιεί η ομάδα και αναλόγως όσο λιγότερες οι κατοχές τόσο πιο αργές οι επιθέσεις.

Παράρτημα II: Το Δυικό Πρόβλημα

Στον γραμμικό προγραμματισμό συνηθίζεται να χρησιμοποιείται η δυική μορφή για την επίλυση ενός προβλήματος. Ένας λόγος είναι ότι το δυικό υπόκειται σε λιγότερους περιορισμούς. Πιο συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε έναν κλάδο με N το πλήθος DMUs υπό εξέταση, οι οποίες δέχονται K το πλήθος εισροές και παράγουν M το πλήθος εκροές, τότε παρατηρούμε ότι το πλήθος των DMUs είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το άθροισμα των εισροών και των εκροών, δηλαδή από το $K+M$. Όμως το δυικό πρόβλημα, έχει $K+M$ περιορισμούς, δηλαδή λιγότερους από το αρχικό, πράγμα που μας διευκολύνει στην επίλυση. Το δυικό λύνεται N φορές, όσες δηλαδή και οι DMUs υπό εξέταση.

Επίσης, να τονίσουμε ότι αν το πρωτεύον πρόβλημα πρόκειται για input-oriented, δηλαδή αν πρόκειται για ανάλυση σχετικά με το κατά πόσο μπορούμε να μειώσουμε τις εισροές μας διατηρώντας το επίπεδο παραγωγής σταθερό, τότε το πρωτεύον είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης και το δυικό είναι πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Αν θελήσουμε να εκτιμήσουμε την αποδοτικότητα υπό το output oriented model, δηλαδή να εξετάσουμε πόσο μπορούμε να αυξήσουμε το επίπεδο εκροών διατηρώντας σταθερό το επίπεδο των εισροών, τότε ακολουθούμε την ίδια διαδικασία για το δυικό, απλά στο πρωτεύον θα έχουμε ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ενώ στο δυικό μεγιστοποίηση.

Το δυικό πρόβλημα προκύπτει από μετατροπή του πρωτεύοντος προβλήματος με την εξής μεθοδολογία:

Βήμα 1. Οι περιορισμοί του πρωτεύοντος προβλήματος γίνονται οι μεταβλητές του δυικού.

Βήμα 2. Οι μεταβλητές του πρωτεύοντος προβλήματος γίνονται οι περιορισμοί του δυικού.

Βήμα 3. Οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του δυικού είναι τα δεξιά μέλη των περιορισμών του πρωτεύοντος.

Βήμα 4. Τα δεξιά μέλη των περιορισμών του δυικού είναι οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του πρωτεύοντος.

Βήμα 5. Όταν το πρωτεύον είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης, το δυικό είναι ελαχιστοποίησης και αντιστρόφως.

Παράρτημα III: Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της DEA

Πλεονεκτήματα DEA:

- Η DEA μπορεί να συμπεριλάβει πολλαπλά δεδομένα εισόδου και εξόδου κατά την αξιολόγηση της απόδοσης μιας μονάδας.
- Δεν χρειάζεται κάποια συσχέτιση μεταξύ των δεδομένων εισόδου/εξόδου.
- Οι μονάδες συγκρίνονται απευθείας με ένα σύνολο ανταγωνιστικών ομοειδών μονάδων ή ενός κλάδου.
- Τα δεδομένα εισόδου/εξόδου μπορεί να μετρούνται με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.

Μειονεκτήματα DEA:

- Καθώς η DEA είναι μια μέθοδος ακραίου σημείου, σφάλματα μέτρησης μπορούν να υπεισέλθουν στη διαδικασία και να προκαλέσουν σημαντικά προβλήματα.
- Η DEA είναι καλή μέθοδος στην εκτίμηση της σχετικής αποτελεσματικότητας μιας DMU, αλλά συγκλίνει δύσκολα σε μια ακριβή εκτίμηση της απόλυτης αποτελεσματικότητας. Με άλλα λόγια, μπορεί να δώσει αξιόπιστη περιγραφή για το πόσο καλά τα καταφέρνει μια μονάδα σε σχέση με τους ανταγωνιστές της, αλλά δεν μπορεί να συγκρίνει την απόδοση της μονάδας αυτής όσον αφορά μια θεωρητικά μέγιστη απόδοση.
- Επειδή η DEA είναι μια μη παραμετρική τεχνική, η πραγματοποίηση ελέγχων στατιστικών υποθέσεων είναι δύσκολη και σε αυτό τον τομέα έχει στραφεί το ερευνητικό ενδιαφέρον. Λόγω της υποκειμενικότητας της μεθόδου, εισάγεται αβεβαιότητα στα δεδομένα. Εκτός από την σχετικότητα υπάρχει και ο παράγοντας της μοντελοποίησης.

Παράρτημα V: Μήτρα Βαρών (W) και Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών (Wnorm).

Πίνακας Π1: Μήτρα Βαρών

W	BOS	BKN	NYK	PHI	TOR	CHI	CLE	DET	IND	MIL	ATL	CHA	MIA	ORL	WAS	DEN	MIN	OKC	POR	UTA	GSW	LAC	LAL	PHX	SAC	DAL	HOU
BOS	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
BKN	1,0	0,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
NYK	1,0	1,0	0,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
PHI	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
TOR	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CHI	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CLE	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
DET	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,0	0,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IND	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MIL	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ATL	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CHA	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MIA	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	0,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ORL	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
WAS	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
DEN	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
MIN	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
OKC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	0,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
POR	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
UTA	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
GSW	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5
LAC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,0	1,0	1,0	1,0	0,5
LAL	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	0,0	1,0	1,0	0,5
PHX	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,5	0,5
SAC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,5
DAL	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0
HOU	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0
MEM	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0
NOP	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0
SAS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0

Πίνακας Π2: Κανονικοποιημένη Μήτρα Βαρών

Wnorm	BOS	BKN	NYK	PHI	TOR	CHI	CLE	DET	IND	MIL	ATL	CHA	MIA	ORL	WAS	DEN	MIN	OKC	POR	UTA	GSW	LAC	LAL	PHX	SAC	DAL	
BOS	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
BKN	0,11	0,0	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
NYK	0,11	0,11	0,0	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
PHI	0,11	0,11	0,11	0,0	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
TOR	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CHI	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CLE	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,0	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
DET	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,0	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IND	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,0	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MIL	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ATL	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
CHA	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,0	0,11	0,11	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MIA	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,0	0,11	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ORL	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,0	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
WAS	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
DEN	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
MIN	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,11	0,0	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
OKC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,11	0,11	0,0	0,11	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
POR	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,11	0,11	0,11	0,0	0,11	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
UTA	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
GSW	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06
LAC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,0	0,11	0,11	0,11	0,06	0,06
LAL	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,0	0,11	0,11	0,06	0,06
PHX	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,0	0,11	0,06	0,06
SAC	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11	0,11	0,11	0,11	0,0	0,06	0,06
DAL	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,0
HOU	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11
MEM	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11
NOP	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11
SAS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,11

Παράρτημα VI: Αποδοτικότητα των πρωταθλητών του NBA

Παρακάτω φαίνονται τα σκορ αποδοτικότητας σε όλα τα σενάρια.

Πίνακας Π3: Σκορ αποδοτικότητας πρωταθλητών NBA ανά σεζόν και ανά σενάριο

TEAM	MARKET	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3	Scenario 4
		VRS_TE (Output)	VRS_TE (Output)	VRS_TE (Output)	VRS_TE (Output)
MIA 2006	2	0.951242	0.997712	0.99543	1
SAS 2007	1	0.987886	1	1	1
BOS 2008	3	1	1	1	1
LAL 2009	3	1	1	1	1
LAL 2010	3	1	1	1	1
DAL 2011	3	0.979710	0.998901	0.996306	1
MIA 2012	2	0.886192	0.998581	0.989896	0.993981
MIA 2013	2	0.895426	1	0.984485	1
SAS 2014	1	1	1	1	1
GSW 2015	3	1	1	1	1
CLE 2016	2	1	1	1	1
GSW 2017	3	1	1	1	1
GSW 2018	3	0.975289	1	0.997814	1
TOR 2019	3	1	1	1	1
LAL 2020	3	0.990546	1	0.999644	0.996816

Στο δεύτερο και τέταρτο σενάριο μόνο τρεις πρωταθλήτριες δεν είναι απολύτως αποδοτικές (efficiency score = 1) στην κανονική περίοδο ενώ το τρίτο σενάριο έχει παρόμοια αποτελέσματα με το πρώτο. Αυτό δείχνει ότι υπάρχουν ομάδες που δε χρειάζεται να είναι οι πιο αποδοτικές αγωνιστικά και μη για να κατακτήσουν το πρωτάθλημα, καθώς στην ανάδειξη της πρωταθλήτριας παίζουν σημαντικό ρόλο και μη μετρήσιμοι παράγοντες.

Παράρτημα VII: Σχέση πλήθους νικών κανονικής περιόδου με σκορ αποδοτικότητας

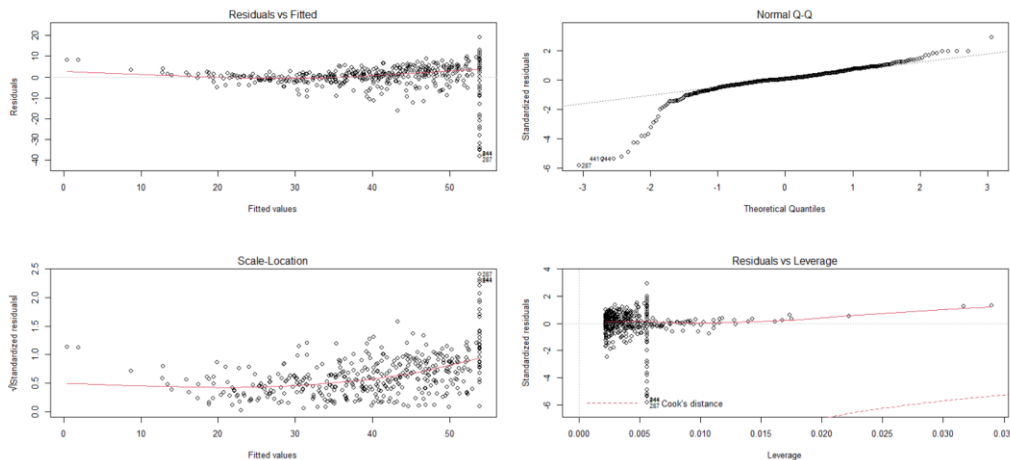
Για την συγκεκριμένη παράγραφο πραγματοποιήθηκε μια απλή εφαρμογή μοντέλου με μεταβλητή απόκρισης το πλήθος νικών της κανονικής περιόδου και εξαρτημένες το efficiency vrs-output-oriented score. Στην πράξη εφαρμόστηκε ένα απλό γραμμικό μοντέλο, ένα πολυωνμικό δευτέρου βαθμού και ένα απλό τετραγωνικό. Σύμφωνα με το κριτήριο AIC καλύτερο είναι το απλό τετραγωνικό υπόδειγμα. Τα αποτελέσματα του υποδείγματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας Π4: Αποτελέσματα απλού τετραγωνικού μοντέλου με ανεξάρτητη μεταβλητή τα σκορ αποδοτικότητας (vrs-output-oriented) και εξαρτημένη το πλήθος νικών.

Intercept	-20.404 (p-value<0.001)
Estimated coefficient	74.350 (p-value<0.001)
R ²	0.73

Οι υποθέσεις του υποδείγματος δεν ικανοποιούνται όπως φαίνεται παρακάτω:

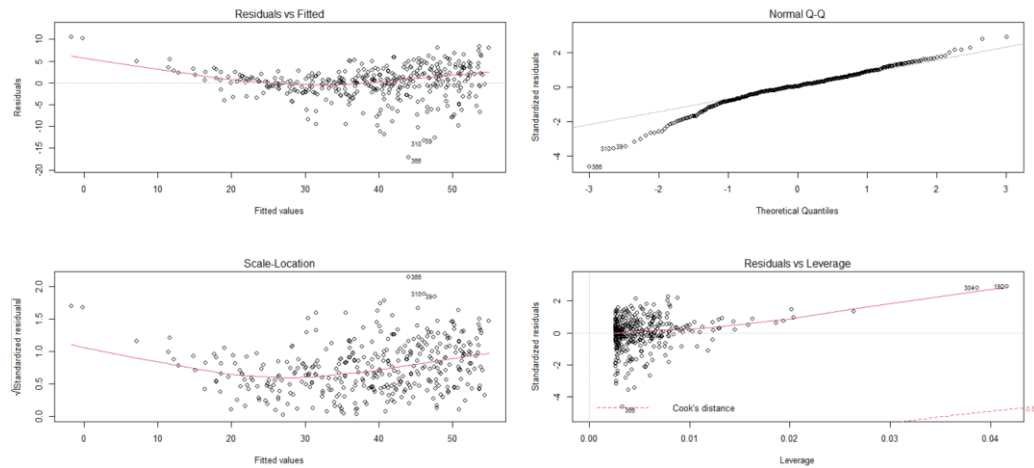
Εικόνα Π1: Διαγνωστικά διαγράμματα για έλεγχο υποθέσεων πρώτου μοντέλου



Ωστόσο, αποτελεί μια αφετηρία για περαιτέρω μελέτη και κυρίως επιβεβαιώνει ότι τα σκορ αποδοτικότητας, που προήλθαν ως αποτελέσματα της εφαρμογής της DEA από τον προσανατολισμό εκροών του πρώτου σεναρίου μελέτης, σχετίζονται με τον αριθμό νικών της κανονικής περιόδου.

Αν δε λάβουμε υπόψη τις αποδοτικές ομάδες (με αποδοτικότητα ίση με 1), τότε το τετραγωνικό υπόδειγμα έχει λίγο καλύτερη εικόνα ως προς τις υποθέσεις:

Εικόνα Π2: Διαγνωστικά διαγράμματα για έλεγχο υποθέσεων δεύτερου μοντέλου



Τα αποτελέσματα του δεύτερου υποδείγματος φαίνονται παρακάτω:

Πίνακας Π5: Αποτελέσματα απλού τετραγωνικού μοντέλου με ανεξάρτητη μεταβλητή τα σκορ αποδοτικότητας (vrs-output-oriented) και εξαρτημένη το πλήθος νικών, χωρίς να ληφθούν υπόψη οι αποδοτικές ομάδες.

Intercept	-24.039 (p-value<0.001)
Estimated coefficient	79.494 (p-value<0.001)
R ²	0.89

Παράρτημα VIII: Αποτελέσματα DEA

2006 Σενάριο 1 output oriented						2006 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.842890	0.842890	0.863833	1.000000	0.000000	dmu:1	0.982563	1.000000	1.000000	0.982563	-1.000000
dmu:2	0.930376	0.935785	0.973326	0.994220	1.000000	dmu:2	0.987175	1.000000	1.000000	0.987175	-1.000000
dmu:3	0.723940	0.753927	1.000000	0.960225	1.000000	dmu:3	0.929564	0.995380	1.000000	0.933879	1.000000
dmu:4	0.862071	0.875925	1.000000	0.984183	1.000000	dmu:4	0.971267	1.000000	1.000000	0.971267	-1.000000
dmu:5	0.790491	0.792481	1.000000	0.997489	1.000000	dmu:5	0.968758	0.999466	1.000000	0.969275	-1.000000
dmu:6	0.934094	0.934094	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.951879	0.951879	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.880125	0.892959	0.975925	0.985627	1.000000	dmu:9	0.967479	0.995847	1.000000	0.971513	1.000000
dmu:10	0.890307	0.892075	1.000000	0.998018	1.000000	dmu:10	0.980063	0.998932	1.000000	0.981111	1.000000
dmu:11	0.797799	0.797799	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:11	0.985022	0.997589	1.000000	0.987403	1.000000
dmu:12	0.809107	0.809107	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.951242	0.951242	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:13	0.991112	0.997712	1.000000	0.993384	1.000000
dmu:14	0.850435	0.861654	0.952092	0.986979	1.000000	dmu:14	0.985773	1.000000	1.000000	0.985773	-1.000000
dmu:15	0.906494	0.906494	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:15	0.991210	0.997176	1.000000	0.994018	1.000000
dmu:16	0.912609	0.912609	0.991725	1.000000	0.000000	dmu:16	0.988732	0.996705	1.000000	0.992000	1.000000
dmu:17	0.910530	0.910718	0.910530	0.999794	1.000000	dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.864235	0.864235	0.913445	1.000000	0.000000	dmu:18	0.990313	0.997211	1.000000	0.993082	1.000000
dmu:19	0.731784	0.732053	0.869900	0.999633	1.000000	dmu:19	0.969301	0.994767	1.000000	0.974400	1.000000
dmu:20	0.945519	0.946355	1.000000	0.999116	1.000000	dmu:20	0.997485	0.999319	1.000000	0.998165	1.000000
dmu:21	0.849917	0.849917	0.923451	1.000000	0.000000	dmu:21	0.978317	0.995457	0.996463	0.982782	1.000000
dmu:22	0.933420	0.933420	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:22	0.996766	0.998995	1.000000	0.997769	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.909000	0.910494	0.969431	0.998359	1.000000	dmu:25	0.982811	0.995697	1.000000	0.987058	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.842846	0.848496	0.878142	0.993341	1.000000	dmu:27	0.968523	0.995784	1.000000	0.972623	1.000000
dmu:28	0.977351	0.980194	0.993483	0.997099	1.000000	dmu:28	0.990791	1.000000	1.000000	0.990791	-1.000000
dmu:29	0.892702	0.892702	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.995028	0.997019	1.000000	0.998003	-1.000000	dmu:30	0.996519	0.999222	1.000000	0.997294	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2006 Σενάριο 3 output oriented						2006 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.985343	0.987686	0.995130	0.997628	1.000000	dmu:1	0.989385	0.999379	1.000000	0.990000	-1.000000
dmu:2	0.987747	0.987747	0.994515	1.000000	0.000000	dmu:2	0.986416	0.996860	1.000000	0.989523	-1.000000
dmu:3	0.971241	0.985011	1.000000	0.986021	-1.000000	dmu:3	0.950226	0.997475	1.000000	0.952631	-1.000000
dmu:4	0.981237	0.989112	1.000000	0.992038	1.000000	dmu:4	0.967163	0.988231	1.000000	0.978681	-1.000000
dmu:5	0.985958	0.995515	1.000000	0.990401	1.000000	dmu:5	0.986757	0.992097	1.000000	0.994617	1.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.995017	0.995017	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:7	0.999920	1.000000	1.000000	0.999920	-1.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.988692	0.988958	1.000000	0.999732	1.000000	dmu:9	0.968261	0.993092	0.996428	0.974997	-1.000000
dmu:10	0.984731	0.989518	1.000000	0.995162	1.000000	dmu:10	0.986660	0.999689	1.000000	0.986967	-1.000000
dmu:11	0.994980	0.996720	1.000000	0.998254	-1.000000	dmu:11	0.996664	0.999698	1.000000	0.996965	-1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.994178	0.995430	1.000000	0.998742	1.000000	dmu:13	0.994825	1.000000	1.000000	0.994825	-1.000000
dmu:14	0.982051	0.990327	1.000000	0.991643	1.000000	dmu:14	0.980135	1.000000	1.000000	0.980135	-1.000000
dmu:15	0.993969	0.995120	1.000000	0.998843	1.000000	dmu:15	0.992075	0.993180	1.000000	0.998887	-1.000000
dmu:16	0.988210	0.988827	0.998011	0.999376	1.000000	dmu:16	0.988855	0.994268	1.000000	0.994556	-1.000000
dmu:17	0.991693	0.992078	0.992078	0.999612	1.000000	dmu:17	0.997768	1.000000	1.000000	0.997768	1.000000
dmu:18	0.998215	1.000000	1.000000	0.998215	-1.000000	dmu:18	0.996180	0.998905	1.000000	0.997272	-1.000000
dmu:19	0.971278	0.978706	0.989940	0.992410	1.000000	dmu:19	0.972027	0.979776	1.000000	0.992092	-1.000000
dmu:20	0.988157	0.988849	1.000000	0.999301	1.000000	dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.985129	0.986661	0.993750	0.998448	1.000000	dmu:21	0.982115	0.987330	0.991792	0.994719	1.000000
dmu:22	0.991392	0.993553	1.000000	0.997826	1.000000	dmu:22	0.996901	1.000000	1.000000	0.996901	-1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.988996	0.990953	0.996720	0.998024	1.000000	dmu:25	0.981987	0.992737	1.000000	0.989171	-1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.980858	0.981599	0.986416	0.999245	-1.000000	dmu:27	0.973587	0.988549	0.990606	0.984865	-1.000000
dmu:28	0.998427	1.000000	1.000000	0.998427	1.000000	dmu:28	0.987365	0.995500	1.000000	0.991828	-1.000000
dmu:29	0.994232	0.994376	1.000000	0.999856	1.000000	dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:30	0.988387	0.998494	0.999220	0.989879	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2008 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.874453	0.874453	0.874453	1.000000	0.000000
dmu:3	0.738691	0.748878	0.767685	0.986398	1.000000
dmu:4	0.890452	0.893329	0.951597	0.996780	1.000000
dmu:5	0.916238	0.916238	0.916238	1.000000	0.000000
dmu:6	0.865459	0.865459	0.880016	1.000000	0.000000
dmu:7	0.973538	0.973538	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.874812	0.874812	0.874812	1.000000	0.000000
dmu:10	0.793671	0.793671	0.826810	1.000000	0.000000
dmu:11	0.876642	0.876642	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.843058	0.843058	0.867374	1.000000	0.000000
dmu:13	0.736511	0.736511	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.958475	0.958475	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.914119	0.914119	0.919646	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.826947	0.827850	0.833169	0.998909	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.967770	0.970692	1.000000	0.996989	1.000000
dmu:20	0.980415	0.980415	0.980415	1.000000	0.000000
dmu:21	0.951289	0.951289	0.995773	1.000000	0.000000
dmu:22	0.762322	0.762322	0.769632	1.000000	0.000000
dmu:23	0.966905	0.966905	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.981294	0.984674	0.996080	0.996567	1.000000
dmu:25	0.902457	0.902457	0.905619	1.000000	0.000000
dmu:26	0.924534	0.940361	1.000000	0.983169	1.000000
dmu:27	0.961017	0.961017	0.987415	1.000000	0.000000
dmu:28	0.835705	0.835705	0.848513	1.000000	0.000000
dmu:29	0.990076	0.990076	0.990076	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2008 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.968403	0.997002	1.000000	0.971315	1.000000
dmu:4	0.987810	0.999055	1.000000	0.988744	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.993415	0.998462	1.000000	0.994946	-1.000000
dmu:10	0.993535	0.998442	1.000000	0.995085	-1.000000
dmu:11	0.999536	0.999815	1.000000	0.999721	1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.999771	1.000000	1.000000	0.999771	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.991338	0.998881	1.000000	0.992448	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.993448	0.999330	1.000000	0.994114	1.000000
dmu:20	0.997892	0.999759	1.000000	0.998133	1.000000
dmu:21	0.998335	0.999268	1.000000	0.999066	-1.000000
dmu:22	0.990851	0.998554	1.000000	0.992286	1.000000
dmu:23	0.994918	0.999030	1.000000	0.995884	1.000000
dmu:24	0.996353	0.999074	1.000000	0.997277	1.000000
dmu:25	0.999665	0.999676	1.000000	0.999999	1.000000
dmu:26	0.972021	0.997270	1.000000	0.974682	1.000000
dmu:27	0.993610	0.999389	1.000000	0.994218	1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2008 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.989844	0.990050	0.990050	0.999792	1.000000
dmu:3	0.968699	0.983087	1.000000	0.985365	1.000000
dmu:4	0.983990	0.986515	1.000000	0.997441	1.000000
dmu:5	0.998164	0.998232	0.998232	0.999933	-1.000000
dmu:6	0.988584	0.989587	0.990256	0.998986	1.000000
dmu:7	0.992300	0.992300	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.985132	0.986798	0.988629	0.998311	1.000000
dmu:10	0.984720	0.984985	1.000000	0.999730	1.000000
dmu:11	0.993048	0.993280	1.000000	0.999767	1.000000
dmu:12	0.991174	0.991457	1.000000	0.999715	1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.989836	0.991319	0.997102	0.998504	-1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.990603	0.996480	1.000000	0.994102	-1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.996142	1.000000	1.000000	0.996142	-1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.999189	1.000000	1.000000	0.999189	-1.000000
dmu:22	0.974480	0.975634	0.979870	0.998817	1.000000
dmu:23	0.997770	0.999784	1.000000	0.997985	-1.000000
dmu:24	0.999713	1.000000	1.000000	0.999713	-1.000000
dmu:25	0.997521	0.998426	1.000000	0.999094	-1.000000
dmu:26	0.987830	0.995207	1.000000	0.992588	-1.000000
dmu:27	0.991244	0.991300	1.000000	0.999943	1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.999510	1.000000	0.999825	0.999510	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2008 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.992969	1.000000	1.000000	0.992969	-1.000000
dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.972849	0.992405	1.000000	0.980294	1.000000
dmu:4	0.990485	0.997468	1.000000	0.992999	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.994198	0.994218	0.996344	0.999981	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.985606	0.986213	0.989125	0.999384	1.000000
dmu:10	0.993975	0.994202	0.997564	0.999771	1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.992606	0.993919	1.000000	0.998679	1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.993509	0.993524	1.000000	0.999985	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.993388	0.996925	1.000000	0.996451	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.998954	0.999474	1.000000	0.999480	-1.000000
dmu:22	0.982495	0.982498	0.985267	0.999997	1.000000
dmu:23	0.993289	0.999792	1.000000	0.993496	-1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.994239	0.997034	1.000000	0.997197	-1.000000
dmu:26	0.981672	0.999173	1.000000	0.982485	-1.000000
dmu:27	0.996744	1.000000	1.000000	0.996744	-1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2009 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.988048	0.988581	1.000000	0.999460	1.000000
dmu:2	0.855114	0.855114	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.846381	0.861201	1.000000	0.982791	1.000000
dmu:4	0.923974	0.923974	0.931172	1.000000	0.000000
dmu:5	0.898425	0.898425	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.924101	0.924101	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.995285	1.000000	1.000000	0.995285	-1.000000
dmu:8	0.882009	0.882009	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.863923	0.863923	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.863722	0.864826	0.894372	0.998723	1.000000
dmu:11	0.989292	0.989292	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.876866	0.876866	0.942407	1.000000	0.000000
dmu:13	0.921980	0.922420	0.988922	0.995524	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.730823	0.731279	0.735408	0.999376	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.768170	0.768170	0.915626	1.000000	0.000000
dmu:18	0.756711	0.756711	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.985947	0.993276	1.000000	0.992621	1.000000
dmu:20	0.944103	0.944103	0.966505	1.000000	0.000000
dmu:21	0.837466	0.837466	0.847233	1.000000	0.000000
dmu:22	0.713941	0.713941	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.938112	0.942516	0.951528	0.995327	1.000000
dmu:25	0.702044	0.702044	0.721864	1.000000	0.000000
dmu:26	0.927947	0.937149	1.000000	0.990181	1.000000
dmu:27	0.954504	0.954504	0.991691	1.000000	0.000000
dmu:28	0.775498	0.775498	0.979226	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.962939	0.962939	0.997752	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2009 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.997159	1.000000	1.000000	0.997159	-1.000000
dmu:2	0.999946	1.000000	1.000000	0.999946	1.000000
dmu:3	0.979420	0.998010	1.000000	0.981373	1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.995285	1.000000	1.000000	0.995285	-1.000000
dmu:8	0.993914	0.999731	1.000000	0.994181	-1.000000
dmu:9	0.994232	0.999700	1.000000	0.994530	-1.000000
dmu:10	0.995447	0.999751	1.000000	0.995695	-1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.995712	0.998707	1.000000	0.997000	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.996481	0.998541	1.000000	0.997938	-1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.994969	0.998803	1.000000	0.996162	1.000000
dmu:18	0.992958	0.998431	1.000000	0.994518	1.000000
dmu:19	0.991913	0.999188	1.000000	0.992720	-1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.999129	0.999163	1.000000	0.999966	1.000000
dmu:22	0.998157	0.999555	1.000000	0.998601	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.991532	0.998415	1.000000	0.993107	1.000000
dmu:25	0.996988	0.998787	1.000000	0.998199	1.000000
dmu:26	0.979114	0.997256	1.000000	0.981808	1.000000
dmu:27	0.995202	0.998908	1.000000	0.996290	1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2009 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.999020	0.999405	1.000000	0.999615	-1.000000
dmu:2	0.999349	1.000000	1.000000	0.999349	1.000000
dmu:3	0.983375	0.990033	1.000000	0.993275	1.000000
dmu:4	0.995109	0.996411	0.995843	0.998693	1.000000
dmu:5	0.994409	0.994409	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.997046	0.998209	1.000000	0.998834	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.991064	0.991259	1.000000	0.999804	-1.000000
dmu:9	0.994335	0.994512	1.000000	0.999823	-1.000000
dmu:10	0.990463	0.990720	0.991651	0.999741	1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.993333	0.995981	0.996347	0.997341	1.000000
dmu:13	0.994215	0.994666	0.997411	0.999547	-1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.988481	0.988840	1.000000	0.999637	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.992302	0.992330	1.000000	0.999971	-1.000000
dmu:18	0.983542	0.983657	1.000000	0.999883	1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.999083	1.000000	1.000000	0.999083	1.000000
dmu:22	0.987318	0.987946	1.000000	0.999364	-1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.990177	0.990926	1.000000	0.999245	1.000000
dmu:26	0.987636	0.994764	1.000000	0.992835	-1.000000
dmu:27	0.994569	0.994615	0.999101	0.999954	-1.000000
dmu:28	0.996365	1.000000	1.000000	0.996365	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.998260	0.998321	1.000000	0.999938	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2009 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.997430	0.997436	1.000000	0.999994	1.000000
dmu:3	0.989390	0.994661	1.000000	0.994700	-1.000000
dmu:4	0.998942	1.000000	1.000000	0.998942	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.995592	0.997692	1.000000	0.997895	1.000000
dmu:7	0.988355	1.000000	1.000000	0.988355	-1.000000
dmu:8	0.999377	1.000000	1.000000	0.999377	-1.000000
dmu:9	0.994005	0.994317	1.000000	0.999686	1.000000
dmu:10	0.997323	0.997925	1.000000	0.999397	-1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.989602	0.991270	0.990148	0.998317	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.999715	1.000000	1.000000	0.999715	1.000000
dmu:18	0.997323	0.997865	1.000000	0.999457	-1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.994892	0.994892	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.989469	0.989551	1.000000	0.999917	1.000000
dmu:23	0.996882	1.000000	1.000000	0.996882	-1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.986083	0.986083	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.986590	0.996851	1.000000	0.989706	-1.000000
dmu:27	0.999745	0.999815	1.000000	0.999930	-1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2010 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.966456	0.969678	0.969678	0.996677	1.000000
dmu:2	0.626132	0.626132	0.626132	1.000000	0.000000
dmu:3	0.831171	0.834904	1.000000	0.995529	1.000000
dmu:4	0.813608	0.813608	0.813608	1.000000	0.000000
dmu:5	0.908045	0.908045	0.911851	1.000000	0.000000
dmu:6	0.926791	0.927629	0.949265	0.999097	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.816863	0.816863	0.837727	1.000000	0.000000
dmu:9	0.860602	0.860602	0.862201	1.000000	0.000000
dmu:10	0.958548	0.958903	1.000000	0.999629	1.000000
dmu:11	0.978667	0.978667	0.980691	1.000000	0.000000
dmu:12	0.931425	0.931425	0.941057	1.000000	0.000000
dmu:13	0.945449	0.945560	0.945560	0.999882	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.972578	0.972578	0.972578	1.000000	0.000000
dmu:17	0.680558	0.680558	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.985776	0.985776	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.972839	0.972839	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.988401	0.989509	0.995895	0.998880	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.846438	0.846438	0.914326	1.000000	0.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.805191	0.805591	1.000000	0.995903	1.000000
dmu:26	0.971779	0.975109	1.000000	0.996585	1.000000
dmu:27	0.918729	0.918729	0.933407	1.000000	0.000000
dmu:28	0.916176	0.916176	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.901991	0.902595	0.915378	0.999331	1.000000
dmu:30	0.954734	0.954734	0.954734	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2010 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.997866	1.000000	1.000000	0.997866	-1.000000
dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.982210	0.998611	1.000000	0.983576	1.000000
dmu:4	0.995122	0.999964	1.000000	0.995158	-1.000000
dmu:5	0.992606	0.999900	1.000000	0.992705	-1.000000
dmu:6	0.996649	0.999651	1.000000	0.996997	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.998454	1.000000	1.000000	0.998454	-1.000000
dmu:9	0.995604	0.999521	0.999934	0.996081	1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.995768	0.999710	1.000000	0.996056	-1.000000
dmu:13	0.994171	0.999879	1.000000	0.994291	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.999677	1.000000	1.000000	0.999677	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.994991	0.999516	1.000000	0.995474	1.000000
dmu:26	0.994810	1.000000	1.000000	0.994810	-1.000000
dmu:27	0.994726	0.999991	1.000000	0.994735	-1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.991665	1.000000	1.000000	0.991665	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2010 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.996675	0.996745	0.996829	0.999930	1.000000
dmu:2	0.976271	0.976353	0.976408	0.999917	1.000000
dmu:3	0.982521	0.985615	1.000000	0.996861	1.000000
dmu:4	0.983360	0.983494	0.989169	0.999864	1.000000
dmu:5	0.991099	0.993062	1.000000	0.998024	1.000000
dmu:6	0.986466	0.987599	0.989491	0.998852	1.000000
dmu:7	0.998071	0.998824	1.000000	0.999246	1.000000
dmu:8	0.986227	0.986583	0.992678	0.999639	1.000000
dmu:9	0.982899	0.983633	0.983797	0.999253	1.000000
dmu:10	0.995177	1.000000	1.000000	0.995177	1.000000
dmu:11	0.998948	0.999692	1.000000	0.999255	1.000000
dmu:12	0.990342	0.991705	0.998991	0.998625	1.000000
dmu:13	0.990796	0.990871	0.992209	0.999925	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.995964	0.996605	1.000000	0.999357	1.000000
dmu:17	0.976336	0.976342	1.000000	0.999994	1.000000
dmu:18	0.997179	1.000000	1.000000	0.997180	1.000000
dmu:19	0.999392	1.000000	1.000000	0.999392	1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.980440	0.980459	0.994231	0.999981	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.981315	0.981608	1.000000	0.999702	1.000000
dmu:26	0.989916	0.992221	1.000000	0.997676	1.000000
dmu:27	0.988909	0.988904	0.995524	0.999813	1.000000
dmu:28	0.994946	0.995525	1.000000	0.999418	1.000000
dmu:29	0.986025	0.986143	0.989908	0.999880	1.000000
dmu:30	0.996133	0.996217	0.997886	0.999916	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2010 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.989749	0.996760	1.000000	0.992967	1.000000
dmu:2	0.990831	0.990831	0.994141	1.000000	0.000000
dmu:3	0.991821	0.993466	1.000000	0.998344	-1.000000
dmu:4	0.989867	0.990609	0.999065	0.999251	1.000000
dmu:5	0.995313	0.996536	1.000000	0.998772	1.000000
dmu:6	0.997098	0.999049	1.000000	0.998046	-1.000000
dmu:7	0.991204	1.000000	1.000000	0.991204	-1.000000
dmu:8	0.994349	0.995999	1.000000	0.998343	1.000000
dmu:9	0.978945	0.980663	0.982835	0.998248	-1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.989083	0.993545	1.000000	0.995509	1.000000
dmu:13	0.991005	0.993799	0.993997	0.997189	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.986828	0.992761	1.000000	0.994024	1.000000
dmu:17	0.998447	0.998447	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.998167	1.000000	1.000000	0.998167	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.994843	0.998454	1.000000	0.996384	1.000000
dmu:26	0.999572	1.000000	1.000000	0.999572	-1.000000
dmu:27	0.985835	0.990422	1.000000	0.995368	1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.989272	0.998577	1.000000	0.990681	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2011 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.955186	0.975523	1.000000	0.979153	1.000000
dmu:2	0.803254	0.811067	0.945981	0.990366	1.000000
dmu:3	0.895375	0.905633	1.000000	0.988672	1.000000
dmu:4	0.933410	0.942614	1.000000	0.990235	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.761921	0.761921	0.761921	1.000000	0.000000
dmu:8	0.830019	0.830019	0.868783	1.000000	0.000000
dmu:9	0.867804	0.875183	0.942552	0.991568	1.000000
dmu:10	0.851410	0.861633	0.929924	0.988135	1.000000
dmu:11	0.958716	0.960773	1.000000	0.997859	1.000000
dmu:12	0.899377	0.899377	0.899377	1.000000	0.000000
dmu:13	0.852269	0.861457	1.000000	0.989334	1.000000
dmu:14	0.980295	0.982389	1.000000	0.997869	1.000000
dmu:15	0.756901	0.759727	1.000000	0.996281	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.729268	0.732226	1.000000	0.995960	1.000000
dmu:18	0.972490	0.972490	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.924297	0.938420	1.000000	0.984950	1.000000
dmu:20	0.912982	0.918321	0.912982	0.994186	1.000000
dmu:21	0.901886	0.910508	0.938313	0.990531	1.000000
dmu:22	0.891534	0.895636	1.000000	0.995421	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.940603	0.943096	1.000000	0.997357	1.000000
dmu:25	0.818037	0.826191	0.952189	0.990130	1.000000
dmu:26	0.956945	0.979710	1.000000	0.976763	1.000000
dmu:27	0.900941	0.912098	0.930564	0.987768	1.000000
dmu:28	0.963690	0.970987	1.000000	0.992485	1.000000
dmu:29	0.917826	0.927953	0.961717	0.989087	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2011 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.975772	0.998199	1.000000	0.977533	1.000000
dmu:2	0.996018	1.000000	1.000000	0.996018	-1.000000
dmu:3	0.984547	0.999205	1.000000	0.985331	1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.987985	0.998478	1.000000	0.989491	1.000000
dmu:9	0.987236	0.998126	1.000000	0.989089	1.000000
dmu:10	0.983395	0.997678	1.000000	0.985684	1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.984676	0.999402	1.000000	0.985265	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.990606	0.999998	1.000000	0.990607	-1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.998599	1.000000	1.000000	0.998599	-1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.980410	0.997914	1.000000	0.982459	1.000000
dmu:20	0.984524	0.997874	0.999819	0.986621	1.000000
dmu:21	0.987932	0.998100	1.000000	0.989812	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.994214	0.999217	1.000000	0.994993	1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.985389	0.998901	1.000000	0.986472	-1.000000
dmu:27	0.986832	0.999600	1.000000	0.987227	-1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.991388	0.999941	1.000000	0.991446	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2011 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.996016	0.996176	1.000000	0.999840	1.000000
dmu:2	0.986279	0.986867	0.995050	0.999403	1.000000
dmu:3	0.991285	0.996815	1.000000	0.994451	-1.000000
dmu:4	0.992387	0.992750	1.000000	0.999634	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.992255	1.000000	1.000000	0.992255	1.000000
dmu:8	0.988057	0.991538	1.000000	0.996489	1.000000
dmu:9	0.983611	0.987076	0.994268	0.996490	1.000000
dmu:10	0.982687	0.984189	1.000000	0.998473	1.000000
dmu:11	0.988391	0.988624	0.998521	0.999765	1.000000
dmu:12	0.983405	0.983750	0.983750	0.999649	1.000000
dmu:13	0.982581	0.984189	1.000000	0.998366	1.000000
dmu:14	0.999321	1.000000	1.000000	0.999321	1.000000
dmu:15	0.980371	0.981932	1.000000	0.998410	-1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.994350	0.997628	1.000000	0.996715	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.987477	0.992514	1.000000	0.994925	1.000000
dmu:20	0.986128	0.990884	1.000000	0.995200	1.000000
dmu:21	0.989550	0.991082	1.000000	0.998454	1.000000
dmu:22	0.997619	1.000000	1.000000	0.997619	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.994375	0.995264	1.000000	0.999107	1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.992702	0.996306	1.000000	0.996383	-1.000000
dmu:27	0.990230	0.997133	1.000000	0.993077	-1.000000
dmu:28	0.994464	0.994807	1.000000	0.999655	1.000000
dmu:29	0.986242	0.990059	0.993886	0.996145	1.000000
dmu:30	0.998774	1.000000	1.000000	0.998774	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2011 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.995541	0.995992	1.000000	0.995547	-1.000000
dmu:3	0.998496	1.000000	1.000000	0.998496	-1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.991531	0.991547	0.995989	0.999984	-1.000000
dmu:9	0.982421	0.987846	1.000000	0.994509	-1.000000
dmu:10	0.983852	0.985724	1.000000	0.998101	-1.000000
dmu:11	0.996750	1.000000	1.000000	0.996750	-1.000000
dmu:12	0.999813	0.999813	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.983358	1.000000	1.000000	0.983358	-1.000000
dmu:15	0.980460	0.981867	1.000000	0.998568	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.999409	1.000000	1.000000	0.999409	-1.000000
dmu:19	0.988312	0.991701	1.000000	0.996582	-1.000000
dmu:20	0.995003	1.000000	1.000000	0.995003	-1.000000
dmu:21	0.991982	0.992803	1.000000	0.999174	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	-1.000000
dmu:28	0.992407	0.995862	1.000000	0.996530	-1.000000
dmu:29	0.993554	0.995082	1.000000	0.998465	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2012 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.933422	0.940583	1.000000	0.992386	1.000000
dmu:2	0.822610	0.822610	0.833142	1.000000	0.000000
dmu:3	0.915309	0.920441	1.000000	0.994424	1.000000
dmu:4	0.919228	0.919442	0.919228	0.999767	1.000000
dmu:5	0.825100	0.825183	0.830287	0.999910	1.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.794787	0.796504	1.000000	0.997845	1.000000
dmu:8	0.831236	0.832130	0.922030	0.998925	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.891306	0.896669	0.942025	0.994019	1.000000
dmu:11	0.944903	0.948953	0.957137	0.995733	-1.000000
dmu:12	0.529170	0.529170	0.609237	1.000000	0.000000
dmu:13	0.881592	0.886192	0.945960	0.994810	1.000000
dmu:14	0.916062	0.927858	1.000000	0.987287	-1.000000
dmu:15	0.790161	0.790953	0.894872	0.998999	1.000000
dmu:16	0.942451	0.948583	1.000000	0.993536	1.000000
dmu:17	0.851066	0.856603	1.000000	0.993536	-1.000000
dmu:18	0.995700	1.000000	0.995700	0.995700	-1.000000
dmu:19	0.852479	0.859577	1.000000	0.991743	1.000000
dmu:20	0.929564	0.935611	1.000000	0.993536	1.000000
dmu:21	0.817407	0.821542	0.901517	0.994967	1.000000
dmu:22	0.948078	0.949048	1.000000	0.998978	1.000000
dmu:23	0.962839	0.970933	1.000000	0.991664	1.000000
dmu:24	0.892549	0.899755	0.942319	0.991991	-1.000000
dmu:25	0.816945	0.822260	0.918830	0.993536	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.965507	0.965507	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.953057	0.955008	1.000000	0.997956	1.000000
dmu:29	0.865890	0.865890	0.865890	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2012 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.974298	0.998408	1.000000	0.975851	-1.000000
dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.975887	0.998500	1.000000	0.977353	-1.000000
dmu:4	0.995330	1.000000	1.000000	0.995330	-1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.987850	0.997919	1.000000	0.989910	1.000000
dmu:8	0.978924	0.997496	1.000000	0.981382	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.988789	0.998689	1.000000	0.990087	-1.000000
dmu:11	0.981459	0.999280	1.000000	0.982166	-1.000000
dmu:12	0.991884	0.999749	1.000000	0.992133	-1.000000
dmu:13	0.976446	0.998581	1.000000	0.977833	-1.000000
dmu:14	0.968486	0.997936	1.000000	0.970489	-1.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.994132	0.998972	1.000000	0.995155	-1.000000
dmu:17	0.991923	0.998382	1.000000	0.993530	-1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.971815	0.996515	1.000000	0.975213	-1.000000
dmu:20	0.996329	0.999256	1.000000	0.997070	-1.000000
dmu:21	0.986987	0.998829	1.000000	0.988144	-1.000000
dmu:22	0.987215	0.999399	1.000000	0.987809	-1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.976914	0.998319	1.000000	0.978559	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.981467	0.998823	1.000000	0.982623	-1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2012 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.987339	0.987339	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.986093	0.988834	1.000000	0.997228	1.000000
dmu:3	0.988483	0.990322	1.000000	0.998143	1.000000
dmu:4	0.994279	1.000000	0.997392	0.994279	1.000000
dmu:5	0.989622	0.989622	0.992944	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.979633	0.982501	1.000000	0.997081	-1.000000
dmu:8	0.975762	0.980271	0.989045	0.995400	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.990588	0.991992	0.994178	0.998586	1.000000
dmu:11	0.990648	0.992121	0.993877	0.998515	1.000000
dmu:12	0.969842	0.971157	1.000000	0.998647	1.000000
dmu:13	0.985428	0.989896	1.000000	0.995486	1.000000
dmu:14	0.983083	0.988600	1.000000	0.994419	1.000000
dmu:15	0.989231	0.989437	1.000000	0.999791	1.000000
dmu:16	0.998749	1.000000	1.000000	0.998749	-1.000000
dmu:17	0.989657	0.990786	1.000000	0.998860	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.982253	0.989154	1.000000	0.993023	1.000000
dmu:20	0.993534	0.994912	1.000000	0.998615	-1.000000
dmu:21	0.986919	0.990428	1.000000	0.996458	1.000000
dmu:22	0.992247	0.996528	1.000000	0.995704	1.000000
dmu:23	0.990394	0.992959	1.000000	0.997417	1.000000
dmu:24	0.984071	0.990960	1.000000	0.993048	1.000000
dmu:25	0.997534	1.000000	1.000000	0.997534	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.988167	0.988960	1.000000	0.999198	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2012 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.985183	0.989330	1.000000	0.995808	1.000000
dmu:3	0.978319	0.991500	1.000000	0.986706	-1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.983591	0.988029	1.000000	0.995508	1.000000
dmu:8	0.978267	0.984701	1.000000	0.993466	1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.996749	0.997351	1.000000	0.999396	1.000000
dmu:11	0.996191	0.996712	1.000000	0.999477	1.000000
dmu:12	0.978426	0.978553	1.000000	0.999870	-1.000000
dmu:13	0.991132	0.993981	1.000000	0.997133	-1.000000
dmu:14	0.977877	0.996200	1.000000	0.981607	1.000000
dmu:15	0.992185	0.992386	1.000000	0.999798	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.993015	0.994072	1.000000	0.998936	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.977915	0.987598	1.000000	0.990196	1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.996632	0.999816	1.000000	0.996815	1.000000
dmu:22	0.995701	0.997266	1.000000	0.998431	-1.000000
dmu:23	0.991512	1.000000	1.000000	0.991512	-1.000000
dmu:24	0.982946	0.991427	1.000000	0.991446	1.000000
dmu:25	0.996070	1.000000	1.000000	0.996070	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.983416	0.989692	1.000000	0.993659	-1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2013 Σενάριο 1 output oriented						2013 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.906135	0.911020	1.000000	0.994638	1.000000	dmu:1	0.988902	0.999608	1.000000	0.989290	-1.000000
dmu:2	0.938419	0.950835	1.000000	0.986942	1.000000	dmu:2	0.984877	0.999201	1.000000	0.985664	-1.000000
dmu:3	0.972851	0.978838	1.000000	0.993883	1.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.871475	0.874019	0.965344	0.997090	1.000000	dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.865023	0.865023	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:5	0.996293	1.000000	1.000000	0.996293	-1.000000
dmu:6	0.938594	0.945213	1.000000	0.992998	1.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.786393	0.786393	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.829497	0.833230	0.880595	0.995519	1.000000	dmu:8	0.993835	0.998322	1.000000	0.995506	1.000000
dmu:9	0.965064	0.967210	0.990538	0.997781	1.000000	dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.893647	0.893647	0.976871	1.000000	0.000000	dmu:10	0.999978	0.999993	1.000000	0.999985	1.000000
dmu:11	0.926115	0.926115	0.983768	1.000000	0.000000	dmu:11	0.999055	1.000000	1.000000	0.999055	-1.000000
dmu:12	0.750815	0.750815	0.896603	1.000000	0.000000	dmu:12	0.999326	0.999720	1.000000	0.999606	-1.000000
dmu:13	0.888130	0.895426	0.918817	0.991852	1.000000	dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.741746	0.743940	0.769828	0.997051	1.000000	dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.829179	0.829179	0.977531	1.000000	0.000000	dmu:15	0.998191	0.999302	1.000000	0.998888	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.869026	0.869026	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.869523	0.869523	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:19	0.987470	0.997305	1.000000	0.990138	1.000000
dmu:20	0.924913	0.924913	0.939241	1.000000	0.000000	dmu:20	0.999173	0.999432	1.000000	0.999742	1.000000
dmu:21	0.946593	0.951466	1.000000	0.994879	1.000000	dmu:21	0.984207	0.997495	1.000000	0.986679	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.912749	0.929736	1.000000	0.981728	1.000000	dmu:23	0.973902	0.994663	1.000000	0.979128	1.000000
dmu:24	0.796803	0.796803	0.856620	1.000000	0.000000	dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.824797	0.824797	0.935959	1.000000	0.000000	dmu:25	0.996483	0.999111	1.000000	0.997369	-1.000000
dmu:26	0.906568	0.907265	1.000000	0.999232	1.000000	dmu:26	0.984389	0.995375	1.000000	0.988963	-1.000000
dmu:27	0.959963	0.959963	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.808313	0.808313	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:29	0.982381	0.995238	1.000000	0.987082	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs) VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2013 Σενάριο 3 output oriented						2013 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.980059	0.982663	1.000000	0.997350	1.000000	dmu:1	0.983317	0.986536	1.000000	0.996737	1.000000
dmu:2	0.984739	0.992066	1.000000	0.992614	-1.000000	dmu:2	0.984360	0.999751	1.000000	0.984605	-1.000000
dmu:3	0.993975	0.999429	1.000000	0.994543	-1.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.980891	0.983045	1.000000	0.997810	1.000000	dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.984267	0.989118	1.000000	0.995096	-1.000000	dmu:5	0.993935	0.994220	1.000000	0.999713	-1.000000
dmu:6	0.989269	0.990257	1.000000	0.999003	1.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.982477	0.987266	1.000000	0.995149	1.000000	dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.979405	0.985798	1.000000	0.993515	1.000000	dmu:8	0.984962	0.992382	1.000000	0.992523	1.000000
dmu:9	0.996371	0.999399	1.000000	0.996969	1.000000	dmu:9	0.996763	1.000000	1.000000	0.996763	-1.000000
dmu:10	0.982099	0.984235	0.990943	0.997830	1.000000	dmu:10	0.996308	0.996569	1.000000	0.999738	1.000000
dmu:11	0.983840	0.985935	0.990104	0.997876	-1.000000	dmu:11	0.997222	0.998740	1.000000	0.998480	-1.000000
dmu:12	0.973071	0.980658	1.000000	0.992264	1.000000	dmu:12	0.989173	0.989334	1.000000	0.999837	-1.000000
dmu:13	0.980783	0.984485	1.000000	0.996239	-1.000000	dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.981230	0.988582	1.000000	0.992563	1.000000	dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.979381	0.979381	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:15	0.986411	0.987431	1.000000	0.998967	-1.000000
dmu:16	0.998170	0.999446	1.000000	0.998724	-1.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:18	0.998158	1.000000	1.000000	0.998158	-1.000000
dmu:19	0.984327	0.990271	1.000000	0.993998	1.000000	dmu:19	0.993198	0.993568	1.000000	0.999628	1.000000
dmu:20	0.992848	0.992848	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:20	0.998109	0.998742	1.000000	0.999366	1.000000
dmu:21	0.988051	0.990520	1.000000	0.997508	1.000000	dmu:21	0.991146	0.994964	1.000000	0.996164	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.982546	0.992207	1.000000	0.990264	-1.000000	dmu:23	0.980984	0.997559	1.000000	0.983384	-1.000000
dmu:24	0.984246	0.984246	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:24	0.991119	0.991119	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.990238	0.991566	1.000000	0.998660	1.000000	dmu:25	0.991953	0.991953	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.982550	0.987646	0.994998	0.994841	1.000000	dmu:26	0.998266	0.998266	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.980402	0.988025	1.000000	0.992284	1.000000	dmu:29	0.993410	0.997447	1.000000	0.995952	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs) VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2014 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.790103	0.790103	0.790103	1.000000	0.000000
dmu:2	0.895714	0.917961	1.000000	0.975765	1.000000
dmu:3	0.861130	0.876240	0.927907	0.982755	1.000000
dmu:4	0.923623	1.000000	1.000000	0.923623	1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.950162	0.951543	0.953250	0.998549	1.000000
dmu:7	0.846649	0.847200	1.000000	0.996989	-1.000000
dmu:8	0.816417	0.816417	0.947634	1.000000	0.000000
dmu:9	0.991740	0.991740	0.991740	1.000000	0.000000
dmu:10	0.675164	0.675164	0.675164	1.000000	0.000000
dmu:11	0.884688	0.884688	0.910984	1.000000	0.000000
dmu:12	0.913563	0.913563	0.932923	1.000000	0.000000
dmu:13	0.663495	0.667887	0.669433	0.993425	1.000000
dmu:14	0.764077	0.764077	0.862549	1.000000	0.000000
dmu:15	0.915649	0.916905	0.986868	0.998630	1.000000
dmu:16	0.906451	0.906451	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.889732	0.893811	1.000000	0.995436	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.968126	0.968126	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.784424	0.784424	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.948073	0.954631	1.000000	0.993130	1.000000
dmu:22	0.974129	0.981278	1.000000	0.992715	1.000000
dmu:23	0.793231	0.801295	0.825381	0.989935	1.000000
dmu:24	0.944649	0.944649	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.825616	0.825616	0.825616	1.000000	0.000000
dmu:26	0.954042	0.956477	0.957656	0.997454	1.000000
dmu:27	0.973385	0.973385	0.999312	1.000000	0.000000
dmu:28	0.960344	0.961400	0.964236	0.998901	-1.000000
dmu:29	0.854312	0.856915	1.000000	0.996963	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2014 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.986165	0.998872	1.000000	0.987279	1.000000
dmu:2	0.966936	0.997741	1.000000	0.969125	1.000000
dmu:3	0.973886	0.998208	1.000000	0.975634	1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.994607	0.998578	1.000000	0.996024	1.000000
dmu:7	0.986726	0.997638	1.000000	0.989062	1.000000
dmu:8	0.991262	0.997817	1.000000	0.993430	1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	0.995740	0.999002	1.000000	0.996735	1.000000
dmu:12	0.997306	0.999204	1.000000	0.998101	1.000000
dmu:13	0.978575	0.996795	1.000000	0.981722	1.000000
dmu:14	0.996278	0.998675	1.000000	0.997600	1.000000
dmu:15	0.990644	0.998586	1.000000	0.992047	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.991993	0.997650	1.000000	0.994330	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.992297	0.998963	1.000000	0.993327	1.000000
dmu:22	0.994276	0.999299	1.000000	0.994974	-1.000000
dmu:23	0.985930	0.998033	1.000000	0.987873	1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.994120	0.999332	1.000000	0.994784	-1.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.996134	0.999516	0.999915	0.996616	-1.000000
dmu:29	0.990673	0.997864	1.000000	0.992794	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2014 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.984912	0.985329	1.000000	0.999577	-1.000000
dmu:2	0.981341	0.988441	1.000000	0.992816	-1.000000
dmu:3	0.981857	0.991639	1.000000	0.990136	-1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.991146	0.991856	1.000000	0.999284	1.000000
dmu:7	0.981450	0.985465	1.000000	0.995926	1.000000
dmu:8	0.986720	0.989574	1.000000	0.997116	1.000000
dmu:9	0.997038	1.000000	1.000000	0.997038	1.000000
dmu:10	0.999862	1.000000	1.000000	0.999862	-1.000000
dmu:11	0.989332	0.989973	0.990344	0.999353	1.000000
dmu:12	0.989193	0.989404	0.989982	0.999786	1.000000
dmu:13	0.977798	0.984883	1.000000	0.992806	1.000000
dmu:14	0.987988	0.988522	0.991083	0.999460	1.000000
dmu:15	0.988133	0.989408	1.000000	0.998712	1.000000
dmu:16	0.999736	1.000000	1.000000	0.999736	-1.000000
dmu:17	0.990510	0.993639	1.000000	0.996851	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.998455	1.000000	1.000000	0.998455	-1.000000
dmu:20	0.986022	0.986381	1.000000	0.999635	1.000000
dmu:21	0.994005	0.994005	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.998323	1.000000	1.000000	0.998323	-1.000000
dmu:23	0.974842	0.984235	0.993728	0.990456	1.000000
dmu:24	0.999086	1.000000	1.000000	0.999086	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.997140	1.000000	1.000000	0.997140	-1.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.991245	0.992218	0.992233	0.999019	1.000000
dmu:29	0.985017	0.991140	1.000000	0.993822	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2014 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.991313	0.992405	1.000000	0.998899	-1.000000
dmu:2	0.970669	0.986715	1.000000	0.983739	1.000000
dmu:3	0.989418	0.996404	1.000000	0.992990	-1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.989771	0.994937	1.000000	0.994808	-1.000000
dmu:8	0.992967	0.994937	1.000000	0.998020	1.000000
dmu:9	0.998125	1.000000	1.000000	0.998125	-1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.991711	0.993062	1.000000	0.998640	-1.000000
dmu:15	0.990963	0.993266	1.000000	0.997681	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.994243	0.998766	1.000000	0.995471	-1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.993496	0.993506	1.000000	0.999990	-1.000000
dmu:21	0.989656	0.998133	1.000000	0.991506	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.980545	0.986215	1.000000	0.994251	1.000000
dmu:24	0.997554	1.000000	1.000000	0.997554	1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.987957	0.991806	1.000000	0.996120	1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2015 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.885508	0.885508	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.856815	0.865125	0.916720	0.990394	1.000000
dmu:3	0.739125	0.746135	0.799993	0.990605	1.000000
dmu:4	0.699068	0.699068	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.920551	0.925590	0.978196	0.994557	1.000000
dmu:6	0.934913	0.934913	0.991811	1.000000	0.000000
dmu:7	0.938315	0.944253	1.000000	0.993712	1.000000
dmu:8	0.828260	0.828260	0.879469	1.000000	0.000000
dmu:9	0.933627	0.933627	0.933627	1.000000	0.000000
dmu:10	0.910077	0.910077	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.836039	0.836039	0.888650	1.000000	0.000000
dmu:13	0.881769	0.883197	0.937488	0.998383	1.000000
dmu:14	0.835701	0.835701	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.831910	0.831910	0.867980	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.912116	0.927118	0.945699	0.983819	1.000000
dmu:19	0.937743	0.937743	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.886248	0.888241	0.983592	0.997755	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.961111	0.979712	1.000000	0.981014	1.000000
dmu:23	0.722010	0.724077	0.768840	0.997146	1.000000
dmu:24	0.882854	0.882854	0.949233	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.930394	0.930394	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.967143	0.980855	1.000000	0.986020	1.000000
dmu:28	0.963746	0.975992	0.992697	0.987453	1.000000
dmu:29	0.901206	0.905336	0.957800	0.995437	1.000000
dmu:30	0.966011	0.974191	0.987514	0.991603	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2015 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.980149	0.998170	1.000000	0.981945	1.000000
dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.987021	1.000000	1.000000	0.987021	1.000000
dmu:6	0.990074	0.998538	1.000000	0.991523	1.000000
dmu:7	0.978047	0.997468	1.000000	0.980530	1.000000
dmu:8	0.988659	0.998038	1.000000	0.990602	1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.987509	0.997234	0.998226	0.990248	1.000000
dmu:13	0.981845	0.996787	0.998165	0.985011	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.980371	0.997777	1.000000	0.982554	1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.996467	1.000000	1.000000	0.996467	-1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.980645	0.998809	1.000000	0.981814	-1.000000
dmu:23	0.981931	0.998363	1.000000	0.983542	-1.000000
dmu:24	0.999341	1.000000	1.000000	0.999341	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.999947	0.999947	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.986894	1.000000	1.000000	0.986894	-1.000000
dmu:28	0.988127	1.000000	1.000000	0.988127	-1.000000
dmu:29	0.982952	0.999147	1.000000	0.983791	-1.000000
dmu:30	0.991872	1.000000	1.000000	0.991872	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2015 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.988122	0.989954	1.000000	0.998149	1.000000
dmu:2	0.975290	0.983814	1.000000	0.991336	1.000000
dmu:3	0.975618	0.983939	1.000000	0.991544	1.000000
dmu:4	0.975824	0.975824	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.989925	0.998060	1.000000	0.991849	-1.000000
dmu:6	0.991232	0.993560	1.000000	0.997657	1.000000
dmu:7	0.991142	0.997625	1.000000	0.993502	-1.000000
dmu:8	0.985028	0.989517	1.000000	0.995463	1.000000
dmu:9	0.997109	0.997109	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.991168	0.991168	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.977961	0.979866	0.987581	0.998056	1.000000
dmu:13	0.981324	0.982724	1.000000	0.998576	1.000000
dmu:14	0.990438	0.990576	1.000000	0.999861	1.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.992782	0.992782	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.990987	0.991746	1.000000	0.999235	1.000000
dmu:19	0.996351	0.996351	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.989620	0.991537	0.999993	0.998066	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.973266	0.983000	1.000000	0.990097	1.000000
dmu:24	0.992244	0.992244	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.995721	0.995721	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.993925	0.994175	1.000000	0.999748	1.000000
dmu:28	0.994220	0.995074	1.000000	0.999142	1.000000
dmu:29	0.985149	0.992254	0.994684	0.992839	1.000000
dmu:30	0.998913	1.000000	1.000000	0.998913	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2015 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.998501	0.998657	1.000000	0.999844	1.000000
dmu:2	0.978314	0.987780	1.000000	0.990418	1.000000
dmu:3	0.980663	0.987181	1.000000	0.993398	-1.000000
dmu:4	0.986027	0.986445	1.000000	0.999577	1.000000
dmu:5	0.991250	0.993646	1.000000	0.997589	1.000000
dmu:6	0.998878	1.000000	1.000000	0.998878	-1.000000
dmu:7	0.991623	1.000000	1.000000	0.991623	-1.000000
dmu:8	0.996168	0.996620	1.000000	0.999546	1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.998389	1.000000	1.000000	0.998389	1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.980857	0.989999	1.000000	0.990765	1.000000
dmu:14	0.995549	0.995549	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.997682	1.000000	1.000000	0.997681	-1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.988271	0.993274	1.000000	0.994963	1.000000
dmu:24	0.995242	0.995452	1.000000	0.999789	1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.983244	0.994826	1.000000	0.988358	1.000000
dmu:28	0.996780	0.997853	1.000000	0.998924	1.000000
dmu:29	0.992335	0.998410	1.000000	0.993916	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2016 Σεπτέμβριος 1 output oriented

	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.911885	0.911885	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.726745	0.726745	0.791991	1.000000	0.000000
dmu:3	0.818097	0.818097	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.547724	0.547724	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.952095	0.952095	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.874623	0.874623	0.886282	1.000000	0.000000
dmu:7	0.993074	1.000000	1.000000	0.993074	-1.000000
dmu:8	0.891317	0.891317	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.938983	0.939729	0.944386	0.999207	1.000000
dmu:11	0.922531	0.922531	0.931520	1.000000	0.000000
dmu:12	0.912068	0.912068	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.867539	0.869295	0.909160	0.997980	1.000000
dmu:14	0.934177	0.934177	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.870096	0.870096	0.967029	1.000000	0.000000
dmu:16	0.859092	0.859092	0.938049	1.000000	0.000000
dmu:17	0.796024	0.796024	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.977622	0.981785	1.000000	0.995760	1.000000
dmu:19	0.902453	0.902453	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.878227	0.878227	0.958095	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.984937	0.988824	0.988824	0.996069	1.000000
dmu:23	0.669560	0.669560	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.756181	0.756181	0.784905	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.881537	0.881537	0.945434	1.000000	0.000000
dmu:27	0.868751	0.868751	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.912621	0.912649	0.912649	0.999970	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2016 Σεπτέμβριος 2 output oriented

	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.992884	0.998977	1.000000	0.993900	-1.000000
dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.993460	0.998741	1.000000	0.994713	1.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.987301	0.999559	1.000000	0.987736	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.992195	0.999556	1.000000	0.992636	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.993399	0.999061	1.000000	0.994333	1.000000
dmu:13	0.986014	0.998796	1.000000	0.987203	-1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.985788	0.998355	1.000000	0.987413	1.000000
dmu:16	0.991774	0.998618	1.000000	0.993146	1.000000
dmu:17	0.990419	0.998451	1.000000	0.991956	-1.000000
dmu:18	0.991203	0.997851	1.000000	0.993338	1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.998163	0.999670	1.000000	0.998492	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.988927	0.998590	1.000000	0.990323	1.000000
dmu:23	0.991270	0.999614	1.000000	0.991653	-1.000000
dmu:24	0.997385	1.000000	1.000000	0.997385	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.989747	1.000000	1.000000	0.989747	-1.000000
dmu:27	0.980844	0.999138	1.000000	0.981690	1.000000
dmu:28	0.990520	0.999828	1.000000	0.990691	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2016 Σεπτέμβριος 3 output oriented

	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.991983	0.992833	1.000000	0.999144	-1.000000
dmu:2	0.983719	0.986521	1.000000	0.997160	-1.000000
dmu:3	0.986263	0.987525	1.000000	0.998723	-1.000000
dmu:4	0.978402	0.979667	1.000000	0.998709	1.000000
dmu:5	0.999846	0.999929	1.000000	0.999917	-1.000000
dmu:6	0.982239	0.983726	0.988746	0.998488	-1.000000
dmu:7	0.999036	1.000000	1.000000	0.999036	-1.000000
dmu:8	0.989092	0.989299	1.000000	0.999791	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.993188	0.994046	0.996978	0.999137	1.000000
dmu:11	0.994642	0.994797	0.994642	0.999844	-1.000000
dmu:12	0.992388	0.992772	1.000000	0.999613	-1.000000
dmu:13	0.984491	0.986809	1.000000	0.997651	1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.984063	0.985107	1.000000	0.998940	1.000000
dmu:16	0.994174	0.995820	1.000000	0.998347	1.000000
dmu:17	0.988588	0.991290	1.000000	0.997274	-1.000000
dmu:18	0.999247	1.000000	1.000000	0.999247	-1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.996459	0.996975	1.000000	0.999482	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.995535	0.996154	0.996154	0.999378	-1.000000
dmu:23	0.977734	0.981432	1.000000	0.996232	-1.000000
dmu:24	0.990340	0.991404	1.000000	0.998927	1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.989576	0.990357	0.994308	0.999211	1.000000
dmu:27	0.987070	0.989949	1.000000	0.997092	-1.000000
dmu:28	0.989014	0.990767	0.996240	0.998231	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2016 Σεπτέμβριος 4 output oriented

	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.993351	0.993672	1.000000	0.999677	1.000000
dmu:2	0.985640	0.988687	0.992214	0.996917	1.000000
dmu:3	0.993524	0.993903	1.000000	0.999619	1.000000
dmu:4	0.984635	0.987207	1.000000	0.997395	-1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.989660	0.992499	1.000000	0.997140	1.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.996459	0.999526	1.000000	0.996931	-1.000000
dmu:9	0.994281	0.996382	1.000000	0.997891	1.000000
dmu:10	0.995759	0.996477	1.000000	0.999280	-1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.987746	0.993619	1.000000	0.994089	-1.000000
dmu:14	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:15	0.987550	0.988074	1.000000	0.999469	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.992607	0.994213	1.000000	0.998384	1.000000
dmu:18	0.998459	1.000000	1.000000	0.998459	-1.000000
dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.980708	0.981498	1.000000	0.999195	1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.997222	0.998232	1.000000	0.998989	1.000000
dmu:27	0.982807	0.987863	1.000000	0.994882	1.000000
dmu:28	0.991819	0.991952	1.000000	0.999866	1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2017 Σενάριο 1 output oriented						2017 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.948522	0.948522	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:1	0.993755	0.999298	1.000000	0.994453	-1.000000
dmu:2	0.773138	0.773138	0.778945	1.000000	0.000000	dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.883013	0.883013	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.800320	0.800320	0.904892	1.000000	0.000000	dmu:4	0.997819	0.999850	1.000000	0.997969	-1.000000
dmu:5	0.931742	0.935104	1.000000	0.996404	1.000000	dmu:5	0.983214	0.998355	1.000000	0.984834	1.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.932138	0.942070	1.000000	0.989457	1.000000	dmu:7	0.977846	0.998898	1.000000	0.978925	-1.000000
dmu:8	0.856598	0.858783	0.887803	0.997456	1.000000	dmu:8	0.985391	0.999123	1.000000	0.986256	-1.000000
dmu:9	0.898802	0.898802	0.953722	1.000000	0.000000	dmu:9	0.995955	1.000000	1.000000	0.995955	-1.000000
dmu:10	0.891529	0.891529	0.954857	1.000000	0.000000	dmu:10	0.991301	0.999637	1.000000	0.991661	-1.000000
dmu:11	0.897106	0.897106	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:11	0.991223	0.999830	1.000000	0.991392	-1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.964556	0.964556	0.964556	1.000000	0.000000	dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.898659	0.902927	0.903598	0.995274	1.000000	dmu:14	0.992765	0.999333	1.000000	0.993429	1.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.886523	0.886523	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.825433	0.825433	0.846980	1.000000	0.000000	dmu:17	0.997501	0.999445	1.000000	0.998055	1.000000
dmu:18	0.921030	0.921030	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:18	0.992216	0.998638	1.000000	0.993570	-1.000000
dmu:19	0.880241	0.887396	1.000000	0.991937	1.000000	dmu:19	0.998087	1.000000	1.000000	0.998087	-1.000000
dmu:20	0.947243	0.947243	0.955368	1.000000	0.000000	dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.928983	0.935104	1.000000	0.993455	1.000000	dmu:22	0.985426	0.999112	1.000000	0.986302	-1.000000
dmu:23	0.777785	0.777785	0.819243	1.000000	0.000000	dmu:23	0.991219	0.999671	1.000000	0.991546	-1.000000
dmu:24	0.811721	0.811721	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.869948	0.869948	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.835188	0.835442	0.889000	0.999696	1.000000	dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.958820	0.958820	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	0.997650	1.000000	1.000000	0.997650	-1.000000
dmu:28	0.890657	0.894524	0.952597	0.995677	1.000000	dmu:28	0.982776	0.998950	1.000000	0.983810	1.000000
dmu:29	0.838659	0.838673	1.000000	0.999983	1.000000	dmu:29	0.987480	0.999351	1.000000	0.988121	-1.000000
dmu:30	0.984097	0.988097	1.000000	0.995952	1.000000	dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs) VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2017 Σενάριο 3 output oriented						2017 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.992615	0.993107	1.000000	0.999504	1.000000	dmu:1	0.995715	1.000000	1.000000	0.995715	1.000000
dmu:2	0.994621	0.994621	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:3	0.994288	0.994288	1.000000	1.000000	1.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.982082	0.982539	1.000000	0.999534	1.000000	dmu:4	0.984212	0.984763	1.000000	0.999441	1.000000
dmu:5	0.988954	0.993662	1.000000	0.995263	-1.000000	dmu:5	0.994177	0.997015	1.000000	0.997153	1.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	0.985485	0.997001	1.000000	0.988450	1.000000	dmu:7	0.991094	0.998697	1.000000	0.992387	-1.000000
dmu:8	0.978097	0.981789	0.984844	0.996240	-1.000000	dmu:8	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:9	0.989461	0.989796	1.000000	0.999661	1.000000	dmu:9	0.991610	0.992782	1.000000	0.998819	1.000000
dmu:10	0.987062	0.988723	1.000000	0.998319	1.000000	dmu:10	0.988912	0.988919	1.000000	0.999993	1.000000
dmu:11	0.981581	0.981653	1.000000	0.999927	1.000000	dmu:11	0.980935	0.987825	1.000000	0.993025	1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.998144	0.998144	0.999727	1.000000	-1.000000	dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.987470	0.993194	1.000000	0.994237	1.000000	dmu:14	0.998392	0.999563	1.000000	0.998828	1.000000
dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.996429	0.997165	1.000000	0.999262	1.000000	dmu:17	0.993360	0.993387	1.000000	0.999973	1.000000
dmu:18	0.988838	0.989152	1.000000	0.999682	-1.000000	dmu:18	0.996962	1.000000	1.000000	0.996962	-1.000000
dmu:19	0.980745	0.990361	1.000000	0.990290	1.000000	dmu:19	0.984196	0.991835	1.000000	0.992299	1.000000
dmu:20	0.999104	1.000000	0.999104	0.999103	1.000000	dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.987398	0.994417	1.000000	0.992941	-1.000000	dmu:22	0.997619	1.000000	1.000000	0.997619	-1.000000
dmu:23	0.980481	0.982584	1.000000	0.997860	1.000000	dmu:23	0.978724	0.983941	1.000000	0.994698	1.000000
dmu:24	0.994026	0.994280	1.000000	0.999744	1.000000	dmu:24	0.992452	0.992633	1.000000	0.999817	1.000000
dmu:25	0.990046	0.991875	1.000000	0.998157	1.000000	dmu:25	0.993990	0.994698	1.000000	0.999289	1.000000
dmu:26	0.978561	0.981087	0.987013	0.997425	1.000000	dmu:26	0.992692	0.992797	1.000000	0.999894	1.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	0.998974	0.999911	1.000000	0.999063	1.000000
dmu:28	0.980333	0.985166	1.000000	0.995095	1.000000	dmu:28	0.985256	0.992208	1.000000	0.992994	1.000000
dmu:29	0.978594	0.980584	1.000000	0.997970	-1.000000	dmu:29	0.990369	0.990554	1.000000	0.999813	1.000000
dmu:30	0.994254	0.994254	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:30	0.989356	0.997034	1.000000	0.992299	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs) VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2018 Σενάριο 1 output oriented						2018 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.962691	0.962691	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:1	0.994337	0.998642	1.000000	0.995689	-1.000000
dmu:2	0.825510	0.825510	0.832041	1.000000	0.000000	dmu:2	0.998047	0.999056	1.000000	0.998991	1.000000
dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.976610	0.976610	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.925649	0.925649	0.952131	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.878304	0.878304	0.894898	1.000000	0.000000	dmu:8	0.985104	0.998231	1.000000	0.986850	-1.000000
dmu:9	0.959792	0.959792	0.972413	1.000000	0.000000	dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.906598	0.906860	0.936366	0.999711	1.000000	dmu:10	0.985750	0.998262	1.000000	0.987466	-1.000000
dmu:11	0.784767	0.784767	0.794624	1.000000	0.000000	dmu:11	0.993584	0.999603	1.000000	0.993978	-1.000000
dmu:12	0.859780	0.859780	0.884045	1.000000	0.000000	dmu:12	0.985313	0.998522	1.000000	0.986772	-1.000000
dmu:13	0.901565	0.906690	0.964973	0.994347	1.000000	dmu:13	0.980415	0.997986	1.000000	0.982394	-1.000000
dmu:14	0.796158	0.796158	0.808872	1.000000	0.000000	dmu:14	0.994765	0.999721	1.000000	0.995043	-1.000000
dmu:15	0.967106	0.967106	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	0.971144	0.971144	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.924153	0.924153	0.935083	1.000000	0.000000	dmu:17	0.999285	1.000000	1.000000	0.999285	1.000000
dmu:18	0.921682	0.927370	1.000000	0.993866	-1.000000	dmu:18	0.992991	0.999576	1.000000	0.993412	-1.000000
dmu:19	0.952460	0.953157	1.000000	0.999269	1.000000	dmu:19	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:20	0.933776	0.933776	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	0.968443	0.975289	1.000000	0.992980	1.000000	dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.952818	0.952818	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.858702	0.858702	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:23	0.998265	0.999396	1.000000	0.998868	-1.000000
dmu:24	0.741182	0.741182	0.768805	1.000000	0.000000	dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.814414	0.814414	0.833577	1.000000	0.000000	dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	0.784020	0.784020	0.794194	1.000000	0.000000	dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.760243	0.760243	0.764360	1.000000	0.000000	dmu:28	0.999568	1.000000	1.000000	0.999568	-1.000000
dmu:29	0.927799	0.928215	0.932074	0.999553	-1.000000	dmu:29	0.995288	0.999029	1.000000	0.996256	-1.000000
dmu:30	0.935003	0.935003	0.941949	1.000000	0.000000	dmu:30	0.995580	0.998932	1.000000	0.996645	1.000000

VRS Frontier(-1:dms, 0:crs, 1:irs)

2018 Σενάριο 3 output oriented						2018 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS		CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.991169	0.991169	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:1	0.991242	0.993862	1.000000	0.997363	-1.000000
dmu:2	0.995495	0.995502	0.998986	0.999993	1.000000	dmu:2	0.994083	0.994568	1.000000	0.999512	1.000000
dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.998544	1.000000	1.000000	0.998544	1.000000	dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:7	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:8	0.985481	0.985723	0.991176	0.999755	-1.000000	dmu:8	0.989205	0.993215	1.000000	0.995963	-1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	0.989368	0.990379	0.998637	0.998979	1.000000	dmu:10	0.989881	0.991101	1.000000	0.998769	1.000000
dmu:11	0.989244	0.989554	0.993652	0.999687	1.000000	dmu:11	0.990138	0.990190	1.000000	0.999947	1.000000
dmu:12	0.990636	0.991321	1.000000	0.999309	1.000000	dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.984523	0.990363	1.000000	0.994103	-1.000000	dmu:13	0.979564	0.986999	1.000000	0.992468	1.000000
dmu:14	0.990493	0.990765	0.996527	0.999725	1.000000	dmu:14	0.991494	0.991831	1.000000	0.999661	1.000000
dmu:15	0.999074	1.000000	1.000000	0.999074	1.000000	dmu:15	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.997873	0.998517	1.000000	0.999355	-1.000000	dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	0.991063	0.992467	1.000000	0.998586	-1.000000	dmu:18	0.989263	0.998683	1.000000	0.990568	-1.000000
dmu:19	0.990361	0.991092	1.000000	0.999262	1.000000	dmu:19	0.999136	1.000000	1.000000	0.999136	-1.000000
dmu:20	0.993854	0.994286	1.000000	0.999565	-1.000000	dmu:20	0.995762	0.995993	1.000000	0.999768	1.000000
dmu:21	0.995526	0.997814	1.000000	0.997707	-1.000000	dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.996751	0.997218	1.000000	0.999532	1.000000	dmu:22	0.994131	0.996542	1.000000	0.997581	1.000000
dmu:23	0.991238	0.991359	1.000000	0.999877	-1.000000	dmu:23	0.993212	0.993267	1.000000	0.999945	1.000000
dmu:24	0.989965	0.990034	1.000000	0.999931	1.000000	dmu:24	0.993094	0.995163	1.000000	0.997921	1.000000
dmu:25	0.986735	0.987074	1.000000	0.999657	1.000000	dmu:25	0.990850	0.990978	1.000000	0.999871	1.000000
dmu:26	0.999888	1.000000	1.000000	0.999888	1.000000	dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.982908	0.983631	0.985383	0.999265	1.000000	dmu:28	0.985549	0.987550	1.000000	0.997974	1.000000
dmu:29	0.988777	0.989456	0.990757	0.999314	-1.000000	dmu:29	0.994793	0.996129	1.000000	0.998659	-1.000000
dmu:30	0.990497	0.990497	0.993083	1.000000	0.000000	dmu:30	0.996427	0.998702	1.000000	0.997722	-1.000000

VRS Frontier(-1:dms, 0:crs, 1:irs)

2019 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.956679	0.961773	0.961773	0.994703	1.000000
dmu:2	0.917654	0.917654	0.927200	1.000000	0.000000
dmu:3	0.712437	0.712797	0.721928	0.999495	1.000000
dmu:4	0.966976	0.966976	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.997308	1.000000	1.000000	0.997308	1.000000
dmu:6	0.779448	0.780050	0.805343	0.999229	1.000000
dmu:7	0.726958	0.726958	0.736139	1.000000	0.000000
dmu:8	0.916085	0.924170	0.934305	0.991252	1.000000
dmu:9	0.954343	0.954740	0.966574	0.999583	1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	0.851953	0.851953	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.905842	0.915724	0.944838	0.989208	1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.927113	0.938275	1.000000	0.988104	1.000000
dmu:15	0.849147	0.849147	0.876039	1.000000	0.000000
dmu:16	0.999113	1.000000	1.000000	0.999113	1.000000
dmu:17	0.915381	0.915489	0.918889	0.999882	1.000000
dmu:18	0.968618	0.970853	1.000000	0.997698	1.000000
dmu:19	0.970211	0.970529	1.000000	0.999673	1.000000
dmu:20	0.970263	0.980743	0.980741	0.989315	1.000000
dmu:21	0.985728	0.987472	1.000000	0.998234	1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.891477	0.891496	0.927802	0.999979	1.000000
dmu:24	0.726390	0.726390	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.907166	0.907166	0.982193	1.000000	0.000000
dmu:26	0.873098	0.873098	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.984216	0.988542	1.000000	0.995624	1.000000
dmu:28	0.855953	0.855953	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.866211	0.866211	0.875037	1.000000	0.000000
dmu:30	0.986043	0.986262	0.988538	0.999778	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2019 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.997024	1.000000	1.000000	0.997024	-1.000000
dmu:2	0.991757	0.999525	1.000000	0.992229	-1.000000
dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.998037	1.000000	1.000000	0.998037	-1.000000
dmu:7	0.985030	0.999058	1.000000	0.985959	1.000000
dmu:8	0.988976	0.999638	1.000000	0.989334	1.000000
dmu:9	0.999885	0.999928	1.000000	0.999957	-1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.987141	0.998676	1.000000	0.988450	1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.992629	0.999167	1.000000	0.993456	1.000000
dmu:15	0.977979	0.997750	1.000000	0.980185	1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.999180	1.000000	1.000000	0.999180	-1.000000
dmu:18	0.988834	0.999423	1.000000	0.989404	1.000000
dmu:19	0.995285	1.000000	1.000000	0.995285	1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.999365	1.000000	1.000000	0.999365	-1.000000
dmu:24	0.994195	0.999354	1.000000	0.994838	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.982568	0.998029	1.000000	0.984508	-1.000000
dmu:29	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2019 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.995930	0.996110	0.995930	0.999820	-1.000000
dmu:2	0.991291	0.991392	0.993361	0.999897	1.000000
dmu:3	0.980507	0.981254	1.000000	0.999239	1.000000
dmu:4	0.997345	0.997546	1.000000	0.999799	-1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.985568	0.985987	1.000000	0.999575	1.000000
dmu:7	0.981067	0.985352	1.000000	0.995652	1.000000
dmu:8	0.989313	0.989440	0.990697	0.999871	1.000000
dmu:9	0.996841	0.998106	0.996841	0.998733	1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.992234	0.993363	1.000000	0.998864	-1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.992475	0.993913	1.000000	0.998553	1.000000
dmu:15	0.989568	0.991844	1.000000	0.997705	-1.000000
dmu:16	0.999617	1.000000	1.000000	0.999617	-1.000000
dmu:17	0.996181	0.996945	1.000000	0.999234	1.000000
dmu:18	0.995448	0.995448	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.996998	0.997906	1.000000	0.999090	-1.000000
dmu:20	0.999231	1.000000	1.000000	0.999231	1.000000
dmu:21	0.997494	1.000000	1.000000	0.997494	-1.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.991613	0.991708	0.992632	0.999903	1.000000
dmu:24	0.982989	0.986085	1.000000	0.996859	1.000000
dmu:25	0.996234	0.996762	1.000000	0.999470	-1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.983542	0.983738	1.000000	0.999800	1.000000
dmu:29	0.994178	0.995182	0.998986	0.998991	-1.000000
dmu:30	0.999500	0.999570	1.000000	0.999930	-1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2019 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.985297	0.989390	1.000000	0.995863	-1.000000
dmu:3	0.980239	0.982340	1.000000	0.997861	1.000000
dmu:4	0.997516	0.998605	1.000000	0.998910	-1.000000
dmu:5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:6	0.988276	0.988576	1.000000	0.999697	1.000000
dmu:7	0.983695	0.985749	1.000000	0.997916	1.000000
dmu:8	0.988941	0.992531	1.000000	0.996383	1.000000
dmu:9	0.998604	1.000000	1.000000	0.998604	-1.000000
dmu:10	0.999126	1.000000	1.000000	0.999126	-1.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.997491	0.997502	1.000000	0.999989	-1.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.995724	0.995913	1.000000	0.999810	1.000000
dmu:15	0.992020	0.992459	1.000000	0.999557	-1.000000
dmu:16	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:17	0.998571	0.999222	1.000000	0.999349	-1.000000
dmu:18	0.987237	0.995112	1.000000	0.992086	1.000000
dmu:19	0.996021	1.000000	1.000000	0.996021	-1.000000
dmu:20	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:23	0.992789	0.995181	1.000000	0.997597	-1.000000
dmu:24	0.983740	0.985912	1.000000	0.997797	-1.000000
dmu:25	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.997753	1.000000	1.000000	0.997753	-1.000000
dmu:28	0.979857	0.982608	1.000000	0.997200	1.000000
dmu:29	0.996998	0.997666	1.000000	0.999330	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2020 Σενάριο 1 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.968210	0.968210	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:2	0.891322	0.891322	0.932990	1.000000	0.000000
dmu:3	0.796129	0.796129	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	0.973087	0.974767	1.000000	0.998277	1.000000
dmu:5	0.990101	0.990101	0.995614	1.000000	0.000000
dmu:6	0.806120	0.806120	0.824922	1.000000	0.000000
dmu:7	0.764762	0.767037	0.798239	0.997033	1.000000
dmu:8	0.782438	0.782438	0.921723	1.000000	0.000000
dmu:9	0.951424	0.951424	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	0.787290	0.787290	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	0.898997	0.898997	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.996924	1.000000	1.000000	0.996924	-1.000000
dmu:14	0.871000	0.872310	0.877695	0.998499	1.000000
dmu:15	0.809074	0.809074	0.927033	1.000000	0.000000
dmu:16	0.950015	0.952504	0.979466	0.997387	1.000000
dmu:17	0.773732	0.773732	0.930468	1.000000	0.000000
dmu:18	0.958681	0.960944	1.000000	0.997645	1.000000
dmu:19	0.879755	0.883232	0.885527	0.996064	1.000000
dmu:20	0.946659	0.946659	0.971435	1.000000	0.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.967453	0.971089	1.000000	0.996256	1.000000
dmu:23	0.990546	0.990546	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	0.889958	0.889958	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.864005	0.864005	0.872632	1.000000	0.000000
dmu:26	0.930409	0.930409	0.953522	1.000000	0.000000
dmu:27	0.945102	0.945102	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.889980	0.889980	0.977883	1.000000	0.000000
dmu:29	0.854437	0.854437	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:30	0.875679	0.875679	0.927539	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2020 Σενάριο 2 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.996793	0.998109	1.000000	0.998682	1.000000
dmu:2	0.989760	0.997699	1.000000	0.992043	1.000000
dmu:3	0.997409	0.998939	1.000000	0.998469	1.000000
dmu:4	0.993857	0.998257	1.000000	0.995592	1.000000
dmu:5	0.997336	0.998567	1.000000	0.998767	1.000000
dmu:6	0.986357	0.997244	1.000000	0.989083	1.000000
dmu:7	0.976893	0.996445	1.000000	0.980378	1.000000
dmu:8	0.997792	0.999110	1.000000	0.998681	1.000000
dmu:9	0.996974	0.997827	1.000000	0.999145	1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.996924	1.000000	1.000000	0.996924	-1.000000
dmu:14	1.000000	0.996772	1.000000	1.002328	-1.000000
dmu:15	0.985891	0.997162	1.000000	0.988697	1.000000
dmu:16	0.992398	0.999782	1.000000	0.992614	1.000000
dmu:17	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.984466	0.999233	1.000000	0.985222	1.000000
dmu:20	0.996200	1.000000	1.000000	0.996200	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.992224	0.999124	1.000000	0.993094	1.000000
dmu:23	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.990851	0.999284	1.000000	0.991561	1.000000
dmu:26	0.994316	0.999161	1.000000	0.995151	1.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.989293	0.998789	1.000000	0.990493	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2020 Σενάριο 3 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.999201	0.999557	1.000000	0.999643	-1.000000
dmu:2	0.988707	0.988913	1.000000	0.999792	1.000000
dmu:3	0.988531	0.989219	1.000000	0.999304	1.000000
dmu:4	0.995692	0.999719	1.000000	0.995972	1.000000
dmu:5	0.995899	0.995973	0.997756	0.999926	1.000000
dmu:6	0.984845	0.985622	0.987644	0.999211	1.000000
dmu:7	0.978617	0.982992	1.000000	0.995549	1.000000
dmu:8	0.999814	1.000000	1.000000	0.999814	1.000000
dmu:9	0.993274	0.994058	1.000000	0.999211	1.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	0.999279	1.000000	1.000000	0.999279	1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:14	0.985438	0.986575	0.988774	0.998847	1.000000
dmu:15	0.988135	0.996175	1.000000	0.991929	1.000000
dmu:16	0.992764	0.994574	1.000000	0.998181	-1.000000
dmu:17	0.987306	0.991791	1.000000	0.995477	1.000000
dmu:18	0.992361	0.997396	1.000000	0.994952	1.000000
dmu:19	0.990099	0.995340	1.000000	0.994734	-1.000000
dmu:20	0.994544	0.994748	0.995601	0.999795	1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.996519	0.998799	1.000000	0.997717	-1.000000
dmu:23	0.997940	0.999644	1.000000	0.998295	1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.990396	0.990540	0.995033	0.999854	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:28	0.995513	0.995796	1.000000	0.999716	1.000000
dmu:29	0.990706	0.991001	1.000000	0.999703	1.000000
dmu:30	0.994552	0.996363	1.000000	0.998183	1.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)

2020 Σενάριο 4 output oriented					
	CRS_TE	VRS_TE	NIRS_TE	SCALE	RTS
dmu:1	0.995650	0.995662	1.000000	0.999988	-1.000000
dmu:2	0.991185	0.993192	1.000000	0.997979	1.000000
dmu:3	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:5	0.991022	0.995246	1.000000	0.995755	-1.000000
dmu:6	0.984694	0.986238	0.989066	0.998434	1.000000
dmu:7	0.988579	0.994949	1.000000	0.993597	1.000000
dmu:8	0.999305	1.000000	1.000000	0.999305	1.000000
dmu:9	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:10	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:11	0.999681	1.000000	1.000000	0.999681	1.000000
dmu:12	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:13	0.997290	1.000000	1.000000	0.997290	-1.000000
dmu:14	0.991744	0.993751	1.000000	0.997981	1.000000
dmu:15	0.997137	1.000000	1.000000	0.997137	1.000000
dmu:16	0.996999	1.000000	1.000000	0.996999	-1.000000
dmu:17	0.985940	0.985967	1.000000	0.999973	1.000000
dmu:18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:19	0.993779	0.994775	1.000000	0.998999	-1.000000
dmu:20	0.997841	0.999932	1.000000	0.997909	-1.000000
dmu:21	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:22	0.991149	0.994949	1.000000	0.996180	1.000000
dmu:23	0.996764	0.996816	1.000000	0.999948	-1.000000
dmu:24	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:25	0.994011	0.994860	1.000000	0.999147	1.000000
dmu:26	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:27	0.998454	1.000000	1.000000	0.998453	1.000000
dmu:28	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
dmu:29	0.994384	0.997907	1.000000	0.996469	-1.000000
dmu:30	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000

VRS Frontier(-1:drs, 0:crs, 1:irs)