

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Παραγωγή και Διαχείριση Ενέργειας»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υπολογιστική προσομοίωση ομόρρου ανεμογεννήτριας με ροή σε απόκλιση

Του φοιτητή Φιλίππου Ιωάννη

20/10/2022

Επιβλέπων Ριζιώτης Βασίλειος, Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Ευχαριστίες

Κατά την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους με βοήθησαν και με στήριξαν άμεσα ή έμμεσα. Αρχικά τον επιβλέποντά μου Αναπληρωτή Καθηγητή Βασίλη Ριζιώτη για την ευκαιρία που μου έδωσε και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε ώστε να ασχοληθώ για πρώτη φορά με το γνωστικό αντικείμενο, καθώς και για την καθοδήγηση που μου παρείχε σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης ευχαριστώ τον υποψήφιο διδάκτορα Νίκο Σπυρόπουλο χωρίς την βοήθεια του οποίου δεν θα ήταν δυνατή η περάτωση της εργασίας.

Τέλος. θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τη Νατάσα οι οποίοι με στήριξαν υλικά επί ένα χρόνο.

Η ανάγκη για ανανεώσιμη ενέργεια έχει φέρει την αιολική ενέργεια στο επίκεντρο του παγκόσμιου ενδιαφέροντος με τον κλάδο να γνωρίζει συνεχώς ανάπτυξη. Η εγκατάσταση ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα σε συστοιχίες είναι ο πλέον αποδοτικός τρόπος οργάνωσής τους, όμως η αλληλεπίδραση μεταξύ των μηχανών έχει αρνητικό αντίκτυπο στην αποδοτικότητα της κάθε μηχανής ξεχωριστά. Μία από τις προκλήσεις που αντιμετωπίζει το πεδίο της αιολικής ενέργειας είναι ο έλεγχος των πάρκων με σκοπό την μεγιστοποίηση της παραγόμενης ισχύος. Τα τελευταία χρόνια η τεχνικη που δείχνει να είναι πιο αποδοτική είναι η εκτροπή του ομόρρου μέσω αλγορίθμων που ρυθμίζουν την γωνία απόκλισης των ανεμογεννητριών σχετικά με την κατεύθυνση της ροής του ανέμου.

Στην παρούσα εργασία γίνεται προσομοίωση της λειτουργίας ανεμογεννήτριας υπό συνθήκες ροής σε απόκλιση. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται δύο υπολογιστικά πρότυπα, που αναπτύχθηκαν στον Τομέα Ρευστών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., το GenUVP και το MapFlow τα οποία βασίζονται στις μεθόδους Γραμμής Άνωσης και Γραμμής Δράσης αντίστοιχα. Οι ανεμογεννήτριες που μελετώνται είναι η DTU-10MW και η G1, με την δεύτερη να αποτελεί μοντέλο υπό κλίμακα της πρώτης. Σκοπός είναι αρχικά η διερεύνηση του κατά πόσο το GenUVP προβλέπει ικανοποιητικά τα φορτία και τις ιδιότητες του ομόρρου της G1.

Προσομοιώνοντας την λειτουργία της DTU-10MW υπό ροή σε απόκλιση διερευνάται η δυνατότητα του ίδιου προτύπου να υπολογίζει την λοξότητα του ομόρρου στο επίπεδο του δρομέα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται δύο μοντέλα, αυτό των Schepers & Snel και το FLORIS των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και σχολιάζονται. Στην συνέχεια γίνεται απόπειρα βελτίωσης του πρώτου μοντέλου όσον αφορά στην κατανομή της αξονικής ταχύτητας επαγωγής στο επίπεδο του δρομέα της ανεμογεννήτριας συναρτήσει της αζιμουθιακής γωνίας που διαγράφουν τα πτερύγιά της. Προτείνεται ένα τροποποιημένο μοντέλο του οποίου η αποτελεσματικότητα αξιολογείται, μέσω σύγκρισης των αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα που προκύπτουν απο το υπολογιστικό πρότυπο MapFlow.

Τελος, γίνεται ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων, εξαγωγή συμπερασμάτων και παρατίθενται προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Abstract

The need for renewable energy has brought wind energy into the center of worldwide attention, as the field is experiencing constant growth. Horizontal axis wind turbines are usually installed in arrays, since it has been proven to be the most efficient way, though the interaction between machines has a negative effect on the efficiency of each separate machine. One of the challenges faced by the wind energy field is the control of wind farms in such a way that will maximize power production. In recent years a technique, called wake deflection, has shown prevalence in doing so through algorithms that regulate the rotor's yaw angle relative to the direction of incoming wind.

In the current thesis, simulations of horizontal axis wind turbines operating in yaw misalignment, are carried out. For this purpose two computational algorithms, developed in the Fluids Sector of Mechanical Engineering Department of NTUA are employed, namely GenUVP and MapFlow which are based on the Lifting Line Method and Actuator Line Method respectively. The wind turbines used in the simulations are the DTU-10MW and G1, with the latter being a scale model of the first. The aim is initially, the investigation of whether the GenUVP algorithm satisfactorily predicts the loads acting on the G1 wind turbine and its wake characteristics, while the machine is operating in axial flow.

While simulating the operation, in yaw misalignment, of the DTU-10MW wind turbine the ability of the GenUVP to predict the skewness of its wake, on the rotor plane, is being investigated. For this purpose two experiential models are employed, namely the Schepers & Snel and FLORIS models, whose results are presented and commented upon. Next follows an attempt of improving the first model's ability in calculating the distribution of inducted axial velocity on the rotor plane of a wind turbine as a function of the azimuthal angle of the machine's blades. A modified model is suggested whose validity is evaluated, through comparison of its results with the results given by the MapFlow algorithm for the same aerodynamic property.

Finally, a recap of the results is being presented followed by conclusions and suggestions for further research.

Ευχαριστίες	2
Περίληψη	3
Περιεχόμενα	5
1. Εισαγωγή	6
1.1 Σκοπός της εργασίας	7
1.2 Δομή της εργασίας	7
2. Υπολογιστικές Μέθοδοι	8
2.1 Μέθοδος Γραμμής Άνωσης	9
2.1.1 Αναλυτική μορφή θεμελιώδους εξίσωσης του Prandtl	9
2.1.2 Ανάλυση του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας	12
2.2 Το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP	16
2.2.1 Υπολογισμός φορτίων	16
2.2.2 Προσδιορισμός πεδίου ταχύτητας	17
2.2.α Κοντινός ομόρρους	17
2.2.β Μακρινός ομόρρους	18
2.3 Μέθοδος Γραμμής Δράσης	19
2.3.1 Διακριτοποίηση σωμάτων	20
2.3.2 Σχετική ταχύτητα	20
2.3.3 Επιβολή όρων πηγής	22
3 Έλεγγος του Ομόρρου	23
3.1 Ροή σε απόκλιση	23
3.2 Λοξότητα του ομόροου	26
4. Σημεία Λειτουργίας των Ανεμογεννητριών	
4.1 Τεχνικά χαρακτηριστικά	31
4.2 Θεωρία δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης	
4.3 Σημεία λειτουργίας της DTU-10MW	
4.4 Σημεία λειτουργίας της G1	
5. Αποτελέσματα και Συμπεράσματα	44
5.1 Λοξότητα του ομόρρου με τα μοντέλα Schepers&Snel και FLORIS	44
5.2 Τροποποιημένο μοντέλο Schepers&Snel	46
5.3 Σύγκριση τροποποιημένου μοντέλου με τη μέθοδο Γραμμής Δράσης	
6. Ανακεφαλαίωση και Προτάσεις	53
Βιβλιογραφία	55

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή

Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας και του παγκόσμιου πληθυσμού που λαμβάνει χώρα τις τελευταίες δεκαετίες έχει οδηγήσει σε αυξημένες ενεργειακές ανάγκες οι οποίες καλύπτονται κυρίως από θερμικούς σταθμούς ηλεκτροπαραγωγής. Το γεγονός αυτό έχει προκαλέσει το λεγόμενο περιβαλλοντικό πρόβλημα το οποίο τον τελευταίο καιρό αποκαλείται "περιβαλλοντική αλλαγή" και οφείλεται στις εκπομπές της καύσης που συντελείται στους θερμικούς σταθμούς. Είναι λοιπόν εμφανής η ανάγκη για πρόοδο στον τομέα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, μια από τις οποίες είναι η αιολική ενέργεια η οποία αξιοποιεί την κινητική ενέργεια του ανέμου μετατρέποντάς την σε ηλεκτρική μέσω των ανεμογεννητριών οριζοντίου ή κατακόρυφου άξονα.

Οι ανεμογεννήτριες οργανώνονται συνήθως σε αιολικά πάρκα, δηλαδή συστοιχίες ανεμογεννητριών, προκειμένου να επιτυγχάνεται μείωση του κόστους εγκατάστασης και συντήρησης. Όταν όμως μια ανεμογεννήτρια λειτουργεί εντός αιολικού πάρκου αλληλεπιδρά με τις υπόλοιπες με αποτέλεσμα να μειώνεται η αποδοτικότητά της συγκριτικά με την περίπτωση αυτόνομης λειτουργίας. Πιο συγκεκριμένα το πεδίο ταχύτητας κατάντι μιας ανεμογεννήτριας χαρακτηρίζεται από ασθενέστερη ταχύτητα ανέμου και ισχυρά πεδία στροβιλότητας, η περιοχή αυτή ονομάζεται ομόρρους[1] και εξασθενεί σε μια απόσταση περί των 7 διαμέτρων κατάντι της ανεμογεννήτριας η οποία τον προκαλεί, χωρίς αυτό να σημαίνει την πλήρη αποκατάσταση της επ άπειρον ροής.

Όταν μια ανεμογεννήτρια "παραλαμβάνει" τον ομόρρου κάποιας άλλης όχι μόνο λειτουργεί λιγότερο αποδοτικά εξαιτίας της χαμηλότερης τιμής ταχύτητας ανέμου αλλα ασκούνται στα πτερύγιά της φορτία κόπωσης με αποτέλεσμα να μειώνεται ο χρόνος ζωής της. Αυτό το ζήτημα αντιμετωπίζεται μέσω τεχνικών εκτροπής του ομόρρου (wake deflection) μία από τις οποίες είναι η ροή σε απόκλιση (yaw misalignment). Πιο συγκεκριμένα η γωνία που σγηματίζει ο άξονας του δρομέα μιας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα με την κατεύθυνση της επ άπειρον ροής ονομάζεται γωνία απόκλισης και ελέγχεται από το σύστημα εκτροπής που σκοπό έχει την πλήρη ευθυγράμμιση του δρομέα με την κατεύθυνση του ανέμου διατηρώντας την γωνία απόκλισης ίση με το μηδέν. Μελέτες προσομοίωσης όμως έδειξαν οτι όταν η γωνία απόκλισης λαμβάνει τιμές άλλες από το μηδέν ο ομόρρους αποκτά κλίση αντι του να κινείται ευθυγραμμισμένος με τον άξονα του ρότορα [2],[3]. Η κλίση που αποκτά ο ομόρρους, οφείλεται στην παρουσία μιας κάθετης στην ροή συνιστώσας δύναμης [4] που ασκεί η ανεμογεννήτρια στον αερα ως απορροια του Τρίτου Νόμου του Νεύτωνα. Σήμερα η ανακατεύθυνση του ομόρρου μέσω της γωνίας εκτροπής αποτελεί πεδίο ενεργής έρευνας και υποσχόμενη μέθοδο ελέγχου των αιολικών πάρκων καθώς πέραν της αποδοτικότερης λειτουργίας τους μπορεί να συμβάλει ακόμα και στον περιορισμό της περιοχής που καταλαμβάνει ένα νέο και προς μελέτη αιολικό πάρκο χωρίς να μειώνεται το ποσό της παραγόμενης ενέργειας.

1.1 Σκοπός της εργασίας

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται προσομοίωση της λειτουργίας δύο ανεμογεννητριών, με τη μία να αποτελεί μοντέλο υπό κλίμακα της άλλης, υπό συνθήκη ροής σε απόκλιση με χρήση της μεθόδου Γραμμής Άνωσης (Lifting Line) [5] και της Γραμμής Δράσης (ALM) [6]. Η αεροδυναμική συμπεριφορά της συγκεκριμένης υπό κλίμακα ανεμογεννήτριας μελετάται για πρώτη φορά από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και αποτέλεσε σημαντικό κομμάτι της έρευνας της παρούσας εργασίας. Πραγματοποιήθηκε δηλαδή διερεύνηση του κατά πόσο το υπολογιστικό πρότυπο GenUVP [7],[8], που βασίζεται στην μέθοδο Γραμμής Άνωσης και έχει αναπτυχθεί στον Τομέα Ρευστών, προσομοιώνει ικανοποιητικά την λειτουργία μικρής ανεμογεννήτριας σε αξονική και εν συνεχεία σε απόκλιση ροή.

Δεύτερο σκέλος της εργασίας αποτελεί η μελέτη της λοξότητας[9] του ομόρρου ακριβώς κατάντι μιας ανεμογεννήτριας και πιο συγκεκριμένα η διερεύνηση της αξιοπιστίας του υπολογιστικού προτύπου GenUVP μέσω της σύγκρισης αποτελεσμάτων της λοξότητας με χρήση του εμπειρικού μοντέλου των Schepers & Snel [10], το οποίο αποτελεί προέκταση της θεωρίας Δίσκου Ορμής - Στοιχείων Πτερύγωσης (BEM) [11], και του παραμετρικού μοντέλου FLORIS [12],[13] το οποίο αφορά σε ανεμογεννήτριες που λειτουργούν υπό ροή σε απόκλιση. Το μοντέλο των Schepers & Snel εκτός από την λοξότητα του ομόρρου υπολογίζει και την κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας για ένα επιθυμητό εύρος γωνίας αζιμουθίου που διαγράφει ένα επιλεγμένο σημείο του πτερυγίου. Απώτερος σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η τροποποίηση της σχέσης που υπολογίζει αυτή την κατανομή προκειμένου να βελτιωθεί η ακρίβειά της.

1.2 Δομή της εργασίας

Στο Κεφάλαιο 1 του παρόντος έργου γίνεται μια σύντομη περιγραφή της ανάγκης για πρόοδο στον τομέα της αιολικής ενέργειας ενώ στην συνέχεια εξηγείται εν τάχει ο ομόρρους μιας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα και παρουσιάζονται οι λόγοι που δίνουν σημασία στον έλεγχό του. Τέλος, παρουσιάζεται ο σκοπός της παρούσας εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται τα υπολογιστικά πρότυπα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στον παρόν έργο με έμφαση να δίνεται στην θεωρία της Γραμμής Άνωσης και το πρότυπο GenUVP.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια σύντομη περιγραφή της δυναμικής του ελέγχου του ομόρρου και εισάγεται η έννοια της λοξότητάς του. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να γίνει ο υπολογισμός της λοξότητας του ομόρρου μιας εν χρήση ανεμογεννήτριας

Στο Κεφάλαιο 4 αρχικά παρουσιάζονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά των υπό μελέτη ανεμογεννητριών. Επίσης γίνεται σύντομη περιγραφή της θεωρίας Δίσκου Ορμής-Στοιχείων Πτερύγωσης. Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε προκειμένου να γίνει η επιλογή των συνθηκών λειτουργίας κατά την προσομοίωση των ανεμογεννητριών όπου έμφαση δίνεται στην υπό κλίμακα ανεμογεννήτρια. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα που εξάγονται και αφορούν στην αξιοπιστία του εργαλείου GenUVP να προβλέπει την λοξότητα του ομόρρου στο επίπεδο του δρομέα και στην πιθανή βελτίωση της ακρίβειας του εμπειρικού μοντέλου των Schepers & Snel σχετικά με την πρόβλεψη της κατανομής της επαγόμενης αξονικής ταχύτητας στο επίπεδο του δρομέα συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου που διαγράφουν τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας.

Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων της παρούσας εργασίας. Τέλος παρατίθενται προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

2. Υπολογιστικές Μέθοδοι

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται εν συντομία οι υπολογιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας οι οποίες είναι η μέθοδος της Γραμμής Άνωσης (Lifting Line Method) και της Γραμμής Δράσης (ALM). Οι δύο αυτές μεθοδοι διαφέρουν ριζικά η μία από την άλλη καθώς η μέθοδος της Γραμμής Άνωσης αφορά ασυμπίεστα και μη συνεκτικά ρευστά, στηρίζεται στην προσομοίωση του ομόρρου μέσω ενός πεδίου ελεύθερης στροβιλότητας και χρήση του νόμου των Biot-Savart για τον υπολογισμό της ταχύτητας την οποία αυτό επάγει. Η μέθοδος αυτή δεν επιλύει τους νόμους διατήρησης όπως αυτοί εκφράζονται από τις εξισώσεις Navier-Stokes. Σε αντίθεση, η μέθοδος Γραμμής Δράσης λαμβάνει υπόψιν την συμπιεστότητα και την συνεκτικότητα του ρευστού και επιλύει τις εξισώσεις Navier-Stokes για μη μόνιμη ροή (URANS) όταν σε αυτές προστεθούν οι απαραίτητοι όροι πηγής οι οποίοι εκφράζουν τις δυνάμεις που ασκούνται στο όγκο ελέγχου του ρευστού που καταλαμβάνεται από το ανωστικό σώμα.

Χάριν συντομίας αναφορά στις μεθόδους θα γίνεται με χρήση των αρκτικόλεξών τους, δηλαδή LLM (Lifting Line Method) και ALM (Actuator Line Method)

2.1 Μέθοδος Γραμμής Άνωσης

2.1.1 Αναλυτική μορφή θεμελιώδους εξίσωσης του Prandtl

Όπως προαναφέρθηκε η LLM αξιοποιεί στον πυρήνα της τον νόμο επαγωγής του Biot Savart[5] ο οποίος δηλώνει ότι ένα νήμα στροβιλότητας με σταθερή τιμή κυκλοφορίας [$\Gamma m^2/s$] σε όλο του το μήκος που μπορεί να εκτείνεται στο άπειρο είτε να σχηματίζει κλειστό κύκλωμα με τον εαυτό του, όπως δηλώνεται στο θεώρημα του Helmholtz[5], καθώς και να είναι ευθύγραμμο η να σχηματίζει καμπύλη, όπως αυτό της εικόνας 2.1.1 επάγει ταχύτητα από κάθε κατευθυνόμενο τμήμα του dl σε ένα σημείο P εντός του πεδίου ροής βάσει του τύπου

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{dl \times r}{|r|^3} \qquad (2.1)$$



Εικόνα 2.1.1 : Μη ευθύγραμμο νήμα στροβιλότητας με κυκλοφορία Γ που εκτείνεται στο άπειρο

Πιο συγκεκριμένα η LLM αντικαθιστά τα ανωστικά σώματα, όπως το φτερό μιας ανεμογεννήτριας, με ένα ορισμένο πλήθος νημάτων στροβιλότητας διαφορετικής ανα μεταξύ τους αλλά σταθερής κατά το μήκος του καθενός τιμή κυκλοφορίας [Γ] τα οποία τοποθετούνται με τρόπο παράλληλο πάνω στο φτερό δημιουργώντας μία υπέρθεση στην οποία οφείλεται η ελλειπτική κατανομή της κυκλοφορίας όπως αυτή φαίνεται στην εικόνα 2.1.2. Βάσει του θεωρήματος του Helmholtz αυτά τα νήματα δεν δύνανται να σταματούν εντός του πεδίου ροής, έτσι εκτείνονται κατάντι του φτερού το οποίο αντικαθιστούν σχηματίζοντας ένα κλειστό κύκλωμα το κάθε ένα με τον εαυτό του. Πλήθος παράλληλων νημάτων στροβιλότητας, κατάντι της πτέρυγας, σχηματίζουν το λεγόμενο "φύλλο" στροβιλότητας. Η κυκλοφορία του κάθε νήματος είναι διανυσματικό μέγεθος και ακολουθεί τον κανόνα του δεξιού χεριού, σε ότι αφορά το πεδίο ταχύτητας που επάγει, με αποτέλεσμα τα εκάστοτε παράλληλα τμήματα του ίδιου νήματος να έχουν αντίθετη κατεύθυνση ανα μεταξύ τους και έτσι το ένα να "ερχεται" προς το φτερό και το άλλο να "φεύγει" από αυτό, επάγοντας έτσι το κάθε ένα ταχύτητα με αντίθετη φορά βάσει του νόμου Biot Savart. Το κάθε νήμα καλύπτει όλο και μικρότερο τμήμα του φτερού με το πρώτο νήμα να ακολουθούν τα υπόλοιπα με φθίνουσα σειρά αλλα διατηρόντας συμμετρία γύρω από το γεωμετρικό κέντρο του φτερού.



<u>Εικόνα 2.1.2</u> : Υπέρθεση νημάτων στροβιλότητας πάνω σε φτερό με το σεντόνι στροβιλότητας κατάντι του φτερού και την ελλειπτική κατανομή της κυκλοφορίας εξαιτίας του τρόπου τοποθέτησης των νημάτων [4]

Απαραίτητο στοιχείο για τον υπολογισμό φορτίων που επενεργούν σε ένα ανωστικό σώμα και στην συνέχεια του πεδίου ροής γύρω από αυτό είναι η γωνία πρόσπτωσης. Στην περίπτωση της LLM ο υπολογισμός της γωνίας πρόσπτωσης γίνεται βάσει της θεμελιώδους εξίσωσης γραμμής άνωσης του Prandtl. Λόγω της ταχύτητας κατωρεύματος με κατεύθυνση κάθετη στην ροή και με φορά προς τα κάτω η ταχύτητα που "βλέπει" το πτερύγιο είναι διαφορετική από αυτή της ελεύθερης ροής με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η γωνία πρόσπτωσης. Συμβολίζοντας την ταχύτητα κατωρεύματος με w και βάσει της εικόνας 2.1.3 ορίζεται η γωνία a_i που σχηματίζεται μεταξύ της ελεύθερης ροής και της σχετικής ως προς την αεροτομή ταχύτητας λόγω του κατωρεύματος. Τελικά αποτελεσματική γωνία πρόσπτωσης,δηλαδή αυτή που "βλέπει" η αεροτομή ορίζεται ως $a_{eff} = a - a_i$



Εικόνα 2.1.3 : Διαμόρφωση γωνίας πρόσπτωσης σε αεροτομή εντός πεδίου ροής [4]

Η γωνία a_i υπολογίζεται μέσω του ορισμού της εφαπτομένης γωνίας ως εξής $tan(a_i) = \frac{w(y)}{V_{\infty}}$

Η τιμή του w προσδιορίζεται με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων και ολοκληρώνοντας τον νόμο του Biot Savart στο εκπέτασμα του φτερού [**b**] χωρίζοντάς το σε δύο ισομήκη τμήματα μήκους **b**/2 έκαστο. Έτσι για ένα συγκεκριμένο σημείο y₀ πάνω στο πτερύγιο προκύπτει για το κατώρευμα οτι

$$w(y_0) = -\frac{1}{(4\pi)} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y} dy$$

Οπότε για η γωνία $a_i \theta$ α ισούται με $a_i(y_0) = (1/4\pi V_\infty) \int_{-b/2}^{\cdot} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y} dy$ (2.2)

Bάσει της θεωρίας λεπτής αεροτομής η τοπική κλήση του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης είναι ίση με 2π. Έτσι στο σημείο y_0 ο τοπικός συντελεστής άνωσης θα είναι ίσος με $c_L - 0 = a_0(a_{eff} - a_{L=0}) = 2\pi(a_{eff} - a_{L=0})$, όπου με $a_{L=0}$ συμβολίζεται η γωνία μηδενικής άνωσης. Συνδυάζοντας την παραπάνω εξίσωση με το θεώρημα Kutta-Joukowski[5] και τον ορισμό του συντελεστή άνωσης $L = \rho_{\infty}V_{\infty}\Gamma(y_0) = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^{-2}c(y_0)c_L$ προκύπτει ότι η δραστική γωνία πρόσπτωσης a_{eff} είναι ίση με $a_{eff} = \frac{c_L}{2\pi} + a_{L=0} = \Gamma(y_0)/(\pi V_{\infty}c(y_0)) + a_{L=0}$. (2.3) Με γνωστές τις δύο γωνίες όπως αυτές ορίζονται στην εικόνα 2.3.3 μέσω των εξισώσεων (2.2) και (2.3) προκύπτει η *θεμελιώδης εξίσωσης γραμμής άνωσης* του *Prandtl* η οποία γράφεται ως εξής :

$$a(y_0) = \Gamma(y_0) \frac{1}{\pi V_{\infty} c(y_0)} + a_{L=0} + \frac{1}{4\pi V_{\infty}} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)}{y_0 - y} dy \quad (2.4)$$

Για την γενική περίπτωση της ελλειπτικής κατανομής κυκλοφορίας στο εκπέτασμα ενός πτερυγίου $\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}$ όπου με b συμβολίζεται το μήκος του πτερυγίου και κάνοντας χρήση του μετασχηματισμού $y = -\frac{b}{2} cos \theta$ για ένα εύρος γωνιών [0,π] και με κέντρο των αξόνων το γεωμετρικό κέντρο του πτερυγίου η κατανομή της κυκλοφορίας μπορεί να αντιπροσωπευθεί από μια σειρά Fourier ως εξής $\Gamma(\theta) = 2bV_{\infty} \sum_{1}^{N} A_n sin(n\theta).$ (2.5)

Οι όροι A_n είναι οι μόνοι άγνωστοι και θα πρέπει να ικανοποιούν την θεμελιώδη εξίσωση γραμμής άνωσης του Prandtl. Παραγωγίζοντας την ανωτέρω συνάρτηση ως προς την ακτινική διεύθυνση και με χρήση κανόνα αλυσίδας προκύπτει

$$\frac{d\Gamma}{dy} = \frac{d\Gamma}{d\theta} \frac{d\theta}{dy} = 2bV_{\infty} \sum_{n=1}^{N} nA_{n} cos(n\theta) \frac{d\theta}{dy} \quad (2.6)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.5) και (2.6) στην θεμελιώδη εξίσωση του Prandtl προκύπτει η τελική μορφή

$$a(\theta_0) = \frac{2b}{\pi c(\theta_0)} \sum_{1}^{N} A_n sin(n\theta_0) + \alpha_{L=0}(\theta_0) + \sum_{1}^{N} nA_n \frac{sin(n\theta_0)}{sin(\theta_0)}$$

Η εξίσωση αυτή γράφεται τόσες φορές όσα και τα τμήματα στα οποία έχει κατακερματιστεί το πτερύγιο (Ν φορές) δίνοντας διαφορετικές τιμές στην γωνία θ ανάλογα με την θέση του φτερού για την οποία γράφεται κάθε φορά η εξίσωση. Δημιουργείται έτσι ένα σύστημα Ν εξισώσεων με Ν αγνώστους το οποίο και λύνεται επαναληπτικά έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση. Με γνωστή την γωνία πρόσπτωσης για κάθε σημείου ελέγχου του εκάστοτε τμήματος είναι δυνατός ο υπολογισμός της κυκλοφορίας [Γ] και των φορτίων μέσω των polars της εκάστοτε αεροτομής. Τέλος εφόσον η κυκλοφορία σε κάθε τμήμα είναι σταθερή ανά το μήκος του είναι δυνατός ο προσδιορισμός των τιμών κυκλοφορίας των νημάτων στροβιλότητας που κινούνται κατάντι του πτερυγίου και συνεπώς υπολογίζονται βάσει του νόμου Biot Savart οι επαγόμενες ταχύτητας σε κάθε ορισμένο σε καρτεσιανό σύστημα σημείο του πεδίου ροής καθώς και πάνω στα σημεία ελέγχου του κάθε τμήματος. Η θεώρηση που προηγήθηκε είναι αναλυτική και δεν εφαρμόζεται προκειμένου να γίνουν ακριβείς υπολογισμοί. Αντ αυτού, οι υπολογισμοί γίνονται αριθμητικά μετατρέποντας την αναλυτική μορφή σε αριθμητικά μοντέλα. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται σε επόμενο κεφάλαιο.

2.1.2 Αναλυση του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ο ομόρρους μίας πτέρυγας μπορεί να αναπαρίσταται από έναν πεπερασμένο αριθμό νημάτων στροβιλότητας ή δινοσωλήνων δημιουργώντας έτσι ένα φύλλο στροβιλότητας το οποίο κινείται ελεύθερα κατάντι της πτέρυγας. Αυτό το φύλλο στροβιλότητας επάγει ταχύτητα στον τριδιάστατο χώρο και επηρεάζει δραστικά την αεροδυναμική λειτουργίας του σώματος εντός του πεδίου ροής. Ως ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας ορίζεται μια κινούμενη επιφάνεια S_w όπως

αυτή της εικόνας 2.1.4 η οποία παρουσιάζει ασυνέχεια όσον αφορά στην εφαπτομενική της ταχύτητα. Η εν λόγω ασυνέχεια συμβολίζεται μαθηματικά ως $[[U]](\vec{x})$ σε οποιαδήποτε θέση x_w εντός του χωρίου

 S_w , το οποίο περιγράφεται απο μια κατανομή διπόλων, εξισώσεις 2.10 και 2.11, στην επιφάνειά του και παράγεται μετά από κάθε χρονικό βήμα εισάγοντας έτσι ασυνέχεια δυναμικού.



Εικόνα 2.1.4 : Ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας κατάντι πτέρυγας

 $\llbracket \boldsymbol{U} \rrbracket (\vec{\boldsymbol{x}}w) \cdot \vec{\boldsymbol{\eta}}w(\boldsymbol{x}w) = 0 \quad (2.7)$ $\vec{\boldsymbol{y}}(\vec{\boldsymbol{x}}w) = \vec{\boldsymbol{\eta}}w(\boldsymbol{x}w) \times \llbracket \boldsymbol{U} \rrbracket (\boldsymbol{x}w) \quad (2.8)$

Ως $\vec{\eta}_w(\vec{x}_w)$ ορίζεται το διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S_w σε οποιαδήποτε θέση x_w , ενώ ως

 $\vec{y}(\mathbf{x}\mathbf{w})$ ορίζεται η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας στην ίδια θέση x_w . Για την τυχαία θέση x_w ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις, όπου με τους όρους U και P συμβολίζονται η ταχύτητα μεταφοράς και η ασυνέχεια της πίεσης του φύλλου στροβιλότητας αντιστοίχως. Η ταχύτητα εκφράζει την χρονική εξέλιξη της γεωμετρίας του φύλλου στροβιλότητας ενώ η ασυνέχεια της πίεσης εξασφαλίζει οτι η πάνω και κάτω πλευρά του φύλλου θα έχουν ίδια τιμή πίεσης σε κάθε σημείο του.

$$\frac{dx_{w}}{dt} = \boldsymbol{U}\left(\vec{x}w, t\right)$$

 $[[P]]_{w} = 0$

Βάσει του θεωρήματος του Helmholtz, το πεδίο ροής ενός ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού αποτελείται από δύο τμήματα, ένα στροβιλό και ένα αστρόβιλο. Συμβολίζοντας λοιπόν της ταχύτητα της επ' άπειρου ροής ως $U_{\infty}(\vec{x}, t)$, την ταχύτητα διαταραχής λόγω παρουσίας αεροδυναμικού σώματος στο πεδίο ροής ως $\nabla \Phi(\vec{x}, t)$, όπου Φ είναι το δυναμικό της ταχύτητας και της επαγόμενη ταχύτητα λόγω στροβιλότητας του ομόρρου ως $\vec{u}_w(\vec{x}, t)$, το πεδίο ταχύτητας παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U} \otimes (\vec{x}, t) + \nabla \boldsymbol{\Phi}(\vec{x}, t) + \vec{u}_{w}(\vec{x}, t)$$

Συμπεριλαμβάνοντας την ταχύτητα επαγωγής $\vec{u}w(\vec{x}, t)$ στην ταχύτητα διαταραχής $\nabla \Phi(\vec{x}, t)$ οδηγεί σε μία καθαρά δυναμική θεώρηση του φύλλου στροβιλότητας, κατά την οποία το φύλλο αποτελείται από

πλέγματα δινοσωλήνων έντασης μ_w και καθορίζεται απο θεώρημα διατήρησης κυκλοφορίας του Kelvin [4]. Σε ένα τυχαίο σημείο x₀ του χώρου C υπολογίζεται απο τους ακόλουθους αναλυτικούς τύπους το δυναμικό της ταχύτητας επαγωγής καθώς και η ίδια η ταχύτητα επαγωγής

$$\begin{split} \Phi_{w}(\vec{x_{0}},t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{\vec{n_{w}}(\vec{x_{w}}) \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) \\ \vec{\mu_{w}}(\vec{x_{0}},t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_{w}} \left[\nabla \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \times \vec{n_{w}}(\vec{x_{w}}) \right] \times \frac{(\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \oint_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} (\vec{x_{w}} -$$

Τίθεται ως όρος γενικευμένης στροβιλότητας ο όρος $\vec{\omega}(\vec{x},t)$ που περιγράφεται από την σχέση

$$\vec{\omega}(\vec{x},t) = \delta_{S_{w}}\left(\vec{x}-\vec{x}_{w}\right) \cdot \left[\nabla \mu_{w}\left(\vec{x}_{w},t\right) \times \vec{n}_{w}\left(\vec{x}_{w},t\right)\right] + \delta_{\partial S_{w}}\left(\vec{x}-\vec{x}_{w}\right) \cdot \mu_{w}\left(\vec{x}_{w},t\right) \cdot \tau_{w}\left(\vec{x}_{w},t\right)$$

όπου $\vec{\tau}w(\vec{x}w,t)$ είναι το εφαπτομενικό μοναδιαίο διάνυσμα στο σύνορο $\partial Sw(t)$ του φύλλου στροβιλότητας και $\delta Sw(\vec{x} - \vec{x}w)$, $\delta \partial Sw(\vec{x} - \vec{x}w)$ είναι συναρτήσεις Dirac ορισμένες στην επιφάνεια Swκαι στο σύνορο ∂Sw της. Η ανωτέρω εξίσωση δηλώνει οτι η κινηματική και δυναμική συμπεριφορά της στροβιλότητας είναι ίδια με αυτή της χωρικής στροβιλότητας. Τελικά η ταχύτητα επαγωγής παίρνει την μορφή

$$\vec{u_{\omega}}(\vec{x_{0}},t) = \frac{1}{4\pi} \int_{C} \frac{\vec{\omega}(\vec{x},t) \times (\vec{x_{0}} - \vec{x})}{\left|\vec{x_{0}} - \vec{x}\right|^{3}} dx$$

Όταν μελετάται η ασυμπίεστη και μη συνεκτική ροή γύρω από ένα αεροδυναμικό σώμα παρουσιάζεται ένα στερεό σύνορο που δρα ως σημείο εκφυγής του φύλλου στροβιλότητας, όπως αυτό περιγράφεται στην προηγούμενη παράγραφο. Στην περίπτωση της πτέρυγας το εν λόγω σημείο είναι η ακμή εκφυγής της. Εμφανίζεται λοιπόν, σε μια χρονική στιγμή *t*, ασυνέχεια δυναμικού στην ακμή εκφυγής της πτέρυγας με αποτέλεσμα να παράγεται κυκλοφορία σε αυτό το σημείο ίση με την κυκλοφορία γύρω από την πτέρυγα, βάσει του θεωρήματος του Kelvin.

$$\left[\left[\boldsymbol{\Phi}_{w}\right]\right]_{t} = \left(\left.\boldsymbol{\Phi}_{w}^{+} - \boldsymbol{\Phi}_{w}^{-}\right)\right|_{t} = \boldsymbol{\Gamma}_{t}$$

Εδώ, με "+" συμβολίζεται η άνω και με "-" η κάτω πλευρά του φύλλου. Η ίδια ασυνέχεια δυναμικού είναι αυτή που ορίζει και την ένταση του δινοσωλήνα ή νήματος στροβιλότητας στο εκάστοτε σημείο x_w του φύλλου στροβιλότητας του ομόρρου

$$\mu_{w}\left(\vec{x}_{w}\right) = -\left[\left[\boldsymbol{\Phi}_{w}\right]\right]\left(\vec{x}_{w}\right) = -\left(\boldsymbol{\Phi}_{w}^{+} - \boldsymbol{\Phi}_{w}^{-}\right)$$

Η θέση του εκάστοτε x_w σημείου του ομόρρου προσδιορίζεται από τη μέση τιμή της εφαπτομενικής ταχύτητας μεταξύ της άνω(+) και κάτω(-) πλευράς του φύλλου στροβιλότητας, η οποία υπολογίζεται ως εξής

$$\frac{d\vec{x}_{w}}{dt} = \frac{1}{2} \left[\vec{u} + \left(\vec{x}_{w}, t \right) + \vec{u} - \left(\vec{x}_{w}, t \right) \right]$$

Προκειμένου να σχηματιστεί το φύλλο στροβιλότητας πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες, αυτές του θεωρήματος του Kelvin καθώς και η συνθήκη Kutta (Kutta condition).

Το θεώρημα του Kelvin όπως έχει ήδη αναφερθεί δηλώνει οτι η κυκλοφορία κατά μήκος των διαφυγόντων δινοσωλήνων διατηρείται σταθερή κατά χρόνο και χώρο, δηλαδή η υλική παράγωγος της κυκλοφορίας είναι ίση με μηδέν.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

Η συνθήκη Kutta εξασφαλίζει την ομαλή έξοδο του ρευστού από την ακμή εκφυγής της πτέρυγας μέσω της συνέχειας των πιέσεων του ρευστού στην άνω (+) και κάτω (-) πλευράς της αεροτομής, ή αλλιως στην πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης.

$$P^- = P^+ \Rightarrow [[P]] = 0$$

Η συνθήκη αυτή προκύπτει μέσω αντικατάστασης της κυκλοφορίας με την ασυνέχεια δυναμικού στο θεώρημα του Kelvin και λαμβάνοντας την ταχύτητα ως την μέση τιμή μεταξύ της άνω και κάτω πλευράς του φύλλου στροβιλότητας ως εξής

$$\frac{D[\llbracket \Phi_w \rrbracket]}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial[\llbracket \Phi_w \rrbracket]}{\partial t} + \vec{u} \cdot \left(\nabla \llbracket \Phi_w \rrbracket]\right) = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\partial[\llbracket \Phi_w \rrbracket]}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\vec{u} + -\vec{u} - \right) \cdot \left[\vec{u} + -\vec{u} - \right] = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\partial \Phi_w}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u} + 2 = \frac{\partial \Phi_w}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u} - 2$$

Τελικά, με εφαρμογή του θεωρήματος Bernouli

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial \Phi_w^{+}}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{+2} \right) + p^{+} = \rho \left(\frac{\partial \Phi_w^{-}}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{u}^{-2} \right) + p^{-}$$
$$\Rightarrow p^{+} - p^{-} = 0 \Rightarrow [[p]] = 0$$

2.2 Το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP

Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 2.1.1 η επίλυση των εξισώσεων της θεωρίας γραμμής άνωσης δεν γίνεται στην αναλυτική τους μορφή. Έτσι λοιπόν και το εργαλείο το οποίο χρησιμοποιήθηκε κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας διακριτοποιεί τις εν λόγω εξισώσεις προκειμένου να τις επιλύσει μέσω επαναληπτικής διαδικασίας. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν εν συντομία, καθώς δεν είναι αυτοσκοπός του παρόντος έργου η ανάπτυξη αλγορίθμου, οι διακριτοποιημένες εξισώσεις που χρησιμοποιεί το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP προκειμένου να προσδιορίσει τα φορτία και άλλα αεροδυναμικά μεγέθη που επενεργούν σε ένα αεροδυναμικό σώμα εντός ασυμπίεστου και μη συνεκτικού πεδίου ροής, καθώς και το πεδίο ταχύτητας στο εν λόγω πεδίο.

2.2.1 Υπολογισμός φορτίων

Προτού γίνει οποιοσδήποτε υπολογισμός, πρέπει το αεροδυναμικό σώμα να χωριστεί σε επιμέρους τμήματα, τα λεγόμενα strips. Τα strips τοποθετούνται εν σειρά πάνω στην γραμμή αναφοράς του αεροδυναμικού σώματος και στο σημείο c/4, όπου με c συμβολίζεται η χορδή των αεροτομών απο τις οποίες πιθανόν να αποτελείται η υπό μελέτη πτέρυγα. Κάθε strip ξεχωριστά μοντελοποιείται βάσει της θεωρίας γραμμής άνωσης, τοποθετείται κατά το μήκος του ένας σταθερός δινοσωλήνας (bound vortex) και απο τα δύο άκρα του επεκτείνονται στο άπειρο δύο ακόμα δινοσωλήνες. Επισημαίνεται οτι οι τρεις δινοσωλήνες που αφορούν στο ίδιο strip έχουν πάνω τους την ίδια τιμή κυκλοφορίας. Επίσης κάθε strip έχει ένα σημείο ελέγχου το οποίο βρίσκεται στο κέντρο του και εκεί υπολογίζεται το επαγόμενο κατώρευμα w από το σύνολο των δινοσωλήνων της διάταξης αφαιρώντας όμως τον δινοσωλήνα του ιδίου strip, βάσει των ακόλουθων τύπων.

$$w_{i} = \sum_{j=1}^{N} \left(a_{j}^{i} \cdot n_{i} \right) \cdot \Gamma_{j}$$
$$a_{j}^{i} = \sum_{k=1}^{3} \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r_{i} - r)}{|r_{i} - r|^{3}}$$

Ο πολλαπλασιαστής α_j^i αφορά στην γεωμετρία του τυχαίου σημείου j που επάγει ταχύτητα κατωρεύματος στο σημείο ελέγχου i. Η μεταβλητή k λαμβάνει τιμές από 1 έως 3 καθώς αυτό είναι το δυνατό πλήθος δινοσωλήνων απο τους οποίους μοντελοποιείται κάθε strip μαζί με τον ομόρρου του. Χωριζοντας όλους τους δινοσωλήνες του ομόρρου ολόκληρης της πτέρυγας σε n_w διακριτά τμήματα ο

πολλαπλασιαστής α^i_i μπορεί να εκφραστεί ως εξής

$$\alpha_{j}^{i} = \left[\frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r_{i} - r)}{|r_{i} - r|^{3}}\right]_{1} + \left[\frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r_{i} - r)}{|r_{i} - r|^{3}}\right]_{2} + \left[\frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r_{i} - r)}{|r_{i} - r|^{3}}\right]_{3}$$

Βάσει του θεωρήματος Kutta-Joukowski και της θεωρίας λεπτής αεροτομής όπως παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2.1.1 η άνωση για κάθε σημείο ελέγχου των strips παίρνει την μορφή

$$dL/dy = \rho U\Gamma(y) = 2\pi (\alpha - \alpha_0 - \alpha_i) cU(y)^2 \rho/2$$

$$\Rightarrow \rho U\Gamma_i = 2\pi (\alpha - \alpha_0 - \alpha_i) cU(y)^2 \rho/2$$

Οπότε για την κυκλοφορία Γι του κάθε strip ισχύει

$$\Gamma_i = \pi U c (a - (1/U) \sum_{j=1}^n [(a_j^i \cdot n_i) \cdot \Gamma_j]$$
(2.9)

Όπου *n* ο αριθμός των strips στα οποία έχει διακριτοποιθεί η πτέρυγα.

Η εξίσωση (2.9) γράφεται η φορές σχηματίζοντας ένα σύστημα η εξισώσεων με η αγνώστους και εφόσον υπολογιστεί η κυκλοφορία Γ_i σε κάθε strip υπολογίζονται τα αεροδυναμικά φορτία άνωσης και οπισθέλκουσας ως εξής :

$$L = \int_{-b/2}^{b/2} \rho U \Gamma(y) \cos(a_i) dy = \int_{-b/2}^{b/2} \rho U \Gamma(y) = \sum_{i=1}^{n} \rho U \Gamma_i b_i$$

$$D = \int_{-b/2}^{b/2} \rho U \Gamma(y) \sin(a_i) dy = \int_{-b/2}^{b/2} \rho w(y) \Gamma(y) = \sum_{i=1}^{n} \rho w_i \Gamma_i b_i$$

2.2.2 Προσδιορισμός πεδίου ταχύτητας

Ο ομόρρους χωρίζεται σε δύο διακριτα τμήματα, τον κοντινό και τον μακρινό ομόρρου. Ο κοντινός ομόρρους αναπαριστάται από ένα η περισσότερα φύλλα στροβιλότητας, ανάλογα με το πλήθος των υπό μελέτη πτερυγίων του αεροδυναμικού σώματος, ενώ ο μακρινός ομόρρους αναπαριστάται από στοιχεία στροβιλότητας.

2.2.2.α Κοντινός ομόρρους

Το φύλλο στροβιλότητας αποτελείται από έναν συγκεκριμένο αριθμό δινοπλεγμάτων ο οποίος προκύπτει από τον αριθμό των strips στα οποία έχει χωριστεί η πτέρυγα. Πιο συγκεκριμένα εάν η πτέρυγα έχει χωριστεί σε n αριθμό strips μέσω n+1 κόμβων τότε κατά την εκκίνηση λειτουργίας θα δημιουργηθούν n δινοπλέγματα και σε αυτά θα προστίθεται ο ίδιος ακριβώς αριθμός στην κατεύθυνση κατά την οποία κινείται ο ομόρρους ανά χρονικό βήμα, με αποτέλεσμα ο συνολικός αριθμός των κόμβων της κάθε συστοιχίας δινοπλεγμάτων του κάθε χρονικού βήματος να είναι 2n. Η ταχύτητα με την οποία εξελίσσεται ο ομόρρους στον χώρο είναι η μέση ταχύτητα του φύλλου στροβιλότητας όπως αυτή υπολογίζεται από την σχέση

$$\frac{d\vec{x}_{w}}{dt} = \frac{1}{2} \left[\vec{u}^{+} \left(\vec{x}_{w}, t \right) + \vec{u}^{-} \left(\vec{x}_{w}, t \right) \right]$$

Έτσι η χωρική εξέλιξη του ομόρρου υπολογίζεται ως εξής

$$\frac{dx_{w}}{dt} = \vec{u}_{mean}(\vec{x}_{w}, t) \Rightarrow \vec{x}_{w}^{t+\Delta t} - \vec{x}_{w}^{t} = \vec{u}_{mean}(\vec{x}_{w}, t)\Delta t$$

Ενώ η ταχύτητα επαγωγής και το δυναμικό της υπολογίζονται από τις αντίστοιχες σχέσεις του κεφαλαίου 2.1.2

$$\begin{split} \Phi_{w}(\vec{x_{0}},t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{n_{w}(x_{w}) \cdot (x_{0} - x_{w})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) \\ \vec{\mu}_{w}(\vec{x_{0}},t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_{w}} \left[\nabla \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \times \vec{n_{w}}(\vec{x_{w}}) \right] \times \frac{(\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \oint_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_{w}} \mu_{w}(\vec{x_{w}},t) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}}) \frac{d\vec{l_{w}} \cdot (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}})}{|\vec{x_{0}} - \vec{x_{w}}|^{3}} dS_{w}(\vec{x_{w}}) + \frac{1}{4\pi} (\vec{x_{w}} - \vec{x_{w}}) \frac{d\vec{x_{w}$$

2.2.2.β Μακρινός ομόρρους

Από ένα χρονικό βήμα, το οποίο ορίζεται από τον χρήστη, και έπειτα ο ομόρρους σταματά να είναι φύλλο στροβιλότητας καθώς τα δινοπλέγματα αντικαθίστανται από στοιχεία στροβιλότητας όπως αναπαριστάται στην εικόνα 2.2.1. Η αλλαγή αυτή εξυπηρετεί δύο σκοπούς. Αρχικά την καλύτερη διαχείριση της κίνησης του ομόρρου στον τριδιάστατο χώρο, ειδικά για την περίπτωση των στρεφόμενων αεροδυναμικών σωμάτων, όπως είναι τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας καθώς και την γρηγορότερη εκτέλεση των υπολογισμών μειώνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος. Κάθε κόμβος του δινοπλέγματος μπορεί να αντικατασταθεί από ένα στοιχείο στροβιλότητας η ταχύτητα του οποίου προσδιορίζεται από την ταχύτητα του εκάστοτε κόμβου και όχι από τη μέση ταχύτητα μεταξύ άνω και κάτω πλευράς του φύλλου στροβιλότητας. Παρέχεται επίσης η δυνατότητα σύμπτυξης των στοιχείων στροβιλότητας, χωρίς όμως να επηρεάζεται σημαντικά η ακρίβεια του υπολογισμού των φορτίων που επενεργούν στο αεροδυναμικό σώμα.

Η περιγραφή που προηγήθηκε εκφράζεται μαθηματικά από την μετατροπή της επιφανειακής στροβιλότητας των δινοπλεγμάτων σε χωρική στροβιλότητα των στοιχείων. Έτσι λοιπόν για σημεία του κοντινού ομόρρου με γνωστές τις κατανομές της έντασης στροβιλότητας των διπόλων στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων προκύπτει η ένταση της ισοδύναμης χωρικής στροβιλότητας ως εξής

$$\vec{\Omega} = \int_{S} [\nabla \mu(r,s) \times \vec{n}] ds dr + \oint_{\partial S} \mu(r,s) d\vec{l}$$

όπου με **S** συμβολίζεται η επιφάνεια στροβιλότητας του εκάστοτε δινοπλέγματος ενώ με **μ** συμβολίζεται η κατανομή των διπόλων του ίδου δινοπλέγματος.



Εικόνα 2.2.1 : Μετατροπή δινοπλεγμάτων σε στοιχεία στροβιλότητας

2.3 Μέθοδος Γραμμής Δράσης

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται περιληπτικά η μέθοδος της Γραμμής Δράσης (ALM) η οποία χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο ελέγχου της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων της μεθόδου Γραμμής Άνωσης (LLM). Η ALM εφαρμόστηκε επιλεκτικά για τις περιπτώσεις της αξονικής ροής και ροής σε απόκλιση κατά 20 μοίρες. Η μέθοδος χαρακτηρίζεται από τρεις βασικούς πυλώνες

- Υπολογισμός χαρακτηριστικής ταχύτητας του διακριτοποιημένου σώματος
- Υπολογισμός φορτίων που επενεργούν στο αεροδυναμικό σώμα
- Μέθοδος κατανομής των φορτίων ως όροι πηγής στα υπολογιστικά κελιά

Η κλασική μορφή των εξισώσεων διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας για μια χρονικά μεταβαλλόμενη ή μη ροή γύρω από αεροδυναμικό σώμα δεν περιέχει όρους δυνάμεων καθώς αυτές παρήχθησαν βάσει όγκου ελέγχου ρευστού χωρίς την παρουσία κάποιου σώματος. Έτσι ο εν λόγω όγκος δεν δέχεται δυνάμεις από σώματα στο εσωτερικό του έτσι ώστε αυτές να εμφανίζονται στα ισοζύγια ορμής και ενέργειας. Προκειμένου λοιπόν να αποφευχθεί η δημιουργία ενός πολύπλοκου πλέγματος που σέβεται την γεωμετρία του σώματος και χαρακτηρίζεται από υψηλά επίπεδα πύκνωσης γύρω από αυτό, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η απαραίτητη ακρίβεια, η ALM επιλύει το πεδίο ροής εκφράζοντας της παρουσία του σώματος μέσω επιβολής όρων πηγής f [N/m³] στις υπολογιστικές κυψέλες όπου βρίσκεται το σώμα. Όπως η LLM, έτσι και η ALM χωρίζει το σώμα σε πεπερασμένο αριθμό strips που λειτουργούν στην λογική στοιχείων πτερύγωσης (blade elements). Μια συστοιχία απο strips σχηματίζει την γραμμή δράσης. Οι εξισώσεις που επιλύονται είναι οι URANS στις οποίες επιβάλλονται όροι πηγής λόγω της παρουσίας σωμάτων τα οποία εξαιτίας του τρίτου νόμου του Νευτωνα ασκούν δύναμη στο ρευστό. Οι όροι πηγής κάθε κόμβου εξαρτώνται από την δύναμη που υπολογίζεται σε κάθε strip καθώς και από την απόστασή τους από από το εν λόγω strip.

2.3.1. Διακριτοποίηση σωμάτων

Όπως και η LLM, έτσι και η ALM μοντελοποιεί τα αεροδυναμικά σώματα σε strips για τα οποία οι δυνάμεις και οι ταχύτητες θεωρούνται σταθερές σε όλο το εκπέτασμά τους. Για κάθε strip είναι γνωστά τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά μέσω διδιάστατης αεροδυναμικής ανάλυσης που οφείλει να έχει προηγηθεί. Έτσι σε κάθε διακριτοποιημένο τμήμα της πτέρυγας αντιστοιχεί ένας κόμβος ελέγχου ο οποίος αναπαριστά την θέση του strip στον χώρο. Ο κόμβος ελέγχου έχει τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά μεθόδου LLM, βρίσκεται δηλαδή στο κέντρο του strip και πάνω στο ¹/4 της χορδής της αεροτομής που αντιστοιχεί στο εκάστοτε διακριτοποιημένο τμήμα της πτέρυγας υπολογίζεται κάθε χρονικό βήμα η νέα θέση του σημείου ελέγχου βάσει του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων καθώς και η σχετική του με την ροή ταχύτητα. Έτσι με γνωστη την σχετική ταχύτητα καθώς και τα polars της εκάστοτε αεροτομής είναι δυνατό να υπολογιστούν αρχικά τα αεροδυναμικά φορτία.

2.3.2 Σχετική ταχύτητα

Προτού προσδιοριστεί η σχετική ταχύτητα της ροής ως προς τα strips, πρέπει να υπολογιστεί η ολική ταχύτητα για κάθε σημείο ελέγχου του σώματος βάσει των ολικών ταχυτήτων που είναι αποθηκευμένες στα κέντρα των υπολογιστικών κυψελών του πλέγματος και στην συνέχεια με χρήση μητρώων μετακίνησης και περιστροφής του κάθε strip να προσδιοριστεί τελικά η σχετική ταχύτητα της ροής.

Ορίζοντας με τον δείκτη 'g' το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων και με τον δείκτη 'l'το τοπικό καθώς και

- $\boldsymbol{x}_g^{}$: θέση σημειου στο αδρανειακό σύστημα
- x_i : θέση στο τοπικό σύστημα
- \mathbf{T}_{tot} : μητρώο μετατόπισης στο αδρανειακό σύστημα
- R_{tot} : μητρώο περιστροφής στο αδρανειακό σύστημα

άρα για ένα τυχαίο σημείο του τοπικού συστήματος συντεταγμένων που εκτελεί μια κίνηση που αποτελείται από μετατόπιση και περιστροφή, η νέα θέση του βάσει του αδρανειακού συστήματος θα υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση

$$x_g = T_{tot} + R_{tot} x_l$$

Λύνοντας ως προς τον όρο x_l με χρήση της ιδιότητας πινάκων $[A]^T \cdot [A] = [1]$ και παραγωγίζοντας και τις δύο πλευρές της εξίσωσης προκειμένου να εμφανιστεί η σχετική ταχύτητα προκύπτει

$$\dot{x}_{l} = R_{tot}^{T} \left(\dot{x}_{g} - \dot{T}_{tot} - \dot{R}_{tot} x_{l} \right)$$

δηλαδή,

$$U_{eff} = R_{tot}^T \left(U_{inf \, low} - \dot{T}_{tot} - \dot{R}_{tot} x_l \right)$$

 U_{eff} : η τοπική σχετική ταχύτητα ροής U_{inflow} : η διανυσματική απόλυτη ταχύτητα ροής \dot{T}

 \dot{T}_{tot} : το ολικό διάνυσμα μετακίνησης παραγωγισμένο στον χρόνο (ταχύτητα κίνησης σώματος)

Με γνωστή την σχετική ταχύτητα της ροής υπολογίζεται η σχετική γωνία πρόσπτωσης της διδιάστατης ροης και οι δυνάμεις άνωσης και οπισθέλκουσας ως προς κάθε διακριτοποιημένο στοιχείο της πτέρυγας όπως ορίζονται στην εικόνα 2.3.1 από τις ακόλουθες σχέσεις

$$a_{eff} = sin^{-1}(U_{effZ}) / \left\| U_{eff} \right\|$$
$$L = (1/2)\rho C_L(a_{eff})c\Delta b U_{eff}^2$$
$$D = (1/2)\rho C_D(a_{eff})c\Delta b U_{eff}^2$$

όπου,

 $\begin{array}{ll} \rho \ [kg/m^3]: πυκνότητα ρευστού \ [kg/m^3] \\ C_L(a_{eff}) & : συντελεστής άνωσης για την υπολογισμένη σχετική γωνία πρόσπτωσης \\ C_D(a_{eff}) & : συντελεστής οπισθέλκουσας για την υπολογισμένη σχετική γωνία πρόσπτωσης \\ c \ [m] & : χορδή αεροτομής που αντιστοιχεί στο εκάστοτε strip \\ \Delta b \ [m] & : μήκος αεροτομής που αντιστοιχεί στο εκάστοτε strip \end{array}$



Εικόνα 2.2.1 : Τοπικό σύστημα συντεταγμένων αεροτομής

2.3.3 Επιβολή όρων πηγής

Οι όροι πηγής εκφράζουν δύναμη ανά μονάδα όγκου (της υπολογιστικής κυψέλης) και αφού υπολογιστούν με την μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο πρέπει να αναχθούν στους όγκους των υπολογιστικών κυψελών καθώς και να σταθμιστεί το μέτρο τους κατά την διάδοσή τους, λόγω συνεκτικότητας του ρευστού, στα κέντρα των κυψελών.

Επιγραμματικά οι μέθοδοι επιβολής όρων πηγής από τις οποίες καλείται να επιλέξει ο χρήστης είναι οι εξής

- Ισοτροπική κατανομή Gauss
- Μη ισοτροπική κατανομή Gauss
- Ελλειπτική κατανομή Gauss

Περεταίρω ανάλυση των μεθόδων είναι πέραν του σκοπού της παρούσας εργασίας καθώς η μέθοδος ALM χρησιμοποιήθηκε αποκλειστικά ως εργαλείο επαλήθευσης αποτελεσμάτων της LLM η οποία ήταν και το βασικό εργαλείο κατά την υλοποίηση του παρόντος έργου.

3. Έλεγχος του Ομόρρου

Ο ομόρρους ενός αεροδυναμικού σώματος είναι ένα πεδίο ροής που χαρακτηρίζεται από έντονα φαινόμενα στροβιλότητας και ταχύτητας χαμηλότερου μέτρου στην αξονική διεύθυνση από αυτή της επ άπειρον ροής. Στην βιβλιογραφία αναφέρεται χαρακτηριστικά οτι προκειμένου να θεωρηθεί το πεδίο ταχύτητας κατάντι μιας ανεμογεννήτριας αποδεκτό, χωρίς αυτό να σημαίνει πλήρη αποκατάσταση της επ άπειρον ροής, ώστε να φτάσει ανάντι μιας άλλης και να παραχθεί ενέργεια, πρέπει ο ομόρρους να διανύσει μια απόσταση περί των επτά διαμέτρων της ανεμογεννήτριας από την οποία ξεκίνησε[]. Ειδάλλως η ανεμογεννήτρια η οποία παραλαμβάνει τον ομόρρου μιας άλλης, σε κοντινή απόσταση, θα δεχθεί ροή αέρα χαμηλότερης ταχύτητας καθώς και αυξημένα περιοδικά φορτία κόπωσης δυσχεραίνοντας την λειτουργία της όσον αφορά την παραγωγή ενέργειας και μειώνοντας τον χρόνο ζωής της μακροπρόθεσμα. Έτσι γεννάται η ανάγκη ελέγχου του ομόρρου μέσω διαφόρων τεχνικών, όπως η *ροή σε απόκλιση* περί των αξόνων που ορίζουν την επιφάνεια κάλυψης των πτερυγίων της ανεμογεννήτριας, γωνίες εκτροπής (yaw) και κώνου (cone), ή μέσω της γωνίας κλίσης (pitch), των πτερυγίων. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια απόπειρα παρουσίασης της τεχνικής ελέγχου του ομόρρου μέσω ροής σε απόκλιση καθώς και της επίδρασης που έχει η εν λόγω τεχνική στην κατεύθυνση του ομόρρου.

3.1 Ροή σε απόκλιση

Μέσω αισθητήρων και συστημάτων αυτομάτου ελέγχου τα οποία είναι ενσωματωμένα στις σύγχρονες ανεμογεννήτριες είναι δυνατός ο έλεγχος της κατεύθυνσης του αέρα και έτσι η τοποθέτηση της επιφάνειας κάλυψης των πτερυγίων στην επιθυμητή γωνία εκτροπής. Στην ακόλουθη εικόνα παρουσιάζονται δύο ανεμογεννήτριες, σε κάτοψη, εκ των οποίων η μία (α) έχει μηδενική γωνία εκτροπής με αποτέλεσμα η επιφάνεια κάλυψής της να είναι κάθετη στην ροή του αέρα ενώ η δεύτερη (β) έχει γωνία εκτροπής θ_{vaw} .



<u>Εικόνα 3.1.1</u> : Αξονική ροή (α) και ροή σε απόκλιση (β)

Πιο συγκεκριμένα, ορίζοντας ένα αδρανειακό τριδιάστατο σύστημα συντεταγμένων (Zg,Yg,Xg) και δύο τοπικά συστήματα συντεταγμένων, ένα για κάθε ανεμογεννήτρια, (ZLa,YLa,XLa) & (ZLβ,YLβ,XLa), τα οποία οποία μπορούν να περιστρέφονται περί του κατακόρυφου άξονα X, ο οποίος είναι παράλληλος με τον πύργο της ανεμογεννήτριας, και εφαρμόζοντας απλές τριγωνομετρικές σχέσεις προκύπτουν τα εξής όσον αφορά την την αξονική συνιστώσα της ταχύτητας εισροής στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων στην περίπτωση της ροής σε απόκλιση

$$U_{ZL} = U_{wind} cos(\theta_{yaw})$$
(3.1)

$$U_{YL} = U_{wind} sin(\theta_{vaw})$$
(3.2)

Στις σχέσεις (3.1) και (3.2) ως θετική φορά περιστροφής περί του άξονα X, άρα και σχηματισμός θετικής γωνίας θ_{vaw} , έχει οριστεί η αντιωρολογιακή.

Καθώς ο αέρας προσπίπτει στην επιφάνεια των πτερυγίων ασκεί σε αυτά δύναμη ώσης παράλληλη στην κατεύθυνση του άξονα Z του τοπικού συστήματος συντεταγμένων και λόγω του τρίτου νόμου του Νεύτωνα η ίδια δύναμη ασκείται από τα πτερύγια στον αέρα ακριβώς κατάντι της ανεμογεννήτριας όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2.2



Εικόνα 3.1.2 : Δύναμη ώσης που ασκούν τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας στον αέρα σε αξονική ροή (α) και σε ροή σε απόκλιση (β)

Στην περίπτωση ροής σε απόκλιση η ώση που ασκούν τα πτερύγια της ανεμογεννήτριας στον αέρα αποτελείται από δύο συνιστώσες, στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, με τη μια να είναι παράλληλη με στην ροή με αντίθετη φορά, ενώ η δεύτερη βρίσκεται στην διεύθυνση του άξονα Yg και με φορά προς τα δεξιά, αντίθετη δηλαδή της φοράς κατά την οποία έχει περιστραφεί το τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Λόγω της κατεύθυνσης της δύναμης T_{yg} που ασκείται στον αέρα ο ομόρρους της ανεμογεννήτριας θα αποκτήσει κλίση προς τα δεξιά σε αντίθεση με την περίπτωση α της εικόνας 3.1.2 όπου θα κινηθεί παράλληλα με τον άξονα Z είτε του τοπικού είτε του αδρανειακού συστήματος, εφόσον αυτοί οι δύο είναι επίσης παράλληλοι. Σε περίπτωση που η γωνία θ_{yaw} ήταν αρνητική και η

περιστροφή γύρω από τον τοπικό άξονα X του τοπικού συστήματος είχε γίνει ωρολογιακά ο ομόρρους θα αποκτούσε αντιστοίχως κλίση προς τα αριστερά, καθώς η δύναμη Τ_{γg} θα είχε αντίθετη φορά με αυτή

της εικόνας 3.1.2.

Οι συνιστώσες της ώσης στην περίπτωση ροής σε απόκλιση υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπου που υπολογίζεται και η ταχύτητα

$$T_{Zg} = Tcos(\theta_{yaw})$$
(3.3)

$$T_{yg} = Tsin(\theta_{yaw}) \qquad (3.4)$$

-200 -150 -100 -50 0 50 100 150 200¹⁰⁰⁰

Ακολουθεί γραφική αναπαράσταση της ανωτέρω ανάλυσης μέσω του εργαλείου gnuplot.

Εικόνα 3.1.3 : Ο ομόρρους μιας ανεμογεννήτριας σε πλήρως αξονική ροή



Εικόνα 3.1.4 : Ο ομόρρους μιας ανεμογεννήτριας σε ροή σε απόκλιση με θετικής γωνία απόκλισης



Εικόνα 3.1.4 : Ο ομόρρους μιας ανεμογεννήτριας σε ροή σε απόκλιση με αρνητική γωνία απόκλισης

Καθίσταται λοιπόν σαφές οτι η ίδια ανεμογεννήτρια για την περίπτωση ροής σε απόκλιση θα λειτουργεί με χαμηλότερη ταχύτητα εισροής και έτσι θα παράγει λιγότερη ισχύ άρα και ενέργεια συγκριτικά με την περίπτωση της πλήρους αξονικής ροής για ίδιες συνθήκες ανέμου. Αυτό είναι το κόστος του ελέγχου της κατεύθυνσης του ομόρρου, μέσω της συνιστώσας της ώσης στον άξονα *Υ*.

Προκειμένου να μελετηθεί συστηματικά η επίδραση της απόκλισης στην κατεύθυνση του ομόρρου χρησιμοποιείται η έννοια του ελλείμματος ταχύτητας. Για επ άπειρον ροή V_{∞} και αξονική συνιστώσα της ταχύτητας κατάντι της ανεμογεννήτριας, U_z , ορίζεται ως έλλειμμα ταχύτητας της αξονικής ροής ο λόγος ($V_{\infty} - U_z$)/ V_{∞} . Ο λόγος αυτός εκφράζει το κατά πόσο είναι μικρότερη η αξονική ταχύτητα του ομόρρου συγκριτικά με αυτή της επ άπειρον ροής. Αρκετές διαμέτρους κατάντι της ανεμογεννήτριας θα βρίσκεται μια περιοχή έντονης στροβιλότητας και μεγάλου ελλείμματος ταχύτητας βάσει του θεωρήματος Kelvin. Στην περίπτωση ροής σε απόκλιση το έλλειμμα ταχύτητας αναμένεται να μετατοπίζεται πάνω στον άξονα Y_z είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά, καθώς ο ομόρρους απομακρύνεται, για θετικές και αρνητικές γωνίες απόκλισης αντίστοιχα. Τέλος, όπως έχει ήδη αναφερθεί απόκλιση μπορεί να δοθεί και περί του άξονα Y_L του τοπικού συστήματος συντεταγμένων

προκειμένου ο ομόρρους να αποκτήσει κλίση στο επίπεδο που ορίζεται από τους άξονες YZ, παρ' όλα αυτά, στην παρούσα εργασία μελετάται αποκλειστικά η ροή σε απόκλιση περί του άξονα X.

3.2 Λοξότητα του ομόρρου

Στο προηγούμενο κεφάλαιο καθίσταται σαφές πως όταν μια ανεμογεννήτρια λειτουργεί σε απόκλιση ο ομόρρους της αποκτά κλίση ως προς την διεύθυνση της επ άπειρον ροής, σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία και οι εμπειρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να καθοριστεί η αυτή η κλίση.

Το γεγονός οτι ο ομόρρους αποκτά κλίση συγκριτικά με τον άξονα του δρομέα "παίζει" σημαντικό ρόλο στην αξονική ταχύτητα που αυτός επάγει στο επίπεδο του δρομέα. Βάσει του νόμου επαγωγής Biot Savart όσο πιο κοντά βρίσκεται το σημείο το οποίο επάγει ταχύτητα σε αυτό που δέχεται την επαγωγή τόσο πιο μεγάλο θα είναι το μέτρο της επαγόμενης ταχύτητας. Ορίζοντας ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπως αυτό της εικόνας 3.2.1, με μηδενική γωνία αζιμουθίου το αρνητικό τμήμα του

άξονα Y και θετική φορά την ωρολογιακή, για μία ανεμογεννήτρια σε απόκλιση με θετική γωνία θyaw (όπως αυτή ορίστηκε στο κεφάλαιο 3.1) προκύπτουν τα εξής: Εφόσον ο ομόρρους θα κινηθεί προς τα δεξιά για έναν παρατηρητή αναντι της ανεμογεννήτριας και με βάση την λογική που παρουσιάστηκε στην αρχή αυτής της παραγραφου, όταν τα πτερύγια θα βρίσκονται σε γωνίες αζιμουθίου [π/2,3π/2] θα είναι πιο κοντά στον ομόρρου και έτσι θα δέχονται εντονότερα φαινόμενα επαγωγής. Απεναντίας, για γωνίες αζιμουθίου $[3\pi/2,\pi/2]$ η επαγωγή θα είναι ασθενέστερη καθώς ο ομόρρους θα βρίσκεται πιο μακριά. Το ακριβώς αντίθετο θα ισχύει στην περίπτωση όπου η ανεμογεννήτρια λειτουργεί σε απόκλιση με αρνητική γωνία θyaw. Και στις δύο περιπτώσεις όμως, είναι προφανής η ημιτονοειδής συμπεριφορά της ταχύτητας επαγωγής και το μόνο που αλλάζει είναι οι γωνίες στις οποίες εμφανίζονται η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της.



Εικόνα 3.2.1 Γραφική αναπαράσταση του ορισμού της γωνίας αζιμουθίου ενός πτερυγίου ΑΓΟΑ

Βάσει της θεωρίας δίσκου ορμής, κατά την οποία η ορμή και η ροπή της ορμής διατηρούνται σταθερές κατά μήκος του άξονα ενός δρομέα του οποίου τα πτερύγια αναλύονται με την θεωρία των στοιχείων πτερύγωσης, προκύπτουν οι εξισώσεις της αξονικής και της περιφερειακής ταχύτητας επαγωγής στο επίπεδο του δρομέα με την μορφή συντελεστών επαγωγής για κάθε στοιχείο πτερύγωσης. Σε περίπτωση όπου μια ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα λειτουργεί σε απόκλιση με αποτέλεσμα ο ομόρρους της να έχει κλίση συγκριτητικά με τον άξονα του δρομέα, η μέθοδος αυτή εμπλουτίζεται έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη η επίδρασή του στην ταχύτητα επαγωγής, στο επίπεδο του δρομέα, όπως αυτή παραγραφο. Ορίζεται δηλαδή μία επιπλέον ταχύτητα επαγωγής στο επίπεδο του δρομέα η οποία θα αυξάνεται για γωνίες αζιμουθίου στις οποίες τα πτερύγια βρίσκονται κοντινότερα από τον ομόρρου. Για τον υπολογισμό της ταχύτητας αυτής χρησιμοποιούνται, στο πλαίσιο της θεωρίας δίσκου ορμής και στοιχείων πτερύγωσης, οι εμπειρικές σχέσεις (Κατωπης,Schepers,Snel) όπως παρουσιάζονται στην συνέχεια :

$$W = \sqrt{((V\cos\theta_{yaw} - u_{i})(1 - a))^{2} + ((\Omega r - V\sin\theta_{yaw}\sin\phi_{az})(1 + a))^{2}}$$
(3.5)

$$u_{i} = u_{i0}(1 - f_{u}(r/R)tan(x/2)cos\phi_{az}... + O(2\phi_{az})$$
(3.6)

όπου,

$$f_{u}(r/R) = r/R + 0.3(r/R)^{3} + 0.4(r/R)^{5}$$
(3.7)

$$tan(x) = Vsin\theta_{yaw} / (Vcos\theta_{yaw} - u_{i0})$$
(3.8)

Στην σχέση (3.6) με u_{i0} συμβολίζεται η μέση αξονική επαγόμενη ταχύτητα στο επίπεδο του δρομέα, ενώ με x συμβολίζεται η κλίση του ομόρρου σχετικά με τον άξονα περιστροφής του δρομέα όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.2. Με το γράμμα W συμβολίζεται η σχετική ταχύτητα του αέρα που "βλέπει" το πτερύγιο καθως περιστρεφεται. Τέλος η σχέση (3.8) είναι αυτή που προσδιορίζει την **λοξότητα** του ομόρρου ακριβώς κατάντι μιας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα. Η λοξότητα του ομόρρου, πίσω ακριβώς από τον δίσκο του δρομέα, που προκύπτει από την σχέση (3.8), συγκρίνεται με την λοξότητα που υπολογίζεται ως η μερική παράγωγος της απόστασης, δ_{y} του κέντρου του δυναμικού πυρήνα του ομόρρου από την ευθεία που διέρχεται από το κέντρο της ανεμογεννήτριας και σχηματίζει γωνία θ_{yaw} με τον άξονα περιστροφής της, όπως στην εικόνα 3.2.2. Όπως φαίνεται και στην εικόνα, αναμένεται η παράγωγος της απόστασης δ_{y} να είναι μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση για αποστάσεις λίγων διαμέτρων (Z<4D) κατάντι της ανεμογεννήτριας. Η επίδραση της συνιστώσας της ώσης που είναι κάθετη στην ροή (εικόνα 3.1.2), εξασθενεί όσο ο ομόρρους απομακρύνεται από τον δρομέα. Η εκτροπή του κέντρου του ομόρρου, δηλαδή η απόσταση δ_{y} , λόγω της ροής σε απόκλιση υπολογίζεται, όπως περιγράφεται στην βιβλιογραφία [dissertation final paper 4 [4]] από την ακόλουθη σχέση :

$$\delta_{y}\left(\Delta z, \theta_{yaw}\right) = \frac{C_{T}\left(\theta_{yaw}\right)\left(15\left(2k_{d}\frac{\Delta z}{D}+1\right)^{4}+C_{T}\left(\theta_{yaw}\right)^{2}\right)}{30\frac{k_{d}}{D}\left(2k_{d}\frac{\Delta z}{D}+1\right)^{5}}-\frac{C_{T}\left(\theta_{yaw}\right)D\left(15+C_{T}\left(\theta_{yaw}\right)^{2}\right)}{30k_{d}}$$

όπου

 k_d : η παράμετρος που περιγράφει την ανάκτηση της ροής του ομόρρου

D : διάμετρος της ανεμογεννήτριας

 Δz : αξονική απόσταση σημείου του ομόρρου από τον δρομέα

 $C_T(\theta_{yaw})$: συντελεστής ώσης της ανεμογεννήτριας ο οποίος περιγράφεται συναρτήσει της γωνίας απόκλισης και του συντελεστή αξονικής επαγωγής

$$C_{T}(\theta_{yaw}) = 1/2\cos(\theta_{yaw})^{2}\sin(\theta_{yaw})(4a(1-a))$$

Η μερική παράγωγος $\partial \delta_y /\partial z|_{z=0}$ θα δώσει την κλίση του ομόρρου στην κατεύθυνση της επ άπειρον ροής, ακριβώς κατάντι της ανεμογεννήτριας.



<u>Εικόνα 3.2.2</u> : Η απόσταση δη του κέντρου του ομόρρου από την ευθεία της πλήμνης μιας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα

Για την εφαρμογή των εμπειρικών σχέσεων (3.5-3.8) είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της μέσης αξονικής επαγόμενης ταχύτητας στον δίσκο του δρομέα, μέσω της LLM και της ALM, ο οποίος πραγματοποιείται όπως παρουσιάζεται στην συνέχεια.



Εικόνα 3.2.3 : Ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα σε απόκλιση με λοξότητα ομόρρου χ

Το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP υπολογίζει την επαγόμενη ταχύτητα στις τρεις διαστάσεις, όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2.2.2, για κάθε σημείο ελέγχου των πτερυγίων, έτσι είναι εφικτος ο υπολογισμός της ταχύτητας u_{i0} για μια πλήρη περιστροφή του πτερυγίου. Αρχικά υπολογίζεται η μέση αξονική επαγόμενη ταχύτητα, u_{strip} , του κάθε σημείου ελέγχου για μια πλήρη περιστροφή. Εφόσον η LLM υποθέτει πως η ταχύτητα που υπολογίζεται στο εκάστοτε σημείο ελέγχου είναι σταθερή για το strip στο οποίο αντιστοιχεί το σημείο ελέγχου, γίνεται μια στάθμιση βάσει της επιφάνειας που καλύπτει το κάθε strip συγκριτικά με την ολική επιφάνεια κάλυψης του πτερυγίου σε μία πλήρη περιστροφή.

$$u_{i0} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\left(y_{c.p.} + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(y_{c.p.} - \frac{b}{2}\right)^2}{R^2 - r_{aero}^2} \sum_{\varphi_{az}=0}^{2\pi} u_{\varphi_{az}}$$
(3.9)

όπου,

 $y_{c.p.}$: η ακτινική θέση του σημείου ελέγχου του εκάστοτε strip

R : η ακτίνα του πτερυγίου

 $r_{_{aero}}$: η ακτινική θέση όπου ξεκινάει το αεροδυναμικό τμήμα του πτερυγίου

b : το μήκος του εκάστοτε strip

N: ο συνολικός αριθμός strips του κάθε πτερυγίου

 $u_{\varphi_{--}}$: η αξονική επαγόμενη ταχύτητα σε κάθε strip για την εκάστοτε γωνία αζιμουθίου

Η ALM δεν υπολογίζει την επαγόμενη ταχύτητα στο επίπεδο του δρομέα, αλλά την ταχύτητα εισροής στις τρεις διαστάσεις. Αφαιρώντας την αξονική συνιστώσα της ταχύτητας αυτής από την ταχύτητα της επ άπειρον ροής προκύπτει η αξονική συνιστώσα της επαγόμενης ταχύτητας στο επίπεδο του δρομέα. Στην συνέχεια είναι εφικτή η εφαρμογή των σχέσεων (3.5-3.9).

Καθώς ο ομόρρους κινείται με ορισμένη κλίση κατάντι της ανεμογεννήτριας η ταχύτητα που θα επάγεται σε αυτόν από την περιοχή των πτερυγίων θα αλλάζει, εξαιτίας της περιστροφής τους, αυξομειώνοντας έτσι την απόστασή τους από αυτόν, όπως εξηγείται στην πρώτη παράγραφο του παρόντος κεφαλαίου. Έτσι προκειμένου να εξαχθούν αξιόπιστα αποτελέσματα σχετικά με το πεδίο ταχύτητας του ομόρρου, είναι σκόπιμο να ληφθεί ο μέσος χρονικός όρος (*time averaged velocity*) ταχυτήτων εντός ορισμένου χρονικού διαστήματος. Ο μέσος όρος των ταχυτήτων υπολογίστηκε από τις τιμές της ταχύτητας, ως διανυσματικό μέγεθος, τεσσάρων (4) χρονικών στιγμών εντός χρονικού εύρους T/3.

$$V_{X} = (V_{X_{9T/12}} + V_{X_{10T/12}} + V_{X_{11T/12}} + V_{X_{12T/12}})/4$$
(3.11)

$$V_{Y} = (V_{Y_{9T/12}} + V_{Y_{10T/12}} + V_{Y_{11T/12}} + V_{Y_{12T/12}})/4$$
(3.12)

$$V_{Z} = (V_{Z_{9T/12}} + V_{Z_{10T/12}} + V_{Z_{11T/12}} + V_{Z_{12T/12}})/4$$
(3.13)

4. Σημεία Λειτουργίας των Ανεμογεννητριών

Στο παρόν κεφάλαιο αρχικά παρουσιάζονται οι δύο (2) ανεμογεννήτριες οριζοντίου άξονα, με τα τεχνικά τους χαρακτηριστικά, που μοντελοποιήθηκαν με την LLM και ALM. Η μία εκ των δύο είναι το μοντέλο *DTU-10 MW*[14], που έχει σχεδιαστεί στο *Technical University of Denmark (TUD)*, ενώ η δεύτερη είναι η *G1*, μοντέλο κλίμακας της DTU, η οποία σχεδιάστηκε στο *Teχνικο Πολυτεχνείο του Μονάχου (TUM)*[15] το 2014. Στην συνέχεια γίνεται μία σύντομη περιγραφή της μεθόδου δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης στην οποία στηρίζεται το υπολογιστικό πρότυπο **RAFT**[16], το οποίο αναπτύχθηκε στον Τομέα Ρευστών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ και χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Τέλος, έμφαση δίνεται στην πειραματική μελέτης του ομόρρου της.

4.1 Τεχνικά χαρακτηριστικά

Σε αυτό το υποκεφάλαιο γίνεται μία σύντομη αναφορά στα βασικά τεχνικά χαρακτηριστικά των δύο υπό μελέτη ανεμογεννητριών. Αρχικά, παρουσιάζεται πίνακας με ποιοτικά χαρακτηριστικά της DTU και της G1.

	Προσανατολισμός	Έλεγχος	Μετάδοση κίνησης	Αριθμός πτερυγίων
DTU-10MW	upwind	μεταβλητή ταχύτητα	κιβώτιο ταχυτήτων πολλαπλών σχέσεων	3
G1	upwind	μεταβλητή ταχύτητα	κιβώτιο ταχυτήτων πολλαπλών σχέσεων	3

Τονίζεται οτι η G1 είναι μοντέλο κλίμακας της DTU και αναπτύχθηκε με σκοπό την αξιοποίησή της σε μελέτες ελέγχου αιολικών πάρκων. Τα πτερύγιά της αποτελούνται αποκλειστικά από μία αεροτομή, την RG-14, η οποία είναι αεροτομή χαμηλού αριθμού Reynolds ενώ ο ρότορας της G1 έχει σχεδιαστεί με σκοπό την μεγιστοποίηση του συντελεστή ισχύος C_p . Απεναντίας η DTU αποτελείται από διάφορες αεροτομές κατά το μήκος των πτερυγίων της όπως παρουσιάζεται στην συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου. Όπως η DTU έτσι και η G1 διαθέτει ενεργό έλεγχο γωνίας εκτροπής και βήματος καθώς και έλεγχο ροπής. Ακολουθεί πίνακας με ποσοτικά τεχνικά χαρακτηριστικά των δύο ανεμογεννητριών

	Ισχύς [MW]	Διάμετρος [m]	Ύψος πλήμνης [m]	Ονομαστική ταχύτητα ανέμου [m/s]	Ονομαστική ταχύτητα περιστροφής [RPM]	Ονομαστική ταχύτητα ακροπτερυγί ου [m/s]
DTU-10MW	10	178.332	119	11.4	9,6	90
G1	0.045	1.1	0.64	5	850	49

<u>Πίνακας 4.1.2</u> : Ποσοτικά τεχνικά χαρακτηριστικά της DTU-10MW και της G1

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, κατανομή χορδής και συστροφής πτερυγίου, της DTU ήταν διαθέσιμα από προηγούμενες μελέτες σε πινακοποιημένη μορφή σε αντίθεση με την G1 της οποίας οι κατανομές χορδής και συστροφής κατά το μήκος της ακτίνας ήταν σε μορφή διαγράμματος και έτσι ήταν αναγκαία η χρήση του λογισμικού *Engauge Digitizer* προκειμένου να ληφθούν σε πινακοποιημένη μορφή. Τονίζεται οτι η διαδικασία αυτή εμπεριέχει περιθώριο σφάλματος. Με γνωστές τις κατανομές χορδής και συστροφής παρήχθη το υπολογιστικό πλέγμα προσομοίωσης Γραμμής Άνωσης. Κατά την μοντελοποίηση των πτερυγίων της G1 θεωρήθηκε πως αυτά είναι αεροδυναμικά σε όλο τους το μήκος, σε αντίθεση με τα πτερύγια της DTU τα οποία θεωρούνται αεροδυναμικά από ένα μήκος και έπειτα. Όσον αφορά την αεροτομή RG-14 της ανεμογεννήτριας G1, οι συντελεστές ισχύος, ώσης και ροπής (C_p, C_T, C_M), υπολογίστηκαν με χρήση του εργαλείου **XFOIL** με αριθμό Reynolds 90000, Mach 0 και συνεκτική ροή για μεγάλο εύρος γωνιών πρόσπτωσης.

АГОА	DTU-10MW	G1
Αεροτομές	FFA600-GF FFA480-GF FFA360-GF FFA301 FFA241	RG-14

<u>Πίνακας 4.1.3</u> Οι αεροτομές από τις οποίες αποτελούνται τα πτερύγια των υπό μελέτη ανεμογεννητριών.

4.2 Θεωρία δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί το υπολογιστικό πρότυπο RAFT βασίζεται στην θεωρία δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης, γνωστής από την βιβλιογραφία και ως Blade Element Momentum (BEM). Πιο συγκεκριμένα, συνδυάζει το θεώρημα διατήρησης της ορμής και το θεώρημα διατήρησης της ροπής της ορμής, διατυπωμένα κατά μήκος του άξονα ενός δρομέα, με την θεωρία στοιχείων πτερύγωσης. Από το θεώρημα διατήρησης της ορμής προκύπτει η σχέση (4.1) για την ώση, που ασκείται σε ένα πεπερασμένο τμήμα dr ενός στοιχείου πτερύγωσης, ενώ από το θεώρημα διατήρησης της ροπής της ορμής προκύπτει η αντιστοιχη σχέση (4.2) για την ροπή.

$$dT = 4\pi r \rho V^2 (1-a) a dr \qquad (4.1)$$
$$dM = 4\pi r^3 \rho V \Omega (1-a) a' dr \qquad (4.2)$$

Εξισώνοντας την κάθε μία από αυτές τις σχέσεις με το ίδιο φυσικό μέγεθος, αυτή την φορά εκφρασμένο βάσει της θεωρίας στοιχείων πτερύγωσης, όπως στις εξισώσεις (4.3) και (4.4) προκύπτουν οι δύο σχέσεις που προσδιορίζουν την αξονική και την περιφερειακή ταχύτητα επαγωγής στο επίπεδο του δρομέα, δηλαδή τους συντελεστές α και α΄.

$$dT = B \frac{1}{2} \rho \frac{V^2 (1-a)^2}{\sin^2(\varphi)} C_n c dr$$

$$dM = \frac{1}{2} \rho B \frac{V(1-a)\Omega r (1+a')}{\cos \varphi \sin \varphi} C_t c r dr$$

$$(4.3)$$

Όπου *B* ο αριθμός των πτερυγίων, Ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα, *V* η ταχύτητα του ανέμου, *c* το μήκος της χορδής της αεροτομής για το εκάστοτε στοιχείο πτερύγωσης ενώ οι συντελεστές κάθετης και εφαπτομενικής στο επίπεδο του δρομέα δύναμης C_n και C_t καθώς και η γωνία φ δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις για κάθε στοιχείο πτερύγωσης

από τις παρακάτω σχέσεις για κάθε στοιχείο πτερύγωσης

$$C_n = C_L \cos\varphi + C_D \sin\varphi \tag{4.5}$$

$$C_t = C_L \sin\varphi + C_D \cos\varphi \tag{4.6}$$

Όπου με C_L και C_D συμβολίζονται οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης.

$$\tan \varphi = \frac{V(1-a)}{\Omega r(1+a')} \tag{4.7}$$

Τελικά οι συντελεστές αξονικής και περιφερειακής ταχύτητας επαγωγής υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις

$$\alpha = 1/\left[\left(4\sin^2\varphi/\sigma(r)C_n\right) + 1\right]$$
(4.8)

$$a' = 1/[(4\sin\varphi\cos\phi/\sigma(r)C_t) - 1]$$
(4.9)

Όπου με σ(r) συμβολίζεται η στερεότητα στην ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου και ορίζεται ως εξής

$$\sigma(r)=rac{c(r)B}{2\pi r}$$

Η ανωτέρω η ανάλυση γίνεται για κάθε στοιχείο πτερύγωσης χωριστά. Οι εξισώσεις αυτές, είναι μη γραμμικές και λύνονται επαναληπτικά και ανεξάρτητα για κάθε στοιχείο πτερύγωσης (Wilson et al (1976)). Με γνωστούς τους συντελεστές α και α΄, την φαινόμενη ταχύτητα ανέμου και γωνία πρόσπτωσης, εξισώσεις (4.10) και (4.11), καθώς και τις μετρήσεις για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης για διάφορες γωνίες πρόσπτωσης, είναι εφικτός ο υπολογισμός των φορτίων που αναπτύσσονται στα πτερύγια.

$$W = \sqrt{(V(1-a))^2 + (\Omega r(1+a'))^2}$$
(4.10)

$$a = \varphi - \theta \tag{4.11}$$

Όπου με θ συμβολίζεται η γωνία συστροφής του πτερυγίου.

Τέλος ο τοπικός συντελεστής ώσης, του κάθε στοιχείου πτερύγωσης, υπολογίζεται για δύο εύρη τιμών του συντελεστή αξονικής επαγωγής από τις ακόλουθες σχέσεις.

Όπου με Γ συμβολίζεται ο συντελεστής απωλειών ακροπτερυγίου. [Αναφορα]

4.3 Σημείο λειτουργίας της DTU-10 MW

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, ως σημείο λειτουργίας μια ανεμογεννήτριας ορίζεται ο λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου $\lambda = \Omega r/V$ (Tip Speed Ratio). Η επιλογή του σημείου λειτουργίας για το οποίο μελετάται ο ομόρρους της εκάστοτε ανεμογεννήτριας έγινε βάσει συγκριτικών αποτελεσμάτων, όσον αφορά στα φορτία των ανεμογεννητριών, των μεθόδων BEM και LLM, μέσω των αντίστοιχων υπολογιστικών προτύπων RAFT και GenUVP. Πιο συγκεκριμένα επιλέχθηκε ένα εύρος ταχυτήτων ανέμου, με τιμές μικρότερες της ονομαστικής και διατηρώντας την γωνιακή ταχύτητα σταθερή πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις της λειτουργίας των δύο ανεμογεννητριών για διάφορες τιμές του λόγου ταχύτητας ακροπτερυγίου.

Έτσι ελήφθησαν αποτελέσματα για τους συντελεστές ώσης και ισχύς συναρτήσει του λόγου ταχύτητας ακροπτερυγίου καθώς και συναρτήσει του συντελεστή επαγωγής αξονικής ταχύτητας. Χάριν

πληρότητας πραγματοποιήθηκε σύγκριση των αποτελεσμάτων, της ακτινικής κατανομής ώσης, του συντελεστή αξονικής επαγωγής, της γωνίας πρόσπτωσης και του συντελεστή ώσης, των δύο μεθόδων. Σκοπός ήταν η εύρεση μίας ή παραπάνω τιμών του λόγου ακροπτερυγίου για την ή τις οποίες οι καμπύλες $C_T^{GenUVP}(\lambda)$ - $C_T^{RAFT}(\lambda)$ και $C_T^{GenUVP}(a)$ - $C_T^{RAFT}(a)$ τέμνονται. Έμφαση δίνεται στην σύγκλιση των καμπυλών του συντελεστή ώσης, καθώς αυτός είναι που καθορίζει το έλλειμμα ταχύτητας στον ομόρρου μιας ανεμογεννήτριας [ΑΝΑΦΟΡΑ].Επίσης επιθυμητή είναι η σύγκλιση των ακτινικών κατανομών των προαναφερθέντων μεγεθών.

Η ανεμογεννήτρια DTU-10MW έχει μελετηθεί στο παρελθόν από τον Τομέα Ρευστών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π. με χρήση των ίδιων υπολογιστικών προτύπων και έτσι αναμένεται οι εν λόγω καμπύλες να παρουσιάζουν σύγκλιση για όλα τα σημεία λειτουργίας της. Ακολουθεί πίνακας με τα σημεία λειτουργίας της ανεμογεννήτριας DTU-10 MW. Σημειώνεται οτι ως γωνιακή ταχύτητα του δρομέα έχει επιλεγεί αυτή που αντιστοιχεί στην βέλτιστη λειτουργία της ανεμογεννήτριας για ταχύτητα ανέμου 8 m/s με κριτήριο την μεγιστοποίηση του συντελεστή ισχύος.

V [m/s]	Ω [rad/s]	λ/TSR
7	0.672929	8.5718
7.5	0.672929	8.0003
8	0.672929	7.5003
8.5	0.672929	7.0591

Πίνακας 4.3.1: Συγκεντρωτικός πίνακας σημείων λειτουργίας ανεμογεννήτριας DTU-10 MW

Ακολουθούν συγκριτικά αποτελέσματα, σε μορφή διαγραμμάτων, των δύο μεθόδων όσον αφορά στην ακτινική κατανομή, της ώσης, του συντελεστή ώσης, του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής και της γωνίας πρόσπτωσης. Ως σημείο λειτουργίας έχει επιλεγεί ενδεικτικά αυτό που αντιστοιχεί σε **TSR**=7.5003



<u>Διάγραμμα 4.3.1</u> : Ακτινική κατανομή κάθετης δύναμης ανά μέτρο με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της DTU-10MW σε αξονική ροή και TSR = 7.5

Στα διαγράμματα 4.3.1 και 4.3.2 απεικονίζεται η αποτελεσματικότητα του διορθωτικού συντελεστή ακροπτερυγίου του Glauert (ANAΦOPA) που εφαρμόζεται στην μέθοδο δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης (BEM), καθώς η κάθετη δύναμη μειώνεται. Αντιθέτως και λόγω των σχέσεων (4.12) του κεφαλαίου 4.2 ο συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής παρουσιάζει αύξηση κοντά στο άκρο του πτερυγίου, εφόσον για το ίδιο εύρος εκπετάσματος ο συντελεστής ώσης μειώνεται δραστικά. Για τον ίδιο λόγο ο συντελεστής αξονικής ταχύτητας επαγωγής υπολογιζόμενος απο την μέθοδο δίσκου ορμής-στοιχείων πτερύγωσης παρουσιάζει συνεχή θετική διαφορά από τον ίδιο συντελεστή για την περίπτωση της Γραμμής Άνωσης μιας και στο αντίστοιχο εύρος εκπετάσματος ο συντελεστής ώσης συμπεριφέρεται αντιστρόφως.



<u>Διάγραμμα 4.3.2</u> : Ακτινική κατανομή συντελεστή ώσης με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της DTU-10MW σε αξονική ροή και TSR = 7.5

Στην περίπτωση της μεθόδου Γραμμής Άνωσης ο συντελεστής αξονικής ταχυτητας επαγωγής παρουσιάζει αύξηση κοντά στο άκρο του πτερυγίου, λόγω της μεγάλης διαφοράς στροβιλότητας που έχει αυτό με το αμέσως επόμενο σημείο από το οποίο δεν διέρχεται κάποιο νήμα στροβιλότητας με αποτέλεσμα ο κοντινός ομόρρους στο αντίστοιχο ακτινικό εύρος να χαρακτηρίζεται από ισχυρή στροβιλότητα και επομένως από μεγάλες τιμές ταχύτητας επαγωγής εξαιτίας του νόμου Biot-Savart. Το ίδιο ισχύει και για την περιοχή κοντά στην πλήμνη. Αντιθέτως στην περίπτωση της BEM δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο καθώς εκεί δεν εφαρμόζεται κάποιος διορθωτικός συντελεστής, με αποτέλεσμα ο συντελεστής αξονικής ταχύτητας επαγωγής να πλησιάζει το μηδέν ακολουθόντας την κατανομή της κάθετης δύναμης.



Διάγραμμα 4.3.3 : Ακτινική κατανομή συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της DTU-10MW σε αξονική ροή και *TSR* = 7.5



<u>Διάγραμμα 4.3.4</u> : Ακτινική κατανομή γωνίας πρόσπτωσης με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της DTU-10MW σε αξονική ροή και TSR = 7.5

Όσον αφορά στην γωνία πρόσπτωσης για την περίπτωση της BEM, όπου ο υπολογισμός της γίνεται από τις σχέσεις (4.7) και (4.11), στην περιοχή κοντά στην πλήμνη όπου η ακτίνα έχει μικρή τιμή η γωνία *φ* παίρνει πολύ μεγάλες τιμές λόγω της μονοτονίας της συνάρτησης *tan(x)* με αποτέλεσμα το ίδιο να ισχύει και την γωνία πρόσπτωσης. Για την περίπτωση της μεθόδου LLM και λόγω της θεμελιώδους εξίσωσης του Prandtl (2.4) σε συνδυασμό με το διάγραμμα 4.3.5 όπου φαίνεται οτι η Κυκλοφορία εμφανίζει μέγιστη τιμή στην περιοχή της βάσης του πτερυγίου είναι λογικό η γωνία πρόσπτωσης να παρουσιάζει μέγιστες τιμές στην ίδια περιοχή. Η γωνία πρόσπτωσης είναι αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής, μια συσχέτιση που αποτυπώνεται στα ανωτέρω διαγράμματα.

Εν τέλει οι δύο μέθοδοι παρουσιάζουν ικανοποιητικά επίπεδα σύγκλισης με εξαίρεση τον συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής και την γωνία πρόσπτωσης στην περιοχή κοντά στην βάση του πτερυγίου.

Ακολουθούν συγκριτικά διαγράμματα, των δύο μεθόδων, όσον αφορά στην τιμή του συντελεστή ώσης για τις επιλεγμένες τιμές του λόγου ταχύτητας ακροπτερυγίου καθώς και του μέσου συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής.



<u>Διάγραμμα 4.3.5</u> : Ακτινική κατανομή Κυκλοφορίας με χρήση του εργαλείων GenUVP για λειτουργία της DTU-10MW σε αξονική ροή και TSR = 7.5

4.4 Σημείο λειτουργίας της G1

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η ίδια ανάλυση που έγινε και στο προηγούμενο, αυτή την φορά όμως για την πειραματική ανεμογεννήτρια G1.

Αρχικά παρατίθεται πίνακας με τα σημεία λειτουργίας της G1 όπως αυτά ορίστηκαν στο κεφάλαιο 4.3. .

V [m/s]	Ω [rad/s]	λ
5	87.96	9.6756
5.5	87.96	8.7960
6	87.96	8.0630
6.5	87.96	7.44277
7	87.96	6.91114

Πίνακας 4.4.1 : Συγκεντρωτικός πίνακας σημείων λειτουργίας της ανεμογεννήτριας G1.

Ακολουθούν συγκριτικά αποτελέσματα σε μορφή διαγραμμάτων των δύο μεθόδων όσον αφορά στην ακτινική κατανομή, της ώσης, του συντελεστή ώσης, του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής και της γωνίας πρόσπτωσης για σημείο λειτουργίας TSR = 7.44277, το οποίο επιλέχθηκε προκειμένου να είναι εφικτή η σύγκριση των αποτελεσμάτων της G1 με αυτά της DTU-10MW.



<u>Διάγραμμα 4.4.1</u> : Ακτινική κατανομή κάθετης δύναμης με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της G1 σε αξονική ροή με TSR = 7.5



<u>Διάγραμμα 4.4.3</u> : Ακτινική κατανομή συντελεστή ώσης με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της G1 σε αξονική ροή με TSR = 7.5



<u>Διάγραμμα 4.4.4</u> : Ακτινική κατανομή συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της G1 σε αξονική ροή με TSR = 7.5

Το γεγονός οτι η LLM υπερεκτιμά την κάθετη δύναμη που δέχονται τα πτερύγια σε όλο το εκπέτασμά τους, όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα 4.4.1 οδηγεί σε αυξημένες τιμές του C_T , κάτι που παρουσιάζεται στο διάγραμμα 4.4.3. Εξαιτίας της συσχέτισης του C_T με τον συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής, a, μέσω της σχέσης (4.12) η LLM χαρακτηρίζεται από χαμηλότερα επίπεδα του ίδου συντελεστή για ολόκληρο και πάλι το εκπέτασμα των πτερυγίων. Η υποεκτίμηση της αξονικής ταχύτητας επαγωγής εμφανίζεται και στον ομόρρου της ανεμογεννήτριας G1 όπως αυτός υπολογίζεται απο το υπολογιστικό πρότυπο GenUVP και παρουσιάζεται στις εικόνες 4.4.1-4.4.3. Αυτός είναι ο λόγος που κρίθηκε άσκοπο να συνεχιστεί περαιτέρω μελέτη του ομόρρου της G1.



<u>Διάγραμμα 4.4.5</u> : Ακτινική κατανομή γωνίας πρόσπτωσης με χρήση των εργαλείων GenUVP και RAFT για λειτουργία της G1 σε αξονική ροή με TSR = 7.5

Η αιτία της αυξημένης κάθετης δύναμης στην περίπτωση της LLM οφείλεται στην σταθερά μεγαλύτερη γωνία πρόσπτωσης που υπολογίζει η μέθοδος συγκριτικά με την θεωρία Δίσκου Ορμής-Στοιχείων Πτερύγωσης, όπως παρουσιάζεται στο διάγραμμα 4.4.5, καθώς για το εύρος γωνιών 4 έως 8 μοίρες οι συντελεστές άνωσης και οπισθέλκουσας της αεροτομής RG-14 αυξάνονται με την γωνία πρόσπτωσης.

Ακολουθεί συγκριτικό διάγραμμα των ανεμογεννητριών DTU-10 MW και G1 του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής υπολογισμένο με την μέθοδο Γραμμής-Άνωσης. Για την σύγκριση αυτή έχει επιλεγεί κοινό σημείο λειτουργίας με $TSR \approx 7.5$ όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα

	DTU-10 MW	G1
U	8	6.5
TSR	7.5003	7.44277
СТ	~0.8	~0.92

<u>Πίνακας 4.4.2</u>: Ταχύτητα και συντελεστής ώσης των δύο ανεμογεννητριών για κοινό σημείο λειτουργίας τους $TSR \approx 7.5$



Διάγραμμα 4.4.6 : Ακτινική κατανομή του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής της G1 και της DTU-10MW υπολογιζόμενου από εργαλείο GenUVP για $TSR \approx 7.5$

Προκειμένου να συγκριθεί η αξονική ταχύτητα του ομόρρου των δύο ανεμογεννητριών είναι απαραίτητο να αναχθεί ως προς την εκάστοτε ταχύτητα ανέμου που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις. Το ίδιο ισχύει και για τις διαμέτρους των ανεμογεννητριών. Έτσι ορίζονται τα αδιάστατα μεγέθη U_X/U_{wind} , Z/D και Y/D. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το πεδίο ταχύτητας της εκάστοτε ανεμογεννήτριας υπολογισμένο από το εργαλείο GenUVP. Σε όλες τις εικόνες, αριστερά

απεικονίζεται η κατανομή της αξονικής ταχύτητας στον ομόρρου της G1 και δεξιά της DTU-10 MW, ενώ με διακεκομμένη λευκή γραμμή απεικονίζεται η περίμετρος του κύκλου που διαγράφουν τα πτερύγια των ανεμογεννητριών, η διάμετρος των οποίων έχει αναχθεί στη μονάδα.



<u>Εικόνα 4.4.1</u> : Κατανομή της ανηγμένης αξονικής ταχύτητας ανέμου, για κοινό σημείο λειτουργίας με TSR = 7.5 και σε απόσταση μισής διαμέτρου (0.5D) κατάντι του δρομέα.



<u>Εικόνα 4.4.2</u> : Κατανομή της ανηγμένης αξονικής ταχύτητας ανέμου, για κοινό σημείο λειτουργίας με TSR = 7.5 και σε απόσταση μιας διαμέτρου (1D) κατάντι του δρομέα.

Στις εικόνες 4.4.1-4.4.3 παρουσιάζεται η επιφανειακή κατανομή της αξονικής ταχύτητας, ανηγμένη ως προς την ταχύτητα της ελεύθερης ροής, στον ομόρρου των ανεμογεννητριών G1 και DTU-10MW σε συνθήκες αξονικής ροής και λόγο ακροπτερυγίου 7.5.

Στην απόσταση 0.5D και για την περιοχή με ανηγμένο μήκος ακτίνας r/R=0.15 η ανηγμένη αξονική ταχύτητα στον ομόρρου της G1 παίρνει τιμές μεταξύ 0.1 και 0.4 ενώ στην περίπτωση της DTU-10MW

παίρνει τιμές μεταξύ 0.6 και 0.8. Η περιοχή με r/R>0.15 στον ομόρρου της DTU-10MW έχει σταθερό εύρος ανηγμένης αξονικής ταχύτητας μεταξύ 0.4 και 0.6 ενώ η ίδια περιοχή στον ομόρρου της G1 παρουσιάζει μεταβολή καθώς για την περιοχή 0.15 < r/R < 0.25 η ανηγμένη αξονική ταχύτητα βρίσκεται στο εύρος 0.4 έως 0.6, ενώ για r/R>0.25 η τιμή της παίρνει τιμες μεταξύ 0.6 έως 0.8. Αντίστοιχη κλιμακωτή συμπεριφορά παρουσιάζει η κατανομή της ανηγμένης αξονικής ταχύτητας του ομόρρου της G1 και για απόσταση 1D κατάντι του δρομέα, μόνο που σε αυτή την περίπτωση το μεγάλο έλλειμμα ταχύτητας εμφανίζεται σε μικρότερη περιοχή με r/R<0.1 ενώ το εύρος όπου υπάρχει συμφωνία με την περίπτωση της DTU-10MW είναι το 0.22 < r/R < 0.4.

Γενικά παρατηρείται οτι η αξονική ταχύτητα στον ομόρρου της G1 χαρακτηρίζεται από μια "βηματική" και συμμετρική περί του άξονα περιστροφής κατανομή, όπου λαμβάνει χαμηλές τιμές στην περιοχή περιμετρικά της πλήμνης και σταδιακά αυξάνεται. Στον αντίποδα, η αξονική ταχύτητα στον ομόρρου της DTU-10MW έχει ένα σταθερό εύρος τιμών στο μεγαλύτερο τμήμα της επιφάνειας την οποία καλύπτει. Επίσης παρατηρείται οτι ο ομόρρους της G1 δεν επεκτείνεται πέραν της περιμέτρου που διαγράφουν τα πτερύγια της ανεμογεννήτριας όπως αυτός της DTU-10MW. Συγκρίνοντας τις κατανομές των δύο ανεμογεννητριών με αντίστοιχες που βρίσκονται στην βιβλιογραφία, παρατηρείται οτι αυτή της G1 είναι μη ρεαλιστική.

5. Αποτελέσματα και Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και καταγράφονται τα συμπεράσματα σχετικα με την επίτευξη του στόχου της παρούσας εργασίας. Πιο συγκεκριμένα αρχικά παρουσιάζονται συγκριτικά αποτελέσματα σχετικά με την πρόβλεψη της λοξότητας του ομόρρου όπως αυτή υπολογίζεται βάσει δύο διαφορετικών προτύπων. Τα πρότυπα αυτά είναι τα εξής

- Εμπειρικό μοντέλο Schepers & Snel
- Μοντέλο FLORIS

Μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων γίνεται ουσιαστικά μια προσπάθεια πιστοποίησης της σωστής πρόβλεψης της λοξότητας του ομόρρου απο το υπολογιστικό πρότυπο GenUVP, καθώς μέσω αυτού του προτύπου υπολογίστηκαν οι τιμές της ταχύτητας του ανέμου στο επίπεδο του δρομέα της ανεμογεννήτριας DTU-10 MW οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν άμεσα η έμμεσα στις ανωτέρω πειραματικές σχέσεις. Τέλος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της διερεύνησης του κατά πόσο μπορούν να αλλάξουν δύο σταθεροί όροι-συντελεστες του πειραματικού μοντέλου (5.1).

5.1. Λοξότητα του ομόρρου με τα μοντέλα Schepers & Snel και FIORIS

Όπως έχει αναφερθεί και στο κεφάλαιο 3.2 οι τιμές της ταχύτητας του ανέμου, στο επίπεδο του δρομέα της ανεμογεννήτριας, που χρησιμοποιήθηκαν είναι ο μέσος όρος τεσσάρων (4) χρονικών στιγμων σε χρονικό περιθώριο T/3.

Για την μελέτη της λοξότητας του ομόρρου έχουν επιλεγεί έξι διαφορετικές περιπτώσεις ροής σε απόκλιση με τις γωνίες να είναι : ± 20 , ± 15 , ± 10 μοίρες. Η ταχύτητα ανέμου, V_{wind} , και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων, Ω , ήταν σταθερες στα 8 m/s και 0,672929 rad/s αντίστοιχα.

Αρχικά παρατίθεται πίνακας με τις τιμές της μέσης επαγόμενης ταχύτητας στο επίπεδο του δίσκου του δρομέα, u_{i0} , και της γωνίας εκτροπής του ομόρρου, χ υπολογισμένη από το μοντέλο (1), ακριβώς κατάντι της ανεμογεννήτριας.

θ_{yaw} [deg]	-20	-15	-10	10	15	20
<i>u</i> _{i0} [m/s]	2.3582	2.4414	2.506	2.506	2.44124	2.35626
χ [deg]	-27,93843	-21.3905	-14.49755	14.49765	21.3899	27.9295

<u>Πίνακας 5.1.1</u> :Μέση επαγόμενη αξονική ταχύτητα και γωνία εκτροπής υπολογισμένη με το μοντέλο Schepers & Snel

Σημειώνεται οτι οι γωνίες που αναγράφονται στον ανωτέρω πίνακα εμπεριέχουν την γωνία θ_{yaw} , ενώ το μοντέλο FLORIS υπολογίζει την γωνία απόκλισης του ομόρρου χωρίς αυτήν, καθώς χρησιμοποιεί την

απόσταση του κέντρου του ομόρρου από την υποθετική γραμμή που διέρχεται από το κέντρο του δρομέα και είναι παράλληλη στην αξονική ροή.

Ακολουθεί πίνακας με την "καθαρή" γωνία εκτροπής του ομόρρου όπως αυτή υπολογίζεται από τα μοντέλα Schepers&Snel και FLORIS. Στις ανωτέρω γωνίες ως θετική φορά έχει οριστεί η αντιωρολογιακή. Στο παραμετρικό μοντέλο FLORIS ο συντελεστής ανάκτησης του ομόρρου k_d τέθηκε ίσος με 0.1220

ίσος με 0.1229

θ_{yaw} [deg]	-20	-15	-10	10	15	20
χ[deg]	-7.93843	-6.3905	-4.49755	4.49765	6.3899	7.9295
$\left. \frac{\partial \delta}{\partial x} \right _{z=0} \left[\text{deg} \right]$	-7.4893	-6.09085	-4.2967	4.2967	6.09085	7.4893

<u>Πίνακας 5.1.2</u> : Γωνία εκτροπής χωρίς την γωνία απόκλισης υπολογισμένη από τα μοντέλα Schepers & Snel (σειρά 2) και FLORIS (σειρά 3)

Παρατηρείται οτι τα δύο εμπειρικά μοντέλα προβλέπουν σχεδόν ίδια γωνία εκτροπής του ομόρρου, ακριβώς κατάντι της ανεμογεννήτριας, με χρήση της μέσης επαγόμενης αξονικής ταχύτητας όπως αυτή υπολογίστηκε από το εργαλείο GenUVP. Πιο συγκεκριμένα η μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ των δύο μοντέλων εμφανίζεται για τις γωνίες απόκλισης ± 20 μοίρες και είναι της τάξης των 0.44 μοιρών ενώ η μικρότερη διαφορά εμφανίζεται στις ± 10 και είναι της τάξης των 0.2 μοιρών. Επίσης παρατηρείται οτι το μοντέλο FLORIS είναι απολύτως συμμετρικό. Όπως φαίνεται από τους ανωτέρω πίνακες ο αλγόριθμος GenUVP υπολογίζει ικανοποιητικά την λοξότητα του ομόρρου στο επίπεδο του δρομέα ειδικά για μικρές τιμές της γωνίας απόκλισης.

Στην συνέχεια παρατίθενται διαγράμματα της εξέλιξης της γωνίας εκτροπής, έως και τέσσερις διαμέτρους κατάντι της ανεμογεννήτριας, για τις θετικές γωνίες απόκλισης, βάσει του παραμετρικού μοντέλου FLORIS.



Διάγραμμα 5.1.1 : Εξέλιξη της γωνίας εκτροπής του ομόρρου έως και τέσσερις διαμέτρους κατάντι της ανεμογεννήτριας για γωνίες απόκλισης 10,15 και 20 μοίρες, υπολογισμένη με το παραμετρικό μοντέλο FLORIS

Στο διάγραμμα 5.1.1 παρατηρείται οτι όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία εκτροπής που εφαρμόζεται στον ρότορα μιας ανεμογεννήτριας τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η "καθαρή" κλίση που θα αποκτήσει ο ομόρρους. Επίσης, σε συμφωνία με την βιβλιογραφία [] φαίνεται οτι η κλίση αυτή αποσβαίνει όσο ο παρατηρητης απομακρύνεται από το επίπεδο του δρομέα και τελικά για μεγάλες αποστασεις, περί των εννέα διαμέτρων, κατάντι του δρομέα τείνει στο μηδέν. Δηλαδή ο ομόρρους τείνει να ευθυγραμμιστεί με το κέντρο του κύκλου που διαγράφουν τα πτερύγια.

5.2 Τροποποιημένο μοντέλο Schepers & Snel

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί συστηματικά το ζήτημα της όποιας αλλαγής στο μοντέλο των Schepers & Snel, χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές γωνίες απόκλισης και για κάθε γωνία επιλέχθηκαν τρία σημεία στο εκπέτασμα του πτερυγίου, για τα οποία το μοντέλο υπολογίζει την κατανομή της επαγόμενης ταχύτητας για οποιοδήποτε εύρος γωνίας αζιμουθίου διαγράφει το πτερύγιο μιας ανεμογεννήτριας. Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε ως εύρος γωνίας αζιμουθίου μια πλήρης περιστροφή του πτερυγίου και έτσι προέκυψαν τρεις κατανομές αξονικής ταχύτητας επαγωγής για κάθε περίπτωση γωνίας εκτροπής. Αντίστοιχες κατανομές προκύπτουν και μέσω της LLM έτσι ώστε να γίνει η σύγκριση των αποτελεσμάτων. Στην συνέχεια σχηματίστηκαν ισάριθμα προβλήματα γραμμικής βελτιστοποίησης, τρία για κάθε γωνία εκτροπής, τα οποία έχουν ως αντικειμενική συνάρτηση την διαφορά των δύο μέγιστων ταχυτήτων της κάθε κατανομής και μεταβλητές τους σταθερούς όρους/συντελεστές της σχέσης (5.2). Από την λύση του κάθε προβλήματος με χρήση αλγορίθμου

Simplex προκύπτουν οι νέες τιμές των συντελεστών και υπολογίζεται ο μέσος όρος τους για κάθε γωνία εκτροπής και στην συνέχεια ο μέσος όρος των τριών διαφορετικών περιπτώσεων, που είναι και η πρόταση της παρούσας εργασίας για τις τιμές των συντελεστών.

Παρατίθενται ξανά οι σχέσεις του εμπειρικού μοντέλου των Schepers & Snel και η γενική μορφή του προβλήματος γραμμικής βελτιστοποίησης.

$$u_{i} = u_{i0}(1 - f_{u}(r/R)tan(x/2)cos\phi_{az} + O(2\phi_{az})$$
(5.1)

$$f_{u}(r/R) = r/R + 0.3(r/R)^{3} + 0.4(r/R)^{5}$$
(5.2)

$$tan(x) = Vsin\theta_{yaw} / (Vcos\theta_{yaw} - u_{i0})$$
(5.3)

$$Min Z: \left| u_i^{LL}(\varphi_{az}^{Max}) - u_{i0}(1 - (r/R + x1(r/R)^3 + x2(r/R)^5)tan(x/2)cos(\varphi_{az}^{Max}) \right|$$

s.t. $x1 \ge 0$
 $x2 \ge 0$

Με " ϕ_{az}^{Max} " συμβολίζεται η γωνία αζιμουθίου για την οποία η κατανομή της επαγώμενης αξονικής ταχύτητας υπολογισμένη από το εργαλείο GenUVP παρουσιάζει μέγιστη τιμή.

Εξαιτίας του ημιτονοειδούς χαρακτήρα σχετικά με την γωνία αζιμουθίου που έχει η σχέση (5.1) η ταχύτητα που υπολογίζεται παρουσιάζει μέγιστη τιμή στις γωνίες π και 2π για θετικές και αρνητικές γωνίες εκτροπής αντίστοιχα. Κάτι τέτοιο δεν ισχύει απαραίτητα για την αξονική ταχύτητα επαγωγής στο επίπεδο του δρομέα όπως αυτή υπολογίζεται από την LLM και έτσι προτείνεται ακόμη μια τροποποίηση στο μοντέλο. Προκειμένου οι προς σύγκριση κατανομές να παρουσιάζουν μέγιστες τιμές σε κοντινές ή και τις ίδιες γωνίες αζιμουθίου, ώστε να αυξηθεί η ακρίβεια του μοντέλου, η σχέση (5.1) γράφεται ως εξής:

$$u_{i} = u_{i0}(1 - f_{u}(r/R)tan(x/2)cos(\varphi_{az} - h)... + O(2\varphi_{az})$$
(5.4)

όπου με h είναι μια τιμή εκφρασμένη σε μοίρες ή ακτίνια. Στην μεταβλητή h δόθηκαν διάφορες τιμές αναλόγως την γωνία απόκλισης καθώς και το μήκος του πτερυγίου όπου υπολογίστηκαν οι κατανομές της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας. Παρατηρήθηκε οτι για την ίδια γωνία απόκλισης η τιμή του όρου h είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους του σημείου για το οποίο υπολογίζεται η κατανομή της επαγόμενης ταχύτητας. Η παρατήρηση αυτή είναι σε συμφωνία με την θεωρία καθώς τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στο ακροπτερύγιο επηρεάζονται εντονότερα από τα την ισχυρή στροβιλότητα που εκφεύγει από το ακροπτερύγιο ενός πτερυγίου ανεμογεννήτριας βάσει της θεωρίας της LLM. Τελικά προτείνεται μια τιμή του όρου h που προέκυψε ως ο μέσος όρος όλων των τιμών που δόθηκαν στον όρο h.

Ακολουθεί πίνακας με τις γωνίες απόκλισης και τα σημεία του πτερυγίου για τα οποία έγινε η ανωτέρω ανάλυση. Ως σημεία αναφέρονται τα σημεία ελέγχου του εκάστοτε *strip* για το οποίο το εργαλείο GenUVP υπολογίζει την ταχύτητα επαγωγής στις τρεις χωρικές διαστάσεις.

γωνίες απόκλισης [deg]	10	15	20
ακτίνα πτερυγίου [m]	56.45917	68.79173	76.6165
ανηγμένη ακτίνα πτερ. [-]	0.6332	0.7715	0.8593

<u>Πίνακας 5.2.1</u> : Πίνακας γωνιών απόκλισης και μήκος σημείων ελέγχου εκφρασμένου σε απόλυτη τιμη και ανηγμένου ως προς την ακτίνα του πτερυγίου.

Ως κριτήριο της καλύτερης σύγκλισης των καμπυλών, της αξονικής συνισταμένης της επαγόμενης ταχύτητας, μετά τις τροποποιήσεις στο μοντέλο των Schepers&Snel χρησιμοποιήθηκε το άθροισμα, των απόλυτων τιμών της διαφοράς των ταχυτήτων για ίδιες γωνίες αζιμουθίου, μιας πλήρους περιστροφής.

$$S = \sum_{\varphi_{az}=0}^{360} \left| u_i^{LL}(\varphi_{az}) - u_i^{SS}(\varphi_{az}) \right|$$
(5.5)



Διάγραμμα 5.2.1 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 10 μοίρες και ακτίνα ~56.46 m, της LLM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.



Διάγραμμα 5.2.2 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 15 μοίρες και ακτίνα ~68.8 m, της LLM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.



Διάγραμμα 5.2.3 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 20 μοίρες και ακτίνα ~76.62 m, της LLM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.

Παρατηρείται οτι η μέγιστη σύγκλιση επιτυγχάνεται στην περίπτωση της γωνίας απόκλισης 15 μοιρών και ακτίνα 68.8 m ενώ η ελάχιστη σύγκλιστη παρατηρείται στην περίπτωση 20 μοιρών και ακτίνα 76.62 m. Πιο συγκεκριμένα και για τις τρεις γωνίες απόκλισης η περίπτωση της ακτίνας 76.62 m δεν

παρουσιάζει αλλαγή στην τιμή του S μετά την τροποποίηση στο εμπειρικό μοντέλο παρά το γεγονός οτι επιτυγχάνεται μέσω του όρου h η "ευθυγράμμιση" του σημείου όπου οι καμπύλες παρουσιάζουν μέγιστη τιμή.

	Ι γωνία απόκλισης = 10 [deg] ακτίνα πτερυγίου = 56.46 [m]	II γωνία απόκλισης = 15 [deg] ακτίνα πτερυγίου = 68.8 [m]	III γωνία απόκλισης = 20 [deg] ακτίνα πτερυγίου = 76.62 [m]
x1	0.030081	0.1198515	0.2663013
x2	0.075027	0.2013586	0.3606843
h	22	18	14
S _{classic}	3.482	1.7759	23.9078
S _{new}	6.411	8.2503	23.9078

<u>Πίνακας 5.2.2</u>: Τιμές των συντελεστών του προβλήματος γραμμικής βελτιστοποίησης x1&x2, του όρου h και του αθροίσματος S, πριν και μετά τις τροποποιήσεις στο εμπειρικό μοντέλο, για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις γωνίας απόκλισης και ακτίνας πτερυγίου.

Από τον πίνακα 5.2.2 διαπιστώνεται οτι η μεγαλύτερη μεταβολή στην τιμή του κριτηρίου S επιτυγχάνεται για την περίπτωση ΙΙ. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ακτίνα του πτερυγίου και όχι τόσο στην γωνία απόκλισης καθώς για όλες τις γωνίες απόκλισης σε αυτή την ακτίνα παρατηρήθηκε η μεγαλύτερη τιμή τόσο ποσοτικά όσο και ποσοστιαία της τιμής του S. Παρ'όλα αυτά η περίπτωση ΙΙ συγκεκριμένα είναι αυτή που παρουσιάζει την καλύτερη σύγκλιση, από τις εννέα (9) συνολικά περιπτώσεις, των καμπυλών της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας της LLM και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου των Schepers&Snel.

Τελικά οι προτεινόμενες τιμές των συντελεστών x1,x2 και του όρου h είναι **0.1,0.15** και **18,2 [deg]** αντίστοιχα. Οι τιμές των συντελεστών x1 και x2 προέκυψαν χωρίς να ληφθούν υπόψη αυτές για τις περιπτώσεις με ακτίνα πτερυγίου 76.68 διότι δεν προκάλεσαν αλλαγή στον όρο S.

5.3. Σύγκριση του Τροποποιημένου Μοντέλου με τη μέθοδο Γραμμής Δράσης

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η αποτελεσματικότητα των αλλαγών στο εμπειρικό μοντέλο των Schepers&Snel συγκρίνοντας την κατανομή της επαγόμενης αξονικής ταχύτητας για μια πλήρη περιστροφή του πτερυγίου με την αντίστοιχη κατανομή όπως αυτή υπολογίζεται με χρήση της ALM. Με την ALM έγινε προσομοίωση ροής σε απόκλιση 20 μοιρών αποκλειστικά καθώς έχει πολύ υψηλότερο υπολογιστικό κόστος από την LLM. Στα διαγράμματα και τους πίνακες που ακολουθούν χρησιμοποιούνται οι τελικές τιμές των συντελεστών x1,x2 και του όρου h.



Διάγραμμα 5.3.1 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 20 μοίρες και ακτίνα ~56.68 m, της ALM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.



Διάγραμμα 5.3.2 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 20 μοίρες και ακτίνα ~68.3 m, της ALM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.



Διάγραμμα 5.3.3 : Κατανομή της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας, για γωνία απόκλισης 20 μοίρες και ακτίνα ~78.93 m, της ALM με πράσινη γραμμή, του κλασικού εμπειρικού μοντέλου με μωβ γραμμή και του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου με γαλάζια γραμμή.

Στα διαγράμματα 5.3.1- 5.3.3 παρατηρείται οτι με την χρήση του τροποποιημένου μοντέλου η αζιμουθιακή γωνία όπου οι κατανομές των δύο μεθόδων παρουσιάζουν μέγιστη τιμή είναι σχεδόν η ίδια. Πιο συγκεκριμένα, το τροποποιημένο εμπειρικό μοντέλο παίρνει μέγιστη τιμή ταχύτητας στις 198 μοίρες ενώ η κατανομή της ALM παρουσιάζει ολικό μέγιστο στις 202 μοίρες για μήκη ακτίνας 56.68 m και 68.3 m ενώ στις 190 μοίρες για μήκος ακτίνας 78.93 m. Παρά το γεγονός οτι και για τα τρία μήκη ακτίνας η μέγιστη τιμή της κατανομής του εμπειρικού μοντέλου απομακρύνεται από αυτή του υπολογιστικού προτύπου ALM μετά τις τροποποιήσεις, η συνολική σύγκλιση παρουσιάζει βελτίωση. Παρατίθεται πίνακας με την μεταβολή του αθροίσματος της απόστασης S μεταξύ κάθε σημείου των καμπυλών μετά τις τροποποιήσεις.

ακτίνα πτερυγίου [m]	56.68	68.3	78.93
$(S_{classic} - S_{new})/S_{classic}$	0.166	0.161	0.196

<u>Πίνακας 5.3.1</u> : Ποσοστιαία μεταβολή του κριτηρίου S με χρήση του τροποποιημένου εμπειρικού μοντέλου των Schepers&Snel για τρία διαφορετικά μήκη ακτίνας και γωνία απόκλισης 20 μοίρες.

Παρουσιάζεται βελτίωση της σύγκλισης των καμπυλών για τα σημεία ελέγχου 56.68 m, 68.3 m και 78.93 m, κατά 16.6%, 16.1% και 19.6% αντίστοιχα. Είναι ασφαλές λοιπόν το συμπέρασμα οτι βάσει του κριτηρίου που τέθηκε οι προτεινόμενες τροποποιήσεις στο εμπειρικό μοντέλο των Schepers & Snel αυξάνουν την ακρίβειά του.

6. Ανακεφαλαίωση και Προτάσεις

Η παρούσα εργασία είχε ως κύριο αντικείμενο την διερεύνηση της ικανότητας του υπολογιστικού προτύπου GenUVP να προβλέπει την λοξότητα του ομόρρου στο επίπεδο του δρομέα και την βελτίωση ακρίβειας του εμπειρικού μοντέλου των Schepers & Snel όσον αφορά στον υπολογισμό της κατανομής της επαγόμενης αξονικής ταχύτητας στο επίπεδο του δρομέα. Δευτερεύον αντικείμενο της εργασίας αποτέλεσε η μελέτη της πειραματικής ανεμογεννήτριας G1 με χρήση της μεθόδου Γραμμής Άνωσης.

Αρχικά μελετήθηκε η ανεμογεννήτρια G1, έγινε μετατροπή της συστροφής και του πάχους χορδής της συναρτήσει της ακτίνας πτερυγίου από διαγραμματα σε πίνακες. Επίσης με χρήση του λογισμικού XFOIL υπολογίστηκαν οι συντελεστές άνωσης, οπισθέλκουσας και ροπής για αριθμό Reynolds 87500. Στην συνέχεια με χρήση των υπολογιστικών προτύπων GenUVP και RAFT διερευνήθηκε το κατά πόσο η μέθοδος της Γραμμής Άνωσης είναι ικανή να υπολογίσει με ακρίβεια τα αεροδυναμικά μεγέθη που χαρακτηρίζουν την λειτουργία της G1. Στην συνέχεια επιλέχθηκαν κοινά σημεία λειτουργίας, ως προς τον λόγο ακροπτερυγίου και του συντελεστή ώσης, της G1 και της DTU-10MW και πραγματοποιήθηκε σύγκριση σε αξονική ροή των ανηγμένων φορτίων, του συντελεστή ώσης, του συντελεστή αξονικής ταχύτητας επαγωγής, της γωνίας πρόσπτωσης και της επιφανειακής κατανομής της ανηγμένης ως προς την επ άπειρον ροή αξονικής ταχύτητας των δύο ανεμογεννητριών. Όσον αφορά στα φορτία και τα προαναφερθέντα αεροδυναμικά μεγέθη η μέθοδος Γραμμής Άνωσης υπολογίστιως των δύο ανεμογεννητριών. Οσον αφορά στα φορτία και τα προαναφερθέντα αεροδυναμικά μεγέθη η μέθοδος Γραμμής Ανωσης του μεγαλύτερη γωνία πρόσπτωσης από την μέθοδο Δίσκου Ορμής-Στοιχείων Πτερύγωσης με αποτέλεσμα η κάθετη δύναμη και ο συντελεστής ώσης να παρουσιάζουν επίσης μια σταθερά θετική διαφορά κατά το εκπέτασμα του πτερυγίου. Αντιθέτως εξαιτίας της σχέσης $C_T = 4a(1 - a)$, ο

συντελεστής αξονικής ταχύτητας επαγωγής της G1 υπολογισμένος από το εργαλείο GenUVP παίρνει χαμηλώτερες τιμές από τον ίδιο συντελεστή υπολογισμένο από το εργαλείο RAFT. Τέλος η αξονική συνιστώσα του πεδίου ταχύτητας στον ομόρρου της G1 συγκριτικά με αυτή της DTU-10 MW παρουσιάζει σημαντικά υψηλότερες τιμές. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στο γεγονός οτι το εργαλείο GenUVP δεν λαμβάνει υπόψη την συνεκτικότητα της ροής που στην περίπτωση της G1 είναι έντονη και αυτό αποτυπώνεται στον χαμηλό αριθμό *Reynolds* του οποίου η τιμή αναφέρεται στην αρχή της παραγράφου. Προτείνεται, σε μελλοντική έρευνα, η αεροδυναμική μελέτη της G1 να γίνει είτε με χρήση της ALM σε συνδυασμό με LES (Large Eddy Simulation) είτε με χρήση URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes) solver που θα σέβεται την γεωμετρία των πτερυγίων ή ακόμα και του πύργου. Τέλος προτείνεται η ένταξη δύο ή και περισσότερων ανεμογεννητριών G1 στο ίδιο πλέγμα με την μία να βρίσκεται ανάντι της άλλης και να λειτουργεί υπό ροή σε απόκλιση, έτσι ώστε να μελετηθούν συστηματικά τα αεροδυναμικά φορτία που ενεργούν στην κάθε μία καθώς και οι ιδιότητες του ομόρρου της εκάστοτε ανεμογεννήτριας ξεχωριστά καθώς και ο συνολικός συντελεστής ισχύος του αθροίσματός τους συναρτήσει των γωνιών απόκλισης.

Στην συνέχεια έγιναν προσομοιώσεις της λειτουργίας της DTU, με χρήση του υπολογιστικού προτύπου GenUVP, υπό ροή σε απόκλιση για γωνίες ± 20 , ± 15 , ± 10 με ταχύτητα ανέμου 8 m/s και γωνιακή ταχύτητα 0.673 rad/s. Με χρήση δύο μοντέλων, αυτό των Schepers & Snel και το παραμετρικό μοντέλο FLORIS, και δεδομένα εισόδου τον σταθμισμένο μέσο όρο, για μια πλήρη περιστροφή των πτερυγίων,

της αξονικής ταχύτητας επαγωγής για κάθε γωνία απόκλισης, εξήχθησαν συμπεράσματα σχετικά την αποτελεσματικότητα του υπολογιστικού προτύπου να προβλέπει την λοξότητα του ομόρρου στο επίπεδο του δρομέα. Τα αποτελέσματα ήταν ενθαρρυντικά και πιο συγκεκριμένα παρατηρήθηκε οτι η καλύτερη σύγκλιση των δύο μοντέλων επιτυγχάνεται για γωνία απόκλισης 10 μοιρών όπου η διαφορά της γωνίας εκτροπής μεταξύ των μοντέλων ήταν 0.2 μοίρες ενώ η μεγαλύτερη διαφορά παρατηρήθηκε στην περίπτωση ροής σε απόκλιση 20 μοιρών με την διαφορά μεταξύ των μοντέλων να είναι 0.44 μοίρες. Συμπεραίνεται λοιπόν οτι το υπολογιστικό πρότυπο GenUVP υπολογίζει με ικανοποιητική ακρίβεια την γωνία εκτροπής του ομόρρου για μικρές αποστάσεις κατάντι μιας ανεμογεννήτριας. Προτείνεται, για μελλοντική έρευνα, η ανάπτυξη ενός μοντέλου που θα χρησιμοποιεί ως δεδομένα εισόδου το πεδίο ταχύτητας κατάντι της ανεμογεννήτριας που υπολογίζει το εργαλείο GenUVP και θα εντοπίζει για επιλεγμένο επίπεδο, κάθετο στην αξονική ροή, το κέντρο του ομόρρου. Στην συνέχεια μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου με αυτά του μοντέλου FIORIS.

Τέλος, έγινε μια προσπάθεια βελτίωσης του μοντέλου των Schepers & Snel όσον αφορά στον υπολογισμό της κατανομής της αξονικής επαγόμενης ταχύτητας συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου για ροή σε απόκλιση. Για τις περιπτώσεις γωνίας απόκλισης 10,15 και 20 μοιρών επιλέχθηκαν τρία (3) σημεία στο πτερύγιο της ανεμογεννήτριας DTU-10MW και σχηματίστηκαν έτσι εννέα (9) προβλήματα γραμμικής βελτιστοποίησης τα οποία επιλύθηκαν ξεχωριστά προκειμένου να υπολογιστών για κάθε πρόβλημα δύο νέοι συντελεστές στο εμπειρικό μοντέλο. Από τις τιμές που προέκυψαν υπολογίστηκε ένας μέσος όρος για κάθε συντελεστή. Επίσης έγινε προσθήκη φάσης στον συνημιτονοειδή όρο του μοντέλου προκειμένου να επιτυγχάνεται καλύτερη σύγκλιση με τα αποτελέσματα του αλγορίθμου GenUVP. Η αποτελεσματικότητα του νέου μοντέλου εξετάστηκε συγκρίνοντας τα αποτελέσματά του με τα αντίστοιχα της μεθόδου Γραμμής Άνωσης για ροή σε απόκλιση 20 μοιρών και τρία σημεία του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας DTU-10MW, 56.68 m,68.3 m και 78.93 m όπου παρουσιάστηκε βελτίωση της σύγκλισης συγκριτικά με το κλασικο μοντέλο κατά 16.6%, 16.1% και 19.6% αντίστοιχα. Προτείνεται μια πιο συστηματική αντιμετώπιση του ζητήματος χρησιμοποιώντας περισσότερα σημεία στο εκπέτασμα του πτερυγίου καθώς και περισσότερες γωνίες απόκλισης.

Βιβλιογραφία

[1] A. H. S. N. Vicente, "Validation of wind turbine wake models," University of Coimbra, 2018.

[2] B. Jing, Z. Qian, Y. Pei, L. Zhang, and T. Yang, "Improving wind turbine efficiency through

detection and calibration of yaw misalignment," Renewable Energy, vol. 160,

pp. 1217-1227, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.renene.2020.07.063.

[3] B. Dou, T. Qu, L. Lei, and P. Zeng, "Optimization of wind turbine yaw angles in a wind farm using a three-dimensional yawed wake model," Energy, vol. 209, p. 13, Oct. 2020,

doi: 10.1016/j.energy.2020.118415.

[4] S. Kanev, E. Bot, and J. Giles, "Wind Farm Loads under Wake Redirection Control," Energies, vol. 13, no. 16, p. 15, Aug. 2020, doi: 10.3390/en13164088.

[5] Fundamentals of Aerodynamics-JD Anderson.McGraw-Hill Book Company, Shoppenhangers Road, Maidenhead,Berks SL6 2QL. 1991

[6] Troldborg, N. (2009) Department of Mechanical Engineering TUD "Actuator Line Modeling of Wind Turbine Wakes", ISBN 978-87-89502-80-9

[7] Voutsinas, 1990; Voutsinas et al., 1995; Voutsinas and Triantos, 1999a "GENeral Unsteady Vortex Particle"

[8] Riziotis, V., Papadkis, G. & Spyropoulos, N., 2019. CORAL: Aerodynamic Module manual. Method and Input/Output description, Athens: iWind Renewables.

[9] Ριζιώτης Βασίλειος (2003), "Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση της Απώλειας Στήριξης σε Δρομείς Ανεμογεννητριών" Ε.Μ.Π τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Τομέας Ρευστών

[10] Snel, H; Schepers, J G, "Joint investigation of dynamic inflow effects and implementation of an engineering method", Apr 01, 1995, SCA: 170602; PA: ECN-95:0E0549; EDB-95:082186; SN: 95001401290

[11] Jeremy Ledoux, Sebastián Riffo, Julien Salomon. Analysis of the Blade Element Momentum Theory.SIAM Journal on Applied Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2021, 81(6), pp.2596-2621. 10.1137/20M133542X. hal-02550763v2

[12] P. M. O. Gebraad et al., "A data-driven model for wind plant power optimization by yaw control," in 2014 American Control Conference, Portland, OR, USA, Jun. 2014, pp. 3128–3134. doi: 10.1109/ACC.2014.6859118.

[13] M. T. van Dijk, J.-W. van Wingerden, T. Ashuri, Y. Li, and M. A. Rotea, "Yaw-

Misalignment and its Impact on Wind Turbine Loads and Wind Farm Power Output," J. Phys.: Conf. Ser., vol. 753, p. 062013, Sep. 2016, doi: 10.1088/1742-6596/753/6/062013.

[14] Bak, C. (Author), Zahle, F. (Author), Bitsche, R. (Author), Kim, T. (Author), Yde, A. (Author), Henriksen, L. C. (Author), Hansen, M. H. (Author), Blasques, J. P. A. A. (Author), Gaunaa, M.

(Author), & Natarajan, A. (Author). (2013). The DTU 10-MW Reference Wind Turbine. Sound/Visual production (digital)

[15] J. Schreiber, E. M. Nanos, F. Campagnolo, and C. L. Bottasso, "Verification and Calibration of a Reduced Order Wind Farm Model by Wind Tunnel Experiments," J. Phys.: Conf. Ser., vol. 854, p. 12, May 2017, doi: 10.1088/1742-6596/854/1/012041.
[16] S. Voutsinas, V. Riziotis and P. Chaviaropoulos, "*Non-linear Aerodynamics and Fatigue Loading on Wind Turbines Operating at Extreme Sites*", Proc. 16th ASME Wind Energy Symposium & 35th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 1997, Reno, Nevada.