



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής  
& Βελτιστοποίησης

## Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Μορφής Αεροτομών με Χρήση Βαθιών Νευρωνικών Δικτύων

Διπλωματική Εργασία

Έλενα Σπυροπούλου

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022



## Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Κ. Γιαννάκογλου για την συνεχή καθοδήγηση του και την βοήθεια που μου προσέφερε κατά την διάρκεια της εκπόνησής αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτορα Μαρίνα Κοντού για τις γνώσεις της και την πολύτιμη βοήθεια της στο κομμάτι των νευρωνικών δικτύων το οποίο είχε μεγάλο ενδιαφέρον για εμένα, όπως επίσης και την Δρ. Βαρβάρα Ασούτη για τις συμβουλές της και την βοήθεια της.





Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής  
& Βελτιστοποίησης

## Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Μορφής Αεροτομών με Χρήση Βαθιών Νευρωνικών Δικτύων

Διπλωματική Εργασία

Έλενα Σπυροπούλου

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

### Περίληψη

Στόχος της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι η ένταξη βαθιών νευρωνικών δικτύων (Deep Neural Networks, DNN), ως υποκατάστατο λογισμικού υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics, CFD), στην αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής αεροτομών με σκοπό τη μείωση του συνολικού υπολογιστικού κόστους της διαδικασίας αυτής.

Λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους που προκαλεί η χρήση λογισμικού CFD ως λογισμικό αξιολόγησης κατά τη βελτιστοποίηση προτάθηκε η χρήση DNN με σκοπό την υπόκατάσταση του κοστοβόρου CFD. Το δίκτυο αφού εκπαιδεύτηκε σε βάση δεδομένων η οποία δημιουργήθηκε μέσω της τεχνικής δειγματοληψίας Latin Hypercube Sampling-LHS, χρησιμοποιήθηκε στον βρόχο της βελτιστοποίησης των αεροτομών. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης αυτής επαναξιολογήθηκαν με το ακριβές πρότυπο. Ιδιαίτερη σημασία δόθηκε στην επανεκπαίδευση του δικτύου με τις τρέχουσες καλύτερες λύσεις έπειτα από κάθε βελτιστοποίηση, ώστε να μειωθεί το σφάλμα πρόβλεψης του δικτύου σε κάθε νέο κύκλο. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές όσον αφορά την αρχιτεκτονική του δικτύου μεταβάλλοντας κατάλληλα τις υπερπαραμέτρους (hyperparameters) του ώστε να επιλεγεί εκείνη με την καλύτερη επίδοση ως προς το σφάλμα πρόβλεψης αλλά και να αποφευχθεί η υπερπροσαρμογή (overfitting). Η μέθοδος αυτή οδηγεί σε επιτάχυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης χάριν των DNN ενώ η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων είναι εξασφαλισμένη καθώς τα αποτελέσματα των βελτιστοποιήσεων με DNN επαναξιολογούνται με το ακριβές πρότυπο.

Οι δύο αεροτομές οι οποίες επιλέχθηκαν για την αξιολόγηση της νέας διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η NACA 4415 και η πειραματική αεροτομή SG6040 σε συνθήκες υποηχητικής ροής και σε γωνίες της επί άπειρον ροής ίσες με  $2^\circ$  και  $0^\circ$  αντίστοιχα. Η αριθμητική προσομοίωση της ροής έγινε στην πρώτη περίπτωση με χρήση προτύπου

ατριβούς ροής (επιλύτης εξισώσεων Euler) και στη δεύτερη περίπτωση θεωρήθηκε τυρβώδης ροή (επιλύτης εξισώσεων Navier-Stokes με το μοντέλο τύρβης  $k-\omega$  SST). Το πλέγμα δημιουργήθηκε στο λογισμικό Pointwise και για την επίλυση της ροής χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης υπολογιστικής ρευστοδυναμικής PUMA, οικείο λογισμικό που τρέχει σε κάρτες γραφικών (Graphics Processing Units-GPUs). Η παραμετροποίηση των σχημάτων των αεροτομών έγινε μέσω ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS-(Non-Uniform Rational B-Splines). Η βελτιστοποίηση των δύο αεροτομών μέσω ενός εξελικτικού αλγορίθμου υλοποιήθηκε στο οικείο λογισμικό EASY. Ο επανασχεδιασμός των δύο αεροτομών πραγματοποιήθηκε, ενδεικτικά, με στόχο την αύξηση του συντελεστή άνωσης.

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, τα αποτελέσματα των βελτιστοποιήσεων με και χωρίς τη χρήση DNN συγκρίθηκαν τόσο ως προς την επίτευξη του στόχου, δηλαδή της αύξησης του συντελεστή άνωσης, όσο και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο.



**National Technical University of Athens**  
**School of Mechanical Engineering**  
**Fluids Department**  
**Parallel CFD & Optimization Unit**

## **Aerodynamic Shape Optimization of Airfoils with Deep Neural Networks**

Diploma Thesis

**Elena Spyropoulou**

Advisor: Kyriakos C.Giannakoglou, Professor NTUA

### **Abstract**

The aim of this diploma thesis is the integration of Deep Neural Networks (DNN) as a Computational Fluid Dynamics software (CFD) substitute in aerodynamic shape optimization of airfoils in order to reduce the overall computational cost of this procedure.

Because of the high computational cost due to the high number of calls to the CFD evaluation software during optimization, the use of DNN was suggested to replace the costly CFD software. The network, after being trained on a properly formed database of already CFD-evaluated shapes, was used in the airfoil optimization loop, the results of which were re-evaluated on the CFD code. Emphasis was laid on retraining the network with individuals of the best-so-far solution after each optimization, in order to reduce the prediction error of the network in each new optimization. In addition, multiple network architectures were tested by modifying the networks hyperparameters in order to select the one with the best performance in terms of prediction error, while avoiding overfitting. This method accelerates the optimization process due to the integration of the DNN while, at the same time, the validity of the results is guaranteed as any solution optimized by the DNN is re-evaluated on the CFD model.

The two isolated airfoils under examination are a NACA 4415 airfoil and the experimental airfoil SG6040, at subsonic flow conditions, and at free stream flow angles equal to  $2^\circ$  and  $0^\circ$ , respectively. The numerical simulation of the flow was performed, in the first case, using an inviscid flow model (Euler equation solver) and in the second case using a turbulent flow model (Navier-Stokes equation solver along with the  $k-\omega$  SST turbulence model). The grid was generated using Pointwise and the CFD software was PUMA, which is an in-house CFD tool running on GPUs. Shape parameterization was performed using NURBS (Non-uniform rational B-splines) volumetric method. The optimization of the two airfoils through an evolutionary

algorithm was implemented in the in-house optimization software EASY. Without loss in generality, the redesign of the two airfoils was performed aiming at maximum lift coefficient.

Upon completion of this process, the results of the optimizations with and without the use of DNNs were compared both in terms of achieving the goal, namely increasing the lift as much as possible, as well as in terms of computational cost.



## Ακρωνύμια

EMΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΜΠΥΡΒ	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
<hr/>	
CFD	Computational Fluid Dynamics
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
PUMA	Parallel Solver, for Unstructured grids for Multi-blade row computations, including Adjoint
EASY	Evolutionary Algorithms SYstem
DNN	Deep Neural Networks
RBF	Radial Basis Function
DB	Database
FFD	Free Form Deformation
LHS	Latin Hypercube Sampling



# Περιεχόμενα

<b>Περιεχόμενα</b>	<b>xi</b>
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1 Αντικείμενο της Εργασίας . . . . .	1
1.2 Πρόβλεψη ροών με χρήση DNN . . . . .	2
1.3 Δομή της Εργασίας . . . . .	4
<b>2 Παραμετροποίηση Αεροδυναμικών Μορφών</b>	<b>5</b>
2.1 Τεχνικές NURBS . . . . .	5
2.1.1 Καμπύλες NURBS . . . . .	6
2.1.2 Ογκομετρική μορφοποίηση με τεχνικές NURBS . . . . .	7
<b>3 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης</b>	<b>9</b>
3.1 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου . . . . .	10
3.1.1 Κωδικοποίηση Ελεύθερων Μεταβλητών . . . . .	11
3.1.2 Τελεστές Επιλογής Γονέων . . . . .	12
3.1.3 Τελεστές Διασταύρωσης . . . . .	12
3.1.4 Τελεστές Μετάλλαξης . . . . .	13
3.2 Σύνδεση με Μεταπρότυπα . . . . .	13
3.2.1 Δίκτυα Ακτινικής Βάσης . . . . .	14
3.3 Το Λογισμικό EASY . . . . .	15
<b>4 Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα</b>	<b>17</b>
4.1 Περιγραφή & Λειτουργία Νευρωνικών Δικτύων . . . . .	18
4.2 Συναρτήσεις Ενεργοποίησης . . . . .	21

4.2.1	Sigmoid	21
4.2.2	Hyperbolic Tangent function (Tanh)	22
4.2.3	Rectified Linear Unit (ReLU)	22
4.3	Συναρτήσεις Κόστους	23
4.4	Διαδικασία Εκπαίδευσης	23
4.5	Οπισθοδιάδοση (Backpropagation)	24
4.6	Αλγόριθμοι Εκπαίδευσης	27
4.7	Βάση Δεδομένων	28
4.8	Υπερπαράμετροι	29
<b>5</b>	<b>Βελτιστοποίηση Μορφής της Αεροτομής NACA4415</b>	<b>31</b>
5.1	Περιγραφή Προβλήματος	31
5.2	Υπολογιστικό Πλέγμα	32
5.3	Υπολογιστική Προσομοίωση της Ροής	34
5.3.1	Εξισώσεις Επίλυσης της Ροής	34
5.3.2	Συνθήκες Ροής & Παράμετροι CFD	35
5.3.3	Οριακές Συνθήκες	35
5.3.4	Αποτελέσματα Επίλυσης της Ροής	35
5.4	Παραμετροποίηση Αεροτομής	38
5.5	Βελτιστοποίηση με MAEA	39
5.5.1	Ρυθμίσεις Εξελικτικού Αλγορίθμου	39
5.5.2	Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης MAEA (CFD/RBF-ONLINE)	40
5.6	Βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE)	42
5.6.1	Βάση Δεδομένων	43
5.6.2	Υπερπαράμετροι Δικτύου	44
5.6.3	Εκπαίδευση Δικτύου	44
5.6.4	Ένταξη DNN στη βελτιστοποίηση	47
5.7	Υπολογιστικό Κόστος- Συμπεράσματα	56
<b>6</b>	<b>Βελτιστοποίηση Μορφής της Αεροτομής SG6040</b>	<b>60</b>

6.1	Περιγραφή Προβλήματος . . . . .	60
6.2	Γένεση πλέγματος . . . . .	62
6.3	Υπολογιστική Προσομοίωση της Ροής . . . . .	64
6.3.1	Εξισώσεις Επίλυσης της Ροής . . . . .	64
6.3.2	Συνθήκες Ροής & Παράμετροι CFD . . . . .	65
6.3.3	Οριακές Συνθήκες . . . . .	66
6.3.4	Αποτελέσματα Επίλυσης της Ροής . . . . .	66
6.4	Παραμετροποίηση Αεροτομής . . . . .	69
6.5	Βελτιστοποίηση MAEA(CFD/RBF-ONLINE) . . . . .	70
6.5.1	Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης MAEA(CFD/RBF-ONLINE) . . . . .	70
6.6	Βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE) . . . . .	73
6.6.1	Βάση Δεδομένων . . . . .	74
6.6.2	Υπερπαραμέτροι Δικτύου . . . . .	75
6.6.3	Εκπαίδευση Δικτύου . . . . .	75
6.6.4	Ένταξη DNN στη βελτιστοποίηση . . . . .	80
6.7	Υπολογιστικό Κόστος- Συμπεράσματα . . . . .	87
<b>7</b>	<b>Ανακεφαλαίωση-Συμπεράσματα</b>	<b>89</b>
7.1	Ανακεφαλαίωση . . . . .	89
7.2	Συμπεράσματα . . . . .	89
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>91</b>



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Αντικείμενο της Εργασίας

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας αποτελεί η αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής αεροτομών μέσω της χρήσης Βαθιών Νευρωνικών Δικτύων ως υποκατάστατο του λογισμικού υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD), με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού κόστους της διαδικασίας αυτής.

Κατά την αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής, είναι απαραίτητη η αξιολόγηση πολλών υποψήφιων λύσεων ως προς τα αεροδυναμικά τους χαρακτηριστικά ούτως ώστε να βρεθούν εκείνες οι οποίες είναι βέλτιστες για την εκάστοτε εφαρμογή. Η πρόβλεψη των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών μιας εφαρμογής όπως μια πτέρυγα ή μια αεροτομή προκύπτουν μέσω της επίλυση της ροής με χρήση λογισμικών CFD. Η διαδικασία αυτή μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα δαπανηρή, ιδιαίτερα όταν υπάρχει η απαίτηση αξιολόγησης πολλών υποψήφιων λύσεων. Για τον λόγο αυτόν, στην εργασία αυτή, κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης με Εξελικτικούς Αλγορίθμους χρησιμοποιήθηκαν μεταπρότυπα, τα οποία αποτέλεσαν υποκατάστατα, χαμηλότερης ακρίβειας αλλά και χαμηλότερου υπολογιστικού κόστους, του υπολογιστικά ακριβούς λογισμικού αξιολόγησης. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκαν Δίκτυα Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Function networks-RBF) ως μεταπρότυπα τοπικής ισχύος τα οποία εκπαιδεύτηκαν από ένα μικρό αριθμό γειτονικών ατόμων μιας βάσης δεδομένων. Η εκπαίδευση αυτή λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια της εξέλιξης (online εκπαίδευση) και τα δίκτυα RBF χρησιμοποιούνται για την προσεγγιστική προ-αξιολόγηση των ατόμων κάθε γενιάς, έπειτα, τα καλύτερα άτομα κάθε γενιάς επανααξιολογούνται στο ακριβές λογισμικό. Στη βιβλιογραφία [1], τα Δίκτυα Ακτινικής Βάσης έχουν χρησιμοποιηθεί ξανά ως μεταπρότυπα κατά τη βελτιστοποίηση βασισμένη σε Εξελικτικούς αλγορίθμους, ως αποτελεσματικό εργαλείο μείωσης του υπολογιστικού κόστους της διαδικασίας αυτής.

Στη συνέχεια, εξετάστηκε η χρήση ενός Βαθιού Νευρωνικού Δικτύου (DNN) ως μεταπρότυπο το οποίο εκπαιδεύτηκε πριν από την έναρξη της βελτιστοποίησης και ανεξάρτητα από την εξέλιξη (offline εκπαίδευση) από κατάλληλη βάση δεδομένων και είναι καθολικής ισχύος. Το εκπαιδευμένο DNN χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων κάθε γενιάς, ενώ η βέλτιστη λύση που προέκυψε στο τέλος της διαδικασίας επαναξιολογήθηκε στο ακριβές λογισμικό CFD προκειμένου να ελεγχθεί η ποιότητα της λύσης. Οι επαναξιολογημένες λύσεις μετά από κάθε βελτιστοποίηση προστίθενται στην υπάρχουσα βάση δεδομένων για περαιτέρω εκπαίδευση του μεταπρότυπου όταν αυτό κριθεί απαραίτητο.

Στην εργασία αυτή, εξετάζονται δύο περιπτώσεις, ο επανασχεδιασμός της μορφής της αεροτομής NACA4415 και της πειραματικής αεροτομής SG6040. Στόχος και για τις δύο αεροτομές είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης. Για την πρώτη, χαμηλότερης σε υπολογιστικό κόστος περίπτωση, το υπολογιστικό πρότυπο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση της ροής ήταν οι εξισώσεις Eulel στις δύο διαστάσεις ενώ για την δεύτερη, υψηλότερου υπολογιστικού κόστους περίπτωση, χρησιμοποιήθηκαν οι εξισώσεις Navier Stokes. Σκοπός των επιλογών αυτών είναι η αξιολόγηση της απόδοσης του Βαθιού Νευρωνικού Δικτύου όσον αφορά την ακρίβεια της τελικής λύσης και τη μείωση του υπολογιστικού κόστους στην περίπτωση ενός προβλήματος με χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις και στην περίπτωση μιας πιο απαιτητικής εφαρμογής.

## 1.2 Πρόβλεψη ροών με χρήση DNN

Ανατρέχοντας στη βιβλιογραφία, υπάρχουν πολλές αναφορές για τη χρήση Βαθιών Νευρωνικών Δικτύων για την πρόβλεψη ροών σε προβλήματα υπολογιστική ρευστοδυναμικής. Στο [2], χρησιμοποιούνται DNN για την πρόβλεψη της αεροακουστικής απόδοσης και για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων ελέγχου ενός αεροσκάφους. Στο άρθρο αυτό, δημιουργήθηκε μια βάση δεδομένων αεροδυναμικών φορτίων για ροές σε κοιλότητες πάνω στην οποία εκπαιδεύτηκε ένα νευρωνικό δίκτυο πρόσθιας τροφοδότησης για την πρόβλεψη των αεροδυναμικών φορτίων. Για να ενισχυθεί η ευρωστία του μοντέλου, εισήχθη η τυχαία αναζήτηση και η βελτιστοποίηση Bayesian κατά την εκπαίδευση του μοντέλου.

Στο [3] πραγματοποιήθηκε μια αριθμητική διερεύνηση προφίλ γεωμετριών με ελάχιστη οπισθέλκουσα σε στρωτή ροή χρησιμοποιώντας βαθιά νευρωνικά δίκτυα. DNN τύπου U-net εκπαιδεύτηκαν σε μια βάση δεδομένων υψηλής πιστότητας για την πρόβλεψη πεδίων ροής και χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση ενός προφίλ ελάχιστης οπισθέλκουσας διατηρώντας σταθερή την τιμή της συνολικής επιφάνειας της γεωμετρίας.

Μια υπολογιστικά ελαφριά προσέγγιση βασισμένη σε δεδομένα (data driven) για προβλήματα μεταφοράς θερμότητας και μοντελοποίηση υδραυλικών χαρακτηριστικών υπερκρίσιμων ρευστών παρουσιάζεται στο [4]. Συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή, δομήθηκε μια βάση δεδομένων η οποία αποτελείται από 35 διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας οι οποίες χαρακτηρίζονται από τη διάμετρο του σωλήνα, την πίεση και τη θερμοκρασία



στην είσοδο και τη ροή θερμότητας για την περίπτωση όπου το ρευστό είναι υπερκρίσιμο διοξείδιο του άνθρακα ( $sCO_2$ ). Ένα DNN εκπαιδεύτηκε σε αυτή τη βάση δεδομένων και χρησιμοποιήθηκε για την πρόβλεψη της ροής θερμότητας και των υδραυλικών χαρακτηριστικών του ( $sCO_2$ ).

Στο [5], πραγματοποιήθηκε αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής διηχητικών πτερυγίων βασισμένη σε DNN. Για λόγους ευελιξίας του DNN, η βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για την εκπαίδευση του δομήθηκε από δείγματα μάθησης που καλύπτουν πτερύγια διαφορετικών αεροδυναμικών σχημάτων, ταχυτήτων πτήσης και υψών πτήσης. Η πρόβλεψη του DNN για τους συντελεστές άνωσης, οπισθέλκουσας και ροπής πιστοποιήθηκε σε πραγματικά δεδομένα αεροτομών εμφανίζοντας πολύ μικρό μέσο σφάλμα.

DNN χρησιμοποιήθηκαν, επίσης, και στο [6] για την πραγματοποίηση βελτιστοποίησης πολλών στόχων για τον αεροδυναμικό σχεδιασμό αεροτομής με μεταβλητής καμπυλότητας στο χείλος προσβολής και εκφυγής. Στην εργασία αυτή, δομήθηκε μια αρχική βάση δεδομένων για την εκπαίδευση του DNN και κατασκευάστηκε ένας επαναληπτικός αλγόριθμος για τη βελτιστοποίηση την αεροτομή μεταβλητής καμπυλότητας όσον αφορά την γωνία στροφής του χείλους προσβολής και την μετατόπιση της θέσης του χείλους εκφυγής. Ένας γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε σε κάθε επανάληψη για τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης και του λόγου άνωσης-οπισθέλκουσας, όπως προβλέφθηκαν από το DNN. Εφόσον τα αποτελέσματα του DNN προσέγγιζαν τα αποτελέσματα του CFD η επαναληπτική διαδικασία τερματιζόταν. Διαφορετικά, τα αποτελέσματα του CFD εισάγονταν στη βάση δεδομένων για να ανανεώσουν το μοντέλο πρόβλεψης του DNN.

Συνελικτικά Νευρωνικά Δίκτυα (Convolutional Neural Networks (CNNs)), τα οποία αποτελούν υποκατηγορία των DNN και αποτελούνται από συνελικτικά επίπεδα με τοπικές συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων διαδοχικών επιπέδων, έχουν χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη αεροδυναμικών πεδίων ροής σε άγνωστες συνθήκες ροής και γεωμετρίας [7].

Στο [8], έχει αναπτυχθεί και έχει επικυρωθεί με πειραματικά δεδομένα ένα DNN για την πρόβλεψη της ασταθούς αεροδυναμικής απόκρισης των πτερυγίων μιας ανεμογεννήτριας. Το DNN αυτό εκπαιδεύτηκε πάνω σε μια βάση δεδομένων αεροτομών η οποία αποτελείται από πειράματα που διεξήχθησαν σε αεροσήραγγα.

Ενώ, στο [9], προτείνεται μια μέθοδος βασισμένη σε ένα DNN για την αυτοματοποίηση της διαδικασίας σχεδιασμού σε πραγματικά προβλήματα μηχανικού. Σε αυτή τη μέθοδο, ένα DNN εκπαιδεύεται ώστε να υπολογίζει το πεδίο πιέσεων και στη συνέχεια ενσωματώνεται στη βελτιστοποίηση για τον υπολογισμό της συνάρτησης στόχου σε προβλήματα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής αεροτομών και πτερυγίων.

Μια πλήρως συνδεδεμένη αρχιτεκτονική δικτύου, η οποία αναφέρεται ως λ-DNN [10] από το χαρακτηριστικό του ότι τα δεδομένα εισάγονται από δύο διακλαδώσεις, έχει χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του πεδίου ροής κατά την αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής πτέρυγας.

## 1.3 Δομή της Εργασίας

Η παρούσα εργασία δομείται ως εξής:

- Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι γενικές έννοιες της ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS, η οποία αποτελεί και τη μέθοδο παραμετροποίησης των αεροτομών που εξετάστηκαν στην εργασία αυτή. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη αναφορά στις τεχνικές NURBS και τα πλεονεκτήματά τους και στη συνέχεια ακολουθεί η μαθηματική θεμελίωση των καμπυλών NURBS και της ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS.
- Το Κεφάλαιο 3 αφορά τους εξελικτικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Αναφέρονται τα χαρακτηριστικά ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης ώστε να χαρακτηριστεί ως εξελικτικός και περιγράφονται τα βήματα ενός γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου (ΕΑ). Ακόμα, αναλύεται η σύνδεση ενός ΕΑ με μεταπρότυπα, γίνεται ένας διαχωρισμός των μεταπρότυπων σε συνδεδεμένα και αποσυνδεδεμένα με την εξέλιξη και περιγράφονται τα Δίκτυα Ακτινικής Βάσης τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ως μεταπρότυπο κατά τη βελτιστοποίηση των υπό εξέταση αεροτομών.
- Το Κεφάλαιο 4 ασχολείται με τα Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα. Περιγράφεται η δομή ενός Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου και πότε αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως βαθύ καθώς και τα κύρια χαρακτηριστικά ενός DNN, οι υπερπαραμέτροι του, η διαδικασία εκπαίδευσης ενός DNN και οι αλγόριθμοι οπισθοδιάδοσης και απότομης καθόδου.
- Το Κεφάλαιο 5 πραγματεύεται τον επανασχεδιασμό της μορφής της αεροτομής NACA4415. Αφού παρουσιάστηκε το υπολογιστικό πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε, η αριθμητική προσομοίωση της ροής πραγματοποιήθηκε με χρήση επιλύτη των εξισώσεων Euler. Όσον αφορά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, εξετάστηκαν δύο περιπτώσεις. Η πρώτη περιελάμβανε MAEA με χρήση Δικτύων Ακτινικής Βάσης ως online εκπαιδευόμενο μεταπρότυπο και η δεύτερη MAEA με ένα Βαθύ Νευρωνικό Δίκτυο ως offline εκπαιδευόμενο μεταπρότυπο. Οι δύο μέθοδοι αξιολογήθηκαν ως προς το αποτέλεσμα και το υπολογιστικό τους κόστος
- Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται ο επανασχεδιασμός της μορφής της αεροτομής SG6040. Γίνεται μια ανάλυση της διαδικασίας δημιουργίας πλέγματος και πραγματοποιείται η επίλυση της ροής με χρήση επιλύτη Navier-Stokes. Όπως και στο Κεφάλαιο 5, μελετήθηκαν δύο περιπτώσεις βελτιστοποιήσεων με MAEA με Δίκτυα Ακτινικής Βάσης και DNN και τα αποτελέσματά τους αναλύθηκαν και συγκρίθηκαν μεταξύ τους.
- Στο Κεφάλαιο 7 γίνεται μια ανακεφαλαίωση της εργασίας και παρουσιάζονται τα τελικά συμπεράσματα.

## Κεφάλαιο 2

# Παραμετροποίηση Αεροδυναμικών Μορφών

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου παραμετροποίησης είναι υψηλής σημασίας κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης αεροδυναμικών μορφών. Η παραμετροποίηση παίζει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο καθώς καθορίζει τον αριθμό των ελεύθερων μεταβλητών που θα διαχειρισθεί το λογισμικό βελτιστοποίησης προκειμένου να βρεθεί η επιθυμητή γεωμετρία η οποία θα ικανοποιεί τα απαιτούμενα κριτήρια που έχουν τεθεί. Κατά την παραμετροποίηση, πρακτικά πραγματοποιείται κωδικοποίηση μιας γραφικής απεικόνισης ενός αντικειμένου σε μεταβλητές. Ειδικά, όσον αφορά την παραμετροποίηση μορφής αεροτομής, οι παράμετροι που τίθενται καθορίζουν όχι μόνο το σχήμα της, αλλά μικρές διαφορές της συμπεριφοράς της στις εκάστοτε ροϊκές συνθήκες, μιας και, γενικά, δύο διαφορετικές παραμετροποιήσεις δεν αναπαράγουν με απόλυτη ακρίβεια ένα αρχικό σχήμα αεροτομής και αυτό αντανακλά στην αεροδυναμική της απόδοση.

### 2.1 Τεχνικές NURBS

Ο όρος NURBS (Non-uniform rational basis spline) αναφέρεται σε μια οικογένεια παραμετρικών καμπυλών, επιφανειών ή στερεών. Οι NURBS αποτελούν ένα μαθηματικό πρότυπο το οποίο χρησιμοποιείται συχνά σε υπολογιστικές μεθόδους για την γένεση και απεικόνιση καμπυλών, επιφανειών ή στερεών.[11] Το πλεονέκτημα των NURBS έγκειται στο ότι προσφέρουν μεγάλη ευελιξία και ακρίβεια κατά τον χειρισμό των γεωμετριών που αναπαριστούν. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται κατά κόρον στον σχεδιασμό και στην επίλυση προβλημάτων για μηχανικούς με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή (CAD,CAM,CAE). Ο χειρισμός των NURBS επιτρέπει την αλληλεπίδραση

με το χρήστη, αλλά και την εύκολη κατανόηση των αποτελεσμάτων αυτής. Η απεικόνιση των NURBS γίνεται παραμετρικά και ο αριθμός των παραμέτρων εξαρτάται από το τι είδους σχήματος είναι επιθυμητό (μια παράμετρος για καμπύλη, δύο για επιφάνεια και τρεις για στερεό). Βασικό ρόλο στην μορφή του σχήματος έχει ο αριθμός των σημείων ελέγχου. Τα σημεία ελέγχου βρίσκονται στον ίδιο χώρο με το σχήμα NURBS και έχουν την φυσική σημασία πόλων έλξης προς αυτά.

### 2.1.1 Καμπύλες NURBS

Μία καμπύλη NURBS (Μη ομοιόμορφη ρητή B-Spline) δίνεται από την σχέση:

$$R(u) = \frac{\sum_{i=0}^n P_i N_{i,p}(u) W_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) W_i}, 0 \leq u \leq 1 \quad (2.1)$$

,όπου  $p$  είναι η τάξη της καμπύλης NURBS,  $R(u)$  είναι η συντεταγμένη του διάνυσματος της γεωμετρίας,  $P_i$  είναι το διάνυσμα των σημείων ελέγχου NURBS και  $W_i$  είναι τα βάρη. Επιπλέον, με  $N_{i,p}(u)$  συμβολίζονται οι συναρτήσεις βάσης B-Splines.

Οι συναρτήσεις βάσης είναι ορισμένες, όπως και στις B-Splines στο διάνυσμα κόμβων  $U = \{\underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, U_{p+1}, \dots, U_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1}\}$ .

Οι NURBS πέραν της αναπαράστασης καμπυλών, χρησιμοποιούνται και για επιφάνειες ως εξής:

$$R(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n R_{i,p;j,q}(u, v) P_{i,j}, \quad 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1 \quad (2.2)$$

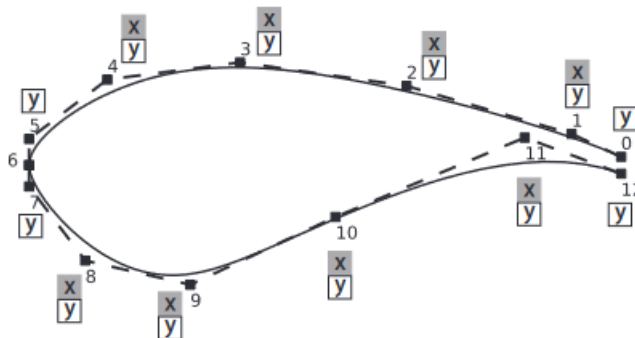
$$R_{i,p;j,q} = \frac{N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) W_{i,j}}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) W_{i,j}}$$

$$0 \leq u \leq 1$$

Η διαφορά με τις B-Splines προκύπτει από τα βαθμωτά βάρη  $w_i$ , όπου  $w_i, j > 0$ . Οι μεταβλητές σχεδιασμού μπορούν να επιλεγούν είτε από το  $P_{i,j}$  είτε από το  $W_{i,j}$ . Επομένως, η μέθοδος NURBS κληρονομεί τα οφέλη της μεθόδου B-Splines ξεπερνώντας παράλληλα τα μειονεκτήματα των B-Splines. Λόγω των B-Splines, οι NURBS παρουσιάζουν εξαιρετική απόδοση κατά τον χειρισμό μιας γεωμετρίας με καμπύλες. Τα περισσότερα λογισμικά CAD έχουν χρησιμοποιήσει τη μέθοδο αυτή ως βασικό εργαλείο για τη δημιουργία καμπυλών και επιφανειών.

Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζεται μια γεωμετρία που έχει κατασκευαστεί με τη βοήθεια της μεθόδου NURBS. Όπως διακρίνεται και από το σχήμα, καθεμιά από τις δύο καμπύλες

ορίζεται από επτά σημεία ελέγχου και ένα διάνυσμα κόμβου. Ο συνολικός αριθμός βαθμών ελευθερίας των σημείων ελέγχου είναι 20. Τα κύρια πλεονεκτήματα αυτής της παραμετροποίησης περιλαμβάνουν την άμεση σύνδεση μεταξύ των παραμέτρων και της γεωμετρίας και την δυνατότητα εύκολου ελέγχου των σημείων καμψής.



**Σχήμα 2.1:** Αναπαράσταση αεροτομής με NURBS με χρήση 12 σημείων ελέγχου. [12]

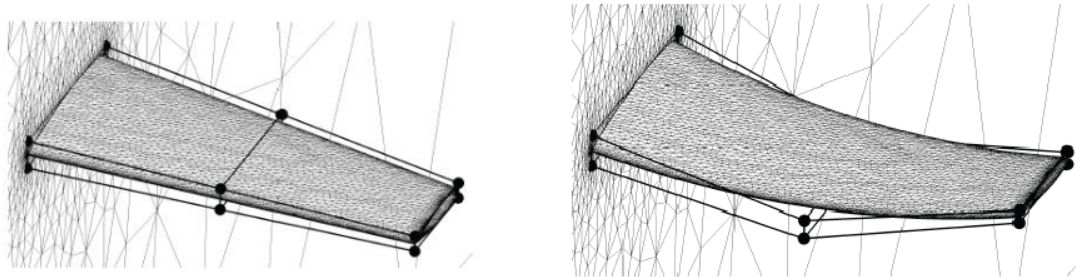
## 2.1.2 Ογκομετρική μορφοποίηση με τεχνικές NURBS

Η ογκομετρική μορφοποίηση με τεχνικές NURBS ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων Ελεύθερης Μορφοποίησης Χώρου Free-Form Deformation (FFD), η οποία αποτελεί μια πολύ ισχυρή τεχνική επιφανειακής μορφοποίησης. Στη βελτιστοποίηση σχεδιασμού, μια μικρή διαταραχή μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική αλλαγή στην επίδοση του αντικειμένου σχεδιασμού. Η ιδέα της μεθόδου FFD είναι να παραμετροποιήσει τη γεωμετρική διαταραχή χρησιμοποιώντας μικρό αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού. Πρώτο βήμα της μεθόδου FFD είναι η τοποθέτηση της γεωμετρίας σε ένα πλαίσιο ελέγχου, όπως φαίνεται από την εξίσωση:

$$\vec{R}_{initial}(x, y, z) \rightarrow \vec{R}_{initial}(u, v, w) \quad (2.3)$$

όπου  $\vec{R}_{initial}(x, y, z)$  είναι το διάνυσμα συντεταγμένων της αρχικής/baseline γεωμετρίας σε καρτεσιανές συντεταγμένες και  $\vec{R}_{initial}(u, v, w)$  είναι το διάνυσμα συντεταγμένων του αρχικού/baseline σχήματος μέσα στο κουτί ελέγχου.

Στη συνέχεια, οι μέθοδοι FFD χρησιμοποιούν Bezier, B-Spline ή μια συνάρτηση βάσης NURBS ώστε να δημιουργήσουν τις νέες συντεταγμένες. Οι ακμές του κουτιού ελέγχου αποτελούν τα σημεία ελέγχου. Τα σημεία ελέγχου, που σχηματίζουν ένα πλαίσιο πλέγματος, που ονομάζεται επίσης «κουτί ελέγχου», χρησιμοποιούνται ως μεταβλητές σχεδιασμού για τη δημιουργία της νέας επιφάνειας [13]. Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζεται ένα τέτοιο κουτί ελέγχου.



Σχήμα 2.2: Το κουτί ελέγχου της πτέρυγας ONERA M6. [13]

Στη διπλωματική εργασία αυτή, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος ογκομετρικών NURBS η οποία βασίζεται σε τριπαραμετρικούς όγκους NURBS. Ως μέθοδος ελεύθερης μορφοποίησης χώρου, η τεχνική των ογκομετρικών NURBS παρέχει έναν τρόπο ελέγχου μιας ολόκληρης περιοχής στο χώρο. Η μέθοδος χρησιμοποιείται για την παραμετροποίηση του περιγράμματος της σχεδιαζόμενης γεωμετρίας, καθώς και του τμήματος του υπολογιστικού πλέγματος που εμπεριέχεται στον όγκο NURBS.

Ένας όγκος NURBS είναι μια διανυσματική συνάρτηση τριών μεταβλητών  $V(u,v,w)$  που απεικονίζει ένα σημείο από τον τριδιάστατο παραμετρικό χώρο  $(u,v,w)$  στο τριδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $(x,y,z)$  και ορίζεται ως:

$$V(u, v, w) = R_{ijk,p_u,p_v,p_w} P_{i,j,k},$$

$$R_{ijk,p_u,p_v,p_w} = \frac{N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)N_{k,p_w}(w)w_{i,j,k}}{N_{l,p_u}(u)N_{q,p_v}(v)N_{s,p_w}(w)w_{l,q,s}} \quad (2.4)$$

$$i = 0, \dots, n_u - 1, j = 0, \dots, n_v - 1, k = 0, \dots, n_w - 1$$

Οι συναρτήσεις βάσεις B-Spline  $N_{i,p_u}, N_{j,p_v}, N_{k,p_w}$  βαθμού  $p_u, p_v, p_w$  αντίστοιχα, ορίζονται στα διανύσματα κόμβων  $U = [u_0, \dots, u_{m_u-1}]$ ,  $V = [v_0, \dots, v_{m_v-1}]$ ,  $W = [w_0, \dots, w_{m_w-1}]$ . Τα σημεία ελέγχου  $P_{i,j,k}$  και τα αντίστοιχα βάρη τους  $w_{i,j,k}$  δομούνται σε ένα τριδιάστατο πλέγμα. Όπως οι καμπύλες και οι επιφάνειες, ένας όγκος NURBS νοείται ως μία συνάρτηση που απεικονίζει τον παραμετρικό χώρο  $(u, v, w)$  στον 4Δ ομογενή χώρο  $(wx, wy, wz, w)$ . [14] Με βάση τα παραπάνω, ένας όγκος NURBS μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$V(u, v, w) = N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)N_{k,p_w}(w)P_{ijk}^w,$$

$$P_{ijk}^w = [(wx)_{ijk}(wy)_{ijk}(wz)_{ijk}], w_{ijk} \quad (2.5)$$

# Κεφάλαιο 3

## Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

Οι **Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (ΕΑ)** είναι μια στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης η οποία διαχειρίζεται το πλήθος των υποψήφιων λύσεων βασιζόμενη στη δαρβινική εξέλιξη. Ο όρος εξέλιξη αναφέρεται στην τάση των ατόμων/υποψήφιων λύσεων ενός συστήματος να προσαρμόζονται αυτόματα στο περιβάλλον τους και στις εξωτερικές συνθήκες που το επηρεάζουν. Η εξέλιξη στο πλαίσιο των ΕΑ πραγματοποιείται μέσω εξελικτικών τελεστών όπως η αναπαραγωγή, η γονιδιακή διασταύρωση και η μετάλλαξη. Τα χαρακτηριστικά κάθε ατόμου αξιολογούνται και ανάλογα με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που προκύπτει επιλέγονται ως κατάλληλα προς επιβίωση και αναπαραγωγή ή όχι. Από τα άτομα που έχουν χαρακτηριστεί ως κατάλληλα (γονείς) προκύπτουν νέα άτομα (απόγονοι) τα οποία διατηρούν τα καλά χαρακτηριστικά των γονέων τους. Μέσω της αναπαραγωγής και της διασταύρωσης από γενιά σε γενιά τα χαρακτηριστικά των πληθυσμών βελτιώνονται έως ότου επιτευχθεί η βέλτιστη λύση όταν επιτευχθεί το κριτήριο σύγκλισης του αλγορίθμου.

Οι ΕΑ έχουν επικρατήσει έναντι των άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης εξαιτίας κάποιων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους. Ένα από αυτά είναι ότι οι ΕΑ χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων και όχι μεμονωμένες λύσεις ενώ δεν απαιτούν ιδιαίτερο μαθηματικό υπόβαθρο καθώς δεν απαιτούν τον υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτό τους το χαρακτηριστικό διευκολύνει την προσαρμογή τους σε κάθε νέο πρόβλημα με τρόπο άμεσο σε αντίθεση με τις αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Το γεγονός αυτό αποτελεί και το μεγαλύτερο τους πλεονέκτημα. Επιπλέον, οι ΕΑ ως στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης δεν εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα.

Παρό' όλα αυτά, ένα βασικό μειονέκτημα των ΕΑ είναι το γεγονός ότι ο εντοπισμός

της βέλτιστης λύσης απαιτεί συνήθως μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων. Το γεγονός αυτό γίνεται ακόμα πιο φανερό σε περιπτώσεις όπου για κάθε αξιολόγηση χρησιμοποιείται χρονοβόρο λογισμικό όπως στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται κώδικες Navier-Stokes.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, οι οποίοι είναι και η πιο διαδεδομένη κατηγορία ΕΑ ιδίως στην περιοχή της αεροδυναμικής και των στροβιλομηχανών, οι Εξελικτικές Στρατηγικές, ο Εξελικτικός Προγραμματισμός και ο Γενετικός Προγραμματισμός. Τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης ώστε να χαρακτηριστεί εξελικτικός αναφέρονται επιγραμματικά παρακάτω:

- Η χρήση πληθυσμού ατόμων τα οποία εξελίσσονται συγχρόνως, αντί μεμονωμένων ατόμων.
- Η εξέλιξη πληθυσμού από γενιά σε γενιά καθορίζεται από την τιμή καταλληλότητας (μεγιστοποίηση) ή τιμή κόστους ατόμων (ελαχιστοποίηση) με βάση κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση.
- Λαμβάνει χώρα δυναμική διαδοχή πληθυσμών, με τη δημιουργία νέων ατόμων και εξαφάνιση άλλων με βάση την τιμή καταλληλότητάς τους.
- Κατά την εξέλιξη από γενιά σε γενιά, υπάρχει κληρονομικότητα χαρακτηριστικών από τους γονείς στους απογόνους, αλλά και στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών [15].

### 3.1 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

Ένας γενικευμένος Εξελικτικός Αλγόριθμος διαχειρίζεται σε κάθε γενιά ( $g$ ) τον πληθυσμό των  $\lambda$  απογόνων  $P_\lambda^g$ , των  $\mu$  γονέων  $P_\mu^g$  και των  $\epsilon$  επίλεκτων  $P_\epsilon^g$ . Στο σύνολο  $P_\epsilon^g$  αποθηκεύονται τα καλύτερα-επίλεκτα άτομα τα οποία έχουν προκύψει μέσω της διαδικασίας της εξέλιξης μέχρι τη γενιά  $g$ . Κατά τη διαδικασία της εξέλιξης, χρησιμοποιούνται πληροφορίες από το σύνολο  $P_\epsilon^g$  για την ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των μελών της νέας γενιάς που θα προκύψει. Επιπλέον, το σύνολο  $P_\epsilon^g$  είναι αυτό που θα περιέχει το σύνολο των βέλτιστων ή τη βέλτιστη λύση όταν σταματήσει η εξέλιξη [15].

Στη συνέχεια ακολουθούν τα βήματα ενός γενικευμένου ΕΑ :

- **Βήμα 1-Αρχικοποίηση:** Τίθεται  $g=0$ , συμβολίζει την μηδενική γενιά και την αρχικοποίηση του αλγορίθμου. Κάθε μέλος του συνόλου των απογόνων  $P_\lambda^0$  αρχικοποιείται μέσω μιας ομοιόμορφης γεννήτριας τυχαίων αριθμών λαμβάνοντας υπόψη τα άνω και κάτω όρια των μεταβλητών σχεδιασμού.
- **Βήμα 2-Αξιολόγηση:** Κάθε άτομο της γενιάς  $P_\lambda^g$  αξιολογείται από το λογισμικό αξιολόγησης υπολογίζοντας το διάνυσμα  $F(x)$  για κάθε  $x \in P_\lambda^g$ .



- **Βήμα 3-Απόδοση Βαθμωτού Κόστους:** Για κάθε  $x \in P_\lambda^g \cup P_\mu^g \cup P_\epsilon^{g-1}$  υπολογίζεται μια βαθμωτή συνάρτηση κόστους  $\Phi(x)$  συναρτησει του  $F(X)$ . Για προβλήματα ενός στόχου η βαθμωτή συνάρτηση κόστους ταυτίζεται με την αντικειμενική συνάρτηση.
- **Βήμα 4-Ανανέωση Επιλέκτων:** Ανανεώνεται το σύνολο των επιλέκτων  $P_\epsilon^g$  με τα καλύτερα μέλη του  $P_\lambda^g \cup P_\epsilon^{g-1}$ .
- **Βήμα 5-Ελιτισμός:** Με βάση την τιμή της συνάρτησης στόχου, ορισμένα από τα καλύτερα επίλεκτα άτομα αντικαθιστούν κάποιους απογόνους του συνόλου  $P_\lambda^g$ .
- **Βήμα 6-Επιλογή Γονέων:** Ο πληθυσμός των γονέων  $P_\mu^g$  διαμορφώνεται από το σύνολο  $P_\lambda^g \cup P_\mu^{g-1}$ . Η επιλογή των γονέων γίνεται με βάση την τιμή καταλληλότητάς τους.
- **Βήμα 7-Διασταύρωση και Μετάλλαξη:** Για τη δημιουργία των  $\lambda$  ατόμων της νέας γενιάς επιλέγονται  $\rho \geq 2$  γονείς του νέου πληθυσμού γονέων  $P_\mu^g$  στους οποίους και εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης (P) και μετάλλαξης (M) για να προκύψει ο πληθυσμός απογόνων της επόμενης γενιάς  $P_\lambda^{g+1}$ .
- **Βήμα 8-Έλεγχος Τερματισμού:** Εφαρμόζεται το κριτήριο σύγκλισης. Σε περίπτωση που θεωρείται ότι η μέθοδος δεν έχει συγκλίνει αρχίζει μια νέα γενιά και τα βήματα 2 έως 8 επαναλαμβάνονται θέτοντας  $g \leftarrow g + 1$  [15], [1].

### 3.1.1 Κωδικοποίηση Ελεύθερων Μεταβλητών

Πριν από την έναρξη του εξελικτικού αλγορίθμου προηγείται η κωδικοποίηση των μεταβλητών του προβλήματος. Δύο από τις μεθόδους κωδικοποίησης των ελεύθερων μεταβλητών είναι η δυαδική κωδικοποίηση και η δυαδική κωδικοποίηση με μετασχηματισμό Gray οι οποίες και περιγράφονται στη συνέχεια.

Στη **Δυαδική Κωδικοποίηση**, αν  $\vec{x}$  το διάνυσμα των ελεύθερων μεταβλητών με  $N$  συνιστώσες  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  υπάρχει η απαίτηση καθορισμού ενός κατώτατου ορίου  $x_{i,L}$ , ενός ανώτατου ορίου  $x_{i,U}$  αλλά και του πλήθους  $n_i$  δυαδικών ψηφίων ανά μεταβλητή  $i, i \in N$ . Η ακρίβεια της διακριτοποίησης μιας μεταβλητής  $i$  δίνεται από τη σχέση:

$$\delta x_i = \frac{x_{i,U} - x_{i,L}}{2^{n_i} - 1} \quad (3.1)$$

όπου το πλήθος  $n_i$  καθορίζει την ακρίβεια της  $i$ -ιοστής μεταβλητής. Η συνένωση των δυαδικών συστοιχιών όλων των μεταβλητών δημιουργεί ενιαία δυαδική συστοιχία (χρωμόσωμα) που περιγράφει συνολικά κάθε υποψήφια λύση.

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ενώ στο δεκαδικό σύστημα η τιμή μιας μεταβλητής μπορεί να διαφέρει από μια άλλη πολύ λίγο, στο δυαδικό σύστημα οι κωδικοποιημένες μορφές τους να είναι πολύ διαφορετικές. Το γεγονός αυτό έχει αρνητικές συνέπειες οι οποίες γίνονται εμφανείς κυρίως στα τελευταία στάδια του αλγορίθμου όταν αυτός

πλησιάζει στη βέλτιστη λύση. Στο στάδιο αυτό, επειδή οι τιμές των μεταβλητών διαφέρουν πολύ λίγο είναι πιθανό η σύγκλιση να καθυστερεί. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί μέσω της **Δυαδικής Κωδικοποίησης με Μετασχηματισμό Gray**. Μέσω της μεθόδου αυτής, οι μεταβλητές τροποποιούνται κατά τέτοιο τρόπο ώστε δύο συνεχόμενες αναπαραστάσεις μιας μεταβλητής να διαφέρουν κατά μόνο ένα δυαδικό ψηφίο. Συχνά, μέσω της διαδικασίας αυτής αυξάνεται ο ρυθμός σύγκλισης του αλγορίθμου γεγονός που σημαίνει ότι χρειάζονται λιγότερες αξιολογήσεις για να επιτευχθούν συγκρίσιμα αποτελέσματα [16]. Η κωδικοποίηση αυτή λαμβάνει χώρα πριν από την εξελικτική διαδικασία ενώ, προτού γίνει η αξιολόγηση, οι μεταβλητές αποκωδικοποιούνται.

### 3.1.2 Τελεστές Επιλογής Γονέων

Μέσω του **Τελεστή Επιλογής Γονέων**  $T_\mu$  δημιουργείται το σύνολο γονέων  $P_\mu^{g+1}$  της επόμενης γενιάς επιλέγοντας άτομα από τα σύνολα απογόνων  $P_\lambda^g$  και γονέων  $P_\mu^g$  της τρέχουσας γενιάς. Ωστόσο, η συμμετοχή του συνόλου  $P_\mu^g$  δεν είναι υποχρεωτική οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει:

$$P_\mu^{g+1} = T_\mu(P_\lambda^g) \quad (3.2)$$

Τα άτομα του συνόλου  $P_\lambda^g$  με καλύτερη τιμή συνάρτησης στόχου αποκτούν, μέσω της διαδικασίας επιλογής γονέων, μεγαλύτερη πιθανότητα να συμμετάσχουν στη δημιουργία απογόνων. Αντίθετα, τα άτομα με τις χειρότερες τιμές αντικειμενικής συνάρτησης έχουν μειωμένες πιθανότητες να συμμετάσχουν στο σύνολο  $P_\mu^{g+1}$ . Στη βιβλιογραφία προτείνονται διάφορα σχήματα για την επιλογή γονέων μεταξύ των οποίων είναι η αναλογική επιλογή, η γραμμική κατάταξη, η πιθανοτική επιλογή με διαγωνισμό κ.α.

### 3.1.3 Τελεστές Διασταύρωσης

Μέσω του **Τελεστή Διασταύρωσης** συνδυάζονται δύο ή και περισσότεροι γονείς για τη δημιουργία απογόνων οι οποίοι θα έχουν αυξημένη πιθανότητα να παρουσιάσουν καλύτερη απόδοση από τους γονείς τους. Πολλά είναι τα σχήματα διασταύρωσης που έχουν προταθεί τα οποία ταξινομούνται κυρίως βάσει του τύπου κωδικοποίησης των ελευθέρων μεταβλητών τους. Στη περίπτωση που χρησιμοποιείται δυαδική κωδικοποίηση, ο τελεστής διασταύρωσης χρησιμοποιεί το κωδικοποιημένο χρωμόσωμα κάθε ατόμου των γονέων για την παραγωγή απογόνων. Ορισμένα από τα σχήματα διασταύρωσης που χρησιμοποιούνται στη περίπτωση της δυαδικής κωδικοποίησης είναι η διασταύρωση ενός σημείου, η διασταύρωση δύο σημείων και η διασταύρωση ενός ή δύο σημείων ανά μεταβλητή σχεδιασμού [1].

Στην περίπτωση της **Διασταύρωσης Ενός Σημείου**, αρχικά επιλέγεται τυχαία μια θέση μεταξύ δύο διαδοχικών δυαδικών ψηφίων ενός χρωμοσώματος. Έπειτα, επιλέγο-

νται τυχαία δύο γονείς από τη δεξαμενή των γονέων που επιλέχθηκαν σε προηγούμενο στάδιο, μετά την εφαρμογή του τελεστή επιλογής γονέων. Οι δύο γονείς αυτοί, διασταυρώνονται εναλλάσσοντας τα δύο μέρη εκατέρωθεν της θέσης διασταύρωσης, παράγοντας με αυτό τον τρόπο δύο νέους απογόνους. Το σχήμα της **Διασταύρωσης Δύο Σημείων** είναι παρόμοιο με το σχήμα ενός σημείου με τη μόνη διαφορά να είναι η χρήση δύο σημείων διασταύρωσης αντί για ένα. Τέλος, η **Διασταύρωση Ενός ή Δύο Σημείων ανά Μεταβλητή Σχεδιασμού** εφαρμόζεται για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού ξεχωριστά.

### 3.1.4 Τελεστές Μετάλλαξης

Ο **Τελεστής Μετάλλαξης**, ο οποίος εφαρμόζεται στους νέους απογόνους που δημιουργήθηκαν μετά τη διασταύρωση, χρησιμοποιείται προκειμένου να διατηρείται η ποικιλομορφία του πληθυσμού μέσω της εισαγωγής νέων χαρακτηριστικών στους απογόνους. Η πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή αυτού συμβολίζεται με  $P_m$  και είναι συνήθως πολύ μικρή. Στη δυαδική κωδικοποίηση, η μετάλλαξη επιτρέπει την αντιστροφή του δυαδικού ψηφίου που θα επιλεγεί. Πιο συγκεκριμένα, για όλα τα δυαδικά ψηφία κάθε απογόνου που προήλθε από τη διασταύρωση γεννάται ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα  $[0,1]$  και η μετάλλαξη πραγματοποιείται μόνο αν ο τυχαίος αυτός αριθμός είναι μικρότερος της πιθανότητας  $P_m$ .

## 3.2 Σύνδεση με Μεταπρότυπα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι ΕΑ είναι ικανοί να διαχειρίζονται σύνθετα προβλήματα πολλών στόχων με ή χωρίς περιορισμούς εξυπηρετώντας οποιοδήποτε λογισμικό ανάλυσης/αξιολόγησης χωρίς ακόμα να έχουν πρόσβαση στον πηγαίο κώδικά του. Αυτό τους το χαρακτηριστικό τους έχει κάνει ευρέως διαδεδομένους για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ένα βασικό τους μειονέκτημα, όμως, κατά τη χρήση τους σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας, είναι ο μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων που απαιτείται μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Σε ορισμένες εφαρμογές, όπως για παράδειγμα η βελτιστοποίηση βασισμένη σε CFD, το υπολογιστικό κόστος ανά αξιολόγηση είναι πολύ μεγάλο και ο μεγάλος χρόνος που απαιτείται για την επίλυση μπορεί να γίνει απαγορευτικός. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος έχουν διατυπωθεί μέθοδοι οι οποίες συνδυάζουν τη χρήση μεταπρότυπων και ΕΑ. Αυτοί οι μέθοδοι αναφέρονται με τον όρο **Εξελικτικοί Αλγόριθμοι υποστηριζόμενοι από Μεταπρότυπα (ΜΑΕΑ)** [17]. Η βασική ιδέα των μεθόδων αυτών είναι η αντικατάσταση του ακριβούς προτύπου αξιολόγησης, όπως για παράδειγμα στην αεροδυναμική ο κώδικας επίλυσης της ροής, με ένα μεταπρότυπο το οποίο έχει αρκετά χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος. Η κατηγοριοποίηση των ΜΑΕΑ βασίζεται κυρίως στον τρόπο σύνδεσης των μεταπρότυπων με τον εξελικτικό αλγόριθμο. Έτσι, υπάρχει διαχωρισμός των ΜΑΕΑ σε ΕΑ που χρησιμοποιούν μεταπρότυπα αποσυνδεδεμένα με την εξέλιξη και σε ΕΑ με μεταπρότυπα συνδεδεμένα με την εξέλιξη.

Οι ΕΑ που χρησιμοποιούν **μεταπρότυπα αποσυνδεδεμένα με την εξέλιξη** (offline μεταπρότυπα) βασίζονται στην αρχική δειγματοληψία του χώρου σχεδιασμού και την κατασκευή μιας προσέγγισης των συναρτήσεων στόχων σε ολόκληρο τον χώρο σχεδιασμού [18]. Η αρχική δειγματοληψία του χώρου σχεδιασμού πραγματοποιείται με μεθόδους σχεδιασμού πειραμάτων. Οι απόγονοι κάθε γενιάς του ΕΑ αξιολογούνται αποκλειστικά από το μεταπρότυπο. Μετά τη σύγκλιση του ΕΑ, οι βέλτιστες λύσεις που έχουν αξιολογηθεί από το μεταπρότυπο, επαναξιολογούνται από το ακριβές πρότυπο. Κριτήριο σύγκλισης της διαδικασίας αυτής είναι συνήθως το συνολικό κόστος το οποίο περιλαμβάνει την αξιολόγηση του αρχικού δείγματος, την επαλήθευση των αποτελεσμάτων από το ακριβές πρότυπο αλλά και το κόστος εκπαίδευσης του μεταπρότυπου. Έπειτα από την επαναξιολόγηση των βέλτιστων ή της βέλτιστης λύσης ανάλογα με την πιστότητα του μεταπρότυπου και το συνολικό κόστος αποφασίζεται αν θα γίνει επανεκπαίδευση του μεταπρότυπου με το αρχικό δείγμα και τις επαναξιολογημένες λύσεις με σκοπό την επανεκκίνηση του ΕΑ. Στην εργασία αυτή ως μεταπρότυπα αποσυνδεδεμένα από την εξέλιξη χρησιμοποιήθηκαν βαθιά νευρωνικά δίκτυα (DNN).

Στην περίπτωση των ΕΑ με **μεταπρότυπα συνδεδεμένα με την εξέλιξη** (online μεταπρότυπα) υπάρχει πιο άμεση αλληλεπίδραση μεταξύ των ΕΑ και των μεταπρότυπων. Αρχικά η εξέλιξη ξεκινά όπως και στους συμβατικούς ΕΑ χρησιμοποιώντας το ακριβές λογισμικό για μερικές γενιές μέχρι να δημιουργηθεί μια βάση δεδομένων η οποία θα περιλαμβάνει έναν ορισμένο αριθμό αξιολογήσεων. Στη συνέχεια, κάθε άτομο προ-αξιολογείται εκπαιδύοντας ένα νέο μεταπρότυπο από τα κοντινότερα του άτομα τα οποία έχουν αξιολογηθεί με το ακριβές λογισμικό. Μόνο ορισμένα πολύ υποσχόμενα άτομα επαναξιολογούνται στο ακριβές λογισμικό, ουσιαστικά αυτή η επαναξιολόγηση είναι αυτή που καθορίζει το υπολογιστικό κόστος κάθε γενιάς [1], [18]. Ένας τύπος μεταπρότυπου συνδεδεμένου με την εξέλιξη είναι τα δίκτυα ακτινικής βάσης τα οποία χρησιμοποιήθηκαν και στην παρούσα εργασία.

### 3.2.1 Δίκτυα Ακτινικής Βάσης

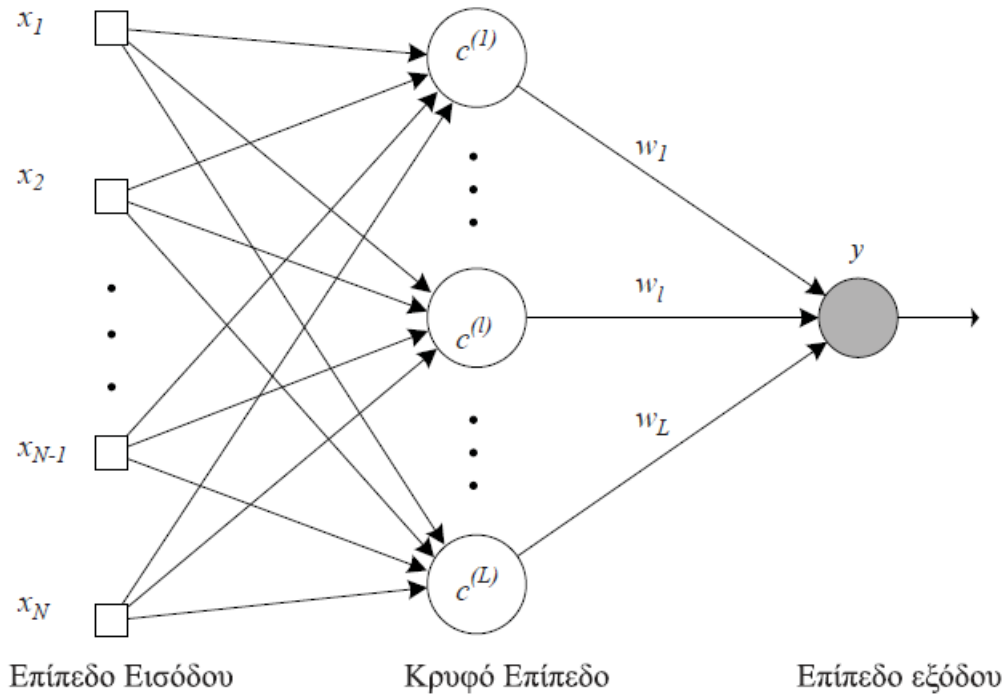
Τα **Δίκτυα Ακτινικής Βάσης** (Radial Basis Function-RBF) είναι τεχνητά νευρωνικά δίκτυα με τρία επίπεδα, ένα επίπεδο εισόδου, ένα κρυφό επίπεδο και ένα επίπεδο εξόδου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.1. Το επίπεδο εισόδου αποτελείται από  $N$  κόμβους, οι οποίοι αντιστοιχούν στο διάνυσμα εισόδου. Το κρυφό επίπεδο αποτελείται από  $L$  κόμβους, όσα είναι και τα κέντρα του RBF  $c^{(l)} \in \mathbb{R}^N$ . Κάθε νευρώνας του κρυφού επιπέδου εφαρμόζει έναν μη-γραμμικό μετασχηματισμό Gauss, συναρτήσει της απόστασης του εκάστοτε διανύσματος εισόδου από το κέντρο του και της ακτίνας βάσης  $r_l$ :

$$h_l = \mathcal{G}(\|x - c^{(l)}\|, r_l) \quad (3.3)$$

Το επίπεδο εξόδου υλοποιεί έναν γραμμικό μετασχηματισμό αθροίζοντας τις εξόδους του κρυφού επιπέδου σταθμισμένες με τις τιμές των συναπτικών βαρών  $w_l$ . Το απο-

τέλεσμα είναι η έξοδος του δικτύου  $y$ .

$$y = \sum_{l=1}^L w_l h_l = \sum_{l=1}^L w_l \mathcal{G}(\|x - c^{(l)}\|, r_l) \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.1: Δίκτυο συναρτήσεων ακτινικής βάσης τριών επιπέδων [18].

### 3.3 Το Λογισμικό EASY

Στη διπλωματική αυτή εργασία ως λογισμικό βελτιστοποίησης χρησιμοποιήθηκε η πλατφόρμα **EASY-Evolutionary Algorithm SYstem**. Το λογισμικό EASY, το οποίο αναπτύχθηκε από τη ΜΠΥΡΒ του ΕΜΠ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για βελτιστοποιήσεις ενός ή περισσότερων στόχων με χρήση περιορισμών ή χωρίς και διαθέτει πολλούς διαφορετικούς αλγορίθμους βελτιστοποίησης. Το λογισμικό αυτό υποστηρίζει στοχαστικές ή αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης, όπως και υβριδικές μεθόδους που προκύπτουν από τον συνδυασμό των δύο. Επιπλέον, διαθέτει επιλογές για χρήση μεταπροτύπων για την προσεγγιστική προ-αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων σε κάθε γενιά του ΕΑ. Ακόμα, δίνεται η επιλογή για σύνδεση με εξωτερικό μεταπρότυπο αν υπάρχει διαθέσιμο από το χρήστη. Στην εργασία αυτή, ως τέτοια μεταπρότυπα, θα χρησιμοποιηθούν τα DNN. Άλλοι μέθοδοι ενίσχυσης των ΕΑ, οι οποίοι είναι διαθέσιμοι

από το EASY είναι οι κατανεμημένοι (distributed EAs), οι ασύγχρονοι (asynchronous EAs) και ιεραρχημένοι EA (hierarchical EAs). Το λογισμικό, επιπλέον, υποστηρίζει την παράλληλη αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων σε υψηλής απόδοσης υπολογιστές [16].

Στη συγκεκριμένη εργασία, χρησιμοποιήθηκε η πλατφόρμα EASY για την εκτέλεση βελτιστοποιήσεων με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων υποβοηθούμενων με Μεταπρότυπα (Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms-MAEA). Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν MAEA με το λογισμικό PUMA ως ακριβές λογισμικό αξιολόγησης και υποστήριξη από τα built-in μεταπρότυπα, τα οποία είναι Δίκτυα Ακτινικής Βάσης (RBF) και εκπαιδεύονται κατά την εξέλιξη (online). Χάριν συντομίας, η βελτιστοποίηση αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως βελτιστοποίηση με **MAEA(CFD/RBF-ONLINE)**. Επιπλέον, εκτελέστηκαν βελτιστοποιήσεις με MAEA και χρήση DNN ως λογισμικό αξιολόγησης κατά την εξέλιξη, το οποίο είχε εκπαιδευτεί ανεξάρτητα από την εξέλιξη (Offline). Οι επαναξιολογήσεις, όπου αυτές χρειαζόνταν, εκτελέστηκαν με το ακριβές λογισμικό CFD (PUMA). Η βελτιστοποίηση αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως βελτιστοποίηση με **MAEA(DNN/OFFLINE)**.

## Κεφάλαιο 4

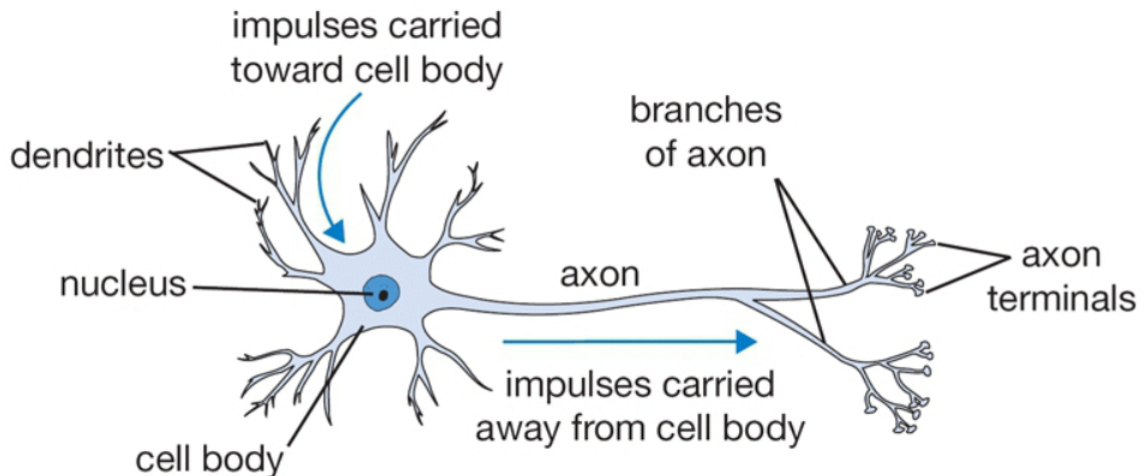
# Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αναφορά στα βαθιά νευρωνικά δίκτυα-**Deep Neural Networks** τα οποία και χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία για την πρόβλεψη της ροής κατά τη βελτιστοποίηση των αεροτομών που εξετάστηκαν. Η ακριβής πρόβλεψη των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών είναι απαραίτητη προϋπόθεση για το σχεδιασμό εφαρμογών που περιλαμβάνουν ροές ρευστών, ειδικά στην αεροδιαστημική βιομηχανία. Τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά μιας πτέρυγας ή μιας αεροτομής προβλέπονται μέσω της επίλυσης των εξισώσεων που διέπουν την ροή με τη βοήθεια λογισμικών CFD. Παρόλο που τα λογισμικά CFD έχουν εξελιχθεί πολύ τα τελευταία χρόνια, για πολλές πρακτικές εφαρμογές, η εκτέλεση αριθμητικών προσομοιώσεων εξακολουθεί να είναι μια υπολογιστικά δαπανηρή και χρονοβόρα εργασία. Ιδιαίτερα, αυτό γίνεται ακόμα πιο φανερό στη περίπτωση της βελτιστοποίησης μορφής όπου πρέπει να αξιολογηθεί ένας μεγάλος αριθμός υποψήφιων λύσεων προκειμένου να βρεθούν οι βέλτιστες για την εκάστοτε εφαρμογή.

Η εφαρμογή τεχνικών μηχανικής μάθησης έχει επεκταθεί σε διάφορους τομείς τα τελευταία χρόνια, συμπεριλαμβανομένης της δυναμικής των ρευστών. Τα νευρωνικά δίκτυα και συγκεκριμένα τα DNNs έχουν αποδειχθεί ικανά στην επίλυση σύνθετων μη-γραμμικών προβλημάτων με χαμηλό υπολογιστικό κόστος [19]. Η αξιοπιστία των DNNs εξαρτάται άμεσα από την εκπαίδευσή τους σε μια βάση δεδομένων με ποσότητα πληροφορίας ανάλογη της περιπλοκότητας του προβλήματος που εξετάζεται κάθε φορά. Στην περίπτωση της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής, τα DNNs εκπαιδεύονται σε κατάλληλη βάση δεδομένων και χρησιμοποιούνται ως λογισμικό αξιολόγησης αντικαθιστώντας το λογισμικό CFD κατά τη βελτιστοποίηση για τη εύρεση της γεωμετρίας με τα βέλτιστα χαρακτηριστικά όπως αυτά έχουν οριστεί για το εκάστοτε πρόβλημα. Ο συνδυασμός της αξιοπιστίας και του χαμηλού υπολογιστικού κόστους των DNN τα καθιστά ιδανικά για εφαρμογές αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής.

## 4.1 Περιγραφή & Λειτουργία Νευρωνικών Δικτύων

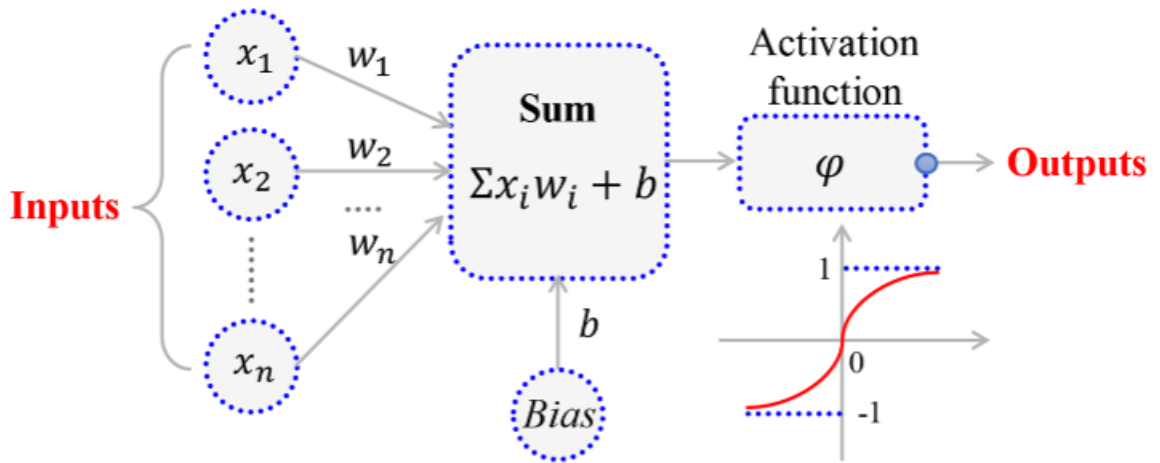
Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα **Artificial Neural Networks-ANNs** είναι ένα υπολογιστικό σύστημα αλγορίθμων εμπνευσμένων από τη λειτουργία των νευρώνων ενός βιολογικού εγκεφάλου. Ένας απλοποιημένος βιολογικός νευρώνας, όπως αυτός που φαίνεται στο Σχήμα 4.1, λαμβάνει στους δενδρίτες του σήματα εισόδου σε μορφή ηλεκτρικών παλμών, τα επεξεργάζεται και τέλος τα μεταφέρει μέσω του άξονα και των συνάψεων σε άλλους γειτονικούς νευρώνες, εάν αυτοί βρίσκονται σε ενεργή κατάσταση. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, Σχήμα 4.2, αποτελούνται από τεχνητούς νευρώνες οι οποίοι οργανώνονται σε επίπεδα και είναι μοντελοποιημένα βασισμένα στη δομή και στις συνάψεις των βιολογικών νευρώνων. Οι συνάψεις ενός τεχνητού νευρώνα, αντιστοιχούν σε σταθμισμένα σήματα τα οποία προέρχονται από τους άξονες προηγούμενων νευρώνων. Ο ρόλος των συναπτικών βαρών, είναι αντίστοιχος των συνάψεων του βιολογικού μοντέλου. Τα συναπτικά βάρη, τα οποία καθορίζονται κατά την εκπαίδευση, ελέγχουν την επιρροή που ασκεί ένας νευρώνας σε έναν άλλο. Ανάλογα με τις τιμές των βαρών, θετικές ή αρνητικές, η λειτουργία ενός νευρώνα είναι διεγερτική ή ανασταλτική αντίστοιχα, όσον αφορά τη μεταφορά δεδομένων προς το επόμενο επίπεδο.



Σχήμα 4.1: Σχηματικό διάγραμμα ενός τυπικού βιολογικού νευρώνα [20].

Κάθε νευρώνας, αφού λάβει σήματα από το προηγούμενο επίπεδο, υπολογίζει το σταθμισμένο άθροισμα των σημάτων εισόδου του και παράγει εξόδους για το επόμενο επίπεδο μέσω μιας συνάρτησης ενεργοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, για τον νευρώνα  $j$  ένα σετ εισόδων  $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]$  θα πολλαπλασιαστεί με το διάνυσμα βαρών  $W_j = [w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jn}]$ . Στη συνέχεια, οι σταθμισμένες με τα βάρη τιμές εισόδου θα αθροιστούν συνυπολογίζοντας και την τιμή bias ως εξής:





**Σχήμα 4.2:** Παράδειγμα ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Διακρίνονται οι είσοδοι του δικτύου ( $x_1, \dots, x_n$ ) με τα αντίστοιχα βάρη ( $w_1, \dots, w_n$ ), ο όρος bias ( $b$ ) και η συνάρτηση ενεργοποίησης  $\varphi$  η οποία εφαρμόζεται στο σταθμισμένο άθροισμα των εισόδων του δικτύου [20].

$$Y_j = \sum_{i=1}^n w_{ji}x_i + b_j \quad (4.1)$$

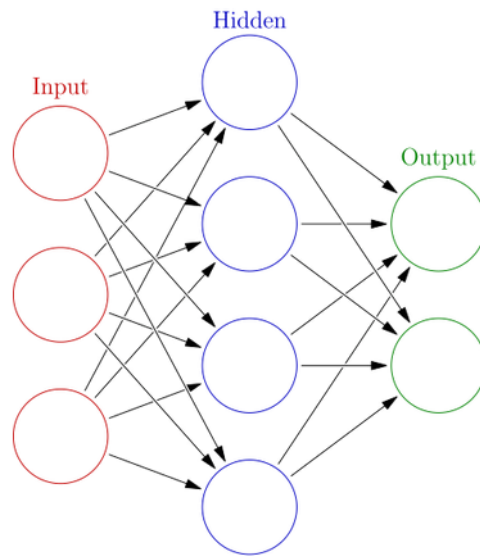
Τέλος, οι έξοδοι κάθε νευρώνα μπορούν να υπολογιστούν μέσω της συνάρτησης ενεργοποίησης. Συγκεκριμένα, η τιμή εξόδου κάθε νευρώνα υπολογίζεται ως εξής:

$$o_j = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ji}x_i + b_j\right) \quad (4.2)$$

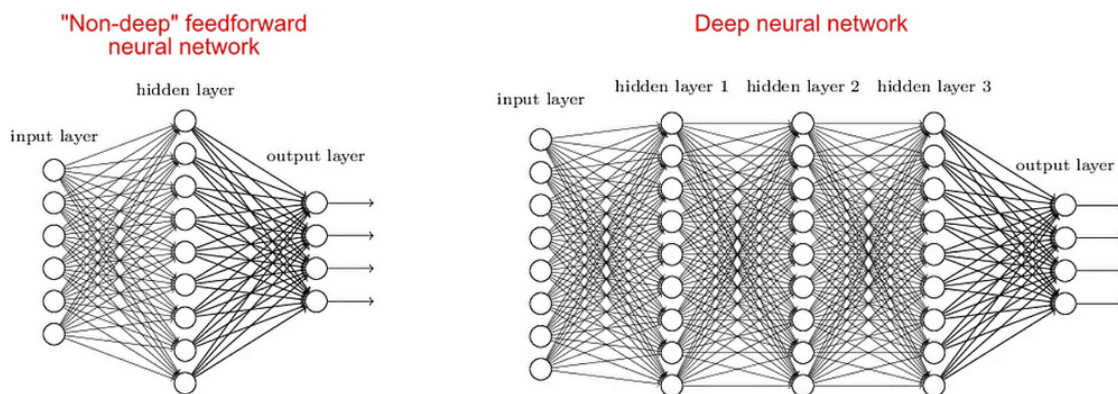
όπου  $w_{ji}$  είναι το βάρος το οποίο συνδέει τον νευρώνα  $i$  με τον νευρώνα  $j$ ,  $x_i$  το σήμα που προέρχεται από τον νευρώνα  $i$ ,  $b_j$  η τιμή bias του νευρώνα  $j$ ,  $f$  η συνάρτηση ενεργοποίησης και  $n$  ο αριθμός των νευρώνων που συνδέονται με τον  $j$  νευρώνα [20],[1].

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.3, τα νευρωνικά δίκτυα **ANN** οργανώνονται σε επίπεδα τα οποία περιλαμβάνουν το επίπεδο εισόδου (input layer), το επίπεδο εξόδου (output layer) και το ενδιάμεσο επίπεδο το οποίο ονομάζεται κρυφό επίπεδο (hidden layer). Ένα βαθύ νευρωνικό δίκτυο (**DNN**), είναι ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο (ANN) με πολλαπλά κρυφά επίπεδα μεταξύ των επιπέδων εισόδου-εξόδου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.4. Τα DNN είναι ικανά να μοντελοποιήσουν πολύπλοκες μη γραμμικές σχέσεις. Τα επιπλέον επίπεδα που διαθέτουν επιτρέπουν τη σύνθεση χαρακτηριστικών από χαμηλότερα επίπεδα, δυναμικά μοντελοποιώντας σύνθετα δεδομένα με λιγότερο κόστος σε σύγκριση με ένα δίκτυο ANN παρόμοιας απόδοσης. Τα DNN είναι, συνήθως, δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης (feedforward) στα οποία τα δεδομένα

μεταφέρονται από το επίπεδο εισόδου στο επίπεδο εξόδου χωρίς να υπάρχει ανατροφοδότηση. Αρχικά, το DNN εκχωρεί τυχαίες αριθμητικές τιμές, βάρη, στις συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων που το αποτελούν. Τα βάρη και οι εισοδοί πολλαπλασιάζονται και επιστρέφουν μια έξοδο μεταξύ 0 και 1. Εάν το δίκτυο δεν αναγνωρίσει με την απαιτούμενη ακρίβεια ένα συγκεκριμένο μοτίβο, τα βάρη αναπροσαρμόζονται μέσω ενός αλγορίθμου. Με αυτόν τον τρόπο, ο αλγόριθμος μπορεί να κάνει ορισμένες παραμέτρους να ασκούν μεγαλύτερη επιρροή, έως ότου καθορίσει τον σωστό μαθηματικό χειρισμό για την πλήρη επεξεργασία των δεδομένων [21].



**Σχήμα 4.3:** Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι μια διασυνδεδεμένη ομάδα κόμβων, εμπνευσμένη από τους νευρώνες του εγκεφάλου. Εδώ, κάθε κυκλικός κόμβος αντιπροσωπεύει έναν τεχνητό νευρώνα και ένα βέλος αντιπροσωπεύει μια σύνδεση από την έξοδο ενός τεχνητού νευρώνα στην είσοδο ενός άλλου.



**Σχήμα 4.4:** Στα αριστερά απεικονίζεται ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ANN με ένα κρυφό επίπεδο και στα δεξιά ένα βαθύ νευρωνικό δίκτυο το οποίο αποτελείται από τρία κρυφά επίπεδα [22].

## 4.2 Συναρτήσεις Ενεργοποίησης

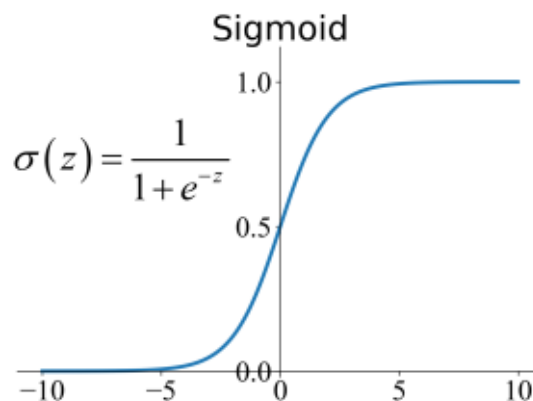
Η **συνάρτηση ενεργοποίησης**, ή αλλιώς συνάρτηση μεταφοράς είναι αυτή η οποία καθορίζει την έξοδο του δικτύου περιορίζοντας την τιμή εξόδου ενός νευρώνα σε ένα διάστημα. Η πιο απλή μορφή μιας συνάρτησης ενεργοποίησης είναι η βηματική συνάρτηση η οποία παράγει την τιμή 1 αν η συνολική είσοδος υπερβαίνει μια οριακή τιμή, ή 0 σε αντίθετη περίπτωση. Παρόλα αυτά, για σύνθετα προβλήματα οι συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι μη γραμμικές. Η τιμή που προκύπτει στους νευρώνες του δικτύου ενδέχεται να είναι αρκετά μεγάλη αφού πρόκειται για άθροισμα των εξόδων όλων των προηγούμενων νευρώνων πολλαπλασιασμένων με ένα βάρος. Μάλιστα όσο μεταβαίνουμε προς τα δεξιά στο δίκτυο, οι τιμές θα μεγαλώνουν και η διαδικασία επεξεργασίας του θα γίνεται όλο και πιο δύσκολη. Για τον λόγον αυτόν, εφαρμόζεται στο άθροισμα μία συνάρτηση ενεργοποίησης που μετατρέπει την τιμή εξόδου του κάθε νευρώνα σε μία νέα τιμή σε ένα καθορισμένο διάστημα. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στις πιο συχνές συναρτήσεις ενεργοποίησης [23].

### 4.2.1 Sigmoid

Μια από τις πιο γνωστές συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι η **Σιγμοειδής-Sigmoid**:

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (4.3)$$

Η συνάρτηση αυτή η οποία έχει μορφή S, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.5, λαμβάνει ως είσοδο έναν πραγματικό αριθμό και δίνει σαν έξοδο έναν αριθμό στο διάστημα 0 έως 1. Όσο μεγαλύτερη είναι η είσοδος (πιο θετική), τόσο πιο κοντά η τιμή εξόδου θα είναι στο 1, ενώ όσο μικρότερη είναι η είσοδος (πιο αρνητική), τόσο πιο κοντά η έξοδος θα είναι 0.



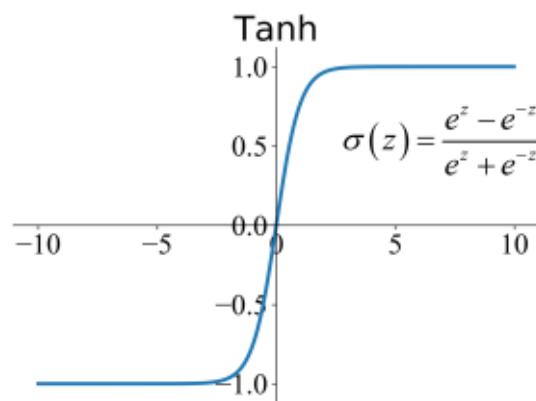
Σχήμα 4.5: Η σιγμοειδής συνάρτηση ενεργοποίησης.

### 4.2.2 Hyperbolic Tangent function (Tanh)

Η συνάρτηση **Hyperbolic Tangent function (Tanh)**, Σχήμα 4.6, είναι αρκετά παρόμοια με τη σιγμοειδή συνάρτηση, με τη διαφορά ότι λαμβάνει ως είσοδο έναν πραγματικό αριθμό και δίνει ως έξοδο έναν αριθμό στο διάστημα -1 έως 1. Όσο μεγαλύτερη είναι η είσοδος (πιο θετική), τόσο πιο κοντά η τιμή εξόδου θα είναι στο 1, ενώ όσο μικρότερη είναι η είσοδος (πιο αρνητική), τόσο πιο κοντά η έξοδος θα είναι στο -1.

Η συνάρτηση  $\tanh$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \quad (4.4)$$



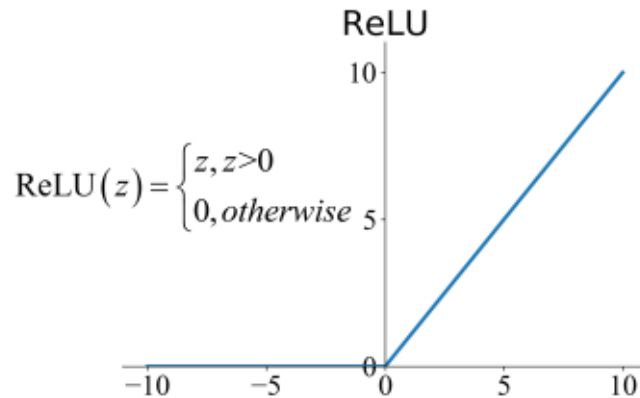
Σχήμα 4.6: Η συνάρτηση ενεργοποίησης **Hyperbolic Tangent function (Tanh)**.

### 4.2.3 Rectified Linear Unit (ReLU)

Η συνάρτηση **Rectified Linear Unit (ReLU)** υπολογίζεται ως εξής:

$$ReLU(z) = \begin{cases} z, & z > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.5)$$

Η συνάρτηση αυτή, Σχήμα 4.7, αντιστοιχίζει την τιμή εισόδου με μία τιμή στο διάστημα 0 έως  $z$ , όπου  $z$  είναι ένας θετικός αριθμός. Για αρνητικές τιμές εισόδου η έξοδος είναι 0 ενώ για θετικές εισόδους η έξοδος είναι  $z$ .



Σχήμα 4.7: Η συνάρτηση ενεργοποίησης *Rectified Linear Unit (ReLU)*.

### 4.3 Συναρτήσεις Κόστους

Κατά τον σχεδιασμό ενός νευρωνικού δικτύου, ο τελικός στόχος είναι η πρόβλεψη της τιμής εξόδου να βρίσκεται όσο το δυνατόν γίνεται πιο κοντά στην αντίστοιχη πραγματική τιμή. Κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης, οι τιμές των παραμέτρων ενός νευρωνικού δικτύου αρχικοποιούνται με κάποια τυχαιότητα. Όπως είναι λογικό, τα τελικά αποτελέσματα τα οποία θα προκύψουν σε πρώτη φάση, θα απέχουν κατά πολύ από τις πραγματικές τιμές. Για τον λόγο αυτόν, είναι απαραίτητο ένα εργαλείο το οποίο θα ρυθμίζει τη διαδικασία αυτή επιλέγοντας τις κατά το δυνατόν καλύτερες τιμές παραμέτρων. Μέσω της συνάρτησης κόστους πραγματοποιείται μια διόρθωση στο δίκτυο, στην περίπτωση που γίνονται λάθη. Ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση κόστους, επιτυγχάνεται αύξηση της ακρίβειας πρόβλεψης και μείωση του σφάλματος. Κάτι τέτοιο ουσιαστικά πραγματοποιείται μέσω της αναπροσαρμογής των βαρών και των όρων bias των νευρώνων, γεγονός που οδηγεί στην πραγματοποίηση προβλέψεων όσο το δυνατόν πιο κοντά στην επιθυμητή τιμή. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται συνήθεις συναρτήσεις κόστους. Με  $y_i$  συμβολίζεται η πραγματική τιμή εξόδου, ενώ με  $\hat{y}_i$  η πρόβλεψη του δικτύου.

- **Απόλυτη Διαφορά (Absolute Difference):**  $C_i = |y_i - \hat{y}_i|$
- **Τετραγωνική Απόκλιση (Mean Squared Error-MSE):**  $C_i = (y_i - \hat{y}_i)^2$
- **Τετραγωνική Λογαριθμική Απόκλιση :**  $C_i = (\log(y_i + 1) - \log(\hat{y}_i + 1))^2$

### 4.4 Διαδικασία Εκπαίδευσης

Στα DNN, η διαδικασία εκπαίδευσης είναι μια βελτιστοποίηση που ελαχιστοποιεί μια συνάρτηση κόστους προσαρμόζοντας ανάλογα τις τιμές των παραμέτρων. Οι παράμε-

τρεις αυτοί είναι τα βάρη και οι όροι bias των νευρώνων του DNN. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η συνάρτηση κόστους μετρά την ικανότητα πρόβλεψης του DNN ελέγχοντας τη διαφορά μεταξύ των πραγματικών εξόδων με τα δείγματα εκπαίδευσης και τις προβλέψεις τους. Αν η είσοδος του DNN είναι  $\vec{x}$  και η έξοδος  $\vec{y}$  τότε η συνάρτηση κόστους προς ελαχιστοποίηση εκφράζεται ως εξής:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N C_i(w, b, \vec{x}^{(i)}, \vec{y}^{(i)}) \quad (4.6)$$

όπου  $C_i$  είναι η συνάρτηση κόστους για ένα μοναδικό δείγμα εκπαίδευσης και  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων εκπαίδευσης.

Η παράγωγος της συνάρτησης κόστους σε σχέση με τις παραμέτρους του δικτύου  $\frac{\partial C}{\partial u}$  υπολογίζεται αναλυτικά και, στη συνέχεια, οι παράμετροι του δικτύου ανανεώνονται. Αν  $u$  είναι μια παράμετρος που καθορίζεται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, τότε η ανανέωση της τιμής της πραγματοποιείται με τη μέθοδο της απότομης καθόδου (steepest descent) ως:

$$u^{new} = u^{old} - \eta \frac{\partial C}{\partial u} \quad (4.7)$$

όπου  $\eta$  ο ρυθμός μάθησης.

Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι σύγκλισης. Το αποτέλεσμα της φάσης βελτιστοποίησης/εκπαίδευσης είναι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων με τις οποίες τα DNN προβλέπουν, με όσον το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια τα δείγματα εκπαίδευσης [23].

## 4.5 Οπισθοδιάδοση (Backpropagation)

Στη μηχανική μάθηση, η **οπισθοδιάδοση** (Backpropagation) είναι ένας ευρέως χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος εκπαίδευσης νευρωνικών δικτύων πρόσθιας τροφοδότησης (feed forward neural networks) [19]. Η μέθοδος οπισθοδιάδοσης έχει ως στόχο την μάθηση και βελτίωση του δικτύου μέσω της τροποποίησης των παραμέτρων με σκοπό την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους για ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης. Η τροποποίηση αυτή ξεκινά από το τελευταίο επίπεδο του νευρωνικού δικτύου, ολοκληρώνεται στο επίπεδο εισόδου και σε κάθε βήμα της εμπλέκονται δύο γειτονικά επίπεδα. Σε κάθε επανάληψη της μεθόδου γίνεται τροποποίηση όλων των βαρών που συνδέουν ένα επίπεδο νευρώνων με το επόμενο και τελικά αναδρομικά προς τα πίσω θα τροποποιηθούν όλα τα βάρη του νευρωνικού δικτύου. Στη συνέχεια ακολουθεί η μαθηματική έκφραση του αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης [1].

Οι έξοδοι κάθε νευρώνα ενός πολυεπίπεδου δικτύου υπολογίζονται, όπου  $a_i^k$  και  $o_i^k$  είναι οι έξοδοι πριν και μετά την συνάρτηση ενεργοποίησης, ως εξής:

$$a_i^k = \sum_l^{r^k} w_{li}^k o_l^{k-1} + b_i^k \quad (4.8)$$

$$o_i^k = g\left(\sum_l^{r^k} w_{li}^k o_l^{k-1} + b_i^k\right) = g(a_i^k) \quad (4.9)$$

όπου:

- $a_i^k$  είναι το άθροισμα του γινομένου των βαρών συμπεριλαμβανομένου και του όρου bias για τον  $i$  νευρώνα του επιπέδου  $k$ .
- $o_i^k$  η έξοδος του  $i$  νευρώνα του επιπέδου  $k$ .
- $r_i^k$  ο αριθμός των νευρώνων στο επίπεδο  $k$ .
- $b_i^k$  ο όρος bias για τον  $i$  νευρώνα του επιπέδου  $k$ .
- $w_{ij}^k$  το βάρος για τον νευρώνα  $j$  του επιπέδου  $k$  προερχόμενο από τον νευρώνα  $i$  του προηγούμενου επιπέδου.
- $g$  η συνάρτηση ενεργοποίησης.

Για λόγους απλότητας, ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης εφαρμόζεται σε ένα DNN μια μόνο έξοδο. Κατά τη φάση της εκπαίδευσης, η συνάρτηση κόστους  $C$  ελαχιστοποιείται και οι παράγωγοι της σε σχέση με τα βάρη και τις τιμές bias υπολογίζονται μέσω του αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης. Αρχικά, υπολογίζεται η μερική παράγωγος  $\frac{\partial C}{\partial w_{ij}^k}$  ως εξής:

$$\frac{\partial C}{\partial w_{ij}^k} = \frac{\partial C}{\partial a_j^k} \frac{\partial a_j^k}{\partial w_{ij}^k} \quad (4.10)$$

Οι όροι του γινομένου αυτού υπολογίζονται ως εξής:

$$\frac{\partial a_j^k}{\partial w_{ij}^k} = \frac{\partial}{\partial w_{ij}^k} \left( \sum_{l=0}^{r^{k-1}} w_{lj}^k o_l^{k-1} + b_j^k \right) = o_i^{k-1} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial a_j^k} = \delta_j^k \quad (4.12)$$

όπου  $\delta_j^k$  είναι το σφάλμα του δικτύου με  $\delta$  το δέλτα του Kronecker.

Η εξίσωση 4.10 μπορεί τώρα να εκφραστεί ως:

$$\frac{\partial C}{\partial w_{ij}^k} = \delta_j^k o_i^{k-1} \quad (4.13)$$

και μπορεί να υπολογιστεί το σφάλμα του νευρώνα  $\delta_j^k$ . Για το επίπεδο εξόδου, αυτό το σφάλμα βασίζεται στη συνάρτηση κόστους. Για τα υπόλοιπα επίπεδα το σφάλμα μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\delta_j^k = \frac{\partial C}{\partial a_j^k} = \sum_{l=1}^{r^{k+1}} \frac{\partial C}{\partial a_l^{k+1}} \frac{\partial a_l^{k+1}}{\partial a_j^k} = \sum_{l=1}^{r^{k+1}} \delta_l^{k+1} \frac{\partial a_l^{k+1}}{\partial a_j^k} \quad (4.14)$$

Επιπλέον:

$$a_l^{k+1} = \sum_{j=1}^{r^k} w_{jl}^{k+1} g(a_j^k) \quad (4.15)$$

με την αντίστοιχη παράγωγο να είναι:

$$\frac{\partial a_l^{k+1}}{\partial a_j^k} = w_{jl}^{k+1} g'(a_j^k) \quad (4.16)$$

Το  $\delta_j^k$  πλέον μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\delta_j^k = g'(a_j^k) \sum_{l=1}^{r^{k+1}} \delta_l^{k+1} w_{jl}^{k+1} \quad (4.17)$$

Οι παράγωγοι της συνάρτησης κόστους σε σχέση με τα βάρη είναι:

$$\frac{\partial C}{\partial w_{ij}^k} = o_i^{k-1} g'(a_j^k) \sum_{l=1}^{r^{k+1}} \delta_l^{k+1} w_{jl}^{k+1} \quad (4.18)$$

Οι παράγωγοι της συνάρτησης κόστους σε σχέση με τους όρους bias είναι:

$$\frac{\partial C}{\partial b_j^k} = \frac{\partial C}{\partial a_j^k} \frac{\partial a_j^k}{\partial b_j^k} = \delta_j^k \frac{\partial a_j^k}{\partial b_j^k} \quad (4.19)$$

Ο όρος  $\frac{\partial a_j^k}{\partial b_j^k}$  ισούται με τη μονάδα οπότε η παραπάνω σχέση γίνεται:



$$\frac{\partial C}{\partial b_j^k} = g'(a_j^k) \sum_{l=1}^{r^{k+1}} \delta_l^{k+1} w_{jl}^{k+1} \quad (4.20)$$

## 4.6 Αλγόριθμοι Εκπαίδευσης

Τα DNN εκπαιδεύονται χρησιμοποιώντας Gradient Based μεθόδους οι οποίες ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους προσαρμόζοντας τις παραμέτρους του δικτύου, ούτως ώστε το δίκτυο να είναι σε θέση να προβλέψει τις εξόδους των δειγμάτων εκπαίδευσης. Οι μέθοδοι αυτοί, ενώ έχουν την ικανότητα να καταλήγουν γρήγορα σε βέλτιστες λύσεις, υπάρχει η πιθανότητα να παγιδευτούν σε τοπικά ελάχιστα. Μια μέθοδος η οποία ξεπερνά το πρόβλημα του τοπικού ελαχίστου είναι η μέθοδος απότομης καθόδου **Steepest descent**. Όπως έχει ήδη αναφερθεί προηγουμένως, οι παράγωγοι των παραμέτρων του δικτύου υπολογίζονται μέσω του αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης. Στη μέθοδο απότομης καθόδου, εκτός από αυτές τις παραμέτρους είναι απαραίτητος και ο καθορισμός του ρυθμού μάθησης  $\eta$ . Η παράμετρος αυτή αποτελεί έναν συμβιβασμό μεταξύ ταχύτητας και ακρίβειας κατά την εκπαίδευση. Ένας μεγάλος ρυθμός μάθησης συνεπάγεται μεγάλα άλματα στον αντικειμενικό χώρο, γεγονός το οποίο μπορεί να εμποδίσει τη σύγκλιση της βελτιστοποίησης στο ολικό ελάχιστο, χωρίς ωστόσο να «παγιδεύεται» σε ένα τοπικό ελάχιστο. Από την άλλη πλευρά, ο μικρός ρυθμός μάθησης σημαίνει μικρά βήματα που έχουν ως αποτέλεσμα μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων και υψηλότερο υπολογιστικό κόστος. Στη συνέχεια, περιγράφονται ορισμένοι αλγόριθμοι οι οποίοι είναι βασισμένοι στη μέθοδο της απότομης καθόδου (Steepest descent) [1]:

- **Gradient descent with momentum:** Ο αλγόριθμος **Gradient descent with momentum** αποτελεί επέκταση του αλγορίθμου Steepest Descent. Η μέθοδος αυτή αξιοποιεί τους εκθετικά σταθμισμένους μέσους (Exponentially Weighted Averages-EWA) ώστε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα των παραγώγων κοντά στο μηδέν. Ο αλγόριθμος αυτός αποκτά ορμή από τις προηγούμενες παραγώγους που είχε υπολογίσει ώστε να προχωρήσει μπροστά ακόμα και αν οι τοπικές παράγωγοι είναι μηδενικές. Οι παράμετροι του δικτύου ενημερώνονται μέσω των EWA εστιάζοντας την βελτιστοποίηση στις πιο σημαντικές παραμέτρους. Οι παράμετροι οι οποίες βοηθούν στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους ενισχύονται, ενώ οι παράμετροι οι οποίες είναι υπεύθυνες για ταλαντώσεις στη σύγκλιση του αλγορίθμου σιγά σιγά εξαλείφονται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα γρηγορότερη σύγκλιση και μειωμένες ταλαντώσεις. Καθώς ο αλγόριθμος πλησιάζει στο ελάχιστο, όμως, υπάρχει ο κίνδυνος η ορμή να είναι τόσο μεγάλη ώστε ο αλγόριθμος να μην μπορεί να σταματήσει στο ολικό ελάχιστο.
- **RMSprop:** Ο αλγόριθμος Root Mean Squared Propagation-RMSprop είναι μια προσαρμοστική μέθοδος που χρησιμοποιεί τους εκθετικά σταθμισμένους μέσους EWA, επιτρέποντας την προσαρμογή του ποσοστού εκπαίδευσης ξεχωριστά για

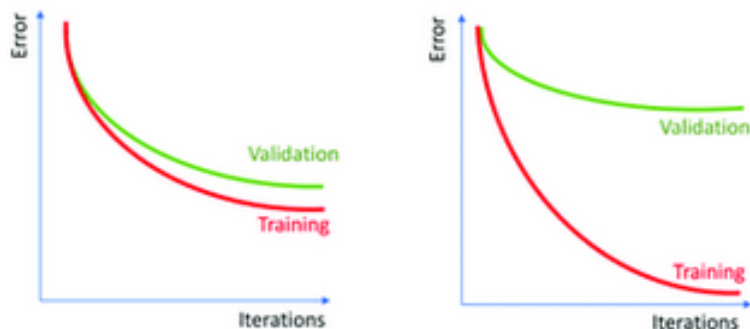
κάθε παράμετρο. Οι τιμές των παραμέτρων ρυθμίζονται από παραγώγους που υπολογίζονται μέσω του τετραγωνικού μέσου όρου από τις παραγώγους που υπολογίστηκαν σε προηγούμενες επαναλήψεις. Ο αλγόριθμος αυτός μειώνει τις ταλαντώσεις και τον θόρυβο, αλλά υπάρχει ο κίνδυνος ο ρυθμός μάθησης να γίνει πολύ μικρός καθώς ο παρανομαστής του μέσου όρου μεγαλώνει με τις επαναλήψεις.

- **ADAM:** Ένας από τους πιο συχνούς αλγορίθμους βασισμένους στη μέθοδο απότομης καθόδου είναι ο αλγόριθμος της Προσαρμοστικής Εκτίμησης Βαρών ADAM-Adaptive Moment Estimation. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης ADAM είναι μια επέκταση του αλγορίθμου SGD και χρησιμοποιείται για την ενημέρωση των βαρών του δικτύου με βάση τα δείγματα εκπαίδευσης. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί χαρακτηριστικά των παραπάνω αλγορίθμων, εκμεταλλευόμενος παράλληλα τα πλεονεκτήματά τους. Ο ADAM είναι ευρέως διαδεδομένος στον τομέα της βαθιάς μηχανικής μάθησης γιατί επιτυγχάνει καλά αποτελέσματα γρήγορα. Παρόλο αυτά, έχει μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος σε σύγκριση με τους αλγορίθμους που παρουσιάστηκαν παραπάνω [1], [24].

## 4.7 Βάση Δεδομένων

Κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης, το δίκτυο εκπαιδεύεται σε μια βάση δεδομένων η οποία απαρτίζεται από **δείγματα εκπαίδευσης** (training patterns) και **δείγματα επαλήθευσης** (validation patterns). Τα δείγματα εκπαίδευσης τροφοδοτούν το δίκτυο με τις τιμές εισόδου και τις επιθυμητές τιμές εξόδου. Στη συνέχεια το δίκτυο υπολογίζει μέσω της συνάρτησης κόστους την απόκλιση της πρόβλεψής του και ρυθμίζει τις παραμέτρους του αντίστοιχα προκειμένου να αυξήσει την ακρίβεια της πρόβλεψής του. Στη συνέχεια, μέσω των δειγμάτων επαλήθευσης αξιολογείται η πρόβλεψη του δικτύου σε ένα άγνωστο για το δίκτυο σετ εισόδων. Όπως είναι λογικό, η ακρίβεια της πρόβλεψης του δικτύου για τα γνωστά σε αυτό δείγματα εκπαίδευσης είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με την πρόβλεψη για τα δείγματα επαλήθευσης.

Ένας κίνδυνος που υπάρχει κατά την εκπαίδευση του δικτύου είναι η **υπερπροσαρμογή** του (overfitting) στα δείγματα εκπαίδευσης. Αυτό το φαινόμενο εμφανίζεται όταν το δίκτυο γίνεται πολύ αποδοτικό στο να προβλέπει τις τιμές εξόδου των δειγμάτων εκπαίδευσης αλλά ταυτόχρονα εμφανίζει πολύ κακή απόδοση στις προβλέψεις των δειγμάτων επαλήθευσης. Όταν συμβεί αυτό, το δίκτυο ουσιαστικά αποτυγχάνει να γενικεύσει τα χαρακτηριστικά/μοτίβα που βρίσκονται στα δεδομένα εκπαίδευσης και να τα εφαρμόσει στην πρόβλεψη των δειγμάτων επαλήθευσης. Η υπερπροσαρμογή κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, Σχήμα 4.8, μπορεί να εντοπιστεί όταν το σφάλμα στα δεδομένα εκπαίδευσης μειώνεται σε μια πολύ μικρή τιμή, αλλά το σφάλμα στα νέα δεδομένα ή στα δεδομένα επαλήθευσης αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό.

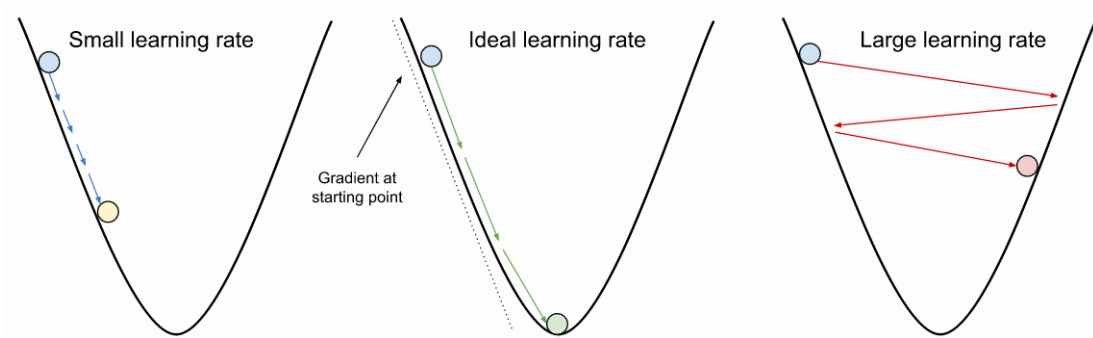


**Σχήμα 4.8:** Στα αριστερά παρουσιάζεται ένα παράδειγμα σωστής προσαρμογής του δικτύου στα δεδομένα εκπαίδευσης, ενώ δεξιά παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπερπροσαρμογής του δικτύου στα δεδομένα εκπαίδευσης [25].

## 4.8 Υπερπαράμετροι

Στη μηχανική μάθηση, μια **υπερπαράμετρος** είναι μια παράμετρος της οποίας η τιμή χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της διαδικασίας εκπαίδευσης. Ενώ, οι τιμές άλλων παραμέτρων (συνήθως βάρη κόμβων) προκύπτουν μέσω της εκπαίδευσης, οι υπερπαράμετροι ενός DNN καθορίζονται πριν από την εκπαίδευση, πριν από την ρύθμιση των βαρών και των τιμών bias. Το σύνολο των υπερπαραμέτρων αυτών περιλαμβάνει την αρχιτεκτονική του δικτύου, το αριθμό των εποχών και τον ρυθμό μάθησης. Η επιλογή των κατάλληλων υπερπαραμέτρων για ένα δίκτυο είναι μια δύσκολη διαδικασία η οποία πραγματοποιείται εμπειρικά μέσω της μεθόδου δοκιμής και σφάλματος.

- **Αρχιτεκτονική Δικτύου** Η αρχιτεκτονική του δικτύου αναφέρεται στον αριθμό επιπέδων του δικτύου και τον αριθμό νευρώνων κάθε επιπέδου. Μια σύνθετη αρχιτεκτονική με πολλά επίπεδα και μεγάλο αριθμό νευρώνων είναι ικανή να προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια στην πρόβλεψη του δικτύου σε ένα σύνθετο πρόβλημα. Ωστόσο, όταν χρησιμοποιούνται σύνθετες αρχιτεκτονικές οι απαιτήσεις για μεγαλύτερες βάσεις δεδομένων αυξάνονται.
- **Ρυθμός Μάθησης** Ο ρυθμός μάθησης καθορίζει το πόσο γρήγορα ένα δίκτυο ενημερώνει τις παραμέτρους εκπαίδευσής του. Ένας χαμηλός ρυθμός μάθησης μειώνει την ταχύτητα της διαδικασίας εκπαίδευσης αλλά ταυτόχρονα ο αλγόριθμος εκπαίδευσης παρουσιάζει ομαλή σύγκλιση. Υψηλοί ρυθμοί μάθησης επιταχύνουν την διαδικασία εκπαίδευσης αλλά υπάρχει η πιθανότητα έλλειψης σύγκλισης, Σχήμα 4.9.
- **Αριθμός Εποχών** Ο αριθμός των φορών που ένα ολόκληρο σετ δεδομένων προσπελάζεται από ένα νευρωνικό δίκτυο ονομάζεται εποχή. Μια εποχή αντιστοιχεί στο πέρασμα μόνο για μια φορά όλων των δειγμάτων εκπαίδευσης από το



**Σχήμα 4.9:** Παραδείγματα ρυθμών μάθησης. Ένας μικρός ρυθμός μάθησης (αριστερά) μειώνει την ταχύτητα σύγκλισης, ένας ιδανικό ρυθμός μάθησης (κέντρο) αυξάνει την ταχύτητα σύγκλισης και ένας μεγάλος ρυθμός μάθησης (δεξιά) οδηγεί σε απότομες μεταβολές μη ευνοώντας την σύγκλιση [23].

νευρωνικό δίκτυο. Ένας πολύ μικρός αριθμός εποχών οδηγεί σε κακή απόδοση του δικτύου καθώς αυτό δεν έχει εκπαιδευτεί επαρκώς. Αντιθέτως, ένας πολύ μεγάλος αριθμός εποχών μπορεί να οδηγήσει σε υπερπροσαρμογή του δικτύου, όπου το δίκτυο μπορεί να προβλέψει τα γνωστά δείγματα εκπαίδευσης πολύ καλά αλλά όχι και τα άγνωστα σε αυτό δείγματα. Ο αριθμός των εποχών πρέπει να ρυθμιστεί κατάλληλα μέσω δοκιμών ούτως ώστε να επιτευχθούν τα βέλτιστα αποτελέσματα.

# Κεφάλαιο 5

## Βελτιστοποίηση Μορφής της Αεροτομής NACA4415

### 5.1 Περιγραφή Προβλήματος

Ο επανασχεδιασμός της μορφής της αεροτομής NACA4415 αποτελεί την πρώτη περίπτωση με την οποία ασχολείται η εργασία αυτή. Το πρόβλημα αυτό προσεγγίστηκε ως μια περίπτωση βελτιστοποίησης ενός στόχου (Single Objective Optimization- SO-O) χωρίς περιορισμούς. Στόχος του επανασχεδιασμού της αεροτομής αυτής είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης (Cl) θεωρώντας ατριβές ρευστό και τις εξής συνθήκες ροής:

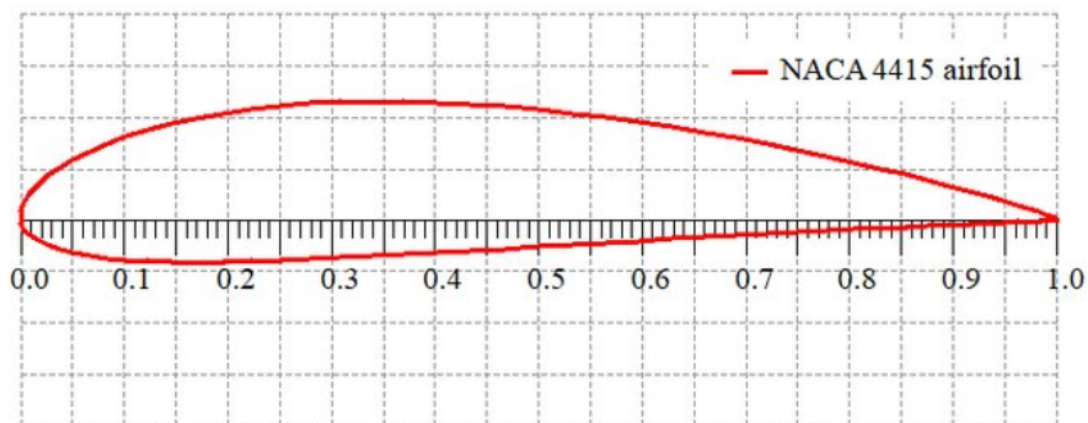
$$U_{\infty} = 170m/s, \quad \alpha_{\infty} = 2^{\circ}$$

όπου  $U_{\infty}$  και  $\alpha_{\infty}$  η ταχύτητα και η γωνία ροής του αδιατάρακτου ρεύματος αέρα αντίστοιχα.

Η αεροτομή NACA4415, Σχήμα 5.1, ανήκει στη σειρά αεροτομών NACA τεσσάρων ψηφίων. Η μορφή της αεροτομής καθορίζεται από τέσσερα ψηφία ως εξής:

- Το πρώτο ψηφίο αναφέρεται στη μέγιστη καμπυλότητα ως ποσοστό % της χορδής
- Το δεύτερο ψηφίο αναφέρεται στην απόσταση (%/10) από το χείλος προσβολής όπου εμφανίζεται η μέγιστη καμπυλότητα
- Το τρίτο και το τέταρτο ψηφίο αναφέρονται στο μέγιστο πάχος ως ποσοστό % της χορδής [26].

Επομένως, η αεροτομή NACA4415 έχει μέγιστη καμπυλότητα ίση με το 4% της χορδής της η οποία εμφανίζεται σε απόσταση ίση με το 40% της χορδής από το χείλος προσβολής και το μέγιστο πάχος της είναι το 15% της χορδής.

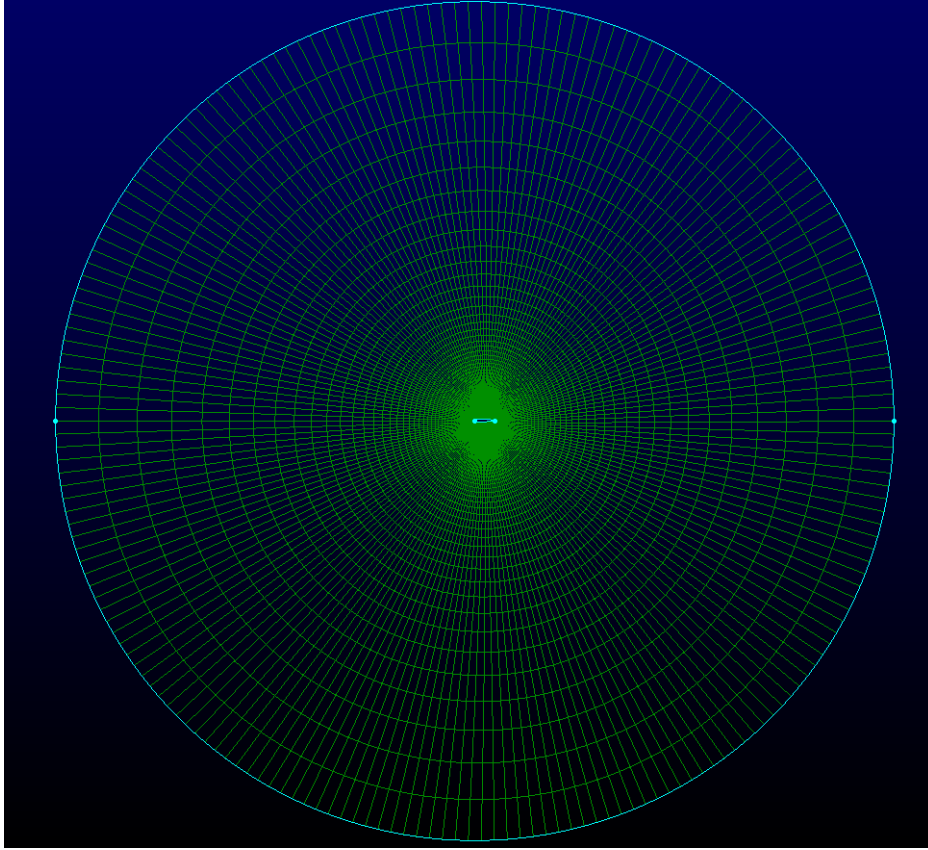


Σχήμα 5.1: Η αεροτομή NACA4415.

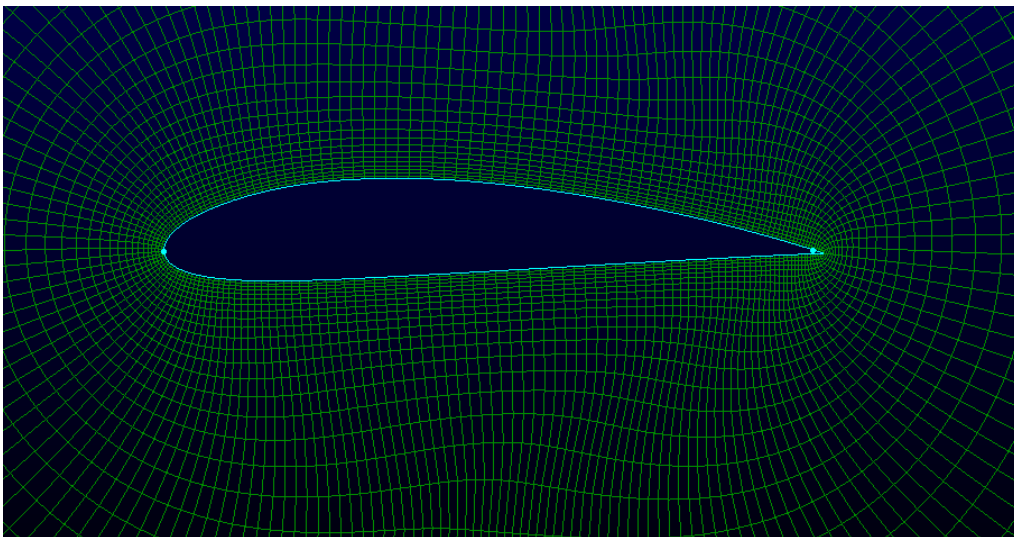
Στο σημείο αυτό, γίνεται συνοπτική αναφορά των βημάτων που ακολουθήθηκαν για την εύρεση της βέλτιστης λύσης όσον αφορά τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης της αεροτομής. Αρχικά, πραγματοποιήθηκε η προσομοίωση και η επίλυση της ροής με χρήση προτύπου ατριβούς ροής (επιλύτης των εξισώσεων Euler στις δύο διαστάσεις). Έπειτα, ακολούθησε η παραμετροποίηση της αεροτομής μέσω της μεθόδου ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν δύο βελτιστοποιήσεις με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων, η πρώτη έκανε χρήση ενός online εκπαιδευμένου μεταπροτύπου RBF-Radial Basis Function, ενώ στη δεύτερη χρησιμοποιήθηκε ένα βαθύ νευρωνικό δίκτυο DNN το οποίο είχε εκπαιδευτεί ανεξάρτητα από (πριν) τη βελτιστοποίηση (offline εκπαίδευση) από κατάλληλη βάση δεδομένων. Τέλος, τα αποτελέσματα των δύο βελτιστοποιήσεων συγκρίθηκαν ως προς τη βέλτιστη λύση και ως προς το συνολικό υπολογιστικό χρόνο που δαπανήθηκε για τη καθεμιά.

## 5.2 Υπολογιστικό Πλέγμα

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται μια σύντομη παρουσίαση του πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε στην επίλυση της ροής. Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 5.2 το πλέγμα είναι τύπου O και ο αριθμός κόμβων του πλέγματος είναι 12000. Το πλέγμα είναι πιο πυκνό κοντά στην αεροτομή, όπου απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια κατά τον υπολογισμό της ροής, ενώ αραιώνει όσο μεγαλώνει η απόσταση από αυτή όπου δεν απαιτείται η ίδια ακρίβεια για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους. Στο Σχήμα 5.3, παρουσιάζεται η περιοχή του υπολογιστικού πλέγματος κοντά στην αεροτομή και διακρίνεται η αυξημένη πυκνότητα του πλέγματος.



Σχήμα 5.2: Πλέγμα τοπολογίας  $O$ .



Σχήμα 5.3: Περιοχή του πλέγματος κοντά στην αεροτομή.

## 5.3 Υπολογιστική Προσομοίωση της Ροής

Η επίλυση της ροής πραγματοποιήθηκε στο λογισμικό PUMA. Το λογισμικό αυτό, χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων και τρέχει σε επεξεργαστές καρτών γραφικών (GPUs) της NVIDIA. Το λογισμικό PUMA έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡΒ της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ στις γλώσσες προγραμματισμού C++ και CUDA [27], [28]. Περαιτέρω και πιο λεπτομερής αναφορά για το λογισμικό αυτό γίνεται στο αντίστοιχο κεφάλαιο της εργασίας αυτής.

Στη συνέχεια, αναλύονται οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση της ροής και περιγράφονται οι οριακές συνθήκες τις ροής καθώς και οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη ρύθμιση του CFD.

### 5.3.1 Εξισώσεις Επίλυσης της Ροής

Οι εξισώσεις που διέπουν μια ατριβή, συμπιεστή ροή είναι οι εξισώσεις Euler, που αποτελούν τη μαθηματική έκφραση των νόμων διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας ως προς ένα καρτεσιανό, αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.

Η διαφορική μορφή των εξισώσεων Euler σε διδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων είναι:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F} = 0 \quad (5.1)$$

όπου  $\vec{W} = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho E)^T$  το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών. Οι συνιστώσες του  $W$  αποτελούνται από την πυκνότητα του ρευστού  $\rho$ , τις καρτεσιανές συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας  $V = (u_1, u_2)$  και την ολική ενέργεια:

$$E = \rho e + 0.5\rho(u_1^2 + u_2^2) \quad (5.2)$$

όπου  $e$  η εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας του ρευστού. Επιπλέον, το διάνυσμα των ροών  $F = (F_1, F_2)$  είναι :

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_1 u_i + p \delta_1^i \\ \rho u_2 u_i + p \delta_2^i \\ (E + p)u_i \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

όπου  $p$  η πίεση του αερίου και  $\delta_i^j$  το σύμβολο του Kronecker. Τέλος, το σύστημα συμπληρώνεται με την καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων:



$$p = \rho R_g T \quad (5.4)$$

όπου  $T$  η θερμοκρασία και  $R_g$  η σταθερά του αερίου. [18]

### 5.3.2 Συνθήκες Ροής & Παράμετροι CFD

Οι συνθήκες της επί άπειρον ροής ορίστηκαν ως εξής: ολική πίεση  $P_t = 101325 Pa$ , ολική θερμοκρασία  $T_t = 293 K$ , ομοιόμορφη ταχύτητα του αέρα  $u = 170 m/s$ .

Όσον αφορά τις παραμέτρους του επιλύτη, αυτές ρυθμίστηκαν ως εξής:

- Μέθοδος Ολοκλήρωσης: MultiStage Runge Kutta
- Αριθμός Σταδίων Runge Kutta: 3
- Σχήμα Διακριτοποίησης των όρων μεταφοράς: Roe 2ης τάξης.
- Αριθμός Επαναλήψεων: 2000

Η συνολική διάρκεια ενός τρεξίματος των 800 επαναλήψεων του λογισμικού CFD διαρκεί περίπου 0.3 min σε μια κάρτα RTX2070 GPU.

### 5.3.3 Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν κατά την επίλυση της ροής για την αεροτομή NACA4415 είναι οι εξής:

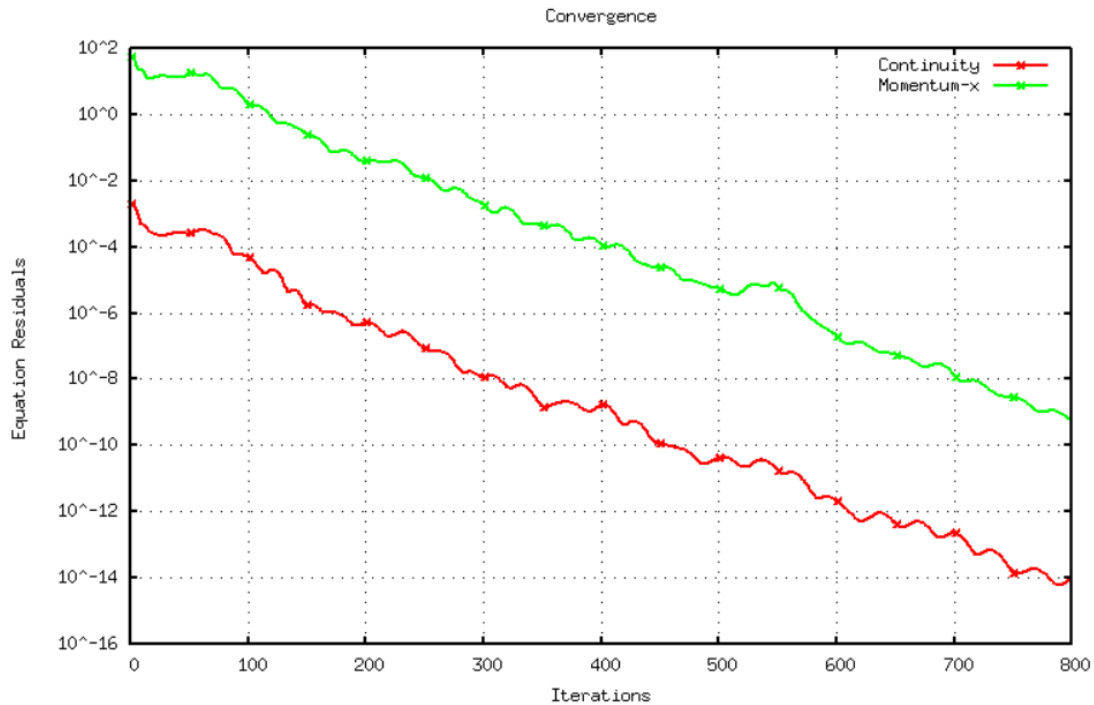
- Η οριακή συνθήκη **Farfield** η οποία αναφέρεται στην περιοχή μακριά από την αεροτομή και χαρακτηρίζει την αδιατάρακτη ροή.
- Η οριακή συνθήκη **Αδιαβατικού Τοιχώματος**. Η συνθήκη αυτή αναφέρεται στην περιοχή της αεροτομής, όπου ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης και η ροή θερμότητας είναι μηδέν, άρα το τοίχωμα είναι αδιαβατικό.

### 5.3.4 Αποτελέσματα Επίλυσης της Ροής

Αφού καθορίστηκαν οι συνθήκες ροής και οι λοιπές παράμετροι του CFD, πραγματοποιήθηκε η επίλυση της ροής μέσω επαναληπτικής διαδικασίας η οποία διήρκεσε συνολικά για 800 επαναλήψεις. Μετά το πέρας των 800 επαναλήψεων, η τιμή του συντελεστή άνωσης δεν παρουσιάζει αξιόλογες μεταβολές, οπότε και η επαναληπτική διαδικασία τερματίστηκε.

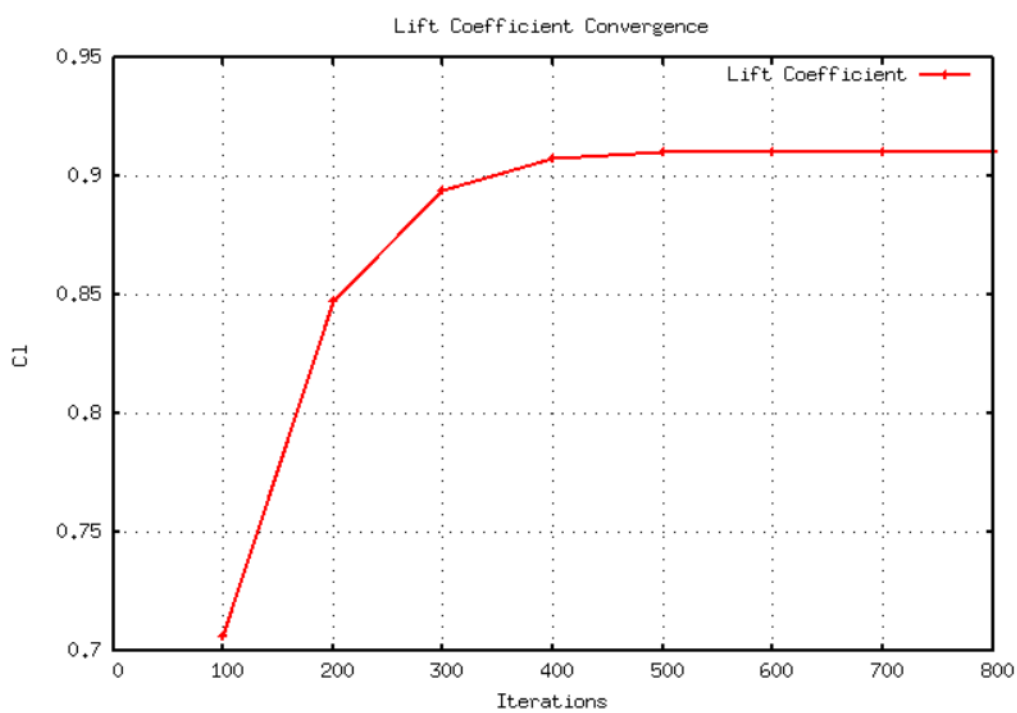
Στο Σχήμα 5.4 παρουσιάζεται η σύγκλιση της υπολογιστικής προσομοίωσης για την εξίσωση της συνέχειας (Continuity) και την εξίσωση της ορμής κατά τον άξονα x

(Momentum-x). Η εξίσωση της συνέχειας συγκλίνει αφήνοντας μέγιστο υπόλοιπο  $10^{-14}$  και η εξίσωση της ορμής κατά τον άξονα x συγκλίνει με υπόλοιπο  $10^{-9}$ .



**Σχήμα 5.4:** Σύγκλιση Εξισώσεων Συνέχειας και Ορμής κατά τον άξονα x για την επίλυση της ροής στην αεροτομή αναφοράς NACA4415.

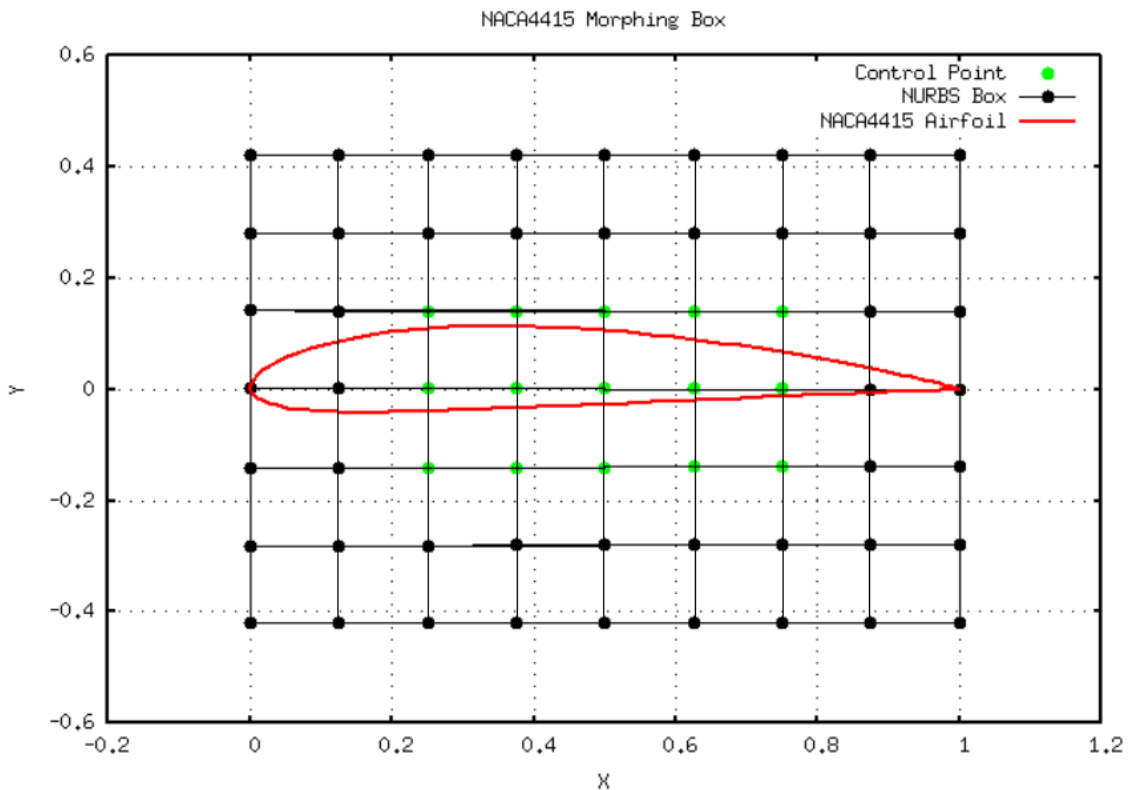
Επιπλέον, στο Σχήμα 5.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας. Παρατηρείται ότι η τιμή του συντελεστή σταθεροποιείται ως εξής:  $Cl=0.9105$



Σχήμα 5.5: Συντελεστής Άνωσης συναρτήσει του αριθμού επαναλήψεων για την αεροτομή αναφοράς NACA4415.

## 5.4 Παραμετροποίηση Αεροτομής

Η μέθοδος η οποία χρησιμοποιήθηκε για την παραμετροποίηση της αεροτομής είναι η ογκομετρική μορφοποίηση με τεχνικές NURBS η οποία και αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2. Το πλέγμα ελέγχου που δημιουργήθηκε αποτελείται από 63 σημεία, από τα οποία τα 15 μπορούν να μεταβάλλονται κατά  $\pm 10\%$  κατά τον άξονα  $Y$  κάθετα στη διεύθυνση της χορδής, ενώ παραμένουν αμετάβλητα κατά τον άξονα  $X$ . Όλα τα υπόλοιπα σημεία παραμένουν αμετάβλητα και στους δύο άξονες. Τα 15 σημεία ελέγχου, είναι αυτά που θα διαμορφώσουν τις νέες γεωμετρίες που θα δημιουργηθούν κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Στο Σχήμα 5.6, παρουσιάζεται το  $9 \times 7$  πλέγμα ελέγχου NURBS, με τα 15 σημεία ελέγχου να διακρίνονται με πράσινο χρώμα.



Σχήμα 5.6: Παραμετροποίηση αεροτομής NACA4415 μέσω ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS.

## 5.5 Βελτιστοποίηση με MAEA

Ο επανασχεδιασμός της μορφής της αεροτομής NACA4415 με στόχο την αύξηση του συντελεστή άνωσης αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός στόχου χωρίς περιορισμούς. Το λογισμικό βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε είναι το EASY το οποίο είναι βασισμένο στους εξελικτικούς αλγορίθμους, ενώ το λογισμικό αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων (λογισμικό CFD) είναι ο κώδικας PUMA και, αργότερα, το εκπαιδευμένο (με βάση τον PUMA) DNN. Για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους, χρησιμοποιήθηκαν μεταπρότυπα (RBF) κατά τη φάση της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης. Στη συνέχεια, όταν γίνεται αναφορά στον εξελικτικό αλγόριθμο ο οποίος υποβοηθάται από μεταπρότυπα, **Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithm**, θα αναφέρεται ως **MAEA** χάριν συντομίας.

Η συνάρτηση κόστους της βελτιστοποίησης με MAEA είναι η εξής:

$$F_{obj} = \min(-Cl) \quad (5.5)$$

Για την αεροτομή NACA4415 πραγματοποιήθηκαν δύο βελτιστοποιήσεις. Στην πρώτη βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκαν MAEA με το PUMA ως ακριβές λογισμικό αξιολόγησης και υποστήριξη από τα built-in μεταπρότυπα τα οποία είναι Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Function Networks-RBFN). Η βελτιστοποίηση αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως **MAEA (CFD/RBF-ONLINE)**. Στη δεύτερη βελτιστοποίηση, χρησιμοποιήθηκαν MAEA με το DNN ως υποκατάστατο του λογισμικού αξιολόγησης κατά την εξέλιξη, το οποίο έχει εκπαιδευτεί ανεξάρτητα από την εξέλιξη (offline μεταπρότυπο). Οι επαναξιολογήσεις των βέλτιστων λύσεων, όποτε αυτό ήταν απαραίτητο, πραγματοποιήθηκαν με το λογισμικό PUMA. Η βελτιστοποίηση αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως **MAEA (DNN-OFFLINE)**.

### 5.5.1 Ρυθμίσεις Εξελικτικού Αλγορίθμου

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι ρυθμίσεις του εξελικτικού αλγορίθμου στο λογισμικό EASY.

- Αριθμός Δήμων: 1
- Αριθμός γονέων  $\mu$ : 10
- Αριθμός απογόνων  $\lambda$ : 30
- Αριθμός γονέων για τη δημιουργία ενός απογόνου  $\rho$ : 3
- Αριθμός επιλέκτων **elites**: 1
- Πιθανότητα επιλογής ενός επιλέκτου: 0.1
- Tournament Size: 4

- Tournament Probability: 0.95
- Κωδικοποίηση: Binary-Gray
- Πιθανότητα Μετάλλαξης: 0.05
- Πιθανότητα Διασταύρωσης: 0.95
- Ελάχιστο/Μέγιστο πλήθος ακριβών (CFD) αξιολογήσεων ανά γενιά και πληθυσμό: 2/3
- Ελάχιστος/Μέγιστος αριθμός κέντρων RBF: 2/120
- Ελάχιστος/Μέγιστος αριθμός δειγμάτων για εκπαίδευση: 14/15
- Αδρανείς γενιές για την παύση της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης: 5
- Ελάχιστες αξιολογήσεις για την εκπαίδευση των RBF για την εκκίνησή τους: 30
- Συνολικός αριθμός ακριβών CFD αξιολογήσεων: 500

### 5.5.2 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης MAEA (CFD/RBF-ONLINE)

Η σύγκλιση της βελτιστοποίησης με MAEA (CFD/RBF-ONLINE) παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.7. Ο αριθμός των αξιολογήσεων με το λογισμικό PUMA αποτυπώνεται στον οριζόντιο άξονα, ενώ στον κατακόρυφο άξονα οι τιμές του συντελεστή άνωσης. Η CFD (PUMA) αξιολόγηση μιας υποψήφιας λύσης σε έναν GPU Nvidia Tesla RTX2070 διήρκεσε 0.3 min (1 CFD Unit). Κατά τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE) πραγματοποιήθηκαν συνολικά 500 αξιολογήσεις με συνολικό κόστος 150 min ή ισοδύναμα 500 CFD Units.

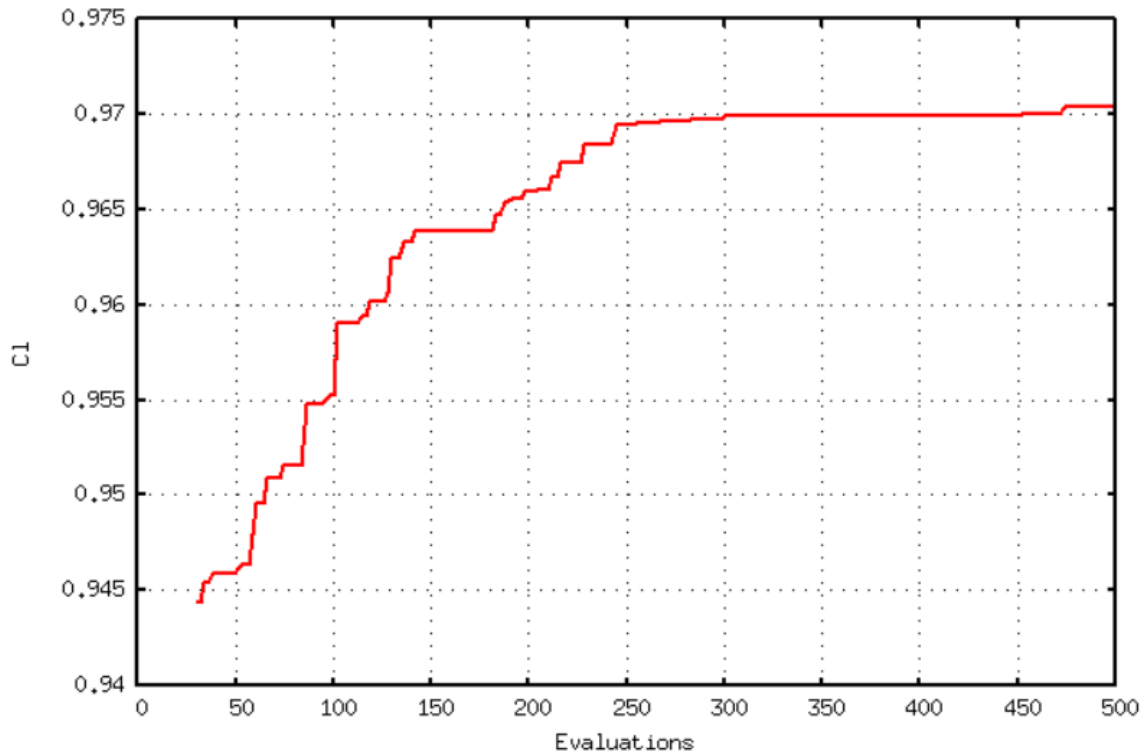
Η συνάρτηση στόχου για τη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή :

$$Cl_{opt} = 0.9704 \quad (5.6)$$

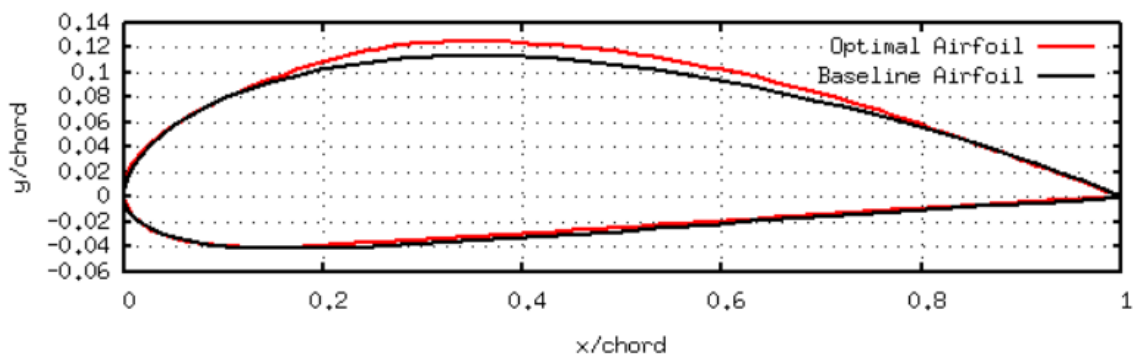
ενώ η μεταβολή της κατά τη βελτιστοποίηση είναι:

$$\frac{Cl_{optimal} - Cl_{baseline}}{Cl_{baseline}} * 100\% = 6.57\% \quad (5.7)$$

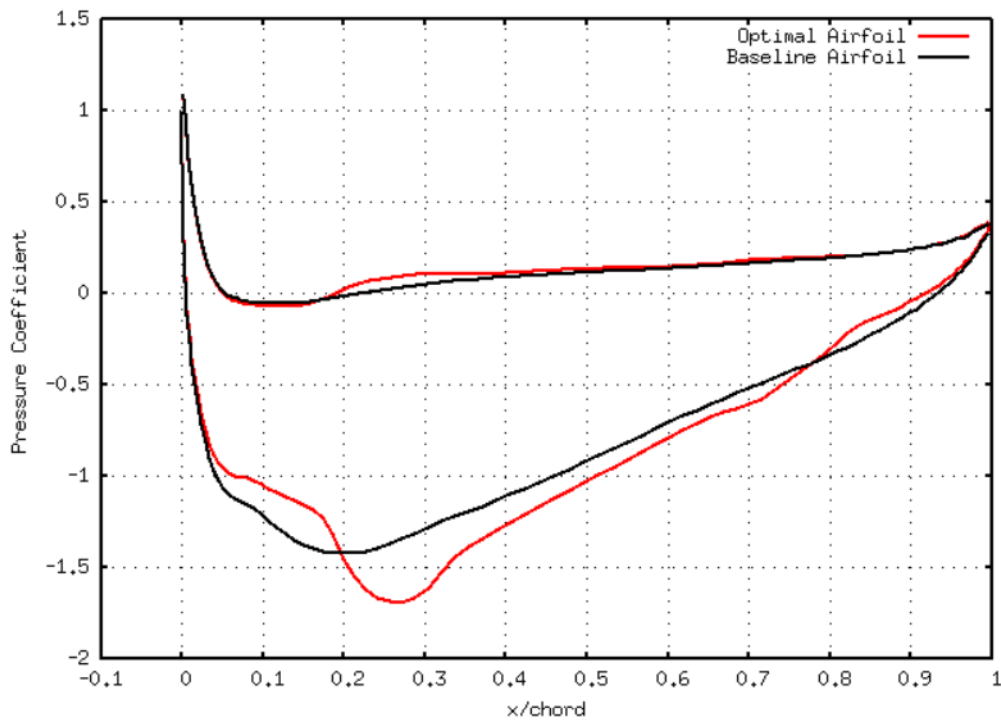
Η βέλτιστη αεροτομή που δημιουργήθηκε μέσω της βελτιστοποίησης με MAEA(CFD/RBF-ONLINE) σε σύγκριση με την αρχική αεροτομή NACA4415 παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.8. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 5.9 απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις δύο γεωμετρίες.



Σχήμα 5.7: Σύγκλιση Βελτιστοποίησης με *MAEA (CFD/RBF-ONLINE)* για την αεροτομή *NACA4415*.



Σχήμα 5.8: Σύγκριση της βέλτιστης γεωμετρίας που προέκυψε από την βελτιστοποίηση με χρήση *MAEA (CFD/RBF-ONLINE)* και της αρχικής αεροτομής *NACA4415*.



Σχήμα 5.9: Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τη βέλτιστη και την αρχική αεροτομή NACA4415.

## 5.6 Βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE)

Έπειτα από την ολοκλήρωση της βελτιστοποίησης με MAEA(CFD/RBF-ONLINE), ακολούθησε η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE) ούτως ώστε να γίνει η σύγκριση μεταξύ των δύο μεθόδων. Οποτεδήποτε παρουσιάζονται λύσεις που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE), έχουν επαναξιολογηθεί από το ακριβές λογισμικό (PUMA) και, πάντα, συνεκτιμάται και το επιπλέον κόστος που συνεπάγεται η επαναξιολόγηση. Το πρώτο βήμα για την ένταξη του DNN στη βελτιστοποίηση είναι η δημιουργία κατάλληλης βάσης δεδομένων μέσω της οποίας θα πραγματοποιηθεί η εκπαίδευση του δικτύου. Μετά την εκπαίδευση του δικτύου, ακολουθεί η βελτιστοποίηση όπου ως λογισμικό αξιολόγησης χρησιμοποιείται το DNN. Η βέλτιστη λύση αυτής της βελτιστοποίησης επαναξιολογείται στο λογισμικό αξιολόγησης (PUMA) και το μεταπρότυπο επανεκπαιδεύεται στην επικαιροποιημένη DB. Η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης μέσω του εξελικτικού αλγορίθμου επαναλαμβάνεται έως ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

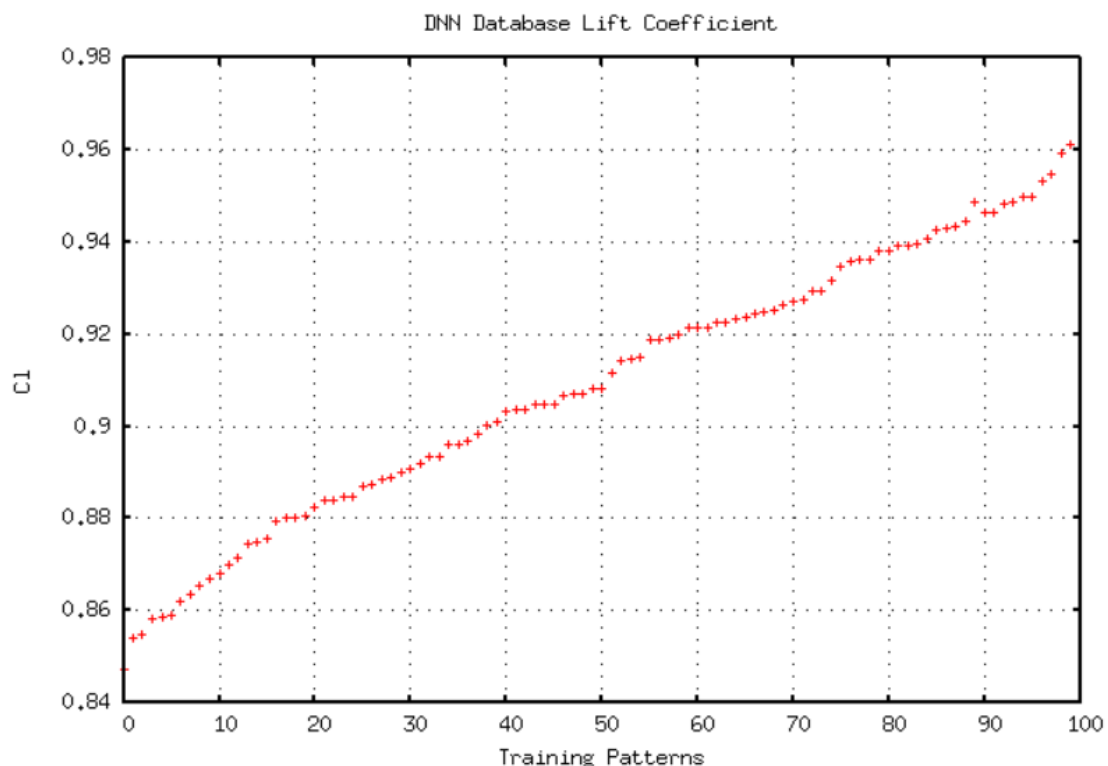


### 5.6.1 Βάση Δεδομένων

Η δημιουργία της κατάλληλης βάσης δεδομένων, παίζει καθοριστικό ρόλο στην απόδοση του δικτύου όσον αφορά την ποιότητα των προβλέψεών του. Για τη δημιουργία της βάσης δεδομένων επιλύθηκε από το λογισμικό CFD η ροή για 100 αεροτομές διαφόρων γεωμετριών ούτως ώστε το δίκτυο να μπορεί να είναι ικανό να προβλέπει τη ροή για τις διαφορετικές αεροτομές που θα γεννώνται από τον εξελικτικό αλγόριθμο κατά τη βελτιστοποίηση.

Οι αεροτομές που χρησιμοποιήθηκαν στη βάση δεδομένων δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας την τεχνική δειγματοληψίας **Latin Hypercube Sampling-LHS**. Ουσιαστικά, μέσω της μεθόδου αυτής παράχθηκαν σετ τιμών για τις μεταβλητές σχεδιασμού των αεροτομών. Οι μεταβλητές που δημιουργήθηκαν βρίσκονται μέσα στο εύρος τιμών το οποίο καθορίστηκε κατά τη βελτιστοποίηση και το οποίο είναι το εύρος τιμών στο οποίο ο εξελικτικός αλγόριθμος θα αναζητήσει τη βέλτιστη λύση.

Στο Σχήμα 5.10, παρουσιάζονται οι τιμές της συνάρτησης στόχου των ατόμων που αποτελούν τη βάση δεδομένων για την εκπαίδευση του δικτύου DNN, ταξινομημένες κατά αύξουσα τιμή του συντελεστή άνωσης.



**Σχήμα 5.10:** Τιμές της συνάρτησης στόχου (συντελεστή άνωσης) των ατόμων που αποτελούν τη βάση δεδομένων για την εκπαίδευση του δικτύου DNN, ταξινομημένες κατά αύξουσα τιμή.

### 5.6.2 Υπερπαράμετροι Δικτύου

Αφού δημιουργήθηκε η βάση δεδομένων, ρυθμίστηκαν οι υπερπαράμετροι του δικτύου. Οι υπερπαράμετροι που εξετάστηκαν είναι η **αρχιτεκτονική** του δικτύου, ο **ρυθμός μάθησης** (learning rate) και ο αριθμός των **εποχών** (epochs). Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για τη ρύθμιση των υπερπαραμέτρων είναι η μείωση του σφάλματος του δικτύου, η μείωση του υπολογιστικού κόστους της εκπαίδευσης και η αποφυγή της υπερπροσαρμογής (overfitting) του δικτύου στη βάση δεδομένων. Έπειτα από πολλές δοκιμές διαφορετικών αρχιτεκτονικών, η αρχιτεκτονική του δικτύου που βρέθηκε ότι έχει το χαμηλότερο σφάλμα για τη συγκεκριμένη περίπτωση, αποτελείται από 6 κρυφά επίπεδα (hidden layers) με 512, 64, 64, 1024, 512, 64 νευρώνες το καθένα. Όσον αφορά τα επίπεδα εισόδου-εξόδου, το επίπεδο εισόδου αποτελείται από τις 15 μεταβλητές σχεδιασμού και τις (x,y) συντεταγμένες των 198 κόμβων κάθε αεροτομής και το επίπεδο εξόδου αποτελείται από την τιμή της άνωσης και την τιμή της οπιθέλκουσας σε κάθε κόμβο. Ο αριθμός εποχών που χρησιμοποιήθηκε είναι 20000, αριθμός ο οποίος εξασφάλισε το μικρότερο σφάλμα, καθώς για μεγαλύτερο αριθμό εποχών παρουσιάζοταν υπερπροσαρμογή του δικτύου στα δείγματα εκπαίδευσης και ως αποτέλεσμα το σφάλμα του δικτύου για τα δείγματα επαλήθευσης ήταν υψηλό, και ταυτόχρονα κράτησε το υπολογιστικό κόστος σε χαμηλότερα επίπεδα. Τέλος, ο ρυθμός μάθησης που επιλέχθηκε ώστε να υπάρχει ομαλή σύγκλιση χωρίς ταλαντώσεις είναι 0.00001.

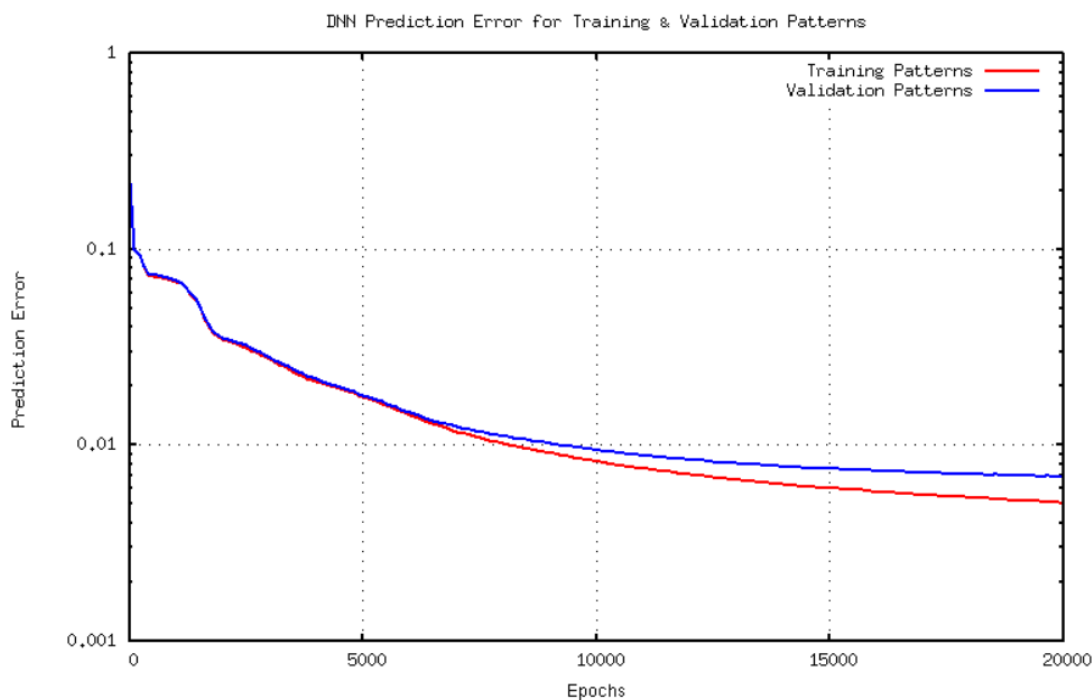
Επιπλέον, άλλες παράμετροι του δικτύου που επιλέχθηκαν περιλαμβάνουν τις συναρτήσεις ενεργοποίησης, τη συνάρτηση κόστους και τον αλγόριθμο εκπαίδευσης. Η συνάρτηση ενεργοποίησης που επιλέχθηκε για τα κρυφά επίπεδα είναι η tanh, ενώ για το output layer επιλέχθηκε η sigmoid. Η συνάρτηση κόστους είναι η Απόλυτη Διαφορά (Absolute Difference) και ο αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι ο ADAM- Adaptive Moment Estimation.

### 5.6.3 Εκπαίδευση Δικτύου

Κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης, το δίκτυο εκπαιδεύεται σε 80 αεροτομές οι οποίες ανήκουν στα δείγματα μάθησης της βάσης δεδομένων. Το επίπεδο εισόδου του δικτύου αποτελείται από τις 15 μεταβλητές σχεδιασμού και τις (x,y) συντεταγμένες του κάθε κόμβου για τους 198 κόμβους κάθε αεροτομής. Η έξοδος του δικτύου αποτελείται από την τιμή της δύναμης για το κομμάτι μήκους τόξου που του αντιστοιχεί. Η συνολική διάρκεια της εκπαίδευσης σε μια κάρτα GPU NVIDIA RTX2070 διήρκεσε 90 min, χρόνος που αντιστοιχεί σε 300 CFD Units. Η ποιότητα της πρόβλεψης του DNN ελέγχθηκε μέσω 20 δειγμάτων επαλήθευσης πριν από τη χρήση τους στον βρόχο της βελτιστοποίησης. Οι προβλέψεις του δικτύου για τις αεροτομές των δειγμάτων μάθησης και επαλήθευσης συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα του CFD μέσω των απόλυτων διαφορών ως εξής:

$$C_i = |y_i - \hat{y}_i| \quad (5.8)$$

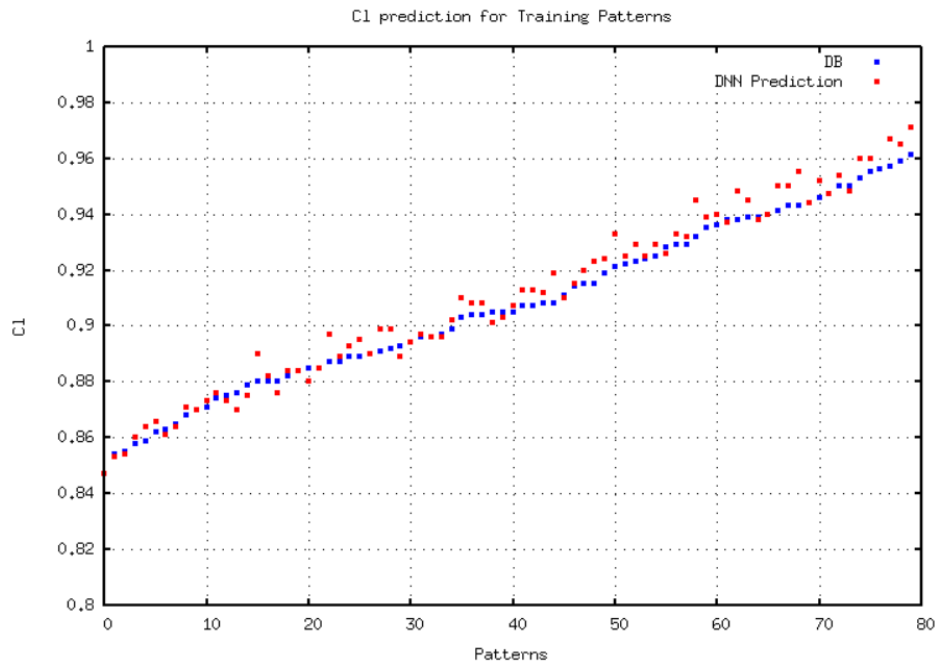
Το μέσο σφάλμα πρόβλεψης του δικτύου για τα δείγματα μάθησης (training patterns) είναι 0.003, ενώ το αντίστοιχο μέσο σφάλμα για τα άγνωστα στο δίκτυο δείγματα επαλήθευσης (validation patterns) είναι 0.006. Στο Σχήμα 5.11 παρουσιάζεται η πορεία της πτώσης του σφάλματος του δικτύου με το πέρασμα των εποχών για τα δείγματα μάθησης και επαλήθευσης.



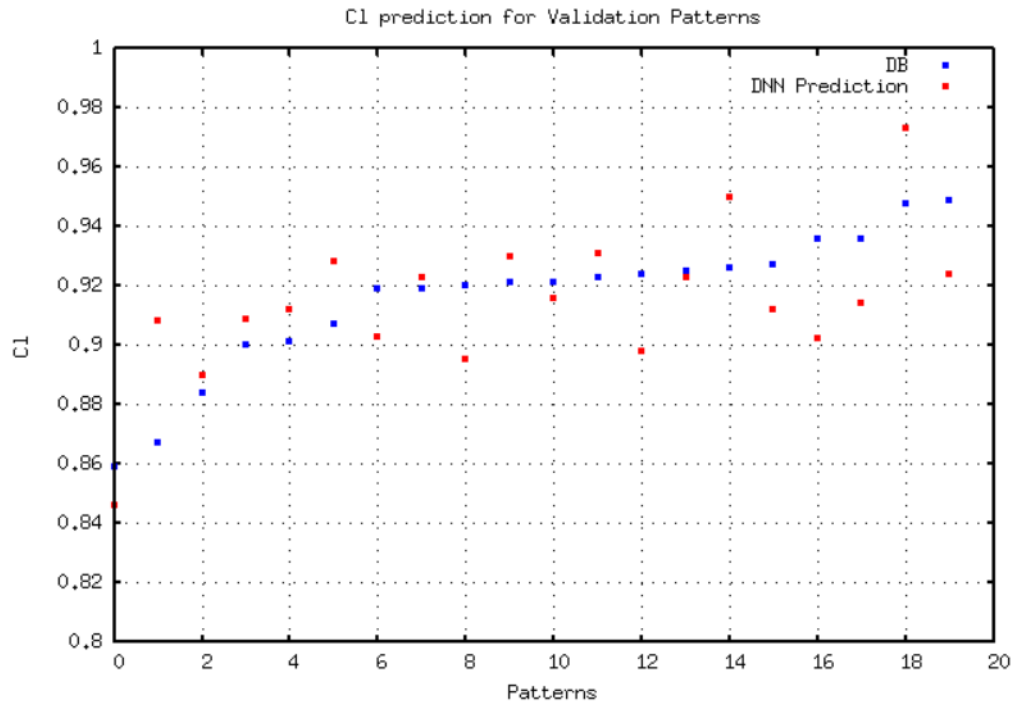
**Σχήμα 5.11:** Πορεία μείωσης του σφάλματος του δικτύου κατά την εκπαίδευση για τα δείγματα μάθησης και επαλήθευσης. Η κλίμακα του κατακόρυφου άξονα είναι λογαριθμική.

Με μπλε χρώμα απεικονίζεται το μέσο σφάλμα που αντιστοιχεί στα δείγματα μάθησης και με κόκκινο χρώμα αυτό που αντιστοιχεί στα δείγματα επαλήθευσης. Από το Σχήμα φαίνεται ότι έχει αποφευχθεί η υπερπροσαρμογή του δικτύου στα γνωστά δείγματα εκπαίδευσης.

Στα Σχήματα 5.12, 5.13 παρουσιάζονται οι υπολογισμένοι από τη πρόβλεψη του DNN συντελεστές άνωσης των αεροτομών των δειγμάτων εκμάθησης και επαλήθευσης, αντίστοιχα, συγκριτικά με τους συντελεστές άνωσης που προκύπτουν από το λογισμικό CFD.



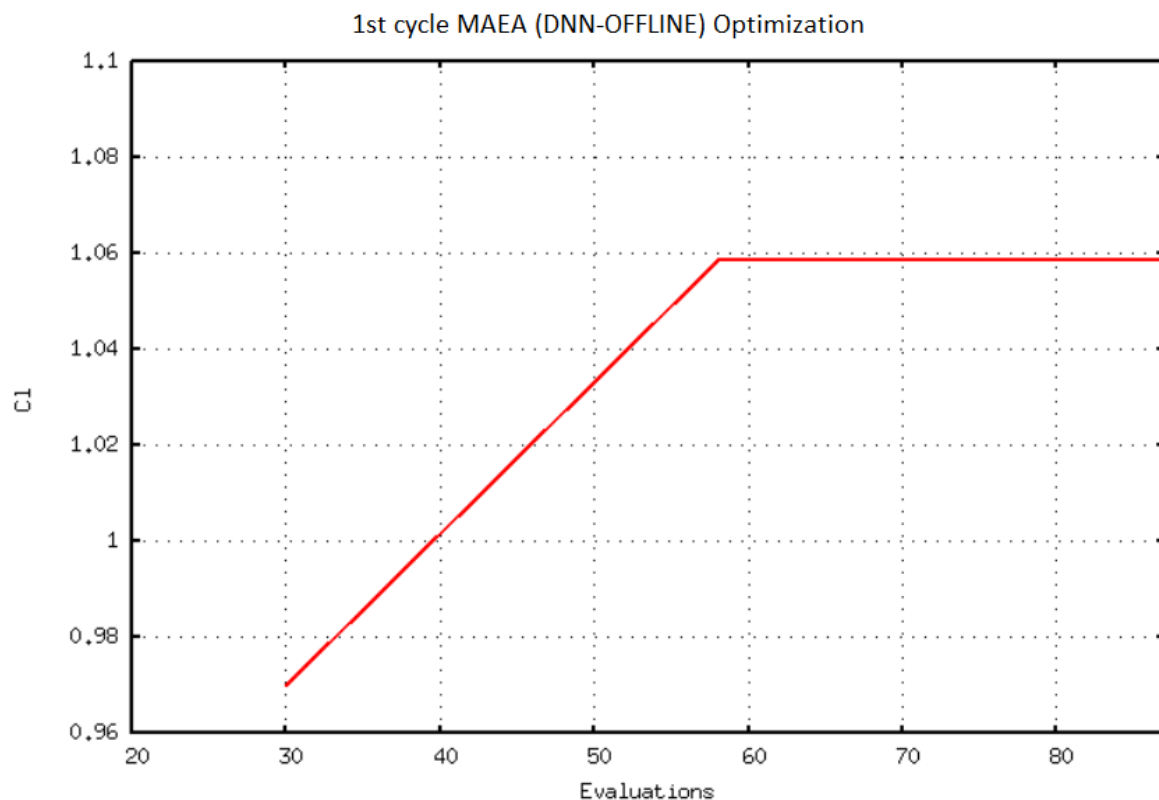
Σχήμα 5.12: Συντελεστές άνωσης των αεροτομών που ανήκουν στα δείγματα μάθησης υπολογισμένοι από το DNN συγκριτικά με τους συντελεστές άνωσης από το λογισμικό CFD.



Σχήμα 5.13: Συντελεστές άνωσης των αεροτομών που ανήκουν στα δείγματα επαλήθευσης υπολογισμένοι από το DNN συγκριτικά με τους συντελεστές άνωσης από το λογισμικό CFD.

#### 5.6.4 Ένταξη DNN στη βελτιστοποίηση

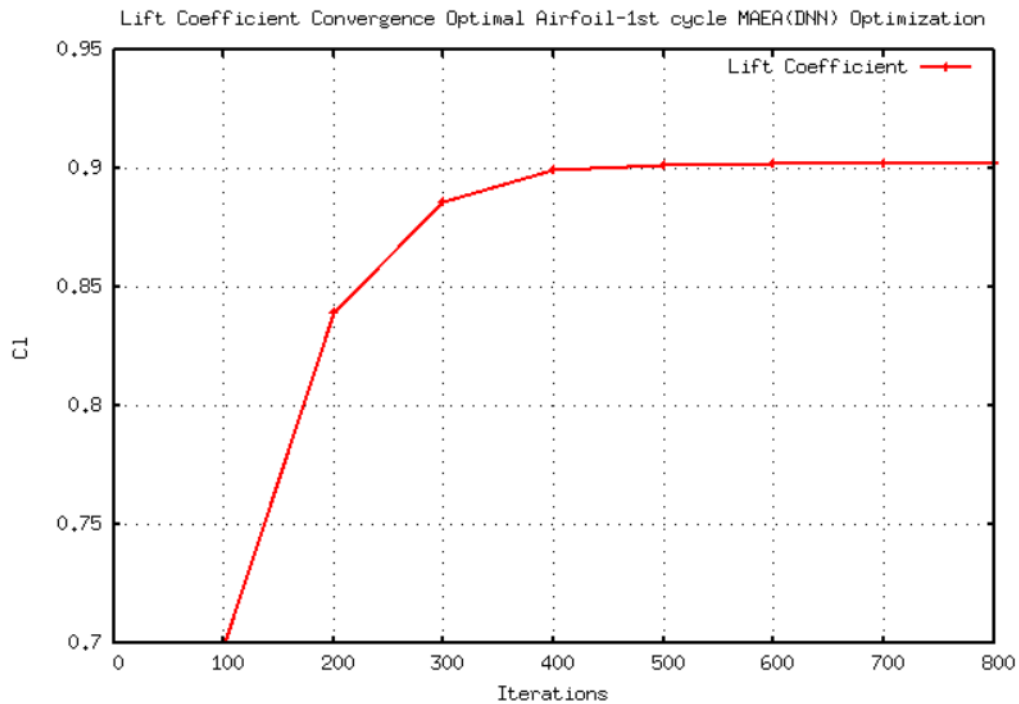
Κατά την ένταξη του εκπαιδευμένου πια DNN, οι ρυθμίσεις του εξελικτικού αλγόριθμου παραμένουν οι ίδιες που χρησιμοποιήθηκαν στην ενότητα 5.5 χωρίς τη χρήση των δικτύων RBF ως μεταπρότυπα αυτήν τη φορά. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε και πάλι στο λογισμικό EASY σε έναν GPU Nvidia RTX2070. Ο αριθμός των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν είναι 800, ενώ η τελική λύση που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση αυτή επαναξιολογήθηκε στο λογισμικό PUMA. Στο Σχήμα 5.14, παρουσιάζεται η σύγκλιση της διαδικασίας της βελτιστοποίησης με χρήση MAEA(DNN-OFFLINE), όπου στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται ο αριθμός των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν κατά τη βελτιστοποίηση και στον κατακόρυφο άξονα η τιμή του συντελεστή άνωσης που αντιστοιχεί σε κάθε αξιολόγηση.



Σχήμα 5.14: Σύγκλιση Βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE)-1ος κύκλος.

Όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας, κρίνοντας το συνολικό κόστος της βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE) ως αμελητέο, το συνολικό κόστος της διαδικασίας βελτιστοποίησης και επαναξιολόγησης ανέρχεται σε 1 CFD Unit.

Ακολουθεί η επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με DNN από το λογισμικό αξιολόγησης PUMA. Στο Σχήμα 5.15 παρουσιάζονται



**Σχήμα 5.15:** Συντελεστής άνωσης συναρτήσεϊ του αριθμού επαναλήψεων για τη βέλτιστη γεωμετρία. Η βέλτιστη γεωμετρία είναι αποτέλεσμα της επαναξιολόγησής της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από τον πρώτο κύκλο βελτιστοποίησης με MAEA (DNN-OFFLINE).

τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής για τη βέλτιστη γεωμετρία μετά την επαναξιολόγηση, που υπολόγισε συντελεστή άνωσης:

$$Cl_{opt} = 0.9023 \quad (5.9)$$

Στον πίνακα 5.16 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πρώτου κύκλου βελτιστοποίησης σε σύγκριση με την αρχική γεωμετρία και τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE).

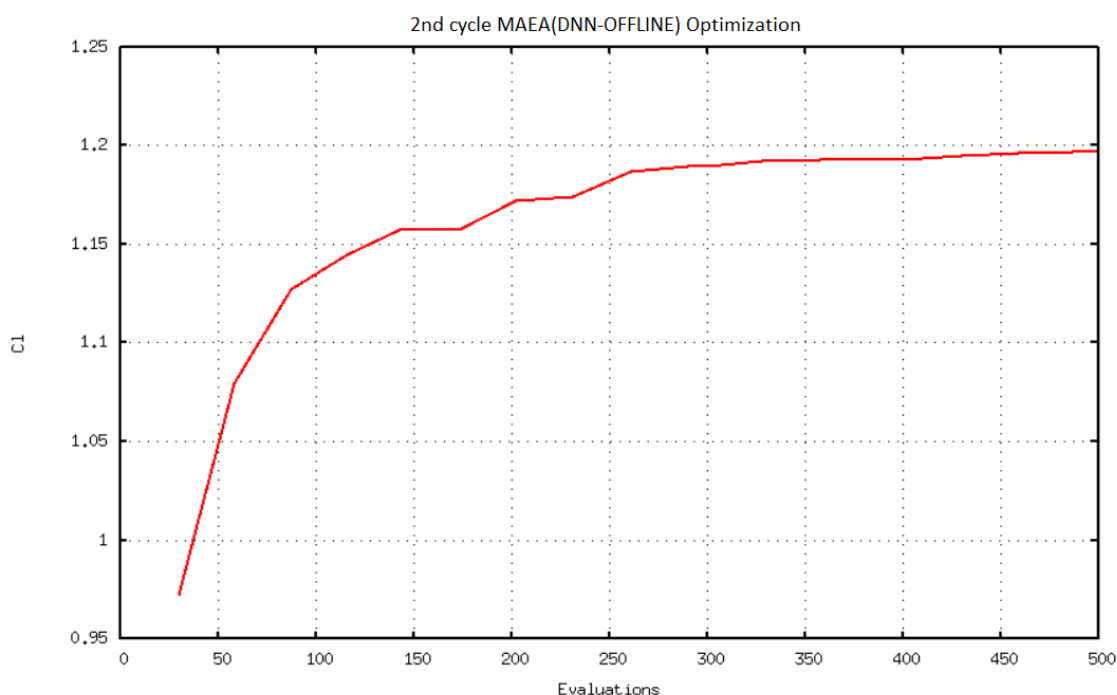
Optimization Type	Cl-DNN	Cl-CFD	DNN Error	Cl-CFD/Cl-Baseline	Cl-CFD/Cl-MAEA(CFD/RBF)
1st MAEA(DNN)	1.0588	0.9023	17.34%	0.991	0.929
MAEA(CFD/RBF)	-	0.9704	-	-	-
Baseline Cl	-	0.9105	-	-	-

**Σχήμα 5.16:** Αποτελέσματα 1ου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση MAEA (DNN-OFFLINE).

Όπως γίνεται φανερό, η 'βέλτιστη λύση' που προέκυψε μέσω της διαδικασίας της βελτι-

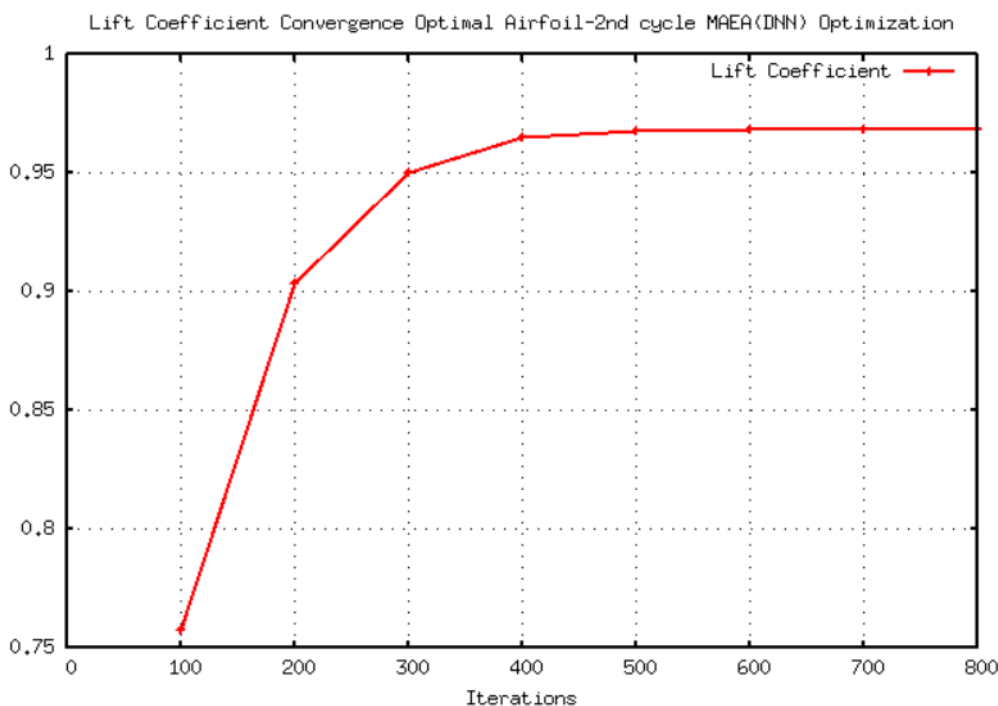
στοποίησης με DNN δεν κατάφερε να ξεπεράσει τις αντίστοιχες τιμές του συντελεστή άνωσης της αρχικής γεωμετρίας και της γεωμετρίας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE). Το γεγονός αυτό οφείλεται στο σφάλμα της πρόβλεψης του DNN καθώς ο εξελικτικός αλγόριθμος βρήκε μια λύση η οποία είναι εκτός του εύρους των λύσεων στις οποίες έχει εκπαιδευτεί το δίκτυο. Για τον λόγο αυτόν, το δίκτυο επανεκπαιδεύτηκε στις 5 καλύτερες λύσεις του 1ου κύκλου της βελτιστοποίησης με DNN και πραγματοποιήθηκε ένας δεύτερος κύκλος βελτιστοποίησης με DNN. Η λύση που προκύπτει από τον δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης επαναξιολογήθηκε με το λογισμικό CFD. Το συνολικό κόστος του 2ου κύκλου βελτιστοποίησης μαζί με την επανεκπαίδευση του δικτύου και την επαναξιολόγηση των βέλτιστων λύσεων ανέρχεται σε 8 CFD Units (5 CFD Units για την επαναξιολόγηση των λύσεων και 3 CFD Units για την επανεκπαίδευση του δικτύου).

Για τη δεύτερη βελτιστοποίηση με χρήση DNN, πραγματοποιήθηκαν 500 αξιολογήσεις, η σύγκλιση του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση DNN παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.17. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται ο αριθμός των αξιολογήσεων, ενώ στον κατακόρυφο η τιμή του συντελεστή άνωσης.



Σχήμα 5.17: Σύγκλιση 2ου κύκλου Βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE).

Τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής μετά την επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης από τον δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE) παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.18.



**Σχήμα 5.18:** Συντελεστής άνωσης συναρτήσει του αριθμού επαναλήψεων. Η βέλτιστη γεωμετρία είναι αποτέλεσμα της επαναξιολόγησης της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από τον δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης *DNN*.

Η επαναξιολογημένη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή :

$$Cl_{opt} = 0.9686 \quad (5.10)$$

Η βελτίωση της τιμής της συνάρτησης στόχου είναι:

$$\frac{Cl_{optimal} - Cl_{baseline}}{Cl_{baseline}} * 100\% = 6.4\% \quad (5.11)$$

Στον πίνακα 5.19 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης σε σύγκριση με την αρχική γεωμετρία και τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE).

Από τον παραπάνω πίνακα, συμπεραίνεται ότι η λύση που προέκυψε κατά τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE) έχει πολύ μικρή διαφορά σε σύγκριση με τη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE). Συγκεκριμένα, η



Optimization Type	CI-DNN	CI-CFD	DNN Error	CI-CFD/CI-Baseline	CI-CFD/CI-MAEA(CFD/RBF)
1st MAEA(DNN)	1.0588	0.9023	17.34%	0.99	0.93
2nd MAEA(DNN)	1.197	0.9686	23.58%	1.064	0.99
MAEA(CFD/RBF)	-	0.9704	-	-	-
Baseline CI	-	0.9105	-	-	-

**Σχήμα 5.19:** Αποτελέσματα 2ου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση *DNN*.

μεταξύ τους διαφορά ανέρχεται στο 0.18%. Παρόλο που οι δύο λύσεις είναι πρακτικά ισοδύναμες, η λύση που προέκυψε μέσω της βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE) είχε χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος σε σύγκριση με τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE). Στην πρώτη περίπτωση δαπανήθηκαν 408 CFD Units ενώ στη δεύτερη 500. Επιπλέον, παρατηρείται αύξηση του συντελεστή άνωσης σε σχέση με την αρχική γεωμετρία κατά 6.4%.

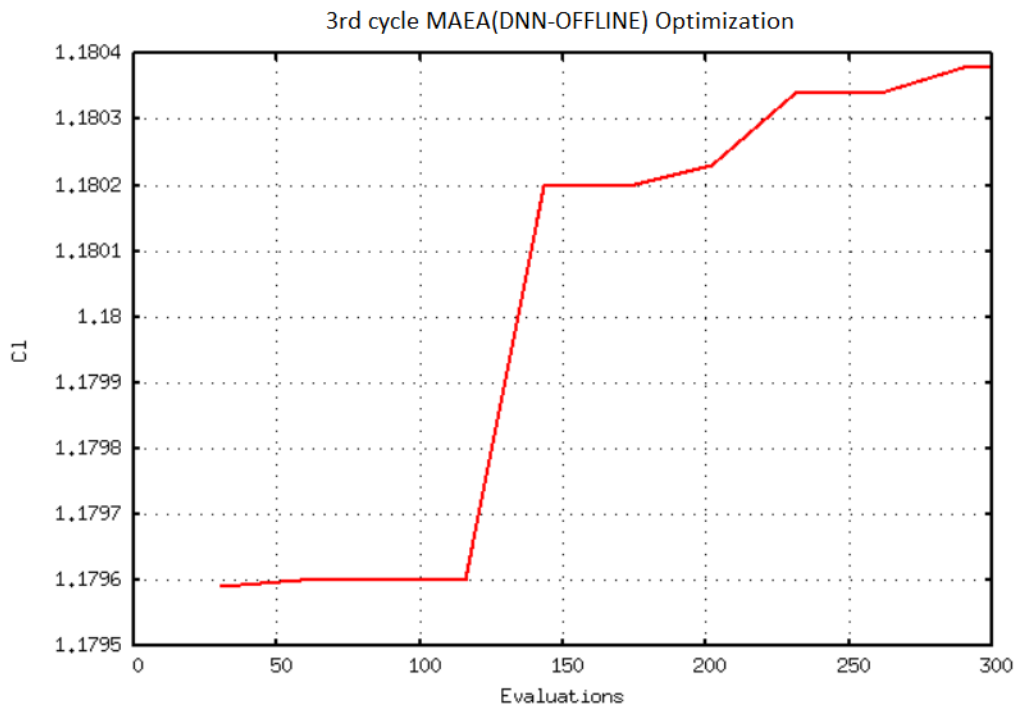
Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια τρίτη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE) με σκοπό να εξεταστεί αν η λύση που θα προκύψει μπορεί να ξεπεράσει τη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE). Για τον σκοπό αυτό, η βάση δεδομένων εμπλουτίστηκε με τη βέλτιστη λύση του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης με DNN και το δίκτυο επανεκπαιδεύτηκε σε αυτή. Το συνολικό κόστος του τρίτου κύκλου βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE) ανέρχεται σε 4 CFD Units (1 CFD Unit για την επαναξιολόγηση των λύσεων και 3 CFD Units για την επανεκπαίδευση του δικτύου).

Οι συνολικές επαναλήψεις που εκτελέστηκαν για τον τρίτο κύκλο βελτιστοποίησης είναι 500 και η σύγκλιση της διαδικασίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.20.

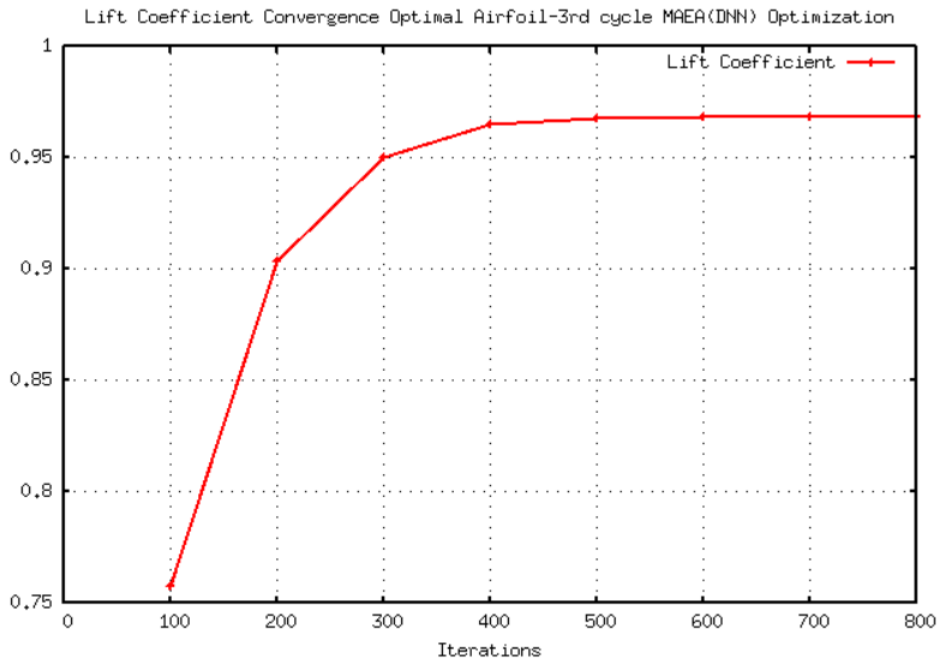
Τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής μετά την επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης από τον τρίτο κύκλο βελτιστοποίησης με DNN παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.21.

Η επαναξιολογημένη λύση λαμβάνει την τιμή:

$$Cl_{opt} = 0.9687 \quad (5.12)$$



Σχήμα 5.20: Σύγκλιση 3ου κύκλου Βελτιστοποίησης με *MAEA(DNN-OFFLINE)*.



Σχήμα 5.21: Συντελεστής άωσης συναρτήσει του αριθμού επαναλήψεων για την επαναξιολογημένη βέλτιστη λύση που προέκυψε από το δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης *MAEA(DNN-OFFLINE)*.

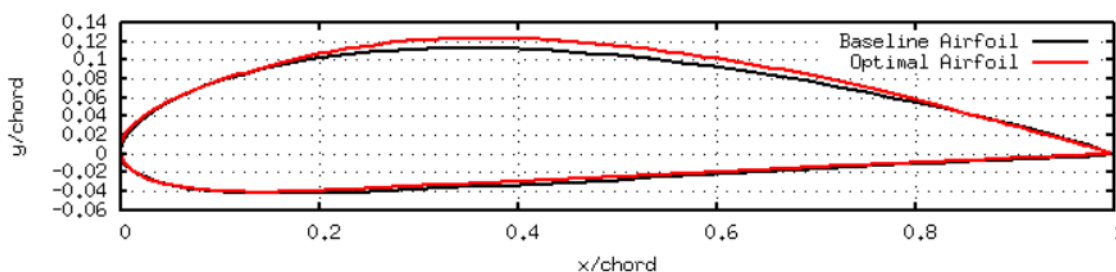
Στον πίνακα 5.22 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των βελτιστοποιήσεων με MAEA(DNN-OFFLINE):

Optimization Type	CI-DNN	CI-CFD	DNN Error	CI-CFD/CI-Baseline	CI-CFD/CI-MAEA(CFD/RBF)
1st MAEA(DNN)	1.0588	0.9023	17.34%	0.99	0.93
2nd MAEA(DNN)	1.197	0.9686	23.58%	1.064	0.99
3rd MAEA(DNN)	1.1804	0.9687	21.86%	1.064	0.99
MAEA(CFD/RBF)	-	0.9704	-	-	-
Baseline CI	-	0.9105	-	-	-

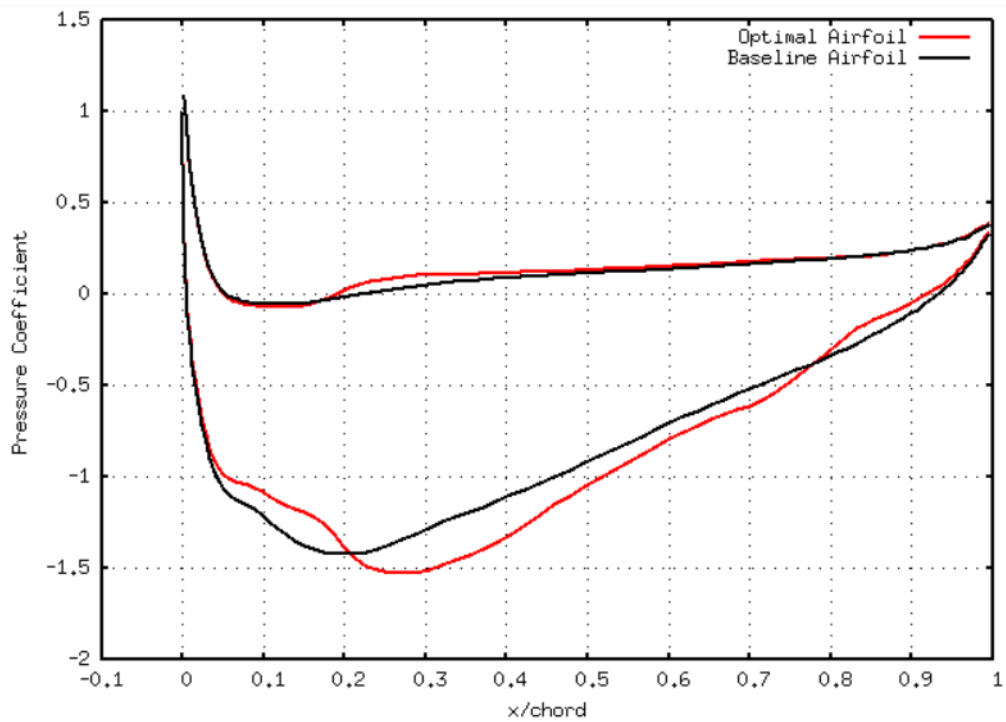
**Σχήμα 5.22:** Αποτελέσματα των τριών κύκλων βελτιστοποίησης με χρήση *MAEA(DNN-OFFLINE)*.

Όπως γίνεται φανερό από τον πίνακα 5.22, ο τρίτος κύκλος βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE) έδωσε σχεδόν πανομοιότυπη λύση με τον δεύτερο κύκλο. Αυτό σημαίνει ότι η λύση του δεύτερου κύκλου δεν χρήζει περαιτέρω βελτίωσης. Επιπλέον, το σφάλμα του δικτύου είναι χαμηλότερο σε σχέση με το δεύτερο κύκλο, γεγονός που οφείλεται στην επανεκπαίδευση του δικτύου.

Η βέλτιστη αεροτομή που προέκυψε μέσω της βελτιστοποίησης με DNN σε σχέση με την αρχική αεροτομή NACA4415 παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.23, ενώ στο Σχήμα 5.24 παρουσιάζεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις δύο αεροτομές.

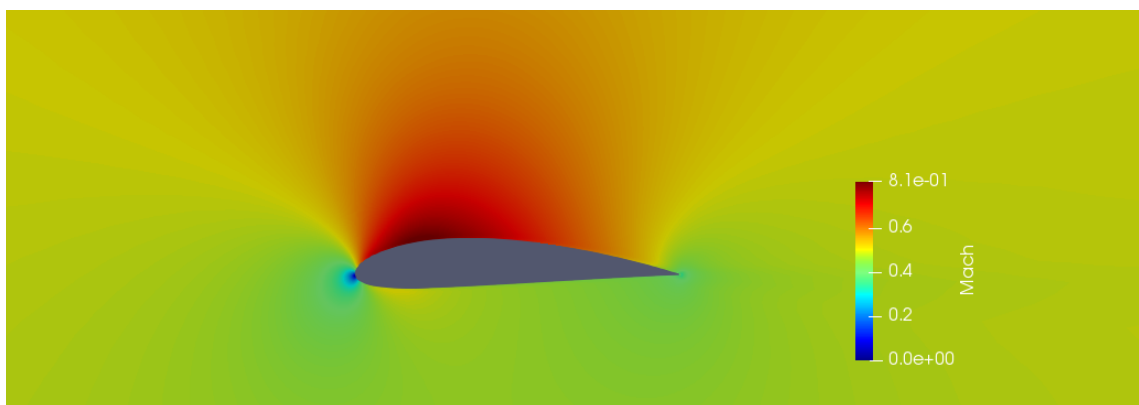


**Σχήμα 5.23:** Σύγκριση μεταξύ της βέλτιστης γεωμετρίας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με χρήση *DNN* και της *αρχικής* αεροτομής *NACA4415*.

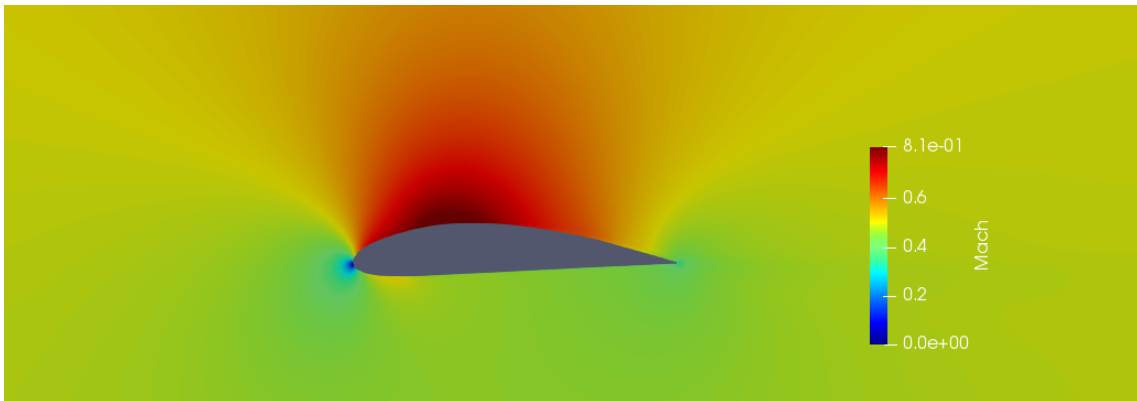


**Σχήμα 5.24:** Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τη βέλτιστη αεροτομή και την αρχική αεροτομή  $NACA4415$ .

Τέλος, στα Σχήματα 5.25 και 5.26 απεικονίζεται το πεδίο του αριθμού Mach για την αρχική αεροτομή και τη βέλτιστη αεροτομή όπως αυτή προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN).



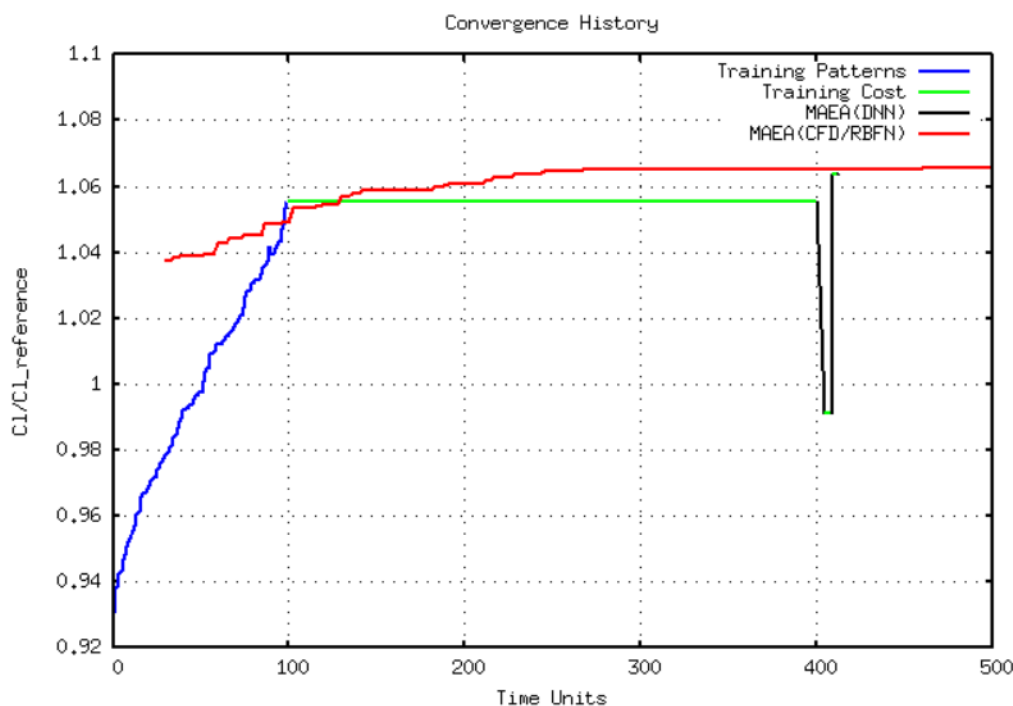
**Σχήμα 5.25:** Πεδίο  $Mach$  για την αρχική αεροτομή  $NACA4415$ .



**Σχήμα 5.26:** Πεδίο *Mach* για τη βέλτιστη αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με *ΜΑΕΑ (DNN)*.

## 5.7 Υπολογιστικό Κόστος- Συμπεράσματα

Στο Σχήμα 5.27 πραγματοποιείται μια σύγκριση των αποτελεσμάτων και του υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE) και τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE) για την αεροτομή NACA4415. Στο Σχήμα αυτό, ο συντελεστής άνωσης έχει διαιρεθεί με την τιμή του συντελεστή άνωσης της αρχικής αεροτομής.



**Σχήμα 5.27:** Σύγκριση αποτελεσμάτων και υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με MAEA και τη βελτιστοποίηση με DNN.

Με μπλε χρώμα απεικονίζεται το υπολογιστικό κόστος της δημιουργίας της βάσης δεδομένων για τα 100 δείγματα εκπαίδευσης ταξινομημένα κατά αύξοντα συντελεστή άνωσης. Με πράσινο χρώμα απεικονίζεται το υπολογιστικό κόστος του δικτύου ενώ με μαύρο το κόστος των τριών βελτιστοποιήσεων που πραγματοποιήθηκαν με χρήση MAEA(DNN). Το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης με MAEA(CFD/RBF) διακρίνεται με κόκκινο χρώμα. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι οι δύο λύσεις είναι σχεδόν ισοδύναμες, με τη λύση που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) να είναι κατά 0.2% καλύτερη.

Το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης της αεροτομής NACA4415 με χρήση MAEA(DNN) και με MAEA(CFD/RBF) παρουσιάζεται αναλυτικά στον πίνακα 5.28:

Υπολογιστικό Κόστος (CFD Units)		
Διεργασίες	Βελτιστοποίηση MAEA(DNN)	Βελτιστοποίηση MAEA(CFD/RBF)
Δημιουργία DB	100	-
1η Εκπαίδευση DNN	300	-
1η Βελτιστοποίηση	0	500
Επαναξιολόγηση βέλτιστων λύσεων	5	-
2η Συμπληρωματική Εκπαίδευση DNN	3	-
2η Βελτιστοποίηση	0	-
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
3η Συμπληρωματική Εκπαίδευση DNN	3	-
3η Βελτιστοποίηση	0	-
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
<b>Σύνολο</b>	<b>413</b>	<b>500</b>

**Σχήμα 5.28:** Υπολογιστικό κόστος βελτιστοποίησης με MAEA(DNN) και MAEA(CFD/RBF) για το πρόβλημα βελτιστοποίησης της αεροτομής NACA4415.

Για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) δαπανήθηκαν 500 CFD Units, όπου 1 CFD Unit ισούται με 0.3 min όσο δηλαδή χρειάζεται το λογισμικό CFD να πραγματοποιήσει μια αξιολόγηση. Όσον αφορά τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN), αρχικά δαπανήθηκαν 100 CFD Units για τη συγκρότηση της βάσης δεδομένων. Οι τρεις εκπαιδεύσεις του δικτύου κόστισαν συνολικά 306 CFD Units και 7 CFD Units συνολικά για τις επαναξιολογήσεις των βέλτιστων λύσεων μετά από κάθε βελτιστοποίηση. Ο χρόνος που χρειάστηκε για να πραγματοποιηθούν οι βελτιστοποιήσεις θεωρείται αμελητέος. Έτσι, συνολικά για τη διαδικασία βελτιστοποίησης με MAEA(DNN) δαπανήθηκαν 413 CFD Units.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) είναι κατά 17% ταχύτερη σε σύγκριση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF). Επιπλέον, ο συντελεστής άνωσης της αρχικής αεροτομής παρουσιάζει αύξηση κατά 6.6% μετά από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), ενώ η αντίστοιχη αύξηση για τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) είναι 6.4%. Στο σημείο αυτό, είναι χρήσιμο να αναφερθεί ότι η περίπτωση που μελετήθηκε είναι ένα πρόβλημα με χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις καθώς το λογισμικό CFD χρειάζεται περίπου 0.3 min για την επίλυση των εξισώσεων Euler. Παρόλα αυτά, η ένταξη των DNN στη βελτιστοποίηση αν και σε μικρό ποσοστό προσέφερε στη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Για να εξεταστεί η επίδραση του DNN στη μείωση του υπολογιστικού κόστους κατά τη βελτιστοποίηση σε ένα ακριβό υπολογιστικά πρόβλημα, επαναλήφθηκε η επίλυση της ροής για την αεροτομή NACA4415 χρησιμοποιώντας μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων κατά την επίλυση από το CFD. Η αύξηση των επαναλήψεων προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής, αλλά κοστίζει περισσότερο υπολογιστικά. Σε αυτήν την περίπτωση, η αύξηση των επαναλήψεων οδήγησε σε αύξηση του

υπολογιστικού χρόνου επίλυσης του CFD από 0.3 min σε 1 min. Το υπολογιστικό κόστος για αυτήν την περίπτωση αναλύεται στον πίνακα 5.29.

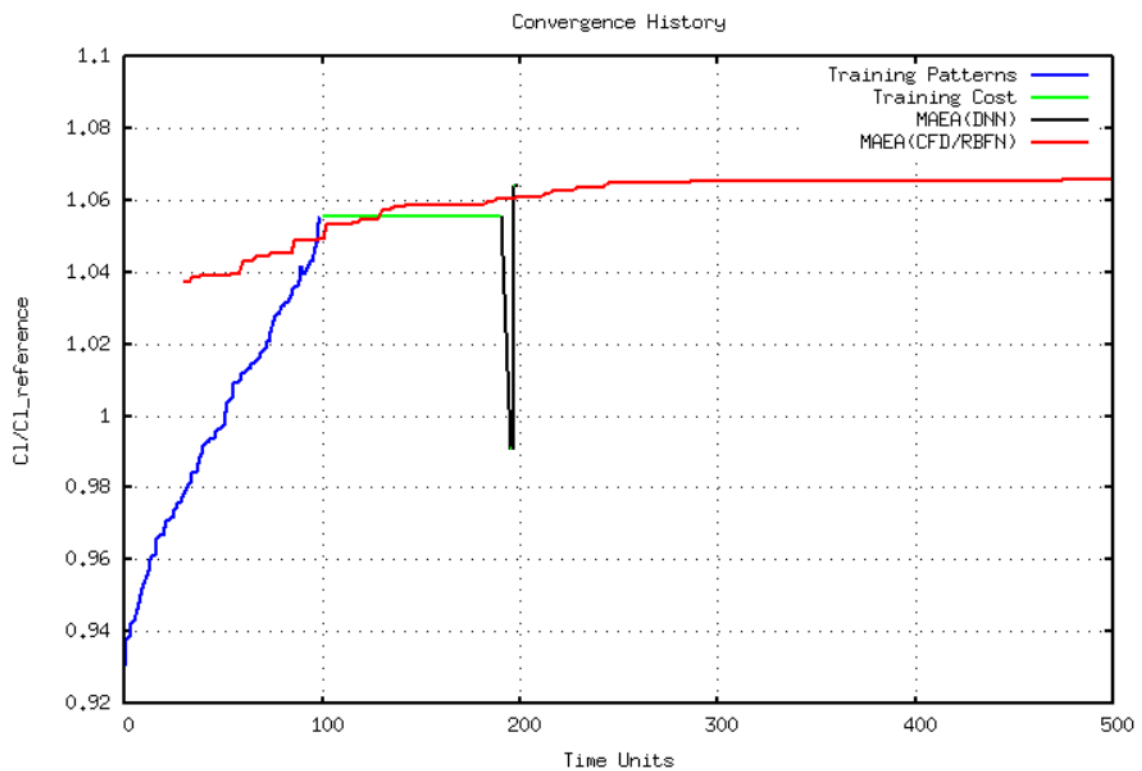
<b>Υπολογιστικό Κόστος (CFD Units)</b>		
<b>Διεργασίες</b>	<b>Βελτιστοποίηση MAEA(DNN)</b>	<b>Βελτιστοποίηση MAEA(CFD/RBF)</b>
Δημιουργία DB	100	-
1η Εκπαίδευση DNN	90	-
1η Βελτιστοποίηση	0	500
Επαναξιολόγηση βέλτιστων λύσεων	5	-
2η Εκπαίδευση DNN	0.9	-
2η Βελτιστοποίηση	0	-
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
3η Εκπαίδευση DNN	0.9	-
3η Βελτιστοποίηση	0	-
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
<b>Σύνολο</b>	<b>199</b>	<b>500</b>

**Σχήμα 5.29:** Υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης της αεροτομής NACA4415 με αύξηση του αριθμού επαναλήψεων κατά την επίλυση της ροής για επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας,

Στην περίπτωση αυτή, το υπολογιστικό κόστος της εκπαίδευσης, όπως φαίνεται και από τον πίνακα 5.29 μειώθηκε δραστικά σε 92 περίπου CFD Units και το συνολικό κόστος της βελτιστοποίησης με DNN ελαττώθηκε στα 199 CFD Units. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) να είναι κατά 60% ταχύτερη από την αντίστοιχη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF).

Από το επόμενο Σχήμα 5.30, φαίνεται ότι η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) όχι μόνο υπερτερεί όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), αλλά και για το δεδομένο συνολικό υπολογιστικό κόστος (περίπου στα 200 CFD Units) δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά την βέλτιστη λύση.





**Σχήμα 5.30:** Σύγκριση αποτελεσμάτων και υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με *MAEA(CFD/RBF)* και τη βελτιστοποίηση με *MAEA(DNN)* για την περίπτωση μελέτης της αεροτομής *NACA4415*.

# Κεφάλαιο 6

## Βελτιστοποίηση Μορφής της Αεροτομής SG6040

### 6.1 Περιγραφή Προβλήματος

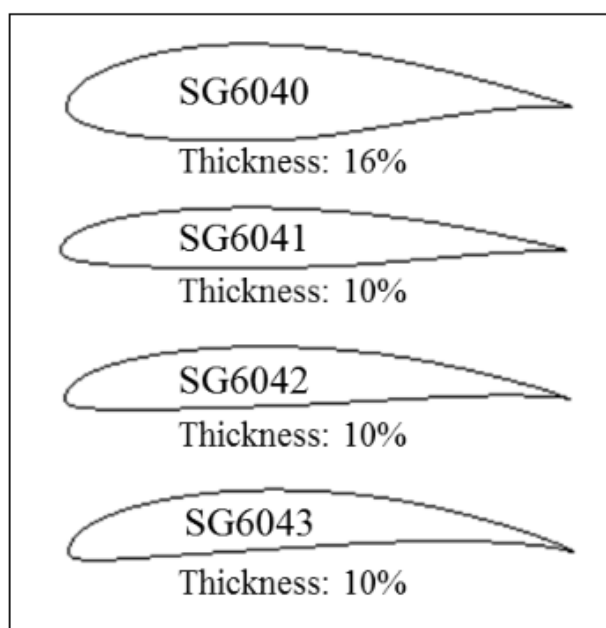
Η δεύτερη περίπτωση με την οποία ασχολείται η εργασία αυτή είναι ο επανασχεδιασμός της μορφής της αεροτομής SG6040 με στόχο τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης θεωρώντας τυρβώδη ροή, και τις εξής συνθήκες ροής:

$$Re = 4.1 \times 10^5, \quad U_\infty = 20 \text{ m/s}, \quad a_\infty = 0^\circ$$

όπου  $Re$  ο αριθμός Reynolds,  $U_\infty$  και  $a_\infty$  η ταχύτητα και η γωνία ροής του αδιατάρακτου ρεύματος αέρα αντίστοιχα.

Η αεροτομή SG6040 η οποία και χρησιμοποιήθηκε ως αεροτομή αναφοράς για τη βελτιστοποίηση αυτή, χρησιμοποιείται σε μικρές ανεμογεννήτριες οριζοντίου άξονα. Καθώς, η SG6040 χρησιμοποιείται ως αεροτομή βάσης του πτερυγίου, έχει σχεδιαστεί με πάχος 16% προκειμένου να ανταπεξέρχεται σε πιθανές μεγάλες ροπές κάμψης της βάσης και να ικανοποιεί τις μεγάλες απαιτήσεις ακαμψίας της πτέρυγας [29]. Στο Σχήμα 6.1 απεικονίζονται τα προφίλ των αεροτομών της οικογένειας SG604x και τα αντίστοιχα πάχη τους.

Στη συνέχεια, περιγράφονται τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την εύρεση της βέλτιστης λύσης με το μέγιστο συντελεστή άνωσης της αεροτομής. Αρχικά, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες της αεροτομής SG6040 σχεδιάστηκε η γεωμετρία της αεροτομής στο λογισμικό Solidworks, η οποία και χρησιμοποιήθηκε στο λογισμικό Pointwise



**Σχήμα 6.1:** Προφίλ αεροτομών SG604X[29]

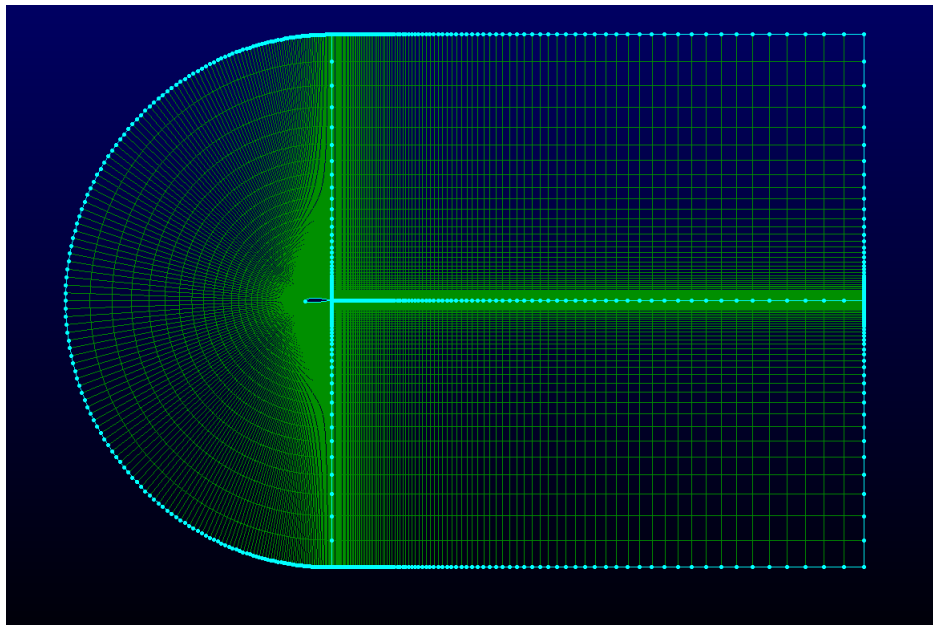
για τη γένεση του πλέγματος.

Έπειτα, πραγματοποιήθηκε η υπολογιστική προσομοίωση της ροής για διάφορες γωνίες ροής του αδιατάρακτου ρεύματος αέρα και κατασκευάστηκε το πολικό διάγραμμα της αεροτομής. Συγκεκριμένα, η ροή προσομοιώθηκε θεωρώντας τυρβώδη ροή και επιλύοντας τις εξισώσεις Navier-Stokes χρησιμοποιώντας το μοντέλο τύρβης k- $\omega$  SST. Αυτή είναι και μια από τις βασικές διαφορές σε σχέση με την πρώτη περίπτωση αεροτομής που μελετήθηκε, όπου όπως έχει αναφερθεί και στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε χρήση ατριβούς ροής με επίλυση των εξισώσεων Euler.

Στη συνέχεια, η αεροτομή παραμετροποιήθηκε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS. Η πρώτη βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε μέσω ενός εξελικτικού αλγορίθμου κάνοντας χρήση του PUMA ως ακριβές λογισμικό αξιολόγησης με υποστήριξη από τα online εκπαιδευμένα μεταπρότυπα RBFN, υπενθυμίζεται ότι η βελτιστοποίηση αυτή ονομάστηκε ως MAEA(CFD/RBF-ONLINE) στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η δεύτερη βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε μέσω MAEA με χρήση ενός (DNN) ως υποκατάστατο του λογισμικού αξιολόγησης, βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE). Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, τα αποτελέσματα των δύο βελτιστοποιήσεων συγκρίθηκαν ως προς τη βέλτιστη λύση και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτήθηκε για καθεμία.

## 6.2 Γένεση πλέγματος

Το πλέγμα το οποίο χρησιμοποιήθηκε κατά την υπολογιστική προσομοίωση της ροής δημιουργήθηκε στο λογισμικό Pointwise V18.3R1. Το πλέγμα, Σχήμα 6.2, είναι τύπου C και ενώ δημιουργήθηκε ως δομημένο, στον PUMA για την επίλυση της ροής μετατράπηκε σε μη-δομημένο.

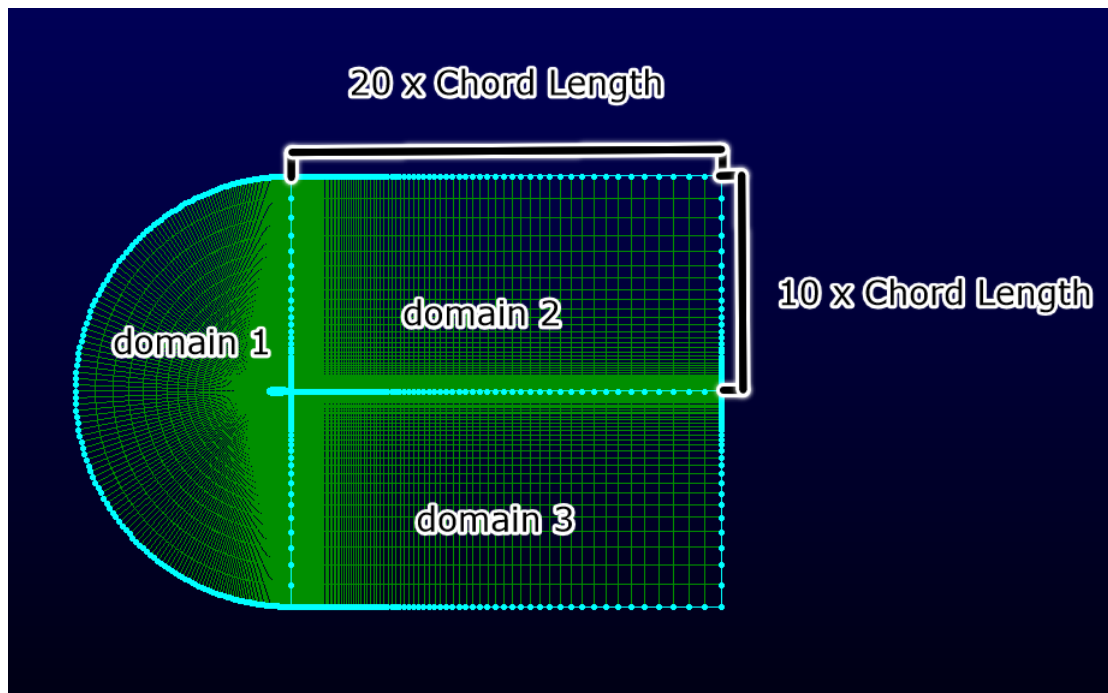


Σχήμα 6.2: Πλέγμα τοπολογίας C.

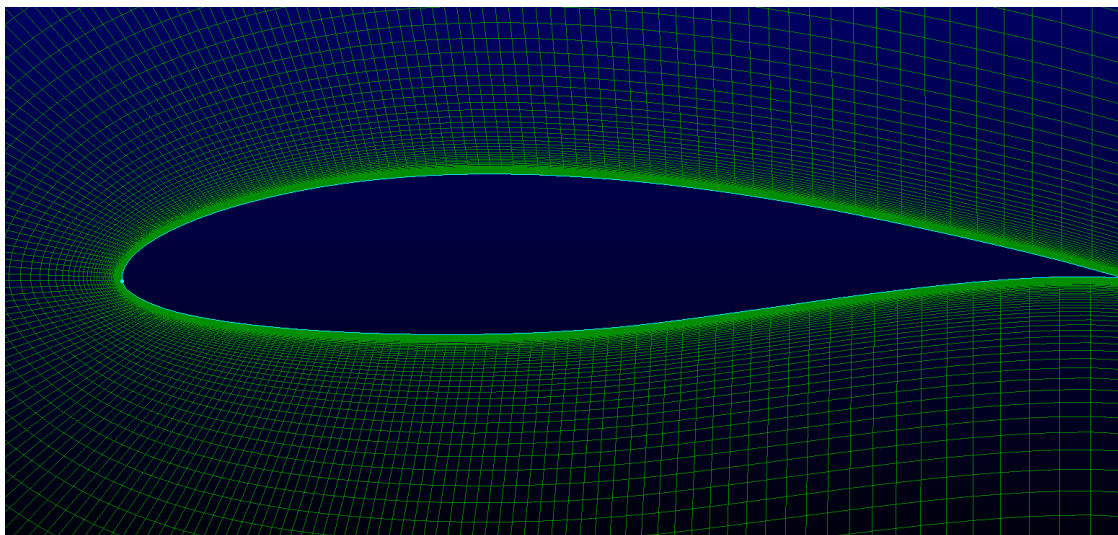
Το πλέγμα δημιουργήθηκε με γνώμονα δύο κριτήρια, αυτά της ακριβέστερης και της ταχύτερης επίλυσης. Ο αριθμός των κόμβων αυξήθηκε μέχρις ότου το πλέγμα να είναι τόσο ακριβές ώστε περαιτέρω αύξηση του αριθμού των κόμβων να μην προκαλεί μεταβολές κατά την επίλυση της ροής. Έπειτα από τη διεξαγωγή της μελέτης ανεξαρτησίας του πλέγματος, ο αριθμός κόμβων ο οποίος επιλέχθηκε τελικά είναι 39200.

Ο υπολογιστικός χώρος χωρίστηκε σε τρεις περιοχές (domains). Ένα ημικυκλικό πεδίο (domain 1) ακτίνας ίσης με το δεκαπλάσιο του μήκους της χορδής και αριθμό κόμβων ίσο με 19602, και δυο όμοια ορθογωνικά πεδία (domains 2 & 3) μήκους ίσο με είκοσι φορές το μήκος της χορδής και ύψους ίσο με το δεκαπλάσιο μήκος της χορδής, όπως περιγράφεται και από το Σχήμα 6.3. Τα όρια του υπολογιστικού χώρου τοποθετήθηκαν σε τέτοια απόσταση από τη γεωμετρία ούτως ώστε οι οριακές συνθήκες σε αυτά να μην επηρεάζουν την ροή και να μην αλλοιώνουν την ποιότητα των αποτελεσμάτων.

Το πλέγμα είναι πυκνότερο κοντά στην αεροτομή, όπως γίνεται φανερό και από το Σχήμα 6.4 ούτως ώστε να προσομοιώνονται με ακρίβεια τα τυρβώδη οριακά στρώματα. Το πλέγμα αραιώνει όσο μεγαλώνει η απόσταση από την αεροτομή, για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους μιας και τα ροϊκά φαινόμενα στις περιοχές μακριά από την αεροτομή δεν χρήζουν ανάλυσης με μεγαλύτερη ακρίβεια.



**Σχήμα 6.3:** Υπολογιστικά πεδία του πλέγματος και τα αντίστοιχα μήκη τους συναρτήσει της χορδής της αεροτομής.



**Σχήμα 6.4:** Αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος στην περιοχή κοντά στην αεροτομή.

Αφού ολοκληρώθηκε η γένεση του πλέγματος, το πλέγμα χωρίστηκε σε επιμέρους μέρη (patches), προκειμένου να οριστούν οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες σε καθένα από αυτά.

## 6.3 Υπολογιστική Προσομοίωση της Ροής

Όπως και κατά τη μελέτη της περίπτωσης της αεροτομής NACA4415, η επίλυση της ροής πραγματοποιήθηκε στο λογισμικό PUMA. Στις παραγράφους που ακολουθούν, αναλύονται οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση της ροής και περιγράφονται οι οριακές συνθήκες τις ροής. Επιπλέον, γίνεται αναφορά στις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη ρύθμιση του CFD.

### 6.3.1 Εξισώσεις Επίλυσης της Ροής

Κατά την επίλυση της ροής θεωρήθηκε ασυμπίεστο ρευστό και οι εξισώσεις που επιλύθηκαν είναι οι Reynolds- Averaged Navier-Stokes (RANS) με χρήση του προτύπου τύρβης k- $\omega$  SST. Οι εξισώσεις που αναφέρονται παραπάνω είναι οι εξής:

- Εξίσωση της συνέχειας

$$\text{div} \vec{u} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (6.1)$$

- Εξισώσεις μέσης ροής, γνωστές ως Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) [30]

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \rho f_i - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\overline{(u'_i u'_j)}}_{\tau'_{ij}} \quad (6.2)$$

- Μοντέλο Τύρβης k- $\omega$  SST [31]

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \gamma}{\mu_t} \tau'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \\ & 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (6.4)$$

όπου η τυρβώδης συνεκτικότητα  $\mu_t$  δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \frac{\rho \alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (6.5)$$

Οι σταθερές στις εξισώσεις 6.2 και 6.3 είναι συνδυασμός μιας εσωτερικής σταθεράς (συμβολίζεται με δείκτη 1) και μιας εξωτερικής σταθεράς (συμβολίζεται με δείκτη 2) σύμφωνα με την σχέση  $\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2$ . Επιπλέον, ορίζονται:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (6.6)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right] \quad (6.7)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (6.8)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (6.9)$$

$$\arg_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega} \right) \quad (6.10)$$

όπου  $d$  είναι η απόσταση από το στερεό τοίχωμα και  $\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}$ , με  $W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  είναι ο τανυστής ρυθμού στροβιλότητας.

Τέλος, ορίζονται οι παρακάτω ποσότητες:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} & \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \\ \sigma_{k1} &= 0.85 & \sigma_{\omega 1} &= 0.5 & \beta_1 &= 0.075 \\ \sigma_{k2} &= 1.0 & \sigma_{\omega 2} &= 0.856 & \beta_2 &= 0.0828 \\ \beta_{\star} &= 0.09 & \kappa &= 0.41 & a_1 &= 0.31 \end{aligned}$$

### 6.3.2 Συνθήκες Ροής & Παράμετροι CFD

Όσον αφορά τις συνθήκες της επ' άπειρον ροής, ορίστηκε ολική πίεση  $P_t = 101325 Pa$ , ολική θερμοκρασία  $T_t = 293 K$ , ομοιόμορφη ταχύτητα του αέρα  $u = 20 m/s$  στον άξονα  $X$  και ένταση τύρβης ίση με 5%. Επιπλέον, το ρευστό έχει δυναμική συνεκτικότητα  $\mu = 1,783110^{-5} kg/ms$ .

Οι παράμετροι του επιλύτη επιλέχθηκαν ως εξής:

- Μέθοδος Ολοκλήρωσης: MultiStage Runge Kutta
- Σχήμα Διακριτοποίησης των όρων μεταφοράς: JST Matrix 2ης τάξης.
- Μοντέλο Τύρβης k- $\omega$  SST με χρήση συναρτήσεων τοίχου Wall Functions.
- Σχήμα Διακριτοποίησης Τύρβης: Roe 1ης τάξης.

Ένα τρέξιμο των 20000 επαναλήψεων του λογισμικού CFD διαρκεί περίπου 23 min σε μια κάρτα K20 GPU.

### 6.3.3 Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες ορίστηκαν στις περιοχές (patches) του υπολογιστικού πλέγματος που αναλύθηκαν στην ενότητα 6.2. Η οριακή συνθήκη κάθε περιοχής του πλέγματος αναπτύσσεται παρακάτω:

- Η περιοχή του πλέγματος **FarField** αναφέρεται στην περιοχή που αποτελεί το όριο του CFD πλέγματος εξωτερικής αεροδυναμικής στο οποίο δίνονται τιμές για τη ροή (ταχύτητα του ανέμου, ένταση τύρβης, κατεύθυνση του ανέμου, κ.α.).
- Στις περιοχές του πλέγματος **Pressure Side** και **Suction Side**, που αναφέρονται στο στερεό τοίχωμα, ορίζονται οι οριακές συνθήκες στερεού, στις οποίες ισχύουν οι συνθήκες μη ολίσθησης και μη εισχώρησης.

### 6.3.4 Αποτελέσματα Επίλυσης της Ροής

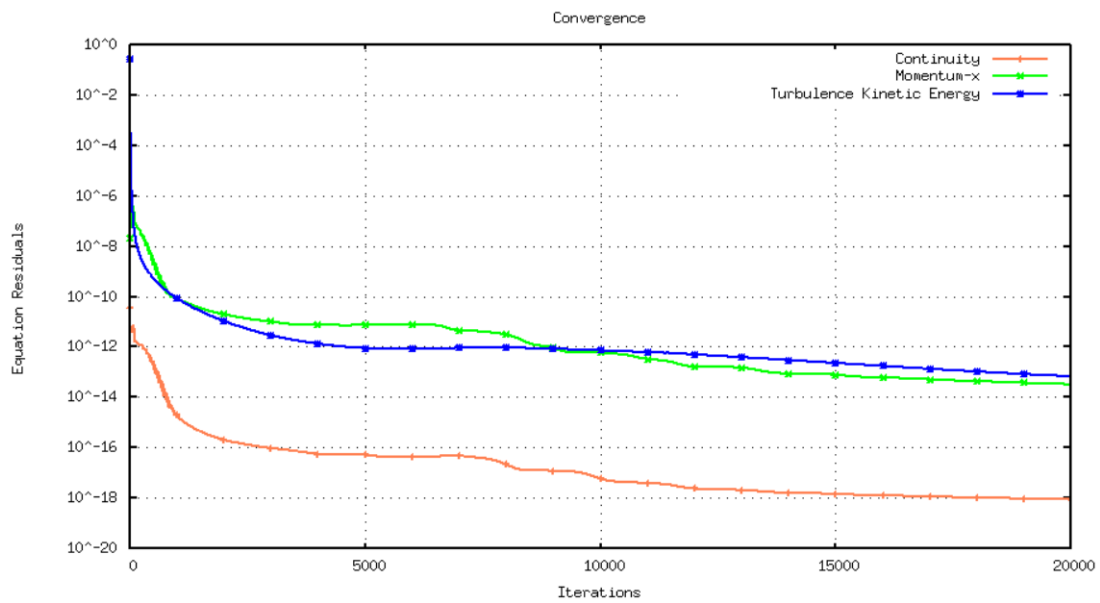
Η πρόλεξη της ροής, προκύπτει από ένα μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων το οποίο λύνεται επαναληπτικά. Η επαναληπτική διαδικασία για αυτήν την περίπτωση που μελετήθηκε εκτείνεται μέχρι και τις 20000 επαναλήψεις, αριθμός επαναλήψεων για τις οποίες η τιμή του συντελεστή της άνωσης αποκτά μια σταθερή τιμή και δεν παρουσιάζει περαιτέρω αξιόλογες μεταβολές.

Στο Σχήμα 6.5 που ακολουθεί παρουσιάζεται η σύγκλιση της υπολογιστικής προσομοίωσης για την εξίσωση της συνέχειας (Continuity), την εξίσωση της ορμής κατά τον άξονα x (Momentum-x) και για την κινητική ενέργεια της τύρβης (Turbulence Kinetic Energy).

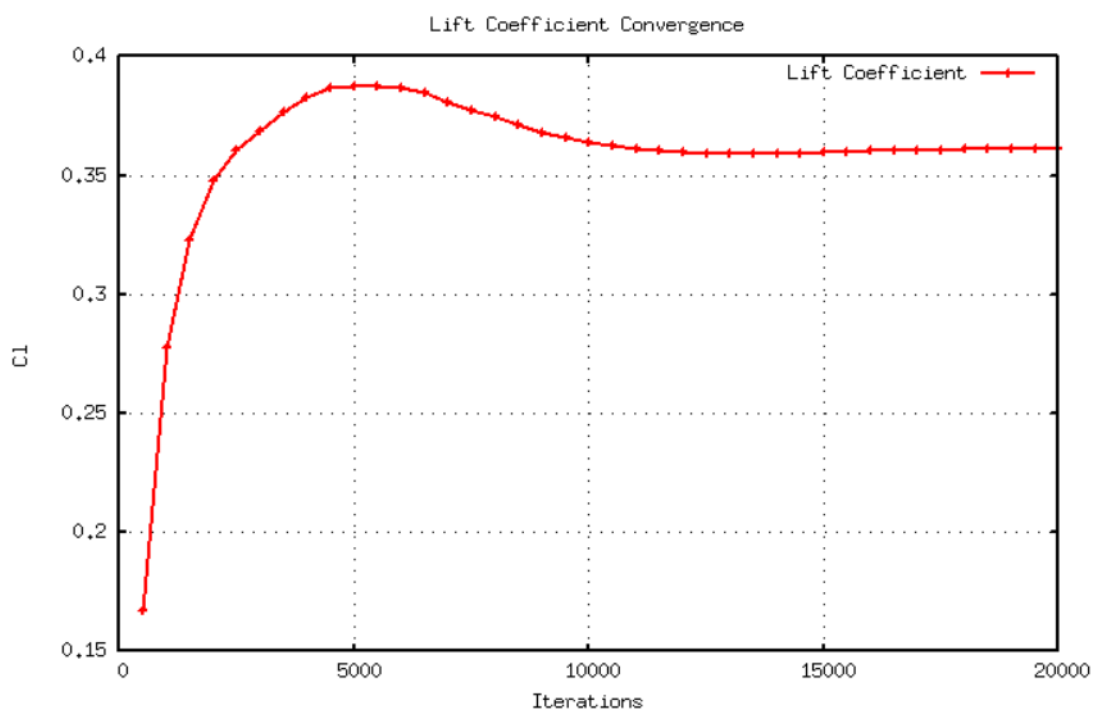
Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας για την τιμή του συντελεστή άνωσης. Παρατηρείται ότι μετά τις 20000 επαναλήψεις η τιμή του συντελεστή σταθεροποιείται ως εξής:  $C_l=0.3614$

Στη συνέχεια, επιλύθηκε η ροή για γωνίες από  $-4^\circ$  έως  $12^\circ$  και κατασκευάστηκαν τα πολικά διαγράμματα της αεροτομής. Στο Σχήμα 6.7 απεικονίζεται ο συντελεστής άνωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης της ροής.



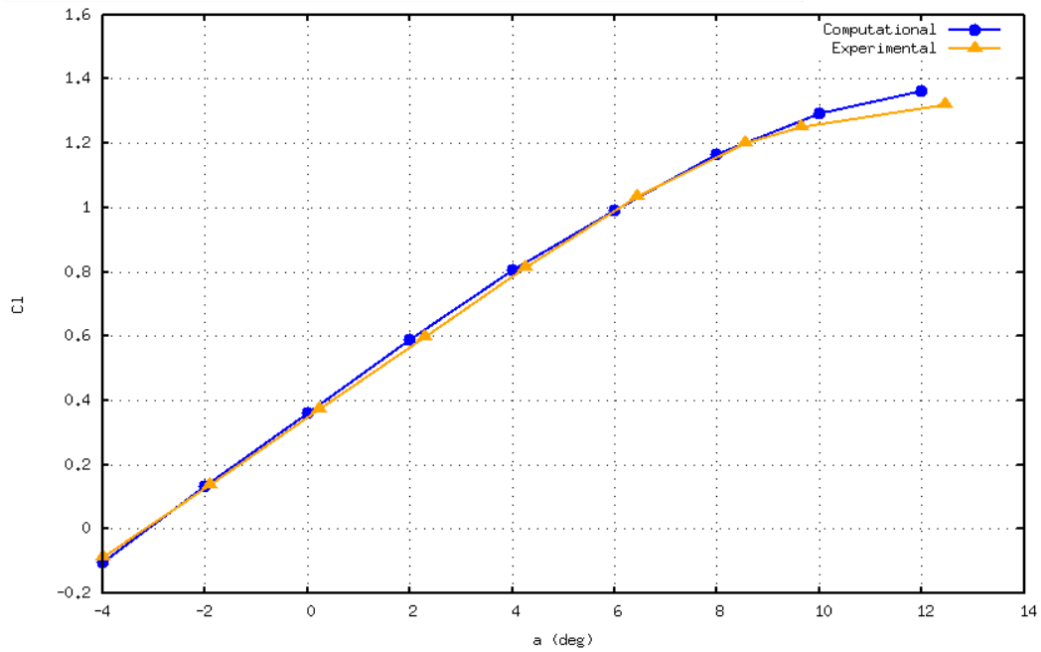


Σχήμα 6.5: Σύγκλιση Εξισώσεων Συνέχειας, Ορμής κατά τον άξονα x και Τύρβης.



Σχήμα 6.6: Συντελεστής Άνωσης συναρτήσεως του αριθμού επαναλήψεων για γωνία πρόσπτωσης της ροής ίση με  $0^\circ$ .

Από το Σχήμα 6.7 είναι εμφανές ότι ο συντελεστής άνωσης που προέκυψε από το λογισμικό CFD για κάθε γωνία πρόσπτωσης της ροής  $\alpha$ , συμπίπτει σε μεγάλο βαθμό με τα πειραματικά δεδομένα. Ο συντελεστής άνωσης αυξάνεται με γρήγορο ρυθμό με

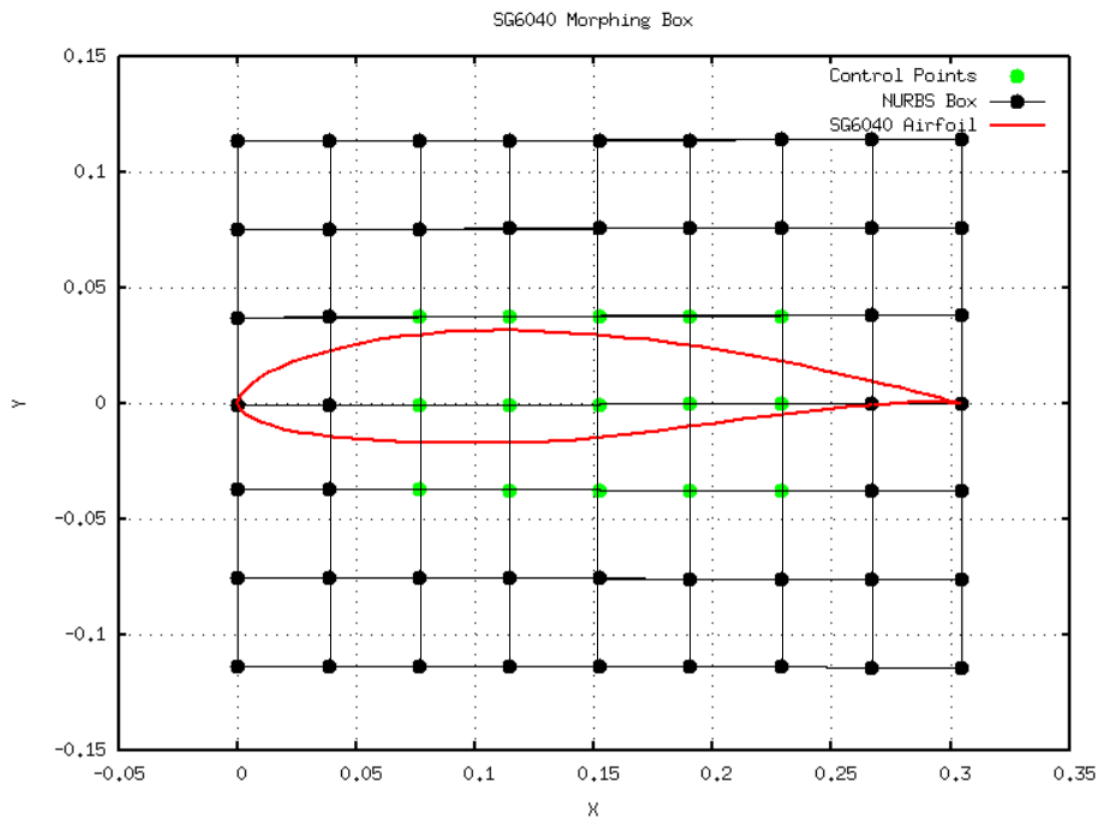


**Σχήμα 6.7:** Συντελεστής άνωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης της ροής για την αεροτομή SG6040.

την αύξηση της γωνίας  $\alpha$  μέχρι και τις  $8^\circ$ , όπου μετά την γωνία αυτή παρατηρείται επιβράδυνση του ρυθμού αύξησής του.

## 6.4 Παραμετροποίηση Αεροτομής

Όπως έχει αναφερθεί και στο Κεφάλαιο 2, η παραμετροποίηση της αεροτομής SG6040 πραγματοποιήθηκε μέσω της διαδικασίας της ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS. Ακολουθώντας τη μέθοδο αυτή, η αεροτομή περιβλήθηκε από ένα  $9 \times 7$  ογκομετρικό πλέγμα ελέγχου NURBS, δηλαδή από ένα πλέγμα  $9 \times 7$  για κάθε πλευρά της αεροτομής. Στο Σχήμα 6.8 που ακολουθεί, παρουσιάζεται η 2D αναπαράσταση του πλαισίου ελέγχου το οποίο περιβάλλει την αεροτομή. Το πλαίσιο ελέγχου που δημιουργήθηκε αποτελείται από 63 σημεία συνολικά, από τα οποία τα 15, τα οποία διακρίνονται με πράσινο χρώμα, αποτελούν τα σημεία ελέγχου από τα οποία θα προκύψει η νέα γεωμετρία. Καθένα από τα 15 σημεία αυτά έχει προγραμματιστεί να μεταβάλλεται κατά  $\pm 10\%$  κατά τον άξονα  $\Upsilon$  κάθετα στη διεύθυνση της χορδής, ενώ παραμένουν αμετάβλητα κατά τον άξονα  $\chi$ . Η παραμετροποίηση αυτή δεν χρησιμοποιήθηκε μόνο κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης για τη γένεση των νέων γεωμετριών που αποτελούν υποψήφιες λύσεις, αλλά και για τη δημιουργία μιας βάσης δεδομένων για την εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων.



Σχήμα 6.8: Παραμετροποίηση αεροτομής SG6040 μέσω ογκομετρικής μορφοποίησης με τεχνικές NURBS

## 6.5 Βελτιστοποίηση MAEA(CFD/RBF-ONLINE)

Το πρόβλημα του επανασχεδιασμού της αεροτομής SG6040 με στόχο τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης της προσεγγίστηκε ως μια περίπτωση βελτιστοποίησης ενός στόχου (Single Objective Optimization- SOO) χωρίς περιορισμούς. Κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, αναζητήθηκαν οι τιμές του διανύσματος των μεταβλητών σχεδιασμού, οι οποίες αποτελούν παραμέτρους που καθορίζουν την γεωμετρία της αεροτομής προκειμένου να βρεθεί ο συνδυασμός εκείνος ο οποίος βελτιστοποιεί το μέγεθος στόχο. Η συνάρτηση κόστους της βελτιστοποίησης που πραγματοποιήθηκε είναι η εξής:

$$F_{obj} = \min(-Cl) \quad (6.11)$$

Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι 15 σε αριθμό και αποτελούνται από τα σημεία ελέγχου (Control Points- CPs) που χρησιμοποιήθηκαν για την παραμετροποίηση της αεροτομής. Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές που μπορούν να λάβουν είναι  $\pm 10\%$  των CPs της αρχικής γεωμετρίας. Οι τιμές που παραμένουν αμετάβλητες αντιστοιχούν στην μετακίνηση κατά τον άξονα X.

Το λογισμικό στο οποίο πραγματοποιήθηκε η βελτιστοποίηση είναι το EASY ενώ χρησιμοποιήθηκαν δίκτυα συναρτήσεων ακτινικής βάσης **Radial Basis Function Networks-RBFN** ως μεταπρότυπα όπως και στην περίπτωση βελτιστοποίησης της αεροτομής NACA4415.

### 6.5.1 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης MAEA(CFD/RBF-ONLINE)

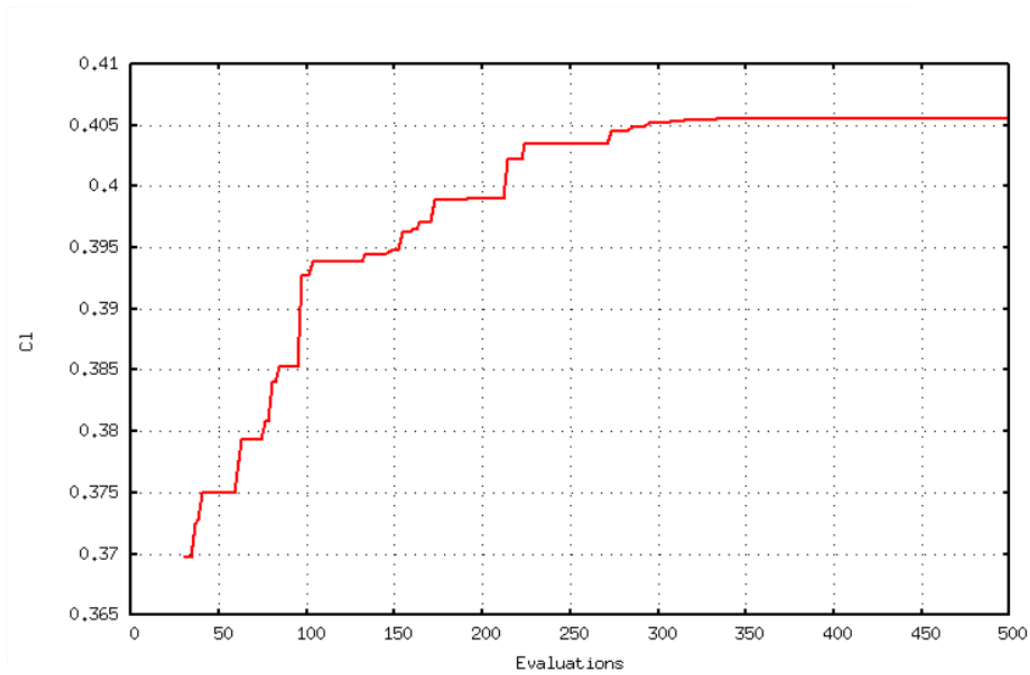
Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε σε έναν επεξεργαστή GPU Nvidia Tesla K20. Για κάθε αξιολόγηση χρειάστηκαν περίπου 21.5 min (1 CFD Unit) ενώ πραγματοποιήθηκαν συνολικά 500 αξιολογήσεις. Το κόστος αυτών των αξιολογήσεων ανέρχεται σε 500 CFD Units.

Η σύγκλιση της βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.9. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται ο αριθμός των αξιολογήσεων, ενώ στον κατακόρυφο άξονα η τιμή του συντελεστή άνωσης.

Η συνάρτηση στόχου για τη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή :

$$Cl_{opt} = 0.40556 \quad (6.12)$$

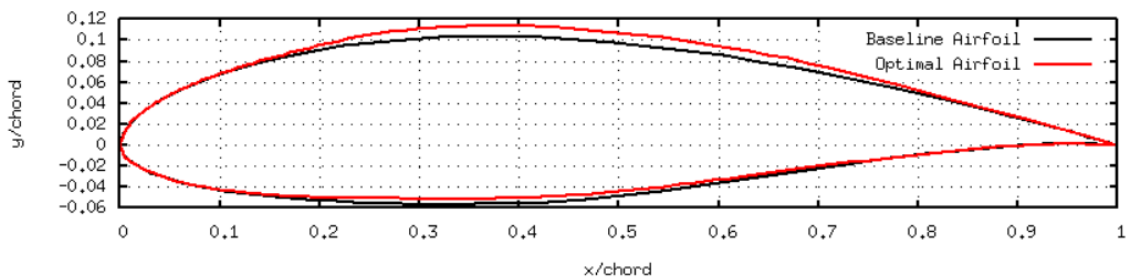
Η μεταβολή της συνάρτησης στόχου κατά τη βελτιστοποίηση είναι:



Σχήμα 6.9: Σύγκλιση Βελτιστοποίησης με MAEA (CFD/RBF-ONLINE)

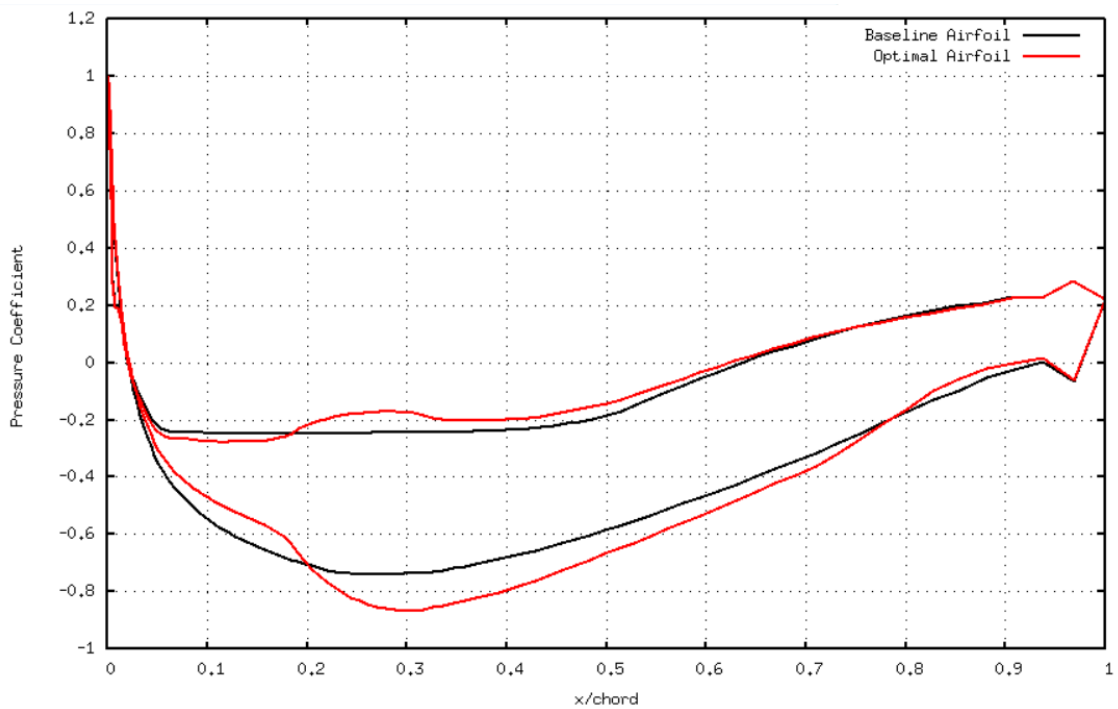
$$\frac{Cl_{optimal} - Cl_{baseline}}{Cl_{baseline}} * 100\% = 12.2\% \quad (6.13)$$

Η βέλτιστη αεροτομή σε αντιπαραβολή με την αρχική γεωμετρία απεικονίζεται στο Σχήμα 6.10. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 6.11 απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις δύο γεωμετρίες.

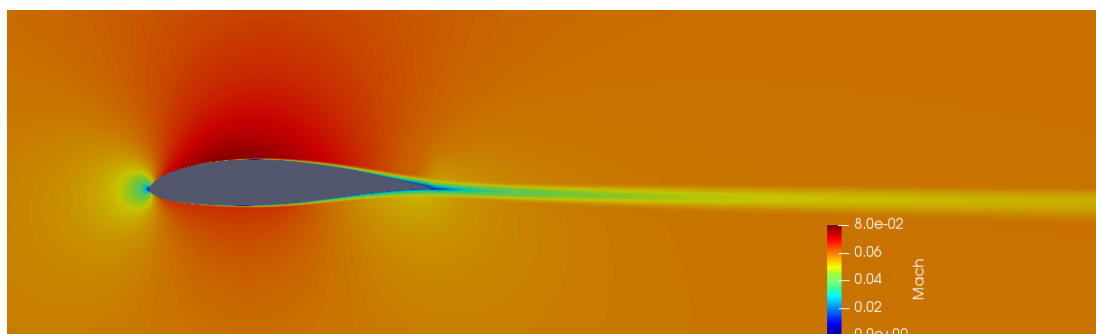


Σχήμα 6.10: Σύγκριση της βέλτιστης γεωμετρίας που προέκυψε από την βελτιστοποίηση με χρήση MAEA (CFD/RBF-ONLINE) και της αρχικής αεροτομής SG6040.

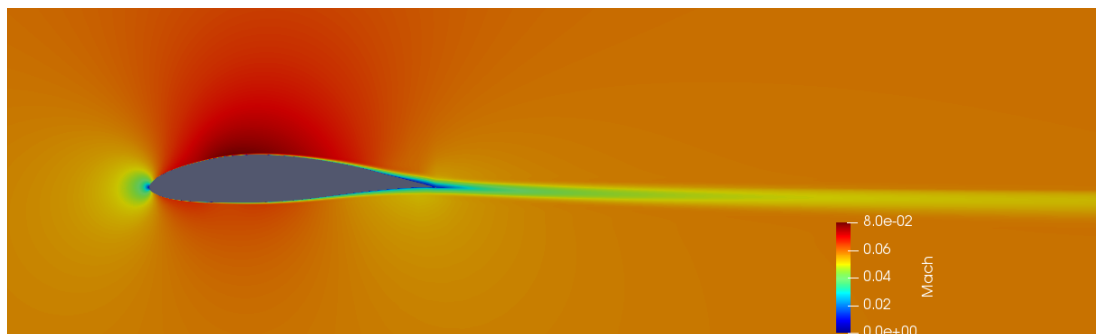
Επιπλέον στα Σχήματα 6.12 και 6.13 απεικονίζεται το πεδίο του αριθμού Mach για την αρχική αεροτομή και τη βέλτιστη αεροτομή όπως αυτή προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE).



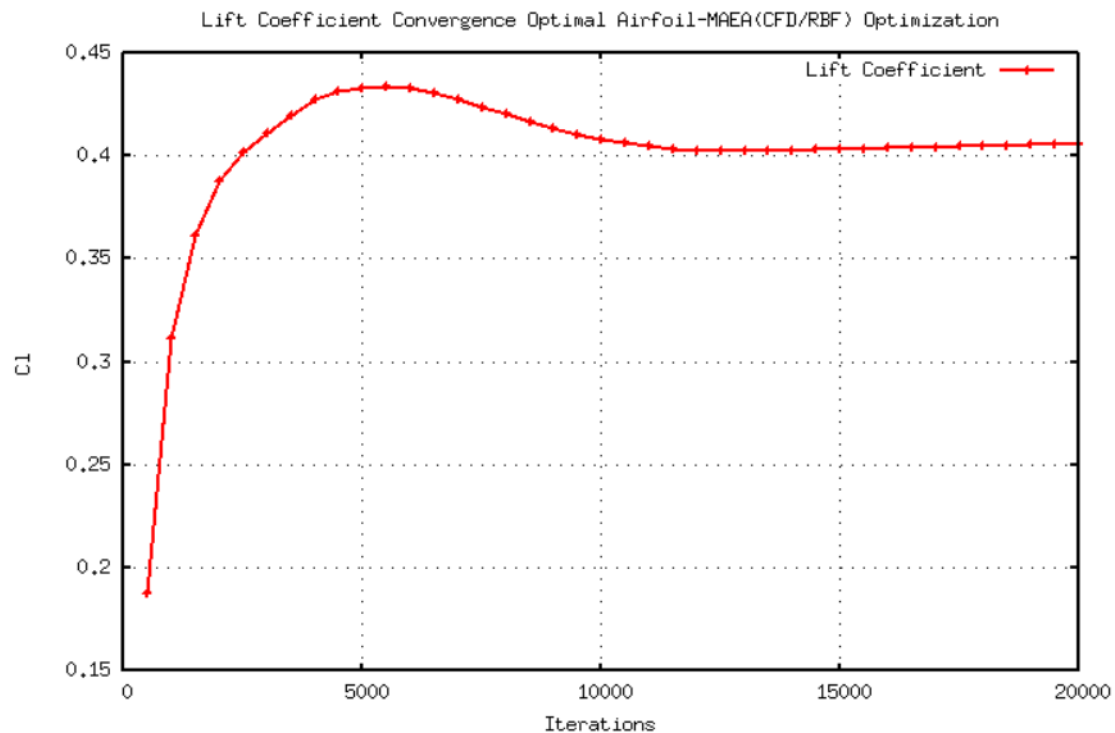
Σχήμα 6.11: Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τη βέλτιστη αεροτομή και την αρχική αεροτομή SG6040 για γωνία πρόσπτωσης της ροής ίση με  $0^\circ$



Σχήμα 6.12: Πεδίο  $Mach$  για την αρχική αεροτομή SG6040.



Σχήμα 6.13: Πεδίο  $Mach$  για τη βέλτιστη αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA (CFD/RBF-ONLINE).



**Σχήμα 6.14:** Συντελεστής άνωσης συναρτήσεϊ του αριθμού επαναλήψεων για τη βέλτιστη γεωμετρία.

Τέλος, στο Σχήμα 6.14, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής για τη βέλτιστη γεωμετρία. Στον οριζόντιο άξονα εμφανίζεται ο αριθμός των επαναλήψεων και στον κατακόρυφο οι συντελεστές  $C_l$  και  $C_d$ .

## 6.6 Βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE)

Σε αντίθεση με την **online** εκπαίδευση, η (**offline**) εκπαίδευση, βασίζεται στη χρήση ενός μόνο καθολικού μεταπρότυπου, το οποίο ισχύει για όλη την περιοχή αναζήτησης υποψήφιων λύσεων. Το μεταπρότυπο αυτό εκπαιδεύεται από μια βάση δεδομένων η οποία αποτελείται από αξιολογημένα άτομα που προέρχονται μέσω της μεθόδου του Πειραματικού Σχεδιασμού (Design of Experiments DOE). Έπειτα η βέλτιση/ες λύση/ες επαναξιολογούνται στο λογισμικό αξιολόγησης και το μεταπρότυπο επανεκπαιδεύεται στην επικαιροποιημένη DB και επαναλαμβάνεται η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης μέσω του εξελικτικού αλγορίθμου έως ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού [32].

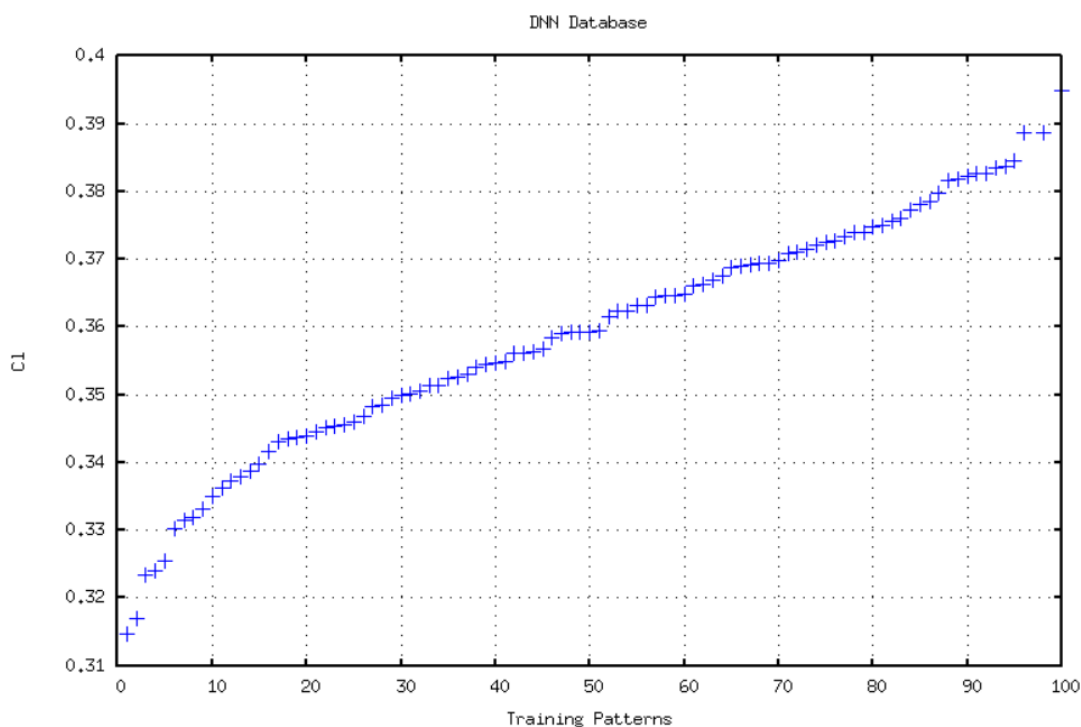
Στην εργασία αυτή, ως offline μεταπρότυπα χρησιμοποιήθηκαν **DNN**, αντικαθιστώντας το λογισμικό αξιολόγησης CFD κατά τη βελτιστοποίηση. Στην περίπτωση που η επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης με το λογισμικό CFD καταδεικνύει την ανάγκη για επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας, τα DNN επανεκπαιδεύονται και έπειτα επαναχρη-

σιμοποιούνται στη βελτιστοποίηση. Υπενθυμίζεται ότι στην παρούσα εργασία, η βελτιστοποίηση με χρήση DNN που περιγράφηκε παραπάνω ονομάζεται Βελτιστοποίηση με MAEA (DNN-OFFLINE).

### 6.6.1 Βάση Δεδομένων

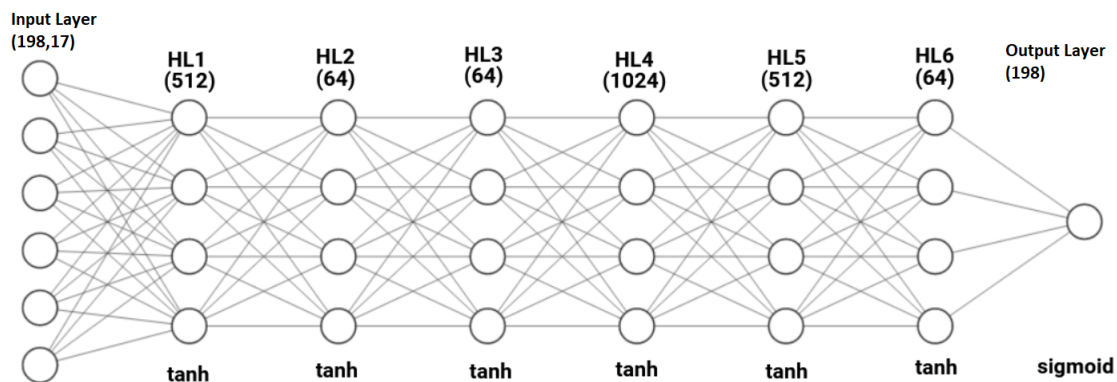
Το πρώτο βήμα για την ένταξη των DNN ως offline μεταπρότυπο στην βελτιστοποίηση είναι η εκπαίδευση του από κατάλληλη βάση δεδομένων (DB). Για την δημιουργία της βάσης δεδομένων χρειάζονται αποτελέσματα ροών αεροτομών διαφόρων γεωμετριών που έχουν επιλυθεί από το λογισμικό CFD με σκοπό το δίκτυο να μπορεί να είναι ικανό να προβλέπει τη ροή για διαφορετικές αεροτομές.

Η βάση δεδομένων συγκροτήθηκε χρησιμοποιώντας την τεχνική δειγματοληψίας **Latin Hypercube Sampling-LHS**. Στο Σχήμα 6.15, παρουσιάζεται η βάση δεδομένων η οποία δημιουργήθηκε ταξινομημένη κατά αύξοντα συντελεστή άνωσης.



**Σχήμα 6.15:** Τιμές της συνάρτησης στόχου (συντελεστής άνωσης) των ατόμων που αποτελούν τη βάση δεδομένων για την εκπαίδευση του δικτύου DNN, ταξινομημένες κατά αύξουσα τιμή.





Σχήμα 6.16: Αρχιτεκτονική δικτύου DNN.

## 6.6.2 Υπερπαράμετροι Δικτύου

Έπειτα από τη σύνθεση της βάσης δεδομένων, μέσω δοκιμών ρυθμίστηκαν κατάλληλα οι **υπερπαράμετροι** του δικτύου έχοντας ως κριτήρια τη μείωση του σφάλματος του δικτύου, το υπολογιστικό κόστος της εκπαίδευσης και την αποφυγή της υπερπροσαρμογής (overfitting) του δικτύου στη βάση δεδομένων.

Η αρχιτεκτονική του δικτύου αποτελείται από 6 κρυφά επίπεδα (hidden layers) με 512, 64, 64, 1024, 512, 64 νευρώνες το καθένα και παρουσιάζεται και σχηματικά στο Σχήμα 6.16. Ο αριθμός εποχών που εξασφάλισε το μικρότερο σφάλμα και ταυτόχρονα δεν προκάλεσε υπερπροσαρμογή του δικτύου είναι 30000. Τέλος, ο ρυθμός μάθησης που επιλέχθηκε είναι 0,00001.

## 6.6.3 Εκπαίδευση Δικτύου

Αφού καθορίστηκαν οι βασικές παράμετροι του δικτύου, συνέχεια έχει η υλοποίηση της εκπαίδευσης. επίπεδο εισόδου του δικτύου αποτελείται από τις 15 μεταβλητές σχεδιασμού και τις (x,y) συντεταγμένες του κάθε κόμβου για τους 198 κόμβους κάθε αεροτομής. Η έξοδος του δικτύου αποτελείται από την τιμή της δύναμης για το κομμάτι μήκους τόξου που του αντιστοιχεί.

Πριν την έναρξη της εκπαίδευσης τα δεδομένα εισόδου-εξόδου αδιαστατοποιήθηκαν με την κανονικοποίηση μεγίστου-ελαχίστου ως εξής:

$$\hat{X}[:, i] = \frac{X[:, i] - \min(X[:, i])}{\max(X[:, i]) - \min(X[:, i])} \quad (6.14)$$

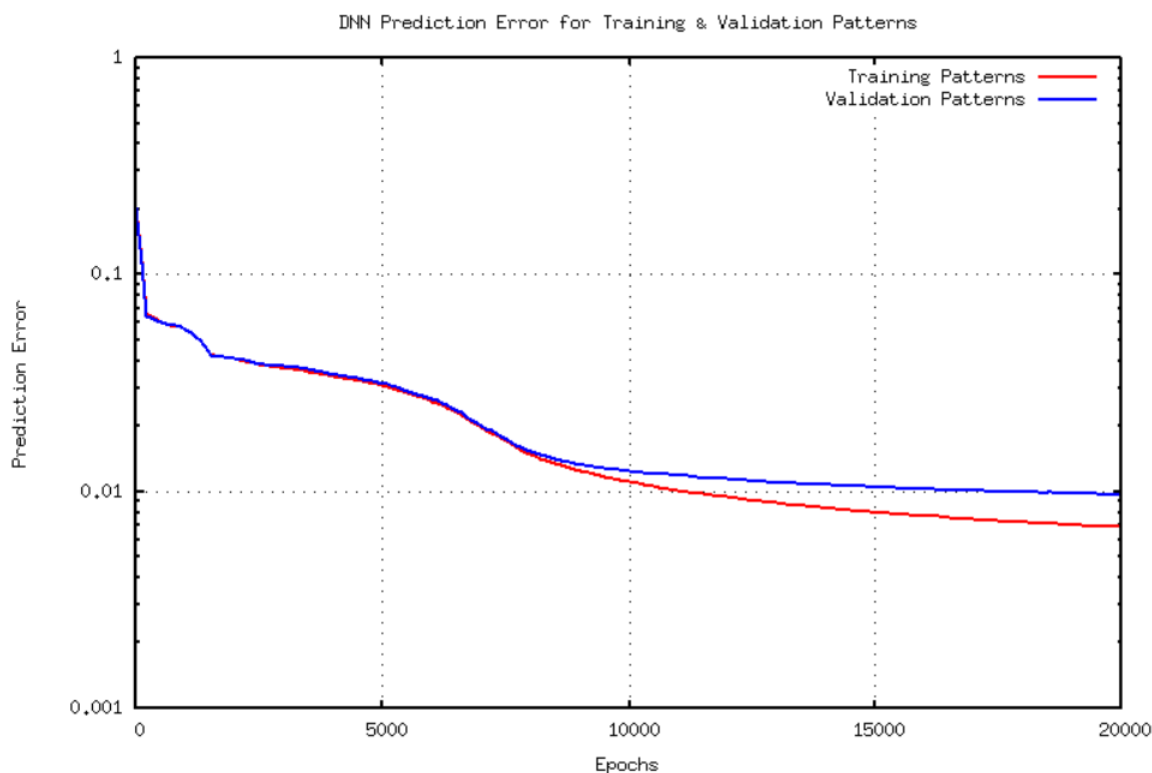
Για την αδιαστατοποίηση, οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές αναφέρονται στις αντίστοιχες μέγιστες/ελάχιστες τιμές της βάσης δεδομένων.

Η εκπαίδευση του δικτύου πραγματοποιήθηκε σε μια κάρτα NVIDIA K20 GPU και

διήρκεσε συνολικά 301 min κοστίζοντας 14 CFD Units. Πριν από την υλοποίηση της βελτιστοποίησης η ποιότητα της πρόβλεψης των DNN ελέγχθηκε χρησιμοποιώντας 20 αεροτομές από την βάση δεδομένων άγνωστες από το δίκτυο (validation patterns). Οι προβλέψεις του δικτύου για την δύναμη άωσης ανά κόμβο για τις αεροτομές των δειγμάτων μάθησης και επαλήθευσης συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα του CFD μέσω των απόλυτων διαφορών ως εξής:

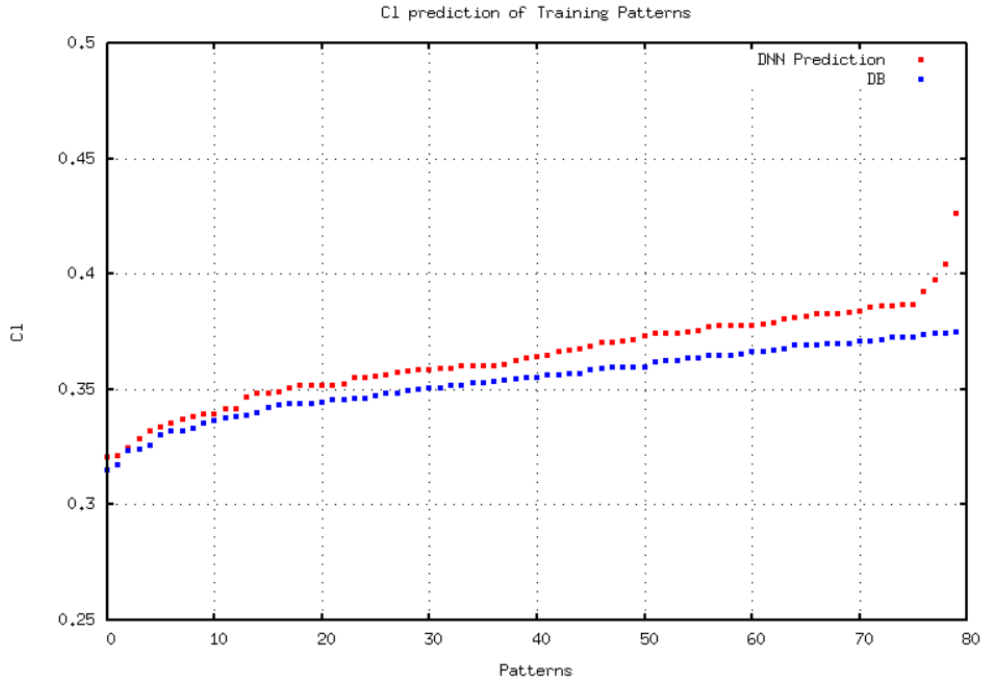
$$C_i = |y_i - \hat{y}_i| \quad (6.15)$$

Το μέσο σφάλμα του δικτύου για την πρόβλεψη της δύναμης άωσης ανά κόμβο για τα δείγματα μάθησης (training patterns) είναι 0.006, ενώ το αντίστοιχο μέσο σφάλμα για τα άγνωστα στο δίκτυο δείγματα επαλήθευσης(validation patterns) είναι 0,009. Στο Σχήμα 6.17 παρουσιάζεται η πορεία εξέλιξης της πτώσης του σφάλματος του δικτύου με το πέρασμα των εποχών.



**Σχήμα 6.17:** Πορεία μείωσης του σφάλματος του δικτύου κατά την εκπαίδευση για τα δείγματα μάθησης και επαλήθευσης. Η κλίμακα του διαγράμματος είναι λογαριθμική.

Με μπλε χρώμα απεικονίζεται το μέσο σφάλμα που αντιστοιχεί στα δείγματα μάθησης και με κόκκινο χρώμα αυτό που αντιστοιχεί στα δείγματα επαλήθευσης. Όπως παρατηρείται, οι γραμμές σφάλματος για τα γνωστά και άγνωστα δείγματα εκπαίδευσης



**Σχήμα 6.18:** Συντελεστές άνωσης των αεροτομών που ανήκουν στα δείγματα μάθησης υπολογισμένοι από το DNN συγκριτικά με τους συντελεστές άνωσης υπολογισμένους από το λογισμικό CFD.

δεν αποκλείουν η μια από την άλλη, γεγονός που υποδηλώνει ότι έχει αποφευχθεί η υπερπροσαρμογή του δικτύου στα γνωστά δείγματα εκπαίδευσης.

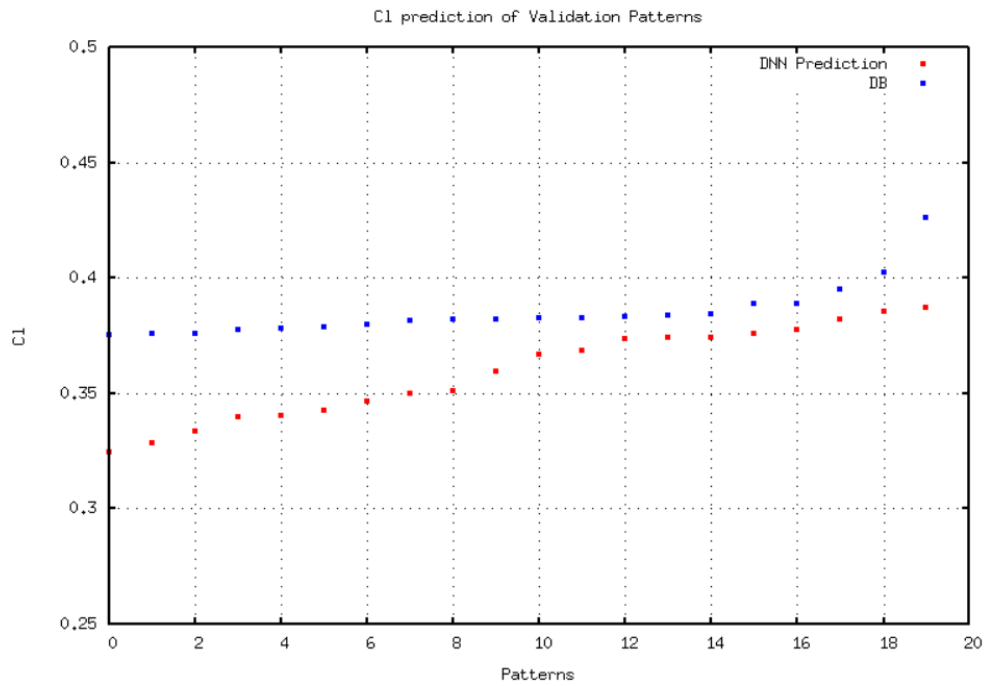
Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω η πρόβλεψη του δικτύου αφορά στην άνοση ανά κόμβο. Ο συντελεστής άνωσης για κάθε αεροτομή υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας την εξής σχέση:

$$Cl = \frac{\int \vec{F} \vec{n}_L dA}{A} \frac{1}{0.5 \rho_\infty U_\infty^2} \quad (6.16)$$

όπου A είναι η επιφάνεια της αεροτομής,  $\vec{n}_L$  είναι το διάνυσμα κάθετο προς την στοιχειώδη επιφάνεια dA,  $\rho_\infty$  είναι η πυκνότητα της ροής και  $U_\infty$  η ταχύτητα της αεροτομής ως προς το ρευστό.

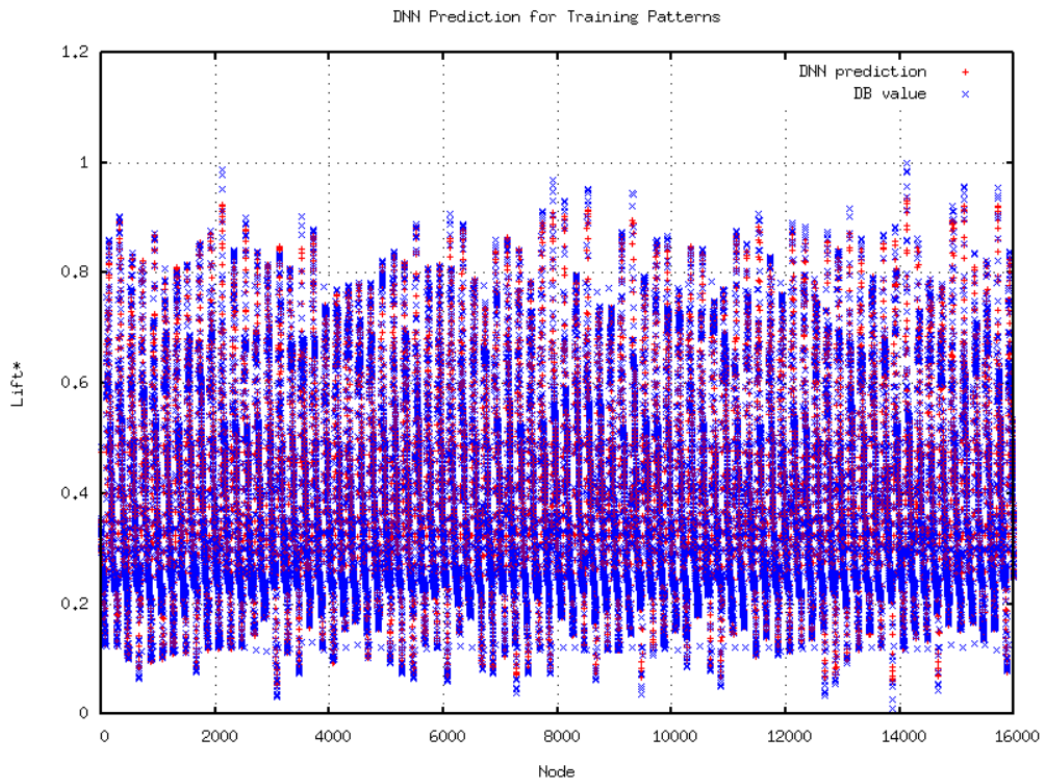
Στο Σχήμα 6.18 παρουσιάζεται ο συντελεστής άνωσης υπολογισμένος από την πρόβλεψη του δικτύου για κάθε δείγμα εκπαίδευσης σε αντιπαραβολή με την αντίστοιχη τιμή υπολογισμένη από το λογισμικό CFD. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 6.19 γίνεται η ίδια αντιπαραβολή χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά την πρόβλεψη που αφορά στα άγνωστα στο δίκτυο δείγματα επαλήθευσης.

Επιπλέον, στα παρακάτω Σχήματα 6.20, 6.21 παρουσιάζεται η πρόβλεψη του δικτύου για την τιμή της δύναμης για το μήκος τόξου που αφορά τον κάθε κόμβο για τα δείγματα

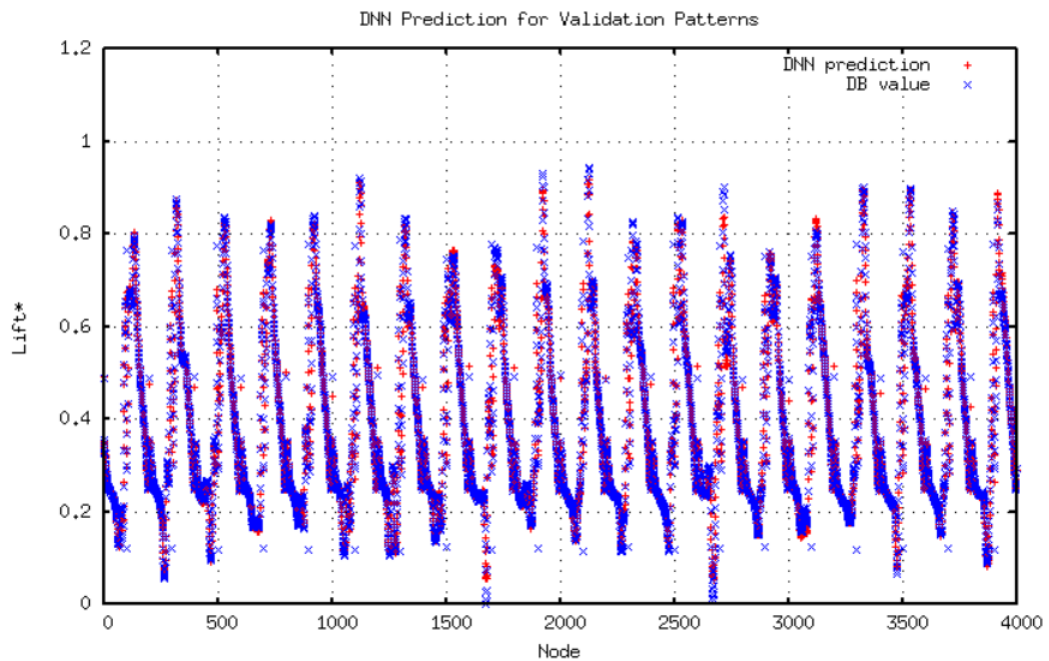


**Σχήμα 6.19:** Συντελεστές άνοσης των αεροτομών που ανήκουν στα δείγματα επαλήθευσης υπολογισμένοι από το DNN συγκριτικά με τους συντελεστές άνοσης υπολογισμένους από το λογισμικό CFD.

εκπαίδευσης και επαλήθευσης.



Σχήμα 6.20: Τιμή της δύναμης για το μήκος τόξου που αφορά τον κάθε κόμβο όπως προκύπτει από το DNN για τα δείγματα μάθησης και από το λογισμικό CFD.

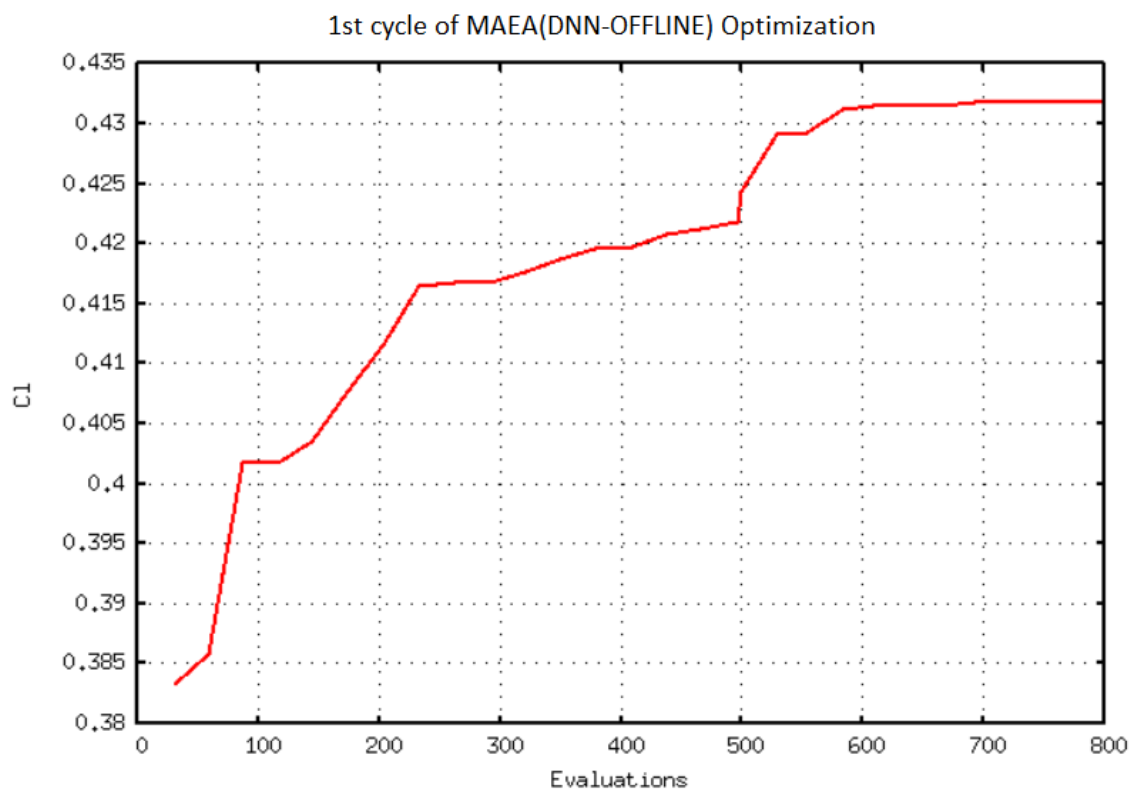


Σχήμα 6.21: Τιμή της δύναμης για το μήκος τόξου που αφορά τον κάθε κόμβο όπως προκύπτει από το DNN για τα δείγματα επαλήθευσης και από το λογισμικό CFD.

#### 6.6.4 Ένταξη DNN στη βελτιστοποίηση

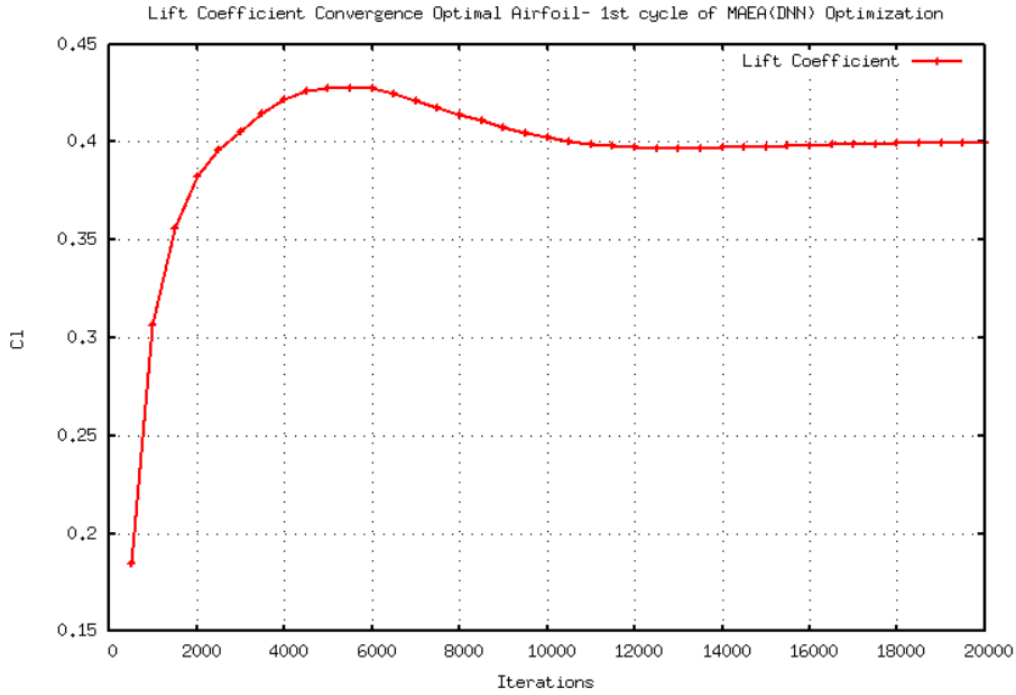
Μετά την εκπαίδευση του δικτύου, ακολουθεί η ένταξη του στον βρόχο της βελτιστοποίησης ως αντικαταστάτη του λογισμικού αξιολόγησης CFD. Οι ρυθμίσεις του εξελικτικού αλγόριθμου παραμένουν οι ίδιες που χρησιμοποιήθηκαν στην ενότητα 6.5 χωρίς τη χρήση των δικτύων RBF ως μεταπρότυπα αυτή τη φορά. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε και πάλι στο λογισμικό EASY σε έναν GPU Nvidia Tesla K20. Ο αριθμός των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν είναι 800, ενώ η τελική λύση που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση αυτή επαναξιολογήθηκε στο λογισμικό PUMA. Κρίνοντας το συνολικό κόστος της αξιολόγησης με DNN ως αμελητέο το συνολικό κόστος της διαδικασίας βελτιστοποίησης και επαναξιολόγησης ανέρχεται σε 1 CFD Unit.

Η σύγκλιση της διαδικασίας της βελτιστοποίησης με χρήση MAEA(DNN-OFFLINE) παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.22. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται ο αριθμός των αξιολογήσεων, ενώ στον κατακόρυφο η τιμή του συντελεστή άνωσης.



Σχήμα 6.22: Σύγκλιση Βελτιστοποίησης με MAEA(DNN-OFFLINE-1ος κύκλος).

Στη συνέχεια, η βέλτιστη λύση επαναξιολογήθηκε με το λογισμικό PUMA και έγινε σύγκριση της βέλτιστης λύσης με την αρχική γεωμετρία αλλά και με τη βέλτιστη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE). Στο Σχήμα



**Σχήμα 6.23:** Συντελεστής άνωσης συναρτήσεϊ του αριθμού επαναλήψεων για τη βέλτιστη γεωμετρία. Η βέλτιστη γεωμετρία είναι αποτέλεσμα της επαναξιολόγησής της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από τον πρώτο κύκλο βελτιστοποίησης με **MAEA (DNN-OFFLINE)**.

6.23 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής για τη βέλτιστη γεωμετρία μετά την επαναξιολόγηση της λύσης που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE).

Η επαναξιολογημένη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή :

$$Cl_{opt} = 0.3999 \quad (6.17)$$

Η μεταβολή της συνάρτησης στόχου κατά τη βελτιστοποίηση είναι:

$$\frac{Cl_{optimal} - Cl_{baseline}}{Cl_{baseline}} * 100\% = 10.6\% \quad (6.18)$$

Στον πίνακα 6.24 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πρώτου κύκλου βελτιστοποίησης σε σύγκριση με την αρχική γεωμετρία και τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-OFFLINE).

Optimization Type	Cl-DNN	Cl-CFD	DNN Error	Cl-CFD/Cl-Baseline	Cl-CFD/Cl-MAEA(CFD/RBF)
1st MAEA(DNN)	0.4318	0.3999	7.98%	1.106	0.986
MAEA(CFD/RBF)	-	0.406	-	-	-
Baseline Cl	-	0.3614	-	-	-

**Σχήμα 6.24:** Αποτελέσματα 1ου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση *MAEA (DNN-OFFLINE)*.

Όπως γίνεται φανερό και από τον πίνακα 6.24, μέσω της πρώτης αυτής βελτιστοποίησης με DNN ο συντελεστής άνωσης αυξάνεται κατά 10.6%. Παρόλα αυτά, η βέλτιστη αυτή λύση δεν υπερβαίνει τη βέλτιστη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA. Επιπλέον, το σφάλμα της πρόβλεψης του δικτύου ανέρχεται σε ποσοστό 7.98%. Το σφάλμα αυτό οφείλεται στο ότι ο EA βρήκε μια λύση η οποία είναι εκτός του εύρους των λύσεων στις οποίες έχει εκπαιδευτεί το δίκτυο.

Για τους λόγους αυτούς, η βέλτιστη λύση του 1ου κύκλου της βελτιστοποίησης με DNN προστίθεται στη βάση δεδομένων εκπαίδευσης του δικτύου και το δίκτυο επανεκπαίδευεται στη νέα βάση δεδομένων. Στη συνέχεια ακολουθεί ένας δεύτερος κύκλος βελτιστοποίησης με DNN. Η λύση που προκύπτει από τον δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης επαναξιολογείται στο λογισμικό CFD. Το συνολικό κόστος του 2ου κύκλου βελτιστοποίησης μαζί με την επανεκπαίδευση του δικτύου και την επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης ανέρχεται σε 15 CFD Units.

Η σύγκλιση του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση DNN παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.25. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται ο αριθμός των αξιολογήσεων, ενώ στον κατακόρυφο η τιμή του συντελεστή άνωσης.

Τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής μετά την επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης από τον δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης με DNN παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.26.

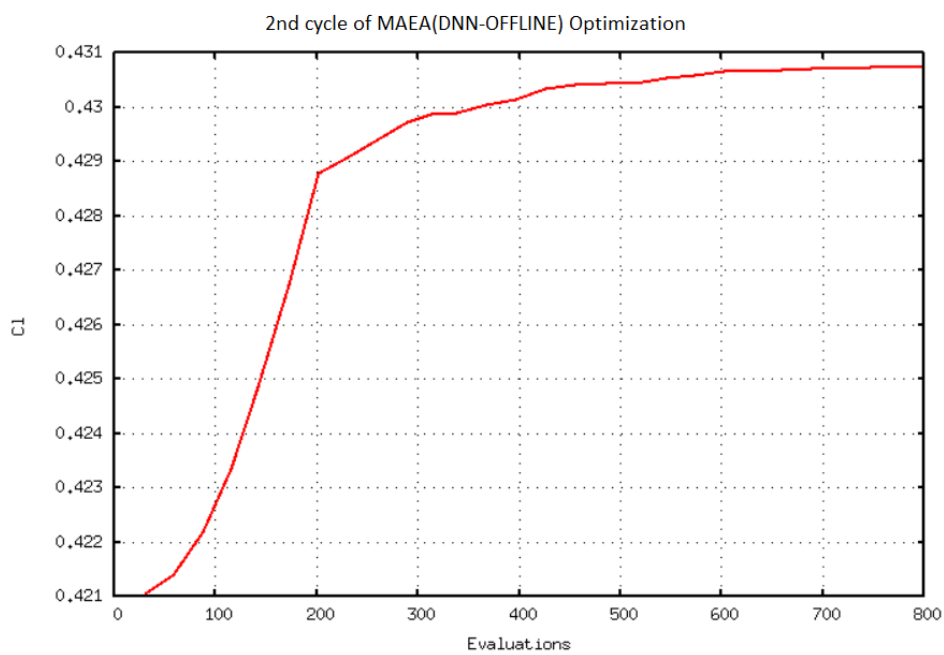
Η επαναξιολογημένη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή :

$$Cl_{opt} = 0.4082 \quad (6.19)$$

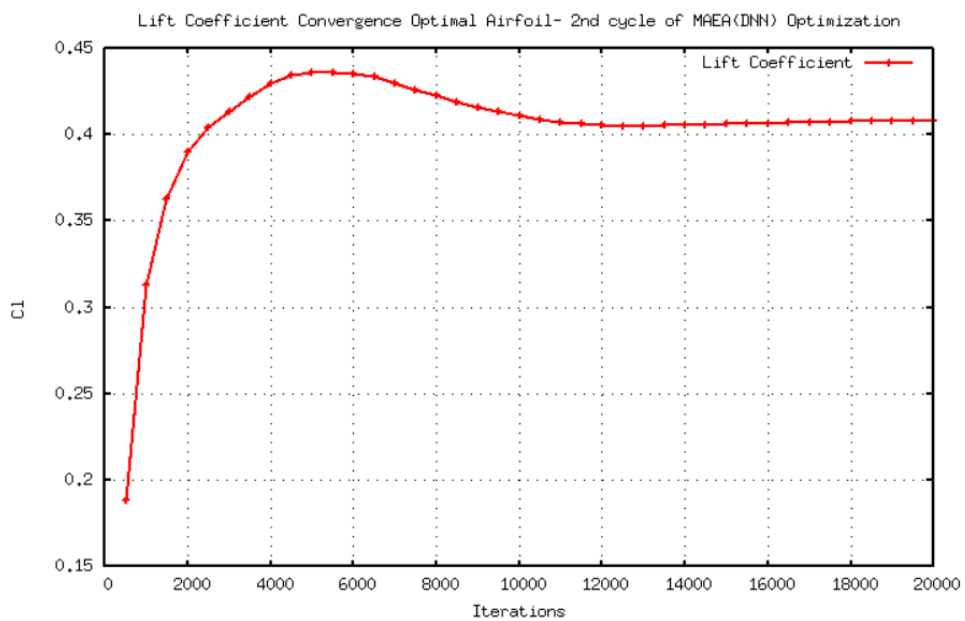
Η μεταβολή της συνάρτησης στόχου κατά τη βελτιστοποίηση είναι:

$$\frac{Cl_{optimal} - Cl_{baseline}}{Cl_{baseline}} * 100\% = 12.94\% \quad (6.20)$$





Σχήμα 6.25: Σύγκλιση 2ου κύκλου Βελτιστοποίησης με *DNN*.



Σχήμα 6.26: ΣΣυντελεστής άνωσης συναρτήσει του αριθμού επαναλήψεων για την επαναξιολογημένη βέλτιστη λύση που προέκυψε από το δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης *MAEA (DNN-OFFLINE)*.

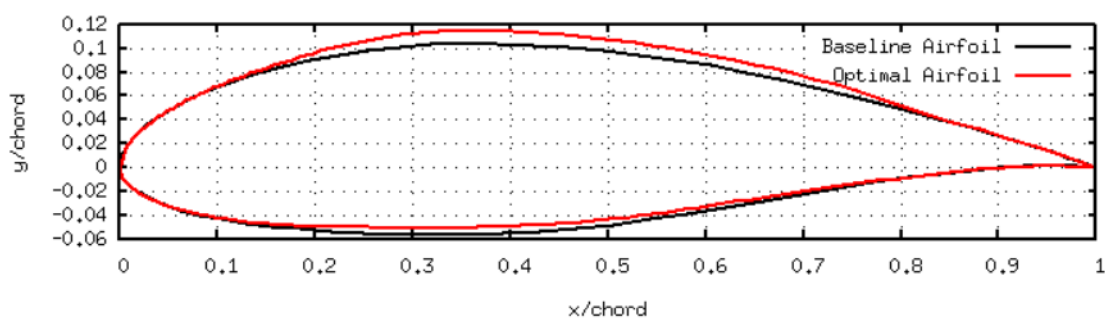
Στον Πίνακα 6.27 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης σε σύγκριση με την αρχική γεωμετρία και τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE).

Optimization Type	CI-DNN	CI-CFD	DNN Error	CI-CFD/CI-Baseline	CI-CFD/CI-MAEA(CFD/RBF)
1st MAEA(DNN)	0.4318	0.3999	7.98%	1.106	0.986
2nd MAEA(DNN)	0.4307	0.4082	5.5%	1.129	1.01
MAEA(CFD/RBF)	-	0.406	-	-	-
Baseline CI	-	0.3614	-	-	-

**Σχήμα 6.27:** Αποτελέσματα 2ου κύκλου βελτιστοποίησης με χρήση MAEA (DNN-OFFLINE).

Όπως φαίνεται και από τον πίνακα 6.27, μέσω του δεύτερου κύκλου βελτιστοποίησης με DNN ο συντελεστής άνωσης αυξάνεται κατά 12.9% σε σχέση με την αρχική γεωμετρία. Επιπλέον, η βέλτιστη αυτή λύση υπερβαίνει τη βέλτιστη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE) σε ποσοστό 1%. Παρόλο που πρόκειται για μικρή αύξηση, η λύση αυτή προέκυψε με πολύ μικρότερο υπολογιστικό κόστος σε σύγκριση με τη λύση που προέκυψε μέσω της βελτιστοποίησης με MAEA(CFD/RBF-ONLINE). Τέλος, παρατηρείται πτώση του σφάλματος της πρόβλεψης του δικτύου σε σχέση με τον προηγούμενο κύκλο βελτιστοποίησης και αυτό οφείλεται στην επανεκπαίδευση του δικτύου συμπεριλαμβάνοντας τη βέλτιστη λύση του προηγούμενου κύκλου.

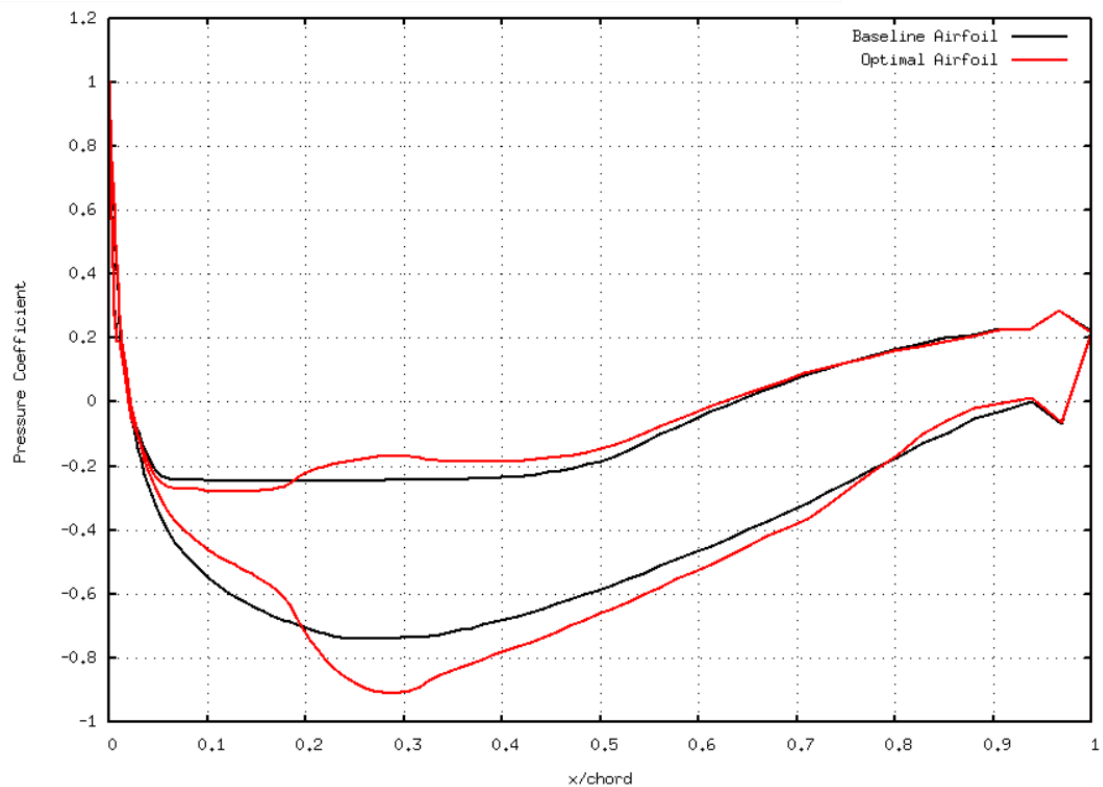
Η βέλτιστη αεροτομή σε αντιπαραβολή με την αρχική γεωμετρία απεικονίζεται στο Σχήμα 6.28. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 6.29 απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις δύο γεωμετρίες.



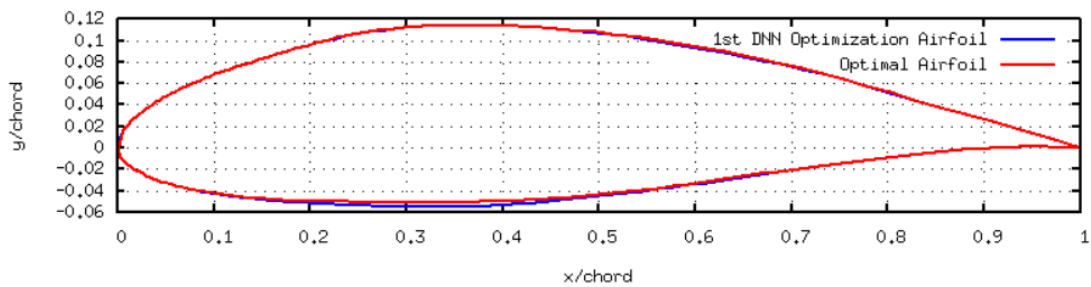
**Σχήμα 6.28:** Σύγκριση μεταξύ της βέλτιστης γεωμετρίας που προέκυψε από την βελτιστοποίηση με χρήση MAEA (DNN) και της αρχικής αεροτομής SG6040.

Στο Σχήμα 6.30, συγκρίνονται οι δύο γεωμετρίες που προέκυψαν κατά τον πρώτο και το δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης με MAEA(DNN).

Με μπλε απεικονίζεται η αεροτομή που προέκυψε από τον πρώτο κύκλο της βελτιστοποίησης με MAEA(DNN) και με κόκκινο χρώμα η βέλτιστη αεροτομή όπως προέκυψε



**Σχήμα 6.29:** Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τη βέλτιστη αεροτομή μέσω της βελτιστοποίησης με DNN και την αρχική αεροτομή SG6040.

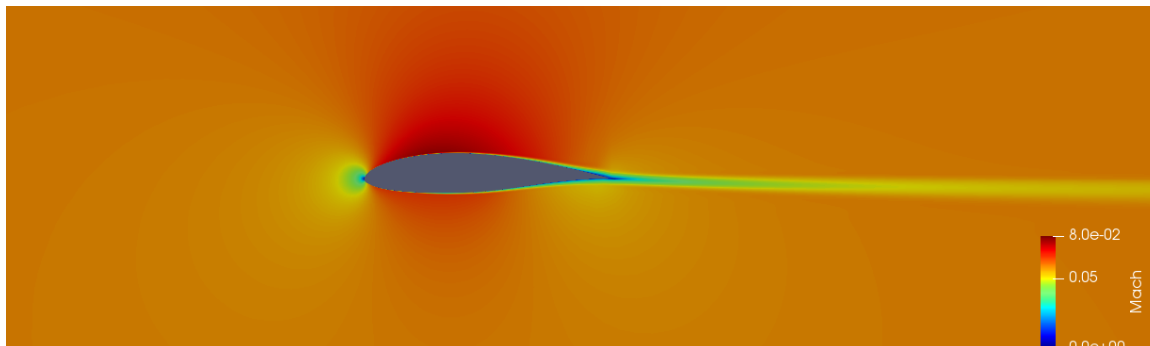


**Σχήμα 6.30:** Σύγκριση μεταξύ της βέλτιστης γεωμετρίας που προέκυψε από την βελτιστοποίηση με χρήση MAEA (DNN) κατά τον πρώτο και το δεύτερο κύκλο.

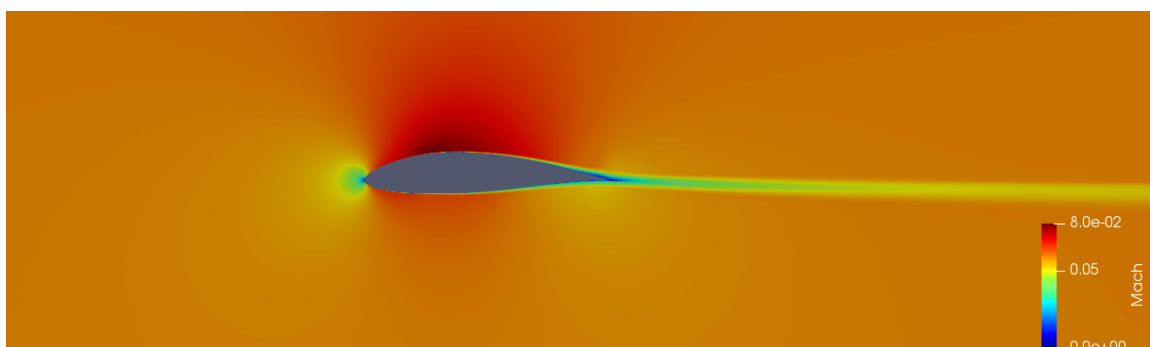
από το δεύτερο κύκλο βελτιστοποίησης με MAEA(DNN). Όπως γίνεται φανερό και από το σχήμα, η μεταβολή της γεωμετρίας από τον πρώτο κύκλο βελτιστοποίησης στο δεύτερο είναι πολύ μικρή. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι ήδη από τη πρώτη βελτιστοποίηση η λύση ήταν πολύ κοντά στη βέλτιστη. Επιπλέον, η διεξαγωγή ενός τρίτου κύκλου βελτιστοποιήσεων με MAEA(DNN) έδειξε ότι η λύση που προέκυψε από το δεύτερο κύκλο είδεν βελτιώνεται άλλο.

Τέλος, στα Σχήματα 6.31 και 6.32 απεικονίζεται το πεδίο του αριθμού Mach για την

αρχική αεροτομή και τη βέλτιστη αεροτομή όπως αυτή προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN).



Σχήμα 6.31: Πεδίο *Mach* για την αρχική αεροτομή *SG6040*.



Σχήμα 6.32: Πεδίο *Mach* για τη βέλτιστη αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN).

## 6.7 Υπολογιστικό Κόστος- Συμπεράσματα

Στον Πίνακα 6.33, γίνεται μια ανάλυση του υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN-OFFLINE) και τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF-ONLINE).

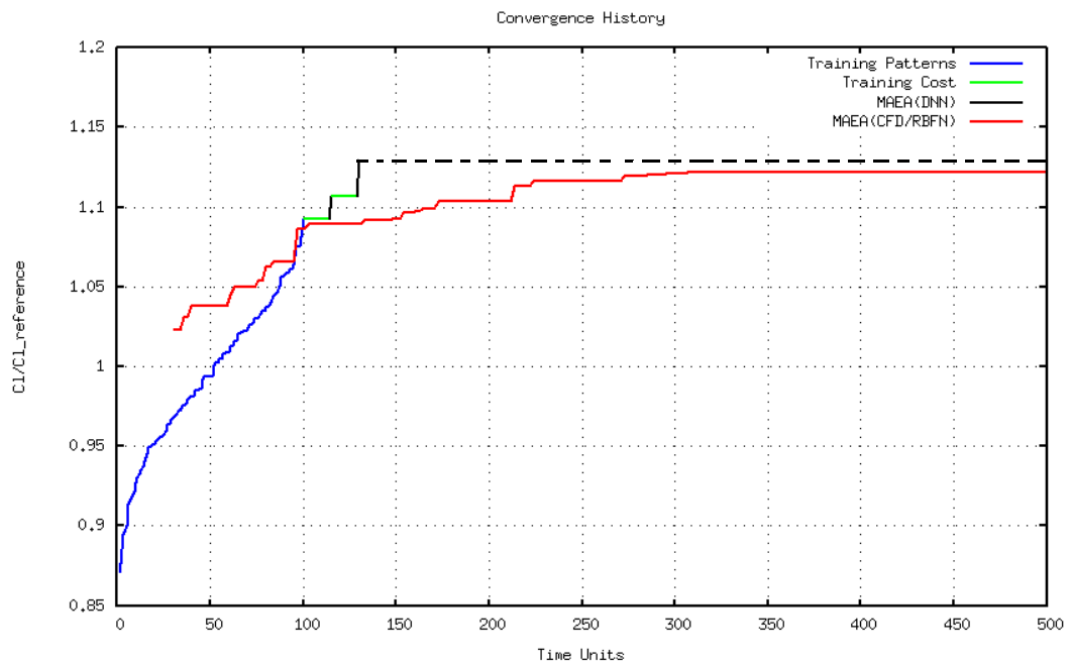
Υπολογιστικό Κόστος (CFD Units)		
Διεργασίες	Βελτιστοποίηση MAEA(DNN)	Βελτιστοποίηση MAEA(CFD/RBF)
Δημιουργία DB	100	-
1η Εκπαίδευση DNN	14	-
1η Βελτιστοποίηση	0	330
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
2η Εκπαίδευση DNN	14	-
2η Βελτιστοποίηση	0	-
Επαναξιολόγηση βέλτιστης λύσης	1	-
<b>Σύνολο</b>	<b>130</b>	<b>330</b>

**Σχήμα 6.33:** Υπολογιστικό κόστος βελτιστοποίησης με MAEA(DNN) και MAEA(CFD/RBF) για το πρόβλημα βελτιστοποίησης της αεροτομής SG6040.

Το υπολογιστικό κόστος για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) ανέρχεται σε 330 CFD Units. Υπενθυμίζεται ότι ένα CFD Unit ισούται με 21.5 min και αναφέρεται στο χρόνο που χρειάζεται το λογισμικό αξιολόγησης CFD να πραγματοποιήσει μια αξιολόγηση. Για τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN), αρχικά δαπανήθηκαν 100 CFD Units για τη δημιουργία της βάσης δεδομένων. Στη συνέχεια δαπανήθηκαν από 14 CFD Units για τις δύο εκπαιδεύσεις του δικτύου και από 1 CFD Unit για την επαναξιολόγηση της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από τις δύο βελτιστοποιήσεις. Ο χρόνος που χρειάστηκε για να πραγματοποιηθούν οι δύο βελτιστοποιήσεις θεωρείται αμελητέος. Συνολικά, για τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) λοιπόν, δαπανήθηκαν 130 CFD Units. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) είναι σαφώς ταχύτερη διαδικασία σε σύγκριση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), για την ακρίβεια είναι κατά 39% πιο γρήγορη.

Στο Σχήμα 6.34, γίνεται μια σύγκριση των αποτελεσμάτων και του υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) και με MAEA(DNN). Για την ποσοτικοποίηση του κέρδους συγκριτικά με την αρχική αεροτομή, ο συντελεστής άνωσης έχει διαρεθεί με την τιμή του συντελεστή άνωσης της αρχικής αεροτομής.

Με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται η σύγκλιση του συντελεστή άνωσης συναρτήσεως του υπολογιστικού χρόνου για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF). Με μπλε χρώμα απεικονίζεται ο χρόνος που δαπανήθηκε για τη δημιουργία της βάσης δεδομένων από τα 100 δείγματα εκπαίδευσης σχεδιασμένα κατά αύξουσα τιμή. Με πράσινο, απεικονίζεται



Σχήμα 6.34: Σύγκριση αποτελεσμάτων και υπολογιστικού κόστους για τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) και τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN).

το υπολογιστικό κόστος της εκπαίδευσης του δικτύου και με μαύρο το υπολογιστικό κόστος των δύο βελτιστοποιήσεων που πραγματοποιήθηκαν με χρήση MAEA(DNN). Από το διάγραμμα αυτό γίνεται φανερό ότι όχι μόνο η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) οδηγεί σε καλύτερη λύση σε σχέση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) αλλά είναι και κατά πολύ ταχύτερη.

# Κεφάλαιο 7

## Ανακεφαλαίωση-Συμπεράσματα

### 7.1 Ανακεφαλαίωση

Στην εργασία αυτή, παρουσιάστηκαν δύο περιπτώσεις αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής αεροτομών. Η πρώτη περίπτωση αφορά την αεροτομή **NACA4415**, της οποίας η ροή προσομοιώθηκε χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις **Euler**, ενώ για την δεύτερη περίπτωση, αυτή της πειραματικής αεροτομής **SG6040**, η προσομοίωση της ροής έγινε με χρήση των εξισώσεων **Navier-Stokes**. Στόχος του επανασχεδιασμού των αεροτομών και στις δύο περιπτώσεις ήταν η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης.

Για κάθε αεροτομή που εξετάστηκε πραγματοποιήθηκαν δύο βελτιστοποιήσεις. Στην πρώτη βελτιστοποίηση **MAEA (CFD/RBF-ONLINE)** χρησιμοποιήθηκαν MAEA με το PUMA ως ακριβές λογισμικό αξιολόγησης και υποστήριξη από τα ενσωματωμένα μεταπρότυπα τα οποία είναι Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Function Networks-RBFN). Στη δεύτερη βελτιστοποίηση **MAEA (DNN-OFFLINE)**, χρησιμοποιήθηκαν MAEA με το DNN ως υποκατάστατο του λογισμικού αξιολόγησης κατά την εξέλιξη, το οποίο έχει εκπαιδευτεί ανεξάρτητα από την εξέλιξη (offline μεταπρότυπο). Οι επαναξιολογήσεις των βέλτιστων λύσεων, όποτε αυτό ήταν απαραίτητο, πραγματοποιήθηκαν με το ακριβές λογισμικό PUMA.

### 7.2 Συμπεράσματα

Παρακάτω παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν συνολικά για τις δύο περιπτώσεις επανασχεδιασμού αεροτομών που εξετάστηκαν.

Για την περίπτωση της αεροτομής **NACA4415**, προέκυψε ότι η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) είναι κατά 17% ταχύτερη σε σύγκριση με τη βελτιστοποίηση με MAE-

A(CFD/RBF). Επιπλέον, ο συντελεστής άνωσης της αρχικής αεροτομής παρουσίασε αύξηση κατά 6.6% μετά από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), ενώ η αντίστοιχη αύξηση για τη βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) είναι 6.4%. Ενώ η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) έδωσε μια λύση κατά 0.2% χειρότερη από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), οι δύο λύσεις θεωρούνται πρακτικά ισοδύναμες, και επιπλέον η λύση αυτή προέκυψε κατά 17% ταχύτερα σε σχέση με αυτή της βελτιστοποίησης με MAEA(CFD/RBF). Βέβαια, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι το λογισμικό CFD για την περίπτωση αυτή χρειάζεται μόνο περίπου 0.3 min για την επίλυση των εξισώσεων Euler. Παρόλα αυτά, η ένταξη των DNN στη βελτιστοποίηση αν και σε μικρό ποσοστό προσέφερε στη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Στη συνέχεια, για να εξεταστεί η επίδραση του DNN στη μείωση του κόστους της βελτιστοποίησης σε ένα πιο υπολογιστικά ακριβό πρόβλημα, επαναλήφθηκε η επίλυση της ροής για την αεροτομή NACA4415 χρησιμοποιώντας μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων κατά την επίλυση από το CFD. Η αύξηση των επαναλήψεων προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής, αλλά κοστίζει περισσότερο υπολογιστικά. Σε αυτήν την περίπτωση, η αύξηση των επαναλήψεων οδήγησε σε αύξηση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης του CFD από 0.3 min σε 1 min. Παρατηρήθηκε, ότι το υπολογιστικό κόστος της εκπαίδευσης, μειώθηκε δραστικά ελαττώνοντας το συνολικό κόστος της βελτιστοποίησης με DNN με αποτέλεσμα η τελευταία να είναι κατά 60% ταχύτερη από την αντίστοιχη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF).

Τέλος, για την περίπτωση της αεροτομής **SG6040**, η βελτιστοποίηση με MAEA(DNN) αύξησε τον συντελεστή άνωσης κατά 12.9% σε σχέση με την αρχική γεωμετρία. Επιπλέον, η βέλτιστη λύση αυτή υπερβαίνει τη βέλτιστη λύση που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) σε ποσοστό 1%, ενώ ταυτόχρονα αποτέλεσε μια σαφώς ταχύτερη διαδικασία σε σύγκριση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF), και συγκεκριμένα είναι κατά 39% πιο γρήγορη. Ο συνδυασμός της αξιοπιστίας της τελικής λύσης και της υψηλής ταχύτητας που προσέφεραν τα DNN κατά τη βελτιστοποίηση καταδεικνύει την υπεροχή της μεθόδου αυτής σε σχέση με τη βελτιστοποίηση με MAEA(CFD/RBF) για τη συγκεκριμένη εφαρμογή.

Ως τελικό συμπέρασμα, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, κρίνεται ότι τα DNN μπορούν να χρησιμοποιηθούν με αποτελεσματικότητα ως υποκατάστατο του ακριβού λογισμικού αξιολόγησης μειώνοντας το συνολικό υπολογιστικό κόστος. Τα οφέλη της ταχύτητας που προσφέρει η επίλυση μιας βελτιστοποίησης με χρήση MAEA(DNN) γίνονται ακόμα πιο φανερά σε περιπτώσεις πιο σύνθετων, και κατά συνέπεια πιο υπολογιστικά ακριβών, προβλημάτων ΥΠΔ.



## Βιβλιογραφία

- [1] Kapsoulis, D.: *Low-Cost Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms with Application in Shape Optimization in Fluid Dynamics*. Laboratory of Thermal Turbomachines, NTUA, 2019.
- [2] Wu J., Yang D., Zhang L.: *Investigation on artificial intelligence for the prediction of aeroacoustic performances and controlling parameters optimization of aircraft*. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 36(3):33–43, 2022.
- [3] Chen L., Cakal B., Hu X., Thuerey N.: *Numerical investigation of minimum drag profiles in laminar flow using deep learning surrogates*. Journal of Fluid Mechanics, 919(A34), 2021.
- [4] Chu X., Chang W., Pandey S., Luo J., Weigand B., Laurien E.: *Computationally light data-driven approach for heat transfer and hydraulic characteristics modeling of supercritical fluids: From DNS to DNN*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 123:629–636, 2018.
- [5] Jichao L., Mengqi Z.: *Data-based approach for wing shape design optimization*. Aerospace Science and Technology, 112, 2021.
- [6] Bao N, Peng Y, Feng H Yang C.: *Multi-objective aerodynamic optimization design of variable camber leading and trailing edge of airfoil*. Journal of Mechanical Engineering Science, 236(9):4748–4765, 2022.
- [7] Afshar Y., Bhatnagar S., Pan S. Duraisamy K. Kaushik S.: *Prediction of aerodynamic flow fields using convolutional neural networks*. Comput Mech, (64):525–545, 2019.
- [8] Ananthan S., Vijayakumar G., Yellapantula S.: *A DNN surrogate unsteady aerodynamic model for wind turbine loads calculations*. The Science of Making Torque from Wind (TORQUE 2020), Journal of Physics, 1618(052060), 2020.
- [9] Hennigh, O.: *Automated design using neural networks and gradient descent*. ArXiv eprints, arXiv:1710.10352, 10, 2017.
- [10] Kontou M., Kapsoulis D., Baklagis I. Giannakoglou K.:  *$\lambda$ -DNNs and their implementation in conjugate heat transfer shape optimization*. Neural Computing and Applications, 34:843–854, 2022.

- [11] Piegel L., Tyler W.: *The NURBS book*. Springer, 1996.
- [12] Simão R., Marta A.: *On addressing noise constraints in the design of wind turbine blades*. Structural and Multidisciplinary Optimization, (3):89–503, 2014.
- [13] Widhalm M., Ronzheimer A.: *Comparison between gradient-free and adjoint based aerodynamic optimisation of a flying wing transport aircraft in the preliminary design*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Conference Paper(4060), 2007.
- [14] Τσιάκας, Κ.: *Ανάπτυξη μεθόδων βελτιστοποίησης με χρήση επεξεργαστών καρτών γραφικών και εφαρμογή στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2019.
- [15] Γιαννάκογλου, Κ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, 2006.
- [16] Giannakoglou, K.: *The Evolutionary Algorithm SYstem, User Manual*. National Technical University of Athens, School of Mechanical Engineering, 2008.
- [17] Kapsoulis D., Tsiakas K., Trompoukis X. Asouti V. Giannakoglou K.: *Evolutionary multi-objective optimization assisted by metamodels, kernel PCA and multi-criteria decision making techniques with applications in aerodynamics*. Applied Soft Computing, 64:1–13, 2018.
- [18] Καμπόλης, Ι.: *Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [19] Xiaosong D., Ping H., Martins J.: *Rapid airfoil design optimization via neural networks-based parameterization and surrogate modeling*. Aerospace Science and Technology, 113(106701):1, 2021.
- [20] Karpathy, A.: *Convolutional neural networks for visual recognition*. Notes accompany the Stanford CS class CS231, 1980.
- [21] Hof, R.: *Is Artificial Intelligence Finally Coming into Its Own?* MIT Technology Review, 2019.
- [22] *Neural networks and deep learning*. [neuralnetworksanddeeplearning.com](https://neuralnetworksanddeeplearning.com).
- [23] *Imperial college machine learning neural networks*. <https://www.doc.ic.ac.uk/~nuric/teaching/imperial-college-machine-learning-neural-networks.html>.
- [24] D. P. Kingma, J. Ba: *ADAM a method for stochastic optimization*. Conference paper at the 3rd International Conference for Learning Representations, San Diego, 2014.
- [25] *Techniques for handling underfitting and overfitting in machine learning*. <https://towardsdatascience.com>.

- [26] Ριζιώτης, Β.: *Θεωρία Αεροτομών*. Διάλεξη, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών.
- [27] Asouti V., Trompoukis X., Kampolis I. Giannakoglou K.: *Unsteady CFD computations using vertex-centered finite volumes for unstructured grids on graphics processing units*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 67(2):232–246, 2011.
- [28] Trompoukis X., Tsiakas K., Nejad M. Asouti V. Giannakoglou K.C: *The continuous adjoint method on graphics processing units for compressible flows*. OPT-i, International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization, Kos Island, Greece, June 4-6, 2014.
- [29] Pyungho S., Keonhoon K.: *Aerodynamic performance prediction of SG6043 airfoil for a horizontal-axis small wind turbine*. Journal of Physics: Conference Series(1452):4–6, 2020.
- [30] Tennekes, H., Lumley J. L.: *A first course in turbulence*. The MIT Press, 1972.
- [31] Menter, F. R.: *Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications*. AIAA Journal, 32(8):1598–1605, 1994.
- [32] Giannakoglou K., Asouti V., Kyriakou S.: *Reduced Cost Evolutionary Algorithms for Industrial Applications*. National Technical University of Athens, School of Mechanical Engineering, 2014.