



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ**  
**ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**  
**ΜΙΟΝΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ**

**ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**  
**«ΜΙΑ ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΚΕΝΟΥ»**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ**  
**[ΣΤΕΦΑΝΕΑΣ ΠΕΤΡΟΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ,**  
**ΣΕΜΦΕ]**

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ**  
**[ΘΕΟΔΩΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ, Ε.ΔΙ.Π., ΣΕΜΦΕ]**  
**[ΠΑΥΛΟΠΟΥΛΟΥ ΚΑΛΛΙΟΠΗ, Ε.ΔΙ.Π., ΣΕΜΦΕ]**

2023

## Ευχαριστίες

Με την διπλωματική αυτή εργασία τελειώνει η φοίτηση μου ως προπτυχιακός φοιτητής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών Και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, θα ήθελα λοιπόν να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Στεφανέα Πέτρο για όλη την βοήθεια που μου προσέφερε. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον πατέρα μου και την μητέρα μου για την αμέριστη και συνεχή συμπαράσταση τους, διότι αλλιώς είναι πολύ πιθανό να τα είχα παρατήσει και τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την γιαγιά μου που με παρότρυνε να πάρω το πτυχίο.

## Περίληψη

Το αντικείμενο που μελετάται στην παρούσα εργασία είναι ο κενός χώρος, δηλαδή ο χώρος που δεν περιέχει τίποτα. Πιο συγκεκριμένα εξετάζεται το κενό μέσα από τρεις διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους, στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας εξετάζεται το κενό μέσα από το πρίσμα της φιλοσοφίας, στο δεύτερο κεφάλαιο μέσα από το πρίσμα της φυσικής και στο τρίτο κεφάλαιο μέσα από το πρίσμα των μαθηματικών. Μετά από αυτές τις προσεγγίσεις βλέπουμε τις επιπτώσεις που έχει το κενό στους ζωντανούς οργανισμούς και τέλος καταλήγουμε στο συμπέρασμα για την έννοια του κενού στις επιστήμες, αλλά και για την αντίληψη που έχουμε για αυτό στην εποχή μας και στην σύγχρονη κοινωνία.

## **Abstract**

**The object studied in this work is empty space, the space that contains nothing. More specifically the empty space is examined through three different scientific branches, in the first chapter of the paper the gap is examined through the prism of philosophy, in the second chapter through the prism of physics and in the third chapter through the prism of mathematics. After these approaches we see the effects that vacuum has on living organisms and finally we come to the conclusion about the concept of the vacuum in the sciences, but also about the perception we have of it in our time and in modern society.**

## Περιεχόμενα

### **Κεφάλαιο 1: «Φιλοσοφία»**

Εισαγωγή	6
Θαλής	9
Lao Tse	12
Παρμενίδης	15
Λεύκιππος	17
Δημόκριτος	19
Αριστοτέλης	23
Επίκουρος	25
Ήρων	28
More	31
Heidegger	34
Feynman	38

### **Κεφάλαιο 2: «Φυσική»**

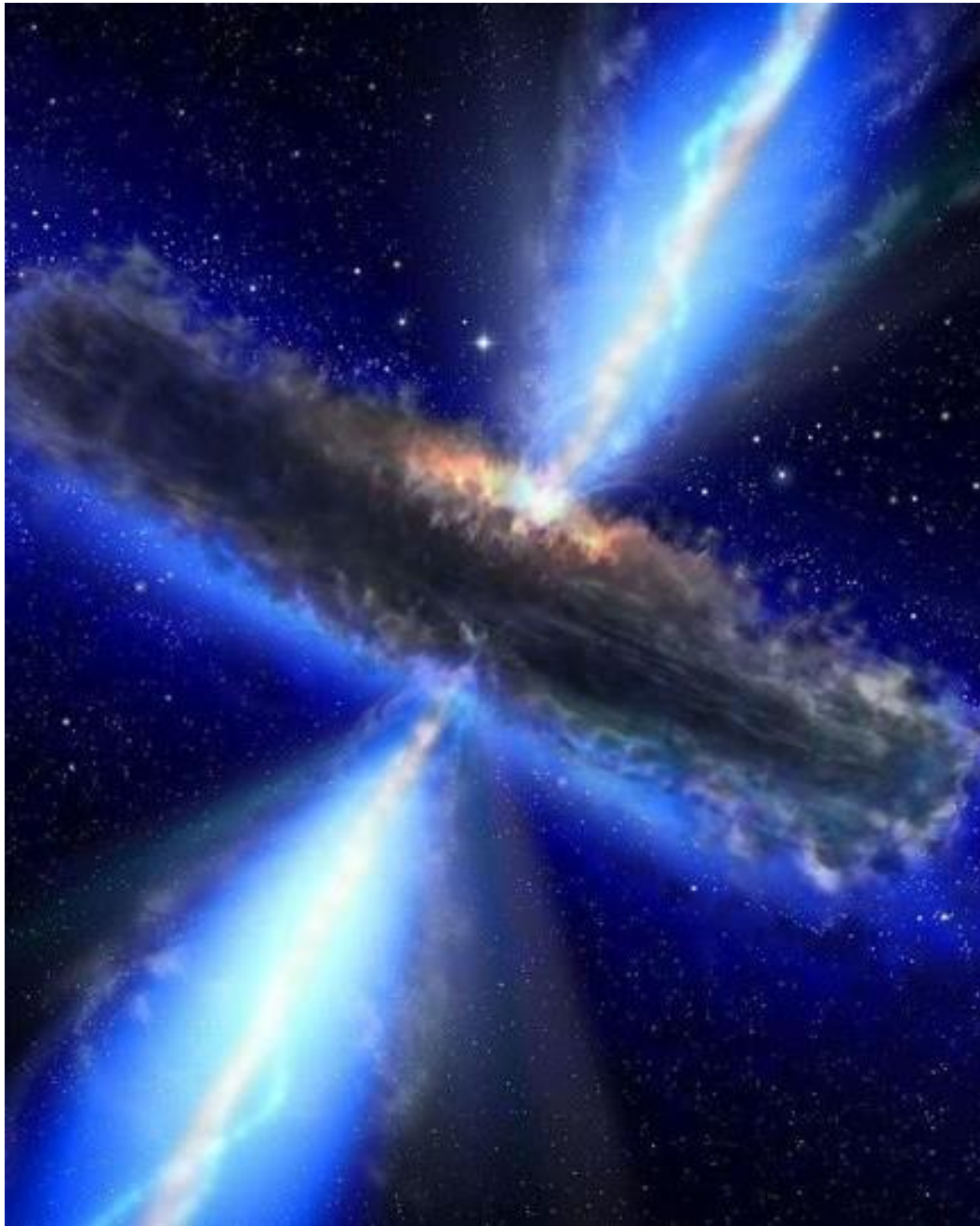
Εισαγωγή	40
Torricelli	44
Guericke	46
Boyle	48
Einstein	50
Heisenberg	53
Dirac	55
Casimir	57
Hawking	60
Όργανα Μέτρησης	62
Αντλίες Κενού	64

### **Κεφάλαιο 3: «Μαθηματικά»**

Εισαγωγή	68
Μηδέν	70
Σύνολο	73
Cantor	77
Θεωρία Συνόλων	82
Αφελής Θεωρία Συνόλων	87
Διάφορα Παράδοξα	90
Θεωρία Συνόλων ZF	93
Μηδενικό Σύνολο	97
Κενό Σύνολο	99

Επιπτώσεις Στην Ζωή	101
Συμπέρασμα	104
Βιβλιογραφία	109

## Εισαγωγή



Κατά τη διάρκεια της ιστορίας, οι διαμάχες σχετικά με το εάν είναι δυνατόν να υπάρξει κάτι όπως το κενό υπήρξαν διαρκείς και έντονες. Σήμερα η αντίληψη της κοινωνίας για το κενό γεννιέται και διαμορφώνεται μέσω των ποικίλων ερεθισμάτων που προκύπτουν από τις ανθρώπινες δραστηριότητες. Το γεγονός αυτό οδηγεί την ανθρώπινη

αντίληψη στο να το ταυτίζει με την έννοια του στατικού και άδειου μαθηματικού και φυσικού χώρου. Η άποψη αυτή δεν έβρισκε σύμφωνους τους αρχαίους Έλληνες φιλοσόφους, ορισμένοι ήταν απρόθυμοι να αποδεχτούν την δυνατότητα ύπαρξης του κενού καθώς το ταύτιζαν με το «μη ον» και θεωρούσαν ότι ο ισχυρισμός «υπάρχει κενό», δηλαδή «υπάρχει μη ον» εμπεριέχει μια αντίφαση. Ο Αναξιμένης που άνηκε στους ίωνες φιλοσόφους υποστήριζε πως όλων των ειδών οι αλλαγές, όπως και το κενό άλλωστε δεν θα μπορούσαν να ερμηνευθούν από τον μηχανισμό της πύκνωσης και της αραιώσης του. Βάσει της θεωρίας του Παρμενίδη «τίποτα δεν μπορεί να δημιουργηθεί από το τίποτα» ή αντίστροφα «τίποτα δεν μπορεί να μεταστραφεί στο τίποτα, στην ανυπαρξία». Ο Παρμενίδης επιτέθηκε στο θεμέλιο της ιωνικής φιλοσοφίας, βεβαιώνοντας την ενότητα και τη μοναδικότητα του όντος. Θεώρησε ότι είναι πέραν της λογικής η αντίληψη πως η φωτιά παραδείγματος χάριν μπορεί να αλλάξει μορφή και να γίνει κάτι άλλο, παραμένοντας ουσιαστικά η ίδια οντότητα. Οι πυθαγόρειοι φιλόσοφοι ακολούθησαν την θεωρία του Αναξιμένη αμφισβητώντας την ορθότητα του Παρμενίδη. Ο Αναξαγόρας και ο Εμπεδοκλής προσπάθησαν να αναδομήσουν τη φυσική φιλοσοφία των ιώνων φιλοσόφων υιοθετώντας τη λογική του Παρμενίδη. Ερμήνευσαν τις φαινόμενες αλλαγές με τη συσπείρωση και την απομάκρυνση των μορίων και περιόρισαν την αλλαγή στο πεδίο της τοπικής κίνησης και αναδιάταξης. Χώρος για το κενό δεν υπήρχε πλέον εφόσον ακόμη και ο αέρας είναι απλά ένα υλικό στοιχείο. Πρώτα ο Ζήνων και κατόπιν ο Μέλισσος εφάρμοσαν την αυστηρή λογική στη θεωρία του Αναξαγόρα και του Εμπεδοκλή για να αποδείξουν ότι εάν δεν υπάρχει κενό, δεν μπορεί να υπάρχει κίνηση. Ο Μέλισσος λέγοντας ότι η έννοια του κενού ως συνωνύμου του τίποτα δεν έχει νόημα αναφέρει: «Τίποτα δεν είναι κενό, επειδή το κενό δεν είναι τίποτα και το τίποτα δεν μπορεί να υπάρξει. Ούτε κινείται, επειδή δεν μπορεί να υποχωρήσει σε οποιοδήποτε σημείο. Επειδή εάν υπήρχε κενό θα υποχωρούσε στο κενό, αφού όμως δεν υπάρχει κενό δεν έχει πού να υποχωρήσει». Η σχολή των ατομικών φιλοσόφων με κύριους εκπροσώπους της τον Λεύκιππο και τον Δημόκριτο εξέφρασε μια θέση ριζικά διαφορετική, θεωρούσε πως το κενό υπάρχει ως χώρος δίχως ύλη. Η μεγάλη καινοτομία των ατομικών φιλοσόφων είναι ότι θεώρησαν το κενό ως «ον», σε σχέση με τους προγενέστερους που θεωρούσαν το κενό ως «μη ον». Στους ατομικούς φιλοσόφους το «μη ον» έδωσε τη θέση του σε κάτι που υπάρχει, το κενό. Σε αυτό το κενό περιέχεται άπειρος αριθμός αδιαίρετων μονάδων διαφορετικά ως προς το μέγεθος και το σχήμα, κινούμενα ποικιλότροπα σε τυχαίες τροχιές έρχονται σε επαφή και σχηματίζουν τον αισθητό κόσμο. Το «μη ον» δεν είναι απλώς ο κενός χώρος εντός του οποίου κινούνται τα άτομα, αλλά κάτι πιο ουσιαστικό το οποίο εκτείνεται σαν υπόβαθρο της κίνησης των ατόμων και χωρίς το

οποίο η κίνηση αυτή θα ήταν αδύνατη. Μπορούμε λοιπόν να παρομοιάσουμε το κενό σαν ένα είδος οθόνης πάνω στην οποία κινούνται τα άτομα, όπως οι φιγούρες στην οθόνη του θεάτρου σκιών. Η οθόνη δεν συμμετέχει στην ουσία των εικόνων που παρουσιάζονται, αλλά χωρίς αυτή θα ήταν αδύνατο να εμφανιστούν. Έτσι κατά τη θεωρία του Δημόκριτου είναι αίτιο της ύπαρξης των όντων όχι γιατί αποτελεί μέρος της φύσεως τους, αλλά επειδή συντελεί σαν αόρατο υπόβαθρο στην εμφάνισή τους. Ο Αριστοτέλης θεωρούσε τη δημιουργία κενού αδύνατη επισημαίνοντας ότι το «τίποτα» δεν θα μπορούσε να είναι «κάτι». Αρνήθηκε ότι θα μπορούσε να υπάρχει κυριολεκτικά άδειος χώρος, από φυσικής άποψης επομένως θεώρησε τον κόσμο ως ενιαία οντότητα. Στον κόσμο του Αριστοτέλη τα πράγματα εξετάζονται βάσει της συμπεριφοράς τους και αποκλείεται το γεγονός της παρέμβασης για την εξέταση τους, ώστε να μη διαταραχτεί η φυσική και αδέσμευτη κατάσταση τους. Ο Επίκουρος τροποποίησε την ατομική θεωρία με σκοπό να καταδείξει ως αιτία της δημιουργίας του σύμπαντος την παρέκκλιση με την οποία πέφτουν τα άτομα στο κενό. Το κενό κατά τον Επίκουρο είναι απεριόριστο και ως μηδενικός χώρος απόλυτα παθητικός δεν προκαλεί τίποτα, αλλά επιτρέπει διεργασίες μέσω της αγωγιμότητας του. Οι αντίθετες θέσεις του Δημόκριτου και του Επικούρου για το εάν η ύλη συμπεριφέρεται με αιτιοκρατικό ή μη αιτιοκρατικό τρόπο απασχόλησαν και συνεχίζουν να απασχολούν τη σύγχρονη φυσική. Όταν αναπτύχθηκε η έρευνα σε θέματα όπως η χημεία και ο ηλεκτρομαγνητισμός κατά τον 18ο και τον 19ο αιώνα απαιτήθηκαν φυσικές ερμηνείες. Στις σύγχρονες θεωρίες ο δυϊσμός των ατόμων και του κενού αντικαθίσταται από την δύναμη πεδίου, στην οποία γίνονται αποδεκτά πολλά και όχι ένα μαθηματικό κέντρο.



## Θαλής

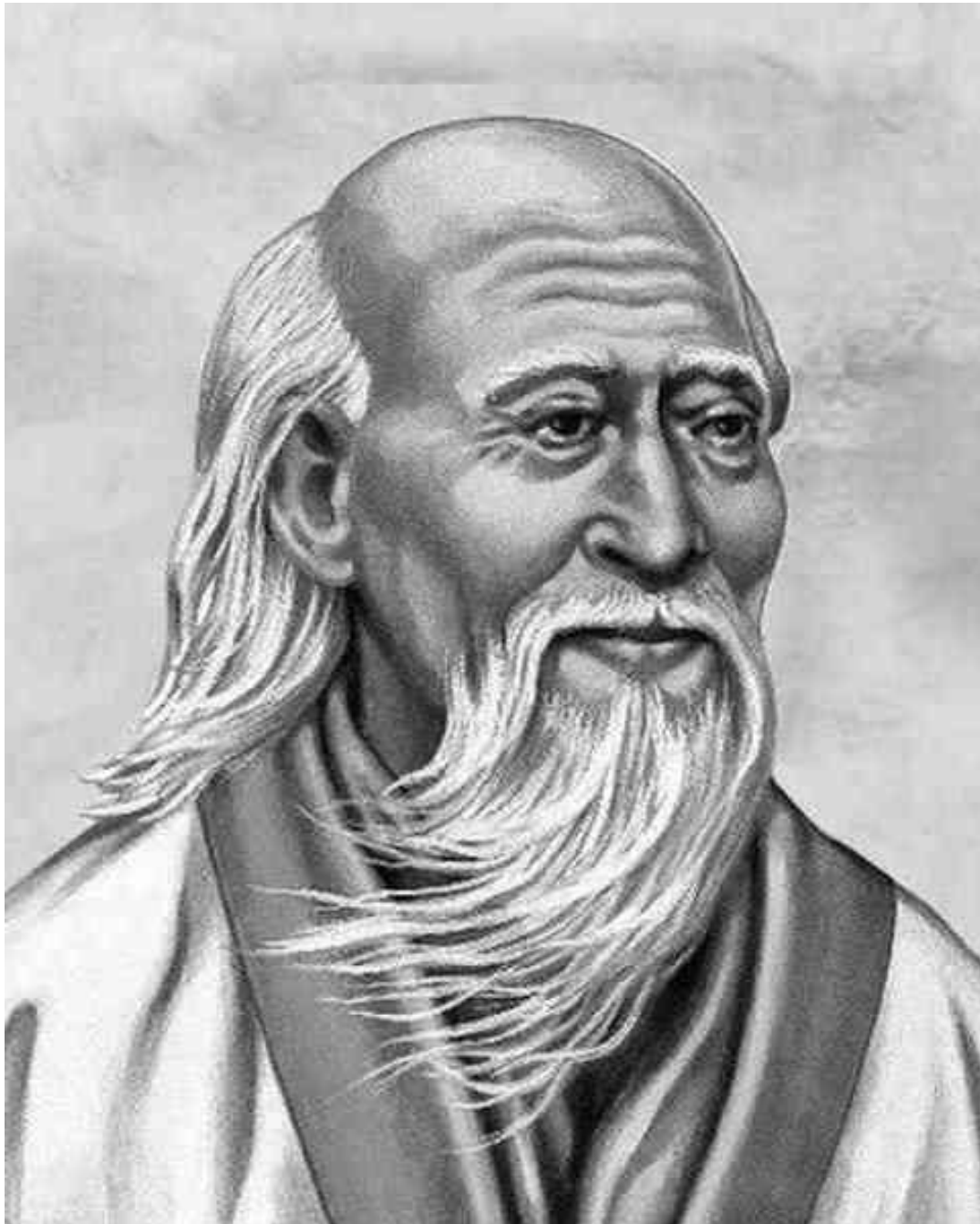


Ο Θαλής (624 π.Χ. - 546 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος και ο αρχαιότερος των προσωκρατικών, ο πρώτος των επτά σοφών της αρχαιότητας, μαθηματικός, φυσικός, αστρονόμος, μηχανικός, μετεωρολόγος και ιδρυτής της Ιωνικής Σχολής της φιλοσοφίας στη Μίλητο. Κυρίως ο Αριστοτέλης, αλλά και άλλοι αρχαίοι φιλόσοφοι

θεωρούν τον Θαλή ως τον πρώτο Έλληνα φιλόσοφο. Χαρακτηριστικά ο Bertrand Russell είπε πως «Η Δυτική φιλοσοφία αρχίζει με τον Θαλή». Ο Θαλής προσπάθησε να κατανοήσει τον κόσμο μέσα από τα μάτια της επιστήμης και να εξηγήσει φυσικά φαινόμενα χωρίς να χρησιμοποιεί αναφορές στην μυθολογία, όπως γινόταν μέχρι την εποχή του. Υπήρξε μεγάλος διδάσκαλος με παρά πολύ μεγάλη επιρροή σε όλους σχεδόν τους μεταγενέστερους προσωκρατικούς φιλοσόφους, αυτοί οι φιλόσοφοι με πρωτοπόρο τον Θαλή απέρριψαν όλες τις μυθολογικές εξηγήσεις των φυσικών φαινομένων και χάρη στο θεμέλιο λίθο που έθεσε η δική τους θεώρηση των πραγμάτων, η ανθρωπότητα άρχισε να αναζητά την αλήθεια μακριά από θρησκευτικές πεποιθήσεις, ανοίγοντας τον δρόμο στην πρωτόγονη μεν, επιστημονική έρευνα δε. Από το Θαλή μέχρι το Δημόκριτο (Αναξίμανδρος, Πυθαγόρας, Αναξαγόρας, Εμπεδοκλής, Ιπποκράτης) όλοι στην περίοδο 650 π.Χ. - 350 π.Χ. σε ιστορικά και φιλοσοφικά βιβλία περιγράφονται ως προσωκρατικοί φιλόσοφοι, οπού η κύρια συνεισφορά τους να ήταν η διατήρηση του φιλοσοφικού φρουρίου μέχρι την εμφάνιση του Σωκράτη, του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη και η επίδραση τους στους τελευταίους. Ο Θαλής το 600 π.Χ. ίδρυσε στη Μίλητο την Υλοζωική Ιωνική Σχολή που ήταν η πρώτη φιλοσοφική σχολή του κόσμου και μαζί με τους λίγο νεότερους του Αναξίμανδρο και Αναξιμένη έθεσαν τις βάσεις της πρώιμης επιστημονικής σκέψης. Η Ιωνία λοιπόν ήταν ο τόπος όπου γεννήθηκε η επιστήμη και όπου μεταξύ 600 π.Χ. και 450 μ.Χ. συνέβη η μεγάλη επανάσταση στην ανθρώπινη σκέψη. Η Ιωνία είχε το πλεονέκτημα ότι δεν υπήρχε δύναμη που θα μπορούσε να επιβάλει κοινωνική και πνευματική ομοιομορφία σε όλα τα νησιά, συνεπώς έγινε δυνατή η ελεύθερη έρευνα και αναζήτηση. Σε αντίθεση με άλλους λαούς οι Ίωνες βρίσκονταν στο σταυροδρόμι πολιτισμών και όχι στο κέντρο ενός πολιτισμού, όπου οι μεγάλοι πολιτισμοί της Αιγύπτου, της Μεσοποταμίας, της Αφρικής και της Ασίας συναντήθηκαν και αλληλοεπηρεάσθησαν μέσα σε ένα πνεύμα έντονης και κατά μέτωπο αντιπαράθεσης προκαταλήψεων, γλωσσών, ιδεών και θεών. Οι Ίωνες φιλόσοφοι εκπροσωπούν μια διαφορετική και εν πολλοίς αντιφατική παράδοση που όμως συμφωνεί περισσότερο με τη σύγχρονη επιστήμη. Οι Ίωνες φιλόσοφοι αναζήτησαν μια ενιαία αρχή του κόσμου, δηλαδή την πρωταρχική ουσία από την οποία προέρχονται τα πάντα και στην οποία επιστρέφουν τα πάντα. Όλες οι μεταβολές και η πολλαπλότητα των φαινομένων ανάγονται σε αυτή την αρχή στο «είναι», στο αιώνιο και αυτογενές «ον». Η αρχή αυτή παραμένει ταυτόσημη με τον εαυτό της, ασχέτως των πραγματικών ή φαινομενικών μεταβολών της. Η αναζήτηση των ιδιοτήτων αυτής της ουσίας αποτέλεσε για την φυσική φιλοσοφία πολύ γόνιμο προβληματισμό. Ένα άλλο κεντρικό ερώτημα που απασχόλησε την φιλοσοφία του όντος και της σχέσης του με τα φαινόμενα, είναι το πρόβλημα της συνέχειας της ύλης ή το

πρόβλημα του ελάχιστου. Το ζήτημα αυτό, δηλαδή το εάν υπάρχει η δυνατότητα της επ' άπειρον διαιρετότητας της ύλης, φάνηκε να απειλεί την ίδια την ύπαρξη του όντος καθώς μπορεί να το αναιρέσει πλήρως οδηγώντας το προοδευτικά στο μηδέν. Κάτω από τους σχετικούς προβληματισμούς η πορεία της σκέψης των φιλοσόφων μετά από διακόσια χρόνια έφθασε στην ατομική θεωρία. Πρόκειται για μια τολμηρή θεώρηση η οποία λειτούργησε λυτρωτικά για την ανθρώπινη σκέψη σαν σπαθί που έκοψε έναν μεταφυσικό γόρδιο δεσμό. Με τους Έλληνες φιλοσόφους για πρώτη φορά οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται τον κόσμο ως ένα σύστημα οργανωμένο σύμφωνα με εσωτερικούς δικούς του και γενικούς νόμους και όχι δημιουργημένο τυχαία και αυθαίρετα από κάποιες υπερφυσικές δυνάμεις. Συνεπώς με την έκφραση ανακάλυψη της φύσης εννοούμε πως οι φιλόσοφοι αυτοί συλλαμβάνουν για πρώτη φορά τη διάκριση ανάμεσα σε φυσικό και υπερφυσικό και αναγνωρίζουν πως τα φυσικά φαινόμενα έχουν φυσικά αίτια, τα οποία ο άνθρωπος είναι σε θέση να ανακαλύψει και να κατανοήσει. Ο Θαλής πίστευε όπως και οι Βαβυλώνιοι ότι ο κόσμος κάποτε ήταν νερό και ότι η ξηρά δημιουργήθηκε από τους ωκεανούς μέσω μιας φυσικής διαδικασίας, παρόμοιας με την απόθεση που ο ίδιος είχε παρατηρήσει στο Δέλτα του Νείλου. Το ότι το συμπέρασμα του Θαλή ήταν λανθασμένο δεν έχει και τόσο μεγάλη σημασία, σημασία έχει ότι η επιστημονική σκέψη του ήταν σωστή, ότι δηλαδή ο κόσμος δεν δημιουργήθηκε από τους θεούς αλλά μέσα από φυσικές διεργασίες. Στη θέση του νερού που για τον Θαλή αποτελούσε την αρχή του κόσμου, ο Αναξίμανδρος τοποθετεί το άπειρον από το οποίο όλα δημιουργούνται και στο οποίο όλα επιστρέφουν. Η πρόοδος είναι μεγάλη για την εξέλιξη της αφηρημένης σκέψης, αφού στη θέση ενός καθαρά υλικού συγκεκριμένου στοιχείου ο Αναξίμανδρος τοποθετεί μια έννοια σχεδόν μαθηματική.

## Lao Tse



Ο Λάο Τσε (571 π.Χ. - 6ος αιώνας π.Χ.) είναι ένα από τα σημαντικότερα πρόσωπα της κινέζικης φιλοσοφίας, το όνομα Λάο Τσε σημαίνει γέροντας διδάσκαλος. Στον Λάο Τσε αποδίδεται η συγγραφή του Ταοϊστικού έργου Τάο Τε Τσινγκ κάτι που τον καθιέρωσε ως τον ιδρυτή του Ταοϊσμού. Λίγα είναι γνωστά για τη ζωή του, θεωρείται ότι

γεννήθηκε στο Τσου-Γιέν ένα χωριό της επαρχίας Χου της πολιτείας Τσου που αντιστοιχεί στο σημερινό Λου-γί της επαρχίας Χονάν. Ήταν μάλλον ένας ερημίτης ευγενής ο οποίος δίδασκε την αδράνεια, την εσωτερική γαλήνη και αδιαφορούσε για τα εγκόσμια. Ο Λάο Τσε έγινε ένα σημαίνον πρόσωπο για τον κινέζικο πολιτισμό, σύμφωνα με το μύθο η μητέρα του τον εγκυμονούσε για 8 χρόνια και όταν γεννήθηκε είχε λευκά μαλλιά. Ο Λάο Τσε ανέπτυξε την έννοια του Τάο που συχνά μεταφράζεται ως ο δρόμος. Αυτό το οποίο κεντρίζει το ενδιαφέρον μας είναι ότι με τη σύγχρονη άποψη περί κενού συμφωνεί η κινεζική φιλοσοφική σκέψη η οποία το ταυτίζει με την έννοια του Τάο και διεύρυνε τον ορισμό του σε μια αυθύπαρκτη τάξη και κατάσταση του σύμπαντος. Το Τάο για το οποίο μπορούμε να μιλήσουμε είναι άορατο, άμορφο, άφθαρτο, αλλά υφίσταται. Σύμφωνα με τον Λάο Τσε ο άνθρωπος δεν πρέπει να προβληματίζεται για την προέλευση του Τάο, αλλά απλώς να προσπαθεί να ενωθεί με το Τάο. Το Τάο είναι αθάνατο, αιώνιο, ασύλληπτο από τον ανθρώπινο νου και αποκαλείται ως πνεύμα της κοιλάδας. Το Τάο υπερβαίνει και περιβάλλει τα πάντα, είναι ο νόμος των πραγμάτων και η παγκόσμια πηγή δημιουργίας. Το Τάο δεν κάνει τίποτα και όμως όλα γίνονται. Ακόμα διαβάζουμε στο βιβλίο Τάο Ι Τσι που αποδίδεται στον φιλόσοφο Λάο Τσε τα εξής:

Άδειο δοχείο είναι το Τάο, ποτέ με τη χρήση δε στραγγίζει  
Απύθμενη πηγή των μυρίων πραγμάτων  
Άφαντο σαν να μη ζει, όμως πάντα παρόν  
Άγνωστο πούθε προβάλλει  
Μοιάζει προπάτορας του ουρανού  
Στου τροχού τον άξονα συγκλίνουν τριάντα αχτίνες  
Χρήσιμος όμως γίνεται από την κεντρική τρύπα  
Πλάσε κανάτι με πηλό  
Χρήσιμο γίνεται από τον άδειο χώρο μέσα του  
Χτίσε δώμα, άνοιξε παράθυρα και πόρτες  
Το όφελος έρχεται λοιπόν, από τούτο που υπάρχει  
Το χρήσιμο είναι εκείνο που λείπει  
Το Τάο κυματίζει κυκλικά, απλώνεται τόσο αριστερά όσο και δεξιά  
Από αυτό εξαρτώνται τα μύρια πράγματα  
Τίποτα δεν κατακρατά  
Σιωπηλά εκπληρώνει το σκοπό του  
Δίχως απάντηση καμιά  
Τρέφει τα μύρια πράγματα  
Δίχως να είναι αφέντης τους  
Άσκοπο και μικροσκοπικό  
Σε εκείνο επιστρέφουν τα μύρια πράγματα, και όμως δεν είναι αφέντης τους

Είναι πολύ μεγάλο

Άρρητο ζει το Τάο αιώνια σε απραξία, και όμως εκείνο δημιουργεί τα πάντα

Το Τάο κινείται επαναστρέφοντας

Τα μύρια πράγματα γέννιούνται από το είναι

Το είναι γεννιέται από το δεν είναι

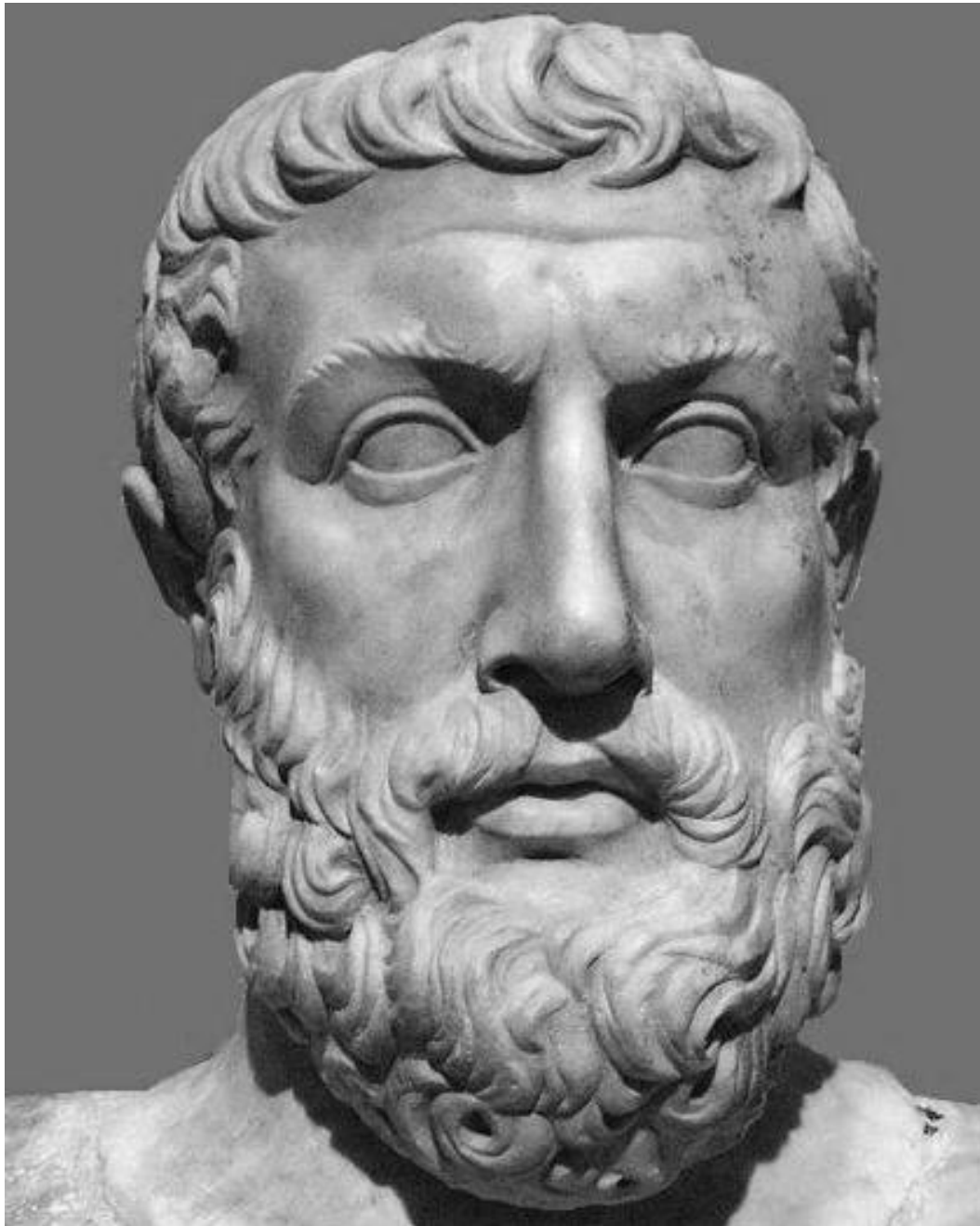
Το Τάο δεν φαίνεται, είναι λεπτό πέρα από σχήμα

Δεν ακούγεται, είναι αραιό πέρα από ήχο

Δεν κρατιέται, είναι άπιαστο γαλήνιο παντού

Αν αντικαταστήσουμε στο κείμενο τον όρο Τάο με τον όρο κενό τα αποτελέσματα θα μας εκπλήξουν.

## Παρμενίδης

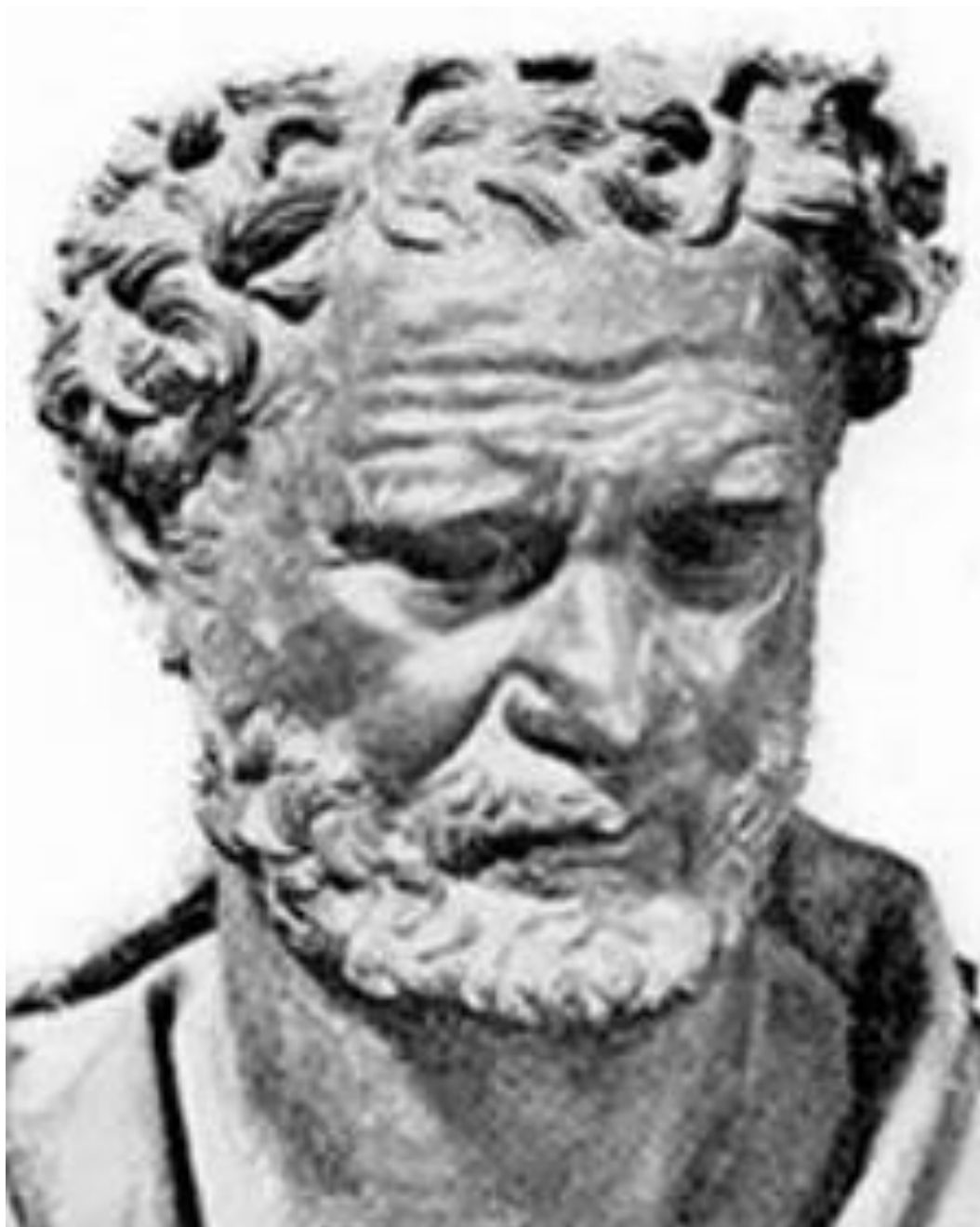


Ο Παρμενίδης (515 π.Χ. - 470 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος, γεννήθηκε στην Ελέα σε ένα περιβάλλον επηρεασμένο από τις απόψεις του Πυθαγόρα και του Ξενοφάνη. Θεωρείται η πλέον πρωτότυπη μορφή της προσωκρατικής σκέψης ανήκοντας στη σχολή του μονισμού. Ήταν ένας από τους πιο πρώιμους δυτικούς φιλόσοφους που θεώρησαν το

τίποτα ως ιδέα. Είπε πως το τίποτα δεν μπορεί να υπάρξει λόγω του εξής λογικού συλλογισμού: Για να μιλήσει κανείς για κάτι πρέπει να μιλήσει για κάτι που υπάρχει, από τη στιγμή που κάποιος μπορεί να μιλήσει για κάτι στο παρελθόν αυτό το πράγμα συνεχίζει να υπάρχει κατά μία έννοια και τώρα, και από αυτό ο Παρμενίδης καταλήγει στο ότι δεν υπάρχει η αλλαγή. Ο Παρμενίδης είχε το σεβασμό των άλλων φιλοσόφων και επηρέασε μεταξύ άλλων τον Πλάτωνα και τον Σωκράτη. Ο Αριστοτέλης σκέφτεται σοβαρά τη θεωρία του Παρμενίδη αλλά καταλήγει στο συμπέρασμα ότι παρόλο που αυτές οι απόψεις φαίνονται να έχουν λογική σε μία διαλεκτική συζήτηση, ωστόσο το να το πιστέψουμε μοιάζει παράλογο όταν κάποιος αναλογίζεται τα γεγονότα. Ο Παρμενίδης σε αντίθεση με τους Ίωνες φυσιολόγους δεν αναζητά την ενότητα του κόσμου σε μια φυσική ουσία, αλλά στην ίδια την οντότητα των πραγμάτων που μας περιβάλλουν στο είναι όλων των όντων και όλων των πραγμάτων. Παρουσιάζοντας τα φαινόμενα ως όντα εισάγεται στο κάδρο το είναι και γεννιέται εκείνος ο κλάδος της φιλοσοφίας που ονομάζεται οντολογία, δηλαδή λόγος περί του όντος περί του είναι. Σε αντίθεση πάλι με τους Ίωνες ο Παρμενίδης δεν ρωτά για το τι των όντων, αλλά στρέφει την προσοχή του στο είναι. Σε ένα άλλο απόσπασμα αντιδιαστέλλει το είναι την ύπαρξη των όντων με το μηδέν και το απορρίπτει, μη αποδεχόμενος τη σύλληψη του απόλυτου μηδενός ως αντίθετου στο είναι. Παρόλο που αναφέρει αρχικά τις δύο οδούς του είναι και του μηδενός ως τις μόνες που μπορούν να νοηθούν, σπεύδει να υπογραμμίσει ότι η οδός του είναι, είναι η μόνη αληθινή και ότι μόνον το είναι μπορεί να αποτελέσει αυθεντικό αντικείμενο της νόησης. Η νόηση εδώ δεν εξαρτάται βέβαια από τις αισθήσεις, αλλά διεισδύει στη βαθύτερη ουσία των πραγμάτων. Άσχετα από τη μεταβολή των εξωτερικών πραγμάτων το είναι που αφορά αδιακρίτως κάθε ον, αποτελεί το μοναδικό αντικείμενο της αλήθειας η οποία δεν αρνείται τον κόσμο και την πολλαπλότητα, την κίνηση και την πολυμορφία, αλλά υπογραμμίζει την ενότητα και συνέχεια που τον διέπει, εάν φυσικά τον δούμε γεμάτο από το είναι. Έχουμε λοιπόν για πρώτη φορά την ανάπτυξη ενός δυστικού φιλοσοφικού συστήματος, αντίθετου με το μονιστικό Ιωνικό σύστημα της μίας αρχής του κόσμου. Ο Παρμενίδης χρησιμοποιεί δύο ισότιμες αρχές-μορφές, που με τη συνεργασία τους και την ανάμειξή τους δημιουργούν τον κόσμο και τον διέπουν. Για τον Παρμενίδη λοιπόν αυτός ο ιδιόρρυθμος μονισμός αποτελεί μείζον σημείο της φιλοσοφίας του, αφού αυτός ουσιαστικά αναιρεί κάθε πιθανότητα αλλαγής του κόσμου. Πώς θα ήταν δυνατόν άλλωστε κατά τον Παρμενίδη να υπάρξει μεταβολή από το είναι στο τίποτα; Άρα καμία αλλαγή δεν υπάρχει.



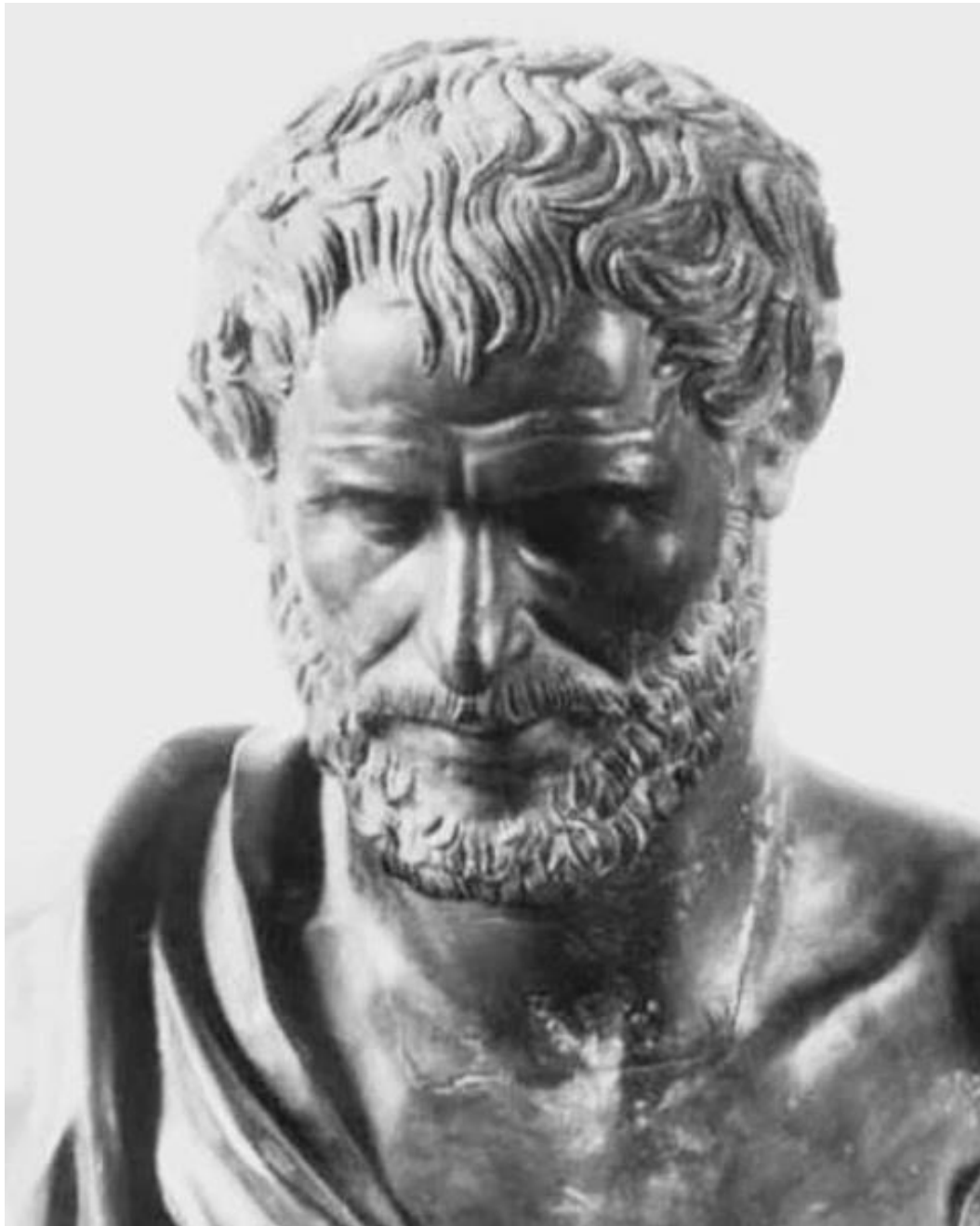
## Λεύκιππος



Ο Λεύκιππος (5ος αιώνας π.Χ. - 5ος αιώνας π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος από τα Άβδηρα ή την Μίλητο, εισηγητής της ατομικής θεωρίας, δάσκαλος του Δημόκριτου. Διατύπωσε πρώτος την υπόθεση ότι η ύλη αποτελείται από μικροσκοπικά, αόρατα, αιώνια, άφθαρτα, αμετάβλητα, αδιαίρετα σωματίδια, τα άτομα τα οποία γεννήθηκαν

αυτόματα και τυχαία. Τα άτομα δεν έχουν καμία ποιοτική διαφορά μεταξύ τους, παρά μόνο στο μέγεθος και στο σχήμα τους, μεταξύ των ατόμων υπάρχει το κενό ή το «μη ον» το οποίο όμως έχει υλική υπόσταση. Λόγω της ύπαρξης του κενού τα άτομα έχουν την ιδιότητα της κίνησης και από τις συγκρούσεις των ατόμων δημιουργείται η ύλη. Ο Λεύκιππος λέει πως το παν είναι άπειρο, ένα μέρος του είναι γεμάτο και ένα άλλο άδειο. Από αυτό δημιουργούνται άπειροι κόσμοι που διαλύονται πάλι σε αυτά τα στοιχεία. Οι κόσμοι δημιουργούνται με τον εξής τρόπο πολλά σώματα με κάθε λογής σχήματα μετακινούνται στο μεγάλο κενό αποχωρώντας από το άπειρο, αυτά τα σώματα συναθροίζονται και παράγουν μια ενιαία δίνη στην οποία συγκρουόμενα το ένα με το άλλο και περιστρεφόμενα με κάθε τρόπο αρχίζουν να διαχωρίζονται και τα όμοια να προσεγγίζουν τα όμοια. Όταν όμως το πλήθος τους αρχίζει να τα εμποδίζει να περιστρέφονται ισόρροπα, τα λεπτά κινούνται προς τα έξω προς το κενό σαν να περνούν από κόσκινο, ενώ τα υπόλοιπα παραμένουν μαζί και μπλέκονται το ένα με το άλλο ενώνοντας τις κινήσεις τους και παράγουν μια πρώτη σφαιροειδή δομή. Αυτή η δομή είναι σαν μια μεμβράνη που εμπεριέχει κάθε λογής σώματα και καθώς αυτά στροβιλίζονται γύρω γύρω χάρη στην αντίσταση του κέντρου η περιβάλλουσα μεμβράνη γίνεται λεπτή, ενώ τα γειτονικά άτομα εξακολουθούν να συρρέουν χάρη στην επαφή με τη δίνη. Έτσι η περιβάλλουσα μεμβράνη αυξάνεται πάλι καθώς τραβάει κοντά της τα εξωτερικά σώματα και καθώς περιστρέφεται στη δίνη ενσωματώνει καθετί που αγγίζει. Μερικά από αυτά τα σώματα που μπλέκουν το ένα με το άλλο σχηματίζουν ένα σύστημα που στην αρχή είναι υγρό και λασπώδες, αλλά καθώς περιστρέφονται με την όλη δίνη στεγνώνουν και έπειτα κάποια αναφλέγονται για να σχηματίσουν έτσι την ουσία των ουράνιων σωμάτων. Αναλύοντας την παραπάνω περιγραφή θα έλεγε κανείς πως η δημιουργία του κόσμου χωρίζεται σε φάσεις. Πρώτα ένα μεγάλο άθροισμα ατόμων απομονώνεται σε ένα μεγάλο τμήμα κενού. Έπειτα τα άτομα σχηματίζουν δίνη δηλαδή κίνηση και η δράση της δίνης κάνει τα όμοια άτομα να τείνουν προς τα όμοια. Τα μεγαλύτερα άτομα συγκεντρώνονται στο κέντρο, ενώ τα μικρότερα σπρώχνονται προς τα έξω. Το σύνολο τυλίγει ένα είδος μεμβράνης ή χιτώνα μέσα στην οποία τα άτομα έρχονται σε επαφή με την περιστρεφόμενη μάζα και λόγω της ταχύτητας της περιστροφής κάποια από αυτά αναφλέγονται. Ο Λεύκιππος θεωρούσε ότι το σχήμα της γης είναι επίπεδο και υποστήριζε μάλιστα πως έγερνε προς τα κάτω, δηλαδή προς το Νότο.

## Δημόκριτος



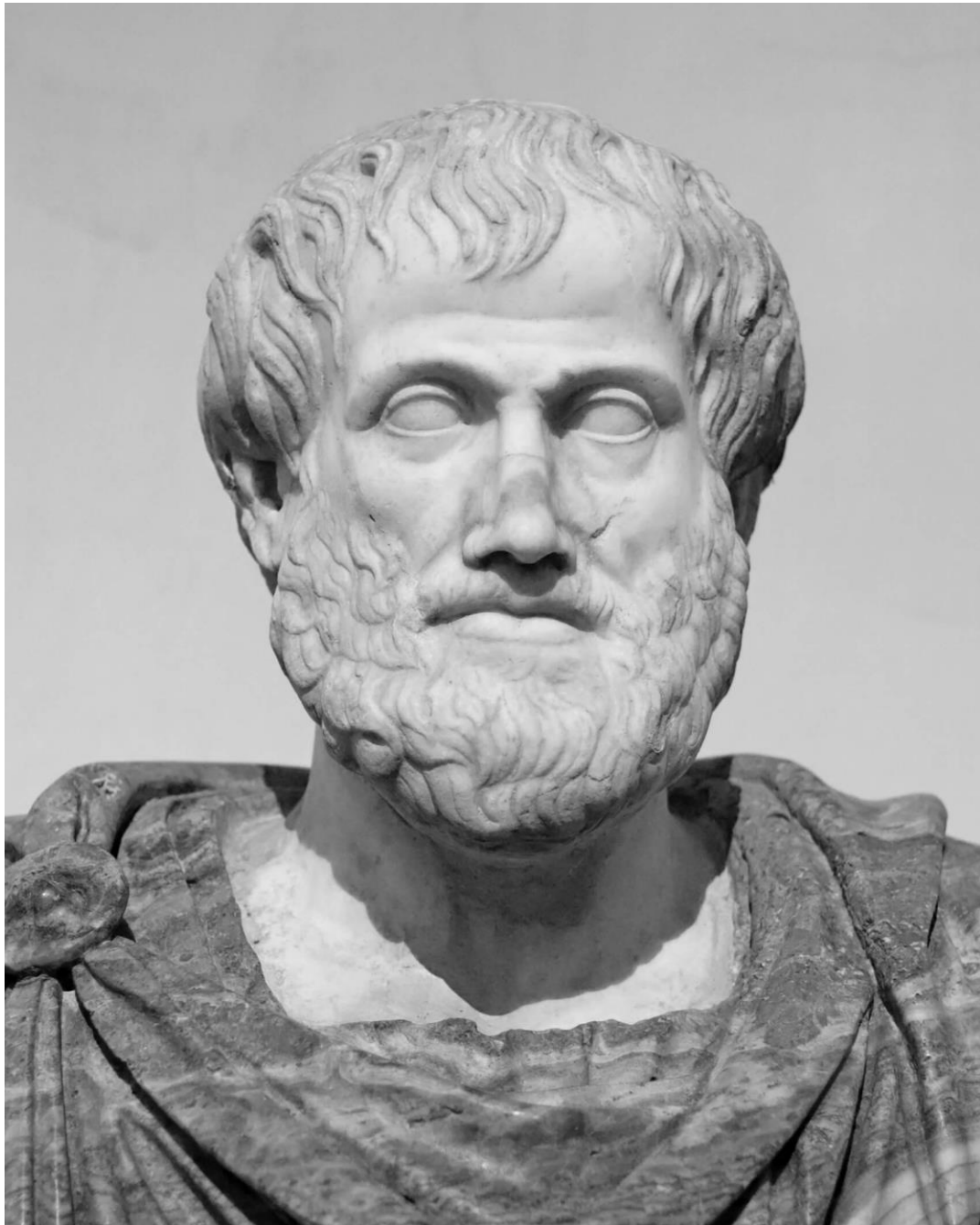
Ο Δημόκριτος (460 π.Χ. - 370 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος ο οποίος ήταν μαθητής του Λεύκιππου. Γεννήθηκε στα Άβδηρα από πλουσιότατο πατέρα, το μερίδιο της πατρικής περιουσίας (100 τάλαντα ποσό τεράστιο εκείνη την εποχή) το δαπάνησε σε μακρά ταξίδια για να ικανοποιήσει την επιστημονική του περιέργεια. Πολυταξιδεμένος στην Αίγυπτο,

Βαβυλωνία, Περσία, Αραβία και την Αιθιοπία, έμεινε αρκετό χρονικό διάστημα στην Αθήνα όπου μάλιστα άκουσε το Σωκράτη να συζητά δίχως όμως να έλθει σε γνωριμία με αυτόν. Καταξόδεψε τη μεγάλη του περιουσία και γύρισε στην πατρίδα του φτωχός, αλλά ευχαριστημένος για όσα είδε και έμαθε, όπου έζησε βίο ερημίτη, συγγραφέοντας, ερευνώντας και διδάσκοντας. Ιδιαίτερη ικανοποίηση έβρισκε ο Δημόκριτος στον στοχασμό και τη μελέτη, αφού έλεγε ότι: «τα βιβλία είναι το φάρμακο της νόησης» αναζητώντας την αρχική αιτία των πραγμάτων. Ήταν τόσο δυνατή η αγάπη του στην επιστημονική έρευνα, ώστε έλεγε χαρακτηριστικά ότι προτιμούσε να βρει μια αιτιολογία (επιστημονική εξήγηση) ενός φαινομένου, παρά να του δινόταν ο θρόνος του βασιλείου της Περσίας. Δεν ήταν καθόλου φιλόδοξος και προτιμούσε το «λάθε βιώσας». Τα συγγράμματα του τα έγραψε στην Ιωνική διάλεκτο και περιλαμβάνουν όλους τους κλάδους της ανθρώπινης γνώσης όπως μαθηματικά, φυσική, ιατρική, γεωπονία, ηθική, ποίηση, μουσική, ζωγραφική, γραμματική, αισθητική, φωνητική και πολεμική τέχνη. Ο βίος του Δημόκριτου περιβάλλεται από το πέπλο του θρύλου και του μυστηρίου, πολλά δε θαυμάσια αναφέρονται γύρω ιδίως από τα τελευταία χρόνια της ζωής του από διάφορους συγγραφείς, όπως η συνάντησή του με τον Ιπποκράτη και ο διάλογος που έλαβε χώρα μεταξύ τους. Πάντως ένα από τα γνωρίσματα του Δημόκριτου είναι ότι γελούσε πολύ και κάθε στιγμή, βλέποντας πόσο μηδαμινά και αστεία ήταν όλα τα σοβαρά και σπουδαία των ανθρώπων μπροστά στο μεγαλείο του Κόσμου, για αυτό και ονομάσθηκε Γελασίνος. Ακόμα και οι Αβδηρίτες τον λάτρεψαν και ύστερα από το θάνατο του, του έστησαν χάλκινο ανδριάντα. Ο Δημόκριτος ήταν μυαλό καθολικό και αυτό φαίνεται από το σύνολο των συγγραμμάτων του, που δυστυχώς μόνο αποσπάσματα τους έχουμε. Στη φιλοσοφία κατείχε όλες τις γνώσεις της εποχής του και από την άποψη της πανεπιστημοσύνης μόνο με τον Αριστοτέλη μπορεί να συγκριθεί. Ο Δημόκριτος είναι ίσως ο πιο γνωστός προσωκρατικός φιλόσοφος και αυτό χάρη στη θεωρία που διατύπωσε για τα άτομα (η ύλη αποτελείται από άτομα τα οποία κινούνται στο κενό). Η προσωκρατική φιλοσοφία αναζητά την αρχή των πάντων, ο Θαλής προτείνει το «ύδωρ», ο Ηράκλειτος τη «φωτιά», ο Αναξίμενης τον «αέρα», αλλά ο Δημόκριτος είναι βέβαιος «τα άτομα και το κενό είναι η αρχή του σύμπαντος». Χωρίς να έχει την πειραματική βοήθεια για απόδειξη η θεωρία του Δημόκριτου δεν βρήκε υποστηρικτές στην εποχή του, αργότερα υιοθετήθηκε από τον Επίκουρο που πρόσθεσε την ιδιότητα του βάρους στα άτομα που έως τότε είχαν μόνο μέγεθος και σχήμα. Οι διαφορές μεταξύ των δύο θα αποτελέσουν το αντικείμενο της διατριβής του Karl Marx υπό τον τίτλο: «Διαφορά μεταξύ της φυσικής φιλοσοφίας του Δημόκριτου και του Επίκουρου», ο οποίος παίρνει μέρος εμφανώς υπέρ του Επίκουρου, χωρίς ωστόσο να παραγκωνίζει τη συμβολή του Δημόκριτου στη διαμόρφωση

της σκέψης του Επίκουρου. Οι Έλληνες θα μείνουν αιώνια οι δάσκαλοι μας, γράφει ο Karl Marx στο τετράδιο των σημειώσεων του. Ο Δημόκριτος ξεκαθάριζε ότι το κενό (μη ον) δεν ταυτίζεται με το τίποτα, είναι δηλαδή κάτι το υπαρκτό το οποίο όμως είναι άδειο και αραιό. Επίσης υποστήριζε ότι το ον (σύμπαν) είναι αιώνιο, αναλλοίωτο, άφθαρτο, γεμάτο και στερεό, ωστόσο δεν είναι «απλούν», αλλά «πολλαπλούν». Αφού κατά τον Δημόκριτο το ον είναι «πολλαπλούν», δηλαδή αποτελείται από απειροελάχιστα και αδιαίρετα τεμάχια ύλης (τα άτομα) που είναι αιώνια, άφθαρτα, αναλλοίωτα και αδιάσπαστα πρέπει αναγκαστικά αυτά να έλθουν σε σχέση μεταξύ τους για να γεννηθεί εκείνο που ονομάζουμε κίνηση. Το κενό θεωρείται υπαρκτό και δεν είναι απλά ένας χώρος που βρίσκονται τα άτομα αλλά μια σύνθετη και υπαρκτή οντότητα. Ο Δημόκριτος δεν μπορούσε να υποστηρίξει την άρνηση του Παρμενίδη να δεχτεί την ύπαρξη του κενού ήταν κάτι αντίθετο προς τις απόψεις του, νιώθοντας όμως ότι είχε να αντιμετωπίσει αυτή τη μεγάλη αυθεντία διατύπωσε την άρνηση του με κάποια συστολή. Ο Δημόκριτος φαίνεται να σκέφτηκε ότι εάν υπάρχει άπειρο κενό και άπειρα μικροσκοπικά άτομα μέσα σε αυτό ελεύθερα, τα σώματα θα κινηθούν αναπόφευκτα και θα κινηθούν χωρίς στόχο προς κάθε κατεύθυνση. Αυτό θα οδηγήσει φυσικά σε συγκρούσεις και αυτές με τη σειρά τους σε περιπλοκές και συνδυασμούς εφόσον τα άτομα έχουν όλων των ειδών τα σχήματα, έτσι δημιουργήθηκαν βαθμιαία συσσωρεύσεις ατόμων σε μέγεθος αντιληπτό και ξεκίνησε ο κόσμος. Τα άτομα τώρα είναι άπειρα στο πλήθος και διαφορετικά ως προς το σχήμα και το μέγεθος, παρόλο που κάθε άτομο είναι τόσο μικροσκοπικό ώστε να είναι αόρατο, η συνένωση πολλών ατόμων δημιουργεί τις ορατές μάζες, τα ποικίλα ορατά αντικείμενα που βλέπουμε και αισθανόμαστε. Μια από τις βασικές ιδιότητες που αποδίδονται στα άτομα είναι η μη διαιρετότητα τους, άλλωστε η λέξη άτομο αυτό σημαίνει, δηλαδή κάτι το οποίο δεν επιδέχεται τομή ή διαίρεση. Το μη διαιρετό των ατόμων αποτελεί αναγκαία συνθήκη για τη διατήρηση της αιωνιότητας της ύπαρξής τους, εάν τέμνονταν θα διαιρούνταν σε άλλα σώματα, επομένως θα έπαυαν να υπάρχουν. Άρα η μη διαιρετότητα των ατόμων είναι και αυτή που τα καθιστά πρωταρχικά σωματίδια της δομής του κόσμου. Με τον όρο λοιπόν ατομική θεωρία εννοείται στη φυσική και στη φιλοσοφία η θεωρία που υποστηρίζει ότι η ύλη, άρα και ο κόσμος συγκροτείται από στοιχειώδη αδιάσπαστα σωματίδια. Τα άπειρα σε αριθμό και σε σχήμα άτομα στροβιλίζονται στο άπειρο, όπως η σκόνη στον αέρα και καθώς συμπιέζονται σχηματίζουν απείρους κόσμους (τον Μέγα Διάκοσμο) σε έναν από τους οποίους ανήκει και η Γη. Τα πάντα γίνονται κατά μηχανική αναγκαιότητα. Όπως οι άμεσοι προκάτοχοι του, έτσι και ο Δημόκριτος θεωρεί ότι η γέννηση ενός πράγματος είναι στην πραγματικότητα ανάμειξη προϋπαρχόντων στοιχείων, είναι δηλαδή

συμπλοκή πολλών ατόμων, οπότε και ο θάνατος είναι διάσπαση ενός συμπλέγματος ατόμων. Θα μπορούσε λοιπόν κανείς να σκεφτεί ότι η βασική τάση του Δημόκριτου ήταν να αναγάγει τις ποιοτικές διαφορές των ορατών πραγμάτων σε ποσοτικές διαφορές (αριθμού, σχήματος και μεγέθους) των ατόμων, όπως έκανε πολύ αργότερα η νεότερη φυσική επιστήμη. Το πρόβλημα ωστόσο με αυτή τη θεωρία ήταν ότι δεν προσδιόριζε τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των ατόμων και έτσι στην πράξη δεν μπορούσε να προσφέρει ακριβείς εξηγήσεις για τα επιμέρους ορατά φαινόμενα. Ο Δημόκριτος είναι ο πρώτος στον οποίον αποδίδουμε την εισαγωγή της ριζοσπαστικής έννοιας των άπειρων κόσμων, που γεννιούνται και πεθαίνουν σε όλη την έκταση του κενού. Η σκέψη του ήταν ότι επειδή υπάρχουν αναρίθμητα άτομα και ένα άπειρο κενό, δεν υπάρχει λόγος γιατί να σχηματίστηκε μόνο ένας τέτοιος κόσμος. Η διάνοηση του επηρέασε θετικά την παγκόσμια φιλοσοφική σκέψη και οι επιστήμες σε όλο τον κόσμο τιμούν αυτόν τον μεγάλο στοχαστή.

## Αριστοτέλης

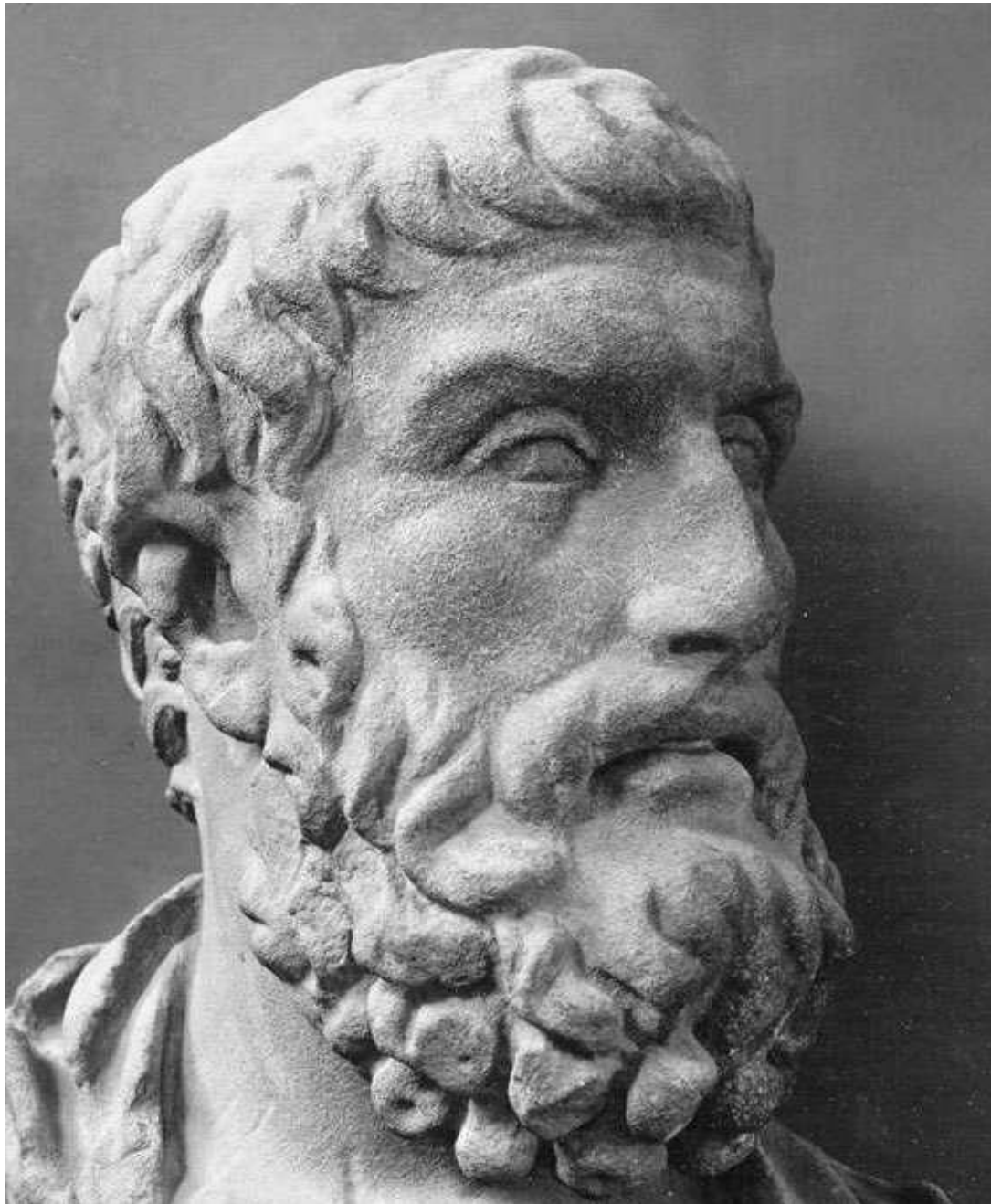


Ο Αριστοτέλης (384 π.Χ. - 322 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος και επιστήμονας που γεννήθηκε στα Στάγειρα της Χαλκιδικής. Σε ηλικία 17 ετών εισέρχεται στην Ακαδημία του Πλάτωνα στην Αθήνα όπου παραμένει έως τα 37 του έτη. Εκεί συνδέεται τόσο με τον ίδιο τον Πλάτωνα όσο και με τον Εύδοξο, τον Ξενοκράτη και άλλους στοχαστές.

Τα έργα του αναφέρονται σε πολλές επιστήμες όπως φυσική, βιολογία, ζωολογία, μεταφυσική, λογική, ηθική, ποίηση, θέατρο, μουσική, ρητορική και πολιτική και συνιστούν το πρώτο ολοκληρωμένο σύστημα στη Δυτική Φιλοσοφία. Η σκέψη και οι διδασκαλίες του Αριστοτέλη που συνοπτικά περιγράφονται με τον όρο Αριστοτελισμός, επηρέασαν για αιώνες τη φιλοσοφική, θεολογική και επιστημονική σκέψη έως και τον ύστερο Μεσαίωνα. Ο Αριστοτέλης συνέβαλε σε κάθε σχεδόν τομέα της ανθρώπινης γνώσης και ήταν ιδρυτής πολλών νέων πεδίων της. Σύμφωνα με τον φιλόσοφο Bryan Magee είναι αμφίβολο αν κάποιο ανθρώπινο ον γνώριζε τόσα πολλά όσα αυτός. Ο Αριστοτέλης έθεσε τις αρχές της τυπικής λογικής, ήταν πρωτοπόρος στη μελέτη της ζωολογία, και επηρέασε κάθε μελλοντικό επιστήμονα και φιλόσοφο μέσα από τη συμβολή του στην επιστημονική μέθοδο. Παρά τα επιτεύγματα αυτά η επίδραση των σφαλμάτων του Αριστοτέλη θεωρείται από κάποιους ότι καθυστέρησε σημαντικά την εξέλιξη της επιστήμης. Ο Bertrand Russell σημειώνει ότι σχεδόν κάθε σοβαρή διανοητική εξέλιξη έπρεπε να ξεκινήσει με μια επίθεση σε κάποιο Αριστοτέλειο δόγμα. Ωστόσο αναφορά στο έργο του γίνεται και στις μέρες μας, όχι μόνο από φιλολόγους και φιλοσόφους, αλλά και από κορυφαίους των άλλων επιστημών. Είναι αρκετά γνωστή η ρήση του Αριστοτέλη ότι η φύση αποστρέφεται το κενό. Η επικρατούσα άποψη για αρκετούς αιώνες από την αρχαιότητα έως και τον ύστερο Μεσαίωνα ήταν ότι στερείται νοήματος οποιοσδήποτε ισχυρισμός περί ύπαρξης του κενού, επειδή πολύ απλά δεν είναι λογικό να υποστηρίζει κανείς την ύπαρξη του τίποτα. Επίσης μέσα στο τίποτα δεν θα μπορούσε να εκδηλωθεί καμία κίνηση οποιουδήποτε υλικού σώματος. Πώς θα μπορούσε να μετακινηθεί κάτι από μια θέση που δεν βρίσκεται πουθενά σε μια άλλη θέση που επίσης δεν βρίσκεται πουθενά; Αυτοί οι συλλογισμοί είχαν οδηγήσει όσους μελετούσαν τη φύση στην υποστήριξη της θέσης ότι η φύση είναι πλήρης. Όταν κάτι μετακινείται αυτό σημαίνει ότι απλώς παίρνει τη θέση ενός άλλου σώματος και η θέση που αφήνει καταλαμβάνεται από ένα άλλο. Επίσης στην αριστοτελική θεώρηση του κόσμου κάθε σώμα κινείται με τρόπους που του επιτρέπουν το υλικό από το οποίο αποτελείται, το βάρος και το σχήμα του. Αυτό σημαίνει ότι ένας βράχος θα πέσει γρηγορότερα από μια σελίδα χαρτί στον αέρα ή στο νερό. Τι θα γινόταν όμως εάν κινούταν μέσα σε κενό χώρο χωρίς καμία αντίσταση, δηλαδή ούτε αέρα ούτε νερό; Όπως είπαμε για τον Αριστοτέλη δεν είχε νόημα μια τέτοια ερώτηση.



## Επίκουρος



Ο Επίκουρος (341 π.Χ. - 270 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος που ίδρυσε δική του φιλοσοφική σχολή, τον Κήπο του Επίκουρου, η οποία θεωρείται από τις πιο γνωστές σχολές της ελληνικής φιλοσοφίας. Ήταν Αθηναίος πολίτης γιος του Νεοκλή και της Χαιρεστράτης. Ο Επίκουρος άρχισε να έρχεται από νωρίς σε έντονη επαφή με τη φιλοσοφία του Ναυσιφάνη από

τη γειτονική πόλη Τέως, γεγονός που τον απομάκρυνε από κάθε πλατωνική δοξασία και τον έστρεψε στις θεωρίες του Δημόκριτου. Σε ηλικία 18 ετών μετέβη στην Αθήνα για την στρατιωτική και πολιτική του θητεία μαζί με τον κωμικό Μένανδρο. Για τα επόμενα δεκαπέντε χρόνια της ζωής του δεν έχουν διασωθεί αρκετές πληροφορίες. Αργότερα δημιούργησε τον δικό του Φιλοσοφικό Κύκλο στη Μυτιλήνη και μετά στη Λάμψακο. Επέστρεψε στην Αθήνα το 307 π.Χ. σε ηλικία 34 ετών και αγόρασε μια έκταση στην Αθήνα ανάμεσα στο Δίπυλον και την Ακαδημία, όπου στέγασε τη φιλοσοφική του σχολή, τον Κήπο του Επίκουρου. Δίδαξε για 35 χρόνια ακολουθώντας ήσυχη και λιτή ζωή. Περιστοιχιζόταν από άνδρες, γυναίκες, εταίρες και δούλους που μετείχαν ισάξια στον Επικούρειο Κήπο. Η φιλοσοφία του Επίκουρου συγκροτείται στο σχήμα Κανονικό - Φυσικό - Ηθικό. Το Κανονικό ορίζεται ως η μέθοδος που οδηγεί στην αντίληψη και εξήγηση του περιβάλλοντος κόσμου και του ίδιου του ανθρώπου, στηρίζεται στις αισθήσεις, στις προλήψεις, στα πάθη και τις φανταστικές επιβολές της διάνοιας. Αυτά αποτελούν για τους επικούρειους τα μοναδικά και αξιόπιστα κριτήρια της Αλήθειας. Με τα κριτήρια της Αλήθειας ο άνθρωπος μπορεί να αντιληφθεί και να εξηγήσει με τον λογισμό τα περί της Φύσεως πράγματα. Με τον Κανόνα ο Επίκουρος ανέπτυξε το Φυσικό μέρος της φιλοσοφίας του, εξήγησε λοιπόν τη λειτουργία και τα αίτια της ύλης, των φυσικών φαινομένων, της γης, του ουρανού, των αστερών, αλλά και του χώρου, του χρόνου, και βέβαια των όντων. Η επικούρεια φυσική φιλοσοφία χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω:

1) Ατομικότητα: Η ύπαρξη των ατόμων πρωτοαναφέρεται στη Δημοκρίτεια φιλοσοφία. Ο Επίκουρος θεωρούσε, όμως, ότι τα άτομα έχουν βάρος και εισήγαγε την παρέγκλιση από την ευθεία πορεία τους, που επιτρέπει τη σύγκρουσή τους και συνεπώς τη δημιουργία των κόσμων. Η ύλη είναι σύζευξη ατόμων και κενού.

2) Παρέγκλισις: Είναι η τυχαία κίνηση των ατόμων του Επίκουρου από τροχιά σε τροχιά, που δημιουργεί και την ποικιλότητα στη φύση.

3) Τυχειότητα: Η επικούρεια φιλοσοφία άφηνε ανοιχτό το φαινόμενο της τυχειότητας, σε αντίθεση με τα αιτιοκρατικά και τελεολογικά αιτήματα των Πλατωνιστών και Αριστοτελικών και τη χρήση της αναγκαιότητας του Δημόκριτου.

4) Υλισμός: Θεωρεί υλική ακόμη και την ψυχή.

Ο Επίκουρος και η θεωρία του στρέφονται σε έναν ηθικολογικό χαρακτήρα της φιλοσοφίας, στόχος του ήταν η αναζήτηση των αιτιών της ανθρώπινης δυστυχίας και των εσφαλμένων δοξασιών που την προκαλούν, όπως για παράδειγμα η δεισιδαιμονία, ώστε να υπάρξει η αντιπρόταση για την προοπτική μιας ευχάριστης ζωής που για την επίτευξή της ο Επίκουρος προσέφερε ξεκάθαρες φιλοσοφικές συμβουλές. Βασικές αρχές της διδασκαλίας του είναι οι εξής:

1) Με τον θάνατο έρχεται το τέλος όχι μόνο του σώματος αλλά και της ψυχής.

2) Οι θεοί δεν επιβραβεύουν ή τιμωρούν τους ανθρώπους και γενικώς δεν ασχολούνται καθόλου με αυτούς.

3) Το σύμπαν είναι άπειρο και αιώνιο.

4) Τα γενόμενα στον κόσμο συμβαίνουν τελικά με βάση τις κινήσεις και τις αλληλεπιδράσεις των ατόμων που διακινούνται στον κενό χώρο.

Η φιλοσοφία του Επίκουρου αποτέλεσε τη βάση της ατομιστικής αντίληψης για το σύμπαν και της υλιστικής μεταφυσικής. Κατά τον 19ο αιώνα η φιλοσοφία του Επίκουρου εντυπωσίασε τον Karl Marx ο οποίος το 1841 έγραψε διατριβή υπό τον τίτλο: «Διαφορά μεταξύ της φυσικής φιλοσοφίας του Δημόκριτου και του Επίκουρου» την οποία υπέβαλε στην Φιλοσοφική Σχολή του Πανεπιστημίου της Ιένας στη Γερμανία και με αυτήν έλαβε τον τίτλο του διδάκτορα. Όταν ο Επίκουρος συνέλαβε και ανέπτυξε τη θεωρία του φαντάστηκε τα άτομα να κινούνται κατευθείαν προς τα κάτω εξαιτίας της βαρύτητας ή όπως το εξέφρασε εξαιτίας του βάρους τους. Αντιλαμβανόταν όμως και αυτό αποτελεί αξιοσημείωτο παράδειγμα της οξύνουιας του ελληνικού πνεύματος ότι όλα τα σώματα, μολονότι διαφέρουν στο μέγεθος και ως εκ τούτου εφόσον είναι στερεά σώματα, θα πέφτουν μέσα στο κενό με ταχύτητα ομοιόμορφη. Αυτό είναι ένα σημείο που αποκαταστάθηκε μόνο με κάποια δυσκολία τον 16ο αιώνα. Ο Επίκουρος λοιπόν χρειαζόταν να σκεφτεί κάτι άλλο για να δικαιολογήσει τις πρώτες συγκρούσεις, από εκεί κινούμενος υπέθεσε σε κάποιον ακαθόριστο χώρο και χρόνο και για λόγο όχι εξακριβωμένο ότι ένα άτομο ήταν πιθανό να παρεκκλίνει σχεδόν αδιόρατα από το κατακόρυφο μονοπάτι του. Αυτή η απόκλιση από την αυστηρή ετεραρχία που αποτελούσε την ουσία της αρχικής ατομικής θεωρίας είχε ως περίεργη συνέπεια το γεγονός ότι θεωρήθηκε πως δέχεται την ελευθερία της βουλήσεως μέσα σε ένα σύμπαν, στο οποίο διαφορετικά ο άνθρωπος όπως και κάθε τι άλλο θα έπρεπε να θεωρείται απολύτως υποκείμενος σε ένα πεπρωμένο τυφλό και αδυσώπητο. Από επιστημονική άποψη τούτο αποτελούσε οπισθοδρόμηση και ο Δημόκριτος σκεφτόταν σαφέστερα όταν έλεγε ότι στον άπειρο χώρο η έννοια πάνω ή κάτω δεν έχει νόημα και επομένως δεν υπάρχει λόγος να κινούνται τα άτομα προς τη μία και όχι προς την άλλη κατεύθυνση. Οι Ατομικοί δεν μιλούσαν για χωριστή κινούσα αιτία, όπως ήταν οι ελκτικές και απωθητικές δυνάμεις του Εμπεδοκλή ή ο νους του Αναξαγόρα και ο Αριστοτέλης τους κατηγορήσε ότι παρέλειψαν μην έχοντας αρκετή θεληματικότητα το πρόβλημα της αρχής της κινήσεως.

## Ἡρων



Ο Ἡρων (10 μ.Χ. - 75 μ.Χ.) ήταν Ἕλληνας μηχανικός, γεωμέτρης και εφευρέτης. Ήταν γνωστός ως Ἡρων ο Αλεξανδρεὺς, Ἡρων ο Κτησίβιος (ὡς μαθητὴς πιθανότατα του μεγάλου μαθηματικού και εφευρέτη Κτησίβιου) και Ἡρων ο Μηχανικός. Υπήρξε διευθυντὴς τῆς περίφημης Ἀνώτατης Τεχνικῆς Σχολῆς τῆς Αλεξάνδρειας. Ο Ἡρων διατύπωσε και

απέδειξε έναν τύπο με τον οποίο υπολογίζει το εμβαδόν ενός τριγώνου χρησιμοποιώντας τις τρεις πλευρές του, αντί της μίας πλευράς και του ύψους πάνω σε αυτήν που είναι η συνήθης μέθοδος, ο τύπος αυτός είναι γνωστός και ως «τύπος του Ήρωνα». Επίσης επινόησε μια επαναληπτική διαδικασία για να υπολογίζει την τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού, μέθοδος που εφαρμόζεται ακόμα και σήμερα ευρέως. Η πιο διάσημη εφεύρεση του ήταν η αιολόσφαιρα, η πρώτη καταγεγραμμένη ατμομηχανή (ατμοστρόβιλος) στην παγκόσμια ιστορία. Η αιολόσφαιρα είναι μια σφαίρα που περιέχει νερό το οποίο θερμαίνεται από κάτω, στη σφαίρα υπάρχουν κολλημένα δύο σωληνάκια σε διαμετρικά αντίθετα σημεία τα οποία έχουν ανοικτό στόμιο. Ο ατμός εξέρχεται από τα δύο στόμια και λόγω της ροπής δυνάμεων η σφαίρα περιστρέφεται. Στο έργο του «Πνευματικά» ο Ήρων πραγματεύεται για τη φύση του κενού, συγκεκριμένα ένα από τα κεντρικά θέματα που εξετάζονται στην εισαγωγή είναι η φύση και οι προϋποθέσεις ύπαρξης του κενού. Τελικά καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το κενό υπάρχει εγγενώς σε μικροσκοπική κλίμακα, ενώ μπορεί να δημιουργηθεί με τεχνητό τρόπο σε μακροσκοπική κλίμακα. Ας εξετάσουμε αρχικά το κενό στη μικροσκοπική κλίμακα. Σύμφωνα με τον Ήρωνα το ότι τα κενά διαστήματα όντως υπάρχουν μπορεί να γίνει φανερό από τα ακόλουθα. Εάν δεν υπήρχαν τα κενά αυτά τότε ούτε οι ακτίνες του ήλιου, ούτε η θερμότητα ή οποιαδήποτε άλλη υλική δύναμη δεν θα μπορούσε να διαπεράσει το νερό, τον αέρα και τα υπόλοιπα υλικά σώματα. Για παράδειγμα πως θα ήταν δυνατό οι ακτίνες του ήλιου να φτάνουν μέχρι τον πυθμένα ενός αγγείου; Εάν στο νερό δεν υπήρχαν πόροι και οι ακτίνες του ήλιου έθεται στην άκρη το νερό που συναντούν ώστε να φτάσουν στον πυθμένα, τα γεμάτα αγγεία θα υπερχειλίζουν, κάτι που σαφώς δεν συμβαίνει. Εάν ίσχυε ότι οι ακτίνες του ήλιου θέτουν στην άκρη το νερό που βρίσκουν μπροστά τους, αυτό θα σήμαινε ότι καμιά ακτίνα δεν θα ανακλώταν, αυτό όμως συμβαίνει. Στην πραγματικότητα λέει ο Ήρων οι ακτίνες που πέφτουν πάνω σε σωματίδια νερού ανακλώνται, ενώ κάποιες άλλες περνούν μέσα από τους πόρους και αυτές είναι που φτάνουν μέχρι τον πυθμένα του αγγείου. Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι στο νερό υπάρχουν διαστήματα κενού. Ένας άλλος τρόπος να γίνει αυτό φανερό είναι η διάχυση του οίνου μέσα στο νερό. Όταν ρίξουμε οίνο σε νερό αυτός αμέσως διαχέεται προς όλες τις κατευθύνσεις, αυτό δεν θα συνέβαινε εάν στο νερό δεν υπήρχαν κενά διαστήματα. Επίσης οι ακτίνες του φωτός περιέχουν κενά αφού εάν σε κάποιο χώρο υπάρχουν πολλοί λύχνοι το φως του ενός δεν εμποδίζει το φως του άλλου με αποτέλεσμα να φωτίζεται όλος ο χώρος. Μια σειρά λοιπόν από παρατηρησιακά δεδομένα τεκμηριώνουν την ύπαρξη κενού σε μικροσκοπική κλίμακα. Ας εξετάσουμε τώρα το κενό στη μακροσκοπική κλίμακα. Στο πλαίσιο αυτό ο Ήρων διερευνά την

ορθότητα της άποψης ότι τα άδεια από κάποιο περιεχόμενο αγγεία είναι κενά και ελικά οδηγείται στην απόδειξη της υλικότητας του αέρα ώστε να δείξει ότι η παραπάνω θέση είναι λανθασμένη. Το φαινομενικά άδειο αγγείο δεν είναι κενό, επειδή το αγγείο είναι γεμάτο αέρα και όταν ρίξουμε νερό σε αυτό, όσο νερό ρίξουμε ίδια ποσότητα αέρα θα διαφύγει. Ένα από τα πειράματα του Ήρωνα ήταν το πείραμα της ανάστροφης βύθισης, το οποίο συνοπτικά έχει ως εξής. Βυθίζει ένα αγγείο σε νερό ανάστροφα και κατακόρυφα, βγάζει το αγγείο από το νερό και βρίσκει το εσωτερικό του στεγνό, το νερό δεν εισέρχεται σε αυτό. Ανοίγει οπή στη βάση του αγγείου και το ξαναβυθίζει, τώρα καθώς το νερό εισέρχεται ο αέρας εξέρχεται από την οπή της βάσης και το αγγείο γεμίζει με νερό. Από το πείραμα της ανάστροφης βύθισης γίνεται φανερό ότι δεν υπάρχει κενό σε μακροσκοπική κλίμακα. Η μόνη δυνατότητα δημιουργίας κενού σε μακροσκοπική κλίμακα είναι από την επίδραση κάποιας εξωτερικής δύναμης. Ο Ήρων συνεχίζει με την παράθεση τριών ευρύτερα γνωστών πρακτικών, οι οποίες στο κείμενο του έχουν θέση πειράματος, ώστε να δείξει με πειστικό τρόπο ότι υπάρχει η δυνατότητα κάτω από τις κατάλληλες συνθήκες να δημιουργηθεί κενό σε μακροσκοπική κλίμακα. Αυτά είναι τα παρακάτω:

1) Εφαρμόζουμε στο στόμα μας αγγείο που είναι μικρό και με πολύ στενό στόμιο και αναρροφούμε τον αέρα που περιέχει. Αυτό θα μείνει κρεμασμένο στα χείλη μας, επειδή έχοντας αναρροφήσει τον αέρα από το εσωτερικό του ο χώρος αυτός έχει μετατραπεί σε κενό μακροσκοπικής κλίμακας το οποίο αναρροφά την περιβάλλουσα ύλη, δηλαδή τα χείλη μας ώστε να πληρωθεί το κενό.

2) Προσαρμόζουμε στα χείλη μας ένα μικρό γυάλινο αγγείο και αναρροφούμε τον αέρα που βρίσκεται στο εσωτερικό του. Με το δάχτυλο μας κλείνουμε το στόμιο του αγγείου και το βυθίζουμε σε υγρό. Ελευθερώνοντας το στόμιο το υγρό ενάντια στη φύση του κατέρχεται ώστε να καλύψει το κενό.

3) Στις βεντούζες βάζοντας φωτιά και θερμαίνοντας το εσωτερικό τους ο αέρας που βρίσκεται εκεί αραιώνει και καταναλίσκεται, έτσι δημιουργείται κενό και εφαρμόζοντας τη βεντούζα στο δέρμα αναρροφάται η σάρκα προσπαθώντας να καλύψει το κενό.

Ο Ήρων σχολιάζει ότι ο χώρος είναι πλήρης από κάποια ουσία, η οποία όταν αποχωρεί από το χώρο αυτό κάποια άλλη ακολουθεί ώστε να καλύψει το κενό που δημιουργείται. Μάλιστα είχε πει το εξής: «Ουδείς μέγας χώρος κενός εστί», δηλαδή «Τίποτα δεν είναι κενό στο σύμπαν».

## More



Ο Χένρι Μορ (12 Οκτωβρίου 1614 - 1 Σεπτεμβρίου 1687) ήταν Άγγλος φιλόσοφος. Ο Μορ γεννήθηκε στο Grantham του Lincolnshire και ήταν ο έβδομος γιος του Alexander More δημάρχου του Grantham και της Anne More. Πήρε το πτυχίο του το 1635, το μεταπτυχιακό του το 1639 και αμέσως μετά έγινε υπότροφος του κολεγίου του απορρίπτοντας όλες τις

άλλες θέσεις που του προσφέρθηκαν. Όταν ο Robert Boyle έκανε τα πειράματα του με την αντλία κενού αντιμετώπισε την έντονη κριτική του Μορ όπου αμφισβητούσε τα συμπεράσματα του Μπόιλ. Ο Μορ ήταν αρνητικός σε οποιαδήποτε προσπάθεια να εξηγηθεί ο κόσμος μέσα από μηχανιστικές διαδικασίες. Δεν μπορούσε να δεχτεί ότι η ύλη είναι πλήρως διαχωρισμένη από το πνεύμα, καθώς και ότι είναι δυνατόν να δημιουργήσει ο άνθρωπος με τεχνητό τρόπο έναν χώρο από όπου θα απουσίαζαν τόσο η ύλη όσο και το πνεύμα. Αυτή η διάκριση μεταξύ ύλης και πνεύματος αποτελούσε την επικρατέστερη φιλοσοφική θεώρηση για τον κόσμο κατά το δεύτερο μισό του 17ου αιώνα και σε όλο τον 18ο αιώνα. Τα θεμέλια αυτής της θεώρησης είχαν διαμορφωθεί από τον Renatus Cartesius και ο Μπόιλ υπερασπιζόταν αυτή τη μηχανιστική εικόνα για τον κόσμο μολονότι διαφοροποιούνταν σε αρκετά σημεία από τον Γάλλο φιλόσοφο. Τι είδους κριτική άσκησε επομένως ο Μορ; Έλεγε ότι δεν είναι δυνατόν να υπάρχει κενό στην αντλία μετά την απομάκρυνση του αέρα, αλλά ότι ο αέρας απομακρύνεται λόγω της ύπαρξης ενός πνεύματος που διαπερνά όλη τη δημιουργία του Θεού. Υποστήριζε μάλιστα ότι τα πειράματα του Μπόιλ συνηγορούσαν στην ύπαρξη αυτού του άυλου πνεύματος. Πιο συγκεκριμένα το πείραμα του Μπόιλ έδειχνε ότι η απομάκρυνση του αέρα δεν προέκυπτε από απλές μηχανικές δυνάμεις της ύλης, αλλά από μια θεϊκή αρχή. Το πνεύμα του Μορ ήταν κάτι σαν ενδιάμεσος μεταξύ Θεού και φύσης. Επομένως κενό με την κυριολεκτική έννοια του όρου δεν θα μπορούσε να υπάρχει. Ενδεχομένως στον άνθρωπο του 21ου αιώνα να μοιάζει εντελώς ανόητο ή στην καλύτερη περίπτωση άσχετο ένα τέτοιο επιχείρημα, στο πλαίσιο του 17ου αιώνα δεν ήταν τίποτα από τα δύο. Αυτό αποδεικνύεται και από το πως απάντησε ο Μπόιλ, αρχικά να πούμε ότι ήταν προσεκτικός και δεν υποστήριζε ότι το κενό ήταν κάτι που υπήρχε, αλλά ότι ήταν απουσία ύλης. Με αυτόν τον τρόπο απέφευγε με εξαιρετική επιδεξιότητα την ανάγκη να πει τι είναι αυτό που υπάρχει μετά την απομάκρυνση του αέρα. Επίσης στράφηκε εναντίον της θέσης του Μορ περί πνεύματος που διαπερνά τη φύση και ο βασικότερος λόγος που ο Μπόιλ διαφωνεί είναι επειδή η ύπαρξη ενός τέτοιου πνεύματος αφαιρεί από τον Θεό τη δυνατότητα να παρεμβαίνει στον κόσμο. Είναι δηλαδή σαν να υπάρχει κάτι που λειτουργεί στη θέση ενός Θεού που επέλεξε να μην ασχολείται με τον κόσμο. Η αντίρρηση του Μπόιλ είναι θεολογική γιατί διαισθάνεται έναν σοβαρό κίνδυνο, να θεωρηθεί ότι ο κόσμος μπορεί να λειτουργεί χωρίς τον Θεό. Η επιστημονική λύση του σε αυτό το θεολογικό ζήτημα δεν είναι άλλη από το να οδηγηθεί σε αγνωστικισμό για τη φύση του κενού. Δεν μας λέει τι είναι, αλλά τι δεν είναι. Με λίγα λόγια η θρησκευτική ευαισθησία και η πειραματική αμφιβολία του Μπόιλ τον οδήγησαν σε μια διατύπωση που μοιάζει άκρως επιστημονική



με τα δικά μας μάτια, όμως κάθε άλλο παρά ως τέτοια θα αναγνωριζόταν από τον Μορ.

## Heidegger



Ο Μάρτιν Χάιντεγκερ (26 Σεπτεμβρίου 1889 - 26 Μαΐου 1976) ήταν Γερμανός φιλόσοφος. Υπήρξε μια από τις πιο σημαντικές αλλά και αμφιλεγόμενες προσωπικότητες του εικοστού αιώνα. Από τη μια πλευρά ο ενεργός του ρόλος ως πρότανη και συμβούλου σε θέματα παιδείας στη Ναζιστική Γερμανία και οι ρατσιστικές του αντιλήψεις, ενώ από την

άλλη η βαρύτητα του φιλοσοφικού του έργου που επηρέασε ένα από τα σημαντικότερα φιλοσοφικά ρεύματα της σύγχρονης εποχής τον υπαρξισμό και γέννησε θερμούς υποστηρικτές και φανατικούς επικριτές. Η σημαντικότερη μαθήτριά του ήταν η Hannah Arendt με την οποία είχε μάλιστα μια ερωτική περιπέτεια στα χρόνια της δεκαετίας του 1920. Ο Χάιντεγκερ θεωρείται ο θεμελιωτής του υπαρξισμού εάν και ο ίδιος ποτέ δεν αποδέχτηκε αυτόν τον χαρακτηρισμό, επίσης έχει συνεισφέρει στη φαινομενολογία και την ερμηνευτική. Ξεκινώντας από το κορυφαίο Πλατωνικό ερώτημα «τι πότε βούλεσθαι σημαίνει όποτε αν φθέγγησθε» («τι εννοούμε όταν λέμε ον») προσπάθησε να εξετάσει την έννοια του όντος προσδιορίζοντας καταρχάς την ανθρώπινη ύπαρξη, το υποκείμενο δηλαδή που καλείται να κατανοήσει αυτήν την έννοια. Απόφυγε όμως να δώσει έναν ορισμό καθώς για να οριστεί το Είναι-Υπάρχει πρέπει να χρησιμοποιηθεί το ίδιο το Είναι-Υπάρχει (είτε εκφράζοντας το είτε υπονοώντας το) μέσα στον ίδιο τον ορισμό του. Η ουσία της ανθρώπινης ύπαρξης είναι το ότι ο άνθρωπος πρέπει να κατανοεί το Είναι-Υπάρχει. Είναι δηλαδή ένα ον μπροστά από τον ίδιο τον εαυτό του, ένα ον καθ' υπέρβαση. Η υπερβατικότητα, η έκσταση που χαρακτηρίζει την ανθρώπινη ύπαρξη είναι περιορισμένη εντός των ορίων του κόσμου στον οποίο βρίσκεται. Ο άνθρωπος ως ύπαρξη που υπερβαίνει το Είναι-Υπάρχει του μέσα στον κόσμο ονομάζεται από τον Χάιντεγκερ «Dasein» (Είναι Εκεί-Υπαρξη) στο πρωτότυπο του κορυφαίου του έργου Being and Time-1927 (Είναι και Χρόνος). Εξίσου σημαντικό με το Being and Time θεωρείται το έργο του Χάιντεγκερ Contributions to Philosophy που γράφτηκε κατά τα χρόνια 1936-1938, αλλά δημοσιεύτηκε μετά τον θάνατο του συγγραφέα το 1989. Στο θεμελιώδες κείμενο του Χάιντεγκερ Being and Time το «Dasein» εισάγεται ως όρος για τον τύπο ύπαρξης που κατέχουν οι άνθρωποι, το «Dasein» έχει μεταφραστεί ως «Να Είσαι Εκεί». Ο Χάιντεγκερ πιστεύει ότι το «Dasein» έχει ήδη μια προοντολογική και μη αφηρημένη κατανόηση που διαμορφώνει τον τρόπο ζωής του. Αυτόν τον τρόπο ύπαρξης τον ονομάζει το είναι στον κόσμο. Οι σχολιαστές έχουν σημειώσει ότι το «Dasein» είναι έννοια που έρχεται σε αντίθεση με την άποψη «υποκειμένου - αντικειμένου» της ορθολογιστικής φιλοσοφίας τουλάχιστον από τον Rene Descartes. Ο Χάιντεγκερ χρησιμοποιεί την έκφραση «Dasein» για να αναφερθεί στην εμπειρία της ύπαρξης που είναι ιδιόζουσα στα ανθρώπινα όντα, επομένως είναι μια μορφή ύπαρξης που έχει επίγνωση και πρέπει να αντιμετωπίσει θέματα όπως η προσωπικότητα, η θνητότητα και το παράδοξο του να ζει κανείς σε σχέση με άλλους ανθρώπους ενώ είναι τελικά μόνος με τον εαυτό του. Ο Χάιντεγκερ χρησιμοποιεί μια ανάλυση του «Dasein» για να προσεγγίσει το ζήτημα της έννοιας του Είναι, που ο μελετητής Michael Wheeler περιγράφει ως «ανησυχεί για το τι κάνει τα όντα κατανοητά ως όντα». Ο

Χάιντεγκερ απορρίπτει την καρτεσιανή άποψη για τον άνθρωπο ως υποκειμενικό θεατή των αντικειμένων, αντίθετα υποστηρίζει ότι τόσο το υποκείμενο όσο και το αντικείμενο είναι αδιαχώριστα. Παρουσιάζοντας το είναι ως αδιαχώριστο, με σκοπό να ενσαρκώσει ένα «ζωντανό ον» μέσω της δραστηριότητας του Είναι. Η αφήγηση του Χάιντεγκερ για το «Dasein» στο *Being and Time* περνά μέσα από μια ανατομή των εμπειριών του τίποτα και της θνητότητας, η συνηθισμένη και εγκόσμια εμπειρία του «Dasein» παρέχει πρόσβαση στο νόημα ή την αίσθηση του όντος. Σύμφωνα με τον Michael Kelley ο Χάιντεγκερ πιστεύει ότι ο χρόνος βρίσκει το νόημα του στο θάνατο, δηλαδή ο χρόνος νοείται μόνο από πεπερασμένο ή θνητό πλεονέκτημα, ο ουσιαστικός τρόπος ύπαρξης του «Dasein» στον κόσμο είναι προσωρινός, έτσι ο Χάιντεγκερ συμπεραίνει ότι το θεμελιώδες χαρακτηριστικό του Dasein είναι η προσωρινότητα. Στο *Being and Time* ο Χάιντεγκερ έκανε μια οξεία διάκριση μεταξύ του οντικού και του οντολογικού, ονόμασε δε αυτό την Οντολογική Διαφορά. Από αυτή τη διάκριση ανέπτυξε την έννοια της Θεμελιώδους Οντολογίας. Σύμφωνα με τον Taylor Carman η Παραδοσιακή Οντολογία ρωτά "Γιατί υπάρχει κάτι;" ενώ η Θεμελιώδης Οντολογία του Χάιντεγκερ ρωτά «Τι σημαίνει να είναι κάτι;». Η Οντολογία του Χάιντεγκερ είναι θεμελιώδης σε σχέση με την Παραδοσιακή Οντολογία στο ότι αφορά αυτό που προϋποθέτει αναγκαστικά οποιαδήποτε κατανόηση των οντοτήτων, δηλαδή την κατανόηση μας για αυτό δυνάμει του οποίου οι οντότητες είναι οντότητες. Ο Χάιντεγκερ αποκαλεί την Οντολογική Διαφορά «την ουσία του Dasein» και κατηγορεί τη δυτική φιλοσοφική παράδοση ότι εστιάζει λανθασμένα στο οντικό και ως εκ τούτου ξεχνά αυτή τη διάκριση. Σύμφωνα με τον Richard Rorty ο Χάιντεγκερ δεν οραματίστηκε καμία κρυφή δύναμη του Είναι ως έσχατη οντότητα, αλλά προσπαθεί να διορθώσει την οντική Φιλοσοφία εστιάζοντας αντί αυτού στην έννοια του Είναι. Ο Χάιντεγκερ επηρεάστηκε σε νεαρή ηλικία από τον Αριστοτέλη, την Καθολική Θεολογία, τη μεσαιωνική φιλοσοφία και τον Franz Brentano. Τα ηθικά, λογικά και μεταφυσικά έργα του Αριστοτέλη ήταν καθοριστικά για την ανάπτυξη της σκέψης του στην κρίσιμη περίοδο της δεκαετίας του 1920. Ο Χάιντεγκερ συνέβαλε στο να αναβληθεί η ανάγνωση του Friedrich Nietzsche και πρώτα να μελετηθεί ο Αριστοτέλης. Διαβάζοντας τον Αριστοτέλη ο Χάιντεγκερ αμφισβήτησε όλο και περισσότερο την παραδοσιακή λατινική μετάφραση και τη σχολαστική ερμηνεία της σκέψης του. Ιδιαίτερα σημαντική ήταν η ριζική επανερμηνεία του Βιβλίου Έκτου της Νικομάχειας Ηθικής του Αριστοτέλη και πολλών βιβλίων της Μεταφυσικής. Η σκέψη του Χάιντεγκερ είναι πρωτότυπη ως μια αυθεντική ανάκτηση του παρελθόντος, μια επανάληψη των δυνατοτήτων που δίνει η παράδοση. Η ιδέα της ερώτησης για το ον μπορεί να εντοπιστεί από τον Αριστοτέλη

έως τον Παρμενίδα . Ο Χάιντεγκερ ισχυρίστηκε ότι αναβίωσε το ζήτημα της ύπαρξης, καθώς το ζήτημα είχε ξεχαστεί σε μεγάλο βαθμό από τη μεταφυσική παράδοση που εκτείνεται από τον Πλάτωνα έως τον Καρτέσιο, μια λήθη που εκτείνεται στην εποχή του Διαφωτισμού και στη συνέχεια στη σύγχρονη επιστήμη και τεχνολογία. Επιδιώκοντας την ανάκτηση αυτού του ερωτήματος, ο Χάιντεγκερ αφιέρωσε αρκετό χρόνο στοχασόμενος την αρχαία ελληνική σκέψη, ιδιαίτερα τον Πλάτωνα, τον Παρμενίδα, τον Ηράκλειτο και τον Αναξίμανδρο καθώς και τον τραγικό θεατρικό συγγραφέα Σοφοκλή. Σύμφωνα με τον Julian Korab-Karowicz ο Χάιντεγκερ πίστευε ότι η σκέψη του Ηράκλειτου και του Παρμενίδα η οποία βρίσκεται στην αρχή της φιλοσοφίας παραποιήθηκε και παρερμηνεύτηκε από τον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη, μολύνοντας έτσι όλη τη μετέπειτα δυτική φιλοσοφία. Στην Εισαγωγή του στη Μεταφυσική, ο Χάιντεγκερ αναφέρει ότι μεταξύ των αρχαιότερων Ελλήνων στοχαστών είναι ο Ηράκλειτος, που υποβλήθηκε στην πιο θεμελιωδώς ανθελληνική παρερμηνεία στην πορεία της δυτικής ιστορίας, και ο οποίος ωστόσο στους πιο πρόσφατους χρόνους έδωσε τις ισχυρότερες παρορμήσεις προς την εκ νέου αποκάλυψη αυτού που είναι αυθεντικά ελληνικό. Ο Charles Guignon έγραψε ότι ο Χάιντεγκερ στόχευε να διορθώσει αυτή την παρεξήγηση αναβιώνοντας τις προσωκρατικές έννοιες του είναι με έμφαση στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο εμφανίζονται τα όντα σε ένα γεγονός ή γεγονός που εκτυλίσσεται, προσθέτει ακόμα ότι θα μπορούσαμε να ονομάσουμε αυτήν την εναλλακτική προοπτική οντολογία γεγονότων.

## Feynman

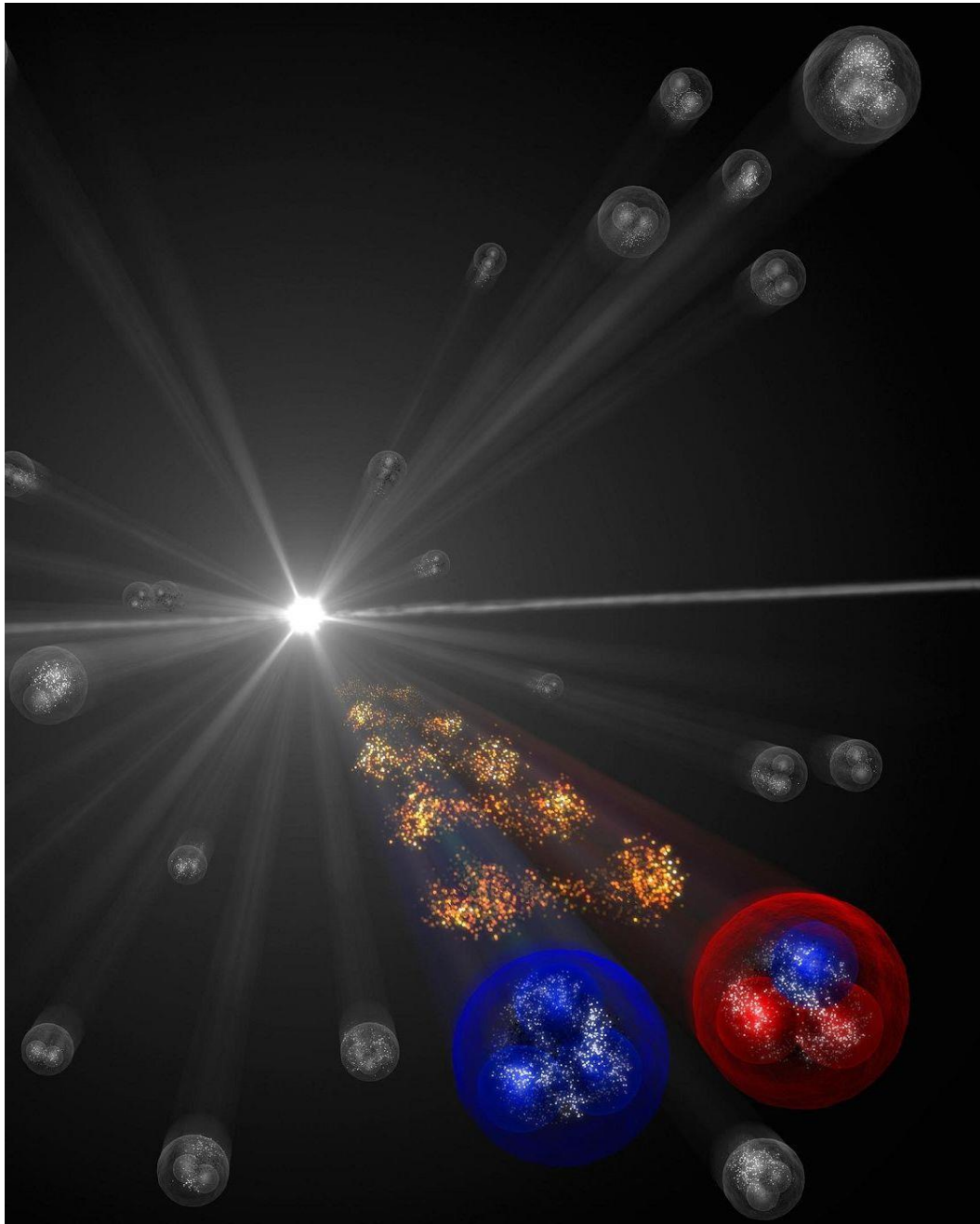


Ο Ρίτσαρντ Φάινμαν (11 Μαΐου 1918 - 15 Φεβρουαρίου 1988) ήταν Αμερικανός φυσικός, ένας από τους σημαντικότερους θεωρητικούς φυσικούς, ο οποίος τιμήθηκε και με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής για τη δουλειά του στην Κβαντική Μηχανική, ειδικά για τη συμβολή του στην ανάπτυξη της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής. Άλλες σημαντικές

συνεισφορές του είναι η πρόβλεψη της ύπαρξης των κουάρκς και η εξήγηση της υπερρευστότητας του υγρού ηλίου. Ο Φάινμαν έχει γράψει χαρακτηριστικά για το κενό:

Εάν σε κάποιο κατακλυσμό έμελλε να καταστραφεί όλη η επιστημονική γνώση και έπρεπε μόνο μία φράση να σωθεί, ποια φράση θα περιείχε τις περισσότερες πληροφορίες μέσα σε λιγότερες λέξεις; Πιστεύω θα ήταν η ατομική υπόθεση, δηλαδή ότι όλα τα πράγματα είναι φτιαγμένα από άτομα και από κενό.

## Εισαγωγή



Στην κλασική φυσική ως κενό ορίζεται η απόλυτη απουσία ύλης σε μια περιοχή του χώρου. Το τέλειο κενό ή απόλυτο κενό είναι μια εξιδανίκευση που φαίνεται πως δεν μπορεί να υπάρξει στην πραγματικότητα του δικού μας σύμπαντος, αλλά προσεγγίζεται μερικώς στο εξώτερο διάστημα. Οι φυσικοί χρησιμοποιούν τον όρο μερικό κενό



για να περιγράψουν το ατελές κενό που παρατηρείται στον πραγματικό κόσμο. Μεγάλο μέρος του εξώτερου διαστήματος μπορεί να θεωρηθεί για όλους τους πρακτικούς σκοπούς σχεδόν τέλειο κενό, με έναν μικρό μόνο αριθμό από άτομα ανά κυβικό μέτρο, με πιο κοινά τα άτομα υδρογόνου και ηλίου. Η ενδοαστρική ύλη περιέχει επίσης αρκετά σωματίδια σκόνης ώστε να επηρεάζει τις αστρονομικές μετρήσεις και πιθανόν και άλλες μορφές σκοτεινής ύλης που έχουν επίδραση στη διαστολή του σύμπαντος. Όλο το παρατηρήσιμο σύμπαν είναι επίσης γεμάτο με μεγάλο αριθμό φωτονίων που αποτελούν τη λεγόμενη κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου και πιθανότατα περιέχει έναν αντίστοιχα μεγάλο αριθμό νετρίνων. Η σημερινή θερμοκρασία της ακτινοβολίας υποβάθρου είναι γύρω στα 3K, μόλις 3 βαθμούς πάνω από το απόλυτο μηδέν. Ούτε τα φωτόνια ούτε τα νετρίνα αυτά αλληλεπιδρούν σημαντικά με την ύλη, οπότε τα αστέρια, οι πλανήτες και τα διαστημόπλοια κινούνται ελεύθερα στο σχεδόν τέλειο κενό του διαστρικού διαστήματος. Τα αστέρια, οι πλανήτες και οι δορυφόροι συγκρατούν τις ατμόσφαιρες τους μέσω της βαρυτικής έλξης, επομένως οι ατμόσφαιρες δεν έχουν σαφή σύνορα. Στις χαμηλές τροχιές γύρω από τη Γη (σε ύψη 250 - 300 χιλιόμετρα) η ατμοσφαιρική πυκνότητα είναι ακόμη αρκετά υψηλή για να προβάλλει σημαντική αντίσταση στους δορυφόρους και χρειάζεται να πυροδοτούν τις μηχανές τους κάθε λίγες μέρες για να διατηρούνται σε τροχιά. Πέρα από τις πλανητικές ατμόσφαιρες η πίεση των φωτονίων και άλλων σωματιδίων που προέρχονται από τον ήλιο είναι σημαντική. Τα διαστημικά σκάφη μπορεί να πληγούν από τους ηλιακούς ανέμους, αλλά οι πλανήτες δεν επηρεάζονται λόγω της πολύ μεγάλης μάζας τους. Στην κβαντομηχανική και ειδικά στην κβαντική θεωρία πεδίου το κενό ορίζεται ως η κατάσταση εκείνη που κατέχει την ελάχιστη δυνατή ενέργεια (χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη). Ακόμη και το ιδεατό κενό, νοούμενο ως πλήρης απουσία οποιουδήποτε πράγματος στην πράξη δεν θα παραμείνει άδειο. Για παράδειγμα εάν φανταστούμε έναν θάλαμο κενού που έχει εκκενωθεί εντελώς ώστε η συγκέντρωση «κλασικών» σωματιδίων ύλης να είναι μηδενική. Τα τοιχώματα του θαλάμου θα εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία υπό τη μορφή ακτινοβολίας μέλανος σώματος, η ακτινοβολία αυτή μεταφέρει ορμή και ενέργεια οπότε το κενό έχει ενεργειακό περιεχόμενο και τα τοιχώματα δέχονται πίεση ακτινοβολίας. Το ίδιο ισχύει ακόμα και για το κενό του διαστρικού χώρου, εάν μία περιοχή του χώρου δεν περιέχει σωματίδια η Κοσμική Ακτινοβολία Υποβάθρου διαπερνά ολόκληρο το σύμπαν. Σε πιο θεμελιώδες επίπεδο η κβαντομηχανική προβλέπει ότι η ενέργεια κενού θα διαφέρει από την απλοϊκά αναμενόμενη κλασική τιμή της, η ενέργεια αυτή καλείται ενέργεια μηδενικού σημείου και συνίσταται από τις ενέργειες δυναμικών σωματιδίων που έχουν μια πρόσκαιρη ύπαρξη καθώς δημιουργούνται αυθόρμητα από το κενό και επιστρέφουν σε αυτό.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται κβαντική διακύμανση του κενού και είναι συνέπεια της αρχής της απροσδιοριστίας. Οι διακυμάνσεις του κενού ενδέχεται επίσης να σχετίζονται με τη λεγόμενη κοσμολογική σταθερά. Εάν κάποιο ισχυρό πεδίο εφαρμοσθεί στο κενό, τότε ενδέχεται ορισμένα εικονικά σωματίδια να «κλέψουν» επαρκή ενέργεια και να γίνουν πραγματικά. Για το σκοπό αυτό αποσπών ενέργεια από το εξωτερικό πεδίο. Με αυτόν το μηχανισμό λοιπόν δημιουργούνται πραγματικά σωματίδια από το κενό σπαταλώντας την ενέργεια του ισχυρού πεδίου. Για παράδειγμα φορτισμένα σωματίδια, όπως ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια έχει παρατηρηθεί να δημιουργούνται στο κενό μέσα σε ισχυρά ηλεκτρικά πεδία. Στην κβαντική θεωρία πεδίου και τη θεωρία χορδών ο όρος κενό σημαίνει τη θεμελιώδη στάθμη στον χώρο Hilbert, δηλαδή τη στάθμη με τη χαμηλότερη δυνατή ενέργεια. Στις ελεύθερες (χωρίς αλληλεπιδράσεις) κβαντικές θεωρίες πεδίου αυτή η στάθμη είναι ανάλογη προς τη θεμελιώδη στάθμη ενός κβαντικού αρμονικού ταλαντωτή. Σύμφωνα με τη θεωρία του πληθωρισμού, τις πρώτες στιγμές μετά τη γέννηση του σύμπαντος το κενό ήταν ασταθές και είχε πολύ μεγάλη εσωτερική ενέργεια, η κατάσταση του μπορεί να συγκριθεί με εκείνη μιας σφαίρας στην κορυφή μιας κυρτής επιφάνειας και οι δύο καταστάσεις είναι εξαιρετικά ασταθείς. Έτσι το κενό σαν τη σφαίρα που κυλά από την κορυφή προκειμένου να βρεθεί στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας, κατέληξε να απελευθερώσει τεράστιες ποσότητες ενέργειας. Σε εξαιρετικά μικρό χρονικό διάστημα το σύμπαν υπέστη τόσες φορές πληθωριστική διαστολή ώστε ο συγκεκριμένος αριθμός εκφράζεται από τη μονάδα ακολουθούμενη από εκατό μηδενικά. Έχουν διατυπωθεί διάφορες υποθέσεις σχετικά με το που θα έπρεπε να αναζητηθεί η σκοτεινή ύλη, καμία όμως δεν στάθηκε ικανή να μας βοηθήσει στον εντοπισμό της. Υπάρχουν θεωρίες που υποστηρίζουν πως η σκοτεινή ύλη είναι κρυμμένη ως ενέργεια του κενού και ότι η ύπαρξη βαρυτικών φακών συνηγορεί υπέρ αυτής της υπόθεσης. Ωστόσο το κενό δεν «συγκινεί» μόνο τους αστρονόμους, διότι συνδέεται και με καθαρά «γήινα» ζητήματα. Για παράδειγμα η αδράνεια (η ιδιότητα της ύλης να διατηρεί την κινητική της κατάσταση) αποτελεί μια από τις πλέον μυστηριώδεις εκδηλώσεις των υποθετικών ιδιοτήτων του κενού. Κάποιοι επιστήμονες υποθέτουν ότι η αδράνεια ενός σώματος οφείλεται στις αλληλεπιδράσεις του με τις διακυμάνσεις κενού, τροποποίησαν μάλιστα τον σχετικό νόμο του Isaac Newton αντικαθιστώντας τη μάζα με μια παράμετρο που χαρακτηρίζει την αλληλεπίδραση ενός σώματος με το κενό. Διατυπωμένη με απλούστερους όρους η υπόθεση του συνίσταται στο ότι οι διακυμάνσεις κενού δημιουργούν ένα πεδίο παρόμοιο με το μαγνητικό, όσο περισσότερα άτομα περιέχει το σώμα τόσο ισχυρότερα αλληλεπιδρά με αυτό το πεδίο κενού και έτσι τόσο δυσκολότερα επιταχύνεται.

Πίνακας με τις διαβαθμίσεις του κενού και κάποια χαρακτηριστικά παραδείγματα

	Pa	Torr	Μόρια ανά cm <sup>3</sup>
Χαμηλό κενό	$10^5 - 3 \times 10^3$	760 - 25	
Μέσο κενό	$3 \times 10^3 - 10^{-1}$	25 - $10^{-3}$	
Υψηλό κενό	$10^{-1} - 10^{-7}$	$10^{-3} - 10^{-9}$	
Πολύ υψηλό κενό	$10^{-7} - 10^{-10}$	$10^{-9} - 10^{-12}$	
Εξαιρετικά υψηλό κενό	$< 10^{-10}$	$< 10^{-12}$	
Τέλειο κενό	0	0	
Ατμοσφαιρική πίεση	$10^5$	760	$2.5 \times 10^{19}$
Ηλεκτρική σκούπα	$8 \times 10^4$	$6 \times 10^2$	$10^{19}$
Υδραντλία	$3 \times 10^3$	24	$10^{18}$
Πίεση στον Άρη	1155 - 30	8,66 - 0,23	
Αποξήρανση πάγου	$10^2 - 10$	1 - $10^{-1}$	$10^{16} - 10^{15}$
Λαμπτήρας πυράκτωσης	10 - 1	$10^{-1} - 10^{-2}$	$10^{15} - 10^{14}$
Θερμό (δοχείο)	1 - $10^{-2}$	$10^{-2} - 10^{-4}$	$10^{14} - 10^{12}$
Θερμόσφαιρα της Γης	1 - $10^{-7}$	$10^{-4} - 10^{-9}$	$10^{14} - 10^7$
Ηλεκτρονική λυχνία	$10^{-5} - 10^{-8}$	$10^{-7} - 10^{-10}$	$10^9 - 10^6$
Κρυογονική αντλία	$10^{-7} - 10^{-9}$	$10^{-9} - 10^{-11}$	$10^7 - 10^5$
Πίεση στην Σελήνη	$10^{-9}$	$10^{-11}$	$4 \times 10^5$
Διαπλανητικό διάστημα			11
Διαστρικό διάστημα	$10^{-15}$	$10^{-17}$	1
Διαγαλαξιακό διάστημα			$10^{-6}$

## Torricelli



Ο Εβαντζελίστα Τοριτσέλι (15 Οκτωβρίου 1608 - 25 Οκτωβρίου 1647) ήταν Ιταλός φυσικός και μαθηματικός, που έγινε περισσότερο γνωστός για την εφεύρεση του υδραργυρικού βαρόμετρου και την πρώτη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης. Ο Τοριτσέλι γεννήθηκε στο παπικό κράτος Faenza. Όταν ήταν σε νεαρή ηλικία ο πατέρας του πέθανε και ο ορφανός

πλέον Τοριτσέλι εκπαιδεύτηκε υπό την φροντίδα ενός μοναχού, ο οποίος τον έβαλε αρχικά σε ένα κολλέγιο Ιησουϊτών το 1624, όπου σπούδασε μαθηματικά και φιλοσοφία μέχρι το 1626. Το 1627 τον έστειλαν στη Ρώμη για να συνεχίσει τις σπουδές του, στις επιστήμες και τα μαθηματικά, το 1632 αμέσως μετά από την δημοσίευση του έργου του Galileo Galilei «Διάλογος μεταξύ των δύο παγκόσμιων συστημάτων, Πτολεμαϊκού και Κοπερνίκειου», ο Τοριτσέλι έγραψε μια επιστολή στον Γαλιλαίο εκφράζοντας του τον ενθουσιασμό του για το έργο του. Εκτός από διάφορες επιστολές λίγα είναι γνωστά για τις δραστηριότητες του Τοριτσέλι στα έτη μεταξύ 1632 και 1641, ενώ μετά από το θάνατο του Γαλιλαίου το 1642 ο μεγάλος δούκας Φερδινάνδος ο Β' των Μεδίκων ζήτησε από τον Τοριτσέλι να πάρει τη θέση του Γαλιλαίου ως μαθηματικός της αυλής και καθηγητής των μαθηματικών στο πανεπιστήμιο της Πίζας. Υπό αυτόν τον ρόλο έλυσε μερικά από τα μεγάλα μαθηματικά προβλήματα της εποχής, όπως η εύρεση του εμβαδού μιας κυκλοειδούς περιοχής και του κέντρου βάρους, σχεδίασε επίσης και κατασκεύασε διάφορα τηλεσκόπια και απλά μικροσκόπια. Στις μαθηματικές του επίσης έρευνες χρησιμοποίησε και τελειοποίησε τη μέθοδο των αδιαιρέτων και εφάρμοσε ευρύτατα τη μέθοδο της κινηματικής θεωρίας για τη λύση των προβλημάτων των εφαπτόμενων. Πολλά έργα του Τοριτσέλι έμειναν για μεγάλο χρονικό διάστημα αδημοσίευτα. Ο Τοριτσέλι πέθανε στη Φλωρεντία από τυφοειδή πυρετό. Ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα του Τοριτσέλι ήταν 1643, όπου βρήκε έναν τρόπο να απομονώσει μια ποσότητα κενού και απέδειξε πειραματικά την ύπαρξη της ατμοσφαιρικής πίεσης. Γέμισε έναν πολύ λεπτό γυάλινο σωλήνα με υδράργυρο και έκλεισε τη μία άκρη με το δάκτυλο του, έπειτα τον γύρισε ανάποδα σε ένα άλλο γυάλινο δοχείο υδραργύρου και είδε πως η στήλη έπεσε λίγο, δεν ήταν πλέον γεμάτη μέχρι πάνω. Οπότε η μεγάλη ερώτηση είναι τι υπάρχει μέσα, μετά από 2000 χρόνια φιλοσοφίας όπου σου λένε πως το κενό είναι αδύνατο να υπάρξει στη φύση έρχεται ένας άνθρωπος με μερικά κομμάτια γυαλί και ένα μεταλλικό υγρό και σου δείχνει το κενό. Το πείραμα του Τοριτσέλι δημιούργησε το πρώτο τεχνητό κενό και επιπλέον απόδειξε πως η ατμόσφαιρα έχει βάρος. Ο ίδιος μάλιστα είχε πει: «ζούμε στο βυθό ενός ωκεανού από αέρα».

## Guericke



Ο Ότο Γκέρικε (30 Σεπτεμβρίου 1645 - 21 Μαΐου 1686) ήταν Γερμανός φυσικός, εφευρέτης και πολιτικός. Ο Γκέρικε γεννήθηκε στο Μαγδεμβούργο της Γερμανίας πόλη της οποίας διετέλεσε και δήμαρχος από το 1646 έως το 1676 και πέθανε στο Αμβούργο σε ηλικία 84 ετών. Ο Γκέρικε εφάρμοσε το βαρόμετρο στην πρόγνωση του καιρού μια

σημαντική προσφορά στη μετεωρολογία, ακόμα επινόησε την πρώτη ηλεκτροστατική γεννήτρια. Το μεγαλύτερο επιστημονικό του επίτευγμα ήταν η θεμελίωση της Φυσικής του Κενού, το 1650 ήταν ο πρώτος που εφεύρε μια αντλία κενού που την αποτελούσαν ένα έμβολο και ένας κύλινδρος και μπορούσε να αφαιρέσει τον αέρα μέσα από ένα δοχείο. Ο Γκέρικε τη χρησιμοποίησε για να διερευνήσει τις ιδιότητες του κενού σε πολλά πειράματα και επιπλέον έκανε μία θεαματική επίδειξη των δυνάμεων που μπορεί να ασκήσει η πίεση του αέρα. Το 1654 ο Γκέρικε διεξήγαγε το περίφημο πείραμα του με τα ημισφαίρια του Μαγδεμβούργου, ένα πείραμα που είχε τη μορφή δημόσιας επίδειξης καταδεικνύοντας ότι δύο ομάδες αλόγων αδυνατούσαν να διαχωρίσουν τραβώντας προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο ημισφαίρια από το εσωτερικό των οποίων είχε αντληθεί ο αέρας. Το πείραμα συνίστατο στην προσπάθεια διαχωρισμού δύο μεταλλικών ημισφαιρίων διαμέτρου περίπου 50 εκατοστών, ενωμένα με απλή επαφή για να σχηματίσουν μια σφραγισμένη σφαίρα όπου είχε αντληθεί ο αέρας από τη σφαίρα με μια αντλία κενού δικής του εφεύρεσης. Για να διευκολυνθεί η σφράγιση των ημισφαιρίων τοποθετείται ένας δερμάτινος δακτύλιος μεταξύ των επιφανειών επαφής. Κάθε ημισφαίριο έχει αρκετούς βρόχους μέσα από τους οποίους μπορεί να περάσει ένα σχοινί ή αλυσίδα ώστε να μπορεί να τραβηχτεί. Στην επίδειξη τα ημισφαίρια παρέμειναν ενωμένα ακόμα και μετά την προσπάθεια 8 αλόγων από κάθε πλευρά για να τα ξεχωρίσουν, ενώ αποκολλήθηκαν αμέσως όταν το μεταξύ τους κενό γέμιζε με αέρα. Η πρωτότυπη διάταξη των ημισφαιρίων και της αντλίας αυτής εκτίθεται σήμερα στο Deutsches Museum του Μονάχου. Το φαινόμενο είναι ανάλογο με την προσκόλληση μιας βεντούζας σε ένα τζάμι, πιέζοντας την στο τζάμι ο αέρας ανάμεσα στις δύο επιφάνειες βγαίνει προς τα έξω και οι επιφάνειες παραμένουν κολλημένες χάρη στην υποπίεση του εσωτερικού σε σχέση με το εξωτερικό. Με τα πειράματα του ο Γκέρικε απέδειξε ότι η υπόθεση του Αριστοτέλη «η φύση απεχθάνεται το κενό» ήταν λανθασμένη, έδειξε ότι οι ουσίες δεν «τράβιουνται» από το κενό, αλλά αντίθετα «σπρώχνονται» από την πίεση των περιβαλλόντων ρευστών.



## Boyle

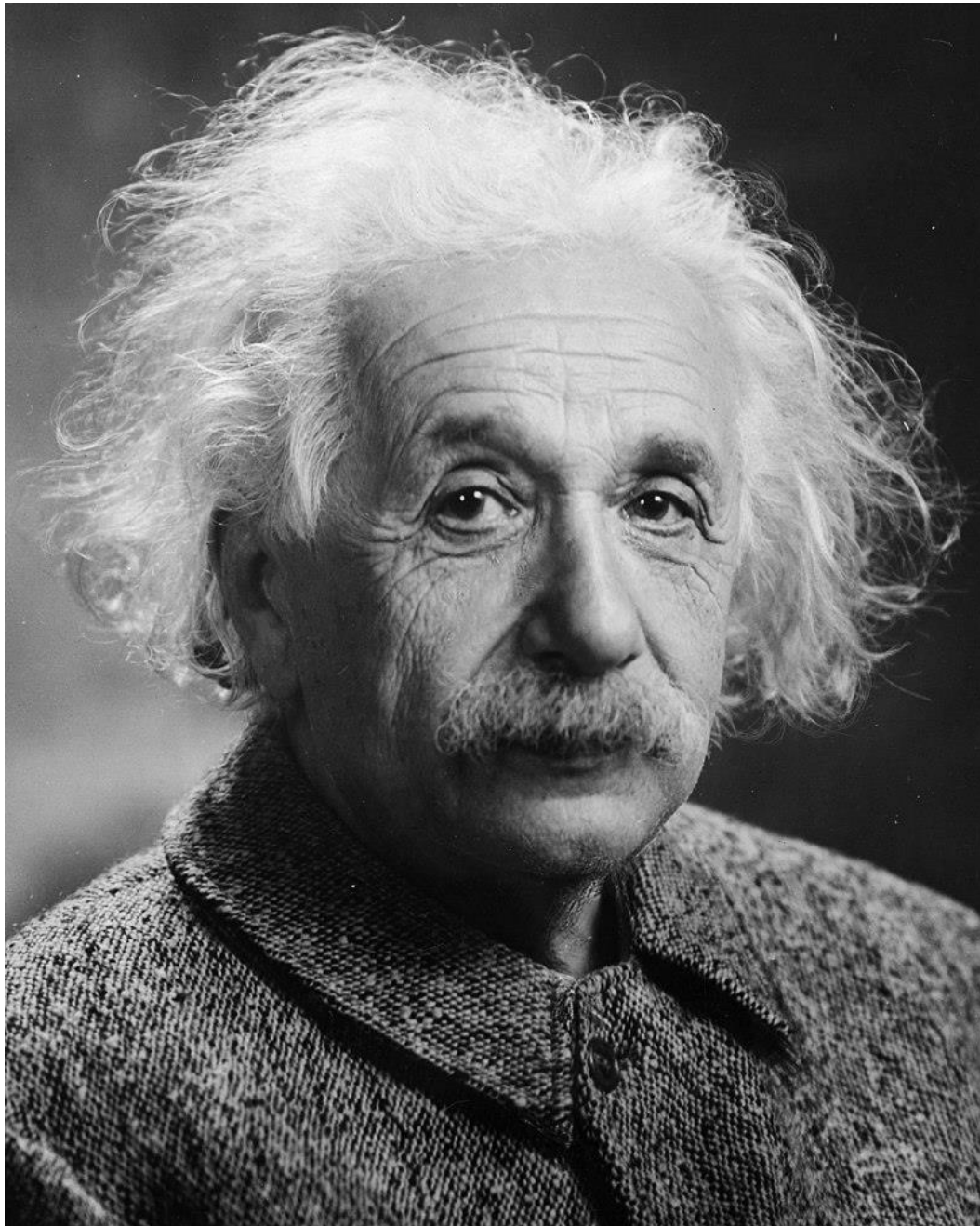


Ο Ρόμπερτ Μπόιλ (25 Ιανουαρίου 1627 - 31 Δεκεμβρίου 1691) ήταν Άγγλο-Ιρλανδός φιλόσοφος, φυσικός, χημικός καθώς και εφευρέτης, μία από τις πιο εμβληματικές μορφές επιστημόνων - φιλοσόφων της νεότερης ιστορίας. Θεωρείται ως ο πρώτος σύγχρονος χημικός και ένας εκ των θεμελιωτών της επιστήμης της χημείας, στο πέρασμα της από την



αλχημεία στην πειραματική χημεία. Υπήρξε πρωτοπόρος για την εποχή του, αφού πρώτος εφάρμοσε μοντέρνες επιστημονικές μεθόδους στα πειράματα που εκπόνησε. Μεταξύ των πολλών άλλων ο Μπόιλ διατύπωσε το νόμο των αερίων, ο οποίος φέρει το όνομα του και καθορίζει ότι κάτω από μία σταθερή θερμοκρασία σε ένα κλειστό σύστημα ο όγκος συγκεκριμένης ποσότητας ενός οποιουδήποτε αερίου (ο αριθμός των μορίων του) μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς την πίεση. Ο Μπόιλ υπήρξε ο τελευταίος των αλχημιστών και ταυτόχρονα ο πρώτος των χημικών, το πολύ σημαντικό βιβλίο του με τίτλο «The Sceptical Chymist» έχει υπάρξει καθοριστικό σημείο αναφοράς στην επιστήμη της Χημείας. Το 1657 ο Μπόιλ είναι 30 ετών όταν μαθαίνει για τα πειράματα του Otto Guericke και την αντλία κενού και με τη βοήθεια του χαρισματικού Robert Hooke φτιάχνει μία βελτιωμένη αντλία κενού και έτσι αρχίζει να εξερευνά το κενό. Τα πειράματα είναι αρκετά λεπτομερή και ο Μπόιλ καταγράφει πολλές και διαφορετικές παρατηρήσεις, για παράδειγμα είχε παρατηρήσει ότι ένα καναρίνι χάνει τις αισθήσεις του μόλις απομακρυνθεί ο περιβάλλοντας αέρας. Αποδεικνύει ακόμα με πείραμα ότι στο κενό όλα τα σώματα πέφτουν ταυτόχρονα, ο ήχος δεν διαδίδεται, ενώ η δράση των ηλεκτρικών δυνάμεων λειτουργεί ανεμπόδιστα. Καταλήγει επομένως στο συμπέρασμα ότι ο αέρας είναι ελαστικός, έχει συγκεκριμένο βάρος και με τον κατάλληλο εξοπλισμό μπορούμε να τον απομακρύνουμε. Η ύπαρξη του κενού πλέον δεν ήταν απλώς μια υπόθεση, αλλά ήταν κάτι που μπορούσε κανείς να δημιουργήσει με τα ίδια του τα χέρια εκεί που κανονικά δεν θα έπρεπε να υπάρχει.

## Einstein



Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν (14 Μαρτίου 1879 - 18 Απριλίου 1955) ήταν Γερμανός φυσικός εβραϊκής καταγωγής, ο οποίος βραβεύτηκε με το Νόμπελ Φυσικής το 1921 για τις υπηρεσίες του στη φυσική. Είναι ο θεμελιωτής της Θεωρίας της Σχετικότητας και από πολλούς θεωρείται ο σημαντικότερος επιστήμονας του 20ου αιώνα και ένας από τους

μεγαλύτερους όλων των εποχών. Εξέδωσε πάνω από 300 επιστημονικές δημοσιεύσεις καθώς και 151 συγγράμματα για το ευρύ κοινό. Είναι πιο γνωστός στο ευρύ κοινό ιδιαίτερα για τον τύπο του  $E=mc^2$  που αναφέρεται από πολλούς ως η πιο διάσημη εξίσωση στη φυσική. Η επίδραση των ανακαλύψεων του Αϊνστάιν σχετικά με την φύση του χώρου και του χρόνου εξακολουθεί να αποτελεί κεντρικό αντικείμενο της επιστημονικής έρευνας σε φυσική, κοσμολογία και μαθηματικά, ενώ το επώνυμο του χρησιμοποιείται συχνά ως χαρακτηρισμός για να δηλώσει πως κάποιος έχει υψηλή ευφυΐα. Γεννήθηκε στο Ulm της Γερμανίας, σπούδασε στη Πολυτεχνική Ακαδημία της Ζυρίχης στην Ελβετία όπου ολοκλήρωσε τις σπουδές του στη Φυσική. Μετά την αποφοίτηση του το 1900 πήρε την ελβετική υπηκοότητα, εργάστηκε για δύο μήνες ως καθηγητής μαθηματικών και το 1902 προσελήφθηκε ως εξεταστής στο Ελβετικό Γραφείο Ευρεσιτεχνιών στη Βέρνη. Το 1921 τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ για τη συμβολή του στη θεωρητική φυσική και για την εξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Απεβίωσε στο Princeton του New Jersey το 1955. Η κοσμολογική σταθερά προτάθηκε από τον Αϊνστάιν ως μια τροποποίηση της αρχικής του θεωρίας της γενικής σχετικότητας ώστε να επιτύχει ένα στατικό σύμπαν. Ο Αϊνστάιν συμπεριέλαβε την κοσμολογική σταθερά ως όρο στις πεδιακές εξισώσεις του για την γενική σχετικότητα διότι δεν ήταν ικανοποιημένος με το γεγονός ότι οι αρχικές εξισώσεις του δεν επέτρεπαν ως λύση ένα στατικό σύμπαν, η βαρύτητα όντας πάντοτε ελκτική θα οδηγούσε σε συστολή ένα σύμπαν το οποίο αρχικά βρίσκεται σε δυναμική ισορροπία και για να αντισταθμίσει αυτή την δυνατότητα ο Αϊνστάιν εισήγαγε την κοσμολογική σταθερά. Μετά την ανακάλυψη από τον Edwin Hubble της ερυθράς μετατόπισης του φάσματος των γαλαξιών και την εισαγωγή της αντίληψης του διαστελλόμενου σύμπαντος η ιδέα της κοσμολογικής σταθεράς δεν φαινόταν πλέον να εξυπηρετεί σε κάτι, ο Αϊνστάιν εγκατέλειψε την κοσμολογική σταθερά και την αποκάλεσε: «το μεγαλύτερο λάθος της ζωής μου» (πιθανόν αναφερόταν στην μεθοδολογία του παρά στην ίδια την σταθερά). Κατά ειρωνικό τρόπο η κοσμολογική σταθερά προσελκύει ακόμη ενδιαφέρον, καθώς παρατηρήσεις που έγιναν προς το τέλος της δεκαετίας 1990 και που αφορούσαν τη συσχέτιση απόστασης - ερυθρής μετατόπισης του φάσματος υποδεικνύουν ότι η διαστολή του σύμπαντος είναι επιταχυνόμενη. Υπάρχουν και άλλες πιθανές αιτίες για ένα επιταχυνόμενο σύμπαν, αλλά η κοσμολογική σταθερά είναι από τις περισσότερες απόψεις η πιο οικονομική λύση. Επομένως το καθιερωμένο μοντέλο της κοσμολογίας (μοντέλο Lambda-CDM) συμπεριλαμβάνει την κοσμολογική σταθερά που έχει μετρηθεί ότι είναι της τάξης των  $10^{-35}/s^2$  ή  $10^{-47} \text{GeV}^4$  ή  $10^{-29} \text{g/cm}^3$  ή περίπου  $10^{-120}$  ανηγμένες μονάδες Planck. Αντί της ίδιας της κοσμολογικής σταθεράς, οι

κοσμολόγοι συχνά αναφέρουν τον λόγο της ενεργειακής πυκνότητας που οφείλεται στην κοσμολογική σταθερά προς την τρέχουσα κρίσιμη πυκνότητα του σύμπαντος. Μία θετική τιμή της ενεργειακής πυκνότητας του κενού που απορρέει από μια κοσμολογική σταθερά υποδηλώνει αρνητική πίεση και αντιστρόφως. Εάν η ενεργειακή πυκνότητα είναι θετική η αντίστοιχη αρνητική πίεση θα οδηγήσει σε επιταχυνόμενη διαστολή του κενού χώρου. Στην κοσμολογία η ενέργεια διακύμανσης του κενού θεωρείται ότι είναι η πηγή της κοσμολογικής σταθεράς, μάλιστα ο μεγάλος Σοβιετικός φυσικός Yakov Zeldovich απέδειξε το 1968 ότι η κοσμολογική σταθερά ισοδυναμεί μαθηματικά με την ενέργεια διακύμανσης του κενού. Η «ενέργεια διακύμανσης του κενού» ή «ενέργεια του μηδενικού σημείου» είναι όροι που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις τυχαίες ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις που απομένουν στο κενό όταν όλη η άλλη ενέργεια έχει απομακρυνθεί, δηλαδή είναι η ελάχιστη ενέργεια την οποία είναι δυνατό να κατέχει ένα σύστημα σε κβαντικό επίπεδο και συμβαίνει στο απόλυτο μηδέν. Εάν από έναν χώρο απομακρύνουμε όλο το φως, όλη την θερμότητα και όλη την μάζα (γενικά οτιδήποτε υπάρχει) θα βρούμε πως κάποια ακόμη ενέργεια θα έχει απομείνει, πειραματική απόδειξη της ύπαρξης της ενέργειας διακύμανσης του κενού αποτελεί το περίφημο φαινόμενο Casimir.

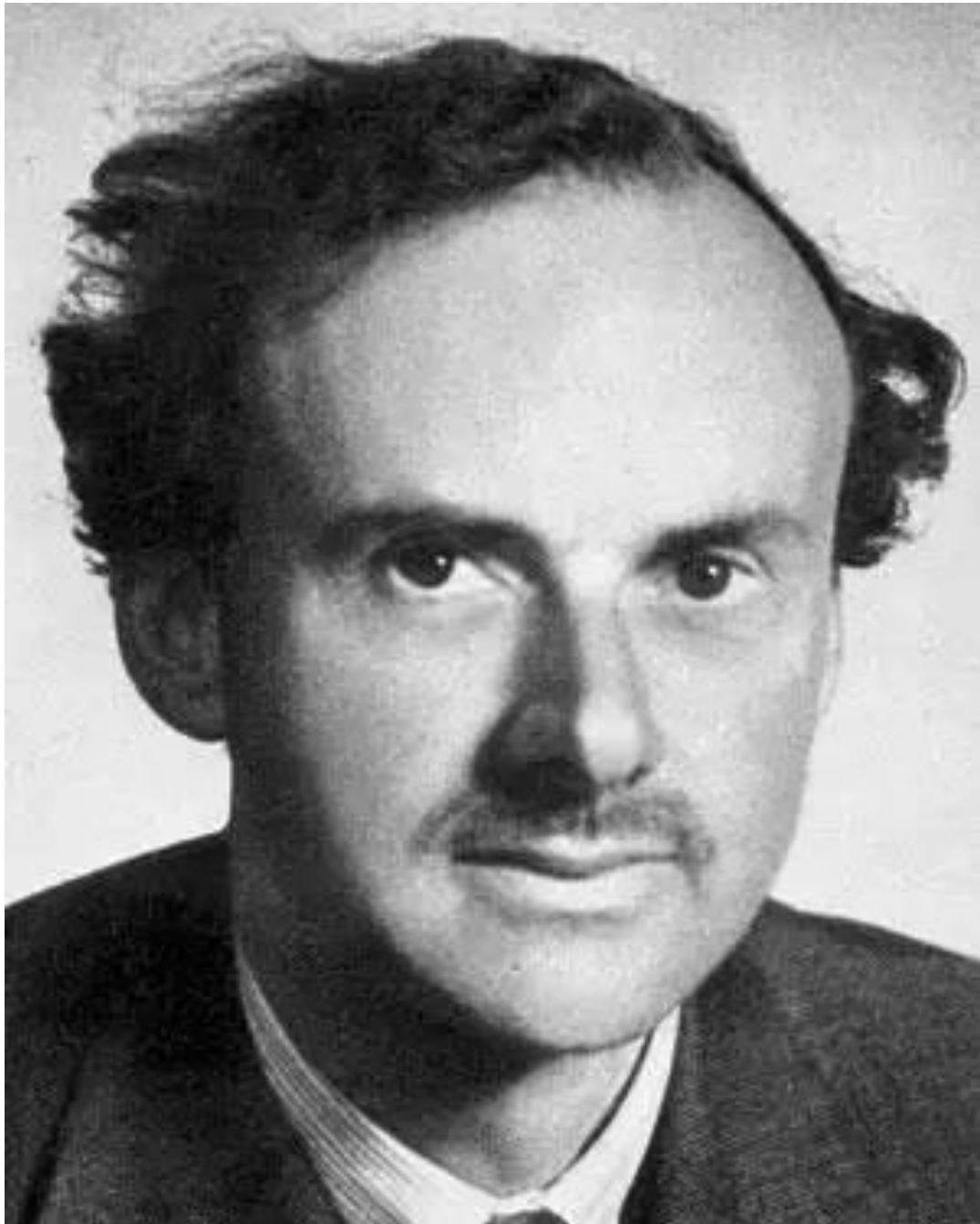
## Heisenberg



Ο Βέρνερ Χάιζενμπεργκ (5 Δεκεμβρίου 1901 - 1 Φεβρουαρίου 1976) ήταν Γερμανός φυσικός, με σπουδαία συμβολή στη θεμελίωση της Κβαντομηχανικής για την οποία τιμήθηκε με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1932. Ο Χάιζενμπεργκ σπούδασε το 1920 Θεωρητική Φυσική στο Πανεπιστήμιο του Μονάχου, μπήκε στο πνεύμα της

Κβαντικής Φυσικής η οποία απαρτιζόταν τότε από ασύνδετα θεωρήματα τόσο γρήγορα, ώστε μετά από μερικούς μήνες έδωσε λύσεις σε σημαντικά προβλήματα. Επειδή απαιτούνταν μία ελάχιστη σπουδή έξι εξαμήνων, μόλις το 1923 μπόρεσε ο Χάιζενμπεργκ να ανακηρυχθεί διδάκτορας και το 1924 έγινε βοηθός του Max Born. Το 1927 διατύπωσε την «αρχή της απροσδιοριστίας» ή «αρχή της αβεβαιότητας», μετά από στενή συνεργασία με τον Niels Bohr. Το 1932 βραβεύτηκαν οι εργασίες του στην Κβαντική Μηχανική με το Νόμπελ της Φυσικής. Πέθανε σε ηλικία 75 ετών και άφησε επτά παιδιά. Ο Χάιζενμπεργκ απέδειξε ότι δύο δυνάμει σωματίδια παρότι έχουν εξαιρετικά σύντομο χρόνο ζωής μπορούν να εμφανιστούν και να εξαϋλωθούν ακόμη και σε κατάσταση απόλυτου κενού. Οι ενεργειακές διακυμάνσεις παρουσιάζονται σε οποιοδήποτε σύστημα, αλλά όσο μεγαλύτερη είναι η ενεργειακή παραβίαση τόσο συντομότερη είναι η χρονική της διάρκεια. Ο Χάιζενμπεργκ πρότεινε την αρχή της απροσδιοριστίας που είναι το βασικό αξίωμα της Κβαντικής Φυσικής και σύμφωνα με αυτή είναι αδύνατο να μετρήσουμε με απεριορίστη ακρίβεια τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου ταυτόχρονα. Η θεωρία αυτή έδινε μια τελείως νέα ερμηνεία για τον φυσικό κόσμο, όπως ότι κύμα και σωματίδιο είναι διαφορετικές θεωρήσεις του ίδιου πράγματος, καθώς και την ουσιαστική εξήγηση της σταθερότητας της ύλης. Στη θέση της αιτιότητας της Κλασικής Φυσικής μπήκε η τυχειότητα των γεγονότων. Ο Χάιζενμπεργκ έδειξε ότι εάν πολλαπλασιάσουμε την απροσδιοριστία στη θέση του σωματιδίου επί την απροσδιοριστία στην ταχύτητα του επί τη μάζα του, θα έχουμε έναν αριθμό που δεν μπορεί ποτέ να γίνει πιο μικρός από μία ορισμένη ποσότητα, τη λεγόμενη σταθερά του Planck. Παρόλο που δεν είναι προφανές, όσον αφορά την εν λόγω αρχή αποδεικνύεται ότι η τιμή ενός πεδίου και ο ρυθμός μεταβολής του παίζουν τον ίδιο ρόλο με την θέση και την ταχύτητα ενός σωματιδίου, με άλλα λόγια με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια ορίζουμε την μία τόσο λιγότερο ακριβής θα είναι η άλλη. Σημαντική απόρροια αυτού είναι ότι δεν μπορεί να υπάρχει κενός χώρος και τούτο επειδή κενός χώρος σημαίνει ότι μηδέν είναι τόσο η τιμή του πεδίου όσο και ο ρυθμός της μεταβολής του, διαφορετικά ο χώρος δεν θα παρέμενε κενός. Καθώς η αρχή της αβεβαιότητας δεν επιτρέπει στις τιμές του πεδίου και του ρυθμού μεταβολής του να είναι ακριβείς, ο χώρος δεν είναι ποτέ κενός.

## Dirac



Ο Πολ Ντιράκ (8 Αυγούστου 1902 - 20 Οκτωβρίου 1984) ήταν Βρετανός θεωρητικός φυσικός. Η συμβολή του Ντιράκ στα αρχικά στάδια της Κβαντομηχανικής και της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής θεωρείται πολύ σημαντική. Μεταξύ άλλων ανακαλύψεων διατύπωσε την εξίσωση Dirac η οποία περιγράφει την συμπεριφορά των φερμιονίων, και προέβλεψε

την ύπαρξη αντιύλης. Ο Ντιράκ μοιράστηκε το βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1933 με τον Erwin Schrödinger για την ανακάλυψη νέων παραγωγικών μορφών της ατομικής θεωρίας. Ο Ντιράκ ήταν ο άνθρωπος που οδήγησε στο έπακρο την αναζήτηση της αρμονίας μέσα από την Φυσική, μάλιστα είχε πει: «είναι πιο σημαντικό να είναι όμορφες οι εξισώσεις από το να επαληθεύονται πειραματικά». Το 1928 δημοσίευσε μία εξίσωση που θεωρητικά εξηγούσε τη συμπεριφορά του ηλεκτρονίου, του μικρότερου και ελαφρύτερου στοιχειώδους σωματιδίου που ήταν γνωστό εκείνη την εποχή. Ο Ντιράκ είχε καταλήξει στην εξίσωσή του «παίζοντας» και αναζητώντας «όμορφα μαθηματικά», αλλά και συνδυάζοντας με επιτυχία τη θεωρία της σχετικότητας του Albert Einstein με την κβαντομηχανική. Υπήρχε όμως ένα πρόβλημα, η εξίσωση είχε δύο λύσεις. Η μία αντιπροσώπευε το ηλεκτρόνιο και η άλλη το αντίθετο του, ένα σωματίδιο με αρνητική ενέργεια και θετικό φορτίο, που ούτε είχε παρατηρηθεί ούτε είχε ποτέ προβλεφθεί από τη θεωρία. Τελικά κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το ηλεκτρόνιο (όπως αποδείχθηκε αργότερα και κάθε άλλο στοιχειώδες σωματίδιο) έχει ένα δίδυμο αδερφάκι ένα αντισωματίδιο. Σύμφωνα με την ερμηνεία του Ντιράκ εάν το ηλεκτρόνιο είναι ένας λόφος, το αντίθετο του, το ποζιτρόνιο είναι μια τρύπα. Μαζί έχουν μηδενικό άθροισμα και δημιουργούνται ή καταστρέφονται ανά ζεύγη. Η εξίσωση αυτή είχε δώσει για πρώτη φορά στον κόσμο μία ιδέα της αντιύλης, η οποία τουλάχιστον θεωρητικά δομεί το μισό σύμπαν. Το πρώτο σωματίδιο αντιύλης που ανακαλύφθηκε ήταν το ποζιτρόνιο, η ύπαρξη του οποίου αποδείχθηκε το 1933. Το επίτευγμα του Ντιράκ θεωρείται απτή απόδειξη ότι τα μαθηματικά έχουν αλληλένδετη σχέση με την πραγματικότητα. Η θάλασσα Dirac είναι ένα θεωρητικό μοντέλο του κενού ως μια άπειρη θάλασσα σωματιδίων με αρνητική ενέργεια. Προτάθηκε για να εξηγήσει τις ανώμαλες κβαντικές καταστάσεις αρνητικής ενέργειας που προβλέπονται από την εξίσωση Dirac για σχετικιστικά ηλεκτρόνια. Ο Ντιράκ υπέθεσε ότι όλες οι καταστάσεις με αρνητική ενέργεια είναι κατειλημμένες και η θάλασσα Dirac αντιστοιχεί σε μια κατάσταση κενού με ελάχιστη ενέργεια. Το κενό μπορεί να βρίσκεται σε μια κατάσταση ελάχιστης ενέργειας, αλλά αυτή η κατάσταση θα κυριαρχείται από τις λεγόμενες διακυμάνσεις κενού, όπου φευγαλέα σωματίδια και πεδία εμφανίζονται και εξαφανίζονται αδιάκοπα. Μπορούμε να φανταστούμε τις διακυμάνσεις κενού ως ζεύγη σωματιδίων τα οποία εμφανίζονται μαζί για κάποιο χρονικό διάστημα, κατόπιν αποχωρίζονται και έπειτα ενώνονται ξανά και εξαυλώνονται.



## Casimir

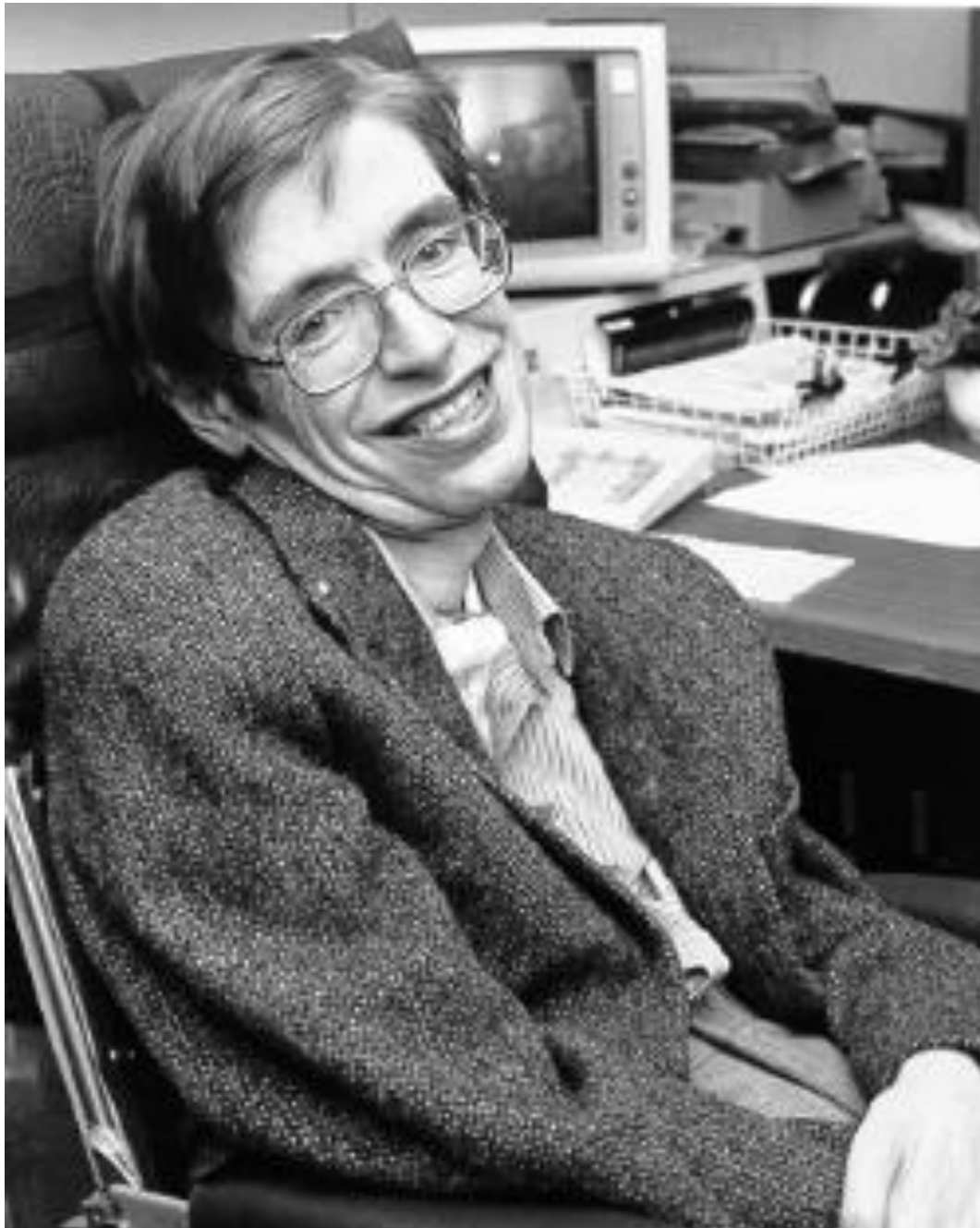


Ο Χέντρικ Καζιμίρ (15 Ιουλίου 1909 - 4 Μαΐου 2000) ήταν Ολλανδός φυσικός, γεννήθηκε στη Hague και πέθανε στη Heeze της Ολλανδίας. Ο Καζιμίρ έγινε γνωστός για την πρόβλεψη του φαινομένου που φέρει το όνομα του το 1948, ενώ η εξήγηση ήρθε 10 χρόνια αργότερα με τη βοήθεια πειραμάτων. Το φαινόμενο Casimir είναι μια μικρή ελκτική

δύναμη που δρα μεταξύ δύο αφόρτιστων αγώγιμων πλακών παράλληλων μεταξύ τους όταν βρίσκονται σε πολύ κοντινή απόσταση. Αυτή η έλξη οφείλεται στις διακυμάνσεις κενού, οι οποίες «σπρώχνουν» τις πλάκες τη μία κοντά στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η πεπερασμένη απόσταση μεταξύ των πλακών εμποδίζει την υλοποίηση εικονικών σωματιδίων στον ενδιάμεσο κενό χώρο (ο κενός χώρος είναι γεμάτος από παροδικά τέτοια σωματίδια) με μήκη κύματος μεγαλύτερο από κάποιο συγκεκριμένο ανώτατο όριο, δηλαδή στο χώρο μεταξύ των πλακών υπάρχουν ελαφρώς λιγότερα εικονικά σωματίδια με αποτέλεσμα στην εσωτερική επιφάνεια να προσκρούουν λιγότερα σωματίδια από όσα στην εξωτερική. Έτσι υπάρχουν περισσότερα σωματίδια έξω από τις πλάκες παρά στον ενδιάμεσο χώρο, ωστόσο η προβλεπόμενη τιμή της πίεσης που αναπτύσσεται είναι εξαιρετικά μικρή μόλις εκατό εκατομμυριοστά της ατμόσφαιρας όταν τις πλάκες τις χωρίζει απόσταση ενός εκατομμυριοστού του μέτρου. Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία ο χώρος που φανταζόμαστε ως κενό δεν είναι εντελώς άδειος επειδή κάτι τέτοιο θα σήμαινε ότι η ένταση των διαφόρων πεδίων όπως του βαρυτικού και του ηλεκτρικού είναι μηδέν. Έτσι στον κενό χώρο το πεδίο δεν μπορεί να διατηρείται ακριβώς ίσο με το μηδέν, επειδή τότε θα είχε και μια ακριβώς προσδιορισμένη τιμή (μηδέν) και έναν ακριβώς προσδιορισμένο ρυθμό χρονικής μεταβολής (μηδέν), πρέπει να υπάρχει μια ορισμένη ελάχιστη ποσότητα απροσδιοριστίας στην τιμή και το ρυθμό μεταβολής του πεδίου. Μπορεί να φανταστεί κανείς αυτές τις κβαντικές διακυμάνσεις ως ζεύγη σωματιδίων φορέων αλληλεπίδρασης, παραδείγματος χάρη φωτόνια που εμφανίζονται μαζί σε κάποιο σημείο απομακρύνονται και ύστερα πλησιάζουν πάλι και εξαϋλώνονται. Αυτά τα εικονικά σωματίδια δεν μπορούν να ανιχνευτούν άμεσα από ένα ανιχνευτή σωματιδίων, επειδή όμως μεταφέρουν ενέργεια και προκειμένου να μην παραβιάζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας, η διάρκεια ζωής τους πολλαπλασιασμένη με την απροσδιοριστία της ενέργειας τους είναι της τάξης μεγέθους της σταθεράς του Planck. Σύμφωνα με τη θεωρία η ολική ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης του κενού είναι άπειρη αν αθροιστούν όλες οι δυνατές καταστάσεις των εικονικών φωτονίων που μπορούν να δημιουργηθούν. Ο Καζμίρ έδειξε ότι προκειμένου να μην απειρίζεται η «ενέργεια διακύμανσης του κενού» πρέπει σε αυτήν να συνεισφέρουν μόνο τα εικονικά φωτόνια εκείνα που το μήκος κύματος τους χωράει ακέραιο αριθμό φορών στην απόσταση των δύο πλακών. Συνεπώς η πυκνότητα ενέργειας του κενού στο χώρο μεταξύ των πλακών μειώνεται καθώς ελαττώνεται η απόσταση των πλακών, αφού τα μήκη κύματος που συνεισφέρουν είναι τώρα λιγότερα, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια μικρή δύναμη που προσπαθεί να φέρει τις πλάκες πιο κοντά. Η μικροσκοπική αυτή δύναμη μετρήθηκε το 1996 από τον Steven Lamoreaux και τα αποτελέσματα του ήταν σε συμφωνία με τη

θεωρία μέσα σε πειραματικό σφάλμα 5%. Υπάρχουν και άλλα σωματίδια εκτός των φωτονίων που συνεισφέρουν επίσης κατά μικρό ποσοστό στη δύναμη μεταξύ των πλακών, αλλά μόνο η δύναμη από τα φωτόνια είναι μετρήσιμη. Όλα τα μποζόνια όπως τα φωτόνια οδηγούν σε ελκτική δύναμη, ενώ τα φερμιόνια έχουν απωστική δύναμη.

## Hawking



Ο Στίβεν Χόκινγκ (8 Ιανουαρίου 1942 - 14 Μαρτίου 2018) ήταν Βρετανός θεωρητικός φυσικός, κοσμολόγος, συγγραφέας και διευθυντής ερευνών στο κέντρο θεωρητικής κοσμολογίας στο πανεπιστήμιο του Cambridge. Μεταξύ των σημαντικών επιστημονικών εργασιών του ήταν μια εργασία επάνω σε θεωρήματα βαρυτικής μοναδικότητας στα πλαίσια

της γενικής σχετικότητας και η θεωρητική πρόβλεψη ότι οι μαύρες τρύπες (μελανές οπές) εκπέμπουν ακτινοβολία που καλείται ακτινοβολία Hawking. Είχε συντάξει εργασίες εκλαϊκευμένης επιστήμης, στις οποίες συζητά τις θεωρίες και την κοσμολογία του γενικά. Το βιβλίο του «Το Χρονικό Του Χρόνου» έμεινε στη λίστα με τα best seller της Βρετανικής Sunday Times για 237 εβδομάδες σπάζοντας ρεκόρ. Ο Χόκινγκ έπασχε από τη νόσο του κινητικού νευρώνα (αμυοτροφική πλευρική σκλήρυνση), ήταν σχεδόν εξ ολοκλήρου παράλυτος και επικοινωνούσε μέσω συσκευής παραγωγής ομιλίας. Παντρεύτηκε δύο φορές και είχε τρία παιδιά. Το 2014 κυκλοφόρησε το αυτοβιογραφικό βιβλίο του «Το Χρονικό Της Ζωής Μου». Ο Χόκινγκ το 1973 συνδύασε τρεις τομείς της φυσικής που μέχρι τότε πίστευαν ότι δεν είχαν μεγάλη σχέση μεταξύ τους, την θεωρία της σχετικότητας, την κβαντομηχανική και την θερμοδυναμική, έκανε και τα απαραίτητα μαθηματικά και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι μαύρες τρύπες ακτινοβολούν και επομένως εξατμίζονται όσο περνάει ο χρόνος. Ο Χόκινγκ υποστηρίζει ότι εάν στο κενό λίγο πιο έξω από τα σύνορα του ορίζοντα γεγονότων μίας μαύρης τρύπας γεννηθεί ένα ζευγάρι εικονικών σωματιδίων (σωματίδιο - αντισωματίδιο) και το ένα περάσει τον ορίζοντα γεγονότων και εξαφανιστεί για πάντα δεν θα είναι δυνατή η εξαϋλωση τους. Το «ορφανό» εικονικό σωματίδιο μπορεί να μετατραπεί σε πραγματικό σωματίδιο και να διαφύγει ως ακτινοβολία της μαύρης τρύπας, για έναν εξωτερικό παρατηρητή το σωματίδιο αυτό θα «φαίνεται» σαν να προήλθε από την μαύρη τρύπα. Όταν συμβαίνει αυτό ένα πολύ μικρό μέρος της μάζας - ενέργειας χάνεται από την μαύρη τρύπα, ώστε να μην παραβιάζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Η ακτινοβολία Hawking μειώνει τη μάζα και την περιστροφική ενέργεια της μαύρης τρύπας και επομένως θεωρείται ότι προκαλεί εξάτμιση της μαύρης τρύπας. Εξαιτίας αυτού οι μαύρες τρύπες που δεν αποκτούν μάζα με άλλα μέσα αναμένεται να συρρικνωθούν και τελικά να εξαφανιστούν. Οι θεωρίες του Χόκινγκ μας λένε ότι όσο μικρότερη μάζα έχει μια μαύρη τρύπα, τόσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία της, αντίθετα οι μεγάλες μαύρες τρύπες έχουν πολύ χαμηλή θερμοκρασία. Όταν λοιπόν η μαύρη τρύπα εκπέμπει ενέργεια η μάζα της ελαττώνεται και ως εκ τούτου η θερμοκρασία της αυξάνεται. Αυτό έχει σαν συνέπεια να εκπέμπει ενέργεια με ταχύτερο ρυθμό και να γίνεται θερμότερη και μικρότερη. Η ελάττωση της μάζας επιταχύνεται προοδευτικά όσο πιο μικρή και θερμή γίνεται. Όταν φτάσει στα τελευταία δευτερόλεπτα της ζωής της θα εκραγεί και το ποσό ενέργειας που θα απελευθερωθεί ισοδυναμεί με την έκρηξη βόμβας δισεκατομμυρίων μεγατόνων. Μία τέτοια έκρηξη θα παρατηρηθεί ακόμα και σε μια απόσταση πολλών ετών φωτός.

## Όργανα Μέτρησης



Πολλές συσκευές χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της πίεσης στο κενό, ανάλογα με το εύρος που απαιτείται. Οι υδροστατικοί μετρητές (μανόμετρα) αποτελούνται από μια κατακόρυφη στήλη υγρού σε ένα σωλήνα του οποίου τα άκρα εκτίθενται σε διαφορετικές πιέσεις. Η στήλη θα ανεβαίνει ή θα πέφτει μέχρι το βάρος της να ισορροπήσει με τη

διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο άκρων του σωλήνα. Ο απλούστερος σχεδιασμός είναι ένας σωλήνας σχήματος U κλειστού άκρου, η μία πλευρά του οποίου συνδέεται με την περιοχή ενδιαφέροντος. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε υγρό, αλλά ο υδράργυρος προτιμάται για την υψηλή του πυκνότητα και τη χαμηλή πίεση ατμών. Οι απλοί υδροστατικοί μετρητές μπορούν να μετρήσουν πιέσεις έως 1 Torr. Μια σημαντική παραλλαγή είναι ο μετρητής McLeod που εφευρέθηκε το 1874 από τον Herbert McLeod. Ο μετρητής αυτός λειτουργεί λαμβάνοντας ένα δείγμα όγκου αερίου από έναν θάλαμο κενού και στη συνέχεια τον συμπιέζει. Η πίεση σε αυτόν τον μικρότερο όγκο μετράται στη συνέχεια με ένα μανόμετρο και γνωρίζοντας τον λόγο συμπίεσης (την αναλογία του αρχικού και του τελικού όγκου), η πίεση του αρχικού κενού μπορεί να προσδιοριστεί με βάση το νόμο του Boyle. Ο μετρητής McLeod μπορεί να μετρήσει κενά έως 1  $\mu$ Torr που είναι η χαμηλότερη άμεση μέτρηση της πίεσης που είναι δυνατή με την τρέχουσα τεχνολογία. Άλλοι μετρητές κενού μπορούν να μετρήσουν χαμηλότερες πιέσεις, αλλά μόνο έμμεσα με μέτρηση άλλων ιδιοτήτων. Αυτές οι έμμεσες μετρήσεις πρέπει να βαθμονομηθούν μέσω μιας άμεσης μέτρησης, συνηθέστερα ενός μετρητή McLeod. Ο μετρητής Pirani είναι ένας μετρητής θερμικής αγωγιμότητας που εφευρέθηκε το 1906 από τον Marcello Pirani. Αυτοί οι μετρητές είναι ακριβείς από 10 Torr έως 1 mTorr, αλλά είναι ευαίσθητοι στη χημική σύνθεση των αερίων που μετρώνται. Οι μετρητές ιονισμού χρησιμοποιούνται σε εξαιρετικά υψηλό κενό. Διατίθενται σε δύο τύπους, θερμής καθόδου και ψυχρής καθόδου. Στον τύπο θερμής καθόδου ένα ηλεκτρικά θερμαινόμενο νήμα παράγει μια δέσμη ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια ταξιδεύουν μέσω του μετρητή και ionίζουν τα μόρια αερίου γύρω τους. Τα ιόντα που προκύπτουν συλλέγονται σε ένα αρνητικό ηλεκτρόδιο και το ρεύμα εξαρτάται από τον αριθμό των ιόντων. Οι μετρητές θερμής καθόδου είναι ακριβείς από 1 mTorr έως 0,1 nTorr. Η αρχή πίσω από τον τύπο ψυχρής καθόδου είναι ίδια, εκτός από το ότι τα ηλεκτρόνια παράγονται σε μια εκκένωση που δημιουργείται από μια ηλεκτρική εκκένωση υψηλής τάσης. Οι μετρητές ψυχρής καθόδου είναι ακριβείς από 10 mTorr έως 1 nTorr. Η βαθμονόμηση των μετρητών ιονισμού είναι πολύ ευαίσθητη στην γεωμετρία της κατασκευής, την χημική σύνθεση των αερίων που μετρώνται και τις επιφανειακές εναποθέσεις. Η σύνθεση των αερίων σε υψηλά κενά είναι συνήθως απρόβλεπτη, επομένως πρέπει να χρησιμοποιείται ένα φασματόμετρο μάζας σε συνδυασμό με το μετρητή ιονισμού για ακριβή μέτρηση.

## Αντλίες Κενού



Μια αντλία κενού είναι μια συσκευή που αντλεί μόρια αερίου από έναν σφραγισμένο όγκο προκειμένου να αφήσει πίσω της ένα μερικό κενό. Ο προκατόχος της αντλίας κενού ήταν η αντλία αναρρόφησης. Ο αρχαιότερος τύπος αντλίας είναι ο κοχλίας του Αρχιμήδη, που εφευρέθηκε τον 3ο αιώνα π.Χ. Η πρώτη αντλία κενού εφευρέθηκε το



1650 από τον Otto Guericke. Ο Robert Boyle βελτίωσε το σχέδιο του Otto Guericke και διεξήγαγε πειράματα σχετικά με τις ιδιότητες του κενού. Το 1855 ο Heinrich Geissler εφηύρε την αντλία εκτόπισης υδραργύρου και πέτυχε ρεκόρ κενού 0,1 Torr. Ένας αριθμός ηλεκτρικών ιδιοτήτων γίνονται παρατηρήσιμες σε αυτό το επίπεδο κενού και αυτό ανανέωσε το ενδιαφέρον για το κενό. Αυτό με τη σειρά του οδήγησε στην ανάπτυξη του σωλήνα κενού. Η αντλία Sprengel που εφευρέθηκε το 1865 από τον Hermann Sprengel ήταν ένας ευρέως χρησιμοποιούμενος παραγωγός κενού αυτής της εποχής. Στις αρχές του 20ου αιώνα ανακαλύφθηκαν πολλοί τύποι αντλιών κενού συμπεριλαμβανομένης της μοριακής αντλίας έλξης, της αντλίας διάχυσης και της στροβιλομοριακής αντλίας. Οι αντλίες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ευρέως σύμφωνα με τον τρόπο λειτουργίας τους. Οι αντλίες θετικού εκτοπίσματος που ονομάζονται επίσης αντλίες θετικής μετατόπισης χρησιμοποιούν έναν μηχανισμό για να διαστέλλουν επανειλημμένα μια κοιλότητα, να επιτρέπουν τη ροή αερίων από τον θάλαμο, να σφραγίζουν την κοιλότητα και να την εξάγουν στην ατμόσφαιρα. Οι αντλίες μεταφοράς ορμής που ονομάζονται επίσης μοριακές αντλίες χρησιμοποιούν πίδακες υψηλής ταχύτητας πυκνού ρευστού ή περιστρεφόμενες λεπίδες υψηλής ταχύτητας για να εκτινάξουν τα μόρια αερίου έξω από το θάλαμο. Οι αντλίες παγίδευσης δεσμεύουν τα μόρια των αερίων ή των ιόντων, σε αυτές περιλαμβάνονται οι κρυοαντλίες, οι χημικές αντλίες και οι αντλίες ιόντων. Οι αντλίες θετικού εκτοπίσματος είναι οι πιο αποτελεσματικές για χαμηλά κενά. Οι αντλίες μεταφοράς ορμής σε συνδυασμό με αντλίες θετικού εκτοπίσματος είναι ο πιο κοινός συνδυασμός που χρησιμοποιείται για την επίτευξη υψηλού κενού. Σε αυτή τη διαμόρφωση, η αντλία θετικού εκτοπίσματος εξυπηρετεί δύο σκοπούς. Πρώτον δημιουργεί ένα χαμηλό κενό στο δοχείο, προτού η αντλία μεταφοράς ορμής χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθεί το υψηλό κενό, καθώς οι αντλίες μεταφοράς ορμής δεν μπορούν να αρχίσουν να αντλούν σε ατμοσφαιρικές πιέσεις. Δεύτερον η αντλία θετικού εκτοπίσματος υποστηρίζει την αντλία μεταφοράς ορμής εκκενώνοντας σε χαμηλό κενό τη συσσώρευση μετατοπισμένων μορίων στην αντλία υψηλού κενού. Οι αντλίες παγίδευσης μπορούν να προστεθούν για να φτάσουμε σε εξαιρετικά υψηλά κενά, αλλά απαιτείται περιοδική αντικατάσταση των επιφανειών που παγιδεύουν τα μόρια. Λόγω αυτής της απαίτησης ο διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας τους μπορεί να είναι εξαιρετικά μικρός σε χαμηλά και υψηλά κενά, περιορίζοντας έτσι τη χρήση τους σε εξαιρετικά υψηλά κενά. Η ύλη ρέει διαφορετικά σε διαφορετικές πιέσεις με βάση τους νόμους της δυναμικής των ρευστών. Σε ατμοσφαιρική πίεση και χαμηλά κενά τα μόρια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και πιέζουν τα γειτονικά τους μόρια, αυτό είναι γνωστό ως ιξώδης ροή. Όταν η απόσταση μεταξύ των μορίων

αυξάνεται, τα μόρια αλληλεπιδρούν με τα τοιχώματα του θαλάμου πιο συχνά παρά με τα άλλα μόρια και η μοριακή άντληση γίνεται πιο αποτελεσματική από την αντλία θετικού εκτοπίσματος. Οι αντλίες μεταφοράς ορμής είναι ικανές για πολύ υψηλότερες ταχύτητες άντλησης. Αυτό γίνεται βέβαια σε βάρος της στεγανοποίησης, δεδομένου ότι δεν υπάρχει πλήρη σφράγιση μια μικρή πίεση στην εξάτμιση μπορεί εύκολα να προκαλέσει ανάστροφη ροή. Σε υψηλό κενό ωστόσο οι διαβαθμίσεις πίεσης έχουν μικρή επίδραση στις ροές ρευστών και οι αντλίες μεταφοράς ορμής μπορούν να επιτύχουν το πλήρες δυναμικό τους. Οι δύο κύριοι τύποι αντλιών μεταφοράς ορμής είναι η αντλία διάχυσης και η στροβιλομοριακή αντλία και οι δύο τύποι αντλιών εκτοξεύουν τα μόρια του αερίου που βρίσκονται στο εσωτερικό τους μεταδίδοντας τους ορμή. Οι αντλίες διάχυσης εκτοξεύουν μόρια αερίου με πίδακες λαδιού ή ατμού υδραργύρου, ενώ οι στροβιλομοριακές αντλίες χρησιμοποιούν ανεμιστήρες υψηλής ταχύτητας για να ωθήσουν το αέριο. Και οι δύο αυτοί τύποι αντλιών δεν θα καταφέρουν να αντλήσουν εάν χρησιμοποιηθούν απευθείας στην ατμοσφαιρική πίεση, επομένως πρέπει να χρησιμοποιηθούν σε χαμηλό κενό που θα έχει δημιουργηθεί από μια αντλία θετικού εκτοπίσματος, που στην περίπτωση αυτή ονομάζεται αντλία υποστήριξης. Μια αντλία παγίδευσης μπορεί να είναι, μια κρουοαντλία η οποία χρησιμοποιεί χαμηλές θερμοκρασίες για να συμπυκνώσει τα αέρια σε στερεά κατάσταση, μια χημική αντλία που αντιδρά με τα αέρια για να παράγει ένα στερεό υπόλειμμα ή μια αντλία ιόντων η οποία χρησιμοποιεί ισχυρά ηλεκτρικά πεδία για να ιονίσει αέρια και να ωθήσει τα ιόντα σε ένα στερεό υπόστρωμα. Η ταχύτητα άντλησης αναφέρεται στον ρυθμό ροής όγκου μιας αντλίας στην είσοδο της. Οι αντλίες μεταφοράς ορμής και οι αντλίες παγίδευσης είναι πιο αποτελεσματικές σε ορισμένα αέρια από άλλα, επομένως ο ρυθμός άντλησης μπορεί να είναι διαφορετικός για καθένα από τα αέρια που αντλούνται και ο μέσος ρυθμός ροής όγκου της αντλίας θα ποικίλλει ανάλογα με τη χημική σύνθεση των αερίων που παραμένουν το θάλαμο. Η παροχή αναφέρεται στην ταχύτητα άντλησης πολλαπλασιαζόμενη με την πίεση του αερίου στην είσοδο. Σε σταθερή θερμοκρασία η απόδοση είναι ανάλογη με τον αριθμό των μορίων που αντλούνται ανά μονάδα χρόνου, επομένως με τον ρυθμό ροής μάζας της αντλίας. Οι αντλίες θετικού εκτοπίσματος έχουν σταθερή ταχύτητα άντλησης, αλλά καθώς πέφτει η πίεση του θαλάμου ο όγκος αυτός περιέχει όλο και λιγότερη μάζα, έτσι παρόλο που η ταχύτητα άντλησης παραμένει σταθερή η παροχή και ο ρυθμός ροής μάζας πέφτουν εκθετικά. Η επίτευξη υψηλού κενού είναι δύσκολη επειδή όλα τα υλικά που εκτίθενται στο κενό πρέπει να αξιολογούνται προσεκτικά για τις ιδιότητες εξάτμισης των ατμών τους. Για παράδειγμα λάδια, γράσα και ελαστικά μέρη που χρησιμοποιούνται ως στεγανοποιητικά για τον θάλαμο κενού δεν πρέπει

να βράζουν όταν εκτίθενται στο κενό, διαφορετικά τα αέρια που παράγουν θα εμποδίσουν τη δημιουργία του επιθυμητού βαθμού κενού. Τα συστήματα υψηλού κενού απαιτούν γενικά μεταλλικούς θαλάμους με μεταλλικά στεγανοποιητικά, αντί για ελαστικά στεγανοποιητικά που είναι συνηθέστερα για στεγανοποιήσεις σε θαλάμους χαμηλού κενού. Το σύστημα πρέπει να είναι καθαρό και απαλλαγμένο από οργανική ύλη για να ελαχιστοποιηθεί η εξάτμιση αερίων. Με αυτές τις προφυλάξεις κενά έως 1  $\mu\text{Torr}$  επιτυγχάνονται εύκολα, με προσεκτικό σχεδιασμό και λειτουργία είναι δυνατό να επιτευχθεί κενό έως 1  $\text{nTorr}$ . Μπορούν να χρησιμοποιηθούν αρκετοί τύποι αντλιών διαδοχικά ή παράλληλα. Σε μία τυπική ακολουθία άντλησης μία αντλία θετικού εκτοπίσματος θα χρησιμοποιηθεί για την αφαίρεση του μεγαλύτερου μέρους του αερίου από έναν θάλαμο, ξεκινώντας από την πίεση της ατμόσφαιρας 760 Torr και φτάνοντας στο 0,1  $\text{mTorr}$ . Στη συνέχεια μία στροβιλομοριακή αντλία ή μία κρυοαντλία θα χρησιμοποιηθεί για να μειώσει περαιτέρω την πίεση στα 10  $\text{nTorr}$ . Μία πρόσθετη αντλία ιόντων μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάτω από το 1  $\mu\text{Torr}$  για την αφαίρεση αερίων που δεν αντιμετωπίζονται επαρκώς από μία στροβιλομοριακή αντλία ή μία κρυοαντλία, όπως το ήλιο ή το υδρογόνο. Το εξαιρετικά υψηλό κενό απαιτεί γενικά εξατομικευμένο εξοπλισμό, αυστηρές επιχειρησιακές διαδικασίες και αρκετές δοκιμές. Το σύστημα θερμαίνεται υπό κενό για να εξατμιστούν οι ατμοί όλων των υλικών στο σύστημα. Αυτή η εξάτμιση του συστήματος μπορεί επίσης να πραγματοποιηθεί και σε θερμοκρασία δωματίου, αλλά αυτό απαιτεί πολύ περισσότερο χρόνο. Μόλις εξατμιστούν οι ατμοί το σύστημα μπορεί να ψυχθεί για να μειωθούν οι πιέσεις και για να ελαχιστοποιηθεί η υπολειπόμενη εξάτμιση κατά την κύρια διαδικασία, ορισμένα συστήματα ψύχονται πολύ κάτω από τη θερμοκρασία δωματίου με υγρό άζωτο. Σε συστήματα εξαιρετικά υψηλού κενού πρέπει να ληφθούν υπόψη ορισμένες πολύ ασυνήθιστες διαδρομές διαρροής, η απορροφητικότητα σκληρών μετάλλων όπως ο ανοξείδωτος χάλυβας ή το τιτάνιο είναι μια από αυτές, επιπλέον κάποια λάδια και γράσα θα αρχίσουν βράζουν σε εξαιρετικά υψηλό κενό. Θα πρέπει ακόμα να ληφθούν υπόψη οι πορώδεις των τοιχωμάτων του μεταλλικού θαλάμου κενού και η επίδραση του μοριακού μεγέθους. Τα μικρότερα μόρια μπορούν να διαρρεύσουν πιο εύκολα από ορισμένα υλικά, λόγω αυτού οι μοριακές αντλίες είναι λιγότερο αποτελεσματικές στην άντληση αερίων με χαμηλότερο μοριακό βάρος.

## Εισαγωγή



Στα μαθηματικά η έννοια του κενού, του τίποτα είναι ταυτόσημη με το μηδέν. Το μηδέν είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης, δηλαδή  $X + 0 = X$  και το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού, δηλαδή  $X \cdot 0 = 0$ . Το μηδέν εστιάζει στην τεράστια οργανική εξάπλωση των μαθηματικών και αυτά με τη σειρά τους εστιάζουν στην πολύπλοκη φύση

των πραγμάτων. Από την μέτρηση στον υπολογισμό, από την εκτίμηση των πιθανοτήτων στην ακριβή γνώση της στιγμής, τα λαμπρά μαθηματικά εργαλεία μας δίνουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουμε την πορεία που ακολουθούν τα πάντα και να διαπιστώσουμε ότι όλα περιστρέφονται γύρω από τον μικρότερο δυνατό άξονα, το μηδέν. Στη θεωρία συνόλων το μηδέν είναι ο πληθάριθος του κενού συνόλου, δηλαδή όταν η συνάρτηση πληθάριθμου εφαρμοστεί σε ένα κενό σύνολο επιστρέφει την τιμή μηδέν. Σε ορισμένες αξιωματικές εξελίξεις των μαθηματικών από τη θεωρία συνόλων, το ίδιο το μηδέν ορίζεται ως το κενό σύνολο. Επιπλέον στη θεωρία συνόλων το μηδέν είναι ο χαμηλότερος τακτικός αριθμός που αντιστοιχεί στο κενό σύνολο, που θεωρείται ως ένα καλά διατεταγμένο σύνολο.



## Μηδέν



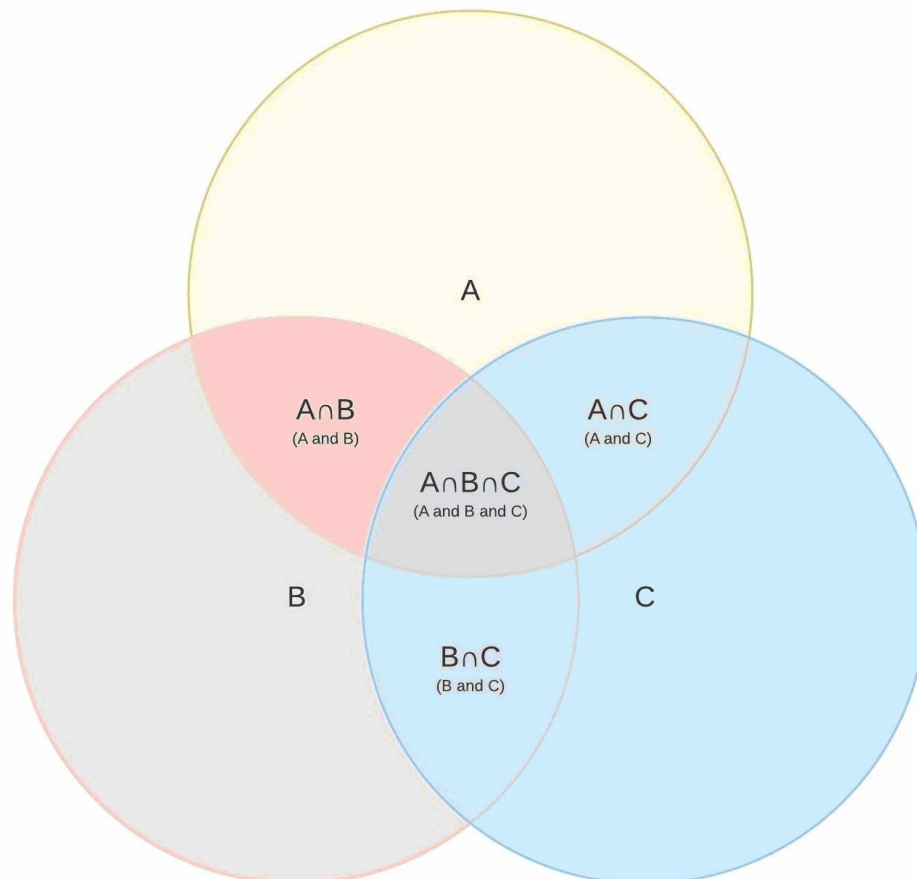
Η έννοια του μηδενός έφερε φιλοσοφικές διαμάχες και ερωτηματικά καθώς ως έννοια συνδέεται με το τίποτα αλλά δεν ταυτίζεται με αυτό, καθώς ως αριθμός έχει υπόσταση (είναι κάτι) σε αντίθεση με το τίποτα. Θεωρείται από τις μεγαλύτερες ανακαλύψεις της ανθρώπινης σκέψης και χωρίς αυτό τα μαθηματικά θα είχαν κολλήσει κάπου στο 600 μ.Χ. Η

χρήση του μηδενός επέτρεψε να σκεφτόμαστε τα μαθηματικά σαν κάτι αφαιρετικό, παρά μόνο σαν μια μέθοδο μέτρησης αντικειμένων. Αυτός ο περίεργος και συνάμα ισχυρός αριθμός έχει προκαλέσει τόσες διαμάχες, αλλά μας έχει δώσει και τόσες δυνατότητες σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο ψηφίο. Στην ελληνική γλώσσα η λέξη μηδέν προέρχεται από τη φράση «μηδέ ἔν», δηλαδή ούτε ένα, ενώ στην αγγλική γλώσσα το zero προέρχεται από το αραβικό *sifr*. Όμως για να κατανοήσουμε το γιατί και να καταλάβουμε τη δύναμη του πρέπει πρώτα να κατανοήσουμε τη γέννηση του, διότι η πορεία του υπήρξε εξαιρετικά ταραχώδης. Ενώ οι μαθηματικοί άρχισαν να σκέφτονται την έννοια του μηδενός κατά το 3.000 π.Χ. και να την απορρίπτουν, δεν ήταν πριν το 200-300 π.Χ. όπου οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποίησαν ένα σύμβολο το οποίο εξελίχτηκε σε αυτό που ξέρουμε σήμερα σαν μηδέν και το συμβόλιζαν με δύο μικρά πλάγια βέλη. Υπάρχουν επιγραφές των Βαβυλωνίων και των Μάγια, όπου το μηδέν χρησιμοποιήθηκε για να υπολογίσει το πέρασμα των εποχών. Την εποχή που τα μαθηματικά ήταν μόνο μια μέθοδος για να μετράμε φυσικά αντικείμενα και να λύνουμε προβλήματα της άμεσης εμπειρίας μας, δεν είχε παρουσιαστεί η ανάγκη ύπαρξης τέτοιου συμβόλου. Χρειάστηκαν ωστόσο πολλά χρόνια μέχρι να αναγνωρισθεί η μαθηματική του λάμψη και να γίνει αποδεκτό ως κανονικός αριθμός και αυτό συνέβη στην Ινδία. Η έννοια του τίποτα προϋπήρχε ήδη βαθιά στην κουλτούρα τους, εάν σκεφτούμε ότι η νιρβάνα είναι η κατάσταση του απόλυτου κενού, του τίποτα. Γιατί λοιπόν να μην έχουν ένα σύμβολο για το τίποτα; Η σημαντική ιδέα ήταν η έννοια ενός νέου αριθμού, ο οποίος θα αντιπροσώπευε τη συγκεκριμένη ιδέα. Αυτό το σύμβολο ονομάστηκε *shunya*, μια λέξη που χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα και σημαίνει το τίποτα ως έννοια αλλά και το μηδέν ως αριθμό. Παρά το γεγονός ότι όλοι οι άλλοι αριθμοί που χρησιμοποιούμε σήμερα έχουν αλλάξει σημαντικά σε όλη την ιστορία ως προς το σχήμα τους, το μηδέν ήταν πάντα ένας κύκλος. Σύμφωνα με τον ινδικό μυστικισμό το μηδέν είναι στρογγυλό, επειδή σηματοδοτεί τον κύκλο της ζωής. Ο Brahmagupta ήταν η κινητήρια δύναμη πίσω από το μεγαλείο του αριθμού τον 7ο αιώνα, το μηδέν μπορούσε πλέον να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο ως σύμβολο που υποδηλώνει το τίποτα στη θέση εκείνη, αλλά μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε υπολογισμούς ακριβώς όπως οποιοσδήποτε άλλος αριθμός. Μπορούσαν να το προσθέσουν, να το αφαιρέσουν και να το πολλαπλασιάσουν, η διαίρεση εξακολουθούσε να είναι ένας γρίφος, αλλά αυτό αποτελούσε μια ιδιαίτερη πρόκληση στο θαυμάσιο χώρο των μαθηματικών. Μόλις το μηδέν κέρδισε μια θέση στη Νότια Ασία έγινε γνωστό και στη Μέση Ανατολή και εντάχθηκε στο αραβικό αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιούμε σήμερα. Πέρασε στην Ευρώπη την εποχή των Σταυροφοριών, όπου οποιαδήποτε αραβική ιδέα ακόμα και στα μαθηματικά αντιμετωπιζόταν με σκεπτικισμό και δυσπιστία. Το 1299 το

μηδέν απαγορεύτηκε στη Φλωρεντία μαζί με όλους τους αραβικούς αριθμούς, επειδή θεωρήθηκε ότι ενθαρρύνουν την πλαστογραφία ή την απάτη καθώς ήταν εύκολο να αλλοιωθούν. Το μηδέν θα μπορούσε να παραποιηθεί για να μοιάζει στο 9, και γιατί όχι να προστεθούν και μερικά μηδενικά στο τέλος μιας απόδειξης ώστε να φουσκώσει η τιμή. Το 1 μετατρέπεται πολύ εύκολα σε 7, επίσης το μηδέν θεωρήθηκε η πύλη προς τους αρνητικούς αριθμούς για τους οποίους υπήρχε η θεωρία ότι νομιμοποιούν την έννοια του χρέους και του δανεισμού χρημάτων. Μόλις τον 15ο αιώνα το μηδέν μαζί με όλους τους άλλους αραβικούς αριθμούς έγινε τελικά αποδεκτό. Από τον 17ο αιώνα το μηδέν εμφανίστηκε θριαμβευτικά ως βάση για τις καρτεσιανές συντεταγμένες (τα X και Y γραφήματα) και το σύστημα αυτό εξακολουθεί να χρησιμοποιείται παντού ακόμα και σήμερα, από την μηχανική μέχρι τα γραφικά υπολογιστών.



## Σύνολο



Ένα σύνολο είναι κάθε συλλογή σαφώς διακριτών και καλώς καθορισμένων αντικειμένων που προέρχονται από τον χώρο της εμπειρίας (συγκεκριμένα αντικείμενα) ή των διανοημάτων (αφηρημένα αντικείμενα), τα οποία θεωρούνται ως μια ολότητα. Η έννοια του συνόλου είναι «αρχική έννοια» για τα μαθηματικά, δηλαδή δεν μπορεί να

ορισθεί με χρήση απλούστερων εννοιών, λόγω αυτού γίνονται αποδεκτά αξιωματικά χωρίς απόδειξη. Συνήθως οι μαθηματικές θεωρίες προκύπτουν και εξελίσσονται δια της αλληλεπιδράσεως μεταξύ των ερευνητών, ωστόσο η Θεωρία Συνόλων αναπτύχθηκε από μία και μοναδική εργασία του Georg Cantor το 1874 «Σχετικά με την χαρακτηριστική ιδιότητα των αλγεβρικών αριθμών». Παρόλο που εφευρέθηκε σχετικά πρόσφατα η Θεωρία Συνόλων είναι πια ένα πανταχού παρών τμήμα των μαθηματικών και μπορεί να θεωρηθεί το θεμέλιο σχεδόν όλης της επιστήμης των μαθηματικών. Μερικά από τα συχνότερα εμφανιζόμενα σύνολα στα μαθηματικά είναι τα σύνολα αριθμών όπως:

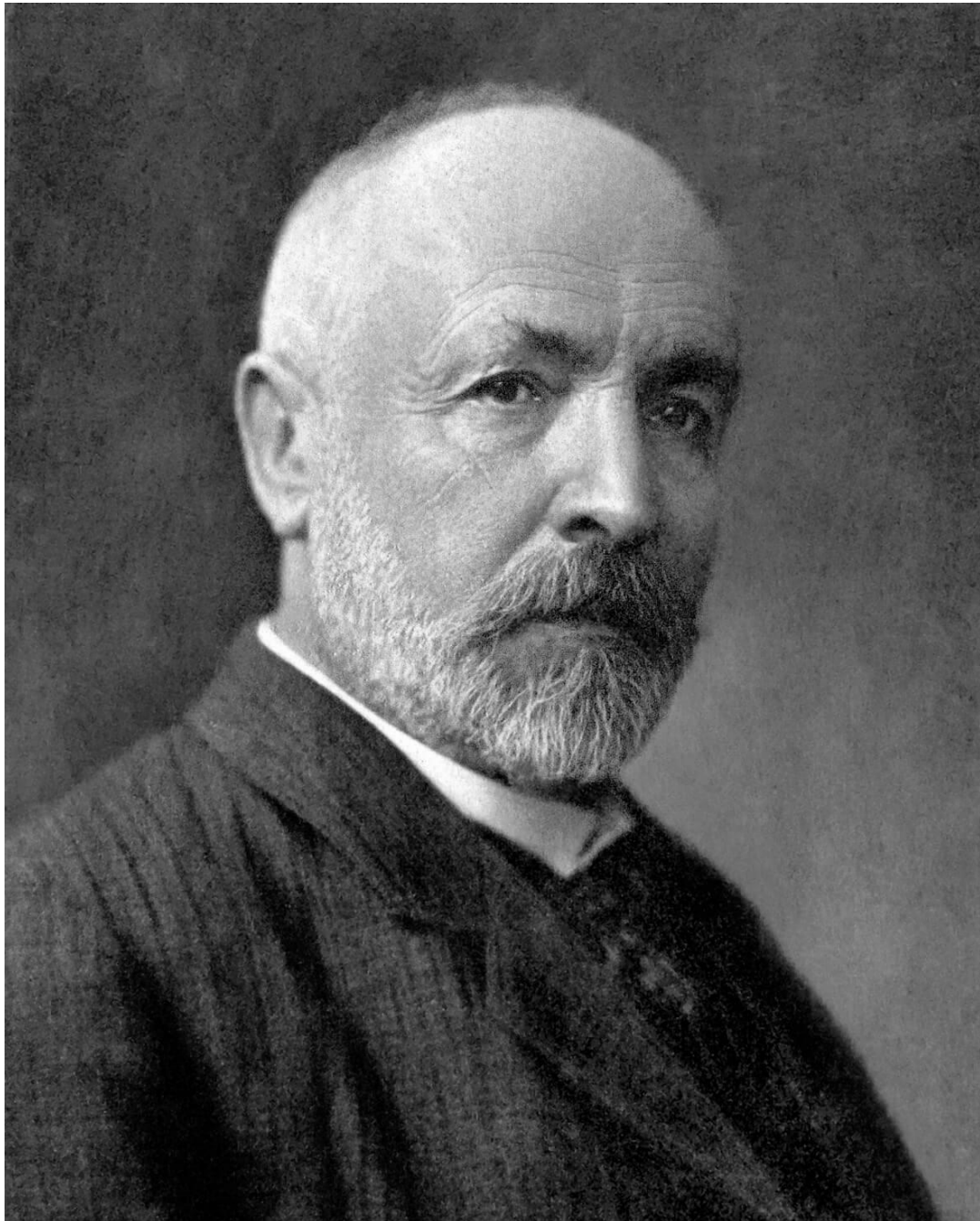
- το σύνολο  $\mathbb{N}$  των φυσικών αριθμών  $0, 1, 2, 3, \dots$
- το σύνολο  $\mathbb{Z}$  των ακέραιων αριθμών  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$
- το σύνολο  $\mathbb{Q}$  των ρητών αριθμών
- το σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών
- το σύνολο  $\mathbb{C}$  των μιγαδικών αριθμών

Τα αντικείμενα από τα οποία αποτελείται ένα σύνολο  $A$  λέγονται στοιχεία ή μέλη του  $A$ . Εάν το  $x$  είναι στοιχείο του  $A$  τότε λέμε επίσης ότι το  $x$  ανήκει στο  $A$  και γράφουμε συμβολικά  $x \in A$ . Ο συμβολισμός  $x \notin A$  σημαίνει ότι το  $x$  δεν είναι στοιχείο του  $A$ . Απαιτούμε από τα στοιχεία ενός συνόλου να είναι όλα διαφορετικά μεταξύ τους, που σημαίνει ότι ένα σύνολο δεν μπορεί να περιέχει περισσότερες από μία φορές το ίδιο στοιχείο. Το πλήθος των στοιχείων ενός συνόλου καλείται πληθικός αριθμός ή πληθάριθμος του συνόλου. Υπάρχουν πεπερασμένα και άπειρα σύνολα ανάλογα με το εάν ο πληθικός τους αριθμός είναι πεπερασμένος ή άπειρος. Κάθε σύνολο καθορίζεται πλήρως από τα στοιχεία του, έτσι εάν δύο σύνολα  $A$  και  $B$  έχουν ακριβώς τα ίδια στοιχεία, τότε  $A = B$ . Σύνολα με άπειρο πλήθος στοιχείων λέγονται άπειρα σύνολα ή απειροσύνολα. Σύνολα με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων λέγονται πεπερασμένα σύνολα. Εάν ένα σύνολο  $A$  είναι πεπερασμένο και έχει σχετικά μικρό πλήθος στοιχείων τότε το  $A$  μπορεί να παρασταθεί με τη μέθοδο της αναγραφής των στοιχείων του, δηλαδή εγκλείοντας τα στοιχεία αυτά σε άγκιστρα « $\{ \}$ ». Για παράδειγμα το σύνολο  $A$  που περιέχει τους αριθμούς 1, 3 και 5 γράφεται ως εξής:  $A = \{1,3,5\}$ . Η σειρά με την οποία αναγράφονται τα στοιχεία ενός συνόλου δεν παίζει κανέναν ρόλο. Σημειώνεται ότι εάν ένα σύνολο με άπειρο αριθμό στοιχείων είναι αριθμήσιμο, τότε η παράσταση του γίνεται με την αναγραφή αρκετών στοιχείων της σειράς των απείρων όρων που ορίζει

το σύνολο αυτό. Για παράδειγμα το σύνολο των φυσικών αριθμών γράφεται ως εξής:  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Ένας άλλος τρόπος περιγραφής ενός συνόλου είναι να δώσουμε μια ιδιότητα ή συνθήκη που χαρακτηρίζει τα στοιχεία του συνόλου και να απαιτούμε να ικανοποιείται από τα στοιχεία του συνόλου και μόνο από αυτά. Για παράδειγμα το σύνολο των μη αρνητικών άρτιων φυσικών γράφεται ως εξής:  $\{2k : k \in N\}$ . Τέλος ένα σύνολο μπορεί να παρασταθεί γεωμετρικά ή γραφικά με την χρησιμοποίηση βέννειων διαγραμμάτων που δίνουν μια περισσότερο εποπτική αντίληψη της έννοιας τους. Ένα σύνολο  $X$  ονομάζεται υποσύνολο ενός συνόλου  $Y$  και συμβολίζουμε με  $X \subseteq Y$ , εάν κάθε στοιχείο του  $X$  είναι και στοιχείο του  $Y$  δηλαδή ισχύει:  $\forall x (x \in X \rightarrow x \in Y)$ . Για παράδειγμα το σύνολο όλων των ανδρών είναι υποσύνολο του συνόλου όλων των ανθρώπων και επίσης κάθε σύνολο  $A$  είναι υποσύνολο του εαυτού του  $A \subseteq A$ . Εάν το σύνολο  $X$  είναι υποσύνολο του  $Y$  αλλά  $X \neq Y$ , δηλαδή εάν υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο του  $Y$  το οποίο να μην ανήκει στο  $X$ , τότε λέμε ότι το σύνολο  $X$  είναι γνήσιο υποσύνολο του  $Y$  και το συμβολίζουμε με  $X \subset Y$ . Ο Bolzano είναι ο πρώτος που εισάγει την έννοια του συνόλου και εξάγει από αυτήν μια θεωρία άπειρων συνόλων. Ονομάζει σύνολο μια συλλογή στην οποία μπορούμε να προσδώσουμε μια έννοια έτσι ώστε η διάταξη των μερών να είναι αδιάφορη (στην οποία τίποτα το ουσιαστικό δεν έχει αλλάξει για μας όταν μονάχα η διάταξη έχει μεταβληθεί). Και ονομάζει πολλαπλότητα  $A$  ενός συνόλου τα μέρη του οποίου θεωρούνται ως ενότητες ενός ορισμένου είδους, δηλαδή όπως αντικείμενα που μπορούν να περιληφθούν στην έννοια  $A$ . Μια πολλαπλότητα είναι λοιπόν κάτι περισσότερο από ένα σύνολο είναι ένα σύνολο ενοτήτων και είναι αυτές οι πολλαπλότητες που μπορούμε να πούμε ότι είναι πεπερασμένες ή άπειρες. Τα σύνολα του στηρίζονται στην ιδιότητα που τα ορίζει και χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με το αν λαμβάνεται ή όχι υπόψη η διάταξη. Ο Bolzano έφτασε πολύ κοντά στο να ορίσει τη δύναμη ή πληθικότητα. Όμως λόγω της μεγάλης του εξοικείωσης με την ευκλείδεια γεωμετρία δεν μπόρεσε να δεχθεί πως δύο σύνολα που έχουν 1-1 αντιστοιχία είναι ισοδύναμα. Υποστήριζε πως για να θεωρούνται δύο σύνολα ισοδύναμα πρέπει να συντρέχει και κάποιος άλλος λόγος, όπως το να έχουν ίδιο τρόπο κατασκευής. Καθότι το έργο του Bolzano έμεινε σχεδόν άγνωστο για πάνω από πενήντα χρόνια, ελάχιστη επιρροή άσκησε στους σύγχρονους και τους κατοπινούς μαθηματικούς. Παρά ταύτα, ο Weierstraß είχε δηλώσει πως είχε χρησιμοποιήσει και στηριχτεί στο έργο του. Πρέπει να γίνει σαφές πως οι ανησυχίες για τη θεμελίωση των αριθμών και τα ερωτήματα σχετικά με τη φύση του απείρου απασχολούσαν, ως επί το πλείστον, τους Γερμανούς μαθηματικούς. Κατά

τα μέσα του 19ου αιώνα δύο είναι τα σημαντικά κέντρα των μαθηματικών στη Γερμανία: το Γκέτινγκεν και το Βερολίνο. Στο πρώτο είχε διδάξει αστρονομία και καθαρά μαθηματικά ο Gauss για πολλά χρόνια και, όταν μετά το θάνατό του το 1855 η έδρα χωρίστηκε, στην έδρα των μαθηματικών ήρθε ο Dirichlet, ο οποίος πριν δίδασκε στο Βερολίνο. Ο Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) πίστευε ακράδαντα στην αριθμητικοποίηση των μαθηματικών και την πεποίθησή του αυτή την πέρασε και στις δύο σχολές στις οποίες δίδαξε ως καθηγητής. Μαζί με τους Dedekind και Riemann δημιούργησαν μια δυναμική τριάδα που κατέστησε το Γκέτινγκεν κέντρο των εξελίξεων, συγκρίσιμο μόνο με το Παρίσι και το Βερολίνο. Οι Riemann και Dedekind είχαν παρόμοιο τρόπο σκέψης και παρόμοιους στόχους. Και οι δύο θεωρούσαν πως οι υιοθετημένες εκφράσεις που είχαν πλέον καθιερωθεί στα μαθηματικά θόλωναν το τοπίο της θεμελίωσης. Είχαν λοιπόν και οι δύο (ο Kiermann στη θεωρία συναρτήσεων του και ο Dedekind στη θεωρία αριθμών) ως στόχο την απαλοιφή τέτοιων εκφράσεων από το οικοδόμημα που δημιουργούσαν και την αντικατάστασή τους με βασικές, όσο το δυνατόν απλούστερες έννοιες. Η τάση αυτή έχει χαρακτηριστεί ως «αφηρημένη εννοιολογική οπτική». Στο άλλο μεγάλο γερμανικό πανεπιστήμιο της εποχής εκείνης το Βερολίνο, συνυπήρχαν μερικοί από τους σημαντικότερους μαθηματικούς της εποχής: Jacob Steiner (1796 - 1863), Ernst Kummer (1810 - 1893), Karl Weierstraß (1815 - 1897) και Leopold Kronecker (1823 - 1891). Οι δύο τελευταίοι μοιράζονταν την πεποίθηση του Dirichlet πως τα μαθηματικά έπρεπε να αναπτυχθούν αυστηρά, ξεκινώντας από καθαρά αριθμητικές έννοιες. Όμως, ενώ στους Dedekind και Riemann η ίδια άποψη έλαβε μια αφηρημένη μορφή που συνοδευόταν από μια αποδοχή της συνολοθεωρητικής οπτικής, στον Weierstraß εκφράστηκε ως αποδοχή των άρρητων αριθμών συνδυασμένη με την οπτική γωνία των άπειρων σειρών. Στην περίπτωση του Kronecker η αριθμητικοποίηση ταυτίστηκε με την αναγωγή στους φυσικούς αριθμούς χωρίς τη χρήση άπειρων μεγεθών, είτε ήταν αυτά σειρές είτε σύνολα. Θεωρούσε πως η θεμελίωση των μαθηματικών μπορεί να γίνει σωστά, μόνο αν στηριχθούμε αποκλειστικά στην έννοια του αριθμού και από αυτήν εξαγάγουμε όλα τα υπόλοιπα, με καθαρά αλγοριθμικές μεθόδους. Με αυτούς τους δάσκαλους, ξεκίνησε την μαθηματική του σταδιοδρομία ο Georg Cantor (1845-1918). Ο Steiner ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τους όρους «ολότητα αντικειμένων» και «δύναμη» ορολογία που υιοθέτησαν οι Dedekind και Cantor.

## Cantor



Ο Γκέοργκ Κάντορ (3 Μαρτίου 1845 - 6 Ιανουαρίου 1918) ήταν διάσημος μαθηματικός περισσότερο γνωστός για τη Θεωρία Συνόλων που ανέπτυξε και τους υπεραριθμήσιμους αριθμούς. Ο Κάντορ γεννήθηκε στην Αγία Πετρούπολη της Ρωσίας και ήταν ο μεγαλύτερος από τα έξι παιδιά της οικογένειας. Το 1862 αποφοίτησε από το ΕΤΗ

Ζυρίχης, ενώ αργότερα από το Πανεπιστήμιο του Βερολίνου και αργότερα έλαβε έδρα καθηγητή στο Πανεπιστήμιο του Χάλε. Το 1874 παντρεύτηκε την Εβραϊκής καταγωγής Vally Guttmann και απέκτησαν μαζί 6 παιδιά, εκείνη την εποχή ο Κάντορ ανέπτυξε τη Θεωρία Συνόλων. Το 1884 εισήχθη σε νοσοκομείο ύστερα από μια περίοδο κατάθλιψης. Ο Κάντορ αποσύρθηκε από την εκπαίδευση το 1913, ενώ πέθανε το 1918 ύστερα από μια περίοδο μεγάλης φτώχειας σε ηλικία 72 ετών. Μεγάλη στιγμή της ζωής του είναι η απόδειξη πως το σύνολο των πραγματικών αριθμών είναι υπεραριθμήσιμο κάτι το οποίο κατάφερε με τη χρήση του Διαγώνιου Επιχειρήματος. Η έρευνα του Κάντορ την περίοδο του 1874 με 1884 αποτελεί την απαρχή της θεωρίας συνόλων. Πριν όμως από τη δική του έρευνα, η έννοια του συνόλου χρησιμοποιήθηκε έμμεσα από τους αρχαίους μαθηματικούς, εμφανίζεται μάλιστα και στις ιδέες του Αριστοτέλη. Κανείς δεν είχε συνειδητοποιήσει ότι η θεωρία συνόλων είχε μη τετριμμένο περιεχόμενο. Πριν τον Κάντορ υπήρχαν μόνο πεπερασμένα σύνολα (τα όποια γίνονταν εύκολα κατανοητά) και τα άπειρα σύνολα (τα οποία συμπεριελάμβαναν θέματα για πιο φιλοσοφική, παρά μαθηματική συζήτηση). Αποδεικνύοντας ότι υπάρχουν απείρως πολλά πιθανά μεγέθη για άπειρα σύνολα ο Κάντορ γνωστοποίησε ότι η θεωρία συνόλων δεν ήταν ασήμαντη και χρειαζόταν μελέτη. Η Θεωρία Συνόλων αποτελεί τη βάση για τα μοντέρνα μαθηματικά με την έννοια ότι ερμηνεύει προτάσεις μαθηματικών αντικειμένων από όλους τους τομείς των παραδοσιακών μαθηματικών όπως της Άλγεβρας, της Μαθηματικής Ανάλυσης και της Τοπολογίας σε μία ενιαία θεωρία και παρέχει ένα σύνολο από αξιώματα πολλά από αυτά προς απόδειξη. Η βασική αντίληψη της Θεωρίας Συνόλων χρησιμοποιείται πλέον ευρέως στα μαθηματικά. Σε ένα από τα τελευταία κομμάτια της εργασίας του ο Κάντορ απέδειξε ότι το σύνολο των πραγματικών αριθμών είναι πιο μεγάλο από το σύνολο των φυσικών αριθμών, έτσι δείχθηκε για πρώτη φορά ότι υπάρχουν άπειρα σύνολα διαφορετικών μεγεθών. Ήταν ο πρώτος που εκτίμησε τη σημασία της ένα προς ένα αντιστοιχίας στη Θεωρία Συνόλων, χρησιμοποίησε μάλιστα την έννοια αυτή για να ορίσει πεπερασμένα σύνολα και άπειρα σύνολα υποδιαιρώντας το τελευταίο σε μετρήσιμα σύνολα (ή απείρως μετρήσιμα σύνολα) και μη μετρήσιμα σύνολα (ή μη αριθμήσιμα άπειρα σύνολα). Ένα μετρήσιμο σύνολο είναι ένα σύνολο το οποίο είναι ή πεπερασμένο ή αριθμήσιμο, τα αριθμήσιμα σύνολα είναι συνεπώς άπειρα μετρήσιμα σύνολα. Ο Κάντορ ανέπτυξε σημαντικές προτάσεις στην τοπολογία και σε σχέση με την πληθικότητα, για παράδειγμα έδειξε ότι το σύνολο Cantor δεν είναι πυκνό πουθενά αλλά έχει την ίδια πληθικότητα με το σύνολο των πραγματικών αριθμών, ενώ το σύνολο των ρητών είναι παντού πυκνό αλλά μετρήσιμο. Ο Κάντορ εισήγαγε θεμελιώδεις κατασκευές στη θεωρία συνόλων όπως το δυναμοσύνολο ενός συνόλου  $A$ , το οποίο είναι δυνατό υποσύνολο του  $A$ .

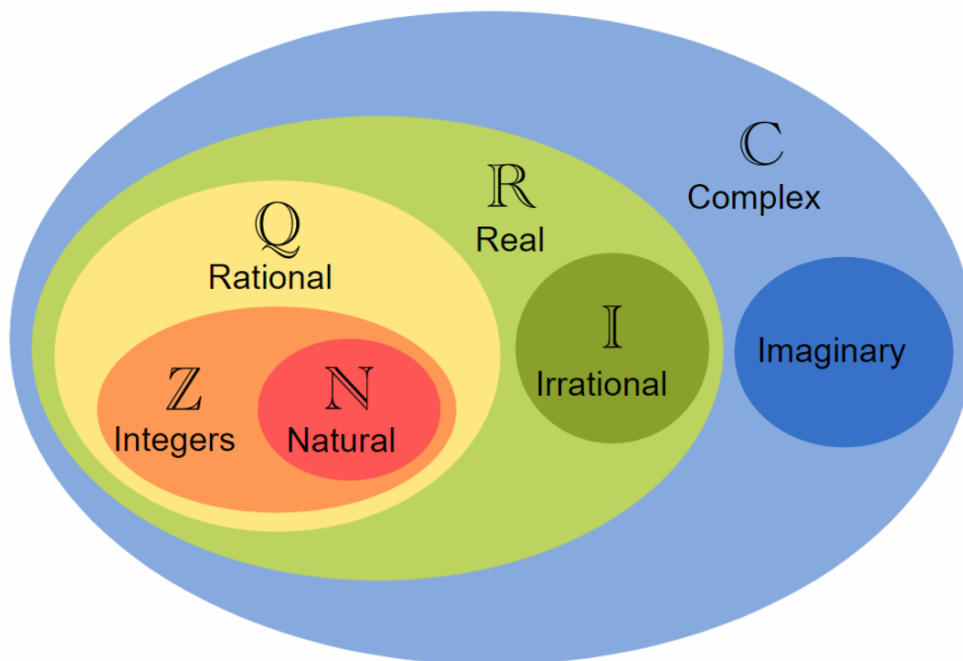
Αργότερα απέδειξε ότι το μέγεθος ενός δυναμοσυνόλου  $A$  είναι αυστηρά μεγαλύτερο από το  $A$ , ειδικά όταν το  $A$  είναι ένα άπειρο σύνολο. Αυτό το συμπέρασμα σύντομα έγινε γνωστό ως το θεώρημα Cantor. Ο Κάντορ ανέπτυξε μία ολόκληρη θεωρία και την αριθμητική των άπειρων συνόλων που περιλαμβάνει τους πληθικούς αριθμούς και τους διατακτικούς αριθμούς οι οποίοι επεκτείνονται στην αριθμητική των φυσικών αριθμών. Ο συμβολισμός για τους πληθικούς αριθμούς ήταν το γράμμα Hebrew  $\aleph$  με δείκτη ένα φυσικό αριθμό, για τους διατακτικούς επέλεξε το ελληνικό γράμμα  $\omega$ . Αυτός ο συμβολισμός διατηρείται ακόμα και σήμερα. Η Υπόθεση του Συνεχούς που εισήχθη από τον Κάντορ παρουσιάστηκε από τον David Hilbert ως ένα από τα 23 ανοιχτά προβλήματα του ιδίου στη γνωστή ανακοίνωση το 1900 στο Διεθνές Συνέδριο των Μαθηματικών στο Παρίσι. Η εργασία του Κάντορ απέσπασε σπουδαία κριτική, ο αμερικανός φιλόσοφος Charles Peirce εξήρε τη θεωρία συνόλων του Κάντορ και στις δημόσιες διαλέξεις που ακολούθησαν από τον ίδιο στο Διεθνές Συνέδριο των Μαθηματικών στη Ζυρίχη το 1897 ο Adolf Hurwitz και ο Jacques Hadamard εξέφρασαν και οι δύο τον θαυμασμό τους. Στο συνέδριο αυτό ο Κάντορ ανανέωσε τη φιλία του και τη συνεργασία του με τον Richard Dedekind. Από το 1905 ο Κάντορ συνεργάστηκε με τον θαυμαστή του και μεταφραστή Philip Jourdain για την συγγραφή των εργασιών του πάνω στη Θεωρία Συνόλων, αυτή δημοσιεύτηκε αργότερα όπως και αρκετά από τα έργα του. Οι πρώτες 10 σελίδες της εργασίας του Κάντορ ήταν η βασική του άποψη πάνω στη θεωρία αριθμών. Με πρόταση του Eduard Heine καθηγητή στο Halle ο Κάντορ στράφηκε στη Μαθηματική Ανάλυση. Ο Eduard Heine πρότεινε στον Κάντορ να λύσει το ανοιχτό πρόβλημα που δεν κατάφεραν να λύσουν οι Peter Gustav, Lejeune Dirichlet, Rudolf Lipschitz, Bernhard Riemann αλλά και ο ίδιος ο Eduard Heine. Ο Κάντορ έλυσε αυτό το δύσκολο πρόβλημα το 1869. Καθώς δούλευε το πρόβλημα ανακάλυψε τον υπεραριθμήσιμο διατακτικό αριθμό που παρουσιάστηκε ως δείκτης  $n$  στο  $n$ -ιοστό παραγόμενο σύνολο  $S_n$  του συνόλου  $S$  των μηδενικών από τριγωνομετρικές σειρές. Ανάμεσα στο 1870 και το 1872 ο Κάντορ δημοσίευσε περισσότερες εργασίες πάνω σε τριγωνομετρικές σειρές και επίσης μία εργασία διασαφηνίζει τους μη-ρητούς ως συγκλίνουσες σειρές από ρητούς αριθμούς. Ο Richard Dedekind που έγινε φίλος του Κάντορ το 1872 αναφέρθηκε σε αυτό το κείμενο αργότερα εκείνη τη χρονιά, δηλαδή στην εργασία που πρώτος τοποθέτησε τον επίσημο ορισμό των πραγματικών αριθμών από αποσπάσματα του Richard Dedekind. Επεκτείνοντας την έννοια του αριθμού μέσω μίας επαναστατικής ιδέας του για την άπειρη πληθικότητα ο Κάντορ ήταν παραδόξως αντίθετος στις θεωρίες της απειροστικότητας από τις θεωρίες του Otto Stolz και του Paul Reymond, περιγράφοντας και τις δύο ως «μία αποστροφή» και «μία χολέρα των μαθηματικών». Ο

Κάντορ επίσης δημοσίευσε μία εσφαλμένη απόδειξη της ασυμφωνίας των συγκλίνουσων σειρών. Η αρχή της Θεωρίας Συνόλων ως κλάδου των μαθηματικών χαρακτηρίζεται από μία δημοσίευση ενός άρθρου του Κάντορ το 1874 «Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen». Αυτό το άρθρο ήταν το πρώτο που εισήγαγε μία αυστηρή απόδειξη στην πρόταση ότι υπάρχουν περισσότερα από ένα είδος απείρου. Προηγουμένως όλες οι άπειρες συλλογές είχε υποτεθεί σιωπηρά να είναι ισάριθμες (που σημαίνει το ίδιο μέγεθος ή ότι υπάρχει ο ίδιος αριθμός στοιχείων). Οι υπερβατικοί αριθμοί κατασκευάστηκαν πρώτα από τον Joseph Liouville το 1844. Ο Κάντορ εγκαθίδρυσε αυτά τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας δύο κατασκευές. Η πρώτη κατασκευή δείχνει πώς γράφονται οι πραγματικοί αλγεβρικοί αριθμοί ως μία ακολουθία  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , με άλλα λόγια οι πραγματικοί αλγεβρικοί αριθμοί είναι μετρήσιμοι. Ο Κάντορ ξεκίνησε τη δεύτερη κατασκευή με μία σειρά πραγματικών αριθμών, χρησιμοποιώντας αυτή την ακολουθία κατασκεύασε έναν κιβωτισμό διανυσμάτων του οποίου η τομή περιλαμβάνει έναν πραγματικό αριθμό που δεν ανήκει στην ακολουθία. Από την κάθε σειρά των πραγματικών αριθμών μπορεί να κατασκευαστεί ένας πραγματικός που δεν ανήκει στην ακολουθία, οι πραγματικοί αριθμοί δεν μπορούν να γραφούν ως ακολουθία και έτσι οδηγείται στο συμπέρασμα ότι οι πραγματικοί αριθμοί δεν είναι μετρήσιμοι. Εφαρμόζοντας την κατασκευή σε μία ακολουθία πραγματικών αλγεβρικών αριθμών ο Κάντορ δημιούργησε τους υπερβατικούς αριθμούς. Το επόμενο άρθρο του Κάντορ περιλαμβάνει μία κατασκευή που αποδεικνύει ότι το σύνολο των υπερβατικών αριθμών έχει την ίδια δύναμη όπως το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Ανάμεσα στο 1879 και στο 1884 ο Κάντορ δημοσίευσε μία σειρά από έξι άρθρα στο «Mathematische Annalen» τα οποία μαζί έδωσαν τη μορφή για την εισαγωγή του στη Θεωρία Αριθμών. Ταυτόχρονα υπήρχε μία αυξανόμενη δυσαρέσκεια στις ιδέες του Κάντορ οδηγούμενη από τον Leopold Kronecker ο οποίος αποδεχόταν τις θεωρίες του μόνο εάν μπορούσαν να κατασκευαστούν σε πεπερασμένο αριθμό βημάτων από φυσικούς αριθμούς. Για τον Leopold Kronecker η άποψη του Κάντορ για το άπειρο ήταν απαράδεκτη και μάλιστα πίστευε ότι οι αντιλήψεις του μπορεί να οδηγήσουν και σε παραδοχές για το πραγματικό άπειρο που θα αμφισβητήσει την εγκυρότητα των μαθηματικών στο σύνολο τους. Ο Κάντορ επίσης εισήγαγε το σύνολο Cantor κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου. Η πέμπτη εργασία του «Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre», που δημοσιεύθηκε το 1883 ήταν η πιο σημαντική από τις έξι και δημοσιεύθηκε ως ξεχωριστό κομμάτι. Περιλάμβανε την απάντηση του Κάντορ στις κριτικές του και έδειξε πως οι υπεραριθμήσιμοι αριθμοί ήταν μία επέκταση των φυσικών αριθμών. Ξεκίνησε ορίζοντας τα καλά διατεταγμένα σύνολα, οι διατακτικοί



αριθμοί εισήχθησαν αργότερα ως βαθμός χαρακτήρων των καλά διατεταγμένων συνόλων. Ο Κάντορ ύστερα όρισε το άθροισμα και τον πολλαπλασιασμό των πληθικών αριθμών και των διατακτικών αριθμών. Το 1885 επέκτεινε τη θεωρία της τάξης έτσι ώστε οι διατακτικοί αριθμοί να γίνουν μία ειδική περίπτωση τάξης. Το 1891 δημοσίευσε ένα έγγραφο που περιείχε το κομψό του «Διαγώνιο Όρισμα» για την ύπαρξη ενός αμέτρητου συνόλου, εφάρμοσε την ίδια ιδέα για να αποδείξει το Θεώρημα Cantor: «Η πληθικότητα του δυναμοσυνόλου ενός συνόλου  $A$  είναι αυστηρά μεγαλύτερη από την πληθικότητα του  $A$ ». Αυτό προσδιόρισε τον πλούτο της ιεραρχίας των άπειρων συνόλων και τον πληθικό και διατακτικό αριθμητικό μέσο που ο Κάντορ είχε ορίσει. Το επιχείρημά του είναι θεμελιώδους σημασίας για την επίλυση του προβλήματος Halting και την απόδειξη του πρώτου θεωρήματος της μη-πληρότητας του Gödel. Ο Κάντορ έγραψε για την εικασία του Goldbach το 1894. Το 1895 και το 1897 ο Κάντορ δημοσίευσε μια διμερή εργασία στο «Mathematische Annalen» κάτω από την εκδοτική καθοδήγηση του Felix Klein επρόκειτο για τις τελευταίες σημαντικές εργασίες σχετικά με τη Θεωρία Συνόλων.

## Θεωρία Συνόλων



Στα μαθηματικά Θεωρία Συνόλων ή Συνολοθεωρία είναι η θεωρία που μελετάει τα σύνολα και είναι κλάδος της Μαθηματικής Λογικής. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μαθηματικές θεωρίες που εξετάζουν δομές, δηλαδή σύνολα εφοδιασμένα με συναρτήσεις και σχέσεις η Θεωρία Συνόλων μελετά τα ίδια τα σύνολα και τις μεταξύ τους σχέσεις. Άτυπα

μπορούμε να πούμε ότι οποιοδήποτε συλλογή αντικείμενων του φυσικού κόσμου ή της νόησης είναι ένα σύνολο. Η Θεωρία Συνόλων χρησιμοποιεί σαν θεμελιώδη πρωταρχική σχέση τη σχέση του "ανήκειν" και συμβολίζεται με  $\epsilon$ . Αν και ένα σύνολο μπορεί να περιέχει οποιοδήποτε τύπο αντικειμένου, η Θεωρία Συνόλων ασχολείται συνήθως με σύνολα που τα αντικείμενά τους σχετίζονται με τα μαθηματικά. Η σύγχρονη μελέτη της Θεωρίας Συνόλων ξεκίνησε από τον Georg Cantor και τον Richard Dedekind τη δεκαετία του 1870. Αρχικά η έννοια του συνόλου οριζόταν μέσω των κατηγορικών ιδιοτήτων. Κατηγορική είναι μια ιδιότητα για την οποία μπορούμε να απαντήσουμε, τουλάχιστον θεωρητικά, με ένα ναι ή με ένα όχι για το εάν ένα αντικείμενο έχει αυτή την ιδιότητα. Έτσι για κάθε κατηγορική ιδιότητα  $\Phi$  δέχονταν αξιωματικά ότι υπήρχε ένα σύνολο (δηλαδή μια συλλογή αντικειμένων) του οποίου τα μέλη ήταν ακριβώς εκείνα τα αντικείμενα για τα οποία η  $\Phi$  ήταν αληθής (αυτή η παραδοχή ονομάζεται Γενική Αρχή Συμπερίληψης). Αυτή η αρχική μορφή της Θεωρίας Συνόλων ονομάζεται Άτυπη Θεωρία Συνόλων. Μετά την ανακάλυψη παραδόξων στην Άτυπη Θεωρία Συνόλων, όπως το παράδοξο του Bertrand Russell, έγινε φανερό ότι η Γενική Αρχή Συμπερίληψης είναι λάθος και ότι επομένως η έννοια του συνόλου έπρεπε να αποδοθεί πιο αυστηρά μέσα από ένα σύνολο αξιωμάτων. Μια πληθώρα από συστήματα αξιωμάτων προτάθηκαν στην αρχή του εικοστού αιώνα, το πιο γνωστό από τα οποία είναι αυτό των Zermelo-Fraenkel, μαζί με το Αξίωμα της Επιλογής. Η γλώσσα της Θεωρίας Συνόλων χρησιμοποιείται στους ορισμούς σχεδόν όλων των μαθηματικών αντικειμένων όπως οι συναρτήσεις. Πέρα από τη χρήση της ως θεμέλιο των ίδιων των μαθηματικών, η Θεωρία Συνόλων είναι ένας κλάδος των μαθηματικών από μόνη της με ενεργή ερευνητική κοινότητα. Η σύγχρονη έρευνα στη Θεωρία Συνόλων περιλαμβάνει μια ποικίλη συλλογή από θέματα, από τη δομή της ευθείας των πραγματικών αριθμών ως τη μελέτη της συνέπειας για μεγάλους πληθάριθμους. Συνήθως οι μαθηματικές θεωρίες προκύπτουν και εξελίσσονται δια της αλληλεπιδράσεως μεταξύ των ερευνητών, ωστόσο η Θεωρία Συνόλων αναπτύχθηκε από μία και μοναδική εργασία του Georg Cantor το 1874 "Σχετικά με την χαρακτηριστική ιδιότητα των αλγεβρικών αριθμών". Ήδη από τον 5ο αιώνα π.Χ. ο αρχαίος Έλληνας μαθηματικός Ζήνων από τη μία αλλά και οι αρχαίοι Ινδοί μαθηματικοί από την άλλη, εργάστηκαν πάνω στην έννοια του απείρου. Αξιοσημείωτη είναι η δουλειά του Bernard Bolzano στο πρώτο μισό του 19ου αιώνα. Η μοντέρνα αντίληψη περί απείρου ξεκίνησε μεταξύ 1867-1871 και προέκυψε μέσα από την δουλειά του Georg Cantor πάνω στην Πραγματική Ανάλυση. Μία συνάντηση των Georg Cantor και Richard Dedekind το 1872 θα επηρεάσει ριζικά τον τρόπο σκέψης του Georg Cantor καταλήγοντας στην σχετική εργασία του 1874. Το έργο του αρχικά δίχασε του

μαθηματικούς της εποχής. Παρόλο που οι Karl Weierstrass και Richard Dedekind υποστήριξαν τον Georg Cantor, ο Leopold Kronecker ο οποίος τώρα θεωρείται ως ο θεμελιωτής του μαθηματικού κονστρουκτιβισμού δεν έπραξε το ίδιο. Η Καντοριανή Θεωρία Συνόλων έγινε ευρέως γνωστή εξαιτίας της χρησιμότητας των εννοιών της, όπως της αμφιμονοσήμαντης αντιστοιχίας συνόλων, της απόδειξής του ότι υπάρχουν περισσότεροι πραγματικοί αριθμοί από ότι ακέραιοι και του "άπειρου των απείρων". Η χρησιμότητα της θεωρίας συνόλων οδήγησε στο άρθρο "Mengenlehre" του Arthur Schoenflies που δημοσιεύτηκε στην εγκυκλοπαίδεια του Klein το 1898. Η θεωρία συνόλων ξεκινά με μια βασική δυαδική σχέση μεταξύ ενός αντικειμένου  $O$  και ενός συνόλου  $A$ . Αν  $O$  είναι μέλος (στοιχείο) του  $A$  τότε γράφουμε ότι  $O \in A$ . Δεδομένου ότι τα σύνολα είναι αντικείμενα οι σχέσεις των μελών μπορούν να αφορούν και σύνολα. Μια δυαδική σχέση που προέρχεται μεταξύ δύο συνόλων είναι επίσης σχέση υποσυνόλων που ονομάζεται σειρά ένταξης. Αν όλα τα μέλη του συνόλου  $A$  είναι μέλη του συνόλου  $B$ , τότε το  $A$  είναι υποσύνολο του  $B$  και συμβολίζεται με  $A \subseteq B$ . Για παράδειγμα το σύνολο  $\{1,2\}$  είναι υποσύνολο του  $\{1,2,3\}$ , όπως επίσης και το σύνολο  $\{2\}$  είναι υποσύνολο του  $\{1,2,3\}$  σε αντίθεση με το  $\{1,4\}$  που δεν είναι. Από αυτόν τον ορισμό είναι ξεκάθαρο ότι κάθε σύνολο είναι υποσύνολο του εαυτού του. Για τις περιπτώσεις που κάποιος επιθυμεί να αποκλείσει αυτό το ενδεχόμενο ο όρος κατάλληλο υποσύνολο ορίζεται. Το  $A$  ονομάζεται κατάλληλο υποσύνολο του  $B$  αν και μόνο αν το  $A$  είναι ένα υποσύνολο του  $B$ , αλλά  $B$  δεν είναι ένα υποσύνολο του  $A$ . Σημειώστε επίσης ότι 1 και 2 και 3 είναι μέλη (στοιχεία) του συνόλου  $\{1,2,3\}$ , αλλά δεν είναι υποσύνολα και τα υποσύνολα με τη σειρά τους δεν είναι ως εκ τούτου μέλη του συνόλου. Ακριβώς όπως η αριθμητική διαθέτει δυαδικές πράξεις σε αριθμούς η θεωρία συνόλων διαθέτει δυαδικές πράξεις σε σύνολα που είναι οι παρακάτω:

1) Ένωση συνόλων των συνόλων  $A$  και  $B$ , που συμβολίζεται με  $A \cup B$  και είναι το σύνολο όλων των αντικειμένων που είναι μέλος της  $A$ , ή  $B$ , ή και των δύο. Η ένωση του  $\{1, 2, 3\}$  και  $\{2, 3, 4\}$  είναι το σύνολο  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

2) Τομή συνόλων και για παράδειγμα των συνόλων  $A$  και  $B$ , που συμβολίζεται  $A \cap B$ , είναι το σύνολο όλων των αντικειμένων που είναι μέλη και των δύο  $A$  και  $B$ . Η τομή του  $\{1, 2, 3\}$  και  $\{2, 3, 4\}$  είναι το σύνολο  $\{2, 3\}$ .

3) Διαφορά συνόλων για παράδειγμα ενός συνόλου  $U$  και  $A$ , συμβολίζεται  $U \setminus A$ , είναι το σύνολο όλων των μελών του  $U$  που δεν είναι μέλη της  $A$ . Το σύνολο της διαφοράς  $\{1,2,3\} \setminus \{2,3,4\}$  είναι  $\{1\}$ , ενώ, αντίθετα, το σύνολο  $\{2,3,4\} \setminus \{1,2,3\}$  είναι  $\{4\}$ . Όταν το  $A$  είναι ένα υποσύνολο του  $U$ , το σύνολο της διαφοράς  $U \setminus A$  ονομάζεται επίσης

το συμπλήρωμα του  $A$  σε  $U$ . Στην περίπτωση αυτή, εάν η επιλογή του  $U$  είναι σαφή από τα συμφραζόμενα, ο συμβολισμός  $A^c$  χρησιμοποιείται μερικές φορές αντί του  $U \setminus A$ .

4) Συμμετρική διαφορά των συνόλων  $A$  και  $B$ , που συμβολίζεται  $A \triangle B$  ή  $A \oplus B$ , είναι το σύνολο όλων των αντικειμένων που είναι ένα μέλος ακριβώς ενός από τα  $A$  και  $B$  (τα στοιχεία που βρίσκονται σε ένα από τα σετ, αλλά όχι και στα δύο). Για παράδειγμα, για τα σύνολα  $\{1,2,3\}$  και  $\{2,3,4\}$ , η συμμετρική σετ διαφορά είναι  $\{1,4\}$ . Είναι το σύνολο διαφοράς της ένωσης και της τομής,  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$  ή  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

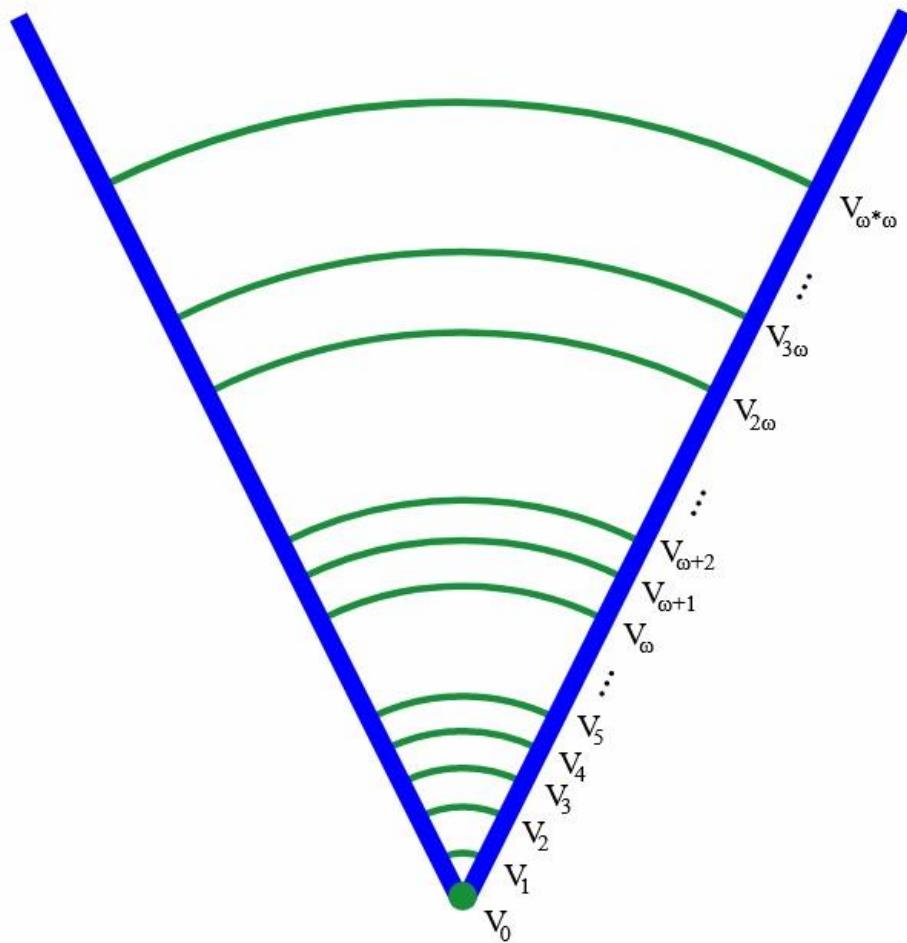
5) Καρτεσιανό γινόμενο των  $A$  και  $B$ , που συμβολίζεται  $A \times B$ , είναι το σύνολο του οποίου τα μέλη είναι όλα τα δυνατά διατεταγμένα ζεύγη  $(a, b)$ , όπου  $a$  είναι ένα μέλος των  $A$  και  $b$  είναι μέλος της  $B$  το καρτεσιανό γινόμενο  $\{1, 2\}$  και  $\{\text{κόκκινο, λευκό}\}$  είναι  $\{(1, \text{κόκκινο}), (1, \text{λευκό}), (2, \text{κόκκινο}), (2, \text{λευκό})\}$ .

6) Δυναμοσύνολο ενός συνόλου  $A$  είναι το σύνολο του οποίου τα μέλη είναι όλα τα δυνατά υποσύνολα του  $A$ . Για παράδειγμα, το δυναμοσύνολο του  $\{1, 2\}$  είναι  $\{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$ .

Μερικά βασικά σύνολα κεντρικής σημασίας είναι το κενό σύνολο (η μοναδική ομάδα που δεν περιέχει στοιχεία), το σύνολο των φυσικών αριθμών, και το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Πολλές μαθηματικές έννοιες μπορούν να οριστούν ακριβώς χρησιμοποιώντας μόνο σύνολα θεωρητικών εννοιών. Για παράδειγμα, μαθηματικές δομές τόσο διαφορετικές όσο γραφήματα, πολυχώροι, δακτύλιοι και διανυσματικοί χώροι μπορούν όλοι να ορισθούν ως σύνολα ικανοποιώντας διάφορες ιδιότητες. Ισοδυναμία και προκειμένες σχέσεις είναι πανταχού παρόντα στα μαθηματικά, και η θεωρία των μαθηματικών σχέσεων μπορούν να περιγραφούν στη Θεωρία Συνόλων. Η Θεωρία Συνόλων είναι επίσης ένα πολλά υποσχόμενο θεμελιακό σύστημα για το μεγαλύτερο μέρος των μαθηματικών. Από τη δημοσίευση του πρώτου τόμου του Principia Mathematica προβλήθηκε ο ισχυρισμός ότι τα περισσότερα ή ακόμα όλα τα μαθηματικά θεωρήματα μπορούν να παραχθούν με τη χρήση ενός εύστοχα σχεδιασμένου συνόλου αξιωμάτων για τη θεωρία συνόλων επαυξημένου με πολλούς ορισμούς χρησιμοποιώντας την λογική πρώτης τάξης ή δεύτερης. Για παράδειγμα, ιδιότητες των φυσικών και πραγματικών αριθμών μπορούν να προκύψουν μέσα από τη θεωρία συνόλων, καθώς το κάθε σύστημα αριθμών μπορεί να ταυτοποιηθεί με ένα σύνολο από κλάσεις ισοδυναμίας κάτω από την κατάλληλη σχέση ισοδυναμίας της οποίας το πεδίο είναι κάποιο άπειρο σύνολο. Η Θεωρία Συνόλων ως θεμέλιο για τη μαθηματική ανάλυση, την τοπολογία, την αφηρημένη άλγεβρα και τα διακριτά μαθηματικά είναι επίσης αναμφισβήτητη. Μαθηματικοί αποδέχονται ότι θεωρήματα σε αυτούς

τους τομείς μπορεί να προέλθουν από τους σχετικούς ορισμούς και τα αξιώματα της θεωρίας συνόλων. Λίγες πλήρεις παραγωγές σύνθετων μαθηματικών θεωρημάτων από τη θεωρία συνόλων έχουν επισήμως επιβεβαιωθεί.

## Αφελής Θεωρία Συνόλων



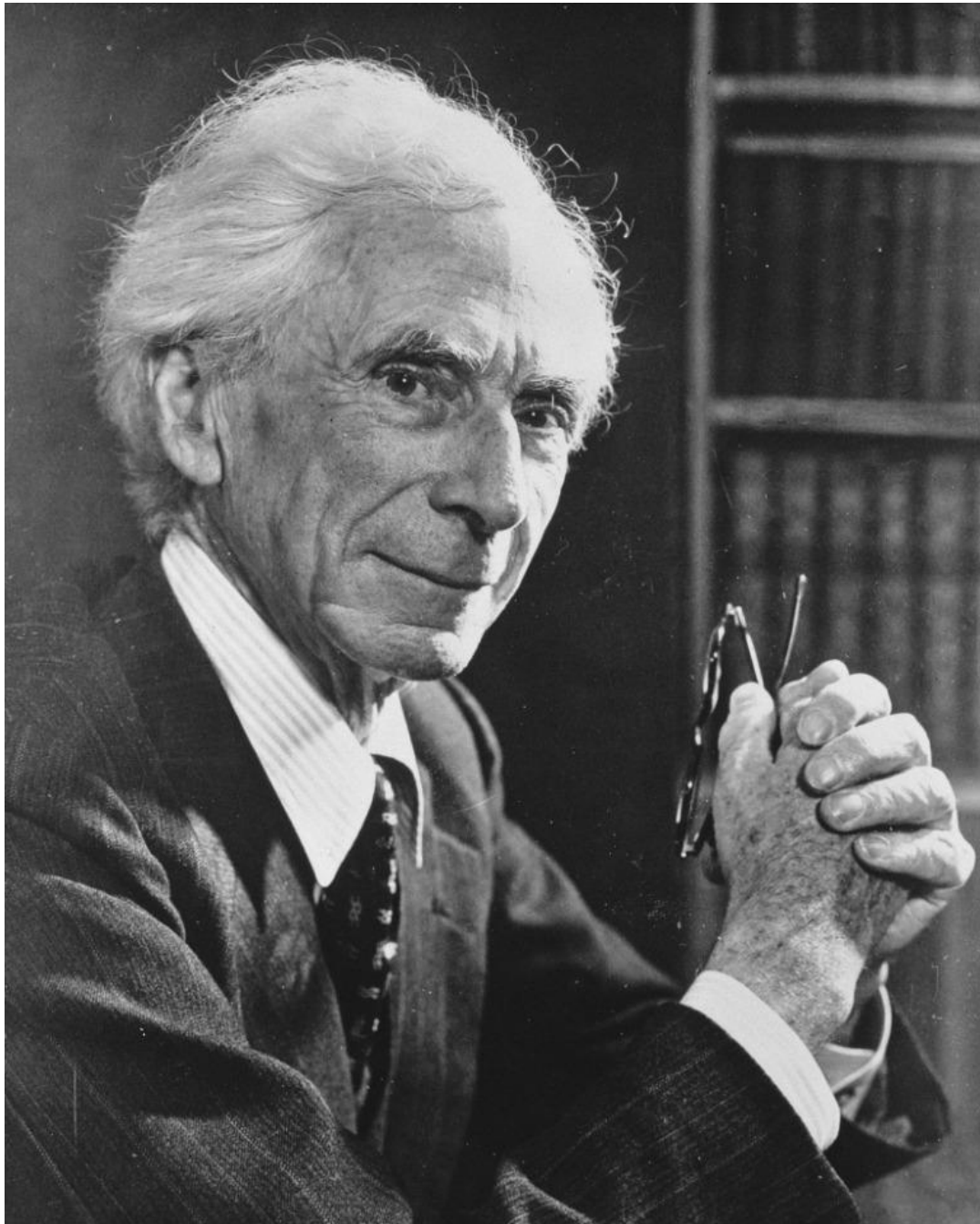
Η αφελής θεωρία συνόλων είναι μία από τις αρκετές θεωρίες συνόλων που χρησιμοποιείται για τη συζήτηση των θεμελίων των μαθηματικών. Αντίθετα οι αξιωματικές θεωρίες συνόλων, οι οποίες ορίζονται χρησιμοποιώντας την τυπική λογική, η αφελής θεωρία συνόλων ορίζεται άτυπα στη φυσική γλώσσα. Περιγράφει τις πτυχές των μαθηματικών

συνόλων όμοια με τα διακριτά μαθηματικά (για παράδειγμα τα διαγράμματα Venn και η συμβολική συλλογιστική περί της δικής τους Άλγεβρας Μπουλ) και αρκεί για την καθημερινή χρήση εννοιών της θεωρίας συνόλων στα σύγχρονα μαθηματικά. Τα σύνολα είναι μεγάλης σημασίας για τα μαθηματικά, στην πραγματικότητα στις σύγχρονες τυπικές προσεγγίσεις τα περισσότερα μαθηματικά αντικείμενα (αριθμοί, σχέσεις και συναρτήσεις) ορίζονται με τους όρους των συνόλων. Η αφελής θεωρία συνόλων μπορεί να θεωρηθεί ως θεμέλιος λίθος στις περισσότερες τυπικές προσεγγίσεις. Η αφελής θεωρία συνόλων θεωρείται ως μία άτυπη θεωρία, αυτό σημαίνει μία θεωρία που χρησιμοποιεί φυσική γλώσσα για να περιγράψει σύνολα και πράξεις στα σύνολα. Οι λέξεις και, ή, εάν, τότε, όχι, για κάποιον και για κάθε δεν υπάγονται εδώ σε αυστηρό ορισμό. Είναι χρήσιμο να μελετάμε τα σύνολα απλοϊκά, σε ένα πρώιμο στάδιο των μαθηματικών με σκοπό να αναπτύξουμε ένα κατάλληλο πλαίσιο εργασίας με αυτά. Επιπλέον μία σταθερή κατανόηση των εννοιών της θεωρίας των συνόλων από μια αφελή άποψη είναι ένα βήμα για να καταλάβουμε το κίνητρο των τυπικών αξιωμάτων της θεωρίας συνόλων. Ως διευκόλυνση η χρήση της αφελούς θεωρίας συνόλων και ο φορμαλισμός της επικρατούν ακόμη και στα ανώτερα μαθηματικά, συμπεριλαμβανομένων και πιο τυπικών κατασκευών από την ίδια τη θεωρία συνόλων. Τα σύνολα ορίζονται άτυπα και ερευνώνται μερικές από τις ιδιότητές τους. Η σύνδεση με ειδικά αξιώματα της θεωρίας συνόλων περιγράφουν κάποιες από τις σχέσεις μεταξύ της ανεπίσημης συζήτησης εδώ και της επίσημης αξιωματικοποίησης της θεωρίας συνόλων, αλλά δεν γίνεται καμία προσπάθεια για να δικαιολογήσει κάθε πρόταση σε μία τυπική βάση. Η πρώτη ανάπτυξη της θεωρίας συνόλων ήταν μία αφελής θεωρία συνόλων που δημιουργήθηκε στο τέλος του 19ου αιώνα από τον Georg Cantor ως τμήμα της μελέτης του για τα άπειρα σύνολα. Η αφελής θεωρία συνόλων αναφέρεται σε ένα πλήθος διακριτών εννοιών. Μπορεί να αναφέρεται σε μία ανεπίσημη παρουσίαση μίας αξιωματικής θεωρίας συνόλων, σε πρώιμες ή μεταγενέστερες εκδοχές της θεωρίας του Georg Cantor ή σε άλλα άτυπα συστήματα. Υποθέτοντας ότι κάποιος μπορεί να διαμορφώσει σύνολα ελεύθερα χωρίς περιορισμό, οδηγούμαστε σε παράδοξα. Για παράδειγμα η υπόθεση ότι κάποιος μπορεί να συγκεντρώσει σαν σύνολο όλα τα μαθηματικά αντικείμενα που έχουν μία δεδομένη ιδιότητα είναι εσφαλμένη, που θα οδηγήσει στο παράδοξα το Παράδοξο του Russell. Η αξιωματική θεωρία συνόλων αναπτύχθηκε σε απάντηση αυτών των πρώιμων προσπαθειών για την κατανόηση των συνόλων, με το στόχο να προσδιοριστεί ακριβώς ποιες πράξεις επιτρέπεται και πότε. Σήμερα όταν οι μαθηματικοί μιλούν για την θεωρία συνόλων ως τομέα των μαθηματικών, συνήθως εννοούν την αξιωματική θεωρία συνόλων. Ανεπίσημες εφαρμογές της θεωρίας συνόλων σε άλλα πεδία αναφέρονται



κάποιες φορές ως εφαρμογές της αφελούς θεωρίας συνόλων, αλλά συνήθως γίνεται κατανοητό ότι δικαιολογούνται με όρους ενός αξιωματικού συστήματος. Μία αφελής θεωρία συνόλων δεν είναι απαραίτητα ασυνεπής, εάν αυτή ορίζει σωστά τα σύνολα που επιτρέπεται να θεωρηθούν. Αυτό μπορεί να γίνει με χρήση των ορισμών, οι οποίοι είναι απεριόριστα αξιώματα. Είναι πιθανό να τεθούν όλα τα αξιώματα με σαφήνεια, όπως στην περίπτωση της αφελούς θεωρίας συνόλων του Halmos, η οποία είναι στην πραγματικότητα μια άτυπη παρουσίαση της συνήθους αξιωματικής ZF θεωρίας συνόλων. Η «αφέλεια» βρίσκεται στο γεγονός ότι η γλώσσα και οι συμβολισμοί είναι μέρος των συνηθισμένων άτυπων μαθηματικών και στο ότι δεν ασχολείται με την συνέπεια ή την πληρότητα του συστήματος αξιωμάτων. Παρομοίως μία αξιωματική θεωρία συνόλων δεν είναι απαραίτητα συνεπής, δηλαδή δεν είναι απαραίτητα απελευθερωμένη από παράδοξα. Έπεται από τα θεωρήματα μη πληρότητας του Gödel πως ένα επαρκώς πολύπλοκο σύστημα πρωτοβάθμιας λογικής που περιλαμβάνει τις πιο συνήθεις αξιωματικές θεωρίες συνόλων δεν μπορεί να αποδειχθεί συνεπές από την ίδια την θεωρία του, υπό τον όρο ότι είναι πραγματικά συνεπές. Ωστόσο τα συνήθη αξιωματικά συστήματα γενικά θεωρούμε πως είναι συνεπή και αποκλείουν μέσω των αξιωμάτων ορισμένα παράδοξα, όπως αυτό του Russell. Δεν είναι γνωστό και ούτε θα είναι ποτέ εάν δεν υπάρχουν παράδοξα σε όλες αυτές τις θεωρίες συνόλων. Ο όρος αφελής θεωρία συνόλων χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα στην βιβλιογραφία όταν αναφερόμαστε σε θεωρία συνόλων που μελετήθηκαν από τον Cantor και τον Frege, αντί των αντίστοιχων άτυπων της μοντέρνας αξιωματικής θεωρίας συνόλων. Η επιλογή ανάμεσα σε μια αξιωματική προσέγγιση και σε άλλες προσεγγίσεις αποτελεί σε μεγάλο βαθμό και θέμα ευκολίας. Στην μαθηματική καθημερινότητα η καλύτερη επιλογή μάλλον είναι η άτυπη χρήση της αξιωματικής θεωρίας συνόλων. Αναφορές σε συγκεκριμένα τυπικά αξιώματα, εμφανίζονται μόνο όταν απαιτείται, για παράδειγμα το αξίωμα της επιλογής συχνά αναφέρεται όταν χρησιμοποιείται. Παρομοίως τυπικές αποδείξεις εμφανίζονται μόνον όταν ειδικές περιστάσεις το απαιτούν. Αυτή η άτυπη χρήση της αξιωματικής θεωρίας συνόλων μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση της αφελούς θεωρίας συνόλων, όπου είναι αισθητά ευκολότερη και να διαβάζεται και να γράφεται συμπεριλαμβανομένης και της τυποποίησης των περισσότερων προτάσεων και αποδείξεων και εν γένει της μαθηματικής συζήτησης, ακόμα είναι λιγότερο επιρρεπής σε λάθη για τους περισσότερους ανθρώπους, συγκριτικά με μια αυστηρή τυπική προσέγγιση.

## Διάφορα Παράδοξα



Στην αφελή θεωρία συνόλων επειδή εκφράζεται στην τυπική γλωσσά δημιουργούνται αρκετά παράδοξα, αυτό προσπαθούν να αντιμετωπίσουν οι αξιωματικές θεωρίες συνόλων οι οποίες χρησιμοποιούν την διατύπωση αξιωμάτων για να εξασφαλιστεί η ύπαρξη αρκετών συνόλων ώστε να σχηματιστεί μια συνολοθεωρία. Δεν μπορούν όλα τα νοητά αξιώματα να

συνδυάζονται χωρίς περιορισμούς με συνεπείς αξιωματικές θεωρίες. Για παράδειγμα το αξίωμα της επιλογής της ZFC θεωρίας είναι ασύμβατο με το κάθε σύνολο πραγματικών αριθμών που είναι μετρήσιμο, δηλαδή που υπάρχει το μέτρο Lebesgue. Μερικά από αυτά τα παράδοξα θα δούμε παρακάτω:

$Y = \{x : x \text{ είναι διατακτικός}\}$  οδηγεί στο παράδοξο του Burali-Forti που ανακαλύφτηκε το 1897.

$Y = \{x : x \text{ είναι πληθάριθμος}\}$  οδηγεί στο παράδοξο του Cantor που ανακαλύφτηκε το 1897.

$Y = \{x : \{ \} = \{ \} \}$  οδηγεί στο δεύτερο παράδοξο του Cantor που ανακαλύφτηκε το 1899.

$Y = \{x : x \notin x\}$  οδηγεί στο παράδοξο του Russell που ανακαλύφτηκε το 1901 από τον Bertrand Russell και είναι το πιο γνωστό παράδοξο της θεωρίας συνόλων. Στη θεμελίωση των μαθηματικών το παράδοξο του Russell (επίσης γνωστό ως αντινομία του Russell) έδειξε ότι η αφελής θεωρία συνόλων που δημιουργήθηκε από τον Georg Cantor οδηγεί σε μια αντίφαση. Το ίδιο παράδοξο είχε ανακαλυφθεί ένα χρόνο πριν από τον Ernst Zermelo, αλλά δεν είχε δημοσιεύσει την ιδέα. Σύμφωνα με τη θεωρία συνόλων κάθε προσδιορίσιμη συλλογή είναι ένα σύνολο. Έστω  $R$  το σύνολο όλων των συνόλων που δεν είναι μέλη του εαυτού τους. Εάν το  $R$  μπορεί να θεωρηθεί μέλος του εαυτού του, θα ήταν αντίθετο με τον δικό του ορισμό ως σύνολο που περιέχει όλα τα σύνολα που δεν είναι μέλη του εαυτού τους. Από την άλλη πλευρά εάν ένα τέτοιο σύνολο δεν είναι μέλος του εαυτού του, θα μπορούσε να χαρακτηριστεί μέλος του ίδιου από τον ίδιο ορισμό. Αυτή η αντίφαση είναι το παράδοξο του Russell. Το παράδοξο του Russell αποτέλεσε τη βάση την αιτιολόγησης, η οποία τον οδήγησε να διαγράψει οποιαδήποτε ελπίδα έτρεφε για τη θεμελίωση των μαθηματικών σε όρους λογικής. Ο σκοπός της έρευνας ήταν η θεωρία των συνόλων και η σκέψη του Russell ήταν ότι κάθε είδος συνόλου θα πρέπει να ανήκει σε ένα ευρύτερο σύνολο, αλλά η αιτιολόγηση του οδήγησε σε ένα παράδοξο. Ανακάλυψε ότι υπήρχαν σύνολα που δεν ανήκουν σε κανένα άλλο σύνολο, αποδεικνύοντας ότι αυτή η λογική δεν ευσταθεί. Το σύνολο όλων των συνόλων τα οποία δεν περιέχουν τον εαυτό τους, θα πρέπει να περιέχει και να μην περιέχει τον εαυτό του ταυτόχρονα. Ο Russell εξήγησε αυτό το παράδοξο με μία μικρή ιστορία. Σε μια χώρα όπου όλοι οι άντρες είναι καθημερινά ξυρισμένοι υπάρχει ένας μόνο κουρέας. Αυτός ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Ποιος ξυρίζει τον κουρέα; Αναλύοντας το πρόβλημα με τη βοήθεια της θεωρίας συνόλων, είναι σαφές ότι στη χώρα υπάρχουν το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται μόνοι τους και το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται στον κουρέα. Όλοι λοιπόν βάσει του ενός ή του άλλου τρόπου είναι ξυρισμένοι. Το πρόβλημα του φαύλου κύκλου ξεκινά με τον κουρέα. Πώς μπορεί αυτός να είναι ξυρισμένος; Ξυρίζεται μόνος

του; Αδύνατον αφού αυτός ξυρίζει μόνο όλους αυτούς που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τον ξυρίζει κάποιος άλλος; Όχι επειδή μόνο ο κουρέας ξυρίζει όλους αυτούς που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Βρισκόμαστε εδώ μπροστά σε ένα παράδοξο. Σύμφωνα με τον Russell για να το ξεπεράσουμε πρέπει να διορθώσουμε τη δική μας λανθασμένη αντίληψη ότι για κάθε ιδιότητα πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει ένα σύνολο. Σε αυτήν την περίπτωση δε δημιουργείται κανένα ομοιογενές σύνολο. Ως αντίλογος στον Russell προτάθηκε η πιθανοτική λογική, όπου το κάθε σύνολο δεν έχει παγιωμένες όλες τις ιδιότητες του μα γενικούς εγγενείς κανόνες (κυματοσυνάρτηση συνόλου), οπότε ανάλογα με το τι ερώτηση θέτουμε προκαλούμε κατάρρευση καθώς εισάγουμε κατά την διαδικασία αναγκαστικά δεδομένα. Η δυνητικότητα της πιθανοτικής λογικής δεν οδηγεί σε αξιωματικά παράδοξα, αλλά σε συμβαλλόμενες κυματοσυναρτήσεις που καταρρέουν ανάλογα με την κρούση και το συμπλεκόμενο σύνολο. Οι έννοιες αυτές στις μέρες μας εκφράζονται με σύνθετο τρόπο όχι με άμεσες θεωρίες, πράγμα που μειώνει την μαθηματική ευελιξία καθώς δαπανάται χρόνος για μηχανιστικές επιλύσεις και όχι επιλύσεις ουσίας.

## Θεωρία Συνόλων ZF



Η θεωρία συνόλων Zermelo-Fraenkel (ZF) που πήρε το όνομα της από τους μαθηματικούς Ernst Zermelo και Abraham Fraenkel, είναι ένα αξιωματικό σύστημα που προτάθηκε στις αρχές του εικοστού αιώνα. Ο στόχος τους ήταν να αντικαταστήσουν τις άμεσες διαισθήσεις του Cantor για τα σύνολα με μια μικρή ομάδα αξιωμάτων που να είναι «αρκετά

περιορισμένες ώστε να αποβάλλουν όλες τις αντιφάσεις», αλλά και «αρκετά ισχυρές ώστε να διατηρήσουν οτιδήποτε είναι πολύτιμο σε αυτή την θεωρία». Η θεωρία συνόλων ZF προτείνει μία λίστα αξιωμάτων που εάν και δεν είχαν διατυπωθεί ρητά, ήταν το στήριγμα του Cantor για την δική του θεωρία συνόλων. Ο πρώτος τους στόχος, τον οποίο και πέτυχαν ήταν να αποβάλλουν τα μέχρι τότε γνωστά παράδοξα, όπως το παράδοξο του Russell. Σήμερα η θεωρία συνόλων ZF με περιλαμβανόμενο το ιστορικά αμφιλεγόμενο αξίωμα της επιλογής, είναι η τυπική μορφή της αξιωματικής θεωρίας συνόλων και ως εκ τούτου είναι η πιο κοινή βάση των μαθηματικών. Η θεωρία συνόλων ZF με το αξίωμα της επιλογής σε συντομογραφία γράφεται ZFC, όπου το C σημαίνει «επιλογή», και το ZF αναφέρεται στα αξιώματα της θεωρίας συνόλων ZF με εξαίρεση το αξίωμα της επιλογής. Ανεπίσημα η θεωρία συνόλων ZF προορίζεται να επισημοποιήσει μια ενιαία πρωτόγονη έννοια, αυτή ενός κληρονομικού καλά θεμελιωμένου συνόλου, έτσι ώστε όλες οι οντότητες στο σύμπαν να είναι τέτοια σύνολα. Έτσι τα αξιώματα της θεωρίας συνόλων ZF αναφέρονται μόνο σε καθαρά σύνολα και εμποδίζουν τα μοντέλα της να περιέχουν στοιχεία συνόλων που δεν είναι τα ίδια σύνολα. Επιπλέον κατάλληλες συλλογές μαθηματικών αντικειμένων που ορίζονται από μία ιδιότητα που μοιράζονται τα μέλη τους, όπου οι συλλογές είναι πολύ μεγάλες για να μπορούν να είναι σύνολα μπορούν να αντιμετωπιστούν μόνο έμμεσα. Συγκεκριμένα η θεωρία συνόλων ZF δεν επιτρέπει την ύπαρξη ενός καθολικού συνόλου (ένα σύνολο που περιέχει όλα τα σύνολα), αποφεύγοντας έτσι το παράδοξο του Russell. Η θεωρία συνόλων Neumann-Bernays-Gödel (NBG) είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη συντηρητική επέκταση της θεωρίας συνόλων ZF. Η θεωρία συνόλων ZF έχει επικριθεί τόσο για το ότι είναι υπερβολικά δυνατή, όσο και για το ότι είναι υπερβολικά αδύναμη, καθώς και για την αποτυχία της να συλλάβει αντικείμενα όπως το καθολικό σύνολο. Πολλά μαθηματικά θεωρήματα μπορούν να αποδειχθούν σε πολύ πιο αδύναμα συστήματα από το ZF, όπως η αριθμητική Peano. Μεγάλο μέρος της δύναμης του ZF συμπεριλαμβανομένου του αξιώματος της κανονικότητας και του αξιώματος της αντικατάστασης, περιλαμβάνεται κυρίως για να διευκολυνθεί η μελέτη της ίδιας της θεωρίας συνόλων. Από την άλλη πλευρά μεταξύ των αξιωματικών θεωριών συνόλων το ZF είναι συγκριτικά αδύναμο. Η ZF δεν παραδέχεται την ύπαρξη ενός καθολικού συνόλου, ως εκ τούτου το σύμπαν των συνόλων κάτω από την ZF δεν είναι κλειστό σύμφωνα με τις στοιχειώδεις πράξεις της άλγεβρας των συνόλων. Σε αντίθεση με την θεωρία συνόλων NBG και την θεωρία συνόλων Morse–Kelley (MK), η ZF δεν παραδέχεται την ύπαρξη κατάλληλων κλάσεων. Μία περαιτέρω συγκριτική αδυναμία του ZF είναι ότι το αξίωμα επιλογής που περιλαμβάνεται στο ZFC είναι ασθενέστερο από το αξίωμα της παγκόσμιας επιλογής που περιλαμβάνεται στην NBG

και στην MK. Υπάρχουν πολλές μαθηματικές εικασίες στην θεωρία συνόλων, μερικές από αυτές είναι η υπόθεση του συνεχούς, το πρόβλημα Whitehead και η κανονική εικασία του χώρου Moore. Μερικές από αυτές μπορούν να αποδειχθούν με την προσθήκη αξιωμάτων στη θεωρία συνόλων ZF, όπως το αξίωμα του Martin. Κάποιες άλλες αποδεικνύονται στο ZF+AD όπου το AD είναι το αξίωμα του προσδιορισμού, ένα ισχυρό αξίωμα ασύμβατο με το αξίωμα της επιλογή. Τα συστήματα Mizar και Metamath έχουν υιοθετήσει την θεωρία συνόλων Tarski-Grothendieck (TG), μία επέκταση της ZF έτσι ώστε οι αποδείξεις που αφορούν χώρους Grothendieck (που συναντώνται στην θεωρία κατηγοριών και στην αλγεβρική γεωμετρία) να μπορούν να επισημοποιηθούν. Υπάρχουν πολλές ισοδύναμες διατυπώσεις των αξιωμάτων της θεωρίας συνόλων Zermelo - Fraenkel. Τα περισσότερα από τα αξιώματα δηλώνουν την ύπαρξη συγκεκριμένων συνόλων που ορίζονται από άλλα σύνολα. Τα αξιώματα είναι τα παρακάτω:

ZF1. Αξίωμα Της Έκτασης (axiom of extensionality)

Οποιαδήποτε σύνολα  $x$  και  $y$  είναι ίσα εάν και μόνο εάν έχουν τα ίδια στοιχεία.

$$\forall x \forall y (\forall z (z \in x \leftrightarrow z \in y) \rightarrow x = y)$$

ZF2. Αξίωμα Της Κανονικότητας (axiom of regularity)

Κάθε μη κενό σύνολο  $x$  έχει στοιχείο  $y$  τέτοιο ώστε η τομή του  $x$  με το  $y$  να ισούται με το κενό σύνολο.

$$\forall x (x \neq \emptyset \rightarrow \exists y (y \in x \wedge y \cap x = \emptyset))$$

ZF3. Αξίωμα Του Κενού Συνόλου (axiom of empty set)

Υπάρχει σύνολο χωρίς στοιχεία.

$$\exists x \forall y (y \notin x)$$

ZF4. Αξίωμα Του Μη Διατεταγμένου Ζεύγους (axiom of unordered pair)

Για οποιαδήποτε σύνολα  $x$  και  $y$  υπάρχει σύνολο  $z$  που έχει στοιχεία του ακριβώς τα  $x$  και  $y$ .

$$\forall x \forall y \exists z \forall t (t \in z \leftrightarrow (t = x) \vee (t = y))$$

ZF5. Αξίωμα Της Ένωσης (axiom of union)

Για κάθε σύνολο  $x$  υπάρχει ένα σύνολο  $y$  του οποίου τα στοιχεία είναι ακριβώς τα στοιχεία των στοιχείων του  $x$ .

$$\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow \exists t ((z \in t) \wedge (t \in x)))$$

ZF6. Αξιωματικό Σχήμα Αντικατάστασης (axiom schema of replacement)

Έστω  $p(x,y)$  συναρτησιακή ιδιότητα. Για κάθε σύνολο  $u$  υπάρχει σύνολο  $v$  του οποίου τα στοιχεία  $w$  είναι ακριβώς οι εικόνες των στοιχείων του  $u$  μέσω της συνάρτησης που ορίζει ο τύπος  $p(x,y)$ .

$$\forall x \forall y \forall z ((p(x,y) \wedge p(x,z) \rightarrow y=z) \rightarrow \forall u \exists v \forall w (w \in v \leftrightarrow \exists t (t \in u \wedge p(t,w))))$$

ZF7. Αξίωμα Του Απειρου (axiom of infinity)

Υπάρχει επαγωγικό σύνολο.

$$\exists x (\emptyset \in x \wedge \forall y (y \in x \rightarrow y \cup \{y\} \in x))$$

ZF8. Αξίωμα Του Δυναμοσυνόλου (axiom of power set)

Για κάθε σύνολο  $x$  υπάρχει σύνολο  $y$  που είναι το σύνολο ακριβώς όλων των υποσυνόλων του  $x$ . Το σύνολο αυτό είναι μοναδικό.

$$\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow z \subseteq x)$$

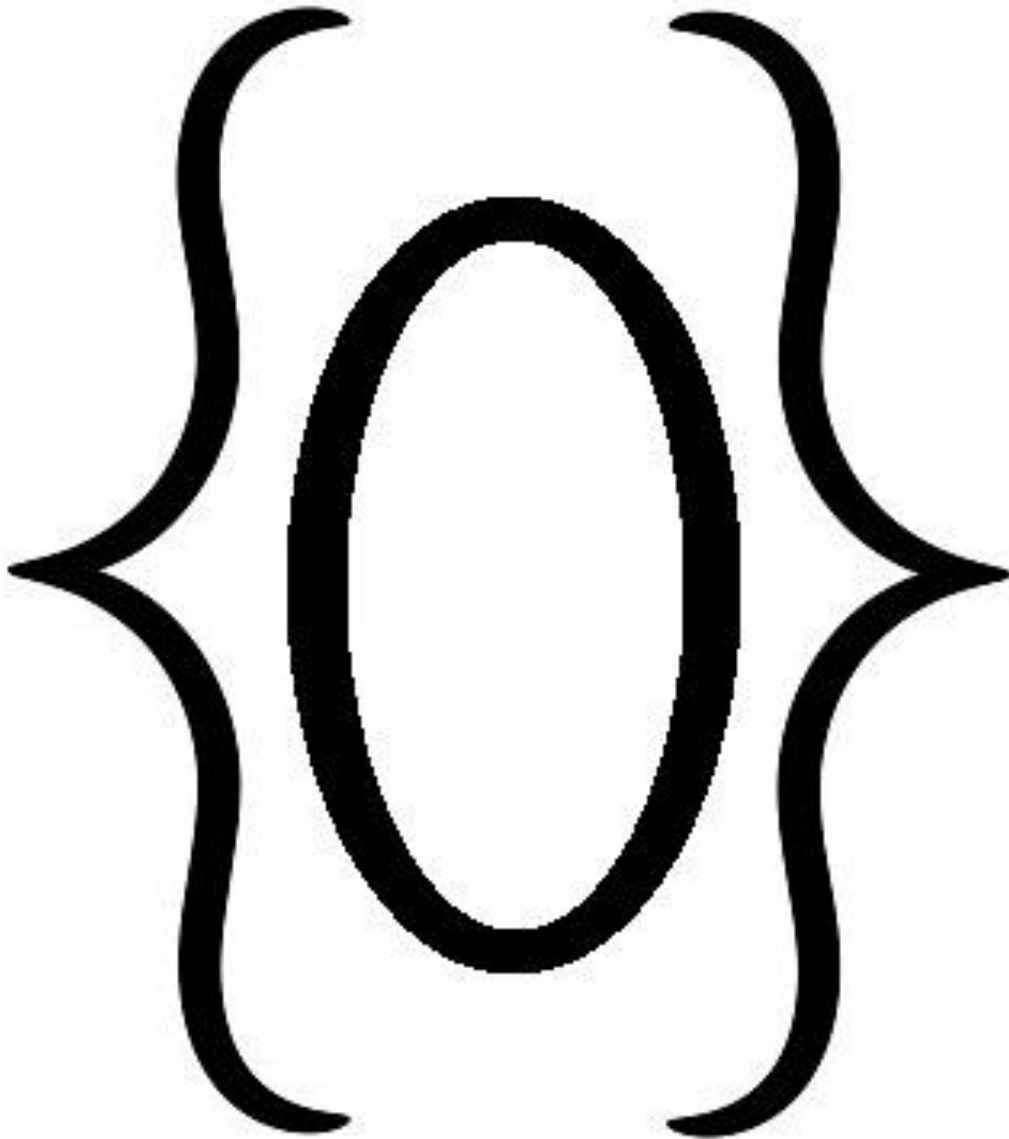
ZFC. Αξίωμα Της Επιλογής (axiom of choice)

Για κάθε σύνολο  $z$  μη κενών και ξένων μεταξύ τους συνόλων υπάρχει σύνολο  $u$  το οποίο περιέχει ακριβώς ένα στοιχείο  $v$  από κάθε στοιχείο  $x$  του  $z$ .

$$\forall z (\forall x ((x \in z \rightarrow x \neq \emptyset) \wedge (\forall y) (y \in z \rightarrow x \cap y = \emptyset \vee x = y)) \rightarrow \exists u \forall x \exists v (x \in z \rightarrow u \cap x = \{v\}))$$



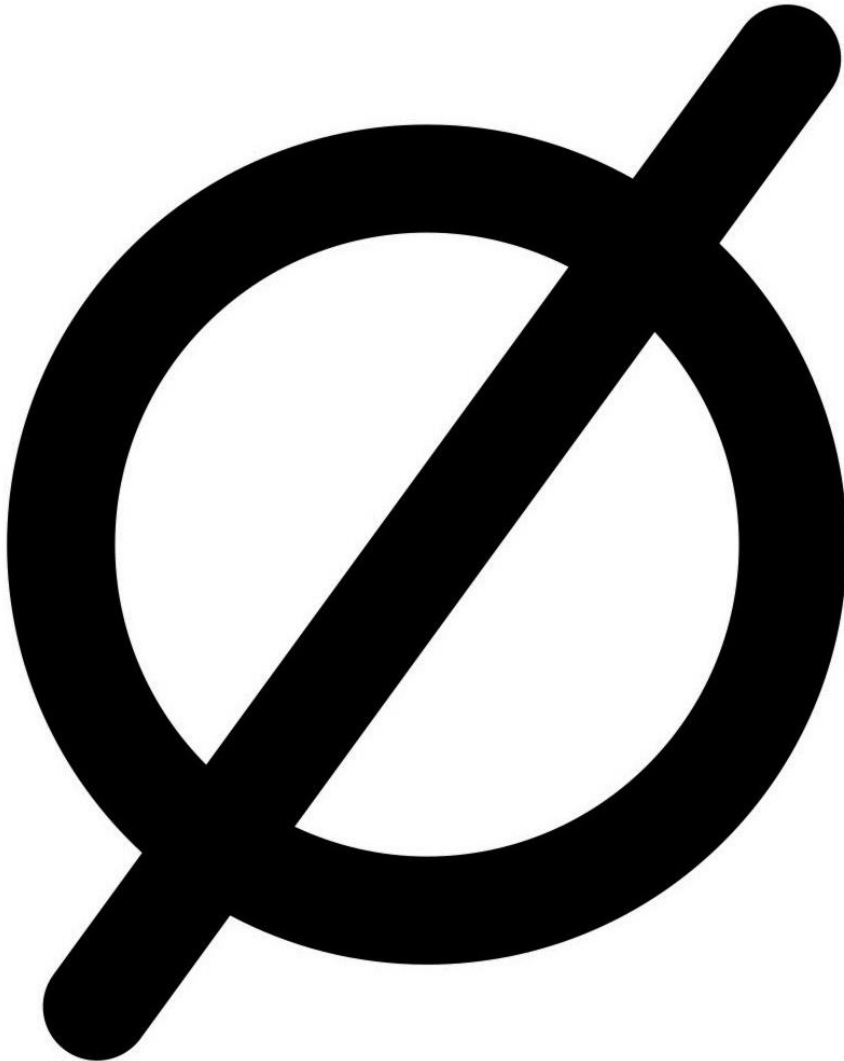
## Μηδενικό Σύνολο



Στα μαθηματικά το μηδενικό σύνολο είναι ένα μετρήσιμο σύνολο που έχει μέτρο Lebesgue μηδέν, δηλαδή ένα σύνολο που μπορεί να καλυφθεί από μια αριθμήσιμη ένωση διαστημάτων αυθαίρετα μικρού συνολικού μήκους. Για παράδειγμα κάθε μη κενό μετρήσιμο σύνολο πραγματικών αριθμών έχει μέτρο Lebesgue μηδέν και επομένως είναι μηδενικό. Κάθε

πεπερασμένο ή μετρήσιμα άπειρο υποσύνολο των πραγματικών αριθμών είναι ένα μηδενικό σύνολο, για παράδειγμα το σύνολο των φυσικών αριθμών και το σύνολο των ρητών αριθμών είναι και τα δύο μετρήσιμα άπειρα και επομένως είναι μηδενικά σύνολα όταν θεωρούνται υποσύνολα των πραγματικών αριθμών. Γενικότερα οποιαδήποτε μετρήσιμη ένωση μηδενικών συνόλων είναι μηδενική. Η έννοια του μηδενικού συνόλου δεν πρέπει να συγχέεται με το κενό σύνολο παρόλο που το κενό σύνολο έχει μέτρο Lebesgue μηδέν. Ας εξετάσουμε ένα παράδειγμα για να κατανοήσουμε καλύτερα τη διαφορά τους. Θεωρήστε ένα σύνολο  $X = \{x : x \text{ είναι περιττός αριθμός και } 5 < x < 7\}$  και ένα σύνολο  $Y = \{0\}$ . Τώρα για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα δύο σύνολα πρέπει πρώτα να τα απλοποιήσουμε. Μπορούμε να δούμε ότι δεν υπάρχει περιττός αριθμός μεταξύ του 5 και του 7, επομένως το σύνολο  $Z$  είναι ένα κενό σύνολο. Είναι προφανές ότι το σύνολο  $X$  είναι ένα κενό σύνολο, ενώ το σύνολο  $Y$  είναι ένα μηδενικό σύνολο.

## Κενό Σύνολο



Στα μαθηματικά το κενό σύνολο είναι το μοναδικό σύνολο που δεν περιέχει κανένα στοιχείο, δηλαδή το μέγεθος του είναι μηδέν. Ορισμένες αξιωματικές θεωρίες συνόλων διασφαλίζουν ότι το κενό σύνολο υπάρχει συμπεριλαμβάνοντας ένα αξίωμα κενού συνόλου, ενώ σε άλλες θεωρίες η ύπαρξη του μπορεί να συναχθεί. Κάθε σύνολο εκτός από το κενό

σύνολο ονομάζεται μη κενό. Ο συνήθης συμβολισμός για το κενό σύνολο είναι «  $\{ \}$  » ή «  $\emptyset$  », το τελευταίο σύμβολο εισήχθη από τον Andre Weil το 1939 και είναι εμπνευσμένο από το γράμμα  $\emptyset$  στο Δανέζικο και το Νορβηγικό αλφάβητο. Το άθροισμα των στοιχείων του κενού συνόλου είναι μηδέν, ο λόγος για αυτό είναι ότι το μηδέν είναι το στοιχείο ταυτότητας για την πρόσθεση. Ομοίως το γινόμενο των στοιχείων του κενού συνόλου θα πρέπει να θεωρείται ένα, αφού το ένα είναι το στοιχείο ταυτότητας για τον πολλαπλασιασμό. Το κενό σύνολο δεν είναι το ίδιο πράγμα με το τίποτα, μάλλον είναι ένα σύνολο χωρίς τίποτα μέσα του, αλλά ένα σύνολο είναι πάντα κάτι. Ο David Darling εξηγεί ότι το κενό σύνολο δεν είναι τίποτα, αλλά μάλλον «το σύνολο όλων των τριγώνων με τέσσερις πλευρές, το σύνολο όλων των αριθμών που είναι μεγαλύτεροι από εννέα όμως μικρότεροι από οκτώ και το σύνολο όλων των κινήσεων ανοίγματος στο σκάκι που περιλαμβάνουν έναν βασιλιά». Παρόλο που το κενό σύνολο δεν έχει καθόλου στοιχεία, μπορεί να είναι στοιχείο άλλων συνόλων. Έτσι  $\emptyset \neq \{\emptyset\}$ , επειδή το πρώτο σύνολο δεν έχει κανένα στοιχείο ενώ το δεύτερο έχει ένα, το κενό σύνολο. Στα μαθηματικά όλα τα σύνολα με τα οποία χρειάζεται να ασχοληθεί κανείς μπορούν να δημιουργηθούν από το κενό σύνολο και μόνο. Είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι σκεφτόμαστε ένα σύνολο ως συλλογή στοιχείων, το ίδιο το σύνολο είναι διαφορετικό από τα στοιχεία που περιέχει. Θα βοηθούσε να σκεφτούμε τα σύνολα ως δοχεία και τα στοιχεία είναι αυτά που βάζουμε μέσα σε αυτά. Ένα άδειο δοχείο παραμένει ένα δοχείο και είναι ανάλογο με το κενό σύνολο. Το κενό σύνολο είναι μοναδικό και αυτό το κάνει ξεχωριστό από τα άλλα σύνολα, αυτό συμβαίνει επειδή υπάρχει μόνο ένας τρόπος που μπορεί ένα σύνολο να μην περιέχει τίποτα. Το κενό σύνολο είναι υποσύνολο κάθε άλλου συνόλου.

## Επιπτώσεις Στην Ζωή



Η ανθρώπινη φυσιολογία είναι προσαρμοσμένη να ζει μέσα στην ατμόσφαιρα της Γης και απαιτείται μια ορισμένη ποσότητα οξυγόνου στον αέρα που αναπνέουμε. Εάν ο οργανισμός δεν λαμβάνει αρκετό οξυγόνο, τότε κινδυνεύει να χάσει τις αισθήσεις του μετά από λίγα δευτερόλεπτα και να πεθάνει από υποξία μέσα σε λίγα λεπτά. Στο κενό η

ανταλλαγή αερίων στους πνεύμονες συνεχίζεται κανονικά αλλά έχει ως αποτέλεσμα την απομάκρυνση όλων των αερίων συμπεριλαμβανομένου και του οξυγόνου από την κυκλοφορία του αίματος, μετά από 9 έως 12 δευτερόλεπτα το αποξυγονωμένο αίμα φτάνει στον εγκέφαλο και οδηγεί σε απώλεια συνείδησης. Η έκθεση στο κενό έως και 30 δευτερόλεπτα είναι απίθανο να προκαλέσει μόνιμη βλάβη, ενώ η έκθεση που θα ξεπεράσει τα 90 δευτερόλεπτα είναι βέβαιο πως θα οδηγήσει σε θάνατο. Η μείωση της πίεσης μειώνει την θερμοκρασία στην οποία βράζει το αίμα και τα άλλα σωματικά υγρά, αλλά η πίεση που ασκούν τα αιμοφόρα αγγεία διασφαλίζει ότι αυτό το σημείο βρασμού παραμένει πάνω από την εσωτερική θερμοκρασία του σώματος. Το σώμα μπορεί να φουσκώσει στο διπλάσιο του κανονικού του μεγέθους και να επιβραδύνθει η κυκλοφορία, αλλά οι ιστοί είναι αρκετά ελαστικοί και πορώδεις για να αποτρέψουν τη ρήξη. Οι αστροναύτες μέσα από τις διαστημικές στολές φορούν ένα εφαρμοστό ελαστικό ένδυμα το οποίο αποτρέπει τον εκφυλισμό σε πιέσεις μικρότερες των 15 Torr. Οι πλούσιες σε οξυγόνο και ψυχρές ατμόσφαιρες μπορούν να διατηρήσουν τη ζωή σε πιέσεις πολύ χαμηλότερες από την ατμοσφαιρική, εφόσον η πυκνότητα του οξυγόνου είναι παρόμοια με αυτή της ατμόσφαιρας στο επίπεδο της θάλασσας. Οι ψυχρότερες θερμοκρασίες αέρα που βρίσκονται σε υψόμετρα έως 3 km αντισταθμίζουν γενικά τις χαμηλότερες πιέσεις εκεί. Πάνω από αυτό το υψόμετρο ο εμπλουτισμός του οξυγόνου είναι απαραίτητος. Ο σχηματισμός φυσαλίδων αερίου στα σωματικά υγρά σε μειωμένες πιέσεις, γνωστός ως νόσος των δυτών είναι ένα ακόμα πρόβλημα. Η νόσος των δυτών θεωρείται ότι ξεκινά σε υψόμετρο μεγαλύτερο από 19 km ή πιέσεις μικρότερες από 47 Torr, γνωστό ως όριο Armstrong. Οι διαστημικές στολές για την πρόληψη της νόσου των δυτών περιέχουν 150 Torr καθαρού οξυγόνου. Η ταχεία αποσυμπίεση μπορεί να είναι πολύ πιο επικίνδυνη από την ίδια την έκθεση στο κενό. Τα τύμπανα και τα ιγμόρεια μπορεί να υποστούν ρήξη λόγω ταχείας αποσυμπίεσης και οι μαλακοί ιστοί μπορεί να μελανιάσουν και να εκκρίνουν αίμα. Το στρες από το σοκ θα επιταχύνει την κατανάλωση οξυγόνου, κάτι που θα οδηγήσει σε υποξία. Οι τραυματισμοί που προκαλούνται από ταχεία αποσυμπίεση ονομάζονται βαρότραυμα. Μια πτώση πίεσης της τάξης των 100 Torr η οποία δεν προκαλεί συμπτώματα εάν είναι σταδιακή, μπορεί να είναι θανατηφόρα εάν συμβεί ξαφνικά. Στις 14 Δεκεμβρίου 1966 ο μηχανικός αεροδιαστημικής Jim Leblanc της NASA συμμετείχε σε μια δοκιμή για να δει πόσο καλά θα λειτουργούσε ένα πρωτότυπο διαστημικής στολής σε συνθήκες κενού. Για να προσομοιώσει τα αποτελέσματα του διαστήματος, η NASA κατασκεύασε έναν τεράστιο θάλαμο κενού. Σε κάποιο σημείο κατά τη διάρκεια της δοκιμής ο εύκαμπτος σωλήνας πίεσης αποσπάστηκε από την διαστημική στολή και αυτό έκανε την πίεση να πέσει από τα 200 Torr στα 5 Torr σε

λιγότερο από 10 δευτερόλεπτα. Ο Jim Leblanc σε 14 δευτερόλεπτα έχασε τις αισθήσεις του λόγω υποξίας και ένας συνάδελφος του μπήκε στον θάλαμο μέσα σε 25 δευτερόλεπτα και του έδωσε οξυγόνο. Ο θάλαμος επανασυμπιέστηκε σε 60 δευτερόλεπτα και ο Jim Leblanc ανάρρωσε σχεδόν αμέσως χωρίς κάποια μόνιμη βλάβη. Οι μόνοι άνθρωποι που είναι γνωστό ότι έχουν πεθάνει από την έκθεση στο κενό είναι τα τρία μέλη του πληρώματος του διαστημικού σκάφους Soyuz 11. Κατά τη διάρκεια των προετοιμασιών για επανείσοδο από τροχιά στις 30 Ιουνίου 1971, μία βαλβίδα εξισορρόπησης πίεσης στη μονάδα καθόδου του διαστημικού σκάφους άνοιξε απροσδόκητα σε υψόμετρο 168 km προκαλώντας ταχεία αποσυμπίεση και τον επακόλουθο θάνατο ολόκληρου του πληρώματος. Πειράματα σε ζώα δείχνουν ότι η ταχεία και πλήρης ανάκαμψη είναι φυσιολογική για εκθέσεις μικρότερες από 90 δευτερόλεπτα, ενώ η μεγαλύτερη έκθεση είναι θανατηφόρα και η ανάνηψη δεν ήταν ποτέ επιτυχής. Μια μελέτη της NASA σε οκτώ χιμπατζήδες διαπίστωσε ότι όλοι τους επιβίωσαν από δύομισι λεπτά έκθεσης στο κενό. Υπάρχει όμως πολύ περιορισμένος αριθμός δεδομένων από ανθρώπινα ατυχήματα, αλλά από ότι φαίνεται είναι συνεπής με τα δεδομένα για τα ζώα. Ορισμένοι ακραίοφιλοι μικροοργανισμοί, όπως τα όψιμα μπορούν να επιβιώσουν σε συνθήκες κενού για περιόδους ημερών ή εβδομάδων. Πειράματα που έχουν γίνει δείχνουν ότι τα φυτά είναι σε θέση να επιβιώσουν σε περιβάλλον μέσου κενού 11 Torr για περίπου 30 λεπτά.

## Συμπέρασμα

### Φιλοσοφία

Οι αρχαίοι φιλόσοφοι χρησιμοποίησαν τον όρο κενό, ενώ η σύγχρονη φυσική τον όρο χωρικά εκτεινόμενο πεδίο δύναμης ως συνδετικό μέσο για τα άτομα. Σήμερα οι επιστημονικές απόψεις έχουν προχωρήσει ακόμα περισσότερο αφού τα στοιχειώδη σωματίδια, δηλαδή οι δομικοί λίθοι της ύλης δεν αποτελούν παρά δίνες του ίδιου του κενού. Η μαθηματική λογική του πεδίου δύναμης δρα ως αναγκαίο μέσο που συνδέει και επιταχύνει τα υποατομικά σωματίδια. Είναι ένα εργαλείο του λογικού θετικισμού, αλλά δεν υπάρχει σε φυσική εκδήλωση. Είναι προφανές ότι τα σωματίδια δεν μπορούν να ερμηνεύσουν την απομακρυσμένη δράση μέσω του άδειου χώρου, ο χώρος λοιπόν απαιτεί την ύπαρξη των πεδίων δύναμης, αλλά είναι φανερό ότι η μοναδική οντότητα πρέπει να υπάρχει και συνεπώς συνδέεται με την πολυμορφία. Ο κοινός παρονομαστής που τα συνδέει όλα αυτά είναι το κενό και οι αρχαίοι φιλόσοφοι είχαν καταφέρει να αντιληφθούν την έννοια αυτή.

### Φυσική

Ακόμα όμως και εάν αφαιρούσαμε όλη την ύλη με τη γνωστή μορφή της από τον χώρο, σύμφωνα με την κβαντική μηχανική τα ιδεατά σωματίδια που εμφανίζονται για απειροελάχιστο χρόνο και εξαϋλώνονται και η σκοτεινή ενέργεια της οποίας τα αποτελέσματα είναι παρατηρήσιμα δεν μας αφήνουν να ελπίσουμε για δυνατότητα δημιουργίας πραγματικού κενού στον κόσμο που γνωρίζουμε. Υπό την κλασική έννοια του εντελώς άδειου χώρου το κενό δεν μπορεί να υπάρξει ούτε στο εσωτερικό της ύλης. Λέγεται συχνά ότι το άτομο είναι στο μεγαλύτερο ποσοστό του κενός χώρος, ωστόσο στην κβαντική μηχανική τα σωματίδια δεν έχουν απολύτως καθορισμένες θέσεις και μεγέθη δεν είναι σημεία (σβώλοι) που καταλαμβάνουν σαφώς έναν χώρο. Αντίθετα μπορεί να θεωρηθεί ότι τα ηλεκτρόνια απλώνονται σε ολόκληρο τον χώρο του ατόμου, με μια ορισμένη πιθανότητα να εντοπιστούν σε οποιοδήποτε σημείο του. Επομένως μπορεί κανείς να μιλήσει για μικρότερη ή μεγαλύτερη πυκνότητα πιθανότητας σε μια περιοχή του χώρου, αλλά όχι για σαφώς κατειλημμένες και κενές περιοχές.

### Μαθηματικά

Στα μαθηματικά η έννοια του τίποτα άργησε πολύ να γίνει αποδεκτή. Αρχικά με τον αριθμό μηδέν όπου όλοι οι αρχαίοι λαοί δυσκολεύονταν να κατανοήσουν την χρησιμότητα, αλλά και τον λόγω ύπαρξής του. Γιατί να πεις έχω μηδέν καμήλες ενώ μπορείς να πεις δεν έχω καθόλου καμήλες, υπάρχει ένα μεγάλο λογικό άλμα από το 0 πράγματα στο πιο αφαιρετικό 0 και χρειάστηκε να περάσουν εκατοντάδες χρόνια ώστε το



μηδέν να ενσωματωθεί στα μαθηματικά και να αναγνωριστεί η σπουδαιότητά του. Στην συνέχεια με την δημιουργία της θεωρίας συνόλων προέκυψε και πάλι το πρόβλημα με το σύνολο που δεν περιέχει τίποτα, δηλαδή το σύνολο που έχει μηδέν στοιχεία. Το σύνολο αυτό ονομάστηκε κενό σύνολο και ενώ είναι μια τυπική και ευρέως αποδεκτή μαθηματική έννοια, παραμένει μια οντολογική περιέργεια του οποίου το νόημα και η χρησιμότητα συζητιέται από φιλοσόφους και επιστήμονες. Ακόμα και σήμερα δεν έχουμε καταφέρει να αποσαφηνίσουμε όλα τα θαυμαστά παράδοξα που δημιουργεί αυτός ο ιδιαίτερος αριθμός το μηδέν.

### **Κοινωνία**

Το κενό είναι μια από τις έννοιες για τις οποίες κάθε πολιτισμός, ακόμα και ο πιο πρωτόγονος έχει διαμορφώσει κάποια αντίληψη. Όλοι οι άνθρωποι σε κάθε τόπο και κάθε εποχή έχουν καθημερινές εμπειρίες για το κενό, τον χώρο, τον χρόνο, το φως και τα όρια. Αυτές οι εμπειρίες είναι σε μεγάλο βαθμό κοινές, διότι η συμβίωση των ανθρώπων στα πλαίσια ενός κοινωνικού συνόλου απαιτεί τη διαμόρφωση κοινών αντιλήψεων για αυτές τις έννοιες. Οι αντιλήψεις αυτές επηρεάζονται βέβαια από τον πολιτισμό μίας κοινωνίας, αλλά και εκείνες επηρεάζουν με την σειρά τους την εξέλιξη αυτού του πολιτισμού. Η επιστήμη και η τέχνη είναι θεμελιώδη συστατικά κάθε πολιτισμού, μοιράζονται τις καθημερινές εμπειρίες μίας κοινωνίας και υιοθετούν σε μεγάλο βαθμό τις αντιλήψεις της για το τι είναι πραγματικότητα. Συμμετέχουν επίσης στο στήσιμο του κοσμοειδώλου της εποχής τους, ενός κοσμοειδώλου που συχνά υπερβαίνει τα στενά πολιτισμικά όρια κάποιας συγκεκριμένης κοινωνίας. Η αμφισβήτηση των ορίων, η εκτίμηση του εφήμερου και η απομυθοποίηση του μόνιμου χαρακτηρίζουν κάθε όψη της καθημερινότητας και του πολιτισμού της εποχής μας. Αυτές οι κοινές τάσεις συμμετέχουν στη διαμόρφωση της κουλτούρας μας και εμφανίζονται σε κάθε της εκδήλωση. Διαμορφώνουν ένα κλίμα που καθορίζει ποια ερωτήματα αξίζει να κάνουμε και πώς πρέπει να τα διατυπώσουμε, ποια ερωτήματα έχουν νόημα και ποια όχι. Αυτό το κλίμα βέβαια δεν είναι πάντα απαλλαγμένο από μια επαλληλία αντιφατικών θεωρήσεων, πολλές φορές μάλιστα αυτές οι αντιφάσεις γίνονται εστία δημιουργίας ιδεών μέσα σε μία κουλτούρα. Στην εποχή μας οι αντιλήψεις για τα βασικά συστατικά της κουλτούρας έχουν υποστεί δραματικές αλλαγές. Η επισκόπηση των αντιλήψεων για το κενό προσφέρει ένα καλό παράδειγμα για το πως οι μεταβολές αυτές παραβλέπουν τις διαχωριστικές γραμμές μεταξύ γνωστικών αντικειμένων και εξαπλώνονται σε κάθε όψη της ζωής μας. Ένας πολιτισμός μεταβάλλεται ταυτόχρονα και συνολικά, σαν υγρό που βράζει ταυτόχρονα σε κάθε σημείο του όταν φτάσει στην κατάλληλη θερμοκρασία. Οι διαφοροποιήσεις στις βασικές αντιλήψεις για το τι είναι κενό, χώρος,

χρόνος, φως και όρια, δεν είναι παρά οι φυσαλίδες που προμηνύουν τον βρασμό και διαχέουν τις επερχόμενες συνολικές αλλαγές. Στην εποχή μας τόσο στην επιστήμη όσο και στην τέχνη κενό λέγεται αυτό που απομένει μετά την αφαίρεση όλων αυτών που μπορούν να αφαιρεθούν από έναν χώρο. Το σημαντικό όμως είναι πως δεν μπορούν να αφαιρεθούν τα πάντα, πως υπάρχει πάντοτε στο κενό μια ακατάπαυστη δραστηριότητα. Δεν υπάρχει το απόλυτο τίποτα, το κενό δεν είναι το άδειο. Είναι η πηγή της δημιουργικότητας, ο χώρος όλων των πιθανοτήτων, η βάση των πάντων. Ακόμα και στην καθημερινή ζωή μας λέμε κενό έναν χώρο μεταφορικά ή κυριολεκτικά, όχι όταν δεν περιέχει απολύτως τίποτα, αλλά όταν δεν περιέχει κάτι που νομίζουμε πως έπρεπε να είναι εκεί. Λέμε πως ένα ποτήρι είναι άδειο όταν δεν περιέχει υγρό, παρόλο που περιέχει πάντοτε αέρα. Το κενό είναι λοιπόν έννοια σχετική διότι υπάρχει πάντα κάποιο πλαίσιο και κάποιες προσδοκίες που μας κάνουν να πούμε ότι μια περιοχή ή μια ζωή είναι κενή. Δυο άνθρωποι μπορεί να έχουν πολύ παρόμοιες συνθήκες διαβίωσης και όμως ο ένας μπορεί να νιώθει κενός, ενώ ο άλλος μπορεί να νιώθει πως τον γεμίζει η ζωή του. Για έναν απλό άνθρωπο η πτώση στο κενό σημαίνει πτώση σε χώρο όπου δεν υπάρχει τίποτα. Στη σύγχρονη τέχνη όχι μόνο είναι πλήρες το κενό, αλλά είναι επιπλέον αδύνατο να είναι οτιδήποτε άλλο, επειδή τα όρια μεταξύ ύλης και χώρου, μεταξύ του μέσα και του έξω είναι συχνά δυσδιάκριτα ή και ανύπαρκτα. Η ανυπαρξία των ορίων είναι μάλιστα ένα καθοριστικό χαρακτηριστικό της εποχής μας και μια ακραία της έκφραση στα πλαίσια της σύγχρονης φυσικής είναι το ξεδίπλωμα της ύλης σε όλο τον χώρο, είτε υπό τη μορφή κυματοσυνάρτησης, είτε υπό τη μορφή πεδίου. Αυτό το πλήρες κενό δεν είναι καθόλου αδρανές, η δομή του αλλοιώνεται όταν κάτι δράσει πάνω του. Επιπλέον οι υπάρξεις που περικλείει είναι συνήθως εφήμερες και συνθέτουν μια εν δυνάμει πραγματικότητα, έναν κοχλάζοντα κόσμο. Το σύγχρονο κενό λοιπόν είναι δυναμικό, πολύπλοκο, εξελίσσεται διαρκώς και έχει μια διαδραστική σχέση με τα σύνορα και τα περιεχόμενα του. Είναι γεγονός όμως ότι οι παλιότερες αντιλήψεις για το κενό δεν έχουν εξαλειφθεί, αντίθετα συνάρχουν μαζί με τις νέες σε μια διαρκή και γόνιμη ζύμωση, το ίδιο συμβαίνει βέβαια και με πολλά άλλα στοιχεία της σύγχρονης κουλτούρας. Πρέπει να διευκρινισθεί πως η ανάλυση αυτή αφορά κυρίως τη δυτική κουλτούρα, διότι οι ανατολικοί λαοί πάντα θεωρούσαν το κενό δυναμικό, πηγή των πάντων, θάλασσα γεμάτη εφήμερες υπάρξεις. Στην Δύση το συμμετρικό, το αιώνιο, το στατικό αποτελούσαν για πολλούς αιώνες τις απαραίτητες προϋποθέσεις για την τελειότητα. Αντίθετα στην Ανατολή η τελειότητα υπάρχει μέσα στη δυναμική εξέλιξη των πάντων, ακόμα και μέσα στο χάος. Μόνο μόλις προσφάτως έχει γίνει εφικτή κάποια σύγκλιση στις βασικές αντιλήψεις που συνιστούν την υποδομή του ανατολικού και του δυτικού πολιτισμού. Η ουσία δηλαδή όσον

αφορά το κενό δεν είναι τελικά το εάν είναι άδειο ή γεμάτο, στερητικό ή θετικό, επειδή στις περισσότερες φάσεις του ανθρώπινου πολιτισμού πάντα κάτι το γέμιζε, είτε το έλεγαν Θεό, είτε το έλεγαν Τάο, είτε το έλεγαν αιθέρα. Το κενό είναι πια δυναμικό όχι στατικό, είναι ένα κενό που δεν στερείται νοήματος ή περιεχομένου, αλλά αντίθετα βρίθει από πολλαπλές εκδοχές και δυνατότητες. Ένα κενό στο μεταίχμιο δυνατότητας και πραγματικότητας, ένα κενό που κοχλάζει σε συνεχή αλληλεπίδραση με τον κόσμο. Η κενότητα ως ανθρώπινη κατάσταση είναι ένα αίσθημα γενικευμένης πλήξης, κοινωνικής αποξένωσης και απάθειας. Η αστική κοινωνιολογία και η κοινωνική ψυχολογία δεν ερμηνεύουν ικανοποιητικά το φαινόμενο του συναισθηματικού κενού, που περισσότερο από οτιδήποτε άλλο σχετίζεται με την αστικοποίηση, την απομάκρυνση του ανθρώπου από την φύση και το «μηχανικό σύνολο» που είναι η σύγχρονη μεγάλη πόλη. Τα αισθήματα κενού συχνά συνοδεύουν την δυσθυμία, την κατάθλιψη, την μοναξιά, την απελπισία και άλλες συναισθηματικές διαταραχές της προσωπικότητας. Μια αίσθηση κενού είναι επίσης μέρος της φυσικής διαδικασίας της θλίψης ως αποτέλεσμα ενός χωρισμού ή άλλων σημαντικών αλλαγών στην ζωή. Ωστόσο η ιδιαίτερη σημασία του κενού ποικίλλει, ανάλογα με το κοινωνικοπολιτικό, θρησκευτικό ή πολιτισμικό περιβάλλον του ατόμου. Οι Δυτικοί κοινωνιολόγοι και ψυχολόγοι βλέπουν την κατάσταση κενότητας ως αρνητική και ανεπιθύμητη κατάσταση και δεν σχετίζεται με την κενότητα που πρεσβεύουν οι ανατολικές φιλοσοφίες, όπως η βουδιστική φιλοσοφία και ο ταοϊσμός, όπου η κενότητα είναι μία επιδιωκόμενη κατάσταση στο μονοπάτι προς την απελευθέρωση. Έξω από την ανατολική φιλοσοφία, μερικοί συγγραφείς έχουν επίσης προτείνει ότι οι άνθρωποι μπορούν να χρησιμοποιούν την μεταβατική κατάσταση του κενού ως το μέσο για την απελευθέρωση τους και την προσωπική ανάπτυξη. Στην κοινωνιολογία η αίσθηση του κενού συνδέεται με την κοινωνική αποξένωση του ατόμου. Αυτή η αίσθηση της αποξένωσης ενδέχεται να καταστέλλεται κατά την διάρκεια της εργασίας, λόγω της ρουτίνας των καθηκόντων, αλλά κατά τις ώρες αναψυχής ή κατά τη διάρκεια του Σαββατοκύριακου, οι άνθρωποι μπορεί να έχουν ένα αίσθημα «υπαρξιακού κενού». Στην αστική κοινωνιολογία και στην κοινωνική ψυχολογία θέση κλειδί κατέχει η διαπίστωση ότι οι άνθρωποι στις μεγάλες πόλεις είναι χωρισμένοι παρά όλους τους ενωτικούς παράγοντες, ενώ οι άνθρωποι της επαρχίας είναι ενωμένοι παρά όλους εκείνους τους παράγοντες που τους χωρίζουν. Στην πόλη η έννοια της ύπαρξης μετατοπίζεται από το ομαδικό στο ατομικό, κάθε πρόσωπο γίνεται κατανοητό με όρους ενός συγκεκριμένου ρόλου και της υπηρεσίας που παρέχει, έχει σχέση με την τεχνητή κατασκευή ενός συνόλου ανθρώπων. Αποκλειστικό χαρακτηριστικό της σύγχρονης πόλης είναι η εντατικοποίηση των νευρικών ερεθισμάτων με τα οποία ο

κάτοικος της πόλης πρέπει να προσαρμόζεται σε σχέση με το αγροτικό περιβάλλον, όπου ο ρυθμός της ζωής και οι αισθητηριακές εικόνες είναι πιο αργές. Επιπρόσθετα πρέπει να συνηθίσει στην πόλη τους αδιάκοπους βομβαρδισμούς από εικόνες, ήχους και μυρωδιές. Το άτομο αναπτύσσει μια αδιάφορη, κορεσμένη στάση πραγματικότητας, ένα κοινωνικό αποθεματικό, δίνει απαντήσεις με το κεφάλι και όχι την καρδιά, δεν νοιάζεται και δεν συμμετέχει. Οι κάτοικοι των πόλεων είναι υπερβολικά συντονισμένοι, προσαρμοσμένοι με τον χρόνο για να διατηρηθεί η αίσθηση της ατομικότητας και να μην αισθάνονται σαν γρανάζι σε μηχανή, κάνουν κάτι διαφορετικό ή παράξενο για να ξεχωρίζουν. Άλλες λύσεις που έχουν προταθεί για να μειωθεί η αίσθηση του κενού είναι ένα κατοικίδιο ζώο, συμμετοχή στην πνευματικότητα και ο εθελοντισμός για να γεμίσει ο χρόνος. Πρέπει να υπάρξει κοινωνική επαφή δημιουργώντας κοινωνικές αλληλεπιδράσεις, όπως είναι οι δραστηριότητες κοινοτήτων και συλλόγων, οι εξορμήσεις, η εύρεση ενός χόμπι για να επανακτηθεί το ενδιαφέρον για την ζωή. Οι άνθρωποι που νιώθουν κενό προσπαθούν να το γεμίσουν με τρόφιμα, με διασκέδαση, με ουσίες, με σχέσεις ή με καταναλωτικά προϊόντα. Ως δεδομένο πρέπει να πάρουμε την πιο συνηθισμένη, αλλά λανθασμένη αντίληψη ότι ζώντας σε ένα περιβάλλον όπου γίνονται πολλά ή μας παρέχεται η δυνατότητα να κάνουμε πολλά, μπορούμε να καλύψουμε την αίσθηση του εσωτερικού κενού. Αντιθέτως η αίσθηση του κενού είναι περισσότερο ένα αστικό φαινόμενο, αφού η επαρχία πάσχει πολύ λιγότερο από την αίσθηση του κενού. Αστικοποίηση σημαίνει απόσταση από την φυσική αρμονία, τι πιο φυσικό περιβάλλον για να ευδοκιμήσει το κενό. Ο χειρότερος τρόπος για την ανατροφή των νέων είναι να τους δίνονται όλες οι ευκολίες, επειδή όπως έλεγε ο Δημόκριτος «η ευκολία γεννά τις ηδονές και από αυτές προέρχεται κάθε κακοήθεια».

## Βιβλιογραφία

- 1) Αναπολιτάνος Διονύσιος, Εισαγωγή Στη Φιλοσοφία Των Μαθηματικών, Νεφέλη, 1985
- 2) Γεωργίου Δημήτριος - Ηλιάδης Σταύρος, Θεωρία Συνόλων, Τζιόλα, 2017
- 3) Δανέζης Μάνος - Θεοδοσίου Στράτος, Μετρώντας Τον Άχρονο Χρόνο, Δίαυλος, 1994
- 4) Δανέζης Μάνος - Θεοδοσίου Στράτος, Το Σύμπαν Που Αγάπησα, Δίαυλος, 1999
- 5) Δανέζης Μάνος - Θεοδοσίου Στράτος, Η Κοσμολογία Της Νόησης, Δίαυλος, 2003
- 6) Θεοδωράκης Σταύρος, Το Κενό Που Κοχλάζει, Δίαυλος, 1999
- 7) Κάλφα Κορνηλία, Αξιοματική Θεωρία Συνόλων, Ζήτη, 1990
- 8) Κάλφας Βασίλειος, Φιλοσοφία Και Επιστήμη Στην Αρχαία Ελλάδα, Πόλις, 2005
- 9) Καπελλίδης Σπυρίδων, Θεωρία Συνόλων, Ζανταρίδης Τηλέγραφος, 2019
- 10) Κριτικός Νικόλαος - Σωτηράκης Νικόλαος, Στοιχεία Από Την Θεωρία Των Συνόλων, Ίδρυμα Μανόλη Τριανταφυλλίδη, 1971
- 11) Κύρκος Βασίλειος, Δημόκριτος Η Ζωή Και Το Έργο Του, Ζήτρος, 2004
- 12) Μοσχοβάκης Ιωάννης, Σημειώσεις Στην Συνολοθεωρία, Νεφέλη, 1993
- 13) Σκουτερόπουλος Νικόλαος, Η Αρχαία Σοφιστική, Γνώση, 1998
- 14) Σπανδαγός Ευάγγελος - Σπανδαγού Ρουλά, Εισαγωγή Στην Θεωρία Συνόλων, Αίθρα, 2014

- 15) Τζουβάρας Αθανάσιος, Στοιχεία Μαθηματικής Λογικής, Ζήτη, 1998
- 16) Φίλη Χριστίνα, Οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές Των Σύγχρονων Μαθηματικών, Παπασωτηρίου, 2010
- 17) Anderson Eric, Ο Επίκουρος Στον 21ο Αιώνα, Θύραθεν, 2002
- 18) Gribbin John, Η Μεγάλη Έκρηξη, Ωρόρα, 1992
- 19) Guthrie William, Οι Έλληνες Φιλόσοφοι, Παπαδήμας, 2007
- 20) Halmos Paul, Αφελής Συνολοθεωρία, Εκκρεμές, 2002
- 21) Hawking Stephen, Το χρονικό Του Χρόνου, Κάτοπτρο, 1998
- 22) Kaplan Robert, Το Υπαρκτό Τίποτα Μια Ιστορία Του Μηδενός, Αλεξάνδρεια, 2012
- 23) Lindberg David, Οι Απαρχές Της Δυτικής Επιστήμης, ΕΜΠ, 2003
- 24) Novikov Igor, Το Ποτάμι Του Χρόνου, Τραυλός, 1999
- 25) Ross David, Αριστοτέλης, Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης, 1991
- 26) Shapin Steven - Schaffer Simon, Ο Λεβιάθαν Και Η Αντλία Κενού, Ροπή, 2021
- 27) Sharples Robert, Στωικοί Επικούρειοι Και Σκεπτικοί, Θύραθεν, 2002
- 28) Stewart Ian, Οι Αριθμοί Της Φύσης, Κάτοπτρο, 1996
- 29) Thorne Kir, Μάυρες Τρύπες Και Στρεβλώσεις Του Χρόνου, Κάτοπτρο, 1999