



## **ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ – ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ ΚΑΙ ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΕΜΒΑΘΥΝΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

### **Μοντέλα Μεταβλητής Πυκνότητας και Απότομης Διεπιφάνειας στην Υφαλμύριση Παράκτιων Υδροφορέων**

### **Variable Density and Sharp Interface Models for Costal Aquifer Salinization**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**ΘΕΟΔΩΡΟΥ Χ. ΓΕΩΡΓΙΟΥ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΜΑΝΤΟΓΛΟΥ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2022





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ –  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ ΚΑΙ ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ  
ΕΜΒΑΘΥΝΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

**Μοντέλα Μεταβλητής Πυκνότητας και Απότομης Διεπιφάνειας  
στην Υφαλμύριση Παράκτιων Υδροφορέων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

του

**ΘΕΟΔΩΡΟΥ Χ. ΓΕΩΡΓΙΟΥ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΜΑΝΤΟΓΛΟΥ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 24<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2022.

Αριστοτέλης Μαντόγλου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Βασίλειος Τσιχριντζής  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ιωάννης Ναλμπάντης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2022

## **ΘΕΟΔΩΡΟΣ Χ. ΓΕΩΡΓΙΟΥ**

Διπλωματούχος Αγρονόμος και Τοπογράφος Μηχανικός –  
Μηχανικός Γεωπληροφορικής Ε.Μ.Π

© 2022 - All rights reserved,

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved. Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να τηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν την χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται στον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΡΟ ΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Η παρούσα Πτυχιακή (Διπλωματική) Εργασία με τίτλο «Μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας και απότομης διεπιφάνειας στην υφαλμύριση παράκτιων υδροφορέων» πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης του Προγράμματος Προπτυχιακών Σπουδών της σχολής «Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών – Μηχανικών Γεωπληροφορικής» του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Επιβλέπων της, διετέλεσε ο καθηγητής Μαντόγλου Αριστοτέλης, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστώ μαζί του, την καθοδήγησή και την έμπρακτη βοήθειά του. Η άριστη επιστημονική του κατάρτιση, σε συνδυασμό με την αδιάλειπτη προθυμία να με βοηθήσει με κάθε τρόπο, ήταν πρωταρχικής σημασίας για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Στην περάτωση της Διπλωματικής Εργασίας και ιδιαίτερα στη ψηφιοποίηση των μαθηματικών μοντέλων, καθοριστική ήταν η συμβολή του υποψήφιου διδάκτορα Κοψιαύτη Γεώργιου, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τόσο για την πολύτιμη βοήθειά του, την αδιάκοπη ανταπόκριση του και τη συνεχή προθυμία του, όσο και για την έμπρακτη αλλά και ηθική υποστήριξη που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας. Θα ήταν παράλειψη μου, να μην ευχαριστήσω προσωπικά τον αδελφό μου, Γεωργίου Ανδρέα, για την πολύτιμη βοήθειά του και παροχή γνώσεων σε ό,τι αφορά το προγραμματιστικό περιβάλλον Python που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα Διπλωματική Εργασία.

Επίσης, οφείλω να ευχαριστήσω αυτούς που πάντα στέκονται δίπλα μου, τόσο στις καλές όσο και στις κακές στιγμές, τους γονείς μου Χαράλαμπο και Αθηνά. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους μου τους φίλους, που με το δικό τους τρόπο ο καθένας με ενθάρρυναν και με στήριζαν καθ' όλη την διάρκεια της μελέτης.

Γεωργίου Θεόδωρος

Αθήνα, Οκτώβριος 2022

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟ ΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ .....	iv
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	v
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ .....	vii
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ (ΤΙΤΛΟΣ / ΠΗΓΗ) .....	vii
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	ix
Λέξεις Κλειδιά .....	x
ABSTRACT.....	x
Key Words .....	x
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Αντικείμενο και σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας.....	1
1.2 Δομή και οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας .....	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΙΝΗΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΚΑΙ ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ .....	3
2.1 Εισαγωγή στα επιφανειακά και υπόγεια νερά.....	3
2.2 Υπόγεια νερά και υδροφορείς .....	4
2.3 Υδραυλικά χαρακτηριστικά των υπόγειων υδροφορέων .....	6
2.4 Συστήματα και μοντέλα .....	8
2.5 Κίνηση του υπόγειου νερού.....	10
2.6 Αρχικές και οριακές συνθήκες.....	17
2.7 Δίκτυα γραμμών ροής και δυναμικού.....	18
2.8 Υδραυλική των πηγαδιών .....	19
2.9 Υφαλμύριση παράκτιων υδροφορέων .....	22
2.10 Προσέγγιση κατά Ghyben-Herzberg.....	24
2.11 Ανάλυση κατά Strack.....	25
2.12 Ύπαρξη φρέατος άντλησης – Επίλυση κατά Strack .....	27
2.13 Εκτελούμενοι υπολογισμοί Modflow – Επίλυση κατά Strack .....	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΓΝΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ .....	31
3.1 Λογισμικό προεπεξεργασίας και προετοιμασίας δεδομένων PMWIN .....	31
3.2 Υδροφορέας προς προσομοίωση .....	31
3.3 Εισαγωγή υδροφορέα στο PMWIN .....	32
3.4 Λογισμικά προσομοίωσης και πρόγνωσης συμπεριφοράς υπόγειων υδροφορέων .....	35
3.4.1 Περιγραφή λειτουργίας του Modflow.....	35

3.4.2 Μαθηματική αναπαράσταση του υπόγειου υδρολογικού συστήματος .....	35
3.4.3 Διακριτοποίηση υδροφορέα .....	36
3.4.4 Εξίσωση πεπερασμένων διαφορών .....	37
3.4.5 Επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού του δυναμικού σε κάθε χρονικό βήμα.....	41
3.4.5 Αναδιαμόρφωση εξισώσεων για επίλυση .....	41
3.4.6 Συσχέτιση και διαφορά PMWIN και Modflow.....	42
3.5 Η μεθοδολογία του SEAWAT .....	43
3.6 Το μαθηματικό μοντέλο του προγράμματος SEAWAT.....	44
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ.....</b>	<b>47</b>
4.1 Seawat – Variable Density (Μεταβλητή Πυκνότητα) .....	49
4.2 Modflow – Sharp Interface (Απότομη Διεπιφάνεια) .....	50
4.3 Αποτελέσματα.....	52
4.3.1 Χρόνοι ολοκλήρωσης Seawat και Modflow .....	52
4.3.2 Θέση αλάτινης σφήνας.....	54
4.4 Συμπεράσματα .....	55
4.4.1 Χρόνοι ολοκλήρωσης Seawat και Modflow .....	55
4.4.2 Θέση διεπιφάνειας.....	55
4.4.3 Γενικό Συμπέρασμα.....	55
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ.....</b>	<b>56</b>
5.1 Γραφήματα αποτελεσμάτων Seawat – Variable Density .....	57
5.2 Γραφήματα αποτελεσμάτων Modflow – Sharp Interface .....	58
5.3 Γραφήματα σύγκρισης θέσης μεταξύ ισοχλώριας καμπύλης $0.1\text{kg/m}^3$ (Seawat) και ισοπιεζομετρικής καμπύλης $0.625\text{m}$ ( $\Phi=8.0078$ ) (Modflow).....	59
Παροχή άντλησης πηγαδιών $Q_w = 252\text{m}^3/\text{d}$ .....	59
Παροχή άντλησης πηγαδιών $Q_w = 186\text{m}^3/\text{d}$ .....	59
Παροχή άντλησης πηγαδιών $Q_w = 84\text{m}^3/\text{d}$ .....	60
Παροχή άντλησης πηγαδιών $Q_w = 252\text{m}^3/\text{d}$ με νέα θέση πηγαδιών .....	60
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ.....</b>	<b>61</b>
6.1 Seawat – Variable Density (Μεταβλητή Πυκνότητα) .....	61
6.2 Modflow – Sharp Interface (Απότομη Διεπιφάνεια) .....	70
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>75</b>
<b>8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>85</b>

8.1 ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	85
8.2 ΑΓΛΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	86

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

ΓΡΑΦΗΜΑ 1: ΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ SEAWAT .....	57
ΓΡΑΦΗΜΑ 2: ΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ MODFLOW .....	58
ΓΡΑΦΗΜΑ 3: Ισοχλώρια καμπύλη 0.1kg/m <sup>3</sup> .....	59
ΓΡΑΦΗΜΑ 4: Ισοδυναμική καμπύλη 8.0078 = Ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m....	59
ΓΡΑΦΗΜΑ 5: Ισοχλώρια καμπύλη 0.1kg/m <sup>3</sup> .....	59
ΓΡΑΦΗΜΑ 6: Ισοδυναμική καμπύλη 8.0078 = Ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m....	59
ΓΡΑΦΗΜΑ 7: Ισοχλώρια καμπύλη 0.1kg/m <sup>3</sup> .....	60
ΓΡΑΦΗΜΑ 8: Ισοδυναμική καμπύλη 8.0078 = Ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m....	60
ΓΡΑΦΗΜΑ 9: Ισοχλώρια καμπύλη 0.1kg/m <sup>3</sup> .....	60
ΓΡΑΦΗΜΑ 10: Ισοδυναμική καμπύλη 8.0078 = Ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m.....	60

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ (ΤΙΤΛΟΣ / ΠΗΓΗ)

Σχήμα 1: Τομή φρεάτιου υδροφορέα.....	75
Πηγή 1: Κουράκος, 2009 .....	75
Σχήμα 2: Τομή Περιορισμένου Υδροφορέα.....	75
Πηγή 2: Κουράκος, 2009 .....	75
Σχήμα 3: Διεπιφάνεια Ghyben-Herzberg .....	76
Πηγή 3: Bear, 2012.....	76
Σχήμα 4: Πραγματική διεπιφάνεια κοντά στην ακτή .....	76
Πηγή 4: Bear, 2012.....	76
Σχήμα 5: Τομή φρεάτιου υδροφορέα.....	77
Πηγή 5: Παπαντωνίου Μ, 2003 .....	77
Σχήμα 6: Τομή περιορισμένου υδροφορέα.....	77
Πηγή 6: Παπαντωνίου, 2003.....	77
Σχήμα 7: Τομή παράκτιου φρεάτιου υδροφορέα με ένα πηγάδι .....	77
Πηγή 7: Μαντόγλου και Κουράκος, 2005.....	77
Σχήμα 8: Υδροφορέας προς προσομοίωση .....	78
Πηγή 8: Παπαντωνίου Μ, 2003 .....	78
Σχήμα 9: Ορισμός καννάβου .....	78
Πηγή 9: PMWIN5.....	78
Σχήμα 10: Είδος υδροφορέα.....	78
Πηγή 10: PMWIN5.....	78
Σχήμα 11: Όριο σταθερού φορτίου .....	79
Πηγή 11: PMWIN5.....	79
Σχήμα 12: Όριο σταθερής εισροής.....	79
Πηγή 12: PMWIN5.....	79
Σχήμα 13: Αδιαπερατό όριο βόρεια και νότια .....	79
Πηγή 13: PMWIN5.....	79
Σχήμα 14: Απεικόνιση υδροφορέα - Οριακές συνθήκες .....	79



Πηγή 14: PMWIN5.....	79
Σχήμα 15: Ανώτατο ύψος υδροφορέα .....	80
Πηγή 15: PMWIN5.....	80
Σχήμα 16: Κατώτατο ύψος υδροφορέα .....	80
Πηγή 16: PMWIN5.....	80
Σχήμα 17: Μόνιμη ροή (Steady - State) .....	80
Πηγή 17: PMWIN5.....	80
Σχήμα 18: Αρχικές συνθήκες .....	81
Πηγή 18: PMWIN5.....	81
Σχήμα 19: Εισαγωγή μεταφορικότητας .....	81
Πηγή 19: PMWIN5.....	81
Σχήμα 20: Τροφοδοσία μέσω κατείσδυσης .....	81
Πηγή 20: PMWIN5.....	81
Σχήμα 21: Διακριτοποιημένος Υδροφορέας .....	82
Πηγή 21: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988.....	82
Σχήμα 22: Διαφορά ανάμεσα σε σχηματισμό με κέντρο το κελί(block-centered formulation) και με κέντρο το σημείο (point-centered formulation).....	82
Πηγή 22: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988.....	82
Σχήμα 23: Κελί i, j, k με τα έξι γειτονικά του.....	83
Πηγή 23: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988.....	83
Σχήμα 24: Ροή από κελί i, j-1, k στο κελί i, j, k .....	83
Πηγή 24: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988.....	83
Σχήμα 25: Περιγραφή επαναληπτικής διαδικασίας .....	84
Πηγή 25: Παπαντωνίου Μ, 2003 .....	84
Σχήμα 26: Η ρητή μέθοδος επίλυσης .....	84
Πηγή 26: Guo W. & Langevin C. D., 2002 .....	84

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η συνεχόμενη αύξηση του πληθυσμού και ταυτόχρονα η αύξηση της κατά κεφαλήν κατανάλωσης του νερού, η υπερθέρμανση του πλανήτη καθώς και η συνεχής μεταβολή των καιρικών συνθηκών, επηρεάζουν δυσμενώς τη χωρική και χρονική κατανομή του νερού, με αποτέλεσμα την αυξημένη ζήτηση και άνιση κατανομή του. Το φαινόμενο αυτό, παρατηρείται έντονα στη χώρα μας, κυρίως τους καλοκαιρινούς μήνες, σε παράκτιες και νησιώτικες περιοχές. Προκειμένου να καλυφθούν οι αυξανόμενες ανάγκες σε νερό, σε συνδυασμό πολλές φορές με την έλλειψη επίγειων ταμιευτήρων, οι υδροφορείς υπεραντλούνται με αποτέλεσμα να οδηγούνται σε υφαλμύριση και να υποβαθμίζεται η ποιότητα του νερού τους.

Για να προκύψει η βέλτιστη άντληση του υδροφορέα αλλά και για να αποφευχθεί το φαινόμενο της υφαλμύρισης, ο υδροφορέας προσομοιώνεται και μελετάται συναρτήσει των χαρακτηριστικών και παραμέτρων που τον διέπουν ούτως ώστε να γίνει πρόγνωση της συμπεριφοράς του. Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία, αυτό γίνεται με τα προσεγγιστικά μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας και απότομης διεπιφάνειας. Το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας παρέχει πιο ακριβή αποτελέσματα αλλά είναι υπολογιστικά πιο βαρύ και χρονοβόρο σε σχέση με το απλό και γρήγορο μοντέλο της απότομης διεπιφάνειας. Γι' αυτό το λόγο κρίνεται απαραίτητο, τα δύο μοντέλα να εξεταστούν και να συγκριθούν μεταξύ τους, κατά την προσομοίωση του ίδιου υδροφορέα, υπό τις ίδιες συνθήκες, με απώτερο σκοπό να συγκριθούν τα μεταξύ τους αποτελέσματα, να διακριθεί η μεταξύ τους απόκλιση ως προς την έκταση της της υφαλμύρισης και να διαπιστωθεί η ακρίβεια χρήσης του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας για την εξαγωγή πιο γρήγορων και εύκολων αποτελεσμάτων.

Στην παρούσα εργασία μελετάται ένας παράκτιος υδροφορέας στο Βαθύ της Καλύμνου. Σε πρώτη φάση ορίζεται ένα απλό μοντέλο προσομοίωσης σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ίδια τιμή υδραυλικής αγωγιμότητας και τροφοδοσίας σε όλη του την έκταση. Με δεδομένα τα υδραυλικά χαρακτηριστικά, τις υδραυλικές παραμέτρους και την τροφοδοσία του, δημιουργείται με το PMWIN, ο ορθογωνικός υδροφορέας για καλύτερη κατανόηση του αντικειμένου καθώς και της έννοιας του ολοκληρωμένου συστήματος προσομοίωσης της ροής υπόγειου νερού. Το PMWIN αποτελεί λογισμικό περιβάλλον προεπεξεργασίας και προετοιμασίας δεδομένων για λογισμικά (κώδικες επίλυσης πεπερασμένων διαφορών) προσομοίωσης και πρόγνωσης της συμπεριφοράς υδροφορέων όπως το Modflow που βασίζεται στο μαθηματικό μοντέλο απότομης διεπιφάνειας. Έπειτα, δημιουργούνται σε προγραμματιστικό περιβάλλον Python τα λογισμικά Seawat και Modflow για τον εν λόγω υδροφορέα που βασίζονται στα μαθηματικά μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας και απότομης διεπιφάνειας αντίστοιχα. Τα προγραμματιστικά μοντέλα στα λογισμικά Seawat και Modflow δομήθηκαν με τέτοιο τρόπο, ούτως ώστε να είναι ανεξάρτητα από λογισμικά προεπεξεργασίας και προετοιμασίας δεδομένων. Έπειτα, γίνεται σύγκριση αποτελεσμάτων των δύο μαθηματικών μοντέλων που προκύπτουν από τα λογισμικά Seawat και Modflow.

## Λέξεις Κλειδιά

Μεταβλητή πυκνότητα, Απότομη διεπιφάνεια, Λογισμικό Seawat, Λογισμικό Modflow, Ανάλυση Strack, Σύγκριση.

## ABSTRACT

The continuous increase in population and at the same time the increase in per capita water consumption, global warming as well as the continuous change in weather conditions adversely affect the spatial and temporal distribution of water. This results in an increased demand and uneven distribution. This phenomenon is strongly observed in our country, especially in the summer months, in coastal and island areas. In order to meet the increasing water needs, often combined with the lack of ground reservoirs, aquifers are over-pumped, leading to salt water intrusion and degrading their water quality.

In order to obtain the optimal pumping of the aquifer and to avoid the phenomenon of salinization, the aquifer is simulated and studied according to the characteristics and parameters that govern it so, its behaviour can be predicted. In the present Thesis, this is done, with the approximate models of variable density and sharp interface. The variable density model provides more accurate results but is more computationally expensive and time-consuming than the simpler and faster sharp interface model. For this reason, it is deemed necessary to examine and compare the two models, simulating the same aquifer, under the same conditions, with the ultimate goal of comparing the results, distinguishing the discrepancy between them and establishing the precision of using the sharp interface model to derive faster, but still accurate results.

In this work, a coastal aquifer is studied in Vathi of Kalymnos. In the first phase, a simple simulation model of a rectangular shape with the same value of hydraulic conductivity and supply throughout its entire extent is defined. Given its hydraulic characteristics, hydraulic parameters and supply, the orthogonal aquifer is created with PMWIN to better understand the object as well as the concept of the integrated groundwater flow simulation system. PMWIN is a pre-processing and data preparation software environment for programming models (codes) for simulating and predicting aquifer behaviour such as Modflow based on the sharp interface mathematical model. The Seawat and Modflow software for the aquifer in question are then created in a Python programming environment based on the variable density and sharp interface mathematical models respectively. The programming models in Seawat and Modflow software were structured in such a way as to be independent of pre-processing and data preparation software. We conclude this thesis with a comparison between of the results acquired by the two mathematical models from Seawat and Modflow software.

## Key Words

Variable Density, Sharp Interface, Seawat Software, Modflow Software, Strack Analysis, Comparison.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Αντικείμενο και σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι η μελέτη και η ψηφιακή εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων **απότομης διεπιφάνειας** και **μεταβλητής πυκνότητας** στον υπό μελέτη παράκτιο φρεάτιο υδροφορέα που βρίσκεται στο Βαθύ της Καλύμνου, να συγκριθούν τα μεταξύ τους αποτελέσματα, να διακριθεί η μεταξύ τους απόκλιση και να διαπιστωθεί η ακρίβεια χρήσης του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας με απώτερο σκοπό την εξαγωγή πιο γρήγορων και εύκολων αποτελεσμάτων.

Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο της μεταβλητής πυκνότητας θεωρείται πιο αξιόπιστο αφού λαμβάνει υπ' όψη του τις φυσικές διεργασίες ροής και τη μεταφορά ρύπου σε αντίθεση με το μοντέλο απότομης διεπιφάνειας που είναι απλούστερο και περιγράφεται μόνο από την εξίσωση ροής. Ωστόσο το μοντέλο της απότομης διεπιφάνειας έχει το μεγάλο πλεονέκτημα της ταχύτητας κατά την επίλυση σε αντίθεση με το μοντέλο της μεταβλητής πυκνότητας που είναι βαρύτερο υπολογιστικά και πιο χρονοβόρο.

Για τον υπό μελέτη υδροφορέα είναι γνωστά τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, οι υδραυλικές παράμετροι και η τροφοδοσία του. Κατά τη μελέτη του προβλήματος προσομοίωσης, ο υδροφορέας θεωρείται σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ίδια τιμή υδραυλικής αγωγιμότητας και επιφανειακής τροφοδοσίας σε όλη του την έκταση για απλοποίηση του προβλήματος.

Τα δύο μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την διαχείριση του υδροφορέα επιλύονται αριθμητικά. Το πρώτο μοντέλο θεωρεί μια απότομη διεπιφάνεια μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού ενώ το δεύτερο μια ζώνη μεταβλητής πυκνότητας. Για το πρώτο μοντέλο χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Modflow. Το συγκεκριμένο λογισμικό επιλύει μόνο την εξίσωση ροής. Για το δεύτερο μοντέλο, χρησιμοποιείται το λογισμικό Seawat. Το συγκεκριμένο λογισμικό επιλύει ταυτόχρονα την εξίσωση ροής καθώς και την εξίσωση μεταφοράς ρύπων.

## 1.2 Δομή και οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας γίνεται μια αναφορά στο αντικείμενο και σκοπό της διπλωματικής εργασίας που στην ουσία είναι η σύγκριση του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας σε σχέση με το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αρχικά γίνεται μια συνοπτική αναφορά στον κύκλο του νερού και τον διαχωρισμό των επιφανειακών και υπόγειων νερών. Έπειτα αναλύονται οι έννοιες των υπόγειων νερών και υδροφορέων παρουσιάζοντας τα είδη, τις κατηγορίες αλλά και τις μεταβλητές που χαρακτηρίζουν, επηρεάζουν αλλά και σχετίζονται με ένα υπόγειο υδροφορέα. Στη συνέχεια, αφού επεξηγηθούν τα είδη ροής στους υπόγειους υδροφορείς παρουσιάζονται και αναλύονται α) ο νόμος του Darcy και β) της εξίσωσης της συνέχειας που περιγράφουν την ροή νερού στους υπόγειους υδροφορείς. Μετέπειτα παρουσιάζεται και αναλύεται η υδραυλική των πηγαδιών και η έννοια της υφαλμύρισης παράκτιων υδροφορέων. Παράλληλα παρουσιάζεται η προσέγγιση Ghyben-Herzberg και κατ' επέκταση η ανάλυση κατά Strack που βασίζεται στην πιο πάνω προσέγγιση, καταλήγοντας έτσι στην ανάλυση κατά Strack υδροφορέα με την ύπαρξη φρέατος. Το μοντέλο Modflow που περιγράφεται από το μαθηματικό μοντέλο της απότομης διεπιφάνειας επιλύεται με την ανάλυση κατά Strack.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται ο υπό μελέτη υδροφορέας όπου και προσομοιώνεται στο λογισμικό PMWIN. Αυτό γίνεται για καλύτερη κατανόηση το αντικείμενου αφού οι κώδικες που ακολουθούν, στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι ανεξάρτητοι από προγράμματα προεπεξεργασίας και προετοιμασίας όπως το PMWIN και δεν χρησιμοποιούν τα παραγόμενα αρχεία από τέτοιου είδους προγράμματα για να λειτουργήσουν. Επίσης, στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται και αναλύονται τα λογισμικά προσομοίωσης και πρόγνωσης συμπεριφοράς υπόγειων υδροφορέων, Modflow και Seawat. Συγκεκριμένα περιγράφεται η λειτουργία τους και η μαθηματική τους ανάλυση. Σε ότι αφορά το λογισμικό Modflow, ο τρόπος λειτουργίας του αναλύεται και επεξηγείται η διακριτοποίηση του υδροφορέα, η εξίσωση πεπερασμένων διαφορών και η επαναληπτική διαδικασία.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται και μετέπειτα στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται, τα ψηφιοποιημένα μοντέλα στα λογισμικά Modflow και Seawat σε περιβάλλον Python. Γίνεται σύγκριση μεταξύ της θέσης της ισοχώρας καμπύλης  $0.1\text{kg/m}^3$  στο μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας και της θέσης της ισοπιεζομετρικής καμπύλης  $0.625\text{m}$  που αντιστοιχεί σε δυναμικό  $8.0078$  του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας ούτως ώστε να υπολογιστεί η έκταση της υφαλμύρισης στο κάθε μοντέλο και εξάγονται συμπεράσματα βασισμένα στη σύγκριση αυτή.

Στο πέμπτο κεφάλαιο ακολουθούν τα γραφήματα των αποτελεσμάτων των πιο πάνω ψηφιοποιημένων μοντέλων.

Τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζονται όλα τα σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα Διπλωματική Εργασία και ακολουθεί το τελευταίο κεφάλαιο, το κεφάλαιο οκτώ με τη βιβλιογραφία και πηγές της Διπλωματικής Εργασίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΙΝΗΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΚΑΙ ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ

### 2.1 Εισαγωγή στα επιφανειακά και υπόγεια νερά

Το νερό αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα φυσικά αγαθά του πλανήτη μας και είναι απαραίτητο στοιχείο για κάθε είδος ζωής σε αυτόν. Ο εκτιμώμενος όγκος του νερού που υπάρχει στη Γη κυμαίνεται στα  $1370 \times 10^{15} m^3$  εκ του οποίου μόλις το 0.6% αποτελεί αξιοποιήσιμο πόρο και συναντάται είτε σε υπόγεια είτε σε επιφανειακή μορφή. Το 98% των αξιοποιήσιμων πόρων βρίσκεται σε υπόγεια μορφή όπου εξ' αυτού μόνο το 50% μπορεί να εκμεταλλευθεί καθώς το υπόλοιπο βρίσκεται αποθηκευμένο σε μεγάλα βάθη (>800m) γεγονός που το καθιστά ακατάλληλο για χρήση λόγω της υψηλής περιεκτικότητας του σε άλατα αλλά και του ιδιαίτερα υψηλού κόστους άντλησης.

Ο άνθρωπος προσπαθεί να επηρεάσει τη διαδικασία μεταφοράς και αποθήκευσης υδατικών πόρων προς όφελός του, ωστόσο, τόσο σε χωρική όσο και σε χρονική κλίμακα παρατηρείται ανισότητα μεταξύ της διαθεσιμότητας και της ζήτησης, γεγονός το οποίο καθιστά το νερό ιδιαίτερος πολύτιμο. Η ανισότητα αυτή απειλείται και από παράγοντες όπως η κλιματική αλλαγή καθώς και η ρύπανση των υδατικών πόρων. Η όλο και συνεχόμενη αυξανόμενη ζήτηση και ανάγκη κατανάλωσης (οικιακή, αγροτική, βιομηχανική, τουριστική) αντίκειται με τις διαθέσιμες ποσότητες στη συγκεκριμένη περιοχή ή τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα του φαινομένου αυτού αποτελούν οι παράκτιες και νησιώτικες περιοχές όπου η ζήτηση σε νερό ιδίως κατά τους θερινούς μήνες είναι πολύ υψηλή εξ' αιτίας του τουρισμού. Κατά συνέπεια, στην προσπάθεια κάλυψης των αναγκών, οι υδροφορείς υπεραντλούνται με αποτέλεσμα την υφαλμύριση τους, τη μείωση της ποιότητας του νερού τους και τη σταδιακή καταστροφή τους. Επιπλέον η υπερβολική άντληση υπόγειων νερών εγκυμονεί κινδύνους καθιζήσεων με χαρακτηριστικό παράδειγμα το Καλοχώρι. Επιπρόσθετα, ένα σύνολο μελετών προβλέπει τη μείωση του ύψους καθώς και τη συχνότητα βροχοπτώσεων σε ημερήσια, μηνιαία και χρονική κλίμακα. Έτσι, γίνεται φανερό ότι η διαφύλαξη της ποιότητας των περιορισμένων διαθέσιμων και αξιοποιήσιμων υδατικών πόρων προϋποθέτει την ορθολογική τους χρήση.

Γι' αυτό το λόγο, η αξιοποίηση των παράκτιων υδροφορέων πρέπει να αποτελεί μέρος ενός γενικότερου πλαισίου ολοκληρωμένης διαχείρισης των υδατικών πόρων της κάθε υφιστάμενης περιοχής, στο οποίο θα συμπεριλαμβάνονται τόσο τα επιφανειακά όσο και τα υπόγεια νερά. Στο πλαίσιο της διαχείρισης αυτής, καθορίζονται οι βέλτιστες ποσότητες άντλησης, βάσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, των υδραυλικών παραμέτρων και της τροφοδοσίας του υδροφορέα, εξασφαλίζοντας έτσι τη μέγιστη ποσότητα του υπόγειου νερού που μπορεί να αντληθεί αποφεύγοντας την ποιοτική υποβάθμιση του υδροφορέα. Για να επιτευχθεί αυτό, γίνεται προσομοίωση του υπόγειου υδροφορέα με προσεγγιστικά μαθηματικά μοντέλα όπου αναλύεται και προβλέπεται η συμπεριφορά του.

Επιφανειακό νερό αποκαλείται το νερό των βροχοπτώσεων, των λιμνών και των ποταμών ενώ υπόγειο νερό αποκαλείται το νερό που είναι

αποθηκευμένο και κινείται μέσα στο έδαφος. Μεταξύ τους υπάρχει υδραυλική επικοινωνία που εξαρτάται και επηρεάζει τη σχετική τους στάθμη. Οι συνολικοί «εκμεταλλεύσιμοι» υδατικοί πόροι σε υγρή κατάσταση είναι περίπου  $8.5 \times 10^{15} m^3$ . Το 98% είναι υπόγειοι υδατικοί πόροι όπου εξ' αυτού, περίπου το 50% είναι αποθηκευμένο σε μεγάλο βάθος (> 800 m) το οποίο δεν μπορεί να αντληθεί λόγω κόστους κατασκευής και λειτουργίας καθώς επίσης και ποιότητας. Οι μεταβολές των επιφανειακών νερών σε ετήσια και εποχική βάση είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτές των υπογείων. Για την εκμετάλλευση των επιφανειακών υδατικών πόρων μπορεί να απαιτηθούν έργα εποχικής αποθήκευσης όπως για παράδειγμα τα φράγματα. Επιπλέον οι επιφανειακοί υδατικοί πόροι έχουν μεγαλύτερες απώλειες λόγω εξάτμισης γεγονός το οποίο αποτελεί σημαντική αρρυθμία στην αξιοποίηση τους κυρίως τους καλοκαιρινούς μήνες όπου και συναντάται το πρόβλημα των λιμνοδεξαμενών στα νησιά του Αιγαίου.

Τα υπόγεια νερά συχνά καταλαμβάνουν μεγάλες εκτάσεις κάτω από το έδαφος, επομένως μπορούν να κατασκευασθούν γεωτρήσεις κοντά στην περιοχή ζήτησης του νερού. Αντιθέτως, για την εκμετάλλευση των επιφανειακών υδατικών πόρων, συχνά απαιτούνται δαπανηρά έργα για τη μεταφορά του νερού. Τα έργα εκμετάλλευσης των υπόγειων νερών, δηλαδή οι γεωτρήσεις, έχουν σχετικά μικρό κόστος κατασκευής, αλλά μεγάλο κόστος λειτουργίας, λόγω της ενέργειας που απαιτείται για την άντληση. Το κόστος αυτό αυξάνεται με το βάθος. Αντιθέτως ορισμένα έργα εκμετάλλευσης επιφανειακών υδατικών πόρων (φράγματα) έχουν μεγάλο κόστος κατασκευής και μικρό λειτουργίας, αν η μεταφορά του νερού γίνεται με αγωγούς βαρύτητας. Τα υπόγεια νερά είναι λιγότερο εκτεθειμένα σε ρύπανση από τα επιφανειακά. Όταν όμως ρυπανθούν, η απορρύπανση τους είναι πολύ δυσκολότερη. Λόγω μικρών ταχυτήτων κίνησης του νερού η απομάκρυνση των ρύπων γίνεται με πολύ αργό ρυθμό. Από την άλλη πλευρά, η κίνηση του νερού μέσα στους υδροφορείς μπορεί να το απαλλάξει από μη συντηρητικούς ρύπους.

## 2.2 Υπόγεια νερά και υδροφορείς

Όπως προκύπτει από τον κύκλο του νερού, τα επιφανειακά νερά διηθούνται, κυρίως λόγω βαρύτητας, προς τα υπόγεια υδροφόρα στρώματα, τους υδροφορείς. Όπως προαναφέρθηκε, υπόγειο νερό αποκαλείται το νερό που είναι αποθηκευμένο και κινείται μέσα στο έδαφος. Υδροφορέας είναι ένας γεωλογικός σχηματισμός που αποθηκεύει και περιέχει νερό ενώ παράλληλα επιτρέπει την διέλευση σημαντικών ποσοτήτων νερού. Αποτελείται από στερεό εδαφικό υλικό και κενό χώρο, στον οποίο περιέχεται το νερό. (Κατσιφαράκης, Θεοδοσίου, Λατινόπουλος).

Όλα τα πετρώματα και εδάφη που αποτελούνται από ένα στερεό σκελετό, με τη μορφή συνάθροισης στερεών κόκκων που διαχωρίζονται και περιβάλλονται από διάκενα, πόρους ή ρωγμές, ονομάζονται πορώδη μέσα. Έτσι η ροή του νερού στους υπόγειους υδροφορείς αναφέρεται συνήθως ως ροή σε πορώδη μέσα (Λατινόπουλος 1995).

Το **πορώδες** ( $n$ ) ή ολικό πορώδες είναι το μέτρο των διακένων (πόρων, κενών, ρωγμών) που υπάρχουν σε ένα πέτρωμα ή έδαφος και εκφράζεται με το λόγο του συνολικού όγκου των διακένων ( $V_k$ ) προς τον συνολικό όγκο του πετρώματος/εδάφους ( $V_{ολ}$ ):  $n=V_k/V_{ολ}$ . **Αδιαπέρατοι**

θεωρούνται οι σχηματισμοί που έχουν τη δυνατότητα να αποθηκεύσουν νερό αλλά δεν επιτρέπουν την κίνηση του ενώ **ημιπερατοί** θεωρούνται οι σχηματισμοί που επιτρέπουν την κίνηση του νερού αλλά με πολύ μικρές ταχύτητες. Οι αργιλικοί σχηματισμοί θεωρούνται αδιαπέρατοι αφού περιέχουν νερό ωστόσο δεν επιτρέπουν την κίνηση του. Επιπλέον φυσικά αδιαπερατοί είναι οι εδαφικοί σχηματισμοί που δεν έχουν κενούς χώρους όπως για παράδειγμα οι «υγιείς» γρανίτες.

Ένας υπόγειος υδροφορέας έχει πολλαπλή λειτουργία. Κύρια του λειτουργία αποτελεί η πηγή παροχής νερού ωστόσο, λειτουργεί και για εποχική αποθήκευση νερού, ως αγωγός μεταφοράς καθώς επίσης και σαν φίλτρο καθαρισμού. (Κατσιφαράκης, Θεοδοσίου, Λατινόπουλος). Για την κίνηση του νερού σημαντικό ρόλο παίζει η διασύνδεση των κενών χώρων. Ο χρόνος άφιξης ρύπων από την πηγή τους σε μία θέση που μας ενδιαφέρει (π.χ. γεώτρηση) εξαρτάται από τις οδούς ταχείας κίνησης των ρύπων. Η πλήρης (ή έστω η επαρκής) απορρύπανση εξαρτάται και από τις ποσότητες ρύπου που κινούνται σε μικρούς ή σχετικά απομονωμένους κενούς χώρους.

Σύμφωνα με την **υδραυλική θεώρηση**, η ροή των υπόγειων νερών μπορεί να προσεγγιστεί στον δισδιάστατο χώρο και όχι στον τρισδιάστατο όπου εξελίσσεται στην πραγματικότητα. Αυτό είναι εφικτό χάρις την γεωμετρική φύση των υδροφορέων όπου εκ φύσεως το πάχος τους είναι κατά πολύ μικρότερο από τις οριζόντιες διαστάσεις τους και υλοποιείται μαθηματικά με την ολοκλήρωση ως προς το πάχος του υδροφορέα.

Οι γεωλογικοί σχηματισμοί που περιέχουν τα υπόγεια νερά χωρίζονται σε δύο ζώνες. Τη **ζώνη κορεσμού** και την **ακόρεστη ζώνη**. Καθώς το νερό διηθείται προς τα κάτω, σε κάποιο βάθος συναντά ένα αδιαπέρατο στρώμα, γεμίζει όλα τα διάκενα του γεωλογικού εκείνου σχηματισμού μέχρι μια ανώτερη επιφάνεια που αποτελεί το πάνω όριο της **ζώνης κορεσμού** και ονομάζεται **ελεύθερη επιφάνεια ή υδροφόρος ορίζοντας**. Η ιδεατή ελεύθερη επιφάνεια συμπίπτει με τον σύνολο των σημείων εκείνων όπου η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Η **ακόρεστη ζώνη** ή αλλιώς ζώνη αερισμού είναι το τμήμα από την ελεύθερη επιφάνεια μέχρι την επιφάνεια εδάφους και υποδιαιρείται στις ζώνες εδαφικού νερού, ενδιάμεση και τριχοειδούς. Στην επιφάνεια αυτή, υπάρχει νερό που δεν γεμίζει όλο τον όγκο των διάκενων. **Υπόγεια νερά** θεωρούνται τα νερά που βρίσκονται και κινούνται στη ζώνη κορεσμού.

Η κατείδυση του νερού εξαρτάται από:

- Την ικανότητα απορρόφησης του νερού από το έδαφος,
- Την ικανότητα κατακόρυφης διήθησης του νερού και
- Την ικανότητα οριζόντιας κίνησης του νερού στη ζώνη κορεσμού.

Οι υπόγειοι υδροφορείς, ανάλογα με τον τύπο τους ταξινομούνται ως εξής:

- Υδροφορείς υπό πίεση (Περιορισμένοι υδροφορείς),
- Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια (Φρεάτιοι υδροφορείς),
- Υδροφορείς υπό πίεση με διαρροή και
- Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια με διαρροή

**Υπό πίεση ή περιορισμένος υδροφορέας** θεωρείται ένας υδροφορέας που στο πάνω και κάτω όριο του περιορίζεται από αδιαπέρατα στρώματα. Η **πιεζομετρική επιφάνεια** είναι η ιδεατή εκείνη επιφάνεια που θα οριζόταν από τις στάθμες των πιεζόμετρων που θα τοποθετούνταν κατά την οριζόντια



έκταση ενός περιορισμένου υδροφορέα. Η στάθμη της πιεζομετρικής επιφάνειας μετριέται χρησιμοποιώντας πηγάδια παρατήρησης, πηγάδια εκμετάλλευσης ή πιεζόμετρα. Με βάση αυτές τις μετρήσεις υπολογίζεται το ολικό πιεζομετρικό φορτίο  $\phi$  το οποίο ορίζεται ως το άθροισμα του φορτίου πίεσης ( $h_p = p/\gamma$ ) και του υψομέτρου ( $z$ ). Το μέγεθος  $\phi$  προσδιορίζει την πίεση που έχει το νερό σε κάθε σημείο του υδροφορέα.  $\phi = p/\gamma + z$  και  $\gamma = \rho g$  (ειδικό βάρος νερού)

**Υδροφορέας με ελεύθερη επιφάνεια ή φρεάτιος** υδροφορέας θεωρείται ένας υδροφορέας που το κάτω όριο του περιορίζεται από ένα αδιαπερατό στρώμα ενώ το πάνω όριο του αποτελείται από μια ελεύθερη επιφάνεια. Η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας μετριέται με τον ίδιο τρόπο που μετριέται η στάθμη της πιεζομετρικής επιφάνειας. Με βάση τις μετρήσεις αυτές υπολογίζεται το υδραυλικό φορτίο  $h$  το οποίο και αυτό, όπως το πιεζομετρικό φορτίο, ορίζεται ως το άθροισμα του φορτίου πίεσης ( $h_p = p/\gamma$ ) και του υψομέτρου ( $z$ ). Το μέγεθος  $h$  καθορίζει τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας του υπόγειου νερού.  $h = p/\gamma + z$  και  $\gamma = \rho g$  (ειδικό βάρος νερού)

Και στις δύο περιπτώσεις η κινητική ενέργεια εξαιτίας των πολύ μικρών ταχυτήτων θεωρείται αμελητέα, το πιεζομετρικό ή το υδραυλικό φορτίο εκφράζει και τη συνολική ενέργεια σε κάθε σημείο του πεδίου ροής (Λατινόπουλος 1986, 1995).

Υδροφορέας που το πάνω, κάτω ή και τα δύο όρια του αποτελούνται από ημιπερατά στρώματα ονομάζονται υδροφορείς με διαρροή.

## 2.3 Υδραυλικά χαρακτηριστικά των υπόγειων υδροφορέων

### A) Το υδραυλικό φορτίο (Hydraulic head)

Τα υπόγεια νερά κινούνται με την επίδραση της συνολικής ενέργειας που φέρουν, η οποία ισούται με το άθροισμα της κινητικής, της δυναμικής και της υδροστατικής ενέργειας. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **υδραυλικό φορτίο** ( $H$ ) και είναι ίση με το άθροισμα του **φορτίου πίεσης**  $\phi = P/\gamma$  (pressure head) και του **φορτίου ύψους**  $z$  (elevation head) της απόστασης.

δηλ. από το επίπεδο αναφοράς  $z$ , ισχύει:  $H = (P/\gamma) + z$  όπου:

- $P$ : η υδροστατική πίεση και
- $\gamma$ : το ειδικό βάρος του νερού ίσο με την πυκνότητά του ( $\rho$ ) επί την επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g$ ).  $\gamma = \rho g$

Στους φρεάτιους υδροφορείς καθορίζει τη στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας του υπόγειου νερού ενώ, στους φρεάτιους υδροφορείς προσδιορίζει τη πίεση που έχει το νερό σε κάθε σημείο του υδροφορέα και ονομάζεται **πιεζομετρικό φορτίο  $h$** . Έτσι, η κίνηση του υπόγειου νερού σε ένα πορώδες μέσο οφείλεται στην υδροστατική πίεση και στη θέση του ως προς το επίπεδο αναφοράς.

Η **υδραυλική κλίση**  $i$  εκφράζει τη μεταβολή του υδραυλικού φορτίου κατά τη διεύθυνση της υπόγειας ροής και δίνεται από τη σχέση:  $i = dH/dl$

Το υδραυλικό φορτίο δεν μένει σταθερό, αλλά μειώνεται κατά την κίνηση του υπόγειου νερού, λόγω απωλειών (τριβές) (Βουδούρης 2006).

### B) Διαπερατότητα-Υδροπερατότητα (Permeability-Hydraulic conductivity)

Η **διαπερατότητα** ( $k$ ) [ $L^2$ ] είναι μια σταθερά, η οποία εξαρτάται μόνο από τα χαρακτηριστικά του πορώδους μέσου (σχήμα, μέγεθος, διάταξη των

κόκκων) (Βουδούρης 2006). Όταν η διαπερατότητα ενός υδροφορέα είναι ίδια σε κάθε σημείο τότε το πορώδες μέσο που τον αποτελεί είναι **ομογενές**. Αν η τιμή της διαπερατότητας μεταβάλλεται στο χώρο τότε το πορώδες μέσο που την αποτελεί είναι **ανομογενές**. Όταν η διαπερατότητα ενός υδροφόρου σχηματισμού είναι ανεξάρτητη από τη διεύθυνση τότε ο υδροφόρος σχηματισμός είναι **ισότροπος**. Στην αντίθετη περίπτωση είναι **ανισότροπος** (Λατινόπουλος 1986).

Η **υδροπερατότητα** ή **υδραυλική αγωγιμότητα** ( $K$ ) [ $L/T$ ] εκφράζει την ευκολία ή δυσκολία με την οποία ένα ρευστό ρέει μέσα στους πόρους του πορώδους μέσου. Εξαρτάται από τη φύση του πορώδους μέσου και από τις ιδιότητες του ρευστού (Νάνου 1999). Πιο συγκεκριμένα ένα μέσο έχει υδραυλική αγωγιμότητα ίση με τη μονάδα, όταν μεταβιβάζει στη μονάδα του χρόνου κάθετα στη διεύθυνση της υπόγειας ροής, τη μονάδα του όγκου νερού από μοναδιαία διατομή με υδραυλική κλίση ίση με τη μονάδα και την επικράτηση του κινηματικού ιξώδους. Το κινηματικό ιξώδες σχετίζεται με την εσωτερική τριβή, την αντίσταση δηλ. του υγρού στη ροή. Η υδραυλική υπολογίζεται από τον νόμο του Darcy (Βουδούρης 2006).

Η διαπερατότητα ( $k$ ) συνδέεται με την υδραυλική αγωγιμότητα ( $K$ ) με τη σχέση:

$$K = k\gamma/\mu = k\rho g/\mu = k\gamma/v \text{ όπου:}$$

- $\mu$ : το δυναμικό ιξώδες,
- $\gamma$ : το ειδικό βάρος του ρευστού  $\gamma = \rho g$  και
- $v$ : κινηματικό ιξώδες  $v = \mu/\rho$

Γενικά οι γεωλογικοί σχηματισμοί χαρακτηρίζονται ως (Πίν. 2.3.1):

- Πολύ υδροπερατοί όταν  $k \geq 10^{-1}$  m/s
- Υδροπερατοί όταν  $10^{-6} < k < 10^{-1}$  m/s
- Λίγο υδροπερατοί όταν  $10^{-9} < k < 10^{-6}$  m/s
- Πρακτικά στεγανοί όταν  $k \leq 10^{-9}$  m/s

**Πίν. 2.4.1:** Τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας (Καλλέργης, 1999).

Υλικό	$k$ (m/s)
Μεγάλα χαλίκια	$1,7 \cdot 10^{-3}$
Χαλίκια μεσαίου μεγέθους	$3,1 \cdot 10^{-3}$
Χαλίκια μικρού μεγέθους	$5,2 \cdot 10^{-3}$
Χονδρόκοκκη άμμος	$5,2 \cdot 10^{-4}$
Μεσόκοκκη άμμος	$1,4 \cdot 10^{-4}$
Λεπτόκοκκη άμμος	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Ιλύς	$9,2 \cdot 10^{-7}$
Άργιλος	$2,3 \cdot 10^{-9}$

### Γ) Μεταβιβαστικότητα (Transmissivity)

Η **μεταβιβαστικότητα** ή μεταφορικότητα ή διοχετευτικότητα  $T$  [ $L^2/T$ ] εκφράζει τον όγκο νερού που περνά από μια μοναδιαία διατομή του υδροφόρου στρώματος με υδραυλική κλίση ίση με τη μονάδα και την επικράτηση του κινηματικού ιξώδους (Βουδούρης 2006). Είναι το γινόμενο της υδραυλικής αγωγιμότητας ( $K$ ) επί το πάχος του υδροφόρου στρώματος ( $D$ ):  $T = kD$ .

#### **Δ) Αποθηκευτικότητα (Storativity)**

Ο **συντελεστής εναποθήκευσης** ή αποθηκευτικότητας ή υδροχωρητικότητας (S) είναι ο όγκος νερού που μπορεί να ληφθεί ή αποθηκευθεί από ένα κατακόρυφο πρίσμα ενός υδροφόρου στρώματος με μοναδιαία επιφάνεια ανά μονάδα μεταβολής του φορτίου και ορίζεται από τη σχέση:  $S = \Delta V / (A \cdot \Delta h)$  Όπου  $\Delta V$  είναι ο όγκος νερού που απελευθερώνεται (ή προστίθεται) από τη μονάδα οριζόντιας επιφάνειας A, εξαιτίας μοναδιαίας πτώσης (ή αύξησης) του φορτίου  $\Delta h$ .

Ο συντελεστής αποθηκευτικότητας είναι καθαρός αριθμός και ανάλογα με το είδος του υδροφορέα οι τιμές διαφέρουν και αυτό οφείλεται στον διαφορετικό μηχανισμό απελευθέρωσης νερού (Βουδούρης 2006).

Ο συντελεστής αποθηκευτικότητας στους ελεύθερους (φρεάτιους) υδροφορείς (**φρεάτια αποθηκευτικότητας**) S ορίζεται ως ο όγκος νερού που απομακρύνεται (ή προστίθεται) ανά μονάδα οριζόντιας επιφάνειας και ανά μονάδα πτώσης (ή αύξησης) της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας (Νάνου 1999). Συμπίπτει με το ενεργό πορώδες και οι τιμές του κυμαίνονται από 1%-30%.

Ο συντελεστής αποθηκευτικότητας στους περιορισμένους υδροφορείς ορίζεται ως ο όγκος νερού που απομακρύνεται (ή προστίθεται) ανά μονάδα οριζόντιας επιφάνειας του υδροφορέα και ανά μονάδα πτώσης (ή αύξησης) του πιεζομετρικού φορτίου (Νάνου 1999). Χρησιμοποιείται κατά τη θεώρηση της δισδιάστατης ροής και οι τιμές του είναι μικρότερες από τη φρεάτια αποθηκευτικότητα .

Ο συντελεστής αποθηκευτικότητας στους υπό πίεση υδροφορείς (**ειδική αποθηκευτικότητα**) ορίζεται ως ο όγκος νερού που απελευθερώνεται (ή προσλαμβάνεται) ανά μονάδα όγκου του υδροφορέα και ανά μονάδα πτώσης (ή αύξησης) του πιεζομετρικού φορτίου (Νάνου 1999). Στους υπό πίεση υδροφορείς ισχύει:  $S = \gamma D(\alpha + \beta S_y)$  όπου:

- $\gamma$ =το ειδικό βάρος του νερού,
- D=το πάχος του υδροφορέα,
- $S_y$ =το ενεργό πορώδες,
- $\alpha$ =ο συντελεστής συμπίεστότητας του υδροφορέα και
- $\beta$ =ο συντελεστής συμπίεστότητας του νερού

Η αφαίρεση ή η προσθήκη νερού οφείλεται σε διόγκωση του νερού και συμπίεση του υδροφορέα. Συνεπώς η αποθηκευτικότητα είναι συνάρτηση της ελαστικότητας του υδροφορέα και της συμπίεστότητας του περιεχομένου σ' αυτόν υπόγειου νερού. Χρησιμοποιείται κατά τη θεώρηση της τρισδιάστατης ροής και οι τιμές του κυμαίνονται από 0,0001%-0,5%. (Βουδούρης 2006).

#### 2.4 Συστήματα και μοντέλα

Με τον όρο **σύστημα** περιγράφεται το σύνολο των συνιστωσών που αλληλεπιδρούν και αντιδρούν μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Ένας υπόγειος υδροφορέας συνθέτει ένα σύστημα. Σαν σύστημα που χαρακτηρίζεται από κάποιες συνιστώσες, έχει ορισμένες εισόδους και δίνει ορισμένες εξόδους. Στον υπό μελέτη υδροφορέα οι εισόδοι είναι η επιφανειακή τροφοδοσία μέσω κατεϊσδυσσης (νερό βροχής) και η πλευρική τροφοδοσία καθώς και τα υδραυλικά/ υδρολογικά χαρακτηριστικά του

υδροφορέα. Οι εξόδοι του συστήματος είναι η εκροή γλυκού νερού στη θάλασσα και η άντληση νερού.

Με τον όρο **ανάλυση συστήματος** νοείται η επιλογή της πιο ορθολογικής επίλυσης του προβλήματος από μια πληθώρα εναλλακτικών επιλύσεων ούτως ώστε να επιλυθεί το πρόβλημα με τον πιο βέλτιστο τρόπο. Κατά την ανάλυση του συστήματος και αναζήτησης της βέλτιστης λύσης για αυτό, χρησιμοποιούνται κυρίως οι μέθοδοι της προσομοίωσης και βελτιστοποίησης.

Η **προσομοίωση** αποτελεί μια τεχνική αναπαραγωγής της λειτουργίας και συμπεριφοράς ενός πραγματικού συστήματος συναρτήσει του χρόνου. κατά την προσομοίωση επιλύονται οι κατάλληλες εξισώσεις για την αναπαράσταση της συμπεριφοράς του συστήματος σε διάφορες συνθήκες άντλησης.

Η **βελτιστοποίηση** αποτελεί μια διαδικασία σχεδιασμού της καλύτερης λειτουργίας ενός συστήματος υπό κάποιους περιορισμούς. Κατά τη βελτιστοποίηση ορίζεται ο στόχος και οι περιορισμοί στην αξιοποίηση του υπόγειου υδροφορέα.

Το σύνολο των εξισώσεων ή σχέσεων που περιγράφουν τη λειτουργία ενός συστήματος ονομάζεται **μοντέλο** και περιγράφεται από συνάρτηση της μορφής:

**Εξαρτημένη μεταβλητή = f(ανεξάρτητες μεταβλητές, παράμετροι, συναρτήσεις ελέγχου)**

- Η εξαρτημένη μεταβλητή περιγράφει την κατάσταση του συστήματος
- Οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι συνήθως διαστάσεις χώρου και χρόνου
- Οι παράμετροι περιγράφουν τις ιδιότητες και τη σύσταση του συστήματος
- Οι συναρτήσεις ελέγχου περιγράφουν εξωτερικές επιδράσεις και τάσεις

Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τη λειτουργία των υδροφόρων σχηματισμών χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο η αναλυτική ή η αριθμητική μέθοδος.

Κατά την **αναλυτική μέθοδο** γίνεται απευθείας, αναλυτική, επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στην περίπτωση απλών προβλημάτων ροής ή μεταφοράς διαλυτών ουσιών με ακριβείς αποτελέσματα και βάσει της πλεονεκτικής αυτής ιδιότητας γίνεται έλεγχος ακρίβειας των αναλυτικών μεθόδων έναντι των αριθμητικών.

Κατά την **αριθμητική μέθοδο** γίνεται επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων με αριθμητικά μοντέλα τα οποία είναι πιο κατάλληλα για πολύπλοκα φυσικά συστήματα. Στις περισσότερες αριθμητικές μεθόδους η συνεχής μορφή των μερικών διαφορικών εξισώσεων αντικαθίσταται από ένα πεπερασμένο σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων.

Οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν την υπόγεια ροή στους υπόγειους υδροφορείς είναι η εξίσωση συνέχειας (διατήρηση της μάζας) και ο νόμος του Darcy.

## 2.5 Κίνηση του υπόγειου νερού

Το νερό είναι **Νευτώνειο ρευστό** και η κίνηση των υπόγειων νερών ακολουθεί τους νόμους των Νευτώνειων ρευστών. Αυτό σημαίνει ότι ισχύει ο νόμος της εσωτερικής τριβής (ιξώδες) του Νεύτωνα  $\tau = \mu(du/dy)$  που λέει ότι η διατμητική τάση ( $\tau$ = δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας) είναι ανάλογη της βαθμίδας ταχύτητας ( $du/dy$ ) και του **δυναμικού ιξώδους** ( $\mu$ ) [ $L^{-1}M^1T^{-1}$ ].

Ιξώδες είναι η αντίσταση ενός υγρού στη ροή. Η εσωτερική τριβή κατά την κίνηση του νερού, παράγει έργο το οποίο μετατρέπεται σε θερμότητα αυξάνοντας τη θερμοκρασία του νερού. Σε προβλήματα ροής, όπου αντεπιδρούν δυνάμεις αδράνειας και δυνάμεις τριβής εμφανίζεται το **κινηματικό ιξώδες** ( $\nu$ ) [ $L^2M^0T^{-1}$ ] και δίνεται από τη σχέση  $\nu = \mu/\rho$  που λέει ότι το κινηματικό ιξώδες είναι ο λόγος του δυναμικού ιξώδους ( $\mu$ ) προς την πυκνότητα ( $\rho$ ). Οι συντελεστές  $\mu$  και  $\nu$  μειώνονται με την αύξηση της. Ένα υγρό είναι ιδανικό, όταν  $\mu=0$  (δεν εμφανίζει εσωτερική τριβή) (Βουδούρης 2006).

Οι εξισώσεις που διέπουν την κίνηση των υπόγειων ροών είναι:

### 1) Ο νόμος του Darcy

Ο νόμος του Darcy που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Q = KA(\varphi_1 - \varphi_2)/L \quad (2.5.1)$$

- Q: Παροχή [ $L^2/T$ ]
- K: Υδραυλική αγωγιμότητα του υδροφορέα [ $L/T$ ]
- A: Διατομή του υδροφορέα [ $L^2$ ]
- $\varphi$ : Πιεζομετρικό φορτίο  $\varphi = p/\gamma + z$  [ $L$ ]
- L: Απόσταση μεταξύ δύο διατομών [ $L$ ]

Είναι ένας απλός εμπειρικός νόμος, ο οποίος υποκαθιστά τις εξισώσεις Navier-Stokes και κύρια πλεονεκτήματά του είναι η απλότητα και το ότι ισχύει στις περισσότερες πρακτικές περιπτώσεις.

$$Q = KAJ \quad (2.5.2)$$

Η **υδραυλική κλίση**  $J$  [ $L$ ] εκφράζει τη μεταβολή του υδραυλικού φορτίου μεταξύ δύο διατομών κατά τη διεύθυνση της υπόγειας ροής και δίνεται από τη σχέση:

$$J = (\varphi_1 - \varphi_2)/L \quad (2.5.3)$$

Ο νόμος του Darcy έχει θεμελιωθεί πάνω σε πειράματα υπό καθεστώς ισορροπίας (μόνιμη ροή). Γίνεται δεχτό όμως ότι ισχύει στιγμιαία και για τις μη μόνιμες ροές. Οι φυσικές υπόγειες ροές είναι κατά κανόνα «ανεπαίσθητα» μη μόνιμες και υπακούουν στον νόμο του Darcy (Βουδούρης 2006).

**Μόνιμη ροή** χαρακτηρίζεται η ροή που δεν μεταβάλλεται με το χρόνο ή όταν όλες οι χρονικές παράγωγοι των ταχυτήτων ροής στις εξισώσεις ροής είναι ίσες με μηδέν δηλ.  $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$  και  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$  και  $\frac{\partial w}{\partial t} = 0$ . Στην αντίθετη περίπτωση η ροή χαρακτηρίζεται ως **μη μόνιμη ροή**.

$$q = KJ \text{ (ταχύτητα διηθήσεως)} \quad (2.5.3)$$

**Ειδική παροχή** ή **ταχύτητα διηθήσεως** ή **ταχύτητα Darcy** [ $L/T$ ] θεωρείται ο όγκος του νερού που περνά ανά μονάδα χρόνου από μια μοναδιαίου εμβαδού διατομή, κάθετη στην διεύθυνση της ροής  $q = Q/A$

$$q = -K \text{ grad}\varphi \quad (2.5.4)$$

Ο νόμος του Darcy στην απλή μορφή του εκφράζεται με την εξίσωση:

$$v = -Ki \quad (2.5.6)$$

- $K$ =η υδραυλική αγωγιμότητα,
- $i=dh/dl$  η υδραυλική κλίση, που αντιπροσωπεύει τη μεταβολή του φορτίου ( $h$ ) ανά μονάδα μήκους διαδρομής ( $l$ ) και στην πράξη αναπαριστά την κλίση ( $i$ ) της πιεζομετρικής επιφάνειας του υδροφόρου ορίζοντα μεταξύ δύο σημείων.
- Το πρόσημο (-) στην εξίσωση Darcy υποδηλώνει ότι η ροή γίνεται από περιοχές υψηλότερου προς περιοχές χαμηλότερου υδραυλικού φορτίου.

$$\vec{v}_\varphi = -Kgradh \quad (2.5.7)$$

- $k$ : η υδραυλική αγωγιμότητα (m/s) και
- $h$ : το πιεζομετρικό φορτίο (m).

Η ταχύτητα που υπολογίζεται με το νόμο ονομάζεται **φαινόμενη ταχύτητα** ( $v_\varphi$ ) Darcy (μακροσκοπική ταχύτητα), ενώ η **πραγματική ταχύτητα** (μικροσκοπική ταχύτητα) ισούται με:  $v = v_\varphi/S_y$  όπου  $S_y$ =το ενεργό πορώδες.

Ένα μόριο νερού δεν κινείται ευθύγραμμα σε πορώδη μέσα, αλλά ακολουθεί μια σύνθετη τροχιά, λόγω πρόσκρουσης με τους κόκκους του μέσου και τα γειτονικά μόρια νερού. Για να ισχύει ο νόμος του Darcy πρέπει η ροή να είναι στρωτή και όχι τυρβώδης.

Κατά τη **στρωτή ροή** οι γειτονικές στρώσεις του ρευστού κινούνται σχηματίζοντας λείες (όχι απαραίτητα ευθείες) γραμμές ροής (**γραμμή ροής** είναι η γραμμή στην οποία είναι εφαπτόμενο το άνυσμα της ταχύτητας ροής), χωρίς να πραγματοποιείται ανάμιξη μακροσκοπικής κλίμακας μεταξύ δυο γειτονικών στρώσεων. Η στρωτή ροή πραγματοποιείται όταν οι δυνάμεις συνεκτικότητας (εξαιτίας των διατμητικών τάσεων, δηλ. οι δυνάμεις τριβών που οφείλονται στην παρουσία στερεών τοιχωμάτων) είναι μεγαλύτερες από τις δυνάμεις αδράνειας. Οι στρωτές ροές αποτελούν θεωρητική περίπτωση και πολύ σπάνια συμβαίνουν στη φύση (Στάμου 2010).

Στην **τυρβώδη ροή** τα ρευστά σωματίδια έχουν ακανόνιστη, σχεδόν τυχαία, διακυμαινόμενη κίνηση. Η ταχύτητα σε κάθε σημείο του ρευστού μεταβάλλεται με το χρόνο τόσο κατά μέγεθος, όσο και κατά διεύθυνση. Η ροή κατά στρώσεις με λείες γραμμές ροής που παρατηρείται στη στρωτή ροή, διασπάται πλήρως και συμβαίνει έντονη μακροσκοπική ανάμιξη μεταξύ δυο γειτονικών στρώσεων. Η τυρβώδης ροή πραγματοποιείται όταν οι δυνάμεις αδράνειας είναι μμεγαλύτερες από τις δυνάμεις συνεκτικότητας. Στο φυσικό περιβάλλον, όλες σχεδόν οι ροές είναι τυρβώδεις (Στάμου 2010).

Ο νόμος του Darcy, που ορίζει μια γραμμική σχέση για την ταχύτητα ροής, ισχύει για στρωτές ροές. Στη στρωτή ροή η ταχύτητα είναι ανάλογη με την πρώτη δύναμη της υδραυλικής κλίσης. Δείκτης και κριτήριο για το είδος ροής αποτελεί ο **αριθμός Reynolds (R)**. Ο αριθμός Reynolds (Re) είναι ένας αδιάστατος αριθμός που δίνει ένα μέτρο της αναλογίας των αδρανειακών δυνάμεων σε ιξώδη δυνάμεις και κατά συνέπεια ποσοτικοποιεί τη σχετική σημασία αυτών των δύο τύπων των δυνάμεων για δεδομένες συνθήκες ροής και στη συγκεκριμένη περίπτωση ισούται:

$$R = \rho \cdot V \cdot dm/\mu = V \cdot dm/v \quad (2.5.8)$$

- $\rho$ = η πυκνότητα του νερού (kg/m),
- $V$ = η μέση ταχύτητα ροής  $V = Q/nA = q/n$  (m/s),
- $dm$ = η μέση διάμετρος κόκκων του πορώδους μέσου (m),

- $\mu$  = το δυναμικό ιξώδες (kg/(m·s)) και
- $\nu$  = το κινηματικό ιξώδες  $\nu = \mu/\rho$  (m<sup>2</sup>/s)

Ως χαρακτηριστικό μήκος χρησιμοποιείται η  $d_{10}$  η οποία αποτελεί τη χαρακτηριστική μέση διάμετρος των κόκκων του πορώδους υλικού.

Ο νόμος ισχύει για  $Re < 1$  και δεν έχει σημαντικές αποκλίσεις για  $Re < 10$ . Αν  $Re \leq 10$  η ροή είναι στρωτή, με εξαίρεση τη ροή στους αργίλους.

Μια εναλλακτική λύση για σχετικά μεγάλες τιμές του αριθμού Reynolds, είναι η χρήση της σχέσης του Forchheimer:  $grad\varphi = cV + dV^2$ . Η σχέση αυτή δεν είναι βολική από μαθηματική άποψη, γι' αυτό χρησιμοποιείται σπάνια.

Λόγω της μεγάλης ταχύτητας ροής, της ανισοτροπίας και της ανομοιογένειας, που εμφανίζουν τα καρστικά και ρηγματωμένα υδροφόρα συστήματα κατά κανόνα δεν ισχύει σε αυτά ο νόμος του Darcy.

Στην ακόρεστη ζώνη δεν ισχύει ο τύπος του Darcy. Η πραγματική (μικροσκοπική) ταχύτητα σε συνθήκες ακόρεστης ροής δίνεται από τη σχέση:  $v = v\varphi/\theta$  όπου  $\theta$  = το περιεχόμενο κατ' όγκο εδαφικό νερό. Για ακόρεστες συνθήκες ροής ο συνδυασμός του νόμου του Darcy και της εξίσωσης της συνέχειας δίνει την παρακάτω γενική εξίσωση κίνησης του εδαφικού νερού:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(\theta) \frac{\partial h_p}{\partial z} \right) - \frac{\partial k}{\partial z} \quad (2.5.9)$$

- $\theta$ : περιεχόμενο κατ' όγκο εδαφικό νερό,
- $k(\theta)$ : συνάρτηση κατανομής της υδραυλικής αγωγιμότητας,
- $h_p$ : φορτίο πίεσης και
- $z$ : φορτίο θέσης ή η απόσταση από κάποιο επίπεδο αναφοράς.

Ο υπολογισμός των συναρτήσεων  $k(\theta)$  και  $h_p(\theta)$  είναι δύσκολος και περιγράφονται από τις σχέσεις του van Genuchten (1980). Η ανωτέρω εξίσωση ροής στην ακόρεστη εδαφική ζώνη είναι μη γραμμική, γιατί η υδραυλική αγωγιμότητα εξαρτάται από το περιεχόμενο κατ' όγκο εδαφικό νερό.

Για τρισδιάστατη ροή ομογενούς ισότροπου πορώδους μέσου  $n$ , ο νόμος του Darcy διατυπώνεται ως ακολούθως:

$$q_x = KJ_x = -K \frac{\partial \varphi}{\partial x} = nV_x \quad (2.5.10)$$

$$q_y = KJ_y = -K \frac{\partial \varphi}{\partial y} = nV_y$$

$$q_z = KJ_z = -K \frac{\partial \varphi}{\partial z} = nV_z$$

- $n$ : πορώδες του υφιστάμενου εδάφους,
- $V$ : ταχύτητα του νερού και
- $\varphi$ : πιεζομετρικό φορτίο.

## Η υπόθεση του Dupuit

Στους περιορισμένους υδροφορείς για απλοποίηση του φαινομένου της υπόγειας ροής υδάτων η ροή θεωρείται οριζόντια με τη βοήθεια της υδραυλικής θεωρήσης. Στους ελεύθερους υδροφορείς οι ταχύτητες ροής μεταβάλλονται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και η ελεύθερη επιφάνεια δεν είναι ποτέ οριζόντια με αποτέλεσμα την ύπαρξη ροής προς όλες τις κατευθύνσεις. Κατά την υπόθεση Dupuit γίνεται η παραδοχή ότι η ροή είναι οριζόντια (παράλληλη στη βάση του υδροφορέα) και αγνοούνται οι κατακόρυφες μεταβολές ροής. Η υπόθεση αυτή βασίζεται στο ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας των υδροφορέων είναι μικρή (της τάξης του 1/1000 με 1/10000) με αποτέλεσμα οι οριζόντιες ταχύτητες σε κάθε κατακόρυφη διατομή να είναι ίσες, μηδενίζοντας τις μεταβολές της κατακόρυφης ταχύτητας.

Η σχέση Dupuit – Forchheimer:

$$Q' = K \frac{(h_0^2 - h_L^2)}{2L} \quad (2.5.11)$$

- $Q'$ : Παροχή ανά μονάδα πλάτους [ $L^2/T$ ]
- $K$ : Υδραυλική αγωγιμότητα [ $L/T$ ]
- $h_0, h_L$ : στάθμη ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις 0 και L αντίστοιχα [ $L$ ]
- $L$ : Απόσταση μεταξύ δύο διατομών του υδροφορέα [ $L$ ]

Η φυσική σημασία της υπόθεσης αυτής είναι ότι σε οποιοδήποτε σημείο του ελεύθερου υδροφορέα κατά μήκος ενός κατακόρυφου άξονα το υδραυλικό φορτίο παραμένει σταθερό.

$$Q' = qh(x) = -Kh(x) \frac{dh}{dx} = \text{σταθ.} \quad (2.5.12)$$

Λόγω του ότι στην επιφάνεια του υδροφόρου ορίζοντα η ατμοσφαιρική πίεση είναι μηδέν, το υδραυλικό φορτίο σε έναν ελεύθερο υδροφορέα ισούται με το ύψος αυτού από τον αδιαπέραστο πυθμένα. Επομένως η ειδική παροχή ανά μονάδα επιφάνειας για ελεύθερο υδροφορέα στους άξονες  $x$  και  $y$  με βάση το νόμο του Darcy είναι (Καρατζάς 2012):

$$q_x = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_y = -K \frac{\partial h}{\partial y} \quad h = h(x, y) \quad (2.5.13)$$

- $Q$ : ειδική παροχή [ $L/T$ ]
- $h$ : υδραυλικό φορτίο [ $L$ ]



## 2) Ο νόμος της συνέχειας

Η εξίσωση διατήρησης της μάζας νοεί ότι η μάζα του νερού σε διαφορικό όγκο διατηρείται, δηλαδή η μάζα που εισέρχεται όταν αφαιρεθεί από την μάζα που εξέρχεται ανά μονάδα χρόνου ισούται με την μεταβολή της μάζας στον διαφορικό αυτό όγκο (Σωτηροπούλου 2010). Δηλαδή, η διαφορά της συνολικής μάζας ρευστού που εισέρχεται σε ένα στοιχειώδες παραλληλεπίπεδο (από όλες τις διευθύνσεις x,y,z) μείον τη συνολική μάζα ρευστού που εξέρχεται είναι ίση με τη μεταβολή στο χρόνο της μάζας που είναι αποθηκευμένη σε αυτό (Bear 1979). Ο νόμος της συνέχειας (εξίσωση διατήρησης της μάζας) εκφράζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (2.5.14)$$

- $q_x, q_y, q_z$ : η ειδική παροχή άξονες ροής x, y, z αντίστοιχα
- $\rho$ : η πυκνότητα του ρευστού (νερού)
- $n$ : το πορώδες του εδάφους

Με χρήση του συντελεστή αποθηκευτικότητας  $S_s$  [ $L^{-1}$ ] για τον περιορισμένο υδροφορέα προκύπτει η εξίσωση:

$$\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} = -\rho S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (2.5.15)$$

Υποθέτοντας ότι η πυκνότητα  $\rho$  δε μεταβάλλεται στο χώρο άρα  $\rho=1$

$$\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} = -S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (2.5.16)$$

Προσθέτοντας τον όρο φόρτισης  $W$  ( $L^{-1}$ )

$$\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} = -S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} + W \quad (2.5.17)$$

Η εξίσωση συνέχειας για **τριδιάστατη ροή** αναλόγως του τύπου του υδροφορέα και της κατάστασης ροής:

- Ανομογενής και ανισότροπος:

$$-S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \quad (2.5.18)$$

- Ανομογενής και ισότροπος:

$$-S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \quad (2.5.19)$$

- Ομογενής και ανισότροπος

$$-S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} = K_{xx} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (2.5.20)$$

- Ομογενής και ισότροπος

$$-S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} = K \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) \quad (2.5.21)$$

Αν η ροή είναι **μόνιμη** ( $S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$ , σταθερή πιεζομετρική επιφάνεια, σταθερή ταχύτητα ροής), η ανωτέρω εξίσωση είναι ελλειπτικού τύπου και η επίλυση της επιτυγχάνεται μόνο με τη γνώση οριακών συνθηκών. Για κατάσταση μόνιμης ροής σε ομογενή και ισότροπο υδροφορέα η εξίσωση συνέχειας ονομάζεται εξίσωση **Laplace**.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.5.22)$$

Αντίθετα, στις **μη μόνιμες ροές** ( $S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \neq 0$ , η πιεζομετρική επιφάνεια αλλάζει με τον χρόνο), η εξίσωση γίνεται παραβολικού τύπου και η επίλυσή της απαιτεί τη γνώση εκτός των οριακών και των αρχικών συνθηκών.

Η εξίσωση συνέχειας για **δισδιάστατη ροή** αναλόγως του τύπου του υδροφορέα και της κατάστασης ροής:

→ Ροή σε **περιορισμένο** υδροφορέα:

⇒ **Μη μόνιμη** ροή:

• Ανομογενής και ανισότροπος:

$$S \frac{\partial \varphi}{\partial t} + Q = \frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \quad (2.5.22)$$

- S: η αποθηκευτικότητα περιορισμένου υδροφορέα [αδιάστατο μέγεθος]
- $T_x, T_y$ : η μεταφορικότητα κατά τη διεύθυνση x και y αντίστοιχα [ $L^2 T^{-1}$ ]
- Q: η συνολική παροχή άντλησης ή τροφοδοσίας [ $L^3 T^{-1}$ ]. Περιλαμβάνονται σημειακές πηγές (πηγάδια) ή κατανεμημένες (επιφανειακή διήθηση). Έχει θετικό πρόσημο όταν πρόκειται για πηγάδια άντλησης και αρνητικό όταν πρόκειται για πηγάδια φόρτισης.

• Ανομογενής και ισότροπος:

$$S \frac{\partial \varphi}{\partial t} + Q = \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \quad (2.5.23)$$

• Ομογενής και ανισότροπος:

$$S \frac{\partial \varphi}{\partial t} + Q = T_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad (2.5.24)$$

• Ομογενής και ισότροπος:

$$S \frac{\partial \varphi}{\partial t} + Q = T \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) \quad (2.5.25)$$

⇒ Αν η ροή είναι **μόνιμη** το αριστερό σκέλος των εξισώσεων ισούται με 0. Για κατάσταση μόνιμης ροής σε ομογενή και ισότροπο υδροφορέα, όπως και στην τρισδιάστατη μορφή έτσι και στη δισδιάστατη μορφή της, η εξίσωση συνέχειας εξ' αιτίας της υπόθεσης οριζόντιας ροής γίνεται:  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$

→ Στην περίπτωση του **περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή** η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$S \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - Q - q_1 + q_2 \quad (2.5.22)$$

$$\circ q_1 = K_1 \frac{\varphi - \varphi_1}{b_1} = \frac{\varphi - \varphi_1}{c_1} \quad \text{και} \quad q_2 = K_2 \frac{\varphi_2 - \varphi}{b_2} = \frac{\varphi_2 - \varphi}{c_2}$$

όπου  $c_i = \frac{b_i}{K_i}$  με  $(i=1,2)$  συντελεστής αντίστασης

$$\bullet \frac{S}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\varphi_1 - \varphi}{\lambda_1^2} + \frac{\varphi_2 - \varphi}{\lambda_2^2} - \frac{Q}{T} \quad (2.5.23)$$

$$\circ \lambda_i = \left( \frac{T b_i}{K_i} \right)^{\frac{1}{2}} = (T c_i)^{\frac{1}{2}} \text{ όπου } (i=1,2) \text{ παράγοντας διαρροής}$$

→ Ροή σε **φρεάτιο** υδροφορέα:

⇒ Ανομογενής και ανισότροπος υδροφορέας:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = \frac{\partial}{\partial x} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (2.5.24)$$

⇒ Ομογενής και ισότροπος υδροφορέας (**Εξ. Boussinesq**):

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = K \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] - Q \quad (2.5.25)$$

Οι εξισώσεις (2.5.24) και (2.5.25) είναι **μη γραμμικές**. Έπειτα από μια διαδικασία

**γραμμικοποίησης** η (2.5.25) γίνεται:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = Kh \left[ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (2.5.26)$$

Η σχέση (2.5.26) χρησιμοποιείται μόνο αν οι μεταβολές στην στάθμη της θάλασσας είναι πολύ μικρές συγκριτικά με το συνολικό πάχος του υδροφορέα, σε διαφορετική περίπτωση χρησιμοποιείται η εξίσωση (2.5.24 και 2.5.25).

Στην περίπτωση **φρεάτιου υδροφορέα με διαρροή** η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = Kh \left[ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] - Q - \frac{h-\varphi}{c} \quad (2.5.27)$$

- h: η ελεύθερη επιφάνεια του υδροφορέα [L],
- φ: η πιεζομετρική επιφάνεια του υποκείμενου περιορισμένου υδροφορέα [L] και
- c: η αντίσταση του ημιπερατού στρώματος [T]

Η αναλυτική λύση των εξισώσεων ροής είναι δυσχερής και γι' αυτό προτιμάται η αριθμητική επίλυση με τη βοήθεια πεπερασμένων διαφορών και στοιχείων.

## 2.6 Αρχικές και οριακές συνθήκες

Τα μαθηματικά μοντέλα αποτελούνται από τις εξισώσεις του συστήματος, τις οριακές συνθήκες και τις αρχικές συνθήκες. Αφού αρχικά επιλεχθεί η διαφορική εξίσωση που προσομοιώνει καλύτερα τη ροή, ορίζονται στη συνέχεια τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του υδροφορέα καθώς και οι αρχικές και οι οριακές συνθήκες ροής:

- Τα **γεωμετρικά όρια** του πεδίου ροής, τα οποία συμπίπτουν με τα φυσικά : ποτάμια, λίμνες, αδιαπέρατοι σχηματισμοί κτλ.
- Οι τιμές των **παραμέτρων** των υδροφορέων : υδραυλική αγωγιμότητα, αποθηκευτικότητα κτλ.

### **Αρχικές συνθήκες:**

Ως αρχική συνθήκη ορίζεται η κατανομή του πιεζομετρικού ή υδραυλικού φορτίου στη χρονική στιγμή της αρχής του φαινομένου (Γιαννουλόπουλος 2000). Ανάλογα με το εξεταζόμενο πρόβλημα οι αρχικές συνθήκες μπορούν να αναφέρονται σε κάποια άλλη μεταβλητή πέρα του πιεζομετρικού ή υδραυλικού φορτίου. Κατά την εξέταση του προβλήματος της υφαλμύρινσης, χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις του Strack και μελετάται η μεταβολή του δυναμικού.

### **Οριακές συνθήκες:**

Οι οριακές συνθήκες είναι η μαθηματική δήλωση που καθορίζουν την εξαρτημένη μεταβλητή (στάθμη-head) ή την παράγωγο αυτής (ροή-flux) στα όρια της περιοχής του προβλήματος. Περιγράφουν δηλαδή, τον τρόπο επικοινωνίας του ρευστού με το περιβάλλον του (Λατινόπουλος 1986).

Η σωστή επιλογή των οριακών συνθηκών είναι ένα σημαντικό βήμα στην κατασκευή του μοντέλου. Σε προσομοιώσεις σταθερής κατάστασης (steady-state), τα όρια καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη μορφή της ροής. Από μελέτες που έγιναν (Franke et al., 1987) εξάγεται το συμπέρασμα ότι η επιλογή των οριακών συνθηκών είναι το βήμα της προσομοίωσης που υπόκειται στα σοβαρότερα σφάλματα.

Τα φυσικά όρια των συστημάτων ροής υπογείων υδάτων σχηματίζονται από τη φυσική παρουσία ενός αδιαπέρατου στρώματος βράχου ή από ένα στρώμα επιφανειακού ύδατος. Άλλα όρια σχηματίζονται ως αποτέλεσμα υδρολογικών συνθηκών. Αυτά τα αόρατα όρια είναι υδραυλικά όρια που περιλαμβάνουν υπόγεια χωρίσματα και ποτάμια. Τα υδρογεωλογικά όρια εκφράζονται από τους ακόλουθους τρεις τύπους μαθηματικών συνθηκών.

### **• Τύπος 1: Όρια καθορισμένου πιεζομετρικού φορτίου (Συνθήκες Dirichlet)**

Οι συνθήκες αυτές αφορούν τη μεταβλητή του προβλήματος. Στα όρια αυτά, το πιεζομετρικό φορτίο είναι δεδομένο και ίσως να μεταβάλλεται χρονικά με γνωστό τρόπο. Όταν το πιεζομετρικό φορτίο είναι σταθερό το όριο αποτελεί ταυτόχρονα και **ισοδυναμική γραμμή** (ή ισοδυναμική επιφάνεια για το τρισδιάστατο πρόβλημα), γεγονός που επισημαίνει την κάθετη προς αυτό ροή από ή προς τον υδροφορέα.

### **• Τύπος 2: Όρια καθορισμένης ροής (Συνθήκες Neumann).**

Οι συνθήκες αυτές αφορούν τη παράγωγο της μεταβλητής του προβλήματος. Στα όρια αυτά η παράγωγος της ροής (flux) κατά μήκος του ορίου είναι δεδομένη. Δηλαδή, η εισροή και εκροή του ρευστού από ή προς γειτονικό υδροφορέα είναι δεδομένη. Όταν αυτή είναι σταθερή τότε το όριο αυτό

αποτελεί ταυτόχρονα και **γραμμή ροής**. Όταν τη σταθερή ροή ίση με το μηδέν, αυτό συνεπάγεται την ύπαρξη αδιαπέρατου φράγματος και της οριακής συνθήκης μηδενικής ροής (δηλ. μηδενικής εισροής ή εκροής)

• **Τύπος 3: Όρια εξαρτημένης από το υδραυλικό ύψος ροής (Συνθήκες Cauchy ή συνθήκη μικτού ορίου).**

Στα όρια αυτά η ροή (flux) κατά μήκος του ορίου υπολογίζεται με δεδομένη μια τιμή του υδραυλικού ύψους στο όριο. Αυτός ο τύπος οριακής συνθήκης αποτελεί συνδυασμό των προηγούμενων αφού συσχετίζει τις οριακές τιμές της στάθμης με τη ροή. Υπάρχουν αρκετοί τύποι ορίων ροής εξαρτημένης από το υδραυλικό ύψος.

Ο εξεταζόμενος υδροφορέας οριοθετείται στη βόρεια και νότια πλευρά του από αδιαπέρατους σχηματισμούς (ειδική περίπτωση συνθηκών Neumann). Δυτικά συνορεύει με τη θάλασσα (συνθήκη Dirichlet) ενώ από τα ανατολικά τροφοδοτείται με σταθερή παροχή (συνθήκη Neumann).

## 2.7 Δίκτυα γραμμών ροής και δυναμικού

**Γραμμές ροής** ονομάζονται οι καμπύλες εκείνες του οριζόντιου επιπέδου  $x,y$  που έχουν ως ιδιότητα, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή  $t$ , σε κάθε σημείο τους το διάνυσμα της ταχύτητας (ειδικής παροχής) είναι εφαπτόμενο. Στα ανισότροπα εδάφη οι γραμμές ροής δεν είναι κάθετες στις γραμμές ίσου πιεζομετρικού φορτίου. Με άλλα λόγια η ταχύτητα αποκλίνει από τη διεύθυνση μεταβολής του κινούντος αιτίου, διότι η ευκολία κίνησης δεν είναι ίδια σε όλες τις κατευθύνσεις.

Το **δυναμικό** σχετίζεται άμεσα με το πιεζομετρικό φορτίο καθώς και με άλλες παραμέτρους του υδροφορέα και πολλές φορές χρησιμοποιείται το δυναμικό αντί του πιεζομετρικού φορτίου. Η συσχέτιση δυναμικού και πιεζομετρικού φορτίου προκύπτει από την επίλυση των σχέσεων (2.11.6) και (2.11.8α).

**Γραμμή ίσου δυναμικού ή ισοδυναμική γραμμή** ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων ίσου δυναμικού του επιπέδου  $x-y$ . Στους περιορισμένους υδροφορείς οι ισοδυναμικές γραμμές ενώνουν σημεία που έχουν ίδιο υδραυλικό φορτίο και ίδιο πιεζομετρικό φορτίο για τους ενώ στους φρεάτιους υδροφορείς αποτελούν μια αναπαράσταση τους ελεύθερης επιφάνειας του υδροφορέα. Οι γραμμές ροής και οι γραμμές δυναμικού στα σημεία που διασταυρώνονται, διασταυρώνονται υποχρεωτικά κάθετα.

## 2.8 Υδραυλική των πηγαδιών

Οι διάφορες περιπτώσεις των ροών που προκαλούνται από αντλήσεις υπόγειου νερού μέσα από πηγάδια μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα:

- α) με το αν η ροή είναι μόνιμη ή μη μόνιμη και
- β) με το αν η ροή γίνεται σε περιορισμένο ή σε φρεάτιο υδροφορέα.

Σε έναν άπειρης έκτασης υδροφορέα, θεωρητικά δεν είναι δυνατόν να υπάρξει μόνιμη ροή, αφού αντλούμε συνεχώς νερό από το πηγάδι, άρα ο κώνος πτώσεως αυξάνεται συνεχώς. Πρακτικά μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, η πρόσθετη πτώση στάθμης γίνεται ανεπαίσθητη. Έτσι η ακτίνα επιρροής του πηγαδιού ορίζεται με τον ακόλουθο τρόπο:

**Ακτίνα επιρροής** ενός πηγαδιού είναι η απόσταση πέρα από την οποία η ροή δεν επηρεάζεται από τη λειτουργία του πηγαδιού αυτού.

Όταν η ροή είναι μη μόνιμη σημαίνει ότι μελετάται ένας υδροφορέας στον οποίο υπάρχουν μεταβολές (πχ. οι αντλήσεις ή η τροφοδοσία) συναρτήσει του χρόνου. Συνεπώς εξαρτάται και η πτώση στάθμης από τη χρονική στιγμή μελέτης.

Σε οποιαδήποτε περίπτωση πάντως η μελέτη του προβλήματος ξεκινά θεωρώντας την (αρχική) θέση της πιεζομετρικής ή της ελεύθερης επιφάνειας πριν αρχίσει η διαδικασία της άντλησης. Στη συνέχεια το πρόβλημα λύνεται με άγνωστη μεταβλητή την πτώση στάθμης,  $s(x, y, t)$ , της πιεζομετρικής ή ελεύθερης επιφάνειας. Το μέγεθος αυτό ορίζεται σε κάθε σημείο  $(x, y)$  του υδροφορέα και για κάθε χρονική στιγμή,  $t$ , ως η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ της αρχικής και της υπόψη θέσης της αντίστοιχης επιφάνειας.

### **Μόνιμη ροή:**

#### **Άντληση πηγαδιού σε περιορισμένο υδροφορέα:**

$$s = \frac{Q_0}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \quad (\text{σχέση Dupuit}) \quad (2.8.1)$$

- $s$ : Πτώση στάθμης του υπό μελέτη σημείου [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],
- $T$ : Η μεταφορικότητα του υδροφορέα [ $L^3/T$ ],
- $R$ : Η ακτίνα επιρροής [L] και
- $r$ : Απόσταση του υπό μελέτη σημείου από το κέντρο του πηγαδιού [L].

$$s_1 - s_2 = \frac{Q_0}{2\pi T} = \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (\text{σχέση Thiem}) \quad (2.8.2)$$

- $s_1, s_2$ : πτώσεις στάθμης σε δύο θέσεις του υδροφορέα [L], και
- $r_1, r_2$ : απόσταση των δύο θέσεων από το κέντρο του πηγαδιού [L].

$$s - s_0 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_0}{r} \quad (2.8.3)$$

- $s$ : Πτώση στάθμης του υπό μελέτη σημείου [L],
- $s_0$ : Γνωστή πτώση στάθμης στην παρειά ( $r_0$ ) του πηγαδιού [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],
- $T$ : Η μεταφορικότητα του υδροφορέα [ $L^3/T$ ],
- $r_0$ : Η ακτίνα του πηγαδιού [L] και
- $r$ : Απόσταση του υπό μελέτη σημείου από το κέντρο του πηγαδιού [L].

#### **Άντληση πηγαδιού σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή:**

Σε αυτή την περίπτωση το ένα όριο του υδροφορέα είναι ημιπερατό. Η σχέση υπολογισμού της πτώσης στάθμης είναι:

$$s = \frac{Q_0}{2\pi T} \frac{K_0 \frac{r}{\lambda}}{\frac{r_0}{\lambda} K_1 \frac{r_0}{\lambda}} \quad (2.8.4)$$

- $s$ : Πτώση στάθμης του υπό μελέτη σημείου [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],
- $T$ : Η μεταφορικότητα του υδροφορέα [ $L^3/T$ ],
- $K_0, K_1$ : Η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel δεύτερου είδους,
- $r$ : Η ακτινική απόσταση του σημείου μελέτης από το σημείο άντλησης – κέντρο της ακτίνας του πηγαδιού [L],
- $r_0$ : Η ακτίνα του πηγαδιού [L],
- $\lambda$ : Παράγοντας διαρροής  $\lambda = (Tc)^{\frac{1}{2}}$  και
- $c$ : Η αντίσταση του ημιπερατού στρώματος  $c = b' K'$

Για  $x = \frac{r_0}{\lambda}$  και για  $x < 0.02$  τότε  $xK_1 x \approx 1$ . Άρα,  $s = \frac{Q_0}{2\pi T} K_0 \frac{r}{\lambda}$

Για  $x = \frac{r}{\lambda}$  και για  $x \ll 1$  ισχύει  $K_0 x = \ln \frac{1.123}{x}$ . Άρα,  $s = \frac{Q_0}{2\pi T} \ln \frac{1.123\lambda}{r}$  και δίνει εκτιμήσεις της πτώσης στάθμης με σφάλμα μικρότερο του 1%.

#### **Άντληση πηγαδιού σε φρεάτιο υδροφορέα:**

Με την αποδοχή της υπόθεσης Dupuit για οριζόντια ροή η πτώση στάθμης μπορεί να υπολογισθεί από τη σχέση:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q_0}{\pi K} = \ln \frac{R}{r} \quad (2.8.5)$$

- $H$ : Το αρχικό ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του υδροφορέα [L],
- $h$ : Το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας στο υπό μελέτη σημείο [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],
- $K$ : Η υδραυλική αγωγιμότητα του υδροφορέα [L/ T],
- $R$ : Η ακτίνα επιρροής [L] και
- $r$ : Η ακτινική απόσταση του σημείου μελέτης από το σημείο άντλησης - κέντρο της ακτίνας του πηγαδιού [L].

Αν και πάλι χρησιμοποιηθούν τα στοιχεία του πηγαδιού καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση που είναι γνωστή ως σχέση Dupuit – Forchheimer:

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q_0}{\pi K} = \ln \frac{R}{r_0} \quad (2.8.6)$$

- $r_0$ : Η ακτίνα του πηγαδιού [L].

#### **Άντληση πηγαδιού σε φρεάτιο υδροφορέα με διαρροή:**

Η βασική σχέση που περιγράφει τη στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας ( $h$ ) σε αυτή τη περίπτωση είναι:

$$h = \varphi - \frac{Q_0}{2\pi T} K_0 \frac{r}{\lambda} \quad (2.8.7)$$

- $h$ : Το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας στο υπό μελέτη σημείο [L],
- $\varphi$ : το πιεζομετρικό φορτίο του υποκείμενου περιορισμένου υδροφορέα [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],

- $T$ : Η μεταφορικότητα του υδροφορέα [ $L^3/T$ ],
- $K_0$ : Η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel δεύτερου είδους,
- $\lambda$ : Παράγοντας διαρροής  $\lambda = (Tc)^{\frac{1}{2}}$

**Μη μόνιμη ροή:**

**Άντληση πηγαδιού σε περιορισμένο ή φρεάτιο υδροφορέα:**

$$s(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi T} W(u) \quad (2.8.8)$$

- $s(r, t)$ : Πτώση στάθμης του υπό μελέτη σημείου συναρτήσει της θέσης και του χρόνου [L],
- $Q_0$ : Η σταθερή παροχή άντλησης του πηγαδιού [ $L^3/T$ ],
- $T$ : Η μεταφορικότητα του υδροφορέα [ $L^3/T$ ],
- $W(u)$  είναι η συνάρτηση πηγαδιού για περιορισμένο υδροφορέα και  $u = Sr^2/4Tt$  όπου  $S$  η αποθηκευτικότητα του υδροφορέα και  $t$  η χρονική στιγμή μελέτης.

Η  $W(u)$  δεν έχει αναλυτική σχέση υπολογισμού, όμως τιμές της μπορούν να βρεθούν είτε άμεσα μέσω μιας προσεγγιστικής σειράς είτε με παρεμβολή από σχετικούς πίνακες. Για μικρές τιμές της  $u$ , π.χ. για  $u < 0.01$  η πτώση της στάθμης μπορεί να δοθεί επίσης από τον προσεγγιστικό τύπο

$$s(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} \quad (2.8.9)$$

**Άντληση πηγαδιού σε περιορισμένο ή φρεάτιο υδροφορέα με διαρροή:**

Οι περιορισμένοι και οι φρεάτιοι υδροφορείς με διαρροή μπορούν προσεγγιστικά να υπολογιστούν από την ίδια σχέση. Υπολογίζοντας σταθερή αποθηκευτικότητα, η προσεγγιστική λύση του προβλήματος είναι η ακόλουθη σχέση (Λατινόπουλος., 1986):

$$s(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi T} W\left(u, \frac{r}{\lambda}\right) \quad (2.8.10)$$

- $W\left(u, \frac{r}{\lambda}\right)$ : Η συνάρτηση πηγαδιού για υδροφορέα με διαρροή.



## 2.9 Υφαλμύριση παράκτιων υδροφορέων

Ως **υφαλμύριση** υπόγειων υδροφορέων ορίζεται το φαινόμενο κατά το οποίο στους υδροφορείς, πέραν της ύπαρξης του γλυκού νερού παρατηρείται και η ύπαρξη υφάλμυρου (θαλασσινού) νερού. Η εισροή θαλασσινού νερού στο σύστημα των εν λόγω υδροφορέων έχει ως αποτέλεσμα την ποιοτική του υποβάθμιση, καταστρέφοντας τους ως πηγή πόσιμου νερού.

Το φαινόμενο της υφαλμύρισης παρατηρείται σε παράκτιους υδροφορείς, οι οποίοι υπεραντλούνται με σκοπό την αυξημένη κάλυψη των διαφόρων αναγκών που προκύπτουν σε νερό στις περιοχές όπου το αξιοποιήσιμο επιφανειακό νερό δεν επαρκεί. Όπως προαναφέρθηκε, το φαινόμενο αυτό, παρατηρείται έντονα στη χώρα μας, κυρίως τους καλοκαιρινούς μήνες, σε παράκτιες και νησιώτικες περιοχές. Προκειμένου να καλυφθούν οι αυξανόμενες ανάγκες σε νερό, σε συνδυασμό πολλές φορές με την έλλειψη επίγειων ταμιευτήρων, οι υδροφορείς υπεραντλούνται με αποτέλεσμα να οδηγούνται σε υφαλμύριση και να υποβαθμίζεται η ποιότητα του νερού τους.

Η υφαλμύριση υπόγειου υδροφορέα αποτελεί ειδική περίπτωση υπόγειας ροής και εμφανίζεται τόσο σε φρέατο (**Σχήμα 1**) όσο και σε περιορισμένο (**Σχήμα 2**) υδροφορέα. Η εισροή αυτή μπορεί να είναι μόνιμη ή συνηθέστερα μη μόνιμη ροή. Έτσι το αλμυρό νερό αντικαθιστά ίσες ποσότητες γλυκού νερού.

Πέραν της διείσδυσης θαλάσσιου νερού στους παράκτιους υδροφορείς, αιτία ύπαρξης του φαινομένου μπορεί να αποτελούν και γεωλογικοί παράγοντες. Η διείσδυση αλμυρού νερού σε παράκτιους υδροφορείς μπορεί να οφείλεται τόσο σε φυσικούς παράγοντες (πχ. ανύψωση της στάθμης της θάλασσας), όσο και σε ανθρωπογενείς (υπεραντλήσεις) ή πολλές φορές συνδυασμό των δύο. Όταν ο ρυθμός άντλησης σε φρέατα κοντά στη θάλασσα υπερβεί το ρυθμό φυσικής ή τεχνητής επαναφόρτισης του υδροφορέα, τότε θαλάσσιο νερό εισρέει στους υδροφορείς, καταστρέφοντάς τους ως πηγή πόσιμου νερού.

Μεταξύ γλυκού και υφάλμυρου νερού υπάρχει διαφορά πυκνότητας. Το γλυκό νερό έχει πυκνότητα  $\rho_f = 1.000 \text{ gr/cm}^3$  ενώ το υφάλμυρο  $\rho_s = 1.025 \text{ gr/cm}^3$ . Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργείται μια **μεταβατική ζώνη** ή **διεπιφάνεια** μεταβαλλόμενης πυκνότητας και ορισμένου πάχους. Λόγω της διαφοράς πυκνότητας γλυκού και υφάλμυρου νερού πάνω από τη διεπιφάνεια κινείται το ελαφρύ γλυκό νερό που εξέρχεται προς τη θάλασσα ενώ κάτω από αυτή το υφάλμυρο νερό που εισέρχεται στον υδροφορέα. Η διεπιφάνεια αυτή οριοθετεί την **αλάτινη σφήνα**, δηλαδή το τμήμα του υδροφορέα στο οποίο έχει εισέλθει το θαλασσινό νερό. **Χείλος** της αλάτινης σφήνας ορίζεται το σημείο τομής της διεπιφάνειας με τον πυθμένα του υδροφορέα και **πόδι** της αλάτινης σφήνας, όπου ονομάζεται το σημείο τομής της διεπιφάνειας με την επιφάνεια της θάλασσας.

Η προαναφερθείσα διαφορά πυκνότητας μεταξύ γλυκού και υφάλμυρου νερού έχει ως αποτέλεσμα να μεταβάλλονται οι υδραυλικές παράμετροι του υδροφορέα στη μεταβατική ζώνη που δημιουργεί εξ' αιτίας της μεταβολής συγκέντρωσης άλατος με συνεπακόλουθο να καθιστά τους παράκτιους υδροφορείς ιδιαίτερα πολύπλοκους ως σύστημα. Τα προβλήματα αυτά είναι ιδιαίτερα σύνθετα και δεν είναι απλός ο τρόπος προσέγγισής τους.

Για τον λόγο αυτό, ακολουθείται η τεχνική προσέγγισης του φυσικού συστήματος της μαθηματικής προσομοίωσης. Η μαθηματική προσομοίωση (βασισμένη σε μαθηματικά μοντέλα) αποτελεί ένα εργαλείο που διευκολύνει την εξαγωγή συμπερασμάτων για την ορθή διαχείριση υπόγειων υδροφορέων και επιτρέπει την πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους για διάφορες υποθετικές καταστάσεις (σενάρια) (Νάνου-Γιάνναρου 2001).

Η αναπαράσταση του μετώπου του θαλασσινού νερού (διεπιφάνειας) στη ζώνη μεταβαλλόμενης πυκνότητας των παράκτιων υδροφορέων γίνεται με δύο τρόπους:

- Θεώρηση διεπιφάνειας πεπερασμένου πάχους, λόγω υδροδυναμικής διασποράς (μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας) και
- Θεώρηση απότομης διεπιφάνειας, εάν το πάχος της διεπιφάνειας είναι μικρό σε σχέση με το πάχος του υδροφορέα (τα μοντέλα απότομης διεπιφάνειας) (Νάνου-Γιάνναρου 2001).

Τα **μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας (*variable density*)** θεωρούν ότι μεταξύ του γλυκού και του θαλασσινού νερού μεσολαβεί μια ζώνη πεπερασμένου πάχους στην οποία η μεταβολή της πυκνότητας του νερού γίνεται σταδιακά λόγω της υδροδυναμικής διασποράς και της ανάμιξης των δύο υγρών διαφορετικής πυκνότητας. Τα μοντέλα αυτά προσομοιώνουν καλύτερα το φυσικό σύστημα. Για την επίλυσή τους, απαιτείται η γνώση των παραμέτρων της διασποράς του άλατος που είναι δύσκολο να εκτιμηθούν. Στη θεώρηση αυτή οι διαφορικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι εξαιρετικά πολύπλοκες αφού επιλύονται ταυτόχρονα οι εξισώσεις ροής για το γλυκό και το θαλασσινό νερό με αποτέλεσμα να καθιστούν την διαδικασία επίλυσής του ιδιαίτερα πολύπλοκη και χρονοβόρα.

Τα **μοντέλα απότομης διεπιφάνειας (*sharp interface*)** θεωρούν ότι η μετάβαση από το αλμυρό στο γλυκό νερό γίνεται απότομα αφού η μεταβατική ζώνη μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού έχει μηδενικό πάχος συγκριτικά με το πάχος του υδροφορέα. Το μέτωπο του θαλασσινού νερού (διεπιφάνεια) αποκτά σταθερή γεωμετρία και τα δύο υγρά δεν αναμιγνύονται. Υπό την προϋπόθεση αυτή, δηλαδή ότι το θαλασσινό νερό παραμένει ακίνητο, χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις κίνησης του γλυκού νερού. Η μέθοδος αυτή αποτελεί την συνηθέστερη χρησιμοποιημένη μέθοδο προσομοίωσης με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα γιατί παρά το ότι αποτελεί μια απλοποιημένη προσέγγιση του φυσικού συστήματος, οι διαφορικές του εξισώσεις έχουν λιγότερες παραμέτρους και ο χρόνος ολοκλήρωσης του είναι πολύ μικρότερος σε σχέση με τα μοντέλα μεταβλητής πυκνότητας.

Όταν υπάρχει απουσία άντλησης τότε στο σύστημα επικρατεί **κατάσταση φυσικής ισορροπίας** και η διεπιφάνεια παραμένει ακίνητη. Όταν υπάρχει αυξημένη άντληση, σε βαθμό που η φυσική επαναπλήρωση δεν οδηγεί στην αποκατάσταση του υδροφορέα, τότε παρατηρείται πτώση του πιεζομετρικού φορτίου και κίνηση της διεπιφάνειας στο εσωτερικό μέχρι την επίτευξη μιας **νέας κατάστασης ισορροπίας**. (Μαντόγλου, Κουράκος 2005).

Η ποσότητα του θαλασσινού νερού που εισέρχεται στον υδροφορέα και του γλυκού νερού που εξέρχεται στη θάλασσα καθορίζεται από τις τιμές του πιεζομετρικού φορτίου, το οποίο σχετίζεται άμεσα με τις οριακές συνθήκες, την επιφανειακή τροφοδοσία και την άντληση.

Για το πρόβλημα της υφαλμύρινσης γίνεται επίλυση κατά Strack.

## 2.10 Προσέγγιση κατά Ghyben-Herzberg

Η προσέγγιση αυτή ερευνά τη διεπιφάνεια γλυκού και θαλασσινού νερού παράκτιων υδροφορέων προκειμένου να σχετίσει το σχήμα και τη θέση της με τις υδρολογικές παραμέτρους του υπόγειου νερού. Αποδεικνύεται ότι μέσω της υδροστατικής ισορροπίας μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού η στάθμη του θαλασσινού νερού στον υπόγειο υδροφόρα δεν βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας αλλά 40 φορές περίπου κάτω από την διαφορά του γλυκού νερού από το επίπεδο της θάλασσας (Bear 2012). Δηλαδή, για κάθε σημείο της ακίνητης διεπιφάνειας ισχύει η σχέση:

$$\xi = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f = \delta h_f = \frac{1}{\Delta s} h_f = 40 h_f \quad (2.10.1)$$

- $\xi$ : το ύψος της διεπιφάνειας από τη μέση στάθμη θάλασσας [L],
- $\rho_f$ : η πυκνότητα του γλυκού νερού [ $M/L^3$ ] όπου  $\rho_f = 1.000 gr/cm^3$ ,
- $\rho_s$ : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού [ $M/L^3$ ] όπου  $\rho_s = 1.025 gr/cm^3$ ,
- $h_f$ : το ύψος του γλυκού νερού πάνω από το επίπεδο της θάλασσας [L],
- $\delta = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} = \frac{1}{\Delta s}$  και  $\Delta s = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}$  [αδιάστατα μεγέθη]

Η σχέση αυτή, ως αποτέλεσμα της υδροστατικής ισορροπίας δύο μη αναμιγμένων ρευστών προέκυψε έπειτα από τις ακόλουθες παραδοχές:

- Οριζόντια ροή γλυκού νερού (ισχύει η θεώρηση Dupuit),
- Κατάσταση φυσικής ισορροπίας και ακίνητη διεπιφάνεια,
- Η πίεση είναι κοινή και στις δύο περιοχές,
- Δεν λαμβάνεται υπόψη η κατακόρυφη ταχύτητα και
- Το πάχος της ζώνης του γλυκού νερού είναι μηδέν στο σημείο εκροής.

Από την παραπάνω προσέγγιση εξάγονται γρήγορα και αξιόπιστα αποτελέσματα, ωστόσο αποτελεί μία απλοποιημένη θεώρηση η οποία μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα αφού στην πραγματικότητα:

- Δεν ισχύει η παραδοχή της οριζόντιας ροής καθώς υπάρχουν σημαντικές κατακόρυφες συνιστώσες ταχυτήτων. Συνήθως όμως, το μήκος της αλάτινης σφήνας είναι πολύ μεγάλο συγκριτικά με το πάχος του υδροφόρα οπότε οι κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι αμελητέα γεγονός που επιτρέπει τη θεώρηση οριζόντιας ροής.
- Στην πράξη το γλυκό νερό διαφεύγει προς τη θάλασσα ενώ η θεώρηση δεν επιτρέπει τον υπολογισμό επιφάνειας από την οποία πραγματοποιείται διέξοδος γλυκού νερού προς τη θάλασσα, Επομένως, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κάποια πεπερασμένη επιφάνεια εκροής.
- Η διεπιφάνεια αλμυρού-γλυκού νερού συνήθως δεν είναι ακίνητη αλλά κινείται προς το εσωτερικό του υδροφόρα (Νάνου 1999).

Το ομοίωμα της διεπιφάνειας της προσέγγισης Ghyben-Herzberg (**Σχήμα 3**) στην περίπτωση φυσικής ισορροπίας όπου η διεπιφάνεια θεωρείται ακίνητη και το θαλασσινό νερό εντός του υδροφόρα παραμένει ακίνητο ενώ υπάρχει μόνιμη ροή γλυκού νερού προς τη θάλασσα που υπακούει στην υπόθεση της οριζόντιας ροής (υπόθεση Dupuit) διαφέρει κατά πολύ από το ομοίωμα της πραγματικής ροής και διεπιφάνειας σε παράκτιο υδροφόρα (**Σχήμα 4**) που

λαμβάνει υπόψη τη δυναμική κίνηση της υπόγειας ροής καθώς επίσης και η μεταφορά μάζας του θαλασσινού νερού.

Η πιο πάνω εξίσωση με την προσθήκη ενός διορθωτικού παράγοντα προσεγγίζει καλύτερα την θέση της πραγματικής διεπιφάνειας λαμβάνοντας όμως υπόψη την υδροδυναμική διασπορά και άρα την θεώρηση του πεπερασμένου πάχους της διεπιφάνειας (Pool & Carrera 2011) και παίρνει τη μορφή:

$$\xi = \frac{1}{\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_T}{b'} \right)^{1/6} \right]} h_f \quad (2.10.2)$$

- $\xi$ : το ύψος της διεπιφάνειας από τη μέση στάθμη θάλασσας [L],
- $\rho_s$ : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού [M/L<sup>3</sup>] όπου  $\rho_s = 1.025 \text{ gr/cm}^3$ ,
- $\rho_f$ : η πυκνότητα του γλυκού νερού [M/L<sup>3</sup>] όπου  $\rho_f = 1.000 \text{ gr/cm}^3$ ,
- $\alpha_T$ : συντελεστής εγκάρσιας δυναμικής διασποράς [αδιάστατο μέγεθος],
- $b'$ : το ύψος της θάλασσας από τον πυθμένα [L],
- $h_f$ : το ύψος του γλυκού νερού πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας [L].

## 2.11 Ανάλυση κατά Strack

### Παραδοχές για την επίλυση προβλημάτων:

Το γενικό πρόβλημα της κίνησης υπογείων υδάτων σε παράκτιους υδροφορείς είναι πολύπλοκο απαιτώντας πάρα πολλές παραμέτρους που δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν εξαιτίας της ανομοιογένειας τους στο χώρο. Επομένως, κρίνεται απαραίτητη η απλοποίηση του προβλήματος και η υιοθέτηση των κατάλληλων παραδοχών ώστε να βγουν ορθά συμπεράσματα με βάση τα υπάρχοντα κάθε φορά δεδομένα (Strack 1976, Bear 1979, Cheng & Ouazar 1999, Cheng et al. 2000) :

- Παραδοχή της απότομης διεπιφάνειας ή αλλιώς του ευδιάκριτου ορίου (sharp interface), θεωρώντας ότι το μέτωπο αλμυρού νερού έχει πρακτικά σταθεροποιηθεί και δε μετακινείται.
- Παραδοχή μόνιμης ροής (steady state), οπότε η αποθηκευτικότητα του υδροφορέα αγνοείται.
- Παραδοχή οριζόντιας ροής (υπόθεση Dupuit) για το γλυκό νερό ενώ στη ζώνη 2 το θαλασσινό θεωρείται ακίνητο.
- Χρησιμοποιείται η σχέση των Ghyben-Herzberg για τον υπολογισμό της μορφής της διεπιφάνειας.
- Ο υδροφορέας είναι ισότροπος και ομογενής με οριζόντιο αδιαπέρατο πυθμένα.

### Χαρακτηριστικά σημεία και έννοιες:

**Αλάτινη σφήνα:** ορίζεται το τμήμα του υδροφορέα στο οποίο έχει εισέλθει το θαλασσινό νερό. Οριοθετείται από τη διεπιφάνεια αλμυρού γλυκού νερού.

**Πόδι (G)** της αλάτινης σφήνας ορίζεται ως το σημείο τομής της διεπιφάνειας με τον πυθμένα του υδροφορέα.

**Χείλος (L)** της αλάτινης σφήνας ορίζεται ως το σημείο τομής της διεπιφάνειας με την επιφάνεια της θάλασσας.

Διακρίνονται **τρεις ζώνες** με διαφορετικά χαρακτηριστικά:

**Ζώνη 1:** ο υδροφορέας συμπεριφέρεται ακριβώς όπως ένας φρεάτιος υδροφορέας με αδιαπέρατο υπόβαθρο.

**Ζώνη 2:** το γλυκό νερό συνυπάρχει με το θαλασσινό. Η διεπιφάνεια αποτελεί το μεταξύ τους όριο με το γλυκό νερό να επιπλέει πάνω από το θαλασσινό καθώς είναι ελαφρύτερο.

**Ζώνη 3:** περιλαμβάνει την περιοχή τροφοδοσίας του υδροφορέα.

### Αναλυτικές λύσεις:

Έστω ένας **ομογενής** και **ισότροπος** φρεάτιος παράκτιος υδροφορέας, για τον οποίο γίνεται υπόθεση σταθερής οριζόντιας ροής.

Η διαφορική εξίσωση συνεχείας στη ζώνη 1 είναι :

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( K \cdot h_f \cdot \frac{\partial h_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left( K \cdot h_f \cdot \frac{\partial h_f}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.11.1)$$

Ενώ στην ζώνη 2 γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( K \cdot b \cdot \frac{\partial h_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left( K \cdot b \cdot \frac{\partial h_f}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.11.2)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να περιγράψουν από την γενική εξίσωση:

$$\bar{V} = K \cdot b \cdot V h_f \quad (2.11.3)$$

Αν  $N$  είναι η επιφανειακή τροφοδοσία και  $Q_w$  η συνολική άντληση, η 2.11.3 γίνεται:

$$\bar{V} = (K \cdot b \cdot V h_f) + N - Q_w \quad (2.11.4)$$

Στην περίπτωση του φρεάτιου (**Σχήμα 5**) και του περιορισμένου (**Σχήμα 6**) υδροφορέα, το πάχος  $b$  του καθαρού νερού δεν είναι το ίδιο για τις δύο ζώνες.

### Φρεάτιος υδροφορέας :

- Ζώνη 1:  $b = h_f$
- Ζώνη 2:  $b = h_f - d + \xi$

### Περιορισμένος υδροφορέας :

- Ζώνη 1:  $b = B$
- Ζώνη 2:  $b = \xi - d + B$

Η κατακόρυφη απόσταση  $\xi$  της διεπιφάνειας από τη στάθμη της θάλασσας προσδιορίζεται με τη βοήθεια της προσέγγισης Ghyben-Herzberg :

$$h_f - d = \Delta s \cdot \xi \rightarrow \xi = \frac{1}{\Delta s} \cdot (h_f - d) \quad (2.11.5)$$

Με  $\rho_s = 1.025 \text{ gr/cm}^3$  και  $\rho_f = 1.000 \text{ gr/cm}^3$  το  $\Delta s = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} = 0.025$  άρα,

$$h_f - d = 0.025 \cdot \xi \rightarrow \xi = 40 \cdot (h_f - d)$$

Το **δυναμικό** στις ζώνες 1 και 2 ενός παράκτιου υδροφορέα στην περίπτωση μόνιμης οριζόντιας ροής είναι (Strack 1976, Cheng & Ouazar 1999) :

### Φρεάτιος υδροφορέας :

- Ζώνη 1:  $\Phi_{\delta\epsilon\xi} = \frac{1}{2} [ h_f^2 - (1 + \Delta s) d^2 ]$
- Ζώνη 2:  $\Phi_{\alpha\rho} = \frac{(1+\Delta s)}{2\Delta s} \cdot (h_f - d)^2$

### Περιορισμένος υδροφορέας :

- Ζώνη 1:  $\Phi_{\delta\epsilon\xi} = B \cdot h_f + \frac{\Delta s \cdot B^2}{2} - (1 + \Delta s) \cdot B \cdot d$
- Ζώνη 2:  $\Phi_{\alpha\rho} = \frac{(1+\Delta s)}{2\Delta s} \cdot [h_f + \Delta s \cdot B - (1 + \Delta s) d]^2$

Οι παραπάνω συναρτήσεις είναι **συνεχείς** μεταξύ των ζωνών 1 και 2. Οι εξισώσεις 2.11.6 και 2.11.7 φανερώουν τη σχέση ανάμεσα στο δυναμικό και στις υπόλοιπες παραμέτρους του συστήματος του υπόγειου υδροφόρου όγκου όπως είναι το πιεζομετρικό φορτίο, το πάχος του υδροφόρου σχηματισμού κ.α.

→ Στο **πόδι** της διεπιφάνειας (**σημείο G**) το δυναμικό ροής παίρνει συγκεκριμένη τιμή αφού ισχύει:  $\xi = d$  και η  $h_f - d = \Delta s \cdot \xi$  γίνεται  $h_f = (\Delta s + 1)d$ . Με  $\rho_s = 1.025 \text{ gr/cm}^3$  και  $\rho_f = 1.000 \text{ gr/cm}^3$  το  $\Delta s = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} = 0.025$  άρα,  $h_f - d = 0.025 \cdot \xi \rightarrow \xi = 1.025 \cdot d$

**Φρεάτιος υδροφορέας:** (2.11.8α)

$$\Phi_G = \Phi_{\alpha\rho} = \Phi_{\delta\varepsilon\xi} = \frac{\Delta s (1 + \Delta s)}{2} \cdot d^2$$

**Περιορισμένος υδροφορέας:** (2.11.8β)

$$\Phi_G = \Phi_{\alpha\rho} = \Phi_{\delta\varepsilon\xi} = \frac{\Delta s}{2 \cdot B^2}$$

Οι εξισώσεις (2.11.4), (2.11.6), (2.11.7) ικανοποιούν την εξίσωση (Μαντόγλου 2002):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + N - Q = 0 \quad (2.11.9)$$

Στην περίπτωση ομογενούς και ισότροπου υδροφόρου προκύπτει η **εξίσωση Laplace**:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \text{ ή } \bar{\nabla}^2 \Phi = 0 \quad (2.11.10)$$

η οποία γενικεύεται ώστε να περιλάβει δύο ακόμη όρους N (επιφανειακή τροφοδοσία) και  $Q_w$  (άντληση):

$$K \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + N - Q_w = 0 \quad (2.11.11)$$

→ Στο **χείλος** της διεπιφάνειας (**σημείο L**),  $\xi = 0$  άρα  $h_f = 0$ . οπότε σύμφωνα με τις (2.11.6) και (2.11.7) το δυναμικό  $\varphi = 0$ , και ισχύει για φρεάτιο και περιορισμένο υδροφορέα.

## 2.12 Ύπαρξη φρέατος άντλησης – Επίλυση κατά Strack

Έστω ένας παράκτιος υδροφορέας **ημιαπείρων διαστάσεων** στον οποίο η παροχή ανά μονάδα πλάτους είναι q. Σε απόσταση  $x_w$  από την ακτή υπάρχει ένα φρέαρ άντλησης  $Q_w$ . Το δυναμικό σε κάθε σημείο του υδροφόρου, σύμφωνα με τον Strack (Strack 1976, Cheng & Ouazar 1999), υπολογίζεται με τη μέθοδο των εικόνων από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{q}{K} \cdot x_{toe} + \frac{Q_w}{4 \cdot \pi \cdot K} \cdot \ln \left[ \frac{(x - x_w)^2 + y^2}{(x + x_w)^2 + y^2} \right] \quad (2.12.1)$$

Η θέση του ποδίου της αλάτινης σφήνας υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση, αφού είναι γνωστό το δυναμικό (2.26), τόσο για φρεάτιο όσο και για περιορισμένο υδροφορέα:

$$\Phi_{toe} = \frac{q}{K} \cdot x_{toe} + \frac{Q_w}{4 \cdot \pi \cdot K} \cdot \ln \left[ \frac{(x_{toe} - x_w)^2 + y^2}{(x_{toe} + x_w)^2 + y^2} \right] \quad (2.12.2)$$

Η θέση του ποδίου της αλάτινης σφήνας (σημείο G) επισημαίνει την πορεία της υφαλμύρινσης στο εσωτερικό του υδροφόρου. Η λειτουργία

φρέατος άντλησης διαταράσσει τη φυσική ισορροπία προκαλώντας τη μετατόπιση του σημείου G.

Στο **(Σχήμα 7)** διακρίνεται η τομή ενός παράκτιου φρεάτιου υδροφορέα με ένα πηγάδι και επισημαίνονται τα σημεία:

- G: πόδι αλάτινης σφήνας με δυναμικό  $\phi_G = \frac{\Delta s(1+\Delta s)}{2} \cdot d^2$
- S: **υπόγειος υδροκρίτης (stagnation point)** ορίζεται το σημείο που αντιστοιχεί σε κλίση υδραυλικού φορτίου ίση με μηδέν και πρακτικά Οριοθετεί την περιοχή τροφοδοσίας του φρέατος στην ζώνη 2, δηλαδή, καθορίζει την περιοχή στην οποία το νερό κινείται προς το πηγάδι με παροχή άντλησης  $Q_w$ . Το σημείο S, πρακτικά ορίζει το τέλος του κώνου ταπείνωσης και λειτουργεί ως υπόγειος υδροκρίτης (Παπαντωνίου 2003). Κατά την αύξηση της παροχής άντλησης, παρουσιάζει αντίθετη συμπεριφορά από το πόδι της αλάτινης σφήνας, μετακινούμενο προς την ακτή και όχι προς το εσωτερικό του υδροφορέα.

Για μικρή παροχή άντλησης τα σημεία G και S βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, η οποία όμως μειώνεται διαδοχικά με αύξηση της παροχής.

Αύξηση της παροχής άντλησης οδηγεί σε μετατόπιση του σημείου G προς το εσωτερικό του υδροφορέα προκαλώντας σταδιακά την υφαλμύριση του πηγαδιού.

Υπάρχει μια κρίσιμη τιμή της παροχής, η **κρίσιμη παροχή**  $Q_c$  για την οποία δημιουργείται μια ασταθής κατάσταση των σημείων επαφής, όπου το πόδι της αλάτινης σφήνας G συμπίπτει με το stagnation point και ονομάζεται **οριακή θέση**.

Επιπλέον αύξηση της παροχής άντλησης  $Q_w$ , οδηγεί σε πολύ γρήγορη μετακίνηση της θέσης του σημείου επαφής σε σημεία γύρω από το φρέαρ, δηλαδή για  $Q_w \geq Q_c$  επέρχεται γρήγορη υφαλμύριση του φρέατος και καταστροφή του. Παύει να ισχύει η θεώρηση της ακίνητης διεπιφάνειας με βάση την οποία γίνεται η επίλυση του Strack.

Η κρίσιμη τιμή της παροχής είναι η μέγιστη δυνατή χωρίς να υφαλμυρισθεί το φρέαρ και δίνεται από τη σχέση: (Strack 1976, Cheng and Ouazar 1999)

$$\Phi = \frac{q}{K} \cdot x_w \cdot \sqrt{1 - \frac{Q_c}{\pi \cdot q \cdot x_w}} + \frac{Q_c}{2 \cdot \pi \cdot K} \cdot \left[ \ln \frac{1 - \sqrt{\frac{1-Q_c}{\pi \cdot q \cdot x_w}}}{1 + \sqrt{\frac{1-Q_c}{\pi \cdot q \cdot x_w}}} \right] \quad (2.12.3)$$

αφού το δυναμικό στο πόδι της αλάτινης σφήνας  $\phi_{toe}$  έχει προηγουμένως υπολογισθεί από τις σχέσεις (2.26).

$$x_{toe,max} = x_s = x_w \cdot \sqrt{\frac{1-Q_c}{\pi \cdot q \cdot x_w}} \quad (2.12.4)$$

Όταν τα πηγάδια άντλησης είναι περισσότερα του ενός και αντλούν ταυτόχρονα το δυναμικό σύμφωνα με τους Cheng & Quazar (1999) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{q}{K} \cdot x + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4 \cdot \pi \cdot K} \cdot \ln \left[ \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{(x+x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right] \quad (2.12.5)$$

- $Q_i$ : η παροχή άντλησης κάθε πηγαδιού
- $x_i, y_i$ : οι συντεταγμένες κάθε πηγαδιού άντλησης

Η αναλυτική επίλυση των εξισώσεων ροής με παρουσία πηγαδιών αναφέρεται σε υδροφορείς ημιαπείρων διαστάσεων. Σε πρακτικά προβλήματα, οι υδροφορείς έχουν πεπερασμένες διαστάσεις και συγκεκριμένα όρια. Η εφαρμογή των παραπάνω αναλυτικών σχέσεων (Cheng et al. 2000) μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα.

Ο Μαντόγλου (2002) χρησιμοποιεί τις εξισώσεις του Strack σε συνδυασμό με τη μέθοδο των εικόνων για να εκτιμήσει, με αναλυτικές σχέσεις, τη συμπεριφορά ενός παράκτιου υδροφορέα πεπερασμένων διαστάσεων ορθογωνίου σχήματος. Στην περίπτωση τυχαίου σχήματος υδροφορέα με μεταβαλλόμενη υδραυλική αγωγιμότητα ή τροφοδοσία, η επίλυση με αναλυτικές σχέσεις είναι αδύνατη (Μαντόγλου 2002). Εφαρμόζονται τότε αριθμητικές μέθοδοι μέσω των γνωστών μοντέλων SUTRA (Gorelick et al. 1984, Hallaji and Yazicigil 1996), SHARP (Emch and Yeh 1998) και MODFLOW (Μαντόγλου 2002).

Γενικά, το πρόβλημα της υφαλμύρισης όπως εξετάζεται από τον Strack εισάγει και χρησιμοποιεί την έννοια του δυναμικού. Υιοθετούνται οι παραδοχές του ομογενούς και ισότροπου υδροφορέα, του ευδιάκριτου ορίου (sharp interface) και της μόνιμης οριζόντιας ροής για το γλυκό νερό ενώ το θαλασσινό θεωρείται ακίνητο. Αξιοποιείται η προσέγγιση Ghyben Herzberg για τον υπολογισμό της μορφής της διεπιφάνειας. Ορίζεται από τον Strack ένα σύνολο αναλυτικών σχέσεων οι οποίες, με δεδομένα τη θέση και την παροχή άντλησης, προσδιορίζουν το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο του υδροφορέα και τη θέση του ποδιού της αλάτινης σφήνας.

Η ισχύς των αναλυτικών σχέσεων 2.12.1 έως 2.12.5 περιορίζεται σε ομογενείς και ισότροπους υδροφορείς ημιαπείρων διαστάσεων. Στα πρακτικά προβλήματα, οι πεπερασμένες διαστάσεις, το τυχαίο σχήμα και η ανομογένεια του υδροφορέα επιβάλλει την εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης (2.11.11). Αντικαθιστώντας στην εξίσωση συνεχείας του υδροφορέα το πιεζομετρικό φορτίο με το αντίστοιχο δυναμικό προκύπτει η διαφορική εξίσωση (2.11.9). Η μορφή της προσεγγίζει αυτή της εξίσωσης συνεχείας ενός περιορισμένου υδροφορέα. Έτσι για την επίλυσή της μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο επίλυσης προβλημάτων ροής Modflow.



## 2.13 Εκτελούμενοι υπολογισμοί Modflow – Επίλυση κατά Strack

Ο προς εξέταση φρεάτιος υδροφορέας θεωρείται **ομογενής και ισότροπος**, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Τροφοδοτείται μέσω κατείδυσης και πλευρικής εισροής ενώ η εξασφάλιση νερού για διάφορες χρήσεις γίνεται μέσω αντλήσεων. Ισχύει η εξίσωση συνεχείας (2.11.11) :

$$K\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right) + N - Q_w = 0$$

- $\Phi$ : το δυναμικό
- $Q_w$ : Παροχή πηγαδιού
  - θετικές τιμές στην περίπτωση άντλησης και
  - αρνητικές στην περίπτωση τροφοδοσίας.

Η μορφή της εξίσωσης (2.11.11) είναι όμοια με αυτή της εξίσωσης **οριζόντιας ροής για ομογενή και ισότροπο περιορισμένο υδροφόρα**,

$$T\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right) + N - Q_w = 0 \quad (2.13.1)$$

- $\varphi$ : το πιεζομετρικό φορτίο

Οι **διαφορές** μεταξύ (2.11.11) και (2.13.1) είναι ότι η (2.11.11) αντί του πιεζομετρικού φορτίου χρησιμοποιεί το δυναμικό και αντί της μεταφορικότητας  $T$ , την υδραυλική αγωγιμότητα  $K$  και **ισχύει για  $b = 1$**  (Γι' αυτό, θέτουμε στο Modflow μοναδιαίο πάχος υδροφορέα). Έτσι για την επίλυσή της μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα λογισμικό επίλυσης των προβλημάτων ροής όπως είναι το **Modflow**.

Το Modflow αποτελεί ένα τρισδιάστατο μοντέλο επίλυσης των προβλημάτων ροής. Υπολογίζει το υδραυλικό φορτίο σε όλα σημεία του υδροφορέα στο κέντρο του κάθε κελιού του δικτύου πεπερασμένων διαφορών.

Στην παρούσα όμως εργασία, χρησιμοποιείται για τον **υπολογισμό του δυναμικού** έπειτα από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης 2.11.11. Έτσι, το πρόβλημα της υφαλμύρισης όπως έχει αναλυθεί και επιλυθεί από τον Strack **ανάγεται σε πρόβλημα οριζόντιας ροής** ενός περιορισμένου υδροφορέα του οποίου η μεταφορικότητα τίθεται ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα του εξεταζόμενου φρεάτιου υδροφορέα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΓΝΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ

### 3.1 Λογισμικό προεπεξεργασίας και προετοιμασίας δεδομένων PMWIN

Το Processing Modflow for Windows (PMWIN) είναι ένα λογισμικό προεπεξεργασίας και προετοιμασίας των δεδομένων εισόδου στο Modflow. Παρέχει ένα φιλικό περιβάλλον εργασίας όπου εισάγονται οι απαραίτητες πληροφορίες δημιουργώντας παράλληλα τα αντίστοιχα αρχεία. Έχουν αναπτυχθεί από διάφορους φορείς και ερευνητικά ιδρύματα, ενδιαφέροντα λογισμικά προεπεξεργασίας και προετοιμασίας των δεδομένων εισόδου στο Modflow, όπως είναι το Processing Modflow for Windows (PMWIN) το οποίο προσφέρει ένα φιλικό στο χρήστη γραφικό περιβάλλον εργασίας και σε συνδυασμό με το Modflow αποτελεί ένα ολοκληρωμένο σύστημα προσομοίωσης της ροής υπόγειου νερού. Παρέχει ένα εύχρηστο περιβάλλον εργασίας για την εισαγωγή των δεδομένων καθώς και τη δυνατότητα συνεργασίας με πληθώρα προγραμμάτων όπως είναι το Modflow, το μοντέλο μεταφοράς PMPATH, τα μοντέλα μεταφοράς διαλυτών ουσιών MT3D, MT3DMS, MOC3D και τα μοντέλα για το αντίστροφο πρόβλημα PEST και UCODE. Πιο αναλυτικά, αρχικά ο μελετητής εισάγει τα δεδομένα (σχήμα, έκταση και είδος υδροφορέα, υδραυλική αγωγιμότητα, μεταφορικότητα, οριακές και αρχικές συνθήκες, αντλήσεις, τροφοδοσία κλπ) στο PMWIN, όπου καταχωρούνται στα αντίστοιχα binary αρχεία, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια από το Modflow. Στην παρούσα εργασία ο κώδικας είναι προγραμματισμένος ώστε να είναι ανεξάρτητος από το PMWIN.

### 3.2 Υδροφορέας προς προσομοίωση

Ο εξεταζόμενος παράκτιος υδροφορέας βρίσκεται στο Βαθύ της Καλύμνου (**Σχήμα 8**) Αναπαρίσταται από ένα απλό μοντέλο προσομοίωσης σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ίδια τιμή υδραυλικής αγωγιμότητας και τροφοδοσίας σε όλη του την έκταση. Βόρεια και νότια οριοθετείται από αδιαπέρατους σχηματισμούς, ανατολικά συνορεύει με τη θάλασσα ενώ δυτικά θεωρείται ότι τροφοδοτείται με σταθερή εισροή.

Πιο συγκεκριμένα, ο φρεάτιος υδροφορέας θεωρείται σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου μήκους 7000m και πλάτους 3000m. Το βάθος μέχρι το αδιαπέρατο στρώμα είναι 25m και η υδραυλική αγωγιμότητα  $K=100\text{m/d}$ . Η τροφοδοσία του γίνεται μέσω:

(α) ετήσιας κατείσδυσης  $N_1=0.03\text{m/year}$  και

(β) πλευρικής εισροής η οποία υπολογίζεται με δεδομένη την Δυτική επιφάνεια τροφοδοσίας  $A=9000000\text{m}^2$  και την αντίστοιχη ετήσια κατείσδυση  $N_2=0.15\text{m/year}$  (Όριο δεδομένης εισροής ή συνθήκες Neumann).

Ανατολικά ο υδροφορέας συνορεύει με τη θάλασσα (Όριο σταθερού φορτίου ή συνθήκες Dirichlet). Βόρεια και νότια ο υδροφορέας περιορίζεται από αδιαπέρατο όριο (Όριο δεδομένης εισροής – μηδενικής). Θεωρούνται  $q_n$  γεωτρήσεις άντλησης. Η μελέτη του συγκεκριμένου υδροφορέα αναφέρεται στην περίπτωση μόνιμης ροής με επιφανειακή τροφοδοσία (recharge):  $N_1=0.03\text{m/year} = 0.00008\text{ m/d}$  και πλευρική τροφοδοσία:

$$Q_0=N_2*A=0.15\text{m/year} * 9000000\text{m}^2 = 1350000\text{m}^3/\text{year} = 3698.6\text{ m}^3/\text{d}.$$

### 3.3 Εισαγωγή υδροφορέα στο PMWIN

Περιγράφεται η διαδικασία εισαγωγής των γεωμετρικών και υδραυλικών χαρακτηριστικών του υδροφορέα στο πρόγραμμα.

#### 1. Δημιουργία νέου μοντέλου υδροφορέα:

*File > New Model*

Αρχικά, ορίζεται ένα νέο μοντέλο για την αναπαράσταση του παραπάνω υδροφορέα. Δημιουργούνται αυτόματα τα ASCII αρχεία \*.pm5, \*.trn και τα binary \*.upl, \*.pol, .rpl .

#### 2. Ορισμός διαστάσεων υδροφορέα:

*Grid > Mesh Size*

Ακολουθεί η χωρική διακριτοποίηση του υδροφορέα. Με δεδομένες τις διαστάσεις

του, ο υδροφορέας αναπαρίσταται από ένα κάνναβο (mesh) 30 γραμμών (κατά τον

άξονα x), 70 στηλών (κατά τον άξονα y) και 1 επιπέδου – layer (κατακόρυφος άξονας), με διαστάσεις κελιών 100m κατά x και 100m κατά y.

Για τον ορισμό των οριακών συνθηκών είναι απαραίτητη η εισαγωγή δύο επιπλέον

γραμμών και δύο στηλών. Οι δύο επιπλέον γραμμές αποτελούν τα αδιαπέρατα όρια

βόρεια και νότια του υδροφορέα. Όσον αφορά τις στήλες η μία αποτελεί το όριο

σταθερού φορτίου από τη μεριά της θάλασσας και η άλλη εκφράζει το όριο σταθερής εισροής ανάντη του υδροφορέα. Ο ορισμός των οριακών συνθηκών παρουσιάζεται αναλυτικότερα παρακάτω.

Τελικά ο υδροφορέας αναπαρίσταται από ένα κάνναβο 32 γραμμών, 72 στηλών και 1 layer. Το ASCII αρχείο που δημιουργείται αυτόματα είναι \*.xy (Σχήμα 9).

#### 3. Καθορισμός είδους υδροφορέα:

*Grid > Layer Type*

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2 προκειμένου να επιλυθεί η εξίσωση (2.11.11) για τον υπολογισμό του δυναμικού αντί του πιεζομετρικού φορτίου από την (2.13.1), ο υδροφορέας εισάγεται ως περιορισμένος και η μεταφορικότητα ορίζεται από το μελετητή ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα. Δημιουργείται αυτόματα το ASCII αρχείο \*.l (Σχήμα 10).

#### 4. Οριακές συνθήκες (Σχήμα 14)

*Grid > Boundary Condition > IBOUND*

Τα ανατολικά και δυτικά όρια του υδροφορέα αναπαρίστανται από τις δύο επιπλέον στήλες:

- Ανατολικά, ο υδροφορέας συνορεύει με τη θάλασσα, πρόκειται επομένως για όριο σταθερού δυναμικού  $\phi=0$ . Στο PMWIN η συνθήκη Dirichlet αναπαρίσταται προσδίδοντας την τιμή -1 σε καθένα από τα κελιά της οριακής αυτής στήλης (Σχήμα 11).

- Δυτικά, συναντάται όριο δεδομένης εισροής με συνολική τιμή παροχής 3698.6 m<sup>3</sup>/d (μόνιμη ροή). Αυτή κατανέμεται στα 30 κελιά της στήλης θεωρώντας ότι σε καθένα από αυτά αντιστοιχεί ένα φρέαρ τροφοδοσίας με παροχή :  $Q_{oi} = 3698.6 / 30 \approx 123 \text{ m}^3/\text{d}$ .

*Models > MODFLOW > Well* (**ΣΧΗΜΑ 12**).

Τα άλλα δύο όρια του υδροφορέα αναπαρίστανται από τις δύο επιπλέον γραμμές :

- Βόρεια απαντάται αδιαπέρατο όριο, το οποίο στο PMWIN αναπαρίστανται

προσδίδοντας την τιμή 0 σε καθένα από τα 70 κελιά της γραμμής.

- Ομοίως για το αδιαπέρατο όριο στη νότια πλευρά του υδροφορέα.

Δημιουργούνται τα binary αρχεία \*.ibd και \*.ibz (όριο σταθερού φορτίου, αδιαπέρατο όριο) , \*.wel, \*.299, \*.wez (πηγάδια τροφοδοσίας) (**Σχήμα 13**).

### 5. Ανώτατο και κατώτατο ύψος υδροφόρου στρώματος

*Grid > Top of Layers*

*Grid > Bottom of Layers*

Το πάχος του υδροφόρου στρώματος είναι 25m. Άρα ως ανώτατο ύψος θεωρούνται τα 25m και ως κατώτατο τα 0m. Δημιουργούνται τα binary αρχεία \*.top, \*.toz

(ανώτατο ύψος) και \*.bot, \*.boz (κατώτατο όριο) (**Σχήμα 15**).

### 6. Χρόνος Προσομοίωσης

*Parameters > Time*

Ως μονάδα μέτρησης του χρόνου ορίζεται η ημέρα (day) και ως τύπος ροής η μόνιμη ροή (**Σχήμα 16**).

### 7. Αρχικές συνθήκες

*Parameters > Initial Hydraulic Heads*

Για την προσομοίωση της ροής υπογείων υδάτων και την επίλυση μέσω του Modflow είναι απαραίτητος ο ορισμός των αρχικών συνθηκών δηλαδή του αρχικού δυναμικού σε κάθε κελί του υδροφορέα. Τίθεται μία τυχαία τιμή έστω 5 στο σύνολο των κελιών του υδροφορέα. Στην περίπτωση του ορίου σταθερού δυναμικού ( $\varphi = 0$ ) τίθεται η τιμή 0, η οποία και διατηρείται κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων στην επίλυση με Modflow. Δημιουργούνται τα binary αρχεία \*.hea και \*.hez (**Σχήμα 17**).

### 8. Μεταφορικότητα

*Parameters > Transmissivity*

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, προκειμένου να επιλυθεί η εξίσωση (2.11.11) για τον

υπολογισμό του δυναμικού εισάγεται η τιμή της μεταφορικότητας ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα. Δημιουργούνται τα binary αρχεία \*.66, \*.htc, \*.htz (**Σχήμα 18**).

### 9. Εισαγωγή πηγαδιών

*Models > MODFLOW > Well*

Κατά τη βελτιστοποίηση των θέσεων και των αντλήσεων για δεδομένο αριθμό φρεάτων, εισάγεται στο PMWIN ο συγκεκριμένος αριθμός φρεάτων σε τυχαίες

αρχικές θέσεις και τυχαίες αρχικές τιμές άντλησης. Ενημερώνονται τα αρχεία \*.299, \*.wel, \*.wez (**Σχήμα 19**).

#### **10. Επιφανειακή τροφοδοσία**

*Models > MODFLOW > Recharge*

Η τροφοδοσία του υδροφορέα μέσω κατείσδυσης εισάγεται στο μοντέλο προσδίδοντας την τιμή  $N_1=0.00008\text{m/d}$  σε κάθε κελί του καννάβου. Δημιουργούνται τα αρχεία \*.295, \*.rch, \*.rci, \*.rhz (**Σχήμα 20**).

### 3.4 Λογισμικά προσομοίωσης και πρόγνωσης συμπεριφοράς υπόγειων υδροφορέων

Κατά την προσομοίωση, αναπαρίσταται με τη βοήθεια του κατάλληλου λογισμικού η λειτουργία του υπόγειου υδροφορέα. Εξετάζεται το πρόβλημα της υφαλμύρινσης και η πορεία εξέλιξής του για διάφορες κάθε φορά περιπτώσεις άντλησης.

#### 3.4.1 Περιγραφή λειτουργίας του Modflow

Το Modflow (McDonald and Harbaugh 1988) αποτελεί ένα τρισδιάστατο λογισμικό προσομοίωσης και πρόγνωσης της συμπεριφοράς υπόγειων υδροφορέων το οποίο κατά την επίλυση παράγει αρχεία με αποτελέσματα (Chiang and Kinzelbach 1998). Για την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων ροής εφαρμόζεται η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών. Αποτελείται από ένα σύνολο «πακέτων» - μοντέλων, όπου το καθένα ασχολείται αποκλειστικά με ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό του υδρολογικού συστήματος που προσομοιώνεται, όπως είναι:

- η επιφανειακή τροφοδοσία (recharge package)
- τα φρέατα άντλησης και τροφοδοσίας (well package)
- η εξατμισοδιαπνοή (evapotranspiration package)
- οι στραγγιστικές τάφροι (drain package)
- τα ποτάμια (river package)
- οι ταμιευτήρες (reservoir package) κ.α.

Ο υδροφόρος σχηματισμός προσομοιώνεται από ένα κάρναβο κατάλληλων διαστάσεων. Σε κάθε κελί του κάρναβου αντιστοιχεί συγκεκριμένη τιμή δεδομένων και αποτελεσμάτων που έπειτα από την πραγματοποίηση μίας επαναληπτικής διαδικασίας υπολογίζεται η τιμή του δυναμικού. Η εκτέλεση του Modflow προϋποθέτει τη γνώση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του υδροφορέα, των οριακών και αρχικών συνθηκών καθώς και των υδραυλικών του παραμέτρων.

Η μορφή της εξίσωσης (2.11.11) είναι όμοια με αυτή της εξίσωσης οριζόντιας ροής για ομογενή και ισότροπο περιορισμένο υδροφορέα με τη διαφορά ότι αντί του πιεζομετρικού φορτίου υπολογίζεται το δυναμικό και αντί της μεταφορικότητας υπεισέρχεται η υδραυλική αγωγιμότητα. Για αυτό κατά την εισαγωγή των παραμέτρων στο πρόγραμμα ο υδροφορέας χαρακτηρίζεται ως περιορισμένος με τιμή μεταφορικότητας ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα.

#### 3.4.2 Μαθηματική αναπαράσταση του υπόγειου υδρολογικού συστήματος

Το Modflow επιλύει την εξίσωση της συνέχειας στα υπόγεια νερά σε τρεις διαστάσεις με βάση το Νόμο Darcy σε συνθήκες τόσο μόνιμης όσο και μη μόνιμης ροής. Η εξίσωση συνέχειας για ένα μη ομογενή, ανισότροπο υδροφορέα, του οποίου η πυκνότητα δε μεταβάλλεται στο χώρο και με

δεδομένο ότι οι άξονες της υδραυλικής αγωγιμότητας ταυτίζονται με τους άξονες της ροής, είναι :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.4.2.1)$$

- $K_x, K_y, K_z$ : υδραυλική αγωγιμότητα κατά μήκος των αξόνων ροής  $x, y, z$  [ $LT^{-1}$ ]
- $H$ : πιεζομετρικό φορτίο [L]
- $W$ : παροχή άντλησης ή/και τροφοδοσίας του υδροφορέα ανά μονάδα όγκου [ $T^{-1}$ ]
- $S_s$ : ειδική αποθηκευτικότητα του πορώδους μέσου [ $L^{-1}$ ]

Σε γενικές γραμμές οι παράμετροι  $S_s, K_x, K_y, K_z$ , είναι συναρτήσεις χώρου ( $S_s=S_s(x,y,z)$ ,  $K_x=K_x(x,y,z)$  κ.ο.κ. ενώ η παράμετρος  $W$  αποτελεί συνάρτηση χώρου και χρόνου ( $W=W(x,y,z,t)$ ).

Η εξίσωση (3.4.2.1) μαζί με τις οριακές και αρχικές συνθήκες στην περιοχή προσομοίωσης αποτελούν τη μαθηματική αναπαράσταση ενός συστήματος ροής υπόγειου νερού. Η αναλυτική επίλυση της εξίσωσης (3.4.2.1) είναι δυνατή μόνο για απλά προβλήματα ροής. Για σύνθετους υδροφορείς, είτε από άποψη λειτουργίας είτε από άποψη σχηματικής διάταξης, εφαρμόζονται αριθμητικές μέθοδοι μέσω των κατάλληλων μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα, το Modflow εφαρμόζει την αριθμητική μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, σύμφωνα με την οποία η διαφορική εξίσωση που διέπει τη ροή του ρευστού διακριτοποιείται στο χώρο και στο χρόνο (McDonald and Harbaugh 1988).

### 3.4.3 Διακριτοποίηση υδροφορέα

Η αριθμητική προσέγγιση της εξίσωσης (3.4.2.1) με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών που παρουσιάζεται στη συνέχεια, βασίζεται στους M. G. McDonald and A. W. Harbaugh (1988). Στο **(Σχήμα 21)** φαίνεται ένας **χωρικά διακριτοποιημένος** υδροφορέας, ο οποίος αποτελείται από ένα σύνολο **φατνίων** (κελιών) που συνιστούν ένα τρισδιάστατο κάνναβο. Κάθε φατνίο ορίζεται από τρεις παραμέτρους  $i, j, k$ , όπου  $i$  είναι η σειρά,  $j$  η στήλη και  $k$  το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο ανήκει (layer). Οι στήλες και οι γραμμές τέμνονται κάθετα μεταξύ τους, ορίζοντας ορθογώνια φατνία σε κάθε επίπεδο (layer). Οι γραμμές θεωρούνται παράλληλες στον άξονα  $x$  και οι στήλες στον άξονα  $y$ . Όπως φαίνεται στο **(Σχήμα 21)**, το πλάτος των κελιών κατά τον άξονα  $x$ , σε μια συγκεκριμένη στήλη  $j$  συμβολίζεται  $\Delta x_j$ . Αντίστοιχα, το πλάτος των κελιών κατά  $y$  στη σειρά  $i$  είναι  $\Delta y_i$  και το πλάτος κατά  $z$  στο επίπεδο  $k$  είναι  $\Delta z_k$ . Έτσι, ένα κελί με συντεταγμένες  $(i, j, k) = (4, 8, 3)$  έχει όγκο ίσο με το γινόμενο  $\Delta x_8 \Delta y_4 \Delta z_3$ . Χρησιμοποιώντας τις οριακές και τις αρχικές συνθήκες η λύση της διακριτοποιημένης εξίσωσης δίνει το πιεζομετρικό φορτίο σε καθορισμένα σημεία του καννάβου που ονομάζονται **κόμβοι** και είναι τα κέντρα των κελιών. Επιλύοντας την διακριτοποιημένη εξίσωση και χρησιμοποιώντας τις οριακές και αρχικές συνθήκες υπολογίζεται το πιεζομετρικό φορτίο στο κέντρο του φατνίου, το οποίο ονομάζεται κόμβος. Υπάρχουν δύο εκδοχές για την θέση του κόμβου (block-centered formulation), ο σχηματισμός με κέντρο το κελί και ο σχηματισμός με κέντρο το σημείο (point-centered formulation), οι οποίες φαίνονται και στο σχήμα **(Σχήμα 22)** αντίστοιχα.

Όπως φαίνεται και στο **(Σχήμα 23)** για τον υπολογισμό οποιασδήποτε παραμέτρου (έστω του πιεζομετρικού φορτίου ή του δυναμικού που αφορά

στη συγκεκριμένη εργασία) σε ένα κελί  $i,j,k$  χρησιμοποιούνται τα έξι γειτονικά:  $i-1,j,k$ ,  $i+1,j,k$ ,  $i,j-1,k$ ,  $i,j+1,k$ ,  $i,j,k-1$ ,  $i,j,k+1$ .

### 3.4.4 Εξίσωση πεπερασμένων διαφορών

Η αρχή της συνέχειας ορίζει ότι το άθροισμα όλων των εισροών και εκροών στο κελί  $(i,j,k)$  ισούται με τη μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου νερού σε αυτό. Υποθέτοντας ότι η πυκνότητα του νερού είναι σταθερή, η εξίσωση συνεχείας που εκφράζει το ισοζύγιο ροών στο κελί είναι :

$$\sum Q_i = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \Delta V \quad (3.4.4.1)$$

- $Q_i$ : ο ρυθμός ροής του νερού στο κελί [ $L^3T^{-1}$ ]
- $S_s$ : η ειδική αποθηκευτικότητα [ $L^{-1}$ ], δηλαδή ο όγκος του νερού που μπορεί να αποθηκευθεί ή να απελευθερωθεί σε/από μοναδιαίο όγκο του υδροφόρου σχηματισμού ανά μονάδα μεταβολής του υδραυλικού φορτίου.
- $\Delta V$ : ο όγκος του κελιού [ $L^3$ ]
- $dh$ : η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου σε χρονικό διάστημα  $dt$  [ $L$ ].

Το δεξί τμήμα της εξίσωσης (3.4.4.1) εκφράζει τη μεταβολή του όγκου του νερού που παρατηρείται στο κελί σε χρόνο  $dt$ .

Συμβατικά, οι ροές που εισέρχονται στο κελί θεωρούνται θετικές ενώ αυτές που εξέρχονται αρνητικές. Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή, η εισροή νερού [ $L^3 T^{-1}$ ] στο κελί  $i,j,k$  από το  $i,j-1,k$  κατά τη διεύθυνση της γραμμής  $i$  (**Σχήμα 24**) δίνεται από τη σχέση (μονοδιάστατη ροή):

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} = KR_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta C_i \Delta V_k \frac{h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \quad (\text{Νόμος του Darcy}) \quad (3.4.4.2)$$

- $KR_i$ : η υδραυλική αγωγιμότητα (αρμονικός μέσος) κατά μήκος της γραμμής  $R_i$  μεταξύ των κόμβων  $i,j,k$  και  $i,j-1,k$  [ $LT^{-1}$ ]
- $\Delta C_i \Delta V_k$ : η επιφάνεια της διατομής μεταξύ των κελιών [ $L^2$ ]
- $h_{i,j,k}$ ,  $h_{i,j-1,k}$ : το πιεζομετρικό φορτίο στο κελί  $i,j,k$  και  $i,j-1,k$  αντίστοιχα [ $L$ ]
- $\Delta r_{j-1/2}$ : η απόσταση μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j-1,k$  [ $L$ ]

Αντίστοιχα, η ροή κατά μήκος της ίδιας γραμμής  $R_i$  μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j+1,k$  δίνεται από τη σχέση:

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = KR_{i,j+\frac{1}{2},k} \Delta C_i \Delta V_k \frac{h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}}{\Delta r_{j+\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.3)$$

Ανάλογες εκφράσεις μπορούν να γραφούν και για την προσέγγιση της ροής μεταξύ των υπολοίπων πέντε πλευρών του κελιού  $i,j,k$  (**Σχήμα 23**).

Έτσι κατά τη διεύθυνση της στήλης  $C_j$ , η ροή μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i+1,j,k$  είναι :

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = KC_{i+\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta V_k \frac{h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}}{\Delta C_{i+\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.4)$$

Ομοίως, μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i-1,j,k$  :

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = KC_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta V_k \frac{h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}}{\Delta C_{i-\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.5)$$



Η ροή κατά την κατακόρυφη διεύθυνση μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j,k+1$  υπολογίζεται από τη σχέση :

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k+\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta C_i \frac{h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}}{\Delta C_{k+\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.6)$$

Ομοίως, μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j,k-1$  είναι :

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta C_i \frac{h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}}{\Delta C_{k-\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.7)$$

Οι σχέσεις αυτές απλοποιούνται περιγράφοντας τις διαστάσεις του κελιού και την υδραυλική αγωγιμότητα (hydraulic conductivity) με μία σταθερά την «αγωγιμότητα» (conductance). Κατά τη διεύθυνση της γραμμής  $R_i$  μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j-1,k$ , ορίζεται ως εξής :

$$CR_{i,j-\frac{1}{2},k} = KR_{i,j-\frac{1}{2},k} \frac{\Delta C_i \Delta v_k}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \quad (3.4.4.8)$$

Κατά τη διεύθυνση της στήλης η αγωγιμότητα συμβολίζεται με  $CC$  ενώ κατά την κατακόρυφη διεύθυνση με  $CV$ . Από τη σχέση (3.4.4.8) προκύπτει ότι η αγωγιμότητα είναι ο λόγος της διατομής του κελιού κατά την  $i$  ή  $j$  ή κατακόρυφη διεύθυνση προς την απόσταση μεταξύ των κελιών  $i,j,k$  και  $i,j+1,k$  ή  $i,j,k$  και  $i+1,j,k$  ή  $i,j,k$  και  $i,j,k+1$  αντίστοιχα επί τον αρμονικό μέσο της υδραυλικής αγωγιμότητας κατά την αντίστοιχη κατεύθυνση.

Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις στις εξισώσεις (3.4.4.2) έως (3.4.4.7) προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις για κάθε πλευρά του κελιού  $i,j,k$ .

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} = CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.9)$$

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.10)$$

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = CR_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.11)$$

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = CR_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.12)$$

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = CR_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.13)$$

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = CR_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \quad (3.4.4.14)$$

Οι εξισώσεις (3.4.4.9) έως (3.4.4.14) αναφέρονται στην «εσωτερική» ροή στο κελί  $i,j,k$  από τα έξι γειτονικά. Η εξωτερική εισροή νερού στο κελί περιγράφει η εξίσωση:

$$a_{i,j,k,n} = p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + q_{i,j,k,n} \quad (3.4.4.15)$$

- $a_{i,j,k,n}$ : η ροή από τη  $n$ -οστή εξωτερική πηγή στο κελί  $i,j,k$  [ $L^3T^{-1}$ ]
- $p_{i,j,k,n}$ : σταθερά με μονάδες [ $L^2T^{-1}$ ]
- $q_{i,j,k,n}$ : σταθερά με μονάδες [ $L^3T^{-1}$ ]

Αν υπάρχουν  $N$  εξωτερικές πηγές (ή πηγάδια κτλ.) τότε η συνολική ροή στο κελί  $i,j,k$  είναι:

$$QS_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} \quad (3.4.4.16)$$

Ορίζοντας ως

$$P_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n} \text{ και } Q_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n}$$

η εξίσωση (3.4.4.16) γράφεται :

$$QS_{i,j,k} = P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} \quad (3.4.4.17)$$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω εξισώσεις στην εξίσωση συνεχείας (3.4.4.1) του κελιού (i,j,k) προκύπτει η εξίσωση (3.4.4.18):

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} + q_{i,j+\frac{1}{2},k} + q_{i-\frac{1}{2},j,k} + q_{i+\frac{1}{2},j,k} + q_{i,j,k-\frac{1}{2}} + q_{i,j,k+\frac{1}{2}} + QS_{i,j,k} = S_{S_{i,j,k}} \frac{dh_{i,j,k}}{dt} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \quad (3.4.4.18)$$

- $\frac{dh_{i,j,k}}{dt}$ : η πεπερασμένη διαφορά που αντικαθιστά την παράγωγο ως προς το χρόνο [LT<sup>-1</sup>]
- $S_{S_{i,j,k}}$ : η ειδική αποθηκευτικότητα στο κελί i,j,k [L<sup>-1</sup>]
- $\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$ : ο όγκος του κελιού i,j,k [L<sup>3</sup>]

Αναλυτικότερα, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (3.4.4.9) έως (3.4.4.14) καθώς και την (3.4.4.17) η εξίσωση συνεχείας γράφεται :

$$CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) + P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} = S_{S_{i,j,k}} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{dh_{i,j,k}}{dt} \quad (3.4.4.19)$$

Η προσέγγιση με πεπερασμένες διαφορές της παραγώγου  $\frac{dh_{i,j,k}}{dt}$ , εκφράζεται μέσω της οπισθοδρομικής διαφοράς (backward difference) :

$$\left. \frac{dh_{i,j,k}}{dt} \right|_m = \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.4.4.20)$$

σύμφωνα με την οποία ισούται με τη μεταβολή του h στο χρονικό διάστημα που εκτείνεται από την προηγούμενη χρονική στιγμή (tm-1) έως τη χρονική στιγμή που μας ενδιαφέρει (tm). Οι εναλλακτικές μέθοδοι έκφρασης μέσω της εμπροσθοδρομικής ή της κεντρικής διαφοράς απορρίπτονται καθώς υπάρχει κίνδυνος πρόκλησης αριθμητικής αστάθειας.

Η εξίσωση συνεχείας (3.4.4.19), χρησιμοποιώντας τις οπισθοδρομικές διαφορές μπορεί να γραφεί:

$$CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} = S_{S_{i,j,k}} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.4.4.21)$$

Τα γνωστά μεγέθη στην εξίσωση (3.4.4.21) είναι ο όρος Qi,j,k, οι συντελεστές των υδραυλικών φορτίων καθώς και το υδραυλικό φορτίο στην αρχή του χρονικού βήματος  $h_{i,j,k}^{m-1}$ . Τα άγνωστα μεγέθη είναι οι επτά τιμές του υδραυλικού φορτίου στο χρονικό βήμα m. Πρόκειται λοιπόν για μία εξίσωση με επτά αγνώστους. Μια τέτοια εξίσωση γράφεται για κάθε κόμβο μεταβλητού φορτίου (n κόμβοι) του δικτύου πεπερασμένων διαφορών οπότε προκύπτει ένα σύστημα n εξισώσεων με n αγνώστους.

## → Μόνιμη ροή - Steady state simulation

Στην περίπτωση της μόνιμης ροής το δεύτερο μέλος της εξίσωσης συνεχείας

(3.4.4.21) είναι ίσο με 0.

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \\
 & CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \\
 & CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + \\
 & P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} = 0
 \end{aligned} \tag{3.4.4.22}$$

Με δεδομένα τις αρχικές τιμές των υδραυλικών φορτίων, τις οριακές συνθήκες, τις φορτίσεις (π.χ. άντληση, τροφοδοσία) και τις υδραυλικές παραμέτρους του υδροφορέα υπολογίζονται με επαναληπτική διαδικασία τα υδραυτικά φορτία στους κόμβους του καννάβου τη δεδομένη χρονική στιγμή. Η εξίσωση (3.4.4.22) γράφεται για καθένα από τα  $n$  κελιά του καννάβου, ορίζοντας έτσι ένα σύστημα  $n$  εξισώσεων με  $n$  αγνώστους, το οποίο επιλύεται με επαναληπτική διαδικασία που περιγράφεται αναλυτικά στη συνέχεια.

#### → Μη μόνιμη ροή - Transient state simulation

Στην περίπτωση της μη μόνιμης ροής υπολογίζεται η τιμή του υδραυλικού φορτίου στους κόμβους του καννάβου σε διαδοχικές χρονικές στιγμές. Όπως και στη μόνιμη ροή, τα δεδομένα αναφέρονται στις αρχικές και οριακές συνθήκες, στις φορτίσεις, στις υδραυλικές παραμέτρους του υδροφορέα καθώς και στα διάφορα χρονικά βήματα που επιζητείται ο υπολογισμός του υδραυλικού φορτίου.

Οι αρχικές τιμές των υδραυλικών φορτίων που ορίζονται από το μελετητή, αποτελούν τις τιμές του υδραυλικού φορτίου στην αρχή του 1ου χρονικού βήματος και στην εξίσωση συνεχείας (3.4.4.23) συμβολίζεται με  $h_{i,j,k}^1$  για κάθε κόμβο του καννάβου. Κατά τη διαδικασία επίλυσης, προσδιορίζονται αρχικά οι τιμές των υδραυλικών φορτίων στο τέλος του 1ου χρονικού βήματος  $h_{i,j,k}^2$

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k}^2 - h_{i,j,k}^2) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k}^2 - h_{i,j,k}^2) + \\
 & CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k}^2 - h_{i,j,k}^2) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k}^2 - h_{i,j,k}^2) + \\
 & CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1}^2 - h_{i,j,k}^2) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1}^2 - h_{i,j,k}^2) + \\
 & P_{i,j,k} h_{i,j,k}^2 + Q_{i,j,k} = S_{S_{i,j,k}} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^2 - h_{i,j,k}^1}{t_2 - t_1}
 \end{aligned} \tag{3.4.4.23}$$

Ακολουθεί ο υπολογισμός του υδραυλικού φορτίου στο τέλος του δεύτερου χρονικού βήματος  $h_{i,j,k}^3$  (με αρχική τιμή  $h_{i,j,k}^2$ ) κ.ο.κ. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν το υδραυτικό φορτίο υπολογισθεί για όλα τα χρονικά βήματα που έχουν ορισθεί. Όπως και στην περίπτωση της μόνιμης ροής ο προσδιορισμός των υδραυλικών φορτίων στο τέλος κάθε χρονικού βήματος γίνεται με επαναληπτική διαδικασία.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι σε κάθε χρονικό βήμα, το σύστημα των εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών επανακαθορίζεται. Τα υδραυτικά φορτία στο τέλος κάθε χρονικού βήματος αποτελούν τους αγνώστους του συστήματος. Αφού υπολογισθούν χρησιμοποιούνται ως οι αρχικές τιμές του επόμενου χρονικού βήματος προκειμένου να υπολογισθούν τα νέα υδραυτικά

φορτία. Προκύπτουν τελικά τόσες τιμές υδραυλικών φορτίων στους κόμβους του καννάβου όσα είναι τα χρονικά βήματα. Πρέπει να σημειωθεί ότι η μόνιμη ροή χαρακτηρίζεται από ένα χρονικό βήμα.

### 3.4.5 Επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού του δυναμικού σε κάθε χρονικό βήμα

Η επίλυση των εξισώσεων των πεπερασμένων διαφορών σε κάθε χρονικό βήμα γίνεται με μια **επαναληπτική διαδικασία**. Αποδίδονται αρχικές προσωρινές τιμές του υδραυλικού φορτίου στα κελιά του καννάβου και ελέγχεται η ικανοποίηση του συστήματος των εξισώσεων. Στη συνέχεια, παράγεται ένα νέο «σετ» προσωρινών τιμών οι οποίες προσεγγίζουν περισσότερο την επίλυση του συστήματος κ.ο.κ. Καθένα από τα παραπάνω βήματα που οδηγούν στην παραγωγή νέων τελικών τιμών για κάθε χρονικό βήμα ονομάζεται **επανάληψη**.

Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των επαναλήψεων η διαφορά των τιμών των υδραυλικών φορτίων μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων μειώνεται. Οι υπολογισμοί σταματούν όταν η διαφορά αυτή γίνει μικρότερη από το **κριτήριο κλεισίματος** που έχει οριστεί από το χρήστη. Υπάρχει επίσης ο περιορισμός του **μέγιστου επιτρεπόμενου αριθμού επαναλήψεων** σε κάθε χρονικό βήμα. Αν δεν επιτευχθεί σύγκλιση μετά την ολοκλήρωση του μέγιστου αριθμού επαναλήψεων, το πρόγραμμα σταματάει και ενημερώνει το μελετητή με το κατάλληλο μήνυμα.

Η πιο πάνω περιγραφόμενη διαδικασία παρουσιάζεται σχηματικά (**Σχήμα 25**). Καθένας από τους τρισδιάστατους καννάβους αναπαριστά τα υπολογισμένα σε κάθε επανάληψη υδραυλικά φορτία τα οποία συμβολίζονται με  $h$  και δύο εκθέτες. Ο πρώτος εκθέτης υποδηλώνει το χρονικό βήμα για το οποίο υπολογίζονται τα υδραυλικά φορτία και ο δεύτερος, εκφράζει τον αριθμό των επαναλήψεων. Για παράδειγμα, το  $h^{m,2}$  είναι το αποτέλεσμα της δεύτερης επανάληψης για τον υπολογισμό των υδραυλικών φορτίων στο  $m$  χρονικό βήμα.

Θεωρητικά, η επαναληπτική διαδικασία καταλήγει στο ίδιο αποτέλεσμα ανεξάρτητα από τις αρχικές τιμές που αποδίδονται στα υδραυλικά φορτία. Όμως, ο υπολογιστικός φόρτος και ο απαιτούμενος χρόνος σύγκλισης εξαρτάται από την επιλογή αυτή. Για αυτό το Modflow χρησιμοποιεί ως πρώτες δοκιμαστικές τιμές για το  $m$  χρονικό βήμα  $h^{m,0}$  αυτές που έχουν προκύψει έπειτα από την ολοκλήρωση των επαναλήψεων και τον έλεγχο του κριτηρίου κλεισίματος στο χρονικό βήμα  $m-1$ .

### 3.4.5 Αναδιαμόρφωση εξισώσεων για επίλυση

Για την επίλυση του συστήματος (εξίσωση (3.4.4.21) για κάθε κόμβο του καννάβου), οι εξισώσεις αναδιατάσσονται έτσι ώστε οι όροι που περιέχουν τη μεταβλητή του υδραυλικού φορτίου στο τέλος του τρέχοντος χρονικού βήματος  $m$  να βρίσκονται στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης ενώ οι υπόλοιποι όροι στη δεξιά. Προκύπτει έτσι η εξίσωση :

$$CV_{i,j,k-\frac{1}{2}}h_{i,j,k-1}^m + CC_{i-\frac{1}{2},j,k}h_{i-1,j,k}^m + CR_{i,j-\frac{1}{2},k}h_{i,j-1,k}^m + \left(-CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} - CC_{i-\frac{1}{2},j,k} - CR_{i,j-\frac{1}{2},k} - CR_{i,j+\frac{1}{2},k} - CC_{i+\frac{1}{2},j,k} - CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \right.$$

$$HCOF_{i,j,k} \left. \right) h_{i,j,k}^m + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} h_{i,j+\frac{1}{2},k}^m + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} h_{i+\frac{1}{2},j,k}^m + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} h_{i,j,k+\frac{1}{2}}^m = RHS_{i,j,k} \quad (3.4.4.24)$$

- $HCOF_{i,j,k} = P_{i,j,k} - \frac{SCI_{i,j,k}}{t_m - t_{m-1}}$
- $RHS_{i,j,k} = -Q_{i,j,k} - SCI_{i,j,k} \frac{h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}}$
- $SCI_{i,j,k} = S_{S_{i,j,k}} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k)$

Προκύπτει έτσι, ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων που περιλαμβάνει μια εξίσωση (3.25) για κάθε κελί μεταβλητού φορτίου στον κάρναβο των πεπερασμένων διαφορών. Σε μορφή πίνακα γράφεται :

$$[A] \cdot \{h\} = \{q\} \quad (3.4.4.25)$$

- A: ο πίνακας των συντελεστών του υδραυλικού φορτίου στο αριστερό μέρος των εξισώσεων.
- h: ένας ανυσματικός πίνακας των τιμών του υδραυλικού φορτίου στο τέλος του χρονικού βήματος m.
- q: ένα άνυσμα των σταθερών όρων για όλους τους κόμβους του δικτύου.

Το σύστημα αυτό των διαφορικών εξισώσεων επιλύεται με επαναληπτικές μεθόδους, όπως έχει ήδη αναφερθεί, μέσω των **υπορουτίνων** που αντιστοιχούν στα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του υδρολογικού συστήματος (π.χ. φρέατα άντλησης, τροφοδοσία κτλ.).

### 3.4.6 Συσχέτιση και διαφορά PMWIN και Modflow

Όπως προαναφέρθηκε, το PMWIN είναι ένα πρόγραμμα που βοηθάει στην προετοιμασία του μοντέλου των υπογείων νερών ορίζοντας διαστάσεις, οριακές συνθήκες, παραμέτρους του υδροφορέα, επιφανειακή τροφοδοσία, αντλήσεις κτλ. Τα προγράμματα τύπου PMWIN, παρέχουν, γενικά, τη δυνατότητα να προετοιμαστούν εύκολα τα αρχεία αυτά και στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν κατά τη λειτουργία του προγραμματιστικού μοντέλου. Στη ουσία, είναι ο "χώρος" που επιτρέπει εύκολα να προετοιμαστεί η δομή του μοντέλου και στη συνέχεια, σε συνδυασμό με το ψηφιοποιημένο μοντέλο, που μαζί αποτελούν ένα ολοκληρωμένο σύστημα προσομοίωσης της ροής υπόγειου νερού, παράγει αποτελέσματα τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν. Εν κατακλείδι το PMWIN αποτελεί ένα γραφικό περιβάλλον που χρησιμοποιείται για την προετοιμασία των αρχείων που χρειάζονται για να λειτουργήσει το Modflow.

Το Modflow είναι ένας κώδικας που χρησιμοποιείται για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης ροής σε υπόγεια νερά. Για να τρέξει το εκτελέσιμο αρχείο του Modflow σωστά, χρειάζεται ένα σύνολο από ascii αρχεία (σαν txt αρχεία) που περιέχουν μέσα όλες τις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου των υπογείων νερών. Το Modflow είναι ο κώδικας (ένα εκτελέσιμο αρχείο) που λύνει διαφορικές εξισώσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών και είναι το πρόγραμμα που "τρέχει" ένα μοντέλο υπογείων νερών.

### 3.5 Η μεθοδολογία του SEAWAT

Το λογισμικό Seawat αναπτύχθηκε από την USGS στα πλαίσια της θεώρησης μεταβλητής πυκνότητας. Βασίζεται στα προγράμματα MODFLOW και MT3DMS και επιλύει ταυτόχρονα το πρόβλημα της κίνησης του υπόγειου νερού (με το πρόγραμμα MODFLOW) και της μεταφοράς διαλυμένης μάζας σε πορώδες μέσο (με το πρόγραμμα MT3DMS).

Το SEAWAT περιλαμβάνει δύο μεθοδολογίες επίλυσης (τη ρητή και την πεπλεγμένη) για την ταυτόχρονη επίλυση των δύο διαφορικών εξισώσεων. Σύμφωνα με τη ρητή επίλυση, πραγματοποιείται μια επαναληπτική διαδικασία και χρησιμοποιείται μια υστέρηση (lag) στον καθορισμό των πυκνοτήτων στην εξίσωση ροής. Η μέθοδος περιγράφεται στο **(Σχήμα 26)**. Αρχικά, επιλύεται η εξίσωση ροής με το διαμορφωμένο σε προβλήματα μεταβλητής πυκνότητας πρόγραμμα MODFLOW, για να υπολογιστούν τα ισοδύναμα υδραυλικά φορτία και η ειδική απορροή τη χρονική στιγμή μελέτης. Στη φάση αυτή, χρησιμοποιούνται οι τιμές των πυκνοτήτων της προηγούμενης χρονικής στιγμής ή τιμές που υπολογίζονται με βάση την αρχική συγκέντρωση της διαλυμένης μάζας, εάν η περίοδος είναι η πρώτη. Στη συνέχεια, με βάση την εξίσωση μεταφοράς, υπολογίζεται η συγκέντρωση της διαλυμένης μάζας και κατόπιν το πεδίο πυκνοτήτων της χρονικής στιγμής μελέτης, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του πεδίου ροής στο επόμενο χρονικό βήμα. Το μέγεθος των χρονικών βημάτων υπολογίζεται με βάση τις ταχύτητες που προκύπτουν από το αμέσως προηγούμενο χρονικό βήμα. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η μέθοδος αυτή μπορεί να οδηγήσει σε αστάθεια εξαιτίας του ότι οι πυκνότητες υπολογίζονται από τις συγκεντρώσεις του προηγούμενου χρονικού βήματος.

Σύμφωνα με την πεπλεγμένη μέθοδο, η επίλυση των εξισώσεων κίνησης του νερού και κίνησης της μάζας επαναλαμβάνεται, ενώ οι συγκεντρώσεις και οι πυκνότητες ενημερώνονται σε κάθε χρονικό βήμα ωστόσο η μέγιστη διαφορά πυκνότητας στα κελιά, για διαδοχικές επαναλήψεις, γίνει μικρότερη από μια καθορισμένη τιμή που δίνεται από τον χρήστη.

Στα περισσότερα προβλήματα είναι πολύ δύσκολο, αν όχι αδύνατο, να επιτευχθούν αναλυτικές λύσεις και για αυτό εφαρμόζονται κυρίως αριθμητικές μέθοδοι. Έτσι, το πρόγραμμα SEAWAT ακολουθεί και αυτό αριθμητικές μεθόδους. Είναι απαραίτητο οι διαφορικές εξισώσεις να διακριτοποιηθούν στο χώρο και στο χρόνο.

Ο τρόπος χωρικής διακριτοποίησης είναι αντίστοιχος με την εικόνα 3.1. Για τον υπολογισμό οποιαδήποτε παραμέτρου σε ένα κελί  $i, j, k$  χρησιμοποιούνται τα έξι γειτονικά κελιά  $i-1,j,k, i+1,j,k, i,j-1,k, i,j+1,k, i,j,k-1, i,j,k+1$ . Επίσης, χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών και το κέντρο των κελιών για τη θέση των κόμβων.

Ο τρόπος χρονικής διακριτοποίησης που εφαρμόζεται στο SEAWAT είναι συνδυασμός των αντίστοιχων τρόπων που εφαρμόζονται στα προγράμματα MODFLOW και MT3DMS. Στο MODFLOW, η συνολική περίοδος προσομοίωσης διαιρείται σε μια ή και περισσότερες περιόδους. Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, οι παροχές και οι οριακές συνθήκες διατηρούνται σταθερές. Επιπλέον, κάθε περίοδος χωρίζεται σε ένα ή και περισσότερα χρονικά βήματα, ώστε τα αποτελέσματα να είναι πιο ακριβή και να επιτρέπουν την εξαγωγή αποτελεσμάτων τις συγκεκριμένες χρονικές

στιγμές. Κατά τη διάρκεια του χρονικού βήματος, το MODFLOW επιλύει την εξίσωση ροής για την περίοδο  $t(n)$  έως  $t(n+1)$ . Στο MT3DMS, κάθε χρονικό βήμα του MODFLOW χωρίζεται επιπλέον σε πιο μικρά χρονικά τμήματα που ονομάζονται βήματα μεταφοράς. Ο όρος βήματα μεταφοράς εισήχθη για να αποφευχθεί η σύγχυση με τα χρονικά βήματά στα οποία χωρίζεται μια περίοδος στο MODFLOW. Ωστόσο, το βήμα μεταφοράς δεν είναι τίποτα άλλο από ένα χρονικό βήμα, σύμφωνα με το οποίο υπολογίζεται η μεταφορά μάζας. Αυτός ο επιπλέον διαχωρισμός γίνεται κυρίως για λόγους σταθερότητας της λύσης που δίνει το MT3DMS.

### 3.6 Το μαθηματικό μοντέλο του προγράμματος SEAWAT

Η εξίσωση 3.6.1 βασίζεται στην αρχή διατήρησης της μάζας και περιγράφει τη ροή μεταβλητής πυκνότητας σε υπόγειο υδροφορέα με βάση το SEAWAT.

$$-\bar{V}(\rho\bar{q}) + \bar{\rho}q_s = \rho S_p \frac{\partial P}{\partial t} + n \frac{\partial P}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} \quad (3.6.1)$$

- $\rho$ : η πυκνότητα του υφάλμυρου υπόγειου νερού [ $ML^{-3}$ ],
- $\bar{q}$ : το διάνυσμα της ειδικής παροχής (specific discharge vector) [ $LT^{-1}$ ],
- $\bar{\rho}$ : η πυκνότητα του νερού που εισρέει/εκρέει στο/από το [ $ML^{-3}$ ],
- $q_s$ : η παροχή ανά μονάδα επιφάνειας που αφορά πηγές και καταβόθρες [ $T^{-1}$ ],
- $n$ : το ενεργό πορώδες [αδιάστατο μέγεθος],
- $P$ : η πίεση στους πόρους εξαιτίας του ρευστού [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],
- $c$ : συγκέντρωση διαλυμένης μάζας [ $ML^{-3}$ ] και
- $t$ : ο χρόνος [ $T$ ]

Η ειδική παροχή στην εξίσωση 3.6.1 υπολογίζεται από τον νόμο του Darcy. Ως εκ τούτου, η γενικευμένη εξίσωση που περιγράφει την κίνηση υγρού, μεταβλητής πυκνότητας σε έναν υδροφορέα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial a} \left[ \rho K_{fa} \left( \frac{\partial h_f}{\partial a} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial a} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[ \rho K_{f\beta} \left( \frac{\partial h_f}{\partial \beta} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial \beta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[ \rho K_{f\gamma} \left( \frac{\partial h_f}{\partial \gamma} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial \gamma} \right) \right] = \rho S_f \frac{\partial h_f}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} - \bar{\rho} q_s \quad (3.6.2)$$

- $\alpha, \beta$ : οι κύριες κατευθύνσεις της υδραυλικής αγωγιμότητας
- $\gamma$ : η κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των  $\alpha$  και  $\beta$ ,
- $\rho$ : η πυκνότητα του υφάλμυρου νερού [ $ML^{-3}$ ],
- $\rho_f$ : η πυκνότητα γλυκού νερού [ $ML^{-3}$ ],
- $Z$ : το υψόμετρο του κελιού [ $L$ ],
- $h$ : το υδραυλικό φορτίο [ $L$ ],
- $h_f$ : ισοδύναμο υδραυλικό φορτίο [ $L$ ],
- $K_f$ : θ υδραυλική αγωγιμότητα για το γλυκό νερό [ $L/T$ ],
- $S_f$ : θ ειδική αποθηκευτικότητα για το γλυκό νερό [ $L^{-1}$ ].

Σε συνθήκες σταθερής θερμοκρασίας η πυκνότητα ενός υγρού επηρεάζεται κυρίως από τη συγκέντρωση της διαλυμένης μάζας και την πίεση. Μια εμπειρική σχέση ανάμεσα στη συγκέντρωση της διαλυμένης μάζας και την πυκνότητα του υφάλμυρου νερού αναπτύχθηκε από τους Baxter και Wallance:

$$\rho = \rho_f + Ec \quad (3.6.3)$$

- $E$ : μια αδιάστατη σταθερά, η οποία έχει μια προσεγγιστική τιμή ίση με 0.7143 για συνήθεις τιμές συγκέντρωσης μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού,
- $c$ : η συγκέντρωση των αλάτων (ML-3)

Η παράγωγος της εξίσωσης 3.6.3 ως προς τη συγκέντρωση είναι:

$$\frac{\partial \rho}{\partial c} = E \quad (3.6.4)$$

Αντικαθιστώντας την 3.6.4 στην 3.6.2 προκύπτει η τροποποιημένη εξίσωση μεταφοράς – διασποράς του λογισμικού MT3DMS που επιλύεται από το SEAWAT.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial a} \left[ \rho K_{fa} \left( \frac{\partial h_f}{\partial a} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial a} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[ \rho K_{f\beta} \left( \frac{\partial h_f}{\partial \beta} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial \beta} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[ \rho K_{f\gamma} \left( \frac{\partial h_f}{\partial \gamma} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \frac{\partial z}{\partial \gamma} \right) \right] = \rho S_f \frac{\partial h_f}{\partial t} + nE \frac{\partial c}{\partial t} - \bar{\rho} q_s \end{aligned} \quad (3.6.5)$$

- Οι όροι στο αριστερό μέρος της εξίσωσης(3.6.2) υπολογίζουν την διαφορά μεταξύ εισροής και εκροής της μάζας, ανά μονάδα όγκου, διαμέσου των πλευρών του στοιχείου διακριτοποίησης του υδροφορέα (π.χ. κελί).
- Ο πρώτος όρος, στο δεξί μέρος της εξίσωσης, αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταβολής της μάζας του υγρού ανά μονάδα όγκου, εξαιτίας των μεταβολών στην πίεση του συστήματος.
- Ο δεύτερος όρος, στο δεξί μέρος της εξίσωσης, αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταβολής της μάζας ανά μονάδα όγκου του υδροφορέα, εξαιτίας των μεταβολών της συγκέντρωσης. Ο δεύτερος όρος, υπολογίζεται από την συγκέντρωση που προκύπτει από τη λύση της εξίσωσης κίνησης της διαλυμένης μάζας. Καθώς οι συγκεντρώσεις φτάνουν σε μια κατάσταση δυναμικής ισορροπίας, αυτός ο όρος γίνεται αμελητέος. Επομένως, το πεδίο ροής σταθεροποιείται όταν οι συγκεντρώσεις δεν μεταβάλλονται στο χρόνο.
- Ο τρίτος όρος του δεξιού μέρους της ίδιας εξίσωσης, αντιπροσωπεύει την εισροή από εξωτερικές πηγές και εκροή σε καταβόθρες.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι παραπάνω εξισώσεις εφαρμόζονται μόνο σε ενδεικτικές περιπτώσεις θαλασσινού νερού, όπου η σχέση μεταξύ της πυκνότητας του νερού και της συγκέντρωσης είναι γραμμική συνάρτηση. Για τις διαφορετικές περιπτώσεις θα πρέπει να αναπτυχθούν διαφορετικές εμπειρικές εξισώσεις μεταξύ συγκέντρωσης και πυκνότητας

Χρησιμοποιώντας το σχήμα των κεντρικών πεπερασμένων διαφορών στο χώρο και των οπισθοδρομικών πεπερασμένων διαφορών στον χρόνο, η προσέγγιση της εξίσωσης της κίνησης των υπόγειων νερών έχει ως εξής:

$$\begin{aligned} & \hat{\rho}_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{K_{a,i+\frac{1}{2},j,k}}{\Delta \alpha_{a,i+\frac{1}{2},j,k}} \cdot A_{j,k} \cdot \left[ h_{f,i+1,j,k} - h_{f,i,j,k} + \frac{\rho_{i+\frac{1}{2},j,k} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i+1,j,k} - Z_{i,j,k}) \right] \\ & - \hat{\rho}_{i-\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{K_{a,i-\frac{1}{2},j,k}}{\Delta \alpha_{a,i-\frac{1}{2},j,k}} \cdot A_{j,k} \cdot \left[ h_{f,i,j,k} - h_{f,i-1,j,k} + \frac{\rho_{i-\frac{1}{2},j,k} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i,j,k} - Z_{i-1,j,k}) \right] \\ & + \hat{\rho}_{i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \frac{K_{a,i,j+\frac{1}{2},k}}{\Delta \alpha_{a,i,j+\frac{1}{2},k}} \cdot A_{i,k} \cdot \left[ h_{f,i,j+1,k} - h_{f,i,j,k} + \frac{\rho_{i,j+\frac{1}{2},k} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i,j+1,k} - Z_{i,j,k}) \right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& -\hat{\rho}_{i,j-\frac{1}{2},k} \cdot \frac{K_{a,i,j-\frac{1}{2},k}}{\Delta\alpha_{a,i,j-\frac{1}{2},k}} \cdot A_{i,k} \cdot \left[ h_{f,i,j,k} - h_{f,i,j-1,k} + \frac{\rho_{i,j-\frac{1}{2},k} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i,j,k} - Z_{i,j-1,k}) \right] \\
& +\hat{\rho}_{i,j,k+\frac{1}{2}} \cdot \frac{K_{a,i,j,k+\frac{1}{2}}}{\Delta\alpha_{a,i,j,k+\frac{1}{2}}} \cdot A_{i,j} \cdot \left[ h_{f,i,j,k+1} - h_{f,i,j,k} + \frac{\rho_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i,j,k+1} - Z_{i,j,k}) \right] \\
& -\hat{\rho}_{i,j,k-\frac{1}{2}} \cdot \frac{K_{a,i,j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta\alpha_{a,i,j,k-\frac{1}{2}}} \cdot A_{i,j} \cdot \left[ h_{f,i,j,k} - h_{f,i,j,k-1} + \frac{\rho_{i,j,k-\frac{1}{2}} - \rho_f}{\rho_f} \cdot (Z_{i,j,k} - Z_{i,j,k-1}) \right] \\
& = \left( \rho_{i,j,k} \cdot S_{f,i,j,k} \cdot \frac{h_{f,i,j,k}^{n+1} - h_{f,i,j,k}^n}{t_{n+1} - t_n} + \theta E \frac{\theta c}{\theta t} \right) V_{i,j,k} - (\rho Q_s)_{i,j,k} \quad (3.6.6)
\end{aligned}$$

- $i,j,k$ : οι δείκτες που καθορίζουν την σειρά, τη στήλη και επίπεδο αντίστοιχα,
- $A_{i,k}$ : το εμβαδόν της κάθετης στον άξονα πλευράς του κελιού των πεπερασμένων διαφορών [ $L^2$ ],
- $A_{j,k}$ : έτσι ώστε  $A_{j,k} = \Delta\beta_j \Delta\gamma_k$  και παρόμοια για τις άλλες διευθύνσεις [ $L^2$ ]
- $Z_{i,j,k}$ : το υψόμετρο του κελιού [L],
- $n$ : το χρονικό βήμα με το οποίο προσεγγίζεται η παράγωγος ως προς το χρόνο και
- $V_{i,j,k}$ : ο όγκος του κελιού έτσι ώστε  $V_{i,j,k} = \Delta\alpha_i \Delta\beta_j \Delta\gamma_k$  [L]

Οι δείκτες  $i+1/2, i-1/2, j+1/2, j-1/2, k+1/2, k-1/2$  αναφέρονται στην τιμή μιας ιδιότητας ή μεταβλητής μεταξύ δύο γειτονικών κελιών (π.χ. ο αρμονικός μέσος της υδραυλικής αγωγιμότητας). Οι τιμές των ισοδύναμων υδραυλικών φορτίων στο αριστερό μέρος της εξίσωσης 3.25 αναφέρονται στη χρονική στιγμή  $n+1$ . Επίσης, χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικοί συμβολισμοί της πυκνότητας. Η διαφορετικότητα έχει να κάνει με τον τρόπο υπολογισμού της πυκνότητας στο μεσοδιάστημα δύο κελιών και η τιμή της εξαρτάται από την κατεύθυνση της ροής. Έτσι, αν υποτεθεί ότι η κατεύθυνση της ροής είναι από το κελί  $i,j,k$  στο  $i,j,k+1$ , τότε ισχύει:  $\rho_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \rho_{i,j,k}$  ενώ αν η κατεύθυνση της ροής είναι από το κελί  $i,j,k+1$  στο κελί  $i,j,k$  τότε:  $\rho_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \rho_{i,j,k+1}$ . Αντίθετα, η πυκνότητα, που συμβολίζεται με  $\rho$ , υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τον αριθμητικό μέσο όρο των γειτονικών κελιών.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται τα ψηφιοποιημένα μοντέλα στα λογισμικά Modflow και Seawat σε περιβάλλον Python. Σκοπός είναι να “τρέξει” ένας αριθμός (ίδιος και στις δύο περιπτώσεις) σεναρίων άντλησης και με τα δύο μοντέλα (περιέχοντας τις ίδιες παραμέτρους) και έπειτα να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων γίνεται μεταξύ της θέσης της ισοχλώριας καμπύλης  $0.1\text{kg/m}^3$  στο μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας και της θέσης της ισοπιεζομετρικής καμπύλης  $0.625\text{m}$  που αντιστοιχεί σε δυναμικό  $8.0078$  του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας και εξάγονται συμπεράσματα βασισμένα στη σύγκριση αυτή. Να σημειωθεί ότι στα ψηφιοποιημένα μοντέλα αγνοήθηκε η πλάγια τροφοδοσία.

Οι μεταβλητές που ορίστηκαν στο σύστημα είναι οι ακόλουθες:

- **Διαστάσεις υδροφορέα:**
  - $L_x = 7200$  μήκος υδροφορέα κατά τον άξονα X
  - $L_y = 3200$  πλάτος υδροφορέα κατά τον άξονα Y
  - $L_z = 25$  πάχος υδροφορέα (βάθος μέχρι αδιαπερατό στρώμα)
- **Πάχος υδροφόρου στρώματος:**
  - $z_{top} = 0$  ανώτατο ύψος η Μ.Σ.Θ.
  - $z_{bot} =$ 
    - $-25$  κατώτατο ύψος για μεταβλητή πυκνότητα (SEAWAT),
    - $-1$  κατώτατο ύψος για απότομη διεπιφάνεια (Modflow). Θεωρείται μοναδιαίος.
- **Χωρική διακριτοποίηση υδροφορέα:**
  - $n_{lay} =$ 
    - 5 αριθμός επιπέδων για μεταβλητή πυκνότητα,
    - 1 αριθμός επιπέδου για απότομη διεπιφάνεια Θεωρείται μοναδιαίος.
  - $n_{row} = 32$  αριθμός γραμμών κατά τον (παράλληλα) άξονα X  $30 + 2$  οριακές συνθήκες
  - $n_{col} = 72$  αριθμός στηλών κατά τον (παράλληλα) άξονα Y  $30 + 2$  οριακές συνθήκες
- **Διαστάσεις κελιών:**
  - $del_r = L_x / n_{col} = 7200 / 72 = 100$  διαστάσεις & αριθμός κελιών κατά άξονα X
  - $del_c = L_y / n_{row} = 3200 / 32 = 100$  διαστάσεις & αριθμός κελιών κατά άξονα Y
  - $del_v = (z_{top} - z_{bot}) / n_{lay}$ 
    - $[0 - (-25)] / 5 = 5$  για μεταβλητή πυκνότητα (SEAWAT),
    - $[0 - (-1)] / 1 = 1$  για απότομη διεπιφάνεια (Modflow).

- **Οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα:**
  - $hk = 100 \text{ \# m/day}$
- **Κατακόρυφη υδραυλική αγωγιμότητα:** (αναλογία 1:10 της υδραυλικής αγωγιμότητας)
  - $vka = 10$
- **Ενεργό πορώδες:**
  - $sy = 0.3$
- **Τύπος υδροφορέα:**
  - $laytyp = 1$  (για φρεάτιο υδροφορέα  $laytyp = 1$ )
- **Οριακές συνθήκες:**
  - $ibound = np.ones((nlay, nrow, ncol), dtype=np.int32)$   
αρχικοποίηση=1  
 $ibound[:, :, -1] = -1$  ανατολική στήλη, τελευταία (-1) στήλη = -1  
 $ibound[:, 0, :] = 0$  βόρεια πλευρά, πρώτη (0) γραμμή πάνω = 0  
 $ibound[:, -1, :] = 0$  νότια πλευρά, τελευταία (-1) γραμμή κάτω = 0
  - Ανατολικά, ο υδροφορέας συνορεύει με τη θάλασσα, πρόκειται επομένως για όριο σταθερού δυναμικού  $\phi=0$ . Στη Python αναπαρίσταται προσδίδοντας την τιμή -1 σε καθένα από τα κελιά της οριακής αυτής στήλης.
  - Βόρεια και Νότια ο υδροφορέας συναντά αδιαπέρατο όριο, και αναπαρίσταται προσδίδοντας την τιμή 0 σε καθένα από τα 70 κελιά των δύο αυτών γραμμών.
- **Επιφανειακή τροφοδοσία:**
  - $rch\_val = 8e-4 = 0.0008$
- **Συντεταγμένες πηγαδιών:**
  - $wel\_data = \{0:[$   
 $[4, 40, 9, 0],$   
 $[4, 40, 26, 0],$   
 $[4, 50, 18, 0],$   
 $[4, 62, 8, 0],$   
 $[4, 61, 26, 0]]$   
 $\}$
  - Ενδεικτικά:  $[lay, x, y, flux]$ .
  - Ορίζουμε ως  $layer=4$  που αντιστοιχεί στο 5 αφού στη Python η αρίθμηση ξεκινά από το 0. Το  $layer 4$  αναφέρεται στον πάτο του υδροφορέα και το  $layer 0$  στη Μ.Σ.Θ.
  - Ορίζουμε αριθμό στήλης του πηγαδιού (Συντεταγμένες κατά τον άξονα X)
  - Ορίζουμε αριθμό γραμμής του πηγαδιού (Συντεταγμένες κατά τον άξονα Y)
  - Ορίζουμε τις αρχικές παροχές άντλησης ως 0. Οι αντλήσεις για κάθε τύπο μοντέλου και βήμα περιγράφονται στη συνέχεια.

- **Αριθμός σεναρίων:**

- scenarios\_num = 100 Ο αριθμός σεναρίων για κάθε τύπο μοντέλου και βήμα περιγράφονται στη συνέχεια
- Χρησιμοποιούμε τα ίδια ακριβώς σενάρια και στα δύο μοντέλα

#### 4.1 Seawat – Variable Density (Μεταβλητή Πυκνότητα)

Το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας είναι πρακτικά μη μόνιμης ροής (μη μόνιμης μεταφοράς ρύπου), οπότε οι αρχικές συνθήκες παίζουν ρόλο. Έτσι, ο κώδικας δομήθηκε σε τέσσερις διαφορετικές λειτουργίες.

- Η αρχική λειτουργία (1<sup>ο</sup> βήμα) με ονομασία “init”, τρέχει ένα σενάριο. Κατά την λειτουργία αυτή, οι αρχικές συνθήκες θεωρούνται μηδενικές. Δηλαδή, θεωρούνται μηδενικά το υδραυλικό φορτίο και συγκέντρωση. Επίσης, μηδενικές, είναι και οι αρχικές τιμές αντλήσεων των πηγαδιών.
- Η ενδιάμεση λειτουργία (2<sup>ο</sup> βήμα) με ονομασία “pre\_run”, τρέχει πάλι ένα σενάριο. Κατά την λειτουργία αυτή, οι τιμές του αρχικού υδραυλικού φορτίο και συγκέντρωσης ισούνται με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη λειτουργία “init” (πρώτο βήμα) ενώ ως αρχικές τιμές άντλησης των πηγαδιών τίθεται μια «τυχαία» τιμή η οποία αντιστοιχεί στο 75% της επιφανειακής τροφοδοσίας του υδροφορέα. Η τιμή αυτή ανταποκρίνεται σε ρεαλιστικές συνθήκες (χρήσιμο για τα σενάρια που ακολουθούν) και διαιρείται με τον αριθμό των πηγαδιών (5). Για τρέξει η λειτουργία αυτή, προαπαιτεί το τρέξιμο του 1<sup>ου</sup> βήματος.
- Η τρίτη λειτουργία (3<sup>ο</sup> βήμα) με την ονομασία “run100”, τρέχει εκατό σενάρια. Κατά τη λειτουργία αυτή, ως αρχικές συνθήκες (υδραυλικό φορτίο και συγκέντρωση) ορίζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη λειτουργία “pre\_run” ενώ, η παροχή άντλησης πηγαδιών από τα αποτελέσματα του csv αρχείου που προκύπτει από το βήμα “init”. Για να τρέξει η λειτουργία αυτή προαπαιτεί το τρέξιμο του 1<sup>ου</sup> και 2<sup>ου</sup> βήματος.
- Η τέταρτη λειτουργία (4<sup>ο</sup> βήμα) ονομάζεται “custom”. Κατά τη λειτουργία αυτή, χρήστης μπορεί να ορίσει συγκεκριμένο αριθμό σεναρίων καθώς και τιμή παροχής άντλησης πηγαδιών. Αυτό γίνεται για να ελεγχθούν τα αποτελέσματα και γραφήματα που προκύπτουν αλλάζοντας γρήγορα παροχή άντλησης και αριθμό σεναρίων σε πολύ πιο γρήγορο χρόνο. Για να τρέξει η λειτουργία αυτή προαπαιτεί το τρέξιμο του 1<sup>ου</sup> βήματος.

Αρχικά, γίνεται μια προσομοίωση 100 ετών χωρίς αντλήσεις για να αποκατασταθούν πρακτικά οι συνθήκες μονιμότητας, ως προς το υδραυλικό φορτίο (αποκαθίστανται πολύ νωρίτερα από τα 100 χρόνια) και τη συγκέντρωση. Έπειτα τα παραγόμενα αποτελέσματα (υδραυλικό φορτίο και συγκέντρωση) διαβάζονται και όποιες τιμές είναι μικρότερες του  $10^{-6}$  τις θέτουμε ίσες με μηδέν.

Χρησιμοποιώντας τη στατιστική μέθοδο Latin Hypercube Sampling ετοιμάζονται τα σενάρια των αντλήσεων. Σαν ανώτατο όριο αντλήσεων θέτουμε το 75% της επιφανειακής τροφοδοσίας. Επαναφορτώνονται στο μοντέλο οι ενημερωμένες πλέον, τιμές του υδραυλικού φορτίου και

συγκέντρωσης και τρέχει το μοντέλο για συγκεκριμένο αριθμό σεναρίων αναλόγως του βήματος. Στη συνέχεια υπολογίζεται η θέση της ισοχλώριας καμπύλης  $0.1\text{kg/m}^3$  και παράγονται τα ανάλογα αποτελέσματα. Προαιρετικά εκτυπώνονται τα γραφήματα υδραυλικού φορτίου και συγκέντρωσης. Τέλος, εκτυπώνεται ο χρόνος τρεξίματος του μοντέλου.

#### 4.2 Modflow – Sharp Interface (Απότομη Διεπιφάνεια)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, το λογισμικό Modflow αποτελεί ένα τρισδιάστατο μοντέλο επίλυσης των προβλημάτων ροής. Υπολογίζει το **υδραυλικό φορτίο** σε όλα σημεία του υδροφορέα στο κέντρο του κάθε κελιού του δικτύου πεπερασμένων διαφορών.

Στην παρούσα όμως εργασία, χρησιμοποιείται για τον **υπολογισμό του δυναμικού** έπειτα από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης 2.11.11. Έτσι, το πρόβλημα της υφαλμύρισης όπως έχει αναλυθεί και επιλυθεί από τον Strack **ανάγεται σε πρόβλημα οριζόντιας ροής** ενός περιορισμένου υδροφορέα του οποίου η μεταφορικότητα τίθεται ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα του εξεταζόμενου φρεάτιου υδροφορέα και **ισχύει για  $b = 1$** . Γι' αυτό, θέτουμε στο Modflow μοναδιαίο πάχος υδροφορέα. Οι **διαφορές** μεταξύ (2.11.11) και (2.13.1) είναι ότι η (2.1.11) αντί του πιεζομετρικού φορτίου χρησιμοποιεί το δυναμικό και αντί της μεταφορικότητας  $T$ , την υδραυλική αγωγιμότητα  $K$ . Έτσι για την επίλυσή της μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα λογισμικό επίλυσης των προβλημάτων ροής όπως είναι το **Modflow**.

- Το **δυναμικό** σχετίζεται άμεσα με το πιεζομετρικό φορτίο καθώς και με άλλες παραμέτρους του υδροφορέα και πολλές φορές χρησιμοποιείται το δυναμικό αντί του πιεζομετρικού φορτίου. Η συσχέτιση δυναμικού και πιεζομετρικού φορτίου προκύπτει από την επίλυση των σχέσεων (2.11.6) και (2.11.8α).
- **Γραμμή ίσου δυναμικού ή ισοδυναμική γραμμή** ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων ίσου δυναμικού του επιπέδου  $x-y$ . Στους περιορισμένους υδροφορείς οι ισοδυναμικές γραμμές ενώνουν σημεία που έχουν ίδιο υδραυλικό φορτίο και ίδιο πιεζομετρικό φορτίο ενώ στους φρεάτιους υδροφορείς αποτελούν μια αναπαράσταση τους ελεύθερης επιφάνειας του υδροφορέα. Οι γραμμές ροής και οι γραμμές δυναμικού στα σημεία που διασταυρώνονται, διασταυρώνονται υποχρεωτικά κάθετα.

Έτσι, ο υδροφορέας αντιμετωπίζεται ως περιορισμένος μόνο στο μοντέλο απότομης διεπιφάνειας, ωστόσο αντιστοιχεί σε ελεύθερο υδροφορέα. Ο λόγος που γίνεται αυτό είναι ότι η διαφορική εξίσωση 2.11.11 που προαναφέρθηκε, από την οποία προκύπτει το δυναμικό κατά Strack για τους ελεύθερους υδροφορείς είναι όμοια με αυτή που αντιστοιχεί σε περιορισμένο υδροφορέα μοναδιαίου πάχους. Οπότε πρακτικά με αυτόν τον τρόπο φτιάχνουμε περιορισμένο υδροφορέα μοναδιαίου πάχους και από την επίλυση της εξίσωσης ροής προκύπτει το δυναμικό Strack. Στη συνέχεια, από το δυναμικό Strack υπολογίζεται το υδραυλικό φορτίο και η έκταση της υφάλμυρης σφήνας με βάση τις δύο εξισώσεις που αντιστοιχούν στις δύο ζώνες. Το **δυναμικό** στις ζώνες 1 και 2 ενός παράκτιου υδροφορέα στην περίπτωση μόνιμης οριζόντιας ροής είναι (Strack 1976, Cheng & Ouazar 1999) :

$$\text{Φρεάτιος υδροφορέας :} \quad (2.11.6)$$

- Ζώνη 1:  $\varphi_{\delta\varepsilon\xi} = \frac{1}{2} [h_f^2 - (1 + \Delta s) d^2]$
- Ζώνη 2:  $\varphi_{\alpha\rho} = \frac{(1+\Delta s)}{2\Delta s} \cdot (h_f - d)^2$

**Περιορισμένος υδροφορέας :** (2.11.7)

- Ζώνη 1:  $\varphi_{\delta\varepsilon\xi} = B \cdot h_f + \frac{\Delta s \cdot B^2}{2} - (1 + \Delta s) \cdot B \cdot d$
- Ζώνη 2:  $\varphi_{\alpha\rho} = \frac{(1+\Delta s)}{2\Delta s} \cdot [h_f + \Delta s \cdot B - (1 + \Delta s) d]^2$

Οι παραπάνω συναρτήσεις είναι **συνεχείς** μεταξύ των ζωνών 1 και 2. Οι εξισώσεις 2.11.6 και 2.11.7 φανερώνουν τη **σχέση ανάμεσα** στο **δυναμικό** και στις υπόλοιπες παραμέτρους του συστήματος του υπόγειου υδροφορέα όπως είναι το **πιεζομετρικό φορτίο**, το πάχος του υδροφόρου σχηματισμού κ.α..

→ Στο **πόδι** της διεπιφάνειας (**σημείο G**) το δυναμικό ροής παίρνει συγκεκριμένη τιμή αφού ισχύει:  $\xi = d$  και η  $h_f - d = \Delta s \cdot \xi$  γίνεται  $h_f = (\Delta s + 1)d$ . Με  $\rho_s = 1.025 \text{ gr/cm}^3$  και  $\rho_f = 1.000 \text{ gr/cm}^3$  το  $\Delta s = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} = 0.025$  άρα,  $h_f - d = 0.025 \cdot \xi \rightarrow \xi = 1.025 \cdot d$

**Φρεάτιος υδροφορέας:** (2.11.8α)

$$\varphi_G = \varphi_{\alpha\rho} = \varphi_{\delta\varepsilon\xi} = \frac{\Delta s (1 + \Delta s)}{2} \cdot d^2$$

**Περιορισμένος υδροφορέας:** (2.11.8β)

$$\varphi_G = \varphi_{\alpha\rho} = \varphi_{\delta\varepsilon\xi} = \frac{\Delta s}{2 \cdot B^2}$$

Στο Modflow δεν μπορεί να προβληθεί ισοχλώρια καμπύλη καθώς δεν υπάρχουν συγκεντρώσεις. Με το μοντέλο απότομης διεπιφάνειας που επιλύεται στο Modflow υπολογίζει το δυναμικό του Strack. Το δυναμικό χρειάζεται μετατροπή για να υπολογιστούν οι τιμές του υδραυλικού φορτίου.

Σε αντίθεση με το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας που είναι πρακτικά μη μόνιμης ροής (μη μόνιμης μεταφοράς ρύπου) και οι αρχικές συνθήκες που ορίζονται παίζουν ρόλο, το μοντέλο απότομης διεπιφάνειας είναι ένα μοντέλο μόνιμης ροής και θα καταλήξει σχεδόν στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα από όποιες αρχικές συνθήκες και αν ξεκινήσει (μπορεί να ξεκινήσει και με μηδενικές). Το μοντέλο αυτό, τρέχει για 100 σενάρια όπως και το μοντέλο Seawat. Το Modflow επιλύεται με την υδραυλική αγωγιμότητα γιατί θεωρείται ότι ο υδροφορέας έχει μοναδιαίο πάχος άρα η μεταφορικότητα ισούται στην περίπτωση αυτή με την υδραυλική αγωγιμότητα. Οι παροχές άντλησης των πηγαδιών ισούνται με αυτές που παράγονται από το csv αρχείο, το οποίο προκύπτει από τα αποτελέσματα του βήματος "init" για να είναι ακριβώς ίδιες με αυτές που έτρεξαν στα 100 σενάρια του Seawat. Για να τρέξει το μοντέλο Modflow προαπαιτεί το τρέξιμο του 1<sup>ου</sup> βήματος του μοντέλου Seawat.

Ακολούθως τρέχει τα 100 σενάρια με τα ήδη ορισμένα χαρακτηριστικά του υδροφορέα και παράλληλα, εκτυπώνει τα αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι αποτελέσματα δυναμικού όπου έπειτα από επεξεργασία και μετατροπή από τις σχέσεις (2.11.6) και (2.11.8α) προκύπτει το υδραυλικό (πιεζομετρικό) φορτίο και οι πιεζομετρικές καμπύλες του σεναρίου που ζητείται υπό μορφή γραφημάτων. Από τις πιεζομετρικές καμπύλες απομονώνεται η καμπύλη 0.625m από αντιστοιχεί σε δυναμικό 8.0078 (η οποία είναι μια ισοδυναμική καμπύλη που αντιστοιχεί στο πόδι της σφήνας) για να γίνει σύγκριση. Τέλος, εκτυπώνεται ο χρόνος ολοκλήρωσης του μοντέλου.

## 4.3 Αποτελέσματα

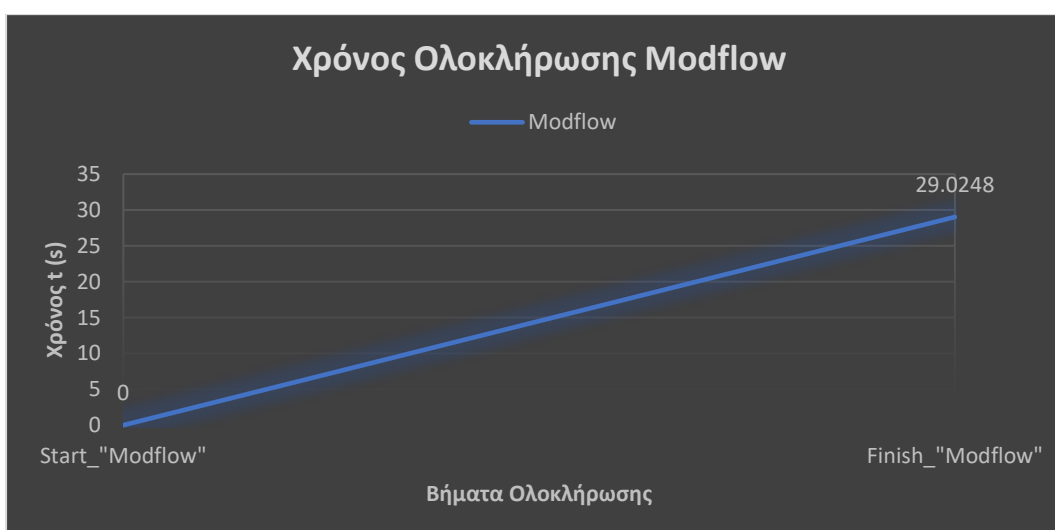
### 4.3.1 Χρόνοι ολοκλήρωσης Seawat και Modflow

- Συνολικός χρόνος Seawat: 3794.3919 sec

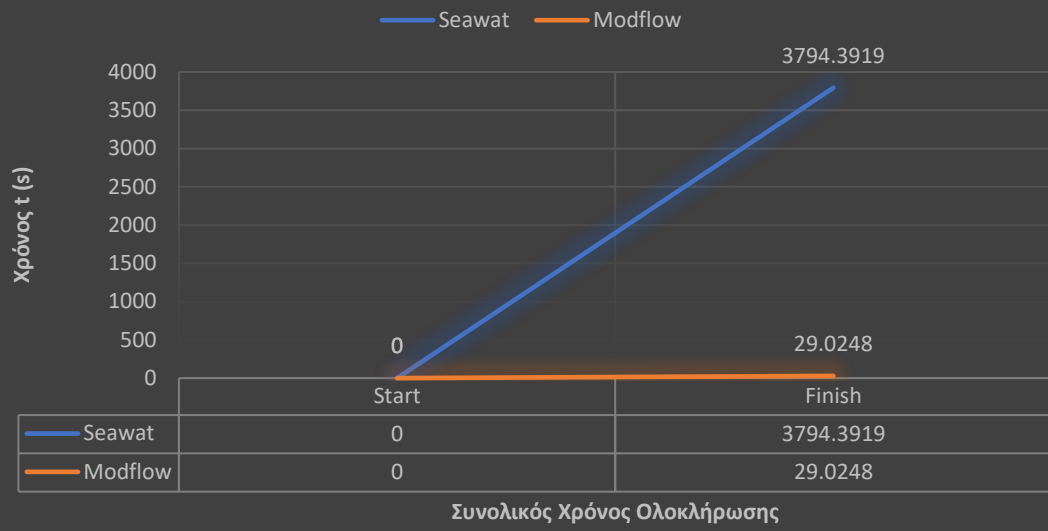
ΒΗΜΑΤΑ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΒΗΜΑΤΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΒΗΜΑΤΟΣ
1 <sup>ο</sup> βήμα	"init"	67.2347 sec
2 <sup>ο</sup> βήμα	"pre_run"	65.3747 sec
3 <sup>ο</sup> βήμα	"run100"	3603.9306 sec
4 <sup>ο</sup> βήμα	"custom"	57.8519 sec



- Συνολικός χρόνος Modflow: 29.0248 sec



## Συνολικοί Χρόνοι Ολοκλήρωσης Seawat και Modflow





#### 4.3.2 Θέση αλάτινης σφήνας

Λόγω σφαλμάτων που προέκυψαν στα ψηφιοποιημένα μοντέλα, οι αποστάσεις της ισοχλώριας καμπύλης  $0.1\text{kg/m}^3$  καθώς και της καμπύλης δυναμικού 8.0078 (που αντιστοιχεί στην ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m) δεν υπολογίστηκαν με τον μέσο όρο των αποστάσεων των επιμέρους σημείων των καμπυλών από την ακτογραμμή. Ωστόσο, από τα **γرافήματα 3 και 4** είναι εμφανής και διακρίνεται η διαφορά στην ακρίβεια και απόκλιση των δύο μοντέλων. Το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας θεωρείται πιο ακριβής αναπαράσταση της φυσικής πραγματικότητας και χρησιμοποιείται ως βάση ή σημείο αναφοράς για τα υπόλοιπα μοντέλα υφαλμύρισης.

Να σημειωθεί ότι η ισοχλώρια καμπύλη  $0.1\text{kg/m}^3$  είναι μια καμπύλη ίσης συγκέντρωσης και επιλέγεται αυτή αφού αποτελεί ένα «αυστηρό» ασφαλές όριο σε συγκέντρωση χλωρίου από την ισοχλώρια καμπύλη  $0.5\text{kg/m}^3$  που αποτελεί το όριο της ποσιμότητας. Η ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m που αντιστοιχεί σε δυναμικό 8.0078 του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας επιλέγεται αφού στο μοντέλο δεν υπάρχουν συγκεντρώσεις με αποτέλεσμα υπολογίζεται η έκταση της υφάλμυρης σφήνας μέσω της τιμής του δυναμικού και κατ' επέκταση του πιεζομετρικού φορτίου.

Κατά την λειτουργία των ψηφιοποιημένων μοντέλων στα λογισμικά Modflow και Seawat, ορίστηκαν διάφορες παροχές άντλησης των πηγαδιών με ενδεικτική την τιμή ανά πηγάδι  $Q_w = 252\text{m}^3/\text{d}$  (**γράφημα 1, 2, 3 και 4**) η οποία αντιστοιχεί στο 75% της επιφανειακής τροφοδοσίας και κατά την τιμή αυτή η υφαλμύριση οριακά δεν προσπερνά τα πηγάδια άντλησης. Οι άλλες τιμές που δοκιμάστηκαν είναι  $168\text{m}^3/\text{d}$  (**γράφημα 5 και 6**) και  $84\text{m}^3/\text{d}$  (**γράφημα 7 και 8**) οι οποίες αντιστοιχούν στο 50% και 25% αντίστοιχα.

Κατά τις δοκιμές παρατηρήθηκε ότι όσο μειώνεται η παροχή άντλησης των πηγαδιών τόσο η αλάτινη σφήνα κινείται προς τη θάλασσα ενώ όσο αυξάνεται, τόσο η αλάτινη σφήνα κινείται προς το εσωτερικό του υδροφορέα με αποτέλεσμα να υφαλμιρίζονται τα πηγάδια και ο υδροφορέας να προχωρά προς πλήρη υφαλμύριση.

Επιπλέον, παρατηρήθηκε (**γράφημα 4, 6, και 8**) ότι όσο μεγαλύτερη είναι η άντληση τόσο μεγαλύτερη είναι η υπερεκτίμηση του μοντέλου απότομης διεπιφάνειας ενώ όσο μικρότερη είναι η παροχή τόσο αυτή μειώνεται.

Τέλος κρίθηκε απαραίτητη η μετακίνηση των δύο πλησιέστερων προς τη θάλασσα φρέατων άντλησης για λόγους ασφαλείας. Τα δύο φρέατα άντλησης μετακινήθηκαν προς το εσωτερικό του υδροφορέα κατά 300 μέτρα έκαστο από ανατολικά προς δυτικά και παρουσιάζεται εκ νέου η έκταση της υφαλμύρισης με τη νέα θέση πηγαδιών (**γράφημα 9 και 10**) με ενδεικτική παροχή άντλησης των πηγαδιών  $Q_w = 252\text{m}^3/\text{d}$  αφού αποτελεί τη μεγαλύτερη τιμή παροχής άντλησης των πηγαδιών που δοκιμάστηκε και η διεπιφάνεια αλμυρού και γλυκού νερού ήταν πλησιέστερα από κάθε άλλη δοκιμή προς τα φρέατα άντλησης.

## 4.4 Συμπεράσματα

### 4.4.1 Χρόνοι ολοκλήρωσης Seawat και Modflow

Ως προς τον συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης των δύο μοντέλων, παρατηρείται ότι το Modflow ολοκληρώνεται σχεδόν 131 φορές γρηγορότερα από το Seawat. Με άλλα λόγια ο χρόνος ολοκλήρωσης του Modflow αποτελεί περίπου το 0.0075% του χρόνου ολοκλήρωσης του Seawat.

Συμπερασματικά, ως προς τον χρόνο προτιμάται το Modflow αφού είναι κατά πολύ πιο γρήγορο και ελαφρύ από το αργό και βαρύ υπολογιστικά Seawat.

### 4.4.2 Θέση διεπιφάνειας

Ως προς τη θέση της διεπιφάνειας, το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας θεωρείται πιο ακριβής αναπαράσταση της φυσικής πραγματικότητας και χρησιμοποιείται ως βάση ή σημείο αναφοράς για τα υπόλοιπα μοντέλα υφαλμύρισης.

Συμπερασματικά, ως προς τη θέση της αλάτινης σφήνας προτιμάται το Seawat ωστόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και το Modflow όταν απαιτείται μεγάλος αριθμός επαναλήψεων.

### 4.4.3 Γενικό Συμπέρασμα

Το γενικό συμπέρασμα που εξάγεται από την εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι ότι κατά τη μελέτη υφαλμύρισης παράκτιου υδροφορέα, το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας είναι πιο ρεαλιστικό, αλλά μπορεί να γίνει αρκετά χρονοβόρο με αποτέλεσμα να μην προτιμάται για εφαρμογές που απαιτούν μεγάλο αριθμό επαναλήψεων, όπως για παράδειγμα σε συνδυασμό με αλγορίθμους βελτιστοποίησης αντλήσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ

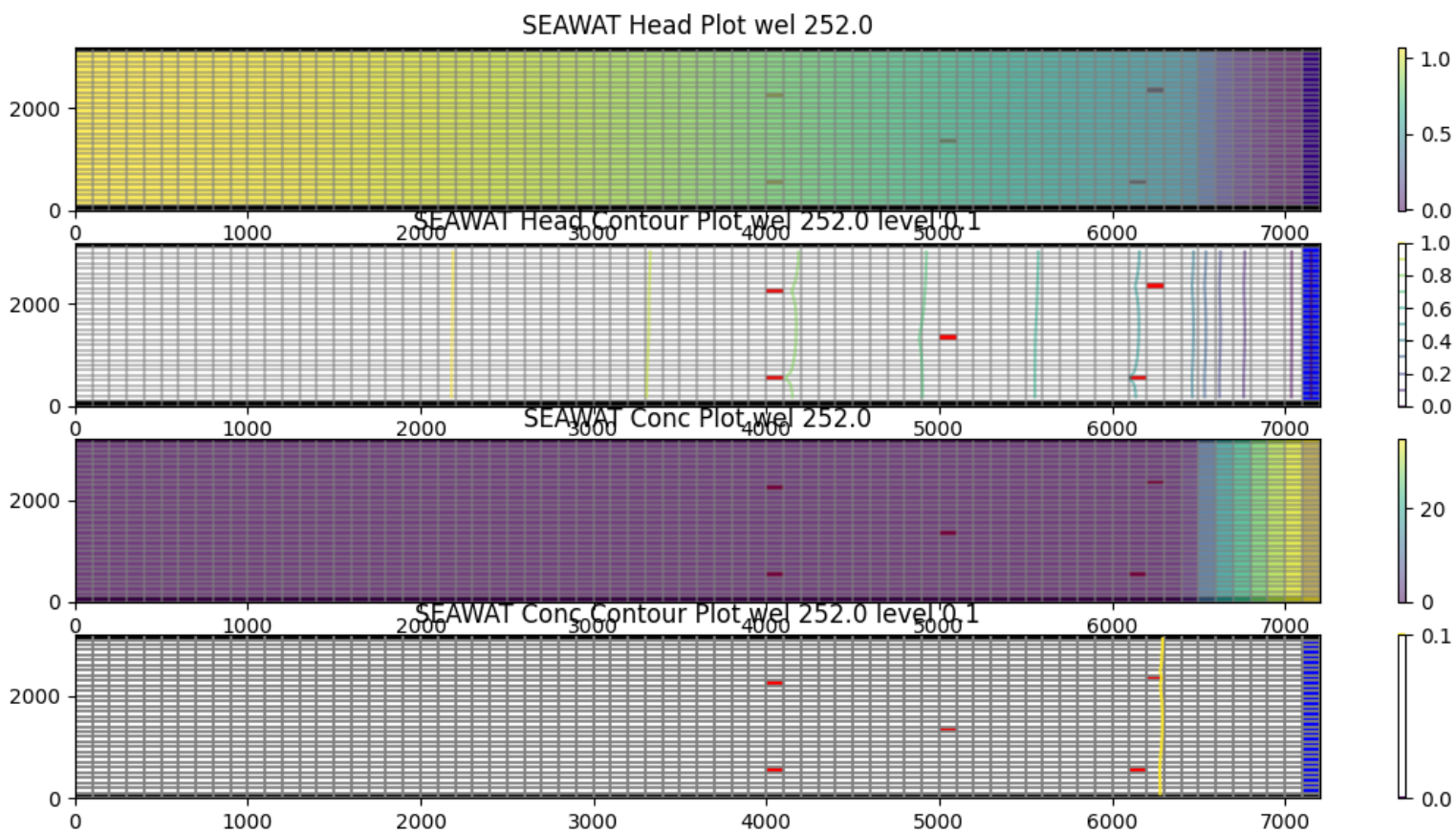
Τα **γραφήματα 1 και 2** που ακολουθούν αποτελούν δείγματα αποτελεσμάτων των ψηφιοποιημένων μοντέλων μεταβλητής πυκνότητας και απότομης διεπιφάνειας από τα λογισμικά Seawat και Modflow με την ενδεικτική τιμή παροχής άντλησης των πηγαδιών  $Q_w = 252m^3/d$ .

Στο **γράφημα 1** διακρίνονται τέσσερα γραφήματα και αφορούν το μοντέλο Seawat. Αρχικά, το πρώτο γράφημα δείχνει το υδραυλικό φορτίο στην έκταση του παράκτιου υδροφορέα με μέγιστη τιμή 1.19m και ελάχιστη 0. Ακολούθως, στο δεύτερο γράφημα διακρίνονται οι καμπύλες ίσου υδραυλικού φορτίου ανά 0.1m. Έπειτα, το τρίτο γράφημα δείχνει τη συγκέντρωση του παράκτιου υδροφορέα με μέγιστη τιμή συγκέντρωσης  $35 kg/m^3$  και ελάχιστη 0. Τέλος, το τέταρτο γράφημα απομονώνει την ισοχλώρια καμπύλη  $0.1kg/m^3$  εκ της οποίας υπολογίζεται η θέση της αλάτινης σφήνας για το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας στο λογισμικό Seawat.

Στο **γράφημα 2** διακρίνονται δύο γραφήματα και αφορούν το μοντέλο Modflow. Αρχικά, το πρώτο γράφημα δείχνει το δυναμικό (αφού γίνεται επίλυση κατά Strack) στην έκταση του υδροφορέα με μέγιστη τιμή δυναμικού  $\Phi=29.03$ . Ακολουθεί το δεύτερο γράφημα όπου διακρίνονται οι ισοδυναμικές καμπύλες του υδροφορέα ανά 1. Τέλος απομονώνεται η καμπύλη ίσου δυναμικού  $\Phi=8.0078$  η οποία ταυτίζεται με την ισοπιεζομετρική καμπύλη 0.625m εκ της οποίας υπολογίζεται η θέση της αλάτινης σφήνας για το μοντέλο απότομης διεπιφάνειας στο λογισμικό Modflow.

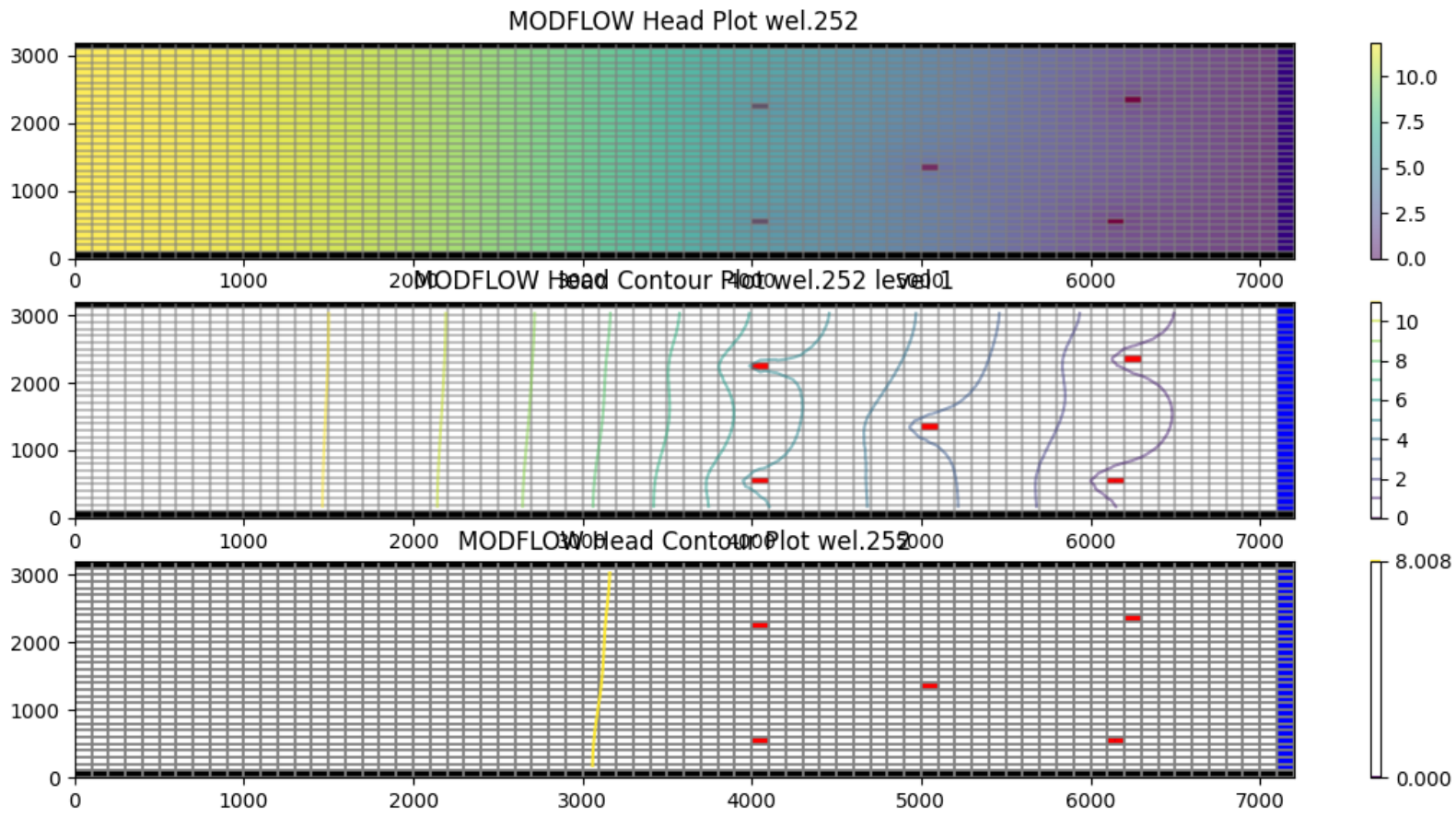
## 5.1 Γραφήματα αποτελεσμάτων Seawat – Variable Density

ΓΡΑΦΗΜΑ 1: ΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ SEAWAT



## 5.2 Γραφήματα αποτελεσμάτων Modflow – Sharp Interface

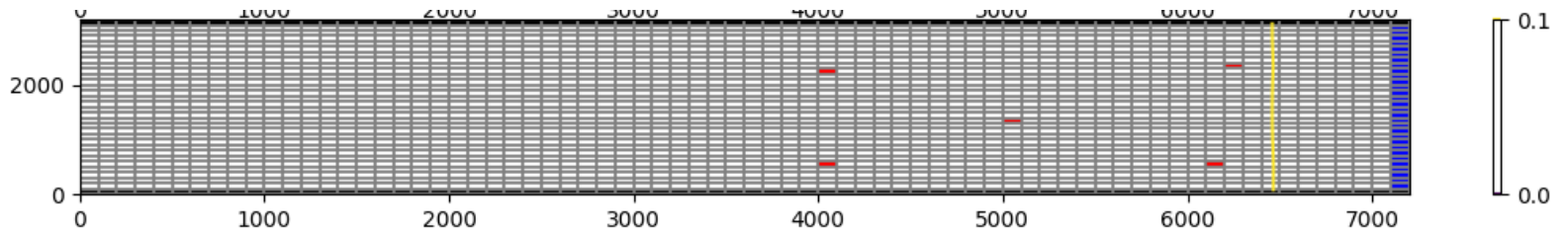
ΓΡΑΦΗΜΑ 2: ΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ MODFLOW



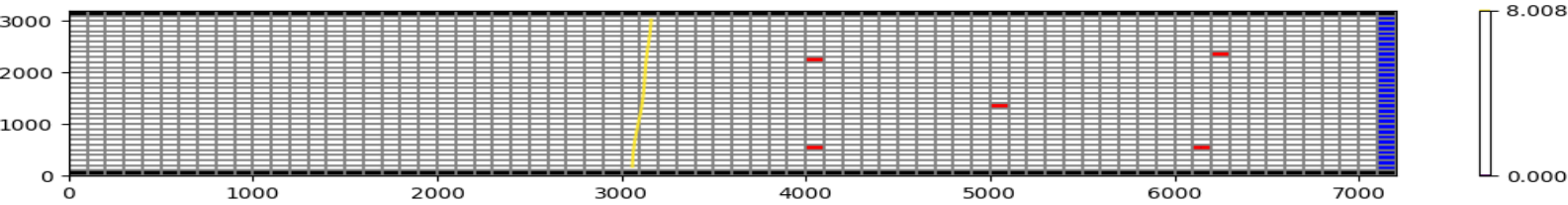
5.3 Γραφήματα σύγκρισης θέσης μεταξύ ισοχλώριας καμπύλης  $0.1\text{kg/m}^3$  (Seawat) και ισοπιεζομετρικής καμπύλης  $0.625\text{m}$  ( $\Phi=8.0078$ ) (Modflow)

Παροχή άντλησης πηγαδιών  $Q_w = 252\text{m}^3/d$

ΓΡΑΦΗΜΑ 3: Ισοχλώρια καμπύλη  $0.1\text{kg/m}^3$

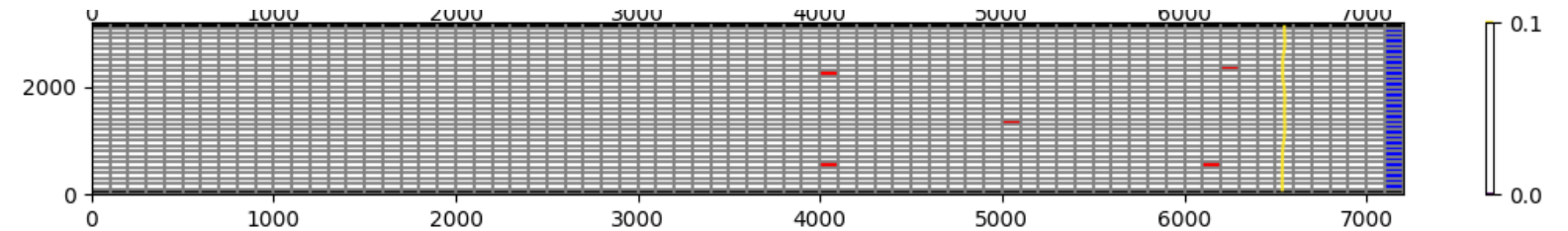


ΓΡΑΦΗΜΑ 4: Ισοδυναμική καμπύλη  $8.0078 =$  Ισοπιεζομετρική καμπύλη  $0.625\text{m}$

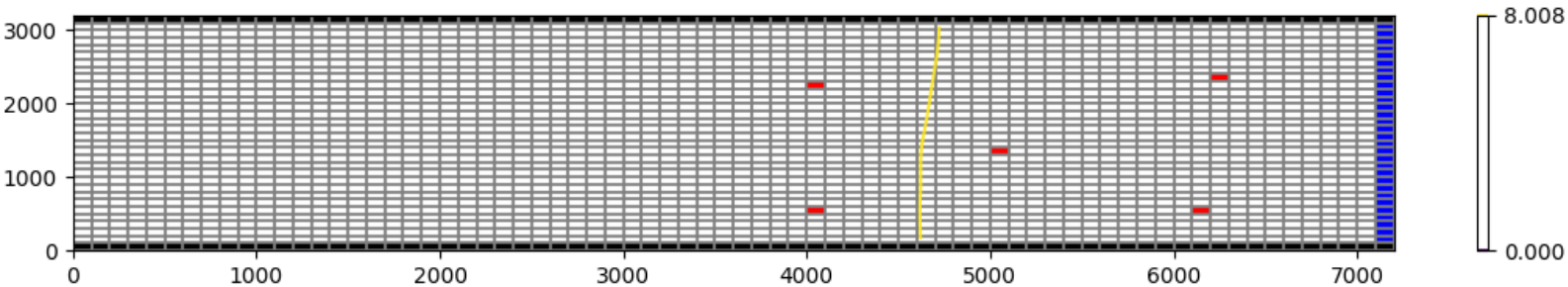


Παροχή άντλησης πηγαδιών  $Q_w = 186\text{m}^3/d$

ΓΡΑΦΗΜΑ 5: Ισοχλώρια καμπύλη  $0.1\text{kg/m}^3$

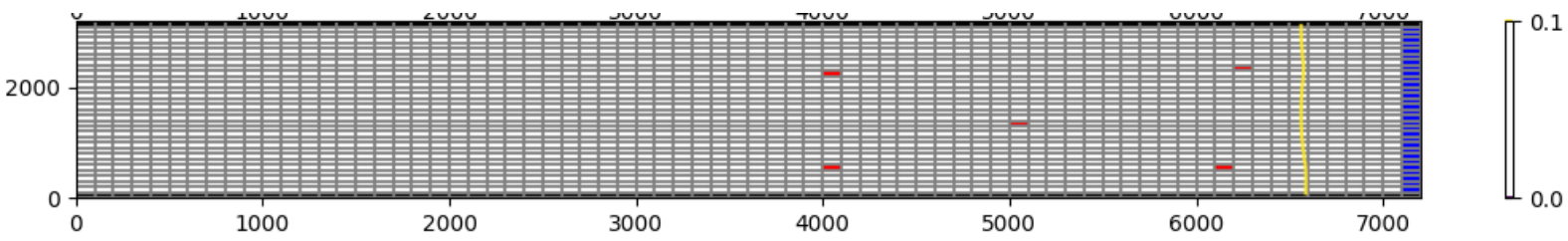


ΓΡΑΦΗΜΑ 6: Ισοδυναμική καμπύλη  $8.0078 =$  Ισοπιεζομετρική καμπύλη  $0.625\text{m}$

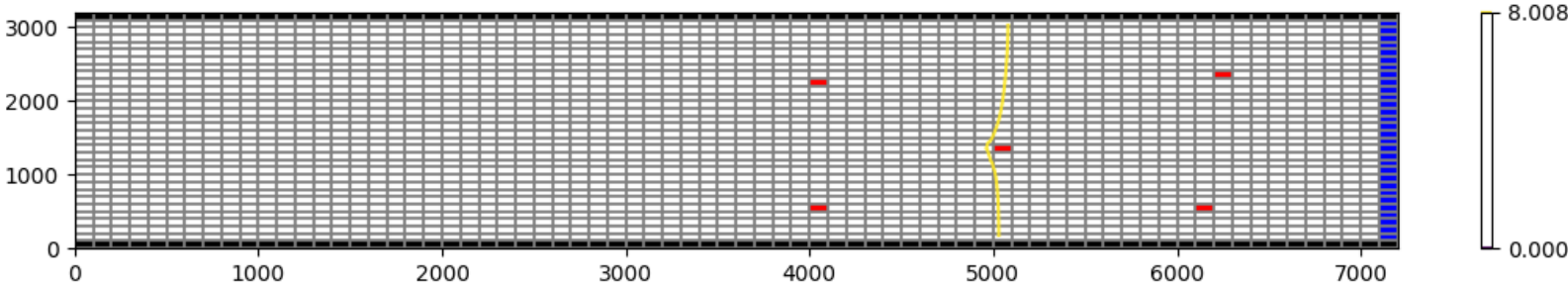


Παροχή άντλησης πηγαδιών  $Q_w = 84m^3/d$

ΓΡΑΦΗΜΑ 7: Ισοχλώρια καμπύλη  $0.1kg/m^3$

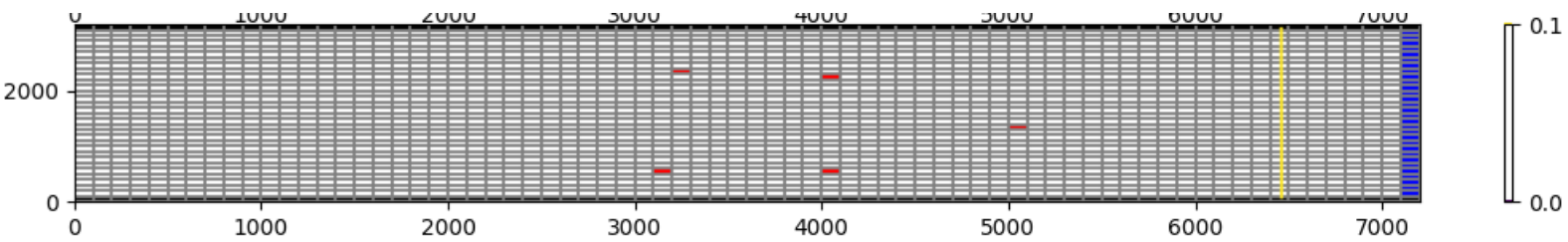


ΓΡΑΦΗΜΑ 8: Ισοδυναμική καμπύλη  $8.0078 =$  Ισοπιεζομετρική καμπύλη  $0.625m$

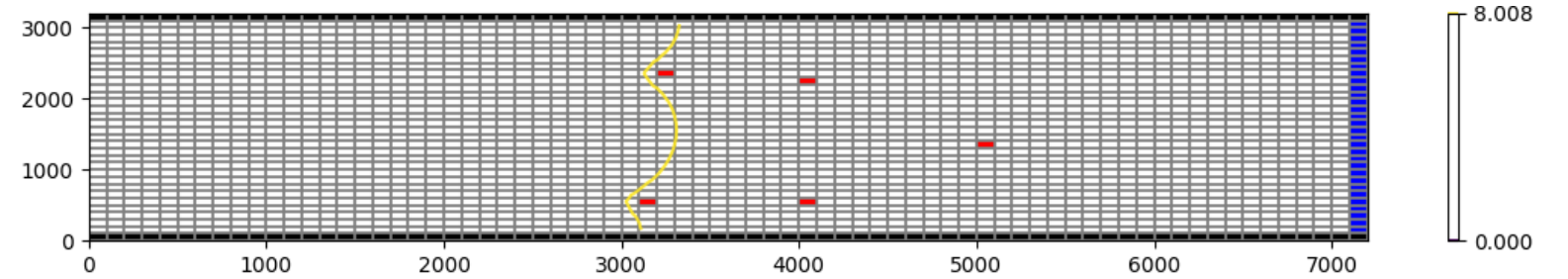


Παροχή άντλησης πηγαδιών  $Q_w = 252m^3/d$  με νέα θέση πηγαδιών

ΓΡΑΦΗΜΑ 9: Ισοχλώρια καμπύλη  $0.1kg/m^3$



ΓΡΑΦΗΜΑ 10: Ισοδυναμική καμπύλη  $8.0078 =$  Ισοπιεζομετρική καμπύλη  $0.625m$



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΡΑΚΤΙΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ

## 6.1 Seawat – Variable Density (Μεταβλητή Πυκνότητα)

```
# SEAWAT MODEL

import argparse
import math
import os
import random
import shutil
import sys
import time

import flopy
import flopy.utils.binaryfile as bf
import numpy as np
import pandas as pd
from matplotlib import pyplot as plt
from skimage import measure
from smt.sampling_methods import LHS

def parse_args(argv):
    parser = argparse.ArgumentParser(description='Select run mode.')
    parser.add_argument('--mode', help='Select init, pre_run, run, custom', required=True)
    parser.add_argument('--scenarios', type=int, help='The number of scenarios to run', default=1)
    parser.add_argument('--wel_limit', type=float, help='The pumping value from each well', default=252)
    parser.add_argument('--print_plots', type=bool, help='To print the plots at the end of the script', default=False)
    return parser.parse_args(argv)

def logging_info(scenarios_num, output_file_scenarios, output_file_distances, wel_data, init_head, init_conc):
    print(f'[INFO] scenarios_num: {scenarios_num}')
    print(f'[INFO] scenario_output_file: {output_file_scenarios}')
    print(f'[INFO] distances_output_file: {output_file_distances}')
    print(f'[INFO] wel_data: {wel_data}')
    print(f'[INFO] init_head: {init_head}')
    print(f'[INFO] init_conc: {init_conc}')

def create_dirs(file_sep='/'):
    # ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΦΑΚΕΛΩΝ ΓΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ
    current_path = os.getcwd()
    init_cond_dir = current_path + f"{file_sep}init_cond"
    vd_head_results_dir = current_path + f"{file_sep}vd_head_results"
    vd_conc_results_dir = current_path + f"{file_sep}vd_conc_results"

    if not os.path.exists(init_cond_dir):
```



```

        os.makedirs(init_cond_dir)
    if not os.path.exists(vd_head_results_dir):
        os.makedirs(vd_head_results_dir)
    if not os.path.exists(vd_conc_results_dir):
        os.makedirs(vd_conc_results_dir)

    return current_path, init_cond_dir, vd_head_results_dir,
vd_conc_results_dir

# ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ SEAWAT
modelname = "kalimnos_rect"
Lx = 7200
Ly = 3200
Lz = 25
ztop = 0
zbot = -25
nlay = 5
nrow = 32
ncol = 72
delr = Lx / ncol
delc = Ly / nrow
delv = (ztop - zbot) / nlay
botm = np.linspace(ztop - delv, zbot, nlay)
hk = 100 # m/day
vka = 10
sy = 0.3
laytyp = 1
ibound = np.ones((nlay, nrow, ncol), dtype=np.int32)
#ibound[:, :, 0] = 123
ibound[:, :, -1] = -1
ibound[:, 0, :] = 0
ibound[:, -1, :] = 0
icbund = ibound
ipakcb = 53
rch_val = 8e-5

def main(argv=None):
    tic = time.perf_counter()
    args = parse_args(argv)
    mode = args.mode
    print_plots = args.print_plots

    my_os = sys.platform

    # Decide the file separator based on the operating system
    # Please note the paths to the executables might need to be
    configured on new systems before the run

    if my_os == 'win32':
        file_sep = '\\'
        exe_path = "C:\\swt_v4_00_05\\exe\\swt_v4x64"
    else:
        file_sep = '/'
        exe_path = "./swtv4"

    if mode not in ('init', 'pre_run', 'run100', 'custom'):
        raise(ValueError('mode should be 1 of "init", "pre_run",
"run100", "custom"'))

```

```

# Create the necessary directories for the results
current_path, init_cond_dir, vd_head_results_dir,
vd_conc_results_dir = create_dirs(file_sep)

output_file_scenarios = f'scenarios_{mode}.csv'
output_file_distances = f'distances_{mode}.csv'

print(f'[INFO]      Running in mode: {mode}')

#####

if mode == 'init':
    scenarios_num = 1
    init_head = np.zeros((nlay, nrow, ncol), dtype=np.float32)
    init_conc = np.zeros((nlay, nrow, ncol), dtype=np.float32)

    wel_data = {0: [
        [4, 9, 40, 0],
        [4, 26, 40, 0],
        [4, 18, 50, 0],
        [4, 8, 62, 0],
        [4, 26, 61, 0]],
    }

    elif mode == 'pre_run':
        scenarios_num = 1
        head_obj =
bf.HeadFile(f'{vd_head_results_dir}{file_sep}{modelname}_init_scenari
o_0.hds')
        ucn_obj =
bf.UcnFile(f'{vd_conc_results_dir}{file_sep}{modelname}_init_scenari
o_0.UCN')
        Qw = (Lx * Ly * rch_val * 0.75) / 5
        wel_data = {0: [
            [4, 9, 40, Qw],
            [4, 26, 40, Qw],
            [4, 18, 50, Qw],
            [4, 8, 62, Qw],
            [4, 26, 61, Qw]],
        }

        elif mode == 'run100':
            scenarios_num = 100
            head_obj =
bf.HeadFile(f'{vd_head_results_dir}{file_sep}{modelname}_pre_run_scen
ario_0.hds')
            ucn_obj =
bf.UcnFile(f'{vd_conc_results_dir}{file_sep}{modelname}_pre_run_scena
rio_0.UCN')

            # initializing wel_data for run100
            pumping_scenarios = pd.read_csv('scenarios_init.csv',
header=None).to_numpy()[0]

            wel_data = {0: [
                [4, 9, 40, 0],
                [4, 26, 40, 0],
                [4, 18, 50, 0],
                [4, 8, 62, 0],
                [4, 26, 61, 0]],
            }

```

```

    }

    for j in range(len(wel_data[0])):
        wel_data[0][j][3] = pumping_scenarios[j+1]

    elif mode == 'custom':
        scenarios_num = args.scenarios
        wel_limit = args.wel_limit
        head_obj =
bf.HeadFile(f'{vd_head_results_dir}{file_sep}{modelname}_pre_run_scen
ario_0.hds')
        ucn_obj =
bf.UcnFile(f'{vd_conc_results_dir}{file_sep}{modelname}_pre_run_scena
rio_0.UCN')

    wel_data = {0: [
        [4, 9, 40, wel_limit],
        [4, 26, 40, wel_limit],
        [4, 18, 50, wel_limit],
        [4, 8, 62, wel_limit],
        [4, 26, 61, wel_limit]],
    }

    # Initialize head and concentration objects (for all modes except
    init) with the data from the above file paths.
    # if mode = init the heads & conc are init to 0s using np.zeros()
    if mode != 'init':
        head_times = head_obj.get_times()
        init_head = head_obj.get_data(totim=head_times[-1])

        conc_times = ucn_obj.get_times()
        init_conc = ucn_obj.get_data(totim=conc_times[-1])

    for i in range(nlay):
        for j in range(nrow):
            for k in range(ncol):
                if icbund[i, j, k] == -1:
                    init_conc[i, j, k] = 35
                    #init_head[i, j, k] = 1

    logging_info(scenarios_num, output_file_scenarios,
output_file_distances, wel_data, init_head, init_conc)

    print("Saving init concentrations and headers into a .csv file")

pd.DataFrame(init_conc[4]).to_csv(f"preview_init_conc_{mode}.csv",
header=False)

pd.DataFrame(init_head[4]).to_csv(f"preview_init_header_{mode}.csv",
header=False)

#####
#####
    # Το κομμάτι του κώδικα που ακολουθεί αφορά την απόκτηση των
    αρχικών συνθηκών. Ξεκινά από
    # μηδενικές αρχικές συνθήκες υδραυλικού φορτίου και συγκέντρωσης
    και τρέχει το μοντέλο για 100 χρόνια

```

```

# με μηδενικές αντιλήσεις. Τις τελικές τιμές συγκέντρωσης και
υδραυλικού φορτίου τις χρησιμοποιεί
# σαν αρχικές συνθήκες για τις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν.

swt = flopy.seawat.Seawat(modelname, exe_name=exe_path)
print(swt.namefile)

dis = flopy.modflow.ModflowDis(
    swt,
    nlay,
    nrow,
    ncol,
    nper=1,
    delr=delr,
    delc=delc,
    laycbd=0,
    top=ztop,
    botm=botm,
    perlen=36500,
    nstp=1,
)

bas = flopy.modflow.ModflowBas(swt, ibound=ibound,
strt=init_head)

lpf = flopy.modflow.ModflowLpf(swt, laytyp=laytyp, hk=hk,
vka=vka, ipakcb=ipakcb, sy=sy,)

pcg = flopy.modflow.ModflowPcg(swt, hclose=1.0e-8)

rch = flopy.modflow.ModflowRch(swt, nrchop=3, rech=rch_val)

oc = flopy.modflow.ModflowOc(
    swt,
    stress_period_data={(0, 0): ["save head", "save budget"]},
    compact=True,
)

itype = flopy.mt3d.Mt3dSsm.itype_dict()

wel = flopy.modflow.ModflowWel(swt, stress_period_data=wel_data,
ipakcb=ipakcb)

btn = flopy.mt3d.Mt3dBtn(
    swt,
    nprs=-5,
    prsity=0.3,
    icbund=icbund,
    sconc=init_conc,
    nprobs=10,
    nprmas=10,
    dt0=0.001,
    savucn=True,
    ttsmult=1.2,
    ttsmax=100,
)

adv = flopy.mt3d.Mt3dAdv(swt, mixelm=0)
dsp = flopy.mt3d.Mt3dDsp(swt, al=25.0)
gcg = flopy.mt3d.Mt3dGcg(swt, iter1=500)

```

```

ssm_data = {}
ssm_sp1 = []
for i in range(nlay):
    for j in range(nrow):
        ssm_sp1.append([i, j, -1, 35, itype["CC"]])

ssm_data[-1] = ssm_sp1

ssm = flopy.mt3d.Mt3dSsm(swt, stress_period_data=ssm_data)

vdf = flopy.seawat.SeawatVdf(
    swt,
    iwtable=0,
    densemin=0,
    densemax=0,
    denseref=1000.0,
    denseslp=0.7143,
    firstdt=1e-3,
)

swt.write_input()
success, buff = swt.run_model(silent=True, report=True)
if not success:
    raise Exception("SEAWAT did not terminate normally.")

print("Saving init concentrations and headers into a .csv file
after the model run, before final")
head_obj = bf.HeadFile(current_path + file_sep + modelname +
'.hds')
ucn_obj = bf.UcnFile(current_path + file_sep + 'MT3D001.UCN')
head_times = head_obj.get_times()
head = head_obj.get_data(totim=head_times[-1])
conc_times = ucn_obj.get_times()
conc = ucn_obj.get_data(totim=conc_times[-1])

pd.DataFrame(conc[4]).to_csv(f"preview_after_model_conc_{mode}.csv",
header=False)

pd.DataFrame(head[4]).to_csv(f"preview_after_model_header_{mode}.csv"
, header=False)

#####
# Μεταφέρονται τα αρχεία των αρχικών συνθηκών σε ξεχωριστό
directory, ώστε να είναι πάντα εύκολα προσβάσιμα
shutil.copyfile(current_path + file_sep + modelname + '.hds',
init_cond_dir + file_sep + modelname + '_' + mode + '_init_head.hds')
shutil.copyfile(current_path + file_sep + 'MT3D001.UCN',
init_cond_dir + file_sep + modelname + '_' + mode + '_INIT_CONC.UCN')
#####

# read head results of the first 100-year simulation
head_obj = bf.HeadFile(init_cond_dir + file_sep + modelname + '_'
+ mode + '_init_head.hds')
head_times = head_obj.get_times()
init_head = head_obj.get_data(totim=head_times[-1])
for i in range(nlay):
    for j in range(nrow):
        for k in range(ncol):
            if init_head[i, j, k] < 10 ** (-6):

```

```

        init_head[i, j, k] = 0

    bas = flopy.modflow.ModflowBas(swt, ibound=ibound,
    strt=init_head)

    # read concentration results of the first 100-year simulation
    ucn_obj = bf.UcnFile(init_cond_dir + file_sep + modelname + '_' +
    mode + '_INIT_CONC.UCN', model=swt)
    conc_times = ucn_obj.get_times()
    init_conc = ucn_obj.get_data(totim=conc_times[-1])

    for i in range(nlay):
        for j in range(nrow):
            for k in range(ncol):
                if init_conc[i, j, k] < 10 ** (-6):
                    init_conc[i, j, k] = 0

    btn = flopy.mt3d.Mt3dBtn(
        swt,
        nprs=-5,
        prsity=0.3,
        icbund=icbund,
        sconc=init_conc,
        nprobs=10,
        nprmas=10,
        dt0=0.001,
        savucn=True,
        ttsmult=1.2,
        ttsmax=100,
    )

'''
Ετοιμάζονται τα σενάρια των αντιλήσεων χρησιμοποιώντας τη στατιστική
μέθοδο Latin Hypercube Sampling
Σαν ανώτατο όριο αντιλήσεων τίθεται το 75% της επιφανειακής
τροφοδοσίας.
'''

    # Well data calculation
    pumping_limit = 0.75 * rch_val * Lx * Ly
    pumping_limit_mat = np.transpose(np.array([np.zeros(5),
    pumping_limit*np.ones(5)]))
    sampling = LHS(xlimits=pumping_limit_mat)

    pumping_scenarios = sampling(scenarios_num)
    for k in range(scenarios_num):
        pumping_scenarios[k] = pumping_scenarios[k, :] * (rch_val *
    Lx * Ly / pumping_scenarios[k, :].sum())
        value = random.random()
        pumping_scenarios = pumping_scenarios * value

    # Σώζονται τα σενάρια αντιλήσεων σε ένα αρχείο csv, ώστε να είναι
    # προσβάσιμα ανά πάσα στιγμή.
    dataframe = pd.DataFrame(pumping_scenarios)
    dataframe.to_csv(output_file_scenarios, header=None)

#####
# Τρέχουν τα σενάρια άντλησης με το μοντέλο μεταβλητής πυκνότητας και
# μεταφέρονται τα αποτελέσματα στους αντίστοιχους φακέλους.

```

```

dist_mat = np.zeros((scenarios_num, 200), dtype=np.float32) #72
for i in range(scenarios_num):
    print(f"Running scenario {i+1} out of {scenarios_num}")
    results_head_filename = vd_head_results_dir + file_sep +
modelname + '_' + mode + '_scenario_' + str(i) + '.hds'
    results_conc_filename = vd_conc_results_dir + file_sep +
modelname + '_' + mode + '_scenario_' + str(i) + '.UCN'

    for j in range(len(wel_data[0])):
        wel_data[0][j][3] = -pumping_scenarios[i, j]

    wel = flopy.modflow.ModflowWel(swt,
stress_period_data=wel_data, ipakcb=ipakcb)
    swt.write_input()
    success, buff = swt.run_model(silent=True, report=True)
    if not success:
        raise Exception("SEAWAT did not terminate normally.")

    # Υπολογισμός της θέσης της ισοχώρας καμπύλης 0.1kg/m^3

    ucn_obj = bf.UcnFile(current_path + file_sep + 'MT3D001.UCN',
model=swt)
    conc_times = ucn_obj.get_times()
    conc = ucn_obj.get_data(totim=conc_times[-1])
    cs_temp = measure.find_contours(conc[4], 0.1)
    cs_temp = (cs_temp[0]) * 100
    cs = np.zeros((200, 2), dtype=np.float32) #72
    j = 0
    for k in range(len(cs_temp)):
        if math.fmod(cs_temp[k, 0], 50) == 0:
            cs[j, :] = cs_temp[k, :]
            j = j + 1

    dist_mat[i, :] = np.transpose(cs[:, 1])

    shutil.copyfile(current_path + file_sep + modelname + '.hds',
results_head_filename)
    shutil.copyfile(current_path + file_sep + 'MT3D001.UCN',
results_conc_filename)

    print("Saving final concentrations and headers into a .csv
file after the final calculations")
    head_obj = bf.HeadFile(current_path + file_sep + modelname +
'.hds')
    ucn_obj = bf.UcnFile(current_path + file_sep + 'MT3D001.UCN')
    head_times = head_obj.get_times()
    head = head_obj.get_data(totim=head_times[-1])
    conc_times = ucn_obj.get_times()
    conc = ucn_obj.get_data(totim=conc_times[-1])

pd.DataFrame(conc[4]).to_csv(f"preview_final_conc_{mode}.csv",
header=False)

pd.DataFrame(head[4]).to_csv(f"preview_final_header_{mode}.csv",
header=False)

dataframe = pd.DataFrame(dist_mat)
dataframe.to_csv(output_file_distances, header=None)

toc = time.perf_counter()
print(f"The simulation finished in {toc - tic:0.4f} seconds")

```

```

# Print the plots for the Head & Concentrations
if print_plots:
    print('Creating and storing relevant plots')

    hdoobj = flopy.utils.HeadFile(results_head_filename)
    head = hdoobj.get_data()

    cnobj = flopy.utils.UcnFile(results_conc_filename)
    conc = cnobj.get_data()

    #head[:, 0, :] = head[:, 1, :] #-999.99
    #head[:, -1, :] = head[:, -2, :] #-999.99

    conc[:, 0, :] = conc[:, 1, :] #-999.99
    conc[:, -1, :] = conc[:, -2, :] #-999.99

    print(f"Max head value: {head.max()}")
    print(f"Max conc value: {conc.max()}")
    print(f"Min conc value: {conc.min()}")

    fig, axs = plt.subplots(4, 1)
    axs[0].set_title(f"SEAWAT Head Plot wel {wel_limit}")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=swt, layer=4,
ax=axs[0])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.5)
    quadmesh = mapview.plot_array(head, masked_values=[-999.99],
alpha=0.5)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[0])

    levels = np.arange(0, head.max(), 1)
    axs[1].set_title(f"SEAWAT Head Contour Plot wel {wel_limit}
level 0.01")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=swt, layer=4,
ax=axs[1])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.5)
    quadmesh = mapview.contour_array(head, masked_values=[-
999.99], alpha=0.5, levels=levels)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[1])

    axs[2].set_title(f"SEAWAT Conc Plot wel {wel_limit}")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=swt, layer=4,
ax=axs[2])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.5)
    quadmesh = mapview.plot_array(conc, masked_values=[-999.99],
alpha=0.5)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[2])

    levels=np.arange(0, 0.2, 0.1)
    axs[3].set_title(f"SEAWAT Conc Contour Plot wel {wel_limit}
level 1")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=swt, layer=4,

```



```

ax=axes[3])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.9)
    quadmesh = mapview.contour_array(conc, masked_values=[-
999.99], alpha=0.9, levels=levels)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axes[3])

    plt.show()

if __name__ == "__main__":
    main()

```

## 6.2 Modflow – Sharp Interface (Απότομη Διεπιφάνεια)

```

#MODFLOW MODEL

import os
import numpy as np
import flopy
import shutil
import sys
from concurrent.futures import ProcessPoolExecutor
import pandas as pd
import flopy.utils.binaryfile as bf
from matplotlib import pyplot as plt
import time

my_os = sys.platform

if my_os == 'win32':
    file_sep = '\\'
    exe_path = "C:\\MF2005.1_12\\bin\\mf2005.exe"
else:
    file_sep = '/'
    exe_path = "./mf2005"

scenarios_num = 100

# The results from the SEAWAT simulation
csv_path = "./scenarios_init.csv"

'''
Η συνάρτηση αυτή δημιουργεί έναν φάκελο για κάθε σενάριο που θα
τρέξει, δημιουργεί μέσα σε αυτόν τα αρχεία για το μοντέλο sharp
interface, τρέχει το μοντέλο και μεταφέρει το αρχείο των
αποτελεσμάτων σε έναν ξεχωριστό που ορίζεται απο τον χρήστη.
'''

modelname = "modflow_model"

def run_scenario(arglist):
    my_os = sys.platform
    scenario_iter = arglist[0]
    well_pumping = arglist[1]

```

```

rch_val = arglist[2]
original_path = arglist[3]
results_dir = arglist[4]

scenario_dir = original_path + f"{file_sep}scenario_" +
str(scenario_iter)

if not os.path.exists(scenario_dir):
    os.makedirs(scenario_dir)

if not os.path.exists(results_dir):
    os.makedirs(results_dir)

os.chdir(scenario_dir)

# modelname = "modflow_model"
Lx = 7200
Ly = 3200
Lz = 1
ztop = 0
zbot = -1
nlay = 1
nrow = 32
ncol = 72
delr = Lx / ncol
delc = Ly / nrow
delv = Lz / nlay
botm = np.linspace(ztop - delv, zbot, nlay)
hk = 100 # m/d
vka = 10
sy = 0.3 * np.ones(nlay)
laytyp = np.zeros(nlay)
ibound = np.ones((nlay, nrow, ncol), dtype=np.int32)
ibound[:, :, -1] = -1
ibound[:, 0, :] = 0
ibound[:, -1, :] = 0
ipakcb = 53
sim_yrs = 100
perlen = sim_yrs * 365

init_head = np.zeros((nlay, nrow, ncol), dtype=np.float32)

mf = flopy.modflow.Modflow(modelname, exe_name=exe_path)

mf.array_free_format = True

dis = flopy.modflow.ModflowDis(
    mf,
    nlay,
    nrow,
    ncol,
    delr=delr,
    delc=delc,
    laycbd=0,
    top=ztop,
    botm=botm,
    nper=1,
    perlen=perlen,
    nstp=1,

```

```

        steady=True,
        tsmult=1.2,
    )

    bas = flopy.modflow.ModflowBas(mf, ibound=ibound, strt=init_head)

    lpf = flopy.modflow.ModflowLpf(mf, laytyp=laytyp, hk=hk, vka=vka,
ipakcb=ipakcb, sy=sy)

    pcg = flopy.modflow.ModflowPcg(mf, hclose=1.0e-8)

    rch_data = {}
    rch_data[0] = rch_val

    rch = flopy.modflow.ModflowRch(mf, nrchop=3, rech=rch_data)

    wel_data = {0: [
        [0, 9, 40, 252],
        [0, 26, 40, 252],
        [0, 18, 50, 252],
        [0, 8, 62, 252],
        [0, 26, 61, 252]],
    }

    # for j in range(len(wel_data[0])):
    #     wel_data[0][j][3] = -well_pumping[j + 1]

    wel = flopy.modflow.ModflowWel(mf, stress_period_data=wel_data,
ipakcb=ipakcb)

    oc = flopy.modflow.ModflowOc(
        mf,
        stress_period_data=None,
        compact=True,
    )

    itype = flopy.mt3d.Mt3dSsm.itype_dict()

    mf.write_input()

    if my_os == 'win32':
        success, buff = mf.run_model(silent=True, report=True)
        if not success:
            raise Exception("MODFLOW did not terminate normally.")
    else:
        os.system('./mf2005 > null ' + modelname)

    if my_os == 'win32':
        shutil.copy(scenario_dir + file_sep + modelname + '.hds',
results_dir + file_sep + modelname + '_scenario_' +
str(scenario_iter) + '.hds')
    else:
        shutil.copy(scenario_dir + file_sep + modelname + '.hds',
results_dir + file_sep + modelname + '_scenario_' +
str(scenario_iter) + '.hds')

    os.chdir(original_path)
    shutil.rmtree(scenario_dir, ignore_errors=True)

    return mf

```

```

#####

if __name__ == '__main__':
    tic = time.perf_counter()
    my_os = sys.platform
    original_path = os.getcwd()

    results_dir = original_path + f"{file_sep}{modelname}_results"

    rch_val = 8e-5

    # Το αρχείο scenarios_init.csv περιέχει τα σενάρια άντλησης.
    df_pumping_scenarios = pd.read_csv(csv_path, header=None)
    pumping_scenarios = df_pumping_scenarios.to_numpy()

    scenarios_id = range(scenarios_num)

    arg_list = [[]] * scenarios_num
    results = np.zeros(scenarios_num)

    for i in range(scenarios_num):
        arg_list[i] = [scenarios_id[i], pumping_scenarios[0],
rch_val, original_path, results_dir, scenarios_id[i]]
        print(f'Running scenario {i}')
        mf = run_scenario(arg_list[i])

    toc = time.perf_counter()
    print(f"The simulation finished in {toc - tic:0.4f} seconds")

    print('Creating Relevant Plots')

    results = "modflow_model_results/modflow_model_scenario_56.hds"
    cwd = os.getcwd()
    fname = os.path.join(cwd, results)
    hdoobj = flopy.utils.HeadFile(fname)
    head = hdoobj.get_data()

    print(f"Max head value: {head.max()}")

    fig, axs = plt.subplots(3, 1)
    axs[0].set_title(f"MODFLOW Head Plot wel.252")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=mf, ax=axs[0])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.5)
    quadmesh = mapview.plot_array(head, masked_values=[-999.99],
alpha=0.5)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[0])

    levels = np.arange(0, head.max(), 1)
    axs[1].set_title(f"MODFLOW Head Contour Plot wel.252 level 1")
    mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=mf, ax=axs[1])
    mapview.plot_bc("WEL")
    quadmesh = mapview.plot_ibound()
    linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.5)
    quadmesh = mapview.contour_array(head, masked_values=[-999.99],
alpha=0.5, levels=levels)
    cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[1])

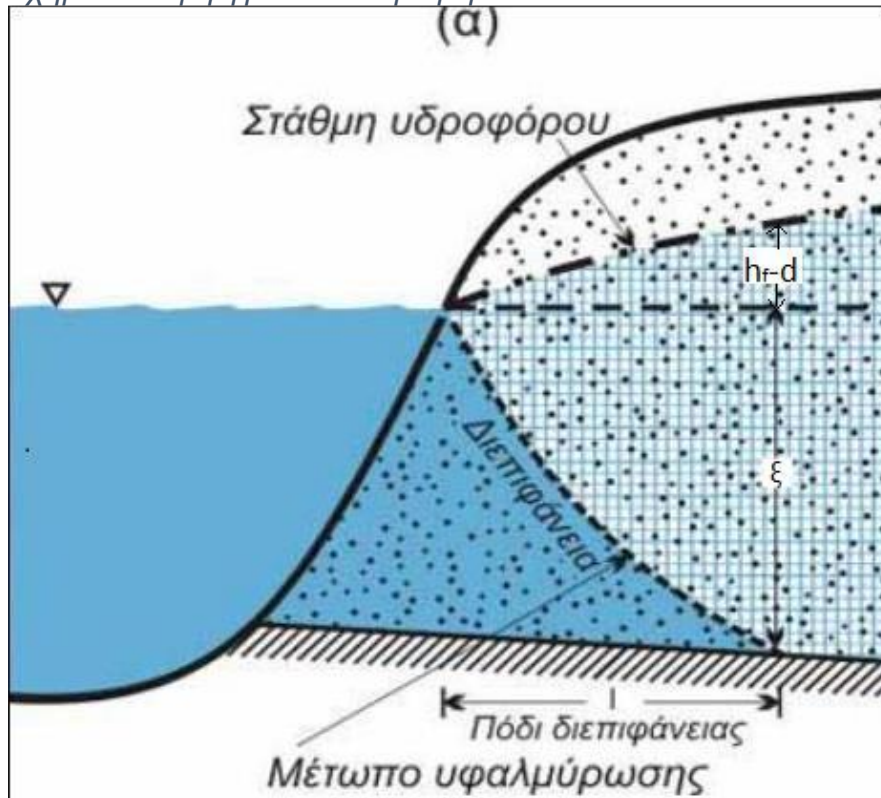
```

```
levels = np.arange(4.0039, 12.0117, 4.0039)
axs[2].set_title(f"MODFLOW Head Contour Plot wel.252")
mapview = flopy.plot.PlotMapView(model=mf, ax=axs[2])
mapview.plot_bc("WEL")
quadmesh = mapview.plot_ibound()
linecollection = mapview.plot_grid(alpha=0.9)
quadmesh = mapview.contour_array(head, masked_values=[-999.99],
alpha=0.9, levels=levels)
cb = plt.colorbar(quadmesh, ax=axs[2])

plt.show()
```

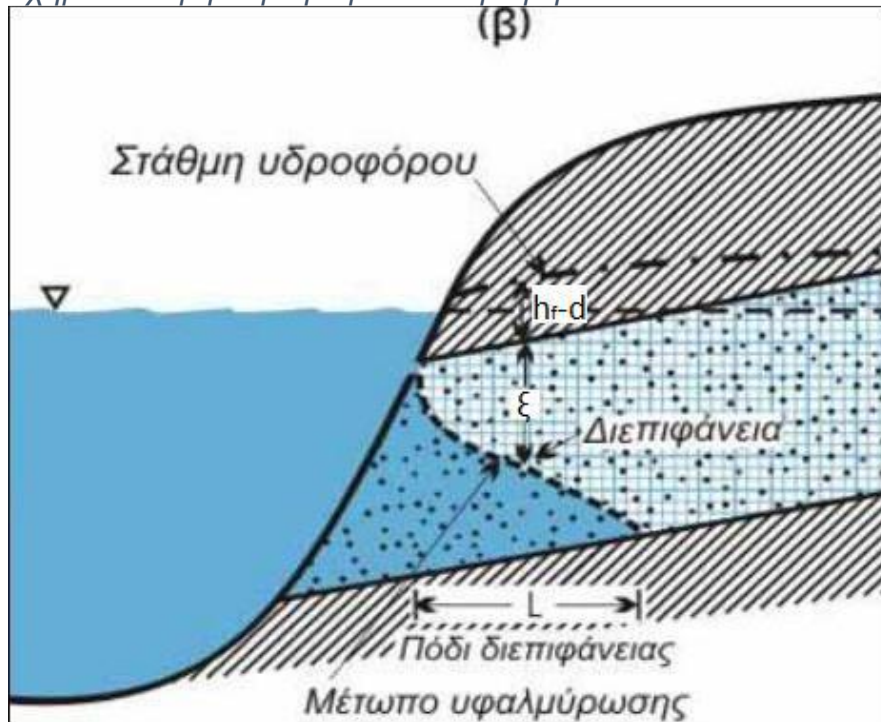
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1: Τομή φρεάτιου υδροφόρα



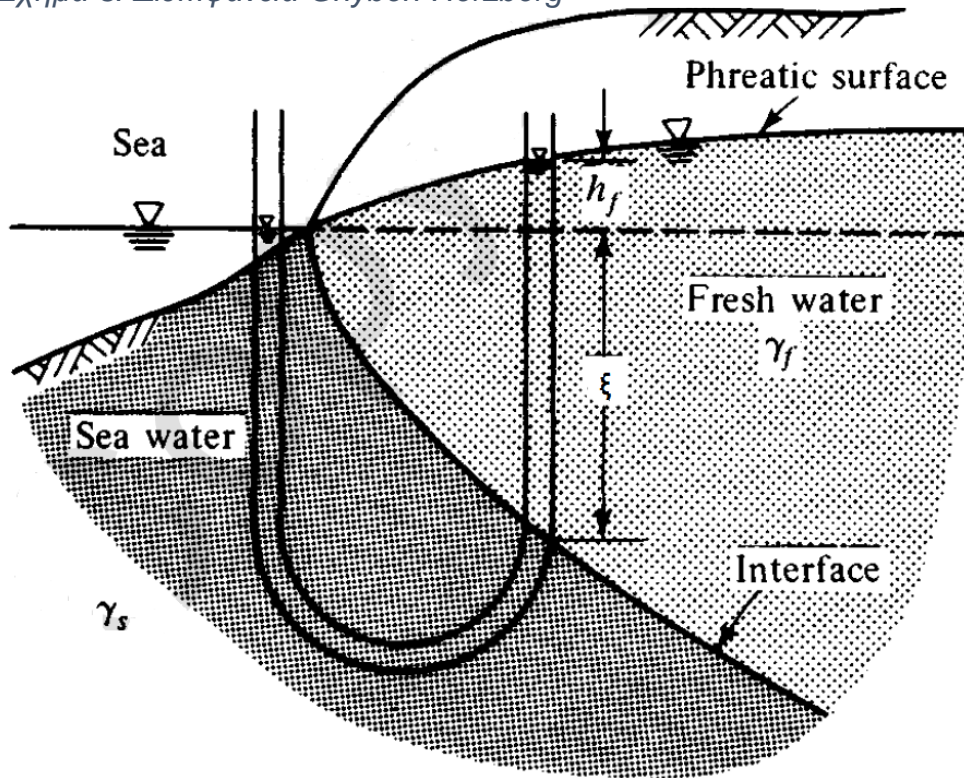
Πηγή 1: Κουράκος, 2009

Σχήμα 2: Τομή Περιορισμένου Υδροφόρα



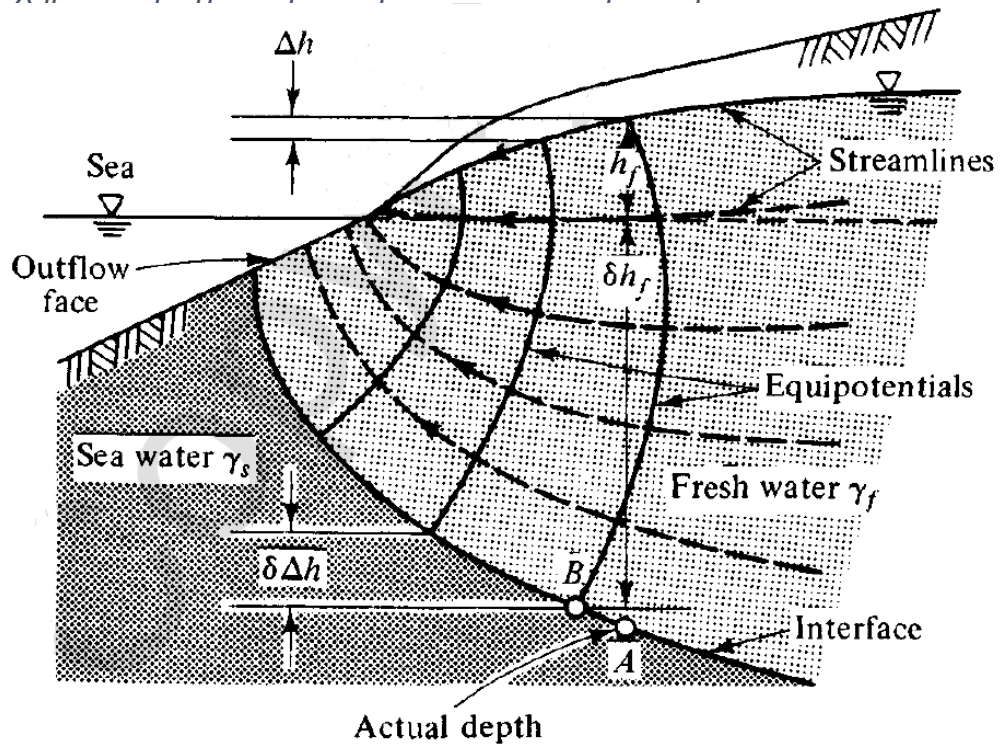
Πηγή 2: Κουράκος, 2009

Σχήμα 3: Διεπιφάνεια Ghyben-Herzberg



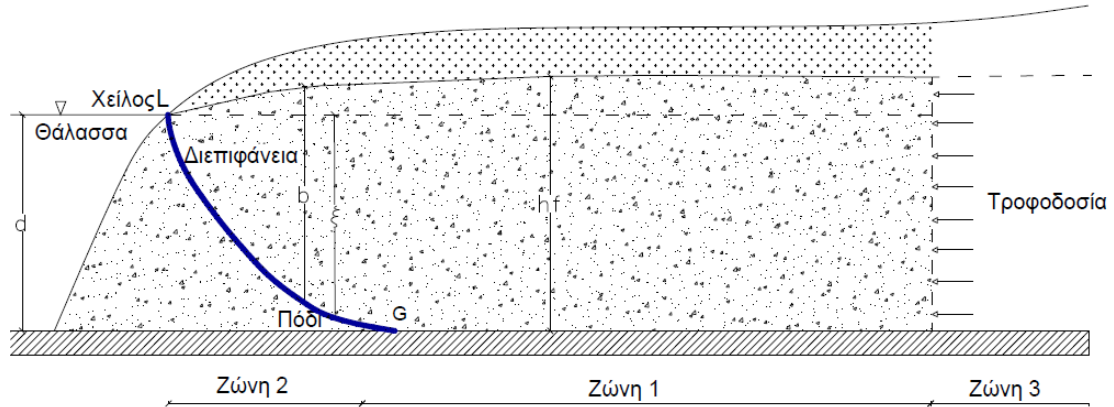
Πηγή 3: Bear, 2012

Σχήμα 4: Πραγματική διεπιφάνεια κοντά στην ακτή



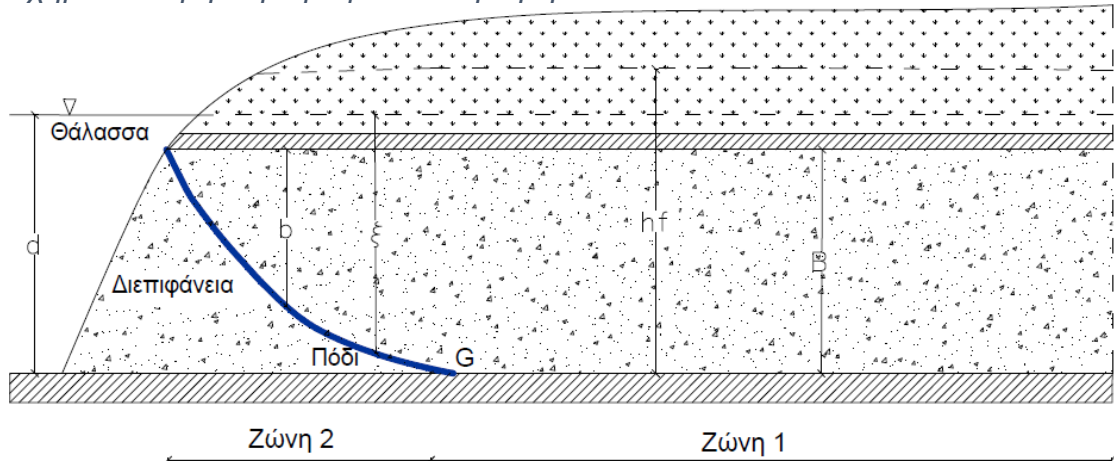
Πηγή 4: Bear, 2012

Σχήμα 5: Τομή φρεατίου υδροφορέα



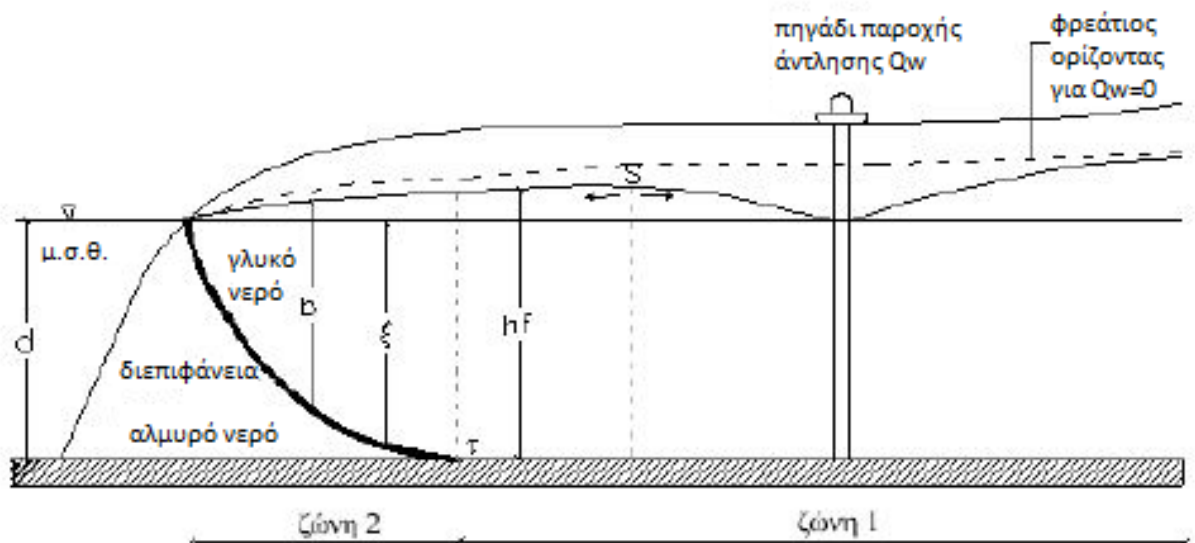
Πηγή 5: Παπαντωνίου Μ, 2003

Σχήμα 6: Τομή περιορισμένου υδροφορέα



Πηγή 6: Παπαντωνίου, 2003

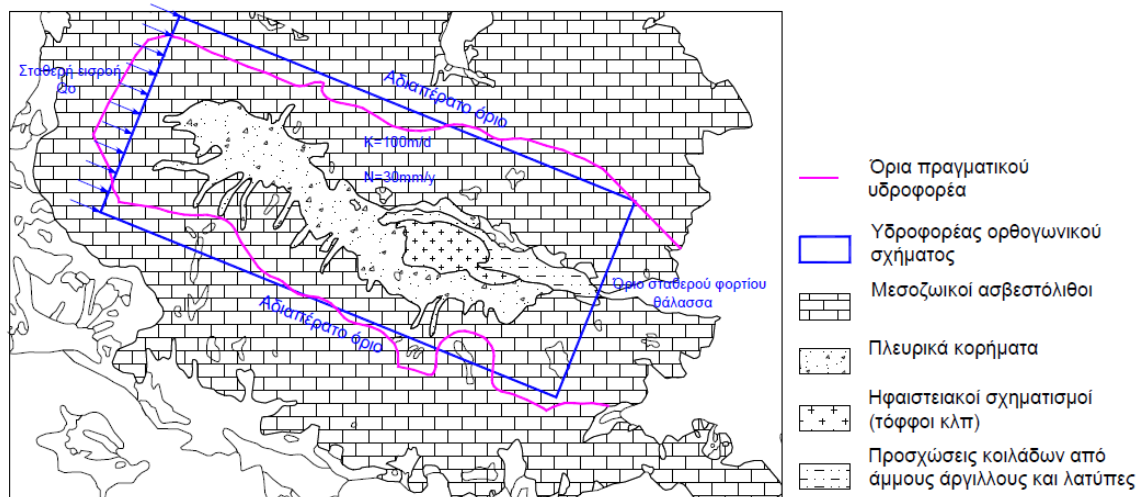
Σχήμα 7: Τομή παράκτιου φρεατίου υδροφορέα με ένα πηγάδι



Πηγή 7: Μαντόγλου και Κουράκος, 2005

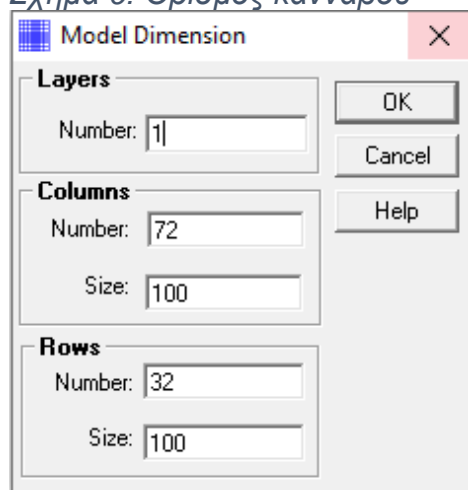


Σχήμα 8: Υδροφορέας προς προσομοίωση



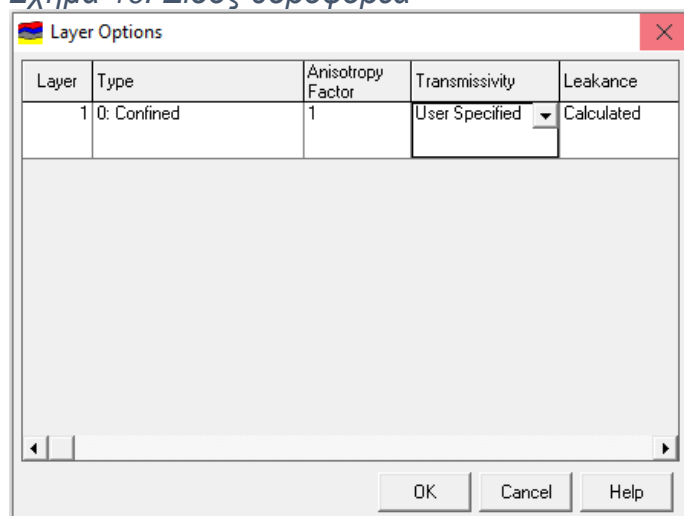
Πηγή 8: Παπαντωνίου Μ, 2003

Σχήμα 9: Ορισμός καννάβου



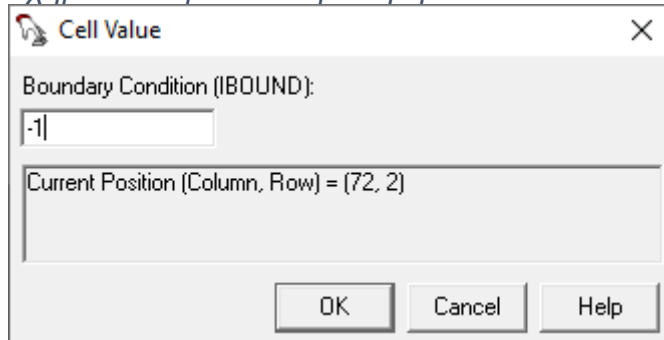
Πηγή 9: PMWIN5

Σχήμα 10: Είδος υδροφορέα



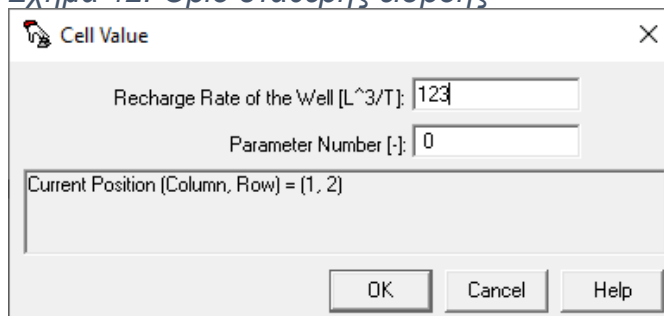
Πηγή 10: PMWIN5

Σχήμα 11: Όριο σταθερού φορτίου



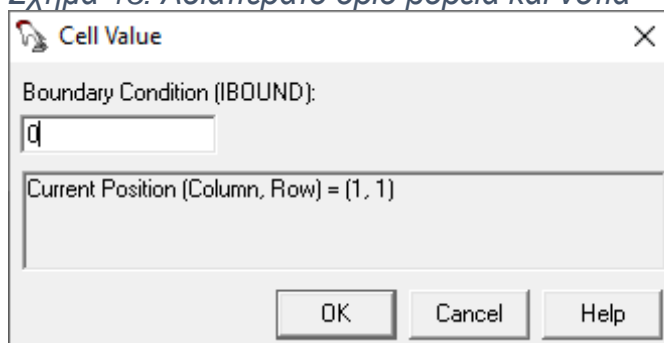
Πηγή 11: PMWIN5

Σχήμα 12: Όριο σταθερής εισροής



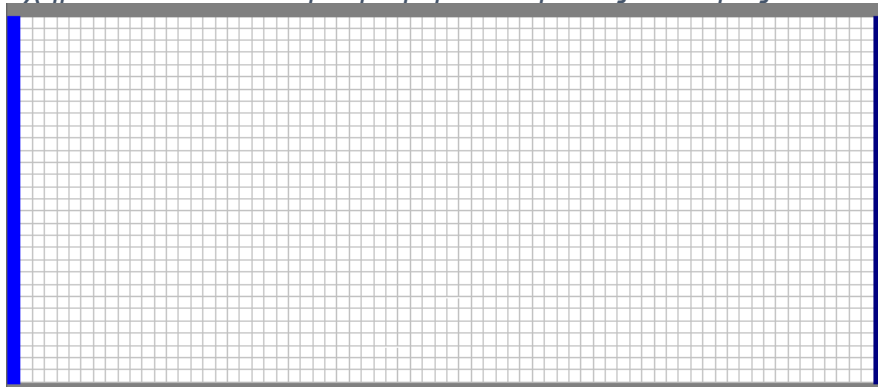
Πηγή 12: PMWIN5

Σχήμα 13: Αδιαπερατό όριο βόρεια και νότια



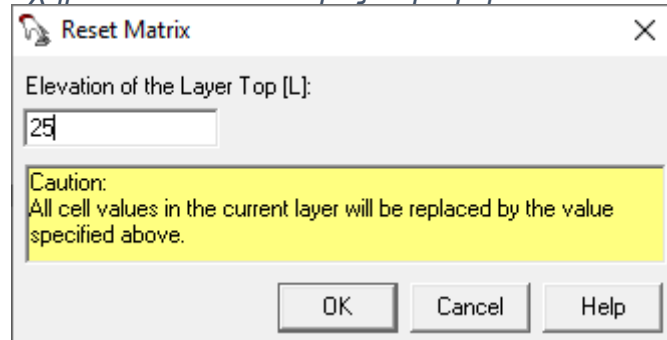
Πηγή 13: PMWIN5

Σχήμα 14: Απεικόνιση υδροφορέα - Οριακές συνθήκες



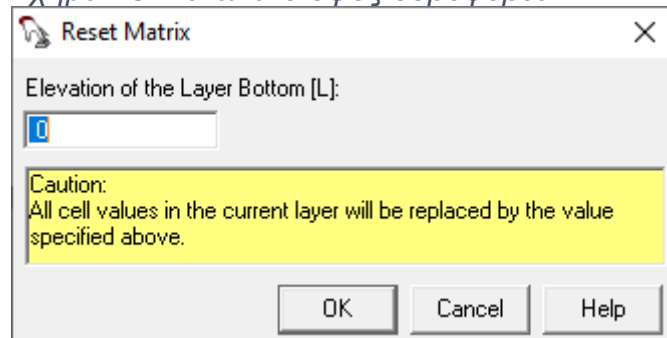
Πηγή 14: PMWIN5

Σχήμα 15: Ανώτατο ύψος υδροφορέα



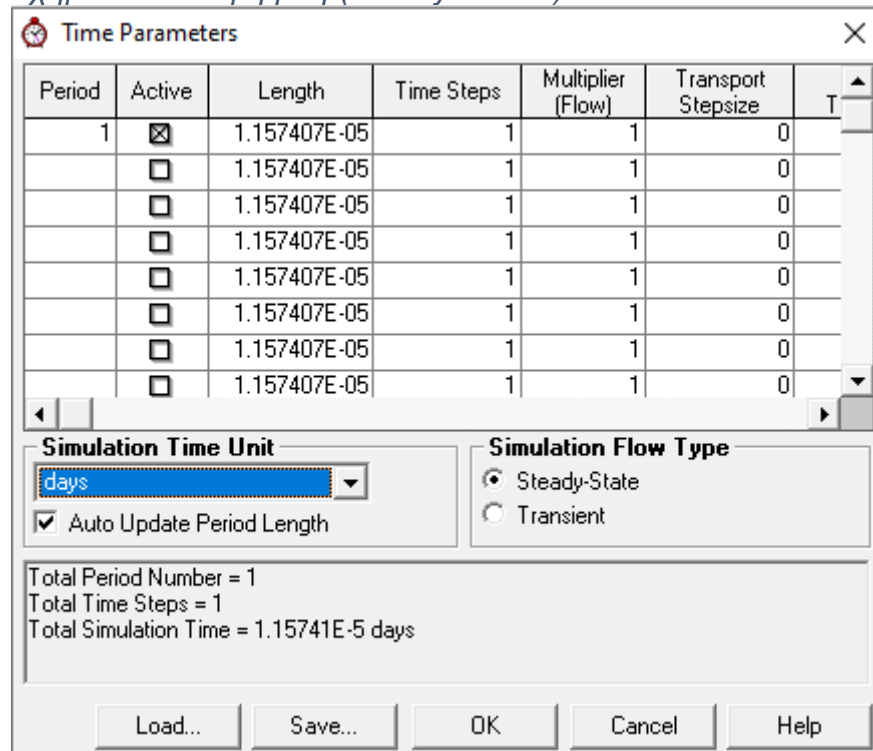
Πηγή 15: PMWIN5

Σχήμα 16: Κατώτατο ύψος υδροφορέα



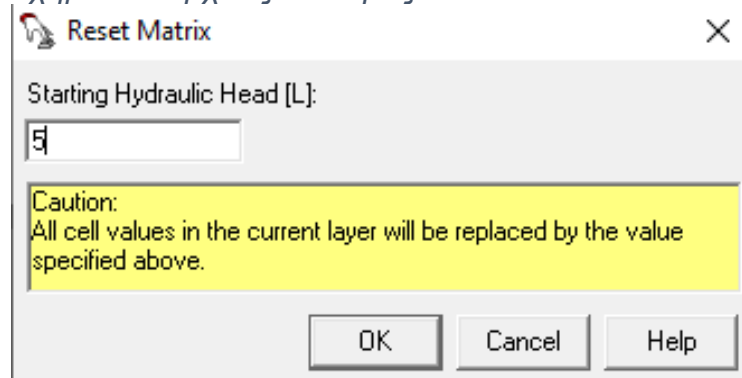
Πηγή 16: PMWIN5

Σχήμα 17: Μόνιμη ροή (Steady - State)



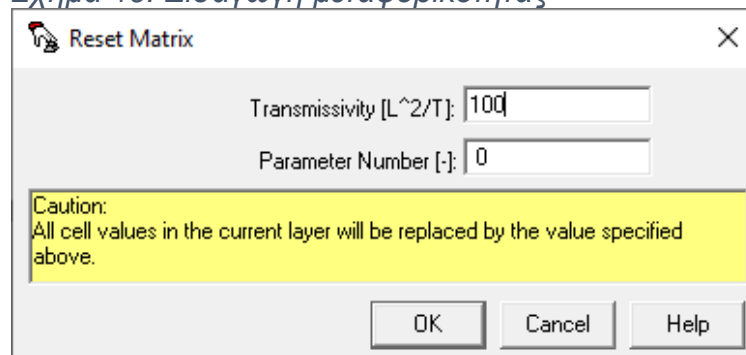
Πηγή 17: PMWIN5

Σχήμα 18: Αρχικές συνθήκες



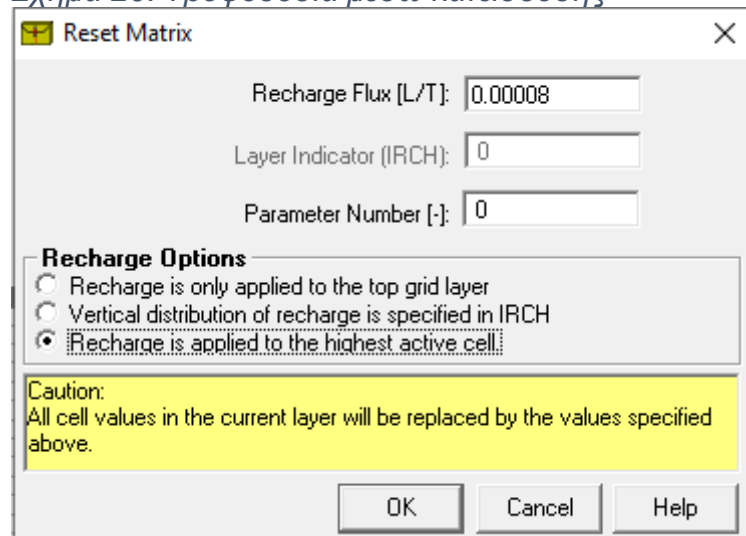
Πηγή 18: PMWIN5

Σχήμα 19: Εισαγωγή μεταφορικότητας



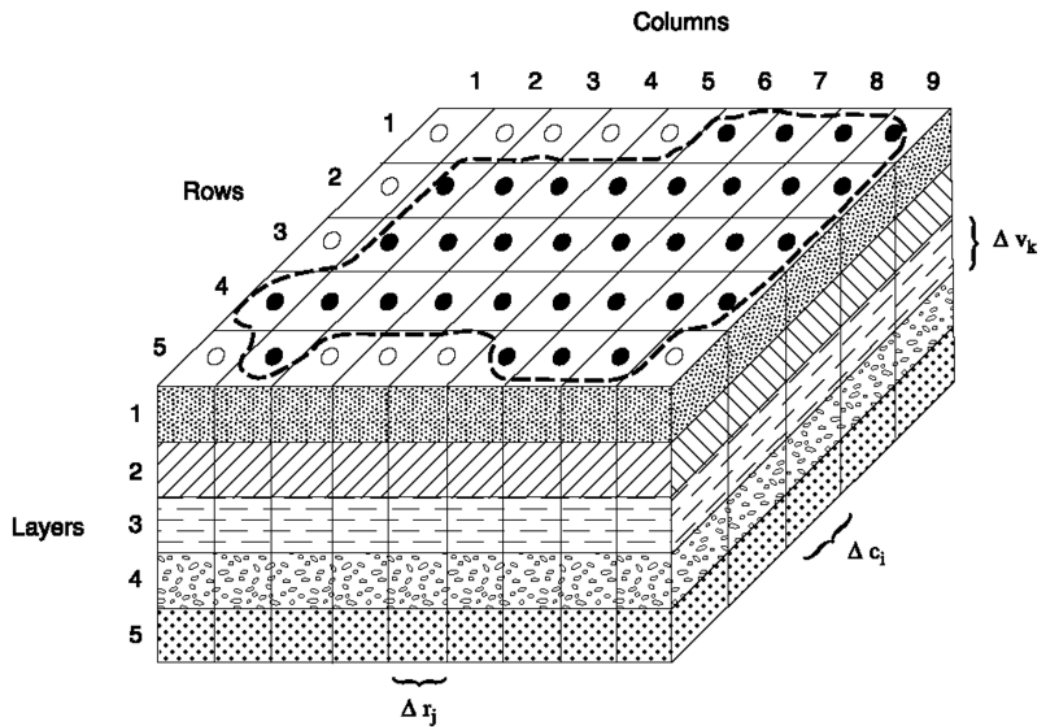
Πηγή 19: PMWIN5

Σχήμα 20: Τροφοδοσία μέσω κατείσδυσης



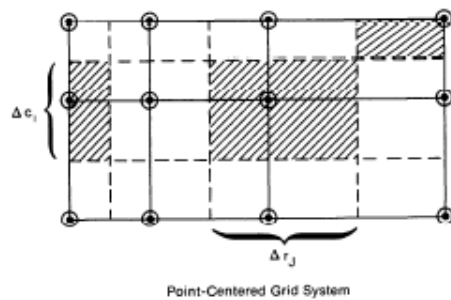
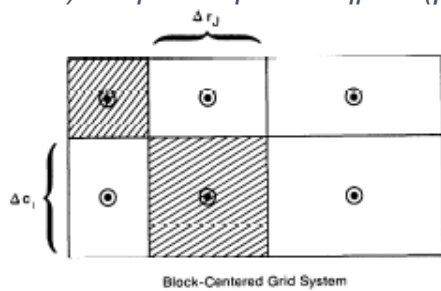
Πηγή 20: PMWIN5

Σχήμα 21: Διακριτοποιημένος Υδροφορέας



Πηγή 21: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988

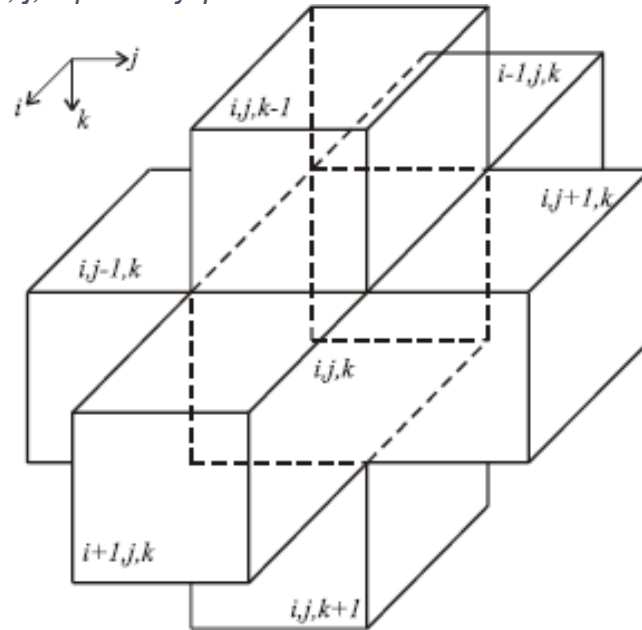
Σχήμα 22: Διαφορά ανάμεσα σε σχηματισμό με κέντρο το κελί (block-centered formulation) και με κέντρο το σημείο (point-centered formulation)



- Explanation
- Nodes
  - Grid Lines
  - Cell Boundaries for Point Centered Formulation
  - Cells Associated With Selected Nodes

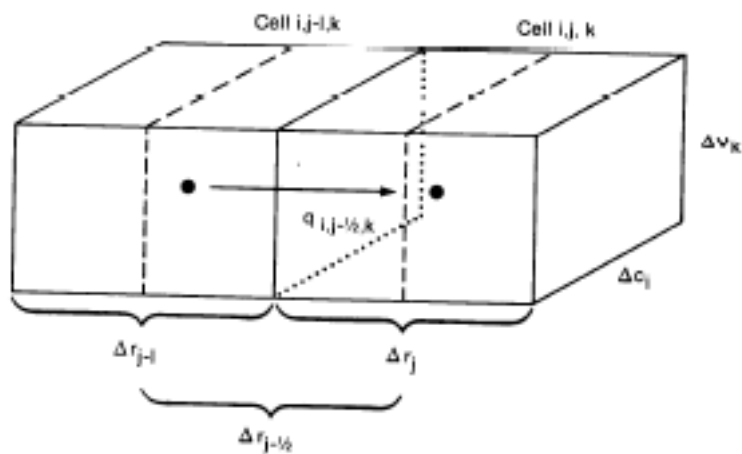
Πηγή 22: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988

Σχήμα 23: Κελί  $i, j, k$  με τα έξι γειτονικά του



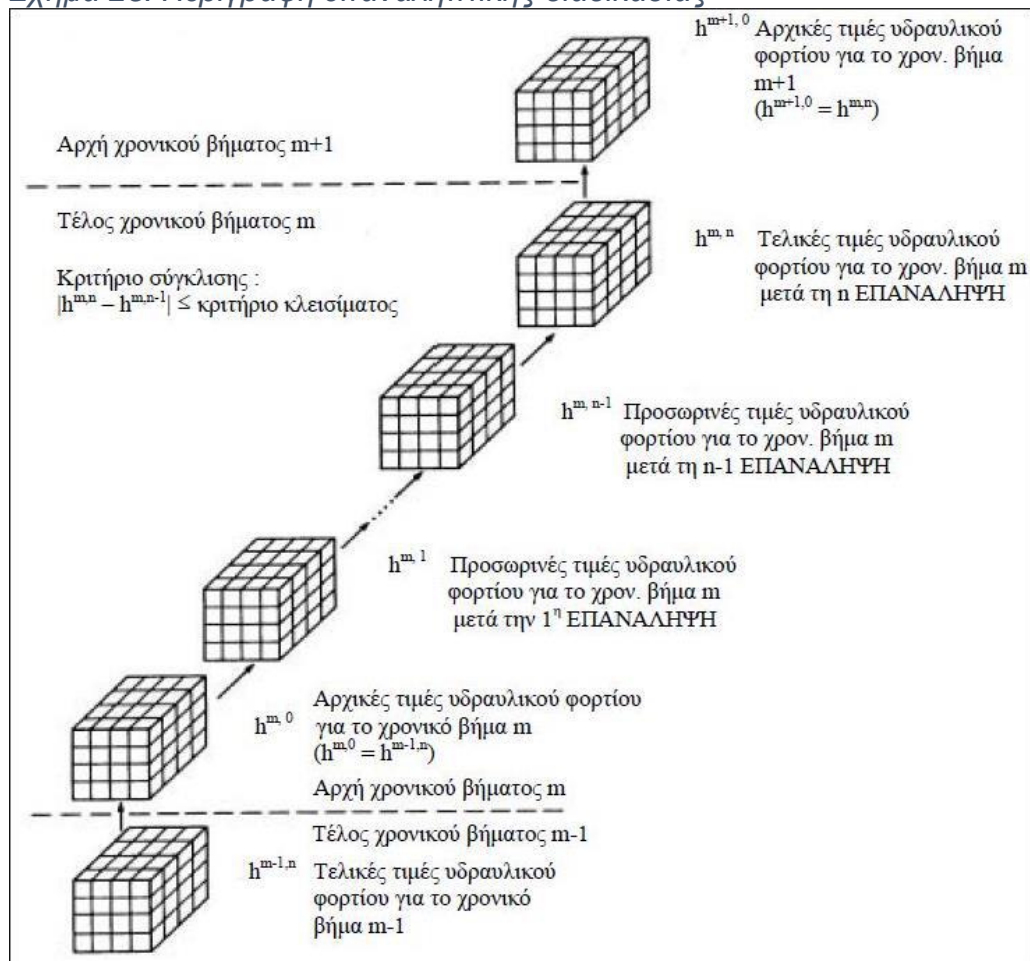
Πηγή 23: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988

Σχήμα 24: Ροή από κελί  $i, j-1, k$  στο κελί  $i, j, k$



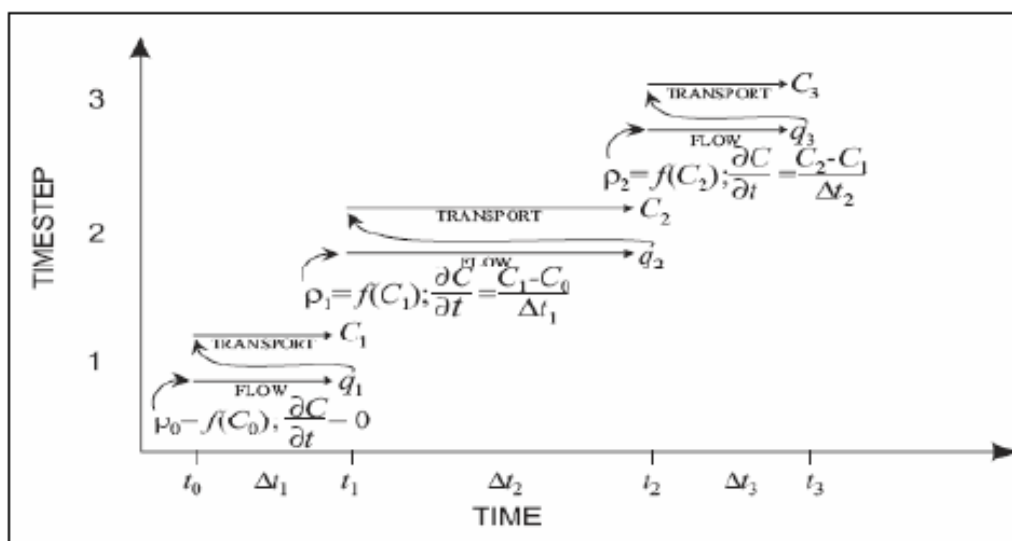
Πηγή 24: McDonald M. G. and Harbaugh A. W., 1988

Σχήμα 25: Περιγραφή επαναληπτικής διαδικασίας



Πηγή 25: Παπαντωνίου Μ, 2003

Σχήμα 26: Η ρητή μέθοδος επίλυσης



Πηγή 26: Guo W. & Langevin C. D., 2002

## 8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### 8.1 ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Γαλαζούλας, Ε. Χ. και Πεταλάς, Χ. Ρ., Περιοχές με Πρόβλημα Υφαλμύρωσης εντός του Εθνικού Πάρκου Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Ημερίδα Υγρότοποι και Γεωργία, Κομοτηνή 2014.
2. Γιαννουλόπουλος Γ. Π., “Υπόγεια Υδραυλική και Μαθηματικά Μοντέλα στο Αργολικό Πεδίο”, Διδακτορική Διατριβή, Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Αξιολόγησης Φυσικών Πόρων και Γεωργικής Μηχανικής, Τομέας Διαχείρισης Υδάτινων Πόρων, Αθήνα 2000.
3. Γιαννουλόπουλος Γ. Π., Μαντόγλου Α., “Βελτιστοποίηση Αντλήσεων Παράκτιων Υδροφορέων και Πρόληψη Υφαλμύρωσης”, Πρακτικά Συμποσίου “Αιγαίο-Νερό-Βιώσιμη Ανάπτυξη”, Πάρος 2001.
4. Γιαννουλόπουλος Π., Μαντόγλου Α., “το Μαθηματικό Μοντέλο του Υδροφορέα της Μεσαριάς- Καρτεράδου στην νήσο Σαντορίνη”, Σαντορίνη 2003.
5. Κουράκος Γ., “Βελτιστοποίηση Αντλήσεων Παράκτιων Υδροφορέων με Περιβαλλοντικά και Οικονομικά Κριτήρια”, Διδακτορική Διατριβή, Ε.Μ.Π., Νοέμβριος 2009.
6. Λατινόπουλος Π.Δ., “ Υδραυλική των Υπόγειων Ροών”, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη 1986.
7. Λατινόπουλος Π.Δ., “Υδρολογία Υπόγειων Νερών”, “Υδατικοί Πόροι : Ι Τεχνική Υδρολογία”, Υπεύθυνος Έκδοσης Γ. Τσακίρης, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1995.
8. Μαντόγλου, Α., Διεύρυνση των Δυνατοτήτων Άντλησης του Παράκτιου Υδροφορέα Βουρβούλου - Καμαρίου της Ν. Θήρας με Χρήση Μοντέλων Προσομοίωσης, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2014.
9. Μαντόγλου Α., Μηχανική Ρευστών Εφαρμοσμένη Υδραυλική, Διδακτικές Σημειώσεις, Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009.
10. Μαντόγλου Α., Προσομοίωση και Διαχείριση Παράκτιων Υδροφορέων, διαθέσιμο στο:



<[http://library.tee.gr/digital/m2300/m2300\\_mantoglou.pdf](http://library.tee.gr/digital/m2300/m2300_mantoglou.pdf)>, τελευταία προσπέλαση 1/7/2016.

11. Μαντόγλου Α., Γιαννουλόπουλος Π., “Βελτιστοποίηση Αντλήσεων Παράκτιων Υδροφορέων και Πρόληψη Υφαλμύρωσης”, Πρακτικά Συμποσίου “Αιγαίο-Νερό-Βιώσιμη Ανάπτυξη”, Πάρος 2001.
12. Μαντόγλου, Α., Κουράκος, Γ., Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου ανάλυσης παράκτιων υδροφορέων (ΑΛΣ), Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ), Ανάδοχος: ΝΑΜΑ Σύμβουλοι Μηχανικοί και Μελετητές Α.Ε., Τεύχος 4β, 38 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων- Ε.Μ.Π., Αθήνα. (2005).
13. Μιμίκου Μ.Α., “Τεχνολογία Υδατικών Πόρων”, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1994.
14. Ναλμπάντης, Ι., Προστασία και Διαχείριση Υδατικών Πόρων, Εκπαιδευτικές Σημειώσεις, Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα 2007.
15. Νάνου- Γιάνναρου Α., “Εισαγωγή στα Υπόγεια Νερά”, Ε.Μ.Π., Αθήνα 1999.
16. Νάνου-Γιάνναρου, Α., Υφαλμύρωση Παράκτιων Υδροφορέων, Συμπόσιο Αιγαίο-Νερό-Βιώσιμη Ανάπτυξη, Πάρος 2001.
17. Παπαντωνίου Μ., “Διαχείριση Παράκτιων Υδροφορέων – Βελτιστοποίηση Αντλήσεων”, Διπλωματική Εργασία Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών, “Επιστήμη και Τεχνολογία Υδάτινων Πόρων”, Αθήνα 2003.
18. Τσακίρης Γ., “Υδάτινοι Πόροι: Τόμος Ι. Τεχνική Υδρολογία”, Τομέας Υδάτινων Πόρων, Ε.Μ.Π., Αθήνα 1995
19. Τερζίδης Γ.Α., “Εφαρμοσμένη Υδραυλική”, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη 1997.

## 8.2 ΑΓΛΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

20. Aharmouch A, A. Larabi, “Numerical Modelling of Saltwater Interface Upcoming in Coastal aquifers”, First International Conference on Saltwater Intrusion and Coastal Aquifers–Monitoring, Modelling, and Management. Essaouira, Morocco, 2001.

21. Ahfeld D.P. and Sawyer C.S., "Well Location in Capture Zone Design Using Simulation and Optimization Techniques", *Ground Water*, 28(4), pp.507-512, 1990.
22. Ahfeld D.P. and Heidari M., "Applications of Optimal Hydraulic Control to Ground-Water Systems", *J. Water Resources Planning and Management*, 120(3), pp.350-365, 1994.
23. Aoki M., "Introduction to Optimization Techniques Fundamentals and Applications of Nonlinear Programming", Editions The Macmillan Company 1971.
24. Bear J., "Hydraulics of Groundwater", Mcgraw-Hill, New York 1979.
25. Cheng A.H.-D., Halhal D., Naji A. and Ouazar D., "Pumping Optimization in Saltwater-Intruded Coastal Aquifers", *Water Resources Research*, 36(8), pp.2155-2165, 2000.
26. Chiang W.-H. and Kinzelbach W. "Processing Modflow A Simulation System for Modelling Groundwater Flow and Pollution", Hamburg Zürich, December 1998.
27. Cheng A.H.-D. and Ouazar D., "Analytical Solutions", in "Seawater Intrusion in Coastal Aquifers- Concepts, Methods and Practices", J. Bear, et al. (eds), Kluwer Academic Publishers 1999.
28. G. Kopsiaftis, V. Christelis, A. Mantoglou, "Comparison of Sharp Interface to Variable Density Models in Pumping Optimisation of Coastal Aquifers" *Water Resources Management*, 2 February 2019
29. Das A. and Datta B., "Development of Multiobjective Management Models for Coastal Aquifers", *J. Water Resources Planning and Management*, 125(2), pp.76-87, 1999.
30. Das A. and Datta B., "Development of Management Models for Sustainable Use of Coastal Aquifers", *J. Irrigation and Drainage Engineering*, 125(3), pp.112-121, 1999.
31. Emch P.G. and Yeh W.W.-G., "Management Model for Conjunctive Use of Coastal Surface Water and Ground Water", *J. Water Resources Planning and Management*, 124(3), pp.129-139, 1998.
32. Fletcher R., " A New Approach to Variable Metric Algorithms", *Computer Journal*, 13, p.p.317-322, 1970.

33. Fletcher R., "Practical Methods of Optimization", Edition John Wiley & Sons, 1987.
34. Flopy Team, Flopy documentation Release 3.3.6, Oct 07 2022. Available on [flopy.readthedocs.io](http://flopy.readthedocs.io)
35. Gill P.E., Murray W., Saunders M.A, Wright M.H., "Procedures for Optimization Problems with a Mixture of Bounds and General Linear Constraints", ACM Trans. Math. Software, 10, p.p.282-298, 1984.
36. Goldfarb D., "A Family of Variable – Metric Methods Derived by Variational Means", Mathematics of Computing, 24, p.p.23-26, 1970.
37. Gorelick S.M., "A Review of Distributed Parameter Groundwater Management Modeling Methods", Water Resources Research, 19(2), pp.305-319, 1983.
38. Gorelick S.M. and Clifford I.V., "Aquifer Reclamation Design: The Use of Contaminant Transport Simulation Combined With Nonlinear Programming", Water Resources Research, 20(4), pp.415-427, 1984.
39. Guo, W., & Langevin, C. D., User's guide to SEAWAT; a computer program for simulation of three-dimensional variable-density ground-water flow 2002.
40. Hallaji K. and Yazicigil H., "Optimal Management of a Coastal Aquifer in Southern Turkey", J. Water Resources Planning and Management, 122(4), pp.233-244, 1996.
41. Kourakos, G., & Mantoglou, A., Simulation and multi-objective management of coastal aquifers in semi-arid regions. Water resources management, 25(4), 1063-1074, 2011.
42. Langdon W.B., "Genetic Programming and Data Structures Genetic Programming + Data Structures = Automatic Programming!", Kluwer Academic Publishers 2000.
43. Luenberger D.G., "Linear and Nonlinear Programming", Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
44. Lyles, J. R., Is seawater intrusion affecting ground water on Lopez Island, Washington? (No. 057-00). US Geological Survey, 2000.
45. Mantoglou, A., Giannouloupoulos, P., Sustainable yield of coastal aquifers using simulation and optimization: application to Santorini Island. In International Conference, Protection and Restoration of the Environment VII, Mykonos, Greece 2004.

46. Mantoglou A., Papantoniou M. and Giannouloupoulos P., "Coastal Aquifer using Numerical Simulation and Nonlinear Optimization", submitted 2003.
47. Mantoglou A., "Pumping Management of Coastal Aquifers using Analytical Models of Saltwater Intrusion", Water Resources Research, Vol 37, pages 12,2004.
48. McDonald M.G. and A.W. Harbaugh (1988), A modular three-dimensional finite difference ground-water flow model. Techniques of Water Resources Investigations 06-A1, USGS,576p.
49. McDonald M.G. and HARBAUGH A.W., "A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model", Chapter AI, Book 6, USGS 1988.
50. Munakata T., "Fundamentals of the New Artificial Intelligence Beyond Traditional Paradigms", Editions Springer – Verlag, New York 1998.
51. Pierre D.A., "Optimization Theory with Applications", Dover Publications I.N.C., New York 1986.
52. Shamir U. and Bear J., Gamliel A., "Optimal Annual Operation of a Coastal Aquifer", Water Resources Research, 20(4), pp.435-444, 1984.
53. Shanno D.F., "Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization", Mathematics of Computation, 24, p.p.647-656, 1970.
54. Strack O.D.L., "A Single-Potential Solution for Regional Interface Problems in Coastal Aquifers", Water Resources Research, 12(6), p.p. 1165-1174, 1976.
55. Wang W. and Ahlfeld D.P., "Optimal Groundwater Remediation with Well Location as a Decision Variable : Model Development", Water Resources Research, 30(5), pp.1605-1618, 1994.