



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Ερατοσθένης ο Κυρηναίος Μαθηματικό και Ποιητικό έργο

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ελένη Παπαστεργίου

Επιβλέπων : Πέτρος Στεφανέας

Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2023



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Ερατοσθένης ο Κυρηναίος Μαθηματικό και Ποιητικό έργο

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ελένη Παπαστεργίου

Επιβλέπων : Πέτρος Στεφανέας

Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή 8 Μαρτίου 2023.

Πέτρος Στεφανέας

Καθηγητής ΕΜΠ

Παναγιώτης Ψαρράκος

Καθηγητής ΕΜΠ

Καλλιόπη Παυλοπούλου

Καθηγήτρια ΕΜΠ

Αθήνα, 2023

.....

Ελένη Παπαστεργίου

Διπλωματούχος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών Ε.Μ.Π.

Copyright © Παπαστεργίου Ελένη 2022.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, στο τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών. Η ολοκλήρωση αυτής της εργασίας θα ήταν αδύνατη χωρίς την πολύτιμη υποστήριξη του καθηγητή μου, Κύριου Πέτρου Στεφανέα. Του εκφράζω ένα βαθύ ευχαριστώ για όλη τη βοήθεια που μου προσέφερε.

Θέλω, επίσης, να ευχαριστήσω πολύ τους γονείς μου, Αντώνη Παπαστεργίου και Στέλλα Σταρατζή) και τον αδελφό μου Κώστα Παπαστεργίου, οι οποίοι υπήρξαν πάντα ένα ανεκτίμητο στήριγμα για μένα και στους οποίους οφείλω όλη τη διαδρομή των σπουδών μου, μέχρι σήμερα.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους φίλους μου Μάριο, Σπύρο, Βάσω και Δήμητρα για όλη τη στήριξη, τη συμπαράσταση και την κατανόηση τους καθ' όλη τη διάρκεια συγγραφής της εργασίας.

Περίληψη

Για να μελετήσει κανείς τον Ερατοσθένη πρέπει να κάνει μια ολιστική πραγμάτευση του θέματος. Δεν θα πρέπει να παραβλεφθεί το γεγονός ότι ο εν λόγω μαθηματικός και στοχαστής, στην πορεία της ζωής του, είχε καταπιαστεί με πολλά και διάφορα πεδία. Στην παρούσα μελέτη σκοπός μας είναι να καταπιαστούμε όχι μόνο με το μαθηματικό, καθότι το πιο αποσαφηνισμένο στη βιβλιογραφία, αλλά με όλες τις πλευρές του Ερατοσθένη.

Κύριος σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι να αναπτυχθεί επί μακρόν η πλευρά του μαθηματικού αλλά και του ποιητικού-φιλοσοφικού του έργου. Θα ξεκινήσουμε με μια ιστοριογραφική ανάλυση εκκινώντας από την αλεξανδρινή εποχή και τις τότε συγκροτηθείσες αυτοκρατορίες, για να αναφερθούμε στην εξέλιξη των επιστημών υπό το φως των τότε αντικειμενικών συνθηκών. Οι βιβλιοθήκες τότε θα παίξουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη των μαθηματικών και άλλων επιστημονικών κλάδων καθώς, όπως μαθαίνουμε, ο Ερατοσθένης θα προσπαθήσει να λύσει κάποια από τα λεγόμενα "άλυτα προβλήματα", μεταξύ των οποίων και ο διπλασιασμός του κύβου.

Παραθέτοντας στη συνέχεια και την πτυχή της ποιητικής-φιλοσοφικής ματιάς του, θα προσπαθήσουμε να γεφυρώσουμε τα δύο κομμάτια μέσα από τρία συγκεκριμένα ποιήματα του Ερατοσθένη. Ακριβώς επειδή ο ίδιος δεν ήταν μόνο μαθηματικός, γι' αυτόν, λοιπόν, τον λόγο, μας δείχνει πως ο διπλασιασμός του κύβου δεν αποτελούσε για εκείνον μόνο ένα μαθηματικό πρόβλημα προς επίλυση, αλλά και κάτι που μπορούσε να λάβει ποιητική μορφής έκφρασης. Σε αυτό το σημείο θα γίνει εκτενής ανάλυση στο περιεχόμενο της τραγικής ποίησης καθώς και στις ετυμολογικές και σημασιολογικές καταβολές της. Η σύνδεση με τον Αριστοτέλη, τον Πλάτωνα και τον Πυθαγόρα θα φανεί ως μια επιπλέον γραμμή σκέψης που διαπερνά τη φιλοσοφική πλευρά του.

Λέξεις Κλειδιά: Αλεξάνδρεια, διπλασιασμός του κύβου, "Ηριγόνη", τραγωδία, φιλοσοφία

Abstract

In order for someone to delve into Eratosthenes oeuvre, a holistic approach is needed. The fact that the renowned mathematician and philosopher had been engaged in several fields during his life cannot be overlooked. The aim of the present study is to explore the whole spectrum of Eratosthenes' works, including the parts of it that eluded mathematics. The central objective of this dissertation is to research in-depth, not only the mathematical part of his work but also to put light on his philosophical and poetic work as well. The first part of this thesis is dedicated to drawing a historiographical analysis, starting from the Alexandrian era and the empires of this era, so as to discuss the development of science and the conditions that led to it. During this period, libraries played a major role in the advance of mathematics, among several other scientific disciplines. At this time, Eratosthenes attempted to solve some of the "Unsolved Problems" known as "classical problems" including the cube doubling problem. Moreover, by invoking Eratosthenes' philosophical-poetic point of view, and by taking three particular poems of his as a case of study, we attempt to bridge all the parts of his work together. In other words, we will claim that the mathematical and the philosophical-poetic aspects of his oeuvre are connected to each other, and should be considered as a whole. In support of this statement, we will see that, for Eratosthenes, the cube doubling problem was not just a mathematical problem that needed to be solved, but it rather reaches to poetic and philosophical dimensions. On the side of this argument, we will analyze the content of tragic poetry, as well as its etymological and semantic origins. The interrelation with Aristotle, Plato, and Pythagoras will constitute an additional line of thinking which penetrates his philosophical mindset.

keywords: Eratosthenes, "Erigone", Alexandria, doubling the cube, tragedy, philosophy

Περιεχόμενα

Πρόλογος	12
Μέρος Α΄- Μαθηματικό έργο	14
Κεφάλαιο1: Ιστορική επισκόπηση	14
1.1 Τα μαθηματικά της Ελληνιστικής Εποχής (336-30 π.Χ.)	14
1.2 Αλεξάνδρεια (Μουσείο και Βιβλιοθήκη)	17
Κεφάλαιο 2: Ερατοσθένης ο Κυρηναίος	18
2.1 Ερατοσθένης ο Κυρηναίος – γενικά	18
2.2 Η ζωή του	19
Κεφάλαιο 3: Τα επιτεύγματα του Ερατοσθένη	25
3.1 Η μέτρηση της περιφέρειας της Γης από τον Ερατοσθένη	25
3.2 Χάρτες	28
3.2.1 Ο χάρτης του Δικαίαρχου	28
3.2.2 Ο χάρτης του Ερατοσθένη.....	30
3.2.3 Το γεωγραφικό πλέγμα του Ερατοσθένη.....	32
3.2.4 Συμπεράσματα	33
3.3 Το κόσκινο του Ερατοσθένη	34
3.4 Τα άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας	36
3.4.1 Ο διπλασιασμός του κύβου	36
3.4.2 Η λύση του Ερατοσθένη	40
Μέρος Β΄- Ποιητικό έργο	43
Κεφάλαιο 4: Για μια φιλοσοφική και ποιητική ματιά στον Ερατοσθένη	43
4.1 Σκοποθεσία του ερευνητικού ερωτήματος	43
4.2 Ποιητικό έργο	44
4.3 Ιστορικό πλαίσιο της ποιητικής σύνθεσης.....	47
4.4 Επισκόπηση του περιεχομένου της «Ηριγόνης».....	50
4.5 Απαρχές της Τραγωδίας ως λογοτεχνικού είδους.....	52
4.6 Ερατοσθένης και Φιλοσοφία	54
4.7 Ερατοσθένης και Πλάτων	55
Βιβλιογραφικές αναφορές	57

Πρόλογος

Για να καταπιαστεί κανείς με τον Ερατοσθένη, θα πρέπει να λάβει υπόψιν του την πολυπρισματική διάστασή του. Είτε ως μαθηματικός της εποχής του, είτε ως στοχαστής είτε ως ποιητής έχει να επιδείξει ένα έργο που αναδεικνύει τη βαθιά του ανάγκη να επεξεργαστεί τις ιδέες του κάτω από μια νέα, από μια διαφορετική "γλώσσα" γραφής και σκέψης. Ο Ερατοσθένης δεν μπορεί να εξηγηθεί ως στοχαστής και μαθηματικός μέσα από μια αποκλειστικά προσωποπαγή έκθεση και ανάλυση του ίδιου και του έργου του.

Το ιστορικό πλαίσιο της εποχής του, ήταν στοιχείο καταλυτικά, το οποίο επέδρασε προκειμένου για την ανάδειξη των διανοητικών αρετών του Ερατοσθένη. Πιο συγκεκριμένα, ο Μ. Αλέξανδρος με τις εκστρατείες που έκανε στην Ανατολή είχε ανάγκη, εκτός από πολεμιστές, και επιστήμονες όπως γιατρούς, αστρονόμους και γεωγράφους. Αυτό ήταν κάτι που έφερε σε γεφύρωση το επιστημονικό στάτους της Δύσης με εκείνο της Ανατολής. Τότε ήταν επίσης που αναπτύχθηκε και η μηχανική, λόγω και της οικοδόμησης των μεγαλουπόλεων της ελληνιστικής εποχής. Οπότε έχουμε να κάνουμε με μια, όπως μπορεί να λεχθεί, "χρυσή εποχή" για τις επιστήμες και τις τέχνες, γεγονός που το επιβεβαιώνει και η δημιουργία της μεγάλης βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας, στην οποία και φυλασσόταν ένας μεγάλος αριθμός των πιο σημαντικών φιλοσοφικών και εν γένει επιστημονικών έργων.

Στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας ο Ερατοσθένης διετέλεσε υπεύθυνος, όπου και ανέπτυξε μια από τις πιο ακριβείς μαθηματικές μετρήσεις για την περιφέρεια της Γης. Ύστερα πήγε στην Αθήνα και έλαβε σημαντικές σπουδές στα κύρια επιστημονικά πεδία. Τότε είναι που, λόγω και του ακμάζοντος πολιτισμικού περιβάλλοντος στο οποίο και βρισκόταν, θα αναπτύξει εκτενώς το μαθηματικό και γεωγραφικό του έργο σχετικά με τη μέτρηση της περιφέρειας της Γης. Εδώ, όπως θα φανεί και εν συνεχεία στο κύριο μέρος του κειμένου, εντοπίζεται και το σημείο στο οποίο συγκλίνει το μαθηματικό με το φιλοσοφικό πεδίο του συνολικού του έργου. Επηραζόμενος από τον Πυθαγόρα και τον Πλάτωνα θα αναπτύξει και εκείνος τη δική του θεωρία σχετικά με τα στρώματα ή επίπεδα της Γης, τη λεγόμενη κοσμολογία στη φιλοσοφική ορολογία, καθώς θα μιλήσει και για το οντολογικό καθεστώς των ψυχών πριν εξατομικευθούν σε ένα εγκόσμιο σώμα, έτσι όπως το συναντάμε και στον Τίμαιο του Πλάτωνα.

Ο Ερατοσθένης, λοιπόν, έχει να επιδείξει ένα μεγάλο εύρος πνευματικών αρετών, γεγονός που τον καταξίωσε και ως έναν από εκείνους που ασχολήθηκαν και με την ποίηση. Μιλώντας για ποίηση δεν μπορούμε να σκεπτόμαστε με όρους του αυστηρά έμμετρου και ομοιοκατάληκτο ή μη στίχου, όπως αναγνωρίζεται στη σύγχρονη ποιητική γραμματεία. Ο Ερατοσθένης εκείνο που έκανε ήταν να ασχοληθεί με την κλασική αρχαία ελληνική ποίηση και κυρίως με το πεδίο της αρχαίας ελληνικής τραγωδίας.

Εδώ είναι που γράφει δύο πολύ σημαντικά ποιήματα όπως είναι το “Ηριγόνη” και το “Ερμής”, μέσα από τα οποία γεφυρώνει και τα διαφορετικά επιστημονικά του πεδία. Είναι εκείνος που θα κάνει λόγο για έναν διαφορετικό ορισμό της τραγωδίας, έχοντας γνώση του αριστοτελικού ορισμού, καθώς και μια διαφορετική εκδοχή του Ικάρου, έτσι όπως μας δίνεται συγκεκριμένα στο ποίημα “Ηριγόνη”. Όμως εκείνο για το οποίο μιλούν ορισμένοι μελετητές είναι πως ο Ερατοσθένης δεν είχε, εν τέλει, να επιδείξει κάτι ουσιωδώς πρωτότυπο πάνω στο φιλοσοφικό του έργο, γεγονός που, από άποψη θεωρίας, τον ταυτίζει, απλοποιώντας τον, με την πλατωνική και πυθαγόρεια παράδοση.

Μέρος Α' - Μαθηματικό έργο

Κεφάλαιο 1: Ιστορική επισκόπηση

1.1 Τα μαθηματικά της Ελληνιστικής Εποχής (336-30 π.Χ.)

Γύρω στο 367-400 π.Χ γίνεται η εμφάνιση της Μακεδονίας στην πολιτική σκηνή. Ο Φίλιππος, βασιλιάς της Μακεδονίας (382-336 π.Χ.) κατακτά πόλεις κράτη της ηπειρωτικής Ελλάδας. Μετά το θάνατο του Φιλίππου, ο γιος του Αλέξανδρος (336-323 π.Χ) αφού εδραιώνει την κυριαρχία του στην Ελλάδα μεταφέρει τον πόλεμο στην Ασία. Εκεί σύντομα κατακτά Αίγυπτο, Βαβυλώνα, Περσία και ένα μέρος της Ινδίας. Μια πρωτοφανή σε έκταση Αυτοκρατορία.

Ο Μ. Αλέξανδρος σε αυτές τις εκστρατείες του έκτος από πολεμιστές μαζί του είχε και επιστήμονες που έκαναν αστρονομικές, γεωγραφικές και βιολογικές παρατηρήσεις αλλά και γιατρούς, ιστορικούς κ.α. Επομένως, έρχεται σε στενή επαφή η επιστήμη της Δύσης με την επιστήμη της Ανατολής και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την εξαιρετική διεύρυνση του ορίζοντα των Ελλήνων¹.

Ο όγκος της αυτοκρατορίας του Μ. Αλεξάνδρου καθιστούσε τη διακυβέρνησή της πολύ δύσκολη. Για το λόγο αυτό, μετά το θάνατό του το 323 π.Χ, η αυτοκρατορία του διασπάστηκε σε μεγάλα ελληνιστικά Βασίλεια, τα οποία ήταν τα εξής:

- Το βασίλειο της Αιγύπτου των Πτολεμαίων με κέντρο την Αλεξάνδρεια
- Το βασίλειο της Συρίας των Σελευκιδών (το μεγαλύτερο μέρος της Περσίας και της Βαβυλώνας)
- Το βασίλειο τις Περγάμου, της Μ. Ασίας
- Το βασίλειο της Μακεδονίας και
- Το βασίλειο της Θράκης με αρχηγό το Λυσίμαχο

Οι συνθήκες ανάπτυξης της επιστήμης στα κράτη αυτά διαφέρουν από την κλασική Ελλάδα. Αντί για πολυάριθμες μικρές κοινότητες, που η καθεμιά είχε τη δική της απομονωμένη ζωή και τη δική της πολιτική δομή σχηματίστηκαν τεράστιες αυτοκρατορίες που περιελάμβαναν όλο τον πολιτισμένο κόσμο της εποχής. Πρώτη φορά εμφανίζεται η έννοια της ΟΙΚΟΥΜΕΝΗΣ, του κόσμου που

¹ Bashmakova, I., *Ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών*, μτφρ. Ιωάννης Μ. Βανδουλάκης, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2014, σ.211

κατοικείται από πολιτισμένους ανθρώπους. Παράλληλα, αναπτύσσεται το διεθνές εμπόριο και δημιουργείται ενιαία ελληνική γλώσσα. Επίσης, για πρώτη φορά η ιστορία γίνεται αντιληπτή ως ενιαία παγκόσμια ιστορική διαδικασία και όχι ως ιστορία του ενός ή του άλλου μεγάλου κράτους.

Κατά την ελληνιστική εποχή είχαμε ανάπτυξη των μεγαλουπόλεων και του αστικού πληθυσμού². Ιδρύονται η Αλεξάνδρεια στην Αίγυπτο, η Πέργαμος, η Αντιόχεια, η Λαοδικεία, η Σελεύκεια στον Τίγρη και πολλές άλλες πόλεις. Με όλες αυτές τις αλλαγές συνδέεται και η ανάπτυξη της οικοδομικής τεχνικής. Όλες οι πόλεις οικοδομήθηκαν με επεξεργασμένα σχέδια και εφοδιάζονταν με υδραγωγεία. Γι' αυτό το λόγο ήταν πολύ σημαντική η μαθηματική προετοιμασία των ειδικών μηχανικών³.

Επίσης, ένας άλλος κλάδος που συναντούμε μεγάλη ανάπτυξη είναι ο κλάδος της πολεμικής τέχνης. Αυτό είναι απολύτως λογικό καθώς οι μεγάλες αυτοκρατορίες δεν μπορούν να υπάρξουν χωρίς καλά εξοπλισμένο στρατό και στόλο. Τελειοποιούνται τα βαλλιστικά όπλα και είναι σαφές ότι για να κατασκευαστούν τέτοια όπλα απαιτούνταν πολύπλοκοι υπολογισμοί. Καταπέλτες και βαλλίστρες άρχισαν να χρησιμοποιούνται και στις ναυμαχίες. Αυτό επέφερε μια τεράστια αλλαγή στη ναυπήγηση των πλοίων. Ο οπλισμός πλέον ήταν τόσο βαρύς που δεν μπορούσε να μεταφερθεί από τα παλιά πλοία. Άρχισαν να ναυπηγούνται γιγαντιαία πλοία με 2000, 3000 ακόμα και με 4000 κωπηλάτες. Τη ναυπήγηση ενός τέτοιου πλοίου σύμφωνα με διασωθείσες μαρτυρίες, καθοδηγούσε ο Αρχιμήδης (ίσως έθεσε και το πρόβλημα των συνθήκων ισορροπίας των σωμάτων εντός υγρού).

Στη διάρκεια της ελληνιστικής εποχής τα κράτη αρχίζουν να υποστηρίζουν την επιστήμη και μεγάλα ποσά επενδύονται για την ανάπτυξή της. Έτσι, στην Αλεξάνδρεια ο Πτολεμαίος Α' ο Σωτήρ ίδρυσε το Μουσείο (οίκος των Μουσών). Το Μουσείο αποτελούσε επιστημονικό, ερευνητικό και εκπαιδευτικό κέντρο.⁴ Εκεί προσκαλούνταν οι μεγαλύτεροι επιστήμονες της εποχής. Οι επιστήμονες του Μουσείου έδιναν διαλέξεις πάνω σε διάφορα επιστημονικά θέματα, διεξήγαγαν αστρονομικές και γεωγραφικές παρατηρήσεις και έκαναν έρευνες πάνω στα μαθηματικά, τη φιλοσοφία και την ιστορία.

Άλλο ένα επίτευγμα της ελληνιστικής εποχής είναι η δημιουργία μεγάλων βιβλιοθηκών. Ενώ στην κλασική Ελλάδα τα βιβλία θεωρούνταν πολυτέλεια τώρα έχουμε :

- Τη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας, στην οποία αριθμούνται στα τέλη του 1^{ου} αιώνα πάνω από 700000 χειρόγραφα και
- Τη βιβλιοθήκη της Περγάμου, στην οποία αριθμούνται περίπου 200000 χειρόγραφα

² Bashmakova, I., *Ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών*, μτφρ. Ιωάννης Μ. Βανδουλάκης, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2014, σ.212

³ Ο.Π., σ.213

⁴ Ο.Π., σ. 213

Οι επιστήμονες, οι μηχανικοί και οι στρατιωτικοί της εποχής αφιερώνουν όλες τους τις δυνάμεις στην επιστημονική έρευνα, η οποία γίνεται βασική τους απασχόληση. Ενώ στην κλασική Ελλάδα τα προβλήματα της επιστήμης είχαν απήχηση σε ευρείς κύκλους του ελεύθερου πληθυσμού, στην ελληνοιστική εποχή η βασική μάζα του πληθυσμού αγνοεί τα επιστημονικά επιτεύγματα. Για παράδειγμα, οι Αιγύπτιοι δεν καταλαβαίνουν ελληνικά. Επομένως, η επιστήμη απομακρύνεται απ' το λαό και γι' αυτό το λόγο έχουμε δυσμενείς επιπτώσεις και στη λογοτεχνία και στην τέχνη.

1.2 Αλεξάνδρεια (Μουσείο και Βιβλιοθήκη)

Ένα απ' τα σημαντικότερα επιστημονικά και πολιτισμικά κέντρα της εποχής είναι η Αλεξάνδρεια⁵. Γίνεται πρωτεύουσα της Αιγύπτου μετά το θάνατο του Μ. Αλεξάνδρου (323 π.Χ). Η Αίγυπτος αποτελούσε το μεγαλύτερο κράτος του ελληνιστικού κόσμου. Ο πληθυσμός της Αλεξάνδρειας ήταν μικτός. Πολίτες με πλήρη δικαιώματα θεωρούνταν μόνο οι Έλληνες και οι Μακεδόνες. Μόνο γι' αυτούς η πόλη είχε αυτοδιοίκηση. Στην Αίγυπτο, οι Πτολεμαίοι (βασιλείς) είχαν υπό την προστασία τους την τέχνη και την επιστήμη.

Ο Πτολεμαίος Α' ο Σωτήρ, υιός του Λάγου προσκάλεσε ποιητές, συγγραφείς, φιλοσόφους και επιστήμονες και θεμελίωσε δύο ιδρύματα που έγιναν το επίκεντρο της επιστήμης και της τεχνολογίας. Αυτά ήταν:

- Το Μουσείο και
- Τη Βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας

Το Μουσείο ήταν μέρος του βασιλικού ανακτόρου και αποτελούσε πρόγονο των σύγχρονων πανεπιστημίων. Εκεί ζούσαν και μελετούσαν οι μεγαλύτεροι επιστήμονες και προσέτρεχαν οι νέοι που επιθυμούσαν να κατακτήσουν τη γνώση. Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος (μεγάλος αστρονόμος και μαθηματικός, δημιουργός του γεωκεντρικού συστήματος) αναφέρει ότι το Μουσείο διέθετε αστρονομικό αστεροσκοπείο. Υπήρχε ανατομικό θέατρο και πιθανόν και ζωολογικός κήπος.

Μεγαλύτερη δόξα απέκτησε η Βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας. Εκεί φυλάσσονταν τα έργα όλων των διακεκριμένων ποιητών, συγγραφέων, φιλοσόφων και επιστημόνων. Όπως αναφέραμε, τα χειρόγραφα ανέρχονταν σε 700000 μέχρι τον 1^ο αιώνα. Στη βάση αυτού του μοναδικού θησαυρού στην Αλεξάνδρεια γεννήθηκε και αναπτύχθηκε η φιλολογία ως επιστήμη, διαμορφώθηκε η γραμματική της ελληνικής γλώσσας βάσει της οποίας κατόπιν δημιουργήθηκε η λατινική γραμματική και αργότερα οι γραμματικές όλων των ευρωπαϊκών γλωσσών. Τέλος, στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας διεξάγονταν οι κριτικές μελέτες των έργων των κλασικών της αρχαίας γραμματείας⁶.

⁵ Bashmakova, I., *Ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών*, μτφρ. Ιωάννης Μ. Βανδουλάκης, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2014, σ.214

⁶ Ο.Π., σ. 216

Κεφάλαιο 2: Ερατοσθένης ο Κυρηναίος

2.1 Ερατοσθένης ο Κυρηναίος – γενικά

Κατά την περίοδο της ελληνιστικής εποχής έζησε και ο Ερατοσθένης. Ο Ερατοσθένης γεννήθηκε στην Κυρήνη (στη σημερινή Λιβύη) το 276 π.Χ. και πέθανε στην Αλεξάνδρεια (πρωτεύουσα της πτολεμαϊκής Αιγύπτου) το 194 π.Χ.. Ήταν Έλληνας πολυμαθής και διακρίθηκε ως Μαθηματικός, Φυσικός, Γεωγράφος, Αστρονόμος, Ποιητής, Θεωρητικός της μουσικής, Ιστορικός και Φιλολόγος⁷. Από το 234 π.Χ. και επί 40 χρόνια περίπου, διετέλεσε υπεύθυνος της περίφημης βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας και δίδαξε στο Μουσείο της. Στα περίφημα “Γεωγραφικά” παρουσίασε την πρώτη ακριβή μαθηματική μέτρηση της περιφέρειας (μεσημβρινού) της Γης. Μεγάλη βοήθεια στον υπολογισμό του αυτό, αποτέλεσε η πρόσβασή του στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας, καθώς μπορούσε να χρησιμοποιήσει τα εκτεταμένα αποτελέσματα ερευνών. Ο υπολογισμός του ήταν εντυπωσιακά ακριβής. Επίσης, μέτρησε την κλίση του άξονα της γης με μεγάλη ακρίβεια και έφτιαξε έναν κατάλογο που περιελάμβανε 675 αστέρες⁸. Δημιούργησε την πρώτη παγκόσμια προβολή του κόσμου, ενσωματώνοντας παράλληλους και μεσημβρινούς με βάση τις διαθέσιμες γεωγραφικές γνώσεις της εποχής του. Επέλυσε το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου⁹ με ένα όργανο που επινόησε (το μεσολάβο) και στη θεωρία αριθμών, εισήγαγε το κόσκινο του Ερατοσθένη, μια αποτελεσματική μέθοδο αναγνώρισης πρώτων αριθμών. Οι πιστοί του ακόλουθοι του έδωσαν το παρατσούκλι Πένταθλος, λόγω της αξιοθαύμαστης επιδεξιότητάς του σε όλους τους τομείς. Οι σύγχρονοί του τον αποκαλούσαν “ο Βήτα” θέλοντας να υποδηλώσουν ότι σε όλα τα πεδία με τα οποία ασχολήθηκε δεν ήταν ο καλύτερος, αλλά ο δεύτερος καλύτερος¹⁰.

⁷ Βανδουλάκης, Ι., Καλλιγιάς, Χ., Μαρκάκης, Ν., Φερεντίνος, Σ., *Μαθηματικά Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ*, Ινστιτούτο τεχνολογίας υπολογιστών & εκδόσεων «Διόφαντος», Αθήνα, 2020, σ. 29

⁸ Ο.Π., σ. 29

⁹ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 39

¹⁰ Ο.Π., σ. 39

2.2 Η ζωή του

Αν και τα βιογραφικά στοιχεία για τη ζωή του Ερατοσθένη είναι περιορισμένα, είναι εφικτό να ανασυνθέσουμε ένα ευρύ περίγραμμα της καριέρας του. Ήταν γιος του Αγλαού. Τόσο το όνομά του, όσο και του πατέρα του είναι σπάνια και αυτό υποδηλώνει ταπεινή καταγωγή¹¹. Όπως αναφέραμε, γεννήθηκε στην Κυρήνη. Η Κυρήνη ιδρύθηκε απ' τους Έλληνες τον 7ο αιώνα π.Χ.. Προϋπήρχε από καιρό σαν ευημερούσα πόλη-φύλακας του ελληνικού πολιτισμού. Βρισκόταν ανάμεσα στο Αιγυπτιακό και Καρχηδονιακό έδαφος και χρησίμευε σαν σημείο επαφής μεταξύ του ελληνικού κόσμου και της Αφρικής. Η πόλη έλεγχε μια τεράστια περιοχή, ίσως μεγαλύτερη από κάθε κλασικό ελληνικό κράτος. Είχε πλούσια οικονομία, βασισμένη σε μεγάλο βαθμό στην εξαγωγή αλόγων και σιλφίου.

Οι κάτοικοι της Κυρήνης ήταν γνωστοί στους Έλληνες για την εξαιρετική τους ιππασία και το εξωτικό βότανο σίλφιον, το οποίο είχε εξαχθεί απ' την εποχή του Σόλωνα στην ηπειρωτική Ελλάδα και είχε μεγάλη ποικιλία ιατρικών και μαγειρικών χρήσεων. Η τέχνη και η αρχιτεκτονική της Κυρήνης ήταν ξεχωριστή. Πιο συγκεκριμένα τον 5ο αιώνα π.Χ. ο Αρίστιππος είχε έρθει στην Αθήνα για να σπουδάσει με το Σωκράτη. Ο Αρίστιππος μαζί με την κόρη του Αρήτη και τον εγγονό του ίδρυσαν την Κυρηναϊκή σχολή Σκέψης (435 – 355 π.Χ.). Όπως στα περισσότερα ελληνικά κράτη, η ιστορία της Κυρήνης χαρακτηρίζεται από πολιτική αστάθεια, με την πόλη να τίθεται υπό σποραδικό περσικό έλεγχο και τελικά υπό τον έλεγχο του Μ. Αλεξάνδρου. Μετά το θάνατο του Μ. Αλεξάνδρου, ο Πτολεμαίος ο Α' ανέλαβε τη διοίκηση της Αιγύπτου και παρείχε ένα νέο σύνταγμα. Παρ' όλα αυτά συνέχιζαν να υπάρχουν περιστασιακές εξεγέρσεις. Σ' αυτό το περιβάλλον γεννήθηκε ο Ερατοσθένης, κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων του Πτολεμαίου Α'¹².

Στα τέλη της δεκαετίας του 260 π.Χ. ο Ερατοσθένης πήγε στην Αθήνα για σπουδές. Εκεί, εντυπωσιάστηκε απ' το εξαιρετικά δραστήριο πνευματικό περιβάλλον της πόλης. Σαν δάσκαλό του αναφέρει τον Αρίστων το Χίο, τον Αρκεσίλαο από την Πιτάνη, ο οποίος είχε γίνει πρόσφατα διευθυντής της Ακαδημίας¹³ και το Βίων το Βορυσθενίτη, του οποίου οι απόψεις ήταν εκλεκτικές¹⁴. Άλλοι δάσκαλοί του, σύμφωνα με το Στράβων, ήταν ο λιγότερο γνωστός Απελλής ο Χίος και ο ιδρυτής του στωικισμού Ζήνων ο Κιτιεύς με τον οποίον όμως οποιαδήποτε επαφή ήταν σύντομη καθώς απεβίωσε λίγο μετά την άφιξη του Ερατοσθένη. Η Σούδα, μια βυζαντινή εγκυκλοπαίδεια έρχεται να προσθέσει δύο ακόμη δασκάλους του. Ο ένας ήταν ο Λυσανίας από την Κυρήνη, ο οποίος ήταν φιλόλογος και γραμματικός με ομηρικό ενδιαφέρον και ο δεύτερος ήταν ο περίφημος Καλλίμαχος ο Κυρηναίος. Είτε ο Καλλίμαχος ήταν

¹¹ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 7

¹² Ο.Π., p. 8

¹³ Ιδρύθηκε στην Αθήνα το 387 π.Χ. από τον Πλάτωνα

¹⁴ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 8

είτε όχι ένας απ' τους δασκάλους του, ο Ερατοσθένης είχε τακτική επαφή με τον πιο εξέχοντα διανοούμενο της προηγούμενης γενιάς. Οι δρόμοι τους είχαν διασταυρωθεί πολλές φορές και προφανώς είχαν ακαδημαϊκές διαμάχες¹⁵.

Σημαντικό μέρος της εκπαίδευσης του Ερατοσθένη ήταν η μαθηματική του εκπαίδευση στην Ακαδημία. Η παιδεία του περιελάμβανε φιλοσοφία, μαθηματικά, φιλολογία, λογοτεχνία, γεωγραφία. Η ελληνική βιβλιογραφία που μελέτησε ήταν γεμάτη από αναφορές σε μακρινούς λαούς και τόπους. Η ανατροφή του Ερατοσθένη στην Κυρήνη του επέτρεπε να έχει επαφές με τη μια άκρη του ελληνικού πολιτισμού και είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι ένας απ' τους δασκάλους του, ο Βίων, προερχόταν απ' την άλλη άκρη, από το μακρινό Βορυσθένη, που αποτελούσε σύμπλεγμα Μιλησιακών οικισμών στις εκβολές του ομώνυμου ποταμού στο βόρειο άκρο της Μαύρης Θάλασσας. Η περιοχή αυτή ήταν μια απ' τις πιο απομακρυσμένες περιοχές του ελληνικού οικισμού¹⁶.

Ο Ερατοσθένης γεννήθηκε σε μία εποχή όπου άνθιζε η γεωγραφική γνώση. Είχαν περάσει μόλις 40 χρόνια από το θάνατο του Μεγάλου Αλεξάνδρου. Οι ακόλουθοί του στις εκστρατείες (Ανδροσθένης, Νέαρχος, Ονησίκριτος, Πτολεμαίος Α') εξιστορούσαν τα ταξίδια τους μαζί του κι έτσι οι διάδοχοί του είχαν δημιουργήσει κάποια έργα από τις διηγήσεις τους. Οι πρώτοι Σελευκίδες έστρεψαν τις δικές τους έρευνες στις ανατολικές περιοχές του γνωστού κόσμου. Η βασιλεία του Πτολεμαίου Β' (283-245 π.Χ.) αποτελούσε περίοδο περεταίρω εξερεύνησης, ιδιαίτερα στο Νείλο και στην ανατολική Αφρική, δημιουργώντας μια νέα σειρά δημοσιευμένων αναφορών. Παρόλο που η επίσημη γνώση στη γεωγραφία ήταν αδύνατη, ο κόσμος του Ερατοσθένη ξεχείλιζε από γεωγραφικά δεδομένα.

Μετά από ίσως είκοσι χρόνια σπουδής και συγγραφής στην Αθήνα, περίοδος για την οποία δεν έχουμε εκτενείς λεπτομέρειες, η καριέρα του Ερατοσθένη επηρεάστηκε δραματικά από τα μεταβαλλόμενα γεγονότα στην Αλεξάνδρεια. Στις αρχές του 246 π.Χ. ο Πτολεμαίος Β' απεβίωσε. Πολύ γρήγορα βασιλιάς ανακηρύχθηκε ο γιος του, ο Πτολεμαίος Γ' (όπου η βασιλεία του θα κρατήσει μέχρι το χειμώνα του 222 π.Χ.). Νυμφεύθηκε τη Βερενίκη Β', κόρη του βασιλιά της Κυρήνης Μάγα, ο οποίος είχε κερδίσει την ανεξαρτησία του κράτους από την Αίγυπτο. Για το λόγο αυτό η Κυρηναϊκή (ανατολική παράκτια περιοχή της Λιβύης) ενσωματώθηκε και πάλι στα εδάφη της Αιγύπτου υπό τον έλεγχο των Πτολεμαίων, αλλά και η Αίγυπτος εξασφάλισε την κυριαρχία της στο χώρο της βόρειας Αφρικής.

Την περίοδο διακυβέρνησης του Πτολεμαίου Γ' και της Βερενίκης Β' η πτολεμαϊκή αυτοκρατορία γνώρισε τη μέγιστη πολιτική έκτασή της και η Αλεξάνδρεια άνθισε ως πνευματικό κέντρο. Η βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας ιδρύθηκε την Ελληνιστική εποχή επί διακυβέρνησης του Πτολεμαίου του Α'.¹⁷ Το απόθεμά της που αποτελούνταν από σπουδαίες συλλογές της εποχής

¹⁵ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 9

¹⁶ Ο.Π., p. 10

¹⁷ Ο.Π., p. 10

συμπεριλαμβανομένων σύμφωνα με ισχυρισμούς Ευριπίδη, Αριστοτέλη και Θεόφραστο, είχε δημιουργήσει ένα εξαιρετικό πνευματικό περιβάλλον που δεν είχε προηγούμενο. Λόγιοι όπως ο Ευκλείδης και ο Αρίσταρχος ο Σάμιος ήταν απ' τους πρώτους που διέπρεψαν στην Αλεξάνδρεια. Κατά τη βασιλεία του Πτολεμαίου Β' ήρθαν οι ποιητές Θεόκριτος, Καλλίμαχος και Απολλώνιος ο Ρόδιος.

Η πιο διακεκριμένη ακαδημαϊκή θέση στην Αλεξάνδρεια ήταν αυτή του βιβλιοθηκονόμου, η οποία συχνά είχε και την αρμοδιότητα του βασιλικού δασκάλου. Η οργάνωση της βιβλιοθήκης υλοποιήθηκε σε μεγάλο βαθμό από το μαθητή του Θεόφραστου, το Δημήτριο Φαληρέα, ο οποίος έφερε τόσο πολιτικά όσο και ακαδημαϊκά διαπιστευτήρια και ήταν διαθέσιμος επειδή η πολιτική του σταδιοδρομία είχε καταρρεύσει. Ο Δημήτριος εμπλεκόταν στις δολοπλοκίες της αλλαγής του καθεστώτος μετά το θάνατο του Πτολεμαίου Α'. Γι' αυτό το λόγο εξορίστηκε από τον Πτολεμαίο Β' και κατέφυγε στην άνω Αίγυπτο, όπου και πέθανε από το τσίμπημα δηλητηριώδους φιδιού. Το Δημήτριο διαδέχθηκε ο Ζηνόδοτος ο Εφέσιος, ο οποίος ήταν πιθανότατα ο πρώτος που κατείχε τον τίτλο του Βιβλιοθηκονόμου.¹⁸ Ήταν γνωστός για την αναθεώρηση των πρώιμων ελληνικών ποιητικών κειμένων, ιδιαίτερα των κειμένων του Ομήρου. Το Ζηνόδοτο διαδέχθηκε περίπου μια δεκαετία αργότερα ο Απολλώνιος ο Ρόδιος, ο οποίος όμως αναγκάστηκε να αποσυρθεί λίγο μετά την άνοδο του νέου βασιλιά Πτολεμαίου Γ'. Ο νέος βασιλιάς κάλεσε τον Ερατοσθένη από την Αθήνα ως αντικαταστάτη του Απολλωνίου. Ίσως κάποιο ρόλο στην επιλογή αυτή να έπαιξε και ο Καλλίμαχος. Τόσο ο Απολλώνιος όσο και ο Ερατοσθένης ήταν οι προστατευόμενοί του. Ωστόσο ο Καλλίμαχος φαίνεται να προτιμά τον Ερατοσθένη όχι μόνο επειδή ήταν συμπολίτης του αλλά και επειδή η ποιήσή του ήταν πιο ελκυστική από εκείνη του Απολλωνίου. Είναι φυσικό λοιπόν ο κύριος διανοούμενος στην Αλεξάνδρεια, Καλλίμαχος ο Κυρηναίος, να είχε λόγο για την πλήρωση της θέσης του βιβλιοθηκονόμου. Στην επιλογή του Ερατοσθένη σίγουρα συντέλεσε και η βασίλισσα της Κυρηναϊκής, Βερενίκη, η οποία σίγουρα έγριψε την αυλή της προς την πλευρά της Κυρήνης.

Ο Ερατοσθένης λοιπόν μετακινήθηκε σε ηλικία περίπου 40 ετών σε αυτό το ακμάζον πολιτιστικό περιβάλλον έχοντας ήδη αποκτήσει τη φήμη ενός ευρύτατου λόγιου με δημιουργική προσωπικότητα.¹⁹ Οι πρώτες δημοσιεύσεις του αφορούσαν τη φιλοσοφία αλλά με ορισμένες μαθηματικές ιδέες που αντανάκλούσαν τα δικά του ενδιαφέροντα και όχι οποιαδήποτε πλατωνική κληρονομιά. Φήμη όμως κέρδιζε όχι για τα φιλοσοφικά του συγγράμματα ή τις μαθηματικές του εικασίες, αλλά ως ποιητής. Τίμησε το διορισμό του ως βιβλιοθηκάριος γράφοντας ένα ποίημα, το οποίο στήθηκε σε μια αναθηματική στήλη στην Αλεξάνδρεια. Το ποίημα αυτό όχι μόνο πρόσφερε επιδέξια μια

¹⁸ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 11

¹⁹ Ο.Π., p. 12

μαθηματική απόδειξη για το διπλασιασμό του κύβου αλλά παράλληλα τιμούσε το καθεστώς και συγκεκριμένα το μελλοντικό κληρονόμο, τον Πτολεμαίο το Δ'.

Τα πρώτα χρόνια που διετέλεσε βιβλιοθηκονόμος ο Ερατοσθένης φαίνεται ότι είχε δοθεί έμφαση στα μαθηματικά. Έγινε στενός συνεργάτης του Αρχιμήδη, ο οποίος επισκέφθηκε την Αλεξάνδρεια εκείνη την εποχή περίπου. Ο Αρχιμήδης έστειλε στον Ερατοσθένη αδημοσίευτο υλικό για σχολιασμό και αναγνώρισε τη βοήθειά του με επαίνους για τη μέθοδο των μηχανικών του θεωρημάτων.²⁰ Αυτό έδωσε στον Ερατοσθένη μεγάλη αξιοπιστία όσον αφορά τα μαθηματικά και τον προετοίμασε για τη διεξοδική μελέτη του, η οποία θα τον οδηγούσε από τα μαθηματικά στη γεωγραφία. Πιο συγκεκριμένα, αναφερόμαστε στη μελέτη του για τον υπολογισμό του μήκους της περιφέρειας της γης. Ένα κατόρθωμα τόσο σπουδαίο, που παραμένει μέχρι και σήμερα ένα απ' τα πιο εκπληκτικά κομμάτια της αρχαίας επιστήμης. Κι άλλοι είχαν προσπαθήσει να υπολογίσουν την περιφέρεια της γης, όπως ο Εύδοξος ο Κνίδιος, ο Αριστοτέλης, ο Δικαίαρχος ο Μεσσήνιος και ο Αρχιμήδης.²¹ Ο Ερατοσθένης, βασιζόμενος σε αυτές τις προσπάθειες και χρησιμοποιώντας την Ευκλείδεια γεωμετρία κατάφερε να υπολογίσει με μεγάλη ακρίβεια την περιφέρεια της γης με μόνη εσφαλμένη υπόθεση ότι η γη είναι σφαιρική.²²

Έπειτα από τη δημοσίευση της μέτρησης της περιφέρειας της γης ο Ερατοσθένης στράφηκε στα Γεωγραφικά, που ήταν μια φυσική προέκταση του προηγούμενου έργου του. Έχοντας υπολογίσει λοιπόν την περίμετρο της γης, τώρα περιέγραψε τι υπήρχε πάνω της και σε κάποιο βαθμό πώς σχηματίστηκε. Η ημερομηνία δημοσίευσης των Γεωγραφικών θα ήταν μεταξύ της επικράτησης του Πτολεμαίου Γ' το 246 π.Χ. και του θανάτου του Ερατοσθένη.²³

Τα Γεωγραφικά αποτελούνταν από τρία βιβλία.²⁴ Το πρώτο αποτελούσε ένα είδος εισαγωγής. Περιείχε μία κριτική ανασκόπηση των έργων των προκατόχων του από την αρχαιότητα ως τη δική του εποχή. Επίσης, περιείχε έρευνες σχετικά με τη μορφή και τη φύση της γης, η οποία, σύμφωνα με εκείνον, ήταν μία αεικίνητη σφαίρα, στην επιφάνεια της οποίας ήταν ακόμη ορατά τα ίχνη μιας σειράς μεγάλων επαναστάσεων. Αντιλήφθηκε ότι σε μία από αυτές τις επαναστάσεις η Μεσόγειος είχε αποκτήσει τη σημερινή της μορφή διότι σύμφωνα με τον ίδιο η Μεσόγειος ήταν κάποτε μια μεγάλη λίμνη που κάλυπτε τμήματα των παρακείμενων χωρών της Ασίας και της Λιβύης, μέχρι που αναγκάστηκαν να ανοίξουν ένα πέρασμα μέσω του οποίου πραγματοποιήθηκε η επικοινωνία με τον ωκεανό στα δυτικά. Το δεύτερο βιβλίο περιείχε αυτό που σήμερα ονομάζεται μαθηματική γεωγραφία. Η προσπάθειά του να μετρήσει το

²⁰ Heath, T., *The Method of Archimedes recently discovered by Heiberg, A supplement to the works of Archimedes 1897*, Cambridge University Press, Cambridge, 1912, p.12

²¹ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 13

²² Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 40

²³ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 14

²⁴ Smith, W., *Dictionary of Greek and Roman Biography and Mythology*, Vol II, Little Brown and Company, Boston, 1867, p.46

μέγεθος της γης έχει αναφερθεί παραπάνω. Το τρίτο βιβλίο περιείχε τη γεωγραφική πολιτική και έδινε περιγραφές των διάφορων χωρών, οι οποίες προέρχονταν από έργα παλαιότερων περιηγητών και γεωγράφων. Για να μπορέσει να προσδιορίσει την ακριβή τοποθεσία κάθε τόπου, χάραξε μια γραμμή παράλληλη με τον ισημερινό, που εκτείνεται από τους πυλώνες του Ηρακλή μέχρι την ακραία ανατολική Ασία και χωρίζει ολόκληρη την κατοικημένη γη σε δύο μισά. Συνδεδεμένος με αυτό το έργο ήταν ένας νέος χάρτης της γης. Σε αυτό το χάρτη οι πόλεις, τα βουνά, τα ποτάμια, οι λίμνες και τα κλίματα καταγράφηκαν σύμφωνα με τις δικές του βελτιωμένες μετρήσεις. Αυτό το σημαντικό έργο του Ερατοσθένη διαμορφώνει μια εποχή στην ιστορία της αρχαίας γεωγραφίας, αλλά δυστυχώς έχει χαθεί. Οτιδήποτε έχει διασωθεί αποτελείται από αποσπάσματα που παρέθεσαν μεταγενέστεροι γεωγράφοι και ιστορικοί όπως ο Πολύβιος, ο Στράβων, ο Μαρκιανός, ο Πλίνιος και άλλοι, οι οποίοι συχνά τον κρίνουν δυσμενώς και αμφισβητούν τις δηλώσεις του Ερατοσθένη.²⁵ Παρόλα αυτά μπορεί να αποδειχθεί ότι σε πάρα πολλά αποσπάσματα υιοθετούν τις απόψεις του χωρίς να αναφέρουν το όνομά του. Φαίνεται ότι ήταν υπερβολικά σημαντική η προσφορά του Ερατοσθένη στη γεωγραφία, γεγονός που προκάλεσε αρκετούς αντιπάλους μεταξύ των οποίων συναντάμε τα ονόματα του Ιππάρχου, του Πολύβιου, του Μαρκιανού του Ηρακλειώτη και πολλά άλλα.

Ένα άλλο έργο που συνδέεται με τη γεωγραφική μελέτη του Ερατοσθένη είναι το ποίημά του Ερμής. Γράφτηκε σε στίχους και ασχολήθηκε με τη μορφή της γης, τη θερμοκρασία της, τις διάφορες ζώνες της, τους αστερισμούς και άλλα παρόμοια.²⁶ Δε γνωρίζουμε πότε ακριβώς ο Ερατοσθένης έγραψε το ποίημα αυτό. Επομένως, είναι άγνωστο αν ήταν πρόγονος των Γεωγραφικών ή μία ποιητική εκδοχή τμημάτων του. Ένα άλλο ποίημα του Ερατοσθένη είναι η Ηριγόνη, το οποίο αναφέρεται από το Λόγγιο με μεγάλους επαίνους. Τέλος, η σύνθεση της *Αρσινόης* είναι το τελευταίο καταγεγραμμένο έργο στη ζωή της Ερατοσθένη, που πιθανολογείται ότι γράφτηκε αμέσως μετά τον θάνατό της το 204 π.Χ. Ήταν ένα κείμενο από τις αναμνήσεις του γι' αυτήν που σήμερα έχει χαθεί. Αφηγείται ωστόσο ένα περιστατικό, όπου εκείνη του εξέφρασε τη βαθιά πικρία της για την κατάντια του Οίκου του πατέρα της.²⁷

Ο Ερατοσθένης διακρίθηκε επίσης ως φιλόσοφος, ιστορικός και γραμματικός. Τα επιτεύγματα του ως φιλόσοφου μαρτυρούνται από τα έργα που του αποδίδονται, αν και μπορεί να μην πιστεύουμε ότι όλα τα φιλοσοφικά έργα που έφεραν το όνομά του ήταν πραγματικά δικές του παραγωγές. Είναι, ωστόσο, βέβαιο ότι έγραψε για θέματα ηθικής φιλοσοφίας, όπως για παράδειγμα το έργο του *Περί Αγαθών και Κακών*. Ορισμένα άλλα έργα, απ' την άλλη μεριά, όπως οι *Περί των Φιλοσοφικών Αιρέσεων*, *Μελέται* και *Διάλογοι*, πιστεύεται ότι αποδίδονται λανθασμένα σε αυτόν.

²⁵ Smith, W., *Dictionary of Greek and Roman Biography and Mythology*, Vol II, Little Brown and Company, Boston, 1867, p.46

²⁶ Ο.Π., p.46

²⁷ Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010, p. 15

Το ιστορικό του έργο συνδέεται στενά με τις μαθηματικές του αναζητήσεις. Λέγεται ότι έγραψε στην εκστρατεία του Μεγάλου Αλεξάνδρου αλλά οι δηλώσεις που παρατίθενται από αυτήν ανήκαν κατά πάσα πιθανότητα στο γεωγραφικό ή χρονολογικό του έργο. Υπήρχε, όμως, ένα πολύ σημαντικό χρονολογικό έργο, με τίτλο *Χρονογραφία*, που ήταν αναμφισβήτητα παραγωγή του Ερατοσθένη. Σε αυτό ο συγγραφέας προσπάθησε να καθορίσει τις ημερομηνίες όλων των σημαντικών γεγονότων στη λογοτεχνική αλλά και στην πολιτική ιστορία. Αυτό το έργο, του οποίου ορισμένα αποσπάσματα σώζονται ακόμη, σχημάτισε μια περιεκτική χρονολογική ιστορία και οι αρχαίοι είχαν μεγάλη εκτίμηση σε αυτό. Ο Απολλόδωρος και ο Ευσέβιος το χρησιμοποίησαν πολύ, και ο Σύγγελος έχει διατηρήσει από αυτό το έργο έναν κατάλογο 38 βασιλιάδων της Θήβας της Αιγύπτου. Ένα άλλο έργο, επίσης χρονολογικού περιεχομένου ήταν το *Ολυμπιονίκαι*. Περιείχε μια χρονολογική λίστα με τους νικητές των Ολυμπιακών Αγώνων και άλλα πράγματα που συνδέονταν με αυτούς.²⁸

Από τα γραμματικά του έργα έχουμε το *Περί της Αρχαίας Κωμωδίας*, ένα εκτενές έργο, του οποίου παρατίθεται το δωδέκατο βιβλίο. Περιείχε όλα όσα ήταν απαραίτητα για να κατανοήσουμε αυτές τις ποιητικές παραγωγές. Στο πρώτο μέρος του έργου, ο Ερατοσθένης φαίνεται να έχει μπει ακόμη και σε συζητήσεις σχετικά με τη δομή των θεάτρων, το σύνολο του σκηνικού μηχανήματος, τους ηθοποιούς, τα κοστούμια τους, τις διακηρύξεις και άλλα παρόμοια. Επομένως, δεν είναι απίθανο ο *Αρχιτεκτονικός* και ο *Σκευογραφικός*, που αναφέρονται ως ξεχωριστά έργα, να ήταν μόνο τμήματα του πρώτου μέρους του έργου του για την Αρχαία Κωμωδία. Μετά από αυτή τη γενική εισαγωγή, ο Ερατοσθένης ασχολήθηκε με τα έργα των ίδιων των κύριων κωμικών ποιητών, όπως του Αριστοφάνη, του Κρατίνου, του Φερεκράτη και άλλων, εισχωρώντας σε λεπτομερή κριτική και δίνοντας επεξηγήσεις τόσο για τη γλώσσα τους όσο και για τα θέματα των κωμωδιών τους. Διαθέτουμε σημαντικό αριθμό αποσπασμάτων αυτού του έργου. Λέγεται επίσης ότι είχε ασχοληθεί με την κριτική και την επεξήγηση των ομηρικών ποιημάτων και ότι έγραψε για τη ζωή και τα έργα του Ομήρου.²⁹

Ο Ερατοσθένης δε νυμφεύθηκε ποτέ. Τέλος, καθώς γερνούσε, προσβλήθηκε από οφθαλμία και τυφλώθηκε γύρω στο 195 π.Χ. Η απώλεια της ικανότητας ανάγνωσης και παρατήρησης της φύσης τον ταλαιπώρησε και τον κατάθλιψε, με αποτέλεσμα να πεθάνει οικειοθελώς από την πείνα. Πέθανε το 194 π.Χ. στα 82 του στην Αλεξάνδρεια.³⁰

²⁸ Smith, W., *Dictionary of Greek and Roman Biography and Mythology*, Vol II, Little Brown and Company, Boston, 1867, p.47

²⁹ Ο.Π., p.47

³⁰ Bailey, Ellen. 2006. "Eratosthenes of Cyrene." *Eratosthenes Of Cyrene 1–3*. Book Collection Nonfiction: High School Edition.

Κεφάλαιο 3: Τα επιτεύγματα του Ερατοσθένη

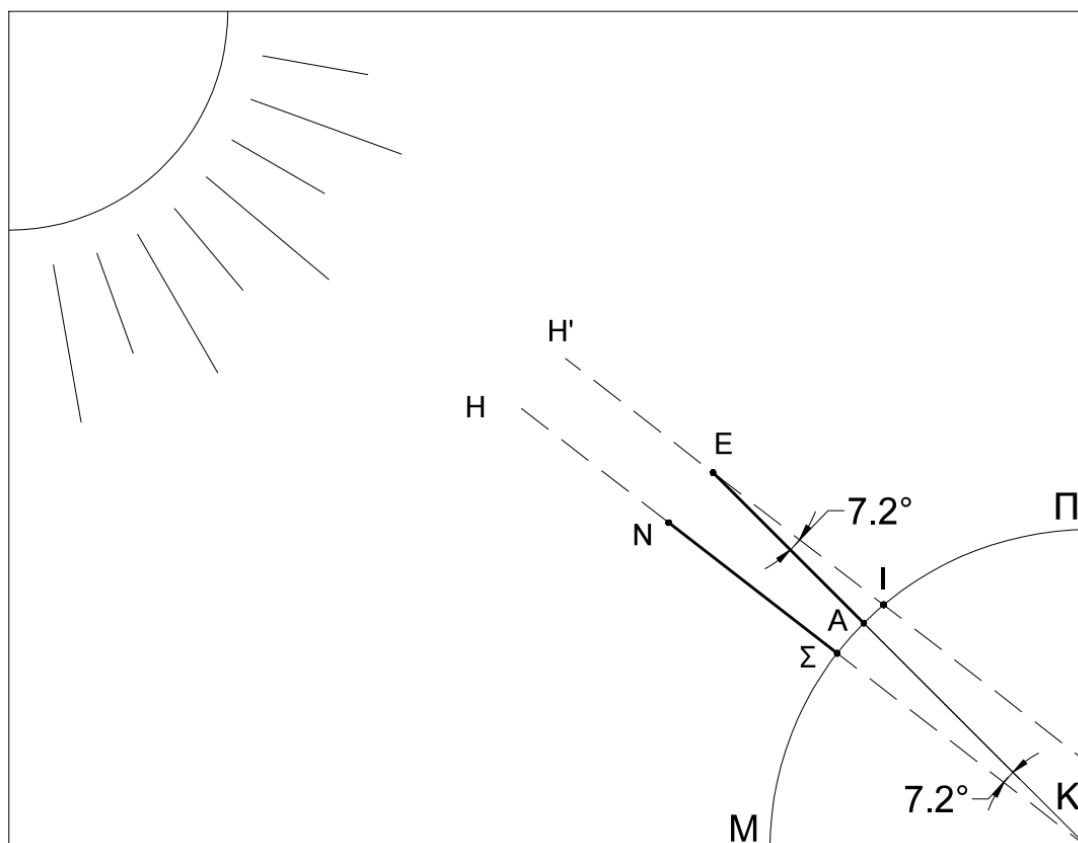
3.1 Η μέτρηση της περιφέρειας της Γης από τον Ερατοσθένη

Όπως αναφέραμε παραπάνω, ο Ερατοσθένης για αρκετά χρόνια διητέλεσε βιβλιοθηκονόμος στην βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας. Εκεί έπεσε στα χέρια του ένας πάπυρος.³¹ Ο πάπυρος ανέφερε ότι στις 21 Ιουνίου, την πιο μεγάλη μέρα του έτους (θερινό ηλιοστάσιο), ώρα 12:00 το μεσημέρι στην πόλη Συήνη, μια πόλη νότια της Αλεξάνδρειας κοντά στο σημερινό Ασουάν, ο ήλιος καθρεφτίζεται ακριβώς στον πυθμένα ενός πηγαδιού. Δηλαδή, το ηλιακό φως έπεφτε στο νερό του πηγαδιού χωρίς να σχηματίζει καμία σκιά. Ο Ερατοσθένης λοιπόν απόρησε αν το ίδιο συνέβαινε ταυτόχρονα και σε άλλες περιοχές. Έτσι, αποφάσισε να κάνει ένα πείραμα.

Ξεκίνησε τοποθετώντας μια κατακόρυφη στήλη στη Συήνη και μια στην Αλεξάνδρεια την ίδια ημερομηνία και ώρα κατά τη μεσημβρία του θερινού ηλιοστασίου. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οι δύο αυτές πόλεις βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό. Ο Ερατοσθένης γνώριζε ότι η απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων ήταν περίπου 5000 στάδια. Σύμφωνα με μαρτυρίες, ο Ερατοσθένης ανέθεσε σε κάποιον επαγγελματία βηματιστή να διατρέξει την απόσταση και να τη μετρήσει.³² Αφού λοιπόν τοποθέτησε τις κατακόρυφες στήλες, η στήλη που βρισκόταν στη Συήνη δεν έριχνε καθόλου σκιά, ενώ την ίδια χρονική στιγμή η αντίστοιχη στήλη στην Αλεξάνδρεια έριχνε σκιά που αντιστοιχούσε σε γωνία 7,2 μοιρών. Στο παρακάτω σχήμα (Εικόνα 1), έχουμε αναπαραστήσει με το τόξο ΜΠ τον μεσημβρινό που διέρχεται από τη Συήνη (Σ) και την Αλεξάνδρεια (Α), με ΑΕ τη στήλη στην Αλεξάνδρεια και ΑΙ τη σκιά της, με ΣΝ τη στήλη στη Συήνη και Κ το κέντρο της γης. Επίσης, με φ έχουμε συμβολίσει την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στο τόξο Συήνη – Αλεξάνδρεια.

³¹ Δαπόντες, Ν., Καραστάθης, Β., Τσοβόλας, Σ., Κωτσάνης, Γ., Καμπεζίδης, Χ., Πλειώνης, Ε., Δάλκος, Γ. & Γρυντάκης, Γ., *ΓΑΙΑ II, Διασυνδεδεμένοι Μικρόκοσμοι Πολυμέσων για τη Διαθεματική Διερεύνηση της Γης Βιβλίο Δραστηριοτήτων*, ΕΠΕΑΕΚ, 2002, σ. 33

³² Ο.Π., σ. 34



Εικόνα 1

Οι ακτίνες του ήλιου θεωρούνται παράλληλες μεταξύ τους επειδή έρχονται από πολύ μακριά.³³ Επομένως, η γωνία $AÊI$ είναι ίση με τη γωνία φ ως εντός εναλλάξ των παράλληλων ακτινών HK και $H'I$ που τέμνονται από την ευθεία EK . Άρα, η γωνία φ θα ισούται και αυτή με $7,2$ μοίρες. Ο Ερατοσθένης θεωρώντας ότι η γη είναι σφαιρική συμπεράνει τις εξής αναλογίες τόξων και γωνιών:

$$\frac{7,2^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{απόσταση Συήνης – Αλεξάνδρειας}}{\text{περιφέρεια της Γης}}$$

$$\text{περιφέρεια της Γης} = \text{απόσταση Συήνης – Αλεξάνδρειας} \cdot \frac{360^\circ}{7,2^\circ}$$

³³ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 40

$$\text{περιφέρεια της Γης} = 5000 \cdot \frac{360^\circ}{7,2^\circ}$$

$$\text{περιφέρεια της Γης} = 250000 \text{ στάδια}$$

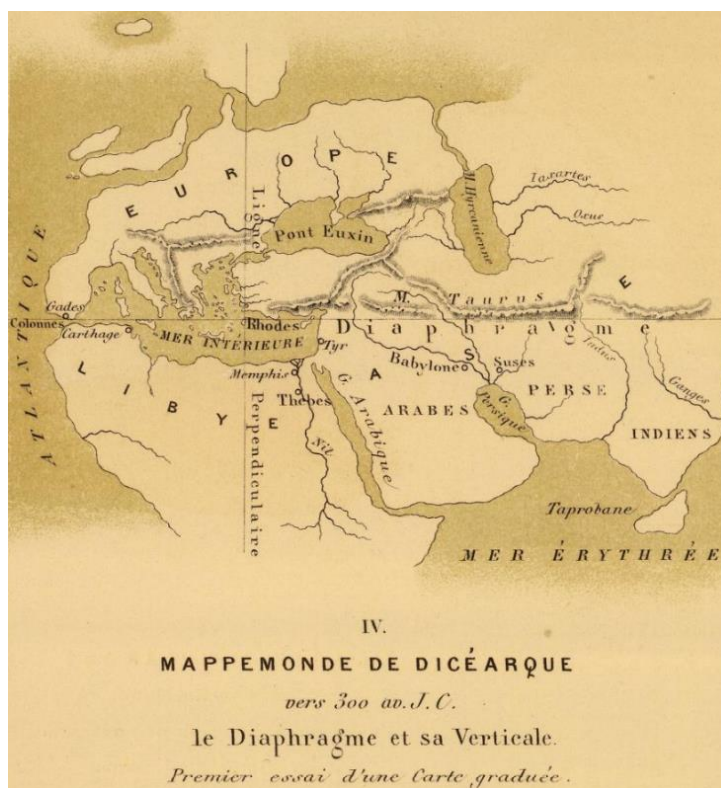
Με δεδομένη την απόσταση Σύνης Αλεξάνδρειας, η οποία ήταν όπως αναφέραμε 5000 στάδια, ο Ερατοσθένης υπολόγισε την περιφέρεια της γης ίση με 250.000 στάδια, δηλαδή 39.690 χιλιόμετρα.³⁴ Η απόσταση αυτή είναι σχεδόν ίση με την αποδεκτή σήμερα τιμή των 40.075 χιλιομέτρων. Έτσι, χωρίς τα τεχνολογικά μέσα που διαθέτει σήμερα η ανθρωπότητα, ο Ερατοσθένης με δύο κατακόρυφες στήλες και όρεξη για πειραματισμό υπολόγισε την περίμετρο της γης περίπου στα 40,000 χλμ. Ολοκληρώνοντας το πείραμά του αυτό, θέλησε να προχωρήσει στο σχεδιασμό ενός χάρτη της γης όπως εκείνος πίστευε ότι ήταν.

³⁴ Κοτσανάς, Κ., *Αρχαία Ελληνική Τεχνολογία, Οι εφευρέσεις των αρχαίων Ελλήνων*, Κώστας Κοτσανάς, Πύργος, 2015, σ. 153

3.2 Χάρτες

3.2.1 Ο χάρτης του Δικαίρχου

Ο Ερατοσθένης εκτός από μαθηματικός ήταν και εξέχων χαρτογράφος. Θεωρούσε τους χάρτες το πιο σημαντικό εργαλείο στη γεωγραφία. Επέλεξε τον πιο ακριβή ως εκείνη την εποχή χάρτη της Οικουμένης, ο οποίος ανήκε στο μαθητή του Αριστοτέλη απ' τη Μεσσηνία, για να προβεί σε ουσιώδεις βελτιώσεις.³⁵ Ο Δικαίρχος έχοντας χρησιμοποιήσει τις ως τότε γεωγραφικές ανακαλύψεις και λαμβάνοντας υπόψη τις περιγραφές του περιηγητή Πυθέα κατονομάζει στο χάρτη του την Ευρώπη (Europe), τη Λιβύη (Libye), την Αραβία (Arabes), την Περσία (Perse), την Ινδία (Indiens) και τη Σρι Λάνκα (Taprobane). Εκτός από τον Ατλαντικό Ωκεανό (Atlantique) επίσης κατονόμασε τη Μαύρη Θάλασσα (Pont Euxin), την Κασπία Θάλασσα (M. Hyreanienne), τη Μεσόγειο Θάλασσα (Mer Interieure), την Ερυθρά Θάλασσα (Mer Erythree) και την Αραβική Θάλασσα (G. Arabique). Ο χάρτης επίσης περιελάμβανε τα πιο γνωστά ποτάμια, όπως ο Νείλος (Nil), ο Ινδός (Indus), ο Γάγγης (Ganges), ο Συρ Ντάρια (Jaxartes), ο Αμού Ντάρια (Oxus). Στο χάρτη αυτό σημειώθηκαν επίσης και πόλεις, οι οποίες σήμερα θεωρούνται ιστορικές, όπως η Καντίθ



Εικόνα 2 Ο χάρτης της Οικουμένης από το Δικαίρχο (from Rumsey Map Collection 20009)

³⁵ Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022, p. 82

(Gades), η Καρχηδόνα (Carthage), η Μέμφις (Memphis), η Τύρος (Tyr), η Θήβα (Thebes), η Βαβυλώνα (Babylone) και η Σούσα (Suses). Σύμφωνα με τους ιστορικούς, ο χάρτης παρουσιάζει με μεγάλη ακρίβεια τις ακτές της Δυτικής Ευρώπης καθώς επίσης και τη γεωγραφική θέση και νησιωτική διαμόρφωση των Βρετανικών νήσων. (Εικόνα 2)

Ο Δικαίαρχος ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε το μεσαίο παράλληλο και το μεσαίο μεσημβρινό στο χάρτη του. Τους σχεδίασε να περνούν από τη Ρόδο, νησί της Μεσογείου θάλασσας. Η Ρόδος εκείνη την εποχή θεωρούταν το κέντρο λατρείας του Θεού Ήλιου. Το νησί επιλέχθηκε πιθανότατα χάρη στον Κολοσσό της Ρόδου, γλυπτό του Θεού ήλιου ύψους 36 μέτρων, που δημιουργήθηκε το 2^ο αιώνα π.Χ. και είναι γνωστό σαν ένα από τα θαύματα του κόσμου.

3.2.2 Ο χάρτης του Ερατοσθένη

Οι πληροφορίες για τους χάρτες, που σχεδίασε ο Ερατοσθένης, έφτασαν στο σύγχρονο κόσμο χάρη στα γραπτά του Στράβωνα και του Κλεομένη. Ο Ερατοσθένης παρέδωσε στο βασιλικό παλάτι της Αιγύπτου ένα παγκόσμιο χάρτη, τον οποίο είχε σχεδιάσει προσπαθώντας να διατηρήσει την επιλεγμένη κλίμακα χρησιμοποιώντας ορθογώνια προβολή, δηλαδή ο κόσμος ήταν με τέτοιο τρόπο σχεδιασμένος ούτως ώστε οι παράλληλοι και οι μεσημβρινοί να σχηματίζουν ορθές γωνίες.

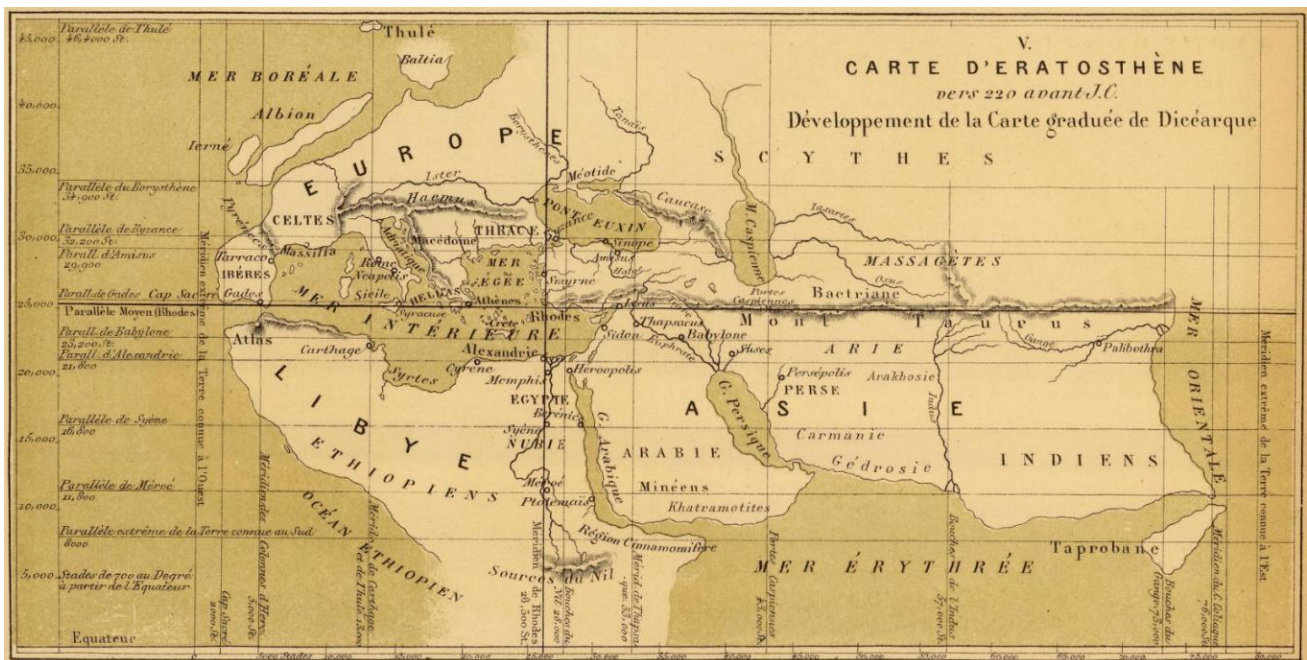
Ο Ερατοσθένης, όπως και οι προηγούμενοι γεωγράφοι, χάραξαν μία γραμμή η οποία ξεκινούσε από δεξιά και την ονόμαζαν διάφραγμα (*diaphragme*). Η γραμμή αυτή περνούσε κατά μήκος του στενού του Γιβραλτάρ, του στενού της Μεσσήνης, της Ρόδου, της οροσειράς του Ταύρου μέχρι το τέλος της Οικουμένης στην Ανατολή. Ο Ερατοσθένης αντιμετωπίζοντας τη Ρόδο σαν το σταυροδρόμι του μεσαίου παράλληλου και του μεσαίου μεσημβρινού σχεδίασε επιπλέον 10 παράλληλους και 11 μεσημβρινούς κατά μήκος του χάρτη έπειτα από μετρήσεις. Με αυτό τον τρόπο σχηματίστηκε ένα γεωγραφικό πλέγμα, το οποίο αργότερα χρησίμευε σαν βάση για τη χρήση κυλινδρικής χαρτογραφικής προβολής. Τόσο οι παράλληλοι όσο και οι μεσημβρινοί είχαν τα δικά τους ονόματα, τα οποία ανταποκρίνονταν στην περιοχή από την οποία περνούσαν. Αριστερά και κάτω από το πλέγμα υπήρχαν τιμές στις γραμμές παραλλήλων και μεσημβρινών σε στάδια (1 στάδιο είναι περίπου 0,182 χιλιόμετρα). Μια μικρή διαφοροποίηση από το χάρτη του Δικαίαρχου έχουμε στο όνομα του Ατλαντικού Ωκεανού. Ο Ερατοσθένης τον ονομάζει Αιθιοπικό Ωκεανό (*Ocean Ethiopien*).³⁶

Ο χάρτης του Ερατοσθένη, που σχεδιάστηκε το 220 π.Χ., απεικονίζει το κέντρο του πολιτισμού εκείνης της εποχής, δηλαδή τη Μεσόγειο θάλασσα.³⁷ Στο χάρτη αυτό συμπεριλαμβάνονται οι διαθέσιμες γεωγραφικές γνώσεις εκείνης της περιόδου για τις κατοικημένες περιοχές του κόσμου. Ο χάρτης καλύπτει την Ευρώπη και ένα μέρος της Ασίας μέχρι τον Ινδικό Ωκεανό (*Mer Orientale*) και τη Σρι Λάνκα (*Tarobane*). Στο νότιο μέρος περιλαμβάνει τον Αιθιοπικό Ωκεανό (*Ocean Ethiopien*), τη Βόρεια και Κεντρική Αφρική με σημειωμένα τα ονόματα πόλεων, όπως η Λιβύη, η Αιθιοπία και η Νούμπια. (Εικόνα 3)

Η έκταση του χάρτη σύμφωνα με τις αναφερόμενες τιμές των οριακών παραλλήλων και μεσημβρινών είναι ένα ορθογώνιο $12000 \times 6000 \text{ km}^2$. Οι ερευνητές του χάρτη του Ερατοσθένη υποστηρίζουν ότι είχε σημειώσει αρκετές τοποθεσίες με βάση τις αστρονομικές του παρατηρήσεις.

³⁶ Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022, p. 82

³⁷ Ο.Π., p. 83



Εικόνα 3 Ο χάρτης της Οικουμένης από τον Ερατοσθένη (from Rumsey Map Collection 2009)

Στο γεωγραφικό αυτό πλέγμα που σχεδίασε ο Ερατοσθένης είναι εφικτό να δώσουμε ένα σημερινό γεωγραφικό όνομα σε κάθε σημείο του. Εξαιρέση αποτελεί ο μεσημβρινός της Θούλης που μπορούμε μόνο να μαντέψουμε ότι ενδέχεται να είναι η σημερινή Ισλανδία. Το νησί αυτό περιέγραψε ο Έλληνας περιηγητής Πυθέας ο Μασσαλιώτης ως το νησί που βρισκόταν βόρεια των βρετανικών νησιών σε απόσταση ταξιδιού 6 ημερών. Εκεί ο ήλιος έδυε μόνο για δύο ή τρεις ώρες. Μεταγενέστεροι μελετητές του νησιού της Θούλης εικάζουν ότι ο ίδιος ο Πυθέας δεν είχε επισκεφθεί ποτέ το νησί και κατάφερε μόνο να συλλέξει διάφορα στοιχεία για το νησί ή την ακτογραμμή. Σύμφωνα με τον εξερευνητή Φρίντινιοφ Νάνσεν, το νησί αυτό θα μπορούσε να είναι η Ισλανδία ή η Νορβηγία.³⁸

Ακόμη μεγαλύτερη διαφωνία στους μελετητές και στους περιηγητές έφερε μια απεριόριστη χερσαία περιοχή στο Βορρά, η οποία έφερε το όνομα Βαλτική. Ο Πυθέας στην περιγραφή του επιβεβαιώνει ότι στο δρόμο της επιστροφής για το σπίτι του διέσχισε ένα ευρύ κανάλι και έφτασε σε ένα νησί πλούσιο σε κεχριμπάρι, το οποίο υποτίθεται ότι μάζευαν οι ντόπιοι για καύσιμα. Ο Πυθέας είτε επισκέφθηκε είτε όχι τις ακτές της Βαλτικής είναι η πρώτη φορά που έχουμε αναφορά στο όνομα “Βαλτική”. Με βάση αυτό το γεγονός, ο γλωσσολόγος Νέσελμαν πρότεινε να αποκαλούν τους κατοίκους των ακτών της Βαλτικής (Λετονούς, Λιθουανούς και Πρώσους) με το κοινό όνομα Βαλτικοί.

³⁸ Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022, p. 83

3.2.3 Το γεωγραφικό πλέγμα του Ερατοσθένη

Το περιεχόμενο του χάρτη εκείνη την περίοδο περιορίζεται στους πιο απομακρυσμένους γνωστούς μεσημβρινούς και παράλληλους της Γης μαζί με τα ονόματά τους και τις τιμές τους σε στάδια. Ο δυτικός εξωτερικός μεσημβρινός (στάδιο μηδέν) επιλέχθηκε χωρίς να ταυτιστεί με κάποιο συγκεκριμένο τοπικό αντικείμενο. Σχεδιάστηκε στον ωκεανό δίπλα στην ακτογραμμή της δυτικής Ευρώπης και της Αφρικής.

Ο ανατολικός εξωτερικός μεσημβρινός στα 80000 στάδια σχεδιάστηκε δίπλα στη χερσόνησο του Ινδουστάν και στο νησί της Κεϋλάνης, αγνοώντας βέβαια τη χαρτογράφηση των ασιατικών εδαφών πιο μακριά. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η χερσόνησος του Ινδουστάν απλώνεται εξωπραγματικά προς τα ανατολικά και η παραμόρφωση αυτή τραβάει την προσοχή.³⁹ Η πλειοψηφία των εσωτερικών μεσημβρινών δε ταυτιζόταν με πολύ συγκεκριμένα τοπικά αντικείμενα (Bouches de Nil – η είσοδος του Νείλου, Portes Caspiennes – οι πύλες της Κασπίας θάλασσας, Bouches de Indus – η είσοδος του Ινδού, Bouches du Ganges – η είσοδος του Γάγγη) καθώς τα δέλτα των μεγάλων ποταμών θα μπορούσαν να ήταν σημαντικά διαφορετικά με το πέρασμα του χρόνου.

Ο βόρειος εξωτερικός παράλληλος στα 46400 στάδια περνούσε από τη νήσο Θούλη, ενώ ο νότιος εξωτερικός παράλληλος στα 8000 στάδια διάσχιζε τον Αιθιοπικό Ωκεανό, το Νείλο, την Αραβική θάλασσα και το νησί της Κεϋλάνης. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι ο κορυφαίος παράλληλος της Θούλης δείχνει με ακρίβεια τη βόρεια γεωγραφική συντεταγμένη της Ισλανδίας. Ωστόσο, δε μπορεί να ειπωθεί το ίδιο για τη νότια συντεταγμένη που συνδέεται με το νησί της Κεϋλάνης, όπου η παραμόρφωση του χάρτη είναι αισθητή.

Ένας διάσημος αρχαίος Έλληνας αστρονόμος ο Ίππαρχος ο Ρόδιος, ενώ επέκρινε το χάρτη του Ερατοσθένη ανέπτυξε μερικές γεωμετρικές μεθόδους προβολής μεσημβρινών και παράλληλων σε ένα επίπεδο και επινόησε την έννοια των γεωγραφικών συντεταγμένων για να μιλήσει για διαφορετικά σημεία της επιφάνειας της γης και έδειξε επίσης τη μέθοδο για τον τρόπο ρύθμισής τους.

³⁹ Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022, p. 84

3.2.4 Συμπεράσματα

- Ο πίνακας που συγκρίνει τις τιμές των παραλλήλων στο χάρτη του Ερατοσθένη με τις τιμές των παραλλήλων των σημερινών οικισμών αποδεικνύει ότι οι διαφορές είναι μικρές και οι μετρήσεις που έγιναν απ' τον Ερατοσθένη εκείνη την εποχή είναι επαρκώς ακριβείς.⁴⁰ (βλέπε Πίνακα 1)
- Για πρώτη φορά στην ιστορία της χαρτογραφίας χρησιμοποιείται στο χάρτη του Ερατοσθένη η επιγραφή BALTIA.
- Κατά τη σύνταξη του χάρτη, ο Ερατοσθένης δεν είχε αρκετές γεωγραφικές πληροφορίες σχετικά με το ανατολικό τμήμα της Οικουμένης.⁴¹ Αυτός είναι και ο λόγος που αυτό το τμήμα του χάρτη περιλαμβάνει το μεγαλύτερο σφάλμα.

Ονόματα των παραλλήλων σύμφωνα με τον Ερατοσθένη	Σημερινά ονόματα παραλλήλων	Τιμές παραλλήλων σε στάδια και σε μοίρες	Σημερινές τιμές των παραλλήλων	Παρατηρήσεις
De Thule	Ισλανδίας	46400-66°18'	66°00'	Βόρεια της Ισλανδίας
Du Borysthene	Δνείπερου	34900-49°52'	46°35'	Ονομάστηκε επίσης και Ολβία, σημερινή Ουκρανία
De Byzance	Κων/πολης	32200-46°00'	41°00'	Βυζάντιο, η πρωτεύουσα της Ανατολής Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας δίπλα στην είσοδο του Βοσπόρου
D' Amisus	Σαμφούντας	29900-42°42'	41°17'	Οικισμός στα βόρεια της Τουρκίας δίπλα στη Μαύρη Θάλασσα
De Gades	Καντίθ	δεν υπήρχε τιμή	36°32'	Πόλη στο ΝΔ τμήμα της Ισπανίας και κόλπος με το ίδιο όνομα
De Rhodes	Ρόδου	25000-35°43'	36°00'	Ελλάδα
De Babylone	εξαφανισμένη πόλη της Βαβυλώνας	23200-33°08'	33°10'	Ιστορική πόλη, σημερινό Ιράκ
D' Alexandrie	Αλεξάνδρειας	21800-31°08'	31°12'	Αίγυπτος
De Syene	Ασουάν	16800-24°00'	24°05'	Ασουάν είναι επίσης και το όνομα του φράγματος στην Αίγυπτο
De Meroe	Μερόε	11800-16°52'	16°56'	Τόπος πυραμίδων στην Άνω Νουβία κοντά στο Νείλο

Πίνακας 1

⁴⁰ Teeple, J., B., *Timelines word of History*, DK publishing, London, p.666

⁴¹ Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022, p. 85

3.3 Το κόσκινο του Ερατοσθένη

Από την απαρχή της Ιστορίας των Μαθηματικών μια μεγάλη ενότητα που απασχολεί τους Μαθηματικούς είναι αυτή των πρώτων αριθμών. Παρακάτω υπενθυμίζουμε τον ορισμό των πρώτων αριθμών.

Ορισμός: Ένας ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος του ένα λέγεται πρώτος αριθμός, αν οι μόνοι θετικοί διαιρέτες του (παράγοντες) είναι το ένα και ο ίδιος ο αριθμός.

Το Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής δείχνει ότι οι πρώτοι αριθμοί είναι οι δομικοί λίθοι των θετικών ακεραίων.⁴² Κάθε θετικός ακέραιος μπορεί να αναλυθεί κατά μοναδικό τρόπο ως γινόμενο πρώτων παραγόντων. Ο αριθμός 1 είναι μία ειδική περίπτωση γιατί δεν θεωρείται ούτε πρώτος ούτε σύνθετος.

Οι αρχαίοι Έλληνες γνώριζαν ότι δεν υπάρχει μέγιστος πρώτος αριθμός, δηλαδή ότι οι πρώτοι αριθμοί είναι άπειροι στο πλήθος. Γνώριζαν επίσης ότι δεν υπάρχει ένας απλός κανόνας που να δίνει τους διαδοχικούς πρώτους αριθμούς.

Το 200 π.Χ. περίπου ο Ερατοσθένης επινόησε έναν αλγόριθμο για τον υπολογισμό των πρώτων αριθμών που ονομάζεται “κόσκινο του Ερατοσθένη”. Το κόσκινο είναι ένας απλός αλγόριθμος για την εύρεση όλων των πρώτων αριθμών μέχρι ένα συγκεκριμένο ακέραιο και περιγράφεται στην Εισαγωγή στην Αριθμητική του Νικομάχου.⁴³

Αλγόριθμος Κόσκινου:

1. Γράφουμε διαδοχικά τους ακέραιους αριθμούς από το 1 ως τον μεγαλύτερο αριθμό που επιθυμούμε να ερευνήσουμε.
2. Διαγράφουμε το 1 που δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός.
3. Ο πρώτος πρώτος αριθμός που εμφανίζεται είναι το 2. Διαγράφουμε όλα τα πολλαπλάσια του 2.
4. Ο επόμενος πρώτος αριθμός που εμφανίζεται είναι το 3. Διαγράφουμε όλα τα πολλαπλάσια του 3.
5. Η διαδικασία συνεχίζεται για τους υπόλοιπους πρώτους αριθμούς 5,7,11,13 κ.ο.κ
6. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν δεν υπάρχουν άλλα πολλαπλάσια να διαγράψουμε.

Με αυτό τον τρόπο έχουμε καταφέρει να διαγράψουμε όλους τους σύνθετους αριθμούς. Έτσι, απομένουν οι πρώτοι αριθμοί.

⁴² Βανδουλάκης, Ι., Καλλιγιάς, Χ., Μαρκάκης, Ν., Φερεντίνος, Σ., *Μαθηματικά Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ*, Ινστιτούτο τεχνολογίας υπολογιστών & εκδόσεων «Διόφαντος», Αθήνα, 2020, σ. 29

⁴³ Λάιου, Ε., *Πιστοποίηση πρώτου Αριθμού και παραγοντοποίηση ακεραίου*, ΕΜΠ, Αθήνα, 2013, σ. 14

Παράδειγμα: Θα βρούμε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι τον αριθμό 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Επομένως, οι πρώτοι αριθμοί που μένουν από το 1 έως το 100 είναι οι εξής:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 61, 71, 73, 79, 83, 89 και 97.

3.4 Τα άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας

Κατά τη διάρκεια της αρχαιότητας εμφανίζονταν τα περίφημα “άλυτα” προβλήματα. Τέτοιου είδους προβλήματα ήταν ο διπλασιασμός του κύβου ή αλλιώς το Δήλιο πρόβλημα, ο τετραγωνισμός του κύκλου, η τριχοτόμηση της γωνίας και πολλά άλλα. Η συμβολή των προβλημάτων αυτών στη Γεωμετρία ήταν τεράστια. Εμφανίστηκαν στα μέσα του 5^{ου} π.Χ. αιώνα και όπως αποδείχθηκε το 19^ο αιώνα με τη βοήθεια της θεωρίας του Galois, τα προβλήματα αυτά είναι αδύνατο να λυθούν με αποκλειστική χρήση κανόνα και διαβήτη. Οι προσπάθειες επίλυσής τους οδήγησαν σε γόνιμες μαθηματικές έρευνες.

Αρχικά, οι Έλληνες Γεωμέτρες προσπάθησαν να λύσουν τα προβλήματα αυτά με κανόνα και διαβήτη.⁴⁴ Δεν άργησαν να καταλάβουν ότι αυτό ήταν αδύνατο. Όταν ξεκίνησε να εδραιώνεται αυτή η πεποίθηση έστρεψαν την προσοχή τους σε άλλα μέσα κατασκευής και πέτυχαν πολλές λύσεις.

Τα προβλήματα αυτά έγιναν γνωστά στο ευρύ κοινό μέσα από τις τραγωδίες και της κωμωδίες της κλασικής εποχής, οι οποίες είχαν πολλαπλές αναφορές σε αυτά. Έτσι, όταν έγιναν αντικείμενο της τέχνης έγιναν πολύ δημοφιλή.

3.4.1 Ο διπλασιασμός του κύβου

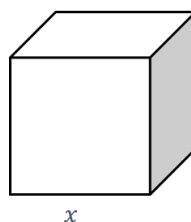
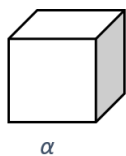
Από την εποχή των Πυθαγορείων, οι Αρχαίοι Έλληνες είχαν κατορθώσει να επιλύσουν το πρόβλημα του διπλασιασμού του τετραγώνου. Για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό απαιτούνταν η κατασκευή ενός τετραγώνου με εμβαδόν διπλάσιο από το εμβαδόν του δοθέντος τετραγώνου.

Το πρόβλημα του διπλασιασμού του τετραγώνου ανήκε στο χώρο των δύο διαστάσεων. Είναι φυσικό λοιπόν οι αρχαίοι Έλληνες Γεωμέτρες να ήθελαν να επιλύσουν το αντίστοιχο πρόβλημα στο χώρο των τριών διαστάσεων, δηλαδή το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου. Το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου είναι το εξής :

“Να κατασκευαστεί κύβος με όγκο διπλάσιο από τον όγκο δοθέντος κύβου ακμής a ”

⁴⁴ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20^ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 110

Το ζητούμενο λοιπόν ήταν να κατασκευαστεί με κανόνα και διαβήτη η ακμή x ενός κύβου που θα έχει το διπλάσιο όγκο από τον δοθέντα κύβο ακμής a . Δηλαδή, να κατασκευαστεί το τμήμα $x = a\sqrt[3]{2}$, αφού $V_x = 2V_a \Leftrightarrow x^3 = 2a^3$.



Σταδιακά, έπειτα από πολλές προσπάθειες επίλυσης, έγινε αντιληπτό ότι η επίλυση του προβλήματος αυτού ήταν αδύνατο να γίνει αποκλειστικά με κανόνα και διαβήτη και το 1837 αποδείχθηκε ότι το Δήλιο πρόβλημα είναι αδύνατο να επιλυθεί μόνο με αυτά τα 2 μέσα.

Ο Ιπποκράτης ο Χίος ήταν ο πρώτος που ανήγαγε το πρόβλημα στην παρεμβολή δύο μέσων ανάλογων x και y μεταξύ των τμημάτων a και $2a$. Το πρόβλημα ικανοποιούσε τις αναλογίες: $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$ που οδηγούν στο ζητούμενο, δηλαδή $x = a\sqrt[3]{2}$. Η αναλογία αυτή ονομάζεται αναλογία του Ιπποκράτη.⁴⁵

Ήταν η πρώτη φορά στην ιστορία των μαθηματικών που ένα πρόβλημα ανάγεται σε ένα ισοδύναμό του. Από τον Ιπποκράτη και μετά, για την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος, ήταν συνηθισμένη τακτική να γίνεται αναγωγή του προβλήματος σε ένα ισοδύναμό του.

Ο Ερατοσθένης ο Κυρηναίος αναφέρει την ιστορία του προβλήματος σε επιστολή που έστειλε στο βασιλιά του Ελληνιστικού κράτους της Αιγύπτου Πτολεμαίο Γ' τον Ευεργέτη. Αναφέρει επίσης διάφορες λύσεις που έχουν δοθεί καθώς και τη δική του λύση. Πιο συγκεκριμένα, ο Ερατοσθένης κατασκεύασε δύο μέσα ανάλογα με τη βοήθεια του μεσολάβου, ενός οργάνου που επινόησε για να λύσει το πρόβλημα αυτό. Η επιστολή του είναι η εξής:

«Λέγεται ότι κάποιος αρχαίος τραγωδοποιός εισήγαγε στη σκηνή τον Μίνωα, ο οποίος είχε διατάξει να κατασκευαστεί τάφος για τον γιο του το Γλαύκο και όταν αυτός πληροφορήθηκε ότι ο τάφος ήταν σε όλες του τις διαστάσεις εκατό πόδια είπε:

“Μικρή παράγγειλες τη χωρητικότητα του βασιλικού τάφου. Να διπλασιαστεί αυτή γρήγορα, αφού διπλασιαστεί κάθε πλευρά της χωρίς, όμως ο τάφος να χάσει το κομψό του σχήμα”.

⁴⁵ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 111

Φαίνονταν δε ότι έκανε λάθος. Διότι όταν διπλασιάζονται οι πλευρές η μιν επιφάνεια τετραπλασιάζεται, ο δε όγκος οκταπλασιάζεται. Ζητήθηκε δε και από τους γεωμέτρους να βρουν με ποιο τρόπο ένα δεδομένο στερεό θα διπλασιαζόταν, χωρίς να χάνει το σχήμα του, και ονομαζόταν αυτό το πρόβλημα Διπλασιασμός του Κύβου. Διότι, υποθέτοντας ότι το δεδομένο στερεό ήταν κύβος, ζητούσαν να τον διπλασιάσουν. Ενώ δε όλοι για πολύ χρόνο ήταν σε αμηχανία πρώτος ο Ιπποκράτης ο Χίος επινόησε ότι αν βρεθούν δύο μέσες ανάλογοι σε συνεχή αναλογία μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων, εκ των οποίων το ένα να είναι διπλάσιο του άλλου, τότε ο κύβος θα διπλασιαστεί. Αλλά τότε η αρχική αμηχανία έπεσε σε άλλη, όχι μικρότερη.

Λέγεται ακόμη ότι μετά την πάροδο του χρόνου μερικοί Δήλιοι, στους οποίους κάποιος χρησμός επέβαλε να διπλασιάσουν έναν από τους βωμούς τους, αφού περιέπεσαν στην ίδια αμηχανία, απέστειλαν εκπροσώπους και ζήτησαν από τους γεωμέτρους της Ακαδημίας του Πλάτωνα να λύσουν το πρόβλημα. Και αφού αυτοί επιδόθηκαν με μεγάλο ζήλο να κατασκευάσουν δύο μέσες ανάλογους μεταξύ δύο δεδομένων ευθύγραμμων τμημάτων, λέγεται ότι ο Αρχύτας ο Ταραντίνος έλυσε το πρόβλημα με τους ημικυλίνδρους και ο Εύδοξος με τις λεγόμενες καμπύλες γραμμές. Όμως όλοι αυτοί επέτυχαν να λύσουν το πρόβλημα θεωρητικώς, χωρίς να κατορθώσουν να βρουν τρόπο πρακτικής κατασκευής, εκτός από το Μέναιχμο, του οποίου η λύση ήταν δυσχερής.

Εγώ, επινόησα ευκολόχρηστη συσκευή μέσω της οποίας μπορούμε να βρούμε όχι μόνο δύο μέσε ανάλογους, αλλά, όσες κάποιος επιτάξει. Την απόδειξη και τον τρόπο κατασκευής σου γράφω παρακάτω».

Και τελειώνει την επιστολή του ως εξής:

«Είσαι ευδαίμων Πτολεμαίε, διότι απολαμβάνοντας με το παιδί σου τις νεανικές διασκεδάσεις, εσύ ο ίδιος χάρισες σε αυτό όλα όσα είναι αγαπητά και στις Μούσες και στους βασιλείς, σε ό,τι αφορά το μέλλον, Ουράνιε Ζευ, μακάρι το παιδί σου να δεχθεί από το χέρι σου τα σκήπτρα. Και αυτά ας γίνουν έτσι, μακάρι δε όποιος βλέπει το ανάθημα αυτό να λέει ότι αυτό είναι έργο του Ερατοσθένη του Κυρηναίου».

Λύσεις⁴⁶ στο πρόβλημα εκτός από τον Ιπποκράτη έδωσαν και οι:

- Αρχύτας ο Ταραντίνος (428-365 π.Χ.) με ημικυλίνδρους
- Πλάτων (427-347 π.Χ.) με παρεμβολή δύο μέσων ανάλογων
- Εύδοξος ο Κνίδιος (407-354 π.Χ.) με την “καμπύλη του Ευδόξου”
- Μέναιχμος (≈375-300 π.Χ.) με δύο παραβολές
- Αρχιμήδης (287-300 π.Χ.) με παραβολή και υπερβολή
- Ερατοσθένης (276-194 π.Χ) με το μεσολάβο
- Απολλώνιος (≈260-180 π.Χ.) με κύκλο και ισοσκελή παραβολή
- Νικομήδης (≈200 π.Χ.) με την κογχοειδή καμπύλη
- Ήρων (≈200 π.Χ.) με νεύση
- Διοκλής (≈1^{ος} π.Χ. αι.) με την κισσοειδή καμπύλη

⁴⁶ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 112

- Πάππος (4^{ος} μ.Χ. αι.) με νεύση

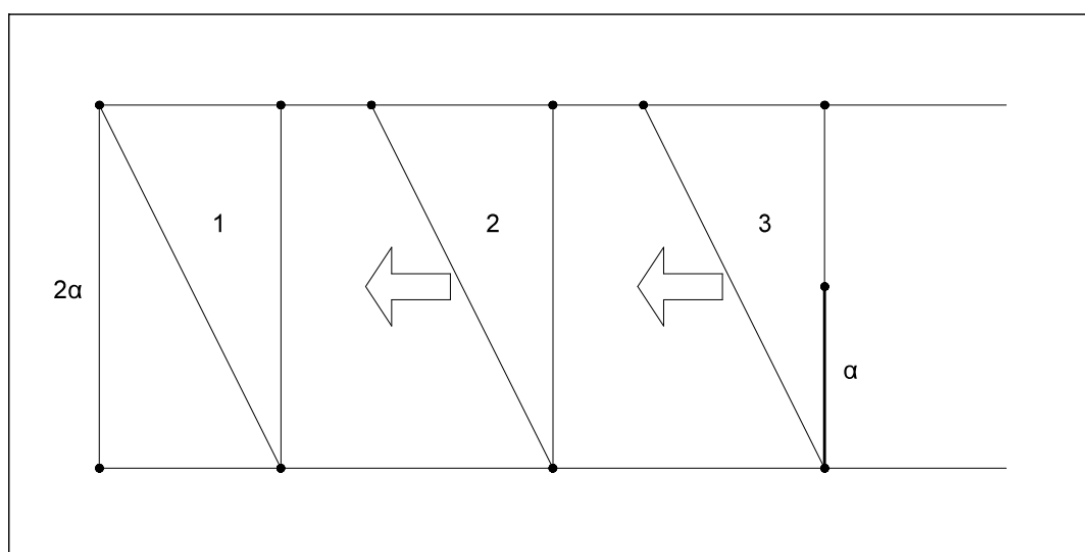
Οι λύσεις αυτές ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

- Λύσεις με καμπύλες. Οι καμπύλες που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι κωνικές τομές (κύκλος, παραβολή και υπερβολή), η τρισδιάστατη σπείρα, η κογχοειδής, η κισσοεισής και η καμπύλη του Ευδόξου.
- Λύσεις με όργανα. Τα όργανα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ο μεσολάβος και το όργανο στη λύση του Πλάτωνα.
- Λύσεις με νεύση (περιστροφική, ελλειψοειδής κίνηση).

3.4.2 Η λύση του Ερατοσθένη

Ο Ερατοσθένης επινόησε ένα ευφύεστατο όργανο προκειμένου να πετύχει την παρεμβολή δύο ή περισσότερων μέσων ανάλογων ανάμεσα σε δύο δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα. Το όργανο αυτό ονομάζεται μεσολάβος.⁴⁷

Ο μεσολάβος αποτελείται από ένα σταθερό ορθογώνιο πλαίσιο σχήματος «Π», μέσα στο οποίο υπάρχει ένα ακίνητο ορθογώνιο τρίγωνο και δύο ολισθαίνοντα ορθογώνια τρίγωνα, τα οποία μπορούν να ολισθαίνουν μέσα στο πλαίσιο σε διαφορετικά επίπεδα, ώστε να μπορούν να επικαλύπτονται (Εικόνα 4). Τα τρία τρίγωνα είναι ίσα μεταξύ τους και το πλάτος του ορθογωνίου είναι ίσο 2α , δηλαδή ίσο με το διπλάσιο της πλευράς του κύβου που θέλουμε να διπλασιάσουμε.



Εικόνα 4 Μεσολάβιον του Ερατοσθένη

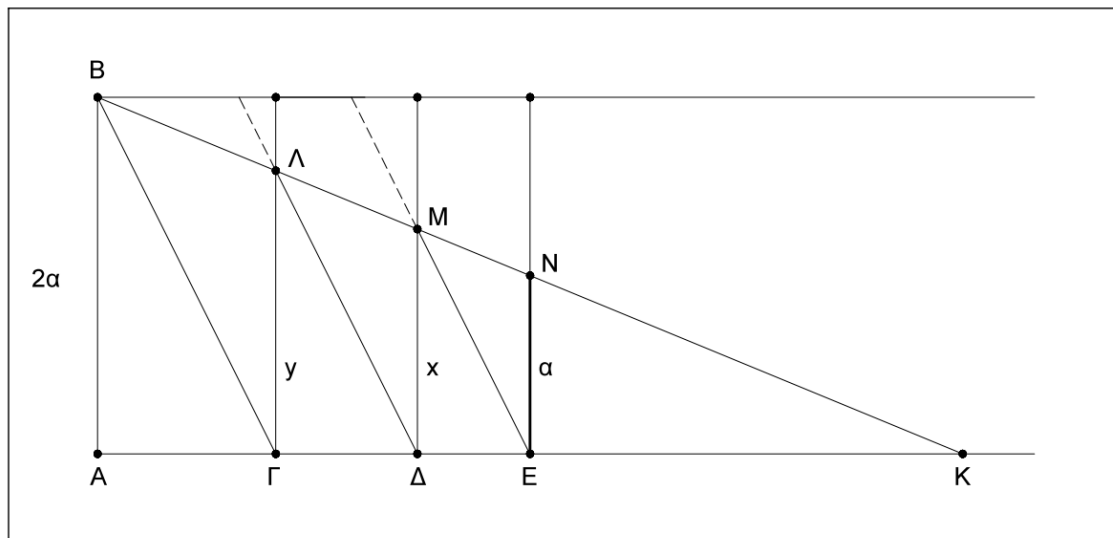
Για να βρούμε δύο μέσα ανάλογα x και y των τμημάτων α και 2α κάνουμε το εξής:

Τοποθετούμε το τρίτο τρίγωνο σε τυχαία θέση (η τοποθέτησή του πρέπει να γίνει σε τέτοια θέση ώστε τα τρία τρίγωνα να επικαλύπτονται) και παίρνουμε πάνω στην κατακόρυφη πλευρά του τμήμα EN ίσο με το τμήμα α , δηλαδή την ακμή του κύβου που θέλουμε να διπλασιάσουμε (Εικόνα 5). Φέρουμε την ημιευθεία BN που τέμνει την AE στο σημείο K και την υποτείνουσα του τρίτου τριγώνου στο M . Έπειτα, κινούμε το δεύτερο τρίγωνο έτσι ώστε η κατακόρυφη πλευρά του να περάσει από το σημείο M . Έστω ότι η ημιευθεία BN τέμνει την υποτείνουσα του δεύτερου τριγώνου στο σημείο L . Τότε λοιπόν τα σημεία B, L, M, N και K είναι συνευθειακά. Όταν το πετύχουμε αυτό τότε τα τμήματα

⁴⁷ Κοτσανάς, Κ., *Αρχαία Ελληνική Τεχνολογία, Οι εφευρέσεις των αρχαίων Ελλήνων*, Κώστας Κοτσανάς, Πύργος, 2015, σ. 159

$\Delta M = x$ και $\Gamma\Lambda = y$ είναι οι δύο μέσες ανάλογες των τμημάτων 2α και α , δηλαδή ισχύει η σχέση⁴⁸:

$$\frac{2\alpha}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{\alpha}$$



Εικόνα 5 Μεσολάβιον σε χρήση

Απόδειξη:

Στα τρίγωνα ABK και $BΓK$ από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε:

$$AB // \Lambda\Gamma \Rightarrow \frac{BK}{\Lambda K} = \frac{AK}{\Gamma K} \quad (1) \quad \text{και} \quad B\Gamma // \Lambda\Delta \Rightarrow \frac{BK}{\Lambda K} = \frac{\Gamma K}{\Delta K} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε ότι: $\frac{AK}{\Gamma K} = \frac{\Gamma K}{\Delta K}$ (*)

Επίσης, στα τρίγωνα $\Lambda\Gamma K$ και $\Lambda\Delta K$ από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε:

$$\Lambda\Gamma // M\Delta \Rightarrow \frac{\Lambda K}{M K} = \frac{\Gamma K}{\Delta K} \quad (3) \quad \text{και} \quad \Lambda\Delta // M\epsilon \Rightarrow \frac{\Lambda K}{M K} = \frac{\Delta K}{\epsilon K} \quad (4)$$

Από τις (3) και (4) έχουμε ότι: $\frac{\Delta K}{\epsilon K} = \frac{\Gamma K}{\Delta K}$ (**)

Από τις (*) και (**) έχουμε ότι: $\frac{AK}{\Gamma K} = \frac{\Gamma K}{\Delta K} = \frac{\Delta K}{\epsilon K}$ (***)

Τα τρίγωνα ABK και $\Gamma\Lambda K$ είναι όμοια οπότε: $\frac{AK}{\Gamma K} = \frac{AB}{\Gamma\Lambda} = \frac{2\alpha}{y}$.

Τα τρίγωνα $\Gamma\Lambda K$ και $\Delta M K$ είναι όμοια οπότε: $\frac{\Gamma K}{\Delta K} = \frac{\Gamma\Lambda}{\Delta M} = \frac{y}{x}$.

Τα τρίγωνα $\Delta M K$ και $\epsilon N K$ είναι όμοια οπότε: $\frac{\Delta K}{\epsilon K} = \frac{\Delta M}{\epsilon N} = \frac{x}{\alpha}$.

⁴⁸ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 118

Επομένως, η σχέση (***) γίνεται: $\frac{AB}{\Gamma\Lambda} = \frac{\Gamma\Lambda}{\Delta M} = \frac{\Delta M}{NE}$,

Δηλαδή:

$$\frac{2\alpha}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{\alpha}$$

Καταλήξαμε λοιπόν στην αναλογία του Ιπποκράτη οπότε το τμήμα $x = \Delta M$ είναι η ακμή του διπλάσιου κύβου.

Η λύση λοιπόν του προβλήματος με τον μεσολάβο είναι απλή, λειτουργική και μπορεί εύκολα κανείς να βρει τις δύο μέσες ανάλογους. Το μειονέκτημα της λύσης είναι ότι για αλλαγή των δεδομένων τμημάτων α και 2α απαιτείται νέο όργανο. Τέλος, για την παρεμβολή περισσότερων μέσων ανάλογων θα χρειαστούμε περισσότερα κινητά ορθογώνια τρίγωνα. Για παράδειγμα, αν θέλουμε μεταξύ των τμημάτων α και β να παρεμβάλουμε 3 μέσες ανάλογους x, y, z ώστε να ισχύει η αναλογία

$$\frac{\alpha}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{\beta},$$

τότε θα χρειαστούμε πέρα από το σταθερό ορθογώνιο τρίγωνο και τρία κινητά ορθογώνια τρίγωνα⁴⁹.

⁴⁹ Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021, σ. 119

Μέρος Β' - Ποιητικό έργο

Κεφάλαιο 4: Για μια φιλοσοφική και ποιητική ματιά στον Ερατοσθένη

4.1 Σκοποθεσία του ερευνητικού ερωτήματος

Για να μιλήσουμε για τον Ερατοσθένη, δεν θα πρέπει να παραβλέψουμε τις πολλές πτυχές και ιδιότητες, από τις οποίες συντίθενται ολόκληρο το έργο του. Προκειμένου, λοιπόν, να προβούμε σε μια γόνιμη ανάλυση θα πρέπει να λάβουμε υπόψη, εκτός από τη μαθηματική και την ποιητική και φιλοσοφική του συνεισφορά. Όσο κι αν φαινομενικά μοιάζει πως ο Ερατοσθένης δεν συνάδει με έναν επιστήμονα, θα δειχθεί στη συνέχεια ότι πρόκειται για έναν επιστήμονα που εντάσσεται όχι μόνο σε μαθηματικές αλλά και σε μη μαθηματικές και πνευματικές ενασχολήσεις. Αυτού του είδους οι ενασχολήσεις συνάδουν με την καλλιέργεια και το κοσμοείδωλο της εποχής. Εκτός αυτού, θέλουμε να δείξουμε και την εγγενή συνάφεια που έχουν μαθηματικές και πνευματικές ενασχολήσεις, τα δύο προς πραγμάτευση μέρη για τον Κυρηναίο.

Εναρκτήρια και αποφασιστική πρόθεσή μας για τον σκοπό της έρευνας ήταν να κάνουμε μια πιο ολιστική πραγμάτευση για τον εν λόγω μαθηματικό. Γι' αυτό τον λόγο δεν θέλαμε να αγνοήσουμε το φιλοσοφικό και ποιητικό μέρος του έργου του, τα οποία, αυτοτελώς, αλλά και σε συνάφεια με το μαθηματικό σκέλος αποτελούν σημαντικό κεφάλαιο του συνολικού του έργου. Επομένως, σκοπός μας είναι να παρουσιάσουμε τον Ερατοσθένη ως μαθηματικό, φιλόσοφο και ποιητή. Τα τρία αυτά μέρη μπορούν να ειδωθούν και ως μια ενιαία επιστημονική και φιλοσοφικό-ποιητική προσέγγιση, αλλά και ξεχωριστά το φιλοσοφικό-ποιητικό από το μαθηματικό.

4.2 Ποιητικό έργο

Ο Ερατοσθένης, εκτός από μαθηματικός επιστήμονας της εποχής του, είχε γράψει και ορισμένα ποιήματα που αναδείκνυαν την ποιητική και φιλοσοφική του ανάγκη διερεύνησης. Μεταξύ των πιο γνωστών μπορούμε να αναφέρουμε δύο. Τα δύο αυτά ποιήματα αναδεικνύουν τις φιλοσοφικές επιρροές καθώς και τη βάση της αττικής ποίησης. Αυτά είναι η «*Ηριγόνη*» και «*Για τον Διπλασιασμό του Κύβου*». Αρχικά, όμως ας κάνουμε μια παράθεση, για να δούμε το ύφος και το περιεχόμενο των έργων του:

Ηριγόνη⁵⁰

έως ότου έφτασε στον όμορφο τόπο του Θουρικού

στη μέση άναψε το καμίνι από κάτω

και τα πνευμόνια του βαθιά πότισε με ανέρωτο κρασί

το κρασί έχει δύναμη ίση με της φωτιάς, όταν μπει

στους ανθρώπους

αναταράζει όπως ο Βοριάς ή ο Νοτιάς τη Λυνική θάλασσα, κι όσα είναι

κρυμμένα στον βυθό

τα βγάζει στην επιφάνεια

τραντάζει ολάκερο τον νου του ανθρώπου

⁵⁰ Ερατοσθένης ο Κυρηναίος, «*Ηριγόνη*», *Ιαμβικοί και Ελεγειακοί Ποιητές*, 2002, σσ. 356-359



Μορφές και Θέματα της αρχαίας ελληνικής Μυθολογίας: Ηριγόνη

Και στη συνέχεια το ποίημα μας εισάγει στο κατ' εξοχήν μέρος της ιστορίας του, δηλαδή στη λατρευτική γιορτή του κρασιού και της διονυσιακής μέθης. Πιο συγκεκριμένα μας λέει τα εξής:

«Μερικοί είπαν αυτόν τον Ικάριο πατέρα της Ηριγόνης, στον οποίο, λόγω της δικαιοσύνης και της ευσέβειάς του, θεωρείται ότι ο πατέρας Διόνυσος παρέδωσε το κρασί, το αμπέλι και το σταφύλι. Λέγεται ότι ένας τράγος ρίχτηκε στον αμπελώνα και έκοψε τα πολύ τρυφερά φύλλα που είδε εκεί. Και ότι ο Ικάριος εξοργίστηκε από αυτό το γεγονός και τον σκότωσε και έφτιαξε από το δέρμα του ένα ασκί και το γέμισε με αέρα και το έδεσε και το έριξε ανάμεσα στους συντρόφους του και τους έβαλε να πηδούν γύρω από αυτό. Έτσι ο Ερατοσθένης λέει:

Εκεί οι Ικάριοι για πρώτη φορά χόρεψαν γύρω από τον τράγο»

Για τον Διπλασιασμό του Κύβου⁵¹

Φίλε, αν σκέφτεσαι έναν κύβο από μικρό διπλάσιο
Να κάνεις, αλλά και κάθε στερεού τη μορφή εύκολα
Ν' αλλάξεις, αυτό είναι δυνατό για σένα, ακόμα και αν μάντρα
Αποθήκη ή μέγα κοίλωμα από βαθύ πηγάδι
Θες να μετρήσεις, αρκεί μέρες ανάλογες των άκρων
Συντρέχουσες να πάρεις, που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο κανόνες.
Μην ψάχνεις στα δύσκολα έργα του Αρχύτα των κυλίνδρων
Μήτε στις τριάδες των γραμμών του Μέναιχμου με κωνικές τομές
Μα ούτε και στις κατασκευές καμπύλων του θεϊκού Ευδόξου.
Με τούτες 'δω τις πινακίδες μύριες ανάλογες μπορείς να φτιάσεις
Εύκολα, ακόμα κι αν από μηδενική βάση ξεκινάς.
Καλόχρονος, Πτολεμαίος, πατέρα που ξανάνιωσες μαζί με το παιδί σου
Κι όλα όσα καλά κι αγαπητά σε Μούσες και σε βασιλιάδες
Εσύ του χάρισες
Κι έπειτα, στα στερνά, Δία ουράνιες, είθε
Απ' το δικό σου χέρι να πάρει και το σκήπτρο.
Είθε ν γίνουν όλ' αυτά, μα κι ο καθένας που βλέπει
Τούτο το ανάθημα
Του Κυρηναίου Ερατοσθένη ας λέει ότι είναι

⁵¹ Ο. Π., σσ. 360-361

4.3 Ιστορικό πλαίσιο της ποιητικής σύνθεσης

Σε πρώτο χρόνο, και διαβάζοντας τα δύο παραπάνω ποιήματα, φαίνεται πως δεν έχουμε να κάνουμε ούτε με κάτι έμμετρο, ούτε με κάποιο κλασικό ποιητικό είδος, αλλά ούτε και με κάτι γνώριμο ως καθαυτό ποιητικό στη μορφή που εμείς σήμερα συλλαμβάνουμε την ποίηση ως τέτοια. Αυτός ο μορφικός παράγοντας, βέβαια, καθόλου δεν πρέπει να αποτελεί κριτήριο αξιολόγησης της σημασίας και της σπουδαιότητας του ποιητικού έργου του Ερατοσθένη. Και αυτό είναι κάτι που θα διαπιστώσουμε στις αμέσως επόμενες σειρές της πραγμάτευσής μας. Ας μπούμε, όμως, πιο λεπτομερώς στην εξήγηση της ποιητικής σύνθεσης του Ερατοσθένη.

Ο Ερατοσθένης συνέλεξε αφηγήσεις (tales) για πρόσωπα και πράγματα που μεταμορφώνονταν σε αστερισμούς. Στο ποίημα «Ηριγόνη» παρουσιάζει μια εκδοχή του Ικάρου και τις μετατροπές πραγμάτων, ζώων και ανθρώπων σε αστερισμούς⁵². Εδώ, δηλαδή, αυτό που έχουμε είναι μια συγχώνευση λαογραφικής παράδοσης, πλατωνισμού και ποιητικής φαντασίας. Έχουμε, λοιπόν, τρεις παράγοντες, τρία στοιχεία που επιδρούν σχετικά με τη σύλληψη και συγγραφή του εν λόγω ποιήματος.

Σε συνάφεια με τον Καλλίμαχο, ο οποίος περιέγραψε την υποδοχή του Θησέα σε μια μικρή καλύβα μιας μεγάλης γυναίκας, έτσι και ο Ερατοσθένης στο ποίημα του «Ηριγόνη», περιέγραψε τον Διόνυσο να καλωσορίζεται στο μικρό τραπέζι του Ικάρου. Όπως ο Καλλίμαχος ξέθαψε ξεχασμένες ιστορίες έξω από το πλαίσιο του ελληνικού κόσμου, έτσι και ο Ερατοσθένης έφερε στο φως αφηγήσεις άγνωστες πριν από την εποχή του⁵³. Προσδιορίστηκε δηλαδή ως μια αττική ιστορία αμέσως μετά τη μεγάλη ελληνική πολιτισμική κουλτούρα, όπως για παράδειγμα την ανάπτυξη της πολιτικής ανθρώπινης ύπαρξης και την καταγωγή και σπουδαιότητα της «τραγωδίας» ως ενός από τα σπουδαιότερα είδη της αρχαίας ελληνικής ποίησης⁵⁴.

⁵² Solmsen, F., «Eratosthenes' Erigone: A ReconstrUction», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 78, 1947, p. 256

⁵³ Ο. Π., p. 269

⁵⁴ Ο. Π. p. 269

Συνοπτικά, μπορούμε να αναφερθούμε λίγο και σε απόψεις άλλων συγγραφέων σχετικά με τα ποιήματα και τις επιρροές του Ερατοσθένη. Ο Carlo Parca λέει πως η θέα-όραμα του σύμπαντος στο Somnium του Κικέρωνα μας παραπέμπει πίσω στο ποίημα "Ερμής" του Ερατοσθένη. Πιο συγκεκριμένα, ο Κικέρωνας στο Somnium Scipionis, όπως ο Ερατοσθένης στο ποίημα "Ερμής", μιλά για την ψευδαισθητική φύση της ανθρώπινης δόξας. Μιλά για τη θεά που περιλαμβάνει τις σφαίρες σταθερών αστεριών και πλανητών, την αρμονία, τη θέση της Γης και τις 5 ζώνες της. Σχετικά τώρα με την κατά Κικέρωνα ψευδαισθητική φύση της ανθρώπινης δόξας, διαπιστώνεται μια συμφωνία με τον Richard Harder, ο οποίος αναφέρει πως ο Ερατοσθένης και ο Κικέρων εξαρτώνται από μια κοινή "πλατωνική" παράδοση, με αποτέλεσμα να απλοποιείται η αντίληψη σχετικά με την πρωτοτυπία του ερατοσθενικού ποιητικού και φιλοσοφικού έργου και να μην δικαιώνεται η αυθεντικότητά του.



Η ξεχωριστή θέση της Μουσικής στην ελληνική μυθολογία: Λόγιος Ερμής

Συνεχίζοντας με την δευτερογενή ανάλυση και ερμηνεία του ποιητικού έργου του Ερατοσθένη, ο ερευνητής Mass, ο οποίος ανέφερε πως ο Ερατοσθένης έθεσε τις αρχές της λογοτεχνικής αττικής παράδοσης, καταγράφει δύο εκδοχές του κεφαλαίου «Υγιнос» (Hyginus) στο ποίημα «Ηριγόνη»:⁵⁵

- 1) Ο Ικάριος φυτεύει την άμπελο, την οποία έλαβε από τα χέρια του Διονύσου και μόνο μετά την πρώτη συγκομιδή που συγκεντρώθηκε, ξεκίνησε να μεταδίδει αυτό το υπέροχο δώρο στους συμπατριώτες του
- 2) Αυτός αμέσως τοποθέτησε φλοιούς κρασιού πάνω στην καρότσα, τους οποίους πιθανόν δέχτηκε από τον Θεό Διόνυσο, και ξεκίνησε την αποστολή

Λαμβάνοντας υπόψη τις δύο αυτές εκδοχές, και παρά το γεγονός ότι εμείς είχαμε στη διάθεσή μας μόνο μερικούς από τους στίχους του ποιήματος «Ηριγόνη», μπορούμε να πούμε, πως σύμφωνα με όσες έρευνες έχουν γίνει, μπορούμε να καταλήξουμε στην πρώτη εκδοχή⁵⁶. Και σε αυτό συνηγορούν στοιχεία όπως το φύτεμα της αμπέλου, η καταστροφή μερικών σταφυλιών από τη γίδα και ο χορός γύρω από τη γίδα από τους Ικαριώτες. Όμως, όσον αφορά το περιεχόμενο του ποιήματος, θα γίνουμε πιο αναλυτικοί παρακάτω.

⁵⁵ Solmsen, F., «Eratosthenes' Erigone: A ReconstructioN», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, p. 259

⁵⁶ Solmsen, F., «Eratosthenes' Erigone: A ReconstructioN», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, p. 259

4.4 Επισκόπηση του περιεχομένου της «Ηριγόνης»

Αν και το συγκεκριμένο ποίημα δεν έχει διασωθεί ολόκληρο, εμείς έχουμε στη διάθεσή μας μόνο ορισμένους από τους στίχους που το αποτελούσαν και οι οποίοι καταγράφηκαν παραπάνω. Μπορούμε όμως να αναφέρουμε σχηματικά το γενικότερο περιεχόμενο του ποιήματος.

Ο Ικάριος ήταν αγρότης και κηπουρός. Μια ημέρα ήρθε ένας άγνωστος, ο Θεός Διόνυσος, με ανθρώπινη μορφή. Ο Ικάριος ήταν φτωχός και καλωσόρισε τον ξένο. Ο Διόνυσος ευχαριστήθηκε από τη φιλοξενία και η κόρη του Ικάριου, η Ηριγόνη, για να σβήσει τη δίψα του καλεσμένου του, άρμεξε μια γίδα/τράγο και έδωσε μια κούπα γάλα στον Διόνυσο. Αυτό όμως ήταν το λάθος ποτό για εκείνον. Αμέσως έγινε θαύμα και το γάλα μετατράπηκε σε κρασί. Μια άμπελος βγήκε από το πάτωμα και έγινε μια κληματαριά. Τότε, ο Ικάριος κατάλαβε ότι ο καλεσμένος του ήταν ο Θεός Διόνυσος και ο τελευταίος είπε στον Ικάριο: πάρε αυτό το δώρο που δεν το ξέρει ακόμη κανείς και θα είσαι ευλογημένος γι' αυτό. Ο Ικάριος το ήπιε, ευχαριστήθηκε και είπε: από που προέρχεται αυτό το κόκκινο νερό (red water), αυτό το γλυκό αίμα; Δεν είναι σαν το νερό και βγαίνει από τη γη. Είναι ευωδιαστό και ευχάριστο για την καρδιά. Στο στόμα είναι δροσερό και σε ξεδιψά, τρέχει στο στήθος και ανάβει τη φωτιά της διασκέδασης⁵⁷. Ύστερα σηκώθηκε και χόρευε για να τιμήσει τον καλεσμένο του. Την άλλη ημέρα ο Διόνυσος έδωσε στον Ικάριο φλασκιά κρασιού και του είπε πως να καλλιεργεί την άμπελο. Στη μνήμη αυτής της επίσκεψης, οι άνθρωποι γιορτάζουν κάθε Σεπτέμβρη.

Ο Ικάριος φύλαξε το κλήμα και αυτό ευδοκίμησε. Μετά έγινε ένα ατύχημα. Ο τράγος του χάθηκε και έτρεξε μέσα στα αμπέλια. Ο Ικάριος θύμωσε και τιμωρώντας την προσβολή αυτή του τράγου απέναντι στον Θεό Διόνυσο, τον βρήκε και τον έσφαξε⁵⁸. Τότε κάλεσε φίλους σε γιορτή. Όταν όλοι χάρηκαν με φαΐ και ποτό, ο Ικάριος έφτιαξε φλασκί από το δέρμα του τράγου και το

⁵⁷ Merkelbach, R., West, M., «Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes», *History of Religions*, Vol. 3, No. 2, 1964, p. 178

⁵⁸ Ο. Π. p. 178

ανατίναξε⁵⁹. Οι άντρες χόρευαν και τραγουδούσαν γύρω από τον πεθαμένο τράγο (Ικάριοι τοθι πρωτα περι τράγον ωρησαντο). Αργότερα, όλοι χόρευαν και τραγουδούσαν σαν τράγοι, σαν το αιχμάλωτο νεκρό ζώο να είχε επανέλθει στη ζωή.

⁵⁹ Merkelbach, R., West, M., «Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes», *History of Religions*, Vol. 3, No. 2, 1964, p. 178

4.5 Απαρχές της Τραγωδίας ως λογοτεχνικού είδους

Σε αυτό το τμήμα πραγμάτευσης του θέματός μας, θα αναφερθούμε στη σχέση του ποιήματος «Ηριγόνη», ως το ποίημα που έχει εξυμνηθεί περισσότερο στην αρχαία ελληνική παράδοση⁶⁰, με την ελληνική τραγική ποίηση ως κορυφαίο ποιητικό και πολιτισμικό είδος της εποχής εκείνης.

Κύριο ενδιαφέρον δεν αποτελεί η εξήγηση της καταγωγής της τραγωδίας από το όνομά της⁶¹. Δεν επιδιώκεται, δηλαδή, μια κάποιου τύπου ετυμολογική ανάλυση, αλλά περισσότερο η βαθύτερη πεποίθηση ότι η τραγωδία δεν αναπτύχθηκε από “το να κάνεις τον σάτυρο” (satyr-play), αλλά πριν από αυτό. Οι αρχαίοι σκέφτονταν διαφορετικά απ’ ότι οι σύγχρονοι ερμηνευτές. Δεν τους απασχολούσε το να δώσουν έναν ακριβή ορισμό της λέξης με όρους ιστορίας της γλώσσας, αλλά να διαβάσουν μέσα της το αληθινό νόημα και ουσία, το “έτυμον” του πράγματος που σημαίνεται από αυτό.

Πρόκειται για ένα ποίημα που αφηγείται τον κύκλο της ετήσιας γιορτής στον Θεό Διόνυσο στην Αττική και στο πως εμφανίστηκε η τραγωδία και η κωμωδία⁶². Το περιεχόμενό του δεν είναι μόνο ελληνικό, αλλά σε έναν βαθμό κατάγεται και από την Αίγυπτο. Χαρακτηρίζεται ως ένα “αιτιολογικό” (etiological) ποίημα, και αυτό διότι οι Έλληνες που ζούσαν στην Αλεξάνδρεια ένιωσαν την ανάγκη να υπενθυμίσουν στον εαυτό τους τις παραδόσεις, ήθη και έθιμα, της χώρας τους⁶³.

Το παλαιότερο όνομα για την τραγωδία ήταν “τρυγωδία” που σημαίνει “τραγούδι με κρασί” ή “τραγούδι στη σοδειά” (τρυγή) ή “τραγούδι των μούρων”. Οι πρώτοι ηθοποιοί δεν φορούσαν μάσκες, αλλά άλειφαν το πρόσωπό τους με τα κατακάθια από το κρασί και έκαναν παράσταση⁶⁴. Στην αρχή της τραγωδίας, η σάτιρα και η κωμωδία γίνονταν σε μιμητικές αναπαραστάσεις, όπως το έθιμο στη γιορτή προς τιμήν του Διονύσου. Τα θέματα που είχε ήταν πολλά: είτε το θυσιασμένο ζώο θρηνούσε, είτε αναπαραστάσεις με μεθυσμένους που

⁶⁰ Merkelbach, R., West, M., «Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes», *History of Religions*, Vol. 3, No. 2, 1964, p. 177

⁶¹ Solmsen, F., «Eratosthenes' Erigone: A Reconstruction», p. 274

⁶² Merkelbach, R., West, M., «Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes», p. 177

⁶³ Ο. Π., p. 177

⁶⁴ Ο. Π., p. 180

τραγουδούσαν κοροϊδεύοντας και σατιρίζοντας. Στην αρχή, το κωμικό από το σοβαρό δεν ήταν διαχωρισμένα.

Εκείνο που εξάγεται, λοιπόν, από την έρευνα είναι ότι διάφορες εξηγήσεις της λέξης “τραγωδία” στέκονται μαζί⁶⁵:

- 1) Είτε θυσιάστηκε ο τράγος και το τραγούδι και ο χορός έγιναν γύρω από τον τράγο
- 2) Είτε ντύνονταν με το δέρμα του τράγου, αφού τον είχαν σκοτώσει
- 3) Είτε το κρέας του τράγου ήταν το βραβείο για τον καλύτερο τραγουδιστή (τραγούδι για τον τράγο)

Πέρα, όμως, από αυτούς τους προσδιορισμούς και τις διακρίσεις, μπορούμε να αναφέρουμε και μια άλλη διάκριση σχετικά με την καταγωγή της τραγωδίας. Από τη μία δηλαδή, έχουμε τον αριστοτελικό ορισμό της ως “τραγούδι του τράγου”(song of the goat), και από την άλλη, έχουμε τον ερατοσθενικό ορισμό της ως “τραγούδι γύρω από τον τράγο” (song round the goat) [*Κάριοι τοθι πρωτα περί τράγον ωρχήσαντο*]⁶⁶.

⁶⁵ Merkelbach, R., West, M., «Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes», p. 180

⁶⁶ Ο. Π., p. 179

4.6 Ερατοσθένης και Φιλοσοφία

Σε αυτό το μέρος της έρευνάς μας θα μας απασχολήσει η σχέση του Ερατοσθένη με τη φιλοσοφία. Έχουμε να κάνουμε με μία ακόμη πτυχή του έργου του, η οποία υποδηλώνει και τη στενή συνάφειά του με την ήδη αναπτυχθείσα φιλοσοφική παράδοση του αρχαίου κόσμου.

Συγκεκριμένα, θα κάνουμε λόγο για τη σχέση του Ερατοσθένη με τον Πλάτωνα και ειδικότερα με τον πλατωνικό “Τίμαιο”. Θα δείξουμε πως ο Ερατοσθένης συνδέθηκε με την πλατωνική φιλοσοφία και τι κατάφερε να κάνει ο ίδιος βασιζόμενος σε βασικές θέσεις της πλατωνικής κοσμολογίας, έτσι όπως ξετυλίγονται στο πλατωνικό έργο “Τίμαιος”.

Ο Ερατοσθένης ανέπτυξε τη δική του φιλοσοφία των μαθηματικών στη βάση των πλατωνικών ιδεών. Σε σχόλιο του νεοπλατωνιστή φιλοσόφου Πρόκλου στον Ευκλείδη, βλέπουμε ότι ο Ερατοσθένης θέτει την αρχή αριθμών/ποσών ως τον σύνδεσμο/δεσμό (bond) των μαθημάτων της αστρονομίας, γεωμετρίας και αριθμητικής⁶⁷. Αναζήτησε δηλαδή τα “κοινά στοιχεία” αυτών των τριών κλάδων, πράγμα που είχε ήδη ξεκινήσει με τον Πλάτωνα.

Κατά τον August Schmekel ο Ερατοσθένης ανήκει στην πλατωνική παράδοση. Θέτει την “αναλογία” ως την “πρώτη αιτία γενέσεως” και ως την αιτία των πραγμάτων που έρχονται στην ύπαρξη με τάξη και αρμονία και όχι τυχαία⁶⁸. Ακόμη καλύτερα, κατά τον Ερατοσθένη τα πάντα στα μαθηματικά αποτελούνται από αριθμητικές αναλογίες (proportions), οι οποίες είναι αρχή και αξίωμα των μαθηματικών. Όλοι οι σχηματισμοί (figures) αποτελούνται από αναλογίες.

Ο Ερατοσθένης και ο Πλάτων ήταν εκείνοι που μίλησαν για την αναλογία και την τάξη και που τις εισήγαγαν στην κοσμολογία, τη φυσική και την αστρονομία. Ήταν ο Ερατοσθένης που έφερε τα μαθηματικά και την “τάξη/ενότητα” στο γεωγραφικό (geographical) σύστημα και οργάνωσε τη γεωγραφία κάτω από μαθηματικές κατηγορίες ως λόγους (rationes).

⁶⁷ Solmsen, F., «Eratosthenes as Platonist and Poet», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 73, 1942, p. 194

⁶⁸ Ο. Π., p. 193

Επιπλέον, εκείνο που παρατήρησε ήταν ότι η γη καθαυτή διαχωριζόταν σε 5 ζώνες και αυτό ήταν κάτι που δεν κατάφερε να δει ο Πλάτων στον “Τίμαιο”. Δηλαδή, όχι μόνο η θέση της γης αλλά και η δομή της, η δομή της επιφάνειάς της ανήκουν στο κοσμολογικό σύστημα του Ερατοσθένη.⁶⁹

4.7 Ερατοσθένης και Πλάτων

Σχετικά με τη σχέση του Ερατοσθένη με τον Πλάτωνα και των φιλοσοφικών θεωρήσεών τους ειδικότερα, επικρατούν δύο απόψεις. Είτε ο Πλάτωνας και ο Ερατοσθένης εξαρτώνται από την ίδια πυθαγόρεια παράδοση, είτε ο Ερατοσθένης υιοθέτησε τους πλατωνικούς λόγους/αναλογίες⁷⁰. Βέβαια, αν θέλουμε να κάνουμε μια γενικότερη εκτίμηση του συνόλου του φιλοσοφικού έργου του Πλάτωνα, εκείνο που παρατηρούμε είναι ότι ο Πλάτων σε αρκετά σημεία των έργων του διαφοροποιείται ριζικά από την πυθαγόρεια παράδοση, και αυτό σχετίζεται είτε με τη θεωρία του για τον θάνατο και την αθανασία της ψυχής είτε με την πυθαγόρεια θεωρία περί δυϊστικής αντίληψης του κόσμου.

Ο “Τίμαιος” ένα από τα σημαντικότερα έργα της παγκόσμιας φιλοσοφίας, και ένα από τα όψιμα έργα του Πλάτωνα, αποτελεί τη στροφή του ίδιου προς την κοσμολογία. Ο Ερατοσθένης ενσωμάτωσε αυτή την κοσμολογική θεώρηση στο ποίημα του “Ερμής” (Hermes). Ένα γενικό πλαίσιο του σύμπαντος, έτσι όπως αυτό ξετυλίγεται εκεί αφορά τα εξής: τη 1 σφαίρα με τα σταθερά αστέρια, τις 7 σφαίρες των πλανητών, τον άξονα του κόσμου και της γης και τις σφαίρες του φεγγαριού και του Ήλιου⁷¹.

Ο Ερατοσθένης έδωσε σε καθεμία από τις 8 σφαίρες του κόσμου (Cosmos) έναν ήχο και οι ήχοι αυτοί συνδυάστηκαν σε μια αρμονία. Ο Hiller επεσήμανε την πλατωνική πηγή αυτής της αντίληψης⁷². Ο A. E. Taylor λέει ότι στον “Τίμαιο”

⁶⁹ Solmsen, F., «Eratosthenes as Platonist and Poet», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 73, 1942, p. 207-208

⁷⁰ Ο. Π., p. 197

⁷¹ Ο. Π., p. 199

⁷² Ο. Π., p. 199

δεν περιλαμβάνεται αναφορά στην αρμονία των σφαιρών και τη μουσική του σύμπαντος⁷³.

Ο Χαλκίδιος λέει ότι η αρμονία του σύμπαντος ήταν στο ποίημα “Ερμής” απαράλλακτη και πανομοιότυπη με τη συμφωνία της λύρας του Ερμή. Ο Ερμής έμεινε έκπληκτος όταν, έχοντας κατασκευάσει τη λύρα του, ανέβηκε διαμέσου των πλανητικών σφαιρών στην περιφέρεια του σύμπαντος και βρήκε την ίδια αρμονία με εκείνη που είχε παράγει με τη λύρα του.

Η ταυτότητα αυτών των δύο αρμονιών, σύμφωνα με την πλατωνική άποψη, σκιαγραφεί την ιδέα του “δεσμού” ή “συνδέσμου”, την ενοποιητική αρχή που διοικεί και διαποτίζει τους διαφορετικούς κλάδους των μαθηματικών⁷⁴. Ο Πλάτων χρησιμοποιεί τον όρο “διάστημα” για να περιγράψει τις περί διαστήματος (intervals) μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των νοτών της κλίμακάς τους. Για τον Ερατοσθένη ο “δεσμός” είναι η “αναλογία”, ο “λόγος”⁷⁵. Χρησιμοποιεί δηλαδή τους ίδιους “λόγους” με την πλατωνική ψυχική κλίμακα (soul-scale) για τη διατονική του κλίμακα.

Επιστρέφοντας στον Πλάτωνα και στην κοσμολογική του θεώρηση, ο ίδιος αναφέρει πως οι ψυχές πριν την ενσάρκωση κατοικούσαν είτε στ’ αστέρια είτε στο φεγγάρι και σε άλλους πλανήτες ως θείες σφαίρες ή κατοικίες⁷⁶. Εδώ είναι που φανερώνεται μία συγγένεια του Ερατοσθένη με τον “Τίμαιο” του Πλάτωνα, σχετικά με το οντολογικό καθεστώς των ψυχών πριν την ενσάρκωσή τους⁷⁷.

⁷³ Solmsen, F., «Eratosthenes as Platonist and Poet», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 73, 1942, p. 200

⁷⁴ Ο. Π., p. 201

⁷⁵ Ο.Π., p. 201

⁷⁶ Ο. Π. p. 204

⁷⁷ Ο. Π. p. 202-203

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Bashmakova, I., *Ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών*, μτφρ. Ιωάννης Μ. Βανδουλάκης, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2014
- Βανδουλάκης, Ι., Καλλιγιάς, Χ., Μαρκάκης, Ν., Φερεντίνος, Σ., *Μαθηματικά Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ*, Ινστιτούτο τεχνολογίας υπολογιστών & εκδόσεων «Διόφαντος», Αθήνα, 2020
- Γκουντουβάς, Σ., *Γεωμετρικές Διαδρομές, Θέματα Γεωμετρίας από την αρχαιότητα ως τον 20ό αιώνα*, Σωτήρης Χρ. Γκουντουβάς, Αθήνα, 2021
- Roller, D., *Eratosthenes' Geography, Fragments collected and translated with commentary and additional material*, Princeton University Press, Princeton, 2010
- Heath, T., *The Method of Archimedes recently discovered by Heiberg, A supplement to the works of Archimedes 1897*, Cambridge University Press, Cambridge, 1912
- Smith, W., *Dictionary of Greek and Roman Biography and Mythology*, Vol II, Little Brown and Company, Boston, 1867
- Bailey, Ellen. 2006. "Eratosthenes of Cyrene." *Eratosthenes Of Cyrene 1–3*. Book Collection Nonfiction: High School Edition
- Δαπόντες, Ν., Καραστάθης, Β., Τσοβόλας, Σ., Κωτσάνης, Γ., Καμπεζίδης, Χ., Πλειώνης, Ε., Δάλκος, Γ. & Γρυντάκης, Γ., *ΓΑΙΑ II, Διασυνδεδεμένοι Μικρόκοσμοι Πολυμέσων για τη Διαθεματική Διερεύνηση της Γης Βιβλίο Δραστηριοτήτων*, ΕΠΕΑΕΚ, 2002
- Κοτσανάς, Κ., *Αρχαία Ελληνική Τεχνολογία, Οι εφευρέσεις των αρχαίων Ελλήνων*, Κώστας Κοτσανάς, Πύργος, 2015
- Teeple, J., B., *Timelines word of History*, DK publishing, London
- Lukosevicius, V., Duksa, T., *Geodesy and Cartography, Eratosthenes' Map of the Oecumene*, Vilnius Tech, Lithuania, 2022
- Λάιου, Ε., *Πιστοποίηση πρώτου Αριθμού και παραγοντοποίηση ακεραίου*, ΕΜΠ, Αθήνα, 2013
- Ερατοσθένης ο Κυρηναίος, «*Ηριγόνη*», *Ιαμβικοί και Ελεγειακοί Ποιητές*, 2002

- Solmsen, F., «*Eratosthenes' Erigone: A ReconstRuction*», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 78, 1947

- Merkelbach, R., West, M., «*Origin and Religious Meaning of Greek Tragedy and Comedy, According to the "Erigone" of Eratosthenes*»

- Solmsen, F., «*Eratosthenes as Platonist and Poet*», *Transactions and Proceedings of the American Philological Association*, Vol. 73, 1942