

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μη γραμμική ανάλυση βαθιών εκσκαφών με πεπερασμένα στοιχεία



Γκίκα Δήμητρα - Δημοπούλου Βασιλική

Επιβλέπων: Καββαδάς Μιχαήλ, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2008

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα Καθηγητή Μιχάλη Καββαδά που μας έδωσε την δυνατότητα να εκπονήσουμε αυτή τη διπλωματική εργασία. Η εξαιρετική συνεργασία του και οι γνώσεις του υπήρξαν πολύτιμες.

Εν συνεχεία, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα του ΕΜΠ Παναγιώτη Σιταρένιο για όλη την προσπάθεια που έκανε μαζί μας για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας, με τις πολύωρες συναντήσεις και τη μετάδοση όσο το δυνατόν περισσότερων γνώσεων σε όλα τα θέματα της εργασίας.

ΠΕΡΙΛ	\НΨН	1	
ειΣαγ	ΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ	2	
КЕФА	ΔΑΑΙΟ 1. ΘΕΩΡΙΑ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ	3	
1.1	Γενικά	3	
1.2	Ισότροπη Συμπίεση3		
1.3	Μονοδιάστατη Συμπίεση6		
1.4	Κυλινδρική τριαξονική συμπίεση	8	
1.4	4.1 Κανονικά στερεοποημένη άργιλος – στραγγισμένη δοκιμή	10	
1.4	4.2 Υπερστερεοποιημένη άργιλος – στραγγισμένη δοκιμή	11	
1.4	4.3 Κανονικά στερεοποιημένη άργιλος – αστράγγιστη δοκιμή	13	
1.4	4.4 Υπερστερεοποιημένη άργιλος – αστράγγιστη δοκιμή	15	
1.5	Γραμμή κρίσιμης κατάστασης για κανονικά στερεοποημένους αργί	λους17	
	 Κανονικοποίηση καμπυλών 	17	
	 Γραμμή κρίσιμης κατάστασης 		
	- Διαδρομές τάσεων στον τρισδιάστατο χώρο p´ - q´ - ν	21	
1.6	Συμπεριφορά κανονικώς στερεοποιημένων δειγμάτων Επιφάνεια Roscoe	22	
	 Κανονικοποίηση των διαδρομών τάσεων 	24	
	- Αναλυτική περιγραφή της επιφάνειας Roscoe		
	 Συμπεριφορά ελαφρώς υπερστερεοποιημένων δειγμάτων Προσβάσιμες και μη προσβάσιμες καταστάσεις 	28	
1.7	Συμπεριφορά υπερστερεοποιημένων δειγμάτων Επιφάνεια Hvorslev	31	
	- Επιφάνεια Hvorslev	32	
	 Συμπεριφορά έντονα υπερστερεοποιημένων αργίλων 		

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	 Αλλαγές του όγκου και της πίεσης των πόρων 	
КЕФАЛАІ	Ο 2. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ – ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	39
2.1 Γε	νικά	
2.2 Av	ναλλοίωτοι των τάσεων	40
2.3 Ko	αταστατικά προσομοιώματα εδαφικών υλικών	40
2.3.1	Εξιδανικευμένα ελαστο-πλαστικά καταστατικά προσομοιώματα	41
2.3.2	Ελαστο–πλαστικά μοντέλα εδαφικών υλικών	42
2.4 Θε	ωρία της ελαστικότητας	43
2.4.1	Ισότροπη ελαστικότητα	43
2.4.2	Ισότροπη ποροελαστικότητα	44
2.4.3	Υπερελαστικότητα	44
2.5 Θεω	ρία της πλαστικότητας	45
2.5.1	Κατάσταση υλικού	46
2.5.2	Επιφάνεια διαρροής	46
	- Κλίση συνάρτησης διαρροής	47
2.5.3	Νόμος ροής	48
2.5.4	Νόμος κράτυνσης	49
2.5.5	Συνθήκες συμβατότητας	49
2.5.6	Πλαστική κράτυνση, απολύτως πλαστική φόρτιση και	
	πλαστική χαλάρωση	50
КЕФАЛАІ	Ο 3. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ CAM-CLAY	54
3.1 Fevu	κά	54
3.2 Трот	τοποιημένο μοντέλο Cam- Clay	54
3.2.1	Ελαστική συμπεριφορά	54
3.2.2	Πλαστική συμπεριφορά	56

3.2.3	Επιφάνεια διαρροής του μοντέλου Cam – Clay	57
3.2.4	Νόμος ροής του μοντέλου Cam – Clay	59
3.2.5	Νόμος κράτυνσης του μοντέλου Cam – Clay	60
3.3 Στρο	ιγγισμένη τριαξονική συμπίεση	61
3.3.1	Η περίπτωση της κανονικώς στερεοποιημένης αργίλου	63
3.3.2	Η περίπτωση της ελαφρώς υπερστερεοποιημένης αργίλου	64
3.3.3	Η περίπτωση της υπερστερεοποιημένης αργίλου	65
3.4 Aot	ράγγιστη τριαξονική συμπίεση	66
3.4.1	Η περίπτωση της κανονικώς στερεοποιημένης αργίλου	68
3.4.2	Η περίπτωση της ελαφρώς υπερστερεοποιημένης αργίλου	69
3.4.3	Η περίπτωση της υπερστερεοποιημένης αργίλου	70
КЕФАЛАІ	Ο 4. ΑΝΤΟΧΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ	71
4.1 Γενι	κά	71
4.2 Ток	ριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb	71
4.3 Σχέσ	ση μεταξύ των κριτηρίων αστοχίας Mohr-Coulomb και Cam-Clay.	72
4.4 Γραμ	ιμή κρίσιμης κατάστασης και αστράγγιστη διατμητική αντοχή	74
4.5 Γραμ	ιμή κρίσιμης κατάστασης και πίεση των πόρων κατά την αστοχία.	77
 4.6 Пери 	βάλλουσα αστοχίας του μοντέλου Cam-Clay	79
ΚΕΦΑΛΑΙ	Ο 5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΙ Η ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	81
5.1 Eiso	ιγωγή	81
5.2 Bab	ιά αντιστηριγμένη εκσκαφή	81
5.2.1	Περιγραφή του προβλήματος	81
5.2.2	Αριθμητικό προσομοίωμα	84
5.3 Apie)μητικές αναλύσεις	85

5.3.1 Δεδ	ομένα αναλύσεων85
5.3.2 Aπo	οτελέσματα
5.3.2.1	Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb87
5.3.2.2	Καταστατικό μοντέλο Cam-Clay – Κανονικά στερεοποιημένο έδαφος (Δύναμη προέντασης 350 kN)94
5.3.2.3	Καταστατικό μοντέλο Cam-Clay – Κανονικά στερεοποιημένο έδαφος (Δύναμη προέντασης 500 kN)101
5.3.2.4	Καταστατικό μοντέλο Cam-Clay – Ελαφρώς υπερστερεοποιημένο έδαφος (OCR=1,5)106
5.3.2.5	Καταστατικό μοντέλο Cam-Clay – Υπερστερεοποιημένο έδαφος (OCR=3)114
5.4 Σχολιασμ	ός αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα120
ПАРАРТНМА.	
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙ	A129

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο θεωρητικό μέρος της παρούσας διπλωματικής εργασίας παρουσιάζεται μια διερεύνηση της συμπεριφοράς των αργιλικών εδαφών με βάση τη θεωρία της κρίσιμης κατάστασης και το καταστατικό προσομοίωμα Cam-Clay.

Αρχικά, αναλύεται η συμπεριφορά των κανονικά στερεοποιημένων και υπερστερεοποιημένων αργιλικών δειγμάτων και γίνεται σύνδεση με τη θεωρία κρίσιμης κατάστασης, καθώς και με την παρουσίαση των επιφανειών Roscoe και Hvorslev. Εν συνεχεία, παρουσιάζεται η θεωρία πλαστικότητας, οι νόμοι κράτυνσης και ροής, όπως και οι παράμετροι που χρειάζονται για τον ορισμό ενός ελαστο-πλαστικού μοντέλου.

Ακολούθως, παρουσιάζεται το καταστατικό προσομοίωμα Cam-Clay, με σύνδεσή του τόσο με την θεωρία πλαστικότητας όσο και με τη θεωρία ελαστικότητας.

Στο υπολογιστικό μέρος της εργασίας πραγματοποιείται ανάλυση μιας βαθιάς εκσκαφής με χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, τα αποτελέσματα της οποίας προκύπτουν με βάση τα κριτήρια αστοχίας Mohr-Coulomb και Cam-Clay.

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της συμπεριφοράς του εδάφους με βάση τη θεωρία της κρίσιμης κατάστασης, η παρουσίαση του καταστατικού προσομοιώματος Cam-Clay και τέλος η παρουσίαση της αντοχής του εδάφους τόσο μέσω του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb όσο και μέσω του κριτηρίου αστοχίας Cam-Clay.

Εν συνεχεία, και σε εφαρμογή της θεωρίας, αναλύεται μία βαθιά εκσκαφή με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και χρήση των κριτηρίων αστοχίας Mohr-Coulomb και Cam-Clay.

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται παρουσίαση της συμπεριφοράς των αργιλικών εδαφών μέσω της θεωρίας κρίσιμης κατάστασης. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η συμπεριφορά των κανονικά στερεοποιημένων και των υπερστερεοποιημένων αργίλων υπό στραγγισμένες και αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης.

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται παρουσίαση της έννοιας του καταστατικού προσομοιώματος και παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της θεωρίας της ελαστικότητας και της πλαστικότητας.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το τροποποιημένο μοντέλο Cam-Clay, καθώς και η συμπεριφορά των αργιλικών εδαφών με βάση το μοντέλο Cam-Clay.

Στο κεφάλαιο 4 γίνεται μια αναφορά στην αντοχή των εδαφών βάση του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb, συσχετίζοντάς το με το κριτήριο αστοχίας Cam-Clay και παρουσιάζοντας την περιβάλλουσα αστοχίας του τροποποιημένου μοντέλου Cam-Clay.

Στο κεφάλαιο 5 γίνεται παρουσίαση της ανάλυσης μίας εκσκαφής βάθους 12m με τοποθέτηση πέντε σειρών αγκυρίων και χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης προκύπτουν με βάση τα κριτήρια αστοχίας Mohr-Coulomb και Cam-Clay.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΘΕΩΡΙΑ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.1 Γενικά

Η θεωρία κρίσιμης κατάστασης βασίζεται στη συμπεριφορά των κανονικά και έντονα στερεοποιημένων αργίλων υπό διάφορες περιπτώσεις φόρτισης του εδάφους.

1.2 Ισότροπη συμπίεση

Στην ισότροπη συμπίεση επιβάλλεται στο δοκίμιο ομοιόμορφη τάση σ_c. Αυξάνοντας την πίεση σ_c με σταθερή πίεση πόρων u δημιουργούμε συνθήκες ελεύθερης στράγγισης. Ταυτόχρονα στο κορεσμένο δοκίμιο υπάρχει η αντιπίεση u_o με σκοπό να διαλυθούν φυσαλίδες αέρα στο νερό. Όσον αφορά στις τάσεις, στην ισότροπη συμπίεση ισχύουν

$$q = q' = 0$$

$$p = \sigma_c \qquad (1.1)$$

$$p' = \sigma_c - u ,$$

ενώ δεν αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις. Οι συνοριακές συνθήκες φαίνονται στην ειδική συσκευή της εικόνας 1.1β. Σε πλήρως κορεσμένο έδαφος, η μεταβολή του όγκου (ΔV) του δοκιμίου ισούται με τον όγκο του αποβαλλόμενου ή εισροφούμενου νερού (ΔV_w).

Οι κόκκοι του εδάφους όπως και το νερό θεωρούνται ασυμπίεστα. Έτσι η μείωση του όγκου από V σε V + Δ V, όπου Δ V < 0, προκαλεί αύξηση Δ V_w στον όγκο του νερού. Η ογκομετρική παραμόρφωση υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta \varepsilon_{v} = -\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_{w}}{V} \quad (1.2)$$

Η συμπεριφορά ενός εδαφικού στοιχείου κατά την ισότροπη συμπίεση παρουσιάζεται στην εικόνα 1.1(α)), όπου φαίνεται η μεταβολή του όγκου ως προς αυτή των ενεργών τάσεων.



Εικόνα 1.1 α) η καμπύλη ογκομετρικής συμπίεσης και αποσυμπίεσης, β) Συσκευή ισότροπης συμπίεσης, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Όμως, η συμπεριφορά ενός εδαφικού στοιχείου κατά την ισότροπη συμπίεση προτιμάται να παρουσιάζεται σε διάγραμμα lnp'-ν, όπου ν είναι ο ειδικός όγκος του εδάφους και ισούται με v = 1+e, ενώ lnp' είναι ο φυσικός λογάριθμος της μέσης ενεργού τάσης (εικόνα 1.2).



Εικόνα 1.2 Συμπεριφορά εδαφικού στοιχείου υπό ισότροπη συμπίεση στο επίπεδο lnp'-ν, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Οι καταστάσεις δεξιά από την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης AC (normal consolidation line) είναι μη εφικτές, συνεπώς η καμπύλη ισότροπης συμπίεσης αποτελεί ένα σύνορο μεταξύ εφικτών και μη εφικτών καταστάσεων. Επιπλέον, ένα εδαφικό στοιχείο του οποίου η κατάσταση περιγράφεται από ένα οποιοδήποτε σημείο επί της καμπύλης AC, θεωρείται ως κανονικά στερεοποιημένο και υπόκειται σε ελαστο-πλαστικές παραμορφώσεις. Ενώ, ένα εδαφικό στοιχείο του οποίου η κατάσταση περιγράφεται αιζ κανονικά στοιχείο του οποίου η κατάσταση και μη εφικτών και υπόκειται σε ελαστο-πλαστικές παραμορφώσεις. Ενώ, ένα εδαφικό στοιχείο του οποίου η κατάσταση περιγράφεται αιζ και υπόκειται σε ελαστο-πλαστικές παραμορφώσεις.

Η μαθηματική έκφραση της ισότροπης συμπίεσης της αργίλου είναι $v = N - \lambda \ln p'$, όπου λ είναι η κλίση της γραμμής της κανονικής στερεοποίησης ή παρθενικής συμπίεσης και κ η κλίση της γραμμής φόρτισης-επαναφόρτισης.

Κατά μήκος της AC :
$$-\lambda = \frac{dv}{d(\ln p')} = \frac{p'dv}{dp'}$$
 (1.3)

Κατά μήκος της BD : $-\kappa = \frac{dv}{d(\ln p')} = \frac{p'dv}{dp'}$ (1.4)

 Ω_{ζ} N ορίζουμε τη τιμή του ειδικού όγκου v κανονικά στερεοποιημένου εδαφικού στοιχείου μέσης ενεργού τάσης p' = 1.0 kN/m².

Τα λ, κ και Ν είναι σταθερές του εδάφους.

Ορίζουμε συντελεστή υπερστερεοποίησης OCR = $\frac{p'_m}{p'}$. Όταν OCR=1 τότε το έδαφος

είναι κανονικώς στερεοποιημένο και βρισκόμαστε στην καμπύλη συμπίεσης.

Ο κλάδος της διόγκωσης δεν είναι μοναδικός αλλά εξαρτάται από την τάση προστερεοποίησης p' _m η οποία είναι η μέγιστη τάση που είχε υποβληθεί στο δείγμα στο παρελθόν.

Για την ισότροπη αποφόρτιση - επαναφόρτιση ισχύει $v = v_k$ - $\kappa \ln p'$ και ως v_k ορίζουμε τον μοναδιαίο όγκο του υπερστερεοποιημένου εδαφικού στοιχείου για $p'=1.0 \text{ kN/m}^2$.

Από την εξίσωση της καμπύλης ισότροπης αποφόρτισης – επαναφόρτισης, μπορούμε να προσδιορίσουμε μία σχέση για την εκάστοτε μέγιστη τάση φόρτισης p' _m του εδαφικού στοιχείου. Για το σημείο B στην εικόνα 1.2 έχουμε:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_m - \kappa \ln\left(\frac{p'}{p'_m}\right) \quad (1.5)$$

Όμως το σημείο Β ανήκει και στην καμπύλη ισότροπης συμπίεσης, συνεπώς:

$$\mathbf{v} = \left[\mathbf{N} - (\lambda - \kappa) \ln p'_{m} \right] \Rightarrow \mathbf{p'}_{m} = \exp\left(\frac{N - \nu - \kappa \ln p'}{\lambda - \kappa}\right) (1.6)$$

1.3 Μονοδιάστατη συμπίεση

Στη δοκιμή του συμπιεσόμετρου (εικόνα 1.3) υπάρχει η επιβολή μόνο της κατακόρυφης τάσης σ_a ενώ οι πλευρικές παραμορφώσεις είναι μηδενικές (ε_h = 0). Δεδομένου ότι η στράγγιση του δοκιμίου επιτρέπεται μόνο κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και ότι τόσο το νερό των πόρων όσο και οι κόκκοι του εδάφους θεωρούνται ασυμπίεστοι, η όποια μεταβολή του όγκου κατά τη στερεοποίηση του δείγματος ισούται με την καθίζηση του δείγματος. Συνεπώς:

$$\Delta \varepsilon_{\nu} = -\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta H}{H} = -\frac{\Delta \nu}{\nu} \quad (1.7)$$



Εικόνα 1.3 Συσκευή μονοδιάστατης συμπίεσης, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Επιπλέον, η σχέση που συνδέει τις οριζόντιες με τις κατακόρυφες τάσεις είναι:

$$\sigma'_{h} = K_{o}\sigma'_{v} \quad (1.8)$$

όπου K_o ο συντελεστής ουδέτερης ώθησης, ο οποίος δεν είναι σταθερός για ένα συγκεκριμένο έδαφος αλλά ποικίλει με τον λόγο υπερστερεοποίησης. Για κανονικά στερεοποιημένες αργίλους η τιμή του K_o είναι περίπου 0,7, ενώ για έντονα υπερστερεοποιημένους αργίλους μπορεί να είναι και μεγαλύτερη της μονάδας. Ο πιο συνήθης τρόπος για να υπολογίζω το K_o είναι σύμφωνα με το Jaky $K_o = 1 - \sin\varphi$ (όπου φ η γωνία τριβής). Με την παραδοχή της γραμμικής ισότροπης ελαστικής συμπεριφοράς του εδάφους ο συντελεστής πλευρικών ωθήσεων μπορεί να προσδιοριστεί από την σχέση:

$$K_o = \frac{v}{1 - v} \quad (1.9)$$

Τα αποτελέσματα της μονοδιάστατης συμπίεσης μπορούν να παρουσιασθούν σε διάγραμμα $\ln p' - v$ (εικόνα 1.4), όπου η μέση ενεργός τάση p' συνδέεται με την κατακόρυφη σ'_{v} και την οριζόντια σ'_{h} ενεργό τάση, οι οποίες θεωρούνται κύριες τάσεις, μέσω της σχέσης:



Εικόνα 1.4 Ισότροπη και μονοδιάστατη συμπίεση του εδάφους, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η καμπύλη της μονοδιάστατης συμπίεσης εκφράζεται από την εξίσωση:

 $v = N_o - \lambda \ln p'$ (1.11)

και είναι παράλληλη με την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης. Ως N_o ορίζουμε το μοναδιαίο όγκο του μονοδιάστατα στερεοποιημένου εδάφους που αντιστοιχεί σε $p'=1.0 \text{ kN/m}^2$.

Για την μονοδιάστατη αποφόρτιση- επαναφόρτιση ισχύει:

$$v = v_{ko} - \kappa \ln p' \qquad (1.12)$$

όπου v_{ko} το ν του μονοδιάστατα υπερστερεοποιημένου εδάφους. Επιπλέον, οι καμπύλες μονοδιάστατης αποφόρτισης είναι παράλληλες με τις αντίστοιχες της ισότροπης αποφόρτισης. Τέλος, για μία μέση πίεση p'_m, οι καμπύλες μονοδιάστατης αποφόρτισης περιγράφονται από την εξίσωση:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_m - \kappa \ln\left(\frac{p'}{p'_m}\right) \Rightarrow \mathbf{v} = \left[\mathbf{N}_o - (\lambda - \kappa) \ln p'_m\right] - \kappa \ln p' \quad (1.13)$$

1.4 Κυλινδρική τριαξονική συμπίεση

Στη δοκιμή της τριαξονικής συμπίεσης (εικόνα 1.5) επιβάλλω μια κατακόρυφη τάση σ_1 και μια οριζόντια ομοιόμορφη $\sigma_c = \sigma_2 = \sigma_3$ έτσι ώστε $\sigma_1 > \sigma_3$. Ισχύει $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$ και $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$.

Οι διαδρομές των τάσεων κατά την τριαξονική δοκιμή, συνηθίζεται να παρουσιάζονται στο επίπεδο της μέσης ενεργού τάσης p' και της αποκλίνουσας τάσης q. Οι αναλλοίωτες τάσεις δίνονται από τις σχέσεις :

$$p' = \frac{1}{3} (\sigma'_{1} + 2\sigma'_{3}) \quad (1.14)$$
$$q' = \sigma'_{1} - \sigma'_{3} \quad (1.15)$$

και οι παραμορφώσεις από τις σχέσεις:

$$\varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (1.16)$$

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{1} + 2\varepsilon_{3}$$
 (1.17)



Εικόνα 1.5 Συσκευή τριαξονικής συμπίεσης, Πηγή: Καββαδάς Μ. (2007)

Στην περίπτωση της στραγγισμένης δοκιμής υπάρχει μεταβολή του όγκου ΔV = -ΔV_w ενώ η πίεση των πόρων παραμένει σταθερή και ίση με την αντιπίεση που επιβάλλεται στο δοκίμιο u = u_o. Επειδή η πλευρική τάση διατηρείται σταθερή, δηλαδή δσ₃ = 0, τότε δp = $\frac{\delta \sigma_{\alpha}}{3}$ και δq = δσ_α άρα η διαδρομή των ολικών και των ενεργών τάσεων έχει κλίση $\frac{dq}{dp}$ = 3 (εικόνα 1.6).



Εικόνα 1.6 Διαδρομές ενεργών και ολικών τάσεων, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Στην περίπτωση της αστράγγιστης δοκιμής ο όγκος δεν μεταβάλλεται, με αποτέλεσμα τη μεταβολή της πίεσης πόρων u. Η διαδρομή των ολικών τάσεων είναι ίδια με αυτήν της στραγγισμένης δοκιμής, όμως η διαδρομή των ενεργών τάσεων διαφέρει αφού μετατοπίζεται προς τα αριστερά κατά μια απόσταση ίση με u (εικόνα 1.7).



Εικόνα 1.7 Διαδρομές ενεργών και ολικών τάσεων, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

1.4.1 Κανονικά στερεοποιημένη άργιλος – στραγγισμένη δοκιμή

Το δείγμα πριν από την δοκιμή τριαξονικής θλίψης συμπιέζεται ισότροπα μέχρι μιας μέσης ενεργού τάσης p' = a. Ακολούθως, η πίεση της κυψέλης διατηρείται σταθερή και αυξάνεται το αξονικό φορτίο, ενώ στο δοκίμιο επιτρέπεται να στραγγίζει. Οι σχέσεις μεταξύ της αποκλίνουσας τάσης q', της αξονικής παραμόρφωσης $ε_{\alpha}$ και της ογκομετρικής παραμόρφωσης $ε_{\gamma}$, φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Εικόνα 1.8 Πειραματικά δεδομένα από στραγγισμένη φόρτιση κανονικά στερεοποιημένου αργιλικού δείγματος, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η αξονική παραμόρφωση ε_{α} αυξάνεται και η q' μέχρι να αστοχήσει το δείγμα. Επίσης παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η ε_{α} το δείγμα συμπιέζεται, δηλαδή αυξάνεται η ε_{γ} .

Τα αποτελέσματα της δοκιμής μπορούν να παρουσιαστούν στο επίπεδο ενεργών τάσεων p'-q' και στο επίπεδο συμπίεσης $p'-\nu$ όπως φαίνονται στην εικόνα 1.9 που ακολουθεί.



Εικόνα 1.9 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p`-q` και p`-v, από στραγγισμένη φόρτιση κανονικά στερεοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η διαδρομή των τάσεων στο διάγραμμα p'-q' είναι ευθεία με κλίση 3:1. Στο διάγραμμα p'-v, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η μέση ενεργός τάση p', μειώνεται ο ειδικός όγκος ν, εγκαταλείποντας την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης (normal consolidation line) στην οποία βρισκόταν πριν από την φόρτιση.

1.4.2 Υπερστερεοποιημένη άργιλος – στραγγισμένη δοκιμή

Το κορεσμένο δείγμα αφού συμπιεσθεί σε μία μέση τάση ισότροπης στερεοποίησης $p'_o = a$, αφήνεται να διογκωθεί και έτσι η p' που ασκείται στο δοκίμιο μετά την διόγκωση είναι μικρότερη από την p'_o , επιτυγχάνοντας έτσι την υπερστερεοποίηση του δείγματος. Ακολούθως, η πίεση της κυψέλης διατηρείται σταθερή και αυξάνεται το αξονικό φορτίο, ενώ στο δοκίμιο επιτρέπεται να στραγγίσει μέσω τη βαλβίδας στράγγισης. Για την υπερστερεοποιημένη άργιλο και για OCR=24 οι σχέσεις μεταξύ της αποκλίνουσας τάσης q, της αξονικής παραμόρφωσης $ε_a$ και της ογκομετρικής παραμόρφωσης $ε_v$ φαίνονται στην εικόνα 1.10.



Εικόνα 1.10 Πειραματικά δεδομένα από στραγγισμένη φόρτιση υπερστερεοποιημένου αργιλικού δείγματος, Πηγή: Atkinson J.H, B rends P.L. (1977)

Στο πρώτο σχήμα παρατηρούμε ότι το δείγμα φτάνει μια κορυφαία τιμή της q και μετά γυρίζει σε μια μικρότερη τιμή της q μέχρι το τέλος της δοκιμής. Το σημείο λοιπόν της αστοχίας διαφέρει από το τέλος της δοκιμής. Επιπλέον η τιμή της q για την οποία αστοχεί είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με την q της κανονικά στερεοποιημένη αργίλου.

Στο δεύτερο σχήμα, για μικρή αξονική παραμόρφωση $ε_1$ το δείγμα αρχικά συμπιέζεται, όμως περαιτέρω αύξηση της $ε_1$ οδηγεί σε διόγκωση του δείγματος.

Τα αποτελέσματα της δοκιμής μπορούν να παρουσιαστούν στο επίπεδο ενεργών τάσεων p'-q και στο επίπεδο συμπίεσης $p'-\nu$ όπως φαίνονται στην εικόνα 1.11 που ακολουθεί.



Εικόνα 1.11 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p'-q' και p'-v, από στραγγισμένη φόρτιση υπερστερεοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Στο επίπεδο των ενεργών τάσεων p'-q, το σημείο περιγραφής της εντατικής κατάστασης του εδαφικού στοιχείου κινείται επί μιας ευθείας γραμμής με κλίση 3:1, μέχρι μια μέγιστη τιμή κατά την οποία το δοκίμιο αστοχεί και ακολούθως καταλήγει σε μια θέση σε χαμηλότερη εντατική κατάσταση επί της ίδιας ευθείας.

Στο επίπεδο συμπίεσης p'-v, το σημείο περιγραφής της κατάστασης του εδαφικού στοιχείου βρίσκεται αριστερά της καμπύλης ισότροπης συμπίεσης επί μίας καμπύλης διόγκωσης, αφού το δείγμα μας είναι υπερστερεοποιημένο. Στην αρχή της δοκιμής έχουμε μια ελαφριά μείωση του ν και της p', ενώ ακολούθως ο ειδικός όγκος ν αυξάνεται έντονα μέχρι την αστοχία του δείγματος. Μετά την αστοχία το δοκίμιο συνεχίζει να διαστέλλεται (αύξηση του ν) ενώ η μέση ενεργός τάση p' μειώνεται.

1.4.3 Κανονικά στερεοποιημένη άργιλος – Αστράγγιστη δοκιμή

Στην περίπτωση της αστράγγιστης δοκιμής κανονικά στερεοποιημένης αργίλου το δοκίμιο, αφού στερεοποιηθεί ισότροπα, θλίβεται υπό σταθερή πίεση κυψέλης (δσ₂=δσ₃=0) χωρίς να επιτρέπεται η στράγγισή του. Η μη μεταβολή του όγκου του δοκιμίου οδηγεί σε ανάπτυξη υπερπίεσης πόρων. Οι σχέσεις μεταξύ της

αποκλίνουσας τάσης q', της αξονικής παραμόρφωσης ε_α και της υπερπίεσης πόρων Δυ φαίνονται στα παρακάτω σχήματα (εικόνα 1.12).



Εικόνα 1.12 Πειραματικά δεδομένα από αστράγγιστη φόρτιση κανονικά στερεοποιημένου αργιλικού δείγματος, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Παρατηρούμε στο διάγραμμα ε_{α} - q' ότι κατά την αστοχία έχουμε μεγάλες παραμορφώσεις και η αποκλίνουσα αντοχή q' είναι περίπου η μισή απ' ότι στο αντίστοιχο διάγραμμα για στραγγισμένη δοκιμή.

Από το διάγραμμα $ε_{\alpha} - \Delta u$, παρατηρούμε μια προοδευτική αύξηση της πίεσης των πόρων με την αύξηση της αξονικής παραμόρφωσης $ε_{\alpha}$, που έχει προφανώς ως αποτέλεσμα τη μείωση της μέσης ενεργού τάσης p'.

Τα αποτελέσματα της δοκιμής μπορούν να παρουσιαστούν στο επίπεδο ενεργών τάσεων p'-q και στο επίπεδο συμπίεσης $p'-\nu$ όπως φαίνονται στην εικόνα 1.13 που ακολουθεί.



Εικόνα 1.13 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p-q και p'-v, από αστράγγιστη φόρτιση κανονικά στερεοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η διαδρομή των ολικών τάσεων στο p - q είναι ευθεία γραμμή με κλίση 3:1, ενώ η διαδρομή των ενεργών τάσεων αποκλίνει κατά Δυ προς τα αριστερά.

Στο p'-v το v παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της δοκιμής, αφού η μεταβολή του όγκου είναι μηδενική, και το σημείο περιγραφής της κατάστασης από την αρχική του θέση επί της καμπύλης ισότροπης συμπίεσης κινείται προς τα αριστερά λόγω της μείωσης της μέσης ενεργού τάσης p' που επιφέρει η αύξηση της πίεσης των πόρων.

1.4.4 Υπερστερεοποιημένη άργιλος – Αστράγγιστη δοκιμή

Το κορεσμένο δείγμα αφού συμπιεσθεί σε μία μέση τάση ισότροπης στερεοποίησης $p'_{o} = a$, αφήνεται να διογκωθεί και έτσι η p' που ασκείται στο δοκίμιο μετά την διόγκωση είναι μικρότερη από την p'_{o} . Ακολούθως, η πίεση της κυψέλης διατηρείται

σταθερή και αυξάνεται το αξονικό φορτίο. Για την υπερστερεοποιημένη άργιλο και για OCR=24 οι σχέσεις μεταξύ της αποκλίνουσας τάσης q', της αξονικής παραμόρφωσης ε_{α} και της υπερπίεσης πόρων Δυ φαίνονται στα παρακάτω σχήματα (εικόνα 1.14).



Εικόνα 1.14 Πειραματικά δεδομένα από αστράγγιστη φόρτιση υπερστερεοποιημένου αργιλικού δείγματος, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Το σχήμα του διαγράμματος ε_{α} - q' είναι ίδιας μορφής με αυτό της κανονικά στερεοποιημένης αργίλου σε αστράγγιστη δοκιμή και οι τιμές της q' κατά την αστοχία είναι ανάλογου μεγέθους. Ταυτόχρονα παρατηρούμε μεγάλες παραμορφώσεις κατά την αστοχία του δείγματος.

Το σχήμα του διαγράμματος ε_{α} – Δυ είναι και αυτό της ίδιας μορφής με το σχήμα ε_{α} - ε_{v} της υπερστερεοποιημένης αργίλου σε στραγγισμένη δοκιμή. Στην αρχή για μικρές τιμές της ε_{α} έχω μικρές θετικές υπερπιέσεις, στη συνέχεια όμως το δείγμα δεν δύναται να διογκωθεί άλλο και έτσι αναπτύσσονται αρνητικές υπερπιέσεις. Η αύξηση της πίεσης πόρων ουσιαστικά αντισταθμίζει την τάση για μείωση του όγκου που παρατηρείται στην στραγγισμένη δοκιμή, όπως προαναφέραμε.

Τα αποτελέσματα της δοκιμής μπορούν να παρουσιαστούν στο επίπεδο ενεργών τάσεων p'-q' και στο επίπεδο συμπίεσης p'-v όπως φαίνονται στην εικόνα 1.15 που ακολουθεί.



Εικόνα 1.15 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p-q και p'-v, από αστράγγιστη φόρτιση υπερστερεοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η διαδρομή των ολικών τάσεων στο p - q είναι ευθεία γραμμή με κλίση 3:1, ενώ η διαδρομή των ενεργών τάσεων αποκλίνει κατά u προς τα δεξιά λόγω της μείωσης της πίεσης των πόρων.

Στο p'-v το v παραμένει και πάλι σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της δοκιμής, αφού η μεταβολή του όγκου είναι μηδενική. Η ευθεία προκύπτει από την προβολή την διαδρομής των ενεργών τάσεων και το σημείο περιγραφής της κατάστασης από την αρχική του θέση επί της καμπύλης ισότροπης καμπύλης κινείται προς τα δεξιά λόγω της αύξησης της μέσης ενεργού τάσης p' που επιφέρει η μείωση της πίεσης των πόρων.

1.5 Γραμμή κρίσιμης κατάστασης για κανονικά στερεοποιημένες αργίλους

Κανονικοποίηση καμπυλών

Στην περίπτωση της αστράγγιστης τριαξονικής συμπίεσης θεωρούμε τρία διαφορετικά δείγματα κανονικά στερεοποιημένης αργίλου τα οποία έχουν συμπιεστεί

σε διαφορετική αρχική τάση. Την αύξουσα τάση ισότροπης συμπίεσης την συμβολίζουμε με p'_{o} και δίνουμε τιμές $p'_{o} = \alpha$, 2 α , 3 α . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε διαγράμματα αξονικής παραμόρφωσης ε_{α} – αποκλίνουσας τάσης q (εικόνα 1.16 (α)). Βλέπουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τάση ισότροπης στερεοποίησης p'_{o} τόσο μεγαλύτερη είναι και η αποκλίνουσα τάση q κατά την αστοχία. Επίσης, το σχήμα των καμπυλών είναι παρόμοιο για όλα τα δείγματα



Εικόνα 1.16 α) Διαγράμματα $\varepsilon_{\alpha} - q$, β) Κανονικοποίηση διαγράμματος $\varepsilon_{\alpha} - q$, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Μπορούμε να κανονικοποιήσουμε τα διαγράμματα τάσης – παραμόρφωσης των τριών εδαφικών δειγμάτων, διαιρώντας την αποκλίνουσα τάση q ως προς τη τάση ισότροπης συμπίεσης p'₀ προκύπτει ότι οι τρεις κανονικοποιημένες καμπύλες ταυτίζονται με ικανοποιητική ακρίβεια (εικόνα 1.16 (β)).

Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν και από στραγγισμένες δοκιμές.

<u>Γραμμή κρίσιμης κατάστασης</u>

Προβάλλοντας τα αποτελέσματα των τριών δοκιμών στο επίπεδο των ενεργών τάσεων p' - q' και στο επίπεδο p' - ν, τόσο κατά τις στραγγισμένες δοκιμές όσο και κατά τη αστράγγιστες δοκιμές, προκύπτουν τα διαγράμματα της εικόνας 1.17.



Εικόνα 1.17 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p´-q και p´-ν, στραγγισμένες και αστράγγιστες δοκιμές κανονικά στρερεοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Στο επίπεδο των ενεργών τάσεων p´ - q´, τα σημεία περιγραφής της αρχικής εντατικής κατάστασης των εδαφικών στοιχείων (A₁, A₂, A₃) κείτονται στον άξονα της μέσης ενεργού τάσης p´. Κατά τις στραγγισμένες δοκιμές, οι διαδρομές των τάσεων και των τριών δειγμάτων είναι παράλληλες ευθείες υπό κλίση 3:1, όπως αναμενόταν άλλωστε. Κατά τις αστράγγιστες δοκιμές, οι διαδρομές των τάσεων και των τριών δειγμάτων είναι παράλληλες με μειούμενη μέση ενεργό τάση p´ και αυξανόμενη αποκλίνουσα τάση q, όπως επίσης αναμενόταν. Τα σημεία αστοχίας των τριών δειγμάτων (B₁, B₂, B₃) κείτονται επί μιας κοινής ευθείας η οποία περνάει από την αρχή των αξόνων. Η γραμμή αυτή ονομάζεται γραμμή κρίσιμης κατάστασης (critical state line) και αποτελεί μία περιβάλλουσα αστοχίας του εδαφικού δοκιμίου.

Στο επίπεδο συμπίεσης p' - ν τα σημεία της αρχικής κατάστασης των τριών εδαφικών δοκιμίων (A₁, A₂, A₃) βρίσκονται επί της καμπύλης ισότροπης συμπίεσης. Κατά τις στραγγισμένες δοκιμές, αυξάνοντας τη μέση ενεργό τάση p' ο ειδικός όγκος ν μειώνεται μέχρι την αστοχία του δείγματος. Κατά τις αστράγγιστες δοκιμές, μειώνοντας την p' λόγω αύξησης της αξονικής παραμόρφωσης $ε_a$ ο ειδικός όγκος ν των δειγμάτων παραμένει σταθερός μέχρι την αστοχία. Τα σημεία αστοχίας (B₁, B₂, B₃) ορίζουν μία καμπύλη παράλληλη με την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης. Η γραμμή αυτή είναι η γραμμή κρίσιμης κατάστασης στο επίπεδο συμπίεσης.

Τα παρακάτω σχήματα απεικονίζουν την κατάσταση αστοχίας για δοκιμές αστράγγιστης και στραγγισμένης τριαξονικής συμπίεσης κανονικά στερεοποιημένης αργίλου.



Εικόνα 1.18 Η γραμμή κρίσιμης κατάστασης σε χώρο p'-q και p'-ν, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Τα δείγματα ανεξάρτητα από την διαδρομή των τάσεων που ακολουθούν και του είδους της φόρτισης (στραγγισμένη ή αστράγγιστη) φτάνουν την γραμμή της κρίσιμης κατάστασης. Ως αστοχία, ορίζουμε την κατάσταση κατά την οποία το εδαφικό υλικό παρουσιάζει μεγάλες διατμητικές παραμορφώσεις υπό σταθερές τάσεις και όγκο.

Οι σχέσεις ορισμού της Γραμμής Κρίσιμης Κατάστασης στα επίπεδα ενεργών τάσεων και συμπίεσης είναι αντίστοιχα:

$$q' = M p' \kappa \alpha v = \Gamma - \lambda lnp' (1.18)$$

όπου M είναι η κλίση της γραμμής και αποτελεί μία σταθερά τριβής του υλικού, Γ η τιμή του ειδικού όγκου ν που αντιστοιχεί σε μέση ενεργό τάση p' = 1.0 kN/m² επί της

γραμμής κρίσιμης κατάστασης και προσδιορίζει τη θέση της γραμμής της κρίσιμης κατάστασης. Οι παράμετροι αυτοί Μ, Γ ,λ θεωρούνται σταθερές του εδάφους και προσδιορίζονται πειραματικά.

<u>Διαδρομές τάσεων στον τρισδιάστατο χώρο p' - q' - ν</u>

Στραγγισμένη δοκιμή:

Η διαδρομή των τάσεων σε μια στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση είναι μια ευθεία γραμμή με κλίση 3:1 στο p' - q'. Το δείγμα συμπιέζεται (ή διογκώνεται) και γι` αυτό ο ειδικός όγκος αλλάζει. Η αρχική κατάσταση του δείγματος πάνω στη γραμμή κανονικής στερεοποίησης είναι το A και καταλήγει στο B όπου και αστοχεί. Η προβολή στο p' - q' είναι το A_1B_1 . Το ακριβές σχήμα εξαρτάται από την σχέση μεταξύ της ογκομετρικής αλλαγής και την αύξηση της q'. Ωστόσο όποια και να είναι η σχέση η διαδρομή των τάσεων AB παραμένει επί του στραγγισμένου επιπέδου ACB₁A₁.



Εικόνα 1.19 Στραγγισμένο επίπεδο, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Αστράγγιστη δοκιμή:

Ένα δοκίμιο ισοτροπικά συμπιέζεται στο σημείο A και μετά υφίσταται αστράγγιστη τριαξονική συμπίεση μέχρι να αστοχήσει στο σημείο B πάνω στη γραμμή κρίσιμης κατάστασης. Αυτή η διαδρομή τάσεων προβάλλεται στο p' - q' ως A₁B₁. Στην

αστράγγιστη δοκιμή το ν μένει σταθερό άρα το AB παραμένει στο αστράγγιστο επίπεδο ACDE.



Εικόνα 1.20 Αστράγγιστο επίπεδο, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η γνώση της θέσης της γραμμής κρίσιμης κατάστασης, για ένα εδαφικό στοιχείο, μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε με ακρίβεια τις τάσεις και τον ειδικό όγκο κατά την αστοχία κανονικά στερεοποιημένων δειγμάτων για μια πλειάδα διαδρομών τάσεων.

1.6 Συμπεριφορά κανονικώς στερεοποιημένων δειγμάτων Επιφάνεια Roscoe

Προηγουμένως είδαμε ότι κάθε εντατική διαδρομή ενός κανονικά στερεοποιημένου εδαφικού στοιχείου, κινείται επί ενός επιπέδου φόρτισης (αστράγγιστο ή στραγγισμένο επίπεδο) από την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης έως τη γραμμή της κρίσιμης κατάστασης. Για να προσδιορίσουμε κατά πόσο οι δύο αυτές επιφάνειες ταυτίζονται, πρέπει να προσδιοριστεί εάν δύο όμοια εδαφικά στοιχεία τα οποία υποβάλλονται σε μία στραγγισμένη και μια αστράγγιστη δοκιμή τριαξονικής συμπίεσης αντίστοιχα, έχουν το ίδιο ειδικό όγκο ν όταν σε αυτά ασκούνται οι ίδιες ενεργές τάσεις (εικόνα 1.21).



Εικόνα 1.21 α) Διαδρομές τάσεων υπό στραγγισμένες και αστράγγιστες συνθήκες β) Επιφάνειες σταθερού ειδικού όγκου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Οι αστράγγιστες και οι στραγγισμένες δοκιμές ορίζουν μια τρισδιάστατη επιφάνεια, η οποία ονομάζεται επιφάνεια Roscoe και η οποία συνδέει την γραμμή κανονικής στερεοποίησης με την γραμμή κρίσιμης κατάστασης. Η επιφάνεια αυτή είναι μοναδική και είναι όμοια για τις στραγγισμένες και τις αστράγγιστες δοκιμές. Αυτό συμπεραίνεται από το γεγονός ότι η στραγγισμένη διαδρομή ABC έχει το ίδιο ειδικό όγκο στο σημείο B με την αστράγγιστη διαδρομή DBE

Οι αστράγγιστες δοκιμές βοηθάνε στον ορισμό της επιφάνειας, καθώς για κάθε αστράγγιστη δοκιμή υπάρχει και ένα επίπεδο με σταθερό ν που τέμνει την γραμμή κρίσιμης κατάστασης. Οι στραγγισμένες δοκιμές ακολουθούν διαδρομές που τέμνουν κάθετα τις αστράγγιστες διαδρομές (εικόνα 1.22, 1.23).



Εικόνα 1.22 Όλες οι διαδρομές υπό αστράγγιστες και στραγγισμένες δοκιμές, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)



Εικόνα 1.23 Αστράγγιστες και στραγγιζόμενες διαδρομές επί της επιφάνειας Roscoe, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Κανονικοποίηση των διαδρομών τάσεων

Η μεταβολή του ειδικού όγκου ν κατά τη στραγγισμένη δοκιμή δεν μας επιτρέπει μια απευθείας σύγκριση της διαδρομής των τάσεων στα δύο είδη δοκιμών. Για να λύσουμε το πρόβλημα αυτό μπορούμε να κανονικοποιήσουμε τις καμπύλες ως προς την ισοδύναμη μέση πίεση p'_e ή τάση Hvorslev.

Υπολογισμός της τάσης p ${'}_e$ που αντιστοιχεί σε μια τυχαία κατάσταση A (p ${'}, v)$:

α) Υποθέτουμε ότι το δείγμα στο σημείο A έχει q'_A , p'_A και v_A . Σχεδιάζοντας μια ευθεία γραμμή με σταθερό v ($v=v_A$) από το A προς την γραμμή κανονικής στερεοποίησης, βρίσκω την p'_e .

$$p'_{e} = \exp\left(\frac{N-\nu}{\lambda}\right)$$
 (1.19)



Εικόνα 1.24 Υπολογισμός ισοδύναμης μέσης πίεσης, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

β) Συσχετίζουμε την κατάσταση A (p΄,ν) με την κατάσταση (p΄_m,ν_m) που αντιστοιχεί στο σημείο M στην καμπύλη αποφόρτισης.

 $v = [N - (\lambda - \kappa) \ln p'_m] - \kappa \ln p' \quad (1.20)$



Εικόνα 1.25 Υπολογισμός ισοδύναμης μέσης πίεσης, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Ο συνδυασμός (1.19) και (1.20) μας δίνει $p'_{e} = p'_{m} \left(\frac{p'}{p'_{m}}\right)^{\frac{\kappa}{\lambda}} (2.21)$

Παρατηρούμε ότι κατά την διάρκεια της αστράγγιστης δοκιμής η p'_{e} θα παραμείνει σταθερή ενώ κατά την στραγγισμένη δοκιμή η p'_{e} μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση (1.18).

Αναλυτική περιγραφή της επιφάνειας Roscoe

Για να μπορούμε να συγκρίνουμε άμεσα τις διαδρομές των ενεργών τάσεων των αστράγγιστων και των στραγγισμένων δοκιμών θα τις απεικονίσουμε σε ένα χώρο $q'/p_e - p'/p'_e$. Στην εικόνα 1.26, βλέπουμε τρεις αστράγγιστες διαδρομές και μία στραγγισμένη διαδρομή, που όλες κείτονται επί της επιφάνειας Roscoe. Οι αστράγγιστες διαδρομές είναι οι τομές των αστράγγιστων επιπέδων με την επιφάνεια Roscoe και έχουν όλες το ίδιο σχήμα αλλά διαφέρουν ως προς το μέγεθος. Διαιρώντας τις ενεργές τάσεις με την ισοδύναμη μέση συμπίεση p'_e , οι τρεις διαδρομές των τάσεων στο χώρο $q'/p_e - p'/p'_e$ ταυτίζονται σε μία.

Κατά τη στραγγισμένη δοκιμή, η διαδρομή $A_1D_2B_3$ τέμνει τρία τμήματα σταθερού ειδικού όγκου ν της επιφάνειας Roscoe, που αντιστοιχούν στα v_1, v_2, v_3 . Στην αρχή της δοκιμής, στο σημείο A, ισχύει $p'_e = p'_{A_1} \Rightarrow \frac{p'_{A_1}}{p'_e} = 1$ ενώ $\frac{q'}{p'_e} = 0$ γιατί το A_1 ανήκει στο p' - ν. Η αρχική κατάσταση δεν έχει διάτμηση. Όταν όμως το δείγμα διατμηθεί και συμπιεστεί, φτάνοντας έτσι στο D_2 , το τμήμα σταθερού ν $(A_2D_2B_2C_2)$ θα είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο τμήμα σταθερού ν του A_1 $(A_1B_1C_1)$. Άρα, η τιμή της ισότροπης τάσης p' στο D_2 θα είναι μεγαλύτερη από αυτή στο A_1 όπως και η τιμή της p'_e , άρα $\frac{p'}{p'_e} < 1$ και $\frac{q'}{p'_e} > 0$. Όμοια μπορεί να υπολογιστεί και το σημείο B_3 . Το τμήμα του σταθερού ν θα είναι μεγαλύτερο από αυτά που αντιστοιχούσαν στα A_1 , D_2 γιατί το δείγμα έχει συμπιεστεί και ο ειδικός όγκος έχει μειωθεί.



Εικόνα 1.26 Αστράγγιστες και στραγγιζόμενες διαδρομές επί της επιφάνειας Roscoe, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η στραγγισμένη δοκιμή μπορεί να απεικονιστεί από την καμπύλη $A_1D_2B_3$ (εικόνα 1.27), η οποία έχει το ίδιο σχήμα με την καμπύλη που αντιστοιχεί στην αστράγγιστη δοκιμή. Σημειώνεται ότι, αν και η καμπύλη $A_1D_2B_3$ της στραγγισμένης δοκιμής είναι ευθεία γραμμή με κλίση 3:1 στο p' - q', στο επίπεδο q'/p_e – p'/p'_e η καμπυλότητα οφείλεται στην αύξηση της p'_e καθώς το δείγμα συμπιέζεται.



Εικόνα 1.27 Κανονικοποίηση επιφάνειας Roscoe, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Οι καμπύλες των αστράγγιστων και των στραγγισμένων δοκιμών στο χώρο q'/p_e – p'/p'_e ταυτίζονται σε μία, την επιφάνεια Roscoe, η οποία είναι μοναδική και κοινή για όλες τις δοκιμές συμπίεσης ανεξαρτήτως της διαδρομής των τάσεων. Η καμπύλη αυτή περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση έλλειψης:

$$\frac{p'}{p'_{e}} = \left(\frac{M^{2}}{M^{2} + (q/p')^{2}}\right)^{1-\frac{\kappa}{\lambda}} (1.22)$$

όπου Μ, παράμετρος της Γραμμής Κρίσιμης Κατάστασης.

Alla
$$p'_{e} = p'_{m} \left(\frac{p'}{p'_{m}}\right)^{\frac{\kappa}{\lambda}} \Rightarrow \frac{p'}{p'_{e}} = \left(\frac{p'}{p'_{m}}\right)^{1-\frac{\kappa}{\lambda}}$$
 (1.23)

Σε χώρο p' - q, ο συνδυασμός των ανωτέρω μας δίνει την εξίσωση της επιφάνειας Roscoe:

$$\frac{p'}{p'_m} = \frac{M^2}{M^2 + (q/p')^2} \quad (1.24)$$

 $\dot{\eta}$ $q^2 - M^2(p'_m - p') = 0$ (1.25)

Η θέση και το μέγεθος της επιφάνειας Roscoe μεταβάλλονται με το p'_m . Η τιμή του p'_m αλλάζει κατά την διάρκεια της φόρτισης επειδή εξαρτάται από τα p' και ν κατά την σχέση $p'_m = \exp(\frac{N-\nu-\kappa \ln p'}{\lambda-\kappa})$, όπου το p'_m ονομάζεται παράμετρος κράτυνσης.

Επίσης προσδιορίζουμε την παράμετρο Μ της Γραμμής Κρίσιμης Κατάστασης ως εξής:

$$M = \frac{q'}{p'} = \frac{\sigma'_{1} - \sigma'_{2}}{\frac{1}{3}(\sigma'_{1} + 2\sigma'_{3})} = \frac{3\left(\frac{\sigma'_{1}}{\sigma'_{3}} - 1\right)}{\left(\frac{\sigma'_{1}}{\sigma'_{3}} + 2\right)} \quad (1.26)$$

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{argamma} M = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (1.27)$$

Συμπεριφορά ελαφρώς υπερστερεοποιημένων δειγμάτων - Προσβάσιμες και μη προσβάσιμες καταστάσεις

Η επιφάνεια Roscoe έχει οριστεί ως τώρα η καμπύλη πάνω στην οποία κινούνται τα κανονικώς στερεοποιημένα δείγματα, είτε σε στραγγισμένες είτε σε αστράγγιστες δοκιμές. Ακολούθως, θα εξετάσουμε τα ελαφρώς υπερστερεοποιημένα δείγματα.

Θεωρούμε αστράγγιστες δοκιμές σε δείγματα τα οποία συμπιέζονται ισοτροπικά και αποφορτίζονται με διαφορετικούς λόγους προστερεοποίησης OCR. Το δείγμα 1 είναι κανονικώς στερεοποιημένο με ειδικό όγκο v_1 και ισοτροπική τάση p'_1 , ενώ τα δείγματα 2,3 και 4 έχουν ισοτροπικά στερεοποιηθεί σε ειδικούς όγκους μικρότερους από το v_1 και μετά τους επιτράπηκε να διογκωθούν μέχρι το v_1 αλλά οι ισοτροπικές τάσεις είναι μικρότερες από την p'_1 . Τα δείγματα 2,3 και 4 είναι υπερστερεοποιημένα.



Εικόνα 1.28 Ισότροπη συμπίεση και αποφόρτιση δειγμάτων αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Sto cárd q'/p_e - p'/p'_e gia diágores timés tou OCR:



Εικόνα 1.29 Διαδρομές τάσεων ελαφρά υπερστερεοποιημένων δειγμάτων, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Η επιφάνεια Roscoe αντιστοιχεί στο κανονικώς στερεοποιημένο δείγμα. Οι διαδρομές τάσεων των υπερστερεοποιημένων δειγμάτων ξεκινούν κάτω από την επιφάνεια Roscoe, εκτρέπονται από την επιφάνεια Roscoe αλλά αστοχούν στο ίδιο σημείο με το κανονικώς στερεοποιημένο δείγμα που είναι η Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης. Η επιφάνεια Roscoe αποτελεί ένα σύνορο πέρα από το οποίο οι διαδρομές τάσεων δεν μπορούν να πάνε.

Εν συνεχεία, παρατηρούμε ότι υπάρχει αναλογία μεταξύ της επιφάνειας Roscoe και της καμπύλης ισότροπης συμπίεσης. Όπως η καμπύλη ισότροπης συμπίεσης αποτελεί μία οριακή καμπύλη, πέρα από την οποία ένα δείγμα δεν μπορεί να υπάρχει με μεγαλύτερο ειδικό όγκο ν για μια δεδομένη τιμή των τάσεων, έτσι και η καμπύλη Roscoe αποτελεί μια οριακή καταστατική επιφάνεια για κανονικά στερεοποιημένα και ελαφρώς υπερστερεοποιημένα δείγματα (εικόνα 1.30).


Εικόνα 1.30 α) Καμπύλη ισότροπης συμπίεσης, β) Επιφάνεια Roscoe, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977)

Δηλαδή, η επιφάνεια Roscoe διαχωρίζει προσβάσιμες και μη προσβάσιμες καταστάσεις για τα δείγματα αυτά (εικόνα 1.31).



Εικόνα 1.31 Προσβάσιμες και μη προσβάσιμες καταστάσεις, Πηγή: Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977

1.7 Συμπεριφορά υπερστερεοποιημένων δειγμάτων Επιφάνεια Hvorslev

Κατά τη στραγγισμένη δοκιμή ενός υπερστερεοποιημένου δείγματος, θεωρούμε ότι το δείγμα έχει ισοτροπικά στερεοποιηθεί με τάση p'_{max} και μετά του επιτρέπουμε να διογκωθεί ισοτροπικά σε μια μικρότερη τάση p'_{o} . Ως συντελεστή υπερστερεοποίησης ορίζουμε τον λόγο $\frac{p'_{max}}{p'_{o}}$ (OCR = $\frac{p'_{max}}{p'_{o}}$).

Παρουσιάζουμε ξανά τα διαγράμματα μιας στραγγισμένης δοκιμής τριαξονικής θλίψης για μια υπερστερεοποιημένη άργιλο.



Εικόνα 1.32 Διαδρομές καταστατικών σημείων στους χώρους p'-q' και p'-v, από στραγγισμένη φόρτιση περιφερειοποιημένης αργίλου, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Η διαδρομή τάσεων ξεπερνά την Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης μέχρι το σημείο αστοχίας και μετά γυρνά πάλι πίσω μέσω της ίδιας διαδρομής στην Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης. Έτσι δημιουργείται μια επιφάνεια-όριο πάνω από τη ΓΚΚ. Θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε μια οικογένεια στραγγισμένων δοκιμών για να αποκτήσουμε πληροφορίες για το σχήμα της επιφάνειας αυτής. Η δυσκολία είναι ότι ο ειδικός όγκος ν των δειγμάτων αλλάζει κατά την διάρκεια των δοκιμών. Σε αναλογία με την επιφάνεια Roscoe περιμένουμε ότι τα τμήματα σταθερού ειδικού όγκου ν έχουν διαφορετικά μεγέθη αλλά ίδιο σχήμα.

Επιφάνεια Hvorslev

Η καταστατική οριακή επιφάνεια για τις υπερστερεοποιημένες αργίλους ονομάζεται επιφάνεια Hvorslev και για τον προσδιορισμό της μπορούμε να ακολουθήσουμε μια διαδικασία όμοια με αυτή που χρησιμοποιήσαμε για τον προσδιορισμό της επιφάνειας Roscoe.

Απεικονίζουμε τις διαδρομές τάσεων στο χώρο $q'/p_e - p'/p'_e$ και έτσι μπορούν να συγκριθούν απευθείας οι αστράγγιστες και οι στραγγισμένες δοκιμές. Στην εικόνα 1.33 παρατηρούμε ότι, με βάση τα αποτελέσματα των δοκιμών, τα σημεία των καταστάσεων αστοχίας ορίζουν μία ευθεία αριστερά της επιφάνειας Roscoe.



Εικόνα 1.33 Επιφάνεια Hvorslev, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Παρατηρούμε ότι τόσο στις αστράγγιστες όσο και στις στραγγισμένες δοκιμές τα σημεία κορυφαίας τιμής της αντοχής δημιουργούν ένα γεωμετρικό τόπο, μία ευθεία, την επιφάνεια Hvorslev, η οποία περιορίζεται δεξιά από το σημείο Β που αντιπροσωπεύει την Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης καθώς και από την επιφάνεια Roscoe.

Η γραμμή αυτή όμως (επιφάνεια Hvorslev), περιορίζεται και από τα αριστερά από μία επιφάνεια η οποία αντιπροσωπεύει τον γεωμετρικό τόπο των σημείων εφελκυστικής αστοχίας του εδάφους. Εφόσον το έδαφος δεν μπορεί να αναλάβει εφελκυστικές τάσεις, ο λόγος $\frac{q'}{p'}$ αποκτά τη μέγιστη τιμή του όταν σ' ₃ =0. Τότε, για τριαξονική συμπίεση ισχύει:

$$q' = \sigma'_{1} \kappa \alpha p' = \frac{1}{3} \sigma'_{1} \Lambda \rho \alpha \frac{q'}{p'} = 3$$
 (1.28)

επομένως η επιφάνεια της εφελκυστικής αστοχίας (tensile failure) στον χώρο $q'/p_e - p'/p'_e$ είναι μία ευθεία με κλίση 3:1.

Στην εικόνα 1.34 που ακολουθεί παρατηρούμε την καταστατική οριακή επιφάνεια που δημιουργείται στον χώρο $q'/p_e - p'/p'_e$ από τις επιφάνειες Roscoe, Hvorslev αλλά και εφελκυστικής αστοχίας. Διαχωρίζονται έτσι οι εφφικτές και μη εφφικτές καταστάσεις.



Εικόνα 1.34 Η καταστατική οριακή επιφάνεια, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα της επιφάνειας Hvorslev είναι ότι η διατμητική τάση στο δείγμα κατά την αστοχία εξαρτάται από την ισότροπη τάση p' και τον ειδικό όγκο ν. Η τάση ισότροπης συμπίεσης p'_e εξαρτάται απευθείας από το ν.

Η ευθεία των σημείων κορυφαίας αντοχής υπερστερεοποιημένων αργίλων δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{q'}{p'_e} = g + h\left(\frac{p'}{p'_e}\right) \Longrightarrow q' = gp'_e + hp'(1.29)$$

όπου g και h είναι σταθερές του εδάφους.

Αντικαθιστώντας την ισοδύναμη μέση συμπίεση $p'_e = exp\left(\frac{N-\nu}{\lambda}\right)$ έχουμε ότι:

$$q' = g \exp\left(\frac{N-\nu}{\lambda}\right) + hp' \quad (1.30)$$

Για την ΓΚΚ ισχύει ότι q = Mp' και $v = \Gamma - \lambda \ln p'$. Αλλά η ΓΚΚ ανήκει στην επιφάνεια Hvorslev, άρα:

$$g = (M-h)\exp\left(\frac{\Gamma-N}{\lambda}\right)$$
 (1.31)

Οπότε, η επιφάνεια Hvorslev στον χώρο p'-q'-ν περιγράφεται από την εξίσωση:

$$q' = (M-h)\exp\left(\frac{\Gamma-\nu}{\lambda}\right) + hp' \quad (1.32)$$

όπου Γ, λ: παράμετροι της ΓΚΚ στον χώρο p'-ν

Μ: η παράμετρος της ΓΚΚ στον χώρο p'-q'

h: η κλίση των ευθειών Hvorslev

Από την εξίσωση της επιφάνειας Hvorslev παρατηρούμε ότι η αποκλίνουσα τάση q΄ κατά την αστοχία ενός υπερστερεοποιημένου δείγματος αποτελείται από δύο σκέλη. Το πρώτο σκέλος είναι το $(M - h) \exp(\frac{\Gamma - v}{\lambda})$, που εξαρτάται από τον ειδικό όγκο ν και τις σταθερές του εδάφους M, h, N, λ. Το δεύτερο σκέλος είναι το hp', που είναι ανάλογο της μέσης ενεργού τάσης p'.

Aν θεωρήσουμε δύο δείγματα σε στραγγισμένες συνθήκες, τα οποία φτάνουν στην αστοχία με ίδια τιμή της p' αλλά με διαφορετικό v_1 , v_2 , όπου $v_1 > v_2$, τότε η αστοχία θα συμβεί σε διαφορετικές τιμές του q'. Οι γραμμές $A_1 B_1$ και $A_2 B_2$ είναι τμήματα της επιφάνειας Hvorslev (εικόνα 1.35).



Εικόνα 1.35 Καταστάσεις αστοχίας στραγγισμένων δοκιμών σε διαφορετικό ειδικό όγκο ν, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Συμπεριφορά έντονα υπερστερεοποιημένων αργίλων

Η επιφάνεια Hvorslev είναι το όριο για τα έντονα υπερστερεοποιημένα δείγματα, όπως και η επιφάνεια Roscoe είναι το όριο για τα κανονικώς στερεοποιημένα δείγματα και για τα ελαφρώς υπερστερεοποιημένα δείγματα. Επίσης οι επιφάνειες Hvorslev και Roscoe τέμνονται, και το σημείο τομής τους είναι η Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης. Στην περίπτωση αστράγγιστων δοκιμών μας δίνεται η εικόνα 1.36. Για μικρές τιμές του OCR (ελαφρώς στερεοποιημένες άργιλοι) οι διαδρομές τάσεων κινούνται επί της επιφάνειας Roscoe ενώ για μεγάλες τιμές του OCR (έντονα υπερστερεοποιημένες άργιλοι) οι διαδρομές τάσεων κινούνται επί της επιφάνειας Hvorslev. Όλες οι διαδρομές καταλήγουν στην Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης.



Εικόνα 1.36 Διαδρομές τάσεων δειγμάτων με διαφορετικό OCR, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Στην περίπτωση της στραγγισμένης δοκιμής, το στραγγισμένο επίπεδο τέμνει τις επιφάνειες που αποτελούν τα όρια υπό κλίση 3:1 ως προς τον άξονα των μέσων ενεργών τάσεων p', όπως φαίνεται και στην εικόνα 1.37.



Εικόνα 1.37 Αστράγγιστο επίπεδο στο χώρο p'-q'-ν, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Παρακάτω (εικόνα 1.38), απεικονίζονται τα τμήματα σταθερού ν που τέμνονται από την στραγγισμένη δοκιμή. Καθώς ο ειδικός όγκος ν μειώνεται το τμήμα του σταθερού ν αυξάνεται, ενώ το σημείο της τομής του τμήματος σταθερού ν με την στραγγισμένη δοκιμή μετακινείται από την καμπύλη ισότροπης συμπίεσης (A), στην επιφάνεια Roscoe (B), μέσω της ΓΚΚ (C) στην επιφάνεια Hvorslev (D) και μακριά από την ΓΚΚ (E).



Εικόνα 1.38 Διαδρομές τάσεων δειγμάτων με διαφορετικό OCR επί του στραγγισμένου επιπέδου, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Επομένως, η επιφάνεια Roscoe εμφανίζεται πιο ομαλή ενώ η Hvorslev «υψώνεται» μειωμένου του ειδικού όγκου ν. Επίσης, παρατηρούμε ότι η κρίσιμη κατάσταση δεν είναι η κατάσταση με την μεγαλύτερη αποκλίνουσα τάση q (όπως στην περίπτωση της αστράγγιστης φόρτισης). Τα έντονα υπερστερεοποιημένα δείγματα, λοιπόν, μπορούν να έχουν αποκλίνουσα τάση q μεγαλύτερη από αυτή της κρίσιμης κατάστασης. Συνεπώς, ένα έντονα υπερστερεοποιημένο δείγμα θα αποκτήσει την μέγιστη αποκλίνουσά του τάση q και κατόπιν θα κινηθεί επί της επιφάνειας Hvorslev προς τη γραμμή κρίσιμης κατάστασης.

Αλλαγές του όγκου και της πίεσης των πόρων

Αστράγγιστη δοκιμή (εικόνα 1.39):

Θεωρούμε ένα κανονικώς στερεοποιημένο δείγμα και ένα υπερστερεοποιημένο. Στο διάγραμμα p'-ν, το κανονικώς στερεοποιημένο δείγμα Α αστοχεί χωρίς να αλλάξει ο ειδικός όγκος ν στην ΓΚΚ στο C. Στο διάγραμμα p'-q' μπορούμε να σχεδιάσουμε τη διαδρομή ολικών τάσεων (υποθέτοντας u = 0 στην αρχή της δοκιμής) όπως ξέρουμε

με κλίση 3:1. Η πίεση των πόρων u $_A$ στην αστοχία του δείγματος Α δίνεται από την διαφορά μεταξύ p και p' κατά την αστοχία.

Αντίστοιχα, το υπερστερεοποιημένο δείγμα B στο διάγραμμα p'-ν αστοχεί στη ΓΚΚ στο σημείο C, αν ο αρχικός ειδικός όγκος είναι ίδιος με το δείγμα A και αν το δείγμα B παραμορφώνεται ενιαία. Στο διάγραμμα p'-q', ακολουθεί και αυτό μια διαδρομή ολικών τάσεων με κλίση 3:1. Η πίεση των πόρων στην αστοχία του δείγματος B είναι η -u_B.

Το δείγμα A αστοχεί με μεγάλη θετική πίεση των πόρων ενώ το δείγμα B αστοχεί με αρνητική πίεση των πόρων.



Εικόνα 1.39 Διαδρομές τάσεων αστράγγιστων δοκιμών κανονικά στερεοποιημένων και υπερστερεοποιημένων αργίλων, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Στραγγισμένη δοκιμή (εικόνα 1.40):

Θεωρούμε ένα κανονικώς στερεοποιημένο δείγμα D και ένα υπερστερεοποιημένο δείγμα E. Και πάλι οι διαδρομές των ολικών τάσεων έχουν κλίση 3:1 και οι τομές τους με την Γραμμή Κρίσιμης Κατάστασης είναι τα σημεία F και G αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι στο p'-ν το σημείο F έχει μικρότερο ειδικό όγκο από ότι το σημείο D, και αυτό γιατί το κανονικά στερεοποιημένο δείγμα D συμπιέζεται κατά την διάτμηση.

Όμοια ο ειδικός όγκος στο σημείο G είναι μεγαλύτερος από ότι στο σημείο E, επειδή το υπερστερεοποιημένο δείγμα E διαστέλλεται κατά την διάτμηση. Θα πρέπει να προσέξουμε ότι το υπερστερεοποιημένο δείγμα αστοχεί πρώτα στο σημείο H, πάνω στην επιφάνεια Hvorslev, πριν φτάσει στη ΓΚΚ στο G. Το δείγμα συμπιέζεται ελαφρά από το E στο H λόγω της αύξησης του p' και έτσι ο ειδικός όγκος ν στο σημείο H ίσως είναι ελαφρώς μικρότερος από τον ν στο E.

Παρατηρούμε την αντίθετη συμπεριφορά ανάμεσα στα υπερστερεοποιημένα δείγματα, τα οποία διαστέλλονται κατά την διάρκεια της διάτμησης και τα κανονικώς στερεοποιημένα δείγματα, που συμπιέζονται.



Εικόνα 1.40 Διαδρομές τάσεων στραγγισμένων δοκιμών κανονικά στερεοποιημένων και υπερστερεοποιημένων αργίλων, Πηγή: Atkinson J.H, Brands by P.L. (1977)

Είναι χρήσιμο στον χώρο p'-ν να διαχωρίσουμε τα δείγματα τα οποία βρίσκονται πάνω και δεξιά από την ΓΚΚ και εκείνα που βρίσκονται κάτω και αριστερά. Τα πρώτα δείγματα ονομάζονται υγρά δείγματα (wet of critical), καθώς έχουν υψηλότερη περιεκτικότητα σε υγρασία από ότι τα δείγματα που είναι πάνω στην ΓΚΚ για την ίδια τιμή της p'. Η δεύτερη ομάδα δειγμάτων ονομάζεται στεγνά δείγματα (dry of critical). Ο διαχωρισμός αυτός είναι πολύ χρήσιμος καθότι τα δείγματα των δύο ομάδων παρουσιάζουν όμοια συμπεριφορά μεταβολής του όγκου τους όταν φορτίζονται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ – ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

2.1 Γενικά

Η περιγραφή της συμπεριφοράς ενός εδαφικού σχηματισμού γίνεται με τις εξισώσεις ισορροπίας, τις συνοριακές συνθήκες και την καταστατική σχέση $\sigma = C$:ε. Το C είναι ένα μητρώο ακαμψίας του οποίου τις παραμέτρους πρέπει να προσδιορίσουμε. Η πιο απλή μορφή του μητρώου αυτού δίνεται από τη θεωρία ισότροπης ελαστικότητας με το νόμο του Hooke και είναι το Ε και το G. Για να προσδιορίσουμε ένα ελαστοπλαστικό μητρώο χρησιμοποιούμε την θεωρία ελαστικότητας και δημιουργούμε ένα καταστατικό μοντέλο συμπεριφοράς των εδαφικών υλικών.

Το πρόβλημα που καλούμαστε να επιλύσουμε έχει ως εξής: ο εδαφικός σχηματισμός βρίσκεται σε μια κατάσταση **σ** (μητρώο στήλη των τάσεων) και επιβάλλουμε μια πρόσθετη παραμόρφωση έ (μητρώο στήλη των επιβαλλόμενων πρόσθετων παραμορφώσεων). Σκοπός είναι να προσδιορίσουμε την μεταβολή της εντατικής κατάστασης **σ** (μητρώο στήλη των πρόσθετων τάσεων).

Επομένως, η καταστατική σχέση μεταξύ τάσεων-παραμορφώσεων είναι:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \ \dot{\boldsymbol{\eta}} \ \Delta \boldsymbol{\sigma}_{ij} = \mathbf{C}_{ijkl} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kl} \ (2.1)$$

Αν επιβάλλουμε μία παραμόρφωση τότε θα έχει την μορφή: $\dot{\mathbf{\epsilon}} = \dot{\mathbf{\epsilon}}^e + \dot{\mathbf{\epsilon}}^p + \dot{\mathbf{\epsilon}}^i$, δηλαδή έχει μία ελαστική συνιστώσα, μία πλαστική συνιστώσα και μία ερπυστική συνιστώσα αντίστοιχα. Όμως, ο ερπυσμός στα εδάφη δεν είναι τόσο σημαντικός και δεν θα ασχοληθούμε στην εργασία αυτή.

Για τον προσδιορισμό του ελαστοπλαστικού μοντέλου απαιτείται η γνώση των τεσσάρων ακολούθων στοιχείων:

- 1. Ελαστικότητα → K, G
- 2. Επιφάνεια διαρροής $\rightarrow f(\mathbf{\sigma}, \mathbf{q}_n) = 0$
- 3. Νόμος ροής $\rightarrow K_p$, **N**_p
- 4. Νόμος κράτυνσης \rightarrow **q**_n

2.2 Αναλλοίωτοι των τάσεων

Ο τανυστής των τάσεων χωρίζεται σε δύο τασικές συνιστώσες, την διατμητική συνιστώσα ή αποκλίνουσα τάση (deviatoric stress) \mathbf{s}_{ij} και την ορθή ή υδροστατική συνιστώσα (hydrostatic stress) \mathbf{p}_{ij} , όπου p η μέση ορθή τάση.

Ορίζουμε τη μέση ορθή τάση από την σχέση:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.2)$$

$$p = \sigma = \frac{1}{3}(\sigma^T : \mathbf{I}) = \frac{1}{3}\sigma_{ij}:\delta_{ij} \quad \text{órov} \quad \mathbf{I} = \delta_{ij} = \begin{bmatrix} =1 & i = j \\ =0 & i \neq j \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Η συνιστώσα αυτή είναι βαθμωτό μέγεθος και ορίζεται από το εσωτερικό γινόμενο του τανυστή των τάσεων **σ** και του μοναδιαίου τανυστή β΄ τάξεως **I**.

Εν συνεχεία, ορίζουμε την αποκλίνουσα τάση από την σχέση:

$$\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{\sigma}_{ij} - \mathbf{p} \mathbf{I} \quad (2.4)$$
$$\mathbf{s}_{ij} = [\sigma_{xx} - p \quad \sigma_{yy} - p \quad \sigma_{zz} - p \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx}] = [s_{xx} \quad s_{yy} \quad s_{zz} \quad s_{xy} \quad s_{yz} \quad s_{zx}]$$

Παρόμοια, ορίζουμε την ογκομετρική συνιστώσα της παραμόρφωσης από την σχέση: $ε_{vol} = ε: I = ε_{xx} + ε_{yy} + ε_{zz}$ (2.5)

και την αποκλίνουσα ή αλλιώς διατμητική συνιστώσα της παραμόρφωσης από την σχέση:

$$\mathbf{e}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon_{vol} \cdot \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \frac{1}{3}\varepsilon_{vol} \\ \varepsilon_{yy} - \frac{1}{3}\varepsilon_{vol} \\ \varepsilon_{zz} - \frac{1}{3}\varepsilon_{vol} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$
(2.6)

2.3 Καταστατικά προσομοιώματα εδαφικών υλικών

Τα εδάφη μετά από ένα γραμμικό κλάδο παρουσιάζουν πλαστικές παραμορφώσεις.

Οι τύποι ανελαστικής συμπεριφοράς είναι:

- 1) απολύτως πλαστική
- 2) κρατυνόμενη
- 3) χαλαρούμενη



Εικόνα 2.1 Διαγράμματα σ-ε

Διαρροή είναι η κατάσταση κατά την οποία το έδαφος αρχίζει να εμφανίζει ανελαστικές παραμορφώσεις.

Αστοχία είναι η κατάσταση κατά την οποία το έδαφος έχει φτάσει στην μέγιστη τάση.

Παραμένουσα αντοχή είναι η τελική αντοχή ενός χαλαρούμενου υλικού σε πολύ μεγάλες παραμορφώσεις.

Σε εδάφη με απολύτως πλαστική συμπεριφορά, η διαρροή και η αστοχία ταυτίζονται ενώ σε άλλες περιπτώσεις η διαρροή συμβαίνει πριν την αστοχία.

2.3.1 Εξιδανικευμένα ελαστο - πλαστικά καταστατικά προσομοιώματα

1) Ελαστικό - απολύτως πλαστικό



2) Απαραμόρφωτο - απολύτως πλαστικό



3) Ελαστικό-κρατυνόμενο



2.3.2 Ελαστο- πλαστικά μοντέλα εδαφικών υλικών

Στην εικόνα 2.2 βλέπουμε την ελαστική-κρατυνόμενη συμπεριφορά των αργίλων κατά την ισότροπη και μονοδιάστατη συμπίεση.



Εικόνα 2.2 Διάγραμμα v-lnp΄ και διάγραμμα σ-ε $_{\rm v}$

Κατά την μονοδιάστατη συμπίεση, η τάση προστερεοποίησης ορίζεται ως η τάση εκείνη, κατά την οποία η δυσκαμψία του εδάφους στο οιδήμετρο πέφτει απότομα όπως και η κλίση στο διάγραμμα v-lnp'. Η τιμή αυτή της τάσης προστερεοποίησης

ορίζει, προσωρινά, το σημείο διαρροής του εδάφους. Όταν οι τάσεις είναι μικρότερες της τάσης προστερεοποίησης τότε η συμπεριφορά του εδάφους είναι ελαστική. Όταν όμως υπερβούν την τιμή αυτής, τότε αλλάζει η δυσκαμψία, οι τάσεις μειώνονται και παρατηρείται ελαστική συμπεριφορά. Σε αυτές τις ελαστικές περιοχές η υστέρηση θεωρείται αμελητέα.

Παρόμοια κατάσταση παρουσιάζει και η ισότροπη συμπίεση. Όταν οι τάσεις είναι μικρότερες της τάσης προστερεοποίησης παρατηρούμε μια ελαστική απόκριση, δηλαδή έχουμε ελαστική φόρτιση. Όταν, όμως, ξεπεραστεί η τιμή της τάσης προστερεοποίησης, η δυσκαμψία μειώνεται και έχουμε πάλι ελαστική συμπεριφορά. Υστέρηση παρατηρείται και πάλι στον κλάδο αποφόρτισης-επαναφόρτισης αλλά όπως και πριν αγνοείται.

2.4 Θεωρία της ελαστικότητας

Η θεωρία της ελαστικότητας ισχύει στα αρχικά στάδια της φόρτισης του εδάφους πριν φτάσουμε στη διαρροή.

Αν U το δυναμικό της ελαστικής παραμόρφωσης και V το δυναμικό της ελαστικής τάσης τότε

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{e}} \quad \text{kat } \boldsymbol{\varepsilon}^{e} = \frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$
$$\boldsymbol{\dot{\sigma}} = (\frac{\partial^{2} U}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{e} \otimes \partial \boldsymbol{\varepsilon}^{e}}): \boldsymbol{\dot{\varepsilon}}^{e} = \mathbf{E}: \, \boldsymbol{\dot{e}}^{e} \, (2.7) \qquad \text{kat} \qquad \boldsymbol{\dot{\varepsilon}}^{e} = (\frac{\partial^{2} V}{\partial \boldsymbol{\sigma} \otimes \partial \boldsymbol{\sigma}}): \boldsymbol{\dot{\sigma}} = \mathbf{C}: \, \boldsymbol{\dot{\sigma}} \, (2.8)$$

Θεωρούμε ότι $\dot{\sigma} = \mathbf{C}^{e}$: $\dot{\varepsilon}^{e}$, όπου \mathbf{C}^{e} είναι η ελαστική δυσκαμψία.

2.4.1 Ισότροπη ελαστικότητα

Η ελαστική δυσκαμψία \mathbf{C}^e περιγράφεται από δύο σταθερές παραμέτρους, το μέτρο διόγκωσης K (bulk modulus) και το μέτρο διάτμησης G (shear modulus).

Tότε ισχύουν $\operatorname{tr}(\dot{\mathbf{\epsilon}}^{e}) = \frac{\dot{p}}{K}$ (2.9) και $\dot{\mathbf{e}}^{e} = \frac{\dot{\mathbf{s}}}{2G}$ (2.10)

Οι ελαστικές σχέσεις γράφονται

$$\dot{p} = K \cdot \dot{\varepsilon}^{e}{}_{vol} = \frac{1}{3} (\dot{\sigma} : \mathbf{I}) \quad (2.11)$$
$$\dot{s} = 2 \cdot G \cdot \dot{\mathbf{e}}^{e} = \dot{\sigma} - \dot{\sigma} \cdot \mathbf{I} \quad (2.12)$$

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει σύνδεση (coupling) μεταξύ της ογκομετρικής $\dot{\varepsilon}^{e}_{vol}$ και διατμητικής παραμόρφωσης $\dot{\mathbf{e}}^{e}$ άρα ο τανυστής \mathbf{C}^{e} έχει όλα τα στοιχεία, εκτός της διαγώνιου ίσον, με μηδέν.

2.4.2 Ισότροπη ποροελαστικότητα

Η ελαστική δυσκαμψία \mathbf{C}^e περιγράφεται από δύο σταθερές παραμέτρους K και G, μόνο που το μέτρο διόγκωσης δεν παραμένει σταθερό αλλά είναι ανάλογο της ισότροπης τάσης p'

$$K = \frac{v}{\kappa} p' (2.13)$$

όπου v = 1 + e ο ειδικός όγκος και κ μια σταθερά που χαρακτηρίζει την ελαστική παραμορφωσιμότητα του εδάφους.

Αλλά και το μέτρο διάτμησης είναι ανάλογο της p΄

$$G = (\frac{1}{2})(2\frac{G}{K})K \ (2.14)$$

όπου το $2\frac{G}{K}$ είναι σταθερά του εδάφους.

Οι σχέσεις τάσεων παραμορφώσεων που ισχύουν πάλι είναι

$$\dot{p} = K \cdot \dot{\varepsilon}^{e}{}_{vol} = \frac{1}{3} (\dot{\sigma} : \mathbf{I}) \quad (2.15)$$
$$\dot{s} = 2 \cdot G \cdot \dot{\mathbf{e}}^{e} = \dot{\sigma} - \dot{\sigma} \cdot \mathbf{I} \quad (2.16)$$

Κοινό στοιχείο της ισότροπης ελαστικότητας και της ισότροπης ποροελαστικότητας είναι ότι η μεταβολή των ισοτροπικών τάσεων p΄ εξαρτάται μόνο από την μεταβολή των ορθών παραμορφώσεων ε, ενώ η μεταβολή των διατμητικών τάσεων s εξαρτάται μόνο από την μεταβολή των διατμητικών παραμορφώσεων e. Συνεπώς ο τανυστής \mathbf{C}^{e} έχει όλα τα στοιχεία εκτός της διαγώνιου ίσον με μηδέν.

2.4.3 Υπερελαστικότητα

Στην υπερελαστικότητα η μεταβολή των ορθών τάσεων ρ΄ εξαρτάται από την μεταβολή των ορθών παραμορφώσεων ε αλλά και από την μεταβολή των

διατμητικών παραμορφώσεων e, ενώ η μεταβολή των διατμητικών τάσεων s εξαρτάται από την μεταβολή των διατμητικών παραμορφώσεων e αλλά και από την μεταβολή των ορθών παραμορφώσεων ε. Η συσχέτιση αυτή της συνιστώσας της τάσης με τις δύο συνιστώσες των παραμορφώσεων ονομάζεται σύζευξη (coupling).

Οι σχέσεις τάσεων παραμορφώσεων που ισχύουν σε αυτή την περίπτωση είναι

$$\dot{\sigma} = K \cdot \dot{\varepsilon}^{e} + \mathbf{X} \cdot \dot{\mathbf{e}}^{e} \quad (2.17)$$
$$\dot{s} = 2 \cdot G \cdot \dot{\mathbf{e}}^{e} + \mathbf{\Psi} \cdot \dot{\varepsilon}^{e} \quad (2.18)$$

2.5 Θεωρία της πλαστικότητας

Με βάση την κινηματική υπόθεση, η μεταβολή των παραμορφώσεων έ αναλύεται σε μια ελαστική συνιστώσα η οποία ανακτάται κατά την αποφόρτιση και σε μια πλαστική συνιστώσα που δεν ανακτάται.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{e} + \dot{\varepsilon}^{p} \quad (2.19)$$
$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{e} + \dot{\varepsilon}^{p} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\dot{\sigma}}{E^{p}} = \dot{\sigma}(\frac{1}{E} + \frac{1}{E^{p}}) = \dot{\sigma}\frac{1}{E^{t}}, \quad \frac{1}{E^{t}} = \frac{E \cdot E^{p}}{E + E^{p}} \quad (2.20)$$



Εικόνα 2.3 Ελαστική και πλαστική συνιστώσα της παραμόρφωσης

2.5.1 Κατάσταση υλικού

Η κατάσταση του εδάφους εξαρτάται από δύο είδη παραμέτρων:

α) Παράμετροι τάσης που περιγράφονται από τον τανυστή των τάσεων σ.

β) Παράμετροι κράτυνσης που εκφράζουν την 'μνήμη' που αποκτά το έδαφος ανάλογα με την φόρτιση που υπόκεινται. Περιγράφονται από τανυστές ή και βαθμωτά μεγέθη, συμβολίζονται με **q**_n (το n δείχνει την πολλαπλότητά τους) και έχουν σχέση με τις πλαστικές παραμορφώσεις.

Ορίζουμε ως φόρτιση ενός υλικού, την μεταβολή των παραμέτρων τάσης ή των παραμέτρων κράτυνσης ή και των δύο, ως ένταση, την μεταβολή των παραμέτρων τάσης και τέλος ως κράτυνση, την μεταβολή των παραμέτρων κράτυνσης.

Η κατάσταση του εδαφικού στοιχείου κατηγοριοποιείται με βάση την απειροστή μεταβολή των παραμέτρων στις εξής καταστάσεις:

α) <u>Ελαστική κατάσταση</u> κατά την οποία η απειροστή μεταβολή της φόρτισης του εδαφικού στοιχείου είναι ελαστική, δηλαδή προκαλούνται μόνο ελαστικές παραμορφώσεις $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e$ και $\dot{q} \neq 0$.

β) <u>Ελαστοπλαστική κατάσταση</u> ή κατάσταση διαρροής κατά την οποία η απειροστή μεταβολή τουλάχιστον μίας από τις παραμέτρους προκαλεί και πλαστική παραμόρφωση $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p$ και $\dot{q} \neq 0$.

2.5.2 Επιφάνεια διαρροής

Κατά την φόρτιση ενός υλικού μπορούμε να διακρίνουμε στο χώρο των τάσεων μια περιοχή για κάθε υλικό σημείο, όπου παρατηρούνται μόνο ελαστικές, ανακτώμενες παραμορφώσεις και η συμπεριφορά του μπορεί να ερμηνευθεί με βάση τη θεωρία της ελαστικότητας. Αυτή η περιοχή περιβάλλεται από μία επιφάνεια, την οποία ονομάζουμε επιφάνεια διαρροής (yield surface). Η επιφάνεια διαρροής περιγράφεται από την συνάρτηση διαρροής που εξαρτάται από τις τάσεις **σ** και τις παραμέτρους κράτυνσης **q**_n του εδαφικού στοιχείου, δηλαδή είναι μια συνάρτηση της μορφής $f(\mathbf{σ},\mathbf{q}_n)=0$.

Όταν βρισκόμαστε μέσα στην επιφάνεια διαρροής τότε η συνάρτηση διαρροής είναι αρνητική $f(\mathbf{\sigma},\mathbf{q}_n)<0$ και οι καταστάσεις είναι ελαστικές. Η συνάρτηση διαρροής παίρνει θετικές τιμές $f(\mathbf{\sigma},\mathbf{q}_n)>0$ όταν βρισκόμαστε έξω από την επιφάνεια διαρροής αλλά αυτό αντιπροσωπεύει μη εφικτές καταστάσεις. Όταν δε, ισχύει ότι $f(\mathbf{\sigma},\mathbf{q}_n)=0$ τότε είμαστε πάνω στην επιφάνεια διαρροής εκφράζοντας ελαστοπλαστικές καταστάσεις.

Οι καταστάσεις αυτές παρουσιάζονται στο σχήμα της εικόνας 2.4 που ακολουθεί.



Εικόνα 2.4 Επιφάνεια διαρροής, Πηγή: Δαφαλιάς (2005)

Κλίση συνάρτησης διαρροής

Για ένα σημείο που βρίσκεται επί της επιφάνειας διαρροής, ορίζουμε την κλίση της συνάρτησης διαρροής ως προς την τάση:

$$\mathbf{N}_{n} = \frac{\partial f(\mathbf{\sigma}, \mathbf{q}_{n})}{\partial \mathbf{\sigma}} \quad (2.21)$$

η οποία είναι κάθετη στο εφαπτομενικό επίπεδο (tanjential plane). Όπως είναι κατανοητό, η κλίση της συνάρτησης διαρροής εξαρτάται απόλυτα από την εντατική κατάσταση του εδαφικού στοιχείου.

Γνωρίζοντας ότι ως **σ** ορίζουμε την απειροστή μεταβολή της έντασης μπορούμε να διαχωρίσουμε τις ακόλουθες τρείς περιπτώσεις:

- Οταν Ν_n: σ̄>0 τότε έχουμε loading φόρτιση, το εδαφικό στοιχείο τείνει να κινηθεί εκτός καμπύλης και προκαλούνται ελαστοπλαστικές παραμορφώσεις (η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων Ν_n και σ΄ είναι οξεία).
- Όταν \mathbf{N}_n : $\dot{\mathbf{\sigma}}$ <0 τότε έχουμε unloading αποφόρτιση, το εδαφικό στοιχείο τείνει να κινηθεί εντός της καμπύλης προκαλώντας ελαστικές καταστάσεις ή softening χαλάρωση το οποίο θα εξηγήσουμε παρακάτω.

- Όταν \mathbf{N}_n : $\dot{\mathbf{\sigma}}$ =0 τότε έχουμε neutral loading, δηλαδή το εδαφικό στοιχείο κινείται πάνω στην καμπύλη προκαλώντας όπως και στο loading πλαστικές παραμορφώσεις.

Όταν η αύξηση των τάσεων $\dot{\mathbf{\sigma}}$ προκαλέσει loading και τείνει να κινηθεί εκτός καμπύλης τότε η καμπύλη μετακινείται και έτσι δεν βρισκόμαστε ποτέ εκτός καμπύλης (μη εφικτή κατάσταση) αλλά ή πάνω ή εντός της επιφάνειας διαρροής. Η καμπύλη μετακινείται μέσω της μεταβολής των παραμέτρων κράτυνσης \mathbf{q}_n , και αντίστροφα οι \mathbf{q}_n μεταβάλλονται μόνο όταν έχω ελαστοπλαστική παραμόρφωση. Η μετακίνηση της καμπύλης ονομάζεται hardening - κράτυνση. Υπάρχει η ισοτροπική κράτυνση -isotropic hardening κατά την οποία η καμπύλη μεταφέρεται χωρίς να αλλάζει σχήμα. Τέλος, υπάρχει η δυνατότητα να έχουμε συνδυασμό των δύο παραπάνω.

2.5.3 Νόμος ροής

Ο νόμος ροής (flow rule) καθορίζει το μέγεθος και τη διεύθυνση της πλαστικής παραμόρφωσης και εκφράζεται από τη σχέση

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = <\boldsymbol{L} > \mathbf{N}_{p} \quad (2.22)$$

όπου το L εκφράζει τη μεταβολή του μέτρου του τανυστή των τάσεων και το μέγεθος της πλαστικής παραμόρφωσης.

Oι αγκύλες Macauley <> δηλώνουν ότι <A> = A αν A > 0 και <A> = 0 αν A \leq 0.

Ορίζουμε το μέγεθος N_p:

$$\mathbf{N}_{p} = \frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}_{n})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.23)$$

όπου το $g(\sigma, \mathbf{q}_n)$ ονομάζεται συνάρτηση πλαστικού δυναμικού - plastic potential function. Ο τανυστής πλαστικού δυναμικού \mathbf{N}_p μας περιγράφει την κατεύθυνση των πλαστικών παραμορφώσεων.

Κάνοντας την παραδοχή ότι f≡g οπότε και $\mathbf{N}_p = \mathbf{N}_n$ ορίζουμε τον συσχετισμένο νόμο ροής-associated flow rule.

Στο συσχετισμένο νόμο ροής ισχύει ότι η διεύθυνση της μεταβολής της πλαστικής παραμόρφωσης είναι κάθετη στην επιφάνεια διαρροής $\dot{\varepsilon}^p \perp f = 0$, γι' αυτό ο νόμος αυτός ονομάζεται και νόμος καθετότητας -normality rule.

2.5.4 Νόμος κράτυνσης

Ο νόμος κράτυνσης (hardening rule) καθορίζει τον τρόπο μεταβολής των παραμέτρων κράτυνσης **q**_n και δίνεται από την σχέση:

$$\dot{\mathbf{q}}_n = \langle \mathbf{L} \rangle \overline{\mathbf{q}}_n (2.24)$$

όπου το < L > εκφράζει τη μεταβολή των παραμέτρων κράτυνσης.

2.5.5 Συνθήκες συμβατότητας (Consistency conditions)

Έστω ότι βρισκόμαστε σε μια υπάρχουσα κατάσταση $f(\mathbf{\sigma}, \mathbf{q}_n)=0$, πάνω στην καμπύλη. Υποθέτουμε ότι κινούμαστε ελαστοπλαστικά, δηλαδή υπάρχει μια νέα αύξηση τάσεων $\dot{\mathbf{\sigma}}$ που προκαλεί πλαστικές παραμορφώσεις και μια αντίστοιχη μεταβολή των παραμέτρων κράτυνσης. Η νέα κατάσταση δημιουργεί μια νέα μορφή της επιφάνειας διαρροής η οποία εκφράζεται από την συνάρτηση $f(\mathbf{\sigma}+\dot{\mathbf{\sigma}},\mathbf{q}_n+\dot{\mathbf{q}}_n)=0$ (εικόνα 2.5).



Εικόνα 2.5 Νέα μορφή της επιφάνειας διαρροής, Πηγή: Δαφαλιάς (2005)

Εφαρμόζοντας την συνθήκη συμβατότητας και αναπτύσσοντας την με σειρές κατά Taylor έχουμε:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}_n) = 0 \implies f(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{q}_n + \dot{\boldsymbol{q}}_n) = 0 \implies$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}_n) + (\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}): \dot{\boldsymbol{\sigma}} dt + (\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{q}_n}): \dot{\boldsymbol{q}}_n dt + 0 (dt^2) = 0 (2.25)$$

Γνωρίζοντας ότι f($\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}_n$)=0 λαμβάνουμε:

$$(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}})$$
: $\dot{\boldsymbol{\sigma}} + (\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{q}_n})$: $\dot{\boldsymbol{q}}_n = 0$ (2.26)

και επειδή $\dot{\mathbf{q}}_n = <L > \overline{\mathbf{q}}_n$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right):\dot{\boldsymbol{\sigma}} + L\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{q}_n}\right):\overline{\boldsymbol{q}}_n = 0 \quad (2.27)$$

Εν συνεχεία, ορίζουμε το ελαστοπλαστικό μέτρο:

$$K_{p} = -(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_{n}}) : \overline{\mathbf{q}}_{n} \quad (2.28)$$

Από τις εξισώσεις (2.26) και (2.27) προκύπτει ότι:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}}\right): \dot{\mathbf{\sigma}} = LK_p \implies L = \frac{1}{K_p} \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}}\right): \dot{\mathbf{\sigma}} \quad (2.29)$$

2.5.6 Πλαστική κράτυνση, απολύτως πλαστική φόρτιση και πλαστική χαλάρωση

1) Πλαστική κράτυνση – hardening, K_p > 0

Κατά την πλαστική κράτυνση το πλαστικό μέτρο κράτυνσης είναι θετικό ($K_p > 0$) και το εσωτερικό γινόμενο της κλίσης της συνάρτησης διαρροής και του διανύσματος μεταβολής της τάσης πρέπει να είναι θετικό $\frac{\partial f}{\partial \sigma}$: $\dot{\sigma} > 0$.

Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι ο δείκτης φόρτισης είναι θετικός $L = (+) \cdot (+) > 0$, οπότε έχουμε $\dot{\varepsilon}^{p}$ και $\dot{\mathbf{q}}_{n}$, άρα η καμπύλη μετακινείται και δημιουργείται μια νέα επιφάνεια διαρροής.



Εικόνα 2.6 Πλαστική κράτυνση, Πηγή: Δαφαλιάς (2005)

Στην περίπτωση της απολύτως πλαστικής φόρτισης το πλαστικό μέτρο κράτυνσης ισούται με το μηδέν (K_p =0), όμως ο δείκτης φόρτισης απειρίζεται (L= ∞). Για να

μην απειρίζεται το L κάνω την παραδοχή ότι L = $\frac{0}{0}$ \Rightarrow L > 0 άρα πρέπει $\frac{\partial f}{\partial \sigma}$: $\dot{\sigma}$ =0. Οπότε έχουμε δύο περιπτώσεις :

α) Η μεταβολή του τανυστή των τάσεων να ισούται με μηδέν σ̄=0, επομένως δεν υπάρχει μεταβολή στις τάσεις παρόλο που οι πλαστικές παραμορφώσεις συνεχίζονται.

β) Το διάνυσμα της μεταβολής του τανυστή των τάσεων να είναι κάθετο στην κλίση της συνάρτησης διαρροής $\dot{\sigma} \perp \frac{\partial f}{\partial \sigma}$, επομένως έχουμε αύξηση των τάσεων $\dot{\sigma}$, και το εδαφικό στοιχείο κινείται εφαπτομενικά στην καμπύλη, συνεπώς η καμπύλη δεν μετακινείται.

Όπως προαναφέραμε ο δείκτης φόρτισης είναι θετικός L > 0, άρα έχω $\dot{\varepsilon}^p$ αλλά όχι $\dot{\mathbf{q}}_n$, γιατί η καμπύλη δεν μετακινείται άρα $\overline{\mathbf{q}}_n = 0$ γιατί $\dot{\mathbf{q}}_n = < L > \overline{\mathbf{q}}_n = (+) 0 = 0$.



Εικόνα 2.7 Απολύτως πλαστική φόρτιση, Πηγή: Δαφαλιάς (2005)

Η διαφορά της ουδέτερης φόρτισης και της απολύτως πλαστικής φόρτισης (neutral loading και perfect plasticity) είναι ότι στην περίπτωση neutral loading η φόρτιση είναι τέτοια ώστε να ισχύει $\frac{\partial f}{\partial \sigma}$: $\dot{\sigma}$ =0, δηλαδή να κινείται πάνω στην καμπύλη, όμως

το πλαστικό μέτρο κράτυνσης να είναι θετικό $K_p > 0$, άρα ο δείκτης φόρτισης να είναι μηδέν L=(+) 0=0, οπότε $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\mathbf{q}}_n = 0$, δηλαδή έχουμε ελαστικές καταστάσεις.

Το κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι δεν αλλάζει η επιφάνεια διαρροής.

<u>3) Χαλάρωση-Softening $K_p < 0$ </u>

Κατά την χαλάρωση το πλαστικό μέτρο κράτυνσης είναι αρνητικό

 $K_p < 0$ και το εσωτερικό γινόμενο της κλίσης της συνάρτησης διαρροής και του διανύσματος μεταβολής της τάσης πρέπει να είναι επίσης αρνητικό $\frac{\partial f}{\partial \sigma}: \dot{\sigma} < 0$. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι ο δείκτης φόρτισης είναι θετικός $L = (-) \cdot (-) = (+) > 0$, οπότε έχουμε $\dot{\varepsilon}^p$ και $\dot{\mathbf{q}}_n$, σε αντίθεση με την αποφόρτιση - unloading όπου ο δείκτης φόρτισης είναι αρνητικός L < 0, οπότε $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\mathbf{q}}_n = 0$, αλλά αφού έχουμε ελαστικές καταστάσεις, η καμπύλη μετακινείται προς τα μέσα (εικόνα 2.8).



Εικόνα 2.8 Πλαστική χαλάρωση, Πηγή: Δαφαλιάς (2005)

Αν αναλύσουμε την παραμόρφωση σε μια ελαστική και σε μια πλαστική συνιστώσα για τις οποίες ισχύει ότι:

$$\dot{\varepsilon}^e = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{\sigma}} (2.30) , \dot{\varepsilon}^p = \langle L \rangle \mathbf{N}_p (2.31)$$
 kai $L = \frac{1}{K_p} (\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}}) : \dot{\mathbf{\sigma}} (2.32)$

λαμβάνουμε:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{\sigma}} + \langle L \rangle N_p = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{\sigma}} + \left\langle \frac{1}{K_p} (\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}}) : \dot{\sigma} \right\rangle \mathbf{N}_p \quad (2.33)$$

Όμως, γνωρίζουμε ότι για τις ελαστικές παραμορφώσεις ισχύει η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα, έχουμε:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e} = E : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{E} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p}) \Rightarrow$$

$$K_{p}L = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : E : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - L \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{E} : N_{p} \Rightarrow$$

$$\partial f$$

$$L = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}} : \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon}^{e}}{K_{p} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}} : E : N_{p}}$$
(2.34)

Όταν ο δείκτης φόρτισης είναι θετικός L > 0, τότε είμαστε στην περίπτωση της φόρτισης ή της πλαστικής χαλάρωσης και όταν L < 0, τότε είμαστε στην περίπτωση της ελαστικής αποφόρτισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ CAM-CLAY

3.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται το καταστατικό μοντέλο του Cam – Clay. Γίνεται συνδυασμός των αρχών της θεωρίας πλαστικότητας και της θεωρίας κρίσιμης κατάστασης.

3.2 Τροποποιημένο μοντέλο Cam- Clay

Υπάρχουν δύο λόγοι για τους οποίους εξετάζουμε το τροποποιημένο μοντέλο Cam - Clay:

1) Η απλότητα του μοντέλου, καθώς στην περιγραφή του σχήματος της επιφάνειας διαρροής χρησιμοποιούμε μόλις μια παράμετρο.

2) Η επιφάνεια διαρροής είναι μία συνεχής συνάρτηση.

Το μοντέλο Cam-Clay χρησιμοποιείται σε προβλήματα φόρτισης των αργίλων και σε γεωτεχνικές κατασκευές σε άργιλο.

3.2.1 Ελαστική συμπεριφορά

Η ελαστική συμπεριφορά στο μοντέλο Cam - Clay βασίζεται στη θεωρία της ποροελαστικότητας, η οποία αναλύθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο.

Μια αλλαγή στις τάσεις από το A στο B, που προκαλεί αλλαγή στις κύριες τάσεις p΄ οδηγεί στην ογκομετρική παραμόρφωση και η απόκριση είναι ελαστική.

Η γραμμή στερεοποίησης περιγράφεται από την εξίσωση:

$$v = v_{\lambda} - \lambda \ln \hat{v} (3.1)$$

Η ελαστική συμπεριφορά περιγράφεται από την καμπύλη αποφόρτισης – επαναφόρτισης:

 $v = v_{\kappa} - \kappa \ln p'(3.2)$ (εικόνα 3.1)

Για την μεταβολή του ν ισχύει ότι:

$$\Delta v = \Delta v^{e} = -\kappa \frac{\Delta p'}{p'} \Longrightarrow \Delta \varepsilon^{e}{}_{p} = \frac{\kappa}{v} \frac{\Delta p'}{p'} \quad (3.3)$$



Εικόνα 3.1 Καμπύλη ισότροπης συμπίεσης (ncl) και καμπύλη αποφόρτισης - επαναφόρτισης (url) στο χώρο ν - lnp`.

Η διαδρομή των τάσεων OC σχετίζεται με μονοδιάστατη ή κάποια άλλη ανισότροπη κανονική συμπίεση, είναι μια ευθεία γραμμή στο p'-q και ο γεωμετρικός τόπος διαρροής περνά από το σημείο C που έχουμε την μέγιστη συμπίεση (εικόνα 4.2).



Εικόνα 3.2 Καμπύλη ισότροπης συμπίεσης (ncl), επιφάνεια διαρροής (yl) σχετιζόμενα με την καμπύλη αποφόρτισης- επαναφόρτισης (url), Πηγή:David Muir Wood

3.2.2 Πλαστική συμπεριφορά

Μετά από μία αλλαγή στις τάσεις, το σημείο Κ, που βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια διαρροής yll, μετακινείται στο σημείο L, δηλαδή εκτός της τρέχουσας επιφάνειας διαρροής yll. Το σημείο L πρέπει να βρίσκεται σε μια καινούργια επιφάνεια διαρροής yl2. Το σχήμα της επιφάνειας διαρροής παραμένει ίδιο, αλλάζοντας μόνο το μέγεθός της. Το σημείο K βρίσκεται πάνω στην γραμμή αποφόρτισης - επαναφόρτισης urll ενώ το σημείο L στην γραμμή αποφόρτισης - επαναφόρτισης Juli εκόνα το σημεία A και B ανήκουν στην γραμμή στερεοποίησης ncl (εικόνα 4.3). Η συνολική αλλαγή του όγκου που συμβαίνει από το K στο L δίνεται από τη διαφορά Δν, η οποία χωρίζεται σε ένα ελαστικό ανακτήσιμο μέρος και σε ένα πλαστικό μη

$$\Delta v = \Delta v^e + \Delta v^p \quad (3.4)$$



Εικόνα 3.3 Διόγκωση της επιφάνειας διαρροής από την yl1 στην yl2 (a) και με αντίστοιχη μεταβολή από την url 1 στην url 2, Πηγή:David Muir Wood

Το Δv^{p} είναι η διαφορά ανάμεσα στις δύο γραμμές αποφόρτισης - επαναφόρτισης για σταθερή ισότροπη τάση p'(εικόνα 3.4).



Εικόνα 3.4 Διάγραμμα p'-v (a) και διάγραμμα v- lnp` (b), Πηγή:David Muir Wood

3.2.3 Επιφάνεια διαρροής του μοντέλου Cam- Clay

Η επιφάνεια διαρροής $f(\sigma, \mathbf{q}_n)=0$ αποτελεί όριο. Οι ελαστικές καταστάσεις είναι εντός της επιφάνειας διαρροής και οι πλαστικές επί της επιφάνειας. Κατά την θεωρία της Κρίσιμης Κατάστασης η επιφάνεια διαρροής των αργίλων είναι οι επιφάνειες Roscoe και Hvorslev.



Εικόνα 3.5 Διάγραμμα p`-q και τρισδιάστατος χώρος p`-q-v

Στο τροποποιημένο Cam-Clay το σχήμα της επιφάνειας διαρροής είναι έλλειψη που είναι πιο απλό. Το κέντρο της έλλειψης είναι πάνω στον άξονα p' (εικόνα 3.6).



Εικόνα 3.6 Επιφάνεια διαρροής Cam- Clay

Το κριτήριο διαρροής κατά την θεωρία της Κρίσιμης Κατάστασης (Roscoe) είναι:

$$f(p',q) = q^{2} - M^{2} p'(p'_{m} - p') = 0 \quad (3.6) \quad (εικόνα 3.8)$$

όπου $p'_{m} = \exp(\frac{N - v - \kappa \ln p'}{\lambda - \kappa}) \quad (3.7) \quad (εικόνα 3.7)$

κ, $\lambda = \pi \alpha \rho \dot{\alpha} \mu$ ετροι της καμπύλης συμπίεσης και αποφόρτισης N = παράμετρος της γραμμής ισότροπης συμπίεσης M = q/p` στην κρίσιμη κατάσταση



Εικόνα 3.7 Διάγραμμα v -lnp΄



Εικόνα 3.8 Επιφάνεια διαρροής για Roscoe

Το κριτήριο διαρροής κατά την θεωρία της Κρίσιμης Κατάστασης (Hvorslev) είναι:

$$f(p',q) = q^2 - hp' - (M - h) \exp(\frac{\Gamma - \nu}{\lambda}) = 0$$
 (3.8) (εικόνα 3.9)

h, M, Γ, λ είναι σταθερές (ιδιότητες του υλικού) M = q/p΄ στην κρίσιμη κατάσταση Γ = παράμετρος της γραμμής μονοδιάστατης συμπίεσης λ = παράμετρος συμπιεστότητας



Εικόνα 3.9 Επιφάνεια διαρροής για Hvorslev

3.2.4 Νόμος ροής του μοντέλου Cam- Clay

Ο νόμος ροής καθορίζει τη διεύθυνση του διανύσματος αύξησης των πλαστικών παραμορφώσεων.

Τα δύο διανύσματα, η πλαστική ογκομετρική παραμόρφωση $\delta \varepsilon_p^p$ και η πλαστική διατμητική παραμόρφωση $\delta \varepsilon_q^p$ συνθέτουν το διάνυσμα αύξησης των πλαστικών

παραμορφώσεων YS το οποίο είναι κάθετο στο εφαπτομενικό επίπεδο (εικόνα 3.10). Οι οικογένειες των επιφανειών στις οποίες τα διανύσματα αύξησης των πλαστικών παραμορφώσεων σχηματίζουν ορθή γωνία λέγονται πλαστικά δυναμικά.



Εικόνα 3.10 (α) Το plastic strain increment vector κάθετο στις οικογένειες των πλαστικών δυναμικών, (β) οικογένειες πλαστικών δυναμικών (--) και επιφανειών διαρροής (-), Πηγή:David Muir Wood

Αν υποθέσουμε ότι η επιφάνεια διαρροής και το πλαστικό δυναμικό συμπίπτουν τότε μας δίνεται ένα πλεονέκτημα γιατί έχουμε τον υπολογισμό μόνο μιας παραμέτρου ώστε να βρούμε την πλαστική απόκριση. Τότε το έδαφος ακολουθεί το συσχετισμένο νόμο ροής ή αλλιώς νόμο καθετότητας.

Όπως προαναφέραμε η επιφάνεια διαρροής περιγράφεται από τη σχέση $f(\mathbf{\sigma}, \mathbf{q}_n)=0$ ενώ το πλαστικό δυναμικό από τη σχέση $g(\mathbf{\sigma}, \mathbf{q}_n)=0$, τότε στο συσχετισμένο νόμο ροής ισχύει f=g.

3.2.5 Νόμος κράτυνσης του μοντέλου Cam- Clay

Ο νόμος κράτυνσης καθορίζει τον τρόπο μεταβολής των παραμέτρων κράτυνσης \mathbf{q}_n , όπως έχουμε προαναφέρει. Το μοντέλο Cam - Clay έχει μόνο μια παράμετρο κράτυνσης την μέση τάση ισότροπης στερεοποίησης p'_m .

Η κράτυνση του υλικού στον χώρο των τάσεων (p',q) περιγράφεται μέσω της ομοιόθετης διαστολής ή συστολής της επιφάνειας διαρροής (εικόνα 3.11).

Η τιμή της παραμέτρου κράτυνσης p'_m , στην αρχική κατάσταση πριν τη διαρροή ισούται με $p'_m = \exp(\frac{N - v - \kappa \ln p'}{\lambda - \kappa})$.



Εικόνα 3.11 Μεγέθυνση της επιφάνειας διαρροής κατ
ά $\Delta \mathbf{p'}_m$

3.3 Στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση

Σε μια δοκιμή τριαξονικής συμπίεσης, όπου η ομοιόμορφη τάση παραμένει σταθερή, ισχύει ότι $\Delta q = 3\Delta p'$. Παρατηρούμε μια αύξηση της φόρτισης από το σημείο B στο C (εικόνα 3.12). Το σημείο B ανήκει στην καμπύλη αποφόρτισης - επαναφόρτισης urlB. Από την επιφάνεια διαρροής ylB με τάση προστερεοποίησης p'_{OB} μετακινούμαστε σε μια νέα επιφάνεια διαρροής ylC με p'_{OC} . Αντίστοιχα και το C ανήκει στην καμπύλη αποφόρτισης- επαναφόρτισης urlC.

Η μεταβολή του όγκου δν^p_{BC} αποτελείται από ένα ελαστικό μέρος λόγω της μεταβολής της p´ μεταξύ B και C και από ένα πλαστικό μέρος λόγω της μετακίνησης της επιφάνειας διαρροής.

Ισχύει ότι:

$$\Delta \varepsilon^{p}{}_{pBC} = -\frac{\delta v^{p}{}_{BC}}{v_{\rm B}} \quad (3.9)$$



Εικόνα 3.12 Αύξηση των τάσεων σε στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση, Πηγή: David Muir Wood

Αν υποθέσουμε και περαιτέρω αυξήσεις της φόρτισης CD, DE και EF, η επιφάνεια διαρροής σταδιακά μεγαλώνει. Ο λόγος $\delta \varepsilon_q^p / \delta \varepsilon_p^p$ αυξάνεται σταθερά όσο το διάνυσμα γίνεται ακόμα πιο παράλληλο στο q άξονα, φτάνοντας στο τελικό F που ανήκει στην επιφάνεια διαρροής ylF (εικόνα 3.13 (a)). Στο F ισχύει ότι:

$$\frac{q}{p'} = M$$
 (3.10) και $p' = \frac{p'_{OF}}{2}$ (3.11)

αφού φτάσαμε στην Κρίσιμη Κατάσταση, αναπτύσσοντας απεριόριστη πλαστική διατμητική παραμόρφωση και καθόλου πλαστική ογκομετρική παραμόρφωση. Χωρίς την ανάπτυξη πλαστικών ογκομετρικών παραμορφώσεων η ylF παραμένει σταθερή με δp´_o =0.

Στο χώρο q - ε_q οι πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις συνεχίζονται υπό σταθερή ενεργό τάση μετά το F (εικόνα 3.13 (c)).

Για n = M (Κρίσιμη Κατάσταση) ισχύει ότι:

$$\frac{\delta \varepsilon_{p}^{p}}{\delta p'} = 0$$
 (3.12) $\kappa \alpha i \frac{\delta \varepsilon_{q}^{p}}{\delta q} = \infty$ (3.13)

Επίσης, ισχύει η σχέση:

$$\frac{\delta \varepsilon^{p}{}_{p}}{\delta \varepsilon^{p}{}_{q}} = \frac{M^{2} - n^{2}}{2n} \quad (3.14)$$

άρα όσο αυξάνεται το n ο λόγος $\delta \varepsilon_q^p / \delta \varepsilon_p^p$ και η κλίση $\delta v / \delta \varepsilon_q$ μειώνονται προς το 0.

Στο χώρο ν - ε_q ο ειδικός όγκος μειώνεται μέχρι το F και στη συνέχεια παραμένει σταθερός (εικόνα 3.13 (d)).



Εικόνα 3.13 Στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση (a) q-p', (b) v-p', (c) q- ε_q και (d) v- ε_q , Πηγή:David Muir Wood

3.3.1 Η περίπτωση της κανονικώς στερεοποιημένης αργίλου

Αρχικά το έδαφος συμπιέστηκε ισοτροπικά στο σημείο A, το A είναι στην άκρη της επιφάνειας διαρροής ylA. Μόλις ξεκινά η στραγγισμένη δοκιμή η επιφάνεια διαρροής μεγαλώνει και δημιουργούνται νέες επιφάνειες διαρροής ylB, ylF. Τα διαγράμματα είναι παρόμοια με τα προηγούμενα (εικόνα 3.14).



Εικόνα 3.14 Στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση σε κανονικώς στερεοποιημένη άργιλο (a) q-p', (b) v - p', (c) q - ε_q και (d) v - ε_q , Πηγή:David Muir Wood

3.3.2 Η περίπτωση της ελαφρώς υπερστερεοποιημένης αργίλου

Το έδαφος συμπιέζεται ισοτροπικά στο Α έτσι ώστε να γίνει ελαφρώς στερεοποιημένο. Η αποφόρτισή στο Α και έπειτα η στραγγισμένη συμπίεση από το Α στο Β παρουσιάζουν μεταβολές στις τάσεις, οι οποίες όμως γίνονται εντός της επιφάνειας διαρροής άρα είναι ελαστικές. Και το Α και το Β ανήκουν στην καμπύλη αποφόρτισης – επαναφόρτισης urlB με τάση προστερεοποίησης p'_{OB} (εικόνα 3.15 (a)).

Στο χώρο q - ε_q το έδαφος παρουσιάζει μια ελαστικότητα από το A στο B. Στο B το έδαφος διαρρέει παρουσιάζοντας μια μείωση της δυσκαμψίας και εμφάνιση πλαστικών παραμορφώσεων (εικόνα 3.15 (c)). Στο χώρο ν - ε_q , η μεταβολή του όγκου από το A στο B είναι και πάλι ελαστική, αναστρέψιμη και μικρή και υπάρχει μεταβολή στη κλίση στο σημείο B (εικόνα 3.15 (d)).



Εικόνα 3.15 Στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση σε ελαφρώς υπερστερεοποιημένη άργιλο (a) qp`, (b) v-p`, (c) q-ε_q και (d) v- ε_q, Πηγή:David Muir Wood

3.3.3 Η περίπτωση της υπερστερεοποιημένης αργίλου

Το έδαφος συμπιέζεται ισοτροπικά στο σημείο K και μετά αποφορτίζεται στο σημείο P. Η στραγγισμένη δοκιμή θα είναι ελαστική μέχρι την ylQ φτάνοντας στο σημείο Q αριστερά της κορυφής της επιφάνειας διαρροής (εικόνα 3.16 (a)). Στο σημείο Q το διάνυσμα αύξησης πλαστικών παραμορφώσεων έχει διεύθυνση προς τ' αριστερά, δηλώνοντας ότι αν συμβεί μια συνεχόμενη αύξηση διατμητικής παραμόρφωσης τότε θα έχουμε αρνητική πλαστική ογκομετρική παραμόρφωση, δηλαδή πλαστική ογκομετρική διόγκωση.
Στη συνέχεια της στραγγισμένης δοκιμής προκύπτουν τα σημεία R, S, T, τα οποία αντίστοιχα ανήκουν στις καμπύλες αποφόρτισης - επαναφόρτισης urlB, urlS, urlT (εικόνα 3.16 (b)).



Εικόνα 3.16 Στραγγισμένη τριαξονική συμπίεση σε υπερστερεοποιημένη άργιλο (a) q-p`, (b) v-p`, (c) q-ε_q και (d) ν- ε_q, Πηγή:David Muir Wood

3.4 Αστράγγιστη τριαξονική συμπίεση

Η μεταβολή της ελαστικής ογκομετρικής παραμόρφωσης είναι:

$$\delta \varepsilon^{e}{}_{p} = \frac{\kappa}{v} \frac{\delta p}{p} \quad (3.15)$$

και η μεταβολή της πλαστικής ογκομετρικής παραμόρφωσης είναι:

$$\delta \varepsilon_{p}^{p} = \frac{(\lambda - \kappa)}{v} \frac{\delta p'_{o}}{p'_{o}} \quad (3.16)$$

Στην αστράγγιστη τριαξονική δοκιμή η συνολική μεταβολή της ογκομετρικής παραμόρφωσης είναι μηδενική. Επομένως:

$$\delta \varepsilon^{e}{}_{p} + \delta \varepsilon^{p}{}_{p} = 0 \Longrightarrow \kappa \frac{\delta p'}{p'} = -(\lambda - \kappa) \frac{\delta p'_{o}}{p'_{o}} (3.17)$$

Οι μεταβολές των p' και p', πρέπει να έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο. Όταν βρισκόμαστε εντός της επιφάνειας διαρροής έχουμε μόνο ελαστικές παραμορφώσεις.

Αν το έδαφος είναι σε μια κατάσταση όπου n < M (AB), τότε η διαρροή συμβαίνει με το διάνυσμα αύξησης πλαστικών παραμορφώσεων να έχει διεύθυνση προς τα δεξιά, συνεπάγοντας πλαστική ογκομετρική συμπίεση. Το έδαφος θέλει να κρατυνθεί πλαστικά (hardening), η επιφάνεια διαρροής ylB αυξάνεται σε μέγεθος δρ'₀ > 0 και η ισότροπη τάση μειώνεται δ p'< 0. Έτσι η ελαστική διόγκωση εξισορροπεί τη πλαστική συμπίεση.

Αν ισχύει n > M (QR), τότε η διαρροή συμβαίνει με το διάνυσμα αύξησης πλαστικών παραμορφώσεων να έχει διεύθυνση προς τ' αριστερά, συνεπάγοντας πλαστική ογκομετρική διαστολή. Τώρα το έδαφος θέλει να χαλαρώσει πλαστικά (softening), η επιφάνεια διαρροής μειώνεται σε μέγεθος ylR δp'_o < 0 και η ισότροπη τάση τώρα αυξάνεται δρ'> 0. Έτσι η ελαστική συμπίεση εξισορροπεί την πλαστική διαστολή.

Αν η αστράγγιστη αύξηση των παραμορφώσεων είναι στην κορυφή της επιφάνειας διαρροής με n = M, τότε η διαρροή συμβαίνει με το διάνυσμα αύξησης πλαστικών παραμορφώσεων να έχει διεύθυνση παράλληλη με τον άξονα q συνεπάγοντας μηδενική πλαστική ογκομετρική παραμόρφωση $\delta \varepsilon^{p}{}_{p} = 0$. Η επιφάνεια διαρροής δεν αλλάζει, ισχύει δρ'₀ = 0 και δεν έχουμε μεταβολή στην ισότροπη τάση δρ'=0 (εικόνα 3.17 (a)).



Εικόνα 3.17 Οι διευθύνσεις του plastic strain increment vector ανάλογα το n (a) και (b), Πηγή: David Muir Wood

Η μεταβολή της πίεσης των πόρων δίνεται από τη σχέση $\delta u = \delta p - \delta p'$ (3.18).

3.4.1 Η περίπτωση της κανονικώς στερεοποιημένης αργίλου

Επειδή μιλάμε για αστράγγιστη δοκιμή ισχύει δν = 0, ο όγκος παραμένει σταθερός. Κάθε σημείο από τα A, B, C, D, E, F ανήκει και σε μια καινούργια καμπύλη αποφόρτισης - επαναφόρτισης και συνεπώς σε μια καινούργια επιφάνεια διαρροής.

Στο χώρο q – p΄ υπολογίζουμε σε κάθε σημείο το διάνυσμα αύξησης πλαστικών παραμορφώσεων από τη κατακόρυφη μεταβολή δν^p των καμπύλων αποφόρτισης - επαναφόρτισης. Επίσης, ισχύει ότι:

$$\delta \varepsilon^{p}{}_{p} = -\frac{\delta v^{p}}{v}$$
 (3.19) (εικόνα 3.18 (a))

Στο χώρο q - ε_q από το σημείο Α και έπειτα το έδαφος αρχίζει και διαρρέει. Ξεκινώντας από το σημείο F και συνεχίζοντας, η διατμητική παραμόρφωση συνεχίζεται υπό σταθερή τάση (εικόνα 3.18 (c)).

Στο χώρο u - ε_q η πίεση των πόρων χωρίζεται σε δύο μέρη, λόγω της μεταβολής των ολικών τάσεων δρ και λόγω της μεταβολής των ενεργών τάσεων – δρ΄. Η πίεση των πόρων αυξάνεται σταδιακά (εικόνα 3.18 (d)).



Εικόνα 3.18 Αστράγγιστη τριαξονική συμπίεση σε κανονικώς στερεοποιημένη άργιλο (a) q-p`, (b) v-p`, (c) q-ε_q και (d) u- ε_q, Πηγή:David Muir Wood

3.4.2 Η περίπτωση της ελαφρώς υπερστερεοποιημένης αργίλου

Τα πράγματα είναι παρόμοια με την κανονικώς στερεοποιημένη άργιλο εκτός από το γεγονός ότι στην αρχή έχουμε ένα ελαστικό κομμάτι AB με σταθερή p΄ μέχρι να φτάσει στην πρώτη επιφάνεια διαρροής ylB (εικόνα 3.19 (a)).

Στο χώρο ν - p΄ η διαδρομή θα συνεχιστεί προς στις υπόλοιπες καμπύλες αποφόρτισης - επαναφόρτισης όπου θα συμβούν πλαστικές ογκομετρικές παραμορφώσεις, και έτσι δεν θα παραμείνουμε στην urlB (εικόνα 3.19 (b)).

Στο χώρο q - ε_q το ελαστικό κομμάτι AB σχετίζεται μόνο με τις ελαστικές διατμητικές παραμορφώσεις (εικόνα 3.19 (c)).

Ενώ στο χώρο u - ε_q σχετίζεται με την μεταβολή της u, δu, που ισούται με την δp (εικόνα 3.19 (d)). Όταν ξεκινά η διαρροή στο B συμβαίνουν επιπλέον πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις και έτσι παρατηρούμε απότομη πτώση της δυσκαμψίας.



Εικόνα 3.19 Αστράγγιστη τριαζονική συμπίεση σε ελαφρώς υπερστερεοποιημένη άργιλο (a) q-p', (b) v-p', (c) q-ε_q και (d) u- ε_q, Πηγή:David Muir Wood

3.4.3 Η περίπτωση της υπερστερεοποιημένης αργίλου

Στο χώρο q - p΄ η πρώτη φάση PQ είναι ελαφρώς ελαστική χωρίς μεταβολή της ισότροπης τάσης (δp´= 0), μέχρι να φτάσουμε στην επιφάνεια διαρροής ylQ. Επίσης επειδή ισχύει n > M, η ισότροπη τάση αυξάνεται (εικόνα 3.20 (a)).

Στο χώρο q - ε_q οι διατμητικές παραμορφώσεις είναι ελαστικές μέχρι το Q, ενώ από εκεί και έπειτα το έδαφος διαρρέει με μια απότομη αλλαγή της δυσκαμψίας και μια μικρή πτώση της αποκλίνουσας τάσης q (εικόνα 3.20 (c)).

Στο χώρο v – p΄ η διαδρομή PQRST βρίσκεται ψηλότερα στις καμπύλες αποφόρτισης - επαναφόρτισης σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις, αφού συμβαίνει πλαστική ογκομετρική διόγκωση (εικόνα 3.20 (b)).

Στο χώρο u - ε_q η πίεση των πόρων ισούται με τη δρ μέχρι το Q. Στη συνέχεια η u μειώνεται και γίνεται αρνητική και στο τέλος όταν n = M φτάνει στην κρίσιμη κατάσταση (εικόνα 3.20 (d)).



Εικόνα 3.20 Αστράγγιστη τριαξονική συμπίεση σε υπερστερεοποιημένη άργιλο (a) q-p', (b) v-p', (c) q-ε_q και (d) u- ε_q, Πηγή:David Muir Wood

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΝΤΟΧΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

4.1 Γενικά

Η έννοια της αντοχής του εδάφους είναι συνδεδεμένη με το κριτήριο αστοχίας του Mohr-Coulomb. Θα παρουσιάσουμε στο κεφάλαιο αυτό μία συσχέτιση του τροποποιημένου μοντέλου Cam-Clay με αυτό του Mohr-Coulomb ώστε να προκύψει μία σύγκριση των προβλέψεων των δύο κριτηρίων αστοχίας.

4.2 Το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

Το κριτήριο του Mohr- Coulomb ορίζει την αστοχία επί μιας επιφάνειας θραύσης εντός του εδάφους, όπου το έδαφος αστοχεί όταν η διατμητική τάση τ, σε οποιοδήποτε επίπεδο στο έδαφος, φτάσει την κρίσιμη τιμή:

$$\tau = \pm (c' + \sigma' \tan \phi') \quad (4.1)$$

όπου σ΄ η ενεργός τάση που δρα στο επίπεδο, φ΄ η γωνία τριβής του εδάφους και c΄ η συνοχή του εδάφους .

Η εξίσωση αυτή ορίζει ένα ζευγάρι ευθειών στο επίπεδο των τάσεων σ΄-τ. Αν ο κύκλος των ενεργών τάσεων του Mohr τμήσει αυτές τις ευθείες τότε το έδαφος θα αστοχήσει και η διατμητική τάση τ ξεπερνάει το άθροισμα c'+σ'tanφ'.



Εικόνα 4.1 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb Πηγή: Wood D.M (1990)

Η αστοχία κατά Mohr-Coulomb ορίζεται επίσης και με τις κύριες τάσεις:

$$\frac{\sigma'_1 + c' \cot \phi'}{\sigma'_3 + c' \cot \phi'} = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \quad (4.2)$$

Η αστοχία κατά Mohr-Coulomb αφορά συνθήκες αστοχίας σ' ένα επίπεδο, γι' αυτό η ενδιάμεση τάση σ'_2 δεν παίζει σημαντικό ρόλο. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\sigma'_2 = \sigma'_3$ (α) ή $\sigma'_2 = \sigma'_1$ (c) ή να λάβουμε υπόψη τη σ'_2 με $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$ (b).

4.3 Σχέση μεταξύ των κριτηρίων αστοχίας Mohr-Coulomb και Cam-Clay

Η συνθήκη $\sigma'_2 = \sigma'_3$ ανταποκρίνεται στην τριαξονική συμπίεση, όπου η ομοιόμορφη τάση που ασκείται ισούται με την ελάχιστη κύρια τάση σ'_3 . Για τη μέση ενεργό τάση p' και την αποκλίνουσα τάση q ισχύει ότι:

$$p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3}$$
 (4.3) $\kappa \alpha = \sigma'_1 - \sigma'_3$ (4.4)

Με βάση τα παραπάνω, η σχέση (1) του κριτηρίου Mohr-Coulomb γίνεται:

$$\frac{q}{p'+c'\cot\phi'} = \frac{6\sin\phi'}{3-\sin\phi'} \quad (4.5)$$

Η συνθήκη $\sigma'_2 = \sigma'_1$ ανταποκρίνεται στην τριαξονική διόγκωση όπου η ομοιόμορφη τάση που ασκείται ισούται με την μέγιστη κύρια τάση σ'_1 . Τότε για τη μέση ενεργό τάση p' και την αποκλίνουσα τάση q ισχύει ότι:

$$p' = \frac{2\sigma'_1 + \sigma'_3}{3}$$
 και $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$

Με βάση τα παραπάνω, η σχέση (4.2) του κριτηρίου Mohr-Coulomb γίνεται :

$$\frac{q}{p'+c'\cot\phi'} = \frac{-6\sin\phi'}{3+\sin\phi'} \quad (4.6)$$



Εικόνα 4.2 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb Πηγή: Wood D.M (1990)

Η γραμμή της κρίσιμης κατάστασης που ορίζει τις κρίσιμες καταστάσεις στο μοντέλο Cam-Clay, περιγράφεται στο χώρο p´-q από την εξίσωση:

$$n = \frac{q}{p'} = M \quad (4.7)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (4.5) και (4.7)

$$\frac{q}{p' + c' \cot \phi'} = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \quad (4.8) \qquad \text{kat} \qquad n = \frac{q}{p'} = M \quad (4.9)$$

παρατηρούμε ότι το έδαφος αστοχεί στην κρίσιμη κατάσταση θέτοντας c'= 0. Άρα καταλήγουμε ότι για c'= 0 στην τριαξονική συμπίεση ισχύει:

$$M = \frac{6\sin\phi'}{3-\sin\phi'} \quad (4.10) \quad \dot{\eta} \quad \sin\phi' = \frac{3M}{6+M} \quad (4.11)$$

Αντίστοιχα, συγκρίνοντας τις σχέσεις (4.5) και (4.7)

$$\frac{q}{p' + c' \cot \phi'} = \frac{-6 \sin \phi'}{3 + \sin \phi'} \quad (4.12) \quad \text{kon} \quad n = \frac{q}{p'} = M \quad (4.13)$$

παρατηρούμε ότι για τον τριαξονικό εφελκυσμό η σχέση μεταξύ της παραμέτρου M και της γωνίας τριβής φ΄ είναι:

$$M^* = \frac{6\sin\phi'}{3+\sin\phi'} \quad (4.14) \qquad \acute{\eta} \quad \sin\phi' = \frac{3M^*}{6-M^*} \quad (4.15)$$



Εικόνα 4.3 Σχέση μεταξύ του λόγου των τάσεων n=q/p' και της γωνίας τριβής φ' κατά την τριαξονική συμπίεση και εφελκυσμό, Πηγή: Wood D.M (1990)

Από τις σχέσεις (5) και (6) παρατηρούμε ότι, αν γνωρίζουμε τη γωνία τριβής φ΄ και αν το έδαφος φτάσει στην κρίσιμη κατάσταση, τόσο στην περίπτωση της τριαξονικής συμπίεσης όσο και του τριαξονικού εφελκυσμού, τότε δεν είναι δυνατό η τιμή του M να είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

Συνεπώς, θεωρούμε ότι η τιμή του Μ είναι διαφορετική στις περιπτώσεις το εφελκυσμού και της θλίψης (συμπίεσης). Στην περίπτωση της τριαξονικής συμπίεσης το Μ δίνεται από την σχέση:

$$M \approx \frac{\phi'}{25} \quad (4.16)$$

Και στην περίπτωση του τριαξονικού εφελκυσμού από τη σχέση:

$$M \approx \frac{\phi'}{35} \quad (4.17)$$

4.4 Γραμμή κρίσιμης κατάστασης και αστράγγιστη διατμητική αντοχή

Όταν το εδαφικό δείγμα βρίσκεται σε αστράγγιστες συνθήκες τότε, ο κύκλος των ενεργών τάσεων του Mohr που αστοχεί, σχετίζεται μ' ένα άπειρο αριθμό κύκλων ολικών τάσεων (T_1 , T_2), οι οποίοι είναι τοποθετημένοι κατά μήκος του άξονα σ με βάση την πίεση των πόρων (εικόνα 4.4). Η πίεση των πόρων δεν επηρεάζει τις διατμητικές τάσεις γι' αυτό όλοι οι κύκλοι έχουν το ίδιο μέγεθος.

Χρησιμοποιώντας την αστράγγιστη διατμητική αντοχή c_u, η οποία είναι η ακτίνα όλων των κύκλων του Mohr, αναλύουμε τα αργιλικά εδάφη. Αυτή η αστράγγιστη διατμητική αντοχή είναι η μέγιστη διατμητική τάση, που μπορεί το έδαφος να αντέξει. Έτσι το κριτήριο αστοχίας υπό αστράγγιστες συνθήκες γίνεται:

$$\tau = \pm c_u (4.18)$$



Εικόνα 4.4 Κύκλος του Mohr ενεργών και ολικών τάσεων, Πηγή: Wood D.M (1990)

Το έδαφος θα αστοχήσει μόλις η διαδρομή των τάσεων φτάσει τη γραμμή κρίσιμης κατάστασης στην ισότροπή τάση αστοχίας, που ισούται με:

$$p'_f = \exp(\frac{\Gamma - \nu}{\lambda})$$
 (4.19)

Η αποκλίνουσα τάση στην αστοχία δίνεται από τη σχέση:

$$q_f = M p'_f (4.20)$$

άρα $c_u = \frac{Mp'_f}{2} = \frac{M}{2} \exp(\frac{\Gamma - \nu}{\lambda})$ (4.21)

Συνδέοντας την ΓΚΚ και τις γραμμές στερεοποίησης μπορούμε να γράψουμε $v = v_{\lambda} - \lambda \ln p' \implies v = \Gamma - \lambda \ln p'$ (4.22)

και για τις γραμμές αποφόρτισης - επαναφόρτισης ισχύει $v = v_{\kappa} - \kappa \ln p'$ (4.23)



Εικόνα 4.5 Γραμμή στερεοποίησης, γραμμές αποφόρτισης-επαναφόρτισης και γραμμή κρίσιμης κατάστασης, Πηγή: Wood D.M (1990)

Για να περιγράψουμε τη διαφορά μεταξύ των γραμμών στερεοποίησης ncl και κρίσιμης κατάστασης csl, ορίζουμε το λόγο:

$$r = \frac{p'_{o}}{p'_{cs}} (4.24)$$

που μπορεί να θεωρηθεί ως μια παράμετρος του εδάφους.

Εν συνεχεία, ορίζουμε τον λόγο των ενεργών τάσεων:

$$n_p = \frac{p'_o}{p'_i}$$
 (4.25)

Όπου p'₀ η ενεργός τάση, όταν το έδαφος συμπιέζεται κανονικά μέχρι το O (ncl) (εικόνα 4.6 (b)) και p'_i η ενεργός τάση όταν το έδαφος αποφορτίζεται και διογκώνεται μέχρι το I (url) (εικόνα 4.6 (b)).

Ο ειδικός όγκος στο σημείο Ι είναι:

$$v_i = v_\lambda - \lambda \ln p'_o - \kappa \ln n_p \quad (4.26)$$

Έτσι, η αστράγγιστη διατμητική αντοχή στο σημείο F, το οποίο βρίσκεται στη γραμμή κρίσιμης κατάστασης (csl) είναι:

$$c_{u} = \frac{M}{2} \exp\left[\left(\frac{\Gamma - \nu_{\lambda}}{\lambda}\right) + \ln p'_{o} - \left(\frac{\kappa}{\lambda}\right) \ln n_{p}\right] (4.27)$$

Η εξίσωση (4.26) λόγω των (4.24) και (4.23) γίνεται:

$$\frac{c_u}{p'_i} = \frac{M}{2} (\frac{n_p}{r})^{\Lambda} \quad (4.28)$$

όπου $\Lambda = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda}$ (4.29).



Εικόνα 4.6 Αστράγγιστη τριαξονική συμπίεση σε υπερστερεοποιημένες αργίλους, Πηγή: Wood D.M (1990)

4.5 Γραμμή κρίσιμης κατάστασης και πίεση των πόρων κατά την αστοχία

Η μεταβολή της πίεσης των πόρων ορίζεται ως:

$$\delta u = \delta p + a \, \delta q \ (4.30)$$

όπου α μια ενδεικτική τιμή της τρέχουσας κλίσης της αστράγγιστης διαδρομής των ενεργών τάσεων.

Επειδή οι αστράγγιστες διαδρομές των ενεργών τάσεων δεν είναι συνήθως ευθεία, έτσι και το α δεν είναι σταθερά του εδάφους, αλλά εξαρτάται από τις τρέχουσες ενεργές τάσεις και από την στερεοποίηση του εδάφους. Παρόλο ότι το α δεν είναι σταθερό, μπορούμε να ορίσουμε μια μέση τιμή a_f , την οποία έχει η διαδρομή των ενεργών τάσεων κατά την αστράγγιστη φόρτιση:

$$a_f = -\frac{\Delta p'}{\Delta q} \ (4.31)$$

Θεωρώντας γνωστό, από την εικόνα 4.6, ότι $n_p = \frac{p'_o}{p'_i}$ στο σημείο Ι και ότι το έδαφος αστοχεί στο σημείο F της γραμμής κρίσιμης κατάστασης, η αποκλίνουσα τάση αστοχίας είναι:

$$q_f = Mp'_i (\frac{n_p}{r})^{\Lambda}$$
 (4.32)

Στην τριαξονική συμπίεση η κλίση της διαδρομής των ολικών τάσεων είναι, όπως είναι γνωστό, $\frac{\Delta q}{\Delta p} = 3$. Για την αστράγγιστη δοκιμή όταν φτάνει στην αστοχία ισχύει:

$$\Delta q = q_f \quad \text{kat} \quad \Delta p = \frac{q_f}{3} \quad (4.33)$$

Και η ισότροπη τάση αστοχίας είναι:

$$p'_{f} = \frac{q_{f}}{M} = p'_{i} (\frac{n_{p}}{r})^{\Lambda} (4.34)$$

Άρα, η μεταβολή της πίεσης των πόρων κατά την διάρκεια της δοκιμής είναι:

$$\Delta u = p'_{i} + \Delta p - p'_{f} = p'_{i} + q_{f} (\frac{1}{3} - \frac{1}{M}) \Longrightarrow \Delta u = p'_{i} [1 + M(\frac{n_{p}}{r})^{\Lambda} (\frac{1}{3} - \frac{1}{M})] \quad (4.35)$$

Άρα $a_f = -\frac{(p'_f - p'_i)}{q_u}$ (4.36) $a_f = \frac{(\frac{n_p}{r})^{-\Lambda} - 1}{M}$ (4.37)

4.6 Περιβάλλουσα αστοχίας του μοντέλου Cam-Clay

Σύμφωνα με το μοντέλο Cam-Clay όλες οι δοκιμές υπό συνεχή αυξανόμενη φόρτιση καταλήγουν στην γραμμή της κρίσιμης κατάστασης αστοχίας, όπου έχουμε ανάπτυξη άπειρων διατμητικών παραμορφώσεων υπό σταθερό όγκο και ενεργές τάσεις. Ωστόσο, στην περίπτωση της στραγγισμένης δοκιμής των υπερστερεοποιημένων δειγμάτων η επιφάνεια διαρροής στο χώρο p'- q βρίσκεται πάνω από την γραμμή κρίσιμης κατάστασης και γι' αυτό η αιχμή της τιμής της αποκλίνουσας τάσης ακολουθείται από μια πτώση της στην γραμμή κρίσιμης κατάστασης.

Στην εικόνα 4.7 βλέπουμε τον γεωμετρικό τόπο των κορυφαίων αντοχών, ο οποίος χωρίζεται σε δύο τμήματα:

 α) Τα κανονικώς και ελαφρώς υπερστερεοποιημένα δείγματα καταλήγουν στην γραμμή κρίσιμης κατάστασης (cls) μεταξύ C και A.

β) Για τα περισσότερα υπερστερεοποιημένα δείγματα, η κορυφαία αποκλίνουσα τάση έχει ως γεωμετρικό τόπο την περιοχή μεταξύ C και B.

Οι δοκιμές που φτάνουν σε κορυφαία αντοχή μεταξύ C και A στο χώρο q - p', αντιστοιχούν στο χώρο v - p' στη γραμμή κρίσιμης κατάστασης (csl) μεταξύ C και A. Αντίστοιχα, οι δοκιμές που η αιχμή τους είναι πάνω στην αρχική επιφάνεια διαρροής μεταξύ B και C στο χώρο q - p', αντιστοιχούν στο χώρο v - p' στη γραμμή αποφόρτισης - επαναφόρτισης μεταξύ B και C. Οι καμπύλες μεταξύ των σημείων C και A, όπως τα B και C, δημιουργούν ένα γεωμετρικό τόπο, την περιβάλλουσα αστοχίας Cam-Clay.



Εικόνα 4.7 Περιβάλλουσα αστοχίας Cam-Clay, Πηγή: Wood D.M (1990)

Τέλος, κανονικοποιώντας το γεωμετρικό τόπο με την τάση προστερεοποίησης, αποκτούμε τη μοναδική καμπύλη της εικόνας 4.8.



Εικόνα 4.8 Περιβάλλουσα αστοχίας Cam-Clay, Πηγή: Wood D.M (1990)

Ενώ κανονικοποιώντας το γεωμετρικό τόπο με την ισότροπη τάση στερεοποίησης αποκτούμε τη μονή καμπύλη BC της εικόνας 4.9.



Εικόνα 4.9 Περιβάλλουσα αστοχίας Cam-Clay, Πηγή: Wood D.M (1990)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

5.1 Εισαγωγή

Σκοπός της εφαρμογής αυτής είναι η εξοικείωση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus σε προβλήματα γεωτεχνικής μηχανικής, καθώς και με τις διαφορές που επιφέρουν στα αποτελέσματα η χρήση διαφορετικών καταστατικών προσομοιωμάτων.

Στο πλαίσιο αυτό πραγματοποιήθηκε η προσομοίωση ενός προβλήματος βαθιάς αντιστηριγμένης εκσκαφής με χρήση των καταστατικών μοντέλων Mohr-Coulomb και Cam-Clay.

5.2 Βαθιά αντιστηριγμένη εκσκαφή

5.2.1 Περιγραφή του προβλήματος

Στην παρούσα ανάλυση, διερευνήσαμε μία βαθιά εκσκαφή βάθους 12m. Θεωρήσαμε φόρτιση στην επιφάνεια του εδάφους λόγω γειτονικής εξαόροφης πολυκατοικίας 90kPa (15kPa ανά όροφο). Τοποθετήθηκαν πάσσαλοι ύψους 14m με απόσταση μεταξύ τους 1.80m. Η πρώτη εκσκαφή έγινε στα -3m, τοποθετώντας στα -2m (για κατασκευαστικούς λόγους) τη πρώτη σειρά αγκυρίων και επιβάλλοντας δύναμη προέντασης 350kN. Οι επόμενες εκσκαφές έγιναν στα -5m, -7m, -11m και -12m, ενώ οι επόμενες σειρές αγκυρίων τοποθετήθηκαν στα -4m, -6m, -8m και -10m (εικόνα 5.1).



Εικόνα 5.1 Περιγραφή του προβλήματος

Η διατομή του πασσάλου αποτελείται από διπλά μεταλλικά στοιχεία UPN220, με εμβαδό μεταλλικής διατομής $A = 37.4 cm^2$, ροπή αδράνειας $I_y = 2690 cm^4$ και $I_x = 197 cm^4$. Το συνολικό εμβαδό και ροπή αδρανείας υπολογίστηκαν ως εξής:

$$A = 2A_{UPN220} = 2 \times 37.4 cm^{2} \times 10^{-4} = 7.48 \times 10^{-3} m^{2}$$

$$I_{y} = 2I_{UPN220} = 2 \times 2690 cm^{4} \times 10^{-8} = 5.38 \times 10^{-5} m^{4}$$

Θεωρώντας το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα $E=210 \times 10^6 kPa$ και ότι η απόσταση μεταξύ των πασσάλων είναι 1.80m υπολογίζουμε το ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας:

$$E_e = \frac{210}{1.8} \times 10^6 = 116.66667 \times 10^6 \, kPa$$

Επιδιώκοντας να βρούμε το μέτρο ελαστικότητας Ε΄ που θα χρησιμοποιήσουμε στον κώδικα του προγράμματος Abaqus για να προσδιορίσουμε το beam section του πασσάλου ακολουθήσαμε την παρακάτω διαδικασία:

Αναγάγαμε την κυκλική διατομή του πασσάλου βασιζόμενοι στην ορθογωνική διατομή πλάτους b=1m ύψους h. Άρα:

$$E_{e} \cdot A = E' \cdot A' \implies E_{e} \cdot A = E' \cdot b \times h \quad (5.1)$$
$$E_{e} \cdot \mathbf{I} = E' \cdot \mathbf{I}' \implies E_{e} \cdot \mathbf{I} = E' \cdot \frac{b \times h^{3}}{12} \quad (5.2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (5.1) και (5.2) και θεωρώντας b=1m προκύπτει:

$$h = \sqrt{\frac{12 \cdot I}{A}} = \sqrt{\frac{12 \times 5.38 \times 10^{-5}}{7.48 \times 10^{-3}}} = 0.2937859092m$$

Από τη σχέση (5.1) προκύπτει:

$$E' = \frac{E_e \cdot A}{h \cdot b} = \frac{116.66666667 \times 10^6 \cdot 7.48 \times 10^{-3}}{0.2937859092 \cdot 1} = 2970417.027 kPa$$

Κατά τον υπολογισμό αυξήσαμε την δυσκαμψία του πετάσματος θεωρώντας τριπλάσιο μέτρο ελαστικότητας:

E' = 3×2970417.027 = 8911251.081kPa

Το σκυρόδεμα που συμμετέχει στην κυκλική διατομή του πασσάλου είναι άοπλο και η αντοχή του πασσάλου προκύπτει μονάχα από την μεταλλικές διατομές.

Τοποθετήθηκαν πέντε σειρές τρίκλωνων αγκυρίων ανά δύο μέτρα με τα εξής γεωμετρικά στοιχεία:

Εμβαδό κλώνου: $A_{cable}=140 mm^2$ Εμβαδό τρίκλωνου: $A=4.2 \times 10^{-4}m^2$ Διάμετρος κλώνου: $D_{cable}=2.3125 \times 10^{-2}m$ Κλίση αγκυρίου: 10°

Επιβάλλαμε στα αγκύρια δύναμη προέντασης F = 350kN, η οποία ανά τρέχον μέτρο προκύπτει ως εξής:

$$F = \frac{350}{1.80} = 194.44 \, kN \, / \, m$$

Αναλύσαμε τη δύναμη προέντασης σε οριζόντια και κατακόρυφη δύναμη προέντασης και προέκυψαν:

 $F_x=194.44 \times \cos 10^\circ = 191.49$ kN $F_y=194.44 \times \sin 10^\circ = 33.76$ kN

Επομένως, η αξονική τάση κάθε αγκυρίου είναι:

 $\sigma_p = \frac{F}{A} = \frac{194.44}{4.2 \times 10^{-4}} = 462952.381 kPa$

Επειδή από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι η οριζόντια μετακίνηση του πασσάλου είναι της τάξεως των 17cm, το οποίο θεωρείται πολύ μεγάλο, αυξήσαμε τη δύναμη προέντασης σε 500kN. Άρα:

$$F = \frac{500}{1.80} = 277.78 \, kN \, / \, m$$

 $F_x = 277.78 \times \cos 10^\circ = 273.56 \text{kN}$

 $F_v = 277.78 \times \sin 10^\circ = 48.24 \text{kN}$

5.2.2 Αριθμητικό προσομοίωμα

Η αριθμητική προσομοίωση του προβλήματος έγινε με χρήση του προγράμματος MSC.Patran. Δημιουργήσαμε κάνναβο 50m×50m με τρείς διαφορετικές περιοχές πύκνωσης. Η πρώτη περιοχή, που περιλαμβάνει τις εκσκαφές και τα αγκύρια, έχει διαστάσεις 40m βάθος και 30m μήκος με απόσταση μεταξύ των κόμβων 0.5m. Η δεύτερη περιοχή δεξιά των αγκυρίων έχει βάθος 40m και μήκος 20m με οριζόντια απόσταση μεταξύ των κόμβων 1m και κατακόρυφη 0.5m. Η τρίτη περιοχή με διαστάσεις 10m×50m έχει απόσταση μεταξύ των κόμβων 1m. Έγινε δηλαδή μία προσπάθεια πύκνωσης του καννάβου στην πιο κρίσιμη περιοχή του προβλήματος. Η γεωμετρία του προβλήματος παρουσιάζεται στην εικόνα 5.2.

Το πρόβλημα αναλύθηκε ως πρόβλημα επίπεδης παραμόρφωσης (strain plane) και για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένα στοιχεία τύπου CPE4, δηλαδή 4-κομβικά συνεχούς μέσου χωρίς πίεση πόρων.

Στα σύνορα του δικτύου των πεπερασμένων στοιχείων τοποθετήθηκαν συνοριακές συνθήκες τύπου κύλισης, τόσο κατά τον οριζόντιο όσο και κατά τον κατακόρυφο άξονα.



Εικόνα 5.2 Διαστάσεις δικτύου πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε κατά την αριθμητική προσομοίωση

5.3 Αριθμητικές αναλύσεις

5.3.1 Δεδομένα αναλύσεων

➢ <u>Mohr-Coulomb</u>

Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση με το μοντέλο Mohr-Coulomb είναι:

Γωνία τριβής $φ = 35^{\circ}$ Συνοχή εδάφους c = 40kPa Μέτρο ελαστικότητας E = 300000kPa Ειδικό βάρος του εδαφικού υλικού $\gamma = 18$ kN/m³

≻ <u>Cam-Clay</u>

Οι παράμετροι εδάφους που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση με το καταστατικό μοντέλο Cam-Clay είναι:

$$\begin{split} \lambda &= 0.10 \\ \kappa &= 0.02 \\ M &= 1.2 \\ \gamma &= 18 k N/m^3 \end{split}$$

Θεωρώντας αρχικό δείκτη πόρων $e_o = 0.80$ για αντίστοιχη κατακόρυφη ενεργό τάση σ'_{vo} = 100 kPa και συντελεστή ουδέτερης ώθησης $K_o = 0.60$ υπολογίζω:

Κατακόρυφη ενεργό τάση σ΄ $_1$ =γ $\cdot\,h$

Οριζόντια ενεργό τάση σ'₃ = $K_0 \cdot \sigma'_1$

Μέση ενεργός τάση

 $p_{o}' = \frac{\sigma'_{vo} + 2\sigma'_{h}}{3} = \frac{\sigma'_{vo} + 2K_{o}\sigma'_{vo}}{3} = \frac{100 + 2 \times 0.6 \times 100}{3} = 73.33 kPa$ $p' = \frac{\sigma'_{1} + 2\sigma'_{3}}{3}$

Διατμητική ενεργός τάση $q' = \sigma'_1 - \sigma'_3$

Δείκτη πόρων $e = e_o - \lambda \ln\left(\frac{p'}{p'_o}\right)$

Παράμετρος κράτυνσης $p'_{m} = \frac{q^{2} + M^{2} p'^{2}}{M^{2} p'}$

 $\kappa \alpha \iota a = p'_m/2$

Χωρίσαμε το εδαφικό υλικό σε στρώσεις των δύο μέτρων με σταθερό γ και μεταβαλλόμενο δείκτη πόρων e.

Μελετήσαμε το πρόβλημα σε κανονικά στερεοποιημένο έδαφος, σε ελαφρώς υπερστερεοποιημένο έδαφος OCR=1.5 και υπερστερεοποιημένο έδαφος OCR=3.

Για το ελαφρώς υπερστερεοποιημένο έδαφος υπολογίζουμε την αντίστοιχη παράμετρο κράτυνσης:

 $p'_{m,OC(1.5)} = 1.5 p'_{m,NC}$

Για το υπερστερεοποιημένο έδαφος η αντίστοιχη παράμετρος κράτυνσης είναι: $p'_{m,OC(3)} = 3 p'_{m,NC}$

Και υπολογίζω τα αντίστοιχα a.

T	^ /	Δ	,	11 O 1
1α	αποτελεσματα	των υπολογισμων	ωαινονται στον	$\alpha \kappa_{0} \kappa_$
1 00	0.0000000000000000000000000000000000000		<i>qatioicato<i>tototo<i>tototo<i>toto<i>toto<i>tototo<i>toto<i>toto<i>toto<i>toto<i>toto<i>toto<i>toto<i>to<i>toto<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>toto<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>to<i>ttttttttttttt</i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i></i>	

									OCR=1,5		OCR=3	
γ	σ1	Ko	σ΄3	p´	q	p´m	a=p´m/2	е	p´m	а	p´m	а
18	36	0,6	21,6	26,4	14,4	31,85455	15,92727	0,902165	47,78182	23,89091	95,56364	47,78182
18	72	0,6	43,2	52,8	28,8	63,70909	31,85455	0,83285	95,56364	47,78182	191,1273	95,56364
18	108	0,6	64,8	79,2	43,2	95,56364	47,78182	0,792303	143,3455	71,67273	286,6909	143,3455
18	144	0,6	86,4	105,6	57,6	127,4182	63,70909	0,763535	191,1273	95,56364	382,2545	191,1273
18	180	0,6	108	132	72	159,2727	79,63636	0,741221	238,9091	119,4545	477,8182	238,9091
18	216	0,6	129,6	158,4	86,4	191,1273	95,56364	0,722989	286,6909	143,3455	573,3818	286,6909
18	252	0,6	151,2	184,8	100,8	222,9818	111,4909	0,707574	334,4727	167,2364	668,9455	334,4727
18	288	0,6	172,8	211,2	115,2	254,8364	127,4182	0,694221	382,2545	191,1273	764,5091	382,2545
18	324	0,6	194,4	237,6	129,6	286,6909	143,3455	0,682442	430,0364	215,0182	860,0727	430,0364
18	360	0,6	216	264	144	318,5455	159,2727	0,671906	477,8182	238,9091	955,6364	477,8182
18	396	0,6	237,6	290,4	158,4	350,4	175,2	0,662375	525,6	262,8	1051,2	525,6
18	432	0,6	259,2	316,8	172,8	382,2545	191,1273	0,653674	573,3818	286,6909	1146,764	573,3818
18	468	0,6	280,8	343,2	187,2	414,1091	207,0545	0,64567	621,1636	310,5818	1242,327	621,1636
18	504	0,6	302,4	369,6	201,6	445,9636	222,9818	0,638259	668,9455	334,4727	1337,891	668,9455
18	540	0,6	324	396	216	477,8182	238,9091	0,63136	716,7273	358,3636	1433,455	716,7273
18	576	0,6	345,6	422,4	230,4	509,6727	254,8364	0,624906	764,5091	382,2545	1529,018	764,5091
18	612	0,6	367,2	448,8	244,8	541,5273	270,7636	0,618843	812,2909	406,1455	1624,582	812,2909
18	648	0,6	388,8	475,2	259,2	573,3818	286,6909	0,613127	860,0727	430,0364	1720,145	860,0727
18	684	0,6	410,4	501,6	273,6	605,2364	302,6182	0,607721	907,8545	453,9273	1815,709	907,8545
18	720	0,6	432	528	288	637,0909	318,5455	0,602591	955,6364	477,8182	1911,273	955,6364
18	756	0,6	453,6	554,4	302,4	668,9455	334,4727	0,597712	1003,418	501,7091	2006,836	1003,418
18	792	0,6	475,2	580,8	316,8	700,8	350,4	0,59306	1051,2	525,6	2102,4	1051,2
18	828	0,6	496,8	607,2	331,2	732,6545	366,3273	0,588615	1098,982	549,4909	2197,964	1098,982
18	864	0,6	518,4	633,6	345,6	764,5091	382,2545	0,584359	1146,764	573,3818	2293,527	1146,764
18	900	0,6	540	660	360	796,3636	398,1818	0,580277	1194,545	597,2727	2389,091	1194,545

5.3.2 Αποτελέσματα

Ακολούθως, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση του προβλήματος με το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb και με το καταστατικό μοντέλο Cam-Clay, τόσο για κανονικώς στερεοποιημένο έδαφος με δύναμη προέντασης 350kN και 500kN αντίστοιχα, όσο και για ελαφρώς υπερστερεοποιημένο έδαφος με δείκτη προστερεοποίησης OCR = 1,5 και υπερστερεοποιημένο έδαφος με OCR = 3.

5.3.2.1 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

Καθιζήσεις επιφάνειας

Παρατηρούμε ότι στο σημείο που γίνεται η εκσκαφή (0m), προκύπτουν ανοιζήσεις από 1.4 cm έως 1.6 cm, όσο προχωράμε τις εκσκαφές, οι οποίες μειώνονται καθώς απομακρυνόμαστε από την εκσκαφή μέχρι που μηδενίζονται στα 40m απόσταση.

Το βήμα της επιφανειακής φόρτισης των 90kPa, δηλαδή η προυπάρχουσα διπλανή πολυκατοικία, δίνει καθίζηση 2.75cm, την οποία αφαιρούμε από τις επόμενες εκσκαφές και έτσι προκύπτουν οι ανοιζήσεις που προαναφέραμε.





<u>Μετακινήσεις πασσάλου</u>

Από το διάγραμμα των μετακινήσεων του πασσάλου παρατηρούμε ότι κατά τη γεωστατική φόρτιση και την επιφανειακή φόρτιση των 90kPa ο πάσσαλος δεν μετακινείται. Σε κάθε ένα, όμως, από τα επόμενα βήματα εκσκαφής και ισορροπίας του αγκυρίου, διαπιστώνουμε μία μικρή μετακίνηση του πασσάλου στην επιφάνειά του, της τάξης των 2mm, προς τα μέσα, δηλαδή προς το έδαφος. Επίσης, με το βάθος ο πάσσαλος μετακινείται προς τα έξω, δηλαδή προς την εκσκαφή.

Επιπλέον, παρατηρούμε ότι, όσο αυξάνεται το βάθος, δηλαδή προχωράμε τις εκσκαφές, η μετακίνηση του πασσάλου προς τα μέσα μειώνεται ενώ η μετακίνηση του πασσάλου προς τα έξω αυξάνεται.



Εντατικά μεγέθη πασσάλου

Το σκυρόδεμα που χρησιμοποιούμε στο πάσσαλο είναι άοπλο και γι' αυτό η αντοχή του προκύπτει μόνο από τη διπλή μεταλλική διατομή 2UPN. Το πολύ εύκαμπτο πέτασμα που δημιουργείται έχει ως αποτέλεσμα τα εντατικά μεγέθη να παρουσιάζουν πολύ έντονες μεταβολές, οι τιμές των οποίων όμως είναι πολύ μικρές, όπως παρατηρούμε και στα διαγράμματα.







<u>Αξονική δύναμη αγκυρίων</u>

Ακολουθούν τα διαγράμματα της αξονικής δύναμης των πέντε σειρών αγκυρίων που τοποθετήθηκαν στην εκσκαφή. Στα διαγράμματα παρατηρούμε τη μεταβολή της αξονικής δύναμης σε σχέση με το μήκος του αγκυρίου. Στην άκρη του αγκυρίου η αξονική είναι ίση με την δύναμη προέντασης που επιβάλλουμε, 350kN, ενώ κατά μήκος του αγκυρίου μειώνεται απότομα μέχρι που μηδενίζεται στο τέλος του αγκυρίου. Παρατηρούμε δηλαδή την απομείωση της αξονικής δύναμης στον βολβό του αγκυρίου.











5.3.2.2 Καταστατικό μοντέλο Cam-clay – Κανονικά στερεοποιημένο έδαφος (Δύναμη προέντασης 350 kN)

Καθιζήσεις επιφάνειας

Με το καταστατικό μοντέλο Cam-Clay παρατηρούμε ότι ενώ στις πρώτες εκσκαφές έχουμε ανοιζήσεις 2cm, στις δύο τελευταίες εκσκαφές έχουμε καθιζήσεις της τάξεως των 2 έως 6 cm. Οι καθιζήσεις αυτές, μειώνονται καθώς απομακρυνόμαστε από την εκσκαφή φτάνοντας τα 2cm περίπου, ενώ στα 40m από εκεί που γίνεται η εκσκαφή γίνονται σχεδόν μηδέν.





<u>Μετακινήσεις πασσάλου</u>

Η ανάλυση με το καταστατικό μοντέλο Cam-Clay δίνει επιφανειακές οριζόντιες μετατοπίσεις του πασσάλου προς τα έξω, δηλαδή προς την εκσκαφή, που φτάνουν τα 17 cm. Οι μετακινήσεις αυτές θεωρούνται μεγάλες γι' αυτό και στην ανάλυση που ακολουθεί στην επόμενη ενότητα αυξάνουμε την δύναμη προέντασης με σκοπό να μειώσουμε τις οριζόντιες μετατοπίσεις.

Επιπλέον, παρατηρούμε ότι, με το βάθος και όσο προχωράμε τις εκσκαφές, η οριζόντια μετακίνηση του πασσάλου προς τα έξω μειώνεται.



Εντατικά μεγέθη πασσάλου

Τα εντατικά μεγέθη παρουσιάζουν και πάλι έντονες μεταβολές, για το λόγο που προαναφέραμε στην ανάλυση των αποτελεσμάτων με το μοντέλο Mohr-Coulomb.







<u>Αξονική δύναμη αγκυρίων</u>

Στα διαγράμματα παρατηρούμε τη μεταβολή της αξονικής δύναμης σε σχέση με το μήκος του αγκυρίου. Η αξονική δύναμη στην αρχή του αγκυρίου που τοποθετούμε στα -2m, είναι ίση με την δύναμη προέντασης που επιβάλλουμε, δηλαδή 350kN. Σε αυτή την περίπτωση, δηλαδή στην ανάλυση με το μοντέλο Cam-Clay, η αξονική δύναμη μειώνεται σταδιακά κατά μήκος του αγκυρίου, όμως δε μηδενίζεται στο τέλος του αγκυρίου. Επομένως, η μείωση της αξονικής δύναμης στο βολβό είναι μικρότερη συγκριτικά με το Mohr-Coulomb.

Επιπλέον, παρατηρούμε ότι όσο προχωράμε τις εκσκαφές η αξονική στην αρχή του αγκυρίου αυξάνεται.











5.3.2.3 Καταστατικό μοντέλο Cam-clay – Κανονικά στερεοποιημένο έδαφος (Δύναμη προέντασης 500 kN)

Καθιζήσεις επιφάνειας

Στο κανονικά στερεοποιημένο έδαφος, αυξάνοντας τη δύναμη προέντασης των αγκυρίων σε 500kN, παρατηρούμε ότι οι καθιζήσεις της επιφάνειας είναι της τάξεως των 2 έως 5,5 cm, στα πρώτα 25m από την εκσκαφή. Εν συνεχεία, οι καθιζήσεις αυτές μειώνονται, φτάνοντας τα 2cm περίπου στα 40m απόσταση από την εκσκαφή. Επομένως, η αύξηση της δύναμης προέντασης μείωσε τις επιφανειακές καθιζήσεις.




Μετακινήσεις πασσάλου

Αυξάνοντας τη δύναμη προέντασης στα 500 kN παρατηρούμε ότι η μέγιστη οριζόντια μετακίνηση μειώθηκε στα 9.5 cm. Επίσης, η μορφή του διαγράμματος των μετακινήσεων του πασσάλου παρέμεινε η ίδια, δηλαδή η μετακίνηση πραγματοποιείται προς τα αριστερά και με το βάθος μειώνεται.



Εντατικά μεγέθη πασσάλου

Τα εντατικά μεγέθη παρουσιάζουν και πάλι έντονες μεταβολές, όπως έχουμε προαναφέρει.







<u>Αξονική δύναμη αγκυρίων</u>

Στα διαγράμματα παρατηρούμε ότι στην ισορροπία του αγκυρίου (-2m), στην άκρη του αγκυρίου η αξονική είναι ίση με κάτι λιγότερο από 500 kN (την δύναμη προέντασης που επιβάλλαμε) και κατά μήκος του αγκυρίου μειώνεται σταδιακά. Όσο προχωράμε τις εκσκαφές στην άκρη του αγκυρίου η αξονική αυξάνεται.











5.3.2.4 Καταστατικό μοντέλο Cam-clay – Ελαφρώς υπερστερεοποιημένο έδαφος (OCR=1,5)

Καθιζήσεις επιφάνειας

Στο διάγραμμα των καθιζήσεων της επιφάνειας παρατηρούμε καθιζήσεις της τάξεως των 2 cm, από τα 15m έως τα 25m. Καθώς απομακρυνόμαστε από την εκσκαφή οι καθιζήσεις μειώνονται, φτάνοντας τα 1cm περίπου στα 40m.





<u>Μετακινήσεις πασσάλου</u>

Στο διάγραμμα παρατηρούμε ότι σε κάθε εκσκαφή στην επιφάνεια ο πάσσαλος μετακινείται προς τα έξω, με μέγιστη οριζόντια μετακίνηση τα 10 cm. Με το βάθος η οριζόντια μετακίνηση μειώνεται.



Εντατικά μεγέθη πασσάλου







<u>Αξονική δύναμη αγκυρίων</u>

Στα διαγράμματα παρατηρούμε ότι στην ισορροπία του αγκυρίου (-2m), στην άκρη του αγκυρίου η αξονική είναι ίση με την δύναμη προέντασης που επιβάλλουμε 350kN και κατά μήκος του αγκυρίου μειώνεται σταδιακά. Όσο προχωράμε τις εκσκαφές στην άκρη του αγκυρίου η αξονική αυξάνεται.











5.3.2.5 Καταστατικό μοντέλο Cam-clay – Υπερστερεοποιημένο έδαφος (OCR=3)

Καθιζήσεις επιφάνειας

Στο διάγραμμα των καθιζήσεων της επιφάνειας παρατηρούμε ανοιζήσεις της τάξεως των 5.5cm, στα πρώτα 10m από την εκσκαφή. Από το 25m έως τα 40m παρουσιάζονται καθιζήσεις τις τάξεως του 0.5cm.





Μετακινήσεις πασσάλου

Στο διάγραμμα παρατηρούμε ότι σε κάθε εκσκαφή στην επιφάνεια ο πάσσαλος μετακινείται προς τα έξω, με μέγιστη οριζόντια μετακίνηση τα 3 cm. Με το βάθος η οριζόντια μετακίνηση αυξομειώνεται.



Εντατικά μεγέθη πασσάλου







<u>Αξονική δύναμη αγκυρίων</u>

Στα διαγράμματα παρατηρούμε ότι στην ισορροπία του αγκυρίου (-2m), στην άκρη του αγκυρίου η αξονική είναι ίση με την δύναμη προέντασης που επιβάλλουμε 350kN και κατά μήκος του αγκυρίου μειώνεται σταδιακά. Όσο προχωράμε τις εκσκαφές στην άκρη του αγκυρίου η αξονική αυξάνεται











5.4 Σχολιασμός αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν τόσο μέσω του καταστατικού μοντέλου Mohr-Coulomb, που χρησιμοποιεί τη θεωρία της ισότροπης ελαστικότητας όσο και μέσω του καταστατικού μοντέλου Cam-Clay, που χρησιμοποιεί τη θεωρία της ποροελαστικότητας, προέκυψε ότι το μοντέλο Cam-Clay δίνει ρεαλιστικότερα αποτελέσματα καθώς οι κλάδοι φόρτισης-αποφόρτισης της ποροελαστικότητας προσομοιώνουν καλύτερα τη συμπεριφορά του εδάφους.





β)Ποροελαστικότητα

Συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι στην επιφάνεια του εδάφους, και στα πρώτα μέτρα, η ελαστική ανάλυση έδωσε ανοιζήσεις(!) περίπου 2cm, ενώ η ανάλυση με το Cam-Clay έδωσε καθιζήσεις περίπου 4cm (αναμενόμενο). Όταν μάλιστα αυξάνουμε την δύναμη προέντασης στα 500kN (Cam-Clay new) οι καθιζήσεις μειώνονται στα 2cm. Στο υπερστερεοποιημένο έδαφος παρατηρούνται μικρές ανοιζήσεις στα πρώτα μέτρα, οι οποίες φθίνουν έως ότου το έδαφος στη επιφάνεια καθιζάνει (εικόνα 5.6).

Εν συνεχεία, παρατηρούμε ότι η ανάλυση με το μοντέλο Mohr-Coulomb μετακινεί τον πάσσαλο περίπου 2mm δεξιά, δηλαδή προς τη μεριά του εδάφους και όχι προς την εκσκαφή. Ενώ η ανάλυση με το Cam-Clay δίνει μία οριζόντια μετατόπιση του πετάσματος προς τα αριστερά, η οποία επειδή προκύπτει λίγο μεγάλη, απομειώνεται αυξάνοντας τη δύναμη προέντασης των αγκυρίων, οπότε και μειώνεται. Στο υπερστερεοποιημένο έδαφος η οριζόντια μετατατόπιση μειώνεται όσο αυξάνει ο δείκτης υπερστερεοποίησης OCR (εικόνα 5.7).



Εικόνα 5.5 Συγκριτικό διάγραμμα καθιζήσεων επιφάνειας



Εικόνα 5.5 Συγκριτικό διάγραμμα οριζόντιων μετατοπίσεων πασσάλου

ПАРАРТНМА

Γίνεται παρουσίαση των βασικών εντολών του input αρχείου που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση με το καταστατικό μοντέλο Cam-Clay (φαίνονται και οι εντολές που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση με το μοντέλο Mohr-Coulomb, οι οποίες είναι απενεργοποιημένες). Λόγω του μεγάλου όγκου του αρχείου παρουσιάζονται μόνο οι εντολές για τον ορισμό των ιδιοτήτων του υλικού και οι εντολές των βημάτων που χρησιμοποιήθηκαν.

Παρουσιάζεται η εντολή ορισμού του υλικού για τα 2 πρώτα μέτρα του εδάφους.

** **-----MATERIALS------** *NSET, NSET=N EDAFOS, GENERATE 1, 11304, 1 ** *INITIAL CONDITIONS, TYPE=RATIO **N EDAFOS, 0.6 CLAY01 N, 0.902 CLAY02 N, 0.833 CLAY03 N, 0.792 CLAY04 N, 0.764 CLAY05 N, 0.741 CLAY06 N, 0.723 CLAY07 N, 0.707 CLAY08 N, 0.694 CLAY09 N, 0.682 CLAY10 N, 0.672 CLAY11 N, 0.662 CLAY12 N, 0.654 CLAY13 N, 0.646 CLAY14 N, 0.638 CLAY15 N, 0.631 CLAY16 N, 0.625 CLAY17_N, 0.619 CLAY18 N, 0.613 CLAY19 N, 0.608 CLAY20 N, 0.603 CLAY21 N, 0.598 CLAY22 N, 0.593 CLAY23 N, 0.589 CLAY24 N, 0.584 CLAY25 N, 0.580 ** ** ** *MATERIAL, NAME=STEEL **

```
*DENSITY
     0.0000001,
**
*ELASTIC, TYPE=ISO
  116666666.7, 0.49
**
**
*MATERIAL, NAME=STEEL2
**
*DENSITY
     0.1089
**
*ELASTIC, TYPE=ISO
  8911251.081,
                  0.49
**
*MATERIAL, NAME=CLAY1 M
**
*DENSITY
     1.8,
**
***ELASTIC, TYPE=ISO
**
     200000.,
                 0.3
**
*POROUS ELASTIC, SHEAR=POISSON
** e poisson efelkistiki antoxi
0.02, 0.30, 0
**
*CLAY PLASTICITY, HARDENING=EXPONENTIAL
** e I Pm/2
0.10, 1.2, 15.927, 1, 1
**
***Mohr Coulomb
****gwnia trivis, gwnia diastolikotitas
** 35.0,0.
***Mohr Coulomb Hardening
****synoxi, paramorfosi gi ayti ti synoxi
** 40.0,0.
**
```

Ακολούθως, παρουσιάζονται οι εντολές ορισμού του υλικού για τα εξής βήματα:

- 1) Γεωστατική φόρτιση
- 2) Επιφανειακή φόρτιση 90kPa
- 3) Εκσκαφή στα -3m και τοποθέτηση πασσάλου
- 4) Τοποθέτηση πρώτης σειράς αγκυρίων στα -2m και προένταση
- 5) Ισορροπία αγκυρίων

-----STEP 1----------CONSOLIDATION------** *INITIAL CONDITIONS, TYPE=STRESS, GEOSTATIC **group topstr level bstress level, ko ALL SOIL, -0.01, 0., -900., -50, 0.6 ** *STEP *GEOSTATIC ** *DLOAD **group m/sec2 x y z ALL SOIL, GRAV, 10., 0, -1, 0 ** *MODEL CHANGE, REMOVE PILE BEA ** *MODEL CHANGE, REMOVE AN1 FR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN1 GR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN2 FR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN2 GR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN3 FR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN3 GR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN4 FR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN4 GR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN5 FR G *MODEL CHANGE, REMOVE AN5 GR G ** *OUTPUT, FIELD, FREQ=1 ***NODE OUTPUT** U, ** **** ELEMENT OUTPUT REQUESTS** ** *OUTPUT, FIELD, FREQ=1 *ELEMENT OUTPUT S,E,PRESS,MISES,PE,PEMAG,VOIDR ** *END STEP ** **-----step 2-----**piesh sthn epifaneia** *STEP,INC=10000000

```
*STATIC
0.1,1,0.00000001,0.5
****
*ELSET,ELSET=EPIF1,GENERATE
1471, 1510,1
*ELSET, ELSET=EPIF2, GENERATE
6815, 6834,1
*ELSET, ELSET=EPIF3, GENERATE
1, 20, 1
**
*DLOAD,OP=MOD
EPIF1, P2,
           -90.
           -90.
EPIF2, P2,
EPIF3, P2,
           -90.
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*NODE OUTPUT
U,
**
** ELEMENT OUTPUT REQUESTS
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*ELEMENT OUTPUT
S,SF,E,PRESS,MISES,PE,PEMAG,VOIDR
**
*END STEP
**
**-----STEP 3------
**EKSKAFH EWS -3M&pile*****
*STEP,UNSYMM=YES,INC=10000000
*STATIC
0.1,1,0.00000001,0.5
**
**
***DLOAD,OP=MOD
**EPIF3. P2.
             000.
*MODEL CHANGE, ADD
PILE BEA
*MODEL CHANGE, REMOVE
str01 g
*MODEL CHANGE, REMOVE
str02 g
*MODEL CHANGE, REMOVE
str03 g
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*NODE OUTPUT
U.
**
** ELEMENT OUTPUT REQUESTS
**
```

```
*OUTPUT, FIELD, FREO=1
*ELEMENT OUTPUT
S,SF,E,PRESS,MISES,PE,PEMAG,VOIDR
**
*END STEP
**----STEP 4------
**-----AGKYRIO1 & PROENTASH------
*STEP,UNSYMM=YES,INC=10000000
*STATIC
0.1,1,0.00000001,0.5
*MODEL CHANGE, ADD
AN1 GR G
*NSET, NSET=FORCE1A
  126,
*NSET, NSET=FORCE1B
 2686,
***ELSET, ELSET=EPIFORTI, GENERATE
** 1471, 1510,
                 1
**
   6815, 6834,
                 1
**
**force1a
**
*CLOAD, OP=NEW
FORCE1A, 1,
             191.49
FORCE1A, 2,
              -33.76
**
** force1b
**
*CLOAD, OP=NEW
FORCE1B, 1, -191.49
FORCE1B, 2,
              33.76
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*NODE OUTPUT
U.
**
** ELEMENT OUTPUT REQUESTS
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*ELEMENT OUTPUT
S,SF,E,PRESS,MISES,PE,PEMAG,VOIDR
**
*END STEP
**-----STEP 5-----
**-----ISORROPIA AGKYRIOY1------
*STEP,UNSYMM=YES,INC=10000000
*STATIC
0.1,1,0.00000001,0.5
*MODEL CHANGE, ADD
AN1 fr G
**
*INITIAL CONDITIONS, TYPE=STRESS
AN1 FR G, 462952.381
```

```
**
*CLOAD, OP=NEW
FORCE1A, 1,
              000.00
FORCE1A, 2,
              000.00
**
** force1b
**
*CLOAD, OP=NEW
FORCE1B, 1,
              000.00
FORCE1B, 2,
              000.00
**
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*NODE OUTPUT
U,
**
** ELEMENT OUTPUT REQUESTS
**
*OUTPUT, FIELD, FREQ=1
*ELEMENT OUTPUT
S,SF,E,PRESS,MISES,PE,PEMAG,VOIDR
**
*END STEP
**
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Atkinson J.H, Brandsby P.L. (1977) "The mechanics of the soils. An Introduction to Critical State Soil Mechanics" Mc Graw Hill Company (UK) Maidenhead, Berkshire, England
- Dafalias Y.F., Papadimitriou A.G. (2005) "Constitutive Modeling in Soil Plasticity", Notes of Short Course, Dept. of Civil Engineering, University of Bari, Italy.
- Wood D.M. (1990) "Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics", Cambridge University Press, Cambridge, UK
- Γκαζέτας Γ. (2004) "Σημειώσεις Εδαφομηχανικής", Τομέας Γεωτεχνικής ΕΜΠ, Αθήνα
- Καββαδάς Μ. (2004) "Στοιχεία Εδαφομηχανικής", ΕΜΠ, Αθήνα
- Καββαδάς Μ. (2007) "Εποπτικό Υλικό Διαλέξεων του Μαθήματος Υπολογιστική Γεωτεχνική", ΕΜΠ, Αθήνα
- Μπαρδάνης Μ., Μπελόκας Γ. (1997), "Καταστατική προσομοίωση εδαφικών υλικών με δομή", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Περικλέους Γεώργιος, (2008), "Καταστατικά προσομοιώματα εδαφικών υλικών με βάση τη θεωρία της κρίσιμης κατάστασης", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ