



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

**Διερεύνηση Εφαρμογής του μοντέλου BLRPM για Επιμερισμό
Ημερήσιας Βροχόπτωσης στον Ελλαδικό Χώρο**

Σοφία Σκρουφούτα
Επιβλέπων: Ευάγγελος Μπαλτάς, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2022

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την παρούσα διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται το πέραςμα μου από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Δεν θα μπορούσα να παραλείψω την αναφορά στους ανθρώπους που με βοήθησαν στην εκπόνηση της διπλωματικής, αλλά και καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της διπλωματικής μου κ. Ευάγγελο Μπαλτά, για τη συνεχή στήριξη και βοήθεια του σε όλα τα στάδια της εργασίας και των σπουδών μου. Το 2020, με την καθοδήγησή του, ξεκίνησα να ανακαλύπτω το πεδίο της υδρολογίας και η παρούσα εργασία αποτελεί συνέχεια αυτής της ενδιαφέρουσας και ιδιαίτερης συνεργασίας.

Επίσης, θα ήθελα ακόμη να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους καθηγητές κ. Ανδρέα Ευστρατιάδη και κ. Νικόλαο Μαμάση, όπου αποτέλεσαν τα υπόλοιπα μέλη της επιτροπής μου και δίπλα τους έχω μάθει πάρα πολλά τα τελευταία χρόνια, ενώ ελπίζω να μάθω ακόμη περισσότερα.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συναδέλφους μου, για τις πολλές εμπειρίες και όμορφες στιγμές που μοιραστήκαμε, καθώς και για την υπομονή και βοήθειά τους όλα αυτά τα χρόνια.

Τέλος, δεν θα μπορούσα να μην εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου, την Αμαλία και το Χαράλαμπο, που στέκονται δίπλα μου και με στηρίζουν σε κάθε μου βήμα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	iii
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	viii
SUMMARY.....	ix
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Σκοπός εργασίας	1
1.2 Διάρθρωση εργασίας.....	1
2. ΜΟΝΤΕΛΑ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ	2
2.1 Εισαγωγή.....	2
2.2 Ημερήσια κι ενδοημερήσια δομή βροχόπτωσης.....	2
2.3 Μοντέλα σημειακών ανελιξερων.....	5
2.3.1 Βασικές έννοιες για τις σημειακές ανελιξεις.....	5
2.3.2 Η ανέλιξη Poisson	7
2.3.3 Μοντέλα ανέλιξης Poisson.....	8
2.4 Μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών	12
2.4.1 Μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (BLRPM)	13
2.4.2 Τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (RBLRPM)	18
2.4.3 Τυχαίο μοντέλο γάμα ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (RPBLGM).....	23
3. ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ.....	25
3.1 Μαθηματική προσέγγιση του επιμερισμού.....	26
3.2 Μοντέλα επιμερισμού	29
3.2.1 Μοντέλα επιμερισμού γενικής χρήσης.....	29
3.2.2 Μοντέλα επιμερισμού βροχοπτώσεων σε λεπτές χρονικές κλίμακες.....	33
3.3 Επιμερισμός της βροχόπτωσης χρησιμοποιώντας διαδικασίες συνόρθωσης σε ένα μοντέλο συστοιχίας Poisson.....	36
3.3.1 Το μοντέλο παραγωγής βροχοπτώσεων	36
3.3.2 Οι διαδικασίες συνόρθωσης	37
3.3.3 Μεροληψία.....	39
3.3.4 Αλγόριθμος επιμερισμού.....	40
3.4 Εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου για βελτιστοποίηση συστημάτων υδατικών πόρων	43
4. ΠΑΚΕΤΟ ΗΥΕΤΟΣ-R – ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΜΕΛΕΤΗΣ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	47
4.1 Πακέτο ΗΥΕΤΟΣ-R	47

4.1.1 DisagSimul.....	47
4.1.2 DisagSimul.test.....	50
4.1.3 eas.....	51
4.1.4 SequentialSimul.....	53
4.2 Περιοχές Μελέτης.....	54
4.3 Εφαρμογή HYETOS-R.....	57
5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....	59
5.1 Περιοχή μελέτης - Θεσσαλονίκη.....	59
5.2 Περιοχή μελέτης – Ηράκλειο.....	68
5.3 Περιοχή μελέτης – Κέρκυρα.....	77
5.4 Περιοχή μελέτης – Ρόδος.....	86
5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων σε διάφορες χρονικές κλίμακες.....	95
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ- ΜΕΛΛΟΝΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ.....	99
6.1 Συμπεράσματα.....	99
6.2 Μελλοντική έρευνα.....	100
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	101
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	107

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σημαντικό μέρος της επιστήμης του πολιτικού μηχανικού αποτελεί η διαστασιολόγηση πληθώρας έργων, που συνδέονται άμεσα με ορισμένα υδρολογικά φαινόμενα, όπως τη βροχή. Τέτοια έργα αποτελούν ένα δίκτυο όμβριων υδάτων, ένας ταμιευτήρας, ακόμη και η διαστασιολόγηση ενός υβριδικού συστήματος ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Συνεπώς, η ανάλυση και προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών σε λεπτές χρονικές κλίμακες, που αποτελούν δεδομένα εισόδου σε τέτοιου είδους έργα, είναι ζωτικής σημασίας. Ωστόσο, τόσο η στοχαστικότητα που διέπει τα φαινόμενα αυτά, όσο και η έλλειψη επαρκών δεδομένων τους σε λεπτές χρονικές κλίμακες, καθιστά τα μοντέλα επιμερισμού πολύ χρήσιμα και αναγκαία εργαλεία. Τα μοντέλα αυτά δύνανται να προσομοιώσουν τη βροχή σε συνεχή χρόνο και να διατηρήσουν τα απαραίτητα στατιστικά χαρακτηριστικά της εκάστοτε χρονοσειρά βροχόπτωσης· παράγοντας μία νέα συμπυκνωμένη μικρότερης κλίμακας, προσεγγίζοντας έτσι με περισσότερη ακρίβεια την πραγματική δομή της υδρολογικής διεργασίας. Το μοντέλο επιμερισμού, που εφαρμόζεται στην παρούσα διπλωματική, είναι το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis, το οποίο συνδυάζεται με ορισμένες διαδικασίες συνόρθωσης. Το μοντέλο εφαρμόζεται μέσω του πακέτου HYETOS-R, το οποίο αποτελεί ένα ελεύθερο και ολοκληρωμένο εργαλείο επιμερισμού και παραγωγής σύνθετων χρονοσειρών βροχόπτωσης σε λεπτές χρονικές κλίμακες, σε προγραμματιστικό περιβάλλον της R. Ακόμη, το πακέτο HYETOS-R προσφέρει πληθώρα εναλλακτικών επιλογών αναφορικά με τις διαθέσιμες θεωρήσεις κατανομής, αλλά και αναφορικά με τις εναλλακτικές εφαρμογές του. Το πακέτο αυτό εφαρμόζεται σε 4 διαφορετικές περιοχές της Ελλάδας, θεωρώντας εναλλακτικές κατανομές έντασης των ορθογωνικών παλμών, με σκοπό να διερευνηθεί η απόδοση του μοντέλου σε περιοχές με διαφορετικές κλιματικές συνθήκες. Βάσει των αποτελεσμάτων της παρούσας ερευνητικής εργασίας, το τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών, που εφαρμόζεται μέσω του HYETOS-R, δύνανται να επιμερίσει τις υπό μελέτη ημερήσιες ιστορικές χρονοσειρές βροχόπτωσης και να προσομοιώσει εντυπωσιακά καλά τα περισσότερα στατιστικά χαρακτηριστικά σε διάφορες χρονικές κλίμακας.

SUMMARY

An important part of the field of civil engineering is the sizing of many projects, which are directly related to certain hydrological phenomena, such as rainfall. Such projects include a storm water drainage system, a reservoir, and even the sizing of a hybrid renewable energy system. Therefore, the analysis and simulation of hydrological variables at fine time scales, which are input data in such projects, is of vital importance. However, both the stochasticity that governs these phenomena and the lack of sufficient data on fine scales makes disaggregation models very useful and necessary tools. These models are able to simulate rainfall in continuous time and preserve the necessary statistical characteristics of each rainfall time series; producing a new denser one of a smaller scale, thus approximating more accurately the real structure of the hydrological process. The aggregation model, applied in this thesis, is the Bartlett-Lewis rectangular pulse rainfall model, which is combined with disaggregation methodologies. The model is implemented through the package HYETOS-R, which is a free tool for disaggregating and producing synthetic precipitation time series at fine time scales, in the programming environment of R. Furthermore, the package HYETOS-R offers a multitude of alternatives, regarding the available distribution considerations, but also regarding its alternative applications. This package is applied to 4 different regions of Greece, considering alternative intensity distributions of the rainfall depths of the rectangular pulses, in order to investigate the performance of the model in regions with different climatic conditions. Based on the results of the present research work, the random Bartlett-Lewis rectangular pulse model, implemented through HYETOS-R, is able to disaggregate the under study daily historical precipitation time series and simulate most statistical characteristics remarkably well at various time scales.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Σκοπός εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η διερεύνηση εφαρμογής των μοντέλων ορθογωνικών παλμικών μοντέλων Barlett-Lewis για τον στοχαστικό επιμερισμό ημερήσιας βροχόπτωσης σε ωριαία χρονική κλίμακα στον Ελλαδικό χώρο. Η εφαρμογή των μοντέλων αυτών λαμβάνει χώρα με την χρήση του πακέτου HYETOS-R, το οποίο είναι ελεύθερο και υλοποιημένο στο προγραμματιστικό περιβάλλον λογισμικού R από τους Kossieris et al. (2016).

Στόχος είναι η εφαρμογή του τυχαίου μοντέλου ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis για διαφορετικές κατανομές της έντασης των παλμών σε διάφορες περιοχές μελέτης στην Ελλάδα, ο επιμερισμός των αντίστοιχων ημερήσιων χρονοσειρών σε ωριαίες και η αξιολόγηση της συμπεριφοράς των εναλλακτικών κατανομών, βάσει των απαραίτητων στατιστικών μεγεθών, χρησιμοποιώντας το πακέτο HYETOS-R.

1.2 Διάρθρωση εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας, γίνεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των βασικών εννοιών της ημερήσιας και ενδοημερήσιας δομής του φαινομένου της βροχόπτωσης και των αντίστοιχων στοχαστικών μοντέλων προσομοίωσης τους σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται μία ακόμη βιβλιογραφική αναφορά των μοντέλων επιμερισμού της βροχόπτωσης, της μεθοδολογίας, καθώς και της μεθόδου βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί το υπό μελέτη πακέτο. Ακόμη, περιγράφεται ο αλγόριθμος της εξελικτικής απλής-ανόπτησης μεθόδου βελτιστοποίησης, που χρησιμοποιεί το πακέτο HYETOS-R για να υπολογίσει τις παραμέτρους του μοντέλου Barlett-Lewis. Στο τέταρτο κεφάλαιο, περιγράφεται η λειτουργία του πακέτου HYETOS-R, οι περιοχές μελέτης και οι συνθήκες εφαρμογής του πακέτου. Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα ενδεικτικά αποτελέσματα της εφαρμογής στις περιοχές μελέτης, ενώ στο τελευταίο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας και ορισμένα επιστημονικά θέματα που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης.

2. ΜΟΝΤΕΛΑ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ

2.1 Εισαγωγή

Σε πολλές υδρολογικές εφαρμογές, όπως ο σχεδιασμός αντιπλημμυρικών έργων, ταμιευτήρων κι αποχετευτικών συστημάτων, τα δεδομένα σε μικρές χρονικές κλίμακες είναι καθοριστικής σημασίας για την ακρίβεια και την αξιοπιστία του σχεδιασμού τους. Ωστόσο, σημαντικό πρόβλημα αποτελεί η έλλειψη δεδομένων βροχόπτωσης σε αρκετά λεπτές χρονικές κλίμακες, ιδιαίτερα στην Ελλάδα. Έτσι, η εφαρμογή στοχαστικών μοντέλων βροχοπτώσεων σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες αποτελεί αναπόσπαστο κι αναγκαίο εργαλείο των υδρολογικών εφαρμογών. Ουσιαστικά, τα μοντέλα αυτά αποτελούν μία απλοποιημένη εννοιολογική αναπαράσταση των κύριων παρατηρήσιμων χαρακτηριστικών των διαδικασιών βροχόπτωσης στο χρόνο και των πεδίων βροχόπτωσης στο χώρο (Hanaish et al., 2013). Το πλεονέκτημα αυτών των μοντέλων είναι η ικανότητα να περιγράφουν καλά τη διαδικασία βροχόπτωσης και με βάση έναν μικρό αριθμό παραμέτρων, από τις οποίες μπορούν να συναχθούν άλλες ιδιότητες της φυσικής διαδικασίας.

2.2 Ημερήσια κι ενδοημερήσια δομή βροχόπτωσης

Η στοχαστική προσομοίωση της βροχόπτωσης αποτελεί μία τόσο ενδιαφέρουσα, αλλά και ιδιαίτερα περίπλοκη διαδικασία, η οποία δυσχεραίνει όσο μικραίνει η χρονική κλίμακα. Αυτό συμβαίνει, καθώς η δομή των παρατηρημένων χρονοσειρών φαίνεται να παρουσιάζει διαλείπουσες μηδενικές και μη τιμές κατακρημνίσεων. Η μοντελοποίηση λοιπόν, μέσω της χρήσης κλασικών γραμμικών στοχαστικών μοντέλων, καθίσταται αδύνατη, εφόσον δε δύνανται να αναπαρασταθεί ικανοποιητικά η προαναφερθείσα διαλείπουσα δομή. Πιο συγκεκριμένα, αυτά τα μοντέλα δεύτερης τάξης αδυνατούν να προσομοιώσουν με επιτυχία σημαντικά χαρακτηριστικά της βροχόπτωσης λεπτής χρονικής κλίμακας. (Κοσσιέρης, 2011)

Ουσιαστικά, οι μεταβλητές, όπου χρειάζεται να προσομοιωθούν για την εφαρμογή των υπό μελέτη μοντέλων, συνδέονται άμεσα με την κατανόηση των επιμέρους επεισοδίων βροχής και την μεταξύ τους σχέση: μεταβλητές δηλαδή όπου παραβλέπονται στα γραμμικά μοντέλα δεύτερης τάξης. Τέτοιες μεταβλητές αποτελούν το μέγιστο ύψος βροχής ανά καταιγίδα, η διάρκεια και η ένταση ενός επεισοδίου βροχής, καθώς και η ακολουθία στεγνών-βροχερών ημερών. Εκτός από τις μεταβλητές

αυτές καθαυτές, σημαντικό μέρος της μοντελοποίησης αποτελεί κι ο βαθμός της στοχαστικής εξάρτησης των διαδοχικών τιμών των μεταβλητών, αλλά και των μεταβλητών μεταξύ τους.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον προκαλεί, λοιπόν, η διαλείπουσα δομή μίας χρονοσειράς βροχοπτώσεων λεπτής χρονικής κλίμακας και πιο συγκεκριμένα η εσωτερική δομή του εκάστοτε επεισοδίου βροχής. Ουσιαστικά, η έννοια του επεισοδίου βροχής προσπαθεί να απλοποιήσει μαθηματικά το φαινόμενο της βροχόπτωσης και πρακτικά να «σπάσει» το φαινόμενο σε επιμέρους μικρότερης διάρκειας, αντιμετωπίζοντας πλέον έτσι το φαινόμενο σε συνεχή χρόνο κι όχι διακριτό. Ωστόσο, αυτό απαιτεί τον ακριβή ορισμό ενός επεισοδίου βροχής, απαίτηση αρκετά δύσκολη, εφόσον δεν υπάρχει μονοσήμαντος ορισμός. Πρακτικά, η βασική διαφωνία των επιστημόνων ως προς τον ορισμό αφορά στο αν είναι δυνατό να υφίσταται αλληλοεπικάλυψη ή όχι μεταξύ δύο διαδοχικών επεισοδίων βροχής. (Κουτσογιάννης, 1988)

Στην πρώτη περίπτωση, κάθε επεισόδιο βροχής μικρής χρονικής κλίμακας διαθέτει σαφή χρονικά όρια, ενώ δύο διαδοχικά επεισόδια διαχωρίζονται εφόσον υπάρχει ενδιάμεσα στεγνή περίοδος, απορρίπτοντας έτσι την αλληλοεπικάλυψη μεταξύ τους. Για τον πλήρη ορισμό, όμως, αναγκαία συνθήκη αποτελεί η αποδοχή ή μη της ύπαρξης περιόδων μηδενικού ύψους βροχοπτώσεων. Με την απόρριψη αυτής της συνθήκης, θεωρώντας δηλαδή ότι μία ακολουθία μόνο μη μηδενικών τιμών αποτελεί ένα μεμονωμένο επεισόδιο βροχής, προκύπτουν ξεκάθαρα χρονικά όρια για τον καθορισμό του. Παρόλο που αυτή η θεώρηση απλοποιεί αρκετά το φυσικό φαινόμενο, δεν φαίνεται να αντιλαμβάνεται ικανοποιητικά την πολυπλοκότητα που το διέπει.

Αντιθέτως, με την αποδοχή ύπαρξης μηδενικών τιμών εντός ενός επεισοδίου βροχής, προκύπτει ένας ορισμός αρκετά πιο ρεαλιστικός, αλλά και περίπλοκος μιας και δεν είναι άμεσος ο εντοπισμός των επεισοδίων. Έτσι, ο ορισμός αναβαθμίζεται και γίνεται αναγκαίος ο προσδιορισμός του χρόνου διαχωρισμού, ο οποίος καθορίζει την ελάχιστη απαιτούμενη στεγνή περίοδο, ώστε δύο διαδοχικές μη μηδενικές ακολουθίες να ανήκουν σε διαφορετικά επεισόδια βροχόπτωσης. Συμπληρωματικά, θεωρείται πως κάθε επεισόδιο βροχής είναι στοχαστικά ανεξάρτητο με όποια προηγούμενα κι επόμενα επεισόδια, ενώ το ίδιο ισχύει και μεταξύ των χρόνων εμφάνισης των επεισοδίων βροχής.

Αυτές οι δύο επιπλέον προαναφερθείσες προϋποθέσεις καταλήγουν σε έναν ορισμό αρκετά πιο σύμφωνο με το φυσικό φαινόμενο, στον οποίο πλέον αντικατοπτρίζεται και το γεγονός πως, όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική περίοδος που

μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών επεισοδίων, τόσο πιο πιθανό είναι αυτά τα δύο επεισόδια να είναι στοχαστικά ανεξάρτητα, όπως υποδεικνύει ο Κουτσογιάννης (1988). Συνεχίζοντας, υπογραμμίζει πως παρόλο που αυτός ο ορισμός διευκολύνει ιδιαίτερα τη μοντελοποίηση του φαινομένου θεωρώντας δεδομένο ότι τα επεισόδια είναι στοχαστικά ανεξάρτητα, διαθέτει και ορισμένα εξίσου σημαντικά μειονεκτήματα, όπως την εισαγωγή ενός αυθαίρετου σταθερού χρόνου διαχωρισμού, την εξάρτηση της διαδικασίας καθορισμού των επεισοδίων από ένα στατιστικό έλεγχο, καθώς και τη χρονοβόρα διαδικασία καθορισμού του χρόνου διαχωρισμού.

Στη δεύτερη περίπτωση, τα χρονικά όρια του καθορισμού ενός επεισοδίου δύνανται να προσδιοριστούν άμεσα στην ιστορική χρονοσειρά, καθώς είναι δυνατή η αλληλοεπικάλυψη δύο διαδοχικών επεισοδίων. Ο ορισμός αυτός αντιμετωπίζει το επεισόδιο βροχής ως στιγμιαίο γεγονός με χρόνο εμφάνισης, ύψος και διάρκεια (Kanvas και Delleur, 1981; Waymire και Gupta, 1981a) ή θεωρεί πως έχει μία υποθετική διάρκεια (Rodríguez-Iturbe et al., 1984) και χρησιμοποιείται σε αρκετά μοντέλα σημειακής ανέλιξης.

Έχοντας αναλύσει τη δομή του φαινομένου της βροχόπτωσης σε επιμέρους επεισόδια, ακολουθεί η ανάλυση της εσωτερικής δομής του εκάστοτε επεισοδίου αυτού καθαυτού, τόσο αναφορικά με τη διάρκεια βροχής, όσο και με το ύψος βροχής (όπως προκύπτουν από τον ορισμό του επεισοδίου βροχής). Η ανάλυση διακρίνεται ουσιαστικά σε δύο μέρη: αυτό όπου αφορά στην κατανομή των υψών βροχή κάθε επεισοδίου ξεχωριστά κι εκείνο όπου διερευνά την όποια στοχαστική εξάρτηση των διαδοχικών τιμών τους. Στη συνέχεια, διερευνάται η στοχαστική εξάρτηση, εάν αυτή υπάρχει, μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών του ύψους και της διάρκειας βροχής. Και οι δύο μεταβλητές ακολουθούν την εκθετική κατανομή, θεωρώντας ότι η προσομοίωση αφορά συγκεκριμένη εποχή του έτους με σταθερά κλιματικά χαρακτηριστικά (Todorovic και Yevjevich, 1969), είτε την κατανομή Weibull 2 παραμέτρων (Singh, 1987), είτε τη γάμα (Eagleson, 1978).

Αξιοσημείωτο αποτελεί ότι στοχαστική εξάρτηση μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής σε βροχερές περιόδους υπάρχει τους χειμερινούς μήνες, ενώ τους θερινούς μήνες η εξάρτηση αυτή παύει να υφίσταται (Shaw, 1994). Στην πρώτη περίπτωση, η μοντελοποίηση της δομής αυτοσυσχέτισης βασίζεται στη γραμμική ανέλιξη Markov 1^{ης} τάξης, ενώ στη δεύτερη προτείνεται η χρήση μοντέλων σημειακών ανελιξεων, καθώς εξασφαλίζουν την αναγκαία στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ των διαδοχικών υψών βροχής, αλλά και μεταξύ διάρκειας και ύψους βροχής κάθε επεισοδίου (Κουτσογιάννης, 1988).

2.3 Μοντέλα σημειακών ανελίξεων

Η σημειακή ανέλιξη είναι ένα στοχαστικό πρότυπο, το οποίο περιγράφει μια ακολουθία τυχαίων συμβάντων σε συνεχή χώρο ή χρόνο, όπως στην περίπτωση των υδρολογικών διεργασιών. Αντίστοιχα, στην υδρολογία, τα μοντέλα σημειακών ανελίξεων χρησιμοποιούν το πρότυπο αυτό για τη μαθηματική ανάλυση της τυχαίας μεταβλητής, όπου συνδέεται με το χρόνο έναρξης των επιμέρους επεισοδίων βροχής. Υπενθυμίζεται πως τα μοντέλα σημειακών ανελίξεων χρησιμοποιούν τον τελευταίο δοθέν ορισμό για τα επεισόδια βροχής, θεωρώντας το κάθε επεισόδιο ως στιγμιαίο γεγονός, με διάρκεια και ύψος βροχής, καθώς και χρόνο εμφάνισης.

Ακόμη, σημειώνεται πως τα περισσότερα μοντέλα σημειακών ανελίξεων εξασφαλίζουν τη στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών του χρόνου εμφάνισης, της διάρκειας και του ύψους βροχής ενός επεισοδίου, αλλά και μεταξύ των διαδοχικών τιμών της εκάστοτε μεταβλητής. Παρακάτω, παρατίθεται το βασικό μαθηματικό υπόβαθρο των σημειακών ανελίξεων, το οποίο είναι απαραίτητο για την κατανόηση της μοντελοποίησης της ανελίξης Poisson, στην οποία βασίζεται και το βασικό υπό μελέτη μοντέλο της παρούσας εργασίας. Ενώ περισσότερα στοιχεία, αναφορικά με τις σημειακές ανελίξεις και την εφαρμογή τους στον τομέα της υδρολογίας, είναι διαθέσιμα στη βιβλιογραφία των Waymire και Gupta (1981a,b,c) και Rodriguez-Iturbe et al (1984).

2.3.1 Βασικές έννοιες για τις σημειακές ανελίξεις

Σύμφωνα με τους Waymire και Gupta (1981b), μία σημειακή ανέλιξη ορίζεται ως μία τυχαία διαδικασία που αντιπροσωπεύει χρόνους πραγματοποίησης γεγονότων στο θετικό υποσύνολο των πραγματικών αριθμών. Ο χρόνος πραγματοποίησης του n στη σειρά γεγονόςτος συμβολίζεται με $T(n)$ (με αφετηρία το $T(0)=0$), για τον οποίο ισχύει $T(n)<T(n+1)$, καθώς δεν είναι αποδεκτή η αλληλοεπικάλυψη διαδοχικών επεισοδίων βροχής, βάσει του ορισμού (Κουτσογιάννης, 1988). Ως χρόνος διαδοχής ορίζεται το χρονικό διάστημα $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ μεταξύ δύο διαδοχικών επεισοδίων $n - 1$ και n . Η τυχαία μεταβλητή του χρόνου διαδοχής $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$ περιγράφει πλήρως τη σημειακή ανέλιξη και ονομάζεται ανανεωτική (Paroulis, 2007).

Ένας επιπλέον τρόπος περιγραφής της σημειακής ανέλιξης αποτελεί η απαριθμητική ανέλιξη ενός πλήθους γεγονότων $N(t)$ στο χρονικό διάστημα $(0,t]$ και ορίζεται από τη Σχέση 2.1 (Κουτσογιάννης,1988):

$$N(t) = n \Leftrightarrow t \in [T(n), T(n+1)] \quad (2.1)$$

Και από την οποία προκύπτει η Σχέση 2.2:

$$N(t) \geq n \Leftrightarrow T(n) \leq t \quad (2.2)$$

Συνδέοντας τους παραπάνω ορισμούς, προκύπτει η σύνδεση μίας στοχαστικής ανέλιξης $T(n)$, μίας ανανεωτικής ανέλιξης Δt_n και μίας στοχαστικής απαριθμητικής ανέλιξης διακριτών αριθμών $N(t)$.

Ένταση μίας σημειακής ανέλιξης ονομάζεται ο ρυθμός εμφάνισης των γεγονότων, ο οποίος ισούται με το πλήθος των γεγονότων που εμφανίζονται στη μονάδα χρόνου και μαθηματικά εκφράζεται με τη Σχέση 2.3:

$$m(t) = \frac{d}{dt} M(t) \quad (2.3)$$

όπου $M(t) = E[N(t)]$ είναι ο μέσος αριθμός γεγονότων στο διάστημα $(0,t]$ και αντίστοιχα $E[.]$ η αναμενόμενη τιμή.

Μία ακόμη σημαντική παράμετρος σημειακής ανέλιξης αποτελεί ο δείκτης διασποράς, ο οποίος ορίζεται από το ηλικό της διασποράς $S(t) = Var[N(t)]$ του πλήθους των γεγονότων και του μέσου αριθμού γεγονότων στο προαναφερθέν διάστημα $(0,t]$, όπως φαίνεται και στη Σχέση 2.4:

$$I(t) = \frac{S(t)}{M(t)} \quad (2.4)$$

Ολοκληρώνοντας το παρόν υποκεφάλαιο, απαραίτητη κρίνεται η παράθεση του ορισμού της μόνιμης ανανεωτικής σημειακής ανέλιξης. Μία σημειακή ανέλιξη ανήκει σε αυτή την κατηγορία, όταν οι χρόνοι διαδοχής Δt_n για $n = 2,3,\dots$ είναι στοχαστικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, με ενιαία συνάρτηση κατανομής F , και ο χρόνος πραγματοποίησης του πρώτου επεισοδίου t_1 είναι ανεξάρτητος από τους χρόνους διαδοχής Δt_n και έχει ως συνάρτηση κατανομής (Σχέση 2.5):

$$G(t) = \int_0^t (1 - F(s)) ds / \int_0^\infty (1 - F(s)) ds \quad (2.5)$$

2.3.2 Η ανέλιξη Poisson

Η απλούστερη κλάση σημειακών ανελιξεων είναι η μονοπαραμετρική ανέλιξη Poisson, η οποία είναι και αυτή που εφαρμόζεται κατά πλειοψηφία για την προσομοίωση των εμφανίσεων βροχής στη διάσταση του χρόνου και την μοντελοποίηση των χρόνων διαδοχής. Οι πρώτοι επιστήμονες που αντιλήφθηκαν την ικανότητα της ανέλιξης Poisson να προσομοιώνει τις εμφανίσεις των επεισοδίων βροχόπτωσης είναι οι Todoronis και Venjevich, το 1969. Αναφορικά με τη μοντελοποίηση της βροχόπτωσης, βασική αδυναμία της ανέλιξης Poisson αποτελεί η υπερδιασπορά ή συσσώρευση των επεισοδίων βροχής. Δηλαδή, ο σταθερός και ίσος με 1 δείκτης διασποράς, ο οποίος έρχεται σε αντίθεση με τις ιστορικές χρονοσειρές βροχόπτωσης, όπου είθισται να διαθέτουν δείκτες διασποράς μεγαλύτερους από 1 (Κουτσογιάννης, 1988).

Πιο αναλυτικά, η ανέλιξη Poisson παραμέτρου λ αποτελεί μία ακολουθία τυχαίων σημείων t_n στο χρόνο, με χρόνους διαδοχής Δt_n που είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές και ακολουθούν την εκθετική συνάρτηση κατανομής με παράμετρο λ (Κοσσιέρης, 2011). Από τα παραπάνω, προκύπτει η Σχέση 2.6:

$$F(t) = P[\Delta t \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}, \forall t \geq 0 \quad (2.6)$$

Για να θεωρείται μία ανέλιξη Poisson, αποτελεί ικανή και αναγκαία συνθήκη η τυχαία μεταβλητή του χρόνου διαδοχής να ακολουθεί την εκθετική κατανομή. Ενώ, επακόλουθο της συνθήκης αυτής είναι ότι η ανέλιξη Poisson μπορεί να χαρακτηριστεί ως μόνιμη ανανεωτική, με στοχαστικά ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές χρόνων διαδοχής και με συνάρτηση κατανομής $G(t)$ που ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο λ (Κουτσογιάννης, 1988).

Αξίζει να σημειωθεί πως η παράμετρος λ διαθέτει άμεση επιρροή στη στατιστική συμπεριφορά της εκθετικής κατανομής και όπως είναι επόμενο στην Poisson. Πιο συγκεκριμένα, μεγάλες τιμές της παραμέτρου οδηγούν σε μικρή μέση τιμή και διασπορά της εκθετικής κατανομής, οι οποίες συνεπάγονται πυκνωση των σημείων εμφάνισης των γεγονότων βροχής και μεγαλύτερη ομοιογένεια στις αποστάσεις μεταξύ των σημείων. (Κοσσιέρης, 2011)

Εν συνεχεία, ο υπολογισμός του χρόνου άφιξης ενός τυχαίου σημείου t_n προκύπτει από τη Σχέση 2.7:

$$t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \quad (2.7)$$

Ο χρόνος άφιξης t_n μεταξύ n γεγονότων ακολουθεί τη διπαραμετρική γάμα κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, που προκύπτει από τη Σχέση 2.8:

$$f_{t_n}(t) = \lambda(\lambda t)^{n-1} \frac{e^{-\lambda t}}{(n-1)!}, t \geq 0 \quad (2.8)$$

ενώ, ο αριθμός γεγονότων x σε ξένα μεταξύ τους χρονικά διαστήματα αποτελούν ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν την κατανομή Poisson παραμέτρου λt (t = το μήκος του χρονικού διαστήματος μελέτης) με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, όπως διαφαίνεται στη Σχέση 2.9 αντίστοιχα:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Κάνοντας μία ανασκόπηση των παραπάνω, οι τρεις βασικές χαρακτηριστικές κατανομές της σημειακής ανέλιξης Poisson είναι οι ακόλουθες:

1. Η κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, για τους χρόνους άφιξης t_n (Σχέση 2.8)
2. Η εκθετική κατανομή, με παράμετρο λ , για τους χρόνους διαδοχής Δt_n (Σχέση 2.6)
3. Η κατανομή Poisson, με παράμετρο λt (Σχέση 2.9)

Τέλος, σημαντικό ακόμη χαρακτηριστικό πλεονέκτημα της ανέλιξης Poisson αποτελεί η λεγόμενη ιδιότητα απουσίας μνήμης, η οποία υφίσταται χάρη στην εκθετική κατανομή των χρόνων διαδοχής. Αυτή η ιδιότητα προσδίδει ένα πιο ρεαλιστικό χαρακτήρα στην ανέλιξη Poisson, μιας και μία ενδεχόμενη περίοδος x μηδενικών υψών βροχής είναι ανεξάρτητη της πιθανότητας να συνεχιστεί αυτή η ανομβρία για μία χρονική περίοδο y (Κοσσιέρης, 2011).

2.3.3 Μοντέλα ανέλιξης Poisson

Σύμφωνα με τους Rodriguez-Iturbe et al. (1984), τα μοντέλα σημειακών ανελιξεων διακρίνονται στα: α) μοντέλα λευκού θορύβου Poisson, β) τα Μαρκοβιανά μοντέλα ορθογωνικών παλμών και γ) τα μοντέλα λευκού θορύβου Neyman-Scott. Η τελευταία περίπτωση είναι αυτή με την οποία συνδέεται άμεσα η παρούσα διπλωματική εργασία, ωστόσο για λόγους πληρότητας λαμβάνει χώρα μία επιδερμική ανάλυση όλων, ώστε να είναι κατανοητό πως προέκυψαν τα Μαρκοβιανά μοντέλα ορθογωνικών παλμών.

Όλα τα προαναφερθέντα μοντέλα αναπαράγουν μία δομή αυτοσυσχέτισης για την ανέλιξη της έντασης της βροχής σε συνεχή χρόνο, το καθένα όμως με διαφορετικό τρόπο. Ενδιαφέρον σίγουρα παρουσιάζει η διερεύνηση της δομής του φαινομένου της βροχής σε διαφορετικές χρονικές κλίμακα και ιδιαίτερα όσο λεπταίνει η κλίμακα, όπου η πολυπλοκότητα αυξάνεται. Ακολουθώντας τα βήματα των Waymire και Gupta (1981a), οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984) διερεύνησαν την ικανότητα αναπαραγωγής της δομής της βροχής σε ημερήσια και ωριαία κλίμακα, αποδεικνύοντας την έντονη επιρροή της χρονικής κλίμακας προσομοίωσης στις παραμέτρους των μοντέλων.

Έως τώρα, έχει γίνει αρκετές φορές αναφορά στον όρο «σημειακή» ανέλιξη ή μοντέλα «σημειακών» ανελιξεων, χωρίς να έχει γίνει η πλήρη ανάλυση αυτού του όρου. Ουσιαστικά, όπως υπαγορεύει κι ο Κοσσιέρης (2011), τα μοντέλα σημειακών ανελιξεων προσομοιώνουν τα μετρημένα ύψη βροχής ως παλμούς, σημειακούς ή ορθογωνικούς. Στην πρώτη περίπτωση, θεωρείται πως οι παλμοί έχουν θεωρητική μηδενική διάρκεια και το μέγεθος της έντασης θεωρητικά τείνει στο άπειρο, καθώς πρακτικά δεν ορίζεται. Συνεπώς, απαιτείται μία τυχαία μεταβλητή, άρα και μία συνάρτηση κατανομής για ένα σημειακό ύψος βροχής.

Αντίθετα, στην περίπτωση των ορθογωνικών παλμών γίνεται λόγος για δύο τυχαίες μεταβλητές, άρα και δύο συναρτήσεις κατανομής: μία για την ένταση του παλμού και μία για τη διάρκειά του, η οποία πλέον υφίσταται (Rodríguez-Iturbe et al., 1984). Προς αποφυγή παρανόησης, χρήζει διευκρίνησης η διαφορά μεταξύ της θεωρητικής έντασης του ορθογωνικού παλμού και της πραγματικής έντασης της βροχόπτωσης.

Και στις δύο περιπτώσεις παλμών, απαιτείται μία σημειακή στοχαστική ανέλιξη για να εισαχθούν οι παλμοί στη μοντελοποίηση, η ανέλιξη Poisson, λόγω της οποίας εν τέλει προστίθεται στη μοντελοποίηση μία παραπάνω μεταβλητή, που αφορά στους χρόνους άφιξης των παλμών. Ενώ τέλος, για τη μοντελοποίηση των τυχαίων μεταβλητών της διάρκειας και της έντασης των παλμών χρησιμοποιείται η μονοπαραμετρική εκθετική κατανομή, χάρη στην οποία προκύπτει ένα απλό κι αναλυτικό μοντέλο με τις ελάχιστες δυνατές παραμέτρους, καθώς αντιστοιχεί μία αποκλειστικά παράμετρος για κάθε τυχαία μεταβλητή (Κοσσιέρης, 2011).

Το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson αποτελεί το πιο απλό μοντέλο σημειακής ανέλιξης Poisson, καθώς ελαχιστοποιεί τις απαιτούμενες παραμέτρους για τη μοντελοποίηση του φαινομένου της βροχόπτωσης, θεωρώντας τα επεισόδια βροχής στιγμιαία. Συνεπώς, οι παλμοί χαρακτηρίζονται ως σημειακοί, ενώ η κύρια ανέλιξη που τους προσομοιώνει δεν είναι άλλη παρά η μονοπαραμετρική ανέλιξη Poisson,

παραμέτρου λ . Επιπλέον, στους παλμούς αυτούς αντιστοιχούν διαφορετικά ύψη βροχής, τα οποία είναι στοχαστικά ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την εκθετική κατανομή, παραμέτρου μ . Οι δύο προαναφερθείσες ανελίξεις (ύψους βροχής και παλμών) θεωρούνται ανεξάρτητες. Επαγωγικά, τόσο η επιλογή της εκθετικής συνάρτησης κατανομής, όσο και η ανεξαρτησία των ανελίξεων, επιβεβαιώνουν την αρχική δήλωση περί ελαχιστοποίησης των απαιτούμενων παραμέτρων, καθιστώντας το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson διπαραμετρικό. Για τον υπολογισμό των δύο απαιτούμενων παραμέτρων (μ, λ) χρειάζονται δύο εξισώσεις και, όπως υποδεικνύει η έρευνα των Rodriguez-Iturbe et al. (1984), αυτές προκύπτουν από τη συσχέτιση των παραμέτρων με στατιστικά μεγέθη της ιστορικής χρονοσειράς, συγκεκριμένα της μέσης τιμής και της διασποράς.

Χρησιμοποιώντας πάλι τη μονοπαραμετρική (λ) ανέλιξη Poisson για την περιγραφή της τυχαίας μεταβλητής των χρόνων εμφάνισης των επεισοδίων βροχής, αλλά προσομοιώνοντας τα επεισόδια βροχής μέσω ορθογωνικών (ή αλλιώς ομοιόμορφων) παλμών, προκύπτει το Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών. Σε αντίθεση με το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson, στο Μαρκοβιανό, στα επεισόδια βροχής αντιστοιχούν διάρκειες και ομοιόμορφες εντάσεις βροχής, οι οποίες είναι στοχαστικά ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, με κοινή εκθετική κατανομή παραμέτρου η και μ αντίστοιχα. Ενώ, στοχαστικά ανεξάρτητες είναι και μεταξύ τους αυτές οι δύο τυχαίες μεταβλητές. Επιπλέον, μία ακόμη βασική διαφορά με το προηγούμενο μοντέλο αποτελεί και η αποδοχή της ύπαρξης αλληλοεπικάλυψης των επεισοδίων βροχής. Και στο Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών, ελαχιστοποιούνται οι απαιτούμενες παράμετροι για την μοντελοποίηση και είναι τρεις (λ, η, μ). Ο υπολογισμός των παραμέτρων αυτών προκύπτει πάλι με την συσχέτισή τους με στατιστικά μεγέθη: α) τη μέση τιμή, β) τη διασπορά και γ) το συντελεστή αυτοσυσχέτισης.

Το τελευταίο, εκ των τριών, μοντέλο είναι αυτό του λευκού θορύβου Neyman-Scott και βασίζεται στην ομώνυμη ανέλιξη. Και αυτό το μοντέλο χρησιμοποιεί την ανέλιξη Poisson παραμέτρου λ , αυτή τη φορά όμως για να περιγράψει τους χρόνους άφιξης συστάδων παλμών και όχι μεμονωμένων παλμών. Ουσιαστικά, η ανέλιξη Neyman-Scott αντιλαμβάνεται την τάση των επεισοδίων βροχής προς ομαδοποίηση και τα αντιμετωπίζει ως ομάδες παλμών, δηλαδή συστάδες. Οι τυχαίες μεταβλητές των υψών βροχής των σημειακών παλμών είναι πάλι μεταξύ τους στοχαστικά ανεξάρτητες κι ακολουθούν την εκθετική κατανομή παραμέτρου μ , ενώ είναι και στοχαστικά ανεξάρτητες από οποιαδήποτε χρονική μεταβλητή του μοντέλου (Κοοσιέρης, 2011).

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα μοντέλα, αυξάνονται οι απαιτούμενες παράμετροι και το μοντέλο γίνεται τετραπαραμετρικό (λ, μ, β, N), αφού πλέον χρήζουν υπολογισμού ο αριθμός των σημειακών παλμών και τα χρονικά διαστήματα μεταξύ αυτών των διαδοχικών σημειακών παλμών ανά συστάδα. Για την τυχαία μεταβλητή του αριθμού παλμών ανά συστάδα επιλέγεται η κατανομή Poisson παραμέτρου N , ενώ αντίστοιχα για την τυχαία μεταβλητή των χρονικών τους διαστημάτων θεωρείται κατάλληλη η εκθετική κατανομή παραμέτρου β .

Στο μοντέλο αυτό είναι επίσης πιθανή η χρονική αλληλοεπικάλυψη συστάδων, στην περίπτωση που υπάρχει στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ των παραμέτρων N και β . Οι τέσσερις απαιτούμενες παράμετροι του μοντέλου συνδέονται ξανά με τη μέση τιμή, τη διασπορά και το συντελεστή αυτοσυσχέτισης (για δεδομένη υστέρηση k και χρονική κλίμακα h) των ιστορικών χρονοσειρών. Το σύστημα συνελπώς διαθέτει αοριστία 1^{ος} βαθμού ελευθερίας, καθώς υπολείπεται μίας αναλυτικής εξίσωσης. Για το λόγο αυτό απαιτείται η σύνδεση με ένα επιπλέον στατιστικό μέγεθος άλλης χρονικής κλίμακας ή με ένα συντελεστή αυτοσυσχέτισης μεγαλύτερης υστέρησης, όπως υπαγορεύει ο Κοσσιέρης (2011). Τη λύση σε αυτό το πρόβλημα δίνουν οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984), δίνοντας διαφορετικές τιμές στην ανεξάρτητη μεταβλητή β , για να προκύψει ένα ορισμένο σύστημα τριών πλέον αγνώστων, μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία δοκιμής και σφάλματος.

Επαγωγικά, σύμφωνα με την εκτεταμένη έρευνα των Rodriguez-Iturbe et al. (1984) πάνω σε ιστορικές χρονοσειρές βροχόπτωσης υδρολογικά ομογενών περιόδων (δηλαδή σε μηνιαία ή εποχιακή βάση), προκύπτουν ορισμένα βασικά συμπεράσματα για την εφαρμογή των τριών μοντέλων ανέλιξης Poisson. Και τα τρία μοντέλα φαίνεται να είναι ικανά να διατηρήσουν τη μέση τιμή και τη διασπορά των ιστορικών χρονοσειρών, τόσο σε ημερήσια, όσο και σε ωριαία κλίμακα. Ωστόσο, και τα τρία αδυνατούν να αναπαράγουν τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά και για τις δύο χρονικές κλίμακες, μέσω ενός μόνο συνόλου παραμέτρων. Τέλος, αναφορικά με το συντελεστή αυτοσυσχέτισης, το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson αδυνατεί να διατηρήσει τη δομή του και στις δύο χρονικές κλίμακες, όταν τα ιστορικά δεδομένα παρουσιάζουν μη μηδενική αυτοσυσχέτιση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών των διαδοχικών υψών βροχής. Αντίστοιχα, το Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών διατηρεί ικανοποιητικά τη δομή σε ημερήσια βάση, αλλά όχι σε ωριαία, ενώ το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman-Scott είναι το μοναδικό, που κρίνεται ικανό να διατηρήσει τη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης και στις δύο χρονικές κλίμακες. (Κοσσιέρης, 2011)

2.4 Μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών

Σε συνέχεια της έρευνάς τους, οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984) διατυπώνουν δύο μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών: α) το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman-Scott (NSRPM) και β) το μοντέλο Barlett-Lewis (BLRPM). Πηγή έμπνευσης του πρώτου αποτελεί το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman-Scott, όντας το μοναδικό μοντέλο ικανό να διατηρήσει τη δομή των ιστορικών χαρακτηριστικών σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες. Ουσιαστικά, το NSRPM προκύπτει αντιμετωπίζοντας τους παλμούς ως ορθογωνικούς, αντί για σημειακούς. Ενώ αντίστοιχα, το BLRPM προκύπτει από το Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών, αντιμετωπίζοντας τους παλμούς ως συστάδες και όχι ως για μεμονωμένους.

Όπως και τα μοντέλα σημειακών ανερίξεων στα οποία βασίζονται, έτσι και τα δύο αυτά μοντέλα υπολογίζουν τις απαιτούμενες παραμέτρους, συνδέοντάς τες με τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς κάθε χρονικής κλίμακας. Κοινό σημείο ακόμη των δύο μοντέλων είναι ότι αποδέχονται την αλληλοεπικάλυψη, τόσο μεταξύ διαδοχικών παλμών, όσο και μεταξύ διαδοχικών επεισοδίων βροχής. Ωστόσο, παρά τις ομοιότητες τους, τα δύο αυτά μοντέλα διαφοροποιούνται, λόγω του τρόπου που κατανομούν τους παλμούς της εκάστοτε συστάδας στο χρόνο. Το NSRPM ορίζει ως αφετηρία κάθε παλμού το χρόνο έναρξης του επεισοδίου στο οποίο ανήκει, ενώ το BLRPM ως αφετηρία θεωρεί το σημείο έναρξης του προηγούμενου παλμού.

Όπως αποδεικνύουν οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984), τα NSRPM και BLRPM καταφέρνουν να αποτυπώσουμε ικανοποιητικά, τόσο τη δομή των επιλεγμένων ιστορικών στατιστικών παραμέτρων, όσο και την πιθανότητα ανομβρίας για χρονικές κλίμακες 1, 6, 12 και 24 ωρών, για ένα αποκλειστικό σύνολο των τιμών των παραμέτρων. Γεγονός που δεν ισχύει και για ένα απλό μοντέλο ορθογωνικών παλμών Poisson (όπου η τυχαία μεταβλητή της διάρκειας των παλμών ακολουθεί εκθετική ή Pareto κατανομή), με το οποίο γίνεται σύγκριση στην έρευνά τους. Παρόλο που και τα δύο μοντέλα φαίνεται να είναι ικανοποιητικά, το μοντέλο BLRPM υπερέχει έναντι του NSRPM, χάρη στην ευκολότερη μαθηματική επεξεργασία που απαιτεί η εφαρμογή του (Κοσσιέρης, 2011).

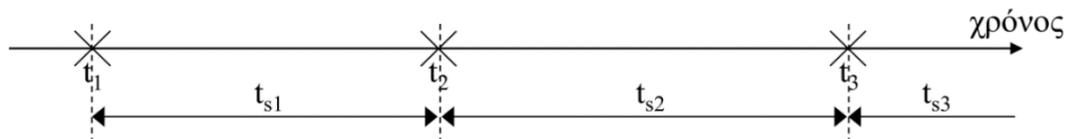
Στη συνέχεια του κεφαλαίου, ακολουθεί η θεωρητική ανάλυση μόνο του μοντέλου BLRPM και των δύο τροποποιημένων μοντέλων που προκύπτουν από αυτό, καθώς είναι κι αυτά όπου εφαρμόζονται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Για

περισσότερα στοιχεία αναφορικά με το μοντέλο NSRPM μπορεί να ανατρέξει κανείς στους Rodriguez-Iturbe et al. (1984) και τον Κοσιέρη (2011).

2.4.1 Μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (BLRPM)

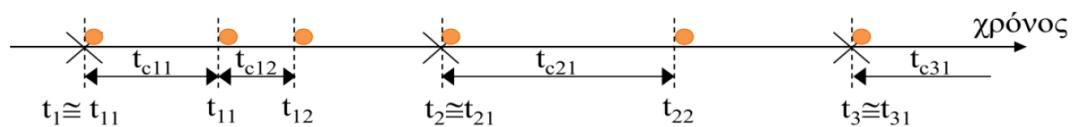
Σύμφωνα με τους Rodriguez-Iturbe et al. (1987a), τα κύρια χαρακτηριστικά του BLRPM είναι τα ακόλουθα:

1. Τα χρονικά σημεία έναρξης των επεισοδίων t_i ακολουθούν μία πρώτη ανέλιξη Poisson παραμέτρου λ , ενώ οι τυχαίες μεταβλητές των χρονικών διαστημάτων t_s είναι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους κι ακολουθούν την εκθετική κατανομή παραμέτρου λ αντίστοιχα.



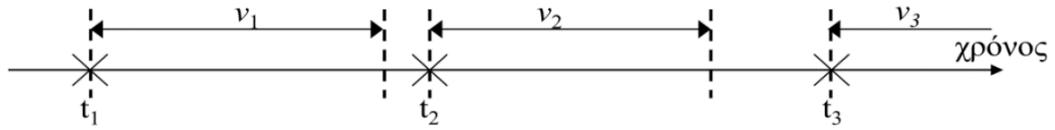
Σχήμα 2.1 Χρονική αναπαράσταση των σημείων έναρξης των επεισοδίων t_i (Πηγή: Κοσιέρης, 2011)

2. Τα χρονικά σημεία έναρξης των ορθογωνικών παλμών $t_{i,j}$ κατά τη διάρκεια καταιγίδας i ως χρονικό σημείο αναφοράς έναρξης έχουν το σημείο έναρξης του προηγούμενου παλμού και ακολουθούν μία δεύτερη ανέλιξη Poisson παραμέτρου β , η οποία είναι ανεξάρτητη της πρώτης. Τα χρονικά διαστήματα $t_{c,i,j}$ μεταξύ των αφίξεων των παλμών ακολουθούν αντίστοιχα την εκθετική κατανομή παραμέτρου β .



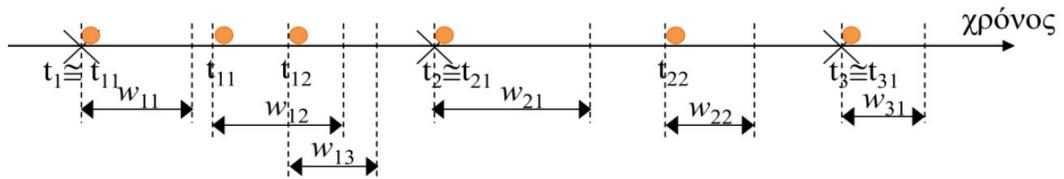
Σχήμα 2.2 Χρονική αναπαράσταση των σημείων έναρξης των ορθογωνικών παλμών $t_{i,j}$ (Πηγή: Κοσιέρης, 2011)

3. Η τυχαία μεταβλητή του συνολικού χρόνου παραγωγής ορθογωνικών παλμών v_i κάθε καταιγίδας i είναι στοχαστικά ανεξάρτητη, όπου ακολουθεί την εκθετική κατανομή παραμέτρου γ και ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο βρίσκονται οι χρονικές αφετηρίες των παλμών κάθε επεισοδίου.



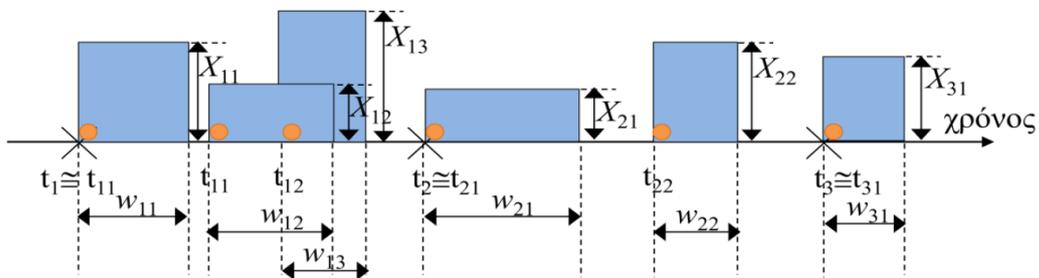
Σχήμα 2.3 Χρονική αναπαράσταση Του συνολικού χρόνου παραγωγής των ορθογωνικών παλμών v_i (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

4. Οι διάρκειες των παλμών w_{ij} είναι τυχαίες μεταβλητές και ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο η .



Σχήμα 2.4 Χρονική αναπαράσταση της διάρκειας των παλμών των επεισοδίων βροχής (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

5. Ενώ, σε κάθε ορθογωνικό παλμό αντιστοιχεί το εντατικό μέγεθος έντασης (ύψος) X_{ij} , το οποίο χρήζει εκτίμησης.



Σχήμα 2.5 Χρονική αναπαράσταση των στοιχείων που χαρακτηρίζουν τους ορθογωνικούς παλμούς έντασης των επεισοδίων βροχής (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

Σύμφωνα με τους Rodriguez-Iturbe et al. (1987a), το αρχικό μαθηματικό μοντέλο αποτελείται από 7 μεγέθη: $\{\lambda, \eta, \beta, \gamma, E[X], E[X^2], \mu_c\}$, όπου χρήζουν υπολογισμού, εκ των οποίων τα τέσσερα είναι οι προαναφερθείσες παράμετροι των κατανομών, ενώ τα άλλα τρία συνδέονται με την ένταση των παλμών και το πλήθος τους ανά καταιγίδα.

Η ένταση των παλμών ορίζεται ως η τυχαία μεταβλητή X_{ij} , η οποία ακολουθεί την εκθετική κατανομή και συνεπώς προκύπτει η Σχέση 2.10:

$$E[X^2] = 2E^2[X] \quad (2.10)$$

Ακόμη, στην έρευνά τους αποδεικνύεται πως το πλήθος C των παλμών ανά επεισόδιο i (με $C \geq 1$) είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί τη γεωμετρική κατανομή, καθώς γίνεται η παραδοχή πως ο χρόνος άφιξης του πρώτου παλμού κάθε επεισοδίου ταυτίζεται πάντα με τον χρόνο άφιξης του επεισοδίου του. Έτσι, η μέση τιμή του προκύπτει από τη Σχέση 2.11:

$$\mu_C = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi} = 1 + \frac{\beta}{\gamma} \quad (2.11)$$

όπου $\kappa = \beta / \eta$ και $\varphi = \gamma / \eta$.

Επαγωγικά από τις Σχέσεις 2.10 και 2.11, προκύπτει ότι η μέση τιμή του πλήθους των παλμών (μ_C) είναι εξαρτημένη συνάρτηση των παραμέτρων β και γ και το αρχικό μοντέλο 7 παραμέτρων μετεξελισσεται στο ελαχιστοποιημένο πενταπαραμετρικό μοντέλο $\{\lambda, \eta, \beta, \gamma, E[X]\}$.

Για να είναι δυνατή μία διακριτή χρονοσειρά υψών βροχής $Y_i^{(h)}$, είναι αναγκαία η ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών στο χρόνο, σε διακριτά και σταθερά χρονικά διαστήματα h , όπως διαφαίνεται στη Σχέση 2.12:

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(s) ds, i = 1, 2, \dots \quad (2.12)$$

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις των Rodriguez-Iturbe et al. (1987a) του γενικού BLRPM για τις ροπές 1^{ης} και 2^{ης} τάξης της διακριτής χρονοσειράς των υψών βροχής $Y_i^{(h)}$, για δεδομένη χρονική κλίμακα h και δεδομένη υστέρηση k :

$$E[Y_i^{(h)}] = h\rho\mu_C\mu_X \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} Var[Y_i^{(h)}] = & 2\rho\mu_C \left\{ E[X^2] + \frac{\beta}{\gamma} \mu_X^2 \right\} \frac{h}{\eta} + 2\rho\mu_C\mu_X^2 \frac{\beta\eta}{(\gamma^2 - \eta^2)\gamma^2} (1 - e^{-h\gamma}) \\ & - 2\rho\mu_C \left\{ E[X^2] + \frac{\beta\gamma}{\gamma^2 - \eta^2} \mu_X^2 \right\} \frac{(1 - e^{-h\eta})}{\eta^2} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = & \rho\mu_C \left\{ E[X^2] + \frac{\beta\gamma}{\gamma^2 - \eta^2} \mu_X^2 \right\} (1 - e^{-h\eta})^2 \frac{e^{-h\eta(k-1)}}{\eta^2} \\ & - 2\rho\mu_C\mu_X^2 \frac{\beta\eta}{(\gamma^2 - \eta^2)\gamma^2} (1 - e^{-h\gamma})^2 e^{-h\gamma(k-1)} \end{aligned} \quad (2.15)$$

όπου $\rho = \lambda / \eta$.

Αναφορικά με τις μονάδες μέτρησης και την ερμηνεία όλων των προαναφερθέντων μεγεθών, ακολουθεί ο συγκεντρωτικός Πίνακας 2.1:

Πίνακας 2.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη του μοντέλου BLRPM (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

Μεγέθη γενικού BLRPM	Μονάδες μέτρησης	Ερμηνεία μεγεθών
λ	h^{-1}	Ανεξάρτητες παράμετροι μοντέλου
β	h^{-1}	
γ	h^{-1}	
η	h^{-1}	
$E[X]$	mm/h	
$E[X^2]$	mm^2	-
$\mu_C = E[C]$	N^o	Αναμενόμενη τιμή αριθμών παλμών ανά καταγιίδα
$\rho = \lambda / \eta$	-	Βοηθητική σταθερά
h	h	Χρονική κλίμακα μετρήσεων
k	N^o	Υστέρηση δεδομένων
Y_i	mm	Μετρήσεις
$E[Y_i^{(h)}]$	mm	Μέση τιμή μετρήσεων
$Var[Y_i^{(h)}]$	mm^2	Διασπορά μετρήσεων
$Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$	-	Αυτοσυνδιασπορά μετρήσεων

Έχοντας 3 διαθέσιμες αναλυτικές εξισώσεις (Σχέσεις 2.13, 2.14 και 2.15) για την επίλυση του πενταπαραμετρικού μοντέλου $\{\lambda, \eta, \beta, \gamma, E[X]\}$, προκύπτει ότι το γραμμικό σύστημα εξισώσεων χαρακτηρίζεται από αοριστία 2 βαθμών ελευθερίας, εφόσον υπολείπονται 2 εξισώσεις. Με στόχο να προκύπτει ένα μοναδικό σύνολο τιμών των πέντε παραμέτρων που να μοντελοποιούν ικανοποιητικά τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης σε όλες τις χρονικές κλίμακες, κρίνεται απαραίτητη η σύνδεση των παραμέτρων με τουλάχιστον δύο ακόμα στατιστικά μεγέθη. Ωστόσο, η επιλογή αυτών των εξισώσεων δεν είναι προφανής κι αποδίδεται στον εκάστοτε ερευνητή.

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987b), αξιολογώντας το πλέον πενταπαραμετρικό BLRPM, προτείνουν τη χρήση των εξισώσεων της μέσης τιμής μ_1 , της διασποράς σ_1^2 και της αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης $\rho_1(1)$ για μία χρονική κλίμακα h_1 , καθώς και τις εξισώσεις της διασποράς σ_2^2 και της αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης $\rho_2(1)$ μίας μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας h_2 ($h_2 > h_1$).

Στον Πίνακα 2.2, παρατίθενται συγκεντρωτικά τα στατιστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται από τους μελετητές ανά χρονική κλίμακα, στις εναλλακτικές επιλύσεις για την εύρεση των πέντε παραμέτρων. Και στις 4 εναλλακτικές τακτικές επίλυσης, επιτυγχάνουν να διατηρήσουν ικανοποιητικά όλα τα προαναφερθέντα στατιστικά χαρακτηριστικών της ιστορικής χρονοσειράς, σε όλες τις χρονικές κλίμακες και για ένα μοναδικό σύνολο τιμών των πέντε ανεξάρτητων παραμέτρων (που είναι και το ζητούμενο άλλωστε).

Παρά τη χρήση διαφορετικών συνδυασμών στατιστικών παραμέτρων ανά στάθμη συνάθροισης, προκύπτουν αρκετά παραπλήσιες τιμές των παραμέτρων, γεγονός που αποδεικνύει την τάση του μοντέλου για ανεξαρτητοποίηση από τη χρονική κλίμακα των ιστορικών χρονοσειρών. Η ενδεχόμενη επίτευξη πλήρους ανεξαρτησίας του μοντέλου ταυτίζεται με τον υπολογισμό ενός μοναδικού συνόλου τιμών των παραμέτρων για συγκεκριμένο τόπο και υδρολογική περίοδο (Κοσσιέρης, 2011).

Πίνακας 2.2 Εναλλακτικές τακτικές εύρεσης παραμέτρων BLRPM (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

	Στάθμες συνάθροισης h (ώρες)			
	h=1	h=6	h=12	h=24
1	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$	-	-
2	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	-	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$	-
3	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	-	-	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$
4	-	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$	-

Ωστόσο, βασικό μειονέκτημα του γενικού μοντέλου αποτελεί η υπερεκτίμηση της πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο, όπου αποτελεί αρκετά σημαντικό μέγεθος (Rodriguez-Iturbe et al., 1987b). Γεγονός το οποίο δυσχεραίνει τη δυνατότητα του μοντέλου να παράγει χρονοσειρές, οι οποίες αποτελούν δεδομένα εισόδου σε υδρολογικά μοντέλα βροχής – απορροής (Κοσσιέρης, 2011).

2.4.2 Τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (RBLRPM)

Την αδυναμία αυτή έρχεται να καλύψει το τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (RBLRPM), το οποίο διαφοροποιείται με τον τρόπο που μοντελοποιεί την τυχαία μεταβλητή της διάρκειας των παλμών. Το RBLRPM μοντελοποιεί αυτή τη τυχαία μεταβλητή, θεωρώντας πως ακολουθεί την εκθετική συνάρτηση κατανομής με διαφορετική παράμετρο $\eta^{(i)}$ για κάθε καταιγίδα i , σε αντίθεση με το γενικό μοντέλο που θεωρεί ότι η παράμετρος η είναι κοινή για όλες τις καταιγίδες.

Αυτή η προσέγγιση μετατρέπει την παράμετρο $\eta^{(i)}$ σε ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί τη διπαραμετρική κατανομή γάμα με παράμετρο σχήματος α και παράμετρο κλίμακας ν (Σχέση 2.16), σύμφωνα με τους Rodriguez-Iturbe et al. (1988).

$$E[\eta] = \frac{\alpha}{\nu}, \quad Var[\eta] = \frac{\alpha}{\nu^2}, \quad \alpha > 1 \quad (2.16)$$

Η γάμα κατανομή κρίνεται κατάλληλη, καθώς δύναται να προσεγγίσει κατάλληλα αρκετές διαφορετικές κατανομές, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου α , όπου για τιμές μεγαλύτερες της μονάδας, το RBLRPM αποδίδει πεπερασμένες τιμές στο εκάστοτε χρονικό εύρος των παλμών (Κοσσιέρης, 2011). Συνεπώς, οι παράμετροι α και ν αντιμετωπίζονται πλέον σαν μεταβλητές επίλυσης του μοντέλου, για τον υπολογισμό των οποίων απαιτείται η επίλυση του αντίστοιχου μαθηματικού συστήματος.

Ενώ κανείς θα περίμενε οι ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσης του συστήματος να είναι οι παράμετροι β και γ των εκθετικών κατανομών, όπως και στο γενικό BLRPM· δεν είναι αυτή η περίπτωση, σύμφωνα με τους Rodriguez-Iturbe et al. (1988), καθώς έτσι η μέση διάρκεια καταιγίδας ($1/\beta$) και η μέση χρονική απόσταση των σημείων άφιξης των παλμών ($1/\gamma$) είναι ανεξάρτητες της μεταβαλλόμενης μέσης χρονικής διάρκειας των παλμών ($1/\eta_i$) ανά επεισόδιο. Τη θέση τους, λοιπόν, παίρνουν οι αδιαστατοποιημένες παράμετροι κ και φ (Σχέση 2.17), προσεγγίζοντας πιο ρεαλιστικά το φυσικό φαινόμενο της βροχόπτωσης· θεωρώντας αναμενόμενο ότι επεισόδια βροχής μεγάλης διάρκειας διαμορφώνονται από παλμούς μεγάλης διάρκειας αντίστοιχα και που οι χρονικές τους αφετηρίες απέχουν περισσότερο.

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i} \quad (Σχέση 2.17)$$

όπου οι παράμετροι β_i και γ_i αντιστοιχούν στο εκάστοτε επεισόδιο i και είναι εξαρτημένες από την αντίστοιχη διάρκεια του η_i .

Και σε αυτό το μοντέλο, το ύψος X κάθε ορθογωνικού παλμού αντιμετωπίζεται ως τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ_x , ενώ η τυχαία μεταβλητή του πλήθους των παλμών ανά επεισόδιο ακολουθεί τη γεωμετρική κατανομή, της οποίας η μέση τιμή μ_c είναι εξαρτημένο μέγεθος και ορίζεται από τη Σχέση 2.18:

$$\mu_c = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi} \quad (2.18)$$

Βάσει όλων των προαναφερθέντων, το RBLRPM καταφέρνει να ελαχιστοποιήσει, όσο το δυνατόν, τις απαιτούμενες ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσής του στις εξής 6: $\{\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, \mu_x\}$. Όπως και στο γενικό μοντέλο, έτσι και στο τυχαίο, για τη διακριτή χρονοσειρά των εντάσεων (υψών) βροχής $Y_i^{(h)}$, είναι αναγκαία η ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών στο χρόνο σε διακριτά και σταθερά χρονικά διαστήματα h , όπως φαίνεται και στη Σχέση 2.19:

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(s) ds, i = 1, 2, \dots \quad (2.19)$$

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις των Rodriguez-Iturbe et al. (1987a) του RBLRPM για τις ροπές 1^{ης} και 2^{ης} τάξης της διακριτής χρονοσειράς των υψών βροχής $Y_i^{(h)}$, καθώς και της πιθανότητας ανομβρίας $P(Y_i^{(h)} = 0)$ για δεδομένη χρονική κλίμακα h και δεδομένη υστέρηση k :

$$E[Y_i^{(h)}] = \lambda h \rho \mu_x \nu \frac{1 + (\kappa/\varphi)}{\alpha - 1} \quad (\text{Σχέση 2.20})$$

$$\begin{aligned} Var[Y_i^{(h)}] &= 2A_1 \{ (a - 3)\eta \nu^{2-a} - \nu^{3-a} + (\nu + h)^{3-a} \} \\ &\quad - 2A_2 \{ (a - 3)\varphi \eta \nu^{2-a} - \nu^{3-a} + (\nu + \varphi h)^{3-a} \} \end{aligned} \quad (\text{Σχέση 2.21})$$

$$\begin{aligned} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] &= A_1 \{ [\nu + (k + 1)h]^{3-a} - 2(\nu + kh)^{3-a} + [\nu + (k - 1)h]^{3-a} \} \\ &\quad - A_2 \{ [\nu + (k + 1)\varphi h]^{3-a} - 2(\nu + k\varphi h)^{3-a} + [\nu + (k - 1)\varphi h]^{3-a} \} \end{aligned} \quad (\text{Σχέση 2.22})$$

όπου τα A_1 και A_2 ορίζονται ως:

$$A_1 = \frac{\lambda \mu_c \nu^\alpha}{(\alpha - 1)(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left\{ E[X^2] + \frac{\kappa \varphi \mu_x^2}{\varphi^2 - 1} \right\} \quad (\text{Σχέση 2.23})$$

$$A_2 = \frac{\lambda \mu_c \kappa \chi^2 \nu^\alpha}{\varphi^2 (\varphi^2 - 1) (\alpha - 1) (\alpha - 2) (\alpha - 3)} \quad (\text{Σχέση 2.24})$$

$$P(Y_i^{(h)} = 0) = \exp \left\{ -\lambda h - \lambda \mu_\tau + \lambda G_P^*(0,0) \left[\frac{\varphi + \kappa \left(\frac{\nu}{\nu + (\varphi + \kappa)h} \right)^{\alpha-1}}{\varphi + \kappa} \right] \right\} \quad (\text{Σχέση 2.25})$$

όπου αντίστοιχα, τα μ_τ και $G_P^*(0,0)$ ορίζονται ως:

$$\mu_\tau \cong E \left[\frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 + \varphi(\kappa + \varphi) - \frac{1}{4} \varphi(\kappa + \varphi)(\kappa + 4\varphi) \right. \\ \left. + \frac{1}{72} \varphi(\kappa + \varphi)(4\kappa^2 + 27\kappa\varphi + 72\varphi^2) \right\} \quad (\text{Σχέση 2.26})$$

$$G_P^*(0,0) \cong E \left[\frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 - \kappa - \varphi + \frac{3}{2} \kappa\varphi + \varphi^2 + \frac{1}{2} \kappa^2 \right\} \quad (\text{Σχέση 2.27})$$

Όπως υποδεικνύουν οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a), η μ_τ εκφράζει τη μέση διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας και χρήζει προσοχής, καθώς εισάγεται και η έννοια της «ζωντανής» καταιγίδα ($1/\gamma_i$), από την οποία ενίοτε διαφοροποιείται. Συγκεκριμένα, η μέση διάρκεια της «ζωντανής» καταιγίδας αναφέρεται στο χρονικό ορίζοντα εντός του οποίου παράγονται οι παλμοί ενός επεισοδίου i , ορίζοντας έτσι και το θεωρητικό τέλος του. Στην περίπτωση όπου ο τελευταίος ή οι τελευταίοι παραχθέντες παλμοί ξεπερνούν το θεωρητικό τέλος του επεισοδίου, η συνολική (τελική) διάρκεια εκφράζεται ως «ενεργός» καταιγίδα.

Όπως και το γενικό μοντέλο, έτσι και το τυχαίο χαρακτηρίζεται ως αόριστο με 2 βαθμούς ελευθερίας, καθώς οι αναλυτικές εξισώσεις είναι 4 (Σχέσεις 2.20-2.22 και 2.25), ενώ οι ανεξάρτητες παράμετροι είναι 6. Απαιτούνται, δηλαδή, 2 αναλυτικές εξισώσεις, έτσι ώστε το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων να δύναται να χαρακτηριστεί ορισμένο. Συνεχίζοντας την έρευνά τους για ωριαία χρονική κλίμακα ($h=1$), οι Rodriguez-Iturbe et al. (1988) καταλήγουν σε δύο εναλλακτικές τακτικές για την επιλογή των δύο απαιτούμενων εξισώσεων, οι οποίες παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 2.3.

Πίνακας 2.3 Εναλλακτικές τακτικές εύρεσης παραμέτρων RBLRPM

		Στάθμες συνάθροισης h (ώρες)	
		h=1	h=24
1	$\left\{ \begin{array}{l} E[Y_i^{(h)}], Var[Y_i^{(h)}] \\ Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}], P(Y_i^{(h)} = 0) \end{array} \right\}$		$\left\{ \begin{array}{l} Var[Y_i^{(h)}] \\ P(Y_i^{(h)} = 0) \end{array} \right\}$
2	$\left\{ \begin{array}{l} E[Y_i^{(h)}], Var[Y_i^{(h)}] \\ Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}], P(Y_i^{(h)} = 0) \end{array} \right\}$		$\left\{ \begin{array}{l} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] \\ P(Y_i^{(h)} = 0) \end{array} \right\}$

Η πρώτη προτείνει τη χρήση των εξισώσεων της διασποράς (Σχέση 2.21) και της πιθανότητας ανομβρίας (Σχέση 2.25) για ημερήσια χρονική κλίμακα ($h=24$), ενώ η δεύτερη προτείνει τη χρήση της εξίσωσης της αυτοσυσχέτισης 1^{ης} έναντι της διασποράς, πάλι για ημερήσια χρονική κλίμακα. Και οι δύο τακτικές ανταποκρίνονται ικανοποιητικά στην προσομοίωση των απαραίτητων ιστορικών στατιστικών χαρακτηριστικών σε όλες τις χρονικές κλίμακες, όπως υποστηρίζουν οι μελετητές. Ενώ τονίζουν την ικανότητα και των δύο να παράγουν συνθετικές χρονοσειρές, όπου προσομοιώνουν τα ιστορικά χαρακτηριστικά των κλιμάκων συνάθροισης των 6 και 12 ωρών, χωρίς αυτά να λαμβάνουν μέρος στην υπολογιστική διαδικασία των έξι παραμέτρων (Κοσσιέρης, 2011).

Επαγωγικά όλων των προαναφερθέντων, προκύπτει το τελικό RBLRPM το οποίο αποτελείται από τις εξής στατιστικές παραμέτρους:

- i. Η παράμετρος λ της αρχικής ανέλιξης Poisson αφορά στα χρονικά σημεία έναρξης t_i των επεισοδίων i και χαρακτηρίζει τη συνολική στοχαστική διαδικασία μοντελοποίησης.
- ii. Η παράμετρος β_i της δεύτερης ανέλιξης Poisson, που αφορά στα χρονικά σημεία έναρξης των παλμών $t_{i,j}$ κάθε επεισοδίου, εφόσον ο χρόνος άφιξης του πρώτου παλμού ταυτίζεται με το χρόνο άφιξης της αντίστοιχης καταιγίδας.
- iii. Η παράμετρος γ_i της εκθετικής κατανομής, η οποία συνδέεται με την τυχαία μεταβλητή του χρονικού διαστήματος v_i , στο οποίο εντάσσονται τα χρονικά σημεία έναρξης των παλμών κάθε επεισοδίου i .
- iv. Η παράμετρος η_i της εκθετικής κατανομής, που περιγράφει την τυχαία μεταβλητή της χρονικής διάρκειας w_{ij} των παλμών του επεισοδίου i .

- v. Η παράμετρος λ_X της εκθετικής κατανομής, όπου συνδέεται με την τυχαία μεταβλητή του ύψους βροχής X_{ij} των παλμών του επεισοδίου i .

Η συγκεντρωτική σχηματική αναπαράσταση του υπολογισμού των πέντε ανεξάρτητων στατιστικών χαρακτηριστικών της κάθε καταιγίδας παρουσιάζεται στη Σχέση 2.28 (Κοσσιέρης, 2011):

$$\kappa, \varphi, \alpha, \nu, \lambda, \mu_X \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\alpha, \nu) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta_i = \kappa \eta_i \\ \gamma_i = \varphi \eta_i \end{array} \right\} \\ \lambda \\ \mu_X \Rightarrow \lambda_X = \frac{1}{\mu_X} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda, \beta_i, \gamma_i, \eta_i, \lambda_X \quad (2.28)$$

Αναφορικά με τις μονάδες μέτρησης και την ερμηνεία όλων των προαναφερθέντων μεγεθών, ακολουθεί ο συγκεντρωτικός Πίνακας 2.4:

Πίνακας 2.4 Χαρακτηριστικά μεγέθη του μοντέλου RBLRPM (Πηγή: Κοσσιέρης, 2011)

Μεγέθη RBLRPM	Μονάδες μέτρησης	Ερμηνεία μεγεθών
λ	N°/h	Μέση τιμή αριθμού αφίξεων καταιγίδων ανά ώρα
$1/\lambda$	h	Μέση χρονική απόσταση άφιξης καταιγίδων
β_i	N°/h	Μέση τιμή αριθμών αφίξεων παλμών ανά ώρα
$1/\beta_i$	h	Μέση χρονική απόσταση άφιξης παλμών
$1/\gamma_i$	h	Μέση διάρκεια «ζωντανής» καταιγίδας
$1/\eta_i$	h	Μέση διάρκεια παλμού
$\mu_X = 1/\lambda_X$	mm/h	Μέση τιμή έντασης παλμών
μ_τ	h	Μέση διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας
$\mu_C = 1 + \frac{\beta_i}{\gamma_i} = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}$	N°	Μέση τιμή αριθμού παλμών ανά καταιγίδα
$\sum Y^{storm} = \left(1 + \frac{\beta_i}{\gamma_i}\right) \left(\frac{1}{\eta_i}\right) \mu_X$	mm	Μέσο ύψος βροχόπτωσης ανά καταιγίδα
$\sum Y^{storm} / \mu_\tau$	mm/h	Μέση ένταση καταιγίδας

2.4.3 Τυχαίο μοντέλο γάμα ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis (RPBLGM)

Το RPBLGM αποτελεί εξέλιξη του προηγούμενου RBLRPM, έχοντας ως στόχο να βελτιώσει ορισμένες αδυναμίες του. Πιο συγκεκριμένα, έπειτα από την εκτεταμένη έρευνα των Onof et al. (1993), προκύπτει πως, ενώ το RBLRPM διατηρεί ικανοποιητικά τα περισσότερα στατιστικά ιστορικά χαρακτηριστικά σε όλες τις προαναφερθείσες χρονικές κλίμακες (ημερήσια έως και ωριαία), υπερεκτιμά σημαντικά τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1^{ης} και 2^{ης} τάξης. Ένα ακόμη μειονέκτημα του μοντέλου, σύμφωνα με τους μελετητές, αποτελεί η αδυναμία του να προσομοιώσει ικανοποιητικά την κατανομή των ακραίων τιμών των υψών βροχής, είτε σε ημερήσια, είτε σε ωριαία κλίμακα. Προσπαθώντας οι μελετητές να βελτιώσουν αυτές τις αδυναμίες, προτείνουν τη χρήση της διπαραμετρικής κατανομής γάμα, για να προσομοιώσουν την τυχαία μεταβλητή των υψών βροχής (X_{ij}) των παλμών (Onof et al., 1994). Πρακτικά, η γάμα κατανομή υπόσχεται καλύτερη ευελιξία στην παραγωγή των ακραίων τιμών σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες, καθώς ανάλογα με την εκάστοτε τιμή της παραμέτρου του σχήματός της προσεγγίζει ικανοποιητικά μεγάλο εύρος κατανομών (Κοσσιέρης, 2011).

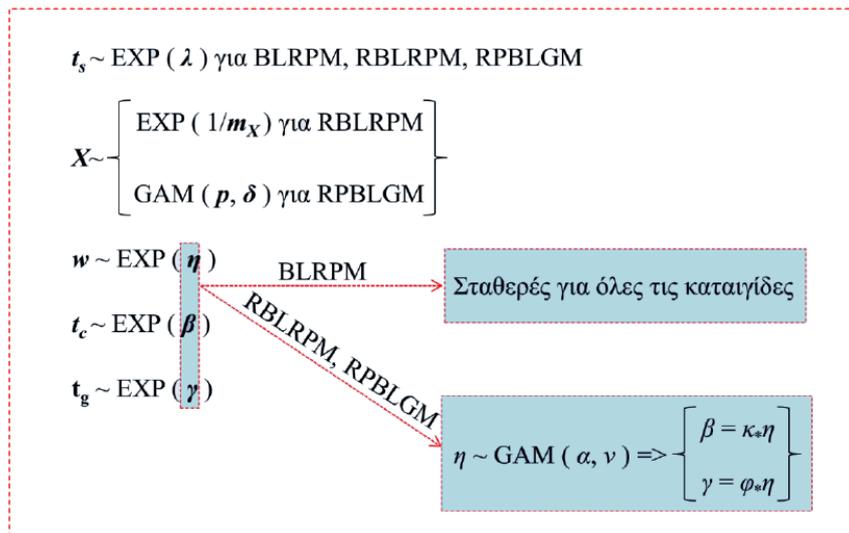
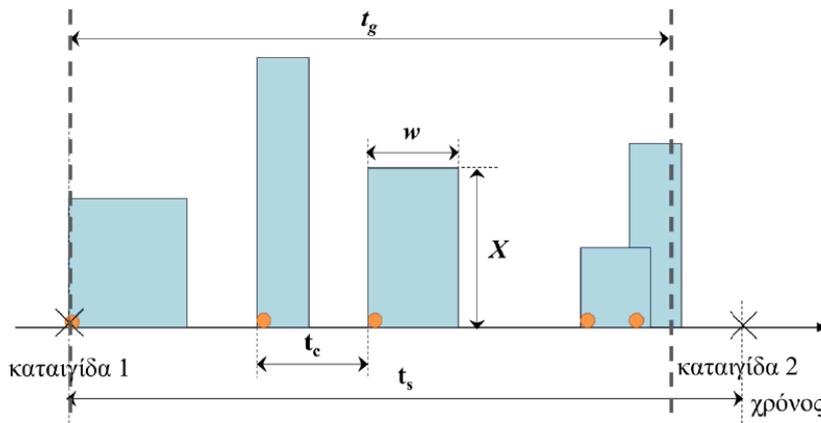
Όντας διπαραμετρική, αυξάνει τις ανεξάρτητες παραμέτρους επίλυσης του μη γραμμικού συστήματος στις εξής 7 $\{\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \rho, p, \delta\}$, αυξάνοντας τον βαθμό ελευθερίας της αοριστίας κατά 1. Συνεπώς, για την επίλυσή του απαιτούνται επιπλέον 3 στατιστικά μεγέθη διαφορετικής χρονικής συνάθροισης, όπου για την αναλυτική διαδικασία της μαθηματικής μοντελοποίησης μπορεί κανείς να ανατρέξει στην έρευνα των Onof et al. (1994). Η αλλαγή των ανεξάρτητων παραμέτρων δεν επηρεάζει τις χρονικές μεταβλητές, και επαγωγικά ούτε τις χρονικές κατανομές του μοντέλου Barlett-Lewis, διατηρώντας ως αναλυτικές εξισώσεις επίλυσης τις Σχέσεις 2.20-2.22, όπου αυτή τη φορά τα μεγέθη A_1 , A_2 , μ_X και σ_X^2 ορίζονται ως:

$$A_1 = \frac{\lambda \mu_c \nu^\alpha}{\delta^2 (\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \left\{ p(p+1) + \frac{\kappa \rho p^2}{\rho^2 - 1} \right\} \quad (2.29)$$

$$A_2 = \frac{\lambda \mu_c \kappa \mu_X^2 \nu^\alpha}{\rho^2 (\rho^2 - 1)(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \quad (2.30)$$

$$\mu_X = \frac{p}{\delta}, \quad \sigma_X^2 = \frac{p}{\delta^2} \quad (2.31)$$

Βάσει των προαναφερθέντων, προκύπτει πως αυτή η εκδοχή του μοντέλου Barlett-Lewis κρίνεται ως η πλέον κατάλληλη για εφαρμογή σε περιπτώσεις, που είναι ζωτικής σημασίας η καλή προσομοίωση της κατανομής των ωριαίων μέγιστων υψών βροχόπτωσης, αλλά και της ακολουθίας βροχερών-στεγνών περιόδων. Τέτοια περίπτωση αποτελεί η διαστασιολόγηση ενός αντιπλημμυρικού έργου, παραδείγματος χάρη ενός δικτύου όμβριων υδάτων. Πέρα από τα χαρακτηριστικά εδάφους της εκάστοτε λεκάνης απορροής, μία από τις βασικές παράμετρος σχεδιασμού αποτελεί η επιφανειακή απορροή σε λεπτές χρονικές κλίμακας, η οποία συνδέεται άμεσα με το φαινόμενο της βροχόπτωσης.



Σχήμα 2.6 Συνοπτικός πίνακας για τα μεγέθη μιας καταιγίδας, η οποία έχει παραχθεί από το μοντέλο Barlett – Lewis. Το EXP συμβολίζει την εκθετική κατανομή και το GAM τη γάμα κατανομή. (Πηγή: Κοσιιέρης, 2011)

3. ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ

Ένα πρόβλημα, που απασχολεί έντονα την υδρολογική επιστημονική κοινότητα, είναι ο επιμερισμός δεδομένων χρονοσειρών σε χρονοσειρές μικρότερης χρονικής κλίμακας. Αυτό συμβαίνει, λόγω της έλλειψης χρονοσειρών βροχόπτωσης σε τέτοιες κλίμακες, οι οποίες αποτελούν δεδομένα εισόδου σε πολυάριθμα μοντέλα προσομοίωσης υδροσυστημάτων. Ορισμένα τέτοια συστήματα αποτελούν τα συστήματα αντιπλημμυρικής προστασίας, συστήματα ταμιευτήρων και τα υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Όμως, η αναγκαιότητα των μοντέλων επιμερισμού αυξάνεται συνεχώς, λόγω και της κλιματικής αλλαγής που απασχολεί όλο και περισσότερο τους επιστήμονες τις τελευταίες δεκαετίες. Τα περισσότερα μοντέλα προσομοίωσης που αφορούν στην κλιματική αλλαγή, προσπαθούν με στοχαστικές διεργασίες να προσομοιώσουν πολλαπλά εναλλακτικά μελλοντικά σενάρια των φυσικών διεργασιών σε αρκετά λεπτές χρονικές κλίμακες, γεγονός που δικαιολογεί την ανάγκη χρήσης των μοντέλων επιμερισμού.

Ωστόσο, πριν ακολουθήσει η αναλυτική περιγραφή των μοντέλων, είναι αναγκαίο να γίνει αναφορά στον ορισμό του επιμερισμού και να διατυπωθεί το αντίστοιχο πρόβλημα. Αρκετές φορές υπάρχει σύγχυση μεταξύ της διαδικασίας του επιμερισμού (disaggregation) και αυτής της κατάπτωσης κλίμακας (downscaling). Αναλυτικότερα, τα μοντέλα επιμερισμού παράγουν ένα σύνολο σημείων/μετρήσεων, τα οποία συμπληρώνουν την αρχική χρονοσειρά μεγαλύτερης κλίμακας, διατηρώντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά της αρχικής χρονοσειράς, είτε αυτή είναι ιστορική, είτε συνθετική. Ουσιαστικά, τα μοντέλα επιμερισμού πυκνώνουν με ενδιάμεσα σημεία μία δεδομένη χρονοσειρά, παράγοντας μία συμπυκνωμένη μικρότερης κλίμακας, προσεγγίζοντας έτσι με περισσότερη ακρίβεια την πραγματική δομή της όποιας υδρολογικής διεργασίας (Κοσσιέρης, 2011).

Από την άλλη, τα μοντέλα κατάπτωσης κλίμακας παράγουν συνθετικές χρονοσειρές μικρότερης χρονικής κλίμακας διατηρώντας τα αντίστοιχα στατιστικά χαρακτηριστικά, χωρίς όμως να υπόσχονται τη συμφωνία αυτών με χρονοσειρές υψηλότερης κλίμακας, γεγονός που πιθανώς να συνεπάγεται και μικρότερη ακρίβεια αποτελεσμάτων (Κοσσιέρης, 2011).

3.1 Μαθηματική προσέγγιση του επιμερισμού

Το πρόβλημα του επιμερισμού διακρίνεται σε δύο κατηγορίες, το μονοδιάστατο και το πολυδιάστατο. Όπως προδίδουν και τα ονόματα, στη πρώτη κατηγορία ανήκουν τα μοντέλα επιμερισμού τα οποία αντιλαμβάνονται το φαινόμενο, που χρήζει μοντελοποίησης, ως μονοδιάστατο, και του οποίου η στοχαστική ανέλιξη μεταβάλλεται μόνο χρονικά (Koutsoyiannis, 2003). Ενώ στη δεύτερη κατηγορία, θεωρούν πως το φαινόμενο μεταβάλλεται και στο χρόνο και στο χώρο. Το μοντέλο που εν τέλει εφαρμόζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία ανήκει στην πρώτη κατηγορία και για το λόγο αυτό η παρακάτω επιδερμική ανάλυση επικεντρώνεται στα μονοδιάστατα μοντέλα επιμερισμού.

Βασική σχέση μοντελοποίησης του επιμερισμού αποτελεί η λεγόμενη αθροιστική ιδιότητα. Η σχέση αυτή στοχεύει σε μία παραγόμενη χρονοσειρά μίας υδρολογικής μεταβλητής X_s υποπεριόδου s (μικρότερης χρονικής κλίμακας), η οποία είναι εξαρτημένη από τη δεδομένη χρονοσειρά της ίδιας μεταβλητής Z_i περιόδου i (μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας). Ουσιαστικά, οι χρονοσειρές συνδέονται έτσι, ώστε το άθροισμα των παραχθέντων αθροιστικών μεταβλητών Z κάθε υποπεριόδου να ισούται με την τιμή της μεταβλητής X της αντίστοιχης περιόδου, όπως φαίνεται στη Σχέση 3.1:

$$\sum_{s=(i-1)k+1}^i X_s = Z_i, \quad Z_i \geq 0, \quad X_s \geq 0 \quad (3.1)$$

όπου k ο αριθμός των υποπεριοδών s μίας περιόδου i . Αν, δηλαδή, η μεγαλύτερη χρονική κλίμακα είναι ετήσια και η μικρότερη μηνιαία, το πλήθος των υποπεριοδών s ισούται με 12 (Κοσσιέρης, 2011).

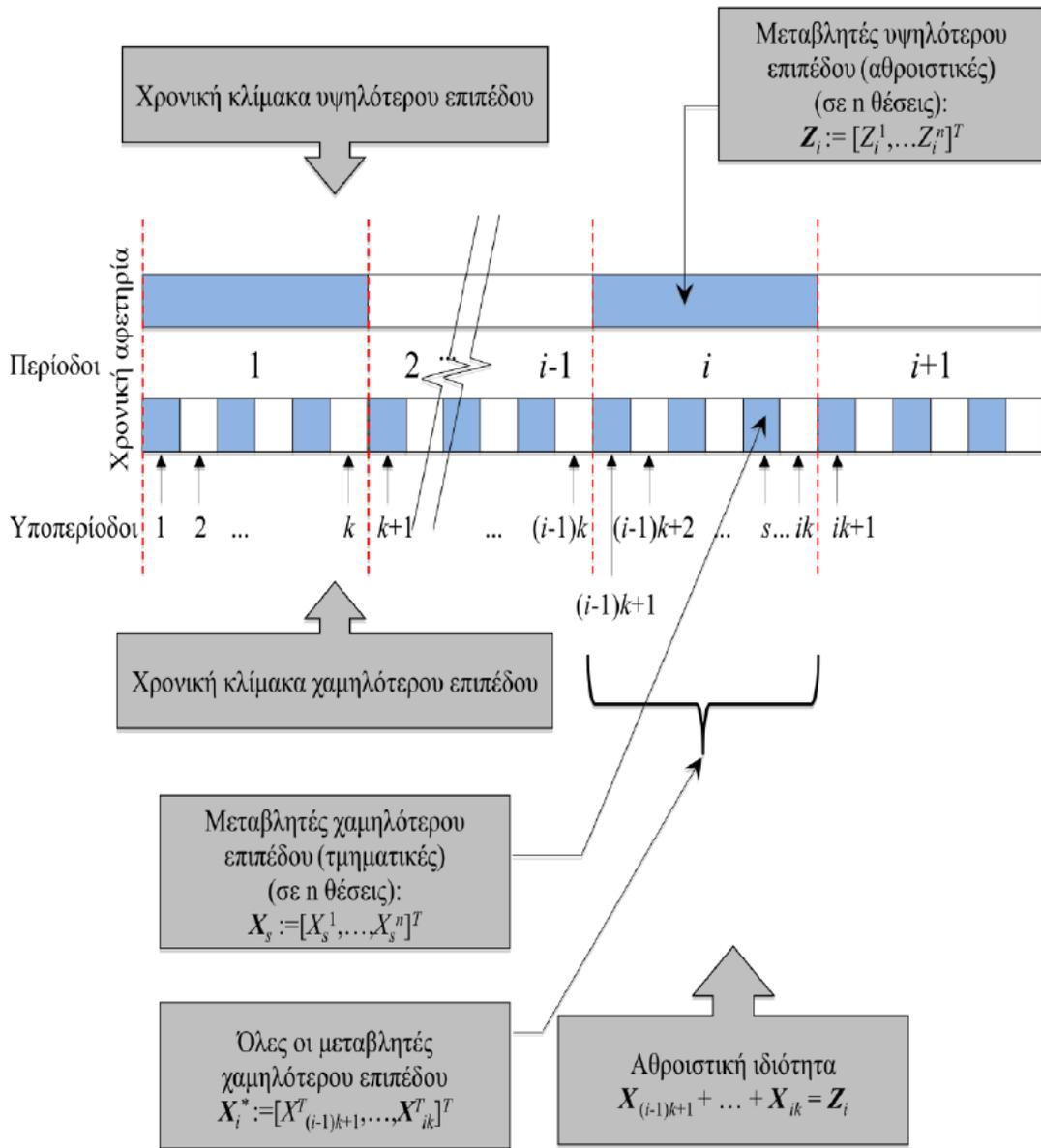
Όπως τα περισσότερα μαθηματικά μοντέλα που συνδέονται με τις συνεχώς μεταβαλλόμενες φυσικές διεργασίες, έτσι κι αυτό αποτελείται από ορισμένες συνθήκες ελέγχου της απόδοσής του, καθώς μόνη της η αθροιστική ιδιότητα δεν δύναται να εξασφαλίσει τη διατήρηση των ζητούμενων στατιστικών χαρακτηριστικών. Οι συνθήκες αυτές αφορούν στη διατήρηση των ακόλουθων χαρακτηριστικών (Κουτσογιάννης, 2003):

- i. Η βασική αθροιστική ιδιότητα (Σχέση 3.1)
- ii. Η μέση τιμή, η διασπορά και οι περιθώριες ροπές μεγαλύτερων τάξεων (κατά πλειοψηφία μέχρι και την 3^η τάξη) της τμηματικής μεταβλητής X κάθε περιόδου i .

- iii. Η συνδιασπορά ή και μεγαλύτερης τάξης από κοινού ροπή των τμηματικών μεταβλητών X κάθε περιόδου μεταξύ τους, με την αντίστοιχη αθροιστική μεταβλητή Z , καθώς και με τις τμηματικές και αθροιστικές μεταβλητές h προηγούμενων περιόδων. Όπου η μεταβλητή h εκφράζει την αθροιστική μνήμη μίας περιόδου, δηλαδή το πόσες προηγούμενες περιόδοι επηρεάζουν τις μεταβλητές της εκάστοτε περιόδου. Ενώ βάσει του ορισμού αυτού προκύπτει πως μία περίοδος θεωρείται ανεξάρτητη των προηγούμενων, όταν η αθροιστική της μνήμη είναι μηδενική.
- iv. Ορισμένα ειδικά χαρακτηριστικά των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής.

Στην περίπτωση των πολυδιάστατων μοντέλων επιμερισμού, στα ως άνω χαρακτηριστικά προστίθενται και οι ετεροσυσχετίσεις των μεταβλητών των διαφορετικών θέσεων, ώστε να προσομοιώσουν και τη δομή της χωρικής μεταβολής του φαινομένου υπό μελέτη. Καταλαβαίνει κανείς βέβαια πως, σε αυτή την περίπτωση, η μαθηματική μοντελοποίηση γίνεται πιο πολύπλοκη, καθώς τη θέση των προηγούμενων μονοδιάστατων χρονοσειρών των μεταβλητών Z, X λαμβάνουν οι αντίστοιχοι πίνακες (Κουτσογιάννης, 2003).

Στο Σχήμα 3.1, παρουσιάζεται συγκεντρωτικά η σχηματική περιγραφή του προβλήματος του επιμερισμού, όπως το διατυπώνει ο Κουτσογιάννης (2003).



Σχήμα 3.1 Σχηματική περιγραφή του προβλήματος του επιμερισμού (Κουτσογιάννης, 2003)

3.2 Μοντέλα επιμερισμού

Τα μοντέλα επιμερισμού διακρίνονται ουσιαστικά σε δύο κατηγορίες, στα γενικού σκοπού (general-purpose models) και σε αυτά που έχουν αναπτυχθεί για την ικανοποιητική μοντελοποίηση συγκεκριμένων στόχων (ad-hoc models) (Κοσσιέρης, 2011). Στη δεύτερη κατηγορία ανήκει και το μοντέλο που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική, καθώς είναι αρκετά απαιτητικός ο επιμερισμός χρονοσειρών βροχόπτωσης σε λεπτότερες χρονικές κλίμακες, που μπορεί να διαθέτουν περίπλοκη μικροδομή, μακροδομή ή και τα δύο.

Η ικανοποιητική απόδοση ενός μοντέλου επιμερισμού προκύπτει βάσει των ακόλουθων στοιχείων του:

- i. Την αθροιστική του μνήμη.
- ii. Τη δυνατότητά του να διατηρεί τη δομή της μέγιστης επιλεχθείσας τάξης των περιθώριων και από κοινού ροπών των μεταβλητών.
- iii. Τη δυνατότητά του να λειτουργεί με σταθερή ή μεταβλητή αθροιστική και χρονική κλίμακα σε κάθε στάδιο επιμερισμού.
- iv. Τη δυνατότητα του να μοντελοποιεί μεταβλητές με ασυνεχείς περιθώριες συναρτήσεις κατανομής, διατηρώντας τη δομή τους.
- v. Την ασυμπτωματική ή οριακή συμπεριφορά του, που συνδέεται μαθηματικά με τη δυνατότητα του μοντέλου να διατηρήσει σε πλήρη μορφή τις συναρτήσεις κατανομής κάτω από ειδικές οριακές συνθήκες.

3.2.1 Μοντέλα επιμερισμού γενικής χρήσης

Το μοντέλο επιμερισμού γενικής χρήσης (Σχέση 3.2) συναντάται πρώτη φορά στην επιστήμη της υδρολογίας στην πολυδιάστατη μορφή του, στις αρχές τις δεκαετίας του 70', ενώ στη συνέχεια δημιουργούνται κι άλλα μοντέλα, με σκοπό να βελτιώσουν τα οποιαδήποτε μειονεκτήματά του. Πιο συγκεκριμένα, το 1972, οι Valencia και Schaake εφαρμόζουν για πρώτη φορά το μοντέλο σε υδρολογικά δεδομένα, καταφέρνοντας να διατηρήσει ικανοποιητικά τη ροπή 1^{ης} και 2^{ης} τάξης. Ωστόσο, το μοντέλο είναι ανεπτυγμένο με τέτοιο μαθηματικό τρόπο, που δεν εμπεριέχει την αθροιστική ιδιότητα και δε διατηρεί τη δομή αυτοσυσχέτισης μεταξύ τμηματικών μεταβλητών διαδοχικών περιόδων· τα οποία αποτελούν και τα βασικά του μειονεκτήματα (Κοσσιέρης, 2011), ειδικά στις λεπτότερες χρονικές κλίμακες.

$$X_i^* = aZ_i + bV_i, \quad \mu\epsilon \quad X_i^* = [X_{(i-1)k+1}^T, \dots, X_{ik}^T]^T \quad (3.2)$$

όπου:

- X_i^* : διάνυσμα που περιέχει όλες τις χαμηλότερου επιπέδου kn ποσότητες της περιόδου i
- k : ο αριθμός των υποπεριόδων μιας περιόδου i .
- n : ο αριθμός των χωρικών διαστάσεων του προβλήματος
- V_i : διάνυσμα όμοιων τυχαίων στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών, τόσο μεταξύ τους όσο με το διάνυσμα Z_i
- a : πίνακας που περιέχει τις παραμέτρους του μοντέλου, διαστάσεων $kn \times n$
- b : πίνακας που περιέχει τις παραμέτρους του μοντέλου, διαστάσεων $kn \times kn$

Για το λόγο αυτό, προτείνουν μια μετεξέλιξη του μοντέλου (Valencia και Schaake, 1973), η οποία καταφέρνει να διατηρήσει τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών υποπεριόδου μίας περιόδου και των αθροιστικών μεταβλητών της προηγούμενης περιόδου, μόνο όμως για μεγάλες χρονικές κλίμακες. Δυστυχώς, η απουσία αθροιστικής μνήμης συνεχίζει να αποτελεί βασική αδυναμία του μοντέλου. Έτσι, προκύπτουν αρκετές έρευνες για πιθανές εναλλακτικές λύσεις, τόσο για τη διατήρηση της αθροιστικής μνήμης, όσο και για την πιθανή εφαρμογή του μοντέλου σε λεπτότερες χρονικά κλίμακες (Mejia και Rouselle, 1976; Hoshi και Burges, 1979; Stedinger και Vogel, 1984), κάτι το οποίο είναι αρκετά δύσκολο λόγω της βασικής μαθηματικής δομής του μοντέλου, σύμφωνα με τους Stedinger και Vogel (1984).

Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα έγκειται στο ότι η ασυμπτωτική ή οριακή συμπεριφορά του μοντέλου είναι Γκαουσιανή (κανονική), όπως υπογραμμίζει ο Κοσιέρης (2011), καθώς οι κατανομές των μεταβλητών των υπό μελέτη φυσικών διεργασιών, ειδικότερα στις λεπτότερες χρονικές κλίμακες, αποκλίνουν αρκετά από την κανονική. Όπως είναι θεμιτό, αρκετοί ερευνητές προτείνουν εναλλακτικές λύσεις για τη βελτίωση αυτής της αδυναμίας. Οι λύσεις αυτές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: α) σε αυτές που προτείνουν τροποποίηση της κατανομής που χρησιμοποιείται για την παραγωγή των μεταβλητών V_i (Σχέση 4.2) και β) σε αυτές που προτείνουν τον μετασχηματισμό των μεταβλητών Z_i και X_i , ώστε να ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Αναλυτικότερα, στην πρώτη κατηγορία ουσιαστικά διατηρείται η δομή των συντελεστών ασυμμετρίας των τμηματικών μεταβλητών, που προκύπτουν από τον υπολογισμό των κατάλληλων συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών χρονοσειρών

που συνδέονται με τις μεταβλητές V_i (Ταο και Delleur, 1976). Ωστόσο, σύμφωνα με τον Todini (1980), η μέθοδος αυτή αντιμετωπίζει αρκετά εμπόδια, καθώς το μοντέλο αδυνατεί να διατηρήσει τις δομές των συντελεστών ασυμμετρίας, όταν αυτοί είναι μεγαλύτεροι της μονάδας, κάτι που ισχύει για τις ιστορικές χρονοσειρές του φαινομένου της βροχόπτωσης.

Από την άλλη πλευρά, οι μέθοδοι της δεύτερης κατηγορίας (Valencia και Schaake, 1972; Hoshi και Burges, 1979; Stedinger και Vogel, 1984) προτείνουν την κανονικοποίηση των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών μέσω ενός μη γραμμικού μετασχηματισμού, όπου οι παραγόμενες μεταβλητές ακολουθούν την Γκαουσιανή κατανομή και βάσει των οποίων προκύπτουν οι παράμετροι του μοντέλου. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους αυτές σε ένα γραμμικό πλέον μοντέλο υπολογίζονται οι μεταβλητές V_i , όπου θεωρείται ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή. Έτσι, το μοντέλο που προκύπτει έχει αντιμετωπίσει την αδυναμία του ως προς την απόκλιση των μη συμμετρικών κατανομών των μεταβλητών από την κανονική, αλλά όχι αυτή αναφορικά με τη διατήρηση της αθροιστική του μνήμης.

Προσπαθώντας να δώσουν λύση και σε αυτό το πρόβλημα, ορισμένοι ερευνητές προτείνουν την εφαρμογή μίας διαδικασίας συνόρθωσης (Lane και Frevert, 1990; Grygier και Stedinger, 1988, 1990a). Το μοντέλο, όμως, δεν είναι κατάλληλο για ασυνεχείς κατανομές, λόγω της αδυναμίας του να παράγει μηδενικές τιμές των μεταβλητών με πεπερασμένη πιθανότητα και εισάγει μεροληψία στη διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών, σύμφωνα με τον Κουτσογιάννη και το Μονέτα (1996). Συμπληρωματικά, όλες αυτές οι προτεινόμενες μέθοδοι επιμερισμού, σε συνδυασμό με τη διαδικασία συνόρθωσης, καταλήγουν σε αρκετά πολύπλοκα εναλλακτικά μαθηματικά μοντέλα, λόγω των παραμέτρων που χρειάζονται, ώστε να διατηρηθούν όλες οι απαιτούμενες συσχετίσεις των μεταβλητών (Κοσσιέρης, 2011).

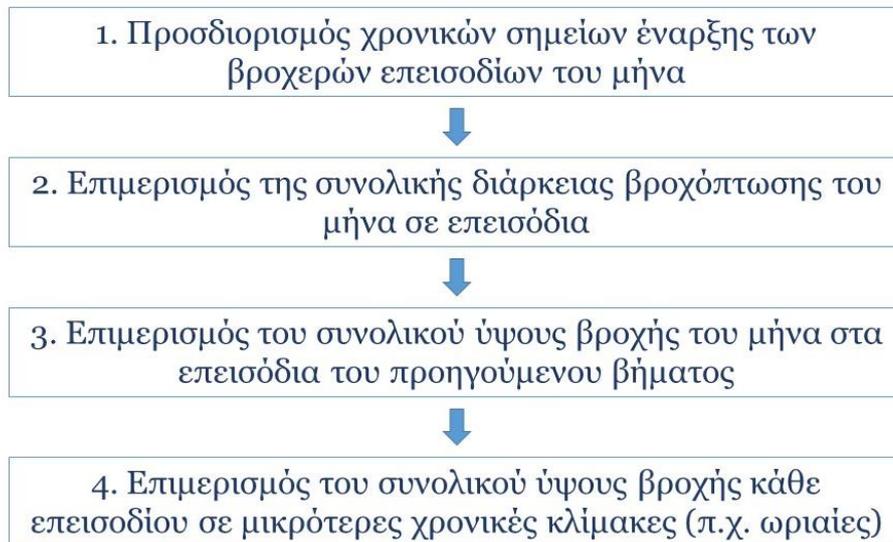
Αυτό οδηγεί στην ανάπτυξη νέων μοντέλων, όπου ελαχιστοποιούν κατά το δυνατό τον υπολογιστικό φόρτο των προαναφερθέντων μοντέλων με εναλλακτικούς τρόπους. Είτε ελαχιστοποιούν τις απαιτούμενες συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών X_i , άρα και τις αντίστοιχες παραμέτρους (Pereira et al., 1984; Stedinger et al., 1985) (μοντέλα επιμερισμού συμπύκνωσης), είτε επιμερίζουν τις μεταβλητές υψηλότερου επιπέδου Z_i σε μεταβλητές χαμηλότερου X_i σε ένα ή περισσότερα βήματα (Salas και Boes, 1980; Stedinger και Vogel, 1984; Grygier και Stedinger, 1988; Lane και Frevert; 1990).

Τέλος, ένα ακόμη μοντέλο επιμερισμού δημιουργείται από τον Κουτσογιάννη και τον Ξανθόπουλο για να δώσει λύσεις στα προαναφερθέντα προβλήματα: το αρχικά μονοδιάστατο δυναμικό μοντέλο επιμερισμού (Dynamic Disaggregation Model – DDM) (Κουτσογιάννης, 1988; Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1990) και στη συνέχεια πολυδιάστατο. Το DDS είναι δομημένο με τέτοιο τρόπο, όπου καταφέρνει να προσομοιώσει τη συμπεριφορά των μη κανονικών κατανομών των απαιτούμενων μεταβλητών. Επιπρόσθετα, δύναται να εφαρμοστεί και για μη συνεχείς μεταβλητές, καθώς και για μεταβλητό πλήθος τμηματικών μεταβλητών και υποπεριόδων ανά περίοδο, όπως σε ημερήσιες και ωριαίες χρονοσειρές βροχής με έντονο διαλείπων χαρακτήρα. Ένα ακόμη σημαντικό πλεονέκτημα, έναντι των προαναφερθέντων μοντέλων επιμερισμού, αποτελεί η ικανότητά του να εξασφαλίσει την αθροιστική ιδιότητα στο πολυδιάστατο μοντέλο, που ουσιαστικά αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις απαιτήσεις των μοντέλων επιμερισμού.

Αναλυτικότερα, το DDS επιμερίζει την αθροιστική μεταβλητή Z σε k διαδοχικές τμηματικές μεταβλητές X_i ($i=1,2,\dots,k$) λεπτότερης κλίμακας. Όπως προδίδει και το όνομά του, υπολογίζει τις παραμέτρους των τμηματικών μεταβλητών δυναμικά σε κάθε χρονικό βήμα και όχι ταυτόχρονα, όπως το αρχικό γραμμικό μοντέλο. Ουσιαστικά, σε κάθε χρονικό βήμα i της μοντελοποίησης, γνωρίζοντας τις ποσότητες X_i και S_i του προηγούμενου βήματος ($i-1$), λαμβάνει χώρα μία διαδικασία υπολογισμού των απαιτούμενων ροπών. Βάσει αυτών, υπολογίζονται αντίστοιχα οι παράμετροι του χρονικού βήματος i , καταφέροντας έτσι να διατηρήσει τη δομή των ροπών της συνάρτησης κατανομής των μεταβλητών X_i και S_i . Έπειτα, στο ίδιο χρονικό βήμα, πραγματοποιείται μία διαδικασία διχασμού, όπου με δεδομένο το S_i , παράγει το X_i και προκύπτει η διαφορά S_{i+1} του επόμενου χρονικού βήματος ($i+1$). (Κοσσιέρης, 2011)

Ένα παράδειγμα της μοντελοποίησης του DDS σε λεπτές χρονικές κλίμακες αποτελεί η διαδικασία επιμερισμού βροχόπτωσης από μηνιαία χρονικό βήμα σε ωριαία που εφαρμόζεται από τον Κουτσογιάννη και τον Ξανθόπουλο (1990) και περιγράφεται συνοπτικά στο Σχήμα 3.2:

Επιμερισμός Μηνιαίας Χρονοσειράς Βροχόπτωσης σε Ωριαία Κλίμακα



Σχήμα 3.2 Διαδικασία επιμερισμού βροχόπτωσης (Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1990)

3.2.2 Μοντέλα επιμερισμού βροχοπτώσεων σε λεπτές χρονικές κλίμακες

Από τα προαναφερθέντα μοντέλα επιμερισμού, το μοναδικό πρακτικά που είναι κατάλληλο για εφαρμογή σε λεπτές χρονικές κλίμακες είναι το DDS, το οποίο όμως λόγω της διαδικασίας που ακολουθεί δε δύναται να εφαρμοστεί απευθείας από ημερήσια σε ωριαία κλίμακα. Έτσι, αναπτύσσονται άλλα μοντέλα επιμερισμού, τα οποία δεν είναι γενικού σκοπού, καθώς σκοπός τους είναι αποκλειστικά ο επιμερισμός χρονοσειρών βροχόπτωσης σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Παρακάτω, γίνεται μία σύντομη περιγραφή των πιο γνωστών μονοδιάστατων μοντέλων, τα οποία βασίζονται στην κλασική θεωρία πιθανοτήτων και στη θεωρία στοχαστικών ανεξίτητων.

Πρώτο είναι το μοντέλο εβδομαδιαίων απορροών του Singh (1979), όπως προδίδει και το όνομά του, επιμερίζει μηνιαίες απορροές σε ημερήσιες, μέσω μίας εμπειρικής διαδικασίας. Ουσιαστικά, όπως περιγράφει ο Κουτσογιάννης (1988), το μοντέλο χρησιμοποιεί ένα γραμμικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης 1^{ης} τάξης ($AR(1)$) και παράγει τις αρχικές στοχαστικές τιμές των μεταβλητών, που αντιπροσωπεύουν τους λόγους των εβδομαδιαίων παροχών προς τις μηνιαίες. Με τον τρόπο αυτό ανεξαρτητοποιεί την ενδιάμεση στοχαστική διαδικασία από τη μηνιαία απορροή. Στη συνέχεια, παράγει τις τελικές τιμές των λόγων, οι οποίες ανάγονται αναλογικά στις

αρχικές για να προκύπτει μοναδιαίο μηνιαίο άθροισμα (όπως ισχύει και στις αρχικές). Τέλος, οι αναγόμενοι λόγοι μετατρέπονται σε εβδομαδιαίες παροχές, έπειτα από τον πολλαπλασιασμό τους με την αντίστοιχη μηνιαία απορροή.

Δεύτερο μοντέλο αποτελεί το μοντέλο καταιγίδων Grace-Eagleson (1966), το οποίο επιμερίζει ένα επεισόδιο βροχής σε μικρή χρονική κλίμακα. Καθορίζει τη διάρκεια και το ύψος κάθε επεισοδίου βροχής και έπειτα τη θεμελιώδη μονάδα «ακρίβειας» κάθε μεγέθους πλήθους μ , μετατρέποντας τα δύο αυτά μεγέθη σε ακέραιες μονάδες. Το πρόβλημα του συγκεκριμένου επιμερισμού, όμως, είναι ότι τοποθετεί τυχαία σφαιρίδια πλήθος μ σε κουτιά πλήθους n (το πλήθος των τμηματικών μεταβλητών), κάτι το οποίο αποτελεί μία αρκετά μεγάλη υπολογιστική διαδικασία, που δεν εξασφαλίζει τη διατήρηση της δομής των απαιτούμενων ρολών (Κουτσογιάννης, 1988).

Τρίτο ακολουθεί το μοντέλο ημερήσιων βροχοπτώσεων των Schaake et al (1972), όπου καταφέρνει να διατηρεί την πιθανότητα μηδενικής βροχόπτωσης και θεωρεί πως οι μεταβλητές ακολουθούν λογαριθμικές κατανομές. Το μοντέλο θεωρεί ένα σταθμό βάσης, όπου γίνεται ο επιμερισμός, και στη συνέχεια, βάσει της συσχέτισης των υψών βροχής κάθε νέου σταθμού από τον πλησιέστερό του και τον σταθμό βάσης, δημιουργείται ένα λεγόμενο δέντρο ελαχίστων αποστάσεων. Ουσιαστικά, κάθε «κλαδί» συσχετίζεται με το αμέσως κοντινότερο «κλαδί» και μοντελοποιείται όλο το «δέντρο». Δυστυχώς, με αυτόν τον τρόπο δεν εξασφαλίζει ικανοποιητικά τη διατήρηση των απαιτούμενων στατιστικών δομών και βασίζεται κι αυτό σε μία εμπειρική τεχνική (Κουτσογιάννης, 1988).

Ακολουθεί το μοντέλο των Woolhiser και Osborn (1985), όπου έχει σταθερή χρονική κλίμακα 10 ίσων τμημάτων ανά επεισόδιο βροχής, αλλά μεταβαλλόμενη χρονική κλίμακα από καταιγίδα σε καταιγίδα. Σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου αποτελεί η εφαρμογή μίας αδιαστατοποιημένης διαδικασίας Μαρκόφ, όπου οι εξισώσεις της αφορούν στους μετασχηματισμούς, των αθροιστικών και τμηματικών μεταβλητών, μεταξύ 0 και 1 (Κοσσιέρης, 2011).

Το επόμενο μοντέλο αναπτύσσεται από τους Marien και Vandewiele (1986) και παράγει την εσωτερική κατανομή του ύψους βροχής κάθε επεισοδίου, συνδυάζοντας ένα μοντέλο προσομοίωσης με ένα μοντέλο επιμερισμού. Στο μοντέλο εσωτερικής δομής των Marien και Vandewiele, οι τμηματικές ανεξάρτητες μεταβλητές ακολουθούν τη γάμα κατανομή και γι' αυτό, σύμφωνα με τον Κουτσογιάννη (1988), μπορεί να θεωρηθεί σαν μία ειδική οριακή περίπτωση του DDS. Παρόμοια μοντέλα αναπτύσσουν οι Econopoulou et al. (1990) και Garcia-Guzman και Aranda-Oliver

(1993), θεωρώντας όμως πως η ένταση και η διάρκεια βροχής ακολουθούν αδιαστατοποιημένες κατανομές.

Ακολουθούν οι Κουτσογιάννης και Παχάκης (1996), όπου βασιζόμενοι στο μοντέλο επιμερισμού αποκλειστικά σε επίπεδο επεισοδίου βροχής του Κουτσογιάννη, καταλήγουν σε ένα μοντέλο, όπου διαθέτει τα εξής βασικά χαρακτηριστικά: α) τα τμηματικά ύψη βροχής ακολουθούν τη γάμα κατανομή, β) η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης των συνθετικών υψών βροχής δεν επηρεάζει την κατανομή των υψών, γ) η προσομοίωση των εμφανίσεων βροχής στη χρονική κλίμακα βασίζεται σε μία εναλλασσόμενη ανανεωτική ανέλιξη και δ) η ανέλιξη της έντασης χαρακτηρίζεται από ομοιοθεσία.

Συνεχίζοντας τη χρονική αναδρομή ανάπτυξης των μοντέλων επιμερισμού, οι Glasbey et al. (1995) είναι οι πρώτοι που συνδυάζουν μία τεχνική επιμερισμού με ένα συνεχές μοντέλο προσομοίωσης βροχής (BLRPM), καταφέροντας έτσι να επιμερίσουν ημερήσιες χρονοσειρές απευθείας σε ωριαίες. Ακολουθεί το μοντέλο των Cowpertwait et al (1996), όπου δύναται να επιμερίσει ωριαίες χρονοσειρές βροχόπτωσης σε λεπτότερης κλίμακας, χρησιμοποιώντας την κατανομή παλμών με μικρό ύψος βροχής σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Τα επόμενα χρόνια, αναπτύσσονται δύο ακόμη μοντέλα, ένα όπου επιμερίζει ημερήσιες χρονοσειρές, χρησιμοποιώντας μία κατανομή Polya και μία δομή αυτοσυσχέτισης αλυσίδας Μαρκόφ (Bardossy, 1997) κι αυτό των Colony et al. (1998), το οποίο διαφοροποιείται χρησιμοποιώντας μία ανέλιξη Poisson.

Η πλειοψηφία των μοντέλων αυτής της υποενότητας αντιμετωπίζουν σημαντικές αδυναμίες: είτε δεν εξασφαλίζουν την αθροιστική μνήμη του μοντέλου, είτε δε διατηρούν ικανοποιητικά τη συμφωνία μεταξύ των χρονοσειρών διαφορετικής κλίμακας, είτε χαρακτηρίζονται από έντονο υπολογιστικό φόρτο, είτε βασίζονται σε υποθέσεις που δεν έχουν ρεαλιστική φυσική ερμηνεία. Ακόμη, δεν προτείνουν μία γενικευμένη συστηματική επίλυση με ευρεία εφαρμογή, ενώ ακόμη χρησιμοποιούν ένα υβριδικό μαθηματικό σχήμα, στο οποίο ενσωματώνονται και οι δυο χρονικές κλίμακες ταυτόχρονα (Κοσσιέρης, 2011).

Απάντηση στα παραπάνω δίνει το μοντέλο του Κουτσογιάννη και του Μανέτα (1996), μία απλή μέθοδο επιμερισμού ακριβείας, όπου για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών δε χρησιμοποιείται το προαναφερθέν υβριδικό μαθηματικό σχήμα. Εφαρμόζεται ικανοποιητικά και στη μονοδιάστατη και στην πολυδιάστατη μορφή του, ενώ ένα ακόμη πλεονέκτημά της αποτελεί η ελαχιστοποίηση των απαιτούμενων παραμέτρων και του υπολογιστικού φόρτου. Στη μέθοδο αυτή

βασίζονται και οι Κουτσογιάννης και Onof (2000, 2001), προτείνοντας ένα ακόμη νέο μοντέλο επιμερισμού ημερήσιων χρονοσειρών, καινοτομία του οποίου αποτελεί ο συνδυασμός παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών με το μοντέλο Barlett-Lewis και μίας διαδικασίας συνόρθωσης, όπου εξασφαλίζει την ικανοποιητική συσχέτιση μεταξύ ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.

Τέλος, τις τελευταίες δεκαετίες, έχουν αναπτυχθεί ορισμένα μοντέλα που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του επιμερισμού με έναν πιο σύγχρονο τρόπο, αναπτύσσοντας τεχνικές που βασίζονται σε μαθηματικές θεωρίες, όπως την πολυκλασματική προσομοίωση, τα νευρωνικά δίκτυα και τη θεωρία του χάους (Olsson και Niemczynowicz, 1996; Marshak et al., 1994; Burian et al., 2000; Sivakumar et al., 2001). Ενώ ακόμη, αρκετά πιο πολύπλοκη δομή και απαιτητικό υπολογιστικό φόρτο από τα προαναφερθέντα μονοδιάστατα μοντέλα επιμερισμού παρουσιάζουν, όπως είναι αναμενόμενο, τα πολυδιάστατα μοντέλα επιμερισμού σε λεπτές χρονικές κλίμακες (Socolofsky και Adams, 2002).

3.3 Επιμερισμός της βροχόπτωσης χρησιμοποιώντας διαδικασίες συνόρθωσης σε ένα μοντέλο συστοιχίας Poisson

Πρόβλημα της παρούσας μελέτης αποτελεί ο επιμερισμός ιστορικών χρονοσειρών βροχόπτωσης διαλείποντος χαρακτήρα λεπτών χρονικών κλιμάκων, σε συνεχή χρόνο. Ωστόσο, πολλές φορές τα ιστορικά δεδομένα δεν είναι επαρκή και για την εφαρμογή του επιμερισμού απαιτείται η χρήση στοχαστικών μοντέλων, όπως Barlett-Lewis. Ένα ευρέως εφαρμόσιμο μοντέλο επιμερισμού αποτελεί το μοντέλο των Κουτσογιάννη και Onof (2001), το οποίο χρησιμοποιεί το μοντέλο Barlett-Lewis για την παραγωγή των τμηματικών συνθετικών χρονοσειρών και έπειτα μία ακριβή διαδικασία συνόρθωσης, για να αποκατασταθεί η συνέπεια μεταξύ των δύο χρονικών κλιμάκων, ώστε να ισχύει η βασική σχέση του επιμερισμού.

3.3.1 Το μοντέλο παραγωγής βροχοπτώσεων

Σημαντικό μέρος της διαδικασίας αποτελεί η σωστή επιλογή του μοντέλου προσομοίωσης της βροχόπτωσης. Η παρούσα εργασία (και ενότητα) επικεντρώνεται στις λεπτές χρονικές κλίμακες, όπου το πρόβλημα είναι πολύπλοκότερο, καθώς οι χρονοσειρές βροχοπτώσεις παρουσιάζουν έναν έντονο διαλείπων χαρακτήρα και οι

μεταβλητές τους παρουσιάζουν έντονη εξάρτηση και διακύμανση. Αυτό καθιστά τα γραμμικά μοντέλα ακατάλληλα για την προσομοίωσή τους, σε αντίθεση με το μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis, το οποίο δύναται να χρησιμοποιηθεί τόσο στην πενταπαραμετρική, όσο και στην επταπαραμετρική εκδοχή του. Ακόμη, σύμφωνα με τους Κουτσογιάννη και Οποφ (2001), το μοντέλο Barlett-Lewis είναι κατάλληλο, διότι οι χρόνοι διαδοχής των επεισοδίων βροχής ακολουθούν μία κοινή εκθετική κατανομή, λόγω της στοχαστική διαδικασίας Poisson· υπόθεση που συνάδει με την εμπειρική παρατήρηση περί ανεξαρτησίας δύο βροχερών επεισοδίων, που τις χωρίζει τουλάχιστον μία τιμή μηδενικού ύψους βροχής (Κοσσιέρης, 2011). Τέλος, έτσι ελαχιστοποιείται και ο υπολογιστικός φόρτος του μοντέλου.

3.3.2 Οι διαδικασίες συνόρθωσης

Ακόμη, βασική ανάγκη αποτελεί η τροποποίηση της συνθετικής χρονοσειράς μικρότερης χρονικής κλίμακας, ώστε να προσεγγίζει ικανοποιητικά την ιστορική χρονοσειρά μεγαλύτερης κλίμακας. Την τροποποίηση αυτή δύναται να πραγματοποιήσουν οι εναλλακτικές ακριβείς διαδικασίες συνόρθωσης, οι οποίες δεν επηρεάζουν την στοχαστική δομή των συνθετικών χρονοσειρών. Ουσιαστικά, οι μέθοδοι αυτές υπολογίζουν την απόκλιση, βάσει της αθροιστικής μνήμης, κι έπειτα την καταναείμουν στις τμηματικές μεταβλητές, ώστε να ακολουθήσει η τροποποίηση των χρονοσειρών. Οι τρεις μέθοδοι, που περιγράφονται συνοπτικά στο παρόν υποκεφάλαιο, είναι η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης, η γραμμική και η διαδικασία συνόρθωσης δύναμης. Ενώ, για περισσότερες πληροφορίες μπορεί να ανατρέξει κάποιος στην αναλυτική μελέτη των Κουτσογιάννη και Μανέτα (1996).

Η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης (proportional adjusting procedure) αποτελεί την πιο απλή μέθοδο εκ των τριών, ενώ εφαρμόζεται σε αρκετά μοντέλα επιμερισμού (Grygier και Stedinger, 1988; Lane και Frevert, 1990). Χαρακτηριστικό της αποτελεί η παραγωγή αποκλειστικά μη αρνητικών τιμών, αναφορικά με τις μεταβλητές X_S , το οποίο είναι θεμιτό και αναγκαίο εφόσον αφορούν ύψη βροχόπτωσης. Σαν διαδικασία προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την απαιτούμενη κατανομή, εφόσον οι τυχαίες μεταβλητές X_S : α) είναι στατιστικά ανεξάρτητες και ακολουθούν κοινή συνάρτηση γάμα κατανομής και κοινή παράμετρο κλίμακας, ή β) ακολουθούν γάμα κατανομή και εξαρτώνται με χαμηλό συντελεστή αυτοσυσχέτισης ($0.6 \div 0.7$) (Κουτσογιάννης, 1994).

Ουσιαστικά, οι αρχικές X_S τροποποιούνται, ώστε να προκύπτουν οι ζητούμενες X_S , βάσει της Σχέσης 3.3:

$$X_S = X_S(Z/\sum_{j=1}^k X_j) \quad (s = 1, \dots, k) \quad (3.3)$$

όπου Z οι μεταβλητές της αρχικής χρονοσειράς (μεγαλύτερης κλίμακας) και k το πλήθος υποπεριοδών ανά περίοδο.

Η γραμμική διαδικασία συνόρθωσης (linear adjusting procedure), εφαρμόζοντας τη Σχέση 3.4, διατηρεί με ακρίβεια, τόσο την κανονική κατανομή, όσο και τη δομή των ροών 2^{ης} τάξεως και για ανεξάρτητες και για εξαρτημένες μεταβλητές (Κουτσογιάννης, 1996). Ωστόσο, σε αντίθεση με την αναλογική συνόρθωση, δεν εξασφαλίζει μη αρνητικές τιμές για τις μεταβλητές των X_S και γι αυτό λαμβάνει χώρα μία επαναληπτική διαδικασία διόρθωσης.

$$X_S = X_S + \lambda_S(Z - \sum_{j=1}^k X_j) \quad (s = 1, \dots, k) \quad (3.4)$$

όπου λ_S είναι μοναδικοί συντελεστές, που συνδέονται με τις συνδιασπορές μεταξύ των τμηματικών X_S και των αθροιστικών Z .

Τέλος, η διαδικασία συνόρθωσης δύναμης (power adjusting procedure) αποτελεί μία επαναληπτική διαδικασία, η οποία εφαρμόζει τη Σχέση 3.5. Παράγει μόνο μη αρνητικές τιμές, καθώς αποτελεί μια γενικευμένη εξέλιξη της αναλογικής, με την οποία ταυτίζεται σε περίπτωση στασιμότητας.

$$X_S = X_S(Z/\sum_{j=1}^k X_j)^{\lambda_S/\eta_S} \quad (s = 1, \dots, k) \quad (3.5)$$

όπου η_S είναι συντελεστές που συνδέονται με τις μέσες τιμές των τμηματικών κι αθροιστικών μεταβλητών.

Η επιλογή της βέλτιστης διαδικασίας συνόρθωσης συνδέεται άμεσα με την κατανομή, που ακολουθεί η μεταβλητή που αποτελεί δεδομένο εισόδου. Συνέπεια αυτού αποτελεί η άμεση εξάρτηση της επιλογής διαδικασίας από τη χρονική κλίμακα της αρχικής χρονοσειράς, καθώς ειδικά στις υδρολογικές μεταβλητές αυτή ενδέχεται να διαφοροποιείται ανά κλίμακα, ειδικότερα όσο λεπταίνει η κλίμακα. Βασικό πρόβλημα στις λεπτές χρονικές κλίμακας αποτελεί το μεγάλο πλήθος μηδενικών τιμών, όπου στην περίπτωση της γραμμικής συνόρθωσης εμφανίζονται ως αρνητικές, καθιστώντας την ακατάλληλη. Αντίστοιχα, υποθέτοντας πως οι εντάσεις βροχής ακολουθούν την γάμα κατανομή, κατάλληλες κρίνονται οι άλλες δύο, όπου σε περίπτωση συνόρθωσης μίας ομοιογενούς περιόδου αυτές ταυτίζονται. Από την άλλη, βασική παραδοχή της αναλογικής μεθόδου αποτελεί η ανεξαρτησία ή η πολύ χαμηλή

εξάρτηση των μεταβλητών, όπου δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Συνεπώς, αυξάνει σημαντικά τη μεροληψία αναφορικά με τη διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών, κάτι το οποίο διορθώνεται μέσω μίας επαναληπτικής διαδικασίας (Κουτσογιάννης και Μανέτας, 1996).

3.3.3 Μεροληψία

Δυστυχώς, το μαθηματικό πρόβλημα του επιμερισμού σε λεπτές χρονικές κλίμακες δεν χαρακτηρίζεται μόνο από την προαναφερθείσα πηγή μεροληψίας. Οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) ερευνούν εκτεταμένα το πρόβλημα αυτό, προσομοιώνοντας τον επιμερισμό μίας ημερήσιας χρονοσειράς σε ωριαία, με εναλλακτικές τακτικές. Σύμφωνα με την έρευνά τους, μία ακόμη σημαντική πηγή μεροληψίας αποτελεί η έντονη μεταβλητότητα των στεγνών υποπεριόδων μίας περιόδου, δηλαδή ο έντονα διαλείπων χαρακτήρας του φαινομένου στις λεπτές χρονικές κλίμακες. Επιπρόσθετα, προκύπτει ότι η μεροληψία επηρεάζεται από το αν είναι γνωστό ή όχι το πλήθος των θετικών τιμών. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση που είναι, η διαδικασία συνόρθωσης δεν αυξάνει τη μεροληψία του μοντέλου. Στην αντίθετη περίπτωση, η διασπορά και η ασυμμετρία αποκλίνουν σημαντικά από τις θεωρητικές τιμές σε κάθε περίπτωση, ενώ ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης υπερεκτιμάται αρκετά, μόνο όταν η επιλεχθείσα μέγιστη απόσταση d_a είναι μεγάλη. Χαρακτηριστικά, οι μελετητές υπογραμμίζουν πως αν η μέγιστη απόσταση d_a είναι μικρή, μεγαλύτερη πηγή μεροληψίας αποτελεί η επαναληπτική διαδικασία διόρθωσης και όχι η διαδικασία συνόρθωσης. Ακόμη, από τα αποτελέσματα της έρευνας, συμπεραίνεται πως η υψηλή στοχαστική εξάρτηση αυξάνει την μεροληψία του μοντέλου. Τέλος, η μεροληψία αυξάνεται και όταν η πιθανότητα των θετικών υψών βροχής είναι μικρή. Στην πραγματικότητα, παρόλο που υπάρχουν τεχνικές μείωση της μεροληψίας, όπως η εισαγωγή αρνητικής μεροληψίας, η μεροληψία κρίνεται αμελητέα και δεν απαιτείται η εφαρμογή τους.

3.3.4 Αλγόριθμος επιμερισμού

Στο παρόν υποκεφάλαιο, αναλύεται ο αλγόριθμος επιμερισμού των Κουτσογιάννη και Οποφ (2001), στον οποίο βασίζεται το πακέτο HYETOS-R που εφαρμόζεται στο επόμενο κεφάλαιο. Όπως αναφέρεται και παραπάνω, το μοντέλο αποτελείται από ένα μοντέλο Barlett-Lewis και μία ακριβή διαδικασία συνόρθωσης. Το μοντέλο Barlett-Lewis προσομοιώνει σε συνεχή χρόνο χρησιμοποιώντας μία επαναληπτική διαδικασία, με πιθανότητα πάντα οι παραγόμενοι παλμοί και τα αντίστοιχα επεισόδια να εκτείνονται σε περισσότερες από μία χρονικές περιόδους των υπό μελέτη χρονικών κλιμάκων, όπως υπογραμμίζει ο Κοσιέρης (2011).

Ουσιαστικά, η επαναληπτική διαδικασία λαμβάνει χώρα μέχρι: α) να παραχθεί μία συνθετική χρονοσειρά μικρότερης κλίμακας, που να αποκλίνει όσο ένα δεδομένο όριο d_a (ή λιγότερο), είτε β) μέχρι το πλήθος των επαναλήψεων να φτάσει στο αντίστοιχο επιλεχθέν όριό του. Αφότου προκύψει η συνθετική χρονοσειρά, καθίσταται απαραίτητη η εφαρμογή της διαδικασίας συνόρθωσης για τη βέλτιστη προσαρμογή των στατιστικών παραμέτρων (σε περισσότερες ημέρες, αν τα επεισόδια βροχής εκτείνονται σε περισσότερες περιόδους), αυξάνοντας σε μεγάλο βαθμό τον υπολογιστικό φόρτο. Το πρόβλημα αυτό λύνεται προσομοιώνοντας τις χρονοσειρές ανά υποπεριόδους βροχερών επεισοδίων και όχι τη συνολική περίοδο. Αυτό καθίσταται δυνατό, χάρη σε ορισμένες θεωρήσεις που επιδέχεται το μοντέλο Barlett-Lewis, όπως: α) η ανεξαρτησία μεταξύ των ομαδοποιημένων ημερών βροχής και β) η θεώρηση ότι οι καταγιγίδες ακολουθούν την κατανομή Poisson, όπου σύμφωνα με τους μελετητές αποτελεί μία άκρως ρεαλιστική υπόθεση.

Αναλυτικότερα, ο αλγόριθμος των Κουτσογιάννη και Οποφ (2001) αποτελείται από 4 επίπεδα που περιγράφονται παρακάτω και παρουσιάζονται συνοπτικά στο διάγραμμα ροής στο Σχήμα 3.3:

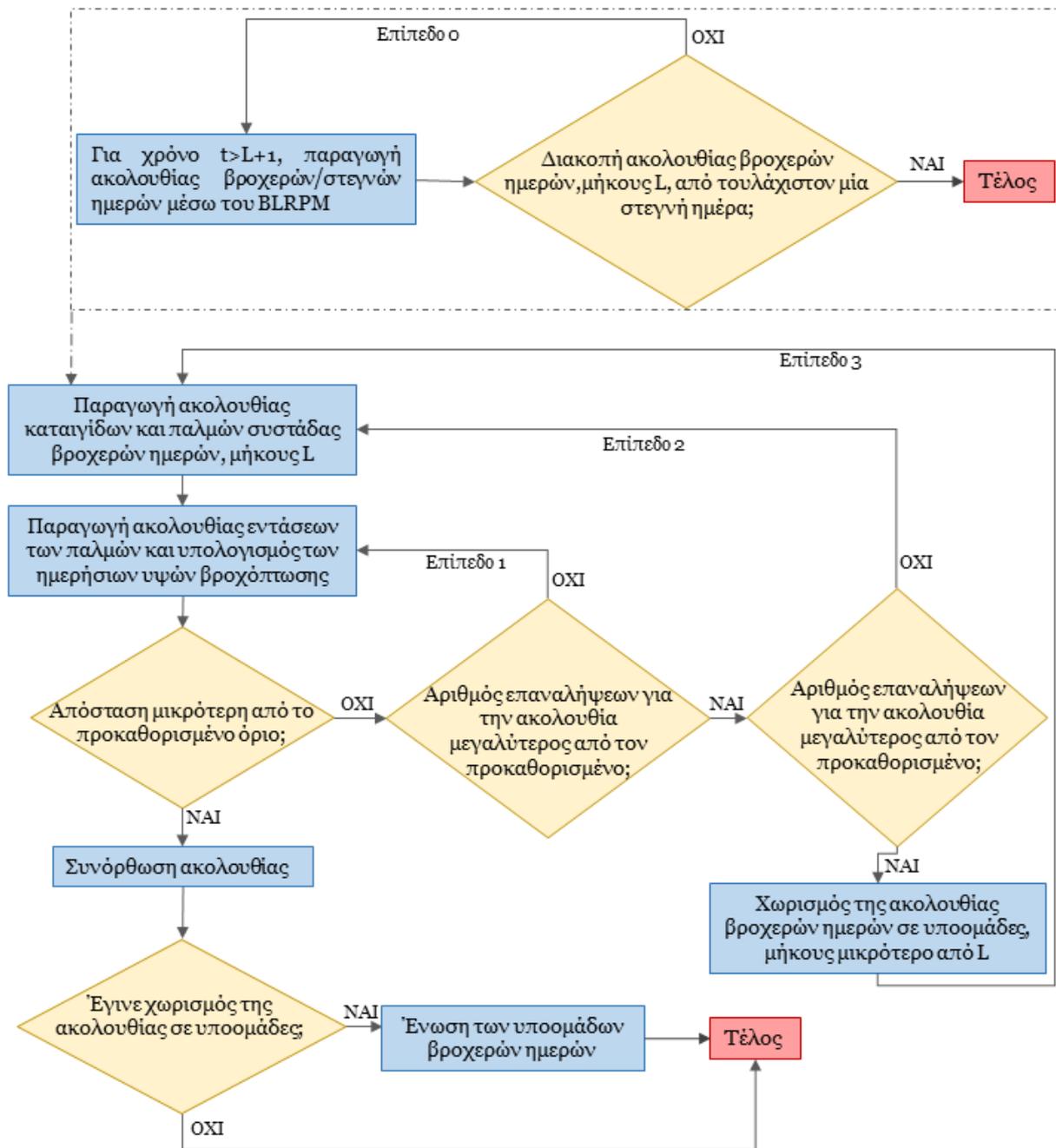
- ο. Επιμερίζεται η εισαχθείσα ημερήσια χρονοσειρά (είτε ιστορική, είτε συνθετική) σε ομάδες μη μηδενικών βροχερών ημερών Z_i , μέχρι το μήκος τους να ισούται με L .
1. Προκύπτουν οι εντάσεις των παραγόμενων ορθογωνικών παλμών των επεισοδίων και υπολογίζονται τα συνθετικά ύψη βροχερών ημερών, μέσω διακριτοποίησης και συνάθροισης.
- 1-2. Μεταξύ των επιπέδων 1 και 2, μέσω της Σχέσης 3.6, ελέγχεται πόσο αποκλίνει η τμηματική συνθετική χρονοσειρά από την αθροιστική,

ώστε να εξασφαλίζεται ότι δεν κυριαρχούν πολύ υψηλά ή χαμηλά συνθετικά ύψη βροχής.

$$d = \left[\sum_{i=1}^l \ln^2 \left(\frac{Z_i+c}{Z_i+c} \right) \right]^{1/2} \quad (3.6)$$

όπου i το πλήθος βροχερών ημερών της ομάδας και c σταθερά ίση με 0.1 mm. Αν $d > d_a$, τότε παράγονται εκ νέου οι εντάσεις για τους υπάρχοντες παλμούς στο Επίπεδο 1, χωρίς να επηρεαστεί η χρονική τους διάταξη, ενώ αν $d \leq d_a$, τα συνθετικά ημερήσια ύψη βροχής μοιάζουν με τα πραγματικά και συναρθρώνεται η ακολουθία.

2. Στο επίπεδο αυτό, ελέγχεται αν το πλήθος των επαναλήψεων του ελέγχου για την ακολουθία ξεπερνά το επιθυμητό όριο. Αν όχι, απορρίπτεται εξ ολοκλήρου η παραχθείσα ακολουθία και παράγεται νέα. Αν ναι, χωρίζεται η ομάδα σε δύο ομάδες μήκους μικρότερο του L και ακολουθεί το Επίπεδο 3.
3. Εφόσον η διαδικασία έχει φτάσει στον έλεγχο του Επιπέδου 3, σημαίνει πως έχει αστοχήσει ο έλεγχος της Σχέσης 3.6 και πως επαληθεύεται ο έλεγχος του Επιπέδου 2. Έτσι, είναι λογικό, το Επίπεδο 3 να κατευθύνει την υπολογιστική διαδικασία ξανά στο Επίπεδο 1.
- 3-. Τέλος, εφόσον η προαναφερθείσα επαναληπτική διαδικασία ολοκληρώνεται, λαμβάνει χώρα ένας τελευταίος έλεγχος, όπου στην περίπτωση που έχει επιμεριστεί η παραχθείσα ομάδα σε 2 ή περισσότερες υποομάδες, τις ενώνει σε μία ομάδα βροχερών ημερών.



Σχήμα 3.3 Διάγραμμα ροής της επαναληπτικής διαδικασίας

3.4 Εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου για βελτιστοποίηση συστημάτων υδατικών πόρων

Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου προτείνεται από τους Κουτσογιάννης και Ευστρατιάδη (2002; Ευστρατιάδης, 2001) για την επίλυση πληθώρας προβλημάτων υδροπληροφορικής. Τα προβλήματα αυτά χαρακτηρίζονται ως καθολικής βελτιστοποίησης και αποτελούν ουσιαστικά μη γραμμικά προβλήματα, χωρίς περιορισμούς προγραμματισμού. Όπως και ο αλγόριθμος αυτός, τις τελευταίες δεκαετίες, αρκετές πιθανοτικές μέθοδοι προτείνουν λύσεις, σε προβλήματα που χρήζουν βελτιστοποίησης και είναι μη ντετερμινιστικού χαρακτήρα (Nelder και Mead, 1965). Βασική δυσκολία, που καλούνται να αντιμετωπίσουν οι μέθοδοι αυτές, είναι η αξιολόγηση της αντικειμενικής συνάρτησης της εκάστοτε χρονοσειράς, η οποία σαν διαδικασία είναι δύσκολη και, ενίοτε, χρονοβόρα. Συνεπώς, σημαντικά χαρακτηριστικά για τους αλγόριθμους αυτούς αποτελούν: α) η ικανότητα του εντοπισμού του ολικού βέλτιστου από οποιοδήποτε αρχικό σημείο, δηλαδή η αποτελεσματικότητά του, και β) η αποδοτικότητά του, που αφορά στην ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου (Duan et al., 1992).

Οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης συνδυάζουν ντετερμινιστικές και τυχαίες μεθόδους, με σκοπό να αναλύσουν τη στατιστική συμπεριφορά της εκάστοτε χρονοσειράς και να καταλήξουν στην ολική βέλτιστη λύση. Οι ντετερμινιστικές μέθοδοι αποτελούν τοπικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, οι οποίες μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία ελαχιστοποίησης δύνανται να βρουν τη βέλτιστη τοπικά λύση. Ουσιαστικά, η λύση που προκύπτει από αυτές τις μεθόδους εξαρτάται από το σημείο εκκίνησης της επαναληπτικής διαδικασίας. Ωστόσο, τα προβλήματα που αφορούν σε πραγματικά φυσικά φαινόμενα, όπως η βροχόπτωσης, παρουσιάζουν πολλαπλά τοπικά ελάχιστα και μέγιστα, παγιδεύοντας έτσι τις λύσεις σε μη ολικά βέλτιστες περιοχές. Συνεπώς, οι αποκλειστικά ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι τοπικής βελτιστοποίησης κρίνονται ακατάλληλοι για εφαρμογή σε προβλήματα υδρολογικού χαρακτήρα. Αυτή η ανεπάρκεια των ντετερμινιστικών μεθόδων, οδηγεί την επιστημονική κοινότητα στην ανάπτυξη των μεθόδων Monte Carlo, δηλαδή πιθανολογικών σχημάτων, που χρησιμοποιούν κανόνες στοχαστικής μετάβασης και δεν επιβάλλουν ειδικές απαιτήσεις αναφορικά με τη φύση της αντικειμενικής συνάρτησης (Price, 1965). Ουσιαστικά, οι μέθοδοι αυτές προσπαθούν ιδανικά να εντοπίσουν το εκάστοτε τοπικό βέλτιστο κάθε περιοχής έλξης με τυχαία αναζήτηση, έπειτα από μία διαδικασία ομαδοποίησης των δεδομένων (Solomatine, 1999).

Με σκοπό τη βελτίωση των πιθανοτικών μεθόδων, δημιουργούνται οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι βασίζονται στο μηχανισμό της φυσικής εξέλιξης. Σημαντικότερη τέτοια κατηγορία αποτελούν οι γενετικοί αλγόριθμοι, όπου οι μεταβλητές αναπαρίστανται από μία δομή που μοιάζει με αυτή των χρωμοσωμάτων, η οποία επιτρέπει τη θεμιτή σύγκλιση του αλγορίθμου (Holland, 1975; Goldberg, 1989; Michalewicz, 1996).

Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου αποτελεί μία πιθανολογική ευρετική τεχνική βελτιστοποίησης που συνδυάζει την ευρωστία της προσομοίωσης ανόπτησης σε τραχιά επιφάνεια απόκρισης, με την αποτελεσματικότητά των μεθόδων αναρρίχησης σε λόφο, σε κυρτές περιοχές. Το βασικό χαρακτηριστικό του αλγορίθμου είναι πως καμία από τις κινήσεις δεν είναι πλήρως ντετερμινιστική, διευρύνοντας το πιθανό πεδίο πρόχειρης αναζήτησης της επαναληπτικής διαδικασίας, που βασίζεται στη μέθοδο Simplex. Αναλυτικότερα, μία τυπική επανάληψη, αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2002; Rozos et al., 2004):

1. Διαμορφώνεται ένα simplex $S = \{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$, επιλέγοντας τυχαία τις κορυφές του από τον τρέχοντα πληθυσμό P , που αποτελείται από $m \geq n + 1$ σημεία, όπου το x_i αντιστοιχεί στην καλύτερη (χαμηλότερη) τιμή και το x_{n+1} στη χειρότερη (υψηλότερη) τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης f .
2. Από το υποσύνολο $\{x_2, \dots, x_{n+1}\}$ επιλέγεται το υποψήφιο άτομο w (κορυφή), που επιλέγεται να «πεθάνει», δηλαδή να αντικατασταθεί. Το υποψήφιο σημείο αποτελεί την κορυφή, που μεγιστοποιεί την τροποποιημένη συνάρτηση της Σχέσης 3.7:

$$g(x_i) = f(x_i) + uT \quad (3.7)$$

όπου f είναι η αρχική αντικειμενική συνάρτηση, T είναι η τρέχουσα «θερμοκρασία» και u είναι ένας τυχαίος αριθμός από την ομοιόμορφη κατανομή.

3. Ένα νέο σημείο r δημιουργείται, αντανακλώντας το simplex μακριά από το w , βάσει της Σχέσης 3.8:

$$r = g + (0.5 + u)(g - w) \quad (3.8)$$

όπου g , το κεντροειδές του υποσυνόλου $S - \{w\}$.

4. Αν $f(r) < f(w)$, το νέο σημείο r αντικαθιστά την κορυφή w . Επιπλέον, εάν $f(r) < f(x_i)$, δηλαδή το νέο σημείο είναι καλύτερο από την τρέχουσα

καλύτερη κορυφή, εφαρμόζεται μια ακολουθία βημάτων επέκτασης (ελαχιστοποίηση γραμμής) σύμφωνα με τη Σχέση 3.9:

$$x_{new} = g + \varphi^{[s]}(r - g) \quad (3.9)$$

όπου $\varphi^{[s]} = \varphi^{[s-1]} + u$ και $\varphi^{[0]} = 1$. Η επέκταση συνεχίζεται, όσο η τιμή της συνάρτησης βελτιώνεται, επιτυγχάνοντας έτσι τη διαδικασία τοπικής αναζήτησης. Από την άλλη, αν $f(r) > f(x_i)$, το simplex συστέλλεται εξωτερικά, βάσει της Σχέσης 3.10:

$$x_{new} = g + (0.25 + 0.5u)(r - g) \quad (3.10)$$

Εάν, είτε η επέκταση, είτε η εξωτερική συστολή είναι επιτυχής, το x_{new} αντικαθιστά το r .

5. Εάν $g(r) > g(w)$, το σημείο ανάκλασης r δεν γίνεται αποδεκτό, η πραγματική θερμοκρασία μειώνεται με συντελεστή λ και το simplex συστέλλεται εσωτερικά, σύμφωνα με τη Σχέση 3.11:

$$x_{new} = g - (0.25 + 0.5u)(g - w) \quad (3.11)$$

Αν $f(x_{new}) > f(x_{n+1})$, δηλαδή το νέο σημείο είναι χειρότερο από την τρέχουσα χειρότερη κορυφή, το simplex συρρικνώνεται προς την καλύτερη κορυφή x_i , ώστε $x_i' = 0.5(x_i + x_i)$.

6. Εάν $g(r) < g(w)$, το σημείο ανάκλασης r γίνεται αποδεκτό, ακόμη και αν επιδεινώσει την τιμή της συνάρτησης. Στη συνέχεια, ένας δεδομένος αριθμός ανηφορικών κινήσεων υλοποιείται σύμφωνα με τη Σχέση 3.9. Η διαφορά των τιμών των επόμενων συναρτήσεων είναι μια προσέγγιση της διαβάθμισης. Κάθε φορά που η κλίση γίνεται αρνητική, το simplex ξεφεύγει από την περιοχή έλξης του τρέχοντος τοπικού ελάχιστου και το νέο σημείο αντικαθιστά το r . Διαφορετικά, εάν οποιαδήποτε δοκιμαστική ανηφόρα είναι επιτυχής, δημιουργείται ένα τυχαίο σημείο στα όρια του πληθυσμού P και αντικαθιστά το r σύμφωνα με μια πιθανότητα μετάλλαξης p_m . Το νέο σημείο δημιουργείται βάσει της Σχέσης 3.12:

$$x_{new} = c + dy/\|y\| \quad (3.12)$$

όπου c είναι το κεντροειδές του P , d η μέγιστη Ευκλείδεια απόσταση των μελών του P και y είναι μία τυχαία κατεύθυνση στο n -διάστατο χώρο.

Ο αλγόριθμος σταματά, αν η σχετική απόσταση μεταξύ της τρέχουσας καλύτερης τιμής f_{min} και της χειρότερης τιμής f_{max} της συνάρτησης στο P γίνει μικρότερη από μια δεδομένη ανοχή ε . Η αρχική θερμοκρασία τίθεται ίση με $f_{max} - f_{min}$, ενώ στην αρχή κάθε κύκλου επαναξιολογείται, ώστε να μην υπερβαίνει ποτέ το $\xi (f_{max} - f_{min})$, όπου $\xi \geq 1$ είναι παράμετρος ελέγχου του προγράμματος ανόπτησης.

Με πιο άλλα λόγια, η θερμοκρασία μειώνεται σταδιακά, σύμφωνα με ένα κατάλληλο πρόγραμμα ψύξης ανόπτησης, που προσαρμόζεται αυτόματα κατά τη διάρκεια της εξέλιξης. Κατά συνέπεια, η πιθανότητα αντικατάστασης ατόμων με κακή απόδοση αυξάνεται, καθώς η διαδικασία σταδιακά μεταβαίνει από μια τυχαία διαδρομή σε μια τοπική αναζήτηση. Ο τελεστής ανασυνδυασμού βασίζεται στις γνωστές μεταβάσεις απλού κατωφέρειας (Nelder και Mead, 1965). Σύμφωνα με τις σχετικές τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης στις κορυφές, το simplex ανακλάται, διαστέλλεται, συστέλλεται ή συρρικνώνεται, όπου χρησιμοποιούνται οιονεί στοχαστικοί παράγοντες κλίμακας αντί για σταθερούς.

Για να εξασφαλίσει ο αλγόριθμος μεγαλύτερη ευελιξία, εισάγονται πρόσθετοι μετασχηματισμοί, δηλαδή πολλαπλή επέκταση προς την κατεύθυνση της ανάκλασης, όταν βρίσκεται μια κατηφορική διαδρομή (δηλαδή, η κλίση της συνάρτησης) και παρόμοιες επεκτάσεις, αλλά στην αντίθετη (ανοδική) κατεύθυνση, προκειμένου να αποδράσει από το πλησιέστερο τοπικό ελάχιστο. Εάν οποιαδήποτε από τις παραπάνω μεταβάσεις βελτιώνει την τιμή της συνάρτησης, το νέο άτομο δημιουργείται μέσω της διαγραφής. Ο σχετιζόμενος χειριστής χρησιμοποιεί ένα σχήμα τυχαίας διαταραχής εκτός του συνηθισμένου εύρους του πληθυσμού, όπως προσδιορίζεται με βάση το μέσο όρο και τις τιμές τυπικής απόκλισης των συντεταγμένων του.

4. ΠΑΚΕΤΟ HYETOS-R – ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΜΕΛΕΤΗΣ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ

4.1 Πακέτο HYETOS-R

Το πακέτο HYETOS-R είναι ανεπτυγμένο από τους Kossieris et al. (2016) σε περιβάλλον R, ιδιαίτερα εύχρηστο και με ευρεία εφαρμογή. Αποτελεί ένα ελεύθερο ολοκληρωμένο εργαλείο για τη χρονική στοχαστική προσομοίωση του φαινομένου της βροχής· με βάση το μοντέλο ορθογωνικών παλμών, το οποίο βασίζεται στη μεθοδολογία των Κουτσογιάννη και Ονοφ (2000), του προηγούμενου κεφαλαίου. Αποτελείται από τέσσερις συναρτήσεις οι οποίες περιγράφονται στη συνέχεια, ενώ συνδυάζει και τη χρήση των πακέτων "moments", "gplots", "gtools" και "gdata".

Σαν εργαλείο, δύναται να παράγει συνθετικά ύψη βροχής σε διάφορες χρονικές κλίμακες. Ακόμη, επιμερίζει ημερήσια ύψη βροχής σε αρκετά λεπτές κλίμακες (έως και 1 λεπτό). Επιπρόσθετα, συνδυάζει διαφορετικούς τρόπους λειτουργίας, όπως την προαιρετική σύγκριση της τμηματικής χρονοσειράς με ιστορικά δεδομένα (εάν υπάρχουν), είτε με ύψη βροχής, εφαρμόζοντας το μοντέλο Barlett-Lewis. Σημαντική δυνατότητα του μοντέλου αποτελεί ο υπολογισμός των απαιτούμενων παραμέτρων των εναλλακτικών μοντέλων Barlett-Lewis, μέσω της εξελικτικής ανόπτησης-απλόκου μεθόδου βελτιστοποίησης (Evolutionary Annealing-Simplex Method). Σημαντικό πλεονέκτημα του πακέτου αποτελεί ότι δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει εναλλακτικές συναρτήσεις κατανομών (Weibull, γάμα και εκθετική). Τέλος, διαθέτει αρκετές γραφικές δυνατότητες παρουσίασης των αποτελεσμάτων.

4.1.1 DisagSimul

Η συνάρτηση `DisagSimul` επιμερίζει μία ημερήσια χρονοσειρά σε ωριαίες και υποωριαίες χρονικές κλίμακες. Αρχείο εισόδου αποτελεί μόνο η ημερήσια ιστορική χρονοσειρά, ενώ ακόμη η τμηματική χρονοσειρά δεν συγκρίνεται με την ιστορική ημερήσια, ούτε με κάποια συνθετική.

Η μορφή της συνάρτησης, όπως χρησιμοποιείται από το χρήστη, είναι η ακόλουθη:

```
DisagSimul (TimeScale=1, BLpar=list (lambda, phi, kappa, alpha, v, mx, sxx),  
CellIntensityProp=list (Weibull=FALSE, iota=NA) ,  
RepetOpt=list (DistAllowed=0.1, FacLevel1Rep=20, MinLevel1Rep=50,  
TotalRepAllowed=5000) , NumOfSequences=10,  
Statistics=list (print=TRUE, plot=TRUE) ,  
ImportHistData=list (file="histdata.txt", FileContent=c ("WetDays", "All  
Days") , DaysPerSeason=31, na.values="NA") ,  
ExportSynthData=list (exp=FALSE, file="SynthData.txt", FileContent=  
c ("WetDays", "AllDays")) , PlotHyetographs=FALSE, RandSeed=NULL)
```

Επιγραμματικά, αναφέρονται τα δεδομένα εισόδου της συνάρτησης, ενώ για περισσότερες πληροφορίες μπορεί να ανατρέξει κανείς στο ελεύθερο εγχειρίδιο του πακέτου (Kossieris et al., 2016).

1. **TimeScale**: η χρονική κλίμακα επιμερισμού της ημερήσιας βροχόπτωσης, η οποία εκφράζεται σε ώρες ή υποδιαιρέσεις της (για λεπτότερες χρονικές κλίμακες).
2. **BLpar**: λίστα των παραμέτρων του μοντέλου Barlett-Lewis, οι οποίες αν δεν είναι γνωστές, υπολογίζονται από τη συνάρτηση `eas` που αναλύεται στο υποκεφάλαιο 4.1.3.
3. **CellIntensityProp**: λίστα που καθορίζει την κατανομή της έντασης των παλμών.
4. **RepetOpt**: λίστα παραμέτρων που καθορίζουν τη συμπεριφορά του αλγόριθμου επιμερισμού.
5. **NumOfSequences**: ένας θετικός ακέραιος αριθμός που καθορίζει τον αριθμό των συστάδων βροχερών ημερών που χρήζουν επιμερισμού.
6. **Statistics**: λίστα λογικών μεταβλητών (TRUE/FALSE) που υποδεικνύει αν ο χρήστης επιθυμεί τα κύρια στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και ομαδοποιημένων δεδομένων να εκτυπωθούν (`print=TRUE`) ή/και να απεικονιστούν (`plot=TRUE`).
7. **ImportHistData**: λίστα παραμέτρων που καθορίζουν την εισαγωγή των ιστορικών υψών βροχής από ένα εξωτερικό αρχείο.
8. **ExportSynthData**: λίστα παραμέτρων που καθορίζουν την εξαγωγή των συνθετικών υψών βροχής σε ένα αρχείο εξόδου.
9. **PlotHyetographs**: μία λογική μεταβλητή (TRUE/FALSE) που υποδεικνύει αν ο χρήστης επιθυμεί να απεικονίσει τα υετογραφήματα της ιστορικής και της συνθετικής χρονοσειράς.

Αντίστοιχα, στοιχεία εξόδου της συνάρτησης αποτελούν τα ακόλουθα:

1. `Disaggregated rainfall depths`: πινάκας που περιέχει τα αναλυμένα βάρη βροχοπτώσεων κάθε συστάδας υγρών ημερών, τα οποία εξάγονται σε αρχείο κειμένου (π.χ. “.txt”), εάν `exp=TRUE`.
2. `Statistics`: λίστα πινάκων που περιέχει τα κύρια στατιστικά στοιχεία όλων των τιμών δεδομένων, τις τιμές υγρής ημέρας και τις τιμές υγρής ώρας. Τα στατιστικά στοιχεία εκτυπώνονται, εάν `print=TRUE`, ενώ εάν `plot=TRUE`, παρουσιάζονται τα διαγράμμάτα τους.
3. Το ιστορικό και συνθετικό υετογράφημα κάθε συστάδας υγρών ημερών συμπεριλαμβάνεται στα ως άνω αποτελέσματα, εάν `Hyetographs=TRUE`.

Αναλυτικότερα, η συνάρτηση χρησιμοποιεί το στοχαστικό μοντέλο Barlett-Lewis για την παραγωγή των συνθετικών βροχοπτώσεων. Έπειτα, χρησιμοποιεί μία επαναληπτική διαδικασία, για τη δημιουργία μίας συνθετικής χρονοσειράς που μοιάζει με την ιστορική. Ενώ ακολουθεί η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης, ώστε να συμφωνεί πλήρως η συνθετική χρονοσειρά με την ημερήσια ιστορική χρονοσειρά (Κουτσογιάννης, 1994, 2000, 2003; Κουτσογιάννης, και Μανέτας, 1996).

Υπενθυμίζεται πως το γενικό μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis χαρακτηρίζεται από τις εξής βασικές παραδοχές (Rodriguez-Iturbe et Al., 1987, 1988):

1. Τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων t_i ακολουθούν μία ανέλιξη Poisson παραμέτρου λ .
2. Τα χρονικά σημεία έναρξης των ορθογωνικών παλμών t_{ij} ακολουθούν μία ανέλιξη Poisson παραμέτρου β .
3. Ο συνολικός χρόνος παραγωγής των ορθογωνικών παλμών σε κάθε καταιγίδα v_i ακολουθεί την εκθετική κατανομή παραμέτρου γ .
4. Οι διάρκειες των παλμών w_{ij} ακολουθούν την εκθετική κατανομή παραμέτρου η .
5. Για κάθε ορθογωνικό παλμό απαιτείται μια εκτίμηση του εντατικού μεγέθους (ένταση, ύψος) X_{ij} με καθορισμένη κατανομή.

Για την εφαρμογή του μοντέλου, ο χρήστης δύναται να επιλέξει μεταξύ του BLRPM και του RBLRPM. Στο BLRPM, οι παράμετροι, που σχετίζονται με τους παλμούς, θεωρούνται σταθερές μεταξύ διαφορετικών καταιγίδων. Στο RBLRPM (Onof και Wheeler, 1993), η παράμετρος η μεταβάλλεται τυχαία από καταιγίδα σε καταιγίδα, σύμφωνα με μια κατανομή γάμμα με παράμετρο σχήματος α και παράμετρο κλίμακας ν . Ακόμη, και οι παράμετροι β και γ μεταβάλλονται, ώστε οι λόγοι $\kappa = \beta / \eta$ και $\varphi = \gamma / \eta$ να είναι σταθεροί. Μία ακόμη διαθέσιμη εκδοχή του RBLRP

είναι διαθέσιμη (Onof και Wheeler, 1994), με εξαρτημένη ένταση-διάρκεια (Kaczmarek et al., 2014), που επιτρέπει στο μ_X να μεταβάλλεται αναλογικά με την παράμετρο διάρκειας του παλμού η , ώστε ο λόγος $\iota = \mu_X / \eta$ να είναι σταθερός.

Η κατανομή της έντασης του παλμού X_{ij} τυπικά θεωρείται εκθετική με μέση τιμή μ_X . Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μεταξύ της διπαραμετρικής γάμα κατανομής με μέση τιμή μ_X και τυπική απόκλιση σ_X και της κατανομής Weibull με μέση τιμή μ_X και αντίστοιχη παράμετρο σχήματος. Βάσει της επιλεγμένης κατανομής, γίνονται και οι κατάλληλες μετατροπές στα ορίσματα εισόδου (αναλυτικότερα στο εγχειρίδιο). Επαγωγικά, το μοντέλο μπορεί να αποτελείται από πέντε έως επτά παραμέτρους αντίστοιχα. Συνήθως, το μοντέλο εφαρμόζεται ανά μήνα, αλλά μπορεί να εφαρμοστεί και ανά τρεις μήνες, ή ακόμα και χρόνο.

4.1.2 DisagSimul.test

Η συνάρτηση `DisagSimul.test` μοιάζει με την προηγούμενη συνάρτηση, με τη διαφορά ότι αν δεν υπάρχει μία ιστορική ημερήσια χρονοσειρά βροχόπτωσης, δύναται να δημιουργήσει μία, χρησιμοποιώντας το μοντέλο Barlett-Lewis. Ακόμη, σε αντίθεση με τη `DisagSimul`, η συνάρτηση αυτή εξετάζει την απόδοση ολόκληρου του μοντέλου, συγκρίνοντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά των επιμερισμένων υψών με των αρχικών.

Η μορφή της συνάρτησης, όπως χρησιμοποιείται από το χρήστη, είναι η ακόλουθη:

```
DisagSimul.test(Length=1000,TimeScale=1,  
BLpar=list(lambda,phi,kappa,alpha,v,mx,sxmx),  
CellIntensityProp=list(Weibull=FALSE,iota=NA),  
RepetOpt=list(DistAllowed=0.1,FacLevel1Rep=20,MinLevel1Rep=50,TotalRe  
pAllowed=5000),NumOfSequences=10,  
Statistics=list(print=TRUE,plot=TRUE),  
ImportHistData=list(imp=FALSE,file="histdata.txt",ImpDataTimeScale=1,  
FileContent=c("WetDays","AllDays"),DaysPerSeason=31,DailyValues=TRUE,  
na.values="NA",ImpDataTimeScale=1),  
ExportSynthData=list(exp=FALSE,file="SynthData.txt",  
FileContent=c("WetDays","AllDays"),DaysPerSeason=31),  
PlotHyetographs=FALSE,RandSeed=NULL)
```

Επιγραμματικά, αναφέρονται τα δύο επιπλέον δεδομένα εισόδου της συνάρτησης (το 1^ο και το τελευταίο), ενώ για περισσότερες πληροφορίες μπορεί να ανατρέξει κανείς στο ελεύθερο εγχειρίδιο του πακέτου.

1. `Length`: ένας θετικός ακέραιος που καθορίζει το μήκος των συνθετικών χρονοσειρών ύψους βροχόπτωσης, το οποίο δημιουργείται μέσω του μοντέλου Barlett-Lewis (εφόσον δεν υπάρχει αρχείο εισόδου ιστορικής χρονοσειράς).
2. `RandSeed`: μία ακέραια τιμή για τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, όπου αν είναι ίση με `NULL`, δεν εισάγεται τυχαιότητα.

Αντίστοιχα, τα στοιχεία εξόδου της συνάρτησης αποτελούν τα ίδια, με αυτά της προηγούμενης συνάρτησης.

4.1.3 `eas`

Η συνάρτηση `eas` αποτελεί μία βελτιωμένη έκδοση της εξελικτικής μεθόδου βελτιστοποίησης ανόπτησης-απλόκου, που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου Barlett-Lewis.

Η μορφή της συνάρτησης, όπως χρησιμοποιείται από το χρήστη, είναι η ακόλουθη:

```
eas (n, m, xmin, xmax, xlow, xup, fn, maxeval=1500, ftol=1.e-07,  
ratio=0.99, pmut=0.9, beta=2, maxclimbs=5, ...)
```

Επιγραμματικά, αναφέρονται τα ορίσματα της συνάρτησης, ενώ για περισσότερες πληροφορίες μπορεί να ανατρέξει κανείς στο ελεύθερο εγχειρίδιο του πακέτου.

1. `n`: ένας ακέραιος που καθορίζει τη διάσταση του προβλήματος (αριθμός μεταβλητών παραμέτρων).
2. `m`: ένας θετικός ακέραιος, μεγαλύτερος από `n`, που καθορίζει το μέγεθος του πληθυσμού ($m \geq n + 1$).
3. `xmin`: ένα διάνυσμα, με μήκος ίσο με `n`, που ορίζει τα εσωτερικά κατώτερα όρια παραμέτρων (εφικτός χώρος αρχικού πληθυσμού).
4. `xmax`: ένα διάνυσμα, με μήκος ίσο με `n`, που ορίζει τα εσωτερικά ανώτατα όρια παραμέτρων (εφικτός χώρος αρχικού πληθυσμού).
5. `xlow`: ένα διάνυσμα, με μήκος ίσο με `n`, που ορίζει τα εξωτερικά όρια της κάτω παραμέτρου.
6. `xup`: ένα διάνυσμα, με μήκος ίσο με `n`, που ορίζει τα εξωτερικά όρια της άνω παραμέτρου.

7. `fn`: η αντικειμενική συνάρτηση, που χρήζει βελτιστοποίησης. Μια διανυσματική συνάρτηση που παίρνει ένα πραγματικό διάνυσμα ως όρισμα και επιστρέφει την τιμή της συνάρτησης σε αυτό το σημείο.
8. `maxeval`: Ένας θετικός ακέραιος αριθμός που καθορίζει τον μέγιστο αριθμό αξιολογήσεων συναρτήσεων. Η προεπιλογή είναι `maxeval=1500`. Η προτεινόμενη τιμή είναι `maxeval>100*n`.
9. `ftol`: ένας θετικός αριθμός που καθορίζει την ανοχή κλασματικής σύγκλισης που πρέπει να επιτευχθεί στην τιμή της συνάρτησης. Η προεπιλογή είναι `ftol=1.e-07`.
10. `ratio`: ένας θετικός αριθμός, συνήθως $0.80 \div 0.99$, που προσδιορίζει το κλάσμα της μείωσης της θερμοκρασίας, όταν βρεθεί ένα τοπικό ελάχιστο. Η προεπιλογή είναι `ratio=0.99`.
11. `pmut`: ένας θετικός αριθμός, $0.5 \div 0.95$, που καθορίζει την πιθανότητα αποδοχής ενός απογόνου που δημιουργείται μέσω μετάλλαξης. Η προεπιλογή είναι `pmut=0.9`. Υψηλότερες τιμές προτείνονται για πολύ δύσκολα προβλήματα, όταν είναι απαραίτητο να αυξηθεί η τυχαιότητα.
12. `beta`: ένας θετικός ακέραιος, μεγαλύτερος από 1, που καθορίζει την παράμετρο χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Η προεπιλογή είναι `beta=2`.
13. `maxclimbs`: ένας θετικός ακέραιος, συνήθως $3 \div 5$, που καθορίζει τον μέγιστο αριθμό βημάτων ανηφόρας. Η προεπιλογή είναι `maxclimbs=5`.
14. ...: περαιτέρω ορίσματα που πρέπει να περάσουν στη αντικειμενική συνάρτηση.

Αντίστοιχα, στοιχεία εξόδου της συνάρτησης αποτελούν τα ακόλουθα:

1. `bestpar`: ένα διάνυσμα που περιέχει το καλύτερο σύνολο παραμέτρων που βρέθηκε.
2. `bestval`: η τιμή του `fn` αντιστοιχεί στο `bestpar`.
3. `nfeval`: αριθμός αξιολογήσεων συνάρτησης `fn`.
4. `niter`: αριθμός επαναλήψεων που λαμβάνονται από τον αλγόριθμο.
5. `ntolpop`: η ανοχή κλασματικής σύγκλισης του πληθυσμού που δημιουργείται κατά την τελευταία επανάληψη.
6. `pop`: ο πληθυσμός που παράγεται στην τελευταία επανάληψη.

Υπενθυμίζεται πως ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί μία πιθανολογική ευρετική τεχνική βελτιστοποίησης που συνδυάζει την ευρωστία της προσομοίωσης ανόπτησης σε τραχιά επιφάνεια απόκρισης, με την αποτελεσματικότερα των μεθόδων αναρρίχησης σε λόφο, σε κυρτές περιοχές. Η συνάρτηση αυτή βασίζεται στον αρχικό κώδικα σε περιβάλλον Pascal-Delphi του Ευστρατιάδη (2007), με ορισμένες τροποποιήσεις από τους Κοσιέρη και Τυράλη (Kossieris et al., 2016). Στην τρέχουσα

έκδοση, ο υπολογισμός του σημείου ανάκλασης αλλάζει και το simplex δεν αντανakλάται προς την κατεύθυνση του γεωμετρικού κέντρου, αλλά προς ένα σταθμισμένο κέντρο, όπου τα βάρη εκχωρούνται με βάση την αντικειμενική τιμή συνάρτησης. Αυτό επιτρέπει μια πιο ακριβή εκτίμηση της κλίσης, που εξασφαλίζει μια πολύ πιο αποτελεσματική αναζήτηση σε πολυδιάστατους εφικτούς χώρους.

4.1.4 SequentialSimul

Η συνάρτηση `SequentialSimul` επιτρέπει τη δημιουργία συνθετικών χρονοσειρών βροχοπτώσεων μέσω του ορθογώνιου παλμικού μοντέλου Bartlett-Lewis, χωρίς να εκτελείται επιμερισμός.

Η μορφή της συνάρτησης, όπως χρησιμοποιείται από το χρήστη, είναι η ακόλουθη:

```
SequentialSimul (Length=1000, BLpar=list (lambda, phi, kappa, alpha, v, mx, sxmx), CellIntensityProp=list (Weibull=FALSE, iota=NA), TimeScale=1, Statistics=list (print=TRUE, plot=TRUE), ImportHistData=list (imp=FALSE, file="histdata.txt", ImpDataTimeScale=1, FileContent=c ("WetDays", "AllDays"), DailyValues=TRUE, DaysPerSeason=31, na.values="NA"), ExportSynthData=list (exp=FALSE, file="SynthData.txt", FileContent=c ("WetDays", "AllDays"), DaysPerSeason=31), PlotTs=FALSE, RandSeed=NULL)
```

Επιγραμματικά, αναφέρονται τα δεδομένα εισόδου της συνάρτησης:

1. **Length**: ένας θετικός ακέραιος που καθορίζει τη διάρκεια των χρονοσειρών. Για το όρισμα **Length**, οι μονάδες είναι ημέρες (d). Η προεπιλεγμένη τιμή είναι 1000 ημέρες.
2. **BLpar**: λίστα των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis.
3. **CellIntensityProp**: λίστα ορισμάτων που καθορίζουν την κατανομή της έντασης του κελιού.
4. **TimeScale**: η χρονική κλίμακα επιμερισμού της ημερήσιας βροχόπτωσης, η οποία εκφράζεται σε ώρες ή υποδιαίρεσεις της (για λεπτότερες χρονικές κλίμακες).
5. **Statistics**: λίστα λογικών μεταβλητών (TRUE/FALSE) που υποδεικνύει αν ο χρήστης επιθυμεί τα κύρια στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και ομαδοποιημένων δεδομένων να εκτυπωθούν (`print=TRUE`) ή/και να απεικονιστούν (`plot=TRUE`).
6. **ImportHistData**: λίστα παραμέτρων που καθορίζουν την εισαγωγή των ιστορικών υψών βροχής από ένα εξωτερικό αρχείο.

7. `ExportSynthData`: λίστα παραμέτρων που καθορίζουν την εξαγωγή των συνθετικών υψών βροχής σε ένα αρχείο εξόδου.
8. `PlotTs`: λογική μεταβλητή (`TRUE/FALSE`), που υποδεικνύει εάν ο χρήστης επιθυμεί τη σχηματική απεικόνιση της συνθετικής χρονοσειράς. Η προεπιλογή είναι `PlotTs=TRUE`.
9. `RandSeed`: μία ακέραια τιμή για τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, όπου αν είναι ίση με `NULL`, δεν εισάγεται τυχαιότητα.

Αντίστοιχα, στοιχεία εξόδου της συνάρτησης αποτελούν τα ακόλουθα:

1. `Time series`: διάνυσμα των συνθετικών υψών βροχόπτωσης, τα οποία εξάγονται σε αρχείο κειμένου (π.χ. “.txt”), εάν `exp=TRUE`. Η συνθετική χρονοσειρά παρουσιάζεται διαγραμματικά, εάν `plot=TRUE`.
2. `Statistics`: λίστα πινάκων που περιέχει τα κύρια στατιστικά στοιχεία όλων των τιμών δεδομένων, τις τιμές υγρής ημέρας και τις τιμές υγρής ώρας. Τα στατιστικά στοιχεία εκτυπώνονται, εάν `print=TRUE`, ενώ εάν `plot=TRUE`, παρουσιάζονται τα διαγράμμάτα τους.

4.2 Περιοχές Μελέτης

Στην παρούσα μελέτη, λαμβάνει χώρα ο επιμερισμός χρονοσειρών βροχόπτωσης σε διάφορες περιοχές στην Ελλάδα, με τη χρήση του πακέτου `HYETOS-R`. Τα ιστορικά δεδομένα βροχόπτωσης προέρχονται από 4 αντιδιαμετρικές περιοχές της χώρας. Ο εφαρμογή του πακέτου και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων γίνονται ανά μήνα, ενώ για κάθε μήνα κάθε περιοχής, η διαδικασία λαμβάνει χώρα 2 φορές, μία για την εκθετική κατανομή και μία για τη γάμα. Για κάθε περιοχή μελέτης τα ημερήσια δεδομένα είναι μήκους 10 ετών. Καθώς το πλήθος των περιοχών μελέτης σε συνδυασμό με τις εναλλακτικές εφαρμογές που λαμβάνουν χώρα είναι αρκετά μεγάλο, στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζονται τα στοιχεία του πιο βροχερού και του πιο ξηρού μήνα κάθε περιοχής.

Πρώτη περιοχή μελέτης αποτελεί η Θεσσαλονίκη, όπου ο πιο βροχερός της μήνας είναι ο Ιανουάριος και ο πιο ξηρός ο Ιούνιος. Η Θεσσαλονίκη αποτελεί μία πόλη με συχνές βροχοπτώσεις καθόλη τη διάρκεια ενός έτους, ενώ η βροχή ελαττώνεται το καλοκαίρι, χωρίς όμως να παρουσιάζει μηδενικά ύψη βροχής την καλοκαιρινή περίοδο. Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1:

Πίνακας 4.1 Ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά Θεσσαλονίκης (Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία (ΕΜΥ), 2022)

	Κλίμακα (h)	Ιανουάριος	Ιούνιος
Μέση τιμή (mm)	1	0.059	0.009
	6	0.355	0.051
	12	0.710	0.103
	24	1.420	0.206
Τυπική απόκλιση (mm)	1	0.395	0.031
	6	2.889	0.185
	12	8.718	0.497
	24	18.904	1.162
Συνδιακύμανση (mm ²) (lag-1)	1	0.004	0.000
	6	0.126	0.003
	12	0.504	0.011
	24	3.238	0.042
Πιθανότητα Ξηρότητας (%)	1	0.967	0.994
	6	0.847	0.969
	12	0.790	0.942
	24	0.697	0.903

Επόμενη περιοχή μελέτης αποτελεί το Ηράκλειο, με πιο βροχερό μήνα τον Ιανουάριο. Ως πιο ξηρός επιλέγεται ο Αύγουστος, καθώς ο Ιούνιος και ο Ιούλιος παρουσιάζουν μηδενικά ύψη βροχόπτωσης για όλα τα διαθέσιμα χρόνια. Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2:

Πίνακας 4.2 Ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά Ηρακλείου (Πηγή: EMY, 2022)

	Κλίμακα (h)	Ιανουάριος	Αύγουστος
Μέση τιμή (mm)	1	0.148	0.005
	6	0.891	0.031
	12	1.782	0.063
	24	3.563	0.126
Τυπική απόκλιση (mm)	1	1.161	0.030
	6	9.341	0.179
	12	23.048	0.369
	24	56.891	0.732
Συνδιακύμανση (mm ²) (lag-1)	1	0.022	0.000
	6	0.543	0.001
	12	11.257	0.004
	24	49.304	0.016
Πιθανότητα Ξηρότητας (%)	1	0.935	0.998
	6	0.727	0.990
	12	0.645	0.984
	24	0.510	0.968

Συνεχίζοντας, ακολουθεί η Κέρκυρα, όπου σαν νησί χαρακτηρίζεται από έντονα βροχερούς χειμώνες και καλοκαίρια ιδιαίτερα ξηρά. Ο πιο βροχερός της μήνας είναι ο Δεκέμβριος και αντίστοιχα πιο ξηρός ο Ιούλιος, των οποίων τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3:

Πίνακας 4.3 Ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά Κέρκυρας (Πηγή: EMY, 2022)

	Κλίμακα (h)	Δεκέμβριος	Ιούλιος
Μέση τιμή (mm)	1	0.263	0.018
	6	1.576	0.110
	12	3.152	0.221
	24	6.305	0.442
Τυπική απόκλιση (mm)	1	2.727	0.194
	6	21.878	1.883
	12	75.092	4.146
	24	216.277	8.226
Συνδιακύμανση (mm ²) (lag-1)	1	0.069	0.000
	6	2.484	0.012
	12	9.937	0.049
	24	35.334	0.195
Πιθανότητα Ξηρότητας (%)	1	0.925	0.995
	6	0.705	0.976
	12	0.645	0.965
	24	0.523	0.942

Τελευταία περιοχή μελέτης αποτελεί η Ρόδος. Ο πιο βροχερός μήνας του νησιού είναι πάλι ο Δεκέμβριος και, μετά από τους μηδενικούς μήνες, ο πιο ξηρός μήνας είναι ο Σεπτέμβριος, με τα στατιστικά στοιχεία που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4:

Πίνακας 4.4 Ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά Ρόδου (Πηγή: EMY, 2022)

	Κλίμακα (h)	Δεκέμβριος	Σεπτέμβριος
Μέση τιμή (mm)	1	0.203	0.003
	6	1.220	0.015
	12	2.439	0.030
	24	4.879	0.060
Τυπική απόκλιση (mm)	1	2.491	0.009
	6	20.247	0.052
	12	51.132	0.110
	24	143.790	0.293
Συνδιακύμανση (mm ²) (lag-1)	1	0.041	0.000
	6	1.488	0.000
	12	5.950	0.001
	24	23.802	0.004
Πιθανότητα Ξηρότητας (%)	1	0.951	0.998
	6	0.787	0.989
	12	0.703	0.984
	24	0.600	0.974

4.3 Εφαρμογή HYETOS-R

Για κάθε περιοχή μελέτης, αρχικά λαμβάνει χώρα ο υπολογισμός των παραμέτρων του μοντέλου ορθογωνικού παλμού Barlett-Lewis, βάσει της συνάρτησης eas που περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.1.3. Όπως προκύπτει από τη θεωρητική ανάλυση των υποκεφαλαίων 2.4 και 4.1, ανάλογα με το μοντέλο που επιλέγεται να εφαρμοστεί, υπολογίζονται διαφορετικές παράμετροι. Έτσι, η συνάρτηση eas υπολογίζει τις παραμέτρους για τις ακόλουθες περιπτώσεις για κάθε μήνα, για κάθε περιοχή μελέτης:

- ✓ RBLRPM (με τυχαία μεταβαλλόμενη μεταβλητή η), θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί:
 - i. Εκθετική κατανομή
 - ii. Γάμα κατανομή

Στην περίπτωση όπου η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, οι λίστες `xlow` και `xup` ορίζονται ως εξής:

```
xlow<-c(0.001,0.0001,0.001,0.001,0.001,1)
xup<-c(0.1,5,5,5,5,1)
```

ενώ στην περίπτωση της κατανομής γάμα, ορίζονται ως:

```
xlow<-c(0.001,0.0001,0.001,0.001,0.001,1)
xup<-c(0.1,5,5,5,5,5)
```

Για την εφαρμογή του αλγόριθμου βελτιστοποίησης, για τις επιλεχθείσες κατανομές, το όρισμα εισόδου `Weibull` ισούται με `FALSE`.

Σε κάθε περίπτωση από της παραπάνω, ο επιμερισμός της ημερήσιας χρονοσειράς γίνεται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `DisagSimul.test`, με δεδομένα εισόδου τις παραμέτρους του εκάστοτε μοντέλου ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis. Ανάλογα με το μοντέλο που εφαρμόζεται και την συνάρτηση κατανομής που θεωρείται ότι ακολουθεί η ένταση των παλμών, τροποποιούνται και τα ορίσματα της συνάρτησης, όπως αυτά αναφέρονται στο υποκεφάλαιο 4.1.2. Συγκεκριμένα, σε όλες τις περιπτώσεις, το όρισμα `iota` ισούται με `NA`. Το όρισμα `Length` επιλέγεται ίσο με 1000 και όλες οι λογικές μεταβλητές αναφορικά με την παρουσίαση και διαγραμματική αναπαράσταση των στατιστικών μεγεθών ισούνται με `TRUE`. Η λογαριθμική απόσταση `DistAllowed` επιλέγεται ίση με 0.1, το όρισμα `FacLevel1Rep` (πaráμετρος F) ίσο με 20, ο ελάχιστον αριθμός επαναλήψεων `MinLevel1Rep` ίσος με 50 και ο μέγιστος `TotalRepAllowed` ίσος με 5000.

Για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών σε ωριαία χρονική κλίμακα χωρίς να εκτελείται επιμερισμός, χρησιμοποιείται η συνάρτηση `SequentialSimul`. Στο όρισμα `CellIntensityProp`, το `iota` ισούται με `NA`. Αντίστοιχα, το όρισμα εισόδου `Weibull` ισούται με `FALSE`. Σε όλες τις περιπτώσεις, το όρισμα `Length` επιλέγεται ίσο με 1000 και όλες οι λογικές μεταβλητές αναφορικά με την παρουσίαση και διαγραμματική αναπαράσταση των στατιστικών μεγεθών ισούνται με `TRUE`.

5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα κάθε περιοχής μελέτης για τον πιο βροχερό και ξηρό της μήνα αντίστοιχα. Για κάθε περιοχή, παρουσιάζονται πρώτα συγκεντρωτικά οι παράμετροι για το τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis. Έπειτα, παρουσιάζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής ημερήσιας χρονοσειράς, συγκριτικά με τα χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς. Ενώ ακολουθούν τα αντίστοιχα στοιχεία για τη επιμερισμένη ωριαία, πλέον, χρονοσειρά.

5.1 Περιοχή μελέτης - Θεσσαλονίκη

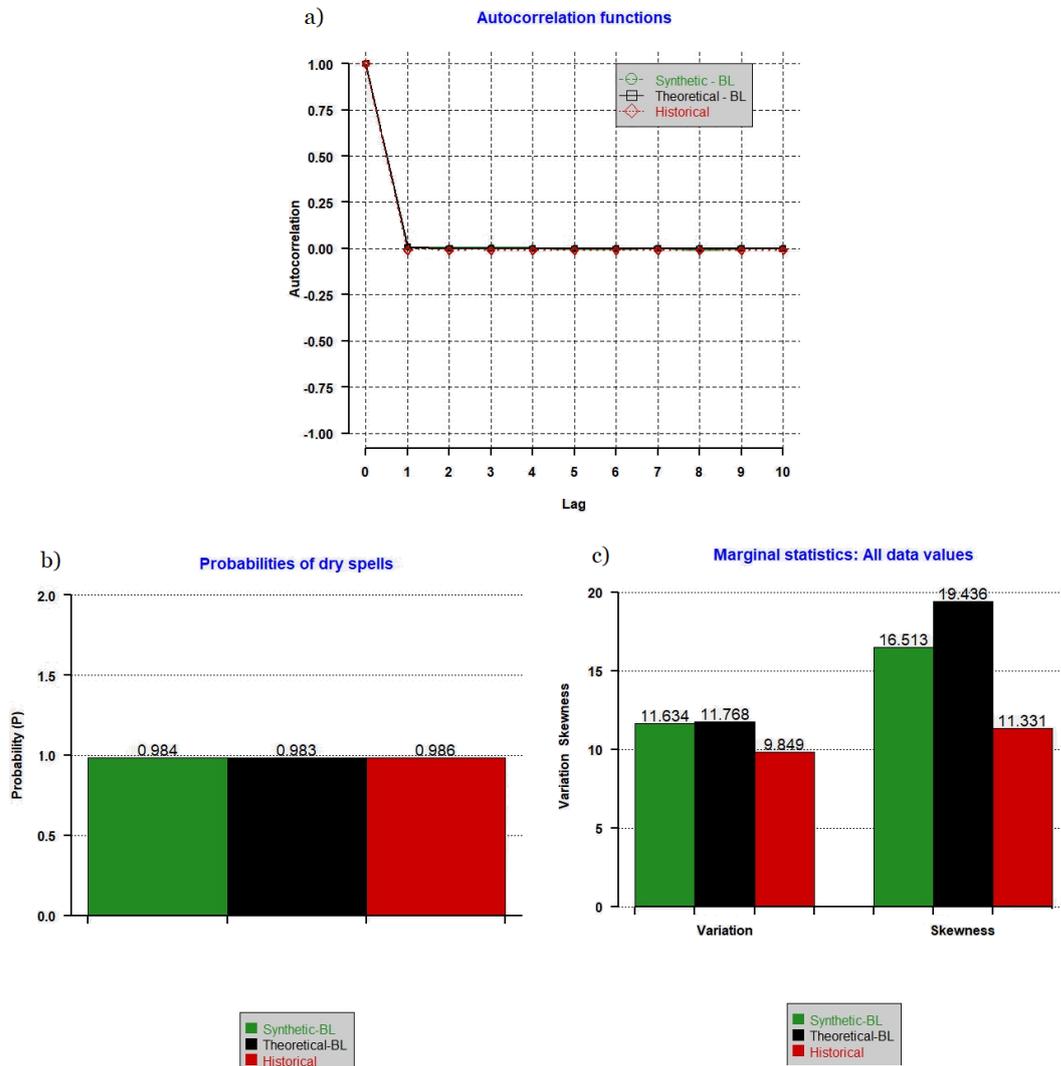
Σύμφωνα με τα ιστορικά στατιστικά βροχόπτωσης της Θεσσαλονίκης, πιο βροχερός της μήνας προκύπτει ο Ιανουάριος με μέσω ημερήσιο ύψος βροχής ίσο με 1.420 mm και πιο ξηρός ο Ιούνιος με 0.206 mm, αντίστοιχα. Βάσει λοιπόν των στατιστικών χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.1 και με δεδομένο αρχείο την ημερήσια χρονοσειρά βροχόπτωσης της περιοχής προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Αρχικά, παρατίθενται όλα τα αποτελέσματα, ξεκινώντας με τις παραμέτρους του μοντέλου για την εκάστοτε επιλεγθείσα κατανομή, όπως προκύπτουν από τη συνάρτηση eas (Πίνακας 5.1):

Πίνακας 5.1 Παράμετροι RBRRPM για τη Θεσσαλονίκη

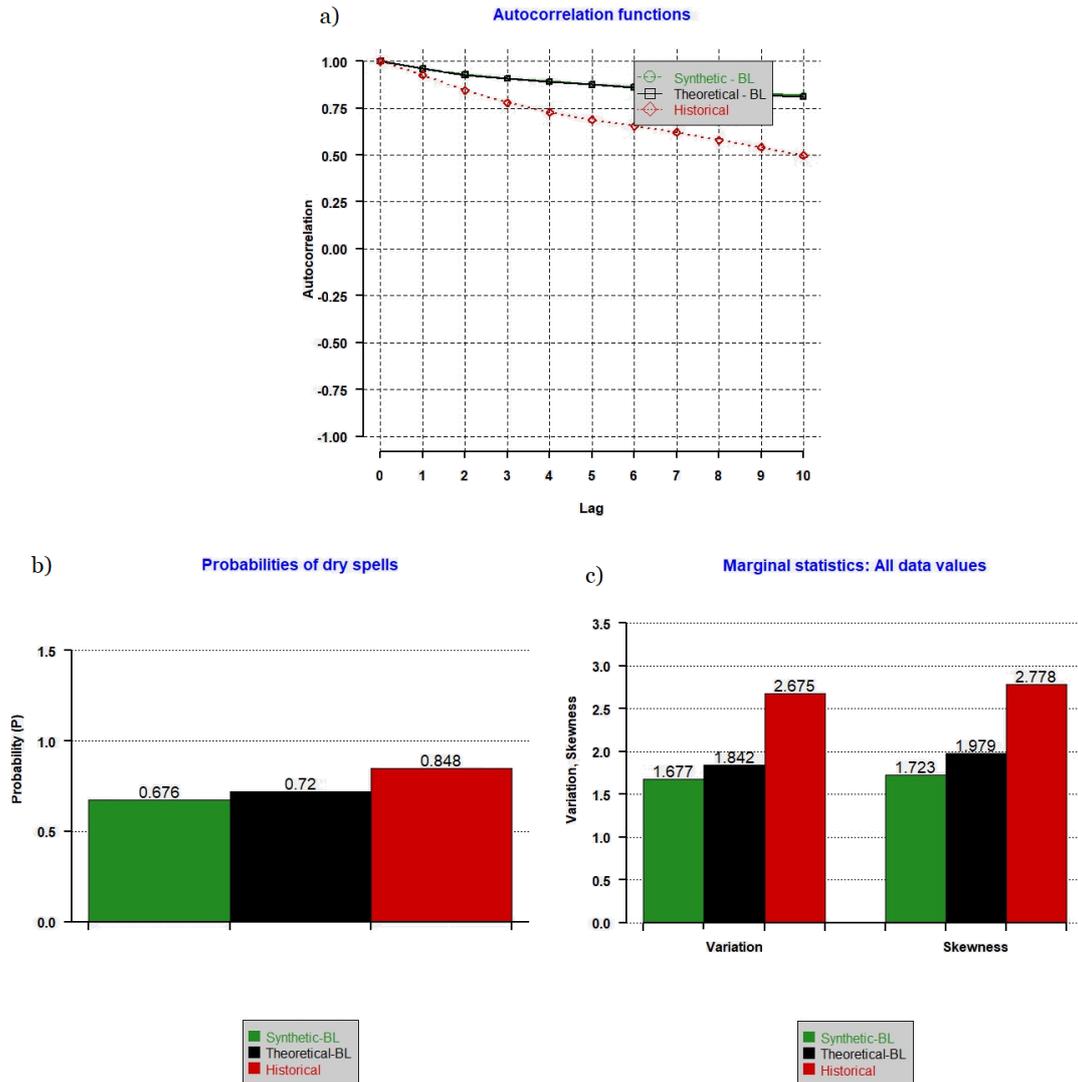
	RBLRPM			
	Εκθετική		Γάμα	
	ΙΑΝ	ΙΟΥΝ	ΙΑΝ	ΙΟΥΝ
λ (d^{-1})	0.3954137	0.118962	0.9156049	0.087216
α (-)	13.84884	3.007645	13.7039	6.630935
ν (d)	0.0039484	0.052787	0.1450401	0.800938
κ (-)	10.83159	17.92444	7.509759	16.03429
φ (-)	0.7804846	0.009998	0.0329408	0.033296
$\mu\chi$ (mm d^{-1})	802.7597	0.024	0.426227	0.024
$\sigma\chi$ (mm d^{-1})	1	1	2.284815	1.386315

Στη συνέχεια, παρατίθενται τα αποτελέσματα αναφορικά με τη συνθετική ημερήσια χρονοσειρά της βροχόπτωσης στα Σχήματα 5.1-5.4, με την ίδια σειρά που παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του επιμερισμού.



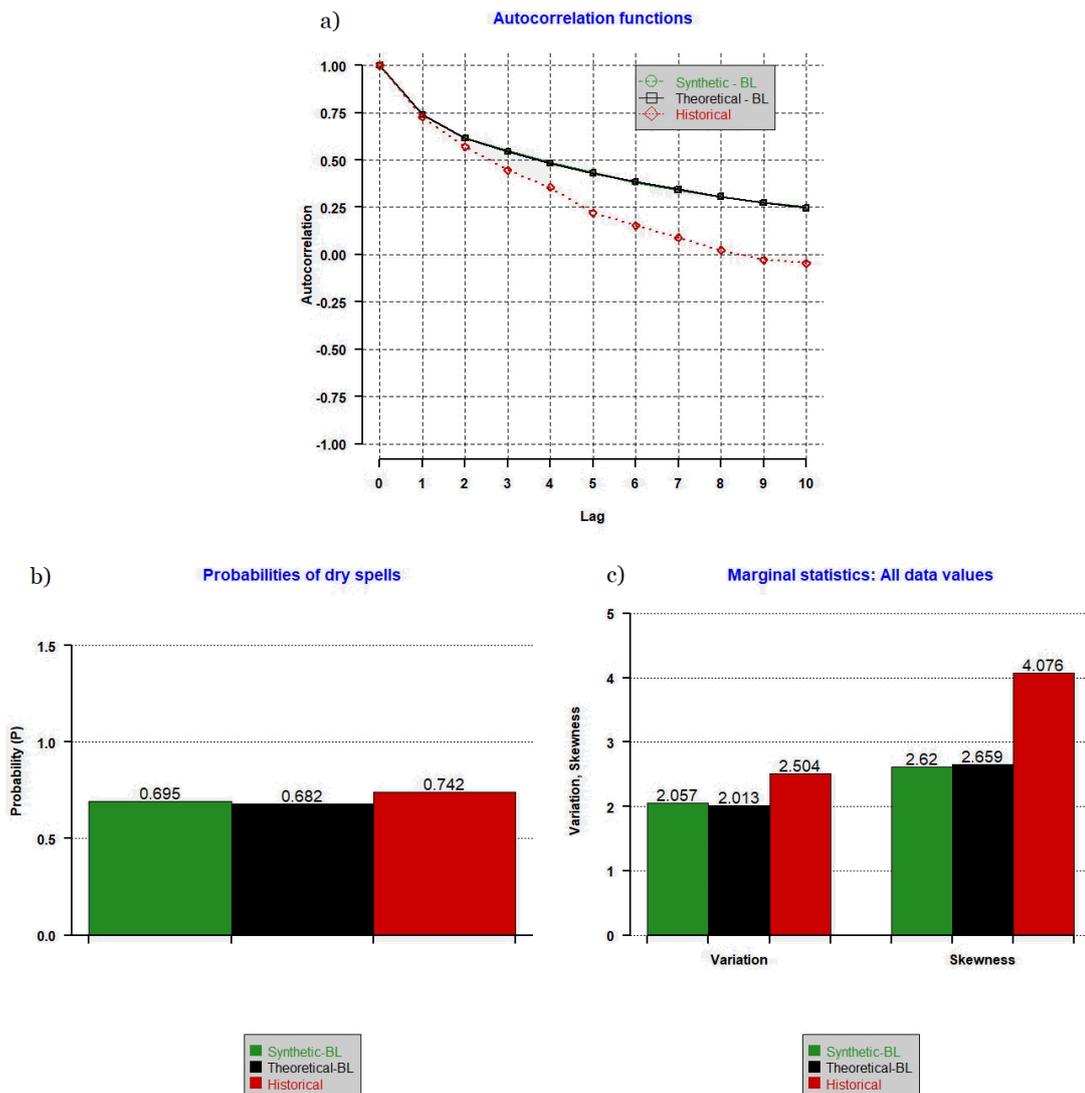
Σχήμα 5.1 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Αναφορικά με την παραγωγή των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών, η δομή του συντελεστή ασυμμετρίας διατηρείται πλήρως (Σχήμα 5.1a), όπως και η πιθανότητα ανομβρίας (Σχήμα 5.1b). Ωστόσο, το μοντέλο φαίνεται να υπερεκτιμά το συντελεστή μεταβλητότητας και ιδιαίτερα το συντελεστή ασυμμετρίας, όπου η απόκλιση του από τον ιστορικό συντελεστή είναι ακόμα μεγαλύτερη (Σχήμα 5.1c).



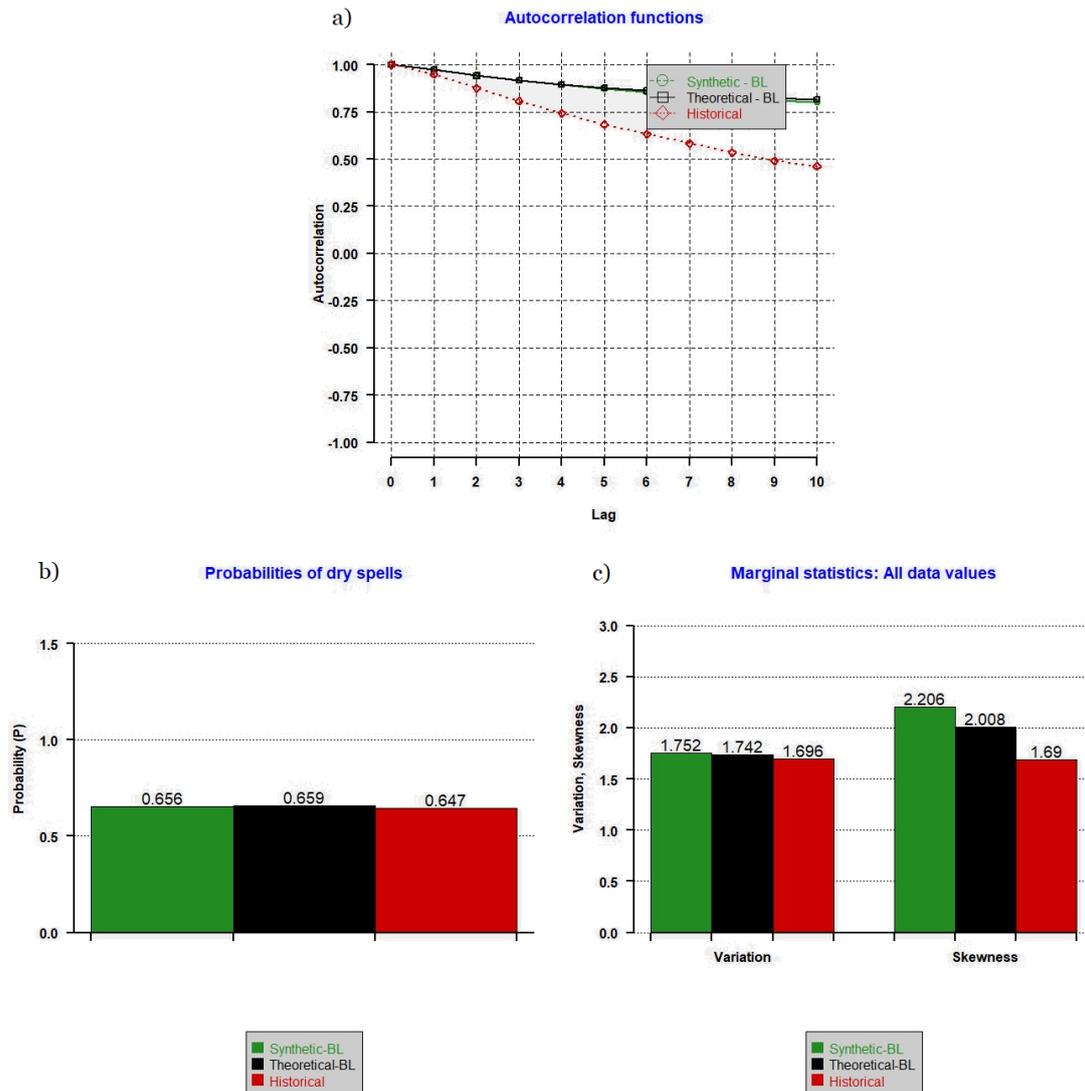
Σχήμα 5.2 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούνιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Και στην περίπτωση της χρονοσειράς του Ιουνίου (Σχήμα 5.2), θεωρώντας ότι ακολουθείται η εκθετική κατανομή για την ένταση των ορθογωνικών παλμών, οι αποκλίσεις των συνθετικών στατιστικών χαρακτηριστικών φαίνεται να είναι μεγαλύτερες από αυτές του αντίστοιχου βροχερού μήνα. Σε αντίθεση με το Σχήμα 5.1, οι συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας (Σχήμα 5.2c) υποεκτιμώνται και αποκλίνουν περισσότερο από τους αντίστοιχους ιστορικούς.



Σχήμα 5.3 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

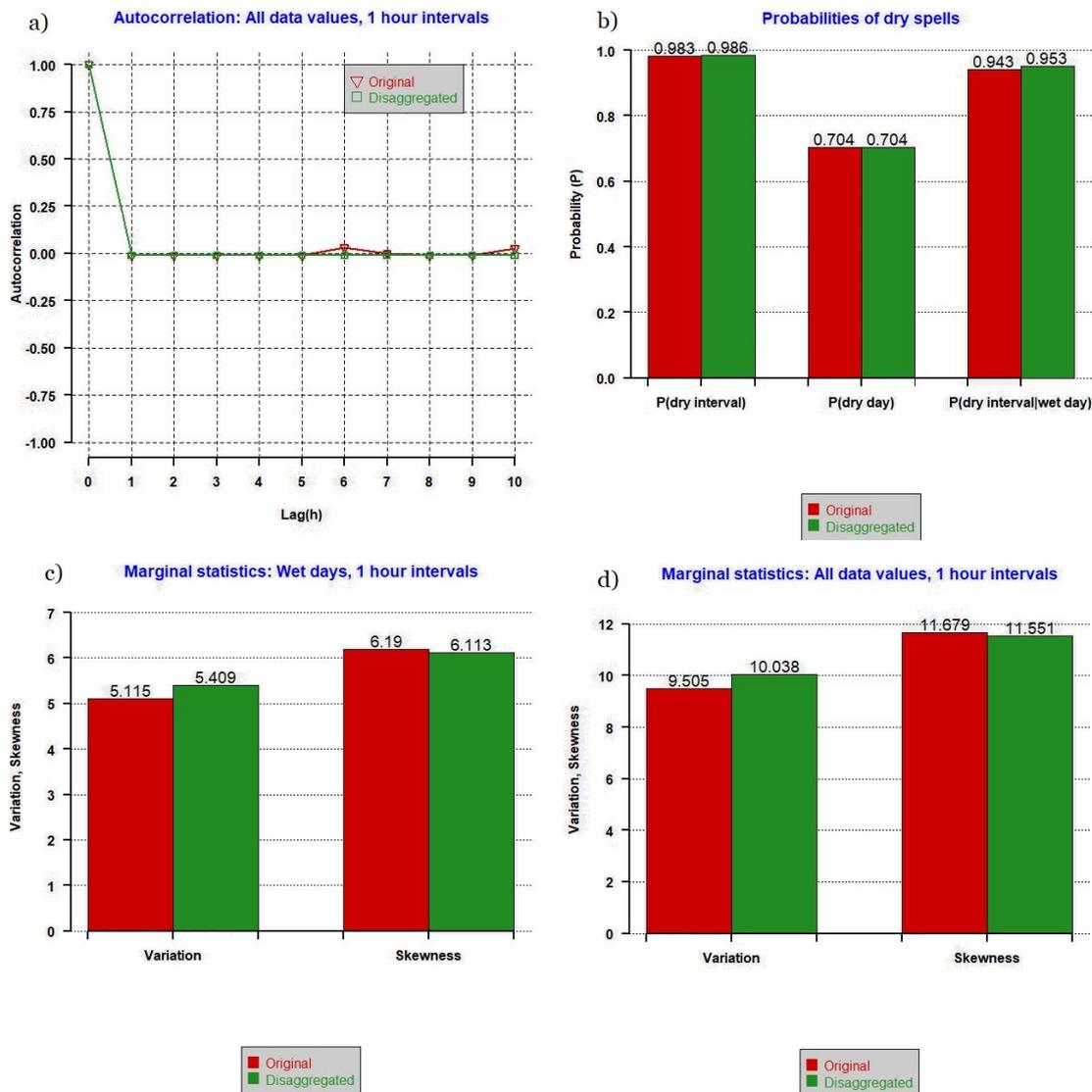
Όπως προκύπτει από τα Σχήματα 5.1 και 5.3, η εκθετική κατανομή φαίνεται να διατηρεί πιο ικανοποιητικά τα υπό μελέτη στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών για το μήνα Ιανουάριο. Παρόλο που οι αποκλίσεις της γάμα κατανομές δεν είναι μεγάλες στην περίπτωση της πιθανότητας ανομβρίας (Σχήμα 5.3b), η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης δεν διατηρείται ικανοποιητικά, ειδικά όσο αυξάνεται η χρονική υστέρηση. Οι αποκλίσεις των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας (Σχήμα 5.3c) είναι ανάλογες με αυτές εκθετικής κατανομής, ωστόσο η διατήρηση της δομής του συντελεστή αυτοσυσχέτισης αποτελεί μία πολύ σημαντική συνθήκη.



Σχήμα 5.4 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούνιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

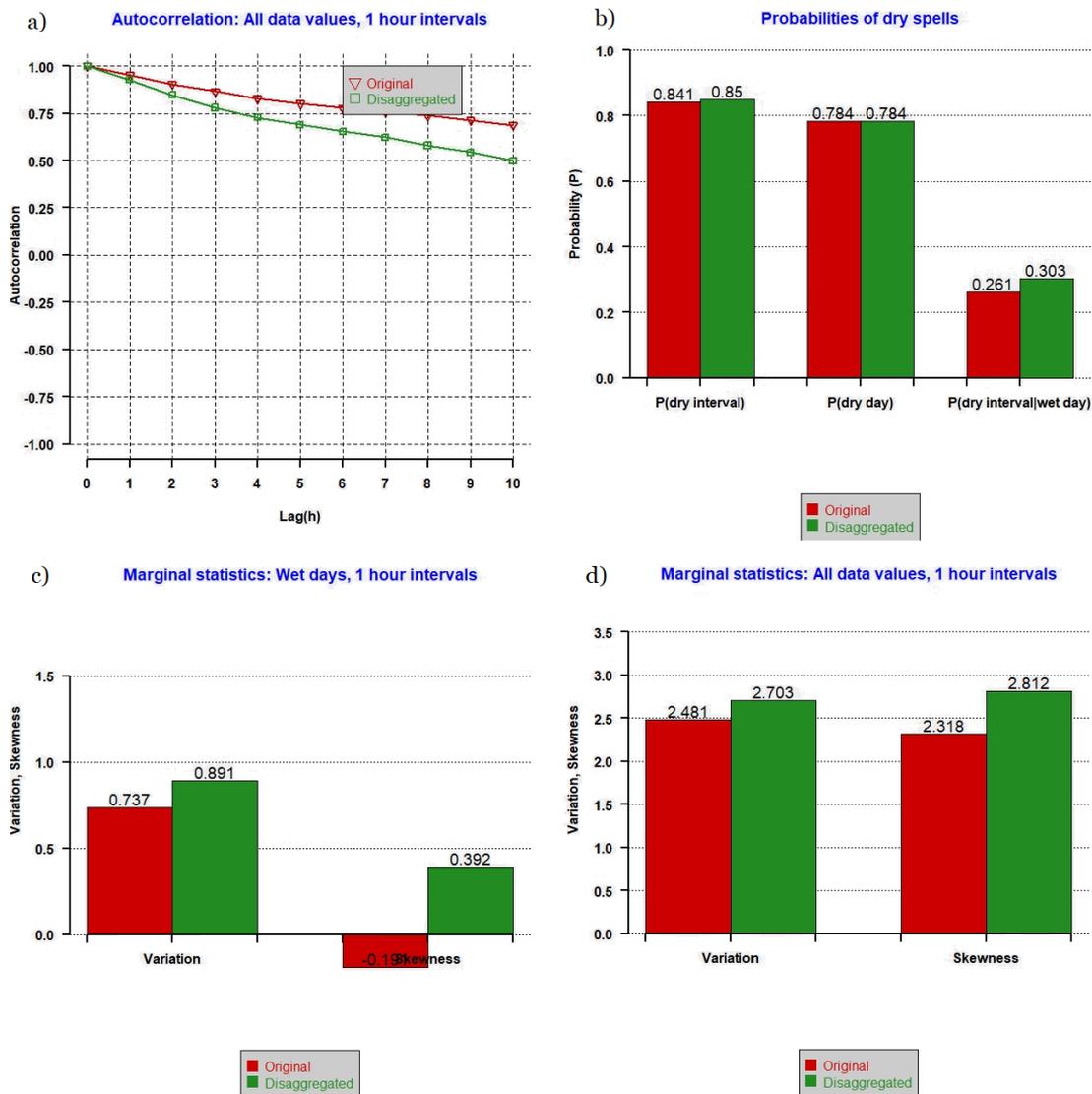
Βάσει του Σχήματος 5.4a, προκύπτει πως η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης δεν διατηρείται ικανοποιητικά με τη θεώρηση της γάμα κατανομής, κάτι το οποίο συμβαίνει και στην περίπτωση της εκθετικής (Σχήμα 5.2a). Από την άλλη, τα υπόλοιπα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής χρονοσειράς φαίνεται να προσομοιώνονται καλύτερα για το μήνα Ιούλιο με τη θεώρηση της γάμα κατανομής (Σχήματα 5.4b,c), παρά της εκθετικής (Σχήματα 5.2b,c).

Τέλος, παρατίθενται τα στατιστικά χαρακτηριστικά της ωριαίας επιμερισμένης χρονοσειράς, συγκριτικά με τα ιστορικά, για την εκθετική και τη γάμα κατανομή αντίστοιχα για τους δύο μήνες. Τα Σχήματα 5.5 και 5.6 αφορούν στο μήνα Ιανουάριο και Ιούνιο αντίστοιχα, για την εκθετική κατανομή και τα Σχήματα 5.7 και 5.8, αφορούν στη γάμα κατανομή.



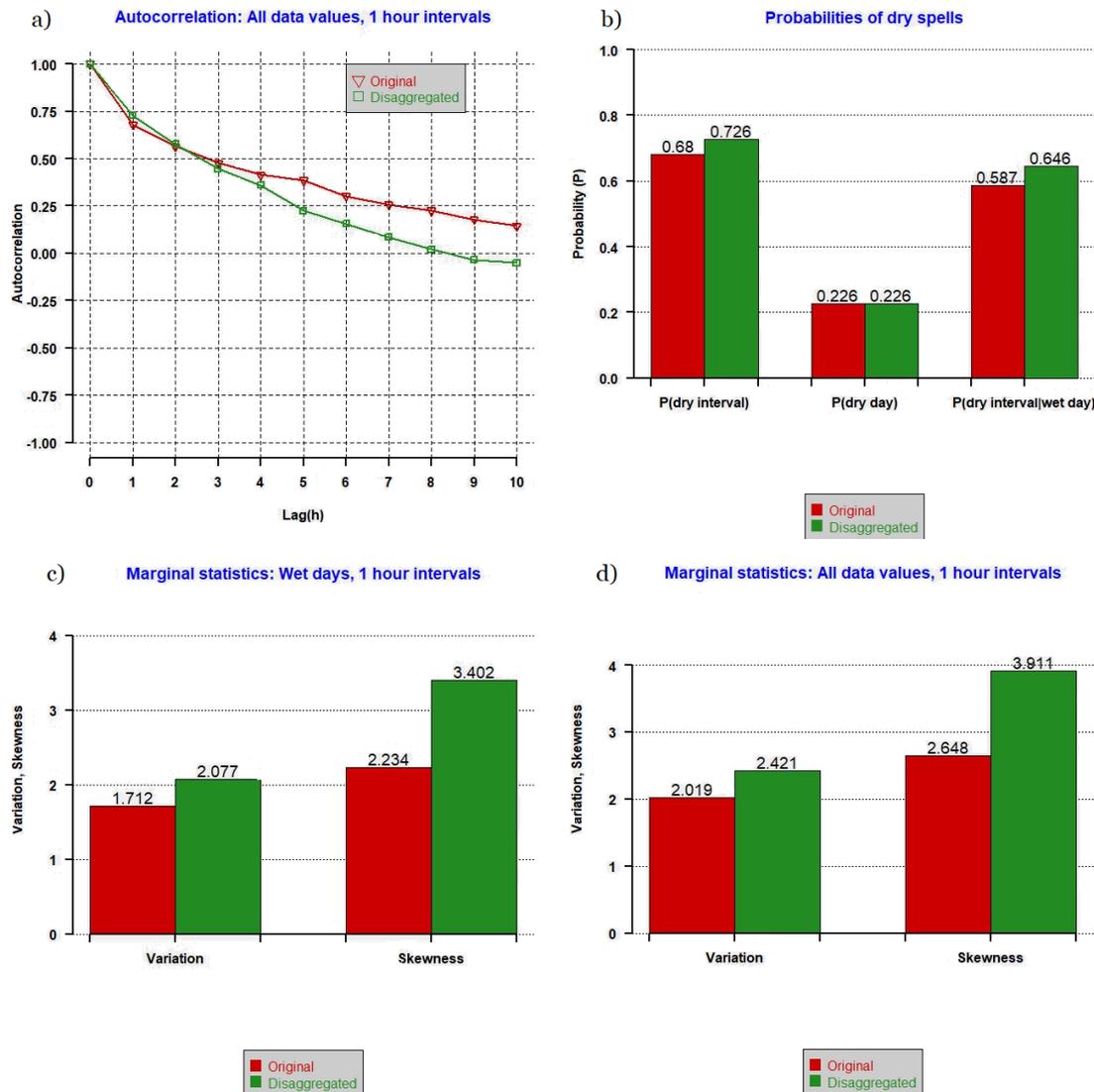
Σχήμα 5.5 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Από το Σχήμα 5.5, προκύπτει πως το μοντέλο καταφέρει να διατηρήσει ικανοποιητικά τη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης και τα υπόλοιπα στατιστικά χαρακτηριστικά που διαφαίνονται στα διαγράμματα. Ωστόσο, φαίνεται να υπερεκτιμά λίγο το συντελεστή μεταβλητότητας και να υποεκτιμά το συντελεστή ασυμμετρίας και στην περίπτωση των βροχερών ημερών (Σχήμα 5.5c), αλλά και στη συνολική χρονοσειρά (Σχήμα 5.5d).



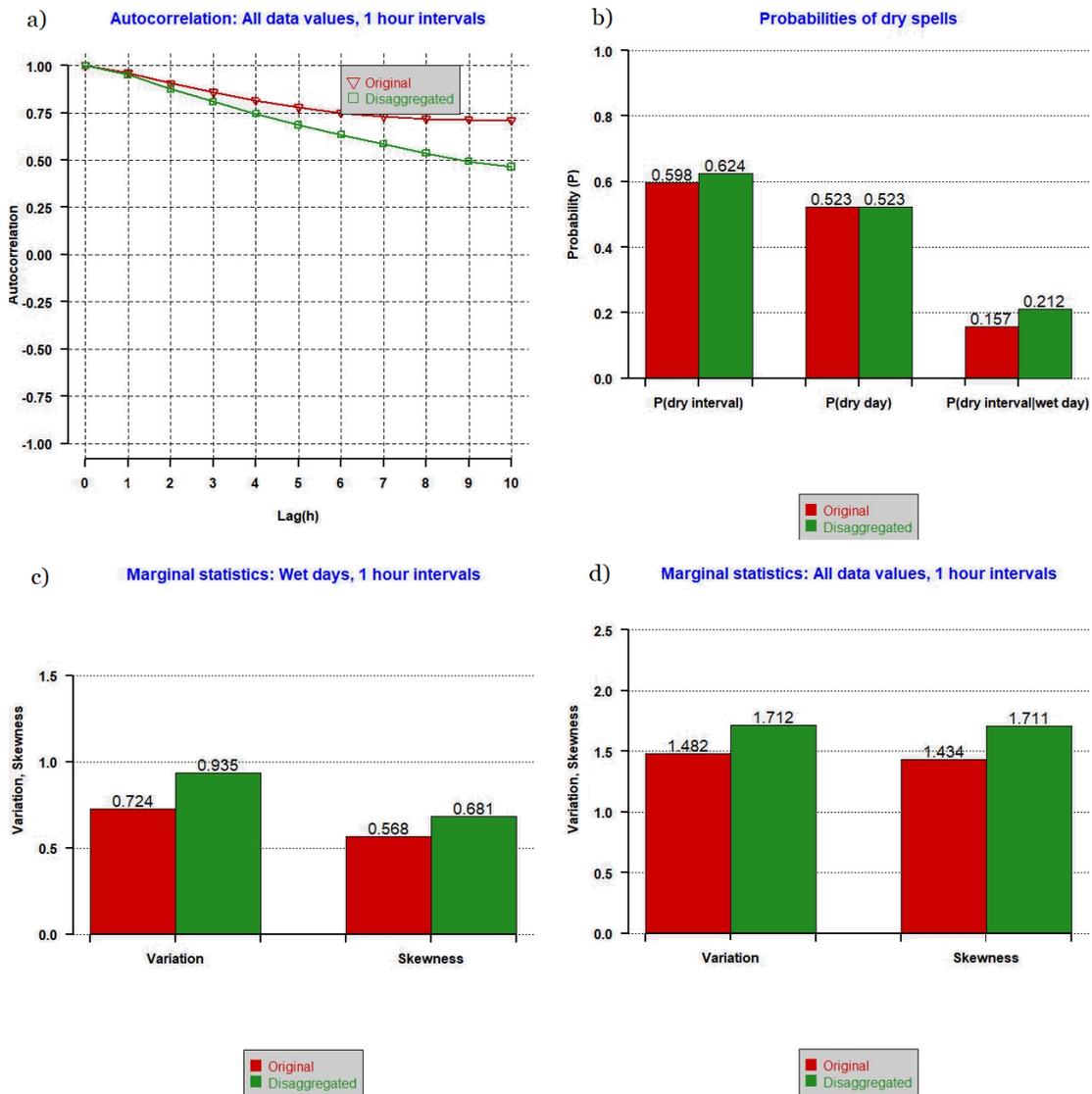
Σχήμα 5.6 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούνιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: α) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, β) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, γ) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και δ) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Στο Σχήμα 5.6a, παρατηρείται ότι η διατήρηση της δομής της αυτοσυσχέτισης του πιο ξηρού μήνα δεν είναι το ίδιο ικανοποιητική με αυτή του πιο βροχερού (Σχήμα 5.5a). Ακόμη, σε αντίθεση με το Σχήμα 5.5, φαίνεται πως υπερεκτιμώνται και ο συντελεστής μεταβλητότητας και ο συντελεστής ασυμμετρίας, με τις αποκλίσεις από την ιστορική χρονοσειρά να είναι μεγαλύτερες στο ξηρό μήνα και για τις βροχερές μόνο μέρες (Σχήμα 5.5c), αλλά και για το σύνολο της χρονοσειράς (Σχήμα 5.5d). Ωστόσο, οι πιθανότητες ξηρών βροχερών ημερών προσομοιώνονται ικανοποιητικά (Σχήμα 5.5b).



Σχήμα 5.7 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας|βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Όπως, προκύπτει από το Σχήμα 5.7, η κατανομή γάμα φαίνεται να μην προσομοιώνει το ίδιο ικανοποιητικά τα στατιστικά χαρακτηριστικά για τον πιο βροχερό μήνα. Αναλυτικότερα, παρουσιάζει αποκλίσεις σε όλα τα στατιστικά χαρακτηριστικά, όπου είναι αρκετά μεγαλύτερες από αυτές που παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.5. Μόνο οι πιθανότητες ανομβρίας, του Σχήματος 5.7b, φαίνεται να διατηρούνται, και πάλι όχι το ίδιο ικανοποιητικά με την περίπτωση της εκθετικής κατανομής (Σχήματος 5.5b).



Σχήμα 5.8 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούνιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Αναφορικά με τον επιμερισμό του πιο ξηρού μήνα της Θεσσαλονίκης, από το Σχήμα 5.8, προκύπτει πως διατηρούνται καλύτερα τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά με τη θεώρηση της γάμα κατανομής.

Συνοψίζοντας, βάσει των αποτελεσμάτων που προκύπτουν, για τη Θεσσαλονίκη, καταλληλότερη κατανομή για τον πιο βροχερό μήνα είναι η εκθετική, ενώ για τον πιο ξηρό μήνα κρίνεται λίγο πιο ικανοποιητική η γάμα κατανομή.

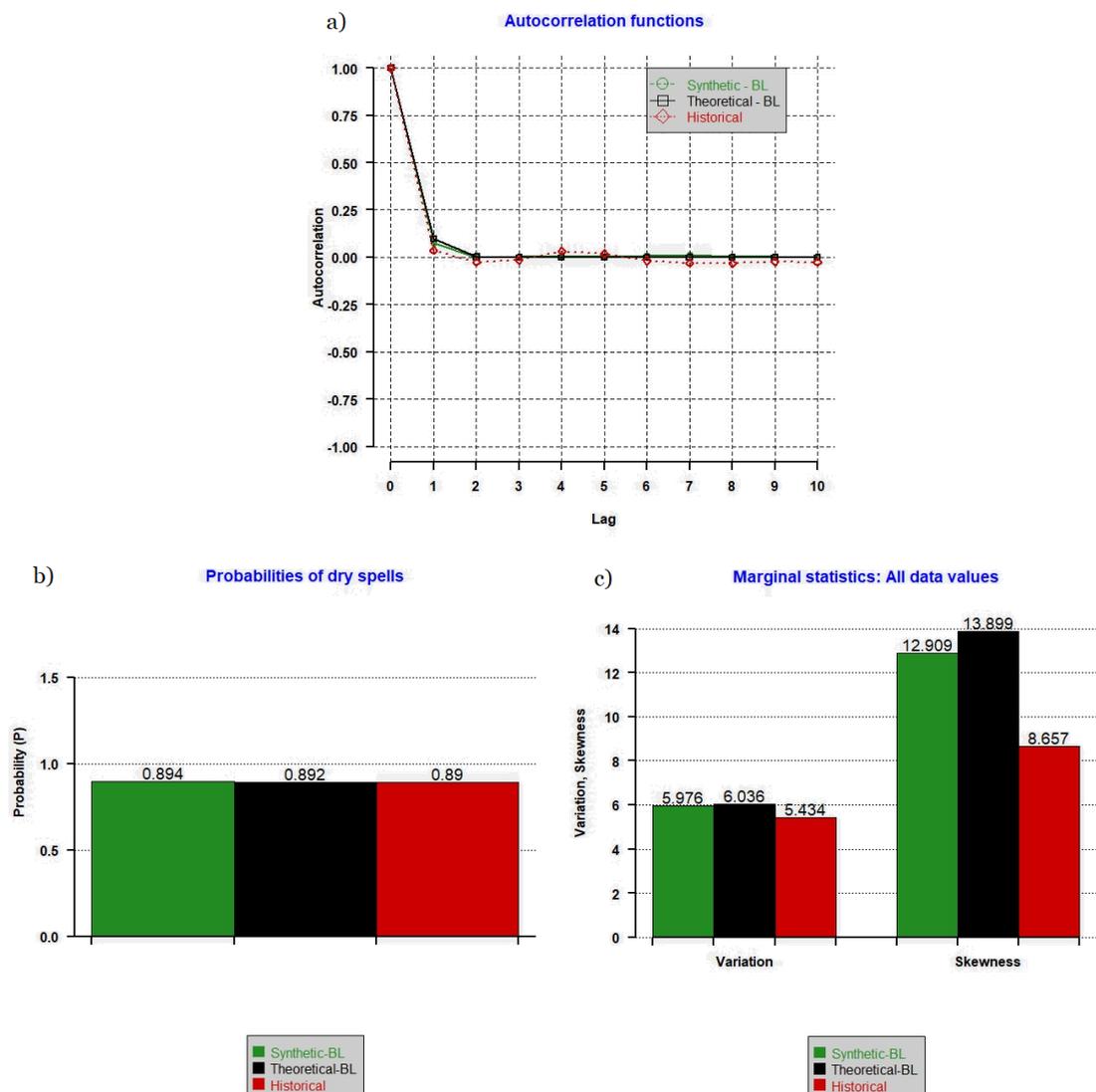
5.2 Περιοχή μελέτης – Ηράκλειο

Σύμφωνα με τα ιστορικά στατιστικά βροχόπτωσης του Πίνακα 4.2 για το Ηράκλειο Κρήτης, ως πιο βροχερός της μήνας προκύπτει ο Ιανουάριος με μέσο ημερήσιο ύψος βροχής ίσο με 3.563 mm και πιο ξηρός ο Αύγουστος με 0.126 mm αντίστοιχα. Βάσει λοιπόν των στατιστικών του χαρακτηριστικών και με δεδομένα αρχείο την ημερήσια και ωριαία χρονοσειρά βροχόπτωσης της περιοχής, προκύπτουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2 και στα Σχήματα 5.9-5.16. Συγκεκριμένα, στον Πίνακα 5.2, παρουσιάζονται οι παράμετροι του τυχαίου μοντέλου ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis με μεταβαλλόμενη παράμετρο η για τον Ιανουάριο και τον Αύγουστο για τις δύο γνωστές κατανομής της έντασης των παλμών.

Πίνακας 5.2 Παράμετροι RBRRPM για το Ηράκλειο

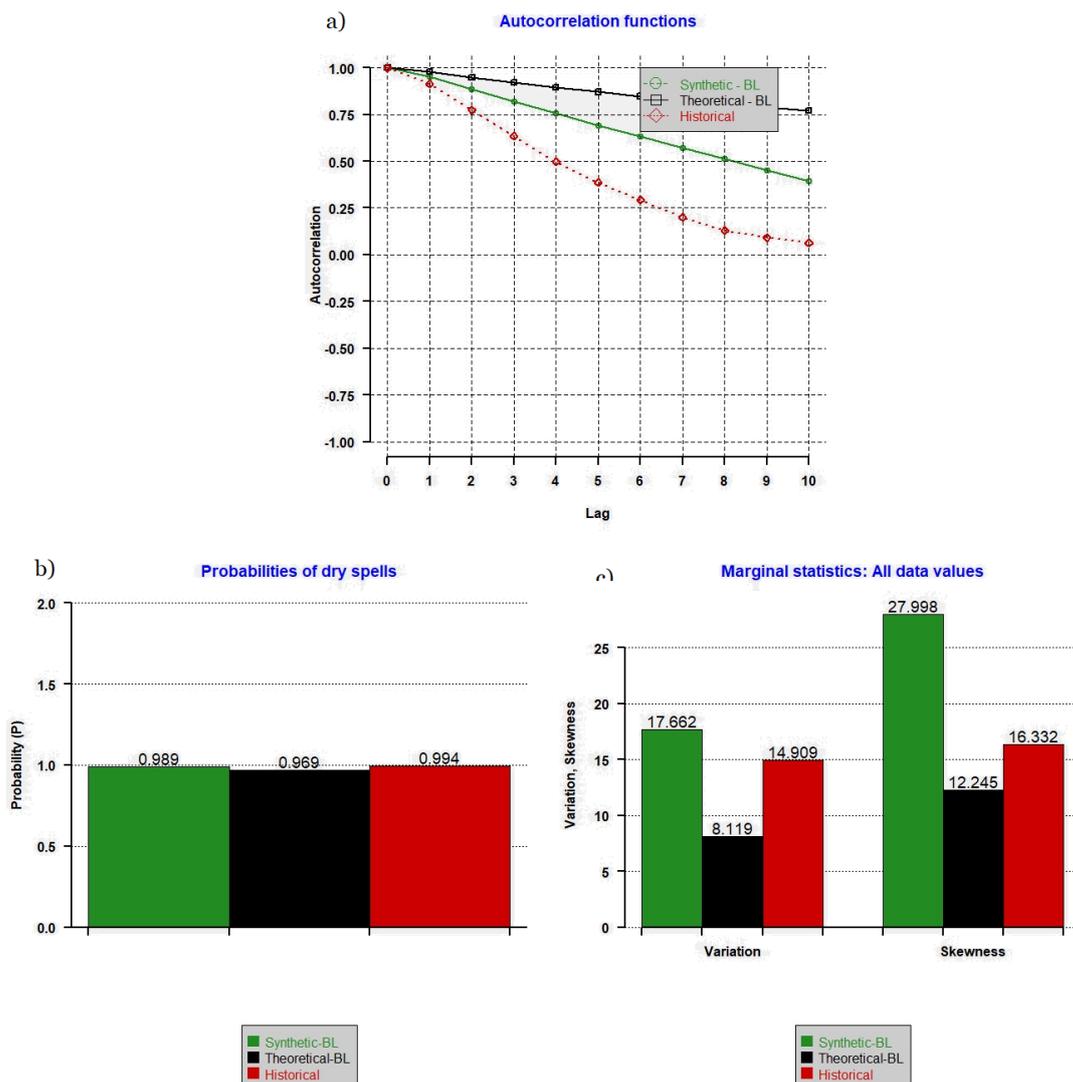
	RBLRPM			
	Εκθετική		Γάμα	
	ΙΑΝ	ΑΥΓ	ΙΑΝ	ΑΥΓ
λ (d^{-1})	2.376513	0.024	0.7817642	2.4
α (-)	12.0381	1.671423	14.58171	1
ν (d)	0.061101	0.833333	0.0042287	0.357379
κ (-)	0.001	0.009558	9.689501	14.75539
ϕ (-)	0.039919	0.960602	0.3051993	0.817618
$\mu\chi$ ($mm d^{-1}$)	190.9794	1147.703	446.372	1150.99
$\sigma\chi$ ($mm d^{-1}$)	1	1	1.320901	1.46255

Στη συνέχεια, ακολουθούν τα αποτελέσματα της παραγωγής των συνθετικών χρονοσειρών με αρχείο εισόδου την αντίστοιχη ιστορική ημερήσια χρονοσειρά. Τα αποτελέσματα παρατίθενται πάλι με την ίδια αλληλουχία, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις.



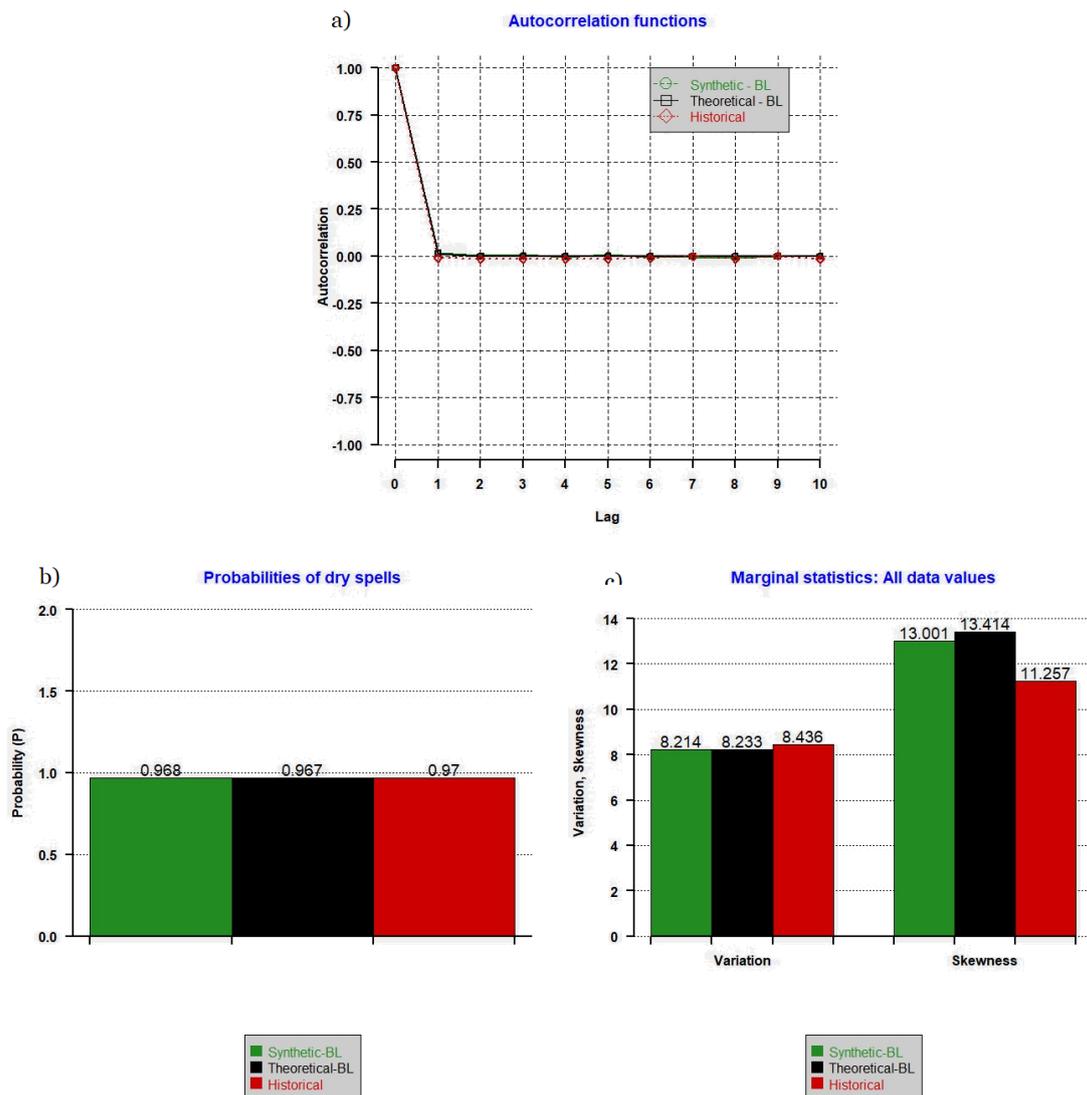
Σχήμα 5.9 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Από το Σχήμα 5.9, προκύπτει πως στην περίπτωση που η ένταση των ορθογωνικών παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά διατηρούνται με πολύ καλή ακρίβεια. Εξαίρεση αποτελεί μόνο ο συντελεστής ασυμμετρίας που υπερεκτιμάται σημαντικά (Σχήμα 5.9c).



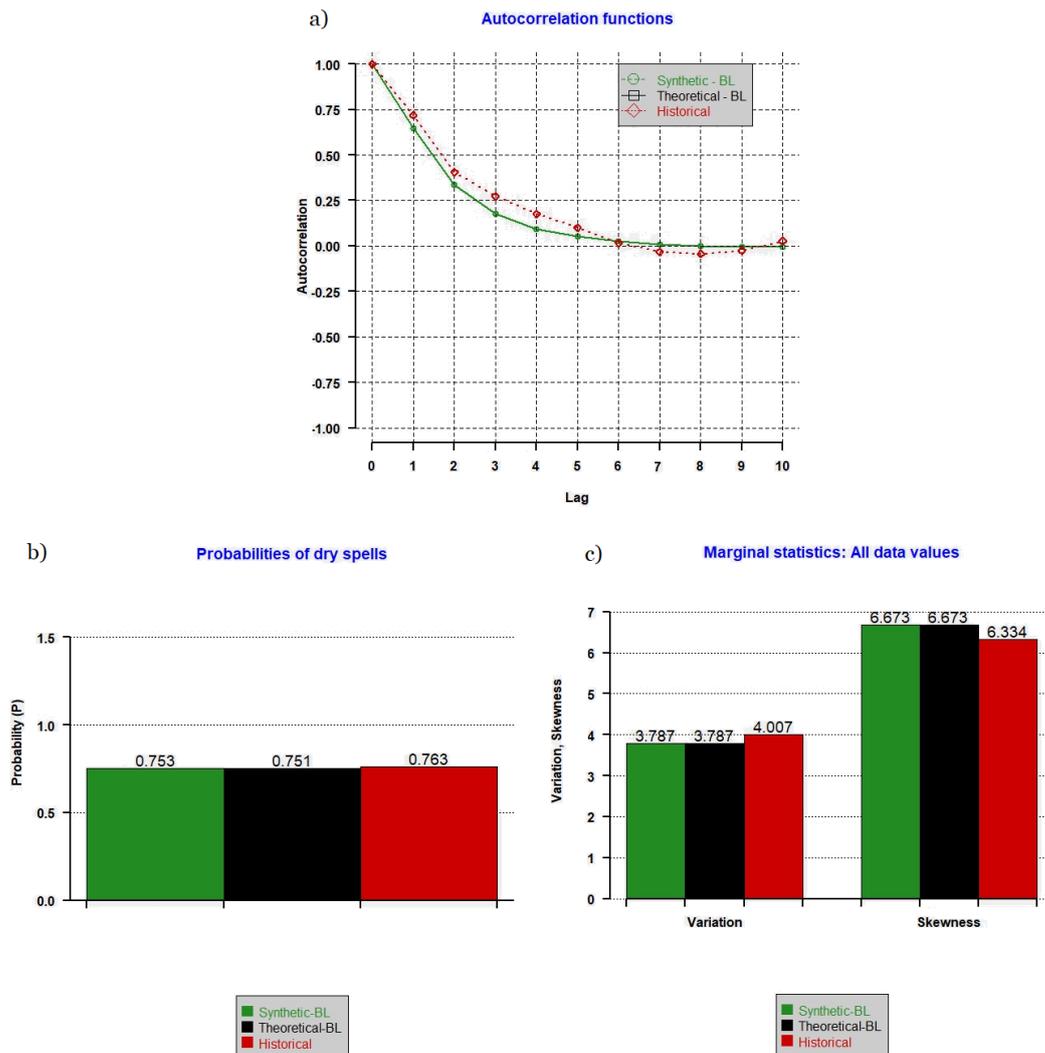
Σχήμα 5.10 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Αύγουστο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Με την ίδια θεώρηση κατανομής, δυστυχώς δεν φαίνεται να ισχύει το ίδιο και για την περίπτωση του Αυγούστου, όπως προκύπτει από το Σχήμα 5.10. Η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης αποκλίνει όλο και περισσότερο με την αύξηση της υστέρησης (Σχήμα 5.10a), ενώ υπερεκτιμώνται σημαντικά, τόσο ο συντελεστής μεταβλητότητας, όσο και ο συντελεστής ασυμμετρίας (Σχήμα 5.10c). Ικανοποιητικά φαίνεται να διατηρείται μόνο η πιθανότητα ανομβρίας (Σχήμα 5.10b).



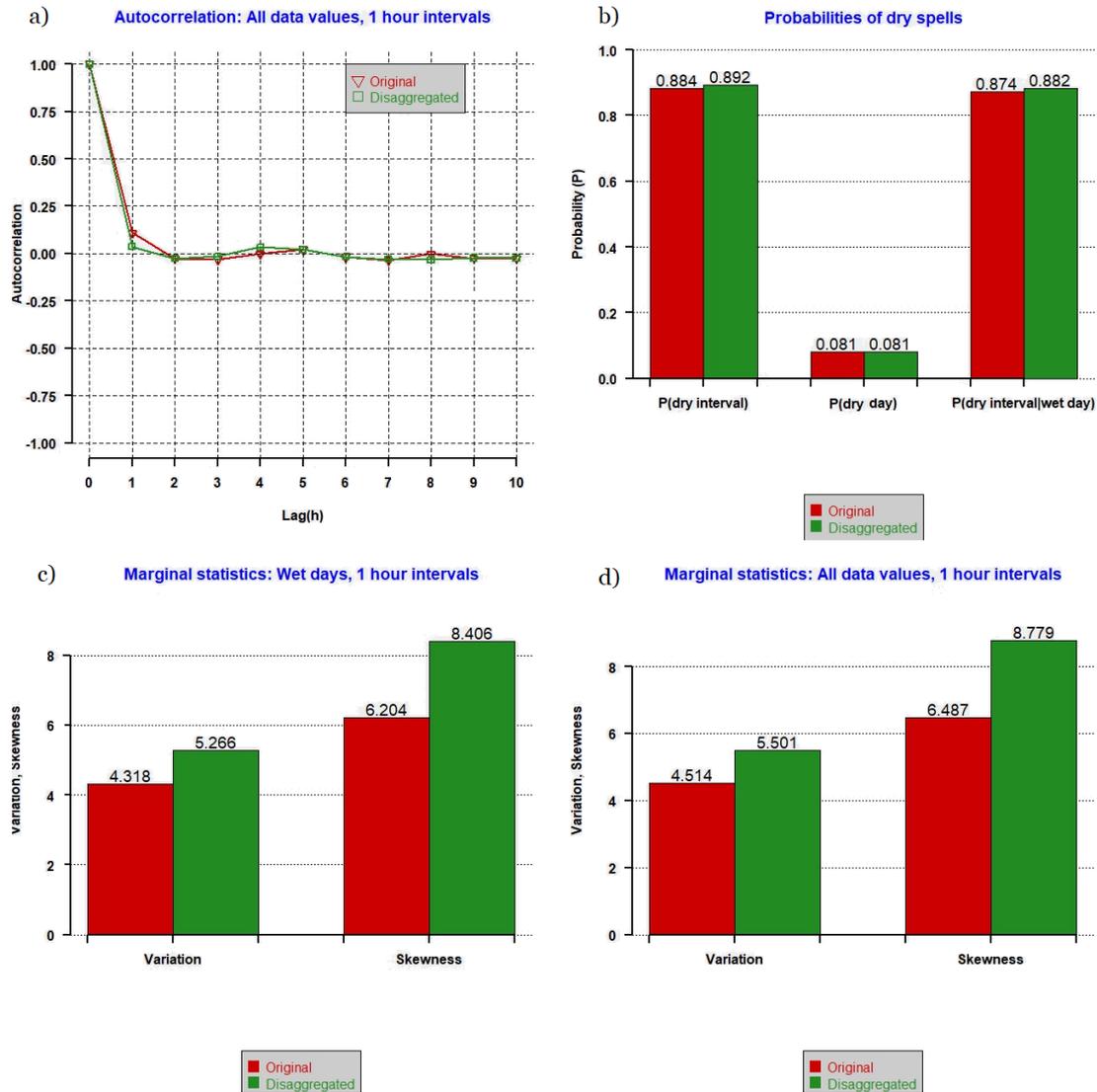
Σχήμα 5.11 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Στην περίπτωση θεώρησης κατανομής γάμα, η διατήρηση των στατιστικών χρονοσειρών (Σχήμα 5.11) μοιάζει καλύτερη σε σχέση με την περίπτωση της εκθετικής κατανομής (Σχήμα 5.19) για το μήνα Ιανουάριο. Και στην περίπτωση της γάμα κατανομής, υπερεκτιμάται ο συντελεστής ασυμμετρίας (Σχήμα 5.11c), ωστόσο αρκετά λιγότερο από την περίπτωση της εκθετικής (Σχήμα 5.9c).



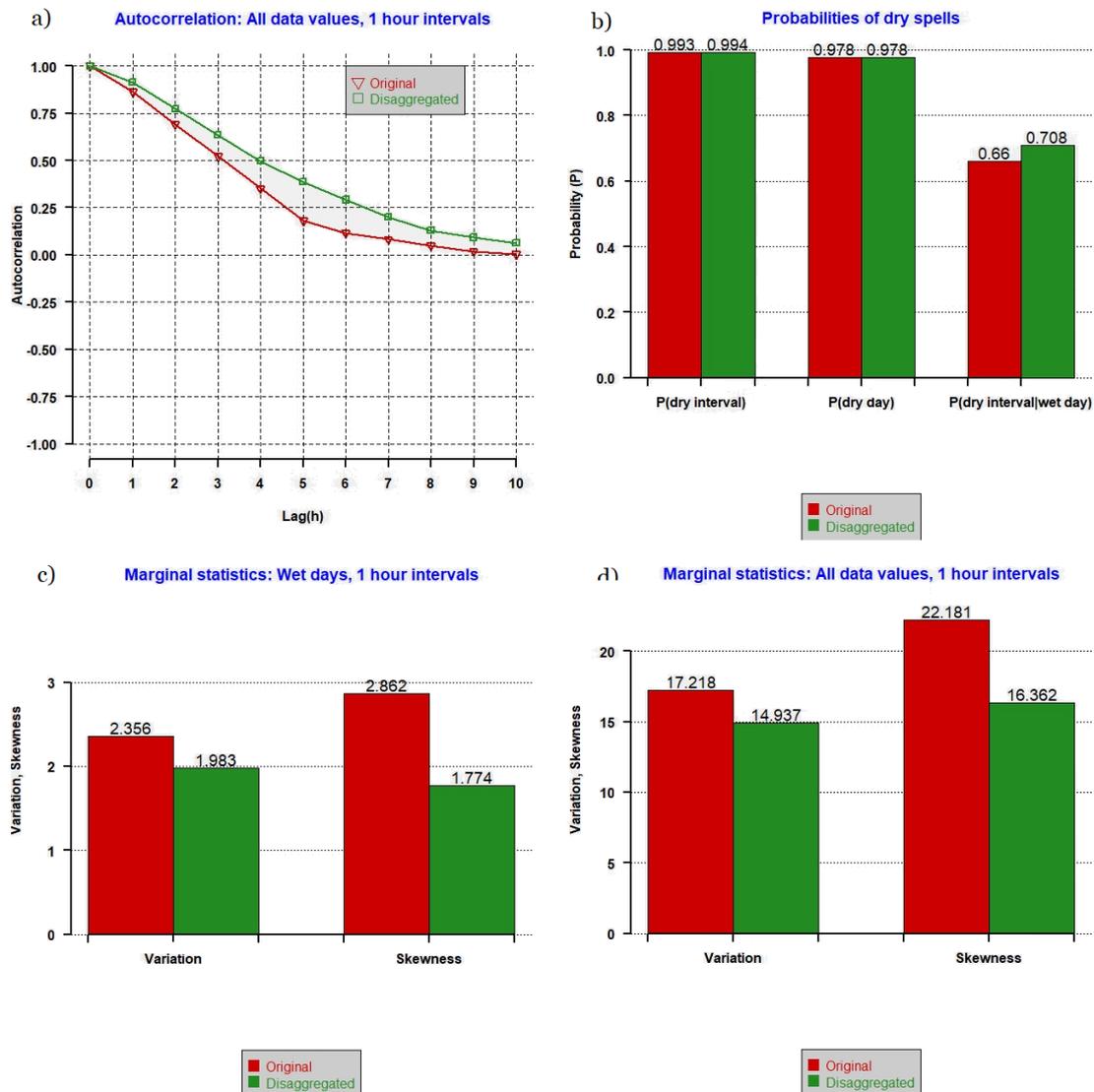
Σχήμα 5.12 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Αύγουστο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Βάσει του Σχήματος 5.12, το ίδιο φαίνεται να ισχύει και για το μήνα Αύγουστο, όπου τα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής χρονοσειράς αποκλίνουν αρκετά λιγότερο, από αυτά της ιστορικής χρονοσειράς, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή.



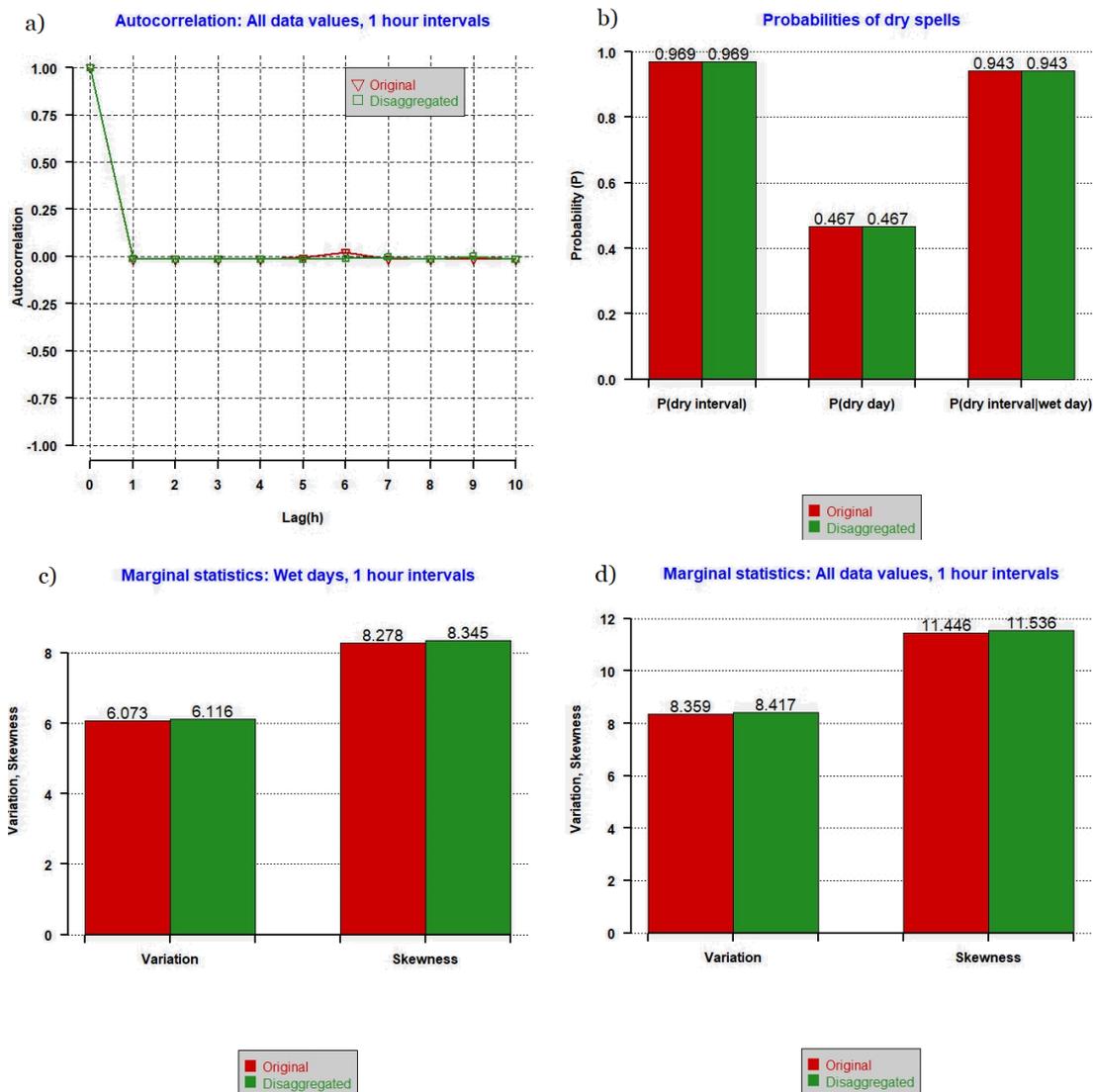
Σχήμα 5.13 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Αντίστοιχα, βάσει των Σχημάτων 5.13a,b, προκύπτει πως το RBLRPM με εκθετική κατανομή έντασης παλμών, διατηρεί εντυπωσιακά καλά τη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης και τις διαφορετικές πιθανότητες ανομβρίας για το μήνα Ιανουάριο. Ωστόσο, δεν συμβαίνει το ίδιο για τους συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας, τόσο για τις βροχερές μέρες (Σχήμα 5.13c), όσο και για τις συνολικές τιμές της χρονοσειράς (Σχήμα 5.13d).



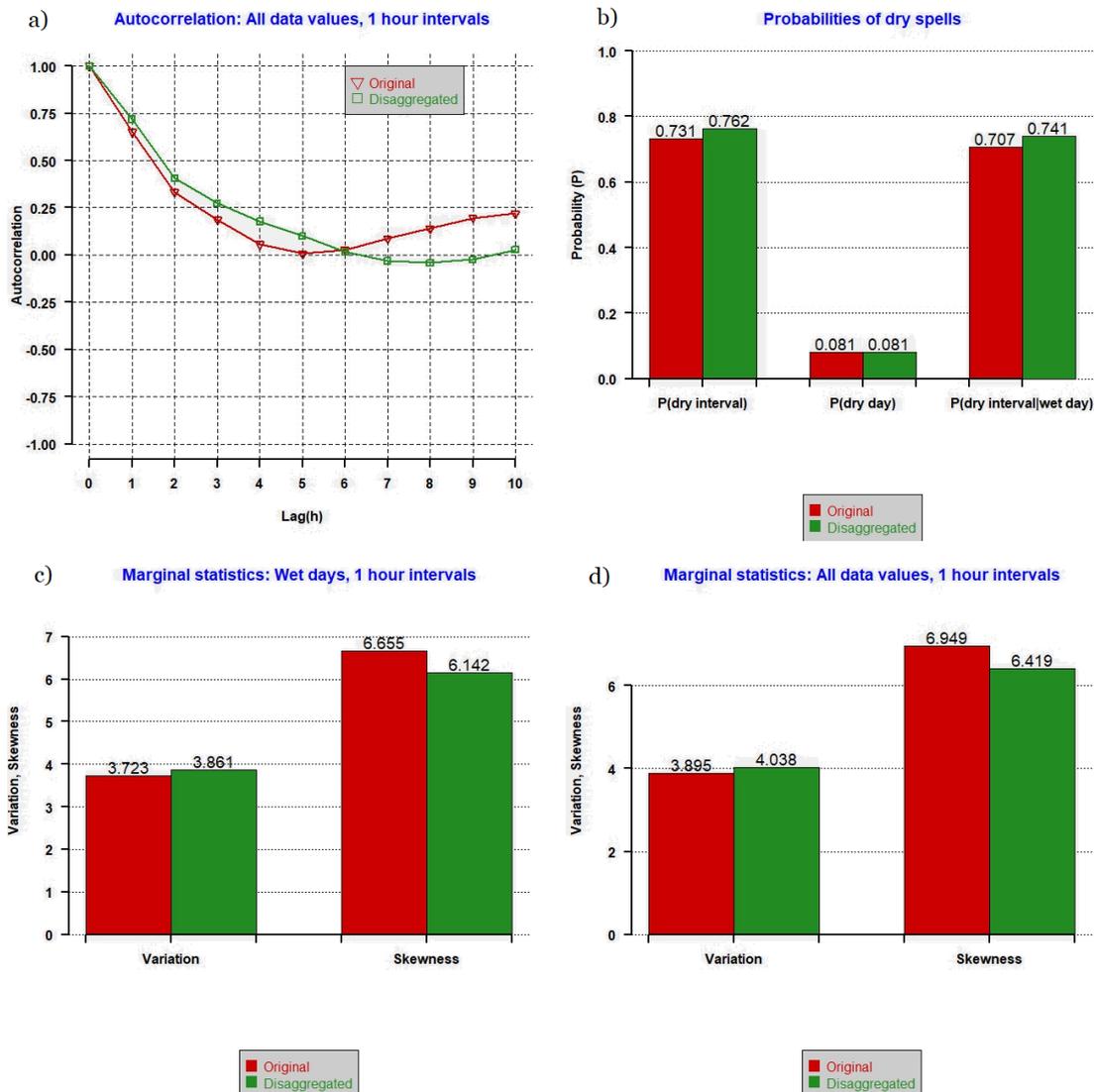
Σχήμα 5.14 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Αύγουστο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: α) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, β) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, γ) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και δ) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Αντίστοιχα, από το Σχήμα 5.10, προκύπτει πως το μοντέλο παρόλο που προσομοιώνει πολύ καλά τις διάφορες πιθανότητες ανομβρίας του Αυγούστου, δεν καταφέρνει να διατηρήσει το ίδιο ικανοποιητικά τους υπόλοιπους στατιστικούς συντελεστές υπό εξέταση. Ειδικότερα, σημαντικές αποκλίσεις από τα ιστορικά χαρακτηριστικά φαίνεται να παρουσιάζουν οι συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας.



Σχήμα 5.15 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Αναφορικά με τη γάμα κατανομή, από το Σχήμα 5.15, φαίνεται να διατηρεί εντυπωσιακά όλα τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά για το μήνα Ιανουάριο, με τις αποκλίσεις να κρίνονται σχεδόν αμελητέες.



Σχήμα 5.16 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Αύγουστο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας|βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Ωστόσο, η γάμα κατανομή δεν φαίνεται να επιμερίζει την ημερήσια χρονοσειρά του Αυγούστου, το ίδιο ικανοποιητικά με τον Ιανουάριο, όπως παρατηρείται και στο Σχήμα 5.16. Συγκρίνοντας όμως τα αποτελέσματα του επιμερισμού της γάμα κατανομής (Σχήμα 5.16) με αυτά της εκθετικής (Σχήμα 5.14), προκύπτει πως η γάμα κατανομή κρίνεται καταλληλότερη για τη μοντελοποίηση του πιο ξηρού μήνα αυτής της περιοχής μελέτης.

Συνεπώς, προκύπτει πως για την περιοχή του Ηρακλείου, καταλληλότερη και για τους δύο μήνες κρίνεται η γάμα κατανομή. Αυτό προκύπτει καθώς διατηρεί ικανοποιητικότερα, τόσο τη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, όσο και τους συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας. Οι πιθανότητες ανομβρίας προσομοιώνονται εξίσου καλά και με τις δύο κατανομές.

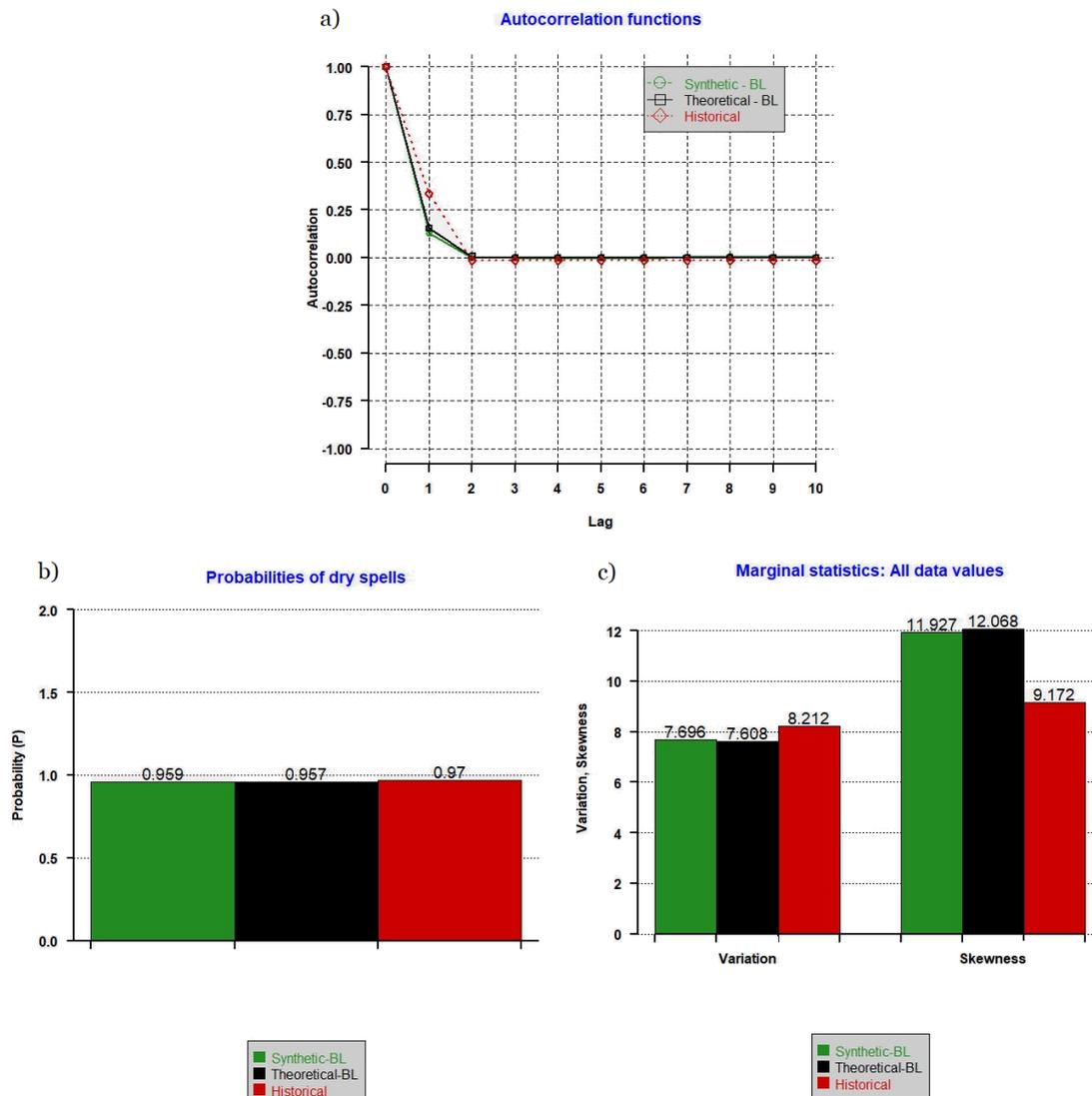
5.3 Περιοχή μελέτης – Κέρκυρα

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αναφορικά με την περιοχή μελέτης της Κέρκυρας. Σύμφωνα με τις ιστορικές χρονοσειρές, ο πιο βροχερός και ο πιο ξηρός μήνας είναι ο Δεκέμβριος και ο Ιούλιος, με μέσο ημερήσιο ύψος βροχόπτωσης 6.305 mm και 0.442 mm αντίστοιχα. Βάσει των στατιστικών χαρακτηριστικών της βροχόπτωσης του Πίνακα 4.3, χρησιμοποιείται η συνάρτηση eas, όπου υπολογίζει τις παραμέτρους του τυχαίου μοντέλου ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis για γνωστές εναλλακτικές εκδοχές, όπως αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.3.

Πίνακας 5.3 Παράμετροι RBRRPM για τη Κέρκυρα

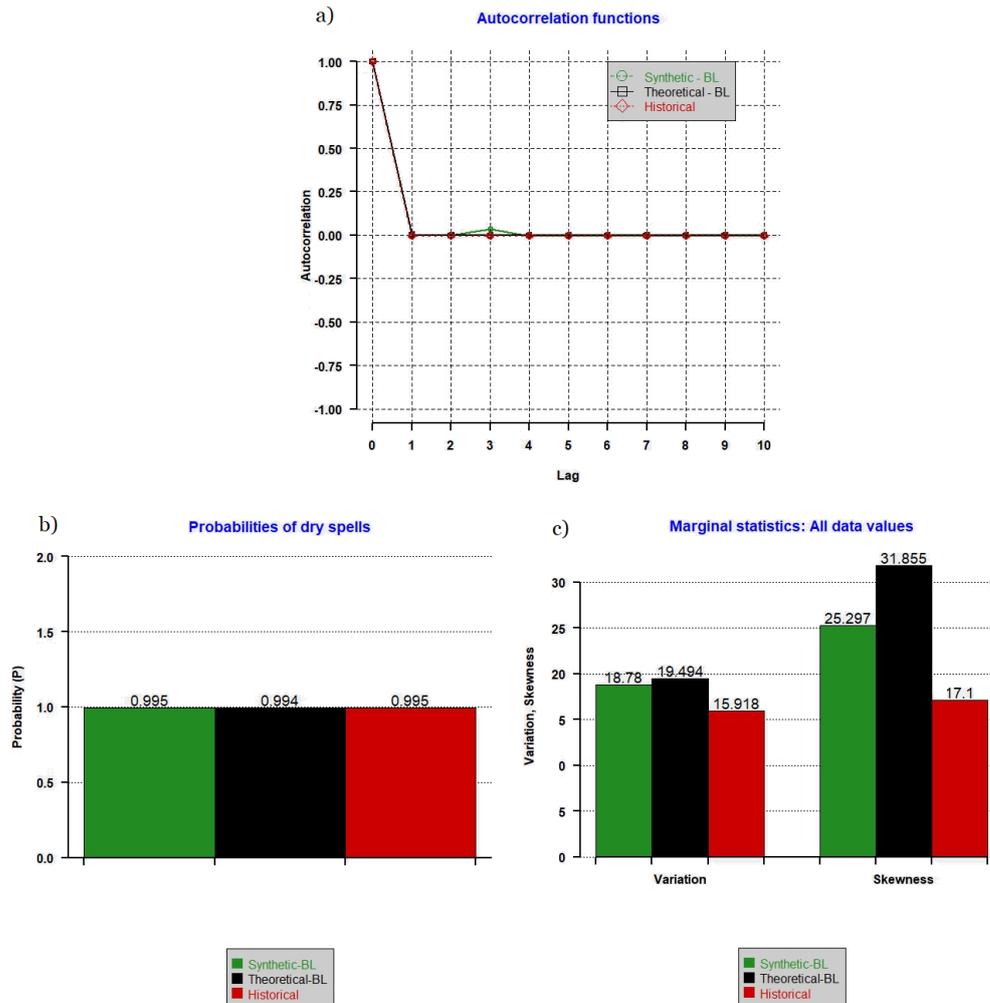
	RBLRPM			
	Εκθετική		Γάμα	
	ΔΕΚ	ΙΟΥΛ	ΔΕΚ	ΙΟΥΛ
λ (d ⁻¹)	0.7723334	0.141003	0.1376879	0.178867
α (-)	9.061306	14.62623	2.052569	15
ν (d)	0.0299705	0.00152	0.8271016	0.001331
κ (-)	5.897208	18.50528	5.840687	19.51382
φ (-)	0.4991916	0.769549	0.4249429	0.908038
$\mu\chi$ (mm d ⁻¹)	81.59102	1200	2.377437	1200
$\sigma\chi$ (mm d ⁻¹)	1	1	1.01	4.979408

Έπειτα, παρουσιάζονται τα διαγράμματα των στατιστικών χαρακτηριστικών μεγεθών του Δεκεμβρίου και του Ιουλίου, αναφορικά με την παραγωγή των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών. Πρώτα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη θεώρηση της εκθετικής κατανομής κι έπειτα για της γάμα, όπως και στις προηγούμενες περιοχές μελέτης.



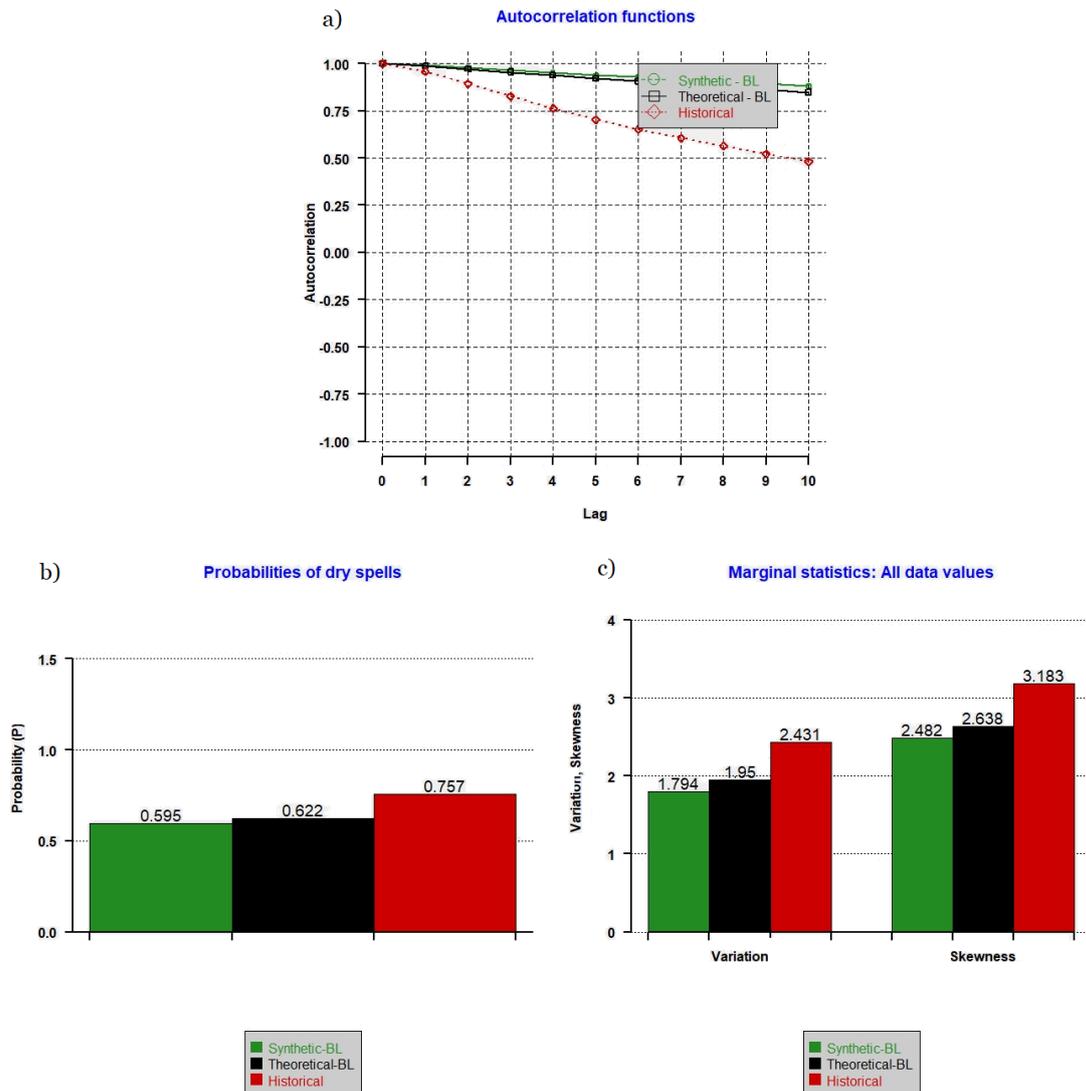
Σχήμα 5.17 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Στο Σχήμα 5.17, παρουσιάζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά, που προκύπτουν από την παραγωγή της συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς του Δεκεμβρίου, για την περιοχή της Κέρκυρας. Συγκεκριμένα, προκύπτει πως η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης διατηρείται πλήρως (Σχήμα 5.17a), όπως αντίστοιχα η πιθανότητα ανομβρίας (Σχήμα 5.17b) και ο συντελεστής μεταβλητότητας (Σχήμα 5.17c). Ωστόσο, μεγάλη απόκλιση παρουσιάζεται στο συντελεστή ασυμμετρίας (Σχήμα 5.17b).



Σχήμα 5.18 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούλιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: α) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, β) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και γ) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

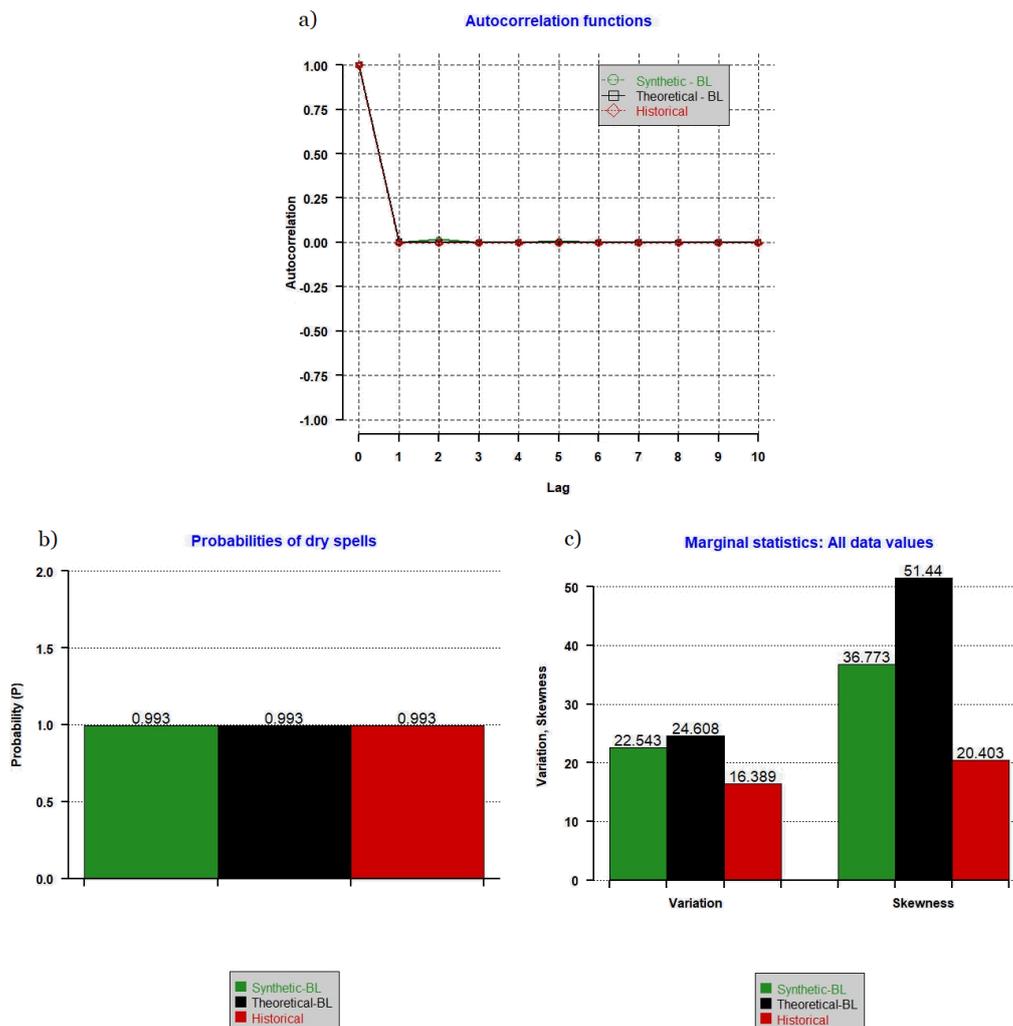
Αντίστοιχα, ίδια συμπεριφορά φαίνεται να έχουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά και για τον Ιούλιο, όπως αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.18. Οι αποκλίσεις, όμως, των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας (Σχήμα 5.18c) είναι συγκριτικά μεγαλύτερες από αυτές του πιο βροχερού μήνα (Σχήμα 5.17c).



Σχήμα 5.19 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

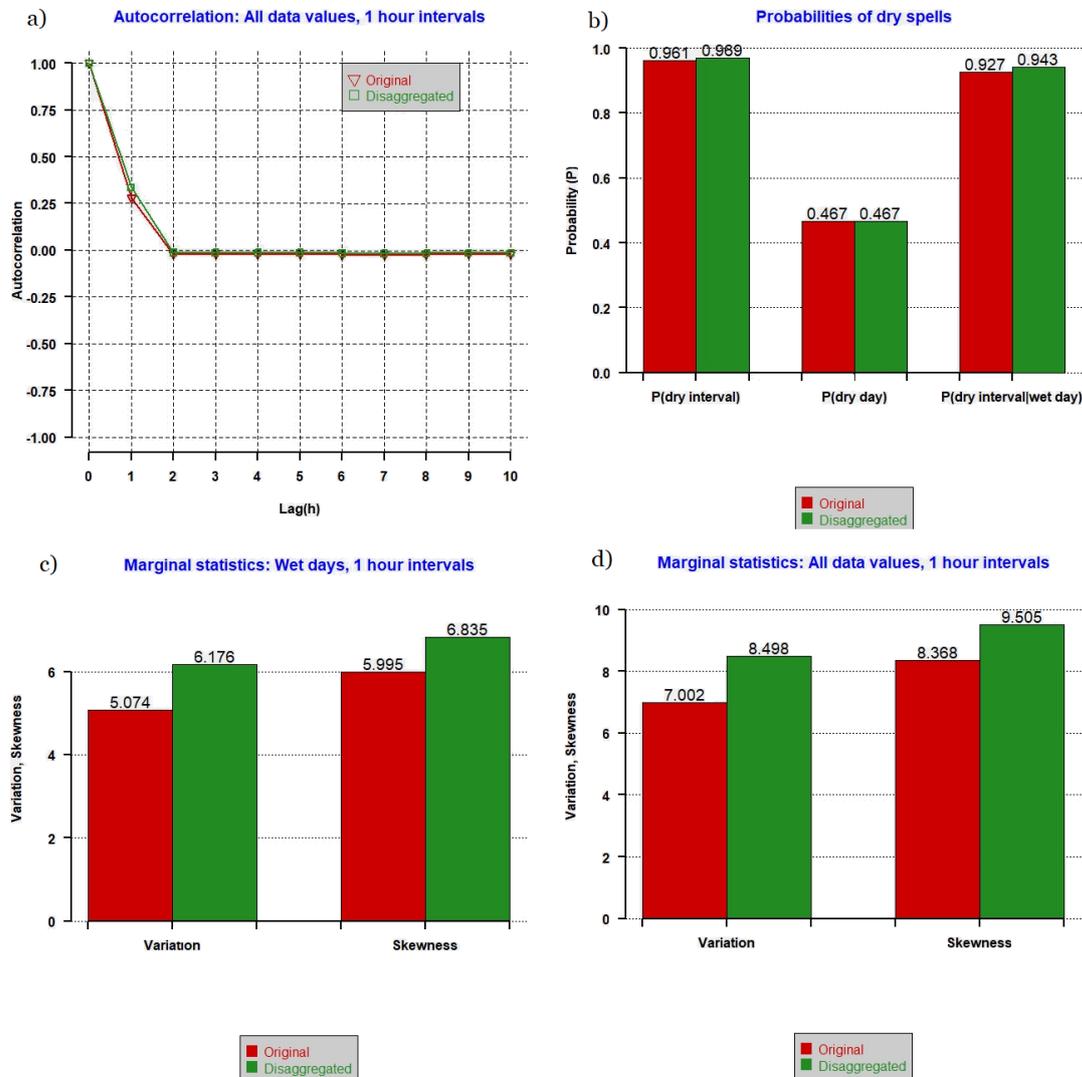
Στην περίπτωση της γάμα κατανομής, τα στατιστικά χαρακτηριστικά του Δεκεμβρίου δεν διατηρούνται σε ικανοποιητικό βαθμό. Αναλυτικότερα, μεγάλες αποκλίσεις παρουσιάζονται, τόσο στη δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης (Σχήμα 5.19a), που αποτελεί πολύ σημαντικό στατιστικό δείκτης, ενώ ακόμη μεγάλες αποκλίσεις παρατηρούνται και στους υποεκτιμημένους συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας (Σχήμα 5.19c).

Στην περίπτωση ωστόσο του Ιουλίου, η γάμα κατανομή φαίνεται να προσομοιώνει εξαιρετικά, τόσο τη δομή της αυτοσυσχέτισης (Σχήμα 5.20a), όσο και την πιθανότητα ανομβρίας (Σχήμα 5.20b). Μικρές αποκλίσεις προκύπτουν στο συντελεστή μεταβλητότητας και αρκετά μεγαλύτερες στο συντελεστή ασυμμετρίας (Σχήμα 5.20c). Δηλαδή παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με την εκθετική κατανομή του αντίστοιχου μήνα, με αρκετά μεγαλύτερη απόκλιση όμως στο συντελεστή ασυμμετρίας.



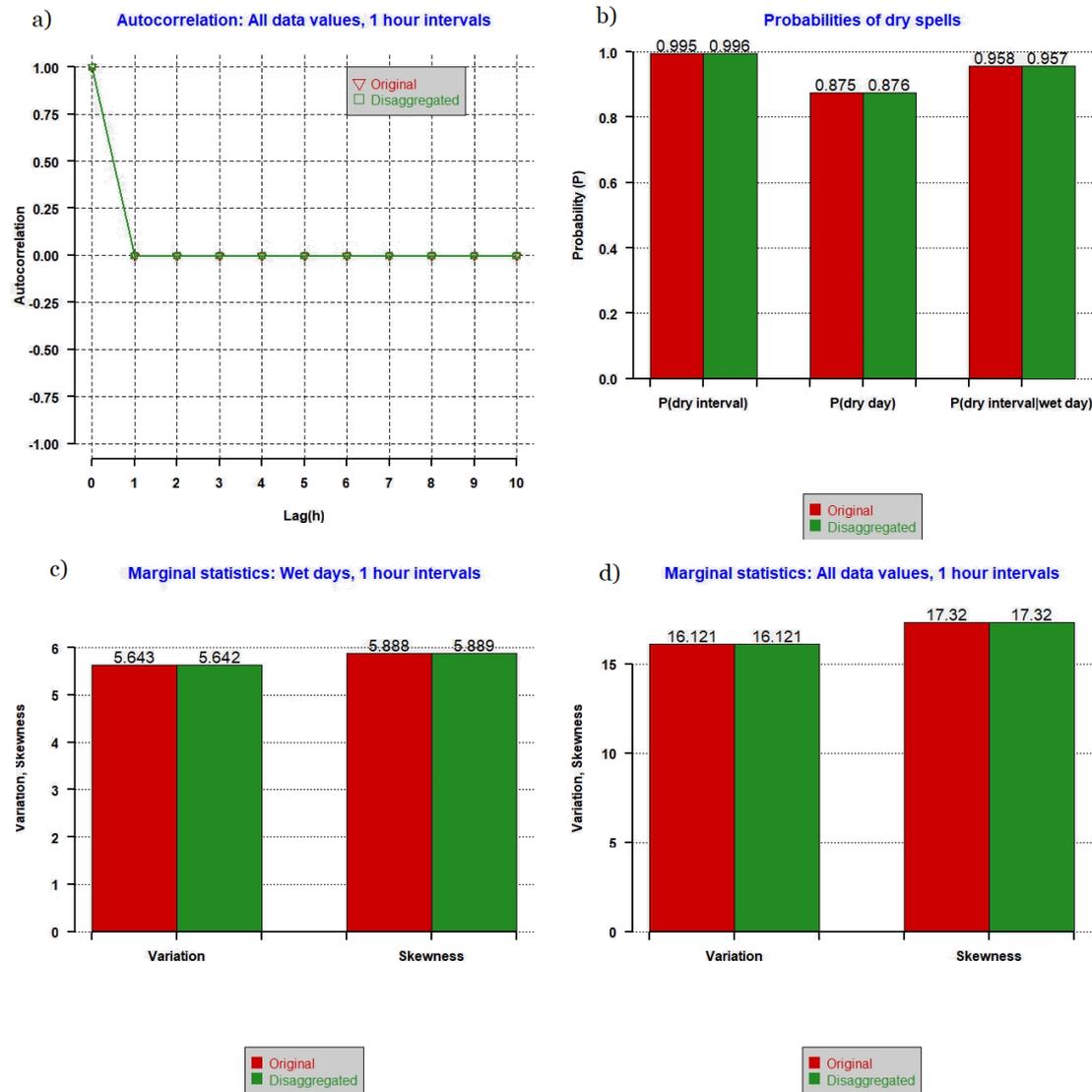
Σχήμα 5.20 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούλιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Στη συνέχεια, ακολουθούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν από τον επιμερισμό των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών της Κέρκυρας σε ωριαίες, για το μήνα Δεκέμβριο και Ιούλιο, αντίστοιχα.

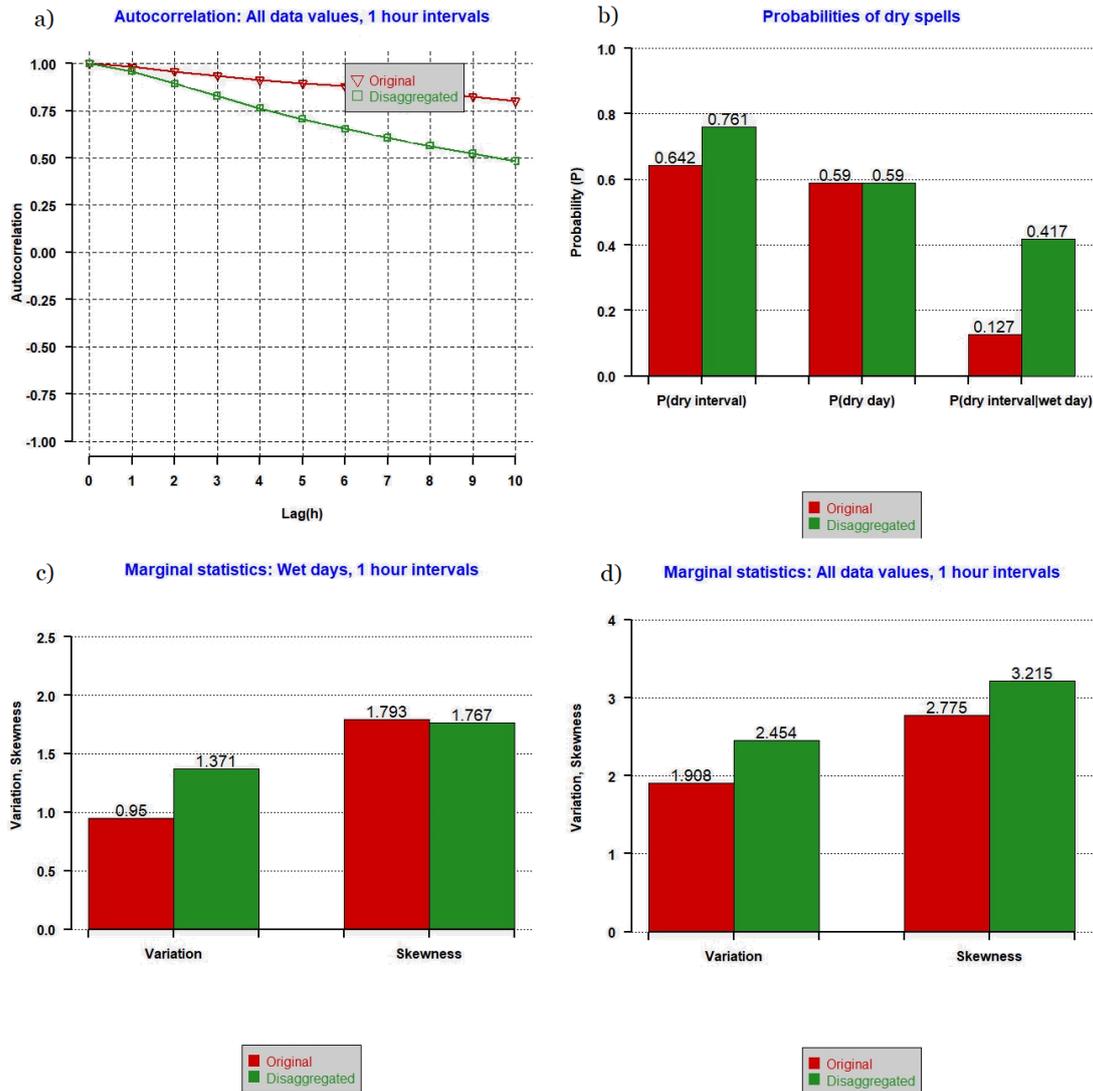


Σχήμα 5.21 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης (Σχήμα 5.21a), καθώς και οι πιθανότητες ανομβρίας της επιμερισμένης χρονοσειράς (Σχήμα 5.21b) φαίνεται να προσεγγίζουν πολύ καλά τα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής χρονοσειράς. Από την άλλη, οι συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας υπερεκτιμώνται, όπως προκύπτει από το Σχήμα 5.21c. Αντίστοιχα, για το μήνα Ιούλιο, βάσει του Σχήματος 5.22, φαίνεται να διατηρούνται όλα τα στατιστικά χαρακτηριστικά, με αποκλίσεις της τάξεως του τρίτου μόλις δεκαδικού.



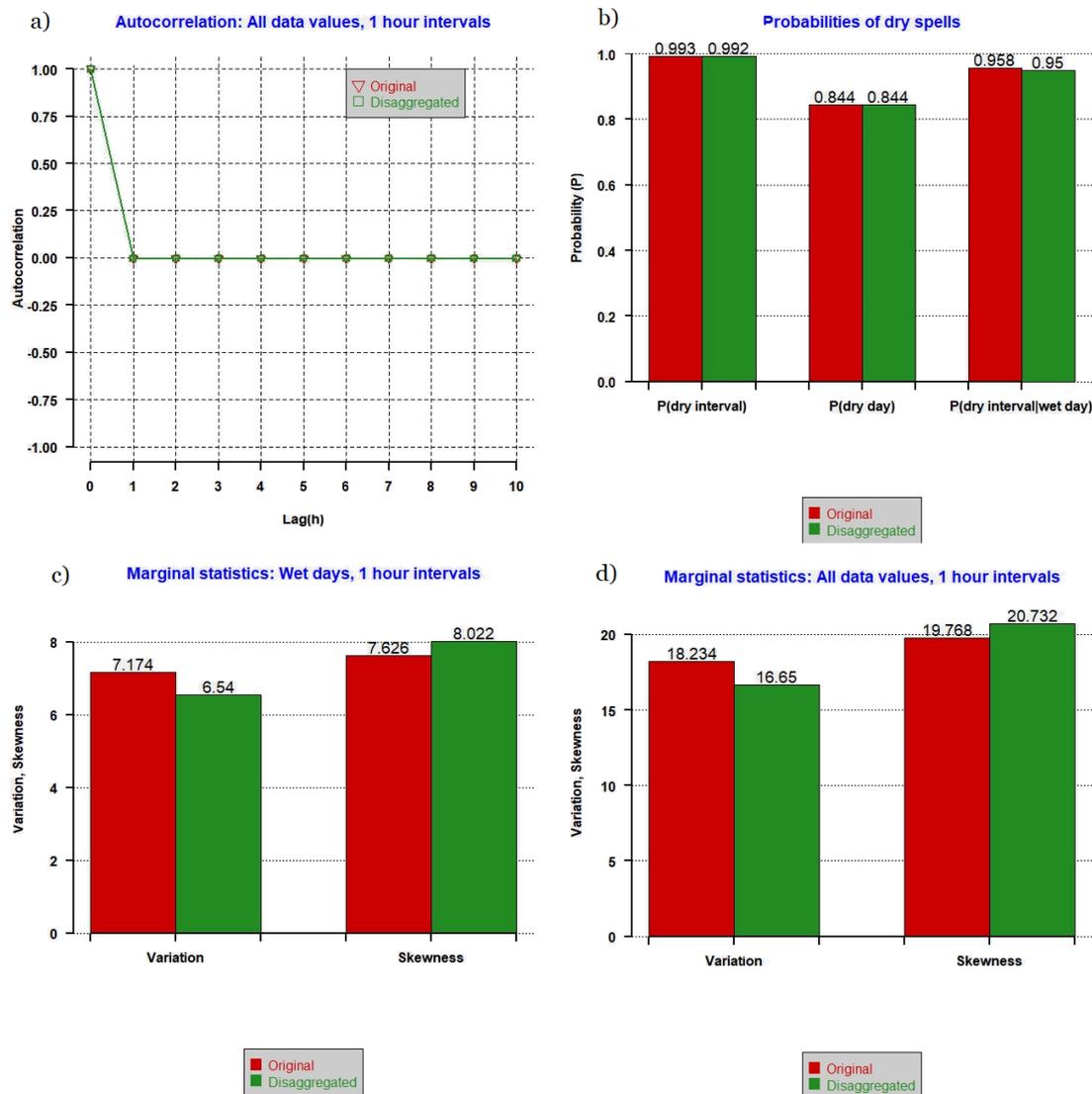
Σχήμα 5.22 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούλιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.



Σχήμα 5.23 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας|βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Στην περίπτωση της κατανομής γάμα, ο μήνας Δεκέμβριος φαίνεται να προσομοιώνεται λιγότερο ικανοποιητικά. Συγκεκριμένα, παρόλο που ο συντελεστής ασυμμετρίας προσομοιώνεται καλύτερα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.23a, τα υπόλοιπα στατιστικά χαρακτηριστικά αποκλίνουν περισσότερο με τη θεώρηση της γάμα κατανομής (Σχήματα 5.23b,c,d), παρά με της εκθετικής (Σχήμα 5.21b,c,d).

Όσον αφορά στον πιο ξηρό μήνα της υπό μελέτη περιοχής, προκύπτει πως, παρόλο που και οι δύο κατανομές φαίνεται να διατηρούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά, υπερτερεί η θεώρηση της εκθετικής κατανομής (Σχήμα 5.22) έναντι της γάμα (Σχήμα 5.24), όπου οι αποκλίσεις είναι μικρότερες.



Σχήμα 5.24 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Ιούλιο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Επαγωγικά όλων των παραπάνω, και για τους δύο μήνες καταλληλότερη κρίνεται η θεώρηση της εκθετικής κατανομής για την ανεξάρτητη ένταση των ορθογωνικών παλμών του τυχαίου μοντέλου Barlett-Lewis. Υπενθυμίζεται πως ξεκάθαρη αποτελεί η επιλογή αυτή για το μήνα Δεκέμβριο, ενώ για το μήνα Ιούλιο και οι δύο θεωρήσεις παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα μοντελοποίησης.

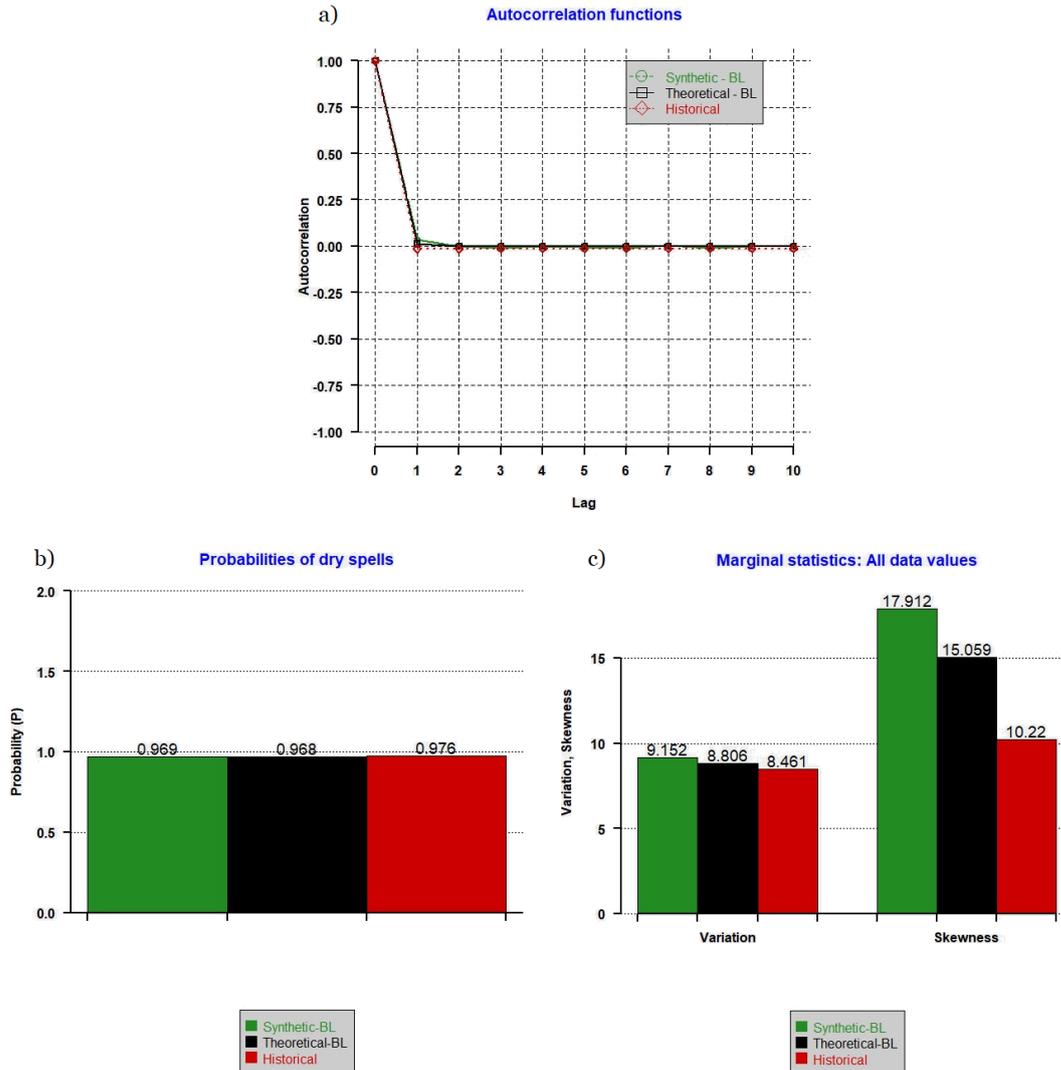
5.4 Περιοχή μελέτης – Ρόδος

Τελευταία περιοχή μελέτης αποτελεί η Ρόδος. Για την εφαρμογή του μοντέλου, επιλέγονται οι μήνες Δεκέμβριος και Σεπτέμβριος. Ο Δεκέμβριος αποτελεί το μήνα με τα μεγαλύτερα ιστορικά ύψη βροχής, με το μέσο ημερήσιο ύψος να ανέρχεται στα 4.879 mm, ενώ αντίστοιχα ο μήνας με το μικρότερο μέσο μη μηδενικό ύψος βροχής είναι ο Σεπτέμβριος, με 0.060 mm. Βάσει των στοιχείων του Πίνακα 4.4 και του αντίστοιχου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, προκύπτουν οι παράμετροι του RBLRPM, όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.4:

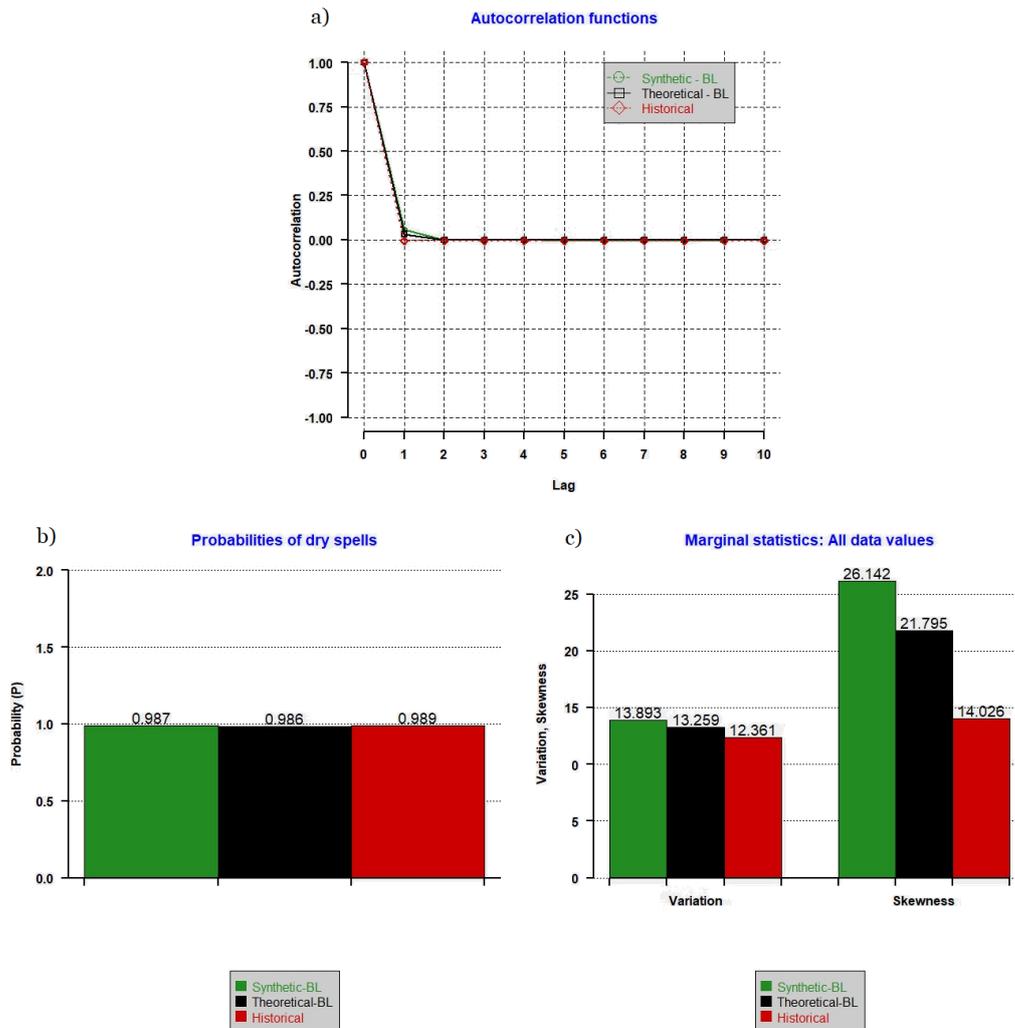
Πίνακας 5.4 Παράμετροι RBRRPM για τη Ρόδο

	RBLRPM			
	Εκθετική		Γάμα	
	ΔΕΚ	ΣΕΠ	ΔΕΚ	ΣΕΠ
λ (d ⁻¹)	0.740218	0.301807	0.629126	0.293494
α (-)	11.4069	13.88944	14.45883	6.584674
ν (d)	0.00629	0.011152	0.006453	0.064218
κ (-)	5.981567	4.290547	13.6054	4.442044
φ (-)	0.760948	0.403618	0.629468	0.61145
$\mu\chi$ (mm d ⁻¹)	1118	34.06305	686.997	1.290633
$\sigma\chi$ (mm d ⁻¹)	1	1	1.307657	2.03715

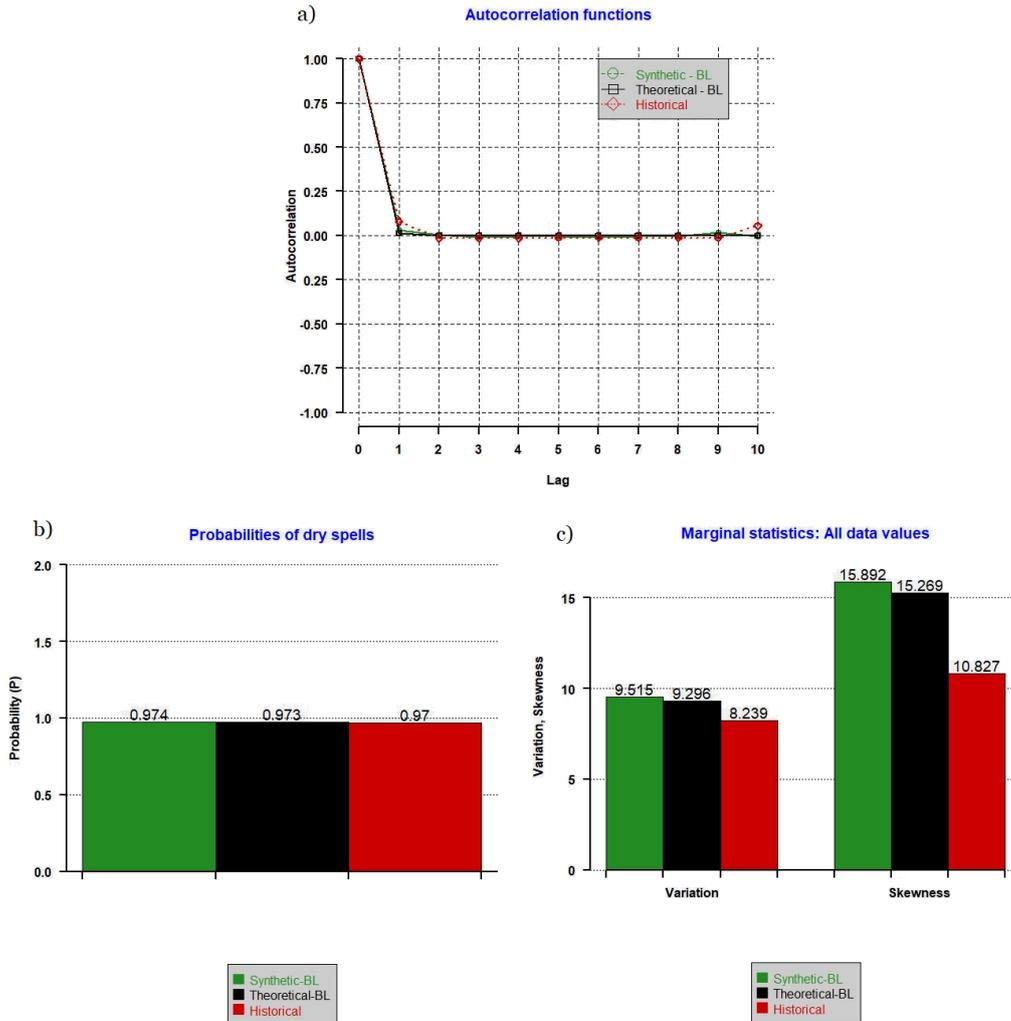
Στη συνέχεια, παρατίθενται τα αποτελέσματα αναφορικά με τις συνθετικές ημερήσιες χρονοσειρές βροχόπτωσης του Δεκεμβρίου, στα Σχήματα 5.25 και 5.26, και του Σεπτεμβρίου στα Σχήματα 5.27 και 5.8, για την εκθετική και τη γάμα κατανομή αντίστοιχα.



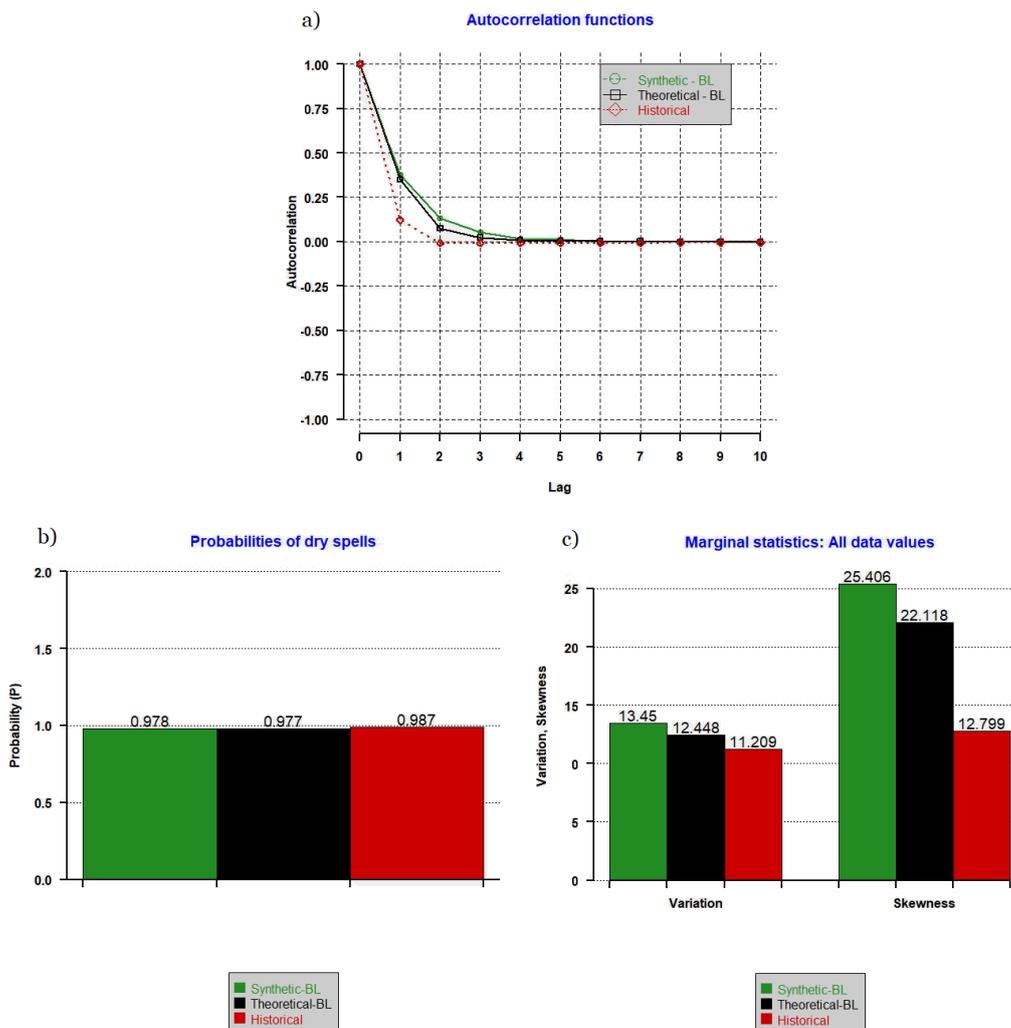
Σχήμα 5.25 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.



Σχήμα 5.26 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Σεπτέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.



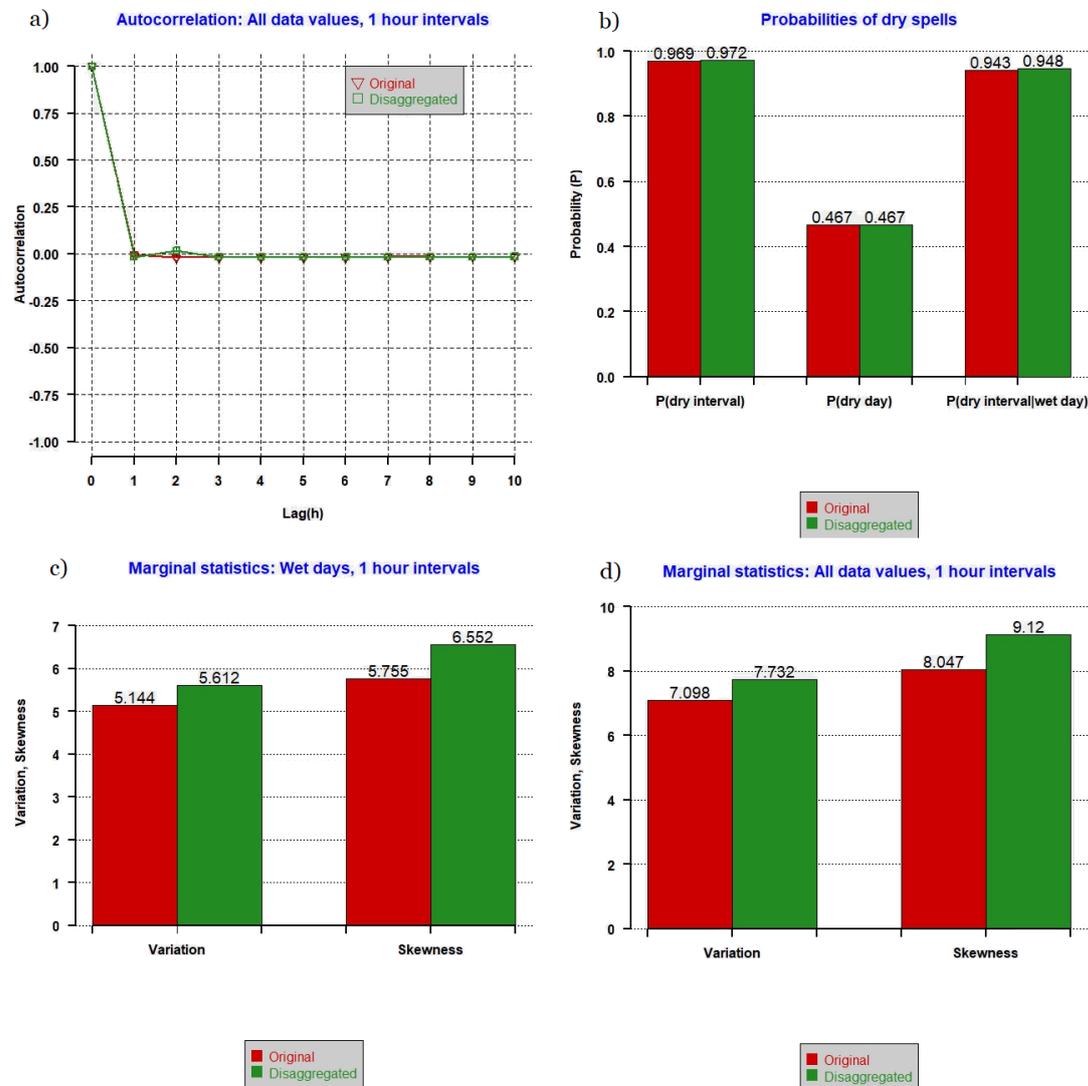
Σχήμα 5.27 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.



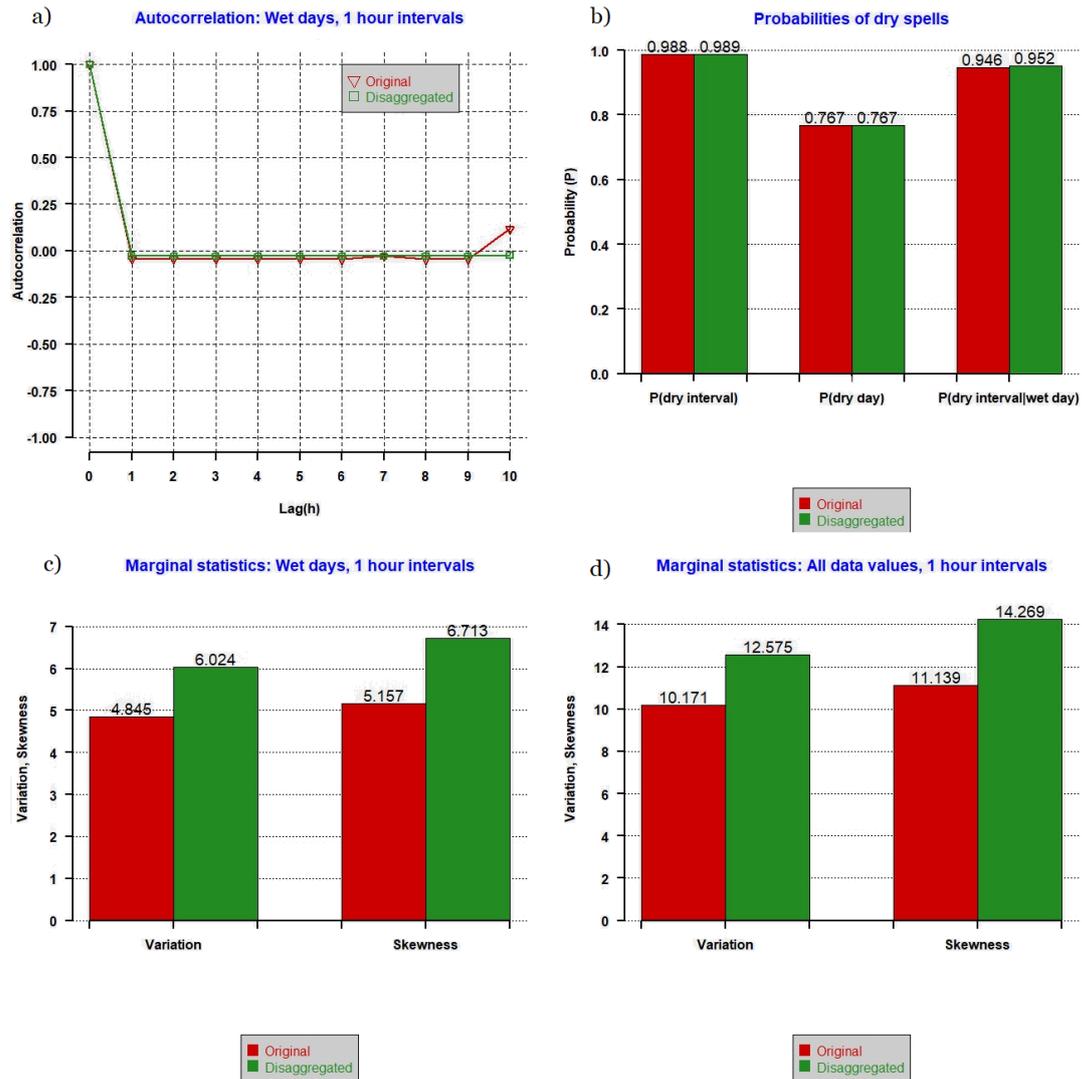
Σχήμα 5.28 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Σεπτέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας και c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με πράσινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνθετικής χρονοσειράς, με μαύρο της θεωρητικής και με κόκκινο της ιστορικής.

Όπως προκύπτει από τα Σχήματα 5.25-5.28, στην περίπτωση της Ρόδου, αποδίδουν εξίσου ικανοποιητικά και η εκθετική και η γάμα κατανομή και για τους δύο υπό-μελέτη μήνες. Συγκεκριμένα, η δομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης προσομοιώνεται εξίσου ικανοποιητικά σε όλες τις περιπτώσεις, με μόνη εξαίρεση αυτή του Σεπτεμβρίου, αναφορικά με την παραγωγή της συνθετικής χρονοσειράς (Σχήμα 5.28a). Ωστόσο, παρά τις αποκλίσεις που εμφανίζει η αυτοσυσχέτιση, δεν καθιστούν την επιλογή της γάμα κατανομής απαγορευτική. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι πιθανότητες ανομβρίας φαίνεται να προσομοιώνονται με ιδιαίτερη ακρίβεια.

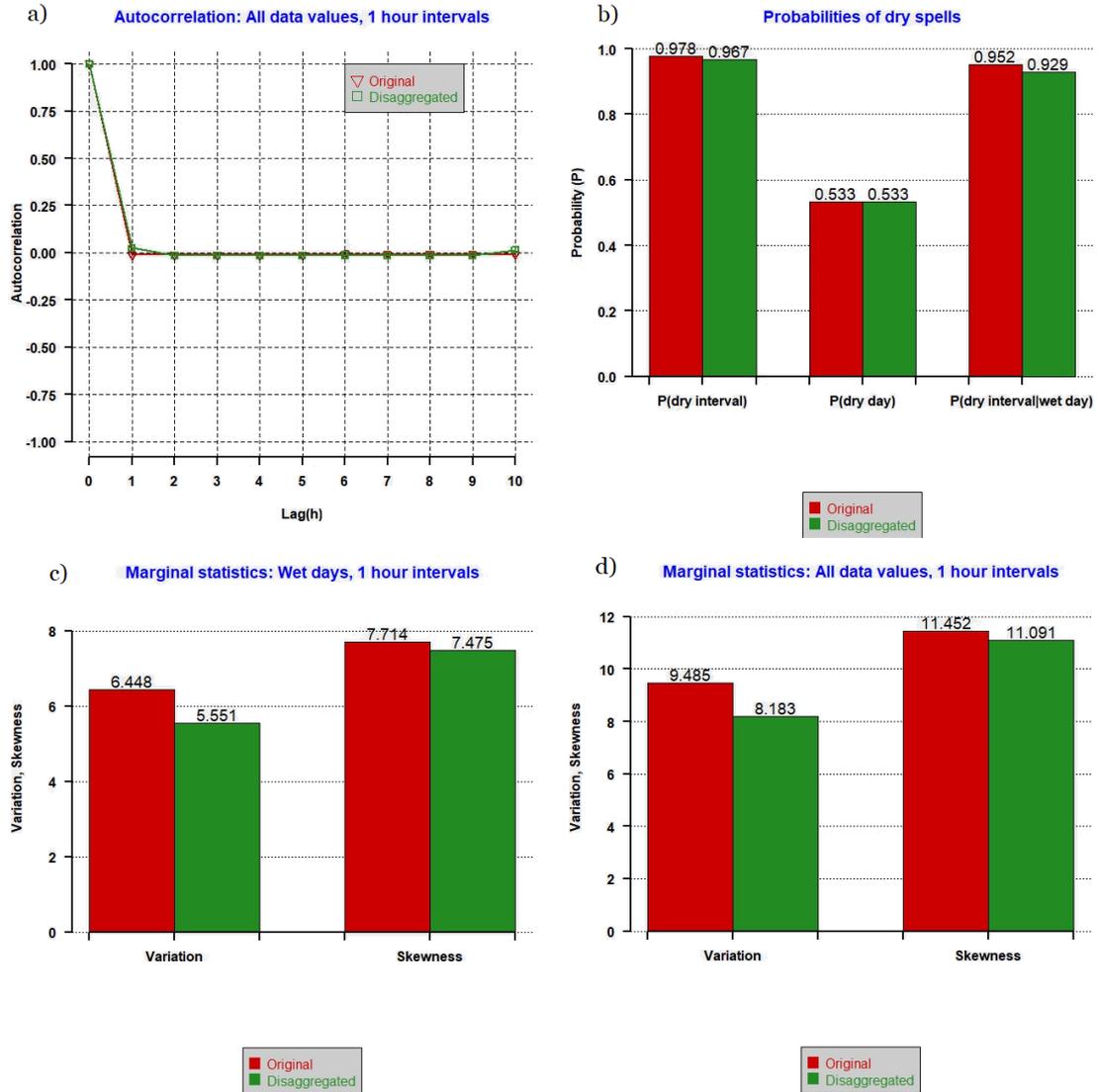
Ακολουθώς, παρουσιάζονται τα τελευταία αποτελέσματα για την περιοχή της Ρόδου, που αφορούν στον επιμερισμό των συνθετικών προαναφερθέντων χρονοσειρών του πιο βροχερού και πιο ξηρού μήνα αντίστοιχα.



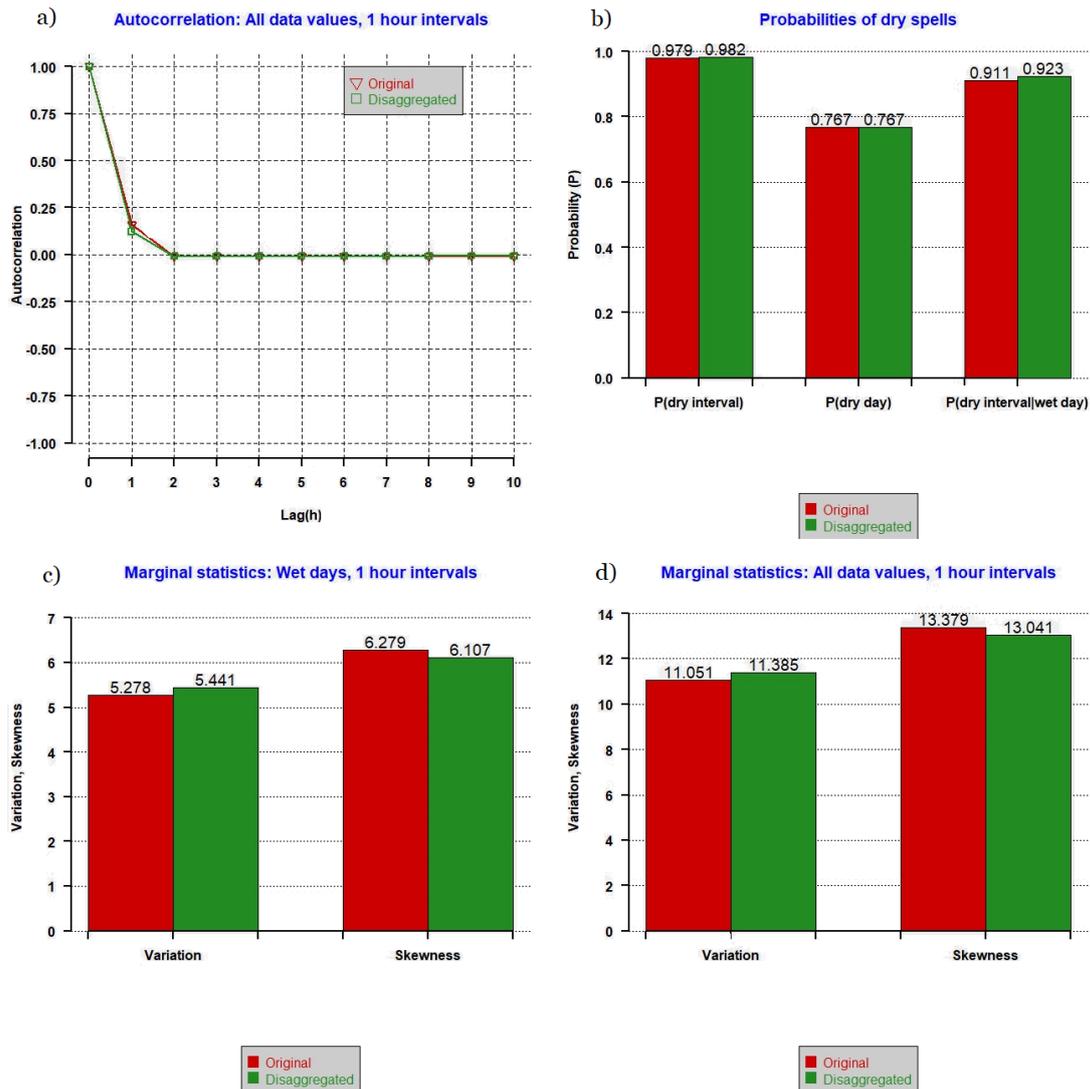
Σχήμα 5.29 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.



Σχήμα 5.30 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Σεπτέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί την εκθετική κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.



Σχήμα 5.31 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Δεκέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.



Σχήμα 5.32 Στατιστικά Χαρακτηριστικά για το μήνα Σεπτέμβριο, θεωρώντας πως η ένταση των παλμών ακολουθεί τη γάμα κατανομή, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, b) τα διαγράμματα της πιθανότητας ανομβρίας στεγνής ώρας, στεγνής μέρας και στεγνής ώρας||βροχερής μέρας αντίστοιχα, c) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) των βροχερών ημερών και d) τα διαγράμματα για τον συντελεστή μεταβλητότητας (αριστερά) και τον συντελεστή ασυμμετρίας (δεξιά) για το σύνολο των στοιχείων της εκάστοτε χρονοσειράς. Με κόκκινο χρώμα, παρουσιάζονται τα στοιχεία της αρχικής χρονοσειράς και με κόκκινο της επιμερισμένης.

Από την άλλη, οι συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας, αναφορικά με τον επιμερισμό της ημερήσιας σε χρονοσειρά βροχόπτωσης ωριαία χρονικής κλίμακας, φαίνεται να υπερεκτιμούνται στις περισσότερες περιπτώσεις, με τις μικρότερες αποκλίσεις να προκύπτουν στην εκθετική κατανομή για το μήνα Δεκέμβριο (Σχήμα 5.29c,d) και στη γάμα κατανομή για το Σεπτέμβριο (Σχήμα 5.32c,d).

Ο μοναδικός συντελεστής που φαίνεται να υπερεκτιμάται συστηματικά είναι αυτός του συντελεστή ασυμμετρίας, οι αποκλίσεις του οποίου από την αρχική χρονοσειρά είναι ανάλογες σε κάθε περίπτωση. Βάσει των αποτελεσμάτων των Σχημάτων 5.25-5.32, για την περιοχή της Ρόδου, οριακά καταλληλότερη κρίνεται η εκθετική κατανομή, χωρίς η επιλογή της γάμα κατανομής να θεωρείται απαγορευτική ή μη ικανοποιητική.

Ανακεφαλαιώνοντας τα αποτελέσματα όλων των περιοχών, προκύπτει η κατανομή που θεωρείται καλύτερη για τον επιμερισμό ημερήσιων χρονοσειρών βροχόπτωσης σε ωριαία χρονική κλίμακα στον Ελλαδικό χώρο. Υπενθυμίζεται ότι οι επιλεχθείσες περιοχές βρίσκονται σε αντιδιαμετρικά σημεία στην Ελλάδα, προσπαθώντας να προκύψουν αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα για τον επιμερισμό χρονοσειρών, με όσο το δυνατόν διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο παρόν κεφάλαιο, καταλληλότερη κρίνεται η εκθετική κατανομή. Στο Ηράκλειο, ως καταλληλότερη προκύπτει η γάμα κατανομή, παρουσιάζοντας όμως λίγο μικρότερες αποκλίσεις από την εκθετική. Συνεπώς, η κατανομή, που δύναται να διατηρήσει καλύτερα τα στατιστικά χαρακτηριστικά στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, είναι η εκθετική.

Συμπληρωματικά, στο Παράρτημα παρουσιάζονται τα διαγράμματα των ωριαίων χρονοσειρών που προκύπτουν ως αποτελέσματα εξόδου του πακέτου HYETOS-R, για όλες τις περιοχές μελέτης και για τις δύο υπό μελέτη κατανομές, τόσο για τον πιο βροχερό μήνα, όσο και για τον πιο ξηρό. Αναφοράς χρήζει πως τα διαγράμματα που αφορούν στους πιο βροχερούς μήνες φαίνεται να παρουσιάζουν χρονοσειρές, όπου προσεγγίζουν αρκετά ρεαλιστικά τη φυσική διεργασία της βροχόπτωσης. Ενώ αντίθετα, τα διαγράμματα των πιο ξηρών περιοχών, διαθέτουν αρκετά πιο διαλείπουσες δομές, όπου χαρακτηρίζονται από αρκετές συσσωρευμένες και ομαδοποιημένες τιμές βροχόπτωσης, μη προσομοιώνοντας το ίδιο ρεαλιστικά τη δομή του φαινομένου της βροχόπτωσης.

5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων σε διάφορες χρονικές κλίμακες

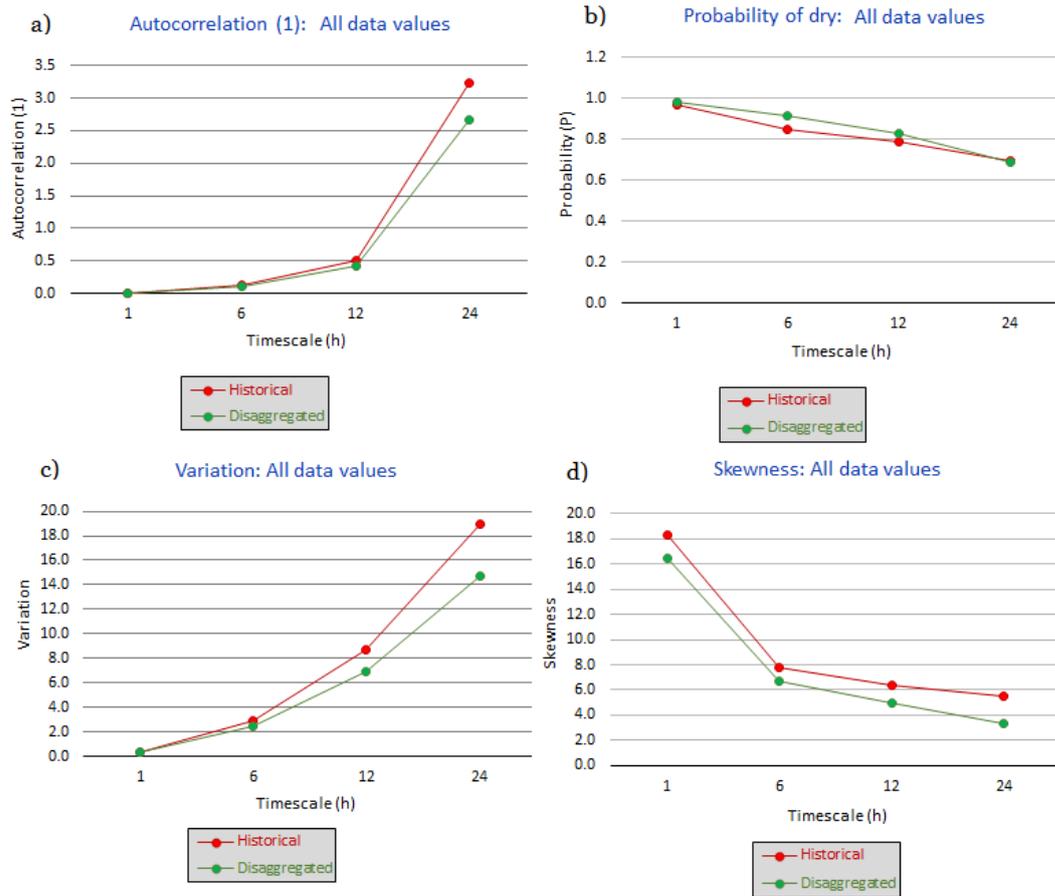
Στην τελευταία υποενότητα των αποτελεσμάτων, λαμβάνει χώρα η σύγκριση των στατιστικών χαρακτηριστικών των συνθετικών επιμερισμένων χρονοσειρών με αυτά των ιστορικών, για τις τέσσερις περιοχές μελέτης. Συγκεκριμένα, εξετάζονται:

- ο συντελεστή αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης,
- η πιθανότητα ανομβρίας επί της

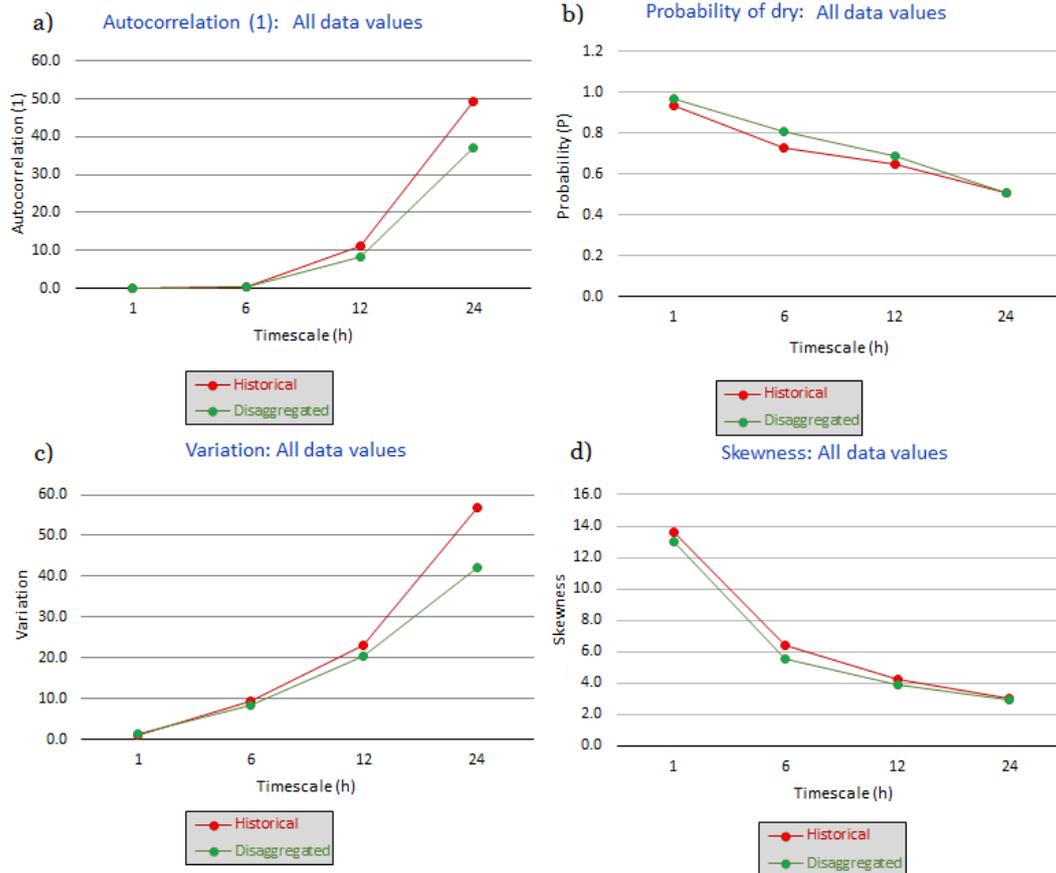
συνολικής χρονοσειράς, γ) ο συντελεστής μεταβλητότητας και δ) ο συντελεστής ασυμμετρίας, στις χρονικές κλίμακες 1, 6, 12 και 24 ωρών.

Ενδεικτικά, παρουσιάζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά για την περιοχή της Θεσσαλονίκης και του Ηρακλείου, καθώς αποτελούν τις δύο πιο μακρινές γεωγραφικά περιοχές. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αφορούν στο μήνα Ιανουάριο, θεωρώντας πως η ένταση των ορθογωνικών παλμών ακολουθεί κάθε φορά την καταλληλότερη για την περιοχή κατανομή, που προκύπτει από τα υποκεφάλαια 5.1 και 5.2 αντίστοιχα. Στο Σχήμα 5.33, παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα στατιστικά χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς, σε σύγκριση με αυτά της συνθετικής επιμερισμένης ωριαίας χρονοσειράς για τη Θεσσαλονίκη, ενώ στο Σχήμα 5.34 για το Ηράκλειο.

Από τα Σχήματα 5.34 και 5.55, προκύπτει πως το μοντέλο διατηρεί ικανοποιητικά τα υπό μελέτη στατιστικά χαρακτηριστικά στις διάφορες χρονικές κλίμακες που παρουσιάζονται. Η απόδοση του μοντέλου είναι παρόμοια και στις υπόλοιπες περιοχές μελέτης, με τις αποκλίσεις να αυξάνονται λίγο τους πιο ξηρούς μήνες.



Σχήμα 5.33 Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών της συνθετικής και ιστορικής χρονοσειράς σε διάφορες κλίμακες συνάθροισης, για την περιοχή της Θεσσαλονίκης, για το μήνα Ιανουάριο, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης της τάξης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας, c) το διάγραμμα του συντελεστή μεταβλητότητας και d) το διάγραμμα του συντελεστή ασυμμετρίας. Με πράσινο χρώμα, αναπαρίστανται τα στοιχεία της συνθετικής επιμερισμένης χρονοσειράς, ενώ με κόκκινο της ιστορικής.



Σχήμα 5.34 Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών της συνθετικής και ιστορικής χρονοσειράς σε διάφορες κλίμακες συνάθροισης, για την περιοχή του Ηρακλείου, για το μήνα Ιανουάριο, όπου: a) το διάγραμμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης, b) το διάγραμμα της πιθανότητας ανομβρίας, c) το διάγραμμα του συντελεστή μεταβλητότητας και d) το διάγραμμα του συντελεστή ασυμμετρίας. Με πράσινο χρώμα, αναπαρίστανται τα στοιχεία της συνθετικής επιμερισμένης χρονοσειράς, ενώ με κόκκινο της ιστορικής.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ- ΜΕΛΛΟΝΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

6.1 Συμπεράσματα

Η εφαρμογή στοχαστικών μοντέλων βροχοπτώσεων σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες αποτελεί αναπόσπαστο κι αναγκαίο εργαλείο των υδρολογικών εφαρμογών, λόγω της έντονης στοχαστικότητας που διέπουν τα φυσικά υδρολογικά φαινόμενα, αλλά και λόγω της έλλειψης επαρκών δεδομένων. Η ακρίβεια και η επαρκής διαστοσιολόγηση σημαντικών έργων, όπως είναι τα αντιπλημμυρικά, βασίζονται ουσιαστικά σε αρκετά λεπτές χρονικές κλίμακες, επιβεβαιώνοντας έτσι τον προηγούμενο ισχυρισμό. Για το λόγο αυτό, η παρούσα ερευνητική εργασία κάνει, αρχικά, μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των μοντέλων προσομοίωσης της βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Περιγράφει τις βασικές μαθηματικές έννοιες, που συνδέονται με τα μοντέλα σημειακών ανελίξεων, και καταλήγει στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, που αποτελούν και το μοντέλο που εφαρμόζεται στη μελέτη. Ακολουθεί μία ακόμη βιβλιογραφική ιστορική επισκόπηση των μοντέλων επιμερισμού της βροχόπτωσης, η οποία οδηγεί στην περιγραφή του μοντέλου επιμερισμού που χρησιμοποιείται στη παρούσα εργασία. Ακόμη, αναλύεται η βασική μαθηματική διαδικασία του εξελικτικού ανόπτησης-απλόκου, όπου εφαρμόζεται για τη επίλυση καθολικών προβλημάτων βελτιστοποίησης, αλλά και ειδικότερα προβλημάτων υδρολογίας. Η διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται με την εφαρμογή του πακέτου HYETOS-R στο υπολογιστικό περιβάλλον της R, με σκοπό τη διερεύνηση της εφαρμογής του τυχαίου μοντέλου ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis στον Ελλαδικό χώρο, αναφορικά με τον επιμερισμό ημερήσιων χρονοσειρών σε ωριαίες.

Γενικότερα, βάσει της βιβλιογραφικής επισκόπησης, προκύπτει πως το τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis είναι ικανό να διατηρήσει τα απαραίτητα στατιστικά χαρακτηριστικά, που διέπουν την ημερήσια κι ενδοημερήσια δομή του φαινομένου της βροχόπτωσης. Σημαντικό πλεονέκτημα του μοντέλου αποτελεί το γεγονός πως καταφέρνει να προσομοιώσει και να επιμερίσει τη βροχόπτωση σε διάφορες κλίμακες συνάθροισης, με ένα μόνο σύνολο παραμέτρων, ανεξαρτητοποιώντας το έτσι από τη χρονική κλίμακα της ιστορικής χρονοσειράς.

Ειδικότερα, από τα αποτελέσματα της εν λόγω εργασίας, επαληθεύεται πως το τυχαίο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Barlett-Lewis είναι κατάλληλο για τον επιμερισμό ημερήσιων χρονοσειρών βροχόπτωσης σε λεπτότερες χρονικές κλίμακες, στον Ελλαδικό χώρο. Συγκεκριμένα, δύναται να διατηρήσει τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μεταβλητότητας και ασυμμετρίας, τόσο για τις βροχερές μέρες αυτές

καθαυτές, αλλά και για όλη τη χρονοσειρά, σε διάφορες κλίμακες συνάθροισης. Ακόμη, διατηρεί και τις πιθανότητες ανομβρίας, που αποτελούν ένα ακόμη πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό των χρονοσειρών βροχόπτωσης. Επιπλέον, από τα αποτελέσματα προκύπτει πως η πλειοψηφία, των περιοχών μελέτης του Ελλαδικού χώρου προσομοιώνεται καλύτερα, θεωρώντας πως οι ανεξάρτητες εντάσεις των ορθογωνικών παλμών ακολουθούν την εκθετική κατανομή. Ωστόσο, και η γάμα κατανομή αποδεικνύεται ικανή για τον επιμερισμό των χρονοσειρών.

6.2 Μελλοντική έρευνα

Βάσει της παρούσας μελέτης και των αποτελεσμάτων της, υπάρχουν ορισμένα ζητήματα που χρήζουν μελλοντικής έρευνας, είτε για την αντιμετώπιση κάποιων ελλείψεων, είτε για τη βελτίωση της παρούσας εργασίας. Αρχικά, ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή του μοντέλου σε αρκετά περισσότερες περιοχές της Ελλάδας, με σκοπό την επιφανειακή αποτύπωση των παραμέτρων, όπου θα είναι συσχετισμένες μεταξύ τους γεωγραφικά· δηλαδή η συσχέτιση σημειακών δεδομένων σταθμού με αντίστοιχα χωρικά δεδομένα. Ενώ ακόμη, προς διερεύνηση προτείνεται ο μονοδιάστατος επιμερισμός σε επίπεδο δορυφόρου, καθώς και η σύγκριση της εφαρμογής του μοντέλου με αντίστοιχα δεδομένα σημειακού επιπέδου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Bárdossy A., Downscaling from GCMs to Local Climate through Stochastic Linkages, *Journal of Environmental Management*, Volume 49, Issue 1, 1997, Pages 7-17, ISSN 0301-4797, <https://doi.org/10.1006/jema.1996.0112>

Burian J., Stastny S., Brus J., Pechanec V. and Voženílek V., Urban planner: Model for optimal land use scenario modelling. *Geografie*. 120. 330-353. [10.37040/geografie2015120030330](https://doi.org/10.37040/geografie2015120030330), 2015

Burian S., Nix S & Pitt R. and Durrans S., Urban Wastewater Management in the United States: Past, Present, and Future. *Journal of Urban Technology - J URBAN TECHNOL.* 7. 33-62. [10.1080/713684134](https://doi.org/10.1080/713684134), 2000

Colony R., Randinov V., and Tanis F.R., Measurements of precipitation and snow pack at Russian north pole drifting stations, *Polar Record*, 34(188), 3-14, 1998

Cowpertwait P.S.P., O'Connell P.E., Metcalfe A.V., Mawdsley J.A., Stochastic point process modelling of rainfall. I. Single-site fitting and validation, *Journal of Hydrology*, Volume 175, Issues 1-4, 1996, Pages 17-46, ISSN 0022-1694, [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(96\)80004-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(96)80004-7)

Duan, Q., Sorooshian S., and Gupta V., Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Water Resources Research*, 28(4), 1015-1031, 1992

Eagleson P. S., Climate, soil, and vegetation: 2. The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences, *Water Resour. Res.*, 14(5), 713– 721, 1978, [doi:10.1029/WR014i005p00713](https://doi.org/10.1029/WR014i005p00713)

Econopouly T.W., Davis D.R., Woolhiser D.A., Parameter transferability for a daily rainfall disaggregation model, *Journal of Hydrology*, Volume 118, Issues 1-4, 1990, Pages 209-228, ISSN 0022-1694, [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(90\)90259-Z](https://doi.org/10.1016/0022-1694(90)90259-Z)

Efstratiadis A., Investigation of global optimum seeking methods in water resources problems, MSc thesis, 139 pages, Department of Water Resources, Hydraulic and Maritime Engineering – National Technical University of Athens, Athens, 2001

Efstratiadis, A. and Koutsoyiannis D., An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1423-1428, International Water Association, 2002. (<http://itia.ntua.gr/en/docinfo/524/>)

- Garcia-Guzman A. and Aranda-Oliver E., A stochastic model of dimensionless hyetograph, *Water Resour. Res.*, 29(7), 2363–2370, 1993, doi:10.1029/93WR00517
- Glasbey C.A., Cooper G., McGechan M.B., Disaggregation of daily rainfall by conditional simulation from a point-process model, *Journal of Hydrology*, Volume 165, Issues 1–4, 1995, Pages 1-9, ISSN 0022-1694, [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(94\)02598-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(94)02598-6)
- Goldberg D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. AddisonWesley Publishing Company, 1989
- Grace R. A. and Eagleson P. S., *The Synthesis of Short-Time-Increment Rainfall Sequences*, Report no. 91, Hydrodynamics Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, 1966
- Grygier J. C. and Stedinger J. R., Condensed disaggregation procedures and conservation corrections for stochastic hydrology, *Water Resour. Res.*, 24(10), 1574–1584, 1988, doi:10.1029/WR024i010p01574
- Grygier J.C. and Stedinger J.R., , *A Synthetic Streamflow Generation Package*, Technical Description, Version 2.5. School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, 1990a
- Holland J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975
- Hoshi K. and Burges, S. J., Disaggregation of streamflow Volumes, *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings ASCE, vol. 105, no. HY1, pp. 27-41, 1979
- Hanaish I. S., Ibrahim K. and Jemain A. A., On the potential of Bartlett Lewis rectangular pulse models for simulating rainfall in Peninsular Malaysia, *Hydrological Sciences Journal*, 58:8, 1690-1703, 2013, DOI: 10.1080/02626667.2013.838322
- Kaczmarska J., Isham V., Onof C., Point process models for fine-resolution rainfall. *Hydrol. Sci. J.* 140806131733005, 2014, doi:10.1080/02626667.2014.925558
- Kavvas M. L. and Delleur J. W., A stochastic cluster model of daily rainfall sequences, *Water Resources Research* 17, ISSN: 1151-1160, 1981
- Kossieris P., Tyralis H., Koutsoyiannis D., Makropoulos C., Efstratiadis A., *A package for temporal stochastic simulation of rainfall at fine time scales*, Version 2.1, 2016, <http://itia.ntua.gr/en/softinfo/3/>

Koutsoyiannis D. and Xanthopoulos Th., A dynamic model for short-scale rainfall disaggregation, *Hydrological Sciences Journal*, 35 (3), 303–322, doi:10.1080/02626669009492431, 1990

Koutsoyiannis D., Manetas A., Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research*, 32 (7), 2105 – 2117, 1996.

Koutsoyiannis D., *Rainfall Disaggregation Methods: Theory and Applications*, Workshop on Statistical and Mathematical Methods for Hydrological Analysis, Rome, 2003

Lane W.L., Frevert D.K., *Applied Stochastic Techniques: Personal Computer Version : User Manual*, Earth Sciences Division, Denver Office, Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior, <https://books.google.gr/books?id=PdUAPAAACAAJ>, 1990

Marien J. L. and Vandewiele G. L., A Point Rainfall Generator with Internal Storm Structure, *Water Resources Research*, vol. 22, no. 4, pp. 475-482, 1986

Marshak A. and Davis A. and Cahalan R. and Wiscombe W., Bounded cascade models as nonstationary multifractals, *Phys. Rev. E*, American Physical Society, Volume 49, Issue 1, 1994, Pages 55-69, <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.49.55>

Mejia J. M. and Rousselle J., Disaggregation Models in Hydrology Revisited, *Water Resources Research*, vol. 12, no. 2, pp. 185-186, 1976

Michalewicz Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. SpringerVerlag, New York, 1996

Nelder, J. A. and Mead R., A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7(4), 308-313, 1965

Olsson J. and Niemczynowicz J., Multifractal analysis of daily spatial rainfall distributions, *Journal of Hydrology*, Volume 187, Issues 1–2, 1996, Pages 29-43, ISSN 0022-1694, [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(96\)03085-5](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(96)03085-5)

Onof C., Wheater H. S., Improvements to the modeling of British rainfall using a modified Random Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model, *Journal of Hydrology*, 157, 177-195, 1994

Onof C., Wheater H. S., Modeling of British rainfall using a random parameter Bartlett-Lewis rectangular pulse model, *Journal of Hydrology*, 149, 67-95, 1993

Onof, C. and Wheater H. S., Improvements to the modelling of British rainfall using a Modified Random Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model, *Journal of Hydrology*, 157, 177-195, 1994

Onof, C. and Wheater H. S., Modelling of British rainfall using a Random Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model, *Journal of Hydrology*, 149, 67-95, 1993

Papoulis A. and Unnikrishna Pillai S., Πιθανότητες, τυχαίες μεταβλητές & στοχαστικές διαδικασίες, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2007

Pereira M. V. F., Oliveira G. C., Costa C. C. G., and Kelman J., Stochastic Streamflow Models for Hydroelectric Systems, *Water Resour. Res.*, 20(3), 379–390, 1984, doi:10.1029/WR020i003p00379

Price W. L., A controlled random search procedure for global optimization. *Computer Journal*, 7, 347-370, 1965

Rodríguez - Iturbe I., B. Febres De Power and J. B. Valdes, Rectangular pulses point process models for rainfall: analysis of empirical data, *Journal of Geophysical Research*, 92, 9645 – 9656, 1987b

Rodríguez - Iturbe I., D. R. Cox, F.R.S. and V. Isham, A point process model for rainfall: further developments, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 283 – 298, 1988

Rodríguez - Iturbe I., D. R. Cox, F.R.S. and V. Isham, Some models for rainfall based on stochastic point processes, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 269 – 288, 1987a

Rodríguez - Iturbe I., Gupta V. K. and Waymire E., Scale Considerations in the Modeling of Temporal Rainfall, *Water Resources Research*, 20, 1611-1619, 1984

Rozos E., Efstratiadis A., Nalbantis I. and Koutsoyiannis D., Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49 (5), 819-842, 2004, (<http://itia.ntua.gr/en/docinfo/630/>)

Rubinstein R. Y., *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks*, John Wiley, 1986

Salas J. D. and Boes D. C., Shifting level modelling of hydrologic series. *Advances in Water Resources*, 3(2), 59-63, 1980

Schaake J. C, Ganslaw M. J., Fothergill J. W. and Harbaugh T. E., "Multivariate Rainfall Generator for Annual, Seasonal, Monthly and Daily Events", *Proceedings of*

the International Symposium on Mathematical Modeling Technics in Water Resources Systems, vol. 2, pp. 437-460, Ottawa, Canada, 1972

Shaw E. M., Hydrology in practice, 3rd edition, Chapman & Hall, London, 1994

Singh K. P., Synthetic Hydrologic Information - A Case Study, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings ASCE, vol. 100, no. HY10, pp. 1257-1275, 1979

Singh, V.P. On application of the Weibull distribution in hydrology. Water Resources Research, vol. 1, pp. 33-43, 1987, <https://doi.org/10.1007/BF00421796>

Sivakumar, B., Sorooshian, S., Vijai Gupta, H. and Gao, X., A chaotic approach to rainfall disaggregation. Water Resources Research 37: doi: 10.1029/2000WR900196. issn: 0043-1397, 2001

Socolofsky, S. A., and Adams E. E., Multi-phase plumes in uniform and stratified crossflow, J. Hydraul. Res., 40(6), 661-672, 2002, doi:10.1080/00221680209499913

Solomatine D. P., Two strategies of adaptive cluster covering with descent and their comparison to other algorithms. Journal of Global Optimization, 14(1), 55-78, 1999

Stedinger J. R. and Vogel R. M., Disaggregation Procedures for Generating Serially Correlated Flow Vectors, Water Resources Research, vol. 20, no. 1, pp. 47-56, 1984

Stedinger J. R., Lettenmaler D. P. and Vogel R. M., Multisite ARMA(1,1) and Disaggregation Models for Annual Streamflow Generation, Water Resources Research, vol. 21, no. 4, pp. 497-509, 1985

Tao P. C. and Delleur J. W., Multistation, Multiyear Synthesis of Hydrologic Time Series by Disaggregation, Water Resources Research, vol. 12, no. 6, pp. 1303-1312, 1976

Todini E., The Preservation of Skewness In Linear Disaggregation Schemes, Journal of Hydrology, vol. 47, pp. 199-214, 1980

Todorovic P., Yevjevich V., Stochastic process of precipitation, Hydrol. Pap. Ser., No. 35, Colorado State Univ, Fort Collins, Colo, 1969

Valencia D. and Schaake J. C., A Disaggregation Model for Time Series Analysis and Synthesis, Report no. 149, Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, 1972

Valencia D. and Schaake J. C., Disaggregation Processes in Stochastic Hydrology, Water Resources Research, vol. 9, no. 3, pp. 211-219, 1973

Waymire E. and Gupta V. K., The Mathematical Structure of Rainfall Representations:
1. A review of the Stochastic Rainfall Models, Water Resources Research, 17, 1261-1272,
1981a

Waymire E. and Gupta V. K., The Mathematical Structure of Rainfall Representations:
2. A review of the Theory of Point Processes, Water Resources Research, 17, 1273-1285,
1981b

Waymire E. and Gupta V. K., The Mathematical Structure of Rainfall Representations:
3. Some Applications of the Point Process Theory to Rainfall Processes, Water
Resources Research, vol. 17, no. 5, pp. 1287-1294, 1981c

Woolhiser D. A. and Osborn H. B., A Stochastic Model of Dimensionless Thunderstorm
Rainfall, Water Resources Research, vol. 21, no. 4, pp. 511-522, 1985

Κοσιέρης Π., Ανάπτυξη υπολογιστικού συστήματος για τον μονοδιάστατο
στοχαστικό επιμερισμό ημερήσιων βροχοπτώσεων σε ωριαίες, σε περιβάλλον R,
Διπλωματική εργασία, 224 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2011

Κουτσογιάννης Δ., Μοντέλο Επιμερισμού Σημειακής Βροχόπτωσης, Διδακτορική
διατριβή, 310 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1988

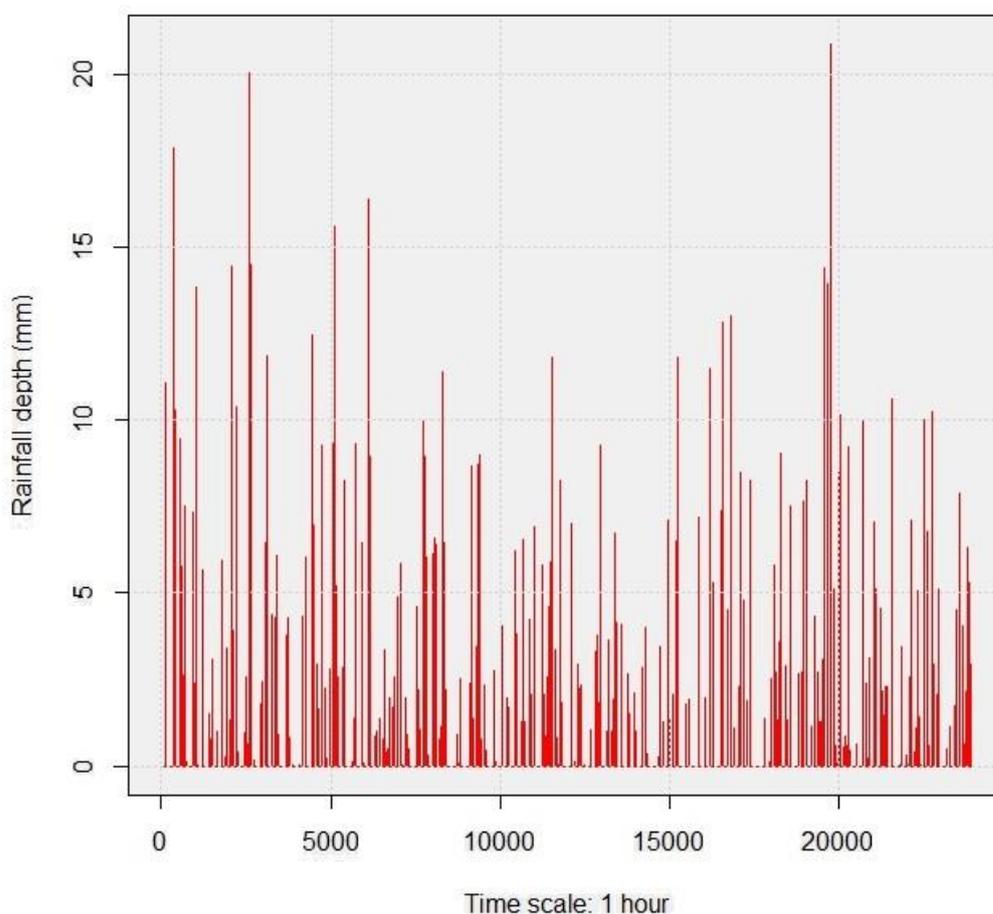
Κουτσογιάννης Δ., Στατιστική υδρολογία, Έκδοση 3, Τυπογραφείο Εθνικού
Μετσόβιου Πολυτεχνείου, Αθήνα, 1996

Παχάκης Δ., Σύγκριση ντετερμινιστικού χάους και στοχαστικότητας στη δομή της
βροχόπτωσης, Διπλωματική εργασία, 185 pages, Τομέας Υδατικών Πόρων,
Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1995

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

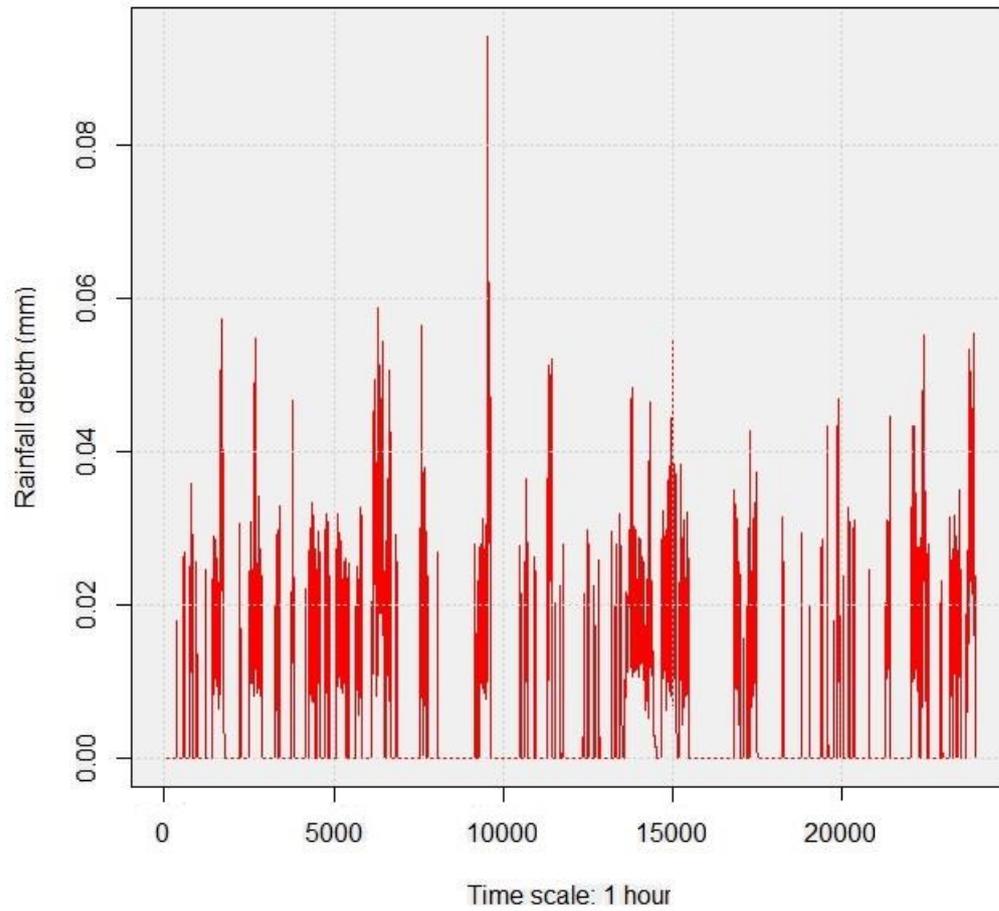
Στο παρόν παράρτημα, παρατίθενται τα διαγράμματα των ωριαίων χρονοσειρών που προκύπτουν ως αποτελέσματα εξόδου του πακέτου HYETOS-R, για όλες τις περιοχές μελέτης και για τις δύο υπό μελέτη κατανομές, τόσο για τον πιο βροχερό μήνα, όσο και για τον πιο ξηρό. Συγκεκριμένα, για κάθε περιοχή μελέτης παρουσιάζονται τα διαγράμματα του πιο βροχερού και ξηρού μήνα για την εκθετική κατανομή, ενώ ακολουθούν τα αντίστοιχα για τη γάμα κατανομή. Οι περιοχές μελέτης παρουσιάζονται με την ίδια σειρά, όπου παρουσιάζονται στα αποτελέσματα, δηλαδή: i) Θεσσαλονίκη, ii) Ηράκλειο, iii) Κέρκυρα και iv) Ρόδος.

Bartlett-Lewis model time series



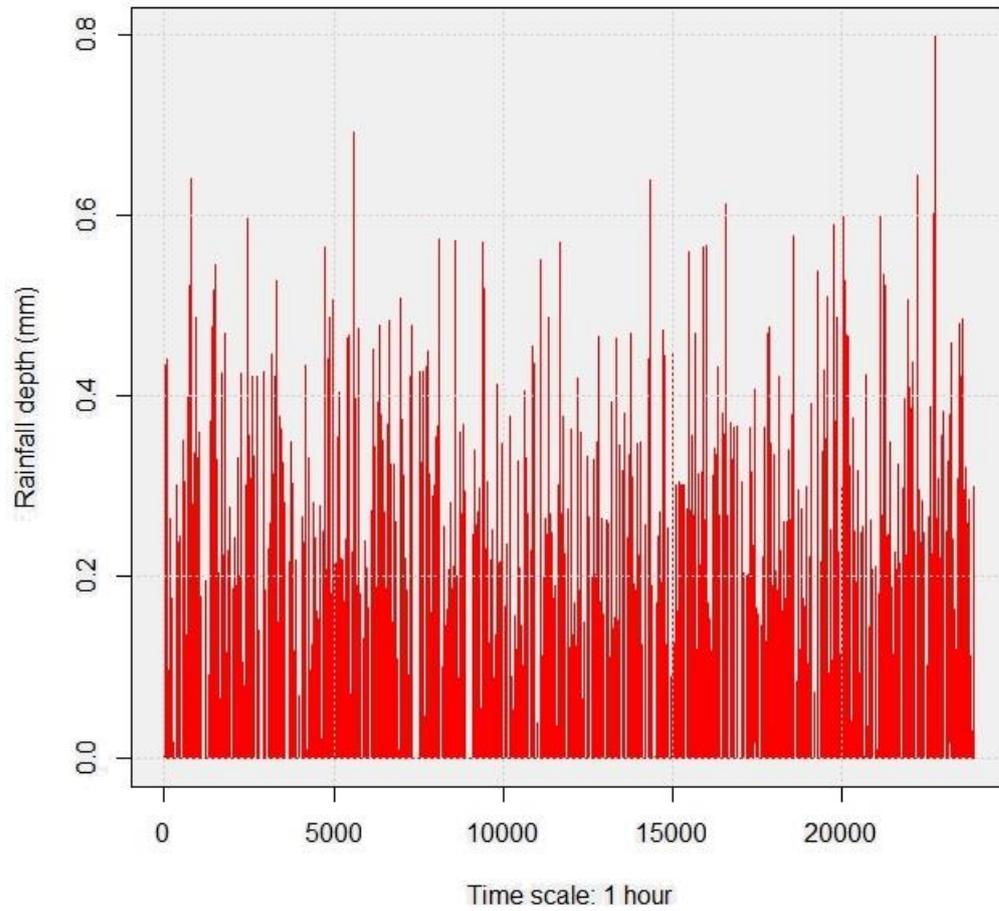
Σχήμα 1 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Θεσσαλονίκης, για το μήνα Ιανουάριο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



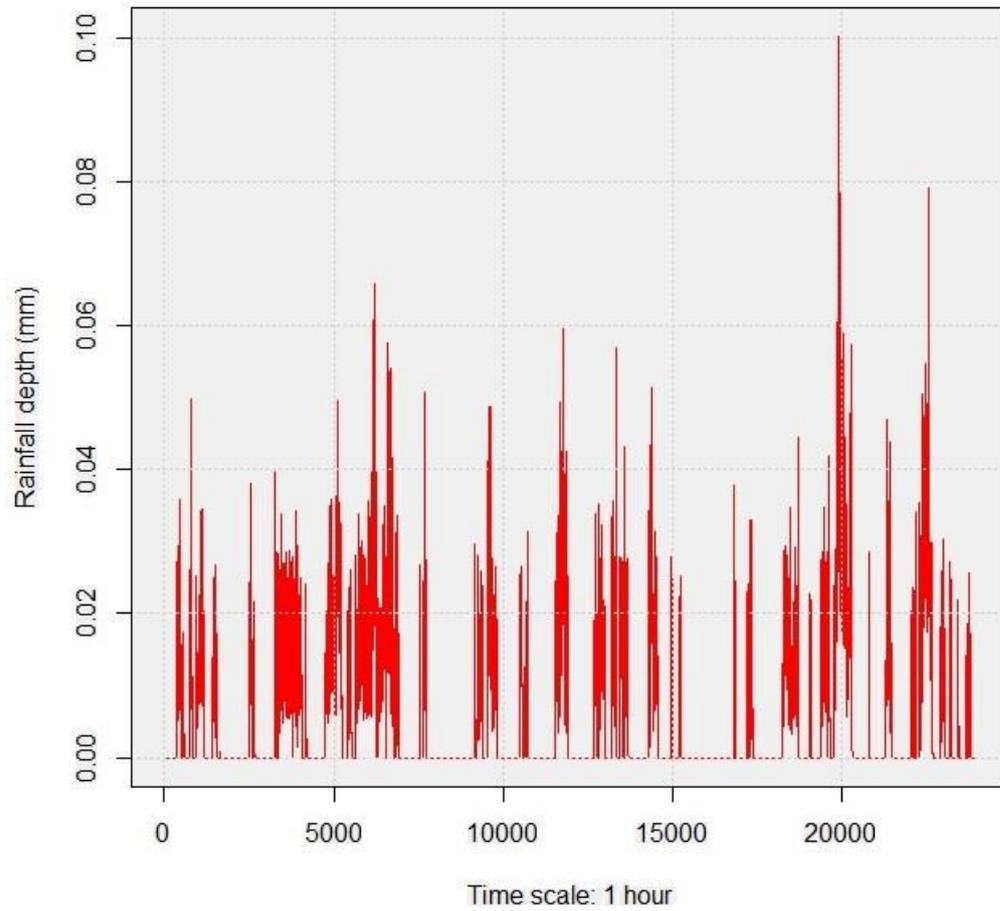
Σχήμα 2 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Θεσσαλονίκης, για το μήνα Ιούνιο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



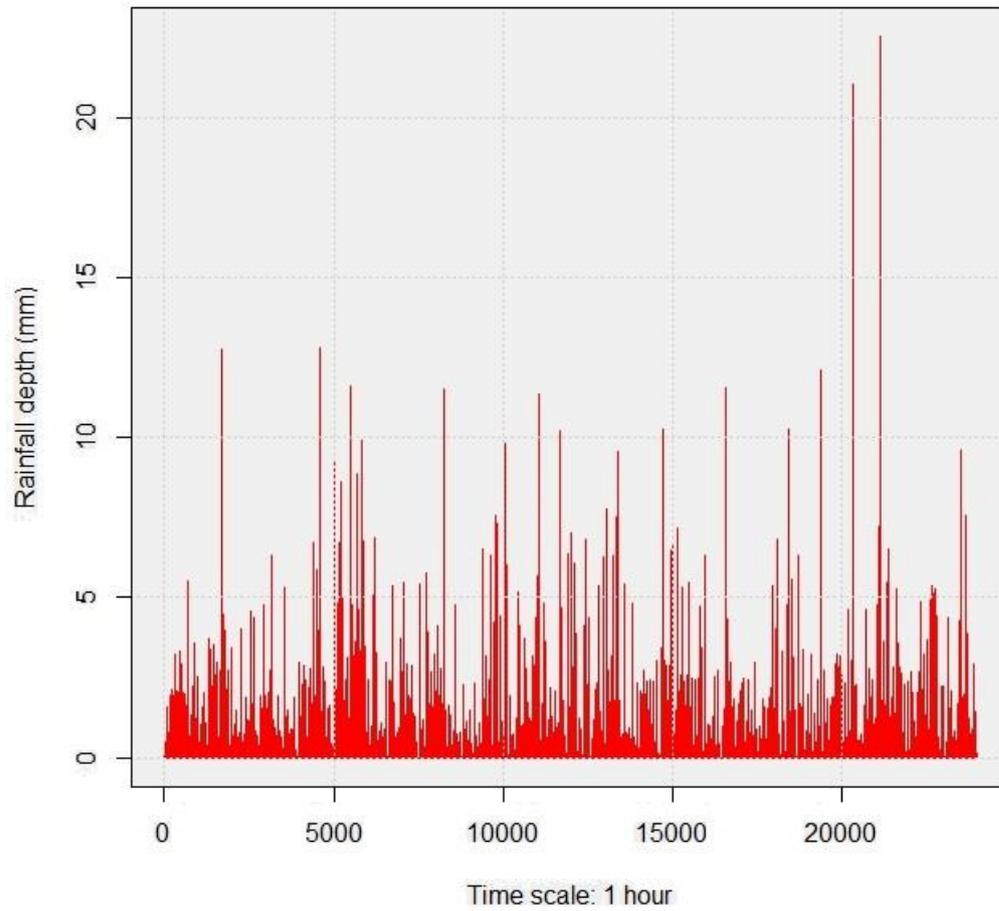
Σχήμα 3 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Θεσσαλονίκης, για το μήνα Ιανουάριο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



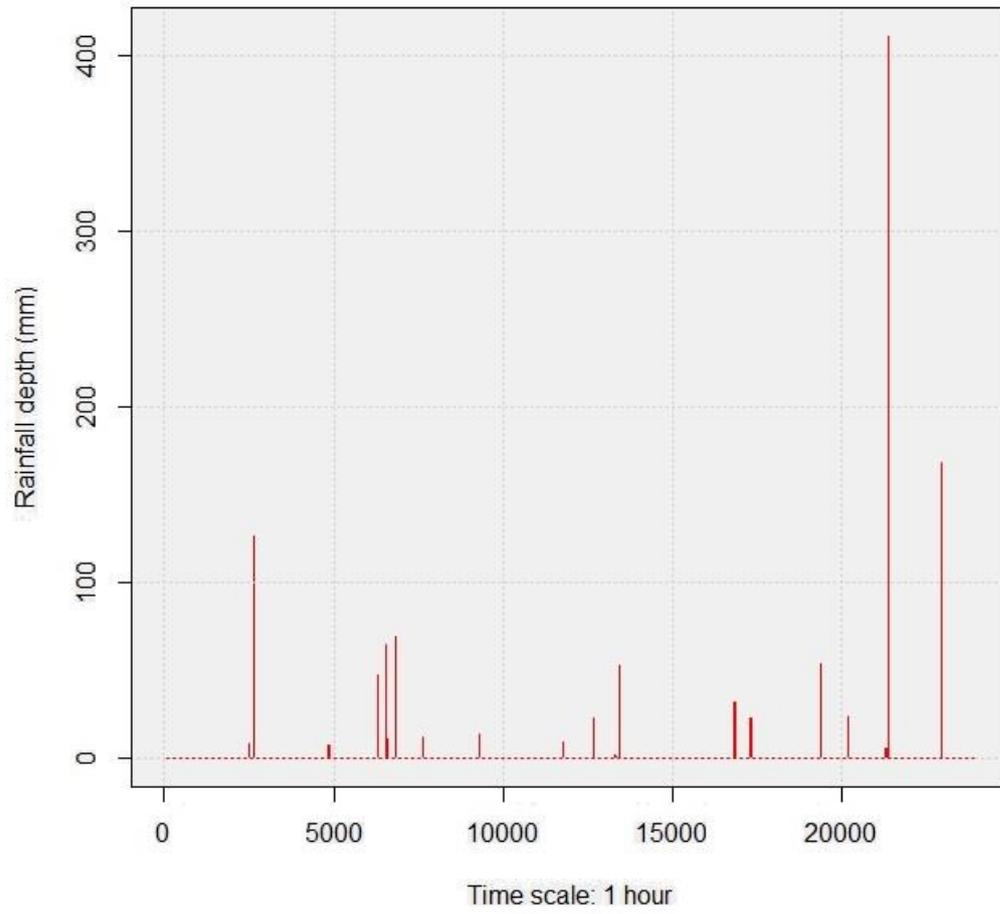
Σχήμα 4 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Θεσσαλονίκης, για το μήνα Ιούνιο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



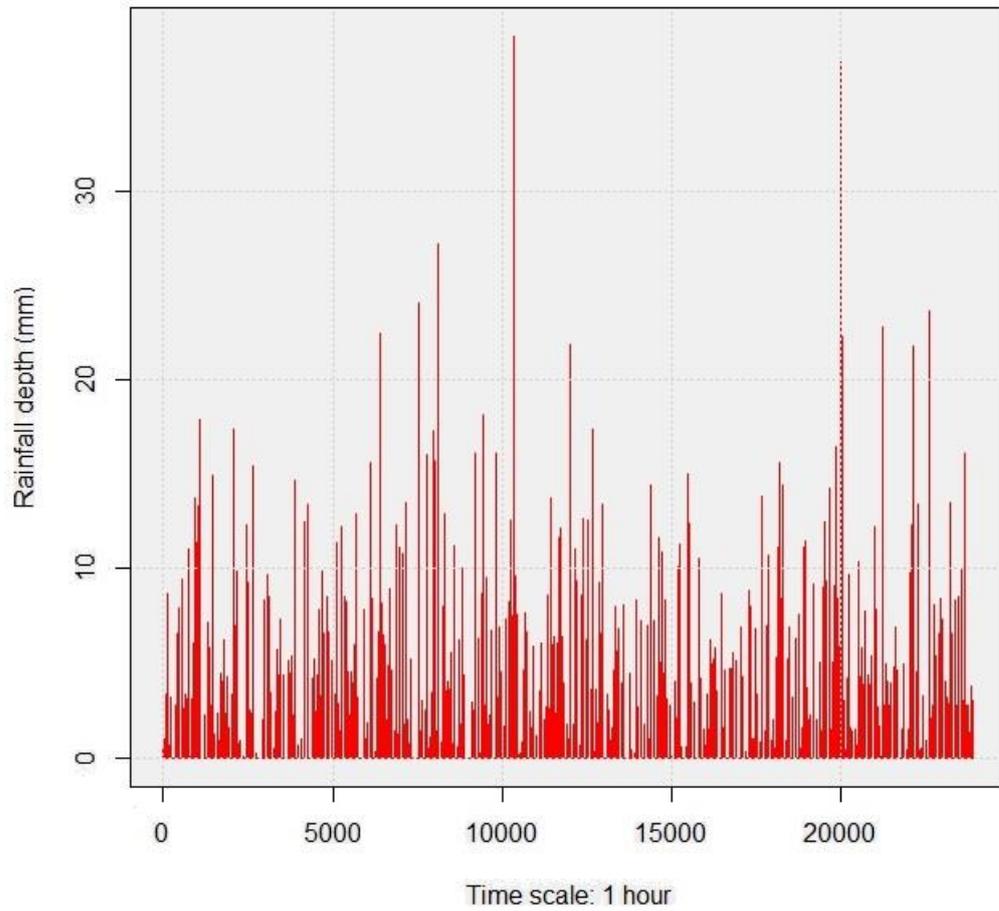
Σχήμα 5 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή του Ηρακλείου, για το μήνα Ιανουάριο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



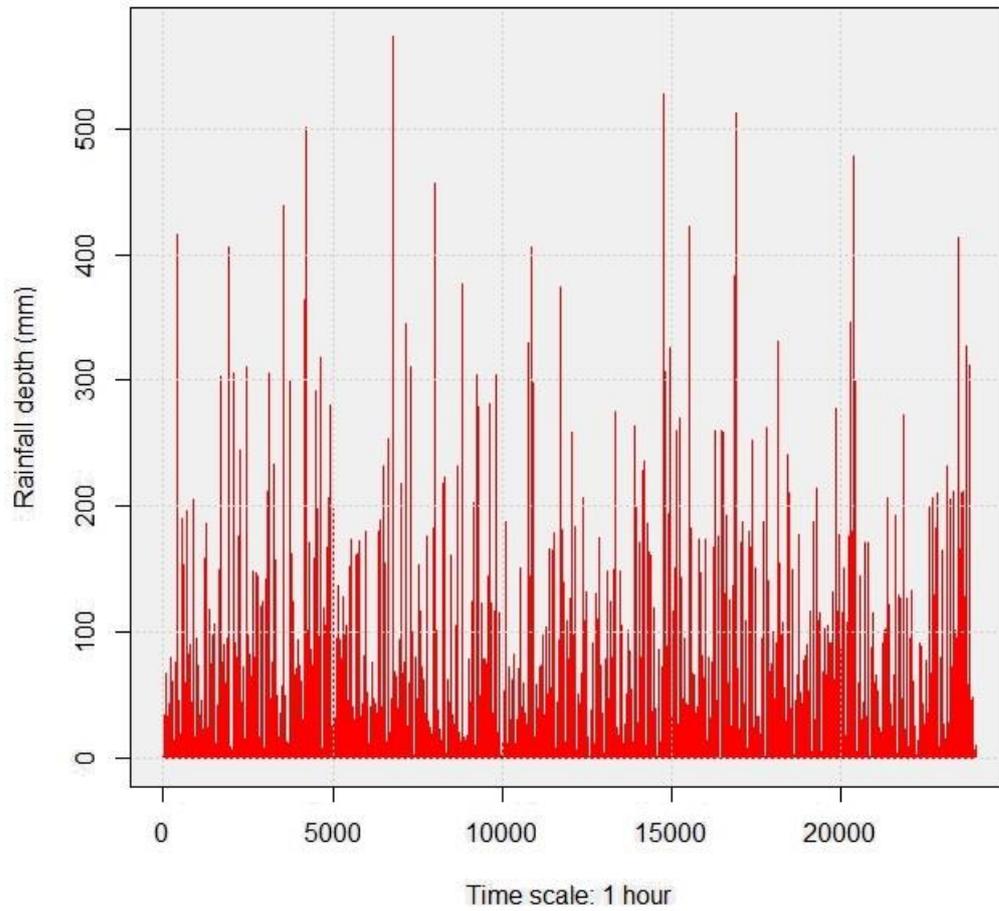
Σχήμα 6 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή του Ηρακλείου, για το μήνα Αύγουστο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



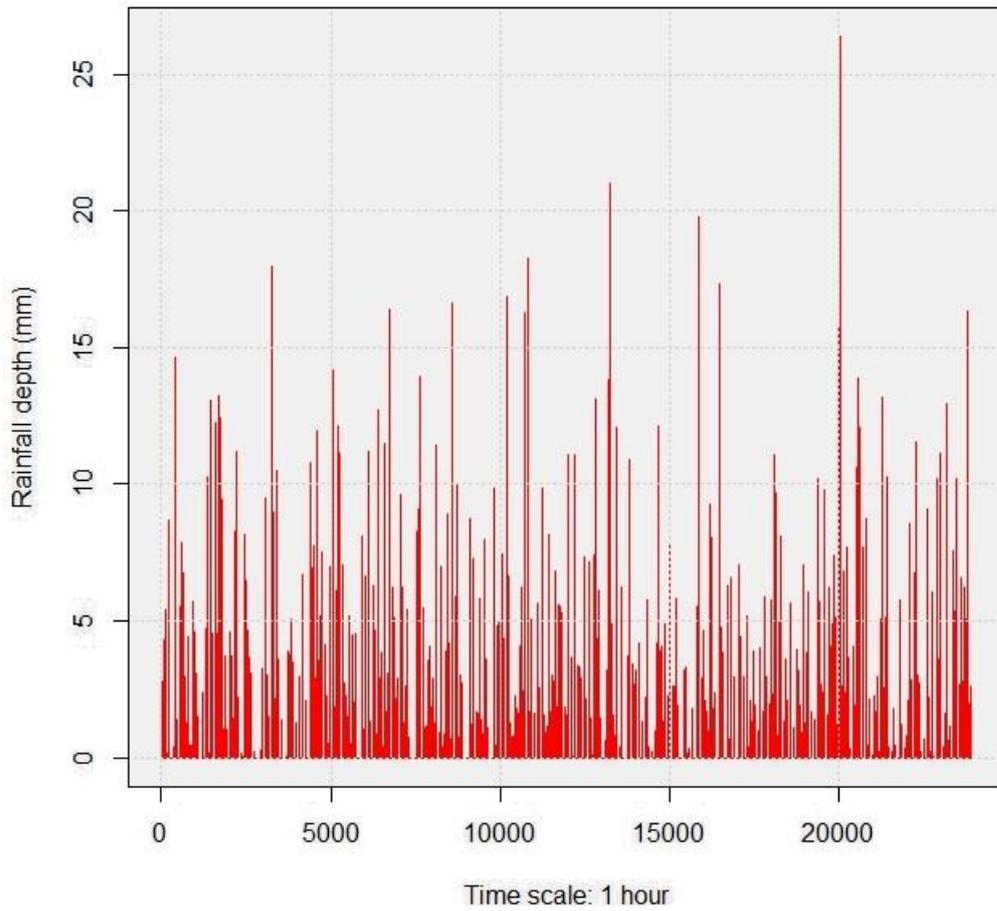
Σχήμα 7 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή του Ηρακλείου, για το μήνα Ιανουάριο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



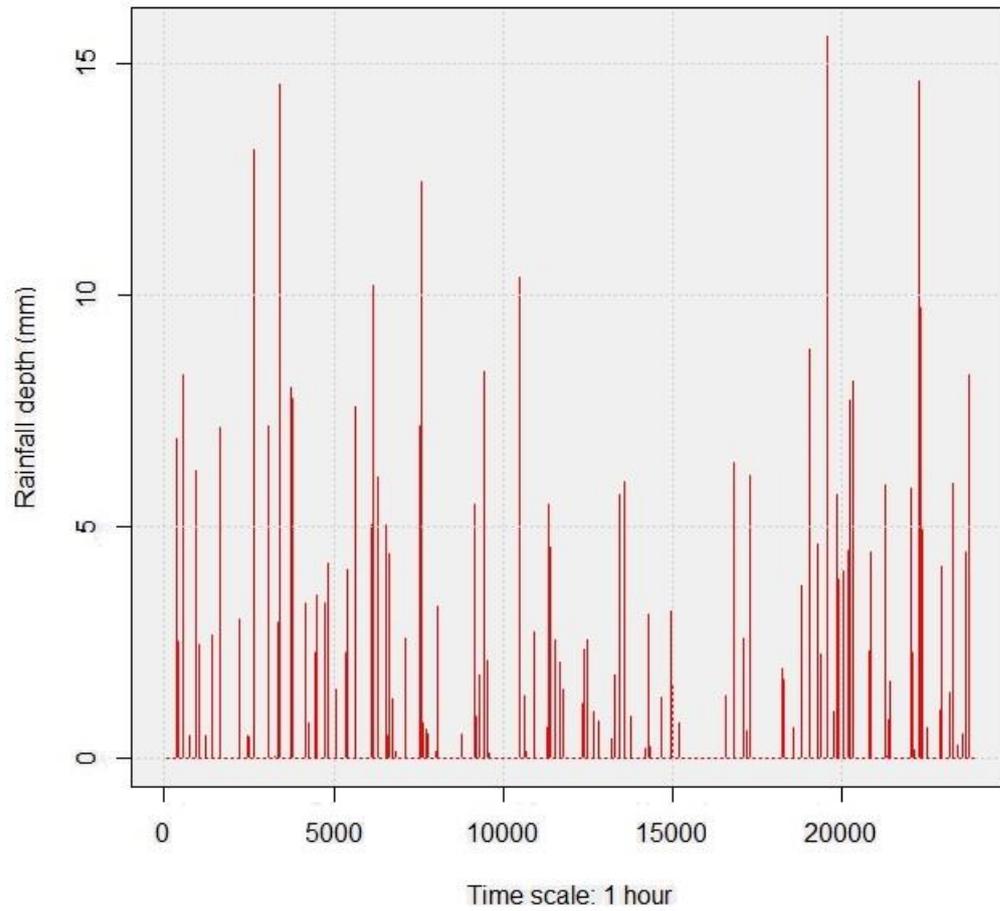
Σχήμα 8 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή του Ηρακλείου, για το μήνα Αύγουστο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



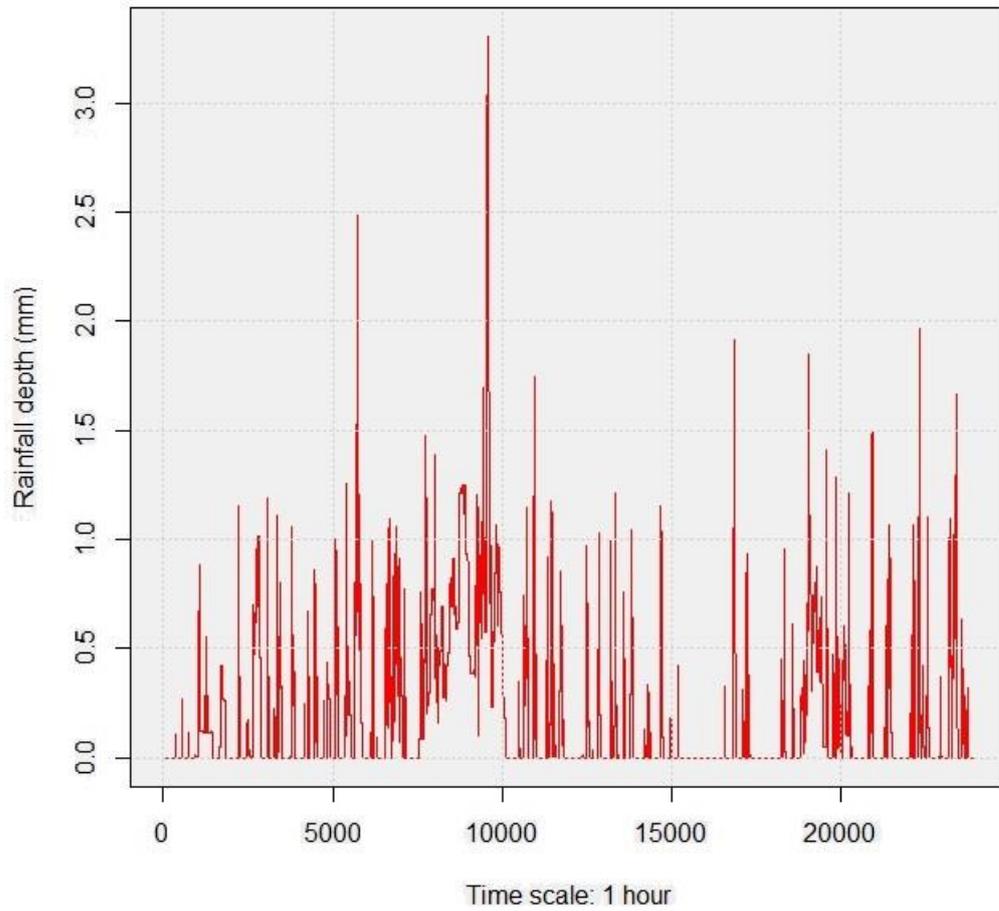
Σχήμα 9 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Κέρκυρας, για το μήνα Δεκέμβριο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



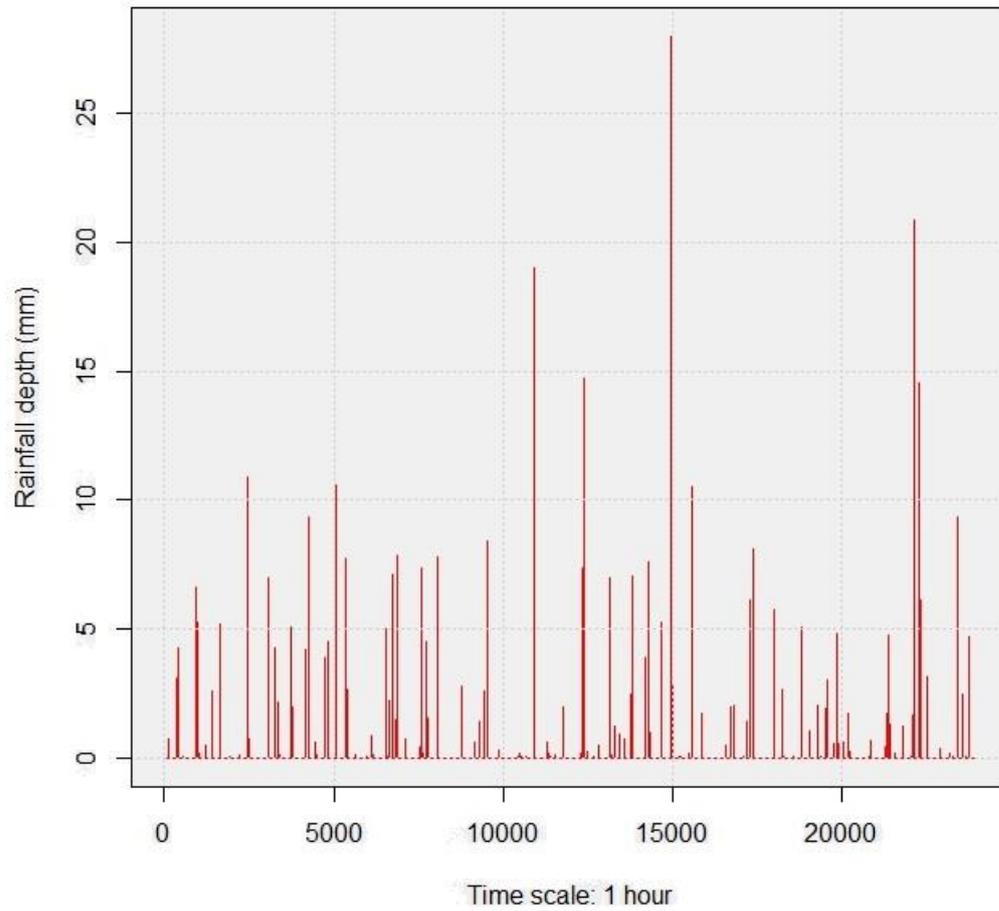
Σχήμα 10 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Κέρκυρας, για το μήνα Ιούλιο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



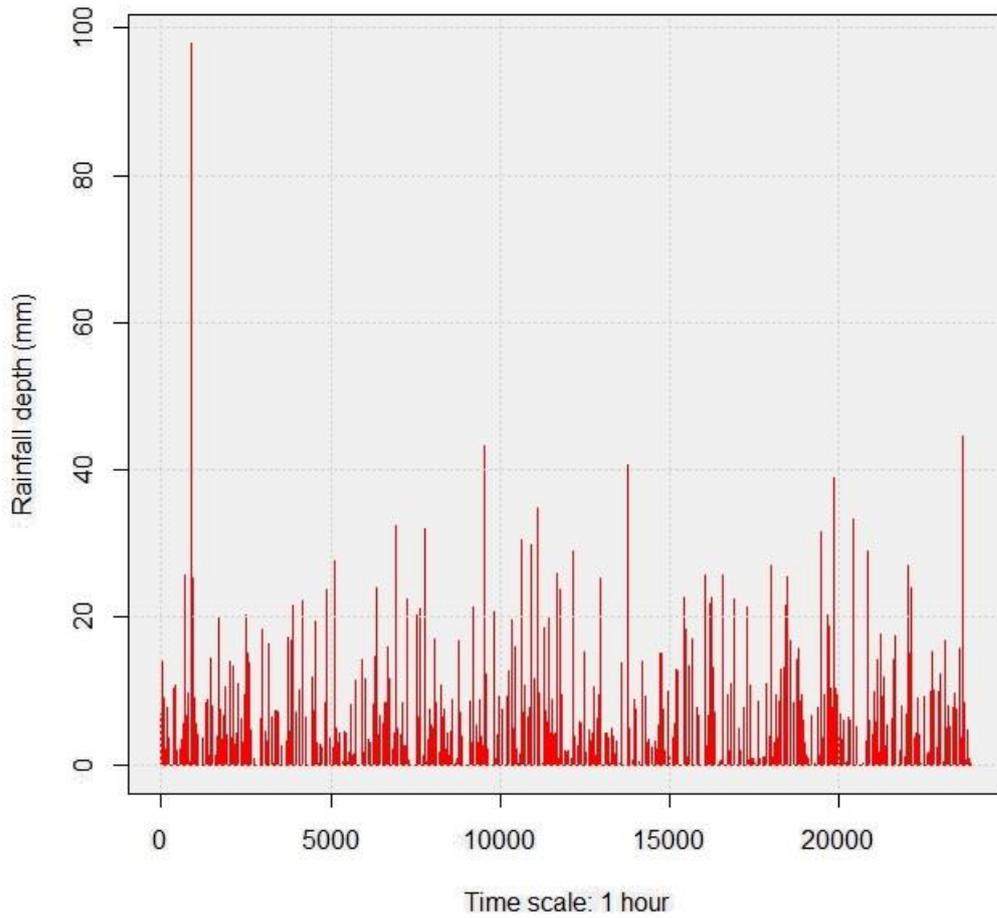
Σχήμα 11 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Κέρκυρας, για το μήνα Δεκέμβριο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



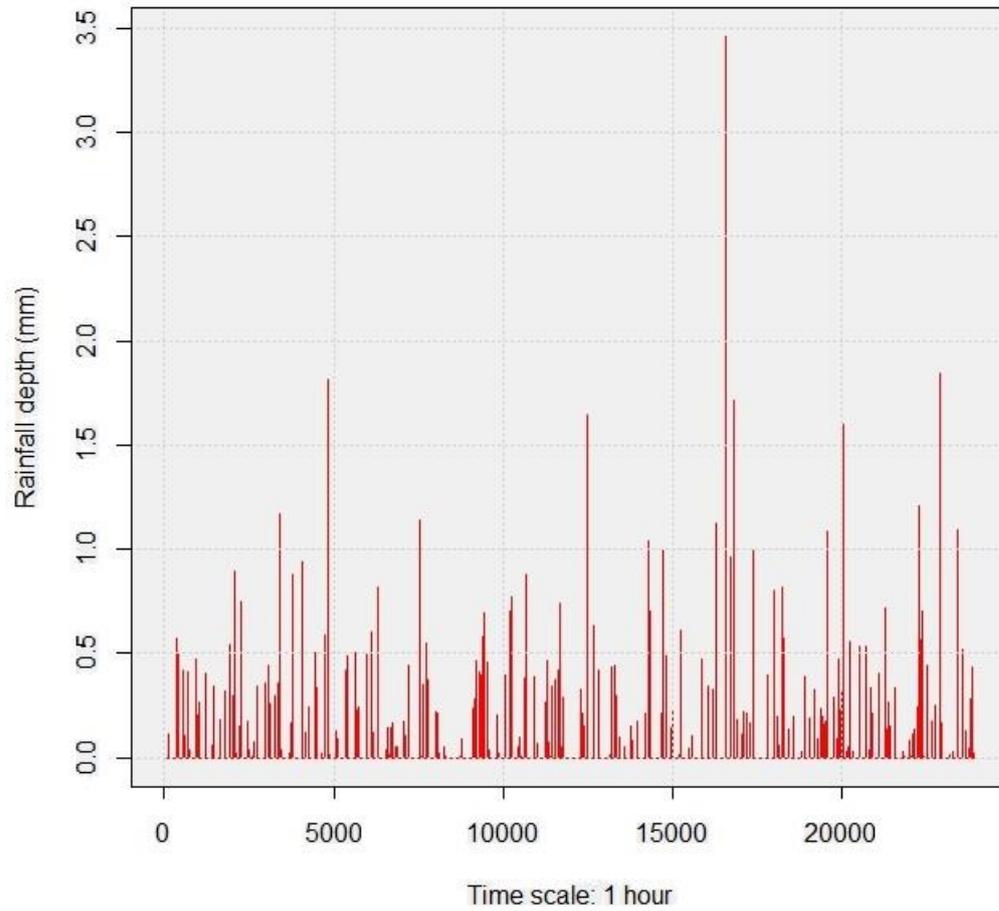
Σχήμα 12 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Κέρκυρας, για το μήνα Ιούλιο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



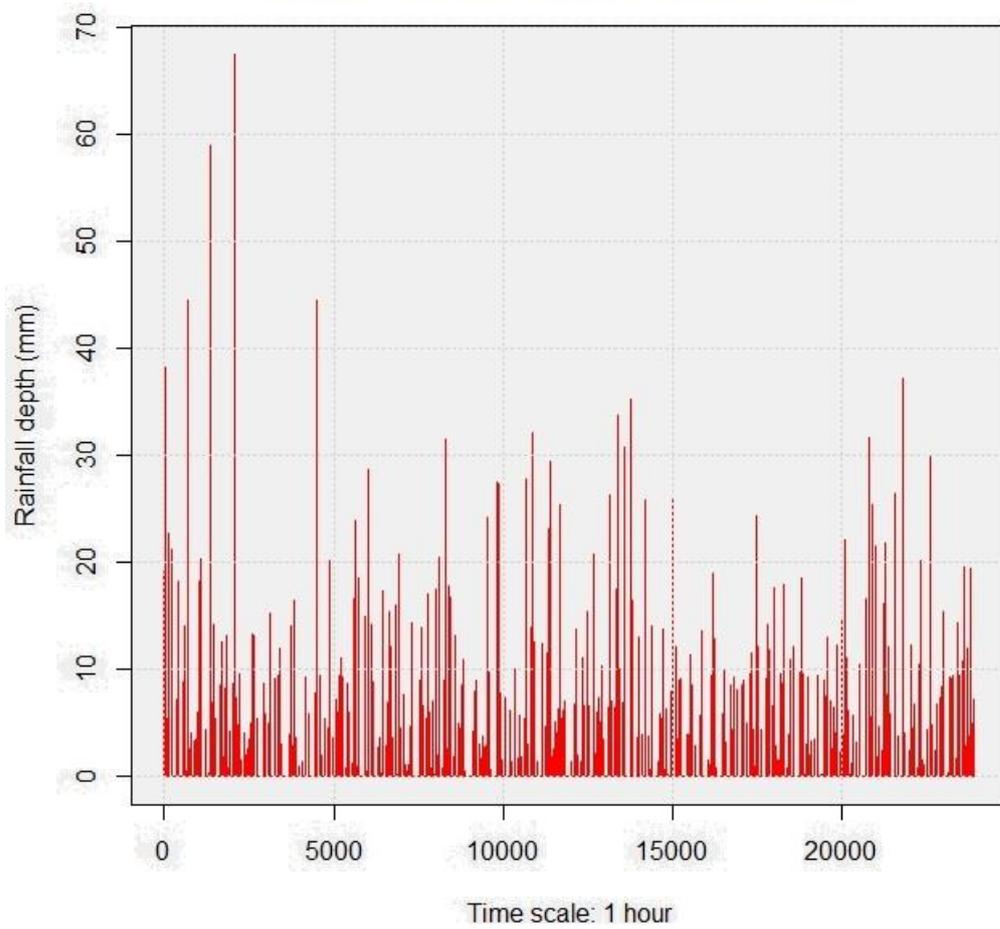
Σχήμα 13 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Ρόδου, για το μήνα Δεκέμβριο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



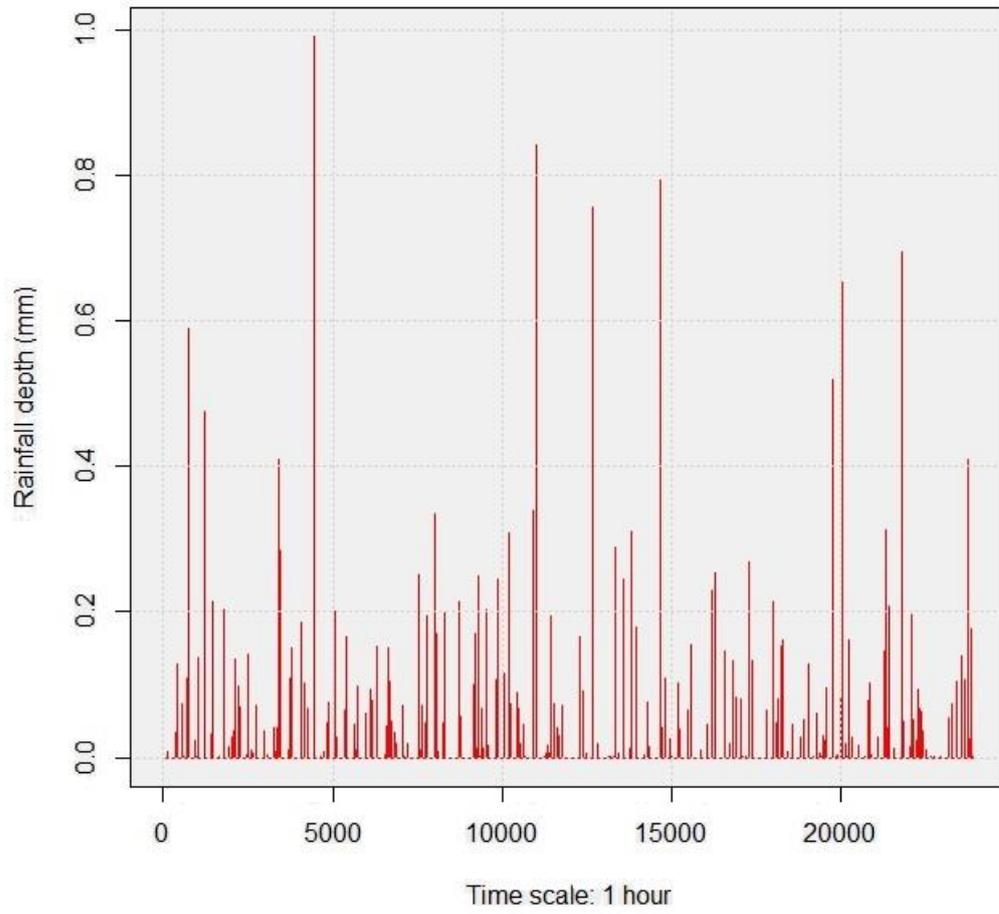
Σχήμα 14 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Ρόδου, για το μήνα Σεπτέμβριο, για την εκθετική κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



Σχήμα 15 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Ρόδου, για το μήνα Δεκέμβριο, για τη γάμα κατανομή

Bartlett-Lewis model time series



Σχήμα 16 Διάγραμμα της παραγόμενης συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς για την περιοχή της Ρόδου, για το μήνα Σεπτέμβριο, για τη γάμα κατανομή