



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ – ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΔΠΜΣ: «ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΟΥΣΕΙΑΚΩΝ ΕΚΘΕΜΑΤΩΝ ΣΕ ΒΑΘΡΟ

ΘΩΜΑΣ ΣΠΥΡΙΛΙΩΤΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

ΦΡΑΓΚΙΑΔΑΚΗΣ ΜΙΧΑΗΛ

ΣΥΝΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

ΔΙΑΜΑΝΤΟΠΟΥΛΟΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ

ΑΘΗΝΑ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Περιεχόμενα

1. ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΟΥ ΣΩΜΑ

1.1. Λικνισμός άκαμπτου σώματος.....	1
1.2 Ελεύθερη Ταλάντωση/Λικνισμός άκαμπτου σώματος.....	2
1.3 Λικνισμός/ανατροπή υπό σταθερή επιτάχυνση.....	5
1.4 Λικνισμός υπό αρμονικό παλμό επιτάχυνσης.....	6
1.5 Λικνισμός λόγω σεισμικής διέγερσης.....	8

2. ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΩΝ

2.1 Λικνισμός συστήματος δύο άκαμπτων σωμάτων.....	10
2.2 Απώλεια ενέργειας κατά την κρούση.....	13
2.3 Μεταβάσεις στιγμιότυπων χωρίς πρόσκρουση.....	14
2.4 Μεταβάσεις στιγμιότυπων με πρόσκρουση.....	17
2.4.1 Μετάβαση από στιγμιότυπο 1a σε 2b.....	17
2.4.2 Μετάβαση από στιγμιότυπο 1a σε 2a ή στιγμιότυπο 3a.....	18
2.4.3 Μετάβαση από στιγμιότυπο 3a σε 1b ή στιγμιότυπο 3b.....	19
2.4.4 Μετάβαση από στιγμιότυπο 2a σε 1b.....	20
2.4.5 Μετάβαση από στιγμιότυπο 2a σε 1a ή 3a.....	21
2.4.6 Μετάβαση από στιγμιότυπο 4a σε 1b ή 4b.....	22
2.5 Μη-συμμετρικό σώμα εδραζόμενο σε ορθογωνικό σώμα (βάθρο).....	24

3. ΑΝΑΛΥΣΗ

3.1 Λικνισμός ελεύθερα εδραζόμενου σώματος.....	25
3.2 Λικνισμός συστήματος δύο σωμάτων σε άκαμπτη επιφάνεια.....	28
3.3 Λικνισμός συστήματος δύο σωμάτων: Περίπτωση 1.....	33
3.4 Λικνισμός συστήματος δύο σωμάτων: Περίπτωση 2.....	38

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....

42

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....

43

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....

44

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Λικνισμός άκαμπτου σώματος σε άκαμπτο επίπεδο.....	2
Σχήμα 1.2: Περίοδος λικνισμού άκαμπτου σώματος με πλάτος θ_0	3
Σχήμα 1.3: Μέτρο γωνίας φ ως συνάρτηση της νιοστής πρόσκρουσης.....	5
Σχήμα 1.4: Διάρκεια t_1 επιταχυνσης a που απαιτείται για την ανατροπή ορθογωνικού άκαμπτου σώματος.....	6
Σχήμα 1.5: Παλμός ημιτονοειδούς επιτάχυνσης $a \sin \omega t$ που απαιτείται για την ανατροπή.....	8
Σχήμα 1.6: Σχέση ροπής-περιστροφής για άκαμπτο σώμα με λυγηρότητα α και R	9
Σχήμα 2.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά συστήματος δύο σωμάτων.....	11
Σχήμα 2.2: Στιγμιότυπο 1 - $\varphi_2 > \varphi_1 > 0$ (αριστερά) & $\varphi_2 < \varphi_1 < 0$ (δεξιά).....	11
Σχήμα 2.3: Στιγμιότυπο 2 - $\varphi_1 > 0, \varphi_2 < \varphi_1$ (αριστερά) & $\varphi_1 < 0, \varphi_2 > \varphi_1$ (δεξιά).....	12
Σχήμα 2.4: Στιγμιότυπο 3 - $\varphi_1 = \varphi_2 > 0$ (αριστερά) & $\varphi_1 = \varphi_2 < 0$ (δεξιά).....	12
Σχήμα 2.5: Στιγμιότυπο 4 - $\varphi_1 = 0, \varphi_2 > 0$ (αριστερά) & $\varphi_1 = 0, \varphi_2 < 0$ (δεξιά).....	13
Σχήμα 2.6: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3a σε 1a.....	14
Σχήμα 2.7: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3a σε 2a.....	15
Σχήμα 2.8: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3b σε 1b.....	15
Σχήμα 2.9: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3b σε 2b.....	15
Σχήμα 2.10: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4a σε 1a.....	16
Σχήμα 2.11: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4a σε 2b.....	16
Σχήμα 2.12: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4b σε 1b.....	16
Σχήμα 2.13: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4b σε 2a.....	17
Σχήμα 2.14: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a.....	18
Σχήμα 2.15: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a.....	18
Σχήμα 2.16: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a.....	19
Σχήμα 2.17: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1β.....	21
Σχήμα 2.18: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1a ή 3a.....	22
Σχήμα 2.19: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1a ή 3a.....	23
Σχήμα 2.20: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ασύμμετρου σώματος.....	24
Σχήμα 2.21: Modes λικνισμού ασύμμετρου σώματος σε βάθρο.....	24
Σχήμα 3.1: Ελεύθερα εδραζόμενο σώμα σε άκαμπτη επιφάνεια – μοντέλο διακριτών στοιχείων	25
Σχήμα 3.2: Καταγραφή σεισμού Imperial Valley, 1979 (m/sec ² συναρτήσει t).....	25
Σχήμα 3.3: Καταγραφή σεισμού Loma Prieta, 1989 (m/sec ² συναρτήσει t).....	26
Σχήμα 3.4: Απόκριση σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	26

Σχήμα 3.5: Απόκριση σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	26
Σχήμα 3.6: Απόκριση σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Loma Prieta, 1989).....	27
Σχήμα 3.7: Απόκριση σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	27
Σχήμα 3.8: Σύστημα δύο σωμάτων σε άκαμπτη επιφάνεια – μοντέλο διακριτών στοιχείων.....	28
Σχήμα 3.9: Καταγραφή σεισμού Imperial Valley, 1979 (m/sec ² συναρτήσει t).....	28
Σχήμα 3.10: Καταγραφή ημιτονοειδούς παλμού (m/sec ² συναρτήσει t).....	28
Σχήμα 3.11: Απόκριση κάτω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	29
Σχήμα 3.12: Απόκριση κάτω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	29
Σχήμα 3.13: Απόκριση άνω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	30
Σχήμα 3.14: Απόκριση άνω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	30
Σχήμα 3.15: Απόκριση κάτω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	31
Σχήμα 3.16: Απόκριση κάτω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	31
Σχήμα 3.17: Απόκριση άνω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	32
Σχήμα 3.18: Απόκριση άνω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	32
Σχήμα 3.19: Σύστημα δύο σωμάτων προτομής σε βάθρο 30x30x100cm – μοντέλο διακριτών στοιχείων.....	33
Σχήμα 3.20: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	33
Σχήμα 3.21: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	34
Σχήμα 3.22: Απόκριση βάρου (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	34
Σχήμα 3.23: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979).....	35
Σχήμα 3.24: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	35
Σχήμα 3.25: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	36
Σχήμα 3.26: Απόκριση βάρου (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (3.43sin6.28t).....	36

Σχήμα 3.27: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$).....	37
Σχήμα 3.28: Σύστημα δύο σωμάτων προτομής σε βάθος 45x45x100cm – μοντέλο διακριτών στοιχείων.....	38
Σχήμα 3.29: Καταγραφή σεισμού 170.....	38
Σχήμα 3.30: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (170).....	39
Σχήμα 3.31: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (170).....	39
Σχήμα 3.32: Καταγραφή σεισμού 205.....	40
Σχήμα 3.33: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (205)...	40
Σχήμα 3.34: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (205).....	40

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την προσομοίωση μουσειακών εκθεμάτων βασισμένων στη χρήση διακριτών στοιχείων (στερεών σωμάτων). Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, πραγματοποιείται αξιολόγηση και σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το λογισμικό Adams σε σχέση με α) το λογισμικό MATLAB και κυρίως β) με τα πειραματικά αποτελέσματα τα οποία πραγματοποιήθηκαν μέσω του προγράμματος SERA/SEREME (Seismic Resilience of Museum contEnts). Επομένως, η προσέγγιση του σύνθετου προβλήματος όπως είναι ο λικνισμός, πραγματοποιήθηκε μέσω πιστών αντιγράφων των μουσειακών εκθεμάτων τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στα εργαστήριο, με τη χρήση του λογισμικού MSC Adams. Τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν προέκυψαν ύστερα από παραμετρική διερεύνηση, ξεκινώντας από ένα μοντέλο ορθογωνικού συμμετρικού άκαμπτου σώματος, ενός συστήματος με δύο σώματα όμοια μεταξύ τους καταλήγωντας στην τελική μορφή ενός άκαμπτου ορθογωνικού σώματος (βάθρο) πάνω στο οποίο εδράζεται προτομή. Στόχος της παρούσας διπλωματική είναι η διερεύνηση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων μέσω της ορθής επιλογής παραμέτρων στο Adams, προκειμένου να δοθούν κάποιες προσεγγίσεις υπέρ της ασφάλειας σχετικά με το πρόβλημα του λικνισμού σε πραγματικά μουσειακά εκθέματα.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο για το λικνισμό ενός άκαμπτου ελεύθερα εδραζόμενου σώματος και τις εξισώσεις που το διέπουν. Εν συνεχεία, παρουσιάζονται το θεωρητικό υπόβαθρο και οι σχέσεις που ισχύουν μεταξύ των μεταβάσεων ανάμεσα στα στιγμιότυπα της κίνησης του συστήματος δύο άκαμπτων σωμάτων (modes).

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο για το λικνισμό ενός συστήματος δύο άκαμπτων σωμάτων επάλληλα τοποθετημένα και συμμετρικά ως προς τους δύο άξονες τους, καθώς και το σύστημα των εξισώσεων που τα διέπουν στην εναλλαγή των στιγμιότυπων (modes) κατά τον λικνισμό. Επιπρόσθετα, παρουσιάζεται το θεωρητικό μέρος όπου το άνω σώμα είναι μη-συμμετρικό και το κάτω συμμετρικό κάτι το οποίο μπορεί να παρομοιαστεί με την περίπτωση μουσειακού εκθέματος σε βάθρο.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση των τελικών αποτελεσμάτων που πραγματοποιήθηκαν στο Adams σε όρους γωνίας (θ) και γωνιακής ταχύτητας ($d\theta$). Μελετήθηκαν μια σειρά διατάξεις: α) άκαμπτο σώμα επί άκαμπτης επιφάνειας, β) σύστημα δύο συμμετρικών άκαμπτων σωμάτων, σύστημα μη-συμμετρικού σώματος (προτομή) επί ορθογωνικού άκαμπτου σώματος (βάθρο) διαστάσεων 30x30x100cm, δ) σύστημα μη-συμμετρικού σώματος (προτομή) επί ορθογωνικού άκαμπτου σώματος (βάθρο) διαστάσεων 45x45x100cm. Στις τρεις πρώτες περιπτώσεις πραγματοποιήθηκε συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων με το Matlab, ενώ στην τέταρτη έγινε συγκριτική αξιολόγηση με πειραματική διάταξη σε εργαστήριο. Όσον αφορά τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με το λογισμικό Matlab εντοπίζεται σύγκλιση της στροφής και γωνιακής ταχύτητας. Στην τέταρτη περίπτωση του πειραματικού αποτελέσματα, παρατηρείται σύγκλιση στην απόκριση των άκαμπτων σωμάτων, αλλά φαίνεται πως η προτομή ανατρέπεται όταν το PGA φθάνει τη μέγιστη τιμή του. Σε αντίθεση με τα αποτελέσματα της πειραματικής διάταξης, όπου το σώμα συνεχίζει να λικνίζεται. Οι εξωτερικές διεγέρσεις περιλαμβάνουν ημιτονοειδείς παλμούς και σεισμούς (καταγραφές).

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρατίθενται τα συμπεράσματα της μελέτης, αδυναμίες, αποκλίσεις αποτελεσμάτων μεταξύ των λογισμικών και προβληματισμοί για περαιτέρω έρευνα.

Στο τελευταίο τμήμα Ακολουθεί το Παράρτημα Α όπου παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία προσομοίωσης στο Adams.

Abstract

This thesis deals with the simulation of museum exhibits based on software of discrete elements (solid bodies). In the context of this thesis, an evaluation and comparison of the results obtained from the Adams software is conducted, in relation to a) the MATLAB software and primarily b) with the experimental results carried out through the SERA/SEREME program (Seismic Resilience of Museum contEnts). Therefore, the complex problem rocking was approached through the study replicas of museum exhibits used in the laboratory, using the MSC Adams software. The models that were created were the result of a parametric investigation, starting from a simple model of a rectangular symmetric rigid body, a system of two similar bodies, and ending in the final form of a rigid rectangular body (pedestal) on which a bust resting.

The objective of this dissertation is to investigate the reliability of the results obtained, through the proper selection of parameters of the Adams software, in order to provide certain pro-safety approaches to the problem of rocking of real museum exhibits.

The first chapter a presentation of the theoretical background with regards the rocking of a rigid freely standing body and the equations governing it. At the same time, the theoretical background and the existing relations between the transitions of the system of two rigid bodies (modes) are presented.

The second chapter describes the theoretical background for the rocking of a system of two rigid bodies placed on top of each other symmetrical about their two axes, as well as the system of equations that govern them in the mode switching during rocking. Moreover, the theoretical part is presented where the upper body is non-symmetrical while the lower one symmetrical a situation reminiscent of a museum exhibit on a pedestal.

In the third chapter the final results are presented, acquired using Adams software, in terms of angle (θ) and angular velocity ($d\theta$). A series of arrangements were studied: a) rigid body on rigid surface, b) system of two symmetric rigid bodies, system of non-symmetric body (bust) on rectangular rigid body (pedestal) with dimensions 30x30x100 cm, d) system of non-symmetric body (bust) on rectangular rigid body (pedestal) with dimensions 45x45x100cm. In the first three cases, a comparative evaluation of the results was performed using the Matlab software, while in the fourth, a comparative evaluation was performed with an experimental setup in the laboratory.

The comparison of the results obtained through the use of the Matlab software led to the identification of a convergence of the angle (rad) and angular velocity (rad/sec). In the fourth case of the experimental results, convergence is observed in the response of the rigid bodies, but it appears that the bust overturns when the PGA reaches its maximum value, contrary to the results of the experimental setup, where the body continues to rock.

In the fourth chapter, the conclusions of the study, weaknesses, discrepancies of results between the software and considerations for further research are listed.

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα κ. Μιχάλη Φραγκιαδάκη για την ανταπόκριση και συνεργασία στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής, όπου η διαθεσιμότητα και η υποστήριξη ήταν δεδομένη. Η ευκαιρία που μου δόθηκε για τη συγκεκριμένη διερεύνηση δρα συμπληρωματικά στην προηγούμενη εξειδίκευση μου στην Προστασία, Συντήρηση και Αποκατάσταση Αρχιτεκτονικών Μνημείων. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον συνεπιβλέποντα Σπυρίδων Διαμαντόπουλο η συμβολή του οποίου ήταν καθοριστική και ενθαρρυντική σε όλη τη διάρκεια σχεδόν εκπόνησης της εργασίας μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω του στενούς μου ανθρώπους για τη στήριξη και υπομονή τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Οι σεισμοί είναι ικανοί να προκαλέσουν βλάβες σε δομικά στοιχεία, ακόμη και ολική κατάρρευση δομημάτων, κτιρίων. Η δράση των σεισμών μπορεί να προκαλέσει επιπτώσεις σε μουσειακά εκθέματα, ιδιαίτερα σε αυτά τα οποία είναι ελεύθερα εδραζόμενα επί του δαπέδου. Σε ιδιαίτερα σεισμογενείς περιοχές όπως η ΝΑ Μεσόγειος και ιδιαίτερα σε χώρες όπως Ελλάδα, Ιταλία, Τουρκία, Κύπρος και το φαινόμενο είναι ιδιαίτερα έντονο καθώς έχουν καταστραφεί πληθώρα μουσειακών εκθεμάτων (προτομές, βάσεις). Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων τα μουσειακά αυτά εκθέματα είναι ελεύθερα εδραζόμενα είτε στο δάπεδο των μουσείων (σε κάθε στάθμη) είτε σε βάθρα (pedestal). Τα βάθρα πάνω στα οποία εδράζονται τα μουσειακά εκθέματα είναι συνήθως ορθογωνικά ή κυλινδρικά (ανάλογα την περίπτωση) από σκυρόδεμα, μάρμαρο. Η πλειοψηφία των περιπτώσεων αφορά αγάλματα που δεν παρουσιάζουν καμία γεωμετρική συμμετρία, πέραν κάποιων ορθογωνικών πλακών (πχ επιγραφές). Το υλικό τους είναι από μάρμαρο, ασβεστόλιθο κ.

Τα μουσειακά εκθέματα, αν και δεν αποτελούν κύρια δομικά στοιχεία μιας κατασκευής, μπορούν να θεωρηθούν δευτερεύοντα ή μη δομικά κατά κάποιον τρόπο, η αξία των οποίων μόνο δευτερεύουσα δε μπορεί να θεωρηθεί. Λόγω της ελεύθερης έδρασης τους, υπόκεινται σε λικνισμό, ολίσθηση, αναπήδηση και συνδυασμό των παραπάνω η οποία μπορεί να οδηγήσει σε ανατροπή λόγω των σεισμικών δράσεων. Αυτές αποτελούν και τους 3 πιο κρίσιμους τρόπους αστοχίας/απόκρισης τους. Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής δεν εξετάζεται το φαινόμενο της ολίσθησης.

1.1 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Λαμβάνοντας την περίπτωση ενός άκαμπτου σώματος (rigid block), το οποίο εδράζεται σε μία οριζόντια και άκαμπτη επιφάνεια. Όταν το σώμα υποβάλλεται σε σεισμική δράση, μπορεί να παραμείνει σε ακινησία εφόσον οι δονήσεις αυτές δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες. Στη περίπτωση που οι δονήσεις φτάσουν σε ένα συγκεκριμένο όριο, το σώμα να αποκριθεί με διαφορετικούς τρόπους: να λικνιστεί, να ολισθήσει, να αναπηδήσει ή έναν συνδυασμό των παραπάνω και ανά περίπτωση να ανατραπεί.

Το φαινόμενο του λικνισμού (rocking) ενός ελεύθερα εδραζόμενου άκαμπτου σώματος (rigid block) σε μια άκαμπτη επιφάνεια η οποία υπόκειται σε οριζόντια μετακίνηση μελετήθηκε από τον Housner, το 1963. Η επιτάχυνση της βάσης παρουσιαζόταν ως ένας ορθογωνικός ή μισός ημιτονικός παλμός και οι εξισώσεις που προέκυπταν αφορούσαν το ελάχιστο πλάτος της επιτάχυνσης που απαιτούνταν για την ανατροπή του σώματος. Με την πάροδο του χρόνου ακολούθησε πλήθος μελετών στο φαινόμενο του λικνισμού προκειμένου να εξηγήσουν την περίπλοκη δυναμική μίας εκ των απλούστερων ανθρώπινων κατασκευών – το ελεύθερα εδραζόμενο σώμα (freestanding block). Η απόκριση με λικνισμό και η ανατροπή ενός ελεύθερα εδραζόμενου σώματος υπό σεισμική δράση, κι ιδιαίτερα υπό αρμονικούς παλμούς εδαφικής κίνησης, αποτέλεσαν το αντικείμενο συστηματικής έρευνας.

Η ευστάθεια ενός άκαμπτου σώματος δεν εξαρτάται μονοτονικά από το μέγεθος του ή τη λυγηρότητα του κι η ανατροπή του υπό συγκεκριμένο πλάτος επιτάχυνσης δεν συνεπάγεται απαραίτητως την ανατροπή του.

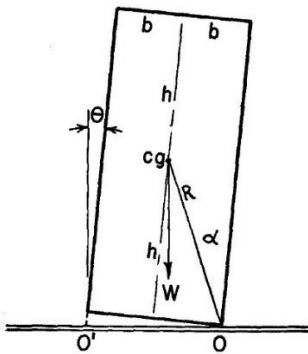
Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής λαμβάνονται υπόψη οι εξής παραδοχές:

- Τα σώματα και η επιφάνεια έδρασης είναι άκαμπτα.
- Τα σώματα είναι ομοιογενές.
- Η επιφάνεια έδρασης είναι πάντα οριζόντια.

□ Το χρονικό διάστημα της πρόσκρουσης είναι πολύ μικρό (ακαριαία) και το σώμα καταλαμβάνει την ίδια θέση κατά τη διάρκεια του.

1.2 ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ / ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Το άκαμπτο σώμα που φαίνεται στο σχήμα 1 ταλαντώνεται γύρω από τα σημεία περιστροφής O και O' , όταν τίθεται σε λικνισμό. Λαμβάνεται η παραδοχή ότι ο συντελεστής τριβής είναι επαρκής μεγάλος ώστε να μην υπάρχει ολίσθηση μεταξύ του άκαμπτου σώματος και της άκαμπτης επιφάνειας. Τα κύρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά του άκαμπτου σώματος είναι το βάρος του W , η ροπή αδράνειας του I_o περί τον πόλο περιστροφής του O ($I_o = \frac{4}{3}mR^2$) και η θέση του κέντρου βάρους (CG) του σε απόσταση h πάνω από τη βάση έδρασης και σε απόσταση b από την παρειά του άκαμπτου ορθογωνικού σώματος. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1, η ακτινική απόσταση από τον πόλο περιστροφής O έως το κέντρο βάρους είναι σταθερή και ίση με $R = \sqrt{h^2 + b^2}$. Όταν το άκαμπτο σώμα είναι σε ηρεμία, η R σχηματίζει μια γωνία α με την κατακόρυφο. Η κλίση του άκαμπτου σώματος από την κατακόρυφο μετρείται με τη γωνία θ .



Σχήμα 1.1: Λικνισμός άκαμπτου σώματος σε άκαμπτο επίπεδο.

Όταν ένα άκαμπτο σώμα περιστρέφεται με μια γωνία θ , το βάρος του θα ασκήσει μια ροπή επαναφοράς στη θέση ισορροπίας $WR \sin(\alpha - \theta)$. Η εξίσωση της κίνησης τότε είναι:

$$I_o \frac{d^2\theta}{dt^2} = -WR \sin(\alpha - \theta) \quad (1)$$

Για ψηλά, λυγηρά άκαμπτα σώματα που έχουν γωνία μικρότερη από περίπου 20° το ημίτονο της γωνίας μπορεί να θεωρηθεί ότι ίσο με τη γωνία α (δηλαδή $\sin(\alpha - \theta) \approx \alpha - \theta$) και η εξίσωση (1) μπορεί να γραφεί:

$$I_o \ddot{\theta} - WR\theta = -WR\alpha$$

Αυτή η εξίσωση περιγράφει την ελεύθερη ταλάντωση του άκαμπτου σώματος. Θέτοντας $WR/I_o = p^2$, η εξίσωση γίνεται:

$$\ddot{\theta} - p^2 \theta = -p^2 \alpha$$

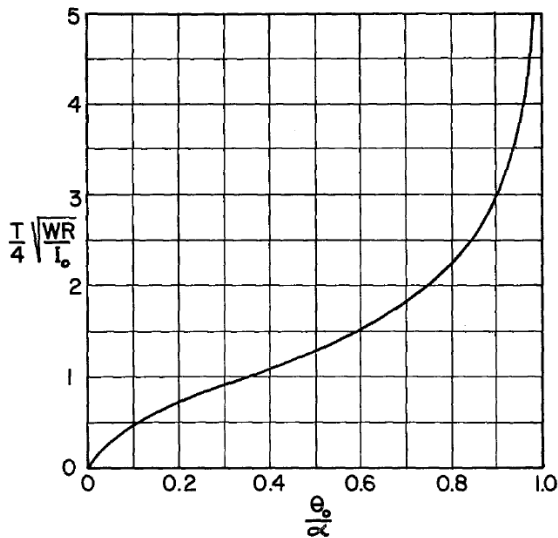
Αυτή η εξίσωση, υπό τις συνθήκες $\theta = \theta_0$ και $\dot{\theta} = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$, εκφράζει την κίνηση το άκαμπτου σώματος από την ηρεμία με αρχική γωνία θ_0 , και έχει τη λύση:

$$\theta = \alpha - (\alpha - \theta_0) \cosh pt \quad (2)$$

Η εξίσωση (2) περιγράφει την περιστροφή του άκαμπτου σώματος γύρω από τον πόλο O , καθώς επιστρέφει στην κατακόρυφη θέση. Στη συνέχεια, το άκαμπτο σώμα ξεκινά να περιστρέφεται γύρω από το σημείο O' , και αν υπάρχει αμελητέα απώλεια ενέργειας κατά την πρόσκρουση, θα

περιστραφεί κατά γωνία $\theta = -\theta_0$. Στη συνέχεια, το άκαμπτο σώμα θα επανέλθει ξανά στην κατακόρυφη θέση και θα περιστραφεί περί του σημείου Ο μέχρι η γωνία θ είναι πάλι ίσο με θ_0 . Τη χρονική στιγμή αυτή, θα έχει ολοκληρωθεί ένας ολόκληρος κύκλος. Ο χρόνος, T , που απαιτείται για να ολοκληρωθεί αυτός ο κύκλος είναι η περίοδος ελεύθερης ταλάντωσης. Το άκαμπτο σώμα θα φτάσει από $\theta = \theta_0$ σε $\theta = 0$ σε χρόνο $t = T/4$ και τη στιγμή αυτή η εξίσωση (2) γίνεται:

$$0 = \alpha - (\alpha - \theta_0) \cosh(\rho T/4) \quad \text{ή} \quad \cosh(\rho T/4) = \frac{1}{1 - \frac{\theta_0}{\alpha}}$$



Σχήμα 1.2: Περίοδος λικνισμού άκαμπτου σώματος με πλάτος θ_0

Η εξίσωση εκφράζει την περίοδο συναρτήσει ρ και θ_0/α :

$$T = \frac{4}{\rho} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{1 - \frac{\theta_0}{\alpha}}\right) \quad (3)$$

Ένα γράφημα αυτής της εξίσωσης φαίνεται στο σχήμα 2 όπου φαίνεται ότι η περίοδος εξαρτάται από την σχέση θ_0/α . Όταν το θ_0/α είναι κοντά στη μονάδα, η περίοδος είναι μεγάλη, και όταν το θ_0/α είναι κοντά στο μηδέν η περίοδος είναι μικρή. Κατά τη διάρκεια του λικνισμού ενός πραγματικού άκαμπτου σώματος θα υπήρχε μια απώλεια ενέργειας όταν το σώμα προσέκρουε στη βάση. Με την παραδοχή ότι η πρόσκρουση είναι ανελαστική (χωρίς αναπήδηση), η περιστροφή συνεχίζεται ομαλά γύρω από το σημείο Ο' και διατηρείται η ροπή ορμής γύρω από το Ο' (Αρχή Διατήρησης Στροφορμής). Η μείωση της κινητικής ενέργεια κατά την κρούση είναι:

$$r = \left(\frac{1}{2} I_o \dot{\theta}_2^2\right) / \left(\frac{1}{2} I_o \dot{\theta}_1^2\right) = \left(\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}\right)^2$$

Εξισώνοντας τη ροπή της ορμής περί τον πόλο Ο' αμέσως πριν την κρούση με την αντίστοιχη αμέσως μετά την κρούση προκύπτει:

$$I_o \dot{\theta}_1 - 2MRb \dot{\theta}_1 \sin \alpha = I_o \dot{\theta}_2 \quad (4)$$

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της ενέργειας από την πρόσκρουση:

$$r = \left[1 - \frac{mR^2}{I_o} (1 - \cos 2\alpha)\right]^2$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, προκύπτει $r = \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha\right)^2$ και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας που χάνεται είναι $(1-r)\%$. Ο λόγος αποκατάστασης είναι ίσος με $e = \sqrt{r} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} =$

$1 - \frac{3}{2} \sin^2 a$. Οπότε συμπεραίνεται ότι ο συντελεστής αποκατάστασης είναι σταθερά που εξαρτάται αποκλειστικά από τη ραδιότητα του σώματος και όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής αποκατάστασης τόσο μικρότερη είναι η απώλεια ενέργειας μετά την κρούση.

Με άλλα λόγια, η απώλεια ενέργειας σε λικνιζόμενα σώματα πραγματοποιείται απότομα σε κάθε πρόσκρουση. Για το σώμα, το ο λόγος απώλειας ενέργειας (E/E_0) ανά κύκλο ελεύθερης ταλάντωσης λικνισμού (αρχικές συνθήκες $\theta(0) = \theta_0$ και $\dot{\theta}(0) = 0$ είναι ανεξάρτητος από το πλάτος της ταλάντωσης και περιγράφεται από τον παράγοντα αποκατάστασης r . Ο λόγος της ενέργειας στο τέλος ενός πλήρους κύκλου E , στην ενέργεια στην αρχή αυτού του κύκλου E_0 , είναι:

$$\frac{E}{E_0} = r^2 = \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 a\right)^4$$

Η διατήρηση της γωνιακής ορμής στιγμιαία πριν την κρούση και αμέσως μετά την κρούση δίνει τον συντελεστή αποκατάστασης:

$$r = \frac{\dot{\theta}_2^2}{\dot{\theta}_1^2} = \left[1 - \frac{3}{2} \sin^2 a\right]^2$$

Λαμβάνοντας το λόγο της γωνίας απόκλισης από τη ραδιότητα $\varphi = \theta/a$, $\varphi_0 = \theta_0/a$, η στροφή και γωνιακή ταχύτητα του άκαμπτου σώματος, με βάση τη σχέση (2) μπορεί να γραφτεί:

$$\varphi = 1 - (1 - \varphi_0) \cosh pt$$

$$\dot{\varphi} = 1 - (1 - \varphi_0) p \cosh pt$$

Τη στιγμή της n πρόσκρουσης ($\varphi = 0$, $t = t_n$):

$$\cosh pt_n = \frac{1}{1 - \varphi_{n-1}} \quad \& \quad \sinh^2 pt_n = \left(\frac{1}{1 - \varphi_{n-1}}\right)^2 - 1$$

(μέσω της τριγωνομετρικής σχέσης $\sinh^2 pt_n = \cosh^2 pt_n - 1$)

Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση, η ταχύτητα πριν την κρούση μπορεί να γραφτεί:

$$\dot{\varphi}_n = -p \sqrt{1 - (1 - \varphi_{n-1})^2} \quad (5)$$

όπου φ_n είναι το πλάτος λικνισμού μετά τη n κρούση. Η ταχύτητα, επομένως, μετά την κρούση είναι μειωμένη σε \sqrt{r} φορές της ταχύτητας πριν από την κρούση. Αυτή η συνθήκη μπορεί να γραφτεί:

$$-p \sqrt{1 - (1 - \varphi_n)^2} = -p \sqrt{r} \sqrt{1 - (1 - \varphi_{n-1})^2} \quad (6)$$

Με κατάλληλες απλοποιήσεις η εξίσωση (6) μπορεί να γραφτεί:

$$1 - (1 - \varphi_n)^2 = r [1 - (1 - \varphi_{n-1})^2]$$

και, όπως υποδηλώνει αυτή η σχέση επανάληψης,

$$1 - (1 - \varphi_n)^2 = r^n [1 - (1 - \varphi_0)^2]$$

Επιλύοντας ως προς φ_n προκύπτει:

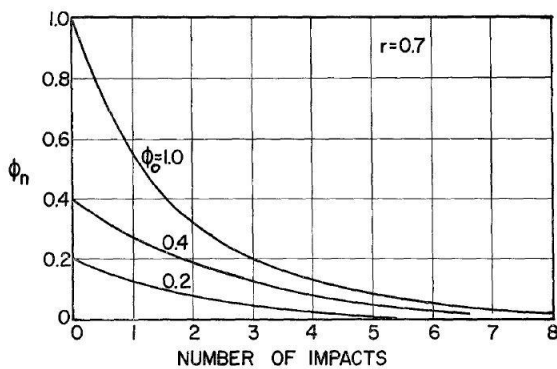
$$\varphi_n = 1 - \sqrt{1 - r^n [1 - (1 - \varphi_0)^2]}$$

Ένα γράφημα αυτής της εξίσωσης για $r = 0,7$ παρουσιάζεται στο σχήμα 3 η μείωση του πλάτους φ για διαδοχικές n κρούσεις σε σχέση με την τιμή της αρχικής μετατόπισης. Φαίνεται ότι για μεγάλα

πλάτη η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται γρήγορα, αλλά για μικρές ταλαντώσεις η ενέργεια μειώνεται αργά [1]. Από τις εξισώσεις (3) και (6) προκύπτει ότι οι ημιπερίοδοι ταλάντωσης κατά τον λικνισμό δίνονται από το:

$$\frac{T}{2} = 2\sqrt{\frac{I_o}{WR}} \tanh^{-1} \sqrt{r^n [1 - (1 - \phi_o)^2]}$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση του Housner, κατά το λικνισμό ενός ελεύθερα εδραζόμενου άκαμπτου σώματος, το πλάτος μειώνεται αισθητά με κάθε κρούση και αντίστοιχα αυξάνεται η συχνότητα της ταλάντωσης σε μια θεωρητικά άπειρη τιμή. Στην πραγματικότητα, ένα σώμα που λικνίζεται ελεύθερα δεν έχει πραγματικά ανελαστική πρόσκρουση, αλλά υπάρχει μια ελαφριά αναπήδηση και ολίσθηση. Αυτή είναι μια άλλη πηγή απορρόφησης ενέργειας και υπό ευνοϊκές συνθήκες το άκαμπτο σώμα πραγματοποιεί μόνο οκτώ ή δέκα κρούσεις πριν τεθεί σε ηρεμία.



Σχήμα 1.3: Μέτρο γωνίας ϕ_n ως συνάρτηση της νιοστής πρόσκρουσης

1.3 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ/ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΥΠΟ ΣΤΑΘΕΡΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε ηρεμία και ξαφνικά δέχεται εξωτερική διέγερση με επιτάχυνση σταθερού πλάτους και διεύθυνσης a_g , το αν θα ανατραπεί κρίνεται από το μέγεθος και τη διάρκεια t_1 της εξωτερικής διέγερσης. Για μικρές γωνίες λικνισμού η επίδραση της επιτάχυνσης a_g είναι ισοδύναμη με την επίδραση που θα είχε μια οριζόντια δύναμη Wa_g/g η οποία ασκείται στο κέντρο βάρους του σώματος. Επομένως, με βάση την εξίσωση (1) προκύπτει η εξίσωση κίνησης:

$$I_o \ddot{\theta} = -WR(\alpha - \theta) + WRa_g \cos(\alpha - \theta) / g$$

Όπου για μικρές γωνίες λαμβάνεται $\cos(\alpha - \theta) \approx 1$ και τελικά:

$$I_o \ddot{\theta} = -WR(\alpha - \theta) + WRa_g / g \quad (7)$$

Από αυτή την εξίσωση φαίνεται ότι απαραίτητη προϋπόθεση για να ξεκινήσει ο λικνισμός του άκαμπτου σώματος (uplift) είναι η ικανοποίηση της σχέσης $a_g/g > \alpha$. Η λύση της εξίσωσης (7), υπό τις αρχικές συνθήκες $\dot{\theta}=0$ και $\theta=0$ σε $t=0$ προκύπτει:

$$\frac{\theta}{\alpha} = (\alpha a_g/g - 1)(\cosh pt - 1), \text{ όπου } p = \sqrt{\frac{WR}{I_o}}$$

Φαίνεται ότι με τις προϋποθέσεις α) $a_g/g > 0$ και β) η διέγερση διαρκεί για αρκετό χρονικό διάστημα, το σώμα πρόκειται να ανατραπεί. Προϋπόθεση για την ανατροπή είναι το συνολικό έργο από την αδρανειακή δύναμη Wa_g/g της οριζόντιας εξωτερικής δύναμης είναι ακριβώς ίσο με τη διαφορά δυναμικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων $\theta = \alpha$ και $\theta = 0$. Αυτή η συνθήκη μπορεί να γραφτεί:

$$\int_0^{\alpha} RW(a_g/g)\dot{\theta} dt = WR(1 - \cos \alpha) \quad (8)$$

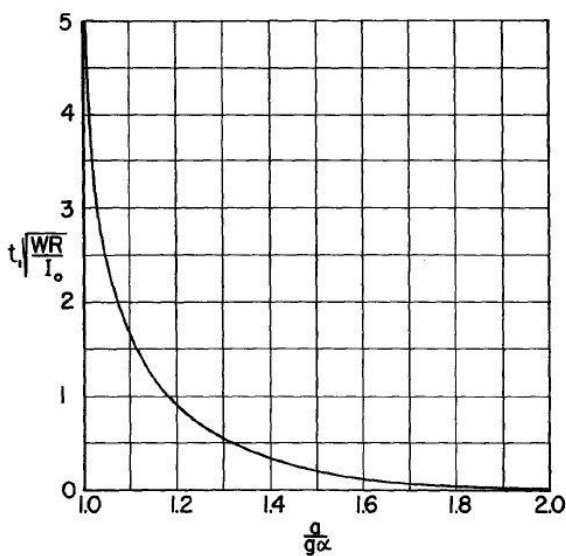
Με εκτέλεση της ολοκλήρωσης και προσέγγιση $(1 - \cos \alpha) \approx \alpha^2/2$, εξίσωση (8) γίνεται:

$$\frac{\alpha_g}{g} \left(\frac{\alpha_g}{g} a^2 - a \right) (\cosh pt_1 - 1) = \frac{a^2}{2}$$

Αν αυτή η εξίσωση λυθεί ως προς για $\cosh pt_1$, προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\cosh \sqrt{\frac{WR}{I_0}} t_1 = 1 + \frac{1}{2 \frac{\alpha_g}{g a} \left(\frac{\alpha_g}{g a} - 1 \right)} \quad (9), \text{ όπου } \rho = \sqrt{\frac{WR}{I_0}}$$

Το σχήμα 4 είναι ένα γράφημα αυτής της εξίσωσης που δίνει τη διάρκεια t , με δεδομένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και σταθερή επιτάχυνση α_g . Η προαναφερθείσα ανάλυση δεν είναι ρεαλιστική για τις κινήσεις του εδάφους από σεισμό καθώς προϋποθέτει σταθερή επιτάχυνση εδάφους πεπερασμένης διάρκειας. Αυτός ο τύπος κίνησης του εδάφους δεν συμβαίνει κατά τη διάρκεια σεισμών και ως εκ τούτου δεν έχει νόημα η διερεύνηση ανατροπής του σώματος με όρους επί ποσοστού g .



Σχήμα 1.4: Διάρκεια t_1 επιταχύνσης a που απαιτείται για την ανατροπή ορθογωνικού άκαμπτου σώματος

1.4 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΥΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΑΛΜΟΥ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

Τα επιταχυνσιογραφήματα που καταγράφονται κατά τη διάρκεια σεισμών δείχνουν ορισμένες μέγιστες κορυφές των οποίων η μορφή μπορούν να προσεγγιστεί με έναν βρόχο ενός ημιτονοειδούς κύματος. Το ερώτημα τότε προκύπτει αναφορικά με το πλάτος και την περίοδο ενός παλμού επιτάχυνσης μισού ημιτονοειδούς κύματος που θα αρκεί για να ανατρέψει το άκαμπτο σώμα.

Αν στη βάση δοθεί ημιτονοειδής επιτάχυνση, η εξίσωση της κίνησης είναι:

$$I_0 \ddot{\theta} = -WR \sin(\alpha - \theta) + WR \frac{a_g}{g} \sin(\omega t + \psi)$$

Σε αυτή την εξίσωση, η επιτάχυνση του εδάφους εκφράζεται με τον όρο:

$$-a \sin(\omega t + \psi)$$

Όπου a το μέτρο της επιτάχυνσης και ψ ορίζεται από τη συνθήκη:

$$a \sin \psi = g \sin \alpha$$

Αυτό διασφαλίζει ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ η επιτάχυνση βάσης θα έχει φτάσει την τιμή που απαιτείται για την έναρξη λικνισμού του άκαμπτου σώματος. Για μικρές γωνίες ώστε $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin(\alpha-\theta) \approx \alpha-\theta$ και θέτοντας $WR/l_0 = p^2$, η εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$\ddot{\theta} - p^2\theta = \alpha p^2 \left[\frac{\sin(\omega t + \psi)}{\sin(\psi)} - 1 \right]$$

Η λύση της εξίσωσης, υπό τις συνθήκες $\theta=0$, $\dot{\theta}=0$ τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι:

$$\frac{\theta-\alpha}{\alpha} = \frac{1}{1+(\frac{\omega}{p})^2} \left[\frac{\omega \sinh pt}{p \tan \psi} - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \cosh pt - \frac{\sin(\omega t + \psi)}{\sin \psi} \right] \quad (10)$$

Όπου,

$$\sin \psi = \frac{g\alpha}{a_g} \quad \& \quad \cos \psi = \sqrt{1 - \left(\frac{g\alpha}{a_g}\right)^2}$$

Η προϋπόθεση για την ανατροπή είναι ότι $\theta = \alpha$ τη στιγμή $t = (\pi - \psi)/\omega$. Αυτό διασφαλίζει ότι το θ θα φτάσει την τιμή α τη στιγμή που θα έχει ολοκληρωθεί η επιτάχυνση του εδάφους πρώτο μισό κύκλο και θα έχει τιμή μηδέν, χωρίς να αλλάξει πρόσημο.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση 10 με αναδιάταξη όρων προκύπτει:

$$\tan \psi = \frac{p}{\omega} \tanh \left[\frac{p}{\omega} (\pi - \psi) \right] \quad (11)$$

και αυτή η εξίσωση καθορίζει το πλάτος και τη συχνότητα του ημιτονοειδή παλμού επιτάχυνσης που απαιτείται για να ανατραπεί το σώμα σε χρόνο $t = T/2$ τη στιγμή που $\theta = \alpha$ ($\dot{\theta} = 0$).

Υπό τις συνθήκες του προβλήματος ο όρος $\tanh p/\omega(\pi - \psi)$ μπορεί να προσεγγιστεί με μονάδα και επομένως η εξίσωση (11) μπορεί να γραφεί:

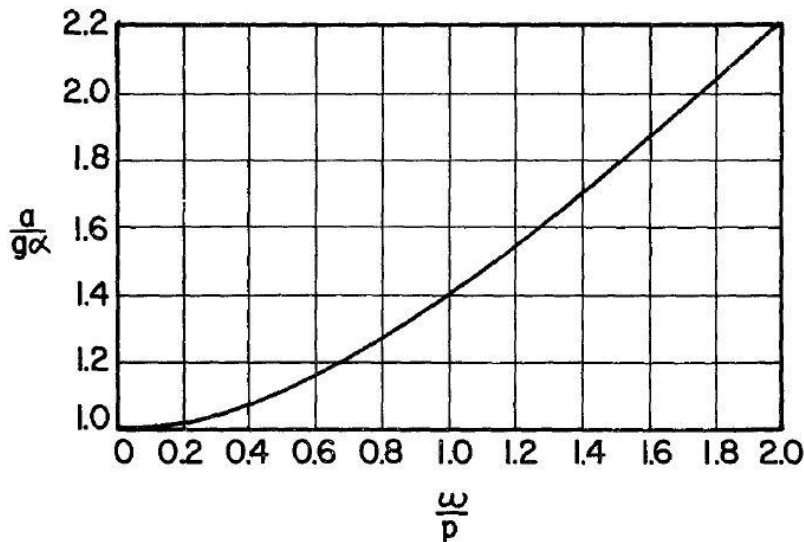
$$\tan \psi = \frac{p}{\omega} \quad (11\alpha)$$

Με χρήση της εξίσωσης 11^α η εξίσωση 10 μπορεί να πάρει την εξής μορφή:

$$\frac{a}{g\alpha} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \quad (12) \quad \text{ή}$$

$$\frac{a}{g\alpha} = \sqrt{1 + \frac{l_0}{WR} \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} \quad (12\alpha)$$

Όπου T_0 είναι η περίοδος της επιτάχυνσης εδάφους. Η σχέση αυτή προήλθε από τον Kirkpatrick και εκφράζει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες ένας ημιτονικός παλμός προκαλεί ανατροπή σε ένα σώμα. Όπως μπορεί να επαληθευτεί, αυτή είναι μια ελάχιστη προϋπόθεση καθώς ασφαλίζει ότι $\dot{\theta} = 0$ όταν $\theta = \alpha$.



Σχήμα 1.5: Παλμός ημιτονοειδούς επιτάχυνσης $a \sin \omega t$ που απαιτείται για την ανατροπή

Το γράφημα της εξίσωσης (12) παρουσιάζεται στο σχήμα 4 για μικρές τιμές ω/p . Για μεγάλες τιμές ω/p , πχ $\omega/p > 3$ η εξίσωση 12 μπορεί να γραφεί ως:

$$\frac{a}{g\alpha} = \frac{\omega}{p} \quad (12)b$$

Η

$$\frac{a}{g\alpha} = \frac{\pi}{\frac{r_g}{2} \sqrt{\frac{WR}{I_o}}}$$

1.5 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΛΟΓΩ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ

Στην περίπτωση που το σώμα υποβάλλεται σε σεισμική διέγερση με οριζόντια εδαφική επιτάχυνση a_g το φαινόμενο του λικνισμού θα ξεκινήσει μόλις η ροπή ανατροπής ξεπεράσει τη ροπή ευστάθειας που προσφέρει το βάρος του σώματος. Δηλαδή, όταν:

$$Wb < \frac{Wa_g^x h}{g} \rightarrow a_g^x > \frac{bg}{h} \rightarrow a_g^x > g \tan \alpha$$

Η εξίσωση λικνισμού του ορθογωνικού σώματος λόγω σεισμικής διέγερσης γύρω από τους πόλους περιστροφής O & O' είναι [7]:

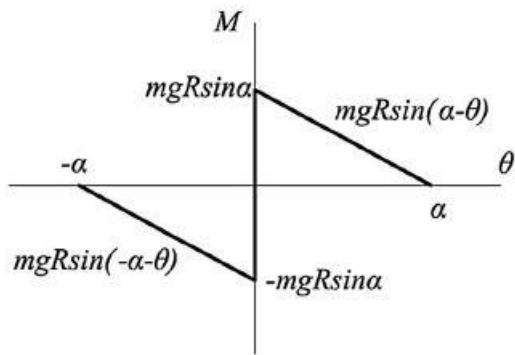
$$I_o \ddot{\theta} = -WR \sin(\alpha - \theta) - WR a_g^x \cos(\alpha - \theta) / g \quad (\text{πόλος } O) \ \&$$

$$I_{o'} \ddot{\theta} = -WR \sin(\alpha + \theta) - WR a_g^x \cos(\alpha + \theta) / g \quad (\text{πόλος } O')$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι μη-γραμμικές λόγω των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Η γραμμικοποίηση των παραπάνω εξισώσεων είναι έγκυρη όταν η γωνία α είναι μικρότερη από 20° , σύμφωνα με τον Housner. Προσεγγιστικά $\sin(\alpha - \theta) \approx \alpha - \theta$ & $\cos(\alpha - \theta) \approx 1$ και οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται:

$$I_o \ddot{\theta} = -WR(\alpha - \theta) - WR a_g^x / g \quad (\text{πόλος } O) \ \&$$

$$I_{o'} \ddot{\theta} = -WR(\alpha + \theta) - WR a_g^x / g \quad (\text{πόλος } O')$$



Σχήμα 1.6: Σχέση ροπής-περιστροφής για άκαμπτο σώμα με λυγηρότητα α και R

Το παραπάνω σχήμα δείχνει τη σχέση ροπής-περιστροφής κατά την ταλάντωση ενός ελεύθερου άκαμπτου σώματος. Το σύστημα έχει άπειρη ακαμψία έως ότου το μέγεθος της εφαρμοζόμενης ροπής φτάσει το τιμή $mgR\sin\alpha$. Μόλις το σώμα ξεκινάει να λικνίζεται, η δύναμη επαναφοράς του μειώνεται μονότονα, φτάνοντας στο μηδέν όταν $\theta = \alpha$. Αυτή η αρνητική ακαμψία, εγγενής στα συστήματα παλινδρόμησης, είναι ελκυστική επειδή διατηρεί τη τέμνουσα βάση και ροπή που μεταδίδεται στη βάση που οριοθετείται, με την προϋπόθεση ότι το λικνιζόμενο σώμα παραμένει σταθερό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΩΝ

Σε αντίθεση με το ορθογωνικό άκαμπτο σώμα που έχει εξεταστεί λεπτομερώς, η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος δύο σωμάτων δεν έχει μελετηθεί αρκετά, λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Η απλούστερη περίπτωση είναι η διάταξη δύο σωμάτων, στην οποία το ένα τοποθετείται πάνω από το άλλο. Αυτή η διαμόρφωση μπορεί να θεωρηθεί ως το μοντέλο μιας δομής που αποτελείται από δύο σώματα, το ένα επάνω το πάνω μέρος του άλλου, τα οποία λικνίζονται ελεύθερα, όπως για παράδειγμα ένα τμήμα μηχανήματος, ένα άγαλμα ή οποιοδήποτε άλλο αντικείμενο να τοποθετείται στην κορυφή κάποιου είδους βάσης. Η αριθμητική ανάλυση αυτού του μη-γραμμικού προβλήματος είναι αρκετά περίπλοκη, λόγω των πολλών πιθανών «τρόπων» λικνισμού, καθένας από τους οποίους διέπεται από ένα διαφορετικό σύνολο εξισώσεων κίνησης.

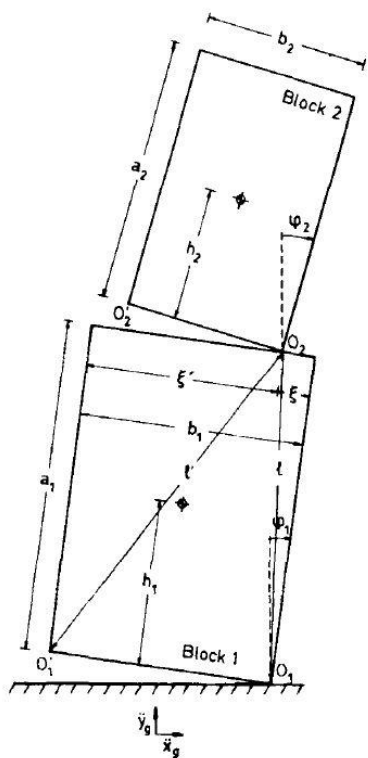
2.1 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΑΚΑΜΠΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Θεωρείται ένα σύστημα δύο σωμάτων επάλληλα τοποθετημένα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με τα αντίστοιχα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Το άνω σώμα, το οποίο ονομάζεται σώμα 2, είναι τοποθετημένο συμμετρικά στην κορυφή του κάτω σώματος, το οποίο ονομάζεται σώμα 1. Υποτίθεται ότι η τριβή είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην ολισθαίνει το σώμα 2 στο σώμα 1 και το σώμα 1 πάνω στο δάπεδο. Θεωρείται ότι τα σώματα είναι ομογενή στις οριζόντιες διευθύνσεις μόνο. Στο πλαίσιο αυτό θεωρείται ότι το κέντρο μάζας ταυτίζεται με το γεωμετρικό κέντρο των σωμάτων. Το σύστημα διαθέτει δύο βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή τις γωνίες περιστροφής θ_1 και θ_2 των σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα, μετρούμενα από την κατακόρυφο. Η σεισμική διέγερση βάσης ότι δρα στις οριζόντιες και κατακόρυφες κατευθύνσεις και οι συνιστώσες της σε αυτές τις δύο κατευθύνσεις συμβολίζονται με \dot{x}_g και \dot{y}_g , αντίστοιχα.

Υπάρχουν αρκετοί «τρόποι» ή στιγμιότυπα με τα οποία ένα σύστημα δύο σωμάτων μπορεί να λικνίζεται. Ο όρος στιγμιότυπο δηλώνει ότι δεν χρησιμοποιείται με την κλασική έννοια των ιδιομορφών, αφού το υπό εξέταση σύστημα δεν διαθέτει τέτοιους τρόπους συμπεριφοράς, αλλά για να περιγράψει τις πιθανές σχετικές θέσεις των δύο άκαμπτων σωμάτων κατά τη διάρκεια του λικνισμού. Έτσι, οι τρόποι με τους οποίους τα σώματα 1 και 2 μπορούν να λικνίζονται είναι α) προς την ίδια κατεύθυνση, β) σε αντίθετες κατευθύνσεις, γ) να βρίσκονται σε άμεση επαφή και το σύστημα λικνίζεται σαν ένα ενιαίο σώμα, ή τέλος δ) το σώμα 1 να είναι ακίνητο ενώ το σώμα 2 να λικνίζεται στην κορυφή του. Υπάρχουν, τέσσερις πιθανοί τρόποι λικνισμού, οι οποίοι φαίνονται στα σχήματα 6-9. Ανάλογα με το αν οι γωνίες περιστροφής είναι θετικές ή αρνητικές, κάθε τρόπος μπορεί να χωριστεί σε υποπεριπτώσεις (α) και (β). Αυτό η κατηγοριοποίηση είναι απαραίτητη γιατί διαφορετικό σύνολο εξισώσεων κίνησης εκφράζει κάθε υποπερίπτωση.

Οι εξισώσεις κίνησης μπορούν να εξαχθούν με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα σε κάθε σώμα ξεχωριστά, λαμβάνοντας τη ροπή γύρω από τον τοπικό πόλο περιστροφής. Επίσης, λαμβάνεται υπόψη η συμβατότητα της μετατόπισης του σημείου επαφής του μπλοκ 2 (σημείο O_2 , ή O'_2 ,) με την κίνηση του σώματος 1. Υποθέτοντας ότι οι γωνίες περιστροφής είναι αρκετά μικρές, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\cos \varphi_i \approx 1$ και $\sin \varphi_i \approx \varphi_i$ όπου $\varphi_i = 1,2$, και παραβλέποντας τους όρους δεύτερης τάξης, η γενική εξίσωση που εκφράζει την ευστάθεια και ανατροπή είναι:

$$I_o \ddot{\theta} + M \epsilon \nu \sigma \tau. = M \epsilon \xi \omega \tau.$$

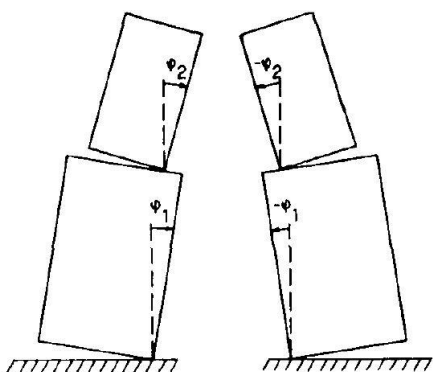


Σχήμα 2.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά συστήματος δύο σωμάτων

Με βάση το παραπάνω σχήμα και τη γενική σχέση για την περίπτωση του 1^{ου} στιγμιότυπου, προκύπτει:

$$I_o \ddot{\theta} + M_{ευστ.} = M_{εξωτ.}$$

$$\begin{bmatrix} I_{O1} + m_2 l^2 & m_2 \left(a_1 h_2 + \frac{b_2}{2} \xi \right) \\ m_2 \left(a_1 h_2 + \frac{b_2}{2} \xi \right) & I_{O2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_1 h_1 + m_2 a_1) g & 0 \\ 0 & -m_2 h_2 g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \pm (m_1 \frac{b_1}{2} + m_2 \xi) g \pm (m_1 \frac{b_1}{2} + m_2 \xi) \dot{y}_g - (m_1 h_1 + m_2 a_1) \dot{x}_g \\ \pm m_2 \frac{b_2}{2} g \pm m_2 \frac{b_2}{2} \dot{y}_g - m_2 h_2 \dot{x}_g \end{Bmatrix}$$

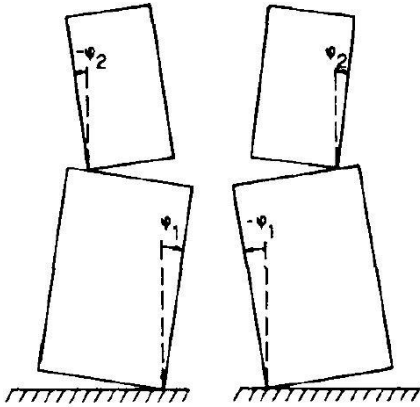


Σχήμα 2.2: Στιγμιότυπο 1 - $\phi_2 > \phi_1 > 0$ (αριστερά) & $\phi_2 < \phi_1 < 0$ (δεξιά)

Στην περίπτωση του 2^{ου} στιγμιότυπου, προκύπτει:

$$I_o \ddot{\theta} + M_{ευστ.} = M_{εξωτ.}$$

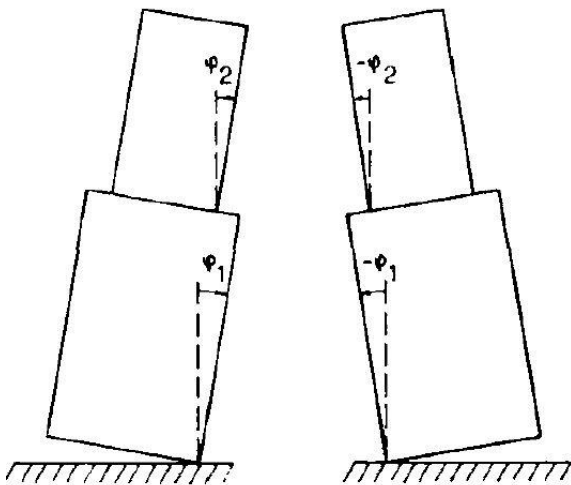
$$\begin{bmatrix} I_{O1} + m_2 l'^2 & m_2 \left(a_1 h_2 + \frac{b_2}{2} \xi' \right) \\ m_2 \left(a_1 h_2 + \frac{b_2}{2} \xi' \right) & I_{O2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_1 h_1 + m_2 a_1)g & 0 \\ 0 & -m_2 h_2 g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \left\{ \frac{\pm (m_1 \frac{b_1}{2} + m_2 \xi')g \pm (m_1 \frac{b_1}{2} + m_2 \xi')\dot{y}_g - (m_1 h_1 + m_2 a_1)\dot{x}_g}{\pm m_2 \frac{b_2}{2}g \pm m_2 \frac{b_2}{2}\dot{y}_g - m_2 h_2 \dot{x}_g} \right\}$$



Σχήμα 2.3: Στιγμιότυπο 2 – $\varphi_1 > 0, \varphi_2 < \varphi_1$ (αριστερά) & $\varphi_1 < 0, \varphi_2 > \varphi_1$ (δεξιά)

Όσον αφορά την περίπτωση του 3^{ου} στιγμιότυπου, προκύπτει:

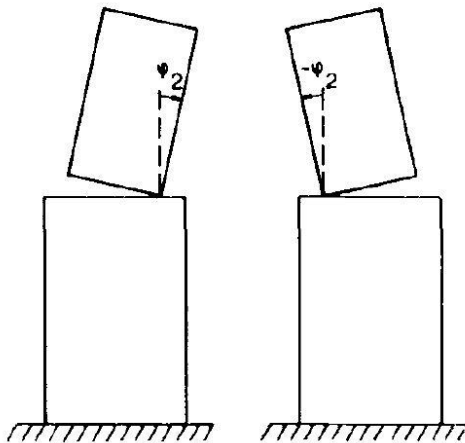
$$I_o \ddot{\varphi}_1 - mgh\varphi_1 = \pm m \frac{b_1}{2} g \pm m \frac{b_1}{2} \dot{y}_g - mh\dot{x}_g \quad \& \quad \varphi_2 = \varphi_1$$



Σχήμα 2.4: Στιγμιότυπο 3 – $\varphi_1 = \varphi_2 > 0$ (αριστερά) & $\varphi_1 = \varphi_2 < 0$ (δεξιά)

Και τέλος στην περίπτωση του 4^{ου} στιγμιότυπου:

$$\varphi_1 = 0 \quad \& \quad I_{O2} \ddot{\varphi}_2 - m_2 g h_2 \varphi_2 = \pm m_2 \frac{b_2}{2} g \pm m_2 \frac{b_2}{2} \dot{y}_g - m_2 h_2 \dot{x}_g$$



Σχήμα 2.5: Στιγμιότυπο 4 – $\phi_1=0, \phi_2>0$ (αριστερά) & $\phi_1=0, \phi_2<0$ (δεξιά)

Όπου m_1, m_2 : οι μάζες των σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα

I_{o1}, I_{o2} : οι ροπές αδράνειας των σωμάτων 1 και 2 περί τον άξονα περιστροφής στη βάση τους

$m = m_1 + m_2$: η συνολική μάζα του συστήματος

I_o : η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος γύρω από τα σημεία O_1 ή O_1' .

Το ύψος στο οποίο βρίσκεται το κέντρο μάζας του συστήματος, το οποίο δίδεται από $h = \frac{m_1 h_1 + m_2 (a_1 + h_2)}{m}$ και

I_o η ροπή αδράνειας του συστήματος η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$I_o = I_{c1} + I_{c2} + m_1(h_1^2 + b_1^2) + m_2((2h_1 + h_2)^2 + b_1^2)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, όποτε εμφανίζεται διπλό πρόσημο, το άνω πρόσημο αντιστοιχεί στην περίπτωση (α) και το κατώτερο στην περίπτωση (β).

Στην περίπτωση που επιτάχυνση εδάφους είναι αρκετά ισχυρή, το σύστημα (υποτίθεται ότι είναι αρχικά σε ηρεμία) τίθεται σε κίνηση αλλάζοντας συνεχώς από το ένα στιγμιότυπο στο άλλο. Αυτή η μετάβαση μεταξύ των στιγμιότυπων κάνει την απόκριση του συστήματος μη γραμμική.

2.2 ΑΠΩΛΕΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ

Όταν η μετάβαση από το ένα στιγμιότυπο στο άλλο συμβαίνει με μια πρόσκρουση, συνοδεύεται από απώλεια κινητικής ενέργειας λόγω κρούσης μεταξύ των δύο δωματίων ή του κάτω σώματος με το έδαφος. Το ποσοστό απώλειας ενέργειας μπορεί να προσδιοριστεί με τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας του συστήματος πριν και μετά την κρούση. Επίσης, μπορεί να προσδιοριστεί η κινητική ενέργεια κάθε σώματος ξεχωριστά, πριν και μετά κρούση, ώστε να εξεταστεί η ανακατανομή της κινητικής ενέργειας στα δύο σώματα. [5]

Οι παράμετροι που επηρεάζουν το πρόβλημα είναι οι λόγοι λυγηρότητας a_1/b_1 και a_2/b_2 των σωμάτων, το σχετικό μέγεθος των σωμάτων, μετρημένο με την αναλογία b_2/b_1 , ο λόγος μάζας m_2/m_1 και οι σχετικές γωνιακές ταχύτητες των σωμάτων πριν από την πρόσκρουση, μετρημένες με συντελεστής $\lambda = \frac{\phi_2}{\phi_1}$. Στην περίπτωση λικνισμού συστήματος δύο άκαμπτων σωμάτων ο συντελεστής αποκατάστασης δεν αποτελεί πάντοτε σταθερά, σε αντίθεση με το συμπέρασμα που εξήχθη στην περίπτωση ενός άκαμπτου σώματος όπου εξαρτάται μόνο από την ραδινότητα του, άρα παραμένει αμετάβλητος.

2.3 ΜΕΤΑΒΑΣΕΙΣ ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΩΝ ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΣΚΡΟΥΣΗ

Όταν ένα σύστημα διεγείρεται υπό μια επιτάχυνση βάσης, αρχίζει να λικνίζεται όταν η ροπή ανατροπής γίνει μεγαλύτερη από τη ροπή επαναφοράς. Αυτό μπορεί να συμβεί για το σώμα 2, όταν το σύστημα αρχίζει να λικνίζεται με βάση το στιγμιότυπο 4 ή 3. Υπάρχει μια ακραία περίπτωση, στην οποία όταν οι επιταχύνσεις \ddot{x}_g και \ddot{y}_g φτάσουν συγκεκριμένες τιμές, τα σώματα 1 και 2 (ανάλογα με τις διαστάσεις) αρχίζουν να λικνίζονται ταυτόχρονα στο στιγμιότυπο 1. Με βάση τις ροπές ανατροπής και επαναφοράς που προκύπτουν από τις εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος, προκύπτει το εξής:

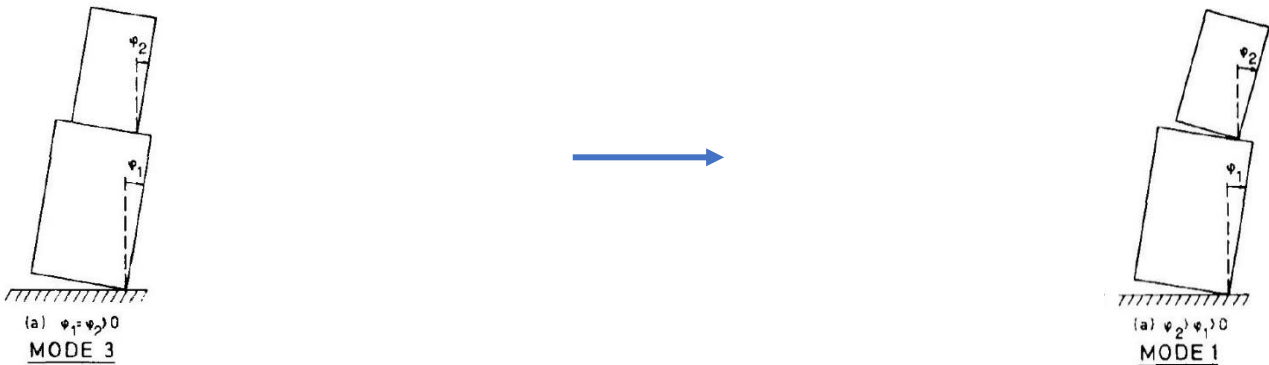
$$\text{-Κατά τη μετάβαση από την ηρεμία στο στιγμιότυπο 3 απαιτείται: } -\left(h\ddot{x}_g \pm \frac{b_1}{2}\ddot{y}_g\right) \geq \frac{b_1}{2}g \quad (13)$$

$$\text{-Κατά τη μετάβαση από την ηρεμία στο στιγμιότυπο 4 απαιτείται: } -\left(h_2\ddot{x}_g \pm \frac{b_2}{2}\ddot{y}_g\right) \geq \frac{b_2}{2}g \quad (14)$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα διπλά πρόσημα χρησιμοποιούνται έτσι ώστε λαμβάνονται υπόψη και οι δύο περιπτώσεις (α) και (β) κάθε στιγμιότυπου. Με βάση την ανίσωση 13 το πρόσημο «+» υποδεικνύει ότι το σύστημα θα ξεκινά να λικνίζεται στο στιγμιότυπο 3a, ενώ το πρόσημο «-» στο στιγμιότυπο 3b.

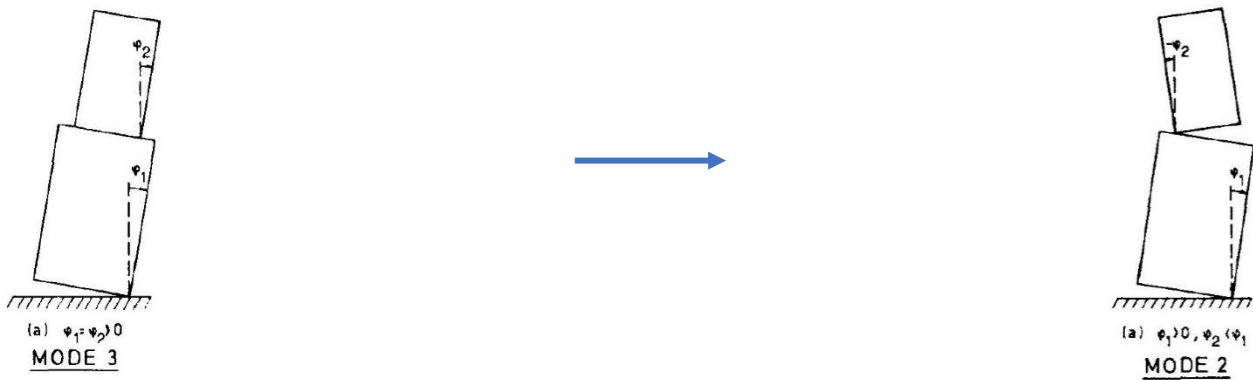
Καθώς το σύστημα λικνίζεται στο στιγμιότυπο 3 ή 4, η μετάβαση στο στιγμιότυπο 1 ή 2 συμβαίνει αν η επιτάχυνση εδάφους είναι αρκετά μεγάλη. Αυτή είναι και η μοναδική περίπτωση στην οποία η μετάβαση από το ένα στιγμιότυπο στο άλλο μπορεί να συμβεί χωρίς πρόσκρουση. Για παράδειγμα, το σύστημα μπορεί να αλλάξει από το στιγμιότυπο 4a στο 1a, αν η ροπή ανατροπής του σώματος 1 περί τον πόλο O_1 γίνει μεγαλύτερη της ροπής επαναφοράς. Για τις μεταβάσεις από το ένα στιγμιότυπο στο άλλο ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες:

$$\text{-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 3a στο στιγμιότυπο 1a: } -\left(h_2\ddot{x}_g + \frac{b_2}{2}\ddot{y}_g\right) \geq \frac{b_2}{2}g + \left(a_1h_2 + h_2^2 + \frac{b_1b_2}{4}\right)\ddot{\varphi}_1$$



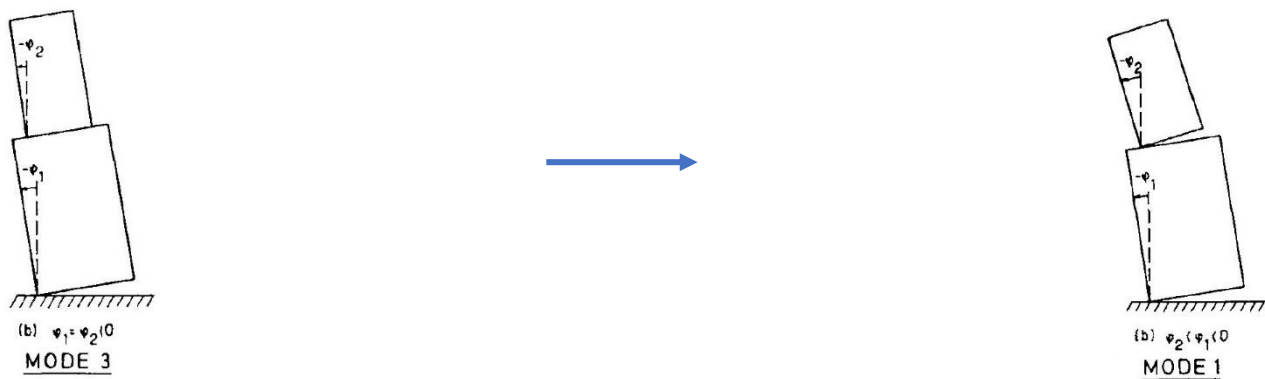
Σχήμα 2.6: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3a σε 1a

$$\text{-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 3a στο στιγμιότυπο 2a: } \left(h_2\ddot{x}_g - \frac{b_2}{2}\ddot{y}_g\right) \geq \frac{b_2}{2}g + \left(a_1h_2 + h_2^2 - \frac{b_1b_2}{4}\right)\ddot{\varphi}_1$$



Σχήμα 2.7: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3a σε 2a

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 3b στο στιγμιότυπο 1b: $(h_2\ddot{x}_g - \frac{b_2}{2}\ddot{y}_g) \geq \frac{b_2}{2}g - (a_1h_2 + h_2^2 + \frac{b_1b_2}{4})\ddot{\varphi}_1$



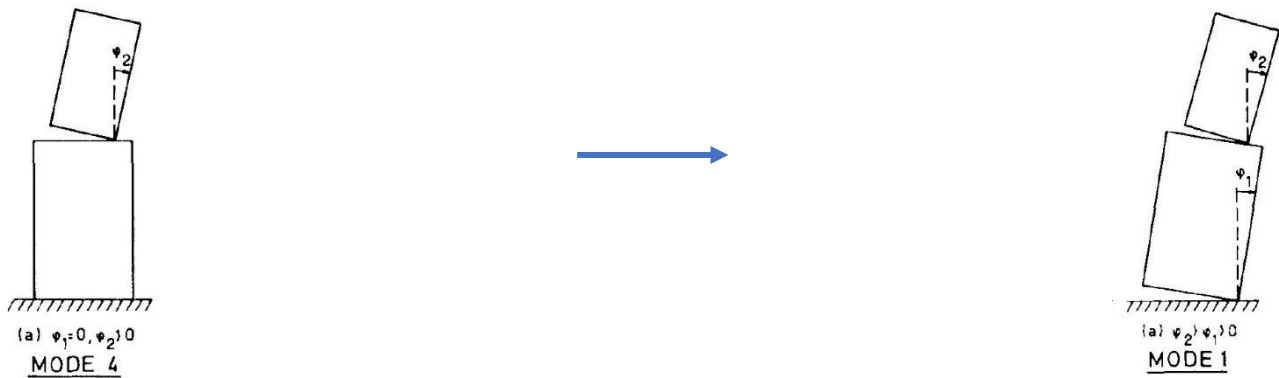
Σχήμα 2.8: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3b σε 1b

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 3b στο στιγμιότυπο 2b: $-(h_2\ddot{x}_g + \frac{b_2}{2}\ddot{y}_g) \geq \frac{b_2}{2}g + (a_1h_2 + h_2^2 - \frac{b_1b_2}{4})\ddot{\varphi}_1$



Σχήμα 2.9: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 3b σε 2b

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 4a στο στιγμιότυπο 1a: $-(h_1 + a_1\frac{m_2}{m_1})\ddot{x}_g - (\frac{b_1}{2} + \xi\frac{m_2}{m_1})\ddot{y}_g \geq \frac{b_1}{2}g + \frac{m_2}{m_1}(a_1h_2 + \xi\frac{b_2}{2})\ddot{\varphi}_2$



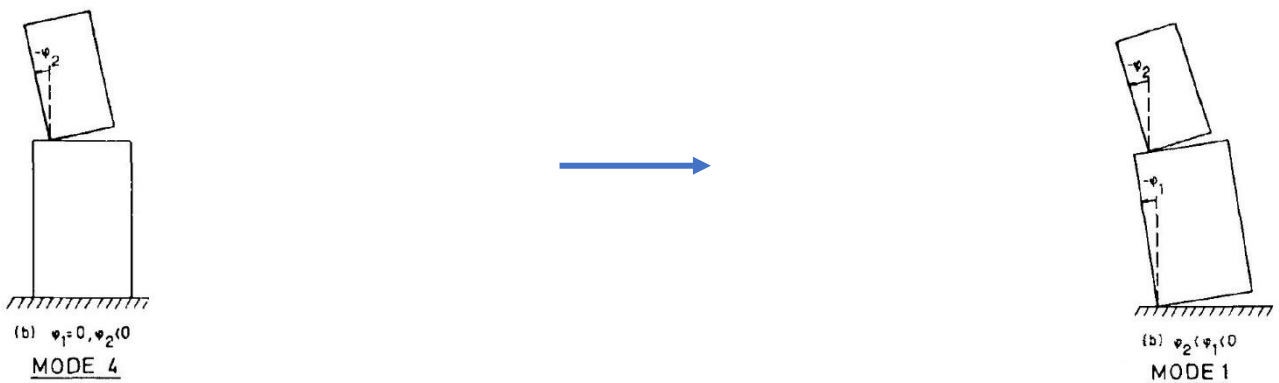
Σχήμα 2.10: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4a σε 1a

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 4a στο στιγμιότυπο 2b: $(h_1 + a_1 \frac{m_2}{m_1}) \ddot{x}_g - (\frac{b_1}{2} + \xi \frac{m_2}{m_1}) \ddot{y}_g \geq \frac{b_1}{2} g + \frac{m_2}{m_1} (a_1 h_2 - \xi \frac{b_2}{2}) \ddot{\phi}_2$



Σχήμα 2.11: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4a σε 2b

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 4b στο στιγμιότυπο 1b: $(h_1 + a_1 \frac{m_2}{m_1}) \ddot{x}_g - (\frac{b_1}{2} + \xi \frac{m_2}{m_1}) \ddot{y}_g \geq \frac{b_1}{2} g - \frac{m_2}{m_1} (a_1 h_2 + \xi \frac{b_2}{2}) \ddot{\phi}_2$



Σχήμα 2.12: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4b σε 1b

-Κατά τη μετάβαση από το στιγμιότυπο 4b στο στιγμιότυπο 2a: $-\left(h_1 + a_1 \frac{m_2}{m_1}\right) \ddot{x}_g - \left(\frac{b_1}{2} + \xi' \frac{m_2}{m_1}\right) \ddot{y}_g \geq \frac{b_1}{2} g + \frac{m_2}{m_1} \left(a_1 h_2 + \xi' \frac{b_2}{2}\right) \ddot{\phi}_2$



Σχήμα 2.13: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 4b σε 2a

Σε κάθε παραπάνω περίπτωση, η τιμή της αρχικής γωνιακής ταχύτητας του νέου στιγμιότυπου ισούται με την αντίστοιχη πριν τη μετάβαση.

2.4 ΜΕΤΑΒΑΣΕΙΣ ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΩΝ ΜΕ ΠΡΟΣΚΡΟΥΣΗ

2.4.1 Μετάβαση από στιγμιότυπο 1a σε 2b.

Θεωρούμε ένα σύστημα δύο σωμάτων τα οποία λικνίζονται όπως το στιγμιότυπο 1a. Όταν η γωνία στροφής γίνει ίση με μηδέν, το σώμα 1 θα επιστρέψει στην αρχική του θέση ηρεμίας και αμέσως μετά θα ξεκινήσει να λικνίζεται γύρω από το πόλο περιστροφής O'_1 , με αποτέλεσμα να μεταβαίνει στο στιγμιότυπο 2b. Η αλλαγή από τον πόλο περιστροφής O_1 στον O'_1 συνοδεύεται από πρόσκρουση (στο σημείο O'_1), με απότομη αλλαγή στην τιμή της γωνιακής ταχύτητας. Οι δυνάμεις που προκαλούνται κατά την πρόσκρουση περνούν μέσω του πόλου O'_1 , με διατήρηση της στροφορμής του συστήματος γύρω από το από το σημείο αυτό. Επιπρόσθετα, εφόσον το σώμα 2 είναι σε επαφή με το σώμα 1 στον πόλο περιστροφής O_2 , όλες οι δυνάμεις πρόσκρουσης που μεταφέρονται από το σώμα 2 στο σώμα 1, περνούν διαμέσου του σημείου αυτού διατηρώντας τη στροφορμή του σώματος 2 γύρω από τον πόλο O_2 κατά την πρόσκρουση. Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους: τις γωνιακές ταχύτητες μετά την πρόσκρουση $\dot{\phi}'_1$ και $\dot{\phi}'_2$. Θεωρώντας τις γωνιακές ταχύτητες $\dot{\phi}_1$ και $\dot{\phi}_2$ πριν την πρόσκρουση και με κατάλληλες απλοποιήσεις προκύπτει:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = C \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = \dot{\phi}_2 + D \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C = \frac{J^2/J_1 - J^4/J_3}{J^3/J_1 - J^5/J_3}, \quad D = \frac{J^2}{J_1} - \frac{J^3}{J_1} C$$

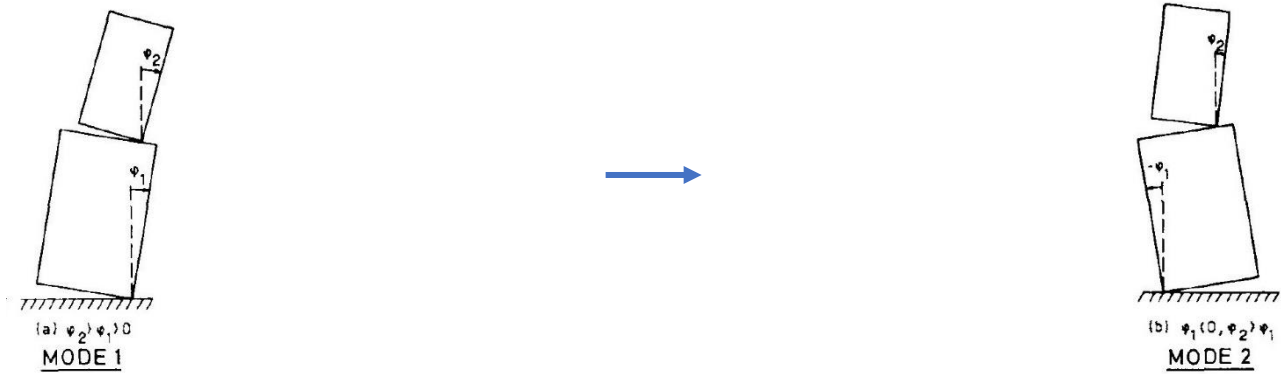
$$\text{Και } J_1 = I_{O_2}$$

$$J_2 = m_2 \left(a_1 h_2 + b_2 \xi / 2 \right)$$

$$J_3 = m_2 \left(a_1 h_2 - b_2 \xi' / 2 \right)$$

$$J_4 = I_{C_1} + m_2 h_1^2 - m_1 b_1^2 / 4 + m_2 (\alpha_1^2 - \xi \xi')$$

$$J_5 = I_{O_1} + m_2 l'^2$$



Σχήμα 2.14: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a

Από την παραμετρική ανάλυση ότι η παράμετρος C είναι πάντα θετική. Με την μαθητική έννοια σημαίνει ότι το σώμα 1 θα συνεχίσει να λικνίζεται επ' άπειρον. Στην πραγματικότητα, όμως, η γωνία στροφής ϕ_1 γίνεται πολύ μικρή αμέσως μόλις η διέγερση σταματά και πρακτικά θεωρείται μηδέν.

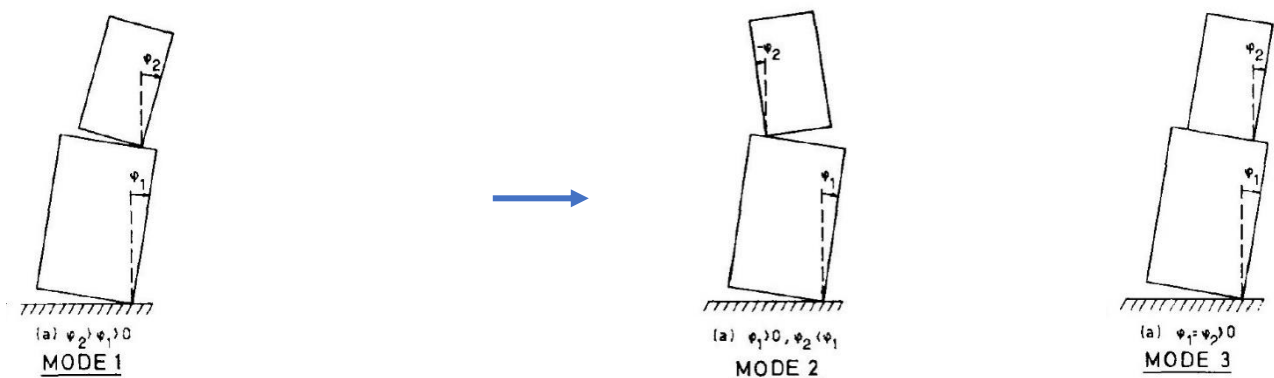
2.4.2 Μετάβαση από στιγμιότυπο 1a σε 2a ή στιγμιότυπο 3a

Σα δεύτερη περίπτωση μπορεί να ληφθεί όταν ένα σύστημα δύο σωμάτων που λικνίζονται με βάση το στιγμιότυπο 1a. Στην περίπτωση που ϕ_2 γίνει ίσο με ϕ_1 , το σώμα 2 κάνει πρόσκρουση στο 1 και τείνει να λικνιστεί γύρω από τον πόλο O'_2 . Στην περίπτωση στιγμιότυπου 1a ισχύει $\phi_2 > \phi_1 > 0$, ενώ μετά την πρόσκρουση κατά τη μετάβαση στο στιγμιότυπο 2a η σχετική ταχύτητα του σώματος 2 σε σχέση το σώμα 1 πρέπει να είναι αρνητική. Αν θεωρήσω $\lambda = \frac{\dot{\phi}_2}{\dot{\phi}_1}$, η μετάβαση μπορεί να συμβεί μόνο αν $(\lambda - 1)\dot{\phi}_1 < 0$. Και έτσι, πρέπει να ισχύει μία από τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

$$\dot{\phi}_1 > 0 \text{ και } \lambda < 1 \text{ ή}$$

$$\dot{\phi}_1 < 0 \text{ και } \lambda > 1$$

Με άλλα λόγια αν το σώμα 1 λικνίζεται με θετική γωνιακή ταχύτητα, πρόσκρουση μπορεί να συμβεί στην περίπτωση που το σώμα 2 λικνιστεί με αρνητική ταχύτητα ($\lambda < 0$), ή με θετική αλλά μικρότερη από το σώμα 1 ($0 < \lambda < 1$). Στην περίπτωση αυτή, είναι προφανές ότι καθώς ο όρος λ μικραίνει η πρόσκρουση θα γίνεται πιο «βίαιη». Από την άλλη πλευρά, αν το σώμα 1 λικνίζεται με αρνητική γωνιακή ταχύτητα, μπορεί να συμβεί πρόσκρουση αν το σώμα 2 λικνίζεται επίσης με αρνητική, αλλά μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα.



Σχήμα 2.15: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a

Προκειμένου να γίνει εύρεση των γωνιακών ταχυτήτων αμέσως μετά την πρόσκρουση, γίνεται η θεώρηση διατήρησης της στροφορμής περί του πόλου O_1 για όλο το σύστημα και περί του πόλου O'_2 για το σώμα 2. Οι τελικές σχέσεις που προκύπτουν είναι:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = (C_1 + \lambda D_1) \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = (C_2 + \lambda D_2) \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C_1 = \frac{J^4/J_1 - J^7/J_2}{J^2/J_1 - J^5/J_2}, C_2 = \frac{J^4/J_2 - J^7/J_5}{J^1/J_2 - J^2/J_5}$$

$$D_1 = \frac{J^3/J_1 - J^6/J_2}{J^2/J_1 - J^5/J_2}, D_2 = \frac{J^3/J_1 - J^6/J_5}{J^1/J_2 - J^2/J_5}$$

$$\text{Και } J_1 = I_{O2}$$

$$J_2 = m_2 \left(\alpha_1 h_2 - b_2 \xi / 2 \right)$$

$$J_3 = I_{O2} - m_2 \frac{b_2^2}{2}$$

$$J_4 = m_2 \left(\alpha_1 h_2 - b_2 \xi / 2 \right)$$

$$J_5 = I_{O1} + m_2 l'^2$$

$$J_6 = m_2 (b_2^2 + \alpha_1 \alpha_2 - b_2 \xi) / 2$$

$$J_7 = I_{O1} + m_2 (l^2 + b_2 \xi).$$

Οι παραπάνω εξισώσεις προέκυψαν υποθέτοντας ότι το σύστημα μεταβαίνει στο στιγμιότυπο 2(a). Είναι πιθανό, όμως, οι παραπάνω εξισώσεις να οδηγήσουν σε $\dot{\phi}'_2 > \dot{\phi}'_1$ μετά την πρόσκρουση, κάτι που είναι φυσικά αδύνατο. Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα δεν μπορεί να μεταβεί στο στιγμιότυπο 2(a) και τα δύο σώματα παραμένουν σε επαφή, μεταβαίνοντας στο στιγμιότυπο 3(a). Υπό Αυτή η υπόθεση, οι γωνιακές ταχύτητες του συστήματος, μετά την κρούση, μπορούν να βρεθούν λαμβάνοντας υπόψη την διατήρηση της συνολικής στροφορμής περί τον πόλο O_1 . Η τελική σχέση που προκύπτει είναι:

$$\dot{\phi}'_1 = \dot{\phi}'_2 = (C + \lambda D) \dot{\phi}_1$$

$$\text{Όπου } C = \frac{I_{O1} + m_2 (l^2 + \alpha_1 h_2 + b_2 \xi / 2)}{I_{O1} + I_{O2} + m_2 (l^2 + \alpha_1 \alpha_2 + b_2 \xi)}$$

$$D = \frac{I_{O2} + m_2 (\alpha_1 h_2 + b_2 \xi / 2)}{I_{O1} + I_{O2} + m_2 (l^2 + \alpha_1 \alpha_2 + b_2 \xi)}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για μεταβάσεις από το στιγμιότυπο 1b 2b ή 3b αντίστοιχα.

2.4.3 Μετάβαση από στιγμιότυπο 3a σε 1b ή στιγμιότυπο 3b



Σχήμα 2.16: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από στιγμιότυπο 1b σε 2a ή 3a

Όταν ένα σύστημα δύο σωμάτων λικνίζεται με βάση το στιγμιότυπο 3a και η γωνία ϕ_1 γίνεται ίση με μηδέν, πραγματοποιείται πρόσκρουση στο σημείο Ο'1 και το σώμα 1 ξεκινάει να λικνίζεται περί τον πόλο αυτόν. Αν η πρόσκρουση είναι αρκετά μεγάλη, το σώμα 2 ανασηκώνεται από το σώμα 1 και στο σύστημα μεταβαίνει με αυτό τον τρόπο στο στιγμιότυπο 1b. Διαφορετικά το σύστημα θα λικνιστεί στο στιγμιότυπο 3b. Στην πρώτη περίπτωση, με βάση τη διατήρηση της στροφορμής του συστήματος περί τον πόλο Ο'1 και του σώματος 2 περί τον πόλο Ο'2, αμέσως πριν και μετά την πρόσκρουση προκύπτει:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = C \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = D \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C = \frac{J^2/J_1 - J^4/J_3}{J^3/J_1 - J^5/J_3}, \quad D = \frac{J^2}{J_1} - \frac{J^3}{J_1} C$$

$$\text{Και } J_1 = I_{O2}$$

$$J_2 = I_{O2} + m_2 \left(h_2^2 + \alpha_1 h_2 - \frac{b_2^2}{4} - b_2 \frac{\xi}{2} \right)$$

$$J_3 = m_2 \left(\alpha_1 h_2 + b_2 \frac{\xi}{2} \right)$$

$$J_4 = I_{C1} + m_1 \left(h_1^2 - \frac{b_1^2}{4} \right) + m_2 \left(\alpha_1^2 + \alpha_1 h_2 - \xi^2 - b_2 \frac{\xi}{2} \right)$$

$$J_5 = I_{O1} + m_2 l'^2$$

Με βάση την ανάλυση αυτή, όμως, προκύπτει $D < C$ (δηλαδή $\dot{\phi}'_2 > \dot{\phi}'_1$), όπου η μετάβαση στο στιγμιότυπο 1b δεν μπορεί να συμβεί και το σύστημα μεταβαίνει στο στιγμιότυπο 3b. Στην περίπτωση αυτή, ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\dot{\phi}'_1 = \dot{\phi}'_2 = C \dot{\phi}_1$$

$$\text{Όπου } C = J^1/J_2$$

$$\text{Και } J_1 = I_{C1} + I_{C2} + m_2 \left(\alpha_1^2 + h_2^2 - \xi^2 - \frac{b_2^2}{4} + \alpha_1 \alpha_2 - b_2 \xi \right) + m_1 \left(h_1^2 - \frac{b_1^2}{4} \right)$$

$$J_2 = I_{O1} + I_{O2} + m_2 (l^2 + \alpha_1 \alpha_2 + b_2 \xi).$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για μεταβάσεις από το στιγμιότυπο 3b 1a ή 3a αντίστοιχα.

2.4.4 Μετάβαση από στιγμιότυπο 2a σε 1b

Όμοια με την περίπτωση 2.4.1. Οι τελικές σχέσεις είναι:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = C \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = \dot{\phi}_2 + D \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C = \frac{J^2/J_1 - J^4/J_3}{J^3/J_1 - J^5/J_3}, \quad D = \frac{J^2}{J_1} - \frac{J^3}{J_1} C$$

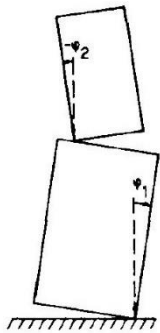
$$\text{Και } J_1 = I_{O2}$$

$$J_2 = m_2 \left(\alpha_1 h_2 + b_2 \frac{\xi'}{2} \right)$$

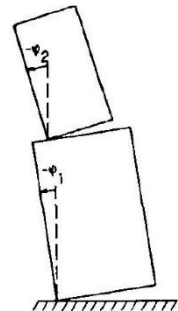
$$J_3 = m_2 (\alpha_1 h_2 - b_2 \xi / 2)$$

$$J_4 = I_{C1} + m_1 h_1^2 - m_1 b_1^2 / 4 + m_2 (\alpha_1^2 - \xi \xi')$$

$$J_5 = I_{O1} + m_2 l^2$$



(a) $\phi_1 \neq 0, \phi_2 \neq 0$
MODE 2



(b) $\phi_2 = 0, \phi_1 \neq 0$
MODE 1

Σχήμα 2.17: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1b.

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για μεταβάσεις από το στιγμιότυπο 2b στο 1a αντίστοιχα.

2.4.5 Μετάβαση από στιγμιότυπο 2a σε 1a ή 3a.

Πρόκειται για περίπτωση όμοια με την περίπτωση 2.4.2. Για τη μετάβαση στο στιγμιότυπο 1a μπορούν να προκύψουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = (C_1 + \lambda D_1) \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = (C_2 + \lambda D_2) \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C_1 = \frac{J^4/J_1 - J^7/J_2}{J^2/J_1 - J^5/J_2}, C_2 = \frac{J^4/J_2 - J^7/J_5}{J^1/J_2 - J^2/J_5}$$

$$D_1 = \frac{J^3/J_1 - J^6/J_2}{J^2/J_1 - J^5/J_2}, D_2 = \frac{J^3/J_1 - J^6/J_5}{J^1/J_2 - J^2/J_5}$$

$$\text{Και } J_1 = I_{O2}$$

$$J_2 = m_2 (\alpha_1 h_2 - b_2 \xi / 2)$$

$$J_3 = I_{O2} - m_2 b_2^2 / 2$$

$$J_4 = m_2 (\alpha_1 h_2 + b_2 \xi' / 2)$$

$$J_5 = I_{O1} + m_2 l^2$$

$$J_6 = m_2 (b_2^2 + \alpha_1 \alpha_2 - b_2 \xi') / 2$$

$$J_7 = I_{O1} + m_2 (l'^2 + b_2 \xi').$$



Σχήμα 2.18: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1a ή 3a.

Με βάση την ανάλυση αυτή, όμως, προκύπτει $\dot{\phi}'_2 < \dot{\phi}'_1$, αμέσως μετά την πρόσκρουση, όπου δεν μπορεί να γίνει η μετάβαση στο στιγμιότυπο 1a και μεταβαίνει στο στιγμιότυπο 3a. Στην περίπτωση αυτή, ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\dot{\phi}'_1 = \dot{\phi}'_2 = (C + \lambda D) \dot{\phi}_1$$

$$\text{Όπου } C = \frac{I_{o1} + m_2(l^2 + \alpha_1 h_2 - b_2 \xi'/2)}{I_{o1} + I_{o2} + m_2(l^2 + \alpha_1 \alpha_2 + b_2 \xi)}$$

$$D = \frac{I_{o2} + m_2(\alpha_1 h_2 - b_2 \xi'/2)}{I_{o1} + I_{o2} + m_2(l^2 + \alpha_1 \alpha_2 + b_2 \xi)}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για μεταβάσεις από το στιγμιότυπο 2b στο 1b ή 3b αντίστοιχα.

2.4.6 Μετάβαση από στιγμιότυπο 4a σε 1b ή 4b

Τελικώς, αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα λικνίζεται στο στιγμιότυπο 4a. Αν η γωνία ϕ_2 γίνει μηδέν, το σώμα 2 προσκρούει στο σώμα 1. Αυτό συνήθως οδηγεί στη μετάβαση στιγμιότυπου 4b, αν και είναι δυνατόν να μεταβεί σε στιγμιότυπο 1b. Σε αυτή την περίπτωση, οι γωνιακές ταχύτητες μετά την πρόσκρουση είναι:

$$\begin{cases} \dot{\phi}'_1 = C \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}'_2 = D \dot{\phi}_1 \end{cases}$$

$$\text{Όπου } C = \frac{J^2/J_4 - J^5/J_1}{J^3/J_4 - J^4/J_1}, D = \frac{J^2/J_4 - J^5/J_4}{J^4/J_3 - J^1/J_4}$$

$$\text{Και } J_1 = I_{o2}$$

$$J_2 = m_2(\alpha_1 h_2 - b_2 \xi/2)$$

$$J_3 = I_{o2} - m_2 l^2$$

$$J_4 = m_2(\alpha_1 h_2 + b_2 \xi/2)$$

$$J_5 = I_{c1} + m_2(h_2^2 - b_2^2/4)$$



Σχήμα 2.19: Σχηματική απεικόνιση μετάβασης από 2a σε 1a ή 3a

Στην περίπτωση που η ανάλυση οδηγεί σε $C < 0$ ($\dot{\varphi}'_1 > 0$), το στιγμιότυπο 1b δεν ξεκινάει και το σύστημα θα λικνιστεί με το στιγμιότυπο 4b μετά την πρόσκρουση. Η μετάβαση από το στιγμιότυπο 4a στο 4b αποτελεί την κλασική περίπτωση λικνισμού σώματος σε άκαμπτη επιφάνεια, όπως εξετάστηκε από Housner. Σε αυτή την περίπτωση, η γωνιακή ταχύτητα του σώματος 2 μετά την πρόσκρουση είναι:

$$\dot{\varphi}'_2 = C \dot{\varphi}_2$$

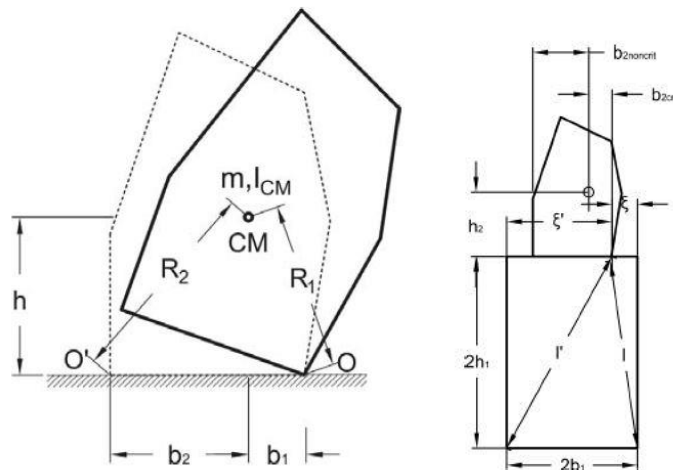
$$\text{Όπου } C = \frac{I_{C2} + m_2 \left(h_2^2 - \frac{b_2^2}{4} \right)}{I_{O2}}$$

Οι παραπάνω σχέσεις, επίσης, ισχύουν για μεταβάσεις από το στιγμιότυπο 4b στο 1a ή 4a.

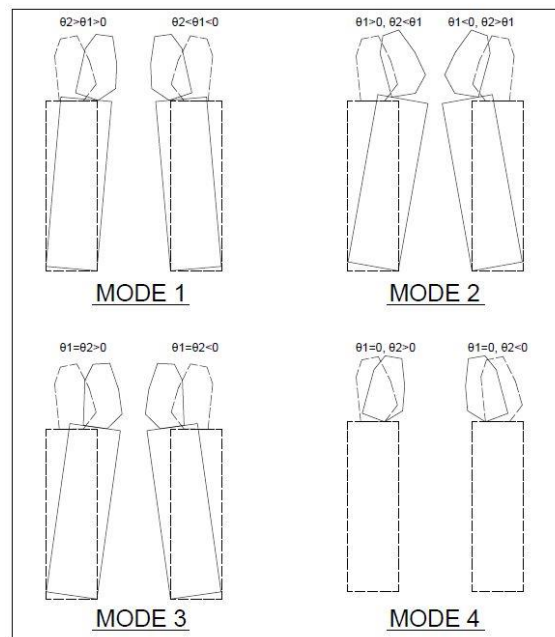
2.5 Μη-συμμετρικό σώμα εδραζόμενο σε ορθογωνικό σώμα (βάθρο)

Η περίπτωση λικνισμού μουςιακό εκθέματος σε βάθρο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μη-συμμετρικό σώμα (άνω) ως προς τον κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του.

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται ένα κρίσιμο ημιπλάτος για το άνω σώμα, καθώς ανά διεύθυνση λικνισμού έχει διαφορετική απόκριση, σε αντίθεση με τα συμμετρικά σώματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Αντίστοιχα, η απόκριση στο λικνισμό (modes) ενός συστήματος δύο σωμάτων (άνω ασύμμετρο-βάθρο) είναι όμοια με την περίπτωση των συμμετρικών.



Σχήμα 2.20: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ασύμμετρου σώματος



Σχήμα 2.21: Modes λικνισμού ασύμμετρου σώματος σε βάθρο

Σε κάθε υποπερίπτωση mode μπορεί να επιλεγθεί το κατάλληλο ημιπλάτος, ανάλογα με τη διεύθυνση περιστροφής του σώματος. Στις υποπεριπτώσεις 1a, 2b και 4a το ημιπλάτος b_2 σχετίζεται με το b_{2crit} , ενώ στις περιπτώσεις 1b, 2a και 4b με το $b_{2noncrit}$ καθώς το σώμα λικνίζεται περί τον πόλο O_2 και O_2 αντίστοιχα. Όσον αφορά στο στιγμιότυπο 3, τα σώματα κινούνται ως ένα με πόλο περιστροφής του κάτω σώματος.

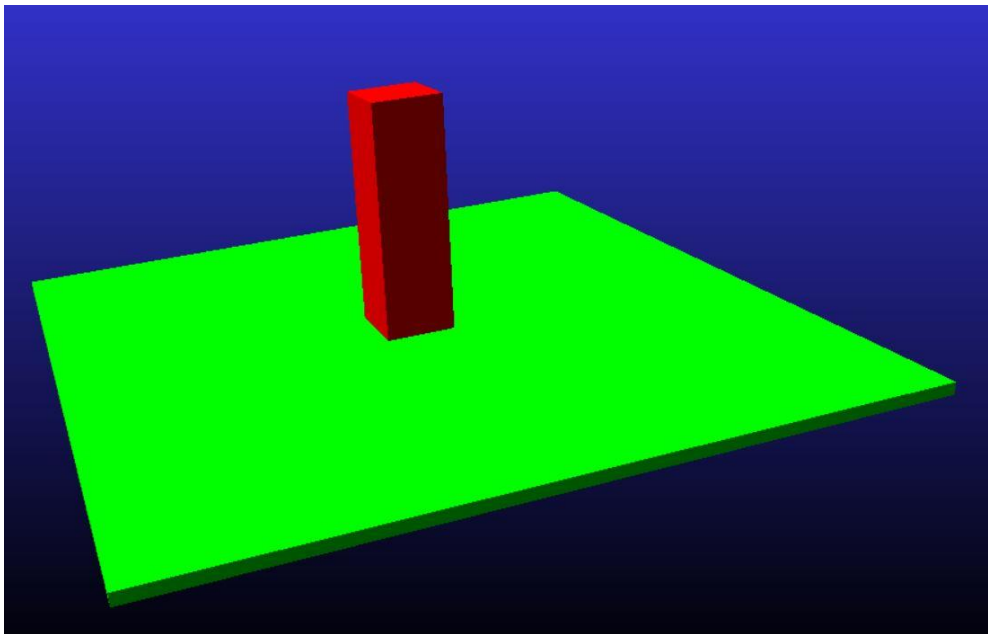
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΑΝΑΛΥΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη προσομοίωση του μονού άκαμπτου σώματος, του συστήματος δύο συμμετρικών σωμάτων και τις περιπτώσεις της προτομής επί βάθρου. Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ Adams & Matlab στις εξής περιπτώσεις: του μονού σώματος 30x30x100cm, του συστήματος δύο συμμετρικών σωμάτων 30x30x100cm, του συστήματος ενός συμμετρικού σώματος 30x30x100cm και της προτομής Τραιανού. Στην περίπτωση σύγκρισης πειραματικών αποτελεσμάτων με το Adams το προσομοίωμα αφορούσε ένα άκαμπτο σώμα/βάθρο (pedestal) διαστάσεων 45x45x100cm πάνω στο οποίο εδράζεται η προτομή. Οι διεγέρσεις αποτελούνται από ημιτονοειδή παλμό και καταγραφές σεισμών, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω. Η απόκριση σε λικνισμό των σωμάτων δίδεται σε στροφή (rad) και γωνιακή ταχύτητα (rad/sec) σε συνάρτηση με τον χρόνο (sec).

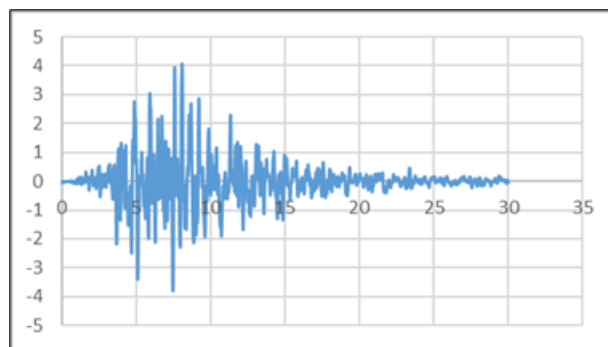
3.1 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΕΔΡΑΖΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Σε πρώτο επίπεδο προσομοιώθηκε ένα άκαμπτο ορθογωνικό σώμα διαστάσεων 30x30x100cm σε άκαμπτη επιφάνεια. Στα στοιχεία που προκύπτουν είναι $2h=0.100m$ & $2b=0.300m$.

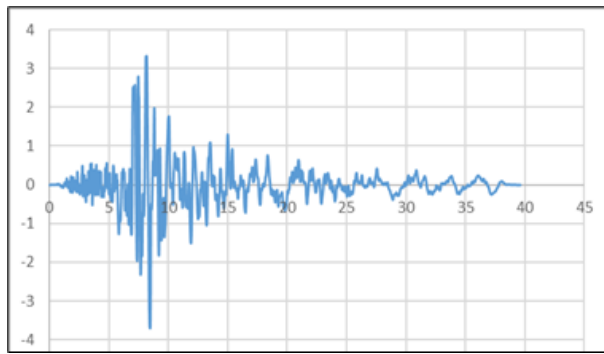
Στην περίπτωση του άκαμπτου σώματος δίδεται διέγερση από καταγραφή των σεισμών α) Imperial Valley, 1979 και β) Loma Prieta, 1989.



Σχήμα 3.1: Ελεύθερα εδραζόμενο σώμα σε άκαμπτη επιφάνεια – μοντέλο διακριτών στοιχείων

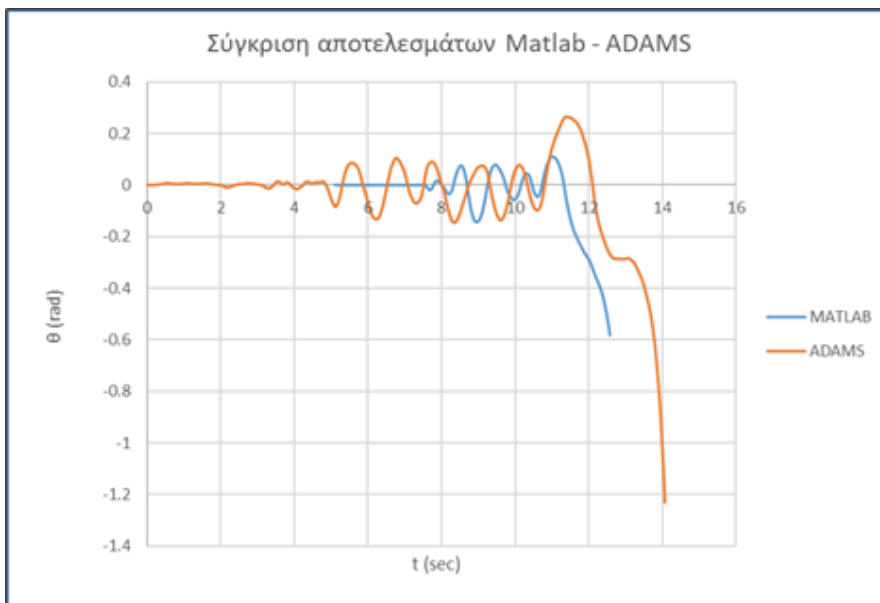


Σχήμα 3.2: Καταγραφή σεισμού Imperial Valley, 1979 (m/sec^2 συναρτήσει t)

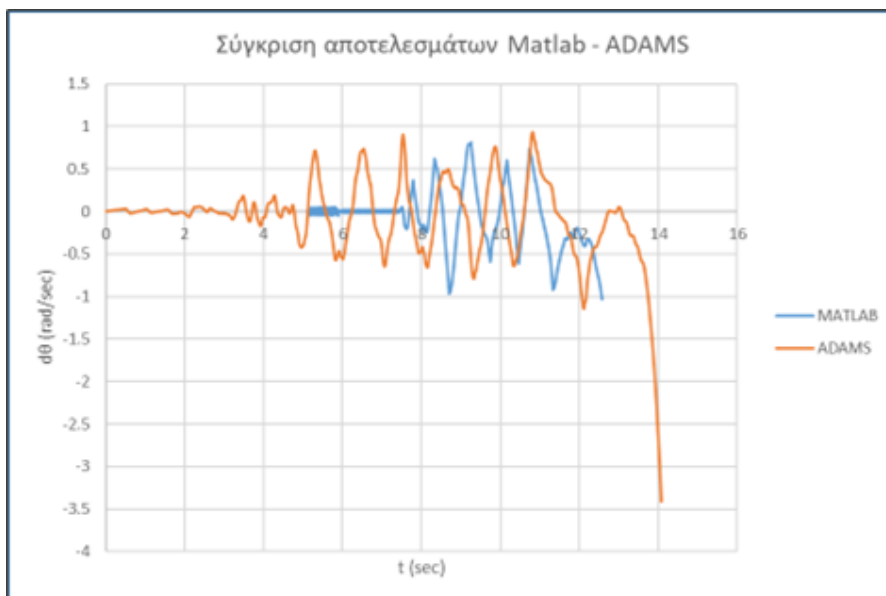


Σχήμα 3.3: Καταγραφή σεισμού Loma Prieta, 1989 (m/sec^2 συναρτήσει t)

Παρακάτω δίδεται η απόκριση του άκαμπτου σώματος σε στροφή (rad) και γωνιακή ταχύτητα (rad/sec) για τις δύο αυτές καταγραφές.



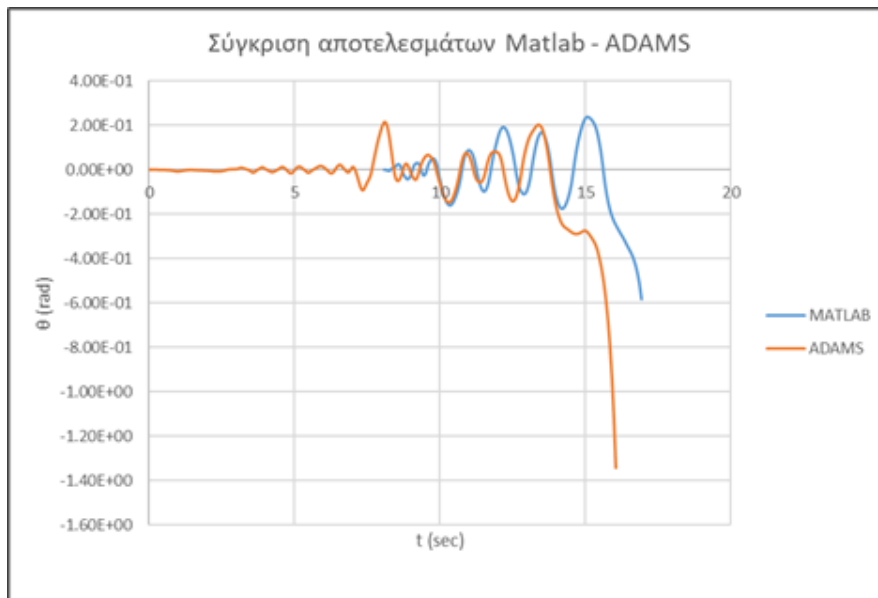
Σχήμα 3.4: Απόκριση σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)



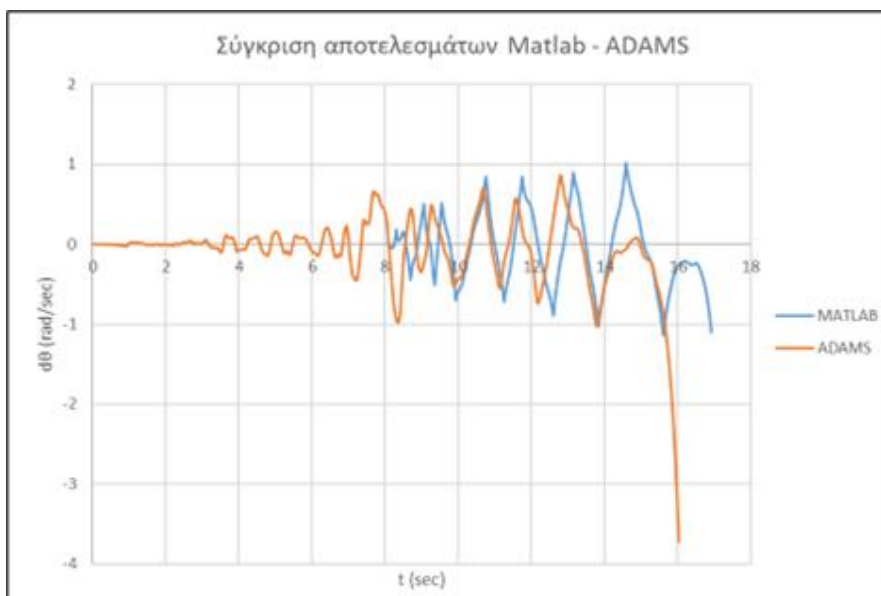
Σχήμα 3.5: Απόκριση σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

Συμπεράσματα

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα στροφής-χρόνου και γωνιακής ταχύτητας-χρόνου ποιοτικά υπάρχει σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για το άκαμπτο σώμα υπό τη συγκεκριμένη διέγερση. Το σώμα και στις δύο περιπτώσεις ξεκινάει uplift και κατ'επέκταση να λικνίζεται. Στην περίπτωση του Adams φαίνεται να ανατρέπεται με μια μικρή καθυστέρηση σε σχέση με το αντίστοιχο του Matlab της τάξεως 1.00sec. Σε κάθε περίπτωση το μέτρο της στροφής και γωνιακής ταχύτητας στην πάροδο του χρόνου είναι το ίδιο.



Σχήμα 3.6: Απόκριση σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Loma Prieta, 1989)



Σχήμα 3.7: Απόκριση σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

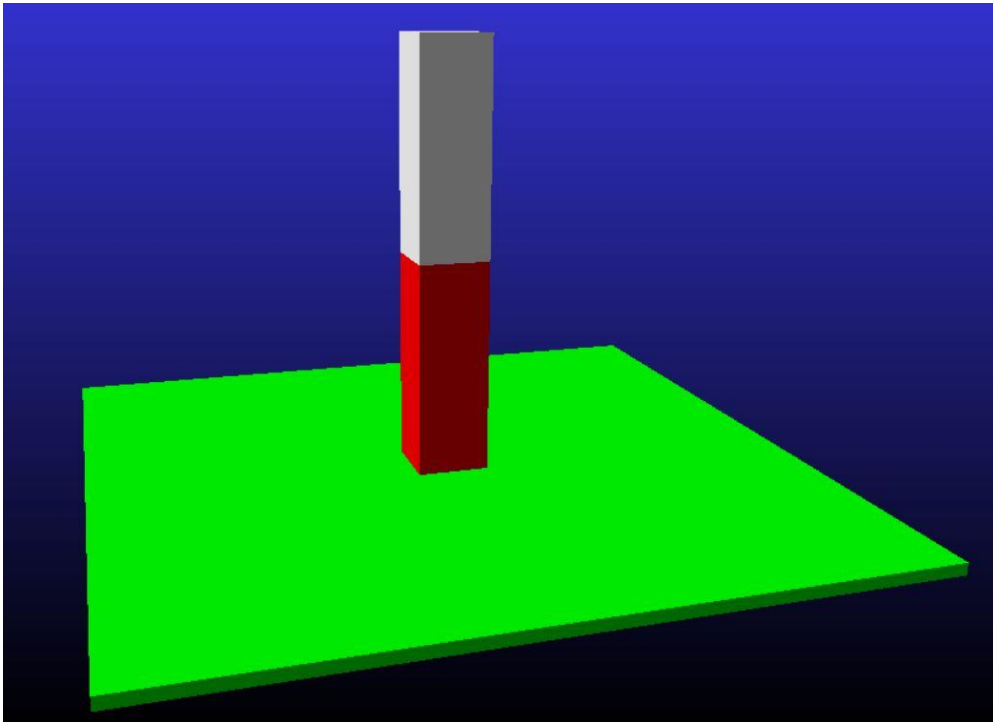
Συμπεράσματα

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα υπάρχει αντίστοιχα σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για το άκαμπτο σώμα υπό τη συγκεκριμένη διέγερση. Και στις δύο περιπτώσεις προσομοίωσης το μέτρο της στροφής και γωνιακής ταχύτητας στην πάροδο του χρόνου είναι το ίδιο με την περίπτωση του Adams να ανατρέπεται λίγο νωρίτερα σε σχέση με το αντίστοιχο του Matlab, της τάξεως 1.00sec.

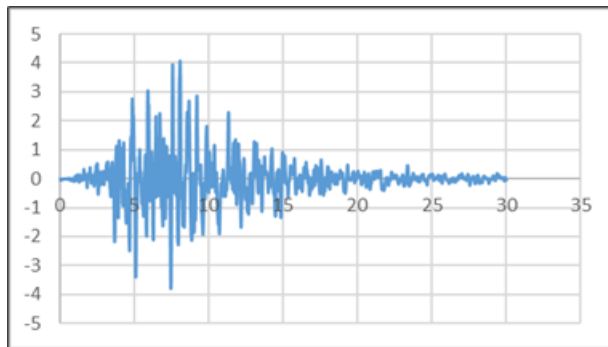
Εν κατακλείδι, στην περίπτωση του ενός άκαμπτου σώματος, με βάση την κατάλληλη παραμετροποίηση υπάρχει σύγκλιση των αποτελεσμάτων με μικρά σφάλματα.

3.2 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΩΝ ΣΕ ΑΚΑΜΠΤΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

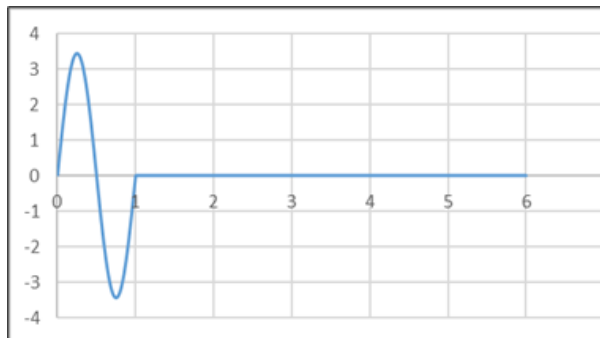
Σε επόμενο στάδιο προσομοιώθηκε ένα σύστημα δύο συμμετρικών σωμάτων, ίδιων διαστάσεων 30x30x100cm το ένα τοποθετημένο πάνω στο άλλο και το κάτω σώμα σε άκαμπτη επιφάνεια. Στην περίπτωση του συστήματος δίδεται διέγερση από καταγραφή ενός σεισμού (Imperial Valley, 1979) και ενός ημιτονοειδούς παλμού επιτάχυνσης $3.43\sin(6.28t)$, με περίοδο $T=1\text{sec}$.



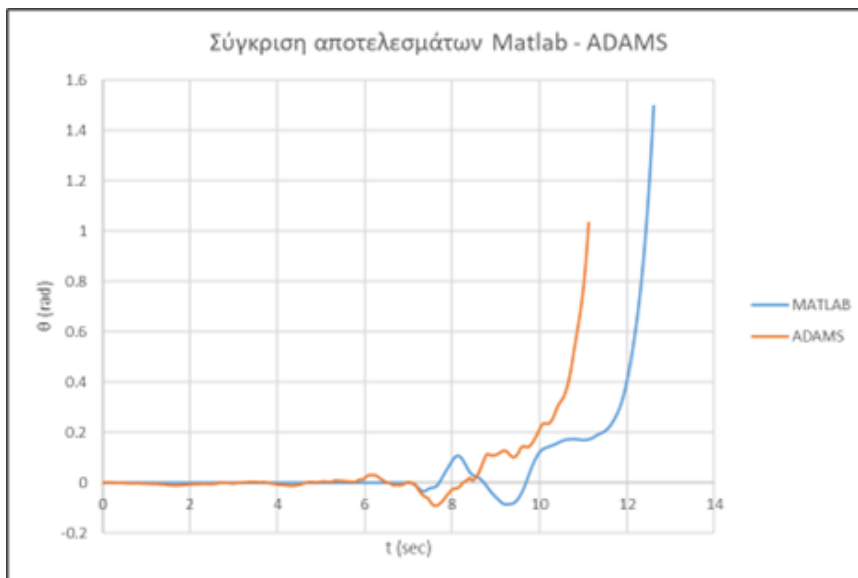
Σχήμα 3.8: Σύστημα δύο σωμάτων σε άκαμπτη επιφάνεια – μοντέλο διακριτών στοιχείων



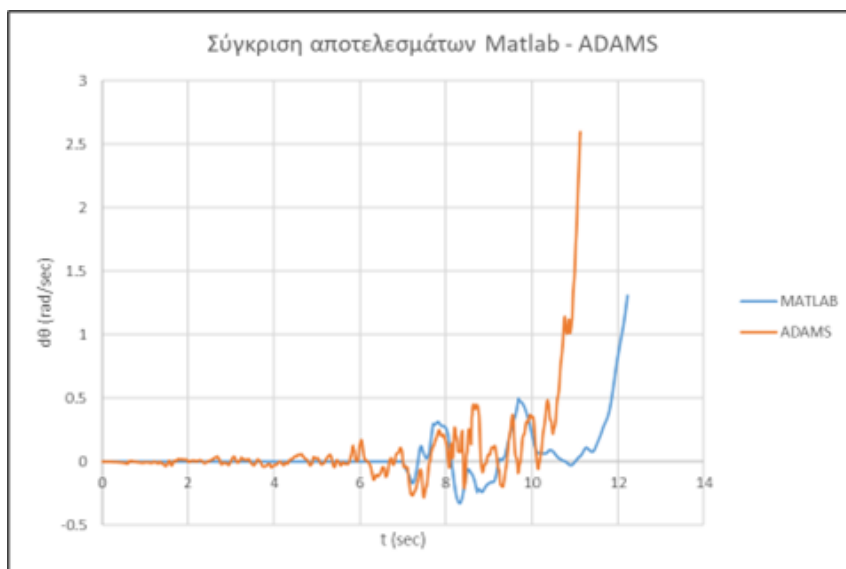
Σχήμα 3.9: Καταγραφή σεισμού Imperial Valley, 1979 (m/sec^2 συναρτήσει t)



Σχήμα 3.10: Καταγραφή ημιτονοειδούς παλμού (m/sec^2 συναρτήσει t)



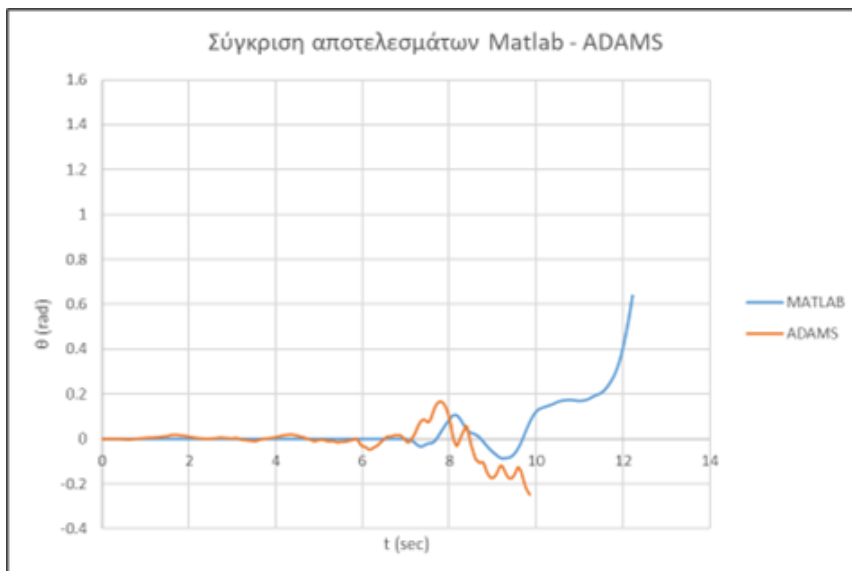
Σχήμα 3.11: Απόκριση κάτω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)



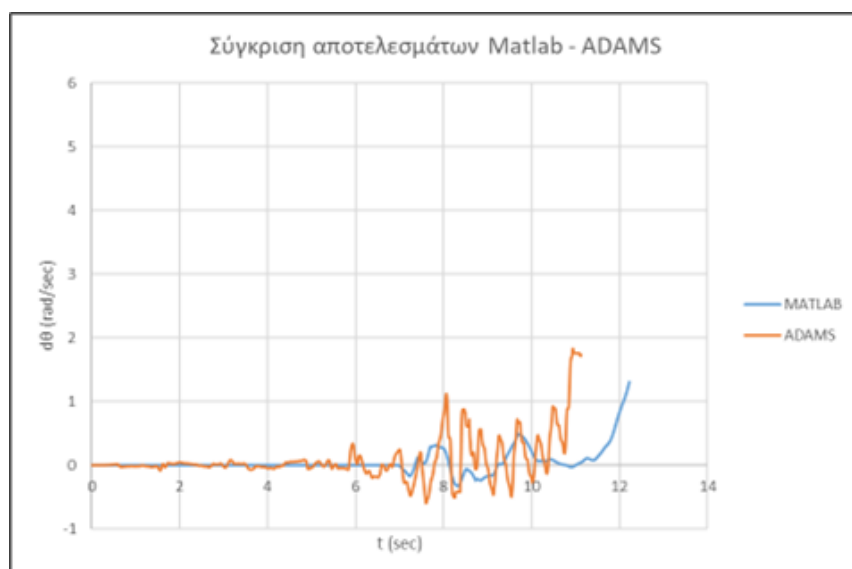
Σχήμα 3.12: Απόκριση κάτω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

Συμπεράσματα (κάτω σώμα)

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα στροφής-χρόνου και γωνιακής ταχύτητας-χρόνου ποιοτικά υπάρχει σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για το κάτω σώμα υπό τη συγκεκριμένη διέγερση Imperial Valley, 1979. Το σώμα και στις δύο περιπτώσεις ξεκινάει uplift και κατ'επέκταση να λικνίζεται την ίδια χρονική στιγμή. Στην περίπτωση του Adams φαίνεται να ανατρέπεται νωρίτερα σε σχέση με το αντίστοιχο του Matlab της τάξεως 1.50sec.



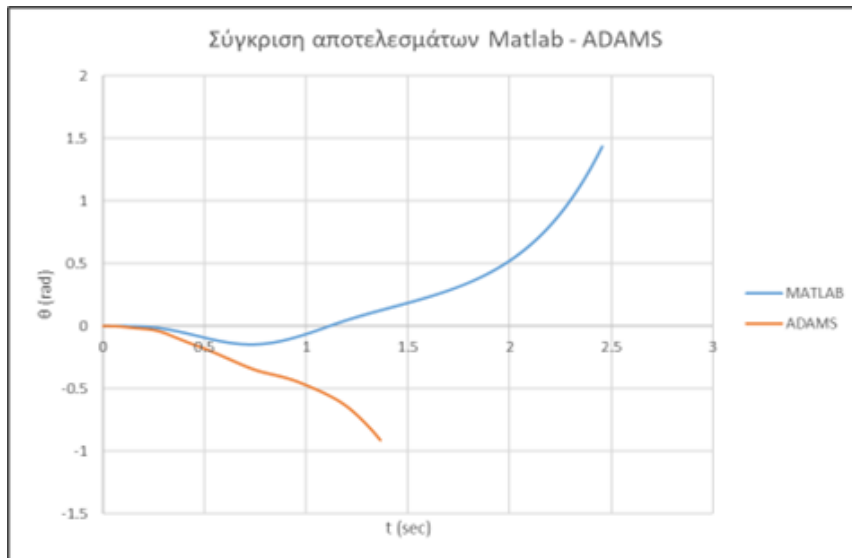
Σχήμα 3.13: Απόκριση άνω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)



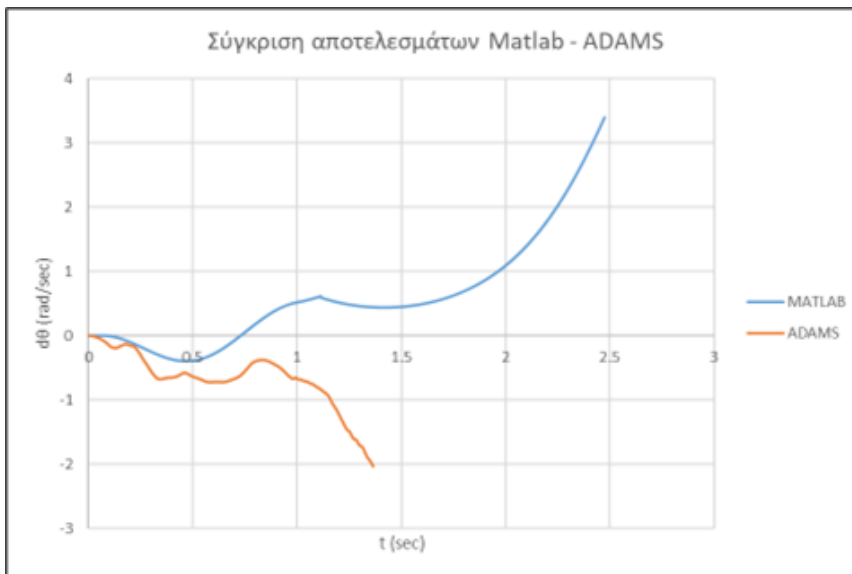
Σχήμα 3.14: Απόκριση άνω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

Συμπεράσματα (κάτω σώμα)

Αναφορικά με το κάτω σώμα υπό τη συγκεκριμένη διέγερση Imperial Valley, 1979, φαίνεται ότι και στις δύο περιπτώσεις ξεκινάει uplift και κατ'έπείταση να λικνίζεται την ίδια χρονική στιγμή. Στην περίπτωση του Adams φαίνεται να ανατρέπεται νωρίτερα σε σχέση με το αντίστοιχο του Matlab της τάξεως 2.00sec. Επιπρόσθετα και στα δύο διαγράμματα, το σώμα στο Adams φαίνεται να κάνει επαναλαμβανόμενες μικρές προσκρούσεις σε μικρό χρονικό διάστημα.



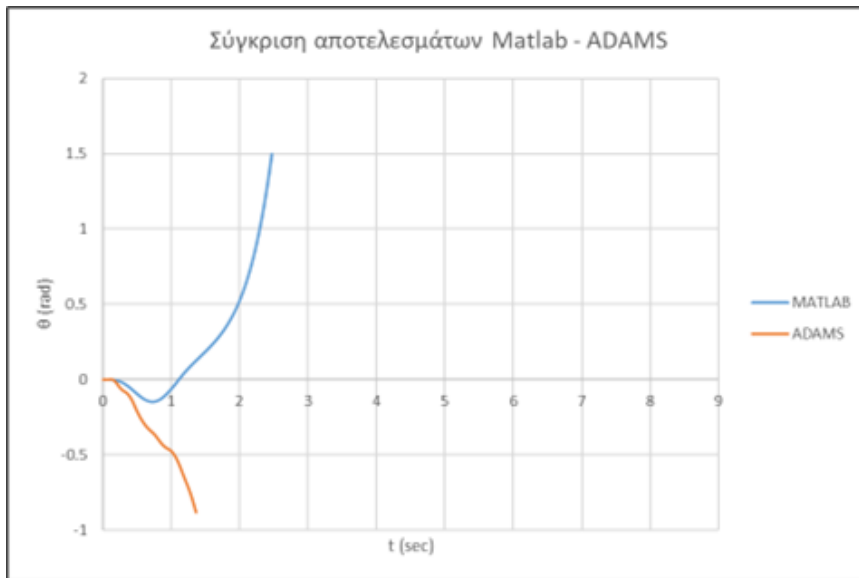
Σχήμα 3.15: Απόκριση κάτω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)



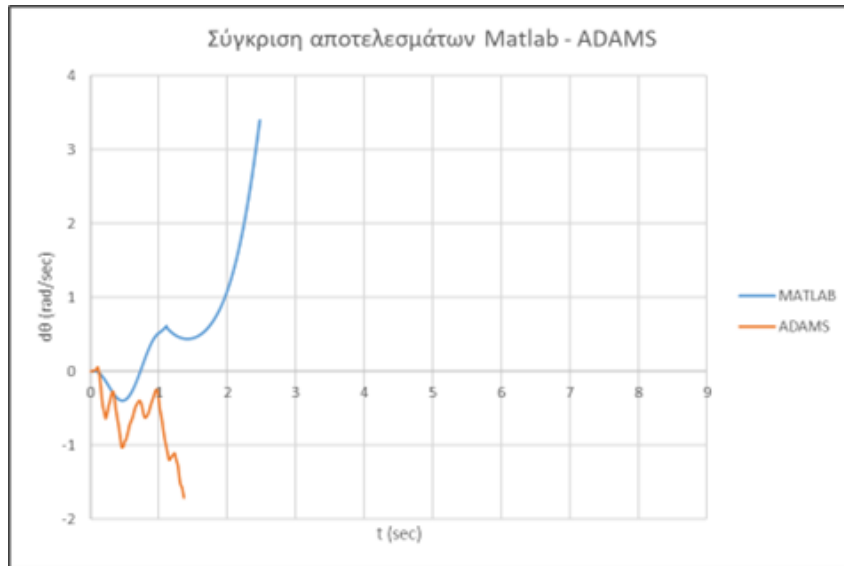
Σχήμα 3.16: Απόκριση κάτω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)

Συμπεράσματα (κάτω σώμα)

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα στροφής-χρόνου και γωνιακής ταχύτητας-χρόνου για το κάτω σώμα υπό τον ημιτονοειδή παλμό επιτάχυνσης, στην περίπτωση του Adams φαίνεται να ανατρέπεται χωρίς καμία πρόσκρουση, ενώ στην περίπτωση του Matlab ανατρέπεται μετά από μία πρόσκρουση. Αντίστοιχη εικόνα εντοπίζεται και στο άνω σώμα (παρακάτω).



Σχήμα 3.17: Απόκριση άνω σώματος (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)

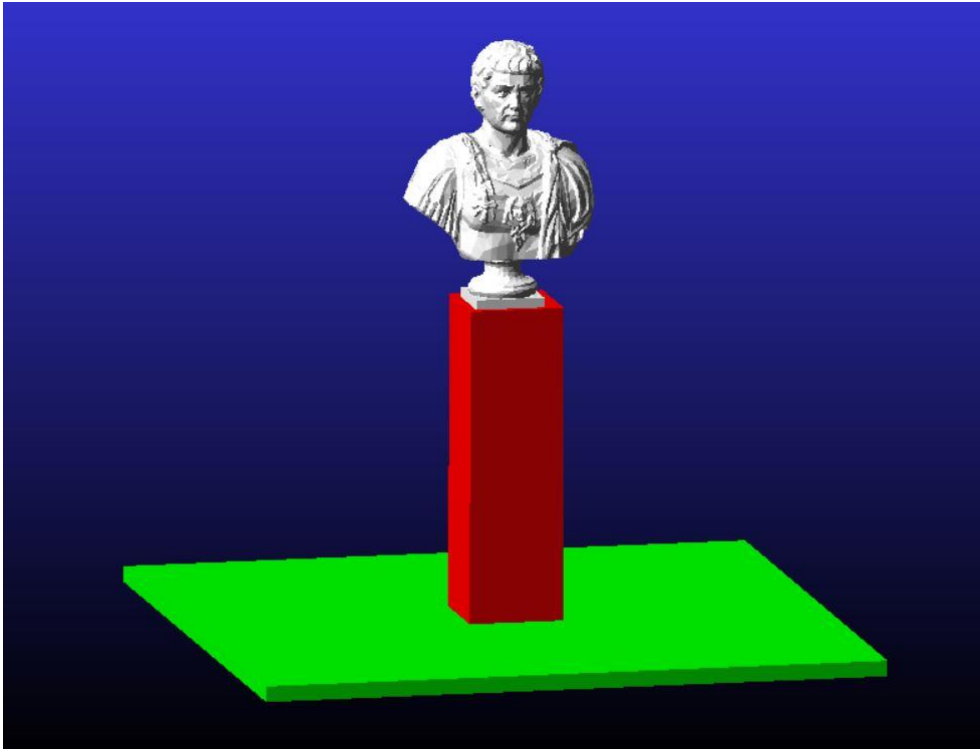


Σχήμα 3.18: Απόκριση άνω σώματος (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)

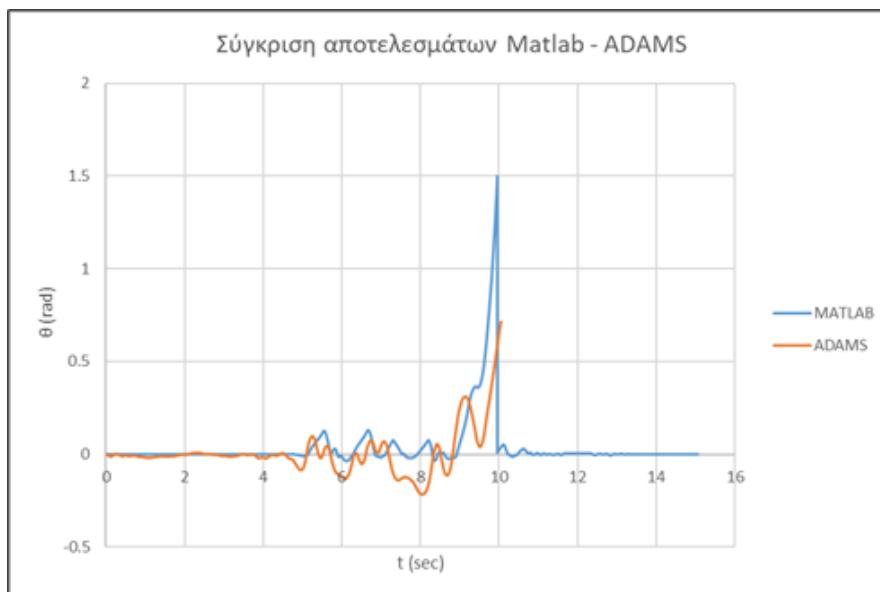
3.3 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΩΝ: Περίπτωση 1

Στη συνέχεια προσομοιώθηκε ένα σύστημα δύο σωμάτων: της προτομής Traianus σε βάθος διαστάσεων 30x30x100cm το οποίο εδράζεται σε άκαμπτη επιφάνεια.

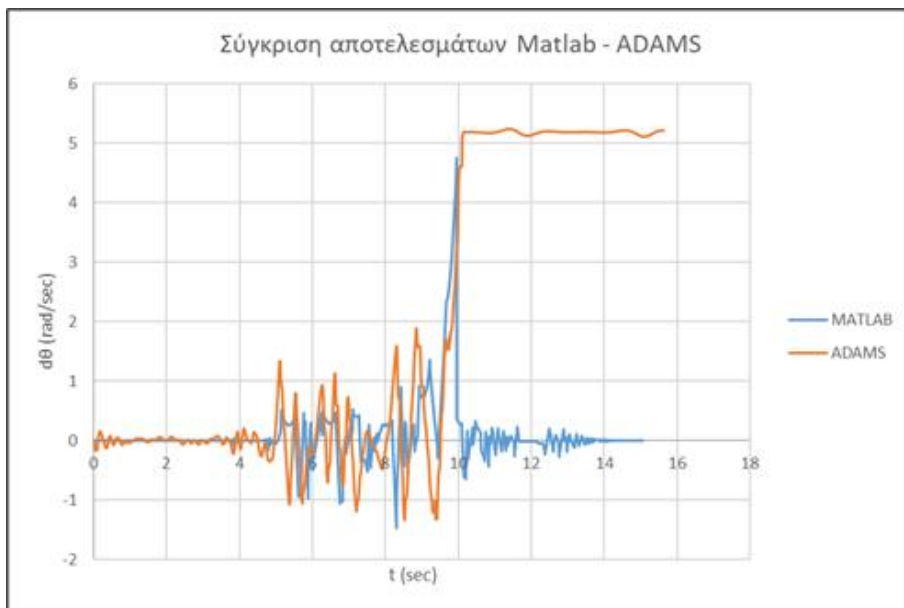
Αντίστοιχα με την περίπτωση του συστήματος δύο σωμάτων δίδεται διέγερση από καταγραφή ενός σεισμού (Imperial Valley, 1979) και ενός ημιτονοειδούς παλμού επιτάχυνσης $3.43\sin(6.28t)$, με περίοδο $T=1\text{sec}$.



Σχήμα 3.19: Σύστημα δύο σωμάτων προτομής σε βάθος 30x30x100cm – μοντέλο διακριτών στοιχείων



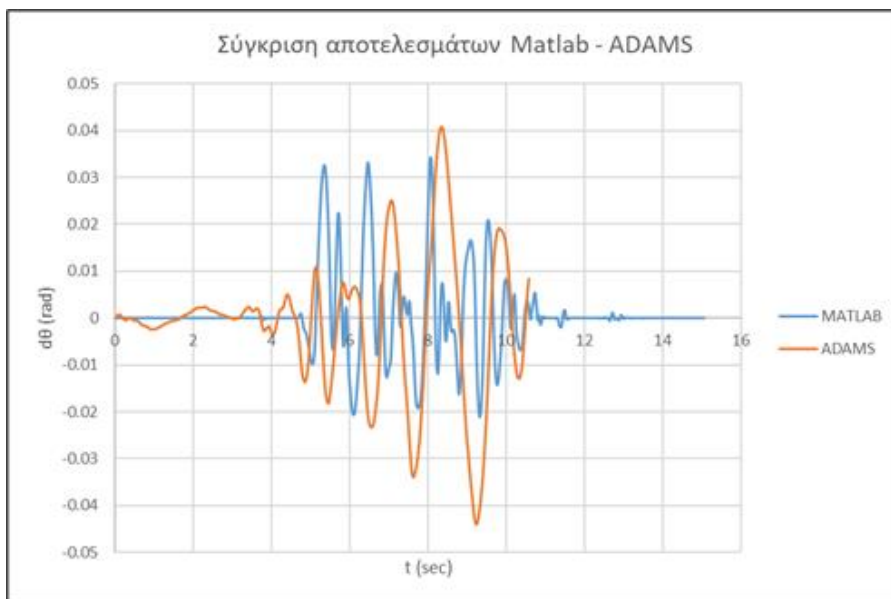
Σχήμα 3.20: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)



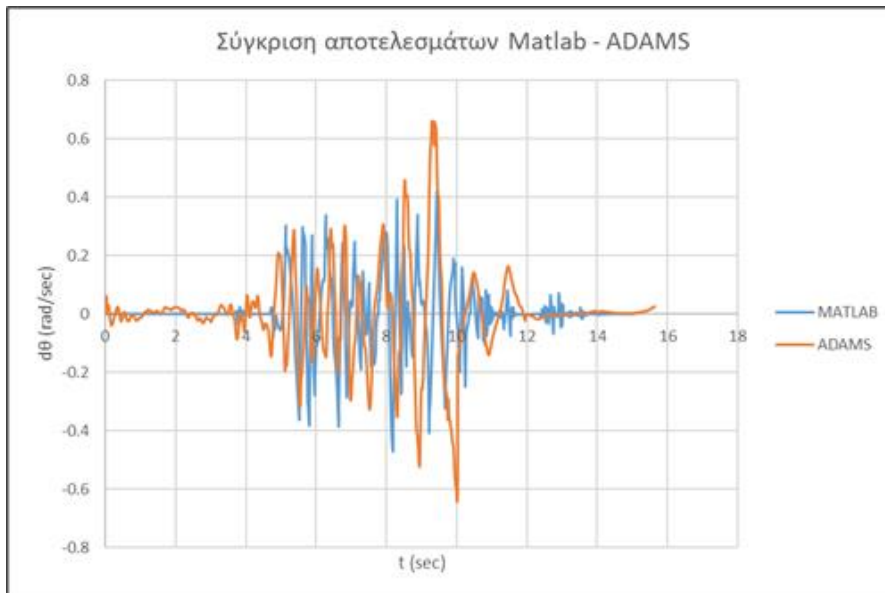
Σχήμα 3.21: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

Συμπεράσματα (προτομής)

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα στροφής-χρόνου και γωνιακής ταχύτητας-χρόνου εντοπίζεται σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για την προτομή υπό τη συγκεκριμένη διέγερση Imperial Valley, 1979. Η προτομή και στις δύο περιπτώσεις ξεκινάει uplift την ίδια χρονική στιγμή. Επίσης, η ανατροπή και στις δύο περιπτώσεις πραγματοποιείται την ίδια χρονική στιγμή.



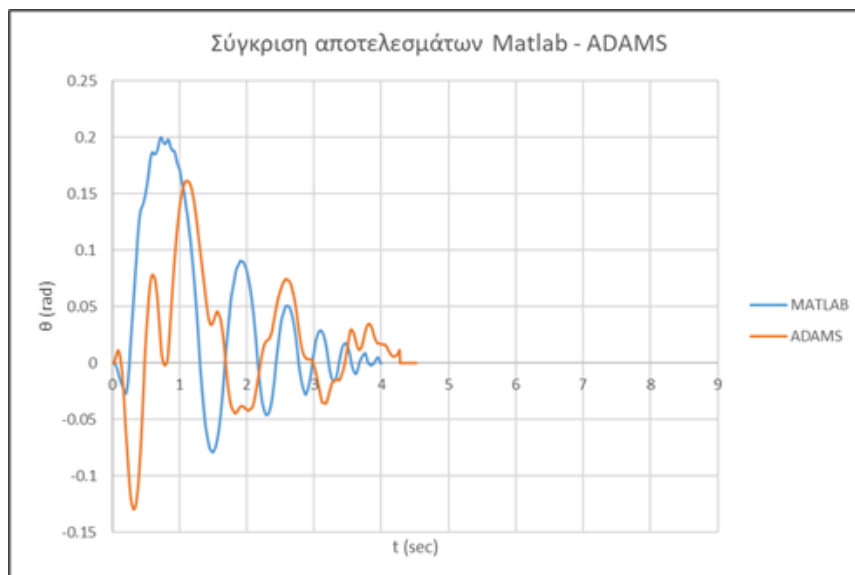
Σχήμα 3.22: Απόκριση βάθρου (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)



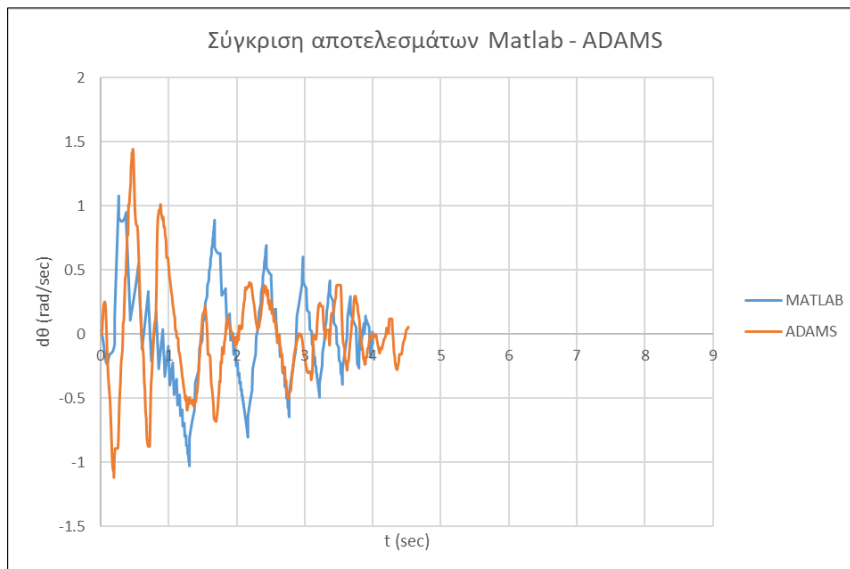
Σχήμα 3.23: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab (Imperial Valley, 1979)

Συμπεράσματα (βάρου)

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα στροφής-χρόνου και γωνιακής ταχύτητας-χρόνου εντοπίζεται σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για την προτομή υπό τη συγκεκριμένη διέγερση Imperial Valley, 1979. Το βάρου δεν ανατρέπεται σε καμία από τις δύο περιπτώσεις, αλλά το μέτρο της απόκρισης στο Adams είναι μεγαλύτερο.



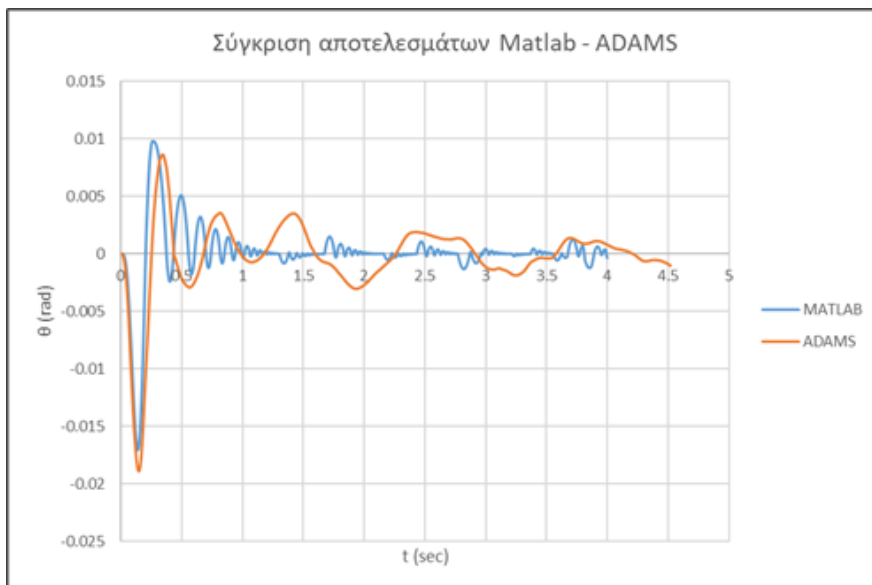
Σχήμα 3.24: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)



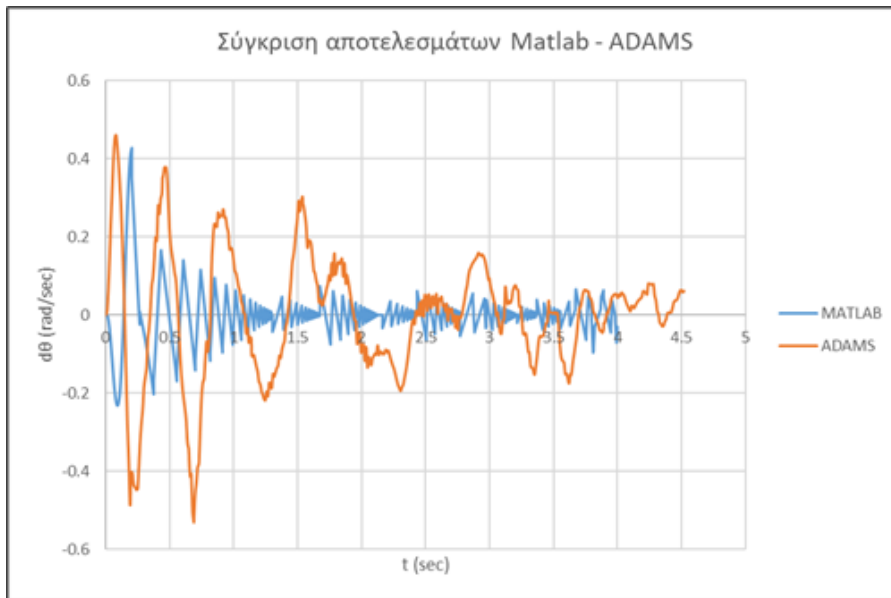
Σχήμα 3.25: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)

Συμπεράσματα (προτομής)

Παρουσιάζεται ποιοτικά σύγκλιση των αποτελεσμάτων Adams & Matlab απόκρισης για την προτομή υπό τη συγκεκριμένη διέγερση αρμονικού παλμού επιτάχυνσης $3.43\sin 6.28t$, αλλά εντοπίζονται αποκλίσεις στο μέτρο ποσοτικά. Σε καμία από τις δύο περιπτώσεις δεν πραγματοποιείται ανατροπή. Παρόμοια εικόνα εμφανίζεται και στην περίπτωση του βάρου (παρακάτω).



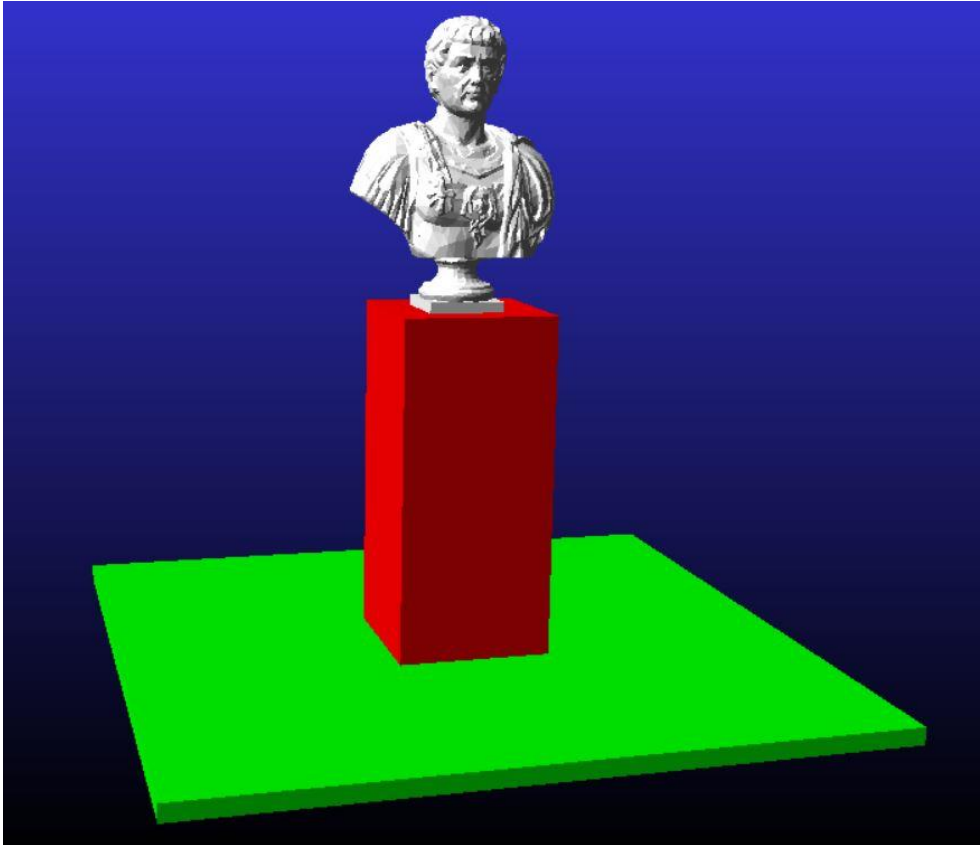
Σχήμα 3.26: Απόκριση βάρου (rad) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)



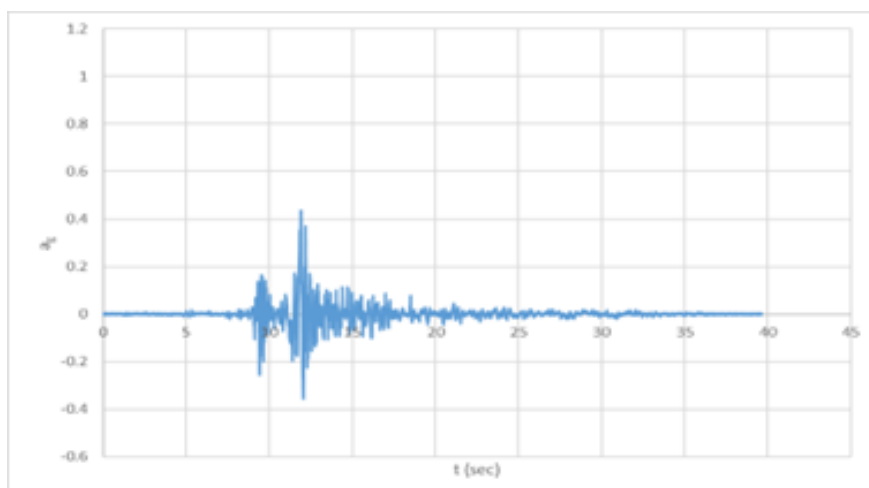
Σχήμα 3.27: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Matlab ($3.43\sin 6.28t$)

3.4 ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΩΝ: Περίπτωση 2

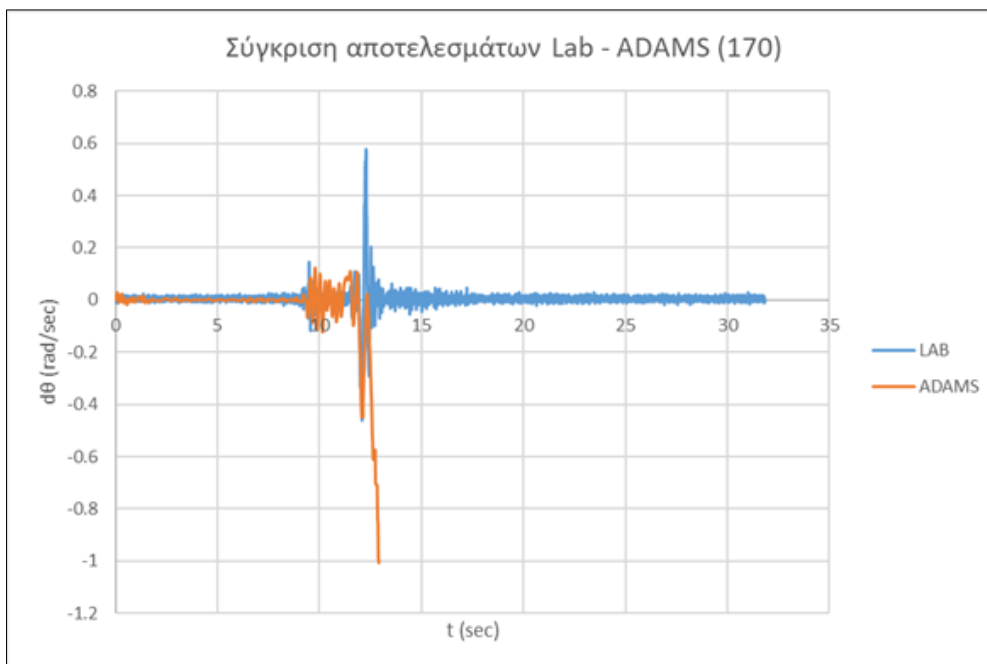
Σε αυτή την περίπτωση, προσομοιώθηκε ένα σύστημα δύο σωμάτων: της προτομής Traianus σε βάθρο διαστάσεων 45x45x100cm το οποίο εδράζεται σε άκαμπτη επιφάνεια. Στην περίπτωση αυτή δίδονται οι διεγέρσεις από τις καταγραφές που έλαβαν χώρα στο εργαστήριο: καταγραφή 170 & καταγραφή 205.



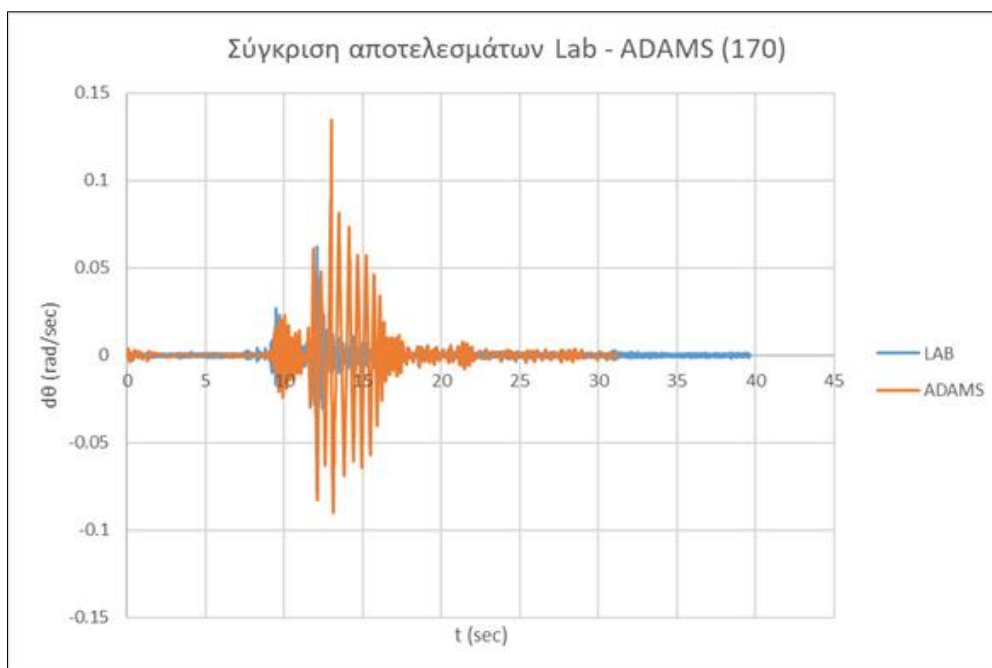
Σχήμα 3.28: Σύστημα δύο σωμάτων προτομής σε βάθρο 45x45x100cm – μοντέλο διακριτών στοιχείων



Σχήμα 3.29: Καταγραφή σεισμού 170



Σχήμα 3.30: Απόκριση προτομής Τραϊανού (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (170)

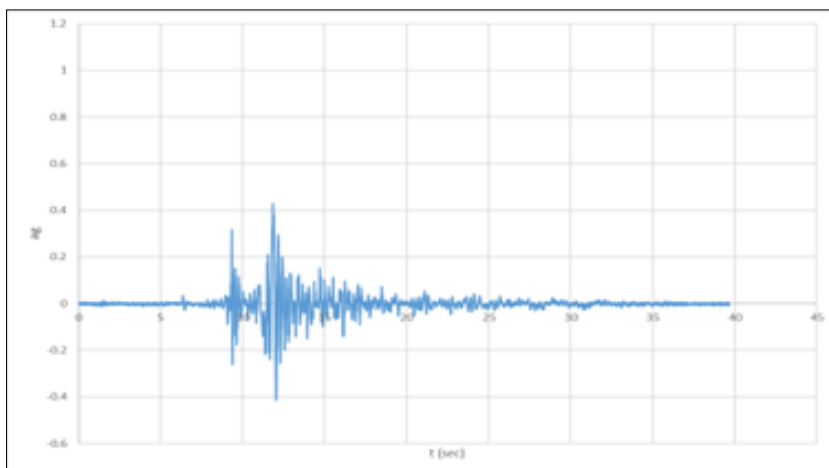


Σχήμα 3.31: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (170)

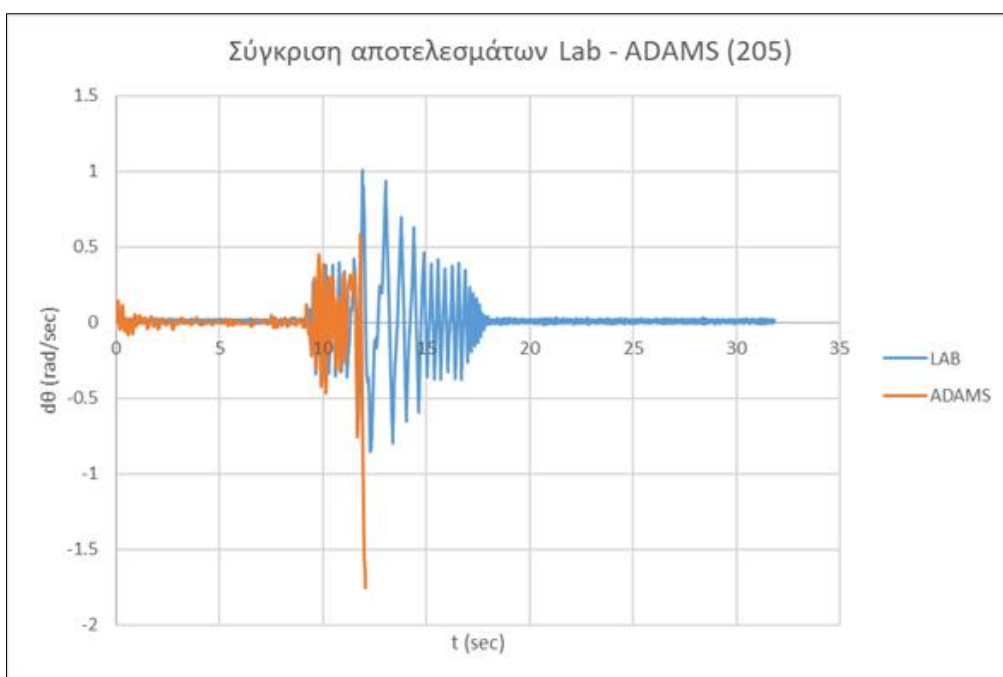
Συμπεράσματα

Και στις δύο περιπτώσεις το φαινόμενο του λικνισμού για την προτομή φαίνεται να λαμβάνει χώρα λίγο πριν τα 10sec με μικρές τιμές γωνιακής ταχύτητας. Τη χρονική στιγμή $t=12\text{sec}$ η PGA λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, όπου σημειώνεται και η μέγιστη τιμή γωνιακής ταχύτητας. Στην περίπτωση του Adams η προτομή ανατρέπεται, ενώ στο πειραματικό όχι.

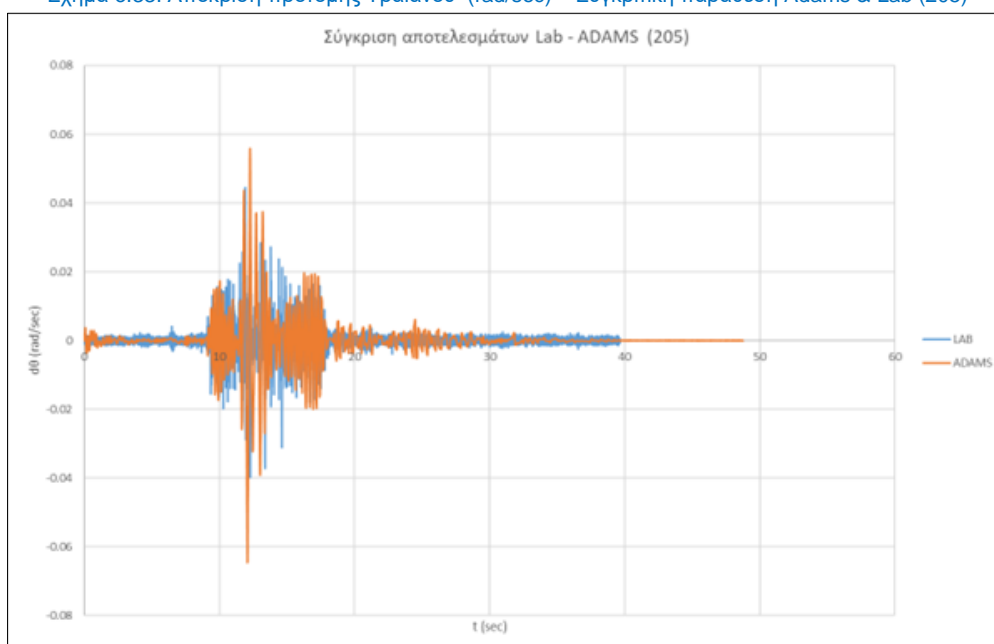
Στην περίπτωση του βάρου, το σώμα λικνίζεται χωρίς να ανατρέπεται. Η απόκριση της γωνιακής ταχύτητας είναι όμοια μέχρι τα 12sec, ενώ στην συνέχεια φαίνεται το μέτρο της στο Adams να εμφανίζει απόκλιση από την περίπτωση του πειραματικού.



Σχήμα 3.32: Καταγραφή σεισμού 205



Σχήμα 3.33: Απόκριση προτομής Τραίανου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (205)



Σχήμα 3.34: Απόκριση βάρου (rad/sec) – Συγκριτική παράθεση Adams & Lab (205)

Συμπεράσματα

Η προτομή λικνίζεται μέχρι τη χρονική στιγμή $t=14\text{sec}$ όπου η PGA λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της. Τη χρονική στιγμή αυτή σημειώνεται και η μέγιστη τιμή γωνιακής ταχύτητας και η προτομή ανατρέπεται στο Adams, ενώ στο πειραματικό όχι.

Στην περίπτωση του βάρου, το σώμα λικνίζεται χωρίς να ανατρέπεται. Η απόκριση της γωνιακής ταχύτητας είναι όμοια με του πειραματικού σε όλη τη διάρκεια λικνισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εξετάστηκε α) η περίπτωση σύγκλισης αποτελεσμάτων σε λικνισμό ενός συστήματος δύο σωμάτων σε δύο διαφορετικά λογισμικά: Adams & Matlab . Επιπρόσθετα, εξετάστηκε β) η σύγκλιση των αποτελεσμάτων απόκρισης μεταξύ πειραματικού και του λογισμικού Adams της προτομής σε βάθρο. Λήφθηκαν υπόψη η πολυπλοκότητα του φαινομένου του λικνισμού καθώς και η δυσκολία παραμετρικής διερεύνησης. Γενικώς, το λογισμικό Adams αναπαράγει μια εικόνα κοντά στην πραγματική συμπεριφορά, υπέρ της ασφάλειας θα λέγαμε με σιγουριά.

Όσον αφορά την πρώτη περίπτωση, με βάση τα αποτελέσματα των αναλύσεων σε μονό σώμα ή σύστημα δύο σωμάτων (συμμετρικό και μη) σε Adams & Matlab υπάρχει σύγκλιση στην απόκριση με μικρές αποκλίσεις κατά περίπτωση, όπως προαναφέρθηκε. Οι αποκλίσεις οφείλονται σε διάφορους λόγους. Η ανάλυση στο Adams γίνεται με διακριτά στοιχεία, ενώ στο Matlab όχι (αναλυτική λύση). Επιπρόσθετα στο Adams η προσομοίωση πραγματοποιείται σε τρισδιάστατο χώρο με πιθανότητα πρόκλησης εκτός επιπέδου μετατοπίσεις/εκτροπές, ενώ στο Matlab σε δύο διαστάσεις. Επιπρόσθετα, στο Adams εντοπίζεται μια ευαισθησία στις παραμέτρους κατά τον ορισμό της Contact Force μεταξύ των σωμάτων (stiffness, penetration depth κλπ), όπως επίσης και ο συντελεστής απόσβεσης & αποκατάστασης μεταξύ των λογισμικών διαφέρει. Αν και στην περίπτωση του ενός σώματος ο συντελεστής αποκατάστασης είναι πιο ξεκάθαρος πως προκύπτει, στην περίπτωση των δύο άκαμπτων σωμάτων (ιδιαίτερα όταν το ένα είναι ασύμμετρο) όπου υπάρχει συνεχής εναλλαγή από mode to mode το πρόβλημα καθίσταται πιο σύνθετο. Εν κατακλείδι, με βάση τα παραπάνω, φαίνεται ότι η απόκριση στο Adams είναι πιο μεγάλη και κατ'επέκταση υπέρ της ασφάλειας.

Όσον αφορά τη δεύτερη περίπτωση και με βάση τα όσα αφορούν το λογισμικό Adams, με σιγουριά θα μπορούσαμε να καταλήξουμε ότι η προσομοίωση είναι υπέρ της ασφάλειας σε σχέση με την πραγματικότητα.

Η δυναμική συμπεριφορά των στερεών σωμάτων σε σεισμική διέγερση είναι σύνθετο, παρά τις απλοποιητικές παραδοχές που λαμβάνονται στην παρούσα διπλωματική, καθώς ο λικνισμός δεν περιορίζεται μόνο σε ένα επίπεδο. Ο ρόλος της διεπιφάνειας μεταξύ των σωμάτων παίζει καθοριστικό ρόλο στην παράμετρο που λέγεται ολίσθηση. Σε μελλοντική έρευνα μπορεί να ληφθεί υπόψη ο συνδυασμός λικνισμού των σωμάτων σε συνδυασμό με ολίσθηση ή αναπήδηση για πληρέστερη προσέγγιση της πραγματικότητας.

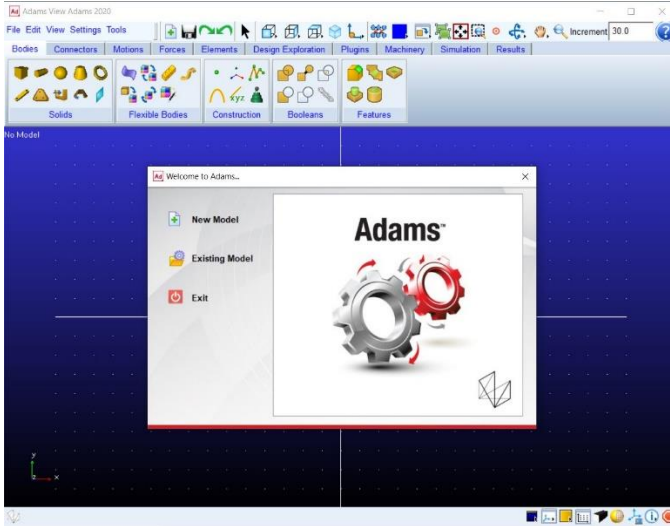
Βιβλιογραφία

1. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes. Bulletin of the Seismological Society of America. Vol 53, No. 2, pp. 403-417. February, 1963. BY GEORGE W. HOUSNER
2. Dynamic response analysis of solitary flexible rocking bodies: Modeling and behavior under pulse-like ground excitation. Article in Earthquake Engineering & Structural Dynamics · August 2014 . Michalis Vassiliou. Bozidar Stojadinovic
3. Dynamic behaviour of rocking two-block assemblies earthquake engineering and structural dynamics, VOL. 19,555 575 (1990). IOANNIS N. PSYCHARIS
4. Rocking Response of Rigid Blocks to Earthquakes. Chik-Sing Yim, Anil K. Chopra and Joseph Penzien. Department of Ciuil Engineering, University of Calgorornia, Berkeley, California, U.S.A.
5. Σεισμική συμπεριφορά έργων τέχνης που εδράζονται σε άκαμπτη βάση. Διπλωματική εργασία. Νέστωρ Βλάχος, Μάρτιος 2022.
6. The effect of building's Response on the Fragility symmetric of freestanding symmetric or Asymmetric Contents. S. Diamantopoulos, and M. Fragiadakis. EURO DYN 2020 XI International Conference on Structural Dynamics M. Papadrakakis, M. Fragiadakis, C. Papadimitriou (eds.) Athens, Greece, 23–26 November 2020
7. CONTACT MECHANICS IN MSC ADAMS. A technical evaluation of the contact models in multibody dynamics software MSC Adams. Jochem Giesbers. 11th July, 2012
8. The rocking spectrum and the limitations of practical design methodologies. Nicos Makris and Dimitrios Konstantinidis. Department of Civil and Environmental Engineering; University of California; Berkeley. EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS. 2003
9. Seismic response assessment of rocking systems using single-degree-of-freedom oscillators. Spyridon Diamantopoulos | Michalis Fragiadakis. July 2018.
10. Revisiting the rocking block: closed-form solutions and similarity laws. Elias G. Dimitrakopoulos and Matthew J. DeJong. Proceedings of the Royal Society. April 2014
11. Ανάλυση της τρωτότητας λικνιζόμενων σωμάτων σε κατασκευές υπό σεισμική φόρτιση. Διπλωματική Εργασία. Κολοκυθά Μαριέττα Ελένη. Νοέμβριος 2016.
12. Dynamic analysis of stacked rigid blocks. Pol D. Spanos, Panayiotis c. Roussis, Nikolas P.A. Politis. Soil Dynamics and Earthquake Engineering . May 2001
13. Experimental Seismic Assessment and Protection of Museum Artefacts. Michalis Fragiadakis. Spyridon Diamantopoulos. Rocca Irene. L. DiSarno, M.G Castellano, V. Crozet, I politopoulos, T. Chaudat, S. Vasic, IE Bal, E. Smyrnu, I Psycharis, T.C. Hutchinson, L. Berto. XI International Conference on Structural Dynamics. Athens, Greece 23-26 November 202021126

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ ΣΤΟ MSC Adams

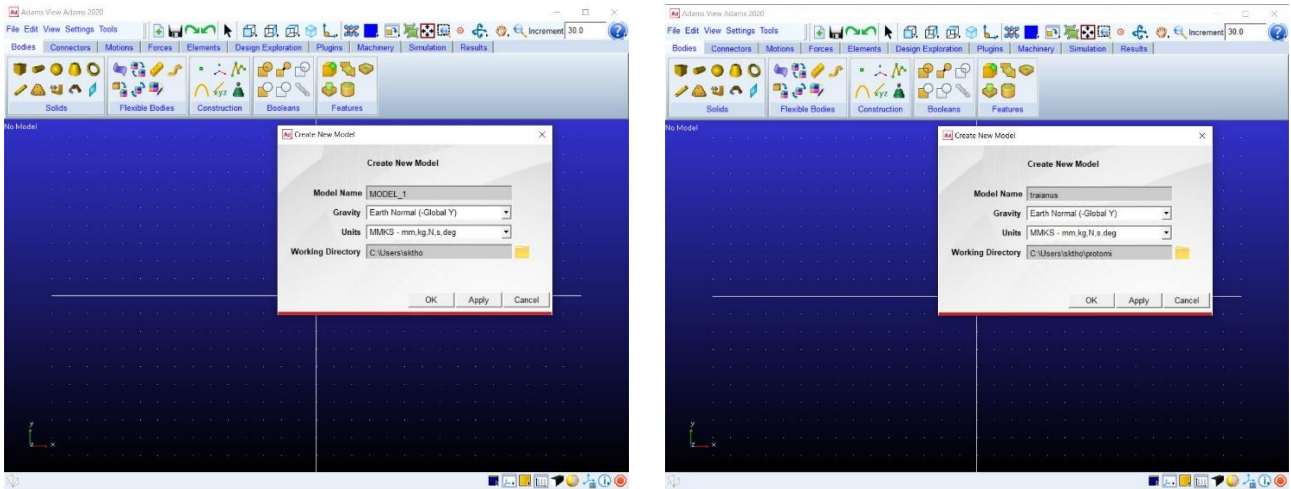
Παρουσιάζεται βήμα-βήμα η διαδικασία για την προσομοίωση του μοντέλου που δημιουργήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ανοίγοντας το λογισμικό Adams View διακριτών στοιχείων εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος όπως φαίνεται παρακάτω:

1. Άνοιγμα προγράμματος & επιλογή New Model



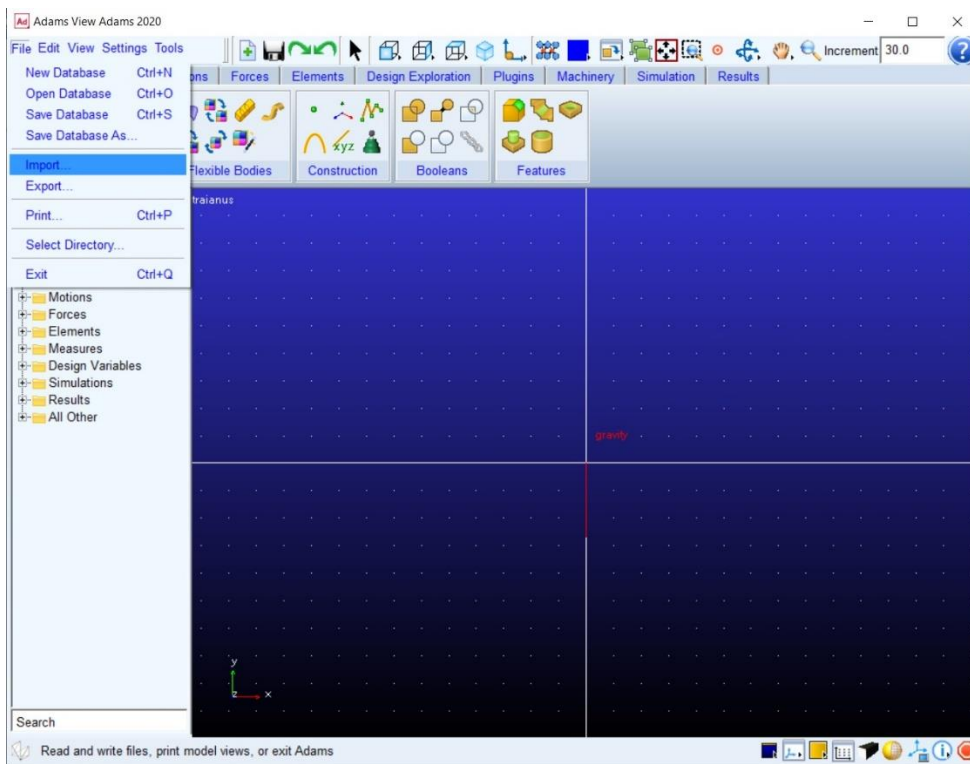
Σχήμα A1: Άνοιγμα κύριου παραθύρου Adams

2. Μέσω της επιλογής New Model μετονομάζω το Model Name με βάση το όνομα που επιθυμώ.



Σχήμα A2: Ορισμός φακέλου και ονόματος

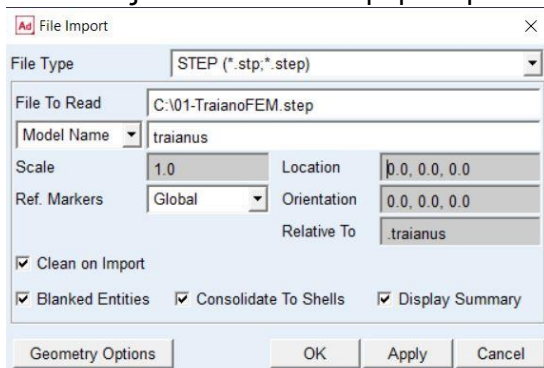
3. Πατώντας Apply & OK ανοίγει το πλαίσιο του λογισμικού. Μέσω της επιλογής Import... πατώντας το File στη γραμμή εργασιών, εμφανίζεται το παράθυρο για την εισαγωγή του αρχείου (πχ επέκταση step.) της προτομής.



Σχήμα A3: Εισαγωγή προτομής

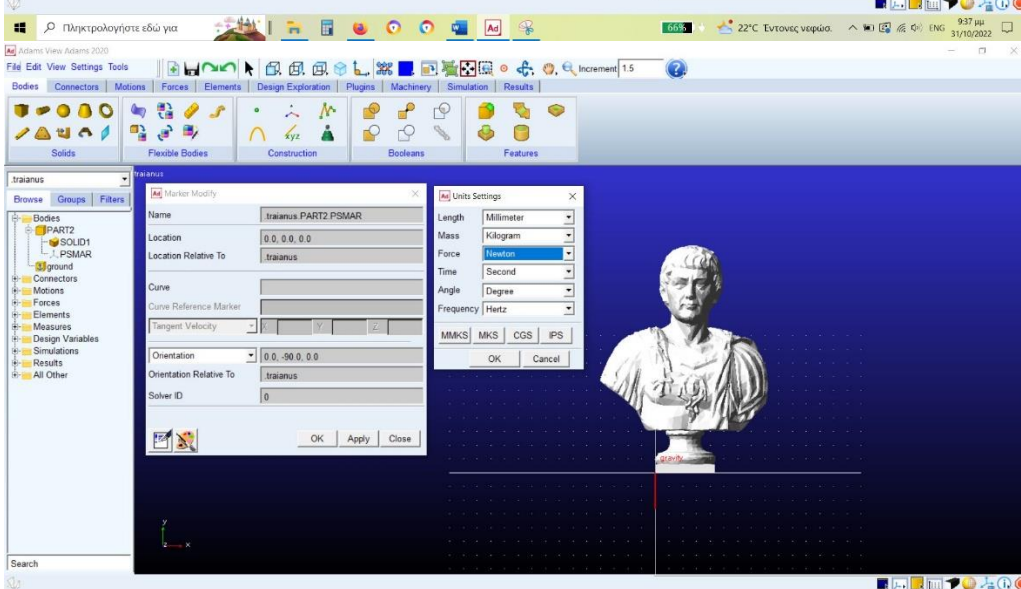
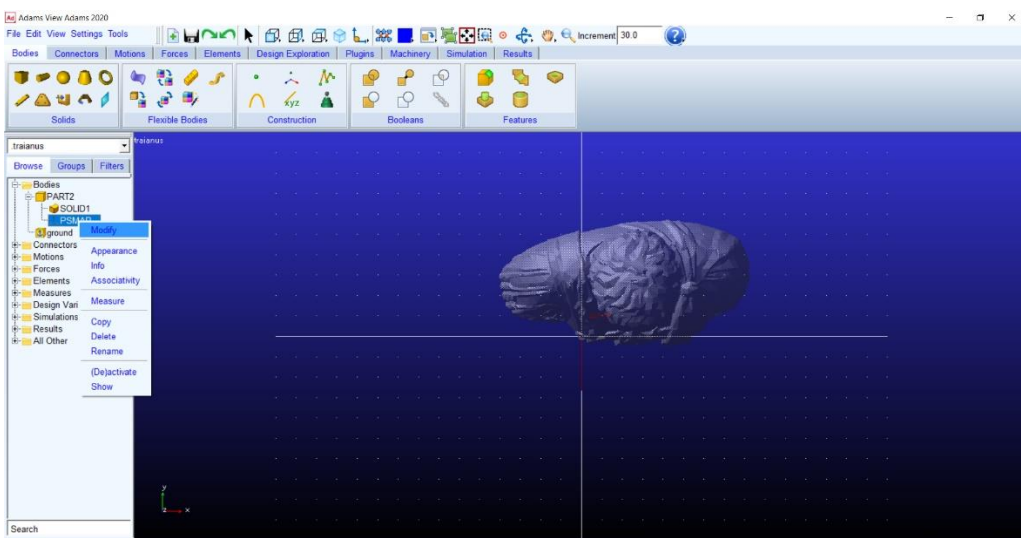
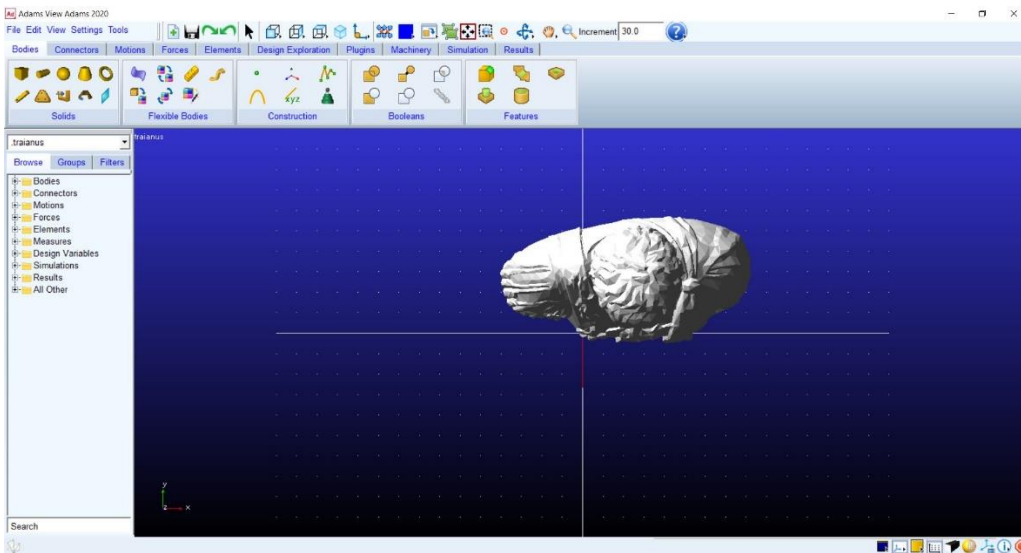
4. Μέσω του File to Read δεξί κλικ → browse & και εισάγω το αρχείο της προτομής μου. (Προσοχή, το αρχείο μου να βρίσκεται στον C: για να το αναγνωρίζει).

Ως Model Name πληκτρολογώ το όνομα του αρχείου, όπως στην αρχή.

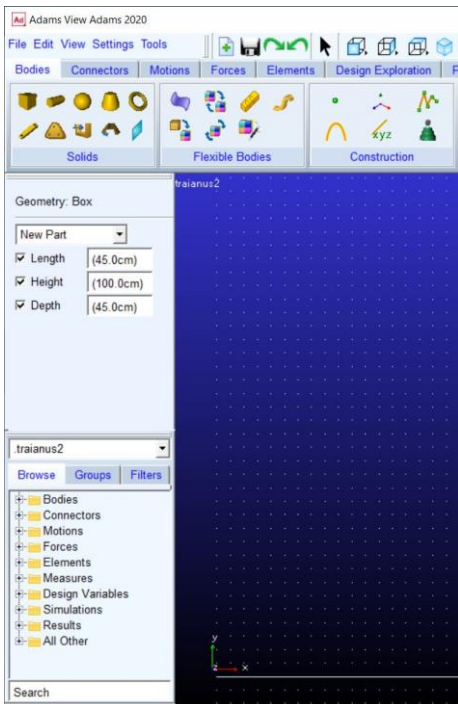


Σχήμα A4: Εισαγωγή στοιχείων προτομής

5. Αριστερά του παραθύρου στην καρτέλα Bodies εμφανίζεται το όνομα του Solid που εισήγαγα και το Marker του (PSMAR). Μέσω του παραθύρου μπορώ να το μετατοπίζω, να του αλλάξω προσανατολισμό, διεύθυνση. Τέλος εισάγω και το βάθρο μέσω της καρτέλας Bodies.

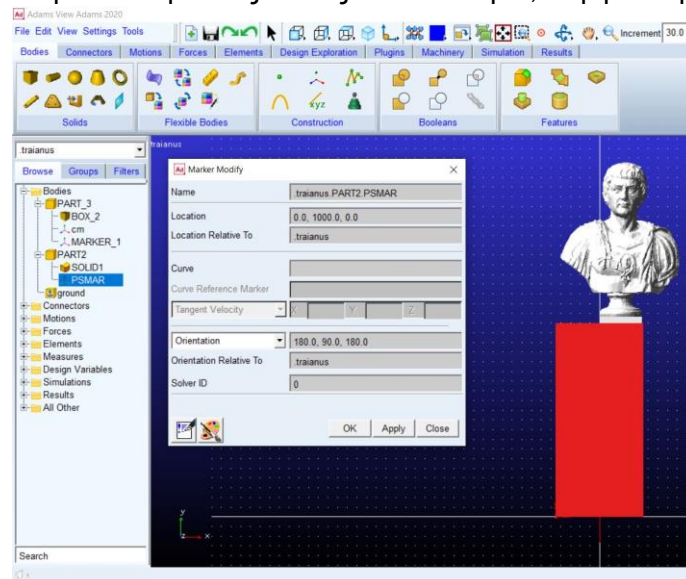


Σχήμα A5: Παράθυρο τροποποιήσεων θέσης, διεύθυνσης και προσανατολισμού προτομής

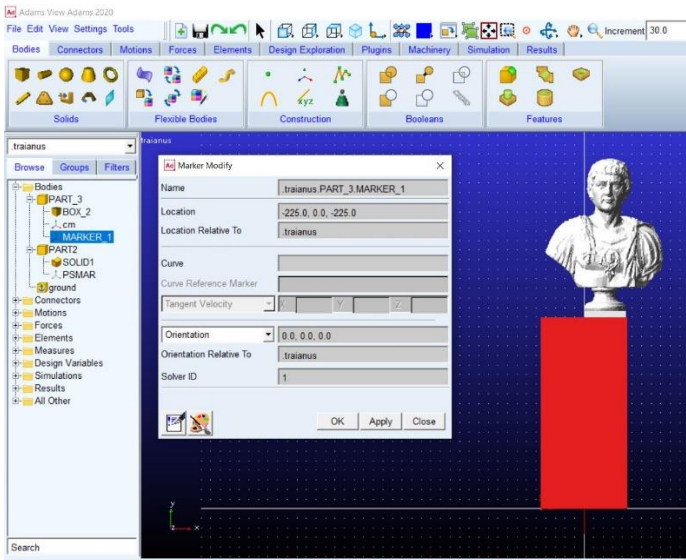


Σχήμα A6: Προσομοίωση βάρου

6. Κάνοντας δεξί κλικ → Modify κάνω τι απαραίτητες τροποποιήσεις και μετατοπίζω το κάθε άκαμπτο σώμα στις θέσεις που επιθυμώ, σύμφωνα με τη διάταξη που υποδεικνύεται.

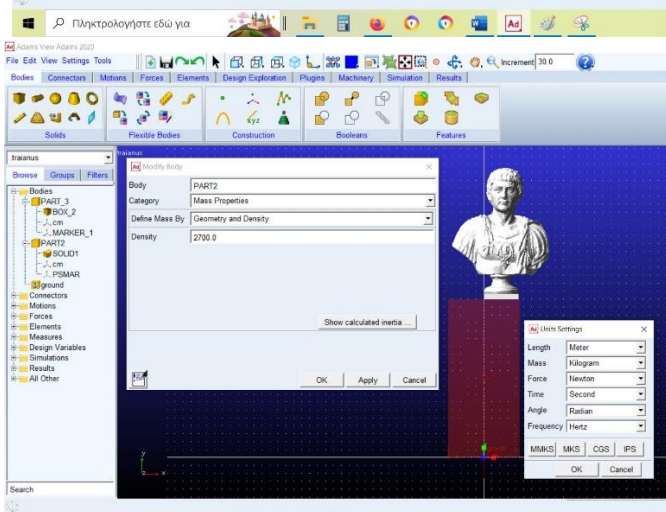
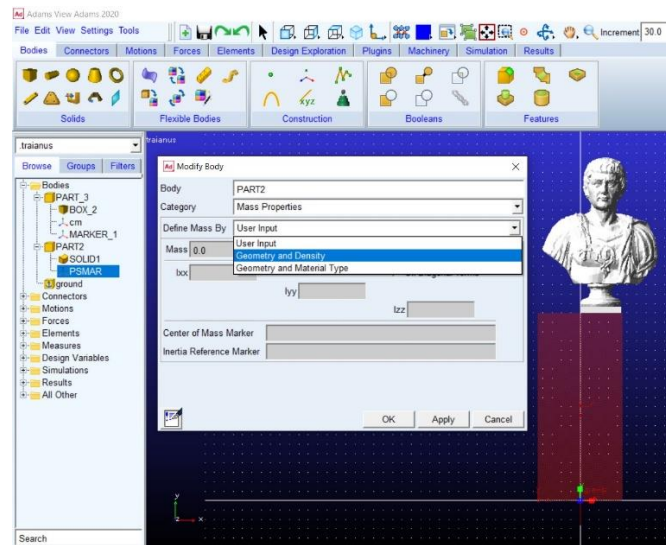


Σχήμα A7: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά προτομής

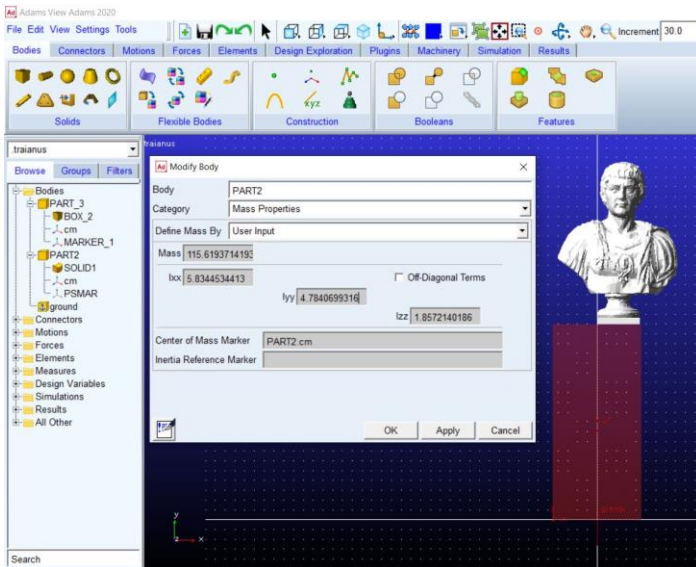


Σχήμα A8: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά βάθρου – μετατόπιση ΚΒ στον καθολικό άξονα XYZ.

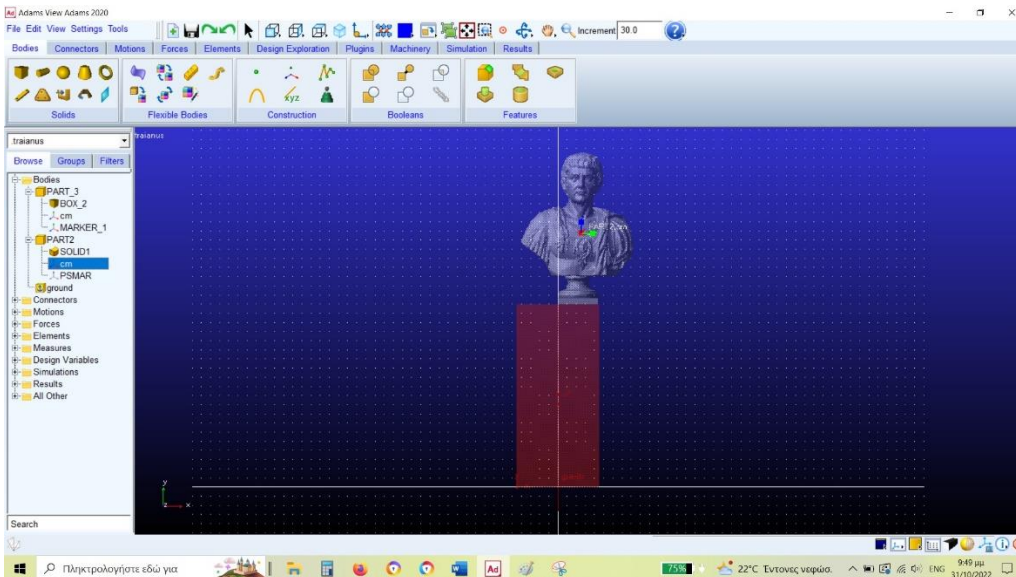
7. Κάνοντας δεξί κλικ στο άκαμπτο σώμα και Modify μέσω του Geometry & Density εισάγω το ειδικό βάρος προκειμένου να υπολογίσει αυτόματα το ΚΒ της προτομής και τα υπόλοιπα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.



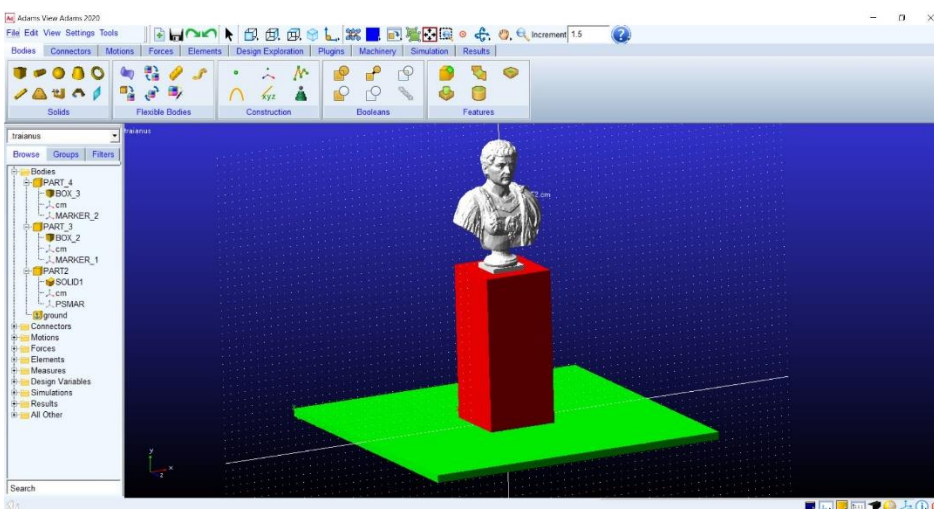
Σχήμα A9: Εισαγωγή ειδικού βάρους



Σχήμα A10: Υπολογισμός ΚΒ και ροπών αδράνειας

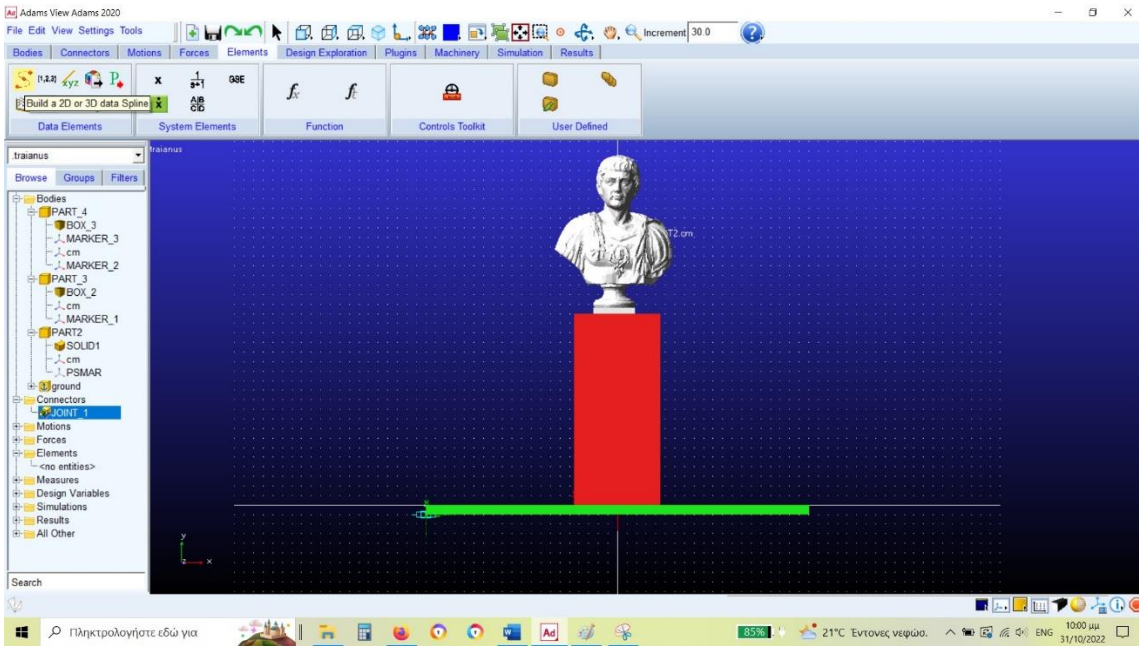


Σχήμα A11: Το ΚΒ της διατομής (κόμβος με τοπικό άξονα XYZ)

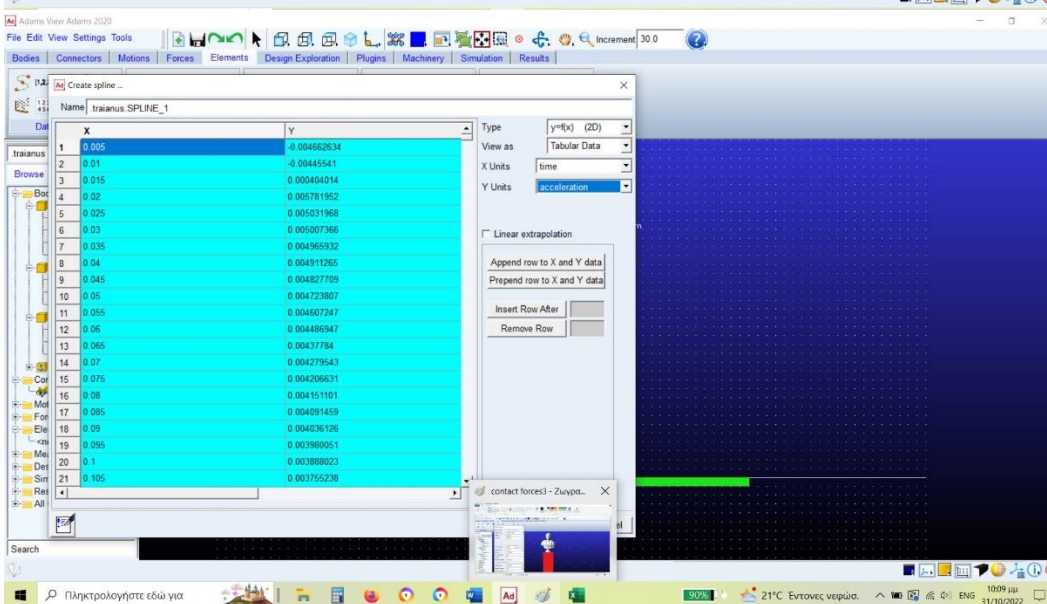
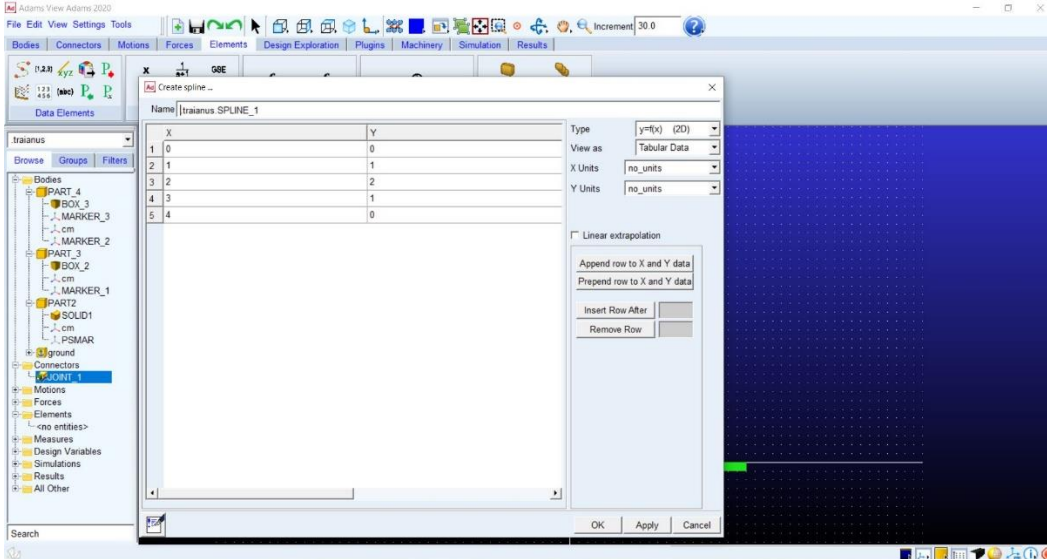


Σχήμα A12: Τρισδιάσταση τελική μορφή προσομοιώματος

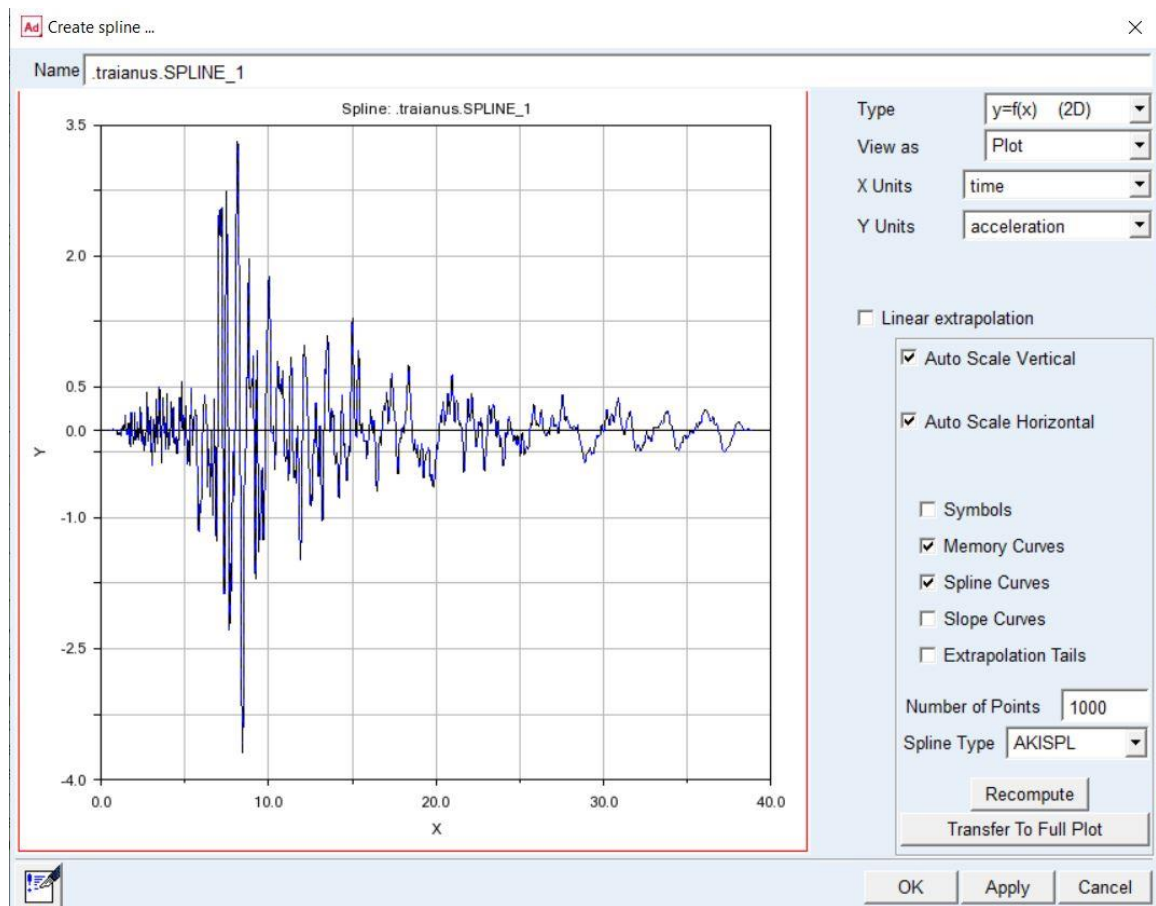
8. Μέσω της καρτέλας Elements πατώντας Build a 2D or 3D data Spline ανοίγει ένα παράθυρο διαλόγου όπου εισάγω τα στοιχεία της καταγραφής μου από ένα σεισμό (χρόνος-επιτάχυνση κλπ).



Σχήμα A13: Ορισμός data Spline – καταγραφή σεισμού

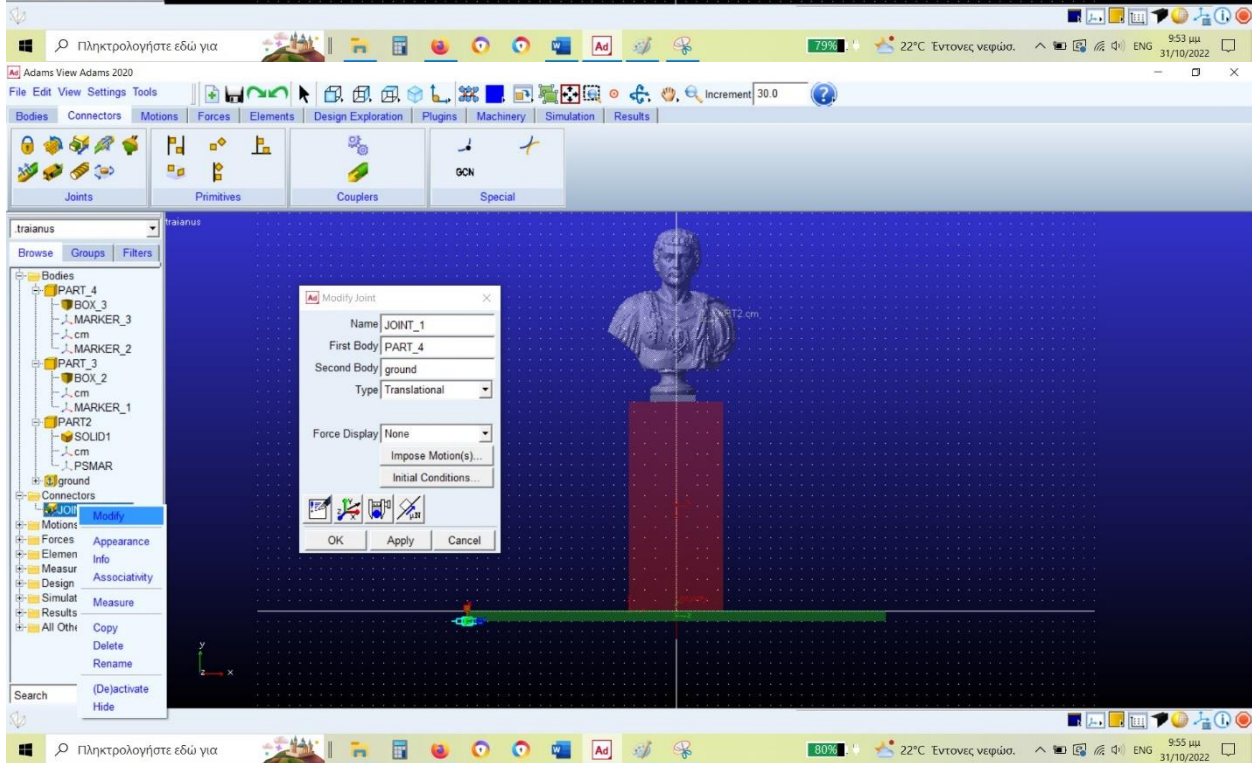
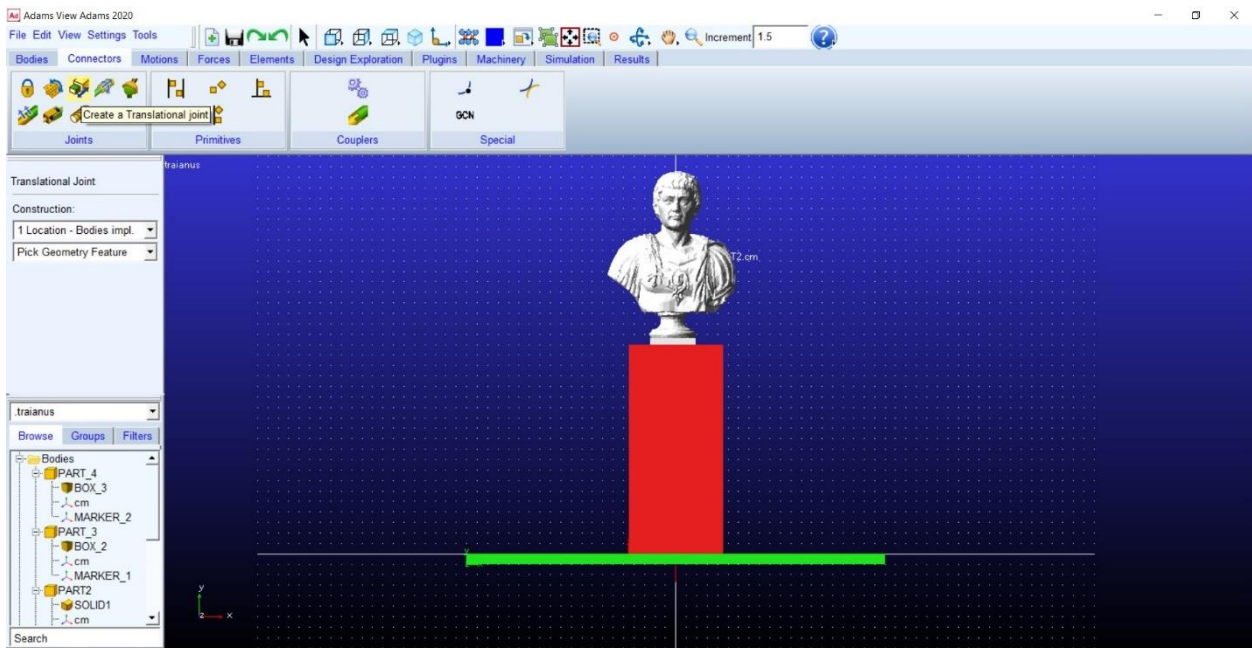


Σχήμα A14: Εισαγωγή Στοιχείων καταγραφής στο Spline

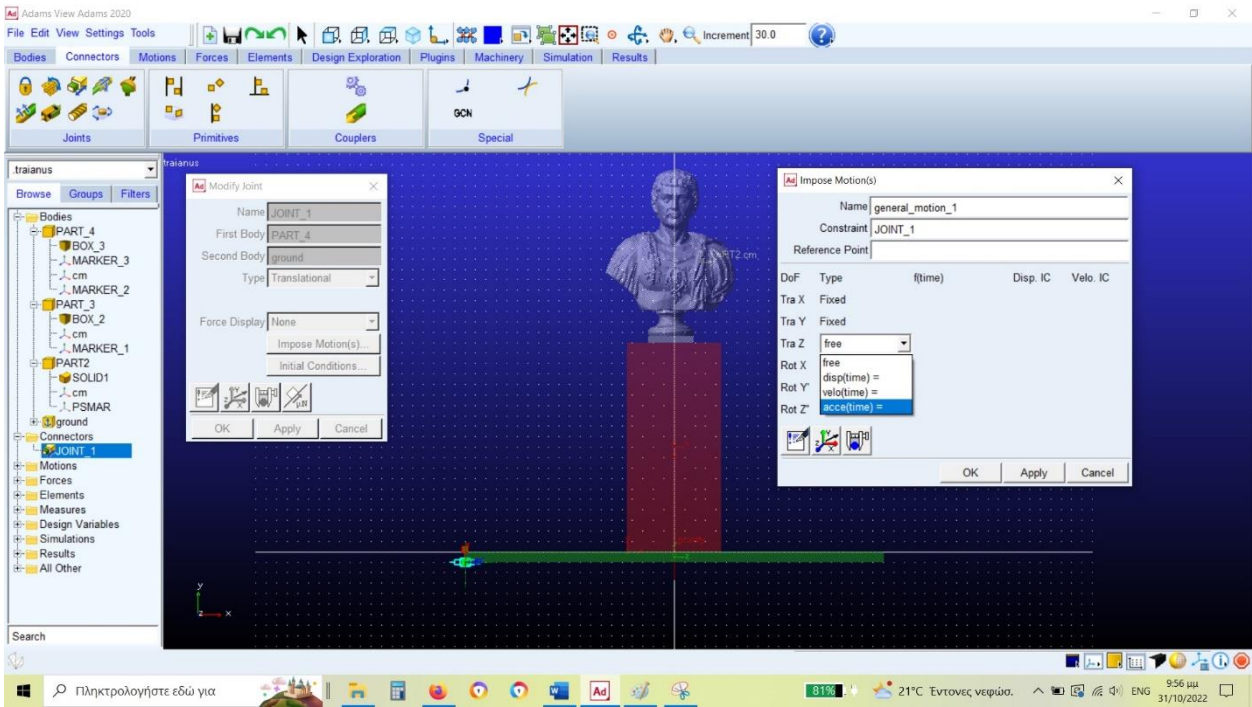


Σχήμα A15: Καταγραφή σεισμού σε plot

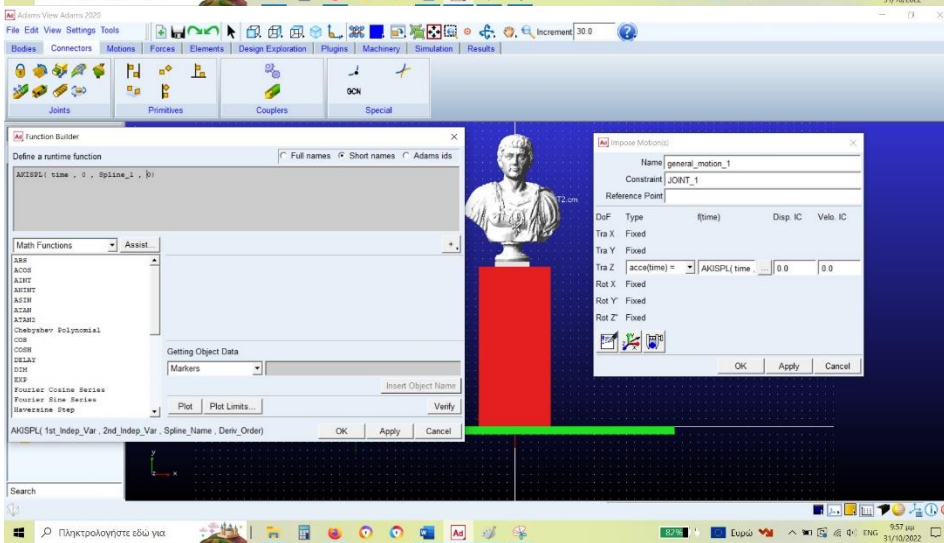
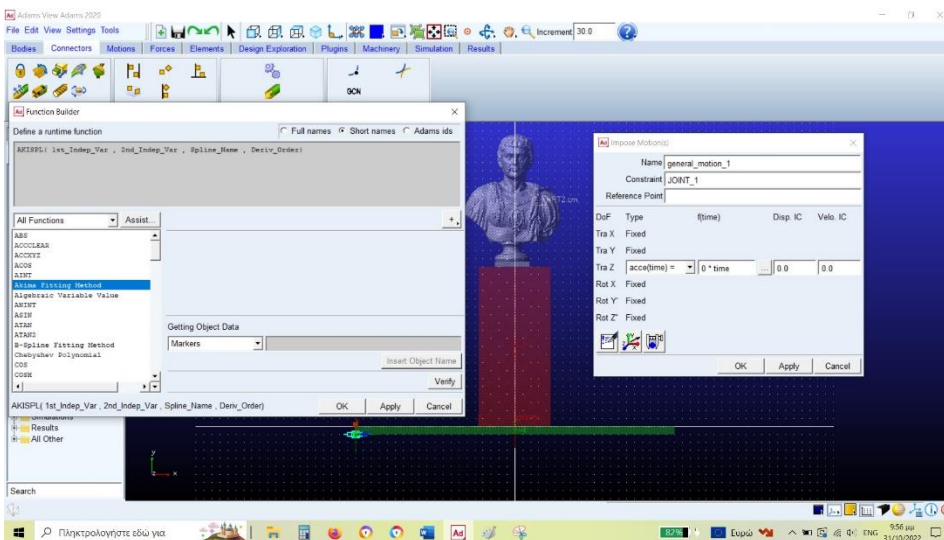
9. Στη συνέχεια, μέσω της Καρτέλας Connectors και πατώντας Create a Translational joint εισάγω έναν Connector στο άκαμπτο δάπεδο όπου κατά τη διεύθυνση X μπορώ να του δίδω την καταγραφή του σεισμού (που έχω ορίσει το Spline νωρίτερα) με τον εξής τρόπο. Δεξί κλικ στο Joint & Modify. Πατώντας Impose Motion μου εμφανίζει ότι κατά τη διεύθυνση Z (τοπικός άξονας Joint) να του δώσω μέσω της συνάρτησης Akima Fitting Method.



Σχήμα A16: Εισαγωγή Joint στο άκαμπτο δάπεδο

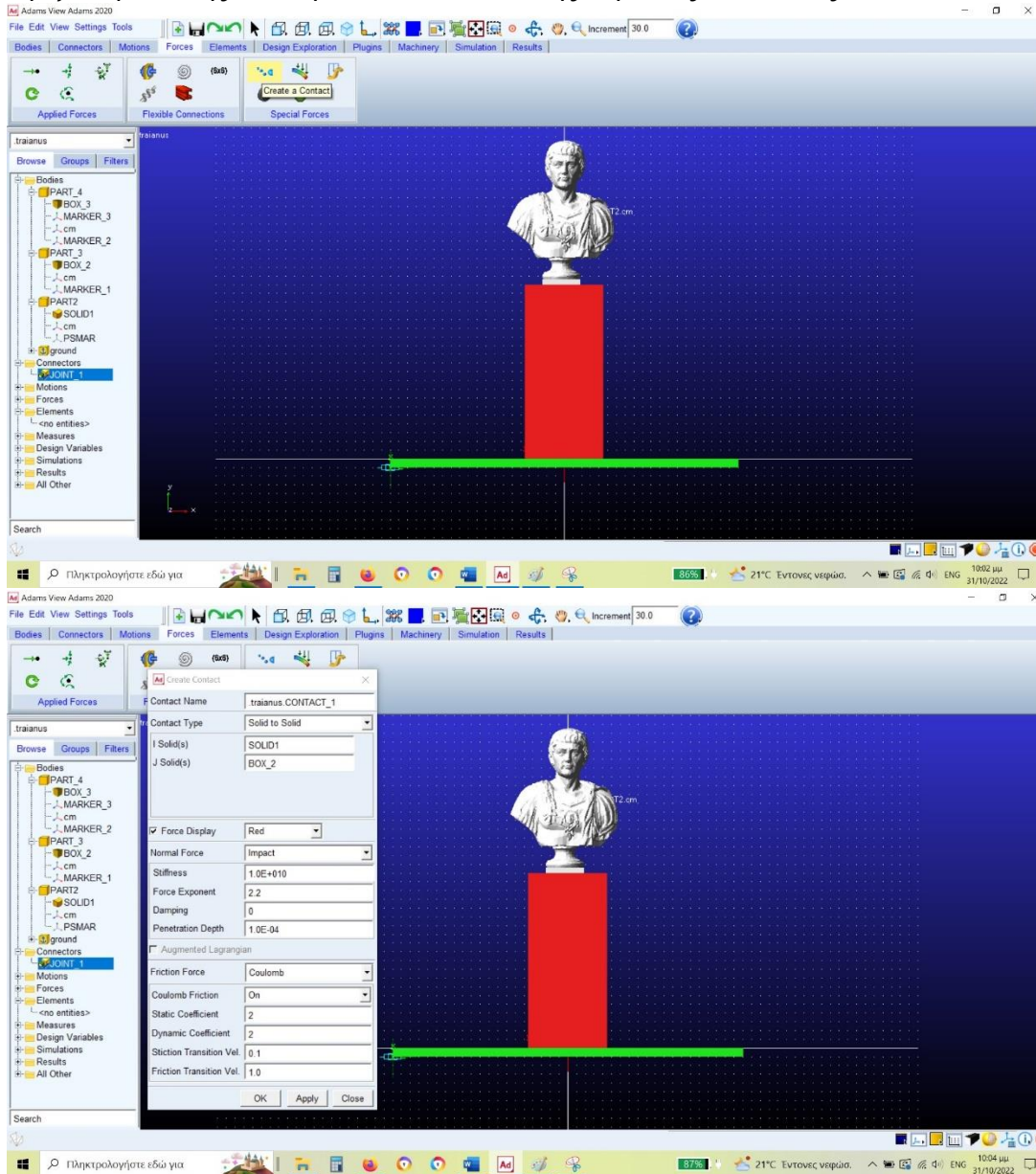


Σχήμα A17: Ορισμός κίνησης επιτάχυνσης-χρόνου



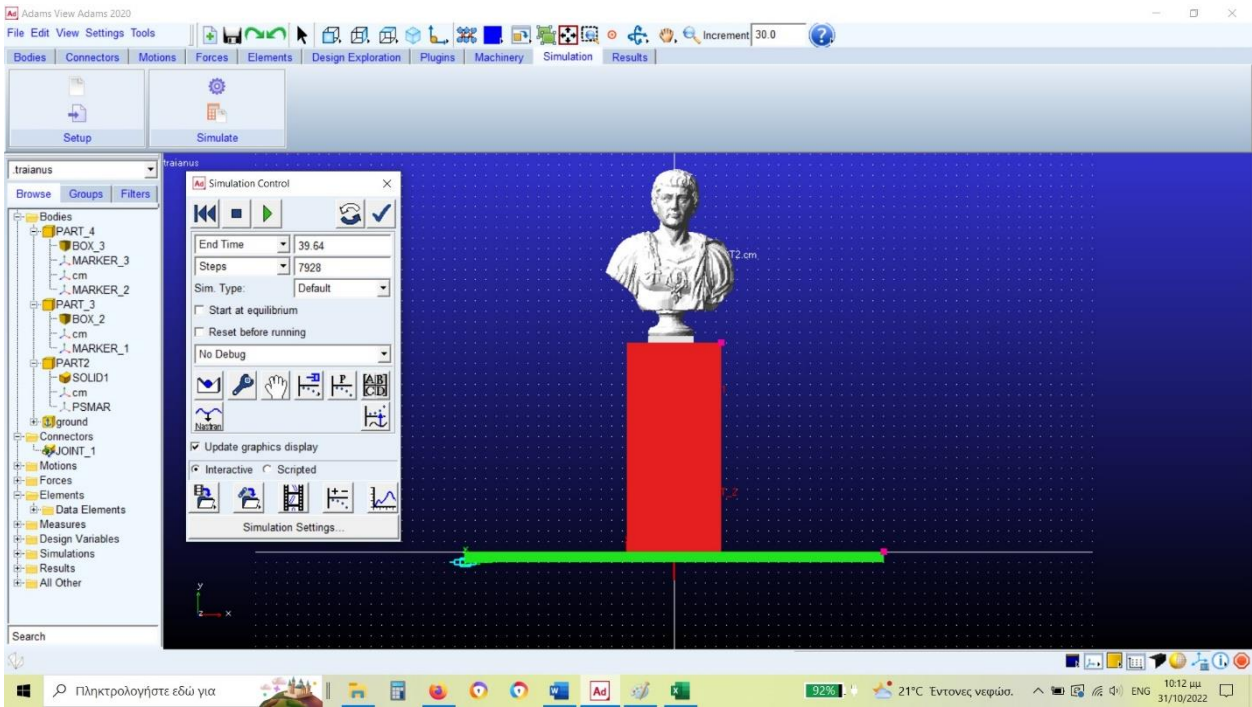
Σχήμα A18: Ορισμός καταγραφής μέσω συνάρτησης Akima Fitting Method

10. Όσον αφορά την προσομοίωση, εκκρεμεί ο ορισμός των Contact Forces του ενός σώματος με το υποκείμενο του, εισάγοντας τις κατάλληλες παραμέτρους. Ορίζεται μέσω της εντολή Create a Contact της καρτέλας Forces. Ως Friction force επιλέγω Coulomb.

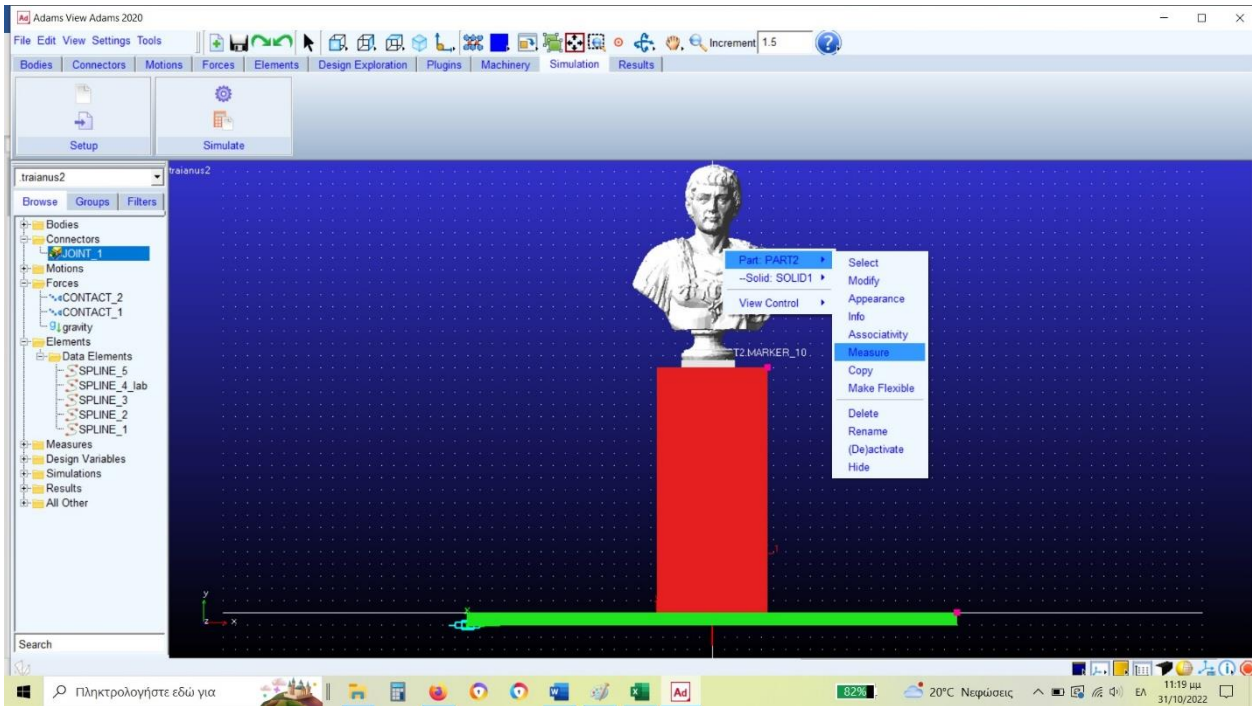


Σχήμα A19: Ορισμός Contact Forces στα άκαμπτα σώματα

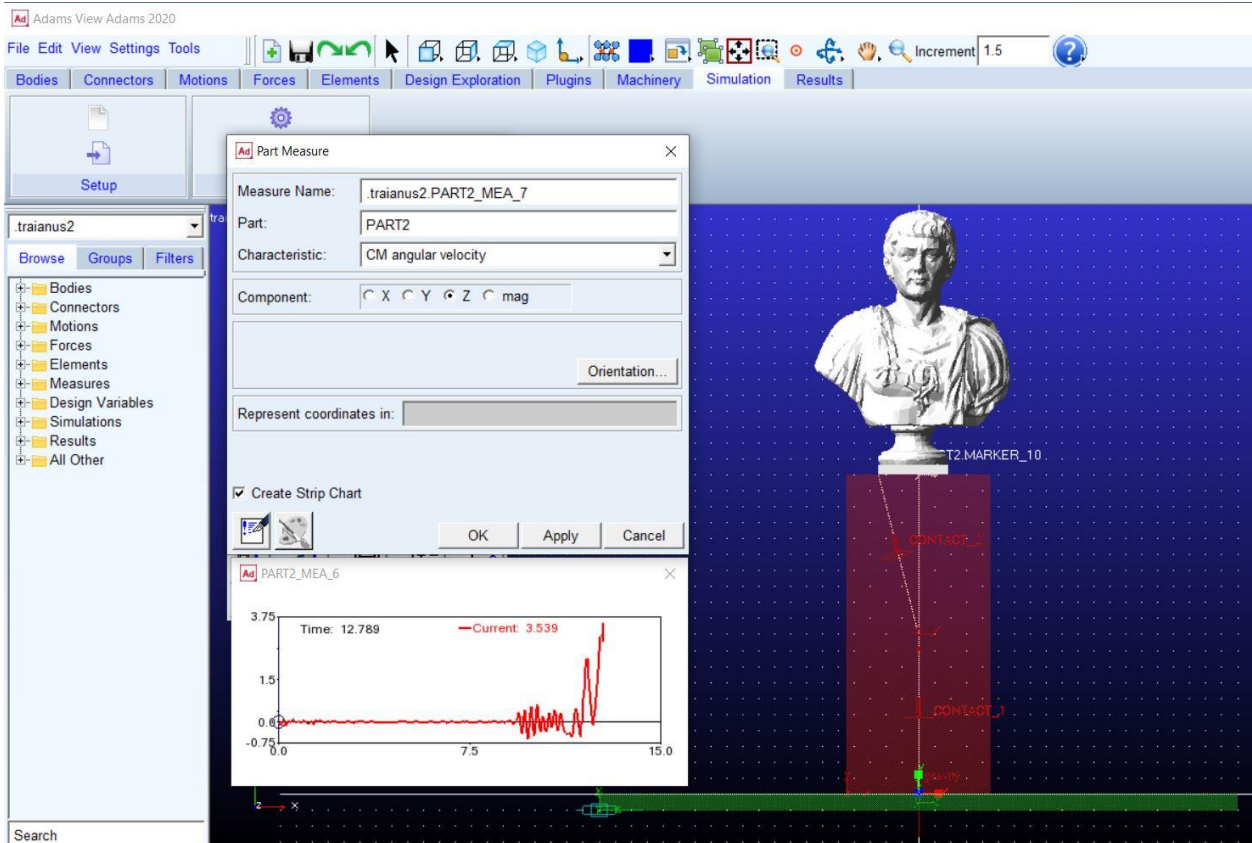
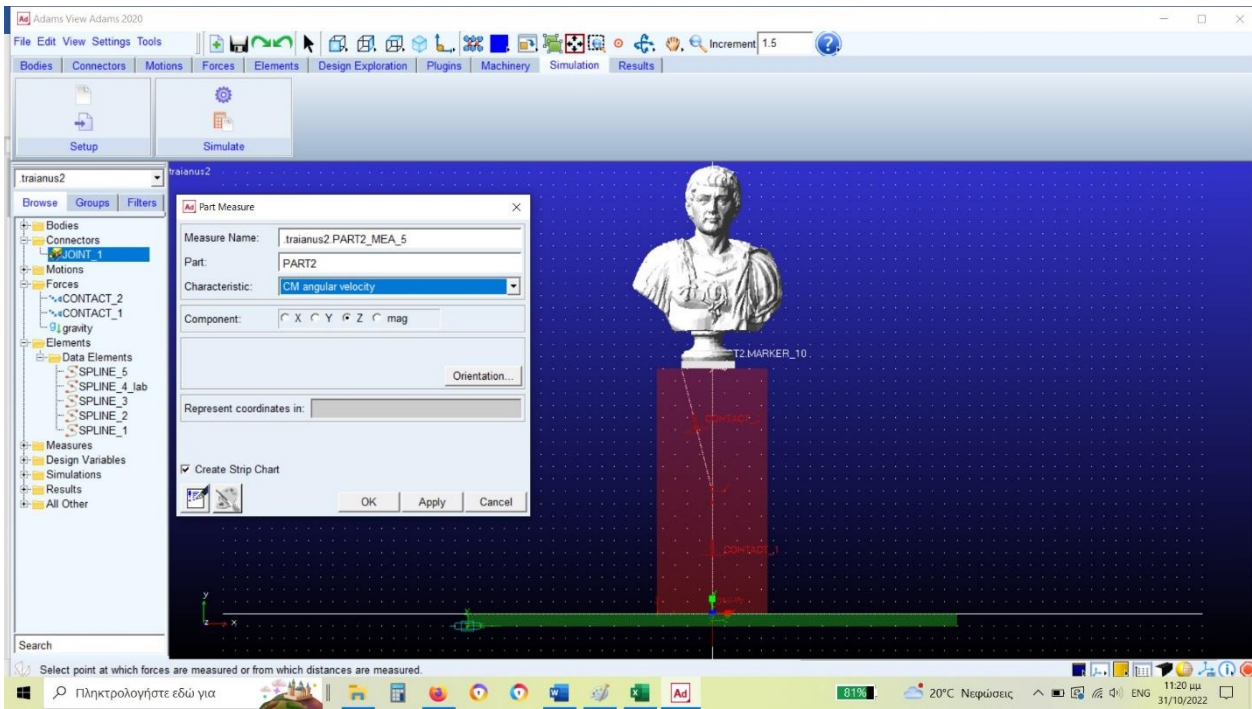
11. Με βάση την ολοκλήρωση των παραπάνω, μέσω της εντολής Simulation, εισάγοντας την διάρκεια της σεισμικής δράσης (t καταγραφής) και το βήμα (steps), πατώντας "Play", ξεκινάει ο λικνισμός του σώματος. Εφόσον έχει ολοκληρωθεί ο χρόνος όπου τίθενται σε λικνισμό τα δύο σώματα, με δεξί κλικ στο κάθε ένα, εμφανίζεται η επιλογή Measure. Πατώντας της μπορούμε να αποσπάσουμε κατευθείαν πληροφορίες για την απόκριση του κάθε σώματος ξεχωριστά σε συνάρτηση με τον χρόνο. Πχ στην προκειμένη περίπτωση η τιμή της γωνιακής ταχύτητας.



Σχήμα A20: Τρέξιμο προσομοίωσης διακριτών στοιχείων

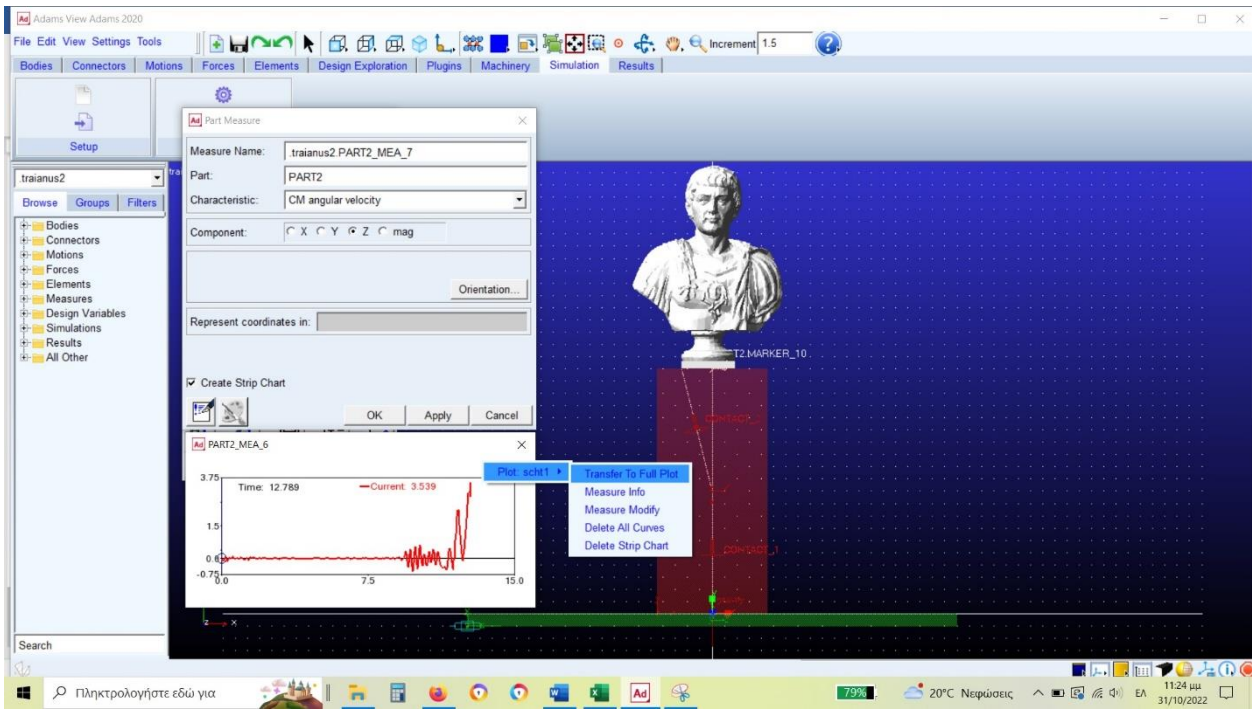


Σχήμα A21: Επιλογή απεικόνισης αποτελεσμάτων



Σχήμα A22: Αποτελέσματα γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο.

Κάνοντας δεξί κλικ στο γράφημα: Plot scht1 → Transfer to Full Plot, ανοίγει ένα άλλο παράθυρο όπου μπορεί να γίνεται καλύτερη εποπτεία των αποτελεσμάτων είτε να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα σε κάποια άλλη μορφή (.txt κλπ) .



Σχήμα A23: Επιλογή μεταφοράς σε full plot