



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΣΕ
ΡΟΜΠΟΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΜΕ ΕΠΑΦΗ ΣΕ ΤΡΟΧΙΑ**

Ξύδη Χρυσάφη, Φωτεινή

Επιβλέπων Καθηγητής: Ευάγγελος Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2022

Περίληψη

Σε πολλές αποστολές σε τροχιά, στο χώρο του διαστήματος, απαιτείται συνεχής επαφή μεταξύ ενός ρομπότ εξυπηρέτησης (κυνηγός) και ενός εξυπηρετούμενου δορυφόρου (στόχος) για να ολοκληρωθεί μία αποστολή, όπως για παράδειγμα η απομάκρυνση ανενεργού δορυφόρου προς καταστροφή του στην ατμόσφαιρα. Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία σχεδιάζεται ένας συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης, επέκταση του προγενέστερα προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης, στο πλαίσιο της αντίστοιχης προπτυχιακής εργασίας, για εφαρμογή σε Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα (ΕΙΔΡΣ), με σκοπό να μεταβάλλει την κίνηση δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής. Με τον όρο «συντονισμένος» εννοούμε ότι ο εν λόγω ελεγκτής θα εφαρμοστεί συγχρόνως στη βάση, αλλά και στο Εργαλείο Τελικής Δράσης (ΕΤΔ) του ΕΙΔΡΣ, σε αντίθεση με τον προηγούμενο νόμο ελέγχου, ο οποίος περιορίστηκε στον έλεγχο της κίνησης του βραχίονα, προκαλώντας κωλύματα που οδήγησαν σε ανεπιτυχείς προσπάθειες.

Παραμετρική αβεβαιότητα συναντάται σε πολλές περιπτώσεις κατά τις εργασίες σε τροχιά με Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα (ΔΡΣ), από τις απότομες αλλαγές στη θερμοκρασία που συναντώνται στο διάστημα και προκαλούν θερμική διαστολή ή συστολή στα μηχανικά μέρη των ΔΡΣ μεταβάλλοντας τα μήκη των συνδέσμων των βραχιόνων τους, μέχρι την προφανή αβεβαιότητα στη μάζα του δορυφόρου - στόχου, η οποία συνεπάγεται και παραμετρική αβεβαιότητα στο συνολικό σύστημα. Ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου όμως βασίζεται στο μοντέλο του ΔΡΣ (model-based control laws), δηλαδή η αποτελεσματικότητα του εξαρτάται από την ακριβή γνώση των παραμέτρων του ΔΡΣ και του στόχου. Συνεπώς, στην παρούσα εργασία γίνεται μία ανάλυση ευαισθησίας στις παραμέτρους για να εκτιμηθεί ποια παράμετρος του συστήματος επηρεάζει πιο πολύ την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου ελεγκτή, έτσι ώστε να εξεταστεί στη συνέχεια η ευρωστία του σε μη πλήρη γνώση των παραμέτρων αυτών. Η εν λόγω μελέτη γίνεται στο πλαίσιο μονοδιάστατης κίνησης με τη βοήθεια αναπτύγματος Taylor και τα συμπεράσματα που προκύπτουν, επαληθεύονται με τη βοήθεια των πολλαπλών προσομοιώσεων Monte Carlo για ένα μονοδιάστατο σύστημα.

Επιπλέον, αναπτύσσεται ένα παραμετρικό μοντέλο προσομοίωσης στο Simscape του Simulink, του ρομποτικού δορυφόρου του εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου (Cepheus), προκειμένου να δοκιμαστεί ο προτεινόμενος συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης. Για τον σκοπό αυτό, μοντελοποιείται ο ρομποτικός δορυφόρος του εργαστηρίου, που αποτελείται από μία βάση και έναν βραχίονα, καθώς και ο στόχος με τον οποίο καλείται να έρθει σε επαφή. Επίσης, μοντελοποιείται η επαφή του ρομποτικού συστήματος με το σώμα του στόχου με τη βοήθεια του αντίστοιχου Toolbox του Simscape και καθ' αυτόν τον τρόπο ελέγχεται η αποτελεσματικότητα της χρήσης του ελεγκτή μέσω ρεαλιστικών μοντέλων.

Τέλος, παρατίθενται όλα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που διεξήχθησαν για το σύστημα του εργαστηρίου (Cepheus), αλλά και για το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε στο Project EROSS, αποδεικνύοντας την επιτυχή χρήση του ελεγκτή σε διαφορετικά περιβάλλοντα μέσω μάλιστα και της σύγκρισης των αποτελεσμάτων, της διατήρησης δύναμης επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο Simulink σε προπτυχιακό επίπεδο.

Abstract

In a number of on-orbit applications, such as de-orbiting, continuous contact between a servicing robot (chaser) and a serviced satellite (target) is needed. In the present Master Thesis, a coordinated impedance controller for application to a Free-Flying Space Robot (FFSR) is designed, in order to change the motion of a satellite by continuous contact. The coordinated impedance controller is an extension of the previously proposed control law, within the corresponding undergraduate work. It is applied at the same time on the basis of the robot, contrary to the previous controller, which was limited to controlling only the manipulator of the robot, causing problems on the completion of the mission.

Parametric uncertainty, in many cases of on-orbit operations, is encountered. From sudden changes at the temperature, finding in space and causing thermal expansion or contraction in the mechanical parts of the manipulator of the robot, to the apparent uncertainty in the mass of the satellite - target, which also implies parametric uncertainty in the overall system. The proposed control law is a model-based one, i.e. its effectiveness depends on the accurate knowledge of the parameters of the system (chaser and target). Therefore, in the present work a sensitivity analysis is carried out, to assess which parameter of the system affects the most the performance of the proposed controller, so that its robustness to these parameters is examined. This study is executed for one-dimensional motions, using the Taylor's expansion and the resulting conclusions are verified using the Monte Carlo simulations, for a one-dimensional system.

Furthermore, a parametric simulation model of the robotic satellite (Cepheus) of the Control Systems Laboratory in Simscape of Simulink, is developed, to test the proposed coordinated impedance controller. To this end, the robotic satellite, consisting of a base and a manipulator, as well as its target were modelled. Also, the contact of the two abovementioned bodies was modelled, using the respective Toolbox of Simscape to check the usage of the controller through realistic models.

Eventually, the successful use of the controller in different environments through the results of the simulations was carried out for the Cepheus and for the system used in the project EROSS. Last but not least, the comparison regarding the continuous contact force between the two bodies with the corresponding results from the simulations executed at Simulink within our undergraduate work, was adduced.

Στον πατέρα μου

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Ε. Παπαδόπουλο, αφενός, για την ευκαιρία που μου έδωσε να εκπονήσω τη μεταπτυχιακή μου εργασία στο εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου, όπως και την προπτυχιακή διπλωματική μου εργασία και να έρθω σε επαφή με ένα συναρπαστικό, γεμάτο προκλήσεις επιστημονικό αντικείμενο και αφετέρου για τη συνεχή καθοδήγησή του πάνω σε αυτό. Οφείλω επίσης, να ευχαριστήσω τους συναδέλφους μου στο εργαστήριο, ειδικά τις τελευταίες μέρες συγγραφής της μεταπτυχιακής μου εργασίας, για το πολύ ευχάριστο και δημιουργικό κλίμα και τη βοήθειά τους στις απορίες μου, ιδιαίτερα τον Δρ. Κ. Νάνο για την αμέριστη βοήθειά του καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας μου με τις πάντα εύστοχες παρατηρήσεις και διορθώσεις του. Τέλος, δεν μπορώ παρά να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την ανεκτίμητη συμπαράσταση και στήριξή τους από την αρχή έως το τέλος και των μεταπτυχιακών σπουδών μου!

Περιεχόμενα

Περίληψη	2
Abstract	3
Ευχαριστίες	5
Περιεχόμενα	6
Κατάλογος Σχημάτων	8
Κατάλογος Πινάκων	11
Κατάλογος Συντμήσεων	12
1 Εισαγωγή	13
1.1 Σκοπός Εργασίας	13
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	16
1.3 Δομή Εργασίας	20
2 Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος	22
2.1 Εισαγωγή	22
2.2 Δυναμικές Εξισώσεις του Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος - Κυνηγού	22
2.2.1 Κινηματική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ	22
2.2.2 Διαφορική Κινηματική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ	24
2.2.3 Δυναμική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ	25
2.3 Δυναμική του Δορυφόρου - Στόχου	31
3 Συντονισμένος Έλεγχος Εμπέδησης για Διατήρηση Επαφής	32
3.1 Εισαγωγή	32
3.2 Μη - Συντονισμένος Ελεγκτής Εμπέδησης	32
3.3 Σχεδιασμός Συντονισμένου Ελεγκτή Εμπέδησης	34
3.3.1 Αρχικός Σχεδιασμός σε Μονοδιάστατη Κίνηση	35
3.3.2 Επέκταση Σχεδιασμού σε Τριδιάστατες Κινήσεις	39
3.4 Εφαρμογή σε Επίπεδες Κινήσεις ΔΡΣ	41
3.5 Συμπεράσματα	44
4 Συστήματα με Αβεβαιότητα στις Παραμέτρους	45
4.1 Εισαγωγή	45
4.2 Ανάλυση Ευαισθησίας στις Παραμέτρους	45
4.2.1 Μελέτη Μονοδιάστατης Κίνησης - Συμπεράσματα	46
4.3 Ανάλυση Ευαισθησίας με Χρήση Προσομοιώσεων Monte Carlo	52
4.4 Συμπεράσματα	55
5 Υπολογιστικά Παραδείγματα με Χρήση του Simscape	56

5.1	Εισαγωγή - Το Περιβάλλον του Simscape	56
5.2	Γεωμετρία του Μοντέλου	56
5.2.1	Μέρη που απαρτίζουν το Μοντέλο	56
5.3	Επαφή - Χρήση του Block: Spatial Contact Force	63
5.3.1	Παράδειγμα Επαφής Δύο Μαζών	65
5.3.2	Παράδειγμα Επαφής με το Σώμα - Στόχο	68
5.4	Αποτελέσματα	71
5.4.1	Σενάριο 1 ^ο : Cerheus	71
5.4.2	Σενάριο 2 ^ο : EROSS	75
6	Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία	79
6.1	Συμπεράσματα	79
6.2	Μελλοντική Εργασία	80
7	Βιβλιογραφία	81
	Παράρτημα Α: Τιμές των Παραμέτρων που Οδηγούν σε Απώλεια Επαφής σύμφωνα με τις Προσομοιώσεις Monte Carlo	83

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1-1.	Απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων σε τροχιές κοντά στη Γη, με το πέρασ των χρόνων. Η καμπύλη {1} αναφέρεται στο σύνολο των αντικειμένων, η {2} σε θραύσματα, η {3} σε μη λειτουργικούς δορυφόρους, η {4} σε κομμάτια που απελευθερώθηκαν κατά τη διάρκεια κάποιας αποστολής και η {5} σε μικροεξαρτήματα.	14
Σχήμα 1-2.	Κύρια δεξαμενή προωθητικού αερίου του οχήματος εκτόξευσης Delta 2, που προσγειώθηκε στο Georgetown του Texas.	15
Σχήμα 1-3.	Εικόνα διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη.....	16
Σχήμα 1-4.	Εικονογραφική άποψη αποστολών επαναφοράς διαστημικού απορρίμματος στην ατμόσφαιρα με σκοπό την καταστροφή του, [5]	17
Σχήμα 1-5.	Άποψη της αποστολής DEOS (Deutsche Orbital Servicing Mission) της DLR.....	20
Σχήμα 2-1.	Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα με ένα χειριστή.....	23
Σχήμα 3-1.	Η υποθετική δύναμη/ροπή που εφαρμόζεται στο ΤΣΔ του κυνηγού καθώς και οι πραγματικές δυνάμεις/ροπές που εφαρμόζονται στη βάση από προωθητήρες και σφονδύλους αντίδρασης και οι ροπές που εφαρμόζονται από επενεργητές στις αρθρώσεις του βραχίονα του.	32
Σχήμα 3-2.	(α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο, (β) η έναρξη της φάσης της επαφής και (γ) η κίνηση από την πραγματοποίηση της επαφής και έπειτα.....	33
Σχήμα 3-3.	(α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο, (β) η προσέγγιση του στόχου από τον κυνηγό και (γ) η κίνηση από την πραγματοποίηση της επαφής και έπειτα....	35
Σχήμα 3-4.	(α) Η κίνηση του ΔΡΣ - κυνηγού στον ελεύθερο χώρο, (β) η έναρξη της επαφής και (γ) η φάση της επαφής.....	42
Σχήμα 3-5.	Η εξωτερική δύναμη κατά τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και κατά τη φάση της επαφής.	43
Σχήμα 3-6.	Οι αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ του ΔΡΣ καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.....	43
Σχήμα 3-7.	Οι αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ του ΔΡΣ καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης για την περίπτωση που η επιθυμητή δύναμη δίνεται από την Εξ. (3-68).....	44
Σχήμα 4-1.	Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων της μάζας m_{ch} του κυνηγού, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.	53
Σχήμα 4-2.	Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων της μάζας m_t του στόχου, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.	53
Σχήμα 4-3.	Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων του συντελεστή απόσβεσης k_e της επαφής, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων. 54	
Σχήμα 5-1.	Αρχικά δομικά blocks κάθε μοντέλου στο Simscape.	57
Σχήμα 5-2.	Το εσωτερικό του block "Revolved Solid".	58
Σχήμα 5-3.	Η σύνδεση της βάσης με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.	58
Σχήμα 5-4.	Η μετατόπιση/περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων της βάσης ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.	59

Σχήμα 5-5.	Συνδεσμολογία των μερών του βραχίονα στο Simscape.	60
Σχήμα 5-6.	Τρισδιάστατη απεικόνιση του βραχίονα χωρίς και με τη βάση.	60
Σχήμα 5-7.	Συνδεσμολογία του στόχου στο Simscape.	61
Σχήμα 5-8.	Τρισδιάστατη απεικόνιση του σώματος του στόχου.	61
Σχήμα 5-9.	Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου μαζί με τον στόχο.	62
Σχήμα 5-10.	Το μοντέλο του Simscape μαζί με το block του ελεγκτή και το block των επιθυμητών τροχιών.	62
Σχήμα 5-11.	Το εσωτερικό του GUI με επιλεγμένα μόνο τα στοιχεία που είναι απαραίτητα για την εκτέλεση της επιθυμητής εργασίας απομάκρυνσης του στόχου.	63
Σχήμα 5-12.	Απεικόνιση της επαφής μεταξύ δύο γεωμετριών στον χώρο σύμφωνα με το block “Spatial Contact Force”.	63
Σχήμα 5-13.	Η μεταβολή του συντελεστή τριβής συναρτήσει της σχετικής επαπτομενικής ταχύτητας μεταξύ των δύο γεωμετριών.	65
Σχήμα 5-14.	Αρχική και τελική θέση των δύο μαζών, φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και φάση επαφής, αντίστοιχα.	65
Σχήμα 5-15.	Η διάταξη στο περιβάλλον του Simscape του παραδείγματος επαφής δύο μαζών.	66
Σχήμα 5-16.	Σελίδα δεδομένων του block της επαφής, “Spatial Contact Force”.	66
Σχήμα 5-17.	(α) Η μετατόπιση του κυνηγού και (β) η μετατόπιση του στόχου στο παράδειγμα της επαφής των δύο μαζών.	67
Σχήμα 5-18.	(α) Ταχύτητα και επιτάχυνση του κυνηγού και (β) ταχύτητα και επιτάχυνση του στόχου (αποκτούν κοινή ταχύτητα και επιτάχυνση τα δύο σώματα μετά την επαφή) στο παράδειγμα της επαφής των δύο μαζών.	67
Σχήμα 5-19.	Η δύναμη F_{act} όπως αυτή προκύπτει μετά την ανατροφοδότηση από το block της επαφής “Spatial Contact Force”.	68
Σχήμα 5-20.	Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink.	68
Σχήμα 5-21.	Η διάταξη στο περιβάλλον του Simscape του παραδείγματος επαφής του βραχίονα με το σώμα του στόχου. Σε κόκκινο πλαίσιο το block της επαφής και η έξοδος της δύναμης επαφής στον άξονα κίνησης του συσσωματώματος (x-axis).	69
Σχήμα 5-22.	Σελίδα δεδομένων του block της επαφής, “Spatial Contact Force”.	69
Σχήμα 5-23.	Επιλογή παραμέτρων επίλυσης του προβλήματος στο Simscape.	70
Σχήμα 5-24.	Τελική θέση των δύο σωμάτων. Κίνηση από τη φάση επαφής και έπειτα.	70
Σχήμα 5-25.	(α) Η μετατόπιση της βάσης του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή της μετατόπιση καθ’ όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.	73
Σχήμα 5-26.	(α) Η μετατόπιση του ΤΣΔ (end-effector) του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή του μετατόπιση καθ’ όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.	73
Σχήμα 5-27.	Οι δυνάμεις F_x, F_y που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ από τους επενεργητές (thrusters), καθώς και η ροπή n_z που ασκείται από τον	

	σφόνδυλο αντίδρασης (reaction wheel), κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.	73
Σχήμα 5-28.	Οι ροπές τ_1, τ_2, τ_3 που ασκούνται στις τρεις αρθρώσεις του βραχίονα κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.	74
Σχήμα 5-29.	Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης, ζ_c , ίσο με τη μονάδα (κρίσιμη απόσβεση).	74
Σχήμα 5-30.	Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c μικρότερο της μονάδας (υπερκρίσιμη απόσβεση).	74
Σχήμα 5-31.	(α) Η μετατόπιση της βάσης του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή της μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.	76
Σχήμα 5-32.	(α) Η μετατόπιση του ΤΣΔ (end-effector) του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή του μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.	77
Σχήμα 5-33.	Οι δυνάμεις F_x, F_y που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ από τους επενεργητές (thrusters), καθώς και η ροπή n_z που ασκείται από τον σφόνδυλο αντίδρασης (reaction wheel), κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.	77
Σχήμα 5-34.	Οι ροπές τ_1, τ_2, τ_3 που ασκούνται στις τρεις αρθρώσεις του βραχίονα κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.	77
Σχήμα 5-35.	Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c ίσο με τη μονάδα (κρίσιμη απόσβεση).	78
Σχήμα 5-36.	Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c μικρότερο της μονάδας, (υπερκρίσιμη απόσβεση).	78

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3-1. Οι παράμετροι του συστήματος.	42
Πίνακας 4-1. Οι ονομαστικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος.	52
Πίνακας 5-1. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του ρομποτικού συστήματος του εργαστηρίου (Cepheus).....	71
Πίνακας 5-2. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του στόχου που έρχεται σε επαφή με τον Cepheus.	71
Πίνακας 5-3. Οι επιθυμητές αρχικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος.....	71
Πίνακας 5-4. Οι επιθυμητές, αλλά και πραγματικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος στην έναρξη της επαφής.....	72
Πίνακας 5-5. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του ρομποτικού συστήματος του project EROSS.....	75
Πίνακας 5-6. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του στόχου στο παράδειγμα του project EROSS.....	75
Πίνακας 5-7. Οι επιθυμητές αρχικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος.....	75
Πίνακας 5-8. Οι επιθυμητές θέσεις των στοιχείων του συστήματος στην έναρξη της επαφής.....	75

Κατάλογος Συντμήσεων

Ελληνικά

ΚΜ	Κέντρο Μάζας
β.ε.	βαθμοί ελευθερίας
ΤΣΔ	Τελικό Σημείο Δράσης
ΕΙΔΡΣ	Ελεύθερα Ιπτάμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΕΑΔΡΣ	Ελεύθερα Αιωρούμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΔΡΣ	Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΣΣ	Σύστημα Συντεταγμένων
ΕΤΔ	Εργαλείο Τελικής Δράσης
Δ.Ε.	Διαφορική Εξίσωση

Αγγλικά

CM	Center of Mass
FFSR	Free-Flying Space Robots
LEO	Low Earth's Orbit
GEO	Geostationary Earth's Orbit
SSN	Space Surveillance Network
VMI	Virtual Mass Impedance
MIC	Multiple Impedance Control
OIC	Object Impedance Control
DEOS	Deutche Orbital Servicing Mission
ETS-VII	Engineering Test Satellite VII Mission

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι ο σχεδιασμός, η εφαρμογή και η επικύρωση της αποτελεσματικότητας μέσω του Simscape της Matlab, κατάλληλου νόμου ελέγχου που απαιτείται για τη μεταβολή της κίνησης ενός μη λειτουργικού δορυφόρου (ή οποιοδήποτε άλλου ανενεργού αντικειμένου), από ένα Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα (ΔΡΣ), έτσι ώστε να επανεισέλθει στην ατμόσφαιρα και να καταστραφεί. Εξετάζεται η περίπτωση που η απομάκρυνση του δορυφόρου επιτυγχάνεται, χωρίς την παρουσία κάποιου εξαρτήματος (rigid grasp) στην επιφάνεια του δορυφόρου-στόχου, που να διευκολύνει την αρπαγή του από το ΔΡΣ. Κάτι τέτοιο, μπορεί να επιτευχθεί διατηρώντας συνεχή επαφή μεταξύ του ΔΡΣ - κυνηγού και του δορυφόρου - στόχου. Έτσι λοιπόν, στην παρούσα εργασία προτείνεται ο σχεδιασμός ενός συντονισμένου ελεγκτή εμπέδησης -ο οποίος εφαρμόζεται στο Τελικό Σημείο Δράσης (ΤΣΔ) του βραχίονα αλλά και στη βάση, που συναρτίζονται το Ελεύθερα Ιπτάμενο ΔΡΣ με το οποίο επιτυγχάνεται συνεχής επαφή μεταξύ αυτού και ενός ελεύθερα αιωρούμενου μη λειτουργικού δορυφόρου ή οποιοδήποτε άλλου διαστημικού απορρίμματος. Ακόμη, στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας εξετάζεται η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου ελεγκτή σε πραγματικά συστήματα λαμβάνοντας υπόψη την πιθανή αβεβαιότητα μεταξύ των πραγματικών παραμέτρων του συστήματος και των εκτιμήσεων αυτών που χρησιμοποιήθηκαν στον σχεδιασμό του προτεινόμενου ελεγκτή. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί μία επισκόπηση του προβλήματος των διαστημικών απορριμμάτων και πως αυτό διαμορφώνεται μέχρι σήμερα.

Το πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων

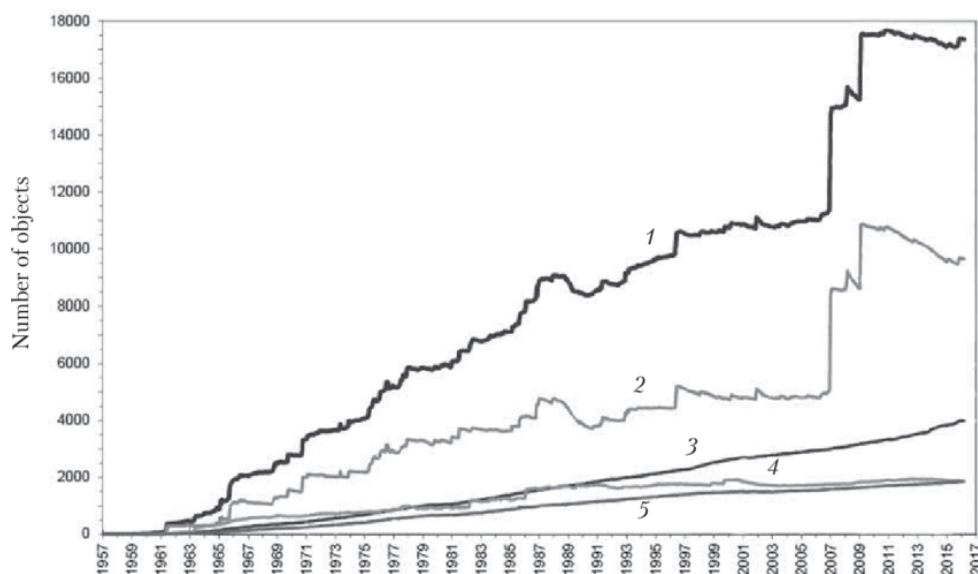
Ως διαστημικά απορρίμματα ορίζονται όλα εκείνα τα ανενεργά αντικείμενα στο διάστημα, τα οποία έχουν κατασκευαστεί από τον άνθρωπο. Αυτά αποτελούνται από ολόκληρους αδρανείς δορυφόρους μέχρι εξαρτήματα από πυραύλους, που έπαψαν να είναι χρηστικοί και είτε βρίσκονται σε τροχιά γύρω από τη γη είτε επανεισέρχονται στην ατμόσφαιρα. Στην περιοχή του διαστήματος κοντά στη γη, τέτοια αντικείμενα είναι πιο επικίνδυνα ακόμη και από φυσικούς μετεωρίτες.

Ραντάρ που βρίσκονται στη Γη, έχουν καταγράψει και κατηγοριοποιήσει αντικείμενα με το πέρασ των χρόνων. Αντικείμενα μεγαλύτερα των 5-10 cm που βρίσκονται σε χαμηλές τροχιές (Low Earth's Orbit, LEO) καθώς και αντικείμενα μεγαλύτερα των 0.3-1 m που βρίσκονται σε υψηλότερες τροχιές. Η μέγιστη συγκέντρωση διαστημικών απορριμμάτων μάλιστα, παρατηρείται σε υψόμετρα 800-1000 km και μέχρι τα 1400 km, δηλαδή σε χαμηλή τροχιά, ενώ μικρότερος αριθμός θραυσμάτων και άλλων ανενεργών αντικειμένων απαντάται σε ύψος γεωστατικής τροχιάς (Geostationary Earth's Orbit, GEO), δηλαδή περίπου στα 35000 km και ακόμα πιο μικρός στις ενδιάμεσες τροχιές. Επίσης, κάποιοι εξειδικευμένοι αισθητήρες μπορούν να ανιχνεύσουν αντικείμενα τα οποία είναι μικρότερα από υποδιαιρέσεις του εκατοστού, ωστόσο τέτοια μεγέθη δεν μπορούν να κατηγοριοποιηθούν εύκολα, αλλά και ούτε να αποδοθεί η ύπαρξή τους σε κάποιο συγκεκριμένο συμβάν.

Από την απαρχή της Εποχής του Διαστήματος (γύρω στο 1957) και έπειτα, στο διάστημα υπάρχουν μόνο αντικείμενα που προέρχονται από τον άνθρωπο και όλα προέκυψαν, σύμφωνα με τα πιο πρόσφατα δεδομένα, από τις 6250 εκτοξεύσεις περίπου, οι οποίες έλαβαν

χώρα μέχρι τον Αύγουστο του 2022, [1] Περίπου 13.630 δορυφόροι έχουν τοποθετηθεί σε τροχιά γύρω από τη γη από αυτές τις 6.250 εκτοξεύσεις πυραύλων, μη συμπεριλαμβανομένων των αποτυχημένων αποστολών. Ωστόσο από αυτούς τους δορυφόρους μόνο οι 6.700 είναι ακόμη λειτουργικοί. Η πλειοψηφία ωστόσο των καταγεγραμμένων αντικειμένων που υπάρχουν στο διάστημα (ποσοστό περίπου 58%) έχει προέλθει από περισσότερες από 630 καταστροφές σε τροχιά που προκλήθηκαν κυρίως από εκρήξεις και από πιθανολογούμενες συγκρούσεις. Ενδεικτικά, ένας αξιοσημείωτος αριθμός θραυσμάτων παρήχθη από μια κινέζικη αντι-δορυφορική δοκιμασία που στόχευε στον μετεωρολογικό δορυφόρο Feng Yun-1C, στις 11 Ιανουαρίου 2007, η οποία δημιούργησε περισσότερα από 3.400 κομμάτια διαστημικών απορριμμάτων. Επίσης, περίπου 2.300 θραύσματα γεννήθηκαν από την πρώτη τυχαία σύγκρουση μεταξύ δύο δορυφόρων, του Iridium-33 και του Cosmos-2251, στις 10 Φεβρουαρίου του 2009.

Σύμφωνα με το Παρατηρητήριο Διαστήματος των ΗΠΑ (US Space Surveillance Network SSN) παρακολουθούνται πάνω από 40.000 αντικείμενα στο διάστημα, [3] Από τον Ιανουάριο του 2017, το SSN παρακολουθεί, συσχετίζει και καταγράφει περίπου 21.000 διαστημικά απορρίμματα μεγαλύτερα από 5 έως 10 cm στην τροχιά της Γης. Πέρα όμως, από αυτά που ήδη παρακολουθούνται έχουν αναπτυχθεί μοντέλα περιβάλλοντος θραυσμάτων από διάφορους επιστήμονες με σκοπό να υπολογιστεί ο συνολικός αριθμός των διαστημικών απορριμμάτων. Τα εν λόγω μοντέλα μας υποδεικνύουν μέχρι στιγμής ότι υπάρχουν 36.500 αντικείμενα μεγαλύτερα από 10 cm, 1.000.000 από 1 έως 10 cm και περισσότερα από 130 εκατομμύρια από 1 mm έως 1 cm. Μια συνολική εκτίμηση λοιπόν, δίνει την ύπαρξη περίπου 10.100 τόνων διαστημικών απορριμμάτων διαφόρων μεγεθών μέσα στην τροχιά της γης, αλλά και γύρω από αυτήν, [1] Στο Σχήμα 1-1 παρουσιάζεται η απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων, στο πέρασμα του χρόνου, σε τροχίες κοντά στη Γη.



Σχήμα 1-1. Απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων σε τροχίες κοντά στη Γη, με το πέρασμα των χρόνων. Η καμπύλη {1} αναφέρεται στο σύνολο των αντικειμένων, η {2} σε θραύσματα, η {3} σε μη λειτουργικούς δορυφόρους, η {4} σε κομμάτια που απελευθερώθηκαν κατά τη διάρκεια κάποιας αποστολής και η {5} σε μικροεξαρτήματα.

Υπάρχει, λοιπόν, μεγάλη πιθανότητα τα απορρίμματα αυτά να συγκρουστούν με άλλα απορρίμματα ή μετεωρίτες ή κάποιον αστεροειδή ή ακόμα και με ενεργούς δορυφόρους. Υπό

την επίδραση τυπικών ταχυτήτων σύγκρουσης στο διάστημα, δηλαδή της τάξης των 10 km/s σε χαμηλές τροχιές, η σύγκρουση ακόμα και με τα πιο μικρά αντικείμενα μεγέθους μερικών χιλιοστών, μπορεί να προκαλέσει τοπικές βλάβες ή να απενεργοποιήσει ένα υποσύστημα δορυφόρου που βρίσκεται σε λειτουργία. Συγκρούσεις με συντρίμια μεγαλύτερα του 1 cm μπορούν να αχρηστεύσουν πλήρως έναν επιχειρησιακό δορυφόρο ή να προκαλέσουν τη διάσπαση δορυφορικού ή πυραυλικού σώματος. Τέλος, η πρόσκρουση με συντρίμια μεγαλύτερα των 10 cm μπορεί να οδηγήσει ακόμα και στην πλήρη καταστροφή ενός διαστημικού σκάφους και τη δημιουργία ενός ολόκληρου σύννεφου θραυσμάτων.

Τα θραύσματα που δημιουργούνται από μία σύγκρουση μπορεί να οδηγήσουν σε μια διαδοχική διαδικασία συγκρούσεων - διασπάσεων, το λεγόμενο «σύνδρομο του Kessler», σύμφωνα με το οποίο κάθε σύγκρουση μεταξύ αντικειμένων δημιουργεί περισσότερα διαστημικά θραύσματα, γεγονός που κάθε φορά αυξάνει την πιθανότητα περαιτέρω συγκρούσεων.

Τα μεγάλα αντικείμενα, ωστόσο, όπως δορυφόροι, τμήματα πυραύλων, μεγάλου μεγέθους θραύσματα που επανεισέρχονται στην ατμόσφαιρα ανεξέλεγκτα μπορεί να φτάσουν ακόμη και στο έδαφος και να θέσουν σε κίνδυνο τον πληθυσμό της γης, βλ. Σχήμα 1-2. Ο σχετικός κίνδυνος βέβαια για έναν άνθρωπο, είναι μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερος από τους συνηθισμένους κινδύνους της καθημερινής ζωής (για παράδειγμα, ο κίνδυνος σοβαρών τραυματισμών από ατύχημα με αυτοκίνητο είναι περίπου 30 εκατομμύρια φορές υψηλότερος). Δυστυχώς όμως, ο κίνδυνος αυτός όλο και αυξάνεται όσο οι διαστημικές αποστολές πληθαίνουν και παράλληλα δεν φροντίζουμε να κρατάμε το τροχιακό περιβάλλον του πλανήτη μας όσο το δυνατόν «καθαρό».

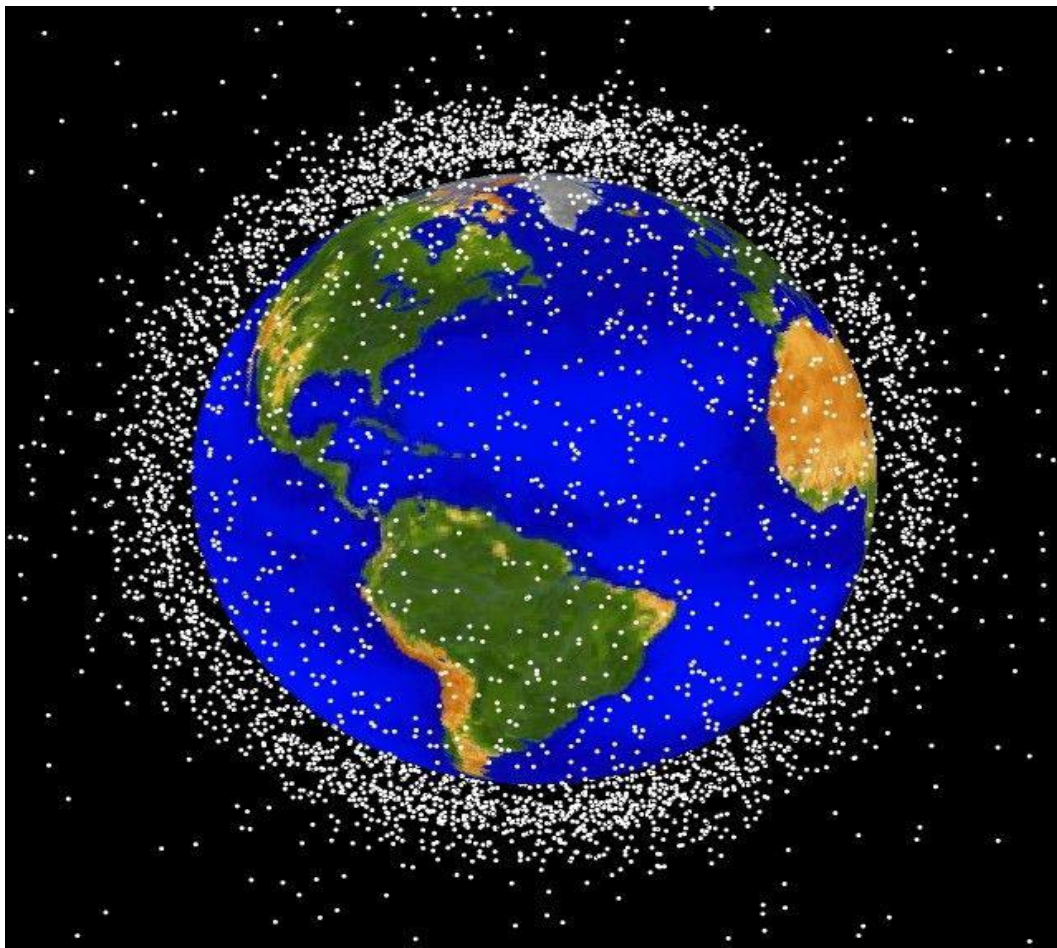


Σχήμα 1-2. Κύρια δεξαμενή προωθητικού αερίου του οχήματος εκτόξευσης Delta 2, που προσγειώθηκε στο Georgetown του Texas.

Επίσης, η σύγχρονη ζωή εξαρτάται άμεσα και από την αδιάκοπη διαθεσιμότητα των ανθρώπινων υποδομών που έχουν αναπτυχθεί στο διάστημα, από την άντληση μετεωρολογικών γνώσεων μέχρι την παροχή υπηρεσιών σχετικών με τηλεοπτικές και ραδιοφωνικές μεταδόσεις, τηλεφωνικές επικοινωνίες και συνδέσεις ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πέρα λοιπόν, από την πιθανότητα όλα αυτά τα ανενεργά αντικείμενα που

αιωρούνται ανεξέλεγκτα στο περιβάλλον του διαστήματος να απειλήσουν ουσιαστικά τον πληθυσμό της γης που απ' ό τι φαίνεται είναι πολύ μικρή, τίθεται το ζήτημα της απειλής των ανθρώπινων υποδομών στο διάστημα.

Αρκετά κράτη, έντονα ευαισθητοποιημένα σε θέματα διαστήματος εστιάζουν στο πως θα μπορούσε να επιτευχθεί ο έλεγχος και η μείωση των διαστημικών απορριμμάτων. Σήμερα, υπάρχει μια επικρατούσα άποψη, η οποία αφορά βέβαια μακροχρόνιες προβλέψεις, σχετικά με την εμφάνιση αλληπάλληλων συγκρούσεων λόγω ύπαρξης πληθώρας θραυσμάτων σε χαμηλές τροχιές γύρω από τη γη. Στο Σχήμα 1-3 παρουσιάζεται μια άποψη της κατανομής των διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη. Προφανώς, ο απώτερος σκοπός όλων, είναι να περιοριστεί το παρόν πρόβλημα για την ασφαλέστερη διεξαγωγή των επιχειρήσεων της ανθρωπότητας στο διάστημα. Οι δράσεις που γίνονται για να μετριαστεί, στηρίζονται σε διεθνή και εθνικά πρότυπα, αλλά ακόμα και με αυστηρή τήρηση των διακρατικών συμφωνιών που έχουν αναπτυχθεί στα πλαίσια της αντιμετώπισης του ζητήματος, είναι προφανές ότι στο μέλλον θα πρέπει να παρθούν και επιπρόσθετα μέτρα. Η μείωση των διαστημικών απορριμμάτων λοιπόν, θέτει μια παγκόσμια πρόκληση που δεν μπορεί να επιτευχθεί παρά μόνο με τις κοινές προσπάθειες όλων μας.



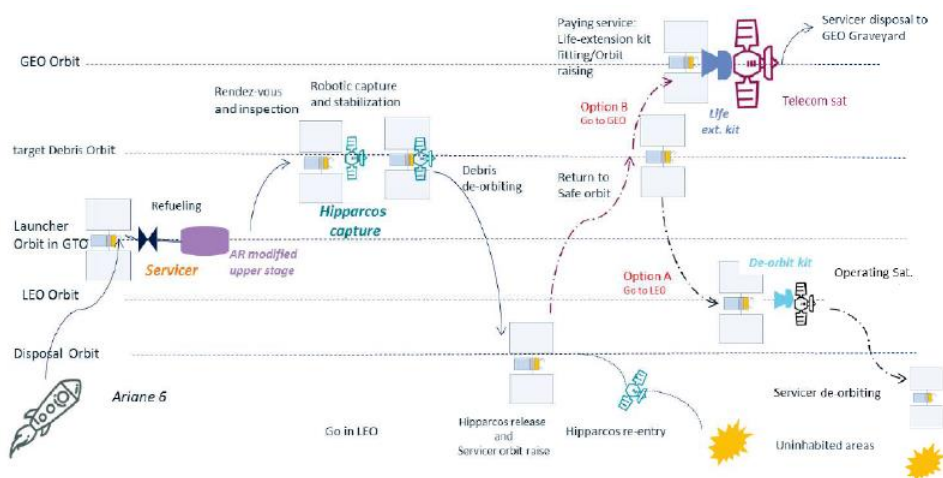
Σχήμα 1-3. Εικόνα διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων, που παρουσιάστηκε εκτενώς παραπάνω, έχουν αναπτυχθεί και αναπτύσσονται διαρκώς νέες τεχνολογίες, μεταξύ

των οποίων τα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα (ΔΡΣ), με στόχο να συμβάλλουν στη μείωση του εν λόγω προβλήματος. Τα ΔΡΣ ενεργούν εντός ενός πολύ συγκεκριμένου περιβάλλοντος, αυτού του διαστήματος και συχνά καλούνται να έρθουν σε επαφή με ποικίλα αντικείμενα. Η μελέτη λοιπόν, της αλληλεπίδρασης μεταξύ ρομποτικού βραχίονα και του περιβάλλοντός του είναι ένα ευρύ, ουσιώδες και ιδιαίτερα συναρπαστικό επιστημονικό πεδίο.

Για να επιτευχθεί η επιθυμητή απόκριση ενός συστήματος που συμμετέχει σε μια ενέργεια αλληλεπίδρασης και να μειωθούν όσο το δυνατό περισσότερο οι ταλαντώσεις που αναπτύσσονται, όταν δύο σώματα, έρχονται σε επαφή με σχετική ταχύτητα, πρέπει να χρησιμοποιηθεί κατάλληλος ελεγκτής. Στο χώρο του διαστήματος οι αλληλεπιδράσεις που προκύπτουν από την επαφή δύο σωμάτων χρήζουν δέουσας σημασίας σε πολλές και διάφορες περιπτώσεις. Κατά τη διάρκεια μιας αποστολής για παράδειγμα, ο χειριστής του επισκευαστή δορυφόρου (servicer or chaser) επιδιώκει να έρθει σε επαφή με ένα μη συνεργαζόμενο δορυφόρο (client or target) και είτε να κάνει κάποιες εργασίες πάνω σ' αυτόν (π.χ. επισκευή κεραιών), είτε να τον επανατοποθετήσει σε τροχιά, είτε ακόμη να τον οδηγήσει σε είσοδο στην ατμόσφαιρα με σκοπό την καταστροφή του, βλ. Σχήμα 1-4. Τέτοιου είδους αποστολές όμως, απαιτούν τη συνεχή επαφή μεταξύ χειριστή και στόχου, με μεγάλη σταθερότητα, διαφορετικά ο δεύτερος παρεκκλίνει από την τροχιά που πρέπει να ακολουθήσει. Οι ελεγκτές εμπέδησης λοιπόν, που θα μας απασχολήσουν στα επόμενα κεφάλαια, είναι οι πλέον κατάλληλοι για τέτοιες εφαρμογές. Θα ακολουθήσει, μία ανασκόπηση γύρω από το θέμα του ελέγχου εμπέδησης και όχι μόνο και το πώς αυτός έχει εφαρμοστεί από διάφορους ερευνητές σε διάφορες περιπτώσεις, αρχικά σε επίγειους ρομποτικούς βραχίονες και στη συνέχεια σε ΔΡΣ.



Σχήμα 1-4. Εικονογραφική άποψη αποστολών επαναφοράς διαστημικού απορρίμματος στην ατμόσφαιρα με σκοπό την καταστροφή του, [5]

Εφαρμογές του ελέγχου εμπέδησης σε επίγειους ρομποτικούς βραχίονες

Με σκοπό να ρυθμίσει τη σχέση, μεταξύ της ταχύτητας του ΤΣΔ ενός ρομποτικού χειριστή και της δύναμης αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται, κατά τη διάρκεια μιας εργασίας, στην οποία απαιτείται η επαφή ρομποτικού βραχίονα-περιβάλλοντος, πρώτος ο Hogan εισήγαγε την έννοια του ελέγχου εμπέδησης, [7]

Μεταγενέστερα, πολλοί ερευνητές εφάρμοσαν τον έλεγχο εμπέδησης σε μια σειρά από εργασίες. Οι Tafazolli κ.α., παρουσίασαν την εφαρμογή του εν λόγω νόμου σε έναν υδραυλικό εκσκαφέα με πολλούς χειριστές, [19] Ο Kim και άλλοι επιστήμονες, σύστησαν ένα σχέδιο

ελέγχου εμπέδησης, προκειμένου να ελεγχθεί μια μονάδα καθαρισμού τοίχων, το οποίο βασιζόταν στον έλεγχο θέσης (position based impedance control). Στη συγκεκριμένη έρευνα, αυτό που επιτυγχάνεται είναι η διατήρηση της δύναμης επαφής που αναπτύσσεται μεταξύ της μονάδας και των υπό καθαρισμό τοίχων. Ο προτεινόμενος έλεγχος παρουσιάζει ευρωστία, καθώς εφαρμόστηκε επιτυχώς σε τοίχους των οποίων οι συντελεστές δυσκαμψίας διέφεραν μεταξύ τους, [9]

Προφανώς, υπάρχουν πολλά παραδείγματα εφαρμογής του ελέγχου εμπέδησης σε περιπτώσεις εργασιών στη γη, ωστόσο εδώ δεν μπορούμε παρά να αναφέρουμε κάποια ενδεικτικά.

Εφαρμογές ελέγχου εμπέδησης και άλλων νόμων ελέγχου για διαστημικές αποστολές

Για να αποφευχθούν συγκρούσεις μεταξύ δορυφόρων και διαστημικών απορριμμάτων και να μην αχρηστευθούν λειτουργικά συστήματα εν ενεργεία δορυφόρων είναι πολύ σημαντικό, όπως προαναφέρθηκε, να διατηρηθεί το τροχιακό περιβάλλον καθαρό. Ένας δορυφόρος που βρίσκεται σε τροχιά και είναι πιθανό άμεσα, να καταλήξει να είναι ένα ακόμη διαστημικό σκουπίδι, πρέπει να σταλεί για επάνοδο στην ατμόσφαιρα και μετέπειτα να καταστραφεί ή να απομακρυνθεί σε κάποιο από τα λεγόμενα τροχιακά νεκροταφεία του διαστήματος. Και στις δύο περιπτώσεις, αυτό που απαιτείται είναι η επαφή του ΤΣΔ ενός ΔΡΣ με τον ανενεργό δορυφόρο, ώστε να τον καθοδηγήσει. Πολλοί ερευνητές λοιπόν, επέκτειναν τη χρήση του ελέγχου εμπέδησης σε ΔΡΣ.

Οι Yoshida et al., «εξισώσανε» ένα τέτοιο σύστημα με ένα αντίστοιχο που παρουσιάζει συμπεριφορά εμπέδησης και μελέτησαν εάν υπό την επίδραση του ελέγχου εμπέδησης διατηρείται η επαφή μεταξύ ΤΣΔ ενός ΔΡΣ και στόχου ή χάνεται και ο στόχος απομακρύνεται ακόμη περισσότερο, [21]

Επίσης, σε μία άλλη έρευνα, [13] προτάθηκε ένα μοντέλο εικονικής μάζας του συστήματος εμπέδησης (Virtual Mass Impedance, VMI), που αντιπροσωπεύει την επίδραση της εμπέδησης του «χειριού» του διαστημικού ρομποτικού χειριστή στην κίνηση του στόχου. Χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο αποσαφηνίστηκαν οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται, έτσι ώστε ο στόχος να μην ωθείται μακριά όταν τον πλησιάζει και τον ακουμπά ο ρομποτικός βραχίονας, [13]

Για να επιτευχθεί ο χειρισμός ενός αντικείμενου, π.χ. ενός διαστημικού απορρίμματος από ένα ρομποτικό σύστημα με παραπάνω από ένα βραχίονες, εισήχθη η έννοια του Πολλαπλού Ελέγχου Εμπέδησης (Multiple Impedance Control, MIC), [12] Ο MIC αξιοποίησε την ήδη εφαρμοσμένη θεωρία του Ελέγχου Εμπέδησης Αντικείμενου (Object Impedance Control, OIC), [16] Ο συγκεκριμένος έλεγχος, όπως προαναφέρθηκε, αναπτύχθηκε για ρομποτικά συστήματα με παραπάνω από ένα ρομποτικούς βραχίονες, οι οποίοι χειρίζονται ένα κοινό αντικείμενο. Κατά τη διάρκεια αυτής της ενέργειας, η συμπεριφορά εμπέδησης επιβάλλεται όχι μόνο στο ΤΣΔ του κάθε βραχίονα, αλλά και στο υπό χειρισμό αντικείμενο.

Για να ελαχιστοποιήσουν τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, που αναπτύσσονται μεταξύ ενός ρομποτικού χειριστή και ενός δορυφόρου, υπό την διατήρηση της μεταξύ τους επαφής, ο Sharma και άλλοι ερευνητές, πρότειναν μία προσέγγιση, η οποία βασίζεται στον άμεσο έλεγχο δύναμης, [17]

Στην παραπάνω έρευνα και σε όσες ακόμα θα παραθέσουμε παρακάτω, αυτό που μας ενδιαφέρει να αναδείξουμε κυρίως, είναι το γεγονός ότι προϋποτίθεται η ύπαρξη ιδανικής προεξοχής στην επιφάνεια του δορυφόρου, έτσι ώστε να είναι πιο εύκολη η αρπαγή του από τον ρομποτικό βραχίονα.

Οι Abiko et al., λοιπόν, μελέτησαν έναν έλεγχο εμπέδησης για εφαρμογή σε Ελεύθερα Αιωρούμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα (Free - Floating Space Robots) κατά τη διάρκεια της αρπαγής, μη λειτουργικού δορυφόρου, από κατάλληλη προεξοχή στην επιφάνειά του, με καθοδική πορεία, υπό την αβεβαιότητα των χαρακτηριστικών του μοντέλου, [4] Σε παρόμοιο πνεύμα, οι Lampariello et al., παρουσίασαν μία μέθοδο για την αρπαγή ενός μερικώς συνεργαζόμενου δορυφόρου, από ένα ελεύθερα αιωρούμενο ρομποτικό σύστημα. Για την εξασφάλιση πρώτον, της ευρωστίας στον έλεγχο που εφαρμόστηκε και δεύτερον, μίας επαρκούς εκτίμησης της ταχύτητας του δορυφόρου που θα δίνεται ως πρόσω δράση (feedforward) στον έλεγχο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αρπαγής του, εφαρμόστηκε ένα εκτεταμένο φίλτρο Kalman, [10]

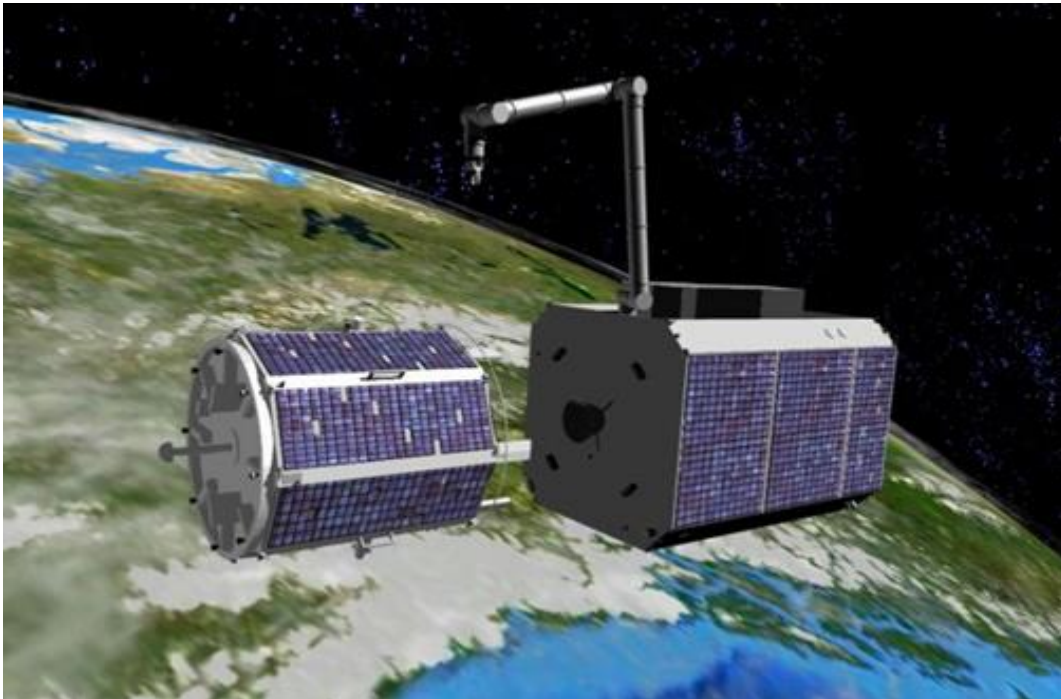
Ακόμη, οι Uyama, Nakanishi et al., πρότειναν τη χρήση ενός ελεγκτή εμπέδησης, για την επίτευξη επαφής μεταξύ ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου Διαστημικού Ρομποτικού βραχίονα με συμμορφούμενο καρπό και ενός μη συνεργαζόμενου δορυφόρου. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκε ένας συντελεστής αποκατάστασης, τέτοιος ώστε, ο μηδενισμός του να ισοδυναμεί με μηδενική σχετική ταχύτητα μετά την επαφή του ΤΣΔ του ΔΡΣ και του στόχου, δηλαδή με συγχρονισμό των δύο σωμάτων που έρχονται σε επαφή. Αυτός ο συντελεστής αποκατάστασης λειτούργησε ως το κριτήριο για την επίτευξη επαφής, [20]

Σε παρόμοιο πνεύμα με τους Uyama, Nakanishi et al., οι Perez, De Stefano και Lampariello παρουσιάζουν μία στρατηγική ελέγχου, βασισμένη σε αυτή του ελέγχου εμπέδησης, η οποία εξασφαλίζει ότι μετά την επαφή, το ΤΣΔ του ΔΡΣ και ο δορυφόρος - στόχος θα αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα. Κατά αυτόν το τρόπο διασφαλίζεται η σύλληψη του δορυφόρου. Η προτεινόμενη μέθοδος, στηρίζεται στην υπόθεση ότι δεν υπάρχουν διαθέσιμες γνώσεις σχετικά με τη θέση και τη ταχύτητα του στόχου και συνάμα, αναγνωρίζει και προτείνει μία λύση στο πρόβλημα της χρονικής καθυστέρησης του ελεγκτή. Στις συνθήκες στις οποίες πραγματοποιείται η επαφή, ο δορυφόρος μπορεί να αναπηδήσει πριν ο ελεγκτής του ΔΡΣ προλάβει να αντιδράσει, λόγω της εγγενούς χρονικής καθυστέρησης. Για αυτό το λόγο λοιπόν, καθώς και λόγω της απουσίας γνώσης σχετικά με τη διάρκεια της επαφής, εισάγεται ένα παθητικά συμμορφούμενο στοιχείο γνωστών χαρακτηριστικών, στο ΤΣΔ του ΔΡΣ, ώστε να παραταθεί η επαφή, [15] όπως ακριβώς προτείνεται και στο [20] με την προσθήκη ενός συμμορφούμενου καρπού στο ΤΣΔ του ΔΡΣ.

Τέλος, πιο πρόσφατα, προτάθηκε ένα ελεγκτής εμπέδησης όπου παράλληλα εφαρμόζεται και ένας κατάλληλος σχεδιασμός τροχιάς, ο οποίος μπορεί να αλλάζει διαρκώς, σε πραγματικό χρόνο, ανάλογα με την ανατροφοδότηση που λαμβάνεται για τη θέση/προσανατολισμό του δορυφόρου - στόχου. Ο έλεγχος αυτός επιτρέπει ουσιαστικά στο ΤΣΔ του βραχίονα, να ακολουθήσει την επιβαλλόμενη τροχιά, ή αλλιώς το υπό διαρκή κίνηση σημείο αρπαγής στην επιφάνεια του δορυφόρου. Επιπλέον, χρησιμοποιεί ως ανατροφοδότηση τη δύναμη αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο σωμάτων, ώστε να μειώσει το σφάλμα θέσης του ΤΣΔ και του σημείου αρπαγής, κατά τη διάρκεια της φάσης σύλληψης, [6]

Κλείνοντας, θα αναφερθούμε σε κάποιες διαστημικές αποστολές σε τροχιά που σχετίζονται με τη σύλληψη αντικειμένου από ΔΡΣ. Στο παρελθόν, υπήρξαν δύο πειραματικές αποστολές: η αποστολή Japanese Engineering Test Satellite VII (ETS-VII) από τη JAXA και η αποστολή US Orbital Express από τη DARPA, [18] Ωστόσο, καμία από αυτές δεν πραγματοποίησε σύλληψη ενός μη συνεργαζόμενου δορυφόρου. Η αποστολή DEOS (Deutsche Orbital Servicing Mission) από τη DLR έμελλε να είναι και η πρώτη αποστολή, στην οποία θα επιχειρούταν η σύλληψη ενός ελαττωματικού δορυφόρου, βλ. Σχήμα 1-5. Πιο

συγκεκριμένα, θα ασχολούταν με την πρακτική του τρόπου εκτέλεσης κάποιων βασικών καθηκόντων, ώστε να παραταθεί η διάρκεια ζωής του δορυφόρου, π.χ. συντήρηση, ανεφοδιασμός με καύσιμα κ.α. Αποτελούνται από δύο δορυφόρους, έναν «πελάτη» (client) και ένα «συντηρητή» (servicer), ο «πελάτης» είναι ο δορυφόρος που απαιτεί συντήρηση ή οτιδήποτε άλλο, αφού πρώτα επιτευχθεί η σύλληψή του, ενώ ο «συντηρητής» είναι ο δορυφόρος που θα εκτελέσει τις εργασίες του στον πρώτο. Η εκτόξευση των δύο αυτών δορυφόρων είχε προγραμματιστεί για τις αρχές του 2018, αλλά δυστυχώς η αποστολή ακυρώθηκε λίγο μετά τη φάση ορισμού της, [2]



Σχήμα 1-5. Άποψη της αποστολής DEOS (Deutsche Orbital Servicing Mission) της DLR.

1.3 Δομή Εργασίας

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο **πρώτο κεφάλαιο** αναπτύσσεται ο σκοπός της εργασίας και παρουσιάζεται συνοπτικά το ολοένα και μεγαλύτερο πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων. Ακολουθεί η βιβλιογραφική ανασκόπηση, η οποία περιλαμβάνει αρχικά, την παρουσίαση στρατηγικών ελέγχου που χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις επαφής μεταξύ ενός επίγειου ρομποτικού βραχίονα σταθερής βάσης και ενός αντικειμένου (στόχου) με μεγαλύτερη έμφαση στον έλεγχο εμπέδησης. Στο πλαίσιο της βιβλιογραφικής ανασκόπησης παρουσιάζονται παραδείγματα χρήσης του ελέγχου εμπέδησης σε εφαρμογές στο διάστημα όπου επιδιώκεται η επαφή ή η σύλληψη δορυφόρου ή άλλου αιωρούμενου αντικειμένου από έναν ή περισσότερους ρομποτικούς βραχίονες. Τέλος, γίνεται μια αναφορά σε διάφορες τεχνικές σύλληψης δορυφόρων υπό την παρουσία ή απουσία εξαρτημάτων που διευκολύνουν στην σύλληψη αυτών. Η παρούσα εργασία επιδιώκει να συνεισφέρει -σε μικρό βέβαια βαθμό- στο θεωρητικό πλαίσιο τέτοιων αποστολών, όταν δεν υπάρχει δηλαδή κατάλληλο εξάρτημα από το οποίο να μπορεί να κρατηθεί ο ρομποτικός βραχίονας στην επιφάνεια του δορυφόρου, ώστε είτε να τον επαναφέρει σε τροχιά είτε να επανεισέλθει στην ατμόσφαιρα και να καταστραφεί, καθώς και στην επικύρωση των

θεωρητικών συμπερασμάτων μέσω προγραμμάτων όπως το Simscape της Matlab, που προσφέρουν τη δυνατότητα ρεαλιστικότερης προσομοίωσης μίας πραγματικής αποστολής.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζονται περιληπτικά οι βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την κινηματική και τη δυναμική συμπεριφορά των Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΙΔΡΣ) (Free-Flying Space Robot, FFSR), έτσι ώστε αυτές να χρησιμοποιηθούν στον σχεδιασμό του ελέγχου εμπέδησης που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια. Τέλος, οι κινηματικές και δυναμικές εξισώσεις εφαρμόζονται σε ένα επίπεδο ΔΡΣ.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** εισάγεται ένας συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης, ο οποίος αποτελεί επέκταση του παλαιότερα εισαχθέντος νόμου ελέγχου στα πλαίσια της προπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, [23] Με την εφαρμογή του συντονισμένου νόμου ελέγχου, παράλληλα με το ΤΣΔ του βραχίονα του ΔΡΣ ελέγχεται και η κίνηση που εκτελεί κάθε φορά η βάση του ΔΡΣ. Περιλαμβάνεται λοιπόν, ο αρχικός σχεδιασμός του σε μονοδιάστατη κίνηση και στη συνέχεια επεκτείνεται ο σχεδιασμός του σε τρισδιάστατες κινήσεις. Τέλος, παρουσιάζεται και μια πρώτη επαλήθευσή του σε επίπεδες κινήσεις ΔΡΣ εντός του περιβάλλοντος του Simulink, πριν αποδειχθεί η ορθότητα της χρήσης του στο πολυπλοκότερο περιβάλλον του Simscape της Matlab, στο πέμπτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** αναλύεται το πρόβλημα της αβεβαιότητας των παραμέτρων ενός συστήματος, υπό την εφαρμογή του προτεινόμενου ελεγκτή και προσεγγίζεται θεωρητικά μέσω των αναπτυγμάτων Taylor. Πιο συγκεκριμένα, με τη βοήθεια του αναπτύγματος Taylor, εξετάζεται η επίδραση της εκάστοτε παραμέτρου του συστήματος, εάν μεταβληθεί, στην απόκριση αυτού. Στη συνέχεια, τα θεωρητικά αποτελέσματα ελέγχονται με χρήση των προσομοιώσεων Monte Carlo τόσο για ένα μονοδιάστατο μοντέλο επαφής δύο μαζών, όσο και για το δισδιάστατο σύστημα του ΔΡΣ με τον στόχο και εξάγονται συμπεράσματα για το εύρος των σφαλμάτων μεταξύ εκτιμώμενων, που χρησιμοποιήθηκαν για τον σχεδιασμό του νόμου ελέγχου, και πραγματικών παραμέτρων του συστήματος.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο**, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται διάφορα υπολογιστικά παραδείγματα επικύρωσης της ορθής λειτουργίας του προτεινόμενου συντονισμένου ελεγκτή, στο περιβάλλον του Simscape. Αφού πρώτα περιγραφεί σε γενικές γραμμές το εν λόγω εργαλείο και αναφερθούν λίγα πράγματα για τη γεωμετρία του μοντέλου που κατασκευάστηκε στο Simscape, στη συνέχεια παραθέτουμε και το σημαντικότερο τμήμα της εργασίας, που είναι η επίτευξη της επαφής ΔΡΣ και δορυφόρου-στόχου στο Simscape, υπό την επίδραση κατάλληλου ελεγκτή. Η αποτελεσματική χρήση του ελέγχου επαληθεύεται σε συγκεκριμένα υπαρκτά συστήματα του εργαστηρίου μας, για το σύστημα του Cerpheus και για το σύστημα του EROSS και παράλληλα συγκρίνεται με τα αποτελέσματα του Simulink της Matlab.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εκπόνηση της μεταπτυχιακής εργασίας και προτείνονται μελλοντικές ενέργειες που θα μπορούσαν να γίνουν για τη συνέχιση της παρούσας έρευνας.

2 Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος

2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, θα μελετήσουμε την κινηματική και τη δυναμική των Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΙΔΡΣ) (Free-Flying Space Robots, FFSR) που απαρτίζονται από μία βάση και ένα ρομποτικό βραχίονα. Στα ΕΙΔΡΣ εφαρμόζονται εξωτερικές δυνάμεις/ροπές στη βάση, από τους προωθητήρες (thrusters) και τους σφονδύλους αντίδρασης (reaction wheels). Η λειτουργία αυτή διαφέρει από την αντίστοιχη των Ελεύθερα Αιωρούμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΑΔΡΣ) στα οποία δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις. Στη βιβλιογραφία, υπάρχουν δύο προσεγγίσεις γύρω από την ανάπτυξη των κινηματικών μοντέλων των ΕΙΔΡΣ, [11] Η πρώτη αφορά στην επιλογή του Κέντρου Μάζας (ΚΜ) (Center of Mass, CM) όλου του Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος (ΔΡΣ) ως αντιπροσωπευτικού σημείου της κίνησής του, το οποίο ενδέχεται να βρίσκεται εκτός του σώματος του ΔΡΣ, καθώς και στη χρήση ενός συνόλου σωματόδετων διανυσμάτων που αντικατοπτρίζουν τόσο τη γεωμετρική διαμόρφωση, όσο και την κατανομή της μάζας στο ΔΡΣ. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως η μέθοδος των *βαρυκεντρικών διανυσμάτων* (barycentric vectors approach). Εναλλακτικά, η επιλογή ενός σημείου πάνω στο σώμα του ΔΡΣ, συνήθως του ΚΜ της βάσης ως αντιπροσωπευτικού της κίνησής του, χαρακτηρίζει τη μέθοδο *άμεσης διαδρομής* (direct path method), [8] Η πρώτη μέθοδος είναι κατάλληλη για εφαρμογή στα ΕΑΔΡΣ όπου δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ενώ η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις που ασκούνται στο ΔΡΣ εξωτερικές δυνάμεις/ροπές.

2.2 Δυναμικές Εξισώσεις του Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος - Κινητού

Πριν την εξαγωγή των δυναμικών εξισώσεων του ΔΡΣ - κινητού και του δορυφόρου - στόχου θα πρέπει να γίνει μια γενική αναφορά στην κινηματική και διαφορική κινηματική ενός ελεύθερα ιπτάμενου ΔΡΣ. Επιπροσθέτως, είναι σημαντικό να περιγραφεί το σύστημα του ΔΡΣ στο οποίο θα αναφερόμαστε καθ' όλη την πορεία της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.

Το σύστημα, λοιπόν, του ΔΡΣ-κινητού αποτελείται από ένα βραχίονα, τοποθετημένο πάνω σε μία βάση («δορυφόρος»), εξοπλισμένη με επενεργητές όπως προωθητήρες (thrusters) και σφονδύλους αντίδρασης (reaction wheels). Σύμφωνα με την τρέχουσα πρακτική στο διάστημα, ο βραχίονας του ΔΡΣ έχει περιστροφικές αρθρώσεις και κινηματική διαμόρφωση ανοιχτής αλυσίδας, έτσι ώστε, σε ένα σύστημα με βραχίονα N βαθμών ελευθερίας (β.ε.) να υπάρχουν συνολικά $N+6$ β.ε., όπου οι N προέρχονται από την ελευθερία κινήσεων που επιτρέπουν οι περιστροφικές αρθρώσεις του βραχίονα ενώ οι άλλοι 6 αφορούν την ελευθερία κινήσεων που έχει η βάση του ΔΡΣ στον χώρο.

2.2.1 Κινηματική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ

Στην παρούσα παράγραφο, για την μελέτη της κίνησης των ΕΙΔΡΣ, θα αναπτυχθούν οι βασικές αρχές της μεθόδου της άμεσης διαδρομής. Η κινηματική του ΔΡΣ, θα αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας ένα σύνολο σωματόδετων γεωμετρικών διανυσμάτων. Επίσης, για την περιγραφή της κίνησης του ΔΡΣ ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων (ΣΣ) XYZ , θα χρησιμοποιηθεί το ΚΜ της βάσης, Σχήμα 2-1.

Λαμβάνοντας υπόψη το Σχήμα 2-1, η θέση ενός τυχαίου σημείου P του ΔΡΣ, ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, \mathbf{R}_P , μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_P \quad (2-1)$$

και

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{C_i} + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-2)$$

όπου το \mathbf{R}_{C_0} είναι η θέση του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ, \mathbf{r}_P είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου P σε σχέση με το ΚΜ της βάσης και \mathbf{r}_{C_i} είναι το διάνυσμα θέσης του ΚΜ του i-οστού σώματος και πάλι σε σχέση με το ΚΜ της βάσης, ενώ \mathbf{r}_{P/C_i} είναι το διάνυσμα που συνδέει το σημείο P με το ΚΜ του i-οστού σώματος του ΔΡΣ, όλα εκφρασμένα ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Από τις Εξ. (2-1) και (2-2) προκύπτει ότι

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_{C_i} + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-3)$$

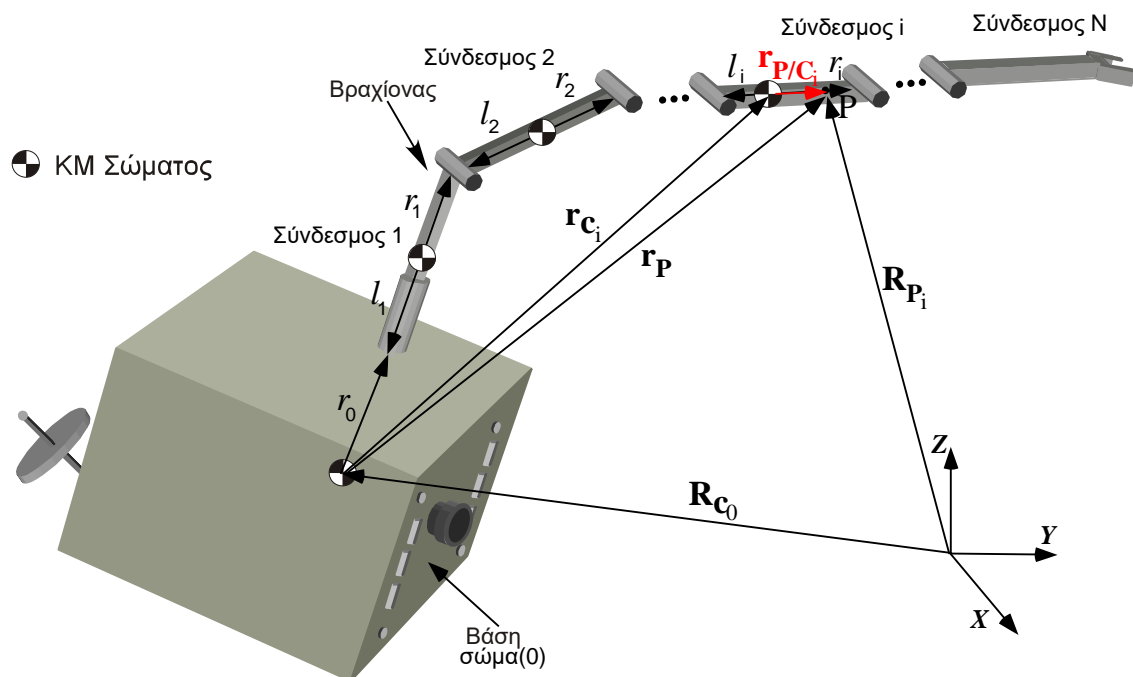
Αναφερόμενοι στο Σχήμα 2-1, το \mathbf{r}_{C_0} μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\mathbf{r}_{C_0} = \mathbf{0} \quad (2-4)$$

και

$$\mathbf{r}_{C_i} = \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \mathbf{l}_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2-5)$$

όπου N είναι ο αριθμός των συνδέσμων του ρομπωτικού βραχίονα και \mathbf{r}_i , \mathbf{l}_i είναι τα σωματόδετα διανύσματα, τα οποία περιγράφουν τη θέση των αρθρώσεων i και i+1 σε σχέση με το ΚΜ, C_i του i-οστού συνδέσμου (βλ. Σχήμα 2-1), εκφρασμένα στο αδρανειακό ΣΣ.



Σχήμα 2-1. Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομπωτικό Σύστημα με ένα χειριστή.

Η αντικατάσταση των Εξ. (2-4) και (2-5) στην Εξ.(2-3), δίνει τη θέση του σημείου P ως προς το αδρανειακό ΣΣ:

$$P \in \text{βάση: } \mathbf{R}_P^{(0)} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_{P/C_0} \quad (2-6)$$

και

$$P \in \text{σύνδεσμο}_i: \mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \mathbf{l}_i + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-7)$$

2.2.2 Διαφορική Κινηματική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ

Στη συνέχεια, θα ασχοληθούμε με την εύρεση της ταχύτητας του σημείου P ως προς το αδρανειακό ΣΣ. Η χρονική παράγωγος της Εξ. (2-3) δίνει

$$\dot{\mathbf{R}}_P = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-8)$$

όπου $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}$ είναι η γραμμική ταχύτητα του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ ενώ το διάνυσμα $\dot{\mathbf{r}}_{C_i}$ δίνεται από:

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_0} = \mathbf{0}, \quad \text{για } i=0 \quad (2-9)$$

και

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_i} = \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{l}_i, \quad \text{για } i=1, \dots, N \quad (2-10)$$

όπου $\boldsymbol{\omega}_0$ είναι η γωνιακή ταχύτητα της βάσης του ΔΡΣ ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\boldsymbol{\omega}_k$ είναι η γωνιακή ταχύτητα του σώματος k ως προς το αδρανειακό ΣΣ και δίνεται από:

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^N \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{z}_i \quad i=1, \dots, N \quad (2-11)$$

όπου \mathbf{z}_i είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του άξονα γύρω από τον οποίο περιστρέφεται η i-οστή άρθρωση του βραχίονα εκφρασμένο στο αδρανειακό ΣΣ και $\dot{\mathbf{q}}_i$ είναι ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της γωνίας της i-οστής άρθρωσης.

Αντικαθιστώντας τις Εξ. (2-9) και (2-10) στην Εξ. (2-8) παράγονται οι παρακάτω εξισώσεις:

$$P \in \text{βάση: } \dot{\mathbf{R}}_P^{(0)} = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_{P/C_0} \quad (2-12)$$

και

$$P \in \text{σύνδεσμο}_i: \dot{\mathbf{R}}_P = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{l}_i - \mathbf{r}_{P/C_i}) \quad (2-13)$$

Αντικαθιστώντας τη γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_i$, Εξ. (2-11), στην Εξ. (2-13), και θεωρώντας το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων (generalized speeds):

$$\mathbf{v} = \left[\dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \quad \boldsymbol{\omega}_0^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T \right]^T \quad (2-14)$$

προκύπτει ότι η γραμμική ταχύτητα ενός τυχαίου σημείου P του i-οστού σώματος και η γωνιακή ταχύτητα του αντίστοιχου σώματος, μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_P \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{i,P} \mathbf{v} \quad (2-15)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{J}_{i,p}$ είναι κατάλληλος Ιακωβιανός πίνακας.

2.2.3 Δυναμική ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ

Στην παρούσα παράγραφο, θα αναπτυχθούν οι εξισώσεις κίνησης των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ με χρήση της μεθόδου Lagrange, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη του συντονισμένου νόμου ελέγχου σε επόμενο κεφάλαιο.

Οι δυναμικές επιδράσεις στο ΔΡΣ, που οφείλονται στη τροχιακή μηχανική, θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις ελέγχου που επιβάλλονται σ' αυτό και η δυναμική ενέργεια του συστήματος λαμβάνεται ίση με μηδέν.

Χρησιμοποιώντας ως διάνυσμα γενικευμένων ταχυτήτων, το διάνυσμα \mathbf{v} που δίνεται από την Εξ. (2-14), και εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Euler-Lagrange για quasi-coordinates προκύπτει, [11]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{R}}_{C_0}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{R}_{C_0}} \right) = \mathbf{F}_s \quad (2-16)$$

και

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\omega}_0} \right) + [\boldsymbol{\omega}_0]^\times \left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\omega}_0} \right) = \mathbf{n}_s \quad (2-17)$$

και

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2-18)$$

όπου T είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος, \mathbf{F}_s , \mathbf{n}_s οι δυνάμεις/ροπές που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ, αντίστοιχα. Επίσης, q_i , \dot{q}_i είναι το i -οστό στοιχείο του διανύσματος των γωνιών των αρθρώσεων και των αντίστοιχων ταχυτήτων τους και Q_i το i -οστό στοιχείο του διανύσματος των γενικευμένων δυνάμεων που αντιστοιχούν στις γενικευμένες ταχύτητες \dot{q}_i των αρθρώσεων, ενώ το μέγεθος $[\boldsymbol{\omega}_0]^\times$ δίνεται από:

$$[\boldsymbol{\omega}_0]^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{0z} & \omega_{0y} \\ \omega_{0z} & 0 & -\omega_{0x} \\ -\omega_{0y} & \omega_{0x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

όπου ω_{0x} , ω_{0y} και ω_{0z} είναι οι συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας της βάσης ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Η κινητική ενέργεια του Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$T = \frac{1}{2} \int_M \dot{\mathbf{R}}_P^T \dot{\mathbf{R}}_P dm \quad (2-20)$$

όπου M είναι η συνολική του μάζα και $\dot{\mathbf{R}}_P$ είναι η ταχύτητα που έχει η απειροστή μάζα dm του σημείου P του ΔΡΣ.

Από την αντικατάσταση της Εξ. (2-8) στην Εξ. (2-20) προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

$$T = \frac{1}{2} \int_M \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \right)^T \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \right) dm \quad (2-21)$$

η οποία μπορεί να διαμοιραστεί στις εξής επιμέρους κινητικές ενέργειες, [11]

$$T = T_0 + T_1 + T_2 \quad (2-22)$$

όπου

$$T_0 = \frac{1}{2} M \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \right) \quad (2-23)$$

και

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \boldsymbol{\omega}_0^T \mathbf{I}_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^N (m_i \dot{\mathbf{r}}_{C_i}^T \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i) \right\} \quad (2-24)$$

και

$$T_2 = \dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \left(\sum_{i=1}^N m_i \dot{\mathbf{r}}_{C_i} \right) \quad (2-25)$$

όπου m_i και \mathbf{I}_i είναι η μάζα και ο πίνακας ροπής αδράνειας του i -οστού συνδέσμου του βραχίονα του ΔΡΣ, αντίστοιχα.

Με αντικατάσταση της συνολικής κινητικής ενέργειας T , όπως αυτή προκύπτει από τις Εξ. (2-22)-(2-25), στις Εξ. (2-16)-(2-18) και έπειτα από αλγεβρικούς υπολογισμούς, προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις κίνησης των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ:

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{c}^* = \mathbf{Q}^* \quad (2-26)$$

όπου $\mathbf{H}^*(\mathbf{q})$ είναι ο $(6+N) \times (6+N)$ πίνακας αδράνειας του ΔΡΣ. Επίσης, \mathbf{c}^* είναι το $(6+N) \times 1$ διάνυσμα, που περιλαμβάνει τους μη γραμμικούς όρους λόγω ύπαρξης φυγόκεντρων δυνάμεων και δυνάμεων Coriolis κατά την κίνηση του ΔΡΣ και \mathbf{Q}^* είναι το επίσης $(6+N) \times 1$ διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων.

Οι γενικευμένες δυνάμεις \mathbf{Q}^* , προκύπτουν από την αρχή των δυνατών έργων, η οποία δίνεται από:

$$\begin{aligned} \delta W &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \mathbf{F}_{\text{ext}}^T \delta \mathbf{r}_E - \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E + \mathbf{F}_s^T \delta \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{n}_s^T \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 = \\ &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-27)$$

όπου $\boldsymbol{\tau}$, οι ροπές στις αρθρώσεις του βραχίονα του ΔΡΣ, \mathbf{F}_{ext} , \mathbf{n}_{ext} τα διανύσματα των εξωτερικών δυνάμεων και ροπών, αντίστοιχα, \mathbf{r}_E η θέση του ΤΣΔ του βραχίονα ως προς το αδρανειακό ΣΣ και θ_E η γωνία που δίνει τον προσανατολισμό του ΤΣΔ ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\hat{\mathbf{k}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}_E$. Ομοίως, θ_0 η γωνία που δίνει τον προσανατολισμό της βάσης ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\hat{\mathbf{a}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}_0$. Να σημειωθεί εδώ ότι και οι δυνάμεις/ροπές της Εξ. (2-27) είναι εκφρασμένες στο αδρανειακό ΣΣ.

Η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{r}}_E$ του ΤΣΔ και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_E$ του τελευταίου συνδέσμου του Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των γενικευμένων ταχυτήτων \mathbf{v} που δίνονται από την Εξ. (2-14), ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

επομένως για τις αντίστοιχες γενικευμένες μετατοπίσεις ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

όπου \mathbf{J}_v^* ο Ιακωβιανός πίνακας.

Αντίστοιχα, η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}$ του ΚΜ της βάσης και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_0$ της βάσης του Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των γενικευμένων ταχυτήτων \mathbf{v} που δίνονται από την Εξ. (2-14) ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

επομένως, για τις αντίστοιχες γενικευμένες μετατοπίσεις ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

όπου \mathbf{J}_s^*

$$\mathbf{J}_s^* = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

Έτσι, από τις Εξ.(2-29), (2-31) και (2-27) προκύπτει ότι:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

ή ισοδύναμα

$$\delta W = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} - \left(\mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \left(\mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

Θεωρώντας:

$$\boldsymbol{\tau}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-35)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-36)$$

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix}^T \quad (2-37)$$

η Εξ. (2-34) παίρνει τη μορφή:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^{*T} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} - (\mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}})^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + (\mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

και τελικά προκύπτει ότι:

$$\delta W = \left(\boldsymbol{\tau}^* - \mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

Η εξίσωση των δυνατών έργων όμως, μπορεί να γραφτεί και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\begin{aligned} \delta W &= \mathbf{Q}_r^{*T} \delta \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{Q}_\theta^{*T} \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 + \mathbf{Q}_q^{*T} \delta \mathbf{q} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r^{*T} & \mathbf{Q}_\theta^{*T} & \mathbf{Q}_q^{*T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-40)$$

όπου

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r^* \\ \mathbf{Q}_\theta^* \\ \mathbf{Q}_q^* \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^* \quad (2-41)$$

Έτσι, συγκρίνοντας τις Εξ.(2-39) - (2-40) και με τη συμβολή της (2-41), προκύπτουν οι γενικευμένες δυνάμεις:

$$\mathbf{Q}^* = \boldsymbol{\tau}^* - \mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \quad (2-42)$$

Εξίσωση δυναμικής του συστήματος συναρτήσει των γωνιών Euler

Η Εξ. (2-26) μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των γωνιών Euler, πιο συγκεκριμένα συναρτήσει του διανύσματος δ_0 το οποίο είναι ένα διάνυσμα στήλη και περιλαμβάνει ένα οποιοδήποτε σύνολο γωνιών Euler, που περιγράφουν τον προσανατολισμό της βάσης του ΔΡΣ.

Έτσι έχουμε λοιπόν,

$$\mathbf{H}(\delta_0, \mathbf{q}) \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{c}(\delta_0, \mathbf{q}, \dot{\delta}_0, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}_{\text{act}} - \mathbf{Q}_{\text{ext}} \quad (2-43)$$

όπου \mathbf{H} είναι ο πίνακας αδράνειας του συστήματος, εκφρασμένος, τώρα, συναρτήσει του διανύσματος δ_0 των γωνιών Euler, ενώ \mathbf{c} είναι το διάνυσμα, που περιλαμβάνει τους μη

γραμμικούς όρους λόγω ύπαρξης φυγόκεντρων δυνάμεων και δυνάμεων Coriolis κατά την κίνηση του ΔΡΣ, εκφρασμένο και αυτό ως προς το διάνυσμα δ_0 των γωνιών Euler και

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{C_0}^T & \delta_0^T & \mathbf{q}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-44)$$

με \mathbf{R}_{C_0} το διάνυσμα θέσης του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ-κυνηγού, εκφρασμένο ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων και το διάνυσμα στήλη που περιλαμβάνει τις γωνίες των αρθρώσεων του βραχίονα του ΔΡΣ.

Ο $(6 \times N) \times (6 \times N)$ πίνακας $\mathbf{H}(\delta_0, \mathbf{q})$ εν προκειμένω δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \delta_0) = \hat{\mathbf{E}}^T(\delta_0) \mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \hat{\mathbf{E}}(\delta_0) \quad (2-45)$$

όπου $\mathbf{H}^*(\mathbf{q})$ είναι ο πίνακας αδράνειας του συστήματος και $\hat{\mathbf{E}}(\delta_0)$, ο παρακάτω πίνακας

$$\hat{\mathbf{E}}(\delta_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}(\delta_0)_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

όπου $\mathbf{I}_{m \times n}$ είναι ο $k \times k$ μοναδιαίος πίνακας, $\mathbf{0}_{m \times n}$ είναι ο μηδενικός πίνακας διαστάσεων $m \times n$ και $\mathbf{E}(\delta_0)$ είναι ο 3×3 πίνακας, ο οποίος συσχετίζει τη γωνιακή ταχύτητα της βάσης του ΔΡΣ, ω_0 , με τους ρυθμούς μεταβολής των γωνιών Euler, δ_0 .

Δυναμική του συστήματος εκφρασμένη στον Καρτεσιανό χώρο

Για να σχεδιάσουμε τον επιθυμητό, συντονισμένο νόμο ελέγχου στον τριδιάστατο χώρο, (βλ. επόμενο κεφάλαιο), χρειάζεται να εκφράσουμε τη δυναμική του συστήματος στον Καρτεσιανό χώρο.

Ξεκινάμε λοιπόν, με την εξίσωση των γενικευμένων δυνάμεων, Εξ. (2-42) και την εκφράζουμε με τον ακόλουθο τρόπο,

$$\mathbf{Q}_{act} - \mathbf{Q}_{ext} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{n}_s \end{bmatrix} - \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{n}_{ext} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_q \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T - \mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{ext} \quad (2-47)$$

όπου

$$\boldsymbol{\tau} \equiv \boldsymbol{\tau}^* \quad (2-48)$$

$$\mathbf{J}_v \equiv \mathbf{J}_v^* \quad (2-49)$$

$$\mathbf{J}_s \equiv \mathbf{J}_s^* \quad (2-50)$$

και \mathbf{Q}_{act} , \mathbf{Q}_{ext} οι γενικευμένες δυνάμεις που αντιστοιχούν στις δυνάμεις/ροπές $\mathbf{F}_s / \mathbf{n}_s$ των επενεργητών, οι οποίες εφαρμόζονται στο ΚΜ της βάσης και στις ροπές $\boldsymbol{\tau}$ που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις και στις εξωτερικές δυνάμεις/ροπές $\mathbf{F}_{ext} / \mathbf{n}_{ext}$ που εφαρμόζονται στο ΤΣΔ, αντίστοιχα. Τέλος, ο \mathbf{J}_q είναι κατάλληλα ορισμένος πίνακας.

Άρα έχουμε

$$\mathbf{Q}_{ext} = \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{n}_{ext} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{ext} \quad (2-51)$$

και

$$\mathbf{Q}_{act} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \mathbf{J}_q \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-52)$$

Θεωρώντας τώρα ότι ο πίνακας \mathbf{H} είναι ένας μη ιδιόμορφος πίνακας, δηλαδή $\det(\mathbf{H}) \neq 0$, μπορούμε να λύσουμε την Εξ. (2-43) ως προς $\ddot{\mathbf{z}}$ και να πάρουμε

$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{q}, \delta_0) (\mathbf{Q}_{act} - \mathbf{Q}_{ext} - \mathbf{c}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})) \quad (2-53)$$

και επειδή όπως προαναφέραμε, θέλουμε να εφαρμόσουμε στο επόμενο κεφάλαιο, ένα συντονισμένο ελεγκτή εμπέδησης, με τη βοήθεια του οποίου θα ελέγχουμε και τη βάση αλλά και το ΤΣΔ του ΔΡΣ, όσον αφορά τη θέση τους και τον προσανατολισμό τους, θα εκφράσουμε αντίστοιχα και τις εξισώσεις κίνησης του ΔΡΣ ως προς αυτές τις θέσεις και τους προσανατολισμούς.

Η ταχύτητα του ΤΣΔ μπορεί να εκφραστεί ως εξής

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_r \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{c_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_r \dot{\mathbf{z}} \quad (2-54)$$

όπου δ_E είναι ένα σύνολο γωνιών Euler που περιγράφουν τον προσανατολισμό του ΤΣΔ και \mathbf{J}_r ο Ιακωβιανός πίνακας.

Αντίστοιχα η ταχύτητα της βάσης μπορεί να εκφραστεί ως εξής

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{c_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_m \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{c_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_m \dot{\mathbf{z}} \quad (2-55)$$

όπου δ_0 είναι ένα σύνολο γωνιών Euler που περιγράφουν τον προσανατολισμό της βάσης και \mathbf{J}_m ο Ιακωβιανός πίνακας.

Το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις ταχύτητες του ΤΣΔ αλλά και της βάσης δίνεται παρακάτω,

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_E \\ \dot{\mathbf{R}}_{c_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{c_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{z}} \quad (2-56)$$

όπου \mathbf{J} είναι ο παρακάτω Ιακωβιανός πίνακας,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_r \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

Παραγωγίζοντας την Εξ. (2-56) προκύπτει το διάνυσμα των επιταχύνσεων ως εξής

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J} \ddot{\mathbf{z}} + \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{z}} \quad (2-58)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (2-58), την Εξ. (2-53) παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση για τις επιταχύνσεις της βάσης και του ΤΣΔ, η οποία θα μας εξυπηρετήσει και στον σχεδιασμό του συντονισμένου ελεγκτή στο επόμενο κεφάλαιο,

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{JH}^{-1}(\mathbf{Q}_{\text{act}} - \mathbf{Q}_{\text{ext}} - \mathbf{c}) + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{z}} \quad (2-59)$$

2.3 Δυναμική του Δορυφόρου - Στόχου

Κατά τη φάση της επαφής του ΔΡΣ - κνηγού με τον δορυφόρο - στόχο, εξωτερικές δυνάμεις και ροπές δρουν τόσο στο ΤΣΔ του κνηγού όσο και στο αντικείμενο που αιωρείται ελεύθερα (στόχος) στο διάστημα. Στην περίπτωση αυτή, οι εξισώσεις κίνησης του στόχου δίνονται από

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = m_t \ddot{\mathbf{R}}_t \quad (2-60)$$

και

$$\mathbf{n}_{\text{ext}} = \mathbf{I}_t \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_t \boldsymbol{\omega}) \quad (2-61)$$

όπου \mathbf{F}_{ext} είναι, το 3×1 διάνυσμα που περιλαμβάνει τη δύναμη αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται μεταξύ ΔΡΣ και στόχου στις τρεις κατευθύνσεις του χώρου, m_t είναι η μάζα του στόχου και \mathbf{R}_t είναι το 3×1 διάνυσμα θέσης του ΚΜ του, εκφρασμένο ως προς το αδρανειακό ΣΣ. Ακόμη, \mathbf{n}_{ext} είναι το 3×1 διάνυσμα των ροπών αλληλεπίδρασης, \mathbf{I}_t είναι ο 3×3 πίνακας της ροπής αδράνειας του στόχου και $\boldsymbol{\omega}$ είναι η γωνιακή του ταχύτητα.

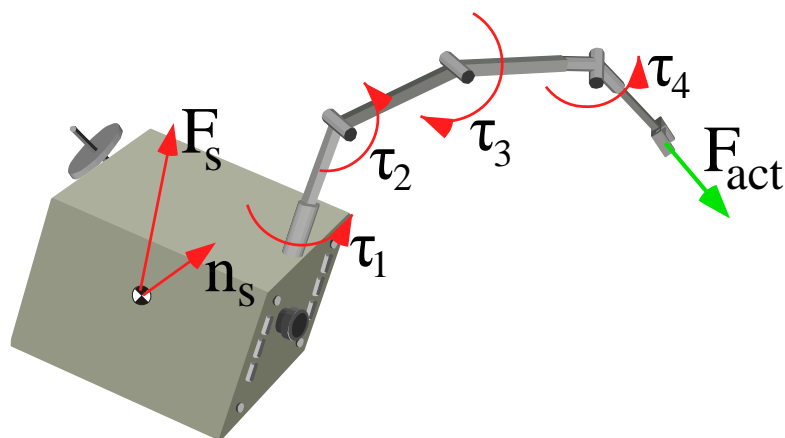
3 Συντονισμένος Έλεγχος Εμπέδησης για Διατήρηση Επαφής

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο σχεδιάζεται ο συντονισμένος νόμος ελέγχου εμπέδησης για τρισδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ και εφαρμόζεται σε ένα παράδειγμα επίπεδης κίνησης ΔΡΣ. Με τον όρο «συντονισμένος» εννοούμε ότι ο εν λόγω ελεγκτής εφαρμόζεται συγχρόνως στη βάση, αλλά και στο Εργαλείο Τελικής Δράσης (ΕΤΔ) του ΔΡΣ, σε αντίθεση με τον προγενέστερα προταθέντα μη-συντονισμένο νόμο ελέγχου ο οποίος περιορίστηκε στον έλεγχο της κίνησης του βραχίονα, [23] Αποτέλεσμα αυτού του «ελλιπούς» ελέγχου ήταν η ανεξέλεγκτη κίνηση της βάσης του ΔΡΣ, καθώς και η εμφάνιση ιδιομορφιών στον Ιακωβιανό πίνακα J , η οποία οδηγούσε στο τέντωμα του βραχίονα κατά την επιθυμητή απομάκρυνση του στόχου και συνέπως σε πιθανή απώλεια επαφής μεταξύ ΤΣΔ και στόχου. Αρχικά, παρουσιάζεται περιγραφικά ο μη-συντονισμένος έλεγχος εμπέδησης ο οποίος έχει προταθεί στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας, [23] Στη συνέχεια, για να γίνει κατανοητός ο συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης, αρχικά σχεδιάζεται για μονοδιάστατες κινήσεις συστημάτων και στη συνέχεια γενικεύεται ο σχεδιασμός του για τρισδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ. Για το σκοπό αυτό, διατυπώνονται οι δυναμικές εξισώσεις τόσο του κινητού όσο και του στόχου, εκφρασμένες στον Καρτεσιανό χώρο, οι οποίες απαιτούνται για το σχεδιασμό του προτεινόμενου συντονισμένου ελεγκτή εμπέδησης.

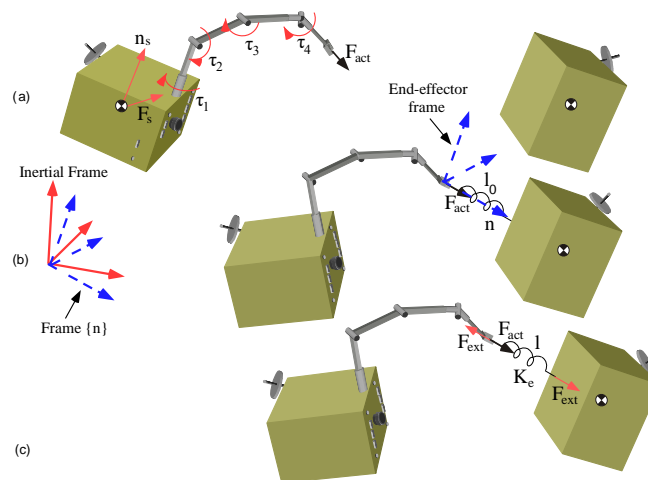
3.2 Μη - Συντονισμένος Ελεγκτής Εμπέδησης

Για την εφαρμογή του μη - συντονισμένου νόμου ελέγχου σε τριδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ, θεωρήθηκε ότι εφαρμόζεται στο ΤΣΔ του ΔΡΣ - κινητού μια ισοδύναμη (όχι πραγματική) δύναμη/ροπή F_{act} η οποία παράγει ίδια αποτελέσματα με τις δυνάμεις/ροπές F_s/n_s που εφαρμόζονται στη βάση του κινητού από τους προωθητήρες (thrusters) και τους σφονδύλους αντίδρασης (reaction wheels) και με τις ροπές τ που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις του βραχίονα του ΔΡΣ-κινητού, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-1.



Σχήμα 3-1. Η υποθετική δύναμη/ροπή που εφαρμόζεται στο ΤΣΔ του κινητού καθώς και οι πραγματικές δυνάμεις/ροπές που εφαρμόζονται στη βάση από προωθητήρες και σφονδύλους αντίδρασης και οι ροπές που εφαρμόζονται από επενεργητές στις αρθρώσεις του βραχίονα του.

Στο Σχήμα 3-2 παρουσιάζονται οι φάσεις κίνησης του τρισδιάστατου ΔΡΣ. Για την εφαρμογή του προτεινόμενου νόμου ελέγχου γίνεται η παραδοχή ότι η θέση του κέντρου μάζας (ΚΜ) του στόχου είναι γνωστή, έτσι ώστε ο φορέας της δύναμης επαφής να περνάει από αυτό και να μην δημιουργούνται ανεπιθύμητες ροπές στον στόχο.



Σχήμα 3-2. (α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο, (β) η έναρξη της φάσης της επαφής και (γ) η κίνηση από την πραγματοποίηση της επαφής και έπειτα.

Θεωρώντας, λοιπόν, την υποθετική δύναμη F_{act} , ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου εμπέδησης για τρισδιάστατες κινήσεις είναι:

$$F_{act} = (I_{6 \times 6} - W^{-1}M_d^{-1})F_{ext} + W^{-1}(J_r H^{-1}c - \dot{J}_r \dot{z}) + W^{-1}M_d^{-1}(F_{des} - B_d \dot{e} - K_d e) + W^{-1}\ddot{x}_{Ed} \quad (3-1)$$

όπου οι πίνακες M_d , K_d , B_d και F_{des} είναι σχεδιαστικές παράμετροι και όλες οι μεταβλητές ανάδρασης μπορούν να μετρηθούν από κατάλληλους αισθητήρες. Το διάνυσμα z περιέχει τη θέση και τον προσανατολισμό (μέσω των γωνιών Euler) της βάσης του ΔΡΣ - κινητού καθώς και τις γωνίες q των αρθρώσεων του βραχίονα του και J_r ο Ιακωβιανός πίνακας. Το σφάλμα θέσης/προσανατολισμού e του ΤΣΔ ορίζεται ως:

$$e = x_{Ed} - x_E \quad (3-2)$$

όπου η μεταβλητή $(\cdot)_d$ ορίζει την επιθυμητή τιμή της μεταβλητής (\cdot) .

Για την εφαρμογή του παραπάνω νόμου ελέγχου, ο πίνακας W θεωρείται μη-ιδιόμορφος κατά τη διάρκεια της κίνησης και δίνεται από:

$$W = J_r H^{-1} J_v^T \quad (3-3)$$

όπου J_v ο Ιακωβιανός πίνακας.

Σε περίπτωση που ο πίνακας W γίνει ιδιόμορφος, το αποτέλεσμα θα είναι πιθανός σχηματισμός ιδιόμορφης διαμόρφωσης του βραχίονα, απαίτηση μεγάλων δυνάμεων και ροπών στη βάση και στις αρθρώσεις και τελικώς, πιθανή απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Με εφαρμογή, τώρα, του παραπάνω νόμου ελέγχου, το σύστημα κλειστού βρόχου περιγράφεται από την παρακάτω επιθυμητή συμπεριφορά εμπέδησης:

$$M_d \ddot{e} + B_d \dot{e} + K_d e = -F_{ext} + F_{des} \quad (3-4)$$

Η επιθυμητή δύναμη/ροπή F_{des} (σχεδιαστική παράμετρος) θα πρέπει κατά τη φάση ελεύθερου χώρου να παίρνει μηδενικές τιμές έτσι ώστε να επιτυγχάνεται στη φάση αυτή παρακολούθηση τροχιάς με μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης ενώ στη φάση επαφής να παίρνει κατάλληλη μη-μηδενική τιμή έτσι ώστε να επιτυγχάνεται στη φάση αυτή συνεχής επαφή με επιθυμητό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Λαμβάνοντας υπόψη τις προαναφερόμενες παρατηρήσεις, η επιθυμητή δύναμη/ροπή F_{des} δίνεται από:

$$F_{des} = \frac{\|F_{ext}\|}{\|F_{ext}\| + a_1} F_d \quad (3-5)$$

όπου F_d είναι ένα μη - μηδενικό διάνυσμα - στήλη που ορίζεται με βάση την επιθυμητή δύναμη/ροπή στη φάση επαφής και η θετική παράμετρος a_1 παίρνει πολύ μικρές τιμές ώστε $F_{des} = \mathbf{0}$ κατά τη φάση ελεύθερου χώρου ($F_{ext} = \mathbf{0}$) και $F_{des} \approx F_d$ κατά τη φάση επαφής ($F_{ext} \neq \mathbf{0}$).

Οι απαιτούμενες πραγματικές εντολές των επενεργητών του ΔΡΣ προκύπτουν από τον παραπάνω νόμο ελέγχου μέσω της σχέσης:

$$\begin{bmatrix} F_s \\ n_s \\ \tau \end{bmatrix} = J_q^{-1} J_v^T F_{act} \quad (3-6)$$

όπου J_q ο Ιακωβιανός πίνακας.

Ο παραπάνω νόμος ελέγχου επιτυγχάνει συνεχή επαφή δύο σωμάτων ελέγχοντας τη θέση/προσανατολισμό του ΤΣΔ. Αν και εφαρμόζεται επενέργηση και στη βάση του ΔΡΣ, σύμφωνα με την Εξ. (3-6), η θέση/προσανατολισμός της βάσης του ΔΡΣ δεν ελέγχεται. Ο μη έλεγχος της βάσης μπορεί να οδηγήσει σε απομάκρυνση της από το ΤΣΔ με αποτέλεσμα:

- Πιθανό σχηματισμό ιδιόμορφης διαμόρφωσης του βραχίονα.
- Απαίτηση μεγάλων δυνάμεων/ροπών στη βάση και στις αρθρώσεις.
- Πιθανή απώλεια επαφής με το στόχο κατά τη φάση επαφής.

3.3 Σχεδιασμός Συντονισμένου Ελεγκτή Εμπέδησης

Για την αποφυγή των παραπάνω ανεπιθύμητων συνεπειών, στη συνέχεια της παρούσας εργασίας προτείνεται ένας *συντονισμένος νόμος ελέγχου εμπέδησης (Coordinated Impedance Control)*, [14] όπου, θεωρώντας πάλι γνωστή τη θέση του ΚΜ του στόχου, επιτυγχάνεται συνεχής επαφή μεταξύ κνηγού - στόχου, εφαρμόζοντας:

- Έλεγχο θέσης/προσανατολισμού του ΤΣΔ του ΔΡΣ - κνηγού.
- Έλεγχο θέσης/προσανατολισμού της βάσης του ΔΡΣ - κνηγού.

Στην παρούσα ενότητα θα σχεδιαστεί ο συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης, πρωτίστως σε μονοδιάστατη κίνηση χρησιμοποιώντας το παράδειγμα δύο μαζών που έρχονται σε επαφή και στη συνέχεια ο σχεδιασμός του θα επεκταθεί σε τριδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ.

3.3.1 Αρχικός Σχεδιασμός σε Μονοδιάστατη Κίνηση

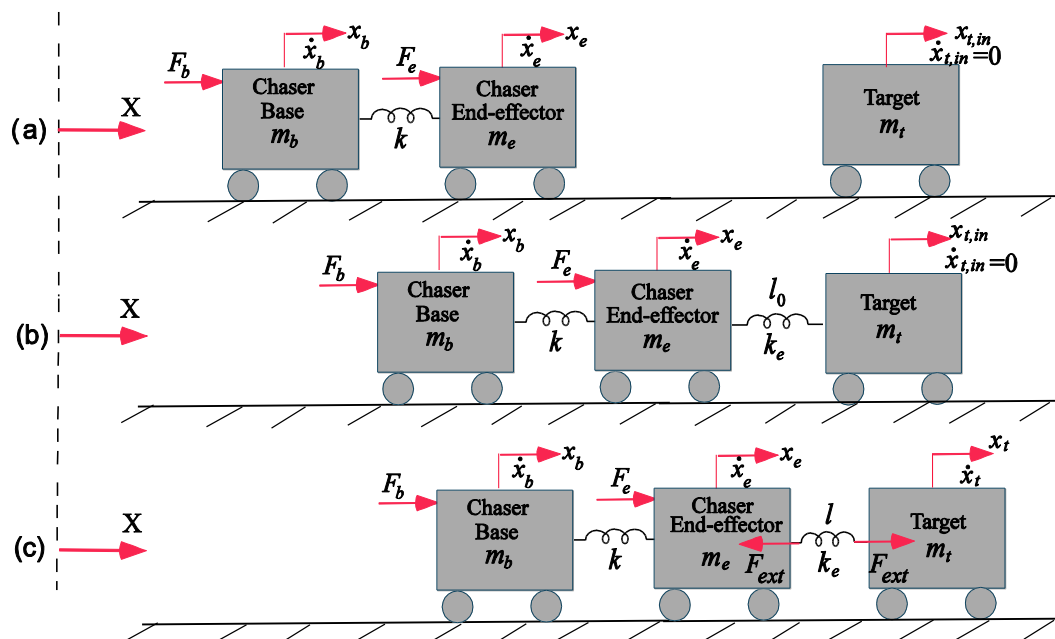
Για να απλοποιηθεί το πρόβλημα σχεδιασμού του ελεγκτή, το ΔΡΣ - κυνηγός μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα δύο μαζών, που περιγράφει την κίνηση της βάσης του κυνηγού και του ΕΤΔ, οι οποίες συνδέονται με ένα ελατήριο μηδενικής μάζας.

Δυναμική του Συστήματος

Οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος εξάγονται χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Lagrange. Η κινητική ενέργεια K του συστήματος δίνεται από:

$$K = \frac{1}{2} m_b \dot{x}_b + \frac{1}{2} m_e \dot{x}_e \quad (3-7)$$

όπου m_b και m_e είναι οι μάζες της βάσης του κυνηγού και του ΕΤΔ του κυνηγού αντίστοιχα, ενώ \dot{x}_b και \dot{x}_e είναι οι αντίστοιχες ταχύτητές τους κάθε χρονική στιγμή και x_b , x_e οι θέσεις τους, εκφρασμένες ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, βλ. Σχήμα 3-3.



Σχήμα 3-3. (α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο, (β) η προσέγγιση του στόχου από τον κυνηγό και (γ) η κίνηση από την πραγματοποίηση της επαφής και έπειτα

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος δίνεται από την ακόλουθη σχέση,

$$U = \frac{1}{2} k (x_e - x_b)^2 \quad (3-8)$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου και χωρίς βλάβη της γενικότητας επιλέχθηκε στην παρούσα ανάλυση να μην ληφθεί υπόψη η ύπαρξη απόσβεσης b και b_e , αντίστοιχα.

Έτσι η Λαγκρανζιανή L του συστήματος προκύπτει ως εξής

$$L = K - U = \frac{1}{2} m_b \dot{x}_b + \frac{1}{2} m_e \dot{x}_e - \frac{1}{2} k (x_e - x_b)^2 \quad (3-9)$$

Οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος, χρησιμοποιώντας τις γενικευμένες δυνάμεις, δίνονται από την παρακάτω σχέση

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(\dot{x}_b, \dot{x}_e, x_b, x_e)}{\partial \dot{x}_b} - \frac{\partial L(\dot{x}_b, \dot{x}_e, x_b, x_e)}{\partial x_b} = Q_b \quad (3-10)$$

και

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(\dot{x}_b, \dot{x}_e, x_b, x_e)}{\partial \dot{x}_e} - \frac{\partial L(\dot{x}_b, \dot{x}_e, x_b, x_e)}{\partial x_e} = Q_e - Q_{ext} \quad (3-11)$$

ή

$$m_b \ddot{x}_b + k(x_e - x_b) = Q_b \quad (3-12)$$

και

$$m_e \ddot{x}_e - k(x_e - x_b) = Q_e - Q_{ext} \quad (3-13)$$

όπου οι γενικευμένες δυνάμεις Q_b , Q_e και Q_{ext} δίνονται ως εξής,

$$Q_b = F_b, \quad Q_e = F_e, \quad Q_{ext} = F_{ext} \quad (3-14)$$

όπου F_b , F_e είναι οι δυνάμεις επενέργησης στη βάση και στο ΕΤΔ του συστήματος που συναποτελούν τον κινητό και F_{ext} είναι η δύναμη επαφής μεταξύ της μάζας με την οποία μοντελοποιείται εν προκειμένω το ΕΤΔ και της μάζας του στόχου.

Οι Εξ. (3-12) και (3-13) μπορούν να γραφούν με τη μορφή πινάκων ως ακολούθως,

$$\begin{bmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{x}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k & k \\ k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ x_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_e \\ Q_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_{ext} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

ή

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{Q}_{act} - \mathbf{Q}_{ext} \quad (3-16)$$

όπου

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_e \\ x_b \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{x}_b \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -k & k \\ k & -k \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

$$\mathbf{Q}_{act} = \begin{bmatrix} Q_e \\ Q_b \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

$$\mathbf{Q}_{ext} = \begin{bmatrix} Q_{ext} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

Τέλος, η εξίσωση κίνησης του στόχου είναι,

$$F_{ext} = m_t \ddot{x}_t \quad (3-23)$$

όπου m_t είναι η μάζα του στόχου και x_t είναι το διάνυσμα της θέσης του κάθε χρονική στιγμή, ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.

Επιθυμητή Συμπεριφορά Κλειστού Βρόχου

Η επιθυμητή συμπεριφορά εμπέδησης του κλειστού συστήματος, όσον αφορά τη μάζα με τη βοήθεια της οποίας μοντελοποιείται το ΕΤΔ του ΔΡΣ, είναι,

$$m_{d,e} \ddot{e}_e + b_{d,e} \dot{e}_e + k_{d,e} e_e = -F_{ext} + F_{des,e} \quad (3-24)$$

όπου η δύναμη $F_{des,e}$ πρέπει να είναι μηδενική κατά τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο, προκειμένου να επιτυγχάνεται μηδενικό σφάλμα παρακολούθησης της επιθυμητής τροχιάς και μη μηδενική κατά τη φάση της επαφής, προκειμένου να εξασφαλίζεται η επαφή μεταξύ κυνηγού και στόχου, καθώς και μη μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, $e_{e,ss}$.

Το σφάλμα e_e δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$e_e = x_e - x_{d,e} \quad (3-25)$$

όπου η επιθυμητή τροχιά για το ΕΤΔ $x_{d,e}$, στον ελεύθερο χώρο, αλλά και στην επαφή, δίνονται από την παρακάτω σχέση, αντίστοιχα

$$x_{d,e}(t) = x_{d,e}^f(t) = x_{e,in} + s(t)(x_{e,fin} - x_{e,in}) \quad (3-26)$$

με $x_{d,e}^f(t) = x_{e,in} + s(t)(x_{e,fin} - x_{e,in})$ και

$$x_{d,e}(t) = x_{d,e}^c(t) = x_t - l_0 \quad (3-27)$$

με $x_{d,e}^c(t) = x_t - l_0$ και $x_{e,in}$ και $x_{e,fin}$ είναι αντίστοιχα η αρχική και τελική θέση του ΕΤΔ του ΔΡΣ και $s(t)$ είναι το μήκος του τόξου παραμετροποίησης της μετατόπισης του ΕΤΔ του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο, έως ότου φτάσει στον στόχο του ($0 \leq s \leq 1$).

Η επιθυμητή συμπεριφορά εμπέδησης του κλειστού βρόχου, όσον αφορά τη μάζα με τη βοήθεια της οποίας μοντελοποιείται η βάση του ΔΡΣ, είναι,

$$m_{d,b} \ddot{e}_b + b_{d,b} \dot{e}_b + k_{d,b} e_b = F_{des,b} \quad (3-28)$$

όπου το σφάλμα e_b δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$e_b = x_b - x_{b,d} \quad (3-29)$$

και η επιθυμητή τροχιά κίνησης της βάσης είναι

$$x_{d,b} = x_e - S_0 \quad (3-30)$$

όπου το S_0 είναι η επιθυμητή σταθερή απόσταση μεταξύ της βάσης του ΔΡΣ - κυνηγού και του ΕΤΔ του.

Η επιθυμητή δύναμη $F_{des,b}$ (Εξ. (3-28)), επιλέγεται ίση με μηδέν, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί ότι βάση και ΕΤΔ θα απέχουν απόσταση ίση με S_0 καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης του ΔΡΣ - κυνηγού στον ελεύθερο χώρο. Εάν θέλουμε επιπλέον να πετύχουμε και την ταλαντωτική κίνηση της βάσης γύρω από ένα σταθερό σημείο, απόστασης S_0 από το ΕΤΔ, μπορεί να οριστεί το $F_{des,b}$ ως ακολούθως

$$F_{des,b} = A_0 \cos(\omega t) \quad (3-31)$$

όπου η σχεδιαστική παράμετρος A_0 προσδιορίζει την ταλάντωση που θα εκτελέσει η βάση γύρω από αυτό το σταθερό σημείο και κατ' επέκταση το σφάλμα μόνιμης κατάστασης $e_{b,ss}$ θα δίνεται από

$$e_{b,ss} = \frac{F_{des,b}}{k_{d,b}} = \frac{A_0 \cos(\omega t)}{k_{d,b}} \quad (3-32)$$

Γράφοντας τις εξισώσεις του κλειστού συστήματος για την βάση και το ΕΤΔ, δηλαδή τις Εξ. (3-24) και (3-28), σε μορφή πινάκων, προκύπτει,

$$\begin{bmatrix} m_{d,e} & 0 \\ 0 & m_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{e}_e \\ \ddot{e}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{d,e} & 0 \\ 0 & b_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_e \\ \dot{e}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{d,e} & 0 \\ 0 & k_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_e \\ e_b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_{ext} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{des,e} \\ F_{des,b} \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

ή

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e} = -\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des} \quad (3-34)$$

όπου

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_e \\ e_b \end{bmatrix} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (3-35)$$

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} m_{d,e} & 0 \\ 0 & m_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} b_{d,e} & 0 \\ 0 & b_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-37)$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} k_{d,e} & 0 \\ 0 & k_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

$$\mathbf{F}_{ext} = \begin{bmatrix} F_{ext} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-39)$$

$$\mathbf{F}_{des} = \begin{bmatrix} F_{des,e} \\ F_{des,b} \end{bmatrix} \quad (3-40)$$

Σχεδιασμός του Ελεγκτή

Από την Εξ. (3-16) προκύπτει ότι:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}^{-1} (-\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{Q}_{act} - \mathbf{Q}_{ext}) \quad (3-41)$$

Αντίστοιχα από την (3-34) έχουμε:

$$\ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des}] \quad (3-42)$$

όπου $\ddot{\mathbf{e}}$ η δεύτερη χρονική παράγωγος του σφάλματος \mathbf{e} που δίνεται από την Εξ. (3-35).

Η Εξ. (3-42), λαμβάνοντας υπόψη την Εξ. (3-35) μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des}] \quad (3-43)$$

ή

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d^{-1} \left[-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{des}} \right] + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (3-44)$$

Εξισώνοντας την Εξ. (3-44) με την Εξ. (3-41) παίρνουμε

$$\mathbf{M}^{-1} (-\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{Q}_{\text{act}} - \mathbf{Q}_{\text{ext}}) = \mathbf{M}_d^{-1} \left[-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{des}} \right] + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (3-45)$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει η εξίσωση του επιβαλλόμενου στο σύστημα νόμου ελέγχου,

$$\mathbf{Q}_{\text{act}} = \mathbf{M}\mathbf{M}_d^{-1} \left[-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{des}} \right] + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{Q}_{\text{ext}} \quad (3-46)$$

όπου το \mathbf{e} έχει ορισθεί στην Εξ. (3-35).

3.3.2 Επέκταση Σχεδιασμού σε Τριδιάστατες Κινήσεις

Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξήχθη η εξίσωση κίνησης του ΔΡΣ στις τρεις διαστάσεις, εκφρασμένη ως προς το διάνυσμα των ταχυτήτων της βάσης και του ΤΣΔ του, στον Καρτεσιανό χώρο. Στην παρούσα παράγραφο θα προχωρήσουμε στον σχεδιασμό του αντίστοιχου συντονισμένου ελέγχου, στηριζόμενοι στο προηγουμένως αναφερθέν παράδειγμα των δύο μαζών που έρχονται σε επαφή.

Επιθυμητή Συμπεριφορά Κλειστού Βρόχου

Η επιθυμητή συμπεριφορά εμπέδησης του κλειστού συστήματος, όσον αφορά το ΤΣΔ του ΔΡΣ, είναι

$$\mathbf{M}_{d,e} \ddot{\mathbf{e}}_e + \mathbf{B}_{d,e} \dot{\mathbf{e}}_e + \mathbf{K}_{d,e} \mathbf{e}_e = -\mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{des},e} \quad (3-47)$$

όπου η επιθυμητή δύναμη $\mathbf{F}_{\text{des},e}$, όπως αναφέρθηκε και στην περίπτωση των δύο μαζών, πρέπει να είναι μηδενική κατά τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο, προκειμένου να επιτυγχάνεται μηδενικό σφάλμα παρακολούθησης της επιθυμητής τροχιάς και μη - μηδενική κατά τη φάση της επαφής, προκειμένου να εξασφαλίζεται η επαφή μεταξύ κυνηγού και στόχου, καθώς και μη μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, $\mathbf{e}_{e,ss}$. Επομένως, για να μη χρειαστεί να αλλάξουμε τον νόμο ελέγχου μεταξύ των δύο φάσεων, της φάσης κίνησης στον ελεύθερο χώρο και της φάσης επαφής, η $\mathbf{F}_{\text{des},e}$ θα δίνεται από

$$\mathbf{F}_{\text{des},e} = \frac{\|\mathbf{F}_{\text{ext}}\|}{\|\mathbf{F}_{\text{ext}}\| + a} \mathbf{F}_{d,e} \quad (3-48)$$

όπου a είναι μια μη μηδενική, θετική παράμετρος που ορίζει την επιθυμητή δύναμη επαφής και ορίζεται αυθαίρετα, με μόνο περιορισμό να παίρνει μικρές τιμές. Έτσι, κατά τη φάση του ελεύθερου χώρου, η δύναμη επαφής θα είναι μηδέν, και επομένως και η επιθυμητή δύναμη $\mathbf{F}_{\text{des},e}$ θα είναι επίσης μηδενική. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της επαφής και για μικρές τιμές της παραμέτρου a , θα γίνεται κατά προσέγγιση ίση με την προκαθορισμένη τιμή $\mathbf{F}_{d,e}$.

Το σφάλμα \mathbf{e}_e ορίζεται ως εξής

$$\mathbf{e}_e = \mathbf{x}_e - \mathbf{x}_{d,e} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E \\ \boldsymbol{\delta}_E \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{E,d} \\ \boldsymbol{\delta}_{E,d} \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

όπου η επιθυμητή τροχιά για το ΤΣΔ του ΔΡΣ δίνεται από τις Εξ. (3-26) και (3-27), για τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και για τη φάση επαφής αντίστοιχα, όπως ακριβώς και στο παράδειγμα των δύο μαζών.

Με στόχο πάντοτε, την αποφυγή «μεταπήδησης» από έναν νόμο ελέγχου σε άλλον, καθώς αλλάζουν οι φάσεις κίνησης του ΔΡΣ, οι Εξ. (3-26) και (3-27) μπορούν να συμπτυχθούν στην παρακάτω

$$\mathbf{x}_{d,e}(t) = \mathbf{x}_{d,e}^f(t) \frac{1 - \|\mathbf{F}_{ext}\|/a_1}{1 + a_1 \|\mathbf{F}_{ext}\|} + \mathbf{x}_{d,e}^c(t) \frac{\|\mathbf{F}_{ext}\|}{\|\mathbf{F}_{ext}\| + a_2} \quad (3-50)$$

όπου a_1 και a_2 , επαρκώς μεγάλες και επαρκώς μικρές, θετικές παράμετροι, αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, η επιθυμητή συμπεριφορά εμπέδησης του κλειστού συστήματος, όσον αφορά τη βάση του ΔΡΣ, είναι

$$\mathbf{M}_{d,b} \ddot{\mathbf{e}}_b + \mathbf{B}_{d,b} \dot{\mathbf{e}}_b + \mathbf{K}_{d,b} \mathbf{e}_b = \mathbf{F}_{des,b} \quad (3-51)$$

όπου αντίστοιχα, το σφάλμα θέσης \mathbf{e}_b θα δίνεται από:

$$\mathbf{e}_b = \mathbf{x}_b - \mathbf{x}_{d,b} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{C_0} \\ \delta_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{C_0,d} \\ \delta_{0,d} \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

όπου η επιθυμητή τροχιά της βάσης, $\mathbf{x}_{d,b}$ είναι

$$\mathbf{x}_{d,b} = \mathbf{x}_e - \mathbf{S}_0 \quad (3-53)$$

όπου κάθε στοιχείο του διανύσματος \mathbf{S}_0 καθορίζει την επιθυμητή απόσταση μεταξύ του ΤΣΔ και της βάσης του κινητού εκφρασμένη ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.

Αντίστοιχα με το παράδειγμα των δύο μαζών, η επιθυμητή δύναμη επαφής $\mathbf{F}_{des,b}$, στην περίπτωση που επιθυμούμε η βάση του ΔΡΣ να ταλαντώνεται γύρω από ένα σημείο ισορροπίας απόστασης \mathbf{S}_0 από τη θέση του ΤΣΔ, μπορεί να εκφραστεί μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$F_{des,b} = A_0 \cos(\omega t) \quad (3-54)$$

Οι Εξ. (3-47) και (3-51) μπορούν να γραφούν με τη μορφή πινάκων ως εξής

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{d,e} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_e \\ \ddot{\mathbf{e}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d,e} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_e \\ \dot{\mathbf{e}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{d,e} & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{d,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_e \\ \mathbf{e}_b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{des,e} \\ \mathbf{F}_{des,b} \end{bmatrix} \quad (3-55)$$

ή

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e} = -\mathbf{F}_{ext}^* + \mathbf{F}_{des}^* \quad (3-56)$$

όπου

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_e \\ \mathbf{e}_b \end{bmatrix} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (3-57)$$

και

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{d,e} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-58)$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d,e} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-59)$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{d,e} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{d,b} \end{bmatrix} \quad (3-60)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

και

$$\mathbf{F}_{\text{des}}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{des},e} \\ \mathbf{F}_{\text{des},b} \end{bmatrix} \quad (3-62)$$

Σχεδιασμός του Ελεγκτή

Η Εξ. (3-56) μπορεί να επιλυθεί ως προς $\ddot{\mathbf{e}}$ και να μας δώσει την παρακάτω εξίσωση

$$\ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}}^* + \mathbf{F}_{\text{des}}^*] \quad (3-63)$$

ή

$$\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}}^* + \mathbf{F}_{\text{des}}^*] \quad (3-64)$$

ή

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}}^* + \mathbf{F}_{\text{des}}^*] + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (3-65)$$

Ο συνδυασμός της Εξ. (3-65) με την εξίσωση της δυναμικής του συστήματος που εξήχθη στο προηγούμενο κεφάλαιο, Εξ. (2-59) δίνει,

$$\mathbf{J} \mathbf{H}^{-1} (\mathbf{Q}_{\text{act}} - \mathbf{Q}_{\text{ext}} - \mathbf{c}) + \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \mathbf{F}_{\text{ext}}^* + \mathbf{F}_{\text{des}}^*] + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (3-66)$$

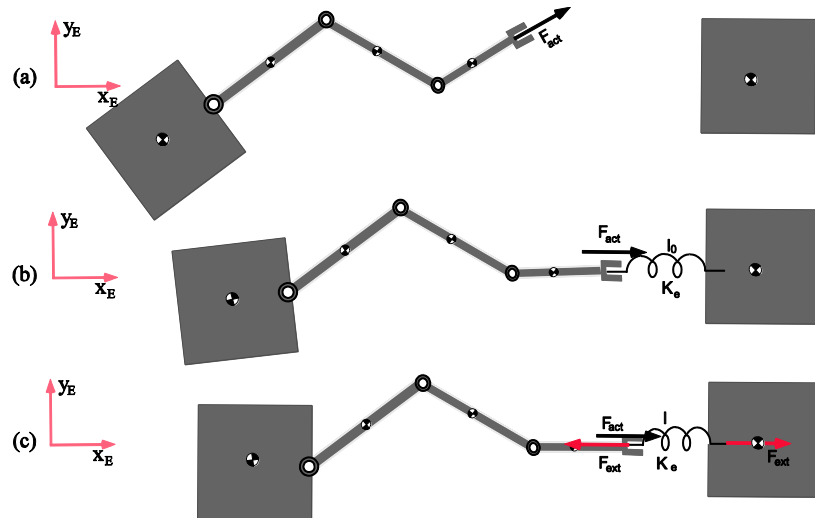
όπου ο πίνακας \mathbf{H} δίνεται από την Εξ. (2-45) και ο Ιακωβιανός πίνακας \mathbf{J} από την Εξ. (2-57) (βλ. και Εξ. (2-56)).

Επιλύοντας ως προς τις γενικευμένες δυνάμεις \mathbf{Q}_{act} , παίρνουμε τον νόμο ελέγχου για τρισδιάστατα ΔΡΣ,

$$\mathbf{Q}_{\text{act}} = \mathbf{Q}_{\text{ext}} + \mathbf{c} + (\mathbf{J} \mathbf{H}^{-1})^{-1} [\ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{M}_d^{-1} (-\mathbf{F}_{\text{ext}}^* + \mathbf{F}_{\text{des}}^* - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_d \mathbf{e}) - \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{z}}] \quad (3-67)$$

3.4 Εφαρμογή σε Επίπεδες Κινήσεις ΔΡΣ

Για την καλύτερη αποτύπωση της ορθής εφαρμογής του ελεγκτή που προτείνεται παραπάνω, στην παρούσα παράγραφο, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα εφαρμογής του, στις δύο διαστάσεις, θεωρώντας έναν βραχίονα με τρεις περιστροφικές αρθρώσεις, προσαρτημένο σε μία βάση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-4.



Σχήμα 3-4. (α) Η κίνηση του ΔΡΣ - κунηγού στον ελεύθερο χώρο, (β) η έναρξη της επαφής και (γ) η φάση της επαφής.

Ο Πίνακας 3-1 περιλαμβάνει τις παραμέτρους του συστήματος. Ο στόχος είναι στην αρχή σε ηρεμία στη θέση, $(x_{t,in} \ y_{t,in})=(10 \ 20)m$ με προσανατολισμό $\theta_t = 0^\circ$. Ο κунηγός προσεγγίζει τον στόχο, τη χρονική στιγμή $t = 100s$, κινούμενος από την αρχική του θέση, η οποία είναι $(x_{e,in} \ y_{e,in})=(6 \ 7)m$, με προσανατολισμό $\theta_e = 30^\circ$. Η θέση του ΚΜ της βάσης και ο προσανατολισμός της είναι $(x_{b,in} \ y_{b,in})=(4 \ 4)m$ και $\theta_b = 30^\circ$, αντίστοιχα. Ο νόμος ελέγχου που δίνεται από την Εξ. (3-67) εφαρμόζεται σε όλο το σύστημα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του στον ελεύθερο χώρο, αλλά και κατά τη διάρκεια της κίνησής του στη φάση επαφής του με τον στόχο.

Πίνακας 3-1. Οι παράμετροι του συστήματος.

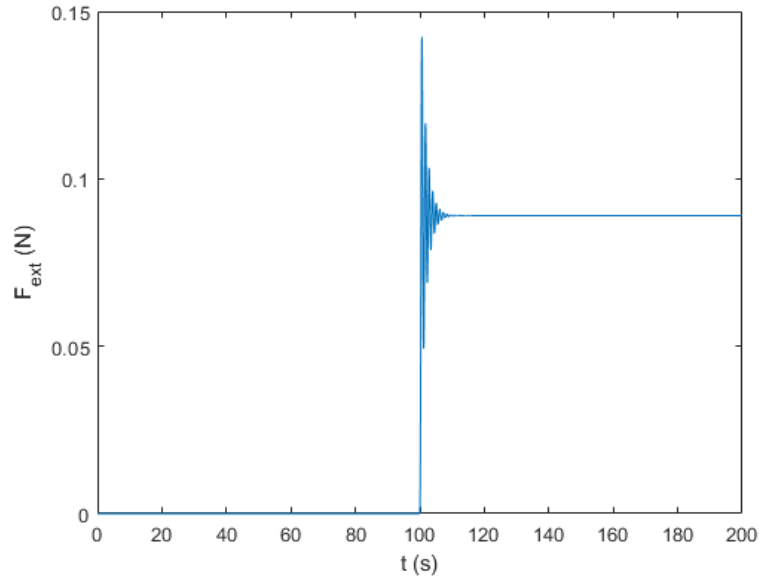
Body	m_i (kg)	r_i (m)	l_i (m)	I_i ($kg \ m^2$)
0	400	$[1 \ 1 \ 0]^T$	-	400
1	100	1.0	1.0	33.3
2	50	0.5	0.5	4.2
3	20	0.25	0.25	0.4

Η επιθυμητή απόσταση μεταξύ του ΤΣΔ και της βάσης του κунηγού, καθώς και η επιθυμητή διαφορά μεταξύ των προσανατολισμών τους ορίζεται από το διάνυσμα στήλης $S_0 = [2 \ 2.5 \ 0]^T$.

Αποτελέσματα Προσομοίωσης

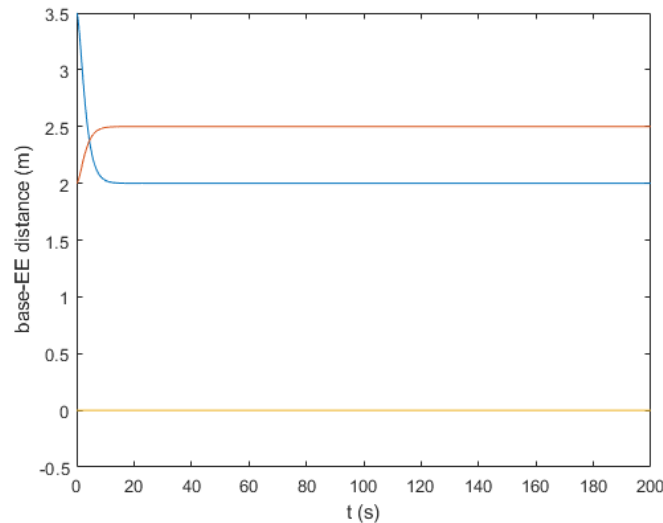
Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης που έγινε για το επίπεδο σύστημα, στο περιβάλλον του Simulink της Matlab.

Πρώτα, παραθέτουμε την εξωτερική δύναμη κατά τη διάρκεια της επαφής το προφίλ της οποίας εικονίζεται στο Σχήμα 3-5. Όπως βλέπουμε λοιπόν, στην επαφή ($t \geq 100s$), η δύναμη είναι μη μηδενική και εγγυάται τη συνεχή επαφή μεταξύ ΔΡΣ και στόχου.



Σχήμα 3-5. Η εξωτερική δύναμη κατά τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και κατά τη φάση της επαφής.

Έπειτα, παρατίθενται οι αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ και η διαφορά τους στον προσανατολισμό τους στο Σχήμα 3-6. Οι αποστάσεις είναι ίσες με τις επιθυμητές, δηλαδή $S_{0,x} = 2\text{ m}$, $S_{0,y} = 2.5\text{ m}$, $S_{0,\theta} = 0^\circ$ και κατά τις δύο φάσεις κίνησης.

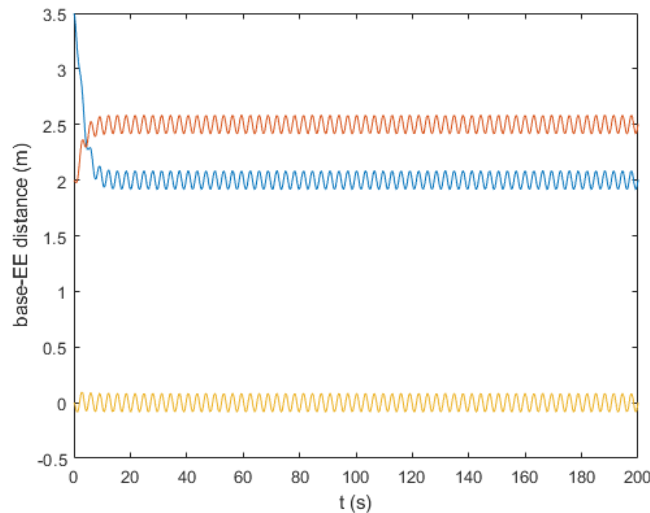


Σχήμα 3-6. Οι αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ του ΔΡΣ καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

Οι παραπάνω σταθερές αποστάσεις μεταξύ των δύο σωμάτων επιτυγχάνονται θέτοντας $F_{des,b} = [0 \ 0 \ 0]^T \text{ N}$. Ωστόσο, για να έχει η βάση μεγαλύτερη ελευθερία κινήσεων, μπορούμε να θέσουμε την επιθυμητή δύναμη $F_{des,b}$ ίση με

$$F_{des,b} = [100 \cos(2t) \ 100 \cos(2t) \ 100 \cos(2t)]^T \text{ N} \quad (3-68)$$

Σε αυτήν την περίπτωση, οι προκύπτουσες αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ του ΔΡΣ παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-7. Αυτές οι αποστάσεις ταλαντώνονται γύρω από τις επιθυμητές τιμές $S_{0,x} = 2\text{ m}$, $S_{0,y} = 2.5\text{ m}$, $S_{0,\theta} = 0^\circ$ και στις δύο φάσεις κίνησης.



Σχήμα 3-7. Οι αποστάσεις μεταξύ της βάσης και του ΤΣΔ του ΔΡΣ καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης για την περίπτωση που η επιθυμητή δύναμη δίνεται από την Εξ. (3-68).

3.5 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο, αναπτύχθηκε ένας νόμος συντονισμένου ελέγχου εμπέδησης με σκοπό την επάνοδο σε τροχιά ή στην ατμόσφαιρα προς καταστροφή του, ενός δορυφόρου-στόχου, μέσω συνεχούς επαφής μεταξύ αυτού και του ΤΣΔ του ΔΡΣ. Με τη βοήθεια του προτεινόμενου συντονισμένου ελέγχου, καταφέρνουμε να ελέγξουμε τόσο το ΤΣΔ, όσο και τη βάση του ΔΡΣ, με αποτέλεσμα την αποφυγή εμφάνισης ιδιομορφιών -πρόβλημα που υφίστατο στον προγενέστερα προτεινόμενο μη συντονισμένο ελεγκτή- παράλληλα με την εξασφάλιση της συνεχούς επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων. Ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου τέλος, αναπτύσσεται για τρισδιάστατα συστήματα και αποτυπώνεται η αποτελεσματική εφαρμογή του μέσω παραδείγματος, στις δύο διαστάσεις, στο περιβάλλον του Simulink της Matlab.

4 Συστήματα με Αβεβαιότητα στις Παραμέτρους

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η ευρωστία του προτεινόμενου νόμου ελέγχου σε αβεβαιότητες στις παραμέτρους του συστήματος κυνηγός - στόχος. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τη δυναμική του συστήματος χρησιμοποιούν τις πραγματικές τιμές των παραμέτρων του ενώ ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου περιέχει τις εκτιμώμενες, με κάποια αβεβαιότητα, τιμές των παραμέτρων του συστήματος, γίνεται μια ανάλυση ευαισθησίας στις παραμέτρους αυτές. Η μελέτη γίνεται στο πλαίσιο της μονοδιάστατης κίνησης με τη βοήθεια της θεωρίας του αναπτύγματος Taylor και τα συμπεράσματα που θα εξαχθούν θα προσπαθήσουμε να τα επαληθεύσουμε με τη βοήθεια των πολλαπλών προσομοιώσεων Monte Carlo για ένα μονοδιάστατο σύστημα. Η μελέτη σκοπό έχει την αναγνώριση της ευαισθησίας του προτεινόμενου νόμου ελέγχου υπό την επίδραση σφαλμάτων μεταξύ πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών, καθώς και το μέγεθος της επίδρασης της εκάστοτε μεταβολής στην επιθυμητή απόκριση του συστήματος.

4.2 Ανάλυση Ευαισθησίας στις Παραμέτρους

Οι νόμοι ελέγχου που αναπτύχθηκαν βασίζονται στο μοντέλο του ΔΡΣ (model-based control laws), δηλαδή η αποτελεσματικότητά τους εξαρτάται καταρχάς από την ακριβή γνώση των παραμέτρων του ΔΡΣ και του στόχου. Συνεπώς, στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια ανάλυση ευαισθησίας στις παραμέτρους για να εκτιμηθεί ποια παράμετρος του συστήματος επηρεάζει πιο πολύ την αποτελεσματικότητά αυτών των νόμων ελέγχου, έτσι ώστε να εξεταστεί η ευρωστία τους σε μη πλήρη γνώση των παραμέτρων αυτών.

Παραμετρική αβεβαιότητα συναντάται σε πολλές περιπτώσεις κατά τις εργασίες σε τροχιά με ΔΡΣ. Οι απότομες αλλαγές στην θερμοκρασία που συναντώνται στο διάστημα προκαλούν θερμική διαστολή ή συστολή στα μηχανικά μέρη των ΔΡΣ, επηρεάζοντας τα μήκη των συνδέσμων του βραχίονα του ΔΡΣ, μεταβάλλοντας έτσι το μήκος τους. Επίσης, η κίνηση του ΔΡΣ στο χώρο γίνεται με προωθητήρες, οι οποίοι χρησιμοποιούν ως καύσιμο την υδραζίνη. Τα δοχεία υδραζίνης τοποθετούνται στη βάση του ΔΡΣ και καταλαμβάνουν ένα πολύ μεγάλο κομμάτι της συνολικής μάζας της βάσης του ΔΡΣ. Κατά την κίνηση του ΔΡΣ με χρήση των προωθητήρων καταναλώνεται καύσιμο. Η ποσότητα, όμως, καυσίμου που καταναλώνεται δεν είναι γνωστή με ακρίβεια δημιουργώντας έτσι αβεβαιότητα στη μάζα της βάσης του ΔΡΣ. Έτσι, έχουμε και εδώ παραμετρική αβεβαιότητα, αυτή τη φορά στη μάζα της βάσης. Τέλος, η απομάκρυνση ενός δορυφόρου - στόχου αβέβαιης μάζας από το ΔΡΣ συνεπάγεται παραμετρική αβεβαιότητα στο συνολικό σύστημα. Εάν όλες αυτές οι αβεβαιότητες δεν ληφθούν υπόψη κατά το σχεδιασμό του ελεγκτή, τότε προκαλούνται προβλήματα στην απόδοση ή ακόμα και στην ευστάθεια του συστήματος.

Εν γένει, αναφορικά με την παραμετρική αβεβαιότητα, συνήθως γνωρίζουμε την ονομαστική τιμή των παραμέτρων και κάποιο εύρος αβεβαιότητας που τις συνοδεύει. Η ανάλυση γίνεται με χρήση του αναπτύγματος Taylor και εξετάζεται τόσο η κίνηση στη φάση ελεύθερου χώρου καθώς και στη φάση επαφής.

Για την ανάλυση ευαισθησίας του εφαρμοζόμενου ελεγκτή εμπέδησης ωστόσο, ο οποίος εξασφαλίζει τη διατήρηση επαφής των δύο μαζών, θα χρησιμοποιηθεί το μονοδιάστατο μοντέλο που αποτελείται από τον κυνηγό (chaser), μάζας m_{ch} και τον στόχο (target), ο οποίος έχει μάζα m_t .

Επίσης, από εδώ και στο εξής τα εκτιμώμενα μεγέθη θα συμβολίζονται με « $\hat{\cdot}$ », ενώ τα πραγματικά χωρίς το παραπάνω σύμβολο, « \cdot ».

4.2.1 Μελέτη Μονοδιάστατης Κίνησης - Συμπεράσματα

Ξεκινώντας από την εξίσωση του ελεγκτή που σχεδιάστηκε στο τρίτο κεφάλαιο, Εξ. (3-46), για τις μονοδιάστατες κινήσεις,

$$\mathbf{Q}_{act} = \mathbf{M}\mathbf{M}_d^{-1} [-(\mathbf{B}_d\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d\mathbf{e}) - \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des}] + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{Q}_{ext} \quad (4-1)$$

Αν θεωρηθεί, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι μεταξύ των δύο μαζών, που περιγράφουν το ΔΡΣ δεν υπάρχει ελατήριο, ο όρος $\mathbf{K}\mathbf{x}$ μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος και η Εξ. (4-1) μπορεί να απλοποιηθεί, έτσι ώστε να περιλαμβάνει μόνο τους όρους που αφορούν τη μάζα του ΕΤΔ. Καταλήγουμε λοιπόν, στην παρακάτω εξίσωση,

$$F = \left(1 - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} \right) \hat{F}_{ext} - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} (b_d\dot{e} + k_d e - F_{des}) + \hat{m}_{ch}\ddot{x}_d \quad (4-2)$$

όπου m_d , k_d και b_d οι σχεδιαστικές παράμετροι του ελεγκτή (κέρδη του ελεγκτή) και \hat{F}_{ext} είναι η εκτίμηση της εξωτερικής δύναμης που οφείλεται στην επαφή μεταξύ κυνηγού-στόχου και προσεγγίζεται από τον νόμο του Hook συμπεριλαμβανομένου και του όρου της απόσβεσης,

$$\hat{F}_{ext} = \hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e} \quad (4-3)$$

όπου \hat{k}_e και \hat{b}_e είναι οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων δυσκαμψίας και απόσβεσης του ελατηρίου, αντίστοιχα, και το σφάλμα e ορίζεται ως,

$$e = x - x_d \quad (4-4)$$

όπου x η θέση της μάζας του ΕΤΔ κάθε χρονική στιγμή και x_d η επιθυμητή τροχιά θέσης του.

Για την εφαρμογή του νόμου ελέγχου και στις δυο φάσεις, η επιθυμητή δύναμη F_{des} και η επιθυμητή θέση x_d του ΤΣΔ, δίνονται αντίστοιχα από,

$$F_{des} = \frac{\|\hat{F}_{ext}\|}{\|\hat{F}_{ext}\| + a} F_d \quad (4-5)$$

και

$$x_d(t) = x_d^f(t) \frac{|1 - \|\hat{F}_{ext}\|/a_1|}{1 + a_1 \|\hat{F}_{ext}\|} + x_d^c(t) \frac{\|\hat{F}_{ext}\|}{\|\hat{F}_{ext}\| + a_2} \quad (4-6)$$

Η ανάλυση ευαισθησίας που θα ακολουθήσει, θα γίνει ως προς τις παρακάτω παραμέτρους του συστήματος:

1. Τη μάζα του κυνηγού m_{ch} .
2. Τη μάζα του στόχου m_t .
3. Τον συντελεστή δυσκαμψίας k_e του ελατηρίου που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση της επαφής των δύο σωμάτων.
4. Τον συντελεστή απόσβεσης b_e του ελατηρίου που επίσης χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση της επαφής των δύο σωμάτων.

Στη συνέχεια θα εξεταστούν ξεχωριστά η φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο (*free-space phase*) και η φάση της επαφής (*constrained-contact phase*).

Φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο

Η δυναμική της μάζας του κυνηγού περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση, καθώς αυτός κινείται στον ελεύθερο χώρο

$$F = m_{ch}\ddot{x} \quad (4-7)$$

όπου m_{ch} η πραγματική μάζα του κυνηγού και F η επιβαλλόμενη δύναμη, η οποία ορίζεται από τον νόμο ελέγχου μέσω της Εξ. (4-2).

Όπως προαναφέρθηκε λοιπόν, ο νόμος ελέγχου που επιβάλλεται στο σύστημα δίνεται από την Εξ. (4-2), στην περίπτωση αυτή όμως, η F_{ext} και κατ' επέκταση και η \hat{F}_{ext} είναι μηδενικές, καθώς δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ κυνηγού και στόχου όπως επίσης και η F_{des} είναι μηδενική σύμφωνα με την Εξ. (4-5). Συνεπώς η Εξ. (4-2) γίνεται

$$F = -\frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} b_d \dot{e} - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} k_d e + \hat{m}_{ch} \ddot{x}_d \quad (4-8)$$

Το σύστημα κλειστού βρόχου προκύπτει από τον συνδυασμό των Εξ. (4-7) και (4-8) ως εξής

$$m_{ch}\ddot{x} = -\frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} b_d \dot{e} - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} k_d e + \hat{m}_{ch} \ddot{x}_d \quad (4-9)$$

ή

$$\frac{m_d m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \ddot{x} + b_d \dot{e} + k_d e = m_d \ddot{x}_d \quad (4-10)$$

Από τη διπλή παραγώγιση της Εξ. (4-4) προκύπτει,

$$\ddot{x} = \ddot{e} + \ddot{x}_d \quad (4-11)$$

και αντικαθιστώντας την Εξ. (4-11) στην Εξ. (4-10), έπειτα από τις απαραίτητες μαθηματικές πράξεις, παίρνουμε,

$$\frac{m_d m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} (\ddot{e} + \ddot{x}_d) - m_d \ddot{x}_d + b_d \dot{e} + k_d e = 0 \quad (4-12)$$

ή

$$\frac{m_d m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \ddot{e} + b_d \dot{e} + k_d e = m_d \left(\frac{\hat{m}_{ch} - m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \right) \ddot{x}_d \quad (4-13)$$

όπου βέβαια σύμφωνα με την Εξ. (4-13) εάν $\hat{m}_{ch} = m_{ch}$ θα ισχύει και σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση $e_{ss} = 0$.

Στην αντίθετη περίπτωση, ορίζοντας το σχετικό σφάλμα μεταξύ εκτιμώμενης μάζας \hat{m}_{ch} και πραγματικής m_{ch} ως εξής,

$$\mathcal{E}_{m_{ch}} = \frac{m_{ch} - \hat{m}_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \quad (4-14)$$

προκύπτει και η εξίσωση του κλειστού βρόχου με τα «ενισχυμένα» κέρδη

$$m_d^* \ddot{e} + b_d^* \dot{e} + k_d^* e = -m_d \varepsilon_{m_{ch}} \ddot{x}_d \quad (4-15)$$

όπου

$$m_d^* = \frac{m_d m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \quad (4-16)$$

$$b_d^* = b_d \quad (4-17)$$

$$k_d^* = k_d \quad (4-18)$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο το μόνο μέγεθος που μπορεί να διαφοροποιηθεί μεταξύ πραγματικής κατάστασης και εκτιμώμενης, είναι η μάζα του κυνηγού. Εν προκειμένω άρα, δεν έχει αξία να εφαρμόσουμε το ανάπτυγμα Taylor για να εξετάσουμε ποια από τις παραμέτρους του συστήματος, εάν διαφέρει, από την εκτίμησή μας θα επηρεάσει και πόσο, συγκριτικά με τις υπόλοιπες προς εξέταση παραμέτρους, την απόκριση του συστήματος.

Ωστόσο αξίζει να επισημάνουμε το εξής: σύμφωνα με την Εξ. (4-15) και (4-18), έχουμε για τη μόνιμη κατάσταση της φάσης κίνησης στον ελεύθερο χώρο,

$$e_{ss} = -\frac{m_d}{k_d} \varepsilon_{m_{ch}} \ddot{x}_d(t_f) \quad (4-19)$$

όπου $\ddot{x}_d(t_f)$ η επιθυμητή επιτάχυνση του κυνηγού σε χρόνο t_f , δηλαδή στη χρονική στιγμή όπου ολοκληρώνεται η φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και ακολουθεί η έναρξη της φάσης επαφής.

Αυξανόμενου λοιπόν, του σχετικού σφάλματος, $\varepsilon_{m_{ch}}$, αυξάνεται κατ' απόλυτη τιμή και το σφάλμα παρακολούθησης της τροχιάς, ως εκ τούτου ο κυνηγός δεν θα ακολουθεί την τροχιά που του επιβάλλουμε και δεν θα φτάσει με τον τρόπο που επιθυμούμε στον στόχο του. Επίσης, προκύπτει ότι για μηδενική επιθυμητή επιτάχυνση του κυνηγού στη μόνιμη κατάσταση, το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση είναι μηδενικό παρά την ύπαρξη σχετικού σφάλματος $\varepsilon_{m_{ch}}$.

Η φάση της επαφής

Στη φάση της επαφής εμπλέκονται όλες οι προς εξέταση παράμετροι στην εξίσωση του κλειστού συστήματος, εξού και η εφαρμογή του αναπτύγματος Taylor.

Η δυναμική της μάζας του κυνηγού δίνεται από την παρακάτω σχέση,

$$F - F_{ext} = m_{ch} \ddot{x} \quad (4-20)$$

όπου

$$F_{ext} = k_e e + b_e \dot{e} \quad (4-21)$$

όπου η F_{ext} είναι η πραγματική τιμή της δύναμης αλληλεπίδρασης, την οποία για την παρούσα ανάλυση, την μοντελοποιούμε με τον ίδιο τρόπο με την εκτιμώμενη και m_{ch} , m_t , k_e , b_e είναι οι πραγματικές τιμές των προς εξέταση παραμέτρων.

Η επιτάχυνση \ddot{x} εκφράζεται συναρτήσει του σφάλματος e και της επιτάχυνσης του στόχου \ddot{x}_t , ως εξής

$$\ddot{x} = e + \ddot{x}_t \quad (4-22)$$

οπότε λαμβάνοντας υπόψη και τη δυναμική του στόχου, η οποία δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$F_{ext} = m_t \ddot{x}_t \quad (4-23)$$

η επιτάχυνση του στόχου θα είναι ίση με

$$\ddot{x}_t = \frac{F_{ext}}{m_t} \quad (4-24)$$

Αντικαθιστώντας τώρα, την Εξ. (4-24) στην Εξ. (4-22) και το παραγόμενο αποτέλεσμα στην Εξ. (4-20), προκύπτει

$$F - F_{ext} = m_{ch} \left(\ddot{e} + \frac{F_{ext}}{m_t} \right) \quad (4-25)$$

και λαμβάνοντας υπόψη την Εξ. (4-21), προκύπτει τελικώς

$$F = m_{ch} \ddot{e} + \left(1 + \frac{m_{ch}}{m_t} \right) b_e \dot{e} + \left(1 + \frac{m_{ch}}{m_t} \right) k_e e \quad (4-26)$$

Ο νόμος ελέγχου που επιβάλλουμε στο σύστημα, όπως προαναφέρθηκε, δίνεται από την Εξ. (4-2), όπου η εκτίμηση της δύναμης επαφής (εξωτερική δύναμη αλληλεπίδρασης) είναι αυτή που παρουσιάζεται στην Εξ. (4-3), άρα

$$F = \left(1 - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} \right) \left(\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e} \right) - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} (b_d \dot{e} + k_d e - F_{des}) + \hat{m}_{ch} \ddot{x}_d \quad (4-27)$$

Στη φάση επαφής, το σχεδιαστικό μέγεθος, \ddot{x}_d είναι,

$$\ddot{x}_d = \hat{\ddot{x}}_t \quad (4-28)$$

ή

$$\ddot{x}_d = \frac{\hat{F}_{ext}}{\hat{m}_t} \quad (4-29)$$

ή

$$\ddot{x}_d = \frac{\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e}}{\hat{m}_t} \quad (4-30)$$

εισάγοντας και μία ακόμα εκτιμώμενη παράμετρο, την \hat{m}_t .

Έτσι, η Εξ. (4-27) γίνεται,

$$F = \left(1 - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} \right) (\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e}) - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} (b_d \dot{e} + k_d e - F_{des}) + \hat{m}_{ch} \frac{\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e}}{\hat{m}_t} \quad (4-31)$$

Εξισώνοντας τις Εξ. (4-26) και (4-31) προκύπτει η εξίσωση του κλειστού βρόχου για την φάση της επαφής,

$$\begin{aligned}
& \left(1 - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d}\right) (\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e}) - \frac{\hat{m}_{ch}}{m_d} (b_d \dot{e} + k_d e - F_{des}) + \hat{m}_{ch} \frac{\hat{k}_e e + \hat{b}_e \dot{e}}{\hat{m}_t} = \\
& = m_{ch} \ddot{e} + \left(1 + \frac{m_{ch}}{m_t}\right) b_e \dot{e} + \left(1 + \frac{m_{ch}}{m_t}\right) k_e e
\end{aligned} \tag{4-32}$$

η οποία περιλαμβάνει τις εκτιμώμενες παραμέτρους \hat{m}_{ch} , \hat{m}_t , \hat{k}_e , \hat{b}_e καθώς και πραγματικές παραμέτρους m_{ch} , m_t , k_e , b_e .

Η Εξ. (4-32) έπειτα από αριθμητικές πράξεις καταλήγει στη μορφή,

$$m_d^* \ddot{e} + b_d^* \dot{e} + k_d^* e = F_{des} \tag{4-33}$$

όπου

$$m_d^* = \frac{m_d m_{ch}}{\hat{m}_{ch}} \tag{4-34}$$

και

$$b_d^* = b_d + \hat{b}_e - \frac{m_d \hat{b}_e}{\hat{m}_{ch}} - \frac{m_d \hat{b}_e}{\hat{m}_t} + \frac{m_d b_e}{\hat{m}_{ch}} + \frac{m_{ch} m_d b_e}{\hat{m}_{ch} m_t} \tag{4-35}$$

και

$$k_d^* = k_d + \hat{k}_e - \frac{m_d \hat{k}_e}{\hat{m}_{ch}} - \frac{m_d \hat{k}_e}{\hat{m}_t} + \frac{m_d k_e}{\hat{m}_{ch}} + \frac{m_{ch} m_d k_e}{\hat{m}_{ch} m_t} \tag{4-36}$$

Από την Εξ. (4-33), προκύπτει ότι στη μόνιμη κατάσταση ($\ddot{e}_c = \dot{e}_c = 0$), το σφάλμα μόνιμης κατάστασης δίνεται από,

$$e_{c,ss} = \frac{F_{des}}{k_d^*} \tag{4-37}$$

Επίσης, ο συντελεστής απόσβεσης ζ_c της απόκρισης του κλειστού συστήματος, καθώς και η συχνότητα $\omega_{n,c}$ της απόκρισης του, δίνονται αντίστοιχα από,

$$\zeta_c = \frac{b_d^*}{2m_d^* \omega_{n,c}} \tag{4-38}$$

και

$$\omega_{n,c} = \sqrt{\frac{k_d^*}{m_d^*}} \tag{4-39}$$

Αντικαθιστώντας την Εξ. (4-39) στην Εξ. (4-38) προκύπτει ο συντελεστή απόσβεσης κατά τη φάση επαφής συναρτήσει όλων των υπό εξέταση παραμέτρων m_{ch} , m_t , k_e , b_e και \hat{m}_{ch} , \hat{m}_t , \hat{k}_e , \hat{b}_e :

$$\zeta_c = \frac{b_d^*}{2m_d^* \sqrt{\frac{k_d^*}{m_d^*}}} = f(m_{ch}, m_t, k_e, b_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t, \hat{k}_e, \hat{b}_e) \tag{4-40}$$

Έχει λοιπόν, ενδιαφέρον να εξετάσουμε πως επηρεάζεται η μεταβατική απόκριση του συστήματος μελετώντας τον συντελεστή απόσβεσης ζ_c στη φάση της επαφής.

Στην περίπτωση της επαφής επιθυμούμε, υπό την επιβολή του προτεινόμενου νόμου ελέγχου να προκύψει απόκριση με κρίσιμη απόσβεση, δηλαδή το σφάλμα να παρουσιάζει απόκριση που θα χαρακτηρίζεται από συντελεστή απόσβεσης ζ_c ίσο με τη μονάδα, καθώς κατά τη διάρκεια της, οι όποιες ταλαντώσεις θα ήταν ανεπιθύμητες.

Για τον σκοπό αυτό θα εξετάσουμε πώς και πόσο τα πιθανά σφάλματα μεταξύ εκτιμώμενων και πραγματικών παραμέτρων επηρεάζουν ακριβώς αυτόν τον σκοπό που καλείται να «υπηρετήσει» ο νόμος ελέγχου που επιβάλλεται στο σύστημα. Θα εξεταστεί, δηλαδή, η ευαισθησία του κλειστού συστήματος, μέσω της επίδρασης των όποιων μεταβολών των παραμέτρων στον συντελεστή απόσβεσης.

Για τον παραπάνω λόγο, θα εφαρμοστεί το ανάπτυγμα Taylor. Πριν αναπτύξουμε τη θεωρία Taylor πρέπει να επισημανθεί, ότι αυτή ισχύει μόνο για μικρά σφάλματα στις παραμέτρους. Έτσι, για την εφαρμογή του θα θεωρηθούν σχετικά σφάλματα της τάξης του $\pm 20\%$.

Θεωρούμε αρχικά σχετικά σφάλματα στις παραμέτρους που μας ενδιαφέρουν, της μορφής

$$\varepsilon_k = \frac{k_e - \hat{k}_e}{\hat{k}_e}, \quad \varepsilon_b = \frac{b_e - \hat{b}_e}{\hat{b}_e}, \quad \varepsilon_{m_{ch}} = \frac{m_{ch} - \hat{m}_{ch}}{\hat{m}_{ch}}, \quad \varepsilon_{m_t} = \frac{m_t - \hat{m}_t}{\hat{m}_t} \quad (4-41)$$

Το ανάπτυγμα Taylor, στην περίπτωση αυτή, είναι,

$$\begin{aligned} \zeta_c(k_e, b_e, m_{ch}, m_t) = & \zeta_c(\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t) + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial k_e} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} (k_e - \hat{k}_e) + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial b_e} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} (b_e - \hat{b}_e) + \\ & + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial m_{ch}} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} (m_{ch} - \hat{m}_{ch}) + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial m_t} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} (m_t - \hat{m}_t) \end{aligned} \quad (4-42)$$

όπου

$$\zeta_c(\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t) = 1 \quad (4-43)$$

Με αντικατάσταση των Εξ. (4-41) και (4-43) στην Εξ. (4-42) προκύπτει

$$\begin{aligned} \zeta_c(k_e, b_e, m_{ch}, m_t) = & 1 + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial k_e} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} \hat{k}_e \varepsilon_k + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial b_e} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} \hat{b}_e \varepsilon_b + \\ & + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial m_{ch}} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} \hat{m}_{ch} \varepsilon_{m_{ch}} + \left. \frac{\partial \zeta_c}{\partial m_t} \right|_{\hat{k}_e, \hat{b}_e, \hat{m}_{ch}, \hat{m}_t} \hat{m}_t \varepsilon_{m_t} \end{aligned} \quad (4-44)$$

ή

$$\zeta_c(k_e, b_e, m_{ch}, m_t) = 1 + A\varepsilon_k + B\varepsilon_b + C\varepsilon_{m_{ch}} + D\varepsilon_{m_t} \quad (4-45)$$

όπου τα A, B, C, D υπολογίστηκαν στο πρόγραμμα Mathematica με γνωστά τα εκτιμώμενα μεγέθη, τα οποία περιλαμβάνει ο Πίνακας 4-1, με αποτέλεσμα η Εξ.(4-45) να δίνει,

$$\zeta_c(k_e, b_e, m_{ch}, m_t) = 1 - 3.8 \times 10^1 \varepsilon_k + 4.6 \times 10^{-1} \varepsilon_b - 3.5 \times 10^1 \varepsilon_{m_{ch}} + 3.5 \times 10^1 \varepsilon_{m_t} \quad (4-46)$$

Πίνακας 4-1. Οι ονομαστικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος.

\hat{m}_{ch} (kg)	\hat{m}_t (kg)	\hat{k}_e (N/m)	\hat{b}_e (Ns/m)
10^3	10^2	10^6	10^3

Σε αυτήν την περίπτωση και για θετικά σφάλματα παρατηρούμε σύμφωνα με την Εξ. (4-46) ότι η επίδραση στον πραγματικό συντελεστή απόσβεσης ζ_c , του σφάλματος μεταξύ πραγματικής και εκτιμώμενης τιμής στον συντελεστή δυσκαμψίας ε_k είναι μεγαλύτερη από οποιαδήποτε άλλη, δίνοντας μάλιστα αρνητικό συντελεστή απόσβεσης και άρα υπερκρίσιμη απόσβεση με κίνδυνο το σφάλμα θέσης στην επαφή, e_c , να γίνει αρνητικό και να οδηγήσει σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Από την Εξ. (4-46) και δεδομένου ότι $4.6 \times 10^{-1} < 3.5 \times 10^1 = 3.5 \times 10^1 \varepsilon_{m_t} < 3.8 \times 10^1$, θα ισχύει

$$\text{effect } b_e < \text{effect } m_t \approx \text{effect } m_{ch} < \text{effect } k_e \quad (4-47)$$

Στην επόμενη παράγραφο, το παραπάνω συμπέρασμα επιδιώκεται να επαληθευθεί και μέσω των προσομοιώσεων Monte Carlo για μονοδιάστατες κινήσεις, καθώς και για διδιάστατα συστήματα, όπως αυτό που παρουσιάστηκε στο τρίτο κεφάλαιο.

4.3 Ανάλυση Ευαισθησίας με Χρήση Προσομοιώσεων Monte Carlo

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται η επαλήθευση της ευαισθησίας του προτεινόμενου νόμου ελέγχου σε παραμετρική αβεβαιότητα μέσω των προσομοιώσεων Monte Carlo, [22] Τι είναι όμως η μέθοδος Monte Carlo και γιατί χρησιμοποιείται; Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται όταν επιθυμούμε να προσομοιώσουμε ένα μοντέλο για ένα μεγάλο πλήθος διαφορετικών σεναρίων προκειμένου να εκτιμήσουμε μία κατάσταση (π.χ. τη χειρότερη δυνατή), όταν η αναλυτική λύση δεν είναι γνωστή. Για να γίνει περισσότερο κατανοητό, θα δούμε τι σημαίνει αυτό για την εφαρμογή της μονοδιάστατης κίνησης των δύο μαζών. Αρχικά, υποθέτουμε ότι δε γνωρίζουμε ακριβώς τις παραμέτρους του συστήματος, παρά μόνο την ονομαστική (εκτιμώμενη) τιμή τους και το εύρος αβεβαιότητας τους. Το σενάριο παραμετρικής αβεβαιότητας που θα εξεταστεί δίνεται από την Εξ. (4-48),

$$\begin{aligned} 0.8\hat{m}_{ch} &\leq m_{ch} \leq 1.2\hat{m}_{ch} \\ 0.8\hat{m}_t &\leq m_t \leq 1.2\hat{m}_t \\ 0.8\hat{k}_e &\leq k_e \leq 1.2\hat{k}_e \\ 0.8\hat{b}_e &\leq b_e \leq 1.2\hat{b}_e \end{aligned} \quad (4-48)$$

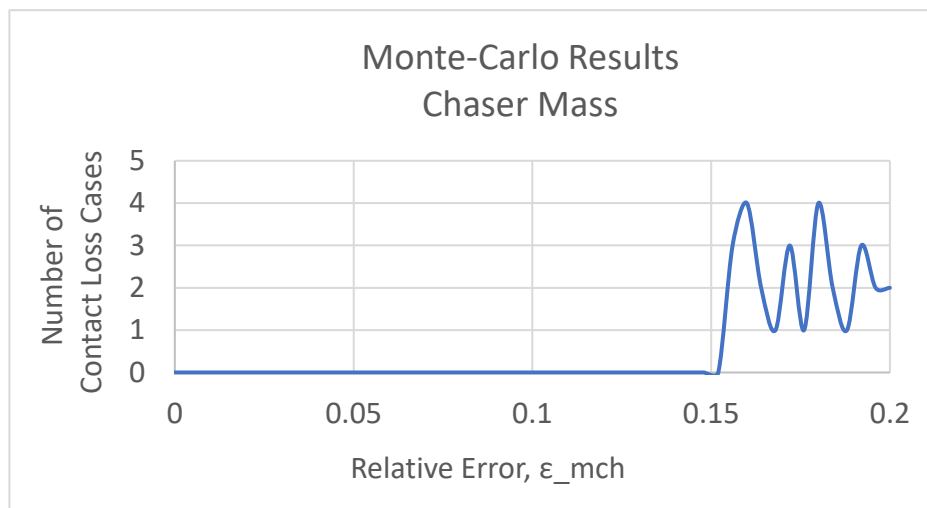
Μας ενδιαφέρει να μάθουμε τις τιμές των παραμέτρων, οι οποίες προκαλούν αρνητικά σφάλματα θέσης στην επαφή, e_c και να εξετάσουμε εάν επαληθεύονται τα συμπεράσματα που εξαγάγαμε στην προηγούμενη ενότητα, μέσω της εφαρμογής του αναπτύγματος Taylor. Πρέπει λοιπόν, να διεξαχθεί ένας μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων που θα λαμβάνουν υπόψη τυχαίους διαφορετικούς συνδυασμούς των τιμών των παραμέτρων. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός αυτός, τόσο πιο κοντά θα είμαστε στη λύση. Στην πραγματικότητα, ο χρόνος που διαρκεί μία προσομοίωση θα καθορίσει τον συνολικό αριθμό αυτό. Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε να διεξαχθούν 100 προσομοιώσεις, λόγω του ότι κάθε προσομοίωση

ξεπερνούσε τις δώδεκα ώρες σε διάρκεια. Οι προσομοιώσεις διεξήχθησαν στο περιβάλλον της Matlab, με την ανάπτυξη κατάλληλου κώδικα.

Στη συνέχεια παραθέτουμε τα διαγράμματα, στα οποία παρουσιάζεται η διακύμανση των σφαλμάτων της εκάστοτε υπό εξέταση παραμέτρου, που οδηγούν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-1, για τη μάζα του κυνηγού m_{ch} , το αποδεκτό σφάλμα είναι μεταξύ των παρακάτω ορίων

$$|\varepsilon_{m_{ch}}| \leq 15.5\% \quad (4-49)$$

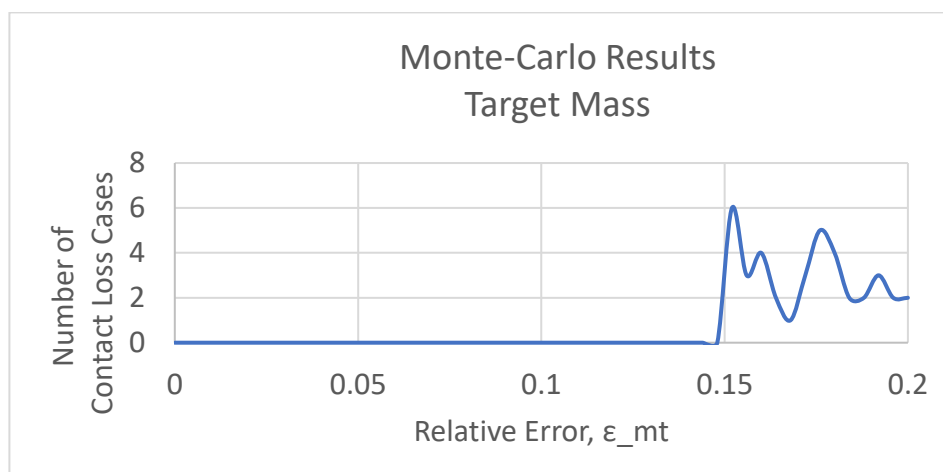
Οπότε, για σφάλματα μεγαλύτερα από την παραπάνω τιμή (Εξ. (4-49)) προκύπτουν μάζες, οι οποίες οδηγούν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.



Σχήμα 4-1. Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων της μάζας m_{ch} του κυνηγού, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Σύμφωνα με το Σχήμα 4-2, για τη μάζα του στόχου m_t , το αποδεκτό σφάλμα, αυτό που δεν οδηγεί δηλαδή σε απώλεια επαφής είναι

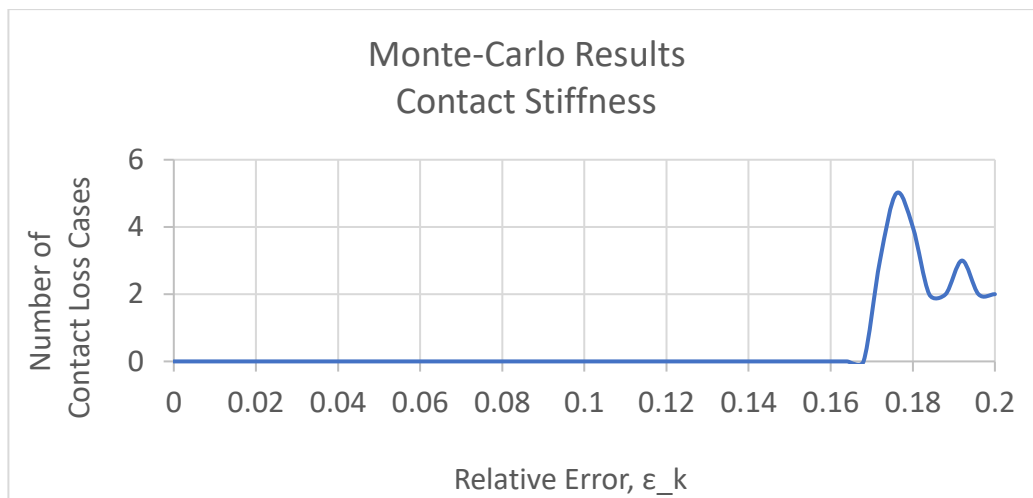
$$|\varepsilon_{m_t}| \leq 15\% \quad (4-50)$$



Σχήμα 4-2. Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων της μάζας m_t του στόχου, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Όσον αφορά τον συντελεστή δυσκαμψίας k_e , το αποδεκτό σφάλμα φαίνεται, σύμφωνα με το Σχήμα 4-3, να είναι το παρακάτω

$$|\varepsilon_{k_e}| \leq 17\% \quad (4-51)$$



Σχήμα 4-3. Οι τιμές των σχετικών σφαλμάτων του συντελεστή απόσβεσης k_e της επαφής, οι οποίες οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Τέλος, όσον αφορά στον συντελεστή απόσβεσης b_e , δεν προκύπτει κάποια τιμή που να οδηγεί σε απώλεια επαφής, άρα οποιαδήποτε τιμή σφάλματος, εντός ορίων, καθώς το Taylor ισχύει για μικρές σχετικά τιμές της τάξης του $\pm 20\%$, είναι αποδεκτή.

Στο Παράρτημα Α παρατίθενται και οι πίνακες με τις τιμές των παραμέτρων για τις 100 προσομοιώσεις Monte Carlo που οδήγησαν σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Συνοψίζοντας λοιπόν, η χρήση των προσομοιώσεων Monte Carlo, συγκρίνοντας τις σχετικές τιμές των σφαλμάτων, $|\varepsilon_{b_e}| < |\varepsilon_{k_e}| \approx |\varepsilon_{m_{ch}}| \approx |\varepsilon_{m_t}|$ επαληθεύει τη θεωρία Taylor, καθώς για τις τρεις πρώτες παραμέτρους m_{ch} , m_t , k_e , ο ελεγκτής παρουσιάζει την ίδια περίπτωση ευρωστία, ενώ για το b_e , ο ελεγκτής παρουσιάζει έως και 100 φορές περισσότερη ευρωστία, σύμφωνα με την Εξ. (4-46).

Οπότε, από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι για τις ονομαστικές, σχεδιαστικές παραμέτρους που δίνει ο Πίνακας 4-1, ο προτεινόμενος ελεγκτής, που αφορά την μονοδιάστατη κίνηση των δυο μαζών και εφαρμόζεται σε ένα σύστημα με ονομαστικές (εκτιμώμενες) παραμέτρους αυτές που παρουσιάζει ο Πίνακας 4-1, παρουσιάζει ευρωστία όταν οι πραγματικές τιμές αυτών των παραμέτρων, είναι:

- i. όσον αφορά τον στόχο που έρχεται σε επαφή ο κυνηγός θα πρέπει να έχει μάζα m_t μεγαλύτερη από

$$m_t \geq 84.5 \text{ kg} \quad (4-52)$$

- ii. όσον αφορά τη μάζα του κυνηγού m_{ch} θα πρέπει να είναι μικρότερη από

$$m_{ch} \leq 1157 \text{ kg} \quad (4-53)$$

- iii. όσον αφορά τον συντελεστή δυσκαμψίας του ελατηρίου k_e , δηλαδή το υλικό από το οποίο είναι φτιαγμένο το σώμα του στόχου θα πρέπει να είναι μαλακότερο από

$$k_e \leq 1.171 \times 10^6 \text{ N/m} \quad (4-54)$$

σε κάθε άλλη περίπτωση, δεν κατορθώνεται επιτυχής έλεγχος του συστήματος και οδηγούμαστε σε απώλεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Άρα πρόκειται για έναν ελεγκτή, ο οποίος να μην είναι «ευαίσθητος» στις αποκλίσεις μεταξύ ονομαστικών και πραγματικών παραμέτρων, αλλά όχι στον βαθμό που να μην επιτρέπει την ύπαρξη σφαλμάτων. Ακόμα δηλαδή, και υπό την ύπαρξη μικρών σφαλμάτων η εργασία που καλείται να εκτελέσει ο κληγός θα πραγματοποιηθεί επιτυχώς, υπό την επίδραση πάντα του ελεγκτή.

4.4 Συμπεράσματα

Εν γένει λοιπόν, η θεωρία του αναπτύγματος Taylor, μέσω της οποίας προσεγγίστηκε το πρόβλημα της αβεβαιότητας των παραμέτρων του συστήματος, επιβεβαιώθηκε και με χρήση των προσομοιώσεων Monte Carlo για το μονοδιάστατο παράδειγμα επαφής μεταξύ δύο μαζών, αυτό για το οποίο εφαρμόστηκε κιάλας. Οδηγηθήκαμε λοιπόν, σε ασφαλές συμπέρασμα αναφορικά με την ευαισθησία του ελεγκτή στις μεταβολές των παραμέτρων. Τα αποτελέσματα μάλιστα, δείχνουν πως τη μεγαλύτερη επίδραση και μάλιστα παρόμοια επίδραση, στην απόκριση του συστήματος, έχει η ύπαρξη σφάλματος στις μάζες του στόχου και του κληγού, m_{ch} και m_t , καθώς και στον συντελεστή δυσκαμψίας k_e , ενώ ακολουθεί ο συντελεστής απόσβεσης b_e στη μεταβολή του οποίου ο προτεινόμενος ελεγκτής παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη ευρωστία (έως και 100 φορές μεγαλύτερη).

5 Υπολογιστικά Παραδείγματα με Χρήση του Simscape

5.1 Εισαγωγή - Το Περιβάλλον του Simscape

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται ένα μοντέλο προσομοίωσης στο Simscape του Simulink, του ρομποτικού δορυφόρου του εργαστηρίου, το οποίο στη συνέχεια χρησιμοποιείται για να δοκιμαστεί ο προτεινόμενος συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης που παρουσιάστηκε στο τρίτο κεφάλαιο. Για τον σκοπό αυτό, μοντελοποιείται ο ρομποτικός δορυφόρος του εργαστηρίου, που αποτελείται από μία βάση και έναν βραχίονα, καθώς και ο στόχος με τον οποίο καλείται να έρθει σε επαφή. Τέλος, μοντελοποιείται η επαφή του ρομποτικού συστήματος με το σώμα του στόχου με τη βοήθεια του αντίστοιχου Toolbox του Simscape και καθ' αυτόν τον τρόπο ελέγχεται η αποτελεσματικότητα της χρήσης του ελεγκτή.

Λίγα λόγια για το Simscape

Το Simscape μας δίνει τη δυνατότητα να δημιουργούμε γρήγορα μοντέλα φυσικών συστημάτων εντός του περιβάλλοντος του Simulink. Είναι εφικτό, δηλαδή να δημιουργήσουμε μοντέλα φυσικών στοιχείων, τα οποία ενσωματώνονται άμεσα μέσω διαφόρων μπλοκ σε ποικίλα παραδείγματα μοντελοποίησης. Δίνει τη δυνατότητα της τριδιάστατης απεικόνισης της γεωμετρίας του εκάστοτε μοντέλου και την παραγωγή οπτικού υλικού προσομοίωσης της εκάστοτε εκτελούμενης εργασίας.

5.2 Γεωμετρία του Μοντέλου

Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζεται η γεωμετρία του συστήματος που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα εργασία, όπως αυτή αναπτύχθηκε για πρώτη φορά σε Υπολογιστικό Θέμα που εκπονήθηκε στο εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου, [24]

5.2.1 Μέρη που απαρτίζουν το Μοντέλο

Το μοντέλο προσομοίωσης του ρομποτικού συστήματος του εργαστηρίου αποτελείται από τα εξής μέρη:

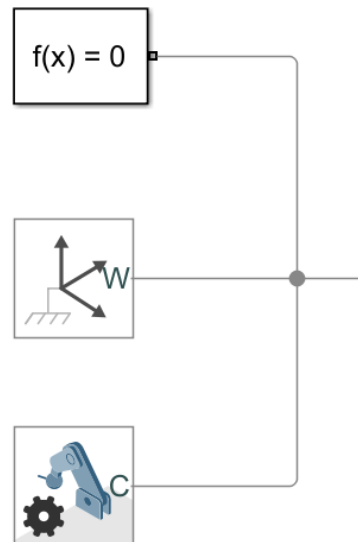
1. Βάση Δορυφόρου
2. Τραπέζι από Γρανίτη
3. Επενεργητές (Thrusters)
4. Σφόνδυλος Αντίδρασης (Reaction Wheel)
5. Δοχείο Καυσίμου
6. Ηλιακά Πάνελ
7. Βραχίονας
8. Παθητικός Δορυφόρος
9. Στόχος

Επιλέξαμε να απλοποιήσουμε γεωμετρικά το πρόβλημα, ελαττώνοντας τα στοιχεία που συναποτελούν το ΔΡΣ στα απολύτως απαραίτητα για την εκτέλεση της εργασίας που πραγματεύεται το παρόν κείμενο. Αυτά είναι τα όσα θα παρουσιαστούν εκτενώς παρακάτω, δηλαδή η βάση του δορυφόρου, ο βραχίονας και το σώμα του στόχου, αντί του παθητικού δορυφόρου. Θεωρείται, αλλά δεν μας απασχολεί στα πλαίσια ανάπτυξης της γεωμετρίας του

παρόντος, ότι η βάση του ΔΡΣ κινείται υπό την επίδραση κατάλληλων επενεργητών (thrusters) και σφονδύλων αντίδρασης (reaction wheels).

Η Βάση του Δορυφόρου

Καταρχάς, για τη δημιουργία κάθε μοντέλου στο περιβάλλον του Simscape, είναι απαραίτητα τα δομικά blocks που φαίνονται στο Σχήμα 5-1.



Σχήμα 5-1. Αρχικά δομικά blocks κάθε μοντέλου στο Simscape.

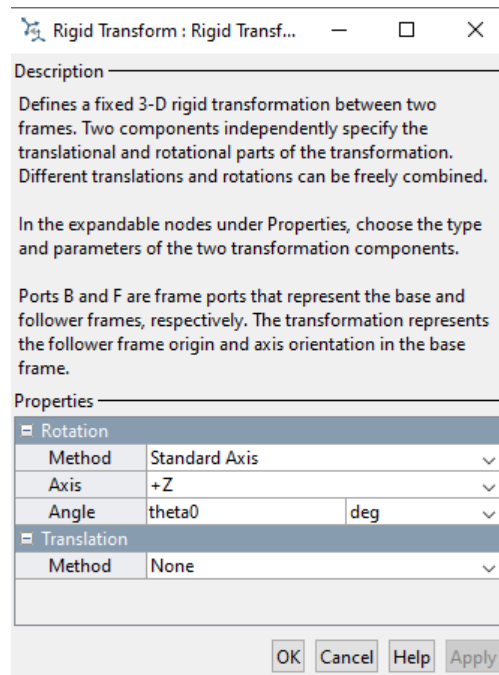
Το 1^ο εξ' αυτών (με σειρά από πάνω προς τα κάτω) είναι απαραίτητο για την αριθμητική επίλυση του μοντέλου. Το 2^ο ορίζει το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων γύρω από το οποίο θα οριστούν όλα τα τοπικά συστήματα και με βάση το οποίο θα ορίζεται η εκάστοτε μετατόπιση και το 3^ο ορίζει το διάνυσμα της βαρύτητας (σε μέτρο και κατεύθυνση), το οποίο για τη δική μας εφαρμογή, εφόσον πρόκειται για εφαρμογή που αφορά εκτέλεση εργασίας στο διάστημα, είναι μηδέν.

Το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, για λόγους ευκολίας τοποθετείται στο ΚΜ της αρχικής θέσης της βάσης του ΔΡΣ, (0,0).

Επίσης, τα στερεά σώματα που συναποτελούν το ΔΡΣ κατασκευάστηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί εύκολα να μεταβληθεί η γεωμετρία τους εάν μεταβληθούν τα εξωτερικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά της βάσης και του βραχίονα, όπως για παράδειγμα η απόσταση του ΚΜ της βάσης από την αρχή του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα, r_0 , βλ. Σχήμα 2-1. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που χρησιμοποιήθηκαν ως αναφορά είναι αυτά του ρομποτικού εξομοιωτή του εργαστηρίου (Cerberus), τα οποία περιλαμβάνει ο Πίνακας 5-1

Η βάση λοιπόν, υλοποιείται χωρίς ιδιαίτερη λεπτομέρεια, χρησιμοποιώντας τις βασικές διαστάσεις του ρομποτικού συστήματος του εργαστηρίου και το block "Revolved Solid" της βιβλιοθήκης Multibody του Simscape.

Στο Σχήμα 5-2, φαίνεται το εσωτερικό του block "Revolved Solid", που περιλαμβάνει γεωμετρικά και γραφικά χαρακτηριστικά της βάσης του ΔΡΣ, ενώ στο Σχήμα 5-3, η σύνδεση της βάσης με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων. Στο Σχήμα 5-4, «κοιτώντας» στο εσωτερικό του block "Rigid Transform", η βάση φαίνεται να είναι στραμμένη κατά τον άξονα των z , γωνία ίση με θ_0 , η οποία ωστόσο είναι μηδενική, κατ' επέκταση, θέση και προσανατολισμός της είναι η θέση και ο προσανατολισμός του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων.



Σχήμα 5-4. Η μετατόπιση/περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων της βάσης ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων.

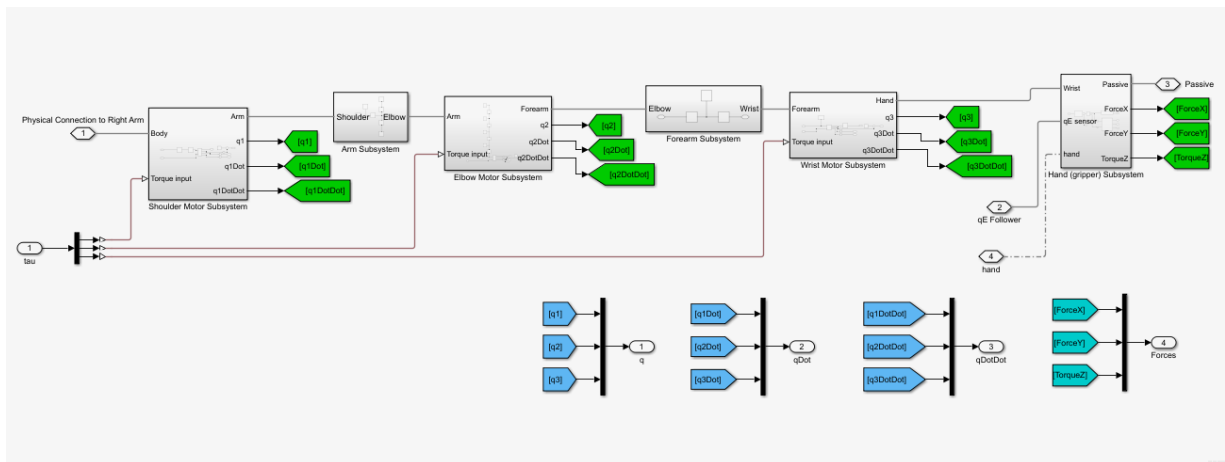
Εν γένει, η λογική πίσω από τη σχεδίαση ενός τέτοιου στερεού, όπως η βάση του ΔΡΣ, στο Simscape, μέσω του block “Revolved Solid”, είναι ο καθορισμός ενός συνόλου σημείων στο διδιάστατο χώρο, τα οποία καθώς ενώνονται αριστερόστροφα ορίζουν μία περιοχή. Επιλέγοντας στο εσωτερικό του block (βλ. Σχήμα 5-2) το “Extent of Revolution” ως “Full”, η περιοχή που έχει δημιουργηθεί περιστρέφεται γύρω από κατάλληλο άξονα και δημιουργεί το στερεό που βλέπουμε στην εικόνα μας.

Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι ο δορυφόρος μετακινείται κατά τους άξονες x,y και περιστρέφεται κατά τον άξονα z, συνεπώς η κατάλληλη άρθρωση, η οποία υποδηλώνει την ελευθερία κινήσεων του στον χώρο είναι μία “Planar Joint”, Σχήμα 5-3. Από την άρθρωση αυτή λαμβάνονται οι τιμές της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για κάθε μία από τις τρεις κατευθύνσεις κίνησης, Σχήμα 5-3.

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί το στοιχείο του βραχίονα και τέλος το στοιχείο του σώματος του στόχου.

Ο Βραχίονας

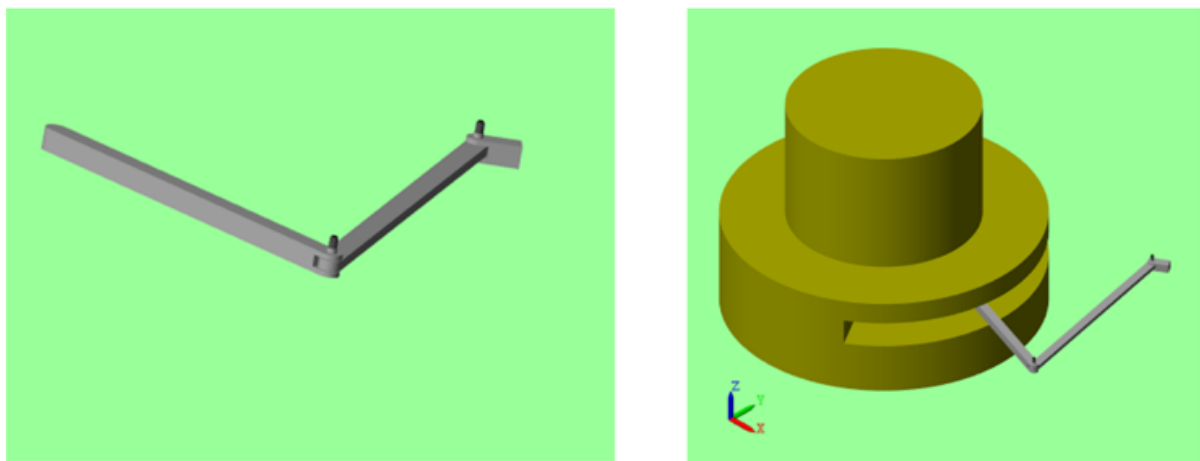
Στο μοντέλο του ΔΡΣ προστίθεται σαφώς και ένας βραχίονας, τριών συνδέσμων και τριών περιστροφικών αρθρώσεων, χωρίς αρπάγη στο ΤΣΔ του, καθώς ο σκοπός της υπό εκτέλεση εργασίας δεν απαιτεί κάτι τέτοιο (απομάκρυνση σώματος μέσω διατήρησης συνεχούς επαφής και όχι αρπαγή του σώματος στόχου από κατάλληλα διαμορφωμένο τμήμα στην επιφάνειά του). Η συνδεσμολογία των μερών του βραχίονα, ώμος (άρθρωση 1) - μπράτσο (σύνδεσμος 1), αγκώνας (άρθρωση 2) - πήχης (σύνδεσμος 2) και καρπός (άρθρωση 3) - ΤΣΔ (σύνδεσμος 3) φαίνονται στο Σχήμα 5-5.



Σχήμα 5-5. Συνδεσμολογία των μερών του βραχίονα στο Simscape.

Παρατηρείται, (βλ. Σχήμα 5-5) ότι το υποσύστημα του βραχίονα έχει ως είσοδο το διάνυσμα των τριών ροπών που δίνει ο κινητήρας κάθε άρθρωσης ως συνάρτηση του χρόνου, ενώ σαν εξόδους, έχει τις γωνιακές μετατοπίσεις, ταχύτητες και επιταχύνσεις των τριών αρθρώσεων και τις εξωτερικές δυνάμεις από επαφή που ασκούνται στο ΤΣΔ του βραχίονα, λόγω της αλληλεπίδρασης με το σώμα-στόχο (θα αναλυθεί παρακάτω). Οι τέσσερις αυτές εξοδοί είναι απαραίτητες για τη λειτουργία του ελεγκτή που εφαρμόζεται στο ρομποτικό σύστημα.

Επίσης, αναφορικά με τα τρία μέλη του βραχίονα, η υλοποίησή τους προκύπτει με τη βοήθεια ενός συνδυασμού στερεών σωμάτων, αυτή τη φορά του τύπου “Extruded Solid” λόγω της γεωμετρίας τους και κατάλληλων μετατοπίσεων συντεταγμένων, ώστε καθώς δημιουργούνται να τοποθετούνται και στη σωστή θέση σε σχέση με τη βάση του ΔΡΣ. Έτσι λοιπόν, κατασκευάζεται ο βραχίονας του ΔΡΣ και τοποθετείται πάνω στη βάση, Σχήμα 5-6.

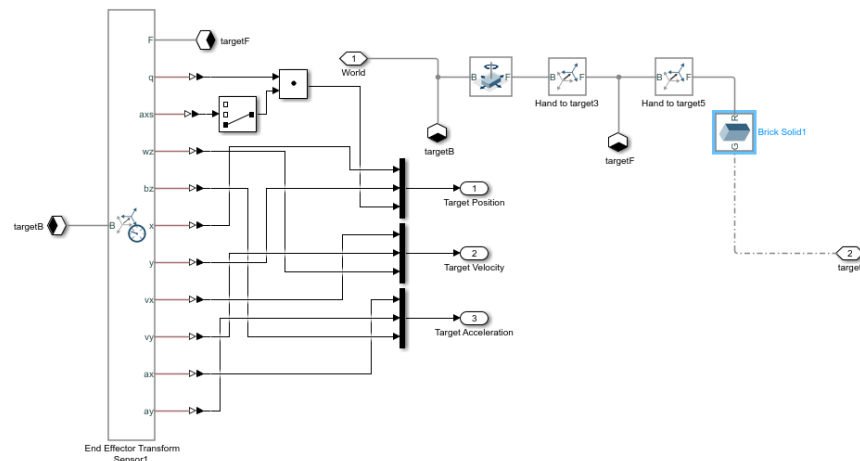


Σχήμα 5-6. Τρισδιάστατη απεικόνιση του βραχίονα χωρίς και με τη βάση.

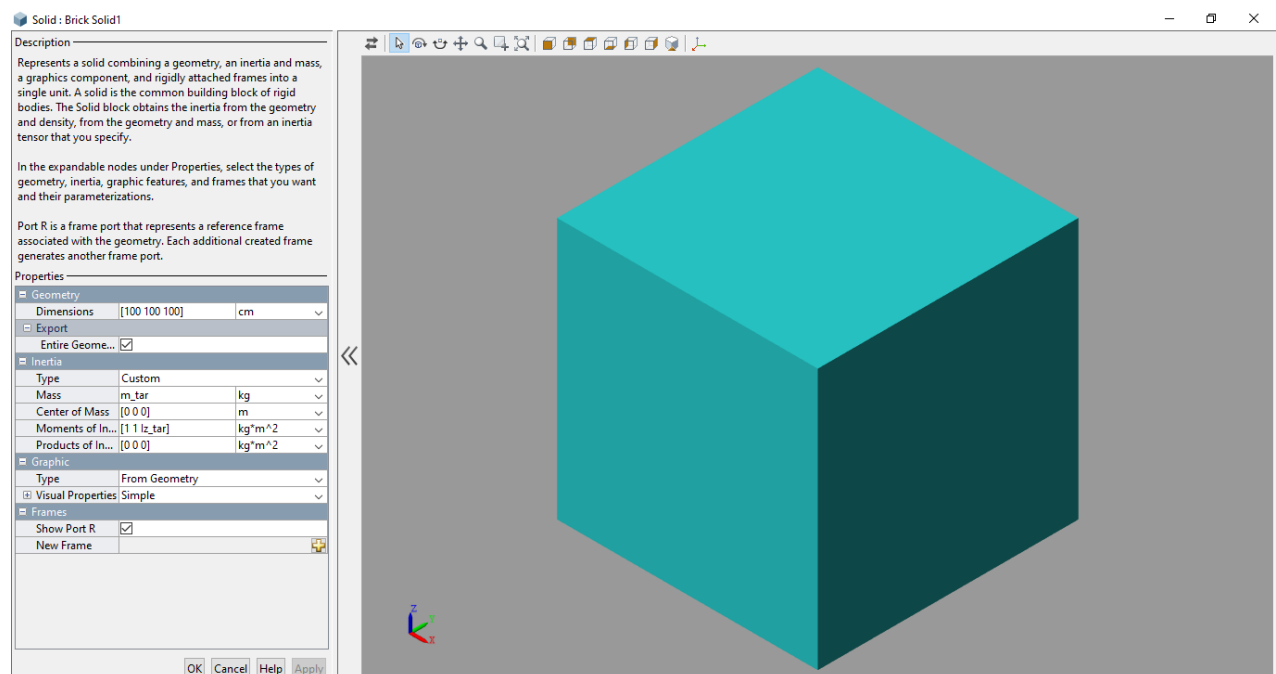
Το Σώμα του Στόχου

Τέλος, στα στοιχεία που απαρτίζουν το μοντέλο προστίθεται ο στόχος, ο οποίος είναι ένα απλό στερεό με τρεις διαστάσεις. Χωρίς αυτό το σώμα δε θα γινόταν να εφαρμοστεί ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου, καθώς η εργασία που επιδιώκουμε να ελέγξουμε, είναι ακριβώς η υλοποίηση συνεχούς επαφής μεταξύ του ΤΣΔ του ΔΡΣ και ενός σώματος - στόχου. Η επαφή, η οποία θα μοντελοποιηθεί παρακάτω θα γίνεται μεταξύ μίας επιφάνειας του στόχου και της ακραίας επιφάνειας του τρίτου συνδέσμου του βραχίονα.

Παρακάτω στο Σχήμα 5-7 και στο Σχήμα 5-8 παρουσιάζεται η συνδεσμολογία του στόχου στο Simscape και το block δημιουργίας του σώματος του στόχου, αντίστοιχα.



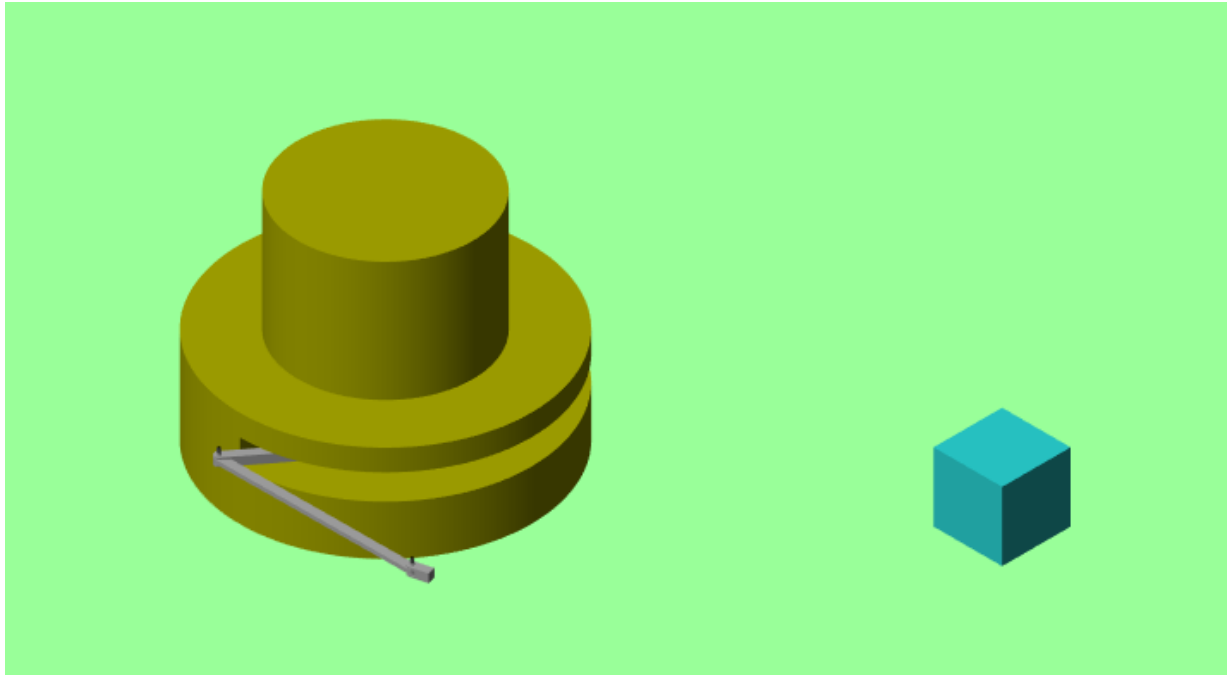
Σχήμα 5-7. Συνδεσμολογία του στόχου στο Simscape.



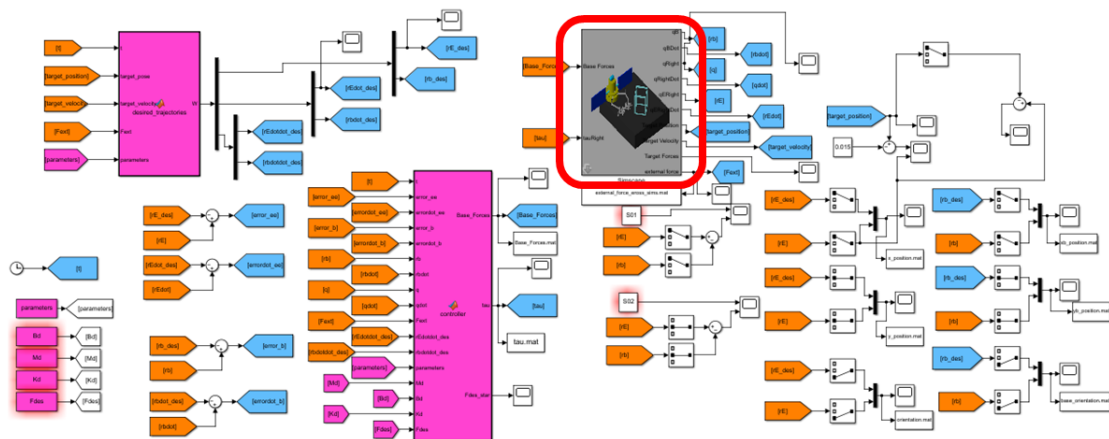
Σχήμα 5-8. Τρισδιάστατη απεικόνιση του σώματος του στόχου.

Κλείνοντας, παρουσιάζεται το οπτικό αποτέλεσμα, όπως αυτό προκύπτει από το Simscape του συνολικού μοντέλου του ΔΡΣ και του σώματος του στόχου πριν έρθουν σε επαφή μεταξύ τους, βλ. Σχήμα 5-9, καθώς και τη συνολική εικόνα του Simscape μαζί με τον εφαρμοζόμενο ελεγκτή και το block των επιθυμητών τροχιών.

Στο Σχήμα 5-10 διακρίνεται, κυκλωμένο σε κόκκινο πλαίσιο, το “Subsystem (mask)” που περιλαμβάνει όλη την αρχιτεκτονική του Simscape. Εντός αυτού του υποσυστήματος βρίσκονται όλα όσα προαναφέρθηκαν και εικονίζονται σε όλα τα παραπάνω σχήματα του πέμπτου κεφαλαίου, Σχήμα 5-1 έως Σχήμα 5-8. Εντός του εν λόγω υποσυστήματος μοντελοποιείται και η επαφή των δύο σωμάτων, την οποία θα παρουσιάσουμε αναλυτικά παρακάτω.

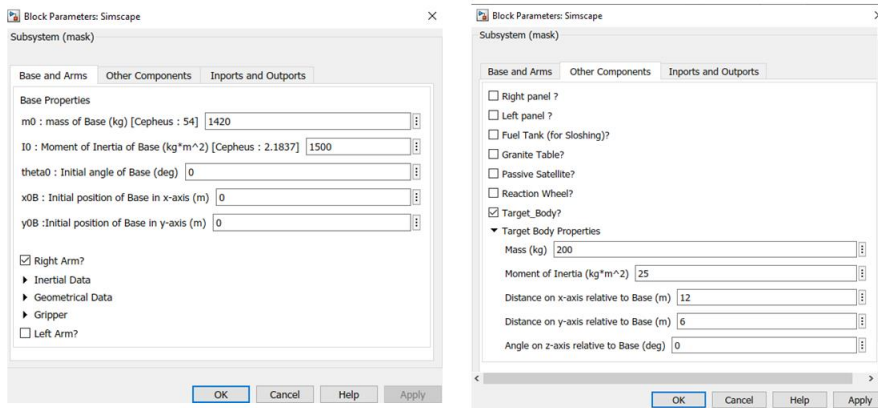


Σχήμα 5-9. Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου μαζί με τον στόχο.



Σχήμα 5-10. Το μοντέλο του Simscape μαζί με το block του ελεγκτή και το block των επιθυμητών τροχιών.

Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι μέσω της δημιουργίας ενός GUI, όπως περιγράφεται στην εργασία, [24] είχαμε τη δυνατότητα να απενεργοποιήσουμε όποιο στοιχείο της γεωμετρίας του μοντέλου δεν μας ήταν απαραίτητο στην εκτέλεση της επιθυμητής εργασίας, όπως για παράδειγμα τα ηλιακά πάνελ ή τον αριστερό βραχίονα, απλά επιλέγοντας ή όχι το εκάστοτε στοιχείο, όπως ακριβώς φαίνεται και στο Σχήμα 5-11.

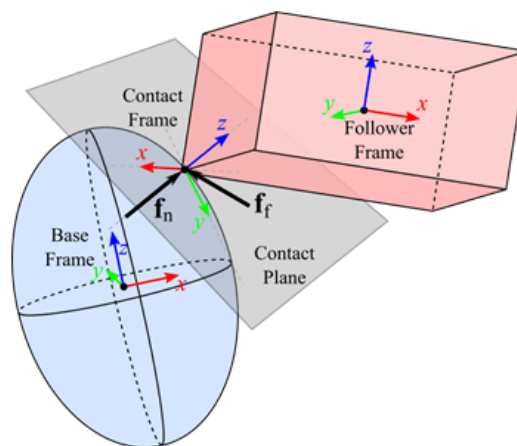


Σχήμα 5-11. Το εσωτερικό του GUI με επιλεγμένα μόνο τα στοιχεία που είναι απαραίτητα για την εκτέλεση της επιθυμητής εργασίας απομάκρυνσης του στόχου.

5.3 Επαφή - Χρήση του Block: Spatial Contact Force

Καταρχάς, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η επαφή μεταξύ δύο σωμάτων στο Simscape, όπως και σε άλλα αντίστοιχα προγράμματα, π.χ. στο Adams είναι ένα ιδιαίτερα απαιτητικό πεδίο. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, αρχικά προσπαθήσαμε να υλοποιήσουμε τη συνεχή επαφή μεταξύ δύο σωμάτων, χρησιμοποιώντας το block της βιβλιοθήκης Simscape Multibody Contact Forces Library, “Face to Plane Force”, [24] που δυστυχώς, καθώς δεν πρόκειται και για επίσημη βιβλιοθήκη της MathWorks, δεν επέφερε τα επιθυμητά αποτελέσματα και έτσι, με ισχυρή την πεποίθηση της αρτιότητας του ελεγκτή επιχειρήθηκε νέα προσπάθεια. Στη νέα αυτή προσπάθεια χρησιμοποιήθηκε το επίσημα προτεινόμενο block της MathWorks για την μοντελοποίηση τέτοιων προβλημάτων, “Spatial Contact Force”, το οποίο παρουσιάζεται αναλυτικότερα παρακάτω.

Στο παρακάτω Σχήμα 5-12 φαίνεται με ποιον τρόπο το εν λόγω block προσεγγίζει το πρόβλημα της επαφής μεταξύ δύο γεωμετριών στον χώρο.



Σχήμα 5-12. Απεικόνιση της επαφής μεταξύ δύο γεωμετριών στον χώρο σύμφωνα με το block “Spatial Contact Force”.

Σε αυτήν την περίπτωση που είναι χρήσιμη και για τα δικές μας ακόλουθες προσομοιώσεις, η επαφή πραγματοποιείται μεταξύ της μπλε βασικής γεωμετρίας, “Base Frame” και της κόκκινης γεωμετρίας, που την ακολουθεί, “Follower Frame”, Σχήμα 5-12.

Κατά τη διάρκεια της επαφής, κάθε γεωμετρία έχει ένα πλαίσιο επαφής. Τα δύο αυτά πλαίσια συμπίπτουν πάντα σε ένα σημείο, το σημείο επαφής. Η διεύθυνση z του πλαισίου επαφής είναι ένα διάνυσμα προς τα έξω, για τη βασική γεωμετρία, αλλά προς τα μέσα για τη γεωμετρία που ακολουθεί, Σχήμα 5-12. Κατά τη διάρκεια της συνεχούς επαφής, το πλαίσιο αυτό θα πρέπει να κινείται γύρω από τη γεωμετρία των δύο σωμάτων, καθώς κινείται το σημείο επαφής τους στον χώρο.

Το εν λόγω block λοιπόν εφαρμόζει δυνάμεις επαφής σύμφωνα με τον 3^ο Νόμο του Νεύτωνα (δυνάμεις δράσης-αντίδρασης), τις δυνάμεις που παίρνει ως ανατροφοδότηση το σύστημά μας, όπως θα δούμε και παρακάτω, προκειμένου να υλοποιηθεί ο έλεγχος της επιθυμητής εργασίας απομάκρυνσης ενός σώματος από ένα άλλο, μέσω διατήρησης συνεχούς επαφής μεταξύ τους. Οι δυνάμεις αυτές, όπως φαίνονται και στο Σχήμα 5-12 είναι: η δύναμη f_n , στην κατεύθυνση του άξονα z, η οποία εφαρμόζεται στο σημείο επαφής και τείνει να απομακρύνει μεταξύ τους τα δύο σώματα, προκειμένου να μειωθεί η εισχώρηση του ενός εντός του άλλου και η δύναμη f_f , η οποία κείται στο πλαίσιο επαφής και είναι η δύναμη η οποία αντιτίθεται στις σχετικές εφαπτομενικές ταχύτητες μεταξύ των δύο γεωμετριών, με πιο απλά λόγια δηλαδή αποτρέπει το να γλιστρήσει το ένα σώμα πάνω στο άλλο, πρόκειται λοιπόν για μία δύναμη τριβής.

Η δύναμη f_n δίνεται από μία σχέση της μορφής

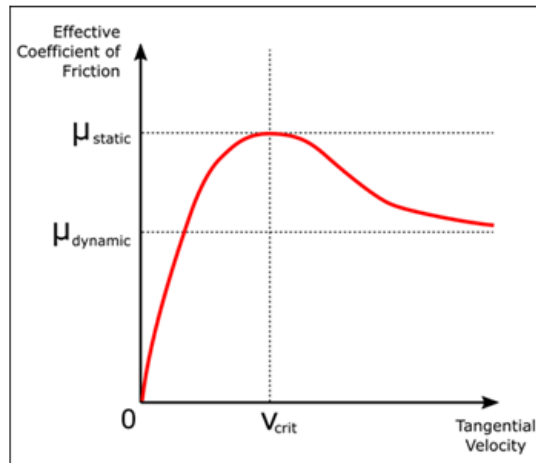
$$f_n = s(d(t)) \cdot (k \cdot d(t) + b \cdot \dot{d}(t)) \quad (5-1)$$

όπου d είναι το βάθος διείσδυσης μεταξύ των δύο γεωμετριών που έρχονται σε επαφή, $\dot{d}(t)$ είναι η πρώτη χρονική παράγωγος του βάθους διείσδυσης, k είναι ο συντελεστής δυσκαμψίας της δύναμης f_n , ο οποίος προσδιορίζεται εντός του block της επαφής όπως θα δούμε παρακάτω και b , είναι ο συντελεστής απόσβεσης της δύναμης f_n , ο οποίος επίσης προσδιορίζεται εντός του block της επαφής. Παρατηρείται ότι η δύναμη f_n ακολουθεί τον Νόμο του Hook με την προσθήκη του όρου $s(d)$ στην Εξ. (5-1), ο οποίος αποτελεί μία λεία συνάρτηση που παίρνει τιμές εντός του διαστήματος $[0, 1]$, ανάλογα με τις τιμές που παίρνει το βάθος διείσδυσης d , οι οποίες με τη σειρά τους καθορίζονται εντός του block της επαφής, όπως επίσης θα δούμε παρακάτω.

Η δύναμη f_f τώρα, δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$|f_f| = \mu |f_n| \quad (5-2)$$

όπου μ ο συντελεστής τριβής, ο οποίος προκύπτει ως συνδυασμός των τιμών των παραμέτρων του συντελεστή στατικής τριβής, μ_{static} , του συντελεστή δυναμικής τριβής, $\mu_{dynamic}$, και της κρίσιμης ταχύτητας, v_{crit} , καθώς και του μεγέθους της σχετικής εφαπτομενικής ταχύτητας μεταξύ των δύο γεωμετριών. Σε υψηλές σχετικές ταχύτητες, η τιμή του ενεργού συντελεστή τριβής είναι κοντά σε αυτή του συντελεστή δυναμικής τριβής. Στην κρίσιμη ταχύτητα όμως, ο συντελεστής τριβής μ επιτυγχάνει μέγιστη τιμή ίση με τον συντελεστή στατικής τριβής, Σχήμα 5-13.



Σχήμα 5-13. Η μεταβολή του συντελεστή τριβής συναρτήσει της σχετικής εφαπτομενικής ταχύτητας μεταξύ των δύο γεωμετριών.

Όλα τα παραπάνω και ο τρόπος με τον οποίο υλοποιούνται θα αποσαφηνιστεί στα παραδείγματα που ακολουθούν.

5.3.1 Παράδειγμα Επαφής Δύο Μαζών

Στο παράδειγμα παρουσιάζονται δύο μάζες (κύβοι πλευράς 1 m), πυκνότητας 1000 kg/m^3 και 100 kg/m^3 αντίστοιχα, σε απόσταση 5 m μεταξύ τους (στον άξονα των x). Πρέπει, στο σημείο αυτό, πριν προχωρήσουμε παρακάτω, να αποσαφηνιστεί το εξής καθώς είναι πολύ σημαντικό για την επίτευξη της επαφής: στην περίπτωση του Simscape, όταν εννοούμε ότι δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους 5 m, εννοούμε ότι τα KM των σωμάτων απέχουν αυτήν την απόσταση. Ας πούμε ότι τοποθετούμε το KM του πρώτου σώματος, του κυνηγού στην αρχή των αξόνων του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων, που είναι και το σύνηθες. Αν τώρα επιθυμούμε να συναντήσει το δεύτερο σώμα, τον στόχο, στα 5 m σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή, π.χ. $t_{\text{contact}} = 100 \text{ sec}$ και να αρχίσει να το απομακρύνει, διατηρώντας συνεχή επαφή μαζί του, θα πρέπει σύμφωνα με το Simscape ο στόχος να τοποθετηθεί σε θέση $x_{\text{target}} = 6 \text{ m}$, έτσι ώστε η πρόσοψή του και επιφάνεια επαφής να βρίσκεται στην επιθυμητή θέση, δεδομένου ότι τα KM των σωμάτων από τις προσόψεις τους και παράλληλα επιφάνειες επαφής τους απέχουν μόλις 0.5 m (κύβοι πλευράς 1 m).

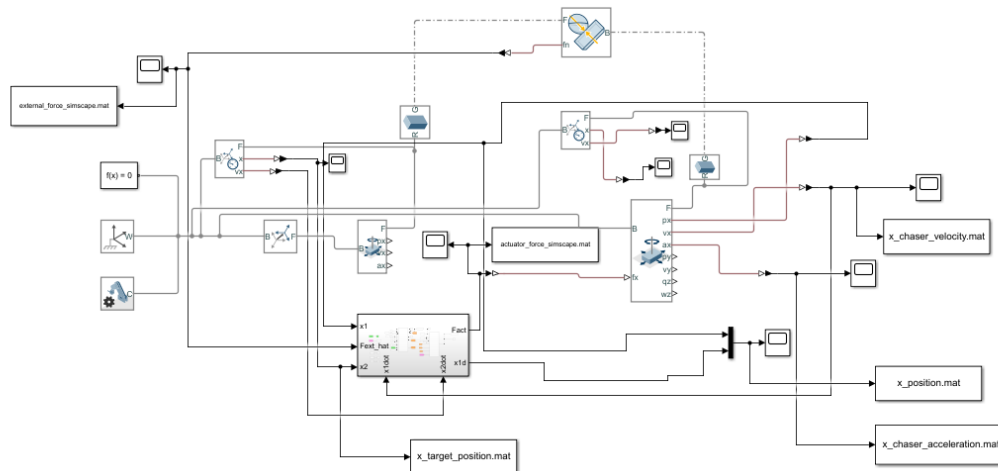
Για την μοντελοποίηση της επαφής θεωρείται σταθερά ελατηρίου $k_e = 10^6 \text{ N/m}$ και σταθερά απόσβεσης $b_e = 10^3 \text{ Ns/m}$ και δεν εφαρμόζεται δύναμη τριβής ($\mu = 0$). Οι δύο μάζες στην αρχική και την τελική θέση μετά την επαφή παρουσιάζονται στο Σχήμα 5-14.



Σχήμα 5-14. Αρχική και τελική θέση των δύο μαζών, φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και φάση επαφής, αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 5-15 παρουσιάζεται η διάταξη στο Simscape του παραδείγματος. Στη διάταξη φαίνεται και η συνδεσμολογία του block “Spatial Contact Force”, το οποίο είναι το block μοντελοποίησης της επαφής των δύο σωμάτων, με τη βασική

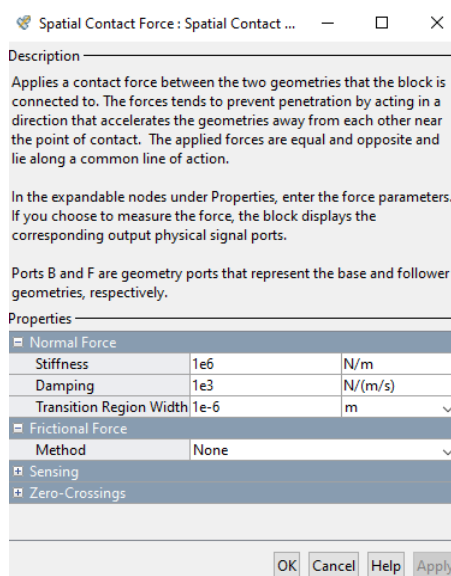
γεωμετρία (είναι αυτή που βρίσκεται δεξιά της εικόνας) και τη γεωμετρία που ακολουθεί (είναι αυτή που βρίσκεται αριστερά της εικόνας).



Σχήμα 5-15. Η διάταξη στο περιβάλλον του Simscape του παραδείγματος επαφής δύο μαζών.

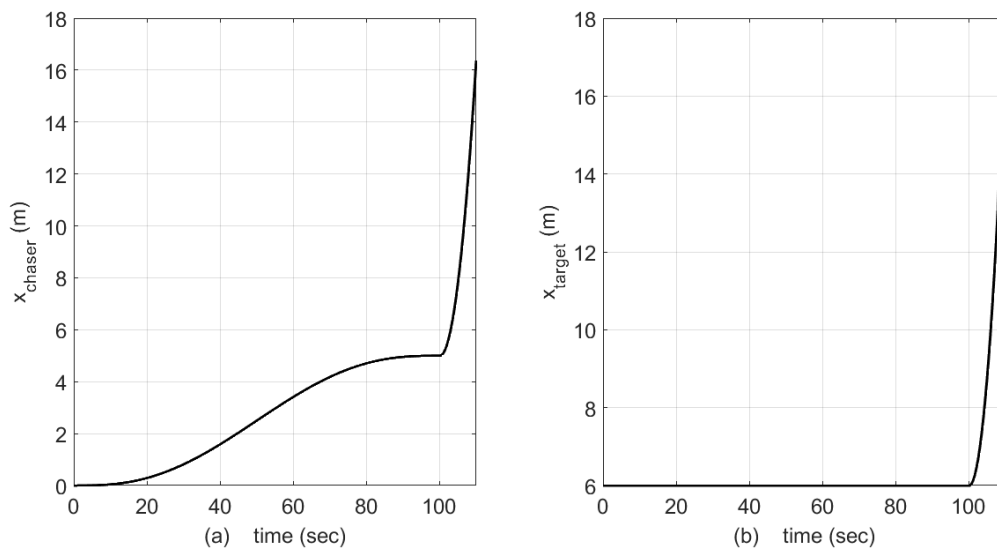
Η διαμόρφωση του block δίνεται στο Σχήμα 5-16. Στη σελίδα που εικονίζεται στο εν λόγω σχήμα εισάγονται τα δεδομένα του φαινομένου της επαφής, δηλαδή η σταθερά ελατηρίου και η σταθερά απόσβεσης της εισχώρησης του ενός σώματος στο άλλο, που αναφέρθηκαν παραπάνω. Επίσης, υπάρχει και η δυνατότητα για μη γραμμικό νόμο επαφής, όπου ζητείται επιπλέον ο απαιτούμενος εκθέτης, καθώς και δυνατότητα εφαρμογής συνθηκών Stick-Slip σε περίπτωση που είναι επιθυμητή η εφαρμογή τριβής. Ωστόσο, η επιλογή μας για την ολοκλήρωση της απαιτούμενης εργασίας φαίνεται στο Σχήμα 5-16.

Αφού έχει δημιουργηθεί η διάταξη του παραδείγματος πραγματοποιείται η προσομοίωση για την εξέταση της ορθής ή μη χρήσης του προτεινόμενου ελεγκτή, για το απλό παράδειγμα των δύο μαζών, (όπως αυτός προτάθηκε στο τρίτο κεφάλαιο) και προκύπτουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα. Παρατηρείται στο Σχήμα 5-17 και στο Σχήμα 5-18 ότι κυνηγός και στόχος ακολουθούν συγκεκριμένες τροχιές και όσον αφορά τη θέση τους, αλλά και όσον αφορά την ταχύτητα και την επιτάχυνσή τους.

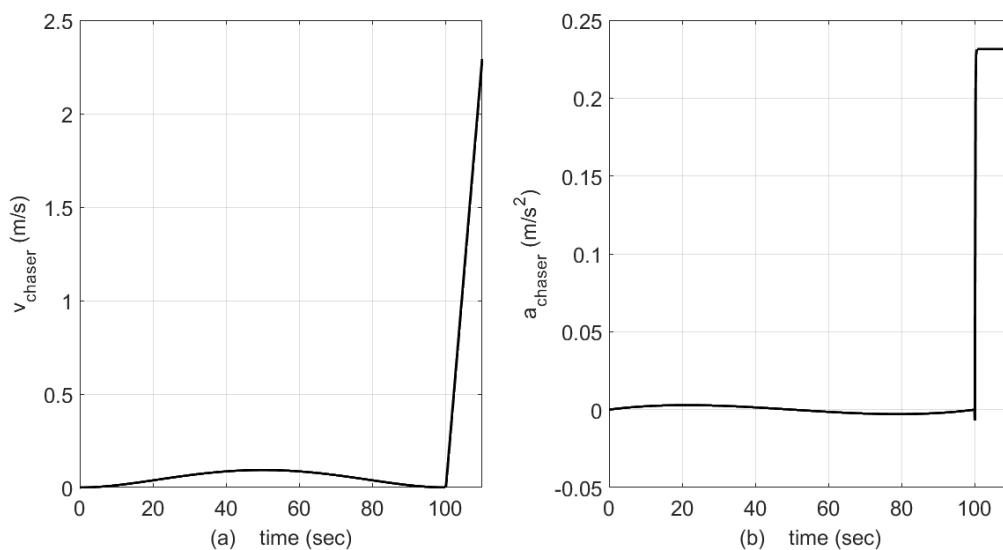


Σχήμα 5-16. Σελίδα δεδομένων του block της επαφής, “Spatial Contact Force”.

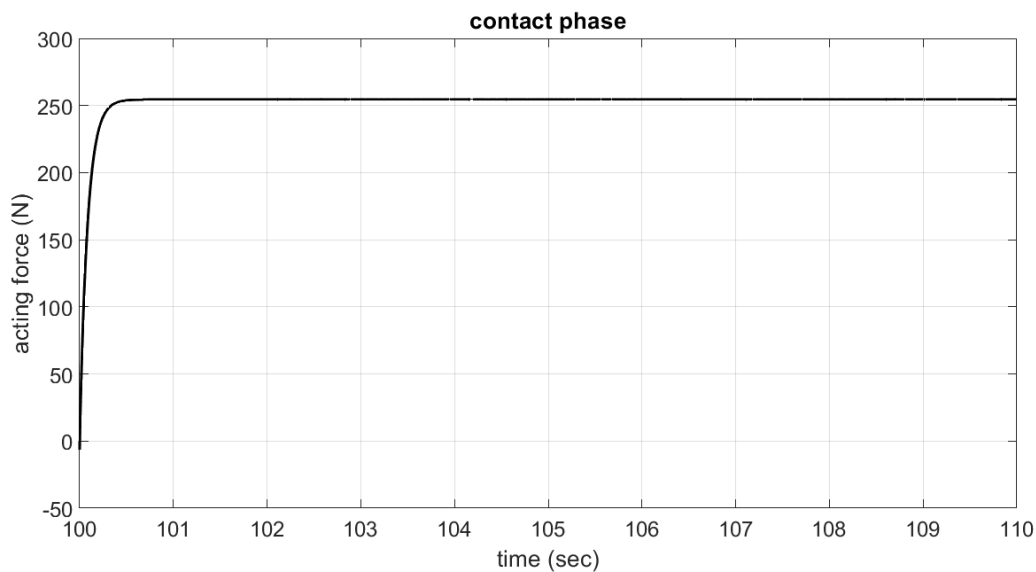
Τέλος στο Σχήμα 5-19 και Σχήμα 5-20 παρουσιάζεται η δύναμη του ελεγκτή, F_{act} , όπως αυτή προκύπτει μετά την ανατροφοδότηση f_n , που παίρνει από το block της επαφής “Spatial Contact Force”, καθώς και η δύναμη επαφής, F_{ext} , όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής από το αντίστοιχο παράδειγμα στο Simulink, που διεξήχθη στο πλαίσιο της προπτυχιακής διπλωματικής μου εργασίας, [23] Όπως φαίνεται η επαφή διατηρείται και τα δύο αποτελέσματα συμπίπτουν απόλυτα.



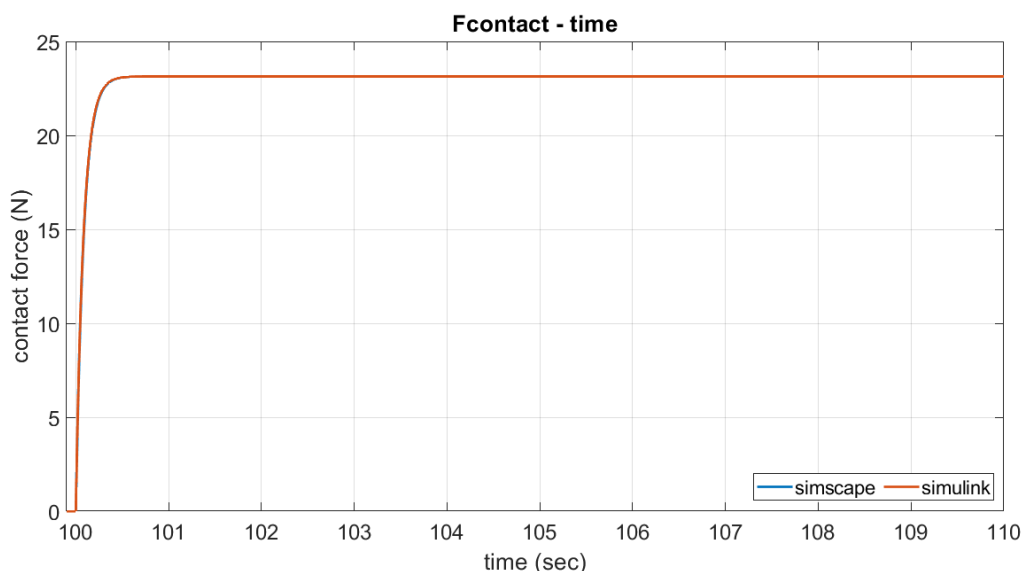
Σχήμα 5-17. (α) Η μετατόπιση του κυνηγού και (β) η μετατόπιση του στόχου στο παράδειγμα της επαφής των δύο μαζών.



Σχήμα 5-18. (α) Ταχύτητα και επιτάχυνση του κυνηγού και (β) ταχύτητα και επιτάχυνση του στόχου (αποκτούν κοινή ταχύτητα και επιτάχυνση τα δύο σώματα μετά την επαφή) στο παράδειγμα της επαφής των δύο μαζών.



Σχήμα 5-19. Η δύναμη F_{act} όπως αυτή προκύπτει μετά την ανατροφοδότηση από το block της επαφής “Spatial Contact Force”.

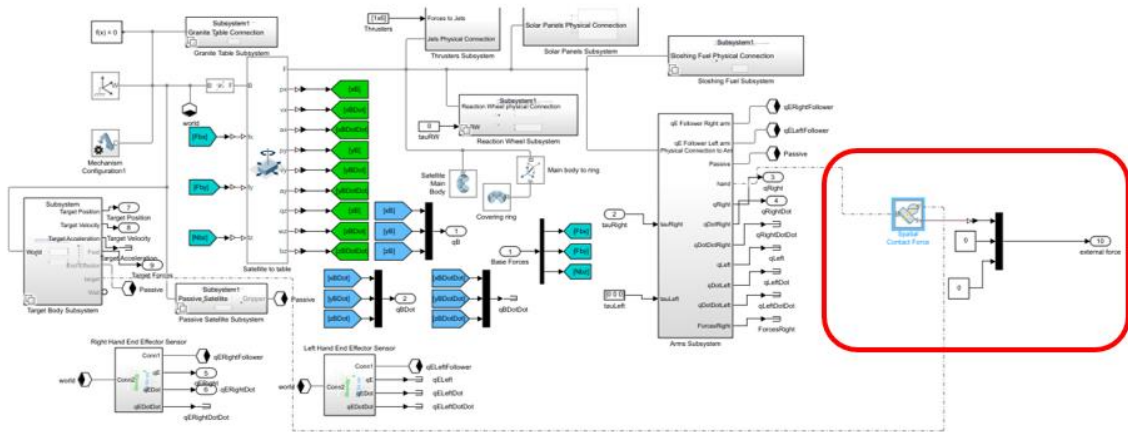


Σχήμα 5-20. Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink.

5.3.2 Παράδειγμα Επαφής με το Σώμα - Στόχο

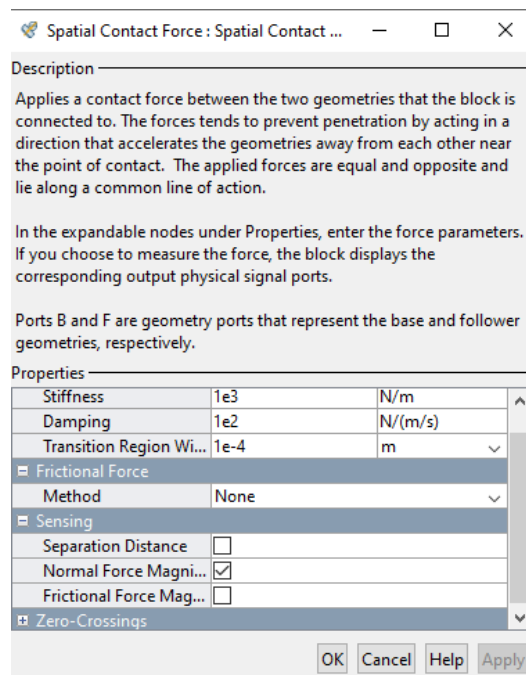
Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων εφαρμογής του προτεινόμενου ελεγκτή στα παραδείγματα του Cerheus και του EROSS Project, θα επισημάνουμε λίγα πράγματα για το πως χρησιμοποιήθηκε το block επαφής “Spatial Contact Force” στο παράδειγμα του ΔΡΣ.

Στο Σχήμα 5-21, παρουσιάζεται η διάταξη στο Simscape του παραδείγματος. Στη διάταξη φαίνεται μεταξύ άλλων και η συνδεσμολογία του block “Spatial Contact Force”. Η «βασική γεωμετρία» σε αυτό το παράδειγμα είναι η γεωμετρία του τρίτου συνδέσμου του βραχίονα, αυτού που καλείται “Hand” στο διάγραμμα του Simscape, ενώ η «γεωμετρία που ακολουθεί» είναι η γεωμετρία του σώματος του στόχου, (“Target Body”). Οι δύο γεωμετρίες ενώνονται με το block της επαφής μέσω των εικονιζόμενων διακεκομμένων γραμμών, Σχήμα 5-21.



Σχήμα 5-21. Η διάταξη στο περιβάλλον του Simscape του παραδείγματος επαφής του βραχίονα με το σώμα του στόχου. Σε κόκκινο πλαίσιο το block της επαφής και η έξοδος της δύναμης επαφής στον άξονα κίνησης του συσσωματώματος (x-axis).

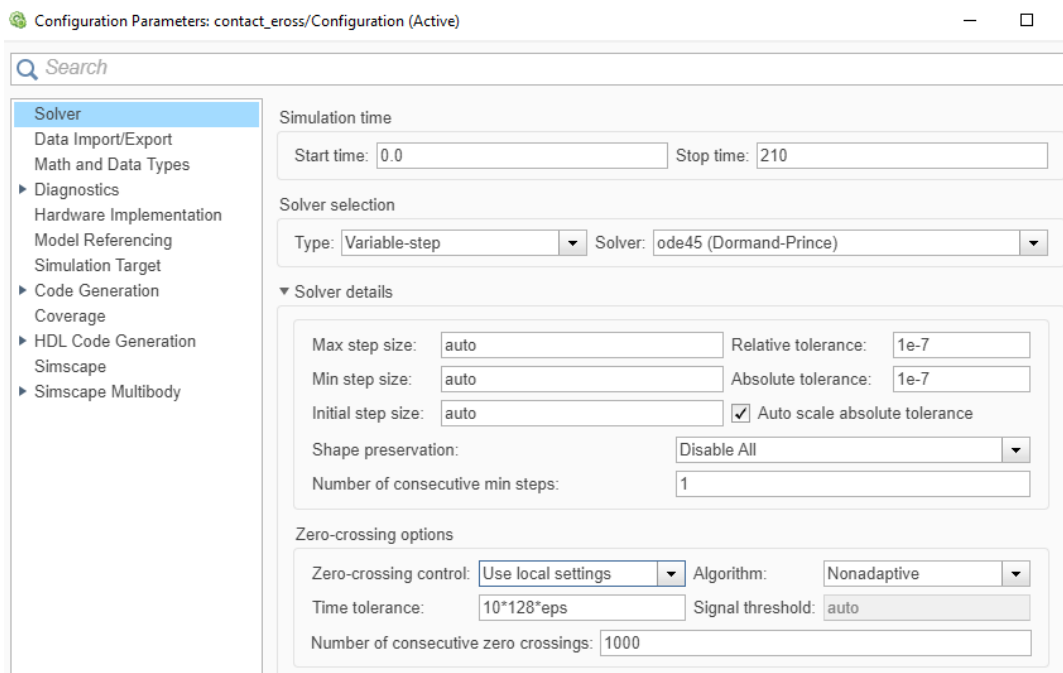
Η διαμόρφωση του block δίνεται στο Σχήμα 5-22. Στη σελίδα που εικονίζεται στο εν λόγω σχήμα εισάγονται τα δεδομένα του φαινομένου της επαφής, δηλαδή η σταθερά ελατηρίου και η σταθερά απόσβεσης της εισχώρησης του ενός σώματος στο άλλο, που αναφέρθηκαν παραπάνω, καθώς και το μέγεθος w , “Transition Region Width”, που ουσιαστικά καθορίζει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, αλλά ταυτόχρονα και τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος. Όσο μικρότερο είναι το μέγεθος w , τόσο πιο ακριβές είναι το αποτέλεσμα, αλλά και δυστυχώς πιο αργή η προσομοίωση.



Σχήμα 5-22. Σελίδα δεδομένων του block της επαφής, “Spatial Contact Force”.

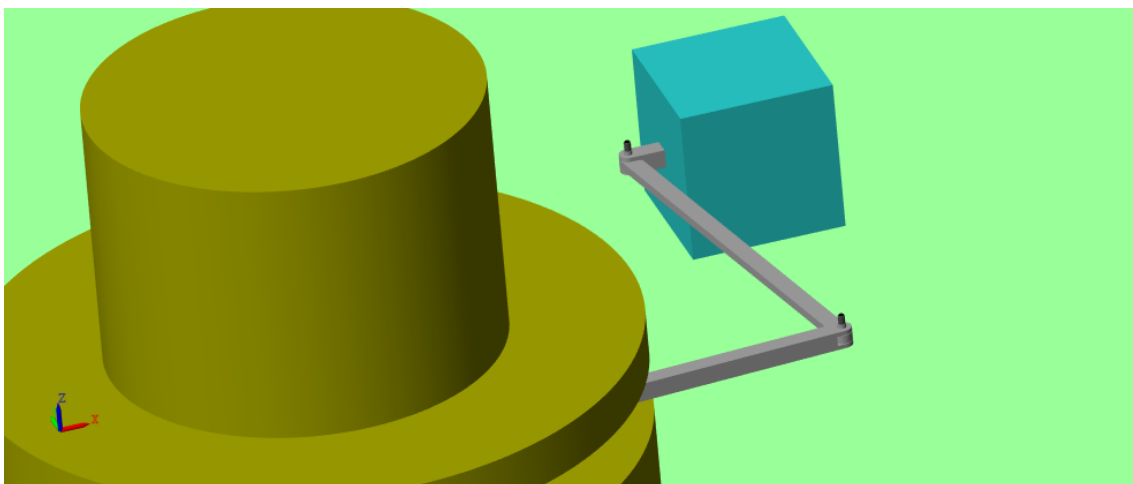
Ένα ακόμα σημείο που πρέπει να αναφερθεί, είναι το εξής: το συγκεκριμένο πρόβλημα, αυτό της επαφής για να επιλυθεί χρειάζεται ειδική επιλογή αναφορικά με τον “Solver”. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-23, επιλέχθηκε ο “ode45 (Dormand-Prince) solver” και μεταβλητό βήμα επίλυσης. Τα “max” και “min step sizes” αφέθηκαν στην αυτόματη επιλογή και το “relative” και

“absolute tolerance” σε μία τιμή που να επιτρέπει ακρίβεια στην επίλυση του προβλήματος, αλλά να μην καθιστά απαγορευτική τη διάρκεια της προσομοίωσης.



Σχήμα 5-23. Επιλογή παραμέτρων επίλυσης του προβλήματος στο Simscape.

Τέλος, αφού έχει δημιουργηθεί η διάταξη του παραδείγματος και έχουν επιλεγεί οι κατάλληλες παράμετροι στο block της επαφής, πραγματοποιείται η προσομοίωση για την εξέταση της ορθής ή μη χρήσης του προτεινόμενου ελεγκτή, για το παράδειγμα του ΔΡΣ και του στόχου του, (όπως αυτός προτάθηκε στο τρίτο κεφάλαιο για δισδιάστατα συστήματα) και προκύπτουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στα διαγράμματα της επόμενης υπό ενότητας. Στο Σχήμα 5-24 μάλιστα παρουσιάζεται το οπτικό αποτέλεσμα της προσομοίωσης αφού έχει επιτευχθεί η επαφή. Την οπτική απεικόνιση στο Simscape συνοδεύει και βίντεο που περιλαμβάνει κάθε φάση κίνησης των δύο σωμάτων, τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο, τη φάση κατά την επαφή, καθώς και την κίνηση των δύο συνενωμένων πλέον σωμάτων.



Σχήμα 5-24. Τελική θέση των δύο σωμάτων. Κίνηση από τη φάση επαφής και έπειτα.

5.4 Αποτελέσματα

Στην τελευταία αυτή ενότητα παρατίθενται όλα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που διεξήχθησαν για το σύστημα του εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου (Cepheus) και για το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε στο Project EROSS. Χωρίστηκαν σε δύο σενάρια πραγμάτωσης συνεχούς επαφής. Για το κάθε ένα από αυτά τα σενάρια, θα παραθέσουμε πρώτον, τα χαρακτηριστικά, γεωμετρικά και αδρανειακά του ρομποτικού συστήματος που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις, καθώς και του σώματος του στόχου που επιδιώκει να έρθει σε επαφή. Δεύτερον, τις επιθυμητές θέσεις, αρχικές και τελικές, αυτών των στοιχείων κατά την κίνησή τους στον ελεύθερο χώρο, αλλά και στη φάση της επαφής, καθώς και όλα τα διαγράμματα που επιβεβαιώνουν την επιτυχημένη εφαρμογή του συντονισμένου ελεγκτή εμπέδησης στο περιβάλλον του Simscape, μέσα μάλιστα από τη σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων της δύναμης επαφής που εξάγεται από το μοντέλο του Simscape με αυτά του εξήχθησαν από το μοντέλο του Simulink στο πλαίσιο της προπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, [23]

5.4.1 Σενάριο 1^ο: Cepheus

Το πρώτο σενάριο που καταγράφεται είναι αυτό του Cepheus. Παρακάτω, ο Πίνακας 5-1- Πίνακας 5-4, περιλαμβάνουν τα στοιχεία για το μοντέλο, που προαναφέρθηκαν στην εισαγωγή της παρούσας ενότητας.

Πίνακας 5-1. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του ρομποτικού συστήματος του εργαστηρίου (Cepheus).

<i>Body</i>	m_i (kg)	r_i (m)	l_i (m)	I_i (kg m ²)
0	53	0.924	-	2.1837
1	0.2314	0.185	0.185	0.00681
2	0.1	0.143	0.143	1.487*10 ⁻⁵
3	0.046	0.0261	0.0411	1.2287*10 ⁻⁵

Πίνακας 5-2. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του στόχου που έρχεται σε επαφή με τον Cepheus.

<i>Body</i>	m_i (kg)	r_i (m)	l_i (m)	I_i (kg m ²)
target	1	-	0.03	1

Πίνακας 5-3. Οι επιθυμητές αρχικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος.

<i>Body</i>	$x_{in,desired}$ (m)	$y_{in,desired}$ (m)	$\theta_{in,desired}$ (°)
base	0	0	30
end-effector	0.72	-0.25143	45
target	1	0.8	0

Πίνακας 5-4. Οι επιθυμητές, αλλά και πραγματικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος στην έναρξη της επαφής.

<i>Body</i>	$x_{final} (m)$	$y_{final} (m)$	$\theta_{final} (^\circ)$
base	0.485	0.6	0
end-effector	0.985	0.8	0
target	-	0.8	0

Στη συνέχεια, παραθέτουμε τα κέρδη του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης, καθώς και την τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας και του συντελεστή απόσβεσης, που χρησιμοποιήθηκαν στη μοντελοποίηση της επαφής εντός του block “Spatial Contact Force” για το σενάριο του Cerheus.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι δυνάμεις στους επενεργητές και οι ροπές στους σφονδύλους αντίδρασης να είναι εντός πραγματικών τιμών, δηλαδή να μπορούν να εφαρμοστούν στο ΔΡΣ.

Τα κέρδη του ελεγκτή είναι λοιπόν

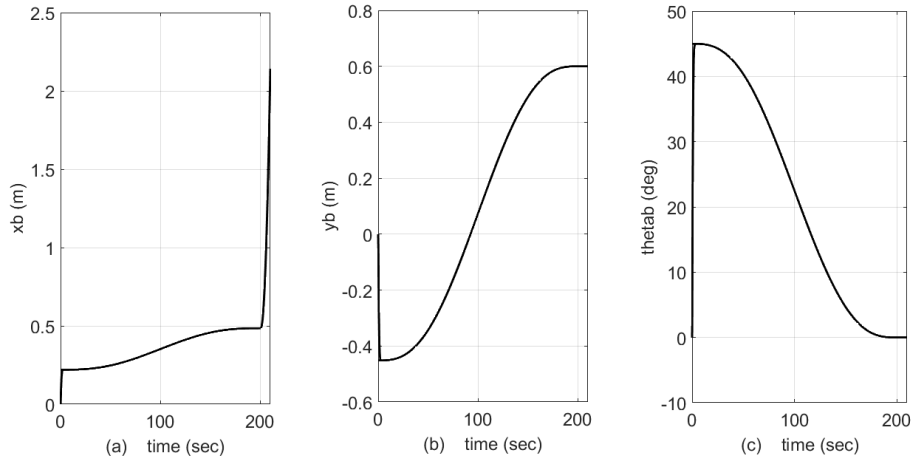
$$\begin{aligned} \mathbf{M}_d &= \text{diag}(3 \times 10^3) \\ \mathbf{B}_d &= \text{diag}(11.9, 11.9, 11.9, 12, 12, 12) \times 10^3 \\ \mathbf{K}_d &= \text{diag}(47.9, 47.9, 47.9, 48, 48, 48) \times 10^3 \end{aligned} \quad (5-3)$$

και οι συντελεστές δυσκαμψίας και απόσβεσης, αντίστοιχα

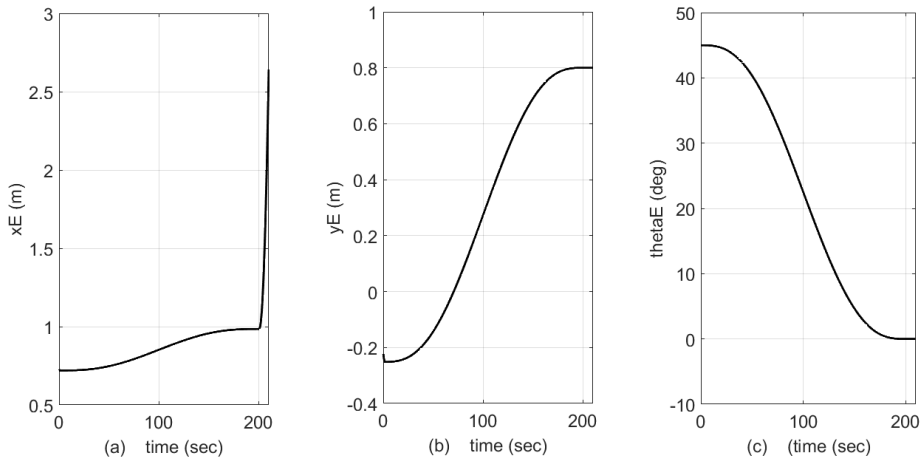
$$\begin{aligned} \mathbf{K}_e &= \text{diag}(100) \\ \mathbf{B}_e &= \text{diag}(1) \end{aligned} \quad (5-4)$$

Τέλος, παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από την προσομοίωση. Όπως βλέπουμε παρακάτω βάση και ΤΣΔ ακολουθούν ορισμένες τροχιές, τόσο στον άξονα x και y, όσον και αναφορικά με τον προσανατολισμό τους, βλ. Σχήμα 5-25 και Σχήμα 5-26, αντίστοιχα.

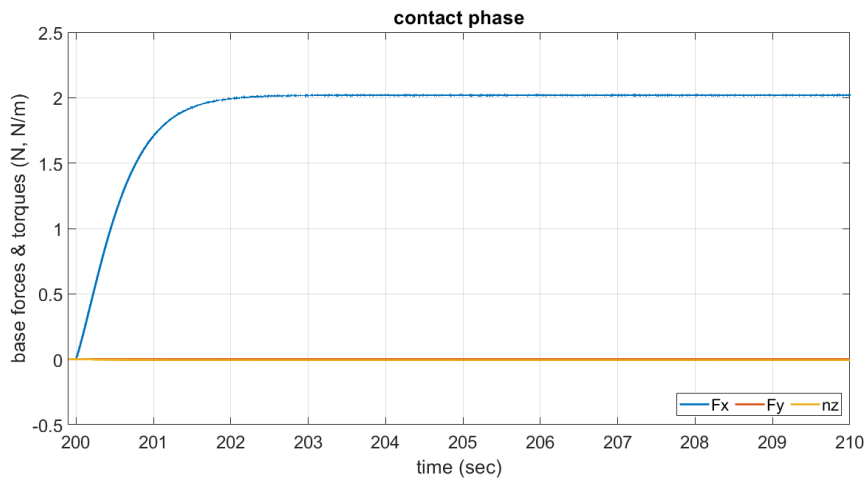
Επίσης, παρουσιάζονται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στη βάση και οι ροπές στις αρθρώσεις, βλ. Σχήμα 5-27 και Σχήμα 5-28, αντίστοιχα, καθώς και η επιτυχώς εφαρμοζόμενη δύναμη επαφής καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησης του ΔΡΣ με το στόχο, Σχήμα 5-29 και Σχήμα 5-30.



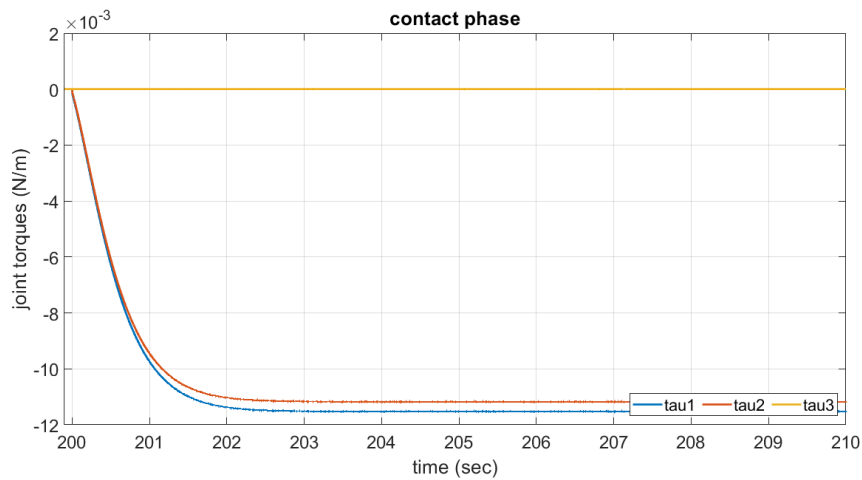
Σχήμα 5-25. (α) Η μετατόπιση της βάσης του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή της μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.



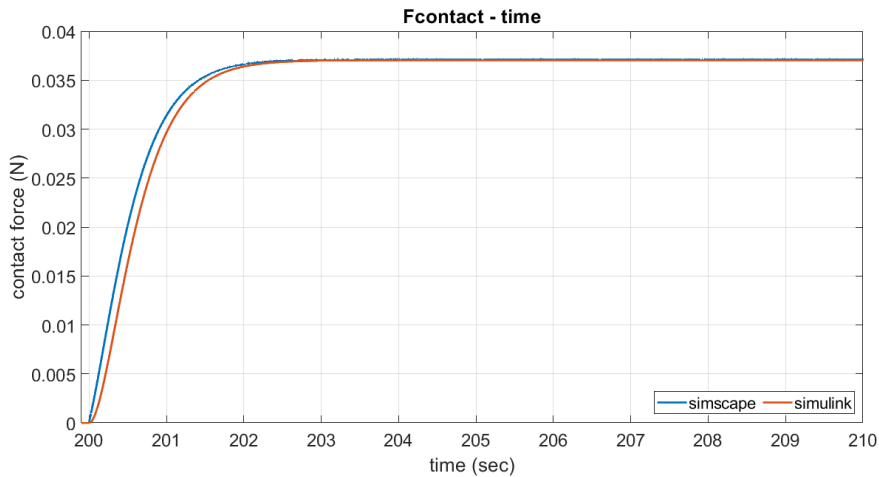
Σχήμα 5-26. (α) Η μετατόπιση του ΤΣΔ (end-effector) του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή του μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.



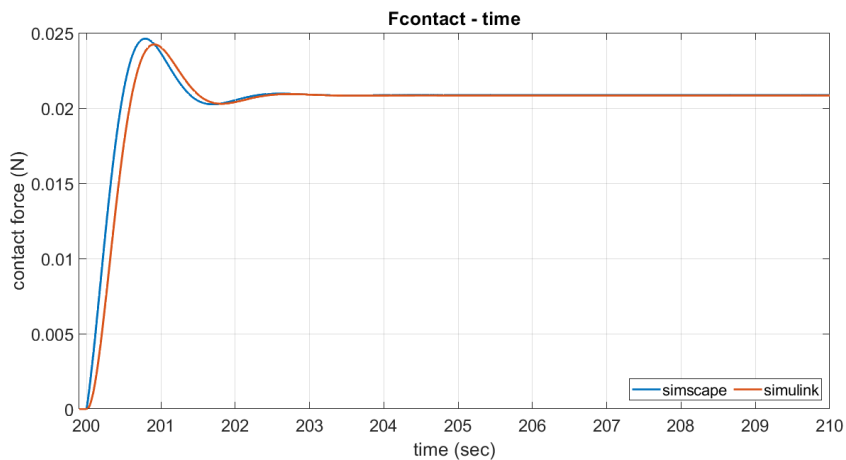
Σχήμα 5-27. Οι δυνάμεις F_x, F_y που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ από τους επενεργητές (thrusters), καθώς και η ροπή n_z που ασκείται από τον σφόνδυλο αντίδρασης (reaction wheel), κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.



Σχήμα 5-28. Οι ροπές τ_1, τ_2, τ_3 που ασκούνται στις τρεις αρθρώσεις του βραχίονα κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.



Σχήμα 5-29. Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης, ζ_c , ίσο με τη μονάδα (κρίσιμη απόσβεση).



Σχήμα 5-30. Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c μικρότερο της μονάδας (υπερκρίσιμη απόσβεση).

5.4.2 Σενάριο 2^ο: EROSS

Το δεύτερο σενάριο που καταγράφεται είναι αυτό του project EROSS. Παρακάτω, ο Πίνακας 5-5 έως Πίνακας 5-8 περιλαμβάνουν τα στοιχεία για το μοντέλο, που προαναφέρθηκαν στην εισαγωγή της παρούσας ενότητας.

Πίνακας 5-5. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του ρομποτικού συστήματος του project EROSS.

<i>Body</i>	m_i (kg)	r_i (m)	l_i (m)	I_i (kg m ²)
0	1420	1.4	-	1500
1	5.5	1.05	1.05	11.0
2	7.0	0.8	2.0	10.0
3	11.5	0.12	0.11	0.25

Πίνακας 5-6. Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του στόχου στο παράδειγμα του project EROSS.

<i>Body</i>	m_i (kg)	r_i (m)	l_i (m)	I_i (kg m ²)
target	200	-	1	25

Πίνακας 5-7. Οι επιθυμητές αρχικές θέσεις των στοιχείων του συστήματος.

<i>Body</i>	$x_{in,desired}$ (m)	$y_{in,desired}$ (m)	$\theta_{in,desired}$ (°)
base	0	0	0
end-effector	3.7	-1.5	45
target	6	3	0

Πίνακας 5-8. Οι επιθυμητές θέσεις των στοιχείων του συστήματος στην έναρξη της επαφής.

<i>Body</i>	x_{final} (m)	y_{final} (m)	θ_{final} (°)
base	2.5	0.8	0
end-effector	5.5	3	0
target	-	3	0

Στη συνέχεια, παραθέτουμε τα κέρδη του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης, καθώς και την τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας και του συντελεστή απόσβεσης, που χρησιμοποιήθηκαν στη μοντελοποίηση της επαφής.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι δυνάμεις στους επενεργητές και οι ροπές στους σφονδύλους αντίδρασης να είναι εντός πραγματικών τιμών, δηλαδή να μπορούν να εφαρμοστούν στο ΔΡΣ.

Τα κέρδη του ελεγκτή είναι λοιπόν

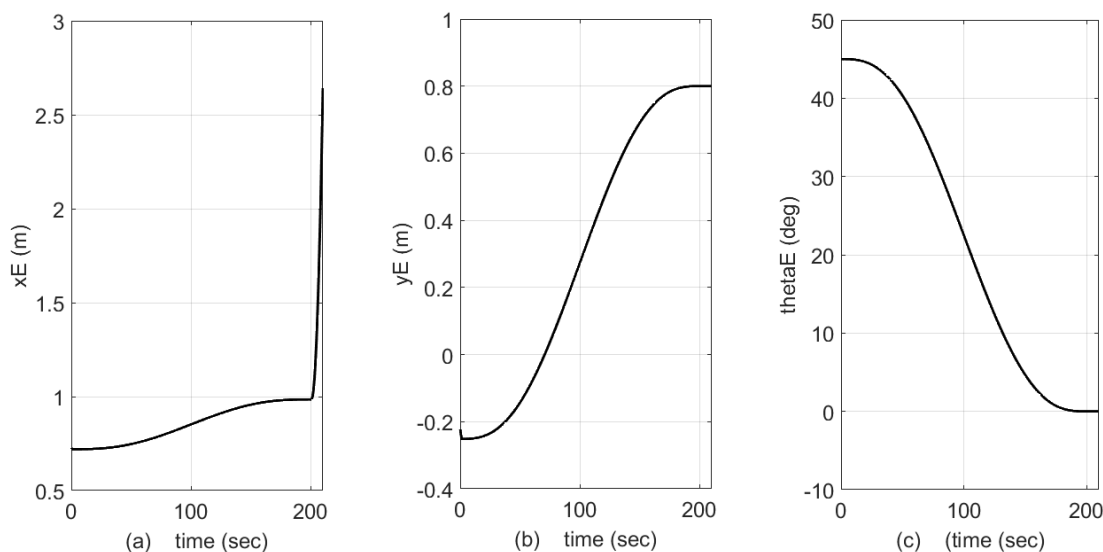
$$\begin{aligned} \mathbf{M}_d &= \text{diag}(300) \\ \mathbf{B}_d &= \text{diag}(1.7, 1.7, 1.7, 1.8, 1.8, 1.8) \times 10^3 \\ \mathbf{K}_d &= \text{diag}(1.7, 1.7, 1.7, 2.7, 2.7, 2.7) \times 10^3 \end{aligned} \quad (5-5)$$

και οι συντελεστές δυσκαμψίας και απόσβεσης, αντίστοιχα

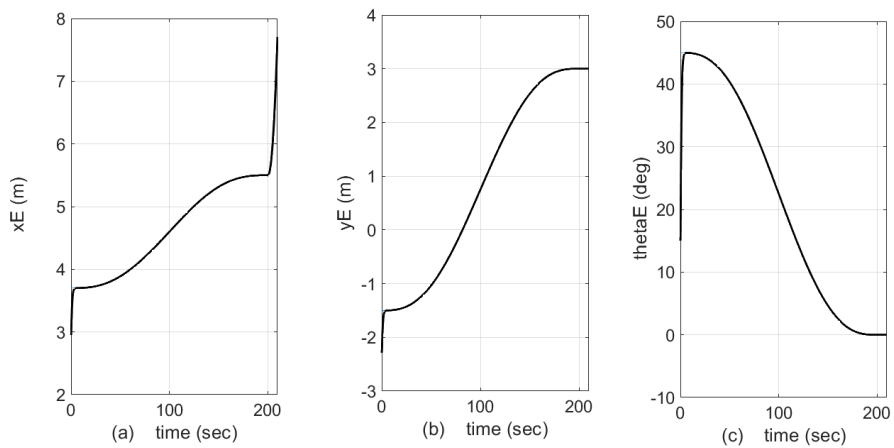
$$\begin{aligned} \mathbf{K}_e &= \text{diag}(1000) \\ \mathbf{B}_e &= \text{diag}(100) \end{aligned} \quad (5-6)$$

Εν συνεχεία, παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από την προσομοίωση. Όπως βλέπουμε παρακάτω, βάση και ΤΣΔ ακολουθούν ορισμένες τροχιές τόσο στον άξονα x και y , όσον και αναφορικά με τον προσανατολισμό τους, Σχήμα 5-31 και Σχήμα 5-32, αντίστοιχα.

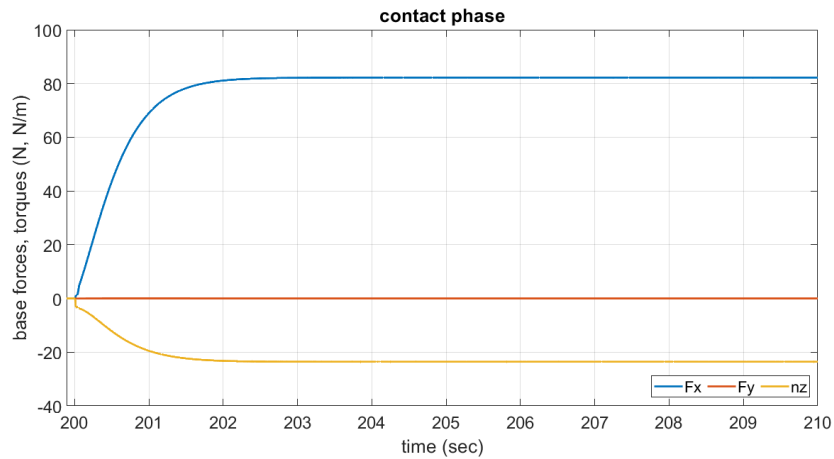
Τέλος, παρουσιάζονται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στη βάση και οι ροπές στις αρθρώσεις, Σχήμα 5-33 και Σχήμα 5-34 αντίστοιχα, καθώς και η επιτυχώς εφαρμοζόμενη δύναμη επαφής καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του ΔΡΣ με το στόχο, Σχήμα 5-35 και Σχήμα 5-36.



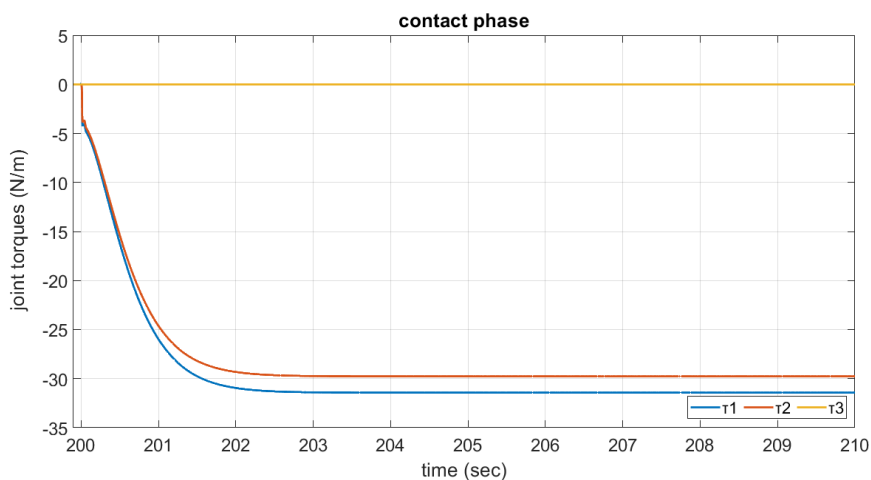
Σχήμα 5-31. (α) Η μετατόπιση της βάσης του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή της μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.



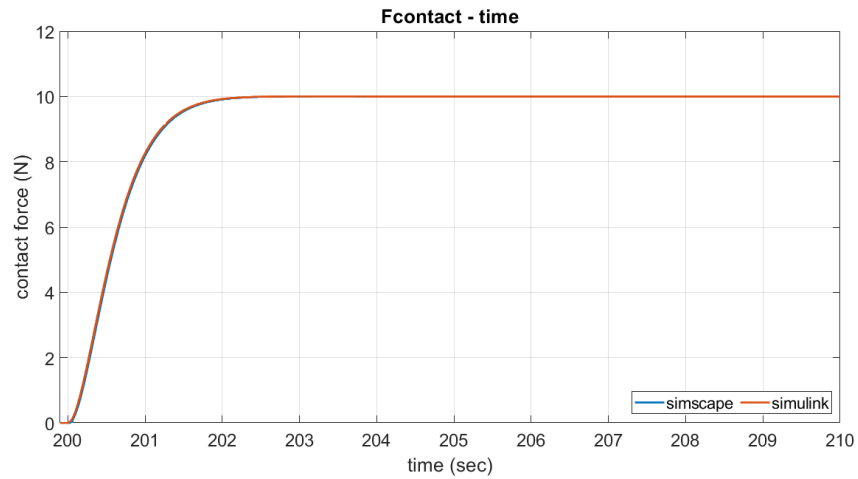
Σχήμα 5-32. (α) Η μετατόπιση του ΤΣΔ (end-effector) του ΔΡΣ κατά τον άξονα x και (β) κατά τον άξονα y και (γ) η γωνιακή του μετατόπιση καθ' όλη τη διάρκεια κίνησης, από την έναρξη της κίνησης στον ελεύθερο χώρο μέχρι την επαφή και έπειτα, αντίστοιχα.



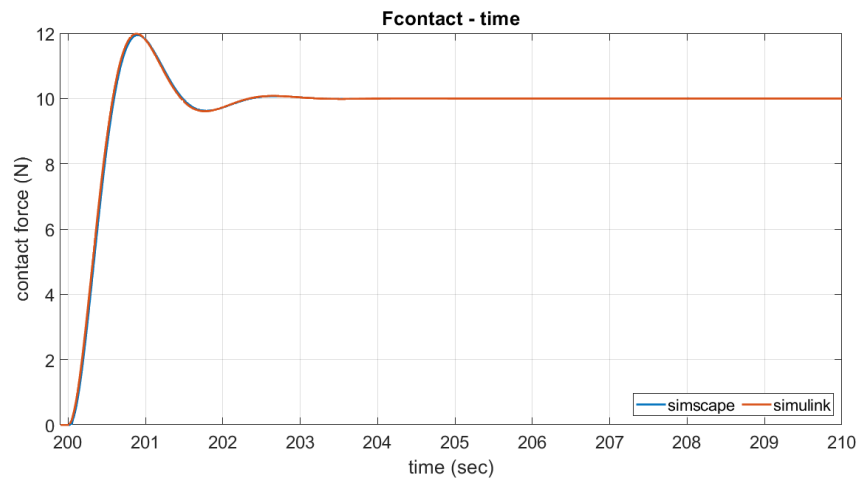
Σχήμα 5-33. Οι δυνάμεις F_x, F_y που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ από τους επενεργητές (thrusters), καθώς και η ροπή n_z που ασκείται από τον σφόνδυλο αντίδρασης (reaction wheel), κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.



Σχήμα 5-34. Οι ροπές τ_1, τ_2, τ_3 που ασκούνται στις τρεις αρθρώσεις του βραχίονα κατά τη φάση κίνησης από την επαφή και έπειτα.



Σχήμα 5-35. Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c ίσο με τη μονάδα (κρίσιμη απόσβεση).



Σχήμα 5-36. Η δύναμη επαφής, όπως αυτή προκύπτει στο Simscape, σε σύγκριση με τη δύναμη επαφής στο Simulink, για συντελεστή απόσβεσης ζ_c μικρότερο της μονάδας, (υπερκρίσιμη απόσβεση).

6 Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιείται μία σύντομη ανασκόπηση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας. Εξάγονται συμπεράσματα όσον αφορά τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και προτείνονται μελλοντικές εργασίες, που θα μπορούσαν να γίνουν με σκοπό τη βελτίωση και την επέκταση της συγκεκριμένης έρευνας.

6.1 Συμπεράσματα

Κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας σχεδιάστηκε αρχικά ένας συντονισμένος ελεγκτής εμπέδησης για εφαρμογή σε Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα (ΕΙΔΡΣ), με σκοπό να μεταβάλλει την κίνηση δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής. Ο εν λόγω ελεγκτής αποτελεί επέκταση του ελεγκτή που είχε προταθεί στα πλαίσια της προπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, [23] και ουσιαστικά επιλύει το πρόβλημα της ανεξέλεγκτης κίνησης της βάσης του ΔΡΣ, καθώς και το πρόβλημα της εμφάνισης ιδιομορφιών, που εμφανίζονται όταν ανοίγει ο βραχίονας με αποτέλεσμα την αδυναμία εκτέλεσης της επιθυμητής αποστολής. Σε πρώτη φάση, εφαρμόστηκε ο εν λόγω ελεγκτής σε ένα μονοδιάστατο σύστημα δύο μαζών, όπου η μάζα του κνηγού αποτελείται από δύο επιμέρους μάζες, αυτήν της βάσης και αυτήν του ΕΤΔ, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με ένα ελατήριο χωρίς μάζα. Στη συνέχεια, σχεδιάστηκε ο συντονισμένος ελεγκτής για τρισδιάστατα συστήματα και παρουσιάστηκαν τα επιτυχή αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έγιναν στο περιβάλλον Matlab/Simulink για ένα δισδιάστατο σύστημα.

Επιπλέον, εξετάστηκε η ευαισθησία του προτεινόμενου νόμου ελέγχου στην περίπτωση που οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων του συστήματος, \hat{m}_{ch} , \hat{m}_t , \hat{k}_e , \hat{b}_e , διαφέρουν κατά ένα μικρό ποσοστό ($\pm 20\%$) από τις πραγματικές παραμέτρους m_{ch} , m_t , k_e , b_e . Η επίδραση του σφάλματος της εκάστοτε παραμέτρου στην απόκριση του συστήματος, βρέθηκε, χρησιμοποιώντας τη θεωρία Taylor και επαληθεύθηκε μέσω των προσομοιώσεων Monte Carlo. Τα αποτελέσματα μάλιστα, δείχνουν πως τη μεγαλύτερη επίδραση και μάλιστα παρόμοια επίδραση, στην απόκριση του συστήματος, έχει η ύπαρξη σφάλματος στις μάζες του στόχου και του κνηγού, m_{ch} και m_t , καθώς και στον συντελεστή δυσκαμψίας k_e , ενώ ακολουθεί ο συντελεστής απόσβεσης b_e στη μεταβολή του οποίου ο προτεινόμενος ελεγκτής παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη ευρωστία (έως και 100 φορές μεγαλύτερη) συγκριτικά με αυτήν που παρουσιάζει σε μεταβολές των υπόλοιπων παραμέτρων.

Τέλος, παρατίθενται τα υπολογιστικά παραδείγματα που διεξήχθησαν στο περιβάλλον του Simscape. Αφού ολοκληρώθηκε η γεωμετρία του συστήματος ΔΡΣ-Στόχος και μάλιστα παραμετρικά, έτσι ώστε πάνω στο αρχικό μοντέλο να μπορεί να στηριχθεί ο σχεδιασμός και άλλων μοντέλων παρόμοιων γεωμετριών, μοντελοποιήθηκε η επαφή με τη βοήθεια κατάλληλου block επαφής της MathWorks και εφαρμόστηκε ο προτεινόμενος συντονισμένος ελεγκτής, αρχικά για το απλό παράδειγμα των δύο μαζών και στη συνέχεια για δύο παραδείγματα δισδιάστατων συστημάτων ΔΡΣ - κνηγού και σώματος - στόχου. Η εφαρμογή του ελεγκτή ήταν επιτυχής, τόσο στο παράδειγμα των δύο μαζών, όσα και στα παραδείγματα του Cerheus, του εξομοιωτή του εργαστηρίου Αυτόματου Ελέγχου, όπου χρησιμοποιήθηκαν οι παράμετροί του, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, οι μάζες και ροπές αδράνειας στις προσομοιώσεις που διεξήχθησαν στο Simscape, όσο και στο παράδειγμα του EROSS Project, όπου αντίστοιχα ελήφθησαν υπόψη όλα τα γεωμετρικά δεδομένα και τα δεδομένα αδρανείας του. Η επιτυχής εφαρμογή του ελεγκτή αποτυπώνεται μέσα από τα διαγράμματα δυνάμεων και ροπών που ασκούνται στη βάση και στις αρθρώσεις του βραχίονα, την

εμφάνιση συνεχούς δύναμης επαφής μεταξύ των σωμάτων, καθώς και από την παραγωγή βίντεο με τη βοήθεια του Simscape, όπου διακρίνεται ξεκάθαρα η κίνηση του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο και η παρακολούθηση συγκεκριμένης τροχιάς, έως ότου φτάσει στον στόχο του, διασφαλίσει ότι έρχεται σε επαφή μαζί του και διατηρώντας αυτήν την επαφή πια, απομακρύνεται μαζί του, κινούμενο στο χώρο για όσο χρονικό διάστημα χρειαστεί.

6.2 Μελλοντική Εργασία

Αρχικά, η σημαντικότερη μελλοντική εργασία που θα μπορούσε να λάβει χώρα στο πλαίσιο της παρούσης, είναι η διεξαγωγή πειραμάτων με τη βοήθεια της πειραματικής ρομποτικής διάταξης που βρίσκεται στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου, προκειμένου να ελεγχθεί στην πράξη η σωστή λειτουργία του προτεινόμενου συντονισμένου ελεγκτή εμπέδησης και της αναπτυχθείσας θεωρίας και να επιβεβαιωθεί ή να διαψευσθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων του Simscape, για το μοντέλο του Cerheus. Πριν από αυτό όμως, βοηθητική για την όποια πειραματική εργασία, θα ήταν η διαμόρφωση του αναλογικού σήματος που δίνει ο ελεγκτής σε σήμα PWM ή PWPF, καθώς και η επίδραση στην ολοκλήρωση της επιθυμητής αποστολής, του κορεσμού των επενεργητών, των thrusters δηλαδή, που κινούν το ΔΡΣ.

Παράλληλα με τα παραπάνω, θα μπορούσε να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα του ελεγκτή πέρα από το Simscape και μέσω του περιβάλλοντος του ROS σε συνδυασμό με το Gazebo, καθώς χρησιμοποιούν πιο εξελιγμένα και ρεαλιστικά μοντέλα.

Σε δεύτερο χρόνο, θα ήταν ενδιαφέρον, να αρθεί η υπόθεση περί μεταφορικής κίνησης του δορυφόρου-στόχου και μόνο και να πραγματοποιηθεί το σταμάτημά του, ενώ αυτός περιστρέφεται με γνωστή γωνιακή ταχύτητα. Αφού πραγματοποιηθεί αυτό, το ΔΡΣ πρέπει να ασκήσει δύναμη στο δορυφόρο, υπό την επίδραση του ελεγκτή, τέτοια ώστε να μην παραχθεί ροπή, η οποία θα είχε ως αποτέλεσμα την εκ νέου περιστροφή του, αλλά αντ' αυτού να κινηθεί στον χώρο εκτελώντας απλή μεταφορική κίνηση.

Τέλος, θα ήταν σημαντικό, βασιζόμενοι στα συμπεράσματα του Κεφαλαίου 4, να εξετάσουμε το πως ο προτεινόμενος ελεγκτής θα γίνει λιγότερο «ευαίσθητος» σε σφάλματα μεταξύ ονομαστικών και πραγματικών τιμών των παραμέτρων του συστήματος. Εάν θα ήταν εφικτό, δηλαδή, να σχεδιαστεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να αποτελεί μία πρόταση εύρωστου ελέγχου, κατάλληλου για πολύπλοκες αποστολές, όπως η διατήρηση επαφής μεταξύ δύο σωμάτων στο διάστημα.

7 Βιβλιογραφία

- [1] https://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers
- [2] https://space.skyrocket.de/doc_sdat/deos.htm
- [3] <https://www.surrey.ac.uk/surrey-space-centre/missions/removedebris>
- [4] Abiko, S., Lampariello, R., and Hirzinger, G., "Impedance Control for a Free-Floating Robot in the Grasping of a Tumbling Target with Parameter Uncertainty," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006, pp. 1020 – 1025.
- [5] Chevallard, P., "Mission Design and Modeling of Space Manipulators for In-Orbit Servicing Missions", *Master Thesis*, Politecnico di Torino, Torino, 2019.
- [6] Hirano, D., Kato, H., Saito T., "Online Path Planning and Compliance Control of Space Robot for Capturing Tumbling Large Object," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 1-5, 2018, Madrid, Spain, pp. 2909-2916
- [7] Hogan, N., "Impedance control: An approach to manipulation," *Proc. American Control Conference*, June 1984, pp. 304-313.
- [8] Hughes, P., C., *Spacecraft Attitude Dynamics*, New York: Wiley, 1986.
- [9] Kim, T., Kim, H. S., Kim J., "Position-based Impedance Control for Force Tracking of a Wall-Cleaning Unit," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 17, No. 3, March 2016, pp 323-329.
- [10] Lampariello, R., Mishra, H., Oumer, N., Schmidt, P., Marco De Stefano, Albu-Schaffer, A., "Tracking Control for the Grasping of a Tumbling Satellite with a Free-Floating Robot," *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 3, Issue. 4, 2018, pp. 3638-3645.
- [11] Moosavian, S. Ali A. "Dynamics and Control of Free-Flying Manipulators Capturing Space Objects" Ph.D. thesis, McGill University, Canada.
- [12] Moosavian, S. Ali A. and Papadopoulos, E., "Cooperative object manipulation with contact impact using multiple impedance control" *Int. Journal of Control, Automation, and Systems*, 8 (2), pp. 314 - 332.
- [13] Nakanishi, H., Uyama, N., and Yoshida, K., "Virtual mass of impedance system for free-flying target capture," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, 2010, pp. 4101 - 4106.
- [14] Nanos, K., Papadopoulos, E., "On the Design of Coordinated Impedance Control Laws for De-Orbiting and De-Spinning of Cooperative Satellites", *IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, Athens, June - July 2022, pp. 577 - 582.
- [15] Rodriguez, Perez, P., De Stefano, M., Lampariello, R., "Velocity Matching Compliant Control for a Space Robot during Capture of a Free-Floating Target," *IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, 3-10 March, 2018.
- [16] Schneider, S.A., Cannon Jr., R.H., "Object impedance control for cooperative manipulation: theory and experimental results," *IEEE Trans. Robotics Automation*, Vol. 8, No. 3, 1992, pp. 383–394.
- [17] Sharma, S., Suomalainen M., Kyrki V., "Compliant Manipulation of Free-Floating Objects," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 21-25, 2018, pp. 865-872.
- [18] Shoemaker, J., Wright M., "Orbital Express On-Orbit Satellite Servicing Demonstration," *Proc. of the SPIE Defence and Security Symposium 2004*, Vol 5419-09, Orlando, Florida, April 2004.
- [19] Tafazoli, S., Salcudean, S. E., Hashtrudi-Zaad, K., Lawrence, P. D., "Impedance Control of a Teleoperated Excavator," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 3, May 2002, pp. 355-367.
- [20] Uyama, N., Nakanishi, H., Nagaoka, K., Yoshida, K., "Impedance-Based Contact Control of a Free-Flying Space Robot with a Compliant Wrist for Non-Cooperative

- Satellite Capture,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 7-12, 2012, Vilamoura, Algarve, Portugal, pp. 4477-4482.
- [21] Yoshida, K., Nakanishi, H., Ueno, H., Inaba, N., Nishimaki, T., and Oda, M., “Dynamics, control and impedance matching for robotic capture of a non-cooperative satellite,” *Advanced Robotics*, Vol. 18, No. 2, 2004, pp. 175 – 198.
- [22] Αναστασίου, Δ., «Σχεδιασμός Ελέγχου H-infinity για Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα με Παραμετρική Αβεβαιότητα», Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2020.
- [23] Ξύδη - Χρυσάφη, Φ., «Σχεδιασμός Ελέγχου Εμπέδησης για Διαστημικό Ρομπότ που Μεταβάλλει την Κίνηση Δορυφόρου με Συνεχή Επαφή», Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2019.
- [24] Χαχάμης, Ε., «Σχεδιασμός Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος Εξυπηρέτησης Παθητικού Δορυφόρου και Έλεγχός του», Υπολογιστικό Θέμα, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2022.

Παράρτημα Α: Τιμές των Παραμέτρων που Οδηγούν σε Απώλεια Επαφής σύμφωνα με τις Προσομοιώσεις Monte Carlo

Flipped_M_ch1 =

1.0e+03 *

1.1934
1.1908
1.1599
1.1596
1.1824
1.1768
1.1921
1.1734
1.1811
1.1733
1.1574
1.1806
1.1601
1.1838
1.1605
1.1853
1.1608
1.1570
1.1915
1.1993
1.1800
1.1661
1.1750
1.1996
1.1699
1.1942

ans =

1.1570e+03

Flipped_M_t1 =

84.5721
83.1206
84.5428
81.6319
80.8419
81.0980
84.4685
81.7235
84.2910

80.6536
81.8595
81.9658
83.3141
80.6026
81.6545
81.8507
82.7874
83.9965
82.5892
81.9478
80.0421
82.8430
81.6814
80.6005
80.5202

ans =

84.5721

Flipped_Ke_1 =

1.0e+06 *

1.1893
1.1821
1.1713
1.1752
1.1776
1.1832
1.1947
1.1863
1.1756
1.1772
1.1839
1.1772
1.1823

ans =

1.1713e+06