



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Τεχνολογίας των Κατεργασιών  
Εργαστήριο Τεχνολογίας των Κατεργασιών



Σχεδιασμός και Υπολογιστική Μελέτη Αντοχής για σώτρο  
(ζάντα) αγωνιστικού μονοθέσιου από ανθρακόνημα, με χρήση  
πεπερασμένων στοιχείων με το λογισμικό ANSYS

Διπλωματική Εργασία

Αθανάσιος Σταθόπουλος  
Επιβλέποντες: Δρ. Μανωλάκος Δημήτριος

Αθήνα, 2022



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή Κο Μανωλάκο Δημήτριο για την αποδοχή του παρόντος θέματος σαν διπλωματική εργασία. Για την ελευθερία επιλογών που μου παρείχε όπως και για την ευκαιρία η διπλωματική μου εργασία να σχετίζεται με το πιο δημιουργικό κομμάτι των σπουδών μου, το Formula Student.

Η παρούσα διπλωματική αποτελεί κομμάτι της διαδικασίας σχεδιασμού και ανάπτυξης του νέου μονοθέσιου της Prom Racing, Formula Student ομάδας του Ε.Μ.Π. Νιώθω υπόχρεος να ευχαριστήσω θερμά, όλους τους φίλους - μέλη της Prom Racing για όλη την βοήθεια και τον χρόνο που επένδυσαν στο παρόν θέμα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς την οικογένεια μου για την στήριξη σε κάθε επίπεδο όλα τα χρόνια των σπουδών μου, τους φίλους μου που παρά την σημαντική απουσία μου συνέχισαν να πιστεύουν σε εμένα και βοήθησαν με τον τρόπο τους να ολοκληρώσω τις σπουδές μου.

## Acknowledgements

I would like to thank the supervising professor Mr. Manolakos Dimitrios for accepting this topic as a thesis. For the freedom of choice it provided me as well as for the opportunity for my thesis to be related to the most creative part of my studies, Formula Student.

This diploma is part of the design and development process of the new car of the Prom Racing, Formula Student team of the NTUA. I feel obliged to warmly thank all friends - members of Prom Racing for all the help and time they invested in this matter.

Last but not least, I would like to thank from the bottom of my heart my family for the support at every level throughout the years of my studies, my friends who despite my significant absence continued to believe in me and helped in their way to finish my studies.

## Περίληψη

Η διπλωματική εργασία θα πραγματοποιείται, όπως μαρτυρά και ο τίτλος της, τον σχεδιασμό και την υπολογιστική μελέτη μιας ζάντας αγωνιστικού μονοθέσιου τύπου Formula Student στα πλαίσια της ομάδας Prom Racing του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Η ζάντα δεν θα ακολουθεί την παραδοσιακή διαιρετή προσέγγιση αλλά θα είναι ενιαία από ανθρακόνημα με αλουμινένιο ένθετο. Αυτό μας απαλείφει από τις δυσκολίες που μια συναρμογή πολλών κομματιών θα μπορούσαν να εισάγει, αυξάνει την δυσκαμψία της ζάντας και μειώνει το τελικό της βάρος.

Η μελέτη της ζάντας ξεκινάει από τον βασικό σχεδιασμό και εξηγείται πώς αυτός προκύπτει από της σχεδιαστικές προϋποθέσεις, τους κατασκευαστικούς και χωροταξικούς περιορισμούς. Παρουσιάζεται το μοντέλο και τα σενάρια φορτίσεων, με την επίλυση της προσομοίωσης λαμβάνονται τιμές για τη συνολική παραμόρφωση του σώματος, το βάρος και τον συντελεστή ασφαλείας. Με βάση τα μεγέθη αυτά, μιας και είναι τα πιο βασικά στην αξιολόγηση, λαμβάνεται η απόφαση για το σχέδιο με το οποίο θα προχωρήσει η μελέτη.

Στον λεπτομερή σχεδιασμό, το μοντέλο γίνεται πιο ακριβές και προκύπτουν η τελική μορφή της ζάντας και η διαστρωμάτωση του αρχικού detailed σχεδίου. Για την περάτωση της παρούσας διπλωματικής χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό SOLIDWORKS για το 3D CAD και το πακέτο λογισμικών ANSYS για το Pre/Post Processing με τους ενσωματωμένους επιλυτές για τη μελέτη με πεπερασμένα στοιχεία.

## Abstract

The thesis will deal, as its title indicates, with the computational study of a Formula Student racing Car Rim in the context of the Prom Racing team of the National Technical University of Athens. The rim will not follow the traditional split approach but will be a single piece carbon fiber with an aluminum insert. This relieves us of the difficulties that an assembly of several pieces could introduce, increases the stiffness of the rim and reduces its final weight.

The study of the rim starts from the conceptual design and it is explained how it results from the design conditions, construction and spatial limitations. The model and loading scenarios are presented by solving the simulation values for total body deformation, weight and safety factor are obtained. Based on these figures, since they are the most basic in the evaluation, the decision is made on the plan with which the study will be joined.

In the detailed design, the model becomes more accurate and the final shape of the rim and the lamination of the original detailed design emerge. The SOLIDWORKS software for 3D CAD and the ANSYS software package for Pre/Post Processing with the built-in solvers for the study with finite elements were used to complete this thesis.

# Ακρωνύμια

**3D** 3 Dimensions/ 3 Dimensional

**ACP** Ansys Composite Prepost.

**CAD** Computer Aided Design.

**CAE** Computer Aided Engineering

**CFRP** Carbon Fiber Reinforced Polymers

**CLT** Classical Lamination Theory

**CMC** Ceramic Matrix Composites

**FEA** Finite Element Analysis

**FEM** Finite Element Method

**FSAE** Formula SAE

**MMC** Metal Matrix Composites

**NTUA** National Technical University of Athens

**PMC** Polymer Matrix Composites

**TRA** Tire and Rim Association

**ΕΜΠ** Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο





# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Διαγωνισμός Formula Student</b>	<b>11</b>
1.1	Γενικά . . . . .	11
1.2	Prom Racing . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Βασικές έννοιες Σύνθετων Υλικών</b>	<b>13</b>
2.1	Ορισμοί . . . . .	13
2.2	Σύνθετα πολυμερικής μήτρας . . . . .	13
2.3	Πλαστικό ενισχυμένο με ίνες άνθρακα-εποξειδίου, ή CFRP . . . . .	15
2.4	Πολύστρωτα Σύνθετα Υλικά . . . . .	15
2.5	Φορτίσεις σύνθετων Υλικών . . . . .	15
2.6	Δομή Sandwich . . . . .	17
2.7	Μηχανισμοί Αστοχίας δομών Sandwich . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Τροχός</b>	<b>23</b>
3.1	Ιστορική Αναδρομή . . . . .	23
3.2	Συνθετικοί τροχοί . . . . .	25
3.3	Τροχοί από Συνθετικά Υλικά . . . . .	28
3.4	Αεροδυναμική . . . . .	30
3.5	Τροχοί στο Formula Student . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Διαδικασία σχεδιασμού</b>	<b>33</b>
4.1	Ανάλυση . . . . .	33
4.2	Περιορισμοί και Στόχοι . . . . .	33
4.2.1	Απόδοση . . . . .	34
4.2.2	Αντοχή- Δυσκαμψία . . . . .	34
4.3	Αρχικός- Βασικός Σχεδιασμός . . . . .	34
4.4	Λεπτομερής Σχεδιασμός . . . . .	34
4.5	Δοκιμές-Πειράματα . . . . .	35
4.6	Ανάπτυξη . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων στην Μελέτη των Κατασκευών</b>	<b>37</b>
5.1	Διαδικασία μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. . . . .	37
5.2	Πλέγμα Διακριτοποίησης . . . . .	38
5.2.1	Επιλογή τύπου στοιχείου πλέγματος . . . . .	39
5.2.2	Πυκνότητα πλέγματος . . . . .	40
5.2.3	Ανάλυση Σύγκλισης Πλέγματος . . . . .	40

<b>6</b>	<b>Δυναμική Οχήματος - Φορτίσεις τροχών</b>	<b>43</b>
6.1	Χαρακτηριστικά μεγέθη τροχών . . . . .	43
6.2	Επιφάνεια επαφής- Αποτύπωμα ελαστικού . . . . .	45
6.3	Ενεργός Ακτίνα . . . . .	46
6.4	Δυνάμεις . . . . .	47
6.5	Πλευρική μεταφορά φορτίου . . . . .	48
6.6	Εγκάρσια μεταφορά φορτίου από μη αναρτημένη μάζα . . . . .	49
6.7	Διαμήκη μεταφορά φορτίου . . . . .	49
6.8	Αεροδυναμικά φορτία . . . . .	50
6.9	Σημείο εφαρμογής δυνάμεων - Ευαισθησία Δυνάμεων ελαστικού . . . . .	51
<b>7</b>	<b>Ενδοτικότητα</b>	<b>53</b>
7.1	Ανάλυση έννοιας . . . . .	53
7.1.1	Ενδοτικότητα γωνίας Camber . . . . .	54
7.2	Αποτέλεσμα Υπερστροφής και Υποστροφής . . . . .	54
<b>8</b>	<b>Κλασική θεωρία Πολύστρωτων Πλακών</b>	<b>57</b>
8.1	Ορισμοί, σύμβολα και ορολογία . . . . .	57
8.2	Βασικές εξισώσεις σε τρεις διαστάσεις . . . . .	59
8.3	Βασικές εξισώσεις σε δύο διαστάσεις: Επίπεδη εντατική κατάσταση . . . . .	62
8.4	Κύριο σύστημα Στρώσης . . . . .	63
8.5	Υπολογισμός Συντελεστών Δυσκαμψίας Στρώσης Εκτός Κύριου Συστήματος . . . . .	64
8.6	Υπολογισμός Δυνάμεων και Ροπών Εκτός Κύριου Συστήματος . . . . .	66
8.7	Διάγραμμα Ροής διαδικασίας ανάλυσης . . . . .	69
8.8	Κόπωση Σύνθετων Υλικών . . . . .	70
<b>9</b>	<b>Κριτήρια αντοχής και αστοχίας πολυστρωματικών πλακών</b>	<b>71</b>
9.1	Έναρξη - Ανάπτυξη Αστοχίας . . . . .	71
9.2	Τρόποι Αστοχίας . . . . .	71
9.3	Προσδιορισμός Αντοχής . . . . .	72
9.3.1	Διαδικασία προσδιορισμού αντοχής σε πολύστρωτο με πλάκες διαφορετικών προσανατολισμών . . . . .	72
9.4	Κριτήρια Αστοχίας . . . . .	74
<b>10</b>	<b>Σχεδιαστικοί Παράμετροι - Στόχοι</b>	<b>77</b>
10.1	Κανόνες Διαγωνισμού . . . . .	77
10.1.1	Κανονισμοί αναφορικά με την ζάντα . . . . .	77
10.1.2	Κανονισμοί αναφορικά με κατασκευές από σύνθετα υλικά . . . . .	77
10.2	Σχεδιαστικοί στόχοι Απόδοσης . . . . .	78
10.3	Σχεδιαστικοί στόχοι αντοχής . . . . .	80
10.3.1	Εγκάρσια επιτάχυνση . . . . .	81
10.3.2	Διαμήκης επιβράδυνση . . . . .	81
10.3.3	Συνδυασμός Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης . . . . .	82
10.3.4	Ανωμαλία εδάφους . . . . .	85
10.4	Προκαταρκτικό Σχέδιο . . . . .	86
10.4.1	Έτοιμες Διαστάσεις . . . . .	86
10.4.2	Κατασκευαστικοί Περιορισμοί . . . . .	87

<b>11 Ανάλυση Με Την Χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων Με Το Λογισμικό ANSYS</b>	<b>89</b>
11.1 Εισαγωγικά για την λειτουργία του ANSYS . . . . .	89
11.2 Αρχικός – Βασικός Σχεδιασμός . . . . .	90
11.2.1 Είδος Ανάλυσης . . . . .	90
11.2.2 Μηχανικές Ιδιότητες Υλικών (Engineering Data) . . . . .	91
11.2.3 Γεωμετρία . . . . .	91
11.2.4 Μοντέλο (Model) . . . . .	92
11.2.5 Επίλυση - Αποτελέσματα (Solution) . . . . .	99
11.2.6 Επιλογή Σχεδίου Ζάντας . . . . .	100
11.3 Λεπτομερής Σχεδιασμός . . . . .	112
11.3.1 Μηχανικές Ιδιότητες Υλικών (Engineering Data) . . . . .	112
11.3.2 Γεωμετρία (Geometry) . . . . .	113
11.3.3 Μοντέλο (Model) . . . . .	114
11.3.4 Επίλυση- Αποτελέσματα . . . . .	119
11.3.5 Σύγκριση Διαφορετικών Διαστρωματώσεων . . . . .	120
<b>12 Συμπεράσματα και Προτάσεις</b>	<b>127</b>
12.1 Στόχος εργασίας- μελέτης . . . . .	127
12.2 Μεθοδολογία εργασίας- μελέτης . . . . .	127
12.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων . . . . .	128
12.4 Μελλοντική έρευνα . . . . .	128
<b>13 Βιβλιογραφικές Αναφορές</b>	<b>129</b>



# Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Τυπικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων μήτρας, ινών και ενός σύνθετου υλικού	14
2.2	Είδη πλέξεων ενός ανθρακονήματος. Απο αριστερά προς τα δεξιά : plain, satin και twill	15
2.3	Διαμήκη - Εγκάρσια Κατεύθυνση Ινών	16
2.4	Εφελκυστικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό	16
2.5	Θλιπτικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό	16
2.6	Διατμητικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό	17
2.7	Καμπτικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό	17
2.8	Σύγκριση μιας δομής Sandwich με μια δοκό διατομής I	18
2.9	Ανάλυση Φορτίσεων Των Μερών Μίας Δομής Sandwich Που Υπόκειται Σε Καμπτικό Φορτίο	18
2.10	Δυσχαμψία Σύνθετου Υλικού Συγκριτικά με το πάχος του Πυρήνα	19
2.11	Είδη Πυρήνα Σε Δομές Sandwich Κυματοειδής, Αφρός και Κυψελοειδής	19
2.12	Αστοχία Δομής Sandwich	20
2.13	Λυγισμός Δομής Sandwich	20
2.14	Ρυτίδωση κελύφους Δομής Sandwich	20
2.15	Λυγισμός στα κελιά του πυρήνα Δομής Sandwich	21
2.16	Τοπική Θλίψη Δομής Sandwich	21
3.1	Τροχός από χαλκό, που χρονολογείται περίπου το 800 π.Χ.	23
3.2	Ελαφρύς μεταλλικός τροχός από την Bugatti, 1924-1932	24
3.3	Τροχός μαγνησίου για αγωνιστικά αυτοκίνητα Lotus F1 του 1958 (μέγεθος 5 J 15, βάρος 3,7 kg!)	25
3.4	Διάβρωση σε τροχούς μαγνησίου	25
3.5	Smart Forvision με συνθετικό τροχό	26
3.6	Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σε συνθετικό τροχό επιβατικού αυτοκινήτου Smart Forvision	27
3.7	Διάταξη Κατασκευής Συνθετικού Τροχού	28
3.8	Ζάντα από ανθρακόνημα με μεταλλικά ένθετα	29
3.9	Υβριδική Ζάντα Αλουμινίου-ανθρακονήματος	30
3.10	Blitzen-Benz τροχός με αεροδυναμική επένδυση	31
3.11	Αεροδυναμική Προσομοίωση μεταλλικού τροχού	31
3.12	Μονοκόμματα FSAE ζάντα ανθρακόνημα. Δεν χρησιμοποιούνται μεταλλικά ένθετα. Μόνο η βαλβίδα δεν είναι κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό	32
3.13	Υβριδική FSAE ζάντα με κέντρο αλουμινίου και διαιρούμενες στεφάνες από ανθρακονήματα. Η συναρμολόγηση γίνεται με κόλλα και κοχλιοσύνδεση.	32
4.1	Διάγραμμα Ροής Σχεδιασμού	36
5.1	Τύποι-Μορφές στοιχείων	39
5.2	Παράδειγμα εφαρμογής FEA. Το πλέγμα σε κρίσιμα μέρη είναι πιο λεπτομερές	41

6.1	Γωνιά camber . . . . .	44
6.2	Γωνία ολίσθησης . . . . .	44
6.3	Επεξήγηση Γωνίας ολίσθησης . . . . .	45
6.4	Ενεργός Ακτίνα, Ονομαστική Ακτίνα και Ακτίνα υπο φορτίο . . . . .	46
6.5	SAE Σύστημα συντεταγμένων Ενός Τροχού . . . . .	47
6.6	Διάγραμμα ελεύθερου αμαξώματος αυτοκινήτου, πίσω όψη. . . . .	48
6.7	Διάγραμμα ελεύθερου αμαξώματος αυτοκινήτου, πλάγια όψη. . . . .	50
6.8	Γεωμετρία Βασιλικού Πείρου. . . . .	51
6.9	Ίχνη. . . . .	52
7.1	Δυναμική μεταβολή γωνίας Camber . . . . .	54
8.1	Άξονες διαστρωμάτωσης και ορισμός του θετικού προσανατολισμού $\theta$ . . . . .	57
8.2	Τριαξονική εντατική Κατάσταση . . . . .	59
8.3	Εξαγόμενες Ποσότητες Από Ένα Μονοαξονικό Τεστ Εφελκυσμού Μιας Μονοκατευθυντικής Στρώσης . . . . .	63
8.4	Σύστημα Συντεταγμένων XYZ Στραμμένο Κατά Γωνία $\theta$ Από Τη Διαμήκη Διεύθυνση . . . . .	65
8.5	Σύστημα αρίθμησης στρώσεων . . . . .	67
8.6	Διάγραμμα ροής Μεθοδολογικής Προσέγγισης Κλασικής Θεωρίας Πολύστρωτων . . . . .	70
9.1	Σύστημα Συντεταγμένων Πλάκας και Στρώσης . . . . .	73
10.1	Τομή Ζάντας . . . . .	79
10.2	Scrub Radius συγκριτικά με το Offset . . . . .	80
10.3	Αρχικό σχέδιο . . . . .	86
11.1	Μοντέλο στο περιβάλλον του ANSYS . . . . .	91
11.2	Μηχανικές Ιδιότητες AL7075-T6 . . . . .	91
11.3	Σχεδιαστικό περιβάλλον Ansys . . . . .	92
11.4	Δενδρο του μοντέλου . . . . .	92
11.5	Επιλογή Υλικού στην γεωμετρία της ζάντας . . . . .	93
11.6	Επιλογή Υλικού στην γεωμετρία του insert . . . . .	93
11.7	Σύστημα συντεταγμένων . . . . .	94
11.8	Λεπτομέρειες απο τον ορισμό των επαφών . . . . .	94
11.9	Επαφές . . . . .	95
11.10	Εισαγωγή του στοιχείου της Σύγκλισης . . . . .	95
11.11	Λεπτομέρειες απο τον ορισμό της σύγκλισης . . . . .	95
11.12	Αποτελέσματα Σύγκλισης σε μια από της προσομοιώσεις . . . . .	96
11.13	Τόξο εφαρμογής δυνάμεων . . . . .	97
11.14	Επιφάνειες εφαρμογής δυνάμεων . . . . .	98
11.15	Επιφάνειες εφαρμογής δυνάμεων . . . . .	98
11.16	Λεπτομέρειες Εφαρμογής Εσωτερικής Πίεσης . . . . .	99
11.17	Επιφάνειες πάκτωσης . . . . .	99
11.18	Λεπτομέρειες Στήριξης . . . . .	99
11.19	Ένθετο ζάντας . . . . .	101
11.20	Πρόταση Tyre and Rim Association για ζάντα 8" . . . . .	102
11.21	Αρχικό σχέδιο . . . . .	103
11.22	2η εκδοχή . . . . .	104
11.23	3η εκδοχή . . . . .	104
11.24	4η εκδοχή . . . . .	105
11.25	5η εκδοχή . . . . .	105

11.266η εκδοχή . . . . .	106
11.277η εκδοχή . . . . .	107
11.288η εκδοχή . . . . .	107
11.299η εκδοχή . . . . .	108
11.3010η εκδοχή . . . . .	108
11.3111η εκδοχή . . . . .	109
11.3212η εκδοχή . . . . .	109
11.3313η εκδοχή . . . . .	110
11.3414η εκδοχή . . . . .	110
11.35 Προσθήκη Υλικού . . . . .	112
11.36 Ονομασία Υλικού . . . . .	112
11.37 Προσθήκη ιδιοτήτων από την εργαλειοθήκη αριστερά . . . . .	113
11.38 Προσθήκη τιμών στις ιδιότητες . . . . .	113
11.39 Διάγραμμα μοντέλου λεπτομερούς σχεδιασμού . . . . .	114
11.40 Δένδρο Λεπτομερούς Μοντέλου . . . . .	115
11.41 Δένδρο στησίματος ACP . . . . .	116
11.42 Ορισμός Υφάσματος . . . . .	117
11.43 Ορισμός Stackup . . . . .	117
11.44 Ορισμός Rosettes . . . . .	118
11.45 Ορισμός Oriented Selection Sets . . . . .	118
11.46 Ορισμός Modelling Plies Sets . . . . .	119
11.47 Δένδρο Αποτελεσμάτων . . . . .	119
11.48 Λεπτομέρειες Εργαλείο Μελέτης Αστοχίας Σύνθετων . . . . .	119
11.49 Περιφερειακό τμήμα της ζάντας . . . . .	120
11.50 Εξωτερική Στεφάνη . . . . .	120
11.51 Εσωτερική Διαμόρφωση . . . . .	121
11.52 Συντελεστής Ασφαλείας κατά Tsai Wu / Βάρος για τις διαστρωμάτωσης . . . . .	122
11.53 Κατανομή Συντελεστή Ασφαλείας κατά Tsai Wu της επιλεγμένης διαστρωμάτωσης . . . . .	122
11.54 Κατανομή ολικής Παραμόρφωσης της επιλεγμένης διαστρωμάτωσης . . . . .	123
11.55 Ενισχύσεις στα χείλη του περιφερειακού τμήματος . . . . .	126





# Κατάλογος Πινάκων

10.1 Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Καθαρή Εγκάρσια Επιτάχυνση . . . . .	81
10.2 Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Καθαρή Διαμήκης επιβράδυνση . . . . .	82
10.3 Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Συνδυασμό Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης . . . . .	84
10.4 Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Ανωμαλία εδάφους - Κάθετη Επιτάχυνση .	85
11.1 Πίνακας Δυνάμεων προσομοιώσεων . . . . .	96
11.2 Διαστρωμάτωση Περιφερειακού τμήματος . . . . .	123
11.3 Διαστρωμάτωση Ενισχύσεων Περιφερειακού τμήματος . . . . .	124
11.4 Διαστρωμάτωση Εξωτερικής Στεφάνης . . . . .	124
11.5 Διαστρωμάτωση Εσωτερικής Διαμόρφωσης . . . . .	125



# Κεφάλαιο 1

## Διαγωνισμός Formula Student

There are two really innovative forms of motorsport left at the moment, one of them is formula one and the other one is formula student

Ross Brawn

Formula One Managing Director of Motorsports and technical director

### 1.1 Γενικά

Ο θεσμός του Formula Student θεμελιώθηκε πριν από τρεις δεκαετίες από την SAE (Society of Automotive Engineers) στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής. Σήμερα, 10 βασικοί διαγωνισμοί που λαμβάνουν χώρα κάθε χρόνο σε ολόκληρο τον κόσμο, μαρτυρούν την επιτυχία αυτής της ανεκτίμητης εμπειρίας. Ομάδες φοιτητών από τα καλύτερα πανεπιστήμια του κόσμου, αναλαμβάνουν να μελετήσουν, να σχεδιάσουν και να κατασκευάσουν ένα πρωτότυπο αγωνιστικό μονοθέσιο όχημα κατά τη διάρκεια ενός ή δύο ακαδημαϊκών ετών. Όπως συμβαίνει σε κάθε αγωνιστική κατηγορία, έτσι και ο θεσμός του Formula Student εμπίπτει σε διάφορους τεχνικούς και μη περιορισμούς ορίζοντας σε πολύ μεγάλο βαθμό τη μορφή του μονοθέσιου. Εντούτοις, καθώς οι περιορισμοί αυτοί είναι σχετικά χαλαροί, οι φοιτητές έχουν την δυνατότητα να κινηθούν σε ένα ευρύ φάσμα σχεδιαστικών ιδεών και προτάσεων.

Η φύση των διαγωνισμών είναι τέτοια, που απαιτεί δημιουργικότητα και πρωτοπορία από τους φοιτητές έτσι ώστε να γίνουν ανταγωνιστικοί απέναντι στις καθιερωμένες ομάδες του θεσμού. Συνεπώς κάθε αυτοκίνητο είναι μοναδικό. Κορύφωση της όλης προσπάθειας αποτελούν οι πολυήμεροι διαγωνισμοί. Αυτοί οι διαγωνισμοί, δεν περιλαμβάνουν μόνο αγώνες ταχύτητας, όπως τυπικά συμβαίνει σε motorsport διοργανώσεις. Αντιθέτως είναι έτσι δομημένοι, ώστε να δοκιμάζουν κάθε ομάδα σε διαφορετικούς τομείς που σχετίζονται με τον μηχανολογικό σχεδιασμό, την κατασκευή, την οικονομική βιωσιμότητα του project και φυσικά τις επιδόσεις, συνδυασμός των οποίων θα κρίνει τη νικήτρια ομάδα και το αυτοκίνητο. Ο συγκεκριμένος διαγωνισμός έχει πλέον εξελιχθεί σ' ένα εκπαιδευτικό γεγονός πρώτης γραμμής και προσελκύει κάθε χρόνο κριτές μηχανολόγους μηχανικούς, διευθυντές επιχειρήσεων και marketing , με διεθνές κύρος και υψηλή επαγγελματική ετοιμότητα στον εντοπισμό της πραγματικά καινοτόμου ιδέας.

### 1.2 Prom Racing

Η ομάδα ιδρύθηκε το 2008 από φοιτητές του Ε.Μ.Π. με πάθος για την εφαρμοσμένη μηχανική - μηχανολογία και τον μηχανοκίνητο αθλητισμό. Από την πρώτη κιόλας χρονιά συμμετοχής της, σκαρφάλωσε στην 1η θέση του Class 3, στο 2008 FSAE Italy . Το 2010 και έπειτα από δύο χρόνια απουσίας από τον διαγωνισμό, ξεκίνησε ο σχεδιασμός του P 11 , του πρώτου μονοθέσιου

που κατασκεύασε η ομάδα μας. Η κατασκευή ολοκληρώθηκε το 2011 και το P11 συμμετείχε στην Class 1 κατηγορία των 2011 Formula Student Italy (32η θέση) και Formula Student Hungary (25η θέση). Στο Formula Student Hungary συγκεκριμένα, η ομάδα μας κέρδισε την 1η θέση στο Cost & Manufacturing Event. Οι χρονιές 2012-2014 ήταν μεταβατικές για την ομάδα μας. Μετά την αντικειμενικά πολύ επιτυχημένη πρώτη της συμμετοχή στο θεσμό της Formula Student το 2011, αρκετά από τα παλιά μέλη αποχώρησαν ολοκληρώνοντας τις σπουδές τους. Το 2015, η ομάδα στελεχώθηκε σχεδόν εξ αρχής με νέα άτομα που ενώ είχαν περιορισμένη εμπειρία, διέθεταν σπουδαίες ικανότητες και δίψα για διάκριση. Έτσι λοιπόν, ξεκίνησε ο σχεδιασμός του P16, του δεύτερου αγωνιστικού μονοθέσιου που κατασκευάστηκε από την ομάδα μας και συμμετείχε στο 2016 Formula Student Czech Republic (24η θέση) κερδίζοντας πολύ ενθαρρυντικά σχόλια από τους κριτές για τον μηχανολογικό σχεδιασμό του και το χαμηλό βάρος του. Το 2017 η ομάδα βελτίωσε το P16 και συμμετείχε στο 2017 Formula Student Austria (17η θέση), διαγωνισμό στον οποίο τερμάτισε για πρώτη φορά το Endurance, το πιο απαιτητικό αγώνισμα του διαγωνισμού. Το 2018 η ομάδα μπήκε για πρώτη φορά σε μονοετές πλάνο, χρηματοδότηση, σχεδίασε και κατασκεύασε δηλαδή το αμάξι στο διάστημα ενός ακαδημαϊκού έτους. Το καλοκαίρι του 2018 συμμετείχε στους διαγωνισμούς Formula Student East (Ουγγαρία) (7η θέση) και Formula Student Austria (11η θέση). Κατακτώντας την 3η θέση και 2η θέση στο Business Plan Presentation στην Ουγγαρία και στην Αυστρία αντίστοιχα. Ενώ στο Formula Student Austria κατέκτησε επίσης την 2η θέση στα αγώνισμα του Cost και την 3η θέση στο Skidpad.

Το 2019, η Prom Racing Team εξασφάλισε την συμμετοχή της στο Formula Student EAST, στο Formula Student Austria και στο Formula Student Germany, στους τρεις δηλαδή κορυφαίους διαγωνισμούς FSAE παγκοσμίως. Στο Formula Student EAST (10η θέση) συμμετείχαν συνολικά 25 ομάδες. Αρχικά οι ομάδες αξιολογήθηκαν στο επιχειρηματικό πλάνο, στο σχεδιασμό του μονοθέσιου και την οικονομική βιωσιμότητα του project. Στα αγωνίσματα αυτά η ομάδα μας κατέκτησε την 4η, την 9η και την 13η θέση αντίστοιχα. Έπειτα ακολούθησαν τα δυναμικά αγωνίσματα, εκεί η ομάδα μας απέδειξε την δουλειά της παρουσιάζοντας ένα πολύ γρήγορο μονοθέσιο, πράγμα το οποίο αποδεικνύεται από τα αποτελέσματα. Η 1η θέση Skidpad και η 4η θέση Autocross, καθώς και το γυρολόγιό μας στο Endurance μας κάνουν περήφανους. Στη συνέχεια ακολούθησε το Formula Student Austria (9η θέση), διαγωνισμό στον οποίο συμμετείχαν 34 ομάδες και λάμβανε μέρος στην πίστα Redbull Ring στο Spielberg. Η ομάδα μας κατάφερε να κατακτήσει την 5η θέση στο Business Plan, την 8η στο Cost και την 3η θέση στο Design. Για άλλη μία φορά το μονοθέσιο αποδείχθηκε πολύ ανταγωνιστικό στα δυναμικά αγωνίσματα με αποκορύφωμα την 6η θέση στο Autocross, σε μία πολύ απαιτητική πίστα σαν της Αυστρίας. Η σεζόν μας τελείωσε με την συμμετοχή μας στο Formula Student Germany (10η θέση), τον πιο απαιτητικό διαγωνισμό παγκοσμίως, με περισσότερα από 60 κορυφαία πολυτεχνεία και πανεπιστήμια, που λάμβανε χώρα στην πίστα του Hockenheim. Για άλλη μία φορά φάνηκε η εξαιρετική μας προετοιμασία στα στατικά αγωνίσματα 7η θέση στο Business Plan, την 10η στο Cost και την 7η θέση στο Design. Παρά τα προβλήματά μας, καταφέραμε να τερματίσουμε το Endurance στην 13η θέση, κερδίζοντας την 4η θέση στο αγώνισμα του Efficiency. Αξίζει να σημειωθεί πως η επίδοση της ομάδα μας αποτελεί την καλύτερη επίδοση μεταξύ όλων των ελληνικών ομάδων που έχουν συμμετάσχει στον διαγωνισμό της Γερμανίας.

# Κεφάλαιο 2

## Βασικές έννοιες Σύνθετων Υλικών

### 2.1 Ορισμοί

Σύνθετο υλικό είναι το αυτό που αποτελείται από τουλάχιστον δύο στοιχεία (ή φάσεις) που συνεργάζονται για να παράγουν ιδιότητες που είναι διαφορετικές από τις αρχικές των στοιχείων. Αποτελούνται από την μήτρα και τις ενισχύσεις.

Στην ουσία ως σύνθετα αναγνωρίζονται εκείνα τα υλικά, τα οποία συντίθενται από επιμέρους υλικά με σημαντικά διαφορετικές μηχανικές και φυσικές ιδιότητες μεταξύ τους, ενώ και το ίδιο το σύνθετο υλικό έχει επίσης σημαντικά διαφορετικές ιδιότητες από εκείνες των συστατικών του.

**Μήτρα**, είναι συνήθως χαμηλής πυκνότητας, η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων της ενίσχυσης.

**Συστατικό ενίσχυσης**, προσδίδει στο σύνθετο βελτιωμένες μηχανικές, κυρίως, ιδιότητες. Αυτή η ενίσχυση είναι συνήθως σε μορφή ινών.

Φυσικά, αυτός ο ευρύς ορισμός σημαίνει ότι ο κατάλογος των δυνατοτήτων σύνθετου υλικού είναι ατελείωτος, αλλά υπάρχουν τέσσερις κοινώς αποδεκτοί γενικοί τύποι: ινώδεις, πολυστρωματικές, σωματιδιακές ή κάποιος συνδυασμός αυτών των τριών.

- **Polymer Matrix Composites (PMC's)**  
Τα πιο ευρέως διαδεδομένα. Επίσης γνωστά ως FRP - Fibre Reinforced Polymers / Plastics, χρησιμοποιούν πολυμερική ρητίνη ως μήτρα και μια ποικιλία ινών, όπως γυαλί, άνθρακα και αραμίδιο σαν ενίσχυση.
- **Metal Matrix Composites (MMC's)**  
Χρησιμοποιούνται περισσότερο στην αυτοκινητοβιομηχανία, αυτά τα υλικά αποτελούνται από μεταλλική μήτρα, όπως το αλουμίνιο, ενώ ενισχύονται με ίνες όπως καρβίδιο του πυριτίου.
- **Ceramic Matrix Composites (CMC's)**  
Η πιο κοινή του χρήση είναι σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες, αυτά τα υλικά αποτελούνται από κεραμική μήτρα και ενισχύονται με μικρές ίνες, όπως καρβίδιο του πυριτίου και νιτρίδιο του βορίου. Αυτή η μορφή σύνθετου υλικού είναι δημοφιλής σε εφαρμογές που επιδιώκουν την ανάπτυξη ελαφρών αλλά ισχυρών και / ή άκαμπτων κατασκευών.

### 2.2 Σύνθετα πολυμερικής μήτρας

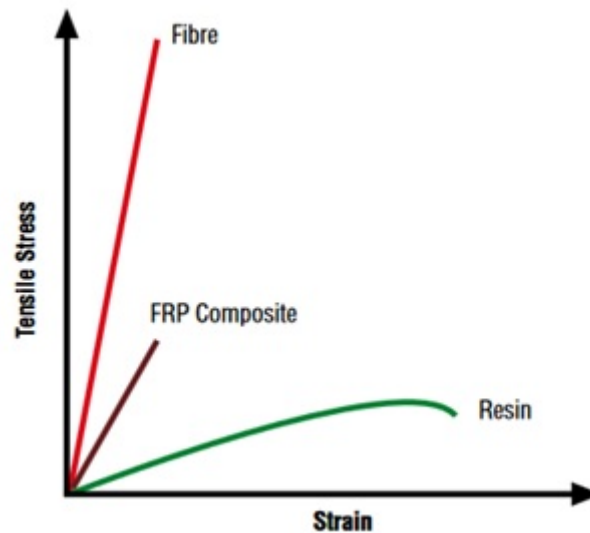
Οι ρητίνες (ή συστήματα ρητινών μιας και αποτελούνται από παραπάνω από ένα στοιχεία) όπως οι εποξικές ή οι πολυεστερικές έχουν περιορισμένη χρήση, αυτούσιες, στην βιομηχανία, αφού οι

μηχανικές τους ιδιότητες είναι υποδεέστερες συγκριτικά με τα περισσότερα μέταλλα. Ωστόσο, υπερτερούν στο γεγονός ότι έχουν την ικανότητα να ακολουθούν με ευκολία περίπλοκες γεωμετρίες.

Υλικά όπως το γυαλί, το αραμίδιο και το βόριο έχουν εξαιρετικές αντοχές σε εφελκυσμό και θλίψη. Οι αντοχές αυτές είναι πιο «ευδιάκριτες» σε ινώδη μορφή, μιας και σε συμπαγή μορφή οι τυχαίες επιφανειακές ατέλειες οδηγούν σε ρωγμές πολύ κάτω από το θεωρητικό τους σημείο θραύσης. Σε αντίθεση, στην ινώδη μορφή ο ίδιος αριθμός τυχαίων ελαττωμάτων θα εμφανιστεί σε μικρότερο αριθμό ινών με αποτέλεσμα η δέσμη των ινών να εμφανίζει καλύτερες αντοχές. Μία δέσμη από ίνες μπορεί να παραλάβει φορτία κατά μήκος της ίνας, ακριβώς όπως και ένα σχοινί. Όταν τα συστήματα ρητίνης συνδυάζονται με ενισχυτικές ίνες μας δίνουν ένα αποτέλεσμα με εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες.

Η μήτρα μεταφέρει το φορτίο που εφαρμόζεται στο σύνθετο υλικό στις μεμονωμένες ίνες και επίσης προστατεύει τις ίνες από ζημιές που προκαλούνται από τριβή και χρούση.

Δεδομένου ότι τα PMC αποτελούνται από πολυμερική μήτρα και ενισχυτικές ίνες, το σύνθετο υλικό θα συνδυάζει μερικές από τις ιδιότητες της ρητίνης και των ινών.



Σχήμα 2.1: Τυπικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων μήτρας, ινών και ενός σύνθετου υλικού

Οι ιδιότητες του σύνθετου υλικού είναι εύκολο να αντιληφθούμε ότι εξαρτάται από

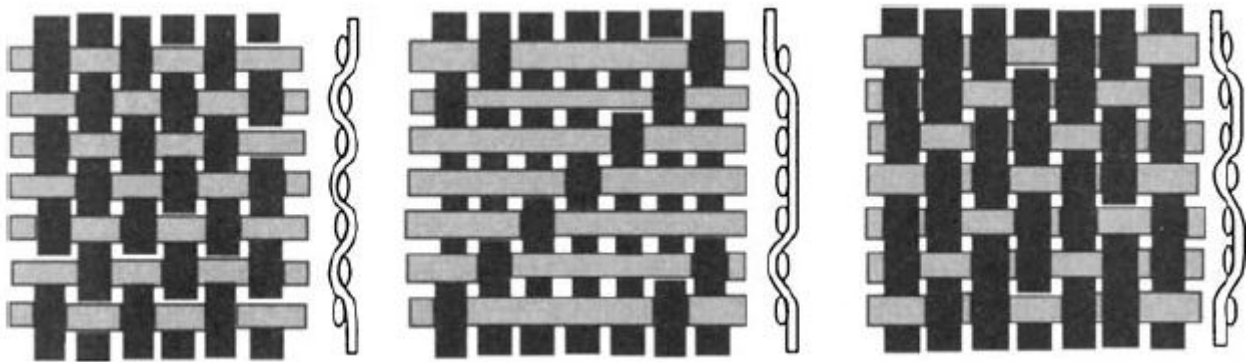
- Τις ιδιότητες των ινών
- Τις ιδιότητες της μήτρας
- Τον λόγο του όγκου των ινών προς της μήτρας στο σύνθετο υλικό (Fibre Volume Fraction) Δεδομένου ότι οι μηχανικές ιδιότητες των ινών είναι πολύ υψηλότερες από εκείνες των ρητινών, όσο υψηλότερο είναι το κλάσμα αυτό τόσο υψηλότερες θα είναι οι μηχανικές ιδιότητες του σύνθετου υλικού. Στην πράξη υπάρχουν όρια σε αυτό, καθώς οι ίνες πρέπει να είναι πλήρως επικαλυμμένη με ρητίνη. Επιπλέον, ανάλογα την μέθοδο κατασκευής ο λόγος αυτός μπορεί να διαφέρει λόγω ατελειών και εγκλεισμάτων αέρα.
- Την γεωμετρία και τον προσανατολισμό των ινών.  
Η γεωμετρία των ινών σε ένα σύνθετο υλικό είναι επίσης σημαντική, καθώς οι ίνες έχουν υψηλότερες μηχανικές ιδιότητες κατά μήκος, παρά σε πλάτος. Αυτό οδηγεί σε εξαιρετικά ανισότροπες ιδιότητες των σύνθετων υλικών, όπου, σε αντίθεση με τα μέταλλα, οι μηχανικές ιδιότητες του σύνθετου υλικού είναι πιθανό να είναι πολύ διαφορετικές σε διαφορετικές

κατευθύνσεις. Αυτές οι ανισότροπες ιδιότητες μπορούν να είναι πολύ συμφέρουσες, δεδομένου ότι είναι απαραίτητο μόνο να τοποθετείται υλικό όπου θα υπάρχουν φορτία και έτσι αποφεύγεται το πλεονασματικό υλικό.

## 2.3 Πλαστικό ενισχυμένο με ίνες άνθρακα-εποξειδίου, ή CFRP

Οι ίνες άνθρακα χρησιμοποιούνται ευρέως στην αεροδιαστημική και την αυτοκινητοβιομηχανία, κυρίως λόγω της χαρακτηριστικής τους υψηλής ειδικής αντοχής και της χημικής αντοχής. Το αναθρακόνημα είναι δυνατόν να παραχθεί σε ένα ευρύ φάσμα τιμών ακαμψίας και αντοχής, περισσότερο από ό, τι για άλλα υλικά ινών. Γενικά, οι ίνες άνθρακα βρίσκονται συνήθως στο υψηλότερο άκρο εύρους ακαμψίας ανάμεσα στις ίνες των σύνθετων υλικών και μπορούν να παρουσιάσουν σχετικά υψηλές αντοχές. Η υψηλή αναλογία ακαμψίας προς βάρος καθιστά το υλικό από ανθρακονήματα μια εξαιρετική επιλογή για αγωνιστικούς τροχούς.

Τα CFRP, παρόμοια με άλλα FRP, διατίθενται σε διάφορες μορφές, καθεμία από τις οποίες έχει τα δικά της πλεονεκτήματα και αδυναμίες, καθώς και μεθόδους κατασκευής. Μερικές από τις πιο κοινές πλέξεις ινών άνθρακα παρουσιάζονται.



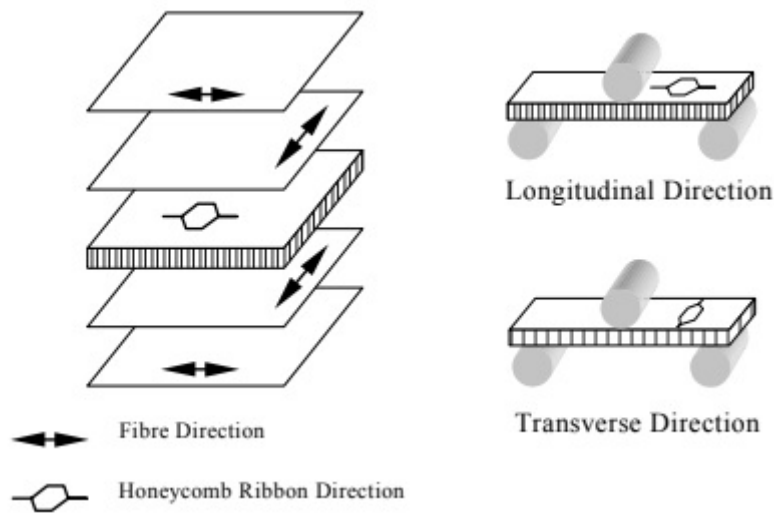
Σχήμα 2.2: Είδη πλέξεων ενός ανθρακονήματος. Απο αριστερά προς τα δεξιά : plain, satin και twill

## 2.4 Πολύστρωτα Σύνθετα Υλικά

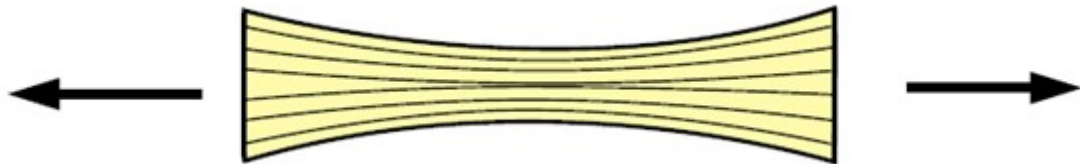
Το αποτέλεσμα διαδοχικών στρώσεων σύνθετων υλικών ονομάζεται πολύστρωτο υλικό ή πολυστρωματική πλάκα. Οι στρώσεις τοποθετούνται η μία πάνω από την άλλη σε διαφορετικές διευθύνσεις. Ο προσανατολισμός των στρώσεων είναι αυτός που επηρεάζει το κατά πόσο το τελικό υλικό θα συμπεριφέρεται αντίστοιχα ως ανισότροπο ή ισότροπο. Είναι φανερό δηλαδή ότι ο σχεδιασμός ενός πολύστρωτου υλικού προϋποθέτει την πλήρη γνώση των καταπονήσεων που υφίσταται.

## 2.5 Φορτίσεις σύνθετων Υλικών

Υπάρχουν τέσσερα κύρια είδη φορτίσεων που πρέπει να αντέξει οποιοδήποτε υλικό σε μια κατασκευή: Εφελκυσμός, Θλίψη, διάτμηση και κάμψη.



Σχήμα 2.3: Διαμήκη - Εγκάρσια Κατεύθυνση Ινών



Σχήμα 2.4: Εφελκυστικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό

### Εφελκυσμός

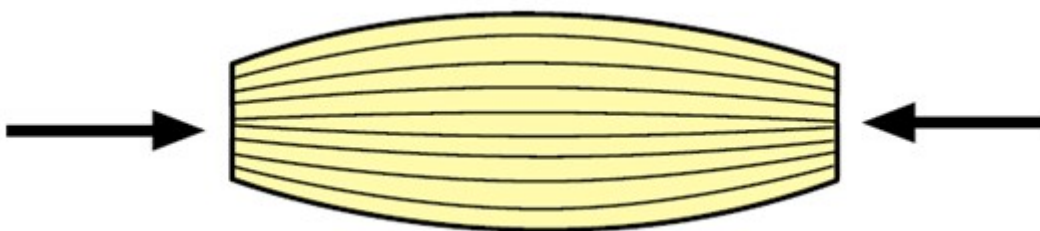
Η απόκριση ενός σύνθετου σε εφελκυστικά φορτία εξαρτάται κυρίως από την αντοχή σε εφελκυσμό των ενισχυτικών ινών, δεδομένου ότι αυτές παραλαμβάνουν κατά κύριο λόγο το φορτίο και οι μηχανικές τους ανοχές είναι κατά πολύ υψηλότερες από της μήτρας.

### Θλίψη

Εδώ, οι μηχανικές ιδιότητες της ρητίνης είναι ζωτικής σημασίας, καθώς είναι ο ρόλος της μήτρας να διατηρεί τις ίνες παράλληλες ώστε να αποτραπεί ο λυγισμός

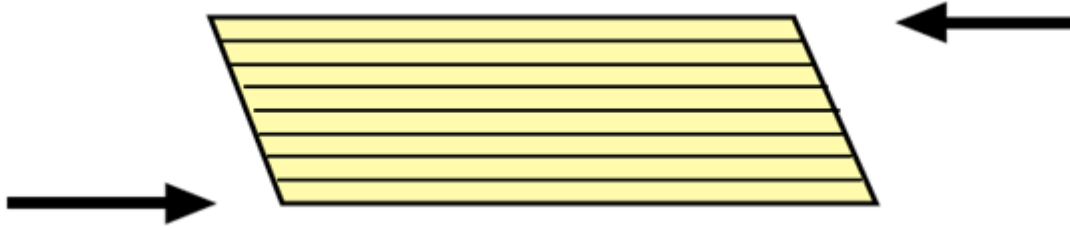
### Διάτμηση

Υπό φορτίο διάτμησης η ρητίνη παίζει τον κύριο ρόλο, μεταφέροντας τις τάσεις σε όλο το σύνθετο. Προκειμένου το σύνθετο να έχει καλή απόδοση υπό φορτίο διάτμησης, η μήτρα όχι μόνο πρέπει να εμφανίζει καλές μηχανικές ιδιότητες, αλλά πρέπει επίσης να έχει υψηλή πρόσφυση στις ενισχυτικές



Σχήμα 2.5: Θλιπτικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό



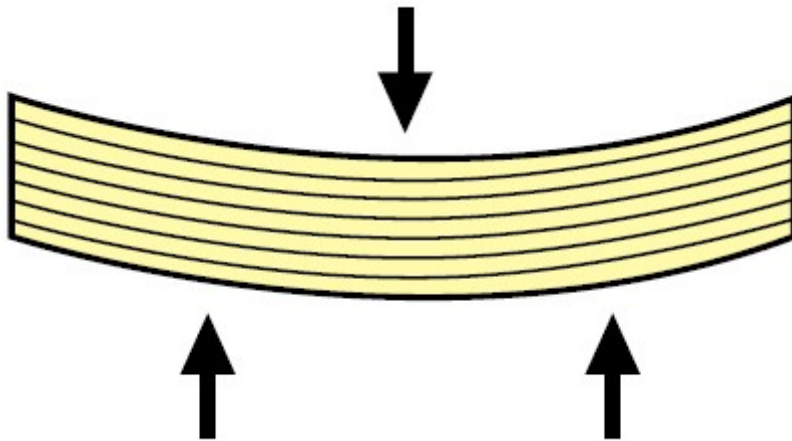


Σχήμα 2.6: Διατμητικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό

ίνες. Η διαστρωματική διατμητική αντοχή (interlaminar shear strength) ενός σύνθετου υλικού χρησιμοποιείται συχνά για να δείξει αυτήν την ιδιότητα σε ένα πολυστρωματικό σύνθετο.

### Κάμψη

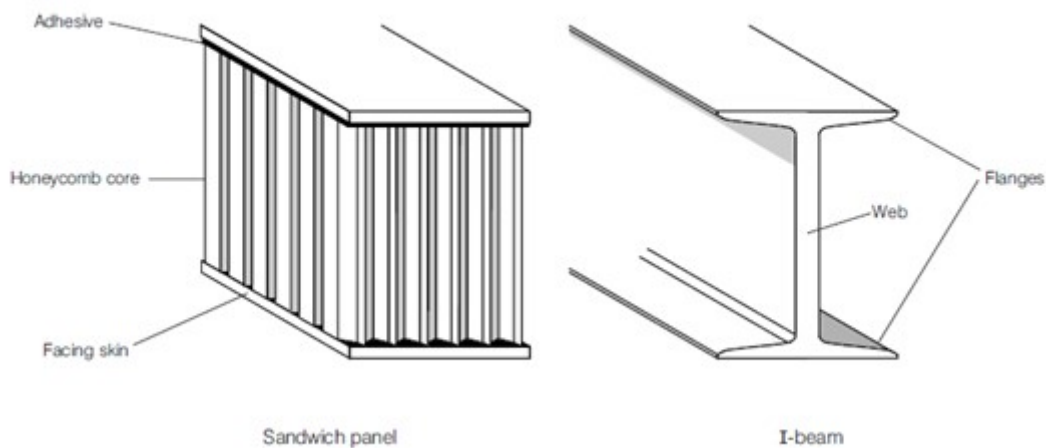
Τα φορτία κάμψης είναι πραγματικά ένας συνδυασμός φορτίων εφελκυσμού, θλίψης και διάτμησης. Κατά την κάμψη, η άνω επιφάνεια τίθεται σε συμπίεση, η κάτω όψη σε εφελκυσμο και το κεντρικό τμήμα του πολυστρωματικού στρώματος παρουσιάζει διάτμηση.



Σχήμα 2.7: Καμπτικό Φορτίο σε Σύνθετο Υλικό

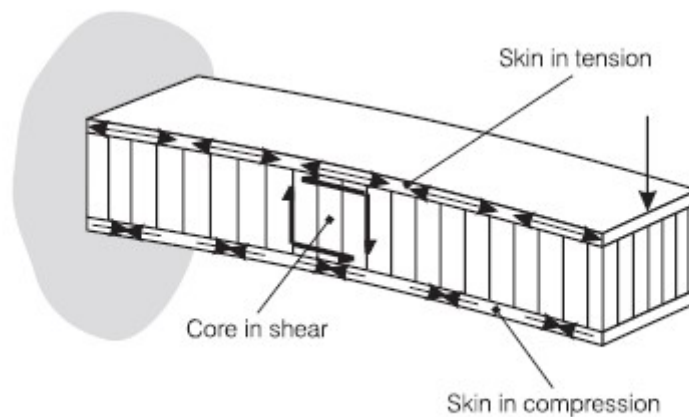
## 2.6 Δομή Sandwich

Οι δομές Sandwich αποτελούνται από ένα ζευγάρι λεπτών δύσκαμπτων εξωτερικών περιβλημάτων που διαχωρίζονται από έναν παχύ ελαφρύ πυρήνα μέσω του οποίου μεταφέρονται τα φορτία από το ένα περίβλημα στο άλλο. Η συγκολλητική επιφάνεια πυρήνα-περιβλήματος ενώνει άκαμπτα τα εξαρτήματα του Sandwich και τους επιτρέπει να λειτουργούν ως μία μονάδα.



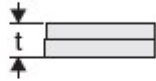
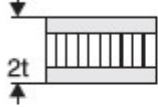
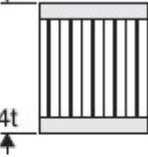
Σχήμα 2.8: Σύγκριση μιας δομής Sandwich με μια δοκό διατομής I

Η δομή αυτή μας θυμίζει δοκό διατομής “I”. Ο διαχωρισμός των περιβλημάτων από τον πυρήνα αυξάνει τη ροπή αδράνειας του πλαισίου με μικρή αύξηση του βάρους παράγοντας μια δομή με υψηλή αντοχή στα φορτία κάμψης και λυγισμού.



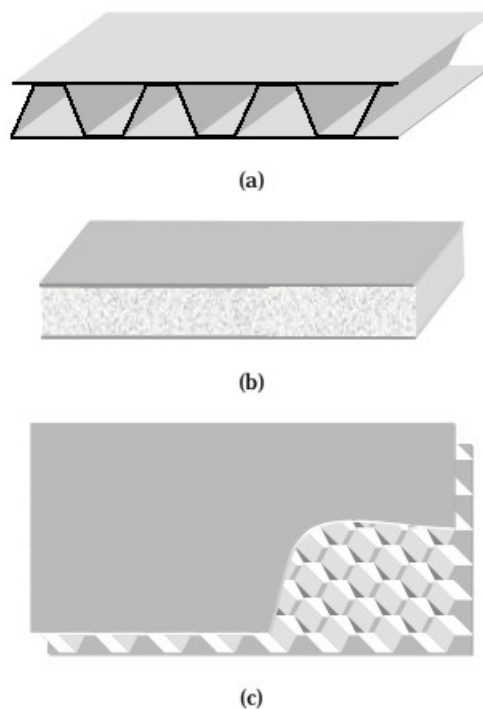
Σχήμα 2.9: Ανάλυση Φορτίσεων Των Μερών Μίας Δομής Sandwich Που Υπόκειται Σε Καμπτικό Φορτίο

Διαιρώντας ένα συμπαγές υλικό στη μέση και χωρίζοντας τα δύο μισά με ένα υλικό πυρήνα κατασκευάζουμε ένα πάνελ Sandwich . Το νέο πάνελ ζυγίζει λίγο περισσότερο από το συμπαγές υλικό, αλλά η ακαμψία και αντοχή είναι πολύ μεγαλύτερη. Διπλασιάζοντας το πάχος του υλικού του πυρήνα η διαφορά είναι ακόμη πιο εντυπωσιακή βλ. Σχήμα 2.10

	Solid Material	Core Thickness $t$	Core Thickness $3t$
			
Stiffness	1.0	7.0	37.0
Flexural Strength	1.0	3.5	9.2
Weight	1.0	1.03	1.06

Σχήμα 2.10: Δυσκαμψία Σύνθετου Υλικού Συγκριτικά με το πάχος του Πυρήνα

Έτσι, τα πάνελ Sandwich είναι δημοφιλή σε εφαρμογές υψηλών απαιτήσεων όπου το βάρος πρέπει να διατηρείται στο ελάχιστο, για παράδειγμα αεροναυτικές κατασκευές, θαλάσσια σκάφη και αγωνιστικά αυτοκίνητα. Στις περισσότερες εφαρμογές όπου η μάζα είναι κρίσιμος παράγοντας τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται ως περιβλήματα, φθηνότερες εναλλακτικές λύσεις όπως χάλυβας, αλουμίνιο ή κόντρα πλακέ χρησιμοποιούνται επίσης. Τα υλικά που χρησιμοποιούνται για πυρήνες περιλαμβάνουν πολυμερή ξύλο αλουμινίου και σύνθετα υλικά. Μπορεί να είναι σε μορφή κυψέλης ή αφρός χαμηλής πυκνότητας). Τα βασικά υλικά μπορούν επίσης να επιλεγούν με βάση την πυραντίσταση ή τις θερμικές τους ιδιότητες.



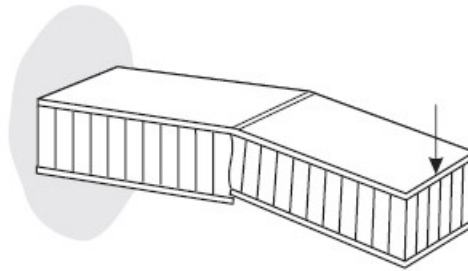
Σχήμα 2.11: Είδη Πυρήνα Σε Δομές Sandwich Κυματοειδής, Αφρός και Κυψελοειδής

## 2.7 Μηχανισμοί Αστοχίας δομών Sandwich

Ο σχεδιαστής μιας δομής sandwich πρέπει να έχει υπόψη του όλες τις πιθανές περιπτώσεις που μια τέτοια κατασκευή μπορεί να αστοχήσει.

### Αντοχή

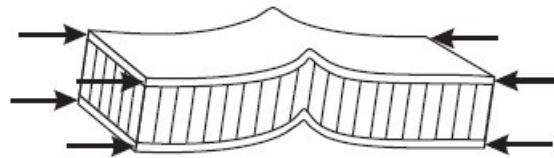
Τα περιβλήματα και ο πυρήνας πρέπει να μπορούν να φέρουν τις θλιπτικές, εφελκυστικές και διατμητικές τάσεις αντίστοιχα που καταπονούν την κατασκευή, σύμφωνα με την υπολογισμένη φόρτιση. Η συγκολλητική διεπιφάνεια περιβλήματος - πυρήνα πρέπει να είναι αρκετά ισχυρή για μεταφέρει τις διατμητικές τάσεις.



Σχήμα 2.12: Αστοχία Δομής Sandwich

### Λυγισμός

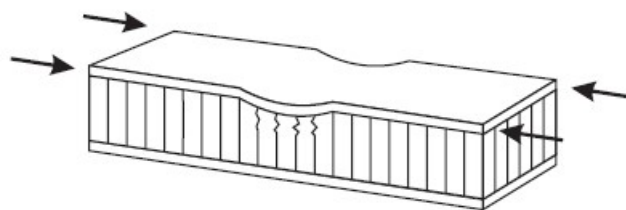
Το πάχος του πυρήνα και η διατμητική του αντοχή πρέπει να είναι κατάλληλα, για να μην υπάρχει λυγισμός, κατά την εφαρμογή θλιπτικών δυνάμεων στις άκρες της κατάσκευής.



Σχήμα 2.13: Λυγισμός Δομής Sandwich

### Ρυτίδωση κελύφους

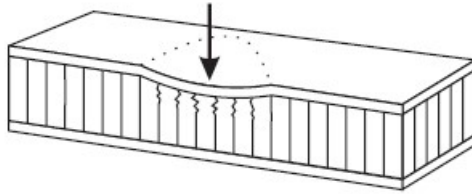
Η θλιπτική αντοχή πυρήνα και κελύφους πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μην εμφανίζεται ρυτίδωση του κελύφους.



Σχήμα 2.14: Ρυτίδωση κελύφους Δομής Sandwich

### Λυγισμός στα κελιά του πυρήνα

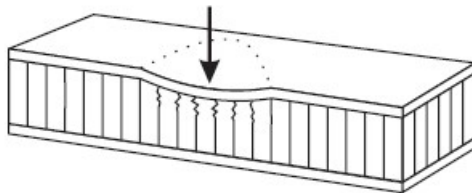
Για να αποφευχθεί αυτό πρέπει για συγκεκριμένο είδος κελύφους, να επιλεγεί αρκετά μικρό μέγεθος κελιών.



Σχήμα 2.15: Λυγισμός στα κελιά του πυρήνα Δομής Sandwich

### Τοπική Θλίψη

Ο πυρήνας πρέπει να έχει κατάλληλη θλιπτική αντοχή, για να αντιστέκεται σε τοπικές φορτίσεις στο κέλυφος



Σχήμα 2.16: Τοπική Θλίψη Δομής Sandwich



# Κεφάλαιο 3

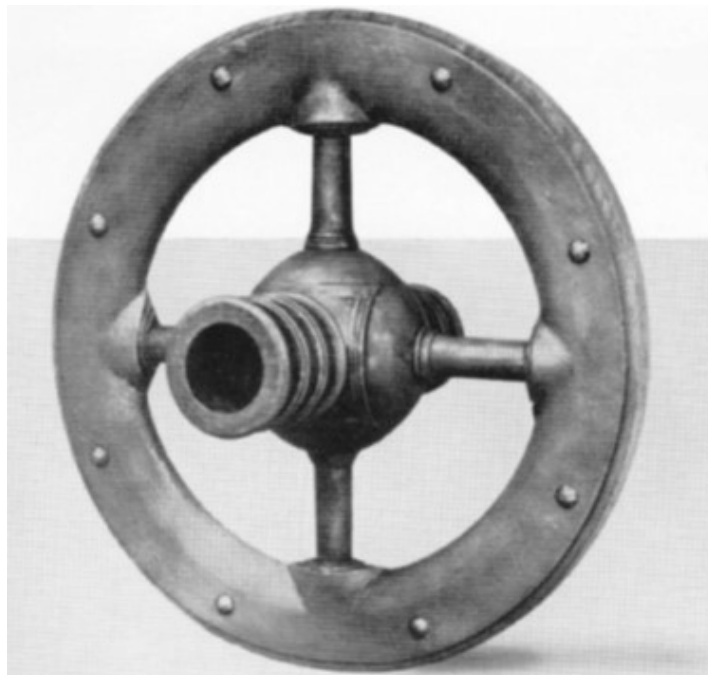
## Τροχός

### 3.1 Ιστορική Αναδρομή

Τίποτα δεν κινείται χωρίς τροχούς. Αυτή η στοιχειώδης δήλωση περιγράφει όχι μόνο μια τεχνική προϋπόθεση για ένα λειτουργικό αυτοκίνητο, αλλά και τη σημασία των τροχών στο σχεδιασμό του οχήματος. Οι τροχοί πρέπει να είναι σχεδιασμένοι για να ανταποκρίνονται στο απαιτητικό καθήκον της επίτευξης πλήρους αρμονίας με το αμάξωμα του οχήματος, επειδή συμβάλλουν σημαντικά στην συνολική υψηλή σχεδίαση και ποιότητα κατασκευής του πλήρους οχήματος.

Οι τροχοί πρέπει να φέρουν το φορτίο του οχήματος, να διατηρούν μπορούν να ανταπεξέρχονται σε δυνάμεις πρόσκρουσης από το έδαφος και να μεταδίδουν την περιστροφική κίνηση των αξόνων στα ελαστικά. Επιπλέον, οι τροχοί πρέπει να είναι σε θέση να δέχονται και να μεταδίδουν τις δυνάμεις επιτάχυνσης και πέδησης, καθώς και πλευρικές δυνάμεις, ενώ κάνουν ελιγμούς.

Η χύτευση θεωρείται η συντομότερη διαδρομή από την πρώτη ύλη έως το τελικό προϊόν όταν πρόκειται για τροχούς, ενώ ταυτόχρονα προσφέρει μερικές εξαιρετικές επιλογές σχεδίασης. Διάφορα αρχαιολογικά ευρήματα δείχνουν ότι οι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν την χύτευση ήδη από το τέλος της εποχής του Χαλκού (1800-800 π.Χ.) για το σχεδιασμό σχετικά ελαφρού και ταυτόχρονα οπτικά ελκυστικού χυτού χαλκού



Σχήμα 3.1: Τροχός από χαλκό, που χρονολογείται περίπου το 800 π.Χ.

Ίσως ο πρώτος ελαφρύς μεταλλικός τροχός για αυτοκίνητα αναφέρεται σε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας Ηνωμένου Βασιλείου αριθ. 7928 που υπέβαλαν οι Edwin Perks και Harold Birch, με ημερομηνία 14 Απριλίου 1899. Αυτός ο τροχός αποτελούταν από δύο χυτά μέρη αλουμινίου που συνδέονταν μαζί με βίδες, μεταξύ των οποίων - με έναν εντελώς μοντέρνο τρόπο - βρισκόταν ένας κινητήρας. Ένα τέτοιο συναρμολόγημα προηγουμένως ήταν αδιανόητο με τους εύθραυστους τροχούς με ακτίνες.

Τη δεκαετία του 1920, το ξύλο αντικαταστάθηκε από χάλυβα ως υλικό για τροχούς αυτοκινήτου και ο τροχός με ακτίνες σύρματος είχε ήδη γίνει πρότυπο σε όλα τα αυτοκίνητα Grand Prix. Το 1924, ο Ettore Bugatti παρουσίασε τον πρώτο τροχό ελαφρού κράματος στο Γαλλικό Grand Prix στη Λυών. Σε τρία διπλώματα ευρεσιτεχνίας, περιέγραψε τον ελαφρύ μεταλλικό τροχό του που είχε καλύτερη ψύξη φρένων, μεγαλύτερη αντοχή σε σύγκριση με τους τροχούς με ακτίνες σύρματος και τη δυνατότητα χρήσης ελαστικών χωρίς αεροθάλαμο. Παρόλο που το ντεμπούτο του στη Λυών δεν ήταν επιτυχές λόγω διατρήσεων των ελαστικών, οι χαρακτηριστικοί τροχοί με ακτίνες έγιναν εμπορικό σήμα των αυτοκινήτων Bugatti Grand Prix. Δέκα χρόνια αργότερα, ωστόσο, η Bugatti επέστρεψε στη χρήση ελαφρύτερων τροχών με συρμάτινες ακτίνες για λόγους λειτουργικότητας και σε μια προσπάθεια να αποκατασταθεί η εξέχουσα θέση της στο άθλημα Grand Prix. Αργότερα, στη δεκαετία του 1960, ο γιος του Ettore Bugatti, Ο Rollald επισήμανε τη μέτρια ποιότητα των χυτών τροχών που χρησιμοποίησε ο πατέρας του, ιδιαίτερα τα μη ικανοποιητικά χαρακτηριστικά στις παραμορφώσεις τους. Το μόνο πλεονέκτημα που είδε ήταν το χαμηλότερο κόστος κατασκευής σε σύγκριση με τους τροχούς με συρμάτινες ακτίνες.



Σχήμα 3.2: Ελαφρύς μεταλλικός τροχός από την Bugatti, 1924-1932

Καθώς οι αγώνες αυτοκινήτων ξανά ξεκίνησαν μετά τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο, οι μεμονωμένες προσπάθειες για τη χρήση χυτών τροχών από αθλητές, όπως ο Charles και ο John Cooper ή ο Alex vonFalkenhausen πέρασαν σε μεγάλο βαθμό απαρατήρητες. Ωστόσο, η ταχεία ανάπτυξη των κινητήρων και των σασί συνέπεσε με τις ραγδαίες εξελίξεις στην κατασκευή ελαστικών, με αποτέλεσμα οι τροχοί με συρμάτινες ακτίνες να υποβιβαστούν στο παρασκήνιο μέχρι το τέλος της δεκαετίας του 1950. Τα πιο φαρδιά και πιο προηγμένα ελαστικά απαιτούσαν πιο φαρδιούς τροχούς που ήταν επίσης πιο σταθεροί από άποψη σχήματος και που θα μπορούσαν να χειριστούν ελαστικά χωρίς αεροθάλαμο.



Για λόγους εξοικονόμησης βάρους, το μαγνήσιο ήταν η πρώτη επιλογή στους χυτούς τροχούς, καθώς έχει πυκνότητα 32% χαμηλότερη από αυτήν του αλουμινίου. Η προβληματική συμπεριφορά στη διάβρωση έκανε δύσκολο το να αναδειχθούν στη χρήση σε αγωνιστικά αυτοκίνητα.



Σχήμα 3.3: Τροχός μαγνησίου για αγωνιστικά αυτοκίνητα Lotus F1 του 1958 (μέγεθος 5 J 15, βάρος 3,7 kg!)

Ωστόσο, καθώς ορισμένοι κατασκευαστές αυτοκινήτων άρχισαν να εξοπλίζουν μοντέλα μαζικής παραγωγής με τροχούς μαγνησίου από τη δεκαετία του 1960, το ζήτημα της διάβρωσης στους τροχούς μαγνησίου εντοπίστηκε γρήγορα ως πρόβλημα στις καθημερινές λειτουργίες.



Σχήμα 3.4: Διάβρωση σε τροχούς μαγνησίου

## 3.2 Συνθετικοί τροχοί

Οι συνθετικοί τροχοί κατασκευάζονται με τεχνική χύτευσης, με έγχυση, χρησιμοποιώντας πολυαμίδιο ενισχυμένο με ορυκτές ίνες με μεταλλικά ένθετα. Η χρήση συνθετικών υλικών ως υλικό τροχού βρίσκεται ακόμη στα στάδια ανάπτυξης, δεδομένου ότι υπάρχουν προβλήματα ανεπαρκούς θερμικής αντίστασης μαζί με προβληματικές τεχνικές στερέωσης και κατασκευής τροχών. Η μη

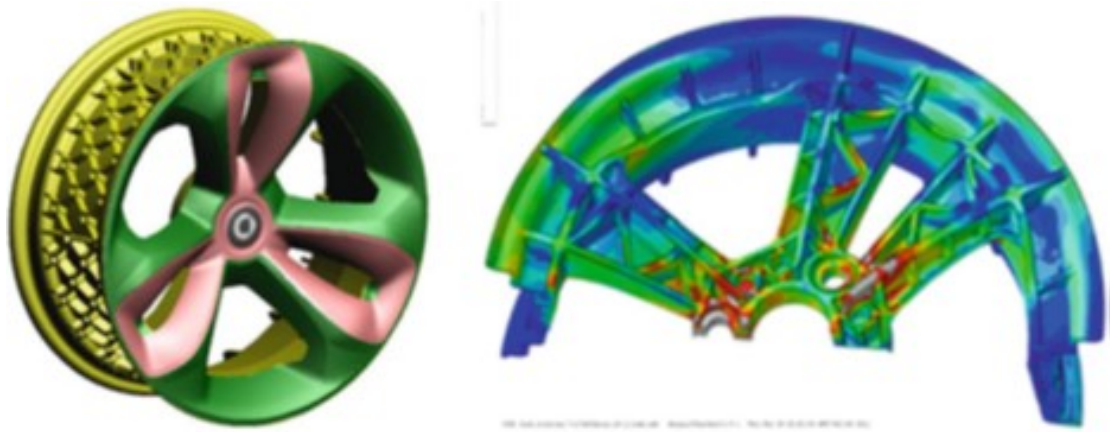
ικανοποιητική αντοχή στην κρούση, η αδυναμία αντοχής στις θερμικές καταπονήσεις και οι άγνωστες μακροπρόθεσμες ιδιότητες τείνουν να υποδηλώνουν ότι τα συνθετικά υλικά δεν είναι ακόμη έτοιμα για χρήση σε τροχούς αυτοκινήτων μαζικής παραγωγής σε λογικά κόστη.

Διάφορες δημοσιεύσεις έχουν περιγράψει επιτυχημένα έργα ανάπτυξης συνθετικών τροχών. Ωστόσο, η πραγματική εφαρμογή σε οχήματα απέτυχε για τεχνικούς λόγους. Μία από τις μεγαλύτερες προκλήσεις με τους συνθετικούς τροχούς είναι η ανάπτυξη μιας μεταλλικής-συνθετικής υβριδικής λύσης για την εξάλειψη των αδυναμιών των συνθετικών τροχών, όπως η ευθραυστότητά τους στο σημείο στερέωσης των τροχών. Η τεχνολογία, το υλικό και οι διαδικασίες κατασκευής έχουν εγγενείς κινδύνους, οι οποίοι εξαλείφονται όλο και περισσότερο μέσω της χρήσης τροποποιημένων συνθετικών υλικών. Συνθετικοί τροχοί κατασκευασμένοι από πολυεστέρα με ενίσχυση άνθρακα χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά τη δεκαετία του 1970 από την Citroen στο Citroen SM. Η Citroen σταμάτησε να κατασκευάζει τους συνθετικούς τροχούς λόγω τεχνικών προβλημάτων.



Σχήμα 3.5: Smart Forvision με συνθετικό τροχό

Το δυναμικό ενός συνθετικού τροχού απορρέει από τη δυνατότητα εξοικονόμησης βάρους και κόστους όταν ο αριθμός των παραγόμενων μονάδων είναι αρκετά μεγάλος. Η μείωση βάρους σε σύγκριση με τους χυτούς αλουμινένιους τροχούς κυμαίνεται από 10 έως 30% (ως πρόχειρη εκτίμηση, υποθέτοντας ότι έχουν επιλυθεί όλοι οι τεχνικοί περιορισμοί). Επίσης ενδιαφέρον είναι και τα ευνοϊκά αποτελέσματα σύγκρουσης λόγω της συμπεριφοράς του τροχού σε θραύση. Για παράδειγμα, η διείσδυση στην καμπίνα των επιβατών κατά τη διάρκεια μιας σύγκρουσης μπορεί να μειωθεί μέσω υψηλότερης απορρόφησης ενέργειας και αυτοκαταστροφής του τροχού. Ευνοϊκά χαρακτηριστικά διάβρωσης πρέπει επίσης να αναμένονται από συνθετικούς τροχούς.



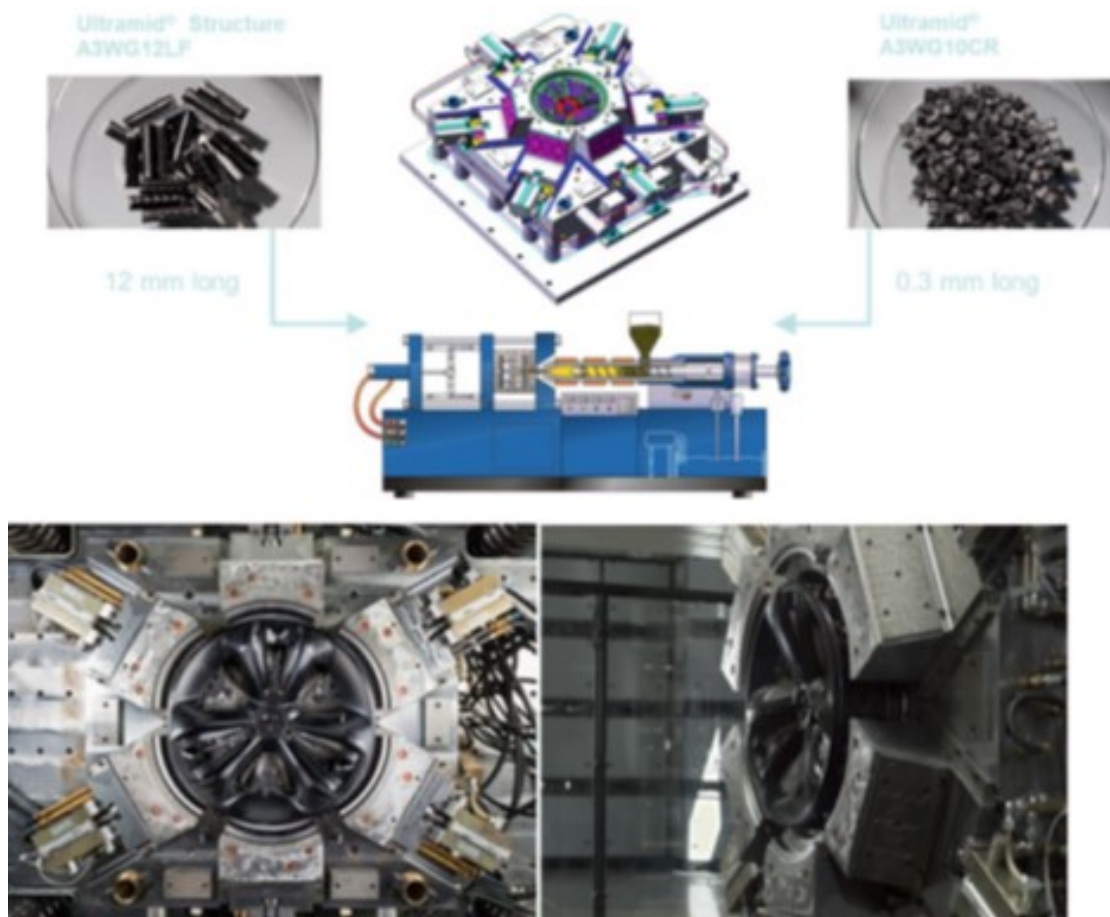
Σχήμα 3.6: Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σε συνθετικό τροχό επιβατικού αυτοκινήτου Smart Forvision

Τα μειονεκτήματα του συνθετικού τροχού εκδηλώνονται σε μεγάλο βαθμό με τη μορφή δυσμενών χαρακτηριστικών υλικού, ιδιαίτερα όσον αφορά την ευαισθησία στην θερμοκρασία. Οι συνθετικοί τροχοί αστοχούν σε συγκριτικά χαμηλές τιμές επιμήκυνσης-παραμόρφωσης και παρουσιάζουν υψηλή ευαισθησία σε εγχοπές. Στην περίπτωση των ενισχυμένων με πλέγμα συνθετικών (Duroplast), φαινόμενο «ερπυσμού» έχει παρατηρηθεί σε συνθήκες μόνιμης τάσης εφελκυσμού ή/και θλίψης.

Τα συνθετικά υλικά είναι κακοί αγωγοί θερμότητας και έχουν σχετικά μεγάλους συντελεστές διαστολής θερμοκρασίας. Επιπλέον, οι ιδιότητες του υλικού μπορεί να μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου λόγω επιδράσεων περιβαλλοντολογικών συνθηκών όπως η υπεριώδης ακτινοβολία, το κλίμα και οι χημικοί καθαριστικοί παράγοντες. Απαιτούνται επίσης σημαντικές αυξήσεις στο πάχος του χείλους και του τοιχώματος του τροχού, περιορίζοντας έτσι τον χώρο εγκατάστασης των φρένων.

Σε υβριδικά σχέδια ελαφρού μετάλλου / συνθετικής κατασκευής, οι δεσμοί μεταξύ υλικών είναι περίπλοκοι και δεν έχουν ακόμη διερευνηθεί πλήρως. Όπως και με τα άλλα είδη τροχών, λεπτομερείς αρχικοί υπολογισμοί είναι απαραίτητοι για οικονομικά αποδοτική ανάπτυξη. Τα εργοστάσια παραγωγής είναι εξαιρετικά περίπλοκα και το κόστος μπορεί να αντισταθμιστεί μόνο εάν οι αριθμοί παραγωγής τροχών είναι πολύ υψηλοί.

Το υψηλότερο δυναμικό μείωσης βάρους σε ένα ολόκληρο αυτοκίνητο είναι στον τροχό. Ένας πλήρως συνθετικός τροχός μπορεί να ζυγίζει μόλις 6 κιλά, με το μεταλλικό αντίστοιχό του να ζυγίζει 9 κιλά.



Σχήμα 3.7: Διάταξη Κατασκευής Συνθετικού Τροχού

### 3.3 Τροχοί από Συνθετικά Υλικά

Στην κατηγορία των συνθετικών τροχών περιλαμβάνονται επίσης οι τροχοί από σύνθετα υλικά. Οι τεχνικές προκλήσεις για τους τροχούς από σύνθετα υλικά είναι συγκρίσιμες με εκείνες για τους τροχούς έγχυσης. Οι τροχοί από σύνθετα υλικά μπορούν να ζυγίζουν έως και 50% λιγότερο από το αντίστοιχο αλουμίνιο τους με την ίδια αντοχή, αλλά με πολύ μεγαλύτερο κόστος υλικού. Ο προσανατολισμός των ινών είναι ένας εξαιρετικά περίπλοκος αλλά καθοριστικός παράγοντας μηχανικών ιδιοτήτων, ιδιαίτερα στην περίπτωση καταστάσεων πολυαξονικής τάσης.



Σχήμα 3.8: Ζάντα από ανθρακόνημα με μεταλλικά ένθετα

Σε σύγκριση με άλλα συνθετικά, ο άνθρακας έχει το πλεονέκτημα ότι ταιριάζει σε ελαφριές κατασκευές και επομένως είναι εμπορεύσιμος, ακόμα και αν βρίσκεται στην κορυφαία κατηγορία. Οι πρώτοι τροχοί από συνθετικά υλικά έχουν ήδη κυκλοφορήσει στην αγορά, κυρίως για εξαιρετικά sport οχήματα, αλλά θα παραμείνουν εξειδικευμένο προϊόν για αρκετό καιρό λόγω της υψηλής τιμής τους.



Σχήμα 3.9: Υβριδική Ζάντα Αλουμινίου-ανθρακονήματος

### 3.4 Αεροδυναμική

Στο πλαίσιο της «αφαίρεσης όλων των αντιστάσεων», αυξάνεται η προσοχή στη ροή αέρα μέσα και γύρω από τον τροχό. Τέτοιες εκτιμήσεις, ωστόσο, δεν είναι εντελώς νέες. Το Blitzen-Benzτου 1909, το οποίο ήταν το πρώτο αυτοκίνητο που έσπασε το ρεκόρ ταχύτητας των 200 χλμ/ώρα, είχε καλύμματα τροχών για τη βελτίωση της αεροδυναμικής.

Ο Walther v. Selve εξέτασε επίσης αυτό το θέμα το 1920. Σε δοκιμές σε τροχούς με σπυρματίνες ακτίνες, διαπίστωσε ότι η αεροδυναμική επένδυση είχε θετική επίδραση στην επίτευξη υψηλότερων ταχυτήτων. Η επίδραση της αεροδυναμικής των τροχών αποδείχθηκε τελικά από τον ιδρυτή της Lotus, Colin Chapman, τη δεκαετία του 1970. Ανάμεσα στα αγωνιστικά της Formula 1 (F1) με την ίδια ισχύ κινητήρα, τα αυτοκίνητά του ήταν σχεδόν ασυναγώνιστα - έως ότου οι ανταγωνιστές του ανακάλυψαν την αρχή του «wing-car». Η αεροδυναμική παίζει ιδιαίτερο ρόλο στα σημερινά αγωνιστικά αυτοκίνητα της F1. Οι κανονισμοί επιτρέπουν μόνο μικρές διαφορές στον κινητήρα και σχεδόν καθόλου δημιουργικότητα όταν πρόκειται για τροχούς. Έτσι, οι διαφορές στις δυνατότητες απόδοσης - εάν υπάρχουν - μπορούν να επιτευχθούν μόνο μέσω τροποποιήσεων στη σχεδίαση του πλαισίου (σασί), της ανάρτησης και στην αεροδυναμική. Σπάνια μεταφέρεται η γνώση που αποκτήθηκε από την εμπειρία της F1 στη αυτοκινητοβιομηχανία μαζικής παραγωγής. Ωστόσο, οι τρέχουσες μελέτες σχετικά με την αεροδυναμική των τροχών υψηλής ταχύτητας σε ένα αγωνιστικό περιβάλλον θα μπορούσαν να επηρεάσουν το σχεδιασμό των τροχών στο μέλλον, αν και οι συγκεκριμένες επιρροές δεν μπορούν να προβλεφθούν αυτήν τη στιγμή. Στην περίπτω-



Σχήμα 3.10: Blitzen-Benz τροχός με αεροδυναμική επένδυση

ση που οι τροχοί είναι καλυμμένοι για αεροδυναμικούς λόγους, ο όχι πλέον ορατός τροχός θα κατασκευάζεται σύμφωνα με την αντοχή και το βελτιστοποιημένο βάρος, με λιγότερη προσοχή στην αισθητική. Οι αεροδυναμικές πτυχές θα μπορούσαν να ληφθούν υπόψη κατά τη σχεδίαση οχημάτων σε συνεργασία με τα διάφορα τμήματα ανάπτυξης οχημάτων. Οι προσομοιώσεις ροής έχουν δείξει ότι οι αεροδυναμικά βελτιστοποιημένοι ελαφροί μεταλλικοί τροχοί βελτιώνουν τη συνολική αεροδυναμική του οχήματος, μειώνοντας την κατανάλωση καυσίμου και συνεπώς δυνητικά μπορούν να συμβάλλουν στη μείωση των εκπομπών CO<sub>2</sub> άνω του 1 g / km.



Σχήμα 3.11: Αεροδυναμική Προσομοίωση μεταλλικού τροχού

### 3.5 Τροχοί στο Formula Student

Οι πιο δημοφιλείς τροχοί που αγοράστηκαν από Formula Student ομάδες είναι κατασκευασμένοι από μέταλλο. Η πιο συχνή επιλογή είναι το αλουμίνιο, συνεχίζουν να υπάρχουν ζάντες από χάλυβα και μερικοί χρησιμοποιούν τροχούς από κράματα μαγνησίου, με τους τελευταίους να επιλέγονται όλο και περισσότερο.

Οι δημοφιλείς επιλογές αλουμινίου προσφέρουν αρκετά πλεονεκτήματα, κυρίως οικονομικά και σχετικά μειωμένος βάρος. Μεταξύ των πιο διαδεδομένων τροχών αλουμινίου στο FSAE είναι εκείνοι που κατασκευάζονται από την εταιρεία Keizer Wheels και OZ Racing οι οποίοι πωλούνται

ως ζάντες προορισμένοι για FSAE. Αυτός είναι ο λόγος που οι τροχοί αυτών των κατασκευαστών χρησιμοποιούνται ως σημείο αναφοράς για την ανάπτυξη της ζάντας σε αυτήν την εργασία.

Υπάρχουν αρκετές ομάδες στο FSAE που κατανοώντας τη σημασία του βάρους των τροχών (μη αναρτημένη και περιστρεφόμενη μάζα), αποφάσισαν ότι αξίζει τον κόπο να σχεδιάσουν και να κατασκευάσουν τους δικούς τους τροχούς που είναι ελαφρύτεροι από τις διαθέσιμες επιλογές στο εμπόριο. Οι περισσότερες είναι κατασκευασμένες από σύνθετα υλικά, ειδικά CFRP, και έχουν αποδειχθεί ελαφρύτερες από τους τροχούς κραμάτων μαγνησίου που είναι διαθέσιμοι, διατηρώντας παράλληλα επαρκή ή υψηλότερη αντοχή και ακαμψία. Υπάρχουν λίγες ομάδες που έχουν αναπτύξει με επιτυχία τις δικές τους μονοκόμματες ζάντες από CFRP, είναι αρκετά εντυπωσιακές και πολύ ελαφριές.



Σχήμα 3.12: Μονοκόμματη FSAE ζάντα ανθρακόνημα. Δεν χρησιμοποιούνται μεταλλικά ένθετα. Μόνο η βαλβίδα δεν είναι κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό



Σχήμα 3.13: Υβριδική FSAE ζάντα με κέντρο αλουμινίου και διαιρούμενες στεφάνες από ανθρακονήματα. Η συναρμολόγηση γίνεται με κόλλα και κοχλιοσύνδεση.



# Κεφάλαιο 4

## Διαδικασία σχεδιασμού

Η διαδικασία σχεδιασμού ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου δεν είναι μια διαδοχική διαδικασία, αλλά μάλλον μια διαδικασία όπου υπάρχουν πολλά 'πίσω βήματα', καθώς γίνονται πολλές επαναλήψεις και βελτιώσεις λύσεων. Πριν ξεκινήσει η διαδικασία σχεδιασμού, πρέπει να υπάρχει πλήρη γνώση των διαθέσιμων πόρων καθώς και των περιορισμών που επιβάλλονται από αυτούς τους πόρους. Οι πόροι περιλαμβάνουν χρόνο, προϋπολογισμό, προηγούμενη εμπειρία και πόρους στις εγκαταστάσεις σχεδιασμού και κατασκευής, όπως υπολογιστική ισχύς, πρωτότυπα και κατασκευαστικά μηχανήματα, εξοπλισμό δοκιμών, όργανα και ούτω καθεξής. Με την ευφυή χρήση, ένας ή περισσότεροι πόροι μπορούν να αντικατασταθούν από έναν άλλο. Έτσι πλέον, η σχεδιαστική προσέγγιση μπορεί να αναλυθεί σε 6 κύρια βήματα :Ανάλυση Δεδομένων, Περιορισμοί και Στόχοι, Αρχικός-Βασικός Σχεδιασμός, Λεπτομερής Σχεδιασμός, Δοκιμές-Πειράματα και Έρευνα και Ανάπτυξη. Αυτά τα βήματα θα συμβούν κανονικά με μη διαδοχικό τρόπο, με ορισμένους περιορισμούς να προκύπτουν σε μεταγενέστερα βήματα απαιτώντας αλλαγές σε προηγούμενα στάδια.

### 4.1 Ανάλυση

Κατά τη διάρκεια αυτού του βήματος, η ομάδα σχεδιασμού θα συγκεντρώσει πληροφορίες που θα χρησιμεύσουν ως θεμέλιο για τον καθορισμό των περιορισμών και των στόχων του σχεδιασμού. Εδώ, εξετάζονται όλοι οι κείμενοι κανονισμοί και αξιολογείται η επίδρασή τους στο σχεδιασμό.

Αργότερα, πραγματοποιείται ανάλυση απόδοσης, προκειμένου να αξιολογηθεί η απόδοση ενός προηγούμενου σχεδιασμού, εάν υπάρχει, προσδιορίζοντας τα πλεονεκτήματα και τις αδυναμίες του.

### 4.2 Περιορισμοί και Στόχοι

Σε αυτό το στάδιο, η ομάδα σχεδιασμού θα πρέπει να εξετάσει τους περιορισμούς που επιβάλλονται. Οι περιορισμοί είναι τα πρακτικά όρια εντός των οποίων πρέπει να εργαστεί η ομάδα. Οι πρωταρχικοί περιορισμοί πρέπει να είναι η κατηγορία τεχνικών κανονισμών. Ο σχεδιαστής πρέπει να γνωρίζει πλήρως αυτούς τους κανόνες και τους περιορισμούς που επιβάλλουν. Επίσης, μπορεί να υπάρχουν περιορισμοί κόστους, εργατικού δυναμικού και εξοπλισμού. Αφού εντοπιστούν οι περιορισμοί σχεδιασμού, είναι απαραίτητο να καθοριστούν οι στόχοι, οι οποίοι θα καθοδηγήσουν ολόκληρη τη διαδικασία σχεδιασμού. Αυτά θα μπορούσαν να καθοριστούν με τη μορφή μετρήσιμων παραμέτρων και θα πρέπει να είναι αρκετά συγκεκριμένα ώστε να επιτρέπουν τον σχεδιασμό. Οι στόχοι σχετίζονται με τους ακόλουθους τομείς:

### 4.2.1 Απόδοση

Αυτό είναι το πιο σημαντικό σύνολο στόχων σε ένα αγωνιστικό αυτοκίνητο, καθώς ο κύριος σκοπός του είναι να έχει υψηλότερη απόδοση από το σχεδιασμό άλλων ομάδων. Οι στόχοι απόδοσης θα πρέπει να ποσοτικοποιηθούν με διάφορες παραμέτρους, όπως η ικανότητα επιτάχυνσης σε όλες τις κατευθύνσεις, τελική ταχύτητα, κατανάλωση καυσίμου και ελαστικών, απαιτήσεις ψύξης και ούτω καθεξής.

Οι στόχοι απόδοσης μπορούν επίσης να τειθούν σε σχέση με συγκεκριμένα συστήματα, σε αντίθεση με ολόκληρο το αυτοκίνητο. Για παράδειγμα, οι στόχοι για την αεροδυναμική μπορεί να περιλαμβάνουν μια συγκεκριμένη τιμή για την αναλογία ανύψωσης / οπισθέλκουσας και τη θέση του κέντρου πίεσης (CP), ενώ οι στόχοι για την ανάρτηση μπορεί να περιλαμβάνουν μια συγκεκριμένη τιμή για ευαισθησία σε μεταφορά βάρους, διαδρομή ανάρτησης και ούτω καθεξής.

### 4.2.2 Αντοχή- Δυσκαμψία

Αυτό περιλαμβάνει καμπτική και στρεπτική ακαμψία, μαζί με τοπικές αντοχές που απαιτούνται για την αντιμετώπιση των μέγιστων φορτίων από το φρενάρισμα, την επιτάχυνση, την πλευρική δύναμη, τα αεροδυναμικά φορτία και ούτω καθεξής. Είναι πλέον συνήθης πρακτική σε σχεδόν όλα τα επίπεδα του μηχανοκίνητου αθλητισμού να χρησιμοποιείται ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι.

## 4.3 Αρχικός- Βασικός Σχεδιασμός

Ο στόχος του προκαταρκτικού σχεδιασμού είναι να καθορίσει τη γενική διάταξη των εξαρτημάτων στο αυτοκίνητο. Εδώ οι σχεδιαστές θα πρέπει να ικανοποιούν τις απαιτήσεις χωροταξίας και άλλες προδιαγραφές, όπως η θέση κέντρου βάρους, η κατανομή βάρους. Ανάλογα με τα αεροδυναμικά επίπεδα που επιτρέπονται από τους κανονισμούς, η αεροδυναμική μπορεί να καθορίσει μεγάλο μέρος του αεροδυναμικού πακέτου, ειδικά σε ό, τι αφορά την απόσταση του αυτοκίνητου από το έδαφος. Μέχρι στιγμής, μόλις συλλέξαμε σχετικές πληροφορίες και αναλύσαμε αυτές τις πληροφορίες για να αποφασίσουμε ποια διαδρομή θα ακολουθήσουμε. Το σχέδιο ορισμένων σημαντικών στίτσων προβολών σε λογισμικό CAD ξεκινά την ίδια τη διαδικασία σχεδιασμού.

Μετά από όλη αυτή τη διαδικασία, τα τρισδιάστατα σχέδια μεγάλων και μερικών δευτερευόντων εξαρτημάτων ενσωματώνονται στο σχεδιασμό, με το βάρος και το μέγεθός τους να είναι λογικά καλά υπολογισμένο. Αυτό θα πρέπει να παρέχει μια μακέτα για τη συνολική διάταξη των στοιχείων και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο παρεμβολών και τη συμπλήρωση της διαδικασίας σχεδίασης. Εάν είναι διαθέσιμα σχέδια CAD για πραγματικά στοιχεία, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται. Σε αυτό το σημείο, μπορεί να εκτιμηθεί μια καλή ιδέα της συνολικής κατανομής βάρους του αυτοκινήτου και, εάν χρειαστεί, μπορούν να γίνουν προσαρμογές στον προκαταρκτικό σχεδιασμό. Η ομάδα σχεδιασμού θα είναι πλέον σε θέση να ξεκινήσει τον λεπτομερή σχεδιασμό.

## 4.4 Λεπτομερής Σχεδιασμός

Στην αρχή αυτού του σταδίου, πολλές πληροφορίες θα είναι διαθέσιμες από το βήμα του αρχικού σχεδιασμού. Αυτές οι πληροφορίες πρέπει να συγκριθούν με τους σχεδιαστικούς στόχους. Παραδείγματα διαθέσιμων δεδομένων από τον προκαταρκτικό σχεδιασμό περιλαμβάνουν τα παρακάτω:

- Συνολικές διαστάσεις και η χωροταξία των εξαρτημάτων
- Καμπύλη ισχύος από τον κατασκευαστή του κινητήρα
- Δεδομένα ελαστικών

- Σχήμα του οχήματος από προκαταρκτικές προσομοιώσεις CFD και δοκιμές αεροσήραγγας
- Κατανομή βάρους στους άξονες, θέση και ύψος του κέντρου βάρους

Σε αυτό το σημείο, τα μεμονωμένα εξαρτήματα θα αρχίσουν να σχεδιάζονται. Η διαδικασία λεπτομερούς σχεδιασμού περιλαμβάνει πρόταση σταθερής λύσης σε συγκεκριμένα προβλήματα και ανάλυση αυτών των λύσεων. Αυτές οι προσπάθειες πρέπει να διεξαχθούν παράλληλα, δεδομένου ότι απαιτούνται δεδομένα από το ένα για να καταλήξουν στο άλλο. Η πρόταση νέων λύσεων μπορεί να ακολουθήσει τη διαδικασία σχεδιασμού της μηχανικής, η οποία αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- Προσδιορισμός προβλήματος
- Προσδιορισμός περιορισμών
- Πιθανές λύσεις
- Ανάλυση πιθανών λύσεων
- Εκλογή της καλύτερης λύσης
- Μοντελοποίηση και επαλήθευση της καλύτερης λύσης
- Βελτιστοποίηση λύσης

Κατά τη λεπτομερή σχεδίαση, υπολογιστικά εργαλεία είναι διαθέσιμα στον σχεδιαστή. Σε αυτό το σημείο, εισάγονται πολύπλοκα μοντέλα για την αξιολόγηση των πολλών παραμέτρων απόδοσης και είναι η πρώτη φορά που ο σχεδιαστής θα έχει μια καλή πρώτη εικόνα για το πόσο κοντά είναι το αυτοκίνητο στους στόχους του σχεδιασμού. Εάν η απόδοση δεν είναι η επιθυμητή, ή αν προκύψουν διενέξεις σχεδιασμού, είναι απαραίτητη η επιστροφή σε προηγούμενη φάση σχεδιασμού.

## 4.5 Δοκιμές-Πειράματα

Η δοκιμή είναι η πιο κρίσιμη πτυχή του σχεδιασμού ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου. Μια μεγάλη προσπάθεια σχεδιασμού μπορεί να χαθεί αν δεν πραγματοποιηθούν αρκετές δοκιμές.

Ο στόχος για τις δοκιμές είναι να επιβεβαιωθεί ότι η μηχανική και αεροδυναμική συμπεριφορά του αυτοκινήτου είναι όπως έχει προγραμματιστεί κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού. Επίσης, αξιολογείται η αξιοπιστία των εξαρτημάτων και δομών και εντοπίζονται πιθανά προβλήματα στα συστήματα. Τα πιο σημαντικά αποτελέσματα από τη δοκιμή είναι η καταγραφή δεδομένων και η ανατροφοδότηση πληροφοριών. Η καταγραφή δεδομένων επιτρέπει στους μηχανικούς να εκτιμήσουν τιμές από παραμέτρους ενδιαφέροντος.

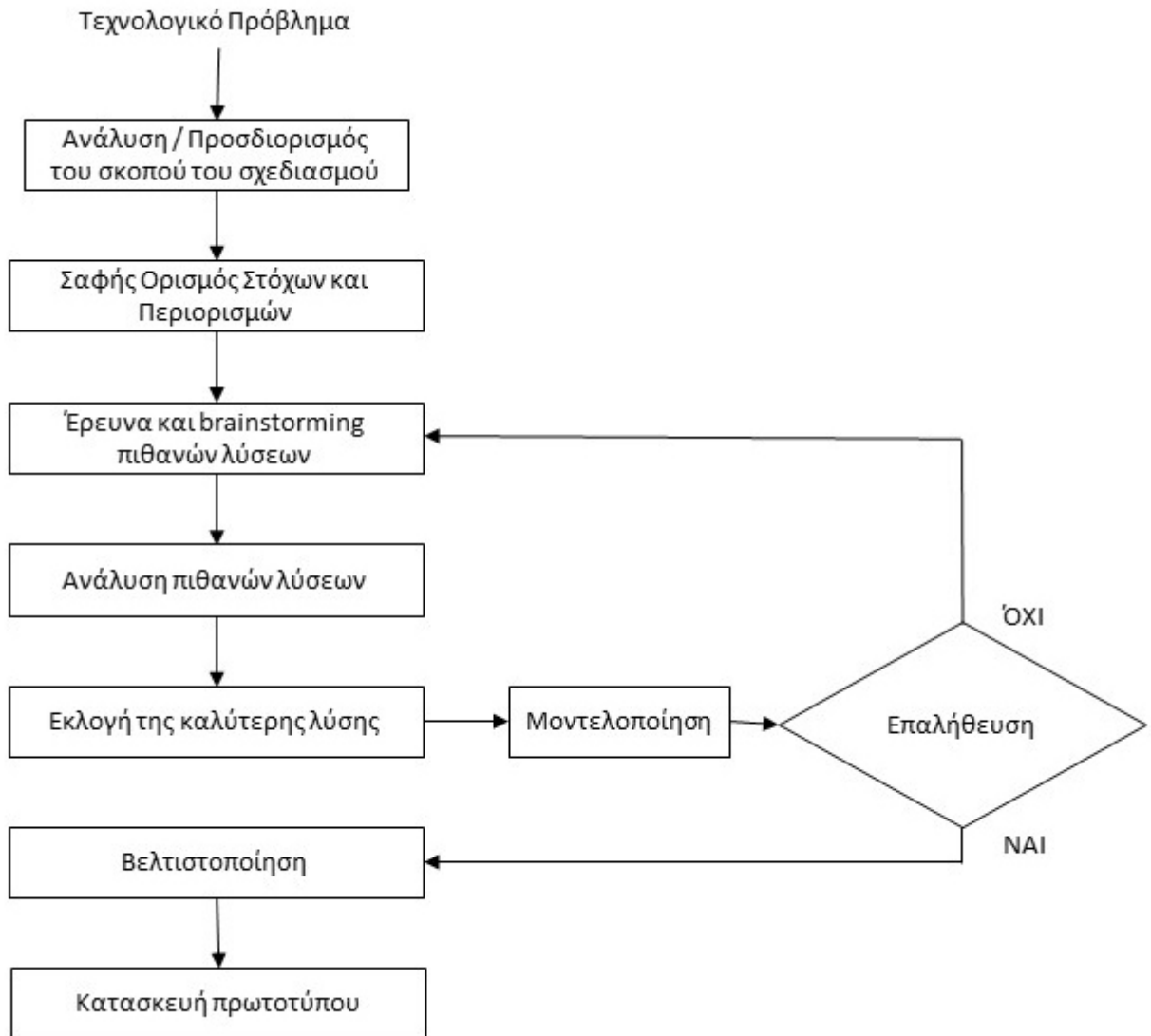
## 4.6 Ανάπτυξη

Η ανάπτυξη νέων εξαρτημάτων είναι ορισμένη χρονικά. Γενικά, υπάρχουν περιορισμοί στον αριθμό των εξαρτημάτων που θα λάβουν νέα ανάπτυξη, σαν συνέπεια τον περιορισμένων πόρων. Ως εκ τούτου, οι μηχανικοί πρέπει να σταθμίσουν το μέγεθος του πιθανού κέρδους έναντι της πρακτικής δυσκολίας να το επιτύχουν.

Μια σύντομη περιγραφή της διαδικασίας ανάπτυξης έχει ως εξής:

- Σύλληψη - Μετά την ενημέρωση σχετικά με τις απαιτούμενες αλλαγές, η ομάδα σχεδιασμού φτάνει σε μια νέα ιδέα ή μια αξιολογημένη τροποποίηση σε ένα υπάρχον στοιχείο.

- Μοντελοποίηση CAD - Ένα μοντέλο CAD σχεδιάζεται για το εξάρτημα.
- Κατασκευή – Κατασκευή πρωτότυπου εξαρτήματος για δοκιμές.
- Διαδικασία επαλήθευσης σχεδιασμού - Διαφθρωτική επαλήθευση του εξαρτήματος, συμπεριλαμβανομένης της δοκιμής αντοχής και κόπωσης όπως και των ελέγχων νομιμότητας.



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα Ροής Σχεδιασμού

# Κεφάλαιο 5

## Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων στην Μελέτη των Κατασκευών

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (FEM) έχει γίνει βασικό στοιχείο για την πρόβλεψη και την προσομοίωση της φυσικής συμπεριφοράς σύνθετων μηχανικών συστημάτων. Τα εμπορικά προγράμματα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (FEA) έχουν αποκτήσει κοινή αποδοχή μεταξύ των μηχανικών της βιομηχανίας και των ερευνητών. Οι υπολογιστικές προσεγγίσεις για την επίλυση προβλημάτων μηχανικής έχουν καταστεί ουσιαστικά εργαλεία ανάλυσης και σχεδιασμού για μηχανικούς. Με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων να βρίσκεται στο επίκεντρο των σύγχρονων τεχνικών ανάλυσης υπολογιστών.

Πιο αναλυτικά, η χρήση κατάλληλου λογισμικού παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού των μετατοπίσεων, μηχανικών τάσεων, θερμοκρασιών, ακουστικών πιέσεων ταχυτήτων ρευστού κλπ. που αναπτύσσονται μέσα στο υλικό των προϊόντων ή ακόμα και του περιβάλλοντος χώρου, Ο υπολογισμός γίνεται με την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν το αντίστοιχο φυσικό φαινόμενο ή ακόμη και τον συνδυασμό δυο ή περισσότερων συζευγμένων φαινομένων. Σε όλες ανεξαρτήτως τις περιπτώσεις, το αντίστοιχο φυσικό φαινόμενο περιγράφεται από διαφορικές εξισώσεις μερικών παραγόντων με οριακές συνθήκες.

Ανάγκη για τη στροφή των μηχανικών στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ήταν ο χρόνος και η προσπάθεια που απαιτούσαν ορισμένα δύσκολα προβλήματα στον να επιλυθούν. Η μέθοδος αυτή είναι στην ουσία μια αποδεκτή λύση, μια χρυσή τομή θα λέγαμε, ανάμεσα στο χρονικό κόστος που ένας υπολογισμός στο χέρι θα απαιτούσε και στο σφάλμα που εκ φύσεως μια αριθμητική μέθοδος έχει.

### 5.1 Διαδικασία μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.

Η διαδικασία μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων αποτελείται γενικά από 6 βήματα:

**Βήμα 1:** Το πρώτο βήμα είναι η κατασκευή της γεωμετρίας του δεδομένου προβλήματος. Η γεωμετρία μπορεί να αποτελείται από ευθείες γραμμές, καμπύλες, κύκλους, επιφάνειες ή συμπαγή σχήματα σε τρεις διαστάσεις. Διαφορετικά πακέτα λογισμικού έχουν τους δικούς τους τρόπους δημιουργίας γεωμετρίας. Στη συνέχεια δημιουργείται το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στην κατασκευασμένη γεωμετρία. Ανάλογα με την πολυπλοκότητα της γεωμετρίας, ένα πλέγμα μπορεί να αποτελείται από διάφορους τύπους στοιχείων όπως γραμμή, τριγωνικό ή πολυεδρικό στοιχείο. Αυτά τα στοιχεία συνδέονται σε κόμβους για τους οποίους υπολογίζονται οι άγνωστοι του προβλήματος.

**Βήμα 2:** Το δεύτερο βήμα είναι να επιλέξετε τους τύπους στοιχείων. Για παράδειγμα, ένα στοιχείο γραμμής μπορεί να αποτελείται από δύο ή τρεις κόμβους ή ένα τριγωνικό στοιχείο μπορεί να έχει τρεις ή έξι κόμβους. Ο αριθμός των κόμβων ενός στοιχείου επηρεάζει τις συναρτήσεις παρεμβολής που γίνονται σε αυτό το στοιχείο. Η επιλογή ενός στοιχείου με περισσότερους κόμβους θα αυξήσει τον αριθμό των αγνώστων και επομένως τον υπολογιστικό χρόνο. Ωστόσο, η ακρίβεια της λύσης μπορεί επίσης να αυξηθεί όταν χρησιμοποιείται μια πιο περίπλοκη διαδικασία παρεμβολής.

**Βήμα 3:** Το τρίτο βήμα είναι το πιο σημαντικό βήμα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό το βήμα είναι η παραγωγή των εξισώσεων πεπερασμένων στοιχείων από τις διαφορικές εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα. Οι εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων που προκύπτουν έχουν τη μορφή αλγεβρικών εξισώσεων που μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά. Η διαδικασία μετασχηματισμού πρέπει να εκτελεστεί σωστά, έτσι ώστε οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν να μπορούν να παράγουν ακριβείς λύσεις.

**Βήμα 4:** Οι εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων από όλα τα στοιχεία συναρμολογούνται για να γίνουν ένα μεγάλο σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων. Η συναρμολόγηση των εξισώσεων στοιχείων πρέπει να γίνει σωστά. Αυτό είναι παρόμοιο με την τοποθέτηση κομματιών παζλ σε κατάλληλες τοποθεσίες για να αποδώσει την πλήρη εικόνα.

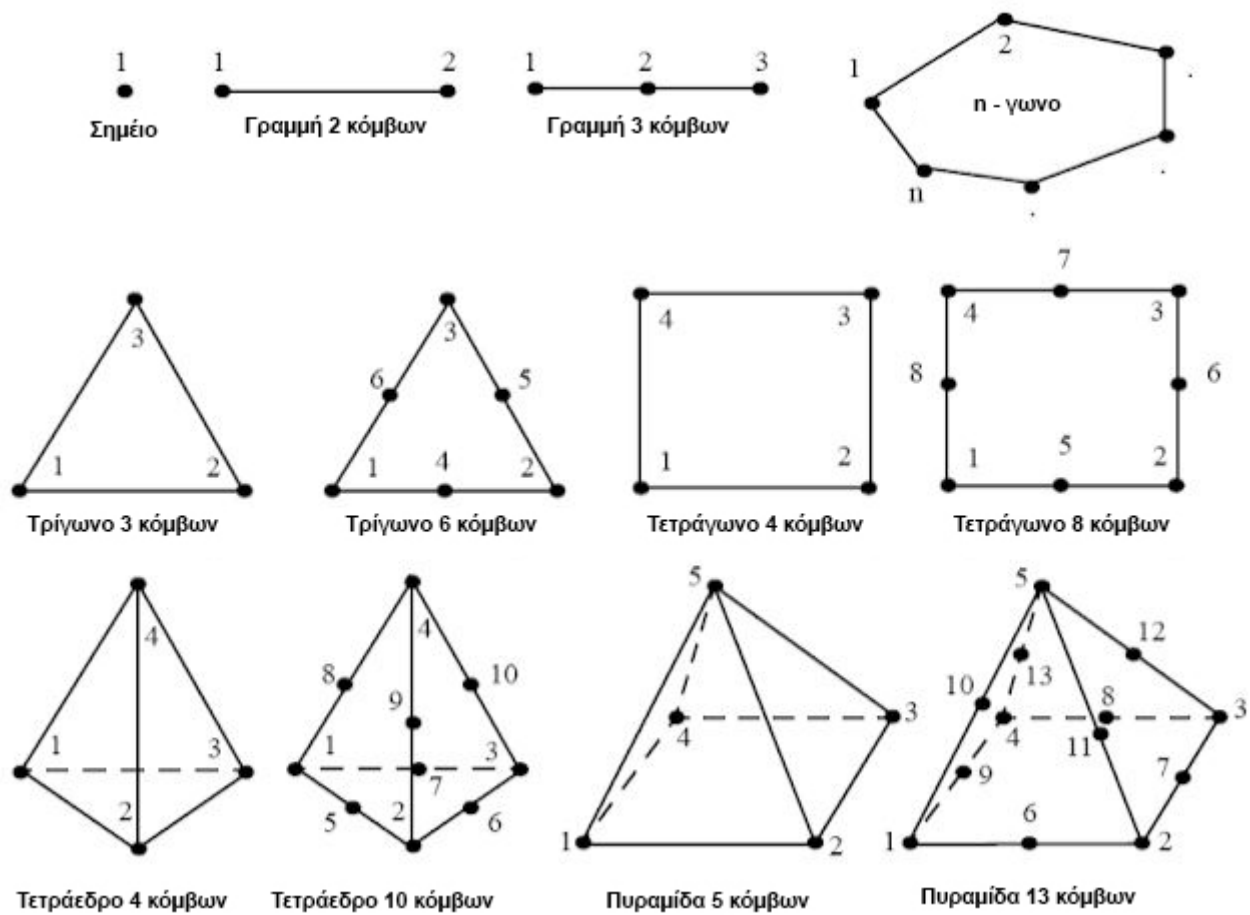
**Βήμα 5:** Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος στη συνέχεια επιβάλλονται στο σύνολο των αλγεβρικών εξισώσεων πριν από την επίλυση των άγνωστων. Οι άγνωστοι μπορεί είναι οι μετατοπίσεις για πρόβλημα αντοχής και είναι οι θερμοκρασίες για το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας.

**Βήμα 6:** Στη συνέχεια μπορούν να υπολογισθούν άλλες ποσότητες που μπορεί να έχουν ενδιαφέρον. Για ένα πρόβλημα αντοχής, οι τάσεις μπορούν να προσδιοριστούν αφού είναι γνωστές οι μετατοπίσεις. Για το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας, οι ροές θερμότητας μπορούν να υπολογιστούν μόλις ληφθούν οι θερμοκρασίες των κόμβων.

Τα έξι παραπάνω βήματα δείχνουν ότι η μέθοδος είναι αρκετά γενική και κατάλληλη για μια μεγάλη κατηγορία προβλημάτων στην επιστήμη και τη μηχανική.

## 5.2 Πλέγμα Διακριτοποίησης

Ένα πλέγμα είναι μια αναπαράσταση ενός μεγαλύτερου γεωμετρικού πεδίου από μικρότερα διακριτά κελιά. Είναι δηλαδή αυτό που χωρίζει την γεωμετρία σε στοιχεία (ή κελιά ή ζώνες) πάνω από στα οποία μπορούν να επιλυθούν οι εξισώσεις, στη συνέχεια προσεγγίζεται η λύση. Τα όρια των στοιχείων μπορεί να περιοριστούν ώστε να βρίσκονται σε εσωτερικά ή εξωτερικά όρια μέσα σε ένα μοντέλο. Τύποι τέτοιων στοιχείων παρουσιάζονται στο σχήμα 5.1. Οι σχετικές μετακινήσεις των κόμβων δίνουν και την παραμόρφωση της γεωμετρίας και σε συνέχεια τις τιμές των τάσεων



Σχήμα 5.1: Τύποι-Μορφές στοιχείων

### 5.2.1 Επιλογή τύπου στοιχείου πλέγματος

Υπάρχουν διάφοροι τύποι πεπερασμένων στοιχείων. Αυτά ταξινομούνται κυρίως με βάση τις γεωμετρικές διαστάσεις (1D, 2D & 3D), περαιτέρω διαίρεση γίνεται με βάση την τάξη των στοιχείων, άλλους ή διάφορους τύπους. Στην περίπτωση 1D στοιχείων μία από τις διαστάσεις είναι πολύ μεγαλύτερη σε σύγκριση με τις άλλες δύο διαστάσεις. Για παράδειγμα σωλήνας, ράβδος, δοκός, αξονικά συμμετρικό κέλυφος κ.λπ. Σε όλα αυτά τα παραδείγματα το μήκος του στοιχείου είναι αρκετά μεγαλύτερο σε σύγκριση με το πλάτος, το ύψος ή τη διάμετρο.

Το σχήμα του 1D στοιχείου είναι γραμμή που δημιουργείται με την ένωση δύο κόμβων. Έτσι το μήκος ορίζεται από τη γραμμή μοντελοποίησης ενώ οι άλλες διαστάσεις ορίζονται με την ανάθεση αντίστοιχων διατομών στη γραμμή. Πρακτικά Παραδείγματα: Μακριοί άξονες, αρμοί πείρων, στοιχεία σύνδεσης κ.λπ.

Στην περίπτωση του 2D, οι δύο διαστάσεις είναι πολύ μεγάλες σε σύγκριση με την τρίτη. Για Παραδείγματα, λεπτό κέλυφος, πλάκα, μεμβράνη, κ.λπ. Τα διδιάστατα σχήματα είναι πλάκες για τις οποίες εξάγεται η μεσαία επιφάνεια και το πάχος εκχωρείται και στις δύο πλευρές της επιφάνειας (μισό πάχος και στις δύο πλευρές). Επιπλέον, μερικές φορές η επάνω και η κάτω επιφάνεια αφαιρούνται και εισάγεται αντίστοιχο πάχος (Για την πάνω επιφάνεια η κάτω πλευρά ενώ για την κάτω επιφάνεια το πάχος της πάνω πλευράς εισάγεται έτσι ώστε να αναπαρίσταται το ακριβές σχήμα γεωμετρίας). Quad, Tria, Rtria είναι τα κύρια σχήματα στοιχείων που χρησιμοποιούνται για τον ορισμό των 2D στοιχείων.

Στην περίπτωση του 3D, όλες οι διαστάσεις είναι συγκρίσιμες. Tetra, Penta, Hex, Pyramid είναι το κύριο σχήμα στοιχείου που χρησιμοποιείται για τον καθορισμό των τρισδιάστατων στοιχείων. Οι κύριοι τύποι στοιχείων είναι 1D, 2D και 3D και όλα αυτά τα στοιχεία διαχωρίζο-

νται περαιτέρω με βάση τη ύπαρξη των κόμβων στη μέση. Η μόνη διαφορά μεταξύ γραμμικού και quadratic είναι οι μεσαίοι κόμβοι. Σε περίπτωση quadratic στοιχείου, ορίζεται πρόσθετος κόμβος μεσαίας πλευράς στη μέση κάθε πλευράς. Τα χυαδρατις στοιχεία (στοιχεία υψηλότερης τάξης) είναι πλεονεκτήματα υψηλότερου βαθμού ακρίβειας ανά στοιχείο, μεγαλύτερης σύλληψης γεωμετρίας. Αλλά αυξάνει επίσης τον αριθμό των κόμβων και στη συνέχεια οδηγεί σε υψηλότερο χρόνο υπολογισμού. Γενικά, τα στοιχεία υψηλότερης τάξης χρησιμοποιούνται συχνότερα στην τρισδιάστατη μοντελοποίηση στερεών, επειδή η δυνατότητα μείωσης της προσπάθειας μοντελοποίησης και ο αριθμός των στοιχείων που απαιτούνται για την αποτύπωση της γεωμετρίας είναι μεγαλύτερη. Ενώ πρώτης τάξης ή γραμμικό στοιχείο δεν έχει μεσαίους κόμβους και επομένως είναι προτιμότερο σε περίπτωση χαμηλότερου αριθμού πλέγματος και ταχύτερης απόκρισης. Μία πρακτική διακριτοποίηση έχει γίνει ανάλογα με το είδος της μοντελοποίησης.

- Ανάλυση Αντοχής και Κόπωσης: Quad και Hex στοιχεία προτιμώνται έναντι των trias, tetras και pentas
- Ανάλυση κρούσης και μη γραμμικής συμπεριφοράς: Δίνεται προτεραιότητα σε brick στοιχεία.
- Ανάλυση ροής χυτού: Triangular στοιχεία είναι πιο ευνοϊκά στην ανάλυση από τα quadrilateral

### 5.2.2 Πυκνότητα πλέγματος

Γενικά, ένας μεγάλος αριθμός στοιχείων παρέχει καλύτερη προσέγγιση της λύσης. Ωστόσο, σε ορισμένες περιπτώσεις, υπερβολικός αριθμός στοιχείων μπορεί να αυξήσει το σφάλμα στρογγυλοποίησης. Επομένως, είναι σημαντικό το πλέγμα να είναι αρκετά λεπτό ή χοντρό στις κατάλληλες περιοχές. Πόσο λεπτό ή χονδροειδές πρέπει να είναι το πλέγμα σε τέτοιες περιοχές είναι ένα άλλο σημαντικό ερώτημα. Δυστυχώς, δεν υπάρχουν απαντήσεις στις ερωτήσεις σχετικά με τη βελτίωση του πλέγματος, καθώς εξαρτάται πλήρως από το συγκεκριμένο φυσικό σύστημα που εξετάζεται. Από πολλούς η σωστή διακριτοποίηση – κατασκευή πλέγματος είναι συνδυασμός γνώσης εμπειρίας και τέχνης. Η πυκνότητα ενός πλέγματος δεν είναι σταθερή σε όλη την γεωμετρία. Δεν υπάρχει λόγος να είναι το ίδιο πυκνό σε όλη την γεωμετρία μιας και δεν υπάρχει ενδιαφέρον, άρα να δικαιολογείται και το επιπλέον υπολογιστικό κόστος, για όλη την γεωμετρία. Περιοχές που μας ενδιαφέρουν παραπάνω με αποτέλεσμα να απαιτούμε πιο ακριβείς απαντήσεις αναφορικά με τις τάσεις και τις παραμορφώσεις μπορεί να είναι σημεία εδράσεων, οπές σημεία εφαρμογής συγκεντρωμένου φορτίου ή / και ακμές στην γεωμετρία. Αξιοποιώντας την έννοια της πυκνότητας του πλέγματος, έχει εισαχθεί η ποσοτικοποίησή της. Το χαρακτηριστικό αυτό ονομάζεται Ποιότητα πλέγματος. Υπάρχουν δυο βασικά μεγέθη για να κριθεί η ποιότητα πλέγματος

- Ο λόγος jacobian , είναι ένα μέτρο της απόκλισης ενός δεδομένου στοιχείου από ένα στοιχείο ιδανικού σχήματος. Ο λόγος jacobian κυμαίνεται από -1,0 έως 1,0, όπου το 1,0 αντιπροσωπεύει ένα τέλειο διαμορφωμένο στοιχείο. ( Αποδεκτή τιμή μεγαλύτερη του 0.55)
- Ο λόγος Aspect (Aspect Ratio) , ποσοτικοποιεί την ποιότητα των στοιχείων, όπου το 1 είναι ένα τέλειο διαμορφωμένο τετραεδρικό στοιχείο. Ο λόγος διαστάσεων ορίζεται ως ο λόγος του μικρότερου μήκους του στοιχείου προς το μεγαλύτερο μήκος του στοιχείου. ( Αποδεκτή τιμή μικρότερη του 5)

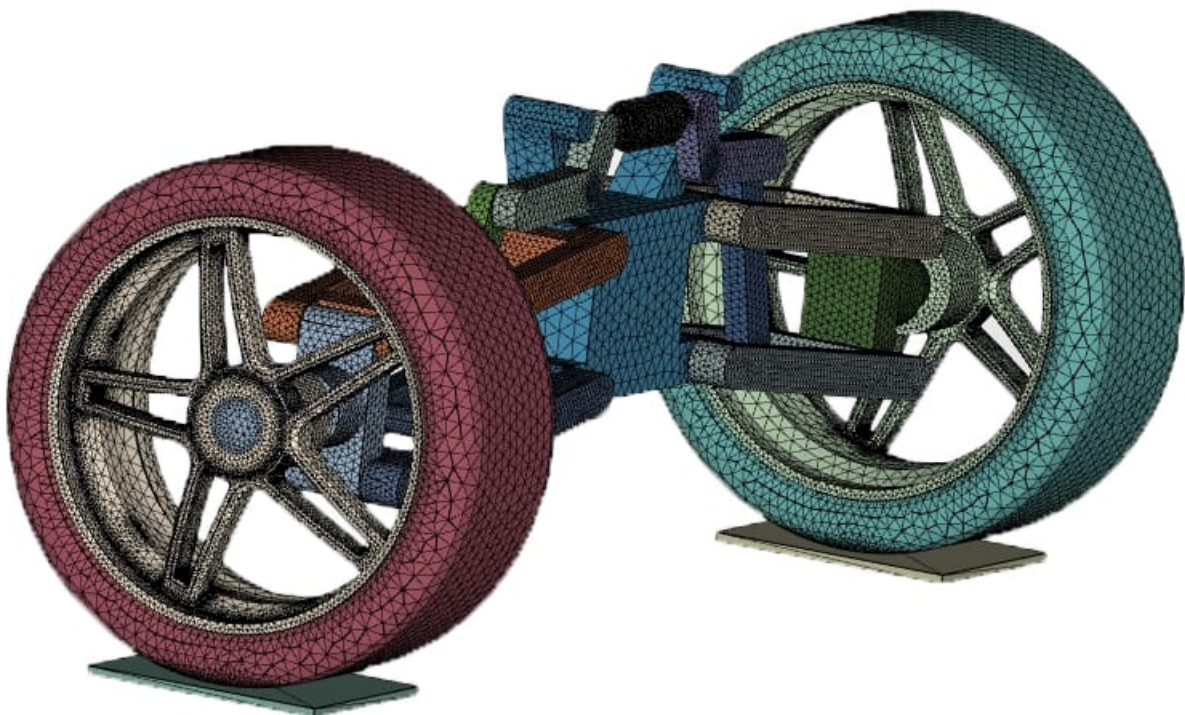
### 5.2.3 Ανάλυση Σύγκλισης Πλέγματος

Η πιο ουσιώδης και ακριβής μέθοδος για την αξιολόγηση της ποιότητας του πλέγματος είναι να πυκνώνει το πλέγμα έως ότου συγκλίνει ένα κρίσιμο αποτέλεσμα, όπως για παράδειγμα μέγιστη



τάση σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Το πρόβλημα με αυτήν τη μέθοδο είναι ότι απαιτεί πολλαπλές επιλύσεις. Αν και αυτή η μέθοδος είναι καλή για απλά μοντέλα, μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρα για πολύπλοκα μοντέλα. Στην ουσία, το εργαλείο σύγκλισης αυξάνει την πυκνότητα πλέγματος και ελέγχει τα αποτελέσματα μεταξύ κάθε βήματος. Το σχετικό αυτό σφάλμα έχει κάποιες πρακτικές οδηγίες ανάλογα με το είδος του αποτελέσματος.

- Λιγότερο από 20% σφάλμα για μέγιστες τάσεις και παραμορφώσεις και συντελεστές ασφάλειας.
- Σφάλμα μεταξύ 5% και 10% για ονομαστικές τάσεις και ελαστικές παραμορφώσεις.
- Μεταξύ 1% και 5% σφάλματος για τις ονομαστικές μετατοπίσεις που σχετίζονται με την τάση.



Σχήμα 5.2: Παράδειγμα εφαρμογής FEA. Το πλέγμα σε κρίσιμα μέρη είναι πιο λεπτομερές



# Κεφάλαιο 6

## Δυναμική Οχήματος - Φορτίσεις τροχών

Θυμήσου ότι το αυτοκίνητο ισορροπεί μόνο με τέσσερα ελαστικά. Το μόνο που κάνουν (οι τροχοί) είναι να ασκούν στον δρόμο δύναμη ίση με το φορτίο που μεταφέρεται σε κάθε έναν(απο αυτούς).

Pat Bedard, from Expert Driving

Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει τον τρόπο υπολογισμού των φορτίων σε κάθε τροχό, λαμβάνοντας υπόψη τα βασικά δεδομένα του αυτοκινήτου και τις συνθήκες λειτουργίας.

Πριν τον υπολογισμό των φορτίσεων των τροχών υπό διάφορες συνθήκες οδήγησης, είναι σημαντικό να αναγνωριστεί ότι όλοι οι απλοί υπολογισμοί βασίζονται στην υπόθεση ότι το πλαίσιο (σασί) του αυτοκινήτου είναι άκαμπτο, δηλαδή δεν κάμπτεται ή στρεβλώνεται κάτω από οποιαδήποτε κατάσταση οδήγησης .

### 6.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη τροχών

Για να περιγράψουμε την αλληλεπίδραση ελαστικών-δρόμου και το σύστημα δυνάμεων, συνδέουμε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο κέντρο του ελαστικού υποθέτοντας ένα επίπεδο παράλληλα και ένα κάθετα ως προς το έδαφος.

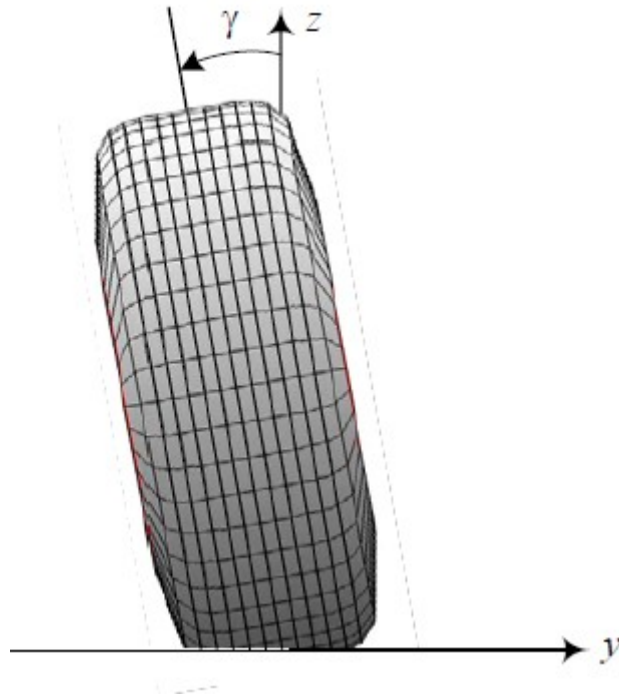
**Ο άξονας x** βρίσκεται κατά μήκος της τομής του επιπέδου του ελαστικού και του εδάφους.

**Το επίπεδο του ελαστικού** είναι το επίπεδο που δημιουργείται αν μετατρέψουμε το ελαστικό σε επίπεδο δίσκο.

**Ο άξονας z** είναι κάθετος στο έδαφος, απέναντι από την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  , και

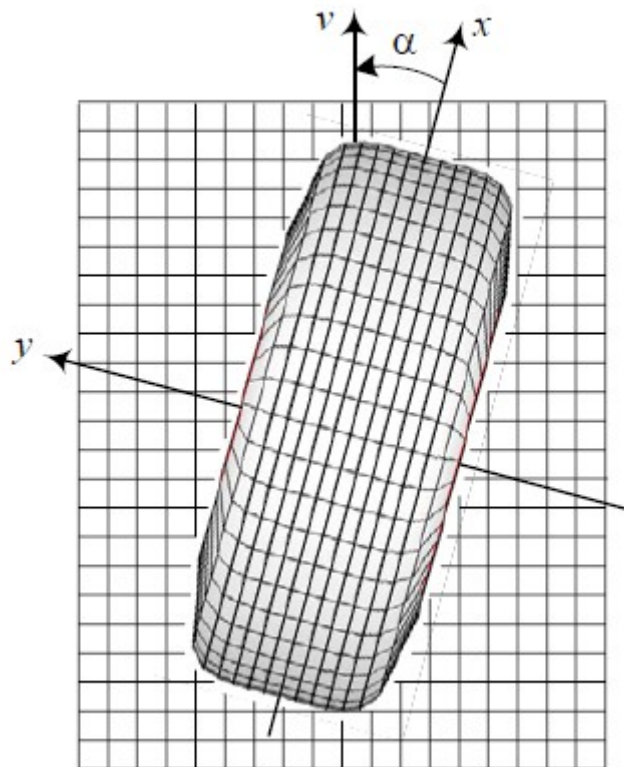
**ο άξονας y** προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριου

Για να δείξουμε τον προσανατολισμό των ελαστικών, χρησιμοποιούμε δύο γωνίες: γωνία camber  $\gamma$  και γωνία πλευρικής ολίσθησης  $\alpha$ . Η γωνία camber είναι η γωνία μεταξύ του επιπέδου ελαστικού και του κατακόρυφου επιπέδου, μετράται γύρω από τον άξονα X. Η γωνία camber μπορεί να αναγνωριστεί καλύτερα σε μια μπροστινή όψη ενός τροχου.



Σχήμα 6.1: Γωνιά camber

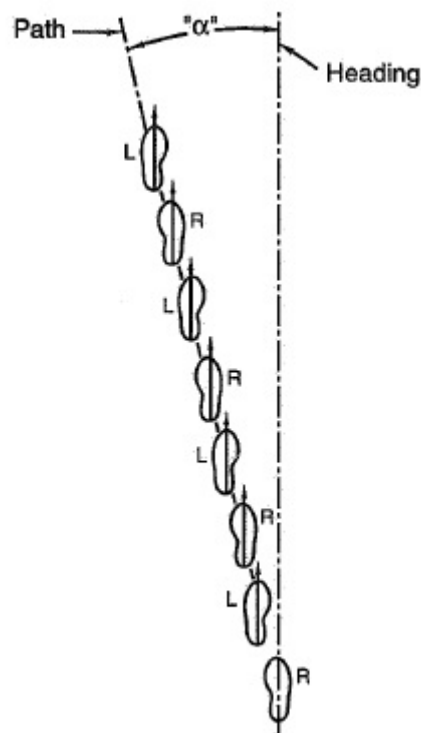
Η γωνία πλευρικής ολίσθησης  $\alpha$ , ή απλά γωνία ολίσθησης, είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος ταχύτητας  $\vec{V}$  και του άξονα  $x$ , μετράται γύρω από τον άξονα  $z$ . Η γωνία ολίσθησης μπορεί να αναγνωρισθεί καλύτερα σε κάτοψη του τροχού.



Σχήμα 6.2: Γωνία ολίσθησης

Όσο το ελαστικό περιστρέφεται η επιφάνεια του ελαστικού που έχει επαφή με το οδόστρωμα

αλλάζει σύμφωνα με την φορά περιστροφής του. Έτσι σε κάθε μονάδα του χρόνου η επιφάνεια του ελαστικού που έρχεται σε επαφή με το οδόστρωμα είναι διαφορετική, η επιφάνεια αυτή είναι η επιφάνεια παραμόρφωσης του ελαστικού. Λόγω της συνεκτικότητας του ελαστικού η επιφάνεια παραμόρφωσης εκτείνεται και έξω από τα όρια της επιφάνειας επαφής με το οδόστρωμα, το πόσο εκτείνεται εξαρτάται κατά κύριο λόγο από το ίδιο το ελαστικό. Λόγω της συγκεκριμένης παραμόρφωσης δημιουργείται η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας του ελαστικού και του διαμήκη άξονα του. Είναι σημαντικό να γίνει κατανοητό ότι η γωνία αυτή δεν αναφέρεται σε ολίσθηση του ελαστικού με την έννοια της απώλειας πρόσφυσης, αλλά σε παραμόρφωση μιας επιφάνειας του ελαστικού. Για να γίνει πιο κατανοητό αρκεί κανείς να φανταστεί να κατευθύνεται μια δεδομένη κατεύθυνση αλλά να περπατάει υπό γωνία προς αυτή την κατεύθυνση μετατοπίζοντας κάθε πόδι πλευρικά. Είναι φανερό δηλαδή ότι η γωνία ολίσθησης εκφράζει σε μονάδες μοιρών την διαφορά στις ταχύτητες τροχού και μονοθέσιου.



Σχήμα 6.3: Επεξήγηση Γωνίας ολίσθησης

## 6.2 Επιφάνεια επαφής- Αποτύπωμα ελαστικού

Η επιφάνεια επαφής είναι το τμήμα του ελαστικού ενός οχήματος που βρίσκεται σε πραγματική επαφή με την επιφάνεια του δρόμου. Χρησιμοποιείται συνήθως στη συζήτηση περι ελαστικών, όπου ο όρος χρησιμοποιείται αυστηρά για να περιγράψει το τμήμα του πέλματος του ελαστικού που αγγίζει την επιφάνεια του δρόμου. Ο όρος «αποτύπωμα» χρησιμοποιείται σχεδόν συνώνυμα.

Για τον σχεδιαστή και τον οδηγό αγωνιστικών αυτοκινήτων, είναι απαραίτητο να αναγνωριστεί η επιφάνεια στην οποία το ελαστικό έρχεται σε επαφή ή ολισθαίνει στο οδόστρωμα και οι σχετικές δυνάμεις που αναπτύσσονται σε αυτό. Δεν είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε τους μηχανισμούς πρόσφυσης ή ολίσθησης. Η επιτάχυνση του οχήματος ανά πάσα στιγμή περιορίζεται από τις δυνάμεις στην διεπιφάνεια των ελαστικών με το οδόστρωμα.

Το ελαστικό στο σύνολό του μπορεί να αναπτύξει κινήσεις σε σχέση με το έδαφος χωρίς ολίσθηση της επιφάνειας επαφής. Αυτό είναι δυνατό επειδή το προφίλ και το πέλμα του ελαστικού

παραμορφώνονται και νέο υλικό εισέρχεται συνεχώς στην επιφάνεια επαφής καθώς περιστρέφεται το ελαστικό. Ελαστικές δυνάμεις αναπτύσσονται εσωτερικά στη δομή των ελαστικών που αντιδρούν (είναι ίσες και αντίθετες προς) τις δυνάμεις στην επιφάνεια επαφής των ελαστικών με τον δρόμο.

### 6.3 Ενεργός Ακτίνα

Σε έναν τροχό στον οποίο ασκείται ένα κάθετο φορτίο καθώς αυτός περιστρέφεται σε μια επίπεδη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.4, μπορούν να οριστούν 3 διαφορετικές ακτίνες:

Η ενεργός ακτίνα του τροχού  $R_w$ , που ονομάζεται επίσης ακτίνα κύλισης, ορίζεται από τον τύπο  $R_w = V_x / \Omega_x$  όπου,  $V_x$  είναι η γραμμική ταχύτητα, και  $\Omega_x$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού

Η γεωμετρική, ή ονομαστική, ακτίνα του ελαστικού  $R_g$  που ορίζεται σαν την ακτίνα του ελαστικού όταν σε αυτό δεν ασκείται κάποιο φορτίο.

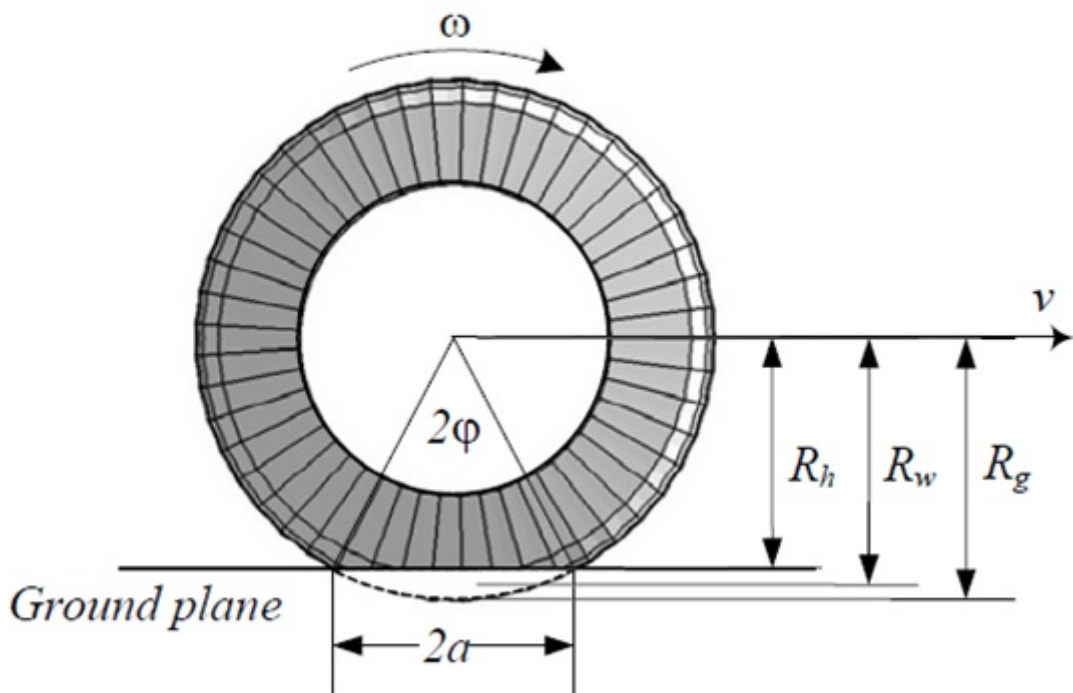
Η ακτίνα υπό φορτίο  $R_h$ , η οποία είναι η απόσταση του κέντρου του τροχού από την επίπεδη επιφάνεια όταν σε αυτόν ασκείται το φορτίο.

Η ενεργός ακτίνα  $R_w$  είναι περίπου ίση με  $R_w = R_g - (R_g - R_h)/3$

Καθώς το ελαστικό περιστρέφεται, κάθε τμήμα της περιφέρειας του χάνει την καμπυλότητα του καθώς διέρχεται από την περιοχή επαφής. Μια πρακτική εκτίμηση της ενεργού ακτίνας μπορεί να γίνει αντικαθιστώντας το τόξο με το ευθύ μήκος του αποτυπώματος ελαστικού.

Εάν η κίνηση του ελαστικού συγκριθεί με την κύλιση ενός άκαμπτου δίσκου με ακτίνα  $R_w$ , τότε το ελαστικό σε κάθε περιστροφή γωνίας  $\varphi$  θα έχει μετακινηθεί απόσταση  $a = R_w \varphi$ . Επειδή το  $R_h$  είναι συνάρτηση του κάθετου φορτίου του ελαστικού  $F_z$ , η ενεργός ακτίνα  $R_w$  είναι επίσης συνάρτηση του φορτίου του ελαστικού. Η γωνία  $\varphi$  ονομάζεται γωνία αποτυπώματος ελαστικού ή γωνία επαφής ελαστικού.

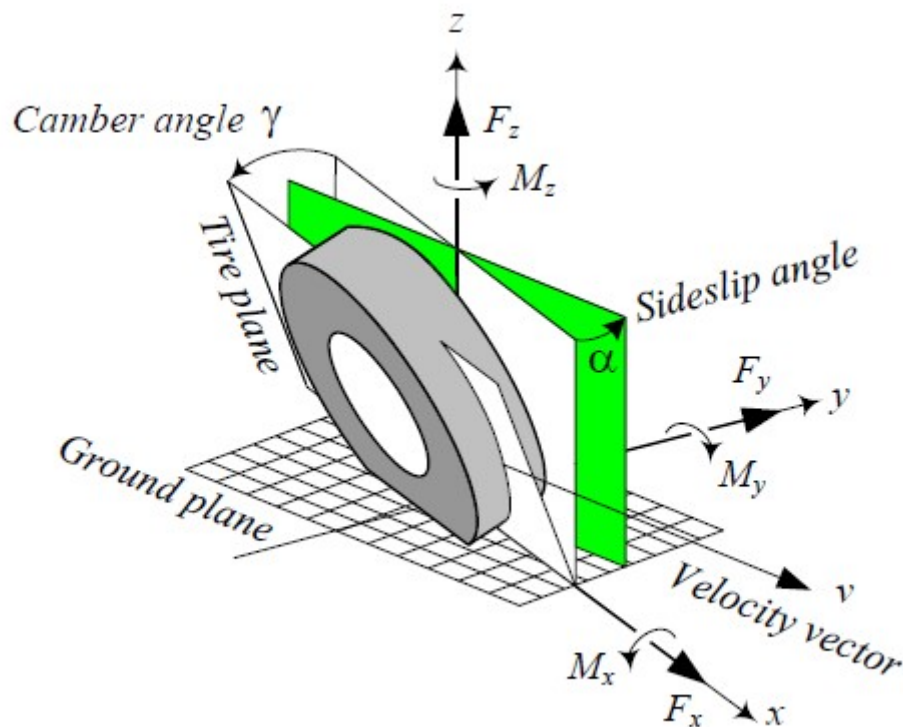
Συνεπώς, η ενεργός ακτίνα  $R_w$  εξαρτάται από τον τύπο του ελαστικού, την ακαμψία, τις συνθήκες φορτίου, την πίεση και την ταχύτητα του ελαστικού.



Σχήμα 6.4: Ενεργός Ακτίνα, Ονομαστική Ακτίνα και Ακτίνα υπο φορτίο

## 6.4 Δυνάμεις

Το σύστημα δυνάμεων ενός ελαστικού στο έδαφος θεωρείται ότι βρίσκεται στο γεωμετρικό κέντρο του ελαστικού περιλαμβάνει τρεις δυνάμεις και τρεις ροπές κατά μήκος των αξόνων  $x$ ,  $y$  και  $z$ .



Σχήμα 6.5: SAE Σύστημα συντεταγμένων Ενός Τροχού

Αυτές αναλύονται σε:

**Διαμήκης δύναμη  $F_X$**  Είναι μια δύναμη που δρα κατά μήκος του άξονα  $X$ . Η προκύπτουσα διαμήκης δύναμη  $F_X > 0$  εάν το αυτοκίνητο επιταχύνει, και  $F_X < 0$  εάν το αυτοκίνητο επιβραδύνει.

**Κάθετη δύναμη  $F_Z$**  Είναι μια δύναμη κάθετη στο επίπεδο του εδάφους. Η προκύπτουσα κανονική δύναμη  $F_Z > 0$  εάν είναι ανοδική. Η κάθετη δύναμη ονομάζεται επίσης κατακόρυφη δύναμη ή φορτίο τροχού.

**Πλευρική δύναμη  $F_Y$**  Είναι μια δύναμη, εφαπτομένη στο έδαφος και κάθετη τόσο στην  $F_x$  όσο και στην  $F_y$ . Η προκύπτουσα πλευρική δύναμη είναι  $F_Y > 0$  εάν είναι στην κατεύθυνση  $y$ .

**Ροπή Κλίσης (Roll Moment)  $M_X$**  Είναι μια διαμήκη ροπή για τον άξονα  $X$ . Η προκύπτουσα ροπή  $M_X > 0$  εάν τείνει να γυρίσει το ελαστικό γύρω από τον άξονα  $x$ .

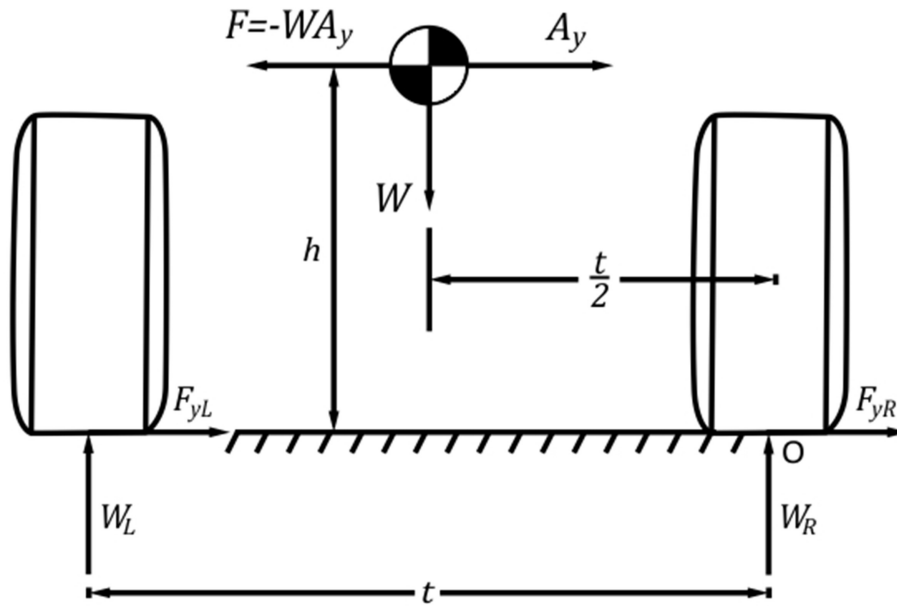
**Ροπή Πρόνευσης (Pitch Moment)  $M_Y$**  Είναι μια πλευρική ροπή κατά τον άξονα  $y$ . Η προκύπτουσα ροπή  $M_Y > 0$  εάν τείνει να γυρίσει το ελαστικό γύρω από τον άξονα  $y$  και να κινηθεί προς τα εμπρός. Η ροπή Πρόνευσης ονομάζεται επίσης ροπή αντίστασης κύλισης.

**Ροπή εκτροπής  $M_Z$**  Είναι μια ροπή κατά τον άξονα  $z$ . Η προκύπτουσα ροπή εκτροπής  $M_Z > 0$  εάν τείνει να γυρίσει το ελαστικό γύρω από τον άξονα  $z$ .

## 6.5 Πλευρική μεταφορά φορτίου

Όταν ένα όχημα στρίβει σε στροφή σταθερής ακτίνας, το φορτίο μεταφέρεται από το εσωτερικό ζεύγος τροχών στο εξωτερικό ζεύγος τροχών, επειδή το κέντρο βάρους του αυτοκινήτου είναι πάνω από το έδαφος. Η Πλευρική μεταφορά φορτίου είναι το μέγεθος της αλλαγής στα κατακόρυφα φορτία των ελαστικών λόγω της πλευρικής επιτάχυνσης που επιβάλλεται στο κέντρο βάρους (CG) του αυτοκινήτου. Με άλλα λόγια, είναι το ποσό μεταφοράς βάρους  $\Delta W$  κατά το οποίο το κάθετο φορτίο αυξάνεται στα εξωτερικά ελαστικά και μειώνεται από τα εσωτερικά ελαστικά όταν το αυτοκίνητο στρίβει.

Η συνολική πλευρική μεταφορά φορτίου στο αυτοκίνητο μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα ελεύθερου του αμαξώματος.



Σχήμα 6.6: Διάγραμμα ελεύθερου αμαξώματος αυτοκινήτου, πίσω όψη.

Στο Σχήμα 6.6, απεικονίζεται η πίσω όψη ενός αμαξώματος σε δεξιά στροφή. Εδώ,  $A_y$  είναι η πλευρική επιτάχυνση σε μονάδες G,  $W$  είναι το βάρος του αυτοκινήτου,  $h$  είναι το ύψος του κέντρου βάρους,  $t$  είναι το μετατρόχιο και  $W_L$  και  $W_R$  είναι τα κατακόρυφα φορτία στα αριστερά και δεξιά ελαστικά, αντίστοιχα. Παίρνοντας το ισοζύγιο των ροπών ως προς το σημείο O του ελαστικού, μπορούμε να δούμε ότι:

$$W A_y h - W_L t + W \frac{t}{2} = 0 \rightarrow$$

$$W_L t = W \left( \frac{t}{2} \right) + W A_y h \xrightarrow{t \neq 0}$$

$$W_L = \frac{W}{2} + \frac{W A_y h}{t}$$

Κάνοντας την παραδοχή της συμμετρικής κατανομή βάρους στο όχημα, δηλαδή:

$$W_L = \frac{W}{2} + \Delta W$$



Αξιοποιώντας τις δυο αυτές εξισώσεις προκύπτει ότι :

$$\Delta W = \frac{W A_y h}{t}$$

Αυτή είναι η συνολική πλευρική μεταφορά φορτίου στο αυτοκίνητο. Εκφρασμένη ως κλάσμα του συνολικού βάρους γίνεται:

$$LLT = \frac{A_y h}{t}$$

Αυτό αντιπροσωπεύει το συνολικό φορτίο που μεταφέρεται και δεν επιχειρεί να υπολογίσει τον τρόπο κατανομής του φορτίου στους τέσσερις τροχούς.

## 6.6 Εγκάρσια μεταφορά φορτίου από μη αναρτημένη μάζα

Η απλούστερη συνιστώσα της μεταφοράς φορτίου είναι αυτή που σχετίζεται με την μη αναρτημένη μάζα. Εάν απομονωθεί η μη αναρτημένη μάζα, είναι δυνατό να βρείτε το δικό της Κέντρο Βάρους. Όταν το αυτοκίνητο στρίβει, εφαρμόζεται πλευρική επιτάχυνση σε αυτό το Κέντρο Βάρους, δημιουργώντας μια φυγόκεντρική δύναμη. Αυτή η δύναμη έχει σαν αποτέλεσμα μια ροπή, της οποίας ο μοχλοβραχίονας είναι το ύψος του κέντρου βάρους της μη αναρτημένης μάζας,  $Z_{u_a}$ . Η ροπή διαιρεμένη με το μετατρόχιο του άξονα μας δίνει εγκάρσια μεταφορά φορτίου:

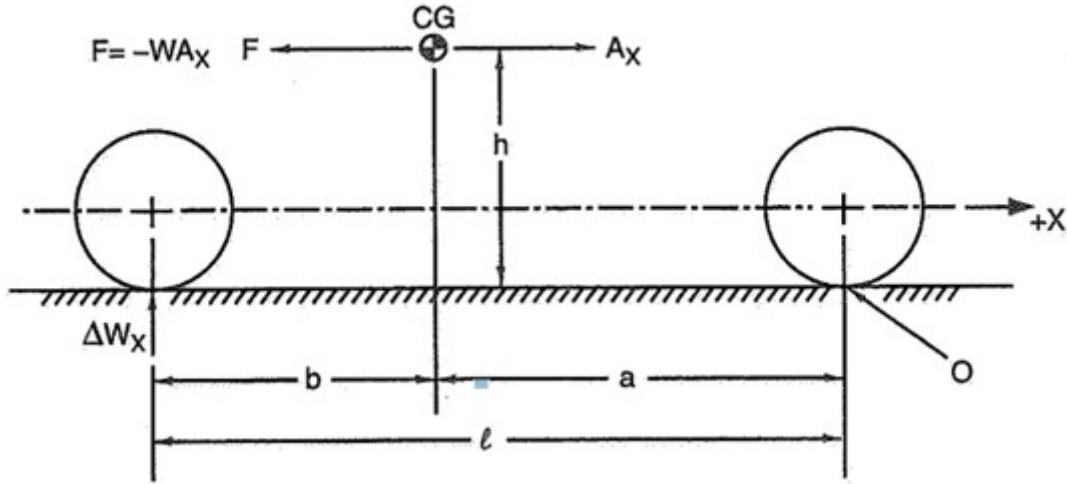
$$\Delta W_u = \frac{W_{u_a} A_y Z_{u_a}}{t}$$

όπου  $W_{u_a}$  είναι το μη αναρτημένο βάρος στον άξονα που αναλύεται.

Αυτό το κομμάτι της πλευρικής μεταφοράς φορτίου είναι το λιγότερο χρήσιμο. Η αλλαγή της ροπής που δημιουργείται από αυτό το στοιχείο απαιτεί αλλαγές είτε στη μη αναρτημένη μάζα είτε στο κέντρο βάρους της.

## 6.7 Διαμήκη μεταφορά φορτίου

Όταν ένα αυτοκίνητο βρίσκεται σε θετική στον διαμήκη άξονα επιτάχυνση,  $A_x$  ή αρνητική επιτάχυνση,  $-A_x$  (πέδησης), αναπτύσσεται μια αδρανειακή αντίδραση που μοιάζει με τη φυγόκεντρο δύναμη σε μια στροφή. Σε μία στροφή η φυγόκεντρος δύναμη είναι  $W A_y$ , στην περίπτωση της διαμήκους επιτάχυνσης, η δύναμη, είναι  $W A_x$ .



Σχήμα 6.7: Διάγραμμα ελεύθερου αμαξώματος αυτοκινήτου, πλάγια όψη.

Παίρνοντας το ισοζύγιο των ροπών ως προς το σημείο O του εμπρόσθιου ελαστικού, μπορούμε να δούμε ότι:

$$\Delta W_x l = h W A_x \xrightarrow{l \neq 0}$$

$$\Delta W_x = \frac{h}{l} W A_x$$

όπου το  $\Delta W_x$  είναι η αύξηση του κάθετου φορτίου του πίσω άξονα ή η αντίστοιχη μείωση του φορτίου του μπροστινού άξονα.

## 6.8 Αεροδυναμικά φορτία

Σε αυτήν την ενότητα θα συνοψίσουμε τις επιπτώσεις που έχουν οι αεροδυναμικές δυνάμεις στα φορτία των τροχών. Με βάση τη σύμβαση SAE, το σύστημα συντεταγμένων των αεροδυναμικών δυνάμεων βρίσκεται στο έδαφος και σε σημείο όπου ισαπέχει και από τους 4 τροχούς (δηλαδή, στο μισό μεταξόνιο, και μισό μετατρόχιο αντίστοιχα). Με αυτό το σύστημα συντεταγμένων, μόνο οι αεροδυναμικές ροπές πρόνευσης (pitch) και κλίσης (roll) όπως και η συνολική αεροδυναμική ανύψωση επηρεάζουν τα φορτία των τροχών. Δεδομένων των αεροδυναμικών δυνάμεων ανύψωσης εμπρός και πίσω, οι αλλαγές στα φορτία των τροχών στην αριστερή και τη δεξιά πλευρά είναι απλώς αρνητικές και ίσες με το  $\frac{1}{2}$  της δύναμης (αρνητική επειδή η ανύψωση μειώνει τη φόρτωση των τροχών). Μια θετική ροπή κλίσης (roll moment) αυξάνει τα φορτία στη δεξιά πλευρά και μειώνει τα φορτία στα αριστερά. Η ροπή κλίσης κατανέμεται στον εμπρός και πίσω άξονα ανάλογα με την δυσκαμψία κλίσης (roll stiffness). Επομένως, οι συνολικές αεροδυναμικές μεταβολές φορτίου για κάθε τροχό υπολογίζονται ως:

$$\Delta W_1 = -\frac{LF}{2} - \frac{K_F}{K_F + K_R} \left( \frac{M_X}{t_F} \right)$$

$$\Delta W_2 = -\frac{LF}{2} + \frac{K_F}{K_F + K_R} \left( \frac{M_X}{t_F} \right)$$

$$\Delta W_3 = -\frac{LR}{2} - \frac{K_R}{K_F + K_R} \left( \frac{M_X}{t_R} \right)$$

$$\Delta W_4 = -\frac{LR}{2} + \frac{K_R}{K_F + K_R} \left( \frac{M_X}{t_R} \right)$$

όπου οι δείκτες 1,2,3,4 αναφέρονται στο αριστερό μπροστινό, το δεξιό μπροστά, το αριστερό πίσω και το δεξιό πίσω τροχό, αντίστοιχα. Με

$$M_X = C_{R_M} q A l$$

η ροπή κλίσης (roll moment)

$$LF = C_{L_F} q A$$

να είναι η ανύψωση του εμπρός άξονα και

$$LR = C_{L_R} q A$$

του οπίσθιου αντίστοιχα. Όπου  $q$  είναι η δυναμική πίεση,  $A$  η αντίστοιχη μετωπική επιφάνεια,  $l$  το μεταξόνιο,  $t_F, t_R$  τα ανάλογα μετατρόχια.  $C_{L_F}$  και  $C_{L_R}$  είναι οι συντελεστές ανύψωσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου άξονα αντίστοιχα.

Το συνολικό φορτίο σε κάθε τροχό υπολογίζεται αθροίζοντας όλα τα παραπάνω.

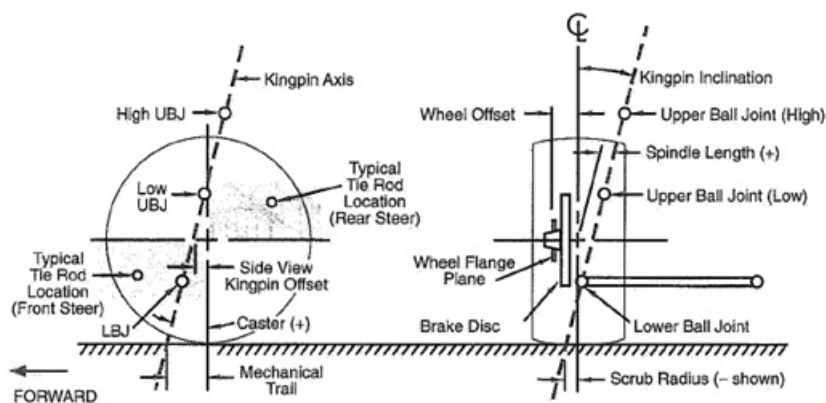
## 6.9 Σημείο εφαρμογής δυνάμεων - Ευαισθησία Δυνάμεων ελαστικού

Μετά την παρουσίαση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών και των φορτίων που ένα ελαστικό καλείται να διαχειριστεί πρέπει να αναφερθεί και ο μηχανισμός που τα συνδέει. Σε αυτή την κατεύθυνση θα εισαχθούν οι έννοιες του Scrub Radius, του Mechanical Trail και του Pneumatic trail.

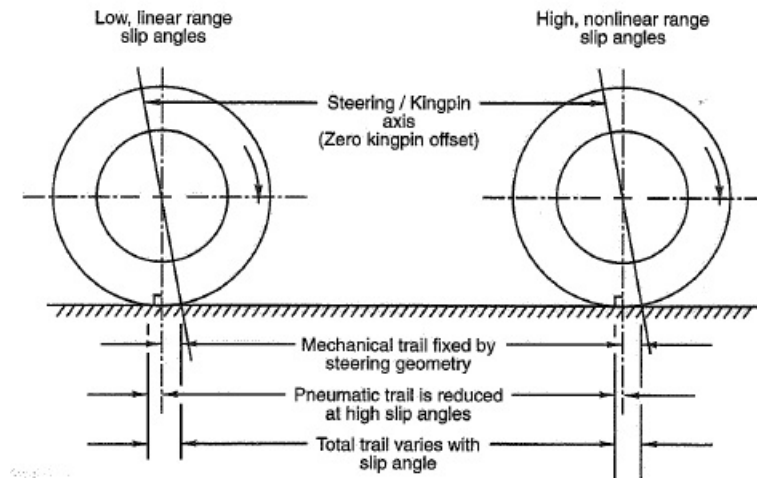
**Γωνία Βασιλικού πείρου** Ορίζεται ως η γωνία μεταξύ του άξονα και ενός άξονα που εκτείνεται κάθετα από το αποτύπωμα του ελαστικού.

**Scrub Radius** Είναι απόσταση μεταξύ του άξονα διεύθυνσης του τροχού στο έδαφος, από το κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο του τροχού

**Mechanical / Pneumatic Trail** Η απόσταση του σημείου τομής του άξονα περιστροφής διεύθυνσης του τροχού με το έδαφος, από το εγχάρσιο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο του τροχού, είναι το Mechanical Trail. Το κέντρο της πλευρικής δύναμης βρίσκεται στο πίσω γεωμετρικό κέντρο του αποτυπώματος του ελαστικού η απόσταση αυτή ονομάζεται Pneumatic Trail.



Σχήμα 6.8: Γεωμετρία Βασιλικού Πείρου.



Σχήμα 6.9: Τχνη.

# Κεφάλαιο 7

## Ενδοτικότητα

Στην τελική ανάλυση, κάθε υλικό είναι πλαστικό.

Sir Henry Royce, Rolls-Royce

### 7.1 Ανάλυση έννοιας

Η ενδοτικότητα είναι το αντίστροφο της δυσκαμψίας, δηλαδή, ένα ενδοτικό εξάρτημα θα παραμορφωθεί υπό φορτίο. Όλα τα εξαρτήματα που είναι υπό φορτίο θα παραμορφωθούν και αυτό μπορεί να τροποποιήσει τις γεωμετρικές σχέσεις σημαντικά. Στα επιβατικά αυτοκίνητα απαιτείται η ύπαρξη ενδοτικότητας στην ανάρτηση για την επίτευξη άνεση στους επιβάτες. Ενδοτικότητα εισάγεται με διάφορους τρόπους:

- Αρθρώσεις από ελαστομερές υλικό
- Ελαστικοί δακτύλιοι σε βάσεις του συστήματος διεύθυνσης
- Σκληρά μέρη που παραμορφώνονται υπό φορτίο - αυτά μπορεί να περιλαμβάνουν συνδέσμους ανάρτησης, συνδέσμους διεύθυνσης και στηρίξεις για ανάρτηση και σύστημα διεύθυνσης

Στα επιβατικά αυτοκίνητα τα ενδοτικά τμήματα της ανάρτησης επιλέγονται προσεκτικά για να δώσουν την κατάλληλη ισορροπία μεταξύ θορύβου / κραδασμών και σκληρότητας. Οι ενδοτικότητες έχουν μεγάλη επίδραση στη οδηγική συμπεριφορά του οχήματος. Για εφαρμογές αγώνων, η ενδοτικότητα γενικά προκαλεί προβλήματα. Όταν οι τροχοί συνδέονται μέσω εξαρτημάτων από αρκετά ενδοτικά υλικά υπάρχει δυσκολία να διατηρηθούν σταθερά τα κινηματικά χαρακτηριστικά του οχήματος. Τα αποτελέσματα της ύπαρξης ενδοτικότητας ταξινομούνται συχνά ως προς την εφαρμοζόμενη δύναμη που τα προκαλεί. Οι τυπικές ενδοτικότητες οφείλονται σε:

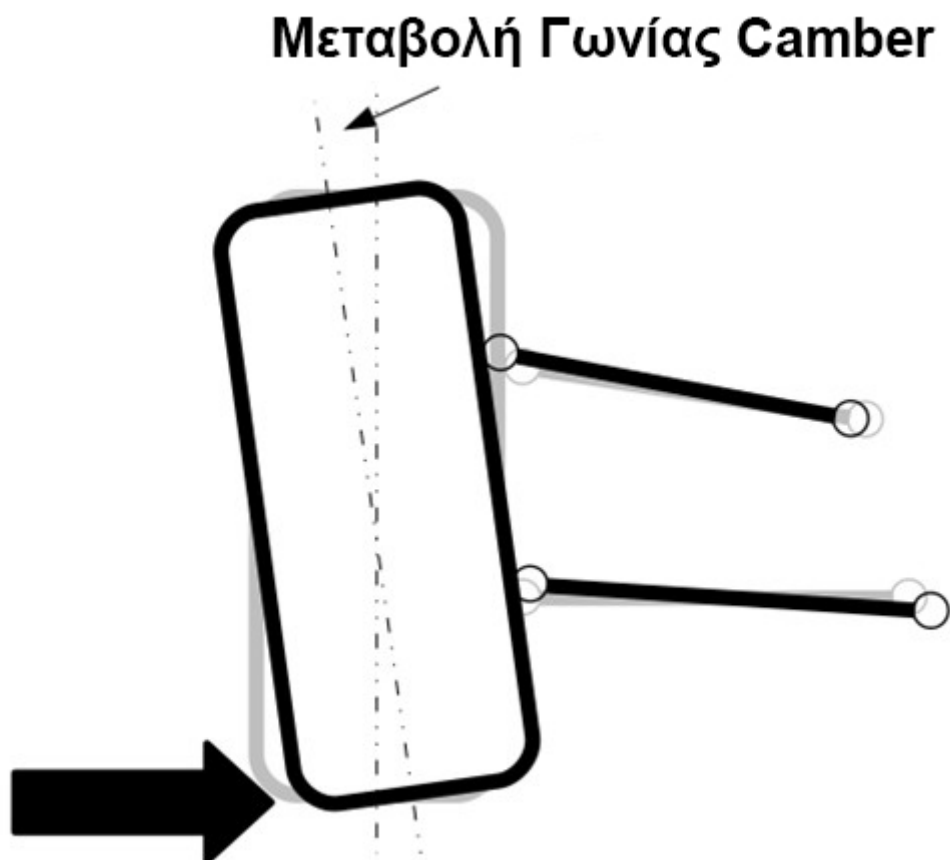
- Εγκάρσια δύναμη, από στρίψιμο και πλευρικό άνεμο
- Διαμήκης δύναμη, από δυνάμεις επιτάχυνσης και επιβράδυνσης.
- Ροπή επαναφοράς - μετρά τη διαμήκη μετατόπιση της δύναμης ελαστικών από το κέντρο του πελματος. Αυτή η ροπή ποικίλλει ανάλογα με την πλευρική και διαμήκη δύναμη ελαστικών.
- Ροπή ανατροπής είναι παρόμοια με τη ροπή ευθυγράμμισης, αλλά αποτελεί μέτρο της πλευρικής μετατόπισης της δύναμης ελαστικών από το κέντρο του πέλματος. Αυτό το φαινόμενο συχνά αγνοείται. Οι ενδοτικότητες ταξινομούνται επίσης από την επίδραση στη θέση του τροχού σε σχέση με το σασσί. Τα αποτελέσματα είναι:
  - Ενδοτικότητα διεύθυνσης - Η δύναμη επηρεάζει τη γωνία διεύθυνσης του τροχού.
  - Ενδοτικότητα γωνίας Camber- Η δύναμη επηρεάζει την γωνία άμβερ του τροχού

### 7.1.1 Ενδοτικότητα γωνίας Camber

Η ενδοτικότητα Camber είναι ένα μέτρο της ενδοτικότητας ενός συστήματος ανάρτησης όταν υπόκειται σε στροφή (πλευρική) δύναμη στο αποτύπωμα του ελαστικού. Εκφράζεται ως μεταβολή της γωνίας Camber σε μοίρες ανά  $kN$  πλευρικής δύναμης,  $Deg / kN$ .

Η ενδοτικότητα Camber είναι μια άλλη σημαντική πτυχή της απόδοσης της ανάρτησης για την διατήρηση της γωνίας Camber των ελαστικών σε στροφή. Λιγότερη ενδοτικότητα Camber σημαίνει λιγότερη αλλαγή της γωνίας λόγω πλευρικού φορτίου στροφής.

Αυτοκίνητα παραγωγής με ενδοτικότητα Camber κάτω από  $0.1 Deg / kN$  θεωρούνται ότι έχουν υψηλή ακαμψία Camber. Τα περισσότερα επιβατικά αυτοκίνητα κυμαίνονται μεταξύ  $0.12 - 0.25 Deg / kN$ . Για αγωνιστικές αναρτήσεις μεταβολές στην γωνία Camber κάτω από  $0,05 Deg / kN$  είναι εύκολα εφικτές χρησιμοποιώντας σφαιρικούς συνδέσμους και όσο το δυνατόν, χωρίς την αύξηση του βάρους, άκαμπτα υποπλαίσια και αρθρώσεις



Σχήμα 7.1: Δυναμική μεταβολή γωνίας Camber

## 7.2 Αποτέλεσμα Υπερστροφής και Υποστροφής

Είναι συνηθισμένο να θεωρούμε το αποτέλεσμα των ενδοτικότητας ως σημάδια υποστροφής ή υπερστροφής. Ένα αυτοκίνητο όπου είναι σε μια στροφή σταθερής ακτίνας, εάν η ταχύτητα είναι σταθερή, η μόνη μεταβλητή είναι η γωνία τιμονιού που απαιτείται για να ακολουθήσει την πορεία της στροφής. Η προσθήκη μιας ενδοτικότητας θα έχει σαν αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να κινείται σε κύκλο διαφορετικής ακτίνας. Το είδος της ενδοτικότητας ονομάζεται υποστροφής εάν η ακτίνα είναι μεγαλύτερη από της στροφής ενώ υπερστροφής εάν είναι μικρότερη. Εάν η γωνία

τιμονιού μεταβάλλεται δυναμικά ώστε να το όχημα ακολουθεί τον ίδιο κύκλο πριν και μετά την αλλαγή της ενδοτικότητας, η αλλαγή της γωνίας τιμονιού διαιρεμένη με την κεντρομόλο επιτάχυνση αποτελεί το μέγεθος της επίδρασης της αλλαγής στην ενδοτικότητα αυτή. Συχνά τα μέρη που φαίνονται άκαμπτα στην πραγματικότητα δεν είναι πολύ άκαμπτα κάτω από τα υψηλά φορτία που τους ασκούνται. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι πραγματικές γωνίες διεύθυνσης και camber των τροχών να μεταβάλλονται. Γίνεται κατανοητό ότι σε ένα αγωνιστικό όχημα στόχος είναι πάντα η ελαχιστοποίηση του μεγέθους της επίδρασης αυτής.



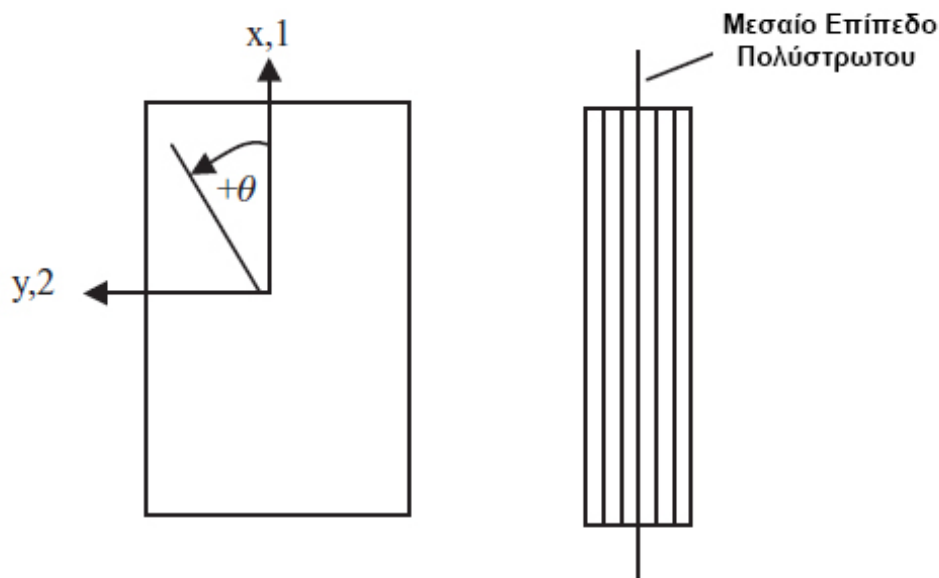


# Κεφάλαιο 8

## Κλασική θεωρία Πολύστρωτων Πλακών

### 8.1 Ορισμοί, σύμβολα και ορολογία

Ένα σύνθετο υλικό είναι οποιοδήποτε υλικό που αποτελείται από τουλάχιστον δύο συστατικά. Σε αυτή την ανάλυση, ο όρος «σύνθετο υλικό» αναφέρεται σε ένα μείγμα ινών και μήτρας με αποτέλεσμα μια δομή που συνδυάζει μερικά από τα καλύτερα χαρακτηριστικά των δύο συστατικών. Υπάρχει μια μεγάλη ποικιλία πιθανών συνδυασμών. Για ίνες, μερικές από τις επιλογές περιλαμβάνουν, υαλόνημα, χαλαζία, γραφίτη, Kevlar R, βόριο, πυρίτιο κ.λπ. Τα υλικά μήτρας καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα θερμοσκληρυνόμενων (εποξειδικών, πολυεστέρων, φαινολικών, πολυϊμιδίων, βισσαλεϊμιδίων) ή θερμοπλαστικών ρητινών ή μετάλλων όπως αλουμίνιο ή χάλυβα. Στρώσεις στοιβάζονται μεταξύ τους (μπορούν να συνδυαστούν διαφορετικοί προσανατολισμοί και υλικά) για να δημιουργηθεί μια διαστρωμάτωση. Οι πιο συνηθισμένες στρώσεις που χρησιμοποιούνται είναι μονοδιευθυντικές (όπου όλες οι ίνες είναι ευθυγραμμισμένες προς μία κατεύθυνση) ή πλεκτές όπου οι ίνες προσανατολίζονται σε δύο αμοιβαία κάθετες κατευθύνσεις. Κάθε στρώση στην ακολουθία διαστρωμάτωσης δηλώνεται από τον προσανατολισμό του  $\theta$  (σε μοίρες) σε σχέση με έναν άξονα αναφοράς ( $-90^\circ < \theta \leq 90^\circ$ ).



Σχήμα 8.1: Άξονες διαστρωμάτωσης και ορισμός του θετικού προσανατολισμού  $\theta$

Εάν χρησιμοποιούνται περισσότεροι από ένας τύποι υλικών, ο γωνιακός προσανατολισμός μπορεί να ακολουθείται από ένα σύμβολο που υποδηλώνει τον τύπο υλικού. Για παράδειγμα, στην ακόλουθη ακολουθία,

$$[\theta_1(T)/\theta_2(F)/\theta_3(T)]$$

Η πρώτη και η τρίτη στρώση κατασκευάζονται με μονοδιευθυντικό υλικό και η δεύτερη με πλεκτό ύφασμα. Όταν χρησιμοποιείται πλεκτό υλικό, είναι επίσης συνηθισμένο να υποδεικνύονται και οι δύο προσανατολισμοί σε κάθε στρώση όπως παρακάτω όπου το πρώτο αναφέρεται σε πλεκτό ύφασμα με ίνες προσανατολισμένες στις κατευθύνσεις  $0^\circ$  και  $90^\circ$ , το δεύτερο υποδηλώνει μία στρώση με ίνες κατά τις κατευθύνσεις  $+45^\circ$  και  $-45^\circ$  και το τρίτο στρώση με ίνες στις  $+20^\circ$  και  $-70^\circ$  κατευθύνσεις.

$$(0/90), (\pm 45), (20/-70)$$

Υπάρχουν αρκετοί ειδικοί τύποι πολυστρωματικού υλικού που συχνά συναντώνται στην πράξη, μερικοί από τους οποίους είναι:

**Συμμετρικό** Οι συμμετρικές στρώσεις έχουν συμμετρική αλληλουχία διαστρωμάτωσης σε σχέση με το μεσαίο επίπεδο (βλέπε Σχήμα 8.1). Αυτό σημαίνει ότι το υλικό, το πάχος και ο προσανατολισμός κάθε ζεύγους στρώσεων που βρίσκονται συμμετρικά σε σχέση με το μεσαίο επίπεδο είναι τα ίδια. Μια συμμετρική ακολουθία διαστρωμάτωσης δηλώνεται συνήθως, αναφέρεται η μισή και χρησιμοποιείται το σύμβολο  $s$ .

Η διαστρωμάτωση  $[35/20/40]_s$  είναι η ίδια με την  $[35/20/40/40/20/35]$ . Αυτός ο συμβολισμός έχει το πλεονέκτημα της απλότητας, αλλά απαιτεί προσοχή όταν ο συνολικός αριθμός των στρώσεων είναι μονός. Σε μια τέτοια περίπτωση, η κεντρική στρώση συμβολίζεται με μια άνω γραμμή. Η διαστρωμάτωση  $[35/20/\overline{40}]_s$  είναι η ίδια με την  $[35/20/40/20/35]$

**Ισορροπημένο** Οι ισορροπημένες στρώσεις είναι αυτές όπου για κάθε  $+\theta$  στρώση υπάρχει  $-\theta$  στρώση (του ίδιου υλικού και πάχους) κάπου στην διαστρωμάτωση. Ειδικές ιδιότητες ισορροπημένων και / ή συμμετρικών ελασμάτων που θα παρουσιαστούν σε επόμενες ενότητες.

**Εγκάρσιο** Αποτελούνται μόνο από  $0^\circ$  και  $90^\circ$  στρώσεις.

**Γωνιακό** Δεν περιέχει στρώσεις  $0^\circ$  ή  $90^\circ$  στην διαστρωμάτωση.

**Σχεδόν ισοτροπικό** Οι σχεδόν ισοτροπικές διαστρωμάτωσης έχουν την ίδια ακαμψία σε οποιαδήποτε κατεύθυνση στο επίπεδο τους (επίπεδο  $xy$ ). Ένας τρόπος για να δημιουργήσετε μια σχεδόν ισοτροπική διαστρωμάτωση  $n$  στρώσεων είναι να απαιτήσετε να μην υπάρχει κατεύθυνση που να έχει περισσότερες ίνες από οποιαδήποτε άλλη κατεύθυνση.

Μια απλή διαδικασία για να επιτευχθεί αυτό είναι να διαιρεθεί το εύρος των γωνιών από  $0^\circ$  έως  $180^\circ$  σε  $n$  ίσα τμήματα και, να αντιστοιχίσετε σε κάθε στρώση μία γωνία. Για παράδειγμα, εάν υπάρχουν οκτώ στρώσεις, η γωνία της επόμενης στρώσης σε σχέση με την προηγούμενη είναι  $180/8 = 22.5^\circ$ . Στη συνέχεια, η ακολουθία των γωνιών με οποιαδήποτε σειρά και να επιλέγουν δημιουργούν μια σχεδόν ισοτροπική διαστρωμάτωση  $0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ, 112.5^\circ$  ή  $(-67.5^\circ), 135^\circ$  ή  $(-45^\circ), 157.5^\circ$  ή  $(-22.5^\circ)$

Ακολουθώντας αυτή την σκέψη, για μία συμμετρική διαστρωμάτωση ο κανόνας εφαρμόζεται μόνο στο ήμισυ της, καθώς το άλλο μισό δημιουργείται αυτόματα από συμμετρία. Για την ίδια περίπτωση  $n = 8$ , η γωνία της επόμενης στρώσης σε σχέση με την προηγούμενη είναι τώρα  $180/(8/2) = 45^\circ$ . Στη συνέχεια, η ακολουθία των γωνιών με οποιαδήποτε συμμετρική σειρά και να επιλέγουν δημιουργούν μια σχεδόν ισοτροπική συμμετρική διαστρωμάτωση, 8-στρώσεων.

$$0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ / (-45^\circ)$$

Μερικές πιθανές σχεδόν ισοτροπικές διαστρωμάτωσης σε αυτήν την περίπτωση είναι:

$$[0/45/90/-45]_s, [45/-45/0/90]_s, [45/90/0/-45]_s$$

## 8.2 Βασικές εξισώσεις σε τρεις διαστάσεις

Τα σύνθετα υλικά είναι, από τη φύση τους, ανισοτροπικά. Σε τρεις διαστάσεις, οι εξισώσεις τάσεων / παραμορφώσεων που περιγράφουν πλήρως την κατάσταση παραμόρφωσης σε ένα σύνθετο υλικό δίνονται σε μητρωϊκή μορφή.

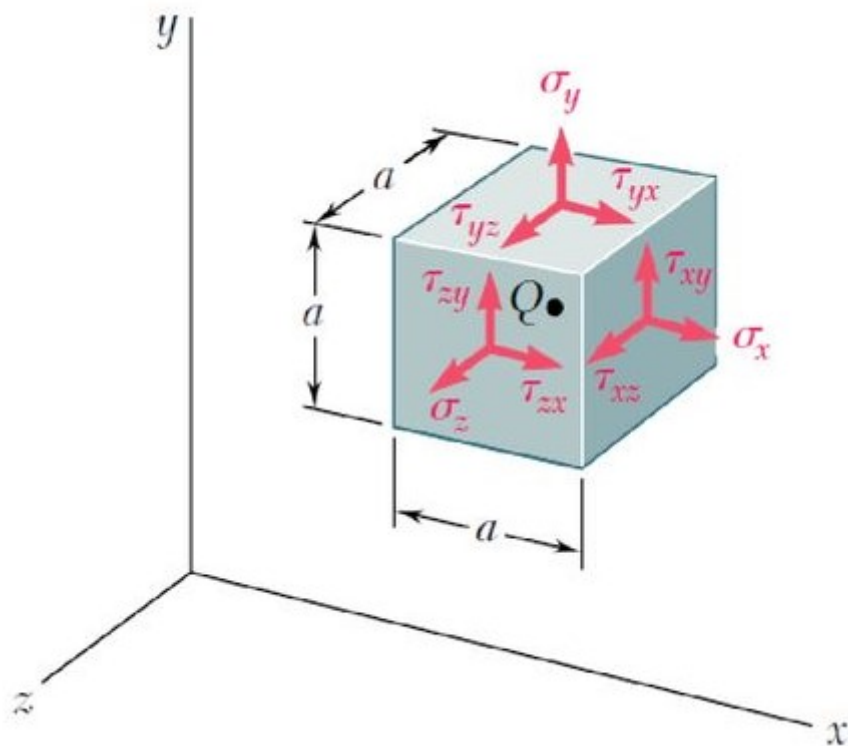
$$\begin{bmatrix} \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy} \\ \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Οι τρεις πρώτες είναι οι ορθές τάσεις και οι τρεις τελευταίες είναι οι διατμητικές. Γνωρίζουμε ότι σε μία διάσταση ή στο επίπεδο η ορθή και διατμητική τάση συσχετίζονται με την αντίστοιχη τους ορθή και διατμητική παραμόρφωση μέσω των σχέσεων του νόμου του Ηooke.

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\tau = G \gamma$$

Στην γενική όμως εντατική κατάσταση στον χώρο όπου εμφανίζονται όλες οι τάσεις και οι παραμορφώσεις, με άλλα λόγια οι τανιστές  $\sigma_{ij}$  και  $\varepsilon_{ij}$  εμφανίζουν όλα τους τα στοιχεία για ένα σώμα.



Σχήμα 8.2: Τριαξονική εντατική Κατάσταση

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} & E_{41} & E_{51} & E_{61} \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} & E_{42} & E_{52} & E_{62} \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & E_{43} & E_{53} & E_{63} \\ E_{14} & E_{24} & E_{34} & E_{44} & E_{54} & E_{64} \\ E_{15} & E_{25} & E_{35} & E_{45} & E_{55} & E_{65} \\ E_{16} & E_{26} & E_{36} & E_{46} & E_{56} & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Σημειώστε ότι οι συντελεστές ακαμψίας  $E_{ij}$  έχουν αριθμητικούς δείκτες, ενώ τα στοιχεία τάσεων και παραμορφώσεων έχουν δείκτες γραμμάτων. Αυτό γίνεται σκόπιμα για να διατηρηθούν οι

τεχνικές σημάνσεις στις τάσεις και παραμορφώσεις και τη συμβολική σημείωση για τους όρους δυσκαμψία. Συσχετίζονται δηλαδή οι τάσεις με τις παραμορφώσεις μέσω του τανυστή  $E$  ελαστικότητας τέταρτης τάξης. Μπορεί να αποδειχθεί, βάσει ενεργειακών εκτιμήσεων ότι ο τανυστής ελαστικότητας είναι συμμετρικός, δηλ.  $E_{ij} = E_{ji}$ . Έτσι, για ένα γενικό ανισότροπο σώμα, υπάρχουν 21 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές.

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} & E_{41} & E_{51} & E_{61} \\ & E_{22} & E_{32} & E_{42} & E_{52} & E_{62} \\ & & E_{33} & E_{43} & E_{53} & E_{63} \\ & & & E_{44} & E_{54} & E_{64} \\ & & & & E_{55} & E_{65} \\ & & & & & E_{66} \end{bmatrix}$$

Στα υλικά που διαθέτουν δύο επίπεδα συμμετρίας, στα ορθότροπα, ορισμένοι από τους όρους ελαστικότητας είναι μηδενικοί

$$E_{14} = E_{15} = E_{16} = E_{24} = E_{25} = E_{26} = E_{34} = E_{35} = E_{36} = 0$$

Επιπλέον, για ένα ορθότροπο σώμα, οι διατμητικές τάσεις σε ένα επίπεδο δεν προκαλούν διατμητικές παραμορφώσεις σε ένα άλλο.

$$E_{45} = E_{46} = E_{56} = 0$$

Με αυτές τις απλοποιήσεις, οι συσχετίση τάσεων – παραμορφώσεων για ένα ορθότροπο υλικό έχουν τη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} & 0 & 0 & 0 \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι εάν ένα υλικό έχει και τις 36 ελαστικές του σταθερές ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε έχουμε ένα τρικλινές μέσο το οποίο δεν παρουσιάζει συμμετρίες και χαρακτηρίζεται ως ανισότροπο. Μία μονοδευθυντική στρώση σύνθετου υλικού, με τον άξονα  $x$  ευθυγραμμισμένο με την κατεύθυνση της ίνας και ο άξονας  $y$  εγκάρσια προς αυτήν, διαθέτει δύο επίπεδα συμμετρίας. Το ίδιο ισχύει για μια πλεκτή στρώση όπου άξονας  $x$  είναι ευθυγραμμισμένος με τη μία κατεύθυνση της ίνας και τον άξονα  $y$  ευθυγραμμισμένος με τον άλλη. Σημειώστε ότι, στρώσεις που στοιβάζονται μεταξύ τους, οι οποίες δεν είναι  $0, 90$  ή  $(0/90)$  δεν θα έχουν πλέον δύο επίπεδα συμμετρίας και ορισμένοι από τους συντελεστες δυσκαμψίας είναι μη μηδενικοί. Ωστόσο, είναι πάντοτε δυνατό να βρεθεί ένα σύστημα συντεταγμένων, στο οποίο η διαστρωμάτωση είναι ορθότροπη. Η αμέσως ανώτερη τάξη ελαστικής συμμετρίας μετά το τρικλινές μέσον είναι το μονοκλινές (αελοτροπικό). Στην περίπτωση αυτή το μέσον έχει ένα επίπεδο συμμετρίας και κάθε διεύθυνση έχει ίδιες ιδιότητες με τη συμμετρική της ως προς το επίπεδο αυτό. Αποδεικνύεται εύκολα ότι ο τανυστής δυσκαμψίας έχει 13 ελαστικές σταθερές και η μητρική εξίσωση είναι της μορφής

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} & E_{41} & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} & E_{42} & 0 & 0 \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & E_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{55} & E_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{65} & E_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Να αναφερθούν πρέπει και τα εγκάρσιως Ισότροπα μέσα, είναι τα υλικά που παρουσιάζουν έναν άξονα ελαστικής συμμετρίας ως προς τον οποίον όλες οι κάθετες διευθύνσεις είναι συμμετρικές ως προς τις ελαστικές τους ιδιότητες. Πρόκειται για ακόμη ανώτερη τάξη συμμετρίας από αυτή του ορθότροπου μέσου. Ο τανυστής δυσκαμψίας του έχει 6 ελαστικές σταθερές και η μητρική εξίσωση είναι της μορφής

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{12} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} & 0 & 0 & 0 \\ E_{21} & E_{32} & E_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Δίνεται ξεχωριστή σημασία σε αυτή την κατηγορία μιας και περιπτώσεις εγκαρσίων ισότροπων μέσων στα σύνθετα υλικά είναι οι ίνες του άνθρακα, του KEVLAR, και οι περισσότερα γενικά τύποι ινών εκτός από τις ίνες του γυαλιού που είναι ισότροπες. Σε γενικές γραμμές, όλη η διαστρωμάτωση μπορεί να περιγραφεί από μια σχέση τάσης-παραμόρφωσης της μορφής:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} & 0 & 0 & E_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} & 0 & 0 & E_{26} \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & 0 & 0 & E_{36} \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & E_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{45} & E_{55} & 0 \\ E_{16} & E_{26} & E_{36} & 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Όπου τα  $E_{ij}$  (τανυστής δυσκαμψίας) είναι ποσότητες της τελικής διαστρωμάτωσης και όχι κάποιας μεμονωμένης στρώσης.

Το αντίστροφο, που εκφράζει τις παραμορφώσεις σε όρους τάσεων μέσω του τανυστή ενδόσεων  $S_{ij}$  χρησιμοποιείται επίσης συχνά

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & 0 & 0 & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{32} & 0 & 0 & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & S_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & S_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{45} & S_{55} & 0 \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$$

όπου ο πίνακας ενδόσεων είναι το αντίστροφο του πίνακα δυσκαμψίας

$$[S] = [E]^{-1}$$

Πρέπει να δοθεί προσοχή στις παραπάνω μητρικές εξισώσεις για το ποιες αναφέρονται σε διαστρωματώσεις και ποιες αναφέρονται σε ένα ορθοτροπικό υλικό όπως μία στρώση. Οι υποκείμενες παραδοχές είναι ότι:

- Στις διαστρωματώσεις και συχνά και στις στρώσεις ο συνδυασμός ινών / μήτρας μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένα ομοιογενές υλικό
- Τα τμήματα του επιπέδου παραμένουν επίπεδα κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης
- Υπάρχει τέλειος δεσμός μεταξύ ινών και μήτρας όπως και μεταξύ των στρώσεων

### 8.3 Βασικές εξισώσεις σε δύο διαστάσεις: Επίπεδη εντατική κατάσταση

Στα σύνθετα υλικά, όπου το πάχος του υλικού είναι πολύ μικρότερο από τις άλλες του διαστάσεις, το υλικό θεωρείται συχνά ως μια στρώση. Αυτό συμβαίνει συνήθως σε μια σύνθετη πολύστρωτη πλάκα που είναι λεπτή σε σύγκριση με τις διαστάσεις της στο επίπεδο. Στη συνέχεια, οι τάσεις εκτός του επιπέδου  $\sigma_z$ ,  $\tau_{yz}$  και  $\tau_{xz}$  είναι αμελητέες σε σύγκριση με τις τάσεις στο επίπεδο.

$$\sigma_z \approx \tau_{yz} \approx \tau_{xz} \approx 0$$

Για ένα ορθοτροπικό υλικό όπως μία στρώση ή ένα συμμετρικό και ισορροπημένο πολύστρωτο οι εξισώσεις γίνονται

$$\sigma_x = E_{11} \varepsilon_x + E_{12} \varepsilon_y + E_{13} \varepsilon_z$$

$$\sigma_y = E_{12} \varepsilon_x + E_{22} \varepsilon_y + E_{23} \varepsilon_z$$

$$0 = E_{13} \varepsilon_x + E_{23} \varepsilon_y + E_{33} \varepsilon_z$$

$$0 = E_{44} \gamma_{yz}$$

$$0 = E_{55} \gamma_{xz}$$

$$0 = E_{66} \gamma_{yz}$$

Προκύπτει δηλαδή ότι  $\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ . Λύνοντας ως προς  $\varepsilon_z$  την εξίσωση  $\sigma_z \approx 0$  αντικαθιστώντας στις εξισώσεις των  $\sigma_x$  και  $\sigma_y$  προκύπτει ότι

$$\sigma_x = \left( E_{11} - \frac{E_{13}^2}{E_{33}} \right) \varepsilon_x + \left( E_{12} - \frac{E_{13} E_{23}}{E_{33}} \right) \varepsilon_y$$

$$\sigma_y = \left( E_{12} - \frac{E_{13} E_{23}}{E_{33}} \right) \varepsilon_x + \left( E_{22} - \frac{E_{23}^2}{E_{33}} \right) \varepsilon_y$$

Ορίζοντας ως

$$Q_{xx} = E_{11} - \frac{E_{13}^2}{E_{33}}$$

$$Q_{xy} = E_{12} - \frac{E_{13} E_{23}}{E_{33}}$$

$$Q_{yy} = E_{22} - \frac{E_{23}^2}{E_{33}}$$

$$Q_{ss} = E_{66}$$

η μητρική εξίσωση ξαναγράφεται

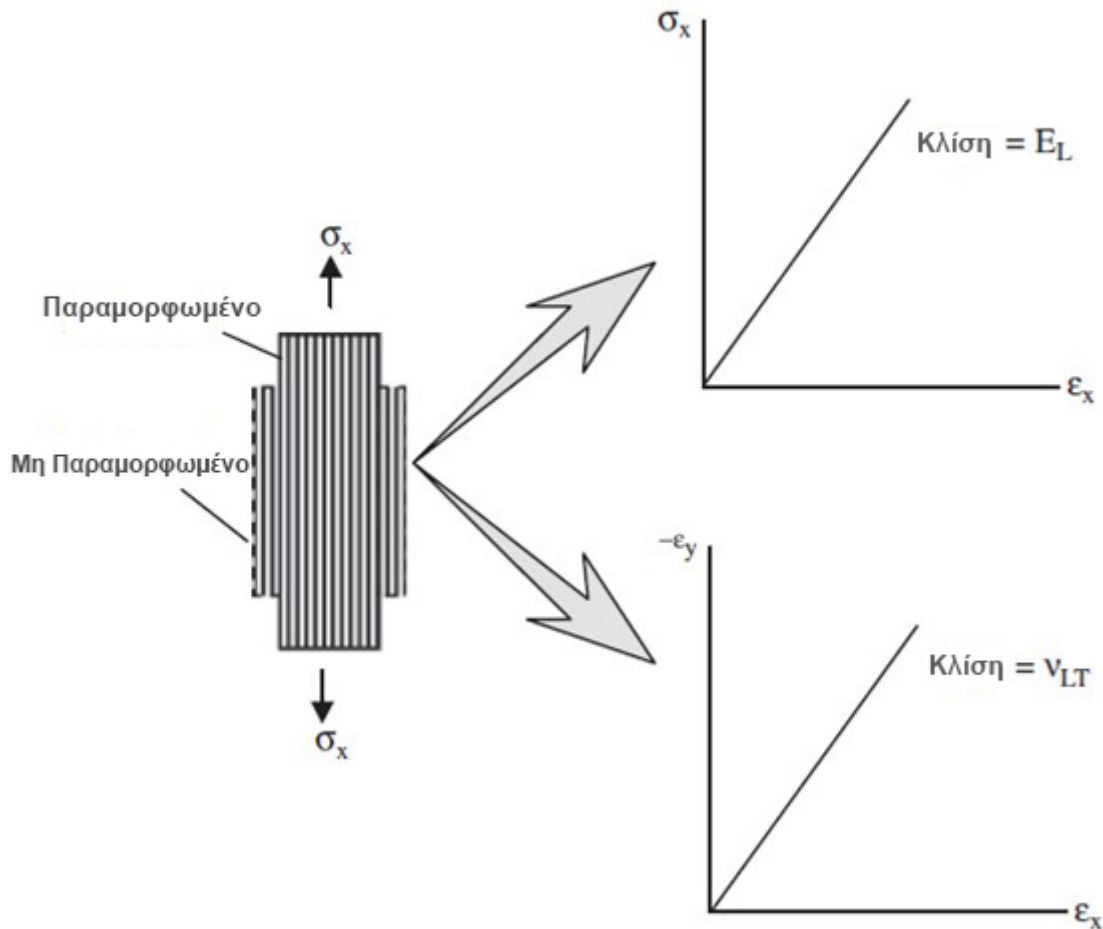
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Πρέπει να τονιστεί ότι η μορφή των εξισώσεων είναι η ίδια ανεξάρτητα από το αν κάποιος ασχολείται με μία μόνο στρώση ή μια πολυστρωματική πλάκα, υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα συντεταγμένων είναι τέτοιο ώστε τόσο η στρώση όσο και η πλάκα να είναι ορθοτροπικά. Ωστόσο, οι τιμές των δυσκαμψιών  $Q_{xx}$ ,  $Q_{xy}$  κλπ διαφέρουν μεταξύ στρώσεων και πλακών.

## 8.4 Κύριο σύστημα Στρώσης

Ο πιο αποδοτικός τρόπος για να χρησιμοποιηθούν οι παραπάνω εξισώσεις είναι να υπολογιστούν από απλά πειράματα οι βασικές ιδιότητες της στρώσης στη συνέχεια οι τιμές για  $Q_{xx}$ ,  $Q_{xy}$  κλπ. Στη συνέχεια προσδιορίζονται οι αντίστοιχες τιμές για οποιαδήποτε (στραμμένη) στρώση και στο τέλος για την πλακά.

Τα  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$  και  $\nu_{LT}$  είναι ο συντελεστής ελαστικότητας κατά μήκος των ινών (διαμήκης κατεύθυνση), ο συντελεστής ελαστικότητας κάθετα προς τις ίνες, ο συντελεστής διάτμησης και ο λόγος Poisson, αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές μπορούν να ληφθούν από πειράματα. Σε ένα πείραμα εφελκυσμού, όπου το εφαρμοζόμενο φορτίο είναι παράλληλο με τις ίνες μίας μονοκατευθυντικής στρώσης (που καθορίζει την κατεύθυνση  $\xi$ ), η κλίση της εφαρμοζόμενης τάσης  $\sigma_x$  έναντι της διαμήχους παραμόρφωσης  $\epsilon_x$  είναι ο συντελεστής  $E_L$  και η κλίση  $\epsilon_y$  έναντι  $\epsilon_x$  είναι ο λόγος Poisson  $\nu_{LT}$ .



Σχήμα 8.3: Εξαγόμενες Ποσότητες Από Ένα Μονοαξονικό Τεστ Εφελκυσμού Μίας Μονοκατευθυντικής Στρώσης

Χρησιμοποιώντας αυτό για αντικατάσταση του  $\epsilon_y$

$$\sigma_x = Q_{xx} \epsilon_x - Q_{xx} \nu_{LT} \epsilon_x$$

Για το ίδιο μονοαξονικό τεστ εφελκυσμού,  $\sigma_y = 0$

$$0 = Q_{xy} \epsilon_x + Q_{yy} \epsilon_y \rightarrow$$

$$\frac{Q_{xy}}{Q_{yy}} = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \rightarrow$$

$$v_{LT} = \frac{Q_{xy}}{Q_{yy}}$$

$$\sigma_x = \left( Q_{xx} - \frac{Q_{xy}^2}{Q_{yy}} \right) \varepsilon_x$$

Έτσι προκύπτει ότι η κλίση  $E_L$  της καμπύλης  $\sigma_x$  έναντι  $\varepsilon_x$  είναι

$$E_L = Q_{xx} - \frac{Q_{xy}^2}{Q_{yy}}$$

Με εντελώς ανάλογο τρόπο, αλλά τώρα εξετάζοντας μια δοκιμή εφελκυσμου εγκάρσια προς τις ίνες και παρατηρώντας ότι το  $v_{LT}$  είναι ο λόγος Poisson που περιγράφει τη παραμόρφωση στην κατεύθυνση  $x$  όταν εφαρμόζεται ένα εφελκυστικό φορτίο στην κατεύθυνση  $y$ .

$$v_{TL} = \frac{Q_{xy}}{Q_{xx}}$$

$$E_T = Q_{yy} - \frac{Q_{xy}^2}{Q_{xx}}$$

Βλέπουμε ότι

$$v_{LT} \cdot Q_{yy} = v_{TL} \cdot Q_{xx}$$

Στήνοντας ένα σύστημα 3 εξισώσεων

$$Q_{xx} = \frac{E_L}{1 - v_{LT} v_{TL}}$$

$$Q_{yy} = \frac{E_T}{1 - v_{LT} v_{TL}}$$

$$Q_{xy} = \frac{v_{TL} E_T}{1 - v_{LT} v_{TL}}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τώρα μια δοκιμή καθαρής διάτμησης μιας μονοκατευθυντικής στρώσης όπου το  $G_{LT}$  είναι η κλίση της διατμητικής τάσης  $\tau_{xy}$  έναντι της καμπύλης διατμητικής παραμόρφωσης  $\gamma_{xy}$ .

$$G_{LT} = G_{SS}$$

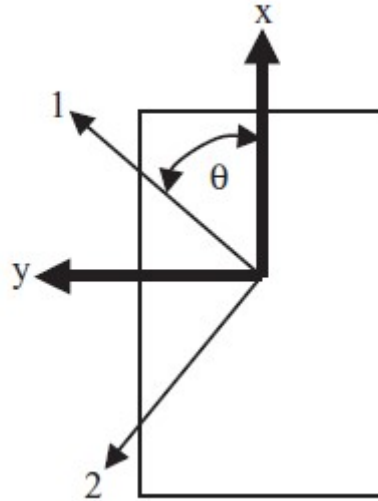
Οπότε για το κύριο σύστημα της στρώσης θα ισχύει:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_L}{1 - v_{LT} v_{TL}} & \frac{v_{TL} E_T}{1 - v_{LT} v_{TL}} & 0 \\ \frac{v_{TL} E_T}{1 - v_{LT} v_{TL}} & \frac{E_T}{1 - v_{LT} v_{TL}} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{LT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

## 8.5 Υπολογισμός Συντελεστών Δυσκαμψίας Στρώσης Εκτός Κύριου Συστήματος

Για τη συσχέτιση τάσεων παραμορφώσεων με τις αντίστοιχες για ορθότροπη στρώση απαιτείται μετασχηματισμών των τανυστών τάσεων, παραμορφώσεων και δυσκαμψίας κατά γωνία  $\theta$ .





Σχήμα 8.4: Σύστημα Συντεταγμένων XYZ Στραμμένο Κατά Γωνία  $\theta$  Από Τη Διαμήκη Διεύθυνση

Οι τάσεις και οι παραμορφώσεις μετασχηματίζονται χρησιμοποιώντας εξισώσεις μετασχηματισμού ταυσοτών δεύτερης τάξης αντί για μετασχηματισμό ταυσοτών τέταρτης τάξης για δυσκαμψίες και ενδόσεις. Από την άλγεβρα των ταυσοτών, για ταυσοτές 2ης τάξης στο στραμμένο σύστημα συντεταγμένων οι συνιστώσες δίνονται από την παρακάτω σχέση

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = [T_1][Q][T_2]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

όπου  $[\bar{Q}] = [T_1][Q][T_2]^{-1}$  ο νέος ταυσοτής δυσκαμψίας του υλικού off axis.

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ 2 \sin \theta \cos \theta & -2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στον συντελεστή 2 στην τελευταία σειρά και στήλη του μητρώου μετασχηματισμού. Αναπαριστά τεχνικές παραμορφώσεις (engineering strains) που συνδέονται με τις πραγματικές διατμητικές παραμορφώσεις

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{12}$$

Το νέο μητρώο δυσκαμψίας στρώσης στο στραμμένο XYZ θα είναι :

$$[\bar{Q}] = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}$$

Το νέο μητρώο δυσκαμψίας στρώσης στο στραμμένο XYZ θα είναι : με τις συνιστώσες να δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις

$$Q^{(\theta)}_{xx} = Q_{11} m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{22} n^4$$

$$\begin{aligned}
Q^{(\theta)}_{xy} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \\
Q^{(\theta)}_{yy} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\
Q^{(\theta)}_{xs} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})nm^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})n^3m \\
Q^{(\theta)}_{xy} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})n^3m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})nm^3 \\
Q^{(\theta)}_{ss} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{66}(m^4 + n^4)
\end{aligned}$$

όπου  $m = \cos\theta$  και  $n = \sin\theta$

## 8.6 Υπολογισμός Δυνάμεων και Ροπών Εκτός Κύριου Συστήματος

Ενώ οι εξισώσεις που συνδέουν τάσεις- παραμορφώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν (και συχνά χρησιμοποιούνται), στην πράξη είναι βολικό να οριστούν τα αποτελέσματα σε δυνάμεις και ροπές αξιολογώντας και το πάχος της πολύστρωτης πλάκας. Για μία πλάκα πάχους  $h$ , καθορίζονται οι ακόλουθες ποσότητες: Δυνάμεις

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz, \quad N_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} dz$$

Ροπές

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz, \quad M_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz$$

Σημειώστε ότι οι μονάδες μέτρησης της δύναμης και ροπής που προκύπτουν είναι δύναμη ανά μονάδα πλάτους και ροπή ανά μονάδα πλάτους, αντίστοιχα.

Οι μέσες τάσεις της πλάκας μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$\sigma_{xav} = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz = \frac{N_x}{h}$$

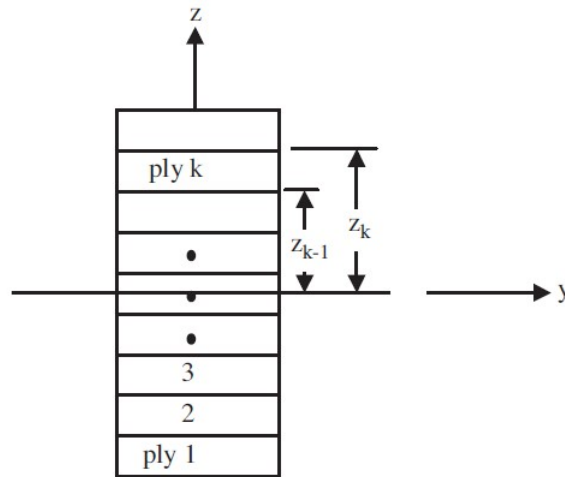
$$\sigma_{yav} = \frac{N_y}{h}$$

$$\sigma_{xyav} = \frac{N_{xy}}{h}$$

Δεδομένου ότι οι δυσκαμψίες είναι σταθερές σε κάθε στρώση (αλλά όχι απαραίτητα οι ίδιες), οι ενσωματώσεις του  $z$  γίνονται αθροιστικά σε όλες τις στρώσεις της πλάκας. Στο σύστημα συντεταγμένων της πλάκας θα είναι

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

όπου  $A_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}(Z_k - Z_{k-1})$  με  $i, j = 1, 2, 6$ , το άθροισμα μεταφέρεται σε όλες τις  $n$  στρώσεις του φύλλου.  $Z_k$  και  $Z_{k-1}$  είναι το άνω και κάτω όριο της  $k$  στρώσης στην  $z$  διεύθυνση.



Σχήμα 8.5: Σύστημα αρίθμησης στρώσεων

Για μια πολυστρωματική πλάκα υπό καμπτικό φορτίο, χρησιμοποιούνται οι τυπικές παραδοχές θεωρίας Kirchhoff. Θεωρώντας την μετατόπιση εκτός του εκάστοτε επιπέδου  $w$ , οι καμπυλότητες  $k_x$ ,  $k_y$  και  $k_{xy}$  ορίζονται ως:

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Μπορεί να αποδειχθεί ότι τα  $k_x$  και  $k_y$  είναι αντιστρόφως ανάλογα με τις τοπικές ακτίνες καμπυλότητας στις κατευθύνσεις  $x$  και  $y$ , αντίστοιχα. Σημειώστε ότι το  $w$  εξαρτάται μόνο από τις  $x$  και  $y$  συντεταγμένες και είναι ανεξάρτητο των συντεταγμένων εκτός του επιπέδου, δηλαδή των  $z$  συντεταγμένων. Σε μια καθαρή κάμψη με μικρές εκτροπές από τον ουδέτερο άξονα, οι παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις καμπυλότητες και θεωρείται ότι μεταβάλλονται γραμμικά στο πάχος της πλάκας.

$$\varepsilon_x = z k_x$$

$$\varepsilon_y = z k_y$$

$$\gamma_{xy} = z k_{xy}$$

Τώρα γράφοντας την πρώτη εξίσωση

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

στο πολυστρωματικό σύστημα συντεταγμένων  $xy$ , πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές με το  $z$  και ενσωματώνοντας το πάχος του φύλλου, δίνει:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11} z^2 k_x dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12} z^2 k_y dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{16} z^2 k_{xy} dz$$

Το αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι η  $M_x$ , άρα :

$$D_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11} z^2 dz, \quad D_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12} z^2 dz \quad \text{και} \quad D_{16} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{16} z^2 dz$$

με αποτέλεσμα η έκφραση της  $M_x$  να μπορεί να γραφτεί ως :

$$M_x = D_{11}k_x + D_{12}k_y + D_{16} k_{xy}$$

με τα  $D_{11}$ ,  $D_{12}$  και  $D_{16}$  να είναι οι όροι δυσκαμψίας της πλάκας. Με ανάλογο τρόπο, προκύπτουν οι εξισώσεις για καθαρή κάμψη μιας πολυστρωματικής πλάκας στις άλλες διευθύνσεις. Τέλος σε μητρωική μορφή να είναι:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}$$

όπου  $D_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{Q_{ij}}{3} (Z_k^3 - Z_{k-1}^3)$  με  $i, j = 1, 2, 6$  το άθροισμα μεταφέρεται σε όλες τις  $n$  στρώσεις της πλάκας.  $Z_k$  και  $Z_{k-1}$  είναι το άνω και κάτω όριο της  $k$  στρώσης στην  $z$  διεύθυνση. Σε αυτήν την μορφή, οι παραμορφώσεις  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  και  $\gamma_{xy}$  του επιπέδου μπορούν να προκληθούν μόνο από φορτία  $N_x$ ,  $N_y$  και  $N_{xy}$  ενώ οι καμπυλότητες  $k_x$ ,  $k_y$  και  $k_{xy}$  μπορούν να προκληθούν μόνο από ροπές κάμψης  $M_x$ ,  $M_y$  και  $M_{xy}$ .

Ωστόσο, για μια γενική πολυστρωματική πλάκα, είναι δυνατό να υπάρχει σύζευξη μεταξύ της συμπεριφοράς από ροπές κάμψης ή / και καμπυλότητες που προκαλούνται από φορτία εντός του  $xy$  επιπέδου. Σε μια τέτοια περίπτωση, οι παραμορφώσεις δίδονται από μια υπέρθεση αυτών. Οι παραμορφώσεις του επιπέδου είναι σταθερές στο πάχος της πλάκας και ισούνται με τις παραμορφώσεις του ουδέτερου άξονα  $\varepsilon_{x0}$ ,  $\varepsilon_{y0}$  και  $\gamma_{xy0}$ . Επομένως:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + z k_x$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + z k_y$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy0} + z k_{xy}$$

Έτσι οι γενικευμένες σχέσεις για κάθε πολυστρωματική πλάκα έχουν τη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ A_{11} & A_{12} & A_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}$$

με

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij} (Z_k - Z_{k-1}), \quad D_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{Q_{ij}}{3} (Z_k^3 - Z_{k-1}^3), \quad B_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{Q_{ij}}{2} (Z_k^2 - Z_{k-1}^2)$$

και  $i, j = 1, 2, 6$  το άθροισμα μεταφέρεται σε όλες τις  $n$  στρώσεις της πλάκας.  $Z_k$  και  $Z_{k-1}$  είναι το άνω και κάτω όριο της  $k$  στρώσης στην  $z$  διεύθυνση.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι εάν αλλάξει η σειρά των στρώσεων σε μια πολυστρωματική πλάκα, ο πίνακας A παραμένει ίδιος αλλά οι πίνακες B και D αλλάζουν. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για την αντοχή σε λυγισμό της πλάκας και παρέχει μια επιλογή βελτιστοποίησης της διαστρωμάτωσης με την αναδιάταξη των στρώσεων χωρίς αυτό να σημαίνει αύξηση του βάρους της. Εάν είναι γνωστές οι παραμορφώσεις του ουδέτερου επιπέδου και οι καμπυλότητες μιας στρώσης, η άμεση αντικατάσταση στις εξισώσεις θα δώσει τις δυνάμεις και ροπές που εφαρμόζονται.

Συνήθως, ωστόσο, οι δυνάμεις και οι ροπές είναι γνωστές και αναζητούνται οι παραμορφώσεις και οι καμπυλότητες. Μπορούν να υπολογισθούν από την αναστροφή σχέσεων

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{16} & \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{16} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{26} & \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{26} \\ \alpha_{16} & \alpha_{26} & \alpha_{66} & \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{66} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{16} & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{16} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{26} & \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{26} \\ \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{66} & \delta_{16} & \delta_{26} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$[\alpha] = [A]^{-1} + [A]^{-1} [B] [[D] - [B] [A]^{-1} [B]]^{-1} [B] [A]^{-1}$$

$$[\beta] = [A] [B] [[D] - [B] [A]^{-1} [B]]^{-1}$$

$$[\delta] = [[D] - [B] [A]^{-1} [B]]$$

Η πιο σημαντική διάταξη διαστρωμάτωσης είναι μια συμμετρική πολυστρωματικό πλάκα. Σε μια τέτοια περίπτωση, ο πίνακας B είναι μηδέν. Αυτό μπορεί να φανεί μιας και τα  $Q_{ij}$  είναι ίσα επειδή η πλάκα είναι συμμετρική και οι συντελεστές είναι ίσοι και αντίθετοι. Με τον πίνακα B μηδενικό, δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ της συμπεριφοράς από ροπές κάμψης ή / και καμπυλότητες που προκαλούνται από φορτία εντός του  $xy$  επιπέδου.

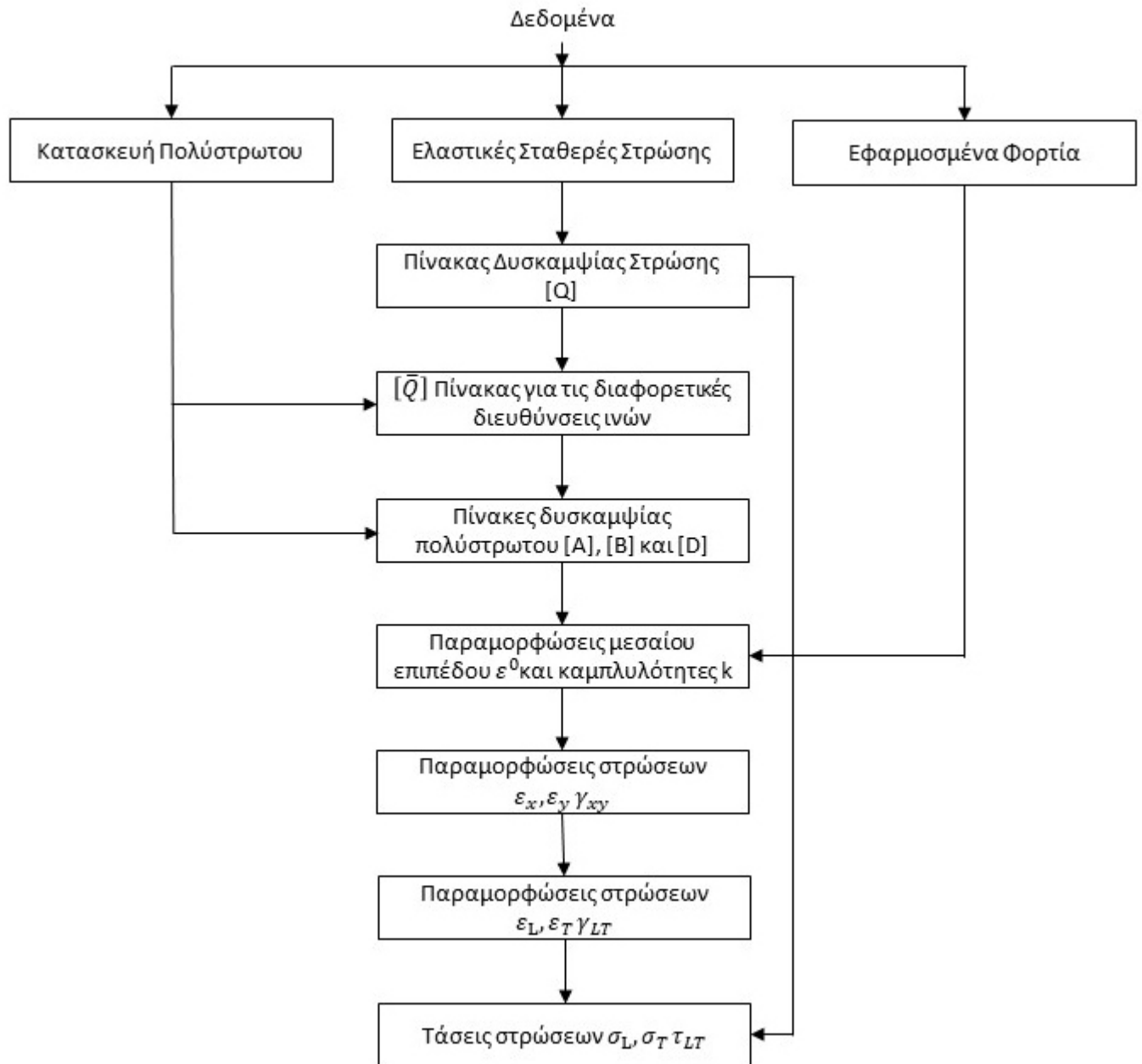
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & 0 & 0 & 0 \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ 0 & 0 & 0 & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ 0 & 0 & 0 & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$$

μέ,  $[\alpha] = [A]^{-1} = [a]$ ,  $[\beta] = 0$  και  $[\delta] = [D]^{-1} = [d]$

Η πολυστρωματική συμμετρία χρησιμοποιείται. Πρέπει να τονιστεί εδώ ότι, κατά το σχεδιασμό σύνθετων κατασκευών, προτιμώνται συμμετρικές και ισορροπημένες πλάκες. Δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ της συμπεριφοράς από ροπές κάμψης ή / και καμπυλότητες που προκαλούνται από φορτία εντός του  $xy$  επιπέδου, αποφεύγοντας έτσι ανεπιθύμητους τρόπους αστοχίας που μπορεί να συμβούν υπό ορισμένες συνθήκες φόρτωσης. Πολύ συχνά χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό είναι οι λεγόμενες μηχανικές σταθερές. Αυτές είναι ιδιότητες ακαμψίας που μπορούν να μετρηθούν στο εργαστήριο χρησιμοποιώντας απλά πειράματα.

## 8.7 Διάγραμμα Ροής διαδικασίας ανάλυσης

Συμπερασματικά παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής όλης της διαδικασίας ανάλυσης.



Σχήμα 8.6: Διάγραμμα ροής Μεθοδολογικής Προσέγγισης Κλασικής Θεωρίας Πολύστρωτων

## 8.8 Κόπωση Σύνθετων Υλικών

Η ειδική αντίσταση σε κόπωση εκφράζεται ως ο λόγος  $\frac{\sigma}{\rho}$ . Για τα σύνθετα υλικά, αυτή η ειδική αντίσταση είναι τρεις φορές υψηλότερη από ό, τι για κράματα αλουμινίου και δύο φορές υψηλότερη από αυτήν των κραμάτων χάλυβα και τιτανίου. Αυτό προκύπτει επειδή η αντίσταση κόπωσης είναι ίση με το 90% του ορίου αστοχίας για ένα σύνθετο, έναντι του 35% για κράματα αλουμινίου και 50% για χάλυβες και κράματα τιτανίου. Δεδομένων των συντελεστών ασφαλείας κατά την φάση του σχεδιασμού πρακτικά δεν καταπονείται σε κόπωση.

# Κεφάλαιο 9

## Κριτήρια αντοχής και αστοχίας πολυστρωματικών πλακών

Εάν τα φορτία που εφαρμόζονται σε ένα πολυστρωματικό υλικό είναι αρκετά υψηλά, τότε ξεπερνάται η αντοχή του υλικού και αστοχεί. Είναι, επομένως, πολύ σημαντικό να μπορούμε να χρησιμοποιούμε τάσεις και τις παραμορφώσεις που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για να προβλέψουμε την αποτυχία. Αυτό, ωστόσο, περιπλέκεται από το γεγονός ότι η τελική αστοχία ενός πολυστρωματικού υλικού δεν συμπίπτει πάντοτε με την εμφάνιση βλάβης.

### 9.1 Έναρξη - Ανάπτυξη Αστοχίας

Ανάλογα με την διαστρωμάτωση και τη φόρτιση της πλάκας, η αστοχία μπορεί να ξεκινήσει με ένα φορτίο σημαντικά χαμηλότερο από το φορτίο στο οποίο αστοχεί τελικά. Το να είσαι σε θέση να προβλέψεις πότε ξεκινά η αστοχία και πώς εξελίσσεται απαιτεί μοντελοποίηση της μήτρας και των ινών ξεχωριστά. Συνήθως, η ζημιά ξεκινά με τη μορφή ρωγμών μήτρας μεταξύ ινών σε στρώσεις εγκάρσια προς την κύρια διεύθυνση φορτίου. Καθώς το φορτίο αυξάνεται, αυξάνεται η πυκνότητα ρωγμών και οι ρωγμές μπορούν να οδηγήσουν σε αποκολλήσεις (όπου οι στρώσεις διαχωρίζονται μεταξύ τους) ή διακλαδίζονται σε παρακείμενες στρώσεις. Επιπλέον, οι τοπικές συγκεντρώσεις τάσεων μπορεί να οδηγήσουν σε αποτυχία της διεπιφανείας ινών-μήτρας. Η περαιτέρω αύξηση του φορτίου προκαλεί την αποτυχία ορισμένων ινών έως ότου το πολυστρωματικό υλικό δεν μπορεί πλέον να διαχειριστεί το εφαρμοζόμενο φορτίο και να αποτύχει καταστροφικά. Η λεπτομερής ανάλυση της δημιουργίας ρωγμών και της ανάπτυξης τους στα μεμονωμένα συστατικά μιας στρώσης είναι το αντικείμενο της μικρομηχανικής.

### 9.2 Τρόποι Αστοχίας

Σε μια απλοποιημένη προσέγγιση, κάθε στρώση θεωρείται ως ομοιογενής, έχοντας συγκεκριμένους τρόπους αστοχίας. Για μια μονοκατευθυντική στρώση συνήθως αναγνωρίζονται οι ακόλουθοι τρόποι αστοχίας:

- Αστοχία εφελκυσμού κατά μήκος των ινών ( $X^t$ )
- Αστοχία θλίψης κατά μήκος των ινών με το ( $X^c$ )
- Αστοχία εφελκυσμού εγκάρσια προς τις ίνες ( $Y^t$ )
- Αστοχία θλίψης εγκάρσια προς τις ίνες ( $Y^c$ )
- Αστοχία καθαρής διάτμησης μιας στρώσης ( $S$ )

Οι τιμές των παραπάνω παρενθέσεων αφορούν τιμές αντοχών, που λαμβάνονται πειραματικά, δεν ταυτίζονται με την αστοχία των ινών, της μήτρας ή της διεπιφάνειας τους. Η έναρξη αστοχίας, όπως ρωγμές μήτρας που οδηγούν σε αστοχία ινών ή αστοχία της διεπιφάνειας ίνας-μήτρας που οδηγεί σε αστοχία ινών, ενσωματώνονται σε μία μόνο πειραματικά μετρούμενη τιμή. Αυτή η τιμή είναι μια μακροσκοπική τιμή που περιγράφει τότε μια μεμονωμένη στρώση θα αποτύχει καταστροφικά, δεδομένης μιας συγκεκριμένης φόρτωσης.

### 9.3 Προσδιορισμός Αντοχής

Αντί για τις πέντε τιμές αντοχής που μόλις αναφέρθηκαν, η αντίστοιχη απόλυτη παραμόρφωση, που λαμβάνεται και πάλι πειραματικά, μπορεί να τις αντικαταστήσει. Η εναλλαγή αυτή είναι αποδεκτή μόνο για καταστάσεις φόρτωσης για τις οποίες η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης είναι γραμμική έως την αστοχία ή σχεδόν γραμμική. Αυτό σημαίνει ότι για εφελκυσμό και θλίψη κατά μήκος των ινών, η μετάβαση από εκτιμήσεις (αντοχής) που λαμβάνονται με βάση την αντοχή σε εκτιμήσεις με βάση την παραμόρφωση απαιτεί μόνο τη χρήση σταθεράς αναλογικότητας που είναι το μέτρο ελαστικότητας (προς την κατεύθυνση του φορτίου) διαιρεμένο με τον λόγο Poisson. Για διάτμησης και εγκάρσια θλίψη ή εφελκυσμό, όπου οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης είναι, συνήθως, μη γραμμικές, απλώς πολλαπλασιάζοντας τις εκτιμήσεις με βάση την παραμόρφωση με σταθερά αναλογικότητας δεν δίνουν τις σωστές τιμές αντοχής μέχρι την αστοχία. Πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο που εισαγάγει τις μη γραμμικότητες στην καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης.

Σκεφτείτε τώρα την περίπτωση μιας πλάκας στην οποία όλες οι στρώσεις είναι ίδιες με τον ίδιο αυθαίρετο προσανατολισμό  $\theta$ . Μια αυθαίρετη αξονική φόρτιση εφαρμόζεται, έχει ως αποτέλεσμα την ίδια συνδυασμένη κατανομή τάσεων (και παραμόρφωσης) σε κάθε στρώση. Αυτή η κατανομή τάσης ή παραμόρφωσης πρέπει να αντιστοιχηθεί στους κύριους άξονες της στρώσης, οι οποίοι είναι οι άξονες και των στρώσεων γενικά (ένας άξονας παράλληλος με τις ίνες και ένας εγκάρσιος σε αυτές). Οι προκύπτουσες τάσεις (ή παραμορφώσεις) συγκρίνονται με τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές τους (αντοχή ή παραμόρφωση). Προφανώς, σε αυτήν την ειδική περίπτωση, όλες οι στρώσεις αποτυγχάνουν ταυτόχρονα. Η προσέγγιση όπου οι κύριες τάσεις σε μια στρώση συγκρίνονται με τις απόλυτες τιμές αντοχής στις αντίστοιχες κατευθύνσεις είναι η θεωρία της μέγιστης τάσης. Η προσέγγιση όπου οι κύριες παραμορφώσεις σε μία στρώση συγκρίνονται με τις απόλυτες τιμές παραμόρφωσης στις αντίστοιχες κατευθύνσεις είναι η θεωρία της μέγιστης παραμόρφωσης. Σημειώνεται ότι, για γενικευμένη φόρτωση, ακόμη και αν όλες οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης είναι γραμμικές, οι εκτιμήσεις από τις δύο μεθόδους θα διαφέρουν ελαφρώς λόγω του λόγου Poisson.

#### 9.3.1 Διαδικασία προσδιορισμού αντοχής σε πολύστρωτο με πλάκες διαφορικών προσανατολισμών

- Λαμβάνοντας υπόψη τα εφαρμοζόμενα φορτία, υπολογίζονται οι παραμορφώσεις και καμπυλότητες του μεσαίου επιπέδου της πλάκας μέσω των:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & 0 & 0 & 0 \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ 0 & 0 & 0 & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ 0 & 0 & 0 & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$$

- Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των παραμορφώσεων της κάθε στρώσης στους κύριους άξονες της πλάκας.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + z k_x$$



$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + z k_y$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy0} + z k_{xy}$$

- Οι παραμορφώσεις των στρώσεων μπορούν να μεταφραστούν σε τάσης στους κύριους άξονες της πλάκας.

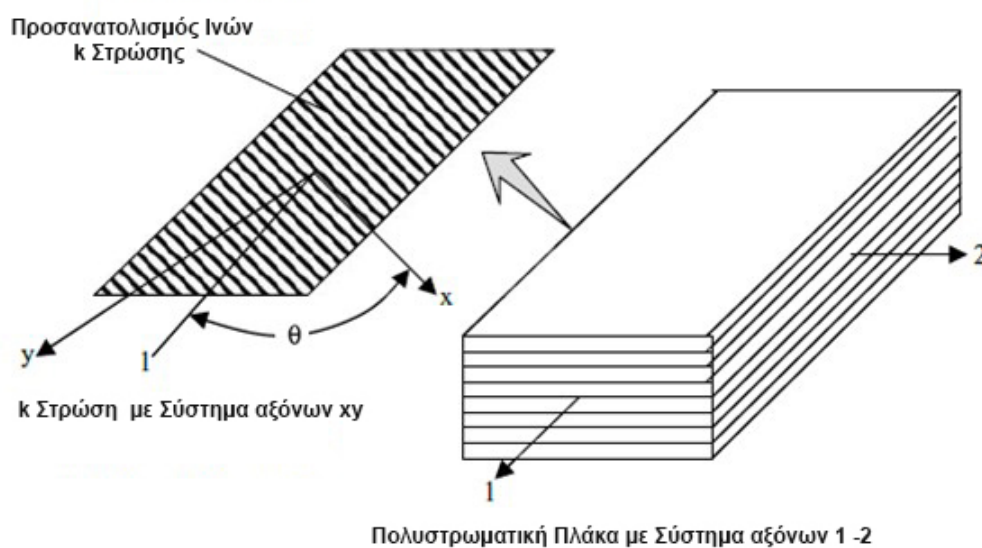
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

- Ανάλογα με τον τύπο του κριτηρίου αστοχίας που χρησιμοποιείται (με βάση την τάση ή την παραμόρφωση), οι τάσεις της στρώσης και / ή οι παραμορφώσεις στους κύριους άξονες της πλάκας μετατρέπονται σε τάσεις και / ή οι παραμορφώσεις στους άξονες της στρώσης

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & -2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

- Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του προηγούμενου βήματος, εφαρμόζεται ένα κριτήριο αστοχίας για να προσδιοριστεί ποια στρώση αστοχεί.
- Εάν είναι επιθυμητό, μπορεί να ακολουθήσει ανάλυση αστοχίας. Οι ιδιότητες δυσκαμψίας και αντοχής της στρώσης που αστόχησε προσαρμόζονται λαμβάνοντας υπόψη τον τύπο αστοχίας που συνέβη και τα προηγούμενα βήματα
- Τα βήματα επαναλαμβάνεται έως ότου έχουν αποτύχει όλες οι στρώσεις στην πλάκα.



Σχήμα 9.1: Σύστημα Συντεταγμένων Πλάκας και Στρώσης

## 9.4 Κριτήρια Αστοχίας

Οι προβλέψεις αστοχίας που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία μπορεί να διαφέρουν σημαντικά ανάλογα με το κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιήθηκε. Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός κριτηρίων αποτυχίας, με βάση την τάση, με βάση την παραμόρφωση ή με βάση την ενέργεια. Μερικές αντιπροσωπευτικές παρουσιάζονται συνοπτικά.

### Κριτήριο Μέγιστης Τάσης

Σε αυτήν την περίπτωση, οι κύριες τάσεις σε κάθε στρώση συγκρίνονται με τις αντίστοιχες τιμές αντοχής  $X^t$ ,  $X^c$ ,  $Y^t$ ,  $Y^c$  και  $S$ . Στην φάση της μελέτης, αυτές οι τιμές αντοχής προσαρμόζονται μέσω στατιστικής ανάλυσης για τον προσδιορισμό των μειωμένων τιμών τελικής αντοχής που αντιπροσωπεύουν και τις αρνητικές περιβαλλοντικές επιπτώσεις. Σε ορισμένες περιπτώσεις, το αποτέλεσμα της αστοχίας περιλαμβάνεται επίσης σε αυτές τις μειωμένες τιμές αντοχής. Αυτές οι μειωμένες τιμές ονομάζονται επίσης επιτρεπόμενες τιμές. Το κριτήριο της μέγιστης τάσης μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} \sigma_x < X^t \text{ ή } X^c \text{ ανάλογα αν η } \sigma_x \text{ είναι εφελκυστική ή θλιπτική} \\ \sigma_y < Y^t \text{ ή } Y^c \text{ ανάλογα αν η } \sigma_y \text{ είναι εφελκυστική ή θλιπτική} \\ |\tau_{xy}| < S \end{aligned}$$

όπου  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , και  $\tau_{xy}$  είναι οι τάσεις της στρώσης στο σύστημα συντεταγμένων της στρώσης (x παράλληλα με ίνες και y κάθετα προς ίνες). Εάν όλα τα αριστερά μέλη των ανισώσεων είναι μικρότερα από τα δεξιά, δεν υπάρχει αστοχία. Η αστοχία συμβαίνει μόλις ένα (ή περισσότερα) από τα αριστερά μέλη ισούται με τα δεξιά. Η είδος αστοχίας είναι αυτό για το οποίο πάει να ισχύει η ανίσωση. Για παράδειγμα, εάν το  $\sigma_x$  είναι θλιπτικό και η πρώτη ανίσωση παύει να ισχύει, τότε το είδος αστοχίας είναι αστοχία θλίψης κατά μήκος των ινών.

### Κριτήριο Μέγιστης Παραμόρφωσης

Με εντελώς αντίστοιχο τρόπο με το κριτήριο μέγιστης τάσης, το κριτήριο της μέγιστης παραμόρφωσης εκφράζεται ως:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x < \varepsilon_{xu}^t \text{ ή } \varepsilon_{xu}^c \text{ ανάλογα αν η } \varepsilon_x \text{ είναι εφελκυστική ή θλιπτική} \\ \varepsilon_y < \varepsilon_{yu}^t \text{ ή } \varepsilon_{yu}^c \text{ ανάλογα αν η } \varepsilon_y \text{ είναι εφελκυστική ή θλιπτική} \\ |\gamma_{xy}| < S \end{aligned}$$

όπου  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  και  $\gamma_{xy}$  είναι παραμορφώσεις της στρώσης στο σύστημα συντεταγμένων αξόνων της στρώσης ( $\xi$  παράλληλα με ίνες και  $\psi$  κάθετα προς αυτές). Επίσης,  $\varepsilon_{xu}^t$ ,  $\varepsilon_{xu}^c$ ,  $\varepsilon_{yu}^t$ ,  $\varepsilon_{yu}^c$  και  $\gamma_{xy}$  είναι οι επιτρεπόμενες τιμές παραμόρφωσης στην αντίστοιχη διεύθυνση και φόρτιση (εφελκυσμό ή θλίψη). Εάν όλα τα αριστερά μέλη των ανισώσεων είναι μικρότερα από τα δεξιά, δεν υπάρχει αστοχία. Η αστοχία συμβαίνει μόλις ένα (ή περισσότερα) από τα αριστερά μέλη οριακά ισούται με τα δεξιά.

### Κριτήριο Tsai-Hill

Στα δύο προηγούμενα κριτήρια αστοχίας, κάθε τάση ή παραμόρφωση συγκρίνεται ξεχωριστά με την αντίστοιχη επιτρεπόμενη τιμή. Σε γενικές γραμμές, ωστόσο, οι καταπονήσεις (ή οι παραμορφώσεις) μπορεί να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και να οδηγούν σε αστοχία, ακόμη και αν το καθένα συγκρινόμενο με το αντίστοιχο επιτρεπτό όριο να μην υποδηλώνει αστοχία. Ο Hill ήταν από τους πρώτους που πρότεινε ένα συνδυασμένο κριτήριο αστοχίας για σύνθετα υλικά. Για μία στρώση, το κριτήριο έχει τη μορφή:

$$F_x \sigma_x^2 + F_y \sigma_y^2 + F_{xy} \sigma_x \sigma_y + F_s \tau_{xy}^2 = 1$$

είναι ανάλογο με το κριτήριο απόδοσης von Mises σε ιστροπικά υλικά:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{yield}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{yield}^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{yield}^2} + \frac{3\tau_{xy}^2}{\sigma_{yield}^2} = 1$$

με  $\sigma_{yield}$  την τάση διαρροής του υλικού. Στην πραγματικότητα, το κριτήριο αστοχίας προτάθηκε από τον Hill (για μια τρισδιάστατη ενταντική κατάσταση) ως μοντέλο διαρροής σε ανισότροπα υλικά. Στα σύνθετα υλικά, όπου η έννοια της μακροσκοπικής διαρροής (σε επίπεδο διαστρωμάτωσης ή και στρώσης) δεν είναι ισχύει, η αστοχία αντικαθιστά την διαροή.

Το κριτήριο αναγνωρίζει το γεγονός ότι οι αντοχές αστοχίας μίας στρώσης σύνθετου υλικού είναι διαφορετικές σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Ο Tsai καθόρισε τους συντελεστές τάσης στην έκφραση λαμβάνοντας υπόψη τρεις απλές καταστάσεις φόρτισης: (α) μόνο τάση  $\sigma_x$  εφαρμόζεται σε μια στρώση με την αντίστοιχη αντοχή  $X$ . (β) μόνο τάση  $\sigma_y$  εφαρμόζεται σε μια στρώση με την αντίστοιχη αντοχή  $Y$  και (γ) μόνο τάση  $\tau_{xy}$  εφαρμόζεται με την αντίστοιχη αντοχή  $S$ . Για παράδειγμα εάν μόνο τάση  $\sigma_x$  εφαρμόζεται έχει μορφή ως εξής:

$$F_x \sigma_x^2 = 1$$

Είναι επίσης γνωστό ότι εάν εφαρμόζεται μόνο  $\sigma_x$ , η οποία είναι παράλληλη με τις ίνες, η αστοχία θα συμβεί όταν το  $\sigma_x$  ισούται με  $X$  ή

$$\sigma_x^2 = X^2$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$F_x = \frac{1}{X^2}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις υπόλοιπες δύο περιπτώσεις φόρτισης θα προκύψουν άλλες δύο συνθήκες ώστε να προσδιορίσουν δύο από τους τρεις αγνώστους  $F_y$ ,  $F_{xy}$  και  $F_s$ . Μια ακόμη συνθήκη αφορά την αρχική τρισδιάστατη μορφή του κριτηρίου διαρροής του Hill στο οποίο  $F_x$ ,  $F_y$  και  $F_{xy}$  είναι αλληλεξαρτώμενα μέσω παραμορφώσεων ενός συγκεκριμένου όγκου υλικού. Αυτό δίνει μια επιπλέον εξίσωση. Η τελική μορφή του κριτηρίου αστοχίας.

Λαμβάνοντας υπόψη τις υπόλοιπες δύο περιπτώσεις φόρτισης θα προκύψουν άλλες δύο συνθήκες ώστε να προσδιορίσουν δύο από τους τρεις αγνώστους  $F_y$ ,  $F_{xy}$  και  $F_s$ . Μια ακόμη συνθήκη αφορά την αρχική τρισδιάστατη μορφή του κριτηρίου διαρροής του Hill στο οποίο  $F_x$ ,  $F_y$  και  $F_{xy}$  είναι αλληλεξαρτώμενα μέσω παραμορφώσεων ενός συγκεκριμένου όγκου υλικού. Αυτό δίνει μια επιπλέον εξίσωση. Η τελική μορφή του κριτηρίου αποτυχίας Tsai – Hill είναι:

$$\frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{X^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{S^2} = 1$$

### Κριτήριο Tsai-Wu

Το κριτήριο αποτυχίας Tsai-Wu ήταν αποτέλεσμα μιας απόπειρας γενικής μαθηματικής γενίκευσης του κριτηρίου αστοχίας Tsai-Hill δημιουργώντας μια προσαρμογή που βασίζεται στη θεωρία του τανυστή και υπολογίζει το γεγονός ότι τα σύνθετα υλικά έχουν διαφορετική αντοχή σε εφελκυσμό και θλίψη. Αυτό σημαίνει ότι η θεωρία αποτυχίας Tsai-Wu δεν βασίζεται εξ ολοκλήρου σε μηχανική, αλλά περιλαμβάνει μια πτυχή προσπάθειας προσαρμογής. Στην πραγματικότητα, ένας από τους αγνώστους συντελεστές στο κριτήριο επιτυγχάνεται απαιτώντας την ανάκτηση του κριτηρίου διαρροής von Mises εάν το υλικό ήταν ιστροπικό. Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, η διαρροή άρα και η θεωρία της ενέργειας παραμόρφωσης στην οποία βασίζεται το κριτήριο von Mises, δεν ισχύουν για σύνθετα υλικά, επομένως το κριτήριο Tsai-Wu πρέπει να θεωρηθεί ως

μια βολική (και χρήσιμη) μοντελοποίηση - προσαρμογή (fitting) παρά ένα μοντέλο αστοχίας που βασίζεται στη μηχανική. Η μορφή του κριτηρίου είναι:

$$\frac{\sigma_y^2}{X^t X^c} + \frac{\sigma_y^2}{Y^t Y^c} - \sqrt{\frac{1}{X^t X^c} \frac{1}{Y^t Y^c}} \sigma_x \sigma_y + \left( \frac{1}{X^t} - \frac{1}{X^c} \right) \sigma_x + \left( \frac{1}{Y^t} - \frac{1}{Y^c} \right) \sigma_y + \frac{\tau_{xy}^2}{S^2} = 1$$

Σημειώνεται ότι οι δυνάμεις εφελκυσμού και θλίψης εισάγονται ως θετικές τιμές στην παραπάνω εξίσωση.

Με εξαίρεση τις καταστάσεις διαξονικής θλίψης όπου, στην καλύτερη περίπτωση οι προβλέψεις είναι μη ρεαλιστικές, το κριτήριο Tsai-Wu δίνει προβλέψεις που κυμαίνονται από αποδεκτές έως εξαιρετικές σε σύγκριση με τα αποτελέσματα των πειραμάτων.

### Λοιπά Κριτήρια Αστοχίας

Ένα από τα μεγάλα προβλήματα των κριτηρίων αστοχίας αλληλεπίδρασης, όπως το Tsai – Wu και το Tsai – Hill είναι η φυσική έννοια των όρων (εκτός από τη δυσκολία της προσδιορισμού τους πειραματικά). Σχετίζεται με αυτό, αλλά πιο γενικό ως πρόβλημα ορισμένων από τα κριτήρια αστοχίας που έχουν ήδη παρουσιαστεί, είναι η «απλοποίηση» των ιδιοτήτων και η αντιμετώπιση κάθε στρώσης ως ομοιογενής με μεμονωμένες τιμές για την αναπαράσταση αντοχής σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Οι θεωρίες αστοχίας που εισάγουν τους μεμονωμένους τρόπους αστοχίας των ινών και της μήτρας είναι πιο αισιόδοξες. Συγκεκριμένα, το κριτήριο αποτυχίας Hashin-Rotem έχει τη μορφή:

- Για αστοχία Ινών

$$\frac{\sigma_x}{X^t} = 1, \sigma_x \text{ είναι εφελκυστική}$$

$$\frac{\sigma_x}{X^c} = 1, \sigma_x \text{ είναι θλιπτική}$$

- Για αστοχία Μήτρας

$$\frac{\sigma_y^2}{(Y^t)^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{S^2} = 1, \sigma_y \text{ είναι εφελκυστική}$$

$$\frac{\sigma_y^2}{(Y^c)^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{S^2} = 1, \sigma_y \text{ είναι θλιπτική}$$

Πιο πρόσφατα, προέκυψαν κριτήρια αστοχίας που βασίζονται στην ανάλυση μικρομηχανικής των σύνθετων υλικών σε διαφορετικές καταστάσεις φόρτισης και φαίνεται ότι είναι πιο ελπιδοφόρα, αλλά με σημαντική αύξηση της πολυπλοκότητας και του υπολογιστικού κόστους.

# Κεφάλαιο 10

## Σχεδιαστικοί Παράμετροι - Στόχοι

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν και θα αναπτυχθούν συνοπτικά οι στόχοι και οι περιορισμοί τους οποίους θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν σε όλη την διαδικασία του σχεδιασμού. Οι περιορισμοί αφορούν τόσο το κομμάτι του διαγωνισμού και των κανόνων που αυτοί επιβάλλουν όσο και το κομμάτι της αντοχής και της απόδοσης. Σημειώνεται ότι οποιαδήποτε αλλαγή, προσθήκη ή βελτίωση σε ένα αγωνιστικό μονοθέσιο, και όχι μόνο, γίνεται με σκοπό την επίτευξη ενός καλύτερου αποτελέσματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση σαν απώτερος στόχος είναι αυτός της μείωσης του χρόνου του μονοθέσιου στην πίστα.

### 10.1 Κανόνες Διαγωνισμού

Δεδομένου ότι η μελέτη αυτή αφορά ζάντα ενός αγωνιστικού μονοθέσιου τύπου Formula Student , είναι αναγκαίο, και αναμενόμενο κάθε κομμάτι του να εναρμόζεται πλήρως στους κανονισμούς του Formula Student . Κύριος στόχος των κανονισμών αυτών είναι η εξάλειψη πιθανών κινδύνων κατά την διάρκεια του διαγωνισμού. Εκτός από κατευθυντήριες αρχές δηλαδή αποτελούν κατά κύριο λόγο τον βασικό μηχανισμό εισαγωγής κριτηρίων ασφάλειας. Σε μια περίπτωση μελέτης όπως αυτή, θα πρέπει να πληρούνται οι κανονισμοί που αφορούν τις ζάντες- τροχούς του μονοθέσιου αλλά και των κατασκευών από σύνθετα υλικά.

#### 10.1.1 Κανονισμοί αναφορικά με την ζάντα

- Κάθε σύστημα στήριξης τροχών που χρησιμοποιεί ένα μόνο παξιμάδι συγκράτησης πρέπει να ενσωματώνει μια συσκευή για την αποφυγή χαλάρωσης του παξιμαδιού και του τροχού. Ένα δεύτερο παξιμάδι («κόντρα παξιμάδι») δεν πληροί αυτές τις απαιτήσεις.
- Τα τυποποιημένα μπουλόνια και τα μπουλόνια των τροχών πρέπει να είναι κατασκευασμένα από χάλυβα και θεωρούνται μηχανικοί σύνδεσμοι. Οι ομάδες που χρησιμοποιούν τροποποιημένα μπουλόνια, μπουζόνια ή προσαρμοσμένα σχέδια θα απαιτηθούν για να αποδείξουν ότι έχουν ακολουθηθεί καλές τεχνικές πρακτικές στο σχεδιασμό τους. Τα μπουλόνια και τα μπουζόνια των τροχών δεν πρέπει να είναι τρύπια.
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν παξιμάδια τροχού αλουμινίου, αλλά πρέπει να είναι σκληροσμένα και ανοδιωμένα.

#### 10.1.2 Κανονισμοί αναφορικά με κατασκευές από σύνθετα υλικά

Στους κανονισμούς του διαγωνισμού δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός αναφορικά με ζάντες φτιαγμένες από σύνθετα υλικά. Οι κανονισμοί αναφέρονται κυρίως για κατασκευές από σύνθετα υλικά

της «Κύριας Κατασκευής» και του αεροδυναμικού πακέτου.

Σαν «Κύρια κατασκευή» ορίζεται ως ο συνδυασμός των παρακάτω στοιχείων:

- Πίσω Hoop
- Πίσω Hoop
- Οι βάσεις και τα υποστυλώματα των Hoops
- Side Impact Structure
- Μπροστά Bulkhead
- Στήριξη του μπροστά Bulkhead
- Τυχόν μέλη πλαισίου, οδηγοί ή υποστηρίγματα που μεταφέρουν φορτίο από το σύστημα συγκράτησης οδηγού

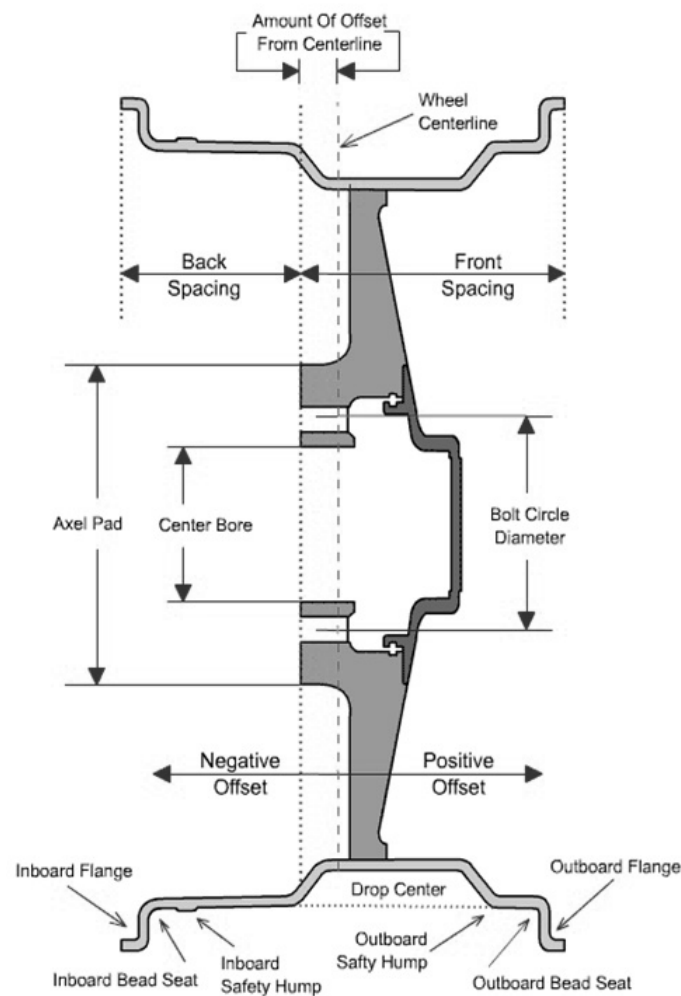
Οι τροχοί δεν μπορούν να θεωρηθούν σαν αεροδυναμικό πακέτο μιας και η θέση τους βρίσκεται εκτός του επιτρεπτού από τους διαγωνισμούς χώρου μέσα τον οποίο θα πρέπει το αεροδυναμικό πακέτο να βρίσκεται. Αυτό μας δίνει έναν έμμεσο περιορισμό, ότι δεν θα πρέπει ο σχεδιασμός της ζάντας να βοηθάει την αεροδυναμική συμπεριφορά του μονοθέσιου. Οι σχεδιαστικές επιλογές θα πρέπει να έχουν σαν γνώμονα της αντοχή και την δυσκαμψία του.

## 10.2 Σχεδιαστικοί στόχοι Απόδοσης

Οι στόχοι απόδοσης, όπως μαρτυρά ο τίτλος τους, αναφέρονται στην όσο το δυνατόν καλύτερη απόδοση του μονοθέσιου. Το κομμάτι της απόδοσης περιλαμβάνει την ευκολία χειρισμού, επιτάχυνση, φρενάρισμα, λειτουργικότητα και αξιοπιστία του μονοθέσιου. Κύρια υποομάδα που ασχολείται με το κατά πόσο μια σχεδιαστική αλλαγή θα επηρεάσει την απόδοση του μονοθέσιου είναι αυτή της Δυναμικής του οχήματος. Μετά από αναλύσεις ευαισθησίας που έγιναν από τα μέλη της υποομάδας, δόθηκαν σχεδιαστικές οδηγίες- στόχοι αναφορικά με το πλάτος της ζάντας, την δυσκαμψία της, την ροπή αδράνειας το βάρος και το offset .

**Πλάτος** Είναι αλήθεια ότι το πλάτος της ζάντας παίζει σημαντικό ρόλο στην απόδοση των ελαστικών και, ως εκ τούτου, στην απόδοση του αυτοκινήτου λόγω του γεγονότος ότι η αύξηση του πλάτους της ζάντας οδηγεί σε αύξηση της επιφάνειας επαφής των ελαστικών με το οδόστρωμα. Ως αποτέλεσμα, η πρόσφυση αυξάνεται που είναι ο απώτερος στόχος. Σαν στόχος είναι το πλάτος της ζάντας να είναι 7.5”.

**Βάρος** Γενικά, η μείωση του συνολικού βάρους του αυτοκινήτου είναι ένας από τους μεγαλύτερους στόχους κάθε αγωνιστικού αυτοκινήτου. Η περιστρεφόμενη μάζα ενός οχήματος περιλαμβάνει όλα τα μέρη που περιστρέφονται, συμπεριλαμβανομένων όλων όσων βρίσκονται στον κινητήρα του οχήματος, από την στροφαλοφόρο άτρακτο του κινητήρα έως τους τροχούς και τα ελαστικά του. Αυτό επηρεάζει την ενέργεια που απαιτείται για την μεταβολή της ταχύτητας καθώς το όχημα επιταχύνει ή επιβραδύνει. Όπως θα μαντέψατε, η μείωση του βάρους οποιουδήποτε από αυτά τα περιστρεφόμενα μέλη θα βελτιώσει την απόδοση του μονοθέσιου, διότι απαιτείται λιγότερη ενέργεια για την μεταβολή της ταχύτητάς τους. Στο κεφάλαιο της μεταφοράς των φορτίων έγινε επίσης ανάλυση της εγκάρσιας μεταφοράς φορτίου από την μη αναρτημένη μάζα. Ανώτερο όριο στην τιμή του βάρους είναι αυτό του 1.8 kg .



Σχήμα 10.1: Τομή Ζάντας

**Αδράνεια** Γενικά, η μείωση της συνολικής αδράνειας του αυτοκινήτου είναι ένας πολύ σημαντικός στόχος. Η μείωση της ροπής αδράνειας των μελών και κυρίως των περιστρεφόμενων μελών οδηγεί σε καλύτερη ανταπόκριση και μεγαλύτερη ευελιξία, η οποία είναι κρίσιμη κατά την οδήγηση σε «κλειστές» πίστες FSAE .

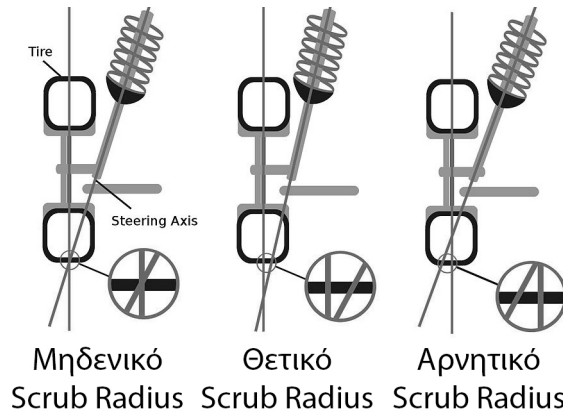
**Ακαμψία** Η ακαμψία της ζάντας θα μπορούσε να επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό την πιθανή πρόσφυση ενός ελαστικού λόγω του γεγονότος ότι το πλαϊνό τοίχωμα της ζάντας παραμορφώνεται καθώς το ελαστικό μεταβάλλει το αποτύπωμά του. Η δυσκαμψία μιας ζάντας θα μπορούσε να χωριστεί σε δύο υποκατηγορίες:

**Δυσκαμψία δομής** η οποία εξαρτάται από το σχεδιασμό / γεωμετρία της.

**Δυσκαμψία υλικού** η οποία εξαρτάται από το/τα υλικό/υλικά από το/τα οποίο/οποία αποτελείται.

**Offset** Το Offset ενός τροχού είναι η απόσταση από την επιφάνεια στερέωσης στην πλήμνη έως την αξονική γραμμή του τροχού. Το offset του τροχού μετρείται σε χιλιοστά και οδηγεί σε θετική, αρνητική ή μηδενική μετατόπιση. Η θετική μετατόπιση είναι όταν η επιφάνεια στήριξης της πλήμνης είναι προς την μπροστινή επιφάνεια του τροχού. Αυτό που κάνει το Offset ως στόχο στη διαδικασία επιλογής των ζαντών είναι το γεγονός ότι επηρεάζει άμεσα το Scrub Radius και, κατά συνέπεια, τα φορτία των ελαστικών. Το offset εκτός από στόχος είναι και περιορισμός μιας και η χωροταξία του μονοθέσιου μας περιορίζει. Στην συγκεκριμένη

περίπτωση η υποομάδα της δυναμικής του μονοθέσιου έχουν ορίσει σαν στόχο το οφφσετ να είναι 30 mm , τιμή η οποία πληροί και τους χωροταξικούς περιορισμούς.



Σχήμα 10.2: Scrub Radius συγκριτικά με το Offset

### 10.3 Σχεδιαστικοί στόχοι αντοχής

Στο κεφάλαιο αυτό ορίζονται σαφώς οι φορτίσεις που ασκούνται στην ζάντα στα διάφορα σενάρια που μπορεί να συμβούν κατά την διάρκεια ενός αγώνα FSAE . Για αρχή παρατίθενται τα βασικά και σταθερά χαρακτηριστικά του μονοθέσιου.

Βασικά Χαρακτηρίστηκα Μονοθέσιου	
Εμπρόσθιο μετατρόχιο	1240.00 [mm]
Οπίσθιο μετατρόχιο	1200.00 [mm]
Μεταξόνιο	1650.00 [mm]
Συνολική Μάζα ( Με Οδηγό Και Καύσιμα)	256 [kg]
Κατανομή Συνολικής Μάζας	46-54 [% ]
Μη Αναρτημένη Μάζα Εμπρόσθιου Άξονα (Ανά Τροχό)	9.00[kg]
Μη Αναρτημένη Μάζα Οπίσθιου Άξονα (Ανά Τροχό)	9.50 [kg]
Ακτίνα Εμπρόσθιων Ελαστικών Υπό Φορτίο	199.50 [mm]
Ακτίνα Οπίσθιων Ελαστικών Υπό Φορτίο	199.50 [mm]

Έπειτα γίνεται ένας διαχωρισμός στα πιθανά σενάρια που μπορεί να κληθεί να ανταπεξέλθει η ζάντα σε έναν αγώνα FSAE , και παρουσιάζονται, με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο των φορτίσεων των ελαστικών, τα αποτελέσματα των φορτίσεων που κάθε τροχός δέχεται.

Αυτά τα φορτία αρχικά λαμβάνονται απευθείας από το αποτύπωμα του ελαστικού. Προκειμένου να μοντελοποιηθεί η πραγματικότητα πιο σωστά , ένα μοντέλο θα απαιτούσε ένα συναρμολόγημα του τροχού και του ελαστικού έτσι ώστε να μπορεί να συμπεριληφθεί η παραμόρφωση των ελαστικών και η μεταφορά φορτίου. Ωστόσο, για αυτήν την ανάλυση τα φορτία των ελαστικών εφαρμόζονται απευθείας στη γεωμετρία των τροχών. Η προσέγγιση αυτή απλοποιεί σημαντικά το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων επιτρέποντας την ελαχιστοποίηση των χρόνων ρύθμισης και εκτέλεσης της προσομοίωσης. Επιπλέον, η άμεση εφαρμογή των φορτίων των ελαστικών στον τροχό δημιουργεί μια δυσμενέστερη φόρτιση η οποία οδηγεί σε επιπλέον παράγοντα ασφάλειας, διότι η απορρόφηση ενέργειας και η συνολική κατανομή φορτίου που προκαλείται από την παραμόρφωση των ελαστικών δεν λαμβάνεται πλήρως υπόψη.



## 10.3.1 Εγκάρσια επιτάχυνση

Εγκάρσια Επιτάχυνση				
Εγκάρσια Επιτάχυνση	2.2	g	21.58	$\frac{m}{s^2}$
Ταχύτητα	90	$\frac{km}{h}$	25	$\frac{m}{s}$
Εγκάρσια Μεταφορά Φορτίου (Εμπρόσθιο Άξονα)				
	576	N	58.7	kg
Εγκάρσια Μεταφορά Φορτίου (Οπίσθιο Άξονα)				
	730	N	74.4	kg
Κάθετο Αεροδυναμικό Φορτίο				
	1958	N	199.6	kg
Εμπρόσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1657	N	168.9	kg
$F_x$	-666	N	-67.9	kg
$F_y$	-2051	N	-209	kg
Εμπρόσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	502	N	51.2	kg
$F_x$	202	N	20.6	kg
$F_y$	621	N	63.3	kg
Οπίσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1883	N	191.9	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	-2330	N	-237.5	kg
Οπίσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	423	N	43.1	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	523	N	53.3	kg

Πίνακας 10.1: Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Καθαρή Εγκάρσια Επιτάχυνση

Στην δυσμενέστερη θέση μπορούμε να δούμε ότι βρίσκεται ο οπίσθιος εξωτερικός τροχός.

## 10.3.2 Διαμήκης επιβράδυνση

Κατά τον διαμήκη άξονα, η δυσμενέστερη κατάσταση είναι αυτή της επιβράδυνσης. Η επιβράδυνση είναι στα όρια πρόσφυσης του ελαστικού, ακριβώς στο σημείο που οριακά δεν έχουμε ολίσθηση του τροχού. Το κομμάτι της επιτάχυνσης είναι σαφώς ευνοϊκότερο για αυτό και δεν εξετάζεται.

Διαμήκης επιβράδυνση				
Διαμήκης επιβράδυνση	2.3	g	22.56	$\frac{m}{s^2}$
Ταχύτητα	110	$\frac{km}{h}$	30.56	$\frac{m}{s}$
Κατανομή Πέδησης	61	%	0,61	-
Διαμήκης Μεταφορά Φορτίου	1030	N	104.9	kg
Κάθετο Αεροδυναμικό Φορτίο	2924	N	298.1	kg
Εμπρόσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1845	N	188.1	kg
$F_x$	-1930	N	-196.7	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Εμπρόσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1845	N	188.1	kg
$F_x$	-1930	N	-196.7	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Οπίσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	916	N	93.4	kg
$F_x$	-985	N	-97.7	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Οπίσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	916	N	93.4	kg
$F_x$	-985	N	-97.7	kg
$F_y$	0	N	0	kg

Πίνακας 10.2: Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Καθαρή Διαμήκης επιβράδυνση

Όπως ήταν αναμενόμενο, δεδομένων των αδρανειακών ροπών, ο εμπρόσθιος άξονας είναι αυτός με τους τροχούς που καταπονούνται παραπάνω.

### 10.3.3 Συνδυασμός Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης

Υπάρχουν τρεις φάσεις στην αγωνιστική οδήγησή κατά την προσέγγιση μιας στροφής. Πρώτα, το φρενάρισμα ξεκινά με γρήγορη εφαρμογή όσο το δυνατόν περισσότερης δύναμης πέδησης, οριακά μέχρι την ολίσθηση. Το πόσο γρήγορα μπορούν να εφαρμοστούν τα φρένα εξαρτάται από την ανάρτηση στο αυτοκίνητο και την επιφάνεια του οδοστρώματος. Δεύτερον, μόλις το αυτοκίνητο

Ξεκινάει και στρίβει η δύναμη πέδησης μειώνεται σταδιακά έως ότου μηδενιστεί στην κορυφή της στροφής. Στην Τρίτη φάση και ακαριαία μετά την δεύτερη το αυτοκίνητο επιταχύνει, πάλι σταδιακά μέχρι την μέγιστη επιτάχυνση στην έξοδο της στροφής. Αναμένεται να είναι το πιο δυσμενές σενάριο.

Σε αυτή την περίπτωση οι τιμές των επιταχύνσεων βρήκαν από την θεώρηση ότι η τελική συνισταμένη επιτάχυνση να είναι  $2G$ .

$$\sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 2 \xrightarrow{a_x=a_y} a_x = a_y = \sqrt{2} \approx 1.4 G$$

Συνδυασμός Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης				
Εγκάρσια Επιτάχυνση	1.4	g	13.734	$\frac{m}{s^2}$
Διαμήκης επιβράδυνση	1.4	g	13.734	$\frac{m}{s^2}$
Ταχύτητα	90	$\frac{km}{h}$	25	$\frac{m}{s}$
Κατανομή Πέδησης	50	%	0,5	-
Εμπρόσθιος Εξωτερικός Τροχός				
Εγκάρσια Μεταφορά Φορτίου (Εμπρόσθιο Άξονα)	351.5	N	35.8	kg
Εγκάρσια Μεταφορά Φορτίου (Οπίσθιο Άξονα)	498.5	N	50.8	kg
Διαμήκης Μεταφορά Φορτίου	627	N	63.9	kg
Κάθετο Αεροδυναμικό Φορτίο	1958	N	199.6	kg
Κατανομή Φορτίου	57	%	0,57	-
Εμπρόσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1747	N	178	kg
$F_x$	-1616	N	-164.8	kg
$F_y$	-1374	N	-140.1	kg
Οπίσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	1044	N	106.4	kg
$F_x$	-579	N	-59	kg
$F_y$	821	N	83.7	kg
Οπίσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	341	N	34.8	kg
$F_x$	-268	N	-27.3	kg
$F_y$	268	N	27.3	kg

Πίνακας 10.3: Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Συνδυασμό Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης

Όπως ήταν αναμενόμενο ο τροχός στον οποίο ασκείται η δυσμενέστερη φόρτιση (συνδυασμός φορτίσεων) είναι ο εμπρόσθιος εξωτερικός τροχός.

### 10.3.4 Ανωμαλία εδάφους

Για λόγους πληρότητας της ανάλυσης, εξετάζεται και το σενάριο της ανωμαλίας του οδοστρώματος. Στις FSAE πίστες είναι σπάνιο, έως απίθανο, να βρεθεί κάποιου είδους ανωμαλία στην πίστα. Συνειδητά αποφεύγονται τόσο τα σημεία όπου έχει αστοχήσει το υλικό του οδοστρώματος και έχει δημιουργηθεί κάποια ανωμαλία όσο και τα curbs . Η χάραξη της πίστας γίνεται με βαμμένες στο οδόστρωμα γραμμές και πλαστικούς κώνους για τον λόγο αυτό. Σε περιόδους δοκιμών παλαιότερων μονοθέσιων, όπου οι δοκιμές γίνοντουσαν σε πίστες καρτ με curbs . Κατά την διέλευση του τροχού από το curb η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση ήταν της τάξης των  $< 2.5 G$ . Για την μελέτη αυτή επιλέχτηκε η τιμή των  $3.5 G$  σαν την χρυσή τομή μεταξύ ενός ικανοποιητικού συντελεστή ασφαλείας και μίας over-engineered ζάντας.

Ανωμαλία εδάφους - Κάθετη Επιτάχυνση				
Κάθετη Επιτάχυνση	3.5	g	34.34	$\frac{m}{s^2}$
Ταχύτητα	2	$\frac{km}{h}$	16.67	$\frac{m}{s}$
Υποθέτοντας 100 % Μεταφορά Βάρους				
Κάθετο Αεροδυναμικό Φορτίο	586	N	59.7	kg
Εμπρόσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	2321	N	236.6	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Εμπρόσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	2321	N	236.6	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Οπίσθιος Εξωτερικός Τροχός				
$F_Z$	2360	N	240.6	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	0	N	0	kg
Οπίσθιος Εσωτερικός Τροχός				
$F_Z$	2360	N	240.6	kg
$F_x$	0	N	0	kg
$F_y$	0	N	0	kg

Πίνακας 10.4: Πίνακας Δυνάμεων στους Τροχούς σε Ανωμαλία εδάφους - Κάθετη Επιτάχυνση

Στην δυσμενέστερη θέση μπορούμε να δούμε ότι βρίσκονται οι τροχοί του οπίσθιου άξονα, αυτό συμβαίνει λόγω της κατανομής του βάρους σε στατική κατάσταση. Συνήθως σε περίπτωση



### 10.4.2 Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Η ζάντα θα κατασκευαστεί από προ εμποτισμένο ύφασμα ανθρακονήματος, σαν κατασκευαστικός περιορισμός μπορεί να οριστεί τα ελάχιστα «ράδια» στο καλούπι, όπου σε εμάς είναι 3mm. Στον σχεδιασμό έχει ληφθεί υπόψιν ότι για να ξεκαλουπώσει η ζάντα από το καλούπι της θα πρέπει να υπάρχει draft μεγαλύτερο της 1,5 μοίρας.





# Κεφάλαιο 11

## Ανάλυση Με Την Χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων Με Το Λογισμικό ANSYS

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί η δομή και διαδικασία μιας ανάλυσης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας το εμπορικό λογισμικό ANSYS. Γενικά κάθε εμπορικό πακέτο πεπερασμένων στοιχείων αποτελείται από τρία βασικά υποπακέτα:

**Προ-επεξεργαστή** Στο στάδιο αυτό δημιουργείται και διακριτοποιείται ο όγκος σε πεπερασμένα στοιχεία, υποδιαιρείται δηλαδή το πρόβλημα σε κόμβους και στοιχεία. Καταστρώνονται οι εξισώσεις για κάθε ένα στοιχείο, υπολογίζεται το μητρώο ακαμψίας και εφαρμόζονται οριακές συνθήκες, αρχικές συνθήκες και οι φορτίσεις.

**Ανάλυση** Εδώ, λύνεται ένα σύνολο γραμμικών ή μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ταυτόχρονα για να εξαχθούν κομβικά αποτελέσματα, όπως τιμές μετατόπισης σε διαφορετικούς κόμβους.

**Μετά-επεξεργαστή** Είναι το τμήμα απο το οποίο εξάγονται και άλλες σημαντικές πληροφορίες. Όπως οι τιμές των κύριων τάσεων κ.λπ

Τα παραπάνω τμήματα εκτελούνται σειριακά, απαιτείται δηλαδή η περάτωση του προηγούμενου σταδίου για ξεκινήσει το επόμενο.

### 11.1 Εισαγωγικά για την λειτουργία του ANSYS

Η διαδικασία μοντελοποίηση μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία διακρίνεται στα παρακάτω στάδια

#### **Κατασκευή της γεωμετρίας**

Η κατασκευή της γεωμετρίας μπορεί να γίνει μέσα στο περιβάλλον ANSYS Mechanical γενικά με δύο τρόπους, Surface modelling και Volume modelling . Η γεωμετρία μπορεί να δημιουργηθεί στο περιβάλλον ενός σχεδιαστικού προγράμματος CAD και στη συνέχεια να γίνει η εισαγωγή της.

#### **Επιλογή του είδους πεπερασμένων στοιχείων και διακριτοποίηση της γεωμετρίας.**

Η επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από την επίλυση που θα κάνουμε. Το σημαντικό είναι να έχουμε καταλήξει στη διάστασή του και στο είδος της

καταπόνησης. Αφού έχει γίνει η επιλογή του στοιχείου, απομένει να γίνει και η διακριτοποίηση της γεωμετρίας. Η πιο απλή δυνατότητα είναι να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας τις επιλογές που προσφέρει το πρόγραμμα. Οι επιλογές αυτές είναι αυτόματο πλέγμα, ορισμός διαμερίσεων σε γραμμές ή μεγέθους στοιχείων και μετά δημιουργία του πλέγματος καθώς και η επιλογή του Smart Size η οποία κάνει προσαρμογή του πλέγματος στη γεωμετρία.

### **Ορισμός ιδιοτήτων των υλικών και επιβολή των οριακών συνθηκών.**

Οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες των υλικών είναι μονοσήμαντα ορισμένες. Οι ιδιότητες που πρέπει να οριστούν εξαρτώνται από την ιδιαιτερότητα των υλικών αλλά και από το είδος της επίλυσης που μας ενδιαφέρει να κάνουμε. Η επιβολή των οριακών συνθηκών μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Μπορούν να επιβληθούν είτε σε γεωμετρικά στοιχεία (σημεία, γραμμές, επιφάνειες) είτε στοιχεία του πλέγματος (κόμβους, στοιχεία). Όταν επιβάλλονται σε γεωμετρικά στοιχεία, γίνεται αυτόματα η μεταφορά τους σε στοιχεία του πλέγματος πριν από την επίλυση.

### **Επιλογή του τρόπου επίλυσης και επίλυση.**

Η επιλογή του τρόπου επίλυσης σχετίζεται με τις απαιτήσεις του προβλήματος. Συνήθως, μια γραμμική στατική ανάλυση μικρών μετατοπίσεων καλύπτει τις ανάγκες μας. Προβλήματα λυγισμού και πύκωσης είναι μη γραμμικά. Όσον αφορά στην επίλυση, προσφέρονται πολλές δυνατότητες οι οποίες σχετίζονται με διαφορετικούς αλγόριθμους επίλυσης, που δεν θα δώσουν διαφορετικό αποτέλεσμα, αλλά θα έχουν διαφορετικό χρόνο επίλυσης.

### **Ανάγνωση των αποτελεσμάτων και γραφική αναπαράστασή τους.**

## **11.2 Αρχικός – Βασικός Σχεδιασμός**

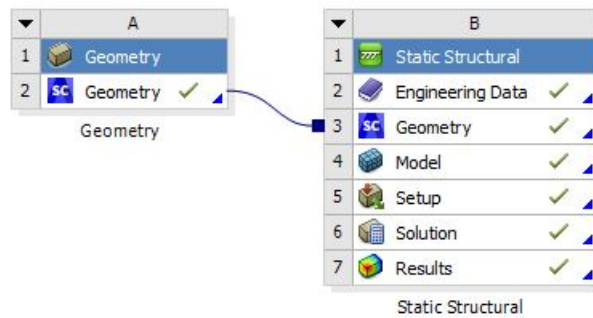
Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο ο σχεδιασμός της ζάντας θα γίνει σε δύο στάδια.

**Τον αρχικό σχεδιασμό,** όπου θα γίνουν προσομοιώσεις για διαφορετικά σχέδια ζάντας ώστε να αποφασιστεί πια θα είναι η γεωμετρία της ζάντας.

**Τον λεπτομερή σχεδιασμό,** όπου θα οριστεί η διαστρωμάτωση και οι τελικές διαστάσεις της ζάντας.

### **11.2.1 Είδος Ανάλυσης**

Πριν από την κατασκευή του μοντέλου η πιο σημαντική απόφαση που πρέπει να παρθεί είναι αν αυτό θα αφορά στατική ή δυναμική ανάλυση. Τα φορτία που δέχεται μια κινούμενη κατασκευή όπως είναι η ζάντα είναι δυναμικά, μεταβάλλονται δηλαδή στο πεδίο του χρόνου. Επιλέγεται, παρόλα αυτά, να γίνει στατική ανάλυση με φορτίο το μέγιστο δυνατό. Η επιλογή αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι μιας και δεν υπάρχουν δεδομένα από μετρήσεις για την καταπόνηση της ζάντας είναι πιο ασφαλές να υπολογιστεί το μέγιστο φορτίο και η ανάλυση να είναι στατική. Μια στατική ανάλυση θεωρεί ότι τα φορτία και η απόκριση της ζάντας σε αυτά δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο. Στόχος της ανάλυσης είναι να μελετηθούν ένας αριθμός διαφορετικών σχεδίων χρησιμοποιώντας ως υλικό ένα κοινό κράμα Αλουμινίου όπως αυτό του 7075-T6, σε συνέχεια όταν προσδιοριστεί το βέλτιστο σχέδιο να ακολουθήσει ανάλυση μέσα από την οποία θα ερευνηθεί η βέλτιστη διαστρωμάτωση του ανθρακονήματος.



Σχήμα 11.1: Μοντέλο στο περιβάλλον του ANSYS

### 11.2.2 Μηχανικές Ιδιότητες Υλικών (Engineering Data)

Εδώ ορίζονται τα υλικά που θα χρησιμοποιηθούν και οι μηχανικές τους ιδιότητες. Για το πρώτο κομμάτι των προσομοιώσεων (από το οποίο θα προκύψει το βέλτιστο σχέδιο) θα χρησιμοποιηθεί από την βιβλιοθήκη των υλικών το AL7075-T6. Το κράμα αλουμινίου αεροπορικού τύπου (AL7075-T6) βρίσκεται στην βιβλιοθήκη των Explicit Materials του Ansys

Engineering Data Sources			
A	B	C	D
1	Data Source	Location	Description
6	Geomechanical Materials	<input type="checkbox"/>	General use material samples for use with geomechanical models.
7	Composite Materials	<input type="checkbox"/>	Material samples specific for composite structures.
8	General Non-linear Materials	<input type="checkbox"/>	General use material samples for use in non-linear analyses.
9	Explicit Materials	<input type="checkbox"/>	Material samples for use in an explicit analysis.
10	Hyperelastic Materials	<input type="checkbox"/>	Material stress-strain data samples for curve fitting.
11	Magnetic B-H Curves	<input type="checkbox"/>	B-H Curve samples specific for use in a magnetic analysis.

Outline of Explicit Materials				
A	B	C	D	E
1	Contents of Explicit Materials	Add	source	Description
				Steinberg D.J. LLNL, Feb 1991
9	AL 7039	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	LA-4167-MS, May 1 1969. Selected Hugoniot; EOS 7th Int. Symp. Ballistics, Johnson + Cook
10	AL 7075-T6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	'Equation of State and Strength Properties of Selected Materials'. Steinberg D.J. LLNL, Feb 1991
11	AL 921-T	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	LS-4167-MS, May 1 1969. Selected Hugoniot
12	AL/AP HE	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	P.J. Miller and R.H. Guirgis, "Experimental Study and Model Calculations of Metal Combustion in AL/AP Underwater Explosives", in Structure and Properties of Energetic Materials, edited by J.

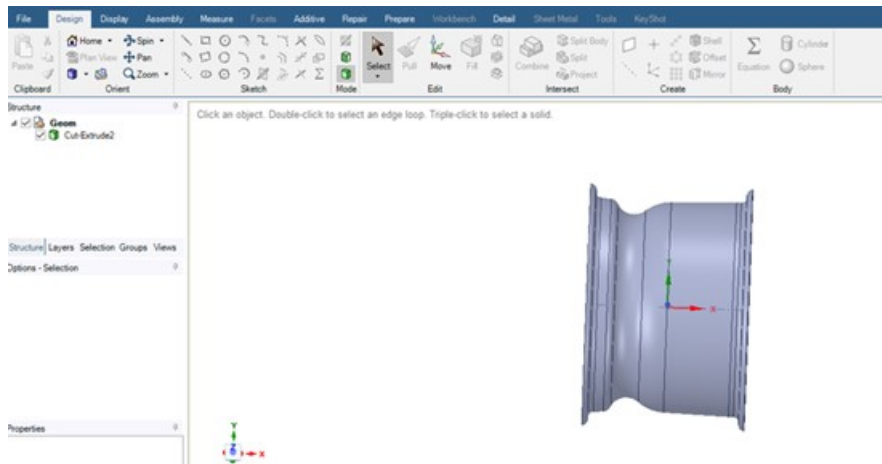
  

Properties of Outline Row 10: AL 7075-T6		
A	B	C
1	Property	Value Unit
2	Density	2804 kg m <sup>-3</sup>
3	Specific Heat, C <sub>p</sub>	848 J kg <sup>-1</sup> C <sup>-1</sup>
4	Steinberg Guinan Strength	
13	Shear Modulus	2,67E+10 Pa
14	Shock EOS Linear	

Σχήμα 11.2: Μηχανικές Ιδιότητες AL7075-T6

### 11.2.3 Γεωμετρία

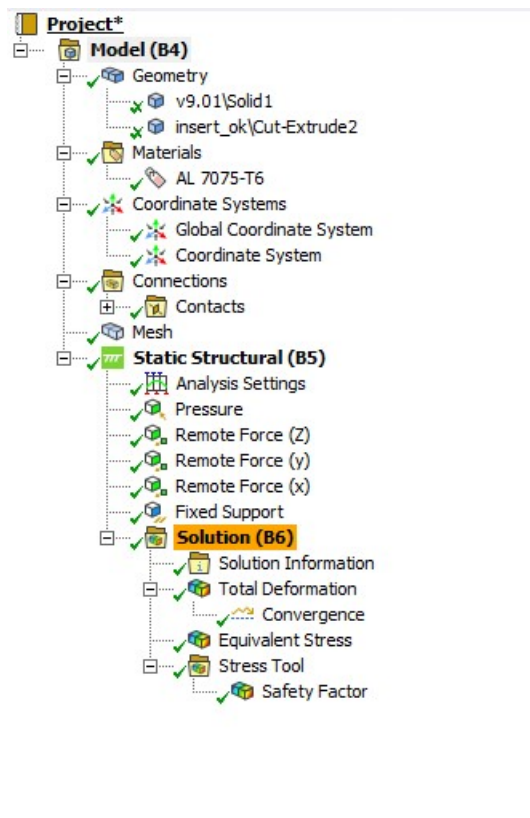
Το Ansys μας δίνει την δυνατότητα να σχεδιάσουμε κατευθείαν την γεωμετρία στο δικό του σχεδιαστικό υπο-πρόγραμμα. Μπορούμε έτσι να τροποποιήσουμε την γεωμετρία. Κάτι τέτοιο μερικές φορές είναι απαραίτητο ώστε να ενωθούν ή να διαχωριστούν επιφάνειες στις οποίες ασκούνται φορτία ή στηρίξεις. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η γεωμετρία εισάχθηκε από αρχείο \*.STEP.



Σχήμα 11.3: Σχεδιαστικό περιβάλλον Ansys

#### 11.2.4 Μοντέλο (Model)

Όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο η πιο δυσμενής συνθήκη είναι αυτή όπου έχουμε συνδυασμένη εγκάρσια επιτάχυνση και διαμήκους επιβράδυνσης. Για αυτό ακριβώς τον λόγο έχει επιλεγεί αυτό σαν σενάριο φόρτισης.



Σχήμα 11.4: Δενδρο του μοντέλου

#### Γεωμετρία (Geometry)

Στο μοντέλο έχουν εισαχθεί οι γεωμετρίες της ζάντας και του insert της από το περιβάλλον του spaceclaim του ansys. Τόσο η ζάντα όσο και το insert θεωρούνται συμπαγής υλικά (solid) για το συγκεκριμένο σημείο της ανάλυσης. Απαραίτητος είναι ο προσδιορισμός του υλικού του, και στα

δύο σαν υλικό επιλέγεται το Al 7075-T6 . Το υλικό αυτό έχει εισαχθεί στο μοντέλο από το στάδιο των Engineering Data.

Details of "v10.01\Solid1"	
<b>Graphics Properties</b>	
<b>Definition</b>	
<input type="checkbox"/> Suppressed	No
Stiffness Behavior	Flexible
Coordinate System	Default Coordinate System
Reference Temperature	By Environment
Treatment	None
<b>Material</b>	
Assignment	AL 7075-T6
Nonlinear Effects	Yes
Thermal Strain Effects	Yes
<b>Bounding Box</b>	
<b>Properties</b>	
<b>Statistics</b>	
<b>CAD Attributes</b>	
PartTolerance:	0,00000001
Color:143.163.175	

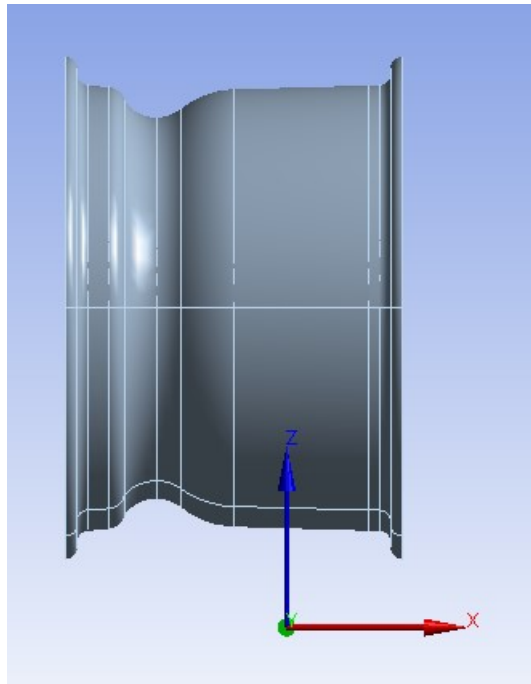
Σχήμα 11.5: Επιλογή Υλικού στην γεωμετρία της ζάντας

Details of "insert_ok\Cut-Extrude2"	
<b>Graphics Properties</b>	
<b>Definition</b>	
<input type="checkbox"/> Suppressed	No
Stiffness Behavior	Flexible
Coordinate System	Default Coordinate System
Reference Temperature	By Environment
Treatment	None
<b>Material</b>	
Assignment	AL 7075-T6
Nonlinear Effects	Yes
Thermal Strain Effects	Yes
<b>Bounding Box</b>	
<b>Properties</b>	
<b>Statistics</b>	
<b>CAD Attributes</b>	
PartTolerance:	0,00000001
Color:143.163.175	

Σχήμα 11.6: Επιλογή Υλικού στην γεωμετρία του insert

### Σύστημα συντεταγμένων (Coordinate System)

Έχει επιλεγεί στην προσομοίωση οι δυνάμεις να εισαχθούν στο σημείο που ασκούνται και στην πραγματικότητα. Για την ευκολία εισάγεται ένα νέο σύστημα συντεταγμένων , η αρχή του οποίου είναι και το σημείο εφαρμογής των δυνάμεων. Το Global σύστημα συντεταγμένων προέρχεται από το αρχείο cad και την εισαγωγή των γεωμετριών στο spaceclaim του ansys . Το cad αρχείο τόσο της ζάντας όσο και του insert της έχουν σαν αρχή των αξόνων το γεωμετρικό μέσο της ζάντας. Συνεπώς το νέο σύστημα συντεταγμένων θα πρέπει να απέχει από το Global σύστημα συντεταγμένων, όσο είναι το Scrub Radius κατά τον εγκάρσιο άξονα , όσο το Pneumatic Trail κατά τον διαμήκη άξονα και όσο η ενεργός ακτίνα στον άξονα Z.



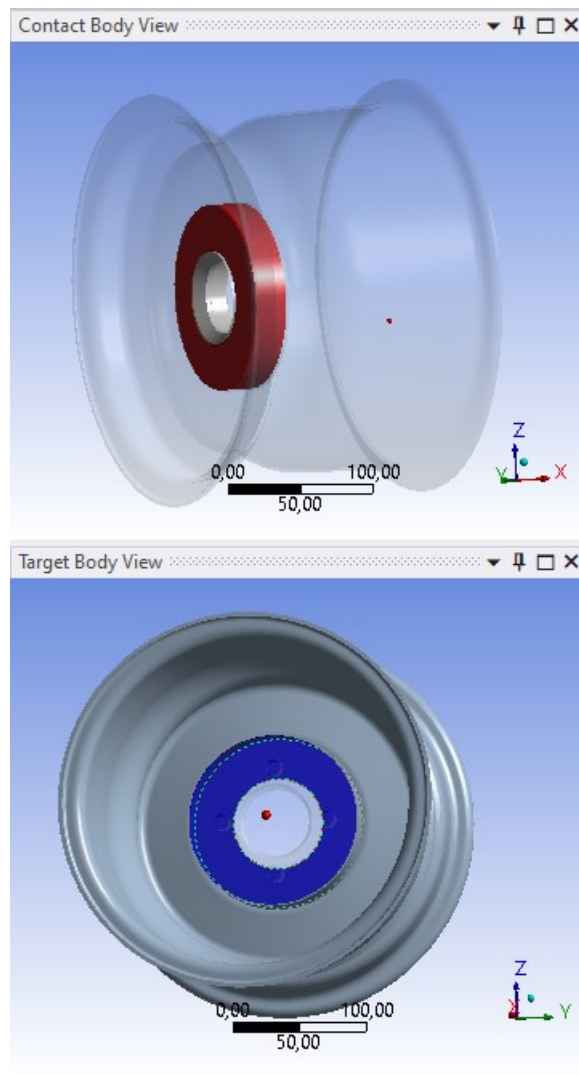
Σχήμα 11.7: Σύστημα συντεταγμένων

### Επαφές (Contacts)

Στην διεπιφάνεια ζάντας και insert θα υπάρχει κόλλα, για το αρχικό κομμάτι των προσομοιώσεων παρόλα αυτά δεν κρίνεται αναγκαίο να μοντελοποιηθεί. Συνεπώς η επαφή τους ορίζεται ως bonded. Σε αυτή την περίπτωση δεν επιτρέπεται η ολίσθηση ή ο διαχωρισμός μεταξύ των όψεων ή των άκρων.

Details of "Contact Region"	
<b>Scope</b>	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	5 Faces
Target	2 Faces
Contact Bodies	v10.01\Solid1
Target Bodies	insert_ok\Cut-Extrude2
Protected	No
<b>Definition</b>	
Type	Bonded
Scope Mode	Automatic
Behavior	Program Controlled
Trim Contact	Program Controlled
Trim Tolerance	1,1139 mm
Suppressed	No
<b>Advanced</b>	
Formulation	Program Controlled
Small Sliding	Program Controlled
Detection Method	Program Controlled
Penetration Tolerance	Program Controlled
Elastic Slip Tolerance	Program Controlled
Normal Stiffness	Program Controlled
Update Stiffness	Program Controlled
Pinball Region	Program Controlled
<b>Geometric Modification</b>	
Contact Geometry Correction	None
Target Geometry Correction	None

Σχήμα 11.8: Λεπτομέρειες απο τον ορισμό των επαφών



Σχήμα 11.9: Επαφές

### Πλέγμα Διακριτοποίησης (Mesh)

Ακολουθώντας όσα έχουν αναφερθεί στην παράγραφο της ανάλυσης σύγκλισης πλέγματος. Για το πλέγμα έχει επιλεγεί ανάλυση σύγκλισης της ολικής παραμόρφωσης με σφάλμα 5%.

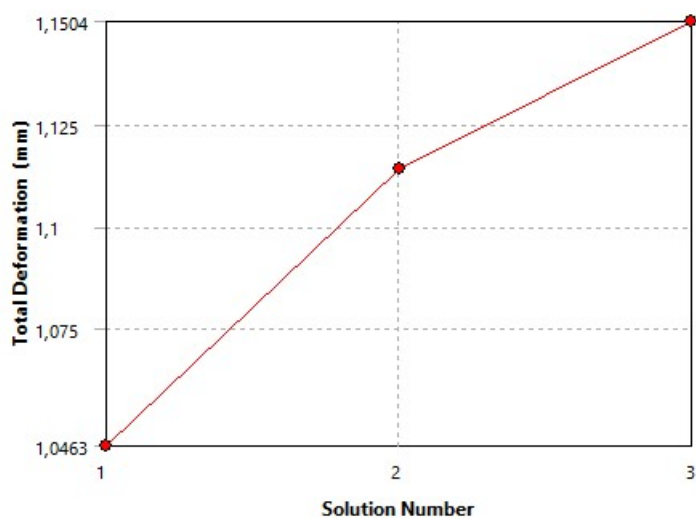


Σχήμα 11.10: Εισαγωγή του στοιχείου της Σύγκλισης

Details of "Convergence"	
<b>Definition</b>	
Type	Maximum
Allowable Change	5, %
<b>Results</b>	
Last Change	3,2053 %
Converged	Yes

Σχήμα 11.11: Λεπτομέριες απο τον ορισμό της σύγκλισης

## Convergence History



	Total Deformation (mm)	Change (%)	Nodes	Elements
1	1,0463		35549	18088
2	1,1141	6,2795	71144	40147
3	1,1504	3,2053	127278	77078

Σχήμα 11.12: Αποτελέσματα Σύγκλισης σε μια από της προσομοιώσεις

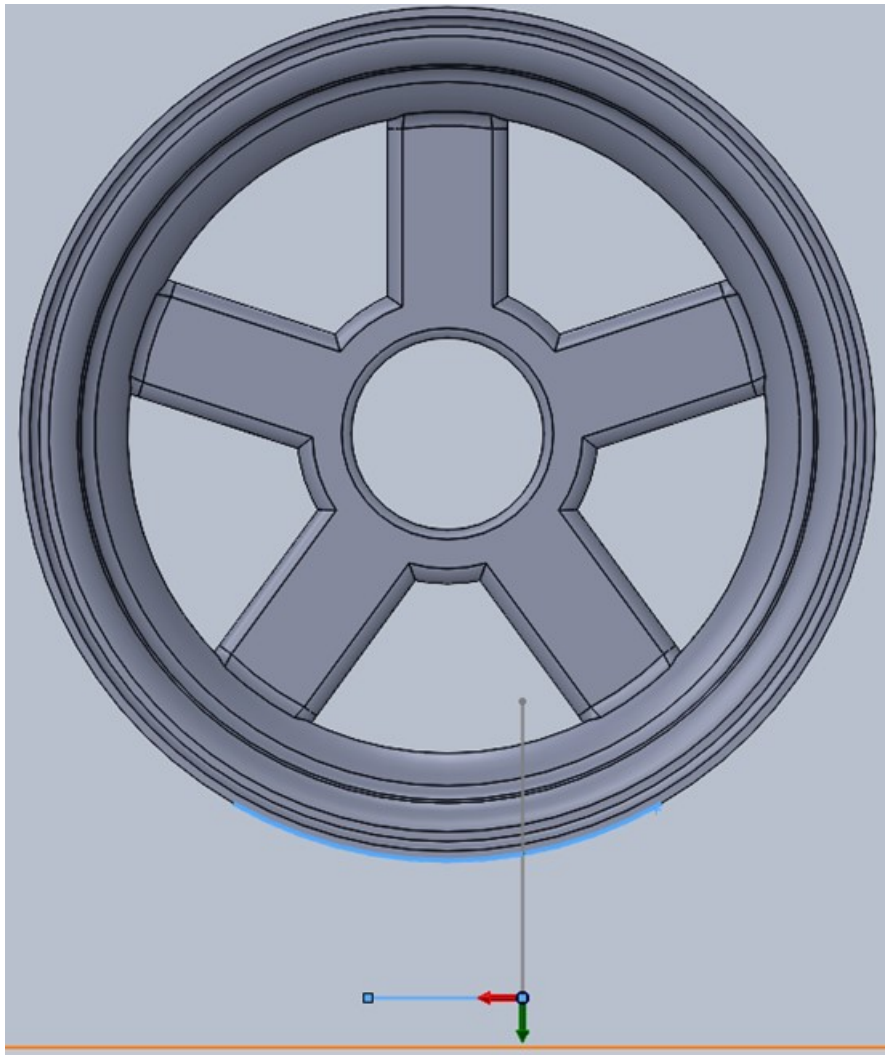
## Συνοριακές Συνθήκες (Boundary Conditions)

**Φορτία** Όπως έχει αναλυθεί εκτενώς, στην ζάντα ασκούνται δυνάμεις στους 3 άξονες λόγω της κίνησης του μονοθέσιου και η πίεση στο εσωτερικό του ελαστικού. Το σημείο που οι δυνάμεις αυτές εφαρμόζονται είναι κοινό και αποτελεί την αρχή των αξόνων του συστήματος συνταγμένων που δημιουργήθηκε. Για την εφαρμογή των δυνάμεων αυτών θα πρέπει να οριστούν και οι επιφάνειες στις οποίες ασκούνται, μια και δεν συμβάλουν όλες οι επιφάνειες της ζάντας κάθε χρονική στιγμή. Με βάση τα φορτία που θα αναλυθούν στις προσομοιώσεις, υπολογίζεται και η επιφάνεια επαφής τους ελαστικού σε μονάδες μοιρών. Πόσο ποσοστό της περιφέρειας της ζάντας δηλαδή έρχεται άμεσα σε επαφή με παραμορφωμένο ελαστικό. Η γωνία αυτή υπολογίζεται στις 50 μοίρες. Για να μπορούν να επιλεγθούν τα συγκεκριμένα τόξα επιφανειών, είναι απαραίτητο να εισαχθούν split lines στο αρχείο cad

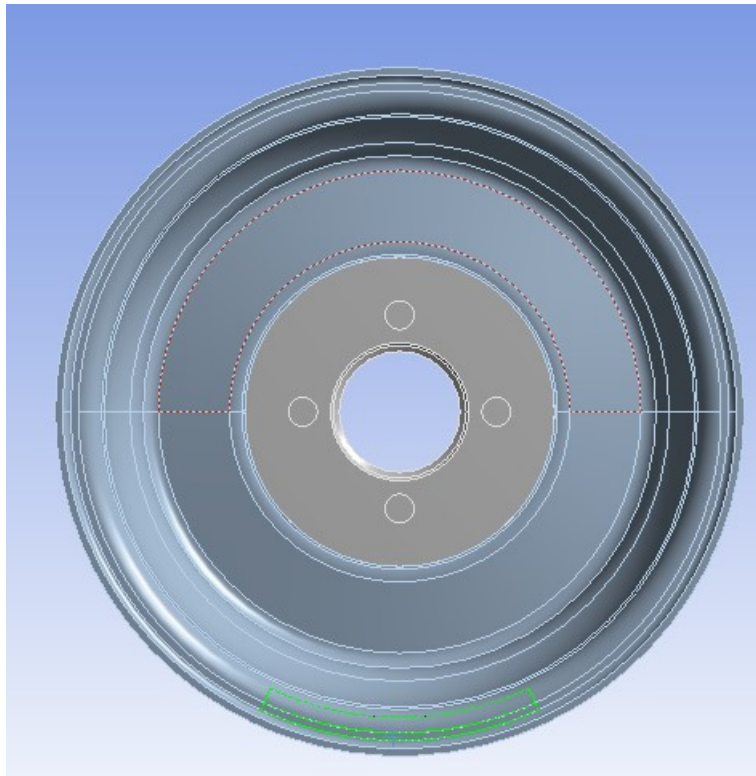
Εμπρόσθιος Εξωτερικός Τροχός σε Συνδυασμό Εγκάρσιας επιτάχυνσης και διαμήκους επιβράδυνσης				
Δυνάμεις				
Κατακόρυφος άξονας	1747	<i>N</i>	178	<i>kg</i>
Διαμήκης άξονας	-1616	<i>N</i>	-164.8	<i>kg</i>
Εγκάρσιος άξονας	-1374	<i>N</i>	-140.1	<i>kg</i>

Πίνακας 11.1: Πίνακας Δυνάμεων προσομοιώσεων

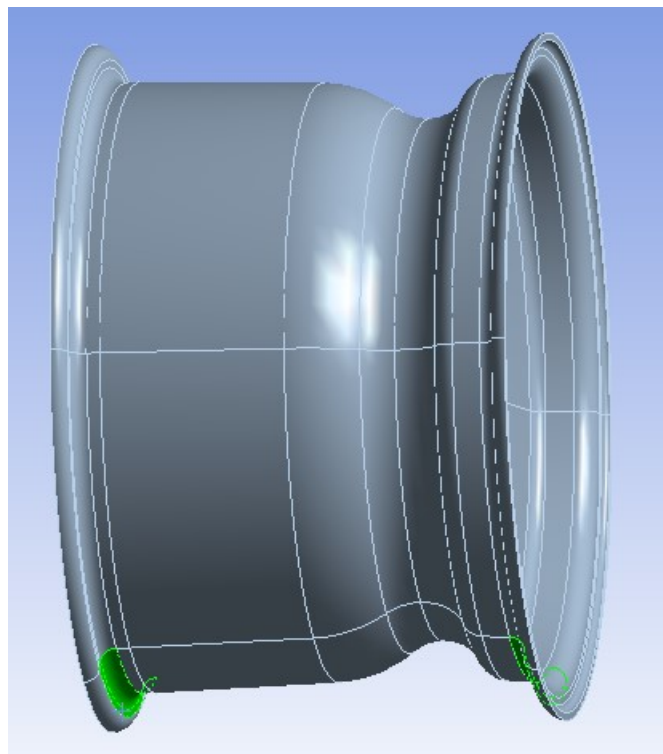




Σχήμα 11.13: Τόξο εφαρμογής δυνάμεων



Σχήμα 11.14: Επιφάνειες εφαρμογής δυνάμεων

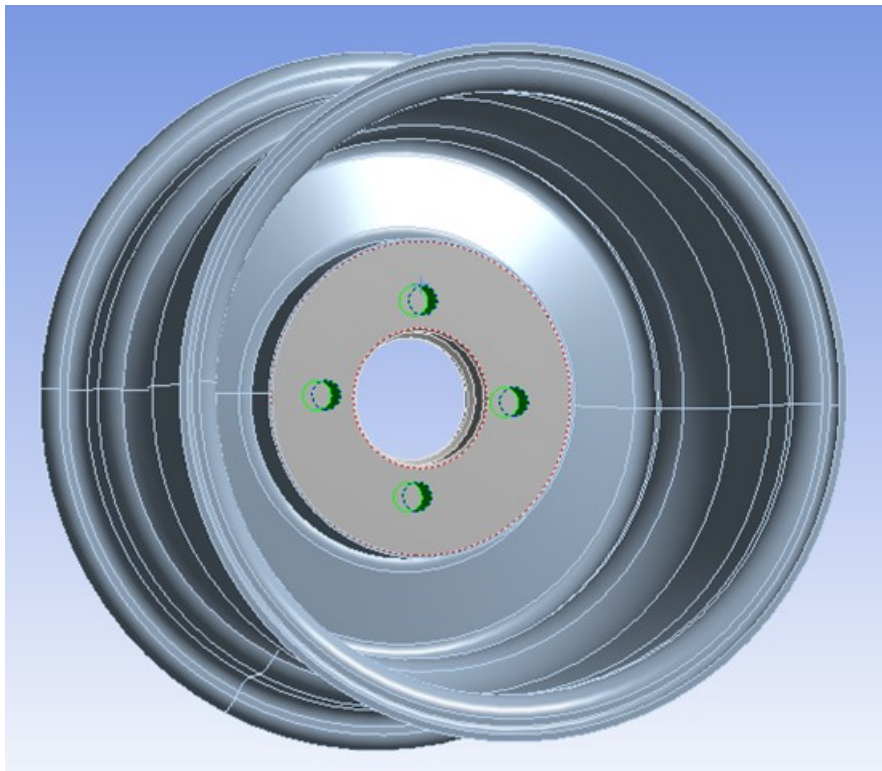


Σχήμα 11.15: Επιφάνειες εφαρμογής δυνάμεων

Details of "Pressure"	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>Details of "Pressure"</span> <span>▾</span> <span>📏</span> <span>🗑</span> </div> </div>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>▣ Scope</span> </div> </div>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	45 Faces
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>▣ Definition</span> </div> </div>	
Type	Pressure
Define By	Normal To
Applied By	Surface Effect
Magnitude	0,138 MPa (ramped)
Suppressed	No

Σχήμα 11.16: Λεπτομέρειες Εφαρμογής Εσωτερικής Πίεσης

**Στηρίξεις** Σαν στηρίξεις της ζάντας θεωρούνται οι επιφάνειες του insert οι οποίες έρχονται σε επαφή με τα pegs



Σχήμα 11.17: Επιφάνειες πάκτωσης

Details of "Fixed Support"	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>Details of "Fixed Support"</span> <span>▾</span> <span>📏</span> <span>🗑</span> </div> </div>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>▣ Scope</span> </div> </div>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	4 Faces
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>▣ Definition</span> </div> </div>	
Type	Fixed Support
Suppressed	No

Σχήμα 11.18: Λεπτομέρειες Στήριξης

### 11.2.5 Επίλυση - Αποτελέσματα (Solution)

**Total Deformation (Ολική Παραμόρφωση)** είναι η ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των απόλυτων παραμορφώσεων σε x, y, z άξονες.

**Equivalent Stress ( Ισοδύναμη τάσης)** είναι η ισοδύναμη τάση κατά Von Misses.

**Safety Factor (Συντελεστής Ασφαλείας)** είναι αδιάστατο μέγεθος το οποίο είναι το όριο διαρροής του υλικού προς την τάση από την προσομοίωση.

### 11.2.6 Επιλογή Σχεδίου Ζάντας

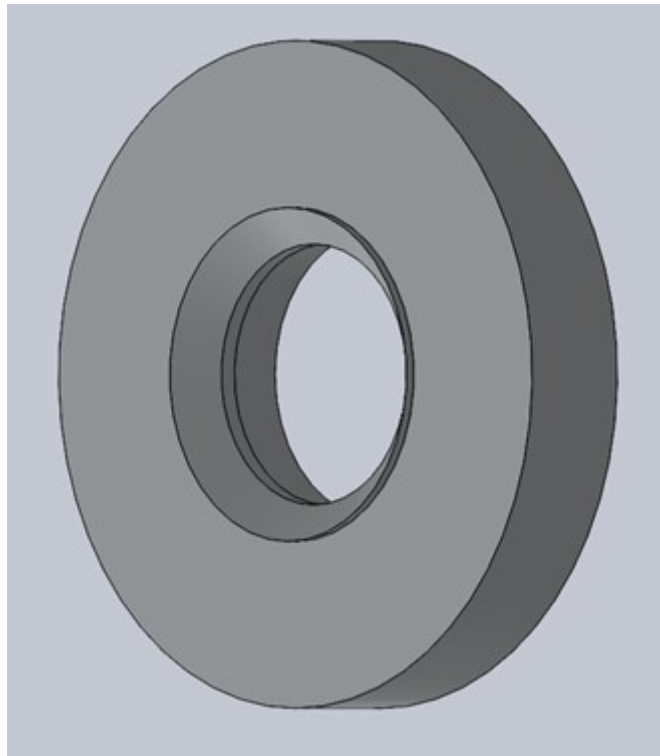
Όπως έχει αναλυθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια η παρούσα ανάλυση αποτελείται από 2 σκέλη. Στο πρώτο σκέλος, με το οποίο θα ασχοληθεί η συγκεκριμένη ενότητα, αφορά την επιλογή της καλύτερης γεωμετρίας για την ζάντα. Για κάθε μια από τις δημιουργημένες εκδοχές θα γίνει ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, ώστε να επιλεγεί το πλέον κατάλληλο. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων κάθε σχεδίου είναι αριθμητικά, παρόλα αυτά αριθμητικές τιμές στην παρούσα φάση θα εισήγαγαν δυσκολία στην σύγκριση των αποτελεσμάτων χωρίς να προσθέτουν κάτι στην κατανόηση της πραγματικής αντοχής / δυσκαμψίας ή βάρους της τελικής ζάντας, μιας και αυτή δεν θα κατασκευαστεί από αλουμίνιο.

Για την επιλογή του καταλληλότερου σχεδίου λαμβάνονται υπόψιν παραπάνω από μία παράμετροι, όπως:

- Αντοχή ( συντελεστής ασφαλείας στο δυσμενέστερο σημείο)
- Βάρος
- Ροπή Αδράνειας
- Κόστος ( ά υλών, αναλωσίμων, καλουπιών, εργατοώρες)
- Κατασκευασιμότητα ( έχει να κάνει με την δυσκολία τη κατασκευής και το ενδεχόμενο ρίσκο, όχι με το κόστος σε εργατοώρες)

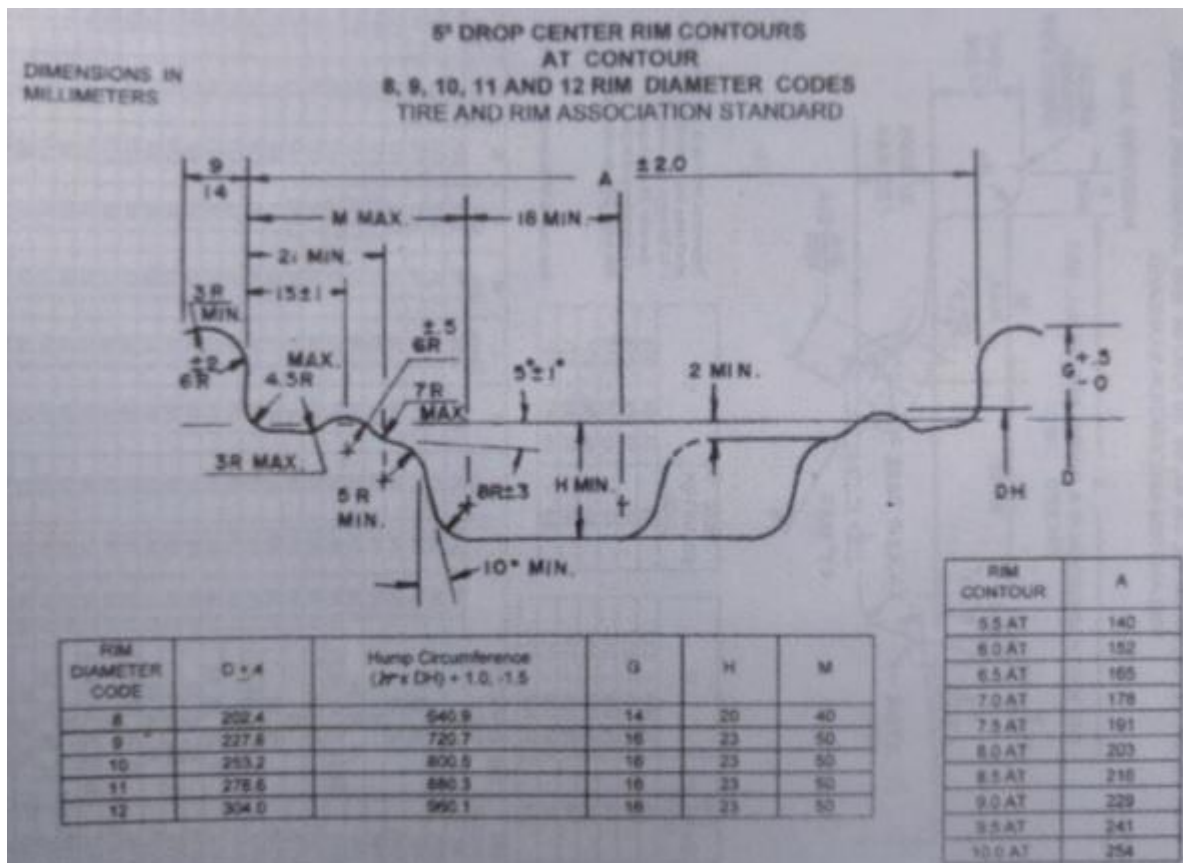
Για την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων έχει επιλεγεί σε κάθε περίπτωση να χρησιμοποιηθεί ίδιο πάχος στα επιμέρους κομμάτια της ζάντας ( εσωτερικό & εξωτερικό στεφάνι, εσωτερική διαμόρφωση) . Το ένθετο (insert ) της ζάντας, εκεί δηλαδή που εδράζει η πλήμνη , θα παραμείνει το ίδιο σε όλες τις εκδοχές της ζάντας για τον ίδιο λόγο.

Η γεωμετρία από το ένθετο (insert ) είναι δεδομένη και προέρχεται από την πλήμνη.



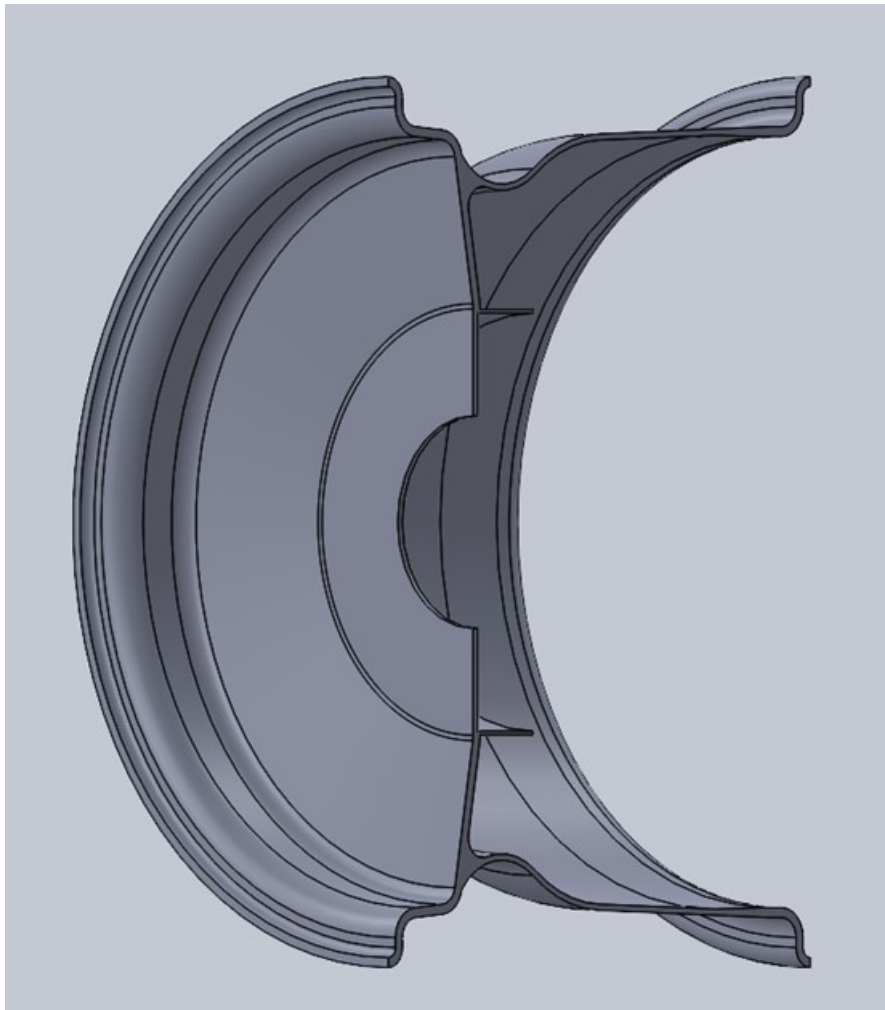
Σχήμα 11.19: Ένθετο ζάντας

Σαν σημείο εκκίνησης του σχεδιασμού ήταν οι οδηγίες του Tire and Rim Association (TRA), όπου ανάλογα την διάμετρο της ζάντας προτείνει μια διαμόρφωση και όρια μέσα στα οποία πρέπει να είναι κάποιες σημαντικές διαστάσεις. Η πρόταση του TRA δεν ακολουθήθηκε πιστά μιας και η ζάντα δεν προορίζεται για οδήγηση σε δρόμους, ούτε η διάρκεια ζωής της θέλουμε να είναι όσο μιας ζάντας ενός επιβατικού αυτοκινήτου. Έγινε μια απλοποίηση του σχήματος δηλαδή κρατώντας την βασική διαμόρφωση.



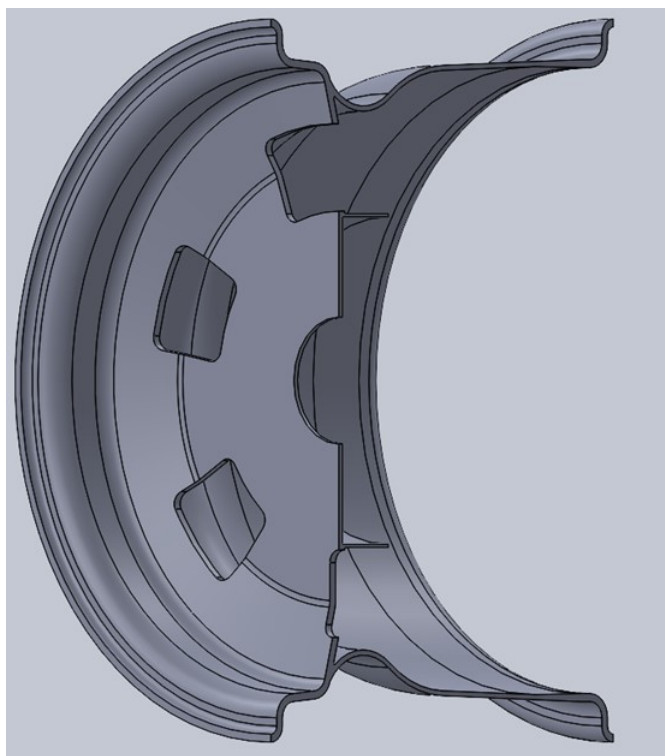
Σχήμα 11.20: Πρόταση Tyre and Rim Association για ζάντα 8"

Η ζάντα θα είναι από ανθρακόνημα, αποτελείται δηλαδή από στρώσεις υφάσματος και μήτρας. Το πάχος μιας πολυμερισμένης στρώσης υφάσματος είναι σημαντική διάσταση, για αυτό και τα πάχη των τοιχωμάτων είναι αχέραια πολλαπλάσια τους πάχους της στρώσης. Το γεγονός ότι κατασκευάζεται από καλούπι μας δίνει και αυτό δυο περιορισμούς, για αρχή θα πρέπει να υπάρχει draft για να μπορεί να γίνει αποκόλληση του τελικού κομματιού από το καλούπι και οι ακμές θα πρέπει να έχουν κάποια καμπυλότητα, η οποία ορίζεται από το μικρότερο κοπτικό εργαλείο που είναι διαθέσιμο. Οι άλλοι σχεδιαστικοί παράμετροι έχουν αναλυθεί εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο. Ακολουθώντας τα παραπάνω, παρουσιάζεται σε τομή το αρχικό σχέδιο.



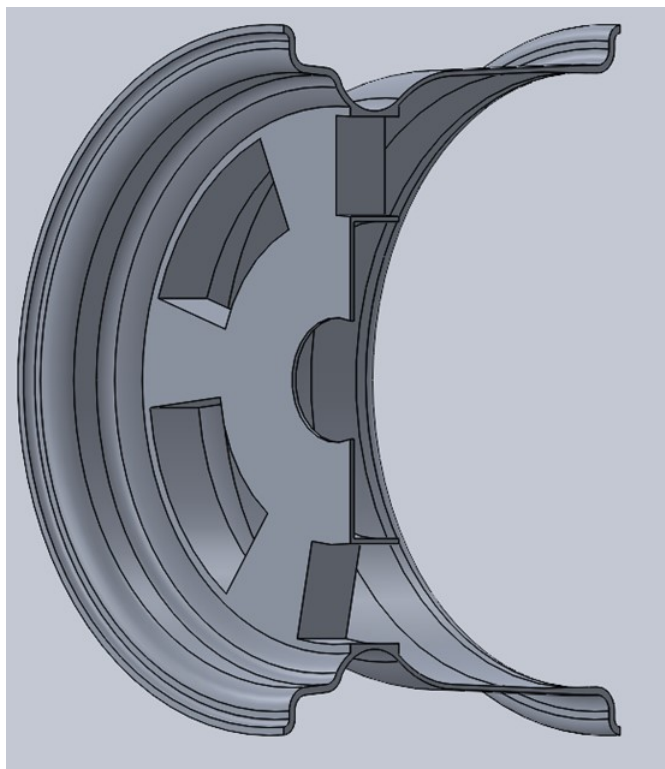
Σχήμα 11.21: Αρχικό σχέδιο

Το αρχικό σχέδιο είναι ζάντα με κλειστή στεφάνη, σαν πρώτη εναλλακτική είναι να δημιουργηθούν ελαφρώματα στην στεφάνη τα οποία θα έχουν και ρόλο αεραγωγούς προς τα φρένα.



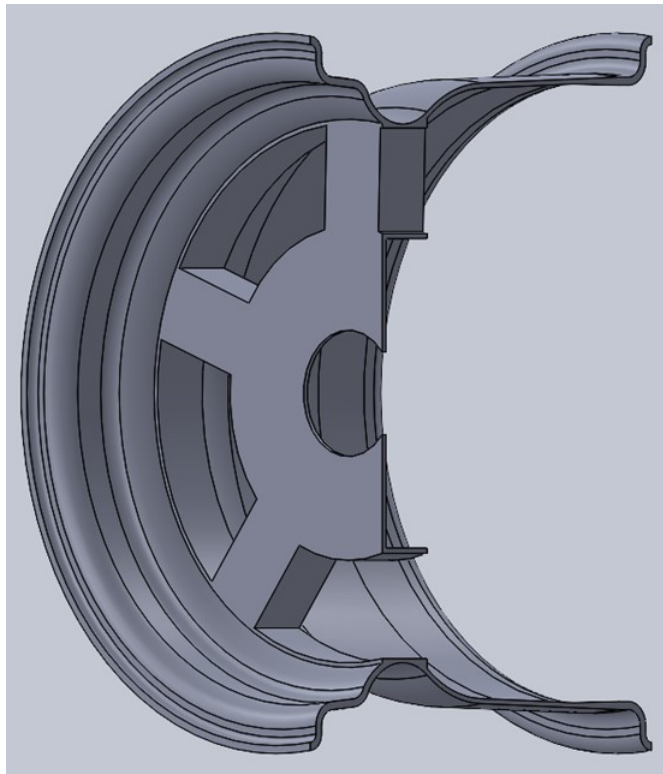
Σχήμα 11.22: 2η εκδοχή

Επόμενη τροποποίηση είναι να γίνει αλλαγή σε διαμόρφωση ακτίνων και όχι στεφάνης. Έτσι δημιουργήθηκε το σχέδιο με 5 ακτίνες. Οι ακτίνες αυτές μπορεί να είναι έχουν σταθερό πάχος μπορεί και το πάχος να μεταβάλλεται ακτινικά.



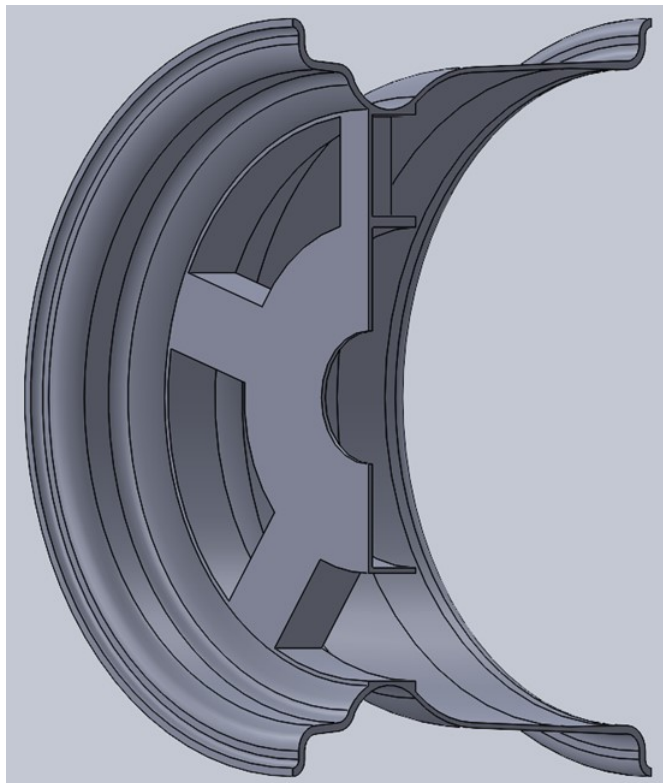
Σχήμα 11.23: 3η εκδοχή





Σχήμα 11.24: 4η εκδοχή

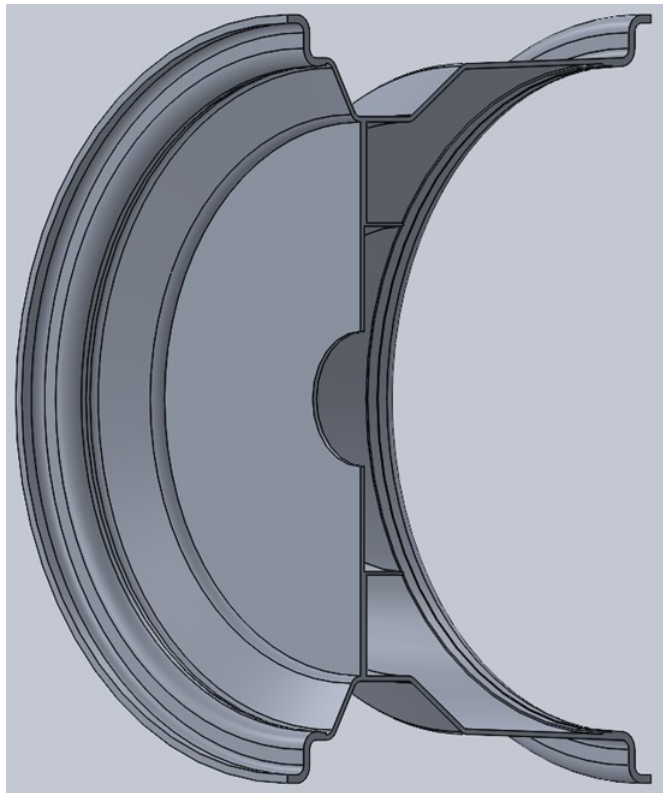
Επόμενη αλλαγή είναι ότι οι ακτίνες να μην είναι απλά κοίλης διατομής, αλλά να είναι διατομής C , ώστε να μειωθεί επιπλέον το βάρος.



Σχήμα 11.25: 5η εκδοχή

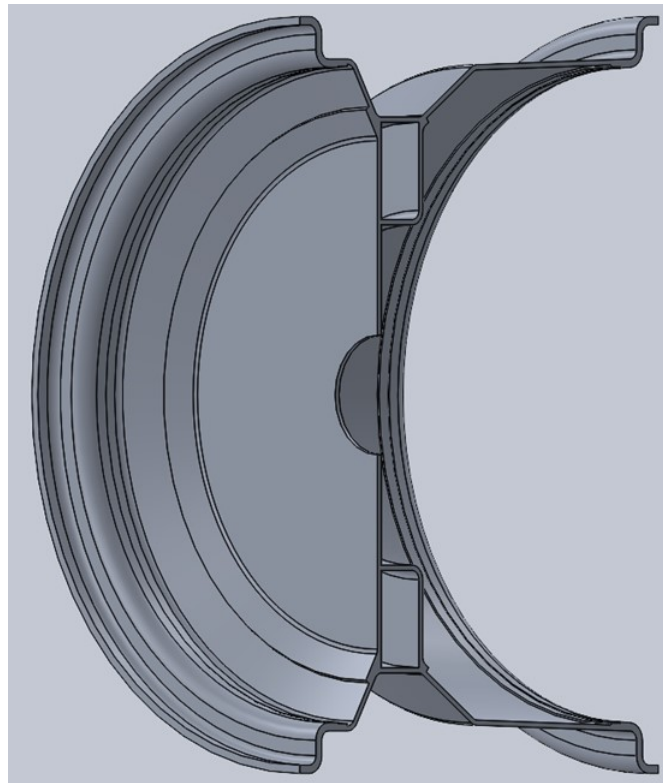
Σε αυτό το σημείο , οι επιλογές με αυτή την διαμόρφωση είχαν τελειώσει. Η διατομή πλέον

έχει γίνει ακόμα πιο απλή, δεν ακολουθεί τις οδηγίες του ΤΡΑ, με σκοπό να αυξηθεί η δυσκαμψία της ζάντας. Όπως και στην πρώτη εκδοχή, αν και διαφοροποιήθηκε η διατομή η στεφάνη έμεινε κλειστή.



Σχήμα 11.26: 6η εκδοχή

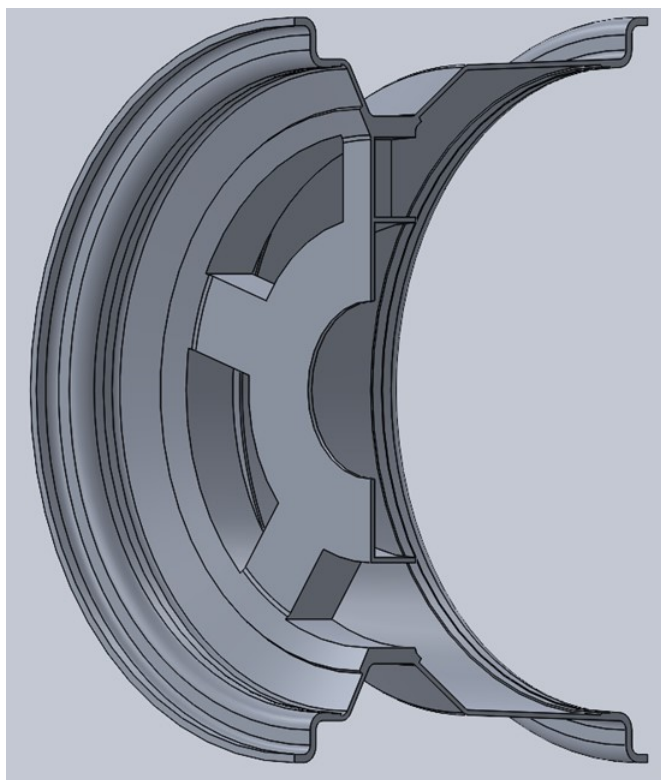
Ακολουθώντας την προηγούμενη λογική, δημιουργήθηκε σχέδιο με μια ενιαία κοίλη διατομή ενίσχυσης, με 5 κοίλες ακτίνες, με 5 ακτίνες διατομής C και χωρίς διατομή ενίσχυσης παρά μόνο με αεραγωγούς



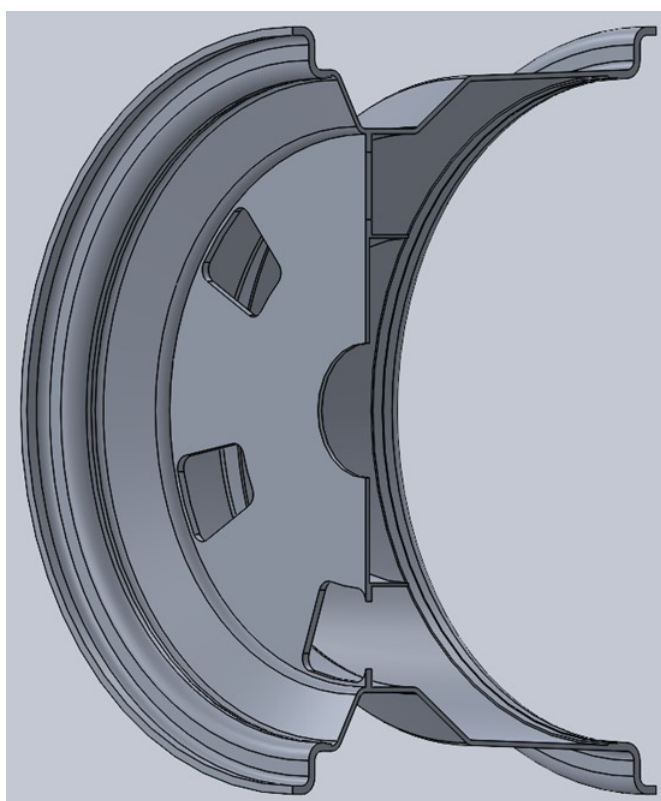
Σχήμα 11.27: 7η εκδοχή



Σχήμα 11.28: 8η εκδοχή

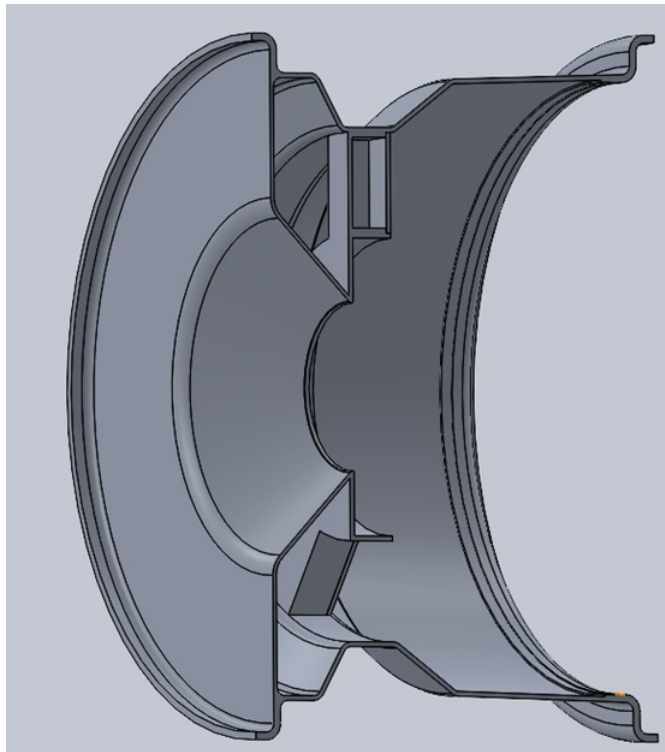


Σχήμα 11.29: 9η εκδοχή



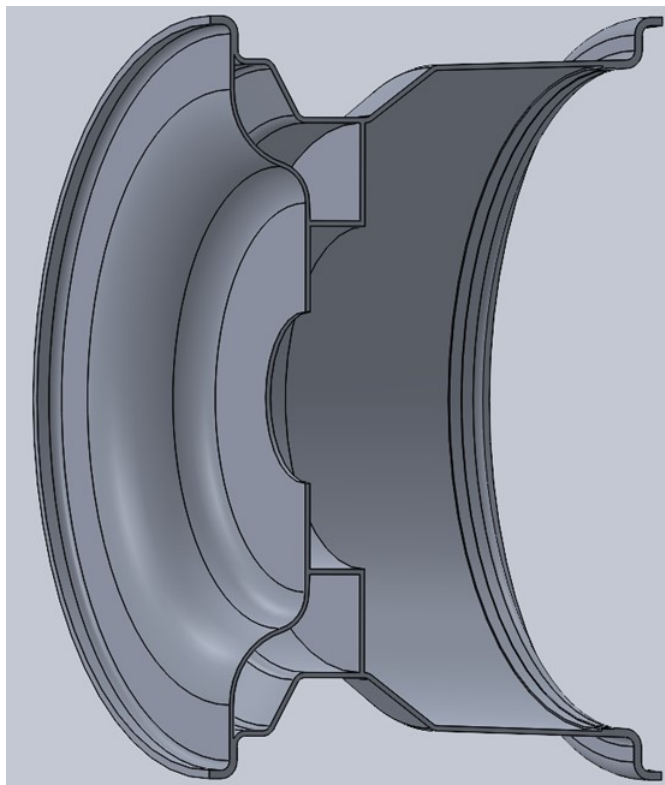
Σχήμα 11.30: 10η εκδοχή

Επόμενη δοκιμή ήταν να προστεθεί μια εξωτερική στεφάνη για αύξηση της δισκαμψίας την στιγμή που θα υπάρχουν 5 κοίλες ακτίνες.

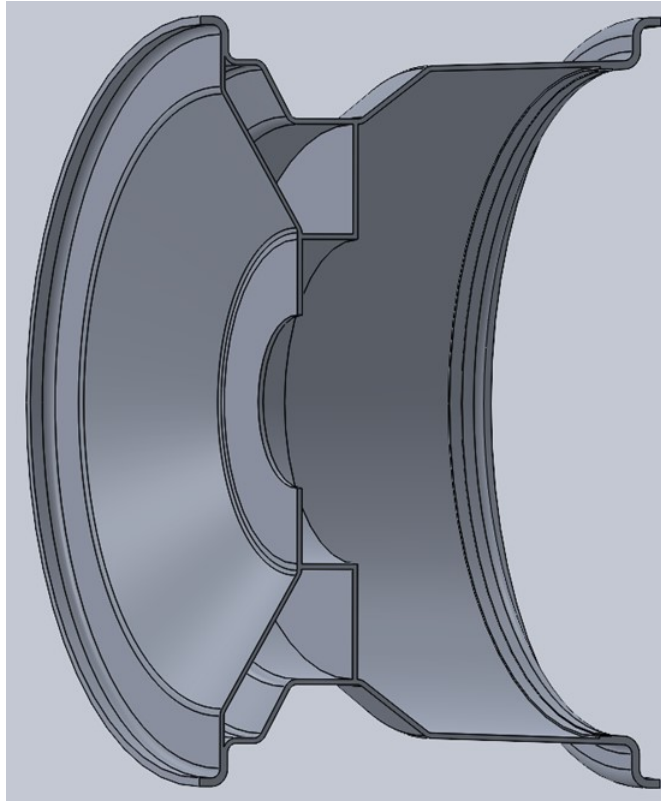


Σχήμα 11.31: 11η εκδοχή

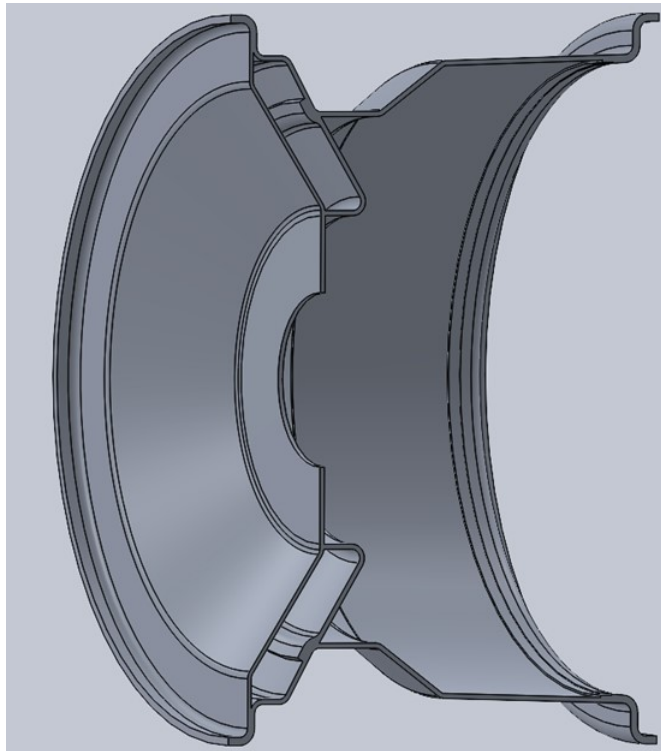
Συνεχίζοντας αφαιρέθηκαν οι ακτίνες, δημιουργώντας 3 σχέδια με διαφορετικές κοίλες διατομές «διπλής στεφάνης»



Σχήμα 11.32: 12η εκδοχή



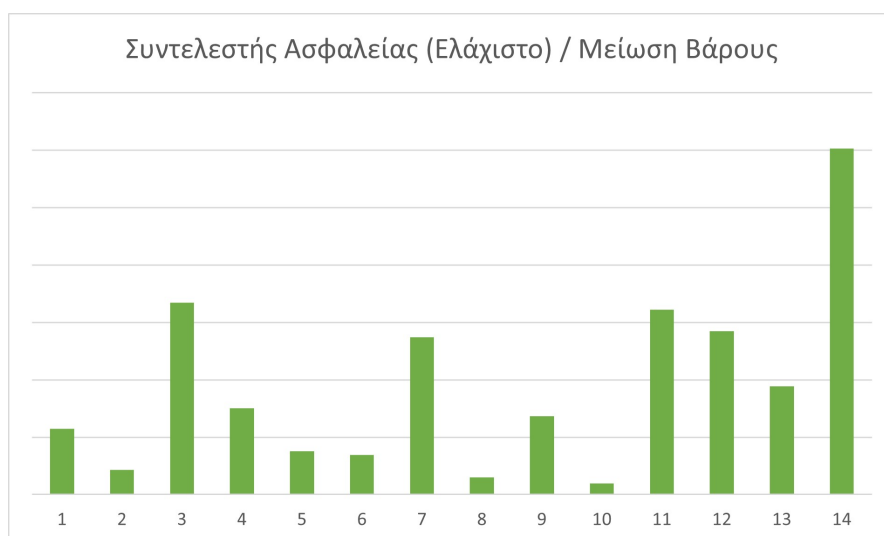
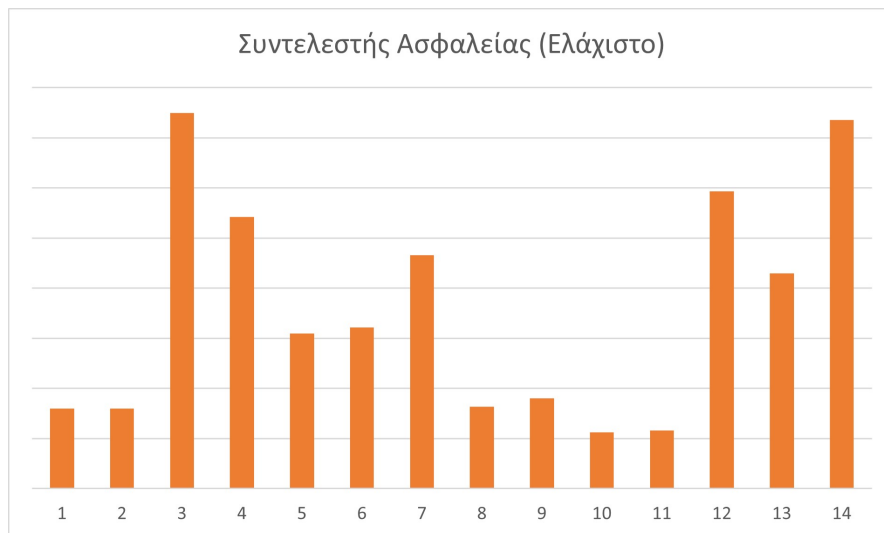
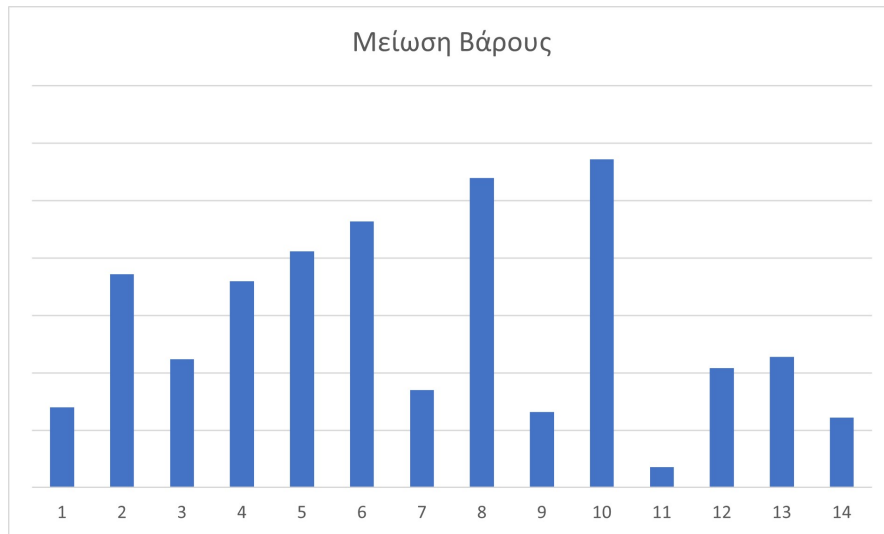
Σχήμα 11.33: 13η εκδοχή



Σχήμα 11.34: 14η εκδοχή

Αναλύοντας τις παραπάνω εκδοχές με πεπερασμένα στοιχεία ακολουθώντας το μοντέλο που έχει ήδη αναλυθεί προκύπτουν για το κάθε σχέδιο ο συντελεστής ασφαλείας και η σχετική μείωση του βάρους. Προκύπτει έπειτα το αδιάστατο κριτήριο του ελάχιστου συντελεστή ασφαλείας για το

κάθε σχέδιο ως προς την αντίστοιχη μείωση του βάρους. Με βάση αυτό προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα.



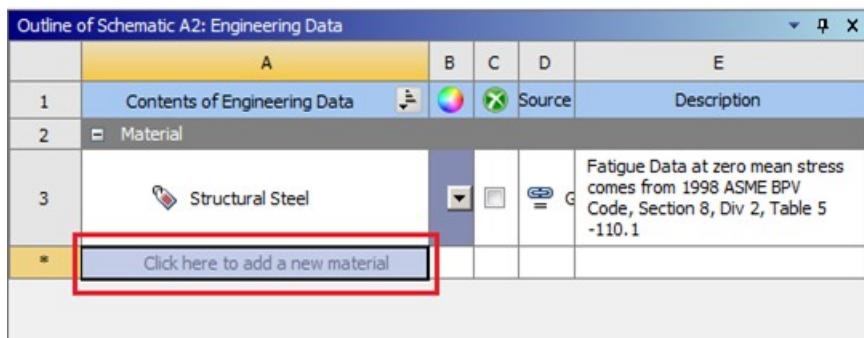
Είναι ξεκάθαρο ότι το επικρατέστερο σενάριο είναι το τελευταίο.

## 11.3 Λεπτομερής Σχεδιασμός

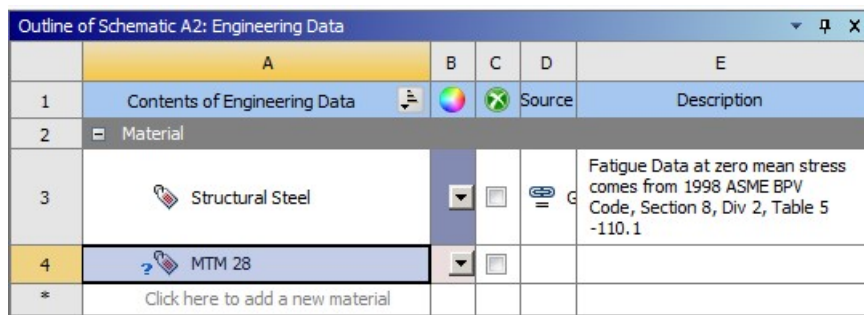
Όπως και στο conceptual design , έτσι και στον λεπτομερή σχεδιασμό θα γίνει στατική ανάλυση, με φορτία αυτά του χειριστού σεναρίου. Η βασική διαφορά είναι ότι σε αυτή την προσομοίωση το σώμα της ζάντας θα είναι από ανθρακόνημα όπου θα έχουν οριστεί πλήρως οι στρώσεις και ο προσανατολισμός τους. Αυτό θα αλλάξει την «μορφή» του μοντέλου της προσομοίωσης, θα διατηρηθούν όμως οι συνοριακές συνθήκες.

### 11.3.1 Μηχανικές Ιδιότητες Υλικών (Engineering Data)

Σαν υλικό θα χρησιμοποιηθεί το MTM 28 (Twill 2x2) της Solvay. Για το ανθρακόνημα οι μηχανικές ιδιότητες έχουν προκύψει τόσο από δεδομένα του κατασκευαστή όσο και από πειράματα. Το συγκεκριμένο ανθρακόνημα δεν υπάρχει στην βιβλιοθήκη του Ansys και θα πρέπει να προστεθεί. Η διαδικασία αυτή είναι απλή και σύντομη.

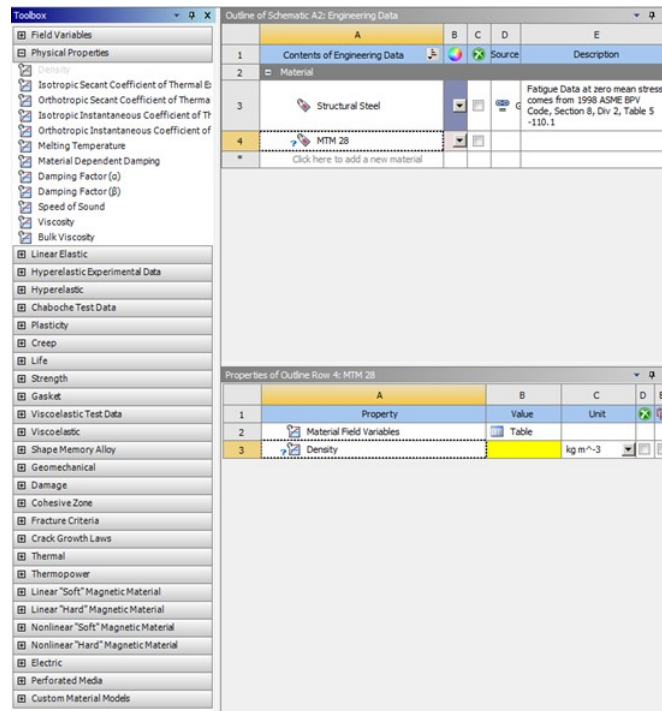


Σχήμα 11.35: Προσθήκη Υλικού



Σχήμα 11.36: Ονομασία Υλικού





Σχήμα 11.37: Προσθήκη ιδιοτήτων από την εργαλειοθήκη αριστερά

Properties of Outline Row 3: MTM28_2x2				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Density	1,42	g cm <sup>-3</sup>	
4	Orthotropic Elasticity			
5	Young's Modulus X direction	47676	MPa	
6	Young's Modulus Y direction	47676	MPa	
7	Young's Modulus Z direction	6900	MPa	
8	Poisson's Ratio XY	0,04		
9	Poisson's Ratio YZ	0,33		
10	Poisson's Ratio XZ	0,33		
11	Shear Modulus XY	19500	MPa	
12	Shear Modulus YZ	2700	MPa	
13	Shear Modulus XZ	2700	MPa	
14	Orthotropic Stress Limits			
15	Tensile X direction	551	MPa	
16	Tensile Y direction	551	MPa	
17	Tensile Z direction	50	MPa	
18	Compressive X direction	-509	MPa	
19	Compressive Y direction	-509	MPa	
20	Compressive Z direction	-170	MPa	
21	Shear XY	125	MPa	
22	Shear YZ	65	MPa	
23	Shear XZ	65	MPa	
24	Tsai-Wu Constants			
25	Coupling Coefficient XY	-1		
26	Coupling Coefficient YZ	-1		
27	Coupling Coefficient XZ	-1		
28	Ply Type			
29	Type	Woven		

Σχήμα 11.38: Προσθήκη τιμών στις ιδιότητες

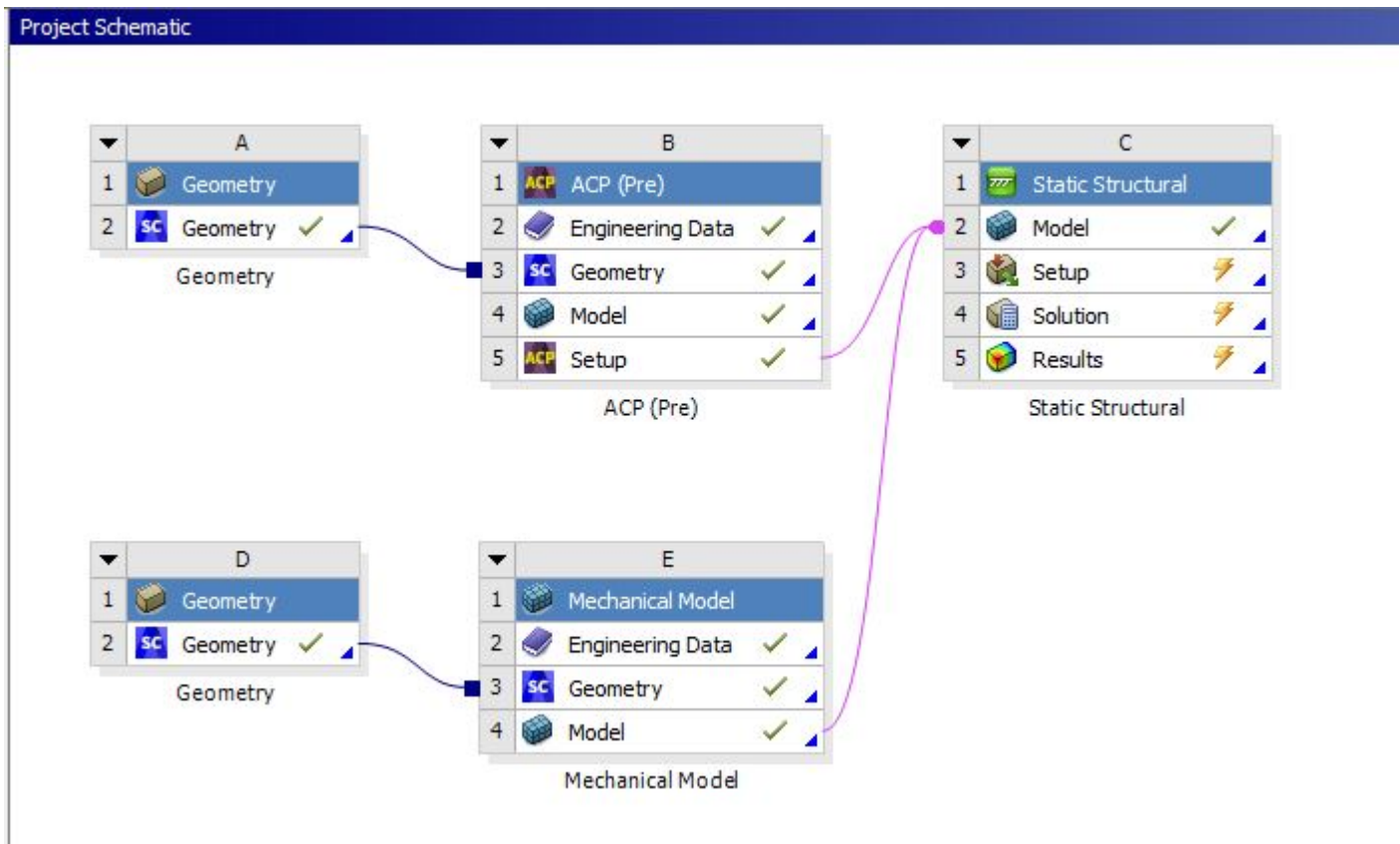
### 11.3.2 Γεωμετρία (Geometry)

Στο μοντέλο σύνθετων υλικών αυτό που αλλάζει σημαντικά είναι η γεωμετρία. Πλέον δεν έχουμε μια συμπαγή γεωμετρία αλλά μία κελυφοειδή γεωμετρία, πρακτικά πολλές επιφάνειες. Οι επιφάνειες αυτές είναι εύκολο να τις σχεφτεί κανείς σαν το καλούπι της γεωμετρίας. Πάνω από τις οποίες

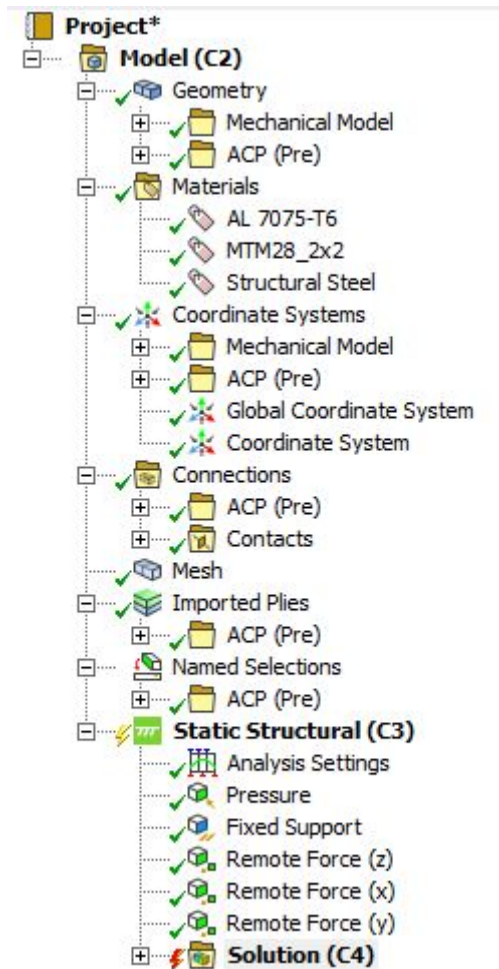
δίνουμε το πάχος του υλικού που ανάλογα τις στρώσεις και το πάχος ανά στρώση. Η γεωμετρία δημιουργήθηκε από το CAD λογισμικό και έγινε εισαγωγή στο Ansys.

### 11.3.3 Μοντέλο (Model)

Η μορφή του μοντέλου αλλάζει σημαντικά. Πλέον εισάγονται οι 2 γεωμετρίες, η μία είναι συμπαγής και αφορά το αλουμινένιο ένθετο της ζάντας, ενώ η άλλη είναι κελυφοειδής και αποτελεί το σώμα της ζάντας. Η γεωμετρία της ζάντας δίνεται σαν όρισμα στο Ansys Composite Prepost (ACP) ώστε να προσδιοριστούν οι ιδιότητες του και να δημιουργηθεί το πλέγμα. Η γεωμετρία του ενθέτου εισάγεται στο mechanical model. Η σύνθεση των δυο γεωμετριών και ο ορισμός των συνοριακών όρων γίνεται στο Static Structural.

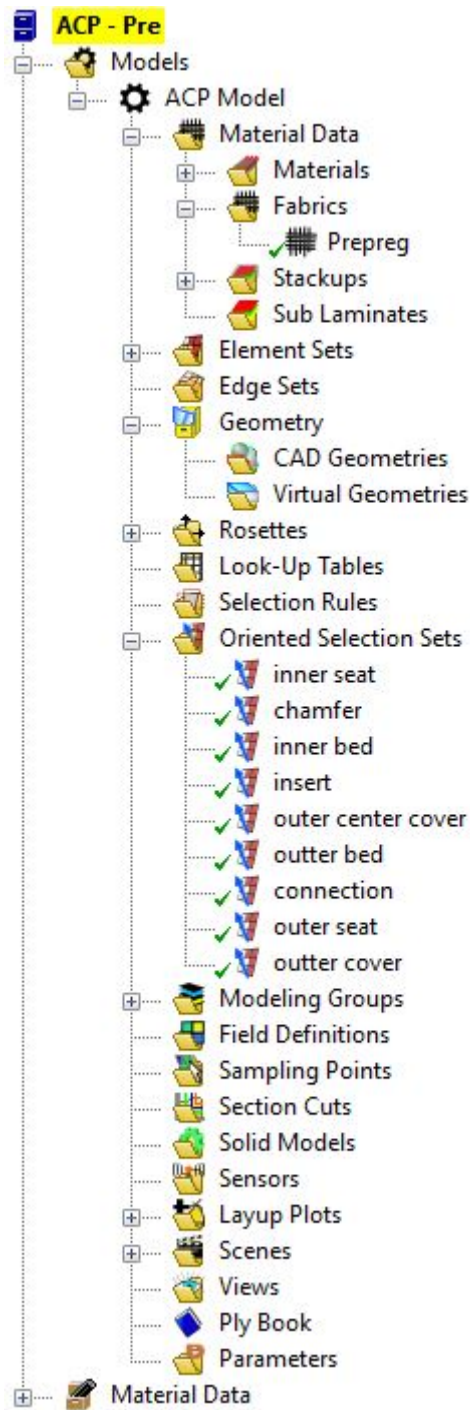


Σχήμα 11.39: Διάγραμμα μοντέλου λεπτομερούς σχεδιασμού



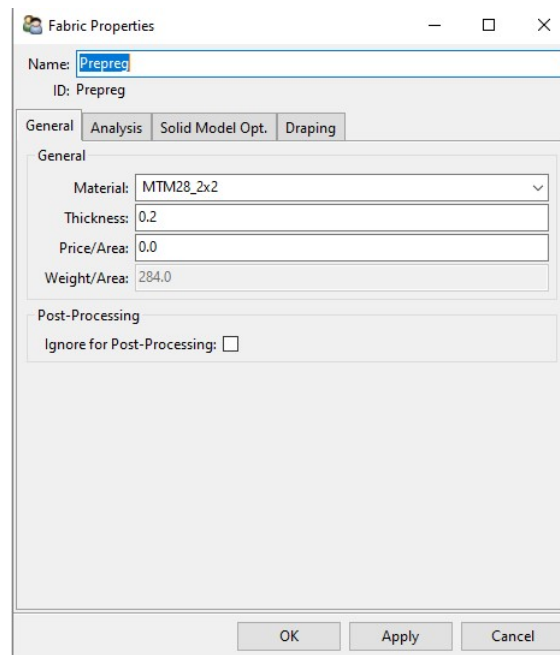
Σχήμα 11.40: Δένδρο Λεπτομερούς Μοντέλου

Το σύστημα συντεταγμένων, οι επαφές και οι συνοριακές συνθήκες είναι όμοιες με το conceptual μοντέλο. Νόημα έχει να δοθεί παραπάνω εξήγηση στο στήσιμο (setup) του ACP. Το περιβάλλον δηλαδή όπου ορίζονται το ύφασμα, η στρώση, η διαστρωμάτωση και ο προσανατολισμός σε κάθε τμήμα της ζάντας.



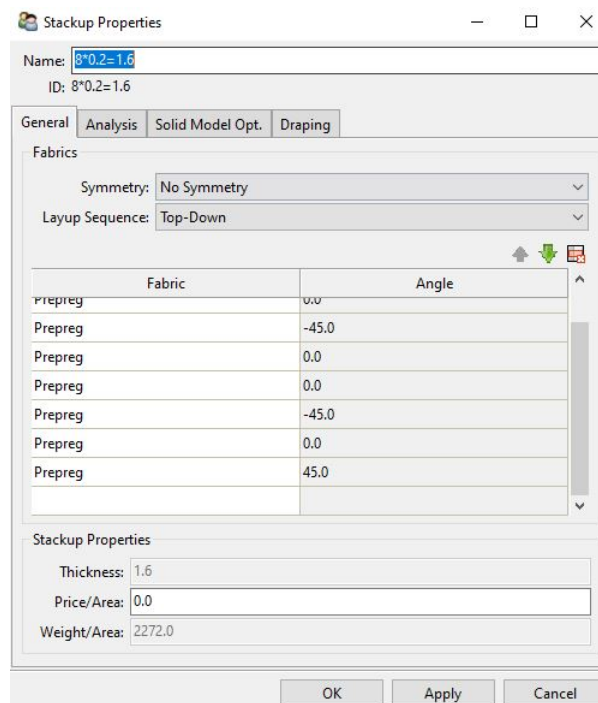
Σχήμα 11.41: Δέντρο στησίματος ACP

Κατά τον ορισμό του υφάσματος δίνεται το «όνομά» του, το υλικό του και το πάχος κάθε στρώσης.



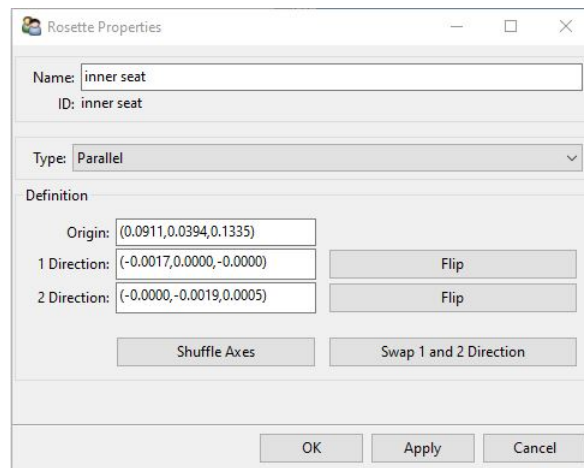
Σχήμα 11.42: Ορισμός Υφάσματος

Στην συγκεκριμένη περίπτωση το ύφασμα είναι ένα για όλη την ζάντας. Δεν ισχύει όμως το ίδιο για την διαστρωμάτωση και τον προσανατολισμό των ινών. Τα οποία αλλάζουν στα διάφορα σημεία της ζάντας. Η διαστρωμάτωση (stackup) αφορά τον αριθμό των στρώσεων και την μεταξύ τους γωνία.



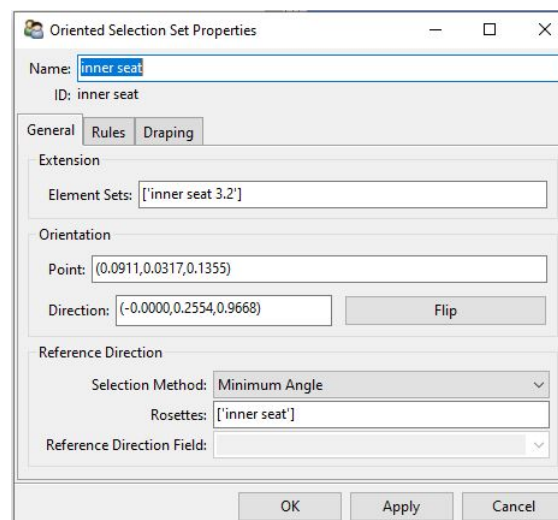
Σχήμα 11.43: Ορισμός Stackup

Για να οριστεί πλήρως η γωνία των στρώσεων τόσο μεταξύ τους όσο και ως προς την επιφάνεια της ζάντας εισάγονται Rosetts, συστήματα συντεταγμένων δηλαδή πάνω στην επιφάνεια της ζάντας ώστε οριστεί η γωνία του διαμήκους άξονα του υφάσματος.



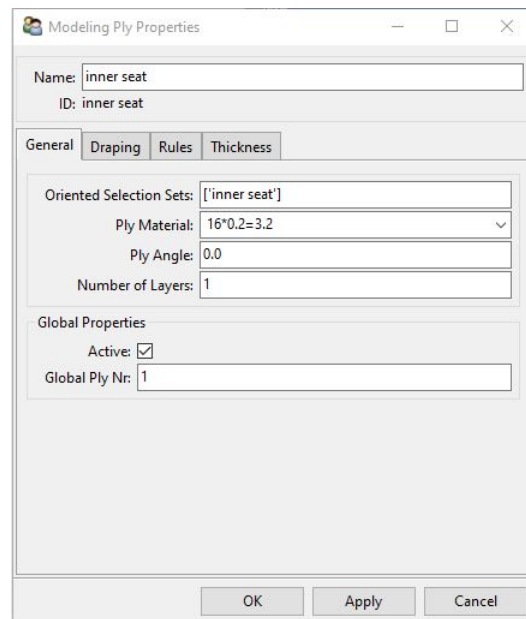
Σχήμα 11.44: Ορισμός Rosettes

Ο συνδυασμός των δύο παραπάνω , μας δίνει τα Oriented Selection Sets.Μας ορίζει δηλαδή στα στοιχεία του πλέγματος ποια είναι η διεύθυνση των ινών και ποια η κατεύθυνση του πάχους.



Σχήμα 11.45: Ορισμός Oriented Selection Sets

Στο τέλος με τον ορισμό των Modelling Plies, έχουν οριστεί πλήρως όλα τα στοιχεία του πλέγματος , η διεύθυνση των ινών το πάχος και η διαστρωμάτωση τους.

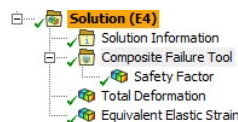


Σχήμα 11.46: Ορισμός Modelling Plies Sets

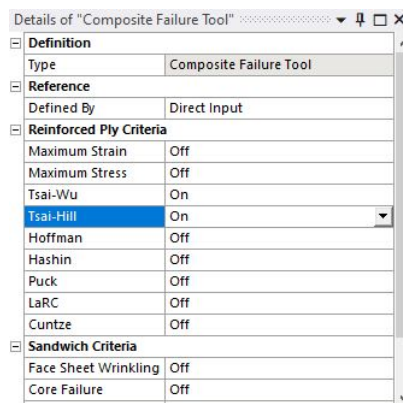
Η ποσότητα των Stackups, Rossetes, Oriented Selection Sets και Modelling Plies εξαρτάται καθαρά από την φύση του αντικειμένου που μοντελοποιείται, σε πόσα δηλαδή κομμάτια διαφέρει η διαστρωμάτωση σε αριθμό στρώσεων, προσανατολισμό ή και είδος υφάσματος.

#### 11.3.4 Επίλυση- Αποτελέσματα

Επιπλέον της συνολικής παραμόρφωσης, της ισοδύναμης τάσης, του συντελεστή ασφαλείας επιλέγεται να ζητηθεί σαν αποτέλεσμα ο συντελεστής ασφαλείας κατά Tsai Hill και Tsai Wu μέσα από το Εργαλείο Μελέτης Αστοχίας Συνθέτων του ANSYS.



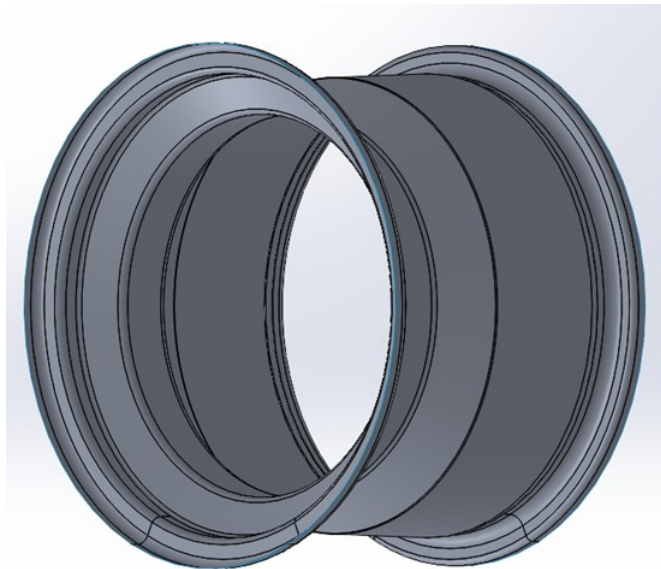
Σχήμα 11.47: Δέντρο Αποτελεσμάτων



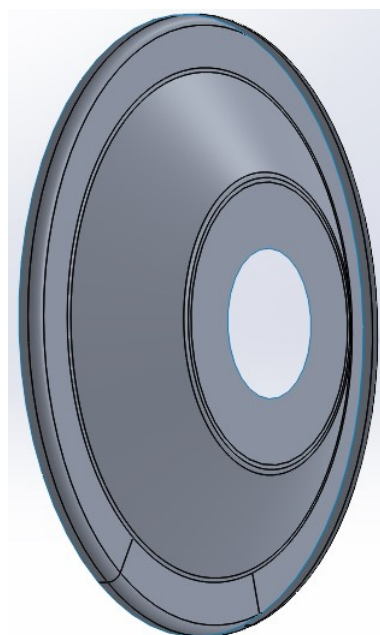
Σχήμα 11.48: Λεπτομέρειες Εργαλείο Μελέτης Αστοχίας Σύνθετων

### 11.3.5 Σύγκριση Διαφορετικών Διαστρωματώσεων

Σε μία ζάντα από ανθρακόνημα ίσως το πιο βασικό στοιχείο της μελέτης αφορά την διαστρωμάτωσή της, μιας και αυτό είναι που θα μας δώσει την καλύτερη δυνατή συμπεριφορά για με το μικρότερο δυνατό βάρος. Για να γίνει μια τέτοια ανάλυση θα πρέπει η ζάντα να μοιραστεί στα επιμέρους κομμάτια της, τα οποία θα αναλυθούν. Το πρώτο κομμάτι αφορά την περιφέρεια της ζάντας, το δεύτερο την εξωτερική στεφάνη και το τελευταίο την εσωτερική διαμόρφωση- νεύρο.

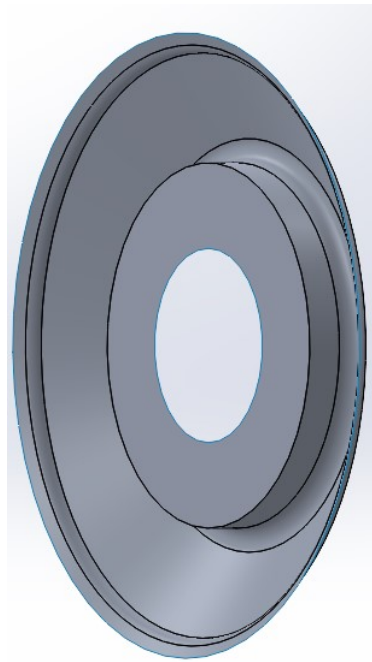


Σχήμα 11.49: Περιφερειακό τμήμα της ζάντας



Σχήμα 11.50: Εξωτερική Στεφάνη





Σχήμα 11.51: Εσωτερική Διαμόρφωση

Σε κάθε ένα από τα παραπάνω τμήματα θα μοντελοποιείται και ξεχωριστή διαστρωμάτωση. Ο συνδυασμός τους θα αποτελεί την διαστρωμάτωση της ζάντας. Προκειμένου η ανάλυση να παραμείνει κατανοητή θα γίνεται αναφορά σε διαστρωματώσεις ζάντας και όχι του εκάστοτε κομματιού της. Στην τελική διαστρωμάτωση θα γίνει αναφορά και στις επιμέρους διαστρωματώσεις. Τα κριτήρια αξιολόγησης των διαστρωματώσεων θα είναι αποτελέσματα των προσομοιώσεων, πιο συγκεκριμένα:

- Το βάρος
- Την μέγιστη ολική Παραμόρφωση
- Τον ελάχιστο συντελεστή ασφαλείας κατά Tsai Wu
- Τον ελάχιστο συντελεστή ασφαλείας / Βάρος

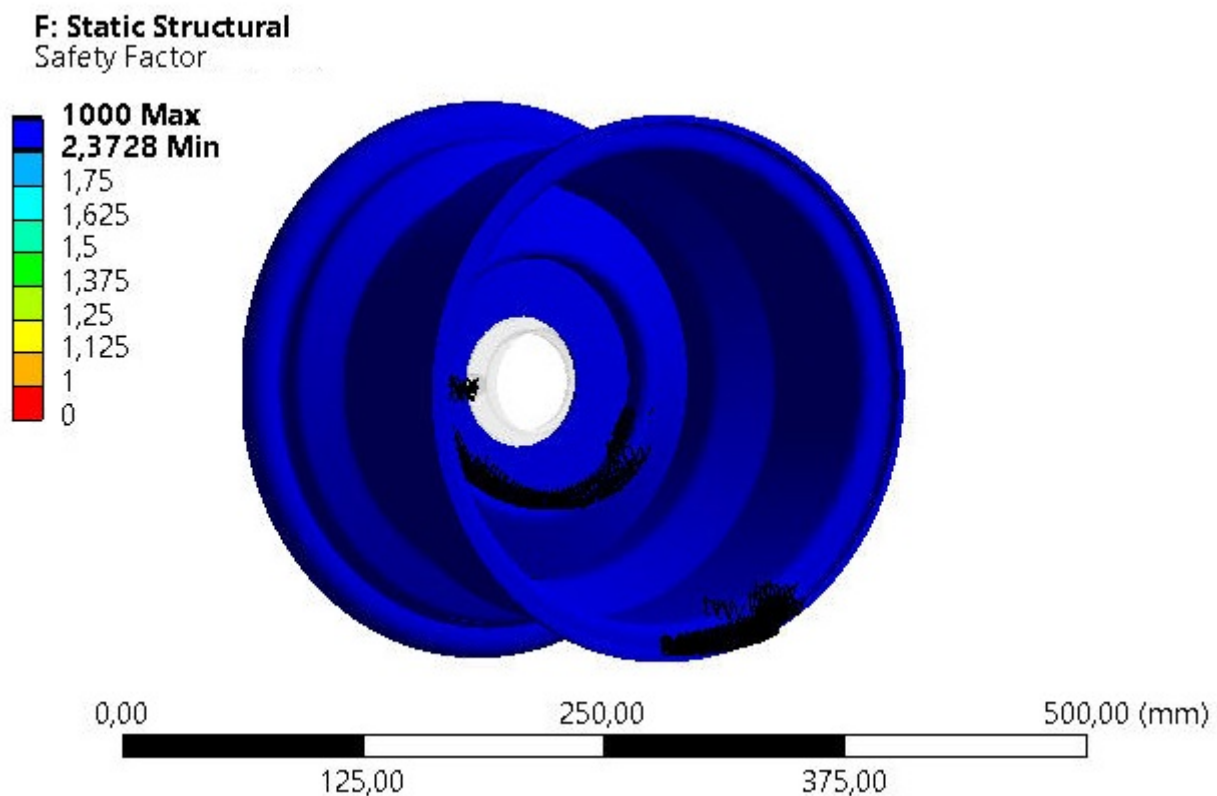
Διαστρωμάτωση	Βάρος	Ολική Παραμόρφωση	Tsai Wu	Tsai Wu / Βάρος
1	0,783	7,426	0,4563	0,58275211
2	1,0663	3,2531	1,0394	0,97475978
3	1,1761	1,42	2,1462	1,82480759
4	1,2847	1,9142	1,5154	1,17960805
5	1,1205	2,1481	1,09	0,97282168
6	1,1537	2,0038	1,2764	1,1063458
7	1,2521	1,9574	1,69	1,34977126
8	1,2321	1,3872	2,3728	1,92581771

Αν απεικονιστούν γραφικά τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει:



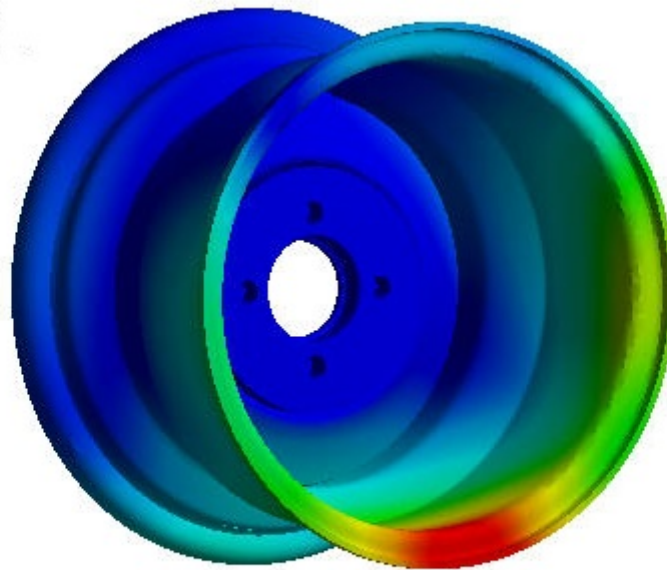
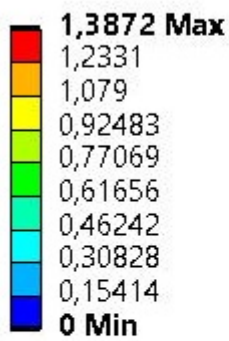
Σχήμα 11.52: Συντελεστής Ασφαλείας κατά Tsai Wu / Βάρος για τις διαστρωματώσεις

Οι διαστρωματώσεις 3 και 8 είναι αρκετά κοντά, παρόλα αυτά η διαστρωμάτωση 8 μας δίνει μικρότερη παραμόρφωση με μεγαλύτερο συντελεστή ασφαλείας. Επιλέγεται αυτή ως η βέλτιστη. Γενικότερα προκύπτει ότι η αύξηση των στρώσεων μας δίνει μια βελτιωμένη συμπεριφορά. Αυτό όμως δεν είναι απόλυτο, μιας και η διαστρωμάτωση 7 είναι πιο βαριά από την 8. Η Τοποθέτηση στρώσεων ενίσχυσης στις περιοχές που χρειαζόταν μας έδωσε το επιθυμητό αποτέλεσμα. Αυτό προκύπτει και από την αρκετά ισορροπημένη κατανομή των τάσεων, και την εξαιρετική κατανομή του συντελεστή ασφαλείας.



Σχήμα 11.53: Κατανομή Συντελεστή Ασφαλείας κατά Tsai Wu της επιλεγμένης διαστρωμάτωσης

**F: Static Structural**  
Total Deformation



Σχήμα 11.54: Κατανομή ολικής Παραμόρφωσης της επιλεγμένης διαστρωμάτωσης

Οι παρακάτω πίνακες ( 11.2, 11.3, 11.4, 11.5 ) αναφέρονται στην τελική διαστρωμάτωση. Οι ενισχύσεις στο περιφερειακό τμήμα αφορούν την περιοχή στα χείλη της ζάντας όπως φαίνεται στην φωτογραφία 11.55

Περιφερειακό Τμήμα		
Στρώση	Ύφασμα	Γωνία
1	MTM 28 2x2	0
2	MTM 28 2x2	45
3	MTM 28 2x2	0
4	MTM 28 2x2	45
5	MTM 28 2x2	0
6	MTM 28 2x2	45
7	MTM 28 2x2	0
8	MTM 28 2x2	45
9	MTM 28 2x2	0

Πίνακας 11.2: Διαστρωμάτωση Περιφερειακού τμήματος

Ενισχύσεις Περιφερειακού τμήματος		
Στρώση	Ύψος	Γωνία
1	MTM 28 2x2	0
2	MTM 28 2x2	45
3	MTM 28 2x2	0
4	MTM 28 2x2	45
5	MTM 28 2x2	0
6	MTM 28 2x2	45
7	MTM 28 2x2	0
8	MTM 28 2x2	45
9	MTM 28 2x2	0

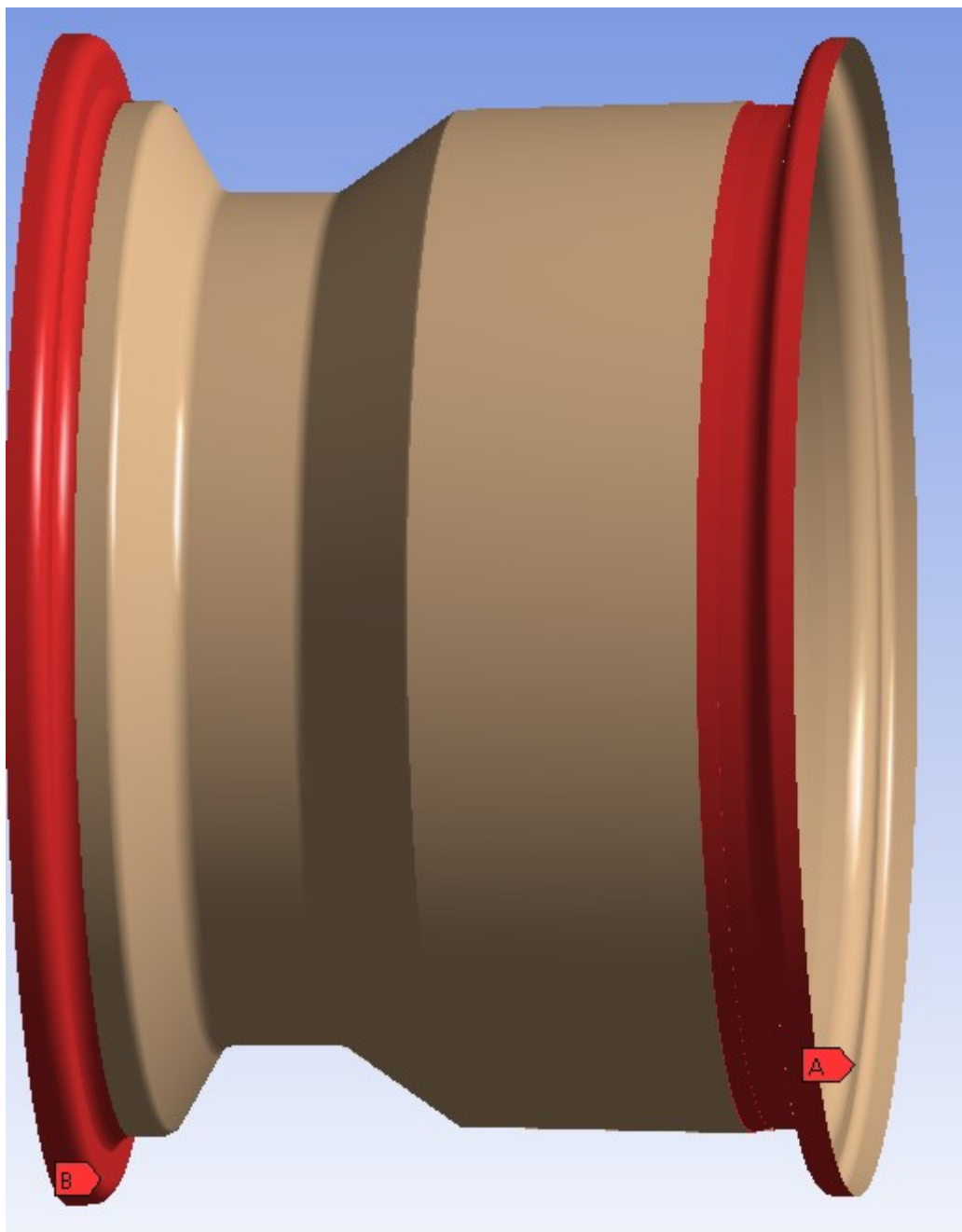
Πίνακας 11.3: Διαστρωμάτωση Ενισχύσεων Περιφερειακού τμήματος

Εξωτερική Στεφάνη		
Στρώση	Ύψος	Γωνία
1	MTM 28 2x2	45
2	MTM 28 2x2	0
3	MTM 28 2x2	0
4	MTM 28 2x2	45
5	MTM 28 2x2	45
6	MTM 28 2x2	0
7	MTM 28 2x2	0
8	MTM 28 2x2	45

Πίνακας 11.4: Διαστρωμάτωση Εξωτερικής Στεφάνης

Εσωτερική Διαμόρφωση		
Στρώση	Ύφασμα	Γωνία
1	MTM 28 2x2	45
2	MTM 28 2x2	0
3	MTM 28 2x2	0
4	MTM 28 2x2	45
5	MTM 28 2x2	45
6	MTM 28 2x2	0
7	MTM 28 2x2	0
8	MTM 28 2x2	45

Πίνακας 11.5: Διαστρωμάτωση Εσωτερικής Διαμόρφωσης



Σχήμα 11.55: Ενισχύσεις στα χείλη του περιφερειακού τμήματος

# Κεφάλαιο 12

## Συμπεράσματα και Προτάσεις

Η παρούσα διπλωματική αποτελεί μέρος το εγχειρήματος της Prom Racing να μεταβεί σε νέες ζάντες που θα της επιτρέψουν να πετύχει καλύτερα αποτελέσματα στην πίστα. Το εγχείρημα αυτό ξεκινάει από το να προσδιοριστούν οι στόχοι τους οποίους η νέα ζάντα θα πρέπει να ικανοποιεί. Ο βασικότερος όλων είναι το πλάτος της, το οποίο είναι 7.5 ίντσες, πλάτος το οποίος δεν είναι διαθέσιμο σε ζάντες εμπορίου. Ο στόχος αυτός δεν είναι διαπραγματεύσιμος μιας και μετάβαση σε ζάντες 8 ιντσών θα εισήγαγε σημαντικές αλλαγές σε όλο το σύστημα διεύθυνσης και ανάρτησης, κάτι το οποίο δεν ήταν αποδεκτό.

Γεννήθηκε έτσι η ανάγκη για την μελέτη και κατασκευή της νέας ζάντας του μονοθέσιου αυτοκινήτου τύπου Formula Student. Όπως κάθε project έτσι και το συγκεκριμένο αποτελείται από τους στόχους τους οποίους πρέπει να ικανοποιήσει, την μεθοδολογία με την οποία θα ολοκληρωθεί και τα εξαγόμενα της ανάλυσης.

### 12.1 Στόχος εργασίας- μελέτης

Οι στόχοι της μελέτης ήταν οι εξής:

- Η κατανόηση και ανάλυση της μηχανικής των καταπονήσεων μια ζάντας μονοθέσιου αυτοκινήτου τύπου FSAE
- Η σύνθεση ενός αξιόπιστου μοντέλου προσομοίωσης των μηχανικών φορτίσεων που δέχεται η ζάντα
- Η λήψη αποφάσεων για σχεδιαστικές παραμέτρους της ζάντας μέσα από τη σύγκριση μηχανικής συμπεριφοράς διαφορετικών μορφών.
- Η τελική επιλογή διαστρωμάτωσης της ζάντας μέσα από την σύγκριση μηχανικής συμπεριφοράς διαφορετικών διαστρωματώσεων.

### 12.2 Μεθοδολογία εργασίας- μελέτης

Για την εκπλήρωση των παραπάνω σκοπών έγινε ανάλυση των φορτίσεων που δέχεται η ζάντα σε διάφορες συνθήκες κατά την διάρκεια των αγωνισμάτων και επιλέχθηκε το δυσμενέστερο σενάριο.

Δημιουργήθηκαν μια σειρά από προκαταρκτικά σχέδια για την πιθανή νέα ζάντα με βάση σχέδια ζαντών που κυκλοφορούν στο εμπόριο, τις οδηγίες του Tyre and Rim Association, καθώς και προσωπικές – ομαδικές προτάσεις. Κατασκευάστηκε ένα αρχικό μοντέλο το οποίο θεωρούσε ότι το υλικό της ζάντας είναι το αλουμίνιο ώστε να «δοκιμαστούν» τα προκαταρκτικά σχέδια με βάση αυτό.

Η πρώτη σειρά προσομοιώσεων έδειξε ποιο από τα προκαταρκτικά σχέδια είναι το πιο άξιο για περαιτέρω ανάλυση, όπως και έγινε. Δημιουργήθηκε εξ αρχής ένα νέο μοντέλο, στο ACP του Ansys το οποίο από μεριάς φορτίσεων και συνοριακών συνθηκών ήταν όμοιο με το πρώτο, μιας και η φύση του προβλήματος ήταν η ίδια, εισάχθηκε όμως πλέον η έννοια του πολυστρωματικού υλικού και της διαστρωμάτωσης. Στο μοντέλο αυτό δοκιμάστηκαν διάφορες διαστρωματώσεις, η εργασία κατέληξε με την επιλογή της βέλτιστης εξ αυτών.

### 12.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Το τελικό σχέδιο αφορά ζάντα μονοθέσιου αυτοκινήτου τύπου FSAE με βάρος μόλις 1,2 kg, 300g κάτω από τον αρχικό σχεδιαστικό στόχο. Η μέγιστη μετατόπιση των 1,38 mm είναι σημαντικά χαμηλότερος (32% μείωση ) από τα αντίστοιχα 2,27 mm ζάντας εμπορίου. Είναι σαφές από τα αποτελέσματα , ότι ο συγκεκριμένος σχεδιασμός έχει εκπληρώσει τους στόχους του και ξεκάθαρα πλεονεκτεί έναντι προϊόντων εμπορίου. Αυτό επιτρέπει την κατασκευή του πρώτου πρωτότυπου με σκοπό και τις πειραματικές δοκιμές. Αιτιολόγηση του σκοπού της μελέτης αυτής αποτελεί το αναμενόμενα αποτελέσματα από αυτές τις πρώτες δοκιμές και μετέπειτα την βελτίωση του χρόνου της πίστας που είναι και ο διαρκής και βασικός στόχος .

### 12.4 Μελλοντική έρευνα

Ως μελλοντική εξέλιξη, σημαντική βελτίωση στην σχεδίαση θα ήταν η δημιουργία ενός δυναμικού μοντέλου προσομοίωσης. Η δοκιμή στο χειρότερο δυνατό σενάριο μας δίνει την άνεση ότι δεν θα έρθει η αστοχία, παρόλα αυτά κατά κοινή ομολογία οδηγεί σε έν οερ δεσιγνεδ σχέδια.

Αποτελεί μελλοντικός στόχος προς επίτευξη ο προσδιορισμός – μετρήσεις των δυναμικών φορτίων που μια ζάντα ενός μονοθέσιου FSAE δέχεται σε μια αγωνιστική περίοδο.



# Κεφάλαιο 13

## Βιβλιογραφικές Αναφορές

1. Μπέλτσιος Κωνσταντίνος (2018), Επιστήμη και Τεχνολογία των Σύνθετων Υλικών, Εκδόσεις Τζιόλα
2. Προβατίδης Χριστόφορος (2017), Πεπερασμένα Στοιχεία στην Ανάλυση Κατασκευών , Εκδόσεις Τζιόλα
3. Ζαβερδινός Γιώργος (2019), Διπλωματική Εργασία :Υπολογιστική μελέτη αντοχής και δυσκαμψίας για βραχίονες (ψαλίδια) αγωνιστικού μονοθέσιου απο ανθρακόνημα, με χρήση πεπερασμένων στοιχείων με το λογισμικό ANSYS , Αθήνα, ΕΜΠ
4. Τσιαπάρας Άγγελος (2016), Διπλωματική Εργασία : Ανάλυση προσέγγισης σχεδιασμού συστήματος ανάρτησης πρωτότυπου αγωνιστικού οχήματος, Αθήνα, ΕΜΠ
5. Πατηνιώτης Σταύρος (2016), Διπλωματική Εργασία :Σχεδιασμός μονοθέσιου αγωνιστικού οχήματος προδιαγραφών Formula SAE , Αθήνα, ΕΜΠ
6. ANSYS Mechanical User's Guide. (2019). Ansys, Inc.
7. SP composites guide
8. Tom Bitzer (1997), Honeycomb Technology, Springer
9. Gay, D. (2015). Composite Materials, Design and Applications, 3rd Edition. CRC Press.
10. Gibson, R. F. (2015). Principles of Composite Materials Mechanics. CRC Press.
11. Gokhale, N. (2008). Practical Finite Element Analysis. Finite to infinite, 1st Edition.
12. Jazar, R. N. (2012). Vehicle Dynamics: Theory and Applications. Spring.
13. William F. Miliken, D. L. (1995). Race Car Vehicle Dynamics.
14. <https://www.racecar-engineering.com/tech-explained/tyre-dynamics/>
15. <https://racingcardynamics.com/weight-transfer/>
16. Wikipedia
17. <https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-fea-finite-element-analysis>
18. <https://www.suspensiondesigner.com/kpi-camber-compliance/>

19. Egbert Bakker, Lars Nyborg, Hans B. Pacejka (1987), Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies, SAE Technical Paper 870421
20. Christos Kassapoglou (2013), Design and Analysis of Composite Structures: With Applications to Aerospace Structures, 2nd Edition, Wiley
21. Z. Hashin, A. Rotem (1973), A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials
22. F L Matthews, G A O Davies, D Hitchings, C Soutis, Finite Element Modelling of Composite Materials and Structures, Woodhead Publishing Limited
23. Xiaolin Chen, Y. L. (2015). Finite Element Modeling and Simulation with ANSYS Workbench. CRC Press.