



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

**ΜΗ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΙΚΗ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ  
ΣΕ ΠΟΛΥΣΤΡΩΤΑ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΑ ΚΕΛΥΦΗ ΜΕ  
ΣΚΟΠΟ ΤΟΝ ΠΟΙΟΤΙΚΟ ΕΛΕΓΧΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ-  
ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΑΠΟ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ  
ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Κωνσταντίνος Ν. Λιόντος**

**Επιβλέπων :** Ιωάννης Τ. Γεωργίου

Καθηγητής, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο  
Πολυτεχνείο

Αθήνα, Φεβρουάριος 2023





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

**ΜΗ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΙΚΗ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ  
ΣΕ ΠΟΛΥΣΤΡΩΤΑ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΑ ΚΕΛΥΦΗ ΜΕ  
ΣΚΟΠΟ ΤΟΝ ΠΟΙΟΤΙΚΟ ΕΛΕΓΧΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ-  
ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΑΠΟ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ  
ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Κωνσταντίνος Ν. Λιόντος**

**Επιβλέπων :** Ιωάννης Τ. Γεωργίου

Καθηγητής, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο  
Πολυτεχνείο

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

Ιωάννης Γεωργίου,  
Καθηγητής  
Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων  
Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Κωνσταντίνος Μπελιμπασάκης,  
Καθηγητής  
Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων  
Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Άννα Ζερβάκη  
Επίκουρη Καθηγήτρια  
Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων  
Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2023



## Περίληψη

Η παρούσα μελέτη παρουσιάζει μια διαδικασία ανίχνευσης σφαλμάτων σε κυλινδρικό σωλήνα, αποτελούμενο από πολύ-στρωτο υλικό, με επένδυση ανθρακονημάτων. Η διαδικασία κατασκευής του σωλήνα εισήγαγε πολυάριθμα σφάλματα σε περιοχές, οι οποίες κρίνονται τελικά, υποψήφιες ως τόποι διάδοσης της βλάβης. Με τη βοήθεια τριών επιταχυνσίμετρων, τα πειραματικά δεδομένα συλλέγονται και το τμήμα αυτών, που αντιστοιχεί στην κυρίαρχη συχνότητα, απομονώνεται. Η ανίχνευση σφαλμάτων επιτελείται με υπολογισμό των απόλυτων διαφορών της καμπυλότητας των μορφών που προκύπτουν, από την καμπυλότητα της μορφής δόνησης στην ιδανική περίπτωση. Η τελευταία, ως εκπρόσωπος της υγιούς κατάστασης, προκύπτει από την αναλυτική λύση του προβλήματος ιδιοτιμών, για την ταλάντωση πολύ-στρωτων κελύφων. Εν συνεχεία, πραγματοποιείται εκ νέου ανίχνευση σφαλμάτων, μέσω της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών. Σκοπός, είναι η επαλήθευση των αποτελεσμάτων και η ανάδειξη της ισχύος της μεθόδου, έναντι των κλασικών τεχνικών ανίχνευσης σφαλμάτων. Η μέθοδος αυτή, εκμεταλλευόμενη μόνο τα δεδομένα, εξάγει τα κυρίαρχα δυναμικά χαρακτηριστικά της κατασκευής και τα απεικονίζει μέσω των καμπυλών των κυρίαρχων ορθοκανονικών προβολών. Η ανίχνευση των σφαλμάτων επιτυγχάνεται, υπολογίζοντας τις διακυμάνσεις στις τιμές των παραπάνω καμπυλών. Εν τέλει, η μέθοδος των ορθοκανονικών προβολών αναλύεται περισσότερο, με σκοπό την υποστήριξη ενός οράματος χρήσης των νευρωνικών δικτύων στο πεδίο της διαγνωστικής κατασκευών, όπου τα τελευταία θα πληροφορούνται για τις φυσικές ιδιότητες των κατασκευών μέσω των προβολών και θα εκπαιδεύονται από τα συλλεγόμενα δεδομένα.

Λέξεις κλειδιά: ανίχνευση σφαλμάτων, ανθρακονήματα, ορθοκανονικές βάσεις, νευρωνικά δίκτυα

# Abstract

This study presents a fault detection process in a cylindrical tube, made of carbon fiber reinforced polymeric plies. The manufacturing process induced faults in numerous areas, which are eventually considered as candidate sites of damage propagation. Using three accelerometers, vibration data are collected and the data-section, corresponding to the dominant frequency, is extracted. Fault detection is achieved through computing the absolute differences in curvature, between the extracted vibration shapes and the ideal one. The very last, represents the structure's healthy status and is acquired from the analytical solution of the eigenmode problem, for the vibration of multi-layered cylindrical shells. In continuous, proper orthogonal decomposition method is used for repeating the fault detection process. This application purposes in evaluating the previous results and pointing the superiority of the PODs against classic techniques. This data-driven method, extracts the dominant dynamic features of datasets and presents them through the shapes of the dominant POD modes. Eventually, the POD method is conveyed further, to support an artificial neural network vision in the field of structural diagnostics, where the advanced version of networks will be informed of the physical attributes of structures and trained from the acquired datasets.

**Keywords:** fault detection, carbon fiber, POD modes, artificial neural networks

# Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Ιωάννη Γεωργίου, για την πολύτιμη καθοδήγηση και την καθοριστική βοήθειά του, σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, για την ενθάρρυνση και την πίστη τους σε μένα, όπως επίσης και τους συναδέλφους μου, που έγιναν πολύτιμοι φίλοι καθώς μεγαλώσαμε μαζί ακαδημαϊκά και διαπροσωπικά.

Φυσικά το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στους γονείς μου, για την αμέριστη υποστήριξη και την απεριόριστη κι άνευ όρων αγάπη τους όλα αυτά τα χρόνια και στην αδερφή μου που βρίσκεται πάντα δίπλα μου για να με βοηθά και να μου δείχνει το δρόμο.

Τα πειραματικά δεδομένα του κεφαλαίου 11, για την ανίχνευση σφαλμάτων με τη βοήθεια των ορθοκανονικών προβολών, αποκτήθηκαν κατά τη διάρκεια του προγράμματος βασικής έρευνας “IMS-PB DIAGNOSIS”. Τα πειράματα διεξήχθησαν στο εργαστήριο Δυναμικής - Ακουστικής και Διαγνωστικής σε σύνθετες κατασκευές.

Κωνσταντίνος Ν. Λιόντος

Copyright © Κωνσταντίνος Λιόντος, 2022.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

# Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
ABSTRACT .....	6
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	7
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	9
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	11
2. ΚΥΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΒΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ .....	14
3. ΣΚΕΔΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΕΣ.....	16
4. ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	19
5. ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΕΠΑΡΚΟΥΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ.....	21
5.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ.....	21
5.2 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΜΟΙΒΑΙΟΤΗΤΑΣ.....	22
6. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ .....	25
7. ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΔΟΚΟΥ .....	28
8. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΟΝΗΣΕΩΝ ΠΟΛΥ-ΣΤΡΩΤΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΩΝ ΚΕΛΥΦΩΝ .....	33
9. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ .....	39
10. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ .....	43
10.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΟΡΟΥ ΒΛΑΒΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ .....	52
10.2 ΤΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ .....	53
10.2.1 Εφαρμογή κριτηρίου στα πλαίσια της μεθόδου .....	54
11. ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ - PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION .....	57
11.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ .....	62
12. ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ .....	69
12.1 Η ΦΥΣΗ ΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ .....	69
12.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ .....	73
13. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	76
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α .....	78
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	81
REFERENCES .....	82



# Κατάλογος Σχημάτων

Εικόνα 1: Σύστημα ταλαντωτή με τροχαλία και προσδεσμένη μάζα σε χορδή σε ρόλο διεγέρτη.....	27
Εικόνα 2: Στο σχήμα απεικονίζονται οι πρώτες 4 ιδιομορφές της καμπτικής ταλάντωσης της δοκού Euler.....	33
Εικόνα 3: Φωτογραφίες από το χώρο διεξαγωγής της πειραματικής διαδικασίας. Στις φωτογραφίες εμφανίζονται καθαρά τα στοιχεία πρόσδεσης του σωλήνα, οι 3 πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες και η χάραξη των σημείων εφαρμογής της κρουστικής δύναμης διέγερσης.....	41
Εικόνα 4: Στο σχήμα φαίνεται η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 1 στο φάσμα του χρόνου.....	43
Εικόνα 5: Στο σχήμα φαίνεται η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 2 στο φάσμα του χρόνου.....	43
Εικόνα 6: Στο σχήμα φαίνεται η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 3 στο φάσμα του χρόνου.....	44
Εικόνα 7: Απεικόνιση των κυρίαρχων συχνοτήτων της ταλάντωσης του σωλήνα, όπως εμφανίζονται από το διάγραμμα του μετασχηματισμού Fourier των μετρήσεων του αισθητήρα 1.....	45
Εικόνα 8: Στο σχήμα απεικονίζονται τα πειραματικά δεδομένα ως τιμές καταναμημένες στο επίπεδο του χώρου και της συχνότητας. Οι απομακρυσμένες τιμές από τις κυρίαρχες συχνότητες έχουν αποκοπεί για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικής ισχύος. Η χαρτογράφηση της βάσης δεδομένων παρέχει ξεκάθαρη εικόνα για την μεγιστοποίηση των επιταχύνσεων στην περιοχή της κυρίαρχης συχνότητας $f_1=250.1667$ Hz.....	46
Εικόνα 9: Στα παραπάνω σχήματα (a),(b),(c) παρουσιάζονται τα διαγράμματα των τομών στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας για τις τρεις επαναλήψεις του πειράματος και επιπλέον παρατίθεται η καμπύλη της ιδιομορφής όπως αναλύθηκε μέσω του μαθηματικού μοντέλου από την ανάλυση δονήσεων πολύ-στρωτων κυλινδρικών κελυφών.....	47-48
Εικόνα 10: Στα σχήματα 10 (a),(b),(c) παρουσιάζονται οι τομές στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας κατά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος ,για διαφορετικά στάδια εξέλιξης του φαινομένου.....	51-52
Εικόνα 11: Στα σχήματα 11(a),(b) παρουσιάζεται η κατανομή της βλάβης στο μήκος του σωλήνα συγκρίνοντας κατά σειρά τα ευρήματα των αισθητήρων 2,3 με αναφορά στον αισθητήρα 1.....	57
Εικόνα 12: Η πρώτες ορθοκανονικές προβολές, όπως προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου στα μετασχηματισμένα με FFT δεδομένα κατά την εκτέλεση της ανίχνευσης σφαλμάτων με τη βοήθεια της κλασσικής μεθόδου.....	64

Εικόνα 13: Ποσοστά ενέργειας, όπως εμφανίζονται κατά αύξοντα αριθμό ορθοκανονικών προβολών.....	65
Εικόνα 14: Στα σχήματα 14(a),(b),(c) εμφανίζονται οι καμπύλες των πρώτων κυρίαρχων μορφών των ορθοκανονικών προβολών για τους τρεις αισθητήρες ξεχωριστά για όλες τις επαναλήψεις του πειράματος.....	66-67
Εικόνα 15: Οι καμπύλες των πρώτων κυρίαρχων μορφών των ορθοκανονικών προβολών για τους τρεις αισθητήρες κατά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος.....	67
Εικόνα 16: Στο σχήμα εμφανίζεται η κατανομή της βλάβης , όπως αυτή προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών.....	70
Εικόνα 17: Στο παραπάνω σχήμα παρατίθεται ξανά το διάγραμμα σύγκρισης της απόκλισης της καμπυλότητας των αισθητήρων 1,2 για λόγους σύγκρισης με αυτό της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών.....	70
Εικόνα 18: Στις εικόνες 18 (a),(b) παρουσιάζονται τυπικές δομές της αρχιτεκτονικής ενός τυπικού νευρωνικού δικτύου και ενός νευρώνα αντίστοιχα.....	71-72

# Κεφάλαιο 1

## 1. Εισαγωγή

Οι σύγχρονες μηχανολογικές εφαρμογές δημιουργούν ένα εξαιρετικά σύνθετο και απαιτητικό πεδίο έρευνας, όσον αφορά τις ιδιότητες και τον ποιοτικό έλεγχο των κατασκευών που τις εξυπηρετούν. Εκτός της πολυπλοκότητας στον τρόπο λειτουργίας αυτών των κατασκευών, έρχεται να προστεθεί και η εκλογή υλικών, μέσα από ένα αχανές και ευρύ φάσμα επιλογών, κατάλληλων, ώστε οι φυσικές και μηχανικές τους ιδιότητες να επιτυγχάνουν το επιθυμητό αποτέλεσμα, μέσω της σύνθεσής τους σε πολύπλοκες ή απλές γεωμετρίες στην συνολική κατασκευαστική διάταξη.

Τα ανθρακονήματα, και γενικότερα, κατασκευαστικά στοιχεία με ενίσχυση ανθρακονημάτων, έχουν εδραιώσει την παρουσία τους σε ποικίλες μηχανολογικές εφαρμογές στο πέρασμα των τελευταίων δεκαετιών (Bowkett & Thanapalan, 2017). Οι εξαιρετικές τους μηχανικές ιδιότητες, ειδικά κατά τη διεύθυνση των ανθρακονημάτων στο εσωτερικό τους, τα καθιστούν ικανά να φέρουν εις πέρας τον αντικειμενικό στόχο πολλών εφαρμογών παρά τις υψηλές απαιτήσεις του τρόπου λειτουργίας ή τις αντίξοες συνθήκες που επικρατούν στο περιβάλλοντα χώρο αυτού (Yakobson & Anouris, 2001). Ωστόσο, τα υλικά αυτά, όπως και τα περισσότερα πολύστρωτα, χαρακτηρίζονται ως ιδιαίτερα σύνθετα, τόσο στη δομή τους όσο και στη δυναμική τους συμπεριφορά (Huang, 2009), (Bisheh, 2020), (Mirdehghan, 2021). Οι αυστηρές προδιαγραφές στον τρόπο κατασκευής τους, είναι απαραίτητες για την αποφυγή εισαγωγής σφαλμάτων κατά το στάδιο της κατασκευής τους ή και δημιουργίας αυτών κατά το στάδιο λειτουργίας τους. Τα σφάλματα ως περιοχές διαφορετικής γεωμετρίας και διαφορετικών ιδιοτήτων σε σχέση με το υπόλοιπο υλικό, ανταποκρίνονται διαφορετικά στα πιθανά φορτία διέγερσης, επηρεάζοντας τη δυναμική απόκριση του υλικού και εν τέλει αλλοιώνουν τη συνολική δυναμική συμπεριφορά του συστήματος, αναπτύσσοντας ιδιαίτερα μεγάλη πολυπλοκότητα.

Σε συνάφεια με τις ανάγκες των σύγχρονων εφαρμογών, οι οποίες αναφέρθηκαν στην πρώτη παράγραφο αυτού του κεφαλαίου, είναι ολοφάνερα απαραίτητη η δημιουργία και χρήση κατάλληλων μεθόδων παρακολούθησης, ανίχνευσης σφαλμάτων και διαγνωστικών ελέγχων στις σύγχρονες μηχανολογικές κατασκευές. Η παρατήρηση και η μελέτη των δυναμικών αποκρίσεων και των ιδιομορφών των κατασκευών, παρέχει έναν αξιόπιστο τρόπο

απεικόνιση της δυναμικής, αλλά και έναν τρόπο ανίχνευσης των σφαλμάτων, με στόχο την αξιολόγηση της κατασκευαστικής υγείας.

Στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, επιτελείται έλεγχος της κατασκευαστικής υγείας ενός κυλινδρικού σωλήνα με επένδυση ανθρακονημάτων, με τη χρήση δύο διαφορετικών μεθόδων ανίχνευσης σφαλμάτων. Η πρώτη, εκμεταλλευόμενη ένα κριτήριο καμπυλότητας, ενώ η δεύτερη μέσω των ορθοκανονικών προβολών. Πιο συγκεκριμένα, αναφορικά με την πρώτη μέθοδο, σε αντίθεση με τις περισσότερες κλασσικές εφαρμογές, όπου οι χρησιμοποιούμενες βάσεις δεδομένων αφορούν δεδομένα συλλεγόμενα από έναν αισθητήρα, στην περίπτωση μας, τα πειραματικά δεδομένα αφορούν βάσεις χωρικά κατανομημένες πάνω στο μήκος του δοκιμίου. Εν συνεχεία, γίνεται μετασχηματισμός τους μέσω του μετασχηματισμού Fourier και εξάγονται οι καμπύλες δόνησης από τη χωρική κατανομή στην περιοχή των κυρίαρχων φυσικών συχνοτήτων. Έπειτα με τη χρήση του κριτηρίου καμπυλότητας, είναι δυνατή η εύρεση της κατανομής των σφαλμάτων στο πεδίο των μετρήσεων.

Πολυάριθμοι ερευνητές έχουν επιτύχει σε τέτοιου είδους εφαρμογές, γεγονός που θα καθιστούσε ανούσια την παρούσα μελέτη, αν δεν είχε ως στόχο την εξέλιξη του πεδίου της ανίχνευσης σφαλμάτων μέσω της χρήση των πειραματικών δεδομένων και τη συνέλιξή τους με τη μηχανική μάθηση. Οι κλασσικές μέθοδοι με βάση τη ανάλυση Fourier, συγκρίνουν όμοιας φύσης σήματα, για να ανιχνεύσουν την ύπαρξη σφαλμάτων, τα οποία χαρακτηρίζονται από περιορισμούς στην ποιότητα ανάλυσης στα φάσματα του χρόνου και της συχνότητας ταυτόχρονα (Goryunova et al., 2017). Στο πλαίσιο αυτής της εφαρμογής γίνεται χρήση των ορθοκανονικών προβολών, ως μιας μεθόδου ικανής να απεικονίσει τη συνολική δυναμική του συστήματος και να αλιεύσει την πολύπλοκη δυναμική συμπεριφορά του, παρέχοντας στο μελετητή τα κυρίαρχα χαρακτηριστικά αυτής. Τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου επιτυγχάνονται, παρατηρώντας τη μορφή των διαγραμμάτων των κυρίαρχων ορθοκανονικών προβολών, όπως αυτές βαθμονομούνται από τον ίδιο τον αλγόριθμο, με βάση την ενέργειά τους.

Στο τέλος, παροτρύνεται η χρήση των νευρωνικών δικτύων στο πεδίο της ανίχνευσης σφαλμάτων, σε μηχανολογικές κατασκευές. Τα νευρωνικά δίκτυα αν και αποτελούν ένα εξαιρετικής ποιότητας και ισχύος υπολογιστικό εργαλείο δεν τυγχάνουν εκτεταμένης χρήσης στο συγκεκριμένο πεδίο εφαρμογών. Η ικανότητά τους να επιλύουν σύνθετα προβλήματα και να υπερβαίνουν το εμπόδιο της ύπαρξης μη γραμμικών συμπεριφορών σε διάφορες εφαρμογές, παρέχει στους σύγχρονους μηχανικούς τη δυνατότητα κατασκευής διαγνωστικών ελέγχων σε πραγματικό χρόνο και με εφαρμογή στο πεδίο λειτουργίας της κατασκευής.

Συνεπώς σκοπός αυτής της διπλωματικής μελέτης είναι:

1. Να παρουσιάσει έναν εύκολα εφαρμόσιμο και αξιόπιστο τρόπο ανίχνευσης σφαλμάτων σε πολύστρωτα υλικά, με σκοπό την ενθάρρυνση χρήσης τεχνικών, βασισμένων μόνο στη συλλογή δεδομένων με τη μορφή επιταχύνσεων, μέσα από την εφαρμογή μη καταστρεπτικών ελέγχων.
2. Η ενθάρρυνση της χρήσης των νευρωνικών δικτύων προς αυτή την κατεύθυνση.

Εν κατακλείδι, για την καλύτερη κατανόηση του αντικείμενου μελέτης της παρούσης διπλωματικής εργασίας, η πορεία ανάπτυξής της, οργανώθηκε πάνω στα διαδοχικά λογικά βήματα που διέπουν την εξέλιξη της συλλογιστικής διαδρομής, από την αφετηρία του προβλήματος έως τα τελικά ευρήματα και συμπεράσματα. Συνεπώς, στα κεφάλαια 2 έως 8 παρουσιάζεται μια εξέταση της παρατιθέμενης και μελετηθείσας βιβλιογραφίας, ενώ επιπρόσθετα περιγράφονται και εξηγούνται οι έννοιες των κυματικών φαινομένων, της σκέδασης, της αρχής της αμοιβαιότητας και των γραμμικών συστημάτων. Οι έννοιες αυτές, σε συνδυασμό με την περιγραφή του εξεταζόμενου φαινομένου στο Κεφάλαιο 6 και τα μαθηματικά μοντέλα που παρατίθενται στα Κεφάλαια 7 και 8, είναι εξαιρετικά απαραίτητες για την κατανόηση και ερμηνεία των τελικών αποτελεσμάτων. Ωστόσο, η κύρια συνδρομή αυτής της εργασίας, εμπεριέχεται στα Κεφάλαια 9 έως 13, όπου παρουσιάζονται εκτενώς η πειραματική εφαρμογή, οι δύο μέθοδοι ανίχνευσης σφαλμάτων και η προτεινόμενη συνέλιξη των ορθοκανονικών προβολών με τα νευρωνικά δίκτυα.

## Κεφάλαιο 2

### 2. Κύματα και συμβατικές μέθοδοι ανίχνευσης σφαλμάτων

Η διαταραχή της επιφάνειας της θάλασσας, η διάδοση του ήχου μέσα σε ένα μέσο, η διάδοση του φωτός είναι μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα κυμάτων που εμφανίζονται στη φύση, με πάρα πολύ μεγάλη συχνότητα. Γενικότερα, ως κύμα, ονομάζουμε την διαταραχή κατά την διεύθυνση της οποίας επιτελείται μεταφορά ενέργειας στα μόρια του χώρου. Δια μέσου των κυμάτων, σε αντίθεση με την περίπτωση των ταλαντώσεων, δεν μεταφέρεται ύλη αλλά μόνο ενέργεια. Τα κύματα παρουσιάζουν διάφορα χαρακτηριστικά ανάλογα με τη φύση τους αλλά και το αποτέλεσμα της διαταραχής. Διακρίνονται σε ηλεκτρομαγνητικά, μηχανικά και υλοκύματα και ανάλογα με την κίνηση των σωματιδίων κατά τη διεύθυνση διάδοσης, σε διαμήκη και εγκάρσια. Στο πλαίσιο της παρούσης μελέτης, το είδος των κυμάτων που συνίστανται κατά την εφαρμογή του εξεταζόμενου προβλήματος, είναι τα διαμήκη μηχανικά κύματα. Στην περίπτωση αυτή, τα σωματίδια που λαμβάνουν το μεταφερόμενο ενεργειακό φορτίο, εκτρέπονται γύρω από μια θέση ισορροπίας σε διεύθυνση κάθετη ως προς τη διεύθυνση του κύματος, χωρίς ωστόσο η συγγραμμική με το κύμα συντεταγμένη, να μεταβάλλεται. Εν κατακλείδι, κατά την εφαρμογή των μηχανικών κυμάτων, η διαταραχή αναπτύσσεται μέσω της διάδοσης ενέργειας στο εσωτερικό του μέσου ή στην επιφάνεια αυτού, χρησιμοποιώντας τις ελαστικές του ιδιότητες (Mihir Sen, 2014).

Παρά τη χρονικά σύντομη εμφάνιση του μηχανικού κύματος στο πειραματικό πλαίσιο αυτής της μελέτης, η διάδοση ενέργειας που προκύπτει από αυτό, είναι η πλέον ικανή να μας παρέχει τις κατάλληλες πληροφορίες για την κατασκευαστική κατάσταση του πειραματικού δοκιμίου. Η ενέργεια που απορροφάται και ανακλάται από τυχόν ανομοιογένειες στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, επηρεάζει με φυσικό τρόπο τα πλάτη της ταλάντωσης του συστήματος, δίνοντάς μια ευκρινή εικόνα της κατασκευής σε όλο της το μήκος. Ωστόσο, αν και η εικόνα αυτή φέρει ξεκάθαρα το αποτύπωμα των ανομοιογενειών, δεν είναι ικανή από μόνη της για το σχηματισμό αξιόπιστων συμπερασμάτων. Η αξιολόγηση αυτών και η σύγκρισή τους με ήδη γνωστά δεδομένα αναφοράς για το εκάστοτε μέσο διάδοσης, κρίνεται

απαραίτητη και επιτελείται με διάφορους τρόπους, μερικοί εκ των οποίων θα παρουσιαστούν εκτενέστερα παρακάτω.

Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση των κλασσικών μεθόδων ανίχνευσης σφαλμάτων, η ανάγκη μοντελοποίησης του φαινομένου της ταλάντωσης καθώς και η απαίτηση για ύπαρξη επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς, είναι άκρως απαραίτητα. Οι δύο αυτοί βασικοί άξονες, είναι οι πηγές άντλησης των δεδομένων αναφοράς, σύμφωνα με τα οποία επιτελείται η αξιολόγηση των ανομοιογενειών που εμφανίζονται κατά το στάδιο της διάδοσης του κύματος. Τα παραγόμενα δεδομένα αφορούν είτε ιδιομορφές του ταλαντευόμενου συστήματος είτε φυσικές σταθερές των κατασκευών και υλικών υπό εξέταση. Σε συνάφεια με τα παραπάνω και καθώς στο πρώτο σκέλος της μελέτης παρουσιάζεται η ανίχνευση σφαλμάτων της κατασκευής, μέσω χρήσης μίας κλασσικής μεθόδου, είναι απαραίτητο να αναλυθούν οι τρόποι με τους οποίους εξασφαλίζεται το σύστημα αναφοράς για τις ανάγκες της διαδικασίας αξιολόγησης που περιεγράφηκε προηγουμένως, αλλά και ο τρόπος με τον οποίο εμφανίζονται τα κατασκευαστικά σφάλματα, μέσα στα πειραματικά δεδομένα.

## Κεφάλαιο 3

### 3. Σκέδαση και ανομοιογένειες

Το πρώτο σκέλος της παρούσας μελέτης, αφορά την προσπάθεια εξαγωγής συμπερασμάτων για την επάρκεια αλλά και την ποιότητα εξαρτημάτων κατασκευών, μέσα από την χρήση διαγνωστικού ελέγχου, οποίος βασίζεται στη μελέτη δεδομένων επιταχύνσεων κατά μήκος - στην προκειμένη περίπτωση - του πειραματικού δοκιμίου. Σε κάθε φαινόμενο διέγερσης σε αρχικές συνθήκες ισορροπίας, τα φορτία που την προκαλούν δημιουργούν μια κυματική διαταραχή στο εσωτερικό του στοιχείου της κατασκευής, η αξιοποίηση της οποίας μας δίνει τη δυνατότητα λήψης μετρήσεων, καθ' όλο το μήκος του στοιχείου. Στις μετρήσεις αυτές δίνεται μια λεπτομερή αποτύπωση της αναπτυσσόμενης καμπύλης της ταλάντωσης του εξεταζόμενου στοιχείου. Η σύγκριση της τελευταίας με ήδη γνωστά δεδομένα, προερχόμενα από μαθηματικά μοντέλα που προβλέπουν τη δυναμική συμπεριφορά του στοιχείου, μας αποκαλύπτει τυχόν ανομοιογένειες στο χώρο διάδοσης του κύματος. Η πιστή εμφάνιση αυτών των ανομοιογενειών, όπως αυτές αποτυπώνονται στα λαμβανόμενα σήματα, μας επιτρέπει την αναγνώριση βλαβών αλλά και την προσέγγιση της θέσης τους στο εσωτερικό του στοιχείου της κατασκευής, εφόσον είναι γνωστά τα γεωμετρικά και κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του.

Ωστόσο, πριν την προσπάθεια ερμηνείας των σημείων εκτροπής των σημάτων που αναφέρθηκαν προηγουμένως, είναι απαραίτητος ο ορισμός και η ερμηνεία διάφορων φαινομένων που συντελούν στην εμφάνιση των παραπάνω σημείων. Προφανώς, όλα αυτά κάνουν την εμφάνισή τους κατά το διάστημα της διάδοσης της κυματικής διαταραχής στο μέσο. Το διαδιδόμενο κύμα θα μπορούσε να παρομοιασθεί με έναν αλάνθαστο σαρωτή, καθώς κατά τη διέλευσή του από οποιοδήποτε σημείο της επιφάνειας και του εσωτερικού του μέσου διάδοσης, αλλάζει τα χαρακτηριστικά του όταν αλληλοεπιδρά με τυχόν ανομοιογένειες που παρεμβάλλονται στην πορεία του. Με τον όρο ανομοιογένεια, ορίζουμε οποιαδήποτε περιοχή στο εσωτερικό του μέσου με συγκεκριμένη γεωμετρία και διαφορετικά χαρακτηριστικά από αυτό. Οι περιοχές αυτές κατά την πρόσπτωση του κύματος στη συνοριακή επιφάνειά τους προκαλούν σκέδαση. Ως σκέδαση, λοιπόν, ορίζουμε την αλληλεπίδραση του προσπίπτοντος κύματος με την περιοχή ασυνέχειας στο μέσο διάδοσης, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός ανακλώμενου και ενός διαθλώμενου κυματικού πεδίου (Morse & Ingard, 1961). Η μεγάλη χρησιμότητα αυτού του φαινομένου είναι ότι τα κύματα



σκέδασης μεταφέρουν στο χώρο αυτούσια τα φυσικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σκεδαστή γεγονός που μας επιτρέπει αφενός τον υπολογισμό τους - και συγκεκριμένα στην πραγματοποίηση διαγνωστικών ελέγχων - την αναγνώριση βλαβών αλλά και της σημαντικότητάς τους για τη λειτουργία των εξεταζόμενων στοιχείων. Μερικά παραδείγματα ασυνεχειών που εμφανίζονται ως σκεδαστές, είναι ανομοιογένειες στη σύσταση και μεταβολές στη θερμοκρασία στο μέσο διάδοσης, μεταβολές στην τιμή του ιξώδους κατά τόπους και τέλος οποιαδήποτε κίνηση του μέσου στο χώρο. Δύο χαρακτηριστικά είδη σκέδασης είναι η επιφανειακή και η bulk σκέδαση. Ως επιφανειακή ορίζουμε την σκέδαση που συμβαίνει στην επιφάνεια του μέσου και ως bulk τη σκέδαση που επιτελείται στο εσωτερικό του (Schiff, 1962). Σε κάθε περίπτωση, το δημιουργούμενο κύμα από τον σκεδαστή, τροποποιεί το αρχικό, υπακούοντας στην αρχή της επαλληλίας. Σύμφωνα με αυτή, δύο κύματα που συναντούν το ένα το άλλο, αλληλοεπιδρούν αθροιστικά με όρους πρόσημων, που καθορίζονται από τη διαφορά φάσης μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει, ότι το προκύπτον πλάτος της ταλάντωσης στην περιοχή αυτή, μπορεί να παρουσιάζεται μειωμένο ή αυξημένο ανάλογα με τη διαφορά φάσης των δύο κυμάτων, η οποία παραμένει σταθερή.

Γενικότερα το κύμα, ως αποτέλεσμα της σκέδασης, αντλεί την ενέργειά του από το αρχικό. Η μελέτη των παρεμβολών και της θεωρίας της σκέδασης μας δείχνουν ότι το ποσό ενέργειας που χάνεται από το αρχικό κύμα είναι ίσο με το άθροισμα των ποσών ενέργειας που απορροφούνται από την ασυνέχεια και ανακλώνται στο κύμα της σκέδασης. Ωστόσο, σημαντικό για τα παρακάτω, είναι ότι το πλάτος του δημιουργούμενου από τη σκέδαση κύματος, είναι ανάλογο μιας συνάρτησης η οποία για μικρά μήκη κύματος έχει σπουδαία εξάρτηση από τις πολικές συντεταγμένες, με τη βοήθεια των οποίων ορίζεται, και οι οποίες με τη σειρά τους ορίζουν το διάνυσμα της απόστασης της ασυνέχειας-σκεδαστή με το σημείο παρατήρησης του φαινομένου. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωσή μας, όπως εμφανίζεται παρακάτω, με τη θέση των πιεζοηλεκτρικών επιταχυνσιόμετρων. Για περισσότερες πληροφορίες και καλύτερη κατανόηση του τελευταίου, ο αναγνώστης ενθαρρύνεται να ανατρέξει στη βιβλιογραφία σχετικά με θέματα που αφορούν την σκέδαση όπως αυτή εμφανίζεται στα πλαίσια ανάπτυξης της γραμμικής ακουστικής θεωρίας (Morse & Ingard, 1961).

Καταλήγοντας, με σκοπό την ανάδειξη της σπουδαιότητας του μηχανισμού της σκέδασης αν αυτό δεν έχει καταστεί σαφές μέχρι αυτό το σημείο, το φαινόμενο εμφανίζεται σε δύο τύπους προβλημάτων, το ευθύ και το αντίστροφο, με στόχο τη μελέτη των επιπτώσεων του σκεδαζόμενου πεδίου στο αρχικό κυματικό πεδίο. Το ευθύ πρόβλημα συνίσταται στον υπολογισμό των ιδιοτήτων των δύο παραπάνω κυματικών πεδίων, έχοντας ως δεδομένα τα

γεωμετρικά και φυσικά χαρακτηριστικά του σκεδαστή. Το αντίστροφο πρόβλημα, συνίσταται στον προσδιορισμό των φυσικών και γεωμετρικών χαρακτηριστικών του σκεδαστή, δηλαδή στην αναγνώριση και στον ορισμό της ασυνέχειας, μέσα από την γνώση των χαρακτηριστικών του προσπίπτοντος, του ανακλώμενου και του διαθλώμενου κυματισμού. Ο δεύτερος τύπος του προβλήματος της σκέδασης, αποτελεί ένα σπουδαίο κλάδο μελέτης με ποικίλες εφαρμογές στα πεδία των μη-καταστρεπτικών ελέγχων, της χρήσης ραντάρ και σόναρ στην γεωλογία κ.α. Παρ' όλα αυτά, όπως θα γίνει σαφές και σε επόμενο εδάφιο, σκοπός της παρούσης μελέτης δεν είναι ο προσδιορισμός των σκεδαστών, οι οποίοι αποτελούν υποψήφιες θέσεις ατελειών και βλαβών του εξεταζόμενου συστήματος, αλλά η επιβεβαίωση της ύπαρξής τους στο εσωτερικό του μέσου κατά την κατεύθυνση του μήκους. Σε αντίθετη περίπτωση, η χρήση των επιταχυνσιόμετρων δεν θα ήταν η καλύτερη μέθοδος ανίχνευσής τους, καθώς χωρίς την μελέτη των επιπτώσεων των ανομοιογενειών στην μεταβολή των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος, δεν είναι δυνατή η αναγνώριση και ο προσδιορισμός του τύπου, του μεγέθους και της γεωμετρίας των ατελειών.

## Κεφάλαιο 4

### 4. Τύποι διαγνωστικών ελέγχων και εφαρμογή

Σε συνέχεια του προηγούμενου κεφαλαίου, τα αποτελέσματα και οι επιπτώσεις του φαινομένου της σκέδασης στο προσπίπτον κυματικό πεδίο, αποτελούν το κύριο μέσο αποτύπωσης των ανομοιογενειών και ασυνεχειών των εξεταζόμενων συστημάτων στα λαμβανόμενα σήματα μέσα από τη διαδικασία των ελέγχων. Ωστόσο, οποιοδήποτε σημείο εκτροπής από την προσδόκιμη τιμή μέτρησης δεν σηματοδοτεί την ύπαρξη σφάλματος ή ατέλειας στην κατασκευή. Στο ερώτημα αυτό, απάντηση δίνουν μια σειρά μεθόδων και αλγορίθμων αξιολόγησης των τιμών αυτών, οι οποίες βασίζονται στη χρήση στατιστικής μελέτης των σημάτων και στη χρήση μαθηματικών μοντέλων που συνθέτουν το πρότυπο σήμα, με βάση το οποίο επιτελείται η σύγκριση των λαμβανόμενων μετρήσεων από το προκύπτον σήμα του διαγνωστικού ελέγχου (Pharres et al, 2013). Τα μοντέλα αυτά μπορεί να είναι είτε μαθηματικά είτε δομημένα με βάση εμπειρικά συμπεράσματα. Μία μέθοδος σύγκρισης και επεξεργασίας σήματος, γίνεται έπειτα από μελέτη του συχνοτικού φάσματος του εξεταζόμενου δοκιμίου, από το οποίο προκύπτουν πληροφορίες και δεδομένα για τις ιδιοσυχνότητες με τη μέθοδο του ταχέως μετασχηματισμού Fourier. Άλλες μέθοδοι περιλαμβάνουν τη χρήση wavelets, του σύντομου μετασχηματισμού Fourier, την επέκταση του Gabor κ.α. (Bowkett & Thanapalan, 2017). Στην περίπτωση μας, έχει χρησιμοποιηθεί η μέθοδος του ταχέως μετασχηματισμού Fourier, μέσω του οποίου εξάγεται το συχνοτικό περιεχόμενο του κυλινδρικού σωλήνα. Στη συνέχεια, παρατηρώντας την μεγιστοποίηση του σήματος που προκύπτει, στην περιοχή της κυρίαρχης συχνότητας, πραγματοποιείται τομή στην κορυφογραμμή αυτής. Με το τελευταίο, εννοούμε την αποτύπωση της καμπύλης που προκύπτει από τις λαμβανόμενες μετρήσεις του εκάστοτε αισθητήρα κατά μήκος του σωλήνα, όπως αυτές προκύπτουν από τις επαναλήψεις – θέσεις επιβολής του κρουστικού φορτίου διέγερσης του συστήματος κατά την πειραματική διαδικασία. Από την τελευταία καμπύλη, γίνεται κατανοητή η τάξη της παρατηρούμενης ιδιοσυχνότητας, καθώς είναι εύκολο ο μελετητής να αντιληφθεί το πλήθος και τη θέση των κόμβων της ταλάντωσης του δοκιμίου. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις επαναλήψεις του πειράματος, αφενός για λόγους επαλήθευσης της πειραματικής μεθόδου και αφετέρου, για λόγους ελέγχου της επάρκειας γραμμικής συμπεριφοράς του συστήματος, μέσω της αρχής της αμοιβαιότητας, όπως αυτή παρουσιάζεται λεπτομερώς σε επόμενο κεφάλαιο.

Με την εξασφάλιση και επαλήθευση όλων των παραπάνω, γίνεται δυνατή η εξαγωγή των καμπυλών και η αποτύπωσή τους σε κοινό διάγραμμα με την ιδανική καμπύλη της ιδιομορφής, που προκύπτει από το μαθηματικό μοντέλο της ταλάντωσης κυλινδρικού κελύφους ενισχυμένου με ανθρακονήματα σε συντομικές συνθήκες ελεύθερων άκρων, με σκοπό την περαιτέρω μελέτη και σύγκριση των μετρήσεων. Η σύγκριση αυτή, μας δίνει μια λεπτομερή αποτύπωση των ασυνεχειών του υπό εξέταση σωλήνα, για τις θέσεις επιβολής του κρουστικού φορτίου. Οι τελευταίες, επιλέχθηκαν κατά μήκος του κυλινδρικού σωλήνα, πάνω στο ίδιο εφαπτόμενο επίπεδο στην περιφέρειά του. Στόχος ήταν η σάρωση του κυλινδρικού σωλήνα με όσο το δυνατόν μικρότερο, αλλά και πρακτικά εφαρμόσιμο διάστημα, μεταξύ των θέσεων μέτρησης. Πάνω στο πλαίσιο της ίδιας λογικής, το διάστημα αυτό θα μπορούσε να είναι μικρότερο για μια εκτενέστερη και πιο λεπτομερή απεικόνιση της κατάστασης του σωλήνα. Παρ' όλα αυτά, και με βάση τα λαμβανόμενα σήματα, είναι φανερό ότι η επιλεγείσα απόσταση μεταξύ των προαναφερθέντων θέσεων, είναι ικανή και επαρκής για την εύρεση των ανομοιογενειών του συστήματος.

Επιπλέον, σημαντικό ρόλο δείχνει να έχει η παρατήρηση των μετρήσεων για διάφορα στάδια εξέλιξης του φαινομένου της ταλάντωσης. Προφανώς με τη βοήθεια της καμπύλης της ιδιομορφής από το πρότυπο μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης του φαινομένου, είναι δυνατός ο έλεγχος της δυναμικής απόκρισης του συστήματος. Η ευελιξία που μας δίνεται μέσω της ιδιαίτερα μεγάλης ανάλυσης μετρήσεων των επιταχυνσιόμετρων είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς τα χρονικά αυτά στάδια απομόνωσης των μετρήσεων φέρουν πληροφορίες με σημαντική φυσική σημασία.

Πιο συγκεκριμένα, όπως αυτό προκύπτει από τις έννοιες της σκέδασης αλλά και τις φυσικές ιδιότητες των κυμάτων, σημαντικά στάδια μελέτης αποτελούν τα χρονικά διαστήματα της διάδοσης του κύματος στο μέσο, της σταθεροποίησης του φαινομένου και το χρονικό διάστημα της αποσβενόμενης ταλάντωσης. Ιδιαίτερα στην πρώτη περίπτωση, μέσα από την παρατήρηση των σημάτων, προκύπτουν πληροφορίες για τις ανομοιογένειες του συστήματος καθώς η κυματική διαταραχή αποτελεί αλάνθαστο σαρωτή. Οι ενεργειακές επιπτώσεις του φαινομένου της σκέδασης στην περίπτωση αυτή είναι ολοφάνερες μέσα από τις μεταβολές των τιμών των μετρήσεων σε σύγκριση με τις προσδόκιμες. Οι επιπτώσεις αυτές συνεχίζουν να μεταβάλλουν τη μορφή των καμπυλών και στα επόμενα διαστήματα χρονικής απομόνωσης των μετρήσεων.

## Κεφάλαιο 5

### 5. Μέθοδος ελέγχου επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς

#### 5.1 Γραμμικότητα

Ένα ικανοποιητικό σύστημα μέτρησης, για να μπορεί να εκφράσει με συνέπεια και να αναπαράγει με ακρίβεια το εισαγόμενο στο σύστημα σήμα, θα πρέπει να πληροί τις παρακάτω προϋποθέσεις:

1. Γραμμικότητα πλάτους
2. Ικανοποιητικό εύρος συχνοτήτων και
3. Γραμμικότητα φάσης

Όπως είναι προφανές, ο έλεγχος του πρώτου και του τρίτου κριτηρίου, μας οδηγεί στην ανίχνευση της γραμμικότητας ενός συστήματος. Η μαθηματική έκφραση του πρώτου κριτηρίου είναι η εξής:

$$V_{out}(t) - V_{out}(0) = a[V_{in}(t) - V_{in}(0)]$$

Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι το εξαγόμενο σήμα, συνδέεται με το εισαγόμενο, μέσω της σταθεράς αναλογίας  $a$ . Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση το σύστημα δεν είναι γραμμικό όσον αφορά το πλάτος και έτσι γίνεται πάρα πολύ δύσκολη η αναπαράσταση του σήματος. Επιπλέον, η γραμμική συμπεριφορά διατηρείται για μικρό εύρος πλατών της εφαρμοζόμενης διαταραχής, στην περίπτωσή μας κρουστικής δύναμης, αλλά και όταν ο ρυθμός αλλαγής του πλάτους της διαταραχής είναι εντός συγκεκριμένων ορίων (Alciatore, 2019).

Επιστρέφοντας στο εξεταζόμενο πρόβλημα, η εφαρμογή της κρουστικής δύναμης στο σωλήνα, γίνεται με τη βοήθεια πιεζοηλεκτρικού σφυριού το οποίο προσκρούει πάνω στην επιφάνεια του σωλήνα χωρίς μηχανική υποστήριξη αλλά με την συνεισφορά του εκτελούντα την πειραματική διαδικασία. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα η κατανομή της δύναμης να είναι τυχαία αλλά να έχει μικρή απόκλιση κάθε φορά. Λόγω του τυχαίου της κατανομής, δεν μπορεί να εξαχθεί εύκολα μία σταθερά, η οποία να εξασφαλίζει αυτή τη σχέση αναλογίας

μεταξύ του πλάτους των σημάτων εισόδου και εξόδου. Επιπλέον, η πολυπλοκότητα της κατασκευής λόγω της διαστρωμάτωσης των κατασκευαστικών στοιχείων, ευνοεί την ανάπτυξη μιας μη γραμμικής συμπεριφοράς. Ακόμη δε, η ύπαρξη των ελεύθερων άκρων και η διαφανόμενη αλληλεπίδραση του κύματος της διαταραχής με το εξωτερικό του συστήματος περιβάλλον, συλλειτουργεί προς την ίδια κατεύθυνση στην περιοχή των άκρων.

Συνεπώς, χωρίς την υπόθεση περί γραμμικότητας του συστήματος ή την κατάστρωση εξισώσεων με στόχο την μοντελοποίηση του φαινομένου, τα πειραματικά δεδομένα αναπόφευκτα αποτελούν το μοναδικό μέσο για την εξέταση της γραμμικότητας ή της τουλάχιστον επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς. Το τελευταίο καθίσταται ως ικανό πειστήριο λαμβάνοντας υπόψιν την τυχαιότητα που εξασφαλίζεται από την πειραματική διαδικασία, όπως αυτή παρουσιάζεται σε επόμενο κεφάλαιο.

## 5.2 Η αρχή της αμοιβαιότητας

Επιστρέφοντας στο πλαίσιο του εξεταζόμενου προβλήματος, σημαντικό ρόλο στην εξαγωγή της δυναμικής συμπεριφοράς κατέχει η ποιότητα του τρόπου «φωτογράφισης» της κυματικής διαταραχής. Η στόχευση του διαγνωστικού ελέγχου, αφορά όλο το μήκος του κυλινδρικού σωλήνα και όχι κάποια τοπική περιοχή του. Σαν αποτέλεσμα, η επιλογή του αριθμού των αισθητήρων και οι θέσεις τοποθέτησής τους, είναι ζήτημα εξέχουσας σημασίας.

Όπως εύκολα παρατηρεί κάποιος, δημιουργείται εύλογα το ζήτημα της αξιοπιστίας και της επάρκειας της μετρητικής διάταξης καθώς σε αρχικό επίπεδο φαίνεται να είναι αναγκαία η χρήση ενός αριθμού αισθητήρων ίσου με τον αριθμό των σημείων των κρούσεων για κάθε μία από τις επαναλήψεις του πειράματος, με σκοπό την ικανοποιητική σάρωση του δοκιμίου. Ωστόσο η τοποθέτηση αυτού του πλήθους αισθητήρων θα ήταν ιδιαίτερα χρονοβόρα και επιπλέον θα δημιουργούσε σοβαρό πρόβλημα διαχείρισης της κατασκευής κατά τη διαδικασία του πειράματος (Wang et al., 2014), (Lenk et al., 2013). Η απάντηση και η λύση του παραπάνω ζητήματος, δίνεται επαρκώς μέσω της αρχής της αμοιβαιότητας.

Η αρχή της αμοιβαιότητας έχει μεγάλη εφαρμογή στις διαδικασίες μέτρησης και αναπαράστασης γραμμικών συστημάτων-δικτύων καθώς μας επιτρέπει σημαντικές απλοποιήσεις κατά την προσπάθειά μας να παρουσιάσουμε ικανοποιητικά και με ακρίβεια την συμπεριφορά ενός μηχανικού συστήματος. Παρ' όλα αυτά, η χρήση της γίνεται ιδιαίτερα

κατανοητή, παρουσιάζοντας τη λειτουργία της σε ένα παράδειγμα ενός παθητικού γραμμικού ηλεκτρικού συστήματος, όπως εμφανίζεται στις μελέτες των (Marschner et al., 2014).

Θεωρούμε το σύστημα  $E$ , το οποίο αποτελείται από έξι πύλες εισόδου. Αρχικά επιλέγουμε δύο από αυτές, έστω την 2 και την 5 και είτε αφήνουμε ανοιχτό το κύκλωμα στις υπόλοιπες είτε τις βραχυκυκλώνουμε. Η επιβεβαίωση της αρχής γίνεται με την πραγματοποίηση δύο επαναλήψεων του πειράματος, με διατήρηση των αρχικών συνθηκών που επιλέγονται κάθε φορά. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε ένα δυναμικό στην πύλη 6, έστω  $u_6$  και μετράμε το ρεύμα βραχυκυκλώσεως  $i_3$  στην πύλη 3. Στη δεύτερη επανάληψη αντιστρέφουμε τη διαδικασία, δηλαδή εφαρμόζουμε δυναμικό  $u_3$  και μετράμε το ρεύμα  $i_6$ . Τα αποτελέσματα των μετρήσεων θα μας δώσουν τη σχέση

$$\frac{i_3}{u_6} = \frac{i_6}{u_3}$$

Η προκύπτουσα σχέση μας επιβεβαιώνει την αρχή της αμοιβαιότητας και της αντιστρεψιμότητας των παθητικών γραμμικών δικτύων και επέρχεται ως συνέπεια της αρχής της επαλληλίας. Σύμφωνα με την τελευταία, η συνολική απόκριση ενός γραμμικού συστήματος σε μια διέγερση που προκαλείται από δύο σήματα με πλάτη  $A$  και  $B$ , είναι ίση με το άθροισμα των αποκρίσεων που δημιουργούνται από το εκάστοτε σήμα ξεχωριστά. Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε η αρχή της αμοιβαιότητας δεν έχει μόνο εφαρμογή σε ηλεκτρικά συστήματα. Σε πλήρη αντιστοιχία με ένα δίπολο που εμφανίζεται σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, βρίσκονται και τα σημεία κρούσης κατά την διεξαγωγή του πειράματος στην παρούσα μελέτη. Κάτι τέτοιο είναι φυσικό διότι οι αναλογίες μεταξύ ηλεκτρικών και μηχανικών συστημάτων είναι πολύ γνωστές στην μετρολογία. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η αντιστοίχιση του έργου με τη δύναμη και τη διαφορά δυναμικού, στα μηχανικά και ηλεκτρικά συστήματα αντίστοιχα, της αδράνειας με τη μάζα και το συντελεστή αυτεπαγωγής κ.α.

Όλα τα παραπάνω, μας επιτρέπουν την αντικατάσταση των αναγκαίων αισθητήρων (έναν σε κάθε σημείο κρούσης), σε άλλη περίπτωση, με τη χρήση τριών, οι οποίοι τοποθετήθηκαν στο μέσο και πλησίως των δύο άκρων. Επί της ουσίας, επιτρεπτή θα ήταν και η χρήση ενός αισθητήρα γεγονός που αποφεύχθηκε λόγω της πολυπλοκότητας του φαινομένου αλλά και για τον έλεγχο της μη γραμμικής συμπεριφοράς στα άκρα, γεγονός που επιβάλλεται από τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Αναγκαία βέβαια είναι η ρύθμιση αλλά και ο υπολογισμός του παράγοντα της συνάρτησης μεταφοράς της μετρούμενης επιτάχυνσης των αισθητήρων. Τα τελευταία επιτυγχάνονται επίσης με τη χρήση

των σχέσεων της αμοιβαιότητας. Η διαδικασία περιλαμβάνει τη διεξαγωγή δύο πειραμάτων ελέγχου. Αρχικά, τροφοδοτούμε τον μετατροπέα με ένα ρεύμα έντασης  $i$  και μετράμε την παραγόμενη διαφορά δυναμικού του σχηματιζόμενου κυκλώματος. Στη συνέχεια με την εφαρμογή εξωτερικής δύναμης διεγείρουμε το σύστημα και μετράμε τις διαφορές δυναμικού στα άκρα του μετατροπέα και του αισθητήρα. Κατά αυτόν τον τρόπο, υπολογίζεται η σταθερά μεταφοράς, έστω  $B_a$ , ως

$$|B_a| = \sqrt{\frac{m}{\omega} \left( \frac{u_{2,1}}{i} \right)_{\text{first Exper.}} \left( \frac{u_{2,2}}{u_{2,L}} \right)_{\text{second Exper.}}}$$

Όπου  $m$  η μάζα του συστήματος και  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα.

Τέλος, άξιο αναφοράς είναι το γεγονός, ότι η αρχή της αμοιβαιότητας έχει επιτυχημένη εφαρμογή και για τον έλεγχο της γραμμικής ή έστω της επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς ενός συστήματος. Ο έλεγχος γίνεται με μορφοποίηση και διαστασιολόγηση του συστήματος με όρους αμοιβαιότητας και ελέγχεται η απόκλιση των λαμβανόμενων σημάτων εξόδου. Για μικρά πλάτη η συμπεριφορά του συστήματος αναμενόμενα υπακούει στους όρους αυτούς. Όσο τα πλάτη των σημάτων αυξάνονται παρέχεται η δυνατότητα ελέγχου της γραμμικότητας ως προς ένα στοιχείο είτε αυτό είναι το πλάτος της παραγόμενης ταλάντωσης στην περίπτωση μας είτε η διαφορά φάσης μεταξύ των διαφορετικών σημάτων.

Ωστόσο, παρατηρώντας προσεκτικά τη μέθοδο που ακολουθήθηκε για την τοποθέτηση των αισθητήρων και τις δυνατότητες που προκύπτουν βασιζόμενοι στη χρήση της αρχής της αμοιβαιότητας, φαίνεται να γίνεται μια υπόθεση για την γραμμικότητα του συστήματος. Και αυτό, διότι η σχέση ισοδυναμίας μεταξύ των δύο εννοιών δεν επαληθεύεται με φυσικό τρόπο αλλά εισάγεται στο σύστημα από τον ίδιο τον μελετητή. Στην ουσία όμως, η όλη διαδικασία σε συνδυασμό με τα επόμενα κεφάλαια, τα οποία περιγράφουν τη φυσική του πειραματικού φαινομένου, είναι μία μέθοδος εφαρμογής ενός δίπολου ελέγχου της γραμμικής συμπεριφοράς του συστήματος. Στο δίπολο αυτό, το τελικό συμπέρασμα ελέγχεται, αφενός μέσω της σύγκρισης των μετρήσεων των αισθητήρων (αρχή της αμοιβαιότητας) και αφετέρου, μέσω της σύγκρισης των καμπυλών δόνησης, με την αντίστοιχη ιδιομορφή από τη λύση του προβλήματος ιδιοτιμών. Κατ' αυτόν τον τρόπο, είμαστε σε θέση να αποφανθούμε, για το αν τελικά, το αναπτυσσόμενο δυναμικό φαινόμενο επιτελείται πάνω σε μια σκιά γραμμικότητας.



## Κεφάλαιο 6

### 6. Περιγραφή του φαινομένου

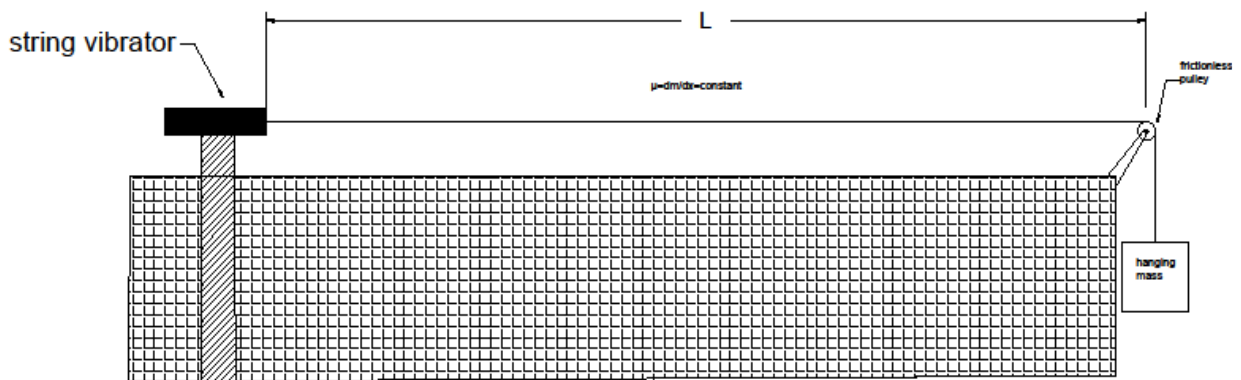
Οποιαδήποτε προσπάθεια επεξεργασίας ενός σήματος για την εξαγωγή κατάλληλων συμπερασμάτων, θα πρέπει να βασίζεται σε μία στέρεα και με ευκρίνεια κατανόηση του εξεταζόμενου φαινομένου. Στην παρούσα μελέτη εξετάζεται η συμπεριφορά και η δυναμική απόκριση ενός σωλήνα με επένδυση ανθρακονημάτων, έπειτα από την εφαρμογή κρουστικής δύναμης. Παρ' όλα αυτά, αναγκαία για την κατανόηση του φαινομένου, είναι η αναγωγή του σε στοιχειώδη προβλήματα της μηχανικής και η αποδόμησή του στην αλληλουχία των συμβάντων, που συνθέτουν ολόκληρη την διαδικασία.

Αφετηρία των παραπάνω αποτελεί η κρούση μεταξύ σφυριού και σωλήνα. Ομοίως με κάθε περίπτωση κρούσης έτσι και εδώ η ερμηνεία δίνεται με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής. Σύμφωνα με την τελευταία το σύστημα σφυριού και σωλήνα θα πρέπει να διατηρεί σταθερή την ορμή του γεγονός το οποίο είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα καθώς η δράση θα πρέπει να είναι ίση με την αντίδραση. Επομένως, καθώς το σφυρί επιταχύνεται τη στιγμή της πρόσκρουσης, η ορμή του ισούται με:  $P_{ham} = m_{ham} \cdot \overline{u_{ham}}$ , όπου  $m_{ham}$  και  $u_{ham}$ , η μάζα και η ταχύτητα που έχει αναπτύξει αντίστοιχα. Σαν αποτέλεσμα της απαίτησης για διατήρηση της ορμής συνολικά μετά την πρόσκρουση ισχύει:

$$\begin{aligned} \overline{P_{αρχ}} &= \overline{P_{τελ}} \Rightarrow \\ m_{ham} \cdot \overline{u_{ham,αρχ}} &= m_{ham} \cdot \overline{u_{ham,τελ}} + m_{tube} \cdot \overline{u_{tube}} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Όπου  $m_{tube}$ , η μάζα της περιοχής του σωλήνα, πάνω στην οποία προσκρούει το σφυρί και  $\overline{u_{tube}}$ , η προκαλούμενη από την κρούση ταχύτητά της. Ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης παραβλέπεται, διότι επέρχεται απόσβεση της συγκεκριμένης ταχύτητας από τον εκτελούντα την πειραματική διαδικασία. Κατά αυτόν τον τρόπο τα μόρια του σωλήνα στην περιοχή αυτή αποκτούν κινητική ενέργεια και μέσω των δεσμών μεταξύ τους αυτή μεταφέρεται σε όλο το μήκος του. Σε αυτό το σημείο επιτελείται η δημιουργία της κυματικής διαταραχής, η οποία με τη συνεισφορά των ελεύθερων άκρων που αποτελούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, μετατρέπεται σε ταλάντωση του σωλήνα γύρω από τον κατακόρυφο άξονα. Ωστόσο, κατά την διαδικασία αυτής της ενεργειακής μεταφοράς, είναι δυνατό να παρατηρηθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε δοκιμίου.

Παρόμοια με την ταλάντωση μιας χορδής με πακτωμένα άκρα, έτσι και στην περίπτωση μας η παρατήρηση της ύπαρξης αναμενόμενων στάσιμων κυμάτων θεωρείται δεδομένη πριν την λήψη σημάτων. Γεγονός που επιβεβαιώνεται παρά την εμφανή εκτροπή των σημάτων των αισθητήρων σε αρκετά σημεία. Γενικότερα, τα στάσιμα κύματα παρατηρούνται όταν δύο κύματα ίδιου πλάτους και συχνότητας με αντίθετες φορές αλληλοεπιδρούν μέσα σε ένα μέσο. Το αποτέλεσμα είναι ένα κύμα, το οποίο δεν φαίνεται να κινείται στον άξονα διάδοσης των κυμάτων που το δημιουργούν. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι μία διάταξη αποτελούμενη από μία χορδή πακτωμένη στα άκρα της με προσαρτημένο ένα διεγέρτη στο αριστερό άκρο και μία τροχαλία χωρίς τριβές στο δεξί, στην προέκταση της οποίας προσδένουμε μία αιωρούμενη μάζα.



**Εικόνα 2:** Σύστημα ταλαντωτή με τροχαλία και προσδεδεμένη μάζα σε χορδή σε ρόλο διεγέρτη

Η αιωρούμενη μάζα παρέχει την απαιτούμενη τάση στη χορδή για την ύπαρξη της συνοριακής συνθήκης και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι ίση με

$$u = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \quad (6.2)$$

Όπου  $\mu$ , η γραμμική πυκνότητα της χορδής η οποία θεωρείται σταθερή και η προκύπτουσα ισότητα επέρχεται λόγω της συνθήκης ισορροπίας στον κατακόρυφο άξονα. Οι δύο κόμβοι καθορίζουν τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος. Εφαρμόζοντας λοιπόν μία διέγερση με σταδιακά αυξανόμενη συχνότητα λαμβάνουμε τις ιδιομορφές του συστήματος. Η πρώτη ιδιομορφή, δείχνει τον σχηματισμό μήκους κύματος ίσου με το ήμισυ της

απόστασης, μεταξύ των δύο κόμβων και ονομάζεται θεμελιώδης. Η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα ή αλλιώς πρώτη αρμονική προκύπτει ως

$$f_1 = \frac{u}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{\frac{mg}{\mu}}}{2L} \quad (6.3)$$

Όπου  $L$ , το μήκος μεταξύ των κόμβων λόγω της πρόσδεσης στην αντλία και στο διεγέρτη. Εν συνεχεία προκύπτει και η δεύτερη αρμονική με μήκος κύματος ίσο με το μήκος  $L$ .

$$f_2 = \frac{u}{\lambda_2} = \frac{\sqrt{\frac{mg}{\mu}}}{L} \quad (6.4)$$

Ωστόσο η θέση των κόμβων θα πρέπει είναι συμμετρική για να ισχύουν οι παραπάνω εξισώσεις. Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει να επεκτείνουμε τις υποθέσεις για τις περιπτώσεις ύπαρξης συμμετρικών συνοριακών συνθηκών. Όπως στην περίπτωση μας, οι παραπάνω εξισώσεις έχουν εφαρμογή στην ελεύθερη ταλάντωση ενός μέσου. Η εφαρμογή τους κρίνεται επιτυχημένη, καθώς τα δύο ελεύθερα άκρα του μέσου, δημιουργούν τις συμμετρικές συνθήκες δύο αντικόμβων και ο σχηματισμός ενός ή περισσότερων κόμβων, ανάλογα με την τάξη των ιδιομορφών, επιτελείται εντός του προκαθορισμένου μήκους του μέσου. Παρ' όλα αυτά, στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, η αναγωγή στο στοιχειώδες πρόβλημα της χορδής δεν προσφέρει ικανά συμπεράσματα προφανώς λόγω των τελείως διαφορετικών χαρακτηριστικών των δύο μέσων. Απαραίτητη λοιπόν, είναι η μελέτη του φαινομένου της καμπτικής ταλάντωσης δοκού και η κατάστρωση των εξισώσεων, που περιγράφουν την κίνηση και τις ιδιομορφές της. Η ανάπτυξη των εξισώσεων καθώς και το πρόβλημα των ιδιοτιμών, παρουσιάζεται αναλυτικότερα στο επόμενο εδάφιο.

# Κεφάλαιο 7

## 7. Καμπτική ταλάντωση δοκού

Για να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε την μορφή του εξαγόμενου σήματος από τους αισθητήρες κατά την τομή στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας, είναι αναγκαίο να εξετάσουμε το στοιχειώδες πρόβλημα της καμπτικής ταλάντωσης δοκού με ελεύθερα άκρα. Παρακάτω παρατίθεται το κλασικό πρόβλημα ιδιοτιμών της δοκού Euler (Μαυράκος, 2000), (Bauchau & Craig, 2009).

Λαμβάνοντας το στοιχειώδες τμήμα της δοκού  $dx$ , εξετάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Θεωρώντας την καμπτική παραμόρφωση πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με την στρεπτική και την διατμητική, προκύπτει η εξίσωση ισορροπίας

$$\left[ Q(x, t) + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} dt \right] - Q(x, t) + f(x, t) dx = m(x) dx \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (7.1)$$

Όπου  $Q$  η διατμητική δύναμη,  $m$  η μάζα της δοκού,  $f$  η εξωτερικά επιβαλλόμενη δύναμη και  $y$  η κατακόρυφη θέση συναρτήσει της διαμήκουσ θέσης και του χρόνου, μετρούμενη ως εκτροπή από την αρχική θέση ισορροπίας. Από την σχέση της ισορροπίας ροπών στο επίπεδο  $x, y$  επίσης προκύπτει ότι,

$$\left[ M(x, t) + \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} dx \right] - M(x, t) + \left[ Q(x, t) + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} dt \right] - Q(x, t) + f(x, t) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (7.2)$$

Από την πρώτη με αφαίρεση των κοινών όρων στο αριστερό μέλος των δύο εξισώσεων παίρνουμε

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + Q(x, t) = 0 \quad (7.3)$$

Και από τη δεύτερη

$$-\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (7.4)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση από την αντοχή υλικών για το  $M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (7.5)$$

Η (7.5) είναι μια διαφορική εξίσωση τετάρτου βαθμού. Για την επίλυση του προβλήματος των ιδιοτιμών θεωρούμε ότι το μέτρο ελαστικότητας της δοκού είναι σταθερό και αναλύουμε την κατακόρυφη θέση στο γινόμενο  $y(x, t) = Y(x)T(t)$  .

Εισάγοντας την τελευταία υπόθεση στη διαφορική μας εξίσωση έχουμε

$$\frac{1}{T} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = - \frac{EI}{m} \frac{1}{Y} \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} \quad (7.6)$$

Με την προϋπόθεση ότι η παραπάνω σχέση ικανοποιείται ταυτοτικά εύλογη είναι η υπόθεση πως το κάθε μέλος ισούται με μία σταθερά , έστω  $-\omega^2$ . Επομένως

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (7.7)$$

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \frac{m\omega^2}{EI} Y = 0 \quad (7.8)$$

Συνεπώς είναι φανερό ότι αντιμετωπίζουμε μια κίνηση η οποία είναι αρμονική ταλάντωση με συχνότητα  $\omega$  και ότι η ιδιομορφή δίνεται από τη σχέση :

$$Y(x) = C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + C_3 \sinh(\beta x) + C_4 \cosh(\beta x) \quad (7.9)$$

$$\text{με} \quad \beta = \frac{m\omega^2}{EI}$$

Λύση στο παρόν πρόβλημα θα δοθεί, μέσω της χρήσης των συνοριακών συνθηκών. Τα άκρα της δοκού στην περίπτωση μας, είναι ελεύθερα και επομένως η καμπτική ροπή και η διατμητική δύναμη στις θέσεις  $x = 0$  και  $x = L$  είναι μηδέν.

Άρα  $Y''(x)$  και  $Y'''(x)$  είναι μηδενικές ,  $x = 0$  ή  $L$ .

$$Y''(x) = -C_1 \sin(\beta x) - C_2 \cos(\beta x) + C_3 \sinh(\beta x) + C_4 \cosh(\beta x) \quad (7.10)$$

$$Y'''(x) = -C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x) + C_3 \cosh(\beta x) + C_4 \sinh(\beta x) \quad (7.11)$$

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες για τις θέσεις  $x = 0$  και  $x = L$  παίρνουμε το σύστημα:

$$Y''(0) = -C_1 \cdot 0 - C_2 + C_3 \cdot 0 + C_4 = 0 \quad (1)$$

$$Y'''(0) = -C_1 + C_2 \cdot 0 + C_3 + C_4 \cdot 0 = 0 \quad (2)$$

$$Y''(L) = -C_1 \sin(\beta L) - C_2 \cos(\beta L) + C_3 \sinh(\beta L) + C_4 \cosh(\beta L) = 0 \quad (3)$$

$$Y'''(L) = -C_1 \cos(\beta L) + C_2 \sin(\beta L) + C_3 \cosh(\beta L) + C_4 \sinh(\beta L) = 0 \quad (4)$$

Από τις (1), (2) λαμβάνουμε:

$$C_4 = C_2$$

$$C_3 = C_1$$

Αντικαθιστώντας τις δύο παραπάνω σχέσεις στις (3),(4) προκύπτει:

$$C_1 [\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)] + C_2 [\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)] = 0$$

$$C_1 [\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)] + C_2 [\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)] = 0$$

Για να έχει λύση το σύστημα θα πρέπει,

$$\begin{vmatrix} \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) & \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \\ \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) & \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Αν θέσουμε,  $\begin{vmatrix} \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) & \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \\ \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) & \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) \end{vmatrix} = [B]$  και  $\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = [C]$

Τότε αν ο  $[B]$  είναι αντιστρέψιμος τότε  $[C] = [B]^{-1}[0] \Rightarrow [C] = 0$

Άρα προκύπτει η τετριμμένη λύση  $Y(x) = 0$

Επομένως ο  $[B]$  θα πρέπει να είναι μη-αντιστρέψιμος και συνεπώς  $|[B]| = 0$

Η τελευταία απαίτηση, μας οδηγεί στη χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος

$$\cos(\beta L) \cdot \cosh(\beta L) - 1 = 0$$

Η εξίσωση αυτή έχει άπειρες λύσεις και η εύρεση των πέντε πρώτων από αυτές θα πραγματοποιηθεί με εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson .

Η αναδρομική σχέση για την προσέγγιση των παραπάνω ριζών είναι:

$$x = x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Όπου  $x$ , προσέγγιση της ρίζας, της καμπύλης  $f$  . Η γεωμετρική ιδέα πίσω από αυτή την επαναληπτική μέθοδο, συνίσταται στην εύρεση του σημείου τομής της εφαπτομένης της  $f$  στο σημείο  $(x_n, f(x_n))$  με τον άξονα των  $x$ , και χρήση της νέας τιμής του  $x$  ( $x_n = x_{n+1}$ ), ως νέα προσέγγιση της ρίζας  $x^*$ . Απαραίτητη προϋπόθεση η  $f$  να είναι δύο φορές παραγωγίσιμη σε μια περιοχή του  $x^*$  και  $f'(x_n) \neq 0$ . Η μέθοδος αυτή συγκλίνει πολύ γρήγορα και η σύγκλιση της είναι τουλάχιστον τετραγωνική.

Στην περίπτωση μας θεωρούμε συνάρτηση :  $f(x) = \cos(x) \cosh(x) - 1$

και υπολογίζουμε την παράγωγο :  $f'(x) = \cos(x) \sinh(x) - \sin(x) \cosh(x)$

Στη συνέχεια με χρήση της αναδρομικής σχέσης της μεθόδου λαμβάνουμε την εξίσωση

$$x^* = x_{n+1} = x_n - \frac{\cos(x) \cosh(x) - 1}{\cos(x) \sinh(x) - \sin(x) \cosh(x)} \quad (7.13)$$

από την οποία με χρήση μιας αρχικής προσέγγισης για το  $x_n$  προκύπτουν οι ρίζες της εξίσωσης  $f$ . Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι 5 πρώτες λύσεις της εξίσωσης.

Ρίζα	Τιμή
$\beta_0 L$	0
$\beta_1 L$	4.7300407449
$\beta_2 L$	10.9956078380
$\beta_3 L$	14.1371654913
$\beta_4 L$	17.2787596574

Οι υπολογισμοί των επαναλήψεων των προσεγγίσεων των ριζών έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος matlab.

Επιστρέφοντας στη λύση του αρχικού συστήματος, λόγω του ότι ο  $[B]$  είναι μη αντιστρέψιμος οι εξισώσεις του συστήματος θα διαφέρουν κατά μία σταθερά και επομένως

$$C_1 = -C_2 \frac{[\cosh(\beta_n L) - \cos(\beta_n L)]}{[\sinh(\beta_n L) - \sin(\beta_n L)]} = \sigma_n$$

και αντικαθιστώντας την τελευταία στην εξίσωση των ιδιομορφών (7.9) προκύπτει ότι:

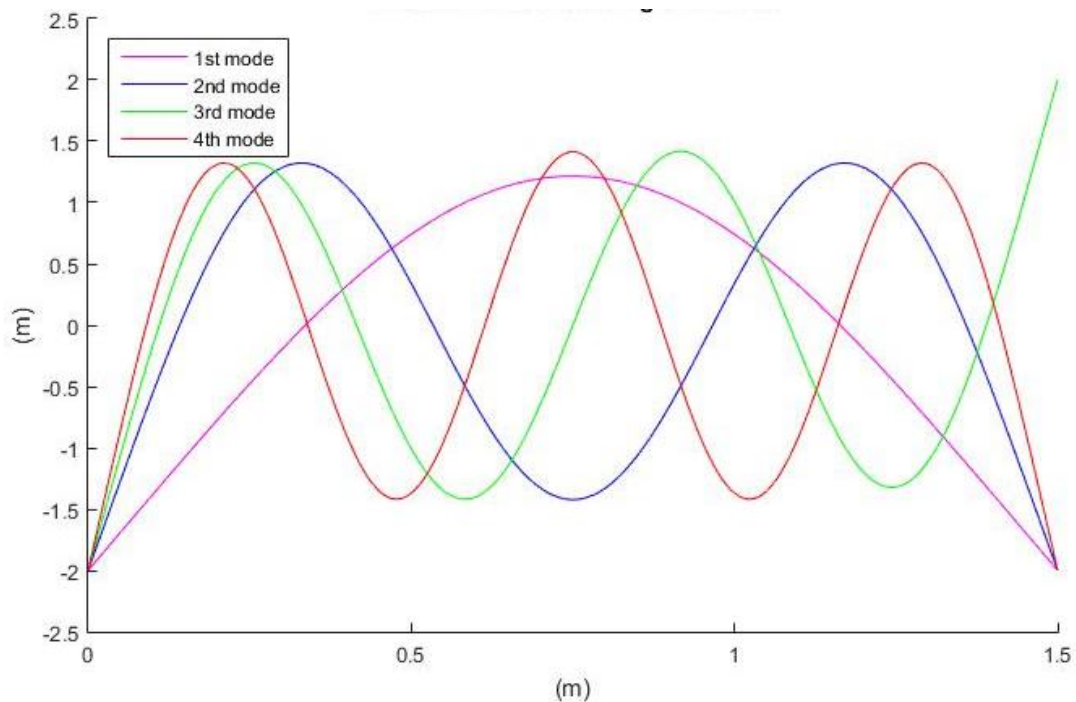
$$Y(x) = -C_2 \left\{ \cosh \left[ (\beta_n L) \frac{x}{L} \right] + \cos \left[ (\beta_n L) \frac{x}{L} \right] - \sigma_n \left( \sinh \left[ (\beta_n L) \frac{x}{L} \right] + \sin \left[ (\beta_n L) \frac{x}{L} \right] \right) \right\}$$

Συνεπώς, για κάθε τιμή  $\beta_n$  προκύπτει μία ιδιομορφή του συστήματος  $Y_n(x)$  και επιπλέον κάθε φυσική συχνότητά του μέσω της σχέσης

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{\mu L^4}} \quad (7.14)$$

Όπου  $\mu = \rho A$  είναι η μάζα ανά μονάδα μήκους.

Τα σχήματα των πρώτων 5 ιδιομορφών εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 3: Στο σχήμα απεικονίζονται οι πρώτες 4 ιδιομορφές της καμπτικής ταλάντωσης της δοκού Euler



## Κεφάλαιο 8

### 8. Ανάλυση δονήσεων πολύ-στρωτων κυλινδρικών κελυφών

Εν συνεχεία του προηγούμενου κεφαλαίου, απαραίτητη είναι η κατασκευή ενός μοντέλου που θα ανταποκρίνεται στις ελεύθερες ταλαντώσεις ενός συστήματος αποτελούμενου από ένα πολύ-στρωτο κυλινδρικό κέλυφος, με στόχο τον υπολογισμό των ιδιομορφών του. Ο υπολογισμός αυτός δεν αφορά κατά ανάγκη την εξυπηρέτηση των αριθμητικών πράξεων και αποτελεσμάτων, αλλά την προσομοίωση των καμπυλών των ιδιομορφών μέσα από την εξέταση των τελικών εξισώσεων. Κάτι τέτοιο θα μας δώσει την δυνατότητα να συγκρίνουμε τα προκύπτοντα σήματα από το πείραμα, σε σχέση με το ιδεατό, καθώς οι γεωμετρικές ατέλειες στο παρόν μοντέλο θα παραλειφθούν. Η χρησιμότητα και η σημασία αυτής της σύγκρισης είναι ολοφάνερη και προφανής καθώς οποιαδήποτε ατέλεια σε ένα δοκίμιο θα προκαλούσε εκτροπή στην καμπύλη του σήματος. Πολυάριθμα μαθηματικά μοντέλα έχουν καταστρωθεί σε προηγούμενες μελέτες από τη βιβλιογραφία (Singh & Gupta, 1994), (Weingarten, 1964), (Barker, 1971) για μια σειρά διαφορετικών συντοκικών συνθηκών συμμετρικών και μη (Qin et al., 2017), (Lam & Loy, 1998). Στην προκειμένη περίπτωση το μοντέλο που παρουσιάζεται περιγράφεται εκτενώς στην μελέτη των (Hufenbach et al., 2002).

Πριν όμως από το πρόβλημα των ιδιομορφών, απαραίτητη προϋπόθεση είναι η κατανόηση της γεωμετρίας του εν λόγω κυλίνδρου. Το βασικό στοιχείο πάνω στο οποίο θα καταστρώσουμε του υπολογισμούς μας, είναι μία στρώση ενισχυμένη με ανθρακόνημα σε μία κατεύθυνση, η οποία έχει ανισότροπη συμπεριφορά στο σύστημα συντεταγμένων  $x, y, z$  με επίπεδο αναφοράς στο μέσο της στρώσης. Η μεταφορά των δεδομένων από το συγκεκριμένο σύστημα συντεταγμένων στο βασικό, το οποίο ορίζεται στο συμμετρικό επίπεδο αναφοράς του κυλίνδρου είναι δυνατή μέσω της χρήσης πολικών συντεταγμένων. Οι βασικές παράμετροι που περιγράφουν την γεωμετρία της ενισχυμένης στρώσης, είναι το πάχος  $h$  του κελύφους, το μήκος  $l$ , η ακτίνα  $R$  του επιπέδου αναφοράς στο μέσο της στρώσης και η γωνία  $\theta$  τοποθέτησης των ανθρακονημάτων στο εσωτερικό της στρώσης. Παρ' όλα αυτά η μικρή στιβαρότητα των ανθρακονημάτων στο εγκάρσιο δημιουργεί αρκετά προβλήματα στην ανάπτυξη του παρόντος μοντέλου, ειδικά για μεγάλες τιμές πάχους. Για αυτό οι υπολογισμοί θα γίνουν με τη βοήθεια της διαμητικής – ελαστικής θεωρίας και των

προσεγγίσεων από τους Reissner and Mindlin τροποποιημένες για εφαρμογή σε πλάκες. Με αυτόν τον τρόπο οι διατμητικές παραμορφώσεις στο εγκάρσιο θεωρούνται σταθερές ως προς το πάχος του κελύφους και εκφράζονται μέσω των γωνιών  $\psi_\chi$  και  $\psi_\varphi$  στα επίπεδα  $(x, z)$  και  $(x, \varphi)$  αντίστοιχα. Έτσι, οι απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας σε οποιοδήποτε σημείο, μπορούν να εκφραστούν ως εξαρτώμενες του χρόνου μέσω των απομακρύνσεων του επιπέδου αναφοράς, στο μέσω του κελύφους, και των διατμητικών γωνιών ως :

$$u(x, z, \varphi, t) = u_0(x, \varphi, t) + z \cdot \psi_\chi(x, \varphi, t) \quad (8.1)$$

$$v(x, z, \varphi, t) = v_0(x, \varphi, t) + z \cdot \psi_\varphi(x, \varphi, t) \quad (8.2)$$

$$w(x, z, \varphi, t) = w(x, \varphi, t) \quad (8.3)$$

Για τον υπολογισμό του προβλήματος των ιδιοτιμών των κυλινδρικών κελυφών θα χρησιμοποιήσουμε την αρχή του Hamilton σύμφωνα με την οποία η συνάρτηση  $H$  γράφεται ως το ολοκλήρωμα της κινητικής ενέργειας  $L$  σε Λαγκρανζιανή μορφή :

$$H = \int_0^{2\pi/\omega} L dt = \int_0^{2\pi/\omega} (T - \Pi) dt \quad (8.4)$$

Όπου  $T$  η κινητική ενέργεια και  $\Pi$  η δυναμική, η οποία στην περίπτωσή μας είναι ίση με την ενέργεια παραμόρφωσης. Θεωρώντας αμελητέα την τάση  $\varepsilon_z$  κατά την διεύθυνση του πάχους, η ενέργεια παραμόρφωσης  $U$  σε έναν ελευθέρως ταλαντευόμενο κύλινδρο αποτελούμενο από  $k$  στρώσεις δίνεται ως:

$$U = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \left( \tilde{Q}_{11}^{(k)} \varepsilon_x^2 + 2\tilde{Q}_{12}^{(k)} \varepsilon_x \varepsilon_\varphi + 2\tilde{Q}_{16}^{(k)} \varepsilon_x \gamma_{\chi\varphi} + \tilde{Q}_{22}^{(k)} \varepsilon_\varphi^2 + 2\tilde{Q}_{26}^{(k)} \varepsilon_\varphi \gamma_{\chi\varphi} \right. \\ \left. + \tilde{Q}_{66}^{(k)} \gamma_{x\varphi}^2 + \tilde{Q}_{44}^{(k)} \gamma_{\varphi z}^2 + 2\tilde{Q}_{45}^{(k)} \gamma_{\varphi z} \gamma_{\chi z} + \tilde{Q}_{55}^{(k)} \gamma_{\chi z}^2 \right) (R + z) dx d\varphi dz \quad (8.5)$$

Ωστόσο, οι εξισώσεις που αναπτύχθηκαν για τις απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας, μαζί με τις γνωστές εξισώσεις για τις παραμορφώσεις  $\varepsilon$  και  $\gamma$ , μέσα από την προσέγγιση του Mirsky για τα κυλινδρικά κελύφη, προκύπτει το σύνολο των εξισώσεων για το επίπεδο παραμόρφωσης:

$$\varepsilon_\chi = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \quad (8.6),$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{R + z} \left( \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} + z \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} + w \right) \quad (8.7),$$

$$\gamma_{\varphi z} = \frac{1}{R+z} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} - v_0 - z\psi_\varphi \right) + \psi_\varphi \quad (8.8),$$

$$\gamma_{\chi z} = \psi_\chi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (8.9),$$

$$\gamma_{\chi\varphi} = \frac{1}{R+z} \left( \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + z \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \quad (8.10).$$

Επομένως, με χρήση του διορθωτικού παράγοντα διάτμησης  $\kappa^2 = \pi^2/12$  και τις σχέσεις:

$[A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, H_{ij}, \beta_{ij}] = \int_{-h/2}^{h/2} \tilde{Q}_{ij}^{(k)} [1, z, z^2, z^3, 1/(R+z)] dz$ ,  $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  η ενέργεια παραμόρφωσης  $U$  γίνεται:

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \left[ (RA_{11} + B_{11}) \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 + 2(RB_{11} + D_{11}) \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} + \beta_{66} \left( \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \right)^2 \right. \\ & + \beta_{22} \left( w^2 + \left( \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \right)^2 + 2w \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \right) + (B_{22} - RA_{22} + R^2 \beta_{22}) \left( \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right)^2 \\ & + 2(A_{22} - R\beta_{22}) \left( w \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) + (RA_{66} + B_{66}) \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \\ & + 2(RB_{66} + D_{66}) \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} + 2D_{66} \left( \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \right) + (RD_{11} + H_{11}) \left( \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \right)^2 \\ & + (RD_{66} + H_{66}) \left( \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \right)^2 + 2A_{66} \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + 2B_{66} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \right) \\ & + \kappa^2 \beta_{44} \left( R^2 \psi_\varphi^2 + 2R\psi_\varphi \frac{\partial w}{\partial \varphi} - 2Rv_0 \psi_\varphi + \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 + v_0^2 - 2v_0 \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \\ & + 2(A_{66} - R\beta_{66}) \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + (B_{66} - RA_{66} + R^2 \beta_{66}) \left( \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right)^2 \\ & + \kappa^2 (RA_{55} + B_{55}) \left( \psi_\chi^2 + 2\psi_\chi \frac{\partial w}{\partial x} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + 2A_{12} \left( w \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \right) \\ & + 2B_{12} \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} + w \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \right) + 2D_{12} \left( \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) \\ & + 2(RA_{16} + B_{16}) \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial x} + 2(RB_{16} + D_{16}) \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \right) \\ & \left. + 2(RD_{16} + H_{16}) \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} + 2A_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + 2B_{16} \left( \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) \dots \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \dots + 2D_{16} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial x} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} + 2A_{26} \left( w \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \right) + 2B_{26} \left( w \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right. \\
& + 2D_{26} \left( \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) + 2\beta_{26} \left( w \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \right) \\
& + 2(A_{26} - R\beta_{26}) \left( w \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \right) + 2(B_{26} - RA_{26} + R^2\beta_{26}) \left( \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_\chi}{\partial \varphi} \right) \\
& + 2\kappa^2 A_{45} \left( R\psi_\chi \psi_\varphi + \psi_\chi \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \psi_\chi v + R\psi_\varphi \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right. \\
& \left. - v_0 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big] dx d\varphi \tag{8.11}.
\end{aligned}$$

Η παραπάνω παράσταση απλοποιείται με βάση τα χαρακτηριστικά της εξεταζόμενης κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα για ορθοτροπικούς σχεδιασμούς οι όροι  $16, 26, 45$  αφαιρούνται από την εξίσωση, ενώ για συμμετρικές κατασκευές τα ζεύγη στιβαρότητας  $B_{ij}$  καθώς και οι υψηλότερης τάξης όροι  $H_{ij}$  μηδενίζονται. Οι όροι  $44, 55$  περιγράφουν την κατανομή της διάτμησης στο πάχος του υλικού, στα επίπεδα  $xz$  και  $\varphi z$ . Τελικά και σύμφωνα με την αρχική προσέγγιση για τις απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας, η κινητική ενέργεια  $T$  γίνεται:

$$\begin{aligned}
T = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \int_0^{2\pi} \int_0^l \{ Rh(U^2 + V^2 + W^2) + 2(U\Psi_\chi + V\Psi_\varphi)(h^3/12) \\
+ (Rh^3/12)(\Psi_\chi^2 + \Psi_\varphi^2) \} dx d\varphi \tag{8.12},
\end{aligned}$$

όπου  $\omega = 2\pi f$  η γωνιακή συχνότητα και  $U, V, W, \Psi_\chi, \Psi_\varphi$  οι ιδιοσυναρτήσεις από τις οποίες προκύπτουν οι απομακρύνσεις για τη θέση ισορροπίας με τη βοήθεια αρμονικών προσεγγίσεων ως εξής:

$$u_0(x, \varphi, t) = U(x, \varphi) \sin(\omega, t) \tag{8.13}$$

$$v_0(x, \varphi, t) = V(x, \varphi) \sin(\omega, t) \tag{8.14}$$

$$w(x, \varphi, t) = W(x, \varphi) \sin(\omega, t) \tag{8.15}$$

$$\psi_\chi(x, \varphi, t) = \Psi_\chi(x, \varphi) \sin(\omega, t) \tag{8.16}$$

$$\psi_\varphi(x, \varphi, t) = \Psi_\varphi(x, \varphi) \sin(\omega, t) \tag{8.17}$$

Έτσι, έχουμε κατασκευάσει τη Λαγκρανζιανή του συστήματος που αποτελεί και το κύριο ζητούμενο.

$$\tilde{L} = \tilde{U} - \tilde{T}$$

Ωστόσο, με τη βοήθεια της αρχής του Hamilton, όπως παρουσιάστηκε στην αρχή του εδαφίου, η εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων γίνεται με βάση τον υπολογισμό των ακροτάτων της συνάρτησης  $H$  ως  $\frac{\partial H}{\partial h_{imn}}$ . Ένας άλλος τρόπος περιγραφής της μεθόδου της λύσης, θα ήταν η παραγωγή της Λαγκρανζιανής ως προς τις ιδιοσυναρτήσεις  $U, V, W, \Psi_\chi, \Psi_\varphi$ , βρίσκοντας ρίζα της προκύπτουσας εξίσωσης. Οι ιδιοσυναρτήσεις μπορούν να προσεγγισθούν με τη βοήθεια της μεθόδου του Ritz, χρησιμοποιώντας συναρτήσεις προσέγγισης προσαρμοσμένες στις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Επομένως

$$U(x, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N h_{1mn} Y'_{mn}(x) \cos(n\varphi) \quad (8.18)$$

$$V(x, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N h_{2mn} Y_{mn}(x) \sin(n\varphi) \quad (8.19)$$

$$W(x, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N h_{3mn} Y_{mn}(x) \cos(n\varphi) \quad (8.20)$$

$$\Psi_\chi(x, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N h_{4mn} Y'_{mn}(x) \cos(n\varphi) \quad (8.21)$$

$$\Psi_\varphi(x, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N h_{5mn} Y_{mn}(x) \sin(n\varphi) \quad (8.22)$$

Οι συναρτήσεις προσέγγισης  $Y'_{mn}$  και  $Y_{mn}$  προκύπτουν κάνοντας χρήση του μοντέλου της καμπτικής ταλάντωσης δοκού ανάλογα με τις συνοριακές συνθήκες που ταιριάζουν στις ανάγκες του εκάστοτε προβλήματος. Σε κάθε περίπτωση η λύση των εξισώσεων της Λαγκρανζιανής μας οδηγεί σε ένα σύστημα  $5 m \times n$  περίπλοκων αλγεβρικών εξισώσεων το οποίο μπορεί να γραφεί στην κλασσική μορφή της εξίσωσης ενός προβλήματος ιδιοτιμών ως

$$[K - \lambda_{mn} M] E_{mn} = 0$$

Όπου  $K$ , είναι ο πίνακας στιβαρότητας αποτελούμενος από τους όρους των ενεργειακών εξισώσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω και  $M$  ο πίνακας μάζας τάξεως  $5 m \times n$ . Από την παραπάνω σχέση, οι ιδιοτιμές καθορίζονται πλέον αριθμητικά. Οι ιδιοτιμές που υπολογίζονται είναι περίπλοκοι αριθμοί. Ωστόσο, λόγω των μικρών τιμών αποσβέσεων από το υλικό στην περίπτωση των κατασκευών ενισχυμένων με ανθρακονήματα, καθίσταται

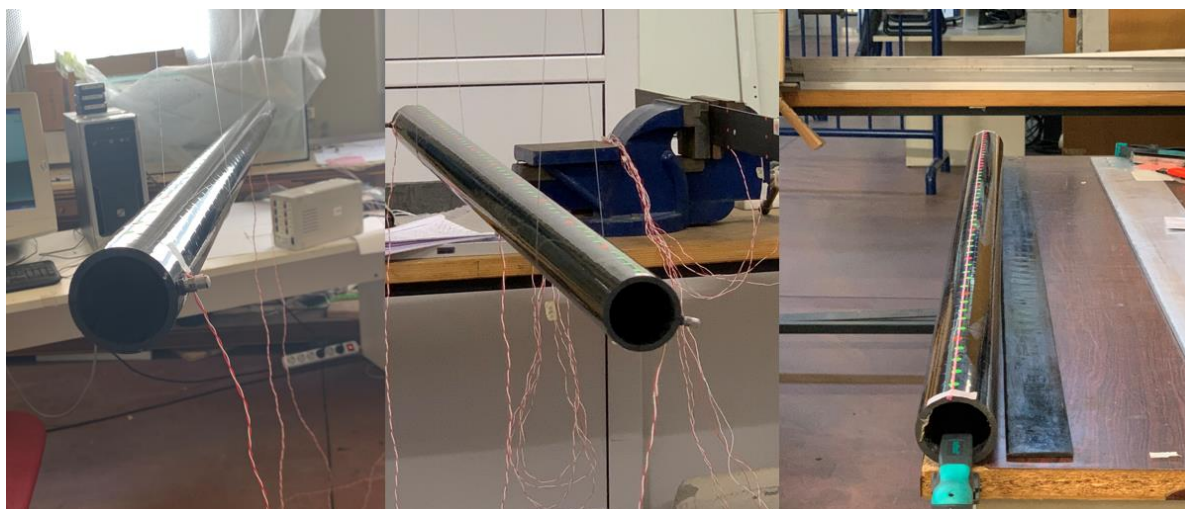
δυνατός ο διαχωρισμός του πραγματικού από το φανταστικό μέρος στην έκφραση του αποτελέσματος των ιδιοτιμών. Ο λόγος του φανταστικού μέρους προς το πραγματικό μας δίνει το ρυθμό απόσβεσης της ταλάντωσης από το υλικό. Ο ρυθμός αυτός αποτελεί απαραίτητο δεδομένο για τη μελέτη του χρόνου απόσβεσης ενός φαινομένου από το υλικό και ιδιαίτερα, στην περίπτωση των ελεύθερων ταλαντώσεων, μας δίνει ένα ικανοποιητικό μέσο αξιολόγησης του «έξυπνου» υλικού για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, το οποίο θα συζητηθεί εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο.

Επιστρέφοντας στο πρόβλημα των ιδιοτιμών, για τα πολύ-στρωτα κυλινδρικά κελύφη θα πρέπει να αναφερθεί ότι με τον όρο  $m$  αναφερόμαστε στις καμπτικές ταλαντώσεις του κυλίνδρου, ενώ με τον όρο  $n$  στις ταλαντώσεις που επιτελούνται στην περιφέρειά του. Στην πρώτη περίπτωση οι ταλαντώσεις αυτές δεν είναι άλλες από τις γνωστές καμπτικές, οι οποίες λειτουργούν και εμφανίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και στο στοιχειώδες πρόβλημα της δοκού. Στην δεύτερη περίπτωση όμως οι ταλαντώσεις αυτές, οφείλονται σε στάσιμα κύματα που δημιουργούν ακτινικές και εφαπτομενικές στην περιφέρεια του κυλίνδρου κινήσεις, οι οποίες αλληλοεπιδρώντας σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, παράγουν το παρατηρούμενο αποτέλεσμα. Από την χάραξη επομένως των καμπυλών των ιδιομορφών για ένα κύλινδρο ενισχυμένο με ανθρακονήματα, προκύπτει ότι για τις καμπτικές ταλαντώσεις κατά το μήκος του, η μορφή τους είναι ίδια με αυτή στην περίπτωση της δοκού. Το γεγονός αυτό, επαληθεύεται αν κάποιος αναλογιστεί την αρχή της επαλληλίας και δη στο πλαίσιο του παρόντος προβλήματος, για το οποίο έχουμε αποδείξει μια επαρκή γραμμική συμπεριφορά. Ούτως ή άλλως η πορεία παρουσίασης των μοντέλων δεν έγινε τυχαία καθώς σκοπός ήταν και είναι η ανάλυση και η ερμηνεία των σημείων εκτροπής, του λαμβανόμενου από το πείραμα, σήματος. Στο παραπάνω μαθηματικό μοντέλο είναι φανερό ότι τυχόν ατέλειες στην τοποθέτηση των ανθρακονημάτων ή σε οποιοδήποτε σημείο τις εκάστοτε στρώσης υλικού δεν συμπεριλήφθηκαν για λόγους πολυπλοκότητας, αλλά και για λόγους που σχετίζονται με τη μεγάλη ποικιλία των ατελειών ως προς τη μορφή, το μέγεθος και τη γεωμετρία τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η κακή τοποθέτηση των ανθρακονημάτων, η οποία θα προκαλούσε μεταβολή στη γωνία  $\theta$ , όπως αυτή ορίζεται στην αρχή της ανάπτυξης του μοντέλου, κατά τόπους καθιστώντας τη μη σταθερή κατά μήκος της στρώσης επηρεάζοντας έτσι την έκφραση της ενέργειας παραμόρφωσης  $U$ , που αποτελεί απαραίτητο μέγεθος για τον υπολογισμό της Λαγκρανζιανής εξίσωσης. Επομένως με βάση το μοντέλο που αναπτύχθηκε μπορούμε να γνωρίζουμε και να προβλέψουμε την μορφή του σήματος που θα λαμβάναμε από μια ιδανική κατασκευή.

## Κεφάλαιο 9

### 9. Πειραματική εφαρμογή

Όπως αναλύθηκε παραπάνω, και για λόγους που αποσκοπούν στη βέλτιστη κατανόηση του σκοπού της παρούσης διπλωματικής εργασίας, είναι αναγκαίος ο υπερτονισμός αφενός της πειραματικής διάταξης και αφετέρου της συλλογιστικής αφετηρίας και βάσης πίσω από αυτή. Πολυάριθμες μελέτες έχουν αναφερθεί στην ανίχνευση σφαλμάτων, τα οποία όμως εισάγονται στο υπό εξέταση στοιχείο με τρόπο επεμβατικό. Αντιδιαμετρικά με αυτή τη λογική, σκοπός της πειραματικής εφαρμογής, στα πλαίσια αυτής της μελέτης, είναι να αποδείξει την επάρκεια των μετρητικών διατάξεων και την ορθή τοποθέτησή τους, εκμεταλλευόμενοι την αρχή της αμοιβαιότητας, όπως αυτή περιεγράφηκε προηγουμένως και επιπλέον, η σύνθεση μιας ιδιαίτερα πρακτικής ελεγκτικής μεθόδου, ικανής να αλιεύσει την κατασκευαστική επάρκεια στοιχείων προερχόμενα κατευθείαν από τη βιομηχανία χωρίς πρότερη γνώση για την ποιότητά τους.



**Εικόνα 4:** Φωτογραφίες από το χώρο διεξαγωγής της πειραματικής διαδικασίας. Στις φωτογραφίες εμφανίζονται καθαρά τα στοιχεία πρόσδεσης του σωλήνα, οι 3 πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες και η χάραξη των σημείων εφαρμογής της κρουστικής δύναμης διέγερσης

Η παρούσα μελέτη συνίσταται στην παρατήρηση και επεξεργασία σημάτων επιταχύνσεων, λαμβανόμενα έπειτα από την ελεύθερη ταλάντωση σωλήνα με επένδυση ανθρακονημάτων, στον οποίο ασκείται στιγμιαία εξωτερική κρουστική δύναμη σε διάφορες θέσεις κατά τη διεύθυνση του μήκους του. Τα ελεύθερα άκρα εξασφαλίζονται με πρόσδεση του κυλινδρικού δοκιμίου σε δύο σημεία ισαπέχοντα, εκατέρωθεν του μέσου του μήκους του, με τη βοήθεια πετονιάς. Η ελαστική συμπεριφορά παραμόρφωσης της τελευταίας για μικρά

πλάτη διαταραχών, επιτρέπει την ελεύθερη ταλάντωση του συστήματος χωρίς να εισάγει κάποια ανεπιθύμητη τάση στο σύστημα, η οποία θα επηρέαζε και την συνολική συμπεριφορά του. Τρία πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα έχουν προσαρμοστεί πάνω στην επιφάνειά του σωλήνα με στόχο την λήψη του σήματος εξόδου. Οι αισθητήρες 1, 2, 3 έχουν τοποθετηθεί πλησίον του αριστερού και δεξιού άκρου (1,3) και στο μέσο του (2). Οι πρώτοι εγκατασταθήκανε πάνω στο σωλήνα, στο οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας της κυκλικής του διατομής, ενώ ο τελευταίος σε θέση 90° ως προς αυτούς και πιο συγκεκριμένα στο κάτω οριζόντιο εφαπτόμενο επίπεδο στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Ο διαφορετικός αυτός προσανατολισμός δεν επηρεάζει την ποιότητα των μετρήσεων διότι λόγω συμμετρίας της διατομής, οι ιδιομορφές της ταλάντωσης του σωλήνα, αν και άπειρες εμφανίζουν διαφορά μόνο ως προς τον προσανατολισμό τους, με αποτέλεσμα οι απόλυτες τιμές των μετρήσεων να παραμένουν ίδιες. Η επιλογή των πιεζοηλεκτρικών επιταχυνσιόμετρων έγινε για λόγους χαμηλού κόστους εφαρμογής, ευκολίας επεξεργασίας των λαμβανόμενων μετρήσεων αλλά και για λόγους βέλτιστης ευαισθησίας επί των παραγόμενων δονήσεων σε αρκετά μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Στην πραγματικότητα το πλήθος των αισθητήρων θα μπορούσε να είναι μικρότερο αλλά επιλέχθηκε τόσο, έτσι ώστε να μπορεί να γίνει επαρκής έλεγχος της γραμμικής συμπεριφοράς του συστήματος μέσω της αρχής της αμοιβαιότητας. Έχουν ανάλυση μετρήσεων 1/50 KHZ και δυνατότητα να παρέχουν σήμα προϋπάρχον της διέγερσης διάρκειας ενός δευτερολέπτου. Από αυτό το διάστημα μετρήσεων παρατηρούμε και επί της εφαρμογής ότι ο μετρούμενος θόρυβος των επιταχυνσιόμετρων είναι της τάξεως των 0.008 με μέγιστη τιμή τα 0.014mV.

Τέλος, όσον αφορά τη δύναμη διέγερσης, χρησιμοποιήθηκε ένα πιεζοηλεκτρικό σφυρί κρούσης το οποίο παρείχε την μετρούμενη κατανομή της δύναμης για κάθε διέγερση του σωλήνα. Η απόσταση των κρούσεων επιλέχθηκε αυθαίρετα ως 3 εκατοστά με σκοπό την κάλυψη του συνολικού μήκους των 1.5 m. Συνολικά το κρουστικό φορτίο επιβλήθηκε 51 φορές. Η κατανομή της κρουστικής δύναμης είναι εντελώς τυχαία καθώς την έναρξη της μέτρησης σηματοδοτούσε η επιβολή του κρουστικού φορτίου, η οποία γινόταν από τον μελετητή χωρίς τη χρήση κάποιου ελεγχόμενου διεγέρτη.

Συγκεντρωτικά, για όλους τους αισθητήρες η ανταποκρινόμενη στο σήμα μέτρηση προκύπτει ως ένα διάνυσμα

$$y(t) = Cx(t) \quad (9.1),$$

όπου C μια σταθερά η οποία λαμβάνει τις τιμές :



$$C_f = 11.2400$$

$$C_{S1} = 1.0600$$

$$C_{S2} = 1.0760$$

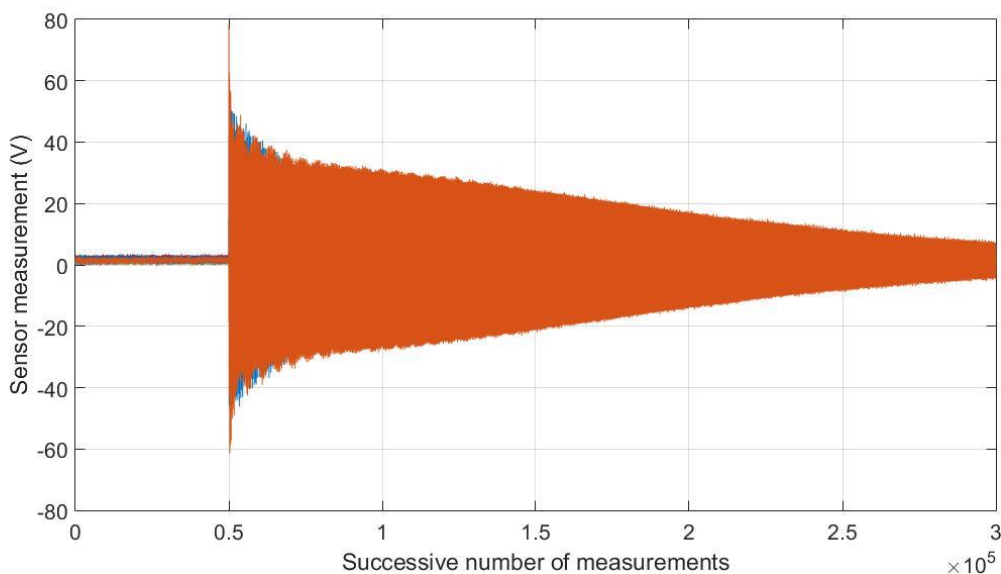
$$C_{S3} = 1.0460$$

,όπου  $C_f$  η σταθερά του πιεζοηλεκτρικού σφυριού κρούσης και  $C_{S1,S2,S3}$  οι σταθερές των επιταχυνσιόμετρων αντίστοιχα.

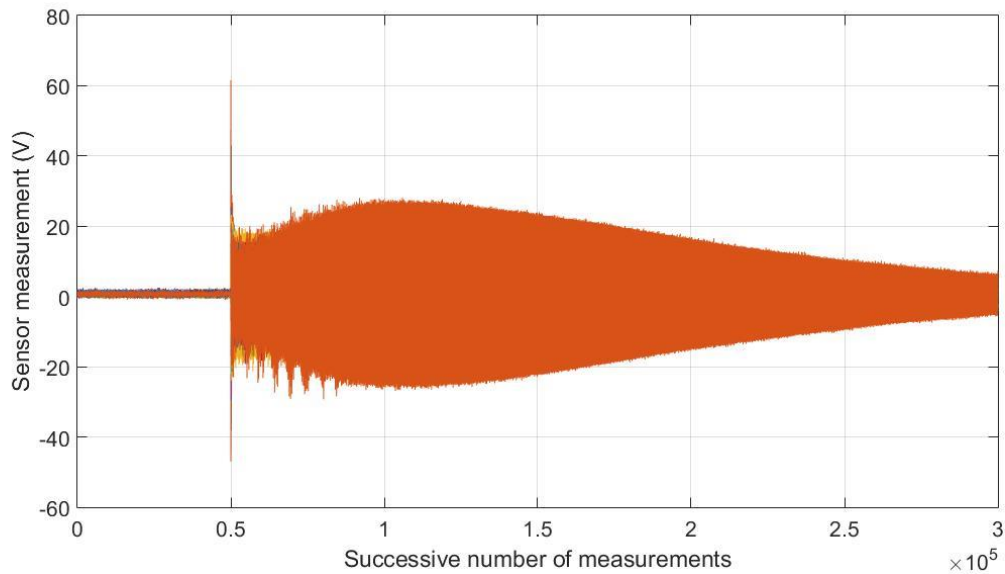
Για τη μετατροπή των μετρήσεων σε V έγινε πολλαπλασιασμός του σήματος εισόδου όπως παραπάνω και εν τέλει κανονικοποίηση με τη βοήθεια της νόρμας της δύναμης. Η κανονικοποίηση αυτή προκύπτει ως αποτέλεσμα της επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς του συστήματος και επιτελείται λόγω της τυχαίας και επομένως διαφορετικής κατανομής της δύναμης σε κάθε επιβολή του κρουστικού φορτίου. Επομένως εν τέλει το λαμβανόμενο σήμα παίρνει τη μορφή:

$$y(t) = Cx(t) \cdot \frac{10^3}{\|F\|} \quad (9.2)$$

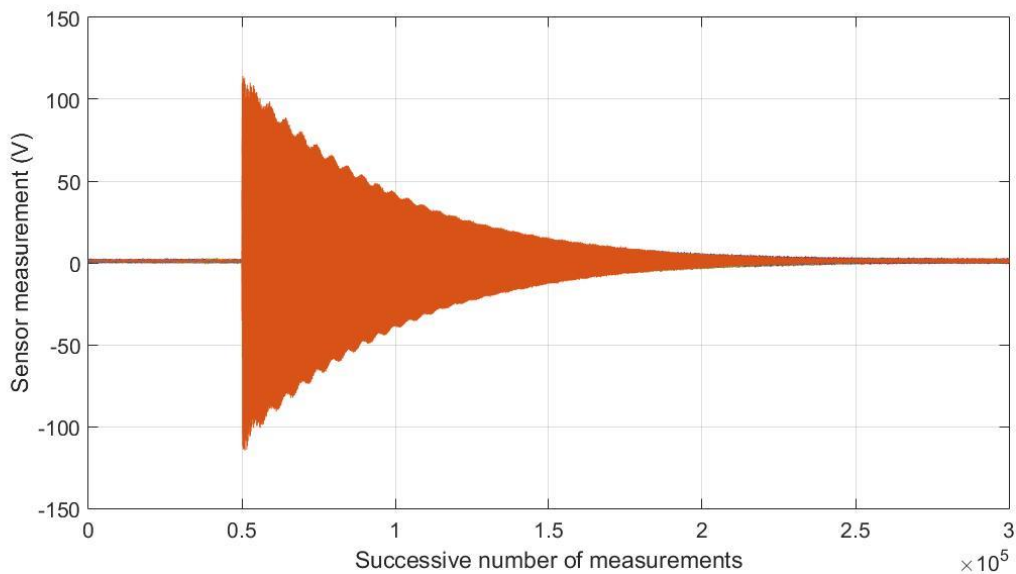
Παρακάτω παρουσιάζονται τα κανονικοποιημένα σήματα στο πεδίο του χρόνου. Για την αποτύπωση των σχημάτων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Matlab R2015a.



Εικόνα 5: Η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 1 στο φάσμα του χρόνου



**Εικόνα 6: Η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 2 στο φάσμα του χρόνου**



**Εικόνα 7: Η μορφή των μετρήσεων του αισθητήρα 3 στο φάσμα του χρόνου**

Όπως είναι φανερό, ο αισθητήρας 2, παρέχει πληροφορίες σύμφωνες με τις συμμετρικές μετρήσεις των αισθητήρων 1 και 3, οι οποίες σηματοδοτούν τόσο την έναρξη του φαινομένου, αλλά και την αύξηση της επιτάχυνσης μέχρι την οριακή μέγιστη τιμή της έως το τέλος της διαδικασίας απόσβεσης (decaying process).

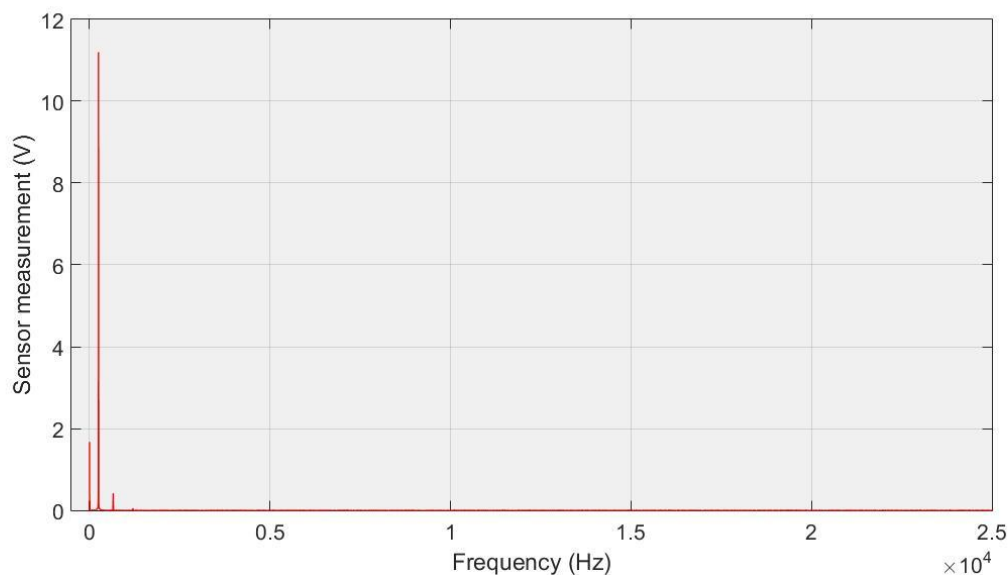
# Κεφάλαιο 10

## 10. Μεθοδολογία

Οι κύριοι άξονες της μεθοδολογίας για την ανίχνευση βλαβών στον κυλινδρικό σωλήνα είναι:

- 1) Η εξαγωγή του συχνοτικού περιεχομένου των μετρήσεων και η χάραξη των καμπυλών στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας.
- 2) Η χρήση του κριτηρίου της καμπυλότητας για την ανίχνευση των σημείων εκτροπής του σήματος.

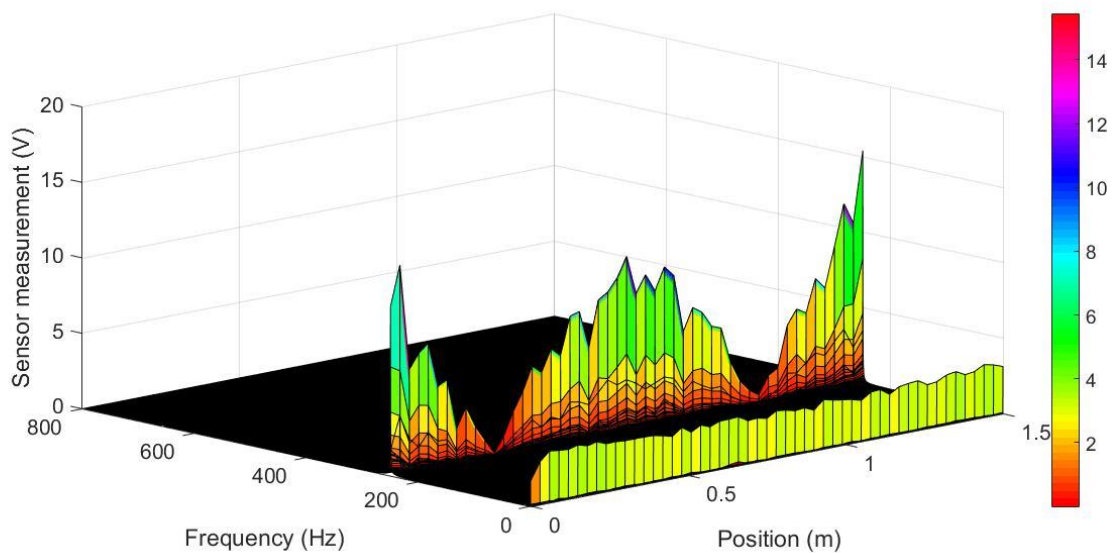
Σε συνέχεια των προηγούμενων, σε κάθε ένα από τα σήματα των τριών αισθητήρων έγινε χρήση του ταχέως μετασχηματισμού Fourier, με αποκοπή των συμμετρικών τιμών, με σκοπό την απόκτηση πληροφοριών για το συχνοτικό περιεχόμενο του σωλήνα. Μέσα στο συχνοτικό φάσμα ( 1-20.000 Hz), ο μετασχηματισμός έχει ως αποτέλεσμα τα διαγράμματα των τριών αισθητήρων, τα οποία αναμενόμενα συμπίπτουν. Το διάγραμμα του ταχέως μετασχηματισμού Fourier για τον αισθητήρα 1 εμφανίζεται παρακάτω.



**Εικόνα 8:** Απεικόνιση των κυρίαρχων συχνοτήτων της ταλάντωσης του σωλήνα, όπως εμφανίζονται από το διάγραμμα του μετασχηματισμού Fourier των μετρήσεων του αισθητήρα 1.

Πιο αναλυτικά και με περαιτέρω παρατήρηση του διαγράμματος, κάποιος θα παρατηρήσει ότι το πλάτος της δυναμικής απόκρισης του σωλήνα μεγιστοποιείται στις θέσεις  $f_1 = 250.1667 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 657.000 \text{ Hz}$ . Ωστόσο, και με βάση τα διαγράμματα των υπόλοιπων αισθητήρων παρατηρούμε ότι το πλάτος μεγιστοποίησης στην τιμή των  $f_2 = 657.000 \text{ Hz}$  ελαχιστοποιείται. Η ελαχιστοποίηση αυτή μπορεί να οφείλεται σε ατέλεια του υλικού και όχι απαραίτητα να σημαίνει ότι πρόκειται για την τρίτη ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από τον τρόπο λειτουργίας των επιταχυνσιόμετρων, καθώς μία ασυνέχεια κοντά στη θέση τοποθέτησης παράγει σήμα μέγιστης τιμής σε σχέση με θέσεις αντιδιαμετρικές στην κυκλική διατομή του σωλήνα και ιδιαίτερα σε σχέση με αυτές που βρίσκονται σε θέσεις, με προσανατολισμό κάθετο ως προς αυτόν του αισθητήρα.

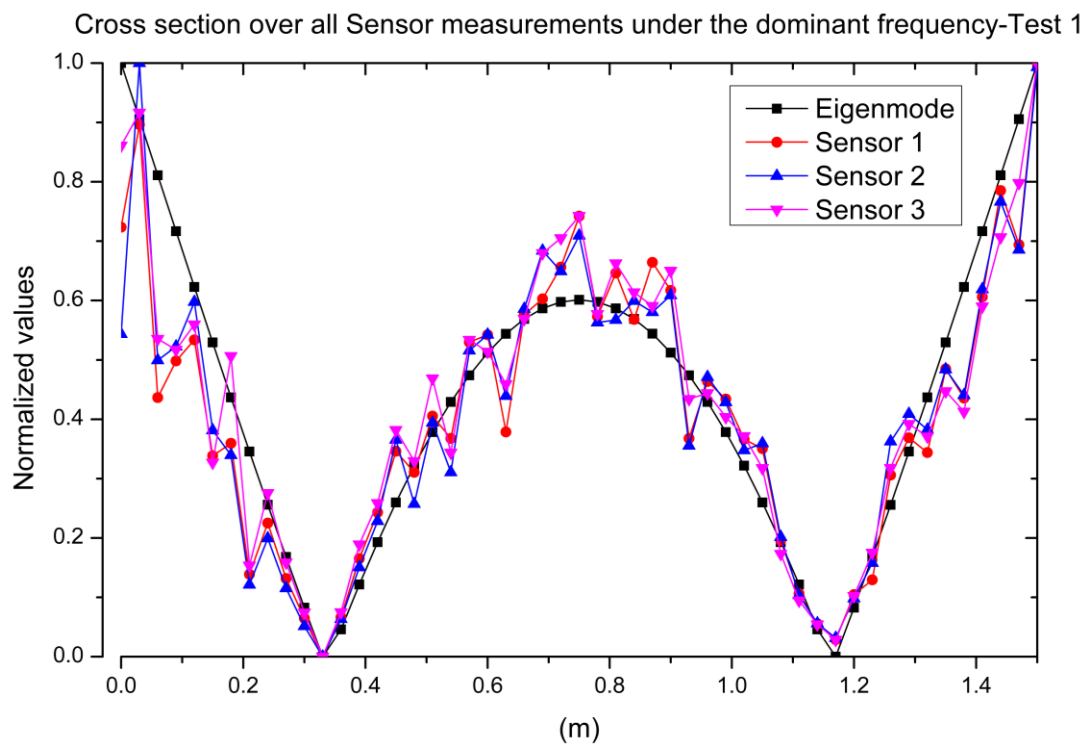
Μια πιο ξεκάθαρη εικόνα της διαταραχής σε όλο το μήκος του σωλήνα στο φάσμα των συχνοτήτων παρέχεται με την αποτύπωση των μετρήσεων στις τρεις διαστάσεις του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα ο χώρος  $\mathbb{R}^3$  που δημιουργείται αποτελείται από το εύρος των συχνοτήτων, τις θέσεις επιβολής του κρουστικού φορτίου και τις μετρούμενες επιταχύνσεις ως  $x, y, z$  άξονες αντιστοίχως.



**Εικόνα 9:** Στο σχήμα απεικονίζονται τα πειραματικά δεδομένα ως τιμές καταναμημένες στο επίπεδο του χώρου και της συχνότητας. Οι απομακρυσμένες τιμές από τις κυρίαρχες συχνότητες έχουν αποκοπεί για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικής ισχύος. Η χαρτογράφηση της βάσης δεδομένων παρέχει ξεκάθαρη εικόνα για την μεγιστοποίηση των επιταχύνσεων στην περιοχή της κυρίαρχης συχνότητας  $f_1=250.1667 \text{ Hz}$

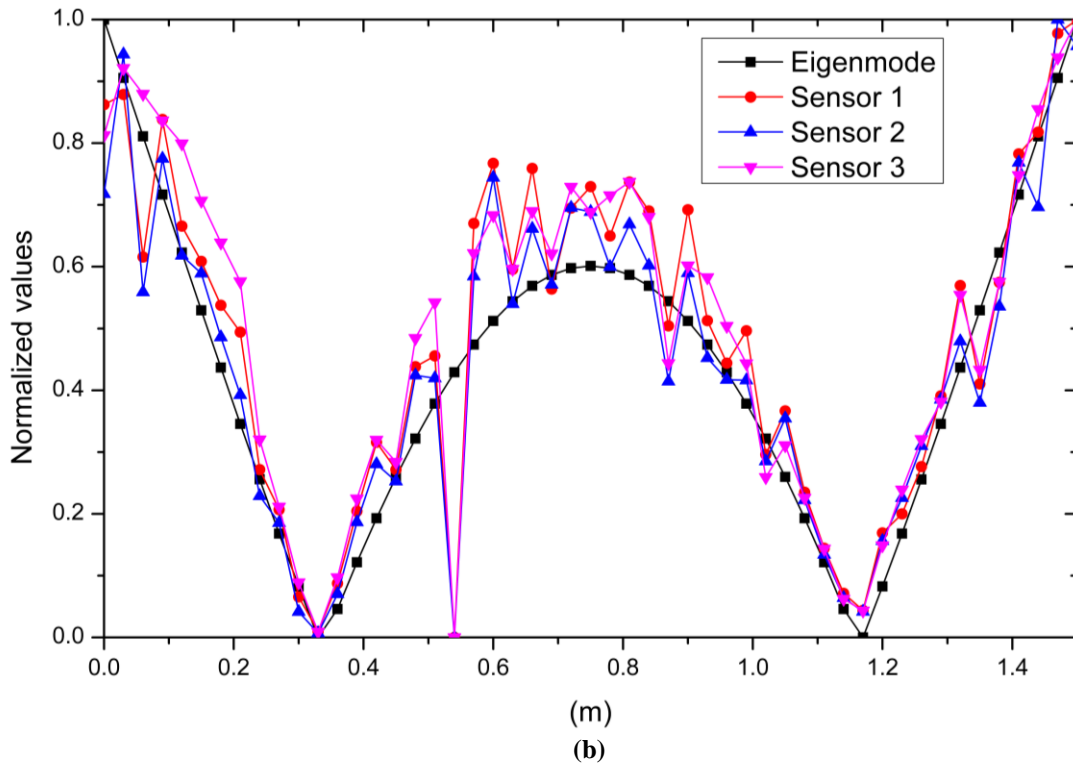
Μέσα από την χαρτογράφηση της διαταραχής, όπως αυτή εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα, παρατηρούμε μία μεγιστοποίηση του πλάτους των επιταχύνσεων στην περιοχή της κυρίαρχης συχνότητας  $f_1 = 250.1667 \text{ Hz}$ . Σε αυτό το σημείο πραγματοποιούμε μία εγκάρσια τομή παράλληλα με των άξονα των θέσεων των κρούσεων. Έτσι προκύπτουν τα διαγράμματα της κορυφογραμμής της κυρίαρχης συχνότητας.

Στη συνέχεια, απαραίτητη είναι η εξέταση της μορφής των καμπυλών στα εν λόγω διαγράμματα, καθώς με τη γνώση των πληροφοριών που προκύπτουν από αυτά, μπορούμε να εγκαταστήσουμε μια αφετηρία σύγκρισης μεταξύ του ιδανικού σήματος αναφοράς και του λαμβανόμενου από το πείραμα. Παρακάτω, εμφανίζονται τα λαμβανόμενα σχεδιαγράμματα συγκεντρωτικά και για τους τρεις αισθητήρες, για τις τρεις επαναλήψεις του πειράματος, έπειτα από τομή στην κορυφογραμμή της ιδιοσυχνότητας των  $f_1 = 250.1667 \text{ Hz}$ .

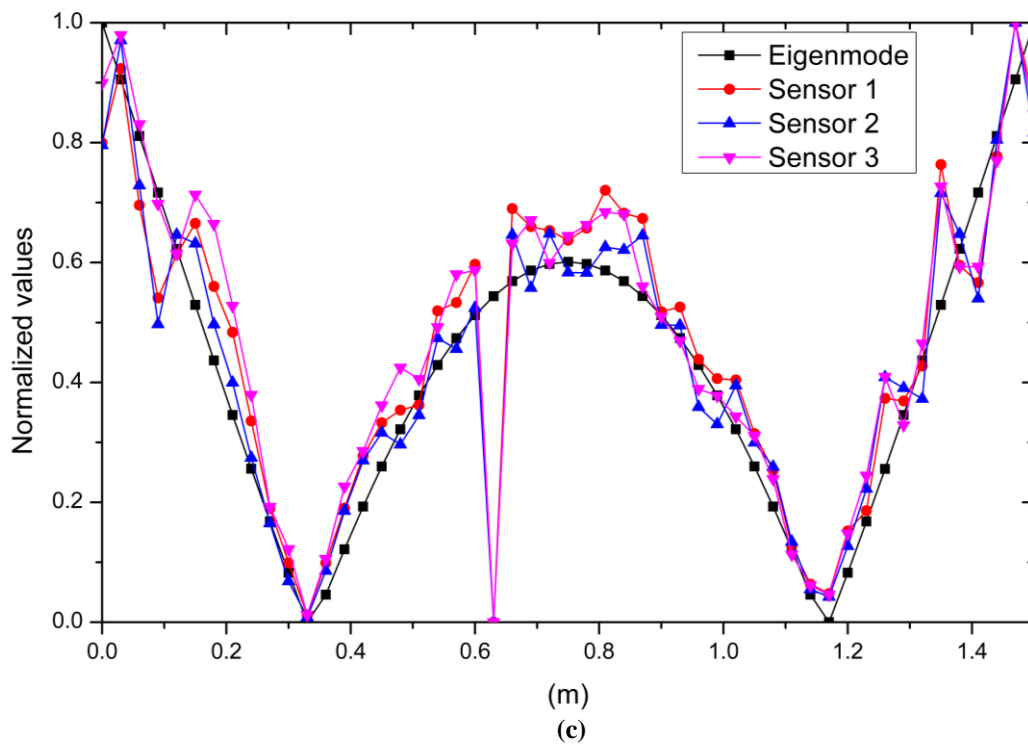


(a)

Cross section over all Sensor measurements under the dominant frequency-Test 2



Cross section over all Sensor measurements under the dominant frequency-Test 3



Εικόνα 10: Στα παραπάνω σχήματα (a),(b),(c) παρουσιάζονται τα διαγράμματα των τομών στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας για τις τρεις επαναλήψεις του πειράματος και επιπλέον παρατίθεται η καμπύλη της ιδιομορφής όπως αναλύθηκε μέσω του μαθηματικού μοντέλου από την ανάλυση δονήσεων πολύ-στρωτών κυλινδρικών κελυφών

Όπως είναι φανερό, από τις τομές στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας για τους τρεις αισθητήρες και για τις τρεις επαναλήψεις του πειράματος που εμφανίζονται παραπάνω, οι μορφές των καμπυλών είναι παρόμοιες με την ιδιομορφή που προκαλείται από την δεύτερη αρμονική, την δεύτερη δηλαδή ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Η ύπαρξη των δύο κόμβων εκατέρωθεν του μέσου του κυλίνδρου, προδίδει το γεγονός αυτό σε συνάφεια με την ύπαρξη των δύο αντικόμβων στα ελεύθερα άκρα. Η εμφάνιση μόνο θετικών τιμών δεν αποκλίνει από τα παραπάνω, διότι είναι αποτέλεσμα του απολύτου που εφαρμόζεται κατά την διεξαγωγή του ταχέως μετασχηματισμού Fourier. Επιπλέον, η μεγάλη αύξηση της τιμής της επιτάχυνσης, που ορίζει ουσιαστικά το πλάτος της ταλάντωσης, εφόσον η μέτρηση γίνεται με πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα, δεν αποτελεί πρόβλημα, καθώς πρόκειται περί φαινομένων μη γραμμικής συμπεριφοράς από την αλληλεπίδραση των κυμάτων που μεταφέρουν τη διαταραχή, με τις συνοριακές συνθήκες του κυλίνδρου και την αλλαγή του μέσου διάδοσης, από το σύνθετο υλικό στον αέρα και τις επιφανειακές ταλαντώσεις, οι οποίες βρίσκονται σε διαρκή αλληλεπίδραση με αυτόν.

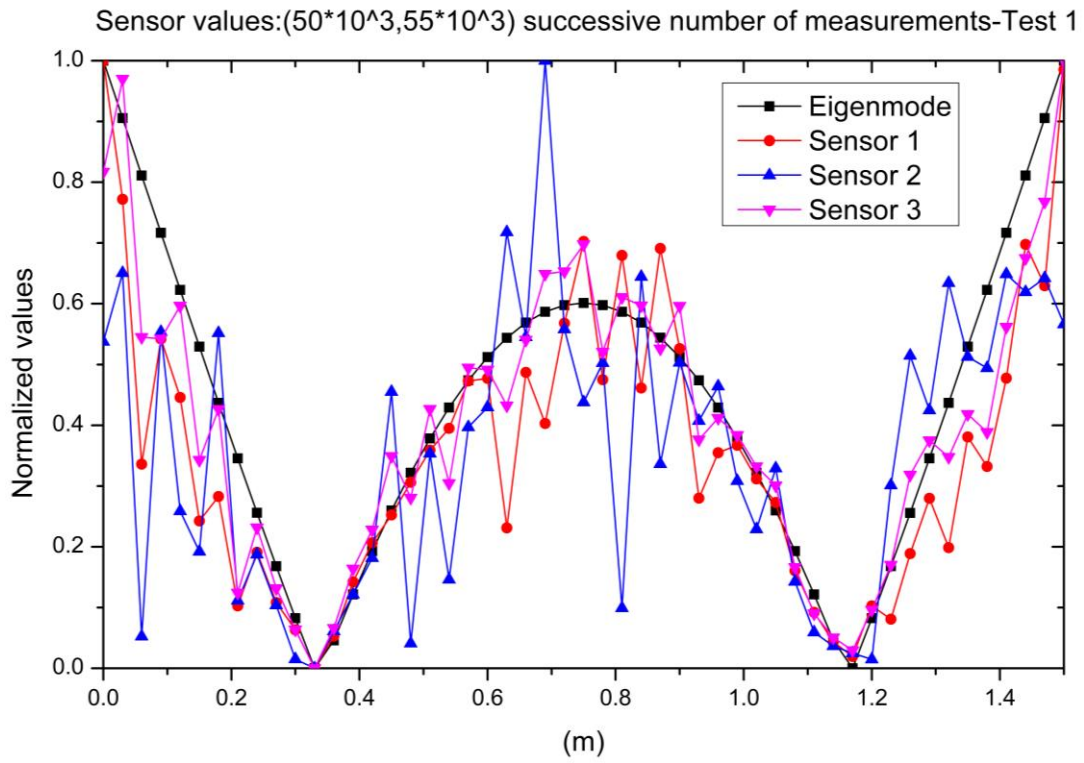
Επιπλέον από τα παραπάνω διαγράμματα, προκύπτουν όλες οι απαραίτητες επαληθεύσεις των αναγκαίων υποθέσεων πριν τη διεξαγωγή του πειράματος. Σε προηγούμενο κεφάλαιο, αναλύεται λεπτομερώς ο τρόπος ελέγχου της επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς μέσω της αρχής της αμοιβαιότητας και του μαθηματικού μοντέλου με λύση του προβλήματος των ιδιοτιμών. Η μεγάλη συνοχή των μετρήσεων από τους αισθητήρες, επιβεβαιώνει τους αρχικούς ισχυρισμούς περί γραμμικότητας του συστήματος, ενώ επιπλέον, είναι εύκολη η παρατήρηση, ότι η συχνότητα των  $f_1 = 250.1667 \text{ Hz}$  πρόκειται για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Η ύπαρξη των δύο κόμβων σε συμμετρικές θέσεις εκατέρωθεν του μέσου του κυλινδρικού σωλήνα και των αντί-κόμβων στα δύο άκρα του επιβεβαιώνει τα περί της δεύτερης ιδιομορφής.

Παρ' όλα αυτά εμφανής είναι η εκτροπή του σήματος σε αρκετά σημεία, γεγονός που δεν επιτρέπει την εμφάνιση μιας πιο λείας και κοντινότερης στο ιδανικό σήμα καμπύλης. Η απόκλιση αυτών των σημείων από την προβλεπόμενη θέση, πάντα σε σχέση με την ιδανική περίπτωση, εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, οι οποίοι υπεισέρχονται από την πειραματική διαδικασία, τυχόν ατέλειες του υλικού αλλά και τυχόν πειραματικά λάθη. Η τελευταία περίπτωση δεν θα ληφθεί υπόψιν, διότι τα όποια σφάλματα έχουν σχεδόν εκμηδενισθεί πριν τη λήψη των τελικών αποτελεσμάτων. Η φύση των σημείων εκτροπής αλλά και η ανίχνευση της πραγματικής τους θέσης μέσα στο υλικό, θα συζητηθεί παρακάτω.

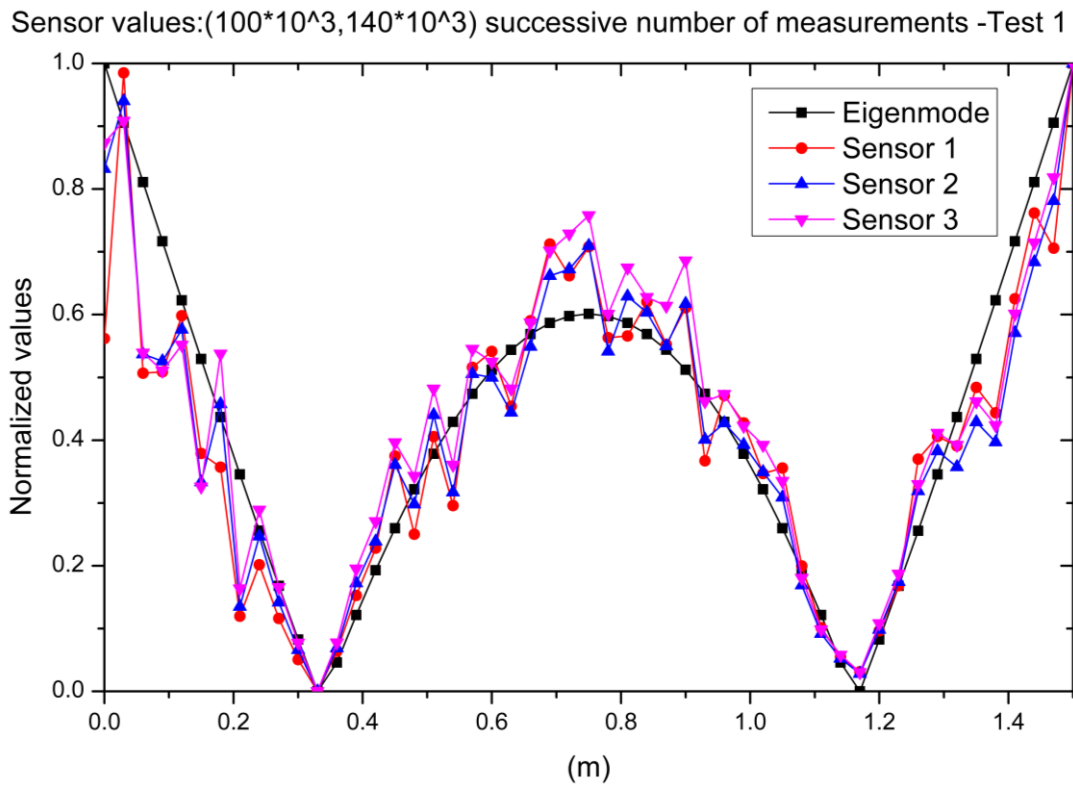
Για την ορθότερη εξέταση των δεδομένων και της κατασκευαστικής υγείας του δοκιμίου η εξέταση των τελικών διαγραμμάτων επιτελείται σε μία πιο τοπική χρονικά περιοχή της βάσης δεδομένων. Η επιλογή της περιοχής αυτής μπορεί να συνδεθεί προσεγγιστικά με τα διάφορα στάδια εξέλιξης του φαινομένου. Έχοντας υπόψιν την ανάλυση των επιταχυνσιόμετρων μπορούμε να επιλέξουμε τα διαστήματα μετρήσεων που φέρουν τις απαραίτητες πληροφορίες. Έτσι τα τρία διαστήματα αποτελούνται από το διάστημα [50.000 , 55.000], το διάστημα [100.000 , 140.000], και το διάστημα [240.000 , 260.000]. Κατά σειρά το πρώτο μας δίνει την περιγραφή του φαινομένου, περίπου κατά το χρονικό διάστημα διάδοσης της κυματικής διαταραχής εξ' αιτίας του κρουστικού φορτίου. Το δεύτερο παρέχει μια απεικόνιση κατά το διάστημα της μέγιστης επιφερόμενης επιτάχυνσης στα άτομα του σωλήνα και το τρίτο την απεικόνιση κατά τη διαδικασία απόσβεσης της ταλάντωσης. Τα διαστήματα αυτά είναι σύμφωνα και με τις μορφές των διαγραμμάτων των μετρήσεων των αισθητήρων στο φάσμα του χρόνου , όπως αυτά παρουσιάζονται παραπάνω.

Συνεπώς τα διαγράμματα που προκύπτουν εμφανίζονται παρακάτω για το πρώτο τέστ του πειράματος χάριν συντομίας, ενώ τα υπόλοιπα παρουσιάζονται στο παράρτημα Α για περαιτέρω ανάγνωση και μελέτη. Όλα τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτουν έπειτα από κανονικοποίηση στο διάστημα [0,1] και για την διευκόλυνση της σύγκρισής τους με την ιδανική μορφή της ιδιομορφής. Η τελευταία έχει προστεθεί σε κάθε ένα από αυτά. Εύκολα, μπορούμε να παρατηρήσουμε την μεγάλη απόκλιση των μετρήσεων κατά τόπους από την προσδόκιμη τιμή τους. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των πρώτων 5000 μετρήσεων η απόκλιση των αισθητήρων 1 και 3 είναι δεδομένη χωρίς ωστόσο να επηρεάζεται η σύγκλιση των μετρήσεών τους. Συγκεκριμένα στο αριστερό άκρο η διαταραχή αυτή φαίνεται να εμφανίζεται με πιστότητα σε όλα τα διαγράμματα ανεξάρτητα από το επιλεγόμενο διάστημα μετρήσεων. Το ίδιο συμβαίνει για τις παρατηρούμενες μετρήσεις κοντά στη θέση  $x = 0.5 m$ . Η γενικότερη απόκλιση των μετρήσεων του αισθητήρα 2 στο συγκεκριμένο διάγραμμα εξηγείται από το χρονικό στάδιο του φαινομένου καθώς δεν έχει γίνει ακόμα ο σχηματισμός του στάσιμου κύματος, κάτι που φαίνεται και από το διάγραμμα στο φάσμα του χρόνου.

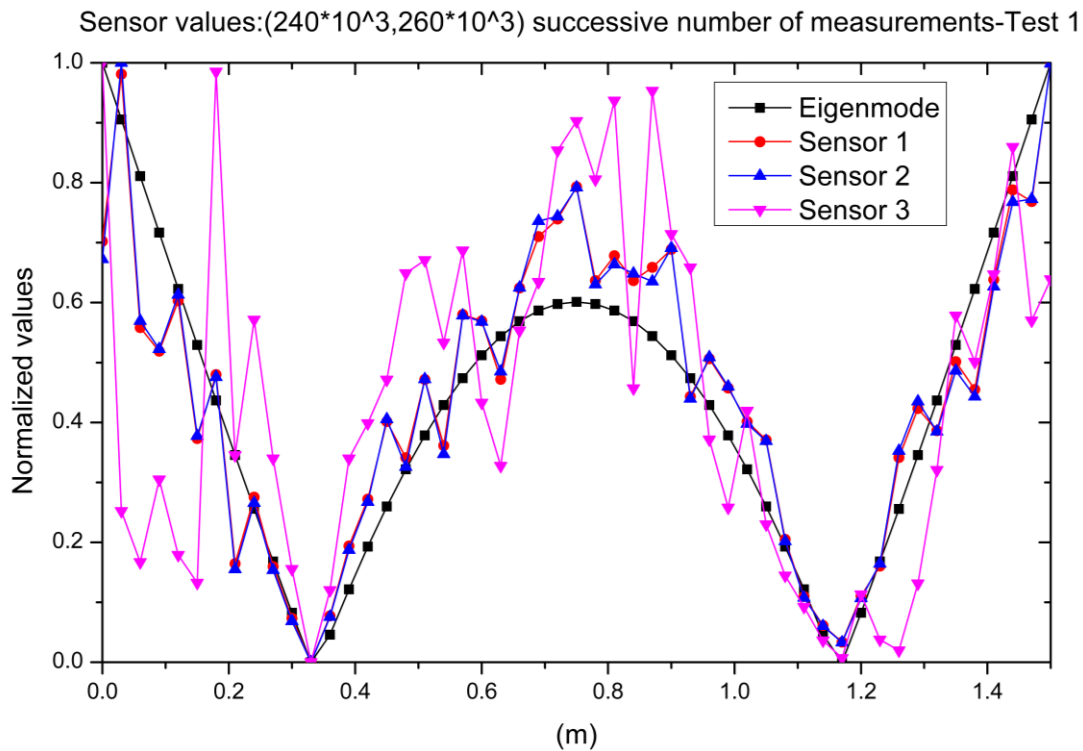




(a)



(b)



**Εικόνα 11:** Στα σχήματα 12 (a),(b),(c) παρουσιάζονται οι τομές στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας κατά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος, για διαφορετικά στάδια εξέλιξης του φαινομένου

Κατά την παρατήρηση του δεύτερου διαγράμματος – διάστημα  $[100,000, 140,000]$ , παρατηρείται μια ιδιαίτερα πιο ομαλή κατάσταση διατηρούμενων όμως των ανωμαλιών στο αριστερό άκρο και κοντά στη θέση  $x = 0.5 \text{ m}$ . Οποιαδήποτε απόκλιση στο δεξί άκρο έχει εξομαλυνθεί γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στην περιοχή αυτή η μορφή του διαγράμματος των πρώτων 5000 μετρήσεων οφείλεται στην αλληλεπίδραση της κυματικής διαταραχής με το περιβάλλον μέσο (αέρας) λόγω της συνοριακής συνθήκης του ελεύθερου άκρου.

Εν τέλει, στο τρίτο κατά σειρά διάγραμμα διατηρείται η εικόνα του διαστήματος  $[100,000, 140,000]$  μετρήσεων με τη διαφορά ότι ο αισθητήρας 3 δεν ακολουθεί την μορφή των 1 και 2. Στην περίπτωση αυτή οι μετρήσεις του αισθητήρα 3 θα εξαιρεθούν διότι το πλάτος της μετρούμενης επιτάχυνσης πριν την κανονικοποίηση είναι πολύ μικρό και κοντά στην περιοχή του μετρούμενου θορύβου από τα επιταχυνσιόμετρα, γεγονός που επηρεάζει την πιστότητα των αποτελεσμάτων.

Σε κάθε περίπτωση μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι ο τρόπος εκτροπής του σήματος στις περιπτώσεις και των τριών αισθητήρων, ακολουθεί παρόμοια συμπεριφορά. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η εκτροπή αυτή, μαρτυρά την ύπαρξη κατασκευαστικών ατελειών.

Βασιζόμενοι στα παραπάνω και τον προκαταρκτικό έλεγχο των διαγραμμάτων, καθίσταται δυνατή η επιστροφή στον κύριο στόχο της πειραματικής διαδικασίας, ο οποίος δεν είναι άλλος από τη διεξαγωγή ενός διαγνωστικού ελέγχου της «υγείας» της κατασκευής του σωλήνα μέσω της μελέτης των ιδιομορφών του. Σε όλα τα διαγράμματα που έχουν σχεδιασθεί και παρουσιαστεί έως τώρα, είναι εμφανής μία διαρκής αλλαγή στην κατεύθυνση των τοπικών ευθύγραμμων τμημάτων που ενώνουν τις διαδοχικές μετρήσεις των αισθητήρων από θέση σε θέση. Η αλλαγή αυτή είναι άμεσο επακόλουθο των ανομοιογενειών στο χώρο διάδοσης του κύματος στο μέσο. Ιδιαίτερα στην περιπτώσεις όπου ο μηχανισμός της κατασκευαστικής διαδικασίας εισάγει ανομοιογένειες και σφάλματα λόγω της πολυπλοκότητας στην δομή του αντικειμένου αλλά και σε αυτή καθ' αυτή τη διαδικασία.

Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωσή μας, το φαινόμενο αυτό είναι λογικό, διότι ο εξεταζόμενος σωλήνας αποτελεί μια πολύστρωτη κατασκευή. Τα στρώματα ρητίνης τοποθετούνται κατά την κατασκευή του σωλήνα το ένα πάνω στο άλλο, ενώ ενδιάμεσα παρεμβάλλεται η τοποθέτηση των ανθρακονημάτων. Σαν αποτέλεσμα η κατασκευή που προκύπτει περιέχει υλικά με διαφορετικές ιδιότητες τα οποία συνθέτουν από μόνα τους ένα σύνολο ανομοιογενειών. Οι ανομοιογένειες αυτές προφανώς προκαλούν εκτροπή στο λαμβανόμενο σήμα καθώς λειτουργούν ως σκεδαστές. Επιπλέον τόσο στο αριστερό άκρο όσο και κοντά στη θέση  $x = 0.5 \text{ m}$ , η απόκλιση που παρατηρείται φαίνεται να διαφέρει από τις υπόλοιπες γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στην περιοχή αυτή υπάρχουν κατασκευαστικές ατέλειες-αστοχίες ή βλάβες που προέκυψαν κατά τη λειτουργία του σωλήνα ως τμήμα μιας συνολικότερης κατασκευής. Παρ' όλα αυτά η θεώρηση αυτή έγινε αυθαίρετα και δεν φαίνεται να μπορεί να εδραιωθεί και να παράξει συμπεράσματα καθώς βασίζεται στην οπτική παρατήρηση και όχι στη σύγκριση κάποιου χαρακτηριστικού μεγέθους. Αναγκαία είναι λοιπόν η δημιουργία μιας μεθόδου σύγκρισης, η οποία θα καθιστά ευδιάκριτες τις παραπάνω παρατηρήσεις.

## 10.1 Ορισμός του όρου βλάβη και σύγκριση με την ανομοιογένεια

Σε αυτό το σημείο και πριν τη συνέχεια παρουσίασης της μεθόδου εξαγωγής και αναγνώρισης των θέσεων των τυχόν σφαλμάτων της κατασκευής, είναι απαραίτητη η προσπάθεια αποσαφήνισης των όρων της βλάβης – σφάλματος και της ανομοιογένειας. Όπως ορίσαμε στο εδάφιο που αφορούσε το φαινόμενο της σκέδασης, με τον όρο ανομοιογένεια εννοούμε οποιαδήποτε περιοχή, περικλειόμενη του μέσου διάδοσης της κυματικής διαταραχής, με δεδομένα γεωμετρικά και φυσικά χαρακτηριστικά, τα οποία του προσδίδουν διαφορετικές ιδιότητες από το μέσο. Ο ορισμός αυτός μας εξασφαλίζει τη λειτουργία της ανομοιογένειας σε ρόλο σκεδαστή για οποιοδήποτε διαδιδόμενο στο μέσο κύμα. Ωστόσο, όλα τα παραπάνω δεν μας επιτρέπουν να καταλήξουμε με ασφάλεια στο συμπέρασμα ότι η ασυνέχεια αυτή αποτελεί βλάβη ή σφάλμα που θέτει σε κίνδυνο την λειτουργία και την ακεραιότητα της κατασκευής. Είναι φυσικό το οποιοδήποτε δοκίμιο κατασκευασμένο σύμφωνα με τις πρότυπες διαδικασίες και τα υψηλότερα standards, να φέρει ατέλειες, καθώς η προσέγγιση του ιδανικού σημείου είναι πρακτικά αδύνατη. Επιπλέον η χρήση πολλές φορές κραματικών στοιχείων ή στοιχείων πρόσμιξης ή όπως και στην περίπτωσή μας στοιχείων με σκοπό την αύξηση της αντοχής και τη βελτίωση των μηχανικών ιδιοτήτων μιας κατασκευής δημιουργεί εξ αρχής ένα ανισότροπο υλικό. Επομένως, είναι προφανές, ότι κατά τη διέλευσή του κύματος από την περιοχή διάταξης των στοιχείων αυτών στο εσωτερικό του υλικού θα παρατηρείται έντονα το φαινόμενο της σκέδασης.

Από την άλλη, η χρήση των υλικών αυτών γίνεται σκοπίμως και εξυπηρετεί διάφορες μηχανικές εφαρμογές. Στην πραγματικότητα πρόκειται για στοιχεία τα οποία όχι μόνο δε φέρουν αυξημένη επικινδυνότητα αλλά αντίθετα καλύτερη συμπεριφορά κατά τη λειτουργία τους σε σύγκριση με τα πλέον συμβατικά υλικά. Συνεπώς ο τρόπος αναγνώρισης των σφαλμάτων θα πρέπει να λαμβάνει υπόψιν όλα τα παραπάνω και το τελικό συμπέρασμα να γίνεται έπειτα από αναλυτική γνώση των κατασκευαστικών μερών αλλά και του τρόπου κατασκευής των ελεγχόμενων στοιχείων. Η αναγνώριση και ταυτοποίηση ενός σφάλματος είναι ολοκληρωμένη όταν έχουν καθοριστεί το μέγεθος, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, ο τύπος του σφάλματος ( ρωγμάτωση, διάκενο στην τοποθέτηση των στρώσεων κ.α.) αλλά και τέλος ο λόγος πρόκλησης του σφάλματος. Το τελευταίο είναι απαραίτητο διότι σε διαφορετική περίπτωση ακόμα και μετά την αντικατάσταση του προβληματικού στελέχους, το σύστημα θα εμφανίσει ξανά την ίδια προβληματική συμπεριφορά με ίσως δυσμενέστερες επιπτώσεις για την υγεία της κατασκευής. Οι απαιτήσεις αυτού του τρόπου περιγραφής και

καθορισμού των διάφορων σφαλμάτων, απαιτεί πολύπλοκες διαδικασίες και κυρίως απαιτεί την εξέταση του υποψήφιου για βλάβη εξαρτήματος σε συνθήκες εκτός λειτουργίας και πολλές φορές την απεγκατάστασή του από τα υπόλοιπα μηχανικά μέρη του συστήματος. Η διαδικασία αυτή εκτός από χρονοβόρα είναι και ιδιαίτερα ζημιογόνα διότι εκτός από το κόστος εφαρμογής του διαγνωστικού ελέγχου προστίθεται και η ζημία από το προσδόκιμο όφελος λειτουργίας του εξαρτήματος.

Επομένως, κρίνεται αναγκαία η ανάπτυξη ενός πρωταρχικού διαγνωστικού ελέγχου, ο οποίος θα μας επιτρέπει την εξέταση μερών-στοιχείων μιας μηχανικής κατασκευής στο χώρο λειτουργίας τους, με σκοπό την αναγνώριση της ύπαρξης σφαλμάτων καθώς και των υποψήφιων θέσεων τους, ώστε οι διαγνωστικοί έλεγχοι να γίνονται πιο στοχευμένα και το συνολικό κόστος να ελαχιστοποιείται από τυχόν αχρείαστες επεμβάσεις για λόγους πρόληψης σφαλμάτων. Σε αυτή λοιπόν την κατεύθυνση συλλογισμών, η αναγνώριση της ύπαρξης των σφαλμάτων θα γίνει με όρους αφενός οπτικής παρατήρησης των καμπυλών των ιδιομορφών αλλά και με όρους στατιστικής σημαντικότητας. Πιο συγκεκριμένα, ο διαγνωστικός έλεγχος θα γίνει με βάση το ήδη γνωστό μαθηματικό μοντέλο που έχει αναπτυχθεί και τα σφάλματα θα αναγνωρισθούν ως μετρήσεις αποκλίνουσες της ιδανικής καμπύλης.

## **10.2 Το κριτήριο της καμπυλότητας στην ανίχνευση σφαλμάτων**

Πάρα πολλοί μελετητές και ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει τη μελέτη της στιβαρότητας και της απόσβεσης ενός συστήματος για να αναγνωρίσουν και να ορίσουν τις ατέλειές του (Su & Lin, 1992). Γενικότερα η ύπαρξη τοπικής βλάβης π.χ. ρωγμής, αστοχίας στη διαδικασία επίστρωσης των ρητινών για τα πολύστρωτα υλικά, αστοχίας τοποθέτησης των ανθρακονημάτων προκαλεί μείωση της στιβαρότητας της κατασκευής και αύξηση της απόσβεσης του συστήματος. Ειδικότερα για την πρώτη περίπτωση το αποτέλεσμα είναι μια μείωση στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος αλλά και τροποποίηση των καμπυλών των ιδιομορφών. Οι μέθοδοι αυτοί αν και αποτελεσματικοί για την ανίχνευση της ύπαρξης βλάβης αλλά και για τον καθορισμό του μεγέθους της, απαιτούν ιδιαίτερα μεγάλο όγκο υπολογισμών για τον εντοπισμό των βλαβών. Η αδυναμία αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι δύο βλάβες με παρόμοιο μήκος μπορεί να προκαλέσουν μεταβολή ίδιας ή παρόμοιας τάξης μεγέθους στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος, με αποτέλεσμα ο εντοπισμός της θέσης τους να ανάγεται σε ιδιαίτερα απαιτητική διαδικασία (Pellicano, 2007). Λύση στα παραπάνω μπορεί να αποτελέσει η μελέτη της καμπυλότητας των σχημάτων των ιδιομορφών του

εξεταζόμενου συστήματος σε σχέση με την καμπυλότητα της ιδιομορφής ενός μοντέλου που χρησιμοποιείται ως σήμα αναφοράς (Pandey et al., 1991). Η δυνατότητα αυτή παρέχεται μέσω της καμπυλότητας καθώς η τελευταία συνδέεται με τη στιβαρότητα του συστήματος μέσα από τη σχέση

$$Y'' = \frac{M}{EI} \quad (10.1),$$

όπου  $Y''$  είναι η καμπυλότητα,  $M$  η επιβαλλόμενη καμπτική ροπή,  $E$  το μέτρο ελαστικότητας και  $I$  η δεύτερη ροπή αδράνειας. Όλα τα παραπάνω αναφέρονται σε μια εξεταζόμενη περιοχή του συστήματος. Εύκολα παρατηρούμε ότι οποιαδήποτε ατέλεια μειώνει τη στιβαρότητα της κατασκευής μέσω μείωσης του παρονομαστή  $EI$  αλλά ταυτόχρονα προκαλεί αύξηση στην τιμή της καμπυλότητας. Η μεταβολή αυτή γίνεται τοπικά με αποτέλεσμα να είναι δυνατός ο εντοπισμός της θέσης της βλάβης και επιπλέον από το μέγεθος της μεταβολής μπορούμε να αντιληφθούμε και το μέγεθος της βλάβης.

### 10.2.1 Εφαρμογή κριτηρίου στα πλαίσια της μεθόδου

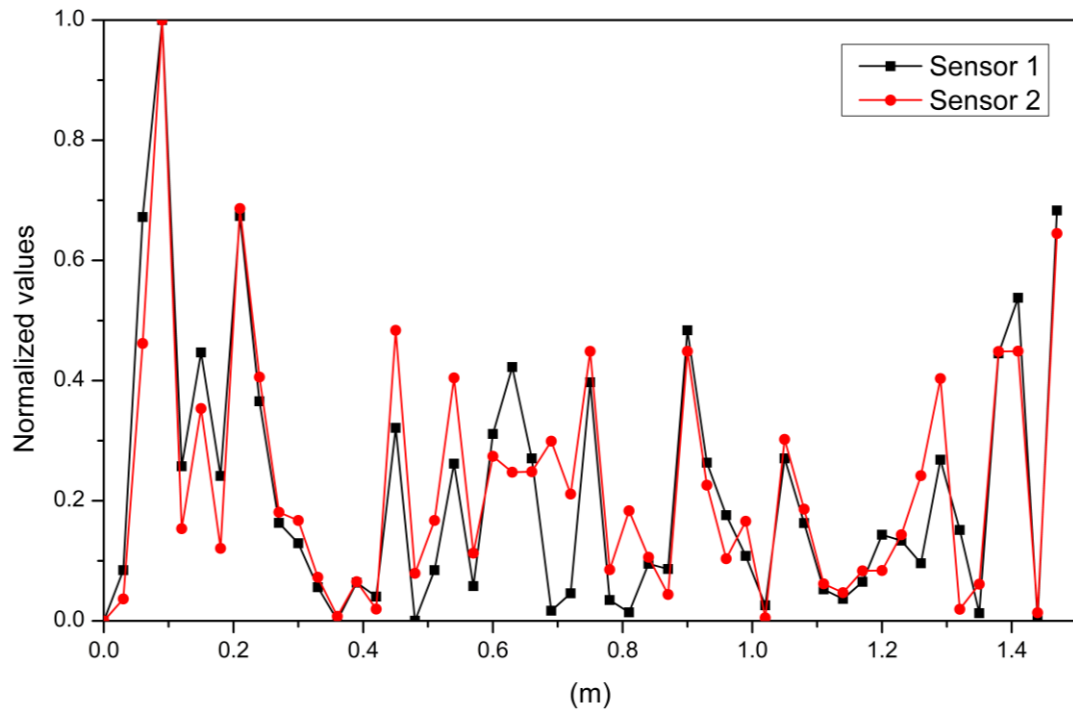
Η εφαρμογή της μεθόδου μελέτης της καμπυλότητας θα μπορούσε να καταστεί αδύνατη λόγω μη γνώσης των μεγεθών του μέτρου ελαστικότητας αλλά και της ροπής αδράνειας του συστήματος. Ειδικότερα για το μέτρο ελαστικότητας, η χρήση του θα δυσχέραινε την τέλεση των υπολογισμών καθώς δεν πρόκειται για ένα σταθερό μέγεθος σε όλο το μήκος του σωλήνα. Παρ' όλα αυτά ο υπολογισμός της καμπυλότητας είναι δυνατός με προσέγγισή της μέσω της εξίσωσης κεντρικής διαφοράς ως εξής:

$$v'' = \frac{(v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}))}{l^2} \quad (10.2),$$

όπου  $v_{i+1}$ ,  $v_i$ ,  $v_{i-1}$ , οι τιμές της καμπύλης της ιδιομορφής όπως αυτές προκύπτουν για τις 51 θέσεις μέτρησης και  $l$  το μήκος του σωλήνα.

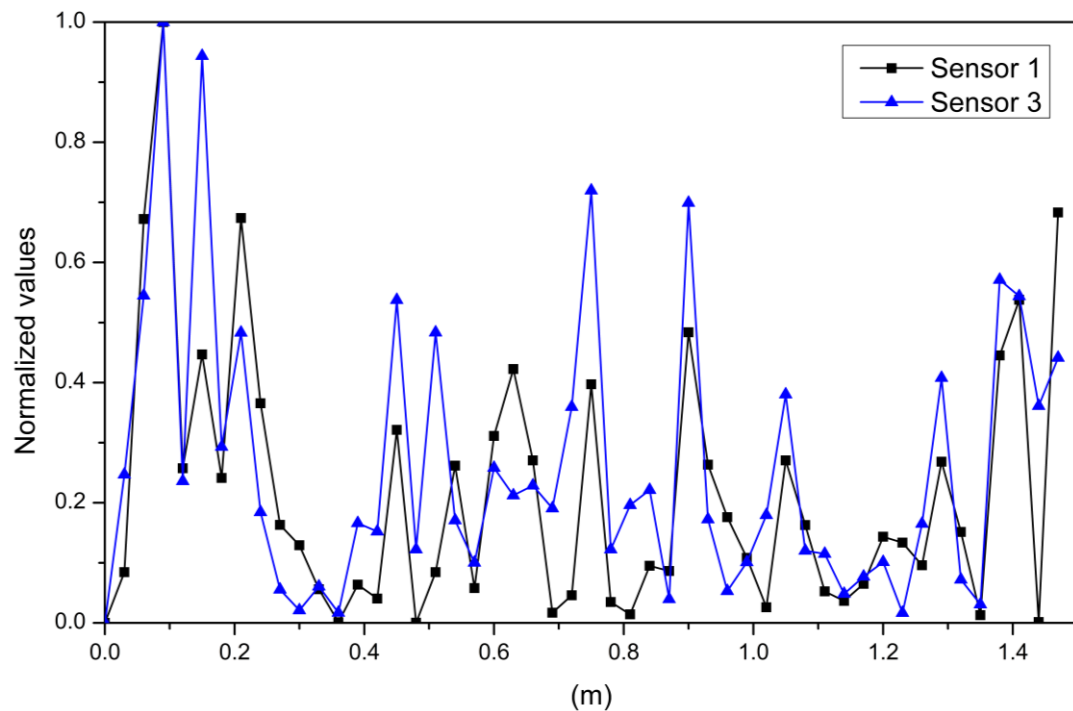
Συνεπώς προκύπτουν τα διαγράμματα της μεταβολής της καμπυλότητας μέσω αφαίρεσης της τιμής καμπυλότητας της ιδανικής ιδιομορφής από τις τιμές που υπολογίστηκαν αριθμητικά μέσω της παραπάνω εξίσωσης. Παρακάτω εμφανίζονται τα διαγράμματα των μεταβολών για κάθε αισθητήρα κατά τη δεύτερη επανάληψη του πειράματος για το διάστημα [100,000 , 140,000] μετρήσεων.

Curvature deviation:  $(100 \cdot 10^3, 140 \cdot 10^3)$  successive number of measurements-Test 1



(a)

Curvature deviation:  $(100 \cdot 10^3, 140 \cdot 10^3)$  successive number of measurements-Test 1



(b)

Εικόνα 12: Στα σχήματα 13(a),(b) παρουσιάζεται η κατανομή της βλάβης στο μήκος του σωλήνα συγκρίνοντας κατά σειρά τα ευρήματα των αισθητήρων 2,3 με αναφορά στον αισθητήρα 1.

Τα τελικά διαγράμματα μεταφέρουν με πιστότητα την ύπαρξη των ανομοιογενειών που παρατηρηθήκανε κατά την μελέτη των τομών της κορυφογραμμής της ιδιοσυχνότητας του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα η φύση της δομής του εξεταζόμενου σωλήνα αποτυπώνεται μέσω μεταβολών παρόμοιας τάξης μεγέθους στην καμπυλότητα της ιδιομορφής. Η παρόμοια φύση αυτών των μεταβολών δείχνει ότι η μετάβαση από τη μία στρώση ρητίνης στην άλλη γίνεται με σταθερό τρόπο και έτσι αποκλείεται η ύπαρξη βλάβης στην περιοχή αυτή καθώς οι ανομοιογένειες αυτές οφείλονται στον τρόπο κατασκευής και η μείωσή τους μπορεί να επιτευχθεί μόνο μέσω βελτίωσης της κατασκευαστικής διαδικασίας.

Στον αντίποδα οι ανομοιογένειες του αριστερού άκρου και της θέσης κοντά στη  $x = 0.5 \text{ m}$  εμφανίζουν μεταβολές στην καμπυλότητα ιδιαίτερα μεγάλου μεγέθους, οι οποίες είναι ευδιάκριτες ανάμεσα στις υπόλοιπες κορυφές του διαγράμματος. Η κορύφωση αυτή σηματοδοτεί την ύπαρξη βλάβης στο εσωτερικό του σωλήνα. Οι θέσεις των βλαβών ταυτίζονται με τις θέσεις εμφάνισης των κορυφών αυτών. Επομένως, μπορούμε με ασφάλεια πλέον να καταλήξουμε στο συμπέρασμα, ότι οι μεταβολές αυτές στα διαγράμματα των ιδιομορφών δεν πρόκειται παρά για κάποιου είδους βλαβών στο εσωτερικό του σωλήνα.

Ωστόσο ακόμα και τώρα είναι αδύνατο ο οποιοσδήποτε μελετητής να αποφανθεί για το είδος αλλά και το μέγεθος των βλαβών. Αυτά τα τελευταία δύο χαρακτηριστικά μπορούν να καθορισθούν είτε μέσω της χρήσης των μεθόδων που αφορούν την μελέτη της στιβαρότητας και της απόσβεσης του συστήματος είτε μέσω σύγκρισης των παρατηρούμενων μεταβολών στην καμπυλότητα, με δεδομένα βλαβών άλλων περιπτώσεων για παρόμοιο υλικό κατασκευής. Ο τελευταίος τρόπος αφορά τη δημιουργία μιας βάσης δεδομένων γεγονός που συνδέει την παραπάνω μεθοδολογία με τη χρήση και ανάπτυξη λογισμικών τεχνητής νοημοσύνης. Τα λογισμικά αυτά παρέχουν τη δυνατότητα εφαρμογής των διαγνωστικών μη-καταστρεπτικών ελέγχων σε ένα ευρύ φάσμα μηχανικών εφαρμογών κάτω από τις ιδιαίτερες συνθήκες λειτουργίας του εκάστοτε μηχανικού συστήματος.



## Κεφάλαιο 11

### 11. Ανίχνευση σφαλμάτων με χρήση του αλγορίθμου των Ορθοκανονικών Προβολών - Proper Orthogonal Decomposition

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιασθεί η χρήση του αλγορίθμου των ορθοκανονικών προβολών ως μέθοδος ανίχνευσης σφαλμάτων. Πέραν της εξαιρετικά ενδιαφέρουσας προοπτικής που δείχνει η συγκεκριμένη μέθοδος, όπως αυτό θα γίνει σαφές στη συνέχεια, αποτελεί και έναν τρόπο επαλήθευσης των αποτελεσμάτων τα οποία αποκτήθηκαν έως τώρα για την κατασκευαστική υγεία του κυλινδρικού σωλήνα.

Αν και η χρήση του αλγόριθμου αποδείχθηκε εξαιρετικά επιτυχημένη στην ρευστομηχανική, δεν είναι ωστόσο, ιδιαίτερα διαδεδομένη στο πεδίο της διαγνωστικής βλαβών και ιδιαίτερα στην ανίχνευσή τους, μέσω της μελέτης των δονήσεων και της δυναμικής απόκρισης των κατασκευών. Η πολυπλοκότητά τους στις σύγχρονες μηχανικές εφαρμογές τόσο στη λειτουργία τους όσο και στον τρόπο διάταξης των κατασκευαστικών στοιχείων σε αυτές, απαιτούν την αξιοποίηση όλο και ισχυρότερων διαγνωστικών μεθόδων. Τα πλεονεκτήματα του εν λόγω αλγορίθμου προσφέρουν τη δυνατότητα προσπέλασης κρίσιμων προβλημάτων, όπως η απαίτηση ενός σήματος αναφοράς για τη σύγκριση της υγιούς με τη βεβλαμμένη κατάσταση των υπό εξέταση αντικειμένων καθώς πρόκειται για μία μέθοδο που αντλεί τα αποτελέσματά της από τη βάση δεδομένων που της διοχετεύεται. Επιπλέον, είναι δυνατή η επεξεργασία των δεδομένων ως ένα νέφος πληροφοριών γεγονός που μας παρέχει μια συνολική εικόνα του προβλήματος καθώς με τη χρήση του αλγορίθμου επιτελείται μια γεωμετρική απεικόνιση της βάσης δεδομένων στον πολυδιάστατο χώρο  $\mathbb{R}^n$ . Επιπρόσθετα, η μείωση της τάξης του εξεταζόμενου φαινομένου δίνει σημαντικές λύσεις όσον αφορά την πολυπλοκότητα των κατασκευών, τόσο ως προς τη γεωμετρία όσο και ως προς τον τρόπο λειτουργίας τους. Συγκριτικά δε με τις περισσότερες κλασσικές μεθόδους ανίχνευσης σφαλμάτων ο εν λόγω αλγόριθμος παρέχει τα ζητούμενα αποτελέσματα με χρήση μόνο των δεδομένων του πειράματος και χωρίς την οποιαδήποτε απαίτηση για έλεγχο της γραμμικότητας του συστήματος ή τη μοντελοποίηση του φαινομένου μέσα από την κατάστρωση μαθηματικών εξισώσεων (LIANG et al., 2002), (Shane & Jha, 2011).

Πριν όμως προχωρήσουμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μεθόδου, είναι απαραίτητη η παράθεση του αναλυτικού αλγορίθμου και η ερμηνεία αυτού, για ευνόητους λόγους αντίληψης και κατανόησης των ευρημάτων καθώς και του μεγάλου οφέλους από την χρήση του.

Είναι γνωστό από τη βιβλιογραφία ότι η ανίχνευση σφαλμάτων επιτελείται με την παρατήρηση και την μελέτη των ιδιομορφών του συστήματος όπως αυτές προκύπτουν με τις κλασικές μεθόδους ανάλυσης των χρονοσειρών που συγκροτούν την βάση δεδομένων των πειραμάτων. Ωστόσο, λόγω των περιορισμών που προκύπτουν από την χαμηλή ικανότητα ανάλυσης του μετασχηματισμού Fourier (Cochran, 1967) ταυτόχρονα στο φάσμα του χρόνου και στο φάσμα της συχνότητας οδηγούμαστε νομοτελειακά στην ανάγκη χρήσης μιας διεργασίας ικανής να επεξεργάζεται τις χωρικά κατανομημένες χρονοσειρές σαν ένα σύνολο πληροφοριών, διατηρώντας την ευχέρεια εξαγωγής και ερμηνείας των φυσικών χαρακτηριστικών του φαινομένου, όπως μεταφέρονται σε αυτές. Έτσι, στο πλαίσιο αυτής της μελέτης θα αναπτυχθεί ο αλγόριθμος των ορθοκανονικών προβολών τροποποιημένος για την ανάλυση δονήσεων κυλινδρικών κελυφών με σκοπό την ανάδειξη μιας μεθόδου επεξεργασίας βάσεων δεδομένων στα φάσματα του χώρου-χρόνου βασισμένης στην μελέτη των στατικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών της κατασκευής (Georgiou, 2015). Τα χαρακτηριστικά αυτά μεταφέρονται αναμφίβολα αναλλοίωτα στα πειραματικά δεδομένα.

Ας υποθέσουμε ότι ο πίνακας  $A = M \times N$  αναπαριστά τη βάση δεδομένων, όπου  $M, N$  οι πεπερασμένες διαστάσεις του χρόνου και του χώρου αντίστοιχα. Χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούμε ότι η διάσταση  $M$  είναι αρκετά μεγαλύτερη και ότι τα δεδομένα είναι ισαπέχοντα στους άξονες του χρόνου και του χώρου αντίστοιχα. Αφαιρώντας τον μέσο όρο από τα δεδομένα θεωρούμε την ευκλείδεια ενέργεια της προκύπτουσας βάσης ως

$$E(A) \equiv \|A\|^2 \equiv \frac{2}{M-1} \times \frac{2}{N-1} \text{tr}(A^T A) \quad (11.1)$$

Με  $T$  συμβολίζουμε την πράξη αντιστροφής και με  $\text{tr}$  τη συνάρτηση του ίχνους. Μέσω αυτού του συμβολισμού η ενέργεια των δεδομένων συμπιέζεται σε μηδενικές διαστάσεις. Επιπλέον είναι γνωστό ότι η ενέργεια αυτή επιδέχεται μία καλώς ορισμένη κατάτμηση, η οποία εκφράζεται επ' ακριβώς από τις ιδιοτιμές του φάσματος του χωρικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης δύο σημείων  $K$ , όπου  $K$ :

$$R^{N \times N} \ni K \equiv \frac{2}{M-1} \times \frac{2}{N-1} (A^T A) \quad (11.2)$$

Ο όρος  $R^{N \times N}$  αναπαριστά το γραμμικό χώρο που συντίθεται από το σύνολο των  $N \times N$  πινάκων αποτελούμενων από πραγματικούς αριθμούς. Σύμφωνα λοιπόν με τη μέθοδο POD το πρόβλημα των ιδιοτιμών όπως αυτό ορίζεται από το συμμετρικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης που παρουσιάστηκε παραπάνω (11.2), συνίσταται στην εύρεση μίας και μοναδικής ανάλυσης της βάσης δεδομένων από ορθοκανονικές βάσεις κατά τον εξής τρόπο:

$$R^{M \times N} \ni A \rightarrow A_K \equiv \sqrt{\frac{2}{M-1} \times \frac{2}{N-1}} \sum_{k=1}^K \sqrt{\lambda_k} \hat{Q}_k \hat{\Phi}_k^T, \quad (11.3)$$

$$1 \leq K \leq K^* \leq N < M, \quad \lim_{K \rightarrow K^*} \|A - A_K\| \rightarrow 0,$$

όπου  $\sqrt{\lambda_k} \hat{Q}_k \hat{\Phi}_k^T$  η ορθοκανονική βάση,  $K^*$  ο αριθμός των ορθοκανονικών προβολών και  $A_K$  η ανακατασκευή της βάσης δεδομένων μέσω του αλγορίθμου, συγκλίνουσα ομοιόμορφα στην αρχική με βάση το θεμελιώδες θεώρημα της ανάλυσης που αναφέρεται στην (David & Loeve, 1955).

Όπως βλέπουμε η ορθοκανονική βάση αποτελεί μία χωροχρονική απεικόνιση της βάσης δεδομένων εάν η τελευταία αντιμετωπιστεί ως ένα αντικείμενο με καθορισμένη γεωμετρία στον πολυδιάστατο Ευκλείδειο χώρο. Ο χώρος αυτός είναι ο τριπλός Καρτεσιανός ως το γινόμενο  $R^N \times R^N \times R^N$ . Χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούμε ότι η βάση δεδομένων ανήκει μόνο στο  $R^N$ . Από την τελευταία εξίσωση φαίνεται ότι η ορθοκανονική βάση συντίθεται από τον παράγοντα συνεισφοράς  $\sqrt{\lambda_k}$  της βάσης, το πλάτος εκφραζόμενο ως  $\hat{Q}_k$  και τη μορφή, όπως αυτή καθορίζεται από τον παράγοντα  $\hat{\Phi}_k^T$ . Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι το σύνολο των  $K^*$  ορθοκανονικών μορφών και το αντίστοιχο σύνολο των  $K^*$  πλατών ικανοποιούν τις σχέσεις ορθογωνικότητας.

$$\hat{\Phi}_n \hat{\Phi}_m^T = \hat{Q}_n \hat{Q}_m^T = \delta_{nm} : \delta_{nm} = 1, \quad n = m$$

$$\delta_{nm} = 0, \quad n \neq m$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει επ' ακριβώς την ορθογωνικότητα χώρου-χρόνου ως ιδιότητα των ορθοκανονικών προβολών. Επί της ουσίας, η επεξεργασία της βάσης δεδομένων με αυτή τη μέθοδο μας παρέχει τη βέλτιστη κατάτμηση της ενέργειάς της σε ορθοκανονικές βάσεις με την ιδιότητα της ορθογωνικότητας.

Επιστρέφοντας στο πεδίο ενδιαφέροντος της παρούσης μελέτης θα αποδείξουμε βάση των αποτελεσμάτων, ότι η μέθοδος ανίχνευσης σφαλμάτων με τη βοήθεια των

ορθοκανονικών προβολών είναι εξαιρετικά χρήσιμη στη μελέτη της δυναμικής των κατασκευών. Για την εξέταση της κατασκευαστικής υγείας του κυλινδρικού σωλήνα θα χρησιμοποιηθούν τα σχήματα των ορθοκανονικών προβολών  $\hat{\Phi}_k$ . Οι καμπύλες αυτές διατηρούν τις φυσικές ιδιότητες της βάσης δεδομένων που αποκτήθηκε πειραματικά. Η ικανότητά τους αυτή να διατηρούν στο ακέραιο τα φυσικά χαρακτηριστικά του φαινομένου, περιγράφεται επαρκώς στη μελέτη του (GEORGIΟΥ, 2019), όπου και παροτρύνεται ο αναγνώστης για περαιτέρω κατανόηση της διαδικασίας.

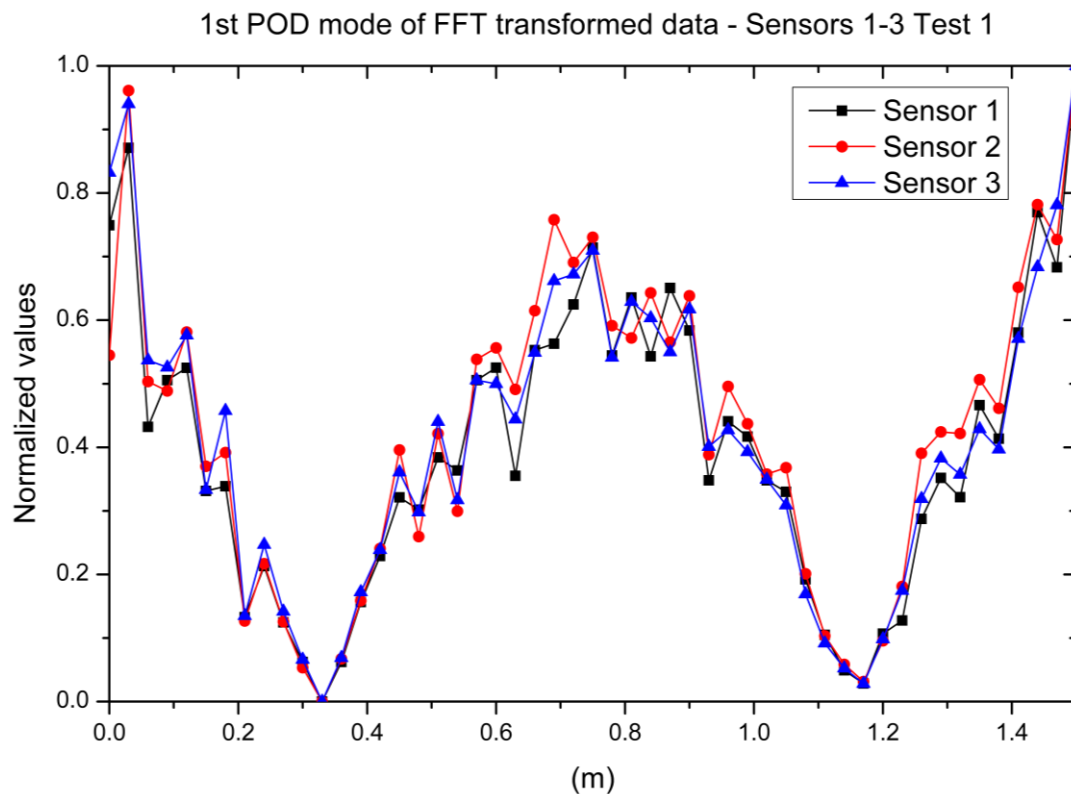
Στη συνέχεια, με σκοπό φυσικά την ανίχνευση των σφαλμάτων του κυλινδρικού σωλήνα, η ποσοτικοποίηση των διάφορων σημείων εκτροπής του σήματος, όπως αυτό αποτυπώνεται στις καμπύλες των ορθοκανονικών προβολών, θα χρησιμοποιηθεί ένα μέγεθος παρόμοιο με το κριτήριο καμπυλότητας που παρουσιάστηκε στην περίπτωση της εφαρμογής της κλασσικής μεθόδου. Πιο συγκεκριμένα η μελέτη των καμπύλων  $\hat{\Phi}_k$  θα γίνει με τη βοήθεια του ποσοστού των κυρίαρχων ορθοκανονικών προβολών των τριών αισθητήρων ανά ζεύγη (Brouzas & Georgiou, 2021). Με το χαρακτηρισμό κυρίαρχες, αναφερόμαστε το ποσό ενέργειας της βάσης δεδομένων που περιέχεται σε αυτές. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή περιοριζόμαστε στη χρήση της πρώτης ορθοκανονικής προβολής για λόγους που αφορούν το μεγάλο ποσοστό ενέργειας που παρέχεται σε αυτή και κυμαίνεται περί του 90% του συνολικού ποσού ενέργειας. Συνεπώς, ορίζουμε το λόγο

$$\Delta\Phi_{1m}^{[j/k]} = \frac{|\Phi_{1m}^{[j]} - \Phi_{1m}^{[k]}|}{|\Phi_{1m}^{[j]}|} \quad (11.4)$$

Τα  $j, k$  αναφέρονται στο διακριτικό αριθμό του επιταχυνσιόμετρον κατά σειρά τοποθέτησης στο σωλήνα ( $j, k = 1, 2, 3$ ).

Με αυτό τον τρόπο είμαστε σε θέση να ανιχνεύσουμε τη κατανομή της κατασκευαστικής βλάβης στο μήκος του κυλινδρικού σωλήνα, διατηρώντας το πλεονέκτημα της μεθόδου. καθώς αντλούμε τα συμπεράσματά μας μόνο από τα πειραματικά δεδομένα.

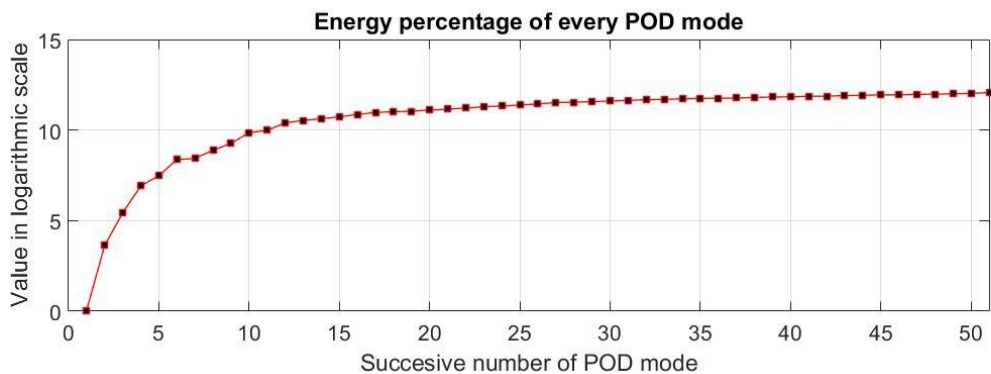
Σε συνέχεια όσων αναφέρθηκαν, περί της ικανότητας του αλγορίθμου να μεταφέρει αμετάβλητα τα φυσικά χαρακτηριστικά του φαινομένου, κατά τους μετασχηματισμούς των δεδομένων, ιδιαίτερη αξία έχει η παρατήρηση των καμπυλών που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου στα δεδομένα των αισθητήρων μετά τη χρήση του μετασχηματισμού Fourier.



**Εικόνα 13:** Η πρώτη ορθοκανονικές προβολές, όπως προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου στα μετασχηματισμένα με FFT δεδομένα κατά την εκτέλεση της αντίχνευσης σφαλμάτων με τη βοήθεια της κλασσικής μεθόδου.

Οι ισχυρισμοί μας για την ιδιότητα αυτή των ορθοκανονικών προβολών, επιβεβαιώνεται ξεκάθαρα από την μεγάλη ομοιότητα του παραπάνω διαγράμματος, με το διάγραμμα κατά την τομή στην κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας. Εκτός όμως της ομοιότητας, είναι ιδιαίτερα σημαντική η αναγνώριση της παραπάνω μορφής των καμπυλών ως μια φυσική ιδιότητα του συστήματος.

Ωστόσο, η σύγκριση των παραπάνω καμπυλών με μια επικρατούσα μορφή απόλυτα δικαιολογημένης λόγω της ύπαρξης του εντοπισμού της κυρίαρχης συχνότητας κατά το μετασχηματισμό Fourier, ίσως δημιουργούσε πρόβλημα στην περίπτωση που η εφαρμογή του αλγορίθμου γινόταν χωρίς προγενέστερη γνώση.



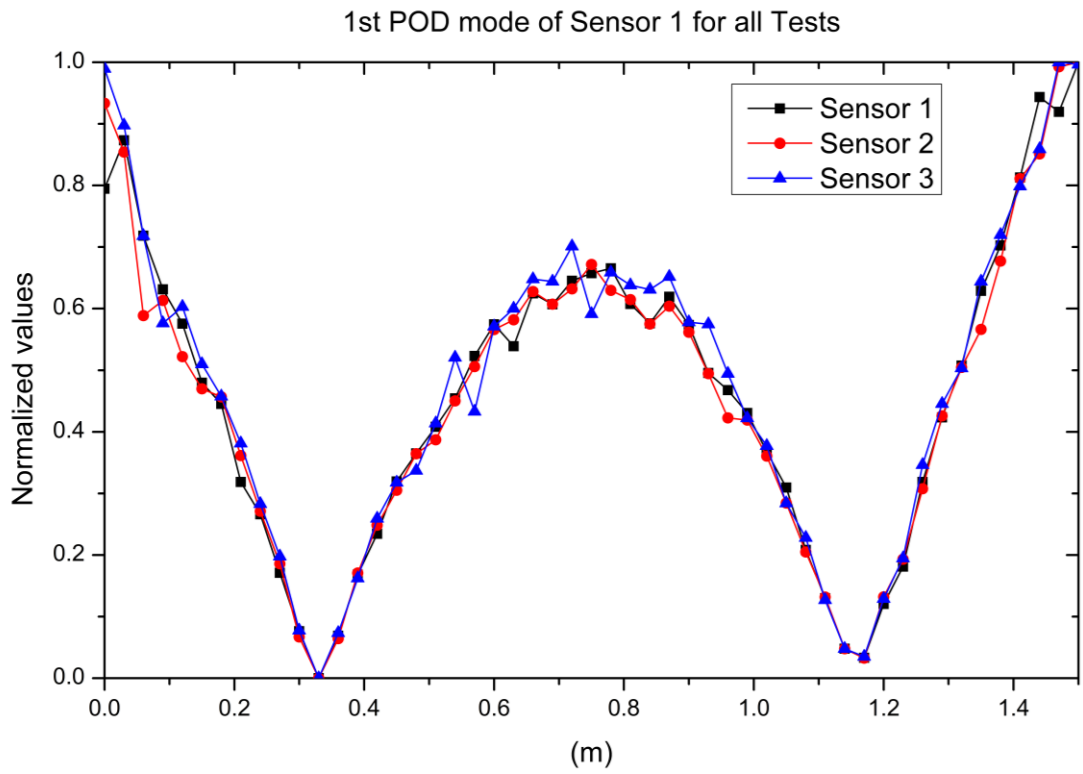
**Εικόνα 14:** Ποσοστά ενέργειας, όπως εμφανίζονται κατά αύξοντα αριθμό ορθοκανονικών προβολών.

Λύση στο παραπάνω δίνει ο υπολογισμός της ενέργειας των δεδομένων ανά ορθοκανονική προβολή. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 15, η πρώτη προβολή που μελετήθηκε προηγουμένως, φέρει το 96.61% της συνολικής ενέργειας της βάσης δεδομένων και επομένως είναι η ικανότερη να μας πληροφορήσει για τα κύρια φυσικά χαρακτηριστικά του δοκιμίου προς εξέταση.

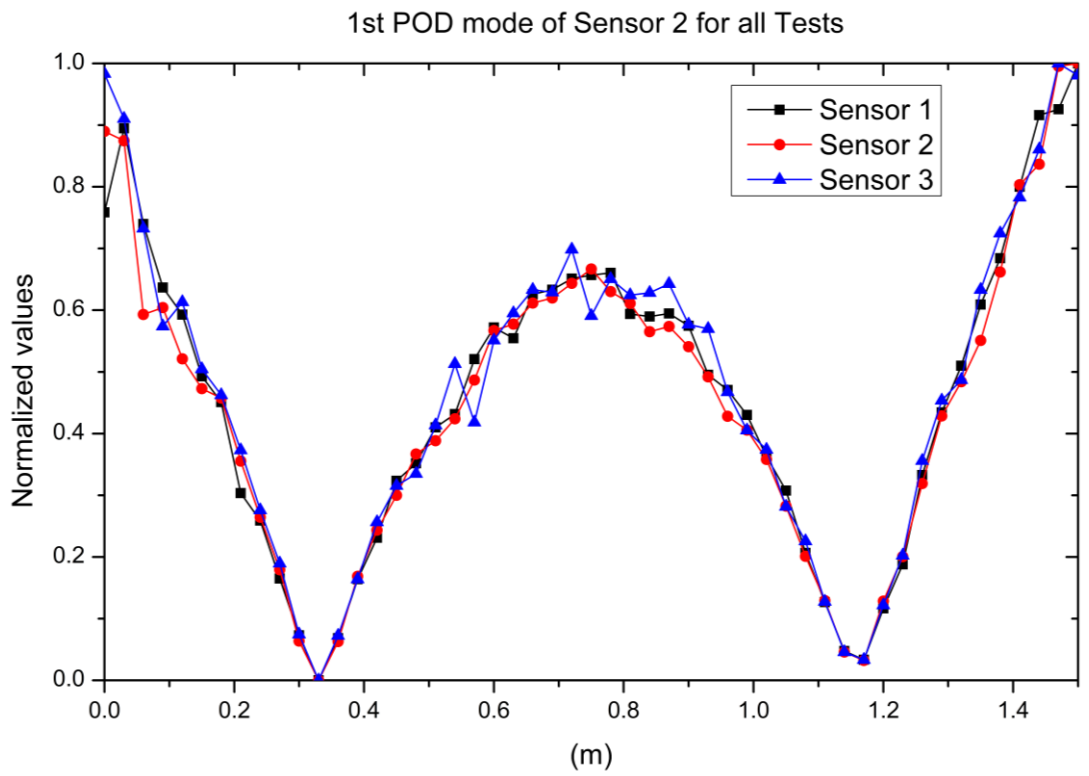
## 11.1 Εφαρμογή του αλγορίθμου

Υπολογίζοντας την πρώτη ορθοκανονική προβολή για κάθε σύνολο δεδομένων του εκάστοτε αισθητήρα από τις τρεις επαναλήψεις του πειράματος, τα κανονικοποιημένα δεδομένα τοποθετήθηκαν σε οριζόντιο άξονα ίδιο με το μήκος του σωλήνα για την ευκολότερη σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτά της κλασσικής μεθόδου.

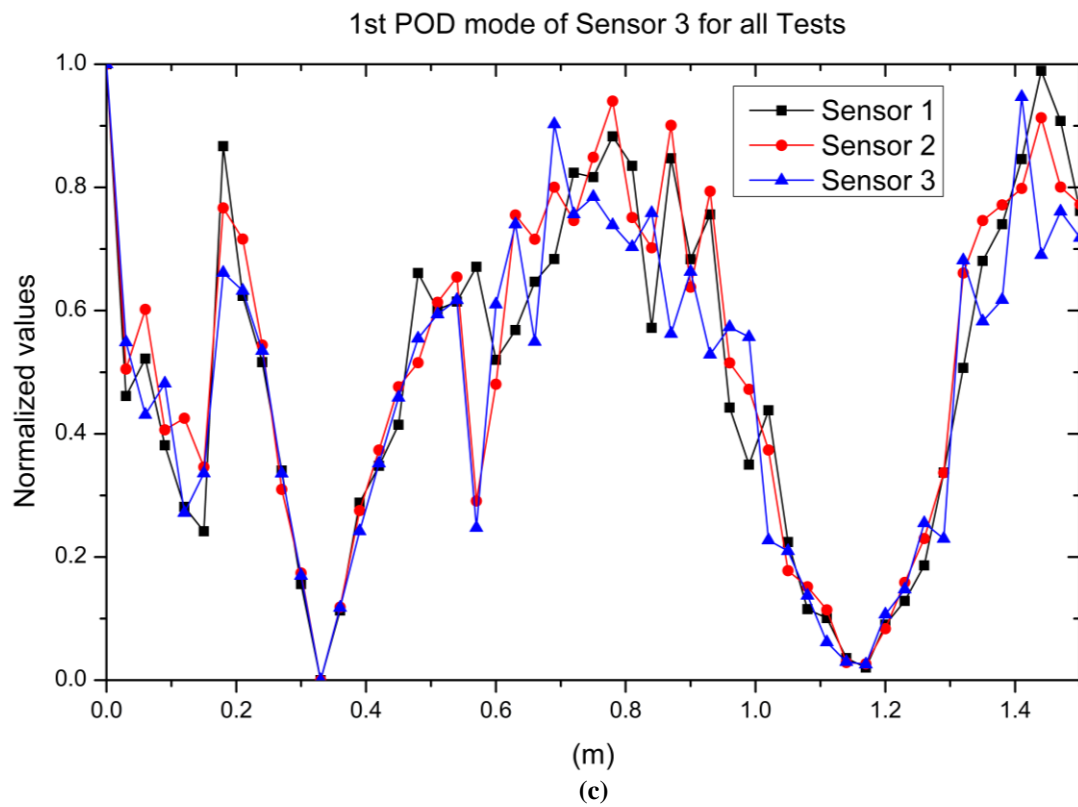
Από τα διαγράμματα που προκύπτουν γίνονται εύκολα παρατηρήσιμες κάποιες ενδιαφέρουσες ιδιότητες των ορθοκανονικών προβολών που περιεγράφηκαν προηγουμένως. Στο πρώτο διάγραμμα φαίνεται η μορφή της προβολής κατά τον υπολογισμό της από το σύνολο των δεδομένων του πρώτου αισθητήρα για όλες τις επαναλήψεις τις πειραματικής διαδικασίας. Ο υπολογισμός, όπως και στην περίπτωση της τομής κατά την κορυφογραμμή της κυρίαρχης συχνότητας, έγινε πάνω στο μήκος του σωλήνα το οποίο διατρέχεται από το σύνολο των 51 μετρήσεων, οι οποίες αναπαριστούν και τις διαστάσεις του Ευκλείδειου χώρου στον οποίο προβάλλεται η γεωμετρική απεικόνιση του φαινομένου, μέσω της βάσης δεδομένων.



(a)

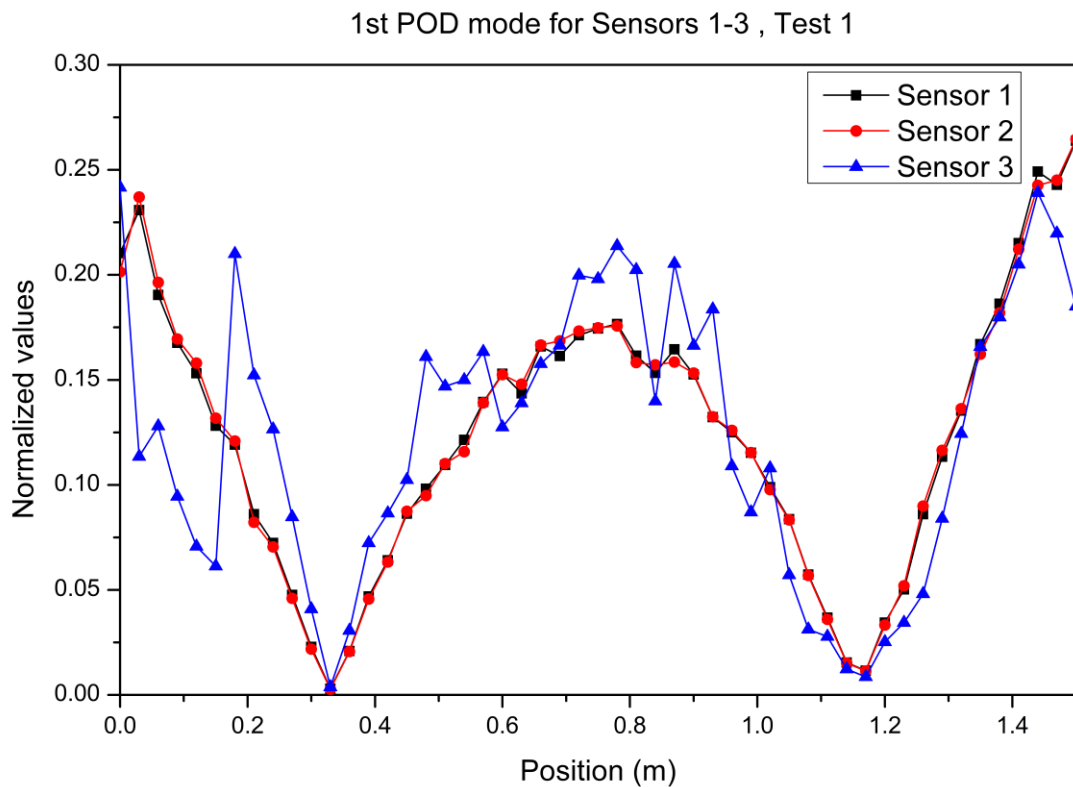


(b)



**Εικόνα 15:** Στα σχήματα 16(a),(b),(c) εμφανίζονται οι καμπύλες των πρώτων κυρίαρχων μορφών των ορθοκανονικών προβολών για τους τρεις αισθητήρες ξεχωριστά για όλες τις επαναλήψεις του πειράματος.





**Εικόνα 16:** Οι καμπύλες των πρώτων κυρίαρχων μορφών των ορθοκανονικών προβολών για τους τρεις αισθητήρες κατά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος

Οι τρεις καμπύλες εμφανίζονται σχεδόν ταυτόσημες. Το γεγονός αυτό, μας δείχνει ότι το πείραμα έχει διεξαχθεί υπό συνθήκες καλώς ορισμένες, ότι τα δεδομένα έχουν συλλεχθεί σωστά και είναι ικανά να χρησιμοποιηθούν για την μελέτη της δυναμικής απόκρισης της κατασκευής, υπό τις προϋποθέσεις που αφορούν τη διέγερσή της με όρους μικρών μετατοπίσεων. Επιπλέον, η υπολογισθείσα βάση ανταποκρίνεται σε μία κυρίαρχη συχνότητα και επομένως όπως φαίνεται από τη μορφή της - έπειτα από ανόρθωση στον θετικό άξονα- αναπαριστά μία φυσική ιδιομορφή του συστήματος ίδια με αυτή που προέκυψε μέσω της μελέτης με την κλασσική μέθοδο ανίχνευσης.

Η ιδιαίτερη σημασία αυτής της παρατήρησης είναι η αιχμή του δόρατος, η οποία αναδεικνύει στο έπακρο την υπεροχή της μεθόδου σε σχέση με την κλασσική, που χρησιμοποιήθηκε στο πρώτο σκέλος της μελέτης. Η εμφάνιση της σχεδόν ταυτόσημης συμπεριφοράς των δεδομένων του αισθητήρα 1 για όλες τις επαναλήψεις του πειράματος, επιτρέπει με ασφάλεια να προχωρήσουμε στον παρακάτω ισχυρισμό. Η μορφή των ορθοκανονικών προβολών παρέχει μια κυρίαρχη φυσική ιδιότητα του πειραματικού

στοιχείου, όσον αφορά τη δυναμική του συμπεριφορά, με τρόπο εξατομικευμένο που ανταποκρίνεται στις ιδιαίτερες κατασκευαστικές του ιδιότητες.

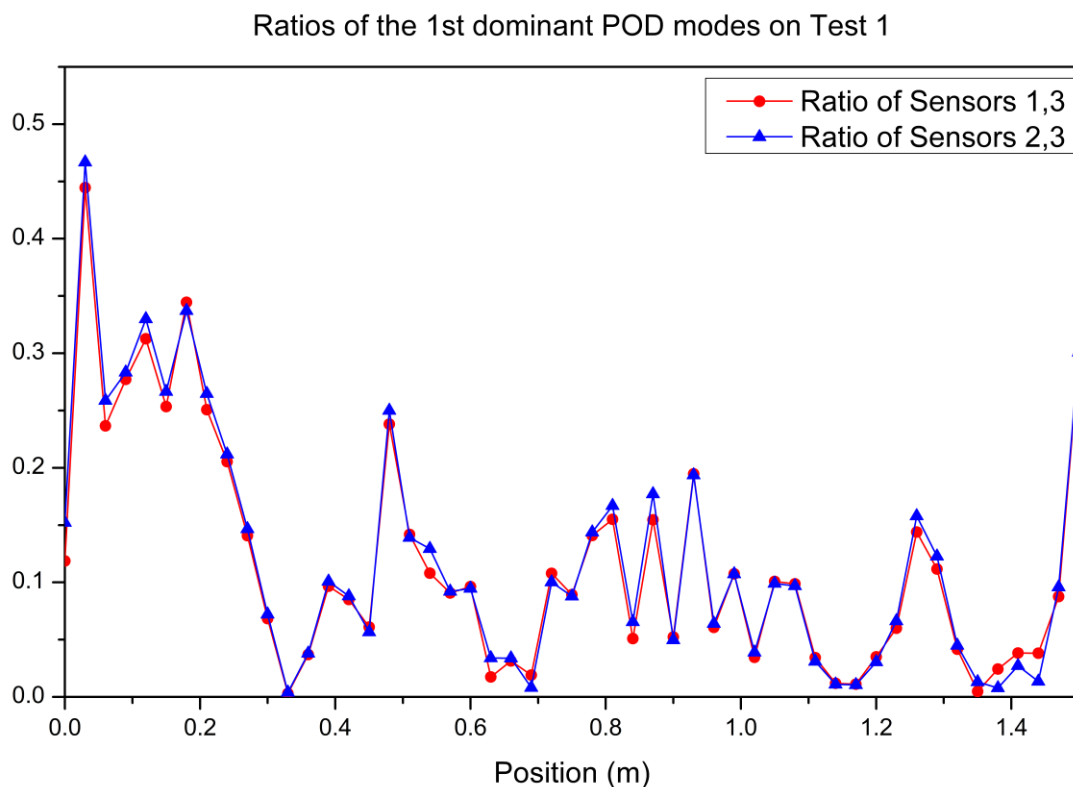
Στο δεύτερο διάγραμμα εμφανίζονται οι ιδιομορφές όπως αυτές σχηματίζονται από τον υπολογισμό των τριών ορθοκανονικών προβολών από τα δεδομένα και των τριών αισθητήρων κατά την πρώτη επανάληψη του πειράματος. Και σε αυτήν την περίπτωση πιστοποιείται για ακόμη μία φορά ο καλός τρόπος διεξαγωγής της πειραματικής διαδικασίας μέσω της επαλήθευσης της αρχής της αμοιβαιότητας, αλλά και ο ισχυρισμός της προηγούμενης παραγράφου μιας και οι τρεις καμπύλες συντείνουν μεταξύ τους και με παρόμοια μορφή όπως και η ιδιομορφή του μαθηματικού μοντέλου που αναλύθηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Οι μετρήσεις των αισθητήρων 1 και 2 εμφανίζονται σχεδόν πανομοιότυπες. Παρ' όλα αυτά οι μετρήσεις του αισθητήρα 3 δημιουργούν μια καμπύλη όμοια ποιοτικά με τις υπόλοιπες αλλά όχι ποσοτικά. Η διατάραξη της γραμμικότητας από την ίδια τη σύσταση της κατασκευής, οι μη ιδανικές συνθήκες που δεν δύνανται να επιτευχθούν σε πειραματικό πλαίσιο καθώς και οποιαδήποτε βλάβη ή ανομοιογένεια στο σωλήνα προκαλούν τον εκτροχιασμό του λαμβανόμενου σήματος. Ωστόσο αυτές οι διαφορές, έστω και μικρής τάξης μεγέθους, δημιουργούν αποκλίσεις στην καμπυλότητα, γεγονός που καθιστά τους ισχυρισμούς μας αληθείς και επαληθεύουν τη διαδικασία που ακολουθήθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο για την εύρεση των πιθανών σημείων κατασκευαστικής βλάβης.

Βέβαια η εξέταση σημείων με τόσο μικρή απόκλιση δεν είναι εύκολη μόνο με τη χάραξη των παραπάνω διαγραμμάτων. Οι αποκλίσεις αυτές θα πρέπει να μεγεθυνθούν για να είναι ασφαλής η εξαγωγή οποιωνδήποτε συμπερασμάτων. Η μεγέθυνση επιτυγχάνεται επαρκώς με τη χρήση του ποσοστού διαφοράς των κυρίαρχων ορθοκανονικών προβολών, όπως αυτό παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Στα παρακάτω διαγράμματα εμφανίζεται καθαρά η ισχύς και η δυνατότητα που προσφέρεται από τη χρήση των ορθοκανονικών προβολών. Οι διαφορές των ποσοστών των κυρίαρχων προβολών από τις μετρήσεις των αισθητήρων, μας δίνουν ξεκάθαρη εικόνα για την υγεία της εξεταζόμενης κατασκευής. Όπως και στην κλασική μέθοδο, το σήμα που προκύπτει, έχει αποκλίσεις και συνεχώς εκτρέπεται από την ύπαρξη των ανομοιογενειών. Ωστόσο οι κορυφές που εμφανίζονται βρίσκονται στην ίδια θέση όπου προηγουμένως παρουσιάστηκαν οι υποψήφιες θέσεις βλάβης, με τη χρήση του κριτηρίου της καμπυλότητας.

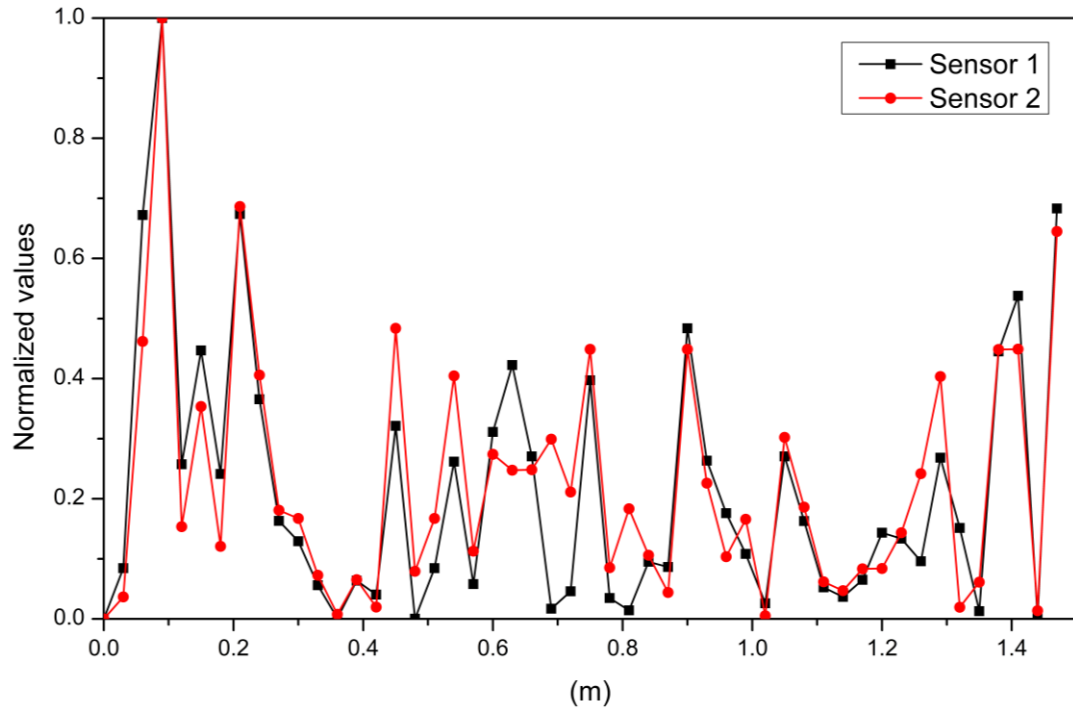
Μπορούμε λοιπόν εύκολα και με λογικό τρόπο να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι αυτή η ποιοτική ομοιότητα των σημάτων, που λήφθηκαν με τις δύο διαφορετικές μεθόδους,

επαληθεύει αφενός τα ευρήματα της πρώτης και αφετέρου πιστοποιεί την ισχύ του αλγορίθμου των ορθοκανονικών προβολών, τόσο στο επίπεδο ανίχνευσης των βλαβών στο σωλήνα όσο και στο επίπεδο του εντοπισμού των θέσεων αυτών. Η περιορισμένη χρήση ενός σήματος αναφοράς βασισμένης αποκλειστικά στο μοντέλο της κάμψης της δοκού Euler δίνει τουλάχιστον πειραματικά τη δυνατότητα εφαρμογής μιας μεθόδου με κύριο μέσο επεξεργασίας την ίδια τη βάση δεδομένων ως μέσο εξαγωγής των κατασκευαστικών σφαλμάτων αλλά και έναν τρόπο αντιστοίχισης των φυσικών ιδιοτήτων του ταλαντευόμενου σωλήνα σε μορφή διανύσματος μέσω των καμπυλών των προβολών. Η αντιστοίχιση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε εφαρμογές που απαιτούν την αναπαράσταση της δυναμικής κατασκευαστικών στοιχείων ή κατασκευών συνολικά, όπως στην περίπτωση της εκμάθησης νευρωνικών δικτύων για χρήση των τελευταίων στο πεδίο της διαγνωστικής βλαβών.



**Εικόνα 17:** Στο σχήμα εμφανίζεται η κατανομή της βλάβης, όπως αυτή προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών.

Curvature deviation:  $(100 \cdot 10^3, 140 \cdot 10^3)$  successive number of measurements-Test 1



**Εικόνα 18:** Στο παραπάνω σχήμα παρατίθεται ξανά το διάγραμμα σύγκρισης της απόκλισης της καμπυλότητας των αισθητήρων 1,2 για λόγους σύγκρισης με αυτό της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών.

## Κεφάλαιο 12

### 12. Αξιοποίηση δεδομένων-Χρήση και εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων

#### 12.1 Η φύση των νευρωνικών δικτύων

Παρά την σχετική ευκολία λήψης και την ικανοποιητική πιστότητα των παραπάνω αποτελεσμάτων και ευρημάτων, για την ποιότητα και την αξιοπιστία του εξεταζόμενου δοκιμίου, η βάση δεδομένων των παραπάνω μετρήσεων αποκτήθηκε με μια διαδικασία η οποία σκοπό είχε, να αναδείξει την απλότητα εκτέλεσης της πειραματικής διαδικασίας και την εξασφάλιση της τυχειότητας, καθώς μέσα από ένα τόσο στοιχειωδώς εκτελεσμένο πείραμα, η προτεινόμενη μεθοδολογία επεξεργασίας των μετρήσεων αποδίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα και ανταποκρίνεται επιτυχώς στην ανάγκη ανίχνευσης σφαλμάτων επί του δοκιμίου. Ωστόσο, οι ανάγκες επίβλεψης, παρακολούθησης και πρόληψης δημιουργίας ατελειών στις σύγχρονες μηχανικές κατασκευές απαιτούν την χρήση πιο συστηματικών διαγνωστικών μεθόδων με όσο το δυνατόν λιγότερο κόστος. Η έννοια του κόστους στην προκειμένη περίπτωση, αφορά όχι μόνο την οικονομική ζημία λόγω παύσης λειτουργίας της κατασκευής, κατά την διεξαγωγή των διαγνωστικών ελέγχων ή λόγω της πιθανής καθυστέρησης παράδοσης του προϊόντος από την γραμμή παραγωγής του, αλλά επιπλέον αφορά την υπολογιστική δύναμη και τον χρόνο υπολογισμού που απαιτούνται για την ολοκλήρωση των ελέγχων και την εξαγωγή αξιόπιστων αποτελεσμάτων.

Ενδεχομένως, λύση σε όλα τα παραπάνω έρχεται να δώσει η εξέλιξη και ανάπτυξη των νευρωνικών δικτύων. Η ιδέα καθώς και η χρήση τέτοιων δικτύων δεν αποτελεί κάτι καινούριο και πρόσφατο στο χώρο των επιστημών, ωστόσο η ενασχόληση του επιστημονικού χώρου με το αντικείμενο δείχνει να μην διατηρεί μία σταθερότητα. Παρ' όλα αυτά η ανάκαμψη του συγκεκριμένου πεδίου μελέτης και έρευνας τα τελευταία χρόνια επαληθεύεται από το εύρος χρήσης και εφαρμογών των νευρωνικών δικτύων. Αν και το πιο διαδεδομένο είδος εφαρμογών αφορά την περίπτωση της αναγνώρισης μοτίβου (pattern recognition) πάρα πολλά σημαντικά οφέλη στη μηχανική προκύπτουν μέσω της συσχέτισης αριθμητικών δεδομένων.

Πριν όμως την αναφορά πρότυπων τρόπων χρήσης της βάσης δεδομένων που αποκτήθηκε στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, είναι αναγκαίο να περιγράψουμε εν συντομία τον τρόπο λειτουργίας των νευρωνικών δικτύων καθώς η κατανόησή τους μας επιτρέπει να αντιληφθούμε τον τρόπο μετάβασης της πληροφορίας από την είσοδο έως την έξοδο του δικτύου, κάτι το οποίο αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την διατήρηση της φυσικής υπόστασης των αριθμητικών δεδομένων και την κατανόηση του λογικού συλλογισμού συσχετίσής τους κατά την επεξεργασία τους (Hosein et al., 2011).

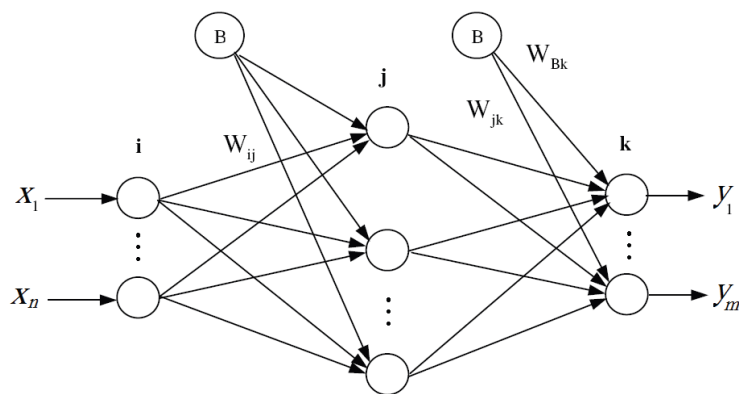
Ο όρος νευρωνικό δίκτυο εισήχθη πρώτη φορά από τους McCulloch και Pits το 1943 ωστόσο η αρχιτεκτονική, δομή και η αποδοτικότητά τους, έχει εξελιχθεί με την πάροδο των χρόνων. Σε κάθε περίπτωση όμως, τα εν λόγω δίκτυα αποτελούν μεθόδους επεξεργασίας πληροφοριών, παρόμοιες με τον τρόπο που εκπαιδεύεται και ένας βιολογικός νευρώνας. Η ομοιότητα αυτή δίνει στα νευρωνικά δίκτυα την δυνατότητα να εκπαιδεύονται με την χρήση παραδειγμάτων και εν συνεχεία να προβλέπουν το αποτέλεσμα του εκάστοτε εξεταζόμενου προβλήματος με πιστότητα. Το γεγονός αυτό, παρέχει την ευχέρεια επεξεργασίας πολύπλοκων προβλημάτων για τα οποία είτε δεν υπάρχει ήδη κατασκευασμένο αναλυτικό μοντέλο είτε η κατασκευή ενός αποτελεί μια ιδιαίτερα επίπονη διαδικασία και εν τέλει μας οδηγεί στην επεξεργασία μαθηματικών σχέσεων και αριθμητικών δεδομένων με τεράστιο υπολογιστικό κόστος.

Πιο συγκεκριμένα η λειτουργία των νευρωνικών δικτύων συνίσταται στην μετάβαση της πληροφορίας εισόδου μέσα από ένα σύνολο νευρώνων (κόμβων), των συνδέσεών τους και ένα σύνολο βαρών τα οποία αντιπροσωπεύουν τη δύναμη αυτών των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων. Στόχος κατά την εκπαίδευση ενός τέτοιου δικτύου, είναι ο υπολογισμός από το ίδιο, των κατάλληλων βαρών μεταξύ των νευρώνων έτσι ώστε τα δεδομένα εισόδου να αντιστοιχίζονται στα δεδομένα εξόδου. Όταν το παραπάνω επιτευχθεί, το δίκτυο θα είναι σε θέση να παράγει το επιθυμητό αποτέλεσμα στην έξοδό του, έπειτα από την τροφοδότηση ενός τυχαίου δείγματος δεδομένων στην είσοδο. Υπάρχουν τρεις τρόποι εκμάθησης των νευρωνικών δικτύων. Με επίβλεψη, χωρίς αυτή και με τη μέθοδο της ενίσχυσης. Ο πρώτος αναφέρεται στη μέθοδο που περιεγράφηκε προηγουμένως.

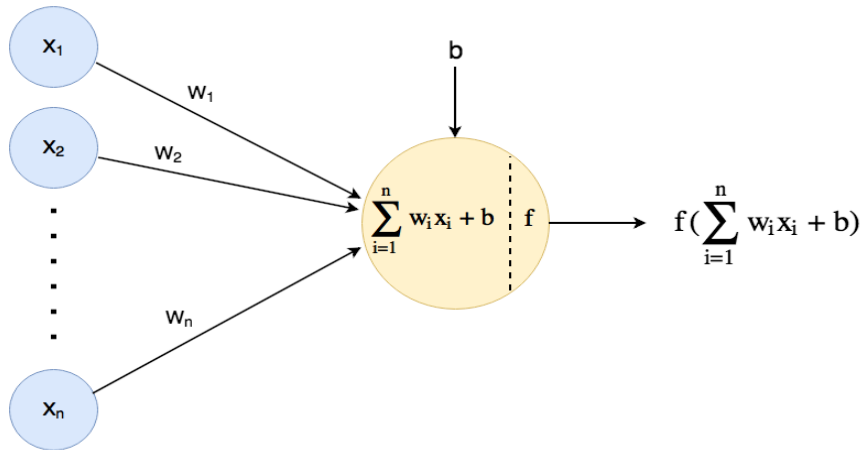
Επιπλέον των ανωτέρω, ιδιαίτερα ισχυρά ως προς την αποδοτικότητά τους είναι τα δίκτυα οπισθοδιάδοσης. Η αρχιτεκτονική ενός τέτοιου δικτύου, αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων, κατανεμημένων σε μία στρώση, που αφορά τους νευρώνες εισόδου, ενδιάμεσες κρυμμένες στρώσεις και την στρώση με τους νευρώνες εξόδου. Η πληροφορία διαδίδεται

προς τα εμπρός (είσοδος - στρώσεις - έξοδος), με τη βοήθεια μη γραμμικών συναρτήσεων ενεργοποίησης των νευρώνων έτσι ώστε από τα δεδομένα εισόδου να παράγονται τα δεδομένα εξόδου. Η ισχύς των δικτύων οπισθοδιάδοσης αφορά την μείωση του σφάλματος μεταξύ των παραγόμενων δεδομένων εξόδου και των επιθυμητών όπως αυτά έχουν οριστεί . Η μείωση αυτή επιτυγχάνεται με τη διάδοση του σφάλματος προς τα πίσω στο εσωτερικό του δικτύου και την προσαρμογή των βαρών , των δυνάμεων των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων (Hecht-Nielsen, 1989).

Η αρχιτεκτονική και η δομή ενός νευρωνικού δικτύου θα πρέπει να επιλέγεται από τον εκάστοτε μελετητή με σκοπό την εξασφάλιση της μέγιστης αποδοτικότητας κάθε φορά ανάλογα με τη φύση του εξεταζόμενου προβλήματος. Ωστόσο, σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η παρουσίαση ενδεικτικών τρόπων αξιοποίησης της βάσης δεδομένων που αποκτήθηκε κατά την πειραματική διαδικασία για χρήση σε διάφορες μηχανικές εφαρμογές και την ενθάρρυνση της χρήσης των νευρωνικών δικτύων σε τέτοιου είδους εφαρμογές για τους λόγους που αναπτύχθηκαν εκτενέστερα παραπάνω. Σαν αποτέλεσμα η αρχιτεκτονική του δικτύου που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια είναι ενδεικτική και εξυπηρετεί την παρουσίαση της συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων εισόδου – εξόδου κατά την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου. Τα παραπάνω αφορούν και την επιλογή της συνάρτησης ενεργοποίησης.



(a)



(b)

**Εικόνα 19:** Στις εικόνες 20 (a),(b) παρουσιάζονται τυπικές δομές της αρχιτεκτονικής ενός τυπικού νευρωνικού δικτύου και ενός νευρώνα αντίστοιχα.

Όπως είναι φανερό από τα διαγράμματα που εμφανίζονται παραπάνω τα δεδομένα στην είσοδο του δικτύου τροποποιούνται με τη βοήθεια της συνάρτησης :

$$\eta = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b \quad (12.1)$$

στην είσοδο του νευρώνα και εν συνεχεία υπολογίζονται οι τιμές εξόδου με τη βοήθεια της συνάρτησης ενεργοποίησης:

$$y = \frac{1}{e^{-\frac{\eta}{T}}} \quad (12.2),$$

όπου  $x_i$  τα αριθμητικά δεδομένα ,  $w_i$  τα βάρη,  $b$  η αξία μεροληψίας του νευρώνα και τέλος  $T$  μία παράμετρος ορισμένη από το χρήστη.

Καθώς όλα τα παραπάνω δημιουργούν ένα ικανοποιητικό πλαίσιο κατανόησης του τρόπου λειτουργίας των νευρωνικών δικτύων, καθίσταται πλέον δυνατή η περιγραφή των τρόπων αξιοποίησης της βάσης δεδομένων υπό το πρίσμα της τεχνητής νοημοσύνης. Σε κάθε περίπτωση κυρίαρχο ρόλο έχει η ανάδειξη της ισχύος της αποκτηθείσας βάσης δεδομένων και μια προκαταρκτική συζήτηση για την πιθανή συνεισφορά των νευρωνικών δικτύων στην εξαγωγή συμπερασμάτων, μέσω της συσχέτισης συγκεκριμένων αριθμητικών δεδομένων ως μεταφορέων των φυσικών χαρακτηριστικών του φαινομένου διέγερσης.



Πριν όμως από την παρουσίαση συνοπτικών παραδειγμάτων εφαρμογών των νευρωνικών δικτύων στη βάση δεδομένων του πειράματος, είναι απαραίτητη η εξήγηση του τρόπου συνεισφοράς των ορθοκανονικών προβολών στην εκπαίδευση και στην τελική λειτουργία των δικτύων. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως οι ορθοκανονικές βάσεις με την ικανότητα να εξάγουν τις φυσικές και δη δυναμικές ιδιότητες των υπό μελέτη κατασκευών, δημιουργούν μια τεράστια προοπτική στην ποιότητα του διαγνωστικού αποτελέσματος. Μια εφαρμογή συνέλιξής τους με τα ήδη υπάρχοντα νευρωνικά δίκτυα, παρέχει εξατομικευμένο χαρακτήρα στο διαγνωστικό αποτέλεσμα, αυξάνοντας τη δύναμη της πληροφορίας που τροφοδοτείται στην είσοδο του νευρωνικού, το οποίο γνωρίζει με τη βοήθεια της αντιστοίχισης των φυσικών ιδιοτήτων σε μορφή διανύσματος, τις ιδιαιτερότητες του υπό εξέταση αντικειμένου.

## 12.2 Παραδείγματα εφαρμογών και Εκπαίδευσης

Μια πρώτη προσέγγιση αφορά το βασικό πρόβλημα της πρόληψης και της πρόβλεψης της δυναμικής συμπεριφοράς ενός κατασκευαστικού στοιχείου ή της συνολικής κατασκευής κατ' επέκταση, υπό την εφαρμογή δεδομένης δύναμης φόρτισης. Η αρχική μορφή της βάσης δεδομένων αποτελείται από χρονοσειρές οι οποίες περιγράφουν την δυναμική απόκριση του κυλίνδρου μετά την εφαρμογή της δύναμης διέγερσης. Η διάρκεια των μετρήσεων ανέρχεται στο συνολικό χρόνο των 6 δευτερολέπτων. Παρατηρώντας τμηματικά τις χρονοσειρές ως προς το χρόνο μας δίνεται η ευκαιρία συσχέτισης των χρονοσειρών μεταξύ τους ανά διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Κατ' αυτόν τον τρόπο το δίκτυο μπορεί να εκπαιδευθεί έτσι ώστε να είναι σε θέση να προβλέψει την μελλοντική εικόνα του γραφήματος της δυναμικής απόκρισης του ταλαντευόμενου αντικειμένου. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι η εξαίρεση από το σύνολο των μετρήσεων των τιμών που αφορούν το μεταβατικό στάδιο κατά την κυματική διάδοση της διαταραχής στο μέσο κατά ένα μικρό χρονικό διάστημα αμέσως μετά την εφαρμογή της κρουστικής δύναμης. Συνεπώς το προκύπτον ζεύγος εκπαίδευσης διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{Είσοδος: } A_j = [a_i, a_{i+1}, \dots, a_n]$$

$$\text{Έξοδος: } A_j = [a_k, a_{k+1}, \dots, a_m] \text{ όπου } i, n, t, m \in [10^5, 3 * 10^5],$$

διαδοχικές σταθερές που αφορούν την χρονική σειρά συλλογής της εκάστοτε μέτρησης κατά την j-οστή επανάληψη του πειράματος καθ' όλο το μήκος του δοκιμίου.

Επιπρόσθετα και σε συνάφεια με την συλλογιστική πορεία της παρούσης μελέτης στα προηγούμενα κεφάλαια τα πειραματικά δεδομένα δύνανται να χρησιμοποιηθούν για μια ταχύτατη εξέταση της υγείας της κατασκευής. Είναι γνωστό από τη βιβλιογραφία ότι η ύπαρξη ανομοιογενειών και πιθανότατα σφαλμάτων στο σύνολο της κατασκευής προκαλεί μια μείωση στις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων όπως αυτές αποτυπώνονται έπειτα από τη χρήση του μετασχηματισμού Fourier. Επομένως θα ήταν δυνατή η εκτίμηση της κατασκευαστικής υγείας ενός στοιχείου μέσω της συσχέτισης των χρονοσειρών με τα αντίστοιχα διαγράμματα FFT. Ωστόσο η συγκεκριμένη βάση δεδομένων δεν αναπτύχθηκε ως προς αυτή την κατεύθυνση με αποτέλεσμα το παραπάνω να μην είναι εφικτό καθώς τα δεδομένα ανταποκρίνονται σε μία κυρίαρχη ιδιοσυχνότητα. Λύση σε αυτό έρχεται να δώσει η κατάστρωση των διαγραμμάτων των μεταβολών της καμπυλότητας. Θεωρώντας ότι η συγκεκριμένη διαδικασία ανίχνευσης σφαλμάτων αφορά αντικείμενα όπως και αυτό που εξετάστηκε στο πείραμα που περιεγράφηκε, η συσχέτιση ενός κανονικοποιημένου στιγμιότυπου επιταχύνσεων με το αντίστοιχο διάγραμμα καμπυλότητας παρέχει μια καθαρή εικόνα για την ύπαρξη σφαλμάτων με επιπλέον τη δυνατότητα εντοπισμού της θέσης της ανομοιογένειας. Συνεπώς,

Είσοδος :  $A_j = [a_1, a_2, \dots, a_{51}]$  στιγμιότυπο κανονικοποιημένων επιταχύνσεων

Έξοδος :  $B_j = [c_1, c_2, \dots, c_{51}]$  τιμές μεταβολής της καμπυλότητας.

Τελικώς, το τελευταίο σενάριο εκπαίδευσης ενός νευρωνικού δικτύου που θα παρουσιαστεί στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, αφορά την πρόβλεψη της δυναμικής απόκρισης μίας κατασκευής κάτω από φόρτιση, με δεδομένη χρονική κατανομή δύναμης. Η αποδοτικότητα και η πιθανή επιτυχία αυτού του σεναρίου αξιοποίησης της βάσης δεδομένων, ίσως επισκιάζεται από την απαίτηση επαρκούς γραμμικής συμπεριφοράς αλλά και την εξασφάλιση της τυχειότητας των συλλεχθέντων δεδομένων της εφαρμοζόμενης δύναμης. Ξεπερνώντας το πρόβλημα της γραμμικότητας καθώς αναλύθηκε εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο, η τυχειότητα των δεδομένων που αφορούν τις κατανομές των δυνάμεων διέγερσης είναι κρίσιμη. Κάτι τέτοιο είναι φυσικό, διότι με απόλυτη τυχειότητα εμφανίζονται οι αντίστοιχες δυνάμεις στις περισσότερες μηχανικές εφαρμογές, όπου τα κατασκευαστικά στοιχεία έρχονται σε άμεση επαφή με το περιβάλλον. Η τελευταία αυτή απαίτηση καλύπτεται ικανώς από τον τρόπο εκτέλεσης του πειράματος. Η εφαρμογή της δύναμης με την κρουστική μορφή της επιτελέστηκε με τη φυσική κίνηση του χεριού χωρίς κανέναν έλεγχο επί της διαδικασίας. Επομένως η κίνηση αυτή δεν μπορεί να περιγραφεί και

να οριστεί με τη βοήθεια κάποιου μαθηματικού μοντέλου και οι τιμές που αποδίδει, είναι εντελώς τυχαίες υπακούοντας βέβαια στην απαίτηση για μια μικρού μεγέθους διέγερση. Άρα η τελική μορφή του εκπαιδευτικού πακέτου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{Είσοδος: } F_j = [f_i, f_{i+1}, \dots, f_{3 \cdot 10^5}]$$

$$\text{Έξοδος: } A_j = [a_i, a_{i+1}, \dots, a_{3 \cdot 10^5}]$$

Παρ' όλες τις προϋποθέσεις που κρίνονται απαραίτητες για την επιτυχία αυτής της εφαρμογής, η ιδέα δείχνει εξαιρετική προοπτική σε περιπτώσεις όπου οι δυνάμεις κατανέμονται με βάση κάποια συγκεκριμένα πρωτόκολλα (στατιστικά κ.α.).

Σε κάθε περίπτωση η επιστράτευση των νευρωνικών δικτύων προς την κατεύθυνση της διαγνωστικής σφαλμάτων φαίνεται ικανή να δώσει λύσεις σε σημαντικά και πολλές φορές ίσως απροσπέλαστα προβλήματα των σύγχρονων μηχανικών εφαρμογών. Η προσφερόμενη δυνατότητα πρόληψης, παρακολούθησης της λειτουργίας των κατασκευών και διενέργειας διαγνωστικών ελέγχων σε πραγματικό χρόνο με ταχύτητα εκτέλεσης και αποδοτική πιστότητα αποτελεσμάτων, ακόμη και απομακρυσμένα στην περίπτωση μη φιλικών προς τον άνθρωπο περιβαλλόντων λειτουργίας, δημιουργούν με σιγουριά τις βάσεις για την κατάστροφη κατασκευαστικών εφαρμογών, που μέχρι τώρα φαντάζονταν εξαιρετικά δύσκολες.

## Κεφάλαιο 13

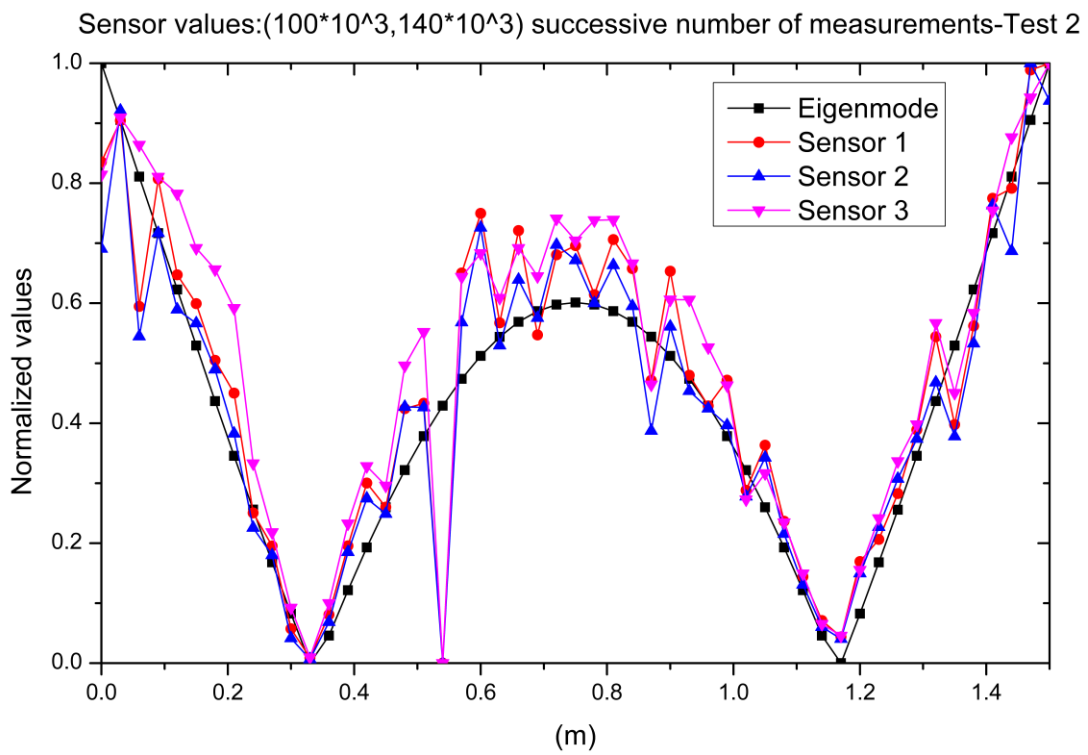
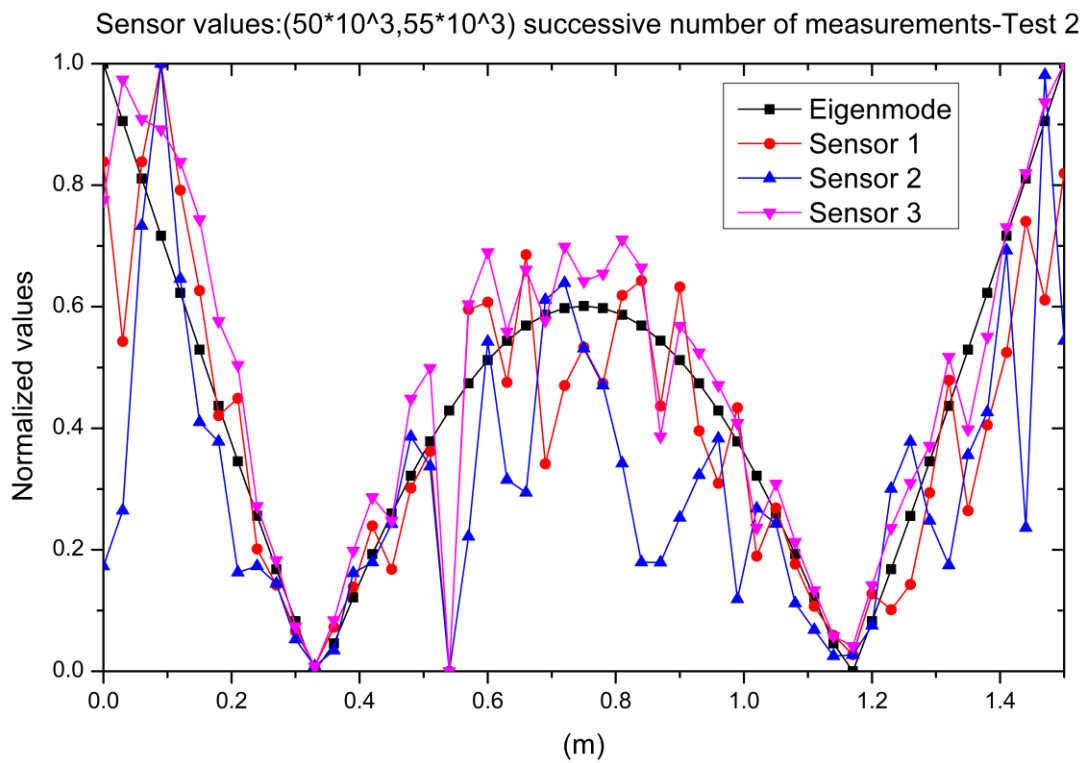
### 13. Συμπεράσματα

Στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, αξιολογήθηκε η κατασκευαστική υγεία ενός κυλινδρικού σωλήνα με επένδυση ανθρακονημάτων μέσω μιας βάσης δεδομένων επιταχύνσεων έπειτα από τη διέγερση του σωλήνα. Η κατανομή των σφαλμάτων κατά το μήκος του κυλίνδρου, βρέθηκε μέσω της χρήσης μιας κλασσικής μεθόδου ανίχνευσης σφαλμάτων, βασιζόμενη σε ανωμαλίες που εντοπίστηκαν στη μορφή των κυρίαρχων καμπυλών δόνησης, όπως αυτές προκύπτουν από τα πειραματικά δεδομένα, με τη βοήθεια ενός κριτηρίου καμπυλότητας. Στη συνέχεια, η διαδικασία επαναλήφθηκε με τη χρήση της μεθόδου των ορθοκανονικών προβολών. Στο πλαίσιο αυτής της μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν μόνο τα πειραματικά δεδομένα ως πηγή έκφρασης των κατασκευαστικών σφαλμάτων του κυλίνδρου. Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν ολοφάνερα την υπεροχή των ορθοκανονικών προβολών, έναντι των κλασσικών μεθόδων ανίχνευσης σφαλμάτων. Η ικανότητά τους να ανιχνεύουν τις φυσικές ιδιότητες του δοκιμίου, παρά την μεγάλη πολυπλοκότητα που εισάγουν οι οποιοσδήποτε ανωμαλίες στη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος, συνηγορεί προς αυτή την κατεύθυνση.

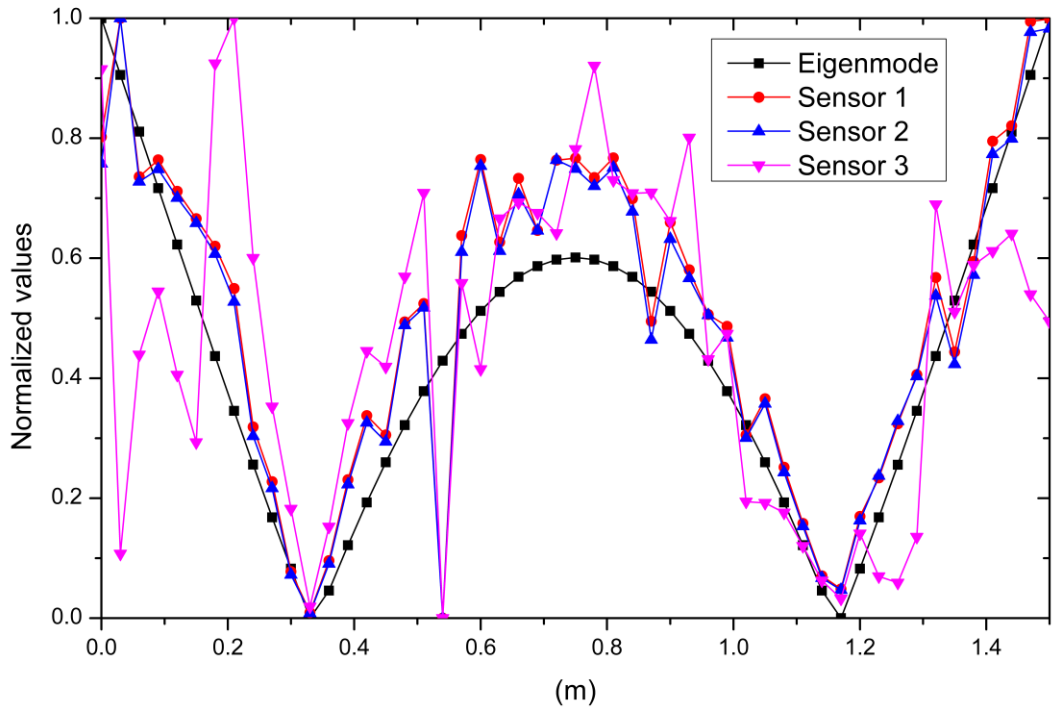
Οι σύγχρονες μηχανολογικές εφαρμογές απαιτούν τη δημιουργία διαγνωστικών μεθόδων ικανών να παρέχουν υψηλή ποιότητα αποτελεσμάτων, παρά τις πολυπλοκότητες στην κατασκευαστική δομή, τη γεωμετρία και τις αντίξοες συνθήκες του περιβάλλοντος εργασίας. Η μεγάλη εξέλιξη των μηχανολογικών κατασκευών, επιβάλλεται να συνοδευτεί από εξίσου αποτελεσματικά μετρητικά συστήματα και ισχυρές διαγνωστικές μεθόδους. Η χρήση των ορθοκανονικών προβολών και ο συνδυασμός τους με τα νευρωνικά δίκτυα συμβαδίζει με αυτή την προοπτική. Σύγχρονες με την παρούσα μελέτες, αποδεικνύουν την ικανότητα υπερκερασμού της μη γραμμικής συμπεριφοράς, σε αρκετές περιπτώσεις δυναμικών συστημάτων, των νευρωνικών δικτύων (Joy et al., 2018). Ο συνδυασμός των δύο μέσα από την εξατομίκευση των φυσικών ιδιοτήτων των ανωμαλιών και την αποτελεσματική τους έκφραση με όρους αντιστοίχισης από τις ορθοκανονικές προβολ δημιουργεί μια νέα προοπτική στην διάγνωση βεβλαμμένων καταστάσεων ή ακόμα και στην πρόληψη αυτών (Altabey & Noori, 2017), (Wang et al., 2020), (Mohanty et al., 2010). Η μελέτη της δυναμικής

συμπεριφοράς των βλαβών ανοίγει το δρόμο για την κατανόηση του μηχανισμού της εξέλιξής τους, όσον αφορά την επίδρασή τους στη συμπεριφορά των δυναμικών συστημάτων.

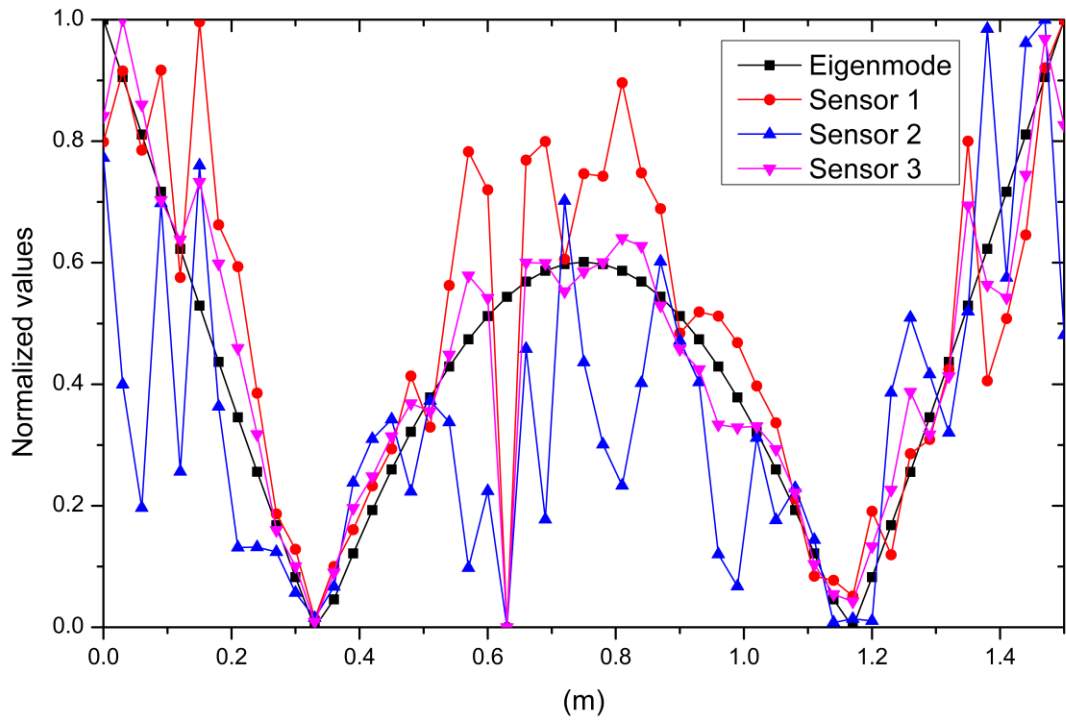
# Παράρτημα Α



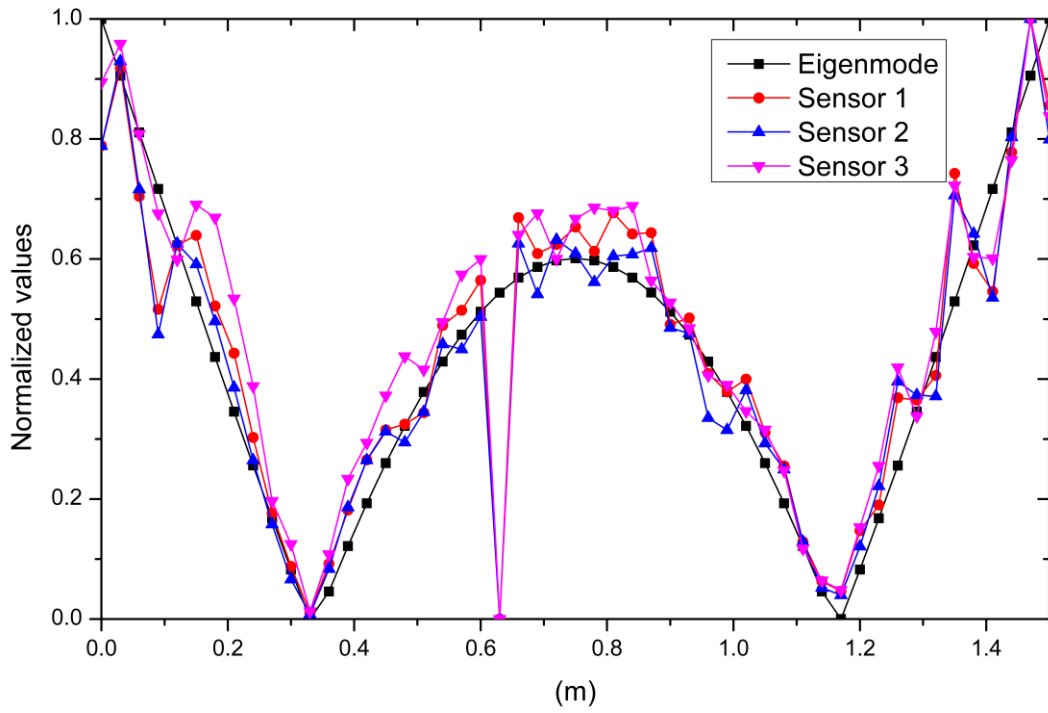
Sensor values:( $240 \cdot 10^3, 260 \cdot 10^3$ ) successive number of measurements-Test 2



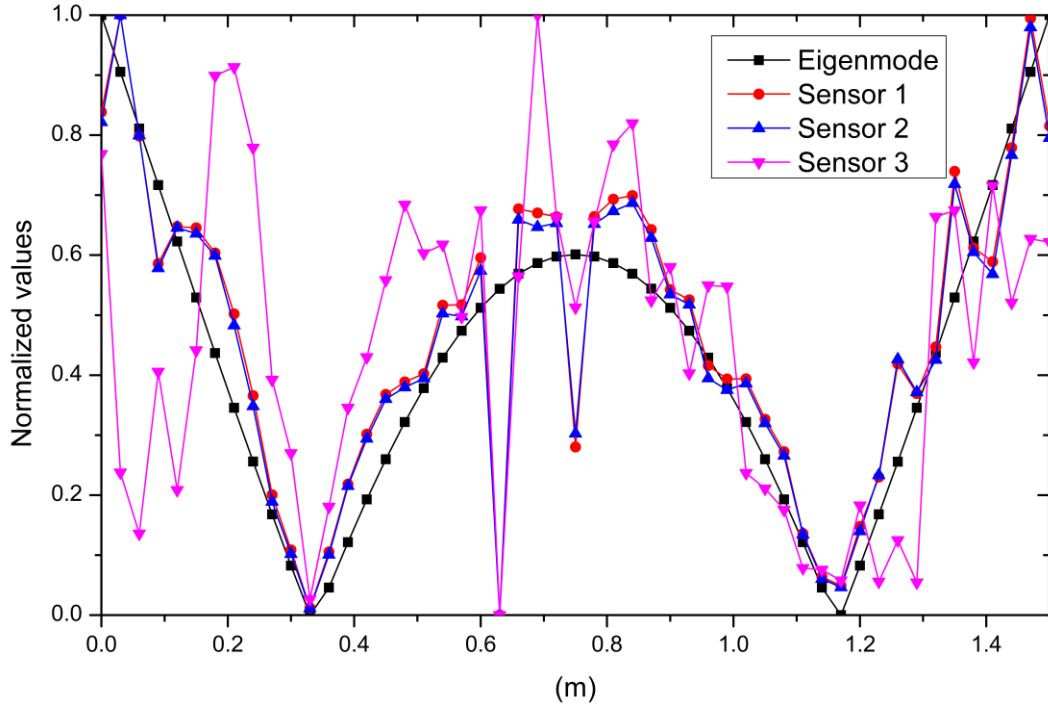
Sensor values:( $50 \cdot 10^3, 55 \cdot 10^3$ ) successive number of measurements-Test 3



Sensor values:( $100 \cdot 10^3, 140 \cdot 10^3$ ) successive number of measurements-Test 3



Sensor values:( $240 \cdot 10^3, 260 \cdot 10^3$ ) successive number of measurements-Test 3





# Βιβλιογραφία

Μαυράκος Σ.Α. (2000) , *Δυναμική Ναυπηγικών Κατασκευών*

## References

- Alciatore, D. G. (2019). *Introduction to mechatronics and Measurement Systems*. McGraw-Hill Education.
- Altabay, W. A., & Noori, M. (2017). Fatigue life prediction for Carbon Fibre/epoxy laminate composites under spectrum loading using two different neural network architectures. *International Journal of Sustainable Materials and Structural Systems*, 3(1), 53. <https://doi.org/10.1504/ijsmss.2017.10013394>
- Barker, L. M. (1971). A model for stress wave propagation in composite materials. *Journal of Composite Materials*, 5(2), 140–162. <https://doi.org/10.1177/002199837100500202>
- Bauchau, O. A., & Craig, J. I. (2009). Euler-bernoulli beam theory. *Structural Analysis*, 173–221. [https://doi.org/10.1007/978-90-481-2516-6\\_5](https://doi.org/10.1007/978-90-481-2516-6_5)
- Bisheh, K. H. (2020). *Structural Dynamics of Smart Laminated Composite Cylindrical Shells* (thesis). Department of Mechanical Engineering Faculty of Engineering University of Manitoba, Winnipeg.
- Bowkett, M., & Thanapalan, K. (2017). Comparative analysis of failure detection methods of composites materials' systems. *Systems Science & Control Engineering*, 5(1), 168–177. <https://doi.org/10.1080/21642583.2017.1311240>
- Brouzas, S., & Georgiou, I. T. (2021). Spatial localization of air inclusions in carbon fiber T-beam, by use of wavelet entropy time series from Hammer Tap Test. *Volume 1: Acoustics, Vibration, and Phononics*. <https://doi.org/10.1115/imece2021-67591>
- Cochran, W. T. (1967). In *What is the fast fourier transform?* New York; IEEE.
- David, F. N., & Loeve, M. (1955). Probability theory. *Biometrika*, 42(3/4), 540. <https://doi.org/10.2307/2333409>
- GEORGIU, I. O. A. N. N. I. S. T. (2019). Big Data in experimental structural dynamics by synchronous ensembles of collocated acceleration signals (CAS): The reciprocity principle failure and advanced diagnostics for composite material structures. *Structural Health Monitoring 2019*. <https://doi.org/10.12783/shm2019/32167>
- Georgiou, I. T. (2015). A single pair-of-sensors technique for geometry consistent sensing of acceleration vector fields in beam structures: Damage detection and dissipation estimation by pod modes. *Meccanica*, 50(5), 1303–1330. <https://doi.org/10.1007/s11012-014-0091-y>
- Goryunova, M. V., Kuleshova, L. S., & Khakimova, A. I. (2017). Application of signal analysis for diagnostics. *2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. <https://doi.org/10.1109/icieam.2017.8076487>

- Hecht-Nielsen. (1989). Theory of the backpropagation neural network. *International Joint Conference on Neural Networks*. <https://doi.org/10.1109/ijcnn.1989.118638>
- Hosein, S., Alizadeh, J., & Ghajar, R. (2011). Application of artificial neural networks in the estimation of mechanical properties of materials. *Artificial Neural Networks - Industrial and Control Engineering Applications*. <https://doi.org/10.5772/16094>
- Huang, X. (2009). Fabrication and properties of carbon fibers. *Materials*, 2(4), 2369–2403. <https://doi.org/10.3390/ma2042369>
- Hufenbach, W., Holste, C., & Kroll, L. (2002). Vibration and damping behaviour of multi-layered composite cylindrical shells. *Composite Structures*, 58(1), 165–174. [https://doi.org/10.1016/s0263-8223\(02\)00025-9](https://doi.org/10.1016/s0263-8223(02)00025-9)
- Joy, E. J., Menon, A. S., & Biju, N. (2018). Implementation of kriging surrogate models for delamination detection in composite structures. *Advanced Composites Letters*, 27(6), 096369351802700. <https://doi.org/10.1177/096369351802700604>
- Lam, K. Y., & Loy, C. T. (1998). Influence of boundary conditions for a thin laminated rotating cylindrical shell. *Composite Structures*, 41(3-4), 215–228. [https://doi.org/10.1016/s0263-8223\(98\)00012-9](https://doi.org/10.1016/s0263-8223(98)00012-9)
- Lenk, A., Ballas Rüdiger G., Werthschützky Roland, & Pfeifer Günther. (2013). *Electromechanical Systems in Microtechnology and Mechatronics Electrical, mechanical and acoustic networks, their interactions and applications*. Springer Berlin.
- LIANG, Y. C., LEE, H. P., LIM, S. P., LIN, W. Z., LEE, K. H., & WU, C. G. (2002). Proper orthogonal decomposition and its applications—part I: Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(3), 527–544. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.4041>
- Marschner, U., Pfeifer, G., & Starke, E. (2014). Reciprocity of linear systems with smart materials utilized for precise measurement techniques. *Volume 1: Development and Characterization of Multifunctional Materials; Modeling, Simulation and Control of Adaptive Systems; Structural Health Monitoring; Keynote Presentation*. <https://doi.org/10.1115/smasis2014-7418>
- Mihir Sen, (2014). Introduction to the Mechanics of Waves Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame,. Notre Dame.
- Mirdehghan, S. A. (2021). Fibrous polymeric composites. *Engineered Polymeric Fibrous Materials*, 1–58. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-824381-7.00012-3>
- Mohanty, J. R., Verma, B. B., Ray, P. K., & Parhi, D. R. (2010). Application of artificial neural network for fatigue life prediction under interspersed mode-i spike overload. *Journal of Testing and Evaluation*, 38(2), 101907. <https://doi.org/10.1520/jte101907>
- Morse, P. M., & Ingard, K. U. (1961). Linear Acoustic theory. *Akustik I / Acoustics I*, 1–128. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-45956-6\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-45956-6_1)

- Pandey, A. K., Biswas, M., & Samman, M. M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), 321–332. [https://doi.org/10.1016/0022-460x\(91\)90595-b](https://doi.org/10.1016/0022-460x(91)90595-b)
- Pellicano, F. (2007). Vibrations of circular cylindrical shells: Theory and experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 303(1-2), 154–170. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.01.022>
- Phares, B.M., Rahmatalla, S., Zhu, J., & Lu, P. (2013). Integration of bridge damage detection concepts and components : tech transfer summary.
- Qin, Z., Chu, F., & Zu, J. (2017). Free vibrations of cylindrical shells with arbitrary boundary conditions: A comparison study. *International Journal of Mechanical Sciences*, 133, 91–99. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.08.012>
- Schiff, L. I. (1962). Scattering of waves and particles by inhomogeneous regions\*. *Journal of the Optical Society of America*, 52(2), 140. <https://doi.org/10.1364/josa.52.000140>
- Shane, C., & Jha, R. (2011). Proper orthogonal decomposition based algorithm for detecting damage location and severity in composite beams. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(3), 1062–1072. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.08.015>
- Singh, S. P., & Gupta, K. (1994). Damped free vibrations of layered composite cylindrical shells. *Journal of Sound and Vibration*, 172(2), 191–209. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1169>
- Su, Y.-T., & Lin, S.-J. (1992). On initial fault detection of a tapered roller bearing: Frequency domain analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 155(1), 75–84. [https://doi.org/10.1016/0022-460x\(92\)90646-f](https://doi.org/10.1016/0022-460x(92)90646-f)
- Wang, J., Law, S. S., & Yang, Q. S. (2014). Sensor Placement Method for Dynamic Response Reconstruction. *Journal of Sound and Vibration*, 333(9), 2469–2482. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.12.014>
- Wang, T., A. Altabey, W., Noori, M., & Ghiasi, R. (2020). A deep learning based approach for response prediction of beam-like structures. *Structural Durability & Health Monitoring*, 14(4), 283–301. <https://doi.org/10.32604/sdhm.2020.010564>
- Weingarten, V. I. (1964). Free vibrations of multilayered cylindrical shells. *Experimental Mechanics*, 4(7), 200–205. <https://doi.org/10.1007/bf02323651>
- Yakobson, B. I., & Avouris, P. (n.d.). Mechanical properties of carbon nanotubes. *Topics in Applied Physics*, 287–327. [https://doi.org/10.1007/3-540-39947-x\\_12](https://doi.org/10.1007/3-540-39947-x_12)