



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Διαγράμματα Ελέγχου Τύπου Μνήμης για την Παρακολούθηση του Μέσου
και της Διασποράς της Διεργασίας

Αγγελική Λάππα

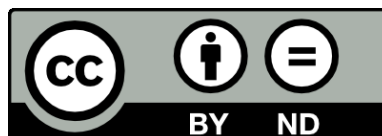
Φεβρουάριος 2023

ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

1 Χρήστος Κουκουβίνος, (Καθηγητής Ε.Μ.Π.)

2 Φιλία Βόντα, (Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.)

3 Χρυσής Καρώνη - Ρίτσαρντσον, (Ομ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.)



Creative Commons Αναφορά Δημιουργού Όχι Παράγωγα Έργα 3.0 Ελλάδα



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Διαγράμματα Ελέγχου Τύπου Μνήμης για την Παρακολούθηση του Μέσου
και της Διασποράς της Διεργασίας

Αγγελική Λάππα

Φεβρουάριος 2023

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

- 1 Χρήστος Κουκουβίνος, Καθηγητής Ε.Μ.Π. (Επιβλέπων Καθηγητής)
- 2 Φιλία Βόντα, Καθηγήτρια Ε.Μ.Π. (Μέλος Τριμελούς Επιτροπής)
- 3 Χρυσής Καρώνη-Ρίτσαρντσον, Ομ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π. (Μέλος Τριμελούς Επιτροπής)
- 4 Μάρκος Κούτρας, Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς
- 5 Χαράλαμπος Ευαγγελάρας, Αν. Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς
- 6 Άγγελος Τσακανίκας, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.
- 7 Ιωάννης Τριανταφύλλου, Επ. Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF APPLIED MATHEMATICAL AND PHYSICAL SCIENCES
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

**Memory–Type Control Charts for Monitoring
the Process Mean and Dispersion**

DOCTORAL DISSERTATION
ANGELIKI LAPPA

Graduate of the National Technical University of Athens

Supervisor: C. KOUKOUVINOS,
Professor NTUA

Athens, 2023

*Στην οικογένειά μου.
Για την στήριξη και
την υπομονή τους.*

Ευχαριστίες

Η παρούσα διδακτορική διατριβή δεν θα ήταν δυνατή χωρίς τη βοήθεια, την υποστήριξη και την καθοδήγηση πολλών ανθρώπων. Για αυτό τον λόγο, θα ήθελα να τους ευχαριστήσω και να τους εκφράσω την ειλικρινή μου εκτίμηση και την ευγνωμοσύνη για τη συνεχή παροχή ιδεών, συμβουλών, συμπαράστασης και στήριξης καθ' όλη τη διάρκεια των διδακτορικών μου σπουδών, μέχρι και την ολοκλήρωση της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Πρώτα και κύρια, θα ήθελα να εκφράσω τη βαθύτατη ευγνωμοσύνη μου στον επιβλέποντα μου, Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (Ε.Μ.Π.) κ. Χρήστο Κουκουβίνο στον οποίο οφείλεται κατά έναν πολύ μεγάλο βαθμό η υλοποίηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Η τεράστια γνώση, η ενθάρρυνση, η πλούσια εμπειρία του τόσο στον Στατιστικό Έλεγχο Ποιότητας, όσο και σε άλλους τομείς της Στατιστικής, και οι χρήσιμες συμβουλές του με ωφέλησαν καθ' όλη τη διάρκεια των διδακτορικών σπουδών μου. Χωρίς την ανεκτίμητη καθοδήγησή του, η εργασία αυτή δεν θα είχε επιτυχία. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω ολόψυχα για την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστώ με τον κ. Kashinath Chatterjee, Καθηγητή του Πανεπιστημίου Augusta των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, τον κ. Khalide Jbilou, Καθηγητή του Πανεπιστημίου Littoral Opal Coast (ULCO) της Γαλλίας και την κ. Μαριλένα Μητρούλη, Καθηγήτρια του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (Ε.Κ.Π.Α), στους οποίους οφείλω τις ευχαριστίες μου.

Η ευγνωμοσύνη μου εκτείνεται και στα άλλα δύο μέλη της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής, την κ. Φιλία Βόντα, Καθηγήτρια του Ε.Μ.Π. και την κ. Χρυσίδα Καρώνη – Ρίτσαρντσον, Ομότιμη Καθηγήτρια του Ε.Μ.Π., των οποίων η βοήθεια και η ηθική υποστήριξη ήταν επίσης σημαντική. Επιπρόσθετα, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου και στα υπόλοιπα μέλη της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής, για τον χρόνο που αφιέρωσαν τόσο για την ανάγνωση, όσο και για τις χρήσιμες υποδείξεις τους σχετικά με την ποιοτική βελτίωση της διδακτορικής διατριβής.

Ιδιαίτερα, οφείλω να ευχαριστήσω τον Τομέα Μαθηματικών της Σχολής Εφαρμο-

σμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.) του Ε.Μ.Π. για τη χορήγηση της υποτροφίας Χρίστου Παπακυριακόπουλου κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής μου, υποστηρίζοντας οικονομικά την έρευνά μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους υπόλοιπους συναδέλφους και συνεργάτες, τον κ. Βασίλειο Αλεβιζάκο, Υποψήφιο διδάκτορα του Ε.Μ.Π., την κ. Κρυσταλένια Δρόσου, διδάκτορα του Ε.Μ.Π., τον κ. Mohamed El Guide, επιστημονικό συνεργάτη του Πανεπιστημίου Mohammed VI Polytechnic (UM6P) του Μαρόκου και την κ. Παρασκευή Ρούπα, διδάκτορα του Ε.Κ.Π.Α., για την άψογη συνεργασία κατά τη διάρκεια των διδακτορικών σπουδών μου.

Θερμές ευχαριστίες επίσης εκφράζω σε όλους τους φίλους, που με στήριξαν και ενθάρρυναν όλα αυτά τα χρόνια. Τέλος, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω από καρδιάς τους γονείς μου, Κωνσταντίνο και Χριστίνα, καθώς και τον αδερφό μου, Αναστάσιο, των οποίων η συμπαράσταση και ενθάρρυνση υπήρξαν πολύτιμες για μένα σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Αγγελική Κ. Λάππα

Αθήνα, 2023

Acknowledgements

This doctoral dissertation would not have been possible without the help, support and guidance of many people. For this reason, I would like to thank them and express my sincere appreciation and gratitude for the continuous provision of ideas, advice, support and encouragement throughout my doctoral studies, until the completion of this doctoral dissertation.

First and foremost, I would like to express my deepest gratitude to my supervisor, Mr. Christos Koukouvinos, Professor of the National Technical University of Athens (NTUA), to whom the implementation of this doctoral dissertation owes a great deal. His vast knowledge, encouragement, rich experience both in Statistical Quality Control as well as in other areas of Statistics, and his useful advice have benefited me throughout my doctoral studies. Without his invaluable guidance, this work would not have been successful. I would also like to thank him wholeheartedly for giving me the opportunity to work with Mr. Kashinath Chatterjee, Professor of the Augusta University in United States of America, Mr. Khalide Jbilou, Professor of the University of the Littoral Opal Coast (ULCO) in France and Mrs. Marilena Mitrouli, Professor of the National and Kapodistrian University of Athens (NKUA), to whom I owe my thanks.

My gratitude is extended to the other two members of the Three–Member Advisory Committee, Mrs. Filia Vonta, Professor of NTUA, and Mrs. Chrysseis Caroni – Richardson, Emeritus Professor of NTUA, whose help and moral support were also important. In addition, I would like to thank the other members of the Seven– Member Examination Committee, for the time they devoted both to reading and to their helpful suggestions regarding the quality improvement of the doctoral dissertation.

In particular, I have to thank the Department of Mathematics of the School of Applied Mathematical and Physical Sciences of NTUA for the grand of the Christos Papakyriakopoulos scholarship during the elaboration of my doctoral dissertation, financially supporting my research.

I would also like to thank the other colleagues and collaborators, Mr. Vasileios Alevizakos, PhD Candidate of NTUA, Mrs. Krystallenia Drosou, Dr. of NTUA, Mr. Mohamed El Guide, Research Associate of the Mohammed VI Polytechnic University (UM6P) in Morocco and Mrs. Paraskevi Roupa, Dr. of NKUA for the excellent cooperation during my doctoral studies.

I also express my warm thanks to all the friends, who have supported and encouraged me all these years. Finally, I feel the need to thank from the bottom of my heart my parents, Konstantinos and Christina, as well as my brother, Anastasios, whose support and encouragement have been invaluable to me throughout my studies.

Angeliki K. Lappa

Athens, 2023

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	iii
Acknowledgments	v
Περιεχόμενα	vii
Κατάλογος Σχημάτων	xv
Κατάλογος Πινάκων	xxi
Κατάλογος Συντομογραφιών	xxxv
Ερευνητικό Έργο	xxxix
Περίληψη	xli
Abstract	xlix
1 Εισαγωγή στον στατιστικό έλεγχο ποιότητας	1
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Διάγραμμα ελέγχου	3
1.3 Βασικές έννοιες ελέγχου ποιότητας	4
1.4 Τύποι διαγραμμάτων ελέγχου	6
1.4.1 Το Shewhart διάγραμμα ελέγχου	7
1.4.2 Διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης	7
1.4.2.1 Το CUSUM διάγραμμα ελέγχου	7
1.4.2.2 Το EWMA διάγραμμα ελέγχου	8

I	Διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας	9
2	Single Διαγράμματα ελέγχου	11
3	Το Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου	17
3.1	Εισαγωγή	17
3.2	Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου	18
3.2.1	Το Max-EWMA διάγραμμα ελέγχου	18
3.2.2	Το Max-DEWMA διάγραμμα ελέγχου	19
3.2.3	Το Max-GWMA διάγραμμα ελέγχου	20
3.3	Το προτεινόμενο Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου	22
3.3.1	Εξαγωγή του UCL_{MDG}	23
3.3.2	Διαδικασία κατασκευής του Max-DGWMA διαγράμματος ελέγχου	26
3.4	Αξιολόγηση απόδοσης του Max-DGWMA διαγράμματος ελέγχου . . .	29
3.5	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	32
3.5.1	Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-EWMA διαγράμματος	33
3.5.2	Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος	34
3.5.3	Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-GWMA διαγράμματος	34
3.5.4	Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του SS-DGWMA διαγράμματος	35
3.6	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	43
3.7	Συμπεράσματα	45
4	Το Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου	47
4.1	Εισαγωγή	47
4.2	Το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου	48
4.2.1	Εξαγωγή του UCL_{MTE}	49
4.2.2	Διαδικασία κατασκευής του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου	52
4.3	Αξιολόγηση απόδοσης του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου . . .	54

4.4	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	59
4.4.1	Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-EWMA διαγράμματος	60
4.4.2	Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος	61
4.4.3	Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-GWMA διαγράμματος	66
4.4.4	Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-DGWMA διαγράμματος	72
4.5	Εφαρμογές	73
4.5.1	Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα	73
4.5.2	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	76
4.6	Συμπεράσματα	78
5	Το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου	81
5.1	Εισαγωγή	81
5.2	Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου	82
5.2.1	Το SS-EWMA διάγραμμα ελέγχου	82
5.2.2	Το SS-DEWMA διάγραμμα ελέγχου	83
5.2.3	Το SS-GWMA διάγραμμα ελέγχου	84
5.3	Το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου	84
5.3.1	Διαδικασία κατασκευής του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου	86
5.4	Αξιολόγηση απόδοσης του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου	88
5.5	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	93
5.5.1	SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-EWMA διαγράμματος	94
5.5.2	SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-DEWMA διαγράμματος	95
5.5.3	SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-GWMA διαγράμματος	95
5.5.4	SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-DGWMA διαγράμματος	96
5.6	Εφαρμογές	98
5.6.1	Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα	98
5.6.2	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	100
5.7	Συμπεράσματα	102
6	Το DEWMA-SC διάγραμμα ελέγχου	105
6.1	Εισαγωγή	105

6.2	Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου	106
6.2.1	Το EWMA–SC διάγραμμα ελέγχου	106
6.2.2	Το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου	108
6.3	Το προτεινόμενο DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου	109
6.3.1	Διαδικασία κατασκευής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου	110
6.4	Αξιολόγηση απόδοσης του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου	113
6.5	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	119
6.5.1	DEWMA–SC διάγραμμα έναντι του EWMA–SC διαγράμματος	120
6.5.2	DEWMA–SC διάγραμμα έναντι του GWMA–SC διαγράμματος	121
6.6	Εφαρμογές	128
6.6.1	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	129
6.6.2	Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα	132
6.7	Συμπεράσματα	134
7	Το TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου	137
7.1	Εισαγωγή	137
7.2	Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου	138
7.2.1	Το EWMA–Max διάγραμμα ελέγχου	138
7.2.2	Το DEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου	139
7.3	Το προτεινόμενο TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου	140
7.3.1	Εξαγωγή του UCL_{TM}	141
7.3.2	Διαδικασία κατασκευής του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου	143
7.4	Αξιολόγηση απόδοσης του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου	145
7.5	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	152
7.5.1	TEWMA–Max διάγραμμα έναντι του EWMA–Max διαγράμματος	153
7.5.2	TEWMA–Max διάγραμμα έναντι του DEWMA–Max διαγράμματος	154
7.6	Εφαρμογές	157
7.6.1	Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα	157
7.6.2	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	159
7.7	Συμπεράσματα	161

II Διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας	163
8 Διαγράμματα ελέγχου διασποράς	165
9 Το S^2-TEWMA διάγραμμα ελέγχου	171
9.1 Εισαγωγή	171
9.2 Το προτεινόμενο S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου	172
9.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου	175
9.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	180
9.4.1 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -EWMA διαγράμματος .	180
9.4.2 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -CUSUM διαγράμματος	181
9.4.3 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος	182
9.4.4 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -HEWMA διαγράμματος	183
9.5 Εφαρμογές	184
9.5.1 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	184
9.5.2 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα	188
9.6 Συμπεράσματα	191
10 Το S^2-GWMA διάγραμμα ελέγχου	193
10.1 Εισαγωγή	193
10.2 Το προτεινόμενο S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου	194
10.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -GWMA διαγράμματος ελέγχου	196
10.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	204
10.4.1 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -EWMA διαγράμματος .	204
10.4.2 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -CUSUM διαγράμματος .	205
10.4.3 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος .	205
10.4.4 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -HEWMA διαγράμματος	206
10.4.5 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του GWMAV διαγράμματος . . .	207
10.4.6 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -TEWMA διαγράμματος	210
10.5 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	210
10.6 Συμπεράσματα	213
11 Το S^2-DGWMA διάγραμμα ελέγχου	215
11.1 Εισαγωγή	215
11.2 Το προτεινόμενο S^2 -DGWMA διάγραμμα ελέγχου	216

11.3	Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου	217
11.4	Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου	228
11.4.1	S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA διαγράμματος	229
11.4.2	S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος	230
11.4.3	S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -TEWMA διαγράμματος	231
11.4.4	S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του VSI S^2 -EWMA διαγράμματος	236
11.5	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	237
11.6	Συμπεράσματα	240
12	Σύνοψη	243
12.1	Εισαγωγή	243
12.2	Συμπεράσματα	244
12.3	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	246
	Βιβλιογραφία	249
	Παραρτήματα	261
A	Παράρτημα Κεφαλαίου 3	263
A.1	Απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος	264
A.2	Απόδοση του Max-GWMA διαγράμματος	272
A.3	Απόδοση του SS-DGWMA διαγράμματος	280
B	Παράρτημα Κεφαλαίου 4	289
B.1	Απόδοση του Max-TEWMA διαγράμματος	290
B.2	Απόδοση του Max-GWMA διαγράμματος	294
B.3	Απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος	302
Γ	Παράρτημα Κεφαλαίου 5	311
Γ.1	Απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος	312
Γ.2	Απόδοση του SS-EWMA διαγράμματος	316
Γ.3	Απόδοση του SS-DEWMA διαγράμματος	318
Γ.4	Απόδοση του SS-GWMA διαγράμματος	320
Γ.5	Απόδοση του SS-DGWMA διαγράμματος	328
Δ	Παράρτημα Κεφαλαίου 6	337

Δ.1	Απόδοση του EWMA–SC διαγράμματος	338
Δ.2	Απόδοση του GWMA–SC διαγράμματος	340
Ε	Παράρτημα Κεφαλαίου 9	353
Ε.1	Απόδοση του S^2 –EWMA διαγράμματος	354
Ε.2	Απόδοση του S^2 –CUSUM διαγράμματος	355
Ε.3	Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος	356
Ε.4	Απόδοση του S^2 –HEWMA διαγράμματος	358
ΣΤ	Παράρτημα Κεφαλαίου 10	359
ΣΤ.1	Απόδοση του S^2 –CUSUM διαγράμματος	360
ΣΤ.2	Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος	361
ΣΤ.3	Απόδοση του S^2 –HEWMA διαγράμματος	363
ΣΤ.4	Απόδοση του GWMAV διαγράμματος	365
ΣΤ.5	Απόδοση του S^2 –TEWMA διαγράμματος	367
Ζ	Παράρτημα Κεφαλαίου 11	369
Ζ.1	Απόδοση του S^2 –GWMA διαγράμματος	370
Ζ.2	Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος	375
Ζ.3	Απόδοση του S^2 –TEWMA διαγράμματος	378

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Διάγραμμα ελέγχου.	4
3.1	ARL_1 τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ και διάφορα α και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	31
3.2	$SDRL_1$ τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ και διάφορα α και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	32
3.3	Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$ όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.	44
3.4	Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_2) = (0.90, 0.50, 2.145)$ όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.	44
4.1	ARL_1 του Max-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	58
4.2	$SDRL_1$ του Max-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	58
4.3	Max-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.10, 3.0467)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.	76
4.4	Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.	76
4.5	Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.90, 0.90, 3.0715)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.	76
4.6	Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.10, 2.0351)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.	76

4.7	Max-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.770)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.	78
4.8	Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.898)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.	78
4.9	Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.95, 0.90, 2.792)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.	78
4.10	Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.595)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.	78
5.1	ARL_1 του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	93
5.2	$SDRL_1$ του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$	93
5.3	SS-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.20, 4.523)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.	100
5.4	SS-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.20, 3.545)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.	100
5.5	SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.20, 3.040)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.	100
5.6	SS-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 3.541)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.	101
5.7	SS-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 2.055)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.	101
5.8	SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.602)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.	102
6.1	ARL_1 για το DEWMA-SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$	118
6.2	$SDRL_1$ για το DEWMA-SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$	118

6.3	EWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.435)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.	131
6.4	GWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.70, 1.20, 3.369)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.	131
6.5	DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.751)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.	131
6.6	EWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.360)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11, Εφαρμογή 6.6.2.	133
6.7	GWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.95, 0.80, 2.472)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11. Το GWMA–SC διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 30 ^ο δείγμα, Εφαρμογή 6.6.2.	133
6.8	DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.565)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11. Το DEWMA–SC δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 25 ^ο δείγμα, Εφαρμογή 6.6.2.	134
7.1	EWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.064)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.	159
7.2	DEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.600)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.	159
7.3	TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.30, 2.378)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.	159
7.4	EWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.40, 3.177)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.	161
7.5	DEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.40, 2.797)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.	161
7.6	TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.40, 2.577)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.	161
9.1	S^2 –TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.020)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.	186

9.2	S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.686)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.	187
9.3	S^2 -CUSUM διάγραμμα με $(K, H) = (0.50, 4.412)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.	187
9.4	CS-EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.10, 0.50, 30.56)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.	187
9.5	S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.10, 0.10, 2.2171)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.	187
9.6	S^2 -TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.020)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.	190
9.7	S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.686)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.	190
9.8	S^2 -CUSUM διάγραμμα με $(K, H) = (0.50, 4.412)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.	190
9.9	CS-EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.10, 0.50, 30.56)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.	191
9.10	S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.10, 0.10, 2.2171)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.	191
10.1	S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.90, 2.549)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.	212
10.2	S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.	212
10.3	CS-EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.50, 1.00, 4.35)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.	212
10.4	S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.	213
10.5	GWMAV διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.60, 1.20, 3.570)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.	213
11.1	S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.	239
11.2	S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.	239
11.3	S^2 -TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.14537)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.	239

11.4	S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 2.843)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.	239
11.5	S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 3.8403)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.	240

Κατάλογος Πινάκων

3.1	(q, α, L_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$	28
3.2	Σύμβολα που υποδηλώνουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος για το Max-DGWMA διάγραμμα.	29
3.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	38
3.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	39
3.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	40
3.4	(q, α, L_2) συνδυασμοί και τα αντίστοιχα ARL αποτελέσματα για τα βέλτιστα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα, για διάφορους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$	41
3.5	Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου. . . .	42
3.6	Λεπτομέρειες υπολογισμού των Max-DEWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα διαμέτρου δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.	44
4.1	(λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 4, 5, 7\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$	54
4.2	Σύμβολα που υποδηλώνουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος για το Max-TEWMA διάγραμμα.	54
4.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	56

4.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	57
4.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	62
4.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	63
4.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	64
4.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	65
4.6	Σχεδόν βέλτιστοι (q, α, L_1) συνδυασμοί παραμέτρων και οι αντίστοιχες ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	67
4.7	Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.	69
4.8	Σύγκριση των διαγνωστικών ικανοτήτων των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-TEWMA διαγραμμάτων.	70
4.8	Σύγκριση των διαγνωστικών ικανοτήτων των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-TEWMA διαγραμμάτων (Συνέχεια).	71
4.9	Σχεδόν βέλτιστοι (q, α, L_2) συνδυασμοί παραμέτρων και οι αντίστοιχες ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	73
4.10	Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-TEWMA διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων, Εφαρμογή 4.5.1.	75
4.11	Δεδομένα, Εφαρμογή 4.5.2.	77
5.1	(λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$	88
5.2	Συμβολισμοί που υποδεικνύουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος.	88

5.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	90
5.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	91
5.5	Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.	97
5.6	Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των SS-EWMA, SS-DEWMA και SS-TEWMA διαγραμμάτων ελέγχου χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 5.6.1.	99
6.1	(λ, K_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το DEWMA-SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$	112
6.2	(λ, K_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το DEWMA-SC διάγραμμα με ασυμπτωτικό όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$	113
6.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το DEWMA-SC ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	116
6.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το DEWMA-SC ($\lambda = 0.30, 0.40, 0.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	117
6.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA-SC ($\lambda = 0.05, 0.10$), DEWMA-SC ($\lambda = 0.05, 0.10$) και GWMA-SC ($q = 0.95, 0.90, \alpha = 0.50, 0.70, 0.90, 1.20$) διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	124
6.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA-SC ($\lambda = 0.20, 0.30$), DEWMA-SC ($\lambda = 0.20, 0.30$) και GWMA-SC ($q = 0.80, 0.70, \alpha = 0.50, 0.70, 0.90, 1.20$) διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	125
6.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA-SC ($\lambda = 0.40, 0.50$), DEWMA-SC ($\lambda = 0.40, 0.50$) και GWMA-SC ($q = 0.60, 0.50, \alpha = 0.50, 0.70, 0.90, 1.20$) διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	126
6.8	(λ, K_2) , (λ, K_1) και (q, α, L_1) συνδυασμοί παραμέτρων και οι αντίστοιχες μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων των αντίστοιχων βέλτιστων DEWMA-SC, EWMA-SC και GWMA-SC διαγραμμάτων με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$	127
6.9	Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.	128
6.10	Δεδομένα για τις εσωτερικές διαμέτρους των οπών κυλίνδρων και λεπτομέρειες υπολογισμού των EWMA-SC, GWMA-SC και DEWMA-SC διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 6.6.1.	130
6.11	Προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 6.6.2.	133

7.1	(λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$	145
7.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	148
7.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	149
7.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	150
7.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	151
7.3	ARL_1 και $SDRL_1$ (σε παρένθεση) τιμές για το TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για διάφορες τιμές του λ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$ και $ARL_0 \approx 370$	152
7.4	Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.	157
7.5	Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 7.6.1.	158
9.1	Τιμές των $A(n), B(n), C(n), \mu_T(n), \sigma_T(n)$ και W_0 για $n = 3, 4, \dots, 15$	173
9.2	(λ, L) συνδυασμοί παραμέτρων για το S^2 –TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 200, 370, 500$	176
9.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 200$	177
9.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$	178
9.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 500$	179
9.6	Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 9.5.1.	185
9.7	Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 9.5.2.	189
10.1	Τιμές του L για διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού (q, α) και μεγέθη δείγματος n για την επίτευξη του $ARL_0 \approx 370$	198

10.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	200
10.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	201
10.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	202
10.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	203
10.4	Οι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου.	209
10.5	Δεδομένα αντοχών σε θλίψη και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 10.5.	211
11.1	(q, α, L) συνδυασμοί παραμέτρων για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$	221
11.2	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	222
11.2	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	223
11.3	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	224
11.3	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	225
11.4	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$	226
11.4	ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$ (Συνέχεια).	227
11.5	ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	233
11.6	ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	234
11.7	ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$	235
11.8	Δεδομένα για την εσωτερική διάμετρο των οπών κυλίνδρων και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 11.5.	238

A.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	264
A.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	265
A.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	266
A.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	267
A.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	268
A.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	269
A.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	270
A.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	271
A.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	272
A.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	273
A.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	274
A.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	275

A.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	276
A.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	277
A.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	278
A.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	279
A.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	280
A.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	281
A.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	282
A.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	283
A.11	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	284
A.11	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	285
A.12	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	286
A.12	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	287
B.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$	290

B.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$ (Συνέχεια).	291
B.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$	292
B.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$ (Συνέχεια).	293
B.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	294
B.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	295
B.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	296
B.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	297
B.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	298
B.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	299
B.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	300
B.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	301

B.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	302
B.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	303
B.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	304
B.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	305
B.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	306
B.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	307
B.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	308
B.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	309
Γ.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$	312
Γ.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$	313
Γ.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$	314
Γ.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$	315
Γ.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	316

Γ.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-EWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	317
Γ.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	318
Γ.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	319
Γ.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60, 0.70,$ 0.80) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	320
Γ.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90, 1.10,$ 1.20) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	321
Γ.11	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60, 0.70,$ 0.80) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	322
Γ.12	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90, 1.10,$ 1.20) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	323
Γ.13	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60, 0.70,$ 0.80) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	324
Γ.14	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90, 1.10,$ 1.20) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	325
Γ.15	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60, 0.70,$ 0.80) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	326
Γ.16	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90, 1.10,$ 1.20) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.	327
Γ.17	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60,$ $0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	328
Γ.18	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90,$ $1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	329
Γ.19	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60,$ $0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	330
Γ.20	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90,$ $1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	331

Γ.21	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	332
Γ.22	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	333
Γ.23	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	334
Γ.24	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	335
Δ.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA-SC ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	338
Δ.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA-SC ($\lambda = 0.30, 0.40, 0.50$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	339
Δ.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	340
Δ.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.95, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	341
Δ.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	342
Δ.6	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.90, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	343
Δ.7	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	344
Δ.8	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.80, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	345

Δ.9	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	346
Δ.10	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.70, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	347
Δ.11	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.60, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	348
Δ.12	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.60, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	349
Δ.13	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.50, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	350
Δ.14	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.50, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	351
E.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	354
E.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –CUSUM διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	355
E.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	356
E.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	357
E.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	358
ΣΤ.1	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 –CUSUM διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	360
ΣΤ.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	361
ΣΤ.2	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	362

ΣΤ.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	363
ΣΤ.3	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	364
ΣΤ.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMAV διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	365
ΣΤ.4	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMAV διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	366
ΣΤ.5	ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	367
Z.1	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	370
Z.1	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	371
Z.2	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	371
Z.2	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).	372
Z.3	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$	373
Z.3	ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$ (Συνέχεια).	374
Z.4	ARL και EARL τιμές για το CS-EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	375
Z.5	ARL και EARL τιμές για το CS-EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	376
Z.6	ARL και EARL τιμές για το CS-EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$	377
Z.7	ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$	378
Z.8	ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$	378
Z.9	ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$	379

Κατάλογος Συντομογραφιών

Οι ακόλουθες συντομογραφίες χρησιμοποιούνται στη διατριβή:

AEWMA	Adaptive EWMA	Προσαρμοστικό EWMA
ARL	Average Run Length	Μέσο Μήκος Ροής
ARL ₀	In-Control ARL	Εντός Ελέγχου ARL
ARL ₁	Out-of-Control ARL	Εκτός Ελέγχου ARL
ATS	Average Time to Signal	Μέσος Χρόνος Σήματος
cdf	Cumulative Distribution Function	Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής
CL	Center Line	Κεντρική Γραμμή
CS-EWMA	Mixed CUSUM-EWMA	Μικτό CUSUM-EWMA
CUSUM	Cumulative Sum	Σωρευτικό Άθροισμα
DEWMA	Double EWMA	Διπλό EWMA
DEWMA-Max	DEWMA Maximum	DEWMA Μέγιστο
DEWMA-SC	DEWMA Semicircle	DEWMA Ημικυκλικό
DGWMA	Double GWMA	Διπλό GWMA
DGWMA-Max	DGWMA Maximum	DGWMA Μέγιστο
DGWMA-SC	DGWMA Semicircle	DGWMA Ημικυκλικό
DMA	Double Moving Average	Διπλός Κινούμενος Μέσος
DOE	Design of Experiments	Σχεδιασμός Πειραμάτων
EARL	Expected ARL	Αναμενόμενο ARL
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average	Εκθετικά Σταθμισμένος Κινούμενος Μέσος
EWMA-Max	EWMA Maximum	EWMA Μέγιστο
EWMA-SC	EWMA Semicircle	EWMA Ημικυκλικό
FSI	Fixed Sampling Interval	Σταθερό Διάστημα Δειγματοληψίας
GWMA	Generally Weighted Moving Average	Γενικευμένα Σταθμισμένος Κινητός Μέσος
GWMA-Max	GWMA Maximum	GWMA Μέγιστο
GWMA-SC	GWMA Semicircle	GWMA Ημικυκλικό
GWMAV	Generally Weighted Moving Average Variance	Κινητοί Μέσοι και Γενικευμένα Βάρη για τη Διασπορά
HEWMA	Hybrid EWMA	Υβριδικό EWMA
HWMA	Homogeneously Weighted Moving Average	Ομοιογενώς Σταθμισμένος Κινούμενος Μέσος

IC	In–Control	Εντός Ελέγχου
iid	Identically and Independently Distributed	Πανομοιότυπα και Ανεξάρτητα Κατανεμημένα
LCL	Lower Control Limit	Κάτω Όριο Ελέγχου
LWL	Lower Warning Limit	Κάτω Προειδοποιητικό Όριο
MA	Moving Average	Κινούμενος Μέσος
Max	Maximum	Μέγιστο
Max–DEWMA	Maximum DEWMA	Μέγιστο DEWMA
Max–DGWMA	Maximum DGWMA	Μέγιστο DGWMA
Max–EWMA	Maximum EWMA	Μέγιστο EWMA
Max–GWMA	Maximum GWMA	Μέγιστο GWMA
Max–MEWMA	Maximum Multivariate EWMA	Μέγιστο Πολυμεταβλητό EWMA
Max–TEWMA	Maximum TEWMA	Μέγιστο TEWMA
MCSGWMA	Maximum Chi–Square GWMA	Μέγιστο χ^2 GWMA
MEWMA	Modified EWMA	Τροποποιημένο EWMA
NCS	Noncentral Chi–Square	Μη Κεντρικό χ^2
NKUA	National and Kapodistrian University of Athens	Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
NTUA	National Technical University of Athens	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ODRSS	Ordered Double Ranked Set Sampling	Δειγματοληψία Διπλά Διατεταγμένων Δειγμάτων
OOC	Out–of–Control	Εκτός Ελέγχου
ORSS	Ordered Ranked Set Sampling	Δειγματοληψία Διατεταγμένων Δειγμάτων
pdf	Probability Density Function	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας
RL	Run Length	Μήκος Ροής
RMI	Relative Mean Index	Σχετικός Μέσος Δείκτης
SC	Semicircle	Ημικυκλικό
SDRL	Standard Deviation of the Run Length	Τυπική Απόκλιση του Μήκους Ροής
SDRL ₀	In–Control SDRL	Εντός Ελέγχου SDRL
SDRL ₁	Out–of–Control SDRL	Εκτός Ελέγχου SDRL
SPC	Statistical Process Control	Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών
SQC	Statistical Quality Control	Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας
SS	Sum of Squares	Άθροισμα των Τετραγώνων
SS–DEWMA	Sum of Squares DEWMA	Άθροισμα των Τετραγώνων του DEWMA
SS–DGWMA	Sum of Squares DGWMA	Άθροισμα των Τετραγώνων του DGWMA
SS–EWMA	Sum of Squares EWMA	Άθροισμα των Τετραγώνων του EWMA
SS–GWMA	Sum of Squares GWMA	Άθροισμα των Τετραγώνων του GWMA
SS–TEWMA	Sum of Squares TEWMA	Άθροισμα των Τετραγώνων του TEWMA
TEWMA	Triple EWMA	Τριπλό EWMA
TEWMA–Max	TEWMA Maximum	TEWMA Μέγιστο
TEWMA–SC	TEWMA Semicircle	TEWMA Ημικυκλικό
TQM	Total Quality Management	Διοίκηση Ολικής Ποιότητας

UCL	Upper Control Limit	Άνω Όριο Έλεγχου
ULCO	University of the Littoral Opal Coast	Πανεπιστήμιο του Littoral Opal Coast
UM6P	Mohammed VI Polytechnic University	Πανεπιστήμιο Mohammed VI Polytechnic
UWL	Upper Warning Limit	Άνω Προειδοποιητικό Όριο
VSI	Variable Sampling Interval	Μεταβλητό Διάστημα Δειγματοληψίας
VSS	Variable Sampling Size	Μεταβλητό Μέγεθος Δείγματος

Ε.Κ.Π.Α.	Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Ε.Μ.Π.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
π.χ.	Παραδείγματος Χάριν
Σ.Ε.Δ.	Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών
σ.π.π.	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας
Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.	Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Ερευνητικό Έργο

Κατά τη διάρκεια της παρούσας διδακτορικής διατριβής προέκυψαν οι παρακάτω δημοσιευμένες επιστημονικές εργασίες:

- Monitoring process mean and dispersion with one double generally weighted moving average control chart, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Journal of Applied Statistics*, 50 (2023), 19 – 42.
- Monitoring process mean and variability with one triple EWMA chart, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, (2022), DOI: 10.1080/03610918.2022.2025835.
- A sum of squares triple exponentially weighted moving average control chart, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (2021), 2423 – 2457.
- A new double exponentially weighted moving average control chart for monitoring both location and dispersion, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Quality and Reliability Engineering International*, 38 (2022), 1687 – 1712.
- A joint monitoring of the process mean and variance with a TEWMA–Max control chart, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Communications in Statistics – Theory and Methods*, (2022), DOI: 10.1080/03610926.2022.2056748.
- A new S^2 –TEWMA control chart for monitoring process dispersion, (with K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (2021), 1334 – 1354.
- A S^2 –GWMA control chart for monitoring the process variability, (with V. Alevizakos, K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Quality Engineering*, 33 (2021), 533 – 551.

- A double generally weighted moving average control chart for monitoring the process variability, (with V. Alevizakos, K. Chatterjee and C. Koukouvinos), *Journal of Applied Statistics*, (2022), DOI: 10.1080/02664763.2022.2064977.

Εισαγωγή

Τα διαγράμματα ελέγχου (control charts) είναι πολύ δημοφιλή εργαλεία ποιότητας, τα οποία χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό και τον έλεγχο των αποκλίσεων βιομηχανικών διεργασιών στον Στατιστικό Έλεγχο Διεργασιών (Statistical Process Control, SPC). Επιτρέπουν στον επαγγελματία ποιότητας να συμπεράνει αν η διεργασία είναι εντός ή εκτός ελέγχου. Εκτός από τα κλασσικά διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart, υπάρχουν επίσης τα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης, τα οποία είναι πιο αποτελεσματικά στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων της διεργασίας. Επιπρόσθετα, υπάρχουν τα διαγράμματα ελέγχου που έχουν σχεδιαστεί για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας, καθώς και τα διαγράμματα ελέγχου που έχουν σχεδιαστεί για την παρακολούθηση μιας μεμονωμένης παραμέτρου της διεργασίας, όπως ο μέσος της διεργασίας ή η διασπορά της διεργασίας.

Η παρούσα διδακτορική διατριβή διακρίνεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος παρουσιάζουμε πέντε νέα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας, ενώ στο δεύτερο μέρος παρουσιάζουμε τρία νέα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Ακολουθώντας, παρέχουμε τους στόχους της διδακτορικής διατριβής και, στη συνέχεια, περιγράφουμε εν συντομία τη διάρθρωσή της.

Το αντικείμενο της διατριβής

Οι στόχοι της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι:

I. Ανάπτυξη ενιαίων (single) διαγραμμάτων ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας.

- Ανάπτυξη του Max-DGWMA (Maximum Double Generally Weighted Moving Average, Maximum DGWMA) διαγράμματος. Τα στατιστικά αυτού του διαγράμ-

ματος βασίζονται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο DGWMA στατιστικών, ένα για τον έλεγχο του μέσου της διεργασίας, ενώ το άλλο για τον έλεγχο της διακύμανσης της διεργασίας.

- Ανάπτυξη του Max-TEWMA (Maximum Triple Exponentially Weighted Moving Average, Maximum TEWMA) διαγράμματος. Τα στατιστικά αυτού του διαγράμματος βασίζονται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο TEWMA στατιστικών, και ως εκ τούτου, το Max-TEWMA διάγραμμα παρακολουθεί ταυτόχρονα το μέσο και τη μεταβλητότητα της διεργασίας σε ένα ενιαίο διάγραμμα.
- Ανάπτυξη του SS-TEWMA (Sum of Squares Triple Exponentially Weighted Moving Average, Sum of Squares TEWMA) διαγράμματος. Αυτό το διάγραμμα βασίζεται στον υπολογισμό του αθροίσματος των τετραγώνων δύο TEWMA στατιστικών, όπου το ένα ελέγχει το μέσο της διεργασίας και το άλλο ελέγχει τη μεταβλητότητα της διεργασίας.
- Ανάπτυξη του DEWMA-SC (Double Exponentially Weighted Moving Average Semicircle, DEWMA Semicircle) διαγράμματος. Αυτό το διάγραμμα συνδυάζει τα χαρακτηριστικά του SC διαγράμματος με τη DEWMA τεχνική.
- Ανάπτυξη του TEWMA-Max (Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum, TEWMA Maximum) διαγράμματος. Σε αυτό το διάγραμμα, η τεχνική της εκτέλεσης εκθετικής εξομάλυνσης τρεις φορές για την κατασκευή ενός TEWMA διαγράμματος εφαρμόζεται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών των στατιστικών που ελέγχουν τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διεργασίας.

II. Ανάπτυξη διαγραμμάτων ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας.

- Ανάπτυξη του S^2 -TEWMA διαγράμματος. Το TEWMA διάγραμμα ελέγχου βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας.
- Ανάπτυξη του S^2 -GWMA διαγράμματος. Το GWMA διάγραμμα βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων για τη βελτίωση της απόδοσης του S^2 -EWMA διαγράμματος.
- Ανάπτυξη του S^2 -DGWMA διαγράμματος. Το DGWMA διάγραμμα βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 για την ταχύτερη ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας.

Διάρθρωση της διατριβής

Η δομή της διδακτορικής διατριβής αποτελείται από δύο μέρη, δώδεκα κεφάλαια και επτά παραρτήματα όπου παρέχεται συμπληρωματικό υλικό.

Το Κεφάλαιο 1 παρέχει μια εισαγωγή στον Στατιστικό Έλεγχο Διεργασιών και την κύρια τεχνική του, το διάγραμμα ελέγχου. Στη συνέχεια, δίνεται μια σύντομη περιγραφή των διαγραμμάτων ελέγχου που χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη σύγχρονη βιβλιογραφία.

Στο Κεφάλαιο 2 δίνεται μια ανασκόπηση των διαγραμμάτων ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Συγκεκριμένα, παρέχουμε μια σύντομη περιγραφή, καθώς και μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των ενιαίων διαγραμμάτων ελέγχου (single control charts).

Στο Κεφάλαιο 3 προτείνουμε ένα νέο single διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης, το οποίο καλείται Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Η απόδοση του προτεινόμενου Max-DGWMA διαγράμματος συγκρίνεται με εκείνες των Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων, χρησιμοποιώντας χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα, ενώ είναι συγκρίσιμο με το SS-DGWMA διάγραμμα. Μια εφαρμογή της αυτοκινητοβιομηχανίας παρουσιάζεται για την εφαρμογή του Max-DGWMA διαγράμματος. Ο στόχος είναι η καθιέρωση στατιστικού ελέγχου της παραγωγικής διεργασίας των δακτυλίων εμβόλου του κινητήρα του αυτοκινήτου. Η πηγή των εκτός ελέγχου σημάτων ερμηνεύεται και η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου διαγράμματος στην ταχύτερη ανίχνευση μετατοπίσεων είναι εμφανής. Η εργασία του Κεφαλαίου 3 έχει δημοσιευτεί στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Journal of Applied Statistics* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2023).

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζουμε το single Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη ανίχνευση ανοδικών και καθοδικών μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Η απόδοση και η διαγνωστική ικανότητα του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου συγκρίνονται με εκείνες των Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων ελέγχου, μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προ-

τεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα στην ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Επιπλέον, το Max-TEWMA διάγραμμα παρέχει μια ικανοποιητική συνολική απόδοση για τον εντοπισμό ενός μεγάλου εύρους μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Δύο ενδεικτικά παραδείγματα παρουσιάζονται για την επεξήγηση της εφαρμογής του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου. Ένα άρθρο σχετικά με το Max-TEWMA διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας έχει δημοσιευτεί στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Communications in Statistics - Simulation and Computation* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022a).

Στο Κεφάλαιο 5 εισάγουμε ένα νέο single διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης, το οποίο καλείται SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου, που ανιχνεύει ταυτόχρονα μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου συγκρίνεται με τα SS-EWMA, SS-DEWMA, SS-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Τα ευρήματα υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο, από τα συγκρινόμενα διαγράμματα, στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας για τα περισσότερα από τα εξεταζόμενα σενάρια, ενώ έχει συγκρίσιμη απόδοση για μερικά άλλα στον εντοπισμό μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μεγάλων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Δύο ενδεικτικά παραδείγματα παρέχονται για την επεξήγηση της εφαρμογής του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου. Τα ερευνητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο παρόν Κεφάλαιο 5 δημοσιεύτηκαν στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2021a).

Στο Κεφάλαιο 6 επεκτείνουμε το single EWMA-SC διάγραμμα σε ένα single DEWMA - SC διάγραμμα ελέγχου. Τα χαρακτηριστικά του μήκους ροής του προτεινόμενου διαγράμματος υπολογίζονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Μια λεπτομερής συγκριτική μελέτη διενεργείται για τη σύγκριση του προτεινόμενου DEWMA-SC διαγράμματος με τα EWMA-SC και GWMA-SC διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων αποκαλύπτουν ότι το DEWMA-SC διάγραμμα υπερτερεί των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων όσον αφορά την ανίχνευση των περισσότερων από τις εξεταζόμενες μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Επιπλέον, το DEWMA-SC διάγραμμα παρουσιάζει πολύ ικανοποιητική συνολική απόδοση για την ανίχνευση ενός μεγάλου εύρους συνδυασμών μετατοπίσε-

ων του μέσου και της διασποράς της διεργασίας, σε σύγκριση με τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα, υποθέτοντας διάφορες τιμές των παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου. Πραγματικά και προσομοιωμένα σύνολα δεδομένων θεωρούνται για την παρουσίαση της υλοποίησης του νέου διαγράμματος. Ένα άρθρο σχετικά με το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου έχει δημοσιευτεί στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022b).

Στο Κεφάλαιο 7 αναπτύσσουμε ένα νέο TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου για την από κοινού παρακολούθηση της μέσης τιμής και της διακύμανσης της διεργασίας. Τα χαρακτηριστικά του μήκους ροής του νέου TEWMA–Max διαγράμματος υπολογίζονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Μια λεπτομερής συγκριτική μελέτη διεξάγεται για τη σύγκριση της απόδοσης του προτεινόμενου TEWMA–Max διαγράμματος με εκείνες των EWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων. Τα ευρήματα των συγκρίσεων αποκαλύπτουν ότι το προτεινόμενο TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το EWMA–Max διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Επιπρόσθετα, το νέο διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από το DEWMA–Max διάγραμμα για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο, και μικρές έως μεγάλες καθοδικές και μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά, ενώ είναι αρκετά συγκρίσιμο για μικρές ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα με την αύξηση της παραμέτρου εξομάλυνσης λ . Επίσης, το TEWMA–Max διάγραμμα παρουσιάζει μια ικανοποιητική συνολική απόδοση για την ανίχνευση ενός μεγάλου εύρους συνδυασμών μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Πραγματικά και προσομοιωμένα σύνολα δεδομένων λαμβάνονται υπόψη για την παρουσίαση της εφαρμογής του νέου TEWMA–Max διαγράμματος. Ένα άρθρο σχετικά με το TEWMA–Max διάγραμμα έχει γίνει δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Communications in Statistics - Theory and Methods* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022c).

Στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζεται μια ανασκόπηση των διαγραμμάτων ελέγχου για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Συγκεκριμένα, παρέχουμε μια σύντομη περιγραφή, καθώς και μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των διαγραμμάτων ελέγχου διασποράς (dispersion control charts).

Στο Κεφάλαιο 9 παρουσιάζουμε ένα νέο TEWMA (Triple Exponentially Weighted Moving Average) διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, το οποίο καλείται S^2 –TEWMA διάγραμμα, με βάση έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στη δειγματική διακύμανση. Η αξιολόγηση απόδοσης του προτεινόμενου διαγράμματος πραγματοποιείται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων,

ως προς το μέσο μήκος ροής και την τυπική απόκλιση του μήκους ροής. Η μελέτη σύγκρισης με τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα υποδεικνύει ότι το S^2 -TEWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα, στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Δύο ενδεικτικά παραδείγματα παρέχονται για να εξηγήσουμε την εφαρμογή του S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου. Τα ερευνητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο δημοσιεύτηκαν στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2021b).

Στο Κεφάλαιο 10 προτείνουμε ένα διάγραμμα ελέγχου με κινητούς μέσους και γενικευμένα βάρη (Generally Weighted Moving Average, GWMA), που βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, το οποίο καλείται S^2 -GWMA διάγραμμα. Monte Carlo προσομοιώσεις χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της απόδοσής του ως προς την κατανομή του μήκους ροής. Μια μελέτη σύγκρισης έναντι των S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγραμμάτων, δείχνει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από τους ανταγωνιστές του στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ έχει παρόμοια απόδοση με τα άλλα διαγράμματα για μεγάλες μετατοπίσεις. Ένα πραγματικό παράδειγμα παρουσιάζεται για την απεικόνιση της εφαρμογής του S^2 -GWMA διαγράμματος. Ένα άρθρο σχετικά με το προτεινόμενο S^2 -GWMA διάγραμμα έχει γίνει δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality Engineering* ως Alevizakos, Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2021).

Στο Κεφάλαιο 11 παρουσιάζουμε ένα διπλό GWMA (Double Generally Weighted Moving Average, DGWMA) διάγραμμα ελέγχου, που βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων, για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας, δηλαδή το S^2 -DGWMA διάγραμμα. Monte Carlo προσομοιώσεις χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος. Επιπλέον, μια λεπτομερής συγκριτική μελέτη διεξάγεται για τη σύγκριση της απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος με αρκετά γνωστά διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης στη βιβλιογραφία. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι αποδοτικότερο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων, ενώ είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Ένα παράδειγμα με πραγματικά δεδομένα δίνεται για την παρουσίαση της εφαρμογής του S^2 -DGWMA διαγράμματος. Ένα άρθρο σχετικά με το S^2 -DGWMA διάγραμμα

ελέγχου για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας έχει δημοσιευτεί στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Journal of Applied Statistics* ως Alevizakos, Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022).

Το Κεφάλαιο 12 συνοψίζει τη διατριβή. Αυτό γίνεται με την ανασκόπηση όσων συζητήθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και μέσω της παράθεσης μιας σειράς τελικών συμπερασμάτων. Επίσης, αναδεικνύονται οι βασικές συνεισφορές της διατριβής και υποδεικνύονται ορισμένες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Η παρουσίαση της διατριβής ολοκληρώνεται με τα επτά Παραρτήματα, που περιέχουν συμπληρωματικό υλικό. Συγκεκριμένα, στα Παραρτήματα Α - Δ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων που προέκυψαν από τα Κεφάλαια 3 - 6, αντίστοιχα. Επίσης, στα Παραρτήματα Ε - Ζ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων που προέκυψαν από τα Κεφάλαια 9 - 11, αντίστοιχα.

Λέξεις-Κλειδιά: διάγραμμα ελέγχου, διπλό EWMA (DEWMA), διπλό GWMA (DGWMA), γενικευμένα σταθμισμένος κινητός μέσος (GWMA), εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος (EWMA), ενιαίο (single) διάγραμμα ελέγχου, λογαριθμικός μετασχηματισμός, μέσος και μεταβλητότητα της διεργασίας, μέσο μήκος ροής, μεταβλητότητα της διεργασίας, τυπική απόκλιση του μήκους ροής, τριπλό EWMA (TEWMA), DEWMA–SC διάγραμμα, Max–DGWMA διάγραμμα, Max–TEWMA διάγραμμα, Monte Carlo προσομοιώσεις, S^2 –DGWMA διάγραμμα, S^2 –GWMA διάγραμμα, S^2 –TEWMA διάγραμμα, SS–TEWMA διάγραμμα, σχετικός μέσος δείκτης, TEWMA–Max διάγραμμα.

Introduction

Control charts are very popular quality tools used to identify and control industrial process deviations in Statistical Process Control (SPC). They allow the quality practitioner to conclude whether the process is in or out-of-control. In addition to the classic Shewhart-type control charts, there are also the memory-type control charts, which are more effective in detecting small shifts in the process. Furthermore, there are control charts designed to monitor the process mean and variance simultaneously as well as control charts designed to monitor an individual process parameter, such as the process mean or the process variance.

This doctoral thesis is divided into two parts. In the first part we present five new memory-type control charts for monitoring the process mean and dispersion simultaneously, while in the second part we present three new memory-type control charts for monitoring the process dispersion. Next, we provide the objectives of the doctoral thesis and, then, we briefly describe its structure.

Objectives of the thesis

The objectives of this doctoral thesis are:

- I. Development of single control charts for monitoring the process mean and dispersion simultaneously.
 - Development of the Max-DGWMA chart. The statistics of this chart are based on the maximum of the absolute values of two DGWMA statistics, one controlling the process mean while the other the process variance.
 - Development of the Max-TEWMA chart. The statistics of this chart are based on the maximum of the absolute values of two TEWMA statistics, and

hence, the Max–TEWMA chart simultaneously monitors the process mean and variability in a single chart.

- Development of the SS–TEWMA chart. This chart is based on the computation of the sum of squares of two TEWMA statistics, one controlling the process mean and the other controlling the process variability.
- Development of the DEWMA–SC chart. This chart combines the features of the SC chart with the DEWMA technique.
- Development of the TEWMA–Max chart. In this chart, the approach of performing exponential smoothing thrice to construct a TEWMA chart is applied to the maximum of the absolute values of the statistics controlling the process mean and variance.

II. Development of control charts for monitoring the process dispersion.

- Development of the S^2 –TEWMA chart. The TEWMA chart is based on a three–parameter logarithmic transformation to S^2 , for monitoring the process dispersion.
- Development of the S^2 –GWMA chart. The GWMA chart is based on a three–parameter logarithmic transformation in order to enhance the performance of the S^2 –EWMA chart.
- Development of the S^2 –DGWMA chart. The DGWMA chart is based on a three–parameter logarithmic transformation to S^2 , for faster detection of small shifts in the process variability.

Organization of the thesis

The structure of the PhD thesis consists of two parts, twelve chapters and seven appendices where supplementary material is provided.

Chapter 1 provides an introduction to Statistical Process Control and its main tool, the control chart. In the following, a brief description of the control charts that are widely used in the literature is given.

Chapter 2 gives an overview of control charts for monitoring the process mean and variability simultaneously. Specifically, we provide a brief description as well as a literature review of single control charts.

In Chapter 3, we propose a new single memory–type control chart, called the Max–DGWMA (Maximum Double Generally Weighted Moving Average, Maximum DGWMA) chart, that simultaneously detects shifts in the process mean and/or process dispersion. The run length performance of the proposed Max–DGWMA chart is compared with that of the Max–EWMA, Max–DEWMA, Max–GWMA and SS–DGWMA charts, using time–varying control limits, through Monte Carlo simulations. The comparisons reveal that the proposed chart is more efficient than the Max–EWMA, Max–DEWMA and Max–GWMA charts, while it is comparable with the SS–DGWMA chart. An automotive industry application is presented in order to implement the Max–DGWMA chart. The goal is to establish statistical control of the manufacturing process of the automobile engine piston rings. The source of the out-of-control signals is interpreted and the efficiency of the proposed chart in detecting shifts faster is evident. The work of Chapter 3 has been published in the prestigious scientific journal *Journal of Applied Statistics* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2023).

In Chapter 4, we present a new single memory–type control chart, called the Max–TEWMA (Maximum Triple Exponentially Weighted Moving Average, Maximum TEWMA) chart, that simultaneously detects both upward and downward shifts in the process mean and/or process dispersion. The run length performance and the diagnostic ability of the Max–TEWMA control chart are compared with that of the Max–EWMA, Max–DEWMA, Max–GWMA and Max–DGWMA charts, through Monte Carlo simulations. The comparisons reveal that the proposed chart is more efficient, than the competing ones, in detecting shifts in the process mean and variability simultaneously. Furthermore, the Max–TEWMA chart provides a satisfactory overall performance for identifying a wide range of shifts in the process mean and variability. Two illustrative examples are presented to explain the application of the Max–TEWMA control chart. An article on the Max–TEWMA chart for simultaneous monitoring the process mean and variability has been published in the prestigious scientific journal *Communications in Statistics - Simulation and Computation* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2022a).

In Chapter 5, we introduce a new single memory–type control chart, called the SS–TEWMA (Sum of Squares Triple Exponentially Weighted Moving Average, Sum of Squares TEWMA) chart, that simultaneously detects shifts in the process mean and/or process dispersion. The run length performance of the proposed SS–TEWMA control chart is compared with that of the SS–EWMA, SS–DEWMA,

SS–GWMA and SS–DGWMA control charts, through Monte Carlo simulations. The comparisons indicate that the proposed chart is more efficient, than the competing ones, in detecting small shifts in the process mean and/or variability for most of the considered scenarios, while it has comparable performance for some others in identifying large shifts in the process mean and small to large shifts in the process variability. Two illustrative examples are provided to explain the application of the SS–TEWMA control chart. The research results presented in this Chapter 5 were published in the prestigious scientific journal *Quality and Reliability Engineering International* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2021a).

In Chapter 6, we extend the single EWMA–SC chart to a single DEWMA–SC (Double Exponentially Weighted Moving Average Semicircle, DEWMA Semicircle) control chart. The run length characteristics of the proposed chart are computed through Monte Carlo simulations. A detailed comparative study is conducted to compare the performance of the proposed chart with that of the EWMA–SC and GWMA–SC charts with time–varying control limits. The comparison results reveal that the DEWMA–SC chart outperforms the competing charts in detecting most of the considered shifts in the process mean and/or variability. Additionally, the DEWMA–SC chart shows very satisfactory overall performance for detecting a wide range of shift combinations of the process mean and dispersion, compared with the EWMA–SC and GWMA–SC charts, assuming various control chart parameter values. Real and simulated datasets are considered to present the implementation of the new chart. An article on the DEWMA–SC control chart has been published in the prestigious scientific journal *Quality and Reliability Engineering International* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2022b).

In Chapter 7, we develop a new TEWMA–Max (Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum, TEWMA Maximum) control chart for joint monitoring of the process mean and variance. The run–length characteristics of the proposed chart are computed through Monte Carlo simulations. A detailed comparative study is conducted to compare the performance of the proposed TEWMA–Max chart with that of the EWMA–Max and DEWMA–Max charts. The comparison results reveal that the TEWMA–Max chart is more sensitive than the EWMA–Max chart in detecting small to moderate shifts in the mean and variability. Furthermore, it is more efficient than the DEWMA–Max chart for small to moderate shifts in the mean and small to large downward and large upward shifts in the dispersion, while it is quite comparable for small upward shifts in the variability with an increase of the

smoothing parameter λ . Additionally, the TEWMA–Max chart shows a satisfactory overall performance for detecting a wide range of shift combinations in the process mean and dispersion. Real and simulated datasets are considered to present the implementation of the new TEWMA–Max chart. An article on the TEWMA–Max chart has been accepted for publication in the prestigious scientific journal *Communications in Statistics - Theory and Methods* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2022c).

In Chapter 8, an overview is presented of control charts for monitoring the process variability. Specifically, we provide a brief description as well as a literature review of dispersion control charts.

Chapter 9 presents a Triple Exponentially Weighted Moving Average (TEWMA) control chart for monitoring the process dispersion (named as S^2 –TEWMA chart), based on a three–parameter logarithmic transformation of the sample variance. A performance evaluation of the proposed chart is conducted through Monte Carlo simulations, in terms of the average run length (ARL) and the standard deviation of the run length (SDRL). A comparison study with the S^2 –EWMA, S^2 –CUSUM, CS–EWMA and S^2 –HEWMA charts indicates that the S^2 –TEWMA chart is more efficient, than the competing ones, in detecting small shifts in the process variability. Two illustrative examples are provided to explain the application of the S^2 –TEWMA control chart. The research results presented in this chapter were published in the prestigious scientific journal *Quality and Reliability Engineering International* as Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2021b).

In Chapter 10, we propose a Generally Weighted Moving Average (GWMA) control chart based on a three–parameter logarithmic transformation for monitoring shifts in the process variability (regarded as S^2 –GWMA chart). Monte Carlo simulations are used to evaluate its performance in terms of the run–length distribution. A comparison study versus the S^2 –EMWA, S^2 –CUSUM, CS–EWMA, S^2 –HEWMA, GWMAV and S^2 –TEWMA charts indicates that the proposed chart is more effective than its competitors in detecting small to moderate upward shifts, while it performs similarly with the other charts for large shifts. A real example is presented to display the application of the S^2 –GWMA chart. An article on the proposed S^2 –GWMA chart has been accepted for publication in the prestigious scientific journal *Quality Engineering* as Alevizakos, Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2021).

In Chapter 11, a Double Generally Weighted Moving Average (DGWMA) con-

trol chart based on a three-parameter logarithmic transformation is presented for monitoring the process variability, namely the S^2 -DGWMA chart. Monte Carlo simulations are utilized in order to evaluate the performance of the S^2 -DGWMA chart. In addition, a detailed comparative study is conducted to compare the performance of the S^2 -DGWMA chart with several well-known memory-type control charts in the literature. The comparisons indicate that the proposed one is more efficient in detecting small shifts, while it is more sensitive in identifying upward shifts in the process variability. A real data example is given to present the implementation of the S^2 -DGWMA chart. An article on the S^2 -DGWMA control chart for monitoring the process variability has been published in the prestigious scientific journal *Journal of Applied Statistics* as Alevizakos, Chatterjee, Koukouvinos and Lappa (2022).

Chapter 12 summarizes the thesis. This is done by reviewing what has been discussed so far in the previous chapters and by stating a series of final conclusions. The main contributions of the thesis are also highlighted and some suggestions for future research are indicated.

The presentation of the thesis is completed with seven Appendices, containing supplementary material. Specifically, in Appendices A - Δ , we present the results of the Monte Carlo simulations derived from Chapters 3 - 6, respectively. Also, in Appendices E - Z, we present the results of the Monte Carlo simulations derived from Chapters 9 - 11, respectively.

Keywords: Average run-length (ARL), control chart, exponentially weighted moving average (EWMA), double exponentially weighted moving average (DEWMA), DEWMA-SC chart, double generally weighted moving average (DGWMA), generally weighted moving average (GWMA), logarithmic transformation, Max-DGWMA chart, Max-TEWMA chart, Monte Carlo simulations, process mean and variability, process variability, relative mean index (RMI), S^2 -DGWMA chart, S^2 -GWMA chart, S^2 -TEWMA chart, single control chart, SS-TEWMA chart, standard deviation of run-length (SDRL), triple exponentially weighted moving average (TEWMA), TEWMA-Max chart.

Εισαγωγή στον στατιστικό έλεγχο ποιότητας

1.1 Εισαγωγή

Η ποιότητα είναι μια σημαντική συνιστώσα για τη διατήρηση της ανταγωνιστικότητας οποιουδήποτε προϊόντος στην αγορά. Κάθε παραγωγός επιθυμεί την καλύτερη ποιότητα παραγωγής από την παραγωγική διεργασία χρησιμοποιώντας ελάχιστες προσπάθειες και πηγές. Μόνο το ποιοτικό προϊόν μπορεί να ενισχύσει την αξία του παραγωγού, αυξάνοντας τις πωλήσεις και να κάνει το προϊόν του σύμβολο ποιότητας ικανοποιώντας τους τελικούς καταναλωτές, και εξυπηρετώντας, κατά συνέπεια, τον στόχο του μέγιστου κέρδους. Διαφορετικές εταιρείες ανταγωνίζονται η μία την άλλη παγκοσμίως με βάση την ποιότητα. Αυτές οι εταιρείες δεν παράγουν μόνο ποιοτικά είδη αλλά και διατηρούν τις υψηλές προδιαγραφές τους μέσω της εφαρμογής τεχνικών ποιοτικού ελέγχου. Ως εκ τούτου, οι επιχειρήσεις λαμβάνουν σοβαρά υπόψη τη Διοίκηση Ολικής Ποιότητας (Total Quality Management, TQM) για την ανάπτυξη στρατηγικών με στόχο τη συνεχή βελτίωση της ποιότητας των παραγωγικών διεργασιών, με το λιγότερο δυνατό κόστος.

Επιπρόσθετα, ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (Statistical Quality Control, SQC) είναι η παλαιότερη και η πιο ευρέως διαδεδομένη τεχνική ελέγχου των παραγωγικών διεργασιών για τη βελτίωση της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων. Ο κυριότερος στόχος του είναι ο έγκαιρος εντοπισμός μη συμμορφούμενων με τις προδιαγραφές παραγόμενων προϊόντων, που οδηγεί στη λήψη διορθωτικών ενεργειών, και κατ' επέκταση, συμβάλλει στη διατήρηση της ποιότητας των προϊόντων. Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας διακρίνεται σε τρεις κύριους τομείς της στατιστικής επιστήμης για τη διατήρηση της ποιότητας της παραγωγής, ήτοι i) ο Σχεδιασμός Πειραμάτων (Design of Experiments, DOE), ii) ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Statistical Process

Control, SPC) και iii) η Δειγματοληψία Αποδοχής (Acceptance Sampling). Ο Σχεδιασμός Πειραμάτων μελετά τις επιδράσεις των ελεγχόμενων παραγόντων εισόδου στην ποιότητα του τελικού προϊόντος και, ως εκ τούτου, είναι απαραίτητος για τον βέλτιστο σχεδιασμό μίας παραγωγικής διεργασίας, ενώ ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών αποτελείται από τεχνικές που καθίστανται σημαντικές για τον έλεγχο μίας παραγωγικής διεργασίας κατά τη διάρκεια της παραγωγής των προϊόντων. Τέλος, η Δειγματοληψία Αποδοχής περιέχει τεχνικές που είναι απαραίτητες για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με την αποδοχή ή την απόρριψη μίας συγκεκριμένης παρτίδας προϊόντων.

Συγκεκριμένα, ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Σ.Ε.Δ.) παρέχει εργαλεία για την παρακολούθηση της διεργασίας. Το Ιστόγραμμα ή το Διάγραμμα Μίσχου–Φύλλων (Histogram or Stem–and–Leaf Plot), το Φύλλο Ελέγχου (Check Sheet), το Διάγραμμα Pareto (Pareto Chart), το Διάγραμμα Αιτίας–Αποτελέσματος (Cause–and–Effect Diagram), το Διάγραμμα Συγκέντρωσης Ελαττωμάτων (Defect Concentration Diagram), το Διάγραμμα Διασποράς ή Διασκόρπισης (Scatter Plot) και το Διάγραμμα Ελέγχου (Control Chart) αποτελούν τα λεγόμενα “the magnificent seven” εργαλεία του Στατιστικού Έλεγχου Διεργασιών που είναι χρήσιμα για την επίβλεψη της σταθερότητας της διεργασίας και τη βελτίωση της ικανότητας της διεργασίας μέσω της μείωσης της μεταβλητότητάς της. Ιδιαίτερα, τα διαγράμματα ελέγχου, τα οποία αποτελούν και το κυριότερο εργαλείο του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών, χρησιμοποιούνται για τη διατήρηση της ποιότητας ενός προϊόντος, ενημερώνοντας τον επαγγελματία ποιότητας όταν η παραγωγική διεργασία βρίσκεται εκτός ελέγχου. Ο παραγωγός θέλει να παράγει ποιοτικά προϊόντα σύμφωνα με τις προδιαγραφές τους. Εάν το προϊόν είναι σύμφωνο με το επιθυμητό επίπεδο του ποιοτικού χαρακτηριστικού, θεωρείται εντός των ορίων προδιαγραφών, διαφορετικά, μπορεί να χαρακτηριστεί ως μη συμμορφούμενο προϊόν λόγω μετατόπισης της διεργασίας. Η παραγωγική διεργασία μπορεί να μετατοπιστεί λόγω οποιουδήποτε προσδιορισμένου λόγου που πρέπει να υποδειχθεί το ταχύτερο δυνατόν για την αποφυγή ελαττωματικού προϊόντος. Τα διαγράμματα ελέγχου μπορούν να υποδείξουν γρήγορα τη μετατόπιση της διεργασίας κατά την παραγωγή, δίνοντας εκτός ελέγχου σήματα. Η απόφαση για το εάν το προϊόν είναι εντός ή εκτός ελέγχου καθορίζεται με βάση τις πληροφορίες που λαμβάνονται από τα δείγματα του ποιοτικού χαρακτηριστικού που επιλέγονται κατά την παραγωγική διεργασία.

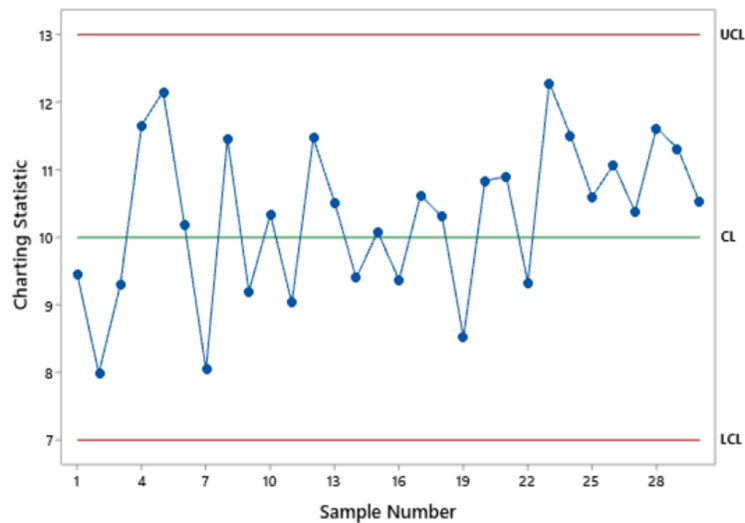
Ακολούθως, συνοψίζεται η διάρθρωση του κεφαλαίου. Η Ενότητα 1.2 παρουσιάζει το βασικότερο εργαλείο ποιότητας του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών, το διάγραμμα ελέγχου. Η Ενότητα 1.3 περιγράφει μερικές βασικές έννοιες του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας, ενώ διάφοροι βασικοί τύποι διαγραμμάτων ελέγχου παρουσιάζονται συνο-

πτικά στην Ενότητα 1.4.

1.2 Διάγραμμα ελέγχου

Τα διαγράμματα ελέγχου, τα οποία εισήχθησαν πρωταρχικά από τον Walter A. Shewhart τη δεκαετία του 1930, αποτελούν το πιο σημαντικό και ευρύτατα χρησιμοποιούμενο εργαλείο παρακολούθησης διεργασιών στον Στατιστικό Έλεγχο Διεργασιών. Ο κύριος σκοπός της εφαρμογής του διαγράμματος ελέγχου είναι ο εντοπισμός μη φυσιολογικών διακυμάνσεων στις παραμέτρους της διεργασίας. Αν και προτάθηκαν για πρώτη φορά για τη μεταποιητική βιομηχανία, τα διαγράμματα ελέγχου έχουν πλέον εφαρμοστεί σε μία μεγάλη ποικιλία επιστημονικών κλάδων, όπως η πυρηνική μηχανική, η υγειονομική περίθαλψη, η εκπαίδευση, η οικονομία, η γεωργία, η ανάπτυξη λογισμικού και τα αναλυτικά εργαστήρια. Τα διαγράμματα ελέγχου είναι ευρέως διαδεδομένα, επειδή αποτελούν μία αποδεδειγμένη τεχνική για τη βελτίωση της παραγωγικότητας και της ποιότητας, συμβάλλουν στη μείωση του κόστους παρασκευής, είναι αποτελεσματικά στην πρόληψη ελαττωμάτων, βοηθούν τη διεργασία να εκτελείται με συνέπεια και προβλεψιμότητα, αποτρέπουν τις περιττές προσαρμογές της διεργασίας, παρέχουν διαγνωστικές πληροφορίες και πληροφορίες σχετικά με την ικανότητα της διεργασίας και παρέχουν μία κοινή γλώσσα για την αξιολόγηση της απόδοσης της διεργασίας.

Ένα παράδειγμα τυπικού διαγράμματος ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.1. Ένα διάγραμμα ελέγχου περιέχει μία κεντρική γραμμή (Center Line, CL) ή το μέσο επίπεδο της διεργασίας που παριστάνει συνήθως τη μέση τιμή (mean value) των τιμών του ποιοτικού χαρακτηριστικού, όπως αυτή προκύπτει από τη λειτουργία μίας εντός ελέγχου διεργασίας ή την τιμή στόχο (target value) του προϊόντος. Οι άλλες δύο οριζόντιες γραμμές απεικονίζουν το άνω όριο ελέγχου (Upper Control Limit, UCL) και το κάτω όριο ελέγχου (Lower Control Limit, LCL). Επίσης, οι παρατηρούμενες τιμές του στατιστικού του ποιοτικού χαρακτηριστικού υπό παρακολούθηση παρουσιάζονται ως κουκκίδες (σημεία) συνδεδεμένες με μία τειθλασμένη γραμμή.



Σχήμα 1.1: Διάγραμμα ελέγχου.

Θεωρείται ιδανική κατάσταση εάν οι τιμές του στατιστικού βρίσκονται γύρω από την κεντρική γραμμή εμφανίζοντας ένα τυχαίο μοτίβο (random pattern). Εάν οι τιμές του στατιστικού βρίσκονται μεταξύ του άνω ορίου ελέγχου και του κάτω ορίου ελέγχου, η διεργασία είναι εντός ελέγχου (in-control, IC) και το τελικό προϊόν πληροί τις προδιαγραφές ποιότητας. Ωστόσο, εάν οι τιμές του στατιστικού βρίσκονται κάτω από το κάτω όριο ελέγχου ή πάνω από το άνω όριο ελέγχου, η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου (out-of-control, OOC), δείχνοντας κάποια μετατόπιση στις παραμέτρους της διεργασίας, γεγονός που οδηγεί στην παύση της παραγωγικής διεργασίας και την άμεση λήψη διορθωτικών μέτρων από τον επαγγελματία ποιότητας.

Τα διαγράμματα ελέγχου υποδεικνύουν γρήγορα μετατοπίσεις στις παραμέτρους της διεργασίας κατά τη διάρκεια της παραγωγής, για τη διατήρηση της ποιότητας και την αποφυγή απωλειών του παραγωγού, που τελικά αποφέρουν στον παραγωγό οικονομικό όφελος με τη μορφή μέγιστου κέρδους. Η γρήγορη ένδειξη των μετατοπίσεων της διεργασίας επαναφέρει άμεσα τη διεργασία στην εντός ελέγχου κατάσταση, γεγονός που μειώνει τις απώλειες υλικού και την επανάληψη των διαδικασιών παραγωγής. Αυτές οι μετατοπίσεις είναι συνήθως στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας για τα οποία έχουν αναπτυχθεί διάφορα διαγράμματα ελέγχου από τους ερευνητές.

1.3 Βασικές έννοιες ελέγχου ποιότητας

Οι συνήθεις ή τυχαίες αιτίες μεταβλητότητας (common or chance causes of variation) είναι εγγενές μέρος οποιασδήποτε διεργασίας και οφείλονται σε κάποιες τυχαίες ή συνηθείς αιτίες, όπως αλλαγές του εξωτερικού περιβάλλοντος και μικρές διαφοροποιήσεις

μίας φυσικής πρώτης ύλης. Εναλλακτικά, αναφέρονται και ως “φυσική μεταβλητότητα” (natural variation) ή “θόρυβος βάρους” (background noise). Όταν η φυσική μεταβλητότητα σε μία διεργασία είναι σχετικά μικρή, συνήθως τη θεωρούμε ένα αποδεκτό επίπεδο απόδοσης της διεργασίας. Από την άλλη πλευρά, οι ειδικές ή προσδιορισμένες αιτίες μεταβλητότητας (special or assignable causes of variation) είναι αποτέλεσμα ορισμένων παραγόντων που δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν ως ένα μέρος τυχαίων αιτιών, όπως μηχανικές ή ηλεκτρικές βλάβες, ακατάλληλα ρυθμισμένα μηχανήματα, σφάλματα χειριστή ή ελαττωματική πρώτη ύλη. Οι ειδικές αιτίες μεταβλητότητας μπορεί να έχουν σημαντικό αντίκτυπο στην απόδοση μίας διεργασίας και είναι εξαιρετικά απαραίτητο να εντοπιστούν οι πηγές αυτών των προσδιορισμένων αιτιών το συντομότερο δυνατό για την εφαρμογή των διορθωτικών ενεργειών σε πρώιμο στάδιο. Το διάγραμμα ελέγχου είναι ένα πολύ γνωστό εργαλείο που χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό. Μία παραγωγική διεργασία λέγεται ότι είναι εντός (στατιστικού) ελέγχου (in (statistical) control) αν είναι παρούσες μόνο οι φυσικές αιτίες μεταβλητότητας. Διαφορετικά, αν είναι παρούσες και ειδικές αιτίες μεταβλητότητας, τότε η διεργασία καλείται εκτός (στατιστικού) ελέγχου (out of (statistical) control).

Υπάρχουν συνήθως δύο φάσεις στην εφαρμογή ενός διαγράμματος ελέγχου: η Φάση I (Phase I) και η Φάση II (Phase II). Η Φάση I ή Αναδρομική Φάση (Retrospective Phase) είναι περισσότερο μία διερευνητική ανάλυση σε ένα σύνολο παρατηρήσεων που υποτίθεται ότι προέρχονται από μία εντός ελέγχου διεργασία (συχνά αναφέρεται ως σύνολο ιστορικών δεδομένων (historical data)). Από μία εντός ελέγχου διεργασία, εννοούμε μία διεργασία που είναι σταθερή (stable) και προβλέψιμη. Ο στόχος της Φάσης I είναι να εξακριβώσει τυχόν ασυνεπείς παρατηρήσεις/δείγματα από το σύνολο ιστορικών δεδομένων και στη συνέχεια να υπολογίσει τα όρια ελέγχου για την παρακολούθηση της διεργασίας Φάσης II σε πραγματικό χρόνο. Στη Φάση II ή εναλλακτικά στη Φάση Παρακολούθησης (Prospective Phase or Monitoring Phase), το ενδιαφέρον επικεντρώνεται περισσότερο στο γρήγορο εντοπισμό των αποκλίσεων των παραμέτρων της διεργασίας από τις εντός ελέγχου τιμές τους.

Τα διαγράμματα ελέγχου είναι πολύ χρήσιμα για τη διατήρηση της ποιότητας με την ένδειξη μετατοπίσεων στη διεργασία. Εάν σχεδιάσουμε τις παρατηρούμενες τιμές ή τα στατιστικά των δειγμάτων στο διάγραμμα ελέγχου, τότε ο αριθμός των δειγμάτων μέχρι το πρώτο στατιστικό να υπερβεί τα όρια ελέγχου καλείται μήκος ροής (Run–Length, RL). Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται αρκετές φορές μέσω προσομοίωσης προκειμένου να ληφθούν περισσότερες από μία τιμές για την κατανομή του μήκους ροής (run–length distribution). Ο μέσος όρος όλων αυτών των μηκών ροής

καλείται μέσο μήκος ροής (Average Run–Length, ARL) και η τυπική απόκλιση αυτών των μηκών ροής αναφέρεται ως τυπική απόκλιση του μήκους ροής (Standard Deviation of Run–Length, SDRL). Το εντός ελέγχου ARL (in–control ARL) συμβολίζεται με ARL_0 , ενώ το εκτός ελέγχου ARL (out–of–control ARL) συμβολίζεται με ARL_1 . Παρόμοια, το εντός ελέγχου SDRL (in–control SDRL) συμβολίζεται με $SDRL_0$, ενώ το εκτός ελέγχου SDRL (out–of–control SDRL) συμβολίζεται με $SDRL_1$.

1.4 Τύποι διαγραμμάτων ελέγχου

Τα διαγράμματα ελέγχου διακρίνονται σε τρεις κύριους τύπους: το Shewhart διάγραμμα, το σωρευτικό αθροιστικό διάγραμμα (Cumulative Sum, CUSUM) και το διάγραμμα ελέγχου για τον εκθετικά σταθμισμένο κινούμενο μέσο (Exponentially Weighted Moving Average, EWMA). Τα διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart (Shewhart–type control charts), όπως τα \bar{X} , R , S και S^2 διαγράμματα, χαρακτηρίζονται και ως διαγράμματα ελέγχου δίχως μνήμη (memoryless control charts), καθώς βασίζονται στην τελευταία παρατήρηση (Montgomery 2013) και δεν λαμβάνουν καμία πληροφορία από το παρελθόν. Κατά συνέπεια, είναι λιγότερο ευαίσθητα σε μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στις παραμέτρους της διεργασίας. Από την άλλη πλευρά, τα διαγράμματα ελέγχου CUSUM και EWMA καλούνται διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης (memory–type control charts), καθώς λαμβάνουν υπόψη τόσο τις τρέχουσες όσο και τις προηγούμενες παρατηρήσεις, και είναι αποτελεσματικά στην ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων.

Υποθέτουμε ότι X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$, $j = 1, 2, \dots, n$ είναι η j -οστή παρατήρηση στο i -οστό δείγμα ή υποομάδα (sample or subgroup) μεγέθους $n \geq 1$. Επιπρόσθετα, υποθέτουμε ότι οι παρατηρήσεις X_{ij} είναι ανεξάρτητες και πανομοιότητα κατανεμημένες (independent and identically distributed, iid) τυχαίες μεταβλητές και η υποκείμενη διεργασία είναι κανονικά κατανεμημένη, δηλαδή $X_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_0, \sigma_0^2)$, όπου μ_0 και σ_0^2 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της διακύμανσης, αντίστοιχα. Είναι γνωστό ότι οι δειγματικοί μέσοι $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots$ υπολογίζονται από τη σχέση $\bar{X}_i = (X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in})/n$, $i = 1, 2, \dots$ και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_0 και διακύμανση σ_0^2/n .

1.4.1 Το Shewhart διάγραμμα ελέγχου

Τα όρια ελέγχου για το κλασικό Shewhart \bar{X} διάγραμμα ελέγχου δίνονται ακολούθως:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_0 - L \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \\ CL &= \mu_0, \\ UCL &= \mu_0 + L \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

όπου $L > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν τα σχεδιασμένα σημεία \bar{X}_i υπερβαίνουν τα όρια ελέγχου, διαφορετικά, η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου. Το παραπάνω Shewhart \bar{X} διάγραμμα ελέγχου χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας. Από την άλλη πλευρά, τα R , S και S^2 διαγράμματα χρησιμοποιούνται ευρέως για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart είναι αποτελεσματικά για την ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τα διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart παραπέμπουμε στον Montgomery (2013).

1.4.2 Διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης

Στην παρούσα ενότητα περιγράφουμε συνοπτικά τα πιο αντιπροσωπευτικά διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης, δηλαδή τα CUSUM και EWMA διαγράμματα ελέγχου.

1.4.2.1 Το CUSUM διάγραμμα ελέγχου

Προκειμένου να βελτιώσει την ικανότητα των διαγραμμάτων ελέγχου για την ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων, ο Page (1954) πρότεινε το CUSUM διάγραμμα ελέγχου. Τα στατιστικά του CUSUM διαγράμματος για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας υπολογίζονται ως εξής:

$$C_i^+ = \max [0, \bar{X}_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+], \quad (1.2)$$

$$C_i^- = \max [0, (\mu_0 - K) - \bar{X}_i + C_{i-1}^-], \quad (1.3)$$

όπου $C_0^+ = C_0^- = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών C_i^+ και C_i^- και K είναι η τιμή αναφοράς (reference value), που συνήθως υπολογίζεται από τη σχέση $K = \frac{\delta\sigma_0}{2\sqrt{n}}$. Το CUSUM διάγραμμα, το οποίο έχει σχεδιαστεί για να ανιχνεύει γρήγορα μία μετατόπιση δ , είναι αποδοτικό για τη συγκεκριμένη μετατόπιση. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου αν οποιοδήποτε από τα στατιστικά υπερβαίνει το διάστημα απόφασης (decision interval) $H = \frac{h\sigma_0}{\sqrt{n}}$, όπου $h > 0$, διαφορετικά, η διεργασία είναι εντός ελέγχου.

1.4.2.2 Το EWMA διάγραμμα ελέγχου

Το EWMA διάγραμμα προτάθηκε από τον Roberts (1959) για την ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα, το EWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας βασίζεται στον σχεδιασμό του στατιστικού:

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, \quad (1.4)$$

όπου $0 < \lambda \leq 1$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης (smoothing parameter) και $Z_0 = \mu_0$ είναι η αρχική τιμή. Τα ακριβή όρια ελέγχου του EWMA διαγράμματος δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_0 - L\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \\ CL &= \mu_0, \\ UCL &= \mu_0 + L\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

όπου L είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Για μεγάλες τιμές του i , τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του EWMA διαγράμματος δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_0 - L\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}, \\ CL &= \mu_0, \\ UCL &= \mu_0 + L\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Να σημειωθεί ότι το κλασικό Shewhart \bar{X} διάγραμμα είναι ειδική περίπτωση του EWMA διαγράμματος για $\lambda = 1$. Η επιλογή του λ επιτρέπει στους επαγγελματίες ποιότητας να προσαρμόζουν το EWMA διάγραμμα για έναν συγκεκριμένο σκοπό. Μικρές τιμές του λ συνιστούνται για την ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων, ενώ οι μεγαλύτερες τιμές είναι πιο κατάλληλες για την ανίχνευση μεγαλύτερων μετατοπίσεων (Montgomery 2013). Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου αν το στατιστικό Z_i βρίσκεται εκτός των ορίων ελέγχου.

Μέρος Ι

Διαγράμματα ελέγχου τύπου
μνήμης για την ταυτόχρονη
παρακολούθηση του μέσου και
της διασποράς της διεργασίας

Single Διαγράμματα ελέγχου

Τα διαγράμματα ελέγχου αποτελούν ένα από τα πιο βασικά εργαλεία του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών που εφαρμόζονται για την ανίχνευση της παρουσίας ειδικών αιτιών μεταβλητότητας στις παραγωγικές και κατασκευαστικές διεργασίες. Πολλές διαδικασίες του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών έχουν σχεδιαστεί για την παρακολούθηση είτε του μέσου της διεργασίας είτε της διακύμανσης της διεργασίας. Συνήθως, ταξινομούνται σε διαγράμματα ελέγχου θέσης (location) και διαγράμματα ελέγχου διασποράς (dispersion), όπου τα πρώτα χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας, ενώ τα τελευταία είναι κατάλληλα για τον εντοπισμό μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Επίσης, ταξινομούνται σε διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart και σε διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης. Τα διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart, όπως τα \bar{X} , R και S διαγράμματα, βασίζονται στην τελευταία παρατήρηση (Montgomery 2013). Κατά συνέπεια, είναι λιγότερο ευαίσθητα σε μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στις παραμέτρους της διεργασίας. Ωστόσο, τα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης, όπως το CUSUM διάγραμμα (Page 1954, 1963) και το EWMA διάγραμμα (Roberts 1959), λαμβάνουν υπόψη τόσο τις τρέχουσες όσο και τις προηγούμενες παρατηρήσεις. Επιπλέον, οι Zhang και Chen (2005) και οι Shamma και Shamma (1992) πρότειναν το διπλό EWMA (double EWMA, DEWMA) διάγραμμα. Οι Sheu και Lin (2003) και οι Sheu και Tai (2006) εισήγαγαν το διάγραμμα ελέγχου με κινητούς μέσους και γενικευμένα βάρη (Generally Weighted Moving Average, GWMA), το οποίο είναι μία επέκταση του EWMA διαγράμματος. Επιπρόσθετα, οι Sheu και Hsieh (2009) επέκτειναν το GWMA διάγραμμα σε ένα διπλό GWMA (double GWMA, DGWMA) διάγραμμα. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τα DGWMA διαγράμματα παραπέμπουμε στις μελέτες των Chiu και Sheu (2008), Lu (2018), Karakani,

Human και Van Niekerk (2019), Mabude et al. (2021), Alevizakos, Koukouvinos και Lappa (2019) και Alevizakos, Koukouvinos και Chatterjee (2020). Πρόσφατα, οι Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021) πρότειναν το τριπλό EWMA (Triple EWMA, TEWMA) διάγραμμα για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το TEWMA διάγραμμα με τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου είναι πιο ευαίσθητο από τα EWMA, DEWMA και GWMA διαγράμματα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας. Εκτός από τις παραπάνω μελέτες, άλλα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση του μέσου ή της μεταβλητότητας της διεργασίας μπορούν να βρεθούν στις εργασίες των Lucas και Saccucci (1990), Crowder και Hamilton (1992), Steiner (1999), Castagliola (2005), Abbas, Riaz και Does (2011, 2013a, 2013b), Haq (2013), Haq, Brown και Moltchanova (2014, 2015a), Ali και Haq (2017, 2018), Tariq et al. (2019) και Alevizakos et al. (2020).

Συνήθως, δύο διαγράμματα ελέγχου κατασκευάζονται για την παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας, εκ των οποίων το πρώτο είναι για το μέσο της διεργασίας, ενώ το άλλο για τη διασπορά της διεργασίας. Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση μπορεί να είναι χρονοβόρα και μπορεί να αυξήσει το κόστος. Επιπλέον, λόγω της ταχείας προόδου στις παραγωγικές και κατασκευαστικές διεργασίες, υπάρχουν περιπτώσεις όπου μπορεί να μην αναγνωρίσουμε εύκολα εάν μία μετατόπιση θα προέκυπτε είτε στο μέσο της διεργασίας είτε στη διασπορά της διεργασίας ή και στα δύο. Για το λόγο αυτό, έχουν προταθεί διαγράμματα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση των μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Για παράδειγμα, οι Domangue και Patch (1991) ανέπτυξαν ορισμένα omnibus EWMA διαγράμματα για την ανίχνευση μετατοπίσεων τόσο στη θέση όσο και στη διασπορά, ο Gan (1995) πρότεινε δύο EWMA διαγράμματα για την από κοινού παρακολούθηση της μέσης τιμής και της διακύμανσης και οι Amin et al. (1999) πρότειναν μία από κοινού παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας χρησιμοποιώντας ένα MaxMin EWMA διάγραμμα ελέγχου. Τα τελευταία χρόνια, αρκετοί συγγραφείς επικέντρωσαν την προσπάθειά τους στην ανάπτυξη διαγραμμάτων ελέγχου, που χρησιμοποιούν μόνο ένα στατιστικό για την παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας σε ένα ενιαίο διάγραμμα (single chart). Όταν εντοπίζεται μία αλλαγή στη διεργασία, το ενιαίο διάγραμμα ελέγχου (single control chart) θα πρέπει να είναι ικανό να δίνει ένα εκτός ελέγχου σήμα και να ανιχνεύει τις παραμέτρους που έχουν μετατοπιστεί, καθώς και την κατεύθυνση της μετατόπισης. Για παράδειγμα, οι Chao και Cheng (1996) ανέπτυξαν το SC (Semicircle) διάγραμμα ελέγχου. Αυτό το διάγραμμα χρησιμοποιεί

ένα ημικύκλιο για τον σχεδιασμό ενός ενιαίου στατιστικού, προκειμένου να υποδείξει τη θέση του μέσου και της τυπικής απόκλισης, σχεδιάζοντας τις δύο παραμέτρους μία έναντι της άλλης. Όταν δίνεται ένα εκτός ελέγχου σήμα, το διάγραμμα είναι ικανό να δείχνει ποια παράμετρος έχει μετατοπιστεί από την τιμή στόχο της. Το μειονέκτημα αυτού του διαγράμματος είναι ότι χάνει την παρακολούθηση της χρονικής ακολουθίας των σχεδιασμένων σημείων. Οι Chen και Cheng (1998) ανέπτυξαν το Max (Maximum) διάγραμμα ελέγχου για να παρακολουθούν ταυτόχρονα τις μετατοπίσεις στο μέσο και στην τυπική απόκλιση της διεργασίας. Αυτό το διάγραμμα απεικονίζει τις μέγιστες απόλυτες τιμές του μέσου και της τυπικής απόκλισης. Είναι σε θέση να παρακολουθεί ταυτόχρονα το μέσο και τη μεταβλητότητα της διεργασίας χρησιμοποιώντας ένα ενιαίο στατιστικό. Όταν δίνεται ένα εκτός ελέγχου σήμα, αυτό το διάγραμμα δείχνει ποια παράμετρος έχει μετατοπιστεί, καθώς και την κατεύθυνση της μετατόπισης. Το Max διάγραμμα παρουσιάζει ίδια απόδοση με τα συνδυασμένα Shewhart διαγράμματα για το μέσο και την τυπική απόκλιση, δηλαδή τα συνδυασμένα \bar{X} και S διαγράμματα, καθώς και είναι αποτελεσματικό στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στην τυπική απόκλιση της διεργασίας. Ωστόσο, το Max διάγραμμα δεν είναι πολύ ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στην τυπική απόκλιση της διεργασίας.

Επιπλέον, ο Xie (1999) παρουσίασε μερικά single διαγράμματα τύπου EWMA, όπως τα Max-EWMA (Maximum EWMA), SS-EWMA (Sum of Squares EWMA), EWMA-Max (EWMA Maximum) και EWMA-SC (EWMA Semicircle) διαγράμματα. Οι Chen, Cheng και Xie (2001) επέκτειναν το έργο του Xie (1999) σχετικά με το Max-EWMA διάγραμμα ελέγχου. Αυτό το διάγραμμα σχεδιάζει τις μέγιστες απόλυτες τιμές δύο ανεξάρτητων EWMA στατιστικών, ένα για τον έλεγχο της μέσης τιμής και το άλλο για τον έλεγχο της διακύμανσης. Το SS-EWMA διάγραμμα σχεδιάζει το άθροισμα των τετραγώνων (Sum of Squares, SS) δύο ανεξάρτητων EWMA στατιστικών, ένα για τη μέση τιμή και ένα για τη διακύμανση. Επιπρόσθετα, το EWMA-Max διάγραμμα συνδυάζει τις τεχνικές του Max διαγράμματος και του EWMA διαγράμματος. Τα Max-EWMA, SS-EWMA και EWMA-Max διαγράμματα είναι σε θέση να παρακολουθούν από κοινού τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διεργασίας χρησιμοποιώντας ένα ενιαίο στατιστικό. Όταν δίνεται ένα εκτός ελέγχου σήμα, αυτά τα διαγράμματα μπορούν να προσδιορίσουν την πηγή και την κατεύθυνση της μετατόπισης, όταν αυτή συμβαίνει. Επίσης, είναι αποδοτικά στην ανίχνευση μικρών αλλαγών στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Οι Chen, Cheng και Xie (2004) ανέπτυξαν το EWMA-SC διάγραμμα ως επέκταση της έρευνας του Xie (1999), εφαρ-

μόζοντας τις EWMA τεχνικές στο στατιστικό που χρησιμοποιείται στο SC διάγραμμα. Το EWMA–SC διάγραμμα δεν μπορεί μόνο να παρακολουθεί τη μέση τιμή και την ανοδική μεταβλητότητα της διεργασίας ταυτόχρονα, αλλά υποδεικνύει επίσης την πηγή και την κατεύθυνση μίας μετατόπισης. Είναι αποτελεσματικό για μικρές μετατοπίσεις στη μέση τιμή και/ή στην τυπική απόκλιση της διεργασίας.

Οι Costa και Rahim (2004) ανέπτυξαν ένα μη κεντρικό χ^2 (noncentral chi - square, NCS) διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Αργότερα, οι Costa και Rahim (2006) πρότειναν ένα νέο EWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση του μέσου και της διακύμανσης της διεργασίας, το οποίο είναι μία επέκταση του EWMA–SC διαγράμματος. Οι Chen, Cheng και Xie (2005) εισήγαγαν ένα πολυμεταβλητό EWMA διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του διανύσματος του μέσου της διεργασίας και του πίνακα συνδιακύμανσης της διεργασίας, δηλαδή το single Max–MEWMA (Maximum Multivariate EWMA) διάγραμμα. Μία ανασκόπηση των single διαγραμμάτων ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας μπορεί να βρεθεί στους Cheng και Thaga (2006). Οι Cheng και Mao (2008) πρότειναν το πολυμεταβλητό SC διάγραμμα ελέγχου. Οι Teh και Khoo (2009), εμπνευσμένοι από το EWMA–Max διάγραμμα του Xie (1999), παρουσίασαν το DEWMA–Max (DEWMA Maximum) διάγραμμα ελέγχου. Συγκεκριμένα, η προσέγγιση της εκτέλεσης εκθετικής εξομάλυνσης δύο φορές για την κατασκευή ενός DEWMA διαγράμματος εφαρμόζεται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών των στατιστικών που ελέγχουν το μέσο και τη διασπορά της διεργασίας. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι είναι πιο αποτελεσματικό από το EWMA–Max διάγραμμα. Από την άλλη πλευρά, οι Khoo, Teh και Wu (2010) επέκτειναν το Max–EWMA διάγραμμα σε ένα Max–DEWMA (Maximum DEWMA) διάγραμμα, στο οποίο τα στατιστικά του βασίζονται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο DEWMA στατιστικών, το ένα για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας και το άλλο για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Τόνισαν ότι το Max–DEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το Max–EWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα. Οι Teh, Khoo και Wu (2011) εισήγαγαν το SS–DEWMA (Sum of Squares DEWMA) διάγραμμα. Συγκεκριμένα, αυτό το διάγραμμα χρησιμοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των δύο DEWMA στατιστικών και παρακολουθεί ταυτόχρονα το μέσο και τη διασπορά της διεργασίας σε ένα single διάγραμμα. Έδειξαν ότι το SS–DEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το SS–EWMA διάγραμμα. Επιπλέον, οι Sheu, Huang και Hsu (2012) επέκτειναν το Max–EWMA διάγραμμα σε ένα Max–GWMA

(Maximum GWMA) διάγραμμα για την παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Αυτό το διάγραμμα απεικονίζει το μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο GWMA στατιστικών, το ένα για τον έλεγχο του μέσου της διεργασίας και το άλλο για τον έλεγχο της διακύμανσης της διεργασίας. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το Max-GWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το Max-EWMA διάγραμμα. Οι Sheu, Huang και Hsu (2013) πρότειναν ένα MCSGWMA (Maximum Chi - Square GWMA) διάγραμμα που συνδυάζει αποτελεσματικά δύο GWMA διαγράμματα ελέγχου σε ένα single διάγραμμα ελέγχου και μπορεί να ανιχνεύει ταυτόχρονα αυξήσεις και μειώσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Διαπίστωσαν ότι το MCSGWMA διάγραμμα αποδίδει καλύτερα από το Max-EWMA διάγραμμα. Ο Huang (2014) επέκτεινε το SS-EWMA διάγραμμα σε ένα SS-GWMA (Sum of Squares GWMA) διάγραμμα, το οποίο βασίζεται στον υπολογισμό του αθροίσματος των τετραγώνων δύο GWMA στατιστικών, όπου το ένα ελέγχει το μέσο και το άλλο τη μεταβλητότητα. Όπως ήταν αναμενόμενο, οι συγκρίσεις έδειξαν ότι το SS-GWMA διάγραμμα υπερτερεί του SS-EWMA διαγράμματος. Οι Huang, Tai και Lu (2014) επέκτειναν το SS-GWMA διάγραμμα σε ένα SS-DGWMA (Sum of Squares DGWMA) διάγραμμα. Αυτό το διάγραμμα βασίζεται στον υπολογισμό του αθροίσματος των τετραγώνων δύο DGWMA στατιστικών, όπου το ένα ελέγχει το μέσο και το άλλο τη μεταβλητότητα. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το SS-DGWMA διάγραμμα έχει καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης από τα SS-DEWMA και SS-GWMA διαγράμματα. Επιπλέον, ο Huang (2015) πρότεινε το GWMA-SC (GWMA Semicircle) διάγραμμα, το οποίο συνδυάζει τα χαρακτηριστικά του SC διαγράμματος με τη GWMA τεχνική. Οι συγκρίσεις έδειξαν ότι το GWMA-SC διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το EWMA-SC διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Οι Lu, Tsai και Huang (2017) συνδύασαν το EWMA-SC διάγραμμα ελέγχου με το χαρακτηριστικό των μεταβλητών διαστημάτων δειγματοληψίας (Variable Sampling Intervals, VSI) για να βελτιώσουν την ταχύτητα ανίχνευσης αλλαγών στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας, ο Lu (2019) εισήγαγε ένα EWMA-SC διάγραμμα, σχεδιασμένο από την οικονομικό - στατιστική άποψη, που ενσωματώνει τη συνάρτηση τετραγωνικής απώλειας του Taguchi (Taguchi' s quadratic loss function) στο μοντέλο κόστους των Lorenzen και Vance και οι Ghashghaei, Amiri και Khosravi (2019) επέκτειναν τα EWMA-SC και GWMA-SC διαγράμματα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του διανύσματος του μέσου και του πίνακα συνδιακύμανσης των πολυμεταβλητών πολλαπλών προφίλ γραμμικής παλινδρόμησης (multiple linear regression profiles) στη Φάση II. Άλλα διαγράμματα ελέγχου για την από κοινού παρακολούθηση

του μέσου και της διασποράς μπορούν να βρεθούν στις εργασίες των Lu και Reynolds (1999), Teh και Khoo (2012), McCracken και Chakraborti (2013), Thaga και Sivasamy (2015), Haq, Brown και Moltchanova (2015b), Haq (2017c), Ghashghaei και Amiri (2017a, 2017b), Zaman, Riaz και Lee (2017), Song et al. (2018b), Haq και Razzaq (2020), Sanusi, Teh και Khoo (2020) και Chen και Lu (2020).

Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε πέντε νέα διαγράμματα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας. Συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 3 αναπτύσσουμε το Max-DGWMA διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Journal of Applied Statistics* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2023). Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζουμε το Max-TEWMA διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Communications in Statistics - Simulation and Computation* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022a). Στο Κεφάλαιο 5 αναπτύσσουμε το SS-TEWMA διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2021a). Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζουμε το DEWMA-SC διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022b). Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 αναπτύσσουμε το TEWMA-Max διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Communications in Statistics - Theory and Methods* ως Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2022c).

Το Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο επεκτείνουμε το Max-GWMA διάγραμμα σε ένα Max-DGWMA (Maximum Double Generally Weighted Moving Average, Maximum DGWMA) διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Μία μελέτη σύγκρισης της απόδοσης διενεργείται, χρησιμοποιώντας χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται, μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τα ARL και SDRL μέτρα. Λόγω του μεγάλου εύρους των εξεταζόμενων μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, ο σχετικός μέσος δείκτης (Relative Mean Index, RMI) (Han και Tsung 2006) επίσης παρέχεται. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι ευαίσθητο στην ταυτόχρονη ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας.

Ακολούθως, συνοψίζεται η διάρθρωση του κεφαλαίου. Στην Ενότητα 3.2 παρουσιάζουμε συνοπτικά τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα ελέγχου. Στην Ενότητα 3.3, εισάγουμε το Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου. Στο κεφάλαιο αυτό συμπεριλαμβάνονται εν συντομία μερικές τεχνικές λεπτομέρειες σχετικά με την εξαγωγή του ορίου ελέγχου του Max-DGWMA διαγράμματος, καθώς και η διαδικασία κατασκευής του. Η μελέτη αξιολόγησης της απόδοσης του νέου διαγράμματος παρέχεται στην Ενότητα 3.4, ενώ στην Ενότητα 3.5 συγκρίνουμε το Max-DGWMA διάγραμμα με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Να σημειωθεί ότι στην προαναφερθείσα ενότητα, το SS-DGWMA δι-

άγραμμα περιγράφεται επίσης συνοπτικά. Στην Ενότητα 3.6 παρουσιάζεται μία εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα για την επεξήγηση της χρήσης του Max-DGWMA διαγράμματος. Τέλος, τα συμπεράσματα του κεφαλαίου δίνονται στην Ενότητα 3.7.

3.2 Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε εν συντομία μερικά single διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και/ή της μεταβλητότητας της διεργασίας. Έστω $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots$ είναι ένα δείγμα n_i ανεξάρτητων κανονικών, $N(\mu_0 + \delta\sigma_0, \rho^2\sigma_0^2)$, τυχαίων μεταβλητών, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας, αντίστοιχα, και i είναι ο αριθμός του δείγματος (sample number). Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου αν $\delta = 0$ και $\rho = 1$, διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, και τότε, $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Μας ενδιαφέρει η ανίχνευση μίας μετατόπισης στη μέση τιμή της διεργασίας και/ή στη διακύμανση της διεργασίας από τις εντός ελέγχου μ_0 και σ_0^2 τιμές στις εκτός ελέγχου $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1^2 = \rho^2\sigma_0^2$ τιμές.

3.2.1 Το Max-EWMA διάγραμμα ελέγχου

Το Max-EWMA διάγραμμα συνδυάζει δύο EWMA στατιστικά σε ένα single διάγραμμα, το ένα για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας και το άλλο για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Προκειμένου να σχεδιάσουμε το Max-EWMA διάγραμμα, ορίζουμε τα ακόλουθα στατιστικά:

$$U_i = \frac{\bar{X}_i - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n_i}} \quad (3.1)$$

και

$$V_i = \Phi^{-1} \left\{ H \left[\frac{(n_i - 1)S_i^2}{\sigma_0^2}; n_i - 1 \right] \right\}, \quad (3.2)$$

όπου

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (3.3)$$

και

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}, \quad (3.4)$$

είναι ο δειγματικός μέσος και η δειγματική διακύμανση, αντίστοιχα, για $i = 1, 2, \dots$, $\Phi^{-1}(\cdot)$ είναι η αντίστροφη αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution

function, cdf) της τυπικής κανονικής κατανομής και $H(w; v)$ υποδηλώνει την χ^2 συνάρτηση κατανομής με v βαθμούς ελευθερίας (Quesenberry 1995). Όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου (δηλαδή $\delta = 0$ και $\rho = 1$), τα στατιστικά U_i και V_i είναι ανεξάρτητα και ακολουθούν την τυπική κανονική κατανομή. Τα δύο EWMA στατιστικά, κάθε ένα για την παρακολούθηση της μέσης τιμής και της διακύμανσης, ορίζονται από τα στατιστικά U_i και V_i , ως ακολούθως:

$$Y_{i1} = (1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda U_i, \quad (3.5)$$

$$Z_{i1} = (1 - \lambda)Z_{(i-1)1} + \lambda V_i, \quad (3.6)$$

για $i = 1, 2, \dots$, όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $Y_{01} = Z_{01} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i1} και Z_{i1} . Επειδή τα στατιστικά U_i και V_i είναι ανεξάρτητα, οι τυχαίες μεταβλητές Y_{i1} και Z_{i1} είναι επίσης ανεξάρτητες.

Το Max-EWMA στατιστικό ορίζεται ως εξής:

$$ME_i = \max\{|Y_{i1}|, |Z_{i1}|\}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

Αφού το στατιστικό ME_i είναι μη αρνητικό, το Max-EWMA διάγραμμα ελέγχου χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{ME}), το οποίο δίνεται (Xie 1999, Chen, Cheng και Xie 2001) ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{ME} &= E(ME_i) + K_1 \sqrt{Var(ME_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281K_1) \sqrt{c_{i1}}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

όπου $E(ME_i)$ και $Var(ME_i)$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού ME_i , αντίστοιχα, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, $c_{i1} = \frac{\lambda[1-(1-\lambda)^{2i}]}{2-\lambda}$, $i = 1, 2, \dots$ και $K_1 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό ME_i υπερβαίνει το UCL_{ME} .

3.2.2 Το Max-DEWMA διάγραμμα ελέγχου

Το Max-DEWMA διάγραμμα συνδυάζει δύο DEWMA στατιστικά σε ένα single διάγραμμα και οι Khoo, Teh και Wu (2010) έδειξαν ότι είναι πιο αποδοτικό σε σύγκριση με το Max-EWMA διάγραμμα όσον αφορά την ταυτόχρονη παρακολούθηση μετατοπίσεων στη μέση τιμή και στη διακύμανση. Από τα δύο EWMA στατιστικά που δίνονται στις Εξισώσεις (3.5) και (3.6), τα δύο αντίστοιχα DEWMA στατιστικά δίνονται ως εξής:

$$Y_{i2} = (1 - \lambda)Y_{(i-1)2} + \lambda Y_{i1}, \quad (3.9)$$

$$Z_{i2} = (1 - \lambda)Z_{(i-1)2} + \lambda Z_{i1}, \quad (3.10)$$

για $i = 1, 2, \dots$, όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $Y_{02} = Z_{02} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i2} και Z_{i2} . Επειδή τα στατιστικά Y_{i1} και Z_{i1} είναι ανεξάρτητα, οι τυχαίες μεταβλητές Y_{i2} και Z_{i2} είναι επίσης ανεξάρτητες. Στο εξής, όπως οι Khoo, Teh και Wu (2010), ορίζουμε τις παραμέτρους εξομάλυνσης το ίδιο, για τα στατιστικά Y_{ik} και Z_{ik} , $k = 1, 2$.

Ως εκ τούτου, το Max-DEWMA στατιστικό ορίζεται ως εξής:

$$MDE_i = \max\{|Y_{i2}|, |Z_{i2}|\}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

Παρόμοια, επειδή το στατιστικό MDE_i είναι μη αρνητικό, το Max-DEWMA διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{MDE}), το οποίο δίνεται (Khoo, Teh και Wu 2010) ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{MDE} &= E(MDE_i) + K_2 \sqrt{Var(MDE_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281K_2) \sqrt{c_{i2}}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

όπου $E(MDE_i)$ και $Var(MDE_i)$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού MDE_i , αντίστοιχα, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, $c_{i2} = \frac{\lambda^4}{[1-(1-\lambda)^2]^3} [1 + (1 - \lambda)^2 - (i^2 + 2i + 1)(1 - \lambda)^{2i} + (2i^2 + 2i - 1)(1 - \lambda)^{2i+2} - i^2(1 - \lambda)^{2i+4}]$, $i = 1, 2, \dots$ και $K_2 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό MDE_i υπερβαίνει το UCL_{MDE} .

3.2.3 Το Max-GWMA διάγραμμα ελέγχου

Οι Sheu, Huang και Hsu (2012) επέκτειναν το Max-EWMA διάγραμμα σε ένα single Max-GWMA διάγραμμα. Έδειξαν ότι το Max-GWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό σε σύγκριση με το Max-EWMA διάγραμμα στην παρακολούθηση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας, ταυτόχρονα.

Σύμφωνα με τη δομή του GWMA διαγράμματος ελέγχου, έστω N_1 είναι ο αριθμός των δειγμάτων μέχρι την πρώτη εμφάνιση ενός συμβάντος από την προηγούμενη εμφάνισή του. Ως εκ τούτου,

$$\sum_{m=1}^{\infty} P(N_1 = m) = P(N_1 = 1) + P(N_1 = 2) + \dots + P(N_1 = i) + P(N_1 > i) = 1, \quad (3.13)$$

όπου η πιθανότητα $P(N_1 = 1)$ είναι το βάρος του πιο πρόσφατου δείγματος, η πιθανότητα $P(N_1 = 2)$ είναι το βάρος του προηγούμενου δείγματος, η πιθανότητα $P(N_1 = i)$

είναι το βάρος του πιο απομακρυσμένου δείγματος και, κατά συνέπεια, η πιθανότητα $P(N_1 > i)$ σταθμίζεται με την τιμή στόχο της διεργασίας.

Προκειμένου να κατασκευάσουμε το Max–GWMA διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας, δύο στατιστικά GWMA ορίζονται από τα στατιστικά U_i και V_i , ως εξής:

$$G_{i1} = P(N_1 = 1)U_i + P(N_1 = 2)U_{i-1} + \cdots + P(N_1 = i)U_1 + P(N_1 > i)G_{01}, \quad (3.14)$$

$$G_{i2} = P(N_1 = 1)V_i + P(N_1 = 2)V_{i-1} + \cdots + P(N_1 = i)V_1 + P(N_1 > i)G_{02}, \quad (3.15)$$

για $i = 1, 2, \dots$, όπου $G_{01} = G_{02} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών G_{i1} και G_{i2} . Επειδή τα στατιστικά U_i και V_i είναι ανεξάρτητα, οι τυχαίες μεταβλητές G_{i1} και G_{i2} είναι επίσης ανεξάρτητες. Επιπρόσθετα, όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $G_{01} = G_{02} = 0$, τότε έχουμε $G_{i1} \sim N(0, Q_{i1})$ και $G_{i2} \sim N(0, Q_{i1})$, όπου $Q_{i1} = \sum_{j=1}^i [P(N_1 = j)]^2$. Για ευκολότερους υπολογισμούς, οι Sheu και Lin (2003) θεώρησαν ότι:

$$P(N_1 = i) = P(N_1 > i - 1) - P(N_1 > i) = q_1^{(i-1)\alpha} - q_1^{i\alpha}, \quad (3.16)$$

όπου $P(N_1 > i) = q_1^{i\alpha}$, $i = 1, 2, \dots$, $q_1 \in [0, 1)$ είναι η παράμετρος σχεδιασμού (design parameter) και $\alpha > 0$ είναι η παράμετρος προσαρμογής (adjustment parameter). Τόσο η παράμετρος σχεδιασμού όσο και η παράμετρος προσαρμογής καθορίζονται από τον επαγγελματία ποιότητας.

Ως εκ τούτου, το Max–GWMA στατιστικό ορίζεται ως εξής:

$$MG_i = \max\{|G_{i1}|, |G_{i2}|\}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.17)$$

Επειδή το στατιστικό MG_i είναι μη αρνητικό, το Max–GWMA διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{MG}) (Sheu, Huang και Hsu 2012), το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{MG} &= E(MG_i) + L_1 \sqrt{Var(MG_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281L_1) \sqrt{Q_{i1}}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

όπου $E(MG_i)$ και $Var(MG_i)$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού MG_i , αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$ και $L_1 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό MG_i υπερβαίνει το UCL_{MG} .

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το EWMA διάγραμμα είναι ειδική περίπτωση του GWMA διαγράμματος, όταν $\alpha = 1$ και $q_1 = 1 - \lambda$ (Roberts 1959). Παρόμοια, το Max–GWMA διάγραμμα ανάγεται επίσης στο Max–EWMA διάγραμμα, όταν $\alpha = 1$ και $q_1 = 1 - \lambda$.

3.3 Το προτεινόμενο Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου

Λαμβάνοντας υπόψη τη δομή του GWMA διαγράμματος που περιγράφεται παραπάνω, έστω N_2 είναι ο αριθμός των δειγμάτων μέχρι την πρώτη εμφάνιση ενός συμβάντος από την προηγούμενη εμφάνισή του, μεταξύ της ακολουθίας των ανεξάρτητων δειγμάτων. Από τα δύο GWMA στατιστικά G_{i1} και G_{i2} που δίνονται στις Εξισώσεις (3.14) και (3.15), αντίστοιχα, τα δύο αντίστοιχα DGWMA στατιστικά μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

$$G_{i3} = P(N_2 = 1)G_{i1} + P(N_2 = 2)G_{(i-1)1} + \cdots + P(N_2 = i)G_{11} + P(N_2 > i)G_{03}, \quad (3.19)$$

$$G_{i4} = P(N_2 = 1)G_{i2} + P(N_2 = 2)G_{(i-1)2} + \cdots + P(N_2 = i)G_{12} + P(N_2 > i)G_{04}, \quad (3.20)$$

για $i = 1, 2, \dots$ όπου $G_{03} = G_{04} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών G_{i3} και G_{i4} . Πρέπει να σημειωθεί ότι τα στατιστικά G_{i1} και G_{i2} έχουν ακολουθία βάρους $\{P(N_1 = i)\}$, ενώ τα στατιστικά G_{i3} και G_{i4} έχουν ακολουθία βάρους $\{P(N_2 = i)\}$. Για ευκολότερους υπολογισμούς, θεωρούμε:

$$P(N_2 = i) = q_2^{(i-1)\beta} - q_2^{i\beta}, \quad (3.21)$$

όπου $P(N_2 > i) = q_2^{i\beta}$, $i = 1, 2, \dots$, $q_2 \in [0, 1)$ είναι η παράμετρος σχεδιασμού και $\beta > 0$ είναι η παράμετρος προσαρμογής. Τόσο η παράμετρος σχεδιασμού όσο και η παράμετρος προσαρμογής καθορίζονται επίσης από τον επαγγελματία ποιότητας. Επιπρόσθετα, αντικαθιστώντας την Εξίσωση (3.14) στην Εξίσωση (3.19) και την Εξίσωση (3.15) στην Εξίσωση (3.20) (παραπέμπουμε στην Υποενότητα 3.3.1 για περισσότερες πληροφορίες), τα στατιστικά G_{i3} και G_{i4} μπορούν να ξαναγραφτούν, αντίστοιχα, ως:

$$G_{i3} = \sum_{j=1}^i w_j U_j \quad (3.22)$$

και

$$G_{i4} = \sum_{j=1}^i w_j V_j, \quad (3.23)$$

όπου $i = 1, 2, \dots$ και $w_j = \sum_{j_1=j}^i \left(q_2^{(i-j_1)\beta} - q_2^{(i-j_1+1)\beta} \right) \left(q_1^{(j_1-j)\alpha} - q_1^{(j_1-j+1)\alpha} \right)$. Παρόμοια, οι τυχαίες μεταβλητές G_{i3} και G_{i4} είναι ανεξάρτητες, αφού οι G_{i1} και G_{i2} είναι

ανεξάρτητες. Επιπρόσθετα, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου και $G_{03} = G_{04} = 0$, τότε έχουμε $G_{i3} \sim N(0, Q_{i2})$ και $G_{i4} \sim N(0, Q_{i2})$, όπου $Q_{i2} = \sum_{j=1}^i w_j^2$.

Επομένως, το Max-DGWMA στατιστικό ορίζεται ως:

$$MDG_i = \max\{|G_{i3}|, |G_{i4}|\}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.24)$$

Αν η μέση τιμή και/ή η διακύμανση της διεργασίας έχουν μετατοπιστεί από τις αντίστοιχες τιμές στόχους τους, το στατιστικό MDG_i θα είναι μεγάλο, διαφορετικά, θα είναι μικρό. Επειδή το στατιστικό MDG_i είναι μη αρνητικό, το Max-DGWMA διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου (UCL_{MDG}), το οποίο δίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{MDG} &= E(MDG_i) + L_2 \sqrt{Var(MDG_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281L_2) \sqrt{Q_{i2}}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

όπου $i = 1, 2, \dots$, $E(MDG_i)$ και $Var(MDG_i)$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού MDG_i , αντίστοιχα, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου και $L_2 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Η εξαγωγή του UCL_{MDG} παρέχεται επίσης στην Υποενότητα 3.3.1. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό MDG_i υπερβαίνει το UCL_{MDG} .

Επιπρόσθετα, στο εξής, ακολουθούμε την απλή προσέγγιση για να ορίσουμε τις παραμέτρους σχεδιασμού ($q_1 = q_2 = q$) και τις παραμέτρους προσαρμογής ($\alpha = \beta$) το ίδιο για τα στατιστικά G_{i1} , G_{i2} , G_{i3} και G_{i4} στις Εξισώσεις (3.14), (3.15), (3.19) και (3.20), αντίστοιχα.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το DEWMA διάγραμμα είναι μία ειδική περίπτωση του DGWMA διαγράμματος, όταν $\alpha = 1$ και $q = 1 - \lambda$. Κατά συνέπεια, το Max-DGWMA διάγραμμα ανάγεται επίσης στο Max-DEWMA διάγραμμα όταν $\alpha = 1$ και $q = 1 - \lambda$.

3.3.1 Εξαγωγή του UCL_{MDG}

Μέσα από αυτούς τους μετασχηματισμούς, θεωρούμε ότι $U_i \sim N(0, 1)$, $V_i \sim N(0, 1)$ και τόσο το στατιστικό U_i όσο και το στατιστικό V_i είναι ανεξάρτητα κατανοημένα, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου ($\delta = 0$, $\rho = 1$).

Από την Εξίσωση (3.14) και την υπόθεση $G_{01} = 0$, λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
 G_{i1} &= \sum_{j=1}^i P(N_1 = j) U_{i-j+1} \\
 &= \sum_{j=1}^i \left(q_1^{(j-1)\alpha} - q_1^{j\alpha} \right) U_{i-j+1} \\
 &= \sum_{j=1}^i \left(q_1^{(i-j)\alpha} - q_1^{(i-j+1)\alpha} \right) U_j. \tag{3.26}
 \end{aligned}$$

Παρόμοια, χρησιμοποιώντας την υπόθεση $G_{03} = 0$, λαμβάνουμε από την Εξίσωση (3.19):

$$G_{i3} = \sum_{j=1}^i \left(q_2^{(i-j)\beta} - q_2^{(i-j+1)\beta} \right) G_{j1}. \tag{3.27}$$

Από τις Εξισώσεις (3.26) και (3.27), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
 G_{i3} &= \sum_{j_1=1}^i \sum_{j_2=1}^{j_1} \left(q_2^{(i-j_1)\beta} - q_2^{(i-j_1+1)\beta} \right) \left(q_1^{(j_1-j_2)\alpha} - q_1^{(j_1-j_2+1)\alpha} \right) U_{j_2} \\
 &= \sum_{j_2=1}^i \left(\sum_{j_1=j_2}^i \left(q_2^{(i-j_1)\beta} - q_2^{(i-j_1+1)\beta} \right) \left(q_1^{(j_1-j_2)\alpha} - q_1^{(j_1-j_2+1)\alpha} \right) U_{j_2} \right) \\
 &= \sum_{j=1}^i w_j U_j, \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

όπου

$$w_j = \sum_{j_1=j}^i \left(q_2^{(i-j_1)\beta} - q_2^{(i-j_1+1)\beta} \right) \left(q_1^{(j_1-j)\alpha} - q_1^{(j_1-j+1)\alpha} \right).$$

Είναι εύκολο να σημειωθεί ότι $G_{i3} \sim N(0, Q_{i2})$, όπου $Q_{i2} = \sum_{j_1=j}^i w_j^2$. Ομοίως, μπορεί να αποδειχθεί ότι:

$$G_{i4} = \sum_{j=1}^i w_j V_j \quad \text{και} \quad G_{i4} \sim N(0, Q_{i2}). \tag{3.29}$$

Από την Εξίσωση (3.24), λαμβάνουμε:

$$MDG_i = \max\{|G_{i3}|, |G_{i4}|\}, \quad \text{για} \quad i = 1, 2, \dots$$

Τα ακόλουθα λήμματα θα είναι χρήσιμα για την ανάπτυξη του διαγράμματος.

Λήμμα 1

Αν U και V είναι δύο ανεξάρτητα κανονικά κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές η καθεμία με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση και αν $M = \max(|U|, |V|)$, τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function, pdf) της M είναι

$$f(m) = 4\phi(m)(2\Phi(m) - 1), \quad m > 0,$$

όπου $\phi(\cdot)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) της $N(0, 1)$ και $\Phi(\cdot)$ είναι η συνάρτηση κατανομής της $N(0, 1)$.

Λήμμα 2

Αν U και V είναι δύο ανεξάρτητα κανονικά κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές η καθεμία με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση και αν $M = \max(|U|, |V|)$, τότε:

$$E(M) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad \text{και} \quad \text{Var}(M) = 1 - \frac{2}{\pi}.$$

Απόδειξη.

Εξ ορισμού,

$$E(M) = \int_0^{\infty} mf(m)dm = 4 \int_0^{\infty} m\phi(m)(2\Phi(m) - 1)dm.$$

Τώρα γνωρίζουμε ότι:

$$\phi'(m) = \frac{d\phi(m)}{dm} = -m\phi(m).$$

Ως εκ τούτου,

$$\begin{aligned} E(M) &= 4 \int_0^{\infty} m\phi(m)(2\Phi(m) - 1)dm = -4 \int_0^{\infty} \phi'(m)(2\Phi(m) - 1)dm \\ &= [-4(2\Phi(m) - 1)\phi(m)]_0^{\infty} + 8 \int_0^{\infty} (\phi(m))^2 dm \\ &= \frac{8}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-m^2} dm = \frac{2}{\sqrt{\pi}}. \end{aligned}$$

Επομένως,

$$E(M) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Επίσης,

$$\begin{aligned} E(M^2) &= 4 \int_0^{\infty} m^2\phi(m)(2\Phi(m) - 1)dm = -4 \int_0^{\infty} m\phi'(m)(2\Phi(m) - 1)dm \\ &= [-4m(2\Phi(m) - 1)\phi(m)]_0^{\infty} + 4 \int_0^{\infty} [(2\Phi(m) - 1) + 2m\phi(m)]\phi(m)dm \\ &= 4 \int_0^{\infty} (2\Phi(m) - 1)d(\Phi(m)) + \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} me^{-m^2} dm = 1 + \frac{2}{\pi}. \end{aligned}$$

Επομένως,

$$Var(M) = 1 - \frac{2}{\pi}.$$

□

Αυτό συνεπάγεται,

$$E(MDG_i) = \frac{2\sqrt{Q_{i2}}}{\sqrt{\pi}} \quad \text{και} \quad Var(MDG_i) = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) Q_{i2}. \quad (3.30)$$

Επομένως, το άνω όριο ελέγχου (UCL_{MDG}) του Max-DGWMA διαγράμματος δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} UCL_{MDG} &= E(MDG_i) + L_2 \sqrt{Var(MDG_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281L_2) \sqrt{Q_{i2}}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

για $i = 1, 2, \dots$

3.3.2 Διαδικασία κατασκευής του Max-DGWMA διαγράμματος ελέγχου

Η διαδικασία κατασκευής του Max-DGWMA διαγράμματος είναι παρόμοια με αυτή του Max-GWMA διαγράμματος που δίνεται στους Sheu, Huang και Hsu (2012). Τα κύρια βήματα που περιλαμβάνονται στην κατασκευή του Max-DGWMA διαγράμματος περιγράφονται εν συντομία ως εξής:

1. Σε περίπτωση άγνωστων παραμέτρων, η μέση και τυπική απόκλιση θα πρέπει πρώτα να εκτιμηθούν. Αν η μέση τιμή είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{X}_i}{m}$ ως εκτιμητήριά της, όπου \bar{X} είναι ο γενικός μέσος και m είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων. Αν η τυπική απόκλιση είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\frac{\bar{S}}{c_4}$ ως εκτιμητήριά της, όπου $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των τυπικών αποκλίσεων και η σταθερά c_4 εξαρτάται μόνο από το μέγεθος του δείγματος (n) (Montgomery 2013).
2. Επιλέγουμε τους επιθυμητούς (q, α, L_2) συνδυασμούς με βάση τις καθορισμένες τιμές του μεγέθους του δείγματος (n) και του ARL_0 . Συγκεκριμένα, ο Πίνακας 3.1 παρουσιάζει τους (q, α, L_2) συνδυασμούς όταν $n = 5$, $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.05, 0.10, \dots, 1.90, 2.00, 2.50, 3.00\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370. Να σημειωθεί ότι οι L_2 τιμές στον Πίνακα 3.1 επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου που δίνεται στην Εξίσωση (3.25) για διάφορους (q, α) συνδυασμούς, όταν $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370 και $n = 5$.

3. Υπολογίζουμε το χρονικά μεταβαλλόμενο UCL_{MDG} του Max-DGWMA διαγράμματος, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (3.25) για $i = 1, 2, \dots$. Να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός του Q_{i2} για $i = 1, 2, \dots$, απαιτείται, πριν από τον υπολογισμό του UCL_{MDG} .
4. Υπολογίζουμε τα στατιστικά U_i και V_i για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), αντίστοιχα.
5. Υπολογίζουμε τα στατιστικά G_{i1} , G_{i2} , G_{i3} και G_{i4} , για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (3.14), (3.15), (3.19) και (3.20), αντίστοιχα, και τις $G_{01} = G_{02} = G_{03} = G_{04} = 0$ ως αρχικές τιμές.
6. Υπολογίζουμε το στατιστικό MDG_i , για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (3.24).
7. Σχεδιάζουμε το στατιστικό MDG_i έναντι του i (όπου $i = 1, 2, \dots$) στο διάγραμμα και σχεδιάζουμε το UCL_{MDG} ως το άνω όριο ελέγχου. Σχεδιάζουμε μία κουκκίδα έναντι του i όταν $MDG_i \leq UCL_{MDG}$. Από την άλλη πλευρά, όταν $MDG_i > UCL_{MDG}$, συμβολίζουμε τα σχεδιασμένα σημεία σύμφωνα με τα σύμβολα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2. Συγκεκριμένα, όταν $MDG_i > UCL_{MDG}$, ελέγχουμε τόσο το $|G_{i3}|$ όσο και το $|G_{i4}|$ έναντι του UCL_{MDG} .
 - a. Αν ισχύει μόνο ότι $|G_{i3}| > UCL_{MDG}$, τότε σχεδιάζουμε το “m +” έναντι του i όταν $U_i > 0$ για να υποδείξουμε ότι έχει σημειωθεί μόνο μία αύξηση στο μέσο της διεργασίας, ενώ σχεδιάζουμε το “m -” έναντι του i όταν $U_i < 0$ για να επισημάνουμε ότι μόνο ο μέσος της διεργασίας έχει μειωθεί.
 - b. Αν ισχύει μόνο ότι $|G_{i4}| > UCL_{MDG}$, τότε σχεδιάζουμε το “v +” έναντι του i όταν $V_i > 0$ για να δείξουμε ότι μόνο η μεταβλητότητα της διεργασίας έχει αυξηθεί, ενώ σχεδιάζουμε το “v -” έναντι του i όταν $V_i < 0$ για να επισημάνουμε μία μείωση μόνο στη διασπορά της διεργασίας.
 - c. Αν ισχύει ότι $|G_{i3}| > UCL_{MDG}$ και $|G_{i4}| > UCL_{MDG}$, τότε σχεδιάζουμε: το “++” έναντι του i όταν $U_i > 0$ και $V_i > 0$ για να υποδηλώσουμε ότι ο μέσος και η διασπορά της διεργασίας έχουν αυξηθεί ταυτόχρονα, το “+-” έναντι του i όταν $U_i > 0$ και $V_i < 0$ για να υποδηλώσουμε μία αύξηση στο μέσο της διεργασίας και μία μείωση στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα, το “-+” έναντι του i όταν $U_i < 0$ και $V_i > 0$ για να δείξουμε μία μείωση στο μέσο της διεργασίας και μία αύξηση στη μεταβλητότητα της διεργασίας ταυτόχρονα, και το “--” έναντι του i όταν $U_i < 0$ και $V_i < 0$ για να υποδηλώσουμε ταυτόχρονη μείωση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας.

8. Εξετάζουμε και ερμηνεύουμε τις αιτίες όλων των εκτός ελέγχου σημείων.

Πίνακας 3.1: (q, α, L_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$.

ARL_0	L_2											
	185	250	370	185	250	370	185	250	370	185	250	370
q	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95						
α												
0.05	3.094	3.238	3.437	3.094	3.238	3.436	3.091	3.237	3.437	3.091	3.237	3.437
0.10	3.089	3.242	3.434	3.084	3.243	3.432	3.084	3.241	3.433	3.085	3.238	3.430
0.20	3.082	3.235	3.427	3.074	3.230	3.421	3.062	3.221	3.410	3.005	3.161	3.353
0.30	3.058	3.215	3.412	3.026	3.190	3.386	2.957	3.127	3.328	2.846	3.001	3.211
0.40	3.028	3.190	3.391	2.965	3.125	3.335	2.827	2.995	3.213	2.562	2.738	2.962
0.50	3.000	3.166	3.372	2.905	3.074	3.285	2.708	2.890	3.116	2.372	2.553	2.785
0.60	2.977	3.138	3.353	2.860	3.027	3.243	2.645	2.825	3.048	2.281	2.465	2.706
0.70	2.956	3.123	3.329	2.828	2.999	3.210	2.618	2.795	3.012	2.254	2.439	2.681
0.80	2.933	3.109	3.305	2.808	2.981	3.191	2.605	2.781	2.996	2.270	2.458	2.695
0.90	2.926	3.095	3.295	2.800	2.969	3.182	2.605	2.781	3.000	2.299	2.493	2.720
1.00	2.922	3.090	3.285	2.802	2.965	3.183	2.619	2.799	3.016	2.348	2.528	2.7666
1.10	2.917	3.084	3.285	2.808	2.975	3.187	2.641	2.810	3.041	2.402	2.590	2.813
1.20	2.921	3.085	3.289	2.820	2.986	3.198	2.672	2.843	3.066	2.460	2.638	2.861
1.30	2.925	3.093	3.296	2.835	2.999	3.210	2.703	2.873	3.091	2.510	2.690	2.911
1.40	2.937	3.097	3.303	2.857	3.020	3.226	2.740	2.901	3.123	2.565	2.740	2.963
1.50	2.947	3.106	3.306	2.875	3.038	3.244	2.768	2.933	3.147	2.611	2.793	3.008
1.60	2.958	3.120	3.318	2.895	3.055	3.260	2.797	2.964	3.175	2.661	2.835	3.050
1.70	2.964	3.127	3.327	2.908	3.070	3.275	2.825	2.993	3.201	2.706	2.871	3.091
1.80	2.976	3.135	3.336	2.925	3.082	3.288	2.850	3.018	3.224	2.744	2.912	3.124
1.90	2.985	3.144	3.343	2.938	3.100	3.303	2.875	3.042	3.245	2.780	2.947	3.154
2.00	2.992	3.151	3.348	2.954	3.112	3.315	2.898	3.060	3.264	2.813	2.976	3.185
2.50	3.013	3.172	3.367	3.000	3.157	3.356	2.975	3.131	3.336	2.923	3.090	3.290
3.00	3.020	3.180	3.375	3.020	3.178	3.373	3.024	3.180	3.373	3.000	3.160	3.359

Πίνακας 3.2: Σύμβολα που υποδηλώνουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος για το Max–DGWMA διάγραμμα.

		$ G_{i4} > UCL_{MDG}$	
		$V_i > 0$	$V_i < 0$
$ G_{i3} < UCL_{MDG}$		$v+$	$v-$
$ G_{i3} > UCL_{MDG}$	$U_i > 0$	$m+$	$+-$
	$U_i < 0$	$m-$	$-+$

3.4 Αξιολόγηση απόδοσης του Max–DGWMA διαγράμματος ελέγχου

Η στατιστική απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου συνήθως μετράται χρησιμοποιώντας το ARL και το SDRL. Το ARL είναι ο μέσος αριθμός δειγμάτων που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα μέχρι να δοθεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν ο μέσος και η μεταβλητότητα της διεργασίας είναι εντός ελέγχου, προτείνεται μία μεγάλη τιμή του ARL_0 για να αποφευχθούν ψευδείς συναγερμοί. Ωστόσο, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η μέση τιμή μετατοπίζεται από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ ($\delta \neq 0$) και/ή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ ($\rho \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή προτιμάται, για να ανιχνεύεται γρήγορα ο συνδυασμός μετατοπίσεων (δ, ρ). Επίσης, το SDRL μετρά τη σταθερότητα της κατανομής του μήκους ροής, δηλαδή όσο μικρότερο είναι το SDRL, τόσο καλύτερη θα είναι η απόδοση του ARL για ένα δεδομένο διάγραμμα ελέγχου. Το διάγραμμα ελέγχου με τα μικρότερα ARL_1 και $SDRL_1$ σε σύγκριση με τα αντίστοιχά του, που έχουν την ίδια ARL_0 τιμή, θεωρείται ότι είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μίας μετατόπισης στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας (Sheu, Huang και Hsu 2012, Haq και Razzaq 2020). Στην τρέχουσα μελέτη, το Max–DGWMA διάγραμμα ελέγχου αξιολογείται μέσω των ARL και SDRL μέτρων απόδοσης.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης αναπτύσσεται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό της κατανομής του μήκους ροής του Max–DGWMA διαγράμματος ελέγχου αρχικής κατάστασης (initial–state) με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης αυτών των 10000 μηκών ροής. Για να μελετήσουμε την απόδοση του Max–DGWMA διαγράμματος ελέγχου, θεωρούμε ότι η υποκείμενη διεργασία για την εντός ελέγχου κατάσταση ακολουθεί την κανονική

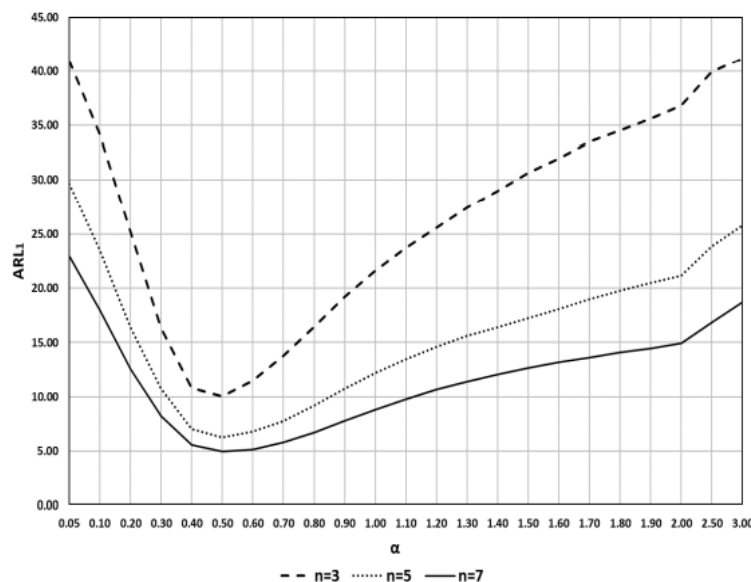
κατανομή με μέση τιμή $\mu_0 = 0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_0 = 1$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$ και οι μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 0.95, 1.00, 1.05, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00\}$, όπου ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση. Ο πολλαπλασιαστής τους διαγράμματος ελέγχου L_2 επιλέγεται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου (Εξίσωση (3.25)), για να θέσουμε το $ARL_0 \approx 370$, όταν το μέγεθος του δείγματος $n = 5$, $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$. Οι Πίνακες A.1 - A.4 στο Παράρτημα A παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του Max-DGWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για διάφορους (q, α) συνδυασμούς, $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Η μικρότερη ARL_1 τιμή για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων και για κάθε $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ υποδεικνύεται με έντονη γραφή σε αυτούς τους πίνακες.

Από τους Πίνακες A.1 - A.4 στο Παράρτημα A παρατηρούμε ότι για μία καθορισμένη τιμή του α (q), η απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς η τιμή του q (α) αυξάνεται (μειώνεται) για τα ARL και SDRL μέτρα. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$, $\alpha = 0.50$ και $q = 0.70, 0.80, 0.90$ και 0.95 , οι ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 10.84 (8.14), 9.41 (7.45), 6.88 (6.16) και 4.96 (4.87), αντίστοιχα. Επιπλέον, όταν $(\delta, \rho) = (0.10, 0.95)$, $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00$ και 1.10 , οι αντίστοιχες ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 35.39 (41.17), 40.89 (46.31), 47.90 (50.25), 55.56 (53.64), 63.11 (57.46), 71.20 (64.10) και 80.61 (72.89). Πρέπει να αναφερθεί ότι το Max-DGWMA διάγραμμα με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in [0.50, 0.90]$ είναι πιο ευαίσθητο για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις και ειδικά για $0.00 \leq \delta \leq 1.00$ και $0.50 \leq \rho \leq 1.50$. Επιπλέον, είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας ανεξάρτητα από την ποσότητα της μετατόπισης στο μέσο της διεργασίας. Οι Πίνακες A.1 - A.4 στο Παράρτημα A αποκαλύπτουν ότι το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ έχει τις μικρότερες ARL_1 και $SDRL_1$ τιμές. Ειδικότερα, οι τιμές με έντονη γραφή του Max-DGWMA ($q = 0.95$) διαγράμματος στον Πίνακα A.4 του Παραρτήματος A αντιστοιχούν στις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε μετατόπιση στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός παραμέτρων (Sheu, Huang και Hsu 2012) που οδηγεί στη μικρότερη ARL_1 τιμή για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων θεωρείται συνήθως ως ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τον Πίνακα A.4 του

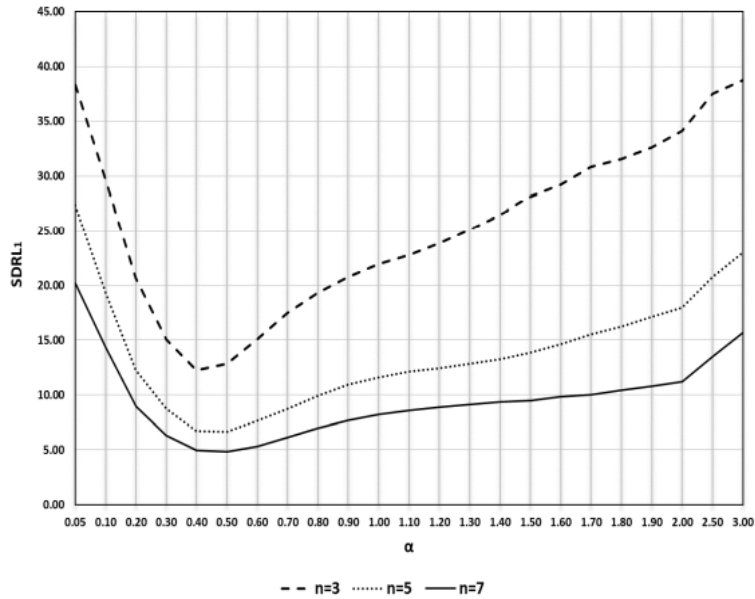
3.4 Αξιολόγηση απόδοσης του Max-DGWMA διαγράμματος ελέγχου 31

Παραρτήματος Α, ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων του βέλτιστου Max-DGWMA διαγράμματος για $(\delta, \rho) = (0.10, 1.50)$ είναι $(q, \alpha, L_2) = (0.95, 0.50, 1.587)$. Ο Πίνακας 3.4 επίσης περιέχει τους βέλτιστους (q, α, L_2) συνδυασμούς παραμέτρων για το βέλτιστο Max-DGWMA διάγραμμα, λαμβάνοντας υπόψη διάφορους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$.

Επιπλέον, μελετούμε την επίδραση της παραμέτρου α και του μεγέθους του δείγματος (n), στην απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Η παράμετρος q καθορίζεται στο 0.95, αφού για αυτή την περίπτωση το προτεινόμενο διάγραμμα έχει τις μικρότερες ARL_1 τιμές. Επιλέγουμε τυχαία τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ και σχεδιάζουμε τα διαγράμματα διασποράς των ARL και $SDRL$ μέτρων έναντι του α , για $n \in \{3, 5, 7\}$, $q = 0.95$ και $\alpha \in \{0.05, 0.10, \dots, 1.90, 2.00, 2.50, 3.00\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$. Αυτά τα διαγράμματα διασποράς παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.1 - 3.2. Από τον Πίνακα Α.4 στο Παράρτημα Α και τα Σχήματα 3.1 - 3.2, είναι προφανές ότι το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60\}$ έχει την καλύτερη συνολική απόδοση μήκους ροής, καθώς και τόσο το ARL_1 όσο και το $SDRL_1$ επηρεάζονται από το μέγεθος του δείγματος n , δηλαδή μειώνονται, καθώς το n αυξάνεται.



Σχήμα 3.1: ARL_1 τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ και διάφορα α και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.



Σχήμα 3.2: $SDRL_1$ τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ και διάφορα α και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.

3.5 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του προτεινόμενου Max-DGWMA διαγράμματος με εκείνες των Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων για την παρακολούθηση του μέσου και/ή της διασποράς της διεργασίας, χρησιμοποιώντας τα ARL, SDRL και RMI μέτρα. Να σημειωθεί ότι τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου λαμβάνονται υπόψη για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα. Προκειμένου να εξετάσουμε την απόδοση θεωρούμενων διαγραμμάτων ελέγχου, είναι προτιμότερο να έχουν παρόμοια ARL_0 τιμή. Ως εκ τούτου, η ARL_0 τιμή των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου προκαθορίζεται προσεγγιστικά στο 370 και το μέγεθος του δείγματος n ισούται με 5. Τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα που παρουσιάζονται στην Ενότητα 3.2, καθώς και το SS-DGWMA που παρουσιάζεται συνοπτικά στην τρέχουσα ενότητα, συγκρίνονται ξεχωριστά με το Max-DGWMA διάγραμμα.

Η απόδοση των Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30\}$ παρουσιάζεται στους Πίνακες A.5 - A.8 και A.1 - A.4 στο Παράρτημα A, αντίστοιχα, λόγω $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Οι Πίνακες A.5 - A.12 στο Παράρτημα A, παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές των Max-GWMA

και SS-DGWMA διαγραμμάτων με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$. Επίσης, οι πολλαπλασιαστές των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$ και τις προαναφερθείσες q , α και λ τιμές. Σύμφωνα με τους Πίνακες A.1 - A.12 στο Παράρτημα A, οι μικρότερες ARL και SDRL τιμές αντιστοιχούν στο $\lambda = 0.05$ για τα Max-EWMA και Max-DEWMA διαγράμματα και στο $q = 0.95$ για τα Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Ως εκ τούτου, για λόγους σύγκρισης, ο Πίνακας 3.3 παρουσιάζει τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές των Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων με $q = 0.95$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$ και των Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων με $\lambda = 0.05$ (δηλαδή οι στήλες που αντιστοιχούν στα Max-GWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 1.00$) και Max-DGWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 1.00$) διαγράμματα) για αντιπροσωπευτικές μικρές έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, όπως $\delta \in \{0.00, 0.10, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00\}$ και $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.95, 1.00, 1.05, 1.25, 1.50\}$.

3.5.1 Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-EWMA διαγράμματος

Σύμφωνα με τον Πίνακα 3.3, καθώς και τους Πίνακες A.1 - A.4 και A.5 - A.8 στο Παράρτημα A, παρατηρούμε ότι το Max-DGWMA διάγραμμα υπερέχει του Max-EWMA διαγράμματος για τα περισσότερα από τα εξεταζόμενα σενάρια συνδυασμών μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα, το Max-DGWMA διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 και $SDRL_1$ τιμές για την παρακολούθηση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας ($\delta \leq 2.00$) και όλων των θεωρούμενων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Ωστόσο, για καθορισμένες λ και q τιμές, υπάρχουν συνδυασμοί μετατοπίσεων ($\delta \leq 0.50$, $\rho \geq 1.25$) στους οποίους το Max-EWMA διάγραμμα έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές από το Max-DGWMA ($q, \alpha \in [1.00, 1.10]$) διάγραμμα. Για παράδειγμα, για $(\delta, \rho) = (0.10, 1.25)$ το Max-DGWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 1.10$) διάγραμμα έχει $SDRL_1 = 12.13$, ενώ το Max-EWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα έχει $SDRL_1 = 11.13$. Για μεγαλύτερες μετατοπίσεις μεγέθους $\delta > 2.00$ στο μέσο της διεργασίας και για $0.25 \leq \rho \leq 1.25$ στη μεταβλητότητα της διεργασίας, τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια απόδοση, ενώ για $\rho > 1.25$ το Max-DGWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό.

3.5.2 Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος

Ο Πίνακας 3.3, καθώς και οι Πίνακες A.1 - A.4 στο Παράρτημα A επισημαίνουν ότι το Max-DGWMA διάγραμμα με $\alpha < 1.00$ είναι ανώτερο του Max-DEWMA διαγράμματος (δηλαδή Max-DGWMA ($q = 1 - \lambda, \alpha = 1.00$)), καθώς έχει χαμηλότερες ARL_1 και $SDRL_1$ τιμές για την παρακολούθηση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας ($\delta \leq 2.00$) και όλων των εξεταζόμενων μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Για παράδειγμα, οι ARL_1 τιμές των Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$) και Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$) διαγραμμάτων για $(\delta, \rho) = (0.10, 0.95)$ είναι 35.39 και 71.20, αντίστοιχα. Ωστόσο, το Max-DGWMA ($q, \alpha = 1.10$) διάγραμμα είναι λιγότερο αποτελεσματικό από το Max-DEWMA διάγραμμα για τις ίδιες ποσότητες μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας (δηλαδή ($\delta \leq 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$)). Τέλος, για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο ($\delta > 2.00$) της διεργασίας και ανεξάρτητα από το μέγεθος της μετατόπισης στη μεταβλητότητα της διεργασίας, τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια απόδοση.

3.5.3 Max-DGWMA διάγραμμα έναντι του Max-GWMA διαγράμματος

Από τον Πίνακα 3.3, καθώς και τους Πίνακες A.1 - A.4 και A.5 - A.8 στο Παράρτημα A παρατηρούμε ότι το Max-DGWMA διάγραμμα φαίνεται να υπερέχει του Max-GWMA διαγράμματος για τις περισσότερες από τις μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας και για τα δύο μέτρα. Συγκεκριμένα, το Max-DGWMA διάγραμμα έχει μικρότερα ARL_1 και $SDRL_1$ για την παρακολούθηση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας ($\delta \leq 2.00$) και όλων των ανοδικών και καθοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Ωστόσο, για καθορισμένα q και $\alpha \in [1.00, 1.10]$, το Max-GWMA διάγραμμα έχει μικρότερες $SDRL_1$ τιμές από το Max-DGWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και μέτριες έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($\delta \leq 0.50, \rho \geq 1.25$). Εν τέλει, το προτεινόμενο διάγραμμα και το Max-GWMA διάγραμμα αποδίδουν παρόμοια για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας ($\delta > 2.00$) και για καθοδικές έως μικρές ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($0.25 \leq \rho \leq 1.25$), ενώ για $\delta > 2.00$ και $\rho > 1.25$ το Max-DGWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο.

3.5.4 Max–DGWMA διάγραμμα έναντι του SS–DGWMA διαγράμματος

Οι Huang, Tai και Lu (2014) πρότειναν το SS–DGWMA διάγραμμα, ως επέκταση του SS–GWMA (Huang 2014) διαγράμματος, χρησιμοποιώντας τη DGWMA τεχνική. Τα δύο αντίστοιχα DGWMA στατιστικά, G_{i3} και G_{i4} , δίνονται από τις Εξισώσεις (3.19) και (3.20).

Το SS–DGWMA στατιστικό ορίζεται ως:

$$SSDG_i = G_{i3}^2 + G_{i4}^2, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.32)$$

Αφού το στατιστικό $SSDG_i$ είναι μη αρνητικό, το SS–DGWMA διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{SSDG}) (Huang, Tai και Lu 2014), το οποίο ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} UCL_{SSDG} &= E(SSDG_i) + L_2 \sqrt{Var(SSDG_i)} \\ &= 2(1 + L_2) \sum_{j=1}^i w_j^2, \end{aligned} \quad (3.33)$$

όπου $E(SSDG_i) = 2 \sum_{j=1}^i w_j^2$ και $Var(SSDG_i) = 4(\sum_{j=1}^i w_j^2)^2$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού $SSDG_i$, αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$ και $L_2 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό $SSDG_i$ υπερβαίνει το UCL_{SSDG} , ή όταν ένα δειγματικό σημείο (G_{i3}, G_{i4}) σχεδιάζεται έξω από την κυκλική περιοχή ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{UCL_{SSDG}}$. Να σημειωθεί ότι το SS–DGWMA διάγραμμα ανάγεται στο SS–DEWMA (Teh, Khoo και Wu 2011) διάγραμμα, όταν $\alpha = 1$ και $q = 1 - \lambda$.

Ο Πίνακας 3.3, καθώς και οι Πίνακες A.1 - A.4 και A.9 - A.12 στο Παράρτημα A, αποκαλύπτουν ότι τα ανταγωνιστικά διαγράμματα έχουν συγκρίσιμη απόδοση. Το Max–DGWMA είναι πιο ευαίσθητο για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($(\delta = 0.00, \rho < 0.95)$ και $(0.10 \leq \delta \leq 0.25, 0.25 \leq \rho < 0.75)$) και για μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($0.50 \leq \delta \leq 1.50, 0.95 \leq \rho \leq 1.05$). Ωστόσο, το SS–DGWMA διάγραμμα αποδίδει καλύτερα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα, δηλαδή ($\delta \leq 0.25, 0.95 < \rho \leq 1.75$) και $(0.10 \leq \delta \leq 0.25, 0.75 \leq \rho \leq 0.95)$. Επίσης, είναι πιο αποτελεσματικό όταν $(0.50 \leq \delta \leq 1.00, 0.25 \leq \rho \leq 0.75)$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα Max–DGWMA και SS–DGWMA διαγράμματα αποδίδουν σχεδόν παρόμοια,

με το τελευταίο να είναι ελαφρώς καλύτερο, όταν $0.00 \leq \delta < 2.00$ και $\rho \geq 2.00$. Τέλος, και τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια απόδοση στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο και μικρών έως μεγάλων ανοδικών και καθοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα, δηλαδή ($\delta \geq 1.50, \rho \leq 0.95$) και ($\delta \geq 2.00, \rho \geq 1.00$).

Επιπρόσθετα, οι τιμές με έντονη γραφή στους Πίνακες A.4, A.8 και A.12 στο Παράρτημα A, και στον Πίνακα 3.3 αντιστοιχούν στις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε συνδυασμό μετατοπίσεων των Max-DGWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων, ενώ τα μικρότερα ARL_1 αποτελέσματα των Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων αντιστοιχούν στο $\lambda = 0.05$ (βλέπε Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.00$) και Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.00$), αντίστοιχα, στους προαναφερθέντες Πίνακες). Σύμφωνα με τις μικρότερες ARL_1 τιμές αυτών των Πινάκων, και ειδικά από τον Πίνακα 3.3, το Max-DGWMA διάγραμμα υπερτερεί των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων για τις περισσότερες από τις (δ, ρ) περιπτώσεις. Επιπρόσθετα, το προτεινόμενο διάγραμμα φαίνεται να είναι πιο ευαίσθητο για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα ($\delta \leq 1.50, 0.50 \leq \rho \leq 1.50$). Να σημειωθεί ότι οι βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων μπορούν εύκολα να ληφθούν από αυτούς τους Πίνακες, για κάθε συνδυασμό μετατοπίσεων. Για παράδειγμα, οι ARL_1 τιμές για $(\delta, \rho) = (0.50, 0.95)$, των βέλτιστων Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων, είναι 6.69, 5.81 και 6.65, αντίστοιχα, όταν ($\lambda = 0.05, K_1 = 2.770$), ($\lambda = 0.05, K_2 = 1.898$) και ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L_1 = 2.792$) (βλέπε Πίνακα 3.3).

Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα συμπεράσματα, τα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα παρουσιάζουν συγκρίσιμη απόδοση. Προκειμένου να επεκτείνουμε τις συγκρίσεις μεταξύ αυτών των διαγραμμάτων, ο Πίνακας 3.4 παρουσιάζει τους (q, α, L_2) συνδυασμούς και τα αντίστοιχα ARL αποτελέσματα των βέλτιστων Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα αυτού του πίνακα, είναι προφανές ότι το Max-DGWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($\delta \leq 0.25, 0.25 \leq \rho \leq 0.75$). Από την άλλη πλευρά, το SS-DGWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μέτριες καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta \leq 0.50, 0.75 < \rho \leq 1.75$). Επιπλέον,

και τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για την πλειονότητα των συνδυασμών μετατοπίσεων, δηλαδή ($\delta \leq 1.00, \rho \geq 2.00$) και ($\delta > 1.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$).

Δεδομένου ότι ενδιαφερόμαστε για ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, είναι επίσης χρήσιμο να μετρήσουμε και τη συνολική απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιούμε το RMI (Han και Tsung 2006) μέτρο, το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$RMI = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{ARL(\delta_i, \rho_i) - ARL^*(\delta_i, \rho_i)}{ARL^*(\delta_i, \rho_i)}, \quad (3.34)$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των θεωρούμενων μετατοπίσεων, $ARL(\delta_i, \rho_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$ είναι η ARL_1 τιμή ενός διαγράμματος για έναν συγκεκριμένο συνδυασμό μετατοπίσεων (δ_i, ρ_i) και $ARL^*(\delta_i, \rho_i)$ είναι η μικρότερη ARL_1 τιμή μεταξύ όλων των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων για τον συγκεκριμένο συνδυασμό μετατοπίσεων (δ_i, ρ_i) . Σύμφωνα με αυτόν τον δείκτη, ένα διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη RMI τιμή θεωρείται καλύτερο στη συνολική του απόδοση. Ο Πίνακας 3.5 παρουσιάζει τις RMI τιμές λαμβάνοντας υπόψη τις ARL_1 τιμές που παρουσιάζονται στους Πίνακες A.1 - A.12 του Παραρτήματος A, για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα, όταν $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30\}$, $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$, σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) , όπου $0.00 \leq \delta \leq 3.00$, και $0.25 \leq \rho \leq 3.00$. Σχετικά με αυτό το μέτρο απόδοσης, ο Πίνακας 3.5 αποκαλύπτει ότι τα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha \in [0.50, 0.60]$ έχουν την καλύτερη συνολική απόδοση ($RMI \leq 0.05$). Πρέπει να σημειωθεί ότι τα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα παρουσιάζουν σχεδόν παρόμοια συνολική απόδοση, με το τελευταίο να είναι ελαφρώς καλύτερο. Για παράδειγμα, η RMI τιμή του Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$) διαγράμματος ισούται με 0.03, ενώ οι RMI τιμές για τα Max-EWMA ($\lambda = 0.05$), Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$), Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha \in [0.80, 0.90]$) και SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$) διαγράμματα είναι 0.42, 0.26, 0.40 και 0.02, αντίστοιχα. Επίσης, τα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα είναι ανώτερα των Max-EWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων, για όλες τις εξεταζόμενες λ και (q, α) τιμές, σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων. Τέλος, τόσο το προτεινόμενο διάγραμμα όσο και το SS-DGWMA με $q \in [0.70, 0.95]$ και $\alpha \in [0.50, 0.90]$ έχουν καλύτερη συνολική απόδοση από το Max-DEWMA διάγραμμα, ενώ για $\alpha = 1.10$ συμβαίνει το αντίθετο.

Πίνακας 3.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

δ	ρ	Max-GWMA ($q = 0.95$)										Max-DGWMA ($q = 0.95$)										SS-DGWMA ($q = 0.95$)											
		$L_1 = 3.230$					$L_2 = 1.587$					$L_2 = 1.551$					$L_2 = 1.551$					$L_2 = 1.551$					$L_2 = 1.551$						
		$\alpha = 0.50$	0.70	0.80	0.90	1.00*	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00**	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10					
0.00	0.25	2.13	3.0795	1.95	1.84	1.77	1.73	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71					
		(0.72)	(0.63)	(0.58)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)					
0.50		5.78	4.99	4.99	4.50	4.22	4.07	4.02	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03					
		(2.43)	(2.08)	(1.87)	(1.75)	(1.70)	(1.70)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)				
0.95		196.19	182.09	180.66	191.38	207.10	229.28	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04	252.04				
		(162.80)	(158.57)	(164.26)	(180.91)	(199.78)	(225.33)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)	(251.59)				
1.00		370.37	370.10	370.88	370.41	370.10	370.29	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80	370.80			
		(401.27)	(407.91)	(405.85)	(395.03)	(388.62)	(384.83)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)	(384.43)			
1.05		135.18	129.25	130.64	137.13	146.75	157.41	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12	166.12			
		(122.79)	(123.37)	(128.33)	(137.52)	(149.46)	(160.74)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)	(168.73)			
1.25		15.60	14.25	13.59	13.46	13.74	14.21	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68			
		(11.88)	(11.23)	(11.02)	(11.13)	(11.43)	(11.81)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)	(12.32)			
1.50		5.37	4.97	4.73	4.66	4.68	4.79	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93	4.93			
		(3.86)	(3.63)	(3.51)	(3.53)	(3.61)	(3.74)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)	(3.86)		
0.10	0.25	2.13	1.95	1.84	1.77	1.73	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71			
		(0.72)	(0.63)	(0.58)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)		
0.50		5.78	4.99	4.50	4.22	4.07	4.02	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03		
		(2.43)	(2.08)	(1.87)	(1.75)	(1.70)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.67)	
0.95		92.07	81.79	78.26	79.72	85.26	94.41	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25	106.25		
		(66.70)	(61.55)	(61.43)	(65.05)	(73.25)	(84.32)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	(99.39)	
1.00		93.83	85.53	82.79	85.49	91.09	100.52	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60	111.60		
		(73.03)	(69.02)	(69.70)	(74.44)	(82.41)	(94.67)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	(107.44)	
1.05		70.64	64.55	63.09	64.85	68.71	74.69	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	81.04	
		(57.45)	(54.47)	(54.80)	(57.63)	(62.51)	(70.50)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)	(78.13)
1.25		14.71	13.51	12.86	12.77	12.99	13.47	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	13.90	
		(11.09)	(10.48)	(10.31)	(10.47)	(10.74)	(11.13)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)	(11.48)
1.50		5.28	4.90	4.68	4.60	4.62	4.72	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	4.84	
		(3.79)	(3.56)	(3.45)	(3.47)	(3.56)	(3.67)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)	(3.79)

*Max-EWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda, \alpha = 1.00$). **Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda, \alpha = 1.00$).

Πίνακας 3.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

δ	ρ	Max-GWMA ($q = 0.95$)										Max-DGWMA ($q = 0.95$)										SS-DGWMA ($q = 0.95$)															
		$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00*	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00**	1.10	1.10	1.10	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10								
0.50	0.25	2.13	1.95	1.84	1.77	1.73	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71								
		(0.72)	(0.63)	(1.68)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)								
0.50	0.50	5.61	4.81	4.32	4.02	3.87	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83								
		(2.25)	(1.89)	(1.68)	(1.56)	(1.50)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)	(1.48)							
0.95	0.95	8.75	7.69	7.07	6.77	6.65	6.69	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77	6.77							
		(4.86)	(4.32)	(4.03)	(3.92)	(3.90)	(3.94)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)	(4.00)						
1.00	1.00	8.52	7.53	6.95	6.69	6.60	6.64	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74	6.74						
		(4.97)	(4.44)	(4.16)	(4.05)	(4.05)	(4.10)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)	(4.17)					
1.05	1.05	8.21	7.34	6.83	6.57	6.50	6.57	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68	6.68					
		(5.00)	(4.52)	(4.27)	(4.17)	(4.16)	(4.25)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)	(4.33)				
1.25	1.25	6.36	5.82	5.50	5.36	5.34	5.45	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57	5.57					
		(4.26)	(3.96)	(3.82)	(3.80)	(3.85)	(3.95)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)	(4.04)				
1.50	1.50	3.96	3.68	3.51	3.44	3.44	3.50	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58				
		(2.70)	(2.53)	(2.45)	(2.46)	(2.50)	(2.58)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)	(2.67)			
1.00	0.25	2.04	1.86	1.76	1.71	1.68	1.67	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66				
		(0.63)	(0.53)	(0.48)	(0.47)	(0.47)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.48)			
0.50	0.50	2.73	2.43	2.23	2.12	2.06	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03	2.03			
		(0.91)	(0.79)	(0.70)	(0.66)	(0.63)	(0.62)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.63)		
0.95	0.95	2.73	2.52	2.36	2.27	2.22	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21	2.21		
		(1.40)	(1.26)	(1.17)	(1.12)	(1.09)	(1.09)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	(1.10)	
1.00	1.00	2.73	2.52	2.37	2.28	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	2.23	
		(1.44)	(1.29)	(1.21)	(1.16)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)	(1.14)
1.05	1.05	2.72	2.51	2.37	2.28	2.25	2.24	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	
		(1.48)	(1.34)	(1.25)	(1.20)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)	(1.18)
1.25	1.25	2.61	2.44	2.33	2.26	2.22	2.23	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	
		(1.53)	(1.41)	(1.34)	(1.30)	(1.29)	(1.30)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)	(1.34)
1.50	1.50	2.33	2.20	2.11	2.06	2.04	2.05	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	
		(1.43)	(1.33)	(1.27)	(1.25)	(1.25)	(1.27)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)	(1.31)

*Max-EWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda$, $\alpha = 1.00$). **Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda$, $\alpha = 1.00$).

Πίνακας 3.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-GWMA, Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.50, \dots, 1.10$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

δ	ρ	Max-GWMA ($q = 0.95$)										Max-DGWMA ($q = 0.95$)										SS-DGWMA ($q = 0.95$)									
		$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00*	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00**	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	$\alpha = 0.50$	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10		
1.50	0.25	1.11	1.05	1.02	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01		
		(0.31)	(0.23)	(0.15)	(0.11)	(0.10)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)	(0.09)			
	0.50	1.29	1.23	1.18	1.15	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13			
		(0.46)	(0.42)	(0.38)	(0.36)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)			
	0.95	1.45	1.39	1.35	1.32	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30			
		(0.62)	(0.58)	(0.54)	(0.52)	(0.51)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)			
	1.00	1.46	1.41	1.36	1.33	1.32	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31			
		(0.64)	(0.59)	(0.56)	(0.54)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.52)			
	1.05	1.47	1.42	1.38	1.35	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33			
		(0.66)	(0.61)	(0.57)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)			
	1.25	1.52	1.46	1.42	1.39	1.38	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37			
		(0.73)	(0.67)	(0.63)	(0.61)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.60)			
	1.50	1.51	1.46	1.42	1.40	1.39	1.38	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39			
		(0.76)	(0.71)	(0.68)	(0.66)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.65)			
	2.00	2.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00			
	0.25	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)			
	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00			
		(0.05)	(0.04)	(0.03)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)			
	0.95	1.07	1.06	1.05	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04			
		(0.26)	(0.24)	(0.22)	(0.21)	(0.20)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)	(0.19)			
	1.00	1.08	1.07	1.06	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05			
		(0.28)	(0.26)	(0.24)	(0.22)	(0.22)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.21)			
	1.05	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06			
		(0.29)	(0.28)	(0.26)	(0.24)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.23)			
	1.25	1.14	1.12	1.10	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09			
		(0.37)	(0.34)	(0.32)	(0.30)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)	(0.29)			
	1.50	1.18	1.16	1.14	1.13	1.13	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12			
		(0.42)	(0.39)	(0.38)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.36)			

**Max-EWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda, \alpha = 1.00$). **Max-DGWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα ($q = 1 - \lambda, \alpha = 1.00$).

Πίνακας 3.4: (q, α, L_2) συνδυασμοί και τα αντίστοιχα ARL αποτελέσματα για τα βέλτιστα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα, για διάφορους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$.

ρ		δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
0.25	Max-DGWMA	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		1.13	1.13	1.13	1.13	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		1.22	1.21	1.18	1.08	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	Max-DGWMA	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		2.47	2.47	2.46	2.22	1.27	1.00	1.00	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		2.67	2.62	2.42	1.88	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00
0.75	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		8.56	8.27	6.57	3.42	1.42	1.04	1.00	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		8.83	8.16	5.84	3.12	1.40	1.04	1.00	1.00	1.00
0.95	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		87.94	35.39	10.57	3.85	1.52	1.08	1.00	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		87.72	34.17	10.34	3.81	1.52	1.08	1.01	1.00	1.00
1.00	Max-DGWMA		(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
			38.48	10.53	3.85	1.53	1.09	1.01	1.00	1.00
	SS-DGWMA		(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
			38.32	10.34	3.82	1.54	1.10	1.01	1.00	1.00
1.05	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		65.65	29.11	9.79	3.79	1.55	1.10	1.01	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		64.31	28.12	9.49	3.73	1.54	1.10	1.01	1.00	1.00
1.25	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)
		6.60	6.25	4.96	3.11	1.55	1.14	1.02	1.00	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		6.37	5.99	4.69	2.95	1.52	1.13	1.02	1.00	1.00
1.50	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)
		2.72	2.68	2.53	2.15	1.46	1.15	1.04	1.01	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.70,1.485)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		2.61	2.57	2.42	2.05	1.33	1.14	1.03	1.01	1.00
1.75	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)
		1.79	1.79	1.75	1.64	1.34	1.14	1.05	1.01	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		1.73	1.72	1.69	1.58	1.30	1.13	1.04	1.01	1.00
2.00	Max-DGWMA	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)
		1.44	1.43	1.42	1.37	1.23	1.12	1.05	1.02	1.00
	SS-DGWMA	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		1.40	1.40	1.38	1.34	1.21	1.11	1.04	1.01	1.00
2.50	Max-DGWMA	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)
		1.16	1.17	1.16	1.15	1.11	1.07	1.04	1.02	1.01
	SS-DGWMA	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		1.15	1.15	1.15	1.14	1.10	1.07	1.03	1.02	1.01
3.00	Max-DGWMA	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.60,1.498)	(0.95,0.50,1.587)
		1.08	1.08	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1.02	1.01
	SS-DGWMA	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.60,1.432)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)	(0.95,0.50,1.551)
		1.07	1.07	1.07	1.06	1.05	1.04	1.02	1.01	1.01

Πίνακας 3.5: Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.

	RMI	RMI	RMI	RMI	RMI	RMI	
Max-EWMA ($\lambda = 0.05$)	0.42	Max-EWMA ($\lambda = 0.10$)	0.54	Max-EWMA ($\lambda = 0.20$)	0.74	Max-EWMA ($\lambda = 0.30$)	0.94
Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$)	0.26	Max-DEWMA ($\lambda = 0.10$)	0.39	Max-DEWMA ($\lambda = 0.20$)	0.54	Max-DEWMA ($\lambda = 0.30$)	0.66
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$)	0.59	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50$)	0.66	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50$)	0.78	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50$)	0.97
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.49	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.58	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.73	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	0.88
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.43	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.54	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.70	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	0.87
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.40	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.52	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.70	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	0.86
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.40	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.53	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.71	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	0.91
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.44	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.57	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	0.77	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	0.98
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$)	0.02	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50$)	0.15	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50$)	0.34	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50$)	0.48
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.03	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.16	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.35	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	0.47
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.05	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.20	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.37	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	0.49
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.12	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.24	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.41	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	0.52
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.18	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.30	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.45	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	0.57
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.00$)	0.24	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.00$)	0.36	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.00$)	0.50	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.00$)	0.62
SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.31	SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.42	SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	0.55	SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	0.67
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$)	0.03	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50$)	0.18	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50$)	0.38	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50$)	0.52
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.04	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.18	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.38	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	0.51
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.08	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.22	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.40	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	0.53
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.13	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.27	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.44	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	0.56
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.20	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.33	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.49	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	0.61
Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.33	Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.45	Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	0.60	Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	0.73

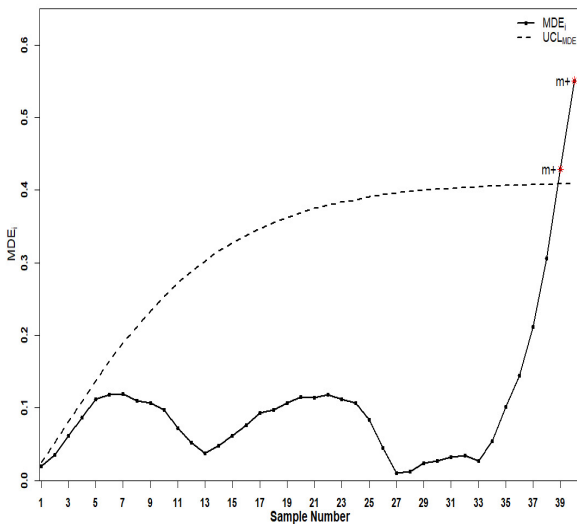
3.6 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Στη βιβλιογραφία του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών, είναι σύνηθες να θεωρούμε είτε ένα πραγματικό είτε ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων για να απεικονίσουμε την εφαρμογή ενός διαγράμματος ελέγχου. Εδώ, ένα πραγματικό σύνολο δεδομένων λαμβάνεται από τον Montgomery (2003), έτσι ώστε να καταδειχθεί η πρακτική σημασία και οι ικανότητες ανίχνευσης του προτεινόμενου διαγράμματος έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος. Ο στόχος είναι να καθιερωθεί ο στατιστικός έλεγχος για μία παραγωγική διεργασία, όπου οι μετρήσεις της εσωτερικής διαμέτρου (σε mm) ενός δακτυλίου εμβόλου κινητήρα αυτοκινήτου θεωρούνται ως το ποιοτικό χαρακτηριστικό. Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 40 δείγματα, καθένα με μέγεθος δείγματος $n = 5$. Τα πρώτα 25 δείγματα (βλέπε Πίνακα 6.3 του Montgomery (2003)) αντιπροσωπεύουν τις παρατηρήσεις της Φάσης I. Οι εκτιμήσεις της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας είναι 74.001mm και 0.01mm, αντίστοιχα. Τα τελευταία 15 δείγματα (βλέπε Πίνακα 6E.8 του Montgomery (2003)) για τη διεργασία του δακτυλίου εμβόλου ελήφθησαν μετά τη δημιουργία των αρχικών διαγραμμάτων ελέγχου (Φάση II). Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα Max-DEWMA και Max-DGWMA διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα άνω όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$, και $(q, \alpha, L_2) = (0.90, 0.50, 2.145)$, αντίστοιχα. Οι υπολογισμένες τιμές των στατιστικών των διαγραμμάτων παρέχονται στον Πίνακα 3.6, ενώ τα διαγράμματα ελέγχου παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.3 και 3.4. Είναι φανερό ότι τα διαγράμματα ελέγχου δεν δίνουν εκτός ελέγχου σήματα χρησιμοποιώντας τα πρώτα 25 δείγματα, το οποίο σημαίνει ότι η διεργασία παραμένει στην εντός ελέγχου κατάσταση. Ωστόσο, για τα υπόλοιπα δείγματα, και τα δύο διαγράμματα δίνουν εκτός ελέγχου σήματα για να υποδείξουν ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου. Παρατηρούμε ότι το Max-DGWMA διάγραμμα ενεργοποιεί το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 37^ο δείγμα, ενώ το Max-DEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 39^ο δείγμα. Σύμφωνα με τον Πίνακα 3.2, τα εκτός ελέγχου δείγματα 39 - 40 για το Max-DEWMA διάγραμμα και τα 37 - 40 για το Max-DGWMA διάγραμμα σχετίζονται με μία αύξηση στο μέσο της διεργασίας και φέρουν τον συμβολισμό “m+” στα Σχήματα 3.3 και 3.4. Ως εκ τούτου, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το Max-DEWMA διάγραμμα.

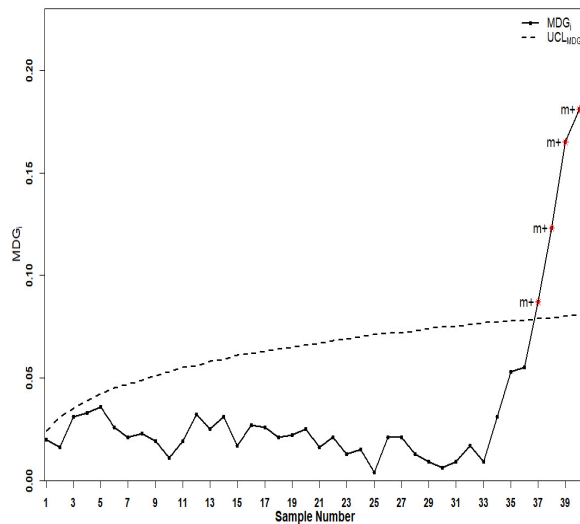
Πίνακας 3.6: Λεπτομέρειες υπολογισμού των Max-DEWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα διαμέτρου δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.

Δείγμα,		Max-DEWMA		Max-DGWMA		Δείγμα,		Max-DEWMA		Max-DGWMA	
i	MDE_i	UCL_{MDE}	MDG_i	UCL_{MDG}	i	MDE_i	UCL_{MDE}	MDG_i	UCL_{MDG}		
1	0.020	0.025	0.020	0.024	21	0.114	0.375	0.016	0.067		
2	0.035	0.052	0.016	0.031	22	0.118	0.379	0.021	0.068		
3	0.062	0.081	0.031	0.035	23	0.112	0.384	0.013	0.069		
4	0.087	0.109	0.033	0.039	24	0.107	0.387	0.015	0.070		
5	0.112	0.137	0.036	0.042	25	0.084	0.391	0.004	0.071		
6	0.118	0.164	0.026	0.045	26	0.045	0.394	0.021	0.072		
7	0.119	0.189	0.021	0.047	27	0.010	0.396	0.021	0.072		
8	0.110	0.212	0.023	0.049	28	0.012	0.398	0.013	0.073		
9	0.107	0.234	0.019	0.051	29	0.024	0.400	0.009	0.074		
10	0.097	0.254	0.011	0.053	30	0.027	0.402	0.006	0.075		
11	0.072	0.272	0.019	0.055	31	0.032	0.403	0.009	0.075		
12	0.052	0.288	0.032	0.056	32	0.034	0.404	0.017	0.076		
13	0.037	0.302	0.025	0.058	33	0.027	0.405	0.009	0.077		
14	0.048	0.316	0.031	0.059	34	0.054	0.406	0.031	0.077		
15	0.061	0.327	0.017	0.061	35	0.101	0.407	0.053	0.078		
16	0.076	0.338	0.027	0.062	36	0.144	0.407	0.055	0.078		
17	0.093	0.347	0.026	0.063	37	0.212	0.408	0.087	0.079		
18	0.097	0.355	0.021	0.064	38	0.306	0.408	0.123	0.079		
19	0.107	0.363	0.022	0.065	39	0.429	0.409	0.165	0.080		
20	0.115	0.369	0.025	0.066	40	0.551	0.409	0.181	0.081		

Τα εκτός ελέγχου σήματα είναι με έντονη γραφή.



Σχήμα 3.3: Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$ όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.



Σχήμα 3.4: Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_2) = (0.90, 0.50, 2.145)$ όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 3.6.

3.7 Συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη εισάγει ένα single διάγραμμα ελέγχου για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Το προτεινόμενο διάγραμμα επεκτείνει το single Max-GWMA διάγραμμα σε ένα single Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου, συνδυάζει δύο DGWMA διαγράμματα σε ένα single διάγραμμα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Το νέο διάγραμμα αξιολογείται ως προς τα ARL και SDRL μέτρα. Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ότι για μία δεδομένη τιμή του α (q), η απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς το q (α) αυξάνεται (μειώνεται). Το Max-DGWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα ($0.00 \leq \delta \leq 1.00$, $0.50 \leq \rho \leq 1.50$), ενώ παρουσιάζει καλύτερη συνολική απόδοση του μήκους ροής όταν $q = 0.95$ και $\alpha \in [0.50, 0.60]$. Επιπλέον, είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας ανεξάρτητα από το μέγεθος της μετατόπισης στο μέσο της διεργασίας και η απόδοση του μήκους ροής του Max-DGWMA διαγράμματος επηρεάζεται από το μέγεθος του δείγματος.

Επιπλέον, το Max-DGWMA διάγραμμα συγκρίνεται με υπάρχοντα διαγράμματα, όπως τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα, μέσω των ARL και SDRL μέτρων. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα υπερέχει των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων όσον αφορά την ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και όλων των θεωρούμενων μετατοπίσεων στη διασπορά ($\delta \leq 2.00$, $0.25 \leq \rho \leq 3.00$), ενώ αποδίδουν παρόμοια για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο. Ωστόσο, για $\alpha \in [1.00, 1.10]$, τα Max-EWMA και Max-GWMA διαγράμματα έχουν χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές όταν ($\delta \leq 0.50$, $\rho \geq 1.25$), ενώ για $\alpha > 1.00$ το Max-DEWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από το προτεινόμενο διάγραμμα. Επιπλέον, τα Max-DGWMA και SS-DGWMA διαγράμματα είναι συγκρίσιμα. Συγκεκριμένα, παρουσιάζουν παρόμοια απόδοση για ($\delta \geq 1.50$, $0.25 \leq \rho \leq 3.00$) και ($0.00 \leq \delta \leq 3.00$, $\rho \geq 2.00$). Ωστόσο, το πρώτο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο για μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα, καθώς και για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα, ενώ το τελευταίο είναι καλύτερο για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και

μικρές καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά. Επιπλέον, σύμφωνα με το RMI μέτρο, το Max-DGWMA διάγραμμα είναι ανώτερο των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων, ενώ είναι ελαφρώς λιγότερο ευαίσθητο από το SS-DGWMA διάγραμμα για την ανίχνευση ενός μεγάλου εύρους μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά ($0.00 \leq \delta \leq 3.00$, $0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Τέλος, παρέχεται μία ενδεικτική εφαρμογή για την επεξήγηση της υλοποίησης του προτεινόμενου διαγράμματος.

Το Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρακινούμενοι από τις μελέτες των Xie (1999), Chen, Cheng και Xie (2001), Khoo, Teh και Wu (2010), καθώς και των Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021), παρουσιάζουμε ένα single TEWMA διάγραμμα ελέγχου, το οποίο καλείται Max-TEWMA (Maximum Triple Exponentially Weighted Moving Average, Maximum TEWMA) διάγραμμα, για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Μία μελέτη σύγκρισης απόδοσης του Max-TEWMA διαγράμματος διεξάγεται, χρησιμοποιώντας τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας διάφορα ευρέως διαδεδομένα στη βιβλιογραφία μέτρα απόδοσης. Οι συγκρίσεις δείχνουν ότι το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα είναι αποδοτικό στην ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα.

Το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου οργανώνεται ως εξής: Στην Ενότητα 4.2, παρουσιάζουμε το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου. Στην ενότητα αυτή συμπεριλαμβάνονται εν συντομία μερικές τεχνικές λεπτομέρειες σχετικά με την εξαγωγή του ορίου ελέγχου του Max-TEWMA διαγράμματος, καθώς και τη διαδικασία κατασκευής του. Μία μελέτη αξιολόγησης της απόδοσης του προτεινόμενου διαγράμματος διενεργείται στην Ενότητα 4.3 και στη συνέχεια, η Ενότητα 4.4 παρέχει τη μελέτη σύγκρισης του Max-TEWMA διαγράμματος με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα. Στην Ενότητα 4.5 παρουσιάζονται

δύο επεξηγηματικές εφαρμογές του Max-TEWMA διαγράμματος και στην Ενότητα 4.6 δίνονται τα συμπεράσματα του τρέχοντος κεφαλαίου.

4.2 Το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε το single Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και/ή της μεταβλητότητας της διεργασίας. Έστω $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots$ είναι ένα δείγμα n_i ανεξάρτητων κανονικών, $N(\mu_0 + \delta\sigma_0, \rho^2\sigma_0^2)$, τυχαίων μεταβλητών, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας, αντίστοιχα, και i είναι ο αριθμός του δείγματος. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου αν $\delta = 0$ και $\rho = 1$, διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, και τότε, $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Μας ενδιαφέρει ο εντοπισμός μίας μετατόπισης στη μέση τιμή της διεργασίας και/ή στη διακύμανση της διεργασίας από τις εντός ελέγχου μ_0 και σ_0^2 τιμές στις εκτός ελέγχου $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1^2 = \rho^2\sigma_0^2$ τιμές.

Από τα δύο EWMA στατιστικά Y_{i1} και Z_{i1} που δίνονται στις Εξισώσεις (3.5) και (3.6), αντίστοιχα, και τα δύο DEWMA στατιστικά Y_{i2} και Z_{i2} που δίνονται στις Εξισώσεις (3.9) και (3.10), αντίστοιχα, τα δύο αντίστοιχα TEWMA στατιστικά μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$Y_{i3} = (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} + \lambda Y_{i2}, \quad (4.1)$$

$$Z_{i3} = (1 - \lambda)Z_{(i-1)3} + \lambda Z_{i2}, \quad (4.2)$$

για $i = 1, 2, \dots$, όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $Y_{03} = Z_{03} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i3} και Z_{i3} . Παρόμοια, αφού τα στατιστικά Y_{i2} και Z_{i2} είναι ανεξάρτητα, οι τυχαίες μεταβλητές Y_{i3} και Z_{i3} είναι επίσης ανεξάρτητες. Στο εξής, όπως οι Khoo, Teh και Wu (2010), υποθέτουμε ότι οι παράμετροι εξομάλυνσης των στατιστικών Y_{ik} και Z_{ik} , $k = 1, 2, 3$ είναι ίσοι μεταξύ τους.

Ως εκ τούτου, τα δύο TEWMA στατιστικά στις Εξισώσεις (4.1) και (4.2) συνδυάζονται στο ακόλουθο Max-TEWMA στατιστικό:

$$MTE_i = \max\{|Y_{i3}|, |Z_{i3}|\}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (4.3)$$

Αν η μέση τιμή και/ή η διακύμανση της διεργασίας έχουν μετατοπιστεί από τις αντίστοιχες τιμές στόχους τους, η τιμή του MTE_i θα είναι μεγάλη, διαφορετικά, θα είναι μικρή. Παρόμοια με τα Max-EWMA και Max-DEWMA στατιστικά, το στατιστικό MTE_i

είναι μη αρνητικό. Το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{MTE}), το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$UCL_{MTE} = E(MTE_i) + K_3 \sqrt{Var(MTE_i)}, \quad (4.4)$$

όπου $E(MTE_i)$ και $Var(MTE_i)$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού MTE_i , αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$ και $K_3 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Ένας τύπος που μπορεί να επιταχύνει τον υπολογισμό του ορίου UCL_{MTE} για το Max-TEWMA διάγραμμα, βάσει των επιθυμητών τιμών των παραμέτρων λ και K_3 , είναι ο ακόλουθος:

$$UCL_{MTE} = (1.12838 + 0.60281K_3)\sqrt{c_{i3}}, \quad (4.5)$$

όπου

$$c_{i3} = c_{31} + c_{32}(i),$$

$$\begin{aligned} c_{31} &= \frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2}, \\ c_{32}(i) &= -\frac{\theta^3\lambda^6}{4} \left[\frac{i(i^2-1)(i-2)\theta^{i-3}}{1-\theta} + \frac{4i(i^2-1)\theta^{i-2}}{(1-\theta)^2} + \frac{12i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^3} + \frac{24(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^4} + \right. \\ &\quad \left. \frac{24\theta^{i+1}}{(1-\theta)^5} \right] - 2\theta^2\lambda^6 \left[\frac{i(i^2-1)\theta^{i-2}}{1-\theta} + \frac{3i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^2} + \frac{6(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^3} + \frac{6\theta^{i+1}}{(1-\theta)^4} \right] - \\ &\quad \frac{7\theta\lambda^6}{2} \left[\frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} + \frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} + \frac{2\theta^{i+1}}{(1-\theta)^3} \right] - \lambda^6 \left[\frac{\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} + \frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right] \end{aligned}$$

και $\theta = (1-\lambda)^2$ για $i = 1, 2, \dots$. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την εξαγωγή του UCL_{MTE} παρέχονται στην ακόλουθη υποενότητα. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό MTE_i υπερβαίνει το UCL_{MTE} .

4.2.1 Εξαγωγή του UCL_{MTE}

Ας υποθέσουμε ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου, δηλαδή $\delta = 0$ και $\rho = 1$. Τότε τα στατιστικά U_i και V_i , που ορίζονται στις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), αντίστοιχα, είναι ανεξάρτητα και κανονικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση η καθεμία. Από τις Εξισώσεις (3.5), (3.9) και (4.1), λαμβάνουμε:

$$Y_{i1} = (1-\lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda U_i,$$

$$Y_{i2} = (1-\lambda)Y_{(i-1)2} + \lambda Y_{i1},$$

$$Y_{i3} = (1-\lambda)Y_{(i-1)3} + \lambda Y_{i2}.$$

Τώρα,

$$\begin{aligned}
 Y_{i1} &= (1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda U_i \\
 &= \lambda U_i + (1 - \lambda) [(1 - \lambda)Y_{(i-2)1} + \lambda U_{(i-1)}] \\
 &= \lambda [U_i + (1 - \lambda)U_{(i-1)}] + (1 - \lambda)^2 Y_{(i-2)1}.
 \end{aligned}$$

Συνεχίζοντας με παρόμοιο τρόπο, λαμβάνουμε:

$$Y_{i1} = \lambda \sum_{j=1}^i (1 - \lambda)^{i-j} U_j + (1 - \lambda)^i Y_{01}. \quad (4.6)$$

Με παρόμοιο τρόπο, λαμβάνουμε:

$$Y_{i2} = \lambda \sum_{j=1}^i (1 - \lambda)^{i-j} Y_{j1} + (1 - \lambda)^i Y_{02} \quad (4.7)$$

και

$$Y_{i3} = \lambda \sum_{j=1}^i (1 - \lambda)^{i-j} Y_{j2} + (1 - \lambda)^i Y_{03}. \quad (4.8)$$

Από τις Εξισώσεις (4.6) και (4.7), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
 Y_{i2} &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1 - \lambda)^{i-j_1} Y_{j_11} + (1 - \lambda)^i Y_{02} \\
 &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1 - \lambda)^{i-j_1} \left[\lambda \sum_{j_2=1}^{j_1} (1 - \lambda)^{j_1-j_2} U_{j_2} + (1 - \lambda)^{j_1} Y_{01} \right] + (1 - \lambda)^i Y_{02} \\
 &= \lambda^2 \sum_{j_1=1}^i \sum_{j_2=1}^{j_1} (1 - \lambda)^{i-j_2} U_{j_2} + (1 + \lambda i)(1 - \lambda)^i Y_{02} \text{ (αφού } Y_{01} = Y_{02}).
 \end{aligned}$$

Επομένως,

$$Y_{i2} = \lambda^2 \sum_{j=1}^i (i - j + 1)(1 - \lambda)^{i-j} U_j + (1 + \lambda i)(1 - \lambda)^i Y_{02}. \quad (4.9)$$

Από τις Εξισώσεις (4.8) και (4.9), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
Y_{i3} &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} Y_{j_1 2} + (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\
&= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} \left[\lambda^2 \sum_{j_2=1}^{j_1} (j_1 - j_2 + 1)(1-\lambda)^{j_1-j_2} U_{j_2} + (1+\lambda j_1)(1-\lambda)^{j_1} Y_{02} \right] + \\
&\quad (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\
&= \lambda^3 \sum_{j_1=1}^i \sum_{j_2=1}^{j_1} (j_1 - j_2 + 1)(1-\lambda)^{i-j_2} U_{j_2} + \lambda \sum_{j_1=1}^i (1+\lambda j_1)(1-\lambda)^i Y_{02} + (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\
&= \frac{\lambda^3}{2} \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} (i-j+1)(i-j+2) U_j + \left(\frac{(1-\lambda)^i}{2} \right) [\lambda i(\lambda i + \lambda + 2) + 2] Y_{03}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Τα παραπάνω λαμβάνονται λόγω $Y_{02} = Y_{03}$. Πρέπει να σημειωθεί ότι:

$$E(Y_{i3}) = 0 \quad \text{και} \quad Var(Y_{i3}) = c_{31} + c_{32}(i) = c_{i3}, \tag{4.11}$$

όπου

$$\begin{aligned}
c_{31} &= \frac{6(1-\lambda)^6 \lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4 \lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2 \lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2}, \\
c_{32}(i) &= -\frac{\theta^3 \lambda^6}{4} \left[\frac{i(i^2-1)(i-2)\theta^{i-3}}{1-\theta} + \frac{4i(i^2-1)\theta^{i-2}}{(1-\theta)^2} + \frac{12i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^3} + \frac{24(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^4} + \right. \\
&\quad \left. \frac{24\theta^{i+1}}{(1-\theta)^5} \right] - 2\theta^2 \lambda^6 \left[\frac{i(i^2-1)\theta^{i-2}}{1-\theta} + \frac{3i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^2} + \frac{6(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^3} + \frac{6\theta^{i+1}}{(1-\theta)^4} \right] - \\
&\quad \frac{7\theta \lambda^6}{2} \left[\frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} + \frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} + \frac{2\theta^{i+1}}{(1-\theta)^3} \right] - \lambda^6 \left[\frac{\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} + \frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right]
\end{aligned}$$

και $\theta = (1-\lambda)^2$. Πρέπει να σημειωθεί ότι $c_{32}(i) \rightarrow 0$, καθώς $i \rightarrow \infty$.

Από τις Εξισώσεις (3.6), (3.10) και (4.2), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
Z_{i1} &= (1-\lambda)Z_{(i-1)1} + \lambda V_i, \\
Z_{i2} &= (1-\lambda)Z_{(i-1)2} + \lambda Z_{i1}, \\
Z_{i3} &= (1-\lambda)Z_{(i-1)3} + \lambda Z_{i2}.
\end{aligned}$$

Συνεχίζοντας όπως παραπάνω, μπορεί να αποδειχθεί ότι:

$$Z_{i3} = \frac{\lambda^3}{2} \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} (i-j+1)(i-j+2) V_j + \left(\frac{(1-\lambda)^i}{2} \right) [\lambda i(\lambda i + \lambda + 2) + 2] Z_{03}. \tag{4.12}$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι:

$$E(Z_{i3}) = 0 \quad \text{και} \quad Var(Z_{i3}) = c_{31} + c_{32}(i) = c_{i3}. \quad (4.13)$$

Από τις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), αμέσως έπεται ότι, για $i = 1, 2, \dots$

$$Y_{i3} \sim N(0, c_{i3}) \quad \text{και} \quad Z_{i3} \sim N(0, c_{i3}). \quad (4.14)$$

Από την Εξίσωση (4.3), λαμβάνουμε:

$$MTE_i = \max\{|Y_{i3}|, |Z_{i3}|\}, \quad \text{για} \quad i = 1, 2, \dots$$

Από τα Λήμματα 1 και 2, που παρέχονται στο Κεφάλαιο 3, είναι εύκολο να σημειωθεί ότι:

$$E(MTE_i) = \frac{2\sqrt{c_{i3}}}{\sqrt{\pi}} \quad \text{και} \quad Var(MTE_i) = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) c_{i3}. \quad (4.15)$$

Επομένως, το άνω όριο ελέγχου για το Max-TEWMA διάγραμμα ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{MTE} &= E(MTE_i) + K_3 \sqrt{Var(MTE_i)} \\ &= (1.12838 + 0.60281K_3) \sqrt{c_{i3}}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

για $i = 1, 2, \dots$

4.2.2 Διαδικασία κατασκευής του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου

Η διαδικασία κατασκευής του προτεινόμενου Max-TEWMA διαγράμματος είναι παρόμοια με εκείνες των single διαγραμμάτων ελέγχου τύπου μνήμης που παρουσιάζονται στην Ενότητα 3.2. Τα βήματα για την κατασκευή του Max-TEWMA διαγράμματος και την ανίχνευση ενδεχόμενων εκτός ελέγχου δειγματικών σημείων περιγράφονται εν συντομία ως ακολούθως:

1. Εκτιμούμε τις άγνωστες παραμέτρους της διεργασίας. Αν η μέση τιμή μ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{X}_i}{m}$ ως εκτιμητήριά της, όπου \bar{X} είναι ο γενικός μέσος και m είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων. Αν η τυπική απόκλιση σ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\frac{\bar{R}}{d_2}$ ή το $\frac{\bar{S}}{c_4}$ ως εκτιμητήριά της, όπου $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των ευρών και $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ η μέση τιμή των τυπικών αποκλίσεων. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι σταθερές d_2 και c_4 εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος (Montgomery 2013).

2. Επιλέγουμε τους επιθυμητούς (λ, K_3) συνδυασμούς με βάση τις καθορισμένες τιμές του μεγέθους του δείγματος (n) και του ARL_0 . Ο Πίνακας 4.1 παρουσιάζει τους (λ, K_3) συνδυασμούς, όταν $n \in \{3, 4, 5, 7\}$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 1.00\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι K_3 τιμές επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου UCL_{MTE} (Εξίσωση (4.4)).
3. Υπολογίζουμε το UCL_{MTE} του Max-TEWMA διαγράμματος, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (4.4), για $i = 1, 2, \dots$.
4. Υπολογίζουμε τα στατιστικά $U_i, V_i, Y_{i1}, Z_{i1}, Y_{i2}, Z_{i2}, Y_{i3}, Z_{i3}$ και MTE_i , για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (3.1), (3.2), (3.5), (3.6), (3.9), (3.10), (4.1), (4.2) και (4.3), αντίστοιχα και $Y_{01} = Z_{01} = Y_{02} = Z_{02} = Y_{03} = Z_{03} = 0$ ως αρχικές τιμές.
5. Σχεδιάζουμε το MTE_i έναντι του i στο διάγραμμα και σχεδιάζουμε το UCL_{MTE} ως το άνω όριο ελέγχου. Σχεδιάζουμε μία κουκκίδα έναντι του i , όταν $MTE_i \leq UCL_{MTE}$. Από την άλλη πλευρά, όταν $MTE_i > UCL_{MTE}$, δηλώνουμε τα σχεδιασμένα σημεία σύμφωνα με τα σύμβολα που φαίνονται στον Πίνακα 4.2. Ιδιαίτερα, όταν $MTE_i > UCL_{MTE}$, ελέγχουμε τα $|Y_{i3}|$ και $|Z_{i3}|$ έναντι του UCL_{MTE} . Αν ισχύει μόνο ότι $|Y_{i3}| > UCL_{MTE}$, σχεδιάζουμε το “ $m +$ ” έναντι του i όταν $U_i > 0$ για να υποδηλώσουμε μόνο μία αύξηση στη μέση τιμή της διεργασίας, ενώ σχεδιάζουμε το “ $m -$ ” έναντι του i όταν $U_i < 0$ για να υποδείξουμε ότι μόνο η μέση τιμή της διεργασίας έχει μειωθεί. Αν ισχύει μόνο ότι $|Z_{i3}| > UCL_{MTE}$, σχεδιάζουμε το “ $v +$ ” έναντι του i όταν $V_i > 0$ για να υποδείξουμε ότι μόνο η διακύμανση της διεργασίας έχει αυξηθεί, ενώ σχεδιάζουμε το “ $v -$ ” έναντι του i , όταν $V_i < 0$ για να υποδηλώσουμε μία μείωση μόνο στη διασπορά της διεργασίας. Αν ισχύει ότι $|Y_{i3}| > UCL_{MTE}$ και $|Z_{i3}| > UCL_{MTE}$, σχεδιάζουμε το “ $+ +$ ” έναντι του i όταν $U_i > 0$ και $V_i > 0$ για να υποδηλώσουμε ότι η μέση τιμή και η διακύμανση της διεργασίας έχουν αυξηθεί ταυτόχρονα. Επιπλέον, σχεδιάζουμε τα “ $+ -$ ”, “ $- +$ ” και “ $- -$ ” σύμφωνα με τις άλλες τρεις περιπτώσεις $U_i > 0$ και $V_i < 0$, $U_i < 0$ και $V_i > 0$ και, $U_i < 0$ και $V_i < 0$, αντίστοιχα, με παρόμοιες διευκρινήσεις.
6. Εξετάζουμε και ερμηνεύουμε καθένα από τα εκτός ελέγχου σημεία.

Πίνακας 4.1: (λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 4, 5, 7\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$.

n	3			4			5			7		
	185	250	370	185	250	370	185	250	370	185	250	370
λ	K_3											
0.05	1.1560	1.3340	1.5860	1.1480	1.3340	1.5860	1.1560	1.3469	1.5950	1.1630	1.3500	1.5910
0.10	1.5800	1.7650	2.0200	1.5780	1.7710	2.0290	1.5890	1.7880	2.0351	1.5890	1.7830	2.0280
0.15	1.8500	2.0440	2.2851	1.8520	2.0470	2.2888	1.8600	2.0470	2.3000	1.8530	2.0480	2.2870
0.20	2.0530	2.2400	2.4780	2.0510	2.2400	2.4790	2.0600	2.2510	2.4835	2.0550	2.2360	2.4790
0.25	2.2140	2.3990	2.6340	2.2010	2.3900	2.6340	2.2160	2.4020	2.6360	2.2160	2.4030	2.6300
0.30	2.3450	2.5290	2.7580	2.3430	2.5290	2.7590	2.3510	2.5350	2.7650	2.3450	2.5300	2.7600
0.40	2.5650	2.7400	2.9580	2.5680	2.7480	2.9660	2.5650	2.7480	2.9680	2.5620	2.7380	2.9600
0.50	2.7340	2.9100	3.1280	2.7400	2.9070	3.1230	2.7480	2.9220	3.1280	2.7450	2.9120	3.1260
0.60	2.8800	3.0430	3.2540	2.8780	3.0400	3.2450	2.8850	3.0510	3.2530	2.8860	3.0470	3.2520
0.70	2.9800	3.1400	3.3430	2.9820	3.1420	3.3450	2.9930	3.1540	3.3510	2.9970	3.1540	3.3600
0.75	3.0290	3.1830	3.3780	3.0240	3.1830	3.3840	3.0385	3.1950	3.3870	3.0390	3.1970	3.3960
0.80	3.0550	3.2080	3.4090	3.0560	3.2110	3.4060	3.0620	3.2180	3.4170	3.0640	3.2260	3.4230
0.90	3.0950	3.2360	3.4300	3.0910	3.2400	3.4360	3.0830	3.2410	3.4332	3.0990	3.2528	3.4460
1.00	3.1030	3.2495	3.4410	3.1110	3.2570	3.4470	3.0920	3.2430	3.4350	3.1010	3.2500	3.4410

Πίνακας 4.2: Σύμβολα που υποδηλώνουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος για το Max-TEWMA διάγραμμα.

		$ Z_{i3} > UCL_{MTE}$	
		$V_i > 0$	$V_i < 0$
$ Y_{i3} < UCL_{MTE}$	$U_i > 0$	$v+$	$v-$
	$U_i < 0$	$m+$	$m-$

4.3 Αξιολόγηση απόδοσης του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου

Η στατιστική απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου συνήθως μετράται, χρησιμοποιώντας τα ARL και SDRL. Το ARL είναι ο μέσος αριθμός δειγμάτων που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου έως ότου ένα εκτός ελέγχου σήμα να ανιχνευτεί (Montgomery 2013). Όταν η μέση τιμή και η διασπορά της διεργασίας είναι εντός ελέγχου, μία μεγάλη ARL_0 τιμή συνίσταται. Ωστόσο, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η μέση τιμή μετατοπίζεται από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ ($\delta \neq 0$) και/ή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ ($\rho \neq 1$) μία μικρή ARL_1 τιμή είναι

προτιμότερη. Αντίστοιχα, όσο χαμηλότερη είναι η SDRL τιμή, τόσο καλύτερη είναι η απόδοση του διαγράμματος. Στο τρέχον κεφάλαιο, η απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος αξιολογείται μέσω των ARL και SDRL μέτρων.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης αναπτύσσεται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό της κατανομής του μήκους ροής του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης αυτών των 10000 μηκών ροής. Με σκοπό τη μελέτη της απόδοσης του προτεινόμενου διαγράμματος, υποθέτουμε ότι η υποκείμενη διεργασία για την εντός ελέγχου κατάσταση ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(\mu_0 = 0, \sigma_0 = 1)$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$, ενώ οι μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00\}$. Να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση. Οι K_3 τιμές επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, λαμβάνοντας υπόψη το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου (UCL_{MTE}) που δίνεται στην Εξίσωση (4.4) για να καθορίσουμε το $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370 όταν το μέγεθος του δείγματος $n = 5$ και $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00\}$ (βλέπε επιπλέον τον Πίνακα 4.1). Τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα του Max-TEWMA διαγράμματος, χρησιμοποιώντας χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Επίσης, οι Πίνακες B.1 - B.2 στο Παράρτημα B παρουσιάζουν τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα του Max-TEWMA διαγράμματος, χρησιμοποιώντας χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν το ARL_0 είναι προσεγγιστικά ίσο με 185 και 250 και $n = 5$.

Επιπρόσθετα, προκειμένου να μελετήσουμε την επίδραση της παραμέτρου εξομάλυνσης λ και του μεγέθους του δείγματος n , στην απόδοση του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου, χρησιμοποιώντας χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου επιλέγουμε τυχαία τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και σχεδιάζουμε τα γραφήματα διασποράς των ARL_1 και $SDRL_1$ τιμών έναντι του λ , για $n \in \{3, 4, 5, 7\}$ και $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 1.00\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$. Αυτά τα γραφήματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.1 και 4.2 για $n \in \{3, 4, 5, 7\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$.

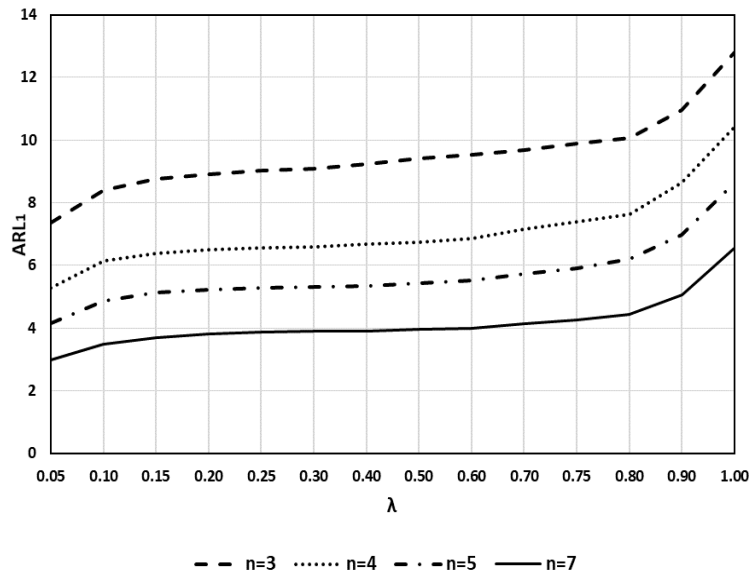
Πίνακας 4.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_3)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.05,1.595)	0.25	1.17	1.17	1.17	1.05	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.39)	(0.39)	(0.39)	(0.21)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.33	3.31	2.92	1.34	1.01	1.00	1.00	1.00	(1.99)	(1.97)	(1.62)	(0.56)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	14.55	11.31	5.24	1.59	1.05	1.00	1.00	1.00	(9.82)	(7.67)	(3.55)	(0.88)	(0.22)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	
		370.30	20.00	6.27	1.81	1.12	1.01	1.00	1.00	(432.87)	(16.46)	(5.19)	(1.24)	(0.38)	(0.10)	(0.02)	(0.00)	
	0.75	13.86	9.96	5.20	1.89	1.18	1.03	1.00	1.00	(13.89)	(10.00)	(5.11)	(1.49)	(0.51)	(0.18)	(0.05)	(0.02)	
		4.58	4.16	3.24	1.77	1.22	1.05	1.01	1.00	(4.84)	(4.36)	(3.31)	(1.46)	(0.61)	(0.25)	(0.10)	(0.04)	
	1.00	2.47	2.38	2.14	1.55	1.20	1.06	1.01	1.00	(2.48)	(2.37)	(2.03)	(1.21)	(0.61)	(0.28)	(0.13)	(0.05)	
		1.73	1.71	1.62	1.36	1.17	1.07	1.02	1.01	(1.50)	(1.48)	(1.34)	(0.92)	(0.56)	(0.31)	(0.15)	(0.07)	
	1.25	1.24	1.24	1.22	1.16	1.10	1.05	1.02	1.01	(0.72)	(0.73)	(0.69)	(0.54)	(0.40)	(0.28)	(0.18)	(0.11)	
		1.10	1.11	1.10	1.08	1.06	1.03	1.02	1.01	(0.43)	(0.43)	(0.40)	(0.34)	(0.27)	(0.22)	(0.16)	(0.11)	
	(0.10,2.0351)	0.25	1.36	1.36	1.36	1.23	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.42)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.96	3.95	3.61	1.64	1.02	1.00	1.00	1.00	(2.08)	(2.07)	(1.78)	(0.70)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
		0.50	15.73	12.86	6.26	1.88	1.09	1.00	1.00	1.00	(9.13)	(7.28)	(3.60)	(1.04)	(0.31)	(0.05)	(0.01)	(0.00)
			370.21	21.81	7.15	2.08	1.19	1.02	1.00	1.00	(396.49)	(15.92)	(5.08)	(1.39)	(0.47)	(0.14)	(0.03)	(0.01)
0.75		15.52	11.34	6.00	2.16	1.26	1.05	1.00	1.00	(13.41)	(9.71)	(5.13)	(1.64)	(0.61)	(0.23)	(0.07)	(0.02)	
		5.32	4.86	3.79	2.01	1.30	1.08	1.01	1.00	(4.91)	(4.53)	(3.49)	(1.63)	(0.71)	(0.30)	(0.13)	(0.05)	
1.00		2.87	2.74	2.45	1.73	1.28	1.09	1.02	1.00	(2.68)	(2.55)	(2.24)	(1.36)	(0.70)	(0.35)	(0.15)	(0.07)	
		1.94	1.91	1.81	1.49	1.23	1.09	1.03	1.01	(1.66)	(1.63)	(1.51)	(1.07)	(0.65)	(0.36)	(0.19)	(0.09)	
1.25		1.32	1.31	1.30	1.22	1.14	1.07	1.03	1.01	(0.82)	(0.81)	(0.79)	(0.63)	(0.47)	(0.33)	(0.21)	(0.12)	
		1.14	1.14	1.13	1.11	1.08	1.05	1.03	1.02	(0.49)	(0.49)	(0.47)	(0.41)	(0.32)	(0.26)	(0.19)	(0.14)	
(0.20,2.4835)		0.25	1.61	1.61	1.61	1.52	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.52)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.40	4.40	4.14	1.99	1.07	1.00	1.00	1.00	(1.97)	(1.97)	(1.75)	(0.76)	(0.25)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
		0.50	16.99	13.97	6.89	2.18	1.17	1.01	1.00	1.00	(10.30)	(7.57)	(3.33)	(1.10)	(0.41)	(0.09)	(0.02)	(0.00)
			370.12	24.47	7.53	2.35	1.27	1.03	1.00	1.00	(384.39)	(18.83)	(4.65)	(1.42)	(0.55)	(0.18)	(0.04)	(0.02)
	0.75	16.81	12.01	6.42	2.40	1.36	1.07	1.01	1.00	(14.01)	(9.47)	(4.75)	(1.67)	(0.69)	(0.28)	(0.10)	(0.03)	
		5.69	5.22	4.13	2.22	1.40	1.11	1.02	1.00	(4.56)	(4.22)	(3.35)	(1.67)	(0.78)	(0.36)	(0.16)	(0.06)	
	1.00	3.14	3.01	2.70	1.89	1.37	1.13	1.03	1.01	(2.61)	(2.51)	(2.22)	(1.41)	(0.78)	(0.40)	(0.20)	(0.09)	
		2.13	2.08	1.97	1.62	1.30	1.13	1.04	1.01	(1.70)	(1.65)	(1.54)	(1.13)	(0.71)	(0.42)	(0.23)	(0.12)	
	1.25	1.40	1.40	1.37	1.28	1.18	1.10	1.05	1.02	(0.88)	(0.87)	(0.84)	(0.69)	(0.52)	(0.37)	(0.25)	(0.15)	
		1.18	1.18	1.17	1.14	1.10	1.07	1.04	1.02	(0.54)	(0.54)	(0.52)	(0.46)	(0.37)	(0.30)	(0.22)	(0.16)	
	(0.30,2.7650)	0.25	1.77	1.77	1.77	1.69	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.51)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.54	4.54	4.33	2.18	1.13	1.00	1.00	1.00	(1.86)	(1.86)	(1.66)	(0.75)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
		0.50	20.00	16.16	7.13	2.34	1.24	1.01	1.00	1.00	(14.29)	(10.45)	(3.33)	(1.08)	(0.46)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
			370.37	29.41	7.73	2.46	1.33	1.05	1.00	1.00	(383.35)	(24.88)	(4.69)	(1.38)	(0.58)	(0.22)	(0.05)	(0.02)
0.75		18.20	12.59	6.57	2.51	1.42	1.09	1.01	1.00	(16.04)	(10.18)	(4.65)	(1.62)	(0.71)	(0.31)	(0.11)	(0.03)	

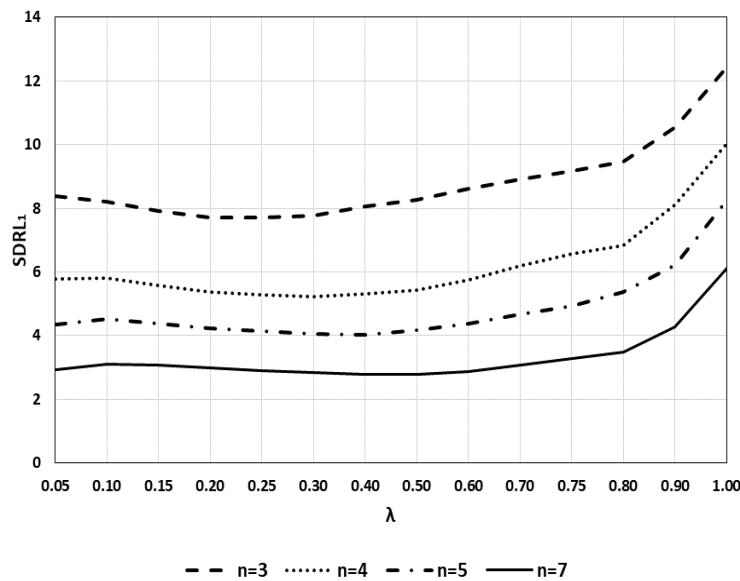
4.3 Αξιολόγηση απόδοσης του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου 57

Πίνακας 4.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(λ, K_3)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,2.7650)	1.50	5.77	5.31	4.22	2.31	1.45	1.13	1.03	1.00	
		(4.40)	(4.06)	(3.16)	(1.62)	(0.79)	(0.39)	(0.17)	(0.06)	
	1.75	3.22	3.10	2.79	1.97	1.42	1.15	1.05	1.01	
		(2.48)	(2.39)	(2.13)	(1.38)	(0.79)	(0.43)	(0.22)	(0.10)	
	2.00	2.20	2.15	2.03	1.67	1.34	1.15	1.05	1.02	
		(1.64)	(1.59)	(1.48)	(1.12)	(0.72)	(0.44)	(0.25)	(0.13)	
	2.50	1.44	1.44	1.41	1.31	1.20	1.11	1.06	1.02	
		(0.88)	(0.87)	(0.84)	(0.71)	(0.54)	(0.39)	(0.27)	(0.16)	
	3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.04	1.02	
		(0.55)	(0.55)	(0.54)	(0.47)	(0.39)	(0.31)	(0.23)	(0.17)	
	(0.50,3.1280)	0.25	1.92	1.92	1.92	1.84	1.07	1.00	1.00	1.00
			(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.48)	(0.25)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		4.86	4.86	4.62	2.36	1.24	1.00	1.00	1.00	
		(2.16)	(2.16)	(1.85)	(0.70)	(0.43)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	
0.75		35.62	28.85	8.69	2.47	1.34	1.03	1.00	1.00	
		(31.60)	(24.95)	(5.31)	(1.01)	(0.51)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	
1.00		370.05	44.11	8.81	2.56	1.42	1.07	1.01	1.00	
		(369.38)	(41.51)	(6.25)	(1.31)	(0.60)	(0.27)	(0.07)	(0.04)	
1.25		21.16	14.07	6.87	2.58	1.48	1.13	1.02	1.01	
		(19.92)	(12.34)	(5.12)	(1.53)	(0.70)	(0.35)	(0.14)	(0.09)	
1.50		5.98	5.42	4.26	2.36	1.51	1.17	1.04	1.02	
		(4.70)	(4.18)	(3.07)	(1.51)	(0.78)	(0.42)	(0.20)	(0.12)	
1.75	3.26	3.14	2.81	2.02	1.45	1.18	1.06	1.02		
	(2.35)	(2.25)	(1.99)	(1.29)	(0.76)	(0.44)	(0.25)	(0.12)		
2.00	2.23	2.18	2.07	1.71	1.38	1.18	1.07	1.02		
	(1.51)	(1.47)	(1.37)	(1.04)	(0.70)	(0.45)	(0.27)	(0.15)		
2.50	1.48	1.47	1.44	1.34	1.23	1.13	1.07	1.03		
	(0.84)	(0.82)	(0.80)	(0.68)	(0.53)	(0.40)	(0.28)	(0.18)		
3.00	1.22	1.22	1.21	1.18	1.13	1.09	1.05	1.03		
	(0.54)	(0.53)	(0.52)	(0.47)	(0.40)	(0.33)	(0.25)	(0.18)		
(0.80,3.4170)	0.25	2.15	2.15	2.15	2.04	1.22	1.00	1.00	1.00	
		(0.69)	(0.69)	(0.69)	(0.55)	(0.41)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	11.12	11.12	10.89	2.87	1.37	1.01	1.00	1.00	
		(9.20)	(9.20)	(8.92)	(1.15)	(0.49)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	132.81	115.85	30.49	2.99	1.44	1.04	1.00	1.00	
		(131.65)	(113.57)	(28.68)	(1.56)	(0.55)	(0.20)	(0.03)	(0.00)	
	1.00	370.79	92.87	16.72	2.97	1.51	1.10	1.01	1.00	
		(367.69)	(92.24)	(15.16)	(1.79)	(0.65)	(0.30)	(0.09)	(0.02)	
	1.25	28.23	19.18	8.94	2.84	1.57	1.16	1.03	1.00	
		(27.46)	(18.40)	(7.77)	(1.84)	(0.76)	(0.39)	(0.16)	(0.05)	
	1.50	6.96	6.21	4.66	2.50	1.57	1.20	1.05	1.01	
		(6.12)	(5.37)	(3.67)	(1.65)	(0.79)	(0.44)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.42	3.27	2.91	2.08	1.51	1.21	1.07	1.02		
	(2.60)	(2.43)	(2.09)	(1.31)	(0.76)	(0.47)	(0.27)	(0.14)		
2.00	2.27	2.24	2.11	1.74	1.41	1.20	1.09	1.03		
	(1.53)	(1.50)	(1.38)	(1.01)	(0.68)	(0.45)	(0.29)	(0.17)		
2.50	1.50	1.49	1.46	1.37	1.25	1.15	1.08	1.03		
	(0.80)	(0.80)	(0.76)	(0.66)	(0.52)	(0.40)	(0.29)	(0.17)		
3.00	1.24	1.24	1.23	1.19	1.15	1.11	1.06	1.04		
	(0.53)	(0.53)	(0.51)	(0.46)	(0.40)	(0.33)	(0.26)	(0.20)		
(1.00,3.4350)	0.25	8.05	8.05	8.05	8.04	1.30	1.00	1.00	1.00	
		(7.63)	(7.63)	(7.63)	(7.62)	(0.63)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	97.31	97.31	97.15	26.77	1.60	1.01	1.00	1.00	
		(97.90)	(97.90)	(97.74)	(26.35)	(0.99)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	472.36	434.79	206.37	9.99	1.71	1.05	1.00	1.00	
		(471.29)	(435.15)	(202.42)	(9.50)	(1.11)	(0.22)	(0.03)	(0.00)	
	1.00	370.91	180.33	50.11	5.91	1.78	1.11	1.01	1.00	
		(365.84)	(178.51)	(49.73)	(5.30)	(1.19)	(0.36)	(0.10)	(0.02)	
	1.25	39.08	29.90	15.80	4.29	1.81	1.18	1.03	1.00	
		(38.33)	(29.54)	(15.20)	(3.70)	(1.23)	(0.47)	(0.17)	(0.05)	
	1.50	9.58	8.68	6.56	3.19	1.75	1.23	1.05	1.01	
		(9.12)	(8.23)	(6.02)	(2.65)	(1.17)	(0.54)	(0.24)	(0.10)	
1.75	4.22	4.03	3.56	2.42	1.62	1.24	1.08	1.02		
	(3.65)	(3.48)	(3.03)	(1.88)	(1.00)	(0.56)	(0.29)	(0.14)		
2.00	2.59	2.54	2.37	1.91	1.48	1.22	1.09	1.03		
	(2.03)	(1.98)	(1.81)	(1.34)	(0.84)	(0.52)	(0.32)	(0.17)		
2.50	1.57	1.55	1.52	1.41	1.27	1.16	1.09	1.04		
	(0.94)	(0.93)	(0.89)	(0.76)	(0.58)	(0.43)	(0.31)	(0.21)		
3.00	1.26	1.26	1.25	1.21	1.16	1.11	1.07	1.04		
	(0.59)	(0.58)	(0.57)	(0.50)	(0.42)	(0.35)	(0.27)	(0.20)		



Σχήμα 4.1: ARL_1 του Max-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.



Σχήμα 4.2: $SDRL_1$ του Max-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.

Από τον Πίνακα 4.3 και τους Πίνακες Β.1 - Β.2 στο Παράρτημα Β, καθώς και τα Σχήματα 4.1 - 4.2, παρατηρούμε ότι για καθορισμένες τιμές των δ , ρ και n , τα ARL_1 και $SDRL_1$ μειώνονται καθώς το ARL_0 μειώνεται και το ARL_1 μειώνεται, καθώς η παράμετρος εξομάλυνσης λ μειώνεται. Επιπρόσθετα, η απόδοση του Max-TEWMA διαγράμματος στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας είναι καλύτερη με μικρές λ τιμές, δηλαδή η ευαισθησία του Max-TEWMA

διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς το λ μικραίνει. Για καθορισμένες n και ARL_0 τιμές, η τιμή του K_3 αυξάνεται, με μία αύξηση στην τιμή του λ . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας ($\delta \leq 0.50$) και μικρών ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($1.00 \leq \rho < 1.50$), ενώ είναι αρκετά αποτελεσματικό στον εντοπισμό μέτρων και μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας ($\delta > 0.50$) και μικρών έως μεγάλων καθοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($0.25 \leq \rho < 1.00$). Τέλος, τα Σχήματα 4.1 και 4.2 υποδεικνύουν ότι τα ARL_1 και $SDRL_1$ μειώνονται με μία αύξηση στην τιμή του n .

4.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτό το σημείο, συγκρίνουμε το Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου με τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα ελέγχου, που παρουσιάζονται εν συντομία στην Ενότητα 3.2, καθώς και με το Max-DGWMA διάγραμμα, που προτείνεται στο Κεφάλαιο 3, λαμβάνοντας υπόψη διάφορα μέτρα απόδοσης. Να σημειωθεί ότι τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου λαμβάνονται υπόψη για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα.

Προκειμένου να εξετάσουμε την απόδοση των διαγραμμάτων ελέγχου, συνίσταται να έχουν παρόμοια ARL_0 τιμή. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του ARL_1 σε έναν συγκεκριμένο συνδυασμό μετατοπίσεων (δ, ρ) τόσο καλύτερη είναι η απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου. Η τιμή του ARL_0 των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου προκαθορίζεται προσεγγιστικά στο 370 και το μέγεθος του δείγματος n ισούται με 5. Η απόδοση των Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων συγκρίνεται ξεχωριστά με εκείνη του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου.

Οι Πίνακες 4.4 και 4.5 παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα Max-EWMA και Max-DEWMA διαγράμματα, αντίστοιχα, με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00\}$ και οι Πίνακες B.3 - B.6 στο Παράρτημα Β παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA διάγραμμα με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Οι περιπτώσεις στις οποίες $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ του Max-GWMA διαγράμματος παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4, λόγω $q = 1 - \lambda$ και

$\alpha = 1.00$ (βλέπε Ενότητα 3.2). Επιπλέον, ο Πίνακας 4.6 παρέχει τους σχεδόν βέλτιστους συνδυασμούς παραμέτρων (q, α, L_1) για το Max-GWMA διάγραμμα, καθώς και τις ARL_1 και $SDRL_1$ (σε παρένθεση) τιμές για όλους τους θεωρούμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων (δ, ρ) στη μέση τιμή και στη διασπορά της διεργασίας. Πρέπει να αναφερθεί ότι οι πολλαπλασιαστές K_1, K_2 και L_1 των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων, αντίστοιχα, επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένα $ARL_0 \approx 370, n = 5$ και διάφορες λ και (q, α) τιμές.

4.4.1 Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-EWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τα Max-TEWMA και Max-EWMA διαγράμματα (βλέπε Πίνακες 4.3 και 4.4), παρατηρούμε ότι το πρώτο διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές από το τελευταίο διάγραμμα για την πλειονότητα των εξεταζόμενων συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Ωστόσο, το ανταγωνιστικό διάγραμμα ελέγχου έχει καλύτερη ARL απόδοση από το προτεινόμενο διάγραμμα, όταν $\lambda = 0.10$ για $(\delta = 0.25, \rho = 1.25)$ και $(\delta \in [0.00, 0.25], \rho = 1.50)$, καθώς και $\lambda = 0.20$ για $(\delta \leq 0.50, \rho = 1.50)$. Επιπρόσθετα, τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και μεγάλες καθοδικές έως μικρές ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($\delta > 1.50, 0.25 \leq \rho \leq 1.25$). Λαμβάνοντας υπόψη το SDRL μέτρο, το Max-EWMA διάγραμμα με $\lambda \leq 0.20$ έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές σε σύγκριση με το Max-TEWMA διάγραμμα για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και την πλειονότητα των θεωρούμενων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα ($\delta < 1.50, 0.50 \leq \rho \leq 2.00$). Στην περίπτωση που $0.30 \leq \lambda \leq 0.50$, η SDRL απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος βελτιώνεται για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μεγάλες καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta < 1.50, 0.50 \leq \rho \leq 1.75$). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το Max-TEWMA διάγραμμα έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και όλες τις θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($\delta \geq 1.50, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Τέλος, καθώς η παράμετρος λ αυξάνεται, το Max-TEWMA διάγραμμα υπερέχει του Max-EWMA διαγράμματος για τα ARL και $SDRL$ μέτρα.

4.4.2 Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος

Η σύγκριση μεταξύ των Max-TEWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων (βλέπε Πίνακες 4.3 και 4.5) αποκαλύπτει ότι το Max-TEWMA διάγραμμα με $\lambda < 0.20$ είναι πιο αποδοτικό από το Max-DEWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μέτριων έως μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο και μικρών έως μεγάλων ανοδικών και καθοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά ($\delta > 0.50, 0.50 \leq \rho \leq 3.00$), καθώς και μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και μεγάλων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα ($\delta \leq 0.50, \rho \in \{0.25, 2.50, 3.00\}$), ενώ για τις υπόλοιπες μετατοπίσεις συμβαίνει το αντίθετο. Καθώς η τιμή του λ αυξάνεται, η απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος βελτιώνεται, ιδιαίτερα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Συγκεκριμένα, για $\lambda = 0.20$ το προτεινόμενο διάγραμμα έχει καλύτερη ARL απόδοση από το ανταγωνιστικό διάγραμμα για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta \leq 1.00, 0.25 \leq \rho \leq 1.00$), ($\delta \leq 1.00, \rho > 2.00$) και ($1.00 < \delta \leq 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Στην περίπτωση που $\lambda \in [0.30, 0.50]$, το Max-DEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το Max-TEWMA διάγραμμα για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta \leq 1.00, 0.25 \leq \rho \leq 1.50$), ($\delta \leq 1.00, \rho > 2.00$) και ($1.00 < \delta \leq 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$) στο μέσο και στη διασπορά. Επίσης, το νέο διάγραμμα με $\lambda = 0.80$ υπερέχει του ανταγωνιστικού διαγράμματος για τους περισσότερους από τους θεωρούμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων (δ, ρ). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι και τα δύο διαγράμματα παρουσιάζουν παρόμοια απόδοση για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta > 2.00, \rho < 1.00$).

Πίνακας 4.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_1)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.05, 2.7700)	0.25	1.71	1.71	1.71	1.67	1.01	1.00	1.00	1.00
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.48)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.02	4.02	3.83	2.03	1.13	1.00	1.00	1.00
		(1.67)	(1.67)	(1.48)	(0.62)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	15.51	12.90	6.26	2.14	1.23	1.01	1.00	1.00
		(9.19)	(7.01)	(2.98)	(0.90)	(0.43)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.29	21.38	6.64	2.23	1.31	1.05	1.00	1.00
		(384.83)	(15.62)	(4.10)	(1.14)	(0.52)	(0.21)	(0.05)	(0.02)
	1.25	14.21	10.19	5.45	2.23	1.37	1.09	1.01	1.00
		(11.81)	(8.18)	(3.95)	(1.30)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.03)
	1.50	4.79	4.39	3.50	2.05	1.38	1.12	1.03	1.00
		(3.74)	(3.39)	(2.58)	(1.27)	(0.65)	(0.36)	(0.16)	(0.06)
	1.75	2.73	2.63	2.38	1.76	1.35	1.14	1.04	1.01
		(1.99)	(1.90)	(1.67)	(1.05)	(0.63)	(0.38)	(0.21)	(0.10)
2.00	1.94	1.90	1.81	1.53	1.29	1.13	1.05	1.02	
	(1.28)	(1.23)	(1.15)	(0.86)	(0.57)	(0.38)	(0.23)	(0.13)	
2.50	1.37	1.36	1.34	1.26	1.18	1.10	1.05	1.02	
	(0.69)	(0.69)	(0.67)	(0.56)	(0.45)	(0.34)	(0.24)	(0.15)	
3.00	1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	
	(0.46)	(0.45)	(0.45)	(0.39)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)	
(0.10, 3.0467)	0.25	1.86	1.86	1.86	1.79	1.04	1.00	1.00	1.00
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.45)	(0.20)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.48	4.48	4.29	2.24	1.21	1.00	1.00	1.00
		(1.82)	(1.82)	(1.62)	(0.66)	(0.41)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.73	15.58	7.10	2.34	1.31	1.02	1.00	1.00
		(12.12)	(9.15)	(3.32)	(0.95)	(0.49)	(0.15)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.01	25.73	7.35	2.41	1.39	1.07	1.00	1.00
		(377.06)	(19.73)	(4.44)	(1.21)	(0.57)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
	1.25	16.08	11.26	6.00	2.40	1.44	1.11	1.02	1.00
		(13.53)	(8.75)	(4.19)	(1.39)	(0.65)	(0.33)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.24	4.78	3.81	2.20	1.45	1.15	1.04	1.01
		(3.92)	(3.55)	(2.71)	(1.36)	(0.70)	(0.39)	(0.19)	(0.08)
	1.75	2.95	2.85	2.57	1.88	1.41	1.17	1.06	1.01
		(2.10)	(2.01)	(1.77)	(1.13)	(0.68)	(0.41)	(0.23)	(0.12)
2.00	2.07	2.03	1.93	1.62	1.34	1.16	1.06	1.02	
	(1.35)	(1.30)	(1.22)	(0.92)	(0.62)	(0.41)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.42	1.42	1.39	1.30	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.74)	(0.74)	(0.71)	(0.60)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.43)	(0.37)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	
(0.20, 3.2680)	0.25	1.98	1.98	1.98	1.90	1.13	1.00	1.00	1.00
		(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.46)	(0.33)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.05	5.05	4.86	2.43	1.30	1.00	1.00	1.00
		(2.17)	(2.17)	(1.94)	(0.71)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	29.16	24.11	8.59	2.54	1.38	1.03	1.00	1.00
		(23.54)	(18.41)	(4.60)	(1.02)	(0.52)	(0.18)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.21	36.98	8.48	2.58	1.45	1.09	1.01	1.00
		(372.63)	(32.59)	(5.54)	(1.29)	(0.60)	(0.28)	(0.08)	(0.02)
	1.25	18.70	12.79	6.56	2.55	1.50	1.14	1.02	1.00
		(16.43)	(10.41)	(4.62)	(1.46)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.04)
	1.50	5.63	5.12	4.07	2.32	1.51	1.18	1.04	1.01
		(4.19)	(3.78)	(2.83)	(1.41)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.09)
	1.75	3.12	3.01	2.71	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02
		(2.18)	(2.07)	(1.83)	(1.18)	(0.74)	(0.44)	(0.26)	(0.13)
2.00	2.17	2.12	2.01	1.68	1.38	1.18	1.08	1.03	
	(1.40)	(1.35)	(1.25)	(0.95)	(0.65)	(0.43)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03	
	(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.64)	(0.51)	(0.38)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
(0.30, 3.3520)	0.25	2.05	2.05	2.05	1.96	1.18	1.00	1.00	1.00
		(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.50)	(0.38)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.79	5.79	5.56	2.56	1.34	1.00	1.00	1.00
		(2.88)	(2.88)	(2.57)	(0.77)	(0.48)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	46.72	39.01	11.06	2.66	1.41	1.04	1.00	1.00
		(42.54)	(34.95)	(7.33)	(1.11)	(0.53)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
1.00	370.30	51.05	9.90	2.69	1.48	1.09	1.01	1.00	
	(371.01)	(48.54)	(7.27)	(1.38)	(0.61)	(0.29)	(0.09)	(0.02)	
1.25	21.19	14.42	7.04	2.63	1.53	1.15	1.03	1.00	
	(19.56)	(12.70)	(5.24)	(1.53)	(0.71)	(0.37)	(0.16)	(0.05)	

Πίνακας 4.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(λ, K_1)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,3.3520)	1.50	5.90 (4.59)	5.36 (4.11)	4.20 (2.99)	2.38 (1.46)	1.54 (0.76)	1.19 (0.43)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.21 (2.26)	3.09 (2.15)	2.78 (1.88)	2.02 (1.22)	1.48 (0.73)	1.20 (0.45)	1.07 (0.26)	1.02 (0.13)	
	2.00	2.21 (1.41)	2.17 (1.39)	2.05 (1.28)	1.71 (0.97)	1.39 (0.66)	1.19 (0.44)	1.08 (0.28)	1.03 (0.16)	
	2.50	1.49 (0.79)	1.48 (0.78)	1.45 (0.75)	1.35 (0.64)	1.24 (0.51)	1.14 (0.39)	1.08 (0.28)	1.04 (0.19)	
	3.00	1.23 (0.52)	1.23 (0.52)	1.22 (0.50)	1.19 (0.45)	1.14 (0.39)	1.10 (0.33)	1.06 (0.25)	1.03 (0.19)	
	(0.50,3.4150)	0.25	2.21 (0.72)	2.21 (0.72)	2.21 (0.72)	2.10 (0.60)	1.22 (0.41)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.50		9.50 (6.98)	9.50 (6.98)	9.28 (6.67)	2.92 (1.08)	1.37 (0.49)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
0.75		109.51 (107.30)	95.24 (92.64)	24.78 (22.41)	3.01 (1.49)	1.44 (0.57)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
1.00		370.16 (369.12)	83.34 (81.01)	14.95 (13.07)	2.95 (1.69)	1.51 (0.66)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.25		26.37 (24.95)	17.88 (16.63)	8.44 (7.08)	2.82 (1.76)	1.57 (0.76)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		6.66 (5.69)	5.96 (4.96)	4.55 (3.51)	2.48 (1.60)	1.57 (0.80)	1.20 (0.45)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
1.75		3.36 (2.49)	3.22 (2.34)	2.88 (2.03)	2.07 (1.29)	1.50 (0.76)	1.21 (0.47)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	
2.00		2.25 (1.48)	2.22 (1.46)	2.09 (1.34)	1.74 (1.01)	1.41 (0.68)	1.20 (0.45)	1.09 (0.29)	1.03 (0.17)	
2.50		1.50 (0.80)	1.49 (0.79)	1.46 (0.76)	1.37 (0.65)	1.25 (0.52)	1.15 (0.40)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
3.00		1.24 (0.53)	1.24 (0.52)	1.28 (0.51)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.11 (0.33)	1.06 (0.26)	1.04 (0.20)	
(0.80,3.4320)		0.25	3.32 (2.05)	3.32 (2.05)	3.32 (2.05)	3.25 (1.95)	1.23 (0.42)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	36.31 (34.94)	36.31 (34.94)	36.14 (34.76)	6.50 (4.96)	1.41 (0.57)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	282.27 (279.00)	255.66 (252.02)	95.20 (93.37)	4.90 (3.70)	1.52 (0.72)	1.04 (0.21)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.36 (368.47)	139.25 (137.07)	30.41 (29.14)	4.02 (3.05)	1.61 (0.85)	1.11 (0.33)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	34.07 (33.32)	24.55 (23.77)	12.05 (11.24)	3.43 (2.62)	1.66 (0.94)	1.17 (0.42)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
	1.50	8.12 (7.46)	7.29 (6.55)	5.50 (4.76)	2.79 (2.07)	1.64 (0.94)	1.21 (0.48)	1.05 (0.23)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.78 (3.10)	3.58 (2.88)	3.18 (2.49)	2.22 (1.54)	1.55 (0.86)	1.22 (0.50)	1.08 (0.28)	1.02 (0.14)	
	2.00	2.40 (1.74)	2.36 (1.70)	2.20 (1.55)	1.81 (1.14)	1.44 (0.74)	1.21 (0.48)	1.09 (0.31)	1.03 (0.17)	
	2.50	1.53 (0.85)	1.52 (0.84)	1.49 (0.82)	1.38 (0.69)	1.26 (0.55)	1.16 (0.42)	1.08 (0.30)	1.04 (0.20)	
	3.00	1.25 (0.55)	1.25 (0.55)	1.24 (0.53)	1.20 (0.48)	1.15 (0.41)	1.11 (0.34)	1.06 (0.27)	1.04 (0.20)	
	(1.00,3.435)	0.25	8.06 (7.64)	8.06 (7.64)	8.06 (7.64)	8.05 (7.63)	1.30 (0.63)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	97.44 (98.06)	97.44 (98.06)	97.29 (97.90)	26.82 (26.38)	1.60 (0.99)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		472.96 (472.33)	435.31 (435.82)	206.60 (202.66)	10.00 (9.52)	1.71 (1.11)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
1.00		370.67 (365.35)	180.43 (178.52)	50.14 (49.78)	5.91 (5.30)	1.78 (1.19)	1.11 (0.36)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.25		39.08 (38.33)	29.91 (29.55)	15.80 (15.20)	4.29 (3.70)	1.81 (1.23)	1.18 (0.47)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
1.50		9.59 (9.13)	8.68 (8.23)	6.57 (6.02)	3.19 (2.65)	1.75 (1.17)	1.23 (0.54)	1.05 (0.24)	1.01 (0.10)	
1.75		4.22 (3.65)	4.03 (3.48)	3.56 (3.04)	2.42 (1.88)	1.62 (1.00)	1.24 (0.56)	1.08 (0.29)	1.02 (0.14)	
2.00		2.59 (2.03)	2.54 (1.98)	2.37 (1.81)	1.91 (1.34)	1.48 (0.84)	1.22 (0.52)	1.09 (0.32)	1.03 (0.17)	
2.50		1.57 (0.94)	1.55 (0.93)	1.52 (0.89)	1.41 (0.75)	1.27 (0.58)	1.16 (0.43)	1.09 (0.31)	1.04 (0.21)	
3.00		1.26 (0.59)	1.26 (0.58)	1.25 (0.57)	1.21 (0.50)	1.16 (0.42)	1.11 (0.35)	1.07 (0.27)	1.04 (0.20)	

Πίνακας 4.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_2)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.05,1.8980)	0.25	1.28	1.28	1.28	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.46)	(0.46)	(0.46)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.28	3.27	2.98	1.50	1.01	1.00	1.00	1.00	(1.67)	(1.67)	(1.41)	(0.58)	(0.11)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	13.35	10.63	5.04	1.69	1.07	1.00	1.00	1.00	(8.52)	(6.62)	(2.99)	(0.83)	(0.27)	(0.04)	(0.01)	(0.00)	
		370.32	18.69	5.84	1.84	1.15	1.01	1.00	1.00	(415.93)	(14.88)	(4.35)	(1.10)	(0.40)	(0.12)	(0.02)	(0.01)	
	0.75	12.92	9.26	4.87	1.90	1.21	1.04	1.00	1.00	(12.29)	(8.72)	(4.30)	(1.30)	(0.51)	(0.20)	(0.07)	(0.02)	
		4.31	3.94	3.11	1.78	1.24	1.06	1.01	1.00	(4.08)	(3.71)	(2.81)	(1.28)	(0.57)	(0.26)	(0.11)	(0.04)	
	1.00	2.40	2.31	2.09	1.56	1.22	1.07	1.02	1.00	(2.11)	(1.99)	(1.74)	(1.05)	(0.56)	(0.29)	(0.14)	(0.06)	
		1.71	1.69	1.62	1.38	1.19	1.08	1.03	1.01	(1.29)	(1.27)	(1.18)	(0.84)	(0.53)	(0.31)	(0.16)	(0.08)	
	1.25	1.25	1.25	1.23	1.17	1.11	1.06	1.03	1.01	(0.66)	(0.65)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.26)	(0.18)	(0.11)	
		1.11	1.11	1.11	1.09	1.06	1.04	1.02	1.01	(0.40)	(0.40)	(0.39)	(0.33)	(0.28)	(0.22)	(0.16)	(0.12)	
	(0.10,2.3262)	0.25	1.49	1.49	1.49	1.41	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.49)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.79	3.79	3.54	1.78	1.05	1.00	1.00	1.00	(1.75)	(1.75)	(1.53)	(0.65)	(0.21)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
0.50		14.95	12.28	5.96	1.95	1.14	1.01	1.00	1.00	(8.88)	(6.84)	(3.10)	(0.92)	(0.36)	(0.07)	(0.02)	(0.00)	
		370.04	21.25	6.65	2.09	1.23	1.03	1.00	1.00	(390.43)	(15.94)	(4.38)	(1.22)	(0.48)	(0.16)	(0.04)	(0.01)	
0.75		14.77	10.60	5.60	2.14	1.29	1.06	1.01	1.00	(12.69)	(8.80)	(4.42)	(1.43)	(0.59)	(0.25)	(0.09)	(0.02)	
		4.95	4.54	3.58	1.98	1.32	1.09	1.02	1.00	(4.20)	(3.86)	(2.98)	(1.42)	(0.66)	(0.31)	(0.14)	(0.05)	
1.00		2.74	2.62	2.37	1.72	1.30	1.11	1.03	1.01	(2.28)	(2.17)	(1.90)	(1.18)	(0.65)	(0.35)	(0.18)	(0.08)	
		1.91	1.87	1.78	1.50	1.25	1.11	1.04	1.01	(1.44)	(1.39)	(1.29)	(0.94)	(0.60)	(0.36)	(0.20)	(0.11)	
1.25		1.33	1.32	1.30	1.23	1.15	1.08	1.04	1.02	(0.73)	(0.74)	(0.71)	(0.58)	(0.44)	(0.32)	(0.21)	(0.13)	
		1.15	1.15	1.14	1.12	1.09	1.06	1.03	1.02	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	(0.14)	
(0.20,2.7666)		0.25	1.73	1.73	1.73	1.67	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.49)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.27	4.27	4.06	2.09	1.13	1.00	1.00	1.00	(1.76)	(1.76)	(1.57)	(0.68)	(0.33)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.50	18.25	14.83	6.74	2.22	1.23	1.01	1.00	1.00	(12.40)	(8.98)	(3.19)	(0.98)	(0.44)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	
		369.99	26.60	7.30	2.35	1.32	1.05	1.00	1.00	(378.40)	(21.98)	(4.47)	(1.27)	(0.54)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
	0.75	16.88	11.80	6.16	2.37	1.40	1.09	1.01	1.00	(14.48)	(9.50)	(4.43)	(1.48)	(0.65)	(0.30)	(0.11)	(0.03)	
		5.41	4.98	3.94	2.19	1.41	1.13	1.03	1.00	(4.18)	(3.85)	(2.97)	(1.48)	(0.72)	(0.37)	(0.17)	(0.06)	
	1.00	3.03	2.92	2.62	1.88	1.38	1.15	1.04	1.01	(2.31)	(2.23)	(1.96)	(1.25)	(0.72)	(0.40)	(0.21)	(0.10)	
		2.09	2.03	1.93	1.61	1.32	1.14	1.05	1.02	(1.49)	(1.44)	(1.34)	(1.00)	(0.65)	(0.41)	(0.24)	(0.13)	
	1.25	1.41	1.40	1.38	1.28	1.19	1.11	1.06	1.02	(0.79)	(0.79)	(0.76)	(0.63)	(0.48)	(0.36)	(0.25)	(0.16)	
		1.19	1.18	1.18	1.15	1.11	1.08	1.04	1.02	(0.50)	(0.50)	(0.49)	(0.43)	(0.37)	(0.30)	(0.22)	(0.16)	
	(0.30,3.0160)	0.25	1.86	1.86	1.86	1.79	1.04	1.00	1.00	1.00	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.46)	(0.19)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.54	4.54	4.33	2.25	1.20	1.00	1.00	1.00	(1.85)	(1.85)	(1.63)	(0.68)	(0.40)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
0.50		24.22	19.68	7.43	2.37	1.30	1.02	1.00	1.00	(19.14)	(14.59)	(3.76)	(0.98)	(0.49)	(0.14)	(0.02)	(0.00)	
		370.41	33.63	7.89	2.46	1.39	1.06	1.00	1.00	(375.52)	(29.61)	(5.08)	(1.27)	(0.57)	(0.25)	(0.07)	(0.02)	
0.75		18.76	12.70	6.45	2.48	1.45	1.11	1.02	1.00	(17.08)	(10.69)	(4.63)	(1.48)	(0.68)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	

Πίνακας 4.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(λ, K_2)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,3.0160)	1.50	5.66	5.15	4.09	2.28	1.47	1.15	1.04	1.01	
		(4.31)	(3.88)	(2.96)	(1.47)	(0.74)	(0.40)	(0.19)	(0.08)	
	1.75	3.14	3.03	2.71	1.95	1.43	1.17	1.05	1.01	
		(2.28)	(2.21)	(1.92)	(1.25)	(0.73)	(0.42)	(0.24)	(0.11)	
	2.00	2.16	2.11	2.00	1.66	1.35	1.16	1.06	1.02	
		(1.47)	(1.42)	(1.33)	(1.01)	(0.67)	(0.43)	(0.26)	(0.14)	
	2.50	1.45	1.44	1.41	1.32	1.21	1.12	1.06	1.03	
		(0.81)	(0.80)	(0.76)	(0.65)	(0.51)	(0.38)	(0.27)	(0.17)	
	3.00	1.21	1.21	1.20	1.16	1.12	1.09	1.05	1.03	
		(0.52)	(0.51)	(0.50)	(0.45)	(0.38)	(0.31)	(0.24)	(0.17)	
	(0.50,3.2850)	0.25	1.98	1.98	1.98	1.90	1.14	1.00	1.00	1.00
			(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.45)	(0.34)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		5.49	5.49	5.23	2.43	1.31	1.00	1.00	1.00	
		(2.88)	(2.88)	(2.54)	(0.70)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	
0.75		50.23	41.70	11.02	2.55	1.39	1.03	1.00	1.00	
		(46.29)	(38.16)	(7.88)	(1.05)	(0.52)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
1.00		370.56	53.98	10.01	2.62	1.45	1.09	1.01	1.00	
		(371.05)	(51.44)	(7.75)	(1.34)	(0.60)	(0.28)	(0.08)	(0.02)	
1.25		22.30	14.85	7.10	2.59	1.51	1.14	1.02	1.00	
		(21.08)	(13.39)	(5.50)	(1.52)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.05)	
1.50		6.01	5.45	4.23	2.36	1.52	1.18	1.05	1.01	
		(4.78)	(4.28)	(3.07)	(1.46)	(0.76)	(0.42)	(0.21)	(0.09)	
1.75	3.22	3.11	2.78	2.01	1.47	1.20	1.07	1.02		
	(2.31)	(2.20)	(1.91)	(1.23)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)		
2.00	2.21	2.17	2.05	1.70	1.39	1.19	1.08	1.03		
	(1.44)	(1.40)	(1.30)	(0.98)	(0.67)	(0.44)	(0.28)	(0.16)		
2.50	1.48	1.47	1.44	1.35	1.24	1.14	1.07	1.03		
	(0.79)	(0.79)	(0.76)	(0.65)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)		
3.00	1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03		
	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)		
(0.80,3.4335)	0.25	2.42	2.42	2.42	2.29	1.23	1.00	1.00	1.00	
		(1.00)	(1.00)	(1.00)	(0.81)	(0.42)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	17.63	17.63	17.42	3.60	1.38	1.01	1.00	1.00	
		(15.95)	(15.95)	(15.64)	(1.92)	(0.50)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	183.85	163.25	49.67	3.52	1.46	1.04	1.00	1.00	
		(181.89)	(160.07)	(48.25)	(2.16)	(0.60)	(0.21)	(0.03)	(0.00)	
	1.00	370.24	112.03	21.50	3.29	1.54	1.10	1.01	1.00	
		(370.19)	(110.77)	(20.40)	(2.18)	(0.71)	(0.31)	(0.09)	(0.02)	
	1.25	30.97	21.38	10.06	3.03	1.60	1.16	1.03	1.00	
		(30.27)	(20.60)	(9.12)	(2.09)	(0.81)	(0.40)	(0.17)	(0.05)	
	1.50	7.38	6.59	4.97	2.59	1.59	1.20	1.05	1.01	
		(6.59)	(5.81)	(4.10)	(1.77)	(0.85)	(0.45)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.54	3.37	3.00	2.12	1.52	1.22	1.09	1.02		
	(2.76)	(2.58)	(2.22)	(1.39)	(0.79)	(0.48)	(0.30)	(0.14)		
2.00	2.31	2.27	2.13	1.76	1.42	1.21	1.08	1.03		
	(1.59)	(1.54)	(1.42)	(1.04)	(0.70)	(0.46)	(0.29)	(0.17)		
2.50	1.51	1.50	1.47	1.37	1.26	1.15	1.08	1.04		
	(0.82)	(0.81)	(0.78)	(0.67)	(0.53)	(0.41)	(0.29)	(0.20)		
3.00	1.24	1.24	1.23	1.20	1.15	1.11	1.06	1.04		
	(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.47)	(0.41)	(0.34)	(0.26)	(0.19)		
(1.00,3.4345)	0.25	8.06	8.06	8.06	8.05	1.30	1.00	1.00	1.00	
		(7.64)	(7.64)	(7.64)	(7.63)	(0.63)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	97.39	97.39	97.24	26.79	1.60	1.01	1.00	1.00	
		(98.04)	(98.04)	(97.88)	(26.36)	(0.99)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	472.36	434.78	206.33	9.99	1.71	1.05	1.00	1.00	
		(471.31)	(435.17)	(202.39)	(9.40)	(1.11)	(0.22)	(0.03)	(0.00)	
	1.00	370.19	180.24	50.09	5.91	1.78	1.11	1.01	1.00	
		(365.03)	(178.47)	(49.72)	(5.30)	(1.19)	(0.36)	(0.10)	(0.02)	
	1.25	39.06	29.89	15.79	4.29	1.81	1.18	1.03	1.00	
		(38.33)	(29.54)	(15.20)	(3.70)	(1.23)	(0.47)	(0.17)	(0.05)	
	1.50	9.58	8.68	6.56	3.19	1.75	1.23	1.05	1.01	
		(9.11)	(8.23)	(6.02)	(2.65)	(1.17)	(0.54)	(0.24)	(0.10)	
1.75	4.22	4.03	3.56	2.42	1.62	1.24	1.08	1.02		
	(3.65)	(3.48)	(3.03)	(1.88)	(1.00)	(0.55)	(0.29)	(0.14)		
2.00	2.59	2.54	2.37	1.91	1.48	1.22	1.09	1.03		
	(2.03)	(1.98)	(1.81)	(1.34)	(0.84)	(0.52)	(0.32)	(0.17)		
2.50	1.57	1.55	1.52	1.41	1.27	1.16	1.09	1.04		
	(0.94)	(0.93)	(0.89)	(0.75)	(0.58)	(0.43)	(0.31)	(0.21)		
3.00	1.26	1.26	1.25	1.21	1.16	1.11	1.07	1.04		
	(0.59)	(0.58)	(0.57)	(0.50)	(0.42)	(0.35)	(0.27)	(0.20)		

4.4.3 Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-GWMA διαγράμματος

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3 και στους Πίνακες B.3 - B.6 στο Παράρτημα Β, παρατηρούμε ότι το Max-TEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη ARL απόδοση από το Max-GWMA διάγραμμα για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μεγάλες ανοδικές και καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta \leq 1.50, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Ωστόσο, υπάρχουν μερικές περιπτώσεις, όπου το Max-GWMA διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές από το προτεινόμενο διάγραμμα. Για παράδειγμα, i) ($q = 0.70, \alpha \in [0.70, 1.10]$) για ($\delta \leq 0.50, \rho = 1.75$), ii) ($q = 0.80, \alpha \in [0.70, 1.10]$) για ($\delta \leq 0.50, \rho = 1.50$), iii) ($q = 0.90, \alpha \in [0.60, 1.00]$) για ($\delta = 0.25, \rho = 1.25$), iv) ($q = 0.95, \alpha \in [0.70, 0.90]$) για ($\delta = 0.25, \rho = 1.25$) και v) ($q = 0.95, \alpha = 0.80$) για ($\delta = 0.00, \rho = 1.25$). Επίσης, το Max-TEWMA διάγραμμα υπερέρχει του Max-GWMA διαγράμματος για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta > 1.50, \rho > 1.00$), ενώ και τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια απόδοση για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta > 1.50, \rho \leq 1.00$). Λαμβάνοντας υπόψη το SDRL μέτρο, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το Max-GWMA διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και για όλες τις θεωρούμενες μετατοπίσεις στη διασπορά ($\delta > 1.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Όσο για $\delta \leq 1.00$, το προτεινόμενο διάγραμμα έχει καλύτερη SDRL απόδοση από το ανταγωνιστικό διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά, καθώς το λ (q) αυξάνεται (μειώνεται). Για παράδειγμα, το Max-GWMA ($q = 0.95$) διάγραμμα έχει μικρότερες $SDRL_1$ τιμές από το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta \leq 1.00, 0.50 \leq \rho \leq 2.50$), ενώ το Max-GWMA ($q = 0.70$) διάγραμμα έχει μικρότερες $SDRL_1$ τιμές από το Max-TEWMA ($\lambda = 0.30$) διάγραμμα για ($\delta \leq 1.00, \rho > 1.00$).

Επιπρόσθετα, η σύγκριση μεταξύ του Max-TEWMA ($\lambda = 0.05$) διαγράμματος (βλέπε Πίνακα 4.3) και των αποτελεσμάτων του μήκους ροής του Max-GWMA διαγράμματος που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.6 αποκαλύπτει ότι το πρώτο διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και όλες τις θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα ($\delta \leq 1.50, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Ωστόσο, το ανταγωνιστικό διάγραμμα έχει μικρότερες ARL_1 τιμές από το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta \in \{0.00, 0.25\}, \rho = 1.25$). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τον Πίνακα 4.6, το Max-GWMA διάγραμμα ελέγχου έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές από το προτεινόμενο διάγραμμα για συνδυασμούς

μετατοπίσεων ($\delta \leq 1.00$, $0.50 \leq \rho \leq 2.50$), ενώ το αντίθετο συμβαίνει για τις ίδιες ποσότητες μετατοπίσεων στο μέσο και $\rho \in \{0.25, 3.00\}$ στη διασπορά. Λαμβάνοντας υπόψη τις μεγαλύτερες μετατοπίσεις στο μέσο, δηλαδή $\delta > 1.50$, το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα έχει καλύτερη ARL και SDRL απόδοση για $\rho > 1.00$, ενώ και τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για $\rho \leq 1.00$.

Πίνακας 4.6: Σχεδόν βέλτιστοι (q, α, L_1) συνδυασμοί παραμέτρων και οι αντίστοιχες ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

ρ	δ							
	0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
0.25	(0.95,1.00,2.770) 1.71 (0.54)	(0.95,1.00,2.770) 1.71 (0.54)	(0.95,1.00,2.770) 1.71 (0.54)	(0.95,1.10,2.795) 1.66 (0.48)	(0.95,1.00,2.770) 1.01 (0.09)	(0.95,1.10,2.759) 1.00 (0.00)	(0.95,1.10,2.759) 1.00 (0.00)	(0.95,1.10,2.759) 1.00 (0.00)
0.50	(0.95,1.00,2.770) 4.02 (1.67)	(0.95,1.00,2.770) 4.02 (1.67)	(0.95,1.00,2.770) 3.83 (1.48)	(0.95,1.00,2.770) 2.03 (0.62)	(0.95,1.00,2.770) 1.13 (0.34)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.02)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.00)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.00)
0.75	(0.950.90,2.792) 15.32 (8.92)	(0.95,0.90,2.792) 12.81 (6.92)	(0.95,1.00,2.770) 6.26 (2.98)	(0.95,1.00,2.770) 2.14 (0.90)	(0.95,1.00,2.770) 1.23 (0.43)	(0.95,1.00,2.770) 1.01 (0.11)	(0.95,1.10,2.759) 1.00 (0.02)	(0.95,1.10,2.759) 1.00 (0.00)
1.00		(0.95,0.80,2.850) 20.58 (14.72)	(0.95,0.90,2.792) 6.60 (4.05)	(0.95,0.90,2.792) 2.23 (1.14)	(0.95,1.00,2.770) 1.31 (0.52)	(0.95,1.00,2.770) 1.05 (0.21)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.05)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.02)
1.25	(0.95,0.80,2.850) 13.46 (11.13)	(0.95,0.80,2.850) 9.67 (7.58)	(0.95,0.90,2.792) 5.34 (3.85)	(0.95,0.90,2.792) 2.22 (1.29)	(0.95,1.00,2.770) 1.37 (0.60)	(0.95,1.00,2.770) 1.09 (0.29)	(0.95,1.00,2.770) 1.01 (0.11)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.03)
1.50	(0.95,0.80,2.850) 4.66 (3.53)	(0.95,0.80,2.850) 4.28 (3.21)	(0.95,0.80,2.850) 3.44 (2.46)	(0.95,0.90,2.792) 2.04 (1.25)	(0.95,1.00,2.770) 1.38 (0.65)	(0.95,1.00,2.770) 1.12 (0.36)	(0.95,1.00,2.770) 1.03 (0.16)	(0.95,1.00,2.770) 1.00 (0.06)
1.75	(0.95,0.80,2.850) 2.70 (1.90)	(0.95,0.90,2.792) 2.60 (1.85)	(0.95,0.90,2.792) 2.36 (1.62)	(0.95,0.90,2.792) 1.76 (1.03)	(0.95,0.90,2.792) 1.35 (0.63)	(0.95,0.90,2.792) 1.14 (0.38)	(0.95,0.90,2.792) 1.04 (0.21)	(0.95,0.90,2.792) 1.01 (0.10)
2.00	(0.95,0.90,2.792) 1.93 (1.25)	(0.95,0.90,2.792) 1.89 (1.20)	(0.95,0.90,2.792) 1.80 (1.12)	(0.95,0.90,2.792) 1.53 (0.84)	(0.95,0.90,2.792) 1.29 (0.56)	(0.95,1.00,2.77) 1.13 (0.38)	(0.95,0.90,2.792) 1.05 (0.23)	(0.95,0.90,2.792) 1.02 (0.13)
2.50	(0.95,0.90,2.792) 1.37 (0.69)	(0.95,0.90,2.792) 1.36 (0.68)	(0.95,0.90,2.792) 1.34 (0.66)	(0.95,0.90,2.792) 1.26 (0.55)	(0.95,1.10,2.759) 1.17 (0.45)	(0.95,0.90,2.792) 1.10 (0.33)	(0.90,1.00,2.770) 1.05 (0.24)	(0.90,1.00,2.770) 1.02 (0.15)
3.00	(0.95,0.80,2.850) 1.18 (0.45)	(0.95,0.90,2.792) 1.17 (0.45)	(0.95,0.80,2.850) 1.17 (0.44)	(0.95,0.90,2.792) 1.14 (0.39)	(0.95,0.90,2.792) 1.11 (0.34)	(0.95,0.90,2.792) 1.07 (0.28)	(0.95,0.90,2.792) 1.04 (0.21)	(0.95,0.90,2.792) 1.02 (0.16)

Επιπλέον, δεδομένου ότι μας απασχολεί ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, είναι ενδιαφέρον να υπολογίσουμε το RMI (Han και Tsung 2006) μέτρο (Εξίσωση (3.34)). Το διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη RMI τιμή θεωρείται καλύτερο στη συνολική του απόδοση. Ο Πίνακας 4.7 παρουσιάζει τις RMI τιμές λαμβάνοντας υπόψη τα ARL_1 αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.3 - 4.5 και στους Πίνακες B.3 - B.6 στο Παράρτημα B, για τα Max-TEWMA, Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα ελέγχου, όταν $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00\}$, $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10\}$, $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$ σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) , όπου $0.00 \leq \delta \leq 3.00$ και $0.25 \leq \rho \leq 3.00$. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.7, παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα με $\lambda = 0.05$ έχει την καλύτερη συνολική απόδοση ($RMI < 0.05$). Επιπλέον, το Max-TEWMA διάγραμμα υπερέχει των Max-EWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων ελέγχου σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων για όλες τις θεωρούμενες λ και (q, α) τιμές. Να σημειωθεί ότι για $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20\}$, τα Max-DEWMA και Max-TEWMA διαγράμματα ελέγχου αποδίδουν παρόμοια σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων ($0.00 \leq \delta \leq 3.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$), ενώ το τελευταίο είναι ελαφρώς πιο ευαίσθητο. Καθώς η τιμή του λ αυξάνεται, η συνολική ανιχνευτική ικανότητα του Max-TEWMA διαγράμματος βελτιώνεται έναντι του Max-DEWMA διαγράμματος ελέγχου. Επίσης, το Max-DEWMA διάγραμμα υπερέχει των Max-EWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων σε όλο το σύνολο των μετατοπίσεων της διεργασίας. Είναι φανερό ότι τα Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$) και Max-EWMA ($\lambda = 0.05$) διαγράμματα, τα Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$) και Max-EWMA ($\lambda = 0.10$) διαγράμματα, καθώς και τα Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$) και Max-EWMA ($\lambda = 0.20$) διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια. Τέλος, τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-TEWMA διαγράμματα με $\lambda = 1.00$ έχουν παρόμοια απόδοση σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων.

Πίνακας 4.7: Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.

	RMI		RMI		RMI
Max-EWMA ($\lambda = 0.05$)	0.117	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.185	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50$)	0.393
Max-DEWMA ($\lambda = 0.05$)	0.014	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.177	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	0.354
Max-TEWMA ($\lambda = 0.05$)	0.012	Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.182	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	0.336
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50$)	0.246	Max-EWMA ($\lambda = 0.20$)	0.256	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	0.328
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.184	Max-DEWMA ($\lambda = 0.20$)	0.160	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	0.332
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.144	Max-TEWMA ($\lambda = 0.20$)	0.152	Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	0.355
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.123	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50$)	0.334	Max-EWMA ($\lambda = 0.50$)	0.621
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.115	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.294	Max-DEWMA ($\lambda = 0.50$)	0.338
Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.122	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.270	Max-TEWMA ($\lambda = 0.50$)	0.271
Max-EWMA ($\lambda = 0.10$)	0.177	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.256	Max-EWMA ($\lambda = 0.80$)	1.703
Max-DEWMA ($\lambda = 0.10$)	0.085	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.251	Max-DEWMA ($\lambda = 0.80$)	1.011
Max-TEWMA ($\lambda = 0.10$)	0.085	Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	0.265	Max-TEWMA ($\lambda = 0.80$)	0.715
Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50$)	0.282	Max-EWMA ($\lambda = 0.30$)	0.340	Max-EWMA ($\lambda = 1.00$)	3.691
Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.234	Max-DEWMA ($\lambda = 0.30$)	0.213	Max-DEWMA ($\lambda = 1.00$)	3.688
Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.203	Max-TEWMA ($\lambda = 0.30$)	0.194	Max-TEWMA ($\lambda = 1.00$)	3.687

Επίσης, εξετάζουμε τις διαγνωστικές ικανότητες των Max-TEWMA, Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων ελέγχου. Για κάθε ζεύγος των (δ, ρ) τιμών, προσομοιώνουμε 1000 εκτός ελέγχου σήματα για κάθε ένα από τα διαγράμματα. Οι κανόνες των Max-TEWMA (Πίνακας 4.2), Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων χρησιμοποιούνται για να μετρήσουν τον αριθμό των εκτός ελέγχου σημείων που ανιχνεύονται από κάθε ένα από τα διαγράμματα. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$, θεωρούμε τα Max-TEWMA, Max-EWMA και Max-DEWMA διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_3) = (0.10, 2.0351)$, $(\lambda, K_1) = (0.10, 3.0467)$ και $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από την προαναφερθείσα μελέτη παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.8. Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.8, παρατηρείται ότι όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, τα θεωρούμενα διαγράμματα έχουν ίδια απόδοση όσον αφορά τη σηματοδότηση μίας αύξησης ή μίας μείωσης στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Επίσης, παρατηρούμε ότι τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-TEWMA διαγράμματα έχουν συγκρίσιμες διαγνωστικές ικανότητες για τις εκτός ελέγχου περιπτώσεις.

4.4.4 Max-TEWMA διάγραμμα έναντι του Max-DGWMA διαγράμματος

Στην παρούσα υποενότητα, πρόκειται να συγκρίνουμε το Max-TEWMA διάγραμμα με το Max-DGWMA διάγραμμα που παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3. Συγκεκριμένα, οι Πίνακες B.7 - B.10 στο Παράρτημα Β παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$, για $\delta \in \{0.00, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$ και $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00\}$, όπως στην Ενότητα 4.3. Οι περιπτώσεις στις οποίες $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ του Max-DGWMA διαγράμματος παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.5, λόγω $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$ (βλέπε Ενότητα 3.3). Να σημειωθεί ότι οι L_2 τιμές του Max-DGWMA διαγράμματος επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένα $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$, καθώς και διάφορους (q, α) συνδυασμούς. Επιπλέον, ο Πίνακας 4.9 παρέχει τους σχεδόν βέλτιστους συνδυασμούς παραμέτρων (q, α, L_2) για το Max-DGWMA διάγραμμα, καθώς και τις αντίστοιχες ARL_1 και $SDRL_1$ (σε παρένθεση) τιμές για τις ίδιες δ και ρ τιμές όπως παραπάνω.

Οι συγκρίσεις δείχνουν ότι το Max-TEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα από το Max-DGWMA με $\alpha < 1.00$. Για παράδειγμα, το Max-TEWMA($\lambda = 0.05$) διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων από το Max-DGWMA($q = 0.95, \alpha < 1.00$) διάγραμμα. Καθώς το q μειώνεται, το λ αυξάνεται και $\alpha < 1.00$, το Max-TEWMA διάγραμμα φαίνεται να βελτιώνεται έναντι του Max-DGWMA διαγράμματος, ιδιαίτερα για μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μεγάλες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Επιπρόσθετα, το Max-TEWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από το Max-DGWMA με $\alpha > 1.00$ στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα και το γεγονός αυτό ενισχύεται, καθώς το λ αυξάνεται και το q μειώνεται. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια ARL και SDRL απόδοση για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και για την πλειονότητα των μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα.

Επιπλέον, η σύγκριση μεταξύ του Max-TEWMA($\lambda = 0.05$) διαγράμματος (βλέπε Πίνακα 4.3) και των αποτελεσμάτων του μήκους ροής του Max-DGWMA διαγράμματος που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.9 υποδεικνύει ότι το Max-TEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το Max-DGWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Από την άλλη πλευρά,

και τα δύο διαγράμματα παρουσιάζουν παρόμοια απόδοση για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και μεγάλες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα, καθώς και για μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και όλες τις θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα.

Πίνακας 4.9: Σχεδόν βέλτιστοι (q, α, L_2) συνδυασμοί παραμέτρων και οι αντίστοιχες ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

ρ	δ							
	0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
0.25	(0.95,0.70,1.527) 1.14 (0.35)	(0.95,0.70,1.527) 1.14 (0.35)	(0.95,0.70,1.527) 1.14 (0.35)	(0.95,0.70,1.527) 1.03 (0.18)	(0.95,0.90,1.760) 1.00 (0.00)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)
0.50	(0.95,0.70,1.527) 2.54 (1.27)	(0.95,0.70,1.527) 2.53 (1.25)	(0.95,0.70,1.527) 2.28 (1.04)	(0.95,0.80,1.629) 1.33 (0.50)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.09)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.01)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)
0.75	(0.95,0.70,1.527) 9.61 (7.12)	(0.95,0.70,1.527) 7.28 (5.16)	(0.95,0.70,1.527) 3.61 (2.21)	(0.95,0.80,1.629) 1.50 (0.67)	(0.95,0.80,1.629) 1.05 (0.21)	(0.95,0.90,1.760) 1.00 (0.04)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.01)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.00)
1.00		(0.95,0.70,1.527) 12.79 (12.30)	(0.95,0.70,1.527) 4.18 (3.30)	(0.95,0.70,1.527) 1.56 (0.82)	(0.95,0.80,1.629) 1.11 (0.33)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.11)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.02)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.01)
1.25	(0.95,0.70,1.527) 8.32 (9.41)	(0.95,0.70,1.527) 5.97 (6.33)	(0.95,0.70,1.527) 3.39 (3.03)	(0.95,0.70,1.527) 1.59 (0.94)	(0.95,0.80,1.629) 1.16 (0.42)	(0.95,0.90,1.760) 1.03 (0.18)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.07)	(0.95,1.00,1.898) 1.00 (0.02)
1.50	(0.95,0.80,1.629) 3.38 (3.28)	(0.95,0.80,1.629) 3.10 (2.91)	(0.95,0.80,1.629) 2.51 (2.20)	(0.95,0.80,1.629) 1.56 (0.99)	(0.95,0.80,1.629) 1.18 (0.48)	(0.95,0.90,1.760) 1.05 (0.24)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.10)	(0.95,0.90,1.760) 1.00 (0.04)
1.75	(0.95,0.80,1.629) 2.01 (1.64)	(0.95,0.80,1.629) 1.95 (1.55)	(0.95,0.80,1.629) 1.79 (1.35)	(0.95,0.80,1.629) 1.41 (0.82)	(0.95,0.80,1.629) 1.17 (0.46)	(0.95,0.90,1.760) 1.06 (0.27)	(0.95,0.90,1.760) 1.02 (0.13)	(0.95,0.90,1.760) 1.00 (0.05)
2.00	(0.95,0.80,1.629) 1.53 (1.01)	(0.95,0.80,1.629) 1.51 (1.00)	(0.95,0.80,1.629) 1.46 (0.91)	(0.95,0.80,1.629) 1.28 (0.65)	(0.95,0.80,1.629) 1.14 (0.42)	(0.95,0.90,1.760) 1.07 (0.28)	(0.95,0.90,1.760) 1.02 (0.15)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.08)
2.50	(0.95,0.90,1.760) 1.22 (0.59)	(0.95,0.90,1.760) 1.22 (0.59)	(0.95,0.90,1.760) 1.20 (0.56)	(0.95,0.90,1.760) 1.15 (0.46)	(0.95,0.90,1.760) 1.10 (0.34)	(0.95,0.90,1.760) 1.05 (0.25)	(0.95,0.90,1.760) 1.02 (0.17)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.10)
3.00	(0.95,0.90,1.760) 1.10 (0.36)	(0.95,0.90,1.760) 1.10 (0.37)	(0.95,0.90,1.760) 1.09 (0.35)	(0.95,0.90,1.760) 1.08 (0.30)	(0.95,0.90,1.760) 1.06 (0.25)	(0.95,0.90,1.760) 1.04 (0.20)	(0.95,0.90,1.760) 1.02 (0.15)	(0.95,0.90,1.760) 1.01 (0.11)

4.5 Εφαρμογές

4.5.1 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα

Προκειμένου να επεξηγηθεί η χρήση του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου, παρέχεται ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων. Δημιουργείται ένα σύνολο δεδομένων με 40 δείγματα μεγέθους $n = 5$, όπου τα χαρακτηριστικά της διεργασίας X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$ και $j = 1, 2, \dots, n$, είναι αμοιβαία ανεξάρτητα και ακολουθούν την κανονική

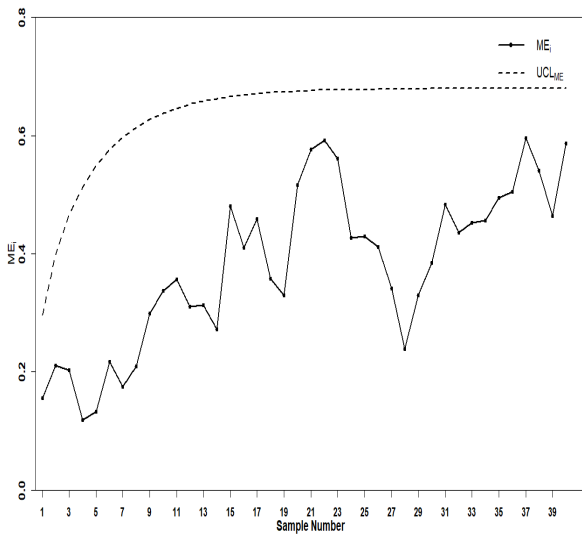
κατανομή με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Τα πρώτα 20 δείγματα παράγονται από την $N(\mu_0 = 0, \sigma_0^2 = 1)$, αναφερόμενα στην εντός ελέγχου κατάσταση, δηλαδή $\delta = 0$ και $\rho = 1$. Ωστόσο, μία μετατόπιση του $\mu_1 = \mu_0 + 0.25\sigma_0$ ($\delta = 0.25$) στη μέση τιμή και μία μετατόπιση του $\sigma_1 = 0.75\sigma_0$ ($\rho = 0.75$) στην τυπική απόκλιση προστίθενται στα τελευταία 20 δείγματα. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε ένα Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και συνδυασμό παραμέτρων $(\lambda, K_3) = (0.10, 2.0351)$. Τα προσομοιωμένα δεδομένα, οι τιμές του στατιστικού και του άνω ορίου ελέγχου του προτεινόμενου διαγράμματος δίνονται στον Πίνακα 4.10.

Επιπρόσθετα, κατασκευάζουμε τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα, με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.10, 3.0467)$, $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$ και $(q, \alpha, L_1) = (0.90, 0.90, 3.0715)$, αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι K_1 , K_2 , L_1 και K_3 πολλαπλασιαστές των διαγραμμάτων ελέγχου λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, έτσι ώστε $ARL_0 \approx 370$. Οι τιμές των στατιστικών και των σχετικών άνω ορίων ελέγχου των προαναφερθέντων διαγραμμάτων ελέγχου παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 4.10. Τα Σχήματα 4.3 - 4.5 δείχνουν τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα ελέγχου, ενώ το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.6. Από αυτά τα Σχήματα, παρατηρούμε ότι το Max-TEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 30^ο δείγμα, το Max-DEWMA διάγραμμα στο 36^ο δείγμα, ενώ τα Max-EWMA και Max-GWMA διαγράμματα αποτυγχάνουν να ανιχνεύσουν τη μετατόπιση. Με άλλα λόγια, το Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου μπορεί να ανιχνεύσει μετατοπίσεις πιο γρήγορα από τα άλλα διαγράμματα ελέγχου.

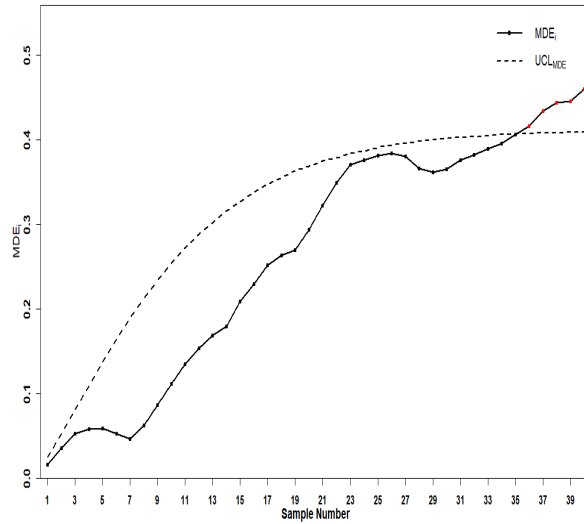
Πίνακας 4.10: Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των Max–EWMA, Max–DEWMA, Max–GWMA και Max–TEWMA διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων, Εφαρμογή 4.5.1.

Δείγμα, <i>i</i>	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	Max–EWMA		Max–DEWMA		Max–GWMA		Max–TEWMA	
						ME_i	UCL_{ME}	MDE_i	UCL_{MDE}	MG_i	UCL_{MG}	MTE_i	UCL_{MTE}
1	0.424	0.765	1.328	-2.406	0.960	0.155	0.296	0.016	0.025	0.155	0.298	0.002	0.002
2	0.693	-0.978	0.344	-1.974	-1.596	0.211	0.399	0.035	0.052	0.193	0.379	0.005	0.007
3	1.015	-1.417	0.002	0.503	0.751	0.203	0.466	0.052	0.081	0.175	0.430	0.010	0.013
4	0.223	1.195	0.841	1.303	-0.364	0.118	0.513	0.058	0.109	0.095	0.466	0.014	0.022
5	1.113	-0.801	0.205	-0.113	0.831	0.132	0.549	0.059	0.137	0.125	0.493	0.019	0.032
6	0.989	1.346	-0.339	0.340	-0.137	0.217	0.576	0.052	0.164	0.201	0.515	0.022	0.043
7	0.107	0.010	-0.347	0.906	-1.128	0.175	0.597	0.046	0.189	0.146	0.531	0.024	0.056
8	0.061	0.536	1.134	-0.764	0.194	0.209	0.614	0.062	0.212	0.182	0.545	0.024	0.069
9	1.009	0.751	-0.526	0.764	0.463	0.299	0.627	0.086	0.234	0.268	0.556	0.022	0.083
10	-1.042	-0.148	1.097	0.445	1.164	0.337	0.638	0.111	0.254	0.295	0.565	0.029	0.097
11	0.004	0.745	0.148	-0.802	1.096	0.356	0.646	0.135	0.272	0.309	0.573	0.040	0.111
12	-0.931	-0.590	-0.261	1.059	0.498	0.310	0.653	0.153	0.288	0.260	0.579	0.051	0.125
13	0.248	0.850	-0.858	0.343	0.171	0.313	0.658	0.169	0.302	0.268	0.585	0.063	0.139
14	-2.077	-1.183	0.921	0.796	1.318	0.272	0.662	0.179	0.316	0.229	0.589	0.074	0.152
15	0.693	0.941	2.101	-0.173	1.716	0.481	0.666	0.209	0.327	0.444	0.593	0.088	0.166
16	0.403	0.032	-0.486	-0.225	-0.234	0.410	0.668	0.229	0.338	0.352	0.596	0.102	0.178
17	-0.371	-0.281	1.439	1.372	-0.134	0.459	0.671	0.252	0.347	0.407	0.599	0.117	0.190
18	-0.116	-2.042	0.497	0.050	0.363	0.358	0.673	0.263	0.355	0.302	0.601	0.132	0.202
19	2.712	0.352	-0.075	-0.164	-2.636	0.330	0.674	0.270	0.363	0.287	0.603	0.145	0.213
20	-0.380	1.700	-0.034	1.975	1.638	0.516	0.675	0.294	0.369	0.481	0.605	0.160	0.223
21	0.987	0.203	-0.226	0.553	0.980	0.576	0.676	0.322	0.375	0.523	0.607	0.176	0.233
22	1.013	-0.603	1.745	-1.006	0.489	0.592	0.677	0.349	0.379	0.530	0.608	0.194	0.241
23	-0.661	0.969	0.038	0.868	-0.588	0.561	0.678	0.371	0.384	0.496	0.609	0.211	0.250
24	-1.014	-0.324	-0.227	-0.113	-0.067	0.427	0.678	0.376	0.387	0.366	0.610	0.228	0.258
25	0.530	-0.771	0.218	1.200	-0.174	0.429	0.678	0.381	0.391	0.386	0.611	0.243	0.265
26	0.744	0.166	-1.426	1.077	-0.004	0.411	0.679	0.384	0.394	0.374	0.611	0.257	0.271
27	0.745	0.762	-1.245	-0.890	-0.016	0.341	0.679	0.380	0.396	0.310	0.612	0.270	0.277
28	0.511	-1.172	-0.926	-0.195	0.263	0.239	0.679	0.366	0.398	0.219	0.613	0.279	0.283
29	0.720	1.953	-0.691	0.569	0.011	0.330	0.679	0.362	0.400	0.326	0.613	0.287	0.288
30	-1.124	1.461	0.351	0.972	0.324	0.385	0.680	0.365	0.402	0.377	0.613	0.295	0.292
31	-0.569	0.515	1.456	0.731	0.915	0.483	0.680	0.376	0.403	0.468	0.614	0.303	0.297
32	0.591	0.137	-0.256	-0.431	-0.025	0.436	0.680	0.382	0.404	0.409	0.614	0.311	0.300
33	-0.243	-0.798	0.384	0.953	1.056	0.452	0.680	0.389	0.405	0.429	0.614	0.319	0.304
34	1.473	0.719	-1.090	0.554	-0.567	0.456	0.680	0.396	0.406	0.432	0.615	0.327	0.307
35	-0.381	0.325	0.490	2.203	-0.753	0.495	0.680	0.406	0.407	0.470	0.615	0.335	0.310
36	0.618	0.294	0.891	-0.434	-0.023	0.505	0.680	0.416	0.407	0.477	0.615	0.343	0.312
37	0.776	0.661	0.815	-0.143	1.022	0.595	0.680	0.434	0.408	0.566	0.615	0.352	0.314
38	-0.228	0.621	-0.254	0.378	-0.380	0.541	0.680	0.444	0.408	0.502	0.615	0.361	0.316
39	1.546	-1.116	-0.030	-1.566	0.638	0.464	0.680	0.446	0.409	0.430	0.615	0.370	0.318
40	0.454	1.070	-0.145	1.646	0.760	0.587	0.680	0.460	0.409	0.563	0.615	0.379	0.320

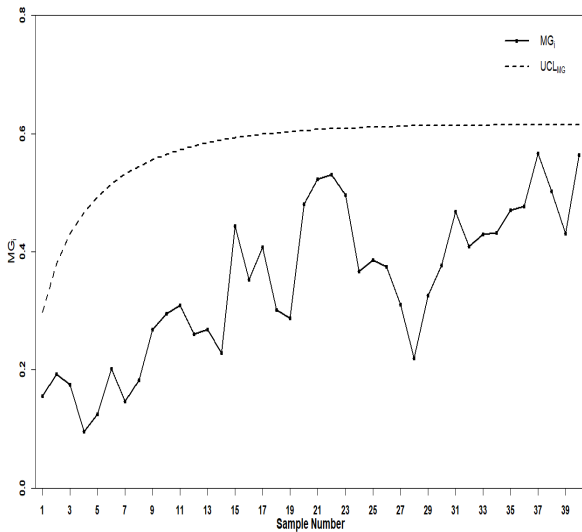
Τα εκτός ελέγχου σήματα είναι με έντονη γραφή.



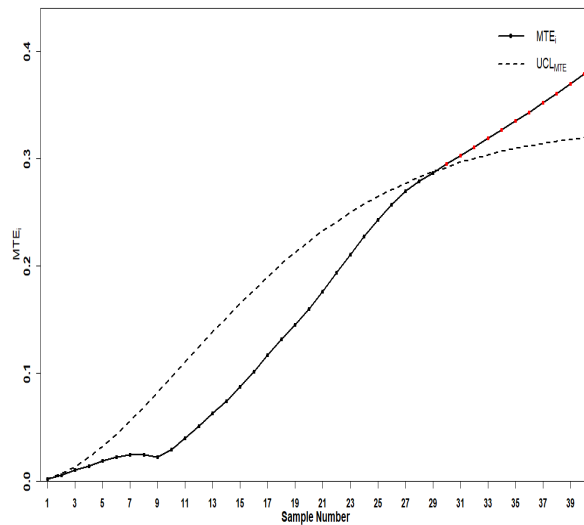
Σχήμα 4.3: Max-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.10, 3.0467)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.



Σχήμα 4.4: Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.10, 2.3262)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.



Σχήμα 4.5: Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.90, 0.90, 3.0715)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.



Σχήμα 4.6: Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.10, 2.0351)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.1.

4.5.2 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

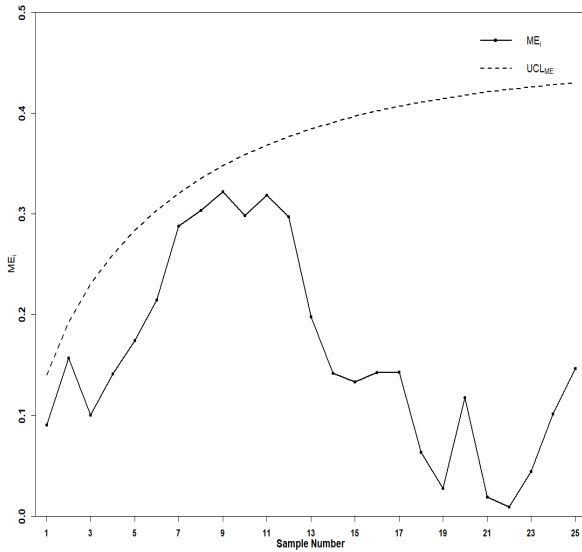
Στο δεύτερο παράδειγμα, παρουσιάζουμε την εφαρμογή του Max-TEWMA διαγράμματος ελέγχου έναντι των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμ-

μάτων ελέγχου λαμβάνοντας υπόψη τα πραγματικά δεδομένα που παρουσιάζονται στο παράδειγμα των Huang, Tai και Lu (2014). Ο όγκος πλήρωσης των φιαλών αναφυκτικών αποτελεί ένα σημαντικό ποιοτικό χαρακτηριστικό. Ο διευθυντής μίας εταιρείας αναφυκτικών στη βόρεια Ταϊβάν ενδιαφέρεται να κατανοήσει τον όγκο πλήρωσης των προϊόντων της δικής τους εταιρείας. Επομένως, 25 δείγματα μεγέθους $n = 5$ λήφθηκαν από μία παραγωγική διεργασία και παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.11. Οι εκτιμώμενες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας είναι 601.320 και 7.093, αντίστοιχα.

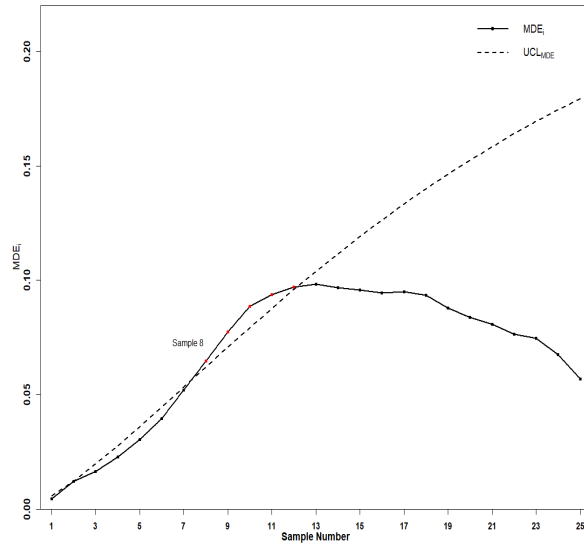
Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα, καθώς και το προτεινόμενο Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.770)$, $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.898)$, $(q, \alpha, L_1) = (0.95, 0.90, 2.792)$ και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.595)$, αντίστοιχα. Παρόμοια, οι K_1 , K_2 , L_1 και K_3 πολλαπλασιαστές των διαγραμμάτων ελέγχου λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, έτσι ώστε $ARL_0 \approx 370$. Τα Σχήματα 4.7 - 4.9 παρουσιάζουν τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα, ενώ το προτεινόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10. Παρατηρούμε ότι το Max-TEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 7^ο δείγμα, το Max-DEWMA διάγραμμα στο 8^ο δείγμα, ενώ τα Max-EWMA και Max-GWMA διαγράμματα αποτυγχάνουν να ανιχνεύσουν οποιαδήποτε μετατόπιση.

Πίνακας 4.11: Δεδομένα, Εφαρμογή 4.5.2.

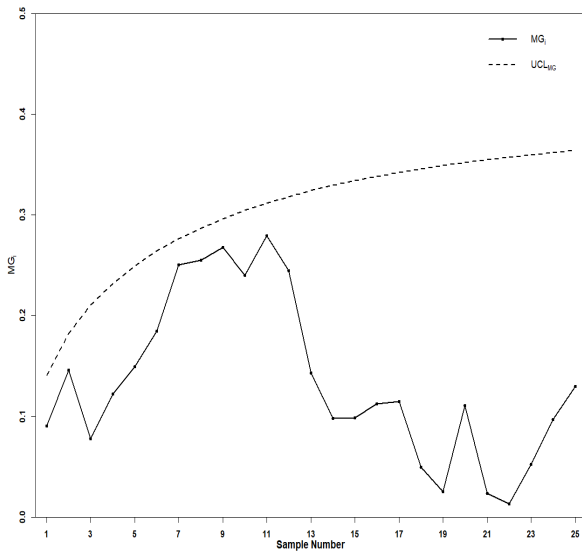
Δείγμα, i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	Δείγμα, i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}
1	580	599	597	598	604	14	594	606	603	618	600
2	598	590	605	591	600	15	607	590	603	599	604
3	610	602	607	603	600	16	602	594	598	606	608
4	594	604	592	594	608	17	594	601	608	593	597
5	602	594	607	599	592	18	597	610	621	604	587
6	596	590	600	598	607	19	605	610	598	614	604
7	601	594	591	594	600	20	596	602	601	602	598
8	599	603	602	601	592	21	608	600	602	612	581
9	597	602	594	601	602	22	605	610	605	604	590
10	606	599	601	603	600	23	601	596	594	608	592
11	605	609	610	608	603	24	606	626	594	611	605
12	594	611	605	598	606	25	613	600	602	606	611
13	601	615	589	614	598						



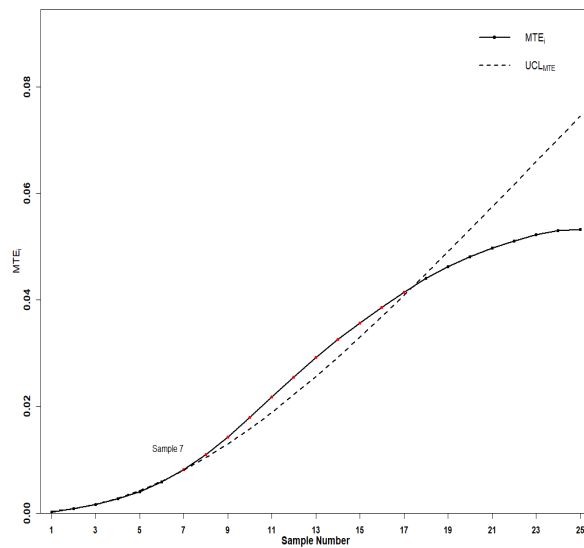
Σχήμα 4.7: Max-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.770)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.



Σχήμα 4.8: Max-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.898)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.



Σχήμα 4.9: Max-GWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(g, \alpha, L_1) = (0.95, 0.90, 2.792)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.



Σχήμα 4.10: Max-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.595)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 4.5.2.

4.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσουμε ένα single διάγραμμα τύπου EWMA για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Συ-

γκεκριμένα, επεκτείνουμε τα single Max-EWMA και Max-DEWMA διαγράμματα σε ένα single TEWMA διάγραμμα, το οποίο καλείται Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου. Το προτεινόμενο διάγραμμα αξιολογείται όσον αφορά τα ARL και SDRL μέτρα. Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ότι η ευαισθησία του προτεινόμενου διαγράμματος ενισχύεται καθώς το λ μικραίνει, και τα ARL_1 και $SDRL_1$ μειώνονται με την αύξηση του μέγεθος του δείγματος n . Επιπλέον, το Max-TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας, ενώ είναι αρκετά αποτελεσματικό στην ανίχνευση μέτριων και μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μέτριων καθοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας.

Στη συνέχεια, το Max-TEWMA διάγραμμα συγκρίνεται με ορισμένα πολύ γνωστά διαγράμματα ελέγχου, όπως τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων δείχνουν ότι το Max-TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από τα Max-EWMA και Max-GWMA διαγράμματα. Ωστόσο, αυτά τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου, με μικρές λ τιμές, έχουν χαμηλότερα $SDRL_1$ αποτελέσματα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και την πλειονότητα των εξεταζόμενων μετατοπίσεων στη διασπορά. Επιπλέον, το Max-TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και μικρών έως μεγάλων μετατοπίσεων στη διασπορά σε σύγκριση με το Max-DEWMA διάγραμμα για μικρές τιμές του λ . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι καθώς αυξάνεται η παράμετρος εξομάλυνσης λ , η απόδοση του Max-TEWMA διαγράμματος είναι καλύτερη από εκείνες των Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγραμμάτων ελέγχου, ειδικά για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Η σύγκριση του Max-TEWMA διαγράμματος με το Max-DGWMA διάγραμμα υποδεικνύει ότι το πρώτο είναι λιγότερο αποδοτικό από το δεύτερο με $\alpha < 1.00$. Καθώς το q (λ) μειώνεται (αυξάνεται) και $\alpha < 1.00$, το Max-TEWMA διάγραμμα φαίνεται να βελτιώνεται έναντι του Max-DGWMA διαγράμματος, ιδιαίτερα για μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μεγάλες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Επίσης, το Max-TEWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το Max-DGWMA με $\alpha > 1.00$ στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα και το γεγονός αυτό ενισχύεται καθώς το λ (q) αυξάνεται (μειώνεται). Τέλος, παρέχονται δύο ενδεικτικές εφαρμογές για την επεξήγηση της υλοποίησης του νέου διαγράμματος.

Το SS–TEWMA διάγραμμα ελέγχου

5.1 Εισαγωγή

Στο τρέχον κεφάλαιο, παρακινούμενοι από τις μελέτες των Xie (1999), Teh, Kho και Wu (2011) και Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021), προτείνουμε το SS–TEWMA (Sum of Squares Triple Exponentially Weighted Moving Average, Sum of Squares TEWMA) διάγραμμα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Μία μελέτη σύγκρισης της απόδοσης διενεργείται, χρησιμοποιώντας τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, με τα SS–EWMA, SS–DEWMA, SS–GWMA και SS–DGWMA διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τα ARL και SDRL. Λόγω του μεγάλου εύρους των εξεταζόμενων μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας, το RMI επίσης παρέχεται. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποδοτικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα.

Ακολούθως, συνοψίζεται η διάρθρωση του κεφαλαίου. Αρχικά, στην Ενότητα 5.2 περιγράφουμε εν συντομία μερικά γνωστά διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας, δηλαδή τα SS–EWMA, SS–DEWMA και SS–GWMA διαγράμματα ελέγχου. Στην Ενότητα 5.3 εισάγουμε το προτεινόμενο SS–TEWMA διάγραμμα ελέγχου. Η μελέτη αξιολόγησης της απόδοσης του SS–TEWMA διαγράμματος παρέχεται στην Ενότητα 5.4, ενώ το νέο διάγραμμα συγκρίνεται με τα SS–EWMA, SS–DEWMA, SS–GWMA και SS–DGWMA διαγράμματα στην Ενότητα 5.5. Επιπρόσθετα, στην Ενότητα 5.6 παρουσιάζονται δύο ενδεικτικές εφαρμογές για την απεικόνιση του SS–TEWMA δια-

γράμματος, λαμβάνοντας υπόψη προσομοιωμένα και πραγματικά δεδομένα. Τέλος, τα συμπεράσματα του κεφαλαίου παρέχονται στην Ενότητα 5.7.

5.2 Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε συνοπτικά μερικά πολύ γνωστά single διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Έστω $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots$ ένα δείγμα n_i ανεξάρτητων κανονικών, $N(\mu_0 + \delta\sigma_0, \rho^2\sigma_0^2)$, τυχαίων μεταβλητών, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας, αντίστοιχα, και i είναι ο αριθμός του δείγματος. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου αν $\delta = 0$ και $\rho = 1$. Διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου και, τότε, $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Ενδιαφερόμαστε για την ανίχνευση μίας μετατόπισης στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, από τις εντός ελέγχου μ_0 και σ_0^2 τιμές στις εκτός ελέγχου $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1^2 = \rho^2\sigma_0^2$ τιμές, όπου $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$.

5.2.1 Το SS–EWMA διάγραμμα ελέγχου

Προκειμένου να σχεδιαστεί το SS–EWMA διάγραμμα, τα στατιστικά U_i και V_i που δίνονται στις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), αντίστοιχα, χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των δύο EWMA στατιστικών, Y_{i1} και Z_{i1} , που δίνονται στις Εξισώσεις (3.5) και (3.6), αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα στατιστικά Y_{i1} και Z_{i1} είναι ανεξάρτητα κατανομημένα, αφού τα στατιστικά U_i και V_i είναι ανεξάρτητα. Επιπλέον, όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $Y_{01} = Z_{01} = 0$, τότε $Y_{i1} \sim N(0, c_{i1})$ και $Z_{i1} \sim N(0, c_{i1})$, όπου $c_{i1} = \frac{\lambda}{2-\lambda}[1 - (1-\lambda)^{2i}]$, $i = 1, 2, \dots$

Το στατιστικό SS–EWMA ορίζεται ως εξής:

$$SSE_i = Y_{i1}^2 + Z_{i1}^2, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

Αφού το στατιστικό SSE_i είναι μη αρνητικό, το SS–EWMA διάγραμμα (Xie 1999) χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{SSE}), το οποίο δίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} UCL_{SSE} &= E(SSE_i) + K_1 \sqrt{\text{Var}(SSE_i)} \\ &= 2(1 + K_1) c_{i1}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

όπου $E(SSE_i) = 2c_{i1}$ και $Var(SSE_i) = 4c_{i1}^2$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού SSE_i , αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$ και $K_1 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου.

Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό SSE_i υπερβαίνει το UCL_{SSE} , ή όταν ένα δειγματικό σημείο (Y_{i1}, Z_{i1}) βρίσκεται έξω από την κυκλική περιοχή ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{UCL_{SSE}}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι προκειμένου να αποφευχθεί η σχεδίαση ομόκεντρων κύκλων, μπορούμε να σχεδιάσουμε τα δειγματικά σημεία (Y'_{i1}, Z'_{i1}) σε μία κυκλική περιοχή ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{2(1 + K_1)}$, όπου $Y'_{i1} = \frac{Y_{i1}}{\sqrt{c_{i1}}}$, $Z'_{i1} = \frac{Z_{i1}}{\sqrt{c_{i1}}}$ και $SSE'_i = Y'^2_{i1} + Z'^2_{i1}$, $i = 1, 2, \dots$.

5.2.2 Το SS–DEWMA διάγραμμα ελέγχου

Παρόμοια με το SS–EWMA διάγραμμα, τα δύο αντίστοιχα DEWMA στατιστικά, Y_{i2} και Z_{i2} , υπολογίζονται από τις Εξισώσεις (3.9) και (3.10). Πρέπει να σημειωθεί ότι τα στατιστικά Y_{i2} και Z_{i2} είναι ανεξάρτητα κατανομημένα, αφού τα στατιστικά Y_{i1} και Z_{i1} είναι ανεξάρτητα. Επιπλέον, όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $Y_{02} = Z_{02} = 0$, τότε $Y_{i2} \sim N(0, c_{i2})$ και $Z_{i2} \sim N(0, c_{i2})$, όπου $c_{i2} = \frac{\lambda^4}{[1-(1-\lambda)^2]^3} [1 + (1-\lambda)^2 - (i^2 + 2i + 1)(1-\lambda)^{2i} + (2i^2 + 2i - 1)(1-\lambda)^{2i+2} - i^2(1-\lambda)^{2i+4}]$, $i = 1, 2, \dots$.

Το στατιστικό SS–DEWMA ορίζεται ως εξής:

$$SSDE_i = Y_{i2}^2 + Z_{i2}^2, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (5.3)$$

Αφού το στατιστικό $SSDE_i$ είναι μη αρνητικό, το SS–DEWMA διάγραμμα (Teh, Khoo και Wu 2011) απαιτεί μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{SSDE}), το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} UCL_{SSDE} &= E(SSDE_i) + K_2 \sqrt{Var(SSDE_i)} \\ &= 2(1 + K_2) c_{i2}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

όπου $E(SSDE_i) = 2c_{i2}$ και $Var(SSDE_i) = 4c_{i2}^2$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού $SSDE_i$, αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$ και $K_2 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου.

Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό $SSDE_i$ υπερβαίνει το UCL_{SSDE} , ή όταν ένα δειγματικό σημείο (Y_{i2}, Z_{i2}) βρίσκεται εκτός της κυκλικής περιοχής ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{UCL_{SSDE}}$. Προκειμένου να αποφευχθεί η σχεδίαση ομόκεντρων κύκλων, μπορούμε να σχεδιάσουμε τα δειγματικά σημεία (Y'_{i2}, Z'_{i2}) σε μία κυκλική περιοχή ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{2(1 + K_2)}$, όπου $Y'_{i2} = \frac{Y_{i2}}{\sqrt{c_{i2}}}$ και $Z'_{i2} = \frac{Z_{i2}}{\sqrt{c_{i2}}}$ και $SSDE'_i = Y'^2_{i2} + Z'^2_{i2}$, $i = 1, 2, \dots$.

5.2.3 Το SS-GWMA διάγραμμα ελέγχου

Τα δύο GWMA στατιστικά, G_{i1} και G_{i2} , υπολογίζονται από τις Εξισώσεις (3.14) και (3.15), αντίστοιχα (για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον GWMA σχεδιασμό παραπέμπουμε στην Ενότητα 3.2.3). Παρόμοια, να σημειωθεί ότι αφού τα στατιστικά U_i και V_i είναι ανεξάρτητα, τα στατιστικά G_{i1} και G_{i2} είναι ανεξάρτητα κατανομημένα και όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $G_{01} = G_{02} = 0$, τότε $G_{i1} \sim N(0, \sigma_{G_{i1}}^2)$ και $G_{i2} \sim N(0, \sigma_{G_{i2}}^2)$, όπου $\sigma_{G_{i1}}^2 = \sigma_{G_{i2}}^2 = Q_{i1} = \sum_{j=1}^i [P(N_1 = j)]^2$, $i = 1, 2, \dots$.

Το στατιστικό SS-GWMA ορίζεται ως ακολούθως:

$$SSG_i = G_{i1}^2 + G_{i2}^2, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (5.5)$$

Επειδή το στατιστικό SSG_i είναι μη αρνητικό, το SS-GWMA διάγραμμα (Huang 2014) απαιτεί μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{SSG}), το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} UCL_{SSG} &= E(SSG_i) + L_1 \sqrt{Var(SSG_i)} \\ &= 2(1 + L_1)Q_{i1}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

όπου $E(SSG_i) = 2Q_{i1}$ και $Var(SSG_i) = 4Q_{i1}^2$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση του SSG_i στατιστικού, αντίστοιχα, $i = 1, 2, \dots$, και $L_1 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου.

Η διεργασία θεωρείται εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό SSG_i υπερβαίνει το UCL_{SSG} ή όταν ένα δειγματικό σημείο (G_{i1}, G_{i2}) βρίσκεται εκτός της κυκλικής περιοχής ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{UCL_{SSG}}$. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι το SS-GWMA διάγραμμα ανάγεται στο SS-EWMA διάγραμμα όταν $\alpha = 1$ και $q = 1 - \lambda$.

5.3 Το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζουμε το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα λαμβάνοντας υπόψη τις παραδοχές που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Από τα δύο EWMA στατιστικά (Y_{i1} και Z_{i1}), που δίνονται στις Εξισώσεις (3.5) και (3.6) και τα δύο DEWMA στατιστικά (Y_{i2} και Z_{i2}), που δίνονται στις Εξισώσεις (3.9) και (3.10), τα δύο αντίστοιχα TEWMA στατιστικά ορίζονται από τις Εξισώσεις (4.1) και (4.2), δηλαδή:

$$Y_{i3} = (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} + \lambda Y_{i2},$$

$$Z_{i3} = (1 - \lambda)Z_{(i-1)3} + \lambda Z_{i2},$$

για $i = 1, 2, \dots$, όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $Y_{03} = Z_{03} = 0$ οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i3} και Z_{i3} . Όπως και στην προηγούμενη ενότητα, τα στατιστικά Y_{i3} και Z_{i3} είναι ανεξάρτητα κατανομημένα, επειδή τα στατιστικά Y_{i2} και Z_{i2} είναι ανεξάρτητα. Επιπλέον, όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $Y_{03} = Z_{03} = 0$, τότε:

$$Y_{i3} \sim N(0, c_{i3}) \quad \text{και} \quad Z_{i3} \sim N(0, c_{i3}),$$

όπου

$$\begin{aligned} c_{i3} = & \left[\frac{\theta^3 \lambda^6}{4} \left[- \left[\frac{i(i^2 - 1)(i - 2)\theta^{i-3}}{1 - \theta} \right] - 4 \left[\frac{i(i^2 - 1)\theta^{i-2}}{(1 - \theta)^2} \right] - 12 \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)^3} \right] - \right. \right. \\ & 24 \left[\frac{(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^4} \right] + 24 \left[\frac{(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^5} \right] \left. \right] + 2\theta^2 \lambda^6 \left[- \left[\frac{i(i^2 - 1)\theta^{i-2}}{1 - \theta} \right] - \right. \\ & 3 \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)^2} \right] - 6 \left[\frac{(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^3} \right] + 6 \left[\frac{(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^4} \right] \left. \right] + \frac{7\theta \lambda^6}{2} \left[- \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)} \right] \right. \\ & \left. - \left[\frac{2(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^2} \right] + \left[\frac{2(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^3} \right] \right] + \lambda^6 \left[\left(\frac{1 - \theta^{i+1}}{(1 - \theta)^2} \right) - \left(\frac{(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.7)$$

και $\theta = (1 - \lambda)^2$, για $i = 1, 2, \dots$. Σε αυτή τη μελέτη, ακολουθούμε την απλή προσέγγιση για να θέσουμε τις παραμέτρους εξομάλυνσης το ίδιο για τα στατιστικά Y_{i1} , Z_{i1} , Y_{i2} , Z_{i2} , Y_{i3} και Z_{i3} στις Εξισώσεις (3.5), (3.6), (3.9), (3.10), (4.1) και (4.2), αντίστοιχα.

Το στατιστικό SS-TEWMA δίνεται ως ακολούθως:

$$SSTE_i = Y_{i3}^2 + Z_{i3}^2, \quad \text{για} \quad i = 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

Επίσης, έχουμε $\frac{Y_{i3}^2}{c_{i3}} + \frac{Z_{i3}^2}{c_{i3}} \sim \chi_2^2$. Η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού $SSTE_i$ ορίζονται, αντίστοιχα, ως:

$$E(SSTE_i) = 2c_{i3} \quad \text{και} \quad Var(SSTE_i) = 4c_{i3}^2. \quad (5.9)$$

Εάν η μέση τιμή και/ή η διακύμανση της διεργασίας έχουν μετατοπιστεί από τις αντίστοιχες τιμές στόχους, το στατιστικό $SSTE_i$ θα είναι μεγάλο, διαφορετικά, το στατιστικό $SSTE_i$ θα είναι μικρό. Επειδή το στατιστικό $SSTE_i$ είναι μη αρνητικό, το SS-TEWMA διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{SSTE}), το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} UCL_{SSTE} &= E(SSTE_i) + K_3 \sqrt{Var(SSTE_i)} \\ &= 2(1 + K_3)c_{i3}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$i = 1, 2, \dots$, όπου $K_3 > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, ο οποίος καθορίζεται για να ρυθμιστεί το ARL_0 του SS-TEWMA διαγράμματος σε μία προκαθορισμένη τιμή.

5.3.1 Διαδικασία κατασκευής του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου

Η διαδικασία σχεδιασμού του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου είναι παρόμοια με εκείνες των SS-EWMA (Xie 1999) και SS-DEWMA (Teh, Khoo και Wu 2011) διαγραμμάτων ελέγχου. Αντί να σχεδιαστεί το στατιστικό $SSTE_i$ (Εξίσωση (5.8)), τα διαδοχικά ζεύγη (Y_{i3}, Z_{i3}) , $i = 1, 2, \dots$, σχεδιάζονται στο διάγραμμα. Επειδή η Εξίσωση (5.8) περιγράφει έναν κύκλο, η περιοχή ελέγχου για το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου είναι ένας κύκλος με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα $r = \sqrt{UCL_{SSTE}}$. Η πηγή και η κατεύθυνση μίας μετατόπισης καθορίζονται από τη θέση του δειγματικού σημείου (Y_{i3}, Z_{i3}) στο επίπεδο. Επιπλέον, κάθε δειγματικό σημείο (Y_{i3}, Z_{i3}) σχεδιάζεται με συντεταγμένες (Y_3, Z_3) . Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό $SSTE_i$ υπερβαίνει το UCL_{SSTE} , ή όταν ένα δειγματικό σημείο (Y_{i3}, Z_{i3}) βρίσκεται εκτός της κυκλικής περιοχής ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα r . Γενικά, όταν ένα δειγματικό σημείο αποκλίνει επαρκώς από τον άξονα Z_3 , μία μετατόπιση υπονοείται λόγω του μέσου της διεργασίας, ενώ όταν ένα δειγματικό σημείο αποκλίνει επαρκώς από τον άξονα Y_3 , μία μετατόπιση υποδεικνύεται λόγω της διασποράς της διεργασίας. Ένα δειγματικό σημείο (Y_{i3}, Z_{i3}) που βρίσκεται κοντά είτε στην ευθεία $Y_3 = Z_3$ είτε στην $Y_3 = -Z_3$, δείχνει ότι η μετατόπιση οφείλεται σε μία συνδυαστική επίδραση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας.

Τα βήματα για την κατασκευή του SS-TEWMA διαγράμματος περιγράφονται εν συντομία ως ακολούθως:

1. Αν η μ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε $\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{X}_i}{m}$ ως εκτιμήτρια της μέσης τιμής, όπου $\bar{\bar{X}}$ είναι ο γενικός μέσος και m είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων. Αν η σ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε είτε $\frac{\bar{R}}{d_2}$ ή $\frac{\bar{S}}{c_4}$, ως εκτιμήτρια της τυπικής απόκλισης, όπου $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των ευρών και $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των τυπικών αποκλίσεων. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι σταθερές d_2 και c_4 εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος.
2. Επιλέγουμε τους επιθυμητούς (λ, K_3) συνδυασμούς με βάση το επιθυμητό μέγεθος δείγματος (n) και το ARL_0 . Για παράδειγμα, ο Πίνακας 5.1 παρουσιάζει τους (λ, K_3) συνδυασμούς, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370 .
3. Υπολογίζουμε το άνω όριο ελέγχου UCL_{SSTE} , χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (5.10).
4. Υπολογίζουμε τα στατιστικά $U_i, V_i, Y_{i1}, Z_{i1}, Y_{i2}, Z_{i2}, Y_{i3}, Z_{i3}$ και $SSTE_i$ για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (3.1), (3.2), (3.5), (3.6), (3.9), (3.10),

(4.1), (4.2) και (5.8), αντίστοιχα, και $Y_{01} = Z_{01} = Y_{02} = Z_{02} = Y_{03} = Z_{03} = 0$ ως αρχικές τιμές.

5. Για να αποφύγουμε τον σχεδιασμό ομόκεντρων κύκλων, υπολογίζουμε τα στατιστικά $Y'_{i3} = \frac{Y_{i3}}{\sqrt{c_{i3}}}$, $Z'_{i3} = \frac{Z_{i3}}{\sqrt{c_{i3}}}$ και $SSTE'_i = Y'^2_{i3} + Z'^2_{i3}$ για $i = 1, 2, \dots$. Κάθε δειγματικό σημείο (Y'_{i3}, Z'_{i3}) , $i = 1, 2, \dots$, σχεδιάζεται με συντεταγμένες (Y'_3, Z'_3) . Αυτή η κυκλική περιοχή ελέγχου έχει κέντρο στο $(0, 0)$ και η ακτίνα είναι ίση με $r' = \sqrt{2(1 + K_3)}$.
6. Ελέγχουμε αν κάποιο σημείο (Y'_{i3}, Z'_{i3}) , $i = 1, 2, \dots$, βρίσκεται εκτός της κυκλικής περιοχής ελέγχου με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα r' . Αυτό είναι παρόμοιο με τον έλεγχο εάν το στατιστικό $SSTE_i$ υπερβαίνει το UCL_{SSTE} . Για ένα εκτός ελέγχου σήμα, είναι σημαντικό να εντοπίσουμε την πηγή και την κατεύθυνση της μετατόπισης σύμφωνα με τη θέση του σημείου στο διάγραμμα. Ο Πίνακας 5.2 παρουσιάζει ένα απλό κριτήριο για κάθε εκτός ελέγχου σημείο, καθώς και τους αντίστοιχους συμβολισμούς που ορίζονται ως εξής: “ $m +$ ” και “ $m -$ ” δείχνουν μία αύξηση και μία μείωση, αντίστοιχα, μόνο στο μέσο της διεργασίας, “ $v +$ ” και “ $v -$ ” υποδηλώνουν μία αύξηση και μία μείωση, αντίστοιχα, μόνο στη διασπορά της διεργασίας, “ $++$ ” υποδεικνύει ότι ο μέσος και η μεταβλητότητα της διεργασίας έχουν αυξηθεί ταυτόχρονα, “ $- +$ ” δείχνει μία μείωση στο μέσο της διεργασίας και μία αύξηση στη μεταβλητότητα της διεργασίας, ταυτόχρονα, “ $--$ ” υποδηλώνει ταυτόχρονη μείωση του μέσου και της μεταβλητότητας της διεργασίας και “ $+ -$ ” υποδηλώνει μία αύξηση του μέσου της διεργασίας και μία μείωση της μεταβλητότητας της διεργασίας ταυτόχρονα.
7. Ελέγχουμε και ερμηνεύουμε τα εκτός ελέγχου σημεία.

Πίνακας 5.1: (λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$.

n	3			5			7			9		
	185	250	370	185	250	370	185	250	370	185	250	370
λ	K_3											
0.05	0.9950	1.2300	1.5810	1.0051	1.2460	1.6020	1.0045	1.2550	1.6100	1.0000	1.2500	1.5950
0.10	1.5700	1.8630	2.2500	1.5870	1.8800	2.2730	1.5990	1.8800	2.2520	1.5790	1.8700	2.2670
0.15	1.9750	2.2900	2.7050	2.0000	2.3120	2.7050	1.9950	2.2900	2.6970	1.9900	2.2960	2.7050
0.20	2.2950	2.6120	3.0400	2.3280	2.6400	3.0400	2.2990	2.6170	3.0330	2.3100	2.6270	3.0440
0.25	2.5500	2.8750	3.3100	2.5900	2.9000	3.3200	2.5600	2.8820	3.3100	2.5780	2.8880	3.3130
0.30	2.7900	3.1100	3.5460	2.8120	3.1450	3.5470	2.7950	3.1150	3.5410	2.7900	3.1190	3.5460
0.40	3.1780	3.5040	3.9210	3.2020	3.5280	3.9420	3.1740	3.5040	3.9250	3.1820	3.5200	3.9500
0.50	3.5050	3.8180	4.2500	3.5100	3.8400	4.2520	3.4920	3.8220	4.2410	3.5230	3.8420	4.2730
0.60	3.7680	4.0970	4.5070	3.7900	4.1100	4.5110	3.7800	4.1020	4.5150	3.7900	4.1000	4.5300
0.70	3.9750	4.3000	4.7130	3.9850	4.3050	4.7150	4.0050	4.3230	4.7290	3.9910	4.3200	4.7290
0.75	4.0620	4.3740	4.7780	4.0620	4.3760	4.7870	4.0750	4.3900	4.8030	4.0780	4.4030	4.8080
0.80	4.1390	4.4350	4.8290	4.1350	4.4350	4.8270	4.1370	4.4500	4.8590	4.1530	4.4600	4.8470
0.90	4.2140	4.5040	4.8970	4.1820	4.4800	4.8840	4.2210	4.5120	4.8940	4.2150	4.5400	4.9220
0.95	4.2100	4.5050	4.9050	4.1860	4.4990	4.8820	4.2100	4.5150	4.9110	4.2350	4.5230	4.9150
1.00	4.2120	4.5140	4.9120	4.2100	4.5100	4.9030	4.2100	4.5240	4.8980	4.2262	4.5170	4.9030

Πίνακας 5.2: Συμβολισμοί που υποδεικνύουν την πηγή και την κατεύθυνση ενός εκτός ελέγχου σήματος.

	$Y'_{i3} + Z'_{i3} > r'^2, \quad r' = \sqrt{2(1 + K_3)}$
1.	$(Y'_{i3} > Z'_{i3}) \cap (Y'_{i3} > -Z'_{i3}) \cap (-r' \leq Z'_{i3} \leq r') \cdots m+$
2.	$(Y'_{i3} < Z'_{i3}) \cap (Y'_{i3} < -Z'_{i3}) \cap (-r' \leq Z'_{i3} \leq r') \cdots m-$
3.	$(Y'_{i3} < Z'_{i3}) \cap (Y'_{i3} > -Z'_{i3}) \cap (-r' \leq Y'_{i3} \leq r') \cdots v+$
4.	$(Y'_{i3} > Z'_{i3}) \cap (Y'_{i3} < -Z'_{i3}) \cap (-r' \leq Y'_{i3} \leq r') \cdots v-$
5.	$(Y'_{i3} = Z'_{i3} > \frac{r'}{\sqrt{2}}) \cup (Y'_{i3} > r', Z'_{i3} > r') \cdots ++$
6.	$(Y'_{i3} = -Z'_{i3} < -\frac{r'}{\sqrt{2}}) \cup (Y'_{i3} < -r', Z'_{i3} > r') \cdots -+$
7.	$(Y'_{i3} = Z'_{i3} < -\frac{r'}{\sqrt{2}}) \cup (Y'_{i3} < -r', Z'_{i3} < -r') \cdots --$
8.	$(Y'_{i3} = -Z'_{i3} > \frac{r'}{\sqrt{2}}) \cup (Y'_{i3} > r', Z'_{i3} < -r') \cdots +-$

5.4 Αξιολόγηση απόδοσης του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου

Η στατιστική απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου συνήθως μετριέται χρησιμοποιώντας το ARL και το SDRL. Το ARL είναι ο μέσος αριθμός δειγμάτων που πρέπει να απεικο-

νιστούν σε ένα διάγραμμα μέχρι να εντοπιστεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν ο μέσος και η μεταβλητότητα της διεργασίας είναι εντός ελέγχου ($\delta = 0$, $\rho = 1$), συνιστάται μία μεγάλη ARL_0 τιμή. Ωστόσο, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή ο μέσος μετατοπίζεται από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ ($\delta \neq 0$) και/ή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ ($\rho \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή είναι προτιμότερη. Ομοίως, όσο χαμηλότερη είναι η τιμή του SDRL, τόσο καλύτερη είναι η απόδοση του διαγράμματος ελέγχου. Στην παρούσα μελέτη, η απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου εξετάζεται ως προς τα ARL και SDRL μέτρα.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης αναπτύσσεται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό της κατανομής του μήκους ροής του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου αρχικής κατάστασης με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης αυτών των 10000 μηκών ροής. Προκειμένου να μελετήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου, θεωρούμε ότι η υποκείμενη διεργασία, για την εντός ελέγχου κατάσταση, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_0 = 0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_0 = 1$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$, όπου $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$ και οι μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.10, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00\}$, όπου $\delta = 0$ και $\rho = 1$ υποδηλώνουν την εντός ελέγχου κατάσταση. Ο πολλαπλασιαστής K_3 του διαγράμματος ελέγχου επιλέγεται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου (UCL_{SSTE}), για να θέσουμε το $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370 , όταν το μέγεθος δείγματος είναι $n = 5$ για $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$ (βλέπε επιπλέον τον Πίνακα 5.1 για αυτούς τους (λ, K_3) συνδυασμούς, όταν $ARL_0 \approx 185, 250$ και 370 και $n = 5$). Οι Πίνακες 5.3 - 5.4 παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$, $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Επιπλέον, οι Πίνακες Γ.1 - Γ.4 στο Παράρτημα Γ παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$, $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$ και 250 .

Πίνακας 5.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_3)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.05, 1.602)	0.25	1.29 (0.49)	1.28 (0.48)	1.28 (0.48)	1.27 (0.47)	1.23 (0.44)	1.11 (0.32)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.72 (2.14)	3.70 (2.12)	3.64 (2.08)	3.54 (2.02)	3.24 (1.84)	2.34 (1.26)	1.20 (0.44)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	15.31 (10.22)	14.97 (9.98)	14.02 (9.36)	12.69 (8.47)	9.75 (6.56)	4.67 (3.18)	1.57 (0.87)	1.05 (0.23)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.90	64.66 (53.30)	56.87 (46.09)	42.75 (33.02)	31.24 (23.56)	12.57 (13.14)	6.03 (4.65)	1.76 (1.13)	1.09 (0.33)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	166.98 (173.54)	117.43 (115.73)	64.83 (57.43)	39.66 (32.35)	19.61 (15.39)	6.28 (5.06)	1.80 (1.22)	1.11 (0.36)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.13 (436.60)	181.56 (201.17)	77.09 (74.80)	42.53 (37.04)	20.13 (16.76)	6.34 (5.33)	1.83 (1.28)	1.12 (0.39)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.05	136.09 (154.61)	100.17 (107.39)	58.98 (57.78)	37.20 (34.04)	18.84 (16.46)	6.24 (5.44)	1.85 (1.33)	1.14 (0.42)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.10	54.89 (56.32)	48.94 (50.10)	37.73 (36.66)	28.01 (26.18)	16.50 (15.05)	6.02 (5.43)	1.86 (1.38)	1.15 (0.44)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.68 (13.96)	13.34 (13.62)	12.66 (12.88)	11.51 (11.74)	9.22 (9.25)	4.87 (4.75)	1.84 (1.45)	1.18 (0.51)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.50	4.46 (4.79)	4.43 (4.75)	4.35 (4.67)	4.26 (4.55)	3.97 (4.19)	3.02 (3.06)	1.69 (1.35)	1.20 (0.57)	1.04 (0.23)	1.01 (0.09)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.40 (2.45)	2.41 (2.46)	2.39 (2.44)	2.36 (2.40)	2.30 (2.30)	2.04 (1.92)	1.49 (1.11)	1.18 (0.57)	1.05 (0.26)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)	
	2.00	1.70 (1.48)	1.70 (1.48)	1.70 (1.48)	1.69 (1.47)	1.66 (1.44)	1.57 (1.27)	1.37 (0.85)	1.15 (0.52)	1.05 (0.28)	1.02 (0.14)	1.00 (0.06)	
	(0.10, 2.273)	0.25	1.54 (0.61)	1.54 (0.60)	1.53 (0.60)	1.52 (0.59)	1.47 (0.57)	1.30 (0.47)	1.01 (0.11)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.42 (2.21)	4.39 (2.20)	4.33 (2.16)	4.21 (2.10)	3.89 (1.93)	2.84 (1.37)	1.39 (0.57)	1.01 (0.11)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	16.64 (9.57)	16.24 (9.25)	15.31 (8.68)	13.98 (7.89)	10.94 (6.15)	5.50 (3.20)	1.86 (1.01)	1.10 (0.32)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	80.78 (71.03)	69.81 (59.11)	50.01 (38.91)	35.09 (25.18)	19.26 (12.52)	6.98 (4.59)	2.05 (1.28)	1.16 (0.43)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		209.60 (212.37)	149.00 (147.04)	80.12 (71.49)	45.78 (36.59)	21.48 (14.93)	7.23 (4.98)	2.10 (1.37)	1.18 (0.46)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.00		370.81 (396.33)	215.79 (224.97)	94.77 (90.66)	49.98 (43.01)	21.94 (16.18)	7.30 (5.23)	2.13 (1.44)	1.20 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
1.05		158.13 (167.16)	118.41 (123.87)	68.86 (65.39)	42.11 (36.87)	20.58 (15.74)	7.16 (5.35)	2.15 (1.50)	1.21 (0.52)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.10		63.23 (62.41)	56.61 (55.18)	42.70 (38.92)	31.22 (26.85)	18.08 (14.30)	6.87 (5.32)	2.16 (1.54)	1.23 (0.54)	1.03 (0.18)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.25		15.33 (13.46)	14.98 (13.17)	14.12 (12.38)	12.97 (11.27)	10.35 (8.86)	5.54 (4.71)	2.09 (1.60)	1.26 (0.61)	1.04 (0.23)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.50		5.16 (4.86)	5.14 (4.84)	5.06 (4.77)	4.95 (4.68)	4.61 (4.33)	3.49 (3.21)	1.88 (1.48)	1.27 (0.66)	1.07 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.05)	
1.75		2.76 (2.63)	2.77 (2.64)	2.75 (2.63)	2.72 (2.58)	2.63 (2.47)	2.31 (2.08)	1.63 (1.22)	1.24 (0.64)	1.08 (0.32)	1.02 (0.14)	1.00 (0.07)	
2.00		1.89 (1.64)	1.88 (1.63)	1.88 (1.62)	1.87 (1.62)	1.85 (1.58)	1.73 (1.42)	1.43 (0.98)	1.20 (0.59)	1.08 (0.33)	1.03 (0.17)	1.01 (0.09)	
(0.20, 3.040)		0.25	1.84 (0.65)	1.83 (0.65)	1.82 (0.65)	1.81 (0.65)	1.75 (0.63)	1.56 (0.55)	1.06 (0.24)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.89 (2.07)	4.87 (2.06)	4.80 (2.03)	4.69 (1.98)	4.37 (1.83)	3.27 (1.35)	1.64 (0.66)	1.04 (0.20)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	18.36 (11.17)	17.91 (10.76)	16.72 (9.83)	15.02 (8.39)	11.60 (6.01)	6.00 (2.93)	2.16 (1.08)	1.19 (0.42)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	117.25 (110.98)	100.71 (92.36)	71.11 (63.34)	45.87 (37.90)	21.94 (15.43)	7.47 (4.22)	2.35 (1.33)	1.26 (0.52)	1.02 (0.16)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)
	0.95	273.81 (274.42)	205.41 (207.03)	113.09 (107.89)	62.20 (56.23)	24.40 (18.02)	7.69 (4.54)	2.39 (1.41)	1.28 (0.54)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.46 (383.39)	255.93 (263.27)	126.29 (123.69)	64.58 (59.12)	24.88 (19.16)	7.73 (4.79)	2.42 (1.48)	1.30 (0.57)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	179.25 (182.08)	145.32 (150.05)	88.46 (87.20)	54.14 (46.69)	22.85 (17.97)	7.60 (4.91)	2.42 (1.53)	1.31 (0.60)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.10	75.60 (75.44)	67.39 (66.65)	51.19 (48.28)	36.54 (33.22)	19.60 (15.59)	7.29 (4.92)	2.42 (1.57)	1.33 (0.62)	1.05 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	16.43 (13.71)	16.07 (13.40)	15.11 (12.45)	13.84 (11.28)	10.91 (8.55)	5.90 (4.34)	2.33 (1.62)	1.35 (0.68)	1.07 (0.28)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.50	5.51 (4.53)	5.49 (4.50)	5.43 (4.46)	5.30 (4.35)	4.94 (4.05)	3.79 (3.06)	2.06 (1.51)	1.35 (0.71)	1.10 (0.33)	1.02 (0.14)	1.00 (0.05)	
	1.75	3.03 (2.57)	3.02 (2.57)	3.00 (2.56)	2.98 (2.54)	2.89 (2.44)	2.53 (2.08)	1.76 (1.26)	1.31 (0.69)	1.11 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	2.00	2.05 (1.66)	2.04 (1.65)	2.04 (1.64)	2.03 (1.64)	2.00 (1.60)	1.87 (1.45)	1.53 (1.03)	1.25 (0.63)	1.10 (0.37)	1.03 (0.20)	1.01 (0.11)	

Πίνακας 5.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

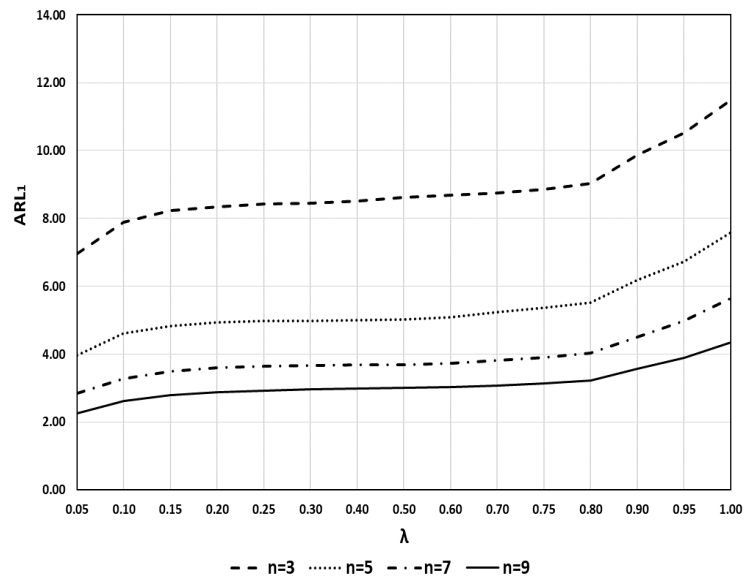
(λ, K_3)	ρ	δ																							
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00													
(0.30,3.547)	0.25	1.99	1.99	1.98	1.96	1.91	1.71	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.64)	(0.62)	(0.56)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
		5.03	5.00	4.94	4.81	4.50	3.43	1.80	1.09	1.00	1.00	1.00	(1.96)	(1.94)	(1.91)	(1.86)	(1.71)	(1.27)	(0.66)	(0.28)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	22.32	21.80	20.02	17.53	12.72	6.15	2.31	1.26	1.02	1.00	1.00	(16.26)	(15.84)	(14.16)	(11.81)	(7.48)	(2.83)	(1.06)	(0.47)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
		164.46	142.64	98.45	62.63	26.77	7.70	2.49	1.33	1.04	1.00	1.00	(160.94)	(138.88)	(93.50)	(56.31)	(21.42)	(4.27)	(1.29)	(0.56)	(0.20)	(0.04)	(0.04)	(0.02)	
	0.75	323.65	254.02	148.70	83.04	29.90	7.91	2.52	1.35	1.05	1.00	1.00	(322.28)	(250.86)	(145.02)	(78.98)	(24.73)	(4.66)	(1.36)	(0.58)	(0.22)	(0.05)	(0.05)	(0.02)	
		370.36	274.88	152.61	82.43	29.68	7.94	2.53	1.37	1.06	1.00	1.00	(378.51)	(275.69)	(152.45)	(78.93)	(24.93)	(4.89)	(1.42)	(0.61)	(0.24)	(0.06)	(0.06)	(0.02)	
	1.00	193.55	160.58	102.21	62.53	26.32	7.79	2.54	1.38	1.07	1.01	1.00	(195.60)	(164.06)	(100.34)	(59.01)	(21.81)	(4.97)	(1.48)	(0.63)	(0.26)	(0.08)	(0.08)	(0.02)	
		86.05	76.79	59.15	42.77	18.55	7.47	2.53	1.39	1.07	1.01	1.00	(85.56)	(75.85)	(57.29)	(40.44)	(18.55)	(4.94)	(1.52)	(0.65)	(0.27)	(0.09)	(0.09)	(0.02)	
	1.25	17.67	17.23	16.06	14.51	11.25	6.00	2.44	1.41	1.10	1.01	1.00	(15.75)	(15.13)	(13.73)	(12.20)	(9.02)	(4.21)	(1.57)	(0.70)	(0.32)	(0.12)	(0.12)	(0.02)	
		5.58	5.56	5.47	5.36	4.98	3.84	2.13	1.39	1.12	1.03	1.00	(4.36)	(4.35)	(4.26)	(4.17)	(3.83)	(2.88)	(1.47)	(0.73)	(0.36)	(0.16)	(0.16)	(0.06)	
	1.50	3.10	3.09	3.07	3.05	2.96	2.59	1.82	1.35	1.13	1.04	1.01	(2.44)	(2.43)	(2.42)	(2.41)	(2.32)	(1.98)	(1.23)	(0.70)	(0.39)	(0.20)	(0.20)	(0.10)	
		2.11	2.11	2.11	2.10	2.06	1.93	1.57	1.28	1.12	1.04	1.01	(1.60)	(1.60)	(1.59)	(1.59)	(1.54)	(1.41)	(1.01)	(0.64)	(0.39)	(0.22)	(0.22)	(0.12)	
	(0.50,4.252)	0.25	2.14	2.13	2.13	2.11	2.06	1.87	1.33	1.00	1.00	1.00	(0.60)	(0.60)	(0.60)	(0.59)	(0.57)	(0.51)	(0.47)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
			5.46	5.42	5.33	5.19	4.77	3.57	1.96	1.18	1.00	1.00	1.00	(2.44)	(2.42)	(2.35)	(2.24)	(1.95)	(1.24)	(0.61)	(0.38)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	43.62	41.69	37.39	31.60	20.32	7.01	2.45	1.36	1.03	1.00	1.00	(39.85)	(37.72)	(33.61)	(27.79)	(16.62)	(3.95)	(0.99)	(0.52)	(0.18)	(0.03)	(0.03)	(0.00)
			271.56	239.00	174.14	114.12	45.89	9.07	2.61	1.43	1.07	1.00	1.00	(269.23)	(237.18)	(170.07)	(111.57)	(42.52)	(6.14)	(1.23)	(0.58)	(0.25)	(0.06)	(0.06)	(0.02)
		0.75	404.96	338.43	222.52	133.78	48.49	9.28	2.64	1.44	1.08	1.01	1.00	(404.18)	(336.25)	(216.84)	(131.55)	(45.20)	(6.47)	(1.30)	(0.60)	(0.27)	(0.07)	(0.07)	(0.02)
			370.18	307.25	198.30	119.23	44.87	9.14	2.64	1.46	1.09	1.01	1.00	(371.82)	(311.03)	(196.50)	(118.19)	(42.61)	(6.60)	(1.35)	(0.62)	(0.29)	(0.09)	(0.09)	(0.02)
1.00		207.15	180.64	129.55	84.61	36.51	8.77	2.63	1.46	1.10	1.01	1.00	(210.26)	(181.97)	(128.47)	(82.56)	(34.32)	(6.40)	(1.39)	(0.64)	(0.30)	(0.10)	(0.10)	(0.02)	
		100.24	92.24	73.44	54.65	28.26	8.16	2.61	1.47	1.11	1.01	1.00	(101.02)	(91.38)	(72.86)	(54.10)	(26.20)	(5.98)	(1.44)	(0.66)	(0.32)	(0.11)	(0.11)	(0.03)	
1.25		20.31	19.71	18.35	16.51	12.45	6.22	2.50	1.48	1.13	1.02	1.00	(19.18)	(18.55)	(17.32)	(15.28)	(10.79)	(4.55)	(1.47)	(0.70)	(0.35)	(0.15)	(0.15)	(0.04)	
		5.68	5.66	5.57	5.39	5.02	3.85	2.18	1.45	1.15	1.04	1.01	(4.49)	(4.51)	(4.42)	(4.23)	(3.84)	(2.77)	(1.37)	(0.71)	(0.39)	(0.19)	(0.19)	(0.09)	
1.50		3.11	3.10	3.07	3.04	2.97	2.60	1.86	1.38	1.15	1.05	1.01	(2.27)	(2.26)	(2.23)	(2.21)	(2.16)	(1.82)	(1.16)	(0.68)	(0.40)	(0.22)	(0.22)	(0.11)	
		2.13	2.14	2.13	2.12	2.09	1.95	1.60	1.31	1.14	1.05	1.02	(1.47)	(1.47)	(1.47)	(1.46)	(1.42)	(1.29)	(0.94)	(0.62)	(0.40)	(0.24)	(0.24)	(0.13)	
(0.80,4.827)		0.25	2.45	2.44	2.43	2.40	2.33	2.06	1.49	1.01	1.00	1.00	(0.83)	(0.82)	(0.81)	(0.79)	(0.74)	(0.57)	(0.50)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
			15.87	15.70	15.17	14.25	12.01	6.31	2.21	1.27	1.00	1.00	1.00	(13.87)	(13.73)	(13.08)	(12.20)	(9.93)	(4.33)	(0.77)	(0.45)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	180.26	175.18	160.33	138.99	88.11	19.72	2.94	1.47	1.05	1.00	1.00	(177.04)	(173.59)	(157.89)	(138.56)	(86.68)	(18.02)	(1.52)	(0.56)	(0.23)	(0.03)	(0.03)	(0.00)
			497.27	462.12	377.59	275.91	132.21	21.08	3.13	1.53	1.10	1.01	1.00	(493.21)	(458.14)	(377.86)	(270.29)	(130.84)	(19.36)	(1.85)	(0.63)	(0.30)	(0.08)	(0.08)	(0.02)
		0.75	507.21	457.51	359.13	257.66	115.64	19.59	3.13	1.54	1.11	1.01	1.00	(512.21)	(454.47)	(355.98)	(254.52)	(114.58)	(18.22)	(1.89)	(0.66)	(0.32)	(0.09)	(0.09)	(0.02)
			370.14	335.89	265.86	187.62	90.37	17.32	3.10	1.56	1.12	1.01	1.00	(372.39)	(335.30)	(263.44)	(183.99)	(89.45)	(15.85)	(1.90)	(0.68)	(0.33)	(0.11)	(0.11)	(0.02)
	1.00	209.06	197.41	164.72	124.97	64.77	15.00	3.04	1.56	1.13	1.01	1.00	(209.26)	(199.20)	(163.01)	(124.21)	(64.45)	(13.59)	(1.88)	(0.70)	(0.35)	(0.12)	(0.12)	(0.03)	
		114.30	108.97	95.38	77.33	45.49	12.86	2.98	1.57	1.14	1.02	1.00	(113.83)	(108.29)	(95.76)	(76.99)	(44.75)	(11.55)	(1.87)	(0.72)	(0.36)	(0.13)	(0.13)	(0.04)	
	1.25	25.33	24.98	23.54	21.44	16.65	7.91	2.73	1.55	1.16	1.03	1.00	(24.57)	(24.36)	(23.03)	(20.62)	(15.97)	(6.81)	(1.76)	(0.74)	(0.39)	(0.17)	(0.17)	(0.05)	
		6.32	6.25	6.15	5.98	5.51	4.14	2.27	1.49	1.18	1.05	1.01	(5.52)	(5.41)	(5.32)	(5.15)	(4.63)	(3.23)	(1.45)	(0.73)	(0.42)	(0.22)	(0.22)	(0.09)	
	1.50	3.17	3.16	3.16	3.12	3.02	2.65	1.89	1.41	1.17	1.06	1.02	(2.38)	(2.37)	(2.38)	(2.34)	(2.24)	(1.87)	(1.16)	(0.68)	(0.42)	(0.24)	(0.24)	(0.12)	
		2.14	2.14	2.13	2.11	2.09	1.97	1.62	1.34	1.16	1.06	1.03	(1.42)	(1.42)	(1.41)	(1.40)	(1.37)	(1.25)	(0.90)	(0.61)	(0.41)	(0.25)	(0.25)	(0.14)	

Επιπλέον, προκειμένου να μελετήσουμε την επίδραση της παραμέτρου λ και του

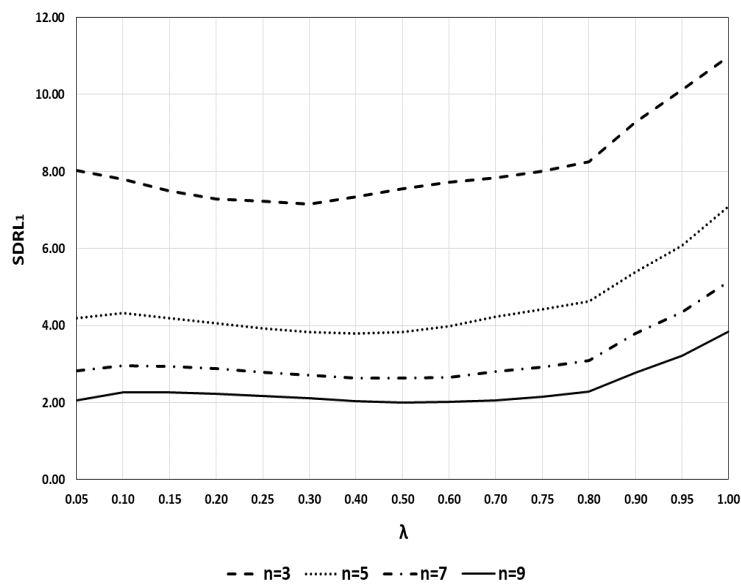
μεγέθους του δείγματος n , στην απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, επιλέγουμε τυχαία έναν συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και σχεδιάζουμε τα γραφήματα διασποράς των ARL και SDRL μέτρων έναντι του λ , για $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$. Τα Σχήματα 5.1 και 5.2 παρουσιάζουν τα γραφήματα διασποράς των ARL_1 και $SDRL_1$ τιμών έναντι του λ , αντίστοιχα, για $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$.

Από τους Πίνακες 5.3 - 5.4 και τους Πίνακες Γ.1 - Γ.4 στο Παράρτημα Γ, καθώς και τα Σχήματα 5.1 και 5.2, παρατηρούμε ότι:

- Για καθορισμένες τιμές των n , δ και ρ , τα ARL_1 και $SDRL_1$ μειώνονται, καθώς το ARL_0 μειώνεται.
- Για καθορισμένες τιμές των n , δ και ρ , τα ARL_1 και $SDRL_1$ αυξάνονται, καθώς η παράμετρος λ αυξάνεται.
- Η απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου βελτιώνεται στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας με μικρότερες λ τιμές, δηλαδή η ευαισθησία του νέου διαγράμματος ενισχύεται, καθώς η παράμετρος λ μειώνεται.
- Για καθορισμένες n και ARL_0 τιμές, ο πολλαπλασιαστής K_3 του διαγράμματος ελέγχου αυξάνεται, καθώς η τιμή της παραμέτρου λ αυξάνεται.
- Για καθορισμένες n και ARL_0 τιμές, το νέο διάγραμμα είναι αποδοτικότερο στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, ανεξάρτητα από το μέγεθος της μετατόπισης δ στο μέσο της διεργασίας.
- Τα ARL_1 και $SDRL_1$ επηρεάζονται από το μέγεθος του δείγματος n , εμφανίζοντας μία μείωση με την αύξηση του n .



Σχήμα 5.1: ARL_1 του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.



Σχήμα 5.2: $SDRL_1$ του SS-TEWMA διαγράμματος με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και για διάφορα λ και n , όταν $ARL_0 \approx 370$.

5.5 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου με εκείνες των SS-EWMA, SS-DEWMA, SS-GWMA και SS-DGWMA

διαγραμμάτων ελέγχου για την παρακολούθηση του μέσου και/ή της διασποράς της διεργασίας, ως προς τα ARL, SDRL και RMI μέτρα.

Για να αξιολογήσουμε την απόδοση αυτών των συγκρινόμενων διαγραμμάτων, συνίσταται να έχουμε παρόμοια δοθείσα ARL_0 τιμή. Το διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη ARL_1 τιμή σε μία συγκεκριμένη μετατόπιση του μέσου και/ή της διασποράς της διεργασίας μπορεί να ανιχνεύσει ταχύτερα από τα άλλα διαγράμματα. Το ARL_0 των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου ορίζεται προσεγγιστικά στο 370 και το μέγεθος του δείγματος $n = 5$. Τα εξεταζόμενα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται ξεχωριστά με το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου.

Δεδομένου ότι μας ενδιαφέρει ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, είναι χρήσιμο να μετρήσουμε τη συνολική απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων, χρησιμοποιώντας το RMI (Han και Tsung 2006) μέτρο, το οποίο ορίζεται στην Εξίσωση (3.34). Σύμφωνα με αυτόν τον δείκτη, το διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη RMI τιμή θεωρείται καλύτερο στη συνολική του απόδοση.

5.5.1 SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-EWMA διαγράμματος

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-EWMA διάγραμμα ελέγχου παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.5 - Γ.6 στο Παράρτημα Γ για $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$ και $n = 5$. Οι K_1 τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για $ARL_0 \approx 370$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$ και $n = 5$. Παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το SS-EWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας για την πλειοψηφία των εξεταζόμενων σεναρίων. Ωστόσο, το SS-EWMA διάγραμμα έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές από το SS-TEWMA διάγραμμα, όταν $\lambda \leq 0.30$, για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και μέτριες έως μεγάλες μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας ($\delta \leq 1.00$, $\rho \geq 1.50$). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, καθώς η παράμετρος λ αυξάνεται, το SS-TEWMA διάγραμμα φαίνεται να υπερτερεί του SS-EWMA διαγράμματος για όλες τις θεωρούμενες μετατοπίσεις και τα ARL και SDRL μέτρα (βλέπε Πίνακες 5.3 - 5.4 έναντι Πινάκων Γ.5 - Γ.6 στο Παράρτημα Γ).

5.5.2 SS–TEWMA διάγραμμα έναντι SS–DEWMA διαγράμματος

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DEWMA διάγραμμα ελέγχου παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.7 - Γ.8 στο Παράρτημα Γ για $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$ και $n = 5$. Οι K_2 τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για $ARL_0 \approx 370$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$ και $n = 5$. Η σύγκριση υποδεικνύει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο από το SS–DEWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($\delta \leq 0.50$, $0.75 < \rho < 1.25$), ενώ το SS–TEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το συγκρινόμενο διάγραμμα στον εντοπισμό μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και μέτρων έως μεγάλων μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($\delta \leq 0.50$, $\rho \leq 0.75$ και $\rho \geq 1.25$) για $\lambda < 0.30$. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι για τις ίδιες λ τιμές, το προτεινόμενο διάγραμμα υπερτερεί του SS–DEWMA διαγράμματος στην ανίχνευση μέτρων μετατοπίσεων στο μέσο και όλων των θεωρούμενων μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας. Επιπλέον, το SS–TEWMA διάγραμμα φαίνεται να γίνεται ακόμα πιο αποτελεσματικό από το SS–DEWMA διάγραμμα για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας, καθώς αυξάνεται η παράμετρος λ . Τέλος, και τα δύο διαγράμματα παρουσιάζουν παρόμοια απόδοση για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας ($\delta \geq 2.50$) ανεξάρτητα από το μέγεθος της μετατόπισης στη μεταβλητότητα της διεργασίας (βλέπε Πίνακες 5.3 - 5.4 έναντι Πινάκων Γ.7 - Γ.8 στο Παράρτημα Γ).

5.5.3 SS–TEWMA διάγραμμα έναντι SS–GWMA διαγράμματος

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–GWMA διάγραμμα ελέγχου παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.9 - Γ.16 στο Παράρτημα Γ για $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$ και $n = 5$. Οι L_1 τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για $ARL_0 \approx 370$, $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$ και $n = 5$. Οι περιπτώσεις $\alpha = 1.00$ και $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ του SS–GWMA διαγράμματος παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.5 - Γ.6 στο Παράρτημα Γ του SS–EWMA διαγράμματος, λόγω $\alpha = 1.00$ και $q = 1 - \lambda$ (βλέπε Ενότητα 5.2). Παρατηρούμε ότι το SS–TEWMA διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από το SS–GWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μετατοπίσεων στο

μέσο της διεργασίας και μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από το SS-GWMA διάγραμμα για καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας, ανεξάρτητα από το μέγεθος της μετατόπισης στο μέσο της διεργασίας. Ωστόσο, το SS-TEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το SS-GWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και μέτριες έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($\delta \leq 0.50$, $\rho > 1.25$). Επίσης, οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι, καθώς το λ αυξάνεται και το q μειώνεται, το SS-TEWMA διάγραμμα φαίνεται να υπερτερεί του SS-GWMA διαγράμματος για τα περισσότερα από τα θεωρούμενα σενάρια μετατοπίσεων. Τέλος, για καθορισμένες λ και q τιμές, το SS-GWMA διάγραμμα γίνεται λιγότερο αποδοτικό από το προτεινόμενο διάγραμμα, για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη διασπορά της διεργασίας, καθώς η παράμετρος α αυξάνεται (βλέπε Πίνακες 5.3 - 5.4 έναντι Πινάκων Γ.9 - Γ.16 στο Παράρτημα Γ).

5.5.4 SS-TEWMA διάγραμμα έναντι SS-DGWMA διαγράμματος

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA διάγραμμα ελέγχου παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.17 - Γ.24 στο Παράρτημα Γ για $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$ και $n = 5$. Οι L_2 τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για $ARL_0 \approx 370$, $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$ και $n = 5$. Οι περιπτώσεις $\alpha = 1.00$ και $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ του SS-DGWMA διαγράμματος παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.7 - Γ.8, στο Παράρτημα Γ του SS-DEWMA διαγράμματος, λόγω $\alpha = 1.00$ και $q = 1 - \lambda$ (βλέπε Υποενότητα 3.5.4). Οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι για $q = 0.95$, $\alpha < 0.90$ και $\lambda = 0.05$, το SS-TEWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων από το SS-DGWMA διάγραμμα, ενώ και τα δύο διαγράμματα έχουν παρόμοια ARL και SDRL απόδοση για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και τις περισσότερες από τις εξεταζόμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Καθώς το q μειώνεται, το λ αυξάνεται και $\alpha < 0.90$, το προτεινόμενο διάγραμμα φαίνεται να βελτιώνεται έναντι του συγκρινόμενου διαγράμματος για μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο της διεργασίας και μικρές έως μεγάλες μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας. Επιπλέον, το SS-DGWMA διάγραμμα με $\alpha = 0.90$ γίνεται λιγότερο αποδοτικό σε σύγκριση με το SS-TEWMA διάγραμμα, για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, καθώς

το q μειώνεται και το λ αυξάνεται. Εν τέλει, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι καλύτερο από το SS–DGWMA διάγραμμα με $\alpha > 0.90$ για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας (βλέπε Πίνακες 5.3 - 5.4 έναντι των Πινάκων Γ.17 - Γ.24 στο Παράρτημα Γ).

Σύμφωνα με το RMI μέτρο, ο Πίνακας 5.5 αποκαλύπτει ότι το SS–TEWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από τα SS–EWMA και SS–GWMA διαγράμματα ελέγχου, για όλες τις θεωρούμενες λ και (q, α) τιμές. Επιπλέον, για $\lambda \leq 0.10$, τα SS–TEWMA και SS–DEWMA διαγράμματα έχουν παρόμοια απόδοση σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων. Πρέπει να σημειωθεί ότι το SS–DGWMA διάγραμμα έχει την καλύτερη συνολική απόδοση για διάφορα q και $\alpha \leq 0.90$. Ωστόσο, καθώς το λ αυξάνεται, το q μειώνεται και το $\alpha \geq 1.00$, η ανιχνευτική ικανότητα του SS–TEWMA διαγράμματος φαίνεται να βελτιώνεται σε σχέση με τα άλλα ανταγωνιστικά διαγράμματα, σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων ($0.00 \leq \delta \leq 3.00$, $0.25 \leq \rho \leq 2.00$).

Πίνακας 5.5: Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.

	RMI		RMI		RMI
SS–EWMA ($\lambda = 0.05$)	0.50	SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.75	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.20$)	0.89
SS–DEWMA ($\lambda = 0.05$)	0.32	SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.20$)	0.82	SS–EWMA ($\lambda = 0.30$)	1.38
SS–TEWMA ($\lambda = 0.05$)	0.33	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.19	SS–DEWMA ($\lambda = 0.30$)	0.92
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.56	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.25	SS–TEWMA ($\lambda = 0.30$)	0.81
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.48	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.31	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	1.22
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.46	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.40	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	1.21
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.47	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.10$)	0.57	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	1.25
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.54	SS–DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.20$)	0.66	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	1.31
SS–GWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.20$)	0.60	SS–EWMA ($\lambda = 0.20$)	1.02	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	1.47
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60$)	0.01	SS–DEWMA ($\lambda = 0.20$)	0.70	SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.20$)	1.57
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70$)	0.05	SS–TEWMA ($\lambda = 0.20$)	0.66	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.60$)	0.62
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80$)	0.14	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.92	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.70$)	0.67
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90$)	0.23	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.90	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80$)	0.74
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.10$)	0.41	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.92	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90$)	0.83
SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.20$)	0.50	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.96	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.10$)	1.02
SS–EWMA ($\lambda = 0.10$)	0.69	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	1.10	SS–DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.20$)	1.12
SS–DEWMA ($\lambda = 0.10$)	0.48	SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.20$)	1.19	SS–EWMA ($\lambda = 0.50$)	2.36
SS–TEWMA ($\lambda = 0.10$)	0.48	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60$)	0.44	SS–DEWMA ($\lambda = 0.50$)	1.44
SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60$)	0.69	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.70$)	0.48	SS–TEWMA ($\lambda = 0.50$)	1.18
SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.70$)	0.64	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80$)	0.55	SS–EWMA ($\lambda = 0.80$)	5.26
SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.80$)	0.64	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90$)	0.62	SS–DEWMA ($\lambda = 0.80$)	3.52
SS–GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90$)	0.66	SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.10$)	0.80	SS–TEWMA ($\lambda = 0.80$)	2.64

5.6 Εφαρμογές

5.6.1 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα

Σε αυτή την υποενότητα, παρέχουμε ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων, προκειμένου να επεξηγήσουμε τη χρήση του SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου. Ένα σύνολο δεδομένων παράγεται με 40 δείγματα μεγέθους $n = 5$, στους οποίους τα χαρακτηριστικά της διεργασίας, X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$ και $j = 1, 2, \dots, n$, είναι αμοιβαία ανεξάρτητα και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Τα πρώτα 20 δείγματα παράγονται από την $N(\mu_0 = 0, \sigma_0^2 = 1)$, αναφερόμενα στην εντός ελέγχου κατάσταση ($\delta = 0, \rho = 1$). Ωστόσο, μία μετατόπιση του $\mu_1 = \mu_0 + 0.25\sigma_0$ ($\delta = 0.25$) στη μέση τιμή και μία μετατόπιση του $\sigma_1 = 1.10\sigma_0$ ($\rho = 1.10$) στην τυπική απόκλιση προστίθενται στα υπόλοιπα 20 δείγματα.

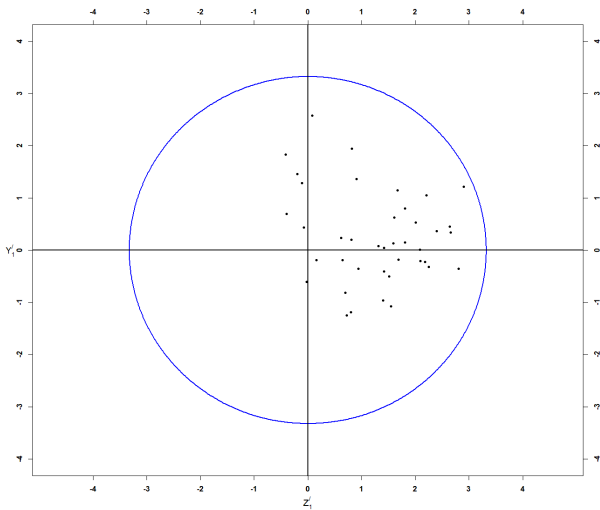
Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμό παραμέτρων $(\lambda, K_3) = (0.20, 3.040)$. Επιπλέον, για δίκαιη σύγκριση, κατασκευάζουμε τα SS-EWMA και SS-DEWMA διαγράμματα, με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.20, 4.523)$ και $(\lambda, K_2) = (0.20, 3.545)$, αντίστοιχα. Τα προσομοιωμένα δεδομένα και τα στατιστικά των SS-EWMA, SS-DEWMA και SS-TEWMA διαγραμμάτων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.6. Τα Σχήματα 5.3 και 5.4 παρουσιάζουν τα SS-EWMA και SS-DEWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα απεικονίζεται στο Σχήμα 5.5. Πρέπει να αναφερθεί ότι τα αντίστοιχα προσαρμοσμένα όρια ελέγχου $(2(1 + K_i))$, $i = 1, 2, 3$ των SS-EWMA, SS-DEWMA και SS-TEWMA διαγραμμάτων είναι 11.046, 9.090 και 8.080.

Από τα Σχήματα 5.3 - 5.5 και τον Πίνακα 5.6 παρατηρούμε ότι το SS-TEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 33^ο δείγμα και το SS-DEWMA διάγραμμα στο 36^ο δείγμα, ενώ το SS-EWMA διάγραμμα αποτυγχάνει να ανιχνεύσει τη μετατόπιση. Με άλλα λόγια, το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου μπορεί να ανιχνεύει γρηγορότερα μετατοπίσεις σε σχέση με τα άλλα διαγράμματα ελέγχου.

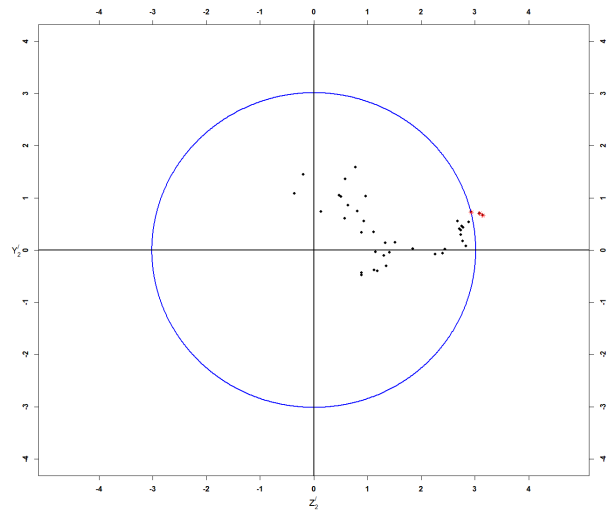
Πίνακας 5.6: Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των SS–EWMA, SS–DEWMA και SS–TEWMA διαγραμμάτων ελέγχου χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 5.6.1.

Δείγμα, <i>i</i>	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	SS–EWMA			SS–DEWMA			SS–TEWMA		
						Y'_{i1}	Z'_{i1}	SSE'_i	Y'_{i2}	Z'_{i2}	$SSDE'_i$	Y'_{i3}	Z'_{i3}	$SSTE'_i$
1	-1.433	-1.759	1.124	1.474	0.157	-0.195	1.455	2.155	-0.200	1.450	2.143	-0.250	1.500	2.312
2	-0.931	-0.891	0.941	-0.329	0.422	-0.398	0.695	0.642	-0.358	1.086	1.308	-0.337	1.250	1.676
3	-0.239	1.787	0.725	0.625	-0.008	0.618	0.237	0.439	0.130	0.734	0.555	-0.081	0.970	0.948
4	1.171	1.734	1.625	0.433	-1.089	1.605	0.622	2.962	0.806	0.747	1.206	0.362	0.887	0.917
5	-0.258	-0.322	0.025	0.313	0.861	1.416	-0.410	2.173	1.113	0.348	1.359	0.690	0.676	0.933
6	-0.663	0.550	0.488	-0.107	0.766	1.396	-0.967	2.883	1.308	-0.102	1.721	0.944	0.401	1.051
7	0.252	0.158	-0.909	2.443	-1.182	1.313	0.077	1.730	1.412	-0.047	1.995	1.134	0.256	1.352
8	-2.527	2.005	-1.480	-0.132	-3.205	-0.414	1.835	3.539	0.932	0.557	1.180	1.097	0.360	1.333
9	-1.144	1.066	0.809	2.067	1.428	0.817	1.944	4.446	0.969	1.035	2.011	1.081	0.577	1.502
10	-2.666	0.064	0.253	-1.195	1.426	0.078	2.574	6.631	0.774	1.586	3.114	1.021	0.882	1.821
11	-0.304	-0.212	-0.176	0.233	-0.056	-0.075	0.431	0.191	0.582	1.366	2.205	0.925	1.037	1.931
12	-0.329	0.313	-0.338	1.178	-0.015	0.156	-0.189	0.060	0.506	1.022	1.301	0.836	1.060	1.824
13	-0.072	1.992	-0.750	0.039	1.351	0.814	0.195	0.701	0.635	0.861	1.146	0.808	1.040	1.734
14	0.105	0.494	0.959	-3.052	-1.356	-0.114	1.285	1.665	0.470	1.052	1.328	0.744	1.072	1.701
15	0.716	0.742	0.364	0.569	0.539	0.693	-0.820	1.152	0.574	0.604	0.695	0.724	0.986	1.496
16	1.722	1.837	-0.116	-0.279	0.402	1.513	-0.501	2.539	0.887	0.337	0.900	0.783	0.856	1.346
17	0.756	0.151	0.905	-0.333	-0.208	1.551	-1.080	3.574	1.148	-0.038	1.319	0.894	0.663	1.238
18	-0.739	-0.606	0.398	0.281	-1.250	0.726	-1.248	2.085	1.119	-0.382	1.399	0.974	0.431	1.135
19	-0.062	-0.160	-0.953	1.013	-2.086	-0.021	-0.609	0.371	0.889	-0.478	1.019	0.985	0.231	1.024
20	-0.528	2.079	-0.476	0.409	0.989	0.645	-0.195	0.454	0.892	-0.436	0.986	0.993	0.080	0.992
21	0.563	0.204	2.448	0.428	0.723	1.689	-0.183	2.886	1.187	-0.401	1.570	1.067	-0.030	1.139
22	-0.976	-0.850	0.837	1.357	-0.132	1.416	0.042	2.007	1.347	-0.308	1.909	1.166	-0.099	1.369
23	2.677	-2.110	-0.076	-0.307	-1.029	0.906	1.365	2.684	1.334	0.139	1.798	1.241	-0.044	1.542
24	0.889	-0.106	0.669	0.912	0.862	1.590	0.129	2.545	1.515	0.148	2.316	1.341	0.000	1.798
25	1.014	0.015	0.557	0.282	1.752	2.250	-0.324	5.168	1.844	0.025	3.399	1.500	0.005	2.251
26	1.202	1.449	-0.393	1.437	0.044	2.802	-0.354	7.977	2.261	-0.080	5.118	1.724	-0.015	2.971
27	-0.800	0.504	-1.669	0.362	1.003	2.082	0.006	4.335	2.396	-0.063	5.743	1.932	-0.024	3.734
28	1.877	-1.126	0.897	-0.213	3.174	2.901	1.215	9.892	2.733	0.291	7.553	2.180	0.044	4.755
29	0.352	-0.106	-0.315	-0.193	-0.592	2.091	-0.210	4.416	2.775	0.173	7.730	2.384	0.078	5.690
30	0.536	-0.633	1.628	-0.282	0.640	2.181	-0.228	4.809	2.830	0.076	8.012	2.564	0.078	6.580
31	-0.359	-2.657	-0.146	2.230	0.660	1.671	1.146	4.106	2.737	0.384	7.637	2.685	0.151	7.233
32	0.457	0.479	-0.409	1.568	0.407	2.007	0.531	4.310	2.754	0.455	7.790	2.785	0.229	7.794
33	0.581	-1.132	0.246	0.201	0.845	1.806	0.150	3.284	2.711	0.405	7.515	2.855	0.273	8.226
34	-0.144	0.681	1.649	0.991	-1.826	1.806	0.801	3.903	2.673	0.552	7.452	2.904	0.346	8.551
35	1.187	0.560	0.175	2.076	0.527	2.661	0.342	7.198	2.888	0.536	8.630	2.991	0.400	9.107
36	0.237	0.560	-1.958	1.857	-0.405	2.205	1.047	5.958	2.931	0.725	9.115	3.069	0.488	9.657
37	1.677	0.022	0.559	0.992	0.024	2.643	0.447	7.185	3.087	0.704	10.023	3.171	0.556	10.367
38	1.462	-0.715	0.864	-0.098	-0.451	2.400	0.363	5.892	3.146	0.666	10.339	3.264	0.600	11.014
39	0.082	-0.443	-1.221	-1.305	-0.777	0.936	-0.354	1.001	2.779	0.434	7.910	3.254	0.581	10.927
40	-0.145	-0.591	0.094	0.656	0.171	0.798	-1.188	2.048	2.446	0.013	5.982	3.171	0.468	10.276

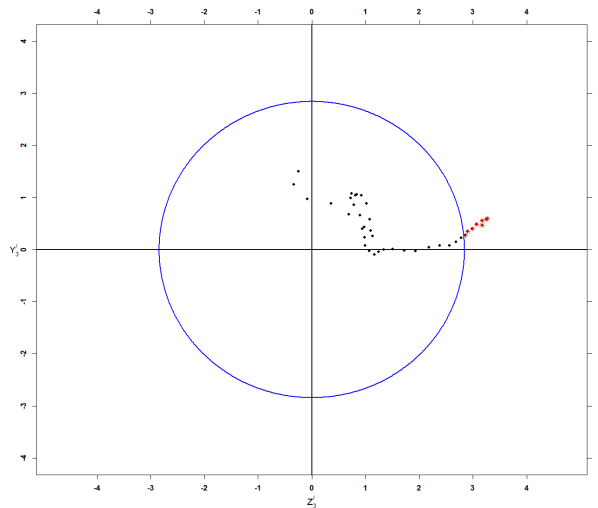
Τα εκτός ελέγχου σήματα είναι με έντονη γραφή.



Σχήμα 5.3: SS-EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.20, 4.523)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.



Σχήμα 5.4: SS-DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.20, 3.545)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.



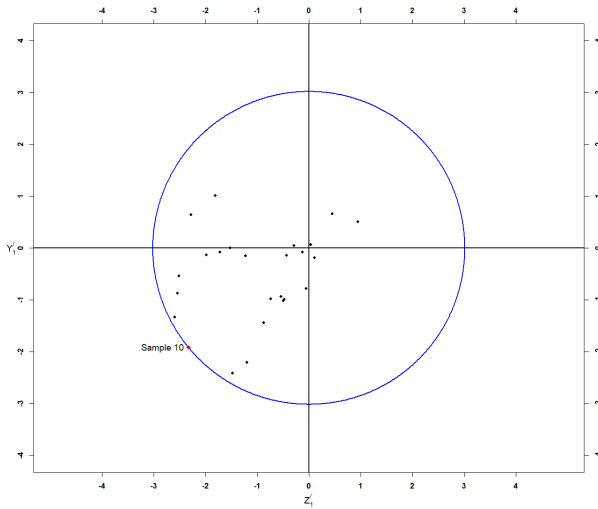
Σχήμα 5.5: SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.20, 3.040)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.1.

5.6.2 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

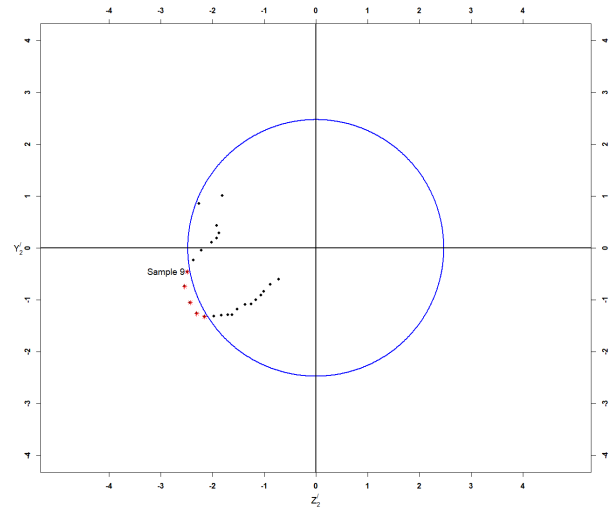
Στο δεύτερο παράδειγμα παρουσιάζουμε την εφαρμογή του προτεινόμενου SS-TEWMA διαγράμματος ελέγχου έναντι των SS-EWMA και SS-DEWMA διαγραμμάτων λαμβάνοντας υπόψη πραγματικά δεδομένα (Huang, Tai και Lu 2014), που παρουσιάζονται στην Υποενότητα 4.5.2. Ο όγκος πλήρωσης των φιαλών αναψυκτικών αποτελεί ένα σημαντικό ποιοτικό χαρακτηριστικό. Ο διευθυντής μίας εταιρείας αναψυκτικών στη βόρεια Ταϊβάν ενδιαφέρεται να κατανοήσει τον όγκο πλήρωσης των προϊόντων της δικής τους εταιρείας. Ως εκ τούτου, 25 δείγματα με μέγεθος δείγματος $n = 5$ λήφθηκαν

από μία παραγωγική διεργασία και παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.11. Οι εκτιμώμενες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας είναι 601.320 και 7.093, αντίστοιχα. Όπως οι Huang, Tai και Lu (2014), θεωρούμε ότι το ποιοτικό χαρακτηριστικό είναι κανονικά κατανεμημένο.

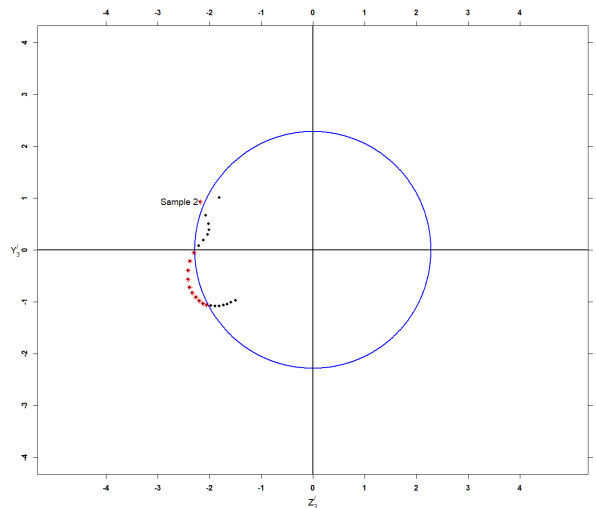
Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα SS–EWMA, SS–DEWMA και SS–TEWMA διαγράμματα ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.05, 3.541)$, $(\lambda, K_2) = (0.05, 2.055)$ και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.602)$, αντίστοιχα. Τα Σχήματα 5.6 και 5.7 παρουσιάζουν τα SS–EWMA και SS–DEWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το SS–TEWMA διάγραμμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.8. Επιπλέον, τα αντίστοιχα προσαρμοσμένα όρια ελέγχου των SS–EWMA, SS–DEWMA και SS–TEWMA διαγραμμάτων 9.082, 6.110 και 5.204. Παρατηρούμε ότι το SS–TEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 2^ο δείγμα, το SS–DEWMA διάγραμμα στο 9^ο δείγμα, ενώ το SS–EWMA διάγραμμα στο 10^ο δείγμα.



Σχήμα 5.6: SS–EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 3.541)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.



Σχήμα 5.7: SS–DEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 2.055)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.



Σχήμα 5.8: SS-TEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.05, 1.602)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 5.6.2.

5.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο εισάγουμε ένα single διάγραμμα ελέγχου τύπου EWMA για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Το προτεινόμενο SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου αποτελεί επέκταση των SS-EWMA και SS-DEWMA διαγραμμάτων. Το SS-TEWMA διάγραμμα αξιολογείται με βάση τα ARL και SDRL μέτρα. Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ότι η ευαισθησία του προτεινόμενου διαγράμματος ενισχύεται, καθώς η παράμετρος εξομάλυνσης λ μειώνεται. Το SS-TEWMA διάγραμμα είναι αποδοτικότερο στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας ανεξάρτητα από την ποσότητα της μετατόπισης στο μέσο της διεργασίας και, τα ARL_1 και τα $SDRL_1$ επηρεάζονται από το μέγεθος του δείγματος n , δηλαδή μειώνονται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος.

Επιπλέον, η απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος συγκρίνεται με εκείνες ορισμένων πολύ γνωστών single διαγραμμάτων ελέγχου, όπως τα SS-EWMA, SS-DEWMA, SS-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων υποδεικνύουν ότι το SS-TEWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από τα SS-EWMA, SS-DEWMA και SS-GWMA διαγράμματα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Ειδικότερα, καθώς το λ αυξάνεται και το q μειώνεται, το SS-TEWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από τα προαναφερθέντα διαγράμματα για τους περισσότερους από τους εξεταζόμε-

νους συνδυασμούς μετατοπίσεων. Επιπρόσθετα, το προτεινόμενο διάγραμμα αποδίδει παρόμοια με το SS–DGWMA διάγραμμα χρησιμοποιώντας μικρές α τιμές, στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο και μικρών έως μεγάλων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το SS–TEWMA διάγραμμα φαίνεται να βελτιώνεται σημαντικά σε σύγκριση με το SS–DGWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, καθώς αυξάνεται η παράμετρος α του τελευταίου. Η σύγκριση της συνολικής απόδοσης, χρησιμοποιώντας το RMI μέτρο, υποδεικνύει ότι το SS–TEWMA διάγραμμα είναι ένα ικανοποιητικό εναλλακτικό διάγραμμα ελέγχου για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Τέλος, παρουσιάζονται δύο εφαρμογές του προτεινόμενου διαγράμματος.

Το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου

6.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα μελέτη, με κίνητρο τις εργασίες των Xie (1999), Chen, Cheng και Xie (2004), Zhang και Chen (2005), καθώς και Shamma και Shamma (1992), επεκτείνουμε το EWMA–SC διάγραμμα ελέγχου σε ένα DEWMA–SC (Double Exponentially Weighted Moving Average Semicircle, DEWMA Semicircle) διάγραμμα ελέγχου, με στόχο την ταχύτερη ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα. Μία μελέτη σύγκρισης απόδοσης πραγματοποιείται, χρησιμοποιώντας τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, με τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας μέτρα του μήκους ροής, όπως τα ARL και SDRL. Επειδή μας ενδιαφέρει ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και στη διασπορά της διεργασίας, υπολογίζουμε επίσης το RMI (Han και Tsung 2006). Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα έχει καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας.

Το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου είναι δομημένο ως εξής: Στην Ενότητα 6.2 παρουσιάζουμε συνοπτικά τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου. Στην Ενότητα 6.3 εισάγουμε το προτεινόμενο DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου. Μία μελέτη προσομοίωσης διεξάγεται στην Ενότητα 6.4 για να αξιολογηθεί η απόδοσή του νέου διαγράμματος. Η σύγκριση του DEWMA–SC διαγράμματος με τα προαναφερθέντα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα όσον αφορά τα ARL, SDRL και RMI μέτρα, δίνεται στην Ενότητα 6.5. Εφαρμογές σε πραγματικά και προσομοιωμένα δεδο-

μένα παρουσιάζονται στην Ενότητα 6.6, ενώ τα συμπεράσματα της τρέχουσας μελέτης παρέχονται στην Ενότητα 6.7.

6.2 Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε εν συντομία τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση της μέσης τιμής και/ή της ανοδικής μεταβλητότητας της διεργασίας. Έστω $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots$ είναι ένα δείγμα n_i ανεξάρτητων κανονικών, $N(\mu_0 + \delta\sigma_0, \rho^2\sigma_0^2)$ (όπου $\rho \geq 1$), τυχαίων μεταβλητών, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας, αντίστοιχα, και i είναι ο αριθμός του δείγματος. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου, εάν $\delta = 0$ και $\rho = 1$, διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, και κατ'επέκταση $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Ενδιαφερόμαστε για τον εντοπισμό μίας μετατόπισης στη μέση τιμή της διεργασίας και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, από τις εντός ελέγχου μ_0 και σ_0^2 τιμές στις εκτός ελέγχου $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1^2 = \rho^2\sigma_0^2$ τιμές.

6.2.1 Το EWMA–SC διάγραμμα ελέγχου

Έστω \bar{X}_i (Εξίσωση (3.3)) $i = 1, 2, \dots$ είναι ο δειγματικός μέσος και S_i^2 (Εξίσωση (3.4)), $i = 1, 2, \dots$ είναι η δειγματική διακύμανση. Ως εκ τούτου, οι \bar{X}_i , $i = 1, 2, \dots$, είναι ανεξάρτητες κανονικές τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή $\mu_0 + \delta\sigma_0$ και διακύμανση $\frac{\rho^2\sigma_0^2}{n_i}$, οι $\frac{(n_i-1)S_i^2}{\rho^2\sigma_0^2}$, $i = 1, 2, \dots$ είναι ανεξάρτητες $\chi_{n_i-1}^2$ τυχαίες μεταβλητές, και οι \bar{X}_i και S_i^2 είναι ανεξάρτητες μεταβλητές.

Ορίζουμε το ακόλουθο στατιστικό ως:

$$H_i = \frac{n_i(\bar{X}_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2} + \frac{(n_i - 1)S_i^2}{\sigma_0^2}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (6.1)$$

Τότε, το EWMA–SC στατιστικό θ_{i1} ορίζεται ως ακολούθως:

$$\theta_{i1} = \lambda H_i + (1 - \lambda)\theta_{(i-1)1}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (6.2)$$

όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $\theta_{01} = n$ είναι η αρχική τιμή του στατιστικού θ_{i1} . Επειδή $H_i \sim \chi_n^2$, όταν $\delta = 0$, $\rho = 1$ και $n_1 = n_2 = \dots = n_i = n$, η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού θ_{i1} δίνονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$E(\theta_{i1}) = E(H_i) = n, \quad (6.3)$$

$$\text{Var}(\theta_{i1}) = \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{2 - \lambda} \text{Var}(H_i) = \frac{2n\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{2 - \lambda}. \quad (6.4)$$

Επιπρόσθετα, η Εξίσωση (6.2) μπορεί να ξαναγραφτεί ως εξής:

$$\theta_{i1} = Y_{i1} + Z_{i1} + n, \quad (6.5)$$

όπου

$$Y_{i1} = \lambda \left[\frac{n(\bar{X}_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2} - 1 \right] + (1 - \lambda)Y_{(i-1)1}, \quad (6.6)$$

$$Z_{i1} = \lambda \left[(n - 1) \left(\frac{S_i^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \right] + (1 - \lambda)Z_{(i-1)1} \quad (6.7)$$

και $Y_{01} = Z_{01} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i1} και Z_{i1} . Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι τα στατιστικά Y_{i1} και Z_{i1} είναι ανεξάρτητα, επειδή τα στατιστικά \bar{X}_i και S_i^2 είναι ανεξάρτητα.

Το EWMA–SC διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{ES}), επειδή το στατιστικό θ_{i1} είναι μη αρνητικό. Ως εκ τούτου, το UCL_{ES} (Chen, Cheng και Xie 2004) (με βάση την Εξίσωση (6.2)), δίνεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} UCL_{ES}^1 &= E(\theta_{i1}) + K_1 \sqrt{\text{Var}(\theta_{i1})} \\ &= n + K_1 \sqrt{\frac{2n\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{2 - \lambda}}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

όπου K_1 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Από την άλλη πλευρά, το UCL_{ES} που βασίζεται στις $Y_{i1} + Z_{i1}$ τιμές (δηλαδή την Εξίσωση (6.5)), δίνεται από τη σχέση:

$$UCL_{ES}^2 = K_1 \sqrt{\frac{2n\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{2 - \lambda}}. \quad (6.9)$$

Πρέπει να αναφερθεί ότι, καθώς το i μεγαλώνει, ο όρος $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$ στις Εξισώσεις (6.8) και (6.9), προσεγγίζει τη μονάδα. Κατά συνέπεια, τα ασυμπτωτικά UCL_{ES} δίνονται, αντίστοιχα, από τις σχέσεις:

$$UCL_{ES}^1 = n + K_1 \sqrt{\frac{2n\lambda}{2 - \lambda}} \quad (6.10)$$

και

$$UCL_{ES}^2 = K_1 \sqrt{\frac{2n\lambda}{2 - \lambda}}. \quad (6.11)$$

Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό θ_{i1} υπερβαίνει το UCL_{ES}^1 ή όταν ένα δειγματικό σημείο (Y_{i1}, Z_{i1}) βρίσκεται εκτός της περιοχής ελέγχου $\{(Y_{i1}, Z_{i1}) : Y_{i1} + Z_{i1} \leq UCL_{ES}^2\}$. Για την αποφυγή σχεδιασμού αρκετών παράλληλων ευθειών, οι Chen, Cheng και Xie (2004) σχεδίασαν τα (Y'_{i1}, Z'_{i1}) σημεία σε ένα $Y'_1 - Z'_1$ επίπεδο συντεταγμένων και σχεδίασαν την ευθεία $Y'_1 + Z'_1 = K_1$ ως το όριο της περιοχής ελέγχου, όπου $Y'_{i1} = Y_{i1} \sqrt{\frac{2 - \lambda}{2n\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}}$ και $Z'_{i1} = Z_{i1} \sqrt{\frac{2 - \lambda}{2n\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}}$, $i = 1, 2, \dots$

6.2.2 Το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου

Το GWMA–SC στατιστικό για την ταυτόχρονη παρακολούθηση της μέσης τιμής και της ανοδικής μεταβλητότητας της διεργασίας ορίζεται από τη σχέση:

$$\xi_i = A_i + B_i + n, \quad (6.12)$$

όπου

$$\begin{aligned} A_i = & P(N_1 = 1) \left[\frac{(\bar{X}_i - \mu_0)^2}{\frac{\sigma_0^2}{n}} - 1 \right] + P(N_1 = 2) \left[\frac{(\bar{X}_{i-1} - \mu_0)^2}{\frac{\sigma_0^2}{n}} - 1 \right] + \dots \\ & + P(N_1 = i) \left[\frac{(\bar{X}_1 - \mu_0)^2}{\frac{\sigma_0^2}{n}} - 1 \right] + P(N_1 > i) A_0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

και

$$\begin{aligned} B_i = & P(N_1 = 1) \left[(n-1) \left(\frac{S_i^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \right] + P(N_1 = 2) \left[(n-1) \left(\frac{S_{i-1}^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \right] + \dots \\ & + P(N_1 = i) \left[(n-1) \left(\frac{S_1^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \right] + P(N_1 > i) B_0, \end{aligned} \quad (6.14)$$

όπου $A_0 = B_0 = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών A_i και B_i , αντίστοιχα. Επειδή το στατιστικό ξ_i είναι μη αρνητικό, το GWMA–SC διάγραμμα χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{GS}). Το UCL_{GS} (Huang 2015), που βασίζεται στην Εξίσωση (6.12), ορίζεται ως εξής:

$$UCL_{GS} = L_1 \sqrt{2nQ_{i1}}, \quad (6.15)$$

όπου $Q_{i1} = \sum_{j=1}^i [P(N_1 = j)]^2$ και L_1 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Επίσης, το ασυμπτωτικό UCL_{GS} του GWMA–SC διαγράμματος είναι:

$$UCL_{GS} = L_1 \sqrt{2nQ}, \quad (6.16)$$

όπου $Q = \lim_{i \rightarrow \infty} Q_{i1}$. Για ευκολότερους υπολογισμούς, οι Sheu και Lin (2003) θεώρησαν ότι $P(N_1 = i) = P(N_1 > i-1) - P(N_1 > i) = q^{(i-1)\alpha} - q^{i\alpha}$, όπου $P(N_1 > i) = q^{i\alpha}$, $i = 1, 2, \dots$, $q \in [0, 1)$ είναι η παράμετρος σχεδιασμού και $\alpha > 0$ είναι η παράμετρος προσαρμογής (για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον GWMA σχεδιασμό παραπέμπουμε στην Υποενότητα 3.2.3). Τόσο η παράμετρος σχεδιασμού όσο και η παράμετρος προσαρμογής καθορίζονται από τον επαγγελματία ποιότητας.

Επιπλέον, αντί του στατιστικού ξ_i (Εξίσωση (6.12)), διαδοχικά ζεύγη (A_i, B_i) σχεδιάζονται στο $A-B$ επίπεδο συντεταγμένων. Η περιοχή ελέγχου $\{(A_i, B_i) : A_i + B_i \leq$

UCL_{GS} } για το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου είναι ένα ημιεπίπεδο. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν ένα δειγματικό σημείο βρίσκεται πάνω από την περιοχή ελέγχου. Για την αποφυγή σχεδιασμού αρκετών παράλληλων ευθειών, ο Huang (2015) σχεδίασε τα σημεία (A'_i, B'_i) σε ένα $A' - B'$ επίπεδο συντεταγμένων και σχεδίασε την ευθεία $A' + B' = L_1$ ως όριο της περιοχής ελέγχου, όπου $A'_i = \frac{A_i}{\sqrt{2nQ_{i1}}}$ και $B'_i = \frac{B_i}{\sqrt{2nQ_{i1}}}$, $i = 1, 2, \dots$.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το GWMA–SC διάγραμμα ανάγεται στο EWMA–SC διάγραμμα, όταν $\alpha = 1$ και $q = 1 - \lambda$.

6.3 Το προτεινόμενο DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα εισάγουμε ένα single διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης, το οποίο καλείται DEWMA–SC διάγραμμα. Σε συνέχεια της Εξίσωσης (6.2), ορίζουμε το DEWMA–SC στατιστικό ως ακολούθως:

$$\theta_{i2} = \lambda\theta_{i1} + (1 - \lambda)\theta_{(i-1)2}, \quad (6.17)$$

όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $\theta_{02} = n$ είναι η αρχική τιμή του στατιστικού θ_{i2} . Σε αυτή τη μελέτη ακολουθούμε την απλή προσέγγιση και θέτουμε την ίδια παράμετρο εξομάλυνσης για τα στατιστικά θ_{i1} και θ_{i2} . Επιπρόσθετα, η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού θ_{i2} δίνονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$E(\theta_{i2}) = n, \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} Var(\theta_{i2}) = & 2n\lambda^4 \left[\theta \left[- \left[\frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} \right] - \left[\frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} \right] + \left[\frac{2(1-\theta^{i+1})}{(1-\theta)^3} \right] \right] + \right. \\ & \left. \left[\left(\frac{1-\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} \right) - \left(\frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right) \right] \right], \quad (6.19) \end{aligned}$$

όπου $\theta = (1 - \lambda)^2$. Επίσης, η Εξίσωση (6.17) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\theta_{i2} = Y_{i2} + Z_{i2} + n, \quad (6.20)$$

όπου

$$Y_{i2} = \lambda Y_{i1} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)2}, \quad (6.21)$$

$$Z_{i2} = \lambda Z_{i1} + (1 - \lambda)Z_{(i-1)2} \quad (6.22)$$

και $Y_{02} = Z_{02} = 0$ είναι οι αρχικές τιμές των στατιστικών Y_{i2} και Z_{i2} . Παρόμοια, ακολουθούμε την απλή προσέγγιση και θέτουμε την ίδια παράμετρο εξομάλυνσης για τα στατιστικά Y_{ik} και Z_{ik} , $k = 1, 2$.

Το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου χρειάζεται μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{DES}), αφού το στατιστικό θ_{i2} είναι μη αρνητικό. Το UCL_{DES} , που βασίζεται στην Εξίσωση (6.17), δίνεται από τη σχέση:

$$UCL_{DES}^1 = E(\theta_{i2}) + K_2 \sqrt{Var(\theta_{i2})}, \quad (6.23)$$

όπου K_2 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Παρ' όλα αυτά, το UCL_{DES} , που βασίζεται στις $Y_{i2} + Z_{i2}$ τιμές (δηλαδή την Εξίσωση (6.20)), δίνεται από τη σχέση:

$$UCL_{DES}^2 = K_2 \sqrt{Var(\theta_{i2})}. \quad (6.24)$$

Επιπλέον, οι ασυμπτωτικοί τύποι του UCL_{DES} δίνονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$UCL_{DES}^1 = n + K_2 \sqrt{\frac{2n\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}} \quad (6.25)$$

και

$$UCL_{DES}^2 = K_2 \sqrt{\frac{2n\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}}. \quad (6.26)$$

6.3.1 Διαδικασία κατασκευής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου

Η διαδικασία κατασκευής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου είναι παρόμοια με εκείνη του EWMA–SC διαγράμματος. Σχεδιάζουμε είτε το στατιστικό θ_{i2} έναντι του i , είτε τα δειγματικά σημεία (Y_{i2}, Z_{i2}) σε ένα δισδιάστατο διάγραμμα. Ο δεύτερος τρόπος προτιμάται, επειδή η πηγή και η κατεύθυνση της μετατόπισης στο μέσο και/ή στη διασπορά της διεργασίας μπορούν να ανιχνευθούν απευθείας από τη θέση του σχεδιασμένου δειγματικού σημείου στο διάγραμμα ελέγχου. Επομένως, διαδοχικά ζεύγη (Y_{i2}, Z_{i2}) σχεδιάζονται στο $Y_2 - Z_2$ επίπεδο συντεταγμένων. Η περιοχή ελέγχου $\{(Y_{i2}, Z_{i2}) : Y_{i2} + Z_{i2} \leq UCL_{DES}^2\}$ για το DEWMA–SC διάγραμμα είναι ένα ημιεπίπεδο. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό θ_{i2} ξεπερνά το UCL_{DES}^1 ή όταν ένα δειγματικό σημείο (Y_{i2}, Z_{i2}) βρίσκεται πάνω από την προαναφερθείσα ευθεία.

Συνήθως, όταν ένα δειγματικό σημείο αποκλίνει επαρκώς από τον άξονα Z_2 , η μετατόπιση θεωρείται ότι οφείλεται στο μέσο της διεργασίας. Από την άλλη πλευρά, όταν

ένα σημείο αποκλίνει αρκετά από τον άξονα Y_2 , η μετατόπιση θεωρείται ότι οφείλεται στη διασπορά της διεργασίας. Όταν ένα σημείο βρίσκεται κοντά στην ευθεία $Y_2 = Z_2$ ή στην ευθεία $Y_2 = -Z_2$, η μετατόπιση οφείλεται στη συνδυασμένη επίδραση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας. Επιπλέον, εάν το δειγματικό σημείο βρίσκεται στο δεξιό ημιεπίπεδο, αυτό υποδηλώνει μία αύξηση στο μέσο της διεργασίας, διαφορετικά, συνεπάγεται μία μείωση στο μέσο της διεργασίας. Παρόμοια, εάν το δειγματικό σημείο βρίσκεται στο άνω ημιεπίπεδο, τότε δείχνει μία αύξηση στη διασπορά της διεργασίας, διαφορετικά, υποδηλώνει μία μείωση στη μεταβλητότητα της διεργασίας.

Τα βήματα κατασκευής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου περιγράφονται εν συντομία ως εξής:

1. Εκτιμούμε τις άγνωστες παραμέτρους της διεργασίας. Αν η μέση τιμή είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{X}_i}{m}$ ως εκτιμήτριά της, όπου $\bar{\bar{X}}$ είναι ο γενικός μέσος και m είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων. Αν η τυπική απόκλιση είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε είτε $\frac{\bar{R}}{d_2}$ είτε $\frac{\bar{S}}{c_4}$, ως εκτιμήτριά της, όπου $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των ευρών και $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των τυπικών αποκλίσεων. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι σταθερές d_2 και c_4 εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος (Montgomery 2013).
2. Επιλέγουμε τους επιθυμητούς (λ, K_2) συνδυασμούς παραμέτρων με βάση το καθορισμένο μέγεθος δείγματος (n) και τις ARL_0 τιμές. Οι Πίνακες 6.1 και 6.2 παρουσιάζουν τους (λ, K_2) συνδυασμούς παραμέτρων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο και το ασυμπτωτικό άνω όριο ελέγχου (UCL_{DES}), αντίστοιχα, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$, και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$ και 500 . Πρέπει να σημειωθεί ότι οι K_2 τιμές επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο (Εξίσωση (6.23) ή Εξίσωση (6.24)) και το ασυμπτωτικό (Εξίσωση (6.25) ή Εξίσωση (6.26)) UCL_{DES} .
3. Υπολογίζουμε το χρονικά μεταβαλλόμενο (Εξίσωση (6.23) ή Εξίσωση (6.24)) ή το ασυμπτωτικό (Εξίσωση (6.25) ή Εξίσωση (6.26)) UCL_{DES} του DEWMA–SC διαγράμματος, για $i = 1, 2, \dots$.
4. Υπολογίζουμε τα στατιστικά Y_{i1}, Z_{i1}, Y_{i2} και Z_{i2} , για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (6.6), (6.7), (6.21) και (6.22), αντίστοιχα και $Y_{01} = Z_{01} = Y_{02} = Z_{02} = 0$ ως αρχικές τιμές.

5. Για την αποφυγή σχεδιασμού αρκετών παράλληλων ευθειών, έστω $(Y'_{i2}, Z'_{i2}) = \left(\frac{Y_{i2}}{\sqrt{Var(\theta_{i2})}}, \frac{Z_{i2}}{\sqrt{Var(\theta_{i2})}} \right)$ (όπου $Var(\theta_{i2})$ δίνεται στην Εξίσωση (6.19)) ή $(Y'_{i2}, Z'_{i2}) = \left(Y_{i2} \sqrt{\frac{(2-\lambda)^3}{2n\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}}, Z_{i2} \sqrt{\frac{(2-\lambda)^3}{2n\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}} \right)$ και υπολογίζουμε τα στατιστικά Y'_{i2} και Z'_{i2} για $i = 1, 2, \dots$. Κάθε δειγματικό σημείο (Y'_{i2}, Z'_{i2}) σχεδιάζεται στο $Y'_2 - Z'_2$ επίπεδο συντεταγμένων και η ευθεία $Y'_2 + Z'_2 = K_2$ σχεδιάζεται ως το όριο της περιοχής ελέγχου.
6. Ελέγχουμε αν κάποιο σημείο (Y'_{i2}, Z'_{i2}) βρίσκεται πάνω από την περιοχή ελέγχου. Αν δοθεί ένα εκτός ελέγχου σήμα, ανιχνεύουμε την πηγή και την κατεύθυνση της μετατόπισης σύμφωνα με τη θέση του δειγματικού σημείου στο διάγραμμα ελέγχου. Δείχνουμε την πηγή και την κατεύθυνση σχεδιάζοντας χαρακτηριστικούς συμβολισμούς.
7. Εξετάζουμε και ερμηνεύουμε καθένα από τα εκτός ελέγχου σημεία.

Πίνακας 6.1: (λ, K_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$.

n	3				5				7				9			
	ARL_0	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370
λ	K_2															
0.05	1.155	1.336	1.563	1.742	1.160	1.336	1.565	1.739	1.160	1.347	1.574	1.736	1.164	1.345	1.565	1.730
0.10	1.576	1.762	1.995	2.172	1.573	1.752	1.975	2.146	1.572	1.746	1.969	2.135	1.565	1.742	1.962	2.123
0.15	1.859	2.040	2.276	2.453	1.834	2.018	2.235	2.402	1.823	2.003	2.222	2.387	1.821	1.997	2.208	2.364
0.20	2.067	2.258	2.492	2.671	2.035	2.211	2.435	2.597	2.010	2.188	2.414	2.577	2.012	2.185	2.392	2.545
0.25	2.246	2.436	2.676	2.854	2.198	2.381	2.603	2.767	2.168	2.345	2.570	2.730	2.170	2.336	2.539	2.694
0.30	2.405	2.598	2.838	3.020	2.340	2.523	2.751	2.921	2.307	2.485	2.710	2.865	2.305	2.470	2.668	2.829
0.40	2.692	2.878	3.126	3.318	2.595	2.773	3.002	3.171	2.545	2.728	2.941	3.108	2.528	2.696	2.906	3.060
0.50	2.950	3.150	3.417	3.614	2.820	3.008	3.246	3.422	2.758	2.942	3.160	3.335	2.720	2.890	3.101	3.263
0.60	3.220	3.436	3.715	3.933	3.050	3.252	3.487	3.676	2.960	3.150	3.377	3.558	2.903	3.083	3.295	3.470
0.70	3.485	3.718	4.015	4.254	3.275	3.481	3.737	3.934	3.155	3.350	3.586	3.779	3.087	3.263	3.496	3.666
0.75	3.611	3.845	4.158	4.401	3.375	3.590	3.853	4.058	3.250	3.439	3.687	3.877	3.169	3.350	3.584	3.762
0.80	3.720	3.960	4.285	4.531	3.464	3.689	3.959	4.174	3.330	3.526	3.773	3.971	3.242	3.420	3.668	3.845
0.90	3.890	4.139	4.476	4.729	3.602	3.829	4.115	4.343	3.452	3.656	3.914	4.115	3.350	3.530	3.786	3.972
0.95	3.936	4.192	4.520	4.788	3.640	3.868	4.162	4.386	3.488	3.690	3.948	4.163	3.380	3.567	3.818	4.008
1.00	3.960	4.210	4.544	4.808	3.653	3.886	4.180	4.401	3.499	3.702	3.968	4.178	3.386	3.582	3.825	4.018

Πίνακας 6.2: (λ, K_2) συνδυασμοί παραμέτρων για το DEWMA–SC διάγραμμα με ασυμπτωτικό όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$.

n	3				5				7				9			
	ARL_0	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370
λ	K_2															
0.05	0.956	1.169	1.442	1.646	0.960	1.165	1.437	1.641	0.940	1.166	1.450	1.647	0.950	1.172	1.445	1.638
0.10	1.476	1.678	1.934	2.125	1.471	1.668	1.918	2.098	1.462	1.667	1.910	2.087	1.453	1.662	1.907	2.078
0.15	1.791	1.988	2.237	2.420	1.764	1.960	2.195	2.367	1.753	1.950	2.180	2.355	1.753	1.945	2.169	2.336
0.20	2.017	2.215	2.461	2.646	1.986	2.174	2.404	2.573	1.965	2.153	2.384	2.558	1.961	2.148	2.368	2.526
0.25	2.205	2.403	2.655	2.836	2.158	2.350	2.582	2.751	2.131	2.318	2.550	2.715	2.135	2.308	2.522	2.678
0.30	2.375	2.570	2.822	3.006	2.309	2.501	2.731	2.907	2.280	2.465	2.695	2.854	2.275	2.448	2.656	2.819
0.40	2.672	2.860	3.112	3.308	2.570	2.757	2.994	3.162	2.527	2.713	2.933	3.101	2.513	2.682	2.896	3.053
0.50	2.939	3.141	3.410	3.608	2.807	2.998	3.238	3.416	2.747	2.932	3.154	3.328	2.710	2.880	3.095	3.258
0.60	3.210	3.432	3.710	3.928	3.045	3.247	3.482	3.673	2.953	3.143	3.374	3.555	2.898	3.076	3.291	3.468
0.70	3.480	3.715	4.012	4.251	3.272	3.478	3.735	3.932	3.152	3.347	3.583	3.777	3.085	3.260	3.493	3.664
0.75	3.610	3.842	4.157	4.398	3.373	3.588	3.853	4.058	3.250	3.437	3.685	3.876	3.167	3.348	3.582	3.762
0.80	3.717	3.960	4.285	4.530	3.462	3.685	3.959	4.173	3.330	3.525	3.773	3.970	3.241	3.420	3.668	3.844
0.90	3.890	4.137	4.476	4.730	3.602	3.827	4.115	4.343	3.452	3.656	3.914	4.115	3.348	3.530	3.786	3.972
0.95	3.935	4.192	4.521	4.788	3.640	3.866	4.162	4.386	3.487	3.690	3.950	4.163	3.380	3.567	3.818	4.008
1.00	3.960	4.210	4.545	4.808	3.654	3.886	4.180	4.402	3.500	3.702	3.968	4.178	3.386	3.584	3.825	4.018

6.4 Αξιολόγηση απόδοσης του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου

Στην παρούσα ενότητα μελετούμε την απόδοση του μήκους ροής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου. Το μήκος ροής είναι ο αριθμός των στατιστικών που πρέπει να σχεδιαστούν στο διάγραμμα ελέγχου, προτού το διάγραμμα δώσει ένα εκτός ελέγχου σήμα. Τα μέτρα απόδοσης, όπως το ARL, το SDRL και τα εκατοστιαία σημεία (percentile points) χρησιμοποιούνται συνήθως για να ληφθούν περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την κατανομή του μήκους ροής. Ωστόσο, το πιο γνωστό μέτρο είναι το ARL, το οποίο ορίζεται ως ο μέσος αριθμός δειγμάτων που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου έως ότου ανιχνευτεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν η μέση τιμή και η διασπορά της διεργασίας είναι εντός ελέγχου, προτείνεται μία μεγάλη ARL_0 τιμή για την αποφυγή οποιουδήποτε ψευδούς συναγερμού. Ωστόσο, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η μέση τιμή μετατοπίζεται από μ_0 στο $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ ($\delta \neq 0$) και/ή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 στο $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ ($\rho \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή προτιμάται, προκειμένου να εντοπιστεί άμεσα η μετατόπιση. Επιπλέον, το SDRL μετρά τη σταθερότητα της κατανομής του μήκους ροής,

δηλαδή όσο χαμηλότερη είναι η SDRL τιμή, τόσο καλύτερη θα είναι η ARL απόδοση για ένα δεδομένο διάγραμμα. Ένα διάγραμμα ελέγχου με τις μικρότερες ARL_1 και $SDRL_1$ τιμές σε σύγκριση με τους ανταγωνιστές του, που έχουν την ίδια ARL_0 τιμή, θεωρείται πιο αποδοτικό στην ανίχνευση μίας μετατόπισης στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας (Sheu, Huang και Hsu 2012, Haq και Razzaq 2020). Σε αυτή την μελέτη, η απόδοση του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου εξετάζεται μέσω των ARL και SDRL μέτρων.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης διενεργείται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό του μήκους ροής του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου με το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές, προκειμένου να υπολογιστεί ο μέσος και η τυπική απόκλιση των 10000 μηκών ροής. Επιπλέον, για να εξετάσουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος, υποθέτουμε ότι η υποκείμενη διεργασία για την εντός ελέγχου κατάσταση ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(\mu_0 = 0, \sigma_0 = 1)$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις στη μέση τιμή της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.05, 0.15, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.50, 2.00\}$, ενώ οι μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\rho \in \{1.00, 1.05, 1.10, 1.15, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00\}$. Πρέπει να αναφερθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ σχετίζεται με την εντός ελέγχου κατάσταση, ενώ $\rho > 1.00$ αντιστοιχεί στις ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Οι K_2 τιμές επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου (UCL_{DES}) που δίνεται στην Εξίσωση (6.23) ή στην Εξίσωση (6.24), για να καθορίσουμε το $ARL_0 \approx 370$, όταν το μέγεθος δείγματος $n = 5$ και $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ (βλέπε επιπλέον τον Πίνακα 6.1 για τις K_2 τιμές). Τα ARL και SDRL (στην παρένθεση) αποτελέσματα του προτεινόμενου διαγράμματος, υποθέτοντας χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.3 - 6.4, όταν $n = 5$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι (λ, K_2) συνδυασμοί παραμέτρων επίσης παρουσιάζονται σε αυτούς τους Πίνακες.

Επίσης, εξετάζουμε την επίδραση της παραμέτρου εξομάλυνσης λ και του μεγέθους του δείγματος n στην απόδοση του DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου (Εξίσωση (6.23) ή Εξίσωση (6.24)). Για αυτόν τον λόγο, θέτουμε το μέγεθος του δείγματος $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, το $ARL_0 \approx 370$, την παράμετρο εξομάλυνσης $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και επιλέγουμε τυχαία τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$. Οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές σχεδιάζονται

στο Σχήμα 6.1, ενώ τα $SDRL_1$ αποτελέσματα σχεδιάζονται στο Σχήμα 6.2 έναντι των προαναφερθέντων λ τιμών, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$.

Από τους Πίνακες 6.1, 6.3 - 6.4 και τα Σχήματα 6.1 - 6.2 παρατηρούμε τα ακόλουθα:

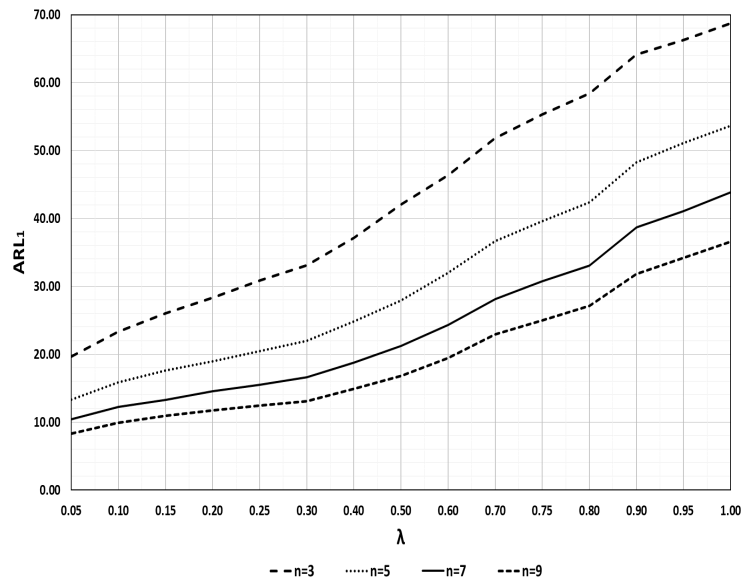
- Για καθορισμένες ARL_0 και n τιμές, καθώς η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης λ αυξάνεται, η τιμή του K_2 αυξάνεται (βλέπε Πίνακα 6.1).
- Για καθορισμένες ARL_0 και λ τιμές, η τιμή του K_2 μειώνεται, καθώς το n αυξάνεται (βλέπε Πίνακα 6.1).
- Για συγκεκριμένες λ και n τιμές, καθώς το ARL_0 αυξάνεται, η τιμή του K_2 επίσης αυξάνεται (βλέπε Πίνακα 6.1).
- Η απόδοση του προτεινόμενου DEWMA–SC διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς η τιμή του λ μειώνεται για τα ARL και SDRL μέτρα. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 5.85 (6.00), 6.90 (6.41), 7.91 (6.98), 8.71 (7.64), 9.62 (8.73) και 10.69 (10.03), αντίστοιχα (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4).
- Μικρές λ τιμές, για παράδειγμα $\lambda \leq 0.30$, είναι προτιμότερες για την ταχύτερη ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας (βλέπε Πίνακα 6.3).
- Για $\lambda = 0.05$, το DEWMA–SC διάγραμμα έχει τις μικρότερες ARL_1 τιμές για όλους τους εξεταζόμενους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων ($0.00 \leq \delta \leq 2.00$, $1.00 \leq \rho \leq 2.00$) (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4).
- Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός παραμέτρων (Sheu, Huang και Hsu 2012) που οδηγεί στην μικρότερη ARL_1 τιμή για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων θεωρείται συνήθως ως ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τους Πίνακες 6.3 - 6.4, ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων του βέλτιστου DEWMA–SC διαγράμματος για όλους τους εξεταζόμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων (δ, ρ) είναι $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.565)$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Επιπρόσθετα, ο Πίνακας 6.8 περιέχει τις μικρότερες ARL_1 τιμές και τους αντίστοιχους βέλτιστους (λ, K_2) συνδυασμούς παραμέτρων του βέλτιστου DEWMA–SC διαγράμματος, θεωρώντας διάφορους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$.

Πίνακας 6.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το DEWMA–SC ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

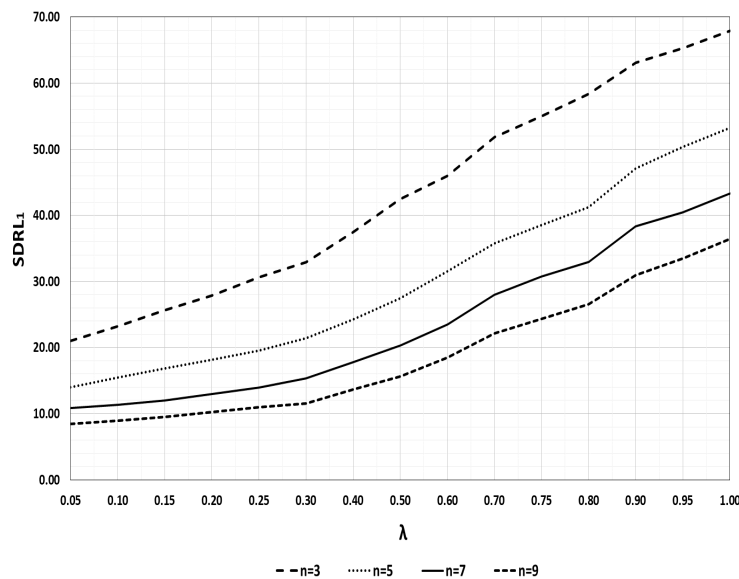
(λ, K_2)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.05,1.565)	1.00	370.16 (425.06)	348.94 (397.59)	225.36 (257.12)	111.86 (126.23)	20.70 (21.81)	6.47 (6.56)	2.95 (2.73)	1.29 (0.67)	1.03 (0.19)	
	1.05	66.41 (73.85)	64.56 (71.39)	52.26 (57.39)	36.65 (40.17)	12.93 (13.62)	5.19 (5.23)	2.67 (2.43)	1.28 (0.66)	1.04 (0.20)	
	1.10	26.58 (28.44)	26.23 (28.11)	23.12 (24.63)	18.62 (20.07)	8.81 (9.17)	4.28 (4.26)	2.45 (2.19)	1.27 (0.64)	1.04 (0.21)	
	1.15	14.69 (15.52)	14.49 (15.24)	13.28 (14.02)	11.39 (11.96)	6.49 (6.65)	3.64 (3.56)	2.25 (1.96)	1.26 (0.63)	1.04 (0.22)	
	1.25	6.77 (6.99)	6.73 (6.97)	6.40 (6.61)	5.85 (6.00)	4.13 (4.12)	2.78 (2.59)	1.95 (1.60)	1.24 (0.59)	1.04 (0.23)	
	1.50	2.52 (2.29)	2.51 (2.28)	2.48 (2.24)	2.41 (2.16)	2.13 (1.80)	1.80 (1.38)	1.52 (1.01)	1.18 (0.51)	1.05 (0.24)	
	1.75	1.64 (1.19)	1.64 (1.19)	1.63 (1.17)	1.61 (1.15)	1.52 (1.03)	1.42 (0.87)	1.30 (0.70)	1.14 (0.42)	1.05 (0.24)	
	2.00	1.34 (0.75)	1.33 (0.75)	1.33 (0.75)	1.32 (0.74)	1.29 (0.69)	1.24 (0.61)	1.19 (0.51)	1.10 (0.36)	1.04 (0.22)	
	(0.10,1.975)	1.00	370.30 (398.69)	353.14 (379.66)	240.98 (256.09)	131.55 (139.39)	24.87 (24.57)	7.74 (7.05)	3.49 (3.03)	1.41 (0.80)	1.05 (0.24)
		1.05	79.14 (82.71)	76.62 (79.84)	62.71 (64.35)	44.02 (44.58)	15.27 (14.69)	6.15 (5.58)	3.12 (2.69)	1.39 (0.78)	1.06 (0.25)
1.10		32.10 (32.45)	31.51 (31.82)	27.53 (27.68)	22.15 (21.88)	10.46 (9.79)	5.09 (4.62)	2.84 (2.43)	1.37 (0.76)	1.06 (0.26)	
1.15		17.45 (17.04)	17.26 (16.85)	15.87 (15.46)	13.51 (12.94)	7.74 (7.18)	4.28 (3.86)	2.60 (2.20)	1.35 (0.73)	1.06 (0.27)	
1.25		7.97 (7.40)	7.91 (7.36)	7.55 (7.04)	6.90 (6.41)	4.86 (4.46)	3.25 (2.86)	2.22 (1.80)	1.31 (0.68)	1.07 (0.28)	
1.50		2.92 (2.55)	2.91 (2.54)	2.86 (2.49)	2.78 (2.40)	2.42 (2.03)	2.01 (1.57)	1.66 (1.15)	1.24 (0.58)	1.07 (0.28)	
1.75		1.81 (1.34)	1.81 (1.33)	1.80 (1.33)	1.78 (1.29)	1.66 (1.16)	1.53 (0.99)	1.39 (0.81)	1.18 (0.49)	1.06 (0.27)	
2.00		1.43 (0.85)	1.43 (0.85)	1.42 (0.84)	1.41 (0.83)	1.37 (0.78)	1.31 (0.70)	1.24 (0.59)	1.13 (0.41)	1.06 (0.26)	
(0.20,2.435)		1.00	370.78 (385.56)	353.14 (365.69)	263.75 (271.53)	155.11 (159.55)	31.31 (31.00)	9.05 (7.77)	4.03 (3.20)	1.56 (0.93)	1.09 (0.31)
		1.05	97.89 (99.39)	95.94 (98.39)	77.97 (78.96)	55.42 (55.89)	18.31 (17.41)	7.11 (6.04)	3.60 (2.86)	1.53 (0.90)	1.09 (0.32)
	1.10	39.41 (39.23)	38.81 (38.67)	34.44 (34.49)	26.94 (26.36)	12.27 (11.25)	5.80 (4.85)	3.23 (2.57)	1.50 (0.87)	1.09 (0.33)	
	1.15	20.96 (20.29)	20.77 (20.09)	18.99 (18.19)	16.15 (15.37)	8.93 (7.91)	4.89 (4.10)	2.94 (2.34)	1.47 (0.85)	1.10 (0.33)	
	1.25	9.16 (8.12)	9.13 (8.08)	8.69 (7.67)	7.91 (6.98)	5.51 (4.69)	3.66 (3.15)	2.49 (1.94)	1.41 (0.78)	1.10 (0.33)	
	1.50	3.29 (2.67)	3.28 (2.67)	3.23 (2.62)	3.13 (2.54)	2.71 (2.17)	2.23 (1.70)	1.82 (1.27)	1.30 (0.65)	1.10 (0.34)	
	1.75	1.99 (1.44)	1.99 (1.44)	1.97 (1.43)	1.95 (1.40)	1.82 (1.26)	1.66 (1.08)	1.49 (0.89)	1.23 (0.54)	1.09 (0.32)	
	2.00	1.53 (0.94)	1.52 (0.93)	1.52 (0.93)	1.51 (0.92)	1.46 (0.86)	1.39 (0.77)	1.31 (0.66)	1.17 (0.46)	1.08 (0.30)	

Πίνακας 6.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το DEWMA–SC ($\lambda = 0.30, 0.40, 0.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_2)	ρ	δ								
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00
(0.30,2.751)	1.00	370.29	360.21	278.03	173.48	37.01	10.19	4.40	1.66	1.11
		(380.90)	(366.52)	(282.79)	(176.36)	(36.33)	(8.91)	(3.39)	(0.99)	(0.35)
	1.05	112.27	109.09	90.95	64.89	21.39	7.92	3.90	1.62	1.12
		(115.38)	(111.08)	(92.05)	(65.69)	(20.68)	(6.71)	(3.00)	(0.96)	(0.36)
	1.10	46.54	45.68	40.27	31.52	13.92	6.34	3.49	1.59	1.12
		(47.06)	(46.21)	(40.19)	(30.82)	(12.98)	(5.29)	(2.68)	(0.94)	(0.36)
	1.15	24.52	24.06	22.00	18.49	9.98	5.28	3.16	1.55	1.12
		(23.99)	(23.37)	(21.39)	(17.79)	(9.01)	(4.29)	(2.41)	(0.91)	(0.37)
	1.25	10.14	10.12	9.67	8.71	5.99	3.93	2.65	1.49	1.12
		(9.09)	(9.06)	(8.62)	(7.64)	(5.03)	(3.14)	(1.99)	(0.83)	(0.37)
	1.50	3.53	3.52	3.45	3.32	2.88	2.37	1.92	1.36	1.12
		(2.78)	(2.78)	(2.72)	(2.60)	(2.24)	(1.76)	(1.32)	(0.69)	(0.37)
1.75	2.10	2.10	2.08	2.05	1.91	1.74	1.55	1.26	1.11	
	(1.49)	(1.49)	(1.48)	(1.44)	(1.30)	(1.12)	(0.93)	(0.57)	(0.35)	
2.00	1.59	1.59	1.58	1.57	1.52	1.44	1.35	1.19	1.09	
	(0.97)	(0.97)	(0.97)	(0.96)	(0.89)	(0.81)	(0.70)	(0.49)	(0.32)	
(0.40,3.002)	1.00	370.28	358.96	282.22	183.50	42.98	11.51	4.73	1.74	1.14
		(372.83)	(365.24)	(285.54)	(184.14)	(43.45)	(10.41)	(3.69)	(1.04)	(0.38)
	1.05	121.93	119.16	99.47	72.21	24.60	8.70	4.16	1.70	1.14
		(123.59)	(120.65)	(100.75)	(73.07)	(24.14)	(7.57)	(3.20)	(1.00)	(0.39)
	1.10	52.06	50.92	45.07	35.73	15.68	6.91	3.71	1.65	1.14
		(51.95)	(50.83)	(44.77)	(35.34)	(14.94)	(5.90)	(2.82)	(0.97)	(0.39)
	1.15	27.54	27.30	24.84	20.76	11.01	5.66	3.34	1.62	1.14
		(26.85)	(26.64)	(24.23)	(20.03)	(10.27)	(4.67)	(2.53)	(0.94)	(0.39)
	1.25	11.27	11.21	10.67	9.62	6.49	4.16	2.79	1.54	1.14
		(10.25)	(10.26)	(9.82)	(8.73)	(5.57)	(3.34)	(2.06)	(0.87)	(0.40)
	1.50	3.71	3.71	3.63	3.48	3.01	2.46	2.00	1.40	1.13
		(2.90)	(2.91)	(2.85)	(2.72)	(2.31)	(1.80)	(1.35)	(0.72)	(0.38)
1.75	2.19	2.18	2.16	2.13	1.99	1.80	1.60	1.29	1.12	
	(1.54)	(1.53)	(1.51)	(1.48)	(1.33)	(1.15)	(0.95)	(0.59)	(0.37)	
2.00	1.64	1.64	1.63	1.62	1.56	1.48	1.39	1.21	1.10	
	(1.00)	(1.00)	(0.99)	(0.97)	(0.92)	(0.83)	(0.72)	(0.51)	(0.34)	
(0.50,3.246)	1.00	370.16	361.89	288.84	193.60	48.83	13.17	5.21	1.84	1.16
		(371.45)	(363.90)	(290.49)	(193.32)	(49.03)	(12.34)	(4.18)	(1.10)	(0.41)
	1.05	132.12	129.39	109.67	80.83	28.00	9.81	4.51	1.78	1.17
		(131.82)	(129.72)	(110.13)	(81.83)	(27.26)	(8.84)	(3.52)	(1.07)	(0.42)
	1.10	58.21	57.04	50.76	40.10	17.91	7.65	3.98	1.73	1.17
		(58.17)	(56.61)	(50.50)	(39.44)	(17.34)	(6.64)	(3.09)	(1.03)	(0.42)
	1.15	31.11	30.82	27.91	23.49	12.32	6.21	3.58	1.68	1.16
		(31.02)	(30.39)	(27.43)	(22.76)	(11.66)	(5.25)	(2.72)	(0.99)	(0.42)
	1.25	12.59	12.55	11.89	10.69	7.07	4.45	2.93	1.60	1.16
		(11.81)	(11.95)	(11.18)	(10.03)	(6.17)	(3.58)	(2.17)	(0.92)	(0.42)
	1.50	3.95	3.94	3.85	3.70	3.17	2.58	2.08	1.44	1.15
		(3.15)	(3.15)	(3.07)	(2.91)	(2.45)	(1.89)	(1.41)	(0.75)	(0.41)
1.75	2.28	2.27	2.25	2.22	2.06	1.86	1.65	1.32	1.13	
	(1.60)	(1.59)	(1.57)	(1.54)	(1.39)	(1.20)	(0.99)	(0.62)	(0.39)	
2.00	1.69	1.69	1.68	1.67	1.61	1.52	1.43	1.24	1.12	
	(1.02)	(1.02)	(1.03)	(1.00)	(0.94)	(0.86)	(0.75)	(0.53)	(0.36)	



Σχήμα 6.1: ARL_1 για το DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$.



Σχήμα 6.2: $SDRL_1$ για το DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00\}$ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$.

- Όταν $\lambda = 0.05$, το DEWMA–SC διάγραμμα έχει επίσης τις μικρότερες $SDRL_1$ τιμές για τους περισσότερους από τους εξεταζόμενους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Ωστόσο, για $(\delta, \rho) = (0.05, 1.00)$,

η μικρότερη $SDRL_1$ τιμή αντιστοιχεί στο $\lambda = 0.50$ και για $(\delta, \rho) = (0.15, 1.00)$, η μικρότερη $SDRL_1$ τιμή αντιστοιχεί στο $\lambda = 0.10$ (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4).

- Το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου είναι αρκετά ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, όπου $\delta \leq 1.00$ και $\rho \leq 1.50$ (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4).
- Καθώς το n αυξάνεται, οι ARL_1 και οι $SDRL_1$ τιμές υποδεικνύουν μία μείωση, δηλαδή η απόδοση του DEWMA–SC διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς το μέγεθος του δείγματος αυξάνεται (βλέπε Σχήματα 6.1 - 6.2).

6.5 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Στη συνέχεια, συγκρίνουμε την απόδοση του προτεινόμενου DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου με εκείνες των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων, που περιγράφονται εν συντομία στην Ενότητα 6.2, για την παρακολούθηση της μέσης τιμής και/ή της διασποράς της διεργασίας, όσον αφορά τα ARL , $SDRL$ και RMI μέτρα. Να σημειωθεί ότι τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου λαμβάνονται υπόψη για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα. Προκειμένου να εξετάσουμε την απόδοση των διαγραμμάτων ελέγχου, είναι προτιμότερο να έχουν παρόμοια ARL_0 τιμή. Ως εκ τούτου, η ARL_0 τιμή των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου ορίζεται προσεγγιστικά ίση με 370 και το μέγεθος του δείγματος $n = 5$.

Οι Πίνακες Δ.1 - Δ.2 στο Παράρτημα Δ παρουσιάζουν τις ARL και $SDRL$ (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA–SC διάγραμμα με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, ενώ οι Πίνακες Δ.3 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ παρουσιάζουν τις ARL και $SDRL$ (σε παρένθεση) τιμές του GWMA–SC διαγράμματος με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20, 1.50\}$ για τους ίδιους (δ, ρ) συνδυασμούς μετατοπίσεων με αυτούς που λαμβάνονται υπόψη στην Ενότητα 6.4 ($0.00 \leq \delta \leq 2.00, 1.00 \leq \rho \leq 2.00$). Ωστόσο, επειδή ενδιαφερόμαστε κυρίως για την ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στη μέση τιμή και στη διασπορά της διεργασίας, οι συνοπτικοί Πίνακες 6.5 - 6.7 παρουσιάζουν τις ARL και $SDRL$ (σε παρένθεση) τιμές των EWMA–SC και DEWMA–SC διαγραμμάτων με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και του GWMA–SC διαγράμματος με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.70, 0.90, 1.20\}$ για αντιπροσωπευτικές ποσότητες μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα, όπως $\delta \in \{0.00, 0.15, 0.25, 0.50\}$ και $\rho \in \{1.00,$

1.10, 1.25, 1.50}. Να σημειωθεί ότι τα ARL και SDRL αποτελέσματα του GWMA–SC διαγράμματος με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ παρουσιάζονται μέσω του EWMA–SC ($\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$) διαγράμματος στους Πίνακες 6.5 - 6.7, καθώς και στους Πίνακες Δ.1 - Δ.2 στο Παράρτημα Δ, αφού το GWMA–SC διάγραμμα ανάγεται στο EWMA–SC διάγραμμα, όταν $\lambda = 1 - q$ και $\alpha = 1.00$ (βλέπε Ενότητα 6.2).

Η απόδοση τόσο του EWMA–SC διαγράμματος όσο και του GWMA–SC διαγράμματος συγκρίνεται ξεχωριστά με εκείνη του προτεινόμενου DEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη την απόδοση του μήκους ροής που παρουσιάζεται στους Πίνακες 6.3 - 6.7, καθώς και στους Πίνακες Δ.1 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ. Επιπλέον, οι τιμές των K_1 και L_1 των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμμάτων, αντίστοιχα, επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$ και διάφορες τιμές των παραμέτρων των διαγραμμμάτων ελέγχου (δηλαδή λ , q , α). Οι (λ, K_1) και (q, α, L_1) συνδυασμοί παραμέτρων των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμμάτων, αντίστοιχα, παρέχονται επίσης στους προαναφερθέντες πίνακες.

6.5.1 DEWMA–SC διάγραμμα έναντι του EWMA–SC διαγράμματος

Η σύγκριση του DEWMA–SC διαγράμματος με το EWMA–SC διάγραμμα υποδεικνύει ότι το πρώτο διάγραμμα υπερτερεί του τελευταίου στα περισσότερα από τα εξεταζόμενα σενάρια και, ειδικά, για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.15, 1.10)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του EWMA–SC διαγράμματος είναι 26.99, 33.41, 43.30, 50.60, 58.17 και 65.31, ενώ οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 23.12, 27.53, 34.44, 40.27, 45.07 και 50.76 (βλέπε Πίνακες 6.5 - 6.7). Επιπλέον, σύμφωνα με τους Πίνακες 6.3 - 6.4, καθώς και τους Πίνακες Δ.1 - Δ.2 στο Παράρτημα Δ, το DEWMA–SC διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το EWMA–SC διάγραμμα στην ανίχνευση μέτρων έως μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.75, 1.75)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του EWMA–SC διαγράμματος είναι 1.57, 1.69, 1.82, 1.91, 1.99 και 2.06, ενώ οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 1.42, 1.53, 1.66, 1.74, 1.80 και 1.86.

Όσον αφορά το SDRL μέτρο, το DEWMA–SC διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το ανταγωνιστικό διάγραμμα ελέγχου για μικρές έως μεγάλες μετατοπίσεις στο μέσο

και στη διασπορά της διεργασίας ($0.00 \leq \delta \leq 2.00, 1.00 \leq \rho \leq 2.00$). Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.10)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του EWMA–SC διαγράμματος είναι 21.40, 25.52, 32.75, 39.37, 45.90 και 51.03, ενώ οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 20.07, 21.88, 26.36, 30.82, 35.34 και 39.44. Ωστόσο, υπάρχουν μερικές περιπτώσεις που το EWMA–SC διάγραμμα έχει ελαφρώς χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές από το DEWMA–SC διάγραμμα, δηλαδή i) $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $(\delta, \rho) = (0.05, 1.00)$, ii) $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta, \rho) = (0.15, 1.00)$, iii) $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta = 0.75, \rho \in \{1.10, 1.15\})$, iv) $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta \in \{0.05, 0.25, 0.50\}, \rho = 1.25)$ και v) $\lambda = 0.10$, όταν $(\delta \in \{0.15, 0.25\}, \rho = 1.50)$ (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4 και Πίνακες Δ.1 - Δ.2 στο Παράρτημα Δ).

6.5.2 DEWMA–SC διάγραμμα έναντι του GWMA–SC διαγράμματος

Η σύγκριση μεταξύ των DEWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων αποκαλύπτει ότι, γενικά, το DEWMA–SC διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το GWMA–SC διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.15, 1.25)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 0.90$, οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του GWMA–SC διαγράμματος είναι 7.00, 8.42, 10.31, 11.90, 13.80 και 15.70, ενώ οι ARL_1 τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 6.40, 7.55, 8.69, 9.67, 10.67 και 11.89, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακες 6.5 - 6.7). Επιπλέον, το DEWMA–SC διάγραμμα υπερέχει του ανταγωνιστικού διαγράμματος στην ανίχνευση μέτριων έως μεγάλων μετατοπίσεων στη μέση τιμή και στη διασπορά της διεργασίας ($\delta > 1.00, \rho \geq 1.50$). Για παράδειγμα, σύμφωνα με τους Πίνακες 6.3 - 6.4, όταν $(\delta, \rho) = (1.50, 1.50)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 1.18, 1.24, 1.30, 1.36, 1.40 και 1.44. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη τους Πίνακες Δ.1 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ, όταν $(\delta, \rho) = (1.50, 1.50)$, οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του GWMA–SC διαγράμματος είναι 1.28 ($q = 0.95, \alpha = 0.90$), 1.34 ($q = 0.90, \alpha = 1.00$), 1.41 ($q = 0.80, \alpha = 1.10$), 1.46 ($q = 0.70, \alpha = 1.20$), 1.50 ($q = 0.60, \alpha = 1.10$) και 1.53 ($q = 0.50, \alpha = 1.20$).

Επιπρόσθετα, το DEWMA–SC διάγραμμα έχει μικρότερες $SDRL_1$ τιμές από το GWMA–SC διάγραμμα για την πλειονότητα των εξεταζόμενων συνδυασμών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Για παράδειγμα, όταν

$(\delta, \rho) = (0.50, 1.00)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 0.70$, οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του GWMA–SC διαγράμματος είναι 21.89, 26.74, 36.41, 45.27, 55.56 και 63.46, ενώ οι $SDRL_1$ τιμές του DEWMA–SC διαγράμματος είναι 21.81, 24.57, 31.00, 36.33, 43.45 και 49.03, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακες 6.5 - 6.7). Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη το SDRL μέτρο, υπάρχουν μερικές περιπτώσεις, όπου το GWMA–SC διάγραμμα είναι ελαφρώς καλύτερο από το DEWMA–SC διάγραμμα, δηλαδή, i) $q = 0.95$, $\alpha = 0.60$ και $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta \leq 0.25, 1.00 \leq \rho \leq 1.05)$, ii) $q = 0.95$, $\alpha = 0.70$ και $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta \leq 0.75, 1.00 \leq \rho \leq 1.25)$, iii) $q = 0.95$, $\alpha = 0.80$ και $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta \leq 1.00, 1.00 \leq \rho \leq 1.50)$, iv) $q = 0.95$, $\alpha = 0.90$ και $\lambda = 0.05$, όταν $(0.50 \leq \delta \leq 1.00, 1.05 \leq \rho \leq 1.15)$, v) $q = 0.95$, $\alpha = 0.90$ και $\lambda = 0.05$, όταν $(\delta \leq 0.25, 1.25 \leq \rho \leq 1.50)$, vi) $q = 0.90$, $\alpha \in \{0.80, 0.90\}$ και $\lambda = 0.90$, όταν $(\delta \leq 0.25, \rho = 1.50)$ και vii) $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$, $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20, 1.50\}$, και $\lambda = 1 - q$ όταν $(\delta \leq 0.05, \rho = 1.00)$ (βλέπε Πίνακες 6.3 - 6.4 και Δ.1 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ).

Επιπλέον, συλλέγουμε τις μικρότερες ARL_1 τιμές και τον αντίστοιχο συνδυασμό παραμέτρων για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου, με βάση τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.3 - 6.4 και στους Πίνακες Δ.1 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ, όταν $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10, 1.20, 1.50\}$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι μικρότερες ARL_1 τιμές των EWMA–SC και DEWMA–SC διαγραμμάτων αντιστοιχούν στο $\lambda = 0.05$, ενώ οι μικρότερες ARL_1 τιμές του GWMA–SC διαγράμματος αντιστοιχούν στο $q = 0.95$, για κάθε συνδυασμό μετατοπίσεων. Ο Πίνακας 6.8 παρουσιάζει τις μικρότερες ARL_1 τιμές μαζί με τους βέλτιστους (λ, K_2) , (λ, K_1) και (q, α, L_1) συνδυασμούς παραμέτρων για κάθε (δ, ρ) συνδυασμό μετατοπίσεων για τα βέλτιστα DEWMA–SC, EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα. Για παράδειγμα, για $(\delta, \rho) = (0.15, 1.15)$, οι μικρότερες ARL_1 τιμές των βέλτιστων DEWMA–SC, EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων ελέγχου είναι 13.28, 15.25 και 14.25, αντίστοιχα, όταν $(\lambda = 0.05, K_2 = 1.565)$, $(\lambda = 0.05, K_1 = 2.360)$ και $(q = 0.95, \alpha = 0.80, L_1 = 2.472)$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές με έντονη γραφή στον Πίνακα 6.8 αντιστοιχούν στα μικρότερα ARL_1 αποτελέσματα για κάθε συνδυασμό μετατοπίσεων. Ο Πίνακας 6.8 δείχνει ότι το DEWMA–SC διάγραμμα υπερέρχει

των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων ελέγχου για τους περισσότερους από τους θεωρούμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων. Ωστόσο, όταν $\delta \in \{0.05, 0.15, 0.25\}$ και $\rho = 1.00$, το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου έχει μικρότερες ARL_1 τιμές. Επίσης, θα πρέπει να αναφερθεί ότι το DEWMA–SC διάγραμμα φαίνεται να είναι πιο ευαίσθητο από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα, ειδικά για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($\delta \leq 0.75, \rho \leq 1.50$).

Είναι φανερό ότι μας ενδιαφέρει ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας ($0.00 \leq \delta \leq 2.00, 1.00 \leq \rho \leq 2.00$). Επομένως, συγκρίνουμε τη συνολική απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου, υπολογίζοντας το RMI (Han και Tsung 2006) μέτρο, το οποίο δίνεται από την Εξίσωση (3.34). Το διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη RMI τιμή θεωρείται καλύτερο στη συνολική του απόδοση. Ο Πίνακας 6.9 παρουσιάζει τις RMI τιμές, χρησιμοποιώντας τα ARL_1 αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.3 - 6.4 και στους Πίνακες Δ.1 - Δ.14 στο Παράρτημα Δ, για όλα τα συγκρινόμενα διαγράμματα ελέγχου, όταν $ARL_0 \approx 370, n = 5, \lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}, q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20, 1.50\}$ σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) , όπου $\delta \in \{0.00, 0.05, 0.15, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.50, 2.00\}$ και $\rho \in \{1.00, 1.05, 1.10, 1.15, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00\}$. Όσον αφορά αυτό το μέτρο απόδοσης, ο Πίνακας 6.9 αποκαλύπτει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα με $\lambda = 0.05$ έχει την καλύτερη συνολική απόδοση ($RMI \approx 0.00$). Για παράδειγμα, η τιμή του RMI του DEWMA–SC ($\lambda = 0.05$) είναι σχεδόν ίση με 0.00, ενώ οι RMI τιμές για τα EWMA–SC ($\lambda = 0.05$) και τα GWMA–SC ($q = 0.95, \alpha \in [0.80, 0.90]$) διαγράμματα είναι 0.12 και 0.10, αντίστοιχα. Επιπλέον, το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου υπερέχει των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων για όλες τις θεωρούμενες λ και (q, α) τιμές σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου έχουν σχεδόν παρόμοιες RMI τιμές όταν $\alpha \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$.

Συνεπώς, σύμφωνα με τους Πίνακες 6.8 και 6.9, το DEWMA–SC διάγραμμα ελέγχου υπερτερεί των EWMA–SC και GWMA–SC διαγραμμάτων, όταν λαμβάνεται υπόψη η συνολική απόδοση.

Πίνακας 6.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–SC ($\lambda = 0.05, 0.10$), DEWMA–SC ($\lambda = 0.05, 0.10$) και GWMA–SC ($q = 0.95, 0.90, \alpha = 0.50, 0.70, 0.90, 1.20$) διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

δ	ρ	EWMA–SC		DEWMA–SC		GWMA–SC ($q = 0.95$)				EWMA–SC		DEWMA–SC		GWMA–SC ($q = 0.90$)			
		$\lambda = 0.05$ $K_1 = 2.360$	$\lambda = 0.10$ $K_2 = 1.565$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.228$	$\alpha = 0.70$ $L_1 = 2.626$	$\alpha = 0.90$ $L_1 = 2.395$	$\alpha = 1.20$ $L_1 = 2.390$	$\lambda = 0.10$ $K_1 = 2.749$	$\lambda = 0.10$ $K_2 = 1.975$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.453$	$\alpha = 0.70$ $L_1 = 3.030$	$\alpha = 0.90$ $L_1 = 2.799$	$\alpha = 1.20$ $L_1 = 2.740$				
0.00	1.00	370.64 (402.47)	370.16 (425.06)	370.58 (442.53)	370.70 (434.42)	370.47 (410.40)	370.59 (391.66)	370.07 (382.36)	370.23 (395.15)	370.69 (387.35)	370.96 (389.34)	370.07 (380.37)					
	1.10	31.23 (31.39)	26.58 (28.44)	35.61 (32.78)	28.13 (27.70)	29.56 (29.84)	35.50 (35.44)	38.53 (38.03)	41.92 (37.37)	36.28 (34.31)	37.01 (36.18)	43.09 (43.48)					
	1.25	7.64 (7.00)	6.77 (6.99)	9.74 (8.22)	7.55 (6.66)	7.41 (6.79)	8.37 (7.52)	8.98 (7.91)	11.04 (9.18)	9.24 (7.89)	8.90 (7.79)	9.65 (8.67)					
0.15	1.00	240.48 (255.97)	225.36 (257.12)	231.13 (256.00)	220.95 (251.80)	235.35 (256.79)	255.55 (266.74)	259.75 (266.11)	253.84 (261.22)	250.33 (257.03)	254.19 (262.35)	271.80 (275.46)					
	1.10	26.99 (26.91)	23.12 (24.63)	31.04 (28.26)	24.67 (24.26)	25.68 (25.75)	30.68 (30.58)	33.41 (32.62)	27.53 (27.68)	31.37 (30.88)	31.94 (30.88)	37.30 (36.78)					
	1.25	7.23 (6.61)	6.40 (6.61)	9.22 (7.66)	7.16 (6.28)	7.00 (6.40)	7.91 (7.11)	8.55 (7.48)	10.47 (8.64)	8.77 (7.46)	8.42 (7.33)	9.16 (8.13)					
0.25	1.00	129.53 (137.61)	111.86 (126.23)	125.22 (127.25)	110.56 (120.56)	122.09 (131.82)	145.37 (151.54)	153.48 (157.16)	145.77 (142.84)	139.22 (140.69)	147.28 (152.04)	166.19 (168.27)					
	1.10	21.50 (21.40)	18.62 (20.07)	25.69 (23.12)	20.07 (19.64)	20.54 (20.50)	24.30 (23.97)	26.50 (25.52)	22.15 (21.88)	25.64 (23.59)	25.48 (23.99)	29.40 (28.61)					
	1.25	6.57 (5.97)	5.85 (6.00)	8.47 (6.99)	6.58 (5.67)	6.39 (5.77)	7.20 (6.47)	7.79 (6.77)	9.54 (7.78)	7.99 (6.73)	7.68 (6.64)	8.30 (7.28)					
0.50	1.00	24.47 (24.15)	20.70 (21.81)	29.44 (25.84)	22.72 (21.89)	23.30 (23.09)	27.98 (27.61)	30.72 (29.70)	34.79 (29.95)	29.40 (26.74)	29.53 (27.85)	34.39 (33.89)					
	1.10	10.12 (9.47)	8.81 (9.17)	12.96 (10.92)	9.87 (8.95)	9.73 (9.04)	11.21 (10.42)	12.13 (11.06)	14.90 (12.51)	12.32 (10.74)	11.92 (10.75)	13.11 (12.16)					
	1.25	4.69 (4.06)	4.13 (4.12)	6.05 (4.86)	4.77 (3.95)	4.58 (3.93)	5.07 (4.39)	5.43 (4.56)	6.72 (5.36)	5.68 (4.61)	5.40 (4.50)	5.72 (4.83)					
1.50	1.00	2.43 (1.87)	2.13 (1.80)	2.98 (2.22)	2.52 (1.86)	2.41 (1.82)	2.54 (1.99)	2.70 (2.05)	3.21 (2.39)	2.83 (2.10)	2.70 (2.03)	2.78 (2.14)					

Πίνακας 6.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA–SC ($\lambda = 0.20, 0.30$), DEWMA–SC ($\lambda = 0.20, 0.30$) και GWMA–SC ($q = 0.80, 0.70, \alpha = 0.50, 0.70, 0.90, 1.20$) διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

δ	ρ	EWMA–SC		GWMA–SC ($q = 0.80$)		EWMA–SC		DEWMA–SC		GWMA–SC ($q = 0.70$)			
		$\lambda = 0.20$ $K_1 = 3.167$	$\lambda = 0.30$ $K_1 = 3.435$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.701$	$\alpha = 0.70$ $K_2 = 2.435$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.701$	$\alpha = 0.70$ $K_2 = 2.435$	$\lambda = 0.20$ $K_1 = 3.111$	$\lambda = 0.30$ $K_1 = 3.435$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.847$	$\alpha = 0.70$ $K_2 = 2.751$	$\alpha = 0.50$ $L_1 = 3.847$	$\alpha = 0.70$ $K_2 = 2.751$
0.00	1.00	370.28 (371.59)	370.78 (385.56)	370.35 (374.01)	370.30 (371.27)	370.16 (370.44)	370.24 (372.91)	370.22 (371.51)	370.29 (380.90)	370.77 (367.60)	370.69 (372.30)	370.70 (370.73)	370.66 (371.33)
	1.10	49.63 (49.12)	39.41 (39.23)	51.31 (45.82)	47.57 (44.71)	48.40 (47.22)	52.86 (52.63)	59.11 (58.82)	46.54 (47.06)	60.33 (56.01)	57.56 (55.28)	58.27 (57.84)	60.91 (60.66)
	1.25	10.93 (9.74)	9.16 (8.12)	12.86 (10.78)	11.34 (9.71)	10.86 (9.53)	11.42 (10.38)	12.73 (11.62)	10.14 (9.09)	14.37 (12.22)	13.00 (11.38)	12.67 (11.41)	13.18 (12.49)
0.15	1.00	370.28 (371.59)	370.78 (385.56)	370.35 (374.01)	370.30 (371.27)	370.16 (370.44)	370.24 (372.91)	370.22 (371.51)	370.29 (380.90)	370.77 (367.60)	370.69 (372.30)	370.70 (370.73)	370.66 (371.33)
	1.10	49.63 (49.12)	39.41 (39.23)	51.31 (45.82)	47.57 (44.71)	48.40 (47.22)	52.86 (52.63)	59.11 (58.82)	46.54 (47.06)	60.33 (56.01)	57.56 (55.28)	58.27 (57.84)	60.91 (60.66)
	1.25	10.93 (9.74)	9.16 (8.12)	12.86 (10.78)	11.34 (9.71)	10.86 (9.53)	11.42 (10.38)	12.73 (11.62)	10.14 (9.09)	14.37 (12.22)	13.00 (11.38)	12.67 (11.41)	13.18 (12.49)
0.25	1.00	370.28 (371.59)	370.78 (385.56)	370.35 (374.01)	370.30 (371.27)	370.16 (370.44)	370.24 (372.91)	370.22 (371.51)	370.29 (380.90)	370.77 (367.60)	370.69 (372.30)	370.70 (370.73)	370.66 (371.33)
	1.10	49.63 (49.12)	39.41 (39.23)	51.31 (45.82)	47.57 (44.71)	48.40 (47.22)	52.86 (52.63)	59.11 (58.82)	46.54 (47.06)	60.33 (56.01)	57.56 (55.28)	58.27 (57.84)	60.91 (60.66)
	1.25	10.93 (9.74)	9.16 (8.12)	12.86 (10.78)	11.34 (9.71)	10.86 (9.53)	11.42 (10.38)	12.73 (11.62)	10.14 (9.09)	14.37 (12.22)	13.00 (11.38)	12.67 (11.41)	13.18 (12.49)
0.50	1.00	370.28 (371.59)	370.78 (385.56)	370.35 (374.01)	370.30 (371.27)	370.16 (370.44)	370.24 (372.91)	370.22 (371.51)	370.29 (380.90)	370.77 (367.60)	370.69 (372.30)	370.70 (370.73)	370.66 (371.33)
	1.10	49.63 (49.12)	39.41 (39.23)	51.31 (45.82)	47.57 (44.71)	48.40 (47.22)	52.86 (52.63)	59.11 (58.82)	46.54 (47.06)	60.33 (56.01)	57.56 (55.28)	58.27 (57.84)	60.91 (60.66)
	1.25	10.93 (9.74)	9.16 (8.12)	12.86 (10.78)	11.34 (9.71)	10.86 (9.53)	11.42 (10.38)	12.73 (11.62)	10.14 (9.09)	14.37 (12.22)	13.00 (11.38)	12.67 (11.41)	13.18 (12.49)

Πίνακας 6.9: Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.

	RMI		RMI
DEWMA-SC ($\lambda=0.05$)	0.00	DEWMA-SC ($\lambda=0.30$)	0.37
EWMA-SC ($\lambda=0.05$)	0.12	EWMA-SC ($\lambda=0.30$)	0.60
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=0.50$)	0.32	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=0.50$)	0.74
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=0.60$)	0.19	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=0.60$)	0.68
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=0.70$)	0.12	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=0.70$)	0.64
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=0.80$)	0.10	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=0.80$)	0.62
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=0.90$)	0.10	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=0.90$)	0.60
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=1.10$)	0.15	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=1.10$)	0.61
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=1.20$)	0.19	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=1.20$)	0.62
GWMA-SC ($q=0.95, \alpha=1.50$)	0.32	GWMA-SC ($q=0.70, \alpha=1.50$)	0.70
DEWMA-SC ($\lambda=0.10$)	0.12	DEWMA-SC ($\lambda=0.40$)	0.46
EWMA-SC ($\lambda=0.10$)	0.26	EWMA-SC ($\lambda=0.40$)	0.75
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=0.50$)	0.44	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=0.50$)	0.87
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=0.60$)	0.34	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=0.60$)	0.82
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=0.70$)	0.28	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=0.70$)	0.79
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=0.80$)	0.25	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=0.80$)	0.76
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=0.90$)	0.25	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=0.90$)	0.76
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=1.10$)	0.28	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=1.10$)	0.75
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=1.20$)	0.32	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=1.20$)	0.76
GWMA-SC ($q=0.90, \alpha=1.50$)	0.44	GWMA-SC ($q=0.60, \alpha=1.50$)	0.79
DEWMA-SC ($\lambda=0.20$)	0.26	DEWMA-SC ($\lambda=0.50$)	0.57
EWMA-SC ($\lambda=0.20$)	0.45	EWMA-SC ($\lambda=0.50$)	0.90
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=0.50$)	0.61	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=0.50$)	0.99
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=0.60$)	0.53	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=0.60$)	0.96
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=0.70$)	0.48	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=0.70$)	0.93
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=0.80$)	0.46	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=0.80$)	0.93
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=0.90$)	0.44	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=0.90$)	0.91
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=1.10$)	0.46	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=1.10$)	0.89
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=1.20$)	0.48	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=1.20$)	0.89
GWMA-SC ($q=0.80, \alpha=1.50$)	0.58	GWMA-SC ($q=0.50, \alpha=1.50$)	0.91

6.6 Εφαρμογές

Στη βιβλιογραφία του Στατιστικού Έλεγχου Διεργασιών είναι σύνηθες να θεωρούμε είτε πραγματικά είτε προσομοιωμένα σύνολα δεδομένων για την παρουσίαση της εφαρμογής του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου. Στην παρούσα ενότητα, πραγματικά και προσομοιωμένα σύνολα δεδομένων λαμβάνονται υπόψη και τα διαγράμματα ελέγχου

εφαρμόζονται σε αυτά για την παρακολούθηση των διεργασιών.

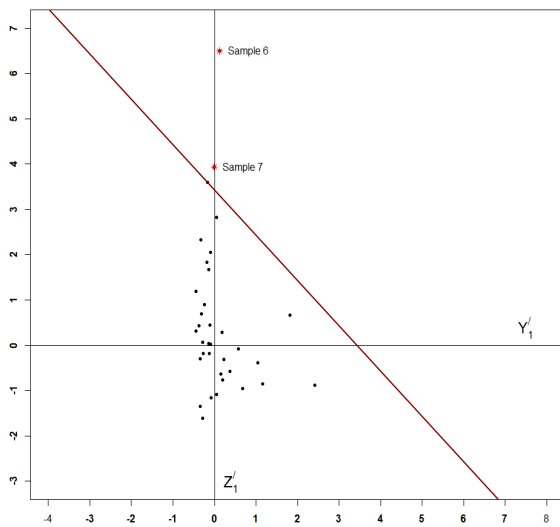
6.6.1 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Προκειμένου να παρουσιάσουμε την εφαρμογή του προτεινόμενου διαγράμματος, λαμβάνουμε υπόψη τα πραγματικά δεδομένα που δίνονται στους DeVor, Chang και Sutherland (2007). Για λόγους σύγκρισης, κατασκευάζουμε επίσης τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου. Το προαναφερθέν σύνολο δεδομένων χρησιμοποιείται ευρέως από πολλούς μελετητές, όπως οι Chen, Cheng και Xie (2001) και Tariq et al. (2019). Αυτά τα δεδομένα είναι μετρήσεις της εσωτερικής διαμέτρου των οπών κυλίνδρων σε ένα μπλοκ κινητήρα. Ο Πίνακας 6.10 παρουσιάζει τα δεδομένα για τα πρώτα 35 δείγματα, με μέγεθος δείγματος $n = 5$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι κάθε παρατήρηση στον Πίνακα 6.10 καταγράφεται στα τρία τελευταία ψηφία της πραγματικής μέτρησής της. Για παράδειγμα, εάν οι πραγματικές μετρήσεις είναι 3.5205 και 3.5202, τότε οι αντίστοιχες παρατηρήσεις θα είναι 205 και 202. Οι εκτιμημένες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας είναι $\bar{\bar{X}} = 200.251$ και $\frac{\bar{S}}{c_4} = 3.306$, αντίστοιχα.

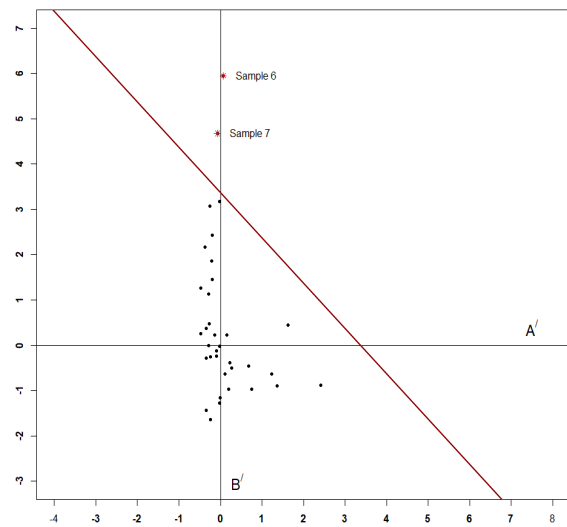
Υποθέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα EWMA–SC, GWMA–SC και DEWMA–SC διαγράμματα ελέγχου με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.435)$, $(q, \alpha, L_1) = (0.70, 1.20, 3.369)$ και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.751)$, αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι K_1, L_1 και K_2 λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, έτσι ώστε $ARL_0 \approx 370$ (βλέπε επιπλέον τον Πίνακα 6.6). Οι υπολογισμένες τιμές των $Y'_{i1}, Z'_{i1}, A'_i, B'_i, Y'_{i2}$ και Z'_{i2} στατιστικών, για $i = 1, 2, \dots, 35$, παρέχονται επίσης στον Πίνακα 6.10. Τα Σχήματα 6.3 και 6.4 παρουσιάζουν τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το DEWMA–SC διάγραμμα δίνεται στο Σχήμα 6.5. Επιπλέον, τα αντίστοιχα όρια (βλέπε κόκκινες ευθείες στα Σχήματα 6.3 - 6.5) των περιοχών των EWMA–SC, GWMA–SC και DEWMA–SC διαγραμμάτων είναι οι ευθείες $Y'_1 + Z'_1 = 3.435$, $A' + B' = 3.369$ και $Y'_2 + Z'_2 = 2.751$. Τα Σχήματα 6.3 - 6.5, δείχνουν ότι τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα δίνουν εκτός ελέγχου σήματα στα δείγματα 6 και 7, ενώ το DEWMA–SC διάγραμμα στα δείγματα 6, 7, 8, 9, 10 και 11.

Πίνακας 6.10: Δεδομένα για τις εσωτερικές διαμέτρους των οπών κυλίνδρων και λεπτομέρειες υπολογισμού των EWMA–SC, GWMA–SC και DEWMA–SC διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 6.6.1.

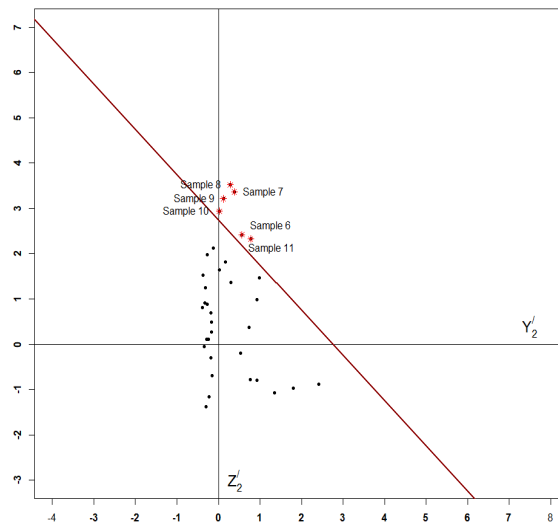
Δείγμα, i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	EWMA–SC		GWMA–SC		DEWMA–SC	
						Y'_{i1}	Z'_{i1}	A'_i	B'_i	Y'_{i2}	Z'_{i2}
1	205	202	204	207	205	2.420	-0.883	2.420	-0.883	2.420	-0.883
2	202	196	201	198	202	1.153	-0.860	1.366	-0.904	1.802	-0.969
3	201	202	199	197	196	0.681	-0.948	0.753	-0.972	1.355	-1.067
4	205	203	196	201	197	0.231	-0.313	0.227	-0.387	0.929	-0.799
5	199	196	201	200	195	0.371	-0.570	0.265	-0.504	0.769	-0.781
6	203	198	192	217	196	0.124	6.492	0.063	5.948	0.564	2.419
7	202	202	198	203	202	-0.003	3.937	-0.074	4.676	0.380	3.361
8	197	196	196	200	204	0.054	2.823	-0.025	3.177	0.284	3.518
9	199	200	204	196	202	-0.188	1.832	-0.219	1.867	0.116	3.210
10	202	196	204	195	197	-0.140	1.676	-0.194	1.445	0.022	2.937
11	205	204	202	208	205	1.814	0.658	1.630	0.452	0.777	2.324
12	200	201	199	200	201	1.044	-0.385	1.232	-0.638	0.981	1.461
13	205	196	201	197	198	0.580	-0.074	0.671	-0.456	0.928	0.991
14	202	199	200	198	200	0.201	-0.773	0.194	-0.968	0.733	0.369
15	200	200	201	205	201	0.051	-1.089	-0.029	-1.272	0.535	-0.197
16	201	187	209	202	200	-0.169	3.599	-0.252	3.076	0.304	1.367
17	202	202	204	198	203	-0.096	2.046	-0.197	2.427	0.172	1.811
18	201	198	204	201	201	-0.235	0.901	-0.287	1.131	0.022	1.644
19	207	206	194	197	201	-0.332	2.331	-0.372	2.162	-0.123	2.125
20	200	204	198	199	199	-0.452	1.183	-0.477	1.261	-0.275	1.981
21	203	200	204	199	200	-0.449	0.313	-0.475	0.262	-0.380	1.518
22	196	203	197	201	194	-0.106	0.448	-0.141	0.227	-0.310	1.250
23	197	199	203	200	196	-0.138	0.030	-0.103	-0.119	-0.275	0.887
24	201	197	196	199	207	-0.316	0.688	-0.266	0.469	-0.325	0.909
25	204	196	201	199	197	-0.372	0.430	-0.350	0.373	-0.383	0.816
26	206	206	199	200	203	0.185	0.282	0.151	0.230	-0.191	0.689
27	204	203	199	199	197	-0.094	0.021	-0.019	-0.023	-0.173	0.491
28	199	201	201	194	200	-0.130	-0.186	-0.098	-0.244	-0.175	0.266
29	201	196	197	204	200	-0.273	-0.182	-0.248	-0.257	-0.237	0.110
30	203	206	201	196	201	-0.281	0.068	-0.282	-0.005	-0.283	0.106
31	203	197	199	197	201	-0.347	-0.293	-0.343	-0.278	-0.343	-0.049
32	197	194	199	200	199	0.152	-0.638	0.112	-0.636	-0.177	-0.300
33	200	201	200	197	200	-0.076	-1.160	-0.015	-1.163	-0.156	-0.695
34	199	199	201	201	201	-0.279	-1.616	-0.237	-1.646	-0.225	-1.162
35	200	204	197	197	199	-0.346	-1.348	-0.340	-1.437	-0.302	-1.376



Σχήμα 6.3: EWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.435)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.



Σχήμα 6.4: GWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.70, 1.20, 3.369)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.



Σχήμα 6.5: DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.751)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα της διαμέτρου του κυλίνδρου (Πίνακας 6.10), Εφαρμογή 6.6.1.

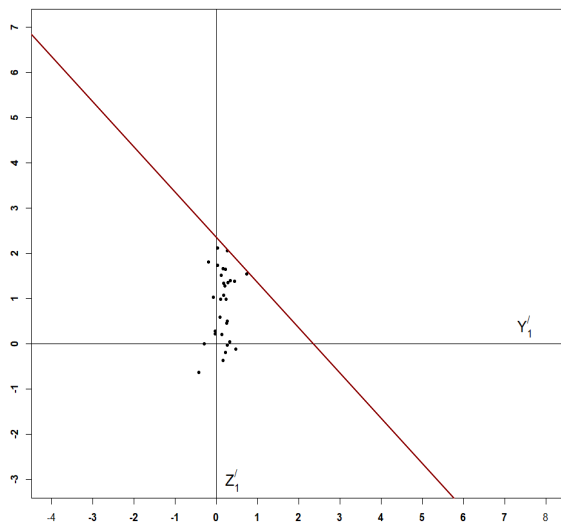
6.6.2 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα

Επιπλέον, για να επεξηγηθεί η χρήση του DEWMA–SC διαγράμματος, παρέχεται ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων. Δημιουργείται ένα σύνολο δεδομένων με 30 δείγματα μεγέθους $n = 5$, στο οποίο τα χαρακτηριστικά της διεργασίας, X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$ και $j = 1, 2, \dots, n$, είναι αμοιβαία ανεξάρτητα και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Τα πρώτα 15 δείγματα παράγονται από την $N(\mu_0 = 15, \sigma_0 = 2)$, που αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση. Ωστόσο, μία μετατόπιση του $\mu_1 = \mu_0 + 0.15\sigma_0$ ($\delta = 0.15$) στη μέση τιμή και μία μετατόπιση του $\sigma_1 = 1.15\sigma_0$ ($\rho = 1.15$) στην τυπική απόκλιση προστίθενται στα υπόλοιπα 15 δείγματα. Τα παραγόμενα δεδομένα παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.11. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε το DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και συνδυασμό παραμέτρων $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.565)$.

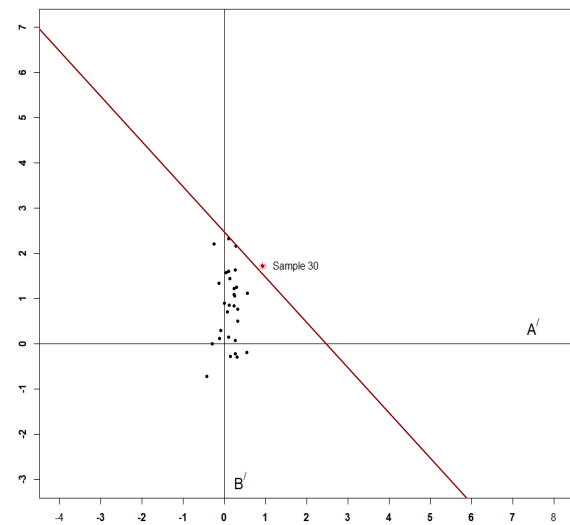
Επιπρόσθετα, κατασκευάζουμε τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα, με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.360)$ και $(q, \alpha, L_1) = (0.95, 0.80, 2.472)$, αντίστοιχα. Παρόμοια, οι K_2 , K_1 και L_1 λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, έτσι ώστε $ARL_0 \approx 370$ (βλέπε Πίνακα 6.3, καθώς και Πίνακες Δ.1 και Δ.3 στο Παράρτημα Δ). Τα Σχήματα 6.6 και 6.7 παρουσιάζουν τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το DEWMA–SC διάγραμμα δίνεται στο Σχήμα 6.8. Τα αντίστοιχα όρια (βλέπε κόκκινες ευθείες στα Σχήματα 6.6 - 6.8) των περιοχών των EWMA–SC, GWMA–SC και DEWMA–SC διαγραμμάτων είναι οι ευθείες $Y'_1 + Z'_1 = 2.360$, $A' + B' = 2.472$ και $Y'_2 + Z'_2 = 1.565$. Τα Σχήματα 6.6 - 6.8 υποδεικνύουν ότι το DEWMA–SC διάγραμμα δίνει εκτός ελέγχου σήματα στα δείγματα 25 έως 30, το GWMA–SC διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 30^ο δείγμα, ενώ το EWMA–SC διάγραμμα αποτυγχάνει να ανιχνεύσει τη μετατόπιση. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το πρώτο εκτός ελέγχου δείγμα για κάθε διάγραμμα συμβολίζεται επίσης με τον αριθμό του σε αυτά τα σχήματα. Επομένως, το DEWMA–SC διάγραμμα μπορεί να ανιχνεύσει μετατοπίσεις ταχύτερα από τα άλλα διαγράμματα ελέγχου.

Πίνακας 6.11: Προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 6.6.2.

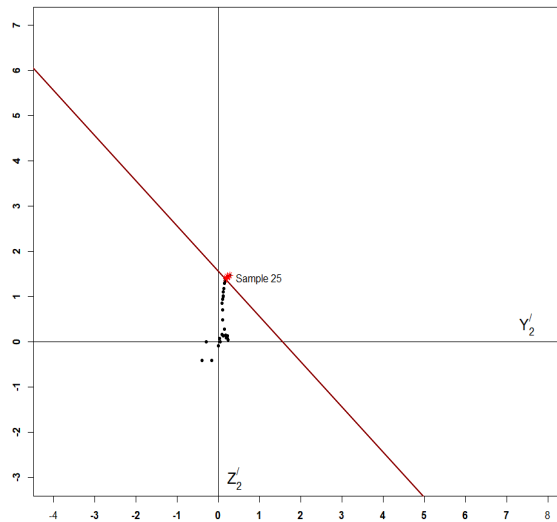
Δείγμα, i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	Δείγμα, i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}
1	14.937	14.445	13.530	18.731	14.817	16	14.802	14.593	19.031	20.027	14.056
2	14.170	13.445	15.924	15.464	15.924	17	14.855	13.238	15.771	12.513	14.150
3	13.980	19.404	15.056	17.716	17.343	18	14.863	16.203	16.051	16.719	18.043
4	18.511	18.571	15.498	11.407	16.990	19	13.043	16.607	16.211	15.738	18.694
5	14.000	17.148	14.343	13.456	13.216	20	14.575	13.565	16.159	15.816	13.017
6	13.466	18.716	13.656	14.729	14.219	21	13.947	8.810	14.785	16.701	15.960
7	10.991	11.194	15.862	15.671	13.596	22	16.488	15.120	19.997	13.314	16.531
8	15.245	14.369	13.411	13.487	13.480	23	9.849	16.019	12.929	13.161	17.518
9	19.289	17.081	14.969	16.398	14.765	24	13.274	14.835	13.461	15.446	15.759
10	14.251	13.757	17.780	17.716	13.020	25	17.344	18.910	16.380	15.912	15.162
11	14.124	15.399	16.563	13.068	13.364	26	16.274	16.506	15.746	13.390	11.396
12	19.558	17.474	13.489	13.771	11.589	27	15.075	16.663	10.995	14.319	14.551
13	15.052	16.747	15.109	13.779	15.384	28	14.279	16.617	17.261	14.321	14.628
14	18.706	9.984	17.294	15.758	16.560	29	12.809	16.457	17.691	16.848	16.918
15	10.927	17.798	16.009	18.508	12.015	30	14.784	18.326	21.065	13.163	18.681



Σχήμα 6.6: EWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.05, 2.360)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11, Εφαρμογή 6.6.2.



Σχήμα 6.7: GWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(q, \alpha, L_1) = (0.95, 0.80, 2.472)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11. Το GWMA–SC διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 30^ο δείγμα, Εφαρμογή 6.6.2.



Σχήμα 6.8: DEWMA–SC διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.05, 1.565)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα προσομοιωμένα δεδομένα του Πίνακα 6.11. Το DEWMA–SC δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 25^ο δείγμα, Εφαρμογή 6.6.2.

6.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσεται ένα single διάγραμμα τύπου EWMA για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Το DEWMA–SC διάγραμμα αποτελεί επέκταση του EWMA–SC διαγράμματος. Παρόμοια με τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα, το DEWMA–SC διάγραμμα μπορεί να παρακολουθεί ταυτόχρονα τη μέση τιμή της διεργασίας και/ή την ανοδική μεταβλητότητα της διεργασίας. Το DEWMA–SC διάγραμμα αξιολογείται με βάση τα ARL και SDRL μέτρα, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η απόδοση του DEWMA–SC διαγράμματος ενισχύεται για μικρές τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης λ ($\lambda \leq 0.30$). Επιπρόσθετα, το DEWMA–SC διάγραμμα είναι ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά ($\delta \leq 1.00$, $\rho \leq 1.50$) της διεργασίας και η απόδοσή του βελτιώνεται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος.

Το DEWMA–SC διάγραμμα συγκρίνεται με τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα, υποθέτοντας χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, μέσω των ARL, SDRL και RMI μέτρων απόδοσης. Η σύγκριση του DEWMA–SC διαγράμματος με τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα δείχνει ότι το DEWMA–SC διάγραμμα υπερτερεί των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου για τις περισσότερες από τις εξεταζόμε-

νες μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα. Σύμφωνα με το RMI μέτρο, η σύγκριση συνολικής απόδοσης δείχνει ότι το DEWMA–SC διάγραμμα έχει την καλύτερη απόδοση σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων της μέσης τιμής και της διασποράς της διεργασίας ($0.00 \leq \delta \leq 2.00$, $1.00 \leq \rho \leq 2.00$), υποθέτοντας μικρές τιμές της παραμέτρου λ . Τέλος, παρέχονται δύο ενδεικτικές εφαρμογές για την επεξήγηση της υλοποίησης του DEWMA–SC διαγράμματος.

Το TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου

7.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα single διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης, το οποίο είναι αποτελεσματικό στην παρακολούθηση της μέσης τιμής και της διακύμανσης της διεργασίας ταυτόχρονα. Ως εκ τούτου, με κίνητρο τις μελέτες των Xie (1999), Teh και Khoo (2009), καθώς και των Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021), επεκτείνουμε τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα στο TEWMA–Max (Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum, TEWMA Maximum) διάγραμμα ελέγχου. Ειδικότερα, η τεχνική της εκτέλεσης εκθετικής εξομάλυνσης τρεις φορές για την κατασκευή ενός TEWMA διαγράμματος εφαρμόζεται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών των στατιστικών που ελέγχουν τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διεργασίας. Μία μελέτη σύγκρισης απόδοσης διενεργείται, χρησιμοποιώντας τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, με τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας μέτρα του μήκους ροής, όπως το ARL και το SDRL. Επειδή μας ενδιαφέρει ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας, στη συγκεκριμένη μελέτη απόδοσης χρησιμοποιούμε το RMI, που προτάθηκε από τους Han και Tsung (2006), ως ένα μέτρο της συνολικής απόδοσης. Το RMI μέτρο λαμβάνει υπόψη όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Επομένως, με αυτόν τον δείκτη, το διάγραμμα ελέγχου με τη μικρότερη RMI τιμή θεωρείται ότι έχει καλύτερη απόδοση συνολικά. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη διασπορά της διεργασίας.

Το υπόλοιπο του Κεφαλαίου 7 οργανώνεται ως εξής: Στην Ενότητα 7.2 περιγράφουμε εν συντομία τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα ελέγχου. Στην Ενότητα 7.3 εισάγουμε το προτεινόμενο TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου. Στην ενότητα αυτή συμπεριλαμβάνονται εν συντομία μερικές τεχνικές λεπτομέρειες σχετικά με την εξαγωγή του ορίου ελέγχου του TEWMA–Max διαγράμματος, καθώς και η διαδικασία κατασκευής του. Μία μελέτη προσομοίωσης διενεργείται στην Ενότητα 7.4 για την αξιολόγηση της απόδοσης του νέου διαγράμματος, ενώ στην Ενότητα 7.5 διεξάγεται η σύγκριση του TEWMA–Max διαγράμματος με τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα όσον αφορά τα ARL, SDRL και RMI μέτρα. Εφαρμογές με προσομοιωμένα και πραγματικά δεδομένα παρουσιάζονται στην Ενότητα 7.6. Τα συμπεράσματα του κεφαλαίου παρέχονται στην Ενότητα 7.7.

7.2 Σύντομη ανασκόπηση διαγραμμάτων ελέγχου

Στην παρούσα ενότητα περιγράφονται συνοπτικά τα EWMA–Max (Xie 1999) και DEWMA–Max (Teh και Khoo 2009) διαγράμματα.

7.2.1 Το EWMA–Max διάγραμμα ελέγχου

Υποθέτουμε ότι οι παρατηρήσεις $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$ αποτελούν ένα τυχαίο δείγμα από την $N(\mu_0 + \delta\sigma_0, \rho^2\sigma_0^2)$ κατανομή. Όταν $\delta = 0$ και $\rho = 1$, η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου, διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή $\delta \neq 0$ και/ή $\rho \neq 1$. Τα ανεξάρτητα στατιστικά U_i και V_i ορίζονται, αντίστοιχα, από τις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), ενώ ο δειγματικός μέσος \bar{X}_i και η δειγματική διακύμανση S_i^2 δίνονται, αντίστοιχα, από τις Εξισώσεις (3.3) και (3.4), όπου $i = 1, 2, \dots$. Όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, οι U_i και V_i ανεξάρτητες τυπικές κανονικά κατανομημένες μεταβλητές.

Επιπλέον, ορίζουμε το ακόλουθο στατιστικό:

$$G_i = \max\{|U_i|, |V_i|\}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7.1)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι G_i είναι πανομοιότυπα και ανεξάρτητα κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές. Η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού G_i (Xie 1999) δίνονται, αντίστοιχα, ως:

$$E(G_i) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1.128379 \quad \text{και} \quad \text{Var}(G_i) = 1 - \frac{2}{\pi} = 0.363380. \quad (7.2)$$

Σύμφωνα με τον Xie (1999), το στατιστικό Y_{i1} του single EWMA–Max διαγράμματος ορίζεται ως:

$$Y_{i1} = \lambda G_i + (1 - \lambda)Y_{(i-1)1}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (7.3)$$

όπου λ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης με $\lambda \in (0, 1]$ και Y_{01} υποδηλώνει την αρχική τιμή του στατιστικού Y_{i1} . Επειδή το στατιστικό Y_{i1} είναι μη αρνητικό, το EWMA–Max διάγραμμα απαιτεί μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{EM}) (Xie 1999), το οποίο δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} UCL_{EM} &= E(Y_{i1}) + K_1 \sqrt{Var(Y_{i1})} \\ &= 1.128379 + 0.602810K_1 \sqrt{[c_{11} + c_{12}(i)]}, \end{aligned} \quad (7.4)$$

όπου

$$c_{11} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} \quad \text{και} \quad c_{12}(i) = -\frac{\lambda(1 - \lambda)^{2i}}{2 - \lambda},$$

για $i = 1, 2, \dots$. Επιπλέον, οι $E(Y_{i1})$ και $Var(Y_{i1})$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση, αντίστοιχα, του στατιστικού Y_{i1} και K_1 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό Y_{i1} υπερβαίνει το UCL_{EM} .

7.2.2 Το DEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου

Σε συνέχεια της Εξίσωσης (7.3), ας ορίσουμε το στατιστικό Y_{i2} του single DEWMA–Max διαγράμματος ως:

$$Y_{i2} = \lambda Y_{i1} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)2}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (7.5)$$

όπου λ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης με $\lambda \in (0, 1]$ και Y_{02} υποδηλώνει την αρχική τιμή του στατιστικού Y_{i2} . Παρόμοια, επειδή το στατιστικό Y_{i2} είναι μη αρνητικό, το DEWMA–Max διάγραμμα απαιτεί μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{DM}) (Teh και Khoo 2009), το οποίο δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} UCL_{DM} &= E(Y_{i2}) + K_2 \sqrt{Var(Y_{i2})} \\ &= 1.128379 + 0.602810K_2 \sqrt{[c_{21} + c_{22}(i)]}, \end{aligned} \quad (7.6)$$

όπου

$$c_{21} = \lambda^4 \left[\frac{2\theta}{(1 - \theta)^3} + \frac{1}{(1 - \theta)^2} \right], \quad c_{22}(i) = -\lambda^4 \left[\frac{(i + 1)^2 \theta^i}{1 - \theta} + \frac{(2i + 3)\theta^{i+1}}{(1 - \theta)^2} + \frac{2\theta^{i+2}}{(1 - \theta)^3} \right],$$

και $\theta = (1 - \lambda)^2$ για $i = 1, 2, \dots$. Επιπλέον, οι $E(Y_{i2})$ και $Var(Y_{i2})$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση, αντίστοιχα, του στατιστικού Y_{i2} και K_2 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό Y_{i2} υπερβαίνει το UCL_{DM} .

7.3 Το προτεινόμενο TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου

Στην τρέχουσα ενότητα, το TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου εισάγεται. Σε συνέχεια των Εξιώσεων (7.3) και (7.5), ας ορίσουμε το στατιστικό Y_{i3} του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου ως ακολούθως:

$$Y_{i3} = \lambda Y_{i2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (7.7)$$

όπου λ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης με $\lambda \in (0, 1]$ και Y_{03} υποδηλώνει την αρχική τιμή του στατιστικού Y_{i3} . Στο εξής, ακολουθούμε την απλή προσέγγιση για να ορίσουμε την ίδια παράμετρο εξομάλυνσης για τα στατιστικά Y_{i1} , Y_{i2} και Y_{i3} .

Επιπρόσθετα, το στατιστικό Y_{i3} μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\begin{aligned} Y_{i3} &= \lambda Y_{i2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} \\ &= \lambda[\lambda Y_{i1} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)2}] + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} \\ &= \lambda[\lambda[\lambda G_i + (1 - \lambda)Y_{(i-1)1}] + (1 - \lambda)Y_{(i-1)2}] + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} \\ &= \lambda^3 G_i + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3} \\ &= \lambda^3 \max\{|U_i|, |V_i|\} + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3}, \end{aligned} \quad (7.8)$$

για $i = 1, 2, \dots$. Πρέπει να σημειωθεί ότι το στατιστικό G_i είναι είτε $|U_i|$ είτε $|V_i|$. Συνεπώς, έστω:

$$WT_{i3} = \lambda^3 |U_i| + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3}, \quad (7.9)$$

$$ZT_{i3} = \lambda^3 |V_i| + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)1} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)2} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)3}, \quad (7.10)$$

για $i = 1, 2, \dots$.

Μία υψηλή τιμή του στατιστικού Y_{i3} προκύπτει από μία μετατόπιση στο μέσο της διεργασίας και/ή στη διασπορά της διεργασίας. Από την άλλη πλευρά, η τιμή του στατιστικού Y_{i3} θα είναι μικρή και η μέση τιμή και η διακύμανση της διεργασίας θα είναι κοντά στις αντίστοιχες τιμές στόχους (εντός ελέγχου κατάσταση).

Δεδομένου ότι το στατιστικό Y_{i3} είναι μη αρνητικό, το TEWMA–Max διάγραμμα απαιτεί μόνο ένα άνω όριο ελέγχου (UCL_{TM}), το οποίο ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} UCL_{TM} &= E(Y_{i3}) + K_3 \sqrt{Var(Y_{i3})} \\ &= 1.128379 + 0.602810 K_3 \sqrt{[c_{31} + c_{32}(i)]}, \end{aligned} \quad (7.11)$$

όπου

$$\begin{aligned} c_{31} &= \frac{6(1-\lambda)^6 \lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4 \lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2 \lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2}, \\ c_{32}(i) &= -\frac{\theta^3 \lambda^6}{4} \left[\frac{i(i^2-1)(i-2)\theta^{i-3}}{1-\theta} + \frac{4i(i^2-1)\theta^{i-2}}{(1-\theta)^2} + \frac{12i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^3} + \frac{24(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^4} + \frac{24\theta^{i+1}}{(1-\theta)^5} \right] \\ &\quad - 2\theta^2 \lambda^6 \left[\frac{i(i^2-1)\theta^{i-2}}{1-\theta} + \frac{3i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^2} + \frac{6(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^3} + \frac{6\theta^{i+1}}{(1-\theta)^4} \right] - \\ &\quad \frac{7\theta \lambda^6}{2} \left[\frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} + \frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} + \frac{2\theta^{i+1}}{(1-\theta)^3} \right] - \lambda^6 \left[\frac{\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} + \frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right], \end{aligned}$$

$\theta = (1-\lambda)^2$, $i = 1, 2, \dots$, $E(Y_{i3})$ και $Var(Y_{i3})$ είναι η μέση τιμή και η διακύμανση, αντίστοιχα, του στατιστικού Y_{i3} και K_3 είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την εξαγωγή του UCL_{TM} δίνονται στην Υποενότητα 7.3.1. Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν το στατιστικό Y_{i3} υπερβαίνει το UCL_{TM} .

7.3.1 Εξαγωγή του UCL_{TM}

Ας υποθέσουμε ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου, δηλαδή $\delta = 0$ και $\rho = 1$. Τότε, τα στατιστικά U_i και V_i , που ορίζονται στις Εξισώσεις (3.1) και (3.2), είναι ανεξάρτητα και κανονικά κατανοημένες τυχαίες μεταβλητές, η καθεμία με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Από τις Εξισώσεις (7.3), (7.5) και (7.7), παίρνουμε:

$$\begin{aligned} Y_{i1} &= \lambda G_i + (1-\lambda)Y_{(i-1)1}, \\ Y_{i2} &= \lambda Y_{i1} + (1-\lambda)Y_{(i-1)2}, \\ Y_{i3} &= \lambda Y_{i2} + (1-\lambda)Y_{(i-1)3}. \end{aligned}$$

Τώρα,

$$\begin{aligned} Y_{i1} &= \lambda G_i + (1-\lambda)Y_{(i-1)1} \\ &= \lambda G_i + (1-\lambda) [(1-\lambda)Y_{(i-2)1} + \lambda G_{(i-1)}] \\ &= \lambda [G_i + (1-\lambda)G_{(i-1)}] + (1-\lambda)^2 Y_{(i-2)1}. \end{aligned}$$

Συνεχίζοντας με παρόμοιο τρόπο, παίρνουμε:

$$Y_{i1} = \lambda \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} G_j + (1-\lambda)^i Y_{01}. \quad (7.12)$$

Με παρόμοιο τρόπο, παίρνουμε:

$$Y_{i2} = \lambda \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} Y_{j1} + (1-\lambda)^i Y_{02} \quad (7.13)$$

και

$$Y_{i3} = \lambda \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} Y_{j2} + (1-\lambda)^i Y_{03}. \quad (7.14)$$

Από τις Εξισώσεις (7.12) και (7.13), παίρνουμε:

$$\begin{aligned} Y_{i2} &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} Y_{j_11} + (1-\lambda)^i Y_{02} \\ &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} \left[\lambda \sum_{j_2=1}^{j_1} (1-\lambda)^{j_1-j_2} G_{j_2} + (1-\lambda)^{j_1} Y_{01} \right] + (1-\lambda)^i Y_{02} \\ &= \lambda^2 \sum_{j_1=1}^i \sum_{j_2=1}^{j_1} (1-\lambda)^{i-j_2} G_{j_2} + (1+\lambda i)(1-\lambda)^i Y_{02} \text{ (αφού } Y_{01} = Y_{02}). \end{aligned}$$

Επομένως,

$$Y_{i2} = \lambda^2 \sum_{j=1}^i (i-j+1)(1-\lambda)^{i-j} G_j + (1+\lambda i)(1-\lambda)^i Y_{02}. \quad (7.15)$$

Από τις Εξισώσεις (7.14) και (7.15), παίρνουμε:

$$\begin{aligned} Y_{i3} &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} Y_{j_12} + (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\ &= \lambda \sum_{j_1=1}^i (1-\lambda)^{i-j_1} \left[\lambda^2 \sum_{j_2=1}^{j_1} (j_1-j_2+1)(1-\lambda)^{j_1-j_2} G_{j_2} + (1+\lambda j_1)(1-\lambda)^{j_1} Y_{02} \right] + \\ &\quad (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\ &= \lambda^3 \sum_{j_1=1}^i \sum_{j_2=1}^{j_1} (j_1-j_2+1)(1-\lambda)^{i-j_2} G_{j_2} + \lambda \sum_{j_1=1}^i (1+\lambda j_1)(1-\lambda)^{j_1} Y_{02} + (1-\lambda)^{j_1} Y_{03} \\ &= \frac{\lambda^3}{2} \sum_{j=1}^i (1-\lambda)^{i-j} (i-j+1)(i-j+2) G_j + \left(\frac{(1-\lambda)^i}{2} \right) [\lambda i(\lambda i + \lambda + 2) + 2] Y_{03}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Αυτό προκύπτει χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι $Y_{02} = Y_{03}$. Η μέση τιμή και η διακύμανση του στατιστικού Y_{i3} είναι:

$$E(Y_{i3}) = E(G_i) \quad \text{και} \quad Var(Y_{i3}) = [c_{31} + c_{32}(i)]Var(G_i), \quad (7.17)$$

όπου

$$\begin{aligned} c_{31} &= \frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2}, \\ c_{32}(i) &= -\frac{\theta^3\lambda^6}{4} \left[\frac{i(i^2-1)(i-2)\theta^{i-3}}{1-\theta} + \frac{4i(i^2-1)\theta^{i-2}}{(1-\theta)^2} + \frac{12i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^3} + \frac{24(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^4} + \right. \\ &\quad \left. \frac{24\theta^{i+1}}{(1-\theta)^5} \right] - 2\theta^2\lambda^6 \left[\frac{i(i^2-1)\theta^{i-2}}{1-\theta} + \frac{3i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^2} + \frac{6(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^3} + \frac{6\theta^{i+1}}{(1-\theta)^4} \right] - \\ &\quad \frac{7\theta\lambda^6}{2} \left[\frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} + \frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} + \frac{2\theta^{i+1}}{(1-\theta)^3} \right] - \lambda^6 \left[\frac{\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} + \frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right] \end{aligned}$$

και $\theta = (1-\lambda)^2$.

Η ασυμπτωτική (δηλαδή, καθώς $i \rightarrow \infty$) διακύμανση του στατιστικού Y_{i3} δίνεται ως:

$$Var(Y_{i3}) = c_{31}Var(G_i). \quad (7.18)$$

Επομένως το άνω όριο ελέγχου (UCL_{TM}) του TEWMA–Max διαγράμματος δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} UCL_{TM} &= E(Y_{i3}) + K_3\sqrt{Var(Y_{i3})} \\ &= 1.128379 + 0.602810K_3\sqrt{[c_{31} + c_{32}(i)]}. \end{aligned} \quad (7.19)$$

7.3.2 Διαδικασία κατασκευής του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου

Η διαδικασία κατασκευής του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου είναι παρόμοια με αυτή των EWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων ελέγχου. Συγκεκριμένα, τα βήματα για την κατασκευή του προτεινόμενου TEWMA–Max διαγράμματος περιγράφονται συνοπτικά ως εξής:

1. Εκτιμούμε τις άγνωστες παραμέτρους της διεργασίας. Αν η μέση τιμή μ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε το $\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{X}_i}{m}$ ως εκτίμηση της μ_0 , όπου $\bar{\bar{X}}$ είναι ο γενικός μέσος και m είναι ο συνολικός αριθμός των δειγμάτων. Αν η τυπική απόκλιση σ_0 είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε είτε το $\frac{\bar{R}}{d_2}$ είτε το $\frac{\bar{S}}{c_4}$, ως εκτίμηση της σ_0 , όπου $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των ευρών και $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ είναι η μέση τιμή των τυπικών αποκλίσεων. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι σταθερές d_2 και c_4 εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος (n) (Montgomery 2013).

2. Επιλέγουμε τους επιθυμητούς (λ, K_3) συνδυασμούς με βάση το καθορισμένο μέγεθος δείγματος (n) και τις ARL_0 τιμές. Ο Πίνακας 7.1 παρουσιάζει τους (λ, K_3) συνδυασμούς, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 1.00\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370$ και 500. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές του πολλαπλασιαστή K_3 του διαγράμματος ελέγχου λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας ένα χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου UCL_{TM} (Εξίσωση (7.11)).
3. Υπολογίζουμε το χρονικά μεταβαλλόμενο UCL_{TM} του TEWMA–Max διαγράμματος, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (7.11), για $i = 1, 2, \dots$.
4. Υπολογίζουμε τα στατιστικά $U_i, V_i, G_i, Y_{i1}, Y_{i2}$ και Y_{i3} , για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (3.1), (3.2), (7.1), (7.3), (7.5) και (7.7), αντίστοιχα, και $Y_{01} = Y_{02} = Y_{03} = 1.128379$ ως αρχικές τιμές.
5. Υπολογίζουμε τα στατιστικά WT_{i3} και ZT_{i3} για $i = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (7.9) και (7.10), αντίστοιχα. Αυτά τα στατιστικά θα είναι χρήσιμα στον εντοπισμό της πηγής και της κατεύθυνσης της μετατόπισης στο ακόλουθο βήμα.
6. Σχεδιάζουμε το Y_{i3} έναντι του αριθμού του δείγματος i στο TEWMA–Max διάγραμμα και σχεδιάζουμε το UCL_{TM} (Εξίσωση (7.11)) ως το άνω όριο ελέγχου. Σχεδιάζουμε μία κουκκίδα έναντι του i όταν $Y_{i3} \leq UCL_{TM}$. Από την άλλη πλευρά, όταν $Y_{i3} > UCL_{TM}$, ελέγχουμε τα WT_{i3} και ZT_{i3} έναντι του UCL_{TM} και επισημαίνουμε τις κουκκίδες σύμφωνα με την ακόλουθη περιγραφή. Αν ισχύει μόνο ότι $WT_{i3} > UCL_{TM}$, τότε σχεδιάζουμε το “ $m+$ ” έναντι του i όταν $U_i > 0$ για να υποδηλώσουμε μόνο μία αύξηση στο μέσο της διεργασίας, ενώ σχεδιάζουμε το “ $m-$ ” έναντι του i όταν $U_i < 0$ για να υποδείξουμε ότι μόνο ο μέσος της διεργασίας έχει μειωθεί. Εάν ισχύει μόνο ότι $ZT_{i3} > UCL_{TM}$, τότε σχεδιάζουμε το “ $v+$ ” έναντι του i όταν $V_i > 0$ για να υποδείξουμε ότι μόνο η μεταβλητότητα της διεργασίας έχει αυξηθεί, ενώ σχεδιάζουμε το “ $v-$ ” έναντι του i όταν $V_i < 0$ για να υποδηλώσουμε μόνο μία μείωση στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Εάν ισχύει ότι $WT_{i3} > UCL_{TM}$ και $ZT_{i3} > UCL_{TM}$, σημειώνουμε το “ $++$ ” έναντι του i όταν $U_i > 0$ και $V_i > 0$ για να υποδηλώσουμε ότι τόσο ο μέσος της διεργασίας όσο και η μεταβλητότητα της διεργασίας έχουν αυξηθεί ταυτόχρονα, σημειώνουμε το “ $+-$ ” έναντι του i όταν $U_i > 0$ και $V_i < 0$ για να δείξουμε ότι ο μέσος της διεργασίας έχει αυξηθεί, ενώ η μεταβλητότητα της διεργασίας έχει μειωθεί ταυτόχρονα, σχεδιάζουμε το “ $-+$ ” έναντι του i όταν $U_i < 0$ και $V_i > 0$ για να υποδείξουμε μία μείωση στο μέσο της διεργασίας και μία αύξηση στη μεταβλητότητα της διεργασίας ταυτόχρονα, και σχεδιάζουμε το “ $--$ ” έναντι του i όταν $U_i < 0$ και $V_i < 0$ για να υποδηλώσουμε ότι τόσο ο μέσος

7.4 Αξιολόγηση απόδοσης του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου 145

όσο και η μεταβλητότητα της διεργασίας έχουν μειωθεί ταυτόχρονα.

7. Εξετάζουμε και ερμηνεύουμε καθένα από τα εκτός ελέγχου σημεία.

Πίνακας 7.1: (λ, K_3) συνδυασμοί παραμέτρων για το TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 185, 250, 370, 500$.

n	3				5				7				9			
	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500
λ	K_3															
0.05	0.926	1.095	1.319	1.482	0.935	1.110	1.323	1.484	0.915	1.094	1.323	1.492	0.937	1.106	1.328	1.496
0.10	1.326	1.493	1.701	1.867	1.327	1.497	1.712	1.874	1.315	1.486	1.711	1.871	1.327	1.496	1.713	1.881
0.20	1.744	1.911	2.113	2.259	1.752	1.914	2.121	2.271	1.736	1.908	2.121	2.274	1.752	1.914	2.108	2.264
0.25	1.887	2.046	2.252	2.402	1.897	2.057	2.256	2.401	1.881	2.050	2.259	2.409	1.895	2.055	2.255	2.405
0.30	2.010	2.169	2.372	2.520	2.019	2.172	2.378	2.522	2.005	2.172	2.378	2.526	2.020	2.180	2.376	2.522
0.40	2.228	2.384	2.575	2.720	2.232	2.384	2.577	2.723	2.221	2.380	2.573	2.728	2.235	2.390	2.582	2.721
0.50	2.415	2.560	2.745	2.892	2.410	2.563	2.755	2.895	2.405	2.553	2.755	2.899	2.417	2.564	2.755	2.898
0.60	2.580	2.726	2.915	3.050	2.580	2.728	2.919	3.060	2.575	2.728	2.917	3.064	2.582	2.735	2.922	3.063
0.70	2.740	2.887	3.073	3.213	2.748	2.895	3.080	3.218	2.745	2.895	3.084	3.230	2.750	2.900	3.089	3.221
0.75	2.825	2.966	3.155	3.295	2.827	2.975	3.160	3.300	2.827	2.973	3.166	3.303	2.830	2.983	3.167	3.301
0.80	2.905	3.051	3.236	3.373	2.905	3.053	3.240	3.378	2.909	3.054	3.242	3.380	2.907	3.060	3.245	3.384
0.90	3.037	3.187	3.373	3.518	3.035	3.187	3.374	3.513	3.038	3.187	3.379	3.521	3.046	3.193	3.382	3.524
1.00	3.103	3.249	3.440	3.579	3.092	3.244	3.435	3.582	3.099	3.250	3.441	3.584	3.102	3.252	3.448	3.585

7.4 Αξιολόγηση απόδοσης του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου

Στην τρέχουσα ενότητα μελετάμε την απόδοση του μήκους ροής του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου. Το μήκος ροής είναι ο αριθμός των στατιστικών που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου πριν το διάγραμμα δώσει ένα εκτός ελέγχου σήμα. Τα μέτρα απόδοσης, όπως το ARL, το SDRL και τα εκατοστιαία σημεία χρησιμοποιούνται συνήθως για να ληφθούν περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την κατανομή του μήκους ροής. Ωστόσο, το πιο γνωστό μέτρο είναι το ARL, το οποίο ορίζεται ως ο μέσος αριθμός των στατιστικών που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου μέχρι να εντοπιστεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν η μέση τιμή και η διασπορά της διεργασίας είναι εντός ελέγχου, μία μεγάλη τιμή του ARL_0 είναι επιθυμητή για την αποφυγή τυχόν ψευδούς συναγερμού. Εντούτοις, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η μέση τιμή μετατοπίζεται από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ ($\delta \neq 0$) και/ή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ ($\rho \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή είναι προτιμότερη προκειμένου να ανιχνευτεί γρήγορα η μετατόπιση. Αντίστοιχα, όσο χαμηλότερη είναι η τιμή του SDRL, τόσο καλύτερη είναι

η απόδοση του διαγράμματος. Στην τρέχουσα μελέτη, η απόδοση του προτεινόμενου TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου εξετάζεται μέσω των ARL και SDRL μέτρων.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης εκτελείται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό του μήκους ροής του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου με το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές προκειμένου να υπολογιστεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των 10000 μηκών ροής. Επιπλέον, για να εξετάσουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος, υποθέτουμε ότι η υποκείμενη διεργασία για την εντός ελέγχου κατάσταση ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(\mu_0 = 0, \sigma_0 = 1)$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις στη μέση τιμή της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$, ενώ οι μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.05, 1.25, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ σχετίζεται με την εντός ελέγχου κατάσταση. Οι K_3 τιμές λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου (UCL_{TM}) που δίνεται από την Εξίσωση (7.11), για να καθορίσουμε το $ARL_0 \approx 370$, όταν το μέγεθος του δείγματος $n = 5$ και $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ (βλέπε επιπλέον τον Πίνακα 7.1). Τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα του TEWMA–Max διαγράμματος παρουσιάζονται στις τελευταίες έξι στήλες του Πίνακα 7.2, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Επιπλέον, για να εξετάσουμε την επίδραση της παραμέτρου εξομάλυνσης λ και του μεγέθους δείγματος n στην απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, θέτουμε το μέγεθος δείγματος $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, το $ARL_0 \approx 370$, την παράμετρο εξομάλυνσης $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.90, 1.00\}$ και επιλέγουμε τον συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$. Οι αντίστοιχες ARL_1 και $SDRL_1$ (σε παρένθεση) τιμές παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.3.

Από του Πίνακες 7.1 - 7.3, παρατηρούμε τα ακόλουθα:

- Καθώς αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης λ , αυξάνεται η τιμή του πολλαπλασιαστή K_3 του διαγράμματος ελέγχου (βλέπε Πίνακα 7.1).
- Καθώς αυξάνεται η τιμή του ARL_0 , αυξάνεται και η τιμή του K_3 (βλέπε Πίνακα 7.1).
- Η απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς μειώνεται η τιμή του λ , ανεξάρτητα από το μέγεθος του δείγματος (n). Για παράδειγμα, για έναν συνδυασμό μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$, $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 και $n = 5$, οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές είναι 10.21, 11.80, 12.97, 13.80, 14.74 και

15.99, ενώ για $n = 7$ οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές είναι 7.96, 9.29, 10.15, 10.72, 11.30 και 12.06 (βλέπε Πίνακα 7.3).

- Το TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($\delta \leq 1.00$, $1.00 \leq \rho \leq 1.50$). Για παράδειγμα, για $\lambda = 0.05$ και $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$, το $ARL_1 = 3.72$, ενώ για $(\delta, \rho) = (0.25, 0.50)$ το $ARL_1 = 7.63$. Επιπλέον, είναι αρκετά αποδοτικό στην ανίχνευση μέτριων έως μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μεγάλων καθοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($1.00 < \delta \leq 2.00$, $0.25 \leq \rho < 1.00$). Για παράδειγμα, για $\lambda = 0.10$ και $(\delta, \rho) = (1.50, 0.50)$, το $ARL_1 = 1.01$, ενώ για $(\delta, \rho) = (1.50, 1.50)$, το $ARL_1 = 1.25$ (βλέπε Πίνακα 7.2).
- Το TEWMA–Max διάγραμμα είναι ARL–μεροληπτικό. Ειδικότερα, το προτεινόμενο διάγραμμα γίνεται λιγότερο μεροληπτικό, καθώς το λ αυξάνεται, όταν $\delta = 0.00$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$. Για παράδειγμα, για $(\delta, \rho) = (0.00, 0.75)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές είναι 2834.44, 1798.07, 1205.58, 979.24, 850.74 και 767.49. Ωστόσο, το TEWMA–Max διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές, καθώς το λ μειώνεται, όταν $0.00 < \delta \leq 2.00$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$. Για παράδειγμα, για $(\delta, \rho) = (0.25, 0.75)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές είναι 193.96, 220.49, 256.33, 286.03, 302.70 και 318.48 (βλέπε Πίνακα 7.2).
- Στην περίπτωση που $\delta > 2.00$ και $0.25 \leq \rho < 3.00$, το TEWMA–Max διάγραμμα αποδίδει παρόμοια για όλες τις θεωρούμενες λ τιμές. Για παράδειγμα, για $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 και $(\delta, \rho) = (2.50, 0.75)$, το $ARL_1 = 1.00$ (βλέπε Πίνακα 7.2).
- Οι μικρές λ τιμές είναι προτιμότερες για ταχύτερη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Γενικά, το TEWMA–Max διάγραμμα με $\lambda = 0.05$ έχει τις μικρότερες ARL_1 τιμές για τους περισσότερους από τους θεωρούμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων (δ, ρ) . Παρ’ όλα αυτά, υπάρχουν μερικές περιπτώσεις, στις οποίες οι μικρότερες ARL_1 τιμές αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες τιμές του λ . Για παράδειγμα, το TEWMA–Max διάγραμμα με $\lambda = 0.50$, όταν $(\delta, \rho) = (0.00, 0.75)$ (βλέπε Πίνακα 7.2).
- Καθώς το μέγεθος του δείγματος n αυξάνεται, τα ARL_1 και $SDRL_1$ μειώνονται, δηλαδή η απόδοση του διαγράμματος βελτιώνεται (βλέπε Πίνακα 7.3).
- Παρόμοια συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν για το $SDRL$ μέτρο απόδοσης.

Πίνακας 7.3: ARL_1 και $SDRL_1$ (σε παρένθεση) τιμές για το TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου για διάφορες τιμές του λ και $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$ και $ARL_0 \approx 370$.

λ	n			
	3	5	7	9
0.05	14.31 (16.09)	10.21 (11.59)	7.96 (8.97)	6.37 (7.21)
0.10	16.40 (15.88)	11.80 (11.58)	9.29 (8.99)	7.52 (7.34)
0.20	18.19 (16.60)	12.97 (11.83)	10.15 (8.85)	8.22 (7.15)
0.25	18.97 (17.43)	13.39 (12.22)	10.42 (9.02)	8.45 (7.22)
0.30	19.70 (18.37)	13.80 (12.74)	10.72 (9.39)	8.63 (7.37)
0.40	21.19 (20.06)	14.74 (13.85)	11.30 (10.18)	9.07 (7.80)
0.50	22.77 (22.10)	15.99 (15.45)	12.06 (11.10)	9.58 (8.43)
0.60	24.53 (23.66)	17.12 (16.53)	12.96 (12.22)	10.26 (9.23)
0.70	26.57 (25.66)	18.76 (18.09)	14.19 (13.43)	11.29 (10.46)
0.75	27.98 (26.88)	19.73 (19.18)	15.15 (14.55)	11.91 (11.14)
0.80	29.77 (28.77)	21.00 (20.44)	16.03 (15.27)	12.78 (12.01)
0.90	34.15 (33.77)	24.63 (24.26)	18.96 (18.26)	15.17 (14.58)
1.00	40.42 (39.69)	29.91 (29.55)	23.48 (23.06)	19.10 (18.41)

7.5 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτήν την ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος ελέγχου με εκείνες των EWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων, όσον αφορά τα ARL , $SDRL$ και RMI μέτρα. Να σημειωθεί ότι τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου λαμβάνονται υπόψη για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα. Για να εξετάσουμε την απόδοση των διαγραμμάτων ελέγχου, είναι προτιμότερο να έχουν παρόμοια ARL_0 τιμή. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του ARL_1 σε έναν συγκεκριμένο

συνδυασμό μετατοπίσεων (δ, ρ) τόσο καλύτερη είναι η απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου. Η τιμή του ARL_0 των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου έχει προκαθοριστεί περίπου στο 370 και το μέγεθος του δείγματος n ισούται με 5. Οι αποδόσεις των EWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων συγκρίνονται καθεμία ξεχωριστά με εκείνη του TEWMA–Max διαγράμματος. Ο Πίνακας 7.2 παρουσιάζει τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα EWMA–Max (βλέπε στήλες 3 - 8) και DEWMA–Max (βλέπε στήλες 9 - 14) διαγράμματα με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι τιμές των πολλαπλασιαστών K_1 και K_2 των EWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων ελέγχου, αντίστοιχα, λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$ και τις προαναφερθείσες λ τιμές.

7.5.1 TEWMA–Max διάγραμμα έναντι του EWMA–Max διαγράμματος

Η σύγκριση του TEWMA–Max διαγράμματος με το EWMA–Max διάγραμμα δείχνει ότι το πρώτο διάγραμμα υπερέχει του τελευταίου στα περισσότερα από τα εξεταζόμενα σενάρια και ειδικά για μικρές και μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας ($\delta \leq 1.50, 0.50 \leq \rho \leq 1.50$). Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.05)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του EWMA–Max διαγράμματος είναι 49.17, 59.35, 72.60, 83.00, 90.80 και 97.20, ενώ οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι 42.92, 50.10, 59.85, 67.28, 73.26 και 79.95. Επιπλέον, καθώς η τιμή του λ αυξάνεται, το προτεινόμενο διάγραμμα φαίνεται να υπερτερεί του ανταγωνιστικού διαγράμματος. Παρόμοια απόδοση παρατηρείται για μετατοπίσεις μεγέθους $\delta \geq 2.00$ στο μέσο της διεργασίας και $0.25 \leq \rho < 1.00$ στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Για παράδειγμα, όταν $\delta \in \{2.50, 3.00\}$ και $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75\}$, τα ARL_1 και των δύο διαγραμμάτων ισούνται με 1.00, ενώ τα $SDRL_1$ είναι κοντά στο 0.00, για όλες τις εξεταζόμενες λ τιμές. Αν και τα δύο διαγράμματα έχουν τα μικρότερα ARL_1 αποτελέσματα για $\lambda = 0.05$ για την πλειονότητα των εξεταζόμενων συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) (εκτός για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.00, 0.75)$), το προτεινόμενο TEWMA–Max ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα έχει μικρότερες ARL_1 τιμές από το EWMA–Max ($\lambda = 0.05$) διάγραμμα για τους περισσότερους από τους θεωρούμενους συνδυασμούς μετατοπίσεων.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το EWMA–Max διάγραμμα είναι επίσης ARL–μεροληπτικό. Το TEWMA–Max διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές από το EWMA–

Max διάγραμμα όταν $0.25 \leq \delta \leq 1.50$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$, ενώ όταν $\delta = 0.00$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$ συμβαίνει το αντίθετο. Για παράδειγμα, όταν $\lambda = 0.05$ και $(\delta, \rho) = (0.00, 0.75)$, τότε το EWMA–Max διάγραμμα έχει $ARL_1 = 1628.79$, ενώ το TEWMA–Max διάγραμμα έχει $ARL_1 = 2834.44$. Από την άλλη πλευρά, όταν $\lambda = 0.05$, $\delta = 0.25$ και 0.50 , καθώς και $\rho = 0.75$, τότε οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές για το EWMA–Max διάγραμμα είναι 237.91 και 18.49, ενώ για το TEWMA–Max διάγραμμα είναι 193.96 και 14.92, αντίστοιχα.

Τέλος, το TEWMA–Max διάγραμμα έχει καλύτερη SDRL απόδοση σε σύγκριση με το EWMA–Max διάγραμμα. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι το EWMA–Max διάγραμμα έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές από το TEWMA–Max διάγραμμα, όταν i) $\lambda \in \{0.05, 0.10\}$ και $(\delta \leq 1.00, 1.00 \leq \rho \leq 2.00)$, ii) $\lambda \in \{0.20, 0.30\}$ και $(\delta \leq 1.50, 1.50 \leq \rho \leq 2.50)$ και iii) $\lambda \in \{0.40, 0.50\}$ και $(\delta = 0.00, 0.75 \leq \rho \leq 1.00)$. Για παράδειγμα, όταν $\lambda = 0.05$, $\delta = 0.50$ και $\rho = 1.00, 1.05, 1.25, 1.50$ και 2.00 , οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του EWMA–Max διαγράμματος είναι 12.82, 10.83, 5.33, 2.62 και 1.01, ενώ το TEWMA–Max διάγραμμα έχει 13.88, 12.16, 6.51, 3.22 και 1.12, αντίστοιχα. Επιπλέον, όταν $\lambda = 0.50$, $\delta = 0.25$ και $\rho = 1.00, 1.05, 1.25, 1.50$ και 2.00 , οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του EWMA–Max διαγράμματος είναι 151.17, 97.71, 19.18, 5.22 και 1.46, ενώ το TEWMA–Max διάγραμμα έχει 133.27, 79.48, 15.45, 4.23 και 1.39, αντίστοιχα.

7.5.2 TEWMA–Max διάγραμμα έναντι του DEWMA–Max διαγράμματος

Η σύγκριση μεταξύ των TEWMA–Max και DEWMA–Max διαγραμμάτων αποκαλύπτει ότι, γενικά, το TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το DEWMA–Max διάγραμμα στην ανίχνευση μετατοπίσεων μεγέθους i) $(0.00 \leq \delta < 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 0.50)$, ii) $(0.00 \leq \delta < 2.00, 2.00 \leq \rho \leq 3.00)$, iii) $(0.25 \leq \delta \leq 1.00, 0.50 \leq \rho < 1.00)$ (εκτός για παράδειγμα $(\delta < 0.50, \rho = 0.50)$ όταν $\lambda < 0.20$) και iv) $(1.50 \leq \delta \leq 2.00, 0.75 \leq \rho \leq 2.00)$. Ωστόσο, το DEWMA–Max διάγραμμα με $\lambda \leq 0.20$ φαίνεται να είναι καλύτερο στον εντοπισμό μετατοπίσεων μεγέθους $(0.00 \leq \delta < 1.50, 1.25 \leq \rho \leq 1.50)$.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το TEWMA–Max διάγραμμα γίνεται πιο αποτελεσματικό έναντι του DEWMA–Max διαγράμματος, με την αύξηση της παραμέτρου λ , και ειδικότερα για τις ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Για παράδειγμα, όταν $(\delta, \rho) = (0.25, 1.25)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , οι αντίστοιχες ARL_1

τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι 10.21, 11.80, 12.97, 13.80, 14.74 και 15.99, ενώ οι ARL_1 τιμές του DEWMA–Max διαγράμματος είναι 9.53, 11.24, 12.89, 14.07, 15.45 και 16.88, αντίστοιχα. Επίσης, και τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια, για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta = 2.00, 0.25 \leq \rho < 0.75$) και ($\delta > 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00$). Για παράδειγμα, όταν $2.50 \leq \delta \leq 3.00$ και $0.25 \leq \rho \leq 1.05$, το ARL_1 ισούται με 1.00 και το $SDRL_1$ είναι σχεδόν μηδέν.

Όταν $0.00 \leq \delta \leq 3.00$ και $\rho = 1.00$, το TEWMA–Max διάγραμμα, γενικά, αποδίδει καλύτερα από το DEWMA–Max διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών έως μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο (εκτός για παράδειγμα, όταν i) $\lambda \in \{0.05, 0.10\}$, $(\delta, \rho) = (0.50, 1.00)$ και ii) $\lambda \in \{0.20, 0.30\}$, $(\delta, \rho) = (1.00, 1.00)$). Ωστόσο, όταν $\delta = 0.00$ και $0.25 \leq \rho \leq 3.00$, το TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το συγκρινόμενο διάγραμμα για μικρές και μεγάλες ανοδικές, καθώς και μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά. Να σημειωθεί ότι καθώς το λ αυξάνεται, η απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος βελτιώνεται για μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα σε σύγκριση με το DEWMA–Max διάγραμμα.

Παρόμοια με τα EWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα, το DEWMA–Max διάγραμμα είναι ARL–μεροληπτικό. Το TEWMA–Max διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές από το DEWMA–Max διάγραμμα για $0.25 \leq \delta \leq 1.50$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$, ενώ για $\delta = 0.00$ και $0.75 \leq \rho < 1.00$ συμβαίνει το αντίθετο. Για παράδειγμα, όταν $\lambda = 0.10$, $\delta = 0.00, 0.25$ και 0.50 και $\rho = 0.75$, το DEWMA–Max διάγραμμα έχει $ARL_1 = 1556.56, 233.76$ και 18.07 , αντίστοιχα, ενώ οι αντίστοιχες ARL_1 τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι $1798.07, 220.49$ και 17.94 .

Επιπρόσθετα, το DEWMA–Max διάγραμμα έχει χαμηλότερες $SDRL_1$ τιμές σε σύγκριση με το TEWMA–Max διάγραμμα όταν, για παράδειγμα i) $\lambda \in \{0.05, 0.10\}$ για $(\delta \leq 0.25, 0.50 \leq \rho \leq 1.00)$ και $(\delta \leq 0.25, 1.25 \leq \rho \leq 2.50)$, ii) $\lambda \in \{0.05, 0.10\}$ για $(0.50 \leq \delta \leq 1.00, 0.50 \leq \rho \leq 2.50)$, iii) $\lambda \in \{0.20, 0.30\}$ για $(\delta \leq 0.50, 1.25 < \rho \leq 2.50)$, iv) $\lambda \in \{0.20, 0.30\}$ για $(\delta = 1.00, 0.75 \leq \rho \leq 2.50)$, v) $\lambda \in \{0.40, 0.50\}$ για $(\delta \leq 0.50, 2.00 \leq \rho \leq 2.50)$, vi) $\lambda \in \{0.40, 0.50\}$ για $(\delta = 1.00, 1.00 \leq \rho \leq 2.50)$ και vii) $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40\}$ για $(\delta = 1.50, 1.25 \leq \rho \leq 2.50)$. Είναι φανερό ότι η $SDRL$ απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος με μεγαλύτερες τιμές του λ , βελτιώνεται για μικρές μετατοπίσεις στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Επίσης, και τα δύο διαγράμματα έχουν σχεδόν ίδιες $SDRL_1$ τιμές, με το TEWMA–Max διάγραμμα να είναι ελαφρώς καλύτερο για συνδυασμούς μετατοπίσεων ($\delta > 2.00, 0.25 \leq \rho \leq 2.00$). Ως ένα πρώτο παράδειγμα, έστω $(\delta, \rho) = (0.25, 1.50)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , τότε οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του DEWMA–Max διαγράμματος είναι 3.54,

3.78, 3.86, 3.95, 4.14 και 4.44, ενώ οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι 4.14, 4.36, 4.20, 4.10, 4.11 και 4.23. Για $(\delta, \rho) = (0.50, 0.75)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , τότε οι $SDRL_1$ τιμές του DEWMA–Max διαγράμματος είναι 14.18, 15.86, 20.72, 26.70, 35.25 και 45.90, αντίστοιχα, ενώ οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι 15.39, 15.63, 18.33, 22.75, 28.14 και 35.92. Επίσης, αν $(\delta, \rho) = (0.50, 1.50)$ και $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$ και 0.50 , τότε οι $SDRL_1$ τιμές του DEWMA–Max διαγράμματος είναι 2.76, 2.97, 3.04, 3.09, 3.18 και 3.32, αντίστοιχα, ενώ οι αντίστοιχες $SDRL_1$ τιμές του TEWMA–Max διαγράμματος είναι 3.22, 3.45, 3.37, 3.24, 3.22 και 3.25.

Επιπρόσθετα, είναι φανερό ότι ενδιαφερόμαστε για ένα μεγάλο εύρος μετατοπίσεων στη μέση τιμή και/ή στη διακύμανση της διεργασίας, δηλαδή $(0.00 \leq \delta \leq 3.00, 0.25 \leq \rho \leq 3.00)$. Επομένως, συγκρίνουμε τη συνολική απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων ελέγχου, υπολογίζοντας το RMI (Han και Tsung 2006) μέτρο, το οποίο δίνεται από την Εξίσωση (3.34). Ο Πίνακας 7.4 παρουσιάζει τις RMI τιμές χρησιμοποιώντας τα ARL_1 αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.2, για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου, όταν $ARL_0 \approx 370$, $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $n = 5$ σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων (δ, ρ) , όπου $\delta \in \{0.00, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$ και $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.05, 1.25, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$.

Σύμφωνα με τον Πίνακα 7.4, τα TEWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα ελέγχου υπερέχουν του EWMA–Max διαγράμματος ελέγχου για όλες τις θεωρούμενες λ τιμές. Για $\lambda \leq 0.30$, τα TEWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα αποδίδουν σχεδόν παρόμοια σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων. Ειδικότερα, για $\lambda \leq 0.10$, το DEWMA–Max διάγραμμα έχει καλύτερη συνολική απόδοση κατά 0.01 από το προτεινόμενο διάγραμμα. Ωστόσο, για $\lambda = 0.20$, η τιμή του RMI του TEWMA–Max διαγράμματος είναι χαμηλότερη από εκείνη του DEWMA–Max διαγράμματος κατά 0.01, και για $\lambda = 0.30$ κατά 0.02. Επιπλέον, ο Πίνακας 7.4 δείχνει ότι για $\lambda \in \{0.40, 0.50\}$, η συνολική ανιχνευτική ικανότητα του TEWMA–Max διαγράμματος βελτιώνεται έναντι του DEWMA–Max διαγράμματος. Τέλος, παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα παρέχει μία αρκετά ικανοποιητική συνολική απόδοση σε ένα μεγάλο εύρος συνδυασμών μετατοπίσεων.

Πίνακας 7.4: Σύγκριση συνολικής απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου μέσω του RMI μέτρου.

λ	EWMA–Max	DEWMA–Max	TEWMA–Max
0.05	0.12	0.05	0.06
0.10	0.19	0.10	0.11
0.20	0.30	0.18	0.17
0.30	0.39	0.24	0.22
0.40	0.50	0.30	0.26
0.50	0.61	0.38	0.31

7.6 Εφαρμογές

7.6.1 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα

Προκειμένου να επεξηγηθεί η χρήση του TEWMA–Max διαγράμματος, ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων παρέχεται. Δημιουργείται ένα σύνολο δεδομένων με 40 δείγματα μεγέθους $n = 5$, στους οποίους τα χαρακτηριστικά της διεργασίας, X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$, και $j = 1, 2, \dots, n$, είναι αμοιβαία ανεξάρτητα και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \rho\sigma_0$. Τα πρώτα 20 δείγματα παράγονται από την $N(\mu_0 = 0, \sigma_0^2 = 1)$, αναφερόμενα στην εντός ελέγχου κατάσταση. Εντούτοις, μία μετατόπιση του $\mu_1 = \mu_0 + 0.25\sigma_0$ ($\delta = 0.25$) στη μέση τιμή και μία μετατόπιση του $\sigma_1 = 1.25\sigma_0$ ($\rho = 1.25$) στην τυπική απόκλιση προστίθενται στα υπόλοιπα 20 δείγματα. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε το TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και συνδυασμό παραμέτρων $(\lambda, K_3) = (0.30, 2.378)$.

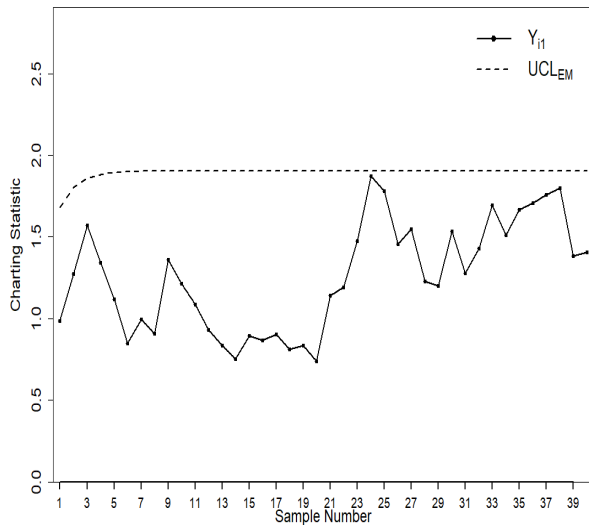
Επιπλέον, κατασκευάζουμε τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα, με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.064)$ και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.600)$, αντίστοιχα. Τα προσομοιωμένα δεδομένα, τα στατιστικά και οι τιμές των άνω ορίων ελέγχου των EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγραμμάτων παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.5. Τα Σχήματα 7.1 και 7.2 παρουσιάζουν τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου δίνεται στο Σχήμα 7.3. Τα Σχήματα 7.1 - 7.3 υποδεικνύουν ότι το TEWMA–Max διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 36^ο δείγμα, το DEWMA–Max διάγραμμα στο 37^ο δείγμα, ενώ το EWMA–Max διάγραμμα αποτυγχάνει να ανιχνεύσει τη μετατόπιση. Επομένως, το TEWMA–Max διάγραμμα μπορεί να ανιχνεύσει μετατοπίσεις γρηγορότερα από τα άλλα

διαγράμματα ελέγχου.

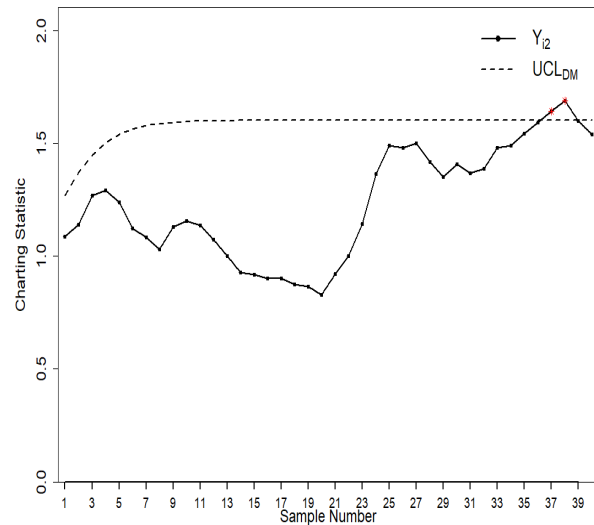
Πίνακας 7.5: Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγραμμάτων ελέγχου, χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, Εφαρμογή 7.6.1.

Δείγμα,							EWMA–Max		DEWMA–Max		TEWMA–Max	
i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	G_i	Y_{i1}	UCL_{EM}	Y_{i2}	UCL_{DM}	Y_{i3}	UCL_{TM}
1	1.174	-1.448	-0.207	-0.627	-0.343	0.649	0.985	1.682	1.085	1.269	1.115	1.167
2	-1.232	-1.167	-0.133	0.116	-1.934	1.945	1.273	1.805	1.141	1.371	1.123	1.218
3	-1.146	1.241	-0.716	-2.384	2.017	2.268	1.571	1.857	1.270	1.448	1.167	1.273
4	-1.225	0.347	-0.806	-0.721	0.591	0.811	1.343	1.882	1.292	1.502	1.205	1.325
5	-0.341	0.228	-0.392	-0.120	1.932	0.585	1.116	1.893	1.239	1.538	1.215	1.369
6	-0.614	1.109	-0.835	-0.666	0.494	0.229	0.850	1.899	1.122	1.562	1.187	1.405
7	0.322	-1.652	-1.536	-1.312	1.188	1.337	0.996	1.902	1.084	1.578	1.157	1.433
8	-0.258	-1.107	1.301	-1.123	-0.373	0.698	0.906	1.903	1.031	1.587	1.119	1.454
9	1.018	-3.074	-1.835	0.093	-1.607	2.417	1.360	1.904	1.130	1.593	1.122	1.469
10	0.336	0.133	-0.329	-1.165	-0.828	0.877	1.215	1.904	1.155	1.596	1.132	1.480
11	-0.001	-0.453	-1.546	-0.446	0.676	0.792	1.088	1.904	1.135	1.598	1.133	1.487
12	-0.858	-1.839	0.910	0.549	0.121	0.565	0.931	1.904	1.074	1.600	1.115	1.492
13	0.075	1.073	0.899	-0.805	-1.610	0.614	0.836	1.904	1.002	1.600	1.081	1.496
14	0.580	-0.781	-0.143	0.159	1.153	0.557	0.752	1.904	0.927	1.601	1.035	1.498
15	-1.593	-0.554	1.216	-1.244	-0.562	1.224	0.894	1.904	0.917	1.601	1.000	1.499
16	0.214	2.276	0.165	-0.958	-0.275	0.802	0.866	1.904	0.902	1.601	0.970	1.500
17	0.102	0.263	0.889	1.491	-0.524	0.993	0.904	1.904	0.903	1.601	0.950	1.500
18	1.841	0.054	-0.283	0.045	-0.313	0.601	0.813	1.904	0.876	1.601	0.928	1.501
19	-0.848	1.410	-0.369	1.445	0.351	0.890	0.836	1.904	0.864	1.601	0.909	1.501
20	0.053	1.318	0.165	-1.005	-1.501	0.513	0.739	1.904	0.827	1.601	0.884	1.501
21	0.924	2.155	-0.616	1.213	0.985	2.084	1.143	1.904	0.921	1.601	0.895	1.501
22	-0.094	2.209	-0.303	-0.418	1.504	1.296	1.189	1.904	1.002	1.601	0.927	1.501
23	0.534	0.713	3.814	0.383	-0.902	2.142	1.475	1.904	1.144	1.601	0.992	1.501
24	2.293	1.538	0.108	1.390	0.945	2.806	1.874	1.904	1.363	1.601	1.103	1.501
25	1.034	0.880	1.669	-0.558	0.480	1.567	1.782	1.904	1.489	1.601	1.219	1.501
26	-0.886	-0.611	0.033	-0.594	0.824	0.695	1.456	1.904	1.479	1.601	1.297	1.501
27	0.454	1.533	0.644	2.777	-1.485	1.754	1.546	1.904	1.499	1.601	1.357	1.501
28	-0.463	0.419	0.807	-0.728	1.050	0.485	1.227	1.904	1.417	1.601	1.375	1.501
29	-0.216	-0.374	0.942	0.949	1.221	1.128	1.198	1.904	1.351	1.601	1.368	1.501
30	-0.014	0.475	-0.258	0.246	0.079	2.311	1.532	1.904	1.406	1.601	1.379	1.501
31	-0.316	-1.557	1.674	-0.408	-0.250	0.681	1.277	1.904	1.367	1.601	1.376	1.501
32	-1.616	-0.126	-0.335	2.662	-0.623	1.787	1.430	1.904	1.386	1.601	1.379	1.501
33	2.896	-2.196	0.732	0.046	0.260	2.316	1.695	1.904	1.479	1.601	1.409	1.501
34	0.814	-0.339	-0.544	0.432	-0.210	1.087	1.513	1.904	1.489	1.601	1.433	1.501
35	-1.701	-1.883	0.190	0.474	-1.595	2.019	1.665	1.904	1.542	1.601	1.465	1.501
36	0.184	0.484	-0.639	-1.294	2.923	1.812	1.709	1.904	1.592	1.601	1.503	1.501
37	-1.134	1.729	0.808	1.647	1.136	1.872	1.758	1.904	1.642	1.601	1.545	1.501
38	3.148	-0.391	-0.964	1.425	0.154	1.892	1.798	1.904	1.689	1.601	1.588	1.501
39	0.722	0.303	0.409	-1.261	0.239	0.423	1.385	1.904	1.598	1.601	1.591	1.501
40	0.927	-0.967	-1.789	0.104	1.880	1.448	1.404	1.904	1.540	1.601	1.575	1.501

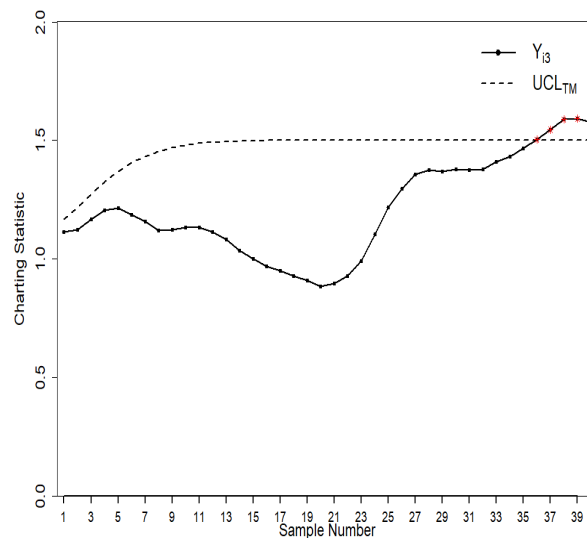
Τα εκτός ελέγχου σήματα είναι με έντονη γραφή.



Σχήμα 7.1: EWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.30, 3.064)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.



Σχήμα 7.2: DEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.30, 2.600)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.



Σχήμα 7.3: TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.30, 2.378)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.1.

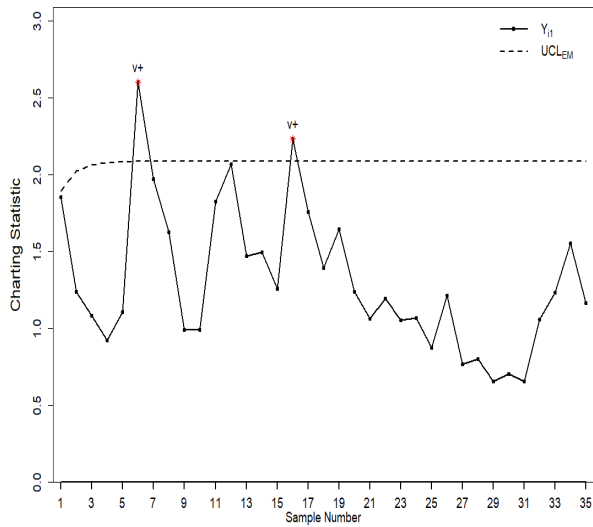
7.6.2 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Επιπρόσθετα, για να παρουσιάσουμε την εφαρμογή του προτεινόμενου TEWMA–Max διαγράμματος, λαμβάνουμε υπόψη τα πραγματικά δεδομένα που δίνονται στον Πίνακα 6.10 (βλέπε στήλες 2 - 6) (DeVor, Chang και Sutherland 2007). Για λόγους σύγκρισης,

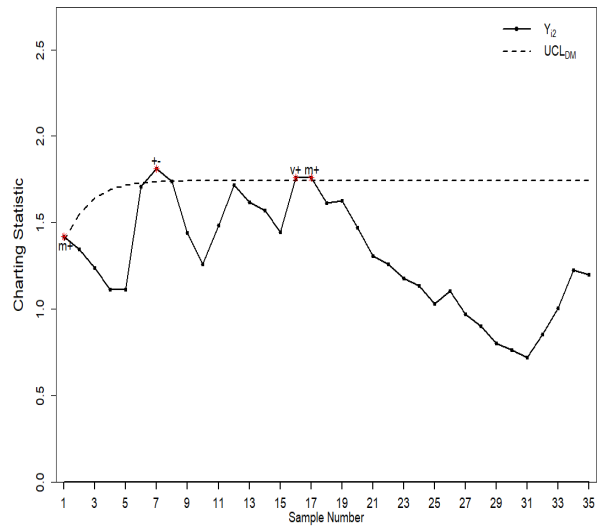
κατασκευάζουμε επίσης τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα ελέγχου. Ο Πίνακας 6.10 παρουσιάζει τα δεδομένα για τα πρώτα 35 δείγματα, με μέγεθος δείγματος $n = 5$. Επίσης, οι εκτιμημένες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης είναι 200.251 και 3.306, αντίστοιχα.

Υποθέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα EWMA–Max, DEWMA–Max και TEWMA–Max διαγράμματα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και συνδυασμούς παραμέτρων $(\lambda, K_1) = (0.40, 3.177)$, $(\lambda, K_2) = (0.40, 2.797)$ και $(\lambda, K_3) = (0.40, 2.577)$, αντίστοιχα. Τα Σχήματα 7.4 και 7.5 παρουσιάζουν τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, ενώ το TEWMA–Max διάγραμμα ελέγχου δίνεται στο Σχήμα 7.6. Τα Σχήματα 7.4 - 7.6 δείχνουν ότι τα TEWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα δίνουν το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 1^ο δείγμα, ενώ το EWMA–Max διάγραμμα στο 6^ο δείγμα.

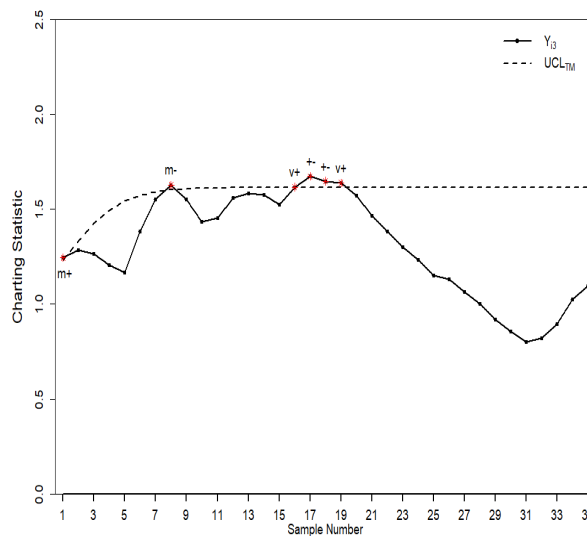
Σύμφωνα με τη διαδικασία που παρουσιάζεται στην Υποενότητα 7.3.2, το Σχήμα 7.6 αποκαλύπτει ότι το TEWMA–Max διάγραμμα δίνει ένα εκτός ελέγχου σήμα στο 1^ο δείγμα λόγω αύξησης στη μέση τιμή, στο 8^ο δείγμα λόγω μείωσης στη μέση τιμή, στα δείγματα 16 και 19 λόγω αύξησης στη μεταβλητότητα και στα δείγματα 17 και 18 λόγω αύξησης στη μέση τιμή και μείωσης στη μεταβλητότητα. Επιπρόσθετα, το Σχήμα 7.4 δείχνει ότι το EWMA–Max ενεργοποιεί ένα εκτός ελέγχου σήμα στα δείγματα 6 και 16 λόγω αύξησης στη μεταβλητότητα. Το Σχήμα 7.5 υποδεικνύει ότι το DEWMA–Max διάγραμμα δίνει ένα εκτός ελέγχου σήμα στα δείγματα 1 και 17 λόγω αύξησης στη μέση τιμή, στο 7^ο δείγμα λόγω αύξησης στη μέση τιμή και μείωσης στη μεταβλητότητα, καθώς και στο 16^ο δείγμα λόγω αύξησης στη μεταβλητότητα. Να σημειωθεί ότι η μετατόπιση στο 17^ο δείγμα στο TEWMA–Max είναι αποτέλεσμα αύξησης στη μέση τιμή και μείωσης στη μεταβλητότητα, ενώ στο DEWMA–Max διάγραμμα είναι εξαιτίας μόνο της αύξησης στη μέση τιμή. Κατά συνέπεια, αυτό δείχνει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα.



Σχήμα 7.4: EWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_1) = (0.40, 3.177)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.



Σχήμα 7.5: DEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_2) = (0.40, 2.797)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.



Σχήμα 7.6: TEWMA–Max διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου και $(\lambda, K_3) = (0.40, 2.577)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 7.6.2.

7.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσουμε ένα single διάγραμμα τύπου EWMA για την ταυτόχρονη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Το

προτεινόμενο διάγραμμα επεκτείνει τα single EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα σε ένα TEWMA–Max διάγραμμα. Διενεργείται μία μελέτη αξιολόγησης του νέου διαγράμματος ως προς τα ARL και SDRL μέτρα απόδοσης, χρησιμοποιώντας το χρονικά μεταβαλλόμενο άνω όριο ελέγχου, μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος αυξάνεται, καθώς μειώνεται η τιμή της παραμέτρου λ , ανεξάρτητα από το μέγεθος του δείγματος n . Επιπλέον, το TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας ($\delta \leq 1.00$, $1.00 \leq \rho \leq 1.50$). Τέλος, για μία καθορισμένη τιμή του λ , καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος n , βελτιώνεται και η ευαισθησία του TEWMA–Max διαγράμματος.

Επιπρόσθετα, το TEWMA–Max διάγραμμα συγκρίνεται με τα EWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα, υποθέτοντας χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου, μέσω των ARL, SDRL και RMI μέτρων απόδοσης. Η σύγκριση του προτεινόμενου διαγράμματος με το EWMA–Max διάγραμμα δείχνει ότι το TEWMA–Max διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό για τις περισσότερες από τις εξεταζόμενες μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα. Συγκρίνοντας το TEWMA–Max διάγραμμα με το DEWMA–Max διάγραμμα, παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά. Επιπλέον, αποδίδει καλύτερα για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μεγάλες ανοδικές και καθοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Πρέπει να σημειωθεί ότι, καθώς αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης, η απόδοση του TEWMA–Max διαγράμματος στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά είναι καλύτερη σε σύγκριση με το DEWMA–Max διάγραμμα. Σύμφωνα με το RMI μέτρο, η σύγκριση της συνολικής απόδοσης αποκαλύπτει ότι τα TEWMA–Max και DEWMA–Max διαγράμματα αποδίδουν σχεδόν παρόμοια για $\lambda \leq 0.30$. Επιπλέον, και τα δύο διαγράμματα υπερτερούν του EWMA–Max διαγράμματος. Αξίζει να αναφερθεί ότι, καθώς η παράμετρος λ αυξάνεται, η ικανότητα συνολικής απόδοσης του TEWMA–Max διαγράμματος βελτιώνεται σε σύγκριση με τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου σε όλο το εύρος των συνδυασμών μετατοπίσεων. Τέλος, παρουσιάζονται δύο εφαρμογές του προτεινόμενου TEWMA–Max διαγράμματος χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα και πραγματικά δεδομένα.

Part II

Διαγράμματα ελέγχου τύπου
μνήμης για την παρακολούθηση
της διασποράς της διεργασίας

Διαγράμματα ελέγχου διασποράς

Τα στατιστικά διαγράμματα ελέγχου χρησιμοποιούνται σε πολλές παραγωγικές διεργασίες για τη βελτίωση της ποιότητας. Υπάρχουν δύο τύποι μεταβλητότητας που είναι παρόντες σε μία παραγωγική διεργασία, οι κοινές ή τυχαίες αιτίες μεταβλητότητας και οι ειδικές ή προσδιορισμένες αιτίες μεταβλητότητας. Η διεργασία δηλώνεται ως εντός ελέγχου, όταν λειτουργεί με τις συνήθεις αιτίες μεταβλητότητας. Ωστόσο, όταν προκύπτουν ειδικές αιτίες μεταβλητότητας από εξωτερικές πηγές, οδηγούν σε μία εκτός ελέγχου διεργασία (Montgomery 2013). Τα διαγράμματα ελέγχου αποτελούν ένα ουσιαστικό εργαλείο του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών για την ανίχνευση ειδικών αιτιών μεταβλητότητας που μπορούν να επηρεάσουν είτε το μέσο είτε τη διακύμανση της διεργασίας. Ταξινομούνται επίσης σε διαγράμματα ελέγχου θέσης (location control charts) και σε διαγράμματα ελέγχου διασποράς (dispersion control charts), όπου τα πρώτα χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας, ενώ τα τελευταία είναι κατάλληλα για την ανίχνευση μετατοπίσεων στη διακύμανση της διεργασίας.

Τα διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart είναι αποτελεσματικά στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων εξαιτίας του γεγονότος ότι είναι διαγράμματα ελέγχου δίχως μνήμη (Montgomery 2013). Ωστόσο, τα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης είναι πιο ευαίσθητα στην ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων, επειδή λαμβάνουν υπόψη τόσο τις τρέχουσες όσο και τις προηγούμενες παρατηρήσεις. Το CUSUM διάγραμμα (Page 1954), το EWMA διάγραμμα και το διάγραμμα κινούμενου μέσου (Moving Average, MA) (Roberts 1959, 1966) είναι τα πρώτα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης που αναπτύχθηκαν. Οι Shamma και Shamma (1992) και οι Zhang και Chen (2005) ανέπτυξαν το DEWMA διάγραμμα. Οι Sheu και Lin (2003) πρότειναν το GWMA δι-

άγραμμο ως μία επέκταση του EWMA διαγράμματος. Οι Khoo και Wong (2008) και οι Alevizakos et al. (2022) πρότειναν το διάγραμμα διπλού κινούμενου μέσου (Double Moving Average, DMA). Οι Sheu και Hsieh (2009) επέκτειναν το GWMA διάγραμμα σε ένα DGWMA διάγραμμα. Επίσης, ο Haq (2013, 2017a) πρότεινε το υβριδικό EWMA (Hybrid EWMA, HEWMA) διάγραμμα και οι Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021) εισήγαγαν το TEWMA διάγραμμα.

Σε πολλές βιομηχανικές εφαρμογές είναι σημαντικό να παρακολουθείται η παρουσία μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας αντί στου μέσου της διεργασίας. Αν η διακύμανση της διεργασίας αυξηθεί πάνω από το απαιτούμενο επίπεδο, τότε ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων θα αυξηθεί. Επιπλέον, μία μείωση στη μεταβλητότητα της διεργασίας υποδηλώνει ότι περισσότερες μονάδες θα είναι πιο κοντά στην απαιτούμενη τιμή - στόχο και η ικανότητα της διεργασίας θα βελτιωθεί, εάν οι υποκείμενες ειδικές αιτίες μπορούν να εντοπιστούν όσο το δυνατόν νωρίτερα. Τα διαγράμματα ελέγχου διασποράς μπορούν να εντοπίσουν αποτελεσματικά αυτές τις αλλαγές στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Επιπλέον, δεν είναι λογικό να ζητείται μία μετατόπιση στο μέσο της διεργασίας, χωρίς να διασφαλίζεται ότι η διασπορά της διεργασίας είναι εντός ελέγχου. Συνεπώς, η ανίχνευση και η παρακολούθηση ειδικών αιτιών μεταβλητότητας, στην πράξη, αποτελούν θεμελιώδη χαρακτηριστικά του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών που αξιολογούν τη βελτίωση της παραγωγικότητας της διεργασίας και της ποιότητας των προϊόντων.

Πολυάριθμες μελέτες στη βιβλιογραφία έχουν προτείνει διαγράμματα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Συγκεκριμένα, αρκετά διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart έχουν μελετηθεί. Ο Shewhart (1931) πρώτος ανέπτυξε διαγράμματα ελέγχου, χρησιμοποιώντας το δειγματικό εύρος R και τη δειγματική τυπική απόκλιση S για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Οι Lowry, Champ και Woodall (1995) ερεύνησαν την απόδοση των κλασικών Shewhart R και S διαγραμμάτων με κανόνες ροής (run rules). Επίσης, τις τελευταίες δεκαετίες, ο Khoo (2005) μελέτησε μία τροποποιημένη μορφή του S διαγράμματος ελέγχου και οι Khoo και Lim (2005) πρότειναν ένα βελτιωμένο R διάγραμμα, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση πυκνότητας για τη λήψη των ορίων ελέγχου με βάση ένα επιθυμητό μέγεθος σφάλματος τύπου I. Ο Riaz (2008) πρότεινε ένα Q διάγραμμα, βασισμένο στο ενδοτεταρτημοριακό εύρος (interquartile range) για την παρακολούθηση των αλλαγών στη διασπορά της διεργασίας. Οι Acosta - Mejia και Pignatiello (2008) πρότειναν τροποποιήσεις στα παραδοσιακά R διαγράμματα και ο Zhang (2014) ανέπτυξε βελτιωμένα R και S διαγράμματα για την παρακολούθηση της διακύμανσης της διεργασίας.

Επιπλέον, πολλοί ερευνητές έχουν αναπτύξει διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Ο Page (1963) πρότεινε ένα CUSUM διάγραμμα που βασίζεται στο δειγματικό εύρος για την παρακολούθηση ανοδικών μετατοπίσεων της μεταβλητότητας της διεργασίας. Οι Tuprah και Ncube (1987) σύγκριναν τα Shewhart και CUSUM διαγράμματα βασισμένα στα R και S στατιστικά διασποράς και έδειξαν ότι τα διαγράμματα με βάση την S είναι πιο αποτελεσματικά. Οι Crowder και Hamilton (1992), επηρεασμένοι από τον Roberts (1959), εφάρμοσαν έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό στην S^2 ($\ln(S^2)$) και ανέπτυξαν ένα EWMA διάγραμμα, ενώ οι Hamilton και Crowder (1992) παρουσίασαν ένα πρόγραμμα για τον υπολογισμό του ARL του EWMA διαγράμματος. Ο ίδιος λογαριθμικός μετασχηματισμός εφαρμόστηκε από τους Chang και Gan (1995) για να αναπτύξουν ένα CUSUM διάγραμμα. Βρήκαν ότι τα CUSUM και EWMA διαγράμματα που βασίζονται στον $\ln(S^2)$ έχουν παρόμοια απόδοση. Οι Acosta - Mejia, Pignatiello και Rao (1999) πρότειναν CUSUM διαγράμματα (P_σ , χ και CP CUSUM) για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας.

Οι Castagliola (2005) και Castagliola, Celano και Fichera (2009) χρησιμοποίησαν έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στη δειγματική διακύμανση (S^2) προκειμένου να κατασκευάσουν τα S^2 -EWMA και S^2 -CUSUM διαγράμματα, αντίστοιχα. Επιπρόσθετα οι Castagliola et al. (2007) εισήγαγαν τη VSI έκδοση του S^2 -EWMA διαγράμματος, αναφερόμενο ως VSI S^2 -EWMA διάγραμμα. Οι Shu και Jiang (2008) πρότειναν ένα EWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, περικλύποντας τις αρνητικές κανονικοποιημένες παρατηρήσεις στο μηδέν στο EWMA στατιστικό. Οι Maravelakis και Castagliola (2009) μελέτησαν το EWMA διάγραμμα που βασίζεται στον $\ln(S^2)$, όταν οι παράμετροι της διεργασίας είναι άγνωστοι. Οι Sheu και Lu (2013) επέκτειναν την GWMA τεχνική για την παρακολούθηση αλλαγών στη διακύμανση της διεργασίας, προτείνοντας ένα νέο διάγραμμα το οποίο καλείται GWMAV (Generally Weighted Moving Average Variance) διάγραμμα. Οι Abbas, Riaz και Does (2013b) πρότειναν ένα μικτό EWMA - CUSUM διάγραμμα που βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 (καλούμενο ως CS-EWMA διάγραμμα) και βρήκαν ότι υπερέρχει των S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM και άλλων διαγραμμάτων τύπου μνήμης για τη μεταβλητότητα της διεργασίας. Οι Zaman et al. (2016) ανέπτυξαν ένα μικτό CUSUM - EWMA διάγραμμα, χρησιμοποιώντας αρκετούς μετασχηματισμούς στην S^2 . Οι Munir και Haq (2017) πρότειναν CUSUM διαγράμματα για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, χρησιμοποιώντας τις τεχνικές δειγματοληψίας διατεταγμένων δειγμάτων (Ordered Ranked Set Sampling,

ORSS) και δειγματοληψίας διπλά διατεταγμένων δειγμάτων (Ordered Double Ranked Set Sampling, ODRSS). Οι Song et al. (2018a) σύγκριναν την απόδοση των CUSUM και EWMA διαγραμμάτων, χρησιμοποιώντας έντεκα διαφορετικές εκτιμήτριες της τυπικής απόκλισης. Οι Ali και Haq (2018) ανέπτυξαν ένα μικτό GWMA - CUSUM διάγραμμα για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Οι Haq (2018) και Ugaz, Alonso και Sánchez (2021) πρότειναν προσαρμοστικά EWMA (Adaptive EWMA, AEWMA) διαγράμματα για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας. Οι Tariq et al. (2019), εμπνευσμένοι από τους Castagliola (2005) και Haq (2013, 2017a), ανέπτυξαν ένα HEWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας, εφαρμόζοντας έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 (το οποίο καλείται HEWMT_n διάγραμμα, αλλά για το υπόλοιπο της διατριβής, αναφέρεται ως S^2 -HEWMA διάγραμμα για λόγους τυποποίησης).

Οι Abbasi et al. (2020) εισήγαγαν νέα EWMA διαγράμματα βασισμένα στη βοηθητική πληροφορία (auxiliary information) για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Οι Saghir et al. (2020) πρότειναν ένα τροποποιημένο EWMA (Modified EWMA, MEWMA) διάγραμμα για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας, το οποίο είναι μία επέκταση του διαγράμματος των Crowder και Hamilton. Οι Riaz et al. (2020) πρότειναν ένα μονόπλευρο διάγραμμα ομοιογενώς σταθμισμένου κινούμενου μέσου (Homogeneously Weighted Moving Average, HWMA) για την ανίχνευση μικρών αλλαγών στη διασπορά της διεργασίας, ενώ οι Abbasi et al. (2021) πρότειναν HWMA διαγράμματα βασισμένα σε ένα ευρύ σύνολο σ εκτιμητριών για την ανίχνευση μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας. Άλλες μελέτες για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας είναι αυτές των Hawkins (1981), Macgregor και Harris (1993), Acosta - Mejia και Pignatiello (2000), Knoth (2006), Reynolds και Stoumbos (2006), Human, Chakraborti και Smit (2010), Castagliola, Celano και Fichera (2010), Huwang, Huang και Wang (2010), Abbasi και Miller (2012, 2013), Ahmad et al. (2013), Haq, Brown και Moltchanova (2014), Abbasi et al. (2015), Adeoti και Olaomi (2016), Ali και Haq (2017), Haq (2017b), Koukouvinos και Lappa (2019), Huang, Lu και Chen (2020), Mahadik, Godase και Teoh (2021), Arshad, Noor-ul-Amin και Hanif (2021), Li και Mukherjee (2021) και Zaman (2021, 2022).

Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε τρία νέα διαγράμματα για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας, χρησιμοποιώντας τον παραπάνω λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 . Συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 9 παρουσιάζουμε

το S^2 -TEWMA διάγραμμα, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality and Reliability Engineering International* ως Chatterjee, Koukouninos και Lappa (2021b). Στο Κεφάλαιο 10 αναπτύσσουμε το S^2 -GWMA διάγραμμα ως μία επέκταση του S^2 -EWMA διαγράμματος, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Quality Engineering* ως Alevizakos et al. (2021). Τέλος, στο Κεφάλαιο 11 παρουσιάζουμε το S^2 -DGWMA διάγραμμα ως μία επέκταση του S^2 -GWMA διαγράμματος, το οποίο έγινε δεκτό για δημοσίευση στο έγκριτο επιστημονικό περιοδικό *Journal of Applied Statistics* ως Alevizakos et al. (2022).

Το S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου

9.1 Εισαγωγή

Πρόσφατα, οι Alevizakos, Chatterjee και Koukouninos (2021) εισήγαγαν το TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας. Διαπίστωσαν ότι είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο σε σύγκριση με τα EWMA (Roberts 1959), GWMA (Sheu και Lin 2003) και DEWMA (Shamma και Shamma 1992, Zhang και Chen 2005) διαγράμματα ελέγχου. Στο τρέχον κεφάλαιο, επηρεασμένοι από τις μελέτες των Castagliola (2005) και Alevizakos, Chatterjee και Koukouninos (2021), αναπτύσσουμε ένα νέο TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, βασισμένο σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 , το οποίο καλείται S^2 -TEWMA διάγραμμα. Μία μελέτη σύγκρισης της απόδοσης διεξάγεται, χρησιμοποιώντας ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, με τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα. Τα διαγράμματα ελέγχου συγκρίνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τα ARL και SDRL. Οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι το νέο διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας.

Το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου οργανώνεται ως εξής: Αρχικά, στην Ενότητα 9.2, περιγράφουμε τον σχεδιασμό του προτεινόμενου S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου. Η αξιολόγηση της απόδοσης του S^2 -TEWMA διαγράμματος δίνεται στην Ενότητα 9.3, ενώ η μελέτη σύγκρισης με άλλα υπάρχοντα διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης παρέχεται στην Ενότητα 9.4. Στην Ενότητα 9.5 παρουσιάζονται δύο ενδεικτικές εφαρμογές για να εξηγηθεί η υλοποίηση του προτεινόμενου διαγράμματος και στην

τελευταία Ενότητα 9.6 παρέχονται ορισμένες συμπερασματικές παρατηρήσεις.

9.2 Το προτεινόμενο S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου

Έστω X_{i1}, \dots, X_{in} είναι ένα δείγμα n ανεξάρτητων κανονικών, $N(\mu_0, \tau\sigma_0)$, τυχαίων μεταβλητών, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου μέση τιμή και τυπική απόκλιση, αντίστοιχα, και i ($i = 1, 2, \dots$) είναι ο αριθμός της υποομάδας (του δείγματος) (subgroup (sample) number). Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου, αν $\tau = 1$, διαφορετικά, η διεργασία είναι εκτός ελέγχου και τότε $\tau \neq 1$. Ενδιαφερόμαστε για την παρακολούθηση μίας μετατόπισης στη διασπορά της διεργασίας, από μία εντός ελέγχου σ_0^2 τιμή σε μία εκτός ελέγχου $\sigma_1^2 = (\tau\sigma_0)^2$, όπου $\tau \neq 1$, διατηρώντας τη μέση τιμή της διεργασίας μ_0 αμετάβλητη. Επιπλέον, θεωρούμε ότι η σ_0 είναι γνωστή, ακόμα και αν, πρακτικά, πρέπει να εκτιμηθεί από μία εντός ελέγχου διεργασία.

Ο δειγματικός μέσος \bar{X}_i και η δειγματική διακύμανση S_i^2 δίνονται, αντίστοιχα, από τις σχέσεις:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij} \quad (9.1)$$

και

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2, \quad (9.2)$$

για $i = 1, 2, \dots$. Στην αυτή την ενότητα αναπτύσσουμε το S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Το προτεινόμενο διάγραμμα βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων (a, b, c) που εφαρμόζεται στην S_i^2 , (Johnson 1949, Johnson, Kotz και Balakrishnan 1994), δηλαδή:

$$T_i = a + b \ln(S_i^2 + c), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9.3)$$

όπου $a = A(n) - 2B(n)\ln(\sigma_0)$, $b = B(n)$ και $c = C(n)\sigma_0^2$. Οι $A(n)$, $B(n)$ και $C(n)$ είναι συναρτήσεις οι οποίες εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος n . Ο Castagliola (2005) χρησιμοποίησε για πρώτη φορά αυτόν τον μετασχηματισμό για να αναπτύξει το S^2 -EWMA διάγραμμα ελέγχου. Επιπρόσθετα, ο Castagliola (2005) απέδειξε ότι για μία δεδομένη τιμή του n , αν οι σταθερές a , b και c έχουν επιλεγεί κατάλληλα, τότε η τυχαία μεταβλητή T_i ακολουθεί προσεγγιστικά την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_T(n)$ και τυπική απόκλιση $\sigma_T(n)$. Ο Πίνακας 9.1 αναπαράγει τις τιμές των $A(n)$, $B(n)$, $C(n)$, $\mu_T(n)$ και $\sigma_T(n)$ για $n = 3, 4, \dots, 15$ από τον Πίνακα I του Castagliola (2005).

Πίνακας 9.1: Τιμές των $A(n), B(n), C(n), \mu_T(n), \sigma_T(n)$ και W_0 για $n = 3, 4, \dots, 15$.

n	$A(n)$	$B(n)$	$C(n)$	$\mu_T(n)$	$\sigma_T(n)$	W_0
3	-0.6627	1.8136	0.6777	0.02472	0.9165	0.276
4	-0.7882	2.1089	0.6261	0.01266	0.9502	0.237
5	-0.8969	2.3647	0.5979	0.00748	0.9670	0.211
6	-0.9940	2.5941	0.5801	0.00485	0.9765	0.193
7	-1.0827	2.8042	0.5678	0.00335	0.9825	0.178
8	-1.1647	2.9992	0.5588	0.00243	0.9864	0.167
9	-1.2413	3.1820	0.5519	0.00182	0.9892	0.157
10	-1.3135	3.3548	0.5465	0.00141	0.9912	0.149
11	-1.3820	3.5189	0.5421	0.00112	0.9927	0.142
12	-1.4473	3.6757	0.5384	0.00090	0.9938	0.136
13	-1.5097	3.8260	0.5354	0.00074	0.9947	0.131
14	-1.5697	3.9705	0.5327	0.00062	0.9955	0.126
15	-1.6275	4.1100	0.5305	0.00052	0.9960	0.122

Το στατιστικό του προτεινόμενου S^2 -TEWMA διαγράμματος για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας ορίζεται μέσω του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$\begin{cases} Z_i &= \lambda T_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, \\ Y_i &= \lambda Z_i + (1 - \lambda)Y_{i-1}, \\ W_i &= \lambda Y_i + (1 - \lambda)W_{i-1}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9.4)$$

όπου $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $W_0 = Y_0 = Z_0 = A(n) + B(n)\ln(1 + C(n))$ είναι οι αρχικές τιμές. Οι τιμές της W_0 παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 9.1 για $n = 3, 4, \dots, 15$.

Η μέση τιμή του στατιστικού W_i δίνεται από τον τύπο:

$$E(W_i) = \mu_T(n). \quad (9.5)$$

Η ακριβής και η ασυμπτωτική (δηλαδή, καθώς $i \rightarrow \infty$) διακύμανση του στατιστικού W_i (βλέπε επίσης Alevizakos, Chatterjee και Koukouvinos (2021)) δίνονται, αντίστοιχα,

από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 Var(W_i) = & \left[\frac{\theta^3 \lambda^6}{4} \left[- \left[\frac{i(i^2 - 1)(i - 2)\theta^{i-3}}{1 - \theta} \right] - 4 \left[\frac{i(i^2 - 1)\theta^{i-2}}{(1 - \theta)^2} \right] - 12 \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)^3} \right] - \right. \right. \\
 & 24 \left[\frac{(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^4} \right] + 24 \left[\frac{(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^5} \right] \left. \right] + 2\theta^2 \lambda^6 \left[- \left[\frac{i(i^2 - 1)\theta^{i-2}}{1 - \theta} \right] - \right. \\
 & 3 \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)^2} \right] - 6 \left[\frac{(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^3} \right] + 6 \left[\frac{(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^4} \right] \left. \right] + \\
 & \frac{7\theta \lambda^6}{2} \left[- \left[\frac{i(i + 1)\theta^{i-1}}{(1 - \theta)} \right] - \left[\frac{2(i + 1)\theta^i}{(1 - \theta)^2} \right] + \left[\frac{2(1 - \theta^{i+1})}{(1 - \theta)^3} \right] \right] + \\
 & \left. \lambda^6 \left[\left[\left(\frac{1 - \theta^{i+1}}{(1 - \theta)^2} \right) - \left(\frac{(i + 1)\theta^i}{1 - \theta} \right) \right] \right] \right] \sigma_T^2(n), \tag{9.6}
 \end{aligned}$$

όπου $\theta = (1 - \lambda)^2$, και τη σχέση:

$$Var(W_i) = \left[\frac{6(1 - \lambda)^6 \lambda}{(2 - \lambda)^5} + \frac{12(1 - \lambda)^4 \lambda^2}{(2 - \lambda)^4} + \frac{7(1 - \lambda)^2 \lambda^3}{(2 - \lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2 - \lambda)^2} \right] \sigma_T^2(n). \tag{9.7}$$

Ως εκ τούτου, τα όρια ελέγχου του S^2 -TEWMA διαγράμματος δίνονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
 LCL_i &= \mu_T(n) - L\sqrt{Var(W_i)}, \\
 CL_i &= \mu_T(n), \\
 UCL_i &= \mu_T(n) + L\sqrt{Var(W_i)},
 \end{aligned} \tag{9.8}$$

όπου $L > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, ο οποίος καθορίζεται προκειμένου να θέσουμε το ARL_0 του S^2 -TEWMA διαγράμματος σε μία προκαθορισμένη τιμή. Στη συνέχεια, προκειμένου να απλοποιήσουμε την ανάπτυξη του S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, χρησιμοποιούμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, υπολογίζοντας τη διακύμανση του στατιστικού W_i που δίνεται στην Εξίσωση (9.7), δηλαδή:

$$\begin{aligned}
 LCL &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n) \sqrt{\left[\frac{6(1 - \lambda)^6 \lambda}{(2 - \lambda)^5} + \frac{12(1 - \lambda)^4 \lambda^2}{(2 - \lambda)^4} + \frac{7(1 - \lambda)^2 \lambda^3}{(2 - \lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2 - \lambda)^2} \right]}, \\
 CL &= \mu_T(n), \\
 UCL &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n) \sqrt{\left[\frac{6(1 - \lambda)^6 \lambda}{(2 - \lambda)^5} + \frac{12(1 - \lambda)^4 \lambda^2}{(2 - \lambda)^4} + \frac{7(1 - \lambda)^2 \lambda^3}{(2 - \lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2 - \lambda)^2} \right]}.
 \end{aligned} \tag{9.9}$$

Το S^2 -TEWMA διάγραμμα κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το στατιστικό W_i έναντι του αριθμού του δείγματος i . Η διεργασία είναι εκτός ελέγχου όταν $W_i \leq LCL$ ή $W_i \geq UCL$, διαφορετικά, η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου.

9.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου

Η απόδοση ενός διαγράμματος ελέγχου συνήθως μετράται με βάση τα ARL και SDRL. Το ARL είναι ο μέσος αριθμός δειγμάτων, που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου μέχρι να ανιχνευθεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν η μεταβλητότητα της διεργασίας είναι εντός ελέγχου, μία μεγάλη τιμή του ARL_0 προτιμάται. Ωστόσο, όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \tau\sigma_0$ ($\tau \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή είναι επιθυμητή. Παρόμοια με το ARL, μικρές τιμές για το SDRL είναι επίσης προτιμότερες. Στην τρέχουσα μελέτη, η απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος αξιολογείται με τα ARL και SDRL μέτρα.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης αναπτύσσεται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό της κατανομής του μήκους ροής του αμφίπλευρου S^2 -TEWMA διαγράμματος. Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης αυτών των 10000 μηκών ροής. Προκειμένου να μελετήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος, θεωρούμε ότι η υποκείμενη διεργασία για την εντός ελέγχου κατάσταση ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_0 = 0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_0 = 1$, ενώ η εκτός ελέγχου διεργασία είναι κανονικά κατανομημένη με μέση τιμή $\mu_1 = 0$ και τυπική απόκλιση $\sigma_1 = \tau\sigma_0$, όπου $\tau \neq 1$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας είναι $\tau = \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$. Να σημειωθεί ότι $\tau > 1$ αντιπροσωπεύει τις ανοδικές μετατοπίσεις, $\tau < 1$ αντιστοιχεί στις καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ $\tau = 1$ σχετίζεται με την εντός ελέγχου κατάσταση.

Ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου L επιλέγεται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων έτσι ώστε να οριστεί το ARL_0 προσεγγιστικά ίσο με 200, 370 και 500. Επιπρόσθετα, προκειμένου να μελετήσουμε την επίδραση του μεγέθους του δείγματος στην απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος ελέγχου, επιλέγουμε $n \in \{5, 7, 9\}$. Ο Πίνακας 9.2 παρουσιάζει τις L τιμές για διάφορα λ και n , προκειμένου να επιτύχουμε $ARL_0 \approx 200, 370$ και 500 . Οι Πίνακες 9.3 - 9.5 παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του S^2 -TEWMA διαγράμματος με $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 200, 370$ και 500 . Από τους Πίνακες 9.3 - 9.5 παρατηρούμε τα ακόλουθα:

- Η απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων

- στη διασπορά της διεργασίας είναι καλύτερη με μικρές λ τιμές.
- Μεγάλες τιμές του λ είναι κατάλληλες για την ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων.
 - Το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας.
 - Για καθορισμένες τιμές των τ και n , το ARL_1 μειώνεται, καθώς το ARL_0 μειώνεται.
 - Για δεδομένες τιμές των λ και n , καθώς η τ τιμή αυξάνεται ή μειώνεται, το ARL_1 μειώνεται.
 - Για δεδομένες ARL_0 και τ τιμές, το ARL_1 μειώνεται, καθώς το n αυξάνεται, δηλαδή η ευαισθησία του S^2 -TEWMA διαγράμματος ενισχύεται, καθώς το n γίνεται μεγαλύτερο.
 - Για καθορισμένες n και ARL_0 τιμές, ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου L αυξάνεται, με μία αύξηση στην τιμή του λ .
 - Παρόμοιες παρατηρήσεις μπορούν να προκύψουν για το μέτρο απόδοσης SDRL.

Πίνακας 9.2: (λ, L) συνδυασμοί παραμέτρων για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 200, 370, 500$.

λ	$ARL_0 \approx 200$			370			500		
	$n = 5$	7	9	5	7	9	5	7	9
0.10	1.7560	1.7225	1.7010	2.0200	2.0101	1.9960	2.1475	2.1460	2.1381
0.20	2.0700	2.0610	2.0585	2.3320	2.3344	2.3270	2.4530	2.4510	2.4518
0.25	2.1790	2.1770	2.1765	2.4340	2.4350	2.4293	2.5495	2.5510	2.5490
0.30	2.2750	2.2720	2.2712	2.5156	2.5155	2.5152	2.6292	2.6297	2.6300
0.40	2.4160	2.4130	2.4150	2.6415	2.6460	2.6528	2.7471	2.7530	2.7578
0.50	2.5160	2.5205	2.5300	2.7310	2.7395	2.7490	2.8325	2.8392	2.8525
0.60	2.5950	2.6085	2.6160	2.7941	2.8104	2.8210	2.8915	2.9065	2.9190
0.70	2.6362	2.6565	2.6710	2.8300	2.8505	2.8630	2.9230	2.9385	2.9487
0.75	2.6450	2.6691	2.6850	2.8340	2.8540	2.8705	2.9246	2.9387	2.9560
0.80	2.6410	2.6680	2.6880	2.8300	2.8462	2.8656	2.9212	2.9305	2.9478
0.90	2.6340	2.6340	2.6635	2.8270	2.8050	2.8260	2.9176	2.8850	2.9051
1.00	2.6384	2.5990	2.6370	2.8280	2.7855	2.7940	2.9135	2.8750	2.8725

Πίνακας 9.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	$n = 5$																	
	7					9												
	$\lambda = 0.10$	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50			
$L = 1.7560$	17.27	9.80	2.0700	2.2750	2.4160	2.5160	1.7225	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	2.5205	1.7010	2.0585	2.2712	2.4150	2.5300
0.50	(0.88)	(0.78)	(0.79)	(0.86)	(0.86)	(1.10)	(0.69)	(0.69)	(0.59)	(0.56)	(0.61)	(0.62)	(0.62)	(0.58)	(0.55)	(0.52)	(0.46)	(0.55)
0.60	19.38	11.30	8.58	7.45	7.20	7.20	16.66	9.61	7.09	7.09	5.83	5.19	5.19	15.03	8.65	6.30	5.06	4.36
0.70	(1.47)	(1.37)	(1.56)	(2.06)	(2.87)	(2.87)	(1.10)	(0.97)	(0.99)	(0.99)	(1.12)	(1.44)	(1.44)	(0.90)	(0.79)	(0.78)	(0.82)	(0.93)
0.80	22.86	14.15	11.88	11.76	13.01	13.01	19.48	11.68	9.16	9.16	8.24	8.27	8.27	17.49	10.39	7.90	6.77	6.42
0.90	(2.71)	(3.07)	(4.21)	(6.02)	(8.25)	(8.25)	(1.95)	(1.90)	(2.32)	(2.32)	(3.09)	(4.15)	(4.15)	(1.56)	(1.46)	(1.61)	(2.00)	(2.60)
1.00	30.20	22.41	22.77	26.33	33.62	33.62	25.04	17.04	15.73	15.73	16.66	19.18	19.18	22.19	14.45	12.61	12.61	13.92
1.10	(6.88)	(10.08)	(14.24)	(19.85)	(28.51)	(28.51)	(4.43)	(5.92)	(8.04)	(8.04)	(10.85)	(14.62)	(14.62)	(3.37)	(4.09)	(5.55)	(7.37)	(9.71)
1.20	60.64	62.18	73.68	93.12	116.80	116.80	46.64	44.43	50.96	50.96	60.90	75.44	75.44	38.80	35.28	39.35	45.89	55.87
1.30	(34.98)	(47.71)	(63.70)	(86.79)	(111.97)	(111.97)	(22.50)	(31.56)	(41.51)	(41.51)	(54.40)	(71.10)	(71.10)	(15.89)	(23.17)	(30.87)	(39.53)	(50.77)
1.40	123.35	135.70	158.36	180.77	205.27	205.27	98.42	107.74	125.64	125.64	143.95	162.17	162.17	82.32	90.34	103.96	119.31	137.84
1.50	(103.85)	(121.75)	(150.07)	(173.90)	(202.06)	(202.06)	(74.78)	(94.42)	(117.43)	(117.43)	(137.17)	(159.71)	(159.71)	(57.80)	(77.42)	(94.58)	(114.09)	(132.74)
1.60	200.10	200.21	200.75	200.73	200.57	200.57	200.17	200.06	200.02	200.02	200.36	200.06	200.06	200.07	200.67	199.97	200.20	200.14
1.70	(213.23)	(194.06)	(195.62)	(195.80)	(199.57)	(199.57)	(196.63)	(195.93)	(196.60)	(196.60)	(199.74)	(197.52)	(197.52)	(192.66)	(195.15)	(194.02)	(197.53)	(198.55)
1.80	83.01	102.65	107.81	110.58	108.44	108.44	71.27	86.39	93.40	93.40	96.86	97.81	97.81	61.74	75.11	82.48	88.31	92.86
1.90	(92.59)	(100.03)	(103.73)	(107.57)	(106.12)	(106.12)	(71.65)	(82.71)	(89.34)	(89.34)	(93.87)	(95.71)	(95.71)	(58.07)	(70.52)	(78.15)	(85.02)	(90.56)
2.00	35.77	47.16	52.31	54.98	55.42	55.42	29.92	36.27	40.00	40.00	43.00	45.12	45.12	26.05	29.95	32.58	35.31	37.93
2.10	(36.34)	(43.67)	(49.54)	(52.56)	(53.78)	(53.78)	(24.99)	(30.84)	(36.06)	(36.06)	(39.77)	(42.56)	(42.56)	(18.68)	(24.01)	(28.20)	(31.87)	(34.66)
2.20	14.61	18.30	19.28	19.98	20.34	20.34	13.83	14.44	14.51	14.51	14.75	15.22	15.22	13.06	12.37	11.96	11.90	12.25
2.30	(10.81)	(13.46)	(15.85)	(17.39)	(18.20)	(18.20)	(7.24)	(8.93)	(10.21)	(10.21)	(11.39)	(12.59)	(12.59)	(5.23)	(6.42)	(7.62)	(8.54)	(9.56)
2.40	9.79	11.27	11.06	10.97	11.01	11.01	10.02	9.47	8.74	8.74	8.34	8.24	8.24	9.87	8.45	7.45	6.93	6.70
2.50	(5.21)	(6.35)	(7.31)	(8.06)	(8.68)	(8.68)	(3.48)	(4.17)	(4.82)	(4.82)	(5.29)	(5.77)	(5.77)	(2.60)	(2.97)	(3.41)	(3.84)	(4.31)
2.60	7.87	8.51	7.90	7.51	7.29	7.29	8.36	7.47	6.52	6.52	5.95	5.61	5.61	8.40	6.86	5.73	5.07	4.69
2.70	(3.26)	(3.74)	(4.25)	(4.67)	(5.05)	(5.05)	(2.19)	(2.48)	(2.83)	(2.83)	(3.10)	(3.38)	(3.38)	(1.73)	(1.85)	(2.00)	(2.18)	(2.39)
2.80	6.81	7.15	6.37	5.86	5.53	5.53	7.41	6.41	5.40	5.40	4.75	4.35	4.35	7.52	5.99	4.87	4.18	3.74
2.90	(2.29)	(2.65)	(2.91)	(3.17)	(3.40)	(3.40)	(1.62)	(1.74)	(1.88)	(1.88)	(2.02)	(2.21)	(2.21)	(1.30)	(1.34)	(1.40)	(1.49)	(1.61)
3.00	6.14	6.30	5.47	4.91	4.52	4.52	6.78	5.74	4.71	4.71	4.08	3.63	3.63	6.91	5.41	4.32	3.64	3.18
3.10	(1.77)	(1.99)	(2.18)	(2.35)	(2.50)	(2.50)	(1.30)	(1.36)	(1.42)	(1.42)	(1.49)	(1.61)	(1.61)	(1.07)	(1.07)	(1.08)	(1.12)	(1.19)
3.20	5.67	5.72	4.87	4.28	3.88	3.88	6.31	5.27	4.27	4.27	3.63	3.18	3.18	6.47	5.00	3.94	3.28	2.82
3.30	(1.45)	(1.61)	(1.72)	(1.83)	(1.95)	(1.95)	(1.10)	(1.14)	(1.16)	(1.16)	(1.20)	(1.28)	(1.28)	(0.90)	(0.90)	(0.89)	(0.91)	(0.94)
3.40	5.31	5.30	4.44	3.85	3.42	3.42	5.96	4.93	3.95	3.95	3.32	2.88	2.88	6.12	4.68	3.67	3.02	2.58
3.50	(1.24)	(1.36)	(1.41)	(1.48)	(1.56)	(1.56)	(0.96)	(0.98)	(0.98)	(0.98)	(1.02)	(1.05)	(1.05)	(0.80)	(0.78)	(0.76)	(0.78)	(0.77)
3.60	5.03	4.97	4.12	3.53	3.11	3.11	5.68	4.66	3.71	3.71	3.07	2.66	2.66	5.83	4.44	3.46	2.81	2.41
3.70	(1.08)	(1.18)	(1.21)	(1.26)	(1.30)	(1.30)	(0.85)	(0.86)	(0.85)	(0.85)	(0.89)	(0.88)	(0.88)	(0.73)	(0.69)	(0.67)	(0.70)	(0.65)
3.80	4.82	4.72	3.89	3.28	2.88	2.88	5.45	4.44	3.52	3.52	2.88	2.49	2.49	5.60	4.25	3.30	2.64	2.28
3.90	(0.97)	(1.05)	(1.05)	(1.11)	(1.13)	(1.13)	(0.76)	(0.76)	(0.74)	(0.74)	(0.79)	(0.75)	(0.75)	(0.67)	(0.62)	(0.59)	(0.66)	(0.56)

Πίνακας 9.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$n = 5$															$n = 7$															$n = 9$														
	$\lambda = 0.10$	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50																				
	$L = 2.0200$	2.3320	2.5156	2.6415	2.7310	2.0101	2.3344	2.5155	2.6460	2.7395	1.9960	2.3270	2.5152	2.6528	2.7490	1.9960	2.3270	2.5152	2.6528	2.7490	1.9960	2.3270	2.5152	2.6528	2.7490																				
0.50	18.09	10.38	7.63	6.28	5.65	15.69	8.92	6.43	5.15	4.38	14.22	8.06	5.77	4.52	3.80	14.22	8.06	5.77	4.52	3.80	14.22	8.06	5.77	4.52	3.80																				
0.60	(0.92)	(0.83)	(0.84)	(0.99)	(1.34)	(0.71)	(0.63)	(0.59)	(0.61)	(0.68)	(0.59)	(0.50)	(0.54)	(0.55)	(0.55)	(0.59)	(0.50)	(0.54)	(0.55)	(0.55)	(0.59)	(0.50)	(0.54)	(0.55)	(0.55)																				
0.70	20.37	12.05	9.28	8.27	8.41	17.58	10.22	7.57	6.31	5.74	15.88	9.16	6.70	5.43	4.72	15.88	9.16	6.70	5.43	4.72	15.88	9.16	6.70	5.43	4.72																				
0.80	(1.55)	(1.50)	(1.82)	(2.54)	(3.80)	(1.15)	(1.05)	(1.09)	(1.31)	(1.73)	(0.94)	(0.83)	(0.81)	(0.89)	(1.06)	(0.94)	(0.83)	(0.81)	(0.89)	(1.06)	(0.94)	(0.83)	(0.81)	(0.89)	(1.06)																				
0.90	24.20	15.44	13.50	14.15	17.00	20.66	12.57	10.04	9.36	9.80	18.57	11.10	8.53	7.33	6.33	18.57	11.10	8.53	7.33	6.33	18.57	11.10	8.53	7.33	6.33																				
1.00	(2.95)	(3.62)	(5.42)	(7.85)	(11.92)	(2.07)	(2.12)	(2.76)	(3.83)	(5.32)	(1.65)	(1.58)	(1.84)	(2.36)	(3.25)	(1.65)	(1.58)	(1.84)	(2.36)	(3.25)	(1.65)	(1.58)	(1.84)	(2.36)	(3.25)																				
1.10	32.69	26.16	28.94	37.06	51.14	26.96	19.24	18.73	21.18	26.35	23.82	15.97	14.49	15.35	17.80	23.82	15.97	14.49	15.35	17.80	23.82	15.97	14.49	15.35	17.80																				
1.20	(7.94)	(12.90)	(19.57)	(30.10)	(45.58)	(4.96)	(7.30)	(10.39)	(15.00)	(21.53)	(3.71)	(4.87)	(6.89)	(9.60)	(13.23)	(3.71)	(4.87)	(6.89)	(9.60)	(13.23)	(3.71)	(4.87)	(6.89)	(9.60)	(13.23)																				
1.30	74.41	87.55	114.90	155.88	214.61	54.91	58.85	73.18	94.90	123.00	44.71	44.50	53.48	68.65	86.65	44.71	44.50	53.48	68.65	86.65	44.71	44.50	53.48	68.65	86.65																				
1.40	(45.27)	(72.47)	(104.73)	(148.58)	(208.99)	(28.41)	(44.81)	(64.32)	(89.79)	(118.45)	(20.11)	(31.28)	(44.03)	(60.60)	(80.74)	(20.11)	(31.28)	(44.03)	(60.60)	(80.74)	(20.11)	(31.28)	(44.03)	(60.60)	(80.74)																				
1.50	179.00	226.24	277.58	334.77	400.90	136.57	170.25	207.75	255.69	300.26	110.96	134.89	168.63	206.80	245.57	110.96	134.89	168.63	206.80	245.57	110.96	134.89	168.63	206.80	245.57																				
1.60	(152.51)	(212.05)	(266.20)	(326.88)	(400.43)	(107.75)	(156.56)	(199.24)	(249.13)	(291.53)	(83.65)	(121.98)	(162.38)	(203.56)	(241.62)	(83.65)	(121.98)	(162.38)	(203.56)	(241.62)	(83.65)	(121.98)	(162.38)	(203.56)	(241.62)																				
1.70	370.41	370.57	370.21	370.50	370.37	370.01	370.09	370.40	370.93	370.34	369.23	370.50	370.16	370.29	370.29	369.23	370.50	370.16	370.29	370.29	369.23	370.50	370.16	370.29	370.29																				
1.80	(378.90)	(361.60)	(367.79)	(369.08)	(370.67)	(361.18)	(357.37)	(360.70)	(364.10)	(365.49)	(361.96)	(357.56)	(365.83)	(357.34)	(362.03)	(361.96)	(357.56)	(365.83)	(357.34)	(362.03)	(361.96)	(357.56)	(365.83)	(357.34)	(362.03)																				
1.90	128.47	159.59	171.05	174.21	172.89	106.01	131.36	143.44	151.74	154.73	88.21	109.80	125.25	137.64	143.60	88.21	109.80	125.25	137.64	143.60	88.21	109.80	125.25	137.64	143.60																				
2.00	(132.27)	(158.04)	(170.41)	(172.33)	(169.91)	(101.99)	(125.11)	(137.11)	(147.03)	(152.08)	(80.36)	(102.10)	(119.89)	(131.64)	(139.62)	(80.36)	(102.10)	(119.89)	(131.64)	(139.62)	(80.36)	(102.10)	(119.89)	(131.64)	(139.62)																				
2.10	50.70	65.37	73.09	78.06	80.44	39.58	48.42	54.10	59.91	63.73	33.52	38.28	43.22	48.48	52.99	33.52	38.28	43.22	48.48	52.99	33.52	38.28	43.22	48.48	52.99																				
2.20	(48.06)	(60.98)	(69.16)	(75.04)	(78.00)	(31.45)	(43.09)	(50.15)	(56.47)	(60.35)	(23.25)	(31.13)	(37.99)	(44.62)	(48.88)	(23.25)	(31.13)	(37.99)	(44.62)	(48.88)	(23.25)	(31.13)	(37.99)	(44.62)	(48.88)																				
2.30	19.50	22.28	23.83	24.96	25.99	17.33	17.15	17.36	18.07	18.90	15.84	14.27	13.91	14.26	14.93	15.84	14.27	13.91	14.26	14.93	15.84	14.27	13.91	14.26	14.93																				
2.40	(12.80)	(16.54)	(19.90)	(21.97)	(23.66)	(8.36)	(10.58)	(12.47)	(14.24)	(15.89)	(5.87)	(7.49)	(9.02)	(10.48)	(11.99)	(5.87)	(7.49)	(9.02)	(10.48)	(11.99)	(5.87)	(7.49)	(9.02)	(10.48)	(11.99)																				
2.50	12.95	13.05	12.82	12.80	13.02	12.41	10.77	9.88	9.60	9.54	11.86	9.47	8.32	7.84	7.64	11.86	9.47	8.32	7.84	7.64	11.86	9.47	8.32	7.84	7.64																				
2.60	(5.82)	(7.29)	(8.60)	(9.54)	(10.48)	(3.90)	(4.70)	(5.51)	(6.21)	(6.86)	(2.88)	(3.30)	(4.49)	(4.97)	(5.19)	(2.88)	(3.30)	(4.49)	(4.97)	(5.19)	(2.88)	(3.30)	(4.49)	(4.97)	(5.19)																				
2.70	10.40	9.73	8.93	8.54	8.35	10.33	8.38	7.21	6.63	6.30	10.06	7.61	6.29	5.58	5.19	10.06	7.61	6.29	5.58	5.19	10.06	7.61	6.29	5.58	5.19																				
2.80	(3.54)	(4.23)	(4.86)	(5.44)	(5.92)	(2.43)	(2.73)	(3.15)	(3.55)	(3.87)	(1.90)	(2.00)	(2.19)	(2.45)	(2.74)	(1.90)	(2.00)	(2.19)	(2.45)	(2.74)	(1.90)	(2.00)	(2.19)	(2.45)	(2.74)																				
2.90	9.04	8.05	7.05	6.49	6.15	9.13	7.14	5.91	5.21	4.80	8.98	6.60	5.28	4.53	4.06	8.98	6.60	5.28	4.53	4.06	8.98	6.60	5.28	4.53	4.06																				
3.00	(2.54)	(2.88)	(3.19)	(3.53)	(3.80)	(1.79)	(1.88)	(2.04)	(2.25)	(2.48)	(1.43)	(1.43)	(1.50)	(1.62)	(1.77)	(1.43)	(1.43)	(1.50)	(1.62)	(1.77)	(1.43)	(1.43)	(1.50)	(1.62)	(1.77)																				
3.10	8.16	7.06	6.00	5.37	4.97	8.34	6.38	5.14	4.41	3.93	8.24	5.95	4.68	3.93	3.43	8.24	5.95	4.68	3.93	3.43	8.24	5.95	4.68	3.93	3.43																				
3.20	(1.96)	(2.18)	(2.37)	(2.58)	(2.80)	(1.43)	(1.46)	(1.51)	(1.61)	(1.75)	(1.16)	(1.14)	(1.15)	(1.19)	(1.30)	(1.16)	(1.14)	(1.15)	(1.19)	(1.30)	(1.16)	(1.14)	(1.15)	(1.19)	(1.30)																				
3.30	7.53	6.40	5.33	4.67	4.24	7.76	5.84	4.63	3.93	3.42	7.69	5.49	4.25	3.53	3.01	7.69	5.49	4.25	3.53	3.01	7.69	5.49	4.25	3.53	3.01																				
3.40	(1.62)	(1.74)	(1.87)	(2.02)	(2.17)	(1.21)	(1.20)	(1.22)	(1.27)	(1.38)	(0.99)	(0.94)	(0.95)	(0.95)	(1.01)	(0.99)	(0.94)	(0.95)	(0.95)	(1.01)	(0.99)	(0.94)	(0.95)	(0.95)	(1.01)																				
3.50	7.06	5.91	4.84	4.17	3.71	7.31	5.44	4.27	3.57	3.08	7.28	5.14	3.94	3.24	2.74	7.28	5.14	3.94	3.24	2.74	7.28	5.14	3.94	3.24	2.74																				
3.60	(1.38)	(1.46)	(1.53)	(1.61)	(1.71)	(1.05)	(1.04)	(1.04)	(1.05)	(1.12)	(0.86)	(0.83)	(0.81)	(0.80)	(0.83)	(0.86)	(0.83)	(0.81)	(0.80)	(0.83)	(0.86)	(0.83)	(0.81)	(0.80)	(0.83)																				
3.70	6.69	5.54	4.48	3.82	3.35	6.96	5.13	3.99	3.31	2.83	6.93	4.88	3.70	3.02	2.54	6.93	4.88	3.70	3.02	2.54	6.93	4.88	3.70	3.02	2.54																				
3.80	(1.22)	(1.26)	(1.29)	(1.33)	(1.41)	(0.93)	(0.92)	(0.91)	(0.91)	(0.95)	(0.77)	(0.74)	(0.72)	(0.71)	(0.71)	(0.77)	(0.74)	(0.72)	(0.71)	(0.71)	(0.77)	(0.74)	(0.72)	(0.71)	(0.71)																				
3.90	6.40	5.24	4.20	3.54	3.08	6.67	4.88	3.77	3.09	2.63	6.65	4.63	3.51	2.84	2.39	6.65	4.63	3.51	2.84	2.39	6.65	4.63	3.51	2.84	2.39																				
4.00	(1.10)	(1.12)	(1.13)	(1.16)	(1.21)	(0.84)	(0.83)	(0.81)	(0.81)	(0.81)	(0.72)	(0.68)	(0.66)	(0.61)	(0.61)	(0.72)	(0.68)	(0.66)	(0.61)	(0.61)	(0.72)	(0.68)	(0.66)	(0.61)	(0.61)																				

Πίνακας 9.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 500$.

τ	$n = 5$												$n = 7$												$n = 9$											
	$\lambda = 0.10$	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50											
0.50	18.48 (0.94)	2.4530 (0.84)	2.6292 (0.87)	2.7471 (1.04)	2.8325 (1.47)	2.1460 (0.72)	2.4510 (0.63)	2.6297 (0.63)	2.7530 (0.62)	2.8392 (0.72)	2.1460 (0.72)	2.4510 (0.63)	2.6297 (0.63)	2.7530 (0.62)	2.8392 (0.72)	2.1460 (0.72)	2.4510 (0.63)	2.6297 (0.63)	2.7530 (0.62)	2.8392 (0.72)	2.1460 (0.72)	2.4510 (0.63)	2.6297 (0.63)	2.7530 (0.62)	2.8392 (0.72)	2.1460 (0.72)	2.4510 (0.63)	2.6297 (0.63)	2.7530 (0.62)	2.8392 (0.72)						
0.60	20.86 (1.59)	12.41 (1.56)	9.64 (1.94)	8.73 (2.82)	9.13 (4.36)	18.01 (1.18)	10.48 (1.07)	7.81 (1.14)	6.54 (1.40)	6.03 (1.90)	18.01 (1.18)	10.48 (1.07)	7.81 (1.14)	6.54 (1.40)	6.03 (1.90)	18.01 (1.18)	10.48 (1.07)	7.81 (1.14)	6.54 (1.40)	6.03 (1.90)	18.01 (1.18)	10.48 (1.07)	7.81 (1.14)	6.54 (1.40)	6.03 (1.90)	18.01 (1.14)	10.48 (0.93)	7.85 (1.14)								
0.70	24.86 (3.03)	16.10 (3.93)	14.42 (6.08)	15.50 (8.97)	19.64 (14.46)	21.23 (2.14)	12.99 (2.24)	10.47 (2.97)	9.97 (4.28)	10.70 (6.00)	21.23 (2.14)	12.99 (2.24)	10.47 (2.97)	9.97 (4.28)	10.70 (6.00)	21.23 (2.14)	12.99 (2.24)	10.47 (2.97)	9.97 (4.28)	10.70 (6.00)	21.23 (2.14)	12.99 (2.24)	10.47 (2.97)	9.97 (4.28)	10.70 (6.00)	21.23 (2.14)	12.99 (2.24)	10.47 (2.97)	9.97 (4.28)							
0.80	34.04 (8.62)	28.29 (14.47)	32.97 (23.45)	43.76 (35.89)	64.18 (57.83)	27.91 (5.26)	20.33 (8.01)	20.53 (12.02)	24.02 (17.54)	31.19 (26.45)	27.91 (5.26)	20.33 (8.01)	20.53 (12.02)	24.02 (17.54)	31.19 (26.45)	27.91 (5.26)	20.33 (8.01)	20.53 (12.02)	24.02 (17.54)	31.19 (26.45)	27.91 (5.26)	20.33 (8.01)	20.53 (12.02)	24.02 (17.54)	31.19 (26.45)	24.63 (3.87)	15.55 (7.73)	16.84 (10.86)	20.23 (15.42)							
0.90	82.32 (52.48)	103.62 (87.56)	144.89 (133.54)	204.00 (196.55)	294.57 (291.26)	59.63 (31.94)	67.30 (52.26)	88.45 (80.20)	118.92 (112.76)	160.59 (159.14)	59.63 (31.94)	67.30 (52.26)	88.45 (80.20)	118.92 (112.76)	160.59 (159.14)	59.63 (31.94)	67.30 (52.26)	88.45 (80.20)	118.92 (112.76)	160.59 (159.14)	59.63 (31.94)	67.30 (52.26)	88.45 (80.20)	118.92 (112.76)	160.59 (159.14)	48.13 (22.84)	50.15 (36.38)	62.71 (74.82)	110.07 (105.15)							
0.95	217.13 (189.12)	290.52 (278.12)	372.40 (359.38)	460.89 (455.20)	573.41 (572.13)	161.14 (131.20)	211.45 (200.07)	272.01 (264.72)	334.50 (323.18)	405.82 (392.76)	161.14 (131.20)	211.45 (200.07)	272.01 (264.72)	334.50 (323.18)	405.82 (392.76)	161.14 (131.20)	211.45 (200.07)	272.01 (264.72)	334.50 (323.18)	405.82 (392.76)	161.14 (131.20)	211.45 (200.07)	272.01 (264.72)	334.50 (323.18)	405.82 (392.76)	166.10 (152.50)	213.48 (205.17)	268.51 (262.71)	326.56 (321.81)							
1.00	500.52 (508.46)	500.78 (493.69)	500.76 (500.79)	500.49 (496.13)	500.12 (498.77)	500.65 (487.29)	500.02 (485.14)	500.86 (482.94)	500.44 (487.42)	500.24 (491.71)	500.65 (487.29)	500.02 (485.14)	500.86 (482.94)	500.44 (487.42)	500.24 (491.71)	500.65 (487.29)	500.02 (485.14)	500.86 (482.94)	500.44 (487.42)	500.24 (491.71)	500.65 (487.29)	500.02 (485.14)	500.86 (482.94)	500.44 (487.42)	500.24 (491.71)	500.65 (487.29)	500.02 (485.14)	500.86 (482.94)	500.44 (487.42)	500.24 (491.71)						
1.05	159.41 (162.05)	197.54 (194.76)	213.84 (211.49)	217.29 (213.58)	218.35 (217.23)	128.03 (122.87)	159.82 (152.85)	177.66 (170.23)	188.50 (184.42)	194.34 (192.94)	128.03 (122.87)	159.82 (152.85)	177.66 (170.23)	188.50 (184.42)	194.34 (192.94)	128.03 (122.87)	159.82 (152.85)	177.66 (170.23)	188.50 (184.42)	194.34 (192.94)	128.03 (122.87)	159.82 (152.85)	177.66 (170.23)	188.50 (184.42)	194.34 (192.94)	105.07 (96.00)	153.56 (146.25)	169.60 (165.14)	181.49 (176.96)							
1.10	58.53 (54.03)	75.48 (69.92)	86.27 (82.16)	92.96 (90.01)	96.21 (93.25)	44.59 (34.96)	54.68 (48.17)	63.11 (58.67)	69.77 (65.66)	75.31 (72.67)	44.59 (34.96)	54.68 (48.17)	63.11 (58.67)	69.77 (65.66)	75.31 (72.67)	44.59 (34.96)	54.68 (48.17)	63.11 (58.67)	69.77 (65.66)	75.31 (72.67)	44.59 (34.96)	54.68 (48.17)	63.11 (58.67)	69.77 (65.66)	75.31 (72.67)	37.46 (25.69)	43.61 (36.24)	49.91 (44.32)	56.48 (58.98)							
1.20	21.85 (14.11)	24.44 (18.31)	26.41 (22.43)	27.81 (24.49)	29.43 (27.15)	18.85 (8.82)	18.42 (11.51)	18.85 (13.66)	19.90 (16.00)	20.89 (17.81)	18.85 (8.82)	18.42 (11.51)	18.85 (13.66)	19.90 (16.00)	20.89 (17.81)	18.85 (8.82)	18.42 (11.51)	18.85 (13.66)	19.90 (16.00)	20.89 (17.81)	18.85 (8.82)	18.42 (11.51)	18.85 (13.66)	19.90 (16.00)	20.89 (17.81)	17.11 (6.24)	15.24 (8.11)	14.97 (9.84)	15.51 (11.66)							
1.30	14.28 (6.19)	13.95 (7.81)	13.80 (9.44)	13.94 (10.62)	14.24 (11.80)	13.43 (4.12)	11.37 (5.03)	10.46 (5.86)	10.20 (6.68)	10.21 (7.45)	13.43 (4.12)	11.37 (5.03)	10.46 (5.86)	10.20 (6.68)	10.21 (7.45)	13.43 (4.12)	11.37 (5.03)	10.46 (5.86)	10.20 (6.68)	10.21 (7.45)	13.43 (4.12)	11.37 (5.03)	10.46 (5.86)	10.20 (6.68)	10.21 (7.45)	12.74 (3.01)	9.96 (3.48)	8.76 (4.78)	8.18 (5.41)							
1.40	11.44 (3.69)	10.27 (4.47)	9.44 (5.21)	9.03 (5.78)	8.93 (6.40)	11.14 (2.54)	8.77 (2.85)	7.55 (3.29)	6.94 (3.72)	6.65 (4.12)	11.14 (2.54)	8.77 (2.85)	7.55 (3.29)	6.94 (3.72)	6.65 (4.12)	11.14 (2.54)	8.77 (2.85)	7.55 (3.29)	6.94 (3.72)	6.65 (4.12)	11.14 (2.54)	8.77 (2.85)	7.55 (3.29)	6.94 (3.72)	6.65 (4.12)	10.77 (2.08)	7.94 (2.58)	6.55 (2.58)	5.44 (2.89)							
1.50	9.92 (2.64)	8.45 (2.99)	7.38 (3.35)	6.80 (3.73)	6.47 (4.03)	9.84 (1.86)	7.44 (1.95)	6.14 (2.13)	5.43 (2.36)	5.00 (2.59)	9.84 (1.86)	7.44 (1.95)	6.14 (2.13)	5.43 (2.36)	5.00 (2.59)	9.84 (1.86)	7.44 (1.95)	6.14 (2.13)	5.43 (2.36)	5.00 (2.59)	9.84 (1.86)	7.44 (1.95)	6.14 (2.13)	5.43 (2.36)	5.00 (2.59)	9.61 (1.48)	6.88 (1.48)	5.47 (1.68)	4.23 (1.86)							
1.60	8.94 (2.05)	7.41 (2.25)	6.27 (2.49)	5.60 (2.68)	5.21 (2.95)	8.97 (1.49)	6.63 (1.50)	5.33 (1.57)	4.57 (1.68)	4.10 (1.84)	8.97 (1.49)	6.63 (1.50)	5.33 (1.57)	4.57 (1.68)	4.10 (1.84)	8.97 (1.49)	6.63 (1.50)	5.33 (1.57)	4.57 (1.68)	4.10 (1.84)	8.97 (1.49)	6.63 (1.50)	5.33 (1.57)	4.57 (1.68)	4.10 (1.84)	8.80 (1.20)	6.19 (1.17)	4.84 (1.23)	3.55 (1.34)							
1.70	8.26 (1.70)	6.69 (1.79)	5.54 (1.92)	4.85 (2.10)	4.41 (2.26)	8.34 (1.25)	6.08 (1.22)	4.80 (1.24)	4.05 (1.30)	3.54 (1.43)	8.34 (1.25)	6.08 (1.22)	4.80 (1.24)	4.05 (1.30)	3.54 (1.43)	8.34 (1.25)	6.08 (1.22)	4.80 (1.24)	4.05 (1.30)	3.54 (1.43)	8.34 (1.25)	6.08 (1.22)	4.80 (1.24)	4.05 (1.30)	3.54 (1.43)	8.22 (0.97)	5.70 (0.97)	4.40 (0.96)	3.11 (1.05)							
1.80	7.75 (1.44)	6.18 (1.50)	5.02 (1.56)	4.32 (1.66)	3.86 (1.79)	7.86 (1.08)	5.66 (1.05)	4.42 (1.06)	3.69 (1.08)	3.17 (1.16)	7.86 (1.08)	5.66 (1.05)	4.42 (1.06)	3.69 (1.08)	3.17 (1.16)	7.86 (1.08)	5.66 (1.05)	4.42 (1.06)	3.69 (1.08)	3.17 (1.16)	7.86 (1.08)	5.66 (1.05)	4.42 (1.06)	3.69 (1.08)	3.17 (1.16)	7.75 (0.89)	5.34 (0.84)	4.08 (0.83)	2.82 (0.86)							
1.90	7.34 (1.27)	5.79 (1.30)	4.65 (1.33)	3.95 (1.35)	3.46 (1.47)	7.47 (0.97)	5.34 (0.94)	4.12 (0.93)	3.42 (0.93)	2.91 (0.98)	7.47 (0.97)	5.34 (0.94)	4.12 (0.93)	3.42 (0.93)	2.91 (0.98)	7.47 (0.97)	5.34 (0.94)	4.12 (0.93)	3.42 (0.93)	2.91 (0.98)	7.47 (0.97)	5.34 (0.94)	4.12 (0.93)	3.42 (0.98)	3.12 (0.80)	3.12 (0.75)	3.12 (0.74)	2.60 (0.74)								
2.00	7.01 (1.14)	5.48 (1.15)	4.35 (1.16)	3.66 (1.19)	3.18 (1.25)	7.16 (0.88)	5.07 (0.85)	3.89 (0.83)	3.19 (0.83)	2.70 (0.85)	7.16 (0.88)	5.07 (0.85)	3.89 (0.83)	3.19 (0.83)	2.70 (0.85)	7.16 (0.88)	5.07 (0.85)	3.89 (0.83)	3.19 (0.83)	2.70 (0.85)	7.16 (0.88)	5.07 (0.85)	3.89 (0.83)	3.19 (0.85)	3.61 (0.73)	2.93 (0.70)	2.93 (0.66)	2.44 (0.64)								

9.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτήν την ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος με τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας, με βάση τα ARL και SDRL μέτρα. Για να αξιολογήσουμε την απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων, συνίσταται να έχουν μία παρόμοια προκαθορισμένη ARL_0 τιμή. Το διάγραμμα με τη μικρότερη ARL_1 τιμή σε μία συγκεκριμένη μετατόπιση τ στη διασπορά της διεργασίας μπορεί να ανιχνεύσει ταχύτερα από τα άλλα διαγράμματα. Θεωρούμε αμφίπλευρα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου για όλα τα διαγράμματα, η ARL_0 τιμή των διαγραμμάτων ελέγχου ορίζεται προσεγγιστικά στο 370 και το μέγεθος του δείγματος $n = 5$. Επιπλέον, τα θεωρούμενα διαγράμματα ελέγχου περιγράφονται εν συντομία και συγκρίνονται ξεχωριστά με το S^2 -TEWMA διάγραμμα.

9.4.1 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -EWMA διαγράμματος

Το στατιστικό του S^2 -EWMA διαγράμματος δίνεται από τη σχέση:

$$Z_i = \lambda T_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, \quad (9.10)$$

όπου το T_i δίνεται από την Εξίσωση (9.3), $\lambda \in (0, 1]$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης και $Z_0 = W_0$ (βλέπε Πίνακα 9.1) είναι η αρχική τιμή. Τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 -EWMA διαγράμματος ελέγχου είναι:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \\ CL &= \mu_T(n), \\ UCL &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \end{aligned} \quad (9.11)$$

όπου $L > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Το S^2 -EWMA διάγραμμα κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το στατιστικό Z_i έναντι του αριθμού του δείγματος i . Το S^2 -EWMA διάγραμμα δίνει ένα εκτός ελέγχου σήμα όταν $Z_i \leq LCL$ ή $Z_i \geq UCL$.

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -EWMA διάγραμμα παρουσιάζονται στον Πίνακα E.1 στο Παράρτημα E για $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όπως

και στο προτεινόμενο διάγραμμα, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι L τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$ και $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$. Όσον αφορά το ARL μέτρο, η σύγκριση αποκαλύπτει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -EWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μίας μετατόπισης στο εύρος $0.90 \leq \tau \leq 1.20$. Επιπλέον, η απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος είναι καλύτερη από εκείνη του S^2 -EWMA διαγράμματος στην ανίχνευση μίας καθοδικής μετατόπισης, καθώς αυξάνεται το λ . Ωστόσο, το S^2 -EWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από το προτεινόμενο διάγραμμα στην ανίχνευση μίας ανοδικής μετατόπισης μεγέθους $\tau > 1.20$. Επιπρόσθετα, όσον αφορά το SDRL μέτρο, το προτεινόμενο διάγραμμα υπερέρχει του S^2 -EWMA διαγράμματος, λόγω των χαμηλότερων $SDRL_1$ τιμών για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις (βλέπε Πίνακα 9.4 έναντι Πίνακα E.1 στο Παράρτημα E).

9.4.2 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -CUSUM διαγράμματος

Τα στατιστικά του S^2 -CUSUM διαγράμματος ορίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max(0, (T_i - \mu_T(n)) - K + C_{i-1}^+), \\ C_i^- &= \max(0, -(T_i - \mu_T(n)) - K + C_{i-1}^-), \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9.12)$$

όπου το T_i δίνεται από την Εξίσωση (9.3), $K (\geq 0)$ είναι η τιμή αναφοράς (reference value) και οι αρχικές τιμές λαμβάνονται ίσες με μηδέν (δηλαδή $C_0^+ = C_0^- = 0$). Μικρές τιμές του K προτιμώνται για την ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων, ενώ μεγαλύτερες τιμές είναι κατάλληλες για μεγαλύτερες μετατοπίσεις. Τα στατιστικά C^+ και C^- σχεδιάζονται έναντι ενός ορίου ελέγχου, δηλαδή το διάστημα απόφασης (decision interval) $H (\geq 0)$, και η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου όταν οποιαδήποτε από τα δυο στατιστικά απεικονίζεται πάνω από το H . Οι παράμετροι K και H του διαγράμματος δίνονται, αντίστοιχα, από τις σχέσεις $K = k\sigma_T(n)$ και $H = h\sigma_T(n)$, όπου οι $k (> 0)$ και $h (> 0)$ είναι σταθερές του διαγράμματος ελέγχου.

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -CUSUM διάγραμμα παρουσιάζονται στον Πίνακα E.2 στο Παράρτημα E για διάφορες K και H τιμές, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι H τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, $K \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25\}$ και $n = 5$. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του μέτρου ARL, παρατηρούμε ότι η απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος είναι καλύτερη από εκείνη του S^2 -CUSUM διαγράμματος, ιδιαίτερα για καθοδικές μετατοπίσεις μεγέθους $0.70 \leq \tau \leq 0.95$ για $K \geq 0.50$

και $\lambda \geq 0.20$, και ανοδικές μετατοπίσεις $1.10 \leq \tau \leq 1.30$ για όλες τις λ και K τιμές. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια όταν $\tau \leq 0.80$ για $K = 0.50$ και $\lambda = 0.40$, $\tau > 1.10$ για $K = 0.50$ και $\lambda = 0.30$, και στην περίπτωση που $\tau \geq 1.70$ για όλες τις θεωρούμενες K και λ τιμές. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες το S^2 -CUSUM διάγραμμα φαίνεται να αποδίδει καλύτερα, ιδιαίτερα όταν $0.90 \leq \tau \leq 0.95$ για $K \in \{0.10, 0.25\}$ και $\tau > 1.30$ για $K > 0.50$. Όσον αφορά το SDRL μέτρο, το προτεινόμενο διάγραμμα υπερέρχει του S^2 -CUSUM διαγράμματος για την πλειονότητα των εξεταζόμενων σεναρίων, εκτός παραδείγματος χάριν, όταν $0.90 \leq \tau \leq 1.05$ για $K = 0.10$ (βλέπε Πίνακα 9.4 έναντι του Πίνακα E.2 στο Παράρτημα E).

9.4.3 S^2 -TEWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος

Τα στατιστικά του CS-EWMA διαγράμματος ορίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} M_i^+ &= \max(0, (Z_i - \mu_T(n)) - K' + M_{i-1}^+), \\ M_i^- &= \max(0, -(Z_i - \mu_T(n)) - K' + M_{i-1}^-), \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9.13)$$

όπου Z_i είναι το EWMA στατιστικό που ορίζεται από την Εξίσωση (9.10), $K' = K_{CS} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$ είναι η τιμή αναφοράς ($K_{CS} \geq 0$) και $M_0^+ = M_0^- = 0$ είναι οι αρχικές τιμές. Τα M_i^+ και M_i^- σχεδιάζονται έναντι του διαστήματος απόφασης $H' = H_{CS} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$. Αν το M_i^+ ή το M_i^- απεικονίζεται πάνω από το H' , η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, διαφορετικά, η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το S^2 -CUSUM διάγραμμα είναι μία ειδική περίπτωση του CS-EWMA διαγράμματος όταν $\lambda = 1.00$.

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS-EWMA διάγραμμα παρουσιάζονται στον Πίνακα E.3 στο Παράρτημα E για $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $K_{CS} \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι H_{CS} τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, διάφορους συνδυασμούς των (λ, K_{CS}) και $n = 5$. Η σύγκριση δείχνει ότι το προτεινόμενο διάγραμμα υπερέρχει του CS-EWMA διαγράμματος, όταν $\lambda = 0.10, 0.20$ και 0.30 , εκτός παραδείγματος χάριν, όταν $\tau \leq 0.95$ για $\lambda = 0.10$ και $K_{CS} \geq 0.50$, $\tau \leq 0.95$ για $\lambda = 0.20$ και $K_{CS} \geq 0.75$, και $0.95 \leq \tau \leq 1.10$ για $\lambda = 0.30$ και διάφορες K_{CS} τιμές. Για μεγαλύτερες τιμές του λ , το S^2 -TEWMA διάγραμμα είναι αποδοτικότερο από το CS-EWMA διάγραμμα στην ανίχνευση μεγάλων καθοδικών μετατοπίσεων ($\tau \leq 0.60$) και μέτρων έως μεγάλων ανοδικών μετατοπίσεων ($\tau \geq 1.30$),

ενώ το CS–EWMA διάγραμμα είναι καλύτερο του προτεινόμενου διαγράμματος στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων ($0.80 \leq \tau \leq 1.20$). Ως εκ τούτου, για μικρές τιμές του λ , το S^2 –TEWMA διάγραμμα υπερέχει του CS–EWMA διαγράμματος, ενώ για μεγαλύτερες τιμές του λ , το CS–EWMA διάγραμμα φαίνεται να είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων (βλέπε Πίνακα 9.4 έναντι Πίνακα Ε.3 στο Παράρτημα Ε).

9.4.4 S^2 –TEWMA διάγραμμα έναντι του S^2 –HEWMA διαγράμματος

Το στατιστικό του S^2 –HEWMA διαγράμματος ορίζεται μέσω του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$\begin{cases} Y_i = \lambda_1 Z_i + (1 - \lambda_1)Y_{i-1}, \\ Z_i = \lambda_2 T_i + (1 - \lambda_2)Z_{i-1}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9.14)$$

όπου $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, 1]$ είναι οι παράμετροι εξομάλυνσης, T_i δίνεται από την Εξίσωση (9.3) και $Y_0 = Z_0 = W_0$ (βλέπε Πίνακα 9.1) είναι οι αρχικές τιμές. Για $\lambda_1 \neq \lambda_2$, τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 –HEWMA διαγράμματος είναι:

$$LCL = \mu_T(n) - L\sigma_T(n) \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) \sqrt{\sum_{i=1}^2 \frac{(1 - \lambda_i)^2}{1 - (1 - \lambda_i)^2} - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}},$$

$$CL = \mu_T(n), \quad (9.15)$$

$$UCL = \mu_T(n) + L\sigma_T(n) \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) \sqrt{\sum_{i=1}^2 \frac{(1 - \lambda_i)^2}{1 - (1 - \lambda_i)^2} - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}},$$

όπου $L > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου, ενώ για $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 –HEWMA διαγράμματος είναι:

$$LCL = \mu_T(n) - L\sigma_T(n) \sqrt{\frac{\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}},$$

$$CL = \mu_T(n), \quad (9.16)$$

$$UCL = \mu_T(n) + L\sigma_T(n) \sqrt{\frac{\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}}.$$

Το S^2 –HEWMA διάγραμμα κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το στατιστικό Y_i έναντι του αριθμού του δείγματος i . Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου αν $Y_i \geq UCL$ ή $Y_i \leq LCL$.

Οι ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του S^2 -HEWMA διαγράμματος παρουσιάζονται στον Πίνακα Ε.4 στο Παράρτημα Ε για $\lambda_1, \lambda_2 \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι L τιμές επιλέγονται κατάλληλα μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, για καθορισμένο $ARL_0 \approx 370$, $n = 5$ και διάφορους συνδυασμούς των (λ_1, λ_2) . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι Tariq et al. (2019) πρότειναν το S^2 -HEWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Ωστόσο, για δίκαιες συγκρίσεις, στην παρούσα διδακτορική διατριβή χρησιμοποιούμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 -HEWMA διαγράμματος. Στην περίπτωση του ARL μέτρου, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το S^2 -TEWMA διάγραμμα με $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30\}$ είναι πιο αποδοτικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων από το S^2 -HEWMA διάγραμμα με $\lambda_1 \in \{0.10, 0.20, 0.30\}$ και διάφορες λ_2 τιμές. Καθώς οι τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης αυξάνονται, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση καθοδικών μετατοπίσεων σε σύγκριση με το S^2 -HEWMA διάγραμμα, ενώ για τις ανοδικές μετατοπίσεις συμβαίνει το αντίθετο. Λαμβάνοντας υπόψη το SDRL μέτρο, τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι το S^2 -TEWMA διάγραμμα υπερέρχει του συγκρινόμενου διαγράμματος για όλα τα εξεταζόμενα σενάρια (βλέπε Πίνακα 9.4 έναντι Πίνακα Ε.4 στο Παράρτημα Ε).

9.5 Εφαρμογές

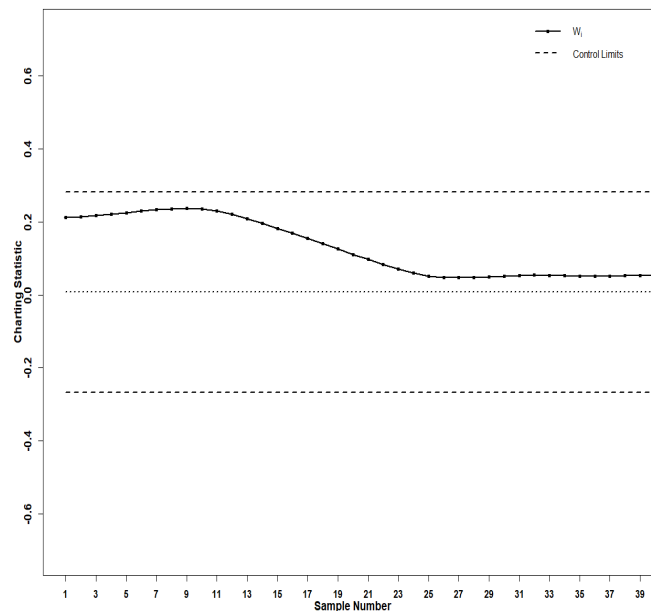
9.5.1 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Προκειμένου να επεξηγήσουμε την εφαρμογή του S^2 -TEWMA διαγράμματος, χρησιμοποιούμε τις μετρήσεις εσωτερικής διαμέτρου (σε mm) των σφυρηλατημένων δακτυλίων εμβόλου του κινητήρα του αυτοκινήτου, που παρουσιάζονται στον Montgomery (2013). Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 40 δείγματα, μεγέθους $n = 5$ το καθένα, και παρουσιάζεται στον Πίνακα 9.6. Τα πρώτα 25 δείγματα αντιπροσωπεύουν τις παρατηρήσεις της Φάσης I. Οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης είναι 74.001mm και 0.01mm, αντίστοιχα. Τα τελευταία 15 δείγματα αντιπροσωπεύουν τις εκτός ελέγχου παρατηρήσεις με μέση τιμή 74.008mm και τυπική απόκλιση 0.01mm. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε ένα S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και παραμέτρους σχεδιασμού $(\lambda, L) = (0.10, 2.02)$. Το στατιστικό του προτεινόμενου διαγράμματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 9.6.

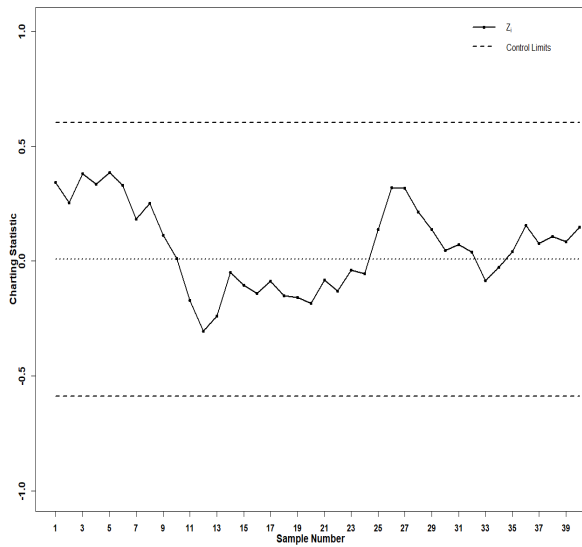
Πίνακας 9.6: Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 9.5.1.

Δείγμα, i	Δεδομένα διαμέτρου δακτυλίου εμβόλου					T_i	W_i	Z_i	C_i^-	C_i^+	M_i^-	M_i^+	Y_i
1	74.030	74.002	74.019	73.992	74.008	1.521	0.212	0.342	0.000	1.014	0.000	0.220	0.224
2	73.995	73.992	74.001	74.011	74.004	-0.544	0.214	0.253	0.051	0.000	0.000	0.351	0.227
3	73.988	74.024	74.021	74.005	74.002	1.515	0.217	0.380	0.000	1.008	0.000	0.608	0.242
4	74.002	73.996	73.993	74.015	74.009	-0.063	0.220	0.335	0.000	0.437	0.000	0.822	0.252
5	73.992	74.007	74.015	73.989	74.014	0.847	0.225	0.387	0.000	0.777	0.000	1.086	0.265
6	74.009	73.994	73.997	73.985	73.993	-0.177	0.229	0.330	0.000	0.093	0.000	1.294	0.272
7	73.995	74.006	73.994	74.000	74.005	-1.138	0.233	0.183	0.646	0.000	0.000	1.355	0.263
8	73.985	74.003	73.993	74.015	73.988	0.858	0.236	0.251	0.000	0.350	0.000	1.484	0.262
9	74.008	73.995	74.009	74.005	74.004	-1.133	0.237	0.112	0.641	0.000	0.000	1.474	0.247
10	73.998	74.000	73.990	74.007	73.995	-0.914	0.235	0.010	1.062	0.000	0.000	1.362	0.223
11	73.994	73.998	73.994	73.995	73.990	-1.809	0.230	-0.172	2.378	0.000	0.065	1.067	0.183
12	74.004	74.000	74.007	74.000	73.996	-1.497	0.221	-0.305	3.383	0.000	0.262	0.640	0.135
13	73.983	74.002	73.998	73.997	74.012	0.345	0.208	-0.240	2.545	0.000	0.395	0.279	0.097
14	74.006	73.967	73.994	74.000	73.984	1.653	0.196	-0.050	0.399	1.146	0.338	0.106	0.082
15	74.012	74.014	73.998	73.999	74.007	-0.602	0.182	-0.105	0.508	0.037	0.336	0.000	0.064
16	74.000	73.984	74.005	73.998	73.996	-0.454	0.169	-0.140	0.470	0.000	0.369	0.000	0.043
17	73.994	74.012	73.986	74.005	74.007	0.379	0.155	-0.088	0.000	0.000	0.350	0.000	0.030
18	74.006	74.010	74.018	74.003	74.000	-0.702	0.140	-0.150	0.209	0.000	0.393	0.000	0.012
19	73.984	74.002	74.003	74.005	73.997	-0.249	0.126	-0.160	0.000	0.000	0.445	0.000	-0.005
20	74.000	74.010	74.013	74.020	74.003	-0.398	0.111	-0.184	0.000	0.000	0.521	0.000	-0.023
21	73.982	74.001	74.015	74.005	73.996	0.829	0.097	-0.082	0.000	0.322	0.496	0.000	-0.029
22	74.004	73.999	73.990	74.006	74.009	-0.564	0.083	-0.130	0.072	0.000	0.520	0.000	-0.039
23	74.010	73.989	73.990	74.009	74.014	0.767	0.071	-0.041	0.000	0.259	0.453	0.000	-0.039
24	74.015	74.008	73.993	74.000	74.010	-0.179	0.060	-0.055	0.000	0.000	0.400	0.000	-0.041
25	73.982	73.984	73.995	74.017	74.013	1.865	0.052	0.137	0.000	1.357	0.156	0.015	-0.023
26	74.012	74.015	74.030	73.986	74.000	1.952	0.048	0.319	0.000	2.802	0.000	0.212	0.011
27	73.995	74.010	73.990	74.015	74.001	0.309	0.047	0.318	0.000	2.603	0.000	0.408	0.042
28	73.987	73.999	73.985	74.000	73.990	-0.726	0.048	0.213	0.233	1.370	0.000	0.499	0.059
29	74.008	74.010	74.003	73.991	74.006	-0.544	0.050	0.138	0.285	0.318	0.000	0.515	0.067
30	74.003	74.000	74.001	73.986	73.997	-0.779	0.052	0.046	0.572	0.000	0.000	0.438	0.065
31	73.994	74.003	74.015	74.020	74.004	0.309	0.053	0.072	0.000	0.000	0.000	0.388	0.066
32	74.008	74.002	74.018	73.995	74.005	-0.257	0.054	0.039	0.000	0.000	0.000	0.306	0.063
33	74.001	74.004	73.990	73.996	73.998	-1.199	0.053	-0.084	0.707	0.000	0.000	0.099	0.048
34	74.015	74.000	74.016	74.025	74.000	0.487	0.052	-0.027	0.000	0.000	0.000	0.000	0.041
35	74.030	74.005	74.000	74.016	74.012	0.653	0.051	0.041	0.000	0.146	0.000	0.000	0.041
36	74.001	73.990	73.995	74.010	74.024	1.176	0.051	0.154	0.000	0.814	0.000	0.032	0.052
37	74.015	74.020	74.024	74.005	74.019	-0.627	0.051	0.076	0.134	0.000	0.000	0.000	0.054
38	74.035	74.010	74.012	74.015	74.026	0.387	0.052	0.107	0.000	0.000	0.000	0.000	0.060
39	74.017	74.013	74.036	74.025	74.026	-0.117	0.053	0.085	0.000	0.000	0.000	0.000	0.062
40	74.010	74.005	74.029	74.000	74.020	0.700	0.055	0.146	0.000	0.193	0.000	0.024	0.071

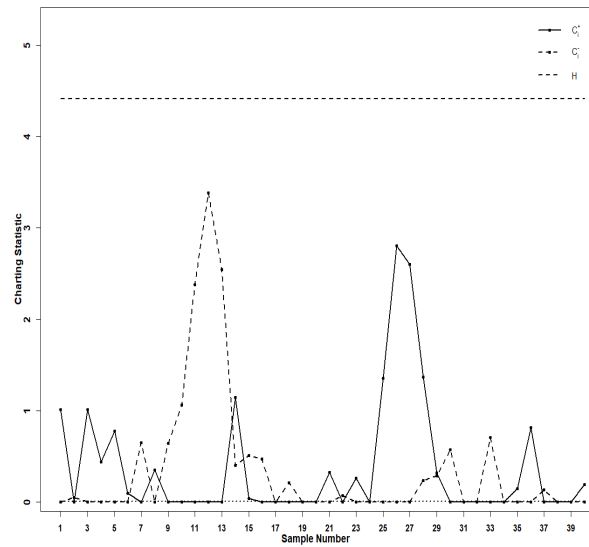
Επιπλέον, κατασκευάζουμε τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και παραμέτρους σχεδιασμού $(\lambda, L) = (0.10, 2.686)$, $(K, H) = (0.50, 4.412)$, $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.10, 0.50, 30.56)$ και $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.10, 0.10, 2.2171)$, αντίστοιχα. Τα στατιστικά των προαναφερθέντων διαγραμμάτων παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 9.6. Το προτεινόμενο S^2 -TEWMA διάγραμμα δίνεται στο Σχήμα 9.1, ενώ τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 9.2 - 9.5. Από αυτά τα Σχήματα παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα της διεργασίας είναι εντός ελέγχου για όλα τα θεωρούμενα διαγράμματα.



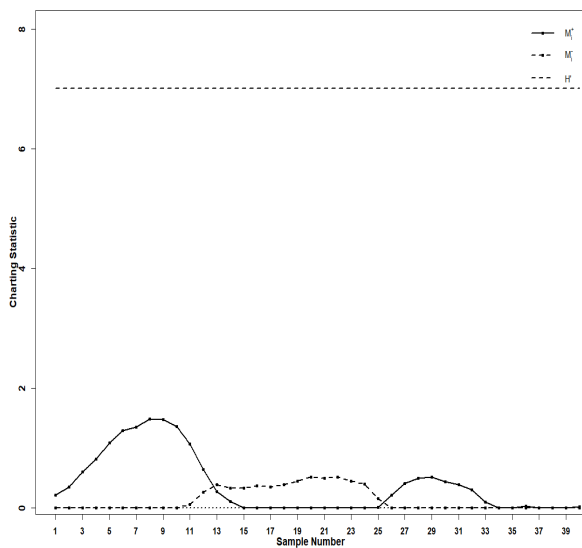
Σχήμα 9.1: S^2 -TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.020)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.



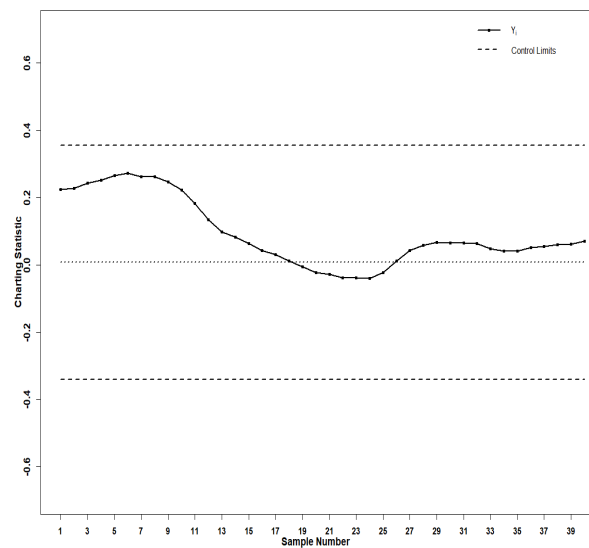
Σχήμα 9.2: S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.686)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.



Σχήμα 9.3: S^2 -CUSUM διάγραμμα με $(K, H) = (0.50, 4.412)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.



Σχήμα 9.4: CS-EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.10, 0.50, 30.56)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.



Σχήμα 9.5: S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.10, 0.10, 2.2171)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα δακτυλίου εμβόλου, Εφαρμογή 9.5.1.

9.5.2 Εφαρμογή σε προσομοιωμένα δεδομένα

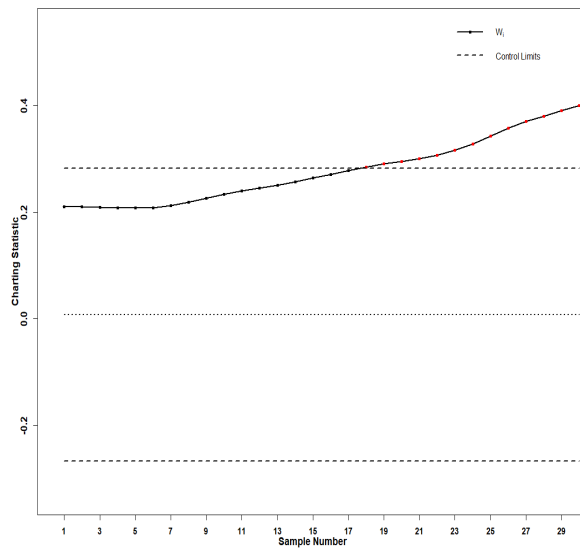
Μία εφαρμογή του προτεινόμενου S^2 -TEWMA διαγράμματος σε ένα προσομοιωμένο σύνολο δεδομένων παρέχεται σε αυτή την υποενότητα. Δημιουργείται ένα σύνολο δεδομένων με 30 δείγματα μεγέθους $n = 5$. Τα πρώτα 15 δείγματα δημιουργούνται από την $N(\mu_0 = 10, \sigma_0^2 = 4)$, αναφερόμενα στην εντός ελέγχου κατάσταση, ενώ τα υπόλοιπα 15 δείγματα παράγονται από την $N(\mu_1 = 10, \sigma_1^2 = 5)$, όπου παρατηρείται μία θετική μετατόπιση στη διασπορά με $\tau = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = 1.118$. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα S^2 -TEWMA, S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και τις ίδιες παραμέτρους σχεδιασμού που χρησιμοποιούνται στην προηγούμενη εφαρμογή. Τα δεδομένα και τα στατιστικά, εκτός του M_i^- που ισούται με μηδέν, δίνονται στον Πίνακα 9.7.

Το προτεινόμενο διάγραμμα απεικονίζεται στο Σχήμα 9.6, ενώ τα υπόλοιπα διαγράμματα δίνονται στα Σχήματα 9.7 - 9.10. Από αυτά τα Σχήματα, παρατηρούμε ότι το S^2 -TEWMA διάγραμμα δίνει το πρώτο εκτός ελέγχου σήμα στο 18^ο δείγμα, το S^2 -EWMA διάγραμμα στο 23^ο δείγμα, το S^2 -CUSUM διάγραμμα στο 24^ο δείγμα, το CS-EWMA διάγραμμα στο 26^ο δείγμα και το S^2 -HEWMA διάγραμμα στο 22^ο δείγμα. Σαφώς, τα σχήματα υποδεικνύουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα εντοπίζει μία μικρή θετική μετατόπιση πιο γρήγορα σε σύγκριση με τα άλλα διαγράμματα.

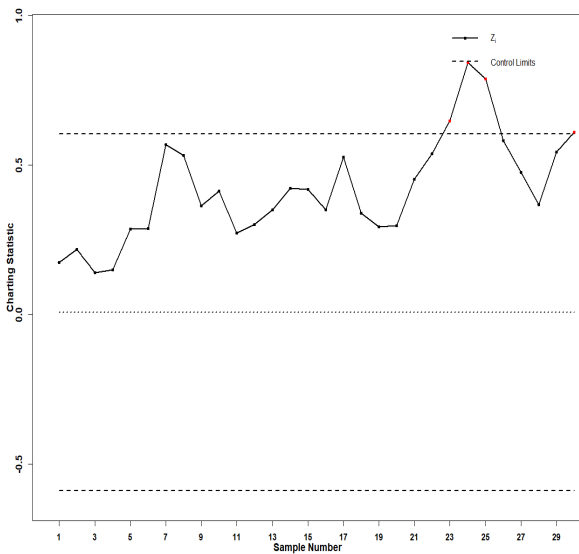
Πίνακας 9.7: Δεδομένα και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 9.5.2.

Δείγμα, i	Προσομοιωμένα Δεδομένα					T_i	W_i	Z_i	C_i^-	C_i^+	M_i^+	Y_i
1	9.914	13.042	9.072	8.755	9.164	-0.151	0.211	0.175	0.000	0.000	0.053	0.207
2	10.717	9.758	5.629	5.981	8.806	0.607	0.210	0.218	0.000	0.100	0.149	0.208
3	12.479	9.851	11.830	9.804	8.971	-0.559	0.210	0.140	0.067	0.000	0.167	0.202
4	8.521	13.474	12.813	10.172	11.673	0.225	0.208	0.149	0.000	0.000	0.193	0.196
5	9.877	16.078	9.298	10.658	8.752	1.530	0.208	0.287	0.000	1.023	0.358	0.205
6	5.944	9.129	10.232	10.265	11.243	0.289	0.209	0.287	0.000	0.804	0.523	0.214
7	15.571	13.154	6.160	5.622	8.358	3.105	0.213	0.569	0.000	3.401	0.970	0.249
8	9.043	10.311	12.237	6.818	8.916	0.201	0.219	0.532	0.000	3.094	1.380	0.277
9	11.048	11.406	13.251	10.882	12.910	-1.143	0.226	0.365	0.651	1.444	1.622	0.286
10	9.743	8.972	8.090	14.386	10.902	0.851	0.233	0.413	0.000	1.788	1.913	0.299
11	11.415	12.056	13.767	12.499	10.557	-0.995	0.239	0.272	0.503	0.285	2.063	0.296
12	11.344	9.651	7.349	5.733	10.007	0.568	0.245	0.302	0.000	0.346	2.243	0.297
13	7.434	12.258	10.067	13.442	12.369	0.779	0.251	0.350	0.000	0.618	2.471	0.302
14	14.898	11.989	7.602	10.803	11.251	1.080	0.257	0.423	0.000	1.190	2.771	0.314
15	9.981	6.494	11.877	7.509	9.487	0.386	0.264	0.419	0.000	1.068	3.068	0.325
16	11.104	12.312	8.729	10.730	8.322	-0.276	0.270	0.350	0.000	0.285	3.295	0.327
17	6.724	11.150	16.337	10.368	10.219	2.122	0.278	0.527	0.000	1.900	3.700	0.347
18	7.096	8.513	7.949	6.989	9.234	-1.355	0.285*	0.339	0.862	0.038	3.917	0.346
19	9.621	8.057	12.630	8.594	9.237	-0.115	0.290*	0.293	0.485	0.000	4.088	0.341
20	9.132	6.849	8.141	8.809	12.451	0.329	0.295*	0.297	0.000	0.000	4.262	0.337
21	6.053	13.972	7.425	7.965	6.402	1.856	0.300*	0.453	0.000	1.348	4.593	0.348
22	13.702	14.451	11.358	8.809	8.304	1.296	0.307*	0.537	0.000	2.137	5.008	0.367
23	6.294	12.287	11.920	5.719	8.819	1.652	0.316*	0.649	0.000	3.281	5.534	0.395
24	16.359	6.091	8.213	9.193	9.093	2.584	0.328*	0.842	0.000	5.358	6.254	0.440
25	9.441	13.655	13.455	9.549	10.738	0.303	0.343*	0.788	0.000	5.153	6.920	0.475
26	10.928	8.847	9.060	8.907	10.590	-1.277	0.357*	0.582	0.784	3.369	7.379	0.485
27	9.747	7.856	7.796	7.931	11.240	-0.490	0.370*	0.475	0.781	2.372	7.732	0.484
28	10.284	7.927	10.781	9.671	11.894	-0.594	0.380*	0.368	0.883	1.271	7.977	0.473
29	9.523	8.998	16.737	8.882	13.367	2.128	0.390*	0.544	0.000	2.891	8.399	0.480
30	10.128	9.662	6.112	9.699	13.764	1.209	0.400*	0.610	0.000	3.593	8.887	0.493

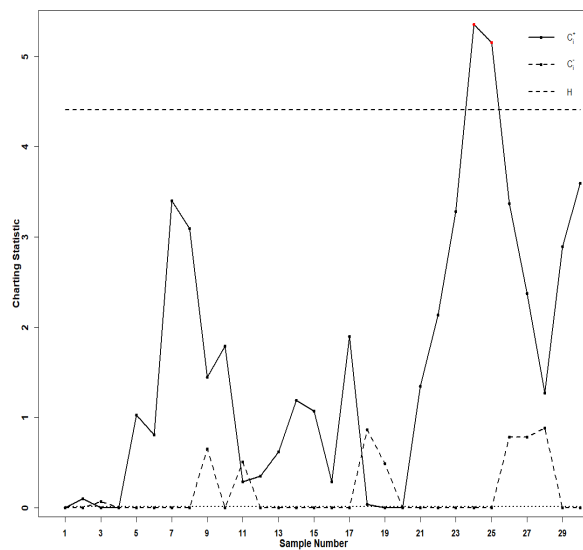
* S^2 -TEWMA διάγραμμα δίνει ένα εκτός ελέγχου σήμα.



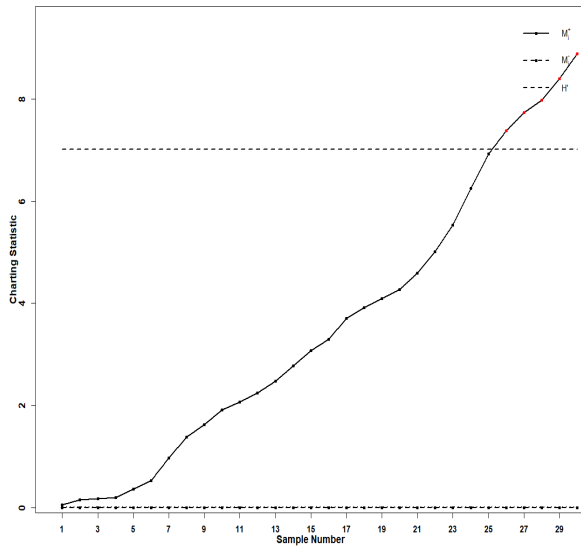
Σχήμα 9.6: S^2 -TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.020)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.



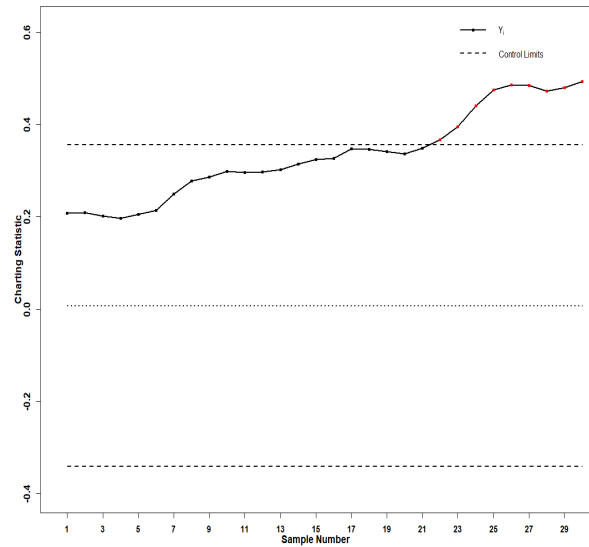
Σχήμα 9.7: S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.10, 2.686)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.



Σχήμα 9.8: S^2 -CUSUM διάγραμμα με $(K, H) = (0.50, 4.412)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.



Σχήμα 9.9: CS–EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.10, 0.50, 30.56)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.



Σχήμα 9.10: S^2 –HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.10, 0.10, 2.2171)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, Εφαρμογή 9.5.2.

9.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο εισάγουμε ένα TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, εφαρμόζοντας έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 , το οποίο καλείται S^2 –TEWMA διάγραμμα. Η απόδοση του S^2 –TEWMA διαγράμματος αξιολογείται μέσω χαρακτηριστικών του μήκους ροής, όπως τα ARL και SDRL μέτρα, διεξάγοντας Monte Carlo προσομοιώσεις. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το S^2 –TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας με μικρές λ τιμές, είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων και η ευαισθησία του S^2 –TEWMA διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς το μέγεθος του δείγματος n αυξάνεται. Επιπλέον, το S^2 –TEWMA διάγραμμα ελέγχου συγκρίνεται με ορισμένα γνωστά διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης, δηλαδή τα S^2 –EWMA, S^2 –CUSUM, CS–EWMA και S^2 –HEWMA διαγράμματα. Οι ARL συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων. Επιπλέον, το S^2 –TEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη απόδοση για την ανίχνευση καθοδικών μετατοπίσεων σε σύγκριση με τα S^2 –EWMA και S^2 –HEWMA διαγράμματα, καθώς η τιμή του λ αυξάνεται και είναι πιο ικανό να ανιχνεύει τόσο ανοδικές όσο και καθοδικές μετατοπίσεις από το CS–EWMA

διάγραμμα για μικρές λ τιμές. Όσον αφορά το SDRL μέτρο, το S^2 -TEWMA διάγραμμα υπερτερεί των εξεταζόμενων διαγραμμάτων, εκτός του CS-EWMA διαγράμματος με μεγαλύτερες λ τιμές. Τέλος, δίνονται δύο ενδεικτικές εφαρμογές για να εξηγηθεί η υλοποίηση του προτεινόμενου διαγράμματος.

Το S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου

10.1 Εισαγωγή

Οι Sheu και Lin (2003) πρότειναν το GWMA διάγραμμα για να βελτιώσουν την ανιχνευτική ικανότητα του EWMA διαγράμματος για μικρές μετατοπίσεις του μέσου της διεργασίας. Επιπρόσθετα, οι Sheu και Lu (2013) ανέπτυξαν ένα GWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας, το οποίο καλείται GWMAV διάγραμμα. Οι Ali και Haq (2017, 2018) και οι Huang, Lu και Chen (2020) επίσης μελέτησαν διαγράμματα ελέγχου για τη μεταβλητότητα της διεργασίας, χρησιμοποιώντας το GWMA στατιστικό. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το GWMA διάγραμμα, ο αναγνώστης παραπέμπεται στις εργασίες των Sheu και Yang (2006), Sheu, Huang και Hsu (2013), Lu (2015), Chakraborty et al. (2016) και Mambude et al. (2021).

Στο παρόν κεφάλαιο, με κίνητρο τις εργασίες των Sheu και Lin (2003) και Castagliola (2005), προτείνουμε και μελετάμε το GWMA διάγραμμα με βάση έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 (το οποίο καλείται S^2 -GWMA διάγραμμα), προκειμένου να βελτιώσουμε την απόδοση του S^2 -EWMA διαγράμματος. Το προτεινόμενο διάγραμμα συγκρίνεται επίσης με τα S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγράμματα, όπου παρατηρείται ότι είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων της μεταβλητότητας της διεργασίας.

Το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου οργανώνεται ως εξής: Στην Ενότητα 10.2 παρουσιάζουμε την κατασκευή του προτεινόμενου S^2 -GWMA διαγράμματος. Κατ' επέκταση, στην Ενότητα 10.3 μελετάμε την απόδοσή του ως προς την κατανομή του μήκους ρο-

ής, και στη συνέχεια, στην Ενότητα 10.4 παρουσιάζεται μία συγκριτική μελέτη με τα υπάρχοντα διαγράμματα ελέγχου για τη μεταβλητότητα της διεργασίας. Έπειτα, στην Ενότητα 10.5 δίνεται μία ενδεικτική εφαρμογή. Τέλος, τα συμπεράσματα συνοψίζονται στην τελευταία Ενότητα 10.6.

10.2 Το προτεινόμενο S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου

Έστω X_{ij} , όπου $i = 1, 2, \dots$ και $j = 1, 2, \dots, n$, είναι η j -οστή παρατήρηση στο i -οστό τυχαίο δείγμα (ή υποομάδα) μεγέθους $n > 1$ και υποθέτουμε ότι $X_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_0, \tau\sigma_0)$, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας, αντίστοιχα. Όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, τότε $\tau = 1$, διαφορετικά $\tau \neq 1$. Στην τρέχουσα μελέτη ενδιαφερόμαστε για την ανίχνευση μετατοπίσεων στη διακύμανση της διεργασίας από την εντός ελέγχου σ_0^2 τιμή της σε μία εκτός ελέγχου $\sigma_1^2 = (\tau\sigma_0)^2$ τιμή, για $\tau \neq 1$, υποθέτοντας ότι η μέση τιμή της διεργασίας είναι εντός ελέγχου και παραμένει αμετάβλητη.

Το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων που εφαρμόζεται στην S_i^2 (Johnson 1949), και δίνεται από την Εξίσωση (9.3), δηλαδή από το T_i , $i = 1, 2, \dots$.

Το GWMA διάγραμμα είναι ένα μοντέλο επέκτασης του EWMA διαγράμματος. Έστω M είναι μία διακριτή μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των δειγμάτων μέχρι την πρώτη εμφάνιση ενός συμβάντος από την προηγούμενη εμφάνισή του. Επομένως, μπορούμε να γράψουμε:

$$\sum_{j=1}^{\infty} P(M = j) = P(M = 1) + P(M = 2) + \dots + P(M = i) + P(M > i) = 1. \quad (10.1)$$

Η πιθανότητα $P(M = 1)$ είναι το βάρος του πιο πρόσφατου στατιστικού T_i , η πιθανότητα $P(M = 2)$ είναι το βάρος του προηγούμενου στατιστικού T_{i-1} και η πιθανότητα $P(M = i)$ είναι το βάρος του παλαιότερου στατιστικού T_1 . Τέλος, η πιθανότητα $P(M > i)$ είναι το βάρος της αρχικής τιμής G_0 του προτεινόμενου διαγράμματος, η οποία ισούται με την αρχική τιμή του S^2 -EWMA διαγράμματος, δηλαδή $G_0 = A(n) + B(n) \ln(1 + C(n))$. Να σημειωθεί ότι οι τιμές της G_0 του προτεινόμενου διαγράμματος παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 9.1 για $n = 3, 4, \dots, 15$, καθώς $G_0 = W_0$. Ως εκ τούτου, το στατιστικό του S^2 -GWMA διαγράμματος μπορεί

να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} G_i &= P(M=1)T_i + P(M=2)T_{i-1} + \dots + P(M=i)T_1 + P(M>i)G_0 \\ &= \sum_{j=1}^i P(M=j)T_{i-j+1} + P(M>i)G_0. \end{aligned} \quad (10.2)$$

Για ευκολότερους υπολογισμούς, οι Sheu και Lin (2003) θεώρησαν ότι $P(M=j) = q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha}$, όπου $0 \leq q < 1$ είναι η παράμετρος σχεδιασμού και $\alpha > 0$ είναι η παράμετρος προσαρμογής. Έτσι, το στατιστικό G_i του προτεινόμενου διαγράμματος μπορεί επίσης να γραφτεί ως:

$$G_i = \sum_{j=1}^i \left(q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha} \right) T_{i-j+1} + q^{i\alpha} G_0. \quad (10.3)$$

Το στατιστικό G_i ακολουθεί μία κατά προσέγγιση κανονική κατανομή με μέση τιμή $E(G_i) = \mu_T(n)$ και διακύμανση $Var(G_i) = Q_i \sigma_T^2(n)$, όπου $Q_i = \sum_{j=1}^i \left(q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha} \right)^2$. Τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου του S^2 -GWMA διαγράμματος είναι:

$$\begin{aligned} LCL_i &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n)\sqrt{Q_i}, \\ CL_i &= \mu_T(n), \\ UCL_i &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n)\sqrt{Q_i}, \end{aligned} \quad (10.4)$$

όπου $L > 0$ είναι ο πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Για μεγάλες τιμές του i , τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 -GWMA διαγράμματος είναι:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n)\sqrt{Q}, \\ CL &= \mu_T(n), \\ UCL &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n)\sqrt{Q}, \end{aligned} \quad (10.5)$$

όπου $Q = \lim_{i \rightarrow \infty} Q_i$. Το προτεινόμενο διάγραμμα ανάγεται στο S^2 -EWMA διάγραμμα για $\alpha = 1.00$ και $q = 1 - \lambda$, όπου $0 < \lambda \leq 1$ είναι η παράμετρος εξομάλυνσης του S^2 -EWMA διαγράμματος.

Προκειμένου να απλοποιηθεί η εφαρμογή του προτεινόμενου διαγράμματος, χρησιμοποιούμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, τα οποία δίνονται στην Εξίσωση (10.5). Το S^2 -GWMA διάγραμμα κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το στατιστικό G_i έναντι του αριθμού του δείγματος i . Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου εάν $LCL < G_i < UCL$, διαφορετικά, η διεργασία λέγεται ότι είναι εκτός ελέγχου.

10.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -GWMA διαγράμματος ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα μελετούμε την απόδοση του S^2 -GWMA διαγράμματος ελέγχου ως προς την κατανομή του μήκους ροής. Το μήκος ροής ορίζεται ως ο αριθμός των στατιστικών που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου έως ότου το διάγραμμα ενεργοποιήσει ένα εκτός ελέγχου σήμα. Το πιο ευρέως διαδεδομένο μέτρο απόδοσης ενός διαγράμματος ελέγχου είναι το ARL, το οποίο ορίζεται ως ο αναμενόμενος αριθμός στατιστικών προτού το διάγραμμα ελέγχου σηματοδοτήσει μία εκτός ελέγχου κατάσταση (Montgomery 2013). Για ένα αποτελεσματικό διάγραμμα ελέγχου, το ARL_0 θα πρέπει να είναι μεγάλο για την αποφυγή ψευδών συναγερμών, ενώ το ARL_1 θα πρέπει να είναι μικρό για να ανιχνεύει γρήγορα τη μετατόπιση. Άλλα χαρακτηριστικά της κατανομής του μήκους ροής, όπως το SDRL και τα εκατοστιαία σημεία, χρησιμοποιούνται επίσης για τη λήψη περισσότερων πληροφοριών σχετικά με την κατανομή του μήκους ροής. Στο παρόν κεφάλαιο, χρησιμοποιούμε τα ARL και SDRL ως μέτρα απόδοσης.

Ο στατιστικός σχεδιασμός του S^2 -GWMA διαγράμματος για μία καθορισμένη τιμή του n περιλαμβάνει τον υπολογισμό των παραμέτρων (q, α, L) για να ληφθεί μία προκαθορισμένη τιμή του ARL_0 . Η κατανομή του μήκους ροής ενός διαγράμματος ελέγχου μπορεί να αξιολογηθεί χρησιμοποιώντας ολοκληρωτικές εξισώσεις, προσέγγιση με Μαρκοβιανή αλυσίδα και Monte Carlo προσομοιώσεις. Οι δύο πρώτες μέθοδοι δεν μπορούν να εφαρμοστούν για το GWMA διάγραμμα λόγω της πολυπλοκότητάς τους. Για το λόγο αυτό, εκτελούμε την τελευταία μέθοδο χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο αλγόριθμο προσομοίωσης στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R. Τα βήματα του αλγόριθμου περιγράφονται ως εξής:

1. Για μία καθορισμένη τιμή του n , παράγουμε 10000 τυχαίες υποομάδες που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_0 = 0$ και τυπική απόκλιση $\tau\sigma_0$, όπου $\sigma_0 = 1$.
2. Για καθορισμένες τιμές των q και α , επιλέγουμε την τιμή του L , έτσι ώστε το ARL_0 να είναι ίσο με μία προκαθορισμένη τιμή.
3. Η δειγματική διακύμανση S_i^2 και τα στατιστικά T_i και G_i υπολογίζονται για κάθε υποομάδα, χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (9.2), (9.3) και (10.3), αντίστοιχα.
4. Υπολογίζουμε τα όρια ελέγχου που δίνονται από την Εξίσωση (10.5) και συγκρίνουμε κάθε στατιστικό με αυτά.

5. Καταγράφουμε τον αριθμό των υποομάδων μέχρι το πρώτο στατιστικό να απεικονιστεί πάνω ή έξω από τα όρια ελέγχου.
6. Επαναλαμβάνουμε τα Βήματα (1) έως (5) 10000 φορές και υπολογίζουμε τα ARL και $SDRL$ ως τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παραπάνω 10000 τιμών.

Το ARL_0 υπολογίζεται από τον παραπάνω αλγόριθμο για $\tau = 1$, ενώ το ARL_1 για $\tau \neq 1$. Επιπλέον, σε αυτή τη μελέτη, το ARL_0 ορίζεται προσεγγιστικά ίσο με το 370, το οποίο είναι μία από τις πιο χαρακτηριστικές τιμές. Οι πιο συνηθισμένες τιμές για τις παραμέτρους (q, α) επιλέγονται από τα διαστήματα $0.50 \leq q \leq 0.95$ και $0.50 \leq \alpha \leq 1.50$. Στη μελέτη προσομοίωσης χρησιμοποιούμε $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20, 1.50\}$. Τιμές του $\alpha < 0.70$ δεν χρησιμοποιήθηκαν καθώς οδηγούν σε μία αύξηση της τιμής του $SDRL_0$, δηλαδή μία μεγάλη απόκλιση στην κατανομή του μήκους ροής. Επίσης, λαμβάνονται υπόψη τέσσερα μεγέθη δείγματος, δηλαδή $n \in \{3, 5, 7, 9\}$.

Ο Πίνακας 10.1 παρουσιάζει τις υπολογισμένες L τιμές για διάφορους συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού (q, α) και μεγέθη δείγματος n για την επίτευξη του $ARL_0 \approx 370$. Για να διασφαλίσουμε ότι ο αλγόριθμος προσομοίωσης μας αποδίδει λογικά αποτελέσματα, τα συγκρίνουμε με αυτά που ελήφθησαν από τον Castagliola (2005) κάτι που είναι δυνατό, καθώς το S^2 -GWMA διάγραμμα ανάγεται στο S^2 -EWMA διάγραμμα, όταν $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$, και ο Castagliola (2005) επίσης χρησιμοποιεί ασυμπτωτικά όρια ελέγχου. Για παράδειγμα, θεωρούμε την περίπτωση, όπου $n = 5$, $q = 0.95$ και $\alpha = 1.00$. Βρίσκουμε ότι η τιμή του $L = 2.513$ δίνει $ARL_0 = 370.69$, ενώ του Castagliola (2005), το S^2 -EWMA διάγραμμα με $n = 5$, $\lambda = 0.05$ και $L = 2.514$ δίνει $ARL_0 = 370$.

Πίνακας 10.1: Τιμές του L για διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού (q, α) και μεγέθη δείγματος n για την επίτευξη του $ARL_0 \approx 370$.

n	α	q					
		0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95
3	0.70	2.965	2.946	2.913	2.859	2.839	3.067
	0.80	2.964	2.940	2.903	2.837	2.752	2.785
	0.90	2.963	2.939	2.896	2.824	2.712	2.624
	1.00	2.964	2.940	2.893	2.821	2.689	2.546
	1.20	2.967	2.941	2.887	2.814	2.682	2.518
	1.50	2.979	2.947	2.896	2.815	2.698	2.565
5	0.70	2.819	2.820	2.819	2.815	2.767	2.843
	0.80	2.820	2.825	2.824	2.810	2.721	2.641
	0.90	2.822	2.828	2.825	2.805	2.695	2.550
	1.00	2.824	2.831	2.824	2.800	2.686	2.513
	1.20	2.827	2.833	2.825	2.790	2.683	2.513
	1.50	2.835	2.833	2.823	2.787	2.699	2.576
7	0.70	2.821	2.836	2.841	2.825	2.760	2.752
	0.80	2.828	2.843	2.845	2.819	2.719	2.596
	0.90	2.835	2.848	2.844	2.816	2.701	2.528
	1.00	2.840	2.851	2.844	2.812	2.689	2.505
	1.20	2.846	2.853	2.844	2.808	2.683	2.514
	1.50	2.851	2.852	2.843	2.800	2.708	2.572
9	0.70	2.844	2.858	2.860	2.843	2.761	2.702
	0.80	2.853	2.859	2.861	2.837	2.724	2.572
	0.90	2.857	2.863	2.857	2.829	2.701	2.512
	1.00	2.860	2.865	2.854	2.822	2.690	2.494
	1.20	2.867	2.868	2.852	2.814	2.689	2.510
	1.50	2.872	2.870	2.851	2.814	2.712	2.576

Για να μελετήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος, χρησιμοποιούμε τις παραμέτρους σχεδιασμού (q, α, L) που παρουσιάζονται στον Πίνακα 10.1 και επίσης, θεωρούμε τις μετατοπίσεις $\tau \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$. Οι Πίνακες 10.2 και 10.3 παρουσιάζουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές του προτεινόμενου διαγράμματος για $n = 5$ και 9, αντίστοιχα. Οι τιμές με έντονη γραφή υποδηλώνουν τη μικρότερη ARL_1 τιμή για κάθε μετατόπιση. Από αυτούς του πίνακες παρατηρούμε ότι για μία καθορισμένη

τιμή του q (α), η απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων χειροτερεύει, καθώς η τιμή του α (q) αυξάνεται (μειώνεται). Ως αποτέλεσμα, το S^2 -GWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.70$ είναι το πιο αποτελεσματικό διάγραμμα στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων της μεταβλητότητας της διεργασίας. Ένας συνδυασμός των $q = 0.95$ και $\alpha \in [0.90, 1.50]$ προτιμάται για την ανίχνευση μικρών έως μέτριων καθοδικών μετατοπίσεων, ενώ για μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις, οι τιμές των $q \in [0.60, 0.90]$ και $\alpha = 1.50$ είναι οι πιο κατάλληλες επιλογές. Αυτό το συμπέρασμα είναι παρόμοιο με του Castagliola (2005), όπου το S^2 -EWMA διάγραμμα με $\lambda = 0.05$ είναι η βέλτιστη επιλογή για ανοδικές μετατοπίσεις, ενώ μεγαλύτερες τιμές του λ (στην περίπτωση μας μικρότερες τιμές του q) είναι καλύτερες για καθοδικές μετατοπίσεις. Επιπλέον, είναι προφανές ότι για καθορισμένες τιμές των (q, α) παραμέτρων, η ικανότητα ανίχνευσης του προτεινόμενου διαγράμματος βελτιώνεται, καθώς η τιμή του n αυξάνεται. Για παράδειγμα, όταν $n = 5$ και $\tau = 1.05$, το ARL_1 του S^2 -GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.641$) διαγράμματος είναι 72.32, ενώ για $n = 9$ και $\tau = 1.05$, το ARL_1 του S^2 -GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.572$) διαγράμματος είναι 56.41. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι το προτεινόμενο διάγραμμα με $q \in [0.50, 0.60]$ είναι ARL-μεροληπτικό (όπως και άλλα αμφίπλευρα S^2 διαγράμματα, όπως μπορεί να φανεί στην επόμενη ενότητα) για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις. Αυτό συμβαίνει επειδή ο λογαριθμικός μετασχηματισμός τριών παραμέτρων έχει ως αποτέλεσμα μία κατά προσέγγιση κανονικότητα στο T_i και όχι ακριβή, και η παρακολούθηση ενός στατιστικού με ασύμμετρη κατανομή οδηγεί σε ένα ARL-μεροληπτικό διάγραμμα. Προκειμένου να επιτευχθεί μία καλύτερη κανονικότητα, οι Castagliola, Celano και Fichera (2010) εφάρμοσαν στην S_i^2 έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τεσσάρων παραμέτρων. Τέλος, παρατηρείται ότι για καθορισμένες τιμές των παραμέτρων σχεδιασμού (q, α) , η $SDRL_0$ τιμή μειώνεται, καθώς η τιμή του n αυξάνεται, ενώ οι $SDRL_1$ τιμές έχουν την ίδια τάση με τις ARL_1 τιμές.

Πίνακας 10.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	17.15 (2.13)	13.43 (1.67)	11.35 (1.40)	10.02 (1.22)	8.38 (1.02)	7.03 (0.90)	10.58 (1.77)	9.13 (1.52)	8.17 (1.34)	7.51 (1.21)	6.61 (1.09)	5.86 (1.12)
0.60	22.97 (3.76)	17.62 (2.97)	14.63 (2.51)	12.74 (2.21)	10.46 (1.92)	8.79 (1.97)	14.41 (3.20)	12.25 (2.77)	10.86 (2.51)	9.88 (2.35)	8.70 (2.32)	8.17 (3.12)
0.70	33.77 (7.39)	25.21 (5.72)	20.60 (4.87)	17.84 (4.47)	14.65 (4.28)	13.32 (5.82)	21.70 (6.37)	18.22 (5.59)	16.14 (5.29)	14.81 (5.29)	13.79 (6.31)	15.25 (9.60)
0.80	57.21 (17.84)	42.18 (13.34)	34.23 (11.65)	29.70 (11.23)	26.27 (13.16)	29.89 (21.26)	39.01 (15.24)	32.78 (14.10)	29.70 (14.48)	28.68 (15.91)	31.21 (21.95)	43.43 (37.46)
0.90	128.55 (72.54)	98.48 (53.92)	85.16 (50.43)	81.06 (54.66)	86.81 (69.93)	122.16 (112.97)	105.11 (64.51)	95.36 (67.61)	95.37 (74.37)	102.47 (86.28)	126.43 (116.27)	183.94 (174.87)
0.95	251.83 (226.39)	212.83 (177.36)	200.45 (167.46)	201.13 (175.16)	226.88 (210.46)	290.13 (278.74)	255.41 (216.99)	244.36 (218.98)	249.36 (231.50)	264.98 (251.61)	304.82 (295.74)	370.00 (362.18)
1.00	369.33 (666.40)	370.15 (491.30)	370.03 (415.79)	370.69 (382.43)	370.53 (372.17)	369.53 (368.53)	370.98 (423.42)	370.69 (391.22)	370.13 (375.63)	370.24 (371.24)	370.01 (368.35)	370.06 (368.46)
1.05	44.20 (82.70)	72.32 (103.64)	98.08 (118.28)	120.60 (128.96)	147.93 (148.33)	172.21 (170.81)	93.13 (112.22)	113.64 (124.42)	130.41 (135.03)	144.95 (147.44)	162.25 (159.81)	173.34 (171.01)
1.10	15.72 (23.47)	24.70 (32.37)	35.79 (40.33)	45.31 (47.25)	58.74 (56.28)	73.80 (69.44)	34.30 (37.94)	43.49 (45.08)	51.38 (51.19)	57.77 (55.68)	68.51 (65.91)	79.99 (77.13)
1.20	6.30 (6.76)	78.93 (8.84)	12.24 (11.14)	15.25 (12.95)	19.51 (16.03)	23.62 (20.21)	12.18 (11.12)	14.87 (13.01)	17.09 (14.59)	19.00 (16.06)	22.03 (18.99)	25.50 (22.82)
1.30	4.01 (3.68)	5.41 (4.57)	7.14 (5.47)	8.73 (6.19)	10.82 (7.21)	12.49 (8.82)	7.06 (5.68)	8.33 (6.32)	9.42 (6.91)	10.30 (7.38)	11.63 (8.57)	12.87 (10.07)
1.40	2.96 (2.42)	3.91 (3.03)	5.08 (3.46)	6.17 (3.83)	7.57 (4.34)	8.48 (4.95)	4.96 (3.65)	5.78 (3.98)	6.47 (4.23)	7.02 (4.45)	7.76 (4.92)	8.38 (5.69)
1.50	2.40 (1.79)	3.09 (2.23)	4.01 (2.56)	4.84 (2.77)	5.93 (3.04)	6.55 (3.26)	3.81 (2.67)	4.44 (2.85)	4.97 (3.02)	5.40 (3.14)	5.90 (3.34)	6.24 (3.70)
1.60	2.05 (1.40)	2.57 (1.72)	3.31 (1.99)	4.04 (2.16)	4.95 (2.33)	5.50 (2.46)	3.13 (2.08)	3.63 (2.26)	4.08 (2.37)	4.44 (2.42)	4.83 (2.51)	5.10 (2.71)
1.70	1.81 (1.15)	2.23 (1.40)	2.84 (1.62)	3.47 (1.74)	4.30 (1.88)	4.80 (1.93)	2.65 (1.68)	3.07 (1.82)	3.46 (1.88)	3.79 (1.94)	4.16 (2.00)	4.37 (2.11)
1.80	1.65 (0.99)	1.99 (1.20)	2.51 (1.38)	3.07 (1.47)	3.83 (1.56)	4.31 (1.58)	2.32 (1.40)	2.68 (1.52)	3.03 (1.58)	3.31 (1.60)	3.66 (1.63)	3.86 (1.68)
1.90	1.53 (0.86)	1.81 (1.05)	2.27 (1.21)	2.77 (1.29)	3.47 (1.34)	3.95 (1.33)	2.08 (1.22)	2.39 (1.32)	2.70 (1.37)	2.97 (1.38)	3.30 (1.37)	3.48 (1.40)
2.00	1.44 (0.77)	1.68 (0.93)	2.08 (1.10)	2.54 (1.14)	3.20 (1.18)	3.67 (1.17)	1.91 (1.08)	2.17 (1.18)	2.46 (1.21)	2.72 (1.22)	3.04 (1.21)	3.24 (1.21)

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	8.02 (1.81)	7.20 (1.62)	6.66 (1.52)	6.26 (1.48)	5.76 (1.52)	5.68 (2.21)	7.59 (2.11)	6.95 (2.01)	6.53 (1.99)	6.27 (2.06)	6.14 (2.48)	6.90 (3.91)
0.60	11.46 (3.48)	10.27 (3.27)	9.50 (3.21)	9.02 (3.30)	8.79 (4.01)	10.18 (6.33)	11.70 (4.55)	10.87 (4.61)	10.47 (4.95)	10.44 (5.43)	11.47 (7.33)	15.60 (12.40)
0.70	18.59 (7.61)	16.94 (7.61)	16.24 (8.24)	16.21 (9.17)	17.83 (12.43)	25.19 (21.08)	21.62 (11.72)	21.07 (12.98)	21.75 (14.88)	23.43 (17.28)	29.77 (25.34)	46.36 (43.28)
0.80	39.22 (22.29)	37.93 (24.68)	39.48 (29.10)	42.86 (34.24)	54.23 (47.93)	84.63 (80.13)	59.63 (45.69)	63.03 (51.88)	69.43 (60.44)	78.84 (72.52)	103.45 (98.19)	162.67 (159.84)
0.90	152.24 (130.70)	159.89 (145.31)	173.13 (162.59)	191.83 (183.71)	234.03 (227.30)	325.56 (325.52)	309.26 (292.57)	318.81 (308.11)	331.22 (322.14)	351.18 (345.80)	410.52 (405.00)	547.55 (545.00)
0.95	393.46 (374.82)	390.11 (375.56)	394.51 (381.24)	407.17 (396.99)	432.78 (432.30)	499.81 (497.99)	610.02 (608.90)	576.45 (573.36)	556.01 (566.31)	560.35 (562.50)	578.32 (580.18)	636.50 (633.89)
1.00	370.93 (379.35)	369.42 (368.81)	370.07 (367.04)	370.13 (366.36)	370.80 (370.32)	370.22 (370.00)	370.55 (373.73)	370.06 (373.35)	370.43 (374.46)	370.83 (372.75)	370.05 (369.57)	370.97 (369.43)
1.05	122.84 (127.15)	136.02 (137.19)	145.61 (144.40)	154.57 (153.58)	163.53 (160.83)	171.59 (168.92)	132.76 (135.98)	141.03 (141.02)	148.12 (146.56)	153.10 (152.08)	163.39 (161.51)	169.55 (168.13)
1.10	50.94 (51.23)	57.27 (56.50)	62.29 (59.97)	67.50 (65.70)	74.66 (72.36)	81.86 (80.71)	57.91 (56.80)	62.63 (61.11)	66.73 (65.21)	70.78 (69.70)	77.14 (76.17)	83.38 (81.93)

10.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -GWMA διαγράμματος ελέγχου 201

Πίνακας 10.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
1.20	17.22 (15.19)	18.91 (16.59)	20.33 (17.88)	21.72 (19.28)	24.37 (22.39)	27.37 (25.53)	19.52 (17.43)	21.01 (18.87)	22.24 (20.24)	23.49 (21.68)	25.91 (24.48)	28.65 (27.28)
1.30	9.30 (7.34)	10.02 (7.81)	10.68 (8.35)	11.30 (9.00)	12.30 (10.11)	13.54 (11.48)	10.24 (8.40)	10.81 (8.90)	11.35 (9.54)	11.83 (10.00)	12.78 (11.04)	14.06 (12.50)
1.40	6.23 (4.50)	6.66 (4.71)	7.01 (4.94)	7.33 (5.15)	7.81 (5.66)	8.44 (6.56)	6.69 (5.08)	6.98 (5.30)	7.22 (5.51)	7.47 (5.77)	7.98 (6.32)	8.56 (7.03)
1.50	4.67 (3.21)	4.99 (3.31)	5.24 (3.38)	5.45 (3.50)	5.73 (3.73)	6.06 (4.14)	4.89 (3.48)	5.09 (3.56)	5.28 (3.69)	5.44 (3.80)	5.71 (4.03)	6.01 (4.43)
1.60	3.74 (2.48)	4.00 (2.54)	4.22 (2.59)	4.39 (2.64)	4.59 (2.75)	4.81 (3.03)	3.88 (2.66)	4.02 (2.69)	4.16 (2.76)	4.28 (2.80)	4.48 (2.96)	4.72 (3.24)
1.70	3.13 (2.00)	3.34 (2.04)	3.52 (2.06)	3.68 (2.10)	3.88 (2.17)	4.02 (2.31)	3.21 (2.13)	3.34 (2.16)	3.45 (2.18)	3.55 (2.22)	3.70 (2.28)	3.86 (2.41)
1.80	2.69 (1.64)	2.88 (1.77)	3.05 (1.70)	3.19 (1.71)	3.36 (1.70)	3.47 (1.79)	2.75 (1.73)	2.86 (1.75)	2.95 (1.77)	3.04 (1.79)	3.17 (1.82)	3.31 (1.90)
1.90	2.38 (1.41)	2.55 (1.44)	2.70 (1.45)	2.83 (1.45)	2.99 (1.44)	3.11 (1.46)	2.42 (1.48)	2.52 (1.50)	2.60 (1.50)	2.68 (1.51)	2.80 (1.51)	2.93 (1.56)
2.00	2.15 (1.24)	2.30 (1.27)	2.44 (1.28)	2.55 (1.27)	2.73 (1.25)	2.85 (1.24)	2.18 (1.28)	2.26 (1.31)	2.34 (1.31)	2.41 (1.30)	2.53 (1.31)	2.65 (1.31)
τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	8.37 (3.01)	7.81 (3.02)	7.51 (3.18)	7.47 (3.55)	7.94 (4.62)	10.12 (7.33)	11.31 (5.60)	10.96 (6.09)	11.03 (6.80)	11.56 (7.77)	13.66 (10.50)	20.34 (17.78)
0.60	14.67 (7.64)	14.26 (8.32)	14.54 (9.45)	15.45 (11.04)	18.73 (15.21)	28.34 (25.32)	26.73 (19.33)	27.79 (21.83)	29.96 (24.95)	33.46 (28.90)	42.92 (39.26)	69.61 (67.16)
0.70	34.87 (25.45)	36.89 (29.63)	40.48 (34.41)	45.41 (39.72)	59.69 (56.03)	93.99 (91.30)	97.35 (87.53)	104.48 (96.38)	114.60 (107.72)	127.46 (122.21)	161.12 (157.68)	253.17 (250.94)
0.80	135.40 (122.94)	146.34 (137.12)	159.36 (150.05)	177.42 (170.83)	223.29 (219.12)	332.67 (334.07)	516.75 (505.29)	506.50 (496.68)	517.21 (517.02)	545.51 (546.41)	629.46 (631.88)	898.16 (894.12)
0.90	747.04 (726.09)	705.81 (692.08)	696.21 (698.69)	710.79 (707.45)	761.47 (754.06)	825.19 (911.77)	2052.45 (1978.64)	1791.33 (1766.42)	1630.09 (1620.64)	1547.88 (1541.91)	1488.31 (1486.42)	1621.76 (1606.31)
0.95	893.25 (903.12)	832.74 (842.63)	785.13 (792.90)	765.36 (771.32)	740.63 (744.08)	754.80 (754.43)	1054.77 (1065.39)	991.54 (997.75)	952.51 (953.42)	920.53 (922.71)	873.35 (873.44)	872.58 (867.37)
1.00	370.47 (372.45)	370.07 (369.29)	370.57 (373.66)	370.52 (370.69)	370.67 (370.90)	370.79 (374.10)	369.59 (372.40)	368.52 (369.61)	370.37 (373.18)	370.10 (371.83)	368.68 (370.31)	370.39 (366.81)
1.05	138.98 (141.02)	144.25 (146.88)	149.65 (150.69)	154.07 (154.95)	160.17 (159.89)	166.61 (164.66)	146.59 (148.97)	148.39 (151.37)	150.91 (153.23)	154.23 (155.68)	157.94 (159.37)	164.40 (164.19)
1.10	64.33 (63.48)	67.64 (66.27)	71.46 (70.61)	73.72 (73.12)	79.08 (79.10)	84.00 (84.54)	70.87 (71.09)	72.96 (73.30)	75.00 (74.70)	77.23 (77.57)	80.76 (81.10)	84.94 (85.21)
1.20	21.89 (20.15)	22.92 (21.30)	23.97 (22.28)	25.16 (23.57)	26.94 (25.53)	29.06 (27.92)	24.21 (22.58)	25.04 (23.70)	25.78 (24.64)	26.64 (25.37)	27.91 (26.87)	29.94 (29.05)
1.30	11.12 (9.45)	11.54 (9.90)	12.00 (10.39)	12.44 (10.85)	13.32 (11.91)	14.42 (12.96)	12.09 (10.75)	12.38 (11.08)	12.69 (11.38)	13.05 (11.75)	13.73 (12.49)	14.73 (13.46)
1.40	7.08 (5.64)	7.30 (5.88)	7.49 (6.09)	7.70 (6.28)	8.13 (6.77)	8.68 (7.33)	7.54 (6.34)	7.65 (6.46)	7.82 (6.66)	7.99 (6.85)	8.35 (7.23)	8.85 (7.77)
1.50	5.07 (3.75)	5.20 (3.85)	5.37 (4.00)	5.50 (4.13)	5.73 (4.34)	6.06 (4.73)	5.30 (4.14)	5.40 (4.22)	5.49 (4.34)	5.59 (4.44)	5.81 (4.68)	6.13 (4.99)
1.60	3.97 (2.83)	4.07 (2.86)	4.16 (2.93)	4.26 (3.00)	4.43 (3.16)	4.65 (3.38)	4.09 (3.02)	4.14 (3.07)	4.20 (3.12)	4.27 (3.16)	4.42 (3.33)	4.63 (3.56)
1.70	3.26 (2.23)	3.33 (2.25)	3.40 (2.28)	3.48 (2.32)	3.60 (2.41)	3.77 (2.56)	3.33 (2.37)	3.37 (2.39)	3.40 (2.40)	3.45 (2.44)	3.55 (2.53)	3.69 (2.65)
1.80	2.77 (1.82)	2.84 (1.84)	2.89 (1.85)	2.95 (1.86)	3.05 (1.90)	3.18 (1.98)	2.80 (1.91)	2.83 (1.91)	2.87 (1.94)	2.91 (1.96)	2.98 (1.98)	3.09 (2.06)
1.90	2.43 (1.35)	2.49 (1.55)	2.54 (1.55)	2.60 (1.57)	2.68 (1.59)	2.79 (1.56)	2.45 (1.61)	2.48 (1.61)	2.51 (1.61)	2.54 (1.62)	2.60 (1.66)	2.70 (1.72)
2.00	2.18 (1.32)	2.23 (1.32)	2.27 (1.33)	2.32 (1.34)	2.40 (1.36)	2.51 (1.38)	2.19 (1.38)	2.21 (1.37)	2.23 (1.37)	2.26 (1.38)	2.31 (1.39)	2.39 (1.44)

Πίνακας 10.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	8.49 (1.09)	7.43 (0.90)	6.78 (0.77)	6.34 (0.69)	5.73 (0.61)	5.12 (0.48)	5.66 (0.94)	5.26 (0.82)	4.96 (0.73)	4.75 (0.66)	4.42 (0.57)	4.09 (0.47)
0.60	11.43 (1.88)	9.71 (1.55)	8.66 (1.34)	7.95 (1.19)	6.98 (1.00)	6.07 (0.88)	7.67 (1.63)	6.97 (1.41)	6.45 (1.26)	6.07 (1.15)	5.51 (1.03)	4.97 (0.97)
0.70	16.90 (3.60)	13.90 (2.93)	12.10 (2.52)	10.88 (2.26)	9.30 (1.98)	8.02 (1.97)	11.46 (3.12)	10.17 (2.73)	9.27 (2.48)	8.62 (2.33)	7.78 (2.29)	7.27 (2.75)
0.80	29.14 (8.15)	23.16 (6.61)	19.73 (5.78)	17.57 (5.44)	15.14 (5.55)	14.34 (7.35)	20.42 (7.33)	17.83 (6.60)	16.17 (6.38)	15.22 (6.50)	14.68 (7.72)	16.34 (11.20)
0.90	71.56 (28.90)	55.95 (24.38)	48.10 (23.37)	44.26 (24.45)	44.27 (30.73)	55.43 (46.45)	54.58 (28.54)	49.21 (28.73)	47.59 (31.38)	48.60 (35.44)	56.87 (47.81)	77.22 (70.24)
0.95	158.85 (97.39)	130.69 (84.08)	119.46 (85.76)	119.52 (94.95)	133.36 (119.11)	174.84 (169.39)	140.35 (101.74)	135.49 (109.22)	139.82 (121.47)	149.99 (135.95)	179.59 (173.39)	224.14 (219.18)
1.00	370.14 (480.45)	370.01 (408.94)	370.44 (380.33)	370.29 (370.96)	370.30 (360.69)	370.27 (365.02)	370.32 (389.33)	370.31 (367.57)	370.51 (367.61)	370.13 (365.86)	370.36 (361.70)	370.75 (364.92)
1.05	39.15 (49.68)	56.41 (63.73)	70.60 (73.36)	83.29 (81.69)	103.97 (98.69)	127.39 (121.48)	70.78 (72.81)	83.97 (81.75)	94.86 (92.09)	105.46 (100.70)	124.04 (118.72)	141.70 (137.05)
1.10	14.89 (14.69)	20.06 (18.37)	24.75 (21.20)	28.79 (23.90)	35.28 (29.69)	44.03 (39.37)	25.24 (22.25)	29.17 (24.99)	32.62 (27.68)	35.87 (31.08)	42.38 (37.82)	50.62 (46.69)
1.20	6.14 (4.80)	7.88 (5.57)	9.49 (6.20)	10.76 (6.73)	12.24 (7.51)	13.60 (9.23)	9.34 (6.62)	10.43 (7.11)	11.22 (7.48)	11.89 (7.94)	12.98 (9.18)	14.51 (11.25)
1.30	3.86 (2.61)	4.84 (2.94)	5.80 (3.20)	6.56 (3.36)	7.42 (3.57)	7.86 (4.00)	5.46 (3.45)	6.08 (3.59)	6.54 (3.70)	6.89 (3.81)	7.28 (4.10)	7.66 (4.72)
1.40	2.82 (1.76)	3.52 (1.94)	4.24 (2.10)	4.81 (2.17)	5.48 (2.23)	5.77 (2.29)	3.87 (2.24)	4.31 (2.32)	4.66 (2.35)	4.90 (2.36)	5.16 (2.40)	5.30 (2.59)
1.50	2.26 (1.31)	2.80 (1.46)	3.38 (1.54)	3.86 (1.59)	4.45 (1.60)	4.73 (1.57)	3.00 (1.64)	3.36 (1.68)	3.66 (1.70)	3.88 (1.69)	4.11 (1.68)	4.21 (1.71)
1.60	1.91 (1.05)	2.35 (1.17)	2.85 (1.22)	3.26 (1.24)	3.81 (1.25)	4.11 (1.20)	2.47 (1.30)	2.78 (1.34)	3.04 (1.32)	3.24 (1.31)	3.47 (1.28)	3.58 (1.26)
1.70	1.67 (0.85)	2.03 (0.97)	2.48 (1.02)	2.86 (1.03)	3.37 (1.03)	3.70 (0.96)	2.11 (1.08)	2.38 (1.11)	2.63 (1.09)	2.83 (1.08)	3.04 (1.03)	3.17 (1.00)
1.80	1.51 (0.73)	1.81 (0.85)	2.20 (0.89)	2.57 (0.87)	3.05 (0.89)	3.39 (0.82)	1.85 (0.91)	2.09 (0.94)	2.33 (0.94)	2.52 (0.90)	2.75 (0.86)	2.88 (0.85)
1.90	1.39 (0.63)	1.64 (0.75)	2.00 (0.79)	2.35 (0.77)	2.80 (0.78)	3.16 (0.73)	1.67 (0.80)	1.88 (0.83)	2.10 (0.83)	2.30 (0.80)	2.53 (0.75)	2.66 (0.73)
2.00	1.30 (0.55)	1.51 (0.67)	1.84 (0.74)	2.17 (0.70)	2.61 (0.70)	2.97 (0.67)	1.53 (0.70)	1.73 (0.76)	1.92 (0.76)	2.11 (0.73)	2.36 (0.65)	2.50 (0.65)

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	4.26 (0.90)	4.04 (0.81)	3.86 (0.74)	3.72 (0.68)	3.51 (0.62)	3.32 (0.54)	3.80 (0.94)	3.62 (0.85)	3.46 (0.78)	3.36 (0.73)	3.20 (0.68)	3.08 (0.70)
0.60	5.93 (1.62)	5.52 (1.46)	5.21 (1.36)	4.97 (1.29)	4.63 (1.24)	4.42 (1.42)	5.47 (1.80)	5.13 (1.66)	4.88 (1.59)	4.70 (1.56)	4.53 (1.66)	4.58 (2.08)
0.70	9.29 (3.27)	8.57 (3.05)	8.06 (2.96)	7.72 (2.99)	7.51 (3.44)	8.03 (4.82)	9.13 (3.96)	8.61 (3.87)	8.34 (4.02)	8.23 (4.29)	8.51 (5.29)	9.74 (7.07)
0.80	18.09 (8.85)	16.93 (8.93)	16.46 (9.48)	16.61 (10.47)	18.32 (13.54)	23.57 (20.30)	20.22 (12.46)	20.01 (13.42)	20.54 (15.03)	21.54 (16.91)	25.04 (21.49)	32.82 (29.70)
0.90	60.59 (43.70)	62.43 (49.81)	66.59 (56.94)	72.70 (64.43)	88.66 (82.68)	118.53 (114.14)	86.09 (74.89)	91.22 (82.30)	98.84 (92.84)	107.28 (102.63)	126.03 (122.45)	157.44 (154.74)
0.95	188.33 (172.97)	197.47 (187.13)	209.72 (200.89)	222.74 (216.85)	249.51 (242.71)	293.59 (290.06)	264.85 (254.25)	272.43 (261.77)	278.37 (266.91)	284.64 (275.91)	308.31 (303.95)	350.38 (347.13)
1.00	370.24 (361.73)	370.02 (359.48)	370.13 (361.71)	370.50 (363.70)	370.43 (361.10)	370.12 (367.15)	370.15 (364.56)	370.99 (366.24)	370.84 (373.06)	370.33 (372.33)	369.68 (371.45)	370.77 (366.46)
1.05	100.41 (98.85)	110.49 (107.95)	119.11 (116.14)	126.32 (121.89)	139.41 (135.45)	152.39 (150.05)	116.15 (114.55)	123.34 (120.80)	129.13 (125.73)	134.64 (130.90)	147.14 (145.15)	155.24 (153.47)
1.10	34.82 (30.60)	38.14 (33.83)	41.53 (37.47)	44.74 (40.84)	50.72 (47.30)	58.47 (55.32)	41.70 (37.73)	44.53 (40.66)	47.21 (43.54)	50.27 (47.24)	56.06 (53.11)	62.83 (59.84)

Πίνακας 10.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
1.20	11.47 (8.42)	12.06 (8.82)	12.66 (9.49)	13.16 (10.10)	14.32 (11.53)	16.16 (13.72)	12.76 (9.96)	13.23 (10.47)	13.75 (11.08)	14.37 (11.85)	15.51 (13.25)	17.47 (15.48)
1.30	6.32 (4.14)	6.59 (4.22)	6.81 (4.36)	6.98 (4.53)	7.30 (4.94)	7.80 (5.64)	6.68 (4.65)	6.82 (4.71)	6.96 (4.85)	7.12 (5.03)	7.49 (5.54)	8.67 (6.25)
1.40	4.31 (2.58)	4.50 (2.60)	4.64 (2.62)	4.75 (2.64)	4.89 (2.76)	5.05 (3.03)	4.42 (2.82)	4.51 (2.81)	4.58 (2.83)	4.66 (2.88)	4.83 (3.08)	5.04 (3.40)
1.50	3.27 (1.84)	3.43 (1.83)	3.55 (1.81)	3.64 (1.81)	3.75 (1.84)	3.83 (1.94)	3.29 (1.96)	3.38 (1.95)	3.44 (1.93)	3.49 (1.93)	3.59 (1.99)	3.70 (2.14)
1.60	2.65 (1.43)	2.80 (1.42)	2.92 (1.40)	3.00 (1.38)	3.10 (1.35)	3.17 (1.38)	2.64 (1.50)	2.72 (1.49)	2.78 (1.47)	2.84 (1.46)	2.92 (1.43)	3.00 (1.50)
1.70	2.25 (1.18)	2.37 (1.17)	2.49 (1.15)	2.58 (1.11)	2.70 (1.06)	2.76 (1.04)	2.22 (1.21)	2.29 (1.20)	2.35 (1.19)	2.41 (1.17)	2.49 (1.12)	2.58 (1.11)
1.80	1.95 (0.98)	2.07 (0.98)	2.18 (0.97)	2.28 (0.94)	2.41 (0.87)	2.50 (0.83)	1.92 (1.01)	1.99 (1.00)	2.05 (0.99)	2.11 (0.97)	2.19 (0.93)	2.30 (0.89)
1.90	1.75 (0.85)	1.85 (0.86)	1.96 (0.85)	2.05 (0.83)	2.20 (0.76)	2.31 (0.68)	1.72 (0.86)	1.78 (0.86)	1.83 (0.85)	1.88 (0.84)	1.98 (0.81)	2.10 (0.75)
2.00	1.59 (0.75)	1.69 (0.77)	1.79 (0.77)	1.88 (0.76)	2.04 (0.70)	2.18 (0.59)	1.56 (0.75)	1.62 (0.76)	1.67 (0.77)	1.73 (0.76)	1.82 (0.74)	1.94 (0.68)

τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	3.62 (1.06)	3.43 (0.79)	3.30 (0.91)	3.21 (0.88)	3.07 (0.86)	2.97 (0.94)	3.62 (1.24)	3.45 (1.17)	3.33 (1.12)	3.23 (1.10)	3.11 (1.12)	3.07 (1.27)
0.60	5.49 (2.16)	5.20 (2.06)	4.99 (2.03)	4.88 (2.10)	4.82 (2.32)	5.08 (2.94)	5.91 (2.80)	5.67 (2.78)	5.54 (2.85)	5.47 (2.96)	5.56 (3.37)	6.00 (4.14)
0.70	10.02 (5.38)	9.68 (5.50)	9.64 (5.89)	9.76 (6.38)	10.56 (7.70)	12.58 (10.19)	12.23 (8.01)	12.28 (8.51)	12.52 (9.18)	12.92 (9.97)	14.29 (11.87)	16.94 (14.90)
0.80	26.37 (19.67)	27.17 (21.77)	28.72 (24.18)	30.72 (26.62)	35.92 (32.55)	45.27 (42.71)	38.47 (33.49)	40.52 (36.04)	42.91 (38.91)	45.66 (42.09)	51.73 (48.89)	61.85 (59.06)
0.90	132.03 (124.75)	138.90 (133.57)	147.57 (143.86)	155.77 (152.52)	176.33 (174.59)	210.74 (211.39)	201.14 (194.05)	210.97 (204.25)	218.97 (214.15)	226.54 (222.49)	243.44 (240.27)	271.42 (272.44)
0.95	356.30 (346.66)	352.97 (342.55)	357.08 (349.50)	364.02 (359.39)	377.49 (371.84)	402.91 (399.21)	451.38 (444.75)	451.19 (442.79)	448.20 (438.90)	446.19 (437.74)	450.70 (440.11)	466.01 (462.00)
1.00	370.33 (365.53)	370.26 (366.82)	370.33 (365.33)	370.82 (365.89)	370.03 (363.96)	370.05 (369.78)	370.45 (367.23)	370.42 (363.48)	370.25 (364.42)	370.52 (365.55)	370.46 (366.33)	370.67 (371.00)
1.05	128.42 (125.68)	132.41 (128.78)	138.11 (135.20)	142.79 (140.37)	150.54 (145.89)	160.91 (157.63)	136.76 (133.91)	141.08 (137.33)	144.61 (140.27)	147.75 (143.61)	154.57 (149.78)	160.51 (156.42)
1.10	48.12 (45.09)	50.77 (48.20)	53.25 (50.34)	55.92 (53.36)	60.57 (57.93)	66.55 (63.94)	54.23 (51.41)	56.70 (54.14)	58.75 (56.53)	60.61 (58.34)	64.65 (62.52)	69.17 (67.10)
1.20	14.16 (11.74)	14.53 (12.24)	15.09 (12.92)	15.70 (13.65)	17.08 (15.28)	18.75 (16.89)	15.66 (13.60)	16.16 (14.28)	16.70 (14.96)	17.23 (15.59)	18.31 (16.75)	19.64 (17.89)
1.30	7.02 (5.21)	7.13 (5.31)	7.28 (5.47)	7.45 (5.68)	7.81 (6.13)	8.37 (6.77)	7.40 (5.78)	7.54 (5.96)	7.68 (6.14)	7.83 (6.32)	8.18 (6.71)	8.69 (7.28)
1.40	4.53 (3.09)	4.57 (3.10)	4.63 (3.13)	4.71 (3.22)	4.62 (3.38)	5.12 (3.71)	4.66 (3.39)	4.73 (3.45)	4.78 (3.51)	4.83 (3.55)	4.98 (3.74)	5.21 (3.99)
1.50	3.32 (2.09)	3.35 (2.07)	3.39 (2.07)	3.43 (2.08)	3.53 (2.15)	3.65 (2.30)	3.34 (2.23)	3.38 (2.24)	3.40 (2.23)	3.44 (2.28)	3.53 (2.36)	3.65 (2.48)
1.60	2.63 (1.58)	2.66 (1.56)	2.70 (1.55)	2.74 (1.55)	2.82 (1.57)	2.91 (1.62)	2.62 (1.66)	2.65 (1.65)	2.67 (1.65)	2.69 (1.65)	2.75 (1.67)	2.84 (1.73)
1.70	2.19 (1.25)	2.23 (1.24)	2.26 (1.22)	2.30 (1.22)	2.36 (1.21)	2.44 (1.20)	2.17 (1.30)	2.20 (1.28)	2.22 (1.28)	2.24 (1.27)	2.28 (1.28)	2.34 (1.28)
1.80	1.89 (1.02)	1.93 (1.02)	1.96 (1.01)	2.00 (1.00)	2.06 (0.99)	2.14 (0.97)	1.87 (1.05)	1.89 (1.04)	1.91 (1.04)	1.93 (1.04)	1.97 (1.03)	2.03 (1.03)
1.90	1.68 (0.86)	1.72 (0.86)	1.75 (0.86)	1.78 (0.85)	1.84 (0.84)	1.94 (0.83)	1.66 (0.87)	1.68 (0.87)	1.70 (0.87)	1.72 (0.87)	1.76 (0.87)	1.81 (0.87)
2.00	1.54 (0.75)	1.57 (0.75)	1.60 (0.76)	1.63 (0.76)	1.69 (0.75)	1.77 (0.73)	1.51 (0.74)	1.53 (0.75)	1.55 (0.75)	1.57 (0.75)	1.60 (0.75)	1.65 (0.75)

10.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του S^2 -GWMA διαγράμματος με εκείνες των S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγραμμάτων, χρησιμοποιώντας τα ARL και SDRL μέτρα. Για να εξαχθούν έγκυρα συμπεράσματα, όλα τα διαγράμματα ελέγχου είναι αμφίπλευρα, έχουν σχεδιαστεί με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και συγκρίνονται σε μία κοινή βάση, δηλαδή το ARL_0 ισούται με 370. Η απόδοση των διαγραμμάτων παρουσιάζεται στους Πίνακες ΣΤ.1 - ΣΤ.5 στο Παράρτημα ΣΤ, όπου οι τιμές με έντονη γραφή υποδηλώνουν τις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε μετατόπιση. Επιπλέον, αξιολογήσαμε την απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων, εκτελώντας έναν παρόμοιο αλγόριθμο προσομοίωσης με αυτόν που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Κάθε διάγραμμα συγκρίνεται ξεχωριστά με το S^2 -GWMA διάγραμμα.

10.4.1 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -EWMA διαγράμματος

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, το S^2 -EWMA διάγραμμα είναι μία ειδική περίπτωση S^2 -GWMA διαγράμματος, όταν $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Ως εκ τούτου, η απόδοση του για $n = 5$ και 9 ήδη παρουσιάζεται στους Πίνακες 10.2 και 10.3, αντίστοιχα. Η απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος με $\alpha < 1.00$ είναι καλύτερη από εκείνη του S^2 -EWMA διαγράμματος για ανοδικές και μικρές καθοδικές μετατοπίσεις, ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές του q . Από την άλλη πλευρά, το S^2 -GWMA διάγραμμα με $q \in [0.90, 0.95]$ και $\alpha > 1.00$ είναι πιο αποτελεσματικό από το S^2 -EWMA διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις. Για παράδειγμα, από τον Πίνακα 10.2 παρατηρούμε ότι το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.90, \alpha = 0.90, L = 2.695)$ έχει μικρότερες ARL_1 και $SDRL_1$ τιμές από το S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda = 0.10, L = 2.686)$ για ανοδικές μετατοπίσεις, καθώς και για $\tau = 0.95$ και 0.90 και αντίστροφα για το υπόλοιπο εύρος μετατοπίσεων. Από την άλλη πλευρά, το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.90, \alpha = 1.20, L = 2.683)$ υπερέρχει του προαναφερθέντος S^2 -EWMA διαγράμματος μόνο για $\tau \leq 0.70$.

10.4.2 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -CUSUM διαγράμματος

Ο Πίνακας ΣΤ.1 στο Παράρτημα ΣΤ παρουσιάζει την απόδοση του S^2 -CUSUM διαγράμματος όταν $n = 5$, για διάφορες τιμές των K και H . Συγκρίνοντας με τα αποτελέσματα του Πίνακα 10.2, παρατηρούμε ότι ακόμη και το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.810)$ είναι πιο αποτελεσματικό από τα S^2 -CUSUM διαγράμματα για ανοδικές μετατοπίσεις. Από την άλλη πλευρά, το S^2 -GWMA διάγραμμα έχει μία ελαφρώς καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης για $\tau \leq 0.70$, ενώ το S^2 -CUSUM διάγραμμα με $K \in [0.10, 0.25]$ υπερέρχει του προτεινόμενου διαγράμματος για μετατοπίσεις στο εύρος $0.80 \leq \tau \leq 0.95$. Για παράδειγμα, όταν $n = 5$, οι ARL_1 τιμές του S^2 -GWMA διαγράμματος με $(q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.810)$ είναι 390.11, 159.89, 37.93, 16.94, 10.27 και 7.20 για $\tau = 0.95, 0.90, 0.80, 0.70, 0.60$ και 0.50 , αντίστοιχα, ενώ οι αντίστοιχες τιμές του S^2 -CUSUM διαγράμματος με $(K = 0.10, H = 12.81)$ είναι 159.83, 68.74, 29.60, 18.78, 13.73 και 10.91. Επίσης, παρατηρούμε ότι οι $SDRL_0$ τιμές των S^2 -CUSUM διαγραμμάτων είναι μικρότερες ή ίσες των ARL_0 τιμών. Να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο S^2 -GWMA διάγραμμα έχει $SDRL_0 = 368.81$. Επιπλέον, το S^2 -GWMA διάγραμμα έχει μικρότερες $SDRL_1$ τιμές από το S^2 -CUSUM διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις.

10.4.3 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος

Ο Πίνακας ΣΤ.2 στο Παράρτημα ΣΤ παρέχει την απόδοση του CS-EWMA διαγράμματος όταν $n = 5$, χρησιμοποιώντας $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $K_{CS} \in \{0.10, 0.50, 1.00\}$. Η σταθερά H_{CS} επιλέγεται κατάλληλα έτσι ώστε το ARL_0 να καθορίζεται στο 370 για διάφορες τιμές των K_{CS} και λ . Παρατηρούμε ότι ακόμη και το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.721)$ είναι πιο ευαίσθητο από το CS-EWMA διάγραμμα στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων. Ωστόσο, το CS-EWMA διάγραμμα υπερέρχει του S^2 -GWMA διαγράμματος για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις. Για παράδειγμα, από τον Πίνακα ΣΤ.2 στο Παράρτημα ΣΤ, μπορεί να φανεί ότι με βάση τα CS-EWMA διαγράμματα με τις καλύτερες αποδόσεις, οι ARL_1 τιμές είναι 153.55, 68.31, 24.55, 13.07, 8.02 και 5.79 για $\tau = 0.95, 0.90, 0.80, 0.70, 0.60$ και 0.50 αντίστοιχα, ενώ οι αντίστοιχες τιμές των S^2 -GWMA διαγραμμάτων με τις

καλύτερες αποδόσεις είναι 200.45, 81.06, 26.27, 13.32, 8.17 και 5.68.

Όπως στα S^2 -CUSUM διαγράμματα, οι $SDRL_0$ τιμές των CS-EWMA διαγραμμάτων είναι επίσης μικρότερες ή ίσες των ARL_0 τιμών. Η σύγκριση με το S^2 -GWMA διάγραμμα με ($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.721$) που έχει $SDRL_0 = 391.22$, έδειξε την υπεροχή του για ανοδικές μετατοπίσεις. Ωστόσο, όσον αφορά τις $SDRL$ τιμές, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι ελαφρώς λιγότερο αξιόπιστο. Παρόλα αυτά, το S^2 -GWMA διάγραμμα με ($q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.810$), το οποίο έχει $SDRL_0 = 368.81$, έχει καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης για $\tau \geq 1.20$ από τα CS-EWMA διαγράμματα με ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$) και ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$), τα οποία είναι τα CS-EWMA διαγράμματα με τις καλύτερες αποδόσεις για ανοδικές μετατοπίσεις και έχουν $SDRL_0$ τιμές κοντά στα 370. Παρόμοιες τάσεις παρατηρούνται με τις $SDRL_1$ τιμές.

10.4.4 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -HEWMA διαγράμματος

Ο Πίνακας ΣΤ.3 στο Παράρτημα ΣΤ παρουσιάζει την απόδοση του S^2 -HEWMA διαγράμματος όταν $n = 5$ και χρησιμοποιώντας $\lambda_1, \lambda_2 \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$. Η σύγκριση αποκαλύπτει ότι το S^2 -GWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και $\alpha \in [0.70, 0.80]$ είναι πιο αποτελεσματικό από το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0.05, L = 2.003$) στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων. Να σημειωθεί ότι τα τελευταία διαγράμματα έχουν μεγάλες $SDRL_0$ τιμές. Το S^2 -HEWMA διάγραμμα με μικρές τιμές των λ_1 και λ_2 υπερέχει του S^2 -GWMA διαγράμματος για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ τα δύο διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις. Για παράδειγμα, οι μικρότερες ARL_1 τιμές των S^2 -HEWMA διαγραμμάτων με τις καλύτερες επιδόσεις είναι 172.47, 75.34, 26.08, 13.47, 8.26 και 5.69 για $\tau = 0.95, 0.90, 0.80, 0.70, 0.60$ και 0.50, αντίστοιχα. Συγκρίνοντας με τις αντίστοιχες τιμές των S^2 -GWMA διαγραμμάτων, μπορεί να φανεί η υπεροχή του S^2 -HEWMA διαγράμματος έναντι του προτεινόμενου διαγράμματος για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις.

Σε αντίθεση με τα S^2 -CUSUM και CS-EWMA διαγράμματα, οι $SDRL_0$ τιμές του S^2 -HEWMA διαγράμματος είναι μεγαλύτερες από τις ARL_0 τιμές για μικρές τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης. Συγκρίνοντας το S^2 -GWMA διάγραμμα με ($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.721$) και το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$), τα οποία έχουν παρόμοιες $SDRL_0$ τιμές, παρατηρούμε ότι τα δύο διαγράμματα

αποδίδουν παρόμοια για μικρές ανοδικές μετατοπίσεις, ενώ το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό για μέτριες έως μεγάλες ανοδικές ($\tau \geq 1.20$) και καθοδικές ($\tau \leq 0.70$) μετατοπίσεις. Για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις, τα S^2 -HEWMA διαγράμματα είναι πιο αποτελεσματικά. Επιπλέον, οι $SDRL_1$ τιμές του S^2 -HEWMA διαγράμματος είναι ελαφρώς μεγαλύτερες από εκείνες του S^2 -GWMA διαγράμματος.

10.4.5 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του GWMAV διαγράμματος

Οι Sheu και Lu (2013) ανέπτυξαν το GWMAV διάγραμμα για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη διακύμανση της διεργασίας, χρησιμοποιώντας την ακόλουθη εκτιμήτρια της μεταβλητότητας της διεργασίας:

$$SP_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \mu_0)^2. \quad (10.6)$$

Η αναμενόμενη τιμή και η διακύμανση της SP_i^2 είναι σ_0^2 και $2\sigma_0^4/n$, αντίστοιχα, ενώ το GWMA στατιστικό μπορεί να δοθεί από την σχέση:

$$GV_i = \sum_{j=1}^i \left(q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha} \right) SP_{i-j+1}^2 + q^{j\alpha} \sigma_0^2. \quad (10.7)$$

Οι Sheu και Lu (2013) μελέτησαν ένα άνω μονόπλευρο GWMAV διάγραμμα, όπου το στατιστικό του δίνεται από τον τύπο $\max\{GV_i, \sigma_0^2\}$ και το UCL από την σχέση:

$$UCL = \sigma_0^2 + L \sqrt{Q \frac{2\sigma_0^4}{n}}. \quad (10.8)$$

Σε αυτό το κεφάλαιο, θεωρούμε ένα αμφίπλευρο GWMAV διάγραμμα, όπου το στατιστικό δίνεται από την Εξίσωση (10.7) και τα όρια ελέγχου είναι:

$$UCL/LCL = \sigma_0^2 \pm L \sqrt{Q \frac{2\sigma_0^4}{n}}. \quad (10.9)$$

Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου αν το GV_i σχεδιάζεται πάνω ή έξω από τα όρια ελέγχου. Σημειώνουμε ότι η εκτιμήτρια SP_i^2 προϋποθέτει ότι όλοι οι δειγματικοί μέσοι είναι ίσοι με μ_0 . Στην πραγματικότητα, δεν συμβαίνει συχνά.

Ο Πίνακας ΣΤ.4 στο Παράρτημα ΣΤ παρουσιάζει την απόδοση του GWMAV διαγράμματος όταν $n = 5$, χρησιμοποιώντας τους ίδιους (q, α) συνδυασμούς με εκείνους του S^2 -GWMA διαγράμματος. Μερικοί υπολογισμοί τερματίστηκαν λόγω του μεγάλου χρόνου υπολογισμού. Έτσι, τα αποτελέσματα με * και ** βασίζονται σε 1000

και 100 προσομοιώσεις, αντίστοιχα, ενώ *** χρησιμοποιούνται για να υποδείξουν πολύ μεγάλες τιμές. Συγκρίνοντας με τα αποτελέσματα του Πίνακα 10.2, παρατηρούμε ότι ακόμη και το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.641)$ έχει καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης από το GWMAV διάγραμμα για ανοδικές μετατοπίσεις. Επιπρόσθετα, το S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549)$ είναι πιο ευαίσθητο για μικρές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις ($1.10 \leq \tau \leq 1.70$), ενώ αποδίδει παρόμοια με τα GWMAV διαγράμματα με τις καλύτερες επιδόσεις για μεγαλύτερες μετατοπίσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι το GWMAV διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.661)$ υπερέχει του S^2 -GWMA διαγράμματος με $(q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549)$ για $\tau = 1.05$ (οι ARL_1 τιμές τους είναι 87.97 και 98.08, αντίστοιχα). Ωστόσο, το GWMAV διάγραμμα με $q \in [0.90, 0.95]$ είναι πιο αποτελεσματικό για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις ($0.70 \leq \tau \leq 0.95$), ενώ το S^2 -GWMA διάγραμμα αποδίδει καλύτερα για μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις ($0.50 \leq \tau \leq 0.60$). Επιπρόσθετα, θα πρέπει να αναφερθεί ότι το GWMAV διάγραμμα με $q \in [0.50, 0.80]$ είναι εξαιρετικά ARL -μεροληπτικό για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι ο λογαριθμικός μετασχηματισμός τριών παραμέτρων καθιστά το GWMA διάγραμμα πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων και λιγότερο ARL -μεροληπτικό για καθοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας.

Ο Πίνακας 10.4 παρέχει τους σχεδόν βέλτιστους συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού για τα S^2 -GWMA, S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA και GWMAV διαγράμματα, καθώς και τις ARL_1 τιμές για τις θεωρούμενες μετατοπίσεις τ . Οι τιμές με έντονη γραφή υποδεικνύουν τις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε μετατόπιση. Να σημειωθεί ότι δεν λαμβάνουμε υπόψη τους συνδυασμούς $(\lambda_1 = \lambda_2 = 0.05, L = 2.003)$ για το S^2 -HEWMA διάγραμμα και $(q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.843)$, $(q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.641)$ και $(q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.767)$ για το S^2 -GWMA διάγραμμα, επειδή έχουν σαν αποτέλεσμα μεγάλες τιμές του $SDRL_0$. Θεωρώντας αυτούς τους συνδυασμούς, το προτεινόμενο διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.843)$ είναι το πιο αποτελεσματικό για ανοδικές μετατοπίσεις. Από τον Πίνακα 10.4 συμπεραίνουμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι το πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ αποδίδει παρόμοια με το GWMAV διάγραμμα για μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις. Όπως αναφέρθηκε προηγούμενος, το GWMAV διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο για μία πολύ μικρή ανοδική μετατόπιση ($\tau = 1.05$). Το CS-EWMA διάγραμμα έχει την καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης για μία πολύ μικρή καθοδική μετατόπιση ($\tau = 0.95$), ενώ το GWMAV διάγραμμα με $q = 0.95$ αποδίδει πολύ καλά για $0.70 \leq \tau \leq 0.90$. Τέλος,

τα S^2 -GWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα αποδίδουν παρόμοια για μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις.

Πίνακας 10.4: Οι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου.

τ	S^2 -GWMA	S^2 -EWMA	S^2 -CUSUM	CS-EWMA	S^2 -HEWMA	GWMAV
0.50	5.68 ($q = 0.80, \alpha = 1.50, L = 2.787$)	6.26 ($\lambda = 0.20, L = 2.800$)	5.69 ($K = 0.75, H = 2.978$)	5.79 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	5.69 ($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.761$)	7.16 ($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.847$)
0.60	8.17 ($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.699$)	9.02 ($\lambda = 0.20, L = 2.800$)	8.27 ($K = 0.50, H = 4.412$)	8.02 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	8.26 ($\lambda_1 = 0.30, \lambda_2 = 0.40, L = 2.72$)	8.81 ($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.593$)
0.70	13.32 ($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.576$)	14.81 ($\lambda = 0.10, L = 2.686$)	14.17 ($K = 0.25, H = 7.562$)	13.07 ($\lambda = 0.30, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 6.61$)	13.47 ($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.30, L = 2.597$)	12.72 ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.490$)
0.80	26.27 ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.513$)	28.68 ($\lambda = 0.10, L = 2.686$)	25.43 ($K = 0.25, H = 7.562$)	24.55 ($\lambda = 0.40, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 11.72$)	26.08 ($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.20, L = 2.363$)	22.60 ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.490$)
0.90	81.06 ($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 2.513$)	81.06 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	68.74 ($K = 0.10, H = 12.81$)	68.31 ($\lambda = 0.20, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 19.91$)	74.70 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	67.15 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.507$)
0.95	200.45 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	201.13 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	159.83 ($K = 0.10, H = 12.81$)	153.55 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 0.10, H_{CS} = 25.82$)	177.02 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	196.57 ($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.561$)
1.05	98.08 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	120.60 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	144.11 ($K = 0.10, H = 12.81$)	120.27 ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$)	113.74 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	87.97 ($q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.661$)
1.10	35.79 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	45.31 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	66.35 ($K = 0.25, H = 7.562$)	48.75 ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$)	42.46 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	40.04 ($q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.661$)
1.20	12.24 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	15.25 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	24.67 ($K = 0.50, H = 4.412$)	21.31 ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$)	15.11 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	15.93 ($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.883$)
1.30	7.14 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	8.73 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	13.04 ($K = 0.50, H = 4.412$)	12.92 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	9.46 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	9.07 ($q = 0.90, \alpha = 0.90, L = 2.805$)
1.40	5.08 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	6.17 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	8.26 ($K = 0.75, H = 2.978$)	8.47 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	7.20 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	6.07 ($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 3.154$)
1.50	4.01 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	4.84 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	5.82 ($K = 1.00, H = 2.175$)	6.36 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	6.02 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	4.48 ($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 3.154$)
1.60	3.31 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	4.04 ($\lambda = 0.05, L = 2.513$)	4.49 ($K = 1.00, H = 2.175$)	5.19 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	5.27 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	3.54 ($q = 0.70, \alpha = 1.00, L = 3.427$)
1.70	2.84 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	3.45 ($\lambda = 0.50, L = 2.824$)	3.60 ($K = 1.25, H = 1.67$)	4.43 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	4.76 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	2.92 ($q = 0.70, \alpha = 1.00, L = 3.427$)
1.80	2.51 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	2.91 ($\lambda = 0.50, L = 2.824$)	2.99 ($K = 1.25, H = 1.67$)	3.89 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	4.37 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	2.49 ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 3.57$)
1.90	2.27 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	2.54 ($\lambda = 0.50, L = 2.824$)	2.59 ($K = 1.25, H = 1.67$)	3.51 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	4.08 ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.10, L = 2.081$)	2.18 ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 3.57$)
2.00	2.08 ($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$)	2.26 ($\lambda = 0.50, L = 2.824$)	2.29 ($K = 1.25, H = 1.67$)	3.21 ($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$)	2.66 ($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$)	1.95 ($q = 0.50, \alpha = 1.20, L = 3.747$)

10.4.6 S^2 -GWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -TEWMA διαγράμματος

Ο Πίνακας ΣΤ.5 στο Παράρτημα ΣΤ παρέχει την απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος όταν $n = 5$ χρησιμοποιώντας $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$. Η σύγκριση αποκαλύπτει ότι το S^2 -GWMA διάγραμμα με $\alpha < 1.00$ είναι πιο ικανοποιητικό στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ για τις καθοδικές μετατοπίσεις συμβαίνει το αντίθετο. Από την άλλη πλευρά, το S^2 -GWMA διάγραμμα με $\alpha > 1.00$ είναι πιο ευαίσθητο από το ανταγωνιστικό διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας. Για παράδειγμα, το S^2 -GWMA διάγραμμα με ($q = 0.60, \alpha = 0.80, L = 2.825$) είναι πιο αποτελεσματικό από το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ($\lambda = 0.40, L = 2.6415$) για $\tau > 1.00$. Να σημειωθεί ότι οι $SDRL_1$ τιμές του S^2 -GWMA διαγράμματος με $\alpha < 1.00$ είναι μικρότερες για μικρές ανοδικές μετατοπίσεις σε σύγκριση με το S^2 -TEWMA διάγραμμα, ενώ για το υπόλοιπο εύρος μετατοπίσεων συμβαίνει το αντίθετο. Επίσης, το S^2 -TEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη $SDRL$ απόδοση από το S^2 -GWMA διάγραμμα με $\alpha > 1.00$ για την πλειονότητα των θεωρούμενων μετατοπίσεων.

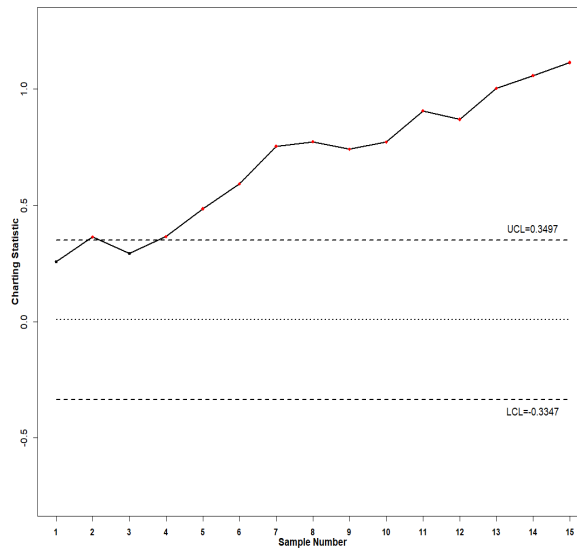
10.5 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε ένα ενδεικτικό παράδειγμα για να εξηγήσουμε την υλοποίηση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου. Το σύνολο δεδομένων που εξετάζουμε εδώ λαμβάνεται από τον Montgomery (2013) και προέρχεται από μία παραγωγική διεργασία, όπου τα εξαρτήματα υποβάλλονται σε δοκιμή αντοχής σε θλίψη. Οι αντοχές σε θλίψη (σε psi) 15 δειγμάτων, καθένα από 5 εξαρτήματα, φαίνονται στον Πίνακα 10.5. Οι εντός ελέγχου τιμές των μ και σ εκτιμώνται από ένα σύνολο δεδομένων Φάσης I 20 δειγμάτων (βλέπε Πίνακα 6E.12 στη σελίδα 285 του Montgomery 2013) και είναι ίσες με 79.333 psi και 4.037 psi, αντίστοιχα. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του συνόλου δεδομένων που παρουσιάζεται στον Πίνακα 10.5 είναι 79.423 psi και 7.737 psi, αντίστοιχα. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο μέσος της διεργασίας είναι σταθερός και ότι έχει συμβεί μία ανοδική μετατόπιση $\tau = 7.737/4.037 = 1.92$ στην τυπική απόκλιση της διεργασίας. Θέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα S^2 -GWMA, S^2 -EWMA, CS-EWMA, S^2 -HEWMA και GWMAV διαγράμματα με παραμέτρους σχεδιασμού $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.90, 2.549)$, $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.50, 1.00, 4.35)$, $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$ και $(q, \alpha, L) = (0.60, 1.20, 3.570)$, α -

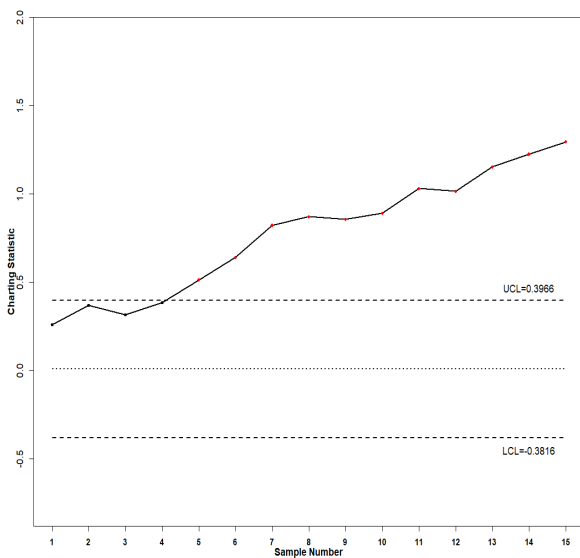
ντίστοιχα. Τα στατιστικά των διαγραμμάτων παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 10.5, όπου το στατιστικό M_i^- του CS–EWMA διαγράμματος δεν εμφανίζεται, καθώς είναι ίσο με 0 για όλα τα δείγματα. Τα διαγράμματα ελέγχου παρουσιάζονται στα Σχήματα 10.1 - 10.5. Το S^2 –GWMA διάγραμμα ανιχνεύει τη μετατόπιση στο 2^ο δείγμα, τα S^2 –HEWMA και GWMAV στο 4^ο δείγμα και τα S^2 –EWMA και CS–EWMA διαγράμματα στο 5^ο δείγμα. Σαφώς, μπορεί να φανεί ότι το προτεινόμενο S^2 –GWMA διάγραμμα ανιχνεύει την ανοδική μετατόπιση πιο γρήγορα από τα άλλα διαγράμματα.

Πίνακας 10.5: Δεδομένα αντοχών σε θλίψη και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 10.5.

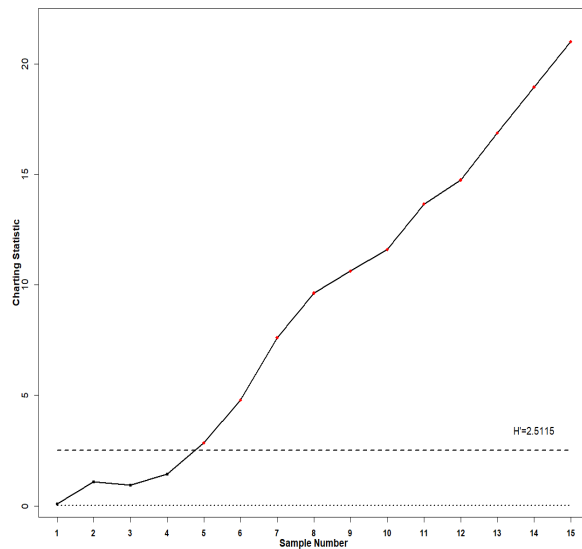
i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_i^2	T_i	G_i	Z_i	M_i^+	Y_i	SP_i^2	GV_i
1	68.9	81.5	78.2	80.8	81.5	28.757	1.136	0.257	0.257	0.089	0.213	24.335	19.512
2	69.8	68.6	80.4	84.3	83.9	58.515	2.490	0.363	0.369	1.086	0.221	50.548	32.334
3	78.5	85.2	78.4	80.3	81.7	7.867	-0.714	0.294	0.315	0.935	0.226	8.505	24.433
4	76.9	86.1	86.9	94.4	83.9	39.488	1.717	0.366	0.385	1.426	0.234	71.369	42.225
5	93.6	81.6	87.8	79.6	71.0	73.132	2.949	0.485	0.513	2.853	0.248	69.977	55.597
6	65.5	86.8	72.4	82.6	71.4	76.058	3.031	0.592	0.639	4.790	0.267	73.756	64.565
7	78.1	65.7	83.7	93.7	93.4	136.602	4.294	0.753	0.822	7.613	0.295	122.148	88.781
8	74.9	72.6	81.6	87.2	72.7	41.065	1.792	0.772	0.870	9.628	0.324	35.202	70.458
9	78.1	77.1	67.0	75.7	76.8	20.433	0.560	0.741	0.855	10.623	0.350	35.644	54.253
10	78.7	85.4	77.7	90.7	76.7	36.148	1.551	0.771	0.890	11.604	0.377	35.203	44.601
11	85.0	60.2	68.5	71.1	82.4	104.773	3.714	0.905	1.031	13.658	0.410	118.546	72.907
12	86.4	79.2	79.8	86.0	75.4	22.388	0.708	0.869	1.015	14.748	0.440	22.019	56.100
13	78.5	99.0	78.3	71.4	81.8	106.785	3.755	1.002	1.152	16.877	0.476	91.514	68.146
14	68.8	62.0	82.0	77.5	76.1	62.277	2.617	1.057	1.225	18.958	0.513	86.460	77.029
15	83.0	83.7	73.1	82.2	95.3	62.343	2.619	1.113	1.295	21.015	0.552	66.907	74.095



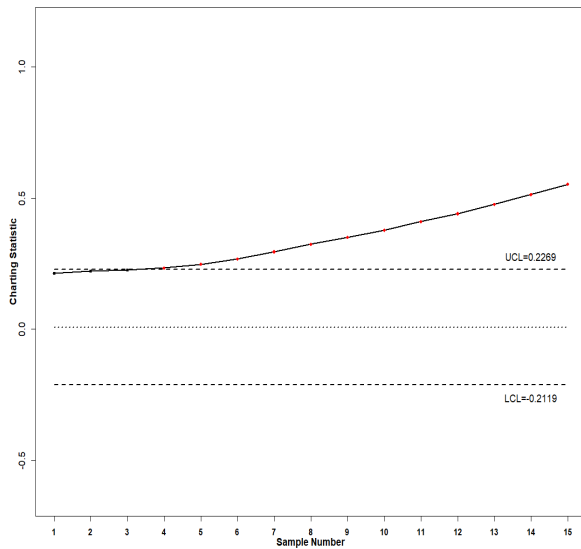
Σχήμα 10.1: S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.90, 2.549)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.



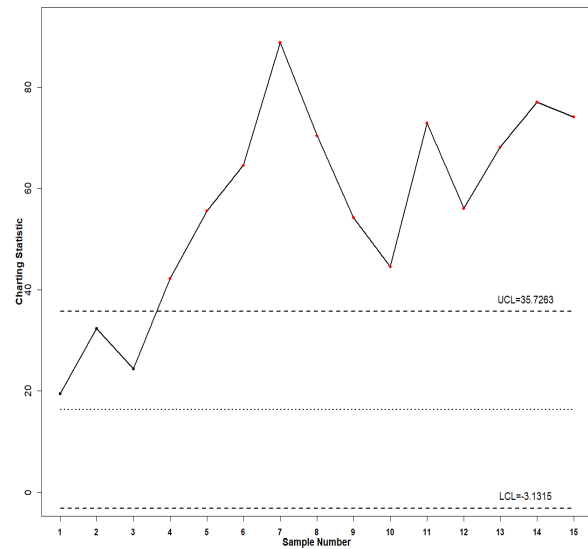
Σχήμα 10.2: S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.



Σχήμα 10.3: CS-EWMA διάγραμμα με $(\lambda, K_{CS}, H_{CS}) = (0.50, 1.00, 4.35)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.



Σχήμα 10.4: S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.



Σχήμα 10.5: GWMAV διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.60, 1.20, 3.570)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για το σύνολο δεδομένων αντοχών σε θλίψη, Εφαρμογή 10.5.

10.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσουμε ένα διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, χρησιμοποιώντας το GWMA διάγραμμα και εφαρμόζουμε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στη δειγματική διακύμανση. Το προτεινόμενο διάγραμμα επεκτείνει το υπάρχον S^2 -EWMA διάγραμμα, λόγω της πρόσθετης παραμέτρου προσαρμογής α , η οποία παρέχει μία καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης, ειδικά για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις. Πραγματοποιήσαμε Monte Carlo προσομοιώσεις, προκειμένου να παρέχουμε τον σχεδιασμό του προτεινόμενου διαγράμματος. Η μελέτη απόδοσης δείχνει ότι ένα S^2 -GWMA διάγραμμα με $q = 0.95$ και $\alpha = 0.70$ είναι πιο αποτελεσματικό από άλλα S^2 -GWMA διαγράμματα στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ οι τιμές $q = 0.95$ και $\alpha \in [0.90, 1.50]$ επιτυγχάνουν την καλύτερη απόδοση για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις. Επίσης, συγκρίναμε το S^2 -GWMA διάγραμμα με τα υπάρχοντα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγράμματα και παρατηρήσαμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από τα άλλα διαγράμματα για μικρές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις, ενώ το GWMAV διάγραμμα είναι το πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων καθοδικών μετατοπίσεων. Η απόδοση των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων είναι ίδια για μεγάλες ανοδικές μετατο-

πίσεις. Στο τέλος, δίνεται ένα ενδεικτικό παράδειγμα από μία παραγωγική διεργασία για να υποδειχθεί η εφαρμογή του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου.

Το S^2 -DGWMA διάγραμμα ελέγχου

11.1 Εισαγωγή

Οι Sheu και Hsieh (2009) επέκτειναν το GWMA διάγραμμα στο DGWMA διάγραμμα. Ειδικότερα, το DGWMA διάγραμμα είναι ένας σταθμισμένος κινητός μέσος ενός σταθμισμένου κινητού μέσου, δηλαδή η διαδικασία εξομάλυνσης εκτελείται δύο φορές. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το DGWMA διάγραμμα, ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις μελέτες των Chiu και Sheu (2008), Tai, Hsieh και Huang (2010), Kang και Baik (2012), Huang, Tai και Lu (2014), Chiu και Lu (2015), Lu (2018), Alevizakos, Koukouvinos και Lappa (2019), Karakani, Human και Van Niekerk (2019), Alevizakos, Koukouvinos και Chatterjee (2020), Mabude et al. (2021) και Chatterjee, Koukouvinos και Lappa (2023).

Εξ όσων γνωρίζουμε, καθώς και από την έρευνα των Mabude et al. (2021), οι περισσότερες από τις μελέτες σχετικά με το DGWMA διάγραμμα σχετίζονται με την παρακολούθηση της θέσης της διεργασίας ή την από κοινού παρακολούθηση της θέσης και της μεταβλητότητας της διεργασίας. Ως εκ τούτου, επηρεασμένοι από τους Sheu και Hsieh (2009) και Castagliola (2005), το τρέχον κεφάλαιο επεκτείνει την εργασία των Alevizakos et al. (2021), που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 10, σε ένα DGWMA διάγραμμα, το οποίο βασίζεται σε έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 , το οποίο ονομάζεται S^2 -DGWMA διάγραμμα για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Το προτεινόμενο διάγραμμα συγκρίνεται με αρκετά διαγράμματα ελέγχου διασποράς, όπως τα S^2 -EWMA, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, S^2 -TEWMA, S^2 -GWMA και VSI S^2 -EWMA διαγράμματα. Το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου είναι δομημένο ως εξής: Στην Ενότητα 11.2 παρουσιάζουμε το προτεινόμενο

S^2 -DGWMA διάγραμμα. Μία μελέτη προσομοίωσης διεξάγεται στην Ενότητα 11.3 για την αξιολόγηση της απόδοσής του μέσω της κατανομής του μήκους ροής, ενώ στην Ενότητα 11.4, το S^2 -DGWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα διαγράμματα ελέγχου που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Μία εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα παρουσιάζεται στην Ενότητα 11.5 και ορισμένες συμπερασματικές παρατηρήσεις συνοψίζονται στην Ενότητα 11.6.

11.2 Το προτεινόμενο S^2 -DGWMA διάγραμμα ελέγχου

Ας υποθέσουμε ότι X_{ij} , $i = 1, 2, \dots$, $j = 1, 2, \dots, n$, είναι η j -οστή παρατήρηση στο i -οστό τυχαίο δείγμα μεγέθους $n (> 1)$ και $X_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_0, \tau\sigma_0)$, όπου μ_0 και σ_0 είναι οι αντίστοιχες εντός ελέγχου τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός ελέγχου, αν $\tau = 1$, διαφορετικά, η διεργασία δηλώνεται ως εκτός ελέγχου και κατ'επέκταση, $\tau \neq 1$. Σε αυτό το κεφάλαιο, ο στόχος μας είναι η παρακολούθηση των μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας από μία εντός ελέγχου τιμή σ_0^2 σε μία εκτός ελέγχου $\sigma_1^2 = (\tau\sigma_0)^2$, όπου $\tau \neq 1$, λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέση τιμή της διεργασίας μ_0 παραμένει σταθερή. Για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας, χρησιμοποιείται ένας λογαριθμικός μετασχηματισμός τριών παραμέτρων που εφαρμόζεται στην S_i^2 (Johnson 1949), δηλαδή το στατιστικό T_i , που δίνεται από την Εξίσωση (9.3).

Το στατιστικό του προτεινόμενου S^2 -DGWMA διαγράμματος ορίζεται μέσω του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$\begin{cases} G_i &= \sum_{j=1}^i (q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha}) T_{i-j+1} + q^{i\alpha} G_0, \\ DG_i &= \sum_{j=1}^i (q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha}) G_{i-j+1} + q^{i\alpha} DG_0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (11.1)$$

όπου το T_i δίνεται από την Εξίσωση (9.3), $q \in [0, 1)$ είναι η παράμετρος σχεδιασμού, $\alpha > 0$ είναι η παράμετρος προσαρμογής και $DG_0 = G_0 = A(n) + B(n) \ln(1 + C(n))$ είναι οι αρχικές τιμές. Η τιμές της DG_0 παρέχονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 9.1, διότι $DG_0 = W_0$. Επιπρόσθετα, το στατιστικό DG_i ακολουθεί προσεγγιστικά την κανονική κατανομή με μέση τιμή $E(DG_i) = \mu_T(n)$ και διακύμανση $Var(DG_i) = W_i \sigma_T^2(n)$, όπου:

$$W_i = \sum_{j=1}^i \left(\sum_{u=j}^i (q^{(i-u)\alpha} - q^{(i-u+1)\alpha}) (q^{(u-j)\alpha} - q^{(u-j+1)\alpha}) \right)^2.$$

Τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου του S^2 -DGWMA διαγράμματος δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} LCL_i &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n)\sqrt{W_i}, \\ CL_i &= \mu_T(n), \\ UCL_i &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n)\sqrt{W_i}, \end{aligned} \quad (11.2)$$

όπου L είναι ένας θετικός πολλαπλασιαστής του διαγράμματος ελέγχου. Για μεγάλες τιμές του i , τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου του S^2 -DGWMA διαγράμματος δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_T(n) - L\sigma_T(n)\sqrt{W}, \\ CL &= \mu_T(n), \\ UCL &= \mu_T(n) + L\sigma_T(n)\sqrt{W}, \end{aligned} \quad (11.3)$$

όπου $W = \lim_{i \rightarrow \infty} W_i$. Στη συνέχεια, για λόγους απλούστευσης, χρησιμοποιούμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, τα οποία δίνονται από την Εξίσωση (11.3), προκειμένου να αναπτύξουμε το S^2 -DGWMA διάγραμμα. Το προτεινόμενο διάγραμμα κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το στατιστικό DG_i έναντι του αριθμού του δείγματος i . Η διεργασία είναι εντός ελέγχου όταν $LCL < DG_i < UCL$, διαφορετικά, η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα ανάγεται στο S^2 -HEWMA διάγραμμα, όταν $q = 1 - \lambda$, $\alpha = 1$ και $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$, όπου $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, 1]$ οι παράμετροι εξομάλυνσης του S^2 -HEWMA διαγράμματος.

11.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου

Το ARL και το SDRL χρησιμοποιούνται πιο συχνά για τη μέτρηση της απόδοσης ενός διαγράμματος ελέγχου. Ειδικότερα, το ARL είναι ο μέσος αριθμός των στατιστικών που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου μέχρι να ενεργοποιηθεί ένα εκτός ελέγχου σήμα (Montgomery 2013). Όταν η διασπορά της διεργασίας είναι εντός ελέγχου ($\tau = 1$), μία μεγάλη τιμή του ARL_0 προτιμάται. Από την άλλη πλευρά, όταν η μεταβλητότητα της διεργασίας είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή η τυπική απόκλιση μετατοπίζεται από σ_0 σε $\sigma_1 = \tau\sigma_0$ (με $\tau \neq 1$), μία μικρή ARL_1 τιμή προτιμάται. Στην παρούσα μελέτη, τα ARL και SDRL μέτρα χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της απόδοσης του προτεινόμενου διαγράμματος. Επιπλέον, υπολογίζουμε την απόδοση του διαγράμματος ελέγχου σε ένα εύρος μετατοπίσεων, μέσω του αναμενόμενου ARL

(Expected ARL, EARL), το οποίο ορίζεται ως:

$$EARL = \int_{\tau=\tau_{min}}^{\tau_{max}} ARL(\tau) f_{\tau}(\tau) d\tau,$$

όπου $ARL(\tau)$ είναι η ARL_0 τιμή αν $\tau = 1$, ή η ARL_1 τιμή που αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη μετατόπιση ($\tau \neq 1$) του διαγράμματος και $f_{\tau}(\tau)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του μεγέθους της μετατόπισης της διεργασίας όταν $\tau \in [\tau_{min}, \tau_{max}]$.

Ένας Monte Carlo αλγόριθμος προσομοίωσης εκτελείται στη στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R για τον υπολογισμό της κατανομής του μήκους ροής του αμφίπλευρου S^2 -DGWMA διαγράμματος με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου (Εξίσωση (11.3)). Ο αλγόριθμος εκτελείται 10000 φορές για τον υπολογισμό του μέσου και της τυπικής απόκλισης αυτών των 10000 μηκών ροής. Τα βήματα του αλγόριθμου προσομοίωσης περιγράφονται συνοπτικά ως ακολούθως:

1. Για μία καθορισμένη τιμή του n , παράγουμε 10000 τυχαίες υποομάδες που ακολουθούν την $N(0, \tau\sigma_0)$ κατανομή με $\sigma_0 = 1$.
2. Για διάφορες τιμές των q και a , λαμβάνουμε την τιμή του L , έτσι ώστε το ARL_0 να είναι προσεγγιστικά ίσο με την προκαθορισμένη τιμή.
3. Υπολογίζουμε τα στατιστικά S_i^2 , T_i , G_i και DG_i για κάθε υποομάδα (δηλαδή $i = 1, 2, \dots, 10000$), χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις (9.2), (9.3) και (11.1).
4. Υπολογίζουμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου που δίνονται από την Εξίσωση (11.3).
5. Για το σκοπό του υπολογισμού του μήκους ροής, συγκρίνουμε κάθε στατιστικό DG_i με τα όρια ελέγχου που δίνονται από την Εξίσωση (11.3) για $i = 1, 2, \dots, 10000$. Αν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, σταματάμε τις προσομοιώσεις και καταγράφουμε την τιμή του μήκους ροής.
6. Επαναλαμβάνουμε τα Βήματα (1) έως (5) για 10000 φορές και υπολογίζουμε τα ARL και SDRL.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι όταν η διεργασία είναι εντός ελέγχου, τότε $\tau = 1.00$, ενώ για μία εκτός ελέγχου διεργασία έχουμε $\tau \neq 1.00$. Επιπρόσθετα, το ARL_0 καθορίζεται προσεγγιστικά ίσο με 200 και 370, ενώ οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας είναι $\tau = \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$, με $\tau < 1.00$ να αναφέρεται στις καθοδικές μετατοπίσεις και $\tau > 1.00$ να αντιστοιχεί στις ανοδικές μετατοπίσεις. Ο πολλαπλασιαστής L του S^2 -DGWMA διαγράμματος με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $a \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20, 1.50\}$ λαμβάνεται, μέσω του παραπάνω Monte Carlo αλγόριθμου προσομοίωσης, χρησιμοποιώντας τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου που δίνονται από την Εξίσωση (11.3), για να θέσουμε το $ARL_0 \approx 200$ και 370.

Ιδιαίτερα, ο Πίνακας 11.1 παρουσιάζει τις L τιμές του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου για διάφορους συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού (q, α) και μεγέθη του δείγματος $n \in \{3, 5, 7, 9\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$. Οι Πίνακες 11.2 και 11.3 παρουσιάζουν τα ARL , $SDRL$ (σε παρένθεση) και $EARL$ αποτελέσματα του S^2 -DGWMA διαγράμματος χρησιμοποιώντας ασυμπτωτικά όρια ελέγχου με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20, 1.50\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$, καθώς και $n = 5$ και 9 , αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, ο Πίνακας 11.4 παρουσιάζει τα ARL , $SDRL$ (σε παρένθεση) και $EARL$ αποτελέσματα μαζί με τις L τιμές του S^2 -DGWMA διαγράμματος με τους ίδιους (q, α) συνδυασμούς, χρησιμοποιώντας ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Η μικρότερη ARL_1 τιμή για κάθε τ και n τιμές υποδεικνύεται επίσης με έντονη γραφή στους προαναφερθέντες Πίνακες.

Σύμφωνα με τους Πίνακες 11.2 - 11.4, τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι:

- Για μία καθορισμένη τιμή του α (q), η απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος βελτιώνεται για μικρές έως μέτριες καθοδικές και μικρές έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας, καθώς η τιμή του q (α) αυξάνεται (μειώνεται). Για παράδειγμα, όταν $\tau = 1.10$, $n = 5$, $\alpha = 0.90$ και $q = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90$ και 0.95 , οι ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 74.99 (73.04), 73.84 (71.83), 69.78 (67.09), 61.31 (58.16), 44.41 (46.22) και 12.38 (31.08), αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 11.2). Επιπλέον, αν $\tau = 0.80$, $n = 5$, $\alpha = 1.50$ και $q = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90$ και 0.95 , τότε οι ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 78.60 (74.88), 57.09 (53.29), 42.03 (37.86), 31.21 (25.81), 23.83 (15.49) και 23.21 (10.56), αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 11.4). Όταν $\tau = 1.10$, $n = 5$, $q = 0.80$ και $\alpha = 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20$ και 1.50 , οι αντίστοιχες ARL_1 ($SDRL_1$) τιμές είναι 44.61 (46.45), 53.84 (52.23), 61.31 (58.16), 67.38 (63.79), 76.78 (73.21) και 83.06 (79.22) (βλέπε Πίνακα 11.2).
- Καθώς η τιμή του n αυξάνεται, η ευαισθησία του προτεινόμενου διαγράμματος βελτιώνεται για τους περισσότερους από τους θεωρούμενους (q, α) συνδυασμούς και τ μετατοπίσεις. Για παράδειγμα, οι ARL_1 τιμές του S^2 -DGWMA διαγράμματος με $(q = 0.90, \alpha = 0.90)$ για $\tau = 1.05$, είναι 118.07 και 81.27, όταν $n = 5$ και 9 , αντίστοιχα (βλέπε Πίνακες 11.2 και 11.3). Ωστόσο, το αντίθετο παρατηρείται, π.χ. για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q = 0.90, \alpha = 0.80)$ για $1.30 \leq \tau \leq 2.00$, και το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 1.00)$ για $1.20 \leq \tau \leq 2.00$.
- Τα $SDRL_0$ και $SDRL_1$ μειώνονται με μία αύξηση στο μέγεθος του δείγματος.
- Το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.70)$ είναι το πιο αποτελεσματικό διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών έως μεγάλων ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας.

- Το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ($q = 0.95, \alpha \in [0.70, 0.80]$) παρουσιάζει την καλύτερη απόδοση για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις.
- Το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ($q \in [0.50, 0.80], \alpha \in [1.20, 1.50]$) είναι προτιμότερο για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις.
- Είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση μικρών ανοδικών μετατοπίσεων από ότι μικρών καθοδικών μετατοπίσεων. Για παράδειγμα, οι ARL_1 τιμές του S^2 -DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90, L = 2.163$) διαγράμματος είναι 74.40 και 44.41, όταν $n = 5$ για $\tau = 0.90$ και 1.10, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 11.2). Επιπρόσθετα, οι ARL_1 τιμές του S^2 -DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 1.828$) διαγράμματος είναι 124.08 και 88.77, όταν $n = 5$ για $\tau = 0.95$ και 1.05, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 11.4).
- Είναι ARL-μεροληπτικό για μικρές καθοδικές μετατοπίσεις ($0.95 \leq \tau < 1.00$) και $n = 5$, δηλαδή όταν i) ($q = 0.50, \alpha \in [0.70, 1.50]$) για $ARL_0 \approx 200, 370$, ii) ($q = 0.60, \alpha \in [0.80, 1.50]$) για $ARL_0 \approx 370$, iii) ($q \in [0.70, 0.80], \alpha \in [1.20, 1.50]$) για $ARL_0 \approx 370$, iv) ($q = 0.60, \alpha \in [1.00, 1.50]$) για $ARL_0 \approx 200$ και v) ($q = 0.70, \alpha = 1.50$) για $ARL_0 \approx 200$.
- Για καθορισμένες τ και n τιμές, το ARL_1 μειώνεται, καθώς το ARL_0 μειώνεται. Επίσης, το $SDRL_1$ μειώνεται με μία μείωση στην τιμή του ARL_0 , για τις περισσότερες από τις θεωρούμενες τ και (q, α) περιπτώσεις.

11.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου 221

Πίνακας 11.1: (q, α, L) συνδυασμοί παραμέτρων για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n \in \{3, 5, 7, 9\}$ και $ARL_0 \approx 370$.

n	α	q					
		0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95
3	0.70	2.8640	2.7860	2.6700	2.5000	2.9121	5.0274
	0.80	2.8590	2.7760	2.6600	2.4770	2.4155	2.72375
	0.90	2.8530	2.7720	2.6620	2.4840	2.2290	2.9217
	1.00	2.8540	2.7700	2.6680	2.5080	2.2350	2.4045
	1.20	2.8590	2.7760	2.6900	2.5670	2.3480	2.1230
	1.50	2.8770	2.8090	2.7420	2.6550	2.4980	2.3240
5	0.70	2.8200	2.7780	2.6650	2.4590	2.3870	3.8403
	0.80	2.8160	2.7710	2.6630	2.4580	2.1650	2.8520
	0.90	2.8150	2.7640	2.6670	2.4850	2.1630	2.2677
	1.00	2.8110	2.7610	2.6770	2.5170	2.2170	2.0030
	1.20	2.8090	2.7640	2.6930	2.5790	2.3490	2.1040
	1.50	2.8100	2.7780	2.7310	2.6570	2.5090	2.3290
7	0.70	2.8340	2.7848	2.6710	2.4510	2.2007	2.2374
	0.80	2.8330	2.7790	2.6645	2.4650	2.1050	2.4255
	0.90	2.8290	2.7731	2.6650	2.4860	2.1480	1.9885
	1.00	2.8260	2.7735	2.6742	2.5150	2.2130	1.9328
	1.20	2.8270	2.7770	2.7005	2.5760	2.3492	2.0942
	1.50	2.8280	2.7950	2.7452	2.6650	2.5100	2.3300
9	0.70	2.8480	2.7930	2.6700	2.4380	2.1140	2.8627
	0.80	2.8420	2.7845	2.6660	2.4525	2.0805	2.1678
	0.90	2.8370	2.7820	2.6725	2.4810	2.1370	1.8850
	1.00	2.8370	2.7810	2.6810	2.5150	2.2070	1.9020
	1.20	2.8370	2.7855	2.7080	2.5870	2.3450	2.0915
	1.50	2.8395	2.8040	2.7540	2.6740	2.5110	2.3240

Πίνακας 11.2: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						$q = 0.90$					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	29.96 (27.57)	24.37 (16.45)	25.43 (2.72)	20.07 (1.07)	15.12 (0.89)	11.53 (0.77)	20.64 (1.48)	15.99 (1.16)	13.56 (1.01)	11.99 (0.92)	10.01 (0.82)	8.32 (0.78)
0.60	24.08 (31.96)	20.72 (20.80)	28.41 (6.71)	23.12 (1.82)	17.20 (1.51)	13.06 (1.38)	25.00 (3.24)	19.14 (2.02)	16.03 (1.76)	14.07 (1.61)	11.66 (1.50)	9.83 (1.74)
0.70	20.70 (36.78)	18.21 (24.88)	31.68 (13.15)	28.17 (3.35)	20.77 (2.94)	16.18 (3.54)	31.92 (7.69)	24.62 (3.87)	20.40 (3.46)	17.85 (3.34)	15.07 (3.72)	14.14 (5.90)
0.80	19.71 (46.63)	17.91 (32.07)	37.36 (23.84)	38.62 (8.16)	29.35 (8.77)	27.23 (13.97)	44.33 (19.10)	36.72 (9.59)	30.53 (9.22)	27.44 (9.98)	25.99 (13.35)	31.51 (22.83)
0.90	27.65 (92.38)	24.94 (63.05)	59.32 (62.88)	77.52 (42.22)	74.55 (50.47)	93.06 (78.44)	78.81 (64.22)	80.21 (44.19)	74.40 (45.45)	75.34 (52.87)	89.12 (75.31)	126.97 (116.85)
0.95	78.79 (374.86)	57.73 (205.40)	125.44 (192.56)	172.47 (152.19)	186.36 (165.59)	238.66 (227.07)	155.79 (193.08)	178.10 (151.86)	179.50 (152.44)	189.46 (169.17)	230.49 (217.29)	296.82 (287.51)
1.00	368.21 (1872.21)	368.41 (1623.40)	370.43 (838.05)	370.43 (453.42)	370.94 (369.55)	369.94 (361.31)	369.77 (741.61)	370.80 (458.29)	369.79 (385.64)	370.09 (372.60)	370.38 (364.89)	370.10 (370.19)
1.05	16.28 (147.74)	18.72 (106.57)	47.97 (122.35)	93.66 (125.85)	139.20 (139.39)	167.49 (163.35)	45.83 (107.45)	89.39 (121.03)	118.07 (129.02)	136.49 (137.57)	161.33 (159.92)	176.64 (171.68)
1.10	2.50 (15.41)	3.81 (18.18)	12.38 (31.08)	31.65 (40.45)	54.66 (50.75)	70.35 (63.67)	12.77 (27.68)	30.11 (38.37)	44.41 (46.22)	53.28 (50.96)	66.22 (61.77)	78.29 (73.70)
1.20	1.26 (2.70)	1.53 (3.79)	3.72 (7.44)	10.94 (10.64)	20.33 (13.98)	24.66 (17.44)	4.18 (6.50)	10.38 (10.11)	15.39 (12.22)	18.71 (14.00)	22.36 (16.85)	25.89 (21.31)
1.30	1.10 (0.86)	1.23 (1.58)	2.22 (3.31)	6.78 (5.01)	12.91 (6.24)	14.81 (7.55)	2.58 (3.08)	6.28 (4.87)	9.37 (5.77)	11.23 (6.42)	12.96 (7.41)	14.14 (9.13)
1.40	1.06 (0.57)	1.12 (0.86)	1.71 (2.03)	5.16 (3.08)	10.10 (3.71)	11.31 (4.32)	1.99 (1.95)	4.66 (3.08)	6.99 (3.54)	8.38 (3.82)	9.57 (4.30)	10.03 (5.10)
1.50	1.04 (0.42)	1.08 (0.60)	1.45 (1.35)	4.30 (2.16)	8.63 (2.65)	9.58 (2.87)	1.67 (1.38)	3.79 (2.19)	5.75 (2.55)	6.91 (2.73)	7.87 (2.91)	8.06 (3.26)
1.60	1.03 (0.31)	1.05 (0.44)	1.31 (1.01)	3.76 (1.67)	7.70 (2.04)	8.57 (2.16)	1.48 (1.05)	3.25 (1.69)	4.98 (1.98)	6.02 (2.09)	6.88 (2.20)	7.00 (2.36)
1.70	1.02 (0.24)	1.04 (0.35)	1.22 (0.79)	3.39 (1.36)	7.06 (1.68)	7.88 (1.72)	1.37 (0.86)	2.87 (1.38)	4.43 (1.60)	5.40 (1.69)	6.20 (1.76)	6.31 (1.84)
1.80	1.02 (0.20)	1.03 (0.28)	1.17 (0.64)	3.12 (1.16)	6.57 (1.43)	7.38 (1.46)	1.30 (0.72)	2.61 (1.18)	4.04 (1.36)	4.94 (1.43)	5.72 (1.47)	5.83 (1.50)
1.90	1.01 (0.16)	1.02 (0.22)	1.13 (0.53)	2.91 (1.02)	6.19 (1.26)	6.99 (1.26)	1.24 (0.62)	2.41 (1.04)	3.75 (1.18)	4.59 (1.25)	5.35 (1.27)	5.46 (1.27)
2.00	1.01 (0.13)	1.02 (0.20)	1.11 (0.46)	2.75 (0.91)	5.88 (1.11)	6.67 (1.13)	1.19 (0.54)	2.24 (0.95)	3.50 (1.06)	4.31 (1.11)	5.04 (1.12)	5.17 (1.11)
EARL	35.19	33.47	45.16	53.19	58.48	64.01	48.10	51.79	53.90	56.06	60.93	68.67

τ	$q = 0.80$						$q = 0.70$					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	10.21 (1.17)	9.06 (1.04)	8.29 (0.95)	7.71 (0.90)	6.91 (0.88)	6.25 (1.05)	7.63 (1.20)	7.02 (1.10)	6.58 (1.06)	6.25 (1.05)	5.83 (1.13)	5.70 (1.67)
0.60	12.85 (2.14)	11.25 (1.94)	10.23 (1.85)	9.49 (1.84)	8.66 (2.09)	8.52 (3.22)	10.01 (2.34)	9.18 (2.28)	8.64 (2.32)	8.33 (2.52)	8.23 (3.28)	9.32 (5.23)
0.70	17.85 (4.38)	15.59 (4.17)	14.30 (4.34)	13.62 (4.85)	13.59 (6.56)	16.18 (10.75)	14.98 (5.25)	14.02 (5.58)	13.75 (6.35)	13.99 (7.40)	15.69 (10.24)	21.44 (16.99)
0.80	29.72 (11.22)	26.86 (11.97)	26.27 (13.84)	27.04 (16.37)	32.40 (24.22)	46.79 (40.65)	28.58 (15.28)	29.06 (17.96)	31.28 (22.17)	35.08 (27.53)	45.45 (39.65)	69.98 (65.55)
0.90	80.77 (53.60)	81.47 (61.28)	89.32 (73.75)	101.29 (88.79)	135.17 (125.48)	194.50 (187.89)	98.17 (80.82)	110.49 (97.76)	126.85 (116.41)	148.08 (140.29)	191.69 (183.33)	278.84 (276.86)
0.95	196.69 (168.36)	208.81 (188.51)	233.41 (220.32)	258.42 (248.17)	397.38 (296.95)	381.92 (377.97)	254.25 (240.79)	279.18 (267.24)	306.36 (299.22)	330.86 (324.12)	379.15 (372.54)	458.64 (457.90)
1.00	370.66 (385.07)	369.69 (372.21)	370.52 (370.68)	370.70 (370.74)	370.27 (370.87)	370.25 (370.15)	370.02 (372.02)	370.19 (370.07)	370.49 (370.50)	370.40 (367.06)	370.31 (367.95)	370.12 (370.58)
1.05	119.40 (129.66)	137.51 (140.30)	153.14 (154.20)	163.25 (162.34)	174.62 (173.02)	177.78 (173.85)	142.26 (145.94)	154.94 (154.52)	163.82 (161.22)	171.00 (170.56)	174.31 (172.00)	177.76 (175.21)
1.10	44.61 (46.45)	53.84 (52.23)	61.31 (58.16)	67.38 (63.79)	76.78 (73.21)	83.06 (79.22)	56.45 (54.70)	63.70 (61.04)	69.78 (67.09)	75.14 (72.35)	81.35 (78.14)	84.46 (82.81)

11.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου 223

Πίνακας 11.2: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
1.20	15.19 (12.68)	18.07 (14.63)	20.25 (16.43)	21.98 (18.11)	24.62 (21.32)	27.24 (24.07)	18.60 (15.73)	20.72 (17.66)	22.30 (19.32)	23.86 (21.13)	25.97 (23.45)	28.46 (26.41)
1.30	8.78 (6.11)	10.25 (6.80)	11.27 (7.41)	11.95 (7.96)	12.97 (9.22)	13.94 (10.67)	10.18 (7.25)	11.09 (7.92)	11.78 (8.69)	12.28 (9.21)	13.10 (10.31)	14.06 (11.44)
1.40	6.26 (3.77)	7.28 (4.12)	7.93 (4.39)	8.33 (4.60)	8.78 (5.16)	9.17 (5.85)	6.99 (4.39)	7.51 (4.67)	7.89 (4.96)	8.17 (5.27)	8.51 (5.77)	9.01 (6.62)
1.50	4.94 (2.73)	5.77 (2.93)	6.25 (3.02)	6.54 (3.13)	6.80 (3.36)	6.98 (3.79)	5.38 (3.10)	5.77 (3.23)	6.01 (3.34)	6.16 (3.46)	6.35 (3.75)	6.58 (4.13)
1.60	4.16 (2.12)	4.84 (2.24)	5.26 (2.30)	5.52 (2.36)	5.72 (2.47)	5.80 (2.71)	4.44 (2.39)	4.75 (2.45)	4.94 (2.50)	5.06 (2.58)	5.19 (2.72)	5.30 (2.94)
1.70	3.60 (1.71)	4.21 (1.81)	4.61 (1.86)	4.85 (1.88)	5.04 (1.94)	5.07 (2.08)	3.80 (1.91)	4.08 (1.95)	4.25 (1.98)	4.36 (2.03)	4.47 (2.12)	4.54 (2.67)
1.80	3.20 (1.43)	3.77 (1.51)	4.14 (1.54)	4.36 (1.55)	4.54 (1.57)	4.57 (1.64)	3.33 (1.58)	3.60 (1.61)	3.76 (1.62)	3.87 (1.64)	3.95 (1.67)	4.00 (1.74)
1.90	2.91 (1.25)	3.42 (1.30)	3.79 (1.32)	4.00 (1.31)	4.18 (1.29)	4.20 (1.32)	3.00 (1.36)	3.25 (1.36)	3.39 (1.36)	3.49 (1.37)	3.58 (1.38)	3.63 (1.43)
2.00	2.68 (1.11)	3.17 (1.15)	3.51 (1.17)	3.73 (1.15)	3.92 (1.13)	3.95 (1.14)	2.74 (1.20)	2.98 (1.20)	3.13 (1.20)	3.22 (1.20)	3.30 (1.19)	3.35 (1.20)
EARL	53.74	55.70	58.70	61.74	71.52	78.52	58.79	62.08	65.69	69.63	77.10	90.99
τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	6.61 (1.38)	6.19 (1.33)	5.88 (1.34)	5.69 (1.39)	5.57 (1.73)	5.91 (2.56)	6.33 (1.74)	6.03 (1.76)	5.88 (1.88)	5.81 (2.07)	6.01 (2.69)	6.97 (4.12)
0.60	9.19 (2.86)	8.70 (3.00)	8.48 (3.27)	8.49 (3.73)	9.16 (5.09)	11.57 (8.03)	9.64 (4.04)	9.51 (4.48)	9.72 (5.18)	10.18 (6.01)	11.90 (8.36)	16.11 (13.02)
0.70	15.25 (7.27)	15.18 (8.24)	15.69 (9.58)	16.87 (11.50)	20.78 (16.33)	30.96 (27.11)	18.65 (11.68)	19.58 (13.62)	21.61 (16.34)	24.48 (19.90)	32.29 (28.48)	48.40 (45.06)
0.80	35.24 (24.53)	38.74 (30.09)	43.78 (37.03)	50.24 (44.21)	67.37 (61.85)	105.91 (101.43)	53.45 (45.02)	60.64 (53.23)	70.15 (64.20)	81.18 (76.11)	110.21 (106.48)	165.99 (163.68)
0.90	145.69 (135.74)	166.33 (159.33)	188.72 (181.54)	212.82 (205.44)	270.54 (266.96)	384.85 (378.85)	248.47 (242.22)	269.98 (263.48)	300.58 (295.83)	330.56 (330.95)	406.89 (401.51)	548.22 (540.64)
0.95	350.60 (341.42)	371.15 (363.93)	386.53 (383.53)	407.41 (412.42)	459.69 (466.69)	538.02 (536.35)	480.97 (476.82)	486.85 (482.85)	504.05 (501.53)	512.64 (505.43)	553.45 (545.70)	630.50 (625.44)
1.00	369.77 (362.83)	369.76 (368.90)	370.96 (368.64)	370.40 (366.71)	369.69 (370.18)	369.91 (363.44)	370.39 (368.66)	370.33 (370.85)	369.78 (367.86)	370.87 (371.15)	369.93 (365.22)	369.98 (367.99)
1.05	150.66 (149.48)	159.79 (158.80)	164.23 (163.02)	168.24 (165.09)	173.15 (171.41)	176.47 (175.42)	149.66 (147.48)	157.59 (156.85)	162.85 (161.92)	166.54 (165.29)	170.57 (166.85)	171.70 (172.03)
1.10	63.25 (61.40)	69.18 (67.31)	73.84 (71.83)	76.98 (75.06)	82.04 (80.55)	85.88 (84.45)	66.59 (64.59)	70.88 (69.23)	74.99 (73.04)	77.67 (76.58)	82.83 (82.32)	85.91 (84.79)
1.20	20.62 (18.01)	22.28 (19.78)	23.58 (21.27)	24.82 (22.61)	27.12 (25.20)	29.29 (27.90)	21.87 (19.71)	23.36 (21.43)	24.72 (23.04)	25.88 (24.20)	27.75 (26.24)	29.67 (28.24)
1.30	10.83 (8.29)	11.56 (9.06)	12.08 (9.59)	12.57 (10.23)	13.45 (11.23)	14.31 (12.19)	11.23 (9.11)	11.87 (9.87)	12.42 (10.47)	12.91 (11.03)	13.66 (11.79)	14.51 (12.86)
1.40	7.17 (4.85)	7.52 (5.12)	7.80 (5.45)	8.02 (5.71)	8.49 (6.39)	8.94 (7.05)	7.25 (5.35)	7.52 (5.60)	7.80 (5.89)	8.06 (6.26)	8.46 (6.79)	8.87 (7.28)
1.50	5.41 (3.35)	5.63 (3.47)	5.79 (3.61)	5.92 (3.74)	6.12 (4.02)	6.35 (4.40)	5.34 (3.60)	5.52 (3.71)	5.68 (3.86)	5.78 (3.97)	5.99 (4.24)	6.23 (4.56)
1.60	4.38 (2.56)	4.56 (2.61)	4.67 (2.67)	4.75 (2.74)	4.88 (2.92)	5.04 (3.17)	4.24 (2.69)	4.39 (2.76)	4.50 (2.84)	4.59 (2.92)	4.73 (3.11)	4.88 (3.33)
1.70	3.69 (2.03)	3.87 (2.07)	3.97 (2.11)	4.04 (2.16)	4.13 (2.25)	4.21 (2.40)	3.54 (2.14)	3.66 (2.17)	3.76 (2.22)	3.82 (2.25)	3.92 (2.35)	4.01 (2.49)
1.80	3.21 (1.67)	3.36 (1.66)	3.46 (1.68)	3.52 (1.70)	3.59 (1.75)	3.65 (1.89)	3.04 (1.74)	3.15 (1.74)	3.23 (1.76)	3.29 (1.78)	3.38 (1.84)	3.45 (1.93)
1.90	2.85 (1.42)	3.01 (1.41)	3.10 (1.40)	3.16 (1.40)	3.23 (1.45)	3.27 (1.50)	2.69 (1.48)	2.79 (1.48)	2.87 (1.46)	2.93 (1.47)	3.01 (1.50)	3.06 (1.55)
2.00	2.59 (1.26)	2.74 (1.24)	2.84 (1.22)	2.90 (1.21)	2.96 (1.22)	3.00 (1.26)	2.43 (1.29)	2.52 (1.29)	2.60 (1.28)	2.66 (1.28)	2.74 (1.27)	2.80 (1.29)
EARL	67.72	71.59	75.36	79.43	89.14	107.26	83.30	86.99	92.04	96.88	102.32	131.97

Πίνακας 11.3: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	30.54 (6.22)	22.06 (0.90)	17.12 (0.75)	14.60 (0.67)	11.76 (0.59)	9.32 (0.50)	12.66 (0.80)	10.81 (0.69)	9.69 (0.63)	8.88 (0.59)	7.73 (0.56)	6.60 (0.54)
0.60	31.33 (14.51)	25.86 (1.94)	19.81 (1.23)	16.70 (1.08)	13.26 (0.92)	10.41 (0.79)	15.29 (1.34)	12.81 (1.13)	11.33 (1.02)	10.27 (0.93)	8.82 (0.82)	7.48 (0.77)
0.70	29.45 (23.65)	31.34 (5.96)	24.17 (2.18)	20.11 (1.91)	15.70 (1.61)	12.22 (1.48)	19.82 (2.48)	16.22 (2.07)	14.12 (1.84)	12.66 (1.70)	10.75 (1.58)	9.18 (1.77)
0.80	27.99 (34.22)	39.54 (15.00)	32.62 (4.63)	26.70 (4.09)	20.69 (3.83)	16.83 (4.92)	29.25 (5.53)	23.29 (4.71)	20.02 (4.36)	17.93 (4.34)	15.65 (4.98)	15.28 (7.54)
0.90	30.12 (58.21)	57.47 (41.61)	58.58 (18.42)	48.97 (17.80)	42.76 (22.52)	47.09 (34.06)	60.11 (21.53)	48.49 (19.67)	43.36 (20.96)	41.90 (23.94)	44.82 (32.12)	58.10 (48.68)
0.95	44.14 (118.74)	95.24 (107.71)	116.98 (72.51)	109.11 (71.91)	114.37 (91.72)	142.53 (130.25)	125.19 (78.02)	112.65 (74.69)	111.17 (83.98)	116.05 (95.83)	137.25 (125.05)	180.86 (173.67)
1.00	369.22 (1684.17)	370.65 (834.72)	370.81 (451.38)	370.03 (377.57)	370.41 (357.72)	370.27 (358.71)	370.35 (468.84)	370.32 (384.37)	370.50 (368.13)	370.68 (365.15)	370.94 (357.21)	369.86 (361.34)
1.05	4.56 (25.77)	19.31 (49.77)	47.98 (62.34)	69.23 (71.07)	94.30 (86.37)	116.59 (106.80)	42.26 (55.98)	65.48 (70.34)	81.27 (78.40)	93.38 (87.95)	111.53 (103.76)	132.76 (125.70)
1.10	1.75 (4.77)	5.49 (10.90)	16.59 (16.65)	25.36 (19.71)	34.48 (25.18)	41.53 (33.28)	14.85 (15.40)	23.25 (19.42)	28.93 (22.69)	32.80 (25.61)	38.66 (31.73)	47.04 (41.15)
1.20	1.18 (1.13)	2.24 (2.94)	7.23 (4.53)	11.66 (5.38)	15.06 (6.23)	15.92 (7.82)	6.20 (4.21)	9.78 (5.50)	11.95 (6.08)	13.07 (6.52)	14.15 (7.61)	15.20 (9.57)
1.30	1.08 (0.58)	1.55 (1.36)	5.04 (2.31)	8.35 (2.69)	10.87 (2.98)	10.96 (3.30)	4.12 (2.33)	6.52 (2.78)	8.03 (3.02)	8.79 (3.11)	9.27 (3.35)	9.32 (4.05)
1.40	1.04 (0.31)	1.30 (0.83)	4.06 (1.51)	6.85 (1.78)	9.03 (1.94)	9.07 (1.97)	3.18 (1.55)	5.09 (1.83)	6.34 (1.95)	6.99 (1.99)	7.38 (2.02)	7.24 (2.18)
1.50	1.02 (0.22)	1.18 (0.59)	3.49 (1.13)	5.97 (1.34)	7.96 (1.44)	8.04 (1.42)	2.66 (1.15)	4.29 (1.36)	5.39 (1.44)	5.98 (1.45)	6.38 (1.45)	6.24 (1.46)
1.60	1.02 (0.16)	1.12 (0.43)	3.11 (0.93)	5.38 (1.08)	7.24 (1.16)	7.37 (1.13)	2.31 (0.94)	3.76 (1.08)	4.76 (1.15)	5.32 (1.16)	5.73 (1.14)	5.64 (1.11)
1.70	1.01 (0.14)	1.08 (0.33)	2.83 (0.80)	4.94 (0.92)	6.71 (0.99)	6.89 (0.94)	2.06 (0.82)	3.38 (0.91)	4.32 (0.96)	4.85 (0.97)	5.27 (0.95)	5.21 (0.92)
1.80	1.01 (0.10)	1.05 (0.27)	2.62 (0.70)	4.61 (0.80)	6.31 (0.86)	6.52 (0.82)	1.87 (0.73)	3.10 (0.81)	3.98 (0.84)	4.50 (0.84)	4.91 (0.83)	4.90 (0.80)
1.90	1.00 (0.08)	1.04 (0.22)	2.46 (0.62)	4.35 (0.72)	5.98 (0.77)	6.23 (0.73)	1.72 (0.68)	2.87 (0.73)	3.72 (0.75)	4.23 (0.75)	4.64 (0.73)	4.65 (0.70)
2.00	1.00 (0.07)	1.03 (0.18)	2.34 (0.54)	4.14 (0.65)	5.71 (0.71)	5.99 (0.68)	1.60 (0.63)	2.69 (0.67)	3.50 (0.67)	4.00 (0.69)	4.42 (0.65)	4.46 (0.63)
EARL	36.25	41.81	44.42	45.54	47.11	48.87	42.34	42.66	43.47	44.32	46.24	49.93

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	6.64 (0.66)	6.20 (0.59)	5.86 (0.57)	5.57 (0.56)	5.16 (0.44)	4.71 (0.53)	4.86 (0.66)	4.64 (0.61)	4.46 (0.57)	4.31 (0.51)	4.12 (0.44)	3.90 (0.49)
0.60	8.18 (1.12)	7.51 (1.01)	7.01 (0.93)	6.62 (0.88)	6.05 (0.85)	5.51 (0.87)	6.17 (1.13)	5.80 (1.04)	5.52 (0.99)	5.28 (0.96)	4.98 (0.97)	4.76 (1.13)
0.70	11.03 (2.16)	9.94 (1.98)	9.18 (1.89)	8.62 (1.88)	7.94 (2.04)	7.70 (2.81)	8.74 (2.32)	8.14 (2.26)	7.74 (2.28)	7.47 (2.38)	7.31 (2.85)	7.82 (4.14)
0.80	17.62 (5.38)	15.90 (5.35)	14.87 (5.62)	14.40 (6.20)	14.75 (8.22)	17.36 (12.34)	15.36 (6.45)	14.71 (6.90)	14.67 (7.80)	15.04 (9.09)	16.80 (11.92)	21.37 (17.61)
0.90	44.31 (24.14)	43.20 (27.52)	44.80 (32.01)	48.94 (38.42)	60.39 (51.84)	83.00 (77.59)	47.76 (33.77)	51.47 (40.73)	57.02 (48.13)	63.93 (56.29)	80.47 (73.79)	107.18 (103.46)
0.95	118.04 (91.96)	124.75 (106.48)	136.52 (123.20)	153.52 (143.46)	189.10 (184.21)	236.51 (234.17)	145.45 (130.35)	161.57 (150.14)	179.80 (173.00)	196.66 (192.21)	231.69 (228.73)	275.76 (269.46)
1.00	370.45 (371.60)	370.29 (362.04)	370.81 (359.28)	370.48 (364.30)	371.20 (360.23)	370.09 (361.73)	370.31 (363.32)	370.44 (362.86)	370.00 (361.24)	370.45 (361.77)	370.10 (364.56)	370.19 (363.05)
1.05	82.41 (81.00)	95.59 (91.32)	106.96 (100.87)	116.56 (111.02)	134.00 (128.71)	145.53 (140.55)	103.01 (98.45)	114.32 (109.36)	125.32 (120.15)	133.33 (128.02)	143.22 (139.11)	153.33 (147.95)
1.10	28.56 (23.69)	32.75 (27.01)	36.51 (30.96)	39.99 (34.91)	46.53 (42.01)	53.88 (49.99)	35.03 (30.16)	39.12 (34.45)	42.96 (38.54)	46.23 (42.53)	52.02 (48.18)	58.73 (55.64)

11.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου 225

Πίνακας 11.3: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	1.20	10.79 (6.58)	11.88 (7.11)	12.54 (7.66)	13.12 (8.37)	14.13 (9.75)	15.64 (11.98)	11.78 (7.81)	12.48 (8.50)	13.08 (9.26)	13.67 (10.05)	14.79 (11.55)
1.30	6.68 (3.28)	7.32 (3.43)	7.67 (3.57)	7.86 (3.74)	8.13 (4.24)	8.39 (4.91)	6.87 (3.75)	7.16 (3.92)	7.37 (4.14)	7.52 (4.37)	7.76 (4.79)	8.19 (5.50)
1.40	4.96 (2.11)	5.46 (2.16)	5.74 (2.17)	5.87 (2.21)	5.96 (2.32)	5.96 (2.59)	4.92 (2.33)	5.12 (2.36)	5.24 (2.39)	5.30 (2.45)	5.38 (2.61)	5.50 (2.92)
1.50	4.03 (1.54)	4.47 (1.56)	4.73 (1.55)	4.86 (1.54)	4.94 (1.55)	4.89 (1.65)	3.91 (1.67)	4.09 (1.67)	4.20 (1.66)	4.25 (1.66)	4.29 (1.71)	4.32 (1.83)
1.60	3.43 (1.22)	3.85 (1.22)	4.10 (1.20)	4.23 (1.19)	4.33 (1.17)	4.29 (1.20)	3.28 (1.29)	3.45 (1.28)	3.56 (1.26)	3.62 (1.24)	3.67 (1.24)	3.69 (1.30)
1.70	3.02 (1.01)	3.41 (1.01)	3.66 (0.98)	3.81 (0.96)	3.92 (0.94)	3.89 (0.49)	2.87 (1.06)	3.02 (1.03)	3.13 (1.02)	3.20 (1.00)	3.27 (0.98)	3.29 (0.99)
1.80	2.73 (0.85)	3.10 (0.88)	3.34 (0.85)	3.50 (0.82)	3.63 (0.79)	3.62 (0.77)	2.56 (0.89)	2.73 (0.87)	2.83 (0.86)	2.90 (0.85)	2.98 (0.83)	3.01 (0.82)
1.90	2.51 (0.75)	2.85 (0.78)	3.10 (0.75)	3.26 (0.72)	3.41 (0.68)	3.42 (0.65)	2.34 (0.78)	2.51 (0.75)	2.61 (0.74)	2.68 (0.74)	2.76 (0.73)	2.81 (0.72)
2.00	2.34 (0.67)	2.66 (0.70)	2.89 (0.70)	3.07 (0.66)	3.24 (0.60)	3.27 (0.56)	2.16 (0.71)	2.34 (0.67)	2.45 (0.65)	2.52 (0.66)	2.59 (0.66)	2.64 (0.66)
EARL	41.72	42.72	44.02	45.58	49.06	53.85	43.51	45.16	47.00	48.83	52.52	57.88
τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	0.50	4.02 (0.68)	3.86 (0.64)	3.75 (0.61)	3.64 (0.60)	3.47 (0.57)	3.24 (0.55)	3.56 (0.71)	3.44 (0.66)	3.35 (0.62)	3.29 (0.59)	3.21 (0.57)
0.60	5.28 (1.24)	5.02 (1.17)	4.82 (1.13)	4.67 (1.14)	4.51 (1.23)	4.48 (1.56)	4.88 (1.44)	4.68 (1.40)	4.54 (1.41)	4.47 (1.46)	4.44 (1.68)	4.60 (2.12)
0.70	7.95 (2.71)	7.56 (2.75)	7.39 (2.92)	7.35 (3.23)	7.60 (4.04)	8.61 (5.61)	7.99 (3.50)	7.82 (3.73)	7.85 (4.10)	8.02 (4.64)	8.65 (5.71)	10.00 (7.40)
0.80	15.65 (8.49)	15.82 (9.59)	16.46 (10.91)	17.62 (12.85)	20.59 (16.71)	26.82 (23.56)	18.39 (12.47)	19.35 (14.30)	20.68 (16.30)	22.58 (18.92)	27.04 (24.12)	34.26 (31.44)
0.90	60.66 (50.12)	67.39 (59.24)	75.78 (68.88)	84.45 (77.67)	103.50 (98.59)	133.96 (130.10)	84.57 (77.15)	93.14 (87.31)	102.48 (97.59)	113.91 (109.39)	133.55 (128.62)	163.34 (161.82)
0.95	192.38 (185.04)	208.93 (204.37)	226.27 (222.40)	242.50 (236.92)	272.88 (268.65)	313.20 (308.45)	248.64 (238.74)	260.56 (253.52)	272.72 (267.84)	288.74 (286.74)	317.86 (316.22)	354.01 (351.31)
1.00	370.68 (361.30)	370.87 (365.02)	370.56 (363.57)	370.19 (359.15)	370.15 (363.93)	370.24 (370.07)	370.19 (369.87)	369.99 (365.75)	370.41 (368.49)	370.70 (368.68)	369.58 (367.62)	370.09 (367.50)
1.05	117.67 (113.50)	127.20 (122.29)	135.85 (130.76)	141.35 (138.27)	149.71 (147.23)	157.19 (154.73)	126.72 (122.18)	134.11 (130.12)	140.76 (138.27)	146.14 (142.94)	153.36 (151.34)	158.05 (155.26)
1.10	40.60 (36.32)	44.30 (40.33)	48.04 (44.35)	51.44 (47.87)	56.47 (53.17)	61.76 (58.29)	45.77 (41.94)	49.32 (45.89)	52.66 (49.68)	55.58 (52.24)	60.21 (57.18)	64.90 (62.27)
1.20	12.55 (9.16)	13.18 (9.92)	13.86 (10.83)	14.49 (11.61)	15.69 (13.06)	17.15 (14.79)	13.47 (10.66)	14.05 (11.36)	14.62 (12.11)	15.29 (12.88)	16.58 (14.35)	18.00 (15.82)
1.30	6.88 (4.23)	7.08 (4.45)	7.27 (4.70)	7.43 (4.92)	7.75 (5.35)	8.20 (6.01)	6.94 (4.67)	7.11 (4.89)	7.30 (5.16)	7.49 (5.38)	7.88 (5.88)	8.30 (6.46)
1.40	4.76 (2.52)	4.88 (2.56)	4.96 (2.65)	5.01 (2.71)	5.12 (2.92)	5.28 (3.22)	4.65 (2.76)	4.74 (2.80)	4.81 (2.87)	4.88 (2.97)	5.01 (3.16)	5.18 (3.45)
1.50	3.69 (1.77)	3.79 (1.76)	3.85 (1.77)	3.89 (1.80)	3.94 (1.88)	4.00 (2.01)	3.51 (1.87)	3.58 (1.87)	3.64 (1.90)	3.68 (1.94)	3.74 (2.02)	3.81 (2.16)
1.60	3.05 (1.35)	3.15 (1.33)	3.21 (1.32)	3.24 (1.32)	3.28 (1.35)	3.31 (1.42)	2.87 (1.43)	2.94 (1.40)	2.98 (1.39)	3.02 (1.40)	3.07 (1.42)	3.12 (1.52)
1.70	2.64 (1.10)	2.74 (1.06)	2.81 (1.04)	2.85 (1.03)	2.87 (1.03)	2.89 (1.06)	2.44 (1.15)	2.52 (1.12)	2.57 (1.10)	2.61 (1.07)	2.65 (1.07)	2.69 (1.09)
1.80	2.34 (0.93)	2.45 (0.89)	2.52 (0.86)	2.56 (0.84)	2.61 (0.83)	2.63 (0.84)	2.14 (0.97)	2.21 (0.94)	2.28 (0.91)	2.33 (0.88)	2.39 (0.85)	2.43 (0.84)
1.90	2.11 (0.82)	2.23 (0.78)	2.32 (0.74)	2.37 (0.71)	2.42 (0.68)	2.45 (0.69)	1.92 (0.84)	1.99 (0.82)	2.06 (0.80)	2.11 (0.77)	2.19 (0.71)	2.25 (0.68)
2.00	1.94 (0.75)	2.06 (0.71)	2.16 (0.66)	2.22 (0.62)	2.29 (0.58)	2.31 (0.57)	1.76 (0.77)	1.83 (0.75)	1.90 (0.73)	1.95 (0.70)	2.05 (0.65)	2.12 (0.57)
EARL	46.97	48.86	50.90	52.83	56.65	62.21	51.83	53.67	55.63	57.89	61.81	67.21

Πίνακας 11.4: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 3.8307$	2.8430	2.2502	1.8771	1.8280	2.0700	2.3105	1.9850	1.9140	1.9550	2.0880	2.2600
0.50	20.10 (26.21)	17.39 (17.39)	23.51 (6.88)	19.60 (1.06)	14.33 (0.85)	10.99 (0.74)	20.11 (2.35)	15.33 (1.12)	12.79 (0.97)	11.29 (0.87)	9.44 (0.78)	7.87 (0.73)
0.60	15.22 (27.41)	13.41 (18.99)	23.29 (12.07)	22.50 (2.00)	16.24 (1.42)	12.37 (1.27)	23.44 (5.80)	18.31 (1.94)	15.06 (1.67)	13.17 (1.51)	10.92 (1.37)	9.16 (1.48)
0.70	12.32 (29.46)	11.35 (20.94)	22.90 (17.55)	26.91 (4.60)	19.44 (2.69)	15.00 (2.96)	27.57 (11.98)	23.37 (3.82)	19.01 (3.23)	16.51 (3.01)	13.77 (3.11)	12.39 (4.46)
0.80	11.53 (36.16)	10.58 (25.48)	24.10 (25.50)	34.47 (11.75)	26.59 (7.29)	23.21 (10.56)	34.45 (23.58)	33.60 (10.07)	27.73 (8.04)	24.48 (8.33)	22.13 (10.29)	23.83 (15.49)
0.90	15.23 (69.16)	14.12 (48.22)	35.10 (55.56)	58.76 (43.80)	58.38 (36.36)	65.19 (50.98)	54.42 (61.48)	64.91 (41.49)	60.78 (36.16)	58.45 (38.42)	62.80 (49.21)	78.21 (68.92)
0.95	43.79 (275.38)	31.64 (151.54)	71.90 (156.01)	112.80 (127.72)	124.08 (105.89)	141.67 (127.27)	96.35 (158.50)	123.83 (121.99)	124.63 (106.67)	125.98 (108.96)	137.01 (123.66)	161.71 (154.46)
1.00	199.83 (1390.33)	200.10 (1216.39)	200.38 (619.55)	199.99 (321.02)	200.72 (203.61)	200.73 (190.25)	200.08 (526.14)	199.97 (287.36)	200.52 (223.21)	200.36 (201.31)	200.30 (192.86)	200.14 (193.56)
1.05	8.71 (99.15)	11.03 (84.31)	28.56 (96.10)	55.53 (98.69)	88.77 (91.47)	107.76 (102.15)	26.39 (79.60)	55.69 (91.15)	76.41 (90.98)	88.95 (92.54)	103.69 (100.91)	110.83 (106.50)
1.10	1.86 (11.98)	2.64 (14.07)	7.83 (25.65)	18.30 (32.21)	39.46 (38.14)	51.29 (46.05)	7.53 (20.74)	19.51 (30.45)	30.93 (35.09)	38.79 (38.46)	47.62 (44.23)	54.76 (50.21)
1.20	1.14 (2.13)	1.30 (3.00)	2.51 (5.88)	5.94 (8.85)	15.89 (11.44)	20.52 (14.11)	2.78 (5.08)	6.83 (8.34)	11.48 (10.17)	14.75 (11.50)	18.33 (13.63)	20.88 (16.49)
1.30	1.06 (0.71)	1.11 (1.06)	1.64 (2.54)	3.44 (4.21)	10.39 (5.49)	13.25 (6.55)	1.87 (2.36)	4.05 (4.07)	7.09 (5.03)	9.19 (5.61)	11.16 (6.41)	12.21 (7.49)
1.40	1.04 (0.48)	1.06 (0.66)	1.35 (1.51)	2.49 (2.62)	8.17 (3.37)	10.14 (3.82)	1.52 (1.48)	3.01 (2.61)	5.32 (3.17)	6.92 (3.45)	8.38 (3.80)	8.93 (4.32)
1.50	1.02 (0.31)	1.04 (0.48)	1.22 (1.02)	2.02 (1.84)	7.00 (2.41)	8.70 (2.67)	1.34 (1.01)	2.43 (1.86)	4.38 (2.27)	5.74 (2.48)	6.99 (2.69)	7.37 (2.93)
1.60	1.02 (0.23)	1.03 (0.35)	1.14 (0.74)	1.75 (1.40)	6.26 (1.86)	7.81 (2.01)	1.25 (0.79)	2.08 (1.44)	3.77 (1.76)	5.01 (1.90)	6.13 (2.01)	6.45 (2.16)
1.70	1.01 (0.18)	1.02 (0.26)	1.10 (0.58)	1.57 (1.12)	5.73 (1.52)	7.21 (1.63)	1.19 (0.63)	1.85 (1.20)	3.37 (1.43)	4.50 (1.55)	5.55 (1.63)	5.84 (1.69)
1.80	1.01 (0.13)	1.02 (0.21)	1.08 (0.48)	1.44 (0.94)	5.34 (1.30)	6.76 (1.38)	1.14 (0.53)	1.68 (1.01)	3.07 (1.20)	4.12 (1.31)	5.12 (1.37)	5.41 (1.39)
1.90	1.00 (0.09)	1.01 (0.17)	1.06 (0.40)	1.36 (0.80)	5.03 (1.13)	6.41 (1.21)	1.12 (0.45)	1.56 (0.88)	2.85 (1.05)	3.84 (1.13)	4.80 (1.19)	5.09 (1.18)
2.00	1.00 (0.08)	1.01 (0.14)	1.05 (0.33)	1.29 (0.70)	4.80 (1.02)	6.12 (1.07)	1.09 (0.39)	1.47 (0.78)	2.68 (0.93)	3.62 (1.02)	4.54 (1.07)	4.85 (1.04)
EARL	20.18	19.32	27.58	34.83	40.23	43.47	31.40	35.12	36.86	38.27	40.70	44.03

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.2125$	2.2140	2.2370	2.2700	2.3370	2.4340	2.4300	2.4300	2.4350	2.4437	2.4730	2.5220
0.50	9.48 (1.10)	8.43 (0.97)	7.71 (0.89)	7.19 (0.85)	6.46 (0.79)	5.82 (0.88)	6.99 (1.11)	6.45 (1.01)	6.06 (0.96)	5.76 (0.92)	5.36 (0.96)	5.12 (1.27)
0.60	11.83 (1.98)	10.38 (1.77)	9.40 (1.66)	8.74 (1.63)	7.89 (1.74)	7.52 (2.44)	9.05 (2.09)	8.31 (2.00)	7.79 (1.99)	7.46 (2.08)	7.19 (2.52)	7.64 (3.78)
0.70	16.21 (3.97)	14.14 (3.74)	12.83 (3.71)	12.06 (3.90)	11.58 (4.98)	12.76 (7.61)	13.19 (4.50)	12.26 (4.64)	11.78 (5.02)	11.70 (5.70)	12.45 (7.45)	15.38 (11.51)
0.80	26.26 (9.83)	23.43 (10.07)	22.21 (10.98)	22.11 (12.55)	23.96 (16.56)	31.21 (25.81)	23.90 (12.37)	23.35 (13.72)	23.88 (15.64)	25.32 (18.33)	30.54 (25.05)	42.03 (37.86)
0.90	63.57 (39.83)	61.72 (43.62)	63.65 (49.57)	68.21 (56.67)	81.28 (72.57)	109.83 (104.14)	69.30 (53.57)	73.40 (61.43)	79.43 (69.50)	88.00 (80.83)	108.13 (102.13)	143.26 (140.40)
0.95	132.18 (113.59)	134.07 (119.08)	140.03 (127.52)	149.13 (139.62)	166.29 (161.47)	193.87 (187.70)	151.11 (138.82)	159.04 (150.87)	167.79 (162.70)	177.28 (172.51)	196.05 (191.91)	229.03 (227.85)
1.00	200.08 (217.90)	200.82 (201.33)	200.62 (196.86)	200.80 (194.92)	199.94 (194.29)	200.09 (197.40)	200.53 (203.23)	200.78 (198.06)	200.69 (196.80)	200.08 (198.11)	200.52 (198.90)	200.48 (200.71)
1.05	76.98 (87.72)	90.57 (93.97)	99.08 (98.76)	103.96 (101.18)	108.62 (105.35)	111.12 (107.21)	92.22 (93.99)	100.44 (100.07)	104.95 (103.63)	107.03 (105.03)	109.53 (106.19)	110.19 (107.57)
1.10	32.23 (35.24)	39.69 (39.95)	44.58 (42.94)	48.61 (46.26)	53.56 (50.68)	57.61 (54.74)	41.40 (41.18)	46.31 (45.08)	49.73 (47.34)	52.85 (50.78)	56.12 (54.59)	58.17 (55.77)

11.3 Αξιολόγηση απόδοσης του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου 227

Πίνακας 11.4: ARL, SDRL (σε παρένθεση) και EARL τιμές για το S^2 -DGWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$ (Συνέχεια).

		$q = 0.80$						$q = 0.70$					
τ	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	
	$L = 2.2125$	2.2140	2.2370	2.2700	2.3370	2.4340	2.4300	2.4300	2.4350	2.4437	2.4730	2.5220	
1.20	11.82 (10.52)	14.61 (12.18)	16.36 (13.27)	17.81 (14.59)	19.71 (16.71)	21.60 (18.91)	15.02 (12.86)	16.71 (14.25)	17.97 (15.51)	18.94 (16.30)	20.47 (18.07)	22.09 (20.09)	
1.30	7.06 (5.30)	8.59 (5.93)	9.56 (6.42)	10.24 (6.91)	11.00 (7.63)	11.87 (8.69)	8.58 (6.34)	9.39 (6.83)	9.99 (7.25)	10.43 (7.74)	11.13 (8.55)	11.84 (9.39)	
1.40	5.11 (3.35)	6.17 (3.65)	6.84 (3.89)	7.29 (4.10)	7.74 (4.46)	8.23 (5.05)	6.00 (3.86)	6.54 (4.14)	6.88 (4.34)	7.13 (4.56)	7.47 (4.96)	7.79 (5.46)	
1.50	4.09 (2.45)	4.93 (2.66)	5.48 (2.77)	5.82 (2.87)	6.13 (3.03)	6.34 (3.35)	4.69 (2.80)	5.08 (2.92)	5.34 (3.02)	5.50 (3.13)	5.71 (3.31)	5.92 (3.62)	
1.60	3.42 (1.89)	4.18 (2.05)	4.65 (2.13)	4.94 (2.18)	5.22 (2.26)	5.35 (2.44)	3.89 (2.20)	4.24 (2.27)	4.45 (2.31)	4.58 (2.36)	4.73 (2.46)	4.86 (2.64)	
1.70	2.97 (1.54)	3.64 (1.64)	4.07 (1.71)	4.35 (1.73)	4.61 (1.75)	4.71 (1.88)	3.33 (1.74)	3.65 (1.78)	3.84 (1.81)	3.96 (1.84)	4.10 (1.91)	4.20 (2.05)	
1.80	2.66 (1.32)	3.26 (1.37)	3.67 (1.43)	3.93 (1.43)	4.18 (1.43)	4.27 (1.48)	2.94 (1.47)	3.24 (1.49)	3.41 (1.50)	3.52 (1.51)	3.64 (1.53)	3.72 (1.58)	
1.90	2.42 (1.17)	2.98 (1.19)	3.35 (1.23)	3.61 (1.24)	3.87 (1.22)	3.96 (1.23)	2.65 (1.27)	2.93 (1.28)	3.10 (1.28)	3.21 (1.28)	3.32 (1.29)	3.40 (1.32)	
2.00	2.24 (1.05)	2.77 (1.06)	3.11 (1.09)	3.36 (1.09)	3.63 (1.07)	3.74 (1.06)	2.43 (1.14)	2.70 (1.12)	2.86 (1.11)	2.96 (1.11)	3.08 (1.12)	3.16 (1.15)	
EARL	36.36	37.62	38.86	40.30	42.97	47.88	38.64	40.19	41.68	43.33	46.91	52.95	
		$q = 0.60$						$q = 0.50$					
τ	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	
	$L = 2.5600$	2.5510	2.5490	2.5486	2.5570	2.5780	2.6220	2.6200	2.6130	2.6105	2.6130	2.6150	
0.50	5.98 (1.24)	5.60 (1.17)	5.33 (1.15)	5.14 (1.17)	4.97 (1.34)	5.05 (1.87)	5.62 (1.51)	5.35 (1.50)	5.16 (1.54)	5.05 (1.64)	5.06 (1.97)	5.40 (2.67)	
0.60	8.13 (2.47)	7.64 (2.49)	7.37 (2.62)	7.29 (2.90)	7.51 (3.71)	8.68 (5.44)	8.19 (3.24)	7.96 (3.48)	7.90 (3.81)	8.05 (4.34)	8.81 (5.49)	10.63 (7.75)	
0.70	12.84 (5.76)	12.51 (6.31)	12.64 (7.13)	13.07 (8.11)	14.96 (10.91)	19.61 (16.14)	14.50 (8.39)	14.85 (9.61)	15.53 (10.95)	16.63 (12.45)	19.96 (16.43)	26.55 (23.66)	
0.80	26.47 (17.41)	27.48 (20.04)	29.83 (23.45)	33.15 (27.70)	41.27 (36.72)	57.09 (53.29)	35.59 (28.14)	38.70 (32.55)	42.41 (37.23)	46.91 (42.54)	58.81 (55.88)	78.60 (74.88)	
0.90	89.87 (79.11)	97.21 (89.88)	105.43 (99.30)	116.62 (112.43)	140.43 (137.23)	181.43 (180.27)	130.11 (121.84)	140.72 (134.99)	148.88 (143.42)	161.18 (159.10)	188.92 (187.49)	232.59 (234.70)	
0.95	184.78 (177.00)	190.67 (185.92)	199.15 (196.75)	206.67 (202.90)	224.65 (221.67)	257.50 (259.99)	237.63 (233.20)	239.92 (235.78)	238.82 (237.35)	244.05 (245.24)	263.63 (265.75)	284.09 (283.28)	
1.00	200.62 (202.84)	200.20 (202.64)	200.73 (201.57)	200.15 (198.96)	200.90 (199.43)	200.60 (199.78)	200.19 (201.14)	200.30 (201.06)	200.14 (200.04)	200.27 (201.18)	200.77 (201.00)	200.21 (199.38)	
1.05	96.87 (96.21)	101.74 (99.69)	104.60 (101.73)	106.19 (103.49)	108.44 (105.09)	108.94 (107.51)	97.26 (96.65)	100.56 (98.66)	102.78 (101.26)	103.99 (102.70)	106.48 (106.10)	106.69 (104.93)	
1.10	45.18 (44.10)	48.71 (47.23)	51.63 (50.26)	53.88 (52.11)	56.37 (54.44)	57.89 (55.96)	47.29 (46.03)	50.39 (49.40)	51.59 (50.01)	53.21 (51.49)	55.82 (53.99)	57.24 (55.47)	
1.20	16.51 (14.44)	17.73 (15.59)	18.78 (16.65)	19.58 (17.43)	20.97 (18.97)	22.43 (20.90)	17.41 (15.49)	18.50 (16.65)	19.37 (17.64)	20.14 (18.56)	21.51 (20.20)	22.58 (21.33)	
1.30	9.10 (7.02)	9.65 (7.45)	10.13 (7.89)	10.56 (8.42)	11.26 (9.24)	11.85 (9.90)	9.48 (7.70)	9.96 (8.15)	10.36 (8.55)	10.71 (8.97)	11.36 (9.68)	11.81 (10.22)	
1.40	6.23 (4.26)	6.53 (4.47)	6.81 (4.71)	7.01 (4.94)	7.30 (5.31)	7.69 (5.93)	6.27 (4.60)	6.52 (4.79)	6.73 (4.99)	6.92 (5.22)	7.27 (5.68)	7.59 (6.13)	
1.50	4.77 (3.03)	5.00 (3.12)	5.17 (3.22)	5.29 (3.34)	5.48 (3.55)	5.69 (3.83)	4.73 (3.22)	4.93 (3.34)	5.05 (3.44)	5.17 (3.54)	5.36 (3.75)	5.52 (3.95)	
1.60	3.89 (2.34)	4.10 (2.39)	4.23 (2.43)	4.32 (2.48)	4.44 (2.62)	4.56 (2.79)	3.80 (2.45)	3.95 (2.51)	4.04 (2.55)	4.14 (2.60)	4.28 (2.75)	4.38 (2.88)	
1.70	3.29 (1.85)	3.47 (1.87)	3.60 (1.89)	3.68 (1.94)	3.79 (2.04)	3.87 (2.53)	3.18 (1.95)	3.31 (1.97)	3.40 (2.01)	3.47 (2.05)	3.59 (2.13)	3.67 (2.19)	
1.80	2.88 (1.55)	3.05 (1.55)	3.16 (1.56)	3.24 (1.56)	3.33 (1.61)	3.39 (1.66)	2.77 (1.61)	2.87 (1.62)	2.95 (1.63)	3.02 (1.65)	3.12 (1.67)	3.19 (1.72)	
1.90	2.58 (1.34)	2.74 (1.33)	2.85 (1.32)	2.93 (1.31)	3.01 (1.31)	3.06 (1.37)	2.46 (1.38)	2.56 (1.38)	2.63 (1.38)	2.70 (1.38)	2.79 (1.38)	2.87 (1.40)	
2.00	2.35 (1.18)	2.50 (1.18)	2.62 (1.16)	2.70 (1.14)	2.78 (1.13)	2.84 (1.16)	2.23 (1.22)	2.32 (1.22)	2.40 (1.21)	2.46 (1.20)	2.55 (1.18)	2.63 (1.19)	
EARL	42.28	43.83	45.63	47.58	51.80	58.92	48.75	50.64	52.06	54.18	59.39	66.86	

- Όπως αναφέρεται στην Ενότητα 11.2, το S^2 -HEWMA διάγραμμα είναι μία ειδική περίπτωση του S^2 -DGWMA διαγράμματος. Ως εκ τούτου, το στατιστικό του, καθώς και τα αντίστοιχα όρια ελέγχου δίνονται από τις Εξισώσεις (11.1) και (11.3), αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας $q = 1 - \lambda$, $\alpha = 1.00$ και $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$. Η απόδοση του ανταγωνιστικού διαγράμματος επίσης παρουσιάζεται στους Πίνακες 11.2 - 11.4, όταν $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Παρατηρούμε ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $\alpha < 1.00$ είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -HEWMA διάγραμμα για την ανίχνευση μέτριων καθοδικών έως μεγάλων ανοδικών μετατοπίσεων. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90, L = 2.485$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το S^2 -HEWMA ($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.517$) (δηλαδή το S^2 -DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 2.517$)) διάγραμμα για $0.70 < \tau \leq 2.00$ (βλέπε Πίνακα 11.2). Επίσης, καθώς η παράμετρος q αυξάνεται, η απόδοση του S^2 -DGWMA με $\alpha > 1.00$ βελτιώνεται στην ανίχνευση καθοδικών μετατοπίσεων, σε σύγκριση με το ανταγωνιστικό διάγραμμα. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.20, L = 2.349$) διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το S^2 -HEWMA ($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.80$ (βλέπε Πίνακα 11.2). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται, είτε το μέγεθος του δείγματος n , είτε το ARL_0 αλλάζει. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.4525$) διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -HEWMA ($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.515$) διάγραμμα για $0.80 < \tau \leq 2.00$ (βλέπε Πίνακα 11.3). Επιπλέον, το S^2 -HEWMA ($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το S^2 -DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.260$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.80$ (βλέπε Πίνακα 11.4). Τέλος, το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $\alpha < 1.00$ έχει χαμηλότερα EARL αποτελέσματα από το S^2 -HEWMA διάγραμμα (βλέπε Πίνακες 11.2 - 11.4).

11.4 Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

Στην τρέχουσα ενότητα συγκρίνουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος με εκείνες των S^2 -GWMA, S^2 -EWMA, CS-EWMA, S^2 -TEWMA και VSI S^2 -EWMA διαγραμμάτων για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Για δίκαιες συγκρίσεις, συνίσταται να έχουμε μία παρόμοια προκαθορισμένη ARL_0 τιμή. Το διάγραμμα ελέγχου με τη χαμηλότερη ARL_1 τιμή σε μία συγκεκριμένη μετατόπιση

τ στη μεταβλητότητα της διεργασίας, μπορεί να ανιχνεύσει ταχύτερα από τα άλλα διαγράμματα ελέγχου. Επομένως, θεωρούμε τα αμφίπλευρα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου για όλα τα ανταγωνιστικά διαγράμματα ελέγχου, το ARL_0 ορίζεται προσεγγιστικά ίσο με 370 και το μέγεθος του δείγματος n ορίζεται στο 5. Επίσης, θεωρούμε τις περιπτώσεις, όπου $ARL_0 \approx 370$ και $n = 9$, καθώς και $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$, δηλαδή είτε το μέγεθος του δείγματος είτε το ARL_0 αλλάζει. Τα ανταγωνιστικά διαγράμματα συγκρίνονται ξεχωριστά με το S^2 -DGWMA διάγραμμα. Να σημειωθεί ότι οι τιμές των πολλαπλασιαστών L των S^2 -GWMA, S^2 -EWMA και S^2 -TEWMA διαγραμμάτων, καθώς και της παραμέτρου H_{CS} του CS-EWMA διαγράμματος, επιλέγονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων παρόμοιων με της Ενότητας 11.3. Οι Πίνακες Z.1 - Z.9 στο Παράρτημα Z παρουσιάζουν τα ARL και EARL αποτελέσματα των S^2 -GWMA, S^2 -EWMA, CS-EWMA και S^2 -TEWMA διαγραμμάτων, όταν i) $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$, ii) $ARL_0 \approx 370$ και $n = 9$, καθώς και iii) $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Οι τιμές με έντονη γραφή σε αυτούς τους πίνακες υποδεικνύουν τις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε τ . Οι $SDRL_0$ τιμές επίσης παρέχονται.

11.4.1 S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA διαγράμματος

Σύμφωνα με τον Πίνακα 11.2 και τον Πίνακα Z.1 στο Παράρτημα Z, το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -GWMA διάγραμμα, καθώς και το S^2 -EWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Καθώς το q μειώνεται, γίνεται καλύτερο για καθοδικές μετατοπίσεις και μικρές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις. Βλέπε για παράδειγμα, i) το S^2 -DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.00, L = 2.217$) διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA ($q = 0.90, \alpha = 1.00, L = 2.686$) (δηλαδή S^2 -EWMA ($\lambda = 0.10, L = 2.686$)) διαγράμματος για $0.80 \leq \tau \leq 1.20$, ii) το S^2 -DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.458$) διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.80, L = 2.810$) διαγράμματος για $0.70 \leq \tau < 1.00$ και $1.05 < \tau \leq 1.20$, iii) το S^2 -DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.00, L = 2.677$) διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA ($q = 0.70, \alpha = 1.00, L = 2.824$) (δηλαδή S^2 -EWMA ($\lambda = 0.30, L = 2.824$)) διαγράμματος για $\tau \leq 1.00$, iv) το S^2 -DGWMA ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.764$) διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.833$) διαγράμματος για $\tau \leq 1.00$ και v) το S^2 -DGWMA ($q = 0.50, \alpha = 0.80, L = 2.816$) διάγραμμα έναντι του S^2 -GWMA ($q = 0.50, \alpha = 0.80, L = 2.820$) διαγράμματος για $\tau < 1.00$ και $1.10 \leq \tau \leq 1.40$ (βλέπε Πίνακα 11.2 και Πίνακα Z.1 στο Παράρτημα Z). Η απόδοση του S^2 -DGWMA διαγράμ-

ματος βελτιώνεται σε σύγκριση με το S^2 -GWMA διάγραμμα για μικρές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις, καθώς το μέγεθος του δείγματος n αυξάνεται και η παράμετρος q μειώνεται. Συγκεκριμένα, i) το S^2 -DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 2.515$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το S^2 -GWMA ($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 2.8215$) (δηλαδή S^2 -EWMA ($\lambda = 0.20, L = 2.8215$)) διάγραμμα για $0.80 \leq \tau \leq 1.20$, ii) το S^2 -DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80, L = 2.666$) διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το S^2 -GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80, L = 2.8605$) διάγραμμα για $0.70 \leq \tau \leq 1.20$ και iii) το S^2 -DGWMA ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.7855$) διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -GWMA ($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.868$) διάγραμμα για $0.60 \leq \tau < 1.00$ και $1.00 < \tau \leq 1.30$ (βλέπε Πίνακα 11.3 και Πίνακα Z.2 στο Παράρτημα Z). Στην περίπτωση που το ARL_0 μειώνεται, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι ελαφρώς λιγότερο αποτελεσματικό από το S^2 -GWMA διάγραμμα στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη διασπορά με μία μείωση στην παράμετρο q . Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.60, \alpha = 0.70, L = 2.560$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το S^2 -GWMA ($q = 0.60, \alpha = 0.70, L = 2.631$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau < 1.00$ και $1.20 \leq \tau \leq 1.30$ και το S^2 -DGWMA ($q = 0.50, \alpha = 0.80, L = 2.620$) διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -GWMA ($q = 0.50, \alpha = 0.80, L = 2.632$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 1.00$ και $1.20 \leq \tau \leq 1.30$ (βλέπε Πίνακα 11.4 και Πίνακα Z.3 στο Παράρτημα Z). Να σημειωθεί ότι το EARL του προτεινόμενου διαγράμματος είναι καλύτερο από εκείνο του S^2 -GWMA διαγράμματος για τις περισσότερες από τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.

11.4.2 S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του CS-EWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τον Πίνακα 11.2 και τον Πίνακα Z.4 στο Παράρτημα Z, παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το CS-EWMA διάγραμμα για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές και μικρές έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.104$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το CS-EWMA ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.80$ και $1.10 < \tau \leq 2.00$, ενώ οι αντίστοιχες EARL τιμές είναι 58.48 και 58.98 (βλέπε Πίνακα 11.2 και Πίνακα Z.4 στο Παράρτημα Z). Τέλος, παρόμοια συμπεράσματα παρατηρούνται, είτε το μέγεθος του δείγματος αυξάνεται, είτε το ARL_0 μειώνεται. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.0915$) διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το CS-EWMA ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.85$) διάγραμμα για $0.50 < \tau \leq 0.90$, και $1.20 \leq \tau \leq 2.00$ (βλέπε Πίνακα 11.3 και Πίνακα Z.5

στο Παράρτημα Z). Επιπρόσθετα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.070$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το CS-EWMA ($\lambda = 0.05, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 29.40$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.80$ και $1.20 \leq \tau \leq 2.00$, με τις αντίστοιχες EARL τιμές να είναι ίσες με 43.47 και 46.92 (βλέπε Πίνακα 11.4 και Πίνακα Z.6 στο Παράρτημα Z).

11.4.3 S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του S^2 -TEWMA διαγράμματος

Ο Πίνακας 11.2 και ο Πίνακας Z.7 στο Παράρτημα Z υποδεικνύουν ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το συγκρινόμενο διάγραμμα για ανοδικές μετατοπίσεις. Επίσης, η απόδοσή του βελτιώνεται για καθοδικές μετατοπίσεις, καθώς το q (λ) αυξάνεται (μειώνεται). Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80, L = 2.663$) διάγραμμα είναι καλύτερο από το S^2 -TEWMA ($\lambda = 0.30, L = 2.5156$) διάγραμμα για μετατοπίσεις μεγέθους $0.50 \leq \tau < 0.70$, $\tau = 0.90$ και $1.00 \leq \tau \leq 2.00$, ενώ τα αντίστοιχα EARL αποτελέσματα είναι 62.08 και 64.99. Επίσης, το S^2 -DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90, L = 2.163$) διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από το S^2 -TEWMA ($\lambda = 0.10, L = 2.020$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.90$ και $1.00 \leq \tau \leq 2.00$, καθώς και τα αντίστοιχα EARL αποτελέσματα είναι 53.90 και 58.81 (βλέπε Πίνακα 11.2 και Πίνακα Z.7 στο Παράρτημα Z). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι καθώς το μέγεθος του δείγματος αυξάνεται, η απόδοση του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελαφρώς βελτιώνεται στην ανίχνευση καθοδικών μετατοπίσεων σε σύγκριση με το S^2 -TEWMA διάγραμμα. Συγκεκριμένα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80, L = 2.666$) διάγραμμα έχει χαμηλότερες ARL_1 τιμές από το S^2 -TEWMA ($\lambda = 0.30, L = 2.5152$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau < 0.80$, $0.90 \leq \tau < 1.00$ και $1.00 < \tau \leq 2.00$, ενώ οι αντίστοιχες EARL τιμές είναι 45.16 και 47.45 (βλέπε Πίνακα 11.3 και Πίνακα Z.8 στο Παράρτημα Z). Τέλος, παρόμοια συμπεράσματα παρατηρούνται, αν το ARL_0 αλλάζει. Για παράδειγμα, το S^2 -DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.80, L = 2.430$) διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το S^2 -TEWMA ($\lambda = 0.30, L = 2.275$) διάγραμμα για $0.50 \leq \tau \leq 0.60$, $\tau = 0.90$ και $1.00 < \tau \leq 2.00$ (βλέπε Πίνακα 11.4 και Πίνακα Z.9 στο Παράρτημα Z).

Οι Πίνακες 11.5 έως 11.7 παρουσιάζουν τους σχεδόν βέλτιστους συνδυασμούς των παραμέτρων σχεδιασμού για τα προαναφερθέντα διαγράμματα, καθώς και τις αντίστοιχες ARL_1 τιμές για όλες τις θεωρούμενες τ μετατοπίσεις, όταν i) $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$, ii) $ARL_0 \approx 370$ και $n = 9$, καθώς και iii) $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι δεν λαμβάνουμε υπόψη μερικούς συνδυασμούς παραμέτρων εξαιτίας του μεγάλου $SDRL_0$, π.χ. τα S^2 -DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 3.8403$), S^2 -GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.70, L = 2.843$), S^2 -HEWMA ($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.05, L = 2.003$) και S^2 -TEWMA ($\lambda = 0.05, L = 2.14537$) διαγράμματα (βλέπε Πίνακα 11.2, και Πίνακες Z.1 και Z.7 στο Παράρτημα Z). Σύμφωνα με τον Πίνακα 11.5, το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι το πιο αποδοτικό στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων ανοδικών και μεγάλων καθοδικών μετατοπίσεων. Επιπρόσθετα, το CS-EWMA διάγραμμα είναι καλύτερο για μικρές έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ το S^2 -GWMA διάγραμμα είναι το πιο αποδοτικό για μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις. Ο Πίνακας 11.6 αποκαλύπτει ότι καθώς το μέγεθος του δείγματος n αυξάνεται, το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι το πιο ευαίσθητο για μικρές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις, το CS-EWMA διάγραμμα είναι το πιο αποδοτικό για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ το S^2 -GWMA διάγραμμα είναι το πιο αποτελεσματικό για μεγάλες ανοδικές και καθοδικές μετατοπίσεις. Ο Πίνακας 11.7 δείχνει ότι καθώς το ARL_0 μειώνεται, το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι το πιο αποδοτικό για ανοδικές μετατοπίσεις, ενώ το CS-EWMA διάγραμμα είναι το πιο αποτελεσματικό για καθοδικές μετατοπίσεις. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα S^2 -DGWMA και S^2 -TEWMA διαγράμματα αποδίδουν σχεδόν παρόμοια για καθοδικές μετατοπίσεις. Τέλος, το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από τα S^2 -EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα για τις περισσότερες από τις εξεταζόμενες τ τιμές, ενώ είναι καλύτερο από το S^2 -GWMA διάγραμμα για μικρές καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα.

Πίνακας 11.5: ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	S^2 -DGWMA	S^2 -EWMA	S^2 -HEWMA	CS-EWMA	S^2 -TEWMA	S^2 -GWMA
0.50	($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.764$) 5.57	($\lambda = 0.20, L = 2.800$) 6.26	($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.761$) 5.69	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 5.79	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 5.65	($q = 0.80, \alpha = 1.50, L = 2.787$) 5.68
0.60	($q = 0.70, \alpha = 1.20, L = 2.693$) 8.23	($\lambda = 0.20, L = 2.800$) 9.02	($\lambda_1 = 0.30, \lambda_2 = 0.30, L = 2.677$) 8.33	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 8.02	($\lambda = 0.40, L = 2.6415$) 8.27	($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.699$) 8.17
0.70	($q = 0.80, \alpha = 1.20, L = 2.579$) 13.59	($\lambda = 0.10, L = 2.686$) 14.81	($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.517$) 13.62	($\lambda = 0.30, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 6.61$) 13.07	($\lambda = 0.30, L = 2.5156$) 13.50	($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.576$) 13.32
0.80	($q = 0.90, \alpha = 1.20, L = 2.349$) 25.99	($\lambda = 0.10, L = 2.686$) 28.68	($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.517$) 27.04	($\lambda = 0.40, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 11.72$) 24.55	($\lambda = 0.20, L = 2.332$) 26.16	($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.513$) 26.27
0.90	($q = 0.90, \alpha = 0.90, L = 2.163$) 74.40	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 81.06	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 75.34	($\lambda = 0.20, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 19.91$) 68.31	($\lambda = 0.10, L = 2.020$) 74.41	($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 2.513$) 81.06
0.95	($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 2.003$) 172.47	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 201.13	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 189.46	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 25.82$) 153.55	($\lambda = 0.10, L = 2.020$) 179.00	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 200.45
1.05	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 89.39	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 120.60	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 136.49	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$) 120.27	($\lambda = 0.10, L = 2.020$) 128.47	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 98.08
1.10	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 30.11	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 45.31	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 53.28	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$) 48.75	($\lambda = 0.10, L = 2.020$) 50.70	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 35.79
1.20	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 10.38	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 15.25	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 18.71	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.10$) 21.31	($\lambda = 0.10, L = 2.020$) 19.50	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 12.24
1.30	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 6.28	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 8.73	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.217$) 11.23	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 12.92	($\lambda = 0.40, L = 2.6415$) 12.80	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 7.14
1.40	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 4.66	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 6.17	($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.761$) 8.02	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 8.47	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 8.35	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 5.08
1.50	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 3.79	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 4.84	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 5.78	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 6.36	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 6.15	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 4.01
1.60	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 3.25	($\lambda = 0.05, L = 2.513$) 4.04	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 4.59	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 5.19	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 4.97	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 3.31
1.70	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 2.87	($\lambda = 0.50, L = 2.824$) 3.45	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 3.82	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 4.43	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 4.24	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 2.84
1.80	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 2.61	($\lambda = 0.50, L = 2.824$) 2.91	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 3.29	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 3.89	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 3.71	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 2.51
1.90	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 2.41	($\lambda = 0.50, L = 2.824$) 2.54	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 2.93	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 3.51	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 3.35	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 2.27
2.00	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 2.165$) 2.24	($\lambda = 0.50, L = 2.824$) 2.26	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.811$) 2.66	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.35$) 3.21	($\lambda = 0.50, L = 2.731$) 3.08	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.549$) 2.08

Πίνακας 11.6: ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	S^2 -DGWMA	S^2 -EWMA	S^2 -HEWMA	CS-EWMA	S^2 -TEWMA	S^2 -GWMA
0.50	($q = 0.50, \alpha = 1.50, L = 2.8395$) 3.15	($\lambda = 0.40, L = 2.8645$) 3.21	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 3.29	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 3.81	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 3.80	($q = 0.60, \alpha = 1.50, L = 2.870$) 2.97
0.60	($q = 0.50, \alpha = 1.20, L = 2.837$) 4.44	($\lambda = 0.30, L = 2.854$) 4.70	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 4.47	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 4.86	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 4.72	($q = 0.80, \alpha = 1.50, L = 2.8137$) 4.42
0.70	($q = 0.70, \alpha = 1.20, L = 2.708$) 7.31	($\lambda = 0.20, L = 2.8215$) 7.72	($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.781$) 7.35	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 7.16	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 7.33	($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.7118$) 7.27
0.80	($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 2.515$) 14.40	($\lambda = 0.10, L = 2.690$) 15.22	($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.515$) 14.40	($\lambda = 0.30, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 7.004$) 14.02	($\lambda = 0.30, L = 2.5152$) 14.49	($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.5762$) 14.34
0.90	($q = 0.90, \alpha = 1.00, L = 2.207$) 41.90	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 44.26	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 2.207$) 41.90	($\lambda = 0.30, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 15.46$) 40.20	($\lambda = 0.20, L = 2.327$) 44.50	($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 2.494$) 44.26
0.95	($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 1.902$) 109.11	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 119.52	($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.05, L = 1.902$) 109.11	($\lambda = 0.10, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 31.78$) 101.19	($\lambda = 0.10, L = 1.996$) 110.96	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.5115$) 119.46
1.05	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 42.26	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 83.29	($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.05, L = 1.902$) 69.23	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.85$) 82.64	($\lambda = 0.10, L = 1.996$) 88.21	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 56.41
1.10	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 14.85	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 28.79	($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.05, L = 1.902$) 25.36	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 17.85$) 33.52	($\lambda = 0.10, L = 1.996$) 33.52	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 20.06
1.20	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 6.20	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 10.76	($\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.05, L = 1.902$) 11.66	($\lambda = 0.30, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 7.004$) 14.03	($\lambda = 0.30, L = 2.5152$) 13.91	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 7.88
1.30	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 4.12	($\lambda = 0.05, L = 2.494$) 6.56	($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.781$) 7.43	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 7.76	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 7.64	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 4.84
1.40	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 3.18	($\lambda = 0.30, L = 2.854$) 4.66	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 4.88	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 5.39	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 5.19	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 3.52
1.50	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 2.66	($\lambda = 0.40, L = 2.8645$) 3.43	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 3.68	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 4.26	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 4.06	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 2.80
1.60	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 2.31	($\lambda = 0.50, L = 2.8599$) 2.69	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 3.02	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 3.59	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 3.43	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 2.35
1.70	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 2.06	($\lambda = 0.50, L = 2.8599$) 2.24	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 2.61	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 3.15	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 3.01	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 2.03
1.80	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 1.87	($\lambda = 0.50, L = 2.8599$) 1.93	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 2.33	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 2.84	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 2.74	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 1.81
1.90	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 1.72	($\lambda = 0.50, L = 2.8599$) 1.72	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 2.11	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 2.61	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 2.54	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 1.64
2.00	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.114$) 1.60	($\lambda = 0.50, L = 2.8599$) 1.57	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.837$) 1.95	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.657$) 2.44	($\lambda = 0.50, L = 2.749$) 2.39	($q = 0.95, \alpha = 0.80, L = 2.5719$) 1.51

Πίνακας 11.7: ARL τιμές και οι αντίστοιχοι σχεδόν βέλτιστοι συνδυασμοί παραμέτρων των διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	S^2 -DGWMA	S^2 -EWMA	S^2 -HEWMA	CS-EWMA	S^2 -TEWMA	S^2 -GWMA
0.50	($q = 0.60, \alpha = 1.20, L = 2.557$) 4.97	($\lambda = 0.30, L = 2.634$) 5.45	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 5.05	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 5.17	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 5.12	($q = 0.80, \alpha = 1.50, L = 2.585$) 4.95
0.60	($q = 0.70, \alpha = 1.20, L = 2.473$) 7.19	($\lambda = 0.20, L = 2.592$) 7.85	($\lambda_1 = 0.40, \lambda_2 = 0.40, L = 2.5486$) 7.29	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 7.11	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 7.20	($q = 0.90, \alpha = 1.50, L = 2.478$) 7.18
0.70	($q = 0.80, \alpha = 1.20, L = 2.337$) 11.58	($\lambda = 0.10, L = 2.452$) 13.02	($\lambda_1 = 0.30, \lambda_2 = 0.30, L = 2.4437$) 11.70	($\lambda = 0.30, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 5.17$) 11.40	($\lambda = 0.40, L = 2.416$) 11.76	($q = 0.95, \alpha = 1.50, L = 2.334$) 11.53
0.80	($q = 0.80, \alpha = 1.00, L = 2.270$) 22.11	($\lambda = 0.10, L = 2.452$) 23.82	($\lambda_1 = 0.20, \lambda_2 = 0.20, L = 2.27$) 22.11	($\lambda = 0.40, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 9.67$) 20.99	($\lambda = 0.20, L = 2.07$) 22.41	($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.266$) 22.44
0.90	($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 1.828$) 58.38	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 63.63	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 58.45	($\lambda = 0.20, K_{CS} = 0.50, H_{CS} = 15.47$) 54.51	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 60.64	($q = 0.95, \alpha = 1.20, L = 2.266$) 63.00
0.95	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 123.83	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 133.44	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 125.98	($\lambda = 0.40, K_{CS} = 0.10, H_{CS} = 23.50$) 111.22	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 123.35	($q = 0.95, \alpha = 1.00, L = 2.266$) 133.44
1.05	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 55.69	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 77.13	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 88.95	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 10.62$) 81.27	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 83.01	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 62.10
1.10	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 19.51	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 32.37	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 38.79	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 10.62$) 35.97	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 35.77	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 25.29
1.20	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 6.83	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 11.82	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 14.75	($\lambda = 0.05, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 10.62$) 16.19	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 14.61	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.321$) 9.33
1.30	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 4.05	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 6.99	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 9.19	($\lambda = 0.40, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 4.24$) 11.01	($\lambda = 0.10, L = 1.756$) 9.79	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.321$) 5.63
1.40	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 3.01	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 5.03	($\lambda_1 = 0.10, \lambda_2 = 0.10, L = 1.955$) 6.92	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 7.41	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 7.29	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.321$) 4.07
1.50	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 2.43	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 4.00	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 5.17	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 5.64	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 5.53	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.321$) 3.22
1.60	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 2.08	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 3.32	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 4.14	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 4.63	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 4.52	($q = 0.95, \alpha = 0.90, L = 2.321$) 2.69
1.70	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 1.85	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 2.87	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 3.47	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 3.96	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 3.88	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 2.33
1.80	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 1.68	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 2.55	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 3.02	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 3.49	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 3.42	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 2.06
1.90	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 1.56	($\lambda = 0.05, L = 2.266$) 2.32	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 2.70	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 3.16	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 3.11	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 1.87
2.00	($q = 0.90, \alpha = 0.80, L = 1.985$) 1.47	($\lambda = 0.50, L = 2.638$) 2.09	($\lambda_1 = 0.50, \lambda_2 = 0.50, L = 2.6105$) 2.46	($\lambda = 0.50, K_{CS} = 1.00, H_{CS} = 3.578$) 2.91	($\lambda = 0.50, L = 2.516$) 2.88	($q = 0.90, \alpha = 0.70, L = 2.566$) 1.72

11.4.4 S^2 -DGWMA διάγραμμα έναντι του VSI S^2 -EWMA διαγράμματος

Επίσης, συγκρίνουμε την απόδοση του προτεινόμενου διαγράμματος με εκείνη του VSI S^2 -EWMA διαγράμματος, το οποίο περιγράφεται συνοπτικά ως ακολούθως. Το διάστημα δειγματοληψίας και συγκεκριμένα, ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών δειγμάτων T_i και T_{i+1} , εξαρτάται από την τρέχουσα τιμή του $Z_i = \lambda T_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}$, $\lambda \in (0, 1]$ στατιστικού. Ένα μεγαλύτερο διάστημα δειγματοληψίας h_L χρησιμοποιείται όταν το στατιστικό Z_i βρίσκεται στην περιοχή $R_L = [LWL, UWL]$, που ορίζονται ως:

$$\begin{aligned} LWL &= \mu_T(n) - W\sigma_T(n)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \\ UWL &= \mu_T(n) + W\sigma_T(n)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \end{aligned} \quad (11.4)$$

όπου W είναι ο συντελεστής του προειδοποιητικού ορίου που καθορίζει την αναλογία των φορών που το στατιστικό Z_i βρίσκεται εντός των μεγάλων και μικρών περιοχών δειγματοληψίας. Παρόμοια, το μικρό διάστημα δειγματοληψίας h_S χρησιμοποιείται όταν το στατιστικό ελέγχου βρίσκεται εντός της περιοχής $R_S = [LCL, LWL] \cup [UWL, UCL]$. Η διεργασία δηλώνεται ως εκτός ελέγχου, αν το στατιστικό Z_i βρίσκεται εκτός του εύρους $[LCL, UCL]$. Οι Castagliola et al. (2007) χρησιμοποίησαν το μέσο χρόνο σήματος (Average Time to Signal, ATS), δηλαδή την αναμενόμενη τιμή του χρόνου από την έναρξη της διεργασίας μέχρι τη στιγμή που το διάγραμμα δίνει ένα σήμα, ως ένα μέτρο απόδοσης. Για ένα μοντέλο σταθερού διαστήματος δειγματοληψίας (Fixed Sampling Interval, FSI), το ATS ορίζεται ως: $ATS^{FSI} = h_0 \times ARL^{FSI}$. Στην περίπτωση ενός VSI μοντέλου, το ATS δίνεται από τη σχέση: $ATS^{VSI} = E(h) \times ARL^{VSI}$, όπου $E(h)$ είναι η αναμενόμενη τιμή του διαστήματος δειγματοληψίας. Για δίκαιες συγκρίσεις μεταξύ ενός VSI διαγράμματος και ενός FSI διαγράμματος, υποθέτουμε ότι $h_S = h_L = h_0 = 1$. Ως εκ τούτου, το εντός ελέγχου μέσο διάστημα δειγματοληψίας για ένα VSI διάγραμμα θα είναι $E_0(h) = 1$. Επιπλέον, αν $ARL_0 \approx 370$, τότε $ATS_0 \approx 370$ για τα FSI και VSI διαγράμματα. Οι Πίνακες 2 και 3 των Castagliola et al. (2007) παρουσιάζουν τα ελάχιστα ATS αποτελέσματα του VSI S^2 -EWMA διαγράμματος όταν $n = 5$ και 9 , που ελήφθησαν μέσω μίας προσέγγισης Μαρκοβιανής αλυσίδας. Συγκρίνοντας τους παραπάνω Πίνακες 11.5 - 11.6, με τους Πίνακες 2 - 3 των Castagliola et al. (2007), παρατηρούμε ότι το προτεινόμενο διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το VSI S^2 -EWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις, και αντίστροφα για το υπόλοιπο εύρος μετατοπίσεων.

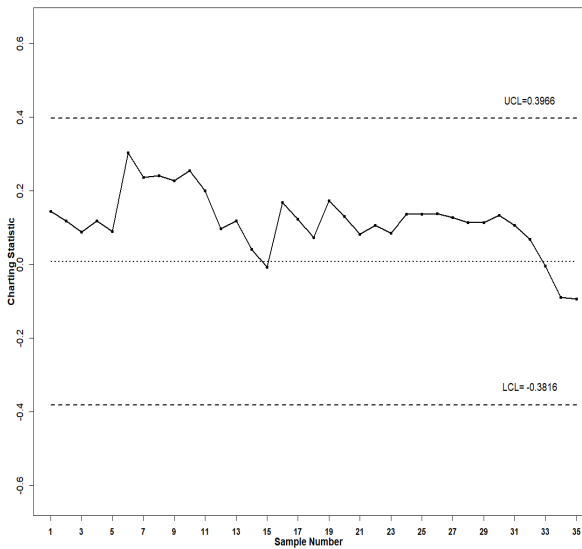
11.5 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Στην τρέχουσα ενότητα παρουσιάζουμε την εφαρμογή του S^2 -DGWMA διαγράμματος ελέγχου έναντι των S^2 -EWMA, S^2 -HEWMA, S^2 -TEWMA και S^2 -GWMA διαγραμμάτων ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη τα πραγματικά δεδομένα που δίνονται στους DeVor, Chang και Sutherland (2007). Το προαναφερθέν σύνολο δεδομένων χρησιμοποιείται ευρέως από πολλούς μελετητές, όπως οι Chen, Cheng και Xie (2001) και Tariq et al. (2019). Αυτά τα δεδομένα είναι μετρήσεις της εσωτερικής διαμέτρου των οπών κυλίνδρων σε ένα μπλοκ κινητήρα. Ο Πίνακας 11.8 παρουσιάζει τα δεδομένα για τα 35 πρώτα δείγματα, με μέγεθος δείγματος $n = 5$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι κάθε παρατήρηση σε αυτόν τον πίνακα καταγράφεται στα τρία τελευταία ψηφία της πραγματικής μέτρησης. Για παράδειγμα, αν οι πραγματικές μετρήσεις είναι 3.5205 και 3.5202, τότε οι αντίστοιχες παρατηρήσεις θα είναι 205 και 202. Οι εκτιμημένες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της διεργασίας είναι 200.251 και 3.306, αντίστοιχα.

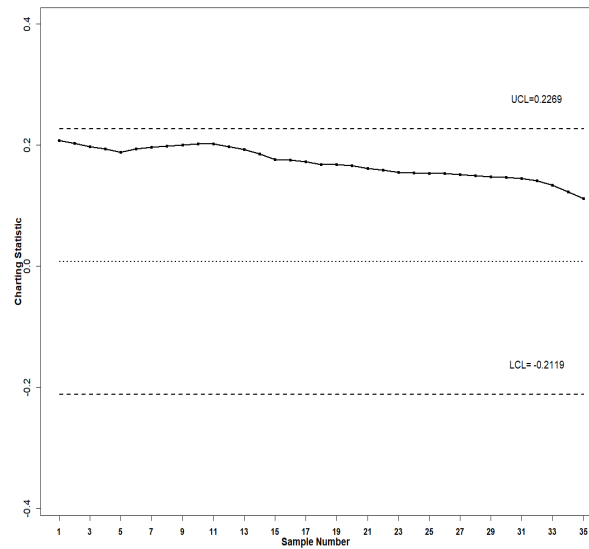
Υποθέτοντας $ARL_0 \approx 370$, κατασκευάζουμε τα S^2 -EWMA, S^2 -HEWMA, S^2 -TEWMA, S^2 -GWMA και S^2 -DGWMA διαγράμματα ελέγχου με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και παραμέτρους σχεδιασμού $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$, $(\lambda, L) = (0.05, 2.14537)$, $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 2.843)$ και $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 3.8403)$, αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι συντελεστές των διαγραμμάτων ελέγχου λαμβάνονται μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων, έτσι ώστε $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Τα στατιστικά των διαγραμμάτων παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 11.8. Τα Σχήματα 11.1 - 11.4 παρουσιάζουν τα S^2 -EWMA, S^2 -HEWMA, S^2 -TEWMA και S^2 -GWMA διαγράμματα ελέγχου, ενώ το προτεινόμενο S^2 -DGWMA διάγραμμα απεικονίζεται στο Σχήμα 11.5. Παρατηρούμε ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα ενεργοποιεί ένα εκτός ελέγχου σήμα στα 1, 10 και 11 δείγματα, το S^2 -GWMA στο 6^ο δείγμα, ενώ τα υπόλοιπα διαγράμματα αποτυγχάνουν να ανιχνεύσουν οποιαδήποτε μετατόπιση.

Πίνακας 11.8: Δεδομένα για την εσωτερική διάμετρο των οπών κυλίνδρων και λεπτομέρειες υπολογισμού των διαγραμμάτων ελέγχου, Εφαρμογή 11.5.

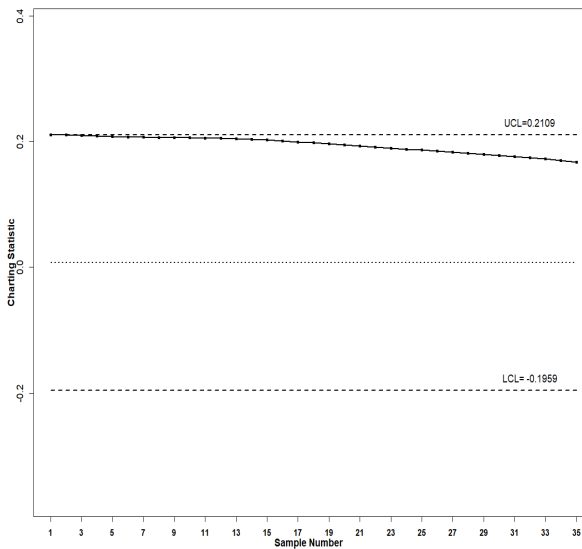
i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_i^2	T_i	Z_i	Y_i	W_i	G_i	DG_i
1	205	202	204	207	205	3.300	-1.146	0.143	0.208	0.211	0.143	0.208
2	202	196	201	198	202	7.200	-0.357	0.118	0.203	0.210	0.142	0.204
3	201	202	199	197	196	6.500	-0.480	0.088	0.197	0.210	0.126	0.200
4	205	203	196	201	197	14.800	0.685	0.118	0.193	0.209	0.170	0.199
5	199	196	201	200	195	6.700	-0.444	0.090	0.188	0.208	0.136	0.196
6	203	198	192	217	196	93.700	4.343	0.303	0.194	0.207	0.359	0.204
7	202	202	198	203	202	3.800	-1.029	0.236	0.196	0.207	0.220	0.205
8	197	196	196	200	204	11.800	0.326	0.241	0.198	0.206	0.233	0.206
9	199	200	204	196	202	9.200	-0.035	0.227	0.200	0.206	0.216	0.207
10	202	196	204	195	197	15.700	0.782	0.255	0.202	0.206	0.247	0.209
11	205	204	202	208	205	4.700	-0.832	0.200	0.202	0.206	0.183	0.207
12	200	201	199	200	201	0.700	-1.873	0.097	0.197	0.205	0.096	0.202
13	205	196	201	197	198	13.300	0.512	0.117	0.193	0.205	0.155	0.199
14	202	199	200	198	200	2.200	-1.427	0.040	0.185	0.204	0.080	0.193
15	200	200	201	205	201	4.300	-0.918	-0.008	0.176	0.202	0.061	0.187
16	201	187	209	202	200	63.700	3.502	0.168	0.175	0.201	0.261	0.191
17	202	202	204	198	203	5.200	-0.729	0.123	0.173	0.199	0.162	0.189
18	201	198	204	201	201	4.500	-0.874	0.073	0.168	0.198	0.119	0.186
19	207	206	194	197	201	31.500	2.052	0.172	0.168	0.196	0.234	0.188
20	200	204	198	199	199	5.500	-0.669	0.130	0.166	0.195	0.160	0.187
21	203	200	204	199	200	4.700	-0.832	0.082	0.162	0.193	0.121	0.183
22	196	203	197	201	194	13.700	0.560	0.106	0.159	0.192	0.162	0.182
23	197	199	203	200	196	7.500	-0.306	0.085	0.155	0.190	0.136	0.180
24	201	197	196	199	207	19.000	1.110	0.136	0.154	0.188	0.194	0.181
25	204	196	201	199	197	10.300	0.125	0.136	0.153	0.186	0.177	0.181
26	206	206	199	200	203	10.700	0.180	0.138	0.153	0.185	0.176	0.180
27	204	203	199	199	197	8.800	-0.096	0.126	0.151	0.183	0.162	0.179
28	199	201	201	194	200	8.500	-0.143	0.113	0.149	0.181	0.151	0.178
29	201	196	197	204	200	10.300	0.125	0.113	0.148	0.180	0.157	0.177
30	203	206	201	196	201	13.300	0.512	0.133	0.147	0.178	0.177	0.177
31	203	197	199	197	201	6.800	-0.427	0.105	0.145	0.176	0.142	0.175
32	197	194	199	200	199	5.700	-0.630	0.069	0.141	0.174	0.114	0.172
33	200	201	200	197	200	2.300	-1.400	-0.005	0.134	0.172	0.054	0.166
34	199	199	201	201	201	1.200	-1.714	-0.090	0.123	0.170	-0.003	0.158
35	200	204	197	197	199	8.300	-0.174	-0.094	0.112	0.167	0.030	0.151



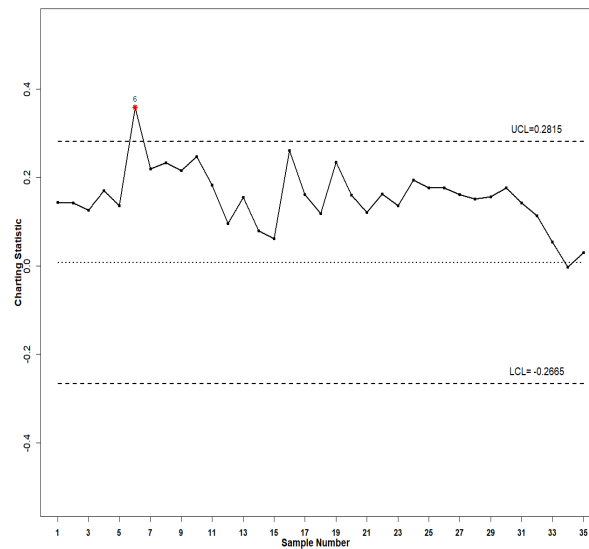
Σχήμα 11.1: S^2 -EWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.513)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.



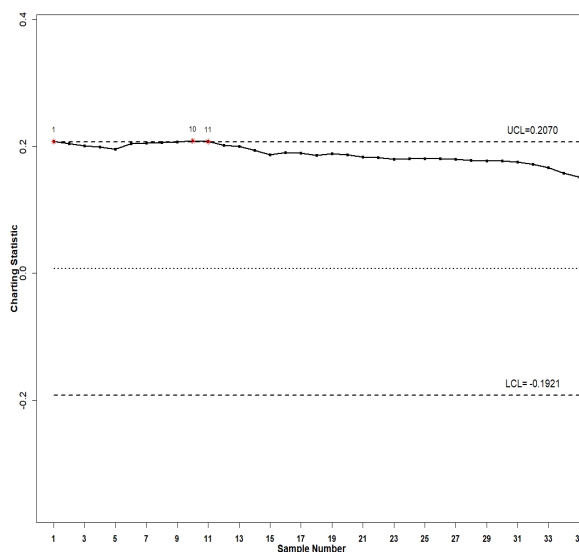
Σχήμα 11.2: S^2 -HEWMA διάγραμμα με $(\lambda_1, \lambda_2, L) = (0.05, 0.05, 2.003)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.



Σχήμα 11.3: S^2 -TEWMA διάγραμμα με $(\lambda, L) = (0.05, 2.14537)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.



Σχήμα 11.4: S^2 -GWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 2.843)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.



Σχήμα 11.5: S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q, \alpha, L) = (0.95, 0.70, 3.8403)$, όταν $ARL_0 \approx 370$, για τα δεδομένα διαμέτρου κυλίνδρου, Εφαρμογή 11.5.

11.6 Συμπεράσματα

Στο τελευταίο κεφάλαιο του δεύτερου μέρους, αναπτύσσουμε ένα διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση τόσο των ανοδικών όσο και των καθοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, το οποίο καλείται S^2 -DGWMA διάγραμμα. Συγκεκριμένα, αυτό το διάγραμμα επεκτείνει το S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο Κεφάλαιο 10, χρησιμοποιώντας τον DGWMA σχεδιασμό και εφαρμόζοντας έναν λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 . Το προτεινόμενο διάγραμμα αξιολογείται μέσω των ARL και SDRL μέτρων απόδοσης, χρησιμοποιώντας ασυμπτωτικά όρια ελέγχου. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι για μία δεδομένη τιμή της παραμέτρου α (q), η ARL απόδοση του S^2 -DGWMA διαγράμματος βελτιώνεται για μικρές έως μέτριες καθοδικές, και μικρές έως μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά της διεργασίας, καθώς η τιμή του q (α) αυξάνεται (μειώνεται). Γενικά, καθώς αυξάνεται η τιμή του μεγέθους του δείγματος, ενισχύεται η ευαισθησία του προτεινόμενου διαγράμματος. Επιπλέον, το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha = 0.70)$ είναι αποτελεσματικό στην ανίχνευση μικρών έως μεγάλων ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q = 0.95, \alpha \in [0.70, 0.80])$ είναι αποδοτικό για μικρές έως μέτριες καθοδικές μετατοπίσεις, ενώ το S^2 -DGWMA διάγραμμα με $(q \in [0.50, 0.80], \alpha \in [1.20, 1.50])$ συνιστάται για μέτριες έως μεγάλες καθοδικές μετατοπίσεις.

Επιπλέον, το S^2 -DGWMA διάγραμμα συγκρίνεται με αρκετά γνωστά διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας, και ιδιαίτερα, είναι πιο αποτελεσματικό στον εντοπισμό ανοδικών μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο διάγραμμα με $\alpha < 1.00$ είναι πιο αποτελεσματικό από το S^2 -HEWMA διάγραμμα για την ανίχνευση μέτριων καθοδικών έως μεγάλων ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ η απόδοση του S^2 -DGWMA διαγράμματος με $\alpha > 1.00$ βελτιώνεται στην ανίχνευση καθοδικών μετατοπίσεων έναντι του S^2 -HEWMA διαγράμματος, καθώς το q αυξάνεται. Είναι πιο αποτελεσματικό από τα S^2 -EWMA και S^2 -GWMA διαγράμματα για καθοδικές έως μέτριες ανοδικές μετατοπίσεις. Το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι καλύτερο από το CS-EWMA διάγραμμα για μεγάλες καθοδικές και όλες τις θεωρούμενες ανοδικές μετατοπίσεις, ενώ είναι καλύτερο από το S^2 -TEWMA διάγραμμα για ανοδικές μετατοπίσεις. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το VSI S^2 -EWMA διάγραμμα είναι λιγότερο ευαίσθητο από το S^2 -DGWMA διάγραμμα για μικρές μετατοπίσεις, ενώ το αντίθετο παρατηρείται για τις υπόλοιπες θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα. Επιπλέον, ένα ενδεικτικό παράδειγμα παρουσιάζεται, το οποίο εξηγεί την εφαρμογή του S^2 -DGWMA διαγράμματος.

12.1 Εισαγωγή

Τα διαγράμματα ελέγχου αποτελούν το σημαντικότερο εργαλείο της εργαλειοθήκης του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών. Χρησιμοποιούνται κυρίως για την παρακολούθηση των βιομηχανικών ή παραγωγικών διεργασιών, λόγω της ευαισθησίας τους να ανταποκρίνονται γρήγορα στις ασυνήθιστες αλλαγές μίας διεργασίας. Επιπρόσθετα, τα διαγράμματα ελέγχου παρέχουν ζωτικής σημασίας πληροφορίες στους χειριστές ή μηχανικούς ποιότητας για την έναρξη διορθωτικών ενεργειών της διεργασίας, όταν ανιχνεύεται ένα εκτός ελέγχου σήμα.

Ο κύριος στόχος αυτής της διατριβής είναι, αρχικά, η ανάπτυξη αξιόπιστων εναλλακτικών διαγραμμάτων ελέγχου τύπου μνήμης, τα οποία οι επαγγελματίες ποιότητας θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν για την παρακολούθηση των διεργασιών. Η παρούσα διδακτορική διατριβή διακρίνεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος αναπτύσσουμε single διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την ταυτόχρονη παρακολούθηση μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας. Στη συνέχεια, στο δεύτερο μέρος προτείνουμε διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας.

Το τρέχον κεφάλαιο είναι αφιερωμένο στην περίληψη των αποτελεσμάτων και των συνεισφορών της διατριβής. Επιπρόσθετα, αυτό το κεφάλαιο παρέχει πιθανές προτάσεις για μελλοντική έρευνα, περιγράφοντας λεπτομερώς πού πρέπει να στραφεί η προσοχή, προκειμένου να βελτιωθεί περαιτέρω η απόδοση των προτεινόμενων διαγραμμάτων ελέγχου τύπου μνήμης.

12.2 Συμπεράσματα

Αρχικά, στο Κεφάλαιο 1, παρέχονται κάποιες βασικές έννοιες σχετικά με τον Στατιστικό Έλεγχο Διεργασιών και το κυριότερο εργαλείο του, το διάγραμμα ελέγχου. Επίσης, περιγράφουμε εν συντομία ορισμένα ευρέως γνωστά διαγράμματα ελέγχου.

Στο Κεφάλαιο 2, το οποίο αποτελεί το πρώτο κεφάλαιο του πρώτου μέρους της διδακτορικής διατριβής, γίνεται ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που συνδέεται με τα single διαγράμματα ελέγχου για την ταυτόχρονη παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας. Στη συνέχεια, σε αυτό το μέρος της διδακτορικής διατριβής, αναπτύσσουμε πέντε single διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης για την από κοινού παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας, δηλαδή τα Max-DGWMA, Max-TEWMA, SS-TEWMA, DEWMA-SC και TEWMA-Max διαγράμματα. Για την κατασκευή και τον σχεδιασμό αυτών των διαγραμμάτων ελέγχου λαμβάνονται υπόψη τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου.

Στο Κεφάλαιο 3 αναπτύσσουμε το Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου, ως επέκταση του Max-GWMA διαγράμματος ελέγχου, για την ταχύτερη ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα της διεργασίας. Ειδικότερα, τα στατιστικά αυτού του διαγράμματος βασίζονται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο DGWMA στατιστικών, ένα για τον έλεγχο του μέσου της διεργασίας, ενώ το άλλο για τον έλεγχο της διακύμανσης της διεργασίας. Το Max-DGWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το Max-DGWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο από τα Max-EWMA, Max-DEWMA και Max-GWMA διαγράμματα, ενώ είναι συγκρίσιμο με το SS-DGWMA διάγραμμα.

Στο Κεφάλαιο 4 επεκτείνουμε τα Max-EWMA και Max-DEWMA διαγράμματα ελέγχου σε ένα Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου. Συγκεκριμένα, τα στατιστικά του Max-TEWMA διαγράμματος βασίζονται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών δύο TEWMA στατιστικών, ένα για τον έλεγχο του μέσου της διεργασίας, ενώ το άλλο για τον έλεγχο της διακύμανσης της διεργασίας. Το Max-TEWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα. Τα ευρήματα δείχνουν ότι το Max-TEWMA διάγραμμα είναι αποδοτικό στην ανίχνευση μετατοπίσεων στο μέσο και στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα.

Στο Κεφάλαιο 5 αναπτύσσουμε το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου ως επέκταση των SS-EWMA και SS-DEWMA διαγραμμάτων ελέγχου. Αυτό το διάγραμμα

βασίζεται στον υπολογισμό του αθροίσματος των τετραγώνων δύο TEWMA στατιστικών, όπου το ένα ελέγχει το μέσο της διεργασίας και το άλλο ελέγχει τη μεταβλητότητα της διεργασίας. Το SS-TEWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα SS-EWMA, SS-DEWMA, SS-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα. Οι συγκρίσεις δείχνουν ότι το SS-TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποδοτικό από τα συγκρινόμενα διαγράμματα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας για τα περισσότερα από τα εξεταζόμενα σενάρια, ενώ έχει συγκρίσιμη απόδοση για μερικά άλλα στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων στο μέσο της διεργασίας και μικρών έως μεγάλων μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζουμε το DEWMA-SC διάγραμμα ελέγχου, με στόχο την ταχύτερη ανίχνευση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων στη μέση τιμή και στη διασπορά της διεργασίας ταυτόχρονα. Το DEWMA-SC διάγραμμα είναι επέκταση του EWMA-SC διαγράμματος. Ειδικότερα, συνδυάζει τα χαρακτηριστικά του SC διαγράμματος με τη DEWMA τεχνική. Η απόδοση του DEWMA-SC διαγράμματος συγκρίνεται με εκείνες των EWMA-SC και GWMA-SC διαγραμμάτων. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το DEWMA-SC διάγραμμα υπερτερεί των ανταγωνιστικών διαγραμμάτων όσον αφορά την ανίχνευση των περισσότερων από τις εξεταζόμενες μετατοπίσεις στο μέσο και/ή στη μεταβλητότητα της διεργασίας.

Στο Κεφάλαιο 7 επεκτείνουμε τα EWMA-Max και DEWMA-Max διαγράμματα ελέγχου σε ένα TEWMA-Max διάγραμμα ελέγχου. Συγκεκριμένα, η τεχνική της εκτέλεσης εκθετικής εξομάλυνσης τρεις φορές για την κατασκευή ενός TEWMA διαγράμματος εφαρμόζεται στο μέγιστο των απόλυτων τιμών των στατιστικών που ελέγχουν τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διεργασίας. Το TEWMA-Max διάγραμμα συγκρίνεται με τα EWMA-Max και DEWMA-Max διαγράμματα. Οι συγκρίσεις υποδεικνύουν ότι το TEWMA-Max διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το EWMA-Max διάγραμμα στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων μετατοπίσεων στο μέσο και στη μεταβλητότητα. Επιπρόσθετα, το TEWMA-Max διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το DEWMA-Max διάγραμμα για μικρές έως μέτριες μετατοπίσεις στο μέσο και μικρές έως μεγάλες καθοδικές και μεγάλες ανοδικές μετατοπίσεις στη διασπορά, ενώ είναι αρκετά συγκρίσιμο για μικρές ανοδικές μετατοπίσεις στη μεταβλητότητα με την αύξηση της παραμέτρου εξομάλυνσης.

Στο Κεφάλαιο 8, το οποίο αποτελεί το πρώτο κεφάλαιο του δεύτερου μέρους της διδακτορικής διατριβής, γίνεται ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που συνδέεται με τα διαγράμματα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Στη συνέχεια, σε αυτό το μέρος της διδακτορικής διατριβής αναπτύσσουμε τρία διαγράμματα

τα για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας χρησιμοποιώντας τον λογαριθμικό μετασχηματισμό τριών παραμέτρων στην S^2 , δηλαδή τα S^2 -TEWMA, S^2 -GWMA και S^2 -DGWMA διαγράμματα. Για την κατασκευή και τον σχεδιασμό αυτών των διαγραμμάτων θεωρούμε τα ασυμπτωτικά όρια ελέγχου.

Στο Κεφάλαιο 9 αναπτύσσουμε το S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας. Το S^2 -TEWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα. Οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι το S^2 -TEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από τα ανταγωνιστικά διαγράμματα στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων στη διασπορά της διεργασίας.

Στο Κεφάλαιο 10 αναπτύσσουμε το S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου, προκειμένου να βελτιώσουμε την απόδοση του S^2 -EWMA διαγράμματος ελέγχου. Το S^2 -GWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγράμματα. Τα ευρήματα υποδηλώνουν ότι το S^2 -GWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο σε σύγκριση με τους ανταγωνιστές του στην ανίχνευση μικρών έως μέτριων ανοδικών μετατοπίσεων, ενώ έχει παρόμοια απόδοση με τα άλλα διαγράμματα για μεγάλες μετατοπίσεις.

Στο Κεφάλαιο 11 επεκτείνουμε το S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου σε ένα S^2 -DGWMA διάγραμμα ελέγχου. Το S^2 -DGWMA διάγραμμα συγκρίνεται με τα S^2 -EWMA, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, S^2 -TEWMA, S^2 -GWMA και VSI S^2 -EWMA διαγράμματα. Οι συγκρίσεις δείχνουν ότι το S^2 -DGWMA διάγραμμα είναι αποτελεσματικότερο στην ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων, ενώ είναι πιο ευαίσθητο στην ανίχνευση ανοδικών μετατοπίσεων στη μεταβλητότητα της διεργασίας.

12.3 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Η παρούσα διδακτορική διατριβή έχει σκοπό να συμβάλει στην ανάπτυξη νέων διαγραμμάτων ελέγχου τύπου μνήμης για την παρακολούθηση μικρών και μέτριων μετατοπίσεων σε μία διεργασία. Η εμπειρία που αποκτήθηκε από τις μελέτες που παρουσιάζονται σε αυτή τη διατριβή είναι ικανοποιητική και ωφέλιμη, ιδιαίτερα στην κατανόηση μίας ποικιλίας θεμάτων και μεθόδων στον Στατιστικό Έλεγχο Διεργασιών. Πολυάριθμα θέματα που σχετίζονται με αυτές τις μελέτες είναι ενδιαφέροντα και άξια να συνεχιστούν για περαιτέρω διερεύνηση. Τα θέματα για μελλοντική έρευνα επισημαίνονται ως ακολούθως:

- Μελέτη της απόδοσης των Max-DGWMA, Max-TEWMA, SS-TEWMA, DEWMA - SC και TEWMA-Max διαγραμμάτων με εκτιμημένες παραμέτρους.

- Μελέτη της απόδοσης των πολυμεταβλητών Max–TEWMA, SS–TEWMA, EWMA – SC, DEWMA–SC και TEWMA–Max διαγραμμάτων.
- Μελέτη της απόδοσης των Max–DGWMA, Max–TEWMA, SS–TEWMA, DEWMA – SC και TEWMA–Max διαγραμμάτων σταθερής κατάστασης (steady–state), λαμβάνοντας υπόψη ασυμπτωτικά όρια ελέγχου και σύγκριση με τους ανταγωνιστές τους.
- Μελέτη της απόδοσης των Max–DGWMA, Max–TEWMA, SS–TEWMA, DEWMA – SC και TEWMA–Max διαγραμμάτων για μη κανονικές και μη ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανεμημένες μεταβλητές, όπως για αυτοσυσχετισμένες διεργασίες (autocorrelated processes), λοξούς πληθυσμούς (skewed populations) και κατανομές με βαριές ουρές (heavy–tailed distributions).
- Μελέτη της απόδοσης των Max–DGWMA, Max–TEWMA, SS–TEWMA, DEWMA – SC και TEWMA–Max διαγραμμάτων για χρόνους μεταξύ συμβάντων (time between events).
- Μελέτη της απόδοσης των Max–DGWMA, Max–TEWMA, SS–TEWMA, DEWMA – SC και TEWMA–Max διαγραμμάτων, χρησιμοποιώντας επικουρική πληροφορία (auxiliary information).
- Μελέτη της απόδοσης των Max–DGWMA, Max–TEWMA, SS–TEWMA, DEWMA – SC και TEWMA – Max διαγραμμάτων ελέγχου με σφάλμα μέτρησης (measurement error).
- Κατασκευή του TEWMA–SC διαγράμματος ελέγχου για την από κοινού παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας.
- Παρά την πολυπλοκότητα τους, κατασκευή των DGWMA–SC και DGWMA–Max διαγραμμάτων ελέγχου για την από κοινού παρακολούθηση του μέσου και της διασποράς της διεργασίας.
- Μελέτη της απόδοσης του S^2 –TEWMA διαγράμματος με μεταβλητό μέγεθος δείγματος (Variable Sample Size, VSS).
- Μελέτη της απόδοσης των VSI S^2 –TEWMA, S^2 –GWMA και S^2 –DGWMA διαγραμμάτων.
- Μελέτη της απόδοσης των S^2 –TEWMA, S^2 –GWMA και S^2 –DGWMA διαγραμμάτων χρησιμοποιώντας κανόνες ροών.
- Μελέτη της απόδοσης των S^2 –TEWMA, S^2 –GWMA και S^2 –DGWMA διαγραμμάτων όταν οι παράμετροι της διεργασίας είναι άγνωστοι.
- Μελέτη της απόδοσης των S^2 –TEWMA, S^2 –GWMA και S^2 –DGWMA διαγραμμάτων με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου και σύγκριση τους με τους ανταγω-

νιστές τους.

- Κατασκευή του μικτού TEWMA–CUSUM διαγράμματος ελέγχου για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας.

Βιβλιογραφία

- [1] Abbas, N., Riaz, M. and Does, R.J.M.M. (2011). Enhancing the performance of EWMA charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27 (6): 821 – 833.
- [2] Abbas, N., Riaz, M. and Does, R.J.M.M. (2013a). Mixed exponentially weighted moving average–cumulative sum charts for process monitoring. *Quality and Reliability Engineering International*, 29 (3): 345 – 356.
- [3] Abbas, N., Riaz, M. and Does, R.J.M.M. (2013b). CS–EWMA chart for monitoring process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 29 (5): 653 – 663.
- [4] Abbasi, S.A. and Miller, A. (2012). On proper choice of variability control chart for normal and non–normal processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 28 (3): 279 – 296.
- [5] Abbasi, S.A. and Miller, A. (2013). MDEWMA chart: an efficient and robust alternative to monitor process dispersion. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 83 (2): 247 – 268.
- [6] Abbasi, S.A., Nassar, S.H., Aldosari, M.M. and Adeoti, O.A. (2021). Efficient homogeneously weighted dispersion control charts with an application to distillation process. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (8): 3221 – 3241.
- [7] Abbasi, S.A., Riaz, M., Ahmad, S., Sanusi, R.A. and Abid, M. (2020). New efficient exponentially weighted moving average variability charts based on auxiliary information. *Quality and Reliability Engineering International*, 36 (7): 2203 – 2224.
- [8] Abbasi, S.A., Riaz, M., Miller, A., Ahmad, S. and Nazir, H.Z. (2015). EWMA dispersion control charts for normal and non–normal processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 31 (8): 1691 – 1704.

- [9] Acosta–Mejia, C.A. and Pignatiello, J. (2000). Monitoring process dispersion without subgrouping. *Journal of Quality Technology*, 32 (2): 89 – 102.
- [10] Acosta–Mejia, C.A. and Pignatiello, J. (2008). Modified R charts for improved performance. *Quality Engineering*, 20 (3): 361 – 369.
- [11] Acosta–Mejia, C.A., Pignatiello, J. and Rao, B.V. (1999). A comparison of control charting procedures for monitoring process dispersion. *IIE Transactions*, 31 (6): 569 – 579.
- [12] Adeoti, O.A. and Olaomi, J.O. (2016). A moving average S control chart for monitoring process variability. *Quality Engineering*, 28 (2): 212 – 219.
- [13] Ahmad, S., Riaz, M., Abbasi, S.A. and Lin. Z. (2013). On monitoring process variability under double sampling scheme. *International Journal of Production Economics*, 142 (2): 388 – 400.
- [14] Alevizakos, V., Chatterjee, K. and Koukouvinos, C. (2021). The triple exponentially weighted moving average control chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, 18 (3): 326 – 354.
- [15] Alevizakos, V., Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa, A. (2021). A S^2 –GWMA control chart for monitoring the process variability. *Quality Engineering*, 33 (3): 533 – 551.
- [16] Alevizakos, V., Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa, A. (2022). A double moving average control chart: Discussion. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 51 (10): 6043 – 6057.
- [17] Alevizakos, V., Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa, A. (2022). A double generally weighted moving average control chart for monitoring the process variability. *Journal of Applied Statistics*, DOI: 10.1080/02664763.2022.2064977.
- [18] Alevizakos, V., Koukouvinos, C. and Chatterjee K. (2020). A nonparametric double generally weighted moving average signed–rank control chart for monitoring process location. *Quality and Reliability Engineering International*, 36 (7): 2441 – 2458.
- [19] Alevizakos, V., Koukouvinos, C. and Lappa, A. (2019). Monitoring of time between events with a double generally weighted moving average control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 35 (2): 685 – 710.
- [20] Ali, R. and Haq, A. (2017). New memory–type dispersion control charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (8): 2131 – 2149.

- [21] Ali, R. and Haq, A. (2018). New GWMA–CUSUM control chart for monitoring the process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 34 (6): 997 – 1028.
- [22] Amin, R.W., Wolff, H., Besenfelder, W. and Baxley, JR. R. (1999). EWMA control charts for the smallest and largest observations. *Journal of Quality Technology*, 31 (2): 189 – 206.
- [23] Arshad, A., Noor-ul-Amin, M. and Hanif, M. (2021). Function–based adaptive exponentially weighted moving average dispersion control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (6): 2685 – 2698.
- [24] Castagliola, P. (2005). A new S^2 –EWMA control chart for monitoring the process variance. *Quality and Reliability Engineering International*, 21 (8): 781 – 794.
- [25] Castagliola, P., Celano, G. and Fichera, S. (2009). A new CUSUM– S^2 control chart for monitoring the process variance. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 15 (4): 344 – 357.
- [26] Castagliola, P., Celano, G. and Fichera, S. (2010). A Johnson’s type transformation EWMA– S^2 control chart. *International Journal of Quality Engineering and Technology*, 1 (3): 253 – 275.
- [27] Castagliola, P., Celano, G., Fichera, S. and Giuffrida, F. (2007). A variable sampling interval S^2 –EWMA control chart for monitoring the process variance. *International Journal of Technology Management*, 37 (1–2): 125 – 146.
- [28] Chakraborty, N., Chakraborti, S., Human, S.W. and Balakrishnan, N. (2016). A generally weighted moving average signed–rank control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 32 (8): 2835 – 2845.
- [29] Chang, T.C. and Gan, F.F. (1995). A cumulative sum control chart for monitoring process variance. *Journal of Quality Technology*, 27 (2): 109 – 119.
- [30] Chao, M.T. and Cheng S.W. (1996). Semicircle control chart for variables data. *Quality Engineering*, 8 (3): 441 – 446.
- [31] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2021a). A sum of squares triple exponentially weighted moving average control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (6): 2423 – 2457.
- [32] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2021b). A new S^2 –TEWMA control chart for monitoring process dispersion. *Quality and Reliability Engi-*

- neering International*, 37 (4): 1334 – 1354.
- [33] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2022a). Monitoring process mean and variability with one triple EWMA chart. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, DOI: 10.1080/03610918.2022.2025835.
- [34] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2022b). A new double exponentially weighted moving average control chart for monitoring both location and dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 38 (4): 1687 – 1712.
- [35] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2022c). A joint monitoring of the process mean and variance with a TEWMA–Max control chart. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, DOI: 10.1080/03610926.2022.2056748.
- [36] Chatterjee, K., Koukouvinos, C. and Lappa. A. (2023). Monitoring process mean and dispersion with one double generally weighted moving average control chart. *Journal of Applied Statistics*, 50 (1): 19–42.
- [37] Chen, G. and Cheng S.W. (1998). MAX chart: Combining X–bar chart and S chart. *Statistica Sinica*, 8 (1): 263 – 271.
- [38] Chen, G., Cheng, S.W. and Xie, H. (2001). Monitoring process mean and variability with one EWMA chart. *Journal of Quality Technology*, 33 (2): 223 – 233.
- [39] Chen, G., Cheng, S.W. and Xie, H. (2004). A new EWMA control chart for monitoring both location and dispersion. *Quality Technology & Quantitative Management*, 1 (2): 217 – 231.
- [40] Chen, G., Cheng, S.W. and Xie, H. (2005). A new multivariate control chart for monitoring both location and dispersion. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 34 (1): 203 – 217.
- [41] Chen, J.H. and Lu, S.L. (2020). A new sum of squares exponentially weighted moving average control chart using auxiliary information. *Symmetry*, 12 (11): 1888.
- [42] Cheng, S.W. and Mao, H. (2008). A multivariate semi–circle control chart for variables data. *Quality Technology & Quantitative Management*, 5 (4): 331 – 338.
- [43] Cheng, S.W. and Thaga, K. (2006). Single variables control charts: An overview.

- Quality and Reliability Engineering International*, 22 (7): 811 – 820.
- [44] Chiu, W.C. and Lu, S.L. (2015). On the steady–state performance of the Poisson double GWMA control chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, 12 (2): 195 – 208.
- [45] Chiu, W.C. and Sheu, S.H. (2008). Fast initial response features for Poisson GWMA control charts. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 37 (7): 1422 – 1439.
- [46] Costa, A.F.B and Rahim, M.A. (2004). Monitoring process mean and variability with one non–central chi–square chart. *Journal of Applied Statistics*, 31 (10): 1171 – 1183.
- [47] Costa, A.F.B and Rahim, M.A. (2006). A single EWMA chart for monitoring process mean and process variance. *Quality Technology & Quantitative Management*, 3 (3): 295 – 305.
- [48] Crowder, S.V. and Hamilton, M.D. (1992). An EWMA for monitoring a process standard deviation. *Journal of Quality Technology*, 24 (1): 12 – 21.
- [49] DeVor, R.E., Chang, T. and Sutherland, J.W. (2007). *Statistical quality design and control: contemporary concepts and methods*. 2nd ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- [50] Domangue, R. and Patch, S.C. (1991). Some omnibus exponentially weighted moving average statistical process monitoring schemes. *Technometrics*, 33 (3): 299 – 313.
- [51] Gan, F.F. (1995). Joint monitoring of process mean and variance using exponentially weighted moving average control charts. *Technometrics*, 37 (4): 446 – 453.
- [52] Ghashghaei, R. and Amiri, A. (2017a). Maximum multivariate exponentially weighted moving average and maximum multivariate cumulative sum control charts for simultaneous monitoring of mean and variability of multivariate multiple linear regression profiles. *Scientia Iranica*, 24 (5): 2605 – 2622.
- [53] Ghashghaei, R. and Amiri, A. (2017b). Sum of squares control charts for monitoring of multivariate multiple linear regression profiles in phase II. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (4): 767 – 784.
- [54] Ghashghaei, R., Amiri, A. and Khosravi, P. (2019). New control charts for simultaneous monitoring of the mean vector and covariance matrix of multi-

- variate multiple linear profiles. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 48 (5): 1382 – 1405.
- [55] Hamilton, M.D. and Crowder, S.V. (1992). Average run lengths of EWMA control charts for monitoring a process standard deviation. *Journal of Quality Technology*, 24 (1): 44 – 50.
- [56] Han, D. and Tsung, F. (2006). A reference–free cuscore chart for dynamic mean change detection and a unified framework for charting performance comparison. *Journal of the American Statistical Association*, 101 (473): 368 – 386.
- [57] Haq, A. (2013). A new hybrid exponentially weighed moving average control chart for monitoring process mean. *Quality and Reliability Engineering International*, 29 (7): 1015 – 1025.
- [58] Haq, A. (2017a). A new hybrid exponentially weighted moving average control chart for monitoring process mean: Discussion. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (7): 1629 – 1631.
- [59] Haq, A. (2017b). New EWMA control charts for monitoring process dispersion using auxiliary information. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (8): 2597 – 2614.
- [60] Haq, A. (2017c). A new maximum EWMA control chart for simultaneously monitoring process mean and dispersion using auxiliary information. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (7): 1577 – 1587.
- [61] Haq, A. (2018). A new adaptive EWMA control chart for monitoring the process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 34 (5): 846 – 857.
- [62] Haq, A., Brown, J. and Moltchanova, E. (2014). New exponentially weighted moving average control charts for monitoring process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 30 (8): 1311 – 1332.
- [63] Haq, A., Brown, J. and Moltchanova, E. (2015a). A new exponentially weighted moving average control chart for monitoring the process mean. *Quality and Reliability Engineering International*, 31 (8): 1623 – 1640.
- [64] Haq, A., Brown, J. and Moltchanova, E. (2015b). A new maximum exponentially weighted moving average control chart for monitoring process mean and dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 31 (8): 1587 – 1610.
- [65] Haq, A. and Razzaq, F. (2020). Maximum weighted adaptive CUSUM charts

- for simultaneous monitoring of process mean and variance. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 90 (16): 2949 – 2974.
- [66] Hawkins, D.M. (1981). A CUSUM for a scale parameter. *Journal of Quality Technology*, 13 (4): 228 – 231.
- [67] Huang, C.J. (2014). A sum of squares generally weighted moving average control chart. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 43 (23): 5052 – 5071.
- [68] Huang, C.J. (2015). A new GWMA control chart for monitoring process mean and variability. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 44 (18): 3841 – 3856.
- [69] Huang, C.J., Lu, S.L. and Chen, J.H. (2020). Enhanced generally weighted moving average variance charts for monitoring process variance with individual observations. *Quality and Reliability Engineering International*, 36 (1): 285 – 302.
- [70] Huang, C.J., Tai, S.H. and Lu, S.L. (2014). Measuring the performance improvement of a double generally weighted moving average control chart. *Expert Systems with Applications*, 41 (7): 3313 – 3322.
- [71] Human, S.W., Chakraborti, S. and Smit, C.F. (2010). Shewhart–type control charts for variation in phase I data analysis. *Computational Statistics and Data Analysis*, 54 (4): 863 – 874.
- [72] Huwang, L., Huang, C.J. and Wang, Y.H.T. (2010). New EWMA control charts for monitoring process dispersion. *Computational Statistics and Data Analysis*, 54 (10): 2328 – 2342.
- [73] Johnson, N. L. (1949). Systems of frequency curves generated by methods of translation. *Biometrika*, 36 (1–2): 149 – 176.
- [74] Johnson, N.L., Kotz, S. and Balakrishnan, N. (1994). *Continuous Univariate Distributions*. Wiley: New York.
- [75] Kang, H.W. and Baik, J.W. (2012). Double generally weighted moving average control chart for demerit statistics. *Advanced Science Letters*, 13 (1): 183 – 188.
- [76] Karakani, H.M., Human, S.W. and Van Niekerk, J. (2019). A double generally weighted moving average exceedance control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 35 (1): 224 – 245.
- [77] Khoo, M.B.C. (2005). A modified S chart for the process variance. *Quality*

- Engineering*, 17 (4): 567 – 577.
- [78] Khoo, M.B.C. and Lim, E.G. (2005). An improved R (range) control chart for monitoring the process variance. *Quality and Reliability Engineering International*, 21 (1): 43 – 50.
- [79] Khoo, M.B.C., Teh, S.Y. and Wu, Z. (2010). Monitoring process mean and variability with one double EWMA chart. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 39 (20): 3678 – 3694.
- [80] Khoo, M.B.C. and Wong, V.H. (2008). A double moving average control chart. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*. 37 (8): 1696 – 1708.
- [81] Knoth, S. (2006). Computation of the ARL for CUSUM– S^2 Schemes. *Computational Statistics and Data Analysis*. 51 (2): 499 – 512.
- [82] Koukouvinos, C. and Lappa, A. (2019). A moving average control chart using a robust scale estimator for process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 35 (7): 2462 – 2493.
- [83] Li, C. and Mukherjee, A. (2021). Two economically optimized nonparametric schemes for monitoring process variability. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (5): 1939 – 1955.
- [84] Lu, S.L. (2015). An extended nonparametric exponentially weighted moving average sign control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 31 (1): 3 – 13.
- [85] Lu, S.L. (2018). Non parametric double generally weighted moving average sign charts based on process proportion. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 47 (11): 2684 – 2700.
- [86] Lu, S.L. (2019). Economic–statistical design of EWMA–semicircle charts under the Taguchi loss function. *European Journal of Industrial Engineering*, 13 (4): 489 – 506.
- [87] Lu, S.L., Tsai, C.F. and Huang, C.J. (2017). An EWMA–type control chart with variable sampling intervals for monitoring process mean and variability. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering and Computer Science, Vol-II, WCECS 2017*. San Francisco, USA. October 25–27. 782 – 786.
- [88] Lu, C.W. and Reynolds, M.R. (1999). Control charts for monitoring the mean

- and variance of autocorrelated processes. *Journal of Quality Technology*, 31 (3): 259 – 274.
- [89] Lucas, J.M. and Saccucci, M.S. (1990). Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements. *Technometrics*, 32 (1): 1 – 12.
- [90] Lowry, C.A., Champ, C.W. and Woodall, W.H. (1995). The performance of control charts for monitoring process variation. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 24 (2): 409 – 437.
- [91] Mabude, K., Malela-Majika, J.C., Castagliola, P. and Shongwe, S.C. (2021). Generally weighted moving average monitoring schemes: Overview and perspectives. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (2): 409 – 432.
- [92] Macgregor, J.F. and Harris, T.J. (1993). The exponentially weighted moving variance. *Journal of Quality Technology*, 25 (2): 106 – 118.
- [93] Mahadik, S.B., Godase, D.G. and Teoh, W.L. (2021). A two–sided SPRT control chart for process dispersion. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91 (17): 3603 – 3614.
- [94] Maravelakis, P.E. and Castagliola, P. (2009). An EWMA chart for monitoring the process standard deviation when parameters are estimated. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53 (7): 2653 – 2664.
- [95] McCracken, A.K. and Chakraborti, S. (2013). Control Charts for Joint Monitoring of Mean and Variance: An Overview. *Quality Technology & Quantitative Management*, 10 (1): 17 – 36.
- [96] Montgomery, D.C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control*. 7th ed. Hoboken, NJ:Wiley.
- [97] Munir, W. and Haq, A. (2017). New cumulative sum control charts for monitoring process variability. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 87 (15): 2882 – 2899.
- [98] Page, E.S. (1954). Continuous inspection schemes. *Biometrika*, 41 (1/2): 100 – 115.
- [99] Page, E.S. (1963). Controlling the standard deviation by CUSUMs and warning lines. *Technometrics*, 5 (3): 307–315.
- [100] Quesenberry, C.P. (1995). On properties of Q charts for variables. *Journal of Quality Technology*, 27 (3): 184 – 203.
- [101] Reynolds, M.R. and Stoumbos, Z.G. (2006). Comparisons of some exponen-

- tially weighted moving average control charts for monitoring the process mean and variance. *Technometrics*, 48 (4): 550 – 567.
- [102] Riaz, M. (2008). A dispersion control chart. *Communication in Statistics – Simulation and Computation*, 37 (6): 1239 – 1261.
- [103] Riaz, M., Abbasi, S.A., Abid, M. and Hamzat. A.K. (2020). A new HWMA dispersion control chart with an application to wind farm data. *Mathematics*, 8 (12): 2136.
- [104] Roberts, S.W. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*. 1 (3): 239 – 250.
- [105] Roberts, S. W. (1966). A comparison of some control chart procedures. *Technometrics*. 8 (3) :411 – 430.
- [106] Saghir, A., Aslam, M., Faraz, A., Ahmad, L. and Heuchenne, C. (2020). Monitoring process variation using modified EWMA. *Quality and Reliability Engineering International*, 36 (1): 328 – 339.
- [107] Sanusi, R.A, Teh, S.Y. and Khoo, M.B.C. (2020). Simultaneous monitoring of magnitude and time-between-events data with a Max-EWMA control chart. *Computers & Industrial Engineering*, 142: 106378.
- [108] Shamma, S.E. and Shamma, A.K. (1992). Development and evaluation of control charts using double exponentially weighted moving averages. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 9 (6): 18 – 26.
- [109] Sheu, S.H. and Hsieh, Y.T. (2009). The extended GWMA control chart. *Journal of Applied Statistics*, 36 (2): 135 – 147.
- [110] Sheu, S.H., Huang, C.J. and Hsu. T.S. (2012). Extended maximum generally weighted moving average control chart for monitoring process mean and variability. *Computers & Industrial Engineering*, 62 (1): 216 – 225.
- [111] Sheu, S.H., Huang, C.J. and Hsu, T.S. (2013). Maximum chi-square generally weighted moving average control chart for monitoring process mean and variability. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 42 (23): 4323 – 4341.
- [112] Sheu, S.H. and Lin, T.C. (2003). The generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the process mean. *Quality Engineering*, 16 (2): 209 – 231.
- [113] Sheu, S.H. and Lu, S.L. (2013). The generally weighted moving average vari-

- ance chart. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 42 (17): 3204 – 3214.
- [114] Sheu, S.H. and Tai, S.H. (2006). Generally weighted moving average control chart for monitoring process variability. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 30: 452 – 458.
- [115] Sheu, S.H. and Yang, L. (2006). The generally weighted moving average control chart for monitoring the process median. *Quality Engineering*, 18 (3): 333 – 344.
- [116] Shewhart, W. A. (1931). *Economic control of quality of manufactured product*. New York: D. Van Nostrand Company.
- [117] Shu, L. and Jiang, W. (2008). A new EWMA chart for monitoring process dispersion. *Journal of Quality Technology*, 40 (3): 319 – 331.
- [118] Song, Z., Liu, Y., Li, Z. and Zhang, J. (2018a). A comparative study of memory–type control charts based on robust scale estimators. *Quality and Reliability Engineering International*, 34 (6): 1079 – 1102.
- [119] Song, Z., Liu, Y., Li, Z., and Zhang, J. (2018b). A weighted likelihood ratio test–based chart for monitoring process mean and variability. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 88 (7): 1415 – 1436.
- [120] Steiner, S.H. (1999). EWMA control charts with time–varying control limits and fast initial response. *Journal of Quality Technology*, 31 (1): 75 – 86.
- [121] Tai, S.H., Hsieh, Y.T. and Huang, C.J. (2010). The combined double generally weighted moving average control chart for individual observations. *International Conference on Management and Service Science*, China, 1 – 4.
- [122] Tariq, S., Noor-ul-Amin, M., Aslam, M. and Hanif, M. (2019). Design of hybrid EWMA– S^2 control chart. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 36 (8): 554 – 562.
- [123] Teh, S.Y. and Khoo, M.B.C. (2009). Joint monitoring of process mean and variability with DEWMA–Max chart. *International Conference on Quality, Productivity and Performance Measurement (ICQPPM'09)*. 389 – 393. Malaysia.
- [124] Teh S.Y. and Khoo, M.B.C. (2012). A study on the effects of non–normality on the performance of Max–DEWMA versus SS–DEWMA charts. *Journal of Mathematics and Statistics*, 8 (1): 57 – 63.
- [125] Teh, S.Y., Khoo, M.B.C. and Wu, Z. (2011). A sum of squares double expo-

- nentially weighted moving average chart. *Computers & Industrial Engineering*, 61 (4): 1173 – 1188.
- [126] Thaga, K. and Sivasamy, R. (2015). Single Variables Control Charts: A Further Overview. *Indian Journal of Science and Technology*, 8 (6): 518 – 528.
- [127] Tuprah, K. and Ncube, M. (1987). A comparison of dispersion quality control charts. *Sequential Analysis*, 6 (2): 155 – 163.
- [128] Ugaz, W., Alonso, A.M. and Sánchez, I. (2021). Adaptive EWMA– S^2 control charts with adaptive smoothing parameter. *Quality Engineering*, 33 (1): 100 – 112.
- [129] Xie, H. (1999). *Contributions to Qualimetry*. University of Manitoba, Winnipeg, Canada, PhD Thesis.
- [130] Zaman, B. (2021). Efficient adaptive CUSUM control charts based on generalized likelihood ratio test to monitor process dispersion shift. *Quality and Reliability Engineering International*, 37 (8): 3192 – 3220.
- [131] Zaman, B. (2022). Adaptive CUSUM control charts for efficient monitoring of process dispersion. *Quality and Reliability Engineering International*, 38 (5): 2273 – 2302.
- [132] Zaman, B., Abbas, N., Riaz, M. and Lee, M.H. (2016). Mixed CUSUM–EWMA chart for monitoring process dispersion. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 86: 3025 – 3039.
- [133] Zaman, B., Riaz, M. and Lee, M.H. (2017). On the performance of control charts for simultaneous monitoring of location and dispersion parameters. *Quality and Reliability Engineering International*, 33 (1): 37 – 56.
- [134] Zhang, G. (2014). Improved R and s control charts for monitoring the process variance. *Journal of Applied Statistics*, 41 (6): 1260 – 1273.
- [135] Zhang, L. and Chen, G. (2005). An extended EWMA mean chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, 2 (1): 39 – 52.

Παράρτημα

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Παράρτημα Κεφαλαίου 3

Το Παράρτημα Α παρουσιάζει τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 3 για τα Max-DGWMA, Max-EWMA, Max-DEWMA, Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Α.1 περιέχει πρόσθετα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το Max-DGWMA διάγραμμα ελέγχου με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Επίσης, τα Παραρτήματα Α.2 και Α.3 περιέχουν πρόσθετα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για τα Max-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα των Max-EWMA και Max-DEWMA διαγραμμάτων με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30\}$ επίσης παρουσιάζονται στους πίνακες των Παραρτημάτων Α.2 και Α.1 των Max-GWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων, αντίστοιχα, με $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις για το μέσο της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$, ενώ για τη μεταβλητότητα της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 0.95, 1.00, 1.05, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00\}$. Να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ σχετίζεται με την εντός ελέγχου κατάσταση.

A.1 Απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος

Πίνακας A.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.50,3.116)	0.25	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.84 (0.48)	1.06 (0.25)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.76 (1.94)	4.76 (1.94)	4.76 (1.94)	4.57 (1.74)	2.36 (0.72)	1.24 (0.43)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.18 (10.42)	18.06 (10.33)	15.54 (8.26)	7.45 (3.95)	2.45 (1.01)	1.34 (0.50)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	236.20 (224.07)	100.35 (84.53)	24.61 (16.35)	7.58 (4.28)	2.48 (1.21)	1.39 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.66 (381.00)	104.33 (91.92)	23.92 (16.70)	7.49 (4.43)	2.49 (1.25)	1.41 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	152.68 (150.16)	75.85 (67.94)	22.10 (16.09)	7.35 (4.53)	2.49 (1.29)	1.42 (0.60)	1.08 (0.28)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	15.20 (12.14)	14.37 (11.31)	10.84 (8.14)	5.94 (4.06)	2.44 (1.39)	1.46 (0.66)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	5.13 (3.77)	5.06 (3.72)	4.69 (3.40)	3.77 (2.62)	2.21 (1.34)	1.47 (0.71)	1.16 (0.40)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.92 (2.01)	2.90 (2.00)	2.83 (1.94)	2.55 (1.70)	1.89 (1.11)	1.42 (0.67)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)
	2.00	2.07 (1.31)	2.07 (1.31)	2.02 (1.27)	1.92 (1.18)	1.62 (0.89)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.07 (0.26)	1.02 (0.15)
	2.50	1.43 (0.74)	1.43 (0.74)	1.42 (0.73)	1.40 (0.70)	1.31 (0.60)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.21 (0.48)	1.21 (0.49)	1.20 (0.49)	1.20 (0.47)	1.16 (0.42)	1.13 (0.37)	1.09 (0.31)	1.05 (0.24)	1.03 (0.18)
(0.70,0.60,3.048)	0.25	1.86 (0.55)	1.86 (0.55)	1.86 (0.55)	1.86 (0.55)	1.79 (0.46)	1.04 (0.21)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.52 (1.84)	4.52 (1.84)	4.52 (1.84)	4.32 (1.64)	2.26 (0.67)	1.21 (0.41)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	17.78 (10.61)	17.67 (10.50)	15.13 (8.20)	7.08 (3.28)	2.36 (0.96)	1.31 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	260.47 (257.95)	112.19 (102.56)	24.68 (17.14)	7.36 (4.22)	2.41 (1.17)	1.38 (0.55)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.68 (379.12)	114.54 (105.59)	24.07 (17.47)	7.30 (4.39)	2.42 (1.21)	1.39 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	162.33 (164.40)	81.88 (76.30)	22.29 (16.74)	7.17 (4.46)	2.42 (1.25)	1.40 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	15.36 (21.47)	14.57 (11.64)	10.94 (8.38)	5.89 (4.09)	2.39 (1.37)	1.44 (0.65)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.12 (3.82)	5.04 (3.76)	4.67 (3.45)	3.75 (2.65)	2.18 (1.33)	1.45 (0.69)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.91 (2.05)	2.89 (2.03)	2.81 (1.96)	2.54 (1.72)	1.87 (1.11)	1.40 (0.67)	1.17 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)
	2.00	2.06 (1.33)	2.05 (1.32)	2.01 (1.27)	1.91 (1.19)	1.61 (0.90)	1.33 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.73)	1.42 (0.73)	1.41 (0.72)	1.39 (0.70)	1.30 (0.59)	1.21 (0.47)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.19 (0.47)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
(0.70,0.70,3.012)	0.25	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.78 (0.45)	1.04 (0.19)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (1.00)
	0.50	4.42 (1.79)	4.42 (1.79)	4.42 (1.79)	4.22 (1.59)	2.21 (0.65)	1.20 (0.40)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.31 (11.66)	18.18 (11.51)	15.24 (8.78)	6.99 (3.28)	2.32 (0.95)	1.30 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	287.92 (287.99)	128.67 (122.26)	25.99 (19.26)	7.33 (4.24)	2.38 (1.16)	1.36 (0.54)	1.05 (0.23)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.00	369.59 (376.53)	129.48 (123.81)	25.15 (19.06)	7.28 (4.40)	2.39 (1.20)	1.38 (0.56)	1.06 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	174.71 (177.51)	90.97 (86.76)	23.27 (18.05)	7.19 (4.53)	2.40 (1.25)	1.39 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	15.92 (13.29)	15.06 (12.35)	11.18 (8.73)	5.95 (4.17)	2.39 (1.39)	1.43 (0.64)	1.11 (0.32)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.23 (3.93)	5.13 (3.86)	4.76 (3.54)	3.80 (2.71)	2.18 (1.35)	1.44 (0.70)	1.15 (0.39)	1.03 (0.19)	1.01 (0.07)
	1.75	2.93 (2.10)	2.92 (2.09)	2.83 (2.02)	2.55 (1.77)	1.87 (1.13)	1.40 (0.67)	1.16 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)
	2.00	2.06 (1.35)	2.06 (1.34)	2.02 (1.30)	1.92 (1.22)	1.61 (0.92)	1.33 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.73)	1.42 (0.74)	1.41 (0.73)	1.38 (0.70)	1.30 (0.60)	1.20 (0.47)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.19 (0.48)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
(0.70,0.80,2.996)	0.25	1.83 (0.54)	1.83 (0.54)	1.83 (0.54)	1.83 (0.54)	1.77 (0.45)	1.03 (0.18)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.40 (1.79)	4.40 (1.79)	4.40 (1.79)	4.21 (1.59)	2.20 (0.65)	1.20 (0.40)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	19.48 (13.35)	19.32 (13.15)	16.02 (9.93)	7.03 (3.35)	2.31 (0.95)	1.29 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	314.99 (318.21)	147.01 (141.78)	28.15 (22.22)	7.42 (4.35)	2.38 (1.16)	1.36 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.00	370.80 (379.38)	143.51 (140.03)	27.09 (21.79)	7.40 (4.54)	2.40 (1.21)	1.38 (0.56)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	185.38 (188.03)	100.05 (97.43)	24.96 (20.48)	7.31 (4.67)	2.41 (1.27)	1.39 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)

Πίνακας A.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.80,2.996)	1.25	16.74	15.74	11.58	6.08	2.40	1.43	1.11	1.02	1.00
		(14.48)	(13.37)	(9.29)	(4.28)	(1.41)	(0.65)	(0.32)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.34	5.25	4.87	3.87	2.21	1.45	1.15	1.03	1.01
		(4.03)	(3.96)	(3.65)	(2.78)	(1.39)	(0.71)	(0.38)	(0.19)	(0.07)
	1.75	2.98	2.97	2.88	2.59	1.89	1.40	1.16	1.05	1.01
		(2.16)	(2.16)	(2.07)	(1.82)	(1.16)	(0.69)	(0.41)	(0.23)	(0.11)
	2.00	2.08	2.08	2.04	1.93	1.62	1.33	1.16	1.06	1.02
		(1.38)	(1.38)	(1.33)	(1.25)	(0.94)	(0.63)	(0.41)	(0.25)	(0.14)
	2.50	1.42	1.42	1.41	1.39	1.30	1.20	1.12	1.06	1.03
		(0.75)	(0.76)	(0.75)	(0.72)	(0.61)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)
3.00	1.20	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.49)	(0.48)	(0.43)	(0.37)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	
(0.70,0.90,3.000)	0.25	1.84	1.84	1.84	1.84	1.77	1.03	1.00	1.00	1.00
		(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.46)	(0.18)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.46	4.46	4.46	4.26	2.21	1.20	1.00	1.00	1.00
		(1.81)	(1.81)	(1.81)	(1.60)	(0.66)	(0.40)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	21.44	21.26	17.49	7.18	2.33	1.30	1.02	1.00	1.00
		(15.86)	(15.64)	(11.95)	(3.50)	(0.96)	(0.48)	(0.14)	(0.02)	(0.00)
	0.95	335.39	166.35	31.62	7.62	2.41	1.36	1.05	1.00	1.00
		(337.84)	(163.27)	(26.51)	(4.59)	(1.19)	(0.55)	(0.22)	(0.05)	(0.02)
	1.00	370.36	158.45	29.99	7.60	2.42	1.38	1.06	1.00	1.00
		(383.02)	(154.26)	(25.51)	(4.75)	(1.24)	(0.57)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
1.05	194.61	109.27	27.21	7.53	2.43	1.39	1.07	1.01	1.00	
	(198.18)	(107.82)	(23.38)	(4.89)	(1.29)	(0.58)	(0.26)	(0.08)	(0.02)	
1.25	17.69	16.57	12.11	6.26	2.43	1.44	1.11	1.02	1.00	
	(15.77)	(14.42)	(9.94)	(4.45)	(1.44)	(0.66)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	
1.50	5.50	5.40	5.01	3.98	2.24	1.45	1.48	1.03	1.01	
	(4.17)	(4.08)	(3.77)	(2.88)	(1.42)	(0.72)	(0.39)	(0.19)	(0.07)	
1.75	3.06	3.04	2.95	2.65	1.92	1.41	1.16	1.05	1.01	
	(2.22)	(2.21)	(2.15)	(1.88)	(1.21)	(0.70)	(0.42)	(0.23)	(0.11)	
2.00	2.12	2.12	2.07	1.96	1.64	1.34	1.16	1.06	1.02	
	(1.43)	(1.43)	(1.38)	(1.29)	(0.76)	(0.65)	(0.42)	(0.25)	(0.14)	
2.50	1.43	1.43	1.43	1.40	1.31	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.78)	(0.78)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.49)	(0.37)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.21	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.49)	(0.44)	(0.37)	(0.31)	(0.23)	(0.17)	
(0.70,1.00,3.016) *	0.25	1.86	1.86	1.86	1.86	1.79	1.04	1.00	1.00	1.00
		(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.46)	(0.19)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.54	4.54	4.54	4.33	2.25	1.20	1.00	1.00	1.00
		(1.85)	(1.85)	(1.85)	(1.63)	(0.68)	(0.40)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	24.22	24.04	19.68	7.43	2.37	1.30	1.02	1.00	1.00
		(19.14)	(18.96)	(14.59)	(3.76)	(0.98)	(0.49)	(0.14)	(0.02)	(0.00)
	0.95	355.92	186.20	35.95	7.92	2.45	1.37	1.05	1.00	1.00
		(353.62)	(184.41)	(31.50)	(4.95)	(1.21)	(0.56)	(0.23)	(0.05)	(0.02)
	1.00	370.41	171.90	33.63	7.89	2.46	1.39	1.06	1.00	1.00
		(375.52)	(171.15)	(29.61)	(5.08)	(1.27)	(0.57)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
1.05	200.81	117.81	29.86	7.77	2.48	1.40	1.07	1.01	1.00	
	(202.56)	(116.93)	(26.56)	(5.15)	(1.32)	(0.59)	(0.27)	(0.08)	(0.02)	
1.25	18.76	17.57	12.70	6.45	2.48	1.45	1.11	1.02	1.00	
	(17.08)	(15.79)	(10.69)	(4.63)	(1.48)	(0.68)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	
1.50	5.66	5.55	5.15	4.09	2.28	1.47	1.15	1.04	1.01	
	(4.31)	(4.20)	(3.88)	(2.96)	(1.47)	(0.74)	(0.40)	(0.19)	(0.08)	
1.75	3.14	3.12	3.03	2.71	1.95	1.43	1.17	1.05	1.01	
	(2.28)	(2.26)	(2.21)	(1.92)	(1.25)	(0.73)	(0.42)	(0.24)	(0.11)	
2.00	2.16	2.16	2.11	2.00	1.66	1.35	1.16	1.06	1.02	
	(1.47)	(1.47)	(1.42)	(1.33)	(1.01)	(0.67)	(0.43)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.45	1.45	1.44	1.41	1.32	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.81)	(0.81)	(0.80)	(0.76)	(0.65)	(0.51)	(0.38)	(0.27)	(0.17)	
3.00	1.21	1.21	1.21	1.20	1.16	1.12	1.09	1.05	1.03	
	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.50)	(0.45)	(0.38)	(0.31)	(0.24)	(0.17)	
(0.70,1.10,3.041)	0.25	1.88	1.88	1.88	1.88	1.80	1.04	1.00	1.00	1.00
		(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.48)	(0.20)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.66	4.66	4.66	4.44	2.30	1.21	1.00	1.00	1.00
		(1.92)	(1.92)	(1.92)	(1.66)	(0.70)	(0.41)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	27.83	27.57	22.48	7.78	2.42	1.31	1.02	1.00	1.00
		(23.21)	(22.94)	(17.86)	(4.17)	(1.01)	(0.50)	(0.15)	(0.02)	(0.00)
	0.95	376.45	205.69	40.56	8.26	2.50	1.38	1.06	1.00	1.00
		(378.82)	(205.89)	(36.22)	(5.33)	(1.24)	(0.57)	(0.23)	(0.06)	(0.02)
	1.00	370.65	184.22	37.52	8.21	2.51	1.40	1.07	1.00	1.00
		(370.63)	(182.89)	(33.69)	(5.46)	(1.30)	(0.59)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
1.05	209.87	125.93	32.76	8.10	2.53	1.41	1.08	1.01	1.00	
	(212.29)	(126.36)	(29.64)	(5.54)	(1.36)	(0.61)	(0.27)	(0.08)	(0.02)	
1.25	19.88	18.60	13.36	6.67	2.53	1.46	1.12	1.02	1.00	
	(18.32)	(16.86)	(11.44)	(4.83)	(1.52)	(0.70)	(0.34)	(0.13)	(0.04)	
1.50	5.83	5.73	5.32	4.21	2.33	1.49	1.16	1.04	1.01	
	(4.47)	(4.38)	(4.03)	(3.05)	(1.52)	(0.77)	(0.41)	(0.19)	(0.08)	
1.75	3.22	3.20	3.10	2.78	1.99	1.44	1.17	1.06	1.01	
	(2.35)	(2.33)	(2.26)	(1.98)	(1.29)	(0.75)	(0.43)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.21	2.20	2.16	2.04	1.69	1.37	1.17	1.07	1.02	
	(1.51)	(1.50)	(1.47)	(1.37)	(1.04)	(0.70)	(0.44)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.47	1.46	1.46	1.43	1.33	1.22	1.13	1.07	1.03	
	(0.83)	(0.83)	(0.82)	(0.79)	(0.67)	(0.53)	(0.40)	(0.27)	(0.17)	
3.00	1.21	1.21	1.21	1.20	1.17	1.13	1.09	1.05	1.03	
	(0.53)	(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.46)	(0.39)	(0.32)	(0.24)	(0.18)	

* Max-DEWMA ($\lambda = 0.30, K_2 = L_2 = 3.016$) διάγραμμα

Πίνακας Α.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.50,2.785)	0.25	1.73 (0.55)	1.73 (0.55)	1.73 (0.55)	1.73 (0.55)	1.68 (0.48)	1.01 (0.10)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.10 (1.72)	4.10 (1.72)	4.10 (1.72)	3.91 (1.52)	2.07 (0.65)	1.13 (0.34)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	15.08 (8.77)	14.94 (8.66)	12.60 (6.80)	6.28 (2.97)	2.17 (0.92)	1.24 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	179.19 (166.81)	75.93 (61.24)	20.37 (14.02)	6.58 (3.85)	2.22 (1.10)	1.30 (0.51)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.01 (405.82)	81.71 (70.57)	19.97 (14.46)	6.51 (3.99)	2.23 (1.14)	1.32 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	132.01 (131.74)	62.10 (55.00)	18.77 (14.20)	6.41 (4.10)	2.24 (1.18)	1.33 (0.54)	1.06 (0.23)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.09 (10.95)	12.37 (10.27)	9.41 (7.45)	5.21 (3.72)	2.21 (1.28)	1.38 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.53 (3.46)	4.47 (3.40)	4.17 (3.15)	3.36 (2.41)	2.02 (1.23)	1.39 (0.64)	1.13 (0.36)	1.03 (0.17)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.64 (1.86)	2.63 (1.85)	2.56 (1.78)	2.33 (1.57)	1.74 (1.01)	1.35 (0.62)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.10)	
	2.00	1.91 (1.21)	1.90 (1.20)	1.87 (1.17)	1.79 (1.09)	1.52 (0.82)	1.28 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)	
	2.50	1.36 (0.68)	1.36 (0.68)	1.36 (0.68)	1.34 (0.65)	1.26 (0.55)	1.17 (0.43)	1.10 (0.33)	1.05 (0.24)	1.02 (0.15)	
	3.00	1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.17 (0.44)	1.14 (0.39)	1.11 (0.34)	1.07 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.16)	
	(0.80,0.60,2.706)	0.25	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.64 (0.48)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.93 (1.65)	3.93 (1.65)	3.93 (1.65)	3.73 (1.45)	1.99 (0.62)	1.11 (0.32)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	14.88 (8.76)	14.75 (8.65)	12.36 (6.75)	6.06 (2.92)	2.10 (0.89)	1.22 (0.42)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		197.91 (188.72)	81.72 (68.72)	20.56 (14.25)	6.47 (3.85)	2.17 (1.07)	1.28 (0.49)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.00		370.74 (395.43)	87.73 (78.69)	20.28 (14.78)	6.42 (4.02)	2.18 (1.12)	1.30 (0.51)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.05		144.42 (147.44)	66.84 (60.80)	19.17 (14.57)	6.35 (4.13)	2.19 (1.16)	1.31 (0.52)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.25		13.53 (11.43)	12.75 (10.71)	9.65 (7.82)	5.24 (3.83)	2.17 (1.27)	1.36 (0.58)	1.08 (0.28)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.50		4.59 (3.59)	4.53 (3.55)	4.22 (3.27)	3.37 (2.49)	2.00 (1.23)	1.37 (0.63)	1.12 (0.35)	1.03 (0.16)	1.00 (0.06)	
1.75		2.65 (1.93)	2.62 (1.90)	2.54 (1.82)	2.31 (1.60)	1.73 (1.02)	1.34 (0.62)	1.13 (0.37)	1.04 (0.20)	1.01 (0.10)	
2.00		1.90 (1.23)	1.89 (1.22)	1.86 (1.19)	1.77 (1.11)	1.51 (0.83)	1.27 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.01 (0.12)	
2.50		1.35 (0.67)	1.35 (0.68)	1.35 (0.67)	1.33 (0.65)	1.25 (0.54)	1.17 (0.43)	1.10 (0.32)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)	
3.00		1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.17 (0.44)	1.16 (0.44)	1.13 (0.39)	1.10 (0.33)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)	
(0.80,0.70,2.681)		0.25	1.67 (0.54)	1.67 (0.54)	1.67 (0.54)	1.67 (0.54)	1.62 (0.49)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.91 (1.65)	3.91 (1.65)	3.91 (1.65)	3.71 (1.45)	1.97 (0.62)	1.11 (0.31)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	15.25 (9.09)	15.11 (8.98)	12.63 (6.92)	6.10 (2.95)	2.09 (0.89)	1.21 (0.42)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	224.86 (219.60)	92.22 (82.34)	21.40 (15.05)	6.56 (3.93)	2.16 (1.08)	1.28 (0.49)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.05 (386.50)	99.23 (92.46)	21.20 (15.62)	6.54 (4.11)	2.18 (1.13)	1.29 (0.50)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	157.00 (161.25)	73.50 (69.33)	20.04 (15.39)	6.48 (4.25)	2.19 (1.17)	1.30 (0.52)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.25	14.11 (11.85)	13.33 (11.13)	10.10 (8.20)	5.39 (3.96)	2.19 (1.30)	1.35 (0.59)	1.08 (0.28)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.76 (3.77)	4.68 (3.70)	4.36 (3.43)	3.47 (2.61)	2.02 (1.28)	1.37 (0.64)	1.12 (0.35)	1.02 (0.16)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.70 (2.01)	2.68 (1.99)	2.59 (1.90)	2.34 (1.67)	1.74 (1.06)	1.34 (0.63)	1.13 (0.37)	1.04 (0.20)	1.01 (0.10)	
	2.00	1.92 (1.28)	1.91 (1.26)	1.88 (1.23)	1.79 (1.16)	1.52 (0.86)	1.28 (0.57)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.01 (0.12)	
	2.50	1.35 (0.69)	1.35 (0.69)	1.35 (0.68)	1.33 (0.66)	1.25 (0.55)	1.17 (0.44)	1.10 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)	
	3.00	1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.16 (0.44)	1.13 (0.39)	1.10 (0.33)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)	
	(0.80,0.80,2.695)	0.25	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.68 (0.54)	1.63 (0.49)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.99 (1.68)	3.99 (1.68)	3.99 (1.68)	3.79 (1.49)	1.99 (0.63)	1.11 (0.31)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	15.91 (9.62)	15.76 (9.47)	13.15 (7.25)	6.27 (3.03)	2.11 (0.90)	1.21 (0.42)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		254.71 (254.34)	108.16 (101.61)	22.77 (16.47)	6.79 (4.05)	2.20 (1.11)	1.28 (0.50)	1.04 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.00		370.87 (382.31)	113.71 (109.82)	22.54 (16.99)	6.77 (4.23)	2.21 (1.16)	1.30 (0.51)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.05		169.36 (171.82)	82.82 (80.36)	21.18 (16.50)	6.72 (4.38)	2.23 (1.21)	1.31 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.11)	1.00 (0.02)	

Πίνακας A.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.80,0.80,2.695)	1.25	14.96 (12.62)	14.12 (11.73)	10.65 (8.55)	5.64 (4.14)	2.23 (1.35)	1.36 (0.60)	1.08 (0.28)	1.03 (0.16)	1.00 (0.03)
	1.50	4.98 (3.93)	4.91 (3.89)	4.57 (3.61)	3.62 (2.77)	2.06 (1.34)	1.38 (0.66)	1.12 (0.35)	1.03 (0.16)	1.00 (0.10)
	1.75	2.80 (2.12)	2.77 (2.10)	2.69 (2.03)	2.43 (1.77)	1.78 (1.12)	1.35 (0.65)	1.13 (0.38)	1.04 (0.20)	1.01 (0.12)
	2.00	1.96 (1.35)	1.96 (1.34)	1.92 (1.30)	1.83 (1.21)	1.54 (0.90)	1.29 (0.59)	1.13 (0.38)	1.05 (0.22)	1.02 (0.15)
	2.50	1.37 (0.72)	1.37 (0.72)	1.36 (0.71)	1.34 (0.69)	1.26 (0.57)	1.17 (0.45)	1.10 (0.33)	1.05 (0.24)	1.02 (0.15)
	3.00	1.17 (0.47)	1.17 (0.47)	1.17 (0.46)	1.17 (0.46)	1.14 (0.40)	1.10 (0.34)	1.07 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.80,0.90,2.720)	0.25	1.70 (0.55)	1.70 (0.55)	1.70 (0.55)	1.70 (0.55)	1.64 (0.48)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.11 (1.72)	4.11 (1.72)	4.11 (1.72)	3.91 (1.52)	2.03 (0.65)	1.12 (0.32)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	16.84 (10.69)	16.69 (10.49)	13.82 (7.88)	6.48 (3.10)	2.16 (0.93)	1.22 (0.43)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	279.37 (278.16)	124.13 (119.64)	24.50 (18.48)	7.02 (4.14)	2.25 (1.15)	1.29 (0.51)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.00	370.92 (384.01)	127.34 (123.98)	24.18 (18.90)	7.01 (4.34)	2.27 (1.21)	1.30 (0.52)	1.04 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.05	179.29 (183.18)	91.54 (89.99)	22.56 (18.11)	6.97 (4.49)	2.29 (1.27)	1.32 (0.54)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.25	15.83 (13.43)	14.89 (12.45)	11.18 (8.97)	5.88 (4.28)	2.29 (1.41)	1.38 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)
	1.50	5.19 (4.04)	5.11 (4.00)	4.77 (3.72)	3.77 (2.87)	2.12 (1.41)	1.40 (0.69)	1.12 (0.36)	1.03 (0.16)	1.00 (0.06)
	1.75	2.90 (2.21)	2.88 (2.20)	2.80 (2.13)	2.52 (1.87)	1.83 (1.19)	1.36 (0.68)	1.14 (0.39)	1.04 (0.21)	1.00 (0.10)
	2.00	2.02 (1.41)	2.01 (1.40)	1.97 (1.36)	1.87 (1.28)	1.57 (0.95)	1.30 (0.62)	1.13 (0.39)	1.05 (0.23)	1.02 (0.12)
	2.50	1.38 (0.75)	1.39 (0.75)	1.38 (0.75)	1.36 (0.72)	1.27 (0.60)	1.18 (0.46)	1.10 (0.35)	1.05 (0.24)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.49)	1.18 (0.49)	1.18 (0.48)	1.17 (0.47)	1.14 (0.41)	1.11 (0.35)	1.07 (0.29)	1.04 (0.22)	1.02 (0.16)
(0.80,1.00,2.7666)*	0.25	1.73 (0.56)	1.73 (0.56)	1.73 (0.56)	1.73 (0.56)	1.67 (0.49)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.27 (1.76)	4.27 (1.76)	4.27 (1.76)	4.06 (1.57)	2.09 (0.68)	1.13 (0.33)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.25 (12.40)	18.10 (12.22)	14.83 (8.98)	6.74 (3.19)	2.22 (0.98)	1.23 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	304.02 (305.95)	141.56 (137.12)	27.22 (21.83)	7.31 (4.28)	2.32 (1.21)	1.30 (0.52)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.00	369.99 (378.40)	141.57 (137.53)	26.60 (21.98)	7.30 (4.47)	2.35 (1.27)	1.32 (0.54)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.05	191.60 (196.74)	100.90 (98.92)	24.59 (20.67)	7.27 (4.63)	2.36 (1.32)	1.34 (0.57)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.25	16.88 (14.48)	15.83 (13.48)	11.80 (9.50)	6.16 (4.43)	2.37 (1.48)	1.40 (0.65)	1.09 (0.30)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)
	1.50	5.41 (4.18)	5.35 (4.14)	4.98 (3.85)	3.94 (2.97)	2.19 (1.48)	1.41 (0.72)	1.13 (0.37)	1.03 (0.17)	1.00 (0.06)
	1.75	3.03 (2.31)	3.01 (2.30)	2.92 (2.23)	2.62 (1.96)	1.88 (1.25)	1.38 (0.72)	1.15 (0.40)	1.04 (0.21)	1.01 (0.10)
	2.00	2.09 (1.49)	2.08 (1.48)	2.03 (1.44)	1.93 (1.34)	1.61 (1.00)	1.32 (0.65)	1.14 (0.41)	1.05 (0.24)	1.02 (0.13)
	2.50	1.41 (0.79)	1.41 (0.79)	1.40 (0.79)	1.38 (0.76)	1.28 (0.63)	1.19 (0.48)	1.11 (0.36)	1.06 (0.25)	1.02 (0.16)
	3.00	1.19 (0.50)	1.19 (0.51)	1.18 (0.50)	1.18 (0.49)	1.15 (0.43)	1.11 (0.37)	1.08 (0.30)	1.04 (0.22)	1.02 (0.16)
(0.80,1.10,2.813)	0.25	1.77 (0.58)	1.77 (0.58)	1.77 (0.58)	1.77 (0.58)	1.70 (0.49)	1.01 (0.10)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.44 (1.80)	4.44 (1.80)	4.44 (1.80)	4.23 (1.61)	2.16 (0.71)	1.14 (0.35)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	20.10 (14.53)	19.92 (14.33)	16.24 (10.71)	7.01 (3.31)	2.30 (1.03)	1.25 (0.46)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	324.09 (327.41)	158.42 (154.84)	30.38 (25.45)	7.59 (4.46)	2.40 (1.26)	1.32 (0.54)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.00	370.32 (383.84)	155.24 (153.70)	29.35 (24.97)	7.60 (4.66)	2.42 (1.31)	1.34 (0.57)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	196.62 (198.43)	109.10 (108.63)	26.77 (23.03)	7.56 (4.84)	2.44 (1.37)	1.36 (0.59)	1.06 (0.24)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	17.98 (15.99)	16.87 (14.79)	12.40 (10.15)	6.40 (4.56)	2.46 (1.54)	1.42 (0.68)	1.09 (0.31)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)
	1.50	5.62 (4.28)	5.54 (4.22)	5.16 (3.94)	4.11 (3.06)	2.26 (1.54)	1.44 (0.76)	1.13 (0.38)	1.03 (0.17)	1.00 (0.07)
	1.75	3.13 (2.37)	3.12 (2.37)	3.02 (2.30)	2.72 (2.03)	1.93 (1.31)	1.41 (0.75)	1.15 (0.42)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)
	2.00	2.15 (1.55)	2.15 (1.55)	2.10 (1.51)	1.99 (1.40)	1.65 (1.06)	1.33 (0.69)	1.15 (0.43)	1.06 (0.25)	1.02 (0.13)
	2.50	1.43 (0.83)	1.43 (0.83)	1.43 (0.83)	1.40 (0.80)	1.30 (0.67)	1.20 (0.52)	1.11 (0.38)	1.06 (0.26)	1.02 (0.16)
	3.00	1.20 (0.53)	1.20 (0.53)	1.19 (0.52)	1.19 (0.52)	1.15 (0.45)	1.12 (0.38)	1.08 (0.31)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)

* Max-DEWMA ($\lambda = 0.20, K_2 = L_2 = 2.7666$) διάγραμμα

Πίνακας Α.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.90,0.50,2.145)	0.25	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.30 (0.46)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.19 (1.43)	3.19 (1.43)	3.19 (1.43)	2.98 (1.24)	1.63 (0.57)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	11.27 (7.31)	11.05 (7.11)	9.01 (5.48)	4.62 (2.43)	1.75 (0.77)	1.11 (0.31)	1.00 (0.06)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	
	0.95	130.27 (139.79)	53.59 (50.07)	14.86 (11.58)	5.04 (3.28)	1.83 (0.92)	1.17 (0.40)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.86 (521.70)	58.26 (59.15)	14.67 (12.21)	4.99 (3.39)	1.84 (0.96)	1.18 (0.42)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.05	100.10 (122.05)	44.79 (47.41)	13.67 (11.95)	4.90 (3.46)	1.85 (0.98)	1.20 (0.43)	1.02 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.25	9.50 (9.23)	8.95 (8.56)	6.88 (6.16)	3.99 (3.08)	1.84 (1.06)	1.24 (0.49)	1.05 (0.22)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.50 (2.87)	3.44 (2.81)	3.23 (2.58)	2.66 (1.99)	1.70 (1.01)	1.25 (0.52)	1.07 (0.27)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.15 (1.54)	2.14 (1.52)	2.08 (1.46)	1.92 (1.29)	1.51 (0.83)	1.23 (0.51)	1.09 (0.30)	1.02 (0.15)	1.00 (0.07)	
	2.00	1.63 (0.98)	1.63 (0.99)	1.61 (0.97)	1.55 (0.90)	1.36 (0.68)	1.19 (0.47)	1.08 (0.30)	1.03 (0.17)	1.01 (0.09)	
	2.50	1.25 (0.55)	1.25 (0.56)	1.25 (0.56)	1.23 (0.54)	1.18 (0.45)	1.12 (0.36)	1.07 (0.26)	1.03 (0.18)	1.01 (0.12)	
	3.00	1.12 (0.37)	1.12 (0.37)	1.12 (0.37)	1.11 (0.36)	1.09 (0.32)	1.07 (0.27)	1.04 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.13)	
	(0.90,0.60,2.052)	0.25	1.35 (0.48)	1.35 (0.48)	1.35 (0.48)	1.35 (0.48)	1.24 (0.43)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.08 (1.41)	3.08 (1.41)	3.08 (1.40)	2.86 (1.20)	1.56 (0.56)	1.02 (0.14)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	11.41 (7.57)	11.19 (7.37)	9.03 (5.64)	4.49 (2.43)	1.70 (0.74)	1.09 (0.29)	1.00 (0.05)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)
0.95		142.78 (147.41)	57.96 (52.82)	15.40 (12.23)	5.02 (3.36)	1.78 (0.91)	1.15 (0.38)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.00		370.55 (471.88)	63.98 (64.01)	15.27 (12.92)	4.99 (3.49)	1.80 (0.94)	1.17 (0.40)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.05		111.68 (130.73)	49.32 (51.11)	14.38 (12.82)	4.92 (3.59)	1.81 (0.98)	1.18 (0.42)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.25		10.10 (10.02)	9.47 (9.36)	7.21 (6.71)	4.03 (3.26)	1.81 (1.06)	1.23 (0.48)	1.04 (0.21)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.50		3.56 (3.06)	3.51 (3.00)	3.28 (2.75)	2.68 (2.11)	1.68 (1.02)	1.24 (0.51)	1.07 (0.26)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
1.75		2.15 (1.61)	2.13 (1.58)	2.08 (1.52)	1.91 (1.32)	1.50 (0.84)	1.22 (0.50)	1.08 (0.29)	1.02 (0.15)	1.00 (0.07)	
2.00		1.62 (1.01)	1.62 (1.02)	1.60 (1.00)	1.54 (0.93)	1.35 (0.69)	1.18 (0.46)	1.08 (0.29)	1.03 (0.17)	1.01 (0.09)	
2.50		1.24 (0.56)	1.24 (0.56)	1.24 (0.56)	1.22 (0.53)	1.17 (0.45)	1.11 (0.35)	1.06 (0.26)	1.03 (0.18)	1.01 (0.12)	
3.00		1.11 (0.36)	1.11 (0.36)	1.11 (0.36)	1.11 (0.35)	1.09 (0.31)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.03 (0.17)	1.01 (0.12)	
(0.90,0.70,2.070)		0.25	1.35 (0.49)	1.35 (0.49)	1.35 (0.49)	1.35 (0.49)	1.25 (0.43)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.15 (1.45)	3.15 (1.45)	3.14 (1.45)	2.91 (1.24)	1.58 (0.56)	1.02 (0.14)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	12.13 (7.88)	11.92 (7.70)	9.66 (5.98)	4.70 (2.58)	1.72 (0.76)	1.09 (0.30)	1.00 (0.05)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)
	0.95	159.81 (162.69)	63.95 (56.68)	16.79 (13.06)	5.28 (3.57)	1.81 (0.94)	1.16 (0.38)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.76 (440.21)	71.30 (68.97)	16.72 (13.74)	5.28 (3.73)	1.83 (0.98)	1.17 (0.41)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.05	125.12 (139.86)	55.33 (54.81)	15.87 (13.68)	5.23 (3.86)	1.84 (1.02)	1.18 (0.43)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.25	11.18 (10.86)	10.53 (10.22)	7.98 (7.41)	4.33 (3.59)	1.85 (1.12)	1.23 (0.48)	1.04 (0.21)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.82 (3.38)	3.76 (3.30)	3.50 (3.03)	2.83 (2.31)	1.72 (1.09)	1.24 (0.53)	1.07 (0.26)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.24 (1.75)	2.23 (1.73)	2.16 (1.65)	1.97 (1.44)	1.53 (0.90)	1.22 (0.52)	1.08 (0.30)	1.02 (0.15)	1.00 (0.07)	
	2.00	1.66 (1.08)	1.65 (1.08)	1.64 (1.07)	1.57 (1.00)	1.36 (0.73)	1.19 (0.48)	1.08 (0.30)	1.03 (0.17)	1.01 (0.09)	
	2.50	1.25 (0.59)	1.25 (0.59)	1.24 (0.58)	1.23 (0.56)	1.17 (0.47)	1.12 (0.37)	1.06 (0.26)	1.03 (0.18)	1.01 (0.12)	
	3.00	1.12 (0.38)	1.12 (0.38)	1.12 (0.38)	1.11 (0.37)	1.09 (0.32)	1.07 (0.27)	1.04 (0.22)	1.03 (0.17)	1.01 (0.12)	
	(0.90,0.80,2.145)	0.25	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.39 (0.50)	1.30 (0.46)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.32 (1.54)	3.32 (1.54)	3.32 (1.54)	3.08 (1.32)	1.63 (0.58)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	13.12 (8.21)	12.93 (8.06)	10.55 (6.31)	5.07 (2.77)	1.77 (0.80)	1.11 (0.31)	1.00 (0.06)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)
0.95		180.42 (181.42)	72.05 (64.42)	18.32 (13.64)	5.70 (3.81)	1.87 (0.99)	1.17 (0.40)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.00		370.15 (413.97)	80.26 (76.71)	18.33 (14.43)	5.71 (3.99)	1.89 (1.04)	1.19 (0.43)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.05		141.35 (154.47)	61.97 (60.20)	17.47 (14.41)	5.68 (4.14)	1.91 (1.09)	1.20 (0.45)	1.02 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	

Πίνακας A.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.80,2.145)	1.25	12.48 (11.58)	11.78 (10.89)	8.93 (8.04)	4.73 (3.91)	1.93 (1.22)	1.24 (0.51)	1.05 (0.22)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.50	4.20 (3.71)	4.12 (3.63)	3.84 (3.35)	3.06 (2.55)	1.80 (1.20)	1.26 (0.56)	1.07 (0.28)	1.02 (0.12)	1.00 (0.04)
	1.75	2.40 (1.93)	2.38 (1.91)	2.30 (1.83)	2.09 (1.59)	1.57 (0.98)	1.24 (0.55)	1.09 (0.31)	1.02 (0.15)	1.01 (0.07)
	2.00	1.73 (1.20)	1.72 (1.19)	1.70 (1.17)	1.63 (1.08)	1.40 (0.79)	1.21 (0.51)	1.09 (0.31)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)
	2.50	1.27 (0.62)	1.27 (0.63)	1.26 (0.62)	1.25 (0.60)	1.19 (0.50)	1.12 (0.38)	1.07 (0.28)	1.03 (0.19)	1.01 (0.12)
	3.00	1.12 (0.40)	1.13 (0.40)	1.12 (0.40)	1.12 (0.38)	1.10 (0.33)	1.07 (0.28)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)	1.02 (0.13)
(0.90,0.90,2.233)	0.25	1.44 (0.52)	1.44 (0.52)	1.44 (0.52)	1.44 (0.52)	1.35 (0.48)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	3.54 (1.65)	3.54 (1.65)	3.54 (1.65)	3.29 (1.43)	1.70 (0.61)	1.03 (0.18)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	14.08 (8.53)	13.90 (8.40)	11.43 (6.58)	5.51 (2.94)	1.86 (0.86)	1.12 (0.33)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	204.87 (206.54)	82.09 (74.87)	19.80 (14.34)	6.16 (4.02)	1.96 (1.07)	1.19 (0.43)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)
	1.00	370.95 (393.76)	90.63 (86.62)	19.82 (15.07)	6.18 (4.22)	1.99 (1.13)	1.20 (0.45)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.01)
	1.05	154.50 (163.73)	69.13 (66.32)	18.91 (15.08)	6.13 (4.36)	2.00 (1.17)	1.22 (0.47)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.25	13.66 (12.16)	12.88 (11.37)	9.79 (8.47)	5.15 (4.18)	2.03 (1.32)	1.27 (0.55)	1.05 (0.23)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.50	4.58 (3.99)	4.51 (3.91)	4.20 (3.64)	3.32 (2.78)	1.89 (1.31)	1.29 (0.61)	1.08 (0.29)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.75	2.55 (2.11)	2.53 (2.09)	2.45 (2.00)	2.22 (1.74)	1.64 (1.08)	1.27 (0.60)	1.10 (0.33)	1.03 (0.17)	1.01 (0.08)
	2.00	1.82 (1.31)	1.81 (1.31)	1.79 (1.28)	1.70 (1.19)	1.44 (0.86)	1.23 (0.56)	1.10 (0.33)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)
	2.50	1.30 (0.68)	1.30 (0.68)	1.29 (0.68)	1.27 (0.65)	1.21 (0.53)	1.13 (0.41)	1.07 (0.29)	1.04 (0.20)	1.02 (0.13)
	3.00	1.14 (0.43)	1.14 (0.44)	1.14 (0.43)	1.13 (0.41)	1.10 (0.36)	1.08 (0.30)	1.05 (0.24)	1.03 (0.18)	1.02 (0.13)
(0.90,1.00,2.3262) *	0.25	1.49 (0.54)	1.49 (0.54)	1.49 (0.54)	1.49 (0.54)	1.41 (0.49)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	3.79 (1.75)	3.79 (1.75)	3.79 (1.75)	3.54 (1.53)	1.78 (0.65)	1.05 (0.21)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	14.95 (8.88)	14.80 (8.76)	12.28 (6.84)	5.96 (3.10)	1.95 (0.92)	1.14 (0.36)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	229.98 (231.44)	94.42 (87.83)	21.24 (15.31)	6.62 (4.20)	2.06 (1.16)	1.21 (0.46)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)
	1.00	370.04 (390.43)	103.05 (100.46)	21.25 (15.94)	6.65 (4.38)	2.09 (1.22)	1.23 (0.48)	1.03 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.01)
	1.05	167.33 (175.42)	77.24 (75.14)	20.24 (15.82)	6.61 (4.55)	2.11 (1.27)	1.24 (0.50)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.25	14.77 (12.69)	13.88 (11.84)	10.60 (8.80)	5.60 (4.42)	2.14 (1.43)	1.29 (0.59)	1.06 (0.25)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.50	4.95 (4.20)	4.88 (4.14)	4.54 (3.86)	3.58 (2.98)	1.98 (1.42)	1.32 (0.66)	1.09 (0.31)	1.02 (0.14)	1.00 (0.05)
	1.75	2.74 (2.28)	2.72 (2.26)	2.62 (2.17)	2.37 (1.90)	1.72 (1.18)	1.30 (0.65)	1.11 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	2.00	1.91 (1.44)	1.90 (1.42)	1.87 (1.39)	1.78 (1.29)	1.50 (0.94)	1.25 (0.60)	1.11 (0.36)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)
	2.50	1.33 (0.73)	1.33 (0.74)	1.32 (0.74)	1.30 (0.71)	1.23 (0.58)	1.15 (0.44)	1.08 (0.32)	1.04 (0.21)	1.02 (0.13)
	3.00	1.15 (0.46)	1.15 (0.46)	1.15 (0.46)	1.14 (0.45)	1.12 (0.39)	1.09 (0.33)	1.06 (0.26)	1.03 (0.19)	1.02 (0.14)
(0.90,1.10,2.423)	0.25	1.56 (0.57)	1.56 (0.57)	1.56 (0.57)	1.56 (0.57)	1.48 (0.50)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.08 (1.86)	4.08 (1.86)	4.08 (1.85)	3.83 (1.63)	1.89 (0.70)	1.06 (0.24)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	15.96 (9.54)	15.80 (9.37)	13.10 (7.12)	6.41 (3.22)	2.06 (1.00)	1.16 (0.38)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	257.79 (265.18)	109.89 (106.07)	22.94 (16.73)	7.06 (4.31)	2.19 (1.25)	1.23 (0.48)	1.02 (0.15)	1.00 (0.03)	1.00 (1.00)
	1.00	370.33 (386.52)	116.99 (113.57)	22.90 (17.36)	7.09 (4.52)	2.21 (1.31)	1.25 (0.51)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.05	175.78 (197.35)	86.48 (85.76)	21.71 (17.07)	7.05 (4.68)	2.24 (1.34)	1.27 (0.53)	1.04 (0.19)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.25	15.83 (13.31)	14.87 (12.40)	11.32 (9.13)	6.00 (4.58)	2.26 (1.54)	1.32 (0.63)	1.07 (0.26)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)
	1.50	5.32 (4.38)	5.24 (4.32)	4.87 (4.04)	3.85 (3.16)	2.10 (1.54)	1.36 (0.71)	1.10 (0.34)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)
	1.75	2.94 (2.44)	2.91 (2.42)	2.81 (2.34)	2.53 (2.06)	1.80 (1.28)	1.33 (0.71)	1.12 (0.38)	1.03 (0.19)	1.01 (0.09)
	2.00	2.02 (1.56)	2.00 (1.54)	1.97 (1.51)	1.87 (1.41)	1.55 (1.03)	1.28 (0.65)	1.12 (0.39)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.50	1.36 (0.80)	1.36 (0.80)	1.36 (0.80)	1.33 (0.77)	1.25 (0.62)	1.16 (0.47)	1.09 (0.34)	1.04 (0.23)	1.02 (0.14)
	3.00	1.17 (0.50)	1.17 (0.50)	1.16 (0.49)	1.16 (0.48)	1.13 (0.42)	1.09 (0.34)	1.06 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)

* Max-DEWMA ($\lambda = 0.10, K_2 = L_2 = 2.3262$) διάγραμμα

Πίνακας Α.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95,0.50,1.587)	0.25	1.16 (0.37)	1.16 (0.37)	1.16 (0.37)	1.16 (0.37)	1.04 (0.20)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	2.55 (1.23)	2.55 (1.23)	2.54 (1.22)	2.31 (1.02)	1.31 (0.48)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	8.56 (6.21)	8.27 (5.95)	6.57 (4.44)	3.49 (2.02)	1.46 (0.63)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.95	87.94 (123.94)	35.39 (41.17)	10.57 (9.60)	3.85 (2.72)	1.55 (0.76)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.02 (768.45)	38.48 (49.20)	10.53 (10.13)	3.85 (2.84)	1.57 (0.79)	1.10 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.05	65.65 (105.31)	29.11 (38.63)	9.79 (9.90)	3.79 (2.90)	1.58 (0.82)	1.11 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.25	6.60 (7.14)	6.25 (6.66)	4.96 (4.87)	3.11 (2.53)	1.58 (0.88)	1.15 (0.39)	1.02 (0.16)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.50	2.72 (2.29)	2.68 (2.25)	2.53 (2.06)	2.15 (1.60)	1.48 (0.81)	1.17 (0.42)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.79 (1.21)	1.79 (1.22)	1.75 (1.17)	1.64 (1.03)	1.35 (0.67)	1.15 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)	
	2.00	1.44 (0.81)	1.44 (0.81)	1.43 (0.80)	1.38 (0.74)	1.24 (0.54)	1.12 (0.38)	1.05 (0.24)	1.02 (0.13)	1.01 (0.07)	
	2.50	1.17 (0.45)	1.17 (0.46)	1.17 (0.46)	1.16 (0.43)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.04 (0.22)	1.02 (0.15)	1.01 (0.10)	
	3.00	1.08 (0.30)	1.08 (0.30)	1.08 (0.30)	1.08 (0.29)	1.06 (0.26)	1.05 (0.22)	1.03 (0.18)	1.02 (0.14)	1.01 (0.10)	
	(0.95,0.60,1.498)	0.25	1.13 (0.34)	1.13 (0.34)	1.13 (0.34)	1.13 (0.34)	1.03 (0.16)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.47 (1.21)	2.47 (1.21)	2.46 (1.20)	2.22 (1.00)	1.27 (0.46)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	8.79 (6.56)	8.49 (6.31)	6.65 (4.70)	3.42 (2.05)	1.42 (0.60)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.95		104.00 (134.26)	40.89 (46.31)	11.28 (10.50)	3.88 (2.88)	1.52 (0.75)	1.08 (0.28)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		370.36 (639.22)	45.27 (56.41)	11.22 (11.07)	3.88 (3.00)	1.53 (0.78)	1.09 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.05		81.59 (120.88)	34.55 (45.26)	10.55 (11.02)	3.82 (3.06)	1.55 (0.81)	1.10 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.25		7.20 (8.21)	6.79 (7.67)	5.25 (5.48)	3.14 (2.71)	1.55 (0.88)	1.14 (0.38)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.50		2.77 (2.52)	2.73 (2.45)	2.56 (2.21)	2.16 (1.70)	1.46 (0.82)	1.15 (0.41)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)	
1.75		1.79 (1.29)	1.79 (1.28)	1.75 (1.24)	1.64 (1.08)	1.34 (0.68)	1.14 (0.41)	1.05 (0.22)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	
2.00		1.44 (0.83)	1.43 (0.83)	1.42 (0.82)	1.37 (0.75)	1.23 (0.55)	1.12 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	1.00 (0.06)	
2.50		1.16 (0.46)	1.17 (0.46)	1.16 (0.46)	1.15 (0.44)	1.11 (0.36)	1.07 (0.29)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)	
3.00		1.08 (0.29)	1.08 (0.29)	1.08 (0.30)	1.07 (0.28)	1.06 (0.25)	1.04 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.13)	1.01 (0.10)	
(0.95,0.70,1.527)		0.25	1.14 (0.35)	1.14 (0.35)	1.14 (0.35)	1.14 (0.35)	1.03 (0.18)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.54 (1.27)	2.54 (1.27)	2.53 (1.25)	2.28 (1.04)	1.28 (0.47)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	9.61 (7.12)	9.31 (6.90)	7.28 (5.16)	3.61 (2.21)	1.44 (0.63)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.95	120.55 (140.82)	47.90 (50.25)	12.72 (11.59)	4.15 (3.15)	1.54 (0.78)	1.08 (0.29)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.22 (547.60)	53.46 (61.61)	12.79 (12.30)	4.18 (3.30)	1.56 (0.82)	1.09 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.05	97.28 (130.61)	41.46 (49.84)	12.05 (12.28)	4.12 (3.38)	1.58 (0.85)	1.11 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.25	8.32 (9.41)	7.79 (8.75)	5.97 (6.33)	3.39 (3.03)	1.59 (0.94)	1.14 (0.39)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.00 (2.83)	2.96 (2.77)	2.76 (2.50)	2.29 (1.91)	1.50 (0.89)	1.16 (0.43)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.87 (1.44)	1.86 (1.42)	1.82 (1.36)	1.68 (1.17)	1.36 (0.73)	1.15 (0.42)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	
	2.00	1.47 (0.90)	1.46 (0.90)	1.45 (0.88)	1.40 (0.81)	1.25 (0.58)	1.12 (0.39)	1.05 (0.24)	1.02 (0.13)	1.00 (0.07)	
	2.50	1.17 (0.49)	1.17 (0.49)	1.17 (0.48)	1.16 (0.47)	1.12 (0.38)	1.08 (0.30)	1.04 (0.22)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)	
	3.00	1.08 (0.31)	1.08 (0.31)	1.08 (0.31)	1.07 (0.29)	1.06 (0.26)	1.05 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.14)	1.01 (0.10)	
	(0.95,0.80,1.629)	0.25	1.17 (0.38)	1.17 (0.38)	1.17 (0.38)	1.17 (0.38)	1.06 (0.23)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.72 (1.38)	2.72 (1.38)	2.71 (1.35)	2.45 (1.13)	1.33 (0.50)	1.00 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	10.79 (7.71)	10.52 (7.53)	8.27 (5.70)	3.98 (2.45)	1.50 (0.67)	1.05 (0.21)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.95		139.53 (152.16)	55.56 (53.64)	14.65 (12.58)	4.61 (3.48)	1.61 (0.85)	1.09 (0.31)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		370.35 (479.65)	62.33 (66.05)	14.76 (13.42)	4.63 (3.63)	1.63 (0.89)	1.11 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.05		113.12 (138.25)	48.91 (53.30)	14.02 (13.43)	4.59 (3.74)	1.65 (0.93)	1.12 (0.35)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	

Πίνακας A.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.95,0.80,1.629)	1.25	9.77	9.20	6.98	3.81	1.67	1.16	1.03	1.00	1.00
		(10.60)	(9.92)	(7.25)	(3.49)	(1.04)	(0.42)	(0.16)	(0.05)	(0.02)
	1.50	3.38	3.32	3.10	2.51	1.56	1.18	1.05	1.01	1.00
		(3.28)	(3.19)	(2.91)	(2.20)	(0.99)	(0.48)	(0.22)	(0.09)	(0.03)
	1.75	2.01	2.00	1.95	1.79	1.41	1.17	1.06	1.01	1.00
		(1.64)	(1.63)	(1.55)	(1.35)	(0.82)	(0.46)	(0.25)	(0.12)	(0.05)
	2.00	1.53	1.53	1.51	1.46	1.28	1.14	1.06	1.02	1.01
		(1.01)	(1.01)	(1.00)	(0.91)	(0.65)	(0.42)	(0.26)	(0.14)	(0.07)
	2.50	1.19	1.19	1.19	1.18	1.13	1.08	1.05	1.02	1.01
		(0.53)	(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.41)	(0.32)	(0.23)	(0.15)	(0.10)
	3.00	1.09	1.09	1.09	1.08	1.07	1.05	1.03	1.02	1.01
		(0.33)	(0.34)	(0.36)	(0.32)	(0.27)	(0.23)	(0.19)	(0.14)	(0.10)
(0.95,0.90,1.760)	0.25	1.22	1.22	1.22	1.22	1.09	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.42)	(0.42)	(0.42)	(0.42)	(0.29)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	2.97	2.97	2.96	2.69	1.41	1.01	1.00	1.00	1.00
		(1.51)	(1.51)	(1.51)	(1.26)	(0.53)	(0.09)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	12.09	11.85	9.44	4.48	1.59	1.06	1.00	1.00	1.00
		(8.19)	(8.02)	(6.23)	(2.72)	(0.74)	(0.24)	(0.04)	(0.01)	(0.00)
	0.95	159.95	63.11	16.71	5.19	1.70	1.11	1.01	1.00	1.00
		(169.50)	(57.46)	(13.40)	(3.83)	(0.94)	(0.34)	(0.10)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.76	71.02	16.84	5.22	1.73	1.13	1.01	1.00	1.00
		(447.30)	(70.97)	(14.32)	(4.02)	(0.99)	(0.36)	(0.11)	(0.02)	(0.01)
	1.05	128.55	55.82	16.09	5.17	1.75	1.14	1.02	1.00	1.00
		(147.56)	(56.81)	(14.45)	(4.13)	(1.03)	(0.39)	(0.21)	(0.03)	(0.01)
1.25	11.39	10.76	8.11	4.33	1.77	1.18	1.03	1.00	1.00	
	(11.61)	(10.96)	(8.04)	(3.91)	(1.17)	(0.45)	(0.18)	(0.05)	(0.02)	
1.50	3.82	3.75	3.49	2.80	1.66	1.21	1.05	1.01	1.00	
	(3.69)	(3.60)	(3.31)	(2.52)	(1.13)	(0.15)	(0.24)	(0.10)	(0.04)	
1.75	2.19	2.17	2.11	1.93	1.48	1.19	1.06	1.02	1.00	
	(1.87)	(1.86)	(1.77)	(1.54)	(0.93)	(0.51)	(0.27)	(0.13)	(0.05)	
2.00	1.61	1.61	1.59	1.53	1.33	1.16	1.07	1.02	1.01	
	(1.15)	(1.14)	(1.12)	(1.04)	(0.74)	(0.48)	(0.28)	(0.15)	(0.08)	
2.50	1.22	1.22	1.22	1.20	1.15	1.10	1.05	1.02	1.01	
	(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.56)	(0.46)	(0.34)	(0.25)	(0.17)	(0.10)	
3.00	1.10	1.10	1.10	1.09	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	
	(0.36)	(0.37)	(0.37)	(0.35)	(0.30)	(0.25)	(0.20)	(0.15)	(0.11)	
(0.95,1.00,1.898) *	0.25	1.28	1.28	1.28	1.28	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.46)	(0.46)	(0.46)	(0.46)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.28	3.28	3.27	2.98	1.50	1.01	1.00	1.00	1.00
		(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.41)	(0.58)	(0.11)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	13.35	13.12	10.63	5.04	1.69	1.07	1.00	1.00	1.00
		(8.52)	(8.38)	(6.62)	(2.99)	(0.83)	(0.27)	(0.04)	(0.01)	(0.00)
	0.95	180.60	71.20	18.59	5.81	1.82	1.13	1.01	1.00	1.00
		(186.22)	(64.10)	(13.96)	(4.15)	(1.05)	(0.37)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.32	80.54	18.69	5.84	1.84	1.15	1.01	1.00	1.00
		(415.93)	(78.51)	(14.88)	(4.35)	(1.10)	(0.40)	(0.12)	(0.02)	(0.01)
	1.05	144.76	62.68	17.91	5.80	1.87	1.17	1.02	1.00	1.00
		(161.09)	(61.83)	(15.00)	(4.50)	(1.16)	(0.43)	(0.14)	(0.03)	(0.01)
1.25	12.92	12.20	9.26	4.87	1.90	1.21	1.04	1.00	1.00	
	(12.29)	(11.59)	(8.72)	(4.30)	(1.30)	(0.51)	(0.20)	(0.07)	(0.02)	
1.50	4.31	4.23	3.94	3.11	1.78	1.24	1.06	1.01	1.00	
	(4.08)	(3.99)	(3.71)	(2.81)	(1.28)	(0.57)	(0.26)	(0.11)	(0.04)	
1.75	2.40	2.38	2.31	2.09	1.56	1.22	1.07	1.02	1.00	
	(2.11)	(2.08)	(1.99)	(1.74)	(1.05)	(0.56)	(0.29)	(0.14)	(0.06)	
2.00	1.71	1.71	1.69	1.62	1.38	1.19	1.08	1.03	1.01	
	(1.29)	(1.28)	(1.27)	(1.18)	(0.84)	(0.53)	(0.31)	(0.16)	(0.08)	
2.50	1.25	1.25	1.25	1.23	1.17	1.11	1.06	1.03	1.01	
	(0.66)	(0.66)	(0.65)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.27)	(0.18)	(0.11)	
3.00	1.11	1.11	1.11	1.11	1.09	1.06	1.04	1.02	1.01	
	(0.40)	(0.40)	(0.40)	(0.39)	(0.33)	(0.28)	(0.22)	(0.16)	(0.12)	
(0.95,1.10,2.0295)	0.25	1.34	1.34	1.34	1.34	1.23	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.42)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.60	3.60	3.59	3.29	1.60	1.02	1.00	1.00	1.00
		(1.82)	(1.82)	(1.82)	(1.56)	(0.64)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	14.51	14.29	11.75	5.64	1.80	1.09	1.00	1.00	1.00
		(8.75)	(8.59)	(6.90)	(3.22)	(0.91)	(0.30)	(0.05)	(0.01)	(0.00)
	0.95	202.25	80.61	20.18	6.41	1.94	1.16	1.01	1.00	1.00
		(205.92)	(72.89)	(14.58)	(4.41)	(1.17)	(0.41)	(0.11)	(0.02)	(0.01)
	1.00	369.81	89.99	20.31	6.45	1.97	1.18	1.02	1.00	1.00
		(401.43)	(86.20)	(15.41)	(4.62)	(1.22)	(0.44)	(0.13)	(0.03)	(0.01)
	1.05	157.13	69.38	19.44	6.42	1.99	1.19	1.02	1.00	1.00
		(169.10)	(67.22)	(15.48)	(4.79)	(1.28)	(0.46)	(0.15)	(0.04)	(0.02)
1.25	14.27	13.49	10.31	5.41	2.03	1.24	1.04	1.00	1.00	
	(12.84)	(12.13)	(9.15)	(4.65)	(1.44)	(0.55)	(0.22)	(0.07)	(0.02)	
1.50	4.78	4.71	4.38	3.43	1.89	1.28	1.07	1.01	1.00	
	(4.41)	(4.33)	(4.04)	(3.08)	(1.43)	(0.63)	(0.28)	(0.12)	(0.05)	
1.75	2.63	2.60	2.52	2.27	1.65	1.25	1.09	1.02	1.00	
	(2.35)	(2.32)	(2.23)	(1.95)	(1.18)	(0.63)	(0.32)	(0.15)	(0.07)	
2.00	1.83	1.82	1.80	1.71	1.44	1.21	1.09	1.03	1.01	
	(1.44)	(1.44)	(1.42)	(1.31)	(0.93)	(0.58)	(0.34)	(0.18)	(0.09)	
2.50	1.29	1.29	1.28	1.27	1.20	1.13	1.07	1.03	1.01	
	(0.72)	(0.73)	(0.72)	(0.69)	(0.55)	(0.43)	(0.30)	(0.19)	(0.12)	
3.00	1.13	1.13	1.13	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	
	(0.44)	(0.44)	(0.44)	(0.42)	(0.37)	(0.31)	(0.24)	(0.18)	(0.13)	

* Max-DEWMA ($\lambda = 0.05, K_2 = L_2 = 1.898$) διάγραμμα

A.2 Απόδοση του Max-GWMA διαγράμματος

Πίνακας A.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.70,0.50,3.4135)	0.25	2.42 (0.87)	2.42 (0.87)	2.42 (0.87)	2.42 (0.87)	2.33 (0.76)	1.21 (0.41)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	7.59 (3.62)	7.59 (3.62)	7.59 (3.62)	7.43 (3.44)	3.23 (1.14)	1.38 (0.51)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	37.74 (26.01)	37.56 (25.79)	33.07 (21.56)	13.20 (6.90)	3.20 (1.50)	1.47 (0.61)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.95	377.35 (369.49)	209.05 (195.03)	47.69 (37.07)	11.56 (7.11)	3.09 (1.66)	1.53 (0.69)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.20 (362.33)	179.11 (167.22)	42.30 (33.30)	10.97 (6.94)	3.07 (1.69)	1.54 (0.71)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.05	187.16 (182.84)	115.45 (106.53)	35.72 (28.23)	10.44 (6.80)	3.04 (1.71)	1.56 (0.74)	1.11 (0.31)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
	1.25	20.09 (16.44)	18.82 (15.26)	14.21 (11.04)	7.53 (5.28)	2.87 (1.74)	1.59 (0.80)	1.16 (0.40)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	6.17 (4.62)	16.07 (4.54)	5.60 (4.13)	4.43 (3.12)	2.51 (1.60)	1.59 (0.83)	1.20 (0.46)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.32 (2.33)	3.30 (2.30)	3.19 (2.23)	2.86 (1.95)	2.09 (1.29)	1.51 (0.78)	1.22 (0.48)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	
	2.00	2.26 (1.47)	2.25 (1.45)	2.22 (1.43)	2.10 (1.33)	1.75 (1.12)	1.42 (0.69)	1.20 (0.46)	1.09 (0.30)	1.03 (0.17)	
	2.50	1.50 (0.80)	1.50 (0.81)	1.49 (0.80)	1.47 (0.77)	1.37 (0.66)	1.25 (0.53)	1.15 (0.41)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
	3.00	1.24 (0.53)	1.24 (0.53)	1.24 (0.53)	1.23 (0.52)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.11 (0.34)	1.06 (0.26)	1.04 (0.20)	
	(0.70,0.60,3.400)	0.25	2.29 (0.77)	2.29 (0.77)	2.29 (0.77)	2.29 (0.77)	2.20 (0.67)	1.21 (0.41)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.82 (3.16)	6.82 (3.16)	6.82 (3.16)	6.63 (2.94)	2.98 (1.00)	1.37 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	35.68 (26.08)	35.47 (25.83)	30.82 (21.15)	11.76 (6.18)	3.01 (1.35)	1.45 (0.58)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
0.95		382.78 (377.50)	215.75 (205.43)	46.46 (38.17)	10.69 (6.59)	2.94 (1.54)	1.51 (0.66)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.00		370.42 (370.33)	183.70 (177.47)	41.10 (33.73)	10.24 (6.53)	2.93 (1.57)	1.52 (0.68)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.05		192.35 (191.36)	117.54 (112.44)	34.73 (28.52)	9.80 (6.43)	2.91 (1.60)	1.53 (0.70)	1.11 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
1.25		19.55 (16.26)	18.32 (15.22)	13.71 (10.73)	7.20 (5.03)	2.78 (1.65)	1.57 (0.77)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		5.99 (4.46)	5.87 (4.36)	5.45 (3.98)	4.30 (2.98)	2.46 (1.52)	1.57 (0.80)	1.20 (0.45)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
1.75		3.26 (2.27)	3.24 (2.24)	3.13 (2.16)	2.82 (1.90)	2.06 (1.26)	1.50 (0.76)	1.21 (0.47)	1.07 (0.27)	1.02 (0.13)	
2.00		2.24 (1.44)	2.23 (1.43)	2.20 (1.41)	2.08 (1.30)	1.73 (0.99)	1.41 (0.68)	1.20 (0.46)	1.08 (0.29)	1.03 (0.17)	
2.50		1.50 (0.80)	1.50 (0.80)	1.49 (0.79)	1.46 (0.76)	1.36 (0.65)	1.25 (0.52)	1.15 (0.40)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
3.00		1.24 (0.52)	1.24 (0.52)	1.24 (0.53)	1.23 (0.51)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.10 (0.33)	1.06 (0.26)	1.04 (0.19)	
(0.70,0.70,3.393)		0.25	2.20 (0.70)	2.20 (0.70)	2.20 (0.70)	2.20 (0.70)	2.11 (0.61)	1.20 (0.40)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.33 (2.93)	6.33 (2.93)	6.33 (2.92)	6.14 (2.69)	2.82 (0.91)	1.36 (0.49)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	36.26 (28.40)	36.05 (28.15)	30.97 (23.02)	11.04 (6.00)	2.88 (1.25)	1.44 (0.57)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
	0.95	401.27 (399.81)	228.15 (221.71)	48.06 (47.74)	10.27 (6.51)	2.85 (1.45)	1.50 (0.64)	1.09 (0.29)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.55 (364.91)	193.30 (188.94)	42.06 (35.99)	9.89 (6.47)	2.84 (1.49)	1.51 (0.65)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.05	200.51 (199.81)	124.27 (121.35)	35.47 (30.70)	9.45 (6.36)	2.83 (1.52)	1.52 (0.67)	1.11 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
	1.25	19.62 (16.76)	18.36 (15.56)	13.59 (10.90)	7.05 (4.92)	2.73 (1.60)	1.56 (0.75)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.91 (4.41)	5.80 (4.32)	5.37 (3.93)	4.23 (2.92)	2.43 (1.49)	1.56 (0.78)	1.20 (0.44)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.22 (2.22)	3.21 (2.21)	3.10 (2.14)	2.80 (1.88)	2.04 (1.23)	1.50 (0.75)	1.21 (0.46)	1.07 (0.27)	1.02 (0.13)	
	2.00	2.22 (1.42)	2.22 (1.41)	2.18 (1.39)	2.06 (1.29)	1.73 (0.98)	1.41 (0.67)	1.20 (0.45)	1.08 (0.29)	1.03 (0.17)	
	2.50	1.49 (0.79)	1.49 (0.79)	1.48 (0.08)	1.46 (0.75)	1.36 (0.65)	1.25 (0.52)	1.15 (0.40)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
	3.00	1.24 (0.52)	1.24 (0.52)	1.24 (0.52)	1.23 (0.51)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.10 (0.33)	1.06 (0.26)	1.04 (0.19)	
	(0.70,0.80,3.380)	0.25	2.13 (0.65)	2.13 (0.65)	2.13 (0.65)	2.13 (0.65)	2.04 (0.56)	1.19 (0.39)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.02 (2.81)	6.02 (2.81)	6.02 (2.81)	5.81 (2.56)	2.70 (0.85)	1.35 (0.48)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	38.62 (32.39)	38.36 (32.07)	32.52 (25.88)	10.72 (6.14)	2.78 (1.18)	1.43 (0.55)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
0.95		412.73 (408.43)	241.63 (238.46)	51.32 (46.86)	10.09 (6.64)	2.77 (1.40)	1.48 (0.62)	1.09 (0.28)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.00		370.37 (367.10)	101.22 (197.15)	44.63 (40.01)	9.72 (6.57)	2.77 (1.44)	1.50 (0.64)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.05		204.22 (204.82)	130.71 (129.76)	36.87 (33.03)	9.32 (6.46)	2.76 (1.47)	1.51 (0.65)	1.11 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	

Πίνακας A.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.80,3.380)	1.25	19.84	18.68	13.70	6.97	2.68	1.55	1.15	1.03	1.00
		(17.44)	(16.42)	(11.31)	(4.93)	(1.57)	(0.73)	(0.38)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.88	5.77	5.33	4.21	2.40	1.55	1.15	1.05	1.01
		(4.44)	(4.33)	(3.94)	(2.93)	(1.47)	(0.77)	(0.38)	(0.22)	(0.10)
	1.75	3.20	3.18	3.09	2.78	2.03	1.49	1.19	1.07	1.02
		(2.22)	(2.19)	(2.13)	(1.86)	(1.22)	(0.74)	(0.44)	(0.26)	(0.13)
	2.00	2.21	2.21	2.17	2.06	1.72	1.40	1.19	1.08	1.03
		(1.40)	(1.41)	(1.38)	(1.29)	(0.97)	(0.67)	(0.45)	(0.29)	(0.16)
	2.50	1.49	1.49	1.48	1.45	1.36	1.25	1.15	1.08	1.04
		(0.79)	(0.78)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.52)	(0.40)	(0.29)	(0.19)
	3.00	1.24	1.24	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04
		(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.40)	(0.33)	(0.26)	(0.19)
(0.70,0.90,3.367)	0.25	2.09	2.09	2.09	2.09	1.99	1.18	1.00	1.00	1.00
		(0.62)	(0.62)	(0.62)	(0.62)	(0.52)	(0.39)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.87	5.87	5.87	5.65	2.62	1.35	1.00	1.00	1.00
		(2.81)	(2.81)	(2.81)	(2.52)	(0.80)	(0.48)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	42.24	41.96	35.31	10.72	2.71	1.42	1.04	1.00	1.00
		(37.24)	(36.91)	(29.99)	(6.51)	(1.14)	(0.54)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	0.95	423.26	254.28	55.28	10.12	2.72	1.47	1.08	1.01	1.00
		(419.46)	(248.19)	(51.96)	(6.97)	(1.36)	(0.61)	(0.28)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.57	209.57	47.90	9.75	2.73	1.49	1.09	1.01	1.00
		(365.62)	(206.89)	(44.51)	(6.88)	(1.41)	(0.62)	(0.30)	(0.09)	(0.02)
	1.05	208.22	136.35	39.22	9.35	2.72	1.50	1.11	1.01	1.00
		(209.28)	(135.85)	(36.10)	(6.72)	(1.44)	(0.64)	(0.31)	(0.11)	(0.01)
1.25	20.39	19.22	14.01	6.99	2.65	1.54	1.15	1.03	1.00	
	(18.32)	(17.29)	(11.96)	(5.06)	(1.54)	(0.72)	(0.38)	(0.16)	(0.05)	
1.50	5.89	5.78	5.34	4.20	2.39	1.55	1.19	1.05	1.01	
	(4.51)	(4.43)	(4.02)	(2.94)	(1.46)	(0.76)	(0.43)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.20	3.17	3.09	2.77	2.02	1.49	1.21	1.07	1.02	
	(2.23)	(2.20)	(2.13)	(1.87)	(1.22)	(0.74)	(0.46)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.21	2.17	2.05	1.71	1.40	1.19	1.08	1.03	
	(1.41)	(1.42)	(1.39)	(1.29)	(0.97)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.49	1.49	1.48	1.45	1.36	1.24	1.15	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.78)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.51)	(0.39)	(0.29)	(0.19)	
3.00	1.24	1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04	
	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	
(0.70,1.00,3.352) *	0.25	2.05	2.05	2.05	2.05	1.96	1.18	1.00	1.00	1.00
		(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.50)	(0.38)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.79	5.79	5.79	5.56	2.56	1.34	1.00	1.00	1.00
		(2.88)	(2.88)	(2.88)	(2.57)	(0.77)	(0.48)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	46.72	46.35	39.01	11.06	2.66	1.41	1.04	1.00	1.00
		(42.54)	(42.09)	(34.95)	(7.33)	(1.11)	(0.53)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	0.95	427.34	264.28	59.65	10.27	2.69	1.46	1.08	1.01	1.00
		(424.87)	(260.50)	(56.60)	(7.36)	(1.34)	(0.60)	(0.28)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.30	215.92	51.05	9.90	2.69	1.48	1.09	1.01	1.00
		(371.01)	(213.08)	(48.54)	(7.27)	(1.38)	(0.61)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.05	209.25	140.54	41.57	9.49	2.69	1.49	1.10	1.01	1.00
		(209.65)	(140.28)	(39.11)	(7.07)	(1.43)	(0.64)	(0.31)	(0.10)	(0.02)
1.25	21.19	19.83	14.42	7.04	2.63	1.53	1.15	1.03	1.00	
	(19.56)	(18.35)	(12.70)	(5.24)	(1.53)	(0.71)	(0.37)	(0.16)	(0.05)	
1.50	5.90	5.80	5.36	4.20	2.38	1.54	1.19	1.05	1.01	
	(4.59)	(4.50)	(4.11)	(2.99)	(1.46)	(0.76)	(0.43)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.21	3.18	3.09	2.78	2.02	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.26)	(2.21)	(2.15)	(1.88)	(1.22)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.20	2.17	2.05	1.71	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.41)	(1.42)	(1.39)	(1.28)	(0.97)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.49	1.48	1.48	1.45	1.35	1.24	1.14	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.79)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	
(0.70,1.10,3.340)	0.25	2.03	2.03	2.03	2.03	1.94	1.17	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.48)	(0.37)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.81	5.81	5.81	5.57	2.51	1.33	1.00	1.00	1.00
		(3.04)	(3.04)	(3.04)	(2.73)	(0.75)	(0.47)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	52.30	51.82	43.43	11.62	2.63	1.40	1.04	1.00	1.00
		(49.10)	(48.33)	(40.10)	(8.25)	(1.10)	(0.53)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	0.95	434.07	273.78	61.61	10.63	2.67	1.46	1.08	1.01	1.00
		(435.29)	(266.84)	(61.96)	(8.03)	(1.33)	(0.59)	(0.28)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.22	224.28	55.03	10.21	2.67	1.47	1.09	1.01	1.00
		(367.98)	(219.70)	(53.08)	(7.82)	(1.38)	(0.61)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.05	212.96	144.71	44.22	9.76	2.68	1.48	1.10	1.01	1.00
		(214.05)	(145.30)	(42.13)	(7.54)	(1.42)	(0.63)	(0.31)	(0.10)	(0.02)
1.25	22.18	20.59	14.91	7.15	2.62	1.52	1.15	1.02	1.00	
	(20.94)	(19.30)	(13.37)	(5.47)	(1.53)	(0.70)	(0.37)	(0.16)	(0.05)	
1.50	5.99	5.87	5.40	4.22	2.37	1.53	1.19	1.05	1.01	
	(4.77)	(4.67)	(4.21)	(3.04)	(1.45)	(0.76)	(0.43)	(0.21)	(0.10)	
1.75	3.21	3.19	3.10	2.78	2.02	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.28)	(2.25)	(2.17)	(1.90)	(1.22)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.21	2.17	2.05	1.71	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.42)	(1.43)	(1.39)	(1.29)	(0.98)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.49	1.48	1.48	1.45	1.35	1.24	1.14	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.79)	(0.78)	(0.76)	(0.65)	(0.52)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	

* Max-EWMA ($\lambda = 0.30, K_1 = L_1 = 3.352$) διάγραμμα

Πίνακας Α.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.80,0.50,3.386)	0.25	2.33	2.33	2.33	2.33	2.24	1.20	1.00	1.00	1.00
		(0.80)	(0.80)	(0.80)	(0.80)	(0.70)	(0.40)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	6.81	6.81	6.81	6.64	3.05	1.36	1.00	1.00	1.00
		(3.03)	(3.03)	(3.03)	(2.82)	(1.03)	(0.50)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	28.75	28.65	25.44	11.28	3.06	1.45	1.04	1.00	1.00
		(17.10)	(17.04)	(14.45)	(5.41)	(1.38)	(0.59)	(0.20)	(0.03)	(0.00)
	0.95	306.78	148.84	36.88	10.37	2.98	1.51	1.09	1.01	1.00
		(288.43)	(126.47)	(25.19)	(6.04)	(1.56)	(0.67)	(0.29)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.17	139.81	34.02	9.98	2.96	1.52	1.10	1.01	1.00
		(368.16)	(123.24)	(23.95)	(6.04)	(1.59)	(0.69)	(0.30)	(0.09)	(0.02)
	1.05	170.62	95.74	29.88	9.55	2.94	1.54	1.11	1.01	1.00
		(164.48)	(84.06)	(21.53)	(5.96)	(1.62)	(0.79)	(0.32)	(0.11)	(0.02)
	1.25	18.22	17.17	13.11	7.10	2.79	1.58	1.16	1.03	1.00
		(14.19)	(13.29)	(9.73)	(4.86)	(1.66)	(0.78)	(0.39)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.92	5.82	5.40	4.29	2.46	1.57	1.20	1.05	1.01
(4.31)		(4.22)	(3.89)	(2.94)	(1.54)	(0.81)	(0.45)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.24	3.23	3.12	2.81	2.06	1.50	1.21	1.07	1.02	
	(2.23)	(2.22)	(2.14)	(1.88)	(1.26)	(0.77)	(0.47)	(0.27)	(0.13)	
2.00	2.23	2.22	2.19	2.07	1.73	1.41	1.20	1.08	1.03	
	(1.43)	(1.42)	(1.40)	(1.30)	(0.99)	(0.68)	(0.46)	(0.29)	(0.17)	
2.50	1.50	1.49	1.49	1.46	1.36	1.25	1.15	1.08	1.04	
	(0.80)	(0.80)	(0.79)	(0.76)	(0.65)	(0.52)	(0.40)	(0.29)	(0.19)	
3.00	1.24	1.24	1.24	1.23	1.19	1.15	1.10	1.06	1.04	
	(0.52)	(0.52)	(0.53)	(0.51)	(0.46)	(0.40)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	
(0.80,0.60,3.364)	0.25	2.20	2.20	2.20	2.20	2.12	1.18	1.00	1.00	1.00
		(0.71)	(0.71)	(0.71)	(0.71)	(0.63)	(0.39)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	6.09	6.09	6.09	5.92	2.83	1.35	1.00	1.00	1.00
		(2.62)	(2.62)	(2.62)	(2.41)	(0.91)	(0.49)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	25.91	25.80	22.52	9.99	2.87	1.43	1.04	1.00	1.00
		(15.86)	(15.77)	(12.89)	(4.77)	(1.25)	(0.57)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	0.95	317.37	151.05	34.14	9.50	2.83	1.49	1.08	1.01	1.00
		(308.26)	(135.91)	(24.15)	(5.46)	(1.43)	(0.64)	(0.28)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.63	141.72	31.73	9.20	2.82	1.50	1.09	1.01	1.00
		(372.00)	(129.59)	(22.84)	(5.50)	(1.47)	(0.66)	(0.30)	(0.09)	(0.02)
	1.05	176.10	96.32	28.19	8.87	2.81	1.51	1.11	1.01	1.00
		(172.31)	(87.46)	(20.90)	(5.50)	(1.51)	(0.68)	(0.32)	(0.10)	(0.02)
	1.25	17.63	16.64	12.57	6.80	2.71	1.56	1.15	1.03	1.00
		(13.78)	(12.95)	(9.33)	(4.59)	(1.58)	(0.75)	(0.38)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.74	5.65	5.25	4.17	2.41	1.56	1.19	1.05	1.01
(4.15)		(4.08)	(3.74)	(2.84)	(1.48)	(0.78)	(0.44)	(0.22)	(0.10)	
1.75	3.18	3.16	3.07	2.77	2.03	1.49	1.21	1.07	1.02	
	(2.18)	(2.16)	(2.09)	(1.84)	(1.22)	(0.75)	(0.46)	(0.27)	(0.13)	
2.00	2.20	2.20	2.17	2.04	1.71	1.40	1.19	1.08	1.03	
	(1.40)	(1.39)	(1.37)	(1.27)	(0.97)	(0.67)	(0.45)	(0.29)	(0.16)	
2.50	1.49	1.49	1.48	1.45	1.35	1.24	1.15	1.08	1.04	
	(0.78)	(0.79)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.52)	(0.40)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04	
	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.46)	(0.39)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	
(0.80,0.70,3.335)	0.25	2.11	2.11	2.11	2.11	2.02	1.17	1.00	1.00	1.00
		(0.66)	(0.66)	(0.66)	(0.66)	(0.56)	(0.37)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.63	5.63	5.63	5.46	2.69	1.33	1.00	1.00	1.00
		(2.37)	(2.37)	(2.37)	(2.18)	(0.83)	(0.48)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	24.86	24.75	21.24	9.21	2.73	1.41	1.04	1.00	1.00
		(16.11)	(16.01)	(12.79)	(4.42)	(1.15)	(0.55)	(0.19)	(0.02)	(0.00)
	0.95	331.09	160.46	33.63	8.99	2.73	1.47	1.08	1.01	1.00
		(328.57)	(151.92)	(25.00)	(5.24)	(1.35)	(0.61)	(0.28)	(0.07)	(0.02)
	1.00	370.25	150.05	31.36	8.73	2.73	1.48	1.09	1.01	1.00
		(377.09)	(142.99)	(23.89)	(5.30)	(1.40)	(0.63)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.05	180.55	100.46	27.77	8.47	2.72	1.50	1.10	1.01	1.00
		(178.54)	(93.98)	(21.50)	(5.33)	(1.44)	(0.65)	(0.31)	(0.10)	(0.02)
	1.25	17.38	16.38	12.28	6.60	2.64	1.53	1.15	1.02	1.00
		(13.91)	(13.08)	(9.29)	(4.47)	(1.52)	(0.72)	(0.38)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.64	5.54	5.14	4.10	2.37	1.54	1.19	1.05	1.01
(4.06)		(3.99)	(3.67)	(2.80)	(1.44)	(0.76)	(0.43)	(0.21)	(0.10)	
1.75	3.13	3.11	3.02	2.73	2.01	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.14)	(2.12)	(2.06)	(1.81)	(1.20)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.18	2.18	2.14	2.03	1.70	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.38)	(1.38)	(1.35)	(1.26)	(0.96)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.48	1.48	1.47	1.44	1.35	1.24	1.14	1.08	1.04	
	(1.38)	(0.78)	(0.77)	(0.75)	(0.63)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.52)	(0.51)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	
(0.80,0.80,3.309)	0.25	2.05	2.05	2.05	2.05	1.96	1.15	1.00	1.00	1.00
		(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.52)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.34	5.34	5.34	5.16	2.56	1.32	1.00	1.00	1.00
		(2.24)	(2.24)	(2.24)	(2.04)	(0.77)	(0.47)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	25.17	25.02	21.28	8.77	2.64	1.40	1.04	1.00	1.00
		(17.49)	(17.36)	(13.82)	(4.29)	(1.09)	(0.53)	(0.19)	(0.02)	(0.00)
	0.95	348.66	173.83	34.92	8.68	2.65	1.45	1.08	1.00	1.00
		(344.05)	(166.94)	(27.84)	(5.18)	(1.29)	(0.60)	(0.27)	(0.07)	(0.02)
	1.00	369.72	160.80	32.27	8.50	2.66	1.47	1.09	1.01	1.00
		(374.61)	(156.98)	(25.78)	(5.27)	(1.35)	(0.62)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.05	188.04	107.01	28.35	8.26	2.66	1.48	1.10	1.01	1.00
		(188.18)	(103.11)	(23.05)	(5.30)	(1.39)	(0.63)	(0.30)	(0.10)	(0.02)

Πίνακας Α.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)^{*} διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.80,3.309)	1.25	17.53	16.54	12.30	6.52	2.59	1.52	1.14	1.02	1.00	
		(14.47)	(13.66)	(9.48)	(4.44)	(1.48)	(0.71)	(0.37)	(0.15)	(0.05)	
	1.50	5.59	5.51	5.10	4.07	2.34	1.53	1.18	1.05	1.01	
		(4.07)	(4.02)	(3.68)	(2.80)	(1.42)	(0.75)	(0.43)	(0.21)	(0.09)	
	1.75	3.11	3.09	3.01	2.71	1.99	1.47	1.20	1.07	1.02	
		(2.14)	(2.11)	(2.04)	(1.81)	(1.19)	(0.72)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
	2.00	2.17	2.17	2.13	2.01	1.69	1.38	1.19	1.08	1.03	
		(1.38)	(1.37)	(1.34)	(1.25)	(0.94)	(0.65)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
	2.50	1.47	1.47	1.47	1.44	1.34	1.24	1.14	1.07	1.03	
		(0.77)	(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.28)	(0.19)	
	3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	
		(0.51)	(0.51)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
	(0.80,0.90,3.281)	0.25	2.01	2.01	2.01	2.01	1.92	1.13	1.00	1.00	1.00
			(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.48)	(0.34)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	5.15	5.15	5.15	4.95	2.48	1.31	1.00	1.00	1.00
(2.18)			(2.18)	(2.18)	(1.96)	(0.73)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	
0.75		26.57	26.38	22.10	8.57	2.57	1.39	1.03	1.00	1.00	
		(20.10)	(19.89)	(15.57)	(4.33)	(1.04)	(0.53)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
0.95		361.65	187.38	37.19	8.57	2.60	1.44	1.08	1.00	1.00	
		(357.72)	(182.66)	(31.25)	(5.25)	(1.25)	(0.58)	(0.27)	(0.07)	(0.02)	
1.00		370.00	170.55	34.10	8.41	2.61	1.46	1.09	1.01	1.00	
		(373.35)	(167.74)	(28.90)	(5.35)	(1.30)	(0.60)	(0.29)	(0.08)	(0.02)	
1.05		192.28	113.51	29.80	8.19	2.62	1.47	1.10	1.01	1.00	
		(192.53)	(111.46)	(25.39)	(5.38)	(1.35)	(0.62)	(0.30)	(0.10)	(0.02)	
1.25		17.93	16.89	12.43	6.48	2.56	1.51	1.14	1.02	1.00	
		(15.34)	(14.40)	(9.85)	(4.49)	(1.46)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.05)	
1.50		5.58	5.49	5.08	4.05	2.32	1.52	1.19	1.04	1.01	
	(4.10)	(4.04)	(3.69)	(2.80)	(1.41)	(0.71)	(0.44)	(0.21)	(0.09)		
1.75	3.11	3.08	3.00	2.70	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02		
	(2.16)	(2.13)	(2.05)	(1.82)	(1.17)	(0.71)	(0.44)	(0.26)	(0.13)		
2.00	2.16	2.16	2.12	2.01	1.68	1.38	1.18	1.08	1.03		
	(1.38)	(1.38)	(1.35)	(1.25)	(0.95)	(0.65)	(0.43)	(0.28)	(0.16)		
2.50	1.47	1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03		
	(0.77)	(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.28)	(0.19)		
3.00	1.23	1.22	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03		
	(0.51)	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.19)		
(0.80,1.00,3.268) [*]	0.25	1.98	1.98	1.98	1.98	1.90	1.13	1.00	1.00	1.00	
		(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.46)	(0.33)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	5.05	5.05	5.05	4.86	2.43	1.30	1.00	1.00	1.00	
		(2.17)	(2.17)	(2.17)	(1.94)	(0.71)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	29.16	28.95	24.11	8.59	2.54	1.38	1.03	1.00	1.00	
		(23.54)	(23.34)	(18.41)	(4.60)	(1.02)	(0.52)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	379.52	206.70	41.00	8.64	2.57	1.44	1.07	1.00	1.00	
		(376.93)	(204.59)	(35.98)	(5.48)	(1.24)	(0.58)	(0.27)	(0.07)	(0.02)	
	1.00	370.21	182.83	36.98	8.48	2.58	1.45	1.09	1.01	1.00	
		(372.63)	(182.78)	(32.59)	(5.54)	(1.29)	(0.60)	(0.28)	(0.08)	(0.02)	
	1.05	199.67	120.93	32.05	8.27	2.59	1.46	1.10	1.01	1.00	
		(200.29)	(119.48)	(28.39)	(5.56)	(1.34)	(0.61)	(0.30)	(0.10)	(0.02)	
	1.25	18.70	17.52	12.79	6.56	2.55	1.50	1.14	1.02	1.00	
		(16.43)	(15.39)	(10.41)	(4.62)	(1.46)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.04)	
	1.50	5.63	5.53	5.12	4.07	2.32	1.51	1.18	1.04	1.01	
(4.19)		(4.10)	(3.78)	(2.83)	(1.41)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.09)		
1.75	3.12	3.10	3.01	2.71	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02		
	(2.18)	(2.15)	(2.07)	(1.83)	(1.18)	(0.71)	(0.44)	(0.26)	(0.13)		
2.00	2.17	2.16	2.12	2.01	1.68	1.38	1.18	1.08	1.03		
	(1.40)	(1.39)	(1.35)	(1.25)	(0.95)	(0.65)	(0.43)	(0.28)	(0.16)		
2.50	1.47	1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03		
	(0.77)	(0.78)	(0.77)	(0.74)	(0.64)	(0.51)	(0.38)	(0.28)	(0.19)		
3.00	1.23	1.22	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03		
	(0.51)	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.19)		
(0.80,1.10,3.250)	0.25	1.96	1.96	1.96	1.96	1.88	1.12	1.00	1.00	1.00	
		(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.45)	(0.32)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	5.01	5.01	5.01	4.80	2.40	1.29	1.00	1.00	1.00	
		(2.20)	(2.20)	(2.20)	(1.95)	(0.70)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	32.45	32.20	26.66	8.74	2.51	1.38	1.03	1.00	1.00	
		(27.44)	(27.20)	(21.63)	(4.99)	(1.01)	(0.52)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	389.25	221.91	45.01	8.82	2.56	1.43	1.07	1.00	1.00	
		(386.16)	(221.76)	(40.97)	(5.82)	(1.23)	(0.58)	(0.26)	(0.07)	(0.02)	
	1.00	370.80	191.50	40.09	8.63	2.57	1.44	1.08	1.01	1.00	
		(371.05)	(191.22)	(36.46)	(5.85)	(1.28)	(0.59)	(0.28)	(0.08)	(0.02)	
	1.05	204.06	128.19	34.55	8.40	2.58	1.45	1.09	1.01	1.00	
		(202.35)	(127.85)	(31.55)	(5.83)	(1.34)	(0.61)	(0.30)	(0.10)	(0.02)	
	1.25	19.56	18.35	13.22	6.63	2.55	1.50	1.14	1.02	1.00	
		(17.66)	(16.58)	(11.10)	(4.75)	(1.47)	(0.68)	(0.36)	(0.15)	(0.04)	
	1.50	5.68	5.59	5.18	4.09	2.32	1.51	1.18	1.04	1.01	
(4.32)		(4.23)	(3.88)	(2.88)	(1.42)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.09)		
1.75	3.14	3.12	3.02	2.72	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02		
	(2.21)	(2.17)	(2.09)	(1.85)	(1.19)	(0.72)	(0.44)	(0.25)	(0.13)		
2.00	2.18	2.17	2.13	2.02	1.68	1.38	1.18	1.07	1.02		
	(1.42)	(1.41)	(1.37)	(1.27)	(0.96)	(0.65)	(0.44)	(0.28)	(0.15)		
2.50	1.47	1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03		
	(0.78)	(0.78)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.51)	(0.38)	(0.28)	(0.18)		
3.00	1.22	1.22	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03		
	(0.52)	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.18)		

^{*} Max-EWMA ($\lambda = 0.20, K_1 = L_1 = 3.268$) διάγραμμα

Πίνακας Α.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.50,3.3165)	0.25	2.22	2.22	2.22	2.22	2.13	1.15	1.00	1.00	1.00
		(0.75)	(0.75)	(0.75)	(0.75)	(0.66)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	6.16	6.16	6.16	5.99	2.87	1.33	1.00	1.00	1.00
		(2.68)	(2.61)	(2.61)	(2.41)	(0.95)	(0.48)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	23.45	23.37	20.64	9.86	2.87	1.41	1.04	1.00	1.00
		(12.91)	(12.85)	(10.65)	(4.54)	(1.25)	(0.57)	(0.19)	(0.02)	(0.00)
	0.95	229.18	107.17	30.01	9.36	2.84	1.47	1.08	1.01	1.00
		(193.93)	(79.68)	(18.84)	(5.26)	(1.46)	(0.64)	(0.28)	(0.01)	(0.02)
	1.00	369.55	107.39	28.27	9.06	2.82	1.49	1.09	1.01	1.00
		(385.39)	(86.18)	(18.53)	(5.31)	(1.49)	(0.66)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.05	147.87	78.95	25.57	8.74	2.81	1.51	1.10	1.01	1.00
		(134.59)	(64.28)	(17.53)	(5.29)	(1.52)	(0.68)	(0.31)	(0.10)	(0.02)
	1.25	16.69	15.75	12.07	6.68	2.69	1.55	1.15	1.02	1.00
		(12.70)	(11.84)	(8.79)	(4.48)	(1.58)	(0.75)	(0.38)	(0.15)	(0.05)
	1.50	5.63	5.53	5.15	4.12	2.39	1.55	1.19	1.05	1.01
(4.04)		(3.96)	(3.65)	(2.81)	(1.47)	(0.78)	(0.44)	(0.21)	(0.09)	
1.75	3.13	3.12	3.02	2.73	2.01	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.14)	(2.13)	(2.06)	(1.82)	(1.21)	(0.74)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.18	2.17	2.14	2.03	1.70	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.39)	(1.38)	(1.36)	(1.26)	(0.96)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.48	1.48	1.47	1.44	1.35	1.24	1.14	1.07	1.04	
	(0.78)	(0.78)	(0.78)	(0.74)	(0.64)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.51)	(0.51)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
(0.90,0.60,3.2422)	0.25	2.08	2.08	2.08	2.08	1.98	1.11	1.00	1.00	1.00
		(0.67)	(0.67)	(0.67)	(0.67)	(0.57)	(0.32)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.45	5.45	5.45	5.27	2.62	1.29	1.00	1.00	1.00
		(2.25)	(2.25)	(2.25)	(2.06)	(0.83)	(0.46)	(0.05)	(0.00)	(0.00)
	0.75	20.40	20.31	17.78	8.58	2.68	1.39	1.03	1.00	1.00
		(11.24)	(11.17)	(9.17)	(3.88)	(1.14)	(0.54)	(0.18)	(0.02)	(0.00)
	0.95	226.14	100.03	26.87	8.44	2.67	1.44	1.07	1.00	1.00
		(204.37)	(77.41)	(17.09)	(4.68)	(1.33)	(0.61)	(0.26)	(0.07)	(0.02)
	1.00	369.97	102.37	25.66	8.23	2.67	1.46	1.08	1.01	1.00
		(382.76)	(84.84)	(17.12)	(4.80)	(1.38)	(0.62)	(0.28)	(0.08)	(0.02)
	1.05	146.76	75.05	23.45	8.00	2.66	1.47	1.09	1.01	1.00
		(138.53)	(63.61)	(16.28)	(4.89)	(1.42)	(0.64)	(0.30)	(0.10)	(0.02)
	1.25	15.73	14.88	11.33	6.30	2.58	1.51	1.14	1.02	1.00
		(12.12)	(11.35)	(8.27)	(4.24)	(1.49)	(0.71)	(0.37)	(0.15)	(0.04)
	1.50	5.36	5.28	4.91	3.94	2.31	1.51	1.18	1.04	1.01
(3.84)		(3.79)	(3.49)	(2.68)	(1.41)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.09)	
1.75	3.03	3.13	2.93	2.65	1.96	1.45	1.19	1.07	1.02	
	(2.06)	(2.05)	(1.99)	(1.76)	(1.17)	(0.71)	(0.44)	(0.25)	(0.12)	
2.00	2.13	2.13	2.09	1.98	1.67	1.37	1.18	1.07	1.02	
	(1.34)	(1.33)	(1.31)	(1.22)	(0.93)	(0.64)	(0.43)	(0.28)	(0.15)	
2.50	1.46	1.46	1.45	1.43	1.33	1.23	1.13	1.07	1.03	
	(0.76)	(0.76)	(0.76)	(0.73)	(0.62)	(0.49)	(0.38)	(0.27)	(0.18)	
3.00	1.22	1.22	1.22	1.21	1.17	1.13	1.10	1.06	1.03	
	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.49)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.18)	
(0.90,0.70,3.172)	0.25	1.98	1.98	1.98	1.98	1.89	1.08	1.00	1.00	1.00
		(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.51)	(0.28)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.99	4.99	4.99	4.81	2.46	1.26	1.00	1.00	1.00
		(2.04)	(2.04)	(2.04)	(1.85)	(0.76)	(0.44)	(0.05)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.89	18.78	16.26	7.84	2.53	1.36	1.03	1.00	1.00
		(10.66)	(10.56)	(8.49)	(3.55)	(1.05)	(0.52)	(0.17)	(0.02)	(0.00)
	0.95	235.72	100.96	25.30	7.88	2.55	1.41	1.07	1.00	1.00
		(222.26)	(83.48)	(16.48)	(4.42)	(1.24)	(0.58)	(0.25)	(0.06)	(0.02)
	1.00	369.60	104.53	24.47	7.74	2.55	1.43	1.08	1.01	1.00
		(380.88)	(91.51)	(16.69)	(4.55)	(1.29)	(0.60)	(0.27)	(0.07)	(0.02)
	1.05	151.58	75.63	22.60	7.56	2.55	1.44	1.09	1.01	1.00
		(147.52)	(66.32)	(16.14)	(4.64)	(1.33)	(0.61)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.25	15.32	14.48	10.96	6.05	2.49	1.48	1.13	1.02	1.00
		(12.11)	(11.26)	(8.13)	(4.10)	(1.43)	(0.68)	(0.35)	(0.14)	(0.04)
	1.50	5.22	5.15	4.78	3.83	2.25	1.49	1.17	1.04	1.01
(3.81)		(3.75)	(3.43)	(2.64)	(1.36)	(0.72)	(0.41)	(0.20)	(0.08)	
1.75	2.97	2.95	2.87	2.59	1.92	1.43	1.18	1.06	1.02	
	(2.03)	(2.02)	(1.96)	(1.72)	(1.13)	(0.69)	(0.43)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.09	2.10	2.05	1.95	1.64	1.36	1.17	1.07	1.02	
	(1.33)	(1.33)	(1.29)	(1.20)	(0.91)	(0.63)	(0.42)	(0.27)	(0.15)	
2.50	1.44	1.44	1.43	1.41	1.32	1.22	1.13	1.07	1.03	
	(0.75)	(0.74)	(0.74)	(0.71)	(0.60)	(0.48)	(0.37)	(0.26)	(0.18)	
3.00	1.21	1.21	1.21	1.20	1.17	1.13	1.09	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.49)	(0.50)	(0.43)	(0.37)	(0.31)	(0.24)	(0.18)	
(0.90,0.80,3.114)	0.25	1.91	1.91	1.91	1.91	1.83	1.06	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.47)	(0.24)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.72	4.72	4.72	4.54	2.34	1.24	1.00	1.00	1.00
		(1.91)	(1.91)	(1.91)	(1.72)	(0.70)	(0.43)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.23	18.11	15.53	7.40	2.44	1.34	1.03	1.00	1.00
		(10.59)	(10.49)	(8.32)	(3.38)	(1.00)	(0.50)	(0.16)	(0.02)	(0.00)
	0.95	254.55	108.18	24.87	7.57	2.47	1.39	1.06	1.00	1.00
		(248.85)	(95.99)	(16.77)	(4.28)	(1.20)	(0.56)	(0.24)	(0.06)	(0.02)
	1.00	370.42	111.21	24.19	7.48	2.48	1.41	1.07	1.01	1.00
		(381.38)	(101.62)	(17.17)	(4.43)	(1.24)	(0.58)	(0.26)	(0.07)	(0.02)
	1.05	159.39	79.44	22.35	7.35	2.48	1.42	1.08	1.01	1.00
		(159.84)	(73.50)	(16.48)	(4.54)	(1.28)	(0.60)	(0.28)	(0.09)	(0.02)

Πίνακας A.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.80,3.114)	1.25	15.31 (12.31)	14.48 (11.45)	10.90 (8.19)	5.95 (4.08)	2.44 (1.39)	1.46 (0.66)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	5.15 (3.79)	5.08 (3.74)	4.70 (3.42)	3.78 (2.64)	2.21 (1.34)	1.47 (0.71)	1.16 (0.40)	1.04 (0.19)	1.01 (0.04)
	1.75	2.93 (2.02)	2.91 (2.01)	2.84 (1.95)	2.56 (1.71)	1.89 (1.12)	1.42 (0.68)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)
	2.00	2.07 (1.32)	2.07 (1.32)	2.03 (1.27)	1.92 (1.18)	1.62 (0.89)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.07 (0.26)	1.02 (0.15)
	2.50	1.43 (0.74)	1.43 (0.74)	1.42 (0.73)	1.40 (0.70)	1.31 (0.60)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.21 (0.49)	1.21 (0.49)	1.20 (0.49)	1.20 (0.47)	1.16 (0.42)	1.13 (0.37)	1.09 (0.31)	1.05 (0.24)	1.03 (0.18)
(0.90,0.90,3.0715)	0.25	1.87 (0.55)	1.87 (0.55)	1.87 (0.55)	1.87 (0.55)	1.80 (0.46)	1.05 (0.22)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.56 (1.86)	4.56 (1.86)	4.56 (1.86)	4.37 (1.65)	2.27 (0.67)	1.22 (0.42)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.17 (11.04)	18.05 (10.90)	15.31 (8.46)	7.17 (3.32)	2.37 (0.97)	1.32 (0.49)	1.03 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	273.98 (271.78)	120.03 (112.47)	25.26 (17.92)	7.44 (4.26)	2.42 (1.17)	1.38 (0.55)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.36 (378.41)	121.22 (114.40)	24.60 (18.07)	7.37 (4.41)	2.43 (1.22)	1.39 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	167.84 (171.00)	85.54 (80.60)	22.76 (17.24)	7.25 (4.52)	2.44 (1.26)	1.41 (0.59)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	15.57 (12.66)	14.75 (11.80)	11.05 (8.44)	5.95 (4.12)	2.41 (1.38)	1.45 (0.65)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.16 (3.84)	5.08 (3.78)	4.71 (3.46)	3.78 (2.67)	2.19 (1.34)	1.46 (0.70)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.92 (2.06)	2.91 (2.04)	2.83 (1.97)	2.55 (1.73)	1.88 (1.12)	1.41 (0.67)	1.17 (0.41)	1.06 (0.23)	1.01 (0.12)
	2.00	2.07 (1.34)	2.06 (1.33)	2.02 (1.28)	1.92 (1.20)	1.61 (0.90)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.07 (0.26)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.74)	1.42 (0.74)	1.42 (0.73)	1.39 (0.70)	1.30 (0.60)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.49)	1.20 (0.48)	1.19 (0.47)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.09 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
(0.90,1.00,3.0467) *	0.25	1.86 (0.54)	1.86 (0.54)	1.86 (0.54)	1.86 (0.54)	1.79 (0.45)	1.04 (0.20)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.48 (1.82)	4.48 (1.82)	4.48 (1.82)	4.29 (1.62)	2.24 (0.66)	1.21 (0.41)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.73 (12.12)	18.59 (11.96)	15.58 (9.15)	7.10 (3.32)	2.34 (0.95)	1.31 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	294.75 (293.59)	133.55 (127.35)	26.62 (20.10)	7.42 (4.28)	2.40 (1.21)	1.37 (0.55)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.01 (377.06)	133.61 (128.28)	25.73 (19.73)	7.35 (4.44)	2.41 (1.21)	1.39 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	177.83 (180.81)	92.98 (88.89)	23.59 (18.49)	7.25 (4.56)	2.42 (1.26)	1.40 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	16.08 (13.53)	15.19 (12.51)	11.26 (8.75)	6.00 (4.19)	2.40 (1.39)	1.44 (0.65)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.24 (3.92)	5.16 (3.86)	4.78 (3.55)	3.81 (2.71)	2.20 (1.36)	1.45 (0.70)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.95 (2.10)	2.93 (2.08)	2.85 (2.01)	2.57 (1.77)	1.88 (1.13)	1.41 (0.68)	1.17 (0.41)	1.06 (0.23)	1.01 (0.12)
	2.00	2.07 (1.35)	2.07 (1.34)	2.03 (1.30)	1.93 (1.22)	1.62 (0.92)	1.34 (0.62)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.74)	1.42 (0.74)	1.42 (0.74)	1.39 (0.71)	1.30 (0.60)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.49)	1.20 (0.48)	1.19 (0.48)	1.16 (0.43)	1.12 (0.37)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
(0.90,1.10,3.0284)	0.25	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.78 (0.45)	1.04 (0.19)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.45 (1.81)	4.45 (1.81)	4.45 (1.81)	4.26 (1.60)	2.22 (0.65)	1.21 (0.41)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	19.68 (13.57)	19.52 (13.37)	16.21 (10.11)	7.09 (3.37)	2.33 (0.95)	1.30 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	316.94 (320.62)	148.43 (143.79)	28.51 (22.84)	7.46 (4.36)	2.40 (1.17)	1.37 (0.55)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	369.34 (380.18)	144.68 (141.28)	27.33 (22.06)	7.43 (4.55)	2.41 (1.22)	1.38 (0.56)	1.07 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.05	184.15 (186.55)	100.27 (97.66)	25.01 (20.58)	7.33 (4.67)	2.42 (1.27)	1.40 (0.58)	1.07 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	16.66 (14.39)	15.71 (13.37)	11.55 (9.28)	6.07 (4.26)	2.41 (1.41)	1.44 (0.65)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.33 (4.00)	5.24 (3.94)	4.86 (3.62)	3.87 (2.76)	2.21 (1.38)	1.45 (0.70)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.98 (2.14)	2.97 (2.13)	2.88 (2.06)	2.59 (1.80)	1.89 (1.15)	1.41 (0.68)	1.16 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)
	2.00	2.09 (1.37)	2.08 (1.37)	2.04 (1.33)	1.94 (1.24)	1.63 (0.94)	1.37 (0.63)	1.16 (0.41)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)
	2.50	1.43 (0.75)	1.43 (0.76)	1.42 (0.75)	1.39 (0.72)	1.30 (0.61)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.49)	1.20 (0.49)	1.20 (0.49)	1.19 (0.48)	1.16 (0.43)	1.12 (0.37)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)

* Max-EWMA ($\lambda = 0.10, K_1 = L_1 = 3.0467$) διάγραμμα

Πίνακας Α.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95,0.50,3.230)	0.25	2.13 (0.72)	2.13 (0.72)	2.13 (0.72)	2.13 (0.72)	2.04 (0.63)	1.11 (0.31)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	5.78 (2.43)	5.78 (2.43)	5.78 (2.43)	5.61 (2.25)	2.73 (0.91)	1.29 (0.46)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	21.11 (11.33)	21.02 (11.26)	18.56 (9.40)	9.11 (4.15)	2.76 (1.22)	1.38 (0.55)	1.03 (0.17)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	196.19 (162.80)	92.07 (66.70)	27.06 (16.76)	8.75 (4.86)	2.73 (1.40)	1.45 (0.62)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.37 (401.27)	93.83 (73.03)	25.74 (16.83)	8.52 (4.97)	2.73 (1.44)	1.46 (0.64)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.05	135.18 (122.79)	70.64 (57.45)	23.52 (16.10)	8.21 (5.00)	2.72 (1.48)	1.47 (0.66)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	15.60 (11.88)	14.71 (11.09)	11.27 (8.16)	6.36 (4.26)	2.61 (1.53)	1.52 (0.73)	1.14 (0.37)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.37 (3.86)	5.28 (3.79)	4.92 (3.51)	3.96 (2.70)	2.33 (1.43)	1.51 (0.76)	1.18 (0.42)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.02 (2.06)	3.01 (2.04)	2.92 (1.98)	2.65 (1.77)	1.96 (1.17)	1.46 (0.72)	1.19 (0.44)	1.06 (0.25)	1.02 (0.13)	
	2.00	2.13 (1.35)	2.13 (1.34)	2.09 (1.31)	1.98 (1.23)	1.67 (0.94)	1.37 (0.64)	1.18 (0.43)	1.07 (0.27)	1.02 (0.15)	
	2.50	1.46 (0.76)	1.46 (0.96)	1.45 (0.76)	1.42 (0.73)	1.33 (0.62)	1.22 (0.49)	1.13 (0.38)	1.07 (0.27)	1.03 (0.18)	
	3.00	1.22 (0.50)	1.22 (0.50)	1.22 (0.50)	1.21 (0.49)	1.17 (0.44)	1.13 (0.38)	1.09 (0.32)	1.06 (0.25)	1.03 (0.18)	
	(0.95,0.60,3.0795)	0.25	1.95 (0.63)	1.95 (0.63)	1.95 (0.63)	1.95 (0.63)	1.86 (0.53)	1.05 (0.23)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.99 (2.08)	4.99 (2.08)	4.99 (2.08)	4.81 (1.89)	2.43 (0.79)	1.23 (0.42)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		17.99 (9.87)	17.88 (9.78)	15.52 (7.97)	7.73 (3.53)	2.50 (1.08)	1.33 (0.51)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.95		182.09 (158.57)	81.79 (61.55)	23.47 (14.99)	7.69 (4.32)	2.52 (1.26)	1.39 (0.58)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.00		370.10 (407.91)	85.53 (69.02)	22.74 (15.44)	7.53 (4.44)	2.52 (1.29)	1.41 (0.59)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.05		129.25 (123.37)	64.55 (54.47)	20.91 (14.79)	7.34 (4.52)	2.51 (1.34)	1.42 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.25		14.25 (11.23)	13.51 (10.48)	10.29 (7.62)	5.82 (3.96)	2.44 (1.41)	1.46 (0.67)	1.12 (0.34)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.50		4.97 (3.63)	4.90 (3.56)	4.56 (3.27)	3.68 (2.53)	2.20 (1.33)	1.46 (0.71)	1.16 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	
1.75		2.86 (1.95)	2.85 (1.95)	2.77 (1.88)	2.51 (1.66)	1.87 (1.10)	1.41 (0.67)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)	
2.00		2.04 (1.28)	2.03 (1.27)	2.00 (1.24)	1.90 (1.16)	1.61 (0.87)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.07 (0.26)	1.02 (0.14)	
2.50		1.42 (0.72)	1.42 (0.73)	1.41 (0.72)	1.39 (0.69)	1.30 (0.59)	1.21 (0.47)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)	
3.00		1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.19 (0.47)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.09 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)	
(0.95,0.70,2.943)		0.25	1.84 (0.58)	1.84 (0.58)	1.84 (0.58)	1.84 (1.68)	1.76 (0.48)	1.02 (0.15)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.50 (1.87)	4.50 (1.87)	4.50 (1.88)	4.32 (1.68)	2.23 (0.70)	1.18 (0.38)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	16.31 (9.22)	16.18 (9.11)	13.86 (7.32)	6.91 (3.20)	2.33 (0.99)	1.28 (0.47)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	180.66 (164.26)	78.26 (61.43)	21.66 (14.32)	7.07 (4.03)	2.36 (1.17)	1.35 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.88 (405.85)	82.79 (69.70)	21.03 (14.72)	6.95 (4.16)	2.37 (1.21)	1.36 (0.56)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	130.64 (128.33)	63.09 (54.80)	19.57 (14.28)	6.83 (4.27)	2.37 (1.25)	1.38 (0.57)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.59 (11.02)	12.86 (10.31)	9.79 (7.47)	5.50 (3.82)	2.33 (1.34)	1.42 (0.63)	1.10 (0.32)	1.02 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.50	4.73 (3.51)	4.68 (3.45)	4.35 (3.19)	3.51 (2.45)	2.11 (1.27)	1.42 (0.68)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.07)	
	1.75	2.75 (1.89)	2.73 (1.88)	2.66 (1.82)	2.42 (1.62)	1.81 (1.05)	1.38 (0.64)	1.15 (0.40)	1.05 (0.22)	1.01 (0.11)	
	2.00	1.97 (1.24)	1.97 (1.24)	1.94 (1.20)	1.84 (1.12)	1.57 (0.85)	1.31 (0.58)	1.15 (0.39)	1.06 (0.24)	1.02 (0.13)	
	2.50	1.39 (0.70)	1.39 (0.71)	1.39 (0.70)	1.36 (0.66)	1.28 (0.57)	1.19 (0.45)	1.11 (0.34)	1.06 (0.25)	1.03 (0.16)	
	3.00	1.19 (0.46)	1.19 (0.46)	1.18 (0.46)	1.18 (0.45)	1.15 (0.41)	1.11 (0.35)	1.08 (0.29)	1.05 (0.22)	1.03 (0.16)	
	(0.95,0.80,2.850)	0.25	1.77 (0.55)	1.77 (0.55)	1.77 (0.55)	1.77 (0.55)	1.71 (0.47)	1.01 (0.11)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.22 (1.75)	4.22 (1.75)	4.22 (1.75)	4.02 (1.56)	2.12 (0.66)	1.15 (0.36)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		15.54 (8.96)	15.41 (8.85)	13.08 (7.02)	6.49 (3.03)	2.22 (0.93)	1.25 (0.45)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.95		191.38 (180.91)	79.72 (65.05)	21.01 (14.24)	6.77 (3.92)	2.27 (1.12)	1.32 (0.52)	1.04 (0.21)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.00		370.41 (395.03)	85.49 (74.44)	20.58 (14.72)	6.69 (4.05)	2.28 (1.16)	1.33 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.05		137.13 (137.52)	64.85 (57.63)	19.33 (14.46)	6.57 (4.17)	2.28 (1.20)	1.35 (0.55)	1.06 (0.24)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	

Πίνακας A.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$)^{*} διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95,0.80,2.850)	1.25	13.46	12.77	9.67	5.36	2.26	1.39	1.09	1.01	1.00	
		(11.13)	(10.47)	(7.58)	(3.80)	(1.30)	(0.61)	(0.30)	(0.12)	(0.04)	
	1.50	4.66	4.60	4.28	3.44	2.06	1.40	1.13	1.03	1.00	
		(3.53)	(3.47)	(3.21)	(2.46)	(1.25)	(0.66)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	
	1.75	2.70	2.68	2.61	2.37	1.77	1.36	1.15	1.05	1.01	
		(1.90)	(1.88)	(1.82)	(1.60)	(1.03)	(0.63)	(0.39)	(0.21)	(0.10)	
	2.00	1.94	1.94	1.90	1.81	1.54	1.29	1.14	1.06	1.02	
		(1.23)	(1.23)	(1.19)	(1.11)	(0.83)	(0.57)	(0.38)	(0.24)	(0.13)	
	2.50	1.38	1.38	1.37	1.35	1.27	1.18	1.10	1.05	1.02	
		(0.69)	(0.70)	(0.69)	(0.66)	(0.56)	(0.44)	(0.34)	(0.24)	(0.16)	
	3.00	1.18	1.18	1.18	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	
		(0.45)	(0.46)	(0.45)	(0.44)	(0.40)	(0.34)	(0.28)	(0.22)	(0.16)	
	(0.95,0.90,2.792)	0.25	1.73	1.73	1.73	1.73	1.68	1.01	1.00	1.00	1.00
			(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.47)	(0.10)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	4.07	4.07	4.07	3.87	2.06	1.13	1.00	1.00	1.00
			(1.70)	(1.70)	(1.70)	(1.50)	(0.63)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
		0.75	15.32	15.19	12.81	6.28	2.16	1.24	1.01	1.00	1.00
			(8.92)	(8.82)	(6.92)	(2.98)	(0.91)	(0.44)	(0.12)	(0.02)	(0.00)
0.95		207.10	85.26	21.11	6.65	2.22	1.30	1.04	1.00	1.00	
		(199.78)	(73.25)	(14.52)	(3.90)	(1.09)	(0.51)	(0.20)	(0.04)	(0.02)	
1.00		370.10	91.09	20.76	6.60	2.23	1.32	1.05	1.00	1.00	
		(388.62)	(82.41)	(15.02)	(4.05)	(1.14)	(0.52)	(0.22)	(0.05)	(0.02)	
1.05		146.75	68.71	19.56	6.50	2.25	1.33	1.06	1.00	1.00	
		(149.46)	(62.51)	(14.76)	(4.16)	(1.18)	(0.54)	(0.23)	(0.07)	(0.02)	
1.25		13.74	12.99	9.82	5.34	2.22	1.38	1.09	1.01	1.00	
		(11.43)	(10.74)	(7.84)	(3.85)	(1.29)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.03)	
1.50		4.68	4.62	4.29	3.44	2.04	1.39	1.13	1.03	1.00	
		(3.61)	(3.56)	(3.27)	(2.50)	(1.25)	(0.65)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	
1.75		2.70	2.68	2.60	2.36	1.76	1.35	1.14	1.04	1.01	
		(1.94)	(1.91)	(1.85)	(1.62)	(1.03)	(0.63)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	
2.00	1.93	1.92	1.89	1.80	1.53	1.29	1.14	1.05	1.02		
	(1.25)	(1.24)	(1.20)	(1.12)	(0.84)	(0.56)	(0.38)	(0.23)	(0.13)		
2.50	1.37	1.37	1.36	1.34	1.26	1.18	1.10	1.05	1.02		
	(0.69)	(0.69)	(0.68)	(0.66)	(0.55)	(0.44)	(0.33)	(0.24)	(0.15)		
3.00	1.18	1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02		
	(0.45)	(0.46)	(0.45)	(0.44)	(0.39)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)		
(0.95,1.00,2.770) *	0.25	1.71	1.71	1.71	1.71	1.67	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.48)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	4.02	4.02	4.02	3.83	2.03	1.13	1.00	1.00	1.00	
		(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.48)	(0.62)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	15.51	15.36	12.90	6.26	2.14	1.23	1.01	1.00	1.00	
		(9.19)	(9.07)	(7.01)	(2.98)	(0.90)	(0.43)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	229.28	94.41	21.70	6.69	2.21	1.30	1.04	1.00	1.00	
		(225.33)	(84.32)	(15.17)	(3.94)	(1.09)	(0.50)	(0.19)	(0.04)	(0.02)	
	1.00	370.29	100.52	21.38	6.64	2.23	1.31	1.05	1.00	1.00	
		(384.83)	(94.67)	(15.62)	(4.10)	(1.14)	(0.52)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
	1.05	157.41	74.69	20.18	6.57	2.24	1.33	1.06	1.00	1.00	
		(160.74)	(70.50)	(15.32)	(4.25)	(1.18)	(0.54)	(0.23)	(0.06)	(0.02)	
	1.25	14.21	13.47	10.19	5.45	2.23	1.37	1.09	1.01	1.00	
		(11.81)	(11.13)	(8.18)	(3.95)	(1.30)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.03)	
	1.50	4.79	4.72	4.39	3.50	2.05	1.38	1.12	1.03	1.00	
		(3.74)	(3.67)	(3.39)	(2.58)	(1.27)	(0.65)	(0.36)	(0.16)	(0.06)	
	1.75	2.73	2.71	2.63	2.38	1.76	1.35	1.14	1.04	1.01	
		(1.99)	(1.99)	(1.90)	(1.67)	(1.05)	(0.63)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	
2.00	1.94	1.94	1.90	1.81	1.53	1.29	1.13	1.05	1.02		
	(1.28)	(1.27)	(1.23)	(1.15)	(0.86)	(0.57)	(0.38)	(0.23)	(0.13)		
2.50	1.37	1.37	1.36	1.34	1.26	1.18	1.10	1.05	1.02		
	(0.69)	(0.70)	(0.69)	(0.67)	(0.56)	(0.45)	(0.34)	(0.24)	(0.15)		
3.00	1.18	1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02		
	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.45)	(0.39)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)		
(0.95,1.10,2.759)	0.25	1.71	1.71	1.71	1.71	1.66	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.48)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	4.03	4.03	4.03	3.83	2.03	1.13	1.00	1.00	1.00	
		(1.67)	(1.67)	(1.67)	(1.48)	(0.63)	(0.33)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	15.90	15.75	13.18	6.31	2.15	1.23	1.01	1.00	1.00	
		(9.56)	(9.41)	(7.22)	(3.02)	(0.91)	(0.43)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	252.04	106.25	22.49	6.77	2.21	1.30	1.04	1.00	1.00	
		(251.59)	(99.39)	(16.10)	(4.00)	(1.10)	(0.50)	(0.19)	(0.04)	(0.02)	
	1.00	370.80	111.60	22.20	6.74	2.23	1.31	1.05	1.00	1.00	
		(384.43)	(107.44)	(16.56)	(4.17)	(1.15)	(0.52)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
	1.05	166.12	81.04	20.91	6.68	2.25	1.32	1.05	1.00	1.00	
		(168.73)	(78.13)	(16.13)	(4.33)	(1.20)	(0.54)	(0.23)	(0.06)	(0.02)	
	1.25	14.68	13.90	10.49	5.57	2.24	1.37	1.09	1.01	1.00	
		(12.32)	(11.48)	(8.41)	(4.04)	(1.34)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.04)	
	1.50	4.93	4.84	4.51	3.58	2.07	1.39	1.12	1.03	1.00	
		(3.86)	(3.79)	(3.51)	(2.67)	(1.31)	(0.66)	(0.35)	(0.16)	(0.06)	
	1.75	2.77	2.76	2.68	2.42	1.78	1.35	1.14	1.04	1.01	
		(2.06)	(2.05)	(1.96)	(1.72)	(1.09)	(0.64)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	
2.00	1.96	1.96	1.92	1.83	1.54	1.29	1.13	1.05	1.02		
	(1.32)	(1.31)	(1.26)	(1.18)	(0.89)	(0.58)	(0.38)	(0.23)	(0.13)		
2.50	1.37	1.37	1.37	1.35	1.26	1.17	1.10	1.05	1.02		
	(0.71)	(0.71)	(0.70)	(0.68)	(0.57)	(0.45)	(0.34)	(0.24)	(0.15)		
3.00	1.18	1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02		
	(0.46)	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.40)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)		

* Max-EWMA ($\lambda = 0.05, K_1 = L_1 = 2.770$) διάγραμμα

A.3 Απόδοση του SS-DGWMA διαγράμματος

Πίνακας A.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.50,4.215)	0.25	2.14 (0.62)	2.12 (0.61)	2.06 (0.58)	1.87 (0.51)	1.32 (0.47)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	5.29 (2.70)	5.19 (2.02)	4.72 (1.79)	3.60 (1.27)	1.96 (0.62)	1.17 (0.38)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	19.88 (11.27)	18.26 (10.10)	12.70 (6.52)	6.35 (2.91)	2.42 (0.99)	1.36 (0.51)	1.03 (0.18)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
	0.95	239.90 (230.76)	95.42 (80.78)	24.33 (16.23)	7.77 (4.40)	2.55 (1.24)	1.43 (0.59)	1.08 (0.27)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.48 (388.34)	102.53 (90.20)	24.12 (16.73)	7.68 (4.60)	2.55 (1.28)	1.44 (0.60)	1.09 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	148.94 (144.95)	72.45 (63.84)	21.87 (16.00)	7.39 (4.58)	2.53 (1.31)	1.45 (0.62)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)
	1.25	14.60 (11.76)	13.47 (10.74)	9.89 (7.40)	5.45 (3.72)	2.37 (1.35)	1.45 (0.66)	1.12 (0.34)	1.00 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	4.86 (3.65)	4.77 (3.55)	4.38 (3.21)	3.44 (2.38)	2.05 (1.21)	1.42 (0.66)	1.14 (0.38)	1.03 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.77 (1.94)	2.75 (1.92)	2.66 (1.85)	2.37 (1.57)	1.76 (1.02)	1.35 (0.62)	1.14 (0.38)	1.05 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	1.96 (1.25)	1.96 (1.25)	1.93 (1.21)	1.83 (1.12)	1.53 (0.81)	1.29 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)
	2.50	1.39 (0.70)	1.39 (0.71)	1.38 (0.69)	1.35 (0.67)	1.27 (0.55)	1.18 (0.44)	1.12 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.45)	1.18 (0.46)	1.18 (0.45)	1.17 (0.44)	1.14 (0.39)	1.11 (0.34)	1.07 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,0.60,4.082)	0.25	2.06 (0.57)	2.05 (0.57)	1.99 (0.54)	1.82 (0.49)	1.28 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	5.01 (1.96)	4.91 (1.91)	4.47 (1.69)	3.41 (1.19)	1.89 (0.59)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	19.53 (11.61)	17.90 (10.32)	12.22 (6.44)	6.05 (2.78)	2.34 (0.95)	1.33 (0.50)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	262.32 (254.92)	104.82 (94.61)	24.48 (16.98)	7.55 (4.35)	2.48 (1.20)	1.40 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.08 (382.76)	113.57 (106.23)	24.25 (17.60)	7.48 (4.55)	2.48 (1.25)	1.42 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	161.48 (160.47)	77.85 (71.83)	22.17 (16.72)	7.24 (4.55)	2.46 (1.28)	1.42 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	14.84 (12.16)	13.72 (11.20)	9.93 (7.58)	5.41 (3.73)	2.32 (1.33)	1.43 (0.64)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	4.85 (3.68)	4.79 (3.62)	4.39 (3.27)	3.43 (2.42)	2.02 (1.21)	1.40 (0.65)	1.13 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	2.77 (1.98)	2.75 (1.97)	2.66 (1.90)	2.36 (1.59)	1.74 (1.01)	1.34 (0.61)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	1.96 (1.27)	1.95 (1.27)	1.91 (1.22)	1.82 (1.13)	1.52 (0.81)	1.28 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)
	2.50	1.38 (0.70)	1.38 (0.70)	1.37 (0.69)	1.34 (0.66)	1.26 (0.55)	1.17 (0.43)	1.10 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.45)	1.18 (0.45)	1.17 (0.45)	1.17 (0.44)	1.14 (0.39)	1.10 (0.34)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,0.70,4.017)	0.25	2.03 (0.56)	2.01 (0.55)	1.96 (0.53)	1.80 (0.48)	1.26 (0.44)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.90 (1.92)	4.80 (1.87)	4.37 (1.66)	3.33 (1.15)	1.87 (0.58)	1.14 (0.35)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	20.20 (12.85)	18.38 (11.41)	12.26 (6.69)	5.97 (2.77)	2.30 (0.93)	1.32 (0.49)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	288.39 (284.83)	120.80 (113.57)	25.81 (19.09)	7.55 (4.43)	2.45 (1.19)	1.39 (0.56)	1.07 (0.25)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.64 (380.94)	128.21 (124.03)	25.66 (19.62)	7.50 (4.60)	2.46 (1.24)	1.41 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	171.23 (169.12)	86.04 (81.67)	23.01 (18.01)	7.30 (4.67)	2.45 (1.28)	1.41 (0.59)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	15.40 (12.84)	14.16 (11.68)	10.13 (7.83)	5.47 (3.82)	2.31 (1.33)	1.42 (0.64)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)
	1.50	4.96 (3.80)	4.90 (3.74)	4.45 (3.34)	3.47 (2.47)	2.03 (1.23)	1.40 (0.65)	1.13 (0.36)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)
	1.75	2.80 (2.03)	2.79 (2.03)	2.70 (1.95)	2.38 (1.63)	1.74 (1.02)	1.34 (0.61)	1.14 (0.38)	1.04 (0.20)	1.01 (0.08)
	2.00	1.97 (1.30)	1.97 (1.30)	1.92 (1.25)	1.82 (1.15)	1.52 (0.83)	1.28 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)
	2.50	1.38 (0.71)	1.38 (0.71)	1.37 (0.70)	1.34 (0.67)	1.26 (0.56)	1.17 (0.43)	1.10 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.17 (0.46)	1.17 (0.45)	1.17 (0.45)	1.16 (0.43)	1.14 (0.39)	1.10 (0.34)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,0.80,3.996)	0.25	2.02 (0.56)	2.01 (0.55)	1.95 (0.53)	1.79 (0.49)	1.26 (0.44)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.89 (1.93)	4.79 (1.87)	4.35 (1.65)	3.32 (1.15)	1.86 (0.58)	1.14 (0.35)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	21.69 (14.84)	19.66 (13.17)	12.66 (7.31)	6.00 (2.81)	2.30 (0.94)	1.32 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	314.10 (312.86)	139.98 (136.57)	28.29 (22.44)	7.69 (4.57)	2.46 (1.20)	1.39 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.29 (373.78)	142.89 (140.44)	27.86 (22.59)	7.64 (4.75)	2.47 (1.26)	1.40 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	182.09 (182.06)	94.60 (91.99)	24.59 (20.10)	7.43 (4.79)	2.46 (1.29)	1.41 (0.59)	1.08 (0.28)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)

Πίνακας A.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.80,3.996)	1.25	16.16 (13.80)	14.78 (12.52)	10.46 (8.22)	5.58 (3.93)	2.33 (1.36)	1.42 (0.64)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.11 (3.94)	5.03 (3.89)	4.57 (3.46)	3.53 (2.54)	2.04 (1.26)	1.40 (0.66)	1.13 (0.36)	1.03 (0.18)	1.01 (0.01)
	1.75	2.86 (2.10)	2.84 (2.09)	2.75 (2.01)	2.41 (1.68)	1.76 (1.05)	1.34 (0.62)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	1.99 (1.34)	2.00 (1.34)	1.95 (1.29)	1.84 (1.19)	1.53 (0.86)	1.28 (0.57)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)
	2.50	1.39 (0.73)	1.39 (0.73)	1.37 (0.72)	1.35 (0.68)	1.26 (0.56)	1.17 (0.44)	1.10 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.46)	1.18 (0.46)	1.17 (0.46)	1.17 (0.45)	1.14 (0.39)	1.10 (0.34)	1.07 (0.27)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,0.90,4.007)	0.25	2.03 (0.57)	2.02 (0.56)	1.96 (0.54)	1.80 (0.49)	1.26 (0.44)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.95 (1.95)	4.85 (1.89)	4.40 (1.66)	3.36 (1.16)	1.87 (0.59)	1.14 (0.35)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	24.43 (18.54)	21.78 (15.90)	13.46 (8.40)	6.10 (2.89)	2.32 (0.95)	1.32 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	337.38 (335.10)	157.86 (154.27)	31.64 (26.47)	7.90 (4.79)	2.49 (1.22)	1.40 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.00	370.31 (372.33)	157.99 (158.19)	30.87 (26.21)	7.58 (4.96)	2.50 (1.28)	1.41 (0.59)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.05)
	1.05	191.65 (192.32)	103.21 (101.88)	26.84 (22.95)	7.63 (5.00)	2.49 (1.32)	1.42 (0.60)	1.09 (0.28)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	17.25 (15.53)	15.54 (13.55)	10.90 (8.74)	5.71 (4.04)	2.36 (1.39)	1.43 (0.66)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.28 (4.09)	5.16 (3.99)	4.68 (3.54)	3.62 (2.60)	2.07 (1.30)	1.40 (0.67)	1.13 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.06)
	1.75	2.92 (2.15)	2.90 (2.15)	2.80 (2.06)	2.46 (1.73)	1.78 (1.08)	1.35 (0.64)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	2.03 (1.39)	2.03 (1.40)	1.98 (1.33)	1.87 (1.22)	1.55 (0.89)	1.28 (0.58)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)
	2.50	1.40 (0.75)	1.40 (0.75)	1.38 (0.74)	1.36 (0.70)	1.26 (0.58)	1.17 (0.45)	1.10 (0.33)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.47)	1.18 (0.47)	1.18 (0.47)	1.17 (0.46)	1.14 (0.41)	1.10 (0.34)	1.07 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,1.00,4.041)	0.25	2.06 (0.58)	2.05 (0.57)	1.99 (0.55)	1.82 (0.50)	1.27 (0.44)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	5.05 (2.00)	4.95 (1.95)	4.48 (1.69)	3.42 (1.18)	1.89 (0.60)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	28.32 (23.29)	24.94 (19.96)	14.67 (9.99)	6.28 (3.07)	2.35 (0.97)	1.33 (0.50)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	361.26 (358.23)	177.11 (174.65)	35.70 (31.10)	8.19 (5.16)	2.54 (1.26)	1.41 (0.58)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.90 (376.14)	172.30 (173.55)	34.38 (30.45)	8.13 (5.25)	2.54 (1.31)	1.42 (0.60)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	198.68 (198.28)	112.17 (111.87)	29.48 (26.17)	7.91 (5.29)	2.53 (1.35)	1.43 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	18.23 (16.74)	16.39 (14.54)	11.42 (9.47)	5.89 (4.18)	2.41 (1.43)	1.44 (0.67)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.43 (4.23)	5.32 (4.12)	4.81 (3.65)	3.72 (2.67)	2.11 (1.33)	1.42 (0.69)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	3.00 (2.21)	2.98 (2.20)	2.87 (2.12)	2.52 (1.78)	1.81 (1.13)	1.36 (0.66)	1.14 (0.39)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	2.07 (1.44)	2.08 (1.44)	2.02 (1.38)	1.90 (1.27)	1.57 (0.92)	1.29 (0.60)	1.13 (0.38)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)
	2.50	1.41 (0.77)	1.41 (0.77)	1.40 (0.76)	1.37 (0.73)	1.27 (0.60)	1.18 (0.47)	1.10 (0.34)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.49)	1.18 (0.49)	1.18 (0.48)	1.18 (0.48)	1.14 (0.42)	1.11 (0.35)	1.07 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)
(0.70,1.10,4.078)	0.25	2.09 (0.60)	2.08 (0.60)	2.02 (0.57)	1.84 (0.51)	1.28 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	5.17 (2.09)	5.07 (2.03)	4.58 (1.74)	3.49 (1.20)	1.92 (0.62)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	32.96 (28.44)	28.79 (24.43)	16.36 (12.09)	6.50 (3.31)	2.40 (0.99)	1.34 (0.51)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	380.56 (380.23)	196.37 (192.72)	40.22 (36.16)	8.53 (5.54)	2.58 (1.29)	1.42 (0.59)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.87 (374.56)	182.93 (181.76)	38.06 (34.45)	8.47 (5.68)	2.59 (1.34)	1.43 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	202.49 (202.64)	119.20 (118.35)	32.09 (29.16)	8.17 (5.58)	2.58 (1.39)	1.44 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.25	19.12 (17.78)	17.28 (15.63)	11.86 (10.05)	6.07 (4.34)	2.46 (1.47)	1.46 (0.69)	1.12 (0.34)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.57 (4.35)	5.47 (4.26)	4.94 (3.73)	3.80 (2.73)	2.15 (1.37)	1.43 (0.71)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	3.08 (2.26)	3.05 (2.25)	2.94 (2.17)	2.57 (1.83)	1.84 (1.16)	1.37 (0.68)	1.14 (0.40)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	2.11 (1.48)	2.12 (1.48)	2.06 (1.42)	1.94 (1.27)	1.59 (0.95)	1.30 (0.62)	1.13 (0.39)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)
	2.50	1.42 (0.80)	1.42 (0.79)	1.41 (0.79)	1.38 (0.76)	1.28 (0.62)	1.18 (0.48)	1.10 (0.35)	1.05 (0.24)	1.02 (0.15)
	3.00	1.19 (0.50)	1.19 (0.51)	1.19 (0.50)	1.18 (0.49)	1.15 (0.43)	1.11 (0.36)	1.07 (0.29)	1.04 (0.21)	1.02 (0.16)

Πίνακας Α.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.50,3.549)	0.25	1.91 (0.57)	1.90 (0.56)	1.85 (0.54)	1.68 (0.51)	1.15 (0.36)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.48 (1.83)	4.46 (1.79)	4.06 (1.59)	3.12 (1.13)	1.74 (0.59)	1.09 (0.28)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	16.15 (9.24)	14.88 (8.34)	10.49 (5.54)	5.42 (2.55)	2.13 (0.90)	1.25 (0.45)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	179.34 (167.02)	71.51 (57.94)	20.03 (13.80)	6.65 (3.95)	2.28 (1.13)	1.33 (0.53)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.49 (410.75)	81.63 (71.54)	20.05 (14.59)	6.59 (4.11)	2.28 (1.17)	1.34 (0.54)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	127.97 (127.41)	59.27 (52.85)	18.37 (13.94)	6.40 (4.17)	2.27 (1.20)	1.34 (0.55)	1.06 (0.25)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	12.62 (10.86)	11.73 (9.98)	8.60 (6.82)	4.80 (3.40)	2.15 (1.23)	1.36 (0.59)	1.09 (0.30)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.31 (3.37)	4.24 (3.30)	3.90 (2.99)	3.10 (2.22)	1.89 (1.12)	1.34 (0.60)	1.11 (0.33)	1.02 (0.16)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.50 (1.78)	2.49 (1.78)	2.41 (1.71)	2.17 (1.45)	1.63 (0.92)	1.29 (0.57)	1.12 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.10)	
	2.00	1.82 (1.15)	1.82 (1.15)	1.78 (1.11)	1.70 (1.03)	1.44 (0.74)	1.24 (0.51)	1.11 (0.34)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	
	2.50	1.33 (0.65)	1.33 (0.65)	1.32 (0.64)	1.30 (0.61)	1.22 (0.51)	1.15 (0.40)	1.08 (0.30)	1.04 (0.21)	1.02 (0.13)	
	3.00	1.15 (0.41)	1.15 (0.41)	1.15 (0.41)	1.14 (0.40)	1.12 (0.36)	1.09 (0.31)	1.06 (0.25)	1.03 (0.19)	1.02 (0.14)	
	(0.80,0.60,3.420)	0.25	1.85 (0.54)	1.84 (0.54)	1.80 (0.52)	1.64 (0.51)	1.12 (0.33)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.36 (1.77)	4.28 (1.73)	3.90 (1.52)	2.99 (1.08)	1.70 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	16.05 (9.31)	14.70 (8.36)	10.28 (5.49)	5.25 (2.51)	2.07 (0.87)	1.23 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		200.80 (191.52)	76.94 (79.11)	20.35 (14.20)	6.56 (3.95)	2.22 (1.10)	1.31 (0.51)	1.04 (0.20)	1.02 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.00		370.35 (392.83)	87.94 (79.11)	20.50 (15.09)	6.54 (4.13)	2.22 (1.14)	1.32 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.05		142.28 (146.36)	63.81 (58.41)	18.93 (14.51)	6.37 (4.19)	2.22 (1.18)	1.33 (0.54)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.25		13.09 (11.31)	12.11 (10.36)	8.84 (7.15)	4.83 (3.50)	2.11 (1.23)	1.34 (0.58)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.50		4.39 (3.52)	4.31 (3.42)	3.96 (3.09)	3.10 (2.27)	1.87 (1.13)	1.33 (0.59)	1.10 (0.33)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)	
1.75		2.52 (1.84)	2.51 (1.86)	2.42 (1.77)	2.17 (1.49)	1.62 (0.93)	1.29 (0.57)	1.11 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
2.00		1.82 (1.17)	1.81 (1.17)	1.78 (1.15)	1.69 (1.04)	1.44 (0.75)	1.23 (0.51)	1.10 (0.33)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)	
2.50		1.32 (0.65)	1.32 (0.65)	1.31 (0.64)	1.29 (0.61)	1.22 (0.51)	1.14 (0.40)	1.08 (0.30)	1.04 (0.20)	1.02 (0.13)	
3.00		1.15 (0.41)	1.15 (0.42)	1.15 (0.42)	1.14 (0.40)	1.11 (0.36)	1.09 (0.31)	1.06 (0.24)	1.03 (0.19)	1.02 (0.13)	
(0.80,0.70,3.379)		0.25	1.84 (0.54)	1.83 (0.53)	1.79 (0.53)	1.63 (0.51)	1.12 (0.32)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.34 (1.76)	4.25 (1.72)	3.87 (1.52)	2.97 (1.08)	1.68 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	16.40 (9.58)	15.03 (8.61)	10.43 (5.59)	5.27 (2.53)	2.06 (0.87)	1.23 (0.43)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
	0.95	226.06 (223.29)	86.45 (77.59)	21.21 (14.96)	6.67 (4.03)	2.21 (1.11)	1.30 (0.51)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.10 (387.80)	98.19 (92.01)	21.35 (15.83)	6.69 (4.24)	2.22 (1.15)	1.31 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	154.73 (159.02)	70.13 (65.75)	19.74 (15.21)	6.54 (4.31)	2.22 (1.20)	1.32 (0.54)	1.06 (0.23)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.77 (11.79)	12.72 (10.77)	9.21 (7.45)	4.97 (3.64)	2.13 (1.26)	1.34 (0.58)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.56 (3.70)	4.48 (3.61)	4.09 (3.27)	3.19 (2.39)	1.89 (1.17)	1.32 (0.60)	1.10 (0.32)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	
	1.75	2.59 (1.96)	2.57 (1.96)	2.48 (1.86)	2.21 (1.56)	1.64 (0.96)	1.29 (0.58)	1.11 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
	2.00	1.84 (1.23)	1.83 (1.23)	1.81 (1.19)	1.71 (1.08)	1.45 (0.78)	1.23 (0.52)	1.10 (0.33)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)	
	2.50	1.33 (0.67)	1.32 (0.67)	1.31 (0.66)	1.26 (0.63)	1.22 (0.52)	1.14 (0.40)	1.08 (0.30)	1.04 (0.20)	1.02 (0.13)	
	3.00	1.15 (0.42)	1.15 (0.42)	1.15 (0.42)	1.14 (0.41)	1.11 (0.36)	1.09 (0.31)	1.06 (0.24)	1.03 (0.19)	1.02 (0.13)	
	(0.80,0.80,3.409)	0.25	1.86 (0.54)	1.84 (0.54)	1.80 (0.53)	1.64 (0.51)	1.12 (0.33)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.42 (1.79)	4.34 (1.75)	3.95 (1.55)	3.02 (1.10)	1.69 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	17.23 (10.40)	15.68 (9.21)	10.78 (5.78)	5.41 (2.60)	2.09 (0.89)	1.23 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		254.42 (255.83)	100.17 (94.21)	22.56 (16.32)	6.92 (4.15)	2.25 (1.15)	1.31 (0.52)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.00		370.10 (380.15)	112.45 (107.29)	22.77 (17.15)	6.93 (4.37)	2.27 (1.20)	1.32 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.05		166.58 (169.74)	78.07 (75.05)	20.80 (16.25)	6.79 (4.44)	2.27 (1.24)	1.33 (0.55)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	

Πίνακας A.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.80,0.80,3.409)	1.25	14.54 (12.32)	13.47 (11.32)	9.65 (7.75)	5.18 (3.78)	2.17 (1.31)	1.35 (0.60)	1.08 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)
	1.50	4.78 (3.86)	4.72 (3.80)	4.29 (3.42)	3.32 (2.51)	1.93 (1.22)	1.33 (0.61)	1.11 (0.33)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)
	1.75	2.68 (2.08)	2.67 (2.06)	2.57 (1.96)	2.27 (1.65)	1.66 (1.01)	1.30 (0.59)	1.11 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)
	2.00	1.88 (1.30)	1.88 (1.30)	1.84 (1.26)	1.75 (1.14)	1.46 (0.82)	1.24 (0.54)	1.10 (0.34)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)
	2.50	1.34 (0.70)	1.34 (0.70)	1.33 (0.68)	1.30 (0.65)	1.22 (0.54)	1.15 (0.41)	1.08 (0.30)	1.04 (0.20)	1.02 (0.13)
	3.00	1.15 (0.43)	1.15 (0.44)	1.15 (0.43)	1.15 (0.43)	1.12 (0.37)	1.09 (0.31)	1.06 (0.25)	1.03 (0.19)	1.02 (0.14)
(0.80,0.90,3.455)	0.25	1.88 (0.56)	1.87 (0.56)	1.82 (0.54)	1.65 (0.51)	1.13 (0.34)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.55 (1.82)	4.46 (1.78)	4.06 (1.58)	3.10 (1.13)	1.72 (0.59)	1.08 (0.27)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.36 (11.71)	16.64 (10.24)	11.19 (6.09)	5.57 (2.65)	2.13 (0.92)	1.24 (0.44)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	278.82 (281.57)	114.52 (110.06)	24.26 (18.25)	7.16 (4.27)	2.31 (1.19)	1.32 (0.53)	1.04 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.00	370.17 (379.26)	125.77 (122.35)	24.44 (19.13)	7.19 (4.50)	2.32 (1.24)	1.33 (0.54)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	174.23 (177.86)	86.05 (83.09)	22.14 (17.70)	7.04 (4.59)	2.33 (1.29)	1.34 (0.56)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	15.29 (13.00)	14.16 (11.89)	10.07 (8.03)	5.38 (3.89)	2.23 (1.37)	1.36 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)
	1.50	4.99 (4.01)	4.91 (3.91)	4.46 (3.53)	3.45 (2.61)	1.97 (1.28)	1.34 (0.64)	1.11 (0.34)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)
	1.75	2.78 (2.17)	2.77 (2.16)	2.66 (2.06)	2.35 (1.73)	1.70 (1.06)	1.31 (0.61)	1.12 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)
	2.00	1.94 (1.37)	1.94 (1.38)	1.89 (1.32)	1.79 (1.21)	1.49 (0.87)	1.25 (0.56)	1.11 (0.35)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)
	2.50	1.36 (0.73)	1.35 (0.72)	1.34 (0.72)	1.31 (0.68)	1.23 (0.56)	1.15 (0.43)	1.08 (0.31)	1.04 (0.21)	1.02 (0.13)
	3.00	1.16 (0.45)	1.16 (0.45)	1.16 (0.45)	1.15 (0.44)	1.12 (0.38)	1.09 (0.32)	1.06 (0.26)	1.03 (0.19)	1.02 (0.14)
(0.80,1.00,3.545)	0.25	1.93 (0.59)	1.92 (0.58)	1.86 (0.56)	1.69 (0.52)	1.15 (0.36)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.72 (1.87)	4.63 (1.83)	4.22 (1.62)	3.22 (1.17)	1.76 (0.61)	1.09 (0.28)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	20.08 (13.72)	18.14 (12.07)	11.86 (6.74)	5.79 (2.72)	2.20 (0.96)	1.25 (0.46)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	303.45 (304.87)	131.85 (127.35)	26.94 (21.45)	7.47 (4.41)	2.39 (1.25)	1.34 (0.55)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.00	370.53 (380.90)	140.69 (138.43)	26.81 (21.90)	7.49 (4.68)	2.40 (1.30)	1.35 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	184.74 (187.98)	95.53 (94.25)	23.99 (19.73)	7.35 (4.77)	2.41 (1.35)	1.36 (0.58)	1.06 (0.25)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	16.30 (14.23)	14.99 (12.79)	10.59 (8.43)	5.63 (4.01)	2.31 (1.43)	1.38 (0.64)	1.09 (0.30)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)
	1.50	5.23 (4.12)	5.12 (4.05)	4.66 (3.63)	3.60 (2.71)	2.03 (1.34)	1.36 (0.67)	1.11 (0.35)	1.02 (0.16)	1.00 (0.06)
	1.75	2.90 (2.26)	2.88 (2.25)	2.77 (2.15)	2.44 (1.82)	1.74 (1.12)	1.32 (0.64)	1.12 (0.36)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)
	2.00	2.00 (1.45)	2.00 (1.45)	1.95 (1.40)	1.84 (1.27)	1.52 (0.91)	1.26 (0.59)	1.11 (0.37)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)
	2.50	1.37 (0.76)	1.37 (0.76)	1.37 (0.76)	1.34 (0.72)	1.25 (0.58)	1.16 (0.45)	1.09 (0.33)	1.04 (0.22)	1.02 (0.13)
	3.00	1.17 (0.47)	1.16 (0.47)	1.16 (0.47)	1.16 (0.47)	1.13 (0.40)	1.09 (0.33)	1.06 (0.26)	1.03 (0.20)	1.02 (0.14)
(0.80,1.10,3.640)	0.25	1.98 (0.61)	1.97 (0.61)	1.91 (0.58)	1.73 (0.53)	1.17 (0.37)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.91 (1.92)	4.82 (1.87)	4.38 (1.56)	3.35 (1.22)	1.80 (0.63)	1.10 (0.30)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	22.46 (16.49)	20.19 (14.51)	12.67 (7.60)	6.03 (2.79)	2.28 (1.00)	1.27 (0.47)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	327.83 (328.13)	150.51 (147.50)	30.04 (25.05)	7.79 (4.64)	2.48 (1.29)	1.35 (0.57)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.00	370.70 (379.87)	153.34 (154.15)	29.69 (25.06)	7.81 (4.87)	2.49 (1.35)	1.37 (0.59)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	192.24 (194.04)	102.25 (100.70)	26.22 (22.45)	7.64 (4.93)	2.49 (1.41)	1.38 (0.61)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	17.44 (15.61)	15.81 (13.68)	11.07 (8.97)	5.85 (4.12)	2.39 (1.50)	1.41 (0.68)	1.10 (0.32)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)
	1.50	5.44 (4.24)	5.33 (4.16)	4.84 (3.74)	3.74 (2.78)	2.10 (1.40)	1.39 (0.70)	1.12 (0.36)	1.03 (0.16)	1.00 (0.07)
	1.75	3.02 (2.33)	2.99 (2.32)	2.88 (2.23)	2.52 (1.88)	1.79 (1.17)	1.34 (0.67)	1.13 (0.38)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)
	2.00	2.07 (1.52)	2.07 (1.52)	2.02 (1.46)	1.89 (1.33)	1.55 (0.96)	1.28 (0.62)	1.12 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)
	2.50	1.40 (0.81)	1.39 (0.80)	1.39 (0.80)	1.36 (0.76)	1.26 (0.62)	1.17 (0.47)	1.09 (0.34)	1.04 (0.22)	1.02 (0.14)
	3.00	1.17 (0.49)	1.18 (0.50)	1.17 (0.50)	1.17 (0.49)	1.13 (0.42)	1.10 (0.35)	1.06 (0.28)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)

Πίνακας Α.11: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ								
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.50,2.400)	0.25	1.54	1.53	1.48	1.33	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.47)	(0.12)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.48	3.42	3.13	2.44	1.40	1.02	1.00	1.00	1.00
		(1.54)	(1.49)	(1.33)	(0.96)	(0.51)	(0.12)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	11.83	10.79	7.76	4.10	1.72	1.11	1.00	1.00	1.00
		(7.68)	(6.82)	(4.60)	(2.16)	(0.75)	(0.32)	(0.06)	(0.02)	(0.00)
	0.95	128.33	50.11	14.49	5.00	1.84	1.18	1.02	1.00	1.00
		(139.16)	(46.85)	(11.50)	(3.29)	(0.94)	(0.41)	(0.13)	(0.03)	(0.01)
	1.00	370.46	57.53	14.46	4.97	1.85	1.19	1.02	1.00	1.00
		(523.75)	(59.45)	(12.19)	(3.44)	(0.97)	(0.42)	(0.14)	(0.03)	(0.02)
	1.05	96.69	42.28	13.22	4.85	1.84	1.20	1.03	1.00	1.00
		(120.62)	(45.62)	(11.79)	(3.49)	(0.98)	(0.43)	(0.16)	(0.04)	(0.02)
	1.25	9.14	8.50	6.35	3.70	1.77	1.22	1.05	1.01	1.00
		(9.13)	(8.31)	(5.68)	(2.84)	(1.02)	(0.47)	(0.21)	(0.07)	(0.02)
	1.50	3.34	3.29	3.05	2.48	1.61	1.22	1.06	1.03	1.00
(2.80)		(2.75)	(2.47)	(1.85)	(0.92)	(0.48)	(0.26)	(0.11)	(0.04)	
1.75	2.05	2.04	1.98	1.83	1.44	1.20	1.07	1.02	1.00	
	(1.48)	(1.46)	(1.38)	(1.20)	(0.76)	(0.46)	(0.28)	(0.14)	(0.06)	
2.00	1.57	1.57	1.55	1.49	1.31	1.16	1.07	1.02	1.01	
	(0.94)	(0.94)	(0.91)	(0.85)	(0.63)	(0.43)	(0.28)	(0.16)	(0.09)	
2.50	1.22	1.22	1.22	1.20	1.15	1.10	1.06	1.03	1.01	
	(0.53)	(0.53)	(0.53)	(0.50)	(0.42)	(0.33)	(0.24)	(0.17)	(0.11)	
3.00	1.10	1.10	1.10	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	
	(0.31)	(0.34)	(0.34)	(0.33)	(0.29)	(0.25)	(0.20)	(0.15)	(0.11)	
(0.90,0.60,2.266)	0.25	1.49	1.48	1.44	1.29	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.45)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.36	3.30	3.02	2.35	1.36	1.01	1.00	1.00	1.00
		(1.50)	(1.47)	(1.30)	(0.93)	(0.50)	(0.11)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	12.01	10.94	7.76	4.01	1.67	1.10	1.00	1.00	1.00
		(7.88)	(7.04)	(4.71)	(2.17)	(0.73)	(0.30)	(0.06)	(0.02)	(0.00)
	0.95	141.06	54.21	15.11	5.01	1.80	1.16	1.01	1.00	1.00
		(146.89)	(50.14)	(12.12)	(3.42)	(0.92)	(0.39)	(0.12)	(0.03)	(0.01)
	1.00	370.69	63.51	15.25	5.01	1.81	1.17	1.02	1.00	1.00
		(473.42)	(64.17)	(13.10)	(3.58)	(0.96)	(0.41)	(0.14)	(0.03)	(0.02)
	1.05	108.50	46.89	14.04	4.88	1.81	1.18	1.02	1.00	1.00
		(127.79)	(49.05)	(12.64)	(3.62)	(0.99)	(0.42)	(0.15)	(0.04)	(0.02)
	1.25	9.77	8.98	6.68	3.77	1.75	1.21	1.04	1.01	1.00
		(9.94)	(8.99)	(6.19)	(3.03)	(1.02)	(0.46)	(0.20)	(0.07)	(0.02)
	1.50	3.42	3.36	3.12	2.50	1.60	1.21	1.06	1.01	1.00
(3.01)		(2.93)	(2.65)	(1.94)	(0.94)	(0.48)	(0.25)	(0.11)	(0.04)	
1.75	2.06	2.06	1.99	1.82	1.43	1.19	1.07	1.02	1.00	
	(1.55)	(1.54)	(1.45)	(1.25)	(0.77)	(0.46)	(0.27)	(0.14)	(0.06)	
2.00	1.57	1.57	1.55	1.49	1.31	1.16	1.07	1.02	1.01	
	(0.96)	(0.97)	(0.95)	(0.88)	(0.63)	(0.43)	(0.27)	(0.15)	(0.08)	
2.50	1.22	1.22	1.22	1.20	1.15	1.10	1.05	1.03	1.01	
	(0.53)	(0.53)	(0.53)	(0.50)	(0.41)	(0.33)	(0.24)	(0.16)	(0.11)	
3.00	1.10	1.10	1.10	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	
	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.34)	(0.29)	(0.25)	(0.20)	(0.15)	(0.11)	
(0.90,0.70,2.307)	0.25	1.51	1.50	1.45	1.30	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.53)	(0.52)	(0.51)	(0.46)	(0.11)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.45	3.39	3.09	2.39	1.37	1.01	1.00	1.00	1.00
		(1.55)	(1.52)	(1.34)	(0.95)	(0.50)	(0.11)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	12.85	11.71	8.22	4.17	1.69	1.10	1.00	1.00	1.00
		(8.29)	(7.42)	(4.96)	(2.28)	(0.74)	(0.31)	(0.06)	(0.02)	(0.00)
	0.95	156.71	60.18	16.54	5.31	1.83	1.17	1.02	1.00	1.00
		(158.64)	(53.66)	(12.90)	(3.66)	(0.96)	(0.40)	(0.12)	(0.03)	(0.01)
	1.00	370.34	70.85	16.81	5.32	1.84	1.18	1.02	1.00	1.00
		(439.44)	(68.91)	(14.03)	(3.83)	(1.00)	(0.42)	(0.14)	(0.03)	(0.02)
	1.05	122.42	52.69	15.52	5.20	1.85	1.19	1.03	1.00	1.00
		(137.96)	(52.62)	(13.52)	(3.89)	(1.03)	(0.43)	(0.16)	(0.04)	(0.02)
	1.25	10.90	10.04	7.35	4.04	1.79	1.22	1.04	1.01	1.00
		(10.77)	(9.83)	(6.80)	(3.29)	(1.10)	(0.47)	(0.21)	(0.07)	(0.02)
	1.50	3.69	3.62	3.34	2.63	1.63	1.22	1.06	1.01	1.00
(3.32)		(3.25)	(2.92)	(2.11)	(0.99)	(0.49)	(0.25)	(0.11)	(0.04)	
1.75	2.15	2.15	2.07	1.88	1.45	1.20	1.07	1.02	1.00	
	(1.70)	(1.69)	(1.59)	(1.35)	(0.82)	(0.48)	(0.27)	(0.14)	(0.06)	
2.00	1.61	1.60	1.59	1.52	1.32	1.16	1.07	1.02	1.01	
	(1.06)	(1.04)	(1.03)	(0.94)	(0.67)	(0.44)	(0.27)	(0.15)	(0.09)	
2.50	1.23	1.23	1.22	1.21	1.15	1.10	1.05	1.03	1.01	
	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.53)	(0.43)	(0.34)	(0.25)	(0.17)	(0.11)	
3.00	1.11	1.10	1.10	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	
	(0.36)	(0.36)	(0.36)	(0.35)	(0.30)	(0.25)	(0.20)	(0.15)	(0.11)	
(0.90,0.80,2.431)	0.25	1.55	1.54	1.50	1.34	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.47)	(0.13)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.66	3.58	3.26	2.50	1.41	1.02	1.00	1.00	1.00
		(1.65)	(1.61)	(1.43)	(1.01)	(0.52)	(0.13)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	0.75	13.89	12.68	8.86	4.46	1.75	1.11	1.00	1.00	1.00
		(8.65)	(7.76)	(5.19)	(2.43)	(0.78)	(0.32)	(0.07)	(0.02)	(0.00)
	0.95	178.93	67.51	18.10	5.77	1.91	1.18	1.02	1.00	1.00
		(179.64)	(59.89)	(13.52)	(3.93)	(1.03)	(0.42)	(0.13)	(0.03)	(0.01)
	1.00	370.11	79.76	18.43	5.80	1.92	1.20	1.02	1.00	1.00
		(415.60)	(76.92)	(14.68)	(4.11)	(1.07)	(0.44)	(0.15)	(0.03)	(0.02)
	1.05	137.12	58.67	17.07	5.69	1.93	1.21	1.03	1.00	1.00
		(149.91)	(56.84)	(14.22)	(4.20)	(1.10)	(0.45)	(0.17)	(0.04)	(0.02)

Πίνακας A.11: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.90,0.80,2.431)	1.25	12.15	11.25	8.15	4.37	1.87	1.23	1.05	1.01	1.00	
		(11.51)	(10.60)	(7.32)	(3.56)	(1.18)	(0.50)	(0.22)	(0.08)	(0.02)	
	1.50	4.05	3.97	3.63	2.82	1.70	1.24	1.07	1.01	1.00	
		(3.67)	(3.57)	(3.21)	(2.32)	(1.09)	(0.52)	(0.26)	(0.12)	(0.04)	
	1.75	2.29	2.29	2.20	1.98	1.50	1.21	1.07	1.02	1.00	
		(1.88)	(1.87)	(1.75)	(1.48)	(0.89)	(0.51)	(0.28)	(0.14)	(0.07)	
	2.00	1.68	1.67	1.65	1.57	1.35	1.18	1.07	1.03	1.01	
		(1.15)	(1.15)	(1.13)	(1.02)	(0.72)	(0.47)	(0.29)	(0.16)	(0.09)	
	2.50	1.25	1.25	1.24	1.22	1.16	1.10	1.06	1.03	1.01	
		(0.60)	(0.61)	(0.60)	(0.57)	(0.46)	(0.35)	(0.26)	(0.17)	(0.11)	
	3.00	1.11	1.11	1.11	1.09	1.09	1.06	1.04	1.02	1.01	
		(0.37)	(0.38)	(0.38)	(0.37)	(0.31)	(0.27)	(0.21)	(0.15)	(0.11)	
	(0.90,0.90,2.600)	0.25	1.62	1.61	1.56	1.39	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00
			(0.55)	(0.55)	(0.54)	(0.49)	(0.15)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	3.93	3.85	3.50	2.66	1.46	1.02	1.00	1.00	1.00
			(1.76)	(1.72)	(1.53)	(1.08)	(0.55)	(0.15)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
		0.75	14.97	13.72	9.62	4.84	1.83	1.13	1.01	1.00	1.00
			(9.00)	(8.04)	(5.40)	(2.59)	(0.84)	(0.35)	(0.07)	(0.02)	(0.00)
0.95		205.97	77.33	19.70	6.28	2.01	1.21	1.02	1.00	1.00	
		(205.63)	(69.79)	(14.27)	(4.14)	(1.11)	(0.44)	(0.14)	(0.03)	(0.01)	
1.00		370.97	91.74	20.02	6.32	2.03	1.22	1.03	1.00	1.00	
		(397.11)	(88.33)	(15.35)	(4.35)	(1.16)	(0.47)	(0.16)	(0.04)	(0.02)	
1.05		152.42	65.81	18.62	6.22	2.04	1.23	1.03	1.00	1.00	
		(161.47)	(63.96)	(14.90)	(4.45)	(1.20)	(0.48)	(0.18)	(0.04)	(0.02)	
1.25		13.44	12.44	8.97	4.78	1.97	1.26	1.05	1.01	1.00	
		(12.13)	(11.19)	(7.73)	(3.83)	(1.28)	(0.54)	(0.24)	(0.09)	(0.02)	
1.50		4.45	4.35	3.97	3.06	1.78	1.26	1.07	1.01	1.00	
		(3.95)	(3.85)	(3.49)	(2.54)	(1.19)	(0.57)	(0.28)	(0.12)	(0.04)	
1.75		2.47	2.46	2.36	2.10	1.56	1.23	1.08	1.02	1.00	
		(2.07)	(2.07)	(1.95)	(1.63)	(0.98)	(0.55)	(0.30)	(0.15)	(0.07)	
2.00	1.75	1.75	1.73	1.64	1.39	1.19	1.08	1.03	1.01		
	(1.27)	(1.28)	(1.24)	(1.11)	(0.79)	(0.50)	(0.31)	(0.17)	(0.09)		
2.50	1.27	1.28	1.27	1.25	1.18	1.12	1.06	1.03	1.01		
	(0.65)	(0.66)	(0.65)	(0.61)	(0.49)	(0.38)	(0.27)	(0.18)	(0.11)		
3.00	1.12	1.12	1.12	1.12	1.09	1.07	1.04	1.02	1.01		
	(0.40)	(0.41)	(0.41)	(0.39)	(0.33)	(0.28)	(0.23)	(0.17)	(0.12)		
(0.90,1.00,2.750)	0.25	1.68	1.67	1.61	1.44	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(0.57)	(0.57)	(0.55)	(0.51)	(0.18)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	4.22	4.14	3.75	2.83	1.51	1.03	1.00	1.00	1.00	
		(1.87)	(1.83)	(1.62)	(1.16)	(0.57)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	15.91	14.63	10.27	5.21	1.93	1.15	1.01	1.00	1.00	
		(9.35)	(8.34)	(5.57)	(2.71)	(0.91)	(0.37)	(0.08)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	230.35	87.81	21.03	6.74	2.12	1.23	1.02	1.00	1.00	
		(236.43)	(81.17)	(15.07)	(4.29)	(1.20)	(0.47)	(0.16)	(0.03)	(0.01)	
	1.00	370.21	102.63	21.42	6.79	2.13	1.24	1.03	1.00	1.00	
		(393.86)	(99.42)	(16.19)	(4.52)	(1.25)	(0.49)	(0.17)	(0.04)	(0.02)	
	1.05	162.72	72.47	19.91	6.66	2.15	1.26	1.04	1.00	1.00	
		(169.06)	(70.74)	(15.61)	(4.63)	(1.30)	(0.52)	(0.19)	(0.05)	(0.02)	
	1.25	14.44	13.34	9.63	5.14	2.08	1.28	1.06	1.01	1.00	
		(12.57)	(11.56)	(7.98)	(4.02)	(1.39)	(0.58)	(0.25)	(0.09)	(0.02)	
	1.50	4.80	4.69	4.28	3.28	1.86	1.29	1.08	1.02	1.00	
		(4.16)	(4.07)	(3.70)	(2.72)	(1.28)	(0.61)	(0.30)	(0.13)	(0.05)	
	1.75	2.64	2.63	2.53	2.23	1.62	1.25	1.09	1.02	1.01	
		(2.24)	(2.24)	(2.12)	(1.78)	(1.06)	(0.59)	(0.30)	(0.16)	(0.07)	
2.00	1.84	1.84	1.81	1.71	1.43	1.21	1.09	1.03	1.01		
	(1.40)	(1.39)	(1.36)	(1.22)	(0.87)	(0.54)	(0.33)	(0.18)	(0.10)		
2.50	1.30	1.30	1.30	1.27	1.20	1.13	1.07	1.03	1.01		
	(0.71)	(0.71)	(0.71)	(0.67)	(0.53)	(0.41)	(0.29)	(0.19)	(0.12)		
3.00	1.13	1.13	1.13	1.13	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01		
	(0.44)	(0.43)	(0.44)	(0.43)	(0.36)	(0.30)	(0.24)	(0.17)	(0.13)		
(0.90,1.10,2.924)	0.25	1.76	1.74	1.69	1.50	1.05	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(0.61)	(0.60)	(0.58)	(0.53)	(0.22)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	4.54	4.44	4.03	3.03	1.58	1.04	1.00	1.00	1.00	
		(1.96)	(1.92)	(1.71)	(1.24)	(0.61)	(0.19)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	17.10	15.64	10.92	5.59	2.04	1.17	1.01	1.00	1.00	
		(10.09)	(8.97)	(5.74)	(2.82)	(0.98)	(0.40)	(0.09)	(0.02)	(0.00)	
	0.95	257.35	101.60	22.74	7.20	2.24	1.26	1.03	1.00	1.00	
		(260.83)	(96.73)	(16.50)	(4.41)	(1.28)	(0.51)	(0.17)	(0.03)	(0.02)	
	1.00	370.34	115.63	23.18	7.26	2.26	1.27	1.03	1.00	1.00	
		(383.64)	(113.13)	(17.68)	(4.66)	(1.34)	(0.53)	(0.19)	(0.04)	(0.02)	
	1.05	172.86	81.56	21.41	7.12	2.28	1.28	1.04	1.00	1.00	
		(177.40)	(80.40)	(16.79)	(4.78)	(1.40)	(0.55)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
	1.25	15.46	14.24	10.27	5.52	2.20	1.32	1.07	1.01	1.00	
		(13.12)	(12.03)	(8.24)	(4.18)	(1.49)	(0.62)	(0.26)	(0.10)	(0.03)	
	1.50	5.14	5.05	4.60	3.52	1.95	1.32	1.09	1.02	1.00	
		(4.35)	(4.27)	(3.87)	(2.88)	(1.38)	(0.66)	(0.32)	(0.14)	(0.05)	
	1.75	2.83	2.80	2.70	2.37	1.68	1.28	1.10	1.03	1.01	
		(2.39)	(2.38)	(2.27)	(1.91)	(1.15)	(0.64)	(0.34)	(0.17)	(0.08)	
2.00	1.94	1.93	1.90	1.78	1.48	1.23	1.10	1.03	1.01		
	(1.58)	(1.51)	(1.46)	(1.32)	(0.94)	(0.58)	(0.35)	(0.19)	(0.10)		
2.50	1.34	1.34	1.33	1.30	1.22	1.14	1.08	1.04	1.01		
	(0.77)	(0.76)	(0.77)	(0.73)	(0.58)	(0.44)	(0.31)	(0.20)	(0.12)		
3.00	1.14	1.15	1.14	1.14	1.11	1.08	1.05	1.03	1.02		
	(0.46)	(0.47)	(0.47)	(0.46)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	(0.13)		

Πίνακας Α.12: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ									
		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95,0.50,1.551)	0.25	1.26 (0.44)	1.25 (0.43)	1.21 (0.41)	1.10 (0.31)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	2.76 (1.30)	2.71 (1.27)	2.49 (1.14)	1.96 (0.84)	1.18 (0.39)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	8.83 (6.47)	8.16 (5.88)	5.84 (3.86)	3.18 (1.83)	1.44 (0.61)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.95	87.72 (124.31)	34.17 (39.54)	10.34 (9.51)	3.81 (2.75)	1.56 (0.77)	1.09 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.05 (783.92)	38.32 (50.06)	10.34 (10.18)	3.82 (2.88)	1.57 (0.80)	1.10 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.05	64.31 (106.79)	28.12 (37.74)	9.49 (9.73)	3.73 (2.90)	1.57 (0.82)	1.11 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.25	6.37 (7.06)	5.99 (6.50)	4.69 (4.63)	2.95 (2.38)	1.54 (0.85)	1.14 (0.38)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.50	2.61 (2.23)	2.57 (2.19)	2.42 (1.98)	2.05 (1.51)	1.43 (0.75)	1.15 (0.40)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.73 (1.19)	1.72 (1.17)	1.69 (1.13)	1.58 (0.98)	1.31 (0.63)	1.13 (0.39)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	
	2.00	1.41 (0.78)	1.41 (0.77)	1.39 (0.76)	1.34 (0.70)	1.22 (0.51)	1.11 (0.36)	1.04 (0.22)	1.01 (0.12)	1.00 (0.06)	
	2.50	1.15 (0.44)	1.16 (0.44)	1.15 (0.44)	1.14 (0.41)	1.11 (0.34)	1.11 (0.28)	1.04 (0.20)	1.02 (0.13)	1.01 (0.09)	
	3.00	1.07 (0.28)	1.07 (0.28)	1.07 (0.28)	1.07 (0.27)	1.06 (0.24)	1.04 (0.21)	1.02 (0.16)	1.01 (0.12)	1.01 (0.09)	
	(0.95,0.60,1.432)	0.25	1.22 (0.42)	1.21 (0.41)	1.18 (0.38)	1.08 (0.27)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.67 (1.28)	2.62 (1.26)	2.42 (1.12)	1.88 (0.81)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		9.11 (6.88)	8.35 (6.17)	5.89 (4.04)	3.12 (1.86)	1.40 (0.59)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
0.95		103.65 (133.62)	38.73 (43.87)	11.04 (10.42)	3.83 (2.88)	1.52 (0.76)	1.08 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		370.88 (637.00)	44.62 (56.35)	11.14 (11.23)	3.86 (3.05)	1.54 (0.79)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.05		80.11 (121.26)	32.85 (42.82)	10.26 (10.80)	3.77 (3.08)	1.54 (0.81)	1.10 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.25		6.98 (8.09)	6.52 (7.47)	4.99 (5.18)	3.00 (2.55)	1.52 (0.86)	1.13 (0.37)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.50		2.68 (2.44)	2.63 (2.41)	2.46 (2.14)	2.06 (1.59)	1.42 (0.77)	1.14 (0.39)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	1.00 (0.03)	
1.75		1.74 (1.27)	1.73 (1.24)	1.69 (1.19)	1.58 (1.02)	1.30 (0.64)	1.13 (0.38)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	
2.00		1.40 (0.81)	1.40 (0.80)	1.38 (0.78)	1.34 (0.71)	1.21 (0.51)	1.11 (0.35)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)	1.00 (0.06)	
2.50		1.15 (0.43)	1.15 (0.44)	1.15 (0.44)	1.14 (0.42)	1.10 (0.34)	1.07 (0.27)	1.03 (0.20)	1.02 (0.13)	1.01 (0.09)	
3.00		1.07 (0.27)	1.07 (0.28)	1.07 (0.28)	1.06 (0.27)	1.05 (0.24)	1.04 (0.20)	1.02 (0.16)	1.01 (0.12)	1.01 (0.09)	
(0.95,0.70,1.485)		0.25	1.24 (0.43)	1.23 (0.42)	1.19 (0.39)	1.09 (0.29)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.76 (1.35)	2.71 (1.32)	2.48 (1.17)	1.93 (0.84)	1.17 (0.38)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	10.03 (7.45)	9.14 (6.65)	6.37 (4.40)	3.29 (2.00)	1.42 (0.61)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.95	120.02 (141.32)	45.33 (47.47)	12.53 (11.50)	4.15 (3.19)	1.55 (0.80)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.58 (546.54)	53.33 (61.63)	12.75 (12.55)	4.17 (3.35)	1.57 (0.84)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.05	94.81 (128.60)	39.66 (47.63)	11.80 (12.10)	4.09 (3.40)	1.58 (0.86)	1.11 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.25	8.10 (9.33)	7.54 (8.61)	5.61 (5.90)	3.23 (2.86)	1.45 (0.83)	1.14 (0.38)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.50	2.91 (2.80)	2.86 (2.74)	2.66 (2.44)	2.18 (1.79)	1.33 (0.69)	1.15 (0.41)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.82 (1.41)	1.80 (1.38)	1.77 (1.32)	1.63 (1.12)	1.33 (0.69)	1.13 (0.40)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	
	2.00	1.44 (0.88)	1.43 (0.88)	1.42 (0.85)	1.36 (0.77)	1.22 (0.55)	1.11 (0.37)	1.04 (0.22)	1.01 (0.12)	1.00 (0.06)	
	2.50	1.16 (0.46)	1.16 (0.46)	1.16 (0.47)	1.15 (0.44)	1.11 (0.35)	1.07 (0.28)	1.04 (0.20)	1.02 (0.14)	1.01 (0.09)	
	3.00	1.07 (0.29)	1.07 (0.30)	1.07 (0.30)	1.07 (0.28)	1.06 (0.25)	1.04 (0.20)	1.02 (0.16)	1.01 (0.12)	1.01 (0.09)	
	(0.95,0.80,1.641)	0.25	1.29 (0.46)	1.28 (0.45)	1.24 (0.43)	1.12 (0.33)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.99 (1.47)	2.93 (1.44)	2.66 (1.27)	2.05 (0.90)	1.20 (0.41)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		11.33 (8.05)	10.34 (7.25)	7.15 (4.82)	3.61 (2.19)	1.48 (0.67)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
0.95		139.26 (152.51)	52.65 (50.67)	14.51 (12.58)	4.65 (3.54)	1.63 (0.57)	1.10 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		370.44 (488.60)	62.28 (65.91)	14.87 (13.71)	4.68 (3.74)	1.64 (0.91)	1.12 (0.34)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.05		110.93 (135.64)	46.69 (50.94)	13.79 (13.37)	4.59 (3.79)	1.66 (0.95)	1.12 (0.36)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	

Πίνακας A.12: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50(0.10)1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

		δ								
(q, α, L_2)	ρ	0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.95,0.80,1.641)	1.25	9.55 (10.49)	8.91 (9.77)	6.51 (6.68)	3.61 (3.25)	1.63 (1.02)	1.15 (0.41)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.50	3.27 (3.22)	3.21 (3.12)	2.98 (2.82)	2.37 (2.05)	1.51 (0.92)	1.16 (0.44)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)
	1.75	1.96 (1.62)	1.94 (1.60)	1.89 (1.51)	1.73 (1.28)	1.37 (0.77)	1.15 (0.43)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)	1.00 (0.05)
	2.00	1.50 (0.99)	1.49 (0.98)	1.47 (0.97)	1.41 (0.87)	1.25 (0.61)	1.13 (0.40)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	1.00 (0.07)
	2.50	1.18 (0.51)	1.18 (0.51)	1.18 (0.51)	1.16 (0.48)	1.12 (0.38)	1.08 (0.30)	1.04 (0.21)	1.02 (0.14)	1.01 (0.09)
	3.00	1.08 (0.32)	1.08 (0.32)	1.08 (0.32)	1.07 (0.31)	1.06 (0.26)	1.04 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.13)	1.01 (0.10)
(0.95,0.90,1.838)	0.25	1.35 (0.49)	1.34 (0.49)	1.30 (0.47)	1.17 (0.37)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	3.28 (1.63)	3.22 (1.59)	2.91 (1.40)	2.21 (0.98)	1.25 (0.45)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	12.78 (8.58)	11.63 (7.72)	8.08 (5.21)	4.00 (2.43)	1.56 (0.73)	1.06 (0.24)	1.00 (0.04)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)
	0.95	157.98 (166.73)	59.55 (54.32)	16.52 (13.35)	5.25 (3.92)	1.73 (0.97)	1.12 (0.35)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	370.53 (445.35)	70.75 (70.66)	16.92 (14.61)	5.27 (4.11)	1.75 (1.02)	1.13 (0.37)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)
	1.05	125.70 (145.27)	53.34 (54.75)	15.79 (14.25)	5.19 (4.22)	1.76 (1.06)	1.15 (0.39)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)
	1.25	11.18 (11.63)	10.35 (10.65)	7.50 (7.38)	4.06 (3.62)	1.73 (1.13)	1.18 (0.45)	1.03 (0.18)	1.00 (0.06)	1.00 (0.04)
	1.50	3.71 (3.65)	3.63 (3.54)	3.35 (3.19)	2.61 (2.30)	1.58 (1.04)	1.18 (0.48)	1.05 (0.22)	1.01 (0.09)	1.00 (0.04)
	1.75	2.13 (1.86)	2.11 (1.83)	2.05 (1.72)	1.84 (1.45)	1.42 (0.86)	1.17 (0.47)	1.05 (0.25)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)
	2.00	1.58 (1.12)	1.58 (1.12)	1.55 (1.10)	1.48 (0.98)	1.29 (0.69)	1.14 (0.44)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	1.00 (0.07)
	2.50	1.20 (0.57)	1.21 (0.57)	1.20 (0.56)	1.18 (0.53)	1.13 (0.42)	1.09 (0.33)	1.04 (0.23)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)
	3.00	1.09 (0.35)	1.09 (0.35)	1.09 (0.35)	1.08 (0.33)	1.07 (0.28)	1.05 (0.24)	1.03 (0.19)	1.02 (0.14)	1.01 (0.10)
(0.95,1.00,2.055)	0.25	1.43 (0.53)	1.42 (0.52)	1.37 (0.50)	1.23 (0.42)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	3.62 (1.79)	3.55 (1.75)	3.21 (1.54)	2.42 (1.09)	1.31 (0.49)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	14.16 (8.95)	12.93 (8.09)	9.05 (5.54)	4.47 (2.65)	1.66 (0.81)	1.08 (0.27)	1.00 (0.05)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)
	0.95	179.27 (184.73)	66.97 (60.42)	18.46 (13.96)	5.90 (4.26)	1.85 (1.09)	1.15 (0.39)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)
	1.00	370.92 (417.95)	79.84 (77.70)	18.82 (15.12)	5.93 (4.47)	1.87 (1.14)	1.16 (0.41)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)
	1.05	141.30 (157.80)	59.38 (58.40)	17.62 (14.86)	5.84 (4.58)	1.88 (1.18)	1.17 (0.43)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)
	1.25	12.74 (12.37)	11.72 (11.32)	8.51 (7.93)	4.53 (3.95)	1.85 (1.26)	1.20 (0.49)	1.04 (0.20)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.50	4.18 (4.03)	4.10 (3.94)	3.75 (3.56)	2.89 (2.58)	1.68 (1.17)	1.21 (0.53)	1.05 (0.24)	1.01 (0.10)	1.00 (0.04)
	1.75	2.33 (2.08)	2.32 (2.07)	2.23 (1.94)	1.99 (1.64)	1.49 (0.97)	1.19 (0.52)	1.06 (0.27)	1.02 (0.13)	1.00 (0.05)
	2.00	1.68 (1.26)	1.67 (1.27)	1.65 (1.23)	1.56 (1.10)	1.34 (0.77)	1.16 (0.48)	1.07 (0.28)	1.02 (0.15)	1.01 (0.08)
	2.50	1.23 (0.63)	1.24 (0.64)	1.23 (0.63)	1.21 (0.59)	1.15 (0.47)	1.10 (0.36)	1.05 (0.25)	1.02 (0.16)	1.01 (0.10)
	3.00	1.10 (0.38)	1.10 (0.39)	1.10 (0.39)	1.10 (0.37)	1.08 (0.31)	1.06 (0.27)	1.03 (0.21)	1.02 (0.15)	1.01 (0.11)
(0.95,1.10,2.275)	0.25	1.52 (0.67)	1.51 (0.56)	1.45 (0.54)	1.29 (0.46)	1.01 (0.11)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.02 (1.95)	3.94 (1.91)	3.55 (1.69)	2.64 (1.20)	1.38 (0.54)	1.01 (0.10)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	15.43 (9.22)	14.15 (8.33)	9.97 (5.77)	4.98 (2.86)	1.78 (0.90)	1.10 (0.31)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	201.25 (203.29)	76.11 (69.01)	20.12 (14.52)	6.54 (4.53)	1.99 (1.20)	1.17 (0.43)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)
	1.00	370.80 (401.90)	90.45 (87.32)	20.53 (15.63)	6.61 (4.77)	2.01 (1.26)	1.19 (0.46)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)
	1.05	153.46 (164.93)	65.80 (63.72)	19.16 (15.22)	6.49 (4.89)	2.03 (1.31)	1.20 (0.47)	1.02 (0.16)	1.05 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.25	14.10 (12.84)	13.02 (11.83)	9.43 (8.29)	5.01 (4.25)	1.98 (1.40)	1.24 (0.55)	1.04 (0.21)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.50	4.68 (4.39)	4.58 (4.30)	4.17 (3.88)	3.18 (2.83)	1.79 (1.30)	1.25 (0.59)	1.06 (0.27)	1.01 (0.11)	1.00 (0.05)
	1.75	2.55 (2.31)	2.54 (2.32)	2.42 (2.16)	2.15 (1.82)	1.56 (1.07)	1.22 (0.58)	1.07 (0.30)	1.02 (0.14)	1.00 (0.06)
	2.00	1.79 (1.43)	1.78 (1.42)	1.75 (1.37)	1.65 (1.24)	1.39 (0.86)	1.18 (0.53)	1.07 (0.31)	1.02 (0.16)	1.01 (0.09)
	2.50	1.27 (0.71)	1.27 (0.71)	1.27 (0.71)	1.24 (0.66)	1.17 (0.52)	1.11 (0.39)	1.06 (0.28)	1.03 (0.18)	1.01 (0.11)
	3.00	1.12 (0.43)	1.12 (0.43)	1.12 (0.43)	1.11 (0.41)	1.09 (0.35)	1.06 (0.29)	1.04 (0.22)	1.01 (0.16)	1.01 (0.12)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Παράρτημα Κεφαλαίου 4

Το Παράρτημα Β παρουσιάζει τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 4 για τα Max-TEWMA, Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Β.1 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το Max-TEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00\}$, όταν $ARL_0 \approx 185$ και 250 και $n = 5$. Επίσης, τα Παραρτήματα Β.2 και Β.3 περιέχουν τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για τα Max-GWMA και Max-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Να σημειωθεί ότι τα ARL και SDRL αποτελέσματα των Max-GWMA και Max-DGWMA διαγραμμάτων με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ δίνονται στους Πίνακες 4.4 και 4.5, αντίστοιχα, με $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις για το μέσο της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$, ενώ για τη μεταβλητότητα της διεργασίας είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00\}$. Να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ σχετίζεται με την εντός ελέγχου κατάσταση.

Β.1 Απόδοση του Max-TEWMA διαγράμματος

Πίνακας Β.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$.

(λ, K_3)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.05,1.1560)	0.25	1.06	1.06	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.23)	(0.23)	(0.23)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		2.65	2.61	2.23	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.69)	(1.66)	(1.31)	(0.39)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	11.47	8.53	3.98	1.36	1.02	1.00	1.00	1.00	(8.82)	(6.63)	(3.00)	(0.69)	(0.14)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		185.19	15.04	4.91	1.55	1.07	1.00	1.00	1.00	(244.23)	(14.43)	(4.51)	(1.01)	(0.29)	(0.07)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	1.25	10.13	7.35	4.02	1.62	1.12	1.02	1.00	1.00	(11.67)	(8.34)	(4.29)	(1.23)	(0.40)	(0.13)	(0.05)	(0.02)	(0.02)
		3.53	3.22	2.58	1.53	1.14	1.03	1.00	1.00	(4.01)	(3.58)	(2.72)	(1.18)	(0.48)	(0.18)	(0.07)	(0.00)	(0.03)
	1.75	2.03	1.97	1.79	1.38	1.14	1.04	1.01	1.00	(2.02)	(1.94)	(1.63)	(0.98)	(0.49)	(0.22)	(0.10)	(0.04)	(0.04)
		1.52	1.50	1.43	1.25	1.11	1.04	1.01	1.00	(1.23)	(1.20)	(1.09)	(0.75)	(0.45)	(0.24)	(0.12)	(0.05)	(0.05)
	2.50	1.17	1.18	1.16	1.11	1.07	1.04	1.02	1.01	(0.60)	(0.61)	(0.57)	(0.43)	(0.33)	(0.23)	(0.14)	(0.08)	(0.08)
		1.07	1.07	1.07	1.05	1.04	1.02	1.01	1.01	(0.35)	(0.35)	(0.34)	(0.28)	(0.22)	(0.17)	(0.13)	(0.09)	(0.09)
(0.10,1.5890)	0.25	1.17	1.17	1.17	1.04	1.00	1.00	1.00	(0.38)	(0.38)	(0.38)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.20	3.19	2.83	1.33	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.85)	(1.83)	(1.53)	(0.54)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	12.86	10.11	4.91	1.57	1.04	1.00	1.00	1.00	(8.37)	(6.53)	(3.19)	(0.85)	(0.22)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		185.15	17.11	5.78	1.78	1.11	1.01	1.00	1.00	(210.33)	(13.96)	(4.57)	(1.18)	(0.37)	(0.10)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	1.25	11.87	8.73	4.79	1.85	1.18	1.03	1.00	1.00	(11.47)	(8.36)	(4.48)	(1.40)	(0.49)	(0.17)	(0.05)	(0.02)	(0.02)
		4.25	3.86	3.07	1.73	1.21	1.05	1.01	1.00	(4.26)	(3.85)	(2.98)	(1.37)	(0.58)	(0.24)	(0.10)	(0.04)	(0.04)
	1.75	2.37	2.28	2.06	1.53	1.20	1.06	1.01	1.00	(2.25)	(2.15)	(1.86)	(1.14)	(0.58)	(0.28)	(0.12)	(0.05)	(0.05)
		1.69	1.67	1.58	1.35	1.16	1.06	1.02	1.01	(1.39)	(1.38)	(1.25)	(0.87)	(0.54)	(0.30)	(0.15)	(0.07)	(0.07)
	2.50	1.24	1.23	1.21	1.15	1.10	1.05	1.02	1.01	(0.70)	(0.69)	(0.66)	(0.52)	(0.38)	(0.27)	(0.17)	(0.10)	(0.10)
		1.10	1.10	1.09	1.07	1.05	1.03	1.02	1.01	(0.41)	(0.42)	(0.39)	(0.33)	(0.27)	(0.21)	(0.16)	(0.11)	(0.11)
(0.20,2.060)	0.25	1.36	1.36	1.36	1.25	1.00	1.00	1.00	(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.43)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.71	3.70	3.41	1.64	1.02	1.00	1.00	1.00	(1.82)	(1.82)	(1.58)	(0.67)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	14.04	11.27	5.66	1.85	1.10	1.00	1.00	1.00	(8.87)	(6.48)	(3.04)	(0.96)	(0.31)	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
		185.16	19.25	6.34	2.02	1.18	1.02	1.00	1.00	(192.58)	(15.18)	(4.29)	(1.26)	(0.46)	(0.14)	(0.03)	(0.01)	(0.01)
	1.25	13.19	9.58	5.30	2.08	1.26	1.05	1.00	1.00	(11.78)	(8.08)	(4.26)	(1.48)	(0.58)	(0.22)	(0.07)	(0.02)	(0.02)
		4.71	4.34	3.46	1.94	1.29	1.07	1.01	1.00	(4.08)	(3.77)	(2.95)	(1.46)	(0.66)	(0.29)	(0.12)	(0.05)	(0.05)
	1.75	2.67	2.56	2.31	1.68	1.27	1.09	1.02	1.00	(2.30)	(2.20)	(1.94)	(1.22)	(0.66)	(0.34)	(0.16)	(0.07)	(0.07)
		1.86	1.83	1.75	1.46	1.23	1.09	1.03	1.01	(1.47)	(1.44)	(1.34)	(0.97)	(0.61)	(0.35)	(0.18)	(0.09)	(0.09)
	2.50	1.31	1.30	1.28	1.21	1.13	1.07	1.03	1.01	(0.76)	(0.75)	(0.73)	(0.58)	(0.45)	(0.32)	(0.20)	(0.12)	(0.12)
		1.13	1.13	1.13	1.10	1.07	1.05	1.03	1.02	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	(0.14)	(0.14)
(0.30,2.3510)	0.25	1.52	1.52	1.52	1.43	1.00	1.00	1.00	(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.50)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.89	3.89	3.65	1.83	1.05	1.00	1.00	1.00	(1.73)	(1.73)	(1.53)	(0.69)	(0.21)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	15.83	12.54	5.97	2.01	1.14	1.01	1.00	1.00	(11.17)	(7.90)	(2.98)	(0.98)	(0.37)	(0.07)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
		185.47	21.74	6.57	2.15	1.23	1.03	1.00	1.00	(190.74)	(18.18)	(4.22)	(1.25)	(0.50)	(0.17)	(0.04)	(0.02)	(0.02)
	1.25	13.98	9.99	5.47	2.20	1.31	1.06	1.01	1.00	(12.53)	(8.31)	(4.09)	(1.46)	(0.61)	(0.25)	(0.09)	(0.02)	(0.02)

Πίνακας B.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$ (Συνέχεια).

(λ, K_3)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,2.3510)	1.50	4.86	4.47	3.59	2.03	1.34	1.09	1.02	1.00	
		(3.90)	(3.61)	(2.83)	(1.44)	(0.69)	(0.33)	(0.14)	(0.05)	
	1.75	2.78	2.67	2.41	1.76	1.32	1.11	1.03	1.01	
		(2.22)	(2.12)	(1.88)	(1.21)	(0.68)	(0.37)	(0.18)	(0.09)	
	2.00	1.95	1.91	1.82	1.52	1.26	1.11	1.04	1.01	
		(1.46)	(1.42)	(1.32)	(0.98)	(0.63)	(0.38)	(0.21)	(0.11)	
	2.50	1.35	1.34	1.32	1.24	1.15	1.08	1.04	1.02	
		(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.61)	(0.46)	(0.37)	(0.22)	(0.14)	
	3.00	1.16	1.16	1.15	1.12	1.09	1.06	1.03	1.02	
		(0.49)	(0.48)	(0.47)	(0.41)	(0.34)	(0.27)	(0.20)	(0.15)	
	(0.50,2.7480)	0.25	1.72	1.72	1.72	1.66	1.01	1.00	1.00	1.00
			(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.48)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		4.19	4.19	3.96	2.06	1.12	1.00	1.00	1.00	
		(1.86)	(1.86)	(1.58)	(0.66)	(0.33)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
0.75		24.65	19.51	6.95	2.19	1.23	1.01	1.00	1.00	
		(21.28)	(16.18)	(4.06)	(0.94)	(0.44)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	
1.00		185.38	29.85	7.31	2.28	1.31	1.05	1.00	1.00	
		(185.25)	(27.35)	(5.15)	(1.20)	(0.53)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
1.25		15.86	10.97	5.76	3.20	1.38	1.09	1.01	1.00	
		(14.96)	(9.55)	(4.34)	(1.40)	(0.63)	(0.30)	(0.11)	(0.03)	
1.50		5.02	4.61	3.66	2.12	1.40	1.12	1.03	1.00	
		(3.92)	(3.59)	(2.69)	(1.36)	(0.70)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	
1.75	2.85	2.76	2.49	1.83	1.37	1.14	1.04	1.01		
	(2.09)	(2.02)	(1.77)	(1.15)	(0.68)	(0.39)	(0.21)	(0.10)		
2.00	2.01	1.97	1.87	1.58	1.30	1.14	1.05	1.02		
	(1.36)	(1.32)	(1.23)	(0.94)	(0.62)	(0.40)	(0.23)	(0.12)		
2.50	1.39	1.39	1.36	1.27	1.18	1.10	1.05	1.02		
	(0.75)	(0.75)	(0.71)	(0.60)	(0.36)	(0.35)	(0.25)	(0.15)		
3.00	1.18	1.18	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02		
	(0.56)	(0.48)	(0.48)	(0.42)	(0.36)	(0.29)	(0.22)	(0.16)		
(0.80,3.0620)	0.25	1.91	1.91	1.91	1.82	1.05	1.00	1.00	1.00	
		(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.48)	(0.22)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	7.83	7.83	7.55	2.43	1.22	1.00	1.00	1.00	
		(5.99)	(5.99)	(5.66)	(0.91)	(0.42)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	74.36	62.71	18.07	2.57	1.32	1.02	1.00	1.00	
		(72.72)	(61.07)	(16.55)	(1.32)	(0.49)	(0.15)	(0.02)	(0.00)	
	1.00	185.09	54.49	11.90	2.59	1.40	1.07	1.00	1.00	
		(186.51)	(53.78)	(10.60)	(1.52)	(0.58)	(0.25)	(0.07)	(0.02)	
	1.25	19.27	13.61	6.97	2.50	1.45	1.12	1.02	1.00	
		(18.79)	(12.81)	(5.86)	(1.57)	(0.67)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	
	1.50	5.56	5.03	3.94	2.22	1.46	1.15	1.04	1.01	
		(4.78)	(4.17)	(3.08)	(1.42)	(0.71)	(0.39)	(0.19)	(0.08)	
1.75	2.96	2.85	2.56	1.88	1.40	1.17	1.06	1.01		
	(2.21)	(2.11)	(1.82)	(1.16)	(0.67)	(0.41)	(0.23)	(0.12)		
2.00	2.06	2.02	1.91	1.61	1.34	1.16	1.07	1.02		
	(1.35)	(1.32)	(1.21)	(0.89)	(0.61)	(0.41)	(0.26)	(0.14)		
2.50	1.42	1.41	1.39	1.30	1.21	1.12	1.06	1.03		
	(0.73)	(0.72)	(0.69)	(0.59)	(0.47)	(0.36)	(0.26)	(0.17)		
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.09	1.05	1.03		
	(0.47)	(0.47)	(0.46)	(0.42)	(0.36)	(0.30)	(0.23)	(0.17)		
(1.00,3.0920)	0.25	4.71	4.71	4.71	4.69	1.06	1.00	1.00	1.00	
		(4.18)	(4.18)	(4.18)	(4.16)	(0.26)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	50.41	50.41	50.22	11.82	1.30	1.00	1.00	1.00	
		(50.25)	(50.25)	(50.10)	(11.24)	(0.64)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	231.03	207.68	96.87	6.25	1.46	1.02	1.00	1.00	
		(229.88)	(207.26)	(96.77)	(5.71)	(0.82)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	
	1.00	185.35	97.61	30.01	4.39	1.56	1.08	1.00	1.00	
		(185.86)	(97.45)	(29.57)	(3.79)	(0.94)	(0.29)	(0.07)	(0.02)	
	1.25	25.17	19.69	11.16	3.46	1.60	1.13	1.02	1.00	
		(24.73)	(19.14)	(10.70)	(2.91)	(1.00)	(0.39)	(0.14)	(0.04)	
	1.50	7.17	6.48	5.13	2.70	1.57	1.17	1.04	1.01	
		(6.64)	(5.96)	(4.60)	(2.16)	(0.96)	(0.46)	(0.20)	(0.08)	
1.75	3.48	3.36	3.00	2.11	1.48	1.19	1.06	1.01		
	(2.91)	(2.80)	(2.48)	(1.54)	(0.84)	(0.47)	(0.25)	(0.12)		
2.00	2.26	2.22	2.09	1.72	1.38	1.18	1.07	1.02		
	(1.70)	(1.66)	(1.52)	(1.12)	(0.72)	(0.46)	(0.28)	(0.14)		
2.50	1.47	1.45	1.43	1.33	1.22	1.13	1.07	1.03		
	(0.83)	(0.81)	(0.79)	(0.66)	(0.52)	(0.38)	(0.27)	(0.18)		
3.00	1.21	1.21	1.20	1.17	1.13	1.08	1.05	1.03		
	(0.52)	(0.51)	(0.51)	(0.44)	(0.38)	(0.31)	(0.24)	(0.18)		

Πίνακας Β.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$.

(λ, K_3)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.05,1.3469)	0.25	1.10	1.10	1.10	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.30)	(0.30)	(0.30)	(0.11)	(0.00)	(1.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	2.93	2.91	2.52	1.22	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(1.82)	(1.80)	(1.45)	(0.46)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	12.80	9.71	4.49	1.45	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00
		(9.30)	(7.11)	(3.25)	(0.77)	(0.17)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	1.00	250.05	17.09	5.49	1.65	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00
		(313.51)	(15.26)	(4.80)	(1.11)	(0.33)	(0.08)	(0.02)	(0.02)	(0.00)
	1.25	11.74	8.44	4.53	1.73	1.14	1.02	1.00	1.00	1.00
		(12.68)	(9.07)	(4.65)	(1.34)	(0.45)	(0.15)	(0.05)	(0.02)	(0.02)
	1.50	3.96	3.60	2.85	1.63	1.17	1.04	1.01	1.00	1.00
		(4.36)	(3.91)	(2.96)	(1.30)	(0.54)	(0.21)	(0.08)	(0.03)	(0.03)
	1.75	2.21	2.14	1.93	1.45	1.17	1.05	1.01	1.00	1.00
		(2.22)	(2.14)	(1.80)	(1.07)	(0.54)	(0.25)	(0.11)	(0.04)	(0.04)
	2.00	1.61	1.58	1.51	1.30	1.14	1.05	1.02	1.00	1.00
		(1.34)	(1.32)	(1.19)	(0.83)	(0.50)	(0.28)	(0.14)	(0.06)	(0.06)
	2.50	1.20	1.20	1.19	1.13	1.08	1.04	1.02	1.01	1.01
		(0.66)	(0.67)	(0.62)	(0.49)	(0.36)	(0.26)	(0.16)	(0.09)	(0.09)
3.00	1.08	1.08	1.08	1.06	1.04	1.03	1.02	1.01	1.01	
	(0.38)	(0.38)	(0.36)	(0.30)	(0.24)	(0.19)	(0.14)	(0.10)	(0.10)	
(0.10,1.7880)	0.25	1.24	1.24	1.24	1.10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.45)	(0.45)	(0.45)	(0.31)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.53	3.52	3.16	1.46	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
		(1.96)	(1.95)	(1.64)	(0.62)	(0.10)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	14.09	11.29	5.49	1.71	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00
		(8.70)	(6.88)	(3.38)	(0.93)	(0.26)	(0.04)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
	1.00	250.73	19.13	6.36	1.91	1.14	1.01	1.00	1.00	1.00
		(274.05)	(14.88)	(4.80)	(1.27)	(0.42)	(0.11)	(0.02)	(0.01)	(0.01)
	1.25	13.45	9.85	5.31	1.98	1.21	1.03	1.00	1.00	1.00
		(12.33)	(9.00)	(4.71)	(1.51)	(0.55)	(0.19)	(0.06)	(0.02)	(0.02)
	1.50	4.70	4.29	3.39	1.85	1.25	1.06	1.01	1.00	1.00
		(4.55)	(4.16)	(3.22)	(1.49)	(0.64)	(0.26)	(0.11)	(0.04)	(0.04)
	1.75	2.58	2.47	2.23	1.61	1.23	1.07	1.02	1.00	1.00
		(2.45)	(2.32)	(2.03)	(1.23)	(0.64)	(0.31)	(0.14)	(0.05)	(0.05)
	2.00	1.79	1.77	1.69	1.41	1.20	1.08	1.02	1.01	1.01
		(1.52)	(1.49)	(1.38)	(0.97)	(0.59)	(0.33)	(0.17)	(0.08)	(0.08)
	2.50	1.27	1.27	1.25	1.18	1.11	1.06	1.03	1.01	1.01
		(0.75)	(0.75)	(0.71)	(0.56)	(0.42)	(0.30)	(0.19)	(0.12)	(0.12)
3.00	1.12	1.12	1.11	1.09	1.06	1.04	1.02	1.01	1.01	
	(0.44)	(0.45)	(0.43)	(0.37)	(0.29)	(0.24)	(0.17)	(0.12)	(0.12)	
(0.20,2.2510)	0.25	1.47	1.47	1.47	1.36	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.56)	(0.56)	(0.56)	(0.48)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.01	4.01	3.73	1.79	1.04	1.00	1.00	1.00	1.00
		(1.90)	(1.90)	(1.66)	(0.72)	(0.19)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	15.29	12.43	6.20	1.99	1.13	1.00	1.00	1.00	1.00
		(9.43)	(6.93)	(3.17)	(1.02)	(0.35)	(0.07)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	1.00	250.34	21.45	6.89	2.16	1.22	1.02	1.00	1.00	1.00
		(258.41)	(16.71)	(4.45)	(1.34)	(0.50)	(0.15)	(0.04)	(0.01)	(0.01)
	1.25	14.71	10.60	5.79	2.22	1.30	1.06	1.01	1.00	1.00
		(12.63)	(8.61)	(4.49)	(1.57)	(0.63)	(0.25)	(0.09)	(0.02)	(0.02)
	1.50	5.15	4.72	3.76	2.06	1.34	1.09	1.02	1.00	1.00
		(4.29)	(3.97)	(3.14)	(1.56)	(0.72)	(0.32)	(0.14)	(0.05)	(0.05)
	1.75	2.87	2.75	2.48	1.77	1.31	1.11	1.03	1.01	1.01
		(2.45)	(2.34)	(2.07)	(1.30)	(0.71)	(0.36)	(0.17)	(0.08)	(0.08)
	2.00	1.99	1.94	1.84	1.53	1.26	1.11	1.04	1.01	1.01
		(1.58)	(1.53)	(1.43)	(1.04)	(0.65)	(0.38)	(0.20)	(0.11)	(0.11)
	2.50	1.35	1.34	1.32	1.24	1.15	1.08	1.04	1.02	1.02
		(0.81)	(0.81)	(0.78)	(0.63)	(0.47)	(0.34)	(0.22)	(0.14)	(0.14)
3.00	1.15	1.15	1.15	1.12	1.08	1.06	1.03	1.02	1.02	
	(0.50)	(0.50)	(0.48)	(0.42)	(0.39)	(0.27)	(0.20)	(0.14)	(0.14)	
(0.30,2.5350)	0.25	1.62	1.62	1.62	1.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.51)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.18	4.18	3.95	1.98	1.08	1.00	1.00	1.00	1.00
		(1.79)	(1.79)	(1.59)	(0.72)	(0.27)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.75	17.58	14.03	6.49	2.15	1.18	1.01	1.00	1.00	1.00
		(12.45)	(8.85)	(3.14)	(1.02)	(0.41)	(0.09)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
1.00	250.74	24.71	7.06	2.29	1.28	1.03	1.00	1.00	1.00	
	(256.00)	(20.81)	(4.42)	(1.31)	(0.53)	(0.18)	(0.04)	(0.02)	(0.02)	
1.25	15.77	11.12	5.94	2.33	1.36	1.07	1.01	1.00	1.00	
	(13.98)	(9.16)	(4.35)	(1.53)	(0.66)	(0.28)	(0.10)	(0.03)	(0.03)	

Πίνακας B.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$ (Συνέχεια).

(λ, K_3)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.30,2.5350)	1.50	5.25 (4.10)	4.84 (3.80)	3.86 (2.98)	2.15 (1.53)	1.39 (0.74)	1.11 (0.36)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)
	1.75	2.97 (2.34)	2.85 (2.25)	2.57 (1.99)	1.84 (1.29)	1.36 (0.73)	1.13 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.09)
	2.00	2.06 (1.54)	2.02 (1.49)	1.91 (1.39)	1.59 (1.04)	1.30 (0.67)	1.13 (0.40)	1.05 (0.22)	1.01 (0.12)
	2.50	1.39 (0.82)	1.38 (0.82)	1.36 (0.79)	1.27 (0.65)	1.17 (0.50)	1.10 (0.36)	1.05 (0.24)	1.02 (0.15)
	3.00	1.18 (0.51)	1.17 (0.51)	1.17 (0.50)	1.14 (0.44)	1.10 (0.36)	1.07 (0.29)	1.04 (0.22)	1.02 (0.15)
	0.25	1.81 (0.56)	1.81 (0.56)	1.81 (0.56)	1.75 (0.47)	1.02 (0.14)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
(0.50,2.9220)	0.50	4.49 (1.99)	4.49 (1.99)	4.25 (1.69)	2.19 (0.67)	1.17 (0.38)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	29.02 (25.21)	23.30 (19.60)	7.70 (4.61)	2.31 (0.97)	1.27 (0.47)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	250.80 (248.83)	35.67 (33.06)	7.97 (5.61)	2.41 (1.25)	1.36 (0.56)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.25	18.05 (17.05)	12.22 (10.70)	6.24 (4.66)	2.42 (1.46)	1.43 (0.67)	1.10 (0.32)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.46 (4.28)	4.96 (3.83)	3.94 (2.89)	2.23 (1.42)	1.45 (0.73)	1.14 (0.39)	1.03 (0.18)	1.00 (0.07)
	1.75	3.03 (2.21)	2.93 (2.12)	2.63 (1.86)	1.91 (1.22)	1.41 (0.71)	1.16 (0.42)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)
(0.80,3.2180)	2.00	2.11 (1.42)	2.06 (1.38)	1.95 (1.29)	1.63 (0.98)	1.34 (0.66)	1.16 (0.42)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)
	2.50	1.43 (0.79)	1.43 (0.78)	1.40 (0.75)	1.30 (0.64)	1.20 (0.50)	1.12 (0.38)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.51)	1.20 (0.50)	1.19 (0.50)	1.16 (0.44)	1.12 (0.37)	1.08 (0.31)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
	0.25	2.01 (0.64)	2.01 (0.64)	2.01 (0.64)	1.91 (0.51)	1.10 (0.31)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	9.05 (7.18)	9.05 (7.18)	8.79 (6.88)	2.60 (0.99)	1.28 (0.45)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	95.28 (93.16)	81.73 (79.23)	22.69 (21.12)	2.74 (1.42)	1.37 (0.52)	1.03 (0.17)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
(1.00,3.2430)	1.00	250.83 (252.61)	69.05 (68.80)	13.75 (12.33)	2.75 (1.62)	1.44 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	22.71 (22.09)	15.78 (14.93)	7.75 (6.61)	2.64 (1.68)	1.50 (0.71)	1.13 (0.35)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	6.12 (5.33)	5.48 (4.63)	4.24 (3.33)	2.34 (1.52)	1.51 (0.75)	1.17 (0.41)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)
	1.75	3.14 (2.36)	3.02 (2.24)	2.70 (1.94)	1.96 (1.22)	1.45 (0.71)	1.19 (0.44)	1.06 (0.25)	1.02 (0.12)
	2.00	2.15 (1.43)	2.11 (1.41)	2.00 (1.28)	1.66 (0.95)	1.37 (0.64)	1.18 (0.43)	1.07 (0.27)	1.02 (0.15)
	2.50	1.46 (0.76)	1.45 (0.76)	1.42 (0.73)	1.33 (0.62)	1.22 (0.50)	1.13 (0.37)	1.07 (0.27)	1.03 (0.18)
(1.00,3.2430)	3.00	1.22 (0.50)	1.22 (0.50)	1.21 (0.49)	1.17 (0.43)	1.13 (0.38)	1.09 (0.32)	1.06 (0.24)	1.03 (0.18)
	0.25	5.88 (5.40)	5.88 (5.40)	5.88 (5.40)	5.87 (5.38)	1.13 (0.39)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	66.35 (66.50)	66.35 (66.50)	66.19 (66.41)	16.72 (16.02)	1.41 (0.76)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	316.26 (316.38)	286.89 (286.06)	133.54 (130.85)	7.62 (7.08)	1.56 (0.94)	1.03 (0.18)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	250.25 (250.48)	127.28 (126.65)	37.28 (36.68)	4.98 (4.37)	1.65 (1.04)	1.09 (0.32)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.25	30.61 (30.08)	23.56 (23.08)	13.01 (12.45)	3.80 (3.23)	1.68 (1.08)	1.15 (0.42)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)
(1.00,3.2430)	1.50	8.12 (7.63)	7.32 (6.78)	5.69 (5.11)	2.91 (2.37)	1.64 (1.04)	1.20 (0.49)	1.05 (0.22)	1.01 (0.09)
	1.75	3.87 (3.21)	3.63 (3.08)	3.23 (2.71)	2.23 (1.67)	1.53 (0.90)	1.21 (0.51)	1.07 (0.27)	1.02 (0.13)
	2.00	2.40 (1.85)	2.35 (1.79)	2.20 (1.64)	1.79 (1.19)	1.42 (0.76)	1.20 (0.49)	1.08 (0.29)	1.02 (0.16)
	2.50	1.51 (0.88)	1.50 (0.86)	1.47 (0.83)	1.36 (0.70)	1.24 (0.54)	1.14 (0.40)	1.07 (0.28)	1.03 (0.19)
	3.00	1.23 (0.55)	1.23 (0.54)	1.22 (0.53)	1.18 (0.47)	1.14 (0.40)	1.10 (0.33)	1.06 (0.25)	1.03 (0.19)

B.2 Απόδοση του Max-GWMA διαγράμματος

Πίνακας Β.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70$, $\alpha = 0.50$, 0.60 , 0.70 , 0.80 , 0.90 , 1.10) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.70,0.50,3.4135)	0.25	2.42 (0.87)	2.42 (0.87)	2.42 (0.87)	2.33 (0.76)	1.21 (0.41)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	7.59 (3.62)	7.59 (3.62)	7.43 (3.44)	3.23 (1.14)	1.38 (0.51)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	37.74 (26.01)	33.07 (21.56)	13.20 (6.90)	3.20 (1.50)	1.47 (0.61)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.20 (362.33)	42.30 (33.30)	10.97 (6.94)	3.07 (1.69)	1.54 (0.71)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	20.09 (16.44)	14.21 (11.04)	7.53 (5.28)	2.87 (1.74)	1.59 (0.80)	1.16 (0.40)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	6.17 (4.62)	5.60 (4.13)	4.43 (3.12)	2.51 (1.60)	1.59 (0.83)	1.20 (0.46)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.32 (2.33)	3.19 (2.23)	2.86 (1.95)	2.09 (1.29)	1.51 (0.78)	1.22 (0.48)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	
	2.00	2.26 (1.47)	2.22 (1.43)	2.10 (1.33)	1.75 (1.12)	1.42 (0.69)	1.20 (0.46)	1.09 (0.30)	1.03 (0.17)	
	2.50	1.50 (0.80)	1.49 (0.80)	1.47 (0.77)	1.37 (0.66)	1.25 (0.53)	1.15 (0.41)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
	3.00	1.24 (0.53)	1.24 (0.53)	1.23 (0.52)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.11 (0.34)	1.06 (0.26)	1.04 (0.20)	
	(0.70,0.60,3.4000)	0.25	2.29 (0.77)	2.29 (0.77)	2.29 (0.77)	2.20 (0.67)	1.21 (0.41)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.82 (3.16)	6.82 (3.16)	6.63 (2.94)	2.98 (1.00)	1.37 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		35.68 (26.08)	30.82 (21.15)	11.76 (6.18)	3.01 (1.35)	1.45 (0.58)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
1.00		370.42 (370.33)	41.10 (33.73)	10.24 (6.53)	2.93 (1.57)	1.52 (0.68)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.25		19.55 (16.26)	13.71 (10.73)	7.20 (5.03)	2.78 (1.65)	1.57 (0.77)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		5.99 (4.46)	5.45 (3.98)	4.30 (2.98)	2.46 (1.52)	1.57 (0.80)	1.20 (0.45)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
1.75		3.26 (2.27)	3.13 (2.16)	2.82 (1.90)	2.06 (1.26)	1.50 (0.76)	1.21 (0.47)	1.07 (0.27)	1.02 (0.13)	
2.00		2.24 (1.44)	2.20 (1.41)	2.08 (1.30)	1.73 (0.99)	1.41 (0.68)	1.20 (0.46)	1.08 (0.29)	1.03 (0.17)	
2.50		1.50 (0.80)	1.49 (0.79)	1.46 (0.76)	1.36 (0.65)	1.25 (0.52)	1.15 (0.40)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
3.00		1.24 (0.52)	1.24 (0.53)	1.23 (0.51)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.10 (0.33)	1.06 (0.26)	1.04 (0.19)	
(0.70,0.70,3.3930)		0.25	2.20 (0.70)	2.20 (0.70)	2.20 (0.70)	2.11 (0.61)	1.20 (0.40)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.33 (2.93)	6.33 (2.92)	6.14 (2.69)	2.82 (0.91)	1.36 (0.49)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	36.26 (28.40)	30.97 (23.02)	11.04 (6.00)	2.88 (1.25)	1.44 (0.57)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.55 (364.91)	42.06 (35.99)	9.89 (6.47)	2.84 (1.49)	1.51 (0.65)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	19.62 (16.76)	13.59 (10.90)	7.05 (4.92)	2.73 (1.60)	1.56 (0.75)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.91 (4.41)	5.37 (3.93)	4.23 (2.92)	2.43 (1.49)	1.56 (0.78)	1.20 (0.44)	1.05 (0.22)	1.01 (0.10)	
	1.75	3.22 (2.22)	3.10 (2.14)	2.80 (1.88)	2.04 (1.23)	1.50 (0.75)	1.21 (0.46)	1.07 (0.27)	1.02 (0.13)	
	2.00	2.22 (1.42)	2.18 (1.39)	2.06 (1.29)	1.73 (0.98)	1.41 (0.67)	1.20 (0.45)	1.08 (0.29)	1.03 (0.17)	
	2.50	1.49 (0.79)	1.48 (0.08)	1.46 (0.75)	1.36 (0.65)	1.25 (0.52)	1.15 (0.40)	1.08 (0.29)	1.04 (0.20)	
	3.00	1.24 (0.52)	1.24 (0.52)	1.23 (0.51)	1.19 (0.46)	1.15 (0.40)	1.10 (0.33)	1.06 (0.26)	1.04 (0.19)	

Πίνακας B.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.80,3.3800)	0.25	2.13	2.13	2.13	2.04	1.19	1.00	1.00	1.00
		(0.65)	(0.65)	(0.65)	(0.56)	(0.39)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	6.02	6.02	5.81	2.70	1.35	1.00	1.00	1.00
		(2.81)	(2.81)	(2.56)	(0.85)	(0.48)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	38.62	32.52	10.72	2.78	1.43	1.04	1.00	1.00
		(32.39)	(25.88)	(6.14)	(1.18)	(0.55)	(0.20)	(0.03)	(0.00)
	1.00	370.37	44.63	9.72	2.77	1.50	1.10	1.01	1.00
		(367.10)	(40.01)	(6.57)	(1.44)	(0.64)	(0.30)	(0.09)	(0.02)
	1.25	19.84	13.70	6.97	2.68	1.55	1.15	1.03	1.00
		(17.44)	(11.31)	(4.93)	(1.57)	(0.73)	(0.38)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.88	5.33	4.21	2.40	1.55	1.15	1.05	1.01
		(4.44)	(3.94)	(2.93)	(1.47)	(0.77)	(0.38)	(0.22)	(0.10)
1.75	3.20	3.09	2.78	2.03	1.49	1.19	1.07	1.02	
	(2.22)	(2.13)	(1.86)	(1.22)	(0.74)	(0.44)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.17	2.06	1.72	1.40	1.19	1.08	1.03	
	(1.40)	(1.38)	(1.29)	(0.97)	(0.67)	(0.45)	(0.29)	(0.16)	
2.50	1.49	1.48	1.45	1.36	1.25	1.15	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.52)	(0.40)	(0.29)	(0.19)	
3.00	1.24	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04	
	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.40)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	
(0.70,0.90,3.3670)	0.25	2.09	2.09	2.09	1.99	1.18	1.00	1.00	1.00
		(0.62)	(0.62)	(0.62)	(0.52)	(0.39)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.87	5.87	5.65	2.62	1.35	1.00	1.00	1.00
		(2.81)	(2.81)	(2.52)	(0.80)	(0.48)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
	0.75	42.24	35.31	10.72	2.71	1.42	1.04	1.00	1.00
		(37.24)	(29.99)	(6.51)	(1.14)	(0.54)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	1.00	370.57	47.90	9.75	2.73	1.49	1.09	1.01	1.00
		(365.62)	(44.51)	(6.88)	(1.41)	(0.62)	(0.30)	(0.09)	(0.02)
	1.25	20.39	14.01	6.99	2.65	1.54	1.15	1.03	1.00
		(18.32)	(11.96)	(5.06)	(1.54)	(0.72)	(0.38)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.89	5.34	4.20	2.39	1.55	1.19	1.05	1.01
		(4.51)	(4.02)	(2.94)	(1.46)	(0.76)	(0.43)	(0.22)	(0.10)
1.75	3.20	3.09	2.77	2.02	1.49	1.21	1.07	1.02	
	(2.23)	(2.13)	(1.87)	(1.22)	(0.74)	(0.46)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.17	2.05	1.71	1.40	1.19	1.08	1.03	
	(1.41)	(1.39)	(1.29)	(0.97)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.49	1.48	1.45	1.36	1.24	1.15	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.51)	(0.39)	(0.29)	(0.19)	
3.00	1.24	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04	
	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	
(0.70,1.10,3.3400)	0.25	2.03	2.03	2.03	1.94	1.17	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.48)	(0.37)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.81	5.81	5.57	2.51	1.33	1.00	1.00	1.00
		(3.04)	(3.04)	(2.73)	(0.75)	(0.47)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	52.30	43.43	11.62	2.63	1.40	1.04	1.00	1.00
		(49.10)	(40.10)	(8.25)	(1.10)	(0.53)	(0.19)	(0.03)	(0.00)
	1.00	370.22	55.03	10.21	2.67	1.47	1.09	1.01	1.00
		(367.98)	(53.08)	(7.82)	(1.38)	(0.61)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.25	22.18	14.91	7.15	2.62	1.52	1.15	1.02	1.00
		(20.94)	(13.37)	(5.47)	(1.53)	(0.70)	(0.37)	(0.16)	(0.05)
	1.50	5.99	5.40	4.22	2.37	1.53	1.19	1.05	1.01
		(4.77)	(4.21)	(3.04)	(1.45)	(0.76)	(0.43)	(0.21)	(0.97)
1.75	3.21	3.10	2.78	2.02	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.28)	(2.17)	(1.90)	(1.22)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.21	2.17	2.05	1.71	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.42)	(1.39)	(1.29)	(0.98)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.49	1.48	1.45	1.35	1.24	1.14	1.08	1.04	
	(0.79)	(0.78)	(0.76)	(0.65)	(0.52)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	

Πίνακας Β.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.80,0.50,3.386)	0.25	2.33	2.33	2.33	2.24	1.20	1.00	1.00	1.00	(0.80)	(0.80)	(0.80)	(0.70)	(0.40)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		6.81	6.81	6.64	3.05	1.36	1.00	1.00	1.00	(3.03)	(3.03)	(2.82)	(1.03)	(0.50)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	28.75	25.44	11.28	3.06	1.45	1.04	1.00	1.00	(17.10)	(14.45)	(5.41)	(1.38)	(0.59)	(0.20)	(0.03)	(0.00)	
		370.17	34.02	9.98	2.96	1.52	1.10	1.01	1.00	(368.16)	(23.95)	(6.04)	(1.59)	(0.69)	(0.30)	(0.09)	(0.02)	
	1.00	18.22	13.11	7.10	2.79	1.58	1.16	1.03	1.00	(14.19)	(9.73)	(4.86)	(1.66)	(0.78)	(0.39)	(0.16)	(0.05)	
		5.92	5.40	4.29	2.46	1.57	1.20	1.05	1.01	(4.31)	(3.89)	(2.94)	(1.54)	(0.81)	(0.45)	(0.22)	(0.10)	
	1.50	3.24	3.12	2.81	2.06	1.50	1.21	1.07	1.02	(2.23)	(2.14)	(1.88)	(1.26)	(0.77)	(0.47)	(0.27)	(0.13)	
		2.23	2.19	2.07	1.73	1.41	1.20	1.08	1.03	(1.43)	(1.40)	(1.30)	(0.99)	(0.68)	(0.46)	(0.29)	(0.17)	
	2.00	1.50	1.49	1.46	1.36	1.25	1.15	1.08	1.04	(0.80)	(0.79)	(0.76)	(0.65)	(0.52)	(0.40)	(0.29)	(0.19)	
		1.24	1.24	1.23	1.19	1.15	1.10	1.06	1.04	(0.52)	(0.53)	(0.51)	(0.46)	(0.40)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	
	(0.80,0.60,3.364)	0.25	2.20	2.20	2.20	2.12	1.18	1.00	1.00	1.00	(0.71)	(0.71)	(0.71)	(0.63)	(0.39)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			6.09	6.09	5.92	2.83	1.35	1.00	1.00	1.00	(2.62)	(2.62)	(2.41)	(0.91)	(0.49)	(0.07)	(0.00)	(0.00)
0.50		25.91	22.52	9.99	2.87	1.43	1.04	1.00	1.00	(15.86)	(12.89)	(4.77)	(1.25)	(0.57)	(0.19)	(0.03)	(0.00)	
		370.63	31.73	9.20	2.82	1.50	1.09	1.01	1.00	(372.00)	(22.84)	(5.50)	(1.47)	(0.66)	(0.30)	(0.09)	(0.02)	
1.00		17.63	12.57	6.80	2.71	1.56	1.15	1.03	1.00	(13.78)	(9.33)	(4.59)	(1.58)	(0.75)	(0.38)	(0.16)	(0.05)	
		5.74	5.25	4.17	2.41	1.56	1.19	1.05	1.01	(4.15)	(3.74)	(2.84)	(1.48)	(0.78)	(0.44)	(0.22)	(0.10)	
1.50		3.18	3.07	2.77	2.03	1.49	1.21	1.07	1.02	(2.18)	(2.09)	(1.84)	(1.22)	(0.75)	(0.46)	(0.27)	(0.13)	
		2.20	2.17	2.04	1.71	1.40	1.19	1.08	1.03	(1.40)	(1.37)	(1.27)	(0.97)	(0.67)	(0.45)	(0.29)	(0.16)	
2.00		1.49	1.48	1.45	1.35	1.24	1.15	1.08	1.04	(0.78)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.52)	(0.40)	(0.28)	(0.19)	
		1.23	1.23	1.22	1.19	1.14	1.10	1.06	1.04	(0.52)	(0.52)	(0.51)	(0.46)	(0.39)	(0.33)	(0.26)	(0.19)	
(0.80,0.70,3.335)		0.25	2.11	2.11	2.11	2.02	1.17	1.00	1.00	1.00	(0.66)	(0.66)	(0.66)	(0.56)	(0.37)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			5.63	5.63	5.46	2.69	1.33	1.00	1.00	1.00	(2.37)	(2.37)	(2.18)	(0.83)	(0.48)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.50	24.86	21.24	9.21	2.73	1.41	1.04	1.00	1.00	(16.11)	(12.79)	(4.42)	(1.15)	(0.55)	(0.19)	(0.02)	(0.00)	
		370.25	31.36	8.73	2.73	1.48	1.09	1.01	1.00	(377.09)	(23.89)	(5.30)	(1.40)	(0.63)	(0.29)	(0.09)	(0.02)	
	1.00	17.38	12.28	6.60	2.64	1.53	1.15	1.02	1.00	(13.91)	(9.29)	(4.47)	(1.52)	(0.72)	(0.38)	(0.16)	(0.05)	
		5.64	5.14	4.10	2.37	1.54	1.19	1.05	1.01	(4.06)	(3.67)	(2.80)	(1.44)	(0.76)	(0.43)	(0.21)	(0.10)	
	1.50	3.13	3.02	2.73	2.01	1.48	1.20	1.07	1.02	(2.14)	(2.06)	(1.81)	(1.20)	(0.73)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
		2.18	2.14	2.03	1.70	1.39	1.19	1.08	1.03	(1.38)	(1.35)	(1.26)	(0.96)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
	2.00	1.48	1.47	1.44	1.35	1.24	1.14	1.08	1.04	(1.38)	(0.77)	(0.75)	(0.63)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
		1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	(0.52)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.33)	(0.25)	(0.19)	

Πίνακας B.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.80,0.80,3.309)	0.25	2.05	2.05	2.05	1.96	1.15	1.00	1.00	1.00	(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.52)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		5.34	5.34	5.16	2.56	1.32	1.00	1.00	1.00	(2.24)	(2.24)	(2.04)	(0.77)	(0.47)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	25.17	21.28	8.77	2.64	1.40	1.04	1.00	1.00	(17.49)	(13.82)	(4.29)	(1.09)	(0.53)	(0.19)	(0.02)	(0.00)	
		369.72	32.27	8.50	2.66	1.47	1.09	1.01	1.00	(374.61)	(25.78)	(5.27)	(1.35)	(0.62)	(0.29)	(0.09)	(0.02)	
	0.75	17.53	12.30	6.52	2.59	1.52	1.14	1.02	1.00	(14.47)	(9.48)	(4.44)	(1.48)	(0.71)	(0.37)	(0.15)	(0.05)	
		5.59	5.10	4.07	2.34	1.53	1.18	1.05	1.01	(4.07)	(3.68)	(2.80)	(1.42)	(0.75)	(0.43)	(0.21)	(0.09)	
	1.00	3.11	3.01	2.71	1.99	1.47	1.20	1.07	1.02	(2.14)	(2.04)	(1.81)	(1.19)	(0.72)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
		2.17	2.13	2.01	1.69	1.38	1.19	1.08	1.03	(1.38)	(1.34)	(1.25)	(0.94)	(0.65)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
	1.25	1.47	1.47	1.44	1.34	1.24	1.14	1.07	1.03	(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.28)	(0.19)	
		1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	(0.51)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
	(0.80,0.90,3.281)	0.25	2.01	2.01	2.01	1.92	1.13	1.00	1.00	1.00	(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.48)	(0.34)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			5.15	5.15	4.95	2.48	1.31	1.00	1.00	1.00	(2.18)	(2.18)	(1.96)	(0.73)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
0.50		26.57	22.10	8.57	2.57	1.39	1.03	1.00	1.00	(20.10)	(15.57)	(4.33)	(1.04)	(0.53)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
		370.00	34.10	8.41	2.61	1.46	1.09	1.01	1.00	(373.35)	(28.90)	(5.35)	(1.30)	(0.60)	(0.29)	(0.08)	(0.02)	
0.75		17.93	12.43	6.48	2.56	1.51	1.14	1.02	1.00	(15.34)	(9.85)	(4.49)	(1.46)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.05)	
		5.58	5.08	4.05	2.32	1.52	1.19	1.04	1.01	(4.10)	(3.69)	(2.80)	(1.41)	(0.71)	(0.44)	(0.21)	(0.09)	
1.00		3.11	3.00	2.70	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02	(2.16)	(2.05)	(1.82)	(1.17)	(0.71)	(0.44)	(0.26)	(0.13)	
		2.16	2.12	2.01	1.68	1.38	1.18	1.08	1.03	(1.38)	(1.35)	(1.25)	(0.95)	(0.65)	(0.43)	(0.28)	(0.16)	
1.25		1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03	(0.77)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.50)	(0.38)	(0.28)	(0.19)	
		1.23	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	(0.51)	(0.51)	(0.50)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
(0.80,1.10,3.250)		0.25	1.96	1.96	1.96	1.88	1.12	1.00	1.00	1.00	(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.45)	(0.32)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			5.01	5.01	4.80	2.40	1.29	1.00	1.00	1.00	(2.20)	(2.20)	(1.95)	(0.70)	(0.46)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.50	32.45	26.66	8.74	2.51	1.38	1.03	1.00	1.00	(27.44)	(21.63)	(4.99)	(1.01)	(0.52)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	
		370.80	40.09	8.63	2.57	1.44	1.08	1.01	1.00	(371.05)	(36.46)	(5.85)	(1.28)	(0.59)	(0.28)	(0.08)	(0.02)	
	0.75	19.56	13.22	6.63	2.55	1.50	1.14	1.02	1.00	(17.66)	(11.10)	(4.75)	(1.47)	(0.68)	(0.36)	(0.15)	(0.04)	
		5.68	5.18	4.09	2.32	1.51	1.18	1.04	1.01	(4.32)	(3.88)	(2.88)	(1.42)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.89)	
	1.00	3.14	3.02	2.72	1.97	1.46	1.19	1.07	1.02	(2.21)	(2.09)	(1.85)	(1.19)	(0.72)	(0.44)	(0.25)	(0.13)	
		2.18	2.13	2.02	1.68	1.38	1.18	1.07	1.02	(1.42)	(1.37)	(1.27)	(0.96)	(0.65)	(0.44)	(0.28)	(0.15)	
	1.25	1.47	1.46	1.43	1.34	1.23	1.14	1.07	1.03	(0.78)	(0.78)	(0.75)	(0.64)	(0.51)	(0.38)	(0.28)	(0.18)	
		1.22	1.22	1.21	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	(0.52)	(0.51)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.18)	

Πίνακας Β.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.50,3.3165)	0.25	2.22	2.22	2.22	2.13	1.15	1.00	1.00	1.00
		(0.75)	(0.75)	(0.75)	(0.66)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	6.16	6.16	5.99	2.87	1.33	1.00	1.00	1.00
		(2.68)	(2.61)	(2.41)	(0.95)	(0.48)	(0.06)	(0.00)	(0.00)
	0.75	23.45	20.64	9.86	2.87	1.41	1.04	1.00	1.00
		(12.91)	(10.65)	(4.54)	(1.25)	(0.57)	(0.19)	(0.02)	(0.00)
	1.00	369.55	28.27	9.06	2.82	1.49	1.09	1.01	1.00
		(385.39)	(18.53)	(5.31)	(1.49)	(0.66)	(0.29)	(0.09)	(0.02)
	1.25	16.69	12.07	6.68	2.69	1.55	1.15	1.02	1.00
		(12.70)	(8.79)	(4.48)	(1.58)	(0.75)	(0.38)	(0.15)	(0.05)
	1.50	5.63	5.15	4.12	2.39	1.55	1.19	1.05	1.01
		(4.04)	(3.65)	(2.81)	(1.47)	(0.78)	(0.44)	(0.21)	(0.09)
1.75	3.13	3.02	2.73	2.01	1.48	1.20	1.07	1.02	
	(2.14)	(2.06)	(1.82)	(1.21)	(0.74)	(0.45)	(0.26)	(0.13)	
2.00	2.18	2.14	2.03	1.70	1.39	1.19	1.08	1.03	
	(1.39)	(1.36)	(1.26)	(0.96)	(0.66)	(0.44)	(0.28)	(0.16)	
2.50	1.48	1.47	1.44	1.35	1.24	1.14	1.07	1.04	
	(0.78)	(0.78)	(0.74)	(0.64)	(0.51)	(0.39)	(0.28)	(0.19)	
3.00	1.23	1.23	1.22	1.18	1.14	1.10	1.06	1.03	
	(0.51)	(0.52)	(0.50)	(0.45)	(0.39)	(0.32)	(0.25)	(0.19)	
(0.90,0.60,3.2422)	0.25	2.08	2.08	2.08	1.98	1.11	1.00	1.00	1.00
		(0.67)	(0.67)	(0.67)	(0.57)	(0.32)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.45	5.45	5.27	2.62	1.29	1.00	1.00	1.00
		(2.25)	(2.25)	(2.06)	(0.83)	(0.46)	(0.05)	(0.00)	(0.00)
	0.75	20.40	17.78	8.58	2.68	1.39	1.03	1.00	1.00
		(11.24)	(9.17)	(3.88)	(1.14)	(0.54)	(0.18)	(0.02)	(0.00)
	1.00	369.97	25.66	8.23	2.67	1.46	1.08	1.01	1.00
		(382.76)	(17.12)	(4.80)	(1.38)	(0.62)	(0.28)	(0.08)	(0.02)
	1.25	15.73	11.33	6.30	2.58	1.51	1.14	1.02	1.00
		(12.12)	(8.27)	(4.24)	(1.49)	(0.71)	(0.37)	(0.15)	(0.04)
	1.50	5.36	4.91	3.94	2.31	1.51	1.18	1.04	1.01
		(3.84)	(3.49)	(2.68)	(1.41)	(0.74)	(0.42)	(0.21)	(0.09)
1.75	3.03	2.93	2.65	1.96	1.45	1.19	1.07	1.02	
	(2.06)	(1.99)	(1.76)	(1.17)	(0.71)	(0.44)	(0.25)	(0.12)	
2.00	2.13	2.09	1.98	1.67	1.37	1.18	1.07	1.02	
	(1.34)	(1.31)	(1.22)	(0.93)	(0.64)	(0.43)	(0.28)	(0.15)	
2.50	1.46	1.45	1.43	1.33	1.23	1.13	1.07	1.03	
	(0.76)	(0.76)	(0.73)	(0.62)	(0.49)	(0.38)	(0.27)	(0.18)	
3.00	1.22	1.22	1.21	1.17	1.13	1.10	1.06	1.03	
	(0.50)	(0.50)	(0.49)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.18)	
(0.90,0.70,3.1720)	0.25	1.98	1.98	1.98	1.89	1.08	1.00	1.00	1.00
		(0.61)	(0.61)	(0.61)	(0.51)	(0.28)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.99	4.99	4.81	2.46	1.26	1.00	1.00	1.00
		(2.04)	(2.04)	(1.85)	(0.76)	(0.44)	(0.05)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.89	16.26	7.84	2.53	1.36	1.03	1.00	1.00
		(10.66)	(8.49)	(3.55)	(1.05)	(0.52)	(0.17)	(0.02)	(0.00)
	1.00	369.60	24.47	7.74	2.55	1.43	1.08	1.01	1.00
		(380.88)	(16.69)	(4.55)	(1.29)	(0.60)	(0.27)	(0.07)	(0.02)
	1.25	15.32	10.96	6.05	2.49	1.48	1.13	1.02	1.00
		(12.11)	(8.13)	(4.10)	(1.43)	(0.68)	(0.35)	(0.14)	(0.04)
	1.50	5.22	4.78	3.83	2.25	1.49	1.17	1.04	1.01
		(3.81)	(3.43)	(2.64)	(1.36)	(0.72)	(0.41)	(0.20)	(0.08)
1.75	2.97	2.87	2.59	1.92	1.43	1.18	1.06	1.02	
	(2.03)	(1.96)	(1.72)	(1.13)	(0.69)	(0.43)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.09	2.05	1.95	1.64	1.36	1.17	1.07	1.02	
	(1.33)	(1.29)	(1.20)	(0.91)	(0.63)	(0.42)	(0.27)	(0.15)	
2.50	1.44	1.43	1.41	1.32	1.22	1.13	1.07	1.03	
	(0.75)	(0.74)	(0.71)	(0.60)	(0.48)	(0.37)	(0.26)	(0.18)	
3.00	1.21	1.21	1.20	1.17	1.13	1.09	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.50)	(0.43)	(0.37)	(0.31)	(0.24)	(0.18)	

Πίνακας B.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.80,3.1140)	0.25	1.91	1.91	1.91	1.83	1.06	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.47)	(0.24)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.72	4.72	4.54	2.34	1.24	1.00	1.00	1.00
		(1.91)	(1.91)	(1.72)	(0.70)	(0.43)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.23	15.53	7.40	2.44	1.34	1.03	1.00	1.00
		(10.59)	(8.32)	(3.38)	(1.00)	(0.50)	(0.16)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.42	24.19	7.48	2.48	1.41	1.07	1.01	1.00
		(381.38)	(17.17)	(4.43)	(1.24)	(0.58)	(0.26)	(0.07)	(0.02)
	1.25	15.31	10.90	5.95	2.44	1.46	1.12	1.02	1.00
		(12.31)	(8.19)	(4.08)	(1.39)	(0.66)	(0.34)	(0.14)	(0.04)
	1.50	5.15	4.70	3.78	2.21	1.47	1.16	1.04	1.01
		(3.79)	(3.42)	(2.64)	(1.34)	(0.71)	(0.40)	(0.19)	(0.04)
1.75	2.93	2.84	2.56	1.89	1.42	1.17	1.06	1.01	
	(2.02)	(1.95)	(1.71)	(1.12)	(0.68)	(0.42)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.07	2.03	1.92	1.62	1.34	1.16	1.07	1.02	
	(1.32)	(1.27)	(1.18)	(0.89)	(0.61)	(0.41)	(0.26)	(0.15)	
2.50	1.43	1.42	1.40	1.31	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.74)	(0.73)	(0.70)	(0.60)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.21	1.20	1.20	1.16	1.13	1.09	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.47)	(0.42)	(0.37)	(0.31)	(0.24)	(0.18)	
(0.90,0.90,3.0715)	0.25	1.87	1.87	1.87	1.80	1.05	1.00	1.00	1.00
		(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.46)	(0.22)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.56	4.56	4.37	2.27	1.22	1.00	1.00	1.00
		(1.86)	(1.86)	(1.65)	(0.67)	(0.42)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	18.17	15.31	7.17	2.37	1.32	1.03	1.00	1.00
		(11.04)	(8.46)	(3.32)	(0.97)	(0.49)	(0.15)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.36	24.60	7.37	2.43	1.39	1.07	1.00	1.00
		(378.41)	(18.07)	(4.41)	(1.22)	(0.57)	(0.26)	(0.07)	(0.02)
	1.25	15.57	11.05	5.95	2.41	1.45	1.12	1.02	1.00
		(12.66)	(8.44)	(4.12)	(1.38)	(0.65)	(0.33)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.16	4.71	3.78	2.19	1.46	1.15	1.04	1.01
		(3.84)	(3.46)	(2.67)	(1.34)	(0.70)	(0.39)	(0.19)	(0.08)
1.75	2.92	2.83	2.55	1.88	1.41	1.17	1.06	1.01	
	(2.06)	(1.97)	(1.73)	(1.12)	(0.67)	(0.41)	(0.23)	(0.12)	
2.00	2.07	2.02	1.92	1.61	1.34	1.16	1.07	1.02	
	(1.34)	(1.28)	(1.20)	(0.90)	(0.61)	(0.41)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.42	1.42	1.39	1.30	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.74)	(0.73)	(0.70)	(0.60)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.09	1.05	1.03	
	(0.48)	(0.48)	(0.47)	(0.42)	(0.36)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	
(0.90,1.10,3.0284)	0.25	1.84	1.84	1.84	1.78	1.04	1.00	1.00	1.00
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.45)	(0.19)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.45	4.45	4.26	2.22	1.21	1.00	1.00	1.00
		(1.81)	(1.81)	(1.60)	(0.65)	(0.41)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	19.68	16.21	7.09	2.33	1.30	1.02	1.00	1.00
		(13.57)	(10.11)	(3.37)	(0.95)	(0.48)	(0.14)	(0.02)	(0.00)
	1.00	369.34	27.33	7.43	2.41	1.38	1.07	1.00	1.00
		(380.18)	(22.06)	(4.55)	(1.22)	(0.56)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
	1.25	16.66	11.55	6.07	2.41	1.44	1.11	1.02	1.00
		(14.39)	(9.28)	(4.26)	(1.41)	(0.65)	(0.33)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.33	4.86	3.87	2.21	1.45	1.15	1.04	1.01
		(4.00)	(3.62)	(2.76)	(1.38)	(0.70)	(0.39)	(0.19)	(0.08)
1.75	2.98	2.88	2.59	1.89	1.41	1.16	1.05	1.01	
	(2.14)	(2.06)	(1.80)	(1.15)	(0.68)	(0.41)	(0.23)	(0.12)	
2.00	2.09	2.04	1.94	1.63	1.37	1.16	1.06	1.02	
	(1.37)	(1.33)	(1.24)	(0.94)	(0.63)	(0.41)	(0.25)	(0.14)	
2.50	1.43	1.42	1.39	1.30	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.75)	(0.75)	(0.72)	(0.61)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.48)	(0.43)	(0.37)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	

Πίνακας Β.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.95,0.50,3.2300)	0.25	2.13	2.13	2.13	2.04	1.11	1.00	1.00	1.00
		(0.72)	(0.72)	(0.72)	(0.63)	(0.31)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	5.78	5.78	5.61	2.73	1.29	1.00	1.00	1.00
		(2.43)	(2.43)	(2.25)	(0.91)	(0.46)	(0.05)	(0.00)	(0.00)
	0.75	21.11	18.56	9.11	2.76	1.38	1.03	1.00	1.00
		(11.33)	(9.40)	(4.15)	(1.22)	(0.55)	(0.17)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.37	25.74	8.52	2.73	1.46	1.08	1.01	1.00
		(401.27)	(16.83)	(4.97)	(1.44)	(0.64)	(0.28)	(0.08)	(0.02)
	1.25	15.60	11.27	6.36	2.61	1.52	1.14	1.02	1.00
		(11.88)	(8.16)	(4.26)	(1.53)	(0.73)	(0.37)	(0.14)	(0.04)
	1.50	5.37	4.92	3.96	2.33	1.51	1.18	1.04	1.01
		(3.86)	(3.51)	(2.70)	(1.43)	(0.76)	(0.42)	(0.21)	(0.09)
1.75	3.02	2.92	2.65	1.96	1.46	1.19	1.06	1.02	
	(2.06)	(1.98)	(1.77)	(1.17)	(0.72)	(0.44)	(0.25)	(0.13)	
2.00	2.13	2.09	1.98	1.67	1.37	1.18	1.07	1.02	
	(1.35)	(1.31)	(1.23)	(0.94)	(0.64)	(0.43)	(0.27)	(0.15)	
2.50	1.46	1.45	1.42	1.33	1.22	1.13	1.07	1.03	
	(0.76)	(0.76)	(0.73)	(0.62)	(0.49)	(0.38)	(0.27)	(0.18)	
3.00	1.22	1.22	1.21	1.17	1.13	1.09	1.06	1.03	
	(0.50)	(0.50)	(0.49)	(0.44)	(0.38)	(0.32)	(0.25)	(0.18)	
(0.95,0.60,3.0795)	0.25	1.95	1.95	1.95	1.86	1.05	1.00	1.00	1.00
		(0.63)	(0.63)	(0.63)	(0.53)	(0.23)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.99	4.99	4.81	2.43	1.23	1.00	1.00	1.00
		(2.08)	(2.08)	(1.89)	(0.79)	(0.42)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	17.99	15.52	7.73	2.50	1.33	1.02	1.00	1.00
		(9.87)	(7.97)	(3.53)	(1.08)	(0.51)	(0.15)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.10	22.74	7.53	2.52	1.41	1.07	1.00	1.00
		(407.91)	(15.44)	(4.44)	(1.29)	(0.59)	(0.26)	(0.07)	(0.02)
	1.25	14.25	10.29	5.82	2.44	1.46	1.12	1.02	1.00
		(11.23)	(7.62)	(3.96)	(1.41)	(0.67)	(0.34)	(0.13)	(0.04)
	1.50	4.97	4.56	3.68	2.20	1.46	1.16	1.04	1.01
		(3.63)	(3.27)	(2.53)	(1.33)	(0.71)	(0.39)	(0.19)	(0.08)
1.75	2.86	2.77	2.51	1.87	1.41	1.17	1.06	1.01	
	(1.95)	(1.88)	(1.66)	(1.10)	(0.67)	(0.42)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.04	2.00	1.90	1.61	1.34	1.16	1.07	1.02	
	(1.28)	(1.24)	(1.16)	(0.87)	(0.61)	(0.41)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.42	1.41	1.39	1.30	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.72)	(0.72)	(0.69)	(0.59)	(0.47)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.09	1.05	1.03	
	(0.48)	(0.48)	(0.47)	(0.42)	(0.36)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	
(0.95,0.70,2.9430)	0.25	1.84	1.84	1.84	1.76	1.02	1.00	1.00	1.00
		(0.58)	(0.58)	(1.68)	(0.48)	(0.15)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.50	4.50	4.32	2.23	1.18	1.00	1.00	1.00
		(1.87)	(1.88)	(1.68)	(0.70)	(0.38)	(0.03)	(0.00)	(0.00)
	0.75	16.31	13.86	6.91	2.33	1.28	1.02	1.00	1.00
		(9.22)	(7.32)	(3.20)	(0.99)	(0.47)	(0.13)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.88	21.03	6.95	2.37	1.36	1.06	1.00	1.00
		(405.85)	(14.72)	(4.16)	(1.21)	(0.56)	(0.24)	(0.06)	(0.02)
	1.25	13.59	9.79	5.50	2.33	1.42	1.10	1.02	1.00
		(11.02)	(7.47)	(3.82)	(1.34)	(0.63)	(0.32)	(0.12)	(0.04)
	1.50	4.73	4.35	3.51	2.11	1.42	1.14	1.03	1.01
		(3.51)	(3.19)	(2.45)	(1.27)	(0.68)	(0.38)	(0.18)	(0.07)
1.75	2.75	2.66	2.42	1.81	1.38	1.15	1.05	1.01	
	(1.89)	(1.82)	(1.62)	(1.05)	(0.64)	(0.40)	(0.22)	(0.11)	
2.00	1.97	1.94	1.84	1.57	1.31	1.15	1.06	1.02	
	(1.24)	(1.20)	(1.12)	(0.85)	(0.58)	(0.39)	(0.24)	(0.13)	
2.50	1.39	1.39	1.36	1.28	1.19	1.11	1.06	1.03	
	(0.70)	(0.70)	(0.66)	(0.57)	(0.45)	(0.34)	(0.25)	(0.16)	
3.00	1.19	1.18	1.18	1.15	1.11	1.08	1.05	1.03	
	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.41)	(0.35)	(0.29)	(0.22)	(0.16)	

Πίνακας B.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_1)	ρ	δ																
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00									
(0.95,0.80,2.8500)	0.25	1.77	1.77	1.77	1.71	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.47)	(0.11)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		4.22	4.22	4.02	2.12	1.15	1.00	1.00	1.00	(1.75)	(1.75)	(1.56)	(0.66)	(0.36)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	15.54	13.08	6.49	2.22	1.25	1.02	1.00	1.00	(8.96)	(7.02)	(3.03)	(0.93)	(0.45)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	
		370.41	20.58	6.69	2.28	1.33	1.05	1.00	1.00	(395.03)	(14.72)	(4.05)	(1.16)	(0.54)	(0.22)	(0.06)	(0.02)	
	0.75	13.46	9.67	5.36	2.26	1.39	1.09	1.01	1.00	(11.13)	(7.58)	(3.80)	(1.30)	(0.61)	(0.30)	(0.12)	(0.04)	
		4.66	4.28	3.44	2.06	1.40	1.13	1.03	1.00	(3.53)	(3.21)	(2.46)	(1.25)	(0.66)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	
	1.00	2.70	2.61	2.37	1.77	1.36	1.15	1.05	1.01	(1.90)	(1.82)	(1.60)	(1.03)	(0.63)	(0.39)	(0.21)	(0.10)	
		1.94	1.90	1.81	1.54	1.29	1.14	1.06	1.02	(1.23)	(1.19)	(1.11)	(0.83)	(0.57)	(0.38)	(0.24)	(0.13)	
	1.25	1.38	1.37	1.35	1.27	1.18	1.10	1.05	1.02	(0.69)	(0.69)	(0.66)	(0.56)	(0.44)	(0.34)	(0.24)	(0.16)	
		1.18	1.18	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	(0.45)	(0.45)	(0.44)	(0.40)	(0.34)	(0.28)	(0.22)	(0.16)	
	(0.95,0.90,2.7920)	0.25	1.73	1.73	1.73	1.68	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.47)	(0.10)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.07	4.07	3.87	2.06	1.13	1.00	1.00	1.00	(1.70)	(1.70)	(1.50)	(0.63)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
0.50		15.32	12.81	6.28	2.16	1.24	1.01	1.00	1.00	(8.92)	(6.92)	(2.98)	(0.91)	(0.44)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	
		370.10	20.76	6.60	2.23	1.32	1.05	1.00	1.00	(388.62)	(15.02)	(4.05)	(1.14)	(0.52)	(0.22)	(0.05)	(0.02)	
0.75		13.74	9.82	5.34	2.22	1.38	1.09	1.01	1.00	(11.43)	(7.84)	(3.85)	(1.29)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.03)	
		4.68	4.29	3.44	2.04	1.39	1.13	1.03	1.00	(3.61)	(3.27)	(2.50)	(1.25)	(0.65)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	
1.00		2.70	2.60	2.36	1.76	1.35	1.14	1.04	1.01	(1.94)	(1.85)	(1.62)	(1.03)	(0.63)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	
		1.93	1.89	1.80	1.53	1.29	1.14	1.05	1.02	(1.25)	(1.20)	(1.12)	(0.84)	(0.56)	(0.38)	(0.23)	(0.13)	
1.25		1.37	1.36	1.34	1.26	1.18	1.10	1.05	1.02	(0.69)	(0.68)	(0.66)	(0.55)	(0.44)	(0.33)	(0.24)	(0.15)	
		1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	(0.45)	(0.45)	(0.44)	(0.39)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)	
(0.95,1.10,2.7590)		0.25	1.71	1.71	1.71	1.66	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.48)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.03	4.03	3.83	2.03	1.13	1.00	1.00	1.00	(1.67)	(1.67)	(1.48)	(0.63)	(0.33)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.50	15.90	13.18	6.31	2.15	1.23	1.01	1.00	1.00	(9.56)	(7.22)	(3.02)	(0.91)	(0.43)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	
		370.80	22.20	6.74	2.23	1.31	1.05	1.00	1.00	(384.43)	(16.56)	(4.17)	(1.15)	(0.52)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
	0.75	14.68	10.49	5.57	2.24	1.37	1.09	1.01	1.00	(12.32)	(8.41)	(4.04)	(1.34)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.04)	
		4.93	4.51	3.58	2.07	1.39	1.12	1.03	1.00	(3.86)	(3.51)	(2.67)	(1.31)	(0.66)	(0.35)	(0.16)	(0.06)	
	1.00	2.77	2.68	2.42	1.78	1.35	1.14	1.04	1.01	(2.06)	(1.96)	(1.72)	(1.09)	(0.64)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	
		1.96	1.92	1.83	1.54	1.29	1.13	1.05	1.02	(1.32)	(1.26)	(1.18)	(0.89)	(0.58)	(0.38)	(0.23)	(0.13)	
	1.25	1.37	1.37	1.35	1.26	1.17	1.10	1.05	1.02	(0.71)	(0.70)	(0.68)	(0.57)	(0.45)	(0.34)	(0.24)	(0.15)	
		1.18	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	(0.46)	(0.46)	(0.45)	(0.40)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)	

B.3 Απόδοση του Max-DGWMA διαγράμματος

Πίνακας Β.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70$, $\alpha = 0.50$, 0.60 , 0.70 , 0.80 , 0.90 , 1.10) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.50,3.116)	0.25	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.84 (0.48)	1.06 (0.25)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.76 (1.94)	4.76 (1.94)	4.57 (1.74)	2.36 (0.72)	1.24 (0.43)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.18 (10.42)	15.54 (8.26)	7.45 (3.95)	2.45 (1.01)	1.34 (0.50)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	370.66 (381.00)	23.92 (16.70)	7.49 (4.43)	2.49 (1.25)	1.41 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	15.20 (12.14)	10.84 (8.14)	5.94 (4.06)	2.44 (1.39)	1.46 (0.66)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	5.13 (3.77)	4.69 (3.40)	3.77 (2.62)	2.21 (1.34)	1.47 (0.71)	1.16 (0.40)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.92 (2.01)	2.83 (1.94)	2.55 (1.70)	1.89 (1.11)	1.42 (0.67)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)
	2.00	2.07 (1.31)	2.02 (1.27)	1.92 (1.18)	1.62 (0.89)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.07 (0.26)	1.02 (0.15)
	2.50	1.43 (0.74)	1.42 (0.73)	1.40 (0.70)	1.31 (0.60)	1.21 (0.48)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.21 (0.48)	1.20 (0.49)	1.20 (0.47)	1.16 (0.42)	1.13 (0.37)	1.09 (0.31)	1.05 (0.24)	1.03 (0.18)
(0.70,0.60,3.048)	0.25	1.86 (0.55)	1.86 (0.55)	1.86 (0.55)	1.79 (0.46)	1.04 (0.21)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.52 (1.84)	4.52 (1.84)	4.32 (1.64)	2.26 (0.67)	1.21 (0.41)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	17.78 (10.61)	15.13 (8.20)	7.08 (3.28)	2.36 (0.96)	1.31 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	370.68 (379.12)	24.07 (17.47)	7.30 (4.39)	2.42 (1.21)	1.39 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	15.36 (21.47)	10.94 (8.38)	5.89 (4.09)	2.39 (1.37)	1.44 (0.65)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.12 (3.82)	4.67 (3.45)	3.75 (2.65)	2.18 (1.33)	1.45 (0.69)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)
	1.75	2.91 (2.05)	2.81 (1.96)	2.54 (1.72)	1.87 (1.11)	1.40 (0.67)	1.17 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)
	2.00	2.06 (1.33)	2.01 (1.27)	1.91 (1.19)	1.61 (0.90)	1.33 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.73)	1.41 (0.72)	1.39 (0.70)	1.30 (0.59)	1.21 (0.47)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.19 (0.47)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)
(0.70,0.70,3.012)	0.25	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.78 (0.45)	1.04 (0.19)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (1.00)
	0.50	4.42 (1.79)	4.42 (1.79)	4.22 (1.59)	2.21 (0.65)	1.20 (0.40)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.31 (11.66)	15.24 (8.78)	6.99 (3.28)	2.32 (0.95)	1.30 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.00	369.59 (376.53)	25.15 (19.06)	7.28 (4.40)	2.39 (1.20)	1.38 (0.56)	1.06 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.25	15.92 (13.29)	11.18 (8.73)	5.95 (4.17)	2.39 (1.39)	1.43 (0.64)	1.11 (0.32)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.23 (3.93)	4.76 (3.54)	3.80 (2.71)	2.18 (1.35)	1.44 (0.70)	1.15 (0.39)	1.03 (0.19)	1.01 (0.07)
	1.75	2.93 (2.10)	2.83 (2.02)	2.55 (1.77)	1.87 (1.13)	1.40 (0.67)	1.16 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)
	2.00	2.06 (1.35)	2.02 (1.30)	1.92 (1.22)	1.61 (0.92)	1.33 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)
	2.50	1.42 (0.73)	1.41 (0.73)	1.38 (0.70)	1.30 (0.60)	1.20 (0.47)	1.12 (0.36)	1.06 (0.26)	1.03 (0.17)
	3.00	1.20 (0.48)	1.20 (0.48)	1.19 (0.48)	1.16 (0.42)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.05 (0.23)	1.03 (0.17)

Πίνακας Β.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.70,0.80,2.996)	0.25	1.83	1.83	1.83	1.77	1.03	1.00	1.00	1.00
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.45)	(0.18)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.40	4.40	4.21	2.20	1.20	1.00	1.00	1.00
		(1.79)	(1.79)	(1.59)	(0.65)	(0.40)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	19.48	16.02	7.03	2.31	1.29	1.02	1.00	1.00
		(13.35)	(9.93)	(3.35)	(0.95)	(0.48)	(0.14)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.80	27.09	7.40	2.40	1.38	1.06	1.00	1.00
		(379.38)	(21.79)	(4.54)	(1.21)	(0.56)	(0.24)	(0.06)	(0.02)
	1.25	16.74	11.58	6.08	2.40	1.43	1.11	1.02	1.00
		(14.48)	(9.29)	(4.28)	(1.41)	(0.65)	(0.32)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.34	4.87	3.87	2.21	1.45	1.15	1.03	1.01
		(4.03)	(3.65)	(2.78)	(1.39)	(0.71)	(0.38)	(0.19)	(0.07)
1.75	2.98	2.88	2.59	1.89	1.40	1.16	1.05	1.01	
	(2.16)	(2.07)	(1.82)	(1.16)	(0.69)	(0.41)	(0.23)	(0.11)	
2.00	2.08	2.04	1.93	1.62	1.33	1.16	1.06	1.02	
	(1.38)	(1.33)	(1.25)	(0.94)	(0.63)	(0.41)	(0.25)	(0.14)	
2.50	1.42	1.41	1.39	1.30	1.20	1.12	1.06	1.03	
	(0.75)	(0.75)	(0.72)	(0.61)	(0.48)	(0.36)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.20	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.49)	(0.49)	(0.48)	(0.43)	(0.37)	(0.30)	(0.23)	(0.17)	
(0.70,0.90,3.000)	0.25	1.84	1.84	1.84	1.77	1.03	1.00	1.00	1.00
		(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.46)	(0.18)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.46	4.46	4.26	2.21	1.20	1.00	1.00	1.00
		(1.81)	(1.81)	(1.60)	(0.66)	(0.40)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	21.44	17.49	7.18	2.33	1.30	1.02	1.00	1.00
		(15.86)	(11.95)	(3.50)	(0.96)	(0.48)	(0.14)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.36	29.99	7.60	2.42	1.38	1.06	1.00	1.00
		(383.02)	(25.51)	(4.75)	(1.24)	(0.57)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
	1.25	17.69	12.11	6.26	2.43	1.44	1.11	1.02	1.00
		(15.77)	(9.94)	(4.45)	(1.44)	(0.66)	(0.33)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.50	5.01	3.98	2.24	1.45	1.48	1.03	1.01
		(4.17)	(3.77)	(2.88)	(1.42)	(0.72)	(0.39)	(0.19)	(0.07)
1.75	3.06	2.95	2.65	1.92	1.41	1.16	1.05	1.01	
	(2.22)	(2.15)	(1.88)	(1.21)	(0.70)	(0.42)	(0.23)	(0.11)	
2.00	2.12	2.07	1.96	1.64	1.34	1.16	1.06	1.02	
	(1.43)	(1.38)	(1.29)	(0.76)	(0.65)	(0.42)	(0.25)	(0.14)	
2.50	1.43	1.43	1.40	1.31	1.21	1.12	1.06	1.03	
	(0.78)	(0.77)	(0.74)	(0.63)	(0.49)	(0.37)	(0.26)	(0.17)	
3.00	1.21	1.20	1.19	1.16	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.51)	(0.50)	(0.49)	(0.44)	(0.37)	(0.31)	(0.23)	(0.17)	
(0.70,1.10,3.041)	0.25	1.88	1.88	1.88	1.80	1.04	1.00	1.00	1.00
		(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.48)	(0.20)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.66	4.66	4.44	2.30	1.21	1.00	1.00	1.00
		(1.92)	(1.92)	(1.66)	(0.70)	(0.41)	(0.04)	(0.00)	(0.00)
	0.75	27.83	22.48	7.78	2.42	1.31	1.02	1.00	1.00
		(23.21)	(17.86)	(4.17)	(1.01)	(0.50)	(0.15)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.65	37.52	8.21	2.51	1.40	1.07	1.00	1.00
		(370.63)	(33.69)	(5.46)	(1.30)	(0.59)	(0.25)	(0.07)	(0.02)
	1.25	19.88	13.36	6.67	2.53	1.46	1.12	1.02	1.00
		(18.32)	(11.44)	(4.83)	(1.52)	(0.70)	(0.34)	(0.13)	(0.04)
	1.50	5.83	5.32	4.21	2.33	1.49	1.16	1.04	1.01
		(4.47)	(4.03)	(3.05)	(1.52)	(0.77)	(0.41)	(0.19)	(0.08)
1.75	3.22	3.10	2.78	1.99	1.44	1.17	1.06	1.01	
	(2.35)	(2.26)	(1.98)	(1.29)	(0.75)	(0.43)	(0.24)	(0.12)	
2.00	2.21	2.16	2.04	1.69	1.37	1.17	1.07	1.02	
	(1.51)	(1.47)	(1.37)	(1.04)	(0.70)	(0.44)	(0.26)	(0.14)	
2.50	1.47	1.46	1.43	1.33	1.22	1.13	1.07	1.03	
	(0.83)	(0.82)	(0.79)	(0.67)	(0.53)	(0.40)	(0.27)	(0.17)	
3.00	1.21	1.21	1.20	1.17	1.13	1.09	1.05	1.03	
	(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.46)	(0.39)	(0.32)	(0.24)	(0.18)	

Πίνακας Β.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ																	
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00										
(0.80,0.50,2.785)	0.25	1.73	1.73	1.73	1.68	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.48)	(0.10)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		4.10	4.10	3.91	2.07	1.13	1.00	1.00	1.00	(1.72)	(1.72)	(1.52)	(0.65)	(0.34)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	15.08	12.60	6.28	2.17	1.24	1.01	1.00	1.00	(8.77)	(6.80)	(2.97)	(0.92)	(0.44)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
		370.01	19.97	6.51	2.23	1.32	1.05	1.00	1.00	(405.82)	(14.46)	(3.99)	(1.14)	(0.53)	(0.22)	(0.05)	(0.02)	(0.02)	
	0.75	13.09	9.41	5.21	2.21	1.38	1.09	1.01	1.00	(10.95)	(7.45)	(3.72)	(1.28)	(0.60)	(0.29)	(0.11)	(0.03)	(0.03)	
		4.53	4.17	3.36	2.02	1.39	1.13	1.03	1.00	(3.46)	(3.15)	(2.41)	(1.23)	(0.64)	(0.36)	(0.17)	(0.06)	(0.06)	
	1.00	2.64	2.56	2.33	1.74	1.35	1.14	1.04	1.01	(1.86)	(1.78)	(1.57)	(1.01)	(0.62)	(0.38)	(0.21)	(0.10)	(0.10)	
		1.91	1.87	1.79	1.52	1.28	1.13	1.05	1.02	(1.21)	(1.17)	(1.09)	(0.82)	(0.56)	(0.37)	(0.23)	(0.15)	(0.15)	
	1.25	1.36	1.36	1.34	1.26	1.17	1.10	1.05	1.02	(0.68)	(0.68)	(0.65)	(0.55)	(0.43)	(0.33)	(0.24)	(0.15)	(0.15)	
		1.17	1.17	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	(0.45)	(0.45)	(0.44)	(0.39)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.16)	(0.16)	
	(0.80,0.60,2.706)	0.25	1.68	1.68	1.68	1.64	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.48)	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.93	3.93	3.73	1.99	1.11	1.00	1.00	1.00	(1.65)	(1.65)	(1.45)	(0.62)	(0.32)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		14.88	12.36	6.06	2.10	1.22	1.01	1.00	1.00	(8.76)	(6.75)	(2.92)	(0.89)	(0.42)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
		370.74	20.28	6.42	2.18	1.30	1.04	1.00	1.00	(395.43)	(14.78)	(4.02)	(1.12)	(0.51)	(0.20)	(0.05)	(0.02)	(0.02)	
0.75		13.53	9.65	5.24	2.17	1.36	1.08	1.01	1.00	(11.43)	(7.82)	(3.83)	(1.27)	(0.58)	(0.28)	(0.11)	(0.03)	(0.03)	
		4.59	4.22	3.37	2.00	1.37	1.12	1.03	1.00	(3.59)	(3.27)	(2.49)	(1.23)	(0.63)	(0.35)	(0.16)	(0.06)	(0.06)	
1.00		2.65	2.54	2.31	1.73	1.34	1.13	1.04	1.01	(1.93)	(1.82)	(1.60)	(1.02)	(0.62)	(0.37)	(0.20)	(0.10)	(0.10)	
		1.90	1.86	1.77	1.51	1.27	1.13	1.05	1.01	(1.23)	(1.19)	(1.11)	(0.83)	(0.56)	(0.37)	(0.22)	(0.12)	(0.12)	
1.25		1.35	1.35	1.33	1.25	1.17	1.10	1.05	1.02	(0.67)	(0.67)	(0.65)	(0.54)	(0.43)	(0.32)	(0.23)	(0.15)	(0.15)	
		1.17	1.17	1.16	1.13	1.10	1.07	1.04	1.02	(0.45)	(0.44)	(0.44)	(0.39)	(0.33)	(0.27)	(0.21)	(0.15)	(0.15)	
(0.80,0.70,2.681)		0.25	1.67	1.67	1.67	1.62	1.01	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.49)	(0.07)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.91	3.91	3.71	1.97	1.11	1.00	1.00	1.00	(1.65)	(1.65)	(1.45)	(0.62)	(0.31)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	15.25	12.63	6.10	2.09	1.21	1.01	1.00	1.00	(9.09)	(6.92)	(2.95)	(0.89)	(0.42)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
		370.05	21.20	6.54	2.18	1.29	1.04	1.00	1.00	(386.50)	(15.62)	(4.11)	(1.13)	(0.50)	(0.20)	(0.05)	(0.02)	(0.02)	
	0.75	14.11	10.10	5.39	2.19	1.35	1.08	1.01	1.00	(11.85)	(8.20)	(3.96)	(1.30)	(0.59)	(0.28)	(0.11)	(0.03)	(0.03)	
		4.76	4.36	3.47	2.02	1.37	1.12	1.02	1.00	(3.77)	(3.43)	(2.61)	(1.28)	(0.64)	(0.35)	(0.16)	(0.06)	(0.06)	
	1.00	2.70	2.59	2.34	1.74	1.34	1.13	1.04	1.01	(2.01)	(1.90)	(1.67)	(1.06)	(0.63)	(0.37)	(0.20)	(0.10)	(0.10)	
		1.92	1.88	1.79	1.52	1.28	1.13	1.05	1.01	(1.28)	(1.23)	(1.16)	(0.86)	(0.57)	(0.37)	(0.22)	(0.12)	(0.12)	
	1.25	1.35	1.35	1.33	1.25	1.17	1.10	1.05	1.02	(0.69)	(0.68)	(0.66)	(0.55)	(0.44)	(0.33)	(0.23)	(0.15)	(0.15)	
		1.17	1.17	1.16	1.13	1.10	1.07	1.04	1.02	(0.45)	(0.45)	(0.44)	(0.39)	(0.33)	(0.27)	(0.21)	(0.15)	(0.15)	

Πίνακας B.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.80,0.80,2.695)	0.25	1.68	1.68	1.68	1.63	1.01	1.00	1.00	1.00
		(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.49)	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.99	3.99	3.79	1.99	1.11	1.00	1.00	1.00
		(1.68)	(1.68)	(1.49)	(0.63)	(0.31)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	15.91	13.15	6.27	2.11	1.21	1.01	1.00	1.00
		(9.62)	(7.25)	(3.03)	(0.90)	(0.42)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.87	22.54	6.77	2.21	1.30	1.04	1.00	1.00
		(382.31)	(16.99)	(4.23)	(1.16)	(0.51)	(0.20)	(0.04)	(0.02)
	1.25	14.96	10.65	5.64	2.23	1.36	1.08	1.03	1.00
		(12.62)	(8.55)	(4.14)	(1.35)	(0.60)	(0.28)	(0.16)	(0.03)
1.50	4.98	4.57	3.62	2.06	1.38	1.12	1.03	1.00	
	(3.93)	(3.61)	(2.77)	(1.34)	(0.66)	(0.35)	(0.16)	(0.10)	
1.75	2.80	2.69	2.43	1.78	1.35	1.13	1.04	1.01	
	(2.12)	(2.03)	(1.77)	(1.12)	(0.65)	(0.38)	(0.20)	(0.12)	
2.00	1.96	1.92	1.83	1.54	1.29	1.13	1.05	1.02	
	(1.35)	(1.30)	(1.21)	(0.90)	(0.59)	(0.38)	(0.22)	(0.15)	
2.50	1.37	1.36	1.34	1.26	1.17	1.10	1.05	1.02	
	(0.72)	(0.71)	(0.69)	(0.57)	(0.45)	(0.33)	(0.24)	(0.15)	
3.00	1.17	1.17	1.17	1.14	1.10	1.07	1.04	1.02	
	(0.47)	(0.46)	(0.46)	(0.40)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.15)	
(0.80,0.90,2.720)	0.25	1.70	1.70	1.70	1.64	1.01	1.00	1.00	1.00
		(0.55)	(0.55)	(0.55)	(0.48)	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.11	4.11	3.91	2.03	1.12	1.00	1.00	1.00
		(1.72)	(1.72)	(1.52)	(0.65)	(0.32)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	16.84	13.82	6.48	2.16	1.22	1.01	1.00	1.00
		(10.69)	(7.88)	(3.10)	(0.93)	(0.43)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.92	24.18	7.01	2.27	1.30	1.04	1.00	1.00
		(384.01)	(18.90)	(4.34)	(1.21)	(0.52)	(0.21)	(0.05)	(0.02)
	1.25	15.83	11.18	5.88	2.29	1.38	1.09	1.01	1.00
		(13.43)	(8.97)	(4.28)	(1.41)	(0.62)	(0.29)	(0.11)	(0.03)
1.50	5.19	4.77	3.77	2.12	1.40	1.12	1.03	1.00	
	(4.04)	(3.72)	(2.87)	(1.41)	(0.69)	(0.36)	(0.16)	(0.06)	
1.75	2.90	2.80	2.52	1.83	1.36	1.14	1.04	1.00	
	(2.21)	(2.13)	(1.87)	(1.19)	(0.68)	(0.39)	(0.21)	(0.10)	
2.00	2.02	1.97	1.87	1.57	1.30	1.13	1.05	1.02	
	(1.41)	(1.36)	(1.28)	(0.95)	(0.62)	(0.39)	(0.23)	(0.12)	
2.50	1.38	1.38	1.36	1.27	1.18	1.10	1.05	1.02	
	(0.75)	(0.75)	(0.72)	(0.60)	(0.46)	(0.35)	(0.24)	(0.15)	
3.00	1.18	1.18	1.17	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	
	(0.49)	(0.48)	(0.47)	(0.41)	(0.35)	(0.29)	(0.22)	(0.16)	
(0.80,1.10,2.813)	0.25	1.77	1.77	1.77	1.70	1.01	1.00	1.00	1.00
		(0.58)	(0.58)	(0.58)	(0.49)	(0.10)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.44	4.44	4.23	2.16	1.14	1.00	1.00	1.00
		(1.80)	(1.80)	(1.61)	(0.71)	(0.35)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	20.10	16.24	7.01	2.30	1.25	1.01	1.00	1.00
		(14.53)	(10.71)	(3.31)	(1.03)	(0.46)	(0.12)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.32	29.35	7.60	2.42	1.34	1.05	1.00	1.00
		(383.84)	(24.97)	(4.66)	(1.31)	(0.57)	(0.22)	(0.06)	(0.02)
	1.25	17.98	12.40	6.40	2.46	1.42	1.09	1.01	1.00
		(15.99)	(10.15)	(4.56)	(1.54)	(0.68)	(0.31)	(0.12)	(0.04)
1.50	5.62	5.16	4.11	2.26	1.44	1.13	1.03	1.00	
	(4.28)	(3.94)	(3.06)	(1.54)	(0.76)	(0.38)	(0.17)	(0.07)	
1.75	3.13	3.02	2.72	1.93	1.41	1.15	1.05	1.01	
	(2.37)	(2.30)	(2.03)	(1.31)	(0.75)	(0.42)	(0.22)	(0.10)	
2.00	2.15	2.10	1.99	1.65	1.33	1.15	1.06	1.02	
	(1.55)	(1.51)	(1.40)	(1.06)	(0.69)	(0.43)	(0.25)	(0.13)	
2.50	1.43	1.43	1.40	1.30	1.20	1.11	1.06	1.02	
	(0.83)	(0.83)	(0.80)	(0.67)	(0.52)	(0.38)	(0.26)	(0.16)	
3.00	1.20	1.19	1.19	1.15	1.12	1.08	1.05	1.03	
	(0.53)	(0.52)	(0.52)	(0.45)	(0.38)	(0.31)	(0.23)	(0.17)	

Πίνακας Β.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ																	
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00										
(0.90,0.50,2.145)	0.25	1.39	1.39	1.39	1.30	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.46)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		3.19	3.19	2.98	1.63	1.03	1.00	1.00	1.00	(1.43)	(1.43)	(1.24)	(0.57)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	11.27	9.01	4.62	1.75	1.11	1.00	1.00	1.00	(7.31)	(5.48)	(2.43)	(0.77)	(0.31)	(0.06)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
		370.86	14.67	4.99	1.84	1.18	1.02	1.00	1.00	(521.70)	(12.21)	(3.39)	(0.96)	(0.42)	(0.14)	(0.03)	(0.01)	(0.01)	
	0.75	9.50	6.88	3.99	1.84	1.24	1.05	1.01	1.00	(9.23)	(6.16)	(3.08)	(1.06)	(0.49)	(0.22)	(0.08)	(0.02)	(0.02)	
		3.50	3.23	2.66	1.70	1.25	1.07	1.01	1.00	(2.87)	(2.58)	(1.99)	(1.01)	(0.52)	(0.27)	(0.12)	(0.04)	(0.04)	
	1.00	2.15	2.08	1.92	1.51	1.23	1.09	1.02	1.00	(1.54)	(1.46)	(1.29)	(0.83)	(0.51)	(0.30)	(0.15)	(0.07)	(0.07)	
		1.63	1.61	1.55	1.36	1.19	1.08	1.03	1.01	(0.98)	(0.97)	(0.90)	(0.68)	(0.47)	(0.30)	(0.17)	(0.09)	(0.09)	
	1.50	1.25	1.25	1.23	1.18	1.12	1.07	1.03	1.01	(0.55)	(0.56)	(0.54)	(0.45)	(0.36)	(0.26)	(0.18)	(0.12)	(0.12)	
		1.12	1.12	1.11	1.09	1.07	1.04	1.03	1.02	(0.37)	(0.37)	(0.36)	(0.32)	(0.27)	(0.22)	(0.17)	(0.13)	(0.13)	
	(0.90,0.60,2.052)	0.25	1.35	1.35	1.35	1.24	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.48)	(0.48)	(0.48)	(0.43)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.08	3.08	2.86	1.56	1.02	1.00	1.00	1.00	(1.41)	(1.40)	(1.20)	(0.56)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		11.41	9.03	4.49	1.70	1.09	1.00	1.00	1.00	(7.57)	(5.64)	(2.43)	(0.74)	(0.29)	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
		370.55	15.27	4.99	1.80	1.17	1.02	1.00	1.00	(471.88)	(12.92)	(3.49)	(0.94)	(0.40)	(0.13)	(0.03)	(0.01)	(0.01)	
0.75		10.10	7.21	4.03	1.81	1.23	1.04	1.00	1.00	(10.02)	(6.71)	(3.26)	(1.06)	(0.48)	(0.21)	(0.07)	(0.02)	(0.02)	
		3.56	3.28	2.68	1.68	1.24	1.07	1.01	1.00	(3.06)	(2.75)	(2.11)	(1.02)	(0.51)	(0.26)	(0.12)	(0.04)	(0.04)	
1.00		2.15	2.08	1.91	1.50	1.22	1.08	1.02	1.00	(1.61)	(1.52)	(1.32)	(0.84)	(0.50)	(0.29)	(0.15)	(0.07)	(0.07)	
		1.62	1.60	1.54	1.35	1.18	1.08	1.03	1.01	(1.01)	(1.00)	(0.93)	(0.69)	(0.46)	(0.29)	(0.17)	(0.09)	(0.09)	
1.50		1.24	1.24	1.22	1.17	1.11	1.06	1.03	1.01	(0.56)	(0.56)	(0.53)	(0.45)	(0.35)	(0.26)	(0.18)	(0.12)	(0.12)	
		1.11	1.11	1.11	1.09	1.07	1.04	1.03	1.01	(0.36)	(0.36)	(0.35)	(0.31)	(0.27)	(0.21)	(0.17)	(0.12)	(0.12)	
(0.90,0.70,2.070)		0.25	1.35	1.35	1.35	1.25	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.49)	(0.49)	(0.49)	(0.43)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.15	3.14	2.91	1.58	1.02	1.00	1.00	1.00	(1.45)	(1.45)	(1.24)	(0.56)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	12.13	9.66	4.70	1.72	1.09	1.00	1.00	1.00	(7.88)	(5.98)	(2.58)	(0.76)	(0.30)	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
		370.76	16.72	5.28	1.83	1.17	1.02	1.00	1.00	(440.21)	(13.74)	(3.73)	(0.98)	(0.41)	(0.13)	(0.03)	(0.01)	(0.01)	
	0.75	11.18	7.98	4.33	1.85	1.23	1.04	1.00	1.00	(10.86)	(7.41)	(3.59)	(1.12)	(0.48)	(0.21)	(0.07)	(0.02)	(0.02)	
		3.82	3.50	2.83	1.72	1.24	1.07	1.01	1.00	(3.38)	(3.03)	(2.31)	(1.09)	(0.53)	(0.26)	(0.12)	(0.04)	(0.04)	
	1.00	2.24	2.16	1.97	1.53	1.22	1.08	1.02	1.00	(1.75)	(1.65)	(1.44)	(0.90)	(0.52)	(0.30)	(0.15)	(0.07)	(0.07)	
		1.66	1.64	1.57	1.36	1.19	1.08	1.03	1.01	(1.08)	(1.07)	(1.00)	(0.73)	(0.48)	(0.30)	(0.17)	(0.09)	(0.09)	
	1.50	1.25	1.24	1.23	1.17	1.12	1.06	1.03	1.01	(0.59)	(0.58)	(0.56)	(0.47)	(0.37)	(0.26)	(0.18)	(0.12)	(0.12)	
		1.12	1.12	1.11	1.09	1.07	1.04	1.03	1.01	(0.38)	(0.38)	(0.37)	(0.32)	(0.27)	(0.22)	(0.17)	(0.12)	(0.12)	

Πίνακας B.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.80,2.145)	0.25	1.39	1.39	1.39	1.30	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.46)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.32	3.32	3.08	1.63	1.03	1.00	1.00	1.00
		(1.54)	(1.54)	(1.32)	(0.58)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	13.12	10.55	5.07	1.77	1.11	1.00	1.00	1.00
		(8.21)	(6.31)	(2.77)	(0.80)	(0.31)	(0.06)	(0.01)	(0.00)
	1.00	370.15	18.33	5.71	1.89	1.19	1.02	1.00	1.00
		(413.97)	(14.43)	(3.99)	(1.04)	(0.43)	(0.14)	(0.03)	(0.01)
	1.25	12.48	8.93	4.73	1.93	1.24	1.05	1.01	1.00
		(11.58)	(8.04)	(3.91)	(1.22)	(0.51)	(0.22)	(0.08)	(0.02)
	1.50	4.20	3.84	3.06	1.80	1.26	1.07	1.02	1.00
		(3.71)	(3.35)	(2.55)	(1.20)	(0.56)	(0.28)	(0.12)	(0.04)
1.75	2.40	2.30	2.09	1.57	1.24	1.09	1.02	1.01	
	(1.93)	(1.83)	(1.59)	(0.98)	(0.55)	(0.31)	(0.15)	(0.07)	
2.00	1.73	1.70	1.63	1.40	1.21	1.09	1.03	1.01	
	(1.20)	(1.17)	(1.08)	(0.79)	(0.51)	(0.31)	(0.18)	(0.09)	
2.50	1.27	1.26	1.25	1.19	1.12	1.07	1.03	1.01	
	(0.62)	(0.62)	(0.60)	(0.50)	(0.38)	(0.28)	(0.19)	(0.12)	
3.00	1.12	1.12	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.02	
	(0.40)	(0.40)	(0.38)	(0.33)	(0.28)	(0.23)	(0.17)	(0.13)	
(0.90,0.90,2.233)	0.25	1.44	1.44	1.44	1.35	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.52)	(0.52)	(0.52)	(0.48)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	3.54	3.54	3.29	1.70	1.03	1.00	1.00	1.00
		(1.65)	(1.65)	(1.43)	(0.61)	(0.18)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	14.08	11.43	5.51	1.86	1.12	1.00	1.00	1.00
		(8.53)	(6.58)	(2.94)	(0.86)	(0.33)	(0.06)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.95	19.82	6.18	1.99	1.20	1.02	1.00	1.00
		(393.76)	(15.07)	(4.22)	(1.13)	(0.45)	(0.15)	(0.04)	(0.01)
	1.25	13.66	9.79	5.15	2.03	1.27	1.05	1.01	1.00
		(12.16)	(8.47)	(4.18)	(1.32)	(0.55)	(0.23)	(0.09)	(0.02)
	1.50	4.58	4.20	3.32	1.89	1.29	1.08	1.02	1.00
		(3.99)	(3.64)	(2.78)	(1.31)	(0.61)	(0.29)	(0.13)	(0.04)
1.75	2.55	2.45	2.22	1.64	1.27	1.10	1.03	1.01	
	(2.11)	(2.00)	(1.74)	(1.08)	(0.60)	(0.33)	(0.17)	(0.08)	
2.00	1.82	1.79	1.70	1.44	1.23	1.10	1.03	1.01	
	(1.31)	(1.28)	(1.19)	(0.86)	(0.56)	(0.33)	(0.19)	(0.10)	
2.50	1.30	1.29	1.27	1.21	1.13	1.07	1.04	1.02	
	(0.68)	(0.68)	(0.65)	(0.53)	(0.41)	(0.29)	(0.20)	(0.13)	
3.00	1.14	1.14	1.13	1.10	1.08	1.05	1.03	1.02	
	(0.43)	(0.43)	(0.41)	(0.36)	(0.30)	(0.24)	(0.18)	(0.13)	
(0.90,1.10,2.423)	0.25	1.56	1.56	1.56	1.48	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.50)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	4.08	4.08	3.83	1.89	1.06	1.00	1.00	1.00
		(1.86)	(1.85)	(1.63)	(0.70)	(0.24)	(0.02)	(0.00)	(0.00)
	0.75	15.96	13.10	6.41	2.06	1.16	1.01	1.00	1.00
		(9.54)	(7.12)	(3.22)	(1.00)	(0.38)	(0.08)	(0.02)	(0.00)
	1.00	370.33	22.90	7.09	2.21	1.25	1.03	1.00	1.00
		(386.52)	(17.36)	(4.52)	(1.31)	(0.51)	(0.17)	(0.04)	(0.02)
	1.25	15.83	11.32	6.00	2.26	1.32	1.07	1.01	1.00
		(13.31)	(9.13)	(4.58)	(1.54)	(0.63)	(0.26)	(0.10)	(0.02)
	1.50	5.32	4.87	3.85	2.10	1.36	1.10	1.02	1.00
		(4.38)	(4.04)	(3.16)	(1.54)	(0.71)	(0.34)	(0.15)	(0.05)
1.75	2.94	2.81	2.53	1.80	1.33	1.12	1.03	1.01	
	(2.44)	(2.34)	(2.06)	(1.28)	(0.71)	(0.38)	(0.19)	(0.09)	
2.00	2.02	1.97	1.87	1.55	1.28	1.12	1.04	1.01	
	(1.56)	(1.51)	(1.41)	(1.03)	(0.65)	(0.39)	(0.21)	(0.11)	
2.50	1.36	1.36	1.33	1.25	1.16	1.09	1.04	1.02	
	(0.80)	(0.80)	(0.77)	(0.62)	(0.47)	(0.34)	(0.23)	(0.14)	
3.00	1.17	1.16	1.16	1.13	1.09	1.06	1.04	1.02	
	(0.50)	(0.49)	(0.48)	(0.42)	(0.34)	(0.28)	(0.21)	(0.15)	

Πίνακας Β.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ							
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.95,0.50,1.587)	0.25	1.16 (0.37)	1.16 (0.37)	1.16 (0.37)	1.04 (0.20)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	2.55 (1.23)	2.54 (1.22)	2.31 (1.02)	1.31 (0.48)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	8.56 (6.21)	6.57 (4.44)	3.49 (2.02)	1.46 (0.63)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	1.00	370.02 (768.45)	10.53 (10.13)	3.85 (2.84)	1.57 (0.79)	1.10 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.25	6.60 (7.14)	4.96 (4.87)	3.11 (2.53)	1.58 (0.88)	1.15 (0.39)	1.02 (0.16)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.50	2.72 (2.29)	2.53 (2.06)	2.15 (1.60)	1.48 (0.81)	1.17 (0.42)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)
	1.75	1.79 (1.21)	1.75 (1.17)	1.64 (1.03)	1.35 (0.67)	1.15 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)
	2.00	1.44 (0.81)	1.43 (0.80)	1.38 (0.74)	1.24 (0.54)	1.12 (0.38)	1.05 (0.24)	1.02 (0.13)	1.01 (0.07)
	2.50	1.17 (0.45)	1.17 (0.46)	1.16 (0.43)	1.12 (0.36)	1.08 (0.30)	1.04 (0.22)	1.02 (0.15)	1.01 (0.10)
	3.00	1.08 (0.30)	1.08 (0.30)	1.08 (0.29)	1.06 (0.26)	1.05 (0.22)	1.03 (0.18)	1.02 (0.14)	1.01 (0.10)
(0.95,0.60,1.498)	0.25	1.13 (0.34)	1.13 (0.34)	1.13 (0.34)	1.03 (0.16)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	2.47 (1.21)	2.46 (1.20)	2.22 (1.00)	1.27 (0.46)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	8.79 (6.56)	6.65 (4.70)	3.42 (2.05)	1.42 (0.60)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	1.00	370.36 (639.22)	11.22 (11.07)	3.88 (3.00)	1.53 (0.78)	1.09 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.25	7.20 (8.21)	5.25 (5.48)	3.14 (2.71)	1.55 (0.88)	1.14 (0.38)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	1.50	2.77 (2.52)	2.56 (2.21)	2.16 (1.70)	1.46 (0.82)	1.15 (0.41)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)
	1.75	1.79 (1.29)	1.75 (1.24)	1.64 (1.08)	1.34 (0.68)	1.14 (0.41)	1.05 (0.22)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)
	2.00	1.44 (0.83)	1.42 (0.82)	1.37 (0.75)	1.23 (0.55)	1.12 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	1.00 (0.06)
	2.50	1.16 (0.46)	1.16 (0.46)	1.15 (0.44)	1.11 (0.36)	1.07 (0.29)	1.04 (0.21)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)
	3.00	1.08 (0.29)	1.08 (0.30)	1.07 (0.28)	1.06 (0.25)	1.04 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.13)	1.01 (0.10)
(0.95,0.70,1.527)	0.25	1.14 (0.35)	1.14 (0.35)	1.14 (0.35)	1.03 (0.18)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	2.54 (1.27)	2.53 (1.25)	2.28 (1.04)	1.28 (0.47)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	9.61 (7.12)	7.28 (5.16)	3.61 (2.21)	1.44 (0.63)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	1.00	370.22 (547.60)	12.79 (12.30)	4.18 (3.30)	1.56 (0.82)	1.09 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	1.25	8.32 (9.41)	5.97 (6.33)	3.39 (3.03)	1.59 (0.94)	1.14 (0.39)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	1.50	3.00 (2.83)	2.76 (2.50)	2.29 (1.91)	1.50 (0.89)	1.16 (0.43)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.03)
	1.75	1.87 (1.44)	1.82 (1.36)	1.68 (1.17)	1.36 (0.73)	1.15 (0.42)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)
	2.00	1.47 (0.90)	1.45 (0.88)	1.40 (0.81)	1.25 (0.58)	1.12 (0.39)	1.05 (0.24)	1.02 (0.13)	1.00 (0.07)
	2.50	1.17 (0.49)	1.17 (0.48)	1.16 (0.47)	1.12 (0.38)	1.08 (0.30)	1.04 (0.22)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)
	3.00	1.08 (0.31)	1.08 (0.31)	1.07 (0.29)	1.06 (0.26)	1.05 (0.22)	1.03 (0.17)	1.02 (0.14)	1.01 (0.10)

Πίνακας B.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το Max-DGWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

(q, α, L_2)	ρ	δ																	
		0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00										
(0.95,0.80,1.629)	0.25	1.17	1.17	1.17	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.38)	(0.38)	(0.38)	(0.23)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		2.72	2.71	2.45	1.33	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.38)	(1.35)	(1.13)	(0.50)	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	10.79	8.27	3.98	1.50	1.05	1.00	1.00	1.00	(7.71)	(5.70)	(2.45)	(0.67)	(0.21)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		370.35	14.76	4.63	1.63	1.11	1.01	1.00	1.00	(479.65)	(13.42)	(3.63)	(0.89)	(0.33)	(0.10)	(0.02)	(0.02)	(0.00)	
	0.75	9.77	6.98	3.81	1.67	1.16	1.03	1.00	1.00	(10.60)	(7.25)	(3.49)	(1.04)	(0.42)	(0.16)	(0.05)	(0.02)	(0.02)	
		3.38	3.10	2.51	1.56	1.18	1.05	1.01	1.00	(3.28)	(2.91)	(2.20)	(0.99)	(0.48)	(0.22)	(0.09)	(0.09)	(0.03)	
	1.00	2.01	1.95	1.79	1.41	1.17	1.06	1.01	1.00	(1.64)	(1.55)	(1.35)	(0.82)	(0.46)	(0.25)	(0.12)	(0.05)	(0.05)	
		1.53	1.51	1.46	1.28	1.14	1.06	1.02	1.01	(1.01)	(1.00)	(0.91)	(0.65)	(0.42)	(0.26)	(0.14)	(0.07)	(0.07)	
	1.25	1.19	1.19	1.18	1.13	1.08	1.05	1.02	1.01	(0.53)	(0.53)	(0.52)	(0.41)	(0.32)	(0.23)	(0.15)	(0.10)	(0.10)	
		1.09	1.09	1.08	1.07	1.05	1.03	1.02	1.01	(0.33)	(0.36)	(0.32)	(0.27)	(0.23)	(0.19)	(0.14)	(0.10)	(0.10)	
	(0.95,0.90,1.760)	0.25	1.22	1.22	1.22	1.09	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.42)	(0.42)	(0.42)	(0.29)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			2.97	2.96	2.69	1.41	1.01	1.00	1.00	1.00	(1.51)	(1.51)	(1.26)	(0.53)	(0.09)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
0.50		12.09	9.44	4.48	1.59	1.06	1.00	1.00	1.00	(8.19)	(6.23)	(2.72)	(0.74)	(0.24)	(0.04)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
		370.76	16.84	5.22	1.73	1.13	1.01	1.00	1.00	(447.30)	(14.32)	(4.02)	(0.99)	(0.36)	(0.11)	(0.02)	(0.02)	(0.01)	
0.75		11.39	8.11	4.33	1.77	1.18	1.03	1.00	1.00	(11.61)	(8.04)	(3.91)	(1.17)	(0.45)	(0.18)	(0.05)	(0.02)	(0.02)	
		3.82	3.49	2.80	1.66	1.21	1.05	1.01	1.00	(3.69)	(3.31)	(2.52)	(1.13)	(0.15)	(0.24)	(0.10)	(0.10)	(0.04)	
1.00		2.19	2.11	1.93	1.48	1.19	1.06	1.02	1.00	(1.87)	(1.77)	(1.54)	(0.93)	(0.51)	(0.27)	(0.13)	(0.05)	(0.05)	
		1.61	1.59	1.53	1.33	1.16	1.07	1.02	1.01	(1.15)	(1.12)	(1.04)	(0.74)	(0.48)	(0.28)	(0.15)	(0.08)	(0.08)	
1.25		1.22	1.22	1.20	1.15	1.10	1.05	1.02	1.01	(0.59)	(0.59)	(0.56)	(0.46)	(0.34)	(0.25)	(0.17)	(0.10)	(0.10)	
		1.10	1.10	1.09	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	(0.36)	(0.37)	(0.35)	(0.30)	(0.25)	(0.20)	(0.15)	(0.11)	(0.11)	
(0.95,1.10,2.0295)		0.25	1.34	1.34	1.34	1.23	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.50)	(0.50)	(0.50)	(0.42)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.60	3.59	3.29	1.60	1.02	1.00	1.00	1.00	(1.82)	(1.82)	(1.56)	(0.64)	(0.14)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	0.50	14.51	11.75	5.64	1.80	1.09	1.00	1.00	1.00	(8.75)	(6.90)	(3.22)	(0.91)	(0.30)	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	
		369.81	20.31	6.45	1.97	1.18	1.02	1.00	1.00	(401.43)	(15.41)	(4.62)	(1.22)	(0.44)	(0.13)	(0.03)	(0.03)	(0.01)	
	0.75	14.27	10.31	5.41	2.03	1.24	1.04	1.00	1.00	(12.84)	(9.15)	(4.65)	(1.44)	(0.55)	(0.22)	(0.07)	(0.07)	(0.02)	
		4.78	4.38	3.43	1.89	1.28	1.07	1.01	1.00	(4.41)	(4.04)	(3.08)	(1.43)	(0.63)	(0.28)	(0.12)	(0.05)	(0.05)	
	1.00	2.63	2.52	2.27	1.65	1.25	1.09	1.02	1.00	(2.35)	(2.23)	(1.95)	(1.18)	(0.63)	(0.32)	(0.15)	(0.07)	(0.07)	
		1.83	1.80	1.71	1.44	1.21	1.09	1.03	1.01	(1.44)	(1.42)	(1.31)	(0.93)	(0.58)	(0.34)	(0.18)	(0.09)	(0.09)	
	1.25	1.29	1.28	1.27	1.20	1.13	1.07	1.03	1.01	(0.72)	(0.72)	(0.69)	(0.55)	(0.43)	(0.30)	(0.19)	(0.12)	(0.12)	
		1.13	1.13	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	(0.44)	(0.44)	(0.42)	(0.37)	(0.31)	(0.24)	(0.18)	(0.13)	(0.13)	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Παράρτημα Κεφαλαίου 5

Το Παράρτημα Γ παρουσιάζει τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 5 για τα SS-TEWMA, SS-EWMA, SS-DEWMA, SS-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Γ.1 περιέχει τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$ και 250. Τα Παραρτήματα Γ.2 και Γ.3 περιέχουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα SS-EWMA και SS-DEWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.80\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Τα Παραρτήματα Γ.4 και Γ.5 περιέχουν τις ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για τα SS-GWMA και SS-DGWMA διαγράμματα ελέγχου, αντίστοιχα, με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα των SS-GWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων ελέγχου με $q \in \{0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ παρέχονται στα Παραρτήματα Γ.2 και Γ.3, αντίστοιχα, εξαιτίας του γεγονότος ότι τα SS-EWMA και SS-DEWMA διαγράμματα ελέγχου αποτελούν ειδικές περιπτώσεις των αντίστοιχων SS-GWMA και SS-DGWMA διαγραμμάτων ελέγχου, όταν $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μέση τιμή της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00\}$, ενώ για την τυπική απόκλιση είναι $\rho \in \{0.25, 0.50, 0.75, 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.10, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00\}$. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση.

Γ.1 Απόδοση του SS-TEWMA διαγράμματος

Πίνακας Γ.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$.

(λ, K_3)	ρ	δ																							
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00													
(0.05,1.0051)	0.25	1.12	1.11	1.11	1.10	1.08	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.33)	(0.33)	(0.32)	(0.31)	(0.28)	(0.17)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
		2.93	2.91	2.86	2.78	2.56	1.85	1.08	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.83)	(1.82)	(1.78)	(1.72)	(1.56)	(1.03)	(0.29)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	11.97	11.70	10.96	9.91	7.58	3.64	1.34	1.18	1.00	1.00	1.00	1.00	(9.16)	(8.93)	(8.36)	(7.60)	(5.83)	(2.74)	(0.67)	(0.14)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	
		46.37	41.19	31.61	23.54	13.41	4.67	1.49	1.05	1.00	1.00	1.00	1.00	(43.74)	(37.97)	(28.38)	(20.95)	(11.63)	(4.02)	(0.91)	(0.24)	(0.05)	(0.02)	(0.00)	
	0.90	103.16	75.86	45.44	29.19	14.76	4.86	1.52	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	(118.40)	(82.55)	(45.53)	(27.46)	(13.55)	(4.35)	(0.98)	(0.27)	(0.06)	(0.02)	(0.00)	
		185.05	107.15	52.10	30.91	15.05	4.93	1.55	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	(245.71)	(130.53)	(56.75)	(31.28)	(14.55)	(4.57)	(1.03)	(0.29)	(0.07)	(0.02)	(0.00)	
	1.00	82.12	64.56	40.76	26.85	14.09	4.87	1.57	1.08	1.01	1.00	1.00	1.00	(102.97)	(78.78)	(45.84)	(28.26)	(14.27)	(4.69)	(1.09)	(0.32)	(0.08)	(0.02)	(0.01)	
		37.01	33.82	26.95	20.49	12.28	4.70	1.59	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	(43.69)	(39.34)	(30.17)	(22.31)	(12.84)	(4.67)	(1.13)	(0.35)	(0.10)	(0.02)	(0.01)	
	1.10	10.01	9.86	9.41	8.72	7.00	3.83	1.59	1.11	1.02	1.00	1.00	1.00	(11.69)	(11.49)	(10.92)	(10.01)	(7.86)	(4.04)	(1.20)	(0.39)	(0.14)	(0.04)	(0.01)	
		3.45	3.44	3.41	3.33	3.12	2.47	1.49	1.13	1.03	1.00	1.00	1.00	(3.96)	(3.95)	(3.89)	(3.79)	(3.47)	(2.56)	(1.11)	(0.46)	(0.17)	(0.06)	(0.03)	
	1.50	2.10	2.01	2.00	1.97	1.92	1.74	1.35	1.13	1.03	1.01	1.00	1.00	(2.03)	(2.02)	(2.00)	(1.97)	(1.87)	(1.57)	(0.92)	(0.47)	(0.21)	(0.09)	(0.04)	
		1.50	1.50	1.50	1.49	1.48	1.41	1.23	1.11	1.04	1.01	1.00	1.00	(1.19)	(1.22)	(1.23)	(1.21)	(1.18)	(1.05)	(0.70)	(0.43)	(0.23)	(0.11)	(0.05)	
	(0.10,1.587)	0.25	1.28	1.28	1.27	1.26	1.23	1.11	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.48)	(0.47)	(0.47)	(0.46)	(0.44)	(0.32)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			3.56	3.54	3.48	3.39	3.12	2.28	1.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.98)	(1.97)	(1.93)	(1.87)	(1.71)	(1.19)	(0.43)	(0.05)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	13.46	13.15	12.36	11.26	8.80	4.40	1.56	1.05	1.00	1.00	1.00	1.00	(8.70)	(8.46)	(7.93)	(7.20)	(5.65)	(2.87)	(0.84)	(0.22)	(0.03)	(0.00)	(0.00)
			55.45	48.84	36.64	26.73	15.21	5.58	1.73	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	(49.97)	(43.08)	(30.60)	(21.01)	(11.13)	(4.12)	(1.08)	(0.32)	(0.08)	(0.02)	(0.00)
0.90		122.42	92.49	54.42	33.54	16.81	5.79	1.77	1.11	1.01	1.00	1.00	1.00	(129.50)	(95.92)	(52.12)	(28.94)	(13.08)	(4.46)	(1.14)	(0.35)	(0.10)	(0.02)	(0.00)	
		185.13	121.60	62.21	35.44	17.09	5.81	1.80	1.12	1.01	1.00	1.00	1.00	(210.25)	(135.47)	(63.48)	(32.27)	(14.06)	(4.67)	(1.21)	(0.38)	(0.10)	(0.02)	(0.01)	
1.00		92.03	74.92	47.65	30.59	16.06	5.72	1.81	1.13	1.01	1.00	1.00	1.00	(102.36)	(83.03)	(48.82)	(28.97)	(13.84)	(4.75)	(1.26)	(0.41)	(0.12)	(0.02)	(0.01)	
		43.01	38.82	30.59	23.31	14.05	5.52	1.82	1.14	1.02	1.00	1.00	1.00	(45.60)	(40.63)	(30.62)	(22.28)	(12.50)	(4.75)	(1.30)	(0.43)	(0.13)	(0.04)	(0.02)	
1.10		11.63	11.38	10.87	10.01	8.13	4.51	1.80	1.17	1.03	1.00	1.00	1.00	(11.45)	(11.21)	(10.68)	(9.75)	(7.78)	(4.19)	(1.36)	(0.49)	(0.17)	(0.05)	(0.02)	
		4.12	4.09	4.01	3.95	3.69	2.87	1.66	1.19	1.04	1.01	1.00	1.00	(4.21)	(4.17)	(4.09)	(4.01)	(3.71)	(2.77)	(1.26)	(0.55)	(0.22)	(0.09)	(0.04)	
1.50		2.30	2.30	2.29	2.27	2.21	1.97	1.47	1.17	1.05	1.01	1.00	1.00	(2.24)	(2.24)	(2.22)	(2.18)	(2.10)	(1.77)	(1.04)	(0.54)	(0.26)	(0.10)	(0.05)	
		1.66	1.66	1.66	1.65	1.62	1.54	1.31	1.15	1.05	1.02	1.00	1.00	(1.37)	(1.38)	(1.38)	(1.37)	(1.34)	(1.19)	(0.82)	(0.50)	(0.27)	(0.14)	(0.06)	
(0.20,2.328)		0.25	1.55	1.55	1.54	1.53	1.48	1.31	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.59)	(0.59)	(0.59)	(0.58)	(0.56)	(0.47)	(0.12)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			4.14	4.11	4.05	3.95	3.67	2.74	1.40	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	(1.93)	(1.92)	(1.89)	(1.84)	(1.70)	(1.24)	(0.56)	(0.12)	(0.01)	(0.00)	(0.00)
		0.50	14.95	14.56	13.64	12.40	9.65	5.05	1.83	1.11	1.00	1.00	1.00	1.00	(9.41)	(9.08)	(8.24)	(7.30)	(5.34)	(2.74)	(0.94)	(0.33)	(0.06)	(0.02)	(0.00)
			74.78	65.53	48.22	33.22	17.19	6.27	2.01	1.16	1.01	1.00	1.00	1.00	(70.54)	(60.71)	(42.61)	(27.57)	(12.26)	(3.88)	(1.18)	(0.42)	(0.11)	(0.02)	(0.00)
	0.90	151.23	119.11	72.39	42.50	19.15	6.45	2.04	1.18	1.02	1.00	1.00	1.00	(157.01)	(120.39)	(70.10)	(37.68)	(14.54)	(4.21)	(1.25)	(0.45)	(0.13)	(0.03)	(0.01)	
		185.60	140.05	78.69	44.27	19.30	6.50	2.07	1.20	1.02	1.00	1.00	1.00	(196.49)	(146.84)	(79.21)	(41.14)	(15.41)	(4.41)	(1.30)	(0.48)	(0.15)	(0.03)	(0.02)	
	1.00	103.83	85.96	57.27	36.67	17.92	6.37	2.08	1.21	1.03	1.00	1.00	1.00	(108.50)	(89.62)	(56.73)	(34.34)	(14.80)	(4.50)	(1.35)	(0.50)	(0.17)	(0.04)	(0.02)	
		50.23	45.81	36.13	26.87	15.60	6.10	2.08	1.22	1.03	1.00	1.00	1.00	(51.24)	(45.93)	(35.47)	(24.99)	(13.04)	(4.47)	(1.39)	(0.52)	(0.18)	(0.05)	(0.02)	
	1.10	12.88	12.58	11.99	11.03	8.89	4.95	2.03	1.25	1.05	1.01	1.01	1.01	(11.42)	(11.18)	(10.60)	(9.63)	(7.44)	(3.94)	(1.44)	(0.58)	(0.22)	(0.08)	(0.02)	
		4.61	4.58	4.52	4.42	4.14	3.22	1.83	1.26	1.07	1.01	1.00	1.00	(4.06)	(4.02)	(3.99)	(3.90)	(3.63)	(2.75)	(1.34)	(0.62)	(0.28)	(0.11)	(0.05)	
	1.50	2.59	2.59	2.58	2.56	2.47	2.19	1.59	1.23	1.08	1.02	1.00	1.00	(2.28)	(2.28)	(2.27)	(2.24)	(2.15)	(1.82)	(1.11)	(0.60)	(0.31)	(0.14)	(0.06)	
		1.83	1.82	1.81	1.80	1.78	1.69	1.41	1.19	1.08	1.03	1.01	1.01	(1.45)	(1.45)	(1.44)	(1.43)	(1.40)	(1.28)	(0.90)	(0.55)	(0.32)	(0.17)	(0.09)	

Πίνακας Γ.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)

διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 185$.

(λ, K_3)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,2.812)	0.25	1.72 (0.61)	1.72 (0.60)	1.71 (0.60)	1.70 (0.60)	1.65 (0.58)	1.47 (0.53)	1.04 (0.20)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.33 (1.83)	4.30 (1.82)	4.25 (1.79)	4.15 (1.74)	3.87 (1.60)	2.95 (1.19)	1.55 (0.60)	1.03 (0.17)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	17.25 (12.27)	16.88 (11.97)	15.57 (10.64)	13.85 (9.09)	10.44 (6.13)	5.27 (2.61)	1.99 (0.96)	1.16 (0.38)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	96.24 (92.79)	85.03 (81.69)	62.52 (57.97)	41.83 (37.08)	19.99 (15.64)	6.53 (3.86)	2.16 (1.18)	1.22 (0.47)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	0.95	169.73 (170.65)	139.32 (141.55)	88.74 (88.06)	53.19 (49.80)	22.07 (18.02)	6.70 (4.14)	2.19 (1.24)	1.24 (0.49)	1.03 (0.16)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	1.00	185.52 (191.39)	148.62 (151.81)	90.94 (91.09)	52.67 (50.33)	21.98 (18.52)	6.73 (4.36)	2.21 (1.29)	1.26 (0.52)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.05	109.10 (113.05)	92.64 (95.05)	64.62 (64.21)	42.46 (40.42)	19.84 (17.04)	6.59 (4.46)	2.22 (1.34)	1.27 (0.54)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.10	54.40 (55.04)	50.16 (50.03)	40.46 (39.77)	30.04 (28.22)	13.81 (11.95)	6.30 (4.36)	2.22 (1.38)	1.28 (0.56)	1.04 (0.21)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.57 (12.09)	13.33 (11.97)	12.61 (11.11)	11.48 (9.88)	9.25 (7.69)	5.08 (3.76)	2.14 (1.42)	1.30 (0.61)	1.06 (0.26)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.50	4.72 (3.86)	4.70 (3.83)	4.63 (3.78)	4.54 (3.71)	4.26 (3.47)	3.31 (2.61)	1.91 (1.32)	1.30 (0.64)	1.09 (0.31)	1.02 (0.13)	1.00 (0.05)	
	1.75	2.69 (2.19)	2.69 (2.19)	2.67 (2.17)	2.64 (2.15)	2.58 (2.08)	2.29 (1.78)	1.65 (1.10)	1.27 (0.62)	1.09 (0.33)	1.03 (0.16)	1.01 (0.07)	
	2.00	1.89 (1.42)	1.88 (1.42)	1.88 (1.41)	1.86 (1.40)	1.85 (1.38)	1.74 (1.25)	1.46 (0.90)	1.22 (0.57)	1.09 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.10)	
	(0.50,3.510)	0.25	1.90 (0.57)	1.90 (0.57)	1.89 (0.57)	1.88 (0.56)	1.84 (0.55)	1.67 (0.51)	1.14 (0.35)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.69 (2.10)	4.67 (2.07)	4.59 (2.02)	4.47 (1.93)	4.14 (1.71)	3.13 (1.17)	1.74 (0.59)	1.08 (0.27)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	28.55 (25.30)	27.76 (24.25)	25.18 (21.69)	21.69 (18.27)	14.62 (11.28)	5.85 (3.22)	2.16 (0.93)	1.25 (0.45)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	143.86 (140.87)	129.70 (127.69)	97.73 (96.66)	67.03 (64.09)	30.26 (27.25)	7.42 (4.96)	2.31 (1.13)	1.31 (0.52)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
		0.95	202.54 (200.88)	174.66 (173.65)	120.80 (119.28)	77.25 (75.92)	37.77 (28.88)	7.54 (5.21)	2.33 (1.18)	1.33 (0.54)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
		1.00	185.48 (187.91)	158.62 (159.75)	110.31 (109.67)	70.79 (69.70)	29.86 (27.83)	7.46 (5.27)	2.34 (1.23)	1.34 (0.55)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
1.05		111.95 (113.32)	101.06 (100.52)	76.33 (76.55)	53.23 (53.01)	25.36 (23.51)	7.19 (5.16)	2.34 (1.27)	1.35 (0.57)	1.06 (0.25)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.10		60.15 (60.30)	55.59 (55.22)	46.74 (46.33)	36.15 (35.32)	20.19 (18.67)	6.80 (4.94)	2.33 (1.30)	1.36 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.25		15.12 (14.29)	14.71 (13.63)	13.74 (12.68)	12.57 (11.41)	9.90 (8.54)	5.32 (3.97)	2.24 (1.34)	1.37 (0.62)	1.09 (0.30)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.50		4.80 (3.82)	4.79 (3.83)	4.72 (3.75)	4.62 (3.65)	4.32 (3.38)	3.37 (2.46)	1.97 (1.25)	1.35 (0.64)	1.11 (0.34)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)	
1.75		2.73 (2.02)	2.72 (2.02)	2.71 (2.01)	2.69 (2.00)	2.62 (1.94)	2.32 (1.64)	1.70 (1.04)	1.31 (0.62)	1.12 (0.36)	1.03 (0.19)	1.01 (0.09)	
2.00		1.93 (1.31)	1.93 (1.31)	1.93 (1.32)	1.92 (1.32)	1.89 (1.28)	1.79 (1.16)	1.50 (0.86)	1.26 (0.57)	1.11 (0.36)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	
(0.80,4.135)		0.25	2.16 (0.70)	2.16 (0.69)	2.14 (0.69)	2.12 (0.67)	2.07 (0.64)	1.85 (0.52)	1.29 (0.46)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	10.58 (8.68)	10.49 (8.62)	10.20 (8.39)	9.68 (7.84)	8.34 (6.48)	4.86 (3.09)	1.96 (0.67)	1.16 (0.37)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	98.82 (99.50)	95.39 (95.08)	86.99 (86.68)	75.33 (74.31)	49.87 (47.94)	12.94 (11.32)	2.54 (1.28)	1.35 (0.51)	1.03 (0.17)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	244.37 (244.63)	229.34 (229.12)	189.71 (189.59)	145.42 (144.23)	74.07 (73.81)	14.58 (13.11)	2.69 (1.52)	1.41 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)
		0.95	245.37 (245.91)	226.60 (230.23)	182.03 (181.16)	135.15 (135.55)	66.76 (65.61)	13.68 (12.12)	2.70 (1.56)	1.42 (0.59)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
		1.00	185.60 (187.90)	173.21 (174.65)	140.15 (139.88)	106.46 (107.74)	54.28 (53.26)	12.40 (11.03)	2.69 (1.59)	1.43 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	114.92 (115.24)	108.22 (108.01)	92.49 (93.40)	71.70 (72.36)	40.86 (40.14)	10.95 (9.64)	2.65 (1.60)	1.44 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.10	67.47 (66.92)	64.93 (64.89)	57.26 (56.83)	46.74 (46.15)	30.02 (29.28)	9.56 (8.26)	2.61 (1.60)	1.44 (0.64)	1.10 (0.31)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.25	18.03 (17.62)	17.68 (16.99)	16.77 (16.10)	15.43 (14.71)	12.39 (11.61)	6.38 (5.37)	2.43 (1.54)	1.44 (0.67)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.19 (4.40)	5.17 (4.41)	5.06 (4.31)	4.92 (4.11)	4.63 (3.84)	3.58 (2.73)	2.06 (1.30)	1.41 (0.66)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	1.75	2.79 (2.05)	2.78 (2.04)	2.76 (2.04)	2.74 (2.02)	2.66 (1.94)	2.38 (1.64)	1.75 (1.04)	1.35 (0.61)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
	2.00	1.95 (1.27)	1.96 (1.28)	1.95 (1.26)	1.94 (1.26)	1.92 (1.23)	1.82 (1.12)	1.52 (0.81)	1.28 (0.55)	1.13 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	

Πίνακας Γ.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$.

(λ, K_3)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.05,1.246)	0.25	1.18 (0.40)	1.17 (0.40)	1.17 (0.39)	1.16 (0.38)	1.14 (0.35)	1.05 (0.23)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.24 (1.97)	3.22 (1.95)	3.17 (1.92)	3.08 (1.86)	2.83 (1.68)	2.04 (1.13)	1.13 (0.35)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	13.36 (9.62)	13.03 (9.41)	12.16 (8.77)	11.04 (7.98)	8.48 (6.15)	4.05 (2.93)	1.42 (0.75)	1.03 (0.18)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.90	53.30 (47.42)	47.31 (41.40)	35.99 (30.18)	26.76 (22.11)	15.14 (12.31)	5.21 (4.30)	1.59 (1.00)	1.07 (0.27)	1.00 (0.01)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	126.89 (137.95)	91.54 (95.16)	53.25 (50.41)	33.36 (29.36)	16.74 (14.40)	5.42 (4.66)	1.63 (1.07)	1.08 (0.30)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	250.16 (315.07)	135.58 (155.62)	61.86 (63.54)	35.44 (33.50)	17.14 (15.53)	5.49 (4.89)	1.66 (1.14)	1.09 (0.33)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.05	101.27 (121.19)	78.03 (89.51)	48.01 (50.55)	30.96 (30.67)	16.02 (15.24)	5.41 (5.00)	1.68 (1.19)	1.10 (0.36)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.10	44.28 (49.02)	39.76 (43.66)	31.28 (32.83)	23.63 (24.09)	13.95 (13.76)	5.22 (4.99)	1.70 (1.24)	1.11 (0.39)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.25	11.43 (12.61)	11.26 (12.39)	10.69 (11.72)	9.85 (10.73)	7.88 (8.44)	4.25 (4.34)	1.69 (1.31)	1.14 (0.44)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.85 (4.32)	3.83 (4.30)	3.79 (4.23)	3.70 (4.11)	3.46 (3.78)	2.69 (2.76)	1.57 (1.21)	1.16 (0.50)	1.03 (0.19)	1.01 (0.08)	1.00 (0.03)	
	1.75	2.17 (2.20)	2.16 (2.20)	2.15 (2.18)	2.14 (2.15)	2.07 (2.05)	1.85 (1.71)	1.40 (0.99)	1.15 (0.51)	1.04 (0.23)	1.01 (0.10)	1.00 (0.04)	
	2.00	1.58 (1.32)	1.58 (1.33)	1.58 (1.33)	1.57 (1.32)	1.55 (1.30)	1.47 (1.13)	1.26 (0.77)	1.12 (0.61)	1.04 (0.25)	1.01 (0.12)	1.01 (0.05)	
	(0.10,1.880)	0.25	1.38 (0.54)	1.38 (0.54)	1.37 (0.53)	1.36 (0.53)	1.33 (0.50)	1.18 (0.39)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.93 (2.09)	3.91 (2.07)	3.85 (2.03)	3.74 (1.98)	3.45 (1.81)	2.52 (1.27)	1.28 (0.49)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		14.85 (9.07)	14.51 (8.82)	13.63 (8.27)	12.41 (7.52)	9.73 (5.87)	4.87 (3.03)	1.68 (0.91)	1.07 (0.26)	1.00 (0.04)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	
0.90		65.58 (57.52)	57.21 (49.27)	41.99 (33.63)	30.17 (22.76)	16.96 (11.77)	6.18 (4.33)	1.86 (1.16)	1.12 (0.37)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.95		154.31 (158.56)	113.73 (114.44)	64.39 (59.35)	38.54 (31.86)	18.78 (13.84)	6.41 (4.70)	1.90 (1.24)	1.14 (0.40)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		250.57 (276.61)	156.96 (167.77)	74.49 (73.54)	41.48 (36.90)	19.17 (14.98)	6.45 (4.92)	1.93 (1.31)	1.15 (0.43)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.05		117.95 (128.74)	91.91 (98.59)	56.19 (55.59)	35.33 (32.17)	18.00 (14.72)	6.33 (5.02)	1.95 (1.36)	1.17 (0.15)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
1.10		51.22 (52.50)	46.15 (46.46)	35.58 (34.04)	26.60 (24.36)	15.77 (13.36)	6.10 (5.01)	1.96 (1.40)	1.18 (0.48)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.25		13.17 (12.30)	12.92 (12.11)	12.20 (11.38)	11.25 (10.40)	9.08 (8.28)	4.96 (4.42)	1.93 (1.46)	1.20 (0.54)	1.03 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.50		4.55 (4.50)	4.51 (4.46)	4.47 (4.41)	4.36 (4.29)	4.08 (4.00)	3.13 (2.97)	1.75 (1.36)	1.22 (0.59)	1.05 (0.25)	1.01 (0.10)	1.00 (0.04)	
1.75		2.50 (2.42)	2.50 (2.41)	2.47 (2.39)	2.46 (2.37)	2.39 (2.27)	2.11 (1.91)	1.54 (1.12)	1.20 (0.59)	1.06 (0.28)	1.02 (0.13)	1.00 (0.05)	
2.00		1.75 (1.49)	1.75 (1.48)	1.75 (1.48)	1.75 (1.48)	1.72 (1.44)	1.62 (1.30)	1.36 (0.89)	1.17 (0.54)	1.06 (0.30)	1.02 (0.15)	1.01 (0.07)	
(0.20,2.640)		0.25	1.67 (0.62)	1.67 (0.62)	1.66 (0.62)	1.65 (0.61)	1.60 (0.59)	1.41 (0.52)	1.28 (0.16)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.47 (2.00)	4.45 (1.99)	4.38 (1.96)	4.28 (1.91)	3.97 (1.76)	2.97 (1.29)	1.50 (0.60)	1.02 (0.15)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	16.33 (10.00)	16.26 (9.80)	14.97 (8.86)	13.53 (7.76)	10.53 (5.65)	5.47 (2.83)	1.97 (1.01)	1.14 (0.37)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	90.75 (85.44)	78.86 (72.36)	57.45 (50.91)	38.21 (31.17)	19.13 (13.58)	6.80 (4.06)	2.15 (1.25)	1.21 (0.46)	1.16 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.95	197.13 (198.32)	151.43 (151.30)	88.32 (84.97)	50.11 (44.68)	21.46 (16.15)	7.00 (4.36)	2.19 (1.32)	1.22 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.00	250.26 (258.72)	182.80 (188.85)	97.38 (96.83)	52.63 (48.43)	21.62 (16.96)	7.40 (4.59)	2.22 (1.38)	1.24 (0.52)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.05	133.34 (137.87)	108.18 (112.30)	69.17 (68.68)	42.69 (39.55)	20.03 (16.20)	6.91 (4.68)	2.23 (1.44)	1.25 (0.54)	1.03 (0.19)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.10	59.93 (60.24)	54.55 (54.14)	42.58 (41.16)	30.81 (28.04)	17.35 (14.26)	6.63 (4.65)	2.23 (1.47)	1.27 (0.56)	1.04 (0.21)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.25	14.35 (12.30)	14.10 (12.24)	13.34 (11.47)	12.22 (10.31)	9.77 (7.93)	5.36 (4.11)	2.16 (1.52)	1.29 (0.63)	1.06 (0.25)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.50	5.01 (4.27)	4.99 (4.24)	4.91 (4.20)	4.82 (4.12)	4.50 (3.84)	3.46 (2.89)	1.93 (1.42)	1.30 (0.66)	1.08 (0.31)	1.02 (0.12)	1.00 (0.05)	
	1.75	2.78 (2.41)	2.78 (2.42)	2.76 (2.40)	2.73 (2.37)	2.65 (2.29)	2.34 (1.94)	1.66 (1.18)	1.27 (0.65)	1.09 (0.34)	1.02 (0.16)	1.00 (1.07)	
	2.00	1.92 (1.55)	1.92 (1.54)	1.91 (1.54)	1.90 (1.52)	1.88 (1.49)	1.77 (1.35)	1.46 (0.96)	1.22 (0.59)	1.09 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	

Πίνακας Γ.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-TEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)

διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 250$.

(λ, K_3)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,3.145)	0.25	1.85 (0.62)	1.84 (0.62)	1.83 (0.62)	1.82 (0.61)	1.77 (0.60)	1.58 (0.54)	1.08 (0.27)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.65 (1.88)	4.63 (1.87)	4.56 (1.84)	4.46 (1.80)	4.16 (1.66)	3.16 (1.23)	1.66 (0.63)	1.05 (0.22)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	19.36 (13.96)	18.97 (13.55)	17.46 (12.11)	15.45 (10.23)	11.44 (6.74)	5.67 (2.71)	2.13 (1.01)	1.21 (0.43)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	122.28 (119.92)	107.29 (103.76)	77.20 (72.53)	50.20 (44.53)	22.82 (17.87)	7.06 (4.06)	2.30 (1.23)	1.27 (0.51)	1.03 (0.16)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	0.95	224.54 (222.72)	183.27 (183.08)	112.06 (110.48)	64.63 (60.28)	25.54 (21.13)	7.25 (4.37)	2.33 (1.29)	1.29 (0.53)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	250.33 (256.97)	196.89 (201.68)	115.58 (116.09)	65.34 (62.83)	25.35 (21.40)	7.27 (4.58)	2.35 (1.35)	1.30 (0.56)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	141.63 (145.43)	118.86 (122.28)	79.56 (78.93)	50.51 (47.81)	22.49 (19.10)	7.13 (4.71)	2.36 (1.40)	1.32 (0.58)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.10	66.79 (67.01)	60.61 (59.90)	48.12 (46.40)	35.40 (33.74)	18.96 (16.20)	6.83 (4.63)	2.36 (1.44)	1.33 (0.60)	1.06 (0.24)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.25	15.36 (13.69)	15.03 (13.36)	14.13 (12.30)	12.87 (10.98)	10.16 (8.31)	5.49 (3.98)	2.27 (1.48)	1.35 (0.65)	1.08 (0.29)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.50	5.10 (4.08)	5.07 (4.06)	5.03 (4.02)	4.91 (3.92)	4.59 (3.63)	3.55 (2.73)	2.01 (1.39)	1.34 (0.68)	1.10 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.05)	
	1.75	2.88 (2.31)	2.86 (2.30)	2.85 (2.29)	2.82 (2.27)	2.75 (2.19)	2.42 (1.87)	1.73 (1.17)	1.30 (0.66)	1.11 (0.36)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	2.00	1.99 (1.51)	1.98 (1.50)	1.98 (1.50)	1.97 (1.48)	1.94 (1.45)	1.82 (1.32)	1.51 (0.95)	1.25 (0.60)	1.10 (0.36)	1.04 (0.20)	1.02 (0.11)	
	(0.50,3.840)	0.25	2.01 (0.58)	2.00 (0.58)	1.99 (0.58)	1.98 (0.57)	1.94 (0.56)	1.77 (0.51)	1.22 (0.41)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.03 (2.23)	5.01 (2.22)	4.92 (2.15)	4.79 (2.06)	4.41 (1.80)	3.33 (1.18)	1.84 (0.60)	1.12 (0.32)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	34.38 (30.99)	33.26 (29.71)	30.12 (26.73)	25.72 (21.86)	16.95 (13.57)	6.35 (3.55)	2.28 (0.96)	1.30 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	192.66 (191.81)	170.82 (168.76)	126.25 (123.54)	84.65 (82.55)	36.25 (32.82)	8.14 (5.46)	2.44 (1.18)	1.36 (0.55)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
		0.95	272.17 (270.22)	232.86 (229.77)	159.10 (157.58)	99.09 (97.75)	38.23 (35.41)	8.27 (5.74)	2.46 (1.23)	1.38 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
		1.00	250.16 (251.16)	212.10 (212.06)	143.21 (142.74)	89.71 (89.38)	35.65 (33.26)	8.16 (5.78)	2.47 (1.29)	1.39 (0.59)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
1.05		145.94 (147.01)	131.16 (133.38)	96.34 (95.71)	65.56 (64.66)	29.95 (28.14)	7.84 (5.64)	2.46 (1.33)	1.40 (0.60)	1.08 (0.27)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.10		75.56 (75.95)	70.27 (70.24)	57.35 (57.22)	43.24 (42.30)	23.49 (21.96)	7.40 (5.42)	2.45 (1.36)	1.41 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
1.25		17.29 (16.30)	16.83 (15.84)	15.77 (14.73)	14.19 (13.18)	10.95 (9.48)	5.72 (4.21)	2.35 (1.40)	1.42 (0.66)	1.11 (0.32)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.50		5.18 (4.11)	5.17 (4.12)	5.09 (4.05)	4.96 (3.91)	4.62 (3.55)	3.59 (2.60)	2.06 (1.31)	1.40 (0.68)	1.13 (0.37)	1.03 (0.17)	1.00 (0.07)	
1.75		2.89 (2.21)	2.88 (2.12)	2.87 (2.12)	2.84 (2.09)	2.77 (2.04)	2.45 (1.72)	1.77 (1.09)	1.34 (0.65)	1.13 (0.38)	1.04 (0.20)	1.01 (0.10)	
2.00		2.02 (1.38)	2.02 (1.39)	2.02 (1.39)	2.01 (1.38)	1.97 (1.34)	1.86 (1.23)	1.54 (0.90)	1.28 (0.59)	1.12 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.12)	
(0.80,4.435)		0.25	2.28 (0.74)	2.28 (0.74)	2.26 (0.73)	2.24 (0.72)	2.18 (0.68)	1.94 (0.54)	1.38 (0.49)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	12.53 (10.55)	12.36 (10.37)	11.96 (9.97)	11.37 (9.38)	9.67 (7.74)	5.41 (3.56)	2.06 (0.71)	1.21 (0.41)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	127.31 (126.42)	124.43 (124.73)	113.83 (113.58)	97.70 (97.11)	63.08 (61.13)	15.51 (13.90)	2.71 (1.38)	1.40 (0.54)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	329.58 (326.07)	310.89 (310.71)	253.42 (253.91)	191.64 (188.12)	94.90 (93.56)	16.98 (15.41)	2.87 (1.67)	1.46 (0.60)	1.07 (0.03)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
		0.95	336.00 (337.80)	305.97 (307.59)	246.13 (244.26)	177.83 (175.60)	84.55 (84.35)	15.84 (14.28)	2.87 (1.70)	1.47 (0.62)	1.09 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
		1.00	250.26 (252.70)	231.73 (234.18)	186.02 (186.62)	136.82 (136.34)	67.28 (67.07)	14.40 (21.98)	2.85 (1.71)	1.48 (0.64)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.05	149.29 (150.54)	140.445 (141.47)	117.73 (117.58)	91.78 (91.83)	49.52 (48.41)	12.57 (11.13)	2.82 (1.72)	1.49 (0.66)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.10	84.90 (84.95)	81.50 (81.20)	71.20 (70.94)	58.04 (57.42)	35.84 (34.89)	10.83 (9.56)	2.77 (1.71)	1.50 (0.68)	1.12 (0.33)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.25	20.90 (20.22)	20.51 (19.97)	19.41 (18.76)	17.77 (17.04)	14.08 (13.30)	7.00 (6.00)	2.56 (1.63)	1.49 (0.71)	1.14 (0.36)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.66 (4.88)	5.61 (4.82)	5.52 (4.74)	5.38 (4.62)	5.00 (4.15)	3.81 (2.93)	2.15 (1.37)	1.45 (0.69)	1.16 (0.40)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	
	1.75	2.94 (2.17)	2.94 (2.18)	2.93 (2.18)	2.90 (2.16)	2.82 (2.08)	2.50 (1.75)	1.81 (1.08)	1.37 (0.64)	1.15 (0.40)	1.05 (0.22)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.04 (1.34)	2.03 (1.33)	2.03 (1.33)	2.02 (1.32)	1.99 (1.30)	1.88 (1.18)	1.56 (0.85)	1.30 (0.58)	1.14 (0.39)	1.06 (0.24)	1.02 (0.16)	

Γ.2 Απόδοση του SS–EWMA διαγράμματος

Πίνακας Γ.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–EWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)*
 διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.05,3.541)	0.25	1.89 (0.54)	1.88 (0.54)	1.88 (0.54)	1.86 (0.53)	1.83 (0.52)	1.68 (0.50)	1.15 (0.35)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.46 (1.79)	4.44 (1.78)	4.38 (1.75)	4.28 (1.70)	3.99 (1.55)	3.06 (1.09)	1.73 (0.57)	1.09 (0.28)	1.09 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	16.76 (9.73)	16.36 (9.47)	15.32 (8.73)	13.86 (7.73)	10.67 (5.67)	5.40 (2.57)	2.12 (0.88)	1.25 (0.45)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	90.24 (79.14)	77.79 (66.12)	55.57 (40.06)	37.85 (27.95)	19.41 (12.88)	6.65 (3.77)	2.25 (1.07)	1.31 (0.51)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	0.95	231.82 (228.80)	165.32 (160.59)	88.31 (79.25)	49.42 (40.23)	21.54 (15.15)	6.80 (4.05)	2.27 (1.12)	1.33 (0.52)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	369.69 (387.72)	224.27 (228.46)	99.22 (92.49)	52.58 (45.26)	21.60 (15.90)	6.76 (4.23)	2.28 (1.17)	1.34 (0.54)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	155.03 (158.45)	118.73 (118.28)	70.58 (66.50)	42.48 (36.65)	19.92 (15.20)	6.62 (4.31)	2.27 (1.20)	1.34 (0.55)	1.06 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.10	61.14 (58.58)	55.39 (52.61)	42.01 (38.44)	30.57 (26.37)	16.94 (13.35)	6.31 (4.23)	2.26 (1.24)	1.35 (0.56)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.84 (11.77)	13.54 (11.49)	12.77 (10.75)	11.68 (9.69)	9.26 (7.37)	5.02 (3.60)	2.16 (1.27)	1.36 (0.59)	1.09 (0.30)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.58 (3.64)	4.55 (3.62)	4.50 (3.55)	4.40 (3.47)	4.12 (3.21)	3.22 (2.37)	1.92 (1.17)	1.34 (0.61)	1.11 (0.33)	1.02 (0.16)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.60 (1.92)	2.60 (1.93)	2.59 (1.93)	2.57 (1.91)	2.49 (1.83)	2.23 (1.55)	1.65 (0.96)	1.30 (0.58)	1.12 (0.35)	1.03 (0.18)	1.00 (0.09)	
	2.00	1.86 (1.22)	1.86 (1.23)	1.85 (1.22)	1.85 (1.21)	1.82 (1.18)	1.73 (1.08)	1.46 (0.78)	1.24 (0.53)	1.11 (0.34)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	
	(0.10,4.083)	0.25	2.05 (0.56)	2.04 (0.56)	2.04 (0.56)	2.02 (0.55)	1.98 (0.53)	1.82 (0.48)	1.28 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.97 (1.95)	4.94 (1.93)	4.87 (1.90)	4.76 (1.84)	4.43 (1.68)	3.38 (1.17)	1.89 (0.58)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	20.70 (13.42)	20.19 (12.90)	18.78 (11.77)	16.71 (10.03)	12.49 (6.88)	6.05 (2.80)	2.32 (0.94)	1.33 (0.49)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	135.65 (127.34)	117.30 (109.24)	81.72 (73.96)	52.52 (43.81)	24.04 (17.42)	7.47 (4.11)	2.46 (1.14)	1.39 (0.55)	1.06 (0.24)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
0.95		297.79 (295.19)	226.56 (223.44)	125.85 (120.07)	69.07 (61.87)	26.44 (19.82)	7.65 (4.48)	2.48 (1.20)	1.40 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.00		370.13 (378.71)	258.96 (258.74)	131.99 (128.62)	69.35 (63.80)	26.27 (20.42)	7.57 (4.64)	2.48 (1.25)	1.42 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.05		173.40 (172.66)	140.93 (140.55)	87.91 (84.30)	53.27 (48.83)	23.37 (18.39)	7.36 (4.69)	2.47 (1.28)	1.42 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.10		72.49 (69.61)	65.70 (62.86)	50.50 (47.38)	36.47 (32.96)	19.51 (15.60)	6.98 (4.58)	2.44 (1.31)	1.43 (0.61)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
1.25		15.50 (12.97)	15.12 (12.53)	14.24 (11.83)	12.96 (10.57)	10.21 (7.88)	5.50 (3.83)	2.33 (1.34)	1.43 (0.64)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.50		4.97 (3.79)	4.98 (3.80)	4.91 (3.74)	4.79 (3.64)	4.48 (3.34)	3.48 (2.47)	2.04 (1.23)	1.40 (0.65)	1.13 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
1.75		2.81 (2.02)	2.82 (2.03)	2.80 (2.02)	2.77 (2.00)	2.71 (1.95)	2.38 (1.62)	1.75 (1.03)	1.35 (0.62)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
2.00		1.98 (1.30)	1.98 (1.31)	1.98 (1.30)	1.97 (1.29)	1.93 (1.25)	1.83 (1.15)	1.53 (0.83)	1.28 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)	
(0.20,4.523)		0.25	2.19 (0.60)	2.19 (0.60)	2.18 (0.59)	2.16 (0.59)	2.11 (0.56)	1.92 (0.48)	1.40 (0.49)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.67 (2.40)	5.65 (2.38)	5.55 (2.32)	5.41 (2.24)	4.99 (2.00)	3.73 (1.33)	2.02 (0.60)	1.22 (0.42)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	34.20 (28.19)	33.68 (27.44)	30.18 (24.23)	25.88 (20.02)	17.53 (12.34)	7.07 (3.63)	2.51 (1.00)	1.41 (0.53)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	231.75 (225.27)	206.44 (205.28)	144.55 (139.27)	92.44 (88.27)	37.58 (32.81)	8.75 (5.35)	2.64 (1.22)	1.47 (0.58)	1.08 (0.27)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	0.95	382.45 (380.53)	314.57 (316.20)	196.11 (192.78)	111.62 (109.69)	40.19 (35.31)	8.88 (5.65)	2.66 (1.27)	1.48 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.15 (371.79)	294.75 (291.65)	180.38 (179.26)	102.26 (100.41)	37.41 (33.24)	8.78 (5.78)	2.66 (1.33)	1.49 (0.62)	1.10 (0.31)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	192.98 (192.95)	165.27 (164.78)	114.20 (112.89)	73.23 (70.71)	31.10 (27.17)	8.37 (5.64)	2.64 (1.34)	1.50 (0.64)	1.11 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	88.41 (87.45)	80.90 (80.07)	63.99 (61.47)	46.80 (44.09)	24.59 (21.50)	7.82 (5.37)	2.62 (1.40)	1.50 (0.65)	1.12 (0.33)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.25	17.86 (16.03)	17.48 (15.66)	16.25 (14.42)	14.69 (12.86)	11.45 (9.38)	5.97 (4.21)	2.47 (1.41)	1.50 (0.69)	1.14 (0.36)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.32 (4.03)	5.28 (4.02)	5.22 (3.96)	5.10 (3.83)	4.76 (3.50)	3.68 (2.56)	2.14 (1.28)	1.45 (0.69)	1.16 (0.40)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	
	1.75	2.96 (2.09)	2.96 (2.08)	2.95 (2.07)	2.92 (2.05)	2.83 (1.99)	2.50 (1.68)	1.82 (1.07)	1.38 (0.65)	1.16 (0.40)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.08 (1.35)	2.07 (1.35)	2.06 (1.34)	2.05 (1.33)	2.02 (1.30)	1.90 (1.19)	1.58 (0.87)	1.31 (0.59)	1.15 (0.39)	1.06 (0.24)	1.02 (0.14)	

*SS–GWMA διάγραμμα με $g = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Πίνακας Γ.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–EWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)*

διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,4.702)	0.25	2.28 (0.64)	2.28 (0.64)	2.27 (0.63)	2.25 (0.62)	2.19 (0.60)	1.98 (0.50)	1.46 (0.50)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	6.74 (3.47)	6.70 (3.46)	6.57 (3.34)	6.34 (3.16)	5.76 (2.72)	4.08 (1.61)	2.09 (0.63)	1.25 (0.43)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	59.17 (54.32)	56.90 (52.72)	51.60 (47.04)	43.39 (38.55)	27.42 (22.80)	8.59 (5.26)	2.62 (1.08)	1.44 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	319.85 (317.03)	288.86 (288.15)	212.50 (209.29)	140.96 (139.59)	57.99 (54.14)	10.67 (7.58)	2.77 (1.32)	1.50 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	0.95	429.14 (430.68)	372.68 (371.13)	255.83 (252.82)	154.79 (150.03)	58.06 (55.03)	10.64 (7.74)	2.78 (1.37)	1.51 (0.62)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.30 (373.29)	314.57 (314.36)	211.97 (210.74)	130.23 (129.04)	51.14 (48.78)	10.28 (7.62)	2.77 (1.42)	1.52 (0.64)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	202.80 (204.71)	180.81 (180.98)	133.45 (132.94)	88.91 (87.96)	40.26 (38.03)	9.61 (7.20)	2.76 (1.47)	1.53 (0.66)	1.12 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	98.63 (98.21)	90.85 (89.64)	74.53 (73.69)	56.54 (54.97)	30.26 (28.29)	8.79 (6.56)	2.72 (1.48)	1.53 (0.68)	1.13 (0.35)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	
	1.25	19.95 (18.41)	19.40 (17.94)	18.22 (16.82)	16.50 (15.00)	12.70 (11.07)	6.38 (4.70)	2.55 (1.49)	1.52 (0.71)	1.15 (0.38)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.57 (4.39)	5.53 (4.34)	5.45 (4.28)	5.31 (4.11)	4.93 (3.71)	3.79 (2.68)	2.19 (1.31)	1.47 (0.70)	1.17 (0.41)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.02 (2.14)	3.02 (2.13)	3.01 (2.12)	2.98 (2.09)	2.89 (2.02)	2.55 (1.71)	1.85 (1.09)	1.40 (0.66)	1.17 (0.41)	1.06 (0.23)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.10 (1.35)	2.10 (1.35)	2.09 (1.35)	2.07 (1.33)	2.05 (1.31)	1.93 (1.20)	1.60 (0.87)	1.33 (0.60)	1.16 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	
	(0.50,4.845)	0.25	2.53 (0.84)	2.52 (0.84)	2.50 (0.83)	2.48 (0.81)	2.40 (0.77)	2.12 (0.61)	1.50 (0.50)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	12.99 (10.39)	12.80 (10.14)	12.42 (9.77)	11.83 (9.23)	10.11 (7.60)	5.80 (3.46)	2.26 (0.79)	1.28 (0.45)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	150.36 (148.62)	146.67 (146.25)	132.71 (129.98)	114.17 (114.18)	71.77 (69.67)	16.59 (14.37)	2.96 (1.44)	1.48 (0.58)	1.05 (0.23)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	469.05 (461.85)	434.13 (432.39)	350.68 (351.74)	252.26 (246.50)	116.02 (112.72)	18.31 (16.17)	3.12 (1.73)	1.54 (0.65)	1.10 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
0.95		501.23 (502.30)	450.23 (449.07)	347.05 (348.03)	239.15 (235.98)	103.37 (101.27)	17.29 (15.23)	3.12 (1.79)	1.56 (0.68)	1.11 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.00		370.29 (371.83)	334.11 (334.88)	257.99 (256.43)	181.25 (178.87)	82.33 (82.04)	15.65 (13.81)	3.08 (1.80)	1.57 (0.70)	1.12 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
1.05		209.17 (209.00)	196.27 (201.32)	158.93 (157.10)	118.84 (118.82)	59.89 (58.26)	13.70 (11.94)	3.03 (1.80)	1.57 (0.72)	1.13 (0.35)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
1.10		112.60 (112.35)	105.90 (105.45)	90.70 (90.81)	72.60 (72.14)	42.03 (40.96)	11.84 (10.25)	2.97 (1.79)	1.58 (0.73)	1.14 (0.36)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.25		24.09 (23.15)	23.63 (22.74)	22.19 (21.26)	20.19 (19.29)	15.69 (14.71)	7.58 (6.31)	2.73 (1.72)	1.56 (0.75)	1.16 (0.39)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
1.50		6.12 (5.18)	6.07 (5.09)	5.98 (5.02)	5.82 (4.87)	5.40 (4.45)	4.06 (3.07)	2.28 (1.44)	1.50 (0.74)	1.18 (0.42)	1.05 (0.21)	1.01 (0.09)	
1.75		3.13 (2.30)	3.12 (2.29)	3.11 (2.28)	3.09 (2.26)	2.9 (2.18)	2.63 (1.83)	1.89 (1.14)	1.42 (0.68)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.02 (0.12)	
2.00		2.13 (1.40)	2.13 (1.39)	2.12 (1.38)	2.11 (1.37)	2.09 (1.36)	1.97 (1.23)	1.62 (0.91)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	
(0.80,4.883)		0.25	4.74 (3.36)	4.72 (3.33)	4.64 (3.23)	4.53 (3.12)	4.23 (2.84)	3.14 (1.83)	1.55 (0.59)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	62.94 (60.70)	62.39 (60.42)	60.51 (58.70)	57.33 (56.48)	48.54 (47.84)	22.54 (21.10)	3.39 (2.13)	1.30 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	409.98 (413.51)	401.46 (408.08)	371.70 (371.81)	333.61 (329.65)	239.14 (236.02)	61.13 (60.48)	4.81 (3.64)	1.58 (0.77)	1.06 (0.24)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	641.20 (629.32)	610.43 (600.98)	533.33 (530.46)	430.64 (428.55)	244.17 (245.14)	47.48 (45.57)	4.64 (3.57)	1.66 (0.88)	1.10 (0.32)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	0.95	543.37 (536.46)	512.87 (504.84)	437.89 (438.28)	346.53 (348.92)	191.58 (191.95)	39.36 (37.96)	4.48 (3.48)	1.67 (0.90)	1.12 (0.34)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.96 (373.65)	349.52 (348.89)	298.55 (297.75)	239.16 (238.06)	137.11 (137.65)	31.92 (31.02)	4.27 (3.32)	1.68 (0.91)	1.13 (0.36)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
	1.05	219.93 (219.93)	208.57 (207.20)	182.87 (179.65)	150.82 (148.71)	92.73 (91.80)	25.49 (24.60)	4.08 (3.17)	1.68 (0.93)	1.14 (0.38)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.10	125.99 (124.92)	122.16 (122.04)	110.28 (109.99)	94.40 (94.24)	62.52 (61.28)	20.29 (19.33)	3.88 (3.01)	1.69 (0.94)	1.15 (0.39)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
	1.25	30.54 (30.00)	30.17 (29.75)	28.86 (28.42)	26.78 (26.19)	21.66 (20.98)	10.79 (10.11)	3.27 (2.46)	1.65 (0.94)	1.17 (0.42)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
	1.50	7.28 (6.67)	7.25 (6.59)	7.11 (6.46)	6.91 (6.22)	6.44 (5.74)	4.79 (4.06)	2.51 (1.80)	1.56 (0.86)	1.19 (0.45)	1.05 (0.22)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.44 (2.77)	3.44 (2.75)	3.43 (2.77)	3.40 (2.73)	3.28 (2.62)	2.86 (2.20)	2.00 (1.34)	1.45 (0.76)	1.18 (0.44)	1.06 (0.25)	1.02 (0.13)	
	2.00	2.23 (1.58)	2.22 (1.56)	2.21 (1.56)	2.21 (1.54)	2.18 (1.52)	2.05 (1.40)	1.67 (1.01)	1.36 (0.65)	1.17 (0.43)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	

*SS–GWMA διάγραμμα με $g = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Γ.3 Απόδοση του SS-DEWMA διαγράμματος

Πίνακας Γ.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DEWMA ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

		δ											
(λ, K_2)	ρ	0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.05,2.055)	0.25	1.43 (0.53)	1.43 (0.53)	1.42 (0.52)	1.41 (0.52)	1.37 (0.50)	1.23 (0.42)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.62 (1.79)	3.61 (1.78)	3.55 (1.75)	3.46 (1.69)	3.21 (1.54)	2.42 (1.09)	1.31 (0.49)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	14.16 (8.95)	13.83 (8.69)	12.93 (8.09)	11.71 (7.30)	9.05 (5.54)	4.47 (2.65)	1.66 (0.81)	1.08 (0.27)	1.00 (0.05)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	
	0.90	67.36 (57.54)	58.63 (48.70)	42.63 (33.42)	30.26 (22.67)	16.46 (11.71)	5.69 (3.90)	1.82 (1.02)	1.13 (0.37)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	179.27 (184.73)	125.63 (125.53)	66.97 (60.42)	39.37 (32.17)	18.46 (13.96)	5.90 (4.26)	1.85 (1.09)	1.15 (0.39)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.92 (417.95)	192.43 (208.40)	79.84 (77.70)	42.33 (37.34)	18.82 (15.12)	5.93 (4.47)	1.87 (1.14)	1.16 (0.41)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.05	141.30 (157.80)	103.84 (111.83)	59.38 (58.40)	36.38 (33.27)	17.62 (14.86)	5.84 (4.58)	1.88 (1.18)	1.17 (0.43)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	1.10	54.52 (56.16)	48.67 (49.40)	36.61 (35.32)	26.79 (24.77)	15.29 (13.37)	5.61 (4.57)	1.89 (1.21)	1.18 (0.45)	1.02 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.25	12.74 (12.37)	12.47 (12.10)	11.72 (11.32)	10.70 (10.24)	8.51 (7.93)	4.53 (3.95)	1.85 (1.26)	1.20 (0.49)	1.04 (0.20)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.50	4.18 (4.03)	4.15 (4.01)	4.10 (3.94)	4.00 (3.84)	3.75 (3.56)	2.89 (2.58)	1.68 (1.17)	1.21 (0.53)	1.05 (0.24)	1.01 (0.10)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.33 (2.08)	2.33 (2.09)	2.32 (2.07)	2.29 (2.04)	2.23 (1.94)	1.99 (1.64)	1.49 (0.97)	1.19 (0.52)	1.06 (0.27)	1.02 (0.13)	1.00 (0.05)	
	2.00	1.68 (1.26)	1.68 (1.27)	1.67 (1.27)	1.67 (1.26)	1.65 (1.23)	1.56 (1.10)	1.34 (0.77)	1.16 (0.48)	1.06 (0.28)	1.02 (0.15)	1.01 (0.08)	
	(0.10,2.750)	0.25	1.68 (0.57)	1.68 (0.57)	1.67 (0.57)	1.65 (0.57)	1.61 (0.55)	1.44 (0.51)	1.03 (0.18)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.22 (1.87)	4.19 (1.86)	4.14 (1.83)	4.03 (1.77)	3.75 (1.62)	2.83 (1.16)	1.51 (0.57)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	15.91 (9.35)	15.60 (9.09)	14.63 (8.34)	13.25 (7.49)	10.27 (5.57)	5.21 (2.71)	1.93 (0.91)	1.15 (0.37)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	89.06 (80.97)	76.89 (68.25)	54.38 (45.58)	36.74 (28.47)	18.74 (12.60)	6.53 (3.97)	2.08 (1.13)	1.21 (0.45)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)
0.95		230.35 (236.43)	166.83 (165.78)	87.81 (81.17)	48.58 (41.06)	21.03 (15.07)	6.74 (4.29)	2.12 (1.20)	1.23 (0.47)	1.02 (0.16)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.00		370.21 (393.86)	228.50 (236.83)	102.63 (99.42)	52.58 (47.03)	21.42 (16.19)	6.79 (4.52)	2.13 (1.25)	1.24 (0.49)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.05		162.72 (169.06)	124.49 (127.58)	72.47 (70.74)	43.14 (38.76)	19.91 (15.61)	6.66 (4.63)	2.15 (1.30)	1.26 (0.52)	1.04 (0.19)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.10		63.99 (64.04)	57.45 (56.56)	43.25 (40.47)	31.25 (27.89)	17.24 (13.94)	6.39 (4.60)	2.15 (1.34)	1.26 (0.53)	1.04 (0.21)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.25		14.44 (12.57)	14.14 (12.27)	13.34 (11.56)	12.20 (10.48)	9.63 (7.98)	5.14 (4.02)	2.08 (1.39)	1.28 (0.58)	1.06 (0.25)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.50		4.80 (4.16)	4.78 (4.13)	4.69 (4.07)	4.60 (3.99)	4.28 (3.70)	3.28 (2.72)	1.86 (1.28)	1.29 (0.61)	1.08 (0.29)	1.02 (0.13)	1.00 (0.05)	
1.75		2.64 (2.24)	2.64 (2.25)	2.63 (2.24)	2.60 (2.20)	2.53 (2.12)	2.23 (1.78)	1.62 (1.06)	1.25 (0.59)	1.09 (0.30)	1.02 (0.16)	1.01 (0.07)	
2.00		1.84 (1.40)	1.84 (1.39)	1.84 (1.39)	1.82 (1.37)	1.81 (1.36)	1.71 (1.22)	1.43 (0.87)	1.21 (0.54)	1.09 (0.32)	1.03 (0.18)	1.01 (0.10)	
(0.20,3.545)		0.25	1.93 (0.59)	1.92 (0.58)	1.92 (0.58)	1.90 (0.57)	1.86 (0.56)	1.69 (0.52)	1.15 (0.36)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.72 (1.87)	4.70 (1.86)	4.63 (1.83)	4.52 (1.77)	4.22 (1.62)	3.22 (1.17)	1.76 (0.61)	1.09 (0.27)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	20.08 (13.72)	19.60 (13.42)	18.14 (12.07)	16.05 (10.18)	11.86 (6.74)	5.79 (2.72)	2.20 (0.96)	1.25 (0.46)	1.02 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	143.93 (139.55)	123.78 (118.30)	86.00 (80.32)	54.41 (47.66)	24.12 (18.42)	7.27 (4.09)	2.36 (1.19)	1.32 (0.53)	1.04 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
	0.95	303.45 (304.87)	235.75 (230.63)	131.85 (127.35)	72.55 (67.28)	26.94 (21.45)	7.47 (4.41)	2.39 (1.25)	1.34 (0.55)	1.05 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.53 (380.90)	265.35 (266.51)	140.69 (138.43)	73.78 (69.94)	26.81 (21.90)	7.49 (4.68)	2.40 (1.30)	1.35 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	184.74 (187.98)	151.18 (153.83)	95.53 (94.25)	56.70 (53.33)	23.99 (19.73)	7.35 (4.77)	2.41 (1.35)	1.36 (0.58)	1.06 (0.25)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.10	79.74 (78.62)	70.67 (69.64)	54.51 (52.70)	39.01 (36.70)	20.14 (16.76)	7.03 (4.70)	2.40 (1.39)	1.36 (0.60)	1.07 (0.27)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	16.30 (14.23)	16.01 (13.94)	14.99 (12.79)	13.60 (11.32)	10.59 (8.43)	5.63 (4.01)	2.31 (1.43)	1.38 (0.64)	1.09 (0.30)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.50	5.23 (4.12)	5.20 (4.12)	5.12 (4.05)	5.02 (3.96)	4.66 (3.63)	3.60 (2.71)	2.03 (1.34)	1.36 (0.67)	1.11 (0.35)	1.02 (0.16)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.90 (2.26)	2.89 (2.26)	2.88 (2.25)	2.85 (2.22)	2.77 (2.15)	2.44 (1.82)	1.74 (1.12)	1.32 (0.64)	1.12 (0.36)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)	
	2.00	2.00 (1.45)	2.00 (1.45)	2.00 (1.45)	1.99 (1.44)	1.95 (1.40)	1.84 (1.27)	1.52 (0.91)	1.26 (0.59)	1.11 (0.37)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)	

*SS-DGWMA διάγραμμα με $\eta = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Πίνακας Γ.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DEWMA ($\lambda = 0.30, 0.50, 0.80$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.30,4.041)	0.25	2.06 (0.58)	2.06 (0.58)	2.05 (0.57)	2.03 (0.57)	1.99 (0.55)	1.82 (0.50)	1.27 (0.44)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	5.05 (2.00)	5.02 (1.98)	4.95 (1.95)	4.83 (1.87)	4.48 (1.69)	3.42 (1.18)	1.89 (0.60)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	28.32 (23.29)	27.38 (22.58)	24.94 (19.96)	21.51 (16.48)	14.67 (9.99)	6.28 (3.07)	2.35 (0.97)	1.33 (0.50)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	206.68 (203.60)	179.05 (176.09)	125.64 (121.01)	80.27 (76.54)	32.32 (27.17)	7.99 (4.77)	2.50 (1.19)	1.39 (0.56)	1.06 (0.24)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	0.95	361.26 (358.23)	294.29 (293.96)	177.11 (174.65)	100.89 (97.79)	35.70 (31.10)	8.19 (5.16)	2.54 (1.26)	1.41 (0.58)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.90 (376.14)	289.26 (289.22)	172.30 (173.55)	95.73 (92.31)	34.38 (30.45)	8.13 (5.25)	2.54 (1.35)	1.42 (0.60)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.05	198.68 (198.28)	170.24 (171.74)	112.17 (111.87)	70.77 (67.91)	29.48 (26.17)	7.91 (5.29)	2.52 (1.39)	1.43 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.10	91.88 (92.31)	82.24 (82.44)	63.59 (61.47)	46.63 (44.73)	23.56 (20.76)	7.51 (5.12)	2.52 (1.39)	1.43 (0.63)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.25	18.23 (16.74)	17.70 (16.06)	16.39 (14.54)	14.79 (12.88)	11.42 (9.47)	5.89 (4.18)	2.41 (1.43)	1.44 (0.67)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.43 (4.23)	5.42 (4.22)	5.32 (4.12)	5.16 (3.97)	4.81 (3.65)	3.72 (2.67)	2.11 (1.33)	1.42 (0.69)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	1.75	3.00 (2.21)	3.00 (2.23)	2.98 (2.20)	2.94 (2.18)	2.87 (2.12)	2.52 (1.78)	1.81 (1.13)	1.36 (0.66)	1.14 (0.39)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
	2.00	2.07 (1.44)	2.08 (1.45)	2.08 (1.44)	2.07 (1.44)	2.02 (1.38)	1.90 (1.27)	1.57 (0.92)	1.29 (0.60)	1.13 (0.38)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	
	(0.50,4.580)	0.25	2.19 (0.59)	2.19 (0.59)	2.17 (0.58)	2.16 (0.57)	2.11 (0.55)	1.93 (0.48)	1.42 (0.49)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.46 (3.59)	6.42 (3.56)	6.27 (3.41)	6.04 (3.20)	5.45 (2.72)	3.83 (1.50)	2.02 (0.59)	1.23 (0.42)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	64.52 (60.79)	62.21 (58.86)	56.07 (52.86)	47.20 (43.74)	29.37 (26.09)	8.49 (5.61)	2.53 (1.02)	1.42 (0.53)	1.05 (0.21)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	331.43 (329.64)	299.90 (299.07)	226.36 (226.39)	151.49 (150.63)	61.54 (59.48)	10.78 (8.08)	2.68 (1.27)	1.48 (0.59)	1.08 (0.28)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
0.95		436.18 (435.85)	378.71 (374.02)	261.42 (260.49)	161.35 (158.05)	62.03 (59.96)	10.81 (8.26)	2.70 (1.33)	1.49 (0.60)	1.09 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.00		370.35 (371.38)	315.41 (314.08)	217.53 (215.63)	136.02 (134.63)	54.38 (52.18)	10.41 (8.10)	2.71 (1.39)	1.50 (0.62)	1.11 (0.31)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.05		209.40 (212.32)	185.56 (186.26)	138.78 (138.67)	95.19 (99.11)	42.65 (40.98)	9.74 (7.61)	2.70 (1.44)	1.50 (0.64)	1.12 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.10		104.04 (105.06)	96.24 (95.70)	78.65 (78.49)	59.71 (58.79)	31.88 (30.43)	8.90 (6.94)	2.67 (1.47)	1.51 (0.66)	1.12 (0.34)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
1.25		21.02 (19.85)	20.48 (19.51)	19.30 (18.36)	17.51 (16.61)	13.19 (11.83)	6.44 (4.91)	2.52 (1.46)	1.50 (0.69)	1.14 (0.37)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		5.71 (4.66)	5.69 (4.63)	5.59 (4.52)	5.44 (4.33)	5.01 (3.88)	3.83 (2.75)	2.18 (1.33)	1.46 (0.70)	1.16 (0.40)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	
1.75		3.06 (2.20)	3.05 (2.19)	3.04 (2.18)	3.02 (2.17)	2.92 (2.08)	2.58 (1.76)	1.85 (1.11)	1.39 (0.66)	1.16 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	
2.00		2.12 (1.40)	2.11 (1.39)	2.11 (1.38)	2.09 (1.37)	2.07 (1.35)	1.94 (1.22)	1.60 (0.90)	1.32 (0.60)	1.15 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	
(0.80,4.880)		0.25	2.93 (1.36)	2.92 (1.36)	2.90 (1.33)	2.85 (1.29)	2.73 (1.19)	2.28 (0.82)	1.51 (0.51)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	28.20 (26.99)	27.78 (26.39)	26.75 (25.17)	25.32 (23.51)	20.97 (19.17)	9.95 (8.18)	2.49 (1.09)	1.28 (0.46)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	264.71 (263.54)	256.58 (256.30)	236.48 (236.07)	207.16 (204.84)	136.56 (133.17)	31.42 (29.69)	3.43 (2.08)	1.50 (0.61)	1.06 (0.23)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	572.02 (564.63)	535.75 (528.80)	451.27 (445.17)	346.20 (345.08)	176.48 (175.03)	29.80 (28.52)	3.57 (2.35)	1.58 (0.71)	1.10 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	0.95	531.44 (530.83)	493.24 (499.59)	398.13 (396.76)	295.35 (293.28)	147.64 (146.44)	26.15 (24.88)	3.54 (2.38)	1.59 (0.73)	1.11 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.33 (373.41)	344.48 (345.42)	280.47 (279.11)	214.59 (215.02)	109.49 (109.27)	22.52 (21.51)	3.48 (2.35)	1.60 (0.76)	1.12 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
	1.05	215.84 (215.63)	203.72 (206.54)	173.60 (174.11)	136.55 (134.90)	77.07 (76.75)	18.74 (17.46)	3.38 (2.30)	1.60 (0.77)	1.13 (0.36)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.10	120.71 (121.95)	116.03 (116.16)	102.86 (103.59)	84.26 (84.15)	52.51 (51.34)	15.48 (14.21)	3.27 (2.23)	1.61 (0.79)	1.14 (0.37)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
	1.25	27.53 (26.80)	27.13 (26.62)	25.72 (25.01)	23.69 (22.96)	18.71 (17.94)	8.98 (8.00)	2.91 (1.98)	1.59 (0.81)	1.17 (0.40)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
	1.50	6.73 (6.04)	6.63 (5.88)	6.47 (5.64)	6.32 (5.50)	5.89 (5.04)	4.38 (3.55)	2.36 (1.59)	1.52 (0.78)	1.18 (0.43)	1.05 (0.22)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.27 (2.54)	3.26 (2.51)	3.25 (2.51)	3.22 (2.48)	3.11 (2.37)	2.72 (1.97)	1.93 (1.22)	1.43 (0.70)	1.18 (0.43)	1.06 (0.24)	1.02 (0.12)	
	2.00	2.17 (1.48)	2.17 (1.49)	2.16 (1.46)	2.15 (1.45)	2.12 (1.42)	2.00 (1.30)	1.64 (0.94)	1.35 (0.62)	1.17 (0.42)	1.07 (0.26)	1.02 (0.14)	

*SS–DGWMA διάγραμμα με $g = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Γ.4 Απόδοση του SS–GWMA διαγράμματος

Πίνακας Γ.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–GWMA ($q = 0.70$, $\alpha = 0.60$, 0.70 , 0.80) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.70,0.60,4.831)	0.25	2.63 (0.85)	2.62 (0.85)	2.61 (0.84)	2.58 (0.83)	2.51 (0.80)	2.21 (0.67)	1.49 (0.51)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	7.97 (3.65)	7.92 (3.62)	7.77 (3.52)	7.56 (3.41)	6.93 (3.05)	4.97 (1.91)	2.34 (0.83)	1.28 (0.45)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	43.20 (31.62)	41.83 (30.60)	38.41 (27.66)	33.52 (23.17)	23.72 (15.21)	9.51 (4.94)	2.98 (1.32)	1.49 (0.60)	1.05 (0.23)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	246.86 (233.80)	217.27 (202.60)	157.07 (144.79)	103.28 (92.72)	44.51 (35.07)	11.20 (6.73)	3.09 (1.54)	1.56 (0.68)	1.10 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	0.95	401.31 (397.97)	331.28 (328.30)	206.37 (197.90)	119.61 (109.81)	45.59 (37.05)	11.07 (6.92)	3.08 (1.59)	1.57 (0.70)	1.11 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.58 (369.67)	301.32 (298.17)	183.56 (175.72)	105.60 (97.98)	41.72 (34.51)	10.63 (6.84)	3.05 (1.63)	1.58 (0.72)	1.12 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	
	1.05	189.31 (190.68)	162.55 (160.39)	114.56 (109.43)	74.61 (68.54)	34.48 (28.42)	9.99 (6.61)	3.00 (1.65)	1.58 (0.73)	1.13 (0.35)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.10	85.83 (81.54)	78.57 (74.10)	63.11 (57.74)	47.92 (42.24)	26.45 (21.47)	9.18 (6.21)	2.95 (1.66)	1.59 (0.75)	1.14 (0.37)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
	1.25	18.24 (15.17)	18.04 (15.01)	16.97 (13.96)	15.47 (12.55)	12.33 (9.63)	6.61 (4.60)	2.71 (1.62)	1.57 (0.77)	1.16 (0.40)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.62 (4.22)	5.59 (4.19)	5.51 (4.11)	5.39 (4.02)	5.02 (3.66)	3.90 (2.70)	2.27 (1.40)	1.50 (0.75)	1.18 (0.42)	1.05 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.06 (2.14)	3.06 (2.13)	3.05 (2.13)	3.03 (2.11)	2.94 (2.06)	2.60 (1.74)	1.89 (1.13)	1.42 (0.68)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.02 (0.12)	
	2.00	2.12 (1.37)	2.12 (1.36)	2.11 (1.35)	2.10 (1.34)	2.07 (1.31)	1.96 (1.21)	1.62 (0.90)	1.34 (0.61)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	
	(0.70,0.70,4.791)	0.25	2.49 (0.76)	2.49 (0.76)	2.47 (0.75)	2.45 (0.75)	2.38 (0.72)	2.12 (0.61)	1.48 (0.50)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	7.33 (3.38)	7.29 (3.34)	7.15 (3.26)	6.95 (3.12)	6.38 (2.78)	4.58 (1.79)	2.25 (0.75)	1.27 (0.45)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	44.15 (35.68)	42.55 (33.92)	38.75 (30.60)	33.56 (25.36)	23.30 (15.76)	8.90 (4.70)	2.84 (1.22)	1.48 (0.58)	1.05 (0.23)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	260.05 (253.21)	231.26 (223.79)	167.05 (159.93)	108.96 (102.16)	45.75 (38.77)	10.61 (6.55)	2.96 (1.44)	1.54 (0.65)	1.09 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
0.95		407.13 (403.05)	341.22 (340.77)	216.07 (210.75)	125.77 (118.43)	46.47 (39.71)	10.53 (6.73)	2.97 (1.50)	1.55 (0.67)	1.11 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.00		370.47 (369.75)	304.02 (303.18)	189.63 (184.95)	109.85 (104.41)	42.66 (37.46)	10.17 (6.66)	2.93 (1.53)	1.56 (0.69)	1.12 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.05		191.37 (193.03)	166.65 (164.74)	118.30 (114.66)	77.37 (73.68)	34.51 (29.50)	9.59 (6.45)	2.90 (1.56)	1.56 (0.70)	1.13 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.10		87.75 (84.54)	80.76 (77.97)	64.56 (60.43)	49.01 (44.96)	26.48 (22.38)	8.84 (6.05)	2.85 (1.58)	1.57 (0.72)	1.14 (0.36)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.25		18.19 (15.53)	17.93 (15.30)	16.82 (14.26)	15.34 (12.85)	12.14 (9.62)	6.43 (4.16)	2.64 (1.55)	1.55 (0.74)	1.16 (0.39)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
1.50		5.55 (4.21)	5.51 (4.14)	5.42 (4.11)	5.30 (3.97)	4.93 (3.60)	3.82 (2.64)	2.24 (1.36)	1.49 (0.73)	1.18 (0.42)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
1.75		3.03 (2.12)	3.03 (2.12)	3.01 (2.09)	2.99 (2.07)	2.91 (2.03)	2.57 (1.72)	1.87 (1.11)	1.41 (0.67)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.02 (0.12)	
2.00		2.11 (1.35)	2.10 (1.34)	2.10 (1.34)	2.08 (1.32)	2.06 (1.30)	1.94 (1.20)	1.61 (0.89)	1.34 (0.60)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	
(0.70,0.80,4.764)		0.25	2.40 (0.71)	2.39 (0.71)	2.38 (0.70)	2.36 (0.69)	2.30 (0.67)	2.05 (0.56)	1.47 (0.50)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.97 (3.26)	6.94 (3.24)	6.81 (3.15)	6.60 (3.02)	6.04 (2.66)	4.35 (1.68)	2.18 (0.70)	1.26 (0.44)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	47.79 (40.97)	45.98 (39.34)	41.61 (35.09)	35.63 (28.85)	23.72 (17.53)	8.58 (4.70)	2.74 (1.15)	1.46 (0.56)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	281.39 (275.42)	250.19 (245.21)	182.01 (174.25)	118.58 (114.21)	48.89 (43.28)	10.41 (6.69)	2.88 (1.39)	1.52 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	0.95	419.82 (419.17)	351.13 (348.76)	231.42 (227.34)	135.53 (130.50)	49.95 (44.97)	10.37 (6.89)	2.88 (1.44)	1.53 (0.65)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.78 (370.94)	309.06 (310.26)	199.18 (195.92)	116.65 (113.20)	44.69 (40.67)	10.05 (6.81)	2.86 (1.48)	1.54 (0.67)	1.12 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	196.02 (197.93)	172.63 (171.64)	123.69 (121.58)	80.67 (77.76)	36.16 (32.74)	9.45 (6.53)	2.84 (1.52)	1.55 (0.68)	1.13 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	91.76 (89.86)	84.47 (82.86)	68.38 (65.67)	51.40 (48.09)	27.26 (23.91)	8.67 (6.08)	2.79 (1.53)	1.55 (0.70)	1.13 (0.35)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	
	1.25	18.63 (16.29)	18.23 (15.94)	17.13 (14.97)	15.59 (13.48)	12.18 (9.94)	6.37 (4.55)	2.60 (1.51)	1.54 (0.73)	1.16 (0.39)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.53 (4.23)	5.48 (4.16)	5.40 (4.08)	5.26 (3.96)	4.91 (3.62)	3.79 (2.63)	2.21 (1.34)	1.48 (0.72)	1.17 (0.41)	1.05 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.02 (2.12)	3.01 (2.11)	3.01 (2.09)	2.97 (2.06)	2.89 (2.01)	2.56 (1.70)	1.86 (1.10)	1.04 (0.66)	1.17 (0.41)	1.06 (0.24)	1.02 (0.12)	
	2.00	2.10 (1.34)	2.10 (1.34)	2.09 (1.33)	2.08 (1.32)	2.05 (1.30)	1.94 (1.19)	1.61 (0.88)	1.33 (0.60)	1.16 (0.41)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	

Πίνακας Γ.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–GWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.70,0.90,4.725)	0.25	2.33 (0.67)	2.32 (0.67)	2.31 (0.66)	2.29 (0.65)	2.24 (0.63)	2.01 (0.53)	1.47 (0.50)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	6.78 (3.31)	6.73 (3.26)	6.60 (3.17)	6.40 (3.02)	5.84 (2.63)	4.18 (1.62)	2.13 (0.66)	1.26 (0.44)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	52.57 (46.99)	51.00 (45.93)	45.81 (40.61)	38.81 (33.39)	25.09 (19.81)	8.48 (4.89)	2.67 (1.11)	1.45 (0.55)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	301.89 (297.27)	266.83 (264.42)	196.66 (191.31)	128.58 (125.53)	53.19 (48.94)	10.43 (7.07)	2.81 (1.35)	1.51 (0.61)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	0.95	422.29 (422.17)	362.52 (362.25)	242.90 (238.48)	144.77 (140.08)	53.52 (49.66)	10.37 (7.21)	2.82 (1.40)	1.52 (0.63)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.74 (371.91)	309.96 (310.73)	205.34 (201.80)	124.08 (122.66)	47.56 (44.61)	10.07 (7.14)	2.81 (1.44)	1.53 (0.65)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	198.84 (200.69)	179.75 (177.42)	128.09 (126.52)	84.53 (82.80)	37.95 (35.45)	9.46 (6.75)	2.79 (1.48)	1.54 (0.67)	1.12 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	94.10 (92.81)	87.16 (85.73)	70.72 (69.06)	53.48 (50.85)	28.51 (25.97)	8.66 (6.26)	2.75 (1.50)	1.54 (0.68)	1.13 (0.35)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	
	1.25	19.18 (17.22)	18.71 (16.77)	17.57 (15.81)	15.91 (14.17)	12.35 (10.45)	6.34 (4.60)	2.56 (1.49)	1.53 (0.72)	1.15 (0.38)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.52 (4.27)	5.49 (4.23)	5.40 (4.13)	5.26 (4.00)	4.89 (3.63)	3.78 (2.65)	2.19 (1.32)	1.48 (0.71)	1.17 (0.41)	1.05 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.01 (2.12)	3.01 (2.12)	3.00 (2.10)	2.97 (2.07)	2.88 (2.01)	2.55 (1.70)	1.85 (1.09)	1.40 (0.66)	1.17 (0.41)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.09 (1.34)	2.09 (1.34)	2.09 (1.34)	2.07 (1.32)	2.05 (1.30)	1.93 (1.20)	1.60 (0.87)	1.33 (0.60)	1.16 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	
	(0.70,1.10,4.680)	0.25	2.25 (0.62)	2.24 (0.62)	2.23 (0.61)	2.22 (0.60)	2.16 (0.58)	1.96 (0.49)	1.45 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.85 (3.82)	6.81 (3.76)	6.67 (3.34)	6.42 (3.42)	5.76 (2.90)	4.03 (1.63)	2.07 (0.62)	1.25 (0.43)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	66.83 (62.51)	64.27 (60.38)	58.33 (54.60)	49.08 (45.54)	30.43 (26.41)	8.88 (5.81)	2.59 (1.06)	1.44 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	336.94 (331.26)	305.47 (304.05)	228.91 (226.84)	154.26 (151.28)	63.21 (60.58)	11.09 (8.27)	2.74 (1.31)	1.50 (0.59)	1.09 (0.28)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
0.95		439.46 (440.27)	380.11 (378.23)	266.70 (266.40)	165.95 (162.50)	63.45 (61.70)	11.05 (8.45)	2.76 (1.38)	1.51 (0.61)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.00		370.36 (374.20)	316.55 (315.96)	219.02 (217.68)	138.20 (137.37)	54.33 (51.92)	10.58 (8.09)	2.76 (1.42)	1.52 (0.63)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.05		205.61 (206.55)	183.12 (183.89)	138.04 (137.39)	94.50 (94.39)	42.83 (40.94)	9.89 (7.67)	2.74 (1.47)	1.52 (0.65)	1.12 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.10		101.84 (102.24)	94.47 (94.31)	77.29 (76.68)	59.29 (58.13)	31.82 (29.97)	8.97 (6.94)	2.70 (1.49)	1.53 (0.67)	1.13 (0.34)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	
1.25		20.79 (19.59)	20.14 (18.96)	18.86 (17.34)	17.11 (15.92)	13.08 (11.57)	6.47 (4.87)	2.55 (1.49)	1.52 (0.70)	1.15 (0.38)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		5.65 (4.54)	5.60 (4.50)	5.22 (4.39)	5.37 (4.21)	4.97 (3.80)	3.81 (2.72)	2.18 (1.32)	1.47 (0.70)	1.17 (0.41)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
1.75		3.04 (2.17)	3.04 (2.16)	3.02 (2.15)	3.00 (2.14)	2.90 (2.06)	2.56 (1.74)	1.85 (1.10)	1.40 (0.66)	1.17 (0.41)	1.06 (0.23)	1.01 (0.12)	
2.00		2.10 (1.36)	2.10 (1.36)	2.10 (1.36)	2.08 (1.34)	2.06 (1.32)	1.93 (1.21)	1.60 (0.88)	1.32 (0.60)	1.16 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	
(0.70,1.20,4.676)		0.25	2.23 (0.61)	2.22 (0.61)	2.22 (0.60)	2.20 (0.59)	2.15 (0.57)	1.96 (0.48)	1.45 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	7.13 (4.29)	7.08 (4.24)	6.90 (4.07)	6.63 (3.82)	5.91 (3.19)	4.03 (1.69)	2.06 (0.61)	1.25 (0.43)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	75.92 (72.35)	73.26 (69.58)	65.80 (62.27)	55.69 (52.33)	34.57 (31.14)	9.30 (6.45)	2.58 (1.06)	1.44 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	360.18 (357.69)	324.99 (324.87)	246.22 (244.66)	168.56 (166.21)	69.21 (67.09)	11.81 (9.28)	2.74 (1.31)	1.49 (0.59)	1.09 (0.28)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	0.95	452.86 (455.40)	394.18 (395.57)	281.94 (283.73)	177.68 (174.66)	68.87 (67.26)	11.62 (9.15)	2.76 (1.39)	1.50 (0.61)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.86 (373.35)	323.47 (323.87)	227.48 (223.52)	145.61 (144.61)	58.58 (56.70)	11.09 (8.76)	2.75 (1.44)	1.51 (0.63)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	211.73 (211.17)	188.29 (189.27)	144.32 (143.92)	99.70 (100.36)	45.37 (43.38)	10.22 (8.10)	2.74 (1.48)	1.52 (0.65)	1.12 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	105.81 (106.29)	98.74 (99.59)	81.00 (80.28)	62.29 (61.19)	33.71 (32.19)	9.30 (7.42)	2.71 (1.50)	1.52 (0.67)	1.13 (0.34)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.25	21.65 (20.61)	21.00 (19.99)	19.72 (18.74)	17.84 (16.94)	13.52 (12.17)	6.60 (5.07)	2.55 (1.50)	1.52 (0.70)	1.15 (0.37)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.76 (4.70)	5.72 (4.68)	5.64 (4.58)	5.50 (4.44)	5.03 (3.91)	2.58 (1.76)	2.19 (1.34)	1.47 (0.70)	1.17 (0.41)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.06 (2.21)	3.06 (2.20)	3.06 (2.21)	3.03 (2.17)	2.93 (2.09)	2.58 (1.76)	1.86 (1.11)	1.40 (0.66)	1.17 (0.41)	1.06 (0.23)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.12 (1.39)	2.11 (1.37)	2.11 (1.38)	2.09 (1.36)	2.07 (1.34)	1.94 (1.22)	1.61 (0.89)	1.32 (0.60)	1.15 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	

Πίνακας Γ.11: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.60,4.733)	0.25	2.50 (0.77)	2.50 (0.77)	2.48 (0.77)	2.46 (0.76)	2.39 (0.73)	2.12 (0.63)	1.47 (0.50)	1.01 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	6.95 (2.91)	6.92 (2.89)	6.81 (2.83)	6.63 (2.73)	6.14 (2.47)	4.52 (1.70)	2.25 (0.77)	1.26 (0.44)	1.00 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	29.54 (18.11)	28.79 (17.49)	26.82 (16.07)	24.00 (13.85)	18.08 (9.90)	8.29 (3.94)	2.83 (1.21)	1.47 (0.58)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	156.97 (139.56)	137.23 (119.88)	98.55 (81.25)	66.00 (50.77)	31.83 (21.12)	9.76 (5.42)	2.95 (1.43)	1.53 (0.65)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	0.95	322.41 (312.83)	245.87 (234.18)	141.45 (127.64)	81.32 (66.09)	33.72 (23.58)	9.74 (5.64)	2.95 (1.48)	1.54 (0.67)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.0 (0.02)	
	1.00	370.55 (372.86)	265.93 (262.99)	141.43 (131.17)	77.56 (66.16)	32.35 (23.57)	9.50 (5.72)	2.92 (1.51)	1.55 (0.69)	1.12 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	169.68 (167.26)	139.90 (132.71)	91.53 (82.29)	58.64 (49.45)	27.88 (20.74)	9.00 (5.64)	2.89 (1.54)	1.56 (0.71)	1.12 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	72.79 (66.30)	66.25 (59.28)	53.07 (45.86)	39.88 (33.19)	22.39 (16.85)	8.36 (5.36)	2.84 (1.56)	1.56 (0.72)	1.13 (0.36)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	
	1.25	16.66 (13.28)	16.42 (13.00)	15.38 (12.10)	14.11 (10.99)	11.35 (8.44)	6.24 (4.25)	2.62 (1.54)	1.55 (0.74)	1.16 (0.39)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.40 (3.97)	5.36 (3.94)	5.29 (3.85)	5.16 (3.77)	4.83 (3.47)	3.77 (2.58)	2.22 (1.35)	1.49 (0.73)	1.17 (0.42)	1.05 (0.21)	1.01 (0.09)	
	1.75	3.00 (2.08)	2.99 (2.07)	2.98 (2.06)	2.95 (2.04)	2.87 (1.99)	2.55 (1.70)	1.86 (1.10)	1.41 (0.67)	1.17 (0.42)	1.06 (0.24)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.09 (1.30)	2.09 (1.33)	2.08 (1.32)	2.07 (1.31)	2.05 (1.29)	1.93 (1.19)	1.61 (0.88)	1.33 (0.60)	1.16 (0.41)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	
	(0.80,0.70,4.671)	0.25	2.37 (0.70)	2.37 (0.71)	2.36 (0.70)	2.34 (0.69)	2.28 (0.66)	2.04 (0.57)	1.45 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.37 (2.62)	6.34 (2.60)	6.24 (2.55)	6.09 (2.46)	5.64 (2.23)	4.20 (1.54)	2.16 (0.70)	1.25 (0.43)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		28.26 (18.51)	27.50 (17.85)	25.44 (16.22)	22.74 (13.93)	16.86 (9.62)	7.67 (3.65)	2.70 (1.12)	1.45 (0.56)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
0.90		169.21 (156.21)	146.59 (135.39)	104.65 (92.77)	68.20 (57.68)	30.93 (21.90)	9.15 (5.11)	2.83 (1.34)	1.51 (0.62)	1.09 (0.28)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
0.95		336.82 (331.30)	263.04 (255.72)	150.02 (141.25)	84.38 (73.07)	33.26 (24.95)	9.22 (5.39)	2.83 (1.40)	1.52 (0.64)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.00		370.93 (373.72)	271.74 (270.34)	150.45 (145.52)	80.13 (71.83)	31.91 (24.42)	9.00 (5.46)	2.81 (1.43)	1.53 (0.66)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.05		177.36 (176.02)	145.16 (141.76)	94.68 (88.38)	60.25 (53.56)	27.32 (21.05)	8.57 (5.39)	2.79 (1.46)	1.54 (0.64)	1.12 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.10		75.06 (70.44)	68.37 (63.43)	54.32 (48.82)	40.44 (35.41)	22.09 (17.14)	8.00 (5.15)	2.74 (1.48)	1.54 (0.69)	1.13 (0.35)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	
1.25		16.58 (13.49)	16.24 (13.18)	15.24 (12.14)	13.92 (11.02)	11.07 (8.27)	6.06 (4.14)	2.56 (1.47)	1.53 (0.72)	1.15 (0.38)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
1.50		5.31 (3.90)	5.28 (3.89)	5.21 (3.84)	5.08 (3.73)	4.77 (3.44)	3.70 (2.52)	2.18 (1.30)	1.47 (0.71)	1.17 (0.41)	1.04 (0.21)	1.01 (0.09)	
1.75		2.96 (2.06)	2.96 (2.05)	2.94 (2.03)	2.92 (2.01)	2.83 (1.96)	2.52 (1.67)	1.84 (1.07)	1.40 (0.65)	1.17 (0.41)	1.06 (0.24)	1.01 (0.21)	
2.00		2.07 (1.32)	2.07 (1.31)	2.06 (1.31)	2.05 (1.30)	2.03 (1.27)	1.92 (1.17)	1.59 (0.87)	1.32 (0.59)	1.15 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	
(0.80,0.80,4.623)		0.25	2.29 (0.65)	2.29 (0.65)	2.28 (0.65)	2.26 (0.64)	2.20 (0.62)	1.99 (0.53)	1.43 (0.50)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	6.02 (2.48)	5.99 (2.46)	5.90 (2.40)	5.75 (2.32)	5.32 (2.10)	3.97 (1.43)	2.10 (0.65)	1.24 (0.43)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	28.96 (20.61)	28.23 (20.10)	25.79 (17.70)	22.78 (14.94)	16.47 (9.93)	7.34 (3.54)	2.61 (1.06)	1.43 (0.55)	1.05 (0.21)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	189.76 (181.37)	164.75 (157.20)	116.25 (108.22)	73.93 (66.67)	31.96 (24.50)	8.84 (5.01)	2.74 (1.28)	1.49 (0.60)	1.08 (0.28)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	
	0.95	355.87 (349.84)	283.24 (280.49)	166.51 (162.16)	92.09 (84.52)	34.51 (27.68)	8.97 (5.34)	2.75 (1.34)	1.51 (0.62)	1.10 (0.30)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.26 (370.48)	283.38 (283.31)	160.60 (156.55)	86.38 (79.90)	32.93 (26.90)	8.80 (5.46)	2.74 (1.38)	1.51 (0.64)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.05	184.59 (185.32)	153.66 (152.62)	101.30 (97.44)	63.81 (58.90)	28.03 (22.68)	8.39 (5.36)	2.73 (1.42)	1.52 (0.66)	1.12 (0.33)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.10	79.61 (76.54)	72.34 (69.51)	57.39 (53.17)	42.03 (37.88)	22.40 (18.10)	7.83 (5.11)	2.69 (1.44)	1.53 (0.68)	1.13 (0.34)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	
	1.25	16.75 (13.89)	16.40 (13.68)	15.41 (12.67)	14.03 (11.37)	11.02 (8.39)	5.98 (4.10)	2.52 (1.44)	1.52 (0.71)	1.15 (0.37)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.27 (3.90)	5.25 (3.87)	5.17 (3.82)	5.07 (3.73)	4.74 (3.43)	3.67 (2.51)	2.16 (1.28)	1.46 (0.70)	1.17 (0.41)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	
	1.75	2.95 (2.06)	2.95 (2.05)	2.94 (2.04)	2.91 (2.01)	2.82 (1.95)	2.51 (1.66)	1.83 (1.06)	1.39 (0.65)	1.16 (0.41)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.07 (1.31)	2.07 (1.32)	2.06 (1.32)	2.06 (1.30)	2.03 (1.28)	1.91 (1.17)	1.58 (0.86)	1.32 (0.59)	1.15 (0.40)	1.06 (0.25)	1.02 (0.14)	

Πίνακας Γ.12: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–GWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ																							
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00													
(0.80,0.90,4.560)	0.25	2.23	2.23	2.22	2.20	2.14	1.94	1.42	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.62)	(0.62)	(0.62)	(0.61)	(0.58)	(0.50)	(0.49)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
		5.78	5.76	5.67	5.52	5.10	3.82	2.05	1.23	1.00	1.00	1.00	(2.40)	(2.38)	(2.33)	(2.26)	(2.02)	(1.37)	(0.62)	(0.42)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	30.90	30.00	27.36	23.67	16.66	7.13	2.55	1.42	1.04	1.00	1.00	(24.17)	(23.05)	(20.41)	(16.88)	(10.83)	(3.52)	(1.02)	(0.54)	(0.21)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	
		209.77	182.31	129.06	82.34	34.28	8.71	2.67	1.48	1.08	1.00	1.00	(204.07)	(178.19)	(123.39)	(76.24)	(28.30)	(5.10)	(1.24)	(0.59)	(0.27)	(0.07)	(0.02)	(0.02)	
	0.75	366.50	295.93	179.75	101.05	37.05	8.83	2.69	1.49	1.09	1.01	1.00	(362.13)	(293.93)	(174.69)	(97.35)	(31.40)	(5.42)	(1.29)	(0.61)	(0.29)	(0.08)	(0.02)	(0.02)	
		370.17	287.81	168.67	94.14	34.59	8.68	2.69	1.50	1.10	1.01	1.00	(375.78)	(287.38)	(166.24)	(91.10)	(29.50)	(5.49)	(1.35)	(0.63)	(0.31)	(0.10)	(0.02)	(0.02)	
	1.00	187.28	158.42	107.20	67.94	29.26	8.31	2.66	1.50	1.11	1.01	1.00	(189.70)	(157.83)	(104.86)	(64.21)	(24.65)	(5.42)	(1.38)	(0.64)	(0.32)	(0.11)	(0.03)	(0.03)	
		83.68	76.23	60.00	44.08	23.31	7.76	2.64	1.51	1.12	1.01	1.00	(81.70)	(73.96)	(56.49)	(40.69)	(19.75)	(5.19)	(1.41)	(0.66)	(0.34)	(0.12)	(0.03)	(0.03)	
	1.25	17.15	16.72	15.69	14.19	11.19	5.95	2.49	1.50	1.14	1.02	1.00	(14.71)	(14.35)	(13.40)	(11.87)	(8.83)	(4.14)	(1.42)	(0.69)	(0.37)	(0.16)	(0.05)	(0.05)	
		5.26	5.23	5.17	5.06	4.72	3.66	2.15	1.46	1.16	1.04	1.01	(3.91)	(3.91)	(3.84)	(3.75)	(3.44)	(2.53)	(1.28)	(0.69)	(0.40)	(0.20)	(0.09)	(0.09)	
	1.50	2.95	2.94	2.93	2.90	2.82	2.50	1.82	1.39	1.16	1.05	1.01	(2.07)	(2.06)	(2.05)	(2.02)	(1.97)	(1.66)	(1.06)	(0.65)	(0.40)	(0.23)	(0.12)	(0.12)	
		2.06	2.06	2.05	2.04	2.02	1.90	1.58	1.32	1.15	1.06	1.02	(1.32)	(1.33)	(1.32)	(1.30)	(1.29)	(1.17)	(0.86)	(0.59)	(0.39)	(0.24)	(0.14)	(0.14)	
	(0.80,1.10,4.498)	0.25	2.17	2.16	2.15	2.14	2.09	1.91	1.40	1.00	1.00	1.00	(0.59)	(0.58)	(0.58)	(0.57)	(0.55)	(0.48)	(0.49)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
			5.64	5.62	5.52	5.37	4.95	3.68	2.00	1.22	1.00	1.00	1.00	(2.47)	(2.45)	(2.38)	(2.28)	(2.03)	(1.31)	(0.59)	(0.41)	(0.05)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	39.18	37.57	33.96	28.96	19.04	7.12	2.49	1.40	1.04	1.00	1.00	(34.27)	(32.63)	(28.79)	(23.97)	(14.34)	(3.82)	(0.99)	(0.52)	(0.20)	(0.03)	(0.00)	(0.00)
			255.51	228.69	161.76	103.69	42.04	8.95	2.63	1.46	1.08	1.00	1.00	(251.52)	(227.78)	(157.43)	(101.45)	(38.01)	(5.75)	(1.21)	(0.58)	(0.27)	(0.07)	(0.02)	(0.02)
0.75		396.62	330.65	211.18	123.12	44.47	9.10	2.64	1.47	1.09	1.01	1.00	(399.67)	(330.66)	(208.18)	(119.78)	(40.41)	(6.05)	(1.27)	(0.60)	(0.29)	(0.08)	(0.02)	(0.02)	
		370.48	303.81	189.89	111.19	40.68	8.96	2.65	1.48	1.10	1.01	1.00	(369.02)	(303.38)	(188.67)	(109.95)	(37.06)	(6.15)	(1.33)	(0.62)	(0.31)	(0.09)	(0.02)	(0.02)	
1.00		199.14	172.10	120.96	78.58	33.60	8.54	2.64	1.49	1.11	1.01	1.00	(199.55)	(171.46)	(110.82)	(76.55)	(30.50)	(5.97)	(1.38)	(0.63)	(0.32)	(0.11)	(0.03)	(0.03)	
		94.00	85.47	68.07	49.98	26.08	7.97	2.61	1.49	1.12	1.01	1.00	(94.68)	(84.59)	(65.99)	(48.10)	(23.54)	(5.63)	(1.41)	(0.65)	(0.33)	(0.12)	(0.03)	(0.03)	
1.25		18.64	18.21	16.99	15.39	11.80	6.04	2.47	1.49	1.14	1.02	1.00	(17.03)	(16.71)	(15.58)	(13.82)	(10.00)	(4.33)	(1.42)	(0.68)	(0.36)	(0.15)	(0.05)	(0.05)	
		5.39	5.36	5.30	5.17	4.80	3.71	2.14	1.45	1.16	1.04	1.01	(4.13)	(4.14)	(4.08)	(3.93)	(3.56)	(2.61)	(1.29)	(0.69)	(0.40)	(0.20)	(0.09)	(0.09)	
1.50		2.98	2.97	2.97	2.94	2.86	2.52	1.83	1.38	1.16	1.05	1.01	(2.11)	(2.11)	(2.10)	(2.08)	(2.02)	(1.70)	(1.08)	(0.65)	(0.40)	(0.23)	(0.12)	(0.12)	
		2.08	2.08	2.07	2.06	2.03	1.91	1.58	1.31	1.15	1.06	1.02	(1.36)	(1.36)	(1.35)	(1.35)	(1.32)	(1.20)	(0.88)	(0.59)	(0.39)	(0.24)	(0.14)	(0.14)	
(0.80,1.20, 4.477)		0.25	2.16	2.15	2.15	2.13	2.08	1.90	1.39	1.00	1.00	1.00	(0.58)	(0.58)	(0.57)	(0.57)	(0.54)	(0.48)	(0.49)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
			5.69	5.66	5.56	5.40	4.96	3.66	1.99	1.21	1.00	1.00	1.00	(2.61)	(2.59)	(2.52)	(2.40)	(2.10)	(1.32)	(0.59)	(0.41)	(0.05)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
		0.50	44.93	43.08	38.82	32.85	21.25	7.30	2.48	1.40	1.04	1.00	1.00	(40.66)	(38.46)	(34.33)	(28.48)	(17.03)	(4.17)	(0.99)	(0.52)	(0.20)	(0.03)	(0.00)	(0.00)
			277.33	248.20	178.08	116.05	46.92	9.25	2.63	1.46	1.08	1.00	1.00	(272.99)	(246.59)	(174.91)	(114.10)	(43.43)	(6.20)	(1.22)	(0.58)	(0.27)	(0.07)	(0.02)	(0.02)
	0.75	409.69	342.23	225.40	134.49	49.08	9.43	2.64	1.47	1.09	1.01	1.00	(411.71)	(344.56)	(221.69)	(132.68)	(45.87)	(6.58)	(1.28)	(0.59)	(0.29)	(0.08)	(0.02)	(0.02)	
		370.57	308.63	196.72	118.13	44.35	9.25	2.64	1.48	1.10	1.01	1.00	(371.36)	(310.67)	(195.45)	(116.79)	(41.49)	(6.63)	(1.33)	(0.61)	(0.31)	(0.09)	(0.02)	(0.02)	
	1.00	203.06	179.40	126.63	84.27	36.12	8.78	2.64	1.49	1.11	1.01	1.00	(203.80)	(179.93)	(125.87)	(83.02)	(33.79)	(6.37)	(1.38)	(0.63)	(0.32)	(0.10)	(0.03)	(0.03)	
		98.04	89.61	71.54	53.01	27.72	8.17	2.62	1.49	1.12	1.01	1.00	(100.03)	(88.57)	(69.98)	(51.97)	(25.58)	(6.00)	(1.42)	(0.65)	(0.33)	(0.12)	(0.03)	(0.03)	
	1.25	19.49	18.98	17.80	16.10	12.20	6.14	2.47	1.49	1.14	1.02	1.00	(18.15)	(17.73)	(16.76)	(14.92)	(10.49)	(4.50)	(1.42)	(0.69)	(0.36)	(0.15)	(0.05)	(0.05)	
		5.49	5.47	5.40	5.25	4.86	3.75	2.15	1.45	1.16	1.04	1.01	(4.28)	(4.31)	(4.23)	(4.05)	(3.64)	(2.66)	(1.30)	(0.69)	(0.40)	(0.20)	(0.09)	(0.09)	
	1.50	3.01	3.00	2.99	2.96	2.88	2.54	1.83	1.38	1.16	1.05	1.01	(2.14)	(2.14)	(2.13)	(2.11)	(2.05)	(1.73)	(1.09)	(0.65)	(0.40)	(0.24)	(0.12)	(0.12)	
		2.10	2.09	2.08	2.07	2.05	1.92	1.59	1.31	1.15	1.06	1.02	(1.38)	(1.38)	(1.37)	(1.36)	(1.34)	(1.21)	(0.89)	(0.60)	(0.39)	(0.24)	(0.14)	(0.14)	

Πίνακας Γ.13: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.90,0.60,4.476)	0.25	2.34 (0.71)	2.34 (0.71)	2.33 (0.71)	2.31 (0.70)	2.25 (0.68)	2.00 (0.58)	1.39 (0.49)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	6.13 (2.44)	6.10 (2.42)	6.01 (2.38)	5.87 (2.31)	5.46 (2.12)	4.10 (1.50)	2.12 (0.71)	1.21 (0.41)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	22.47 (12.26)	22.27 (11.88)	20.73 (10.98)	18.92 (9.88)	14.60 (7.26)	7.28 (3.34)	2.64 (1.12)	1.41 (0.55)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	97.65 (73.41)	86.62 (63.32)	64.77 (44.53)	46.21 (30.62)	24.82 (15.07)	8.53 (4.55)	2.76 (1.32)	1.48 (0.61)	1.08 (0.27)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	0.95	228.46 (204.76)	116.20 (142.73)	95.21 (73.72)	56.96 (40.42)	26.54 (16.98)	8.63 (4.85)	2.76 (1.37)	1.49 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.04 (386.03)	217.75 (210.28)	101.95 (85.13)	57.65 (43.80)	25.95 (17.41)	8.44 (4.97)	2.75 (1.41)	1.50 (0.65)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.00)	
	1.05	142.57 (135.79)	113.12 (102.59)	71.86 (60.11)	46.30 (35.81)	23.17 (16.22)	8.06 (4.92)	2.72 (1.44)	1.51 (0.67)	1.11 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.10	60.71 (52.27)	55.36 (46.60)	44.09 (36.36)	33.04 (25.84)	19.46 (14.12)	7.55 (4.76)	2.68 (1.46)	1.51 (0.68)	1.12 (0.34)	1.01 (0.12)	1.00 (0.030)	
	1.25	15.10 (11.85)	14.77 (11.55)	13.96 (10.82)	12.81 (9.73)	10.29 (7.52)	5.78 (3.90)	2.50 (1.44)	1.50 (0.71)	1.14 (0.37)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	
	1.50	5.06 (3.71)	5.04 (3.67)	4.97 (3.61)	4.88 (3.54)	4.57 (3.29)	3.58 (2.43)	2.13 (1.27)	1.45 (0.69)	1.16 (0.40)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	
	1.75	2.86 (1.97)	2.86 (1.96)	2.85 (1.96)	2.82 (1.95)	2.74 (1.88)	2.45 (1.61)	1.81 (1.04)	1.38 (0.64)	1.16 (0.40)	1.05 (0.23)	1.01 (0.12)	
	2.00	2.03 (1.28)	2.02 (1.28)	2.01 (1.26)	2.00 (1.26)	1.98 (1.24)	1.88 (1.14)	1.56 (0.84)	1.31 (0.58)	1.15 (0.39)	1.06 (0.24)	1.02 (0.14)	
	(0.90,0.70,4.335)	0.25	2.21 (0.65)	2.21 (0.65)	2.20 (0.64)	2.18 (0.64)	2.13 (0.61)	1.91 (0.53)	1.35 (0.48)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.59 (2.20)	5.56 (2.18)	5.48 (2.14)	5.35 (2.08)	4.98 (1.90)	3.78 (1.35)	2.02 (0.65)	1.19 (0.39)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		20.76 (11.53)	20.31 (11.17)	19.11 (10.42)	17.32 (9.24)	13.32 (6.75)	6.69 (3.05)	2.51 (1.04)	1.38 (0.53)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
0.90		98.38 (78.75)	85.88 (66.20)	63.29 (46.34)	44.34 (30.67)	23.20 (14.43)	7.97 (4.26)	2.62 (1.23)	1.44 (0.58)	1.07 (0.26)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
0.95		239.66 (227.36)	171.77 (155.99)	96.22 (80.35)	55.58 (41.48)	25.14 (16.57)	8.07 (4.53)	2.63 (1.28)	1.46 (0.60)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.00		370.23 (386.91)	226.92 (223.26)	103.29 (90.44)	56.97 (44.84)	24.71 (16.94)	7.98 (4.72)	2.62 (1.33)	1.46 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.05		147.46 (142.19)	116.61 (109.60)	72.43 (63.44)	45.60 (36.63)	22.32 (15.98)	7.64 (4.69)	2.60 (1.36)	1.47 (0.63)	1.10 (0.31)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.10		61.28 (53.96)	56.27 (49.01)	43.97 (37.36)	32.49 (26.09)	18.79 (13.88)	7.21 (4.61)	2.56 (1.38)	1.48 (0.65)	1.11 (0.32)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.25		14.77 (11.80)	14.51 (11.55)	13.67 (10.80)	12.56 (9.73)	10.02 (7.40)	5.59 (3.79)	2.42 (1.38)	1.15 (0.68)	1.13 (0.36)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	
1.50		4.93 (3.65)	4.90 (3.62)	4.85 (3.56)	4.75 (3.49)	4.45 (3.22)	3.50 (2.39)	2.08 (1.23)	1.43 (0.67)	1.15 (0.39)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	
1.75		2.81 (1.94)	2.81 (1.95)	2.79 (1.94)	2.77 (1.92)	2.70 (1.86)	2.40 (1.59)	1.78 (1.02)	1.37 (0.63)	1.15 (0.39)	1.05 (0.22)	1.01 (0.11)	
2.00		1.99 (1.26)	1.99 (1.26)	1.98 (1.25)	1.98 (1.25)	1.95 (1.22)	1.85 (1.13)	1.54 (0.82)	1.29 (0.56)	1.14 (0.38)	1.05 (0.23)	1.02 (0.15)	
(0.90,0.80,4.225)		0.25	2.13 (0.60)	2.12 (0.60)	2.11 (0.60)	2.10 (0.59)	2.05 (0.57)	1.86 (0.50)	1.32 (0.47)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.26 (2.06)	5.24 (2.05)	5.16 (2.00)	5.03 (1.93)	4.69 (1.78)	3.58 (1.26)	1.95 (0.61)	1.17 (0.38)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	20.06 (11.55)	19.69 (11.28)	18.37 (10.32)	16.66 (9.16)	12.72 (6.57)	6.32 (2.89)	2.42 (0.98)	1.36 (0.51)	1.03 (0.18)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	105.79 (90.76)	92.14 (76.85)	65.97 (52.39)	44.96 (33.08)	22.72 (14.62)	7.63 (4.11)	2.54 (1.18)	1.42 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	0.95	259.43 (251.78)	187.06 (178.08)	102.03 (89.87)	57.60 (45.83)	24.70 (16.75)	7.78 (4.42)	2.55 (1.23)	1.43 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.21 (383.62)	237.99 (236.43)	110.48 (101.38)	59.18 (49.61)	24.52 (17.33)	7.70 (4.63)	2.54 (1.27)	1.44 (0.60)	1.09 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.05	157.90 (156.34)	124.70 (120.63)	76.16 (69.08)	46.75 (39.11)	22.27 (16.44)	7.41 (4.60)	2.53 (1.31)	1.45 (0.61)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.10	64.45 (58.82)	58.32 (52.04)	45.27 (39.62)	33.08 (27.38)	18.69 (14.22)	7.04 (4.54)	2.50 (1.34)	1.45 (0.63)	1.10 (0.31)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.25	14.85 (12.19)	14.58 (11.74)	13.64 (10.92)	12.50 (9.85)	9.91 (7.47)	5.48 (3.74)	2.37 (1.35)	1.45 (0.66)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	
	1.50	4.90 (3.68)	4.87 (3.64)	4.82 (3.59)	4.71 (3.51)	4.41 (3.22)	3.46 (2.40)	2.06 (1.22)	1.42 (0.66)	1.14 (0.38)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	
	1.75	2.79 (1.96)	2.79 (1.95)	2.76 (1.93)	2.74 (1.92)	2.67 (1.86)	2.38 (1.59)	1.76 (1.02)	1.35 (0.62)	1.14 (0.38)	1.05 (0.21)	1.01 (0.11)	
	2.00	1.97 (1.25)	1.98 (1.27)	1.97 (1.26)	1.96 (1.25)	1.93 (1.22)	1.83 (1.13)	1.53 (0.81)	1.29 (0.56)	1.14 (0.38)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	

Πίνακας Γ.14: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ										
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
(0.90,0.90,4.145)	0.25	2.08 (0.58)	2.08 (0.57)	2.07 (0.57)	2.05 (0.56)	2.01 (0.55)	1.83 (0.49)	1.30 (0.46)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	5.07 (1.98)	5.05 (1.97)	4.97 (1.93)	4.86 (1.87)	4.53 (1.71)	3.45 (1.20)	1.91 (0.59)	1.16 (0.37)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	20.11 (12.21)	19.66 (11.87)	18.35 (10.79)	16.45 (9.38)	12.44 (6.59)	6.14 (2.83)	2.35 (0.96)	1.34 (0.50)	1.03 (0.17)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
	0.90	119.18 (107.43)	103.44 (92.61)	72.52 (61.81)	47.74 (37.41)	22.94 (15.50)	7.50 (4.08)	2.49 (1.15)	1.40 (0.56)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	0.95	279.15 (272.05)	207.79 (199.92)	113.25 (105.17)	62.59 (53.36)	25.21 (17.74)	7.67 (4.40)	2.50 (1.21)	1.42 (0.57)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.81 (380.69)	250.32 (250.26)	120.96 (114.92)	63.26 (55.29)	25.01 (18.47)	7.60 (4.60)	2.50 (1.25)	1.43 (0.59)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	166.91 (166.45)	133.45 (131.21)	81.46 (76.40)	49.34 (43.46)	22.69 (17.41)	7.34 (4.63)	2.49 (1.29)	1.43 (0.60)	1.08 (0.29)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)
	1.10	68.86 (65.35)	61.76 (57.38)	47.75 (43.38)	34.69 (30.20)	18.96 (14.71)	6.97 (4.53)	2.46 (1.31)	1.44 (0.62)	1.10 (0.34)	1.01 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.25	15.10 (12.41)	14.77 (12.10)	13.94 (11.41)	12.70 (10.20)	10.05 (7.64)	5.47 (3.77)	2.34 (1.34)	1.44 (0.65)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)
	1.50	4.91 (3.71)	4.92 (3.71)	4.84 (3.65)	4.73 (3.55)	4.44 (3.30)	3.47 (2.43)	2.04 (1.22)	1.41 (0.65)	1.14 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	2.80 (1.99)	2.79 (1.99)	2.78 (1.98)	2.74 (1.95)	2.69 (1.91)	2.38 (1.60)	1.76 (1.02)	1.35 (0.61)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	1.97 (1.28)	1.98 (1.29)	1.97 (1.27)	1.96 (1.26)	1.93 (1.23)	1.83 (1.14)	1.53 (0.82)	1.28 (0.56)	1.13 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)
(0.90,1.10,4.063)	0.25	2.04 (0.56)	2.03 (0.56)	2.03 (0.55)	2.01 (0.55)	1.97 (0.53)	1.81 (0.48)	1.27 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.95 (1.95)	4.92 (1.93)	4.85 (1.89)	4.73 (1.84)	4.40 (1.66)	3.36 (1.16)	1.88 (0.58)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	22.06 (15.27)	21.52 (14.75)	19.88 (13.32)	17.56 (11.42)	20.13 (15.24)	6.05 (2.83)	2.32 (0.94)	1.33 (0.49)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.90	155.39 (148.34)	134.46 (128.19)	92.97 (86.34)	59.64 (52.75)	26.02 (20.13)	7.54 (4.23)	2.45 (1.14)	1.39 (0.55)	1.06 (0.24)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	0.95	317.35 (313.60)	247.15 (245.62)	141.69 (138.22)	77.18 (71.64)	28.61 (22.90)	7.73 (4.59)	2.48 (1.20)	1.40 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.21 (372.95)	269.69 (270.51)	144.32 (141.03)	76.88 (72.02)	28.12 (22.96)	7.68 (4.77)	2.48 (1.26)	1.41 (0.58)	1.08 (0.27)	1.001 (0.08)	1.00 (0.02)
	1.05	181.80 (182.68)	150.35 (151.29)	94.92 (91.74)	58.23 (54.59)	24.71 (20.25)	7.45 (4.80)	2.47 (1.30)	1.42 (0.59)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.10	77.49 (75.43)	70.63 (68.53)	54.28 (51.32)	39.15 (36.35)	20.40 (16.82)	7.09 (4.69)	2.45 (1.32)	1.43 (0.61)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)
	1.25	16.18 (13.95)	15.76 (13.46)	14.75 (12.48)	13.40 (11.13)	10.45 (8.20)	5.58 (3.92)	2.34 (1.35)	1.43 (0.64)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.08 (3.90)	5.09 (3.92)	5.02 (3.84)	4.88 (3.74)	4.57 (3.43)	3.53 (2.52)	2.05 (1.25)	1.40 (0.66)	1.13 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	2.85 (2.08)	2.85 (2.08)	2.83 (2.07)	2.81 (2.05)	2.75 (1.99)	2.41 (1.66)	1.76 (1.05)	1.35 (0.62)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	2.00 (1.33)	2.00 (1.34)	2.00 (1.33)	1.99 (1.33)	1.95 (1.28)	1.85 (1.18)	1.53 (0.85)	1.28 (0.57)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)
(0.90,1.20,4.063)	0.25	2.04 (0.56)	2.04 (0.56)	2.03 (0.56)	2.02 (0.55)	1.97 (0.53)	1.81 (0.49)	1.27 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.50	4.97 (1.96)	4.95 (1.94)	4.87 (1.91)	4.76 (1.84)	4.42 (1.67)	3.37 (1.16)	1.88 (0.58)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	24.30 (18.32)	23.67 (17.82)	21.71 (15.76)	18.85 (13.03)	13.46 (8.35)	6.12 (2.89)	2.33 (0.94)	1.33 (0.49)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.90	178.06 (172.14)	154.21 (150.02)	107.14 (102.60)	68.26 (62.66)	28.32 (22.94)	7.69 (4.40)	2.47 (1.15)	1.39 (0.55)	1.06 (0.27)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
	0.95	338.07 (336.04)	269.73 (268.42)	157.001 (154.25)	87.51 (83.33)	31.45 (26.17)	7.88 (4.77)	2.49 (1.22)	1.40 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)
	1.00	370.77 (375.03)	280.21 (379.56)	157.22 (156.02)	84.98 (81.21)	30.66 (26.01)	7.83 (4.93)	2.50 (1.27)	1.42 (0.59)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.07)
	1.05	189.71 (189.88)	160.08 (160.91)	101.80 (99.28)	63.80 (60.76)	26.64 (22.77)	7.61 (4.97)	2.49 (1.31)	1.42 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)
	1.10	83.61 (82.11)	75.62 (74.60)	58.43 (56.09)	42.36 (40.14)	21.67 (18.47)	7.25 (4.88)	2.47 (1.34)	1.43 (0.62)	1.10 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)
	1.25	17.02 (15.15)	16.50 (14.59)	15.41 (13.48)	13.94 (11.83)	10.80 (8.63)	5.69 (4.01)	2.36 (1.38)	1.44 (0.65)	1.12 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)
	1.50	5.22 (4.04)	5.21 (4.01)	5.13 (3.94)	4.99 (3.83)	4.66 (3.51)	3.59 (2.57)	2.07 (1.28)	1.41 (0.67)	1.13 (0.37)	1.00 (0.18)	1.01 (0.08)
	1.75	2.91 (2.13)	2.90 (2.13)	2.88 (2.11)	2.85 (2.09)	2.80 (2.04)	2.45 (1.70)	1.78 (1.07)	1.35 (0.63)	1.13 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)
	2.00	2.02 (1.37)	2.02 (1.37)	2.02 (1.37)	2.02 (1.37)	1.97 (1.32)	1.87 (1.21)	1.55 (0.88)	1.29 (0.58)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)

Πίνακας Γ.15: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-GWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95, 0.60, 4.125)	0.25	2.19 (0.67)	2.19 (0.67)	2.18 (0.67)	2.16 (0.66)	2.10 (0.64)	1.88 (0.56)	1.29 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	5.57 (2.22)	5.55 (2.21)	5.47 (2.17)	5.34 (2.01)	4.96 (1.93)	3.77 (1.38)	1.98 (0.67)	1.16 (0.37)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	19.52 (10.50)	19.15 (10.22)	18.04 (9.54)	16.49 (8.56)	12.86 (6.43)	6.59 (3.04)	2.47 (1.06)	1.35 (0.52)	1.03 (0.17)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.90	78.84 (56.42)	70.56 (49.71)	53.46 (35.90)	38.85 (25.03)	21.46 (12.95)	7.74 (4.16)	2.58 (1.24)	1.41 (0.58)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	0.95	184.27 (161.42)	132.82 (110.39)	77.51 (58.43)	47.52 (33.19)	23.18 (14.92)	7.80 (4.40)	2.58 (1.29)	1.42 (0.59)	1.07 (0.26)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.42 (408.71)	183.14 (174.08)	84.89 (69.20)	48.96 (36.99)	22.72 (15.41)	7.67 (4.56)	2.57 (1.33)	1.43 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.05	125.64 (120.85)	99.30 (92.40)	61.67 (51.76)	40.24 (31.57)	20.54 (14.60)	7.36 (4.56)	2.55 (1.36)	1.44 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.10	53.70 (47.15)	49.08 (42.37)	38.68 (32.43)	29.13 (23.32)	17.37 (12.84)	6.93 (4.46)	2.51 (1.37)	1.44 (0.64)	1.10 (0.31)	1.01 (0.10)	1.00 (0.00)	
	1.25	13.59 (10.95)	13.38 (10.72)	12.67 (10.05)	11.60 (8.96)	9.37 (6.94)	5.37 (3.66)	2.36 (1.36)	1.44 (0.66)	1.12 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	
	1.50	4.69 (3.47)	4.67 (3.45)	4.60 (3.39)	4.49 (3.29)	4.25 (3.10)	3.37 (2.3)	2.03 (1.20)	1.41 (0.66)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	1.75	2.71 (1.86)	2.70 (1.86)	2.68 (1.86)	2.66 (1.84)	2.59 (1.77)	2.33 (1.53)	1.74 (0.99)	1.35 (0.61)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
	2.00	1.93 (1.20)	1.93 (1.21)	1.93 (1.20)	1.92 (1.20)	1.89 (1.17)	1.81 (1.09)	1.51 (0.79)	1.28 (0.55)	1.13 (0.37)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	
	(0.95, 0.70, 3.851)	0.25	2.04 (0.61)	2.03 (0.60)	2.02 (0.60)	2.01 (0.60)	1.96 (0.58)	1.78 (0.52)	1.22 (0.41)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.98 (1.99)	4.96 (1.98)	4.89 (1.94)	4.77 (1.88)	4.46 (1.73)	3.41 (1.24)	1.85 (0.62)	1.12 (0.33)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		17.54 (9.72)	17.17 (9.49)	16.23 (8.82)	14.75 (7.89)	11.46 (5.88)	5.92 (2.76)	2.29 (0.97)	1.30 (0.48)	1.02 (0.14)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.90		74.99 (55.96)	66.53 (48.66)	49.73 (34.71)	35.79 (23.97)	19.60 (12.25)	7.07 (3.86)	2.41 (1.15)	1.36 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
0.95		183.09 (167.35)	129.67 (113.04)	73.63 (58.00)	44.54 (32.29)	21.32 (14.20)	7.16 (4.13)	2.42 (1.20)	1.37 (0.56)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.00		370.83 (408.27)	184.84 (181.49)	82.55 (70.05)	46.35 (36.25)	21.19 (14.85)	7.07 (4.29)	2.42 (1.24)	1.38 (0.57)	1.07 (0.25)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.05		127.40 (124.43)	98.78 (95.33)	60.07 (52.30)	38.40 (31.18)	19.30 (14.22)	6.82 (4.33)	2.40 (1.26)	1.39 (0.58)	1.08 (0.27)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.10		52.98 (47.83)	48.12 (43.03)	37.42 (32.48)	27.85 (22.93)	16.34 (12.44)	6.46 (4.22)	2.37 (1.28)	1.40 (0.60)	1.09 (0.29)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
1.25		13.01 (10.78)	12.77 (10.60)	12.09 (9.87)	11.13 (8.92)	8.92 (6.80)	5.06 (3.49)	2.24 (1.29)	1.40 (0.62)	1.10 (0.32)	1.02 (0.12)	1.00 (0.04)	
1.50		4.48 (3.39)	4.47 (3.39)	4.40 (3.33)	4.31 (3.24)	4.06 (3.02)	3.23 (2.25)	1.96 (1.16)	1.37 (0.62)	1.12 (0.35)	1.03 (0.17)	1.00 (0.07)	
1.75		2.61 (1.82)	2.60 (1.82)	2.58 (1.80)	2.56 (1.79)	2.50 (1.73)	2.25 (1.50)	1.69 (0.96)	1.32 (0.59)	1.13 (0.36)	1.04 (0.20)	1.02 (0.10)	
2.00		1.88 (1.17)	1.87 (1.17)	1.87 (1.17)	1.87 (1.16)	1.84 (1.14)	1.75 (1.06)	1.48 (0.77)	1.26 (0.53)	1.12 (0.35)	1.04 (0.21)	1.02 (0.12)	
(0.95, 0.80, 3.676)		0.25	1.95 (0.57)	1.94 (0.57)	1.93 (0.56)	1.92 (0.56)	1.88 (0.54)	1.72 (0.51)	1.18 (0.38)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.67 (1.86)	4.65 (1.86)	4.58 (1.82)	4.48 (1.77)	4.18 (1.63)	3.20 (1.15)	1.78 (0.59)	1.10 (0.30)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	16.68 (9.44)	16.32 (9.19)	15.40 (8.55)	13.94 (7.58)	10.86 (5.66)	5.58 (2.61)	2.19 (0.92)	1.27 (0.46)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	75.97 (59.27)	66.70 (50.69)	49.57 (35.74)	35.15 (24.22)	18.90 (12.08)	6.74 (3.74)	2.31 (1.10)	1.33 (0.52)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	0.95	192.30 (182.31)	135.51 (123.97)	75.17 (61.84)	44.46 (33.16)	20.74 (14.11)	6.83 (4.01)	2.33 (1.15)	1.35 (0.54)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.84 (398.86)	194.06 (193.45)	85.41 (74.85)	46.87 (37.57)	20.77 (14.87)	6.78 (4.20)	2.33 (1.19)	1.36 (0.55)	1.06 (0.24)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.05	133.80 (133.89)	102.81 (100.38)	61.63 (55.08)	38.78 (32.16)	19.01 (14.29)	6.58 (4.24)	2.32 (1.22)	1.36 (0.56)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.10	54.26 (50.18)	49.35 (45.17)	38.01 (33.55)	28.05 (23.57)	16.07 (12.51)	6.26 (4.14)	2.30 (1.24)	1.37 (0.57)	1.08 (0.27)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.00 (10.99)	12.77 (10.81)	12.07 (10.11)	11.04 (9.06)	8.88 (6.96)	4.93 (3.46)	2.19 (1.26)	1.38 (0.60)	1.10 (0.31)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.50	4.42 (3.42)	4.39 (3.41)	4.34 (3.35)	4.25 (3.26)	4.00 (3.03)	3.17 (2.25)	1.92 (1.14)	1.35 (0.61)	1.12 (0.34)	1.03 (0.16)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.56 (1.82)	2.55 (1.81)	2.54 (1.81)	2.53 (1.80)	2.46 (1.74)	2.20 (1.49)	1.66 (0.94)	1.30 (0.58)	1.12 (0.35)	1.04 (0.19)	1.01 (0.10)	
	2.00	1.85 (1.17)	1.85 (1.17)	1.85 (1.17)	1.84 (1.16)	1.81 (1.13)	1.73 (1.05)	1.46 (0.75)	1.25 (0.52)	1.11 (0.34)	1.04 (0.20)	1.01 (0.12)	

Πίνακας Γ.16: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–GWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 0.90$, 1.10, 1.20) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ																						
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00												
(0.95,0.90,3.587)	0.25	1.91	1.90	1.89	1.88	1.85	1.69	1.16	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.55)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.55)	(0.50)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
		0.50	4.52	4.50	4.44	4.33	4.04	3.10	1.75	1.09	1.00	1.00	(1.81)	(1.79)	(1.77)	(1.72)	(1.57)	(1.11)	(0.58)	(0.29)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	
	0.75	16.56	16.20	15.21	13.76	10.66	5.44	2.14	1.26	1.02	1.00	1.00	(9.51)	(9.25)	(8.52)	(7.56)	(5.61)	(2.56)	(0.89)	(0.45)	(0.13)	(0.02)	(0.00)	
		0.90	81.74	70.38	51.58	35.91	18.96	6.64	2.27	1.32	1.04	1.00	1.00	(67.94)	(55.85)	(38.46)	(25.48)	(12.33)	(3.73)	(1.07)	(0.51)	(0.20)	(0.04)	(0.02)
	0.95	211.48	149.45	80.31	46.28	20.88	6.75	2.28	1.33	1.05	1.00	1.00	(203.68)	(141.44)	(69.46)	(36.02)	(14.44)	(4.00)	(1.12)	(0.53)	(0.22)	(0.05)	(0.02)	
		1.00	370.37	208.74	91.58	49.10	21.02	6.72	2.29	1.34	1.06	1.00	1.00	(388.62)	(209.05)	(83.41)	(40.67)	(15.26)	(4.21)	(1.17)	(0.54)	(0.23)	(0.06)	(0.02)
	1.05	144.40	110.64	65.53	40.41	19.35	6.55	2.28	1.35	1.07	1.01	1.00	(146.10)	(109.89)	(60.38)	(34.27)	(14.66)	(4.26)	(1.20)	(0.55)	(0.25)	(0.07)	(0.02)	
		1.10	57.55	51.80	39.77	29.07	16.43	6.23	2.26	1.35	1.07	1.01	1.00	(54.04)	(48.00)	(35.81)	(24.59)	(12.87)	(4.17)	(1.23)	(0.56)	(0.27)	(0.08)	(0.02)
	1.25	13.39	13.12	12.32	11.28	9.04	4.94	2.16	1.37	1.09	1.01	1.00	(11.43)	(11.19)	(10.40)	(9.35)	(7.18)	(3.52)	(1.25)	(0.60)	(0.30)	(0.11)	(0.03)	
		1.50	4.48	4.46	4.40	4.30	4.03	3.16	1.91	1.34	1.11	1.03	1.00	(3.52)	(3.52)	(3.44)	(3.36)	(3.10)	(2.29)	(1.15)	(0.61)	(0.34)	(0.16)	(0.06)
	1.75	2.56	2.56	2.56	2.54	2.46	2.21	1.65	1.30	1.12	1.03	1.01	(1.85)	(1.86)	(1.86)	(1.85)	(1.77)	(1.51)	(0.94)	(0.58)	(0.35)	(0.18)	(0.10)	
		2.00	1.85	1.85	1.84	1.84	1.81	1.72	1.45	1.24	1.11	1.04	1.01	(1.19)	(1.19)	(1.18)	(1.19)	(1.15)	(1.06)	(0.76)	(0.52)	(0.34)	(0.20)	(0.12)
	(0.95,1.10,3.535)	0.25	1.89	1.88	1.88	1.86	1.83	1.67	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.54)	(0.54)	(0.54)	(0.53)	(0.52)	(0.50)	(0.35)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			0.50	4.47	4.45	4.39	4.29	4.00	3.06	1.73	1.08	1.00	1.00	(1.79)	(1.78)	(1.75)	(1.70)	(1.55)	(1.10)	(0.57)	(0.28)	(0.03)	(0.00)	(0.00)
0.75		17.25	16.84	15.76	14.19	10.82	5.44	2.12	1.25	1.02	1.00	1.00	(10.30)	(9.95)	(9.20)	(7.99)	(5.78)	(2.59)	(0.89)	(0.45)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	
		0.90	101.63	87.31	61.61	40.95	20.18	6.77	2.26	1.31	1.04	1.00	1.00	(92.97)	(77.75)	(51.99)	(31.70)	(13.66)	(3.83)	(1.11)	(0.51)	(0.19)	(0.04)	(0.02)
0.95		253.41	184.42	99.09	54.41	22.47	6.92	2.28	1.33	1.05	1.00	1.00	(253.14)	(180.74)	(92.80)	(46.62)	(16.12)	(4.13)	(1.14)	(0.53)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
		1.00	370.70	237.64	110.67	56.99	22.60	6.91	2.29	1.34	1.06	1.00	1.00	(379.65)	(240.43)	(105.57)	(51.09)	(16.92)	(4.32)	(1.19)	(0.54)	(0.23)	(0.06)	(0.02)
1.05		165.32	128.03	76.98	45.53	20.74	6.76	2.29	1.34	1.06	1.01	1.00	(167.61)	(128.04)	(73.80)	(40.36)	(16.11)	(4.40)	(1.23)	(0.55)	(0.25)	(0.07)	(0.02)	
		1.10	65.61	59.35	45.16	32.29	17.70	6.46	2.28	1.35	1.07	1.01	1.00	(64.13)	(57.58)	(41.87)	(28.26)	(14.19)	(4.36)	(1.26)	(0.57)	(0.26)	(0.08)	(0.02)
1.25		14.35	14.11	13.26	12.16	9.53	5.16	2.18	1.36	1.09	1.01	1.01	(12.12)	(11.96)	(11.14)	(10.08)	(7.62)	(3.72)	(1.29)	(0.60)	(0.30)	(0.11)	(0.03)	
		1.50	4.71	4.70	4.64	4.53	4.23	3.30	1.93	1.34	1.11	1.02	1.00	(3.75)	(3.75)	(3.68)	(3.58)	(3.33)	(2.45)	(1.20)	(0.62)	(0.33)	(0.16)	(0.06)
1.75		2.66	2.66	2.65	2.63	2.55	2.27	1.67	1.30	1.12	1.03	1.01	(2.01)	(2.01)	(2.00)	(1.98)	(1.91)	(1.61)	(0.98)	(0.59)	(0.35)	(0.18)	(0.10)	
		2.00	1.88	1.88	1.88	1.87	1.84	1.75	1.47	1.25	1.11	1.04	1.01	(1.26)	(1.27)	(1.27)	(1.26)	(1.22)	(1.11)	(0.81)	(0.54)	(0.34)	(0.20)	(0.11)
(0.95,1.20,3.550)		0.25	1.89	1.89	1.89	1.87	1.84	1.68	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	(0.55)	(0.55)	(0.54)	(0.54)	(0.53)	(0.50)	(0.36)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			0.50	4.53	4.50	4.44	4.34	4.05	3.10	1.74	1.09	1.00	1.00	1.00	(1.81)	(1.79)	(1.76)	(1.72)	(1.56)	(1.11)	(0.58)	(0.28)	(0.03)	(0.00)
	0.75	18.08	17.63	16.38	14.67	11.10	5.54	2.14	1.25	1.02	1.00	1.00	(11.31)	(10.96)	(9.94)	(8.53)	(6.01)	(2.63)	(0.90)	(0.45)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	
		0.90	116.73	99.79	70.04	45.17	21.30	6.92	2.28	1.31	1.04	1.00	1.00	(109.72)	(92.31)	(62.57)	(36.78)	(15.01)	(3.90)	(1.10)	(0.51)	(0.19)	(0.04)	(0.02)
	0.95	274.37	204.66	111.25	60.53	23.67	7.08	2.31	1.33	1.05	1.00	1.00	(275.75)	(202.35)	(106.18)	(54.03)	(17.48)	(4.21)	(1.17)	(0.53)	(0.21)	(0.05)	(0.02)	
		1.00	370.56	249.16	121.97	62.42	23.84	7.10	2.38	1.34	1.06	1.00	1.00	(378.65)	(250.97)	(117.76)	(56.77)	(18.45)	(4.43)	(1.22)	(0.55)	(0.23)	(0.06)	(0.02)
	1.05	172.65	136.43	83.29	49.34	21.71	6.93	2.32	1.35	1.06	1.01	1.00	(176.01)	(137.10)	(80.14)	(44.85)	(17.19)	(4.50)	(1.26)	(0.56)	(0.25)	(0.07)	(0.02)	
		1.10	70.91	63.88	48.70	34.39	18.42	6.63	2.31	1.35	1.07	1.01	1.00	(70.33)	(63.09)	(45.56)	(31.13)	(14.98)	(4.45)	(1.29)	(0.57)	(0.27)	(0.08)	(0.02)
	1.25	14.94	14.72	13.80	12.60	9.85	5.29	2.22	1.37	1.09	1.01	1.00	(12.71)	(12.53)	(11.58)	(10.45)	(7.84)	(3.81)	(1.32)	(0.61)	(0.30)	(0.12)	(0.03)	
		1.50	4.88	4.86	4.80	4.69	4.37	3.37	1.96	1.35	1.11	1.02	1.00	(3.88)	(3.87)	(3.81)	(3.71)	(3.44)	(2.52)	(1.24)	(0.63)	(0.34)	(0.16)	(0.06)
	1.75	2.73	2.73	2.72	2.93	2.62	2.31	1.69	1.31	1.12	1.03	1.01	(2.09)	(2.08)	(2.08)	(2.05)	(1.98)	(1.66)	(1.02)	(0.60)	(0.36)	(0.19)	(0.10)	
		2.00	1.92	1.92	1.92	1.91	1.87	1.77	1.48	1.25	1.11	1.04	1.01	(1.31)	(1.31)	(1.32)	(1.32)	(1.27)	(1.16)	(0.83)	(0.55)	(0.35)	(0.20)	(0.12)

Γ.5 Απόδοση του SS–DGWMA διαγράμματος

Πίνακας Γ.17: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DGWMA ($q = 0.70$, $\alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)		ρ	δ												
			0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00		
(0.70,0.60,4.082)	0.25	2.06	2.06	2.05	2.03	1.99	1.82	1.28	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		(0.57)	(0.57)	(0.57)	(0.56)	(0.54)	(0.49)	(0.45)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
	0.50	5.01	4.98	4.91	4.79	4.47	3.41	1.89	1.15	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(1.96)	(1.94)	(1.91)	(1.85)	(1.69)	(1.19)	(0.59)	(0.36)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
	0.75	19.53	19.15	17.90	16.07	12.22	6.05	2.34	1.33	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(11.61)	(11.32)	(10.32)	(9.06)	(6.44)	(2.78)	(0.95)	(0.50)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	(0.00)		
	0.90	109.41	94.79	67.16	45.01	22.33	7.39	2.46	1.39	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(96.61)	(81.46)	(54.58)	(34.05)	(14.80)	(4.01)	(1.15)	(0.55)	(0.24)	(0.05)	(0.02)	(0.02)		
	0.95	262.32	193.48	104.82	58.66	24.48	7.55	2.48	1.40	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(254.92)	(186.05)	(94.61)	(48.05)	(16.98)	(4.35)	(1.20)	(0.57)	(0.26)	(0.07)	(0.02)	(0.02)		
	1.00	370.08	239.73	113.57	59.97	24.25	7.48	2.48	1.42	1.08	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(382.76)	(238.62)	(106.23)	(51.22)	(17.60)	(4.55)	(1.25)	(0.58)	(0.27)	(0.08)	(0.02)	(0.02)		
	1.05	161.48	127.26	77.85	47.40	22.17	7.24	2.46	1.42	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(160.47)	(124.31)	(71.83)	(40.86)	(16.72)	(4.55)	(1.28)	(0.60)	(0.29)	(0.09)	(0.02)	(0.02)		
	1.10	66.24	59.50	46.07	33.47	18.58	6.89	2.44	1.43	1.10	1.01	1.00	1.00	1.00	
(62.05)		(54.39)	(41.29)	(28.41)	(14.35)	(4.49)	(1.30)	(0.61)	(0.30)	(0.10)	(0.03)	(0.03)			
1.25	14.84	14.51	13.72	12.51	9.93	5.41	2.32	1.43	1.12	1.02	1.00	1.00	1.00		
	(12.16)	(11.87)	(11.20)	(10.27)	(7.58)	(3.73)	(1.33)	(0.64)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	(0.04)			
1.50	4.85	4.87	4.79	4.69	4.39	3.43	2.02	1.40	1.13	1.03	1.01	1.01	1.01		
	(3.68)	(3.70)	(3.62)	(3.54)	(3.27)	(2.42)	(1.21)	(0.65)	(0.37)	(0.18)	(0.08)	(0.08)			
1.75	2.77	2.77	2.75	2.72	2.66	2.36	1.74	1.34	1.14	1.04	1.01	1.01	1.01		
	(1.98)	(1.97)	(1.97)	(1.94)	(1.90)	(1.59)	(1.01)	(0.61)	(0.38)	(0.21)	(0.11)	(0.11)			
2.00	1.96	1.96	1.95	1.94	1.91	1.82	1.52	1.28	1.13	1.05	1.02	1.02	1.02		
	(1.27)	(1.27)	(1.27)	(1.25)	(1.22)	(1.13)	(0.81)	(0.56)	(0.37)	(0.22)	(0.13)	(0.13)			
(0.70,0.70,4.017)	0.25	2.03	2.02	2.01	2.00	1.96	1.80	1.26	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(0.56)	(0.56)	(0.55)	(0.55)	(0.53)	(0.48)	(0.44)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
	0.50	4.90	4.87	4.80	4.69	4.37	3.33	1.87	1.14	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(1.92)	(1.91)	(1.87)	(1.81)	(1.66)	(1.15)	(0.58)	(0.35)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
	0.75	20.20	19.76	18.38	16.38	12.26	5.97	2.30	1.32	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(12.85)	(12.49)	(11.41)	(9.73)	(6.69)	(2.77)	(0.93)	(0.49)	(0.16)	(0.02)	(0.00)	(0.00)		
	0.90	129.10	111.54	77.80	50.43	23.44	7.38	2.43	1.38	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(120.48)	(102.48)	(68.82)	(41.24)	(16.64)	(4.07)	(1.13)	(0.55)	(0.23)	(0.05)	(0.02)	(0.02)		
	0.95	288.39	218.67	120.80	66.26	25.81	7.55	2.45	1.39	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(284.83)	(215.46)	(113.57)	(58.32)	(19.09)	(4.43)	(1.19)	(0.56)	(0.25)	(0.06)	(0.02)	(0.02)		
	1.00	370.64	254.26	128.21	67.01	25.66	7.50	2.46	1.41	1.08	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(380.94)	(252.19)	(124.03)	(60.70)	(19.62)	(4.60)	(1.24)	(0.58)	(0.27)	(0.08)	(0.02)	(0.02)		
	1.05	171.23	138.24	86.04	52.05	23.01	7.30	2.45	1.41	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(169.12)	(137.00)	(81.67)	(46.87)	(18.01)	(4.67)	(1.28)	(0.59)	(0.29)	(0.09)	(0.02)	(0.02)		
	1.10	71.72	64.87	49.75	35.76	19.30	6.93	2.42	1.42	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	
(68.94)		(61.93)	(46.17)	(31.98)	(15.41)	(4.57)	(1.31)	(0.61)	(0.30)	(0.10)	(0.02)	(0.02)			
1.25	15.40	15.04	14.16	12.91	10.13	5.47	2.31	1.42	1.11	1.02	1.00	1.00	1.00		
	(12.84)	(12.45)	(11.68)	(10.49)	(7.83)	(3.82)	(1.33)	(0.64)	(0.33)	(0.13)	(0.03)	(0.03)			
1.50	4.96	4.97	4.90	4.77	4.45	3.47	2.03	1.40	1.13	1.03	1.01	1.01	1.01		
	(3.80)	(3.80)	(3.74)	(3.65)	(3.34)	(2.47)	(1.23)	(0.65)	(0.36)	(0.18)	(0.04)	(0.04)			
1.75	2.80	2.80	2.79	2.76	2.70	2.38	1.74	1.34	1.14	1.04	1.01	1.01	1.01		
	(2.03)	(2.03)	(2.03)	(2.01)	(1.95)	(1.63)	(1.02)	(0.61)	(0.38)	(0.20)	(0.08)	(0.08)			
2.00	1.97	1.97	1.97	1.96	1.92	1.82	1.52	1.28	1.13	1.05	1.02	1.02	1.02		
	(1.30)	(1.31)	(1.30)	(1.30)	(1.25)	(1.15)	(0.83)	(0.56)	(0.37)	(0.22)	(0.13)	(0.13)			
(0.70,0.80,3.996)	0.25	2.02	2.02	2.01	1.99	1.95	1.79	1.26	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(0.56)	(0.56)	(0.55)	(0.55)	(0.53)	(0.49)	(0.44)	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
	0.50	4.89	4.87	4.79	4.68	4.35	3.32	1.86	1.14	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(1.93)	(1.91)	(1.87)	(1.81)	(1.65)	(1.15)	(0.58)	(0.35)	(0.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)		
	0.75	21.69	21.20	19.66	17.31	12.66	6.00	2.30	1.32	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(14.84)	(14.38)	(13.17)	(11.14)	(7.31)	(2.81)	(0.58)	(0.49)	(0.15)	(0.02)	(0.00)	(0.00)		
	0.90	152.43	131.95	90.84	58.43	25.68	7.49	2.44	1.38	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(145.91)	(126.16)	(84.07)	(50.69)	(19.80)	(4.21)	(1.14)	(0.55)	(0.23)	(0.05)	(0.02)	(0.02)		
	0.95	314.10	245.75	139.98	76.14	28.29	7.69	2.46	1.39	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	
		(312.86)	(243.79)	(136.57)	(70.44)	(22.44)	(4.57)	(1.20)	(0.57)	(0.25)	(0.06)	(0.02)	(0.02)		
	1.00	370.29	267.80	142.89	76.29	27.86	7.64	2.47	1.40	1.08	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(373.78)	(268.13)	(140.44)	(71.57)	(22.59)	(4.75)	(1.26)	(0.58)	(0.27)	(0.08)	(0.02)	(0.02)		
	1.05	182.09	149.76	94.60	57.64	24.59	7.43	2.46	1.41	1.08	1.01	1.00	1.00	1.00	
		(182.06)	(150.87)	(91.99)	(53.67)	(20.10)	(4.79)	(1.29)	(0.59)	(0.28)	(0.09)	(0.02)	(0.02)		
	1.10	77.33	70.48	54.35	39.01	20.32	7.07	2.44	1.42	1.09	1.01	1.00	1.00	1.00	
(75.17)		(68.64)	(51.48)	(35.98)	(16.77)	(4.70)	(1.33)	(0.61)	(0.30)	(0.10)	(0.03)	(0.03)			
1.25	16.16	15.79	14.78	13.42	10.46	5.58	2.33	1.42	1.11	1.02	1.00	1.00	1.00		
	(13.80)	(13.60)	(12.52)	(11.14)	(8.22)	(3.93)	(1.36)	(0.64)	(0.33)	(0.13)	(0.04)	(0.04)			
1.50	5.11	5.11	5.03	4.90	4.57	3.53	2.04	1.40	1.13	1.03	1.01	1.01	1.01		
	(3.94)	(3.93)	(3.89)	(3.77)	(3.46)	(2.54)	(1.26)	(0.66)	(0.36)	(0.18)	(0.01)	(0.01)			
1.75	2.86	2.85	2.84	2.81	2.75	2.41	1.76	1.34	1.14	1.04	1.01	1.01	1.01		
	(2.10)	(2.10)	(2.09)	(2.06)	(2.01)	(1.68)	(1.05)	(0.62)	(0.38)	(0.21)	(0.11)	(0.11)			
2.00	1.99	2.00	2.00	1.99	1.95	1.84	1.53	1.28	1.13	1.05	1.02	1.02	1.02		
	(1.34)	(1.35)	(1.34)	(1.34)	(1.29)	(1.19)	(0.86)	(0.57)	(0.37)	(0.22)	(0.13)	(0.13)			

Πίνακας Γ.18: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.70, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.70,0.90,4.007)	0.25	2.03 (0.57)	2.03 (0.56)	2.02 (0.56)	2.01 (0.56)	1.96 (0.54)	1.80 (0.49)	1.26 (0.44)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.95 (1.95)	4.93 (1.94)	4.85 (1.89)	4.74 (1.84)	4.40 (1.66)	3.36 (1.16)	1.87 (0.59)	1.14 (0.35)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	24.43 (18.54)	23.73 (17.85)	21.78 (15.90)	18.93 (13.16)	13.46 (8.40)	6.10 (2.89)	2.32 (0.95)	1.32 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	178.87 (172.71)	155.51 (152.75)	107.44 (103.09)	68.83 (63.27)	28.53 (23.12)	7.70 (4.43)	2.47 (1.16)	1.38 (0.53)	1.06 (0.23)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	0.95	337.38 (335.10)	269.78 (270.02)	157.86 (154.27)	88.43 (84.07)	31.64 (26.47)	7.90 (4.79)	2.49 (1.22)	1.40 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.31 (372.33)	281.76 (281.70)	157.99 (158.19)	85.39 (81.15)	30.87 (26.21)	7.58 (4.96)	2.50 (1.28)	1.41 (0.59)	1.08 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.05)	
	1.05	191.65 (192.32)	162.13 (164.21)	103.21 (101.88)	64.20 (61.22)	26.84 (22.95)	7.63 (5.00)	2.49 (1.32)	1.42 (0.60)	1.09 (0.28)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.10	85.05 (83.80)	76.39 (75.95)	58.92 (56.44)	42.80 (40.74)	21.82 (18.64)	7.27 (4.89)	2.47 (1.35)	1.42 (0.62)	1.09 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.25	17.25 (15.53)	16.71 (14.85)	15.54 (13.55)	14.10 (12.05)	10.90 (8.74)	5.71 (4.04)	2.36 (1.39)	1.43 (0.66)	1.11 (0.33)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.28 (4.09)	5.26 (4.07)	5.16 (3.99)	5.02 (3.86)	4.68 (3.54)	3.62 (2.60)	2.07 (1.30)	1.40 (0.67)	1.13 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.06)	
	1.75	2.92 (2.15)	2.92 (2.16)	2.90 (2.15)	2.87 (2.12)	2.80 (2.06)	2.46 (1.73)	1.78 (1.08)	1.35 (0.64)	1.14 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
	2.00	2.03 (1.39)	2.03 (1.40)	2.03 (1.40)	2.03 (1.39)	1.98 (1.33)	1.87 (1.22)	1.55 (0.89)	1.28 (0.58)	1.13 (0.37)	1.05 (0.22)	1.02 (0.13)	
	(0.70,1.10,4.078)	0.25	2.09 (0.60)	2.09 (0.60)	2.08 (0.60)	2.06 (0.59)	2.02 (0.57)	1.84 (0.51)	1.28 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.17 (2.09)	5.15 (2.07)	5.07 (2.03)	4.95 (1.95)	4.58 (1.74)	3.49 (1.20)	1.92 (0.62)	1.15 (0.51)	1.00 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.75	32.96 (28.14)	31.72 (27.17)	28.79 (14.43)	24.51 (19.82)	16.36 (19.09)	6.50 (3.31)	2.40 (0.99)	1.34 (0.51)	1.03 (0.16)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	230.47 (228.12)	201.24 (197.85)	144.13 (140.52)	91.70 (89.13)	37.04 (32.44)	8.32 (5.20)	2.55 (1.22)	1.40 (0.57)	1.06 (0.24)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
0.95		380.56 (380.23)	309.78 (310.37)	196.37 (192.72)	113.43 (111.96)	40.22 (36.16)	8.53 (5.54)	2.58 (1.29)	1.42 (0.59)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.00		370.87 (374.56)	297.09 (297.44)	182.93 (181.76)	104.89 (102.76)	38.06 (34.45)	8.47 (5.68)	2.59 (1.34)	1.43 (0.61)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.05		202.49 (202.64)	176.31 (178.47)	119.20 (118.35)	76.68 (74.62)	32.09 (29.16)	8.17 (5.58)	2.58 (1.39)	1.44 (0.63)	1.09 (0.29)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.10		95.50 (95.43)	87.32 (87.39)	68.04 (67.00)	50.37 (49.45)	25.48 (23.05)	7.76 (5.40)	2.57 (1.42)	1.45 (0.65)	1.10 (0.31)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.25		19.12 (17.78)	18.63 (17.25)	17.28 (15.63)	15.50 (13.73)	11.86 (10.05)	6.07 (4.34)	2.46 (1.47)	1.46 (0.69)	1.12 (0.34)	1.02 (0.13)	1.00 (0.04)	
1.50		5.57 (4.35)	5.56 (4.34)	5.47 (4.26)	5.30 (4.10)	4.94 (3.73)	3.80 (2.73)	2.15 (1.37)	1.43 (0.71)	1.14 (0.38)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
1.75		3.08 (2.26)	3.07 (2.23)	3.05 (2.25)	3.01 (2.22)	2.94 (2.17)	2.57 (1.83)	1.84 (1.16)	1.37 (0.68)	1.14 (0.40)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	
2.00		2.11 (1.48)	2.12 (1.49)	2.12 (1.48)	2.10 (1.47)	2.06 (1.42)	1.94 (1.27)	1.59 (0.95)	1.30 (0.62)	1.13 (0.39)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	
(0.70,1.20,4.120)		0.25	2.13 (0.62)	2.13 (0.62)	2.12 (0.62)	2.10 (0.61)	2.05 (0.59)	1.86 (0.53)	1.29 (0.45)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.33 (2.24)	5.30 (2.22)	5.22 (2.16)	5.08 (2.06)	4.70 (1.81)	3.57 (1.22)	1.95 (0.64)	1.16 (0.37)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	38.56 (34.61)	36.90 (32.90)	33.38 (29.56)	28.20 (23.91)	18.35 (14.36)	6.77 (3.61)	2.45 (1.02)	1.35 (0.52)	1.03 (0.17)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	252.62 (250.93)	222.78 (219.78)	161.17 (157.63)	104.13 (100.90)	41.56 (37.15)	8.74 (5.72)	2.60 (1.25)	1.41 (0.58)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	0.95	392.89 (396.96)	326.73 (326.32)	211.10 (207.14)	123.90 (121.59)	44.93 (41.63)	8.94 (6.04)	2.63 (1.31)	1.43 (0.61)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.00	369.18 (368.65)	303.37 (307.30)	192.64 (192.00)	113.46 (112.47)	42.07 (39.24)	8.84 (6.07)	2.64 (1.37)	1.44 (0.63)	1.08 (0.28)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.05	205.91 (206.78)	179.99 (181.82)	125.57 (124.69)	82.03 (80.10)	34.80 (32.28)	8.52 (6.01)	2.64 (1.42)	1.46 (0.65)	1.09 (0.30)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.10	98.97 (99.10)	90.36 (89.18)	71.77 (70.81)	53.33 (52.21)	27.19 (25.09)	8.04 (5.74)	2.62 (1.46)	1.46 (0.67)	1.10 (0.31)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.25	20.08 (18.88)	19.60 (18.46)	18.24 (16.96)	16.27 (14.83)	12.33 (10.60)	6.22 (4.47)	2.51 (1.51)	1.47 (0.71)	1.12 (0.35)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.72 (4.47)	5.69 (4.47)	5.60 (4.41)	5.44 (4.23)	5.05 (3.83)	3.89 (2.79)	2.19 (1.41)	1.44 (0.73)	1.14 (0.39)	1.03 (0.19)	1.01 (0.08)	
	1.75	3.14 (2.30)	3.13 (2.30)	3.10 (2.29)	3.07 (2.25)	3.00 (2.21)	2.63 (1.87)	1.87 (1.19)	1.38 (0.70)	1.15 (0.41)	1.04 (0.22)	1.02 (0.11)	
	2.00	2.15 (1.51)	2.16 (1.53)	2.15 (1.52)	2.14 (1.51)	2.10 (1.46)	1.97 (1.33)	1.61 (0.98)	1.31 (0.64)	1.14 (0.40)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	

Πίνακας Γ.19: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.80$, $\alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.60,3.420)	0.25	1.85 (0.54)	1.85 (0.54)	1.84 (0.54)	1.83 (0.53)	1.80 (0.52)	1.64 (0.51)	1.12 (0.33)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.36 (1.77)	4.33 (1.75)	4.28 (1.73)	4.17 (1.67)	3.90 (1.52)	2.99 (1.08)	1.70 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	16.05 (9.31)	15.66 (9.04)	14.70 (8.36)	13.27 (7.43)	10.28 (5.49)	5.25 (2.51)	2.07 (0.87)	1.23 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	77.80 (63.70)	67.44 (53.05)	49.59 (36.84)	34.71 (24.59)	18.38 (12.10)	6.32 (3.68)	2.21 (1.05)	1.29 (0.49)	1.03 (0.18)	1.01 (0.03)	1.00 (0.02)	
	0.95	200.80 (191.52)	141.92 (132.32)	76.94 (79.11)	44.64 (34.44)	20.35 (14.20)	6.56 (3.95)	2.22 (1.10)	1.31 (0.51)	1.04 (0.20)	1.02 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.35 (392.83)	201.39 (202.47)	87.94 (79.11)	47.73 (39.35)	20.50 (15.09)	6.54 (4.13)	2.22 (1.14)	1.32 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	142.28 (146.36)	108.07 (107.23)	63.81 (58.41)	39.31 (33.38)	18.93 (14.51)	6.37 (4.19)	2.22 (1.18)	1.33 (0.54)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.10	56.37 (53.40)	50.65 (47.33)	39.03 (35.20)	28.52 (24.31)	16.12 (12.81)	6.08 (4.13)	2.21 (1.21)	1.33 (0.55)	1.07 (0.25)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.09 (11.31)	12.82 (11.05)	12.11 (10.36)	11.11 (9.36)	8.84 (7.15)	4.83 (3.50)	2.11 (1.23)	1.34 (0.58)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.39 (3.52)	4.37 (3.50)	4.31 (3.42)	4.22 (3.34)	3.96 (3.09)	3.10 (2.27)	1.87 (1.13)	1.33 (0.59)	1.10 (0.33)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.52 (1.84)	2.51 (1.85)	2.51 (1.86)	2.49 (1.84)	2.42 (1.77)	2.17 (1.49)	1.62 (0.93)	1.29 (0.57)	1.11 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
	2.00	1.82 (1.17)	1.81 (1.17)	1.81 (1.17)	1.81 (1.17)	1.78 (1.15)	1.69 (1.04)	1.44 (0.75)	1.23 (0.51)	1.10 (0.33)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)	
	(0.80,0.70,3.379)	0.25	1.84 (0.54)	1.84 (0.54)	1.83 (0.53)	1.82 (0.53)	1.79 (0.53)	1.63 (0.51)	1.12 (0.32)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.34 (1.76)	4.32 (1.75)	4.25 (1.72)	4.15 (1.67)	3.87 (1.52)	2.97 (1.08)	1.68 (0.57)	1.07 (0.25)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	16.40 (9.58)	16.02 (9.32)	15.03 (8.61)	13.55 (7.63)	10.43 (5.59)	5.27 (2.53)	2.06 (0.87)	1.23 (0.43)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)
		0.90	87.84 (76.55)	75.97 (64.22)	54.41 (43.05)	37.18 (27.46)	19.05 (12.68)	6.52 (3.76)	2.20 (1.06)	1.29 (0.49)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
		0.95	226.06 (223.29)	161.66 (156.77)	86.45 (77.59)	48.61 (39.47)	21.21 (14.96)	6.67 (4.03)	2.21 (1.11)	1.30 (0.51)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
		1.00	370.10 (387.80)	221.43 (225.95)	98.19 (92.01)	51.72 (44.35)	21.35 (15.83)	6.69 (4.24)	2.22 (1.15)	1.31 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)
1.05		154.73 (159.02)	118.12 (117.63)	70.13 (65.75)	41.88 (36.06)	19.74 (15.21)	6.54 (4.31)	2.22 (1.20)	1.32 (0.54)	1.06 (0.23)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.10		60.75 (58.66)	55.06 (52.80)	41.80 (38.08)	30.42 (26.39)	16.87 (13.47)	6.24 (4.26)	2.22 (1.24)	1.33 (0.55)	1.07 (0.25)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.25		13.77 (11.79)	13.54 (11.55)	12.72 (10.77)	11.64 (9.77)	9.21 (7.45)	4.97 (3.64)	2.13 (1.26)	1.34 (0.58)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
1.50		4.56 (3.70)	4.54 (3.68)	4.48 (3.61)	4.48 (3.51)	4.09 (3.27)	3.19 (2.39)	1.89 (1.17)	1.32 (0.60)	1.10 (0.32)	1.02 (0.15)	1.00 (0.05)	
1.75		2.59 (1.96)	2.58 (1.96)	2.57 (1.96)	2.56 (1.94)	2.48 (1.86)	2.21 (1.56)	1.64 (0.96)	1.29 (0.58)	1.11 (0.34)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
2.00		1.84 (1.23)	1.84 (1.23)	1.83 (1.23)	1.83 (1.22)	1.81 (1.19)	1.71 (1.08)	1.45 (0.78)	1.23 (0.52)	1.10 (0.33)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)	
(0.80,0.80,3.409)		0.25	1.86 (0.54)	1.85 (0.54)	1.84 (0.54)	1.83 (0.54)	1.80 (0.53)	1.64 (0.51)	1.12 (0.33)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.42 (1.79)	4.40 (1.78)	4.34 (1.75)	4.24 (1.70)	3.95 (1.55)	3.02 (1.10)	1.69 (0.57)	1.07 (0.26)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	17.23 (10.40)	16.80 (10.02)	15.68 (9.21)	14.08 (8.04)	10.78 (5.78)	5.41 (2.60)	2.09 (0.89)	1.23 (0.44)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	102.49 (93.87)	88.50 (78.97)	62.19 (52.69)	41.18 (32.21)	20.22 (13.82)	6.75 (3.86)	2.23 (1.09)	1.29 (0.50)	1.03 (0.18)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)
		0.95	254.42 (255.83)	186.09 (182.94)	100.17 (94.21)	54.69 (46.70)	22.56 (16.32)	6.92 (4.15)	2.25 (1.15)	1.31 (0.52)	1.04 (0.20)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)
		1.00	370.10 (380.15)	241.27 (247.90)	112.45 (107.29)	57.43 (51.11)	22.77 (17.15)	6.93 (4.37)	2.27 (1.20)	1.32 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)
	1.05	166.58 (169.74)	130.25 (130.88)	78.07 (75.05)	46.05 (40.84)	20.80 (16.25)	6.79 (4.44)	2.27 (1.24)	1.33 (0.55)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.10	66.72 (65.73)	60.45 (58.81)	45.76 (42.57)	32.68 (28.76)	17.79 (14.26)	6.50 (4.41)	2.26 (1.28)	1.34 (0.56)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.25	14.54 (12.32)	14.31 (12.16)	13.47 (11.32)	12.33 (10.22)	9.65 (7.75)	5.18 (3.78)	2.17 (1.31)	1.35 (0.60)	1.08 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.78 (3.86)	4.77 (3.85)	4.72 (3.80)	4.60 (3.69)	4.29 (3.42)	3.32 (2.51)	1.93 (1.22)	1.33 (0.61)	1.11 (0.33)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.68 (2.08)	2.68 (2.08)	2.67 (2.06)	2.64 (2.04)	2.57 (1.96)	2.27 (1.65)	1.66 (1.01)	1.30 (0.59)	1.11 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
	2.00	1.88 (1.30)	1.88 (1.30)	1.88 (1.30)	1.88 (1.30)	1.84 (1.26)	1.75 (1.14)	1.46 (0.82)	1.24 (0.54)	1.10 (0.34)	1.04 (0.19)	1.01 (0.11)	

Πίνακας Γ.20: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DGWMA ($q = 0.80, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.80,0.90,3.455)	0.25	1.88 (0.56)	1.88 (0.56)	1.87 (0.56)	1.86 (0.55)	1.82 (0.54)	1.65 (0.51)	1.13 (0.34)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	4.55 (1.82)	4.53 (1.82)	4.46 (1.78)	4.36 (1.73)	4.06 (1.58)	3.10 (1.13)	1.72 (0.59)	1.08 (0.27)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	18.36 (11.71)	17.93 (11.38)	16.64 (10.24)	14.81 (8.80)	11.19 (6.09)	5.57 (2.65)	2.13 (0.92)	1.24 (0.44)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	121.34 (115.16)	103.90 (97.28)	72.80 (65.23)	46.96 (39.11)	21.78 (15.68)	6.98 (3.96)	2.29 (1.13)	1.30 (0.51)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	0.95	278.82 (281.57)	209.83 (209.36)	114.52 (110.06)	62.69 (56.52)	24.26 (18.25)	7.16 (4.27)	2.31 (1.19)	1.32 (0.53)	1.04 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.00	370.17 (379.26)	253.74 (257.31)	125.77 (122.35)	64.87 (59.56)	24.44 (19.13)	7.19 (4.50)	2.32 (1.24)	1.33 (0.54)	1.05 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.05	174.23 (177.86)	139.60 (140.85)	86.05 (83.09)	50.69 (46.35)	22.14 (17.70)	7.04 (4.59)	2.33 (1.29)	1.34 (0.56)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.10	72.89 (72.19)	65.03 (63.79)	49.09 (47.77)	35.46 (32.39)	18.82 (15.36)	6.74 (4.56)	2.32 (1.33)	1.35 (0.58)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.25	15.29 (13.00)	15.09 (12.92)	14.16 (11.89)	12.88 (10.67)	10.07 (8.03)	5.38 (3.89)	2.23 (1.37)	1.36 (0.62)	1.09 (0.29)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	
	1.50	4.99 (4.01)	4.97 (3.99)	4.91 (3.91)	4.80 (3.84)	4.46 (3.53)	3.45 (2.61)	1.97 (1.28)	1.34 (0.64)	1.11 (0.34)	1.02 (0.15)	1.00 (0.06)	
	1.75	2.78 (2.17)	2.78 (2.16)	2.77 (2.16)	2.74 (2.14)	2.66 (2.06)	2.35 (1.73)	1.70 (1.06)	1.31 (0.61)	1.12 (0.35)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	
	2.00	1.94 (1.37)	1.94 (1.37)	1.94 (1.38)	1.93 (1.37)	1.89 (1.32)	1.79 (1.21)	1.49 (0.87)	1.25 (0.56)	1.11 (0.35)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	
	(0.80,1.10,3.640)	0.25	1.98 (0.61)	1.98 (0.61)	1.97 (0.61)	1.95 (0.60)	1.91 (0.58)	1.73 (0.53)	1.17 (0.37)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.91 (1.92)	4.89 (1.90)	4.82 (1.87)	4.70 (1.81)	4.38 (1.56)	3.35 (1.22)	1.80 (0.63)	1.10 (0.30)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		22.46 (16.49)	21.91 (16.05)	20.19 (14.51)	17.63 (11.99)	12.67 (7.60)	6.03 (2.79)	2.28 (1.00)	1.27 (0.47)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.90		167.19 (164.05)	145.46 (141.73)	100.67 (96.44)	63.70 (57.52)	26.91 (21.66)	7.57 (3.04)	2.45 (1.23)	1.34 (0.55)	1.04 (0.20)	1.00 (0.40)	1.00 (0.02)	
0.95		327.83 (328.13)	257.36 (256.23)	150.51 (147.50)	83.47 (79.82)	30.04 (25.05)	7.79 (4.64)	2.48 (1.29)	1.35 (0.57)	1.05 (0.22)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.00		370.70 (379.87)	276.20 (276.97)	153.34 (154.15)	82.55 (78.63)	29.69 (25.06)	7.81 (4.87)	2.49 (1.35)	1.37 (0.59)	1.06 (0.24)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
1.05		192.24 (194.04)	160.28 (163.39)	102.25 (100.70)	62.71 (59.37)	26.22 (22.45)	7.64 (4.93)	2.49 (1.41)	1.38 (0.61)	1.07 (0.26)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.10		85.71 (85.40)	76.42 (75.38)	58.91 (56.77)	42.58 (40.74)	21.66 (18.57)	7.32 (4.90)	2.48 (1.45)	1.39 (0.63)	1.08 (0.27)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
1.25		17.44 (15.61)	16.98 (15.01)	15.81 (13.68)	14.30 (12.13)	11.07 (8.97)	5.85 (4.12)	2.39 (1.50)	1.41 (0.68)	1.10 (0.32)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
1.50		5.44 (4.24)	5.41 (4.23)	5.33 (4.16)	5.21 (4.06)	4.84 (3.74)	3.74 (2.78)	2.10 (1.40)	1.39 (0.70)	1.12 (0.36)	1.03 (0.16)	1.00 (0.07)	
1.75		3.02 (2.33)	3.01 (2.32)	2.99 (2.32)	2.97 (2.30)	2.88 (2.23)	2.52 (1.88)	1.79 (1.17)	1.34 (0.67)	1.13 (0.38)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)	
2.00		2.07 (1.52)	2.07 (1.52)	2.07 (1.52)	2.05 (1.50)	2.02 (1.46)	1.89 (1.33)	1.55 (0.96)	1.28 (0.62)	1.12 (0.38)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)	
(0.80,1.20,3.735)		0.25	2.05 (0.65)	2.04 (0.64)	2.03 (0.64)	2.02 (0.64)	1.96 (0.61)	1.77 (0.55)	1.19 (0.39)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	5.09 (1.96)	5.07 (1.95)	5.00 (1.91)	4.88 (1.85)	4.55 (1.70)	3.49 (1.25)	1.86 (0.66)	1.11 (0.31)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	25.82 (20.55)	25.03 (19.90)	22.78 (17.47)	19.71 (14.49)	13.76 (8.88)	6.25 (2.91)	2.36 (1.05)	1.29 (0.49)	1.02 (0.13)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	190.23 (185.68)	165.51 (161.65)	116.11 (112.07)	73.74 (69.38)	30.21 (25.00)	7.91 (4.56)	2.53 (1.28)	1.36 (0.57)	1.05 (0.21)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	0.95	345.71 (342.83)	273.98 (268.76)	167.51 (165.51)	94.21 (90.07)	23.64 (28.91)	8.13 (4.93)	2.56 (1.34)	1.38 (0.60)	1.06 (0.23)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.00	369.05 (380.26)	287.10 (289.43)	165.39 (166.36)	91.44 (88.41)	32.89 (28.78)	8.13 (5.09)	2.58 (1.41)	1.39 (0.62)	1.06 (0.25)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.05	197.24 (196.68)	167.17 (168.17)	109.34 (108.00)	68.58 (65.73)	28.72 (25.30)	7.94 (5.16)	2.58 (1.47)	1.41 (0.64)	1.07 (0.27)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.10	91.05 (90.84)	81.75 (81.38)	63.40 (62.28)	46.08 (44.20)	23.24 (20.49)	7.61 (5.09)	2.57 (1.50)	1.42 (0.67)	1.08 (0.28)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	
	1.25	18.44 (16.81)	17.91 (16.14)	16.66 (14.65)	14.97 (12.85)	11.55 (9.51)	6.05 (4.23)	2.47 (1.55)	1.43 (0.71)	1.10 (0.32)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.50	5.64 (4.36)	5.61 (4.36)	5.54 (4.28)	5.39 (4.12)	5.01 (3.81)	3.86 (2.84)	2.16 (1.45)	1.41 (0.73)	1.12 (0.37)	1.03 (0.17)	1.00 (0.07)	
	1.75	3.12 (2.39)	3.11 (2.38)	3.10 (2.37)	3.07 (2.36)	2.98 (2.29)	2.61 (1.95)	1.84 (1.22)	1.36 (0.71)	1.13 (0.40)	1.04 (0.20)	1.01 (0.10)	
	2.00	2.14 (1.58)	2.13 (1.58)	2.13 (1.58)	2.12 (1.57)	2.08 (1.52)	1.95 (1.39)	1.59 (1.00)	1.29 (0.64)	1.13 (0.40)	1.04 (0.22)	1.01 (0.12)	

Πίνακας Γ.21: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.90, \alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ													
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00			
(0.90,0.60,2.266)	0.25	1.49 (0.52)	1.49 (0.52)	1.48 (0.52)	1.47 (0.52)	1.44 (0.51)	1.29 (0.45)	1.01 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.36 (1.50)	3.35 (1.49)	3.30 (1.47)	3.23 (1.42)	3.02 (1.30)	2.35 (0.93)	1.36 (0.50)	1.01 (0.11)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	12.01 (7.88)	11.71 (7.66)	10.94 (7.04)	9.98 (6.32)	7.76 (4.71)	4.01 (2.17)	1.67 (0.73)	1.10 (0.30)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.90	54.60 (47.13)	48.05 (41.21)	35.70 (29.39)	25.43 (20.41)	13.73 (10.30)	4.89 (3.14)	1.78 (0.88)	1.15 (0.37)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.95	141.06 (146.89)	97.36 (95.66)	54.21 (50.14)	32.45 (28.21)	15.11 (12.12)	5.01 (3.42)	1.80 (0.92)	1.16 (0.39)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.69 (473.42)	151.25 (173.44)	63.51 (64.17)	34.28 (32.23)	15.25 (13.10)	5.01 (3.58)	1.81 (0.96)	1.17 (0.41)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.05	108.50 (127.79)	79.87 (89.72)	46.89 (49.05)	28.83 (28.34)	14.04 (12.64)	4.88 (3.62)	1.81 (0.99)	1.18 (0.42)	1.02 (0.15)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.10	42.41 (42.29)	38.05 (42.05)	28.86 (30.34)	21.22 (21.34)	12.11 (11.16)	4.67 (3.57)	1.81 (1.00)	1.19 (0.43)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.25	9.77 (9.94)	9.56 (9.69)	8.98 (8.99)	8.27 (8.12)	6.68 (6.19)	3.77 (3.03)	1.75 (1.02)	1.21 (0.46)	1.01 (0.20)	1.01 (0.07)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.42 (3.01)	3.41 (2.98)	3.36 (2.93)	3.30 (2.27)	3.12 (2.65)	2.50 (1.94)	1.60 (0.94)	1.21 (0.48)	1.06 (0.25)	1.01 (0.11)	1.00 (0.11)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.06 (1.55)	2.06 (1.55)	2.06 (1.54)	2.04 (1.51)	1.99 (1.45)	1.82 (1.25)	1.43 (0.77)	1.19 (0.46)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	1.02 (0.14)	1.00 (0.06)	1.00 (0.06)	
	2.00	1.57 (0.96)	1.57 (0.97)	1.57 (0.97)	1.56 (0.97)	1.55 (0.95)	1.49 (0.88)	1.31 (0.63)	1.16 (0.43)	1.07 (0.27)	1.02 (0.15)	1.02 (0.15)	1.01 (0.08)	1.01 (0.08)	
	(0.90,0.70,2.307)	0.25	1.51 (0.53)	1.51 (0.53)	1.50 (0.52)	1.49 (0.52)	1.45 (0.51)	1.30 (0.46)	1.01 (0.11)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.45 (1.55)	3.43 (1.54)	3.39 (1.52)	3.31 (1.47)	3.09 (1.34)	2.39 (0.95)	1.37 (0.50)	1.01 (0.11)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	12.85 (8.29)	12.52 (8.01)	11.71 (7.42)	10.63 (6.63)	8.22 (4.96)	4.17 (2.28)	1.69 (0.74)	1.10 (0.31)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.90		60.63 (51.35)	52.91 (43.84)	38.97 (30.97)	27.70 (21.38)	14.84 (10.82)	5.16 (3.36)	1.81 (0.91)	1.15 (0.38)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
0.95		156.71 (158.64)	109.81 (106.34)	60.18 (53.66)	35.62 (29.63)	16.54 (12.90)	5.31 (3.66)	1.83 (0.96)	1.17 (0.40)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	1.00 (0.01)	
1.00		370.34 (439.44)	169.91 (186.92)	70.85 (68.91)	38.05 (34.24)	16.81 (14.03)	5.32 (3.83)	1.84 (1.00)	1.18 (0.42)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
1.05		122.42 (137.96)	91.08 (100.03)	52.69 (52.62)	32.36 (30.44)	15.52 (13.52)	5.20 (3.89)	1.85 (1.03)	1.19 (0.43)	1.03 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
1.10		47.85 (50.82)	42.70 (44.81)	32.39 (32.60)	23.67 (22.71)	13.33 (12.03)	4.99 (3.87)	1.85 (1.05)	1.20 (0.44)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
1.25		10.90 (10.77)	10.65 (10.57)	10.04 (9.83)	9.23 (8.91)	7.35 (6.80)	4.04 (3.29)	1.79 (1.10)	1.22 (0.47)	1.04 (0.21)	1.01 (0.07)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
1.50		3.69 (3.32)	3.68 (3.31)	3.62 (3.25)	3.54 (3.16)	3.34 (2.92)	2.63 (2.11)	1.63 (0.99)	1.22 (0.49)	1.06 (0.25)	1.01 (0.11)	1.01 (0.11)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	
1.75		2.15 (1.70)	2.16 (1.71)	2.15 (1.69)	2.13 (1.66)	2.07 (1.59)	1.88 (1.35)	1.45 (0.82)	1.20 (0.48)	1.07 (0.27)	1.02 (0.14)	1.02 (0.14)	1.00 (0.06)	1.00 (0.06)	
2.00		1.61 (1.06)	1.61 (1.06)	1.60 (1.04)	1.60 (1.04)	1.59 (1.03)	1.52 (0.94)	1.32 (0.67)	1.16 (0.44)	1.07 (0.27)	1.02 (0.15)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)	1.01 (0.09)	
(0.90,0.80,2.431)		0.25	1.55 (0.53)	1.55 (0.53)	1.54 (0.53)	1.53 (0.53)	1.50 (0.52)	1.34 (0.47)	1.02 (0.13)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	3.66 (1.65)	3.64 (1.64)	3.58 (1.61)	3.50 (1.56)	3.26 (1.43)	2.50 (1.01)	1.41 (0.52)	1.02 (0.13)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	13.89 (8.65)	13.53 (8.35)	12.68 (7.76)	11.49 (6.94)	8.86 (5.19)	4.46 (2.43)	1.75 (0.78)	1.11 (0.32)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.90	67.68 (56.89)	59.11 (48.82)	43.05 (33.62)	30.31 (22.64)	16.17 (11.37)	5.58 (3.60)	1.88 (0.97)	1.17 (0.40)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.95	178.93 (179.64)	126.34 (124.70)	67.51 (59.89)	39.33 (32.06)	18.10 (13.52)	5.77 (3.93)	1.91 (1.03)	1.18 (0.42)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.11 (415.60)	189.15 (200.79)	79.76 (76.92)	42.41 (37.08)	18.43 (14.68)	5.80 (4.11)	1.92 (1.07)	1.20 (0.44)	1.02 (0.15)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.05	137.12 (149.91)	101.69 (108.20)	58.67 (56.84)	35.85 (32.29)	17.07 (14.22)	5.69 (4.20)	1.93 (1.10)	1.21 (0.45)	1.03 (0.17)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.10	53.15 (54.43)	47.53 (47.73)	35.93 (34.58)	26.27 (24.25)	14.75 (12.73)	5.45 (4.18)	1.93 (1.13)	1.22 (0.47)	1.03 (0.18)	1.00 (0.05)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.25	12.15 (11.51)	11.85 (11.27)	11.25 (10.60)	10.24 (9.53)	8.15 (7.32)	4.37 (3.56)	1.87 (1.18)	1.23 (0.50)	1.05 (0.22)	1.01 (0.08)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	
	1.50	4.05 (3.67)	4.02 (3.62)	3.97 (3.57)	3.88 (3.48)	3.63 (3.21)	2.82 (2.32)	1.70 (1.09)	1.24 (0.52)	1.07 (0.26)	1.01 (0.12)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.29 (1.88)	2.30 (1.89)	2.29 (1.87)	2.27 (1.85)	2.20 (1.75)	1.98 (1.48)	1.50 (0.89)	1.21 (0.51)	1.07 (0.28)	1.02 (0.14)	1.02 (0.14)	1.00 (0.07)	1.00 (0.07)	
	2.00	1.68 (1.15)	1.68 (1.16)	1.67 (1.15)	1.66 (1.14)	1.65 (1.13)	1.57 (1.02)	1.35 (0.72)	1.18 (0.47)	1.07 (0.29)	1.03 (0.16)	1.03 (0.16)	1.01 (0.09)	1.01 (0.09)	

Πίνακας Γ.22: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DGWMA ($q = 0.90$, $\alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.90,0.90,2.600)	0.25	1.62 (0.55)	1.61 (0.55)	1.61 (0.55)	1.59 (0.55)	1.56 (0.54)	1.39 (0.49)	1.02 (0.15)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.93 (1.76)	3.91 (1.75)	3.85 (1.72)	3.76 (1.67)	3.50 (1.53)	2.66 (1.08)	1.46 (0.55)	1.02 (0.15)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	14.97 (9.00)	14.63 (8.69)	13.72 (8.04)	12.44 (7.22)	9.62 (5.40)	4.84 (2.59)	1.83 (0.84)	1.13 (0.35)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	78.11 (69.19)	67.19 (56.97)	48.15 (38.26)	33.36 (24.82)	17.51 (11.92)	6.08 (3.82)	1.98 (1.05)	1.19 (0.42)	1.02 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	
	0.95	205.97 (205.63)	145.57 (142.92)	77.33 (69.79)	43.68 (35.59)	19.70 (14.27)	6.28 (4.14)	2.01 (1.11)	1.21 (0.44)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.00	370.97 (397.11)	211.54 (222.32)	91.74 (88.33)	47.35 (41.30)	20.02 (15.35)	6.32 (4.35)	2.03 (1.16)	1.22 (0.47)	1.03 (0.16)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.05	152.42 (161.47)	113.55 (117.85)	65.81 (63.96)	39.45 (35.28)	18.62 (14.90)	6.22 (4.45)	2.04 (1.20)	1.23 (0.48)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.10	58.85 (59.24)	52.88 (52.10)	39.87 (37.36)	28.96 (25.92)	16.20 (13.35)	5.95 (4.43)	2.03 (1.24)	1.24 (0.50)	1.04 (0.19)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.25	13.44 (12.13)	13.13 (11.87)	12.44 (11.19)	11.37 (10.08)	8.97 (7.73)	4.78 (3.83)	1.97 (1.28)	1.26 (0.54)	1.05 (0.24)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	
	1.50	4.45 (3.95)	4.41 (3.91)	4.35 (3.85)	4.26 (3.77)	3.97 (3.49)	3.06 (2.54)	1.78 (1.19)	1.26 (0.57)	1.07 (0.28)	1.01 (0.12)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.47 (2.07)	2.48 (2.09)	2.46 (2.07)	2.43 (2.03)	2.36 (1.95)	2.10 (1.63)	1.56 (0.98)	1.23 (0.55)	1.08 (0.30)	1.02 (0.15)	1.00 (0.07)	
	2.00	1.75 (1.27)	1.75 (1.27)	1.75 (1.28)	1.74 (1.27)	1.73 (1.24)	1.64 (1.11)	1.39 (0.79)	1.19 (0.50)	1.08 (0.31)	1.03 (0.17)	1.01 (0.09)	
	(0.90,1.10,2.924)	0.25	1.76 (0.61)	1.76 (0.61)	1.74 (0.60)	1.73 (0.60)	1.69 (0.58)	1.50 (0.53)	1.05 (0.22)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.54 (1.96)	4.51 (1.95)	4.44 (1.92)	4.34 (1.86)	4.03 (1.71)	3.03 (1.24)	1.58 (0.61)	1.04 (0.19)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
0.75		17.10 (10.09)	16.73 (9.82)	15.64 (8.97)	14.10 (7.83)	10.92 (5.74)	5.59 (2.82)	2.04 (0.98)	1.17 (0.40)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
0.90		103.09 (95.53)	88.94 (80.87)	62.86 (55.11)	41.21 (33.01)	20.31 (13.94)	6.99 (4.11)	2.21 (1.22)	1.24 (0.48)	1.02 (0.15)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
0.95		257.35 (260.83)	188.51 (188.63)	101.60 (96.73)	55.43 (48.95)	22.74 (16.50)	7.20 (4.41)	2.24 (1.28)	1.26 (0.51)	1.03 (0.17)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
1.00		370.34 (383.64)	246.46 (253.96)	115.63 (113.13)	59.04 (53.45)	23.18 (17.68)	7.26 (4.66)	2.26 (1.34)	1.27 (0.53)	1.03 (0.19)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.05		172.86 (177.40)	136.04 (138.74)	81.56 (80.40)	47.55 (43.37)	21.41 (16.79)	7.12 (4.78)	2.28 (1.40)	1.28 (0.55)	1.04 (0.21)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.10		70.48 (70.39)	62.84 (62.13)	47.75 (45.28)	33.94 (30.49)	18.44 (14.85)	6.83 (4.74)	2.28 (1.44)	1.30 (0.57)	1.05 (0.23)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	
1.25		15.46 (13.12)	15.12 (12.82)	14.24 (12.03)	13.04 (10.84)	10.27 (8.24)	5.52 (4.18)	2.20 (1.49)	1.32 (0.62)	1.07 (0.26)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
1.50		5.14 (4.35)	5.13 (4.32)	5.05 (4.27)	4.94 (4.17)	4.60 (3.87)	3.52 (2.88)	1.95 (1.38)	1.32 (0.66)	1.09 (0.32)	1.00 (0.14)	1.00 (0.05)	
1.75		2.83 (2.39)	2.82 (2.40)	2.80 (2.38)	2.78 (2.36)	2.70 (2.27)	2.37 (1.91)	1.68 (1.15)	1.28 (0.64)	1.10 (0.34)	1.03 (0.17)	1.01 (0.08)	
2.00		1.94 (1.58)	1.94 (1.52)	1.93 (1.51)	1.92 (1.49)	1.90 (1.46)	1.78 (1.32)	1.48 (0.94)	1.23 (0.58)	1.10 (0.35)	1.03 (0.19)	1.01 (0.10)	
(0.90,1.20,3.089)		0.25	1.85 (0.64)	1.84 (0.64)	1.83 (0.64)	1.82 (0.64)	1.76 (0.62)	1.57 (0.55)	1.07 (0.26)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.85 (2.03)	4.82 (2.02)	4.75 (1.99)	4.64 (1.94)	4.32 (1.80)	3.25 (1.32)	1.65 (0.65)	1.05 (0.21)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
	0.75	18.48 (11.52)	18.04 (11.11)	16.78 (10.04)	15.01 (8.52)	11.56 (6.03)	5.95 (2.89)	2.16 (1.06)	1.20 (0.43)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.90	121.02 (115.03)	104.00 (96.23)	73.00 (65.17)	47.03 (39.52)	22.11 (15.84)	7.41 (4.18)	2.34 (1.31)	1.26 (0.52)	1.03 (0.18)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	0.95	279.73 (281.12)	211.15 (214.66)	116.61 (111.70)	63.85 (57.94)	24.62 (18.45)	7.62 (4.51)	2.38 (1.37)	1.28 (0.54)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.00	369.85 (379.45)	258.48 (265.50)	128.63 (126.50)	66.16 (60.61)	25.09 (19.60)	7.67 (4.74)	2.41 (1.45)	1.30 (0.57)	1.04 (0.20)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.05	181.14 (183.19)	147.61 (152.83)	89.96 (89.05)	52.25 (48.06)	23.03 (18.37)	7.54 (4.87)	2.41 (1.49)	1.32 (0.60)	1.05 (0.22)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	
	1.10	76.50 (76.21)	68.16 (67.22)	51.79 (49.12)	36.87 (33.62)	19.70 (15.87)	7.24 (4.87)	2.41 (1.55)	1.33 (0.62)	1.06 (0.24)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	
	1.25	16.39 (13.76)	16.03 (13.45)	15.11 (12.50)	13.77 (11.30)	10.84 (8.55)	5.84 (4.29)	2.32 (1.59)	1.35 (0.67)	1.08 (0.29)	1.01 (0.10)	1.00 (0.03)	
	1.50	5.45 (4.47)	5.44 (4.45)	5.38 (4.40)	5.24 (4.29)	4.89 (4.00)	3.75 (3.00)	2.05 (1.49)	1.35 (0.71)	1.10 (0.34)	1.02 (0.14)	1.00 (0.05)	
	1.75	3.00 (2.52)	2.99 (2.52)	2.98 (2.52)	2.95 (2.49)	2.87 (2.40)	2.51 (2.04)	1.76 (1.24)	1.31 (0.68)	1.11 (0.37)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	
	2.00	2.04 (1.62)	2.03 (1.62)	2.03 (1.61)	2.02 (1.61)	1.99 (1.57)	1.86 (1.42)	1.52 (1.01)	1.25 (0.63)	1.10 (0.37)	1.03 (0.20)	1.01 (0.11)	

Πίνακας Γ.23: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS-DGWMA ($q = 0.95$, $\alpha = 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ												
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00		
(0.95,0.60,1.432)	0.25	1.22 (0.42)	1.22 (0.41)	1.21 (0.41)	1.20 (0.40)	1.18 (0.38)	1.08 (0.27)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	2.67 (1.28)	2.65 (1.28)	2.62 (1.26)	2.57 (1.22)	2.42 (1.12)	1.88 (0.81)	1.15 (0.36)	1.00 (0.04)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	9.11 (6.88)	8.90 (6.67)	8.35 (6.17)	7.58 (5.51)	5.89 (4.04)	3.12 (1.86)	1.40 (0.59)	1.04 (0.19)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.90	39.86 (42.05)	34.77 (36.28)	25.68 (25.56)	18.57 (19.57)	10.05 (8.76)	3.73 (2.65)	1.50 (0.72)	1.07 (0.26)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	103.65 (133.62)	70.25 (85.35)	38.73 (43.87)	23.38 (24.77)	11.04 (10.42)	3.83 (2.88)	1.52 (0.76)	1.08 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.88 (637.00)	112.43 (162.79)	44.62 (56.35)	24.65 (28.33)	11.14 (11.23)	3.86 (3.05)	1.54 (0.79)	1.10 (0.30)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.05	80.11 (121.26)	57.27 (81.96)	32.85 (42.82)	20.58 (24.55)	10.26 (10.80)	3.77 (3.08)	1.54 (0.81)	1.10 (0.32)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.10	29.80 (41.30)	26.66 (36.41)	20.28 (26.29)	15.18 (18.31)	8.85 (9.45)	3.62 (3.02)	1.54 (0.83)	1.11 (0.34)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.25	6.98 (8.09)	6.86 (7.98)	6.52 (7.47)	6.02 (6.69)	4.99 (5.18)	3.00 (2.55)	1.52 (0.86)	1.13 (0.37)	1.02 (0.15)	1.01 (0.04)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.50	2.68 (2.44)	2.67 (2.45)	2.63 (2.41)	2.59 (2.35)	2.46 (2.14)	2.06 (1.59)	1.42 (0.77)	1.14 (0.39)	1.03 (0.18)	1.01 (0.08)	1.00 (0.08)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.74 (1.27)	1.74 (1.26)	1.73 (1.24)	1.72 (1.23)	1.69 (1.19)	1.58 (1.02)	1.30 (0.64)	1.13 (0.38)	1.04 (0.20)	1.01 (0.11)	1.00 (0.11)	1.00 (0.04)	
	2.00	1.40 (0.81)	1.40 (0.80)	1.40 (0.80)	1.40 (0.80)	1.38 (0.78)	1.34 (0.71)	1.21 (0.51)	1.11 (0.35)	1.04 (0.21)	1.01 (0.12)	1.00 (0.12)	1.00 (0.06)	
	(0.95,0.70,1.485)	0.25	1.24 (0.43)	1.23 (0.43)	1.23 (0.42)	1.22 (0.41)	1.19 (0.39)	1.09 (0.29)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.76 (1.35)	2.75 (1.34)	2.71 (1.32)	2.65 (1.29)	2.48 (1.17)	1.93 (0.84)	1.17 (0.38)	1.00 (0.05)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	10.03 (7.45)	9.77 (7.20)	9.14 (6.65)	8.29 (5.96)	6.37 (4.40)	3.29 (2.00)	1.42 (0.61)	1.04 (0.20)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.90	46.15 (45.39)	40.14 (39.16)	29.64 (27.94)	21.24 (19.55)	11.30 (9.63)	4.02 (2.93)	1.53 (0.76)	1.08 (0.27)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		120.02 (141.32)	82.30 (91.41)	45.33 (47.47)	27.12 (26.96)	12.53 (11.50)	4.15 (3.19)	1.55 (0.80)	1.09 (0.29)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
1.00		370.58 (546.54)	131.64 (171.80)	53.33 (61.63)	28.71 (30.91)	12.75 (12.55)	4.17 (3.35)	1.57 (0.84)	1.10 (0.31)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.05		94.81 (128.60)	69.60 (89.92)	39.66 (47.63)	24.31 (27.40)	11.80 (12.10)	4.09 (3.40)	1.58 (0.86)	1.11 (0.33)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
1.10		35.84 (45.75)	32.05 (40.49)	24.44 (29.52)	17.83 (20.52)	10.20 (10.69)	3.92 (3.34)	1.58 (0.90)	1.12 (0.35)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.25		8.10 (9.33)	7.98 (9.22)	7.54 (8.61)	6.94 (7.70)	5.61 (5.90)	3.23 (2.86)	1.45 (0.83)	1.14 (0.38)	1.02 (0.15)	1.00 (0.4)	1.00 (0.4)	1.00 (0.02)	
1.50		2.91 (2.80)	2.89 (2.78)	2.86 (2.74)	2.81 (2.65)	2.66 (2.44)	2.18 (1.79)	1.33 (0.69)	1.15 (0.41)	1.04 (0.19)	1.01 (0.08)	1.00 (0.08)	1.00 (0.03)	
1.75		1.82 (1.41)	1.81 (1.40)	1.80 (1.38)	1.80 (1.39)	1.77 (1.32)	1.63 (1.12)	1.33 (0.69)	1.13 (0.40)	1.04 (0.21)	1.01 (0.11)	1.00 (0.11)	1.00 (0.04)	
2.00		1.44 (0.88)	1.43 (0.87)	1.43 (0.88)	1.43 (0.87)	1.42 (0.85)	1.36 (0.77)	1.22 (0.55)	1.11 (0.37)	1.04 (0.22)	1.01 (0.12)	1.00 (0.12)	1.00 (0.06)	
(0.95,0.80,1.641)		0.25	1.29 (0.46)	1.28 (0.46)	1.28 (0.45)	1.27 (0.45)	1.24 (0.43)	1.12 (0.33)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	2.99 (1.47)	2.97 (1.47)	2.93 (1.44)	2.86 (1.39)	2.66 (1.27)	2.05 (0.90)	1.20 (0.41)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	11.33 (8.05)	11.05 (7.81)	10.34 (7.25)	9.35 (6.48)	7.15 (4.82)	3.61 (2.19)	1.48 (0.67)	1.05 (0.22)	1.00 (0.03)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.90	52.68 (47.83)	46.04 (41.14)	34.12 (29.62)	24.27 (20.70)	13.02 (10.56)	4.49 (3.26)	1.60 (0.82)	1.09 (0.30)	1.01 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	139.26 (152.51)	95.35 (99.16)	52.65 (50.67)	31.34 (28.82)	14.51 (12.58)	4.65 (3.54)	1.63 (0.57)	1.10 (0.32)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.0)	
	1.00	370.44 (488.60)	151.57 (182.46)	62.28 (65.91)	33.57 (33.11)	14.87 (13.71)	4.68 (3.74)	1.64 (0.91)	1.12 (0.34)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.02)	1.00 (0.01)	
	1.05	110.93 (135.64)	81.25 (95.94)	46.69 (50.94)	28.79 (29.89)	13.79 (13.37)	4.59 (3.79)	1.66 (0.95)	1.12 (0.36)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.10	42.51 (49.93)	37.93 (43.84)	28.98 (31.99)	21.04 (22.34)	11.86 (11.81)	4.41 (3.76)	1.66 (0.97)	1.13 (0.37)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	1.25	9.55 (10.49)	9.38 (10.34)	8.91 (9.77)	8.15 (8.77)	6.51 (6.68)	3.61 (3.25)	1.63 (1.02)	1.15 (0.41)	1.03 (0.16)	1.00 (0.05)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.50	3.27 (3.22)	3.25 (3.19)	3.21 (3.12)	3.15 (3.07)	2.98 (2.82)	2.37 (2.05)	1.51 (0.92)	1.16 (0.44)	1.04 (0.20)	1.01 (0.09)	1.00 (0.09)	1.00 (0.03)	
	1.75	1.96 (1.62)	1.95 (1.61)	1.94 (1.60)	1.93 (1.57)	1.89 (1.51)	1.73 (1.28)	1.37 (0.77)	1.15 (0.43)	1.05 (0.23)	1.01 (0.11)	1.00 (0.11)	1.00 (0.05)	
	2.00	1.50 (0.99)	1.50 (0.99)	1.49 (0.98)	1.49 (0.98)	1.47 (0.97)	1.41 (0.87)	1.25 (0.61)	1.13 (0.40)	1.05 (0.23)	1.02 (0.13)	1.00 (0.13)	1.00 (0.07)	

Πίνακας Γ.24: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το SS–DGWMA ($q = 0.95, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_2)	ρ	δ											
		0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
(0.95,0.90,1.838)	0.25	1.35 (0.49)	1.34 (0.49)	1.34 (0.49)	1.33 (0.48)	1.30 (0.47)	1.17 (0.37)	1.00 (0.06)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.50	3.28 (1.63)	3.26 (1.62)	3.22 (1.59)	3.14 (1.54)	2.91 (1.40)	2.21 (0.98)	1.25 (0.45)	1.01 (0.07)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	
	0.75	12.78 (8.58)	12.46 (8.33)	11.63 (7.72)	10.50 (6.93)	8.08 (5.21)	4.00 (2.43)	1.56 (0.73)	1.06 (0.24)	1.00 (0.04)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	
	0.90	59.75 (51.59)	51.97 (43.76)	38.35 (31.08)	27.34 (21.59)	14.80 (11.29)	5.06 (3.59)	1.69 (0.92)	1.11 (0.33)	1.01 (0.09)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	0.95	157.98 (166.73)	109.51 (110.17)	59.55 (54.32)	35.39 (30.22)	16.52 (13.35)	5.25 (3.92)	1.73 (0.97)	1.12 (0.35)	1.01 (0.10)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)	
	1.00	370.53 (445.35)	172.71 (194.68)	70.25 (70.66)	37.91 (34.63)	16.92 (14.61)	5.27 (4.11)	1.75 (1.02)	1.13 (0.37)	1.01 (0.11)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.05	125.70 (145.27)	92.94 (103.49)	53.34 (54.75)	32.60 (31.43)	15.79 (14.25)	5.19 (4.22)	1.76 (1.06)	1.15 (0.39)	1.02 (0.13)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	1.10	48.94 (52.89)	43.38 (46.73)	32.93 (33.79)	24.08 (23.78)	13.64 (12.79)	4.99 (4.19)	1.76 (1.09)	1.16 (0.41)	1.02 (0.14)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.25	11.18 (11.63)	10.92 (11.32)	10.35 (10.65)	9.43 (9.58)	7.50 (7.38)	4.06 (3.62)	1.73 (1.13)	1.18 (0.45)	1.03 (0.18)	1.00 (0.06)	1.00 (0.04)	
	1.50	3.71 (3.65)	3.69 (3.62)	3.63 (3.54)	3.56 (3.44)	3.35 (3.19)	2.61 (2.30)	1.58 (1.04)	1.18 (0.48)	1.05 (0.22)	1.01 (0.09)	1.00 (0.04)	
	1.75	2.13 (1.86)	2.13 (1.85)	2.11 (1.83)	2.10 (1.80)	2.05 (1.72)	1.84 (1.45)	1.42 (0.86)	1.17 (0.47)	1.05 (0.25)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)	
	2.00	1.58 (1.12)	1.58 (1.13)	1.58 (1.12)	1.57 (1.11)	1.55 (1.10)	1.48 (0.98)	1.29 (0.69)	1.14 (0.44)	1.06 (0.26)	1.02 (0.14)	1.00 (0.07)	
	(0.95,1.10,2.275)	0.25	1.52 (0.67)	1.52 (0.57)	1.51 (0.56)	1.50 (0.56)	1.45 (0.54)	1.29 (0.46)	1.01 (0.11)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.02 (1.95)	4.00 (1.94)	3.94 (1.91)	3.84 (1.86)	3.55 (1.69)	2.64 (1.20)	1.38 (0.54)	1.01 (0.10)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	15.43 (9.22)	15.05 (8.93)	14.15 (8.33)	12.86 (7.53)	9.97 (5.77)	4.98 (2.86)	1.78 (0.90)	1.10 (0.31)	1.00 (0.06)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	76.78 (67.31)	66.28 (56.15)	47.46 (37.31)	33.24 (24.36)	17.94 (12.11)	6.33 (4.17)	1.95 (1.13)	1.16 (0.40)	1.01 (0.11)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
0.95		201.25 (203.29)	142.90 (141.01)	76.11 (69.01)	43.61 (35.45)	20.12 (14.52)	6.54 (4.53)	1.99 (1.20)	1.17 (0.43)	1.01 (0.12)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
1.00		370.80 (401.90)	211.08 (223.57)	90.45 (87.32)	47.38 (41.50)	20.53 (15.63)	6.61 (4.77)	2.01 (1.26)	1.19 (0.46)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
1.05		153.46 (164.93)	113.98 (120.41)	65.80 (63.72)	40.03 (35.71)	19.16 (15.22)	6.49 (4.89)	2.03 (1.31)	1.20 (0.47)	1.02 (0.16)	1.05 (0.04)	1.00 (0.02)	
1.10		59.96 (60.34)	53.86 (53.23)	40.43 (37.80)	29.42 (26.15)	16.80 (13.81)	6.22 (4.86)	2.03 (1.35)	1.21 (0.50)	1.03 (0.17)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
1.25		14.10 (12.84)	13.80 (12.60)	13.02 (11.83)	11.91 (10.75)	9.43 (8.29)	5.01 (4.25)	1.98 (1.40)	1.24 (0.55)	1.04 (0.21)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
1.50		4.68 (4.39)	4.64 (4.35)	4.58 (4.30)	4.47 (4.19)	4.17 (3.88)	3.18 (2.83)	1.79 (1.30)	1.25 (0.59)	1.06 (0.27)	1.01 (0.11)	1.00 (0.05)	
1.75		2.55 (2.31)	2.55 (2.33)	2.54 (2.32)	2.51 (2.27)	2.42 (2.16)	2.15 (1.82)	1.56 (1.07)	1.22 (0.58)	1.07 (0.30)	1.02 (0.14)	1.01 (0.06)	
2.00		1.79 (1.43)	1.78 (1.42)	1.78 (1.42)	1.77 (1.41)	1.75 (1.37)	1.65 (1.24)	1.39 (0.86)	1.18 (0.53)	1.07 (0.31)	1.02 (0.15)	1.01 (0.09)	
(0.95,1.20,2.471)		0.25	1.61 (0.61)	1.61 (0.61)	1.60 (0.60)	1.58 (0.60)	1.54 (0.58)	1.36 (0.50)	1.02 (0.13)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.50	4.41 (2.09)	4.38 (2.08)	4.32 (2.05)	4.21 (1.99)	3.90 (1.83)	2.88 (1.30)	1.45 (0.58)	1.02 (0.13)	1.00 (0.01)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
		0.75	16.45 (9.45)	16.10 (9.13)	15.15 (8.50)	13.79 (7.66)	10.77 (5.89)	5.46 (3.01)	1.91 (1.00)	1.12 (0.35)	1.00 (0.07)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
		0.90	86.75 (78.18)	75.32 (66.19)	53.19 (43.49)	36.41 (27.22)	19.24 (12.58)	6.90 (4.36)	2.09 (1.25)	1.18 (0.44)	1.01 (0.12)	1.00 (0.02)	1.00 (0.00)
	0.95	224.62 (230.87)	161.52 (159.42)	85.74 (79.04)	47.88 (39.81)	21.54 (15.08)	7.14 (4.71)	2.13 (1.32)	1.20 (0.47)	1.02 (0.14)	1.00 (0.03)	1.00 (0.01)	
	1.00	369.43 (392.47)	225.81 (236.22)	100.91 (97.45)	52.37 (46.27)	21.98 (16.23)	7.19 (4.97)	2.16 (1.39)	1.22 (0.50)	1.02 (0.16)	1.00 (0.03)	1.00 (0.02)	
	1.05	162.71 (170.76)	123.59 (126.91)	72.33 (70.13)	43.55 (38.87)	20.53 (15.84)	7.08 (5.09)	2.17 (1.44)	1.23 (0.52)	1.03 (0.18)	1.00 (0.04)	1.00 (0.02)	
	1.10	65.12 (65.00)	58.29 (57.35)	43.99 (40.78)	31.81 (28.09)	17.93 (14.18)	6.78 (5.07)	2.18 (1.48)	1.24 (0.55)	1.03 (0.19)	1.00 (0.05)	1.00 (0.02)	
	1.25	15.22 (13.18)	14.88 (12.91)	14.06 (12.17)	12.88 (11.06)	10.21 (8.53)	5.46 (4.47)	2.11 (1.54)	1.27 (0.61)	1.05 (0.24)	1.01 (0.08)	1.00 (0.02)	
	1.50	5.12 (4.65)	5.08 (4.60)	5.01 (4.55)	4.89 (4.45)	4.55 (4.12)	3.45 (3.05)	1.90 (1.44)	1.28 (0.65)	1.07 (0.30)	1.01 (0.12)	1.00 (0.05)	
	1.75	2.75 (2.52)	2.76 (2.53)	2.75 (2.51)	2.72 (2.47)	2.62 (2.36)	2.31 (1.99)	1.64 (1.18)	1.28 (0.65)	1.08 (0.32)	1.02 (0.15)	1.00 (0.07)	
	2.00	1.90 (1.57)	1.90 (1.57)	1.89 (1.56)	1.88 (1.55)	1.85 (1.52)	1.74 (1.37)	1.44 (0.95)	1.21 (0.58)	1.08 (0.33)	1.03 (0.18)	1.01 (0.09)	

Παράρτημα Κεφαλαίου 6

Το Παράρτημα Δ περιλαμβάνει τα πρόσθετα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 6 για τα EWMA–SC και GWMA–SC διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Δ.1 περιέχει πρόσθετα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το EWMA–SC διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Επίσης, το Παράρτημα Δ.2 περιέχει πρόσθετα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.10, 1.20, 1.50\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$. Τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το GWMA–SC διάγραμμα ελέγχου με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha = 1.00$ παρέχονται στο Παράρτημα Δ.1, εξαιτίας του γεγονότος ότι το EWMA–SC διάγραμμα ελέγχου αποτελεί ειδική περίπτωση του GWMA–SC διαγράμματος ελέγχου όταν $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις στη μέση τιμή της διεργασίας είναι $\delta \in \{0.00, 0.05, 0.15, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.50, 2.00\}$, ενώ για την τυπική απόκλιση της διεργασίας είναι $\rho \in \{1.00, 1.05, 1.10, 1.15, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00\}$. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός μετατοπίσεων $(\delta, \rho) = (0.00, 1.00)$ αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση.

Δ.1 Απόδοση του EWMA–SC διαγράμματος

Πίνακας Δ.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA–SC ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_1)	ρ	δ								
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00
(0.05,2.360)	1.00	370.64 (402.47)	351.09 (381.13)	240.48 (255.97)	129.53 (137.61)	24.47 (24.15)	7.52 (6.68)	3.48 (2.78)	1.48 (0.80)	1.08 (0.29)
	1.05	78.01 (81.41)	76.09 (79.82)	61.50 (63.50)	43.54 (44.84)	14.82 (14.34)	5.97 (5.24)	3.13 (2.46)	1.46 (0.78)	1.08 (0.30)
	1.10	31.23 (31.39)	30.76 (30.90)	26.99 (26.91)	21.50 (21.40)	10.12 (9.47)	4.89 (4.20)	2.84 (2.21)	1.43 (0.75)	1.09 (0.31)
	1.15	16.86 (16.67)	16.66 (16.37)	15.25 (14.94)	13.11 (12.67)	7.43 (6.81)	4.18 (3.54)	2.60 (1.99)	1.40 (0.73)	1.09 (0.31)
	1.25	7.64 (7.00)	7.58 (6.93)	7.23 (6.61)	6.57 (5.97)	4.69 (4.06)	3.18 (2.60)	2.24 (1.66)	1.36 (0.68)	1.09 (0.32)
	1.50	2.88 (2.30)	2.88 (2.29)	2.83 (2.25)	2.75 (2.17)	2.43 (1.87)	2.03 (1.43)	1.71 (1.09)	1.28 (0.58)	1.09 (0.32)
	1.75	1.84 (1.24)	1.84 (1.24)	1.83 (1.23)	1.81 (1.20)	1.71 (1.08)	1.57 (0.93)	1.43 (0.78)	1.21 (0.49)	1.08 (0.30)
	2.00	1.47 (0.82)	1.47 (0.83)	1.46 (0.82)	1.45 (0.81)	1.41 (0.77)	1.35 (0.69)	1.28 (0.59)	1.16 (0.42)	1.07 (0.28)
	(0.10,2.749)	1.00	370.07 (382.36)	354.31 (366.75)	259.75 (266.11)	153.48 (157.16)	30.72 (29.70)	9.08 (7.72)	4.05 (3.12)	1.61 (0.91)
1.05		95.02 (97.34)	92.91 (94.48)	75.82 (76.10)	53.88 (54.34)	18.11 (16.95)	7.14 (6.00)	3.62 (2.78)	1.58 (0.89)	1.12 (0.35)
1.10		38.53 (38.03)	37.99 (37.43)	33.41 (32.62)	26.50 (25.52)	12.13 (11.06)	5.76 (4.77)	3.24 (2.46)	1.55 (0.86)	1.12 (0.36)
1.15		20.62 (19.64)	20.39 (19.45)	18.69 (17.79)	15.86 (15.03)	8.85 (7.79)	4.84 (3.95)	2.96 (2.23)	1.51 (0.83)	1.12 (0.36)
1.25		8.98 (7.91)	8.99 (7.95)	8.55 (7.48)	7.79 (6.77)	5.43 (4.56)	3.64 (2.90)	2.51 (1.85)	1.46 (0.78)	1.12 (0.36)
1.50		3.28 (2.56)	3.27 (2.54)	3.20 (2.48)	3.10 (2.39)	2.70 (2.05)	2.25 (1.61)	1.85 (1.21)	1.34 (0.64)	1.12 (0.36)
1.75		2.01 (1.38)	2.01 (1.37)	1.99 (1.36)	1.96 (1.33)	1.85 (1.21)	1.69 (1.05)	1.52 (0.86)	1.25 (0.54)	1.10 (0.34)
2.00		1.55 (0.90)	1.55 (0.90)	1.55 (0.90)	1.54 (0.88)	1.49 (0.84)	1.42 (0.76)	1.34 (0.65)	1.19 (0.47)	1.09 (0.32)
(0.20,3.167)		1.00	370.28 (371.59)	360.48 (362.85)	278.24 (281.71)	177.86 (179.60)	40.68 (40.06)	11.27 (9.90)	4.78 (3.65)	1.79 (1.06)
	1.05	116.23 (117.15)	113.70 (114.81)	94.43 (94.05)	69.03 (69.94)	23.40 (22.56)	8.68 (7.45)	4.19 (3.16)	1.73 (1.02)	1.15 (0.40)
	1.10	49.63 (49.12)	48.82 (48.47)	43.30 (43.10)	33.67 (32.75)	15.13 (14.03)	6.91 (5.73)	3.74 (2.81)	1.69 (0.98)	1.16 (0.41)
	1.15	26.20 (25.60)	25.85 (25.06)	23.55 (22.49)	20.13 (19.23)	10.71 (9.57)	5.65 (4.57)	3.37 (2.52)	1.65 (0.94)	1.16 (0.41)
	1.25	10.93 (9.74)	10.87 (9.66)	10.38 (9.22)	9.37 (8.21)	6.40 (5.36)	4.16 (3.27)	2.81 (2.04)	1.57 (0.88)	1.16 (0.41)
	1.50	3.71 (2.86)	3.70 (2.84)	3.63 (2.78)	3.49 (2.67)	3.01 (2.26)	2.48 (1.78)	2.02 (1.35)	1.42 (0.72)	1.15 (0.40)
	1.75	2.20 (1.52)	2.20 (1.52)	2.18 (1.50)	2.15 (1.47)	2.01 (1.33)	1.82 (1.15)	1.62 (0.95)	1.31 (0.60)	1.13 (0.38)
	2.00	1.65 (0.98)	1.65 (0.99)	1.65 (0.98)	1.64 (0.97)	1.58 (0.91)	1.49 (0.83)	1.40 (0.72)	1.23 (0.51)	1.11 (0.35)

*GWMA–SC διάγραμμα με $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Πίνακας Δ.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το EWMA–SC ($\lambda = 0.30, 0.40, 0.50$)* διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(λ, K_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.30,3.435)	1.00	370.22 (371.51)	361.12 (366.43)	284.76 (286.04)	192.81 (193.58)	49.41 (48.66)	13.49 (12.19)	5.43 (4.24)	1.91 (1.15)	1.19 (0.44)	
	1.05	130.79 (131.07)	128.32 (127.68)	108.85 (108.60)	80.15 (80.22)	28.35 (27.20)	10.15 (9.02)	4.69 (3.63)	1.85 (1.10)	1.19 (0.44)	
	1.10	59.11 (58.82)	58.07 (57.66)	50.60 (49.25)	40.26 (39.37)	18.08 (17.13)	7.91 (6.81)	4.13 (3.15)	1.79 (1.06)	1.19 (0.44)	
	1.15	31.47 (30.97)	31.11 (30.56)	28.17 (27.37)	23.88 (22.80)	12.56 (11.63)	6.40 (5.34)	3.68 (2.78)	1.74 (1.02)	1.19 (0.45)	
	1.25	12.73 (11.62)	12.66 (11.65)	12.01 (11.04)	10.77 (9.83)	7.24 (6.21)	4.58 (3.63)	3.05 (2.26)	1.64 (0.94)	1.18 (0.45)	
	1.50	4.06 (3.21)	4.04 (3.19)	3.96 (3.11)	3.81 (2.96)	3.25 (2.47)	2.65 (1.92)	2.14 (1.44)	1.47 (0.77)	1.17 (0.43)	
	1.75	2.34 (1.63)	2.34 (1.62)	2.32 (1.61)	2.28 (1.57)	2.11 (1.42)	1.91 (1.23)	1.69 (1.01)	1.34 (0.64)	1.15 (0.40)	
	2.00	1.72 (1.04)	1.72 (1.05)	1.72 (1.04)	1.71 (1.03)	1.65 (0.96)	1.55 (0.88)	1.45 (0.77)	1.25 (0.54)	1.13 (0.37)	
	(0.40,3.644)	1.00	370.85 (371.45)	359.36 (355.84)	294.12 (295.01)	206.24 (205.97)	57.11 (55.63)	16.25 (15.22)	6.15 (5.01)	2.02 (1.25)	1.21 (0.47)
		1.05	143.98 (144.57)	140.27 (139.65)	120.36 (117.97)	90.49 (89.75)	33.26 (32.32)	11.80 (10.75)	5.25 (4.24)	1.95 (1.20)	1.21 (0.47)
1.10		67.30 (66.08)	66.62 (66.03)	58.17 (56.74)	46.90 (45.90)	21.18 (20.25)	9.03 (8.11)	4.55 (3.58)	1.88 (1.15)	1.21 (0.47)	
1.15		36.66 (36.01)	36.05 (35.31)	32.82 (32.10)	27.69 (26.83)	14.63 (13.82)	7.20 (6.28)	4.00 (3.10)	1.83 (1.10)	1.21 (0.47)	
1.25		14.65 (13.83)	14.56 (13.69)	13.76 (12.96)	12.38 (11.62)	8.09 (7.26)	5.02 (4.12)	3.26 (2.46)	1.71 (1.00)	1.21 (0.47)	
1.50		4.38 (3.51)	4.37 (3.50)	4.27 (3.43)	4.10 (3.26)	3.50 (2.71)	2.80 (2.08)	2.24 (1.54)	1.51 (0.82)	1.19 (0.45)	
1.75		2.46 (1.74)	2.46 (1.74)	2.44 (1.72)	2.40 (1.67)	2.22 (1.53)	1.99 (1.31)	1.75 (1.07)	1.38 (0.67)	1.16 (0.42)	
2.00		1.79 (1.10)	1.78 (1.10)	1.78 (1.10)	1.77 (1.09)	1.70 (1.02)	1.60 (0.92)	1.49 (0.80)	1.27 (0.56)	1.14 (0.39)	
(0.50,3.809)		1.00	370.23 (369.69)	360.99 (355.92)	298.33 (297.41)	215.12 (215.86)	64.50 (63.71)	19.12 (18.35)	6.99 (6.05)	2.14 (1.37)	1.24 (0.50)
		1.05	152.22 (152.65)	150.83 (152.23)	129.49 (127.77)	99.31 (97.72)	37.83 (36.68)	13.61 (12.76)	5.84 (4.87)	2.05 (1.30)	1.24 (0.51)
	1.10	74.68 (73.87)	74.09 (73.93)	65.31 (63.92)	52.36 (51.03)	24.41 (23.46)	10.29 (9.46)	5.03 (4.15)	1.97 (1.24)	1.24 (0.50)	
	1.15	41.33 (40.60)	40.69 (39.55)	36.99 (36.01)	31.13 (30.19)	16.68 (16.17)	8.07 (7.36)	4.36 (3.49)	1.90 (1.18)	1.23 (0.50)	
	1.25	16.55 (15.99)	16.52 (15.81)	15.60 (14.79)	13.99 (13.26)	9.06 (8.41)	5.49 (4.65)	3.50 (2.71)	1.78 (1.08)	1.23 (0.49)	
	1.50	4.73 (3.91)	4.72 (3.92)	4.62 (3.86)	4.42 (3.62)	3.73 (2.98)	2.96 (2.23)	2.34 (1.65)	1.55 (0.87)	1.20 (0.47)	
	1.75	2.58 (1.86)	2.58 (1.86)	2.55 (1.84)	2.50 (1.80)	2.31 (1.62)	2.06 (1.37)	1.80 (1.12)	1.40 (0.70)	1.17 (0.44)	
	2.00	1.84 (1.16)	1.85 (1.17)	1.84 (1.17)	1.82 (1.15)	1.75 (1.07)	1.64 (0.96)	1.51 (0.84)	1.29 (0.59)	1.15 (0.40)	

*GWMA–SC διάγραμμα με $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$

Δ.2 Απόδοση του GWMA–SC διαγράμματος

Πίνακας Δ.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.95, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00
(0.95,0.50,3.228)	1.00	370.58 (442.53)	348.10 (407.74)	231.13 (256.00)	125.22 (127.25)	29.44 (25.84)	10.18 (8.25)	4.73 (3.51)	1.82 (1.08)	1.16 (0.41)
	1.05	78.57 (76.58)	76.50 (74.86)	63.93 (60.73)	47.42 (44.53)	18.59 (16.05)	8.02 (6.47)	4.15 (3.08)	1.77 (1.04)	1.16 (0.42)
	1.10	35.61 (32.78)	35.20 (32.31)	31.04 (28.26)	25.69 (23.12)	12.96 (10.92)	6.51 (5.14)	3.72 (2.75)	1.71 (1.00)	1.16 (0.42)
	1.15	20.43 (17.98)	20.33 (17.91)	18.74 (16.30)	16.36 (14.20)	9.62 (8.01)	5.48 (4.29)	3.36 (2.47)	1.67 (0.97)	1.16 (0.42)
	1.25	9.74 (8.22)	9.65 (8.11)	9.22 (7.66)	8.47 (6.99)	6.05 (4.86)	4.07 (3.14)	2.81 (2.03)	1.58 (0.89)	1.16 (0.42)
	1.50	3.64 (2.73)	3.62 (2.72)	3.57 (2.69)	3.45 (2.59)	2.98 (2.22)	2.47 (1.75)	2.03 (1.33)	1.43 (0.73)	1.15 (0.41)
	1.75	2.21 (1.50)	2.21 (1.50)	2.19 (1.49)	2.15 (1.45)	2.01 (1.32)	1.83 (1.15)	1.63 (0.96)	1.31 (0.61)	1.13 (0.38)
	2.00	1.67 (0.99)	1.66 (0.99)	1.66 (0.98)	1.65 (0.97)	1.59 (0.92)	1.51 (0.84)	1.41 (0.72)	1.23 (0.52)	1.12 (0.36)
(0.95,0.60,2.878)	1.00	370.72 (443.19)	346.55 (413.66)	221.95 (254.36)	113.03 (121.24)	24.61 (22.67)	8.49 (7.08)	4.04 (3.02)	1.65 (0.94)	1.12 (0.36)
	1.05	68.88 (70.03)	67.53 (68.71)	55.30 (55.70)	40.42 (39.74)	15.60 (13.97)	6.75 (5.56)	3.60 (2.68)	1.62 (0.91)	1.13 (0.37)
	1.10	30.37 (29.25)	29.74 (28.58)	26.60 (25.27)	21.88 (20.59)	10.92 (9.58)	5.56 (4.47)	3.25 (2.41)	1.58 (0.88)	1.13 (0.37)
	1.15	17.23 (15.81)	17.07 (15.55)	15.81 (14.38)	13.79 (12.49)	8.10 (6.97)	4.71 (3.72)	2.96 (2.18)	1.55 (0.85)	1.13 (0.37)
	1.25	8.27 (7.12)	8.22 (7.04)	7.85 (6.65)	7.22 (6.06)	5.23 (4.25)	3.58 (2.77)	2.52 (1.80)	1.48 (0.79)	1.13 (0.37)
	1.50	3.25 (2.45)	3.24 (2.44)	3.17 (2.39)	3.07 (2.31)	2.69 (1.98)	2.26 (1.57)	1.87 (1.20)	1.36 (0.66)	1.12 (0.37)
	1.75	2.03 (1.36)	2.02 (1.35)	2.01 (1.33)	1.98 (1.31)	1.87 (1.19)	1.71 (1.37)	1.53 (0.86)	1.26 (0.55)	1.11 (0.35)
	2.00	1.57 (0.90)	1.57 (0.90)	1.57 (0.90)	1.56 (0.89)	1.51 (0.84)	1.43 (0.76)	1.35 (0.66)	1.20 (0.47)	1.10 (0.32)
(0.95,0.70,2.626)	1.00	370.70 (434.42)	346.11 (400.82)	220.95 (251.80)	110.56 (120.56)	22.72 (21.89)	7.60 (6.51)	3.65 (2.79)	1.56 (0.86)	1.10 (0.33)
	1.05	67.09 (70.78)	65.10 (68.37)	53.33 (55.40)	38.37 (39.51)	14.16 (13.25)	6.09 (5.16)	3.27 (2.47)	1.53 (0.83)	1.11 (0.34)
	1.10	28.13 (27.70)	27.70 (27.54)	24.67 (24.26)	20.07 (19.64)	9.87 (8.95)	5.04 (4.16)	2.98 (2.24)	1.50 (0.81)	1.11 (0.34)
	1.15	15.83 (15.26)	15.63 (14.95)	14.53 (13.81)	12.55 (11.79)	7.37 (6.49)	4.28 (3.46)	2.74 (2.03)	1.47 (0.78)	1.11 (0.34)
	1.25	7.55 (6.66)	7.47 (6.60)	7.16 (6.28)	6.58 (5.67)	4.77 (3.95)	3.30 (2.58)	2.35 (1.67)	1.42 (0.73)	1.11 (0.34)
	1.50	3.00 (2.30)	2.98 (2.28)	2.94 (2.25)	2.85 (2.15)	2.52 (1.86)	2.12 (1.45)	1.78 (1.12)	1.31 (0.61)	1.11 (0.34)
	1.75	1.92 (1.26)	1.92 (1.26)	1.90 (1.25)	1.88 (1.23)	1.78 (1.12)	1.63 (0.97)	1.47 (0.80)	1.23 (0.52)	1.10 (0.33)
	2.00	1.51 (0.85)	1.51 (0.85)	1.51 (0.85)	1.50 (0.84)	1.45 (0.80)	1.38 (0.71)	1.31 (0.62)	1.18 (0.45)	1.08 (0.30)
(0.95,0.80,2.472)	1.00	370.68 (421.20)	347.42 (390.63)	226.48 (253.50)	114.59 (124.40)	22.46 (22.11)	7.30 (6.39)	3.47 (2.69)	1.51 (0.81)	1.09 (0.31)
	1.05	68.66 (72.96)	66.93 (71.22)	54.92 (57.49)	39.10 (40.70)	13.85 (13.39)	5.80 (5.01)	3.13 (2.40)	1.48 (0.79)	1.09 (0.31)
	1.10	28.31 (28.74)	27.73 (28.04)	24.55 (24.58)	19.85 (19.79)	9.85 (8.86)	4.82 (4.05)	2.86 (2.17)	1.46 (0.77)	1.09 (0.32)
	1.15	15.70 (15.54)	15.44 (15.17)	14.25 (13.83)	12.23 (11.78)	7.11 (6.42)	4.10 (3.38)	2.63 (1.97)	1.43 (0.74)	1.10 (0.32)
	1.25	7.30 (6.61)	7.25 (6.54)	6.93 (6.22)	6.35 (5.64)	4.59 (3.86)	3.17 (2.52)	2.26 (1.63)	1.38 (0.69)	1.10 (0.33)
	1.50	2.88 (2.24)	2.87 (2.24)	2.82 (2.18)	2.74 (2.10)	2.43 (1.82)	2.05 (1.41)	1.72 (1.08)	1.29 (0.59)	1.10 (0.32)
	1.75	1.86 (1.23)	1.86 (1.23)	1.85 (1.21)	1.82 (1.19)	1.73 (1.08)	1.59 (0.93)	1.44 (0.77)	1.22 (0.50)	1.09 (0.31)
	2.00	1.48 (0.83)	1.48 (0.82)	1.48 (0.83)	1.47 (0.82)	1.42 (0.77)	1.36 (0.69)	1.29 (0.60)	1.16 (0.43)	1.08 (0.29)

Πίνακας Δ.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.95$, $\alpha = 0.90$, 1.10, 1.20, 1.50) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.95,0.90,2.395)	1.00	370.47 (410.40)	351.37 (388.06)	235.35 (256.79)	122.09 (131.82)	23.30 (23.09)	7.35 (6.50)	3.44 (1.71)	1.48 (0.80)	1.08 (0.30)	
	1.05	72.98 (76.39)	70.82 (73.92)	57.90 (60.11)	41.15 (42.74)	14.17 (13.73)	5.81 (5.06)	3.10 (2.41)	1.46 (0.78)	1.09 (0.31)	
	1.10	29.56 (29.84)	29.00 (29.19)	25.68 (25.75)	20.54 (20.50)	9.73 (9.04)	4.82 (4.12)	2.83 (2.17)	1.43 (0.75)	1.09 (0.31)	
	1.15	16.14 (15.97)	15.94 (15.73)	14.67 (14.37)	12.56 (12.23)	7.18 (6.54)	4.10 (3.44)	2.59 (1.96)	1.41 (0.73)	1.09 (0.31)	
	1.25	7.41 (6.79)	7.35 (6.72)	7.00 (6.40)	6.39 (5.77)	4.58 (3.93)	3.15 (2.53)	2.24 (1.63)	1.37 (0.68)	1.09 (0.32)	
	1.50	2.86 (2.26)	2.85 (2.24)	2.80 (2.20)	2.72 (2.12)	2.41 (1.82)	2.03 (1.41)	1.71 (1.08)	1.28 (0.58)	1.09 (0.32)	
	1.75	1.84 (1.22)	1.84 (1.22)	1.83 (1.21)	1.81 (1.18)	1.71 (1.07)	1.57 (0.93)	1.43 (0.77)	1.21 (0.49)	1.09 (0.31)	
	2.00	1.47 (0.82)	1.47 (0.82)	1.47 (0.82)	1.46 (0.81)	1.41 (0.77)	1.35 (0.68)	1.28 (0.59)	1.16 (0.43)	1.07 (0.28)	
	(0.95,1.10,2.362)	1.00	370.52 (399.67)	355.07 (379.47)	248.82 (260.23)	136.38 (142.49)	26.16 (25.77)	7.84 (6.89)	3.57 (2.87)	1.49 (0.82)	1.08 (0.29)
		1.05	83.63 (86.91)	81.06 (84.46)	65.82 (66.63)	46.48 (47.42)	15.60 (14.97)	6.23 (5.46)	3.20 (2.55)	1.46 (0.80)	1.09 (0.30)
1.10		33.26 (33.26)	32.62 (32.57)	28.68 (28.59)	22.86 (22.64)	10.62 (9.90)	5.08 (4.38)	2.91 (2.29)	1.44 (0.77)	1.09 (0.31)	
1.15		17.77 (17.33)	17.62 (17.31)	16.15 (15.71)	13.74 (13.18)	7.77 (7.07)	4.32 (3.67)	2.65 (2.05)	1.41 (0.75)	1.09 (0.31)	
1.25		7.98 (7.25)	7.92 (7.19)	7.53 (6.86)	6.87 (6.22)	4.86 (4.22)	3.27 (2.69)	2.28 (1.71)	1.37 (0.70)	1.09 (0.32)	
1.50		2.95 (2.38)	2.95 (2.37)	2.90 (2.33)	2.81 (2.24)	2.47 (1.92)	2.06 (1.48)	1.73 (1.12)	1.28 (0.58)	1.09 (0.32)	
1.75		1.86 (1.28)	1.86 (1.27)	1.85 (1.27)	1.83 (1.24)	1.72 (1.11)	1.58 (0.96)	1.44 (0.79)	1.21 (0.50)	1.08 (0.31)	
2.00		1.47 (0.84)	1.47 (0.84)	1.47 (0.84)	1.46 (0.83)	1.41 (0.78)	1.35 (0.70)	1.28 (0.60)	1.16 (0.43)	1.08 (0.28)	
(0.95,1.20,2.390)		1.00	370.59 (391.66)	355.76 (374.65)	255.55 (266.74)	145.37 (151.54)	27.98 (27.61)	8.26 (7.22)	3.70 (2.97)	1.51 (0.85)	1.08 (0.30)
		1.05	88.80 (91.64)	86.42 (88.76)	70.25 (71.06)	49.99 (50.88)	16.46 (15.76)	6.49 (5.62)	3.32 (2.65)	1.48 (0.82)	1.09 (0.31)
	1.10	35.50 (35.44)	34.89 (34.97)	30.68 (30.58)	24.30 (23.97)	11.21 (10.42)	5.30 (4.52)	3.01 (2.37)	1.45 (0.80)	1.09 (0.31)	
	1.15	18.89 (18.32)	18.66 (18.16)	17.09 (16.55)	14.55 (13.84)	8.16 (7.34)	4.49 (3.81)	2.74 (2.14)	1.43 (0.77)	1.09 (0.32)	
	1.25	8.37 (7.52)	8.31 (7.45)	7.91 (7.11)	7.20 (6.47)	5.07 (4.39)	3.39 (2.79)	2.34 (1.77)	1.38 (0.72)	1.09 (0.32)	
	1.50	3.05 (2.47)	3.05 (2.46)	3.00 (2.42)	2.90 (2.32)	2.54 (1.99)	2.10 (1.54)	1.75 (1.16)	1.28 (0.60)	1.09 (0.32)	
	1.75	1.90 (1.32)	1.89 (1.32)	1.88 (1.31)	1.86 (1.28)	1.75 (1.15)	1.60 (0.99)	1.45 (0.82)	1.21 (0.51)	1.09 (0.31)	
	2.00	1.49 (0.86)	1.49 (0.86)	1.48 (0.86)	1.47 (0.85)	1.42 (0.80)	1.36 (0.72)	1.29 (0.62)	1.16 (0.44)	1.07 (0.29)	
	(0.95,1.50,2.555)	1.00	370.28 (383.31)	355.82 (366.64)	268.25 (271.26)	165.02 (168.82)	34.19 (33.97)	9.63 (8.38)	4.23 (3.29)	1.61 (0.97)	1.10 (0.33)
		1.05	105.61 (107.34)	102.97 (104.50)	84.94 (86.58)	60.13 (60.41)	19.80 (19.01)	7.52 (6.35)	3.77 (2.95)	1.58 (0.95)	1.10 (0.34)
1.10		43.27 (43.70)	42.47 (42.53)	37.44 (36.99)	29.45 (28.89)	13.11 (12.18)	6.13 (5.12)	3.38 (2.64)	1.54 (0.92)	1.10 (0.35)	
1.15		22.72 (22.26)	22.47 (21.84)	20.54 (19.76)	17.39 (16.75)	9.49 (8.47)	5.10 (4.20)	3.08 (2.40)	1.51 (0.98)	1.11 (0.35)	
1.25		9.72 (8.65)	9.70 (8.67)	9.18 (8.09)	8.32 (7.28)	5.80 (4.86)	3.83 (3.11)	2.60 (2.00)	1.45 (0.83)	1.11 (0.36)	
1.50		3.44 (2.76)	3.42 (2.74)	3.37 (2.69)	3.25 (2.60)	2.82 (2.23)	2.32 (1.75)	1.88 (1.31)	1.33 (0.68)	1.10 (0.35)	
1.75		2.06 (1.49)	2.06 (1.49)	2.04 (1.47)	2.01 (1.44)	1.88 (1.30)	1.70 (1.12)	1.53 (0.93)	1.24 (0.56)	1.10 (0.34)	
2.00		1.56 (0.97)	1.56 (0.97)	1.56 (0.96)	1.54 (0.95)	1.48 (0.88)	1.42 (0.80)	1.33 (0.69)	1.18 (0.48)	1.08 (0.31)	

Πίνακας Δ.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.90, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00
(0.90,0.50,3.453)	1.00	370.23 (395.15)	353.60 (374.38)	253.84 (261.22)	145.77 (142.84)	34.79 (29.95)	11.69 (9.36)	5.26 (3.88)	1.93 (1.17)	1.19 (0.45)
	1.05	92.77 (87.25)	90.80 (86.26)	75.68 (69.49)	55.90 (50.64)	21.46 (18.23)	9.09 (7.27)	4.59 (3.39)	1.87 (1.13)	1.19 (0.46)
	1.10	41.92 (37.37)	41.24 (36.85)	36.75 (32.66)	29.86 (26.50)	14.90 (12.51)	7.33 (5.78)	4.06 (2.99)	1.81 (1.09)	1.19 (0.46)
	1.15	23.83 (20.72)	23.50 (20.42)	21.84 (18.80)	18.84 (16.05)	10.93 (8.96)	6.06 (4.72)	3.65 (2.70)	1.75 (1.04)	1.19 (0.45)
	1.25	11.04 (9.18)	10.96 (9.11)	10.47 (8.64)	9.54 (7.78)	6.72 (5.36)	4.45 (3.40)	3.02 (2.19)	1.66 (0.96)	1.19 (0.45)
	1.50	3.94 (2.98)	3.93 (2.97)	3.87 (2.91)	3.73 (2.80)	3.21 (2.39)	2.63 (1.87)	2.14 (1.44)	1.47 (0.79)	1.17 (0.44)
	1.75	2.33 (1.60)	2.33 (1.60)	2.31 (1.59)	2.27 (1.56)	2.12 (1.43)	1.91 (1.22)	1.70 (1.02)	1.35 (0.64)	1.15 (0.41)
	2.00	1.73 (1.05)	1.73 (1.05)	1.72 (1.04)	1.71 (1.03)	1.66 (0.98)	1.56 (0.88)	1.45 (0.76)	1.25 (0.54)	1.13 (0.38)
(0.90,0.60,3.215)	1.00	370.67 (391.94)	354.90 (372.68)	248.65 (256.51)	139.80 (139.83)	31.04 (27.50)	10.28 (8.37)	4.68 (3.46)	1.81 (1.07)	1.16 (0.04)
	1.05	86.60 (84.45)	84.15 (82.08)	70.32 (67.04)	51.02 (48.08)	19.24 (16.70)	8.06 (6.55)	4.12 (3.05)	1.75 (1.03)	1.16 (0.41)
	1.10	38.01 (35.22)	37.37 (34.53)	32.82 (29.89)	26.87 (24.28)	13.20 (11.22)	6.50 (5.14)	3.68 (2.72)	1.70 (0.99)	1.16 (0.41)
	1.15	21.27 (18.93)	21.09 (18.74)	19.50 (17.19)	16.83 (14.71)	9.73 (8.14)	5.47 (4.28)	3.34 (2.44)	1.66 (0.95)	1.16 (0.42)
	1.25	9.85 (8.31)	9.80 (8.28)	9.37 (7.84)	8.55 (7.08)	6.06 (4.87)	4.05 (3.12)	2.80 (2.02)	1.58 (0.88)	1.16 (0.42)
	1.50	3.63 (2.72)	3.61 (2.71)	3.55 (2.67)	3.44 (2.59)	2.97 (2.19)	2.46 (1.74)	2.02 (1.33)	1.42 (0.73)	1.15 (0.41)
	1.75	2.20 (1.49)	2.19 (1.49)	2.18 (1.47)	2.14 (1.45)	2.01 (1.31)	1.82 (1.13)	1.62 (0.95)	1.31 (0.61)	1.13 (0.38)
	2.00	1.66 (0.99)	1.66 (0.98)	1.65 (0.98)	1.64 (0.97)	1.59 (0.91)	1.50 (0.83)	1.41 (0.72)	1.23 (0.51)	1.12 (0.36)
(0.90,0.70,3.030)	1.00	370.69 (387.35)	355.59 (373.18)	250.33 (257.03)	139.22 (140.69)	29.40 (26.74)	9.47 (7.79)	4.34 (3.26)	1.72 (0.99)	1.14 (0.38)
	1.05	85.47 (85.66)	82.44 (81.30)	68.77 (67.21)	49.27 (47.55)	18.03 (16.04)	7.48 (6.12)	3.84 (2.86)	1.67 (0.96)	1.14 (0.39)
	1.10	36.28 (34.31)	35.68 (33.72)	31.37 (29.27)	25.64 (23.59)	12.32 (10.74)	6.05 (4.83)	3.45 (2.56)	1.63 (0.92)	1.14 (0.39)
	1.15	20.18 (18.37)	20.00 (18.24)	18.32 (16.47)	15.81 (14.02)	9.06 (7.74)	5.07 (4.01)	3.14 (2.31)	1.59 (0.89)	1.14 (0.39)
	1.25	9.24 (7.89)	9.17 (7.85)	8.77 (7.46)	7.99 (6.73)	5.68 (4.61)	3.82 (2.96)	2.65 (1.91)	1.52 (0.83)	1.14 (0.39)
	1.50	3.44 (2.59)	3.43 (2.58)	3.37 (2.54)	3.25 (2.45)	2.83 (2.10)	2.35 (1.66)	1.94 (1.27)	1.39 (0.68)	1.14 (0.38)
	1.75	2.10 (1.42)	2.10 (1.42)	2.08 (1.40)	2.06 (1.38)	1.93 (1.25)	1.76 (1.09)	1.57 (0.90)	1.28 (0.57)	1.12 (0.37)
	2.00	1.61 (0.94)	1.61 (0.94)	1.61 (0.93)	1.59 (0.92)	1.54 (0.88)	1.46 (0.79)	1.37 (0.68)	1.21 (0.49)	1.10 (0.34)
(0.90,0.80,2.889)	1.00	370.96 (388.40)	355.17 (370.53)	252.29 (262.15)	141.22 (145.03)	28.94 (26.85)	9.11 (7.66)	4.14 (3.12)	1.66 (0.95)	1.12 (0.36)
	1.05	86.30 (86.87)	84.30 (84.28)	69.36 (68.97)	49.43 (48.39)	17.57 (15.91)	7.16 (5.96)	3.69 (2.79)	1.62 (0.91)	1.13 (0.37)
	1.10	36.10 (34.59)	35.53 (34.06)	31.12 (29.61)	25.28 (23.45)	11.94 (10.62)	5.80 (4.72)	3.31 (2.47)	1.58 (0.88)	1.13 (0.37)
	1.15	19.86 (18.45)	19.66 (18.22)	17.95 (16.55)	15.36 (13.89)	8.75 (7.58)	4.87 (3.91)	3.02 (2.24)	1.55 (0.85)	1.13 (0.37)
	1.25	8.94 (7.76)	8.90 (7.73)	8.47 (7.31)	7.73 (6.62)	5.46 (4.50)	3.68 (2.88)	2.56 (1.85)	1.48 (0.80)	1.13 (0.37)
	1.50	3.33 (2.54)	3.31 (2.52)	3.26 (2.49)	3.14 (2.39)	2.74 (2.04)	2.28 (1.60)	1.89 (1.22)	1.36 (0.66)	1.12 (0.37)
	1.75	2.05 (1.38)	2.04 (1.38)	2.03 (1.37)	1.99 (1.33)	1.88 (1.21)	1.72 (1.05)	1.54 (0.87)	1.26 (0.56)	1.11 (0.35)
	2.00	1.58 (0.91)	1.58 (0.91)	1.57 (0.90)	1.56 (0.89)	1.51 (0.85)	1.44 (0.77)	1.35 (0.67)	1.20 (0.48)	1.10 (0.33)

Πίνακας Δ.6: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.90, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.90,0.90,2.799)	1.00	370.96 (389.34)	357.85 (375.09)	254.19 (262.35)	147.28 (152.04)	29.53 (27.85)	9.00 (7.64)	4.06 (3.11)	1.63 (0.92)	1.12 (0.35)	
	1.05	90.09 (91.86)	88.32 (89.61)	72.12 (72.34)	51.23 (51.21)	17.66 (16.28)	7.04 (5.87)	3.62 (2.75)	1.59 (0.89)	1.12 (0.36)	
	1.10	37.01 (36.18)	36.29 (35.26)	31.94 (30.88)	25.48 (23.99)	11.92 (10.75)	5.72 (4.71)	3.25 (2.46)	1.56 (0.86)	1.12 (0.36)	
	1.15	20.08 (19.01)	19.73 (18.60)	18.14 (17.04)	15.44 (14.20)	8.74 (7.64)	4.81 (3.90)	2.96 (2.21)	1.52 (0.83)	1.12 (0.36)	
	1.25	8.90 (7.79)	8.86 (7.75)	8.42 (7.33)	7.68 (6.64)	5.40 (4.50)	3.64 (2.88)	2.52 (1.84)	1.47 (0.78)	1.12 (0.35)	
	1.50	3.28 (2.53)	3.27 (2.52)	3.20 (2.47)	3.10 (2.38)	2.70 (2.03)	2.25 (1.60)	1.86 (1.21)	1.35 (0.65)	1.12 (0.36)	
	1.75	2.02 (1.37)	2.02 (1.37)	2.00 (1.35)	1.97 (1.32)	1.86 (1.20)	1.69 (1.04)	1.52 (0.86)	1.25 (0.55)	1.11 (0.35)	
	2.00	1.56 (0.90)	1.56 (0.90)	1.55 (0.90)	1.54 (0.88)	1.49 (0.84)	1.42 (0.76)	1.34 (0.66)	1.19 (0.47)	1.09 (0.32)	
	(0.90,1.10,2.730)	1.00	370.05 (380.40)	353.85 (365.10)	265.68 (271.61)	159.82 (163.32)	32.35 (31.56)	9.32 (8.01)	4.11 (3.18)	1.62 (0.93)	1.11 (0.35)
		1.05	99.88 (102.11)	97.69 (99.63)	80.22 (81.01)	57.53 (59.26)	18.82 (17.91)	7.28 (6.14)	3.66 (2.82)	1.58 (0.90)	1.11 (0.35)
1.10		40.51 (40.46)	39.93 (39.77)	35.09 (34.52)	27.84 (27.09)	12.53 (11.57)	5.89 (4.89)	3.29 (2.51)	1.55 (0.87)	1.12 (0.36)	
1.15		21.45 (20.71)	21.27 (20.54)	19.46 (18.69)	16.51 (15.83)	9.10 (8.09)	4.92 (4.03)	2.99 (2.26)	1.52 (0.84)	1.12 (0.36)	
1.25		9.26 (8.26)	9.23 (8.21)	8.80 (7.74)	7.98 (6.94)	5.55 (4.67)	3.69 (2.95)	2.52 (1.87)	1.46 (0.79)	1.12 (0.36)	
1.50		3.32 (2.61)	3.32 (2.59)	3.24 (2.53)	3.14 (2.44)	2.73 (2.08)	2.26 (1.64)	1.86 (1.23)	1.34 (0.65)	1.11 (0.36)	
1.75		2.02 (1.40)	2.02 (1.39)	2.00 (1.38)	1.97 (1.35)	1.86 (1.22)	1.69 (1.05)	1.52 (0.87)	1.25 (0.55)	1.10 (0.34)	
2.00		1.56 (0.91)	1.55 (0.91)	1.55 (0.90)	1.54 (0.90)	1.49 (0.85)	1.42 (0.77)	1.34 (0.66)	1.19 (0.47)	1.09 (0.32)	
(0.90,1.20,2.740)		1.00	370.07 (380.37)	358.14 (368.80)	271.80 (275.46)	166.19 (168.27)	34.39 (33.89)	9.67 (8.42)	4.22 (3.24)	1.63 (0.95)	1.11 (0.35)
		1.05	106.03 (108.31)	103.50 (105.80)	85.40 (86.34)	61.18 (62.51)	19.86 (19.04)	7.53 (6.37)	3.75 (2.90)	1.60 (0.92)	1.15 (0.35)
	1.10	43.09 (43.48)	42.45 (42.78)	37.30 (36.78)	29.40 (28.61)	13.11 (12.16)	6.06 (5.04)	3.36 (2.57)	1.56 (0.89)	1.12 (0.36)	
	1.15	22.81 (22.21)	22.47 (21.90)	20.49 (19.63)	17.36 (16.78)	9.45 (8.44)	5.05 (4.12)	3.05 (2.31)	1.53 (0.86)	1.12 (0.36)	
	1.25	9.65 (8.67)	9.60 (8.62)	9.16 (8.13)	8.30 (7.28)	5.72 (4.83)	3.78 (3.03)	2.57 (1.92)	1.47 (0.80)	1.12 (0.36)	
	1.50	3.40 (2.68)	3.39 (2.67)	3.31 (2.60)	3.20 (2.50)	2.78 (2.14)	2.30 (1.68)	1.88 (1.26)	1.35 (0.67)	1.12 (0.36)	
	1.75	2.05 (1.43)	2.05 (1.43)	2.03 (1.41)	2.00 (1.38)	1.88 (1.25)	1.71 (1.08)	1.53 (0.89)	1.25 (0.55)	1.10 (0.34)	
	2.00	1.57 (0.93)	1.57 (0.93)	1.56 (0.93)	1.55 (0.91)	1.50 (0.86)	1.43 (0.78)	1.34 (0.68)	1.19 (0.48)	1.09 (0.32)	
	(0.90,1.50,2.855)	1.00	370.88 (375.05)	359.68 (364.54)	282.04 (287.70)	181.01 (183.30)	41.41 (41.80)	11.09 (9.91)	4.64 (3.59)	1.71 (1.04)	1.12 (0.37)
		1.05	119.94 (123.92)	117.23 (119.92)	97.49 (97.54)	70.14 (70.81)	23.62 (23.11)	8.50 (7.27)	4.12 (3.15)	1.67 (1.01)	1.13 (0.38)
1.10		50.80 (51.26)	49.98 (50.18)	43.88 (44.03)	34.76 (34.48)	15.14 (14.38)	6.76 (5.67)	3.67 (2.81)	1.64 (0.98)	1.13 (0.38)	
1.15		26.72 (26.18)	26.42 (25.79)	24.05 (23.45)	20.22 (19.65)	10.76 (9.90)	5.59 (4.58)	3.31 (2.52)	1.60 (0.95)	1.13 (0.38)	
1.25		10.96 (9.97)	10.96 (9.95)	10.42 (9.47)	9.42 (8.43)	6.37 (5.39)	4.14 (3.30)	2.78 (2.07)	1.53 (0.89)	1.13 (0.39)	
1.50		3.70 (2.90)	3.70 (2.90)	3.61 (2.83)	3.48 (2.70)	3.14 (2.33)	2.46 (1.82)	1.99 (1.38)	1.39 (0.73)	1.13 (0.38)	
1.75		2.18 (1.55)	2.18 (1.55)	2.16 (1.53)	2.12 (1.50)	1.98 (1.36)	1.79 (1.17)	1.59 (0.97)	1.28 (0.60)	1.11 (0.36)	
2.00		1.63 (1.01)	1.63 (1.02)	1.62 (1.00)	1.61 (0.99)	1.55 (0.93)	1.47 (0.84)	1.38 (0.73)	1.20 (0.50)	1.10 (0.34)	

Πίνακας Δ.7: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.80, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.80,0.50,3.701)	1.00	370.35 (374.01)	358.85 (357.77)	275.98 (274.66)	172.43 (169.85)	43.12 (37.74)	13.85 (11.05)	5.98 (4.47)	2.08 (1.30)	1.23 (0.49)	
	1.05	114.76 (110.14)	111.26 (105.43)	93.43 (87.70)	69.26 (62.88)	26.06 (22.35)	10.62 (8.60)	5.18 (3.85)	1.99 (1.23)	1.23 (0.49)	
	1.10	51.31 (45.82)	50.61 (45.24)	44.91 (39.84)	36.34 (32.45)	17.62 (14.70)	8.41 (6.74)	4.52 (3.36)	1.92 (1.18)	1.22 (0.49)	
	1.15	28.62 (25.26)	28.44 (25.00)	25.96 (22.78)	22.42 (19.40)	12.73 (10.49)	6.88 (5.40)	4.01 (2.98)	1.86 (1.13)	1.22 (0.49)	
	1.25	12.86 (10.78)	12.80 (10.67)	12.15 (10.12)	11.11 (9.17)	7.63 (6.15)	4.95 (3.79)	3.29 (2.42)	1.75 (1.04)	1.22 (0.49)	
	1.50	4.32 (3.29)	4.32 (3.30)	4.24 (3.26)	4.08 (3.12)	3.49 (2.60)	2.83 (2.04)	2.27 (1.55)	1.53 (0.84)	1.19 (0.46)	
	1.75	2.48 (1.73)	2.48 (1.73)	2.46 (1.71)	2.42 (1.68)	2.24 (1.53)	2.02 (1.33)	1.77 (1.09)	1.39 (0.69)	1.17 (0.43)	
	2.00	1.80 (1.11)	1.81 (1.12)	1.80 (1.12)	1.79 (1.10)	1.72 (1.05)	1.62 (0.93)	1.49 (0.81)	1.28 (0.58)	0.12 (0.40)	
	(0.80,0.60,3.556)	1.00	370.38 (374.07)	358.81 (364.52)	274.75 (274.30)	171.90 (170.42)	40.38 (36.55)	12.58 (10.13)	5.51 (4.08)	1.97 (1.20)	1.20 (0.47)
		1.05	111.77 (109.81)	108.57 (105.84)	90.70 (80.96)	66.57 (62.10)	24.21 (21.16)	9.74 (7.91)	4.80 (3.54)	1.91 (1.16)	1.20 (0.47)
1.10		48.63 (44.41)	48.15 (44.22)	42.39 (38.77)	33.97 (30.96)	16.32 (13.84)	7.75 (6.20)	4.22 (3.12)	1.85 (1.11)	1.20 (0.47)	
1.15		26.89 (24.07)	26.44 (23.59)	24.38 (21.55)	20.97 (18.33)	11.79 (9.80)	6.36 (4.96)	3.76 (2.77)	1.79 (1.06)	1.20 (0.47)	
1.25		11.94 (10.13)	11.83 (9.96)	11.22 (9.36)	10.26 (8.45)	7.11 (5.71)	4.64 (3.55)	3.12 (2.26)	1.69 (0.98)	1.20 (0.46)	
1.50		4.09 (3.12)	4.08 (3.11)	4.01 (3.04)	3.86 (2.91)	3.32 (2.46)	2.71 (1.94)	2.19 (1.47)	1.49 (0.80)	1.18 (0.44)	
1.75		2.38 (1.64)	2.38 (1.65)	2.37 (1.63)	2.33 (1.59)	2.17 (1.46)	1.95 (1.26)	1.73 (1.04)	1.36 (0.66)	1.16 (0.41)	
2.00		1.76 (1.07)	1.76 (1.07)	1.75 (1.07)	1.74 (1.07)	1.68 (1.00)	1.58 (0.90)	1.46 (0.78)	1.27 (0.56)	1.13 (0.38)	
(0.80,0.70,3.422)		1.00	370.30 (371.27)	358.55 (361.82)	274.51 (276.97)	172.22 (172.99)	39.17 (36.41)	11.86 (9.76)	5.17 (3.85)	1.90 (1.14)	1.19 (0.44)
		1.05	110.87 (110.28)	108.32 (107.82)	89.19 (87.45)	65.45 (62.42)	23.13 (20.65)	9.16 (7.51)	4.53 (3.34)	1.84 (1.10)	1.19 (0.45)
	1.10	47.57 (44.71)	46.96 (44.12)	41.23 (38.95)	32.84 (30.50)	15.42 (13.30)	7.35 (5.89)	3.99 (2.94)	1.79 (1.05)	1.19 (0.45)	
	1.15	25.89 (23.65)	25.53 (23.30)	23.38 (21.07)	20.03 (17.85)	11.15 (9.43)	6.01 (4.71)	3.59 (2.64)	1.73 (1.01)	1.19 (0.45)	
	1.25	11.34 (9.71)	11.25 (9.61)	10.66 (9.04)	9.74 (8.14)	6.73 (5.42)	4.41 (3.37)	2.98 (2.16)	1.64 (0.93)	1.18 (0.45)	
	1.50	3.91 (2.96)	3.90 (2.95)	3.84 (2.90)	3.70 (2.78)	3.17 (2.35)	2.62 (1.86)	2.11 (1.41)	1.46 (0.77)	1.17 (0.43)	
	1.75	2.31 (1.58)	2.31 (1.59)	2.29 (1.57)	2.25 (1.53)	2.09 (1.39)	1.89 (1.21)	1.68 (1.00)	1.34 (0.64)	1.15 (0.40)	
	2.00	1.72 (1.03)	1.71 (1.03)	1.71 (1.03)	1.70 (1.02)	1.64 (0.96)	1.55 (0.87)	1.44 (0.75)	1.25 (0.54)	1.13 (0.37)	
	(0.80,0.80,3.316)	1.00	370.29 (372.05)	361.21 (362.63)	275.00 (277.35)	174.27 (176.26)	39.00 (37.04)	11.48 (9.73)	4.96 (3.69)	1.85 (1.10)	1.17 (0.42)
		1.05	112.71 (113.08)	109.77 (109.31)	90.79 (89.58)	65.95 (64.46)	22.82 (20.69)	8.83 (7.31)	4.34 (3.22)	1.79 (1.05)	1.17 (0.42)
1.10		47.66 (45.65)	46.96 (45.09)	41.06 (39.49)	32.87 (31.41)	15.12 (13.43)	7.07 (5.73)	3.85 (2.85)	1.74 (1.02)	1.17 (0.43)	
1.15		25.48 (23.77)	25.29 (23.56)	23.10 (21.39)	19.71 (18.10)	10.85 (9.36)	5.82 (4.63)	3.48 (2.57)	1.69 (0.98)	1.17 (0.43)	
1.25		11.01 (9.56)	10.93 (9.42)	10.43 (8.96)	9.49 (8.09)	6.62 (5.30)	4.28 (3.31)	2.90 (2.09)	1.61 (0.91)	1.17 (0.43)	
1.50		3.80 (2.89)	3.79 (2.88)	3.72 (2.81)	3.60 (2.72)	3.10 (2.30)	2.54 (1.82)	2.07 (1.37)	1.44 (0.75)	1.16 (0.42)	
1.75		2.25 (1.54)	2.25 (1.54)	2.24 (1.53)	2.20 (1.50)	2.05 (1.36)	1.86 (1.17)	1.65 (0.97)	1.33 (0.62)	1.14 (0.39)	
2.00		1.69 (1.01)	1.68 (1.00)	1.68 (1.00)	1.67 (0.99)	1.61 (0.93)	1.52 (0.85)	1.42 (0.74)	1.24 (0.53)	1.12 (0.36)	

Πίνακας Δ.8: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.80, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ								
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00
(0.80,0.90,3.229)	1.00	370.16 (370.44)	358.38 (359.16)	277.00 (279.50)	175.58 (178.25)	39.80 (38.63)	11.24 (9.67)	4.84 (3.65)	1.81 (1.07)	1.16 (0.41)
	1.05	114.48 (115.78)	111.18 (112.18)	92.33 (91.85)	67.07 (67.30)	22.96 (21.72)	8.69 (7.32)	4.23 (3.17)	1.76 (1.03)	1.16 (0.41)
	1.10	48.40 (47.22)	47.64 (46.38)	41.94 (41.11)	32.97 (31.79)	15.05 (13.69)	6.93 (5.68)	3.78 (2.82)	1.71 (0.99)	1.16 (0.41)
	1.15	25.65 (24.45)	25.36 (24.15)	23.22 (21.99)	19.81 (18.64)	10.67 (9.40)	5.69 (4.57)	3.41 (2.53)	1.66 (0.96)	1.16 (0.41)
	1.25	10.86 (9.53)	10.83 (9.50)	10.31 (8.99)	9.36 (8.04)	6.41 (5.30)	4.19 (3.27)	2.84 (2.06)	1.58 (0.89)	1.16 (0.42)
	1.50	3.74 (2.86)	3.73 (2.84)	3.65 (2.78)	3.52 (2.67)	3.04 (2.27)	2.50 (1.79)	2.04 (1.35)	1.43 (0.73)	1.15 (0.41)
	1.75	2.22 (1.53)	2.22 (1.52)	2.20 (1.51)	2.17 (1.48)	2.03 (1.34)	1.83 (1.15)	1.63 (0.95)	1.31 (0.61)	1.13 (0.38)
	2.00	1.67 (0.99)	1.67 (0.99)	1.66 (0.99)	1.65 (0.98)	1.59 (0.92)	1.50 (0.83)	1.41 (0.73)	1.23 (0.52)	1.12 (0.36)
(0.80,1.10,3.126)	1.00	370.61 (371.16)	358.48 (358.98)	280.94 (282.78)	180.03 (181.05)	42.02 (41.52)	11.43 (10.23)	4.78 (3.68)	1.77 (1.05)	1.15 (0.39)
	1.05	118.53 (118.64)	116.48 (116.72)	96.77 (96.96)	70.94 (72.13)	23.95 (23.26)	8.74 (7.58)	4.19 (3.19)	1.72 (1.01)	1.15 (0.40)
	1.10	51.00 (50.57)	50.13 (50.15)	44.42 (44.22)	34.62 (33.68)	15.47 (14.58)	6.93 (5.82)	3.74 (2.83)	1.68 (0.98)	1.15 (0.40)
	1.15	27.13 (26.83)	26.70 (26.18)	24.19 (23.38)	20.60 (20.03)	10.88 (9.92)	5.67 (4.65)	3.37 (2.53)	1.64 (0.94)	1.15 (0.40)
	1.25	11.10 (9.98)	11.05 (9.97)	10.56 (9.54)	9.50 (8.43)	6.45 (5.47)	4.17 (3.29)	2.80 (2.03)	1.56 (0.87)	1.15 (0.41)
	1.50	3.71 (2.88)	3.71 (2.87)	3.64 (2.80)	3.49 (2.70)	3.01 (2.27)	2.47 (1.79)	2.01 (1.34)	1.41 (0.72)	1.14 (0.39)
	1.75	2.20 (1.53)	2.19 (1.52)	2.17 (1.50)	2.14 (1.47)	2.00 (1.33)	1.81 (1.15)	1.61 (0.95)	1.30 (0.60)	1.13 (0.37)
	2.00	1.65 (0.98)	1.65 (0.99)	1.64 (0.98)	1.63 (0.97)	1.58 (0.91)	1.49 (0.83)	1.40 (0.72)	1.22 (0.51)	1.11 (0.35)
(0.80,1.20,3.111)	1.00	370.24 (372.91)	361.20 (363.17)	283.05 (285.14)	184.63 (185.27)	43.72 (43.61)	11.78 (10.75)	4.84 (3.78)	1.77 (1.05)	1.15 (0.39)
	1.05	123.24 (123.40)	120.30 (120.80)	100.69 (101.05)	73.46 (74.15)	24.86 (24.28)	8.95 (7.85)	4.24 (3.27)	1.72 (1.02)	1.15 (0.40)
	1.10	52.86 (52.63)	51.88 (51.81)	46.03 (45.89)	36.13 (35.65)	16.00 (15.19)	7.05 (6.01)	3.77 (2.87)	1.68 (0.98)	1.15 (0.40)
	1.15	28.00 (27.43)	27.71 (27.07)	25.28 (24.55)	21.21 (20.60)	11.19 (10.39)	5.77 (4.78)	3.39 (2.56)	1.64 (0.95)	1.15 (0.40)
	1.25	11.42 (10.38)	11.40 (10.43)	10.85 (9.97)	9.76 (8.80)	6.57 (5.64)	4.21 (3.35)	2.82 (2.07)	1.56 (0.88)	1.15 (0.41)
	1.50	3.75 (2.94)	3.75 (2.93)	3.67 (2.86)	3.52 (2.74)	3.03 (2.31)	2.49 (1.81)	2.02 (1.36)	1.41 (0.72)	1.14 (0.39)
	1.75	2.21 (1.54)	2.20 (1.54)	2.18 (1.51)	2.15 (1.48)	2.01 (1.34)	1.81 (1.16)	1.61 (0.95)	1.30 (0.60)	1.13 (0.37)
	2.00	1.65 (0.99)	1.65 (1.00)	1.65 (0.99)	1.63 (0.98)	1.58 (0.91)	1.49 (0.83)	1.40 (0.73)	1.22 (0.51)	1.11 (0.35)
(0.80,1.50,3.175)	1.00	370.75 (376.23)	358.81 (357.70)	287.89 (289.14)	195.70 (196.28)	49.43 (49.65)	13.38 (12.53)	4.27 (4.26)	1.84 (1.12)	1.16 (0.41)
	1.05	133.60 (133.25)	130.61 (130.29)	111.18 (111.00)	81.84 (82.23)	28.79 (28.17)	9.96 (9.04)	4.56 (3.58)	1.78 (1.09)	1.16 (0.41)
	1.10	59.39 (59.34)	58.52 (58.61)	51.55 (51.07)	41.01 (40.50)	18.27 (17.58)	7.76 (6.76)	4.03 (3.13)	1.73 (1.04)	1.16 (0.42)
	1.15	31.74 (31.30)	31.29 (30.58)	28.64 (28.17)	24.25 (23.34)	12.52 (11.95)	6.30 (5.40)	3.60 (2.76)	1.68 (1.00)	1.16 (0.42)
	1.25	12.89 (12.18)	12.88 (12.29)	12.20 (11.60)	10.92 (10.21)	7.18 (6.30)	4.51 (3.65)	2.97 (2.20)	1.60 (0.94)	1.16 (0.42)
	1.50	4.00 (3.20)	4.00 (3.21)	3.91 (3.12)	3.74 (2.96)	3.20 (2.46)	2.61 (1.92)	2.09 (1.43)	1.44 (0.76)	1.15 (0.41)
	1.75	2.30 (1.64)	2.30 (1.63)	2.27 (1.61)	2.24 (1.57)	2.09 (1.43)	1.87 (1.23)	1.66 (1.01)	1.32 (0.63)	1.13 (0.39)
	2.00	1.69 (1.05)	1.69 (1.05)	1.69 (1.04)	1.67 (1.02)	1.61 (0.96)	1.52 (0.87)	1.42 (0.76)	1.23 (0.53)	1.11 (0.36)

Πίνακας Δ.9: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA-SC ($q = 0.70, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.70,0.50,3.847)	1.00	370.77 (367.60)	362.54 (358.29)	288.36 (288.09)	192.71 (189.31)	50.98 (46.41)	15.79 (13.05)	6.59 (5.20)	2.19 (1.40)	1.25 (0.52)	
	1.05	131.56 (128.65)	128.62 (125.05)	108.91 (104.42)	80.70 (74.77)	30.51 (27.08)	11.90 (9.81)	5.63 (4.28)	2.09 (1.33)	1.25 (0.52)	
	1.10	60.33 (56.01)	59.22 (54.83)	52.45 (48.45)	42.12 (38.61)	20.02 (17.35)	9.31 (7.63)	4.89 (3.70)	2.01 (1.26)	1.24 (0.52)	
	1.15	33.06 (30.08)	32.81 (29.74)	30.11 (27.30)	25.56 (22.76)	14.31 (12.22)	7.52 (6.06)	4.31 (3.24)	1.93 (1.20)	1.24 (0.51)	
	1.25	14.37 (12.22)	14.25 (12.18)	13.53 (11.45)	12.31 (10.43)	8.35 (6.91)	5.35 (4.20)	3.49 (2.60)	1.81 (1.10)	1.23 (0.51)	
	1.50	4.61 (3.57)	4.59 (3.56)	4.50 (3.51)	4.33 (3.37)	3.69 (2.79)	2.97 (2.17)	2.36 (1.64)	1.57 (0.88)	1.21 (0.48)	
	1.75	2.60 (1.85)	2.59 (1.84)	2.57 (1.83)	2.52 (1.78)	2.33 (1.61)	2.08 (1.38)	1.82 (1.14)	1.41 (0.72)	1.18 (0.44)	
	2.00	1.86 (1.16)	1.86 (1.17)	1.86 (1.17)	1.84 (1.16)	1.76 (1.08)	1.65 (0.98)	1.52 (0.84)	1.30 (0.60)	1.15 (0.41)	
	(0.70,0.60,3.746)	1.00	370.80 (368.53)	361.97 (359.52)	287.47 (286.51)	190.97 (188.83)	48.88 (45.14)	14.72 (12.17)	6.15 (4.68)	2.10 (1.31)	1.23 (0.50)
		1.05	129.92 (129.04)	127.11 (125.74)	106.68 (103.81)	79.31 (74.95)	28.98 (26.15)	11.13 (9.26)	5.30 (3.99)	2.01 (1.24)	1.23 (0.50)
1.10		58.49 (55.36)	57.67 (54.61)	50.92 (47.86)	40.68 (37.95)	18.93 (16.66)	8.74 (7.22)	4.61 (3.45)	1.94 (1.19)	1.23 (0.50)	
1.15		31.77 (29.44)	31.41 (28.99)	28.70 (26.57)	24.43 (22.09)	13.46 (11.57)	7.10 (5.74)	4.09 (3.04)	1.88 (1.14)	1.23 (0.50)	
1.25		13.53 (11.63)	13.55 (11.68)	12.78 (10.91)	11.68 (9.99)	7.88 (6.50)	5.06 (3.95)	3.34 (2.45)	1.76 (1.05)	1.22 (0.49)	
1.50		4.40 (3.38)	4.39 (3.38)	4.31 (3.34)	4.15 (3.19)	3.55 (2.65)	2.86 (2.08)	2.29 (1.56)	1.54 (0.85)	1.20 (0.47)	
1.75		2.51 (1.75)	2.51 (1.74)	2.49 (1.74)	2.45 (1.70)	2.27 (1.55)	2.03 (1.34)	1.78 (1.10)	1.40 (0.70)	1.17 (0.43)	
2.00		1.81 (1.12)	1.82 (1.13)	1.82 (1.13)	1.80 (1.11)	1.73 (1.05)	1.62 (0.94)	1.50 (0.82)	1.29 (0.58)	1.14 (0.40)	
(0.70,0.70,3.647)		1.00	370.69 (372.30)	358.82 (358.38)	285.48 (283.65)	190.26 (191.00)	48.03 (45.27)	14.06 (11.95)	5.82 (4.40)	2.02 (1.24)	1.22 (0.48)
		1.05	129.14 (130.49)	125.95 (126.46)	105.93 (104.76)	78.86 (75.91)	28.16 (25.79)	10.62 (8.98)	5.04 (3.81)	1.95 (1.19)	1.22 (0.48)
	1.10	57.56 (55.28)	56.58 (54.16)	49.83 (47.46)	39.84 (37.85)	18.34 (16.59)	8.32 (6.92)	4.41 (3.30)	1.89 (1.14)	1.22 (0.48)	
	1.15	30.86 (29.07)	30.51 (28.71)	27.99 (26.32)	23.80 (21.84)	12.98 (11.33)	6.78 (5.47)	3.91 (2.91)	1.83 (1.10)	1.21 (0.48)	
	1.25	13.00 (11.38)	12.97 (11.37)	12.28 (10.64)	11.16 (9.66)	7.57 (6.33)	4.85 (3.76)	3.22 (2.37)	1.72 (1.00)	1.21 (0.47)	
	1.50	4.25 (3.25)	4.25 (3.28)	4.16 (3.20)	4.01 (3.09)	3.43 (2.57)	2.78 (2.01)	2.24 (1.52)	1.51 (0.82)	1.19 (0.45)	
	1.75	2.45 (1.70)	2.44 (1.70)	2.42 (1.68)	2.39 (1.64)	2.21 (1.51)	1.98 (1.29)	1.75 (1.07)	1.38 (0.67)	1.16 (0.42)	
	2.00	1.78 (1.10)	1.78 (1.09)	1.78 (1.09)	1.77 (1.08)	1.70 (1.02)	1.60 (0.92)	1.48 (0.80)	1.28 (0.57)	1.14 (0.39)	
	(0.70,0.80,3.565)	1.00	370.83 (371.45)	361.18 (360.17)	286.60 (286.41)	191.60 (193.15)	48.29 (46.44)	13.66 (11.87)	5.62 (4.27)	1.98 (1.20)	1.20 (0.46)
		1.05	129.75 (130.59)	127.02 (127.14)	106.43 (105.67)	78.74 (76.56)	27.98 (26.22)	10.35 (8.87)	4.87 (3.70)	1.91 (1.16)	1.20 (0.46)
1.10		57.80 (56.29)	56.90 (55.33)	49.89 (48.17)	39.55 (38.06)	18.08 (16.67)	8.10 (6.84)	4.27 (3.19)	1.85 (1.11)	1.20 (0.46)	
1.15		30.85 (29.51)	30.37 (29.03)	27.87 (26.57)	23.60 (22.07)	12.74 (11.34)	6.57 (5.36)	3.80 (2.82)	1.79 (1.06)	1.20 (0.46)	
1.25		12.76 (11.31)	12.68 (11.24)	12.03 (10.62)	10.95 (9.64)	7.37 (6.16)	4.72 (3.69)	3.14 (2.30)	1.69 (0.98)	1.20 (0.46)	
1.50		4.14 (3.19)	4.13 (3.19)	4.06 (3.14)	3.92 (3.00)	3.35 (2.52)	2.72 (1.96)	2.19 (1.48)	1.49 (0.81)	1.18 (0.44)	
1.75		2.40 (1.66)	2.40 (1.67)	2.38 (1.65)	2.34 (1.61)	2.17 (1.47)	1.95 (1.26)	1.73 (1.04)	1.36 (0.66)	1.16 (0.41)	
2.00		1.76 (1.08)	1.76 (1.07)	1.75 (1.07)	1.74 (1.06)	1.68 (1.00)	1.58 (0.90)	1.47 (0.78)	1.26 (0.56)	1.13 (0.38)	

Πίνακας Δ.10: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.70, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.70,0.90,3.492)	1.00	370.70 (370.73)	358.57 (359.85)	285.89 (287.83)	192.55 (194.22)	48.59 (47.11)	13.48 (11.93)	5.48 (4.22)	1.93 (1.17)	1.20 (0.45)	
	1.05	129.99 (130.04)	127.06 (126.96)	107.51 (107.19)	79.10 (78.39)	28.08 (26.67)	10.13 (8.84)	4.75 (3.63)	1.87 (1.13)	1.19 (0.45)	
	1.10	58.27 (57.84)	57.09 (55.88)	49.97 (48.54)	39.82 (38.72)	17.95 (16.83)	7.95 (6.77)	4.18 (3.16)	1.81 (1.08)	1.19 (0.45)	
	1.15	30.97 (30.20)	30.54 (29.66)	28.05 (27.12)	23.65 (22.40)	12.56 (11.42)	6.44 (5.29)	3.73 (2.79)	1.76 (1.04)	1.19 (0.46)	
	1.25	12.67 (11.41)	12.55 (11.37)	11.90 (10.73)	10.80 (9.67)	7.26 (6.15)	4.63 (3.64)	3.08 (2.26)	1.66 (0.96)	1.19 (0.45)	
	1.50	4.07 (3.16)	4.07 (3.17)	4.00 (3.11)	3.84 (2.97)	3.29 (2.48)	2.68 (1.94)	2.16 (1.45)	1.48 (0.78)	1.17 (0.43)	
	1.75	2.36 (1.65)	2.36 (1.65)	2.34 (1.63)	2.30 (1.58)	2.13 (1.43)	1.93 (1.24)	1.71 (1.02)	1.35 (0.65)	1.15 (0.41)	
	2.00	1.74 (1.05)	1.74 (1.06)	1.73 (1.05)	1.72 (1.04)	1.66 (0.98)	1.56 (0.88)	1.46 (0.77)	1.26 (0.55)	1.13 (0.38)	
	(0.70,1.10,3.395)	1.00	370.98 (372.71)	358.04 (359.62)	288.26 (290.53)	195.23 (196.68)	49.87 (49.16)	13.71 (12.64)	5.43 (4.32)	1.89 (1.13)	1.18 (0.43)
		1.05	133.04 (133.20)	130.46 (131.11)	110.90 (110.80)	82.19 (82.97)	28.92 (27.98)	10.19 (9.12)	4.68 (3.67)	1.83 (1.10)	1.18 (0.43)
1.10		60.01 (59.96)	58.89 (58.44)	51.83 (51.16)	41.17 (40.39)	18.38 (17.61)	7.93 (6.93)	4.12 (3.18)	1.78 (1.06)	1.18 (0.44)	
1.15		32.04 (31.64)	31.73 (31.41)	28.69 (28.12)	24.18 (23.39)	12.73 (12.03)	6.40 (5.40)	3.68 (2.80)	1.73 (1.02)	1.18 (0.44)	
1.25		12.91 (12.01)	12.89 (12.07)	12.20 (11.39)	10.93 (10.17)	7.28 (6.31)	4.58 (3.65)	3.03 (2.24)	1.64 (0.94)	1.18 (0.44)	
1.50		4.05 (3.22)	4.04 (3.21)	3.96 (3.14)	3.80 (2.98)	3.24 (2.48)	2.64 (1.92)	2.13 (1.44)	1.46 (0.77)	1.17 (0.43)	
1.75		2.32 (1.63)	2.32 (1.62)	2.30 (1.60)	2.27 (1.56)	2.10 (1.41)	1.90 (1.22)	1.68 (1.00)	1.34 (0.64)	1.14 (0.40)	
2.00		1.72 (1.04)	1.71 (1.04)	1.71 (1.04)	1.70 (1.03)	1.64 (0.95)	1.55 (0.87)	1.44 (0.77)	1.25 (0.54)	1.13 (0.37)	
(0.70,1.20,3.369)		1.00	370.66 (371.33)	359.55 (361.46)	289.15 (289.19)	196.83 (197.60)	51.09 (50.78)	13.96 (13.02)	5.48 (4.39)	1.88 (1.13)	1.18 (0.43)
		1.05	136.95 (138.15)	133.65 (133.45)	114.36 (114.80)	84.24 (85.34)	29.82 (29.25)	10.34 (9.36)	4.71 (3.74)	1.82 (1.10)	1.18 (0.44)
	1.10	60.91 (60.66)	60.11 (59.95)	53.08 (52.49)	41.97 (41.33)	18.81 (18.22)	8.04 (7.10)	4.14 (3.22)	1.77 (1.06)	1.18 (0.44)	
	1.15	32.76 (32.68)	32.44 (32.18)	29.40 (28.96)	24.70 (23.95)	12.94 (12.30)	6.47 (5.52)	3.69 (2.85)	1.72 (1.02)	1.18 (0.44)	
	1.25	13.18 (12.49)	13.15 (12.52)	12.44 (11.73)	11.14 (10.50)	7.38 (6.47)	4.60 (3.74)	3.03 (2.26)	1.63 (0.94)	1.18 (0.44)	
	1.50	4.07 (3.26)	4.06 (3.25)	3.97 (3.17)	3.82 (3.03)	3.25 (2.51)	2.64 (1.93)	2.12 (1.45)	1.46 (0.77)	1.16 (0.42)	
	1.75	2.32 (1.64)	2.32 (1.62)	2.30 (1.60)	2.26 (1.58)	2.10 (1.42)	1.89 (1.22)	1.68 (1.00)	1.34 (0.64)	1.14 (0.40)	
	2.00	1.71 (1.04)	1.71 (1.04)	1.71 (1.05)	1.69 (1.03)	1.63 (0.95)	1.54 (0.87)	1.44 (0.76)	1.25 (0.53)	1.12 (0.37)	
	(0.70,1.50,3.375)	1.00	370.95 (368.29)	358.48 (355.47)	293.38 (293.72)	202.82 (201.69)	55.45 (55.22)	15.32 (14.55)	5.81 (4.83)	1.91 (1.18)	1.18 (0.43)
		1.05	143.34 (142.54)	140.31 (139.71)	119.69 (119.46)	89.22 (89.00)	32.43 (31.91)	11.24 (10.58)	4.96 (4.06)	1.85 (1.13)	1.18 (0.44)
1.10		65.98 (66.31)	64.70 (64.81)	57.84 (57.63)	45.57 (45.10)	20.54 (20.07)	8.60 (7.74)	4.32 (3.45)	1.80 (1.09)	1.18 (0.44)	
1.15		35.53 (35.45)	34.87 (34.39)	31.77 (31.56)	26.82 (26.34)	14.06 (13.50)	6.88 (6.05)	3.85 (3.05)	1.74 (1.05)	1.18 (0.44)	
1.25		14.39 (13.94)	14.36 (13.94)	13.56 (13.07)	12.08 (11.58)	7.88 (7.09)	4.81 (3.97)	3.11 (2.37)	1.65 (0.97)	1.18 (0.44)	
1.50		4.25 (3.48)	4.23 (3.47)	4.14 (3.37)	3.98 (3.21)	3.36 (2.63)	2.71 (2.01)	2.16 (1.50)	1.47 (0.79)	1.16 (0.43)	
1.75		2.37 (1.70)	2.37 (1.69)	2.35 (1.67)	2.31 (1.65)	2.14 (1.48)	1.92 (1.26)	1.70 (1.03)	1.34 (0.65)	1.14 (0.40)	
2.00		1.73 (1.08)	1.73 (1.07)	1.73 (1.08)	1.71 (1.55)	1.65 (0.98)	1.55 (0.88)	1.45 (0.78)	1.25 (0.54)	1.12 (0.37)	

Πίνακας Δ.11: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.60, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.60,0.50,3.945)	1.00	370.81 (364.60)	363.58 (358.58)	296.97 (297.79)	206.59 (204.57)	59.14 (55.73)	18.01 (15.76)	7.16 (5.66)	2.27 (1.49)	1.27 (0.54)	
	1.05	143.92 (141.65)	141.38 (141.38)	121.28 (118.31)	90.99 (85.91)	34.72 (31.69)	13.16 (11.12)	6.05 (4.73)	2.16 (1.40)	1.26 (0.54)	
	1.10	68.43 (65.70)	67.14 (63.69)	59.51 (56.60)	47.97 (44.88)	22.35 (20.04)	10.19 (8.63)	5.23 (4.05)	2.07 (1.33)	1.26 (0.54)	
	1.15	37.64 (35.41)	37.00 (34.37)	34.09 (31.41)	28.71 (26.39)	15.89 (13.93)	8.15 (6.76)	4.57 (3.50)	1.99 (1.28)	1.26 (0.53)	
	1.25	15.84 (13.94)	15.74 (13.98)	14.96 (13.19)	13.52 (11.80)	9.03 (7.70)	5.66 (4.51)	3.65 (2.76)	1.85 (1.15)	1.25 (0.52)	
	1.50	4.85 (3.82)	4.83 (3.82)	4.72 (3.74)	4.55 (3.62)	3.88 (3.01)	3.08 (2.29)	2.43 (1.71)	1.60 (0.92)	1.22 (0.50)	
	1.75	2.69 (1.95)	2.69 (1.96)	2.66 (2.74)	2.60 (1.86)	2.40 (1.69)	2.13 (1.43)	1.86 (1.19)	1.43 (0.74)	1.19 (0.46)	
	2.00	1.90 (1.21)	1.90 (1.22)	1.89 (1.21)	1.88 (1.20)	1.80 (1.12)	1.68 (1.01)	1.55 (0.87)	1.31 (0.61)	1.15 (0.41)	
	(0.60,0.60,3.874)	1.00	370.53 (365.41)	360.75 (357.93)	292.91 (291.83)	204.83 (203.09)	57.36 (55.13)	17.08 (15.16)	6.79 (5.34)	2.20 (1.40)	1.25 (0.52)
		1.05	142.67 (141.77)	140.43 (141.55)	119.74 (117.22)	90.18 (86.71)	33.67 (31.40)	12.61 (10.86)	5.76 (4.49)	2.11 (1.34)	1.25 (0.52)
1.10		67.32 (65.43)	66.27 (64.15)	58.29 (56.17)	46.92 (44.55)	21.62 (19.64)	9.75 (8.35)	4.99 (3.85)	2.02 (1.27)	1.25 (0.52)	
1.15		36.53 (34.84)	36.12 (34.10)	32.99 (30.80)	27.90 (26.08)	15.26 (13.64)	7.75 (6.42)	4.38 (3.35)	1.94 (1.20)	1.25 (0.52)	
1.25		15.21 (13.55)	15.14 (13.52)	14.36 (12.86)	13.01 (11.51)	8.63 (7.41)	5.43 (4.34)	3.52 (2.64)	1.81 (1.10)	1.24 (0.51)	
1.50		4.67 (3.64)	4.67 (3.67)	4.56 (3.60)	4.40 (3.46)	3.73 (2.86)	2.99 (2.21)	2.37 (1.66)	1.57 (0.89)	1.21 (0.49)	
1.75		2.61 (1.87)	2.61 (1.88)	2.59 (1.85)	2.54 (1.80)	2.34 (1.62)	2.09 (1.39)	1.83 (1.14)	1.42 (0.73)	1.18 (0.44)	
2.00		1.87 (1.17)	1.87 (1.18)	1.86 (1.18)	1.85 (1.16)	1.77 (1.09)	1.66 (0.98)	1.53 (0.85)	1.30 (0.60)	1.15 (0.41)	
(0.60,0.70,3.806)		1.00	370.32 (368.08)	360.65 (357.32)	293.63 (292.93)	203.84 (202.76)	57.07 (55.56)	16.64 (15.06)	6.52 (5.17)	2.14 (1.35)	1.24 (0.51)
		1.05	142.09 (141.19)	140.30 (141.66)	119.12 (117.07)	89.43 (86.17)	33.38 (31.62)	12.20 (10.65)	5.56 (4.35)	2.05 (1.28)	1.24 (0.51)
	1.10	66.56 (64.67)	65.61 (63.99)	57.69 (55.64)	46.15 (44.30)	21.29 (19.76)	9.40 (8.14)	4.80 (3.70)	1.96 (1.21)	1.24 (0.51)	
	1.15	36.06 (34.58)	35.64 (33.92)	32.56 (31.02)	27.50 (26.09)	14.86 (13.46)	7.50 (6.29)	4.23 (3.23)	1.90 (1.17)	1.23 (0.50)	
	1.25	14.83 (13.41)	14.77 (13.40)	14.06 (12.90)	12.62 (11.31)	8.36 (7.23)	5.27 (4.23)	3.43 (2.56)	1.78 (1.07)	1.23 (0.50)	
	1.50	4.56 (3.58)	4.55 (3.59)	4.44 (3.49)	4.28 (3.35)	3.64 (2.78)	2.92 (2.15)	2.32 (1.60)	1.55 (0.86)	1.20 (0.47)	
	1.75	2.56 (1.83)	2.55 (1.80)	2.53 (1.79)	2.48 (1.74)	2.30 (1.58)	2.05 (1.36)	1.80 (1.11)	1.40 (0.71)	1.17 (0.44)	
	2.00	1.84 (1.14)	1.84 (1.15)	1.84 (1.15)	1.82 (1.13)	1.75 (1.07)	1.64 (0.96)	1.51 (0.83)	1.29 (0.59)	1.15 (0.40)	
	(0.60,0.80,3.744)	1.00	370.44 (369.93)	358.46 (353.70)	292.90 (292.66)	203.82 (204.81)	56.91 (55.22)	16.33 (14.97)	6.34 (5.11)	2.09 (1.30)	1.23 (0.49)
		1.05	141.64 (142.49)	139.83 (141.27)	119.55 (118.49)	89.69 (87.57)	32.97 (31.50)	11.90 (10.58)	5.41 (4.27)	2.00 (1.24)	1.23 (0.49)
1.10		66.32 (64.66)	65.75 (64.32)	57.54 (55.88)	45.97 (44.27)	21.04 (19.81)	9.20 (8.08)	4.69 (3.64)	1.93 (1.18)	1.23 (0.49)	
1.15		36.09 (35.09)	35.51 (34.20)	32.37 (31.18)	27.32 (26.25)	14.66 (13.50)	7.33 (6.23)	4.12 (3.13)	1.87 (1.14)	1.22 (0.49)	
1.25		14.62 (13.47)	14.62 (13.49)	13.84 (12.77)	12.42 (11.30)	8.20 (7.16)	5.14 (4.15)	3.35 (2.50)	1.75 (1.04)	1.22 (0.48)	
1.50		4.46 (3.52)	4.46 (3.52)	4.38 (3.46)	4.19 (3.29)	3.57 (2.74)	2.87 (2.12)	2.29 (1.57)	1.53 (0.84)	1.20 (0.46)	
1.75		2.51 (1.77)	2.51 (1.77)	2.49 (1.76)	2.45 (1.71)	2.26 (1.55)	2.03 (1.34)	1.78 (1.09)	1.39 (0.69)	1.17 (0.43)	
2.00		1.81 (1.13)	1.82 (1.13)	1.82 (1.13)	1.80 (1.11)	1.73 (1.05)	1.62 (0.94)	1.50 (0.81)	1.29 (0.58)	1.14 (0.40)	

Πίνακας Δ.12: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.60, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.60,0.90,3.691)	1.00	370.00 (368.85)	360.19 (355.40)	294.30 (294.58)	205.46 (205.02)	56.98 (55.55)	16.27 (15.05)	6.21 (5.04)	2.05 (1.27)	1.22 (0.48)	
	1.05	142.73 (142.96)	140.44 (140.82)	120.09 (117.86)	90.17 (88.65)	33.09 (31.82)	11.79 (10.60)	5.30 (4.23)	1.97 (1.22)	1.22 (0.48)	
	1.10	67.08 (65.72)	66.35 (65.12)	57.88 (56.20)	46.48 (45.00)	21.05 (20.01)	9.09 (8.06)	4.60 (3.60)	1.90 (1.17)	1.22 (0.48)	
	1.15	36.32 (35.41)	36.01 (35.15)	32.57 (31.58)	27.55 (26.50)	14.64 (13.75)	7.25 (6.22)	4.05 (3.11)	1.84 (1.12)	1.22 (0.48)	
	1.25	14.61 (13.66)	14.55 (13.55)	13.80 (12.92)	12.38 (11.45)	8.11 (7.17)	5.08 (4.14)	3.30 (2.47)	1.73 (1.02)	1.21 (0.48)	
	1.50	4.41 (3.50)	4.41 (3.51)	4.31 (3.43)	4.14 (3.26)	3.52 (2.71)	2.83 (2.09)	2.26 (1.55)	1.52 (0.83)	1.19 (0.46)	
	1.75	2.48 (1.75)	2.48 (1.74)	2.46 (1.75)	2.42 (1.69)	2.24 (1.54)	2.01 (1.32)	1.76 (1.08)	1.38 (0.68)	1.17 (0.42)	
	2.00	1.80 (1.11)	1.80 (1.11)	1.79 (1.11)	1.78 (1.09)	1.71 (1.03)	1.61 (0.92)	1.49 (0.80)	1.28 (0.57)	1.14 (0.39)	
	(0.60,1.10,3.607)	1.00	370.78 (369.69)	361.80 (360.87)	293.50 (293.63)	207.73 (208.57)	57.32 (56.23)	16.32 (15.37)	6.14 (5.09)	2.00 (1.24)	1.21 (0.46)
		1.05	145.16 (145.85)	141.07 (139.89)	121.65 (119.38)	91.84 (91.32)	33.74 (33.15)	11.85 (10.96)	5.23 (4.24)	1.93 (1.19)	1.21 (0.47)
1.10		68.13 (67.29)	67.21 (66.33)	58.91 (57.57)	47.05 (46.15)	21.35 (20.60)	9.06 (8.23)	4.54 (3.61)	1.87 (1.14)	1.21 (0.47)	
1.15		36.97 (36.27)	36.38 (35.88)	33.17 (32.60)	27.94 (27.31)	14.68 (13.98)	7.18 (6.33)	3.99 (3.13)	1.81 (1.09)	1.21 (0.47)	
1.25		14.75 (14.00)	14.71 (13.96)	13.91 (13.15)	12.47 (11.76)	8.11 (7.32)	5.01 (4.15)	3.24 (2.46)	1.70 (1.00)	1.20 (0.47)	
1.50		4.37 (3.56)	4.35 (3.52)	4.26 (3.44)	4.09 (3.28)	3.47 (2.70)	2.79 (2.07)	2.22 (1.53)	1.50 (0.81)	1.18 (0.45)	
1.75		2.44 (1.73)	2.44 (1.73)	2.43 (1.72)	2.38 (1.66)	2.21 (1.52)	1.98 (1.30)	1.75 (1.07)	1.37 (0.67)	1.16 (0.42)	
2.00		1.78 (1.10)	1.78 (1.09)	1.77 (1.09)	1.76 (1.08)	1.69 (1.01)	1.59 (0.91)	1.48 (0.80)	1.27 (0.56)	1.14 (0.39)	
(0.60,1.20,3.575)		1.00	370.65 (367.71)	360.40 (359.97)	293.35 (291.99)	207.07 (207.07)	57.96 (57.03)	16.48 (15.70)	6.13 (5.15)	1.99 (1.24)	1.20 (0.46)
		1.05	145.38 (146.06)	143.16 (142.60)	122.92 (121.47)	93.30 (94.10)	34.26 (33.88)	11.97 (11.24)	5.23 (4.29)	1.92 (1.18)	1.20 (0.46)
	1.10	68.12 (67.09)	67.52 (66.90)	59.41 (58.69)	47.13 (46.15)	21.60 (20.96)	9.08 (8.29)	4.53 (3.64)	1.86 (1.14)	1.20 (0.46)	
	1.15	37.19 (36.55)	36.66 (36.05)	33.52 (33.08)	28.09 (27.56)	14.82 (14.25)	7.20 (6.35)	3.99 (3.15)	1.80 (1.09)	1.20 (0.46)	
	1.25	14.89 (14.25)	14.86 (14.24)	14.03 (13.34)	12.57 (11.99)	8.13 (7.35)	5.00 (4.17)	3.23 (2.46)	1.69 (0.99)	1.20 (0.46)	
	1.50	4.37 (3.59)	4.35 (3.55)	4.26 (3.47)	4.08 (3.29)	3.46 (2.71)	2.78 (2.07)	2.22 (1.54)	1.50 (0.81)	1.18 (0.44)	
	1.75	2.43 (1.72)	2.43 (1.72)	2.42 (1.72)	2.37 (1.67)	2.20 (1.53)	1.97 (1.30)	1.74 (1.06)	1.36 (0.66)	1.16 (0.42)	
	2.00	1.77 (1.09)	1.77 (1.09)	1.76 (1.09)	1.75 (1.07)	1.68 (1.00)	1.58 (0.90)	1.47 (0.79)	1.27 (0.55)	1.13 (0.38)	
	(0.60,1.50,3.528)	1.00	370.04 (371.59)	360.96 (361.96)	294.59 (296.35)	207.89 (207.90)	60.22 (59.69)	17.18 (16.69)	6.31 (5.49)	1.98 (1.25)	1.20 (0.45)
		1.05	147.97 (146.92)	145.50 (145.63)	125.78 (125.60)	95.08 (95.23)	35.55 (35.19)	12.40 (11.72)	5.35 (4.48)	1.91 (1.20)	1.20 (0.45)
1.10		70.38 (69.82)	69.32 (68.81)	61.54 (60.72)	49.20 (48.62)	22.56 (22.05)	9.40 (8.70)	4.62 (3.79)	1.85 (1.14)	1.20 (0.46)	
1.15		38.62 (38.33)	38.04 (37.85)	34.43 (34.13)	29.23 (28.72)	15.43 (15.03)	7.42 (6.70)	4.05 (3.27)	1.79 (1.09)	1.20 (0.46)	
1.25		15.61 (15.24)	15.43 (15.04)	14.67 (14.23)	13.09 (12.65)	8.41 (7.62)	5.11 (4.36)	3.26 (2.56)	1.69 (1.00)	1.19 (0.46)	
1.50		4.44 (3.97)	4.44 (3.71)	4.33 (3.59)	4.15 (3.43)	3.51 (2.80)	2.80 (2.12)	2.23 (1.57)	1.49 (0.81)	1.18 (0.44)	
1.75		2.44 (1.76)	2.44 (1.76)	2.43 (1.75)	2.38 (1.71)	2.21 (1.56)	1.97 (1.31)	1.74 (1.07)	1.36 (0.67)	1.16 (0.41)	
2.00		1.77 (1.11)	1.77 (1.11)	1.76 (1.10)	1.75 (1.08)	1.68 (1.01)	1.58 (0.91)	1.47 (0.79)	1.26 (0.56)	1.13 (0.38)	

Πίνακας Δ.13: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.50, \alpha = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.50,0.50,4.018)	1.00	370.96 (361.79)	363.15 (358.45)	303.10 (303.44)	217.56 (215.57)	66.33 (63.63)	20.36 (18.29)	7.81 (6.52)	2.35 (1.58)	1.28 (0.56)	
	1.05	153.99 (153.56)	150.70 (148.94)	131.51 (129.82)	100.09 (96.54)	39.06 (36.68)	14.61 (12.92)	6.50 (5.27)	2.24 (1.50)	1.28 (0.56)	
	1.10	75.71 (73.82)	74.22 (71.47)	65.66 (62.96)	53.30 (50.52)	25.09 (23.30)	11.20 (9.79)	5.58 (4.47)	2.13 (1.40)	1.27 (0.56)	
	1.15	41.97 (40.05)	41.54 (39.60)	38.16 (36.22)	32.09 (30.13)	17.52 (15.94)	8.82 (7.65)	4.82 (3.80)	2.04 (1.33)	1.27 (0.55)	
	1.25	17.51 (16.00)	17.33 (15.85)	16.38 (14.87)	14.74 (13.43)	9.82 (8.64)	6.01 (4.96)	3.81 (2.94)	1.89 (1.20)	1.26 (0.54)	
	1.50	5.10 (4.13)	5.10 (4.14)	4.96 (4.02)	4.78 (3.89)	4.04 (3.23)	3.18 (2.42)	2.49 (1.78)	1.62 (0.94)	1.23 (0.51)	
	1.75	2.77 (2.04)	2.77 (2.04)	2.74 (2.01)	2.68 (1.96)	2.46 (1.75)	2.17 (1.49)	1.89 (1.23)	1.45 (0.76)	1.19 (0.47)	
	2.00	1.93 (1.25)	1.93 (1.25)	1.92 (1.24)	1.91 (1.24)	1.82 (1.15)	1.71 (1.05)	1.57 (0.90)	1.32 (0.63)	1.16 (0.42)	
	(0.50,0.60,3.974)	1.00	370.50 (362.63)	364.07 (359.54)	302.54 (301.14)	216.19 (213.72)	65.88 (63.72)	19.71 (18.00)	7.52 (6.28)	2.29 (1.51)	1.27 (0.55)
		1.05	154.55 (154.71)	151.33 (151.45)	130.93 (129.63)	99.36 (96.41)	38.51 (36.28)	14.21 (12.67)	6.27 (5.11)	2.19 (1.43)	1.27 (0.54)
1.10		75.32 (73.75)	73.98 (72.16)	65.37 (63.09)	53.05 (50.96)	24.74 (23.25)	10.80 (9.57)	5.39 (4.31)	2.09 (1.35)	1.26 (0.54)	
1.15		41.49 (39.90)	40.84 (39.00)	34.49 (35.80)	31.72 (30.14)	17.08 (15.74)	8.57 (7.49)	4.67 (3.67)	2.00 (1.29)	1.26 (0.54)	
1.25		17.15 (15.95)	16.94 (15.63)	16.01 (14.77)	14.41 (13.22)	9.51 (8.46)	5.84 (4.82)	3.71 (2.84)	1.86 (1.16)	1.25 (0.53)	
1.50		4.98 (4.02)	4.96 (4.03)	4.84 (3.94)	4.65 (3.76)	3.94 (3.12)	3.12 (2.36)	2.45 (1.74)	1.60 (0.92)	1.22 (0.50)	
1.75		2.72 (1.99)	2.72 (1.99)	2.68 (1.95)	2.63 (1.90)	2.42 (1.71)	2.14 (1.45)	1.87 (1.20)	1.44 (0.75)	1.19 (0.46)	
2.00		1.91 (1.23)	1.91 (1.23)	1.90 (1.22)	1.89 (1.21)	1.81 (1.13)	1.69 (1.02)	1.55 (0.90)	1.32 (0.61)	1.16 (0.42)	
(0.50,0.70,3.925)		1.00	370.91 (367.14)	359.18 (353.37)	300.67 (298.77)	213.66 (212.99)	65.04 (63.46)	19.30 (17.94)	7.27 (6.13)	2.24 (1.46)	1.26 (0.54)
		1.05	152.87 (153.85)	150.15 (150.69)	129.52 (128.08)	98.49 (96.38)	38.01 (36.15)	13.90 (12.63)	6.10 (4.99)	2.14 (1.37)	1.26 (0.53)
	1.10	74.67 (73.18)	73.39 (72.37)	65.23 (63.35)	52.46 (50.68)	24.42 (23.10)	10.55 (9.43)	5.24 (4.20)	2.05 (1.31)	1.26 (0.53)	
	1.15	41.12 (39.79)	40.51 (38.75)	37.10 (35.59)	31.37 (30.17)	16.79 (15.72)	8.32 (7.37)	4.54 (3.57)	1.97 (1.25)	1.25 (0.52)	
	1.25	16.84 (15.89)	16.63 (15.60)	15.75 (14.64)	14.17 (13.19)	9.26 (8.28)	5.68 (4.71)	3.63 (2.78)	1.84 (1.13)	1.24 (0.52)	
	1.50	4.87 (3.93)	4.86 (3.96)	4.75 (3.86)	4.56 (3.68)	3.86 (3.04)	3.06 (2.29)	2.41 (1.70)	1.58 (0.90)	1.21 (0.49)	
	1.75	2.67 (1.94)	2.66 (1.94)	2.64 (1.91)	2.58 (1.85)	2.38 (1.67)	2.12 (1.42)	1.85 (1.17)	1.43 (0.73)	1.19 (0.45)	
	2.00	1.89 (2.00)	1.89 (1.21)	1.88 (1.20)	1.86 (1.19)	1.79 (1.11)	1.67 (0.99)	1.54 (0.87)	1.31 (0.61)	1.15 (0.41)	
	(0.50,0.80,3.886)	1.00	370.66 (366.26)	361.68 (359.73)	300.60 (298.52)	215.36 (215.56)	64.67 (63.65)	19.18 (18.08)	7.14 (6.07)	2.20 (1.43)	1.25 (0.52)
		1.05	153.31 (154.01)	151.04 (152.18)	130.12 (128.33)	99.00 (97.04)	37.85 (36.43)	13.77 (12.63)	5.99 (4.95)	2.11 (1.43)	1.25 (0.52)
1.10		74.88 (73.54)	73.64 (72.95)	65.30 (63.71)	52.44 (50.98)	24.33 (23.15)	10.40 (9.38)	5.14 (4.16)	2.11 (1.35)	1.25 (0.52)	
1.15		41.35 (40.20)	40.50 (38.99)	37.15 (35.80)	31.32 (30.42)	16.72 (15.87)	8.22 (7.36)	4.46 (3.53)	2.02 (1.29)	1.25 (0.52)	
1.25		16.71 (16.01)	16.54 (15.73)	15.73 (14.78)	14.14 (13.29)	9.16 (8.26)	5.61 (4.66)	3.57 (2.74)	1.94 (1.21)	1.24 (0.51)	
1.50		4.80 (3.90)	4.79 (3.91)	4.67 (3.80)	4.48 (3.62)	3.79 (2.99)	3.02 (2.27)	2.38 (1.68)	1.71 (1.01)	1.21 (0.49)	
1.75		2.63 (1.90)	2.63 (1.90)	2.64 (1.88)	2.55 (1.82)	2.35 (1.64)	2.10 (1.40)	1.83 (1.15)	1.57 (0.89)	1.18 (0.45)	
2.00		1.87 (1.18)	1.87 (1.19)	1.87 (1.19)	1.85 (1.17)	1.78 (1.09)	1.66 (0.98)	1.53 (0.86)	1.42 (0.72)	1.15 (0.41)	

Πίνακας Δ.14: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMA–SC ($q = 0.50, \alpha = 0.90, 1.10, 1.20, 1.50$) διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενο όριο ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

(q, α, L_1)	ρ	δ									
		0.00	0.05	0.15	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
(0.50,0.90,3.847)	1.00	370.67 (366.80)	362.58 (358.22)	300.25 (299.78)	214.92 (215.22)	64.69 (63.92)	19.16 (18.19)	7.05 (6.06)	2.17 (1.39)	1.25 (0.51)	
	1.05	152.83 (153.04)	151.63 (153.75)	130.69 (130.47)	99.45 (98.11)	37.98 (36.72)	13.69 (12.71)	5.89 (4.87)	2.08 (1.33)	1.24 (0.51)	
	1.10	74.75 (73.50)	73.90 (73.34)	65.28 (63.92)	52.28 (50.83)	24.31 (23.34)	10.32 (9.38)	5.08 (4.17)	1.99 (1.26)	1.24 (0.51)	
	1.15	41.39 (40.37)	40.74 (39.50)	37.12 (36.09)	31.24 (30.42)	16.68 (16.05)	8.15 (7.39)	4.41 (3.50)	1.92 (1.19)	1.24 (0.51)	
	1.25	16.61 (15.98)	16.51 (15.77)	15.70 (14.81)	14.08 (13.38)	9.01 (8.29)	5.55 (4.64)	3.54 (2.73)	1.80 (1.09)	1.23 (0.50)	
	1.50	4.77 (3.90)	4.74 (3.90)	4.63 (3.82)	4.45 (3.60)	3.76 (2.99)	2.99 (2.24)	2.36 (1.66)	1.56 (0.88)	1.21 (0.48)	
	1.75	2.60 (1.88)	2.60 (1.88)	2.57 (1.85)	2.52 (1.80)	2.33 (1.63)	2.08 (1.38)	1.81 (1.13)	1.41 (0.71)	1.18 (0.44)	
	2.00	1.85 (1.17)	1.86 (1.16)	1.85 (1.18)	1.83 (1.16)	1.76 (1.08)	1.65 (0.97)	1.52 (0.84)	1.30 (0.59)	1.15 (0.40)	
	(0.50,1.10,3.776)	1.00	370.13 (164.92)	361.09 (355.81)	296.79 (294.91)	213.99 (213.30)	64.83 (64.41)	19.12 (18.43)	6.96 (6.07)	2.12 (1.36)	1.24 (0.50)
		1.05	152.67 (154.28)	149.97 (151.28)	130.41 (129.66)	99.39 (98.76)	37.92 (36.87)	13.62 (12.84)	5.82 (4.92)	2.03 (1.30)	1.23 (0.50)
1.10		74.80 (73.87)	73.91 (73.72)	65.61 (64.93)	52.53 (51.07)	24.40 (23.53)	10.25 (9.45)	5.00 (4.15)	1.95 (1.23)	1.23 (0.49)	
1.15		41.44 (40.61)	40.92 (39.83)	36.98 (36.08)	31.19 (30.35)	16.67 (16.17)	8.05 (7.32)	4.34 (3.49)	1.89 (1.17)	1.23 (0.49)	
1.25		16.63 (16.13)	16.58 (15.99)	15.59 (14.84)	13.99 (13.31)	9.07 (8.49)	5.47 (4.68)	3.47 (2.72)	1.77 (1.07)	1.22 (0.49)	
1.50		4.71 (3.91)	4.70 (3.93)	4.60 (3.84)	4.39 (3.62)	3.72 (3.00)	2.94 (2.23)	2.32 (1.64)	1.54 (0.86)	1.20 (0.46)	
1.75		2.56 (1.86)	2.56 (1.85)	2.54 (1.84)	2.49 (1.78)	2.30 (1.62)	2.05 (1.37)	1.79 (1.11)	1.40 (0.70)	1.17 (0.43)	
2.00		1.83 (1.16)	1.84 (1.16)	1.83 (1.16)	1.81 (1.14)	1.74 (1.06)	1.63 (0.95)	1.51 (0.83)	1.29 (0.58)	1.15 (0.40)	
(0.50,1.20,3.749)		1.00	370.09 (366.16)	360.65 (356.50)	298.18 (296.30)	214.55 (214.51)	64.99 (64.48)	19.22 (18.57)	6.96 (6.13)	2.10 (1.35)	1.23 (0.49)
		1.05	152.68 (153.60)	150.56 (151.79)	130.25 (128.70)	99.99 (99.26)	38.08 (37.22)	13.69 (13.03)	5.80 (4.95)	2.02 (1.28)	1.23 (0.49)
	1.10	74.98 (74.14)	74.28 (74.18)	65.62 (64.77)	52.74 (51.46)	24.46 (23.64)	10.28 (9.56)	4.98 (4.17)	1.94 (1.22)	1.23 (0.49)	
	1.15	41.53 (40.51)	41.15 (40.21)	37.11 (36.34)	31.32 (30.28)	16.69 (16.25)	8.03 (7.31)	4.32 (3.51)	1.88 (1.17)	1.23 (0.49)	
	1.25	16.70 (16.31)	16.69 (16.27)	15.67 (15.06)	14.05 (13.38)	9.10 (8.54)	5.47 (4.69)	3.46 (2.73)	1.76 (1.06)	1.22 (0.48)	
	1.50	4.70 (3.94)	4.69 (3.96)	4.59 (3.85)	4.40 (3.65)	3.71 (3.00)	2.93 (2.24)	2.31 (1.64)	1.53 (0.85)	1.20 (0.46)	
	1.75	2.55 (1.86)	2.55 (1.85)	2.53 (1.83)	2.47 (1.78)	2.29 (1.62)	2.04 (1.37)	1.78 (1.11)	1.39 (0.69)	1.17 (0.43)	
	2.00	1.82 (1.15)	1.83 (1.16)	1.82 (1.16)	1.80 (1.13)	1.73 (1.06)	1.62 (0.95)	1.50 (0.83)	1.29 (0.58)	1.14 (0.40)	
	(0.50,1.50,3.692)	1.00	370.20 (368.66)	358.76 (154.22)	298.38 (298.19)	214.27 (212.92)	65.79 (65.14)	19.52 (19.26)	7.02 (6.31)	2.08 (1.35)	1.22 (0.48)
		1.05	154.19 (152.53)	151.78 (151.40)	132.88 (133.42)	101.54 (100.90)	38.96 (38.67)	13.89 (13.32)	5.89 (5.16)	2.00 (1.28)	1.22 (0.48)
1.10		76.10 (75.78)	74.72 (74.37)	66.47 (65.62)	53.60 (52.88)	24.99 (24.56)	10.43 (9.81)	5.00 (4.24)	1.92 (1.22)	1.22 (0.48)	
1.15		42.48 (41.81)	42.03 (41.48)	37.67 (36.92)	31.97 (31.28)	17.01 (16.66)	8.11 (7.48)	4.34 (3.60)	1.86 (1.17)	1.22 (0.48)	
1.25		17.00 (16.67)	16.91 (16.54)	15.96 (15.61)	14.35 (13.81)	9.24 (8.74)	5.49 (4.77)	3.46 (2.76)	1.74 (1.05)	1.21 (0.48)	
1.50		4.71 (4.01)	4.71 (4.04)	4.60 (3.89)	4.41 (3.71)	3.70 (3.02)	2.92 (2.26)	2.30 (1.65)	1.53 (0.85)	1.19 (0.46)	
1.75		2.54 (1.87)	2.54 (1.87)	2.53 (1.87)	2.48 (1.80)	2.28 (1.63)	2.03 (1.38)	1.77 (1.11)	1.38 (0.68)	1.17 (0.42)	
2.00		1.81 (1.16)	1.82 (1.16)	1.81 (1.15)	1.79 (1.13)	1.72 (1.06)	1.62 (0.95)	1.50 (0.82)	1.28 (0.57)	1.14 (0.39)	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

Παράρτημα Κεφαλαίου 9

Το Παράρτημα Ε παρουσιάζει τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 9 για τα S^2 -EWMA, S^2 -CUSUM, CS-EWMA και S^2 -HEWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη ασυμπτωτικά όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Ε.1 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -EWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Το Παράρτημα Ε.2 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -CUSUM διάγραμμα ελέγχου με $K \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Το Παράρτημα Ε.3 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το CS-EWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $K_{CS} \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Τέλος, το Παράρτημα Ε.4 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -HEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda_1, \lambda_2 \in \{0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις για την τυπική απόκλιση είναι $\tau \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$.

Ε.1 Απόδοση του S^2 -EWMA διαγράμματος

Πίνακας Ε.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

	$\lambda = 0.10$	0.20	0.30	0.40	0.50
τ	$L = 2.6860$	2.8005	2.8237	2.8305	2.8242
0.50	7.51 (1.21)	6.26 (1.48)	6.27 (2.06)	7.47 (3.55)	11.56 (7.77)
0.60	9.88 (2.35)	9.03 (3.30)	10.43 (5.42)	15.42 (11.03)	33.46 (28.90)
0.70	14.81 (5.29)	16.21 (9.17)	23.38 (17.52)	45.35 (39.69)	127.46 (122.21)
0.80	28.68 (15.91)	42.86 (34.24)	78.73 (72.44)	177.04 (170.53)	545.51 (546.41)
0.90	102.47 (86.28)	191.91 (183.74)	350.57 (345.30)	708.84 (706.10)	1547.88 (1541.91)
0.95	264.98 (251.61)	407.48 (397.52)	558.60 (561.50)	764.00 (770.81)	920.53 (922.71)
1.00	370.24 (371.24)	370.46 (366.80)	370.19 (372.13)	370.52 (370.69)	370.10 (371.83)
1.05	144.95 (147.44)	154.62 (153.61)	152.89 (151.96)	154.02 (154.95)	154.23 (155.68)
1.10	57.77 (55.68)	67.51 (65.70)	70.68 (69.65)	73.68 (73.05)	77.23 (77.57)
1.20	19.00 (16.06)	21.72 (19.28)	23.48 (21.67)	25.14 (23.54)	26.64 (25.37)
1.30	10.30 (7.38)	11.30 (9.01)	11.81 (9.98)	12.44 (10.85)	13.05 (11.75)
1.40	7.02 (4.45)	7.33 (5.15)	7.47 (5.77)	7.70 (6.27)	7.99 (6.85)
1.50	5.40 (3.14)	5.45 (3.50)	5.44 (3.80)	5.50 (4.13)	5.59 (4.44)
1.60	4.44 (2.42)	4.39 (2.64)	4.28 (2.80)	4.26 (3.00)	4.27 (3.16)
1.70	3.79 (1.94)	3.68 (2.10)	3.55 (2.22)	3.48 (2.32)	3.45 (2.44)
1.80	3.31 (1.60)	3.19 (1.71)	3.04 (1.79)	2.95 (1.86)	2.91 (1.96)
1.90	2.97 (1.38)	2.83 (1.45)	2.68 (1.51)	2.60 (1.57)	2.54 (1.62)
2.00	2.72 (1.22)	2.55 (1.27)	2.41 (1.30)	2.32 (1.34)	2.26 (1.38)

Ε.2 Απόδοση του S^2 -CUSUM διαγράμματος

Πίνακας Ε.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -CUSUM διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

	$K = 0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25
τ	$H = 12.810$	7.562	4.412	2.978	2.175	1.670
0.50	10.91 (1.22)	7.51 (1.15)	5.86 (1.30)	5.69 (1.75)	6.92 (3.05)	13.00 (8.75)
0.60	13.73 (2.15)	9.77 (2.13)	8.27 (2.68)	9.33 (4.46)	15.70 (11.17)	56.03 (51.24)
0.70	18.78 (4.10)	14.17 (4.41)	14.21 (7.15)	21.79 (15.80)	58.72 (53.61)	339.40 (341.52)
0.80	29.60 (9.25)	25.43 (11.93)	36.69 (27.78)	84.48 (78.85)	289.59 (288.66)	1821.26 (1780.01)
0.90	68.74 (36.39)	83.60 (65.89)	177.99 (171.96)	404.05 (402.01)	1017.65 (1012.61)	2124.90 (2010.37)
0.95	159.83 (120.85)	223.94 (204.66)	387.91 (376.51)	581.65 (585.78)	794.18 (782.30)	882.28 (864.01)
1.00	370.54 (337.22)	370.06 (352.44)	370.28 (362.61)	370.58 (370.72)	370.95 (368.13)	370.29 (371.19)
1.05	144.11 (110.75)	155.86 (142.25)	167.97 (160.46)	162.62 (160.46)	164.52 (163.94)	168.80 (168.71)
1.10	66.77 (41.12)	66.35 (54.37)	74.86 (69.60)	76.48 (73.88)	80.39 (79.65)	85.52 (84.95)
1.20	30.42 (13.51)	24.80 (15.66)	24.67 (20.62)	25.89 (23.50)	28.12 (26.80)	30.85 (29.89)
1.30	19.85 (7.43)	14.77 (7.53)	13.04 (9.25)	13.06 (10.77)	13.65 (12.06)	14.89 (13.83)
1.40	14.88 (4.99)	10.64 (4.78)	8.69 (5.32)	8.26 (6.13)	8.36 (6.90)	8.86 (7.84)
1.50	12.03 (3.72)	8.39 (3.46)	6.54 (3.59)	5.95 (3.97)	5.82 (4.42)	6.00 (5.02)
1.60	10.17 (2.99)	7.00 (2.71)	5.31 (2.73)	4.71 (2.96)	4.49 (3.24)	4.52 (3.53)
1.70	8.86 (2.49)	6.05 (2.23)	4.50 (2.20)	3.90 (2.31)	3.63 (2.45)	3.60 (2.64)
1.80	7.89 (2.14)	5.36 (1.90)	3.94 (1.80)	3.33 (1.86)	3.06 (1.95)	2.99 (2.09)
1.90	7.15 (1.88)	4.83 (1.65)	3.51 (1.53)	2.93 (1.55)	2.67 (1.62)	2.59 (1.73)
2.00	6.54 (1.68)	4.42 (1.47)	3.19 (1.34)	2.64 (1.36)	2.38 (1.39)	2.29 (1.46)

Ε.3 Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος

Πίνακας Ε.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.10$																
	0.20					0.30					0.40						
	$K_{CS} = 0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00	0.25	0.50	0.75	1.00	0.25	0.50	0.75	1.00	0.25	0.50	0.75	1.00
0.50	22.01	18.51	14.97	12.83	11.26	17.46	13.84	10.90	9.29	8.24	15.47	11.78	9.07	7.75	6.94	6.10	6.610
0.60	25.71	21.64	17.58	15.18	13.47	20.83	16.50	13.07	11.25	10.13	18.74	14.28	11.09	9.64	8.82	8.02	8.52
0.70	31.93	26.91	22.07	19.32	17.46	26.64	21.19	17.06	15.03	13.96	24.44	18.82	14.99	13.52	13.07	12.52	13.07
0.80	44.52	37.80	31.67	28.64	27.00	38.89	31.41	26.48	24.94	25.22	36.52	28.92	24.86	24.92	27.25	27.25	27.25
0.90	83.70	74.41	68.82	69.47	73.30	77.88	68.61	68.38	76.99	89.84	75.34	67.41	72.80	90.14	111.50	111.50	111.50
0.95	161.90	155.45	159.98	172.97	186.07	189.97	153.93	173.57	203.96	234.46	155.02	158.26	191.27	237.89	280.86	280.86	280.86
1.00	370.23	370.06	370.12	370.78	370.66	370.39	370.67	370.69	370.43	370.33	370.78	370.13	370.42	370.50	370.21	370.21	370.21
1.05	147.57	138.28	135.41	139.45	143.51	149.94	144.83	144.83	153.77	161.96	149.72	142.52	150.11	162.15	168.46	168.46	168.46
1.10	76.43	66.39	59.47	58.17	58.22	76.26	65.52	62.27	64.12	67.08	74.91	64.79	63.88	68.39	72.70	72.70	72.70
1.20	40.63	33.70	27.37	24.22	22.41	38.47	30.82	25.65	23.72	23.14	37.08	29.27	24.74	23.71	23.72	23.72	23.72
1.30	29.56	24.21	19.09	16.24	14.33	26.75	20.94	16.61	14.52	13.43	25.28	19.30	15.31	13.75	13.06	13.06	13.06
1.40	24.08	19.71	15.41	12.88	11.10	21.06	16.41	12.79	10.92	9.78	19.57	14.81	11.45	9.95	9.11	9.11	9.11
1.50	20.79	17.03	13.28	11.00	9.36	17.73	13.83	10.70	9.00	7.91	16.24	12.27	9.38	7.98	7.13	7.13	7.13
1.60	18.56	15.24	11.85	9.78	8.25	15.54	12.15	9.36	7.80	6.79	14.09	10.64	8.07	6.81	6.01	6.01	6.01
1.70	16.95	13.93	10.83	8.90	7.47	13.99	10.96	8.43	6.99	6.03	12.56	9.50	7.19	6.02	5.26	5.26	5.26
1.80	15.72	12.93	10.05	8.23	6.89	12.82	10.06	7.72	6.39	5.49	11.42	8.66	6.54	5.45	4.73	4.73	4.73
1.90	14.73	12.14	9.43	7.72	6.43	11.91	9.36	7.18	5.93	5.06	10.54	8.00	6.04	5.01	4.32	4.32	4.32
2.00	13.94	11.49	8.92	7.29	6.06	11.17	8.79	6.75	5.56	4.73	9.83	7.48	5.65	4.68	4.01	4.01	4.01
	(1.68)	(1.52)	(1.37)	(1.29)	(1.23)	(1.67)	(1.48)	(1.33)	(1.25)	(1.23)	(1.69)	(1.47)	(1.31)	(1.25)	(1.22)	(1.22)	(1.22)

Πίνακας Ε.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$\lambda = 0.40$					0.50				
	$K_{CS} = 0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00	0.10	0.25	0.50	0.75	1.00
	$H_{CS} = 30.680$	19.630	11.720	7.775	5.285	25.830	16.230	9.620	6.380	4.350
0.50	14.25 (1.23)	10.54 (1.09)	8.02 (1.02)	6.88 (1.03)	6.23 (1.08)	13.41 (1.23)	9.69 (1.10)	7.31 (1.04)	6.30 (1.09)	5.79 (1.19)
0.60	17.44 (2.16)	12.95 (1.95)	10.01 (1.90)	8.79 (2.03)	8.23 (2.30)	16.52 (2.17)	12.06 (1.98)	9.31 (1.99)	8.30 (2.22)	8.02 (2.69)
0.70	23.01 (4.07)	17.41 (3.87)	13.97 (4.08)	13.00 (4.80)	13.23 (6.24)	21.99 (4.08)	16.47 (3.94)	13.39 (4.36)	12.98 (5.56)	14.10 (7.86)
0.80	34.90 (9.07)	27.49 (9.20)	24.55 (11.46)	26.46 (16.15)	31.92 (23.65)	33.70 (9.09)	26.58 (9.51)	24.88 (12.80)	29.04 (19.68)	38.72 (31.70)
0.90	73.45 (31.64)	67.20 (38.94)	79.65 (62.45)	106.88 (95.66)	142.90 (136.11)	72.08 (32.22)	67.99 (41.70)	88.40 (73.55)	127.38 (118.86)	180.87 (174.31)
0.95	154.14 (96.76)	163.51 (131.15)	212.51 (195.39)	275.19 (266.73)	327.07 (316.99)	153.64 (99.51)	169.90 (141.70)	236.82 (224.31)	310.40 (299.47)	376.60 (372.06)
1.00	370.98 (304.80)	370.28 (344.84)	370.57 (355.84)	370.84 (360.59)	370.63 (363.67)	370.19 (309.90)	370.30 (345.09)	370.51 (358.66)	370.61 (360.02)	370.91 (366.99)
1.05	148.43 (98.15)	143.55 (117.09)	156.14 (144.07)	169.26 (165.59)	171.16 (167.64)	147.50 (100.31)	145.75 (120.84)	159.89 (150.31)	171.33 (166.32)	170.44 (167.01)
1.10	73.41 (38.28)	64.29 (43.25)	66.02 (54.62)	71.76 (65.10)	75.66 (71.45)	71.99 (38.69)	64.25 (44.99)	67.77 (57.63)	74.48 (68.91)	77.02 (73.64)
1.20	35.86 (13.56)	28.12 (13.60)	24.35 (15.64)	24.00 (18.23)	24.57 (20.64)	34.80 (13.53)	27.26 (13.90)	24.17 (16.56)	24.43 (19.63)	25.00 (21.74)
1.30	24.17 (7.62)	18.19 (7.13)	14.58 (7.36)	13.37 (8.15)	12.98 (9.11)	23.28 (7.60)	17.38 (7.20)	14.11 (7.69)	13.16 (8.69)	12.92 (9.68)
1.40	18.52 (5.16)	13.75 (4.66)	10.67 (4.58)	9.41 (4.87)	8.71 (5.17)	17.73 (5.17)	12.99 (4.68)	10.11 (4.72)	9.00 (5.06)	8.47 (5.50)
1.50	15.24 (3.83)	11.27 (3.41)	8.59 (3.24)	7.37 (3.29)	6.67 (3.45)	14.51 (3.83)	10.57 (3.45)	8.03 (3.31)	6.94 (3.40)	6.36 (3.63)
1.60	13.13 (3.06)	9.69 (2.69)	7.30 (2.51)	6.20 (2.52)	5.53 (2.60)	12.43 (3.06)	9.00 (2.70)	6.76 (2.55)	5.77 (2.60)	5.19 (2.72)
1.70	11.62 (2.54)	8.58 (2.22)	6.44 (2.03)	5.41 (2.01)	4.78 (2.05)	10.96 (2.56)	7.92 (2.23)	5.92 (2.06)	4.99 (2.06)	4.43 (2.12)
1.80	10.51 (2.18)	7.75 (1.88)	5.85 (1.71)	4.87 (1.67)	4.24 (1.69)	9.87 (2.18)	7.14 (1.90)	5.31 (1.73)	4.44 (1.71)	3.89 (1.71)
1.90	9.66 (1.90)	7.14 (1.65)	5.35 (1.48)	4.43 (1.42)	3.85 (1.42)	9.02 (1.92)	6.53 (1.66)	4.85 (1.50)	4.03 (1.45)	3.51 (1.44)
2.00	8.96 (1.69)	6.64 (1.47)	4.97 (1.31)	4.11 (1.24)	3.55 (1.25)	8.35 (1.70)	6.06 (1.47)	4.48 (1.32)	3.72 (1.27)	3.22 (1.25)

Ε.4 Απόδοση του S^2 -HEWMA διαγράμματος

Πίνακας Ε.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda_1 = 0.10$										$\lambda_1 = 0.20$										$\lambda_1 = 0.30$										$\lambda_1 = 0.40$										$\lambda_1 = 0.50$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	$\lambda_2 = 0.10$		$\lambda_2 = 0.20$		$\lambda_2 = 0.30$		$\lambda_2 = 0.40$		$\lambda_2 = 0.50$		$\lambda_2 = 0.60$		$\lambda_2 = 0.70$		$\lambda_2 = 0.80$		$\lambda_2 = 0.90$		$\lambda_2 = 1.00$		$\lambda_2 = 1.10$		$\lambda_2 = 1.20$		$\lambda_2 = 1.30$		$\lambda_2 = 1.40$		$\lambda_2 = 1.50$		$\lambda_2 = 1.60$		$\lambda_2 = 1.70$		$\lambda_2 = 1.80$		$\lambda_2 = 1.90$		$\lambda_2 = 2.00$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	$L = 2.2171$	$L = 2.3630$	$L = 2.4474$	$L = 2.5060$	$L = 2.5500$	$L = 2.5170$	$L = 2.5970$	$L = 2.6510$	$L = 2.6950$	$L = 2.6770$	$L = 2.7200$	$L = 2.7530$	$L = 2.7614$	$L = 2.7910$	$L = 2.8107$	$L = 2.8291$	$L = 2.8474$	$L = 2.8657$	$L = 2.8840$	$L = 2.9023$	$L = 2.9206$	$L = 2.9389$	$L = 2.9572$	$L = 2.9755$	$L = 2.9938$	$L = 3.0121$	$L = 3.0304$	$L = 3.0487$	$L = 3.0670$	$L = 3.0853$	$L = 3.1036$	$L = 3.1219$	$L = 3.1402$	$L = 3.1585$	$L = 3.1768$	$L = 3.1951$	$L = 3.2134$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
0.50	11.99	9.61	8.63	8.11	7.82	7.71	6.92	6.50	6.29	6.25	5.92	5.70	5.69	5.81	(0.92)	(0.91)	(0.95)	(0.99)	(1.04)	(1.13)	(1.05)	(1.17)	(1.34)	(1.39)	(1.66)	(2.07)	0.60	14.07	11.52	10.58	10.15	9.93	9.49	8.80	8.53	8.49	8.33	8.26	8.41	8.49	9.06	10.18	(1.62)	(1.68)	(1.82)	(1.96)	(2.08)	(2.08)	(2.52)	(2.95)	(3.42)	(3.73)	(4.64)	(6.00)	0.70	17.85	15.34	14.66	14.46	14.43	13.62	13.47	13.71	14.12	13.99	14.90	15.97	16.88	19.49	24.46	(3.34)	(3.80)	(4.25)	(4.58)	(4.81)	(4.85)	(7.40)	(8.82)	(10.20)	(11.51)	(14.55)	(19.88)	0.80	27.44	26.08	26.36	26.74	27.09	27.04	29.46	31.88	34.13	35.07	40.34	45.70	61.27	81.12	(9.98)	(11.92)	(13.27)	(13.96)	(14.39)	(16.37)	(20.04)	(23.16)	(25.42)	(27.53)	(33.38)	(39.42)	(44.24)	(55.40)	(76.04)	0.90	75.34	82.29	86.62	90.16	92.63	101.29	117.76	130.11	142.19	148.08	171.97	195.01	213.07	257.53	330.20	(52.88)	(64.85)	(69.70)	(73.32)	(76.13)	(88.79)	(107.64)	(120.02)	(132.93)	(140.29)	(186.81)	(205.63)	(252.53)	(330.63)	0.95	189.54	211.43	225.24	235.30	241.66	258.42	284.50	308.86	327.90	330.85	359.25	388.92	407.90	460.45	512.40	(169.22)	(194.72)	(211.09)	(221.28)	(230.08)	(248.17)	(272.83)	(300.31)	(321.23)	(324.12)	(351.54)	(389.95)	(412.61)	(464.99)	(505.07)	1.00	370.10	370.10	370.17	370.01	370.26	370.70	370.48	370.18	370.08	370.40	370.31	370.63	370.53	370.11	(372.60)	(364.94)	(369.07)	(373.79)	(374.71)	(370.74)	(369.55)	(371.61)	(367.37)	(367.05)	(372.41)	(366.65)	(367.77)	(370.12)	1.05	136.51	147.79	150.29	150.43	149.07	163.25	166.69	166.17	165.03	171.00	168.07	166.30	168.43	166.47	(137.58)	(148.87)	(152.97)	(150.53)	(149.24)	(162.34)	(164.10)	(163.84)	(163.16)	(170.56)	(167.15)	(164.22)	(165.31)	(166.58)	(165.28)	1.10	53.28	58.60	59.82	59.80	59.62	67.38	70.38	71.55	71.90	75.14	76.00	77.00	77.18	77.65	(50.96)	(55.73)	(56.93)	(57.16)	(57.10)	(63.79)	(67.07)	(69.21)	(69.33)	(72.35)	(73.38)	(73.54)	(75.44)	(76.53)	1.20	18.71	19.84	19.95	19.88	19.77	21.98	22.62	22.84	22.96	23.86	24.20	24.27	24.84	25.88	(14.00)	(15.51)	(16.04)	(16.28)	(16.43)	(18.11)	(19.36)	(19.96)	(20.18)	(21.13)	(21.72)	(21.95)	(22.62)	(23.55)	(24.20)	1.30	11.23	11.41	11.26	11.08	10.90	11.95	12.02	11.95	11.89	12.28	12.32	12.35	12.58	12.91	(6.42)	(6.99)	(7.30)	(7.40)	(7.43)	(7.96)	(8.54)	(8.77)	(8.96)	(9.21)	(9.61)	(9.88)	(10.24)	(10.54)	(11.03)	1.40	8.38	8.27	7.98	7.76	7.59	8.33	8.17	8.02	7.91	8.17	8.05	7.95	8.02	8.06	(3.82)	(4.15)	(4.29)	(4.38)	(4.43)	(4.60)	(4.86)	(5.03)	(5.15)	(5.27)	(5.47)	(5.60)	(5.71)	(5.94)	(6.25)	1.50	6.92	6.67	6.34	6.11	5.92	6.54	6.30	6.11	5.97	6.16	6.01	5.89	5.84	5.78	(2.73)	(2.89)	(2.96)	(3.02)	(3.08)	(3.13)	(3.25)	(3.36)	(3.44)	(3.46)	(3.59)	(3.67)	(3.72)	(3.85)	(3.97)	1.60	6.02	5.73	5.39	5.14	4.95	5.52	5.25	5.04	4.89	5.06	4.89	4.74	4.66	(2.09)	(2.19)	(2.25)	(2.30)	(2.34)	(2.36)	(2.44)	(2.51)	(2.56)	(2.58)	(2.66)	(2.69)	(2.74)	(2.83)	(2.92)	1.70	5.40	5.09	4.75	4.50	4.30	4.85	4.57	4.35	4.20	4.36	4.18	4.05	3.93	3.82	(1.69)	(1.77)	(1.80)	(1.84)	(1.87)	(1.88)	(1.94)	(2.00)	(2.03)	(2.03)	(2.09)	(2.13)	(2.21)	(2.25)	1.80	4.94	4.62	4.29	4.04	3.84	4.36	4.08	3.87	3.70	3.87	3.67	3.53	3.41	3.29	(1.43)	(1.47)	(1.50)	(1.52)	(1.54)	(1.55)	(1.62)	(1.64)	(1.64)	(1.64)	(1.67)	(1.68)	(1.70)	(1.73)	(1.78)	1.90	4.59	4.27	3.94	3.69	3.49	4.00	3.72	3.50	3.34	3.49	3.31	3.17	3.04	2.93	(1.25)	(1.27)	(1.28)	(1.31)	(1.32)	(1.31)	(1.35)	(1.37)	(1.37)	(1.37)	(1.40)	(1.40)	(1.43)	(1.47)	2.00	4.31	3.99	3.68	3.42	3.23	3.73	3.44	3.23	3.08	3.22	3.04	2.91	2.78	2.66	(1.11)	(1.12)	(1.12)	(1.15)	(1.16)	(1.15)	(1.18)	(1.20)	(1.20)	(1.21)	(1.21)	(1.21)	(1.23)	(1.28)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ

Παράρτημα Κεφαλαίου 10

Το Παράρτημα ΣΤ παρουσιάζει τα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 10 για τα S^2 -CUSUM, CS-EWMA, S^2 -HEWMA, GWMAV και S^2 -TEWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη ασυμπτωτικά όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα ΣΤ.1 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -CUSUM διάγραμμα ελέγχου με $K \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Το Παράρτημα ΣΤ.2 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το CS-EWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $K_{CS} \in \{0.10, 0.50, 1.00\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Το Παράρτημα ΣΤ.3 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -HEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda_1, \lambda_2 \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Το Παράρτημα ΣΤ.4 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το GWMAV διάγραμμα ελέγχου με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20, 1.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Τέλος, το Παράρτημα ΣΤ.5 περιέχει τα ARL και SDRL (σε παρένθεση) αποτελέσματα για το S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$. Να σημειωθεί ότι οι τιμές με έντονη γραφή υποδηλώνουν τις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε μετατόπιση. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις για την τυπική απόκλιση είναι $\tau \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$.

ΣΤ.1 Απόδοση του S^2 -CUSUM διαγράμματος

Πίνακας ΣΤ.1: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -CUSUM διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

	$K = 0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25
τ	$H = 12.81$	7.56	4.41	2.98	2.18	1.67
0.50	10.91 (1.22)	7.51 (1.15)	5.86 (1.30)	5.69 (1.75)	6.92 (3.05)	13.00 (8.75)
0.60	13.73 (2.15)	9.77 (2.13)	8.27 (2.68)	9.33 (4.46)	15.70 (11.17)	56.03 (51.24)
0.70	18.78 (4.10)	14.17 (4.41)	14.21 (7.15)	21.79 (15.80)	58.72 (53.61)	339.40 (341.52)
0.80	29.60 (9.25)	25.43 (11.93)	36.69 (27.78)	84.48 (78.85)	289.59 (288.66)	1821.26 (1780.01)
0.90	68.74 (36.39)	83.60 (65.89)	177.99 (171.96)	404.05 (402.01)	1017.65 (1012.61)	2124.90 (2010.37)
0.95	159.83 (120.85)	223.94 (204.66)	387.91 (376.51)	581.65 (585.78)	794.18 (782.30)	882.28 (864.01)
1.00	370.54 (337.22)	370.06 (352.44)	370.28 (362.61)	370.58 (370.72)	370.95 (368.13)	370.29 (371.19)
1.05	144.11 (110.75)	155.86 (142.25)	167.97 (160.46)	162.62 (160.46)	164.52 (163.94)	168.80 (168.71)
1.10	66.77 (41.12)	66.35 (54.37)	74.86 (69.60)	76.48 (73.88)	80.39 (79.65)	85.52 (84.95)
1.20	30.42 (13.51)	24.80 (15.66)	24.67 (20.62)	25.89 (23.50)	28.12 (26.80)	30.85 (29.89)
1.30	19.85 (7.42)	14.77 (7.53)	13.04 (9.25)	13.06 (10.77)	13.65 (12.06)	14.89 (13.83)
1.40	14.88 (4.99)	10.64 (4.78)	8.69 (5.32)	8.26 (6.13)	8.36 (6.90)	8.86 (7.84)
1.50	12.03 (3.72)	8.39 (3.46)	6.54 (3.59)	5.95 (3.97)	5.82 (4.42)	6.00 (5.02)
1.60	10.17 (2.99)	7.00 (2.71)	5.31 (2.73)	4.71 (2.96)	4.49 (3.24)	4.52 (3.53)
1.70	8.86 (2.49)	6.05 (2.23)	4.50 (2.20)	3.90 (2.31)	3.63 (2.45)	3.60 (2.64)
1.80	7.89 (2.14)	5.36 (1.90)	3.94 (1.80)	3.33 (1.86)	3.06 (1.95)	2.99 (2.09)
1.90	7.15 (1.88)	4.83 (1.65)	3.51 (1.53)	2.93 (1.55)	2.67 (1.62)	2.59 (1.73)
2.00	6.54 (1.69)	4.42 (1.47)	3.19 (1.34)	2.64 (1.36)	2.38 (1.39)	2.29 (1.46)

ΣΤ.2 Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος

Πίνακας ΣΤ.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.05$			0.10			0.20		
	$K_{CS} = 0.10$ $H_{CS} = 94.00$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
0.50	28.67 (1.31)	20.76 (1.18)	15.64 (1.13)	22.01 (1.23)	14.98 (1.06)	11.26 (1.03)	17.45 (1.21)	10.90 (1.00)	8.23 (0.98)
0.60	33.09 (2.23)	24.14 (2.02)	18.48 (1.95)	25.71 (2.12)	17.59 (1.84)	13.46 (1.80)	20.81 (2.12)	13.06 (1.79)	10.13 (1.84)
0.70	40.29 (4.03)	29.70 (3.68)	23.35 (3.67)	31.93 (3.91)	22.08 (3.49)	17.46 (3.60)	26.62 (3.99)	17.05 (3.60)	13.96 (4.12)
0.80	54.20 (8.52)	40.83 (8.08)	33.62 (8.58)	44.52 (8.55)	31.68 (8.23)	27.00 (9.67)	38.85 (8.87)	26.47 (9.23)	25.22 (13.14)
0.90	94.67 (28.45)	77.59 (31.67)	73.74 (39.33)	83.70 (29.42)	68.84 (35.99)	73.30 (50.56)	77.82 (30.43)	68.31 (43.61)	89.84 (75.29)
0.95	173.43 (84.00)	161.60 (106.56)	171.05 (133.40)	161.90 (86.54)	160.08 (122.03)	186.07 (165.26)	156.51 (89.95)	173.30 (147.38)	234.46 (222.64)
1.00	370.67 (273.46)	370.64 (348.29)	369.49 (371.74)	370.23 (275.23)	370.92 (346.77)	370.66 (360.79)	369.25 (284.39)	369.87 (350.83)	370.33 (360.39)
1.05	139.09 (87.32)	121.31 (105.77)	120.27 (119.75)	147.57 (90.33)	135.55 (114.43)	143.51 (135.29)	149.81 (93.69)	144.66 (125.62)	161.96 (158.96)
1.10	74.29 (32.63)	55.03 (34.99)	48.75 (41.38)	76.43 (35.69)	59.50 (41.34)	58.22 (49.86)	76.19 (37.23)	62.19 (46.82)	67.08 (60.11)
1.20	43.08 (11.07)	28.94 (10.20)	21.31 (11.12)	40.63 (12.46)	27.38 (12.10)	22.41 (13.80)	38.44 (13.27)	25.62 (13.69)	23.14 (16.76)
1.30	33.05 (6.31)	21.76 (5.39)	15.00 (5.32)	29.56 (6.96)	19.10 (6.07)	14.33 (6.36)	26.73 (7.45)	16.60 (6.69)	13.43 (7.51)
1.40	27.83 (4.39)	18.27 (3.65)	12.26 (3.44)	24.08 (4.71)	15.42 (3.97)	11.10 (3.93)	21.04 (5.01)	12.78 (4.22)	9.78 (4.45)
1.50	24.56 (3.38)	16.13 (2.79)	10.68 (2.56)	20.79 (3.55)	13.28 (2.95)	9.36 (2.84)	17.71 (3.73)	10.69 (3.07)	7.91 (3.06)
1.60	22.29 (2.78)	14.65 (2.28)	9.62 (2.04)	18.56 (2.87)	11.85 (2.36)	8.25 (2.21)	15.53 (2.97)	9.35 (2.41)	6.79 (2.36)
1.70	20.59 (2.37)	13.55 (1.94)	8.84 (1.72)	16.95 (2.41)	10.83 (1.97)	7.47 (1.83)	13.97 (2.48)	8.42 (1.98)	6.03 (1.90)
1.80	19.26 (2.07)	12.69 (1.70)	8.24 (1.49)	15.72 (2.10)	10.05 (1.71)	6.89 (1.57)	12.81 (2.13)	7.72 (1.70)	5.49 (1.60)
1.90	18.20 (1.86)	12.00 (1.52)	7.77 (1.33)	14.73 (1.86)	9.43 (1.51)	6.43 (1.38)	11.90 (1.87)	7.18 (1.49)	5.06 (1.39)
2.00	17.31 (1.68)	11.43 (1.39)	7.39 (1.20)	13.94 (1.68)	8.93 (1.37)	6.06 (1.23)	11.17 (1.67)	6.75 (1.33)	4.73 (1.23)

Πίνακας ΣΤ.2: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$\lambda = 0.30$			0.40			0.50		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 37.52$	14.77	6.61	30.67	11.72	5.28	25.82	9.62	4.35
0.50	15.47 (1.22)	9.07 (1.00)	6.94 (1.01)	14.25 (1.23)	8.02 (1.02)	6.22 (1.08)	13.40 (1.23)	7.32 (1.04)	5.79 (1.19)
0.60	18.73 (2.15)	11.09 (1.82)	8.82 (2.02)	17.43 (2.16)	10.01 (1.90)	8.22 (2.30)	16.51 (2.16)	9.31 (1.99)	8.02 (2.69)
0.70	24.42 (4.05)	15.00 (3.82)	13.07 (5.02)	23.00 (4.07)	13.97 (4.08)	13.22 (6.24)	21.98 (4.07)	13.39 (4.36)	14.10 (7.86)
0.80	36.51 (9.02)	24.86 (10.27)	27.25 (17.42)	34.89 (9.07)	24.55 (11.46)	31.88 (23.63)	33.69 (9.09)	24.88 (12.80)	38.72 (31.70)
0.90	75.30 (31.11)	72.80 (52.87)	111.50 (100.61)	73.42 (31.63)	79.65 (62.45)	142.50 (135.34)	72.05 (32.21)	88.40 (73.55)	180.87 (174.31)
0.95	154.92 (93.33)	191.27 (172.93)	280.86 (273.48)	154.08 (96.74)	212.51 (195.39)	326.15 (315.97)	153.55 (99.49)	236.82 (224.31)	376.60 (372.06)
1.00	370.04 (293.61)	370.42 (355.98)	370.21 (363.30)	370.58 (304.43)	370.57 (355.84)	369.59 (363.17)	369.76 (309.70)	370.51 (358.66)	370.91 (366.99)
1.05	149.64 (96.50)	150.11 (134.67)	168.46 (163.80)	148.33 (98.06)	156.14 (144.07)	170.87 (167.39)	147.37 (100.13)	159.89 (150.31)	170.44 (167.01)
1.10	74.87 (37.76)	63.88 (51.09)	72.70 (67.32)	73.39 (38.28)	66.02 (54.62)	75.53 (71.38)	71.94 (38.68)	67.77 (57.63)	77.02 (73.64)
1.20	37.07 (13.49)	24.74 (14.70)	23.72 (18.77)	35.85 (13.55)	24.35 (15.64)	25.56 (20.62)	34.79 (13.53)	24.17 (16.56)	25.00 (21.74)
1.30	25.27 (7.61)	15.31 (7.04)	13.06 (8.36)	24.16 (7.61)	14.58 (7.36)	12.97 (9.11)	23.27 (7.60)	14.11 (7.69)	12.92 (9.68)
1.40	19.56 (5.12)	11.45 (4.42)	9.11 (4.88)	18.52 (5.16)	10.67 (4.58)	8.71 (5.16)	17.73 (5.17)	10.11 (4.72)	8.47 (5.50)
1.50	16.24 (3.81)	9.38 (3.16)	7.13 (3.26)	15.23 (3.83)	8.59 (3.24)	6.67 (3.45)	14.50 (3.83)	8.03 (3.11)	6.36 (3.63)
1.60	14.08 (3.04)	8.07 (2.46)	6.01 (2.50)	13.13 (3.06)	7.30 (2.51)	5.52 (2.60)	12.42 (3.06)	6.76 (2.55)	5.19 (2.72)
1.70	12.56 (2.52)	7.19 (2.00)	5.26 (1.97)	11.62 (2.54)	6.44 (2.03)	4.77 (2.05)	10.95 (2.55)	5.92 (2.06)	4.43 (2.12)
1.80	11.41 (2.15)	6.54 (1.69)	4.73 (1.63)	10.51 (2.18)	5.82 (1.71)	4.24 (1.68)	9.87 (2.18)	5.31 (1.73)	3.89 (1.71)
1.90	10.53 (1.89)	6.04 (1.48)	4.32 (1.39)	9.65 (1.90)	5.35 (1.48)	3.85 (1.42)	9.02 (1.92)	4.85 (1.49)	3.51 (1.44)
2.00	9.83 (1.69)	5.65 (1.31)	4.01 (1.22)	8.96 (1.69)	4.97 (1.31)	3.55 (1.25)	8.35 (1.70)	4.48 (1.31)	3.21 (1.25)

ΣΤ.3 Απόδοση του S^2 -HEWMA διαγράμματος

Πίνακας ΣΤ.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda_1 = 0.05$						0.10				
	$\lambda_2 = 0.05$ $L = 2.003$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
0.50	20.07 (1.07)	15.48 (1.00)	12.51 (1.00)	11.33 (1.04)	10.74 (1.08)	10.42 (1.12)	11.99 (0.92)	9.61 (0.91)	8.62 (0.95)	8.11 (0.59)	7.82 (1.04)
0.60	23.12 (1.82)	18.02 (1.72)	14.87 (1.78)	13.73 (1.88)	13.21 (1.98)	12.95 (2.05)	14.07 (1.61)	11.52 (1.68)	10.58 (1.82)	10.15 (1.96)	9.93 (2.08)
0.70	28.17 (3.35)	22.37 (3.31)	19.21 (3.65)	18.27 (3.93)	17.92 (4.11)	17.78 (4.22)	17.85 (3.34)	15.34 (3.80)	14.65 (4.25)	14.46 (4.58)	14.43 (4.81)
0.80	38.62 (8.16)	32.22 (8.66)	29.71 (9.85)	29.24 (10.39)	29.15 (10.64)	29.21 (10.86)	27.44 (9.98)	26.08 (11.92)	26.36 (13.27)	26.74 (13.96)	27.09 (14.39)
0.90	77.52 (42.22)	74.70 (43.70)	75.79 (48.10)	77.11 (50.32)	77.87 (51.45)	78.57 (52.42)	75.34 (52.87)	82.29 (64.87)	86.58 (69.66)	90.16 (73.32)	92.63 (76.13)
0.95	172.47 (152.19)	177.02 (149.42)	183.34 (157.38)	186.84 (160.65)	189.36 (162.98)	191.79 (164.66)	189.46 (169.17)	211.43 (194.72)	225.09 (210.86)	235.30 (221.28)	241.66 (230.08)
1.00	370.43 (453.42)	370.25 (393.68)	370.84 (383.18)	370.71 (381.86)	370.55 (379.66)	369.78 (378.80)	370.09 (372.60)	370.10 (364.94)	369.74 (368.73)	370.01 (373.79)	370.26 (374.71)
1.05	93.66 (125.85)	113.74 (127.20)	121.31 (129.91)	122.14 (130.31)	122.50 (130.65)	122.87 (131.79)	136.49 (137.57)	147.79 (148.87)	150.18 (152.91)	150.43 (150.53)	149.07 (149.24)
1.10	31.65 (40.45)	42.46 (44.82)	45.79 (46.44)	46.12 (46.75)	46.10 (47.07)	45.92 (47.11)	53.28 (50.96)	58.60 (55.73)	59.80 (56.92)	59.80 (57.16)	59.62 (57.10)
1.20	10.94 (10.64)	15.11 (11.81)	16.07 (12.54)	16.05 (12.74)	15.86 (12.80)	15.72 (12.81)	18.71 (14.00)	19.84 (15.51)	19.94 (16.04)	19.88 (16.27)	19.77 (16.43)
1.30	6.78 (5.01)	9.46 (5.61)	9.78 (5.93)	9.56 (6.04)	9.37 (6.11)	9.20 (6.16)	11.23 (6.42)	11.41 (6.99)	11.26 (7.29)	11.08 (7.40)	10.90 (7.43)
1.40	5.16 (3.08)	7.20 (3.43)	7.29 (3.61)	7.03 (3.69)	6.80 (3.75)	6.63 (3.76)	8.38 (3.82)	8.27 (4.15)	7.98 (4.29)	7.76 (4.38)	7.59 (4.43)
1.50	4.30 (2.16)	6.02 (2.45)	6.02 (2.60)	5.73 (2.65)	5.49 (2.69)	5.32 (2.73)	6.91 (2.73)	6.67 (2.89)	6.34 (2.96)	6.11 (3.02)	5.92 (3.08)
1.60	3.76 (1.67)	5.27 (1.89)	5.22 (1.99)	4.93 (2.03)	4.69 (2.06)	4.51 (2.09)	6.02 (2.09)	5.72 (2.19)	5.39 (2.25)	5.14 (2.30)	4.95 (2.34)
1.70	3.39 (1.36)	4.76 (1.55)	4.66 (1.61)	4.37 (1.64)	4.14 (1.66)	3.96 (1.69)	5.40 (1.69)	5.09 (1.77)	4.75 (1.80)	4.50 (1.84)	4.30 (1.87)
1.80	3.12 (1.16)	4.37 (1.35)	4.27 (1.35)	3.97 (1.37)	3.74 (1.39)	3.56 (1.41)	4.94 (1.43)	4.62 (1.47)	4.29 (1.50)	4.04 (1.52)	3.84 (1.54)
1.90	2.91 (1.02)	4.08 (1.14)	3.96 (1.17)	3.68 (1.69)	3.44 (1.21)	3.26 (1.22)	4.59 (1.25)	4.27 (1.27)	3.94 (1.28)	3.69 (1.31)	3.49 (1.32)
2.00	2.75 (0.91)	3.85 (1.02)	3.73 (1.04)	3.44 (1.07)	3.20 (1.07)	3.03 (1.08)	4.31 (1.11)	3.99 (1.12)	3.68 (1.13)	3.42 (1.15)	3.23 (1.16)

Πίνακας ΣΤ.3: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -HEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$\lambda_1 = 0.20$				0.30			0.40		0.50
	$\lambda_2 = 0.20$ $L = 2.517$	0.30	0.40	0.50	0.30	0.40	0.50	0.40	0.50	0.50
0.50	7.71 (0.90)	6.92 (0.96)	6.50 (1.04)	6.29 (1.13)	6.25 (1.05)	5.92 (1.17)	5.78 (1.34)	5.69 (1.39)	5.69 (1.66)	5.81 (2.07)
0.60	9.49 (1.84)	8.80 (2.08)	8.53 (2.33)	8.49 (2.58)	8.33 (2.52)	8.26 (2.95)	8.41 (3.42)	8.49 (3.73)	9.06 (4.64)	10.18 (6.01)
0.70	13.62 (4.85)	13.47 (5.79)	13.71 (6.51)	14.12 (7.18)	13.99 (7.40)	14.90 (8.82)	15.97 (10.20)	16.87 (11.50)	19.49 (14.55)	24.48 (19.90)
0.80	27.04 (16.37)	29.46 (20.04)	31.88 (23.16)	34.13 (25.42)	35.08 (27.53)	40.34 (33.38)	45.70 (39.42)	50.24 (44.21)	61.27 (55.40)	81.18 (76.11)
0.90	101.29 (88.79)	117.76 (107.64)	130.11 (120.02)	142.19 (132.93)	148.08 (140.29)	171.97 (164.24)	195.01 (186.81)	212.82 (205.44)	257.53 (252.53)	330.56 (330.95)
0.95	258.42 (248.17)	284.50 (272.83)	308.86 (300.31)	327.90 (321.23)	330.86 (324.12)	359.25 (351.54)	388.92 (389.95)	407.41 (412.42)	460.45 (464.99)	512.64 (505.43)
1.00	370.70 (370.74)	370.48 (369.55)	370.18 (371.61)	369.94 (367.18)	370.40 (367.06)	369.72 (371.90)	370.63 (366.65)	370.40 (366.71)	370.53 (367.77)	370.87 (371.15)
1.05	163.25 (162.34)	166.69 (164.10)	166.17 (163.84)	165.03 (163.16)	171.00 (170.56)	168.07 (167.15)	166.30 (164.22)	168.24 (165.09)	168.48 (166.58)	166.54 (165.29)
1.10	67.38 (63.79)	70.38 (67.07)	71.55 (69.21)	71.90 (69.33)	75.14 (72.35)	76.00 (73.38)	75.54 (73.54)	76.98 (75.06)	77.18 (75.44)	77.67 (76.58)
1.20	21.98 (18.11)	22.62 (19.36)	22.84 (19.96)	22.96 (20.18)	23.86 (21.13)	24.20 (21.72)	24.27 (21.95)	24.82 (22.61)	25.43 (23.55)	25.88 (24.20)
1.30	11.95 (7.96)	12.02 (8.54)	11.95 (8.77)	11.89 (8.96)	12.28 (9.21)	12.32 (9.61)	12.35 (9.88)	12.57 (10.23)	12.73 (10.54)	12.91 (11.03)
1.40	8.33 (4.60)	8.17 (4.86)	8.02 (5.03)	7.91 (5.15)	8.17 (5.27)	8.05 (5.47)	7.95 (5.60)	8.02 (5.71)	8.02 (5.94)	8.06 (6.26)
1.50	6.54 (3.13)	6.30 (3.25)	6.11 (3.36)	5.97 (3.44)	6.16 (3.46)	6.01 (3.59)	5.89 (3.67)	5.92 (3.74)	5.84 (3.85)	5.78 (3.97)
1.60	5.52 (2.36)	5.25 (2.44)	5.04 (2.51)	4.89 (2.56)	5.06 (2.58)	4.89 (2.66)	4.74 (2.69)	4.75 (2.74)	4.66 (2.83)	4.59 (2.92)
1.70	4.85 (1.88)	4.57 (1.94)	4.35 (2.00)	4.20 (2.03)	4.36 (2.03)	4.18 (2.09)	4.05 (2.13)	4.04 (2.16)	3.93 (2.21)	3.82 (2.25)
1.80	4.36 (1.55)	4.08 (1.59)	3.87 (1.62)	3.70 (1.64)	3.87 (1.64)	3.67 (1.67)	3.53 (1.68)	3.52 (1.70)	3.41 (1.73)	3.29 (1.78)
1.90	4.00 (1.31)	3.72 (1.34)	3.50 (1.36)	3.34 (1.37)	3.49 (1.37)	3.31 (1.39)	3.17 (1.40)	3.16 (1.40)	3.04 (1.43)	2.93 (1.47)
2.00	3.73 (1.15)	3.44 (1.18)	3.23 (1.20)	3.08 (1.20)	3.32 (1.20)	3.04 (1.21)	2.91 (1.21)	2.90 (1.21)	2.78 (1.23)	2.66 (1.28)

ΣΤ.4 Απόδοση του GWMAV διαγράμματος

Πίνακας ΣΤ.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMAV διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.661$	2.561	2.507	2.485	2.490	2.593	3.004	2.883	2.805	2.762	2.749	2.847
0.50	10.26 (1.12)	9.44 (0.98)	8.92 (0.87)	8.51 (0.79)	7.86 (0.72)	7.28 (0.68)	10.65 (1.31)	9.24 (1.12)	8.36 (1.00)	7.81 (0.93)	7.18 (0.89)	7.16 (1.27)
0.60	13.01 (2.06)	11.76 (1.79)	10.94 (1.61)	10.33 (1.49)	9.43 (1.36)	8.81 (1.56)	13.95 (2.50)	11.92 (2.17)	10.70 (1.97)	9.93 (1.90)	9.25 (2.06)	11.06 (4.72)
0.70	18.19 (4.04)	16.14 (3.56)	14.84 (3.30)	13.90 (3.16)	12.72 (3.22)	13.16 (5.18)	20.67 (5.31)	17.46 (4.69)	15.65 (4.58)	14.76 (4.72)	15.05 (6.48)	29.66 (22.45)
0.80	30.37 (9.65)	26.54 (8.74)	24.25 (8.41)	22.92 (8.54)	22.60 (10.75)	33.18 (24.38)	39.26 (15.13)	33.26 (14.18)	30.90 (14.99)	31.30 (17.72)	42.49 (32.04)	177.58 (170.58)
0.90	79.89 (40.30)	70.17 (38.33)	67.15 (41.20)	69.19 (47.14)	87.62 (71.60)	205.90 (197.41)	160.40 (110.89)	146.53 (114.53)	152.76 (129.66)	178.10 (161.20)	323.63 (308.61)	1763.85 (1731.12)
0.95	217.21 (156.29)	196.57 (154.23)	197.03 (165.28)	213.98 (190.22)	286.46 (273.32)	579.66 (565.99)	750.66 (700.80)	624.52 (597.33)	600.82 (590.43)	634.84 (620.44)	867.39 (862.70)	1349.81 (1342.91)
1.00	369.63 (361.76)	370.30 (357.86)	370.17 (357.65)	369.82 (359.10)	370.65 (365.94)	370.48 (371.23)	369.66 (365.17)	370.65 (367.81)	370.30 (368.61)	370.48 (368.60)	370.67 (371.43)	370.53 (368.59)
1.05	87.97 (74.22)	93.11 (79.29)	97.98 (85.24)	103.10 (91.85)	110.44 (103.43)	118.00 (112.37)	92.36 (83.06)	94.48 (86.38)	98.68 (92.68)	104.04 (98.79)	112.93 (108.34)	123.46 (122.21)
1.10	40.04 (30.05)	41.08 (30.53)	42.12 (32.12)	43.22 (34.06)	45.04 (37.83)	49.51 (45.28)	41.21 (33.87)	41.32 (34.23)	42.41 (36.37)	43.89 (38.40)	47.14 (43.54)	53.25 (50.90)
1.20	16.39 (10.88)	16.68 (10.66)	16.83 (10.54)	16.81 (10.57)	16.68 (11.19)	17.14 (13.01)	16.16 (11.53)	15.93 (11.21)	15.94 (11.33)	16.00 (11.70)	16.66 (13.13)	17.91 (15.33)
1.30	9.52 (6.02)	9.86 (5.87)	10.02 (5.71)	10.06 (5.59)	9.86 (5.55)	9.64 (5.92)	9.19 (6.19)	9.12 (5.94)	9.07 (5.82)	9.07 (5.81)	9.14 (6.10)	9.43 (6.78)
1.40	6.55 (4.02)	6.79 (3.91)	6.99 (3.79)	7.09 (3.68)	7.02 (3.51)	6.83 (3.52)	6.25 (4.04)	6.26 (3.89)	6.26 (3.77)	6.27 (3.69)	6.27 (3.73)	6.36 (3.94)
1.50	4.89 (2.94)	5.16 (2.90)	5.34 (2.80)	5.47 (2.73)	5.48 (2.55)	5.39 (2.41)	4.65 (2.94)	4.69 (2.81)	4.76 (2.73)	4.78 (2.65)	4.80 (2.56)	4.84 (2.63)
1.60	3.87 (2.32)	4.11 (2.30)	4.31 (2.24)	4.44 (2.16)	4.54 (2.02)	4.52 (1.86)	3.68 (2.28)	3.75 (2.22)	3.81 (2.14)	3.86 (2.09)	3.93 (1.99)	3.97 (1.95)
1.70	3.21 (1.91)	3.42 (1.90)	3.61 (1.86)	3.75 (1.81)	3.89 (1.68)	3.94 (1.53)	3.06 (1.87)	3.13 (1.82)	3.19 (1.78)	3.25 (1.73)	3.34 (1.63)	3.42 (1.56)
1.80	2.75 (1.61)	2.93 (1.62)	3.10 (1.60)	3.24 (1.55)	3.41 (1.44)	3.51 (1.30)	2.61 (1.56)	2.68 (1.54)	2.75 (1.51)	2.82 (1.47)	2.91 (1.39)	3.03 (1.30)
1.90	2.40 (1.37)	2.56 (1.39)	2.73 (1.39)	2.87 (1.37)	3.05 (1.28)	3.20 (1.16)	2.28 (1.33)	2.36 (1.32)	2.43 (1.30)	2.49 (1.27)	2.60 (1.21)	2.73 (1.12)
2.00	2.14 (1.20)	2.29 (1.23)	2.44 (1.24)	2.57 (1.22)	2.76 (1.14)	2.93 (1.04)	2.04 (1.16)	2.10 (1.16)	2.17 (1.15)	2.25 (1.13)	2.36 (1.09)	2.50 (1.01)
τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 3.412$	3.299	3.219	3.154	3.103	3.167	3.642	3.558	3.484	3.427	3.364	3.370
0.50	15.10 (2.51)	12.46 (2.24)	11.02 (2.17)	10.20 (2.30)	10.91 (4.01)	132.12 (121.29)	***	***	***	***	***	***
0.60	23.41 (6.14)	19.54 (5.93)	18.05 (6.59)	18.19 (8.23)	30.44 (22.17)	2995.82** (2719.98)	***	***	***	***	***	***
0.70	52.49 (24.61)	48.20 (27.84)	53.35 (37.04)	68.17 (53.92)	232.01 (223.76)	***	***	***	***	***	***	***
0.80	476.07 (429.62)	482.87 (452.56)	618.92 (598.87)	887.02 (880.93)	3801.49** (3565.06)	***	***	***	***	***	***	***
0.90	10256.29** (10238.89)	8834.12** (8987.28)	7564.44** (8213.86)	7368.31** (6773.39)	8592.73** (7985.80)	***	6780.09** (7529.71)	6730.31** (7348.82)	6016.76** (6298.13)	5374.12** (5159.97)	5060.00** (4387.64)	4140.54** (3558.30)
0.95	1806.05* (1769.76)	1751.01* (1782.55)	1736.20* (1707.91)	1559.26* (1622.74)	1421.20* (1493.63)	1226.55* (1293.40)	1137.68** (1060.98)	1238.27** (1116.55)	1264.44** (1191.01)	1259.92** (1338.95)	1198.43** (1202.74)	1145.98** (1241.88)
1.00	370.56 (364.72)	370.02 (366.56)	370.24 (362.54)	369.77 (364.35)	370.59 (366.88)	370.52 (370.24)	370.94 (369.10)	370.83 (368.27)	370.02 (367.50)	370.04 (368.08)	370.16 (366.51)	370.81 (364.46)
1.05	113.76 (109.48)	114.52 (111.29)	117.40 (114.62)	118.71 (115.74)	125.29 (121.53)	135.17 (132.01)	130.70 (129.81)	130.94 (129.39)	131.32 (129.38)	131.91 (130.02)	138.25 (136.91)	144.45 (142.40)
1.10	49.42 (44.25)	49.40 (45.09)	50.40 (46.89)	51.45 (48.69)	54.40 (51.48)	60.63 (58.82)	58.34 (54.67)	58.69 (55.62)	59.35 (57.46)	60.11 (58.45)	61.96 (60.29)	66.90 (65.86)

Πίνακας ΣΤ.4: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το GWMAV διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 3.412$	3.299	3.219	3.154	3.103	3.167	3.642	3.558	3.484	3.427	3.364	3.370
1.20	17.78 (14.13)	17.37 (14.06)	17.39 (14.40)	17.46 (14.79)	18.32 (16.27)	20.32 (18.61)	19.98 (17.39)	19.83 (17.56)	19.78 (17.75)	20.00 (18.29)	20.78 (19.43)	22.47 (21.26)
1.30	9.57 (7.09)	9.31 (6.85)	9.20 (6.80)	9.16 (6.84)	9.40 (7.29)	10.09 (8.26)	10.25 (8.21)	10.05 (8.13)	9.91 (8.06)	9.93 (8.21)	10.19 (8.63)	10.76 (9.39)
1.40	6.29 (4.36)	6.16 (4.19)	6.11 (4.14)	6.07 (4.12)	6.10 (4.22)	6.42 (4.72)	6.51 (4.83)	6.40 (4.70)	6.31 (4.65)	6.28 (4.66)	6.37 (4.89)	6.65 (5.32)
1.50	4.59 (3.08)	4.53 (2.95)	4.51 (2.86)	4.48 (2.81)	4.52 (2.85)	4.66 (3.05)	4.66 (3.29)	4.59 (3.21)	4.54 (3.17)	4.52 (3.15)	4.56 (3.20)	4.71 (3.41)
1.60	3.61 (2.35)	3.58 (2.27)	3.58 (2.21)	3.57 (2.15)	3.59 (2.12)	3.69 (2.18)	3.63 (2.47)	3.59 (2.41)	3.56 (2.36)	3.54 (2.33)	3.56 (2.32)	3.64 (2.42)
1.70	2.98 (1.91)	2.97 (1.84)	2.98 (1.79)	2.98 (1.76)	3.02 (1.71)	3.11 (1.71)	2.98 (1.98)	2.94 (1.91)	2.93 (1.87)	2.92 (1.84)	2.94 (1.82)	3.00 (1.84)
1.80	2.54 (1.57)	2.55 (1.52)	2.56 (1.50)	2.57 (1.45)	2.61 (1.41)	2.70 (1.39)	2.52 (1.61)	2.51 (1.57)	2.50 (1.53)	2.51 (1.51)	2.52 (1.49)	2.57 (1.48)
1.90	2.22 (1.33)	2.23 (1.31)	2.27 (1.28)	2.27 (1.25)	2.32 (1.21)	2.40 (1.17)	2.19 (1.36)	2.19 (1.32)	2.19 (1.30)	2.20 (1.28)	2.22 (1.25)	2.28 (1.24)
2.00	1.99 (1.15)	2.00 (1.13)	2.02 (1.11)	2.04 (1.09)	2.10 (1.06)	2.19 (1.03)	1.96 (1.16)	1.96 (1.15)	1.97 (1.12)	1.98 (1.11)	2.00 (1.08)	2.06 (1.07)
τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 3.803$	3.741	3.688	3.641	3.570	3.524	3.922	3.883	3.846	3.806	3.747	3.690
0.50	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.60	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.70	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.80	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.90	4628.43** (5615.54)	4494.81** (4979.60)	4249.30** (4095.13)	4144.58** (3958.16)	4232.67** (4149.21)	4225.75** (4167.69)	3469.54** (3799.42)	3656.77** (3611.07)	3553.32** (3515.97)	3596.37** (3596.94)	3554.98** (3612.95)	3618.80** (3675.88)
0.95	974.35** (926.58)	1047.16** (1031.89)	1031.04** (1001.96)	1017.64** (957.28)	1012.42** (1022.33)	955.95** (963.45)	894.30** (933.35)	905.85** (935.32)	927.22** (919.10)	907.84** (899.13)	910.12** (865.23)	892.23** (920.18)
1.00	370.30 (366.22)	370.50 (368.20)	370.18 (367.74)	370.71 (369.09)	370.77 (365.53)	370.32 (368.74)	370.30 (366.03)	370.53 (365.34)	370.58 (365.10)	370.04 (369.01)	370.16 (365.12)	370.94 (368.04)
1.05	142.71 (140.75)	142.60 (141.79)	143.73 (142.61)	144.83 (143.45)	145.88 (145.00)	148.72 (146.24)	153.16 (153.59)	153.34 (153.13)	153.46 (152.65)	152.34 (151.44)	153.22 (153.22)	155.19 (152.30)
1.10	67.01 (64.40)	66.71 (64.13)	67.70 (65.40)	67.97 (65.78)	68.64 (66.61)	70.95 (69.28)	74.82 (72.85)	74.95 (73.26)	75.00 (73.27)	74.85 (73.55)	75.31 (73.77)	76.44 (75.44)
1.20	22.62 (20.85)	22.57 (20.96)	22.65 (21.22)	22.76 (21.45)	23.16 (21.90)	24.15 (23.14)	25.48 (24.17)	25.53 (24.33)	25.65 (24.51)	25.56 (24.34)	25.63 (24.50)	26.12 (25.34)
1.30	11.09 (9.37)	10.95 (9.34)	10.92 (9.41)	10.88 (9.52)	11.03 (9.71)	11.46 (10.27)	12.17 (10.86)	12.09 (10.76)	12.02 (10.77)	11.98 (10.77)	12.07 (10.96)	12.39 (11.43)
1.40	6.89 (5.46)	6.79 (5.37)	6.74 (5.38)	6.73 (5.43)	6.79 (5.58)	6.97 (5.86)	6.97 (6.23)	7.37 (6.24)	7.30 (6.22)	7.27 (6.22)	7.24 (6.30)	7.35 (6.41)
1.50	4.83 (3.62)	4.76 (3.53)	4.71 (3.50)	4.69 (3.49)	4.69 (3.52)	4.80 (3.67)	5.04 (3.96)	4.99 (3.92)	4.96 (3.91)	4.93 (3.90)	4.93 (3.93)	4.96 (4.00)
1.60	3.69 (2.62)	3.65 (2.57)	3.62 (2.54)	3.60 (2.52)	3.61 (2.54)	3.65 (2.59)	3.78 (2.80)	3.76 (2.78)	3.74 (2.77)	3.72 (2.77)	3.73 (2.80)	3.76 (2.85)
1.70	3.01 (2.08)	2.97 (2.03)	2.95 (2.00)	2.94 (1.97)	2.93 (1.95)	2.97 (1.99)	3.06 (2.18)	3.04 (2.15)	3.02 (2.13)	3.00 (2.12)	2.99 (2.11)	3.01 (2.14)
1.80	2.52 (1.66)	2.51 (1.63)	2.50 (1.61)	2.49 (1.58)	2.49 (1.56)	2.52 (1.57)	2.55 (1.74)	2.53 (1.72)	2.53 (1.70)	2.52 (1.68)	2.51 (1.66)	2.52 (1.66)
1.90	2.19 (1.40)	2.18 (1.37)	2.18 (1.34)	2.18 (1.33)	2.18 (1.31)	2.21 (1.31)	2.20 (1.45)	2.20 (1.43)	2.19 (1.42)	2.18 (1.40)	2.18 (1.39)	2.19 (1.38)
2.00	1.95 (1.18)	1.95 (1.17)	1.95 (1.15)	1.95 (1.14)	1.96 (1.12)	1.99 (1.12)	1.96 (1.23)	1.96 (1.21)	1.95 (1.19)	1.95 (1.18)	1.95 (1.18)	1.96 (1.17)

ΣΤ.5 Απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος

Πίνακας ΣΤ.5: ARL και SDRL (σε παρένθεση) τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

	$\lambda = 0.05$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
τ	$L = 2.14537$	2.020	2.332	2.5156	2.6415	2.731
0.50	33.68 (4.37)	18.09 (0.92)	10.38 (0.83)	7.63 (0.84)	6.28 (0.99)	5.65 (1.34)
0.60	35.37 (9.89)	20.37 (1.55)	12.05 (1.50)	9.28 (1.82)	8.27 (2.54)	8.41 (3.80)
0.70	36.45 (16.91)	24.20 (2.95)	15.44 (3.62)	13.50 (5.42)	14.15 (7.85)	17.00 (11.92)
0.80	38.71 (26.40)	32.69 (7.94)	26.16 (12.90)	28.94 (19.57)	37.06 (30.10)	51.14 (45.58)
0.90	56.69 (62.06)	74.41 (45.27)	87.55 (72.47)	114.90 (104.73)	155.88 (148.58)	214.61 (208.99)
0.95	124.91 (195.95)	179.00 (152.51)	226.24 (212.05)	277.58 (266.20)	334.77 (326.88)	400.90 (400.43)
1.00	369.17 (788.14)	370.41 (378.90)	370.57 (361.60)	370.21 (367.79)	370.50 (369.08)	370.37 (370.67)
1.05	59.99 (139.93)	128.47 (132.27)	159.59 (158.04)	171.05 (170.41)	174.21 (172.33)	172.89 (169.91)
1.10	16.65 (38.93)	50.70 (48.06)	65.37 (60.98)	73.09 (69.16)	78.06 (75.04)	80.44 (78.00)
1.20	4.88 (10.14)	19.50 (12.80)	22.28 (16.54)	23.83 (19.90)	24.96 (21.97)	25.99 (23.66)
1.30	2.79 (4.95)	12.95 (5.82)	13.05 (7.29)	12.82 (8.60)	12.80 (9.54)	13.02 (10.48)
1.40	1.99 (2.91)	10.40 (3.54)	9.73 (4.23)	8.93 (4.86)	8.54 (5.44)	8.35 (5.92)
1.50	1.61 (1.98)	9.04 (2.54)	8.05 (2.88)	7.05 (3.19)	6.49 (3.53)	6.15 (3.80)
1.60	1.41 (1.45)	8.16 (1.96)	7.06 (2.18)	6.00 (2.37)	5.37 (2.58)	4.97 (2.80)
1.70	1.29 (1.13)	7.53 (1.62)	6.40 (1.74)	5.33 (1.87)	4.67 (2.02)	4.24 (2.17)
1.80	1.21 (0.90)	7.06 (1.38)	5.91 (1.46)	4.84 (1.53)	4.17 (1.61)	3.71 (1.71)
1.90	1.16 (0.74)	6.69 (1.22)	5.54 (1.26)	4.48 (1.29)	3.82 (1.33)	3.35 (1.41)
2.00	1.12 (0.62)	6.40 (1.10)	5.24 (1.12)	4.20 (1.13)	3.54 (1.16)	3.08 (1.21)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ

Παράρτημα Κεφαλαίου 11

Το Παράρτημα Ζ παρουσιάζει τα πρόσθετα αποτελέσματα των Monte Carlo προσομοιώσεων του Κεφαλαίου 11 για τα S^2 -GWMA, CS-EWMA και S^2 -TEWMA διαγράμματα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη ασυμπτωτικά όρια ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Παράρτημα Ζ.1 περιέχει τα ARL και EARL αποτελέσματα για το S^2 -GWMA διάγραμμα ελέγχου με $q \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95\}$ και $\alpha \in \{0.70, 0.80, 0.90, 1.00, 1.20, 1.50\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$ και 9, καθώς και $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Να σημειωθεί ότι στο Παράρτημα Ζ.1 περιλαμβάνονται τα ARL και EARL αποτελέσματα για το S^2 -EWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, καθώς αποτελεί ειδική περίπτωση του S^2 -GWMA διαγράμματος, όταν $q = 1 - \lambda$ και $\alpha = 1.00$. Το Παράρτημα Ζ.2 περιέχει τα ARL και EARL αποτελέσματα για το CS-EWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$ και $K_{CS} \in \{0.10, 0.50, 1.00\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$ και 9, καθώς και $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Τέλος, το Παράρτημα Ζ.3 περιέχει τα ARL και EARL αποτελέσματα για το S^2 -TEWMA διάγραμμα ελέγχου με $\lambda \in \{0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50\}$, όταν $ARL_0 \approx 370$ και $n = 5$ και 9, καθώς και $ARL_0 \approx 200$ και $n = 5$. Να σημειωθεί ότι οι τιμές με έντονη γραφή υποδηλώνουν τις μικρότερες ARL_1 τιμές για κάθε μετατόπιση. Οι θεωρούμενες μετατοπίσεις για την τυπική απόκλιση είναι $\tau \in \{0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 1.05, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50, 1.60, 1.70, 1.80, 1.90, 2.00\}$.

Z.1 Απόδοση του S^2 -GWMA διαγράμματος

Πίνακας Z.1: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.843$	2.641	2.549	2.513	2.513	2.576	2.767	2.721	2.695	2.686	2.683	2.699
0.50	17.15	13.43	11.35	10.02	8.38	7.03	10.58	9.13	8.17	7.51	6.61	5.86
0.60	22.97	17.62	14.63	12.74	10.46	8.79	14.41	12.25	10.86	9.88	8.70	8.17
0.70	33.77	25.21	20.60	17.84	14.65	13.32	21.70	18.22	16.14	14.81	13.79	15.25
0.80	57.21	42.18	34.23	29.70	26.27	29.89	39.01	32.78	29.70	28.68	31.21	43.43
0.90	128.55	98.48	85.16	81.06	86.81	122.16	105.11	95.36	95.37	102.47	126.43	183.94
0.95	251.83	212.83	200.45	201.13	226.88	290.13	255.41	244.36	249.36	264.98	304.82	370.00
1.00	369.33	370.15	370.03	370.69	370.53	369.53	370.98	370.69	370.13	370.24	370.01	370.06
	(666.40)	(491.30)	(415.79)	(382.43)	(372.17)	(368.53)	(423.42)	(391.22)	(375.63)	(371.24)	(368.35)	(368.46)
1.05	44.20	72.32	98.08	120.60	147.93	172.21	93.13	113.64	130.41	144.95	162.25	173.34
1.10	15.72	24.70	35.79	45.31	58.74	73.80	34.30	43.49	51.38	57.77	68.51	79.99
1.20	6.30	8.93	12.24	15.25	19.51	23.62	12.18	14.87	17.09	19.00	22.03	25.50
1.30	4.01	5.41	7.14	8.73	10.82	12.49	7.06	8.33	9.42	10.30	11.63	12.87
1.40	2.96	3.91	5.08	6.17	7.57	8.48	4.96	5.78	6.47	7.02	7.76	8.38
1.50	2.40	3.09	4.01	4.84	5.93	6.55	3.81	4.44	4.97	5.40	5.90	6.24
1.60	2.05	2.57	3.31	4.04	4.95	5.50	3.13	3.63	4.08	4.44	4.83	5.10
1.70	1.81	2.23	2.84	3.47	4.30	4.80	2.65	3.07	3.46	3.79	4.16	4.37
1.80	1.65	1.99	2.51	3.07	3.83	4.31	2.32	2.68	3.03	3.31	3.66	3.86
1.90	1.53	1.81	2.27	2.77	3.47	3.95	2.08	2.39	2.70	2.97	3.30	3.48
2.00	1.44	1.68	2.08	2.54	3.20	3.67	1.91	2.17	2.46	2.72	3.04	3.24
EARL	57.53	53.12	52.70	53.92	57.61	65.71	56.44	56.16	57.45	59.76	65.31	75.59
τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.815$	2.810	2.805	2.800	2.790	2.787	2.819	2.824	2.825	2.824	2.825	2.823
0.50	8.02	7.20	6.66	6.26	5.76	5.68	7.59	6.95	6.53	6.27	6.14	6.90
0.60	11.46	10.27	9.50	9.02	8.79	10.18	11.70	10.87	10.47	10.44	11.47	15.60
0.70	18.59	16.94	16.24	16.21	17.83	25.19	21.62	21.07	21.75	23.43	29.77	46.36
0.80	39.22	37.93	39.48	42.86	54.23	84.63	59.63	63.03	69.43	78.84	103.45	162.67
0.90	152.24	159.89	173.13	191.83	234.03	325.56	309.26	318.81	331.22	351.18	410.52	547.55
0.95	393.46	390.11	394.51	407.17	432.78	499.81	610.02	576.45	556.01	560.35	578.32	636.50
1.00	370.93	369.42	370.07	370.13	370.80	370.22	370.55	370.06	370.43	370.83	370.05	370.97
	(379.35)	(368.81)	(367.04)	(366.36)	(370.32)	(370.00)	(373.73)	(373.35)	(374.46)	(372.75)	(369.57)	(369.43)
1.05	122.84	136.02	145.61	154.57	163.53	171.59	132.76	141.03	148.12	153.10	163.39	169.55
1.10	50.94	57.27	62.29	67.50	74.66	81.86	57.91	62.63	66.73	70.78	77.14	83.38
1.20	17.22	18.91	20.33	21.72	24.37	27.37	19.52	21.01	22.24	23.49	25.91	28.65
1.30	9.30	10.02	10.68	11.30	12.30	13.54	10.24	10.81	11.35	11.83	12.78	14.06
1.40	6.23	6.66	7.01	7.33	7.81	8.44	6.69	6.98	7.22	7.47	7.98	8.56
1.50	4.67	4.99	5.24	5.45	5.73	6.06	4.89	5.09	5.28	5.44	5.71	6.01
1.60	3.74	4.00	4.22	4.39	4.59	4.81	3.88	4.02	4.16	4.28	4.48	4.72
1.70	3.13	3.34	3.52	3.68	3.88	4.02	3.21	3.34	3.45	3.55	3.70	3.86
1.80	2.69	2.88	3.05	3.19	3.36	3.47	2.75	2.86	2.95	3.04	3.17	3.31
1.90	2.38	2.55	2.70	2.83	2.99	3.11	2.42	2.52	2.60	2.68	2.80	2.93
2.00	2.15	2.30	2.44	2.55	2.73	2.85	2.18	2.26	2.34	2.41	2.53	2.65
EARL	67.99	69.34	71.69	75.00	82.07	97.28	92.13	92.86	94.68	98.35	108.37	131.05

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.1: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.820$	2.825	2.828	2.831	2.833	2.833	2.819	2.820	2.822	2.824	2.827	2.835
0.50	8.37	7.81	7.51	7.47	7.94	10.12	11.31	10.96	11.03	11.56	13.66	20.34
0.60	14.67	14.26	14.54	15.45	18.73	28.34	26.73	27.79	29.96	33.46	42.92	69.61
0.70	34.87	36.89	40.48	45.41	59.69	93.99	97.35	104.48	114.60	127.46	161.12	253.17
0.80	135.40	146.34	159.36	177.42	223.29	332.67	516.75	506.50	517.21	545.51	629.46	898.16
0.90	747.04	705.81	696.21	710.79	761.47	825.19	2052.45	1791.33	1630.09	1547.88	1488.31	1621.76
0.95	893.25	832.74	785.13	765.36	740.63	754.80	1054.77	991.54	952.51	920.53	873.35	872.58
1.00	370.47	370.07	370.57	370.52	370.67	370.79	369.59	368.52	370.37	370.10	368.68	370.39
	(372.45)	(369.29)	(373.66)	(370.69)	(370.90)	(374.10)	(372.40)	(369.61)	(373.18)	(371.83)	(370.31)	(366.81)
1.05	138.98	144.25	149.65	154.07	160.17	166.61	146.59	148.39	150.91	154.23	157.94	164.40
1.10	64.33	67.64	71.46	73.72	79.08	84.00	70.87	72.96	75.00	77.23	80.76	84.94
1.20	21.89	22.92	23.97	25.16	26.94	29.06	24.21	25.04	25.78	26.64	27.91	29.94
1.30	11.12	11.54	12.00	12.44	13.32	14.42	12.09	12.38	12.69	13.05	13.73	14.73
1.40	7.08	7.30	7.49	7.70	8.13	8.68	7.54	7.65	7.82	7.99	8.35	8.85
1.50	5.07	5.20	5.37	5.50	5.73	6.06	5.30	5.40	5.49	5.59	5.81	6.13
1.60	3.97	4.07	4.16	4.26	4.43	4.65	4.09	4.14	4.20	4.27	4.42	4.63
1.70	3.26	3.33	3.40	3.48	3.60	3.77	3.33	3.37	3.40	3.45	3.55	3.69
1.80	2.77	2.84	2.89	2.95	3.05	3.18	2.80	2.83	2.87	2.91	2.98	3.09
1.90	2.43	2.49	2.54	2.60	2.68	2.79	2.45	2.48	2.51	2.54	2.60	2.70
2.00	2.18	2.23	2.27	2.32	2.40	2.51	2.19	2.21	2.23	2.26	2.31	2.39
EARL	148.27	144.69	144.67	148.14	158.88	181.35	307.96	284.54	272.87	270.05	277.13	328.66

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.2: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.7023$	2.5719	2.5115	2.4940	2.5100	2.5762	2.7605	2.7240	2.7005	2.6900	2.6892	2.7118
0.50	8.49	7.43	6.78	6.34	5.73	5.12	5.66	5.26	4.96	4.75	4.42	4.09
0.60	11.43	9.71	8.66	7.95	6.98	6.07	7.67	6.97	6.45	6.07	5.51	4.97
0.70	16.90	13.90	12.10	10.88	9.30	8.02	11.46	10.17	9.27	8.62	7.78	7.27
0.80	29.14	23.16	19.73	17.57	15.14	14.34	20.42	17.83	16.17	15.22	14.68	16.34
0.90	71.56	55.95	48.10	44.26	44.27	55.43	54.58	49.21	47.59	48.60	56.87	77.22
0.95	158.85	130.69	119.46	119.52	133.36	174.84	140.35	135.49	139.82	149.99	179.59	224.14
1.00	370.14	370.01	370.44	370.29	370.30	370.27	370.32	370.31	370.51	370.13	370.36	370.75
	(480.45)	(408.94)	(380.33)	(370.96)	(360.69)	(365.02)	(389.33)	(367.57)	(367.61)	(365.86)	(361.70)	(364.92)
1.05	39.15	56.41	70.60	83.29	103.97	127.39	70.78	83.97	94.86	105.46	124.04	141.70
1.10	14.89	20.06	24.75	28.79	35.28	44.03	25.24	29.17	32.62	35.87	42.38	50.62
1.20	6.14	7.88	9.49	10.76	12.24	13.60	9.34	10.43	11.22	11.89	12.98	14.51
1.30	3.86	4.84	5.80	6.56	7.42	7.86	5.46	6.08	6.54	6.89	7.28	7.66
1.40	2.82	3.52	4.24	4.81	5.48	5.77	3.87	4.31	4.66	4.90	5.16	5.30
1.50	2.26	2.80	3.38	3.86	4.45	4.73	3.00	3.36	3.66	3.88	4.11	4.21
1.60	1.91	2.35	2.85	3.26	3.81	4.11	2.47	2.78	3.04	3.24	3.47	3.58
1.70	1.67	2.03	2.48	2.86	3.37	3.70	2.11	2.38	2.63	2.83	3.04	3.17
1.80	1.51	1.81	2.20	2.57	3.05	3.39	1.85	2.09	2.33	2.52	2.75	2.88
1.90	1.39	1.64	2.00	2.35	2.80	3.16	1.67	1.88	2.10	2.30	2.53	2.66
2.00	1.30	1.51	1.84	2.17	2.61	2.97	1.53	1.73	1.92	2.11	2.36	2.50
EARL	43.20	41.36	41.14	41.63	43.43	47.40	42.02	42.08	42.74	43.83	46.84	51.71

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Ζ.2: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.8432$	2.8368	2.8294	2.8215	2.8138	2.8137	2.8595	2.8605	2.8572	2.8540	2.8521	2.8514
0.50	4.26	4.04	3.86	3.72	3.51	3.32	3.80	3.62	3.46	3.36	3.20	3.08
0.60	5.93	5.52	5.21	4.97	4.63	4.42	5.47	5.13	4.88	4.70	4.53	4.58
0.70	9.29	8.57	8.06	7.72	7.51	8.03	9.13	8.61	8.34	8.23	8.51	9.74
0.80	18.09	16.93	16.46	16.61	18.32	23.57	20.22	20.01	20.54	21.54	25.04	32.82
0.90	60.59	62.43	66.59	72.70	88.66	118.53	86.09	91.22	98.84	107.28	126.03	157.44
0.95	188.33	197.47	209.72	222.74	249.51	293.59	264.85	272.43	278.37	284.64	308.31	350.38
1.00	370.24	370.02	370.13	370.50	370.43	370.12	370.15	370.99	370.84	370.33	369.68	370.77
	(361.73)	(359.48)	(361.71)	(363.70)	(361.10)	(367.15)	(364.56)	(366.24)	(373.06)	(372.33)	(371.45)	(366.46)
1.05	100.41	110.49	119.11	126.32	139.41	152.39	116.15	123.34	129.13	134.64	147.14	155.24
1.10	34.82	38.14	41.53	44.74	50.72	58.47	41.70	44.53	47.21	50.27	56.06	62.83
1.20	11.47	12.06	12.66	13.16	14.32	16.16	12.76	13.23	13.75	14.37	15.51	17.47
1.30	6.32	6.59	6.81	6.98	7.30	7.80	6.68	6.82	6.96	7.12	7.49	8.67
1.40	4.31	4.50	4.64	4.75	4.89	5.05	4.42	4.51	4.58	4.66	4.83	5.04
1.50	3.27	3.43	3.55	3.64	3.75	3.83	3.29	3.38	3.44	3.49	3.59	3.70
1.60	2.65	2.80	2.92	3.00	3.10	3.17	2.64	2.72	2.78	2.84	2.92	3.00
1.70	2.25	2.37	2.49	2.58	2.70	2.76	2.22	2.29	2.35	2.41	2.49	2.58
1.80	1.95	2.07	2.18	2.28	2.41	2.50	1.92	1.99	2.05	2.11	2.19	2.30
1.90	1.75	1.85	1.96	2.05	2.20	2.31	1.72	1.78	1.83	1.88	1.98	2.10
2.00	1.59	1.69	1.79	1.88	2.04	2.18	1.56	1.62	1.67	1.73	1.82	1.94
EARL	45.76	46.78	48.16	49.73	53.26	59.18	51.96	53.17	54.51	56.02	59.84	66.09
τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.8575$	2.8594	2.8630	2.8645	2.8680	2.8700	2.8440	2.8525	2.8565	2.8599	2.8667	2.8723
0.50	3.62	3.43	3.30	3.21	3.07	2.97	3.62	3.45	3.33	3.23	3.11	3.07
0.60	5.49	5.20	4.99	4.88	4.82	5.08	5.91	5.67	5.54	5.47	5.56	6.00
0.70	10.02	9.68	9.64	9.76	10.56	12.58	12.23	12.28	12.52	12.92	14.29	16.94
0.80	26.37	27.17	28.72	30.72	35.92	45.27	38.47	40.52	42.91	45.66	51.73	61.85
0.90	132.03	138.90	147.57	155.77	176.33	210.74	201.14	210.97	218.97	226.54	243.44	271.42
0.95	356.30	352.97	357.08	364.02	377.49	402.91	451.38	451.19	448.20	446.19	450.70	466.01
1.00	370.33	370.26	370.33	370.82	370.03	370.05	370.45	370.42	370.25	370.52	370.46	370.67
	(365.53)	(366.82)	(365.33)	(365.89)	(363.96)	(369.78)	(367.23)	(363.48)	(364.42)	(365.55)	(366.33)	(371.00)
1.05	128.42	132.41	138.11	142.79	150.54	160.91	136.76	141.08	144.61	147.75	154.57	160.51
1.10	48.12	50.77	53.25	55.92	60.57	66.55	54.23	56.70	58.75	60.61	64.65	69.17
1.20	14.16	14.53	15.09	15.70	17.08	18.75	15.66	16.16	16.70	17.23	18.31	19.64
1.30	7.02	7.13	7.28	7.45	7.81	8.37	7.40	7.54	7.68	7.83	8.18	8.69
1.40	4.53	4.57	4.63	4.71	4.62	5.12	4.66	4.73	4.78	4.83	4.98	5.21
1.50	3.32	3.35	3.39	3.43	3.53	3.65	3.34	3.38	3.40	3.44	3.53	3.65
1.60	2.63	2.66	2.70	2.74	2.82	2.91	2.62	2.65	2.67	2.69	2.75	2.84
1.70	2.19	2.23	2.26	2.30	2.36	2.44	2.17	2.20	2.22	2.24	2.28	2.34
1.80	1.89	1.93	1.96	2.00	2.06	2.14	1.87	1.89	1.91	1.93	1.97	2.03
1.90	1.68	1.72	1.75	1.78	1.84	1.94	1.66	1.68	1.70	1.72	1.76	1.81
2.00	1.54	1.57	1.60	1.63	1.69	1.77	1.51	1.53	1.55	1.57	1.60	1.65
EARL	60.79	61.66	63.14	64.78	68.33	74.39	72.27	73.68	74.84	76.06	79.10	84.09

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.3: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	$q = 0.95$						0.90					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.691$	2.4500	2.3210	2.2660	2.2660	2.3340	2.5660	2.4980	2.4650	2.4520	2.4540	2.4780
0.50	16.27	12.59	10.51	9.24	7.76	6.55	9.67	8.32	7.46	6.87	6.08	5.38
0.60	21.78	16.46	13.50	11.68	9.59	8.03	13.10	11.07	9.78	8.92	7.85	7.18
0.70	31.71	23.40	18.88	16.12	13.17	11.53	19.47	16.23	14.23	13.02	11.86	12.22
0.80	52.29	38.19	30.52	26.16	22.44	22.97	34.04	28.02	25.12	23.82	23.89	29.41
0.90	107.61	81.24	69.33	63.63	63.00	76.30	83.37	72.92	69.43	70.54	79.68	104.09
0.95	184.32	151.14	137.43	133.44	138.00	162.25	169.77	153.01	150.73	154.67	169.34	193.22
1.00	200.40	200.26	200.57	200.23	200.83	200.43	200.02	200.00	200.36	200.14	200.71	200.88
	(403.75)	(296.60)	(243.95)	(216.75)	(198.43)	(194.96)	(239.04)	(218.41)	(206.19)	(201.24)	(197.65)	(199.55)
1.05	30.15	47.66	64.72	77.13	96.03	107.61	62.10	75.13	85.30	93.42	104.00	109.18
1.10	11.68	17.83	25.31	32.37	42.96	52.11	25.29	31.80	37.40	42.07	49.37	55.31
1.20	5.08	6.86	9.33	11.82	15.63	18.95	9.79	11.74	13.67	15.30	17.75	20.08
1.30	3.30	4.31	5.63	6.99	9.09	10.63	5.86	6.86	7.87	8.69	9.84	10.93
1.40	2.53	3.17	4.07	5.03	6.47	7.46	4.19	4.87	5.51	6.05	6.78	7.33
1.50	2.09	2.54	3.22	4.00	5.13	5.88	3.28	3.78	4.28	4.70	5.24	5.59
1.60	1.81	2.16	2.69	3.32	4.32	4.97	2.70	3.10	3.52	3.90	4.35	4.63
1.70	1.64	1.90	2.33	2.87	3.76	4.35	2.33	2.65	3.01	3.32	3.75	4.00
1.80	1.51	1.72	2.08	2.55	3.36	3.92	2.06	2.33	2.65	2.93	3.31	3.54
1.90	1.42	1.59	1.90	2.32	3.07	3.60	1.87	2.11	2.37	2.63	3.01	3.23
2.00	1.35	1.49	1.75	2.13	2.84	3.35	1.72	1.93	2.17	2.41	2.77	2.99
EARL	41.93	37.25	36.11	36.32	38.26	41.93	38.70	37.58	37.94	38.94	41.61	46.16
τ	$q = 0.80$						0.70					
	$\alpha = 0.70$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
	$L = 2.6140$	2.6050	2.5970	2.5920	2.5870	2.5850	2.6320	2.6320	2.6340	2.6340	2.6290	2.6270
0.50	7.12	6.45	5.97	5.62	5.18	4.95	6.60	6.06	5.70	5.45	5.21	5.39
0.60	10.01	8.97	8.30	7.85	7.50	7.97	9.81	9.03	8.63	8.45	8.68	10.39
0.70	15.82	14.27	13.45	13.13	13.68	16.99	17.00	16.26	16.23	16.69	18.94	25.58
0.80	30.85	28.97	28.70	29.95	35.46	48.21	39.86	40.10	42.64	46.12	55.09	76.60
0.90	96.55	96.76	101.06	108.06	125.73	160.85	154.35	156.13	162.07	171.29	187.84	228.78
0.95	209.48	203.71	203.36	207.48	219.56	239.89	280.28	267.02	264.92	264.15	266.52	285.41
1.00	200.49	200.56	200.22	200.09	200.34	200.17	200.68	200.61	200.41	200.36	200.37	200.28
	(207.30)	(202.35)	(201.03)	(201.96)	(199.81)	(200.47)	(205.15)	(202.94)	(201.32)	(200.87)	(202.67)	(200.88)
1.05	81.62	89.09	94.62	98.85	104.51	107.60	85.93	91.55	95.72	98.23	101.79	105.65
1.10	37.07	41.26	44.64	47.66	52.47	55.91	42.01	44.61	47.22	49.65	52.62	56.19
1.20	13.69	15.15	16.35	17.41	19.20	21.32	15.59	16.58	17.54	18.46	20.08	21.83
1.30	7.82	8.45	9.01	9.49	10.34	11.28	8.63	9.05	9.49	9.92	10.63	11.45
1.40	5.33	5.75	6.09	6.37	6.81	7.27	5.77	6.00	6.25	6.45	6.84	7.32
1.50	4.08	4.37	4.63	4.84	5.15	5.41	4.33	4.50	4.67	4.83	5.07	5.33
1.60	3.30	3.55	3.75	3.92	4.16	4.35	3.46	3.60	3.73	3.84	4.02	4.24
1.70	2.78	2.98	3.15	3.30	3.53	3.68	2.88	3.00	3.11	3.19	3.35	3.51
1.80	2.42	2.59	2.75	2.88	3.07	3.21	2.50	2.60	2.69	2.78	2.90	3.04
1.90	2.16	2.31	2.44	2.57	2.76	2.90	2.21	2.30	2.38	2.46	2.58	2.71
2.00	1.97	2.10	2.22	2.34	2.52	2.67	2.01	2.08	2.16	2.23	2.34	2.47
EARL	42.69	43.00	43.89	45.30	48.76	54.83	51.84	52.00	53.18	54.77	58.08	65.93

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Ζ.3: ARL και EARL τιμές για το S^2 -GWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$ (Συνέχεια).

τ	$q = 0.60$						0.50					
	$\alpha = 0.70$ $L = 2.6310$	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.50
0.50	6.84	6.36	6.07	5.92	5.99	6.77	8.12	7.73	7.61	7.64	8.16	9.78
0.60	11.07	10.58	10.44	10.62	11.81	15.18	15.47	15.39	15.85	16.74	19.52	25.88
0.70	22.53	22.70	23.63	25.10	30.46	41.39	40.77	42.43	45.06	48.61	57.82	75.63
0.80	66.56	69.34	73.76	78.92	95.53	124.67	151.56	153.41	159.02	166.65	187.15	227.28
0.90	276.30	271.62	269.14	268.83	290.76	328.78	548.09	502.09	478.03	469.64	462.57	487.80
0.95	359.44	342.75	331.09	320.99	325.55	330.56	448.47	420.76	403.23	392.66	380.47	379.56
1.00	200.11	200.77	200.29	200.07	200.72	200.37	200.45	200.78	200.52	200.66	200.37	200.03
	(203.88)	(203.58)	(204.21)	(204.95)	(201.77)	(200.68)	(202.08)	(201.72)	(202.96)	(203.89)	(202.13)	(199.90)
1.05	88.07	91.65	94.07	95.87	99.85	102.92	90.99	92.45	94.82	96.57	98.49	101.39
1.10	45.15	47.16	48.84	49.89	53.51	56.36	48.03	49.19	50.38	51.53	53.80	56.70
1.20	16.80	17.64	18.46	19.19	20.60	21.98	18.17	18.72	19.26	19.86	20.96	22.13
1.30	9.17	9.51	9.87	10.16	10.83	11.54	9.80	10.02	10.26	10.56	11.05	11.62
1.40	6.04	6.21	6.38	6.55	6.92	7.34	6.31	6.42	6.57	6.71	6.97	7.32
1.50	4.43	4.57	4.68	4.78	5.03	5.30	4.57	4.65	4.74	4.84	5.02	5.26
1.60	3.53	3.63	3.70	3.79	3.94	4.13	3.60	3.65	3.72	3.78	3.89	4.05
1.70	2.93	2.99	3.06	3.11	3.24	3.39	2.96	3.00	3.04	3.08	3.17	3.29
1.80	2.51	2.58	2.63	2.68	2.79	2.91	2.53	2.56	2.60	2.63	2.71	2.80
1.90	2.23	2.27	2.32	2.37	2.46	2.57	2.24	2.27	2.30	2.33	2.37	2.45
2.00	2.01	2.06	2.10	2.14	2.22	2.32	2.02	2.04	2.06	2.09	2.15	2.21
EARL	68.50	68.26	68.53	69.12	74.21	82.56	105.37	101.25	99.83	100.29	103.06	112.24

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Z.2 Απόδοση του CS–EWMA διαγράμματος

Πίνακας Z.4: ARL και EARL τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.05$			0.10			0.20		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 94.00$	43.40	17.10	69.20	30.58	12.81	48.10	19.91	8.74
0.50	28.67	20.76	15.64	22.01	14.98	11.26	17.45	10.90	8.23
0.60	33.09	24.14	18.48	25.71	17.59	13.46	20.81	13.06	10.13
0.70	40.29	29.70	23.35	31.93	22.08	17.46	26.62	17.05	13.96
0.80	54.20	40.83	33.62	44.52	31.68	27.00	38.85	26.47	25.22
0.90	94.67	77.59	73.74	83.70	68.84	73.30	77.82	68.31	89.84
0.95	173.43	161.60	171.05	161.90	160.08	186.07	156.51	173.30	234.46
1.00	370.67	370.64	369.49	370.23	370.92	370.66	369.25	369.87	370.33
	(273.46)	(348.29)	(371.74)	(275.23)	(346.77)	(360.79)	(284.39)	(350.83)	(360.39)
1.05	139.09	121.31	120.27	147.57	135.55	143.51	149.81	144.66	161.96
1.10	74.29	55.03	48.75	76.43	59.50	58.22	76.19	62.19	67.08
1.20	43.08	28.94	21.31	40.63	27.38	22.41	38.44	25.62	23.14
1.30	33.05	21.76	15.00	29.56	19.10	14.33	26.73	16.60	13.43
1.40	27.83	18.27	12.26	24.08	15.42	11.10	21.04	12.78	9.78
1.50	24.56	16.13	10.68	20.79	13.28	9.36	17.71	10.69	7.91
1.60	22.29	14.65	9.62	18.56	11.85	8.25	15.53	9.35	6.79
1.70	20.59	13.55	8.84	16.95	10.83	7.47	13.97	8.42	6.03
1.80	19.26	12.69	8.24	15.72	10.05	6.89	12.81	7.72	5.49
1.90	18.20	12.00	7.77	14.73	9.43	6.43	11.90	7.18	5.06
2.00	17.31	11.43	7.39	13.94	8.93	6.06	11.17	6.75	4.73
EARL	81.27	66.29	58.98	74.65	61.64	58.35	69.79	58.90	60.85
τ	$\lambda = 0.30$			0.40			0.50		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 37.52$	14.77	6.61	30.67	11.72	5.28	25.82	9.62	4.35
0.50	15.47	9.07	6.94	14.25	8.02	6.22	13.40	7.32	5.79
0.60	18.73	11.09	8.82	17.43	10.01	8.22	16.51	9.31	8.02
0.70	24.42	15.00	13.07	23.00	13.97	13.22	21.98	13.39	14.10
0.80	36.51	24.86	27.25	34.89	24.55	31.88	33.69	24.88	38.72
0.90	75.30	72.80	111.50	73.42	79.65	142.50	72.05	88.40	180.87
0.95	154.92	191.27	280.86	154.08	212.51	326.15	153.55	236.82	376.60
1.00	370.04	370.42	370.21	370.58	370.57	369.59	369.76	370.51	370.91
	(293.61)	(355.98)	(363.30)	(304.43)	(355.84)	(363.17)	(309.70)	(358.66)	(366.99)
1.05	149.64	150.11	168.46	148.33	156.14	170.87	147.37	159.89	170.44
1.10	74.87	63.88	72.70	73.39	66.02	75.53	71.94	67.77	77.02
1.20	37.07	24.74	23.72	35.85	24.35	25.56	34.79	24.17	25.00
1.30	25.27	15.31	13.06	24.16	14.58	12.97	23.27	14.11	12.92
1.40	19.56	11.45	9.11	18.52	10.67	8.71	17.73	10.11	8.47
1.50	16.24	9.38	7.13	15.23	8.59	6.67	14.50	8.03	6.36
1.60	14.08	8.07	6.01	13.13	7.30	5.52	12.42	6.76	5.19
1.70	12.56	7.19	5.26	11.62	6.44	4.77	10.95	5.92	4.43
1.80	11.41	6.54	4.73	10.51	5.82	4.24	9.87	5.31	3.89
1.90	10.53	6.04	4.32	9.65	5.35	3.85	9.02	4.85	3.51
2.00	9.83	5.65	4.01	8.96	4.97	3.55	8.35	4.48	3.21
EARL	67.51	58.61	64.41	65.86	59.43	69.09	64.54	60.75	74.66

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Ζ.5: ARL και EARL τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.05$			0.10			0.20		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 95.10$	44.80	17.85	70.79	31.78	13.59	49.45	20.75	9.29
0.50	22.05	15.83	11.52	16.88	11.44	8.38	13.11	8.19	6.04
0.60	25.28	18.24	13.46	19.55	13.28	9.86	15.45	9.65	7.21
0.70	30.48	22.17	16.70	23.94	16.36	12.40	19.43	12.19	9.37
0.80	40.31	29.77	23.27	32.60	22.59	17.95	27.62	17.81	14.78
0.90	68.11	52.89	45.84	59.00	44.23	41.18	53.75	40.36	43.93
0.95	122.74	106.41	107.25	113.29	101.19	113.19	108.16	106.62	137.76
1.00	370.86	370.07	370.74	370.08	370.26	370.58	370.33	370.82	370.74
	(267.60)	(331.12)	(354.04)	(270.03)	(340.23)	(356.04)	(280.55)	(348.96)	(355.71)
1.05	103.33	85.41	82.64	106.57	92.16	97.23	106.29	98.52	113.25
1.10	56.77	40.94	33.52	55.12	39.74	36.07	53.23	38.85	39.53
1.20	34.77	23.65	16.89	30.91	20.36	15.61	27.87	17.52	14.39
1.30	27.12	18.30	12.57	23.08	15.01	10.89	19.85	12.14	9.22
1.40	23.03	15.52	10.47	19.11	12.40	8.80	15.95	9.70	7.11
1.50	20.42	13.76	9.19	16.68	10.82	7.57	13.63	8.29	5.96
1.60	18.58	12.53	8.30	15.01	9.74	6.76	12.08	7.35	5.24
1.70	17.21	11.61	7.66	13.78	8.96	6.18	10.96	6.69	4.73
1.80	16.13	10.88	7.16	12.83	8.35	5.72	10.12	6.19	4.35
1.90	15.27	10.31	6.75	12.08	7.86	5.38	9.46	5.79	4.05
2.00	14.54	9.83	6.42	11.45	7.47	5.09	8.91	5.47	3.81
EARL	67.43	54.99	48.02	61.03	49.85	45.83	56.28	46.44	45.55
τ	$\lambda = 0.30$			0.40			0.50		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 38.55$	15.46	7.004	31.66	12.27	5.635	26.665	10.05	4.657
0.50	11.40	6.70	4.93	10.37	5.80	4.28	9.65	5.18	3.81
0.60	13.61	8.00	5.99	12.52	7.03	5.31	11.73	6.35	4.86
0.70	17.46	10.35	8.08	16.29	9.31	7.47	15.42	8.62	7.16
0.80	25.46	15.90	14.02	24.16	14.93	14.27	23.16	14.38	15.11
0.90	51.32	40.20	50.55	49.76	41.56	59.70	48.42	43.53	71.60
0.95	105.81	114.71	162.99	104.24	124.52	192.85	103.17	136.05	221.36
1.00	370.46	370.51	370.37	370.05	370.27	370.69	370.03	370.22	370.19
	(290.64)	(353.32)	(362.55)	(295.22)	(349.69)	(360.75)	(300.19)	(350.70)	(359.36)
1.05	105.05	103.86	122.38	103.92	108.84	131.41	102.65	113.76	135.75
1.10	51.67	38.96	42.74	50.45	39.59	45.93	49.20	40.29	48.89
1.20	26.29	16.18	14.03	25.24	15.46	14.05	24.34	14.95	14.35
1.30	18.27	10.75	8.40	17.29	9.90	7.99	16.51	9.31	7.76
1.40	14.42	8.37	6.23	13.48	7.55	5.73	12.77	6.97	5.39
1.50	12.16	7.03	5.12	11.25	6.26	4.62	10.58	5.70	4.26
1.60	10.66	6.17	4.43	9.79	5.44	3.95	9.15	4.92	3.59
1.70	9.60	5.57	3.97	8.75	4.88	3.49	8.14	4.38	3.15
1.80	8.79	5.12	3.63	7.98	4.45	3.16	7.37	3.98	2.84
1.90	8.17	4.77	3.36	7.36	4.13	2.91	6.79	3.68	2.61
2.00	7.67	4.49	3.16	6.88	3.87	2.71	6.33	3.44	2.44
EARL	53.95	45.28	46.55	52.45	44.99	48.48	51.28	45.14	50.60

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.6: ARL και EARL τιμές για το CS–EWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	$\lambda = 0.05$			0.10			0.20		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 62.60$	29.40	10.62	48.15	22.20	8.81	35.25	15.47	6.62
0.50	23.17	17.47	13.29	17.71	12.76	9.72	14.04	9.43	7.27
0.60	26.67	20.31	15.77	20.58	14.95	11.64	16.62	11.26	8.92
0.70	32.34	25.00	20.01	25.34	18.71	15.08	21.07	14.59	12.23
0.80	43.14	34.26	28.90	34.82	26.64	23.20	30.27	22.43	21.56
0.90	73.83	63.86	61.22	63.87	55.58	57.72	59.56	54.51	66.34
0.95	127.77	120.29	123.32	116.43	115.27	126.77	112.78	120.81	147.26
1.00	200.97	200.73	200.28	200.14	200.15	200.60	200.05	200.38	200.80
	(147.33)	(189.17)	(205.44)	(142.17)	(183.62)	(194.78)	(147.49)	(188.02)	(193.35)
1.05	93.85	83.60	81.27	101.47	94.68	95.82	104.70	100.05	106.51
1.10	52.64	40.97	35.97	55.64	45.85	44.06	56.85	48.72	50.45
1.20	31.68	22.08	16.19	30.57	21.95	18.13	29.54	21.22	19.22
1.30	24.73	16.84	11.49	22.53	15.51	11.76	20.74	13.95	11.49
1.40	21.07	14.26	9.40	18.57	12.61	9.15	16.50	10.84	8.42
1.50	18.75	12.66	8.21	16.18	10.91	7.72	14.02	9.10	6.84
1.60	17.10	11.54	7.40	14.54	9.77	6.80	12.38	7.98	5.89
1.70	15.87	10.71	6.81	13.35	8.95	6.16	11.20	7.20	5.23
1.80	14.91	10.06	6.37	12.41	8.31	5.68	10.31	6.63	4.75
1.90	14.12	9.53	6.00	11.68	7.82	5.30	9.60	6.17	4.39
2.00	13.47	9.09	5.71	11.07	7.41	5.00	9.04	5.80	4.10
EARL	57.07	46.92	40.90	51.99	43.42	40.14	48.63	41.27	41.16
τ	$\lambda = 0.30$			0.40			0.50		
	$K_{CS} = 0.10$	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.50	1.00
	$H_{CS} = 28.20$	11.95	5.17	23.50	9.67	4.24	20.10	8.03	3.578
0.50	12.42	7.94	6.15	11.46	7.05	5.54	10.82	6.43	5.17
0.60	14.93	9.67	7.78	13.93	8.74	7.28	13.27	8.14	7.11
0.70	19.33	12.97	11.40	18.31	12.13	11.47	17.63	11.64	12.19
0.80	28.53	21.26	22.66	27.47	20.99	25.59	26.74	21.16	30.74
0.90	58.00	57.20	78.12	56.98	61.44	94.12	56.27	66.24	114.51
0.95	111.81	129.88	165.32	111.22	138.58	186.10	111.36	148.49	207.80
1.00	200.14	199.98	200.32	200.07	200.20	200.04	200.49	200.67	200.30
	(152.92)	(188.32)	(196.86)	(156.91)	(189.64)	(197.10)	(160.03)	(191.94)	(198.17)
1.05	104.80	104.20	107.36	104.02	106.95	107.53	103.90	106.51	107.17
1.10	56.62	50.10	52.51	56.03	50.93	53.90	55.39	51.87	54.74
1.20	28.79	20.79	19.59	28.10	20.56	20.02	27.51	20.36	20.17
1.30	19.77	13.11	11.21	19.08	12.56	11.01	18.53	12.15	11.02
1.40	15.45	9.90	7.90	14.73	9.29	7.59	14.22	8.81	7.41
1.50	12.93	8.13	6.26	12.22	7.50	5.87	11.72	7.04	5.64
1.60	11.28	7.03	5.28	10.57	6.41	4.89	10.07	5.96	4.63
1.70	10.10	6.28	4.62	9.40	5.68	4.23	8.91	5.23	3.96
1.80	9.22	5.72	4.15	8.54	5.13	3.76	8.04	4.70	3.49
1.90	8.54	5.30	3.81	7.85	4.72	3.42	7.38	4.29	3.16
2.00	8.00	4.95	3.53	7.32	4.39	3.16	6.85	3.98	2.91
EARL	47.01	40.82	42.43	45.88	40.95	44.58	45.13	41.31	47.50

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Z.3 Απόδοση του S^2 -TEWMA διαγράμματος

Πίνακας Z.7: ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.05$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
	$L = 2.14537$	2.0200	2.3320	2.5156	2.6415	2.7310
0.50	33.68	18.09	10.38	7.63	6.28	5.65
0.60	35.37	20.37	12.05	9.28	8.27	8.41
0.70	36.45	24.20	15.44	13.50	14.15	17.00
0.80	38.71	32.69	26.16	28.94	37.06	51.14
0.90	56.69	74.41	87.55	114.90	155.88	214.61
0.95	124.91	179.00	226.24	277.58	334.77	400.90
1.00	369.17	370.41	370.57	370.21	370.50	370.37
	(788.14)	(378.90)	(361.60)	(367.79)	(369.08)	(370.67)
1.05	59.99	128.47	159.59	171.05	174.21	172.89
1.10	16.65	50.70	65.37	73.09	78.06	80.44
1.20	4.88	19.50	22.28	23.83	24.96	25.99
1.30	2.79	12.95	13.05	12.82	12.80	13.02
1.40	1.99	10.40	9.73	8.93	8.54	8.35
1.50	1.61	9.04	8.05	7.05	6.49	6.15
1.60	1.41	8.16	7.06	6.00	5.37	4.97
1.70	1.29	7.53	6.40	5.33	4.67	4.24
1.80	1.21	7.06	5.91	4.84	4.17	3.71
1.90	1.16	6.69	5.54	4.48	3.82	3.35
2.00	1.12	6.40	5.24	4.20	3.54	3.08
EARL	47.55	58.81	60.76	64.99	71.35	80.19

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.8: ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 9$ και $ARL_0 \approx 370$.

τ	$\lambda = 0.05$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
	$L = 1.7345$	1.9960	2.3270	2.5152	2.6528	2.7490
0.50	25.59	14.22	8.06	5.77	4.52	3.80
0.60	28.32	15.88	9.16	6.70	5.43	4.72
0.70	32.55	18.57	11.10	8.53	7.50	7.33
0.80	40.21	23.82	15.97	14.49	15.35	17.80
0.90	62.06	44.71	44.50	53.48	68.00	86.65
0.95	117.05	110.96	134.89	168.63	206.80	245.57
1.00	370.65	369.23	370.50	370.01	370.16	370.29
	(410.24)	(361.96)	(357.56)	(365.83)	(357.34)	(362.03)
1.05	61.05	88.21	109.80	125.25	137.64	143.60
1.10	23.64	33.52	38.28	43.22	48.48	52.99
1.20	12.37	15.84	14.27	13.91	14.26	14.93
1.30	9.67	11.86	9.47	8.32	7.84	7.64
1.40	8.38	10.06	7.61	6.29	5.58	5.19
1.50	7.59	8.98	6.60	5.28	4.53	4.06
1.60	7.04	8.24	5.95	4.68	3.93	3.43
1.70	6.62	7.69	5.49	4.25	3.53	3.01
1.80	6.30	7.28	5.14	3.94	3.24	2.74
1.90	6.03	6.93	4.88	3.70	3.02	2.54
2.00	5.80	6.65	4.63	3.51	2.84	2.39
EARL	52.25	48.57	46.31	47.45	50.19	53.54

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

Πίνακας Z.9: ARL και EARL τιμές για το S^2 -TEWMA διάγραμμα με ασυμπτωτικά όρια ελέγχου, όταν $n = 5$ και $ARL_0 \approx 200$.

τ	$\lambda = 0.05$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
	$L = 2.14455$	1.756	2.070	2.275	2.416	2.516
0.50	30.01	17.27	9.80	7.17	5.83	5.12
0.60	27.38	19.38	11.30	8.58	7.45	7.20
0.70	24.58	22.86	14.15	11.88	11.76	13.01
0.80	23.45	30.20	22.41	22.77	26.33	33.62
0.90	31.85	60.64	62.18	73.68	93.12	116.80
0.95	68.21	123.35	135.70	158.36	180.77	205.27
1.00	200.20	200.10	200.21	200.75	200.73	200.57
	(604.62)	(213.23)	(194.06)	(195.62)	(195.80)	(199.57)
1.05	35.41	83.01	102.65	107.81	110.58	108.44
1.10	9.86	35.77	47.16	52.31	54.98	55.42
1.20	3.19	14.61	18.30	19.28	19.98	20.34
1.30	1.97	9.79	11.27	11.06	10.97	11.01
1.40	1.52	7.87	8.51	7.90	7.51	7.29
1.50	1.31	6.81	7.15	6.37	5.86	5.53
1.60	1.21	6.14	6.30	5.47	4.91	4.52
1.70	1.15	5.67	5.72	4.87	4.28	3.88
1.80	1.11	5.31	5.30	4.44	3.85	3.42
1.90	1.08	5.03	4.97	4.12	3.53	3.11
2.00	1.06	4.82	4.72	3.89	3.28	2.88
EARL	28.53	40.75	40.76	42.12	44.69	48.06

* $SDRL_0$ τιμές σε παρένθεση

