



# Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής

## Διπλωματική Εργασία

Η εφαρμοσιμότητα της Θεωρίας Καταστροφών σε  
μικροσκοπικά κυκλοφοριακά μεγέθη



**Επιμέλεια Εργασίας:** Αλέξανδρος Παπαχαραλάμπος

**Επιβλέπουσα:** Ελένη Ι. Βλαχογιάννη

Αθήνα, Νοέμβριος 2011



---

## Ευχαριστίες

---

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα καθηγήτρια κα Ελένη Βλαχογιάννη, Λέκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για την άπογη συνεργασία και συμπαράσταση σε όλη τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας. Χωρίς την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή της η εκπόνηση της παρούσας εργασίας θα ήταν αδύνατη.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών για τις γνώσεις που μου παρείχαν κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου, οι οποίες υπήρξαν πολύτιμες και αποτελούν βάση και αφετηρία για την επαγγελματική μου σταδιοδρομία.

Τέλος θα ήθελα να απευθύνω ευχαριστίες στην οικογένειά μου για την εμπιστοσύνη της σε μένα, τη συμπαράσταση και την καθοδήγησή τόσο κατά τη διάρκεια των σπουδών μου όσο και κατά τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας.

## Σύνοψη

---

Η κυκλοφοριακή συμφόρηση έχει αναλυθεί από πολλές οπτικές γωνίες και με διάφορα πρακτικά και θεωρητικά εργαλεία. Η κανονικοποίηση της κυκλοφορίας όμως παραμένει ένα από τα μεγάλα ζητήματα της κυκλοφοριακής ανάλυσης κυρίως γιατί η μετάβαση από τη μη συμφορημένη κατάσταση στη συμφορημένη, κατά την κλασική θεωρία, ή στη συγχρονισμένη ροή κατά την εναλλακτική θεωρία του Kerner και vice versa, δεν μπορεί να εξηγηθεί με το ευρέως χρησιμοποιούμενο μοντέλο LWR σε μακροσκοπική ανάλυση. Η Θεωρία των Καταστροφών είναι ένα πολλά υποσχόμενο μοντέλο το οποίο δύναται να εξηγήσει αυτή την αλλαγή των συνθηκών στην κυκλοφορία. Η παρούσα εργασία χρησιμοποιεί μικροσκοπικά μεγέθη και την στοχαστική μέθοδο του Cobb για την εφαρμογή της Θεωρίας των Καταστροφών. Με τη χρήση των μικροσκοπικών μεγεθών, το σύστημα γίνεται ένα όχημα διευκολύνοντας την αναγνώριση και ανάλυση των χαρακτηριστικών του και των παραγόντων που το επηρεάζουν. Επίσης, από την εργασία προκύπτουν τρόποι χρήσης της Θεωρίας Καταστροφών σε πραγματική ανάλυση και προτείνεται ένας εναλλακτικός τρόπος από την πρόβλεψη μέσω της Θεωρίας των Καταστροφών και ο οποίος μπορεί να οδηγήσει στην ομαλοποίηση της κυκλοφορίας.

---

## Abstract

---

Traffic congestion has been analyzed from many angles and using various practical and theoretical tools. Nevertheless, the normalization of traffic flow is still a major issue in traffic analysis mainly because the transition from free flow to congested traffic, according to classic traffic flow theory, or to synchronized flow, according to Kerner's alternative theory, and vice versa, cannot be fully explained by the widely used LWR macroscopic model. Catastrophe Theory is a promising model that can explain this transition. This thesis uses microscopic traffic flow variables and Cobb's stochastic method for the application of Catastrophe Theory. By using microscopic traffic flow variables, the system becomes a single vehicle making easier to identify and analyze the vehicle's characteristics and its influential factors. In addition, ways to use Catastrophe Theory in real traffic analysis can be obtained from the thesis and an alternative way to prediction through Catastrophe Theory which can lead to traffic normalization is proposed.

## Περίληψη

---

Η αιτιολόγηση της χρήσης της Θεωρίας των Καταστροφών έγκειται στην αδυναμία των υπαρχόντων μοντέλων να εξηγήσουν την μετάβαση μεταξύ των καταστάσεων της κυκλοφορίας (ελεύθερη ροή και συμφορημένη ροή). Η Θ.Κ. είναι ένα καλό υποψήφιο μοντέλο αφού μπορεί να εξηγήσει την ασυνέχεια σε μία θεωρητικά συνεχή ροή. Στα μικροσκοπικά μεγέθη της κυκλοφορίας, ο χωρικός διαχωρισμός παρουσιάζει μία απότομη πτώση κατά τη μετάβαση από επιβραδυνόμενη σε επιταχυνόμενη κατάσταση σύμφωνα με τον Newell και μία απότομη άνοδο στην αντίστροφη περίπτωση. Αν οι καταστάσεις ισορροπίας επιβράδυνση/επιτάχυνση αντικατασταθούν από την επιφυλακτική/επιθετική συμπεριφορά και η επιτάχυνση χρησιμοποιηθεί ως παράγοντας ελέγχου μαζί με την ταχύτητα, τότε είναι δυνατή η θεωρητική εξήγηση της μετάβασης μεταξύ αυτών των κυκλοφοριακών καταστάσεων.

Ο λόγος μη χρήσης των καταστάσεων ισορροπίας από την υπόθεση του Newell είναι πως δε μπορούν να εξηγήσουν την δικόρυφη μορφή της πιθανοφάνειας ενώπιον του ιδιάζοντος σημείου δηλαδή πριν το όχημα βρεθεί ανάντη ή κατάντη της επιφάνειας πτυχώσεως. Σε αυτό το σημείο, το όχημα θα έχει μηδενική ταχύτητα και επιτάχυνση δηλαδή θα είναι ακινητοποιημένο πιθανότατα λόγω συμφόρησης και σύμφωνα με τη Θ.Κ, το διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας θα είναι δικόρυφο (ίση πιθανότητα επιτάχυνσης-επιβράδυνσης). Η επιθετική και η επιφυλακτική συμπεριφορά εξηγούν απόλυτα αυτή τη μορφή με την ίδια λογική.

Στην παρούσα εργασία, ο χωρικός διαχωρισμός χρησιμοποιείται ως εξαρτημένη μεταβλητή (state variable), η ταχύτητα ως παράγοντας διακλάδωσης και η επιτάχυνση ως παράγοντας ασυμμετρίας. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για κάθε όχημα προκύπτουν από μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε ένα τμήμα του διαπολιτειακού αυτοκινητόδρομου I-80 στην περιοχή του San Francisco στην California μέσω της χρήσης βιντεοκαμερών.

Για την προσαρμογή των μοντέλων καταστροφής στην κυκλοφορία χρησιμοποιείται η μέθοδος του Cobb, που μετατρέπει το ντετερμινιστικό μοντέλο της Θ.Κ. σε στοχαστικό με την προσθήκη θορύβου Wiener στη εξίσωση κίνησης του δυναμικού συστήματος. Έπειτα, με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, υπολογίζονται οι συντελεστές της στοχαστική διαφορικής εξίσωσης. Προτού γίνει το βασικό κομμάτι ελέγχου της προσαρμογής της ΘΚ στην κυκλοφοριακή ροή, πραγματοποιούνται προκαταρκτικοί έλεγχοι για διάφορα μοντέλα ΘΚ στο στατιστικό πρόγραμμα R.

Βάση των αποτελεσμάτων του προκαταρκτικού ελέγχου εξακριβώνεται η λειτουργία του

προγράμματος και τα μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν στην τελική φάση προσαρμογής των μοντέλων. Η προσαρμογή των μοντέλων καταστροφής συγκρίνεται με αυτή ενός γραμμικού ή λογιστική μοντέλου. Η καλή προσαρμογή και η σύγκριση βασίζεται στα στατιστικά AIC/AICc/BIC. Επίσης, δίνονται τιμές  $R^2$  και τα αποτελέσματα του ελέγχου  $\chi^2$  για το γραμμικό μοντέλο εναντίον του αιχμικού μοντέλου.

Στην τελική φάση ελέγχου, τα οχήματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στους οδηγούς που παρουσιάζουν : α) επιθετική συμπεριφορά και β) επιφυλακτική συμπεριφορά, σύμφωνα με διαχωρισμό που έγινε παλαιότερα και με κύριο άξονα το ρυθμό μεταβολής του χωρικού διαχωρισμού και της επιτάχυνσης όπως και την σχετική ταχύτητα των οχημάτων του ζεύγους. Σε αυτή τη φάση γίνεται ακριβής σχολιασμός της σχεδιαστικής μορφής των σημείων επί του διχαλωτού συνόλου, του διαγράμματος υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών και της μορφής των διαγραμμάτων πιθανοφάνειας, όπως προκύπτουν από το R. Επίσης δοκιμάζονται διάφορα μοντέλα για την προσαρμογή στη Θ.Κ. εκ των οποίων δύο είναι μοντέλα με μνήμη. Τα αποτελέσματα παρατίθενται σε πίνακες για εύκολη σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Τα αποτελέσματα δείχνουν τη δυνατότητα προσαρμογής των δεδομένων στη Θ.Κ. Οι περιπτώσεις στις οποίες η προσαρμογή στο γραμμικό μοντέλο είναι καλύτερη από αυτή στην αιχμική καταστροφή είναι ελάχιστες και είναι ακόμα λιγότερες αυτές όπου η προσαρμογή στη λογιστική καμπύλη είναι καλύτερη.

Πολλά άλλα συμπεράσματα προκύπτουν από την προσαρμογή των δεδομένων στη Θ.Κ. όπως για τον διαχωρισμό επιφυλακτικών/επιθετικών οδηγών αλλά και συμπεράσματα από τη χρήση διάφορων μοντέλων προσαρμογής (5 διαφορετικά μοντέλα) και τη σύγκριση μεταξύ τους. Από τα 5 μοντέλα που ελέγχθηκαν, τα 2 είναι μοντέλα με μνήμη 0,5 sec και 1 sec. Με τη χρήση αυτών των μοντέλων πρακτικά συγκρίνονται μέσες καταστάσεις του συστήματος και έτσι αναιρείται η επίδραση του φαινομένου της αλλαγής λωρίδας ενός οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση και η έννοια του δυναμικού αποκτά ευρύτερη σημασία για το σύστημα κάτι που δεν μπορεί να συμβεί με ντετερμινιστικά μοντέλα.

Λόγω της φύσης της Θ.Κ. μπορούν να προκύψουν πολλές εφαρμογές όπως η ανάλυση και η πρόταση χαρακτηριστικών ενός οχήματος που μπορούν να οδηγήσουν στην εξοικονόμηση καυσίμου και την ομαλοποίηση της οδηγικής εμπειρίας με το δεύτερο να έχει περισσότερες εφαρμογές σε αυτοματοποιημένα συστήματα. Βάση της ανάλυσης που παρουσιάζεται σε αυτή την εργασία, ευνοείται η ανεξαρτητοποίηση των συστημάτων αφού λαμβάνεται υπόψη ένα όχημα τη φορά και όχι το σύνολο των οχημάτων σε ένα οδικό τμήμα, σε αντίθεση με παλαιές μελέτες.

## Πίνακας Περιεχομένων

---

Ευχαριστίες.....	i
Σύνοψη.....	ii
Abstract.....	iii
Περίληψη.....	iv – v
Πίνακας Περιεχομένων.....	vi – viii
Ευρετήριο Σχημάτων.....	ix
Ευρετήριο Πινάκων.....	x – xi

### Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή.....	σελ. 1
1.1) Κυκλοφοριακή ροή και κορεσμός.....	σελ. 1
1.1.1) Τα κυκλοφοριακά χαρακτηριστικά.....	σελ. 1
1.1.2) Σημασία πρόβλεψης μετάβασης σε κορεσμό.....	σελ. 3
1.2) Σκοπός της διπλωματικής εργασίας.....	σελ. 3
1.3) Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας.....	σελ. 3

### Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	σελ. 5
2.1) Μαθηματικά πρότυπα για την κυκλοφορία.....	σελ. 5
2.1.1) Στοχαστική Θεώρηση.....	σελ. 5
2.1.2) Ντετερμινιστική Θεώρηση.....	σελ. 6
2.2) Η Θεωρία Καταστροφών.....	σελ. 9
2.2.1) Εισαγωγή στη Θεωρία των Καταστροφών.....	σελ. 9
2.2.2) Η Θεωρία των Καταστροφών στην κυκλοφορία.....	σελ. 13
2.3) Ευρήματα για τη συμπεριφορά των οδηγών σε μικροσκοπική ανάλυση.....	σελ. 15
2.4) Συμπεράσματα Βιβλιογραφίας.....	σελ. 17



### Κεφάλαιο 3

<b>Θεωρητικά Στοιχεία</b> .....	σελ. 18
3.1) Ανάλυση των χαρακτηριστικών της αιχμικής καταστροφής.....	σελ. 18
3.2) Συμβάσεις της Θεωρίας Καταστροφών.....	σελ. 22
3.2.1) Η εξίσωση Fokker-Planck.....	σελ. 23
3.2.2) Οι συμβάσεις Maxwell και Delay.....	σελ. 25
3.3) Μέθοδοι και προγράμματα για έλεγχο προσαρμογής στη Θ.Κ.....	σελ. 26
3.3.1) Η πολλαπλή γραμμική παρεμβολή.....	σελ. 26
3.3.2) Η μέθοδος PS (Pattern Search).....	σελ. 28
3.3.3) Η μέθοδος LJ (Luus-Jaakola).....	σελ. 29
3.3.4) Το πρόγραμμα R.....	σελ. 30
3.3.4.1) Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	σελ. 31
3.3.4.2) Κατανόηση των αποτελεσμάτων.....	σελ. 35

### Κεφάλαιο 4

<b>Υπολογιστική Διαδικασία-Παρουσίαση και Ανάλυση Αποτελεσμάτων</b> .....	σελ. 38
4.1) Η βάση δεδομένων.....	σελ. 38
4.2) Μεθοδολογία.....	σελ. 41
4.2.1) Χρησιμοποιούμενο μοντέλο.....	σελ. 41
4.2.2) Καταστάσεις ισορροπίας δυναμικού και χρησιμοποιούμενη σύμβαση.....	σελ. 43
4.2.3) Ανάλυση μεθοδολογίας.....	σελ. 44
4.3) Παρουσίαση και ανάλυση αποτελεσμάτων.....	σελ. 45
4.3.1) 1 <sup>η</sup> Φάση Ελέγχου.....	σελ. 45
4.3.1.1) Αποτελέσματα.....	σελ. 45
4.3.1.2) Συμπεράσματα 1 <sup>ης</sup> φάσης ελέγχου.....	σελ. 52
4.3.2) 2 <sup>η</sup> Φάση Ελέγχου.....	σελ. 52
4.3.2.1) Αποτελέσματα – Οχήματα με επιθετική συμπεριφορά.....	σελ. 53
4.3.2.2) Αποτελέσματα – Οχήματα με επιφυλακτική συμπεριφορά.....	σελ. 69

## **Κεφάλαιο 5**

<b>Συμπεράσματα</b> .....	σελ. 78
5.1) Γενικά Συμπεράσματα.....	σελ. 78
5.1.1) Εφαρμοσιμότητα.....	σελ. 78
5.1.2) Συμπεράσματα από το διαχωρισμό επιθετικών/επιφυλακτικών οδηγών.....	σελ. 79
5.1.3) Συμπεράσματα για τα μοντέλα.....	σελ. 81
5.2) Εφαρμογές.....	σελ. 83
5.3) Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	σελ. 84

<b>Βιβλιογραφία</b> .....	σελ. 86
---------------------------	---------

## **Παράρτημα Α**

Η μετατροπή των Acha-Daza and Hall.....	σελ. 88
---	---------

## **Παράρτημα Β**

Η επιρροή της αλλαγής λωρίδων.....	σελ. 91
------------------------------------	---------

## **Παράρτημα Γ**

Έλεγχοι ανά 2 sec.....	σελ. 94
------------------------	---------

## Ευρετήριο Σχημάτων

<b>Σχήμα 1</b> : Η τυπική μορφή της σχέσης φόρτου – κατάληψης.....	σελ. 7
<b>Σχήμα 2</b> : Τα τρία μέρη της υπόθεσης του Edie.....	σελ. 8
<b>Σχήμα 3</b> : Το μοντέλο του Underwood.....	σελ. 8
<b>Σχήμα 4</b> : Η αιχμική καταστροφή στην κυκλοφορία σύμφωνα με τον Navin.....	σελ. 9
<b>Σχήμα 5</b> : Οι συμβάσεις Maxwell και Delay.....	σελ. 11
<b>Σχήμα 6</b> : Η επιθετικότητα του σκύλου του Lorenz σε απεικόνιση από τον Zeeman.....	σελ. 12
<b>Σχήμα 7</b> : Τα 5 χαρακτηριστικά των καταστροφών.....	σελ. 12
<b>Σχήμα 8</b> : Διάγραμμα φόρτου-κατάληψης σε ελεύθερη λεωφόρο.....	σελ. 14
<b>Σχήμα 9</b> : Καμπύλες επιτάχυνσης και επιβράδυνσης κατά τον Newell.....	σελ. 15
<b>Σχήμα 10</b> : Η ημικυβική παραβολή.....	σελ. 19
<b>Σχήμα 11</b> : Ένα παράδειγμα εύρεσης των σημείων καταστροφής.....	σελ. 21
<b>Σχήμα 12</b> : Οι μορφές του διχαλωτού συνόλου.....	σελ. 25
<b>Σχήμα 13</b> : Η πιθανοφάνεια στη Θ.Κ.....	σελ. 28
<b>Σχήμα 14</b> : Η σ.π.π. ανάλογα με την θέση επί του διχαλωτού συνόλου.....	σελ. 32
<b>Σχήμα 15</b> : Παράδειγμα αποτελεσμάτων στο R για έλεγχο προσαρμογής στην αιχμική καταστροφή.....	σελ. 37
<b>Σχήμα 16</b> : Οργανόγραμμα ανάλυσης μεγεθών οχήματος (NGSIM).....	σελ. 39
<b>Σχήμα 17</b> : Η περιοχή μέτρησης.....	σελ. 41
<b>Σχήμα 18</b> : Όχημα 7 - 1 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Διχαλωτό σύνολο.....	σελ. 47
<b>Σχήμα 19</b> : Όχημα 7 - 2 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Διχαλωτό σύνολο.....	σελ. 48
<b>Σχήμα 20</b> : Αρνητικοί (πάνω) και θετικοί (κάτω) βρόγχοι υστέρησης.....	σελ. 53

### Σχήματα Παραρτημάτων

<b>Σχήμα A.1</b> : Διάγραμμα φόρτου-κατάληψης από μετρήσεις.....	σελ. 88
<b>Σχήμα A.2:</b> Τροποποιημένο διάγραμμα φόρτου-κατάληψης (Πρώτη φάση).....	σελ. 89
<b>Σχήμα A.3:</b> Τροποποιημένο διάγραμμα φόρτου-κατάληψης (Δεύτερη φάση).....	σελ. 90

## Ευρετήριο Πινάκων

---

<b>Πίνακας 1</b> : Κυκλοφοριακά μεγέθη σε μικροσκοπικό και μακροσκοπικό επίπεδο.....	σελ. 1
<b>Πίνακας 2</b> : Οι στοιχειώδεις καταστροφές.....	σελ. 10
<b>Πίνακας 3</b> : Μέθοδοι ελέγχου προσαρμογής της Θ.Κ.....	σελ. 26
<b>Πίνακας 4</b> : Στήλες αρχείων μετρήσεων του προγράμματος NGSIM.....	σελ. 41
<b>Πίνακας 5</b> : Όχημα 7 – 1 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 45
<b>Πίνακας 6</b> : Όχημα 7 – 2 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 45
<b>Πίνακας 7</b> : Όχημα 711 – 1 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 49
<b>Πίνακας 8</b> : Όχημα 711 – 2 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 49
<b>Πίνακας 9</b> : Όχημα 711 – 3 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 49
<b>Πίνακας 10</b> : Όχημα 307 – 1 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 50
<b>Πίνακας 11</b> : Όχημα 307 – 2 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 50
<b>Πίνακας 12</b> : Όχημα 307 – 3 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 50
<b>Πίνακας 13</b> : Όχημα 32 – 1 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 51
<b>Πίνακας 14</b> : Όχημα 32 – 2 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 51
<b>Πίνακας 15</b> : Όχημα 32 – 3 <sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 51
<b>Πίνακας 16</b> : Όχημα 1672 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 53
<b>Πίνακας 17</b> : Όχημα 1418 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 55
<b>Πίνακας 18</b> : Όχημα 2122 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 57
<b>Πίνακας 19</b> : Όχημα 1806 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 59
<b>Πίνακας 20</b> : Όχημα 1845 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 60
<b>Πίνακας 21</b> : Όχημα 1287 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 62
<b>Πίνακας 22</b> : Όχημα 1829 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 64
<b>Πίνακας 23</b> : Όχημα 1851 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 65
<b>Πίνακας 24</b> : Όχημα 1917 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 67
<b>Πίνακας 25</b> : Όχημα 916 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 69
<b>Πίνακας 26</b> : Όχημα 1631 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 71
<b>Πίνακας 27</b> : Όχημα 187 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 72

Πίνακας 28 : Όχημα 1992 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 74
Πίνακας 29 : Όχημα 1951 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 76

**Πίνακες Παραρτημάτων**

Πίνακας Β.1: Μέσες τιμές διαφοράς ταχύτητας και χωρικού διαχωρισμού 1 sec μετά την αλλαγή λωρίδας.....	σελ. 91
Πίνακας Β.1: Μέσες τιμές διαφοράς ταχύτητας και χωρικού διαχωρισμού 3 sec μετά την αλλαγή λωρίδας.....	σελ. 92
Πίνακας Γ.1: Όχημα 307 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 94
Πίνακας Γ.2: Όχημα 32 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 94
Πίνακας Γ.3: Όχημα 1418 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 94
Πίνακας Γ.4: Όχημα 1806 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 95
Πίνακας Γ.5: Όχημα 1829 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 95
Πίνακας Γ.6: Όχημα 1851 – Στατιστικοί έλεγχοι.....	σελ. 95



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1) Κυκλοφοριακή ροή και κορεσμός

#### 1.1.1) Τα κυκλοφοριακά χαρακτηριστικά

Ανάλογα με το αν εξετάζεται η κίνηση κάθε οχήματος χωριστά ή αν εξετάζεται συνολικά η κίνηση των οχημάτων σε ένα οδικό τμήμα, ορίζονται κυκλοφοριακά μεγέθη που εξετάζονται σε μακροσκοπικό και μικροσκοπικό επίπεδο. Αυτά φαίνονται στον Πίνακα 1. [4]

**Πίνακας 1:** Κυκλοφοριακά μεγέθη σε μικροσκοπικό και μακροσκοπικό επίπεδο

Μακροσκοπικό Επίπεδο	Μικροσκοπικό Επίπεδο
Μέση Ταχύτητα	Σημειακή Ταχύτητα
Φόρτος	Χρονικός Διαχωρισμός
Πυκνότητα	Χωρικός Διαχωρισμός

#### α) Σημειακή Ταχύτητα

Ως σημειακή ταχύτητα ή ταχύτητα σημείου (*travel speed*) εννοείται η ταχύτητα που έχει ένα όχημα όταν περνά από ένα δεδομένο σημείο. Μία άλλη μεταβλητή που μπορεί να μας απασχολήσει είναι η μέση ταχύτητα χρόνου (*time mean speed*) που ορίζεται ως ο αριθμητικός μέσος όρος των ταχυτήτων σημείου των οχημάτων που περνούν μπροστά από μία διατομή οδού σε μία δεδομένη χρονική περίοδο. [4] Αν η μέση ταχύτητα χρόνου μετρηθεί για μία λωρίδα και για χρόνο  $dt \rightarrow 0$  τότε η μέση ταχύτητα χρόνου ταυτίζεται με την σημειακή ταχύτητα.

#### β) Χρονικός & Χωρικός Διαχωρισμός

Είναι η απόσταση μεταξύ δύο οχημάτων που βρίσκονται στην ίδια λωρίδα κυκλοφορίας, μετρημένη ως προς ένα σταθερό σημείο αναφοράς τους όπως ο μπροστινός προφυλακτήρας τους. Αν η απόσταση αυτή μετριέται σε χρόνο τότε η απόσταση αυτή ονομάζεται χρονικός διαχωρισμός (*time headway*) ενώ αν μετριέται σε μήκος τότε ονομάζεται χωρικός διαχωρισμός (*space headway*). [4]

Αν  $h_i(x)$  είναι ο χρονικός διαχωρισμός του οχήματος  $i$  από το επόμενο όχημα στη θέση  $x$ , τότε ο μέσος χρονικός διαχωρισμός  $\bar{h}(x)$  στη θέση  $x$  για το χρονικό διάστημα  $T$ , δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\bar{h}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n(x)} h_i(x)}{n(x)}$$

Αν το  $T$  είναι αρκετά μεγάλο τότε:  $T \approx \sum_{i=1}^{n(x)} h_i(x)$  και επειδή  $q(x) = \frac{n(x)}{T}$  όπου  $q(x)$  είναι ο κυκλοφοριακός φόρτος και  $n(x)$  ο αριθμός των οχημάτων που περνάνε από μία διατομή στη θέση  $x$  κατά το χρονικό διάστημα  $T$ , συνεπάγεται:  $q(x) = 1/\bar{h}(x)$

Αν  $d_j(t)$  είναι ο χωρικός διαχωρισμός του οχήματος  $j$  από το προπορευόμενο όχημα κατά τη χρονική στιγμή  $t$ , στο τμήμα μήκους  $L$ , ο μέσος χωρικός διαχωρισμός στο τμήμα αυτό κατά τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{d}(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n(t)} d_j(t)}{n(t)}$$

Αν το  $L$  είναι πολύ μεγάλο, τότε  $L = \sum_{i=1}^{n(x)} d_j(t)$  και επειδή  $k(t) = \frac{n(t)}{L}$  όπου  $k(t)$  είναι η πυκνότητα και  $n(t)$  είναι ο αριθμός των οχημάτων που βρίσκονται σε τμήμα συνολικού μήκους  $L$  τη χρονική στιγμή  $t$ , συνεπάγεται:  $k(t) \approx 1/\bar{d}(t)$

Τέλος, η μέση ταχύτητα χρόνου ορίζεται ως:  $u_i = \frac{\sum_{i=1}^{n(x)} u_i(x)}{n(x)}$

Σημειωτέον πως αν  $dt \rightarrow 0$  και για μία λωρίδα κυκλοφορίας τότε  $n(x) = I$  και  $\sum_{i=1}^{n(x)} u_i(x) = u_i(x)$

όπου  $u_i(x)$  είναι η σημειακή ταχύτητα.

Από τους παραπάνω τύπους για δύο οχήματα που κινούνται το ένα πίσω από το άλλο σε μία λωρίδα

εξάγεται ότι:  $h_i(x) = \frac{d_j(t)}{u}$  όπου  $u = |u_1 - u_2|$  με  $u_1$  την ταχύτητα του προπορευόμενου οχήματος και  $u_2$  την ταχύτητα του ακολουθούντος οχήματος. Αν θεωρηθεί ότι  $\bar{u}$  είναι η μέση σημειακή ταχύτητα των

οχημάτων σε μία λωρίδα, τότε  $\sum_{i=1}^{n(x)} h_i(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n(t)} d_j(x)}{\bar{u}}$  ή  $\bar{h}(x) * n(x) = \frac{\bar{d}(t) * n(t)}{\bar{u}}$

Αν  $dT \rightarrow 0$  και  $dL \rightarrow 0$  δηλαδή αν μελετάται σε μία χρονική στιγμή μία διατομή της οδού, τότε  $n(x) = n(t)$

άρα  $\bar{h}(x) = \frac{\bar{d}(t)}{\bar{u}}$  (1) με τη διαφορά ότι το  $\bar{u}$  αφορά μία διατομή της οδού για ένα πολύ μικρό

χρονικό διάστημα άρα ταυτίζεται με την μέση ταχύτητα των οχημάτων που διέρχονται αυτό το διάστημα από την διατομή. Δηλαδή είναι η μέση ταχύτητα χρόνου για  $dt \rightarrow 0$ .



**1.1.2) Σημασία πρόβλεψης μετάβασης σε κορεσμό**

Η ομαλοποίηση της κυκλοφορίας αποτελεί το βασικό μέλημα της κυκλοφοριακής ανάλυσης. Η ανάλυση μπορεί να γίνει μικροσκοπικό ή μακροσκοπικό επίπεδο και σε πραγματικό χρόνο ή σε θεωρητική βάση. Το κλασικό μοντέλο ανάλυσης της κυκλοφορίας σε μακροσκοπικό επίπεδο και σε θεωρητική ανάλυση αλλά και σε πραγματικό χρόνο, το μοντέλο LWR, αδυνατεί να εξηγήσει ικανοποιητικά την μετάβαση από ελεύθερη ροή σε συμφορημένη κατάσταση. Έτσι δεν μπορεί να υπάρξει μία απόλυτη απάντηση για την ομαλοποίηση ούτε ένας αποτελεσματικός τρόπος πρόβλεψης της εξέλιξης της συμφόρησης.

Η αύξηση των οχημάτων, της ανάγκης για αυτοματοποιημένα συστήματα σε βιομηχανικό επίπεδο και σύντομα σε καταναλωτικό επίπεδο, η απαίτηση για οικονομικότερη και ασφαλέστερη μεταφορά και η ταυτόχρονη αδυναμία αύξησης της ικανότητας των οδικών δικτύων ειδικά μέσα στις πόλεις, οδηγεί στην εξέλιξη των θεωρητικών μέσων για μείωση ή διατήρηση των επιπέδων κυκλοφοριακής συμφόρησης. Σε αυτό το πλαίσιο, το υπάρχον μοντέλο για τη διαχείριση της κυκλοφορίας πρέπει να εξελιχθεί ώστε να ικανοποιήσει τις μοντέρνες ανάγκες. Και το μεγαλύτερο ζήτημα είναι η ανάλυση της μετάβασης της κίνησης από κατάσταση ελεύθερης ροής σε συμφόρηση και φυσικά, λόγω συμμετρίας, από συμφόρηση σε ελεύθερη ροή.

Εφόσον μπορέσει να υπάρξει αυτή η εξέλιξη και υποστηριχθεί από τα κατάλληλα μαθηματικά και κυκλοφοριακά εργαλεία, η κυκλοφοριακή συμφόρηση θα μπορέσει να λάβει μία νέα μορφή ίσως πιο διαχειρίσιμη από τους συγκοινωνιολόγους και πιο υποφερτή από τα υποκειμενικά κριτήρια των οδηγών.

**1.2) Σκοπός της διπλωματικής εργασίας**

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι ο έλεγχος προσαρμογής της Θ.Κ. στα μικροσκοπικά χαρακτηριστικά της κυκλοφοριακής ροής. Τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται είναι ο χωρικός διαχωρισμός ως εξαρτημένη μεταβλητή και η επιτάχυνση και η ταχύτητα ως παράγοντες ελέγχου. Η χρήση των μεγεθών βασίζεται στην υπόθεση του Newell για μετάβαση μεταξύ επιταχυνόμενης και επιβραδυνόμενης κατάστασης. Τα δεδομένα προκύπτουν από ένα τμήμα ελεύθερης λεωφόρου. Στην εργασία τίθενται οι καταστάσεις ισορροπίας και αναλύεται ο λόγος χρήσης της κατάλληλης σύμβασης. Επίσης προτείνονται τρόποι χρήσης της Θ.Κ. σε πρακτικές εφαρμογές.

**1.3) Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας**

Η εργασία χωρίζεται στα παρακάτω κεφάλαια:

1ο Κεφάλαιο – Γίνεται περιγραφή των κυκλοφοριακών χαρακτηριστικών που θα είναι η βάση και το επίκεντρο της εργασίας

2ο Κεφάλαιο – Γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση σε έρευνες που έχουν γίνει πάνω στη Θ.Κ. και την

κυκλοφορία.

3ο Κεφάλαιο – Γίνεται μία βαθύτερη ανάλυση στο μαθηματικό υπόβαθρο της Θ.Κ. και αναλύονται μέθοδοι προσαρμογής που μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

4ο Κεφάλαιο – Γίνεται η επεξήγηση και παρουσίαση της μεθοδολογίας και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

5ο Κεφάλαιο – Γίνεται η καταγραφή των συμπερασμάτων, δίνονται τρόποι εφαρμογής της Θ.Κ. στην διαχείριση της κυκλοφορίας και προτείνονται κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα.

## Κεφάλαιο 2

### Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

#### 2.1) Μαθηματικά πρότυπα για την κυκλοφορία

Τα πρότυπα που περιγράφουν την κυκλοφορία, μπορούν να χωριστούν σε πολλές κατηγορίες όπως: α) Στατικά-Δυναμικά, β) Στοχαστικά-Ντετερμινιστικά και γ) Με χρονικό βήμα-Με βάση το περιστατικό [5]. Η βασικότερη όμως εξ αυτών είναι η στοχαστική και η ντετερμινιστική θεώρηση.

Στην ντετερμινιστική θεώρηση είναι δυνατός ο ακριβής υπολογισμός ενός κυκλοφοριακού μεγέθους αν δοθεί η τιμή ενός άλλου. Τα ντετερμινιστικά πρότυπα χωρίζονται σε μακροσκοπικά και μικροσκοπικά ανάλογα με το αν εξετάζεται η ροή συνολικά ή μεμονωμένα για κάθε όχημα. Στην στοχαστική θεώρηση γίνεται η παραδοχή ότι η τιμή ενός μεγέθους γύρω από μία μέση τιμή, κυμαίνεται με τρόπο που μπορεί να περιγραφεί από μία στατιστική κατανομή. [4]

##### 2.1.1) Στοχαστική θεώρηση

Η στοχαστική θεώρηση χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις όπου η διατήρηση κάποιων χαρακτηριστικών του κυκλοφοριακού φόρτου που αφορούν κάθε όχημα χωριστά και όχι το σύνολο του κυκλοφοριακού ρεύματος, είναι χρήσιμη όπως στην περίπτωση που αναλύεται η καθυστέρηση και η ουρά αναμονής στα ρεύματα που εμπλέκονται στις διασταυρώσεις. Οι στατιστικές κατανομές που χρησιμοποιούνται, εμπεριέχουν το στοιχείο του τυχαίου που είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στην κυκλοφοριακή ροή. [4]

Υπάρχουν δύο τύποι κατανομών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή της διέλευσης των οχημάτων, οι κατανομές αφίξεων που περιγράφουν τον αριθμό των οχημάτων που περνούν από ένα σημείο σε κάποιο χρονικό διάστημα και οι κατανομές χρονικών διαχωρισμών που περιγράφουν το μέγεθος του χρονικού διαστήματος μεταξύ διαδοχικών διελεύσεων οχημάτων. [4]

Οι κατανομές αφίξεων δίνουν μία συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας  $P(x)$  η οποία εκφράζει την πιθανότητα να αφιχθούν  $x$  οχήματα από μία διατομή κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος ανάλυσης. Οι κυριότερες κατανομές που χρησιμοποιούνται είναι η κατανομή Poisson, η διωνυμική κατανομή και η αρνητική διωνυμική κατανομή. [4]

Επειδή πολλές φορές οι απαιτούμενες μετρήσεις αφίξεων οχημάτων δεν είναι αρκετές και επειδή το ενδιαφέρον για τους χρονικούς διαχωρισμούς στα κυκλοφοριακά προβλήματα είναι μεγάλο, χρησιμοποιούνται οι κατανομές χρονικών διαχωρισμών με βασικότερες την αρνητική εκθετική κατανομή, την κατανομή Γάμμα, την κατανομή Erlang και την λογαριθμική κανονική κατανομή. [4]

Για την προσαρμογή μίας θεωρητικής κατανομής σε μία πειραματική, χρησιμοποιούνται μέθοδοι όπως η

μέθοδος των ροπών και το κριτήριο  $X^2$ .

### 2.1.2) Ντετερμινιστική θεώρηση

Το πρώτο μεγάλο βήμα στην αποτύπωση ενός μοντέλου για την κυκλοφορία με χρήση μακροσκοπικών μεγεθών, έγινε από τους Lighthill and Whitham (*On kinematic waves II: A theory of traffic flow on long, crowded roads*, 1955) όταν εισήγαγαν την ιδέα ότι η κίνηση σε μεγάλους πολυπληθής δρόμους μοιάζει με την κίνηση του νερού σε μεγάλους και σχεδόν υπερχειλισμένους ποταμούς. Ένα χρόνο αργότερα, ο Richards (*Shock waves on the highway*, 1956) εισήγαγε το κύμα-σοκ στους αυτοκινητόδρομους χρησιμοποιώντας μία παρόμοια προσέγγιση. Το μοντέλο έγινε γνωστό ως LWR (Lighthill – Witham – Richards model) και μία άμεση συνέπεια του είναι πως κανένα αυτοκίνητο δεν εξαφανίζεται ούτε εμφανίζεται από το πουθενά. Το μοντέλο LWR είναι ένα από τα βασικά μακροσκοπικά υδροδυναμικά πρότυπα.

Χρησιμοποιώντας την αναλογία μεταξύ της κίνησης των οχημάτων και της κίνησης των ρευστών, διατυπώνεται ο νόμος της διατήρησης των οχημάτων σε κίνηση σύμφωνα με το μοντέλο LWR [5]:

$$\frac{n(x) \partial C(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial k(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0$$

όπου:  $C(x,t)$  : η πυκνότητα της κυκλοφορίας ανά λωρίδα

$n(x)$  : ο αριθμός των λωρίδων στην θέση  $x$

$q(x,t)$  : ο κυκλοφοριακός φόρτος

$k(x,t)$  : η πυκνότητα της κυκλοφορίας

Η μακροσκοπική ανάλυση της κυκλοφορίας βασίζεται στο μοντέλο LWR αποδεχόμενη τα παρακάτω μειονεκτήματα:

α) Το μοντέλο LWR δεν μπορεί να περιγράψει την κυκλοφοριακή υστέρηση ούτε την μεταβλητότητα της κυκλοφοριακής ροής.

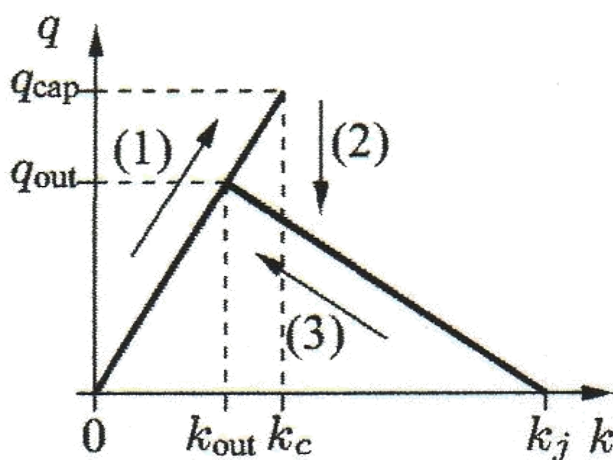
β) Το μοντέλο LWR δεν μπορεί να περιγράψει τις ασυνέχειες που εμφανίζονται στην κυκλοφορία.

Όπως παρατηρήθηκε, υπάρχει μία ασυμμετρία στα διαγράμματα επιτάχυνσης και επιβράδυνσης των οχημάτων. Ο Newell (1965) ήταν ο πρώτος ο οποίος υπέθεσε την ύπαρξη αυτής της διαφοράς και πρότεινε τη χρήση χωριστών προτύπων για την επιτάχυνση και την επιβράδυνση. Αυτή η υπόθεση ελέγχθηκε πειραματικά από τον Forbes (1958), τους Herman & Potts (1961) για μια λωρίδα κυκλοφορίας, τους Edie & Baverez (1967) για κυκλοφορία μέσω μιας σήραγγας, και τους Herman & Rothery (1967) οι οποίοι εξέτασαν φάλαγγες οχημάτων.

Πιο αναλυτικά, ο Edie (1961) πρότεινε και το μοντέλο των δύο καταστάσεων ροής το οποίο περιέχει την ασυνέχεια στο σημείο της κρίσιμης πυκνότητας η οποία παρατηρούνταν στις μετρήσεις φόρτων που

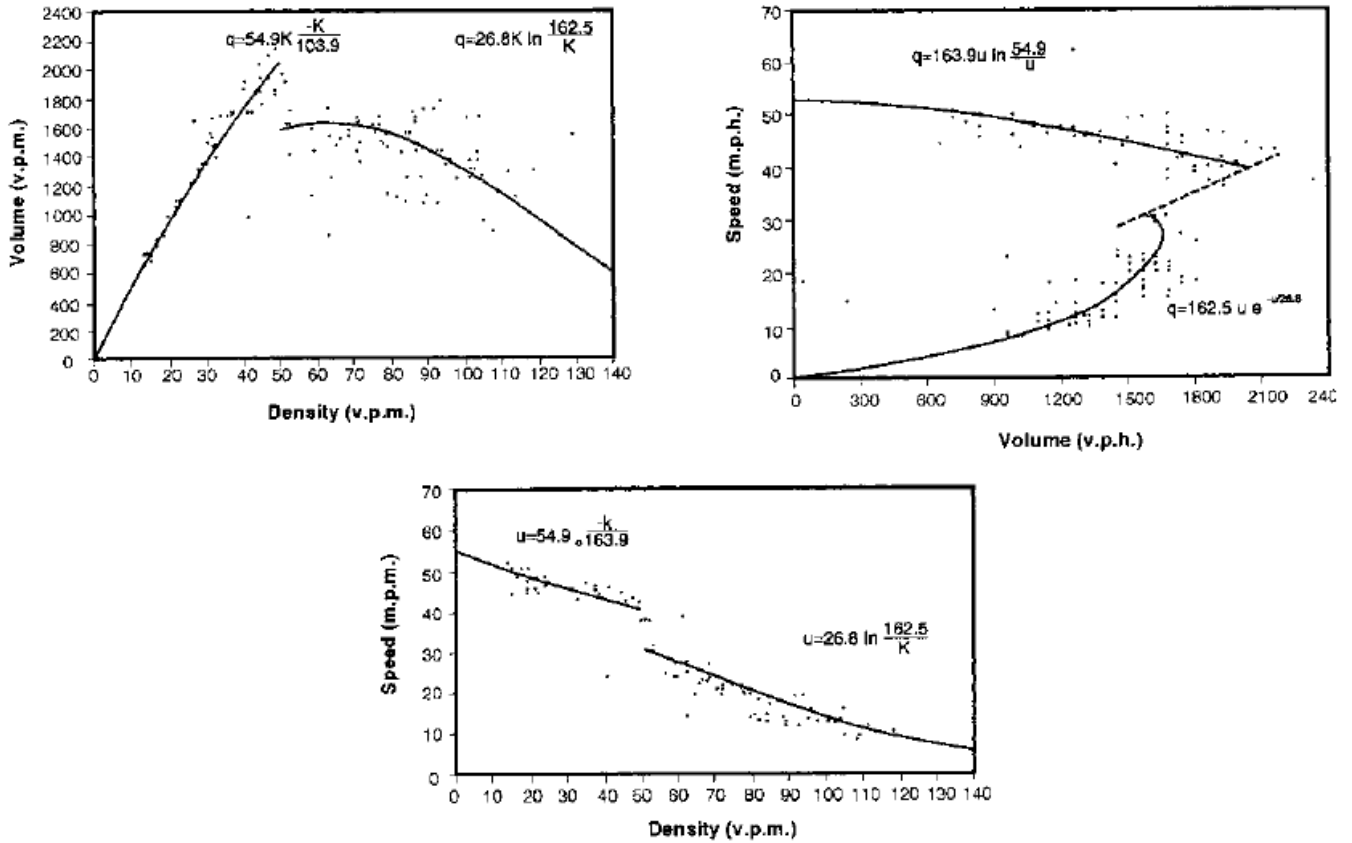
είχαν τιμή κοντά στην κυκλοφοριακή ικανότητα. Η τυπική αυτή μορφή του θεμελιώδους διαγράμματος φόρτου – πυκνότητας είναι γνωστή πλέον ως ανεστραμμένο λάμδα. Η γνωστή ως υπόθεση του Edie (Edie's Hypothesis) είναι η σχέση φόρτου-πυκνότητας σε ελεύθερη λεωφόρο ως αποτέλεσμα προσαρμογής ασυνεχών εκθετικών συναρτήσεων. Τα τρία μέρη της υπόθεσης του Edie απεικονίζονται στο Σχήμα 2 [2].

Από το Σχήμα 1 [3] είναι εμφανής η ασυνέχεια κατά την μετάβαση της κυκλοφορίας από τη μη συμφορημένη κατάσταση στη συμφορημένη. Κατά τον Navin (1986) αυτή η ασυνέχεια οφείλεται σε μία ξαφνική αλλαγή της ταχύτητας ή μία καταστροφική αλλαγή.

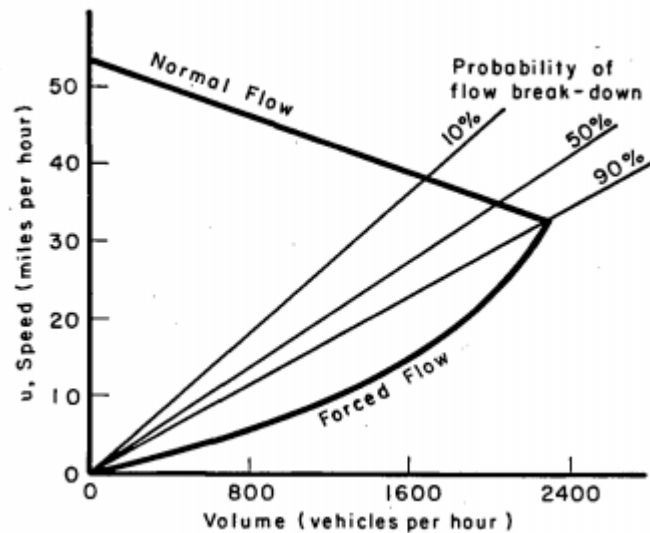


Σχήμα 1: Η τυπική μορφή της σχέσης φόρτου-κατάληψης

Αυτό όμως που φαίνεται από το Σχήμα 2 είναι πως ο Edie έδωσε δύο εξισώσεις για να περιγράψει κάθε κλάδο με συνέπεια να μην ορίζει το διχαλωτό σύνολο. Μερικά χρόνια αργότερα όμως, ο Underwood (1964) αναλύοντας το διάγραμμα ταχύτητας-φόρτου κατέληξε στο διάγραμμα που φαίνεται στο Σχήμα 3 [3] το οποίο εμφανίζει μία σχέση που μπορεί να μοιάσει με το διχαλωτό σύνολο. Το διάγραμμα του σχήματος 3 είναι παρόμοιο σε μορφή με το διάγραμμα που παρέθεσε ο Δημήτριος Δενδρινός στην εργασία του [21], με τη διαφορά ότι δεν υποτίθεται γραμμική σχέση μεταξύ ταχύτητας και φόρτου σε σταθερή ροή (normal flow). Ο Underwood (1964) περιγράφει μία εγκάρσια μετάβαση στο διάγραμμα και πως υπάρχει πιθανότητα η μετάβαση να γίνει από το πάνω μέρος του διαγράμματος στο κάτω μέσω της επιφάνειας μεταξύ των γραμμών “Normal Flow” και “Forced Flow”. Με άλλα λόγια, περιγράφει μία πιθανότητα μεταξύ της κατάρρευσης του συστήματος (breakdown) και της μη κατάρρευσης όπου και οι δύο αυτές καταστάσεις είναι εξίσου πιθανές ή δικόρυφες. Αυτό περιγράφεται ακριβώς από τον Thom ως μία από τις συνθήκες (διπλοτροπία – bimodality) που υπονοούν ότι το φαινόμενο μπορεί να περιγραφεί από την Θ.Κ. Ο Navin (1985) παρατηρεί ότι γεγονότα που συμβαίνουν στην μέγιστη ικανότητα, συμβαίνουν πολύ γρήγορα και όταν συμβεί η κατάρρευση, οι ενδιάμεσες καταστάσεις συνήθως δεν εμφανίζονται και αν το κάνουν διαφαίνονται με δυσκολία το οποίο, συνεχίζει

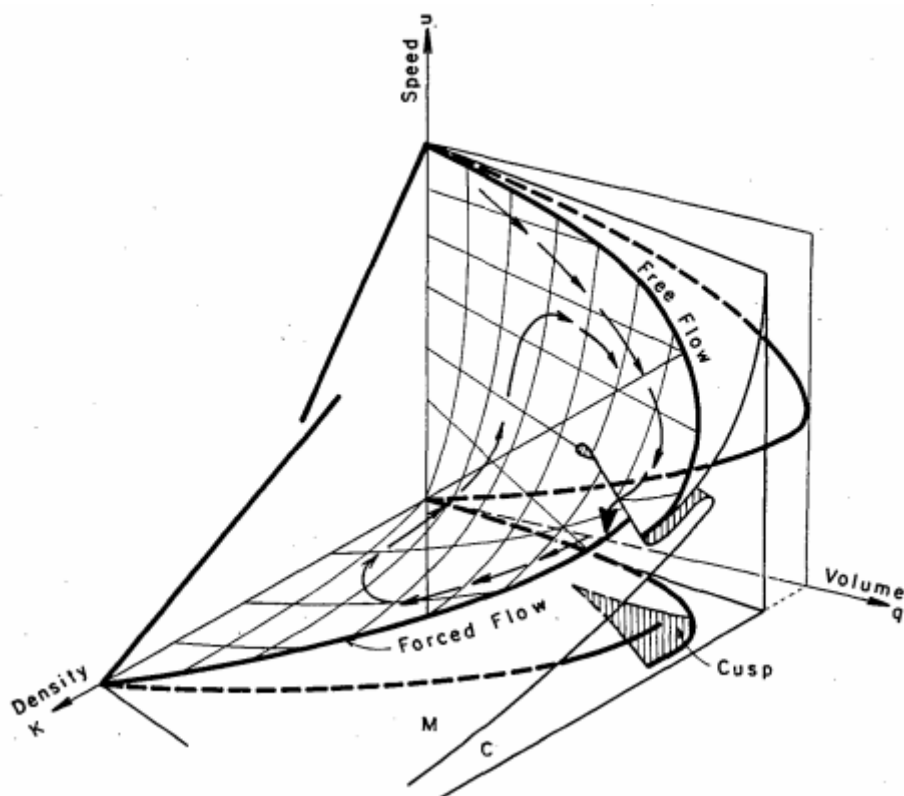


Σχήμα 2: Τα τρία μέρη της υπόθεσης του Edie



Σχήμα 3: Το μοντέλο του Underwood

ο Navin, είναι το φαινόμενο της απρόσιτης συμπεριφοράς (inaccessible behaviour). Έτσι ο Navin προχώρησε στο σχεδιασμό ενός ποιοτικού διαγράμματος που εμφανίζει την καταστροφή και φαίνεται στο Σχήμα 4 [3].



Σχήμα 4: Η αιχμική καταστροφή στην κυκλοφορία σύμφωνα με τον Navin

## 2.2) Η Θεωρία των Καταστροφών

### 2.2.1) Εισαγωγή στη Θεωρία των Καταστροφών

Η θεωρία των καταστροφών είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που δημιουργήθηκε (ή ανακαλύφθηκε) από τον Γάλλο μαθηματικό, ακαδημαϊκό και φιλόσοφο Rene Thom (1972) και παρουσιάστηκε σε μία απλοποιημένη μορφή από τον Zeeman (1977). Ο Thom, ξεκινώντας από την εμβρυολογία και μελετώντας τα καταστροφικά φαινόμενα, κατέληξε στο περίφημο θεώρημα κατατάξεως: Τα καταστροφικά φαινόμενα που παρατηρούνται στην φύση και υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς, κατατάσσονται το κάθε ένα χωριστά, σε μία από επτά στοιχειώδεις καταστροφές. [1]

Για να εφαρμοστεί η θεωρία των καταστροφών θα πρέπει να υπάρχει ένα ορισμένο σύστημα ως σύνολο από ποιότητες ή ιδιότητες που μας ενδιαφέρουν και στην πορεία αυτού του συστήματος να υπάρξει μία απότομη μεταβολή της πορείας του λόγω μίας εξωτερικής αιτίας π.χ. λόγω μίας σύγκρουσης οχημάτων. Αυτή η μεταβολή ονομάζεται καταστροφή. Ένας ελαφρώς πιο μαθηματικός ορισμός είναι: Κάθε ασυνεχής μετάβαση του συστήματος από μία σταθερή κατάσταση σε μία άλλη σταθερή κατάσταση ονομάζεται καταστροφή. Συνεπώς, για να μελετηθεί μία καταστροφή, πρέπει να υπάρχουν εκ των προτέρων ορισμένα δεδομένα. Οι περιορισμοί λοιπόν για να εφαρμοστεί η Θ.Κ. είναι α) η ύπαρξη ασυνεχής μεταβολής, β) η μετάβαση του συστήματος από μία σταθερή κατάσταση σε μία άλλη σταθερή κατάσταση και γ) η ύπαρξη παλαιών και προσφάτων δεδομένων για το σύστημα. [1]

Οι στοιχειώδεις καταστροφές είναι η καταστροφή τύπου πτυχής, αιχμής, πεταλούδας, χελιδονοουράς, τύπου υπερβολικής ομφαλικής, ελλειπτικής ομφαλικής και παραβολικής ομφαλικής. Εκτός από τις επτά στοιχειώδεις καταστροφές, υπάρχουν και καταστροφές ανώτερης τάξης αλλά η ανάλυση αυτών βρίσκονται εκτός του σκοπού αυτής της εργασίας. Ενδεικτικά αναφέρονται μερικές από αυτές: η δεύτερη υπερβολική ομφαλική και η δεύτερη ελλειπτική ομφαλική. [1]

Για να αναλυθεί ένα καταστροφικό φαινόμενο, πρέπει να είναι γνωστά δύο πράγματα, το δυναμικό του συστήματος και αν η εξίσωση που χρησιμοποιούμε για την ανάλυση της καταστροφής του συστήματος είναι δομικά σταθερή.

**Πίνακας 2:** Οι στοιχειώδεις καταστροφές

Όνομασία	Φύτρο (germ)	Καθολική Εκδίπλωση
Πτυχή	$X^3$	$1/3X^3+uX$
Αιχμή	$X^4$	$1/4X^4+1/2uX^2+vX$
Χελιδονοουρά	$X^5$	$1/5X^5+1/3uX^3+1/2vX^2+wX$
Πεταλούδα	$X^6$	$1/6X^6+1/4tX^4+1/3uX^3+1/2vX^2+wX$
Υπερβολική Ομφαλική	$X^3+Y^3$	$X^3+Y^3+wXY+uX+vY$
Ελλειπτική Ομφαλική	$X^3+3XY^2$	$X^3+3XY^2+w(X^2+Y^2)+uX+vY$
Παραβολική Ομφαλική	$X^2Y+Y^4$	$X^2Y+Y^4+wX^2+tY^2+uX+XY$

Σε κάθε στοιχειώδης καταστροφή αντιστοιχεί μία δυναμική συνάρτηση η οποία ονομάζεται φύτρο ή πηγή (germ). Για την αιχμική καταστροφή, η συνάρτηση πηγή είναι η  $x^4$  η οποία όμως δεν είναι δομικά σταθερή συνάρτηση. Δομικά σταθερή συνάρτηση  $f_p$  που αντιστοιχεί σε σημείο P, είναι αυτή που για κάθε άλλο σημείο Q κοντά στο P, η  $f_Q$  έχει την ίδια μορφή με την  $f_p$ . Η συνάρτηση  $x^4$  ανήκει στην οικογένεια των πολυωνύμων  $V(x)$  με  $V(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$  όπως ανήκει και η συνάρτηση

$W(x)=x^4+kx^p$  όπου το  $|a|$  είναι πολύ μικρό και  $p \in \mathbb{Z}$ . Η  $x^4$  έχει ένα ελάχιστο κοντά στο 0 αλλά η

$W(x)$  όχι απαραίτητα. Για παράδειγμα, αν  $p=5$ , το κρίσιμο σημείο της  $W(x)$  είναι το  $x=\frac{-4}{5k}$  οπότε αν

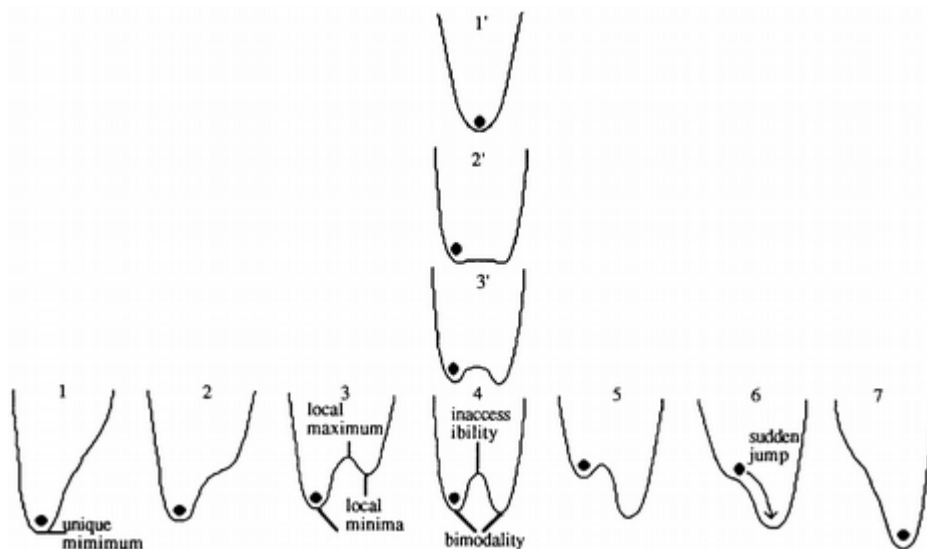
εκλέξουμε το  $k$  αυθαίρετα μικρό, το κρίσιμο σημείο της  $W(x)$  μετακινείται μακριά από την αρχή. Έτσι η προσθήκη ενός μικρού γραμμικού όρου στην  $x^4$  αλλάζει τις τοπολογικές της ιδιότητες με συνέπεια να την καθιστά μη σταθερά δομημένη. Από την άλλη, το πολυώνυμο  $V(x)$  είναι σταθερά δομημένο επειδή η προσθήκη του 5ου ή ανώτερης τάξης όρου, δεν επηρεάζει τον τύπο από άποψη τοπολογίας ενώ δεν υπάρχουν κατώτερης τάξης όροι να προστεθούν. Με αλλαγή της αρχής των συντεταγμένων, η  $V(x)$  γράφεται ως  $V(x)=x^4+ux^2+vx$  ή  $V(x)=1/4x^4+1/2ux^2+vx$  χωρίς να βλάπτεται ο τύπος. Ο τελευταίος τύπος της  $V(x)$  ονομάζεται καθολική εκδίπλωση της ιδιομορφίας  $x^4$ . [1]



Η έννοια του δυναμικού δεν μπορεί να οριστεί ακριβώς. Σε κάθε σύστημα κρύβεται ένα δυναμικό και όταν το σύστημα βρίσκεται σε ευσταθή κατάσταση, το δυναμικό του γίνεται ελάχιστο. Ουσιαστικά με την έννοια του δυναμικού εισάγεται η έννοια της ισορροπίας του συστήματος και σχετίζεται άμεσα με την προϋπόθεση της Θ.Κ. ότι το σύστημα μεταβαίνει από μία σταθερή κατάσταση σε μία άλλη. Παραδείγματα δυναμικού είναι η τάση ενός τεντωμένου σχοινιού και η τάση δύο χημικών στοιχείων να αντιδρούν.

Το δυναμικό σχετίζεται άμεσα με τα κρίσιμα σημεία μίας καμπύλης: μέγιστο, ελάχιστο, σημεία σάγματος και σημεία καμπής. Οι θέσεις τοπικού μεγίστου, τα σημεία καμπής και τα σημεία σάγματος, είναι θέσεις ασταθούς ισορροπίας ενώ οι θέσεις τοπικού ελαχίστου είναι θέσεις ευσταθούς ισορροπίας. Η μεταβίβαση του συστήματος από θέσεις ασταθούς ισορροπίας σε θέσεις ευσταθούς ισορροπίας συνεπάγεται μεταβολή του δυναμικού.

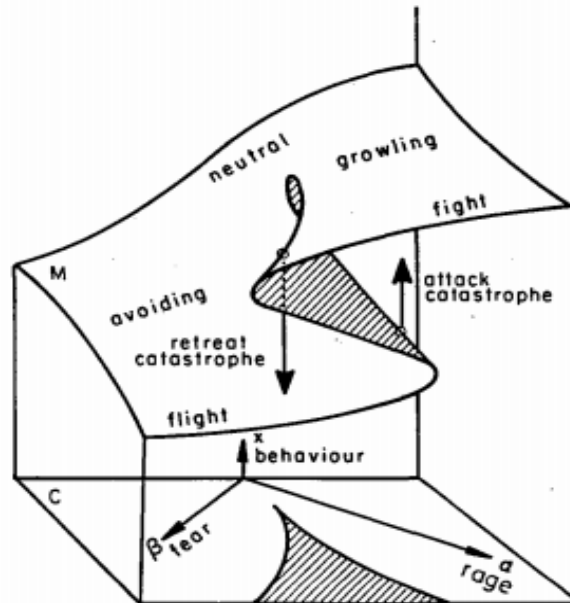
Ωστόσο, η ύπαρξη ενός τοπικού ελαχίστου δεν συνεπάγεται άμεσα ότι το σύστημα θα “κινήθει” προς αυτό με στόχο να ελαχιστοποιήσει το δυναμικό του. Υπάρχουν δύο διαφορετικές θεωρίες ως προς αυτή την ιδιοτροπία της έννοιας του δυναμικού. Η πρώτη είναι η σύμβαση του Maxwell που θέλει το σύστημα να μεταβιβάζεται άμεσα στη θέση τοπικού ελαχίστου ακόμα και αν αυξήσει το δυναμικό του βρισκόμενο σε μία ενδιάμεση θέση τοπικού μεγίστου, και η δεύτερη είναι η σύμβαση Delay που λέει πως το σύστημα μεταβιβάζεται στην θέση τοπικού ελαχίστου με τρόπο ώστε να μην αυξηθεί το δυναμικό του ακόμα και προσωρινά. Μία σχηματική αναπαράσταση των δύο συμβάσεων φαίνεται στο Σχήμα 5 [6] όπου μετά την διπλοτροπία (bimodality) το σύστημα αναζητεί το τοπικό ελάχιστο (αριστερά – συνθήκη Maxwell) ή το ολικό ελάχιστο (δεξιά – συνθήκη Delay).



Σχήμα 5: Οι συμβάσεις Maxwell και Delay

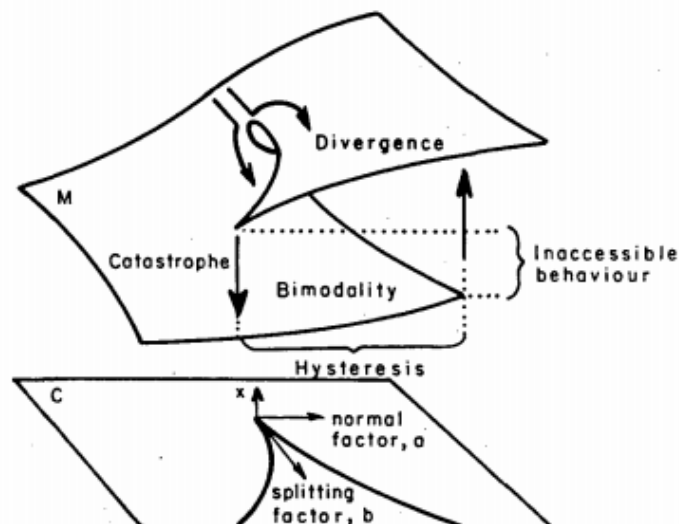
Ο Zeeman αναλύοντας τα στοιχεία ενός πειράματος του K.Lorenz από το βιβλίο του *Επί της επιθετικότητας* (*Das sogenannte Böse. Zur Naturgeschichte der Aggression*, 1963), απέδωσε τα

αποτέλεσμα σε τρισδιάστατη μορφή ως απεικόνιση καταστροφής. Το πείραμα του Lorenz αφορούσε την επιθετικότητα ενός σκύλου. Όπως είπε ο Lorenz, η επιθετικότητα του σκύλου μπορεί να μετρηθεί ανά πάσα στιγμή από το πόσο τα αυτιά του σκύλου πισωγυρίζουν και ο φόβος από το πόσο είναι ανοιχτό το στόμα του σκύλου. Ο Zeeman απεικόνισε αυτές τις παρατηρήσεις όπως φαίνεται στο Σχήμα 6. [3]



Σχήμα 6: Η επιθετικότητα του σκύλου του Lorenz σε απεικόνιση από τον Zeeman

Στο Σχήμα 7 [3] φαίνονται τα πέντε χαρακτηριστικά της αιχμικής αλλά και κάθε άλλης καταστροφής: Απόκλιση (Divergence), Καταστροφή (Catastrophe), Διπλοτροπία (Bimodality), Υστέρηση (Hysteresis), και Απρόσιτη Συμπεριφορά (Inaccessible Behaviour). Η σημασία των πέντε χαρακτηριστικών των καταστροφών είναι μεγάλη αφού αν παρουσιαστούν μερικά ή όλα από αυτά τα χαρακτηριστικά τότε μπορούμε να υποθέσουμε βέβαια ότι η υποκείμενη δυναμική του συστήματος είναι τέτοια ώστε να εφαρμόζεται η θεωρία των καταστροφών. [1]



Σχήμα 7: Τα 5 χαρακτηριστικά των καταστροφών

Η επιφάνεια  $M$  στα παραπάνω σχήματα 6 και 7, ονομάζεται επιφάνεια ισορροπίας και προκύπτει από παραγωγή της εξίσωσης της καθολικής εκδίπλωσης ενώ η επιφάνεια  $C$  ονομάζεται χώρος ελέγχου και έχει διάσταση όση και οι παράμετροι της εξίσωσης της καθολικής εκδίπλωσης (στην αιχμική καταστροφή υπάρχουν δύο παράμετροι  $u$  και  $v$  άρα ο χώρος ελέγχου είναι δισδιάστατος). [1]

Η διαγραμμισμένη επιφάνεια πάνω στην επιφάνεια  $M$  στο Σχήμα 6, ονομάζεται καμπύλη πτυχώσεως και τα σημεία που την αποτελούν, ονομάζονται ιδιάζοντα σημεία. Το σύνολο αυτών των σημείων ονομάζεται σύνολο καταστροφής  $S$  και προκύπτει από την επίλυση του παρακάτω συστήματος:

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_x V = 0 \\ \Delta \equiv \det H(V) = 0 \end{array} \right\}$$

όπου:  $V$  : η εξίσωση καθολικής εκδίπλωσης

$\nabla_x$  : το gradient μόνο ως προς το  $x$

$H(V)$ : η Hessian της  $V$

Αν από το παραπάνω σύστημα απαλειφθεί η μεταβλητή  $x$ , τότε προκύπτει η εξίσωση του διχαλωτού (bifurcation) συνόλου που εμφανίζεται διαγραμμισμένη στην επιφάνεια  $C$  του σχήματος 6. Οι καταστροφικές αλλαγές του φαινομένου μελέτης, εμφανίζονται πάνω στα σημεία αυτής της καμπύλης.

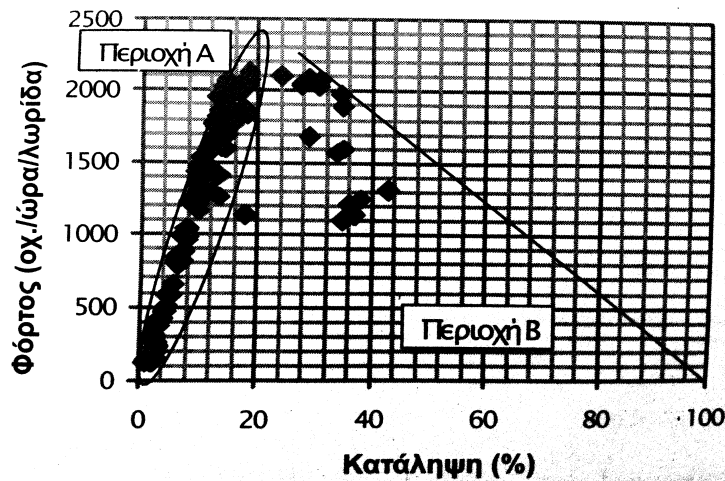
Η διαφορά της Θ.Κ. με τις υπόλοιπες θεωρίες που έχουν αναπτυχθεί για την κυκλοφορία όσον αφορά την αναγνώριση και ανάλυση ενός περιστατικού, είναι ότι μελετάει την μετάβαση του συστήματος από μία σταθερή κατάσταση σε μία άλλη. Είτε χρησιμοποιείται η κλασική θεωρία της κυκλοφορίας που περιλαμβάνει δύο φάσεις, ελεύθερη ροή και συμφόρηση είτε χρησιμοποιείται η εναλλακτική θεωρία του Boris Kerner (1996-2002) με τρεις φάσεις κυκλοφορίας, ελεύθερη ροή, συγχρονισμένη ροή και συμφόρηση, η Θ.Κ. δεν διαφοροποιείται αφού αναζητεί την ασυνέχεια ανάμεσα στις φάσεις και τον τρόπο μεταβίβασης του συστήματος από την μία φάση στην άλλη. Συνεπώς είναι ένα εργαλείο το οποίο σε κάθε περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και γίνεται ακόμα ισχυρότερο με την χρήση στατιστικής.

### 2.2.2) Η Θεωρία των Καταστροφών στην κυκλοφορία

Από τις επτά στοιχειώδεις καταστροφές, δύο έχουν εφαρμοστεί στην κυκλοφορία. Η καταστροφή τύπου πτυχής από τον Δενδρινό (1978) και η καταστροφή τύπου αιχμής (cusp catastrophe) με πρωτεργάτες τους Navin (1986) και Hall (1987). Για την καταστροφή τύπου αιχμής έχουν γίνει εκτεταμένες μελέτες εφαρμογής στην κυκλοφορία (Dillon & Hall, 1988 – Persaud & Hall, 1989 – Forbes & Hall, 1990 – Acha-Daza & Hall, 1992).

Οι Acha-Daza & Hall [22], χρησιμοποιώντας στοιχεία από το Queen Elizabeth Way Freeway Traffic Management για πέντε σημεία ελέγχου, 4 μετά από bottlenecks και 1 πριν από bottleneck, προσπάθησαν να δουν αν η προβλεπόμενη ταχύτητα από την Θ.Κ. και η μετρημένη ταχύτητα στα σημεία ελέγχου

συμβαδίζουν. Οι σταθμοί συλλέγουν δεδομένα κατάληψης, φόρτου και ταχύτητας ανά 30 δευτερόλεπτα 24 ώρες τη μέρα. Οι Acha-Daza & Hall χρησιμοποίησαν στοιχεία για την αριστερή λωρίδα αφού η απαγόρευση κυκλοφορίας για τα φορτηγά έκανε πιο ευχερή τον υπολογισμό του φόρτου αλλά και τον μέσο όρο των τριών λωρίδων. Πρότειναν μία μετατροπή των μεταβλητών  $U$  (Volume),  $V$  (Occupancy) και  $X$  (Speed) έτσι ώστε ο άξονας του φόρτου να διαχωρίζει την συμφορημένη από την μη συμφορημένη κυκλοφορία. Αυτό έγινε σε δύο φάσεις, πρώτα με την μεταφορά του άξονα ώστε κάθε μέτρηση μη συμφορημένης κίνησης να βρίσκεται αριστερά του άξονα του φόρτου και σε δεύτερη φάση, ώστε ο άξονας του φόρτου να καθορίζει ακριβώς το όριο της περιοχής A (μη συμφορημένης κίνησης) από την περιοχή B (συμφορημένης κίνησης). Η ακριβής μετατροπή των μεταβλητών αναλύεται στο Παράρτημα A ενώ στο Σχήμα 8 [4] φαίνονται οι δύο περιοχές A και B.



Σχήμα 8: Διάγραμμα φόρτου-κατάληψης σε ελεύθερη λεωφόρο

Από το Σχήμα A.3 γίνεται αντιληπτό πως ο στόχος των Acha-Daza & Hall δεν επιτεύχθηκε αφού υπάρχουν τιμές συμφορημένης κίνησης που βρίσκονται αριστερά του άξονα. Σε πρώτη ανάλυση ίσως να είναι αναπόφευκτη μία τέτοια κατάληξη ωστόσο, η μετατροπή αυτή γίνεται για να καθοριστούν τα σημεία συμφορημένης κίνησης και ελεύθερης ροής, ως προς την επιφάνεια καταστροφής (τα σημεία μη συμφορημένης κίνησης πάνω από την αναδίπλωση της επιφάνειας και τα σημεία της συμφορημένης κάτω). Αυτό υποδηλώνει ότι μερικές τιμές συμφορημένης κίνησης συμβαίνουν χωρίς να υπάρχει καταστροφή το οποίο μπορεί να μην καταρρίπτει την χρησιμότητα της Θ.Κ. ως προς την αναγνώριση περιστατικών κυκλοφορίας αλλά σίγουρα περιορίζει τις εφαρμογές της.

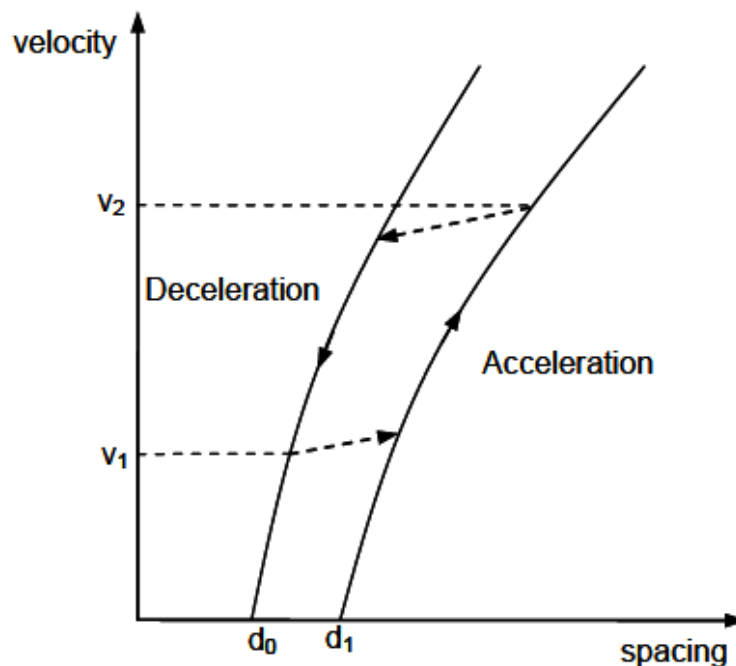
Στην εργασία τους οι Persaud & Hall [23] παρατήρησαν ότι η εκδήλωση της συμφόρησης σηματοδοτείται από μία πτώση της κατάληψης, του φόρτου και της ταχύτητας. Οι ταχύτητες παρέμεναν σταθερές στην επόμενη μέτρηση (30 δευτερόλεπτα) όπως και οι φόρτος, κατάληψη και αμέσως μετά η ταχύτητα έπεφτε αρκετά (περίπου 20 km/h) ενώ η κατάληψη αυξανόταν πολύ (ο φόρτος παρέμενε σχεδόν σταθερός σε αυτή τη μέτρηση). Το παραπάνω φαινόμενο δε συμβαίνει συχνά σε δεδομένα 30

δευτερολέπτων που ανέλυναν οι Persaud & Hall αλλά συνέβη σχεδόν σε κάθε περίπτωση περιστατικού που αναλύθηκε. Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι η εκδήλωση της συμφόρησης έχει ως αρχή μία απότομη πτώση και των τριών μεταβλητών ταχύτητα, φόρτος και κατάληψη που σημαίνει ότι η καταστροφή εκδηλώνεται στα όρια της περιοχής A με την περιοχή B.

Η συμφόρηση και η καταστροφή έχουν σαφή σχέση αίτιο-αποτέλεσμα αλλά δεν είναι σαφές ότι η συμφόρηση συνεπάγεται ότι έχει υπάρξει καταστροφή όπως έδειξε ο Yuki Sugiyama et al. (2008) που ανέλυσε τη δημιουργία συμφόρησης χωρίς να υπάρχει bottleneck. Επίσης, οι Persaud & Hall [23] έδειξαν ότι η ταχύτητα υπόκειται σε δύο καταστροφικές αλλαγές κατά την εκδήλωση της συμφόρησης δεδομένης της χρήσης μετρήσεων 30 δευτερολέπτων πράγμα το οποίο συμφωνεί με την μελέτη του Boris Kerner (1996-2002) ο οποίος εισήγαγε την έννοια της συγχρονισμένης ροής αφού παρατήρησε ότι η ταχύτητα εμφάνιζε δύο μεγάλες αλλαγές μέχρι τη συμφόρηση.

### 2.3) Ευρήματα για τη συμπεριφορά των οδηγών σε μικροσκοπική ανάλυση

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, τα διαγράμματα επιτάχυνσης και επιβράδυνσης παρουσιάζουν μία ασυμμετρία και η οποία εκφράστηκε θεωρητικά από τον Newell (1965). Ο Newell πρότεινε δύο ξεχωριστές καμπύλες για την επιτάχυνση και την επιβράδυνση σε συμφορημένη κίνηση χρησιμοποιώντας διαφορετικό χωρικό διαχωρισμό για την επιτάχυνση και την επιβράδυνση όπως φαίνεται στο Σχήμα 9 [7].



Σχήμα 9: Καμπύλες επιτάχυνσης και επιβράδυνσης κατά τον Newell

Η αρχική υπόθεση για την ασύμμετρη συμπεριφορά της επιτάχυνσης και της επιβράδυνσης έγινε από τον Forbes (1965) ο οποίος παρατήρησε ότι η αντίδραση του οδηγού είναι πιο αργή στην επιτάχυνση

και πιο γρήγορη στην επιβράδυνση. Μάλιστα, μετά από τρία πειράματα, διατύπωσε μία σχέση μεταξύ των χρόνων αντίδρασης του οδηγού καθώς επιβραδύνει και καθώς επιταχύνει όταν αντιμετωπίζει ένα μετωπικό εμπόδιο όπως μία συμφόρηση:  $t_h(\text{out}) \approx 2 * t_h(\text{in})$

Από το Σχήμα 9 μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι η κίνηση ισορροπεί σε δύο καταστάσεις έστω την επιταχυνόμενη και την επιβραδυνόμενη κατάσταση. Αυτές σε μορφή συνόλων τιμών από το παραπάνω σχήμα μπορούν να εμφανιστούν με τον παρακάτω τρόπο (όπου  $a > 0$  η επιτάχυνση και  $v$  η ταχύτητα):

Επιταχυνόμενη κατάσταση:  $(v_1 + dv, v_2)$  για  $+a$

Επιβραδυνόμενη κατάσταση:  $(v_2 - dv, v_1)$  για  $-a$

Με  $dv$  συμβολίζεται η μικρή διαφορά της ταχύτητας κατά την μετάβαση από τη μία κατάσταση στην άλλη. Αυτή θα τείνει στο μηδέν κατά τον Newell αφού το βέλος που δείχνει την μετάβαση από τη μία κατάσταση στην άλλη έχει πολύ μικρή κλίση ως προς την οριζόντιο με αποτέλεσμα η ταχύτητα να μεταβάλλεται ελάχιστα. Κατά την μετάβαση από την επιβραδυνόμενη στην επιταχυνόμενη κατάσταση και vice versa, παρατηρείται μία απότομη αλλαγή του χωρικού διαχωρισμού (spacing) η οποία μπορεί να συμβολίζει την καταστροφή. Επίσης, το γεγονός ότι η μετάβαση από τη μία κατάσταση στην άλλη γίνεται από διαφορετικά σημεία (επιταχυνόμενη  $\rightarrow$  επιβραδυνόμενη από  $\{v_2, a\}$ , επιβραδυνόμενη  $\rightarrow$  επιταχυνόμενη από  $\{v_1, -a\}$ ) συμβολίζει το φαινόμενο της υστέρησης.

Θεωρώντας ότι το  $dv$  είναι πολύ μικρό για να επηρεάσει την ταχύτητα κατά την μετάβαση από την επιταχυνόμενη στην επιβραδυνόμενη κατάσταση ή θεωρώντας πως η μετάβαση γίνεται σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα ώστε να υπάρξει σημαντική διαφορά στην αλλαγή της ταχύτητας άρα  $dv \approx 0$  ή

$\frac{dv}{dt} = a \approx 0$ , τότε η καταστροφή συμβαίνει όταν το όχημα φτάσει στο σημείο  $(v_2, a=0, d_i)$  όπου θα

πραγματοποιήσει άλμα προς το σημείο  $(v_2, a=0, d_j)$  με  $d_j < d_i$ . Αυτό είναι το φαινόμενο της διπλοτροπίας.

Η απόκλιση μπορεί να εξηγηθεί με την εισαγωγή της έννοιας των επιθετικών (aggressive) και επιφυλακτικών (timid) οδηγών. Επιθετικός είναι ο οδηγός που αντί να εναρμονίσει την ταχύτητά του με τον μπροστινό του αρκετά νωρίς ώστε να διατηρήσει τον χωρικό διαχωρισμό, επιταχύνει ή διατηρεί ταχύτητα μέχρι ο χωρικός διαχωρισμός να μειωθεί τόσο ώστε η επιβράδυνση ή η αλλαγή λωρίδας να είναι οι μόνες επιλογές του ώστε να αποφύγει το ατύχημα. Ο επιφυλακτικός οδηγός είναι το αντίθετο του επιθετικού οδηγού. Είναι γνωστό ότι ένας οδηγός δεν είναι συνήθως μόνιμα επιθετικός ή μόνιμα επιφυλακτικός αλλά μεταβαίνει μεταξύ των δύο καταστάσεων ανάλογα με το περιβάλλον (όπου εντάσσονται και οι δυνατότητες που του προσφέρει το όχημα), την γενική οδική του συμπεριφορά, την ψυχική του διάθεση ανά χρονική στιγμή και τυχαίους παράγοντες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ένας επιφυλακτικός οδηγός όταν βρεθεί σε μία ουδέτερη κατάσταση όπου η επιτάχυνση και η επιβράδυνση είναι εξίσου πιθανές εκδοχές (π.χ. υπάρχει δυνατότητα αλλαγής λωρίδας), θα επιλέξει την επιβράδυνση ενώ ένας επιθετικός οδηγός την επιτάχυνση. Αυτό είναι ενδεικτικό της απόκλισης. Αναλυτικότερα το φαινόμενο της απόκλισης και πως εμφανίζεται ανάλογα με τον οδηγό και την συμπεριφορά του, αναλύεται στην παράγραφο 4.2.2 .

Στα παραπάνω γίνεται μία σύνδεση μεταξύ ιδιότητας (επιφυλακτικός/επιθετικός οδηγός) και συμπεριφοράς (επιφυλακτική/επιθετική συμπεριφορά) η οποία βασίζεται στο γεγονός ότι δεν είναι γνωστός ως προς την ιδιότητά του ο οδηγός που μελετάται. Η διαφορά αναλύεται πιο διεξοδικά στο *Κεφάλαιο 5*.

## **2.4) Συμπεράσματα Βιβλιογραφίας**

Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι υπάρχει το θεωρητικό υπόβαθρο το οποίο δημιουργεί τις κατάλληλες προϋποθέσεις για την χρήση της Θ.Κ. σε μακροσκοπικά μεγέθη. Ακόμα και αν δεν υπάρχει κάποια εργασία που να κατάφερε να καθιερώσει την Θ.Κ. ως καλό μοντέλο για την ανάλυση της ασυνεχής μετάβασης μεταξύ δύο καταστάσεων ισορροπίας, οι ιδιότητες που προοικονομούν την χρήση της Θ.Κ. είναι εμφανείς. Χρησιμοποιώντας την υπόθεση του Newell και τα μοντέρνα μέσα για την προσαρμογή στην Θ.Κ. τα οποία αναλύονται στο *Κεφάλαιο 3* η επιτυχής προσαρμογή για μικροσκοπικά μεγέθη είναι πιθανή.

Κάθε εργασία ως τώρα στον τομέα της προσαρμογής στη Θ.Κ. έχει χρησιμοποιήσει γραφικές ή ντετερμινιστικές λύσεις. Συνεπώς αυτή η εργασία θα αποφύγει τέτοιες μεθόδους, όπως τη μέθοδο PS απευθείας στην εξίσωση της καταστροφής αιχμής που δοκίμασαν οι Acha-Daza & Hall [22] και αναλύεται παρακάτω.

## Κεφάλαιο 3

### Θεωρητικά Στοιχεία

#### 3.1) Ανάλυση των χαρακτηριστικών της αιχμικής καταστροφής

Τα χαρακτηριστικά των καταστροφικών φαινομένων είναι πέντε:

- α) Καταστροφή (Catastrophe)
- β) Υστέρηση (Hysteresis)
- γ) Απρόσιτη Συμπεριφορά (Inaccessible Behaviour)
- δ) Διπλοτροπία (Bimodality)
- ε) Απόκλιση (Divergence)

Η καταστροφή είναι το προφανές χαρακτηριστικό της Θ.Κ. Υπό τις κατάλληλες, και μοναδικές για κάθε καταστροφή περιστάσεις, η μεταβλητή  $X$  (state variable) υπόκειται σε μία ξαφνική αλλαγή που οδηγεί στην μείωσή της κατά μέτρο μεγέθους ή την αύξηση. Το σύστημα μετά την καταστροφή ισορροπεί σε νέες συνθήκες. Φυσικά μπορούν να γίνουν άπειρες καταστροφές σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα  $dt$  αλλά αυτό είναι πρακτικά αδύνατο γιατί το σύστημα έχει μία “κεκτημένη” που το οδηγεί μακριά από έναν επαναλαμβανόμενο κύκλο καταστροφών. Με άλλα λόγια, θα δράσουν δυνάμεις έτσι ώστε το σύστημα να μηδενίσει το δυναμικό του και να βρει την ισορροπία του. Η καταστροφή έχει αυτή την έννοια, της εύρεσης της ισορροπίας. Όταν το σύστημα έχει δυναμικό αρκετά διάφορο του μηδενός τότε η καταστροφή είναι εκείνη η διαδικασία ώστε το σύστημα να βρει μία νέα κατάσταση στην οποία το δυναμικό που είχε πριν, θα έχει μικρότερες τιμές.

Αυτή η διαδικασία της καταστροφής δεν είναι τυχαία αλλά συμβαίνει μόνο για συγκεκριμένες τιμές ή για συγκεκριμένα σημεία πάνω στην πολλαπλότητα. Για την εύρεση αυτών των σημείων, πραγματοποιούνται τα παρακάτω:

Θεωρείται η δυναμική συνάρτηση:  $V: X \times C \rightarrow R, X = R^n, C = R^r, r \leq 4$  (1)

Η επιφάνεια ισορροπίας  $M_v$  ορίζεται από τις εξισώσεις:  $\nabla_x V = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial x_2} = \frac{\partial V}{\partial x_3} = \frac{\partial V}{\partial x_4} = 0$  (2)

Για την καταστροφή τύπου αιχμής, η επιφάνεια ισορροπίας θα έχει την εξίσωση:  $x^3 + u * x + v = 0$  (3),

που προκύπτει από παραγωγή της καθολικής εκδίπλωσης.

Θεωρείται η απεικόνιση:  $X_v: M_v \rightarrow C$  που είναι ουσιαστικά η προβολή:  $R^{n+r} \rightarrow R^r \equiv C$

Η  $X_v$  ονομάζεται απεικόνιση καταστροφής.

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2, το σύνολο καταστροφής προκύπτει από την επίλυση του συστήματος:



$$\left. \begin{array}{l} (4) \quad \nabla_x V = 0 \\ (5) \quad \Delta \equiv \det H(V) = 0 \end{array} \right\}$$

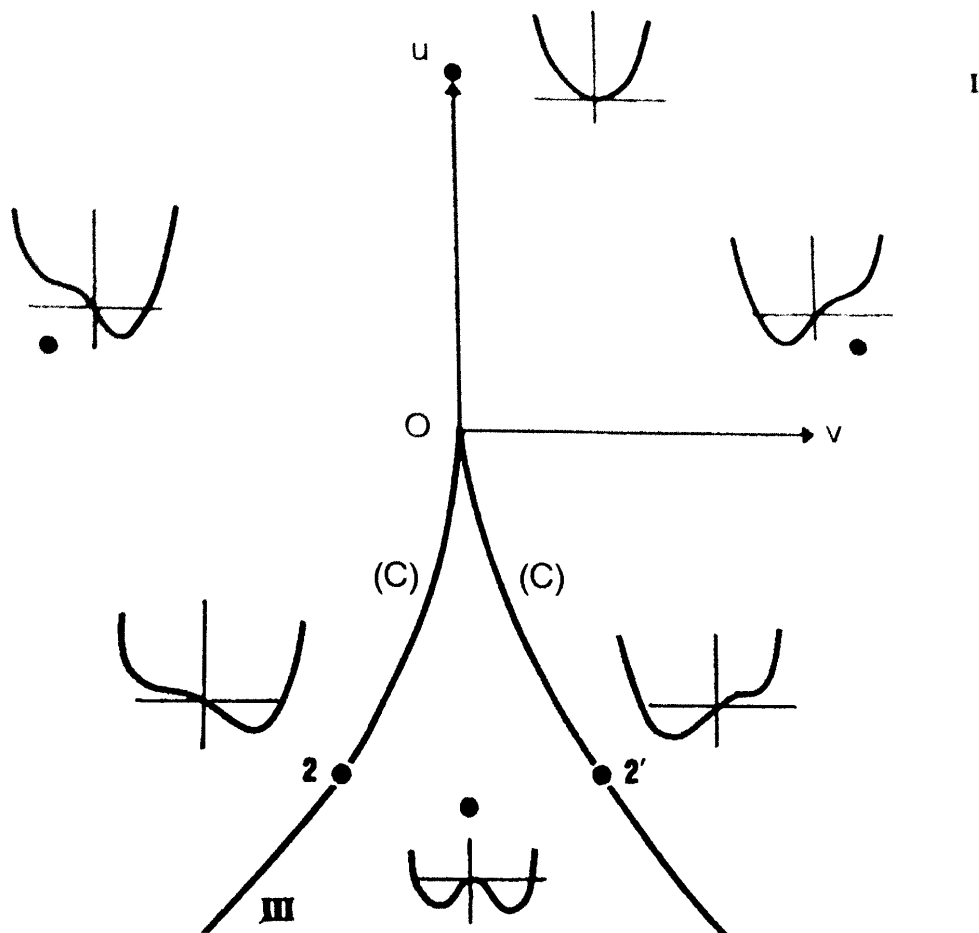
και για την καταστροφή τύπου αιχμής, αυτό είναι:

$$\left. \begin{array}{l} (6) \quad x^3 + u * x + v = 0 \\ (7) \quad 3 * x^2 + u = 0 \end{array} \right\}$$

Με απαλοιφή του  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in X \equiv R^n$  από τις παραπάνω εξισώσεις, εξάγεται η εξίσωση:

$$(C): 4 * u^3 + 27 * v^2 = 0 \quad (8)$$

που αποτελεί την έκφραση της προβολής του συνόλου καταστροφής S (διχαλωτό σύνολο) στον χώρο ελέγχου C. Αυτή η προβολή B φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 10: Η ημικυβική παραβολή

Για να εμφανιστεί η καταστροφή, πρέπει να υπάρχει ένα ζεύγος τιμών  $(u, v)$  το οποίο να ικανοποιεί την εξίσωση (8) δηλαδή να βρίσκεται πάνω στην ημικυβική παραβολή (Αυτό για την πιο συνηθισμένη περίπτωση. Το διχαλωτό σύνολο μπορεί να έχει άλλη μορφή όπως αναλύεται στην 3.2.2). Οι τιμές της μεταβλητής  $x$  δεν παίζουν ρόλο ως προς την ύπαρξη της καταστροφής αλλά παίζουν ως προς την

μεταβολή του συστήματος. Για την ανάλυση του παραπάνω αρκεί να δώσουμε μία τιμή στην μεταβλητή  $u$  στην εξίσωση (8). Είναι αρχικώς εμφανές ότι η εξίσωση (8) δεν επαληθεύεται για καμία τιμή  $u > 0$  με

$$u \in \mathbb{R} \quad \text{και πως για κάθε τιμή } u \text{ προκύπτουν δύο τιμές } v \text{ αφού: } (8) \rightarrow v = \pm \sqrt{4 * (-u)^3 / 27}$$

Από την παραπάνω διαδικασία εξάγονται δύο σημεία πάνω στην ημικυβική παραβολή τα  $(-u, v)$  και  $(-u, -v)$  όπου  $u, v \in \mathbb{R}^+$ . Εισάγοντας ένα από τα δύο ζεύγη, έστω το  $(-u, v) = (u_1, v_1)$ , στην εξίσωση (6), συνάγονται 3 τιμές του  $x = (x_1, x_2, x_3)$  που επιβεβαιώνουν την εξίσωση, ενώ με την επίλυση της εξίσωσης (7) για τις  $(u_1, v_1)$ , προκύπτουν δύο τιμές του  $x = (x_4, x_5)$ . Για αυτές τις τιμές γίνονται κάποιες σημαντικές παρατηρήσεις:

- α)** Από τις  $(x_1, x_2, x_3)$  με  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$  οι δύο είναι ομόσημες, έστω οι  $x_1, x_2$ , και αυτές βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους συγκρινόμενες κατά απόλυτη τιμή με την  $x_3$ .
- β)** Από τις  $x_4, x_5$  η μία είναι ομόσημη με τις  $x_1, x_2$ , έστω η  $x_4$ , και βρίσκεται ενδιάμεσα αυτών ή πολύ κοντά σε αυτές.
- γ)** Το σφάλμα της υπόθεσης:  $x_1 \approx x_2 \approx x_4$  είναι πολύ μικρό εφόσον οι τιμές συγκρίνονται με την  $x_3$  κατά απόλυτη τιμή.

Η ημικυβική παραβολή προκύπτει σχηματικά με την χάραξη καθέτων στο  $\mathbb{C}$  και οι οποίες εφάπτονται στην επιφάνεια πτυχώσεως. Τα σημεία που εφάπτονται οι ευθείες ονομάζονται ιδιάζοντα σημεία (singularities). Εναλλακτικά και ισοδύναμα η ευθεία αυτή θα μπορούσε να ορίζεται από τα σημεία  $x_1, x_2$  (και όχι το  $x_4$  γιατί είναι αποτέλεσμα της παραγώγου της εξίσωσης της επιφάνειας ισορροπίας) όπως αυτά προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία. Αυτή η κάθετη ευθεία τέμνει την επιφάνεια ισορροπίας  $M_v$  ουσιαστικά σε δύο σημεία (με την υπόθεση ότι  $x_1 \approx x_2$ ) τα  $V_1 = (x_1 \approx x_2, u_1, v_1)$  και  $V_2 = (x_3, u_1, v_1)$ . Η κίνηση του συστήματος από το ένα σημείο στο άλλο είναι η διαδικασία της καταστροφής και αυτή η κίνηση είναι πάντα από το ιδιάζον σημείο (singular) και ποτέ προς αυτό.

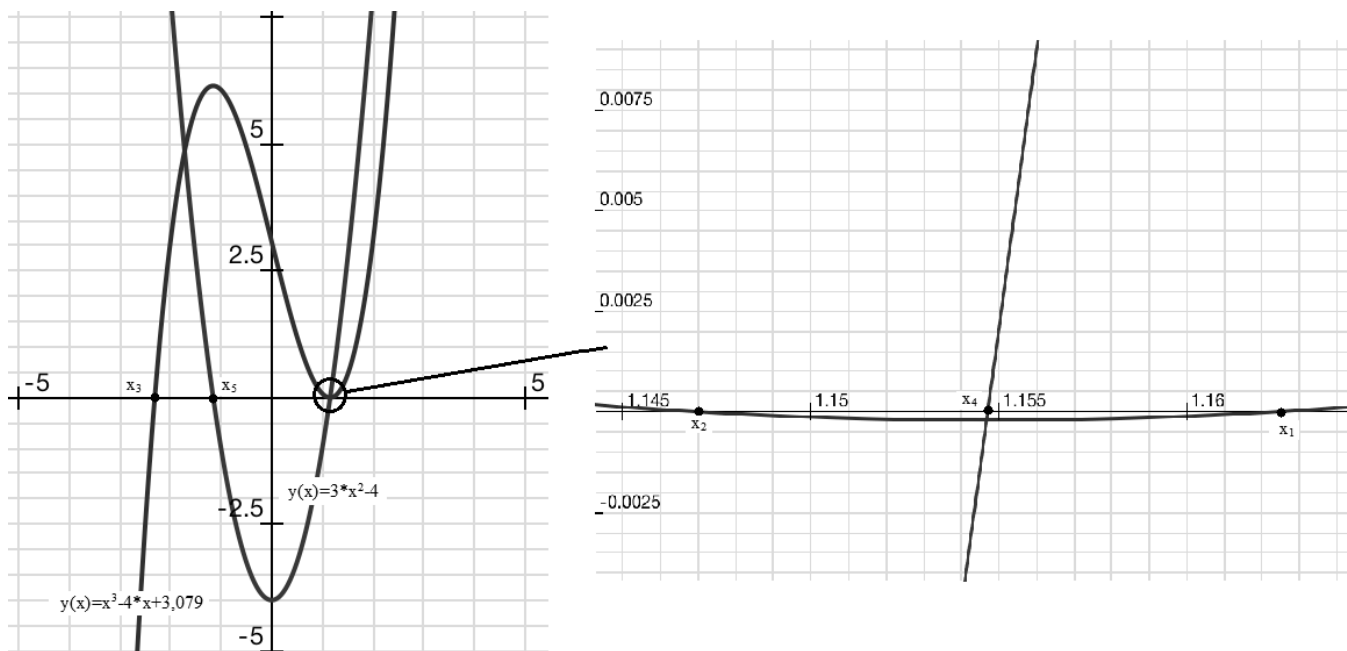
Το παρακάτω σχήμα με οριζόντιο άξονα  $x$  και κατακόρυφο άξονα  $y$ , γίνεται αν τεθεί  $u = -4$ . Από (8):  $v = \pm 3,079$ . Με αντικατάσταση στις (6) και (7) των τιμών ( $u = -4, v = 3,079$ ) αυτές γίνονται:

$$\left. \begin{array}{l} x^3 - 4 * x + 3,079 = 0 \\ 3 * x^2 - 4 = 0 \end{array} \right\}$$

Με  $x_1 = 1,1623$ ,  $x_2 = 1,1471$ ,  $x_3 = -2,3094$ ,  $x_4 = 1,1547$ ,  $x_5 = -1,1547$

Τα αντίστοιχα  $V_1 = (x_1 \approx x_2, u_1, v_1)$ ,  $V_2 = (x_3, u_1, v_1)$  είναι τα  $V_1 = (1,155, -4, 3,079)$ ,  $V_2 = (-2,31, -4, 3,079)$ .

Όπου για  $x_1, x_2$  λαμβάνεται μία μέση τιμή που είναι πρακτικά ίση με την  $x_4$ .



Σχήμα 11: Ένα παράδειγμα εύρεσης των σημείων καταστροφής

Αντίστοιχα, για τις τιμές  $(-u, -v) = (u_2, v_2)$  που στο παράδειγμα είναι  $(u = -4, v = -3,079)$ , το προηγούμενο διάγραμμα με εξίσωση  $x^3 + u_1 * x + v_1 = 0 \Rightarrow x^3 - 4 * x + 3,079 = 0$  γίνεται

$$x^3 + u_2 * x + v_2 = 0 \Rightarrow x^3 - 4 * x - 3,079 = 0 \text{ τα οποία είναι συμμετρικά ως προς την αρχή των αξόνων.}$$

Έτσι προκύπτουν:

$$V_1' = (-1,155, -4, -3,079), V_2' = (2,31, -4, -3,079)$$

Από τα παραπάνω σημεία είναι εμφανή και δύο ακόμα χαρακτηριστικά της καταστροφής, η υστέρηση και η απρόσιτη συμπεριφορά. Υστέρηση είναι το φαινόμενο όπου υπάρχουν δύο σημεία πάνω στην ημικυβική παραβολή τα οποία έχουν ίδια τιμή  $u$  και ετεροπρόσημη αλλά ίση κατά απόλυτο, τιμή  $v$ . Αυτά αντιστοιχούν σε δύο θέσεις επί της επιφάνειας ισορροπίας οι οποίες είναι θέσεις που υπάρχει μεγάλη πιθανότητα καταστροφής. Αυτές οι δύο θέσεις έχουν ίδια πιθανότητα να παρουσιάσουν καταστροφή. Στο παράδειγμα, αν το σύστημα βρεθεί στο σημείο  $V_1$  ή το  $V_1'$  υπάρχει ίδια πιθανότητα να παρουσιάσει καταστροφή. Με άλλα λόγια η καταστροφή ή το ξαφνικό άλμα από το πάνω μέρος της επιφάνειας πτυχώσεως στο κάτω και το ξαφνικό άλμα από το κάτω μέρος στο πάνω δεν συμβαίνουν στο ίδιο σημείο.

Η απρόσιτη συμπεριφορά εμφανίζεται ως η διαγραμμισμένη επιφάνεια του σχήματος 6 πάνω στην επιφάνεια ισορροπίας. Είναι το σύνολο των σημείων που είναι αδύνατον να προσεγγιστούν από το σύστημα γιατί μεσολαβεί η καταστροφή.

Υπάρχουν τιμές πάνω και κάτω από την επιφάνεια πτυχώσεως οι οποίες έχουν τις ίδιες τιμές  $u, v$  και διαφορετικές τιμές  $x$ . Αυτό γίνεται εμφανές αν από την επιφάνεια  $C$  χαραχθεί μία κάθετη η οποία τέμνει και δεν εφάπτεται στην επιφάνεια πτυχώσεως δηλαδή βρίσκεται εντός των δύο γραμμών της ημικυβικής

παραβολής. Τότε θα προκύψουν ζεύγη τιμών  $(u, v)$  που δεν ανήκουν στην ημικυβική παραβολή και στο καθένα από τα οποία αντιστοιχούν διαφορετικές τιμές  $x$ . Αυτό είναι το φαινόμενο της διπλοτροπίας.

Για το φαινόμενο της απόκλισης είναι βοηθητική η ανάλυση του σχήματος 6. Σε αυτό απεικονίζονται οι αντιδράσεις του σκύλου του Lorenz όταν κάποιος του επιτίθεται με διαφορετικούς τρόπους κάθε φορά.

Ο σκύλος θα ξεκινήσει από μία ουδέτερη κατάσταση που σημειώνεται ως “neutral” στο σχήμα.

Ανάλογα με την επίθεση που θα δεχτεί, θα μεταβεί στην κατάσταση πάλης (fight) ή φυγής (flight). Αυτό το φαινόμενο της μικρής αλλαγής της πορείας της διάθεσης του σκύλου από την ουδέτερη θέση και το οποίο προκαλεί μεγάλη αλλαγή στην αντίδρασή του, και αντίστοιχα εμφανίζονται τιμές πάνω ή κάτω από την επιφάνεια πτυχώσεως, ονομάζεται απόκλιση.

Η απόκλιση εμφανίζεται στο σχήμα 7 με δύο βέλη που ξεκινούν για θετικές τιμές του  $u$  και μόλις συναντήσουν την αιχμή της ημικυβικής παραβολής διακλαδίζονται πάνω και κάτω από την επιφάνεια πτυχώσεως. Το σημείο όπου τα δύο βέλη σταματούν να είναι παράλληλα και η συμπεριφορά του συστήματος παίρνει διαφορετική πορεία για μικρή αλλαγή των παραμέτρων του συστήματος, είναι το σημείο της μοναδικότητας (singularity). Το σημείο της μοναδικότητας είναι εκείνο που το σύστημα δεν ορίζεται ή που το σύστημα δεν συμπεριφέρεται με τον τρόπο που ήταν αναμενόμενο. Για να γίνει αυτό, πρέπει να υπάρξει μία διαταραχή στο χώρο (ή το χωροχρόνο αν το σύστημα έχει σημείο αναφοράς το σύμπαν) η οποία επηρεάζει την ομαλή πορεία δημιουργώντας απρόβλεπτα συνήθως αποτελέσματα. Η μοναδικότητα είναι το αντίθετο της συνέχειας και εξ' ορισμού είναι η ασυνέχεια.

### 3.2) Συμβάσεις της Θεωρίας Καταστροφών

Η Θ.Κ. είναι μία τοπολογική θεωρία και ως εκ τούτου αφορά συστήματα τα οποία είναι σταθερά με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή η παράγωγος των παραμέτρων ως προς το χρόνο είναι μηδέν ή πολύ μικρή. Συγκεκριμένα, αν οι παράμετροι της εξίσωσης της Θ.Κ. εξαρτώνται από τον χρόνο, τότε η Θ.Κ. δεν μπορεί να προβλέψει την κατάσταση του συστήματος για χρόνο  $t > 0$  αν είναι γνωστή η κατάστασή του στο χρόνο  $t = 0$ . Με στόχο να εφαρμοστεί η Θ.Κ. σε συστήματα με δυναμικό  $V(x, c)$ ,  $c \in R^n$  των οποίων οι παράμετροι εξαρτώνται από τον χρόνο ( $dc/dt \neq 0$ ), χρησιμοποιούνται δύο συμβάσεις, η σύμβαση του Maxwell και η σύμβαση Delay ώστε να εξηγηθεί ο τρόπος μετάβασης από την μία κατάσταση ισορροπίας στην άλλη. Ένας προκαταρκτικός ορισμός της κάθε μίας σύμβασης έχει δοθεί στην παράγραφο 2.2.1.

Δεν είναι εύκολο να εξακριβωθεί ποια από τις δύο συμβάσεις ταιριάζει στο σύστημα. Όσον αφορά την χρήση της Θ.Κ. σε κυκλοφοριακά μεγέθη, έχουν χρησιμοποιηθεί και οι δύο συμβάσεις (π.χ. η σύμβαση Delay από τους Persaud & Hall και η σύμβαση Maxwell από τους Acha-Daza & Hall).

### 3.2.1) Η εξίσωση Fokker-Planck

Η ανάλυση βασίζεται στην εργασία του Gilmore [8].

Η εξίσωση Fokker-Planck περιγράφει την χρονική εξέλιξη της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας (σ.κ.π.)  $P(x,t)$  για ένα σύστημα που έχει δυναμικό  $V=(x,c)$  με  $c=(u,v)$ . Είναι επίσης γνωστή ως Kolmogorov forward equation.

Μέσω της εξίσωσης Fokker-Planck είναι δυνατή η μαθηματική τοποθέτηση των συμβάσεων Maxwell και Delay. Επίσης, είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση των περιπτώσεων μεταξύ των δύο ακραίων συμβάσεων (όμως οι ενδιάμεσες περιπτώσεις έχουν καθαρά μαθηματική σημασία και όχι φυσική γιατί είναι σχεδόν αδύνατον να καθοριστούν ακριβώς).

Η εξίσωση αυτή έχει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla(P \nabla V) + \nabla^2(DP) \quad (9)$$

Όπου  $D$  είναι ένας συντελεστής διάχυσης ο οποίος γενικά θεωρείται σταθερός.

Δύο ειδικές λύσεις της εξίσωσης είναι:

α) Η λύση σταθερής κατάστασης όπου το δυναμικό  $V$  είναι χρονικά ανεξάρτητο αφού η παράμετρος  $c$  είναι χρονικά ανεξάρτητη:

$$P(x, t \rightarrow \infty) = N e^{-V(x,c)/D} \quad (10)$$

όπου  $N$  είναι σταθερά κανονικοποίησης όταν το  $e^{-V/D}$  είναι ολοκληρώσιμο.

Καθώς το  $D$  μικραίνει, η παραπάνω εξίσωση αποκτά αιχμηρή κορυφή κοντά στο τοπικό ελάχιστο της  $V$ . Το ολικό ελάχιστο συνεισφέρει περισσότερο στην κατανομή της πιθανότητας. Αν το  $D \neq 0$  τότε η σ.κ.π. θα είναι κεντραρισμένη στο ολικό ελάχιστο.

β) Η λύση για  $D=D(x)$  δηλαδή το  $D$  δεν είναι σταθερό:

$$P(x, c) = N D^{-1}(x) \exp\left(\int^x D^{-1}(x') \nabla V(x', c) dx'\right) \quad (11)$$

γ) Η λύση για  $D=0$ :

$$P(x, t) = \delta(x - x_c(t)) \quad (12) \quad \text{όπου} \quad \nabla_x V(x, c(t)) = 0 \quad \text{στο} \quad x_c$$

$$\text{ή} \quad \frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla j \quad (13) \quad \text{όπου} \quad j(x, t) = -P \nabla V$$

Σε αυτή την περίπτωση οι θέσεις των κρίσιμων σημείων και οι τιμές του δυναμικού εξαρτώνται από τον χρόνο γιατί και η παράμετρος  $c$  είναι χρονικά εξαρτώμενη. Όταν η τιμή του  $D$  είναι αρκετά μικρή και η παράμετρος  $c$  μεταβάλλεται σχετικά αργά, η σ.κ.π. θα βρίσκεται γύρω από ένα ελάχιστο ακόμα και αν

αυτό είναι “ευμετάβλητο” (metastable).

Η έννοια του metastable, που χονδροειδώς μεταφράζεται σε “ευμετάβλητο” ελλείψει μίας ικανοποιητικής μετάφρασης, εμφανίζεται πολλές φορές στην Θ.Κ. και θα πρέπει να οριστεί. Η ευμεταβλητότητα (metastability) είναι μία γενική επιστημονική έννοια που περιγράφει ένα σύστημα το οποίο βρίσκεται σε μία κατάσταση λεπτής ισορροπίας. Αυτή η ισορροπία δε μεταβάλλεται με τον χρόνο, όμως το σύστημα είναι ευπαθές ως προς την κίνηση σε μια νέα κατάσταση, πιο σταθερής ισορροπίας, και συνεπώς μικρότερης ενέργειας. Για να πραγματοποιήσει αυτή τη μετάβαση, το σύστημα μπορεί να περάσει από μία ασταθή κατάσταση όπου και η ενέργειά του θα αυξηθεί. Η καλύτερη φυσική αναλογία είναι μία μπάλα που βρίσκεται σε μία κοιλάδα η οποία διαχωρίζεται από την αμέσως διπλανή της, βαθύτερη κοιλάδα με ένα μικρό λόφο. Η ενέργεια της μπάλας στη βαθύτερη κοιλάδα είναι σαφώς μικρότερη. Με άλλα λόγια, η μπάλα βρίσκεται στο τοπικό ελάχιστο ενώ στο ολικό ελάχιστο θα βρίσκεται σε μία πιο σταθερή ισορροπία. Η έννοια της ευμεταβλητότητας (metastability) κυριαρχεί στην σύμβαση του Maxwell ενώ δεν υπάρχει καθόλου στην σύμβαση Delay. Εδώ εισάγεται η χρήση της εξίσωσης Fokker-Planck, για την ανάλυση των καταστάσεων που υπάγονται σε αυτή την διαφορά.

Η εξίσωση Fokker-Planck έχει δύο εγγενείς χρονικές στιγμές. Τον χρόνο χαλάρωσης (relaxation time –  $T_1$ ) και τον χρόνο διάχυσης (diffusion time –  $T_2$ ). Ο  $T_1$  σχετίζεται με την “χαλάρωση” σε ένα τοπικό ελάχιστο μετά την διατάραξη και ο  $T_2$  σχετίζεται με το πέρασμα από το “ευμετάβλητο” (metastable) ελάχιστο στο ολικό ελάχιστο.

Ο χρόνος  $T_1$  βρίσκεται από την εξίσωση:  $T_1^{-1} = \min \frac{d^2 V}{dx^2}$  (14) αφού το δυναμικό της  $V$  έχει

μονοδιάστατο χώρο καταστάσεων (σε αντίθεση με άλλους τύπους καταστροφής όπως η ομφαλική -οποιαδήποτε περίπτωση- που έχει χώρο καταστάσεων δύο διαστάσεων).

Ο χρόνος  $T_2$  βρίσκεται από την εξίσωση:  $T_2 = \frac{2\pi}{\left| \frac{d^2 V(b)}{dx^2} * \frac{d^2 V(c)}{dx^2} \right|} e^{(V(c)-V(b))/D}$  (15) όπου  $b, c$  είναι

τιμές του  $x$  όπου δείχνουν την λεπτή ισορροπία (τοπικό ελάχιστο –  $b$ ) και την ασταθή μεταβατική κατάσταση (τοπικό μέγιστο μεταξύ τοπικού και ολικού ελαχίστου –  $c$ ) όπως αναφέρεται παραπάνω για την “ευμεταβλητότητα” (metastability).

Η χρησιμότητα των παραπάνω στη χρήση της Θ.Κ. έγκειται στην επιβεβαίωση της εφαρμοσιμότητας της σύμβασης που ταιριάζει στο σύστημα που αναλύεται.

Αν  $T_1^{-1} \gg dc/dt \gg T_2^{-1}$  είναι εφαρμόσιμη η σύμβαση Delay.

Αν  $T_2^{-1} \gg dc/dt$  είναι εφαρμόσιμη η σύμβαση Maxwell.

Αν  $D \rightarrow 0, T_2^{-1} \rightarrow 0$  η σύμβαση του Maxwell δεν είναι εφαρμόσιμη.

Αν  $dc/dt \gg T_1^{-1}$  ή το  $dc/dt$  είναι συγκρίσιμο με οποιοδήποτε από τα  $T_1^{-1}, T_2^{-1}$  καμία σύμβαση δεν είναι εφαρμόσιμη.

### 3.2.2) Οι συμβάσεις Maxwell και Delay [13]

Η ανάλυση βασίζεται στην εργασία του Zeeman [13].

Το δυναμικό  $V(x,c)$  εν μέρει περιγράφεται από το σημείο που το ελαχιστοποιεί. Αυτό είναι σταθερό για τις διάφορες τιμές του  $x$  αλλά αλλάζει (μορφή ή θέση) με την μεταβολή των παραμέτρων  $c=(u,v)$ . Αν εμφανιστεί ένα νέο ελάχιστο κοντά στο προηγούμενο υπάρχει η περίπτωση το προηγούμενο να γίνει “ευμετάβλητο” (metastable). Για να εξηγηθεί πότε και σε ποιο ελάχιστο γίνεται η μετάβαση του συστήματος, χρησιμοποιούνται οι συμβάσεις των Maxwell και Delay.

Σύμβαση Maxwell: Το σύστημα θα μεταπηδήσει στο ελάχιστο που ελαχιστοποιεί το δυναμικό του.

Σύμβαση Delay: Το σύστημα θα παραμείνει στο ελάχιστο που βρισκόταν μέχρι αυτό να εξαφανιστεί.

Η σύμβαση Delay είναι εφαρμόσιμη για  $\frac{dc}{dt} \ll 1$  επειδή σε αυτή την περίπτωση η μορφή του

δυναμικού αλλάζει πολύ αργά και το σύστημα δεν επηρεάζεται από την μετατροπή ενός μακρινού σημείου σε ολικό ελάχιστο.

Έστω  $\Delta E$  το χαρακτηριστικό ύψος του εμποδίου μεταξύ “ευμετάβλητου” (metastable) τοπικού ελαχίστου και του σταθερού διπλανού ελαχίστου. Επίσης, έστω  $\mathcal{A}$  η χαρακτηριστική τιμή του θορύβου.

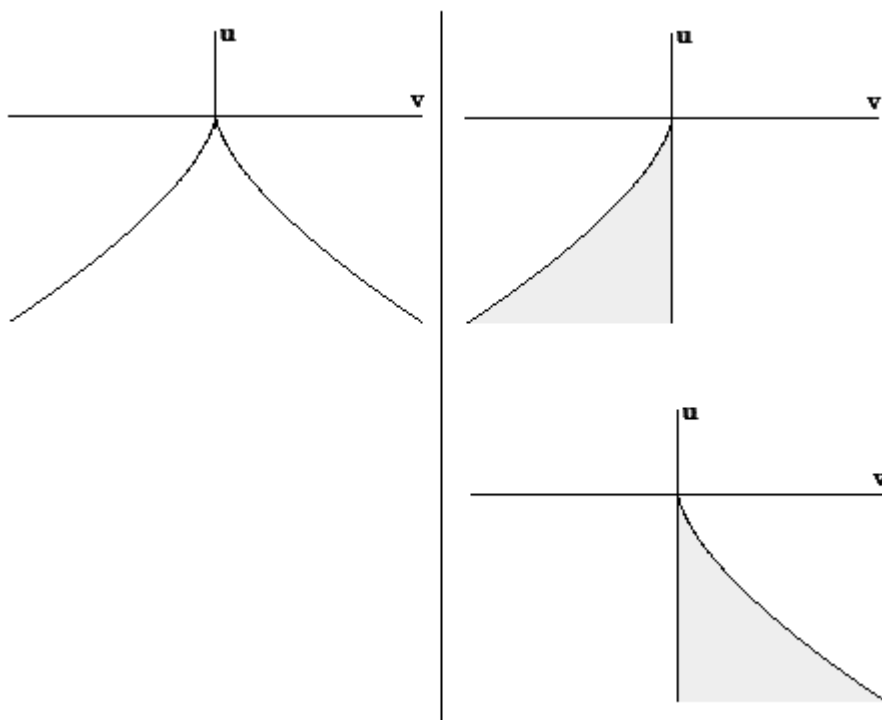
Τότε, η σύμβαση Delay παρατηρείται για  $\mathcal{A}/\Delta E \ll 1$  και η σύμβαση του Maxwell για  $\mathcal{A}/\Delta E \approx 1$ ,

Είναι σημαντική η παρατήρηση ότι αν ισχύει η σύμβαση Maxwell το φαινόμενο της καταστροφής όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 3.1 δεν ισχύει αλλά το σύστημα θα μεταβεί αμέσως στο πιο σταθερό ελάχιστο όταν αυτό εμφανιστεί και συνεπώς η καταστροφή είναι πιθανή για τις τιμές του  $V(x,c)$  που παρουσιάζουν διπλοτροπία και εφόσον το σύστημα διασχίσει την ευθεία συμμετρίας της ημικυβικής παραβολής ενώ κινείται κατά την έννοια του  $v$  ( $u < 0$  και  $v = 0$ ).

Συνεπώς η ημικυβική παραβολή έχει δύο χαρακτηριστικές μορφές ως προς την περιοχή που εμφανίζεται η καταστροφή. Η πρώτη είναι η ημικυβική παραβολή για τη σύμβαση Delay όπως αναλύεται στην παράγραφο 3.1 και η δεύτερη είναι αυτή που αποτελείται μόνο από τη γραμμή της ημικυβικής παραβολής και την ευθεία που είναι κάθετη στον άξονα  $v$  και διέρχεται από το σημείο  $v=0$  για  $u < 0$  για τη σύμβαση Maxwell. Αυτές οι παραλλαγές φαίνονται στο Σχήμα 12.

Έτσι, στη σύμβαση Delay, τα σημεία που είναι επιρρεπή σε ξαφνικό άλμα είναι αυτά που βρίσκονται πάνω στην ημικυβική παραβολή όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 3.1 ενώ στη σύμβαση Maxwell είναι οποιοδήποτε σημείο βρίσκεται εντός των διαγραμμισμένων περιοχών. Κατ' επέκταση, τα σημεία που βρίσκονται κοντά στην άκρη της επιφάνειας πτυχώσεως, δηλαδή κοντά στην γραμμή της ημικυβικής

παραβολής, είναι λιγότερο πιθανό να εμφανιστούν για τη σύμβαση Maxwell. Το διχαλωτό σύνολο της σύμβασης Delay ονομάζεται τοπικό διχαλωτό σύνολο και προκύπτει με την διαδικασία που αναφέρθηκε στην 3.1 ενώ το διχαλωτό σύνολο της σύμβασης Maxwell ονομάζεται μη-τοπικό διχαλωτό σύνολο και μπορεί να προκύψει με χρήση των εξισώσεων Clausius-Clapeyron.



*Σχήμα 12: Οι μορφές του διχαλωτού συνόλου.  
Αριστερά-Συνθήκη Delay / Δεξιά-Συνθήκη Maxwell*

### 3.3) Μέθοδοι και προγράμματα για έλεγχο προσαρμογής στη Θ.Κ.

Η εμφάνιση κάποιων ή όλων των χαρακτηριστικών που αναφέρονται στην παράγραφο 3.1 σε ένα σύστημα, είναι μία αναγκαία αλλά όχι ικανή συνθήκη για τη χρήση της Θ.Κ. Ούτως ώστε να εξακριβωθεί η δυνατότητα εφαρμογής της Θ.Κ. υπάρχουν διάφοροι τρόποι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Παρακάτω αναφέρονται μερικοί από αυτούς:

*Πίνακας 3: Μέθοδοι ελέγχου προσαρμογής της Θ.Κ.*

Μαθηματικές Μεθοδολογίες	Προγράμματα Υπολογιστή
Pattern Search (PS)	Matlab
Μέθοδος Luus-Jaakola	Cusp Surface Analysis
Μέσω πολλαπλής γραμμικής παρεμβολής	R project

#### 3.3.1) Η πολλαπλή γραμμική παρεμβολή

Η ανάλυση βασίζεται στην εργασία του Cobb [9].



Το μοντέλο της γραμμικής παρεμβολής έχει  $(n+2)$  βαθμούς ελευθερίας. Για να μπορέσει να αποδοθεί η ελαστικότητα του μοντέλου της αιχμικής καταστροφής χρειάζονται επιπλέον  $(2n+2)$  βαθμοί ελευθερίας. Αυτό γίνεται με τον ορισμό τριών παραγόντων ελέγχου του διανύσματος  $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$  των ανεξάρτητων μεταβλητών:

$$A(X) = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 + \dots + A_n X_n \quad (16.1)$$

$$B(X) = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_n X_n \quad (16.2)$$

$$C(X) = C_0 + C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \quad (16.3)$$

Οι προβλεπόμενες τιμές του  $Y$  δεδομένου του  $X$  είναι οι τιμές του  $Y$  που ικανοποιούν την εξίσωση:

$$A(X) + B(X)[Y - C(X)] - D[Y - C(X)]^3 = 0 \quad (17)$$

Το γνωστό μοντέλο της αιχμικής καταστροφής με αντιστοιχία των παραπάνω μεταβλητών, είναι:

$$a + by - y^3 = 0$$

και προκύπτει από την (17) μέσω μίας μετατροπής που ονομάζεται fiber-preserving diffeomorphism.

Γίνεται η υπόθεση ότι η χρονοσειρά δεν είναι διαθέσιμη άρα τα δεδομένα του πειράματος είναι τυχαίες δειγματοληψίες στατιστικά ανεξάρτητων αναπαραγωγών του συστήματος που λαμβάνονται μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

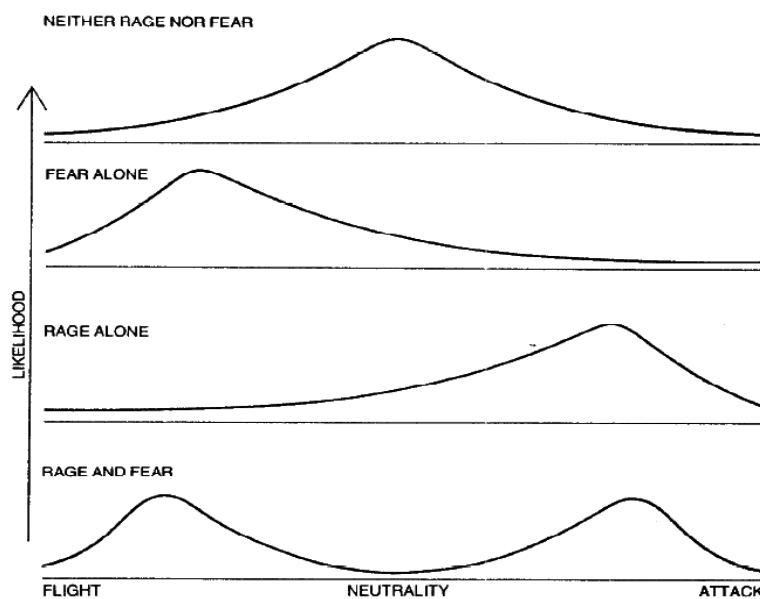
Για την εύρεση των παραγόντων, χρησιμοποιείται η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας. Οι τιμές του  $X$  θεωρούνται καθορισμένες πειραματικά (ή μετρημένες χωρίς σφάλμα). Η σ.κ.π. θα είναι τεταρτοβάθμια εκθετική. Αυτή η συνάρτηση θα έχει μία επικρατούσα τιμή (mode) ή δύο επικρατούσες τιμές διαχωριζόμενες από μία μη-επικρατούσα τιμή (antimode).

Αφού υπολογιστούν οι τιμές των συντελεστών των εξισώσεων (16), με χρήση της μεθόδου Newton-Raphson (NR) είναι δυνατή η εύρεση του διανύσματος των παραμέτρων που μεγιστοποιούν την πιθανοφάνεια του μοντέλου της αιχμικής καταστροφής. Αν η πρώτη επανάληψη της μεθόδου NR δώσει μικρότερη τιμή πιθανοφάνειας από την αρχική, τότε το γραμμικό μοντέλο είναι προτιμότερο.

Χρειάζονται τρεις συνθήκες που αν επιβεβαιωθούν τότε η σχέση μεταξύ της μεταβλητής  $Y$  και του διανύσματος  $X$  μπορούν να περιγραφούν από το στατιστικό μοντέλο της αιχμικής καταστροφής:

- α) Ο έλεγχος  $X^2$  δείχνει ότι η πιθανοφάνεια του μοντέλου αιχμικής καταστροφής είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή του γραμμικού μοντέλου.
- β) Ο συντελεστής  $D$  και τουλάχιστον ένας από τους συντελεστές κάθε παράγοντα ελέγχου είναι διάφορος του μηδενός.
- γ) Τουλάχιστον 10% των τιμών των παρατηρήσεων βρίσκονται εντός της δικόρυφης περιοχής.

Η δικόρυφη περιοχή που εννοείται παραπάνω προκύπτει από τον ορισμό της αιχμικής καταστροφής. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, υπάρχουν σημεία που είναι εξίσου πιθανά να εμφανιστούν εξαιτίας της καταστροφής. Το σύστημα αν βρίσκεται κοντά στην άκρη του πάνω μέρους της επιφάνειας πτυχώσεως όπως αυτή φαίνεται στο Σχήμα 6, μπορεί να μεταπηδήσει στο κάτω μέρος της επιφάνειας. Στο παράδειγμα του σκύλου του Lorenz, ανάλογα με την αντιμετώπιση που έχει μπορεί να παλέψει, να φύγει, να μείνει ουδέτερος ή να μην είναι γνωστό αν θα παλέψει ή θα φύγει αλλά να είναι γνωστό ότι ένα από τα δύο είναι σίγουρο πως θα συμβεί. Τα τελευταία είναι τα σημεία πάνω στην ημικυβική παραβολή που μελετήθηκαν στην 3.1. Η εξίσωση της πιθανοφάνειας έχει την μορφή του σχήματος 13 για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις [12].



Σχήμα 13: Η πιθανοφάνεια στη Θ.Κ.

Στην περίπτωση της κυκλοφορίας οι αντίστοιχες κορυφές θα μπορούσαν να είναι συμφόρηση – μη-συμφόρηση ή συμφόρηση – συγχρονισμένη ροή και συγχρονισμένη ροή – μη-συμφόρηση. Αυτή η μεθοδολογία πραγματοποιείται από το πρόγραμμα Cusp Surface Analysis.

### 3.3.2) Η μέθοδος PS (Pattern Search)

Η ανάλυση βασίζεται στην εργασία των Hooke and Jeeves [10].

Η μέθοδος PS είναι μία από τις μεθόδους της άμεσης αναζήτησης (direct search). Η μέθοδος άμεσης αναζήτησης είναι μία διαδικασία ελαχιστοποίησης μίας εξίσωσης. Αν ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση μίας εξίσωσης  $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  και μία λύση  $P_i$  είναι το διάνυσμα  $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})$  τότε  $P_i \subset P_j$  αν και μόνο αν  $f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) < f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{kj})$

Ένας ορισμός είναι ο ακόλουθος: Αν υπάρχει σημείο  $P_1$  ώστε  $P_1 \subset P_2$  (δηλαδή το  $P_1$  είναι καλύτερη λύση από το  $P_2$ ) τότε υπάρχει σημείο  $P'$  ώστε  $P' \subset P$ ,  $\forall P' \neq P$ .

Η μέθοδος της άμεσης αναζήτησης ξεκινάει με ένα αυθαίρετο σημείο και το συγκρίνει με ένα άλλο μέχρι να φτάσει στη βέλτιστη λύση. Η μέθοδος PS χρησιμοποιεί αυτή τη βασική διαδικασία και λειτουργεί για συναρτήσεις πολλών μεταβλητών.

Οι διαδοχικές τιμές  $x$  μίας συνάρτησης  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  μπορούν να ερμηνευτούν ως σημεία ενός  $n$ -διάστατου χώρου. Η διαδικασία μετακίνησης από το ένα σημείο στο άλλο με την έννοια του διαδοχικού ελέγχου των τιμών της  $f$ , ονομάζεται κίνηση (move). Αν η τιμή της  $f$  μετά την κίνηση είναι μικρότερη από πριν, τότε η κίνηση χαρακτηρίζεται επιτυχής και αν όχι αποτυχή. Η μέθοδος PS κάνει κινήσεις δύο τύπων. Η πρώτη είναι εξερευνητική και η δεύτερη γίνεται βάση κάποιου μοτίβου. Η εξερευνητική κίνηση έχει στόχο να καθορίσει αυτό το μοτίβο αποκτώντας γνώση σχετικά με την συμπεριφορά της  $f$ . Το σύνολο των αποτυχιών ή των επιτυχιών της εξερευνητικής κίνησης δημιουργεί ένα “προφίλ” (μοτίβο) που δείχνει την πιθανή κατεύθυνση για μία επιτυχημένη κίνηση. Η δεύτερη κίνηση χρησιμοποιεί τα στοιχεία της πρώτης κίνησης πραγματοποιώντας την μείωση της συνάρτησης με κίνηση κατά το μοτίβο. Το μοτίβο μπορεί να παρομοιαστεί με ένα διάνυσμα. Το σημείο από το οποίο γίνεται η δεύτερη κίνηση ονομάζεται σημείο βάση (base point).

Η εξερευνητική κίνηση γίνεται με μείωση ή αύξηση μίας ανεξάρτητης μεταβλητής ούτως ώστε να εξακριβωθεί η συμπεριφορά της  $f$ . Αν η κίνηση είναι επιτυχής τότε η μεταβλητή διατηρείται. Αυτό γίνεται για κάθε μεταβλητή από το σημείο βάση μέχρι να δημιουργηθεί το διάνυσμα του μοτίβου. Έπειτα υπολογίζεται η τιμή της  $f$  για το διάνυσμα αυτό και συγκρίνεται με αυτή του σημείου βάσης.

Η μέθοδος PS είναι μία απλή διαδικασία που πραγματοποιείται εύκολα από προγράμματα υπολογιστή όπως το Matlab. Έχει αποδειχθεί ότι λειτουργεί σε περιπτώσεις όπου η συμβατική μέθοδος ελαχιστοποίησης ή βελτιστοποίησης έχει αποτύχει.

Γενικά, η επίλυση της εξίσωσης (18) αλλά και οποιουδήποτε συστήματος εξισώσεων, πραγματοποιείται με ελαχιστοποίηση της συνάρτησης (19)

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n [f(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2 \quad (19)$$

εφόσον η λύση είναι μοναδική.

### 3.3.3 Η μέθοδος LJ (Luus-Jaakola)

Η μέθοδος LJ είναι βασισμένη στη μέθοδο της άμεσης αναζήτησης (direct search) και προκύπτει από την εργασία των Luus & Jaakola [11] και Nair [12]. Παρέχει τη δυνατότητα να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί μία συνάρτηση  $f$  και να καλύπτονται οι περιορισμοί ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές.

Έστω ότι αναζητείται η ελαχιστοποίηση (ή μεγιστοποίηση) της συνάρτησης:

$$P = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (20)$$

ώστε να καλύπτονται οι περιορισμοί:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \quad (21)$$

$$h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \quad k=1, 2, \dots, l \quad (22)$$

Τότε μπορεί να πραγματοποιηθεί η ελαχιστοποίηση χρησιμοποιώντας τον παρακάτω αλγόριθμο:

1. Δώσε αρχικές τιμές στα  $x_1, x_2, \dots, x_n$  και ένα αρχικό εύρος για κάθε μεταβλητή. Ονόμασε τις πρώτες  $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$  και τις δεύτερες  $r_1^{(0)}, r_2^{(0)}, \dots, r_n^{(0)}$ . Θέσε τον δείκτη επανάληψης  $j$  ως 1.

2. Διάβασε ένα επαρκές μέγεθος τυχαίων αριθμών (π.χ. 2000 τιμές) μεταξύ  $-0,5$  και  $+0,5$ . Ονόμασε αυτές ως  $y_{ki}$ .

3. Πάρε  $pn$  τυχαίες τιμές από το βήμα 2 και θέσε αυτές ως  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ώστε να υπάρχουν  $p$  σύνολα μεταβλητών και το καθένα να υπολογίζεται από τον τύπο:

$$x_i^{(j)} = x_i^{(j-1)} + y_{ki} r_i^{(j-1)} \quad \text{όπου } i=1, 2, \dots, n \text{ και } k=1, 2, \dots, p$$

*Παρατήρηση:* Με τόνο συμβολίζονται εκείνες οι τιμές που ανάλογα με το πρόβλημα ελαχιστοποιούν ή μεγιστοποιούν την αρχική συνάρτηση. Για  $j=1$  συμπίπτουν με τις αρχικές.

4. Έλεγξε ότι επιβεβαιώνονται οι συναρτήσεις των περιορισμών (στο παράδειγμα οι (21), (22)) και αν καλύπτονται, υπολόγισε την τιμή της  $P$  για κάθε σύνολο των μεταβλητών.

5. Βρες το σύνολο των μεταβλητών που ελαχιστοποιούν την  $P$  η οποία δίνεται από τον τύπο (20) και γράψε την τιμή αυτή με το αντίστοιχο  $(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})$ .

6. Αύξησε το  $j$  σε  $j+1$ .

7. Αν ο αριθμός των επαναλήψεων έχει φτάσει το μέγιστο επιτρεπτό, τελείωσε το πρόβλημα. Έστω ότι το όριο είναι 200 επαναλήψεις.

8. Μείωσε το εύρος κατά μία ποσότητα  $\varepsilon$  σύμφωνα με τον τύπο:

$$r_i^{(j)} = (1 - \varepsilon) r_i^{(j-1)} \quad \text{με } \varepsilon > 0$$

Έστω ότι επιλέγουμε  $\varepsilon = 0,05$

9. Πήγαινε στο βήμα 2.

Η μέθοδος Luus-Jaakola μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσω του προγράμματος Matlab.

### 3.3.4) Το πρόγραμμα R

Το R είναι μία γλώσσα με περιβάλλον εργασίας για την στατιστική επεξεργασία δεδομένων και γραφιστική απεικόνιση των αποτελεσμάτων. Δημιουργήθηκε από τους Robert Gentleman και Ross

Ihaka (δημιούργησαν το R & R που χάρη στη συνεισφορά πολλών εθελοντών εξελίχθηκε στο R) και είναι βασισμένο στην γλώσσα S που δημιουργήθηκε από τον John Chambers.

Η ανάλυση βασίζεται στην εργασία των Grasman, van der Maas & Wagenmakers [15].

### 3.3.4.1) Θεωρητικό Υπόβαθρο

Το R χρησιμοποιεί το μοντέλο που προτάθηκε από τον Cobb όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3.1. Συγκεκριμένα, ο Cobb (Cobb and Ragade 1978, Cobb 1980, Cobb and Watson 1980, Cobb and Zacks 1985) πρότεινε ένα τρόπο ώστε το μοντέλο της αιχμικής καταστροφής να χρησιμοποιηθεί στοχαστικά και όχι ντετερμινιστικά. Αυτό είναι εφικτό με την προσθήκη στην εξίσωση κίνησης του ντετερμινιστικού δυναμικού συστήματος:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{\partial V(y, c)}{\partial y}, \quad y \in R^k \quad \text{και} \quad c = (\alpha, \beta) \in R^p \quad (23)$$

μίας διαδικασίας Wiener (Wiener process) λευκού θορύβου  $dW(t)$ , με διακύμανση  $\sigma^2$ . Τότε προκύπτει μία στοχαστική διαφορική εξίσωση (SDE):

$$dy = \frac{\partial V(y, c)}{\partial y} dt + dW(t) \quad (24)$$

Αυτή η SDE συνδέεται με μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που περιγράφει την κατανομή των καταστάσεων του συστήματος κάθε στιγμή στον χρόνο. Αυτή μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

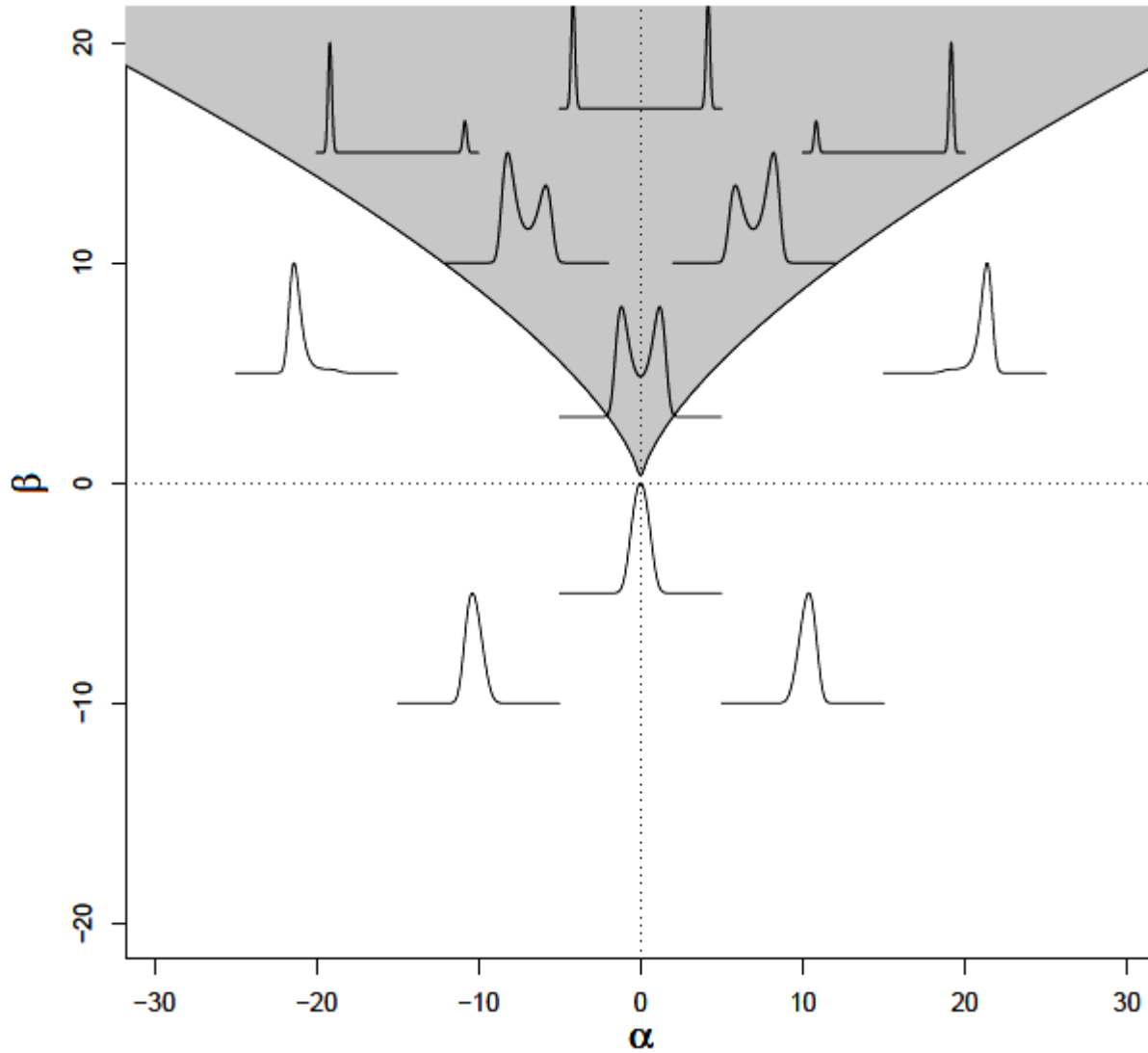
$$f(y) = \frac{\psi}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha(y-\lambda) + \frac{1}{2}\beta(y-\lambda)^2 - \frac{1}{4}(y-\lambda)^4}{\sigma^2}\right) \quad (25)$$

όπου  $\psi$  είναι μία σταθερά κανονικοποίησης και το  $\lambda$  καθορίζει την προέλευση της κλίμακας της εξαρτημένης μεταβλητής  $y$ . Η έκφραση  $\beta$  ονομάζεται διχαλωτός ή σχίζων παράγοντας (bifurcation/splitting factor) και καθορίζει τον αριθμό των επικρατουσών τιμών (modes) της σ.π.π. και η έκφραση  $\alpha$  ονομάζεται κανονικός παράγοντας ή παράγοντας ασυμμετρίας (normal/asymmetry factor) και καθορίζει την κατεύθυνση της λοξότητας της πυκνότητας ή προς ποια κατεύθυνση θα είναι η επικρατούσα τιμή (για  $\alpha=0$  η πυκνότητα είναι συμμετρική).

Γενικά η ανεξάρτητη μεταβλητή  $y$  των εξισώσεων της προηγούμενης σελίδας είναι άγνωστη και έχει προκύψει από μία λεία μετατροπή της πραγματικής μεταβλητής. Έστω ότι υπάρχουν οι μετρήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$ . Τότε γίνεται να ειπωθεί:

$$y = w_0 + w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + \dots + w_p Y_p \quad (26)$$

όπου  $w_0, w_1, w_2, \dots, w_p$  είναι συντελεστές πρώτου βαθμού μίας πολυωνυμικής προσέγγισης στην “πραγματική” λεία μετατροπή. Το ίδιο ισχύει και για τους συντελεστές  $\alpha, \beta$  όπως ειπώθηκε στην παράγραφο 3.3.1.



Σχήμα 14: Η σ.π.π. ανάλογα με την θέση επί του διχλωτού συνόλου

Έτσι, για μετρημένες τιμές ανεξάρτητων μεταβλητών  $X_1, X_2, \dots, X_q$  μπορεί να ειπωθεί:

$$\alpha = v_0 + v_1 X_1 + v_2 X_2 + \dots + v_q X_q \quad (27)$$

$$\beta = u_0 + u_1 X_1 + u_2 X_2 + \dots + u_q X_q \quad (28)$$

Το πρόγραμμα R ουσιαστικά υπολογίζει τις παραμέτρους  $w_0, w_1, \dots, w_p, u_0, u_1, \dots, u_q, v_0, v_1, \dots, v_q$ .

Αυτό γίνεται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας:

Έστω οι μετρημένες εξαρτημένες μεταβλητές (state variable)  $Z_i = Z_{i1}, Z_{i2}, \dots, Z_{ip}$  και οι μετρημένες ανεξάρτητες μεταβλητές  $Y_i = Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{iq}$  και  $X_i = X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iq}$  των στοιχείων  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Η κατανομή της  $y_i = w_0 + w_1 Z_{i1} + w_2 Z_{i2} + \dots + w_p Z_{ip}$  (29) εκφράζεται από την σ.π.π. (30) με  $a \rightarrow a_i$

και  $\beta \rightarrow \beta_i$ :

$$\alpha_i = v_0 + v_1 X_{i1} + v_2 X_{i2} + \dots + v_q X_{iq} \quad (30)$$

$$\beta_i = u_0 + u_1 Y_{i1} + u_2 Y_{i2} + \dots + u_q Y_{iq} \quad (31)$$

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές συγκεντρώνονται σε δύο μητρώα  $Y=[1_n|(Y_{ij})]$  και  $X=[1_n|(X_{ij})]$  διαστάσεων  $n \times (q+1)$  και οι εξαρτημένες μεταβλητές σε ένα μητρώο  $Z=[1_n|(Z_{ij})]$  διαστάσεων  $n \times (p+1)$  όπου το  $1_n$  είναι διάνυσμα  $n$ -διαστάσεων με κάθε στοιχείο ίσο με το 1. Επιπλέον, οι συντελεστές συγκεντρώνονται σε διανύσματα  $w=(w_0, w_1, \dots, w_p)^T$ ,  $v=(v_0, v_1, \dots, v_q)^T$  και  $u=(u_0, u_1, \dots, u_q)^T$ . Τότε, οι εξισώσεις (29), (30) και (31) γίνονται:  $y=Zw$ ,  $a=Xv$  και  $\beta=Yu$  όπου  $y=(y_1, \dots, y_n)^T$ ,  $a=(a_1, \dots, a_n)^T$  και  $\beta=(\beta_1, \dots, \beta_n)^T$ .

Συνεπώς, η αρνητική λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας για ένα δείγμα μετρημένων τιμών  $(x_{i1}, \dots, x_{iq}, y_{i1}, \dots, y_{iq}, z_{i1}, \dots, z_{ip})$  είναι:

$$L(u, v, w, X, Y, Z) = \sum_{i=1}^n \log \psi_i - \sum_{i=0}^n (\alpha_i y_i + \frac{1}{2} \beta_i y_i^2 + \frac{1}{4} y_i^4) \quad (32)$$

Σε αυτή την εξίσωση, οι παράμετροι  $\lambda$  και  $\sigma$  της εξίσωσης (25) έχουν απορροφηθεί στους συντελεστές  $w_0, w_1, \dots, w_p$ .

Το πρόγραμμα R αρκείται στην ελαχιστοποίηση της  $L$  με τη μέθοδο L-BFGS-B με όρια πάνω και κάτω.

Το R χρησιμοποιεί διάφορες μεθόδους στατιστικού ελέγχου της προσαρμογής. Η πρώτη είναι ένας ψευδο- $R^2$  έλεγχος που προτάθηκε από τον Cobb (1998) και ορίζεται ως εξής:

$$1 - \frac{\text{διακύμανση σφάλματος}}{\text{διακύμανση } y}$$

Η διακύμανση του σφάλματος ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ μετρημένων (ή εκτιμημένων) τιμών και των επικρατουσών τιμών (modes) της κατανομής που είναι πιο κοντά σε αυτή. Αυτός ο έλεγχος μπορεί να γίνει αρνητικός αν πολλές τιμές του  $\alpha_i$  αποκλίνουν από το μηδέν στην ίδια κατεύθυνση. Σε αυτή την περίπτωση η κατανομή είναι ιδιαίτερα λοξή και η απόκλιση από την επικρατούσα τιμή είναι συνήθως μεγαλύτερη από την απόκλιση από τη μέση τιμή.

Εκτός του παραπάνω ελέγχου, γίνονται και οι AIC, AICc, BIC και ο έλεγχος προσαρμογής της λογιστικής καμπύλης. Σύμφωνα με την εργασία των Grasman, van der Maas & Wagenmakers [15], το όριο 10% στην 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb (παράγραφος 3.3.4.2) είναι κάπως αυθαίρετο και προτείνεται αντ' αυτού η σύγκριση της προσαρμογής του αιχμικού μοντέλου με την προσαρμογή στη λογιστική καμπύλη μέσω των δεικτών AIC/AICc/BIC (και όχι με απευθείας σύγκριση των τιμών της log-πιθανοφάνειας για λόγους που εξηγούνται παρακάτω). Η πρόταση βασίζεται στις εργασίες των Hartelman (1997), Hartelman, van der Maas & Molenaar (1998) και van der Maas et al. (2003). Η αιτιολόγηση της χρήσης της λογιστικής καμπύλης, είναι πως η συνάρτηση της καμπύλης δεν έχει εκφυλισμένα κρίσιμα σημεία ενώ παρέχει τη δυνατότητα να προσαρμοστούν στην καμπύλη απότομες αλλαγές της εξαρτημένης μεταβλητής (state variable) σε συνάρτηση απειρελάχιτων αλλαγών στις ανεξάρτητες μεταβλητές. Έτσι

μπορεί να μιμηθεί τις “ξαφνικές” αλλαγές της αιχμικής καταστροφής (Hartelman 1997). Ο τύπος της λογιστικής καμπύλης είναι:

$$y_i = \frac{1}{1 + e^{(\alpha_i \beta_i)}} + \varepsilon_i \quad (33)$$

όπου,  $y_i, \alpha_i, \beta_i$  : ορίζονται από τις εξισώσεις (29), (30) και (31)

$\varepsilon_i$  : είναι τυχαίες διαταράξεις με μέσο όρο 0 και οι οποίες δεν είναι απαραίτητα κανονικά κατανεμημένες (Seber & Wild, 1989)

Ο δείκτης AIC (Akaike Information Criterion) προτάθηκε από τον Hirotosugu Akaike (1974) με το όνομα “an information criterion”. Είναι βασισμένος στην εντροπία της πληροφορίας και πρακτικά αποδίδει ένα σχετικό μέτρο της πληροφορίας που χάνεται από το μοντέλο όταν χρησιμοποιείται για να αποδώσει πραγματικά δεδομένα. Ο δείκτης AIC δεν μπορεί να εξακριβώσει ή να απορρίψει ένα μοντέλο ανάλογα με την προσαρμογή στα δεδομένα κατά την απόλυτη έννοια αλλά είναι ένα μέτρο σύγκρισης μεταξύ διαφορετικών μοντέλων σε δοκιμή. Στη γενική περίπτωση, ο τύπος του AIC είναι:

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (34)$$

όπου,  $k$  : είναι ο αριθμός των παραμέτρων στο μοντέλο

$L$  : είναι η μέγιστη τιμή της πιθανοφάνειας για το μοντέλο που δοκιμάζεται

Ο δείκτης AICc είναι διόρθωση του AIC για δείγματα με πεπερασμένο μέγεθος. Πρώτα προτάθηκε από τους Hurvich & Tsai (1989). Ο τύπος του AICc είναι:

$$AICc = AIC - \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (35)$$

όπου,  $k$  : είναι ο αριθμός των παραμέτρων στο μοντέλο

$n$  : είναι το μέγεθος του δείγματος (ο αριθμός των παρατηρήσεων)

Ο δείκτης BIC (Bayesian Information Criterion) ή SBC (Schwarz Bayesian Criterion) ή SBIC (Schwarz Bayesian Information Criterion) είναι ένας δείκτης για επιλογή μεταξύ μοντέλων και είναι στενά συνδεδεμένος με τον δείκτη AIC. Δημιουργήθηκε από τον Gideon E. Schwarz (1978). Ο τύπος του BIC είναι:

$$BIC = k \ln(n) - 2\ln(L) \quad (36)$$

όπου,  $k$  : είναι ο αριθμός των παραμέτρων στο μοντέλο

$n$  : είναι το μέγεθος του δείγματος (ο αριθμός των παρατηρήσεων)

$L$  : είναι η μέγιστη τιμή της πιθανοφάνειας για το μοντέλο που δοκιμάζεται

Επειδή η κατανομή πυκνότητας για το αιχμικό μοντέλο και η λογιστική συνάρτηση δεν είναι φωλιασμένα μοντέλα, η προσαρμογή δεν μπορεί να βασιστεί στην διαφορά της πιθανοφάνειας και για



αυτό χρησιμοποιούνται οι δείκτες AIC, AICc και BIC. Ένας άλλος λόγος της χρήσης αυτών των δεικτών είναι πως ο έλεγχος ψευδο- $R^2$  μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές το οποίο περιορίζει την χρηστικότητα του δείκτη ως προς τον έλεγχο προσαρμογής. Ο Hartelman (1997) προτείνει να καλύπτεται η απαίτηση ότι οι δείκτες AIC και BIC για την αιχμική καταστροφή είναι μεγαλύτεροι από αυτούς της λογιστικής καμπύλης. Οι Lange et al. (2000) προτείνουν να απορρίπτεται απευθείας το μοντέλο καταστροφής μόλις εμφανιστούν αρνητικές τιμές στον έλεγχο ψευδο- $R^2$  ενώ οι Grasman, van der Maas and Wagenmakers [15] προτείνουν την απόρριψη του δείκτη ψευδο- $R^2$  όταν εμφανιστούν αρνητικές τιμές και χρήση μόνο των δεικτών AIC/AICc/BIC.

### 3.3.4.2) Κατανόηση των αποτελεσμάτων

Ο έλεγχος προσαρμογής στην αιχμική καταστροφή γίνεται με τα στατιστικά τεστ που προσφέρονται από το πρόγραμμα και προκύπτουν με την εντολή `summary(fit)`. Μερικά από αυτά έχουν αναφερθεί στην παράγραφο 3.3.4.1. Η ακριβής χρήση τους είναι η παρακάτω:

- α) Πρώτα ελέγχεται ο δείκτης ψευδο- $R^2$ . Αν αυτός είναι μεγαλύτερος του μηδενός τότε συγκρίνεται με τους αντίστοιχους δείκτες για την πολλαπλή γραμμική παρεμβολή και τη λογιστική καμπύλη. Αν είναι μικρότερος του μηδενός τότε αυτό το βήμα ελέγχου παραλείπεται και η σύγκριση των μοντέλων ξεκινάει από το βήμα (β) (Κατόπιν της πρότασης των Grasman, van der Maas and Wagenmakers, 2009).
- β) Γίνεται σύγκριση των δεικτών AIC, AICc και BIC των μοντέλων προσαρμογής. Η βασική απαίτηση είναι αυτοί οι δείκτες να είναι μικρότεροι για την καταστροφή αιχμής συγκριτικά με την λογιστική καμπύλη και την πολλαπλή γραμμική παρεμβολή (Κατόπιν της πρότασης του Cobb 1998 και Hartelman 1997).
- γ) Ελέγχεται ο δείκτης  $X^2$  για τη σύγκριση μεταξύ γραμμικού μοντέλου και μοντέλου της αιχμικής καταστροφής. Αυτός δίνεται ως: τιμή  $X^2$ /βαθμοί ελευθερίας/p-value. Αρκεί η p-value να είναι μικρότερη του βαθμού σημαντικότητας  $\alpha$ :  $p\text{-value} < \alpha = 0,05$
- δ) Το πρόγραμμα δίνει τις εκτιμώμενες τιμές των συντελεστών  $\mu, \nu, w$ , το σφάλμα τους, το z-value ή standard score και την πιθανότητα οι συντελεστές να είναι μεροληπτικοί (biased) αν  $P(>|z|) > \alpha$  όπου  $\alpha$  είναι ο βαθμός σημαντικότητας ( $H_0$ : οι συντελεστές είναι μεροληπτικοί – έτσι προκύπτει η “σημαντικότητα” του κάθε συντελεστή).

Μέσω του προγράμματος R είναι δυνατή η χάραξη των σημείων επί του διχαλωτού συνόλου με την εντολή `plot(fit)`. Στο σχήμα που ακολουθεί, υπάρχουν οι εξής περιοχές:

- α) Πάνω αριστερά: το διχαλωτό σύνολο σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπου φαίνονται τα σημεία  $\alpha_i, \beta_i$  όπως υπολογίστηκαν από το πρόγραμμα.
- β) Δεξιά: Εκτίμηση της πυκνότητας πιθανότητας της εξαρτημένης μεταβλητής  $y$  για κάθε περιοχή στο

διάγραμμα του διχλωτού συνόλου. Από τα 4 διαγράμματα, τα δύο πρώτα πρέπει να εμφανίζονται δικόρυφα (bimodal), το πρώτο με μεγαλύτερη συγκέντρωση προς τα αριστερά και το δεύτερο προς τα δεξιά, το τρίτο πρέπει να εμφανίζεται μονοκόρυφο και το τελευταίο δικόρυφο χωρίς κάποια συγκεκριμένη κλίση.

γ) Κάτω αριστερά: Φαίνονται τα εκτιμώμενα σφάλματα σαν συνάρτηση των προβλεπόμενων καταστάσεων. Σκοπός σε αυτό το διάγραμμα είναι να μην υπάρχει κάποια συστηματική σχέση όπως γραμμική μεταξύ υπολοίπων και προσαρμοσμένων τιμών.

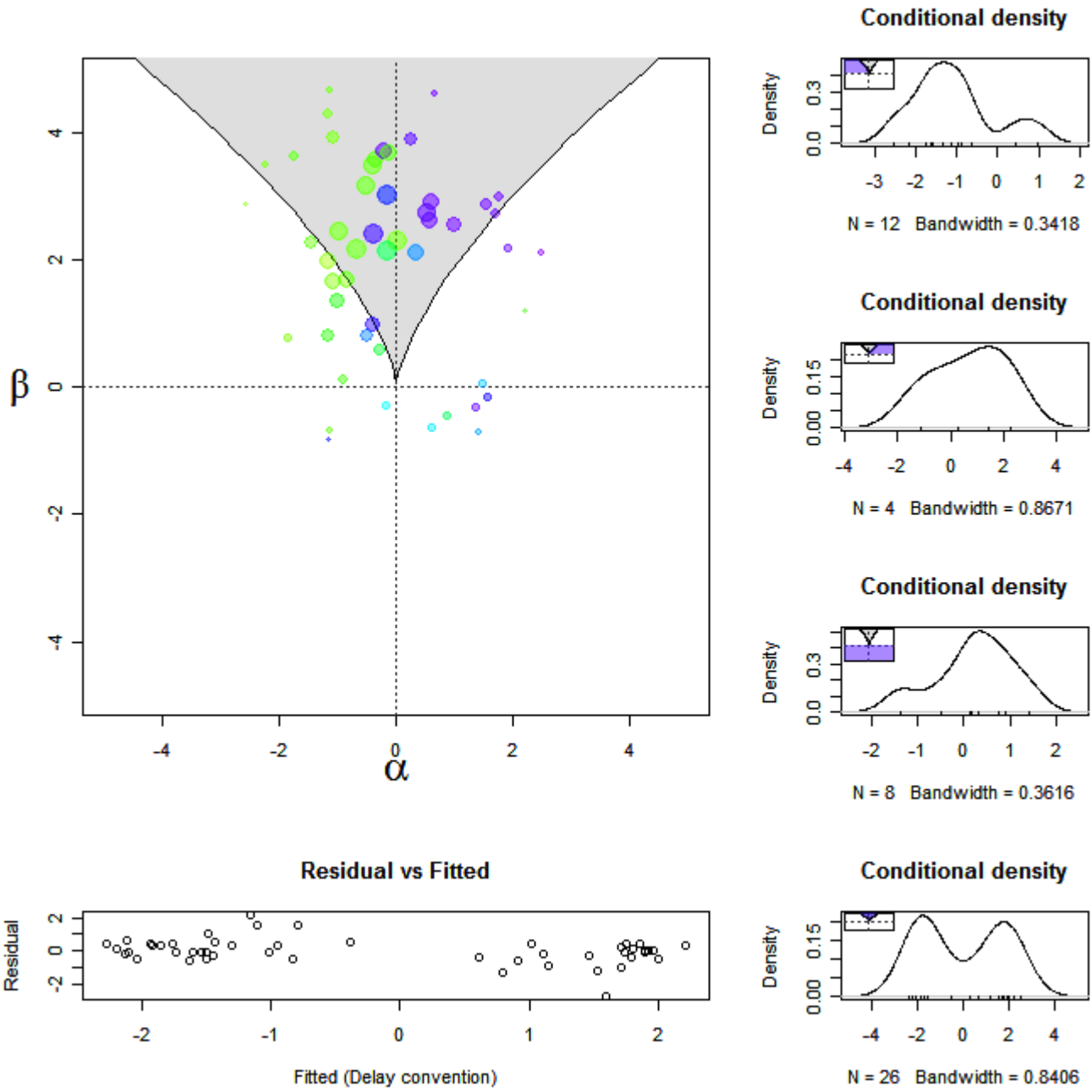
Είναι δυνατό μέσω του προγράμματος να ελεγχθούν αν οι εκτιμητές  $u, v, w$  (εξισώσεις 12,13,14) για την εκτίμηση των εκφράσεων  $\alpha, \beta, \gamma$  της σ.π.π. (εξίσωση 11) είναι εντός των ορίων εμπιστοσύνης για 95% εμπιστοσύνη. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της εντολής `confint(fit)`. Εφόσον δεν βρίσκονται εντός των ορίων τότε είναι πιθανό οι εκτιμητές να είναι μεροληπτικοί (Ο Hartelman έδειξε ότι οι εκτιμητές είναι πράγματι μεροληπτικοί, 1997).

Επίσης, ο Cobb (Cobb 1998, Hartelman 1997) δίνει τρεις οδηγίες για τον έλεγχο της καλής προσαρμογής στην αιχμική καταστροφή. Αυτά έχουν αναφερθεί στην παράγραφο 3.3.1 και είναι:

α) Η προσαρμογή στην αιχμική καταστροφή πρέπει να είναι αρκετά καλύτερα από ότι στην πολλαπλή γραμμική παρεμβολή. Δηλαδή πρέπει η  $\log$ -πιθανοφάνεια να είναι αρκετά μεγαλύτερη για το μοντέλο αιχμικής καταστροφής παρά για την πολλαπλή γραμμική παρεμβολή. – Καλύπτεται από τους ελέγχους AIC/AICc/BIC

β) Πρέπει οι συντελεστές  $w_1, \dots, w_p$  (εξίσωση 12) να απέχουν αρκετά από το μηδέν. – Καλύπτεται από την εξέταση των συντελεστών όπως εμφανίζονται από το πρόγραμμα

γ) Πρέπει τουλάχιστον 10% των τιμών των ζευγών  $(\alpha_i, \beta_i)$  να βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια πτυχώσεως, δηλαδή την γκριζα περιοχή στο παρακάτω σχήμα. – Καλύπτεται από την εξέταση των αντίστοιχων σχημάτων.



Σχήμα 15: Παράδειγμα αποτελεσμάτων στο R για έλεγχο προσαρμογής στην αιχμική καταστροφή

## Κεφάλαιο 4

### Υπολογιστική Διαδικασία – Παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων

#### 4.1) Η βάση δεδομένων

Η βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε είναι αποτέλεσμα του προγράμματος Next Generation Simulation (NGSIM) της Federal Highway Administration (FHWA) των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής. Τα δεδομένα απεικονίζουν τις τροχιές των οχημάτων σε ένα κομμάτι του διαπολιτικού αυτοκινητόδρομου 80 (I-80) στο Emeryville, San Francisco, California μήκους 502,92 m το οποίο περιλαμβάνει μία ράμπα εισόδου. Επίσης υπήρχε μία ράμπα εξόδου μερικά μέτρα μετά το τέλος της περιοχής ελέγχου.

Τα δεδομένα μετρήθηκαν σε τρία τέταρτα της ώρας, 4:00μμ-4:15μμ, 5:00μμ-5:15μμ και 5:15μμ-5:30μμ, στις 13 Απριλίου 2005. Αναπαριστούν την κίνηση προς βορρά των οχημάτων. Τα χαρακτηριστικά της κίνησης μετρήθηκαν με κάμερες τοποθετημένες σε ένα κτήριο (σημείο παρατήρησης) δίπλα στον αυτοκινητόδρομο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν 7 κάμερες οι οποίες κατέγραψαν δεδομένα 5 ωρών, από τις 2:00μμ μέχρι τις 7:00μμ στις 13 Απριλίου 2005 και κατέγραφαν με ανάλυση 10 καρέ ανά δευτερόλεπτο.

Η τελική καταγραφή και ανάλυση των στοιχείων με την μορφή που χρησιμοποιήθηκαν έγινε από ένα πρόγραμμα ειδικά κατασκευασμένο για τις ανάγκες του πειράματος το οποίο έχει τη δυνατότητα να ανιχνεύει τα οχήματα από το κάθε καρέ και να τα παρακολουθεί μεταγράφοντας την κίνησή τους σε αριθμησίμα δεδομένα.

Οι κάμερες είχαν τοποθετηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε κάποιες να κοιτούν προς τα κατάντη του σημείου παρατήρησης και κάποιες προς τα ανάντη. Συνεπώς, η διαδικασία μέτρησης χωρίστηκε σε δύο μέρη: α) εμπρός μέτρηση από τις κάμερες 4, 5, 6 και 7 και β) πίσω μέτρηση από τις κάμερες 4, 3, 2 και 1. Πρώτα πραγματοποιήθηκε η εμπρός μέτρηση από τις 4:00μμ-4:15μμ (και αντίστοιχα για τα άλλα χρονικά διαστήματα) και μετά η πίσω μέτρηση από τις 4:15μμ-4:00μμ.

Το χρονικό διάστημα 4:00μμ-4:15μμ αναπαριστά το μεταβατικό στάδιο πριν τη δημιουργία συμφόρησης ενώ τα χρονικά διαστήματα 5:00μμ-5:15μμ και 5:15μμ-5:30μμ αναπαριστούν κυρίως συμφορημένη κίνηση.

Στο Σχήμα 17 φαίνεται ένα σκαρίφημα και μία φωτογραφία της περιοχής μέτρησης.

Στην φωτογραφία δεξιά στο σχήμα φαίνονται τα κομμάτια που φωτογράφιζε η κάθε κάμερα. Το κτήριο που βρίσκεται δίπλα στον αριθμό 4 της ίδιας φωτογραφίας είναι το σημείο παρατήρησης. Στο σκαρίφημα δεξιά στο σχήμα φαίνονται μετρημένες αποστάσεις της περιοχής μελέτης. Οι τιμές είναι σε

ίντσες. Παρακάτω γίνεται μετάφραση στο σύστημα μονάδων SI:

420' = 128,016 m

1230' = 374,904 m

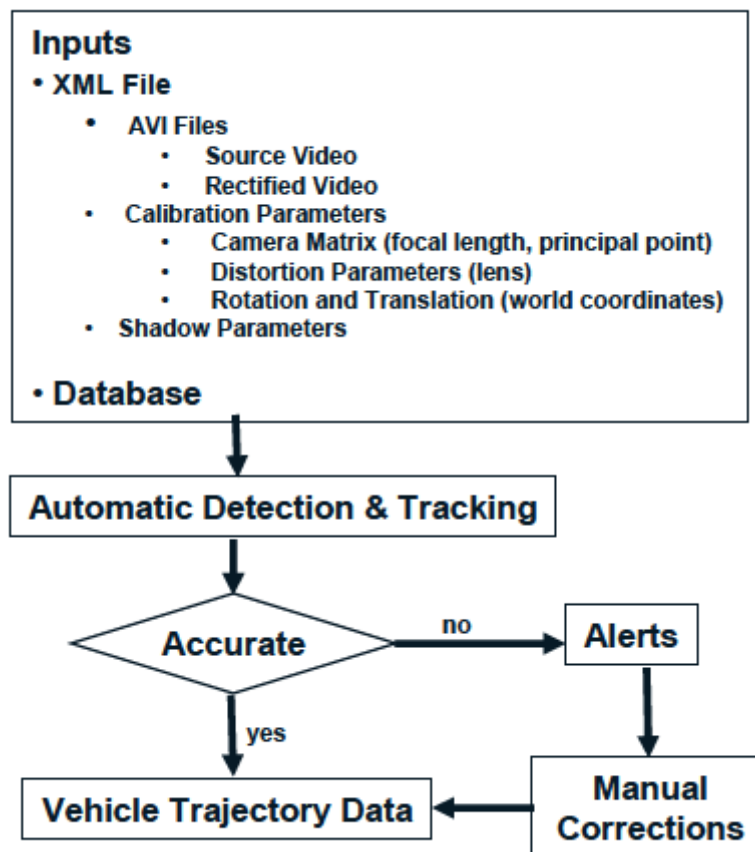
1650' = 502,92 m

170' = 51,816 m

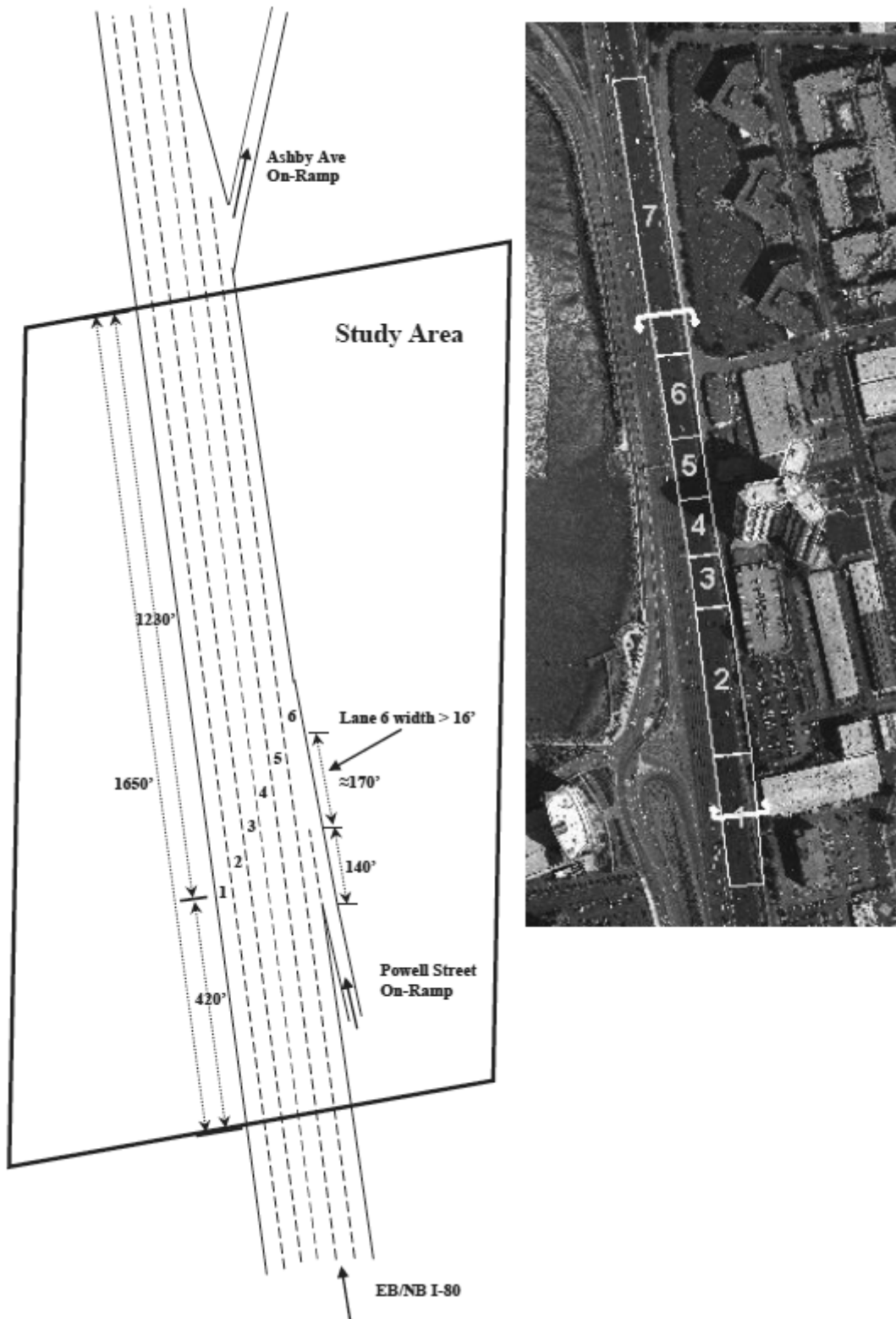
140' = 42,672 m

16' = 4,8768 m

Η διαδικασία της ανίχνευσης και μέτρησης των στοιχείων ενός οχήματος, φαίνεται στο παρακάτω οργανόγραμμα.



Σχήμα 16: Οργανόγραμμα ανάλυσης μεγεθών οχήματος (NGSIM)



Σχήμα 17: Η περιοχή μέτρησης

Τα αρχεία που προέκυψαν από τις μετρήσεις αποτελούνται από 18 στήλες όπως αυτές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 4:** Στήλες αρχείων μετρήσεων του προγράμματος NGSIM

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ταυτότητα οχήματος	Ταυτότητα πλαισίου φωτ/σης	Συνολικά πλαίσια φωτ/σης	Ώρα μέτρησης πλαισίου	Τετμημένη οχήματος (τοπικά)	Τεταγμένη οχήματος (τοπικά)	Τετμημένη οχήματος	Τεταγμένη οχήματος	Μήκος οχήματος
Αριθμός	1/10 sec	1/10 sec	msec	feet	feet	feet	feet	feet

10	11	12	13	14	15	16	17	18
Πλάτος οχήματος	Τύπος οχήματος	Ταχύτητα οχήματος	Επιτάχυνση οχήματος	Αριθμός λωρίδας	Όχημα πίσω	Όχημα μπροστά	Χωρικός διαχωρισμός	Χρονικός διαχωρισμός
feet	1 ή 2 ή 3 *	feet/sec	feet/sec <sup>2</sup>	Αριθμός	Αριθμός	Αριθμός	feet	sec

\* 1 → μοτοσυκλέτα, 2 → Αυτοκίνητο, 3 → Φορτηγό

Τα αρχεία που θα χρησιμοποιηθούν αποτελούνται από 10 στήλες (1, 4, 11-18) ή από 3 στήλες (12, 13, 17) με κατάλληλη μετατροπή στο σύστημα SI. Τα αρχεία του δεύτερου τύπου είναι για εισαγωγή στο πρόγραμμα που θα χρησιμοποιηθεί.

## 4.2) Μεθοδολογία

### 4.2.1) Χρησιμοποιούμενο μοντέλο

Θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο αιχμικής καταστροφής και η προσαρμογή θα εξακριβωθεί από το πρόγραμμα R. Η εξαρτημένη μεταβλητή  $x$  (state variable) θα είναι ο χωρικός διαχωρισμός εξαιτίας όσων αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.2. Από την παράγραφο 3.1 είναι εμφανές ότι για το μοντέλο

$$V(x, u, v) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ux^2 + vx, \text{ η καταστροφή συμβαίνει όταν η μία παράμετρος (u) είναι μικρότερη}$$

του μηδενός ενώ η άλλη παράμετρος ( $v$ ) μπορεί να έχει θετικό ή αρνητικό πρόσημο. Είναι αδύνατο από φυσικής απόψεως η ταχύτητα να είναι μικρότερη του μηδενός γιατί αυτό θα σήμαινε ότι τα οχήματα κινούνται με όπισθεν. Επίσης η καταστροφή θα συμβαίνει τόσο για θετικές όσο και για αρνητικές τιμές επιτάχυνσης καθώς το όχημα όταν εισέρχεται στην περιοχή συμφόρησης επιβραδύνει και όταν εξέρχεται επιταχύνει. Για αυτούς τους λόγους επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο

$$V(x, u, v) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}ux^2 + vx. \text{ Η ταχύτητα δεν μπορεί να πάρει τη θέση της παραμέτρου v γιατί}$$

αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να λαμβάνει αρνητικές και θετικές τιμές ώστε να συμβεί η καταστροφή. Το αρνητικό πρόσημο μπροστά από τον δεύτερο όρο σημαίνει ότι η καταστροφή συμβαίνει για τιμές της

παραμέτρου  $u$  μεγαλύτερες του μηδενός (πρακτικά λαμβάνεται η συμμετρική παραβολή της ημικυβικής του σχήματος 10 ως προς τον άξονα των τετμημένων).

Το πρόγραμμα R χρησιμοποιεί το μοντέλο  $V(x, u, v) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}ux^2 - vx$ . Όπως και στο

προηγούμενο μοντέλο, η καταστροφή συμβαίνει για τιμές τις παραμέτρου  $u$  που είναι μεγαλύτερες του μηδενός και ισχύουν όσα αναφέρθηκαν για την ταχύτητα. Το αρνητικό πρόσημο μπροστά από τον τρίτο όρο δείχνει μία αντιστροφή των θέσεων των καταστάσεων ως προς την πτυχωτή επιφάνεια. Αυτό αναλύεται στο *Κεφάλαιο 5*.

Γενικά, οι λόγοι που μπορεί ένα όχημα να παρουσιάσει ένα ξαφνικό άλμα στον χωρικό διαχωρισμό είναι οι παρακάτω:

α) Είσοδος σε συμφορημένη ζώνη. Τα μπροστινά οχήματα επιβραδύνουν νωρίτερα από το όχημα υπό εξέταση με αποτέλεσμα να έχουν μικρότερη ταχύτητα από αυτό. Έτσι το όχημα υπό εξέταση θα επιβραδύνει αφού ο χωρικός διαχωρισμός μειωθεί αρκετά κατά την υπόθεση του Newell και θα κινηθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρήσει αυτό το χωρικό διαχωρισμό που του παρέχει ασφάλεια και άνεση κατά την οδήγηση αλλά και που εξασφαλίζει ότι θα βρίσκεται αρκετά κοντά στα σταματημένα οχήματα όταν και αυτό αναγκαστεί και αποφασίσει να σταματήσει.

β) Έξοδος από συμφορημένη ζώνη. Λόγω του ευρήματος του Forbes (παράγραφος 2.2) η αντίδραση του οδηγού στην επιτάχυνση είναι πιο αργή από ότι στην επιβράδυνση άρα αυτό το φαινόμενο θα είναι πιο εμφανές με την έννοια ενός ξαφνικού άλματος στον χωρικό διαχωρισμό. Μόλις το μπροστινό από το υπό εξέταση όχημα αρχίσει να επιταχύνει, τότε το δεύτερο θα αρχίσει να αυξάνει την ταχύτητά του αφού υπάρχει ο κατάλληλος, από πλευράς ασφάλειας και άνεσης, χωρικός διαχωρισμός. Μετά από αυτό το γεγονός, το όχημα θα αυξήσει την ταχύτητά του (άρα και την επιτάχυνση) ώστε να έχει τον επιθυμητό χωρικό διαχωρισμό.

γ) Εμφάνιση οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση όχημα λόγω αλλαγής λωρίδας. Σε αυτή την περίπτωση η Θ.Κ. θα εμφανίσει καταστροφή λόγω της μείωσης του χωρικού διαχωρισμού.

δ) Εξαφάνιση οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση όχημα λόγω αλλαγής λωρίδας. Και σε αυτή την περίπτωση θα εμφανιστεί καταστροφή η οποία είναι πιθανό να οδηγήσει σε αλλαγή της κατάστασης του οχήματος.

ε) Αλλαγή λωρίδας του υπό εξέταση οχήματος. Όπως και παραπάνω, θα εμφανιστεί καταστροφή λόγω της μεταβολής του χωρικού διαχωρισμού χωρίς να είναι βέβαιο αν θα οδηγήσει σε επιτάχυνση ή επιβράδυνση του υπό εξέταση οχήματος (πράγμα το οποίο μπορεί να εξακριβωθεί μέσω της Θ.Κ.).



#### 4.2.2) Καταστάσεις ισορροπίας δυναμικού και χρησιμοποιούμενη σύμβαση

Όπως αναφέρθηκε στις παραγράφους 3.2.1 και 3.2.2, είναι γενικά καλύτερο η παράγωγος των παραμέτρων ως προς τον χρόνο να είναι κατά το δυνατόν μικρές. Λόγω της χρήσης ταχύτητας και επιτάχυνσης ως παραμέτρους ελέγχου, συνεπάγεται ότι μία μεγάλη τιμή επιτάχυνσης δεν είναι θεμιτή. Επιπλέον, επειδή κατά την καταστροφή το σύστημα μεταπηδά από την πάνω επιφάνεια στην κάτω (Σχήμα 6) κατά την κατακόρυφη έννοια, για οποιαδήποτε τιμή επιτάχυνσης διάφορης του μηδενός, το σύστημα θα καταλήγει σε διαφορετική τιμή ταχύτητας εφόσον η καταστροφή περιλαμβάνει την έννοια του χρόνου. Όμως είναι μία βάσιμη υπόθεση ότι η καταστροφή θα συμβαίνει για τιμές επιτάχυνσης πολύ κοντά ή ίσες με το μηδέν πράγμα το οποίο επιβεβαιώνεται από την υπόθεση του Newell (Σχήμα 9) όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.2. Αυτό μεταφράζεται πως τα καταστροφικά φαινόμενα θα συμβαίνουν κοντά στον άξονα των  $u$  (Σχήμα 10) δηλαδή στην διχοτόμο της ημικυβικής παραβολής και όχι πάνω σε αυτή. Άρα ισχύει η σύμβαση του Maxwell και όχι η σύμβαση Delay.

Επίσης, η σύμβαση Delay προϋποθέτει ότι κάθε φορά θα υπάρχουν δύο διακριτές τιμές χωρικού διαχωρισμού στις οποίες το σύστημα παρουσιάζει καταστροφή και μεταβαίνει σε μία νέα κατάσταση ισορροπίας. Αυτό πιθανότατα να προκαλεί βλάβη της γενικότητας των χαρακτηριστικών της κυκλοφορίας και να οδηγήσει στην αναζήτηση μίας πολύ συγκεκριμένης λύσης η οποία μπορεί να μην εμφανιστεί ποτέ αφού τα μεγέθη υπό εξέταση εξαρτώνται από πολλά χαρακτηριστικά και δεν μεταβάλλονται γραμμικά στον χρόνο δεδομένης της ύπαρξης πολλών και διαφορετικών ερεθισμάτων.

Η χρήση των καταστάσεων επιβράδυνσης και επιτάχυνσης ως περιοχές ελαχιστοποίησης του δυναμικού δεν κρίνεται ως ορθή γιατί ένας οδηγός μπορεί να επιταχύνει και να επιβραδύνει εναλλάξ ώστε να διατηρήσει την ταχύτητά του. Αυτή η αλλαγή προσήμου σε συνδυασμό με τη χρήση της σύμβασης Maxwell μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφή, κατά την μαθηματική έννοια, χωρίς να εμφανιστεί κάποιο διακριτό και χρησιμοποιήσιμο αποτέλεσμα. Να σημειωθεί πως στην περίπτωση της μηδενικής ταχύτητας και μηδενικής επιτάχυνσης (αιχμή ημικυβικής παραβολής), δηλαδή όταν ένα όχημα βρεθεί σε κατάσταση συμφόρησης, η περίπτωση να επιβραδύνει αποκλείεται κατά την κοινή λογική με την εξαίρεση του λάθους του οδηγού. Άρα είναι μοναδικά πιθανό να επιταχύνει με συνέπεια η μορφή του διαγράμματος πιθανοφάνειας να έχει μία επικρατούσα τιμή και όχι δύο όπως ορίζεται από την Θ.Κ.

Εξαιτίας των παραπάνω, ως καταστάσεις ισορροπίας προτείνεται να χρησιμοποιηθούν η επιθετική και η επιφυλακτική συμπεριφορά κατά την οδήγηση. Η μεταβολή από τη μία κατάσταση στην άλλη σηματοδοτείται από πτώση του χωρικού διαχωρισμού ή αύξηση ενώ κάθε μία από αυτές τις καταστάσεις επιτρέπουν την επιτάχυνση ή την επιβράδυνση σε οποιαδήποτε ταχύτητα. Επίσης, ένας οδηγός δεν ανήκει απαραίτητα σε μία κατηγορία όπως αναφέρθηκε στην 2.2 ενώ είναι σχεδόν βέβαιο ότι θα βρεθεί σε καταστάσεις επιφυλακτικής οδήγησης κατά την κίνηση σε συμφορημένη κατάσταση (χωρίς αυτό να σημαίνει ότι αν οι οδηγοί είναι επιφυλακτικοί τότε βρίσκονται σε συμφόρηση).

Η χρήση των εκφράσεων επιφυλακτικός ή επιθετικός οδηγός αντί της επιφυλακτικής ή επιθετικής συμπεριφοράς ενέχει αρκετούς κινδύνους. Μία τέτοια κατάταξη των οδηγών ίσως να μην είναι αβάσιμη κατά την μελέτη συγκεκριμένων δειγμάτων αλλά η Θ.Κ. είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην απόδοση ποιοτικών χαρακτηριστικών παρά ποσοτικών. Αυτή η σύγχυση πρέπει να αποφευχθεί στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Όμως, πιθανοί τρόποι επέκτασης επί της κατάταξη των οδηγών τοιουτοτρόπως, θα συζητηθούν στο *Κεφάλαιο 5*.

### 4.2.3) Ανάλυση μεθοδολογίας

Η ακριβής μεθοδολογία είναι η ακόλουθη:

#### 1) 1<sup>η</sup> Φάση Ελέγχου

Θα επιλεγούν ορισμένα οχήματα ανεξαρτήτως ώρας μέτρησης και θα χρησιμοποιηθούν ως αντικείμενα προκαταρκτικού ελέγχου στο πρόγραμμα R. Αυτό γίνεται ώστε να βρεθεί η ακριβής λειτουργία του προγράμματος (αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί, τρόπος παρουσίασης των αποτελεσμάτων κτλ) και αν χρειάζεται κανονικοποίηση των δεδομένων. Επίσης, στην 1<sup>η</sup> φάση ελέγχου, γίνονται διάφοροι έλεγχοι που δεν είναι άμεσα συγκρίσιμοι μεταξύ τους ώστε να ευρεθούν τα μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν στην επόμενη φάση ελέγχου. Αφού αναγνωριστεί η λειτουργία του μοντέλου και υπάρξει προσαρμογή στην αιχμική καταστροφή, τότε:

- α) Παρουσιάζεται ο τρόπος κανονικοποίησης αν υπάρχει.
- β) Παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε.
- γ) Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε κάθε βήμα (πριν-μετά την κανονικοποίηση και μέθοδοι κανονικοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν, αλγόριθμοι που δοκιμάστηκαν, προβλήματα που προέκυψαν κ.τ.λ.).

#### 2) 2<sup>η</sup> Φάση Ελέγχου

Ο σκοπός αυτής της φάσης ελέγχου είναι να επιβεβαιωθεί η λειτουργία του μοντέλου καταστροφής με χρήση μικροσκοπικών μεγεθών το οποίο θα γίνει από το πρόγραμμα R σύμφωνα με τους ελέγχους που προσφέρονται από αυτό και αναφέρονται εκτενώς παραπάνω. Μέσω της εξακρίβωσης της προσαρμογής του αιχμικού μοντέλου θα μπορέσει να εξακριβωθεί αν ο τρόπος μετάβασης μεταξύ των δύο καταστάσεων ισορροπίας της παραγράφου 4.2.2 γίνεται με ασυνεχή τρόπο. Η εξακρίβωση της ορθότητας της επιλογής των καταστάσεων ισορροπίας δεν είναι αντικείμενο αυτής της φάσης. Αυτό το θέμα αναλύεται στο *Κεφάλαιο 5*.

Από την εργασία της Φωτεινής Ορφανού [16], κατά την οποία χρησιμοποιήθηκε η ίδια βάση δεδομένων, μπορούν να αποσπαστούν τα ζεύγη οχημάτων στα οποία ο οδηγός που ακολουθεί εμφανίζει επιφυλακτική ή επιθετική συμπεριφορά. Ενώ η χρήση αυτού του διαχωρισμού μπορεί να μην αποδώσει την επιθυμητή απόδειξη για την επιβεβαίωση της χρήσης των καταστάσεων ισορροπίας η σύγκριση του

αιχμικού μοντέλου με το γραμμικό είναι αντικείμενο ανάλυσης για την πρακτικότητα του μοντέλου καταστροφής όπως και αναλύεται στο Κεφάλαιο 5.

Επιλέγονται 14 οχήματα να ελεγχθούν ως προς την προσαρμογή στην Θ.Κ. μέσω του προγράμματος R εκ των οποίων τα 9 είναι ακολουθούντα οχήματα που παρουσιάζουν επιθετική συμπεριφορά και τα 5 είναι ακολουθούντα οχήματα που παρουσιάζουν επιφυλακτική συμπεριφορά. Αυτά επιλέγονται από τα ζεύγη που παρατίθενται στην εργασία της Φωτεινής Ορφανού [16] με το κριτήριο να μην υπάρχουν μηδενικές τιμές στο χωρικό διαχωρισμό οι οποίες ακολουθούνται από τιμές χωρικού διαχωρισμού διάφορες του μηδενός.

Επιπλέον, κάθε όχημα παρουσιάζει στο τέλος των μετρήσεων μηδενικές τιμές χωρικού διαχωρισμού. Αυτό είναι πιθανόν να συμβαίνει γιατί πλησιάζοντας το τέλος της περιοχής ελέγχου, το μπροστινό όχημα βγήκε εκτός αυτής της περιοχής ενώ το υπό εξέταση παρέμεινε εντός. Αυτές οι τιμές διαγράφονται και θεωρείται τέλος της μέτρησης η τελευταία τιμή του χωρικού διαχωρισμού που δεν είναι μηδενική κατά τη χρονική ακολουθία μέτρησης.

### 4.3) Παρουσίαση και ανάλυση αποτελεσμάτων

#### 4.3.1) 1<sup>η</sup> Φάση Ελέγχου

Τα οχήματα που επιλέγονται είναι το όχημα 7, το όχημα 711, το όχημα 307 και το όχημα 32.

Οι εντολές που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα R είναι οι παρακάτω:

```
> library(cusp)
> table ← read.table("C://Users/.../file.csv", header=TRUE, sep="\t")
> fit ← cusp(y~distance, alpha ~ acceleration, beta ~ speed, table)
> summary(fit, logist=TRUE, correlation=TRUE)
> plot(fit)
> cusp3d(fit)
> resid(fit)
> confint(fit)
```

#### 4.3.1.1) Αποτελέσματα

##### α) Όχημα 7

Το όχημα 7 ελέγχεται χωρίς καμία μετατροπή στις μετρήσεις παρά μόνο από τη διαγραφή των σειρών με μηδενικό χωρικό διαχωρισμό που βρίσκονται στο τέλος των μετρήσεων. Να σημειωθεί πως το όχημα εμφανίζει σειρές δεδομένων με μηδενικό χωρικό διαχωρισμό ενδιάμεσα των μετρήσεων. Θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα πριν τη διαγραφή αυτών σειρών και μετά.

Πριν τη διαγραφή των σειρών με μηδενικό χωρικό διαχωρισμό προκύπτει κακή εφαρμογή στο μοντέλο καταστροφής:

Πίνακας 5: Όχημα 7 – 1<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC
Γραμμικό Μοντέλο	0,085	4762,14	4762,19	4780,40
Λογιστική καμπύλη	0,157	4706,21	4706,29	4729,04
Μοντέλο καταστροφής	-0,048	1924,22	1924,34	1951,62

Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	2842	df *	2	p-value	0

\* df → degrees of freedom

Όπως φαίνεται από τους δείκτες AIC/AICc/BIC, είναι σαφές ότι το μοντέλο καταστροφής έχει καλύτερη εφαρμογή στα δεδομένα. Παρόλα αυτά, το αρνητικό R<sup>2</sup> δεν μπορεί να επιτρέψει την υπόθεση ότι το μοντέλο καταστροφής περιγράφει καλά τα δεδομένα. Οι συντελεστές  $u_i, v_i, w_i$  όπως φαίνονται στις εξισώσεις (29),(30),(31) του Κεφαλαίου 3 βρίσκονται εντός των ορίων εμπιστοσύνης για 95% εμπιστοσύνη.

Μέσω του προγράμματος R γίνεται η χάραξη των σημείων επί του διχαλωτού συνόλου.

Είναι σαφές ότι η προσαρμογή δεν είναι επιτυχημένη. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή, τα διαγράμματα της σ.π.π. ανά περιοχή του διαγράμματος δεν έχουν την επιθυμητή μορφή ενώ το διάγραμμα υπολοίπων και προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει μία γραμμική σχέση.

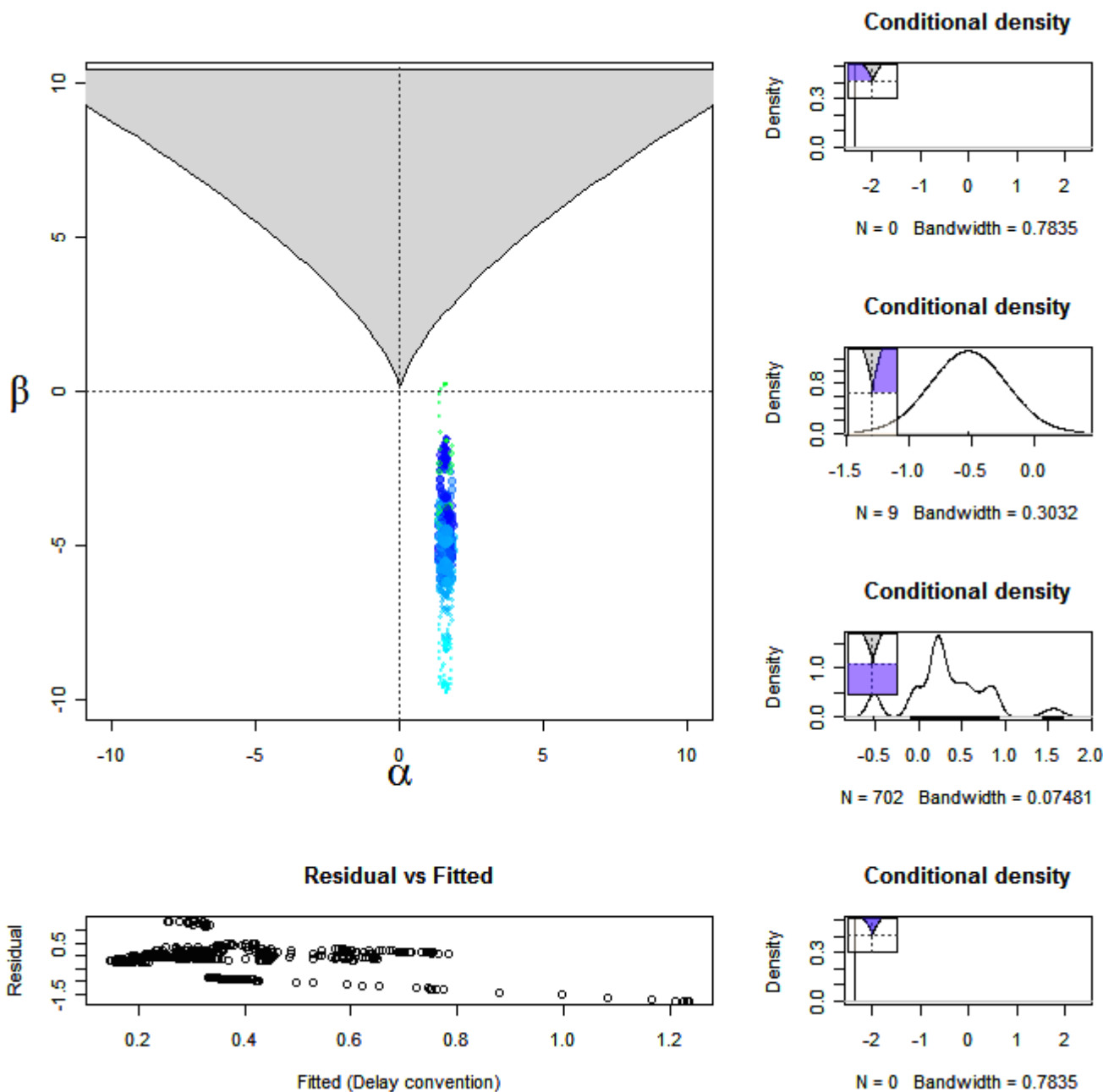
Με στόχο την απαλοιφή της μορφής γραμμής στο διάγραμμα του διχαλωτού συνόλου, δοκιμάστηκαν διάφοροι τρόποι κανονικοποίησης (όπως διαίρεση με αριθμητικό μέσο, με διακύμανση και κανονικοποίηση με standard score) αλλά όλοι αποδείχθηκαν ανεπιτυχής. Μάλιστα τις περισσότερες φορές εμφανιζόταν ακριβώς η ίδια σειρά αποτελεσμάτων γραφικά και αλγεβρικά.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο έλεγχος του οχήματος 7 για προσαρμογή σε αιχμική καταστροφή με απαλοιφή των μηδενικών στοιχείων από το μέσο των μετρήσεων.

Πίνακας 6: Όχημα 7 – 2<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC
Γραμμικό Μοντέλο	0,418	3756,38	3756,44	3774,23
Λογιστική καμπύλη	-	-	-	-
Μοντέλο καταστροφής	0,868	632,68	632,81	659,46

Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	3128	df	2	p-value	0



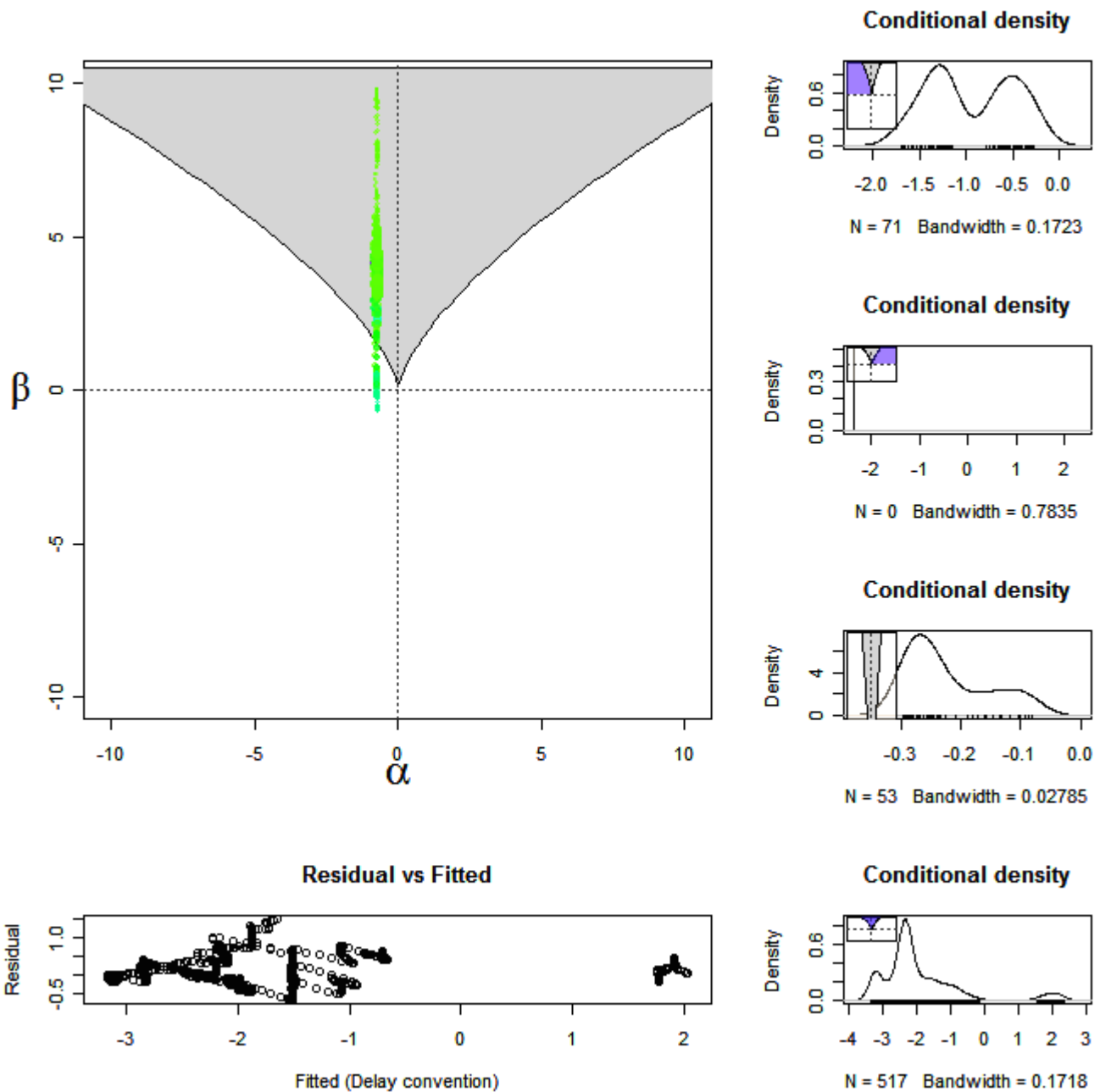
Σχήμα 18: Όχημα 7 - 1<sup>ο</sup> Μοντέλο / Διχαλωτό σύνολο

Τα αποτελέσματα της λογιστική καμπύλης δεν εμφανίστηκαν από το πρόγραμμα πιθανόν γιατί η παρέκκλιση (deviance) αποδείχθηκε αρνητική.

Τα αποτελέσματα στο δεύτερο έλεγχο είναι σαφώς καλύτερα. Το μοντέλο καταστροφής δείχνει καλύτερη προσαρμογή από το γραμμικό μοντέλο, τα διαγράμματα πιθανοφάνειας εμφανίζονται πιο κοντά στην επιθυμητή μορφή και καλύπτονται οι οδηγίες του Cobb. Εντούτοις, ακόμα εμφανίζεται μία συστηματικότητα στο διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών η οποία όμως δεν είναι ανησυχητική αφού πιθανότατα οφείλεται στην μεγάλη λοξότητα των διαγραμμάτων πιθανοφάνειας. Το μεγαλύτερο πρόβλημα είναι ότι τα δεδομένα εμφανίζονται ακόμα σαν σε γραμμή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για κάθε περίοδο παρατήρησης υπάρχει μία μοναδική παρατήρηση που συμπεριλαμβάνεται

στην διατύπωση των εξισώσεων (29),(30),(31) του κεφαλαίου 3. Έτσι αυτές λαμβάνουν τη μορφή

$$y_i = w_0 + w_1 * Z_{il} \quad , \quad \alpha_i = v_0 + v_1 * X_{il} \quad , \quad \beta_i = u_0 + u_1 * Y_{il} \quad \text{που είναι απλές εξισώσεις ευθείας.}$$



Σχήμα 19: Όχημα 7 - 2<sup>ο</sup> Μοντέλο / Διχλωτό σύνολο

**β) Όχημα 711**

Το όχημα 711 ελέγχεται αρχικά χωρίς καμία άλλη επεξεργασία στα δεδομένα πέρα από την διαγραφή των τελευταίων μετρήσεων που είχαν μηδενικές τιμές χωρικού διαχωρισμού. Σε δεύτερη φάση, ελέγχεται με μετρήσεις ανά 0,5 sec (2<sup>ο</sup> Μοντέλο) και ανά 1 sec (3<sup>ο</sup> Μοντέλο) όπου οι παραλειπόμενες τιμές θεωρούνται πως είναι παρατηρήσεις της κάθε μέτρησης πράγμα το οποίο συμβαδίζει με την στοχαστικότητα του μοντέλου και αποτρέπει το φαινόμενο που αναλύθηκε παραπάνω. Λόγω της μικρής χρονικής διαφοράς, δεν υπάρχει σφάλμα στην γενικότητα και τη φύση του συστήματος.

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται παρακάτω τοποθετημένα σε παράταξη για σύγκριση.

**Πίνακας 7:** Όχημα 711 – 1<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,627	4147,78	4147,84	4165,47
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,741	3926,63	3926,73	3948,74
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,753	408,36	408,50	434,90

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	3743	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

**Πίνακας 8:** Όχημα 711 – 2<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,832 / 0,915	-42,54 / 1022,28	-37,41 / 1027,41	2,46 / 1067,27
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,844 / 0,141	933,24 / 1137,97	939,07 / 1142,45	981,05 / 1180,15
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,78 / 0,657	219,96 / 262,51	226,54 / 267,64	270,58 / 307,5

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	258,5 / 758,8	<b>df</b>	2 / 0	<b>p-value</b>	0 / 0

**Πίνακας 9:** Όχημα 711 – 3<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,963	12,05	80,47	77,49
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,963	-35,53	39,90	32,02
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,941	84,22	167,33	153,88

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	68,16	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	1,554*10 <sup>-15</sup>

Στον 1<sup>ο</sup> έλεγχο φαίνεται η αιχμική καταστροφή να προσαρμόζει καλύτερα στα δεδομένα από την πολλαπλή γραμμική παρεμβολή και την λογιστική καμπύλη. Δεν εμφανίζεται κάποια συστηματική σχέση στο διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών και τα διαγράμματα πιθανοφάνειας έχουν σχήματα κοντά στο επιθυμητό. Όμως, τα δεδομένα εμφανίζονται να έχουν μορφή σαν σε ευθεία.

Ο 2<sup>ος</sup> έλεγχος χωρίζεται σε δύο ελέγχους. Ο πρώτος (αριστερά από το διαχωριστικό) έδειξε καλή προσαρμογή για την αιχμική καταστροφή αλλά οι δείκτες AIC/AICc/BIC υπέδειξαν ως καλύτερο το γραμμικό μοντέλο. Σε αυτό τον έλεγχο, το R δεν έδωσε αποδεκτές τιμές για την αποτέμνουσα των παραμέτρων  $\beta$  και  $\gamma$  το οποίο πιθανόν να οφείλεται στις τιμές έναρξης της βελτιστοποίησης. Στον δεύτερο (δεξιά από το διαχωριστικό), το μοντέλο ξαναυπολογίστηκε χωρίς αυτούς τους συντελεστές. Το

$R^2$  για το γραμμικό μοντέλο αυξήθηκε ενώ οι δείκτες AIC/AICc/BIC αυξήθηκαν αρκετά με τους παραμέτρους του μοντέλου να παραμένουν σταθεροί.

Στον 3<sup>ο</sup> έλεγχο φαίνεται πως η αιχμική καταστροφή προσαρμόζει καλά αλλά χειρότερα από τα υπόλοιπα μοντέλα αν και ο έλεγχος  $X^2$  δείχνει καλύτερη προσαρμογή για την αιχμική καταστροφή. Επίσης, δεν ισχύει η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb.

#### γ) Όχημα 307

Για το όχημα 307 ελέγχονται 3 μοντέλα αντίστοιχα με το όχημα 711.

**Πίνακας 10:** Όχημα 307 – 1<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	$R^2$	AIC	AICc	BIC
Γραμμικό Μοντέλο	0,654	3180,53	3180,60	3197,75
Λογιστική καμπύλη	1,000	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
Μοντέλο καταστροφής	0,708	912,33	912,53	938,21

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	2272	df	2	p-value	0

**Πίνακας 11:** Όχημα 307 – 2<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	$R^2$	AIC	AICc	BIC
Γραμμικό Μοντέλο	0,876	300,15	306,07	343,21
Λογιστική καμπύλη	0,885	709,00	715,72	754,75
Μοντέλο καταστροφής	0,936	133,59	141,19	182,03

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	170,6	df	2	p-value	0

**Πίνακας 12:** Όχημα 307 – 3<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	$R^2$	AIC	AICc	BIC
Γραμμικό Μοντέλο	0,972	226,95	317,13	288,61
Λογιστική καμπύλη	0,913	149,03	249,60	212,67
Μοντέλο καταστροφής	0,955	97,83	210,04	163,47

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	133,1	df	2	p-value	0

Από τα παραπάνω είναι σαφές ότι το μοντέλο καταστροφής προσαρμόζει καλύτερα στα δεδομένα από τα υπόλοιπα μοντέλα. Με την αύξηση των συντελεστών, οι δείκτες AIC/AICc/BIC μικραίνουν για όλα τα μοντέλα όπως είναι αναμενόμενο. Οι οδηγίες του Cobb καλύπτονται για όλα τα μοντέλα. Σε αυτό το



όχημα δοκιμάστηκαν και άλλα δύο μοντέλα για δεδομένα ανά 1 sec και με απόρριψη των παραλειπόμενων τιμών όπως και ανά 2 sec. Αυτοί οι έλεγχοι φαίνονται στο Παράρτημα Γ.

#### δ) Οχημα 32

Για το όχημα 32 γίνονται 3 έλεγχοι αντίστοιχα με τα οχήματα 711 και 307.

**Πίνακας 13:** Όχημα 32 – 1<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,691	3989,96	3990,01	4008,54
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,711	3939,59	3939,67	3962,82
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,703	1344,60	1344,71	1372,47

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	2649	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

**Πίνακας 14:** Όχημα 32 – 2<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,728	1049,45	1053,45	1097,94
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,710	1060,97	1065,50	1112,49
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,667	330,57	335,68	385,12

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	772,9	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

**Πίνακας 15:** Όχημα 32 – 3<sup>ο</sup> Μοντέλο / Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,868	47,71	92,80	119,96
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,762	283,27	332,39	357,86
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,677	208,27	261,70	285,18

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	156,6	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Τα πρώτα δύο μοντέλα δείχνουν καλή προσαρμογή για το μοντέλο καταστροφής. Για το 1<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb αφού όλες οι τιμές των ζευγών  $(\alpha_i, \beta_i)$  βρίσκονται εκτός της περιοχής του διχαλωτού συνόλου.

Για το 3<sup>ο</sup> μοντέλο, το πρόγραμμα δεν μπόρεσε να υπολογίσει τα σφάλματα των συντελεστών της ταχύτητας με αποτέλεσμα η σύγκριση να είναι αδύνατη.

#### 4.3.1.2) Συμπεράσματα 1<sup>ης</sup> φάσης ελέγχου

Αναλυτικά και συγκεντρωτικά, τα συμπεράσματα της παραγράφου 4.3.1 βρίσκονται στο Κεφάλαιο 5. Εδώ αναφέρονται μερικά συμπεράσματα που θα χρησιμεύσουν στον βασικό έλεγχο τα αποτελέσματα του οποίου βρίσκονται στην παράγραφο 4.3.2 .

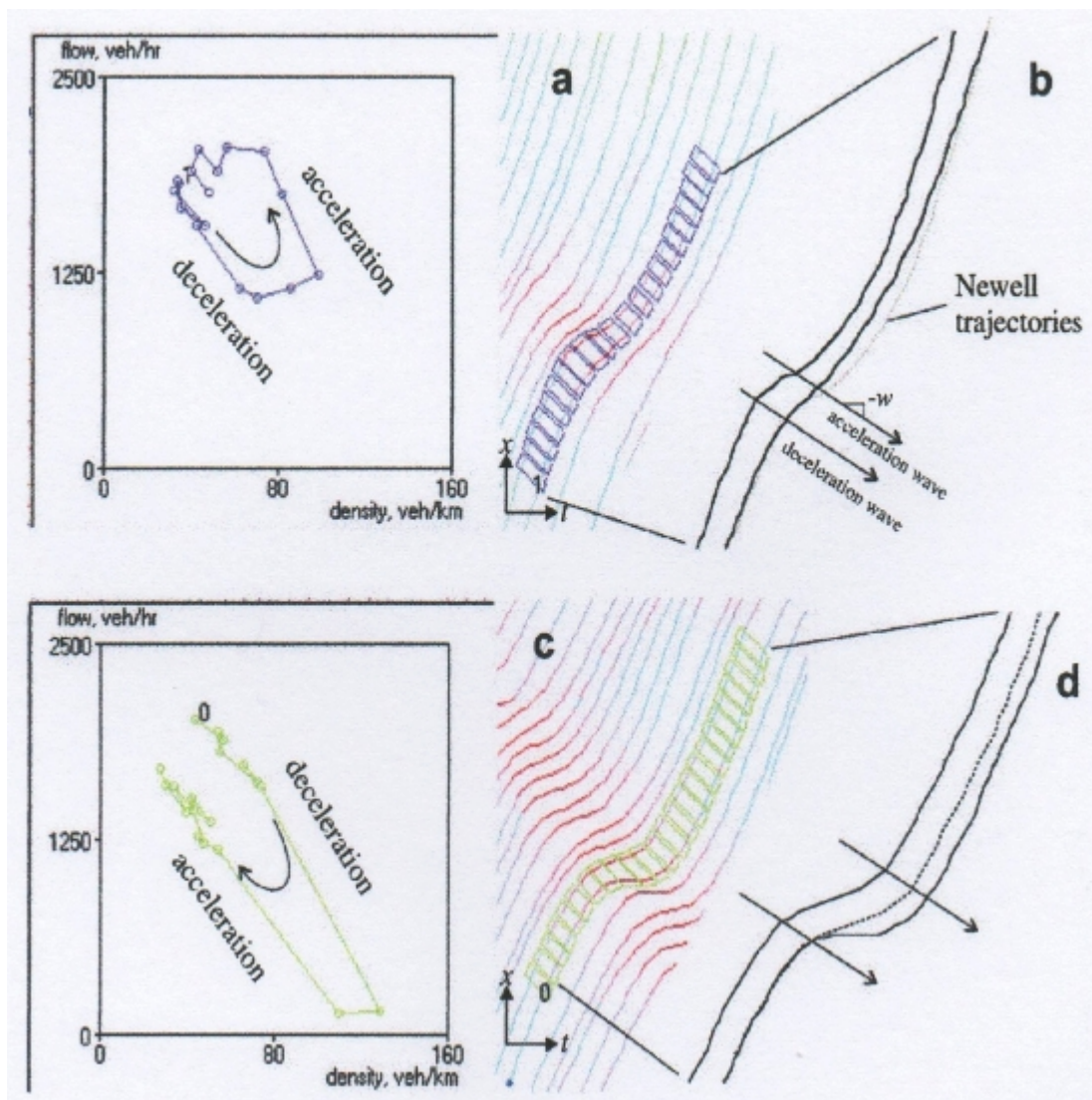
Είναι σαφές από την παράγραφο 4.3.1.1 πως η προσαρμογή στη Θ.Κ. δίνει καλά αποτελέσματα. Από τα παραπάνω παρατηρείται ότι το 3<sup>ο</sup> μοντέλο στο οποίο χρησιμοποιούνται μετρήσεις ανά 1 sec επηρεάζει περισσότερο το γραμμικό μοντέλο και όχι το μοντέλο καταστροφής. Από το Παράρτημα Γ, παρατηρείται ότι μετρήσεις ανά 2 sec δίνουν πολύ καλή προσαρμογή για τον μοντέλο καταστροφής αλλά έχουν λίγες μετρήσεις λόγω περιορισμού της βάσης δεδομένων. Οι έλεγχοι που θα γίνουν στην παράγραφο 4.3.2.1 και 4.3.2.2 , μετά τη διαγραφή των μετρήσεων με μηδενικές τιμές χωρικού διαχωρισμού στις τελευταίες μετρήσεις, θα είναι:

- 1<sup>ο</sup> Μοντέλο : Μετρήσεις ανά 0,1 sec
- 2<sup>ο</sup> Μοντέλο : Μετρήσεις ανά 0,5 sec, δε λαμβάνονται υπόψιν οι παραλειπόμενες τιμές
- 3<sup>ο</sup> Μοντέλο : Μετρήσεις ανά 0,5 sec, λαμβάνονται υπόψιν οι παραλειπόμενες τιμές όπως και στον προκαταρκτικό έλεγχο
- 4<sup>ο</sup> Μοντέλο : Μετρήσεις ανά 1 sec, δε λαμβάνονται υπόψιν οι παραλειπόμενες τιμές
- 5<sup>ο</sup> Μοντέλο : Μετρήσεις ανά 1 sec, λαμβάνονται υπόψιν οι παραλειπόμενες τιμές όπως και στον προκαταρκτικό έλεγχο

#### 4.3.2) 2<sup>η</sup> Φάση Ελέγχου

Ο στόχος αυτής της φάσης ελέγχου είναι η επιβεβαίωση πως η Θ.Κ. μπορεί να εφαρμοστεί με χρήση μικροσκοπικών μεγεθών της κυκλοφορίας.

Τα οχήματα που θα χρησιμοποιηθούν, προκύπτουν από την εργασία της Φωτεινής Ορφανού (2010). Η Ορφανού, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα *Trajectory Explorer*, ανέλυσε τις τροχιές των οχημάτων (διάγραμμα χρόνου-χώρου) που βρίσκονταν στην υπό εξέταση φάλαγγα (δύο οχημάτων) ούτως ώστε να μελετήσει το φαινόμενο της υστέρησης σε ελεύθερες λεωφόρους. Η επιλογή των ζευγών οχημάτων έγινε βάση του κριτηρίου να υπάρχει κάποια σημαντική αλλαγή στην κίνηση κάποιου εκ των δύο ή και των δύο οχημάτων της φάλαγγας. Ο λόγος της ανάλυσης σε ζεύγη οχημάτων οφείλεται κατά ένα μεγάλο μέρος στην εργασία του Laval (2010) ο οποίος υποστήριξε ότι το φαινόμενο της υστέρησης σχετίζεται με το είδος της συμπεριφοράς των οδηγών η οποία μπορεί να είναι επιφυλακτική ή επιθετική. Η επιθετική συμπεριφορά των οδηγών δίνει αρνητικούς βρόγχους υστέρησης και η επιφυλακτική συμπεριφορά δίνει θετικούς βρόγχους υστέρησης όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η μορφή των αποτελεσμάτων θα είναι η ίδια με της 1<sup>ης</sup> φάσης ελέγχου.



Σχήμα 20: Αρνητικοί (πάνω) και θετικοί (κάτω) βρόγχοι υστέρησης

Παρακάτω βρίσκονται τα αποτελέσματα για οχήματα που εμφανίζουν επιθετική συμπεριφορά και που εμφανίζουν επιφυλακτική συμπεριφορά.

4.3.2.1) Αποτελέσματα – Οχήματα με επιθετική συμπεριφορά

α) Οχήμα 1672

Πίνακας 16: Οχήμα 1672 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,767	3451,39	3451,45	3469,20	
Λογιστική καμπύλη	0,793	3376,96	3377,05	3399,22	
Μοντέλο καταστροφής	0,777	670,28	670,41	697,00	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	2785	df	2	p-value	0

Πίνακας 16 (Συνέχεια): Όχημα 1672 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,77	698,47	698,8	709,85	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,791 / 0,789	685,82 / 685,54	686,32 / 685,87	700,04 / 696,92	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,778 / 0,665	145,22 / 244,07	145,92 / 244,57	162,28 / 258,29	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	557,3 / 456,4	<b>df</b>	2 / 1	<b>p-value</b>	0 / 0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,81	889,2	894,19	934,58	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,572 / 0,470	939,49 / 909,09	945,15 / 914,08	987,71 / 954,47	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,854 / 0,851	242,56 / 255,11	248,95 / 260,78	293,61 / 303,33	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	650,6 / 636,1	<b>df</b>	2 / 1	<b>p-value</b>	0 / 0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,764	355,95	356,63	364,59	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,792	349,93	350,96	360,72	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,778	76,26	77,73	89,21	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	283,7	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,944	213,41	277,41	279,85	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,871	411,16	481,56	479,74	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,855	167,93	245,31	238,65	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	49,48	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	1,797 * 10 <sup>-11</sup>

Οι έλεγχοι για το 2<sup>ο</sup> και το 3<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο φορές γιατί την πρώτη το πρόγραμμα δεν υπολόγισε τα σφάλματα των συντελεστών. Αυτό συνήθως οφείλεται στις αρχικές τιμές της κανονικοποίησης. Για

να διορθωθεί, αφαιρέθηκε ο συντελεστής intercept της ταχύτητας και στους δύο ελέγχους (αποτελέσματα δεξιά). Επίσης αναγράφονται τα αποτελέσματα πριν την αφαίρεση του συντελεστή (αποτελέσματα αριστερά).

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή εκτός του διχαλωτού συνόλου όπου εμφανίζονται πολυκόρυφα. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από το διάγραμμα για τις τιμές αριστερά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει καμία συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

## β) Όχημα 1418

*Πίνακας 17: Όχημα 1418 – Στατιστικοί έλεγχοι*

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,463	3182,81	3182,88	3200,69	
Λογιστική καμπύλη	0,529	3100,50	3100,60	3122,85	
Μοντέλο καταστροφής	0,459	1461,13	1461,27	1487,95	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	1726	df	2	p-value	0
2 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,474	639,76	640,09	651,20	
Λογιστική καμπύλη	0,524	629,03	629,51	643,32	
Μοντέλο καταστροφής	0,469	300,04	300,73	317,20	

Πίνακας 17 (Συνέχεια): Όχημα 1418 – Στατιστικοί έλεγχοι

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	343,7	df	2	p-value	0
3 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,777	273,69	278,54	319,44	
Λογιστική καμπύλη	0,692	748,41	753,92	797,02	
Μοντέλο καταστροφής	0,493	324,74	330,96	376,22	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	47,06	df	2	p-value	$6,052 * 10^{-11}$
4 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,481	324,98	325,64	333,67	
Λογιστική καμπύλη	0,543	318,75	319,76	329,62	
Μοντέλο καταστροφής	0,493	152,53	153,98	165,58	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	176,4	df	2	p-value	0
5 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,998	-3.35	41,12	54,08	
Λογιστική καμπύλη	0,335	493,05	533,16	548,35	
Μοντέλο καταστροφής	0,779	151,21	195,68	208,65	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	154,6	df	2	p-value	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή ειδικά εκτός του διχαλωτού συνόλου το αντίστοιχο διάγραμμα σ.π.π. εμφανίζεται δικόρυφο. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει καμία συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει καμία συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση

μεταξύ των μεγεθών.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

### γ) Όχημα 2122

**Πίνακας 18:** Όχημα 2122 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,672	3948,14	3948,19	3966,36	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,682	3929,05	3929,14	3951,83	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,677	1090,24	1090,36	1117,57	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	2862	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,665	801,33	801,63	813,13	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	1,000	-3862,61	-3862,17	-3847,87	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,670	231,13	231,76	248,82	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	574,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,803	953,83	958,25	1000,90	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,605	1055,45	1060,46	1105,45	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,215	407,74	413,39	460,69	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	550,1	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας 18 (Συνέχεια): Όχημα 2122 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,677	404,57	405,17	413,62	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,696	402,30	403,22	413,61	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,696	121,32	122,63	134,89	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	287,3	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,913	512,52	564,73	582,22	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,867	513,60	570,68	585,55	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,814	133,93	196,26	208,23	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	382,6	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή ειδικά εκτός του διχαλωτού συνόλου όπου το διάγραμμα σ.π.π. εμφανίζεται δικόρυφο. Εντός του διχαλωτού συνόλου τα διαγράμματα σ.π.π. εμφανίζονται με έντονη λοξότητα που υποδεικνύει ότι ο παράγοντας ελέγχου  $\alpha_i$  κινείται αρκετά μακριά του μηδενός και κατά μία κατεύθυνση. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή αλλά αρκετά διασκορπισμένα. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα παρά μόνο τμηματικά.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. εμφανίζονται να έχουν καλή μορφή εκτός από αυτό για τα σημεία εντός του διχαλωτού συνόλου. Κατά τα άλλα, ισχύουν τα ίδια με παραπάνω.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση εντός του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα παρά μόνο τμηματικά.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση αριστερά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.



δ) Οχημα 1806

Πίνακας 19: Όχημα 1806 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,667	4010,00	4010,10	4028,19	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,713	3907,84	3907,93	3930,58	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,716	1031,47	1031,59	1058,75	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	2983	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,668	811,07	811,37	822,84	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,733	783,04	783,49	797,75	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,711	220,33	220,96	237,98	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	594,7	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,798	972,63	977,09	1019,59	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,796	980,78	985,83	1030,66	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,515	324,17	329,87	376,99	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	652,5	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,712	399,14	399,76	408,14	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,761	388,23	389,17	399,48	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,751	103,97	105,30	117,46	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	299,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας 19 (Συνέχεια): Όχημα 1806 – Στατιστικοί έλεγχοι

5 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,921	441,66	495,28	510,91	
Λογιστική καμπύλη	0,913	168,72	227,39	240,21	
Μοντέλο καταστροφής	0,842	130,52	194,63	204,24	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	315,1	df	2	p-value	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν καλή μορφή. Αριστερά του διχαλωτού συνόλου εμφανίζεται πολυκόρυφο και εντός εμφανίζεται μονοκόρυφο. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει γραμμική σχέση.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

#### ε) Όχημα 1845

Πίνακας 20: Όχημα 1845 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,835	4983,62	4983,67	5002,29	
Λογιστική καμπύλη	0,947	4099,13	4099,20	4122,46	
Μοντέλο καταστροφής	0,848	238,37	238,48	266,37	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	4749	df	2	p-value	0

Πίνακας 20 (Συνέχεια): Όχημα 1845 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,839	1003,99	1004,25	1016,24	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,945	836,61	837,01	851,93	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,852	43,79	44,34	62,16	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	964,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,872	1235,74	1239,63	1284,64	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,498	1431,61	1436,01	1483,56	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,450	404,76	409,71	459,77	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	835	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,826	511,81	512,35	521,29	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	- / 0,027	- / 647,67	- / 648,21	- / 657,14	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,915 / 0,852	69,67 / 129,71	70,84 / 130,53	83,89 / 141,56	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	446,1 / 384,1	<b>df</b>	2 / 1	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,917	678,31	721,44	751,37	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,847	689,95	736,89	765,37	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,794	182,06	233,06	259,83	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	500,3	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν

εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Ισχύουν τα ίδια με παραπάνω με την εξαίρεση του διαγράμματος σ.π.π. εντός του διχαλωτού συνόλου που εμφανίζεται μονοκόρυφο διάγραμμα παρά της μικρής λοξότητας.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στον πρώτο δεν προέκυψαν τιμές για την λογιστική καμπύλη. Στον δεύτερο έλεγχο (δεξιά από το διαχωριστικό), έχει αφαιρεθεί ο συντελεστής intercept της επιτάχυνσης. Στον 1<sup>ο</sup> έλεγχο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα. Στον 2<sup>ο</sup> έλεγχο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών χωρίς όμως να είναι ανησυχητική λόγω της τμηματικότητάς της.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή με την εξαίρεση εντός του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

#### στ) Όχημα 1287

**Πίνακας 21:** Όχημα 1287 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,596	4904,55	4904,59	4923,84	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,641	4798,08	4798,14	4822,2	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,625	1560,35	1560,44	1589,30	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	3348	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,596	982,57	982,80	995,43	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,640	963,25	963,62	979,36	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,629	318,42	318,89	337,71	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	668,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας 21 (Συνέχεια): Όχημα 1287 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,761	1179,09	1182,35	1230,53	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,703	1240,04	1243,72	1294,69	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,440	453,10	457,24	510,97	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	730	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,597	495,70	496,16	505,79	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,651	484,40	485,10	497,01	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,628	170,38	171,37	185,51	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	329,3	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,929	208,50	241,57	286,68	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,783	602,95	638,75	683,65	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,599	255,08	293,77	338,30	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	42,5	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	5,675 * 10 <sup>-10</sup>

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 2<sup>η</sup> και η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

### ζ) Όχημα 1829

Πίνακας 22: Όχημα 1829 – Στατιστικοί Έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,528	4154,62	4154,67	4173,29	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,754	3645,52	3645,52	3668,78	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,604	1531,16	1531,27	1559,15	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	2627	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,531	835,90	836,17	848,13	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,756	735,36	735,75	750,64	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,609	315,12	315,68	333,45	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	524,8	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,740	800,77	804,66	849,67	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,820	951,68	956,08	1003,63	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,568	342,36	347,32	397,38	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	462,4	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,553	421,01	421,55	430,49	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,765	372,33	373,15	384,17	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,630	160,25	161,42	174,47	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	264,8	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας 22 (Συνέχεια): Όχημα 1829 – Στατιστικοί Έλεγχοι

5 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,981	592,21	635,21	665,27	
Λογιστική καμπύλη	0,704	585,91	629,04	658,97	
Μοντέλο καταστροφής	0,789	172,72	219,65	248,13	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	421,5	df	1	p-value	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή με μία πιθανή εξαίρεση εντός του διχαλωτού συνόλου. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή αλλά αρκετά καλά διασκορπισμένα. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο εμφανίζεται μόνο ο έλεγχος με αφαίρεση του συντελεστή intercept του χωρικού διαχωρισμού γιατί δεν εμφανίστηκαν τα σφάλματα στους συντελεστές του χωρικού διαχωρισμού και της ταχύτητας. Μετά την μετατροπή αυτό το σφάλμα απαλείφεται. Καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

#### η) Όχημα 1851

Πίνακας 23: Όχημα 1851 – Στατιστικοί Έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,761	3641,43	3641,48	3660,03	
Λογιστική καμπύλη	0,824	3406,15	3406,23	3429,39	
Μοντέλο καταστροφής	0,769	1108,98	1109,09	1136,86	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	2536	df	2	p-value	0

Πίνακας 23 (Συνέχεια): Όχημα 1851 – Στατιστικοί Έλεγχοι

<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,774	726,96	727,22	739,14	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,834	681,81	682,22	697,03	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,779	220,58	221,15	238,84	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	510,4	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,909	14,35	18,32	62,94	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,833	950,76	955,26	1002,39	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,832	234,53	239,60	289,19	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	216,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,760	373,58	374,13	383,01	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,118	474,98	475,52	484,40	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,792	187,14	187,98	198,93	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	188,4	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,983	81,93	126,01	154,58	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,785	432,57	476,66	505,23	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,916	135,09	183,09	210,09	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	51,17	<b>df</b>	1	<b>p-value</b>	8,484 * 10 <sup>-13</sup>

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Τα δεδομένα εμφανίζονται σαν σε γραμμή αλλά αρκετά καλά διασκορπισμένα. Το διάγραμμα



υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα παρά μόνο τμηματικά.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν υπολογίστηκαν τα σφάλματα για κανένα από τους συντελεστές του μοντέλου αιχμής. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από αφαίρεση του συντελεστή intercept της επιτάχυνσης. Καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση εντός του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν υπολογίστηκαν τα σφάλματα για πολλούς από τους συντελεστές του μοντέλου αιχμής. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από αφαίρεση του συντελεστή intercept της ταχύτητας. Δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

#### θ) Οχημα 1917

Πίνακας 24: Όχημα 1917 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,751	5917,39	5917,42	5937,39	
Λογιστική καμπύλη	0,755	5900,62	5900,68	5925,63	
Μοντέλο καταστροφής	0,751	1515,11	1515,19	1545,12	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	4406	df	2	p-value	0
2 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,738	1202,78	1202,97	1216,35	
Λογιστική καμπύλη	0,741	1202,36	1202,64	1219,34	
Μοντέλο καταστροφής	0,736	323,91	324,31	344,27	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	882,9	df	2	p-value	0

Πίνακας 24 (Συνέχεια): Όχημα 1917 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,861	1408,08	1410,78	1462,31	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,868	1395,26	1398,30	1452,87	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	-0,075	77249,00	77252,87	77310,46	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	75840	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,728	609,92	610,30	620,72	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,127	738,08	738,46	748,88	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,640	253,57	254,15	167,07	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	358,4	<b>df</b>	1	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,897	794,42	820,19	877,85	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,617	728,54	754,30	811,97	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,178	257,45	285,24	343,58	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	539	<b>df</b>	1	<b>p-value</b>	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Τα δεδομένα δεν εμφανίζονται σαν σε γραμμή αλλά με συμμετρική μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα. Ο λόγος της κακής προσαρμογής πιθανότατα οφείλεται στην αδυναμία του προγράμματος να υπολογίσει μερικές αλλά αρκετές τιμές συντελεστών του παράγοντα  $\alpha_i$ .

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν εμφανίστηκαν οι στατιστικοί έλεγχοι για τη λογιστική καμπύλη. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από αφαίρεση του συντελεστή intercept της επιτάχυνσης. Καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν υπολογίστηκαν τα σφάλματα για πολλούς από τους συντελεστές του μοντέλου αιχμής. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από αφαίρεση του συντελεστή intercept της ταχύτητας. Δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή με την εξαίρεση της περίπτωσης αριστερά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών με μηδενική κλίση με αποτέλεσμα να μην θεωρείται ανησυχητική.

#### 4.3.2.2) Αποτελέσματα – Οχήματα με επιφυλακτική συμπεριφορά

##### α) Οχημα 916

Πίνακας 25: Όχημα 916 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,421	2899,41	2899,48	2916,90	
Λογιστική καμπύλη	0,434	2888,03	2888,13	2909,89	
Μοντέλο καταστροφής	0,416	1259,47	1259,62	1285,71	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	1644	df	2	p-value	0
2 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,418	592,09	592,44	603,17	
Λογιστική καμπύλη	1,000	-3266,54	-3266,00	-3252,69	
Μοντέλο καταστροφής	0,414	263,39	264,15	280,01	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	332,7	df	2	p-value	0
3 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,613	649,08	654,52	693,28	
Λογιστική καμπύλη	0,593	462,12	468,30	509,07	
Μοντέλο καταστροφής	0,501	268,99	275,97	318,71	

Πίνακας 25 (Συνέχεια): Όχημα 916 – Στατιστικοί έλεγχοι

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	384,1	df	2	p-value	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,436	298,14	298,88	306,45	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,084	326,69	327,43	335,00	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,330	167,25	168,38	177,63	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	132,9	df	1	p-value	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,925	132,49	208,79	196,36	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,887	218,36	294,67	282,23	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,799	151,80	236,28	217,74	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	17,32	df	1	p-value	$3,162 * 10^{-5}$

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή ειδικά εκτός του διχαλωτού συνόλου που εμφανίζονται τρικόρυφα. Τα δεδομένα δεν εμφανίζονται σαν σε γραμμή αλλά με συμμετρική μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει κάποια συστηματικότητα με μορφή γραμμών και με ελαφριά κλίση προς τα δεξιά.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Ισχύουν τα ίδια με παραπάνω.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν εμφανίστηκαν οι στατιστικοί έλεγχοι για τη λογιστική καμπύλη. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από αφαίρεση του συντελεστή intercept της επιτάχυνσης. Καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση αριστερά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο γίνονται δύο έλεγχοι γιατί στην πρώτη περίπτωση δεν υπολογίστηκαν τα σφάλματα για πολλούς από τους συντελεστές του μοντέλου αιχμής. Εμφανίζεται μόνο ο δεύτερος έλεγχος μετά από

αφαίρεση του συντελεστή intercept της επιτάχυνσης. Καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή με την εξαίρεση της περίπτωσης δεξιά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

### β) Όχημα 1631

Πίνακας 26: Όχημα 1631 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,669	3203,76	3203,82	3221,69	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,777	2948,07	2948,16	2970,48	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,661	963,24	963,37	990,13	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	2245	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,669	651,33	651,65	662,83	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,777	601,68	602,16	616,06	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,663	202,05	202,73	219,30	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	453,3	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,731	838,44	843,26	884,32	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,538	499,22	504,68	547,97	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,517	333,16	339,33	384,78	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	509,3	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,671	334,79	335,45	343,55	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,796	305,04	306,04	315,99	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,666	105,85	107,27	118,98	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	232,9	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας 26 (Συνέχεια): Όχημα 1631 – Στατιστικοί έλεγχοι

5 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,973	184,32	244,44	251,72	
Λογιστική καμπύλη	0,953	251,89	317,89	321,47	
Μοντέλο καταστροφής	0,912	142,59	214,98	214,34	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	45,73	df	2	p-value	1,177 * 10 <sup>-10</sup>

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει κάποια συστηματικότητα αλλά μόνο τμηματικά.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Ισχύουν τα ίδια με παραπάνω με τη διαφορά ότι η συστηματική σχέση στο διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν υπάρχει ή δεν είναι εμφανής.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση αριστερά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

#### γ) Όχημα 187

Πίνακας 27: Όχημα 187 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	R <sup>2</sup>	AIC	AICc	BIC	
Γραμμικό Μοντέλο	0,387	4627,00	4627,06	4644,94	
Λογιστική καμπύλη	0,474 / 0,455	4529,13 / 4549,20	4529,22 / 4549,26	4551,54 / 4567,13	
Μοντέλο καταστροφής	0,414 / 0,711	1497,77 / 1585,97	1497,90 / 1585,97	1524,67 / 1608,29	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
X <sup>2</sup>	3133 / 3043	df	2 / 1	p-value	0

Πίνακας 27 (Συνέχεια): Όχημα 187 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,383	933,21	933,53	944,71	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,480	912,93	913,41	927,30	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,417	309,09	309,77	326,34	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	628,1	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,677	757,91	762,73	803,80	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,523	948,16	953,63	996,91	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,311	362,13	368,29	413,74	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	399,8	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,362	476,97	477,63	485,73	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,537	457,78	458,78	468,73	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,411	163,12	164,54	176,26	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	317,9	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,944	369,79	429,91	437,20	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,924	286,38	352,38	355,96	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,719	184,61	257,00	256,36	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	189,2	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο γίνεται δύο φορές γιατί την πρώτη το πρόγραμμα δεν υπολόγισε τα σφάλματα των συντελεστών. Αυτό συνήθως οφείλεται στις αρχικές τιμές της κανονικοποίησης. Για να διορθωθεί,

αφαιρέθηκε ο συντελεστής intercept της ταχύτητας (αποτελέσματα δεξιά). Επίσης αναγράφονται τα αποτελέσματα πριν την αφαίρεση του συντελεστή (αποτελέσματα αριστερά).

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει καμία συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

#### δ) Όχημα 1992

**Πίνακας 28:** Όχημα 1992 – Στατιστικοί έλεγχοι

1 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,986	3312,37	3312,43	3330,50	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,877	3151,05	3151,11	3169,18	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,835	-934,56	-934,47	-911,90	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
<b>X<sup>2</sup></b>	4249	<b>df</b>	1	<b>p-value</b>	0
2 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,837	677,51	677,81	689,22	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,864	654,72	655,18	669,36	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,851	152,50	153,14	170,07	
Έλεγχος X <sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
<b>X<sup>2</sup></b>	529	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0



Πίνακας 28 (Συνέχεια): Όχημα 1992 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,896	855,10	859,64	901,82	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,638	937,38	942,52	987,02	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,402	350,09	355,88	402,65	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	509	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,827	347,24	347,87	356,18	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,869	330,05	331,01	341,22	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,843	87,26	88,61	100,66	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	264	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>5<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,937	478,89	534,00	547,69	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,765	466,20	526,54	537,23	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,682	168,40	234,40	241,64	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	314,5	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση δεξιά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση εντός του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή

μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή.

Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

ε) Όχημα 1951

**Πίνακας 29:** Όχημα 1951 – Στατιστικοί έλεγχοι

<b>1<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,719	4423,62	4423,68	4441,73	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,847	4008,77	4008,86	4031,40	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,842	745,56	745,69	772,72	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	3682	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>2<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,708	899,57	899,87	911,25	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,845	814,47	814,93	829,07	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,833	164,81	165,45	182,33	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	738,8	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>3<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,776	1094,00	1098,57	1140,60	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,411	1218,97	1224,16	1268,49	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,334	343,58	349,43	396,01	
<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	754,4	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0
<b>4<sup>ο</sup> Μοντέλο</b>					
	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,714	455,97	456,60	464,91	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,856	410,82	411,78	422	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,681	98,71	100,07	112,12	

Πίνακας 29 (Συνέχεια): Όχημα 1951 – Στατιστικοί έλεγχοι

Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	361,3	df	2	p-value	0
5 <sup>ο</sup> Μοντέλο					
	$R^2$	AIC	AICc	BIC	
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,894	549,50	604,62	618,31	
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,806	348,43	408,77	419,46	
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,728	191,95	257,95	265,19	
Έλεγχος $X^2$ – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής					
$X^2$	361,6	df	2	p-value	0

Στο 1<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση εντός του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών εμφανίζει γραμμική σχέση αλλά κατά τμήματα.

Στο 2<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή εκτός από την περίπτωση δεξιά του διχαλωτού συνόλου. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια συστηματικότητα.

Στο 3<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια γραμμική συστηματικότητα.

Στο 4<sup>ο</sup> μοντέλο καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. δεν έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια γραμμική συστηματικότητα.

Στο 5<sup>ο</sup> μοντέλο δεν καλύπτεται η 3<sup>η</sup> οδηγία του Cobb. Τα διαγράμματα σ.π.π. έχουν την επιθυμητή μορφή. Το διάγραμμα υπολοίπων-προσαρμοσμένων τιμών δεν εμφανίζει κάποια γραμμική συστηματικότητα.

## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα

#### 5.1) Γενικά Συμπεράσματα

Από το Κεφάλαιο 4 και την ανάλυση των αποτελεσμάτων προκύπτουν συνολικά, τρία βασικά συμπεράσματα.

##### 5.1.1) Εφαρμοσιμότητα

Πρώτο συμπέρασμα είναι πως η Θ.Κ. είναι εφαρμόσιμη στα μικροσκοπικά κυκλοφοριακά μεγέθη με το χωρικό διαχωρισμό ως εξαρτημένη μεταβλητή (state variable), την ταχύτητα ως παράγοντα διακλάδωσης και την επιτάχυνση ως παράγοντας ασυμμετρίας. Οι καταστάσεις ισορροπία που χρησιμοποιούνται είναι η επιφυλακτική και η επιθετική συμπεριφορά. Από τα οχήματα που εξετάστηκαν στη 2<sup>η</sup> φάση ελέγχου, πολύ λίγα δεν έδειξαν καλή προσαρμογή στο αιχμικό μοντέλο και για το πολύ δύο από τα πέντε μοντέλα που εξετάστηκαν. Από τα οχήματα που εξετάστηκαν στην 1<sup>η</sup> φάση ελέγχου, η συντριπτική πλειοψηφία έδειξε καλή προσαρμογή στο αιχμικό μοντέλο. Για τα μοντέλα 2 και 4 που χρησιμοποιούνται στην 2<sup>η</sup> φάση ελέγχου, θεωρείται πως η πρώτη μέτρηση στη χρονική σειρά των δεδομένων (πρώτη γραμμή στη βάση δεδομένων) είναι αντικειμενική. Έτσι, κάθε μοντέλο από τα δύο χρησιμοποιεί την πρώτη σειρά στη βάση δεδομένων, που αντιστοιχεί σε χρόνο  $t=0 \text{ sec}$ , ως έναρξη της μέτρησης. Ο λόγος που δεν θεωρείται η έναρξη της μέτρησης η δεύτερη ( $t=0,1 \text{ sec}$ ) ή η τρίτη ( $t=0,2 \text{ sec}$ ) κ.ο.κ. είναι καθαρά πρακτικός. Σε πραγματική ανάλυση δεν θα υπάρχει αυτή η επιλογή, της αλλαγής της έναρξης των μετρήσεων που δίνεται στην εργασία χάρη στη βάση δεδομένων και έτσι προσομοιάζεται και στην εργασία. Εν τούτοις, έγιναν έλεγχοι και σε αυτές τις περιπτώσεις και παρατηρήθηκε πως τα αποτελέσματα ήταν κοντά σε αυτά που παρουσιάζονται για κάθε μοντέλο όπως και ήταν αναμενόμενο.

Σε καμία περίπτωση η λογιστική καμπύλη δεν έδειξε καλύτερη προσαρμογή από το μοντέλο καταστροφής. Το γεγονός ότι το γραμμικό μοντέλο έδειξε μερικές φορές καλύτερη προσαρμογή, μπορεί να ερμηνευθεί ως κακή προσαρμογή της Θ.Κ. όμως δεν είναι το μόνο ενδεικτικό. Δηλαδή, η επιφάνεια πτυχώσεως μπορεί να αντικατασταθεί από τη λεία επιφάνεια ανάλογα με την περίπτωση που εξετάζεται. Αυτό γιατί, η λεία επιφάνεια του γραμμικού μοντέλου μπορεί να δείχνει μία ομαλή (ή συνεχή) μετάβαση μεταξύ των καταστάσεων ισορροπίας ενώ η προσαρμογή στην επιφάνεια καταστροφής μπορεί να δείχνει μία ανώμαλη (ή ασυνεχή) μετάβαση. Κατά αυτή την έννοια, το γραμμικό μοντέλο και το μοντέλο καταστροφής δεν είναι αντίπαλα μοντέλα αλλά αλληλοσυμπληρώμενα με τον ίδιο τρόπο που μία κυματώδης και μία ήρεμη θάλασσα είναι ενδεικτικά της κατάστασης της θάλασσας και δεν αναιρούν την ιδιότητά της.

Για την αιτιολόγηση του παραπάνω, πρέπει αρχικά να βρεθούν οι δυνατότητες και οι αδυναμίες της  $\Theta.K.$  Αυτές είναι οι παρακάτω:

- α) Η  $\Theta.K.$  έχει πρακτική αξία. Μπορεί να εξηγήσει την μετάβαση μεταξύ καταστάσεων ισορροπίας που στην προκειμένη είναι επιφυλακτική και επιθετική συμπεριφορά.
- β) Για τον υπολογισμό της μετάβασης, η  $\Theta.K.$  λαμβάνει υπόψιν τους παράγοντες που είναι άμεσα αντιληπτοί από τον οδηγό. Δε λαμβάνει υπόψιν το χρονικό διαχωρισμό ο οποίος δεν είναι άμεσα αντιληπτός.
- γ) Η  $\Theta.K.$  είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη αλλά είναι πιθανόν να χρειαστεί μία διαφορετική ανάλυση από την κλασσική των δύο συμβάσεων Maxwell και Delay.
- δ) Η  $\Theta.K.$  μπορεί να εξηγήσει απότομες μεταβάσεις του δυναμικού και όχι ομαλές μεταβάσεις. Οι απότομες μεταβάσεις συμβαίνουν συνήθως από επιθετική σε επιφυλακτική συμπεριφορά.

Ακόμα και από την εργασία των Acha-Daza & Hall [22] των οποίων η μετατροπή των μεγεθών φαίνεται στο *Παράρτημα Α*, είναι εμφανές ότι μερικές καταστάσεις συμφόρησης είναι στην περιοχή μη συμφορημένης κίνησης. Η  $\Theta.K.$  δεν μπορεί να εξηγήσει ομαλές μεταβάσεις του δυναμικού με αποτέλεσμα να μην είναι χρήσιμη σε αυτές τις περιπτώσεις. Από την άλλη, το γραμμικό μοντέλο μπορεί να αποδώσει αυτές τις ομαλές μεταβάσεις.

Σε αυτό το σκεπτικό, και λαμβάνοντας υπόψιν τα λεγόμενα των Thom (1972), Zeeman [13] και Χαΐνη [1] πως η  $\Theta.K.$  δεν είναι ένα κατάλληλο μοντέλο για πρόβλεψη αλλά για ποιοτική εκτίμηση της κατάστασης, η προσαρμογή της  $\Theta.K.$  στα δεδομένα είναι αυτό που πρέπει να αποφεύγεται σε πραγματική ανάλυση έναντι της προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου που δείχνει μία ομαλή μετάβαση. Η απορία της μη μετάβασης μεταξύ των καταστάσεων είναι μία άστοχη θέση αφού ένας οδηγός ο οποίος παρουσιάζει οποιαδήποτε από τις επιφυλακτική ή επιθετική συμπεριφορά, είναι βέβαιο πως την στιγμή που θα αναγκαστεί να επιβραδύνει θα αποκτήσει είτε επιφυλακτική συμπεριφορά είτε θα βρεθεί σε μία κατάσταση όπου θα είναι αδύνατο αυτή να εξακριβωθεί.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι μετρήσεις ανά 2 sec που παρουσιάζονται στο *Παράρτημα Γ* έδειξαν καλύτερη προσαρμογή στο αιχμικό μοντέλο αν και η βάση δεδομένων ήταν σχετικά μικρή σε αυτή την περίπτωση για να αποδώσει ένα σαφές και βέβαιο αποτέλεσμα.

### 5.1.2) Συμπεράσματα από το διαχωρισμό επιθετικών/επιφυλακτικών οδηγών

Από τη σύγκριση επιθετικών και επιφυλακτικών οδηγών και τις δύο αυτές καταστάσεις ισορροπίας, προκύπτουν δύο συμπεράσματα.

Πρώτον, παρουσιάζονται πολλές μεταβάσεις από επιθετική σε επιφυλακτική συμπεριφορά σε αντίθεση με τη μετάβαση από επιφυλακτική σε επιθετική συμπεριφορά. Επίσης, ένας επιθετικός οδηγός παρουσιάζει αρκετές μεταβάσεις από επιφυλακτική σε επιθετική και *vice versa* σε αντίθεση με έναν

επιφυλακτικό οδηγό.

Δεύτερον, οι μεταβάσεις από επιφυλακτική σε επιθετική συμπεριφορά συμβαίνουν όταν υπάρχει επιτάχυνση ( $a > 0$ ) και σχετικά μεγάλος χωρικός διαχωρισμός στην αρχή του φαινομένου. Η μετάβαση από επιθετική συμπεριφορά σε επιφυλακτική συμβαίνει όταν υπάρχει επιβράδυνση ( $a < 0$ ) και για μικρές τιμές χωρικού διαχωρισμού. Αυτό είναι άμεσο συμπέρασμα της Θ.Κ, η περιοχή στην οποία η ασυνέχεια είναι πιθανή. Η ασυνέχεια εμφανίζεται εντός του διγαλωτού συνόλου το οποίο ορίζεται από την εξίσωση:

$$4u^3 - 27v^2 = 0 \quad (1)$$

όπου,  $u$  : ταχύτητα με  $u > 0$

$v$  : επιτάχυνση

Επειδή η επιφυλακτική συμπεριφορά περιορίζει τον οδηγό να μη μειώσει το χωρικό διαχωρισμό σε αντίθεση με την επιφυλακτική συμπεριφορά, τότε η κατάσταση ισορροπίας της επιφυλακτικής συμπεριφοράς θα βρίσκεται σε περιοχές για μεγαλύτερο χωρικό διαχωρισμό  $d$ . Άρα, η μετάβαση από την επιφυλακτική συμπεριφορά στην επιθετική θα ορίζεται από τις εξισώσεις:

$$\left. \begin{array}{l} (2) \quad 4u^3 - 27v^2 = 0 \\ (3) \quad v \leq 0 \end{array} \right\}$$

ενώ η μετάβαση από την επιθετική συμπεριφορά στην επιφυλακτική συμπεριφορά θα ορίζεται από τις:

$$\left. \begin{array}{l} (4) \quad 4u^3 - 27v^2 = 0 \\ (5) \quad v \geq 0 \end{array} \right\}$$

Η πιθανότητα εμφάνισης της καταστροφής αυξάνει για  $v \rightarrow 0$  και μπορεί να ειπωθεί με μία αναπόφευκτη ανακρίβεια, ότι στις εξισώσεις (2),(3) η καταστροφή θα εμφανιστεί όταν ο χωρικός διαχωρισμός είναι μεγάλος και η επιτάχυνση από μεγάλες και θετικές τιμές μικραίνει τείνοντας προς την επιβράδυνση. Στις εξισώσεις (4),(5) θα συμβεί το αντίστροφο.

Όσον αφορά το διαχωρισμό των καταστάσεων, αξίζει να σημειωθεί πως δεν χρησιμοποιείται η μικροσκοπική θεώρηση της διαφοράς μεταξύ επιφυλακτικών και επιθετικών οδηγών αλλά θεωρείται πως η μετάβαση συμβαίνει πέρα από τη προδιάθεση του οδηγού και εξαιτίας τυχαίων παραγόντων και εξαιτίας αντίδρασης σε περιστασιακά φαινόμενα. Όπως ειπώθηκε στην παράγραφο 2.2, οι επιφυλακτικοί και οι επιθετικοί οδηγοί, είτε δρουν επιφυλακτικά ή επιθετικά, μπορούν να εξηγήσουν το φαινόμενο της απόκλισης. Όμως, η χρήση της ιδιότητας των επιφυλακτικών και επιθετικών οδηγών σαν καταστάσεις ισορροπίας του δυναμικού του συστήματος-οχήματος κρίνεται εσφαλμένη λόγω της γενικότητας που ενέχει ο όρος. Με άλλα λόγια, δεν υπάρχει καμία ένδειξη ότι ένας επιθετικός οδηγός θα δράσει μόνο επιθετικά όπως και πως ένας επιφυλακτικός οδηγός θα δράσει μόνο επιφυλακτικά. Αν και αυτή η κατάταξη είναι χρήσιμη για την μελέτη της οδικής ασφάλειας, δεν είναι χρήσιμη για τη Θ.Κ. Αν

η επιθετική/επιφυλακτική συμπεριφορά οριστεί ως εκείνη η συμπεριφορά που οδηγεί τον οδηγό σε μείωση/διατήρηση του χρονικού ή χωρικού διαχωρισμού κατά την αλλαγή της ταχύτητας ή επιτάχυνσης του μπροστινού από το υπό εξέταση όχημα, τότε ο επιθετικός/επιφυλακτικός οδηγός ορίζεται ως ο οδηγός που κατά κύριο λόγο συμπεριφέρεται επιθετικά/επιφυλακτικά. Ο δεύτερος ορισμός δεν μπορεί να είναι απόλυτος κατά την κυκλοφοριακή πρακτική αφού επηρεάζει την πιθανότητα ένας οδηγός να μεταβάλει την συμπεριφορά του καθώς προσαρμόζεται σε νέες συνθήκες. Δηλαδή, για να ισχύσει η απολυτότητα, πρέπει να υποτεθεί ότι ένας οδηγός θα αντιδράει με τον ίδιο τρόπο ή προς μία a priori αποδεκτή κατάσταση κατά την αλλαγή των συνθηκών οδήγησης.

Η Θ.Κ. χρησιμοποιεί μία ποιοτική εκτίμηση στην οποία οι καταστάσεις ισορροπίας μπορεί να μην είναι σαφώς περιθωριοποιημένες (π.χ. παίζει ρόλο η σύμβαση που χρησιμοποιείται) αλλά είναι σαφώς διακριτές μεταξύ τους. Η κατάταξη της ιδιότητας των οδηγών, όπως προκύπτει από τον παραπάνω ορισμό, δεν είναι απόλυτη και πηγάζει από την συμπεριφορά. Και επειδή για την επιλογή της συμπεριφοράς του ο οδηγός λαμβάνει υπόψιν τις περιστάσεις ενώ η συμπεριφορά επηρεάζεται και από τυχαίους παράγοντες που μπορούν να αποδώσουν μόνο χαοτικά αποτελέσματα, οι καταστάσεις επιθετικής συμπεριφοράς και επιφυλακτικής συμπεριφοράς κρίνονται πιο χρήσιμες. Αυτές φυσικά και μπορούν να οδηγήσουν στην κατάταξη των οδηγών βάσει ορισμού χωρίς όμως να είναι δυνατή η αντίστροφη διαδικασία.

### 5.1.3) Συμπεράσματα για τα μοντέλα

Γενικά από τα αποτελέσματα για το αιχμικό μοντέλο, παρατηρούνται τα εξής:

- α) Το 1<sup>ο</sup> μοντέλο παρουσιάζει πάντα τις υψηλότερες τιμές AIC/AICc/BIC (άρα τις χαμηλότερες τιμές πιθανοφάνειας) τόσο για το αιχμικό μοντέλο όσο και για την λογιστική καμπύλη και το γραμμικό μοντέλο.
- β) Το 2<sup>ο</sup> μοντέλο παρουσιάζει γενικά τις ίδιες τιμές  $R^2$  με το 1<sup>ο</sup> μοντέλο αλλά πολύ χαμηλότερα AIC/AICc/BIC από αυτό. Τα διαγράμματα πιθανοφάνειας για το 1<sup>ο</sup> και το 2<sup>ο</sup> μοντέλο μοιάζουν πολύ μεταξύ τους.
- γ) Το 3<sup>ο</sup> μοντέλο παρουσιάζει μικρότερα  $R^2$  για το αιχμικό μοντέλο για τους επιφυλακτικούς οδηγούς ενώ για τους επιθετικούς άλλοτε αυξάνεται και άλλοτε μειώνεται. Για το γραμμικό μοντέλο και τη λογιστική καμπύλη το  $R^2$  είναι σίγουρα καλύτερο. Τα AIC/AICc/BIC αυξάνουν πάντα για το γραμμικό, το αιχμικό μοντέλο και για τη λογιστική καμπύλη (με μικρές αυξομειώσεις για τη λογιστική καμπύλη).
- δ) Το 4<sup>ο</sup> μοντέλο παρουσιάζει γενικώς ίδιες ή υψηλότερες τιμές  $R^2$  από το 2<sup>ο</sup> μοντέλο αλλά μικρότερα AIC/AICc/BIC από αυτό σε κάθε περίπτωση.
- ε) Το 5<sup>ο</sup> μοντέλο γενικά παρουσιάζει τις καλύτερες τιμές  $R^2$  από όλα τα άλλα μοντέλα. Οι δείκτες AIC/AICc/BIC είναι μεγαλύτεροι από το 4<sup>ο</sup> μοντέλο αλλά καλύτεροι από το 2<sup>ο</sup> μοντέλο. Γενικά για

τους δείκτες AIC/AICc/BIC η διαφορά για το αιχμικό μοντέλο είναι αμελητέα ενώ για το γραμμικό μοντέλο και τη λογιστική καμπύλη δεν μπορεί να ειπωθεί κάτι παρόμοιο.

**στ)** Τις περισσότερες φορές, το 5<sup>ο</sup> μοντέλο εμφανίζει τις χαμηλότερες τιμές  $X^2$ . Το 3<sup>ο</sup> μοντέλο έχει γενικά ίδιες τιμές  $X^2$  με το 2<sup>ο</sup> και το 4<sup>ο</sup> έχει συνήθως χαμηλότερες τιμές  $X^2$  από το 2<sup>ο</sup> και 3<sup>ο</sup>.

**ζ)** Τα μοντέλα με μνήμη παρουσιάζουν πολύ καλύτερη μορφή σ.π.π. από τα μοντέλα χωρίς μνήμη.

**η)** Τα αποτελέσματα των μοντέλων με μνήμη εμφανίζονται να έχουν καλύτερη μορφή από τα μοντέλα χωρίς μνήμη (εμφανίζονται καλά διασκορπισμένα – αναλύεται παρακάτω).

Από τη σύγκριση μεταξύ οδηγών που παρουσιάζουν επιθετική και επιφυλακτική συμπεριφορά, προκύπτουν τα παρακάτω:

**α)** Οι τιμές  $R^2$  είναι μικρότερες για τους οδηγούς με επιφυλακτική συμπεριφορά για σύγκριση μεταξύ ίδιων μοντέλων.

**β)** Είναι λιγότεροι οι οδηγοί που παρουσιάζουν καλή προσαρμογή στο αιχμικό μοντέλο από τη λογιστική καμπύλη ή/και το γραμμικό μοντέλο.

**γ)** Οι δείκτες AIC/AICc/BIC δε διαφέρουν μεταξύ των δύο κατηγοριών για σύγκριση μεταξύ ίδιων μοντέλων.

**δ)** Εμφανίζονται πολύ λιγότερα σημεία καταστροφής για τους επιφυλακτικούς οδηγούς απ' ότι για τους επιθετικούς.

Μία ακόμα παρατήρηση που προκύπτει είναι η μορφή των αποτελεσμάτων επί του διχαλωτού συνόλου για τα μοντέλα 1,2 και 4. Αυτά κάποιες φορές εμφανίζονται σαν σε γραμμές (όπως στα σχήματα 18 και 19). Μαθηματικώς είναι δεκτή αυτή η κατάσταση (Κεφάλαιο 4 σελ. 36) και από παρατηρήσεις επί των δεδομένων παρατηρείται ότι οφείλεται στις μικρές αυξομειώσεις τις επιτάχυνσης ανά όχημα συγκριτικά με αυτές του χωρικού διαχωρισμού. Αυτό συμβαίνει όταν οι τιμές του χωρικού διαχωρισμού είναι γενικά μικρές, κάτι που φυσικά προϋποθέτει μικρές τιμές ταχύτητας.

Ούτως ώστε να αποφευχθεί αυτή η μορφή των δεδομένων, χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα με μνήμη (ή αλλιώς μοντέλα με υστέρηση). Σύμφωνα με αυτά, οι συντελεστές συνυπολογίζονται με προσθήκη των παραλειπόμενων τιμών σε κάθε συντελεστή με αποτέλεσμα κάθε συντελεστής να υπολογίζεται με χρήση πέντε παρατηρήσεων για το μοντέλο 3 και δέκα παρατηρήσεων για το μοντέλο 5. Με τη χρήση μοντέλων με μνήμη είναι δυνατή μία ποιοτική εκτίμηση του συστήματος. Κατά αυτό τον τρόπο, οι παρατηρήσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό κάθε παράγοντα ελέγχου  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  (εξισώσεις 29,30,31 Κεφάλαιο 3) ανά περίοδο μέτρησης είναι πιθανές εκφάνσεις του συστήματος χωρίς να χρησιμοποιείται κάποια ντετερμινιστική αιτιολόγηση οπότε θα ήταν απόλυτες εκφάνσεις του συστήματος πράγμα που είναι άτοπο.

Τα μοντέλα με μνήμη (μοντέλα 3 και 5) είναι μοντέλα με μνήμη 0,5 sec και 1 sec αντίστοιχα. Από



πρακτική άποψη, δημιουργούνται ως εξής: Κάθε όχημα έχει τρεις μεταβλητές που αναλύονται και αυτές βρίσκονται σε τρεις στήλες. Κάθε σειρά αντιστοιχεί σε 0,1 sec μέτρηση μετά την προηγούμενη σειρά. Για την απλοποίηση ας γίνει η υπόθεση ότι δημιουργείται ένα μοντέλο με μνήμη 0,2 sec. Τότε, κάθε δεύτερη σειρά ή κάθε σειρά με μονό αριθμό για δεκαδικό ψηφίο (η πρώτη μέτρηση αντιστοιχεί σε  $t=0$  sec) θα αφαιρεθεί από την στήλη και θα προστεθεί σε μία νέα στήλη. Κατά αυτό τον τρόπο, οι μεταβλητές  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  (εξισώσεις 29,30,31 Κεφάλαιο 3) υπολογίζονται χρησιμοποιώντας δύο παρατηρήσεις, δηλαδή:

$$y_i = w_0 + w_1 Z_{i(t)} + w_2 Z_{i(t+0,1)} \quad (1)$$

$$\alpha_i = v_0 + v_1 X_{i(t)} + v_2 X_{i(t+0,1)} \quad (2)$$

$$\beta_i = u_0 + u_1 Y_{i(t)} + u_2 Y_{i(t+0,1)} \quad (3)$$

Σε αυτή την περίπτωση εξετάζεται η περίπτωση του οχήματος την χρονική στιγμή 0,2 sec αν και λόγω της στοχαστικότητας του μοντέλου που χρησιμοποιείται, μία χρονική διάκριση ίσως να μην είναι πολύ χρήσιμη.

Γενικά τα μοντέλα με μνήμη πρακτικώς ομαλοποιούν τις επιδράσεις της αλλαγής λωρίδας ενός οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση αφού κάθε μεταβολή συνυπολογίζεται με αρκετές ακόμα παρατηρήσεις για κάθε περίοδο μέτρησης χωρίς αυτό να σημαίνει ότι λαμβάνεται όπως στον υπολογισμό μίας μέσης τιμής. Επίσης, η έννοια του δυναμικού λαμβάνει πιο ευρεία έννοια αφού συνυπολογίζει διάφορες εκφάνσεις του συστήματος ανά χρονική περίοδο μέτρησης (όπως λαμβάνεται στα μοντέλα με μνήμη π.χ. παραπάνω η περίοδος μέτρησης θεωρείται ως 0,2 sec). Τα μοντέλα με μνήμη γενικά φαίνεται πως βοήθησαν την προσαρμογή στην αιχμική καταστροφή και σε αυτό συνυπολογίζεται η καλύτερη μορφή τόσο των σ.π.π. όσο και των αποτελεσμάτων επί της επιφάνειας ισορροπίας (επιφάνεια M – Κεφάλαιο 2 σελ. 16). Όμως, προτείνεται η χρήση μοντέλου με μετρήσεις ανά 0,5 sec και μνήμη ανά 1 sec.

Το μέτρο  $R^2$  κρίνεται πως αδυνατεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά για τη σύγκριση μεταξύ των μοντέλων που παρατίθενται στους ελέγχους του Κεφαλαίου 4. Αυτό γιατί στην εργασία των Grasman, van der Maas & Wagenmakers [15] αναφέρεται πως τα σφάλματα για το αιχμικό μοντέλο δεν υπολογίζονται ως η απόσταση από την επιφάνεια καταστροφής M αλλά ως η απόσταση του κάθε σημείου από την κοντινότερη σε αυτά κορυφή του διαγράμματος πιθανοφάνειας. Έτσι το σφάλμα δεν θεωρείται ως η απόκλιση του σημείου από την επιφάνεια που ορίζει το μοντέλο καταστροφής ενώ ορίζεται κατά αυτό τον τρόπο στο γραμμικό μοντέλο και τη λογιστική καμπύλη. Το  $R^2$  βέβαια, είναι δυνατόν να δώσει μία εικόνα για τη μορφή των διαγραμμάτων πιθανοφάνειας χωρίς όμως να είναι απόλυτο μέτρο καλής ή κακής μορφής. Οι δείκτες που χρησιμοποιούνται για τη σύγκριση των μοντέλων είναι οι AIC/AICc/BIC αφού εξ' ορισμού προκύπτουν από την log-πιθανοφάνεια που υπολογίζεται για

κάθε μοντέλο και είναι άμεσα συγκρίσιμοι μεταξύ των.

Όπως αναφέρεται και παραπάνω, το μέτρο  $R^2$  είναι μικρότερο για τους επιφυλακτικούς οδηγούς. Αυτό μπορεί να σημαίνει, βάση της παραπάνω παραγράφου, ότι η απόσταση των σημείων από τις επικρατούσες τιμές (modes) είναι μεγάλη. Αν ληφθεί υπόψη ότι οι επιφυλακτικοί οδηγοί παρουσιάζουν γενικά λιγότερες ακραίες τιμές από άποψη επιτάχυνσης/επιβράδυνσης τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι υπάρχει μία μεγαλύτερη κατανομή των τιμών στα διαγράμματα πιθανοφάνειας.

## 5.2) Εφαρμογές

Ένα όχημα εξοπλισμένο με τα κατάλληλα εργαλεία, επιταχυνσιόμετρο και σόναρ, μπορεί να μετράει την απόσταση από το μπροστινό όχημα και την επιτάχυνση του οχήματος όπως και την ταχύτητα του οχήματος με απευθείας μέτρηση από τον μετρητή ταχυτήτων. Βάσει αυτών των στοιχείων είναι δυνατόν να γίνει προσαρμογή στην αιχμική καταστροφή και σύγκριση με το γραμμικό μοντέλο ώστε να εξακριβώσει πότε μπορεί να εμφανίζεται ασυνέχεια στην συμπεριφορά του οδηγού προτείνοντας στον οδηγό τα χαρακτηριστικά (ταχύτητα, επιτάχυνση) που δεν εμφανίζουν καταστροφή. Η πρόταση θα γίνεται όταν τα σημεία (ταχύτητα, επιτάχυνση) πλησιάζουν τη διχοτόμο. Για να βρεθούν τα κατάλληλα σημεία μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αντίστροφη μηχανική (reverse engineering) επιλύοντας ουσιαστικά το μοντέλο του Cobb με δεδομένες τιμές για τα  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  (εξισώσεις 29,30,31 Κεφάλαιο 3) που προκύπτουν από την μέχρι τότε ανάλυση των δεδομένων ούτως ώστε να βρεθούν οι τιμές των  $X_i, Y_i, Z_i$  (εξισώσεις 29,30,31 Κεφάλαιο 3) στις οποίες το γραμμικό μοντέλο δείχνει καλύτερη εφαρμογή (συνήθως για μικρές ταχύτητες) ή δεν εμφανίζεται καταστροφή στο αιχμικό μοντέλο (για κάθε περίπτωση).

Μία άλλη εφαρμογή της Θ.Κ. είναι σε πραγματική ανάλυση αυτοματοποιημένων συστημάτων. Οχήματα που λειτουργούν χωρίς οδηγό μπορούν να χρησιμοποιήσουν αυτό το σύστημα ώστε να αποφύγουν συγκρούσεις και καθυστερήσεις. Αν η αντίστροφη μηχανική είναι δυνατόν να λειτουργήσει τότε ένα πρόγραμμα μπορεί να υπαγορεύει την αλλαγή της ταχύτητας αλλά και το εύρος ταχυτήτων σε συνδυασμό με την επιτάχυνση ούτως ώστε να αποφευχθεί μία μετάβαση μεταξύ καταστάσεων ισορροπίας που να έχει αρνητικά αποτελέσματα.

Οι παραπάνω εφαρμογές οδηγούν τόσο στην ομαλοποίηση της κυκλοφορίας αλλά και εξοικονόμηση καυσίμου. Θετικό στοιχείο είναι ότι δεν απαιτείται να είναι γνωστά τα γενικά στοιχεία της κυκλοφορίας όπως φόρτος, μέση ταχύτητα ή αν υπάρχει συμφόρηση. Κάθε σύστημα μπορεί να είναι αυτο-προσδιοριζόμενο και ανεξάρτητο.

## 5.3) Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Σε αυτή την εργασία έγινε έλεγχος εφαρμογής στη Θ.Κ. με χρήση του χωρικού διαχωρισμού, της

ταχύτητας και της επιτάχυνσης ενός οχήματος. Αυτό το όχημα θεωρείται σύστημα. Με αυτή την τοποθέτηση, η κατάσταση ισορροπίας αυτού του συστήματος μεταβάλλεται τυχαία και από εξωγενείς παράγοντες πράγμα που συμβαδίζει με τη Θ.Κ. αλλά έχει μικρή ή καμία σχέση με κάποιο μοντέλο ακολουθούντος οχήματος. Για να επιτευχθεί αυτή η συσχέτιση, είναι δυνατή η μελέτη της Θ.Κ. με τις σχετικές τιμές αυτών των μεγεθών δηλαδή σχετική ταχύτητα και σχετική επιτάχυνση. Έτσι το σύστημα γίνεται δύο οχημάτων.

Στην εργασία παρατηρήθηκε ότι μετρήσεις ανά 2 sec δίνουν καλή προσαρμογή στη Θ.Κ. Επίσης είναι πιο εύκολη η συγκέντρωση στοιχείων σε πραγματικό χρόνο σε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Λόγου περιορισμού της βάσης δεδομένων, η αντικειμενική ανάλυση σε αυτή την περίπτωση δεν ήταν δυνατή αν και μερικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο *Παράρτημα Γ*.

Μπορεί να υπάρξει μία συσχέτιση μεταξύ κυματισμών η οποία να βασιστεί στη χρήση της έννοιας του δυναμικού. Το δυναμικό σαν θεωρητική έννοια και μαθηματική οντότητα δεν υπάρχει τόσο στη συγκοινωνιακή ανάλυση ενώ η γενικότητα του ορισμού του ενδείκνυται για περιπτώσεις χαοτικών συστημάτων, δηλαδή αυτών που η τυχειότητα είναι κυρίαρχη.

Ένα άλλο σημείο που είναι δυνατόν να βοηθήσει στην ανάλυση της κυκλοφορίας είναι η επέκταση του μοντέλου σε μακροσκοπικά κυκλοφοριακά μεγέθη. Ίσως είναι εφικτό μέσω των μέσων τιμών των μεγεθών που χρησιμοποιήθηκαν σαν μεταβλητές να γίνει αναγωγή στα χαρακτηριστικά ενός τμήματος δρόμου και έτσι να αναλυθεί αν υπάρχει ή όχι συμφόρηση.

Η Θ.Κ. ίσως να έχει καλύτερη προσαρμογή σε συστήματα στα οποία η τυχειότητα είναι περιορισμένη και υπάρχουν πιο μεγάλες διακυμάνσεις των τιμών οι οποίες διευκολύνουν την ανάλυση. Τέτοια συστήματα μπορούν να είναι συστήματα αεροδρομίων ή λιμένων στα οποία η αυξανόμενη ζήτηση δημιουργεί προβλήματα κατανόησης του τρόπου και του χρόνου που η καταστροφή θα είναι δυνατή.

Τέλος, η Θ.Κ. μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη εφόσον αποφευχθεί κάποια ντετερμινιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων. Οι συνθήκες Maxwell και Delay είναι ακραίες καταστάσεις μίας μεγάλης γκάμας συμβάσεων. Πιθανότατα η χρήση της εξίσωσης Fokker-Planck όπως αναλύεται από τον Gilmore[8] είναι ένας τρόπος που μπορεί να εξηγήσει τη μετάβαση μεταξύ των δύο συμβάσεων αφού μελετάει την εξέλιξη της σ.π.π. ενός δυναμικού συστήματος για μία τυχαία κίνηση (random walk) του συστήματος.

---

## Βιβλιογραφία

---

1. “Εισαγωγή στη Θεωρία Καταστροφών” από τον Ι. Θ. Χαΐνη, Εκδόσεις Φούντα, Αθήνα 2005, ISBN 960330547-2
2. “Traffic Stream Characteristics” έκθεση από τον F. L. Hall, Washington D.C. 2000
3. “Transportation Planning and Technology” ημερολόγιο άρθρων δημοσιευμένο από Routledge, Online ISSN 1029-0354
4. “Κυκλοφοριακή Τεχνική” από τους Ι. Μ. Φραντζεσκάκη, Ι.Μ. Γκόλιας και Μ.Χ. Πιτσιάβα-Λατινοπούλου, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2009, ISBN 960-7182-42-1
5. “Handbook of transport modeling”, από τους D.A. Hensher και K.J. Button, Εκδόσεις Pergamon, London 2007, ISBN 9780080453767
6. “Stagewise cognitive development: An application of catastrophe theory” άρθρο από τους Van der Maas et al, American Psychological Association 1992
7. “Asymmetric Microscopic Driving Behaviour Theory” άρθρο από τον Hwasoo Yeo, California 2008
8. “Catastrophe time scales and conventions” άρθρο από τον R. Gilmore, Virginia 1979
9. “An introduction to cusp surface analysis” άρθρο από τον L. Cobb, Louisville 1985
10. “Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems” άρθρο από τους R. Hooke και T.A. Jeeves, Pittsburgh 1960
11. “Optimization by Direct Search and Systematic Reduction of the Size of Search Region” άρθρο από τους R. Luus και T.H.I. Jaakola, Toronto 1973
12. “On the convergence of the LJ search method” άρθρο από τον G. Gopalakrishan Nair, Journal of optimization theory and applications vol. 28, India 1979
13. “Catastrophe theory: Selected Papers” από τον E.C. Zeeman, Εκδόσεις Addison-Wesley, Oxford 1977, ISBN 10 0201090155
14. “Catastrophe theory for scientists and engineers” από τον R. Gilmore, Εκδόσεις Dover 1993, ISBN 10 0486675394
15. “Fitting the cusp catastrophe in R: A cusp-Package Primer” εργασία από τους Raoul P. P. P. Grasman, Han L. J. van der Maas and Eric-Jan Wagenmakers, Journal of Statistical Software pp 1-27, Amsterdam 2009
16. “Διερεύνηση των μικροσκοπικών χαρακτηριστικών του φαινομένου της κυκλοφοριακής υστέρησης στις ελεύθερες λεωφόρους” εργασία από τη Φωτεινή Ορφανού, Αθήνα 2010

17. “*Hysteresis in traffic flow: An improved measurement method*” άρθρο από τον Jorge A. Laval, Transportation Research Part B, Εκδόσεις Elsevier, Atlanta 2010
18. “*Clockwise hysteresis loops in the fundamental diagram*” άρθρο από τους Vikash V. Gayah and Carlos F. Daganzo, California 2010
19. “*Οι επτά στοιχειώδεις καταστροφές και η θεωρία της καθολικής εκδίπλωσης*” διατριβή από τον Σταύρο Αναστασίου, Πάτρα 2007
20. “*Catastrophe theory*” άρθρο από τον Hector J. Sussmann, Synthese 31 pp 229-270, Holland 1975
21. “*Operating Speeds and volume to Capacity Ratios: The observed relationship and the fold catastrophe*” άρθρο από τον Δημήτριο Δενδρινό, Kansas 1977
22. “*Application of catastrophe theory to traffic flow variables*” άρθρο από τους Jorge A. Achadaza and Fred L. Hall, Ontario 1993
23. “*Catastrophe theory and patterns in 30-second freeway traffic data-Implications for incident detection*” άρθρο από τους Bhagwart N. Perasad and Fred L. Hall, Ontario 1988
24. “*Traffic Science*” από τον Denos C. Gazis, εκδόσεις Wiley-Interscience, ISBN 047129480-2

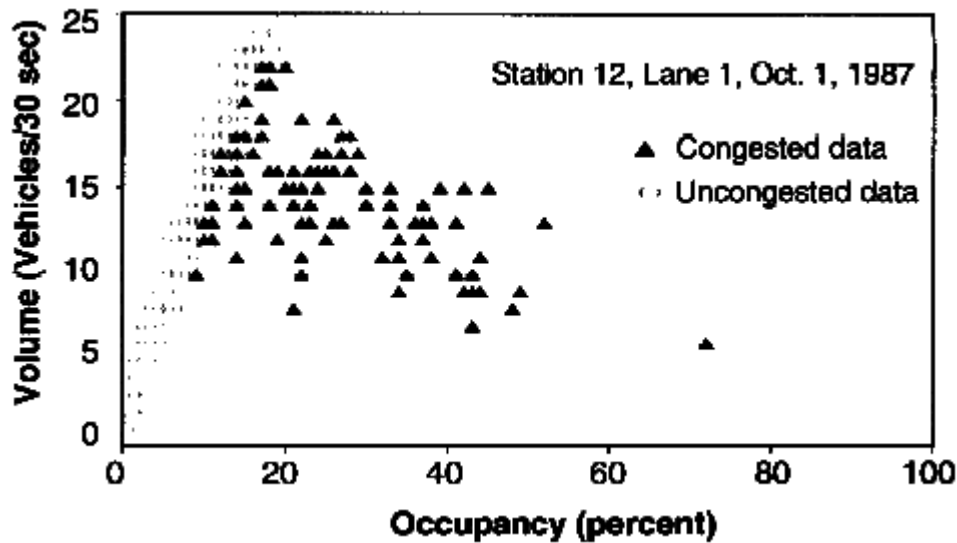
## Παράρτημα Α

### Η μετατροπή των Acha-Daza and Hall

Μετατροπή μεταβλητών ροής, κατάληψης και ταχύτητας κατά Acha-Daza and Hall (1992).

U: Volume / V: Occupancy / X: Speed

Το αρχικό διάγραμμα ροής-κατάληψης αποτελούμενο από τις μετρηθείς τιμές φαίνεται στο Σχήμα Α.1 ενδεικτικά για έναν από τους σταθμούς μέτρησης.



Σχήμα Α.1: Διάγραμμα φόρτου-κατάληψης από μετρήσεις

Η μετατροπή έγινε σε δύο φάσεις:

1) Πρώτη φάση: ώστε ο άξονας του φόρτου να διαχωρίζει την συμφορημένη από την μη συμφορημένη κυκλοφορία:

$$U_2 = U_1 - \text{Μέγιστο φόρτο}$$

$$V_2 = V_1 - \text{Μέγιστη κατάληψη στο μέγιστο φόρτο}$$

$$X_2 = X_1 - \text{Ελάχιστη ταχύτητα στο μέγιστο φόρτο και στη μέγιστη κατάληψη}$$

Η σχηματική αναπαράσταση της μετατροπής φαίνεται στο Σχήμα Α.2.

2) Δεύτερη φάση: ώστε ο άξονας του φόρτου να καθορίζει ακριβώς το όριο της περιοχής Α (μη συμφορημένης κίνησης) από την περιοχή Β (συμφορημένης κίνησης):

$$\text{Παράγων Πίνακα} = \text{Μέγιστος φόρτος} / \text{Μέγιστη κατάληψη}$$

$$U_3 = U_2$$

$$V_3 = V_2 * \text{Παράγων Πίνακα}$$

$$X_3 = X_2$$

Η παραπάνω μετατροπή δεν απεικονίζεται σε κάποιο σχήμα γιατί προκαλεί μόνο αλλαγή της κλίμακας στον οριζόντιο άξονα.

Ωστε να επιτευχθεί ο στόχος που αναφέρεται στην αρχή της παραγράφου 2, πρέπει να γίνει κατάλληλη περιστροφή των αξόνων. Αυτή είναι:

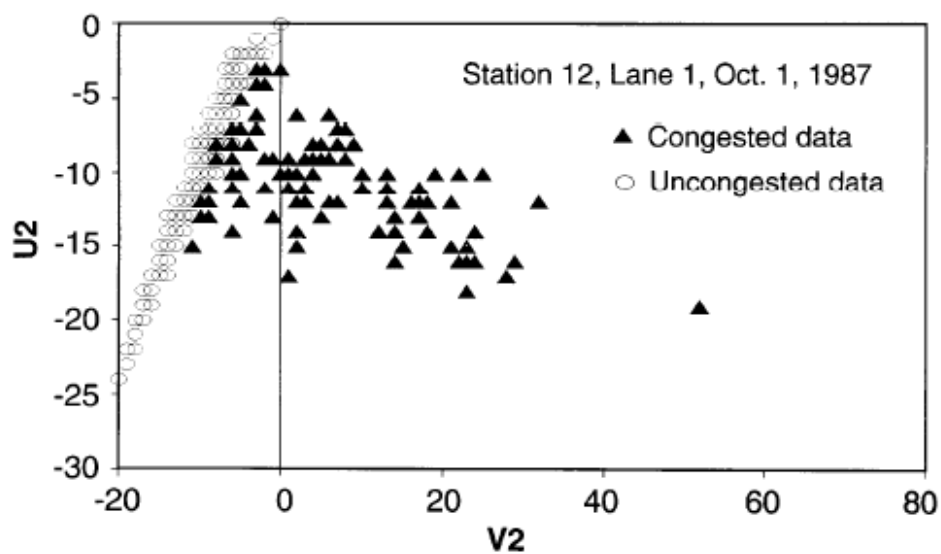
$$U=U_3 * \cos\theta - V_3 * \sin\theta$$

$$V=U_3 * \sin\theta - V_3 * \cos\theta$$

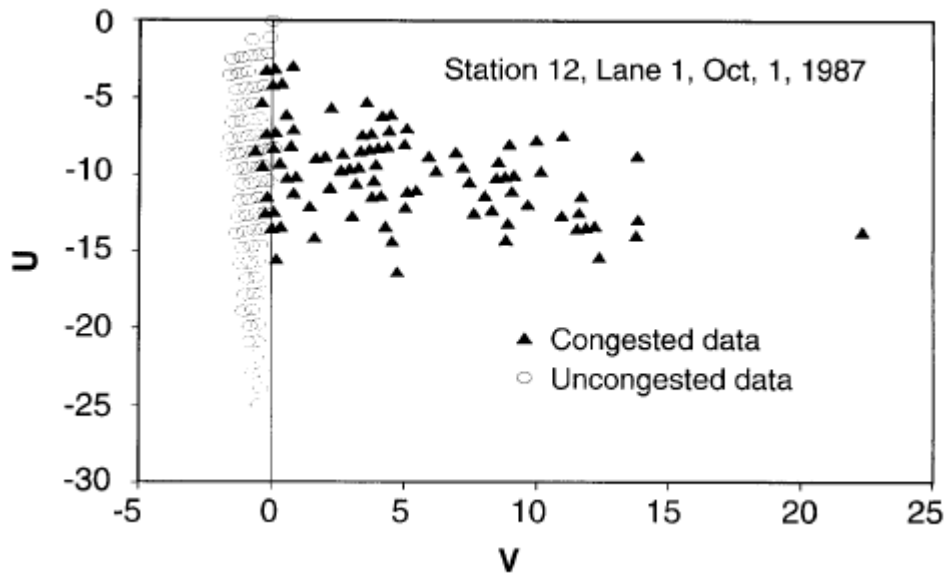
όπου  $\theta$  η γωνία περιστροφής. Η τιμή της γωνίας καθορίζεται ως αυτή που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των δεδομένων συμφορημένης κυκλοφορίας που βρίσκονται αριστερά του άξονα U. Με αυτό τον τρόπο, κάθε σημείο με  $V<0$  θα βρίσκεται στην μη συμφορημένη περιοχή του διαγράμματος ενώ, κάθε σημείο με  $V>0$  θα βρίσκεται στην συμφορημένη περιοχή.

Επίσης αυτές οι περιοχές θα είναι τοποθετημένες αντιστοίχως και καλά διαχωρισμένες στην επιφάνεια της αιχμικής καταστροφής με την μη συμφορημένη περιοχή να βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια αναδίπλωσης ενώ η συμφορημένη περιοχή να βρίσκεται κάτω από αυτή.

Η σχηματική αναπαράσταση της μετατροπής φαίνεται στο Σχήμα Α.3.



Σχήμα Α.2: Τροποποιημένο διάγραμμα φόρτου-κατάληψης (Πρώτη φάση)



Σχήμα Α.3: Τροποποιημένο διάγραμμα φόρτου-κατάληψης (Δεύτερη φάση)



## Παράρτημα Β

### Η επιρροή της αλλαγής λωρίδων

Στα μικροσκοπικά μεγέθη, η αλλαγή της λωρίδας μπορεί να δείξει την ύπαρξη ενός καταστροφικού φαινομένου χωρίς αυτό να επηρεάσει τα άλλα κυκλοφοριακά στοιχεία του οχήματος (ταχύτητα και επιτάχυνση). Αυτό το φαινόμενο δεν μπορεί να χαρακτηριστεί καταστροφικό κατά την κυκλοφοριακή έννοια. Με στόχο να εξακριβωθεί η επίδραση της αλλαγής λωρίδων στο όχημα υπό εξέταση, χρησιμοποιούνται τα στοιχεία από την βάση δεδομένων ώστε να αναλυθεί η επίδραση της εμφάνισης ενός οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση όχημα λόγω αλλαγής λωρίδας αλλά και η επίδραση της απομάκρυνσης ενός οχήματος που είναι μπροστά από το υπό εξέταση λόγω αλλαγής λωρίδας.

Στη βάση δεδομένων υπάρχουν μηδενικές τιμές στους χωρικούς διαχωρισμούς και οι οποίες απορρίπτονται κατά την προσαρμογή στο μοντέλο καταστροφής. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως αναγράφεται και στη βάση δεδομένων, όταν ο χωρικός διαχωρισμός είναι μηδέν δεν υπάρχει κωδικός αναγνώρισης του οχήματος μπροστά από το υπό εξέταση αλλά αναφέρεται ως 0 που δεν είναι δεκτός κωδικός οχήματος. Συνεπώς το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε δεν μπόρεσε να αναγνωρίσει το μπροστινό από το υπό εξέταση όχημα λόγω μεγάλης απόστασης ή επειδή αυτό βρισκόταν εκτός της ζώνης ελέγχου. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο χρονικός διαχωρισμός ήταν 0 πράγμα που συνηγορεί σε αυτή την άποψη.

Με κατάλληλη επεξεργασία, μετρήθηκε η διαφορά ταχύτητας και η διαφορά χωρικού διαχωρισμού των οχημάτων όταν κάποιο όχημα αλλάζοντας λωρίδα, εμφανίστηκε μπροστά τους και αναζητήθηκε ο λόγος που συμβαίνει αυτή η διαφορά. Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται οι μέσοι όροι διαφοράς ταχύτητας και χωρικού διαχωρισμού 1 sec και 3 sec μετά από την αλλαγή με 1 sec και 3 sec αντίστοιχα πριν την αλλαγή όπως και η τυπική απόκλιση της διαφοράς ταχυτήτων. Δεν περιλαμβάνονται αλλαγές λωρίδας οχημάτων που έφυγαν μπροστά από το υπό εξέταση όχημα.

**Πίνακας Β.1:** Μέσες τιμές διαφοράς ταχύτητας και χωρικού διαχωρισμού 1 sec μετά την αλλαγή λωρίδας

	Χρονική Περίοδος		
	4:00 – 4:15	5:00 – 5:15	5:15 – 5:30
<b>Μέση τιμή διαφοράς ταχύτητας</b>	-0,045 km/h	+0,946 km/h	+0,034 km/h
<b>Τυπική απόκλιση ταχύτητας</b>	5,057	5,3	4,729
<b>Μέση τιμή διαφοράς χωρικού διαχωρισμού</b>	-46,308 m	-34,026 m	-33,099 m

Πίνακας Β.2: Μέσες τιμές διαφοράς ταχύτητας και χωρικού διαχωρισμού 3 sec μετά την αλλαγή λωρίδας

	Χρονική Περίοδος		
	4:00 – 4:15	5:00 – 5:15	5:15 – 5:30
Μέση τιμή διαφοράς ταχύτητας	-1,329 km/h	-1,203 km/h	+0,00991 km/h
Τυπική απόκλιση ταχύτητας	8,263	9,23	7,532
Μέση τιμή διαφοράς χωρικού διαχωρισμού	-39,208 m	-31,417 m	-28,471 m

Είναι εμφανές από τους παραπάνω πίνακες ότι οι αλλαγές λωρίδων δεν επηρεάζουν τη μέση ταχύτητα του συστήματος οχημάτων. Ενώ ο χωρικός διαχωρισμός μειώνεται αρκετά κατά την αλλαγή λωρίδας, η ταχύτητα των οχημάτων πίσω από αυτά που αλλάζουν λωρίδα δεν επηρεάζεται από το φαινόμενο. Παρ' όλα αυτά, η τυπική απόκλιση είναι αρκετά μεγάλη για αυτό και εξετάζεται ένας αριθμός οχημάτων μεμονωμένα ώστε να εξακριβωθεί ο λόγος της μείωσης ταχύτητας ή της αύξησης. Οχήματα που διατηρούν την επιτάχυνση με διαφορές της τάξης  $\pm 2 \text{ m/sec}^2$  θεωρούνται ότι δεν επηρεάζονται από την αλλαγή εκτός αν αυτή η διαφορά προκύπτει σε χρόνο μέχρι 0,3 sec από την αλλαγή λωρίδας.

#### Ταχύτητες: $u < 25 \text{ km/h}$

Γενικά παρατηρήθηκε ότι τα οχήματα που επιτάχυναν το έκαναν κατά τέτοιο τρόπο που αυξήθηκε ο χωρικός διαχωρισμός (σε μερικές περιπτώσεις κατά 50 m) αλλά ο χρονικός διαχωρισμός παρέμεινε σταθερός (με μεταβολή της τάξης του 1 sec). Τα οχήματα προτίμησαν μεγάλες αποστάσεις από τον μπροστινό τους για ταχύτητες μικρότερες από 15 km/h και μεγαλύτερες από 5 km/h. Σε μηδενισμό ταχύτητας προτίμησαν αποστάσεις 15 m με 25 m. Γενικά τα οχήματα σε αυτές ταχύτητες διατήρησαν χρονικό διαχωρισμό στα 1-3 sec με προτίμηση στο μεγαλύτερο (π.χ. χρονικός διαχ: 2 sec σε ταχύτητες 10 km/h /χωρικός διαχ: 27 m, και σε 25 km/h / χωρικός διαχ: 60 m).

#### Ταχύτητες: $25 \text{ km/h} \leq u < 50 \text{ km/h}$

Σε αυτές τις ταχύτητες παρατηρήθηκε η τάση από τους οδηγούς να διατηρούν το χωρικό διαχωρισμό στα 25 m με 35 m με αποτέλεσμα να μειώνουν τις ταχύτητές τους τόσο ώστε να διατηρήσουν αυτή την απόσταση και να τις αυξάνουν όταν ο χωρικός διαχωρισμός ξεπεράσει τα 35 m.

Γενικά παρατηρήθηκε ότι μετά από αλλαγή λωρίδας και για χωρικό διαχωρισμό μεγαλύτερο από 60 m, η ταχύτητα του υπό εξέταση οχήματος δεν επηρεαζόταν από το μπροστινό του ακόμα ακόμα και αν σε αυτή την απόσταση συνέβαινε μία νέα αλλαγή λωρίδας και το όχημα που άλλαζε λωρίδα είχε μικρότερη ταχύτητα από το υπό εξέταση. Τα οχήματα προσπάθησαν να διατηρήσουν τον χρονικό διαχωρισμό σε μικρές αποστάσεις μεταξύ τους και τον χωρικό διαχωρισμό σε ορισμένες περιπτώσεις (μικρές ταχύτητες

σε 25-35 m). Σε μεγάλες ταχύτητες η μεταβολή του χωρικού διαχωρισμού ήταν πολύ μεγάλη (π.χ. 70 m σε 4 sec) και οι χρονικοί διαχωρισμοί ήταν πολύ μικροί (<2 sec). Όσο μεγαλύτερη ήταν η ταχύτητα, τόσο τα οχήματα προσπαθούσαν να διατηρήσουν τον χρονικό διαχωρισμό σε μικρές τιμές.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις προκύπτουν από μελέτη τουλάχιστον 50 διαφορετικών αλλαγών λωρίδας.

Συμπερασματικά, τιμές χωρικού διαχωρισμού μεγαλύτερες από 70 m (σε συντηρητική υπόθεση) πρέπει να απορριφθούν από το μοντέλο καταστροφής γιατί δεν επηρεάζουν την κατάσταση ισορροπίας του οχήματος και πως η αλλαγή λωρίδων, αν και θα δείξει την ύπαρξη καταστροφής για τον χωρικό διαχωρισμό, δεν επηρεάζει το όχημα εφόσον ληφθούν μετρήσεις μεγαλύτερες από 1 sec όταν και το όχημα θα έχει αντιδράσει στην αλλαγή λωρίδας του μπροστινού. Σε χρόνους μεγαλύτερους από 3 sec από την αλλαγή λωρίδας, το όχημα δεν επηρεάζεται από την αλλαγή λωρίδας αλλά από την μεταβολή της κατάστασης του προπορευόμενου οχήματος.

## Παράρτημα Γ

### Έλεγχοι ανά 2 sec

Παρακάτω παρατίθενται αποτελέσματα για έλεγχο οχημάτων ανά 2 sec. Η πρώτη μέτρηση θεωρείται απόλυτη δηλαδή ως η πρώτη αντικειμενική μέτρηση για το όχημα. Υπό περιπτώσεις παρατηρείται πως αν η μέτρηση αρχίσει κάποιες μετρήσεις μετά την αρχική κατά σειρά δεδομένων, η προσαρμογή είναι καλύτερη και σπανίως χειρότερη, συγκρινόμενη με τη προσαρμογή για όλες τιμές χωρίς επεξεργασία (αλλά με διαγραφή των τελευταίων μετρήσεων με μηδενικό χωρικό διαχωρισμό). Σε προσαρμογή με ανά 2 sec μετρήσεις, αυτή η διαφορά πρέπει να είναι αμελητέα.

**Πίνακας Γ.1:** Όχημα 307 – Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,454	180,81	182,55	186,14
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,801	154,53	157,26	161,19
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,377	72,30	76,30	80,29

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	112,5	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

**Πίνακας Γ.2:** Όχημα 32 – Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,679	212,17	213,35	218,83
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,713	209,78	211,60	218,10
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,705	78,36	80,98	88,34

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	137,8	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

**Πίνακας Γ.3:** Όχημα 1418 – Στατιστικοί έλεγχοι \*

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,437	170,89	172,32	176,88
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,456	169,78	171,21	175,77
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,416	87,51	89,74	95,00

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	85,38	<b>df</b>	1	<b>p-value</b>	0

\* Έγινε αφαίρεση του συντελεστή intercept της ταχύτητας γιατί δεν εμφανίζονταν οι συντελεστές του αιχμικού μοντέλου. Τα αποτελέσματα είναι περίπου τα ίδια.

Πίνακας Γ.4: Όχημα 1806 – Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,710	204,48	205,81	210,70
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,754	200,69	202,75	208,46
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,737	60,08	63,08	69,41

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	148,4	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας Γ.5: Όχημα 1829 – Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,541	219,06	220,20	225,82
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,771	193,21	194,98	201,66
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,557	95,45	97,99	105,58

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	127,6	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Πίνακας Γ.6: Όχημα 1851 – Στατιστικοί έλεγχοι

	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>AIC</b>	<b>AICc</b>	<b>BIC</b>
<b>Γραμμικό Μοντέλο</b>	0,754	191,18	192,36	197,84
<b>Λογιστική καμπύλη</b>	0,820	180,92	182,74	189,24
<b>Μοντέλο καταστροφής</b>	0,771	65,57	68,19	75,55

<b>Έλεγχος X<sup>2</sup> – Γραμμικό μοντέλο και μοντέλο καταστροφής</b>					
<b>X<sup>2</sup></b>	129,6	<b>df</b>	2	<b>p-value</b>	0

Τα δεδομένα για τον δεύτερο έλεγχο είναι πολύ λίγα (28 σειρές) για να δώσουν μία αντικειμενική εικόνα αλλά το γεγονός ότι οι δείκτες AIC/AICc/BIC μικραίνουν τόσο πολύ (με αντίστοιχη και αναμενόμενη μείωση του R<sup>2</sup>) είναι αξιοσημείωτο. Ο περαιτέρω έλεγχος σε αυτές τις περιπτώσεις είναι εκτός του σκοπού αυτής της εργασίας και εκτός της δυνατότητας της βάσης δεδομένων.