



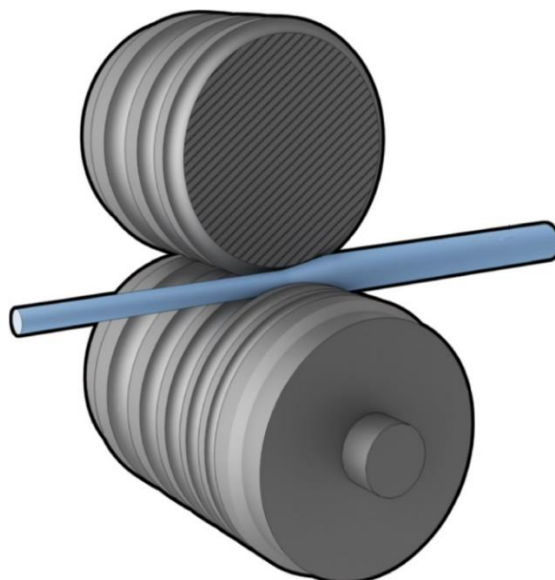
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Τεχνολογίας των Κατεργασιών

Διπλωματική Εργασία με Θέμα:

**Αναλυτική μέθοδος προσέγγισης πλαστικής  
παραμόρφωσης διμεταλλικής ράβδου αλουμινίου-  
χαλκού κατά την κατεργασία της έλασης**

Εκπονητής: Παναγιώτης Χριστινάκης

Επιβλέπων: Καθηγητής Δημήτριος Ε. Μανωλάκος



ΑΘΗΝΑ 2022



## Τριμελής Επιτροπή:

Δημήτριος Ε. Μανωλάκος – Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Άγγελος Π. Μαρκόπουλος. – Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Πανώριος Γ. Μπενάρδος – Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Copyright © Παναγιώτης Χριστινάκης, 2022.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς την συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν την συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



## Περίληψη

Πολλές είναι οι εφαρμογές της έλασης διμεταλλικών ράβδων χαλκού-αλουμινίου με τις κυριότερες στον τομέα της ηλεκτροδότησης, για την κατασκευή καλωδίων υψηλής και μέσης τάσης. Στα πλαίσια της μελέτης της έλασης σε ράβδους και μπάρες, λοιπόν, κρίσιμες είναι παράμετροι όπως η πρόβλεψη της πλαστικής παραμόρφωσής τους, της μεταβολής της διατομής τους καθώς και των φορτίων που ασκούνται στο έλαστρο. Για τον υπολογισμό των τελευταίων, αν και στο παρελθόν έχουν γίνει αρκετές απόπειρες, όλες τους περιορίζονται σε εμπειρικές συσχετίσεις μεταξύ των πειραματικών δεδομένων για συγκεκριμένα υλικά και συνθήκες παραγωγής. Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην ανάπτυξη αναλυτικών σχέσεων για τον υπολογισμό του φορτίου ψυχρής έλασης σε ράβδους κυκλικής διατομής με έμφαση στα διμεταλλικά υλικά, βασιζόμενη στην μέθοδο «Λόφου Τριβής», μια διαχρονικά αξιόπιστη αναλυτική μέθοδο, η οποία -λόγω καθολικότητας- δίνει την δυνατότητα για περεταίρω έρευνα και εφαρμογές σε ποικίλες παραλλαγές της εν λόγω κατεργασίας.

**Λέξεις-Κλειδιά:** έλαση ράβδων, κατεργασία, φορτίο έλασης, πλαστική παραμόρφωση, διμεταλλικό, χαλκός, αλουμίνιο, λόφος-τριβής.



## Abstract

The Rod-Rolling processing of Copper-Aluminium bimetallic rods constitutes a manufacturing method with applications in electricity supply market and mostly by manufacturing high or medium voltage cables. On the productive side of rolling, both for rods and bars, many attempts have been made to find analytical methods for the calculation of critical productivity parameters such as the prediction of plastic deformation, the cross-sectional changes and of course the rolling forces applied to mills. The present work focuses on finding analytical relations for the calculation of cold rolling loads on rods of circular cross-section with an emphasis on bimetallic materials. The relationships to be developed are based on the "Friction Hill" method, a time-reliable analytical method, as no similar model has been developed so far and existing methods are based on empirical relationships of experimental data with limited applications due to specific production processes and materials. The method listed triggers the possibilities for further research and broads to different types of rod-rolling.

**Keywords:** rod rolling, manufacturing process, rolling force, plastic deformation, bimetallic, copper, aluminium, friction-hill.





## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέπων της παρούσας διπλωματικής εργασίας Δημήτριο Ε. Μανωλάκο για την εμπιστοσύνη και αρωγή του σε ότι χρειάστηκα σε όλη την διάρκεια αυτού του έργου. Όλος ιδιαιτέρως οφείλω ένα μεγάλο «ευχαριστώ» στην σύζυγό μου Μυρτώ και την κόρη μου Μαρία για την υπομονή και συμπαράστασή τους καθ' όλη την διάρκεια αυτής της εκπόνησης. Τέλος θα ήθελα ευχαριστήσω ονομαστικά τους παρακάτω συναδέλφους για την έμμεση και άμεση στήριξή τους: Πρωτεσίλαος Κωστάζος , Ιωάννης Παπαντωνίου, Νικόλαος Μελισσάς, Κωνσταντίνος Κερασιώτης, Γεώργιος Χηνόπουλος.

## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	5
Abstract .....	7
Ευχαριστίες .....	9
Κεφάλαιο 1 <sup>ο</sup> : Εισαγωγή .....	12
1.1 Ιστορική εξέλιξη της κατεργασίας έλασης ράβδων.....	12
1.2 Ορισμοί και βασικές έννοιες.....	12
1.3 Διάρθρωση εργασίας .....	14
Κεφάλαιο 2 <sup>ο</sup> : Ιστορική ανασκόπηση των αναλυτικών προσεγγίσεων της έλασης κυκλικών/οβάλ ράβδων .....	15
3.1 Μοντέλα πρόβλεψης τελικής διατομής και ισοδύναμη επιδρούσα ακτίνα έλασης .....	15
3.2 Υπολογισμός πλαστικής παραμόρφωσης και ρυθμού πλαστικής παραμόρφωσης .....	18
3.3 Συσχέτιση τάσεων και παραμορφώσεων στην κατεργασία της έλασης ράβδων μέσω θεμελιώδους εξίσωσης .....	19
3.4 Δυνάμεις έλασης.....	20
3.5 Η μέθοδος του «Λόφος Τριβής» .....	21
Κεφάλαιο 3 <sup>ο</sup> : Πειραματική διαδικασία και αποτελέσματα .....	24
3.1 Πειραματική Διάταξη .....	24
3.2 Παράμετροι Έλασης και Δοκίμια .....	24
3.3 Σχεδιασμός Πειράματος.....	25
3.4 Πειραματικά Αποτελέσματα .....	26
Κεφάλαιο 4 <sup>ο</sup> : Αναλυτική προσέγγιση της κατεργασίας της έλασης ράβδων μέσω της μεθόδου «Λόφου-Τριβής» .....	35
4.1 Εισαγωγή στον τρόπο προσέγγισης του προβλήματος.....	35
4.2 Ανάλυση τάσεων κατά τον άξονα έλασης $x-x'$ .....	38
4.3 Ανάλυση τάσεων κατά την εγκάρσια στον άξονα έλασης διατομής $r-\theta$ .....	39
4.4 Επίλυση οριακών συνθηκών για την εξεύρεση της σταθεράς $C$ . .....	42
4.5 Ουδέτερο Επίπεδο .....	42
4.6 Μια απλοποιημένη προσέγγιση .....	43

Κεφάλαιο 5 <sup>ο</sup> : Εφαρμογή της αναλυτικής μεθόδου για την προσομοίωση της πειραματικής διαδικασίας έλασης διμεταλλικής ράβδου και συγκριτική μελέτη με πειραματικά αποτελέσματα. ....	44
5.1 Περιγραφή της προσέγγισης πειραματικής διαδικασίας.....	44
5.2 Αποτελέσματα και σύγκριση με πειραματικά δεδομένα.....	46
Κεφάλαιο 6 <sup>ο</sup> : Παρατηρήσεις και Περεταίρω Έρευνα.....	52
Πηγές... ..	53
Παράρτημα Α: Βήματα διαδικασίας έλασης δοκιμών .....	54
Παράρτημα Β: Αστοχίες δοκιμών πειράματος κατά την κατεργασία της έλασης.....	56
Παράρτημα Γ: Διαστατικές μετρήσεις διατομών μετά από κάθε πάσο .....	59
Παράρτημα Δ: Μαθηματικές σχέσεις. ....	66

## Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>: Εισαγωγή

### 1.1 Ιστορική εξέλιξη της κατεργασίας έλασης ράβδων.

Η ιστορία της κατεργασίας έλασης «μορφής», δηλαδή μη ορθογωνικών διατομών, ξεκίνησε το 1775 όταν ο Henry Cort κατασκεύασε το πρώτο έλαστρο που παρήγαγε μπάρες-blocks ποικίλων διατομών. Πριν από αυτή την τεχνική οι μπάρες κατασκευάζονταν με τη μέθοδο της σφυρηλάτησης. Το 1885 ήρθε σε εφαρμογή το πρώτο έλαστρο του ενός πάσου και τριών τυμπάνων, ενώ λίγο χρόνο αργότερα το λεγόμενο «Βελγικό» έλαστρο όπου με μια κυκλική διαδικασία μεταφοράς της παραγόμενης ράβδου δινόταν η δυνατότητα επίτευξης πολλαπλών πάσων. Αυτές οι διατάξεις είχαν κάποια προβλήματα, όπως ότι το ενδιάμεσο προϊόν εξετίθετο για σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα σε ατμοσφαιρικές συνθήκες με αποτέλεσμα να υπάρχει ανεπιθύμητα μεγάλη πτώση της θερμοκρασίας στο κατεργαζόμενο προϊόν. Αυτό είχε ως συνέπεια μεγαλύτερες ενεργειακές απαιτήσεις και μικρότερη ταχύτητα έλασης για την αποφυγή άσκησης μεγάλων φορτίων στο έλαστρο. Το 1882, ο William Garret, εργοδηγός της εταιρίας Cleveland Rolling Mill ανέπτυξε μια νέα τεχνική έλασης που θα ξεπερνούσε τους προηγούμενους περιορισμούς.

Μια άλλη σπουδαία μορφή στον χώρο, τα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα, ήταν ο γενικός διευθυντής της Bedson Mill, Charles H. Morgan, ο οποίος συνεισέφερε σε τρεις πολύ σημαντικές παραγωγικές διεργασίες. Πρώτον, κατάφερε να παράξει και να συσκευάσει ράβδους με μορφή στροφείων, δεύτερον κατάφερε να στήσει διαδοχικές βάσεις με ράουλα σε οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση γεγονός που έκανε ευκολότερη την ρύθμιση των διακένων μεταξύ των ραούλων, κατασκευάζοντας παράλληλα και τους αντίστοιχους οδηγούς. Τέλος ανέπτυξε την μέθοδο παράλληλων ελάσεων από ένα έλαστρο, μέσω πολλών διατομών διαμόρφωσης κατά το μήκος των ραούλων. [1]

Φτάνοντας πλέον στις αρχές του 21<sup>ου</sup> αιώνα, η βιομηχανία παραγωγής ράβδων χρησιμοποιεί έλαστρα με δύο και παραπάνω ράουλα διαμόρφωσης υψηλής αντοχής για την παραγωγή τόνων συνεχούς εν θερμώ έλασης για ράβδους με διάμετρο από 4,5mm έως 30mm σε ταχύτητες που φτάνουν με άνεση τα 120m/sec. [2]

### 1.2 Ορισμοί και βασικές έννοιες

*Έλαση:* Αρχικά με τον όρο έλαση ορίζουμε την κατεργασία κατά την οποία μια μάζα υλικού διέρχεται ανάμεσα από δύο ράουλα τα οποία περιστρέφονται με αντίθετη φορά προκαλώντας πλαστική παραμόρφωση στο υλικό και φέρνοντάς το σε μορφή ορθογωνικής μπάρας, κυκλικής ράβδου ή προϊόντων άλλων διατομών.

*Σύρμα, Ράβδος, Μπάρα :* Όταν το τελικό προϊόν που κατασκευάζεται από έλαστρο έχει διάμετρο εύρους 5,5-13,0 mm ονομάζεται «σύρμα», «ραβδίο» ή «βέργα». Στην Αγγλική ορολογία αντιστοιχούν οι έννοιες «wire» και «rod». Αντίθετα, στην περίπτωση διαμέτρου

μεγαλύτερης των 13mm το τελικό προϊόν ονομάζεται είτε «ράβδος» (rod) εάν έχει κυκλική ή οβάλ διατομή είτε «μπάρα» (bar) εάν η διατομή του είναι ορθογωνική. [1]

*Φλας:* Το υλικό της ράβδου το οποίο περισσεύει και διαρρέει εκτός της διατομής διαμόρφωσης των ραούλων.

*Μέθοδος Λόφου Τριβής :* Πρόκειται για μία αναλυτική μέθοδο υπολογισμού φορτίων/δυνάμεων και ροπών με εφαρμογές σε ένα μεγάλο εύρος κατεργασιών όπως η σφυρηλάτηση, η έλαση και η διέλαση. Η μέθοδος αυτή βρίσκει εφαρμογή τόσο στην ψυχρή όσο και στην εν θερμώ έλαση.

Πίνακας 1.: Ορισμοί παραμέτρων παρούσας εργασίας με την σειρά εμφάνισής τους

Παράμετρος	Περιγραφή
UTS	Μέγιστη Εφελκυστική Τάση
Cu	Χαλκός
Al	Αλουμίνιο
ODmax	Μέγιστη εξωτερική διάμετρος
ODmin	Ελάχιστη εξωτερική διάμετρος
ODav	Μέση εξωτερική διάμετρος
IDmax	Μέγιστη εσωτερική διάμετρος
IDmin	Ελάχιστη εσωτερική διάμετρος
IDav	Μέση εσωτερική διάμετρος
P(t)	Καμπύλη καταγραφής μετρήσεων φορτίου έλασης
f(t)	Καμπύλη περιγραφής συστηματικού σφάλματος μέτρησης
P'(t)	Διορθωμένη Καμπύλη καταγραφής μετρήσεων φορτίου έλασης
T	Χρονική περίοδος ημιτονοειδούς συνάρτησης ή τριβή
A	Σταθερά
B	Σταθερά
t	Μεταβλητή χρόνου [sec]
Co	Σταθερά χρόνου
p	Πίεση επιφανείας
μ	Συντελεστής τριβής ολίσθησης (κινηματικός)
$\sigma_x$	Τάση κατά τον άξονα-x
$\sigma_y$	Τάση κατά τον άξονα-y
R'	Ακτίνα καμπυλότητας ραούλων μετά από ελαστική παραμόρφωση κατά την έλαση
R	Ακτίνα καμπυλότητας απαραμόρφωτων ραούλων
τ	Τριβή επιφανείας

h	Ύψος δοκιμίου έλασης ορθογωνικής διατομής
k	Όριο διαρροής σε διάτμηση
w	Πλάτος επαφής μπάρας ορθογωνικής διατομής
p <sup>+</sup>	Πίεση επιφανείας ραούλων από την είσοδο του έλαστρου έως το ουδέτερο επίπεδο/ επίπεδο στατικής τριβής
p <sup>-</sup>	Πίεση επιφανείας ραούλων από το ουδέτερο επίπεδο/ επίπεδο στατικής τριβής έως την έξοδο του έλαστρου
$\varphi$	Γωνία έλασης , ορίζεται από το σημείο επαφής του ράουλου με το δοκίμιο, του κέντρου περιστροφής του ράουλου και του κάθετου άξονα έλασης
$\theta$	Γωνία σημείων διατομής ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα-γ
H	Συνάρτηση ως προς $\varphi$
o	Αρχική συνθήκη, είσοδος έλαστρου
f	Τελική συνθήκη, έξοδος έλαστρου
n	Ουδέτερη θέση διατομής με συνθήκες στατικής τριβής
r	Ακτίνα ράβδου κατά την κατεργασία έλασης
c	Σταθερά ολοκλήρωσης
P	Φορτίο έλασης ή Φορτίο έλασης ανά μονάδα πλάτους
b	Ποσοστό συνεισφοράς μηχανικών ιδιοτήτων ενός υλικού σε διμεταλλικό υλικό

### 1.3 Διάρθρωση εργασίας

Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> : Γίνεται μια περιεκτική αναφορά, με χρονολογική σειρά, της προσπάθειας περιγραφής και πρόβλεψης διαφόρων παραμέτρων έλασης με αναλυτικές σχέσεις, είτε βάση των νόμων της μηχανικής είτε με εμπειρικές ή ημι-εμπειρικές σχέσεις που αναπτύχθηκαν μέσα από την βιομηχανία. Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται σαφής ο τρόπος ανάπτυξης της μεθόδου «λόφου τριβής» για την κατεργασία της έλασης αλλά και του γεγονότος ότι ακόμα και στην χρονική περίοδο του γραφόμενου οι προσπάθειες αυτές συνεχίζονται.

Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> : Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται αναλυτικά ο σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας και τα αποτελέσματα έλασης διμεταλλικών ράβδων.

Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> : Εδώ αναπτύσσεται όλη η λογική και η διαδικασία παραγωγής των αναλυτικών σχέσεων για την περιγραφή της κατεργασίας έλασης ράβδων μέσω των αρχών της μεθόδου «Λόφου-Τριβής».

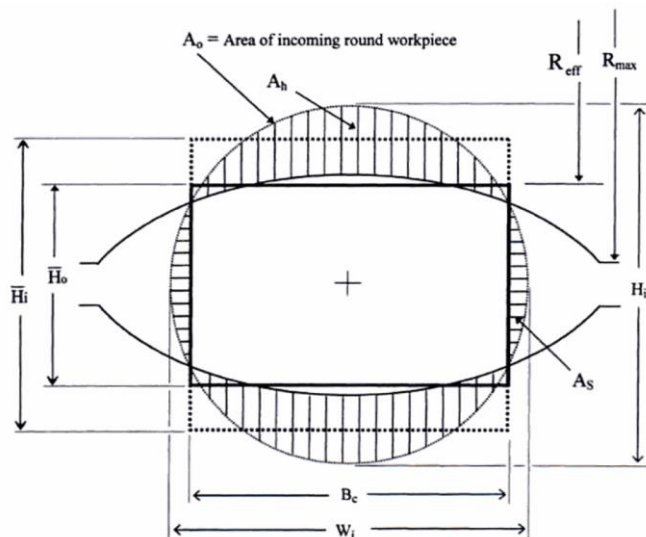
Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> : Το μοντέλο του 4<sup>ου</sup> Κεφαλαίου εφαρμόζεται σε συνθήκες κατεργασίας διμεταλλικών ράβδων. Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα γίνεται μια συγκριτική μελέτη απόδοσης του εν λόγω μοντέλου.

Κεφάλαιο 6<sup>ο</sup> : Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται τα συμπεράσματα που εξάγονται από το 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο καθώς και περεταίρω εφαρμογές προς διερεύνηση.

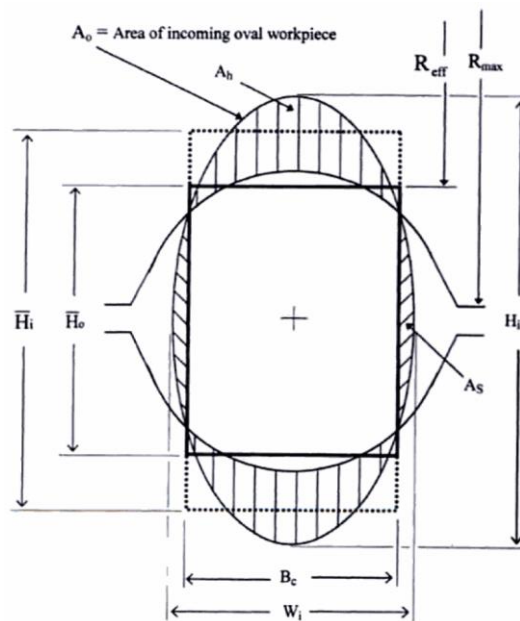
## Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> : Ιστορική ανασκόπηση των αναλυτικών προσεγγίσεων της έλασης κυκλικών/οβάλ ράβδων

### 3.1 Μοντέλα πρόβλεψης τελικής διατομής και ισοδύναμη επιδρούσα ακτίνα έλασης

Στα πρώτα στάδια εφαρμογής της έλασης κυκλικής ράβδου σε παραγωγικό επίπεδο, κύρια μέριμνα ήταν η πρόβλεψη της τελικής διατομής ως συνάρτηση διαφόρων παραμέτρων της έλασης και γι' αυτό τον λόγο πολύ γρήγορα άρχισαν να αναπτύσσονται εμπειρικές σχέσεις βασισμένες στις μέχρι τότε αναλυτικές σχέσεις για την έλαση ορθογωνικής διατομής. Μια εκτενής επισκόπηση αυτών των μεθόδων έγινε από τον Wusatowski (1969) [1]. Παρόλες όμως τις προσπάθειες τα μέχρι τότε αποτελέσματα δεν ήταν ικανοποιητικά για χρήση στην έλαση κυκλικής διατομής. Το 1983, οι Shinokura και Takai (1982) πρότειναν ένα μοντέλο το οποίο προέβλεπε την μέγιστη πλευρική παραμόρφωση ως συνάρτηση της ακτίνας των μύλων του έλαστρου και της σχετικής γεωμετρίας της ράβδου με αυτή του προφίλ διαμόρφωσης του έλαστρου. Συγκεκριμένα έκαναν προσέγγιση της τελικής διατομής με βάση δύο τροχιές κάτι που δημιουργούσε ασυνέχεια στο σημείο τομής τους δίδοντας ένα όχι τόσο ρεαλιστικό αποτέλεσμα. Μέχρι και την δεκαετία του 1990, έγιναν αρκετές προσπάθειες υπολογισμών με χρήση «Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων» (FEA) όμως οι υπολογιστικοί χρόνοι για εκείνη την περίοδο δεν επέτρεπαν την καθιέρωση αυτής της μεθόδου [1]. Το 2002 ο Youngseog Lee ανέπτυξε ένα αναλυτικό μοντέλο το οποίο μπορούσε να προβλέψει την διατομή της ράβδου μετά την έξοδό της από ένα πάσο, στην οποία ήταν πλέον δυνατό να προβλεφθούν αποτελέσματα διαμόρφωσης από κυκλική διατομή σε οβάλ και το ανάποδο. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιούσε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αρχικής διατομής καθώς και των ραούλων βασιζόμενο στην μελέτη των Shinokura και Takai (1982) [1]. Οι σχετικές απεικονίσεις και η μαθηματική έκφραση παρουσιάζονται παρακάτω.



Εικόνα 1.: Εφαρμογή της ισοδύναμης ορθογωνικής διατομής έλασης από κυκλική σε οβάλ διατομή. [1]



Εικόνα 2.: Εφαρμογή της ισοδύναμης ορθογωνικής διατομής έλασης από οβάλ σε κυκλική διατομή. [1]

Η μαθηματική έκφραση παρουσιάζεται παρακάτω.

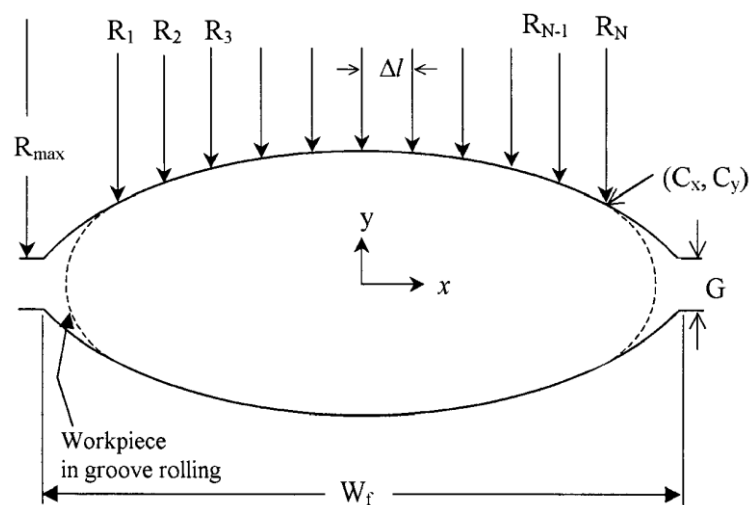
$$W_{max} = W_i \left[ 1 + \gamma \frac{\sqrt{R_{eff}(\bar{H}_i - \bar{H}_o)}}{W_i + 0.5H_i} \cdot \frac{A_h}{A_o} \right],$$

$$\text{όπου, } \bar{H}_o = \frac{A_o - A_s - A_h}{B_c}, \bar{H}_i = \frac{A_o - A_s}{B_c}$$



με,  $H_0$  και  $H_i$  τα ισοδύναμα ύψη ορθογωνικής διατομής,  $W_i$  και  $W_{max}$  μέγιστο πλάτος διατομής πριν και μετά την έλαση,  $B_c$  το ισοδύναμο πλάτος ορθογωνικής διατομής πριν την έλαση, ο συντελεστής  $\gamma$  είναι μια σταθερά διόρθωσης που εξαρτάται από τον τύπο του πάσου.

Το  $R_{eff}$  αποτελεί την ισοδύναμη επιδρούσα ακτίνα έλασης (ράουλου), ένα μέγεθος με το οποίο ο Youngseog Lee θα ασχοληθεί εκτενέστερα στην συνέχεια το 2004 στο εγχειρίδιο που εξέδωσε [1]. Ο Lee, αφού πρώτα είχε αναλύσει όλες τις παλαιότερες εργασίες των «British Steel Company» (1960), του Wusatowski (1969) και του Saito (1983), πρότεινε μια περίπτωση ισοδύναμης ορθογωνικής διατομής με μεταβαλλόμενες ακτίνες έλασης κατά το πλάτος και ύψος αντίστοιχο του διακένου μεταξύ των ραούλων. Έτσι η ισοδύναμη επιδρούσα ακτίνα έλασης ( $R_{eff}$ ) θα εκφραστεί από την σχέση  $R_{eff} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$ , όπου το  $N$  θα πρέπει να υπολογιστεί από την σχέση  $N = \left\lfloor \frac{2C_x}{\Delta l} \right\rfloor$ ,  $\Delta l = C_x \left( \frac{C_y}{W_f} \right)^{\left| \frac{W_f}{G} \right|}$ ,  $\frac{W_f}{G} > 4$  και τα  $(C_x, C_y)$  οι συντεταγμένες της τροχιάς της τελικής διατομής που διαγράφεται από την τροχιά των ραούλων όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 3.: Περιγραφή γεωμετρικών παραμέτρων έλασης από οβάλ σε κυκλική διατομή.

Καμπύλη  $(C_x, C_y)$ , διάκενο  $G$ , μέγιστο πλάτος  $W_{max}$ , [3]

Από την συγκριτική μελέτη αυτών των μοντέλων προέκυψαν και τα εξής συμπεράσματα:

1. Youngseog Lee: Το μοντέλο έχει αναπτυχθεί με μαθηματική ορθότητα το οποίο όπως ο ίδιος θεωρεί μπορεί να εύκολα να ενταχθεί σε άλλα μαθηματικά μοντέλα

όπως αυτό του υπολογισμού της πλαστικής παραμόρφωσης κατά την έλαση κυκλικής ή οβάλ ράβδου.

2. Saito: Βγάζει παρόμοια αποτελέσματα με το μοντέλο του Youngseog Lee., όμως δεν λαμβάνει υπόψη περιπτώσεις όπου η αρχική διατομή έχει αυξηθεί.
3. Wusatowski: Αν και δεν έχει μαθηματική βάση, χάριν της ευκολίας των υπολογισμών παραμένει χρήσιμο.
4. «British Steel Company»: Θεωρείται ξεπερασμένο και δεν χρησιμοποιείται καθώς βασίζεται μόνο πάνω στην γεωμετρία των ραούλων.

### 3.2 Υπολογισμός πλαστικής παραμόρφωσης και ρυθμού πλαστικής παραμόρφωσης

Στην εργασία του Y.Lee (2001) [1], [4] σχετικά με την αναλυτική εύρεση του «mean effective strain» στην έλαση ράβδων, η παραμόρφωση μπορεί να εκφραστεί από «maximum average effective plastic strain» ( $\epsilon_p$ ) και να υπολογιστεί από τον μετασχηματισμό σε ισοδύναμη ορθογωνική διατομή. Λόγω όμως του ότι το μοντέλο θα έπρεπε να περιγράψει μη-γραμμικές μεταβολές ως προς την υποβάθμιση καθ' ύψος, κατά το πλάτος και κατά την διαμήκη έκταση, χρησιμοποιήθηκε η υπόθεση της παραλληλεπίπεδης παραμόρφωσης του Wusatowski (1969). Έτσι, θεωρώντας αμελητέες ελαστικές και διατμητικές παραμορφώσεις έθεσε κατά την διεύθυνση των κυρίων αξόνων παραμόρφωσης την σχέση:

$$d\epsilon_1 : d\epsilon_2 : d\epsilon_3 = \epsilon_1 : \epsilon_2 : \epsilon_3$$

Και από την αρχή διατήρησης του όγκου προέκυψε ότι,

$$\epsilon_1 = -\epsilon_2 - \epsilon_3$$

Από όπου και προέκυψε η σχέση,  $\bar{\epsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3}(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2)}$

με τα  $\epsilon_1 = \ln\left(\frac{\bar{W}_l}{\bar{W}_p}\right)$  και  $\epsilon_2 = \ln\left(\frac{\bar{H}_l}{\bar{H}_p}\right)$

Και στη συνέχεια εισήγαγε και την ταχύτητα παραμόρφωσης,

$$\dot{\bar{\epsilon}}_p = \frac{\bar{\epsilon}_p}{t_p},$$

με  $t_p = \frac{60\bar{L}}{2N_r R_{eff}}$  και  $\bar{L} = \left[ R_{max} - \left( \frac{\bar{H}_p - G}{2} \right) \right]^{0.5} \cdot (\bar{H}_l - \bar{H}_p)^{0.5}$

### 3.3 Συσχέτιση τάσεων και παραμορφώσεων στην κατεργασία της έλασης ράβδων μέσω της θεμελιώδους εξίσωσης

Ως θεμελιώδης εξίσωση τάσης-παραμόρφωσης, για την περιγραφή του φαινομένου της έλασης ράβδων, χρησιμοποιούνται θεμελιακές παράμετροι της κατεργασίας όπως η θερμοκρασία, η ταχύτητα παραμόρφωσης και το είδος του υλικού που κατεργάζεται. Σε ψυχρή έλαση είναι δόκιμο να ληφθεί υπόψη η εργοσκήρυνση. Η θεμελιώδης εξίσωση είναι ένας πολύ καλός προσεγγιστικός τρόπος υπολογισμού των τάσεων που αναπτύσσονται και κατ' επέκταση των απαιτούμενων δυνάμεων έλασης. Κοιτάζοντας ιστορικά την προσπάθεια αυτή μπορούμε να ξεκινήσουμε από την εργασία του Zyuzin (1964) ο οποίος πρότεινε μια απλή σχέση βασισμένη σε πλαστομετρικές δοκιμές θλίψης τις οποίες και διεξήγαγε σε διαφορετικά κράματα χάλυβα. Έχοντας βεβαίως περιορισμένο εύρος εφαρμογής το 1967-1968 οι Misaka και Yoshimoto πρότειναν μια απλή εξίσωση που χρησιμοποιούσε ως δεδομένα την τάση διαρροής για διαφορετικές συστάσεις άνθρακα, την θερμοκρασία, την παραμόρφωση του υλικού καθώς και την ταχύτητα παραμόρφωσης.

$$\bar{\sigma}_m = \exp\left(0.126 - 1.75C + 0.594C^2 + \frac{2851 + 2968C - 1120C^2}{T}\right) \bar{\epsilon}_p^{0.21} \dot{\bar{\epsilon}}_p^{0.13}$$

με T: θερμοκρασία [K] και C: σύσταση σε άνθρακα.

Το 1969 ο Shida ανέπτυξε ένα πολύ ακριβές μοντέλο για την εποχή του βασισμένος σε πειραματικά δεδομένα θλίψης υψηλών θερμοκρασιών και υψηλού ρυθμού παραμόρφωσης. Φυσικά η υπολογιστική αυτή ακρίβεια είναι δυνατή σε ένα εύρος θερμοκρασιών και ρυθμών παραμόρφωσης, όμως αρκετά ικανοποιητικό για την εν θερμώ έλαση. Ένα άλλο πλεονέκτημα ήταν ότι οι εξισώσεις του λάμβαναν υπόψη φαινόμενα όπως η εργοσκήρυνση αλλά και τις αλλαγές φάσης στον χάλυβα.

Στην γενική του έκφραση το μοντέλο περιγράφεται ως εξής:

$$\bar{\sigma} = \sigma_d(C, T_n) \cdot f_w(\bar{\epsilon}) \cdot f_r(\dot{\bar{\epsilon}}),$$

Όπου  $T_n$ : θερμοκρασία προθέρμανσης [°C] και C: η σύσταση χάλυβα σε άνθρακα.

Στη συνέχεια, το 1983, οι Johnson και Cook ανέπτυξαν μια σχέση υπολογισμού της μέσης τάσης παραμόρφωσης, η οποία εξαρτάται από την ίδια την παραμόρφωση, την ταχύτητα

παραμόρφωσης και την θερμοκρασία κατά την κατεργασία, οι οποίες αυτές τρεις παράμετροι πολλαπλασιάζονταν μεταξύ τους ως τρεις ανεξάρτητες συναρτήσεις.

Μέχρι και το τέλος της δεκαετίας του '90 το πιο ακριβές μοντέλο είχε αναπτυχθεί από τον Shida, για αυτό τον λόγο και στη συνέχεια το 2002 ο Youngseog Lee με τους συνεργάτες του θα προτείνουν μια τροποποίηση των εξισώσεων για την επέκτασή τους σε μεγαλύτερες ταχύτητες έλασης ( $\dot{\epsilon}_p > 100s^{-1}$ ) καθώς πλέον υπήρχε η τεχνολογική δυνατότητα από πλευράς ελαστρών για την εξαγωγή πειραματικών δεδομένων. Η τροποποίηση αυτή αφορούσε την συνάρτηση  $f_r$  και την οποία αναδιατυπώσαν ως εξής:

$$f_r(\dot{\epsilon}) = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{10}\right)^m \left(\frac{\dot{\epsilon}}{100}\right)^{\frac{m}{2.4}} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{1000}\right)^{\frac{m}{15}}$$

### 3.4 Δυνάμεις έλασης

Στην βιομηχανία όπου χρησιμοποιούνται ελαστρα διαμόρφωσης ράβδων, η δύναμη έλασης αποτελεί μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους καθώς αποτελεί το κυριότερο εργαλείο για την ανάπτυξη και βελτιστοποίηση τόσο σε ποιοτικό επίπεδο όσο και στον προγραμματισμό παραγωγής. Μια συνήθης μέθοδος είναι αυτή των Πεπερασμένων Στοιχείων (FEA). Σε αρκετές όμως περιπτώσεις ανάπτυξης προϊόντων ή επίλυσης παραγωγικών ζητημάτων η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) δεν επαρκεί λόγω του υπολογιστικού χρόνου καθώς και του χρόνου σχεδιασμού του μοντέλου για να αποδώσει σωστά αποτελέσματα. Η ανάγκη αυτή για γρήγορους και αξιόπιστους υπολογισμούς κινεί ακόμα και σήμερα το ενδιαφέρον της βιομηχανίας και των ερευνητών για την ανάπτυξη αναλυτικών μεθόδων με εμπειρική ή ημι-εμπειρική βάση. Φυσικά πριν την ΜΠΣ και από το 1969 έως το 1999 έγιναν διάφορες απόπειρες με μέτρια αποτελέσματα, όπως του Wusatowski (1969) [5], των Arnold & Whitton (1975), των Shinokura & Takai (1986) και Said (1999).

Οι πιο πρόσφατες εργασίες:

- Lee & Kim (2001) [6]: Στην εργασία αυτή προτάθηκε ένας μετασχηματισμός των σχέσεων του Roberts (1983) [7] για υπολογισμό δυνάμεων έλασης ορθογωνικής διατομής. Οι τελικές σχέσεις περιγράφονται παρακάτω.

$$F_{rad} = (1 - \epsilon_1) \cdot A_{rod} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot Y'_{avg} \cdot e^{\left(\frac{\mu L}{2 h_m}\right)}$$

$$\text{με, } A_{rod} = 2 \int_0^{Cx} L_{max} \left(1 - \frac{x}{Cx}\right)^{\frac{1}{3}} dx ,$$

$$\bar{L} = 2 \cdot \sqrt{\left(R_{max} - \frac{\bar{H}_p - G}{2}\right) (\bar{H}_l - \bar{H}_p)} \text{ και } \bar{h}_m = \frac{(\bar{H}_l + \bar{H}_p)}{2}$$

- Yu Fu & Hao Yu (2014) [8]: Η εργασία αυτή προτείνει έναν αλγόριθμο υπολογισμού των δυνάμεων έλασης σε διαφορετικά κράματα χάλυβα και την δυνατότητα για υπολογισμούς σε εν θερμώ κατεργασία.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι παρόλη την προσπάθεια εξεύρεσης αναλυτικών λύσεων, η αναζήτηση επικεντρώθηκε σε ένα πλαίσιο μερικής εφαρμογής, βασισμένο στο ενδιαφέρον από τις αντίστοιχες χαλυβουργικές βιομηχανίες.

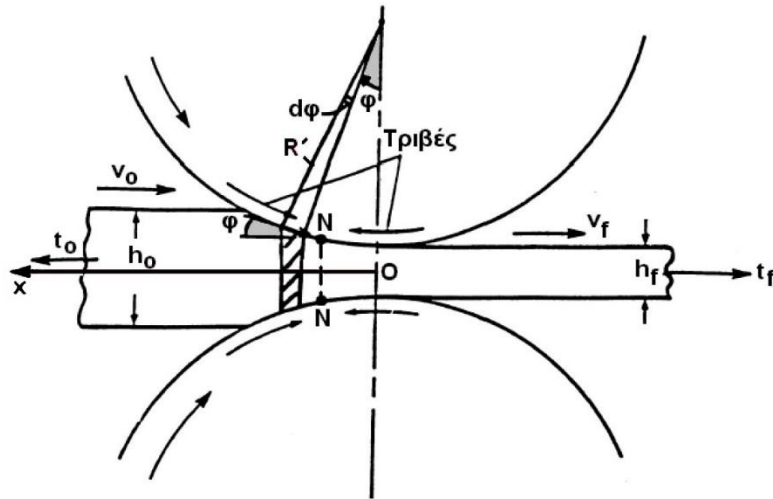
### 3.5 Η μέθοδος του «Λόφος Τριβής»

Σε αντίθεση με την έλαση ράβδου, ο υπολογισμός δυνάμεων έλασης σε ορθογωνικής διατομής μπάρες και ελάσματα έχει αναπτυχθεί εδώ και αρκετές δεκαετίες. Μια κύρια μέθοδος και ευρέως διαδεδομένη και σε άλλους τομείς κατεργασιών, όπως η διέλαση και σφυρηλάτηση, είναι η μέθοδος «Λόφου Τριβής» οι οποία και θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα εργασία.

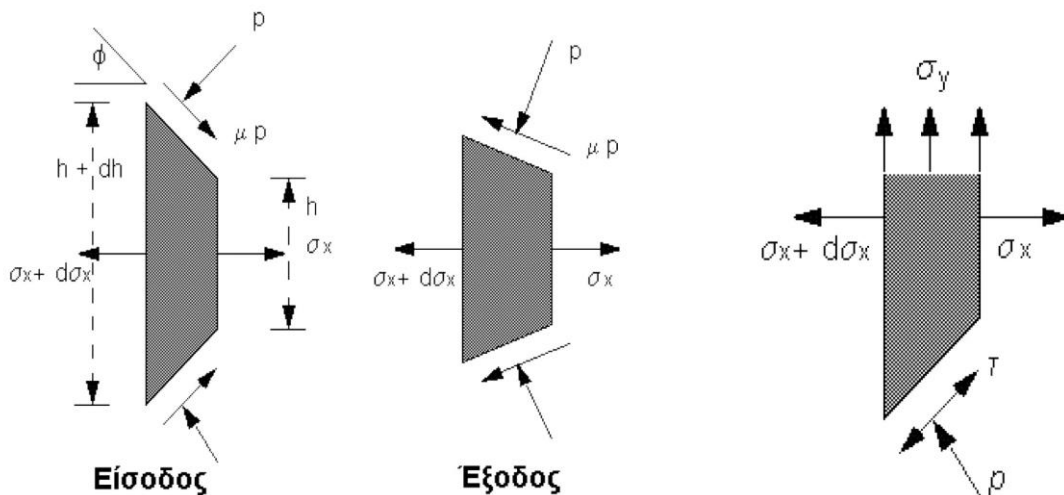
Η μέθοδος αυτή πρωτοεμφανίστηκε στην κατεργασία της έλασης ορθογωνικής διατομής από τον Von Karman (1925) ο οποίος περιέγραψε το φαινόμενο μέσω ανάλυσης δυνάμεων σε απειροστού πάχους διατομή σε μια τυχαία θέση  $x$ . Στην συνέχεια ο Nadai (1939) έθεσε τις εξής βασικές υποθέσεις για την διευκόλυνση επίλυσης των εξισώσεων του Von Karman:

1. Ο συντελεστής τριβής παραμένει σταθερός σε όλη την ενεργή επιφάνεια της έλασης.
2. Οι διατμητικές τάσεις δεν μεταβάλλονται καθ' ύψος (άξονας που ορίζεται από τα κέντρα περιστροφής των δύο ραούλων).
3. Η επιφανειακή τριβή είναι ανάλογη της ταχύτητας ολίσθησης.

Το 1948 ήδη με την θεωρητική προσέγγιση των Bland και Ford [9] η μέθοδος είχε φτάσει αρκετά κοντά στην τελική της μορφή από όπου και θα εκφραστεί από τον S. Kalpakjian (1992) [10], [1]. Παρακάτω οι ανάλυση τάσεων και οι τελικές εξισώσεις [11].



Εικόνα 4.: Σχηματική παράσταση έλασης ορθογωνικής διατομής [11]



Εικόνα 5.: Μέθοδος «Λόφου-Τριβής» με ισορροπία δυνάμεων σε στοιχειώδες λωρίδα λαμβάνοντας υπόψη την συμμετρία κατά το πλάτος και τον κύριο άξονα έλασης- $x$ . [11]

Ισορροπία δυνάμεων στοιχειώδους λωρίδας κατά τον άξονα- $x$ :

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(h + dh) - \sigma_x h + 2p(R' \cdot d\varphi) \cdot \sin\varphi \pm 2\tau(R' \cdot d\varphi) \cdot \cos\varphi = 0$$

Ισορροπία δυνάμεων στοιχειώδους λωρίδας κατά τον κατακόρυφο άξονα- $y$ :

$$p \cdot (R' \cdot d\varphi) \cos\varphi \pm \tau \cdot (R' \cdot d\varphi) \sin\varphi + \sigma_y \cdot (R' \cdot d\varphi) \cos\varphi = 0$$

Η επίλυση των παραπάνω σχέσεων σε συνδυασμό με το Κριτήριο Διαρροής κατά Tresca σε επίπεδη παραμορφωτική κατάσταση  $\sigma_x - \sigma_y = 2k$ , προκύπτουν οι παρακάτω τελικές

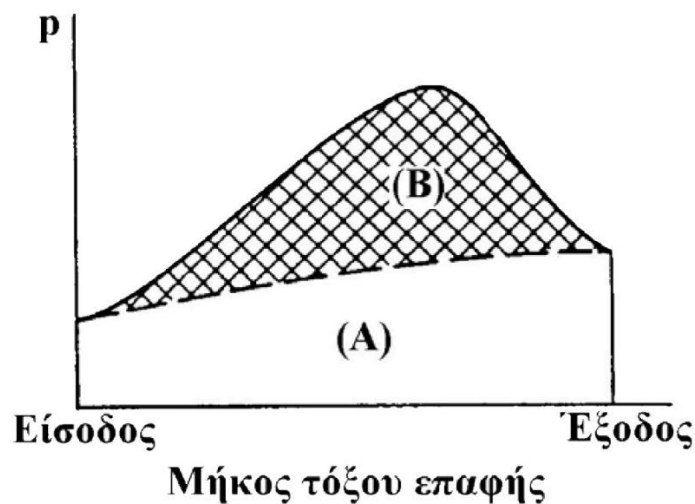
σχέσεις για τον υπολογισμό της πίεσης επιφανείας των ραούλων στην ορθογωνική μπάρα ή έλασμα. [11], [12]

$$p^+ = \frac{2kh}{h_f} \cdot \left(1 - \frac{t_f}{2k_f}\right) \cdot e^{\mu \cdot H}$$

$$p^- = \frac{2kh}{h_o} \cdot \left(1 - \frac{t_o}{2k_o}\right) \cdot e^{\mu \cdot (H_o - H)}$$

$$\mu \epsilon, H = 2 \sqrt{\frac{R}{h_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{h_f}} \cdot \varphi \right)$$

$$\text{και } P_{1,3} = \left( \frac{w_o + w_f}{2} \right) \cdot R' \cdot \left( \int_0^{\varphi_n} p^+ \cdot d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_o} p^- \cdot d\varphi \right)$$



Εικόνα 6: Γραφική αποτύπωση της μεθόδου «Λόφου-Τριβής», με την περιοχή A να περιγράφει το πλαστικό έργο και την περιοχή B (λόφος) το έργο υπερνίκησης των τριβών [11]

## Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> : Πειραματική διαδικασία και αποτελέσματα

### 3.1 Πειραματική Διάταξη

Οι δοκιμές έλασης κυκλικής διατομής διεξήχθησαν από έλαστρο με δυο ράουλα διαμόρφωσης κυκλικής διατομής διαμέτρου 300mm και με έξι διαδοχικές κοιλότητες διαμόρφωσης κατά το πλάτος ( $\varnothing 20$ ,  $\varnothing 15$ ,  $\varnothing 10$ ,  $\varnothing 8$ ,  $\varnothing 6$ ,  $\varnothing 5$  [mm]). Η περιστροφή των ραούλων επιτυγχάνεται από έναν ασύγχρονο ηλεκτροκινητήρα των 7kW, μέσω αξόνων μετάδοσης κίνησης αποτελούμενο από σταυρωτές αρθρώσεις (για ρύθμιση του διακένου μεταξύ των ραούλων) και οδοντωτούς τροχούς σχέσεως 3:1. Η σχέση αυτή δίνει μια περιστροφική κίνηση από 3,3 έως 20 rpm. Το έλαστρο φέρει δύο πιεζοηλεκτρικούς μετατροπής φορτίου KISTLER στο άνω ράουλο.



Εικόνα 7: Έλαστρο εργαστηρίου τεχνολογίας κατεργασιών στο οποίο έγιναν οι πειραματικές δοκιμές [13]

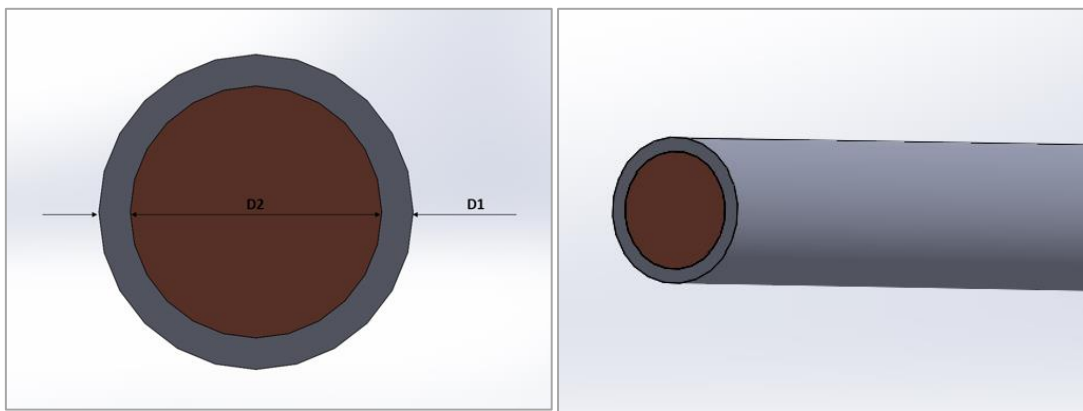
### 3.2 Παράμετροι Έλασης και Δοκίμια

Στην εν λόγω πειραματική διαδικασία επιλέχθηκαν οι χαμηλότερες δυνατές στροφές στα ράουλα, δηλ. 3,3rpm, και το διάκενο στα 0,6mm το οποίο και επαληθεύθηκε και από τις μετρήσεις της γεωμετρίας των δοκιμίων μετά από κάθε πάσο έλασης. Οι δοκιμές που διεξήχθησαν έγιναν σε συνθήκες ψυχρής έλασης και χωρίς την χρήση λίπανσης μεταξύ δοκιμίων και ραούλων.

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν ήταν διμεταλλικές ράβδοι αλουμινίου-χαλκού (Al-Cu) κυκλικής διατομής. Η κατασκευή των εν λόγω δοκιμίων έγινε με σφιχτή συναρμογή ράβδων (εσωτερικό υλικό) μέσα σε μια άλλη διάτρητη ράβδο (εξωτερικό υλικό). Η συναρμογή του κάθε δοκιμίου έγινε με την βοήθεια θέρμανσης του εξωτερικού υλικού σε



χαμηλές θερμοκρασίες, δηλαδή κάτω από την θερμοκρασία ανακρυστάλλωσης, και ενός σφυριού ειδικού ώστε να μην τραυματιστούν τα μέρη του δοκιμίου. Τα μέρη αυτά προετοιμάστηκαν σε συμβατικό τόρνο με στόχο η εξωτερική διάμετρος του εσωτερικού υλικού να ισούται με την εσωτερική διάμετρο του εξωτερικού υλικού. Στο σύνολο των διμεταλλικών δοκιμίων που προετοιμάστηκαν υπάρχουν περιπτώσεις όπου το εξωτερικό υλικό είναι αλουμίνιο και το εσωτερικό είναι χαλκός αλλά και το ανάποδο. Όλα τα δοκίμια κατασκευάστηκαν με εξωτερική διάμετρο 10mm και με σκοπό να περάσουν από τα τρία τελευταία πάσα του ελάστρου, δηλαδή διαδοχικά από τα  $\varnothing 8$ ,  $\varnothing 6$ ,  $\varnothing 5$  [mm]. Συνολικά κατασκευάστηκαν έξι (6) δοκίμια. Στις παρακάτω Εικόνες 8 & 9 καθώς και στον Πίνακα 2. περιγράφεται αναλυτικά οι αρχικές ονομαστικές διαστάσεις όλων των δοκιμίων και η περιγραφή της διμεταλλικότητας.



Εικόνες 8, 9: Περιγραφή των βασικών διαστάσεων αναφορά των δοκιμίων A έως F

Πίνακας 2: Διαστάσεις εξωτερικής διαμέτρου για την κατασκευή των δοκιμίων

Ονομασία δοκιμίου	Εσωτερικό Υλικό	Εξωτερικό Υλικό	Διάσταση D1 [mm]	Διάσταση D2 [mm]
A	Cu	Al	10	8
B	Cu	Al	10	7
C	Cu	Al	10	6
D	Al	Cu	10	8
E	Al	Cu	10	7
F	Al	Cu	10	6

### 3.3 Σχεδιασμός Πειράματος

Δεδομένου ότι η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό την ανάπτυξη ενός μοντέλου πρόβλεψης των κύριων φορτίων έλασης και της σύγκρισής του με πειραματικά αποτελέσματα, δόθηκε ιδιαίτερη βαρύτητα στο να αναπτυχθεί ένα πλάνο δοκιμών με αρκετά πάσα, ποικιλία στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά η οποία συνεπάγεται και

διαφοροποιήσεις στις μηχανικές ιδιότητες του κάθε σύνθετου υλικού και τέλος με επαναληψιμότητα και αναπαραγωγιμότητα των πειραματικών. Το τελευταίο προσεγγίστηκε με την διενέργεια εκ νέου δεύτερης πειραματικής διαδικασίας ίδιας με την πρώτη και όπως επιγράφηκε προηγουμένως. Στο ίδιο πλαίσιο και λόγω του ότι μετά το δεύτερο πάσο τα δείγματα είχαν επιμηκυνθεί αρκετά, κόπηκαν στη μέση και πέρασαν από το τρίτο πάσο ξεχωριστά σαν δύο διαφορετικά δοκίμια.

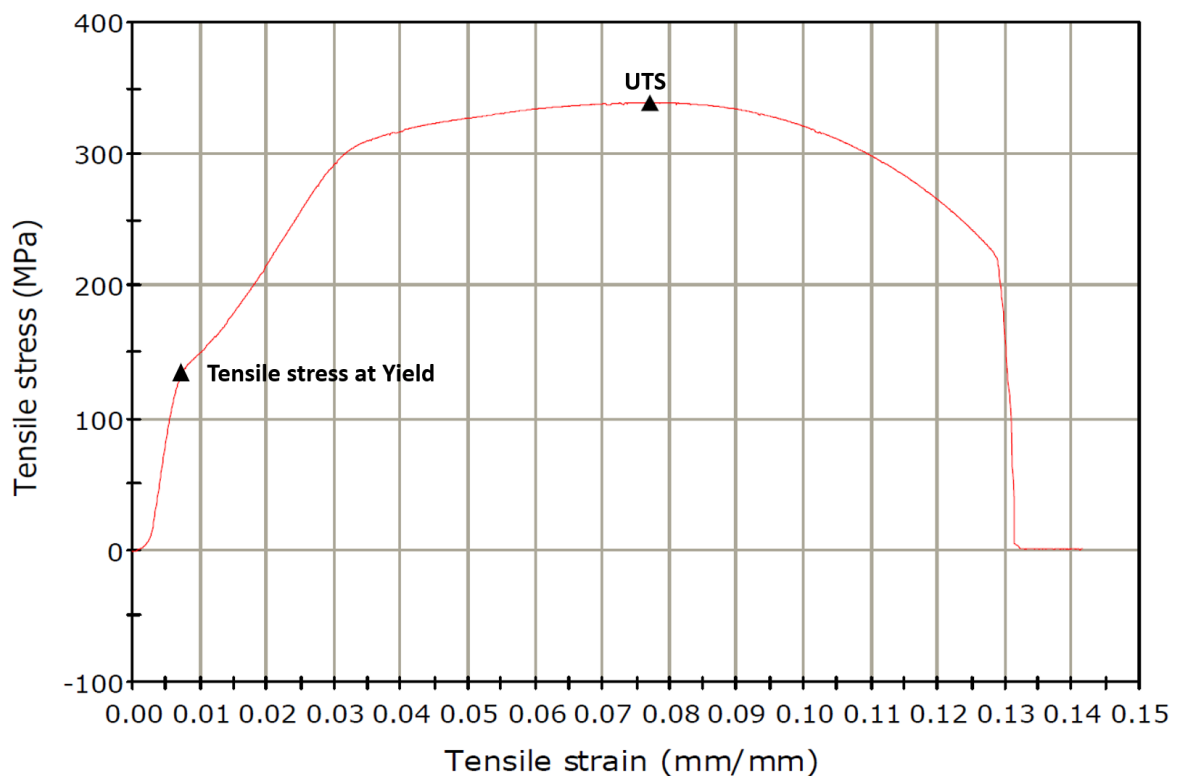
Όπως έγινε και στην αρχική μορφή των δοκιμών, μετά από κάθε πάσο γινόταν κοπή του ενός άκρου των δοκιμών, μήκους 10mm, έτσι ώστε να γίνουν διαστασιακές μετρήσεις των διατομών τόσο με την χρήση παχύμετρου όσο και με την χρήση στερεοσκοπικών λήψεων.

Μια άλλη σημαντική παράμετρος ήταν η διεξαγωγή μετρήσεων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του υλικού που είχε διαρρεύσει εκτός της διατομής διαμόρφωσης των ραούλων.

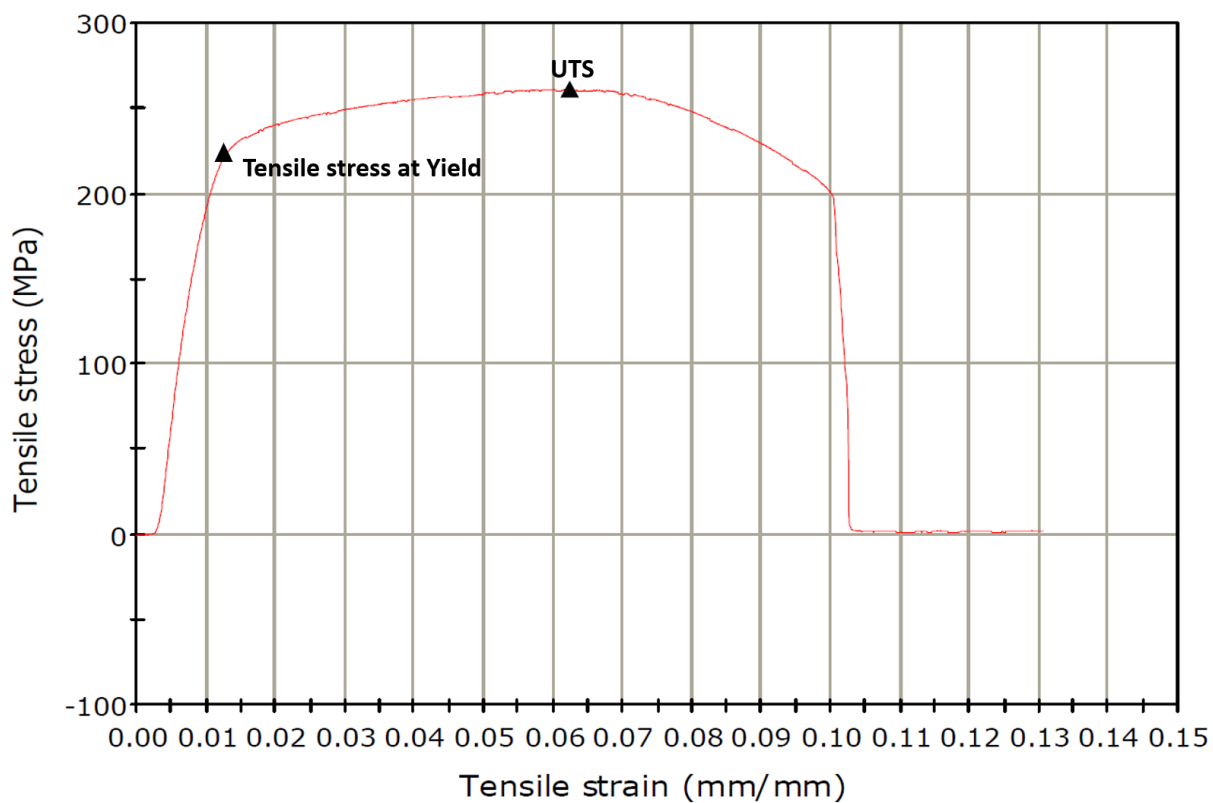
Στο Παράστημα Α, μπορείτε να βρείτε αναλυτικά όλα τα βήματα που ακολουθήθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία της έλασης των δοκιμών.

### 3.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

Παρακάτω μπορούν να βρεθούν αναλυτικά διαγράμματα και πίνακες των αποτελεσμάτων των πειραματικών διαδικασιών, ξεκινώντας όμως από τον χαρακτηρισμό των μηχανικών ιδιοτήτων των δύο μετάλλων που χρησιμοποιήθηκαν. Παρακάτω τα διαγράμματα και ο συγκεντρωτικός πίνακας μετά από δοκιμές εφελκυσμού σε ράβδους χαλκού και αλουμινίου από μηχανή δοκιμών εφελκυσμού Instron.



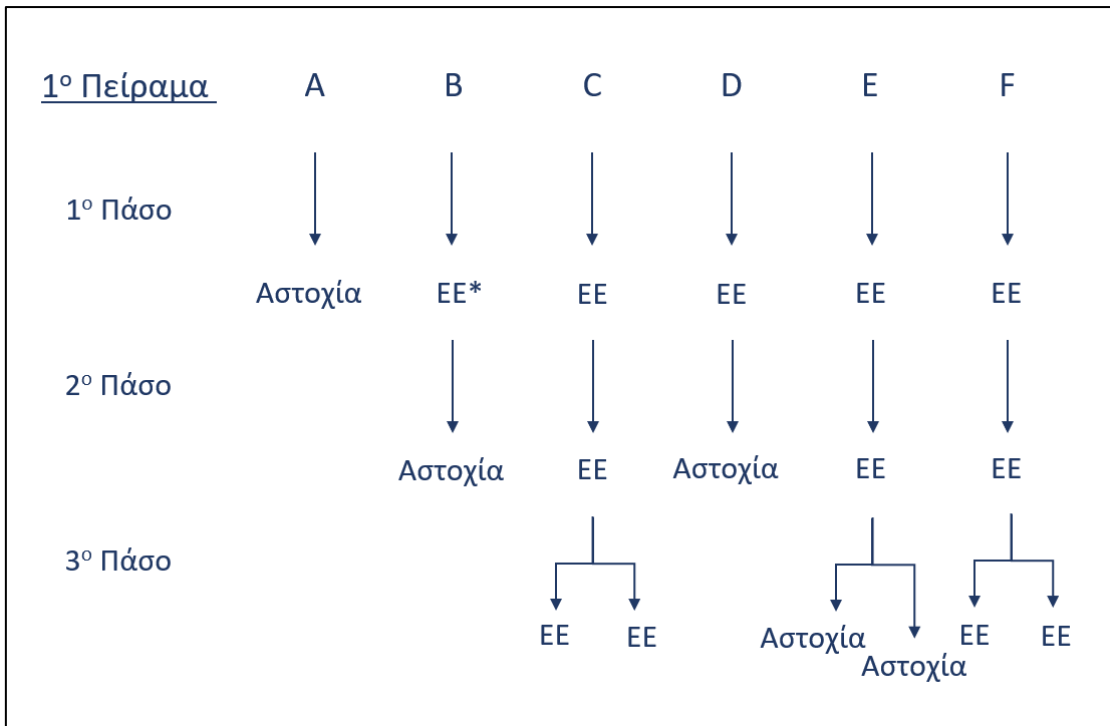
Εικόνα 10: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης σε δοκίμιο ράβδου χαλκού.



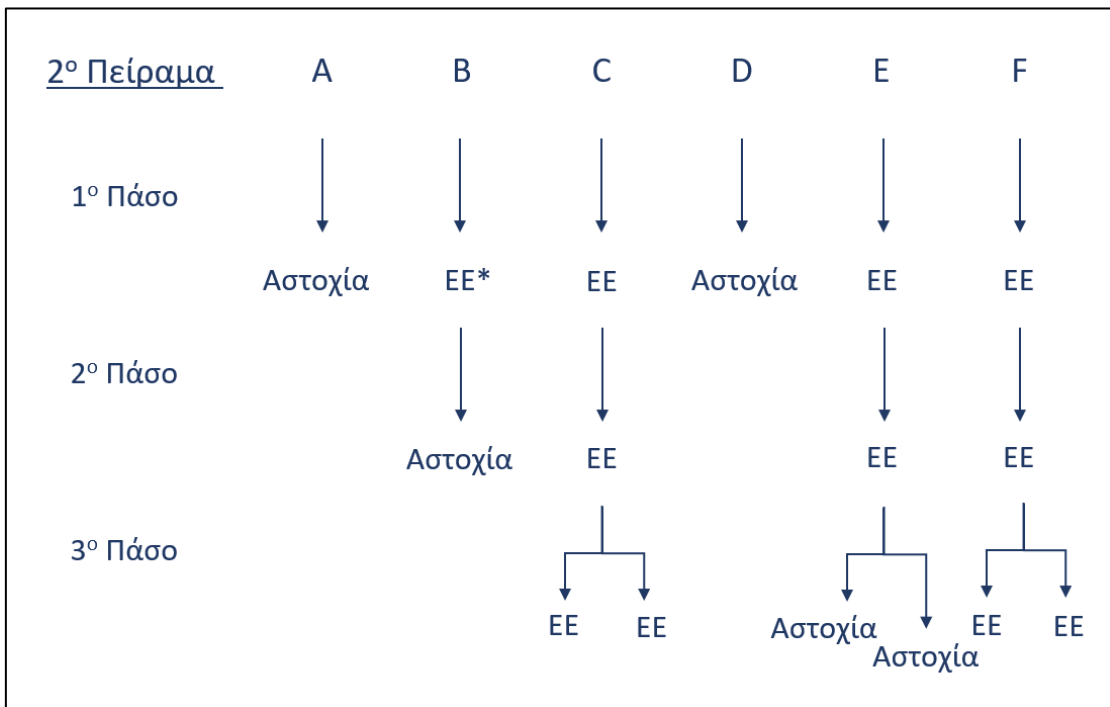
Εικόνα 11: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης σε δοκίμιο ράβδου αλουμινίου.

Πίνακας 3: Μηχανικές Ιδιότητες ράβδων χαλκού και αλουμινίου.

Υλικό units	Μέγιστη Τάση Εφελκυσμού	Εφελκυστική Τάση Διαρροής	Επιμήκυνση μέχρι την θραύση
	Mpa	Mpa	%
Cu	339	139	13,15
Al	261	218	10,30



Εικόνα 12: Αποτελέσματα έκβασης δοκιμών πρώτου (1<sup>ου</sup>) πειράματος (\*ΕΕ: Επιτυχής Έλαση).



Εικόνα 13: Αποτελέσματα έκβασης δοκιμών δεύτερου (2<sup>ου</sup>) πειράματος (\*ΕΕ: Επιτυχής Έλαση).

Από τις Εικόνες 12, 13 μπορεί να φανεί ότι συνολικά πάρθηκαν 17 μετρήσεις φορτίου για το 1ο Πείραμα και 16 μετρήσεις για το 2ο Πείραμα (συνολικά 33 ελάσεις). Για να εννοηθεί

βαθύτερα ο όρος «Αστοχία» των Εικόνων 12, 13, στο Παράρτημα Α παρατίθενται σχετικές φωτογραφίες με τις εν λόγω αστοχίες. Μετά το πρώτο πάσο και για την προετοιμασία των επόμενων γινόταν αποκοπή του μεγαλύτερου μέρους του υλικού που είχε διαρρεύσει εκτός της διατομής διαμόρφωσης των ραούλων. Στη συνέχεια η περιοχή αυτή περνούσε και από λειαντικό τροχό για να έρθει σε μια κατάσταση συνεχούς περιφερειακής καμπυλότητας.

Πίνακας 4: Διαστατικά αποτελέσματα μετρήσεων των δοκιμών μετά το πρώτο πάσο. Δεδομένα από το 1<sup>ο</sup> Πείραμα.

1ο Πάσο	Μονάδες Μέτρησης	A1	B1	C1	D1	E1	F1
ODmax	mm	8,930	8,950	8,800	8,980	8,950	8,860
ODmin	mm	7,710	7,580	7,910	7,630	7,500	7,630
ODav	mm	8,320	8,265	8,355	8,305	8,225	8,245
IDmax	mm	6,640	5,420	4,570	6,160	5,240	4,380
IDmin	mm	6,080	5,100	4,460	5,650	4,390	3,990
IDav	mm	6,360	5,260	4,515	5,905	4,815	4,185
Πλάτος φλάς	mm	7	7	7	6,5	6,5	6,5
Ύψος φλάς	mm	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

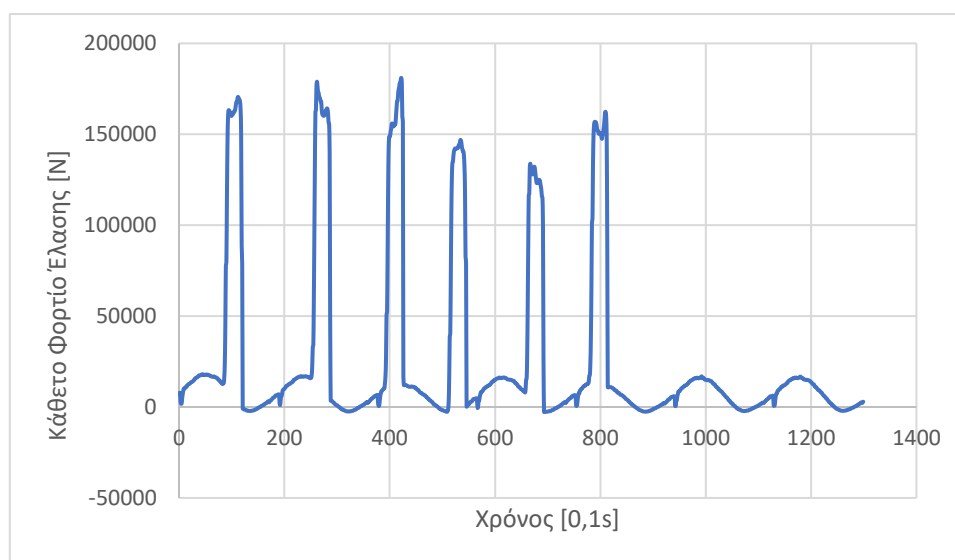
Πίνακας 5: Διαστατικά αποτελέσματα μετρήσεων των δοκιμών μετά το δεύτερο πάσο. Δεδομένα από το 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> Πείραμα.

Πάσο 2ο	Μονάδες Μέτρησης	B2	C2	D2	E2	F2
ODmax	mm	7,370	6,970	7,440	7,320	7,110
ODmin	mm	5,900	6,500	5,740	5,940	6,260
ODav	mm	6,635	6,735	6,590	6,630	6,685
IDmax	mm	4,77	3,9	5,45	4,58	4,45
IDmin	mm	4,37	3,8	4,96	4,11	3,63
IDav	mm	4,57	3,85	5,21	4,35	4,04
Πλάτος φλάς	mm	6,8	6,8	6,5	6,4	6,4
ύψος φλάς	mm	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

Πίνακας 6: Διαστατικά αποτελέσματα μετρήσεων των δοκιμών μετά το τρίτο πάσο. Δεδομένα από το 2<sup>ο</sup> Πείραμα.

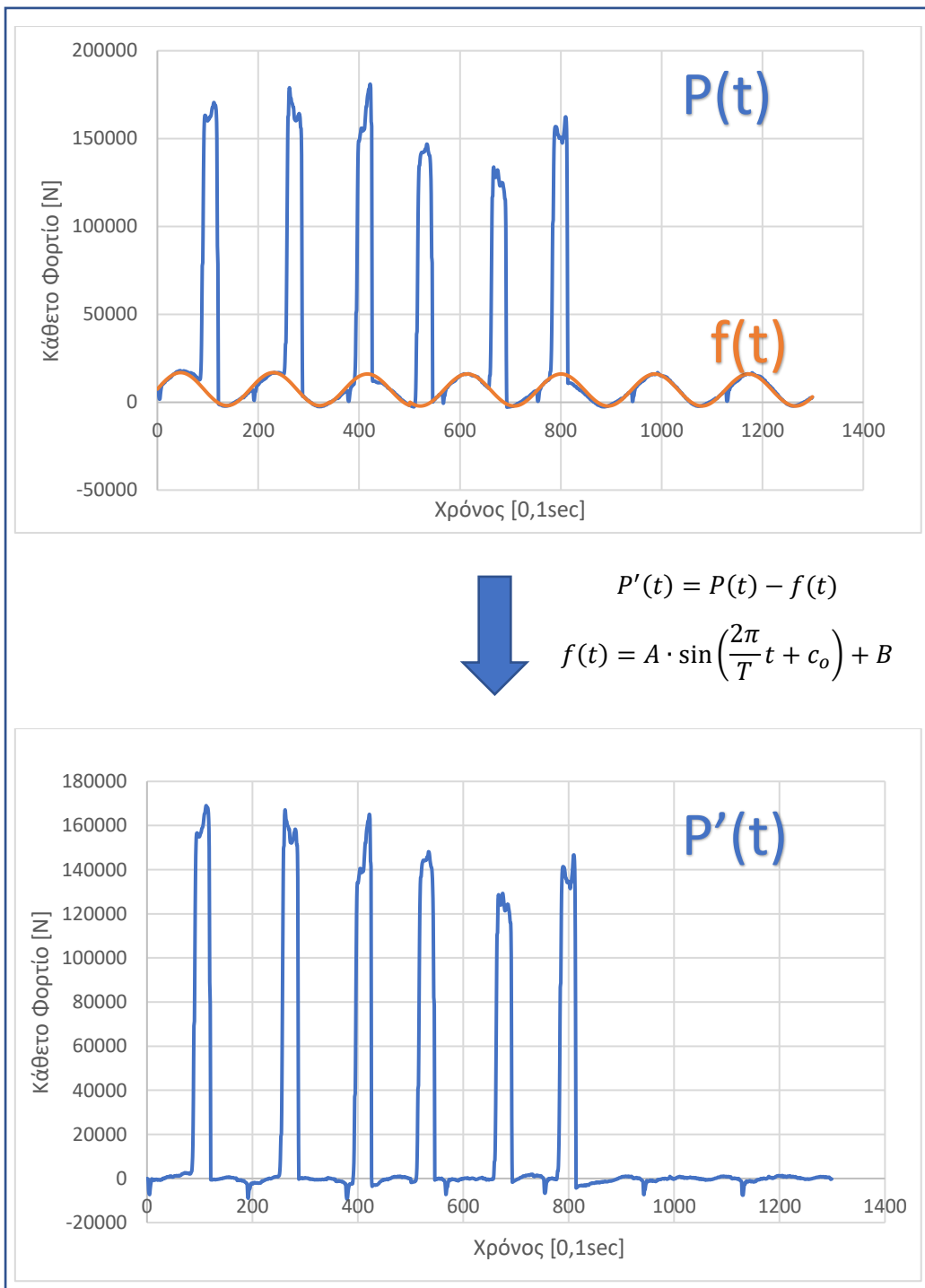
Πάσο 3ο (2ο Πείραμα)	Μονάδες Μέτρησης	C3	E3	F3
ODmax	mm	5,900	-	5,840
ODmin	mm	5,050	-	5,200
ODav	mm	5,475	-	5,520
IDmax	mm	4,33	-	4,25
IDmin	mm	4,28	-	4,09
IDav	mm	4,31	-	4,17
Πλάτος φλάς	mm	3,5	5,0	5,0
ύψος φλάς	mm	0,6	0,6	0,6

Στη συνέχεια ακολουθούν καταγραφές και επεξεργασία των μετρήσεων των φορτίων έλασης από τις δυναμοκυψέλες KISTLER. Στο Διάγραμμα 1. μπορείτε να βρείτε ένα παράδειγμα μετρήσεων κάθετου φορτίου έλασης του 2<sup>ου</sup> Πειράματος.



Διάγραμμα 1. Καταγραφή κάθετου φορτίου έλασης, 1<sup>ο</sup> πάσο 2<sup>ου</sup> Πειράματος

Όπως μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί στην καταγραφή υπεισέρχεται ένα συστηματικό σφάλμα ημιτονοειδούς μορφής το οποίο και αφαιρέθηκε από όλα τα καταγραφικά όπως αναφέρεται στο παρακάτω παράδειγμα.

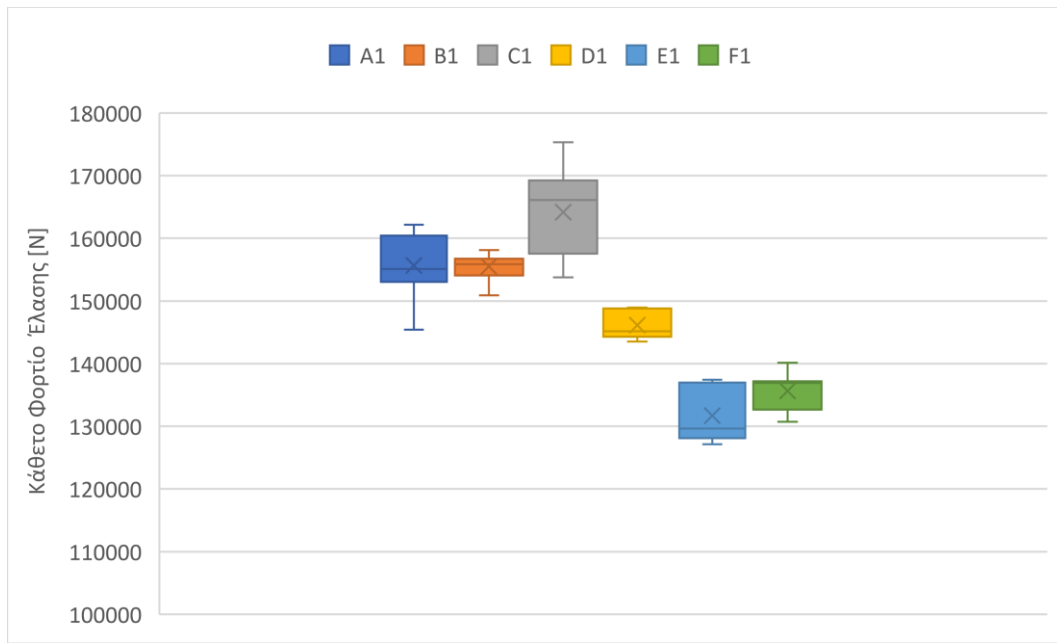


Διάγραμμα 2.: Απόσβεση ημιτονοειδούς συστηματικού σφάλματος 1<sup>ο</sup> Πάσο 2<sup>ο</sup> Πείραμα

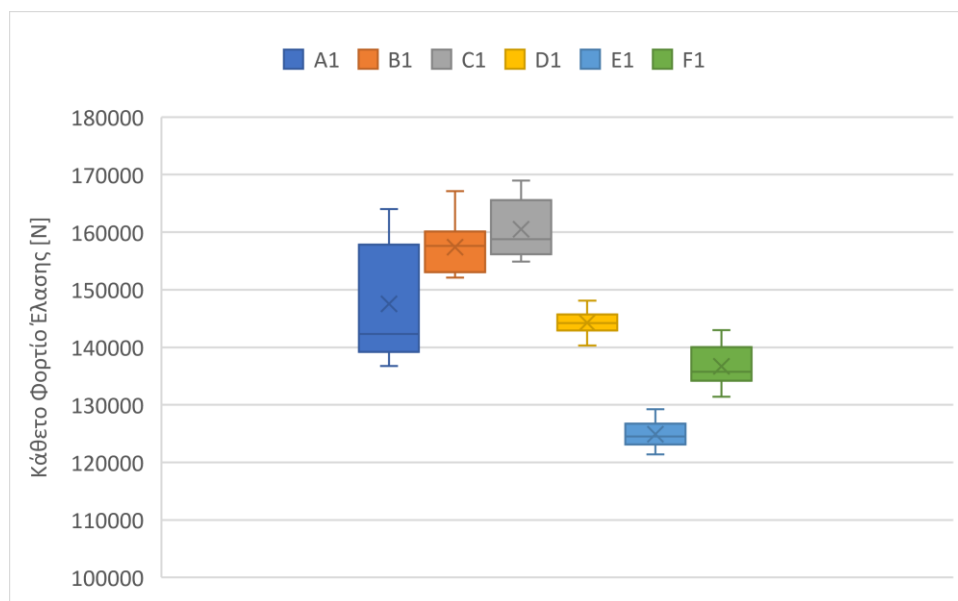
Από τα παραπάνω διαγράμματα πάρθηκε ο μέσος όρος των μετρήσεων των ενεργών περιοχών έλασης, δηλαδή περιοχές μετρήσεων με τιμές >20000N.

Δεδομένου του ότι στα συγκεκριμένα πειράματα στα οποία το κάθε πάσο είναι τύπου «single pass rolling», η εισαγωγή και εξαγωγή των δοκιμών από το έλαστρο γίνεται από άνθρωπο κάτι το οποίο δεν μπορεί να προσομοιάσει επί του συνόλου την συνεχή έλαση

«continues rolling». Για τον λόγο αυτό στα παρακάτω διαγράμματα έχουν αφαιρεθεί οι 3<sup>η</sup>ς με 4<sup>η</sup>ς πρώτες μετρήσεις και οι 3<sup>η</sup>ς με 4<sup>η</sup>ς τελευταίες μετρήσεις. Σε κάθε όμως περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν τουλάχιστον 15 μετρήσεις ανά δοκιμή έλασης για τον υπολογισμό τόσο του μέσου όρου όσο και των διαγραμμάτων «boxplot» που παρατίθενται στην συνέχεια.

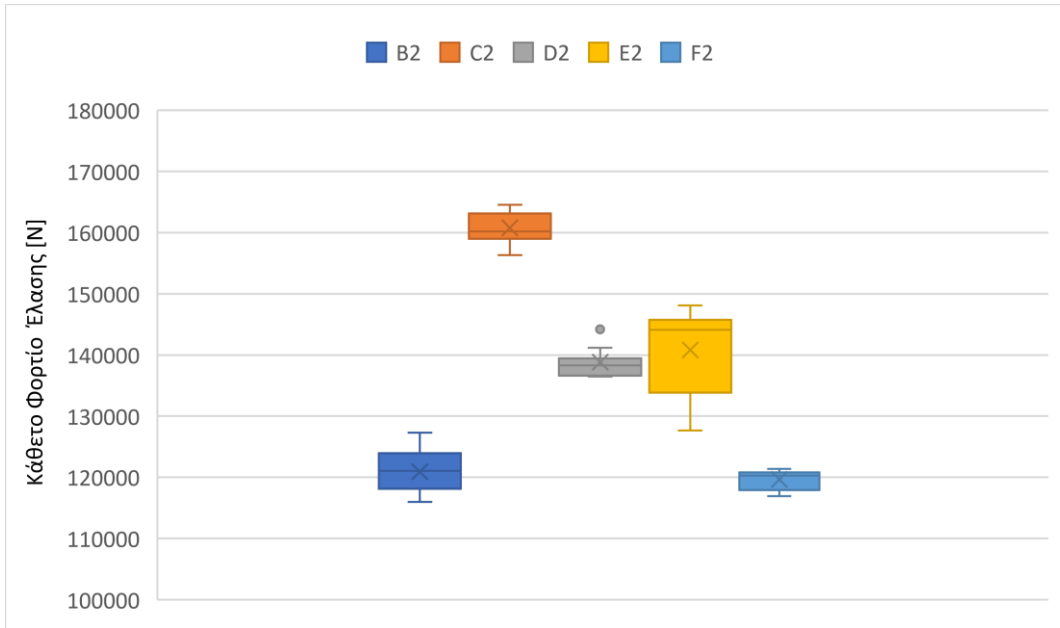


Διάγραμμα 3.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το πρώτο (1<sup>ο</sup>) πάσο του 1<sup>ου</sup> Πειράματος.

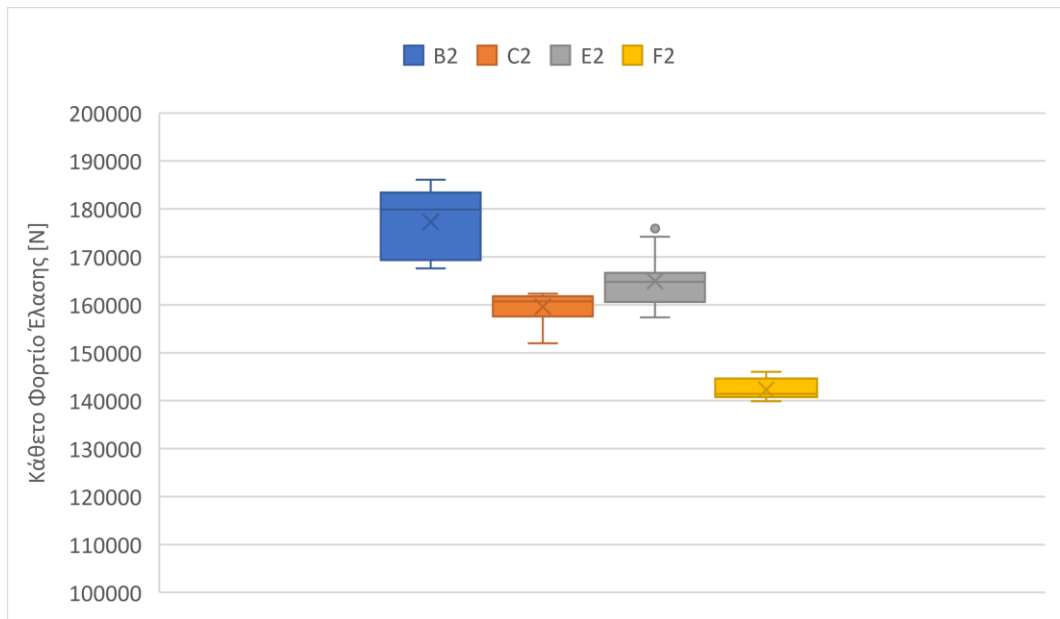


Διάγραμμα 4.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το πρώτο (1<sup>ο</sup>) πάσο του 2<sup>ου</sup> Πειράματος.

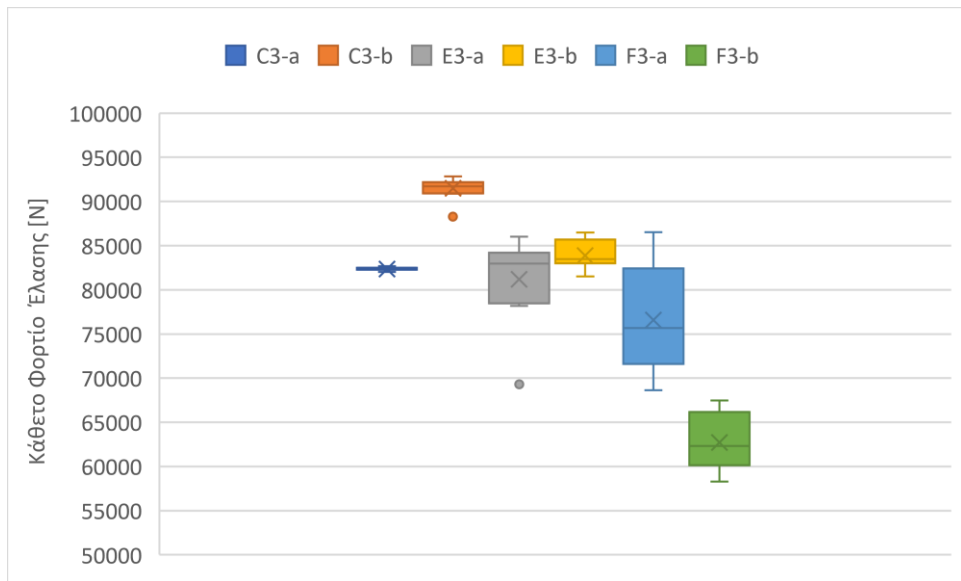




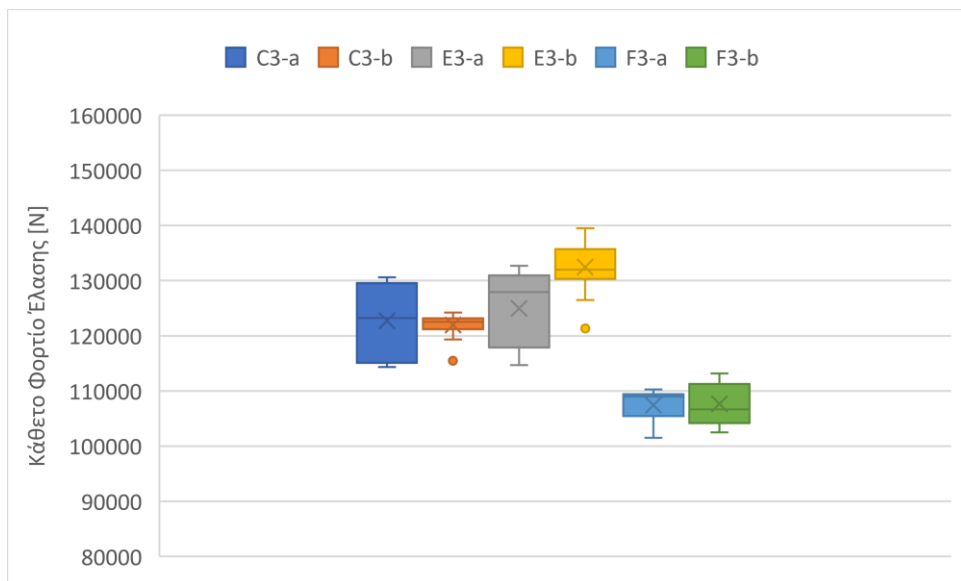
Διάγραμμα 5.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το δεύτερο (2<sup>ο</sup>) πάσο του 1<sup>ου</sup> Πειράματος.



Διάγραμμα 6.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το δεύτερο (2<sup>ο</sup>) πάσο του 2<sup>ου</sup> Πειράματος.



Διάγραμμα 7.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το τρίτο (3<sup>ο</sup>) πάσο του 1<sup>ου</sup> Πειράματος.



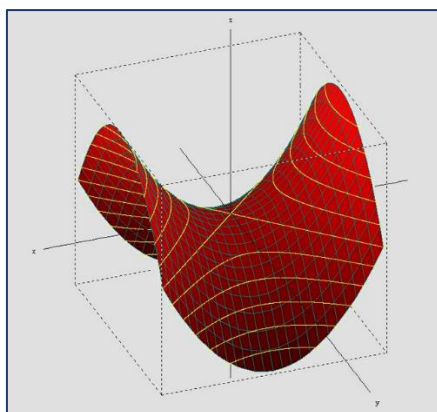
Διάγραμμα 8.: Αποτελέσματα κάθετων φορτίων έλασης για το τρίτο (3<sup>ο</sup>) πάσο του 2<sup>ου</sup> Πειράματος.

## Κεφάλαιο 4° : Αναλυτική προσέγγιση της κατεργασίας της έλασης ράβδων μέσω της μεθόδου «Λόφου-Τριβής»

### 4.1 Εισαγωγή στον τρόπο προσέγγισης του προβλήματος

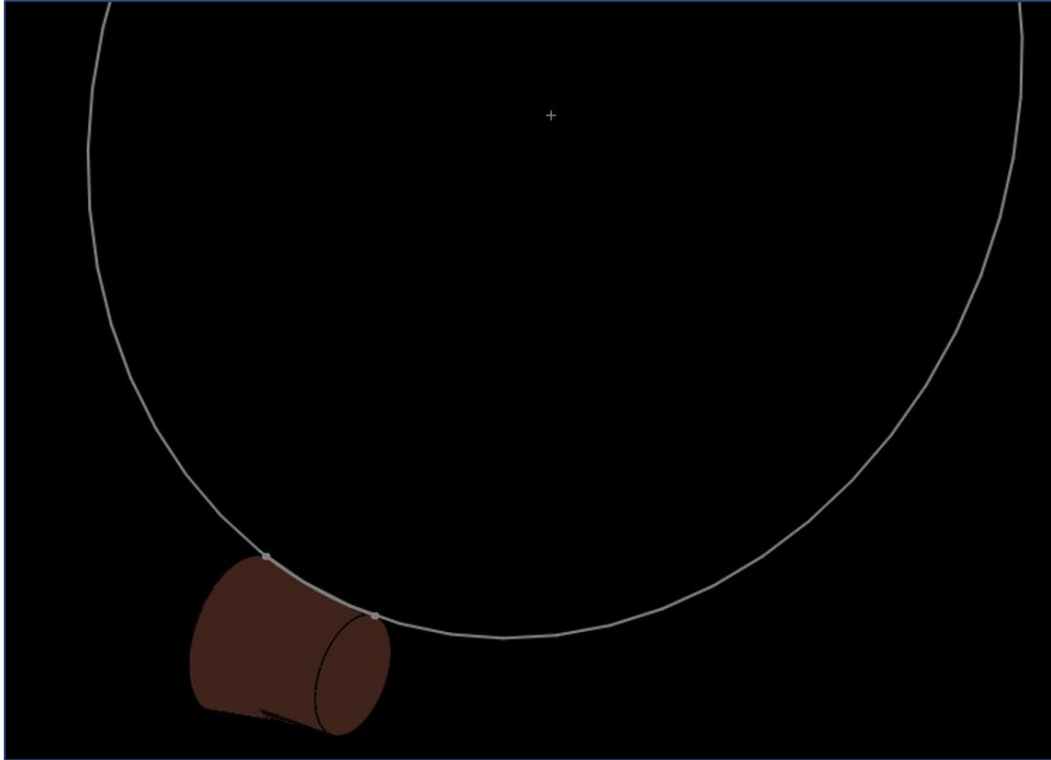
Το παρακάτω μοντέλο αποτελεί μια προσπάθεια αναλυτικής προσέγγισης της κατεργασίας της έλασης διμεταλλικής ράβδου και συγκεκριμένα με τον υπολογισμό της κύριας δύναμης που πρέπει να ασκήσουν τα ράουλα του ελαστρου ώστε να διαμορφώσουν το τελικό προϊόν. Είναι γνωστό ότι μέχρι την στιγμή του γραφόμενου δεν έχει υπάρξει δημοσιευμένη προσπάθεια προσομοίωσης της κατεργασίας της έλασης ράβδων είτε κυκλικής είτε ελλειπτικής διατομής.

Η ευχρηστία της προσέγγισης που ακολουθήθηκε έγκειται στο γεγονός ότι παρόμοια με το μοντέλο «Λόφου-Τριβής» σε ορθογωνικής διατομής μπάρες και ελάσματα, το προφίλ των τάσεων πλαστικής παραμόρφωσης στην διεπιφάνεια επαφής της ράβδου με τα ράουλα του ελαστρου είναι ανεξάρτητα από το αντίστοιχο «ενεργό πλάτος επαφής» σε ορθογωνικές διατομές ή με άλλα λόγια και στην περίπτωση μας ανεξάρτητο του εγκάρσιου κατά την διεύθυνση της έλασης τόξου διεπαφής. Η ιδιότητα αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι η διεπιφάνεια επαφής μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως κομμάτι υπερβολικής-παραβολοειδούς επιφάνειας («επιφάνεια σέλας» – Εικόνες 14 & 15) και μάλιστα στην απλούστερη μορφή που περιγράφεται από δύο τόξα διαφορετικών κύκλων. Με αυτόν τον τρόπο έκφρασης ουσιαστικά διατυπώνεται η μαθηματική ολοκλήρωση του ενός τόξου πάνω στην τροχιά του άλλου παράγοντας έτσι την ζητούμενη επιφάνεια, η οποία μπορεί να περιγραφεί εύκολα με πολικές συντεταγμένες  $(\theta, r)$  &  $(\varphi, R)$ . Συνεπώς δίδεται η δυνατότητα να παραχθεί ένα μονοδιάστατο προφίλ τάσεων παραμόρφωσης κατά την κυκλική τροχιά που διαγράφουν οι μύλοι του ελαστρου  $(\varphi, R)$  και αντιστοίχως, για τον ορθό υπολογισμό των δυνάμεων παραμόρφωσής, να χρειάζεται απλά ο πολλαπλασιασμός με το μέσο όρο των τόξων διεπαφής  $(2r\theta)_{mean}$ .

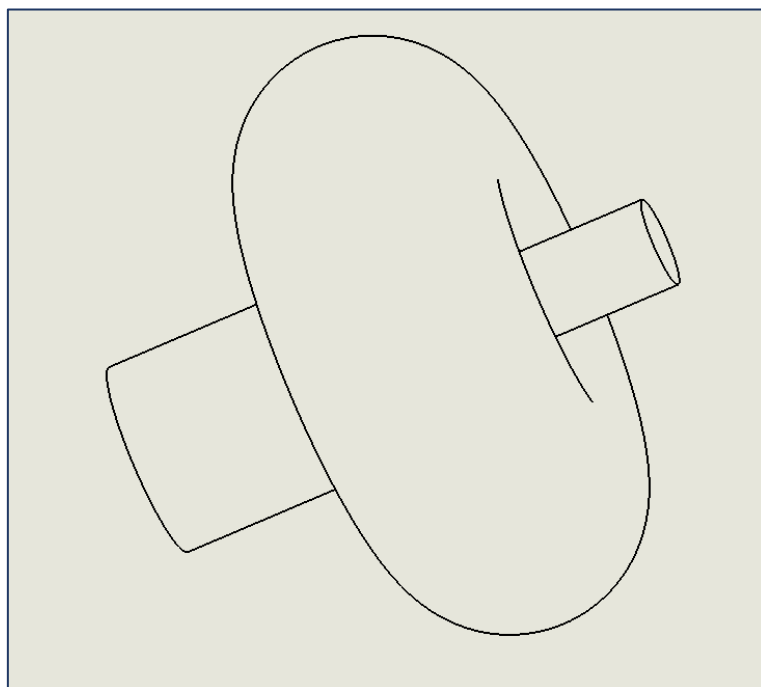


Εικόνα 14: Υπερβολικό-παραβολοειδές επιφάνεια στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων [14]

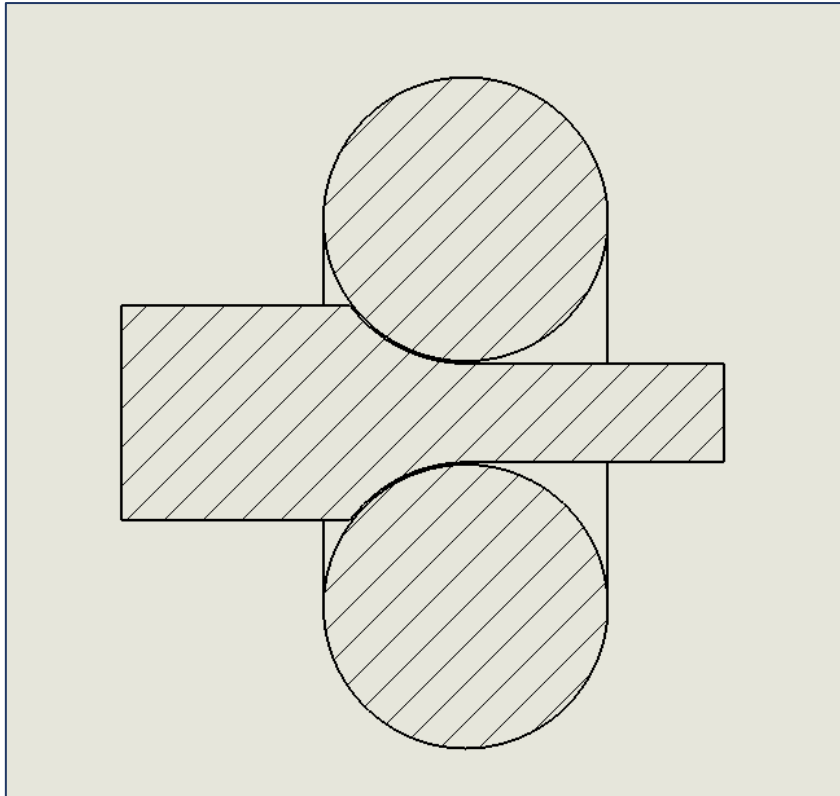
Η αναλυτική μέθοδος που προτείνουμε έχει προσεγγιστεί μέσω της μεθόδου «Λόφου-Τριβής» για θεωρητικές συνθήκες έλασης ράβδου, δηλαδή, χωρίς την διαρροή υλικού εκτός της περιοχής διαμόρφωσής και θεωρώντας κυκλικής διατομής ράβδο σε κάθε σημείο της κατεργασίας, βλέπετε Εικόνες 15, 16, 17 και 18.



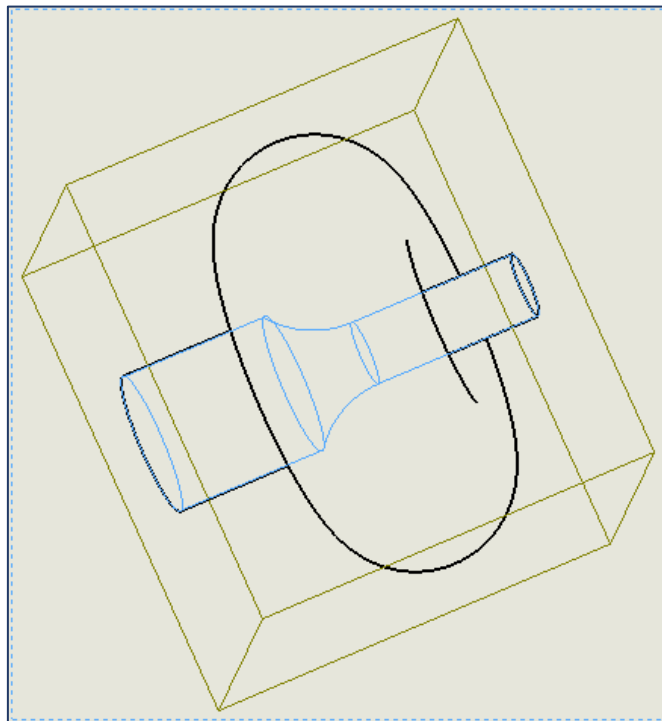
Εικόνα 15: Προφίλ περιοχής πλαστικής παραμόρφωσης ράβδου σε θεωρητικές συνθήκες έλασης



Εικόνα 16: Θεωρητικός μύλος διαμόρφωσης ράβδου



Εικόνα 17: Θεωρητικός μύλος διαμόρφωσης ράβδου σε διαμήκης τομή

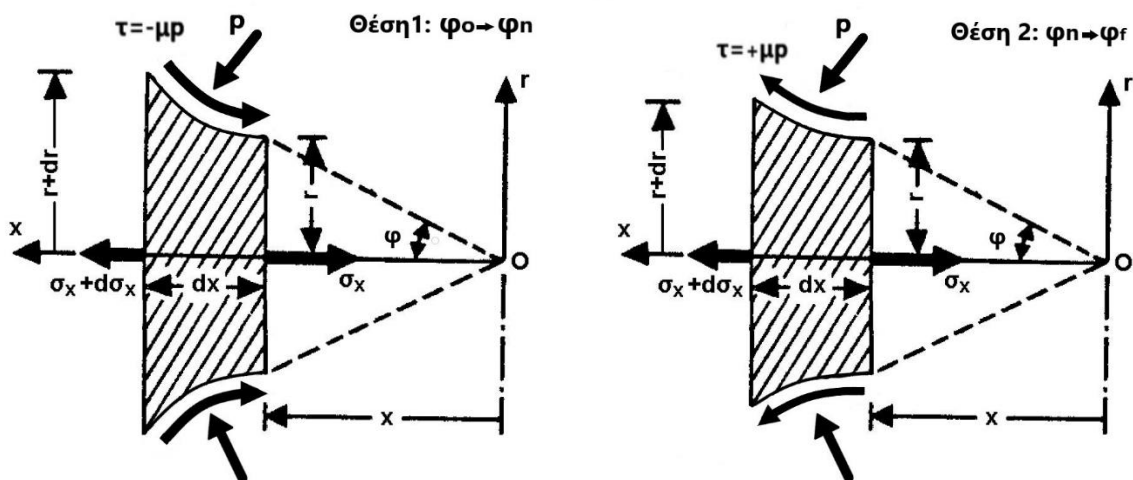


Εικόνα 18: Θεωρητικός μύλος διαμόρφωσης ράβδου σε 3D προοπτική

Από τις Εικόνες 16 έως 18, μπορεί να θεωρηθεί ότι μάλλον πρόκειται για προσέγγιση μέσω οριακών συνθηκών διέλασης, όμως καθώς θα φανεί και στη συνέχεια στο μοντέλο εκφράζονται τόσο οι συνθήκες τριβής ολίσθησης σε έλαση δηλαδή, περιοχές με αντίθετης φοράς τριβές που προσανατολίζονται στο λεγόμενο ουδέτερο επίπεδο όπου τοπικά έχουμε συνθήκες στατικής τριβής. Επίσης οι εξισώσεις επιλύονται ως προς τις τάσεις διεπιφάνεια του θεωρητικού ράουλου με τη ράβδο ως κύριες και ενεργές τάσεις πλαστικής παραμόρφωσης. Οι πραγματικές περιπτώσεις έλασης ράβδων θα προσεγγιστούν στην συνέχεια μέσω της σωστής προδιαγραφής των πραγματικών, εγκάρσιων κατά την διεύθυνση της έλασης, τόξων διεπαφής τα οποία και μπορούν εύκολα να μετρηθούν από τις αρχικές και τελικές γεωμετρικές της ράβδου.

#### 4.2 Ανάλυση τάσεων κατά τον άξονα έλασης x-x'

Θεωρούμε ισορροπία δυνάμεων σε «στοιχειώδη κυκλικό δίσκο» όπως περιγράφεται από τα παρακάτω σχήματα (Εικόνα 19).



Εικόνα 19: Ανάλυση τάσεων κατά τον x-άξονα

Στις περιπτώσεις με «±» το άνω πρόσημο περιγράφει την θέση 1 και το κάτω την θέση 2.

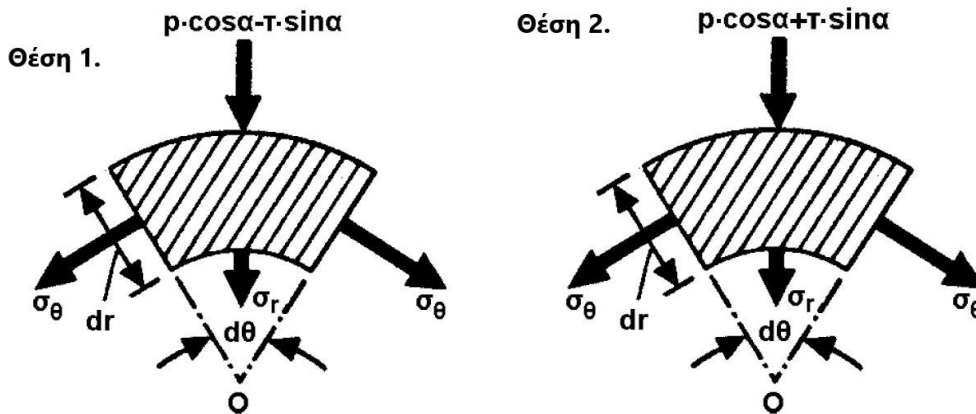
$$(\sigma_x + d\sigma_x) \cdot \pi(r + dr)^2 - \sigma_x \pi r^2 + p \cdot 2\pi r \cdot \sin(\varphi) \cdot R d\varphi \mp \tau \cdot 2\pi r \cdot R d\varphi \cdot \cos(\varphi) = 0$$

$$\Rightarrow 2\pi r \cdot d(\sigma_x r) - \sigma_x \pi r^2 + p \cdot 2\pi r \cdot \sin(\varphi) \cdot R d\varphi \mp \mu \cdot p \cdot 2\pi r \cdot R d\varphi \cdot \cos(\varphi) = 0$$

ή μετά την εκτέλεση των πράξεων:

$$d(\sigma_x r) = -p \cdot R d\varphi (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \quad (1)$$

#### 4.3 Ανάλυση τάσεων κατά την εγκάρσια στον άξονα έλασης διατομής r-θ



Εικόνα 20: Ανάλυση τάσεων κατά τις πολικές συντεταγμένες εγκάρσια στον x-άξονα

$$\begin{aligned} & (-p \cdot \cos(\varphi) \mp \mu \cdot p \cdot \sin(\varphi)) \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot R d\varphi - \sigma_r \cdot r d\theta \cdot R d\varphi \\ & - 2 \cdot \sigma_\theta \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot R d\varphi = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & -(p \cdot \cos(\varphi) \pm \mu \cdot p \cdot \sin(\varphi)) \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot R d\varphi - \sigma_r \cdot r d\theta \cdot R d\varphi \\ & - 2 \cdot \sigma_\theta \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot R d\varphi = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Θεωρούμε ότι  $\sigma_r \approx \sigma_\theta$  ,  $2 \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx d\theta$  και  $r = r_f + R(1 - \cos(\varphi))$  (3)

$$\Rightarrow dr = \sin(\varphi) \cdot R d\varphi$$

Οπότε η εξίσωση 2. θα γίνει,

$$\begin{aligned} & -p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))(r + \sin(\varphi) \cdot R d\varphi) \cdot d\zeta \cdot R d\varphi - \sigma_r r \cdot d\theta \cdot R d\varphi \\ & - \sigma_r \cdot d\theta \cdot \sin(\varphi) \cdot R d\varphi \cdot R d\varphi = 0 \end{aligned}$$

Μετά από μηδενισμό των διαφορικών 3<sup>ης</sup> τάξης προκύπτει,

$$-p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \cdot r \cdot d\theta \cdot R d\varphi - \sigma_r r \cdot d\theta \cdot R d\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_r = -p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \quad (4)$$

Με αντικατάσταση στο κριτήριο διαρροής κατά Tresca παίρνουμε,

$$\sigma_x - \sigma_r = 2k$$

$$\begin{aligned} \sigma_x - (-p) &= 2k \quad \text{ή ισοδύναμα} \\ \sigma_x &= 2k - p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \quad (5) \end{aligned}$$

Από τις εξισώσεις (1), (4) προκύπτει

$$\begin{aligned} d\left(\left(2k - p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))\right) \cdot r\right) &= -p \cdot R d\varphi (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \\ \Rightarrow \frac{d\left(\left(2k - p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))\right) \cdot r\right)}{d\varphi} &= -p \cdot R \cdot (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \\ \Rightarrow \frac{d}{d\varphi} \left[ 2kr \left( \frac{p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))}{2k} - 1 \right) \right] &= p \cdot R \cdot (1 \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \quad (6) \end{aligned}$$

- Θεωρούμε ότι λόγω εργοσκήρυση,  $2kr$ : σταθερό  $\Rightarrow$

$$\left( \frac{p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))}{2k} - 1 \right) \frac{d}{d\varphi} [2kr] = 0$$

- $2kr \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))}{2k} \right] = 2kr(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right] +$   
 $2kr \frac{p}{2k} \frac{d}{d\varphi} [(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))]$ 
  - $2kr(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right]$
  - $2kr \frac{p}{2k} \frac{d}{d\varphi} [(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))] = 2kr \frac{p}{2k} (-\sin(\varphi) \pm \mu \cdot \cos(\varphi)) =$   
 $-2kr \frac{p}{2k} (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos\varphi) = -r \cdot p \cdot (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))$

$$\begin{aligned} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} 2kr(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right] - r \cdot p \cdot (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos\varphi) \\ = p \cdot R(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2kr(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)) \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right] =$$

$$\begin{aligned} = r \cdot p \cdot (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) + p \cdot R(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi)) \\ = p \cdot (r + R) \cdot (\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos\varphi) \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \frac{\frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right]}{\frac{p}{2k}} = \frac{r+R}{r} \cdot \frac{(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))}{(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))}$$

$$\frac{\frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right]}{\frac{p}{2k}} = \frac{(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))}{(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))} + \frac{R}{r} \cdot \frac{(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))}{(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))} \cdot \left( \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\varphi)} \right)$$

$$\frac{\frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right]}{\frac{p}{2k}} = \frac{(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))}{(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))} + \frac{R}{r} \cdot \frac{(\tan(\varphi) \mp \mu)}{(1 \pm \mu \tan(\varphi))}$$

$$\frac{\frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p}{2k} \right]}{\frac{p}{2k}} = \frac{(\sin(\varphi) \mp \mu \cdot \cos(\varphi))}{(\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi))} + \frac{R}{r} \cdot (\varphi \mp \mu) \quad (7)$$

Από την εξίσωση 2. και σχετικά μικρές τιμές του  $\varphi$ ,  $r = r_f + R \frac{\varphi^2}{2}$  (8),  $\tan(\varphi) \approx \varphi$ , και  $1 \pm \mu \cdot \tan(\varphi) \rightarrow 1$ .

$$\ln \left( \frac{p}{2k} \right) = -\ln(|\mu \sin(\varphi) \pm \cos(\varphi)|) + \ln \left( \frac{r}{R} \right) \mp \mu \cdot \left( 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right) \right) + \ln(c)$$

$$\frac{p}{2k} = c \cdot \frac{1}{|\mu \sin(\varphi) \pm \cos(\varphi)|} \cdot \frac{r}{R} \cdot e^{\mp \mu \cdot \left( 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right) \right)}$$

$$p = c \cdot \frac{1}{\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi)} \cdot \frac{2kr}{R} \cdot e^{\mp \mu \cdot \left( 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right) \right)} \quad (9)$$

$$\text{Θέτουμε, } H = 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right) \quad (10)$$

#### 4.4 Επίλυση οριακών συνθηκών για την εξεύρεση της σταθεράς C.

Στην έξοδο της έλασης ισχύουν,  $r = r_f$ ,  $\sigma_x = t_f$ ,  $p_f = 2k_f - t_f$ ,  $\varphi = \varphi_f = 0^\circ$ ,  
 $H(\varphi = 0) = 0$ , και  $\cos(0) + \mu \sin(0) = 1$  επομένως,

$$p_f = c^+ \cdot \frac{1}{\cos(0) + \mu \sin(0)} \cdot \frac{2k_f r_f}{R} \cdot e^{+\mu \cdot (2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot 0 \right))} = c^+ \cdot \frac{2k_f r_f}{R} = 2k_f - t_f$$

$$c^+ = \frac{R'}{r_f} \cdot \left( 1 - \frac{t_f}{2k_f} \right) \text{ και,}$$

$$p^+ = \frac{1}{\cos(\varphi) + \mu \sin(\varphi)} \cdot \frac{2kr}{r_f} \cdot \left( 1 - \frac{t_f}{2k_f} \right) \cdot e^{\mu \cdot H} \quad (11)$$

Στην είσοδο του ελάστρου ισχύουν,  $r = r_o$ ,  $\sigma_x = t_o$ ,  $p_f = 2k_o - t_o$ ,  $\varphi = \varphi_o$ ,

$H(\varphi_o) = H_o$ , και  $\cos(\varphi) \pm \mu \sin(\varphi) = \cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)$

$$p_o = c^- \cdot \frac{1}{\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)} \cdot \frac{2k_o r_o}{R} \cdot e^{-\mu \cdot H_o} = 2k_f - t_f$$

$$c^- = (\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)) \cdot \frac{R}{r_o} \cdot \left( 1 - \frac{t_o}{2k_o} \right) \cdot e^{\mu \cdot H_o}$$

$$p^- = \frac{\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)}{\cos(\varphi) - \mu \sin(\varphi)} \cdot \frac{2kr}{r_o} \cdot \left( 1 - \frac{t_o}{2k_o} \right) \cdot e^{\mu \cdot (H_o - H)} \quad (12)$$

#### 4.5 Ουδέτερο Επίπεδο

Η θέση του ουδέτερου επιπέδου N-N προσδιορίζεται από τη συνθήκη  $p_n^+ = p_n^-$ , από την οποία υπολογίζεται η γωνία στην οποία αντιστοιχεί η θέση N-N

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{r_f}{R}} \cdot \tan \left( \frac{H_n}{2} \cdot \sqrt{\frac{r_f}{R}} \right) \quad (7)$$

όπου

$$p_n^+ = p_n^- \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\cos(\varphi_n) + \mu \sin(\varphi_n)} \cdot \frac{2k_n r_n}{r_f} \cdot \left( 1 - \frac{t_f}{2k_f} \right) \cdot e^{\mu \cdot H_n} =$$

$$= \frac{\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)}{\cos(\varphi_n) - \mu \sin(\varphi_n)} \cdot \frac{2k_n r_n}{r_o} \cdot \left(1 - \frac{t_o}{2k_o}\right) \cdot e^{\mu \cdot (H_o - H_n)}$$

Από όπου και προκύπτει,

$$H_n = \frac{H_o}{2} - \frac{1}{2\mu} \cdot \ln \left[ \frac{r_o}{r_f} \cdot \frac{1 - \frac{t_f}{2k_f}}{1 - \frac{t_o}{2k_o}} \cdot \frac{\cos(\varphi_n) - \mu \sin(\varphi_n)}{\cos(\varphi_n) + \mu \sin(\varphi_n)} \cdot \frac{1}{\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)} \right] \quad (8)$$

Για την εύρεση της γωνίας  $\varphi_n$  χρησιμοποιείται επαναληπτική μέθοδος μέσω των εξισώσεων 7, 8 και θέτοντας ως αρχική τιμή για το  $H_n$  της παρακάτω έκφραση.

$$\varphi_{n-o} = \varphi_n(H_{n-o}), \quad H_{n-o} = \frac{H_o}{2} - \frac{1}{2\mu} \cdot \ln \left[ \frac{r_o}{r_f} \cdot \frac{1 - \frac{t_f}{2k_f}}{1 - \frac{t_o}{2k_o}} \right]$$

Φορτίο έλασης (ανά μονάδα πλάτους)

Υπολογίζεται από την ολοκλήρωση του λόφου τριβής σε όλο το τόξο επαφής

$$P = R' \cdot \left( \int_0^{\varphi_n} p^+ \cdot d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_o} p^- \cdot d\varphi \right)$$

#### 4.6 Μια απλοποιημένη προσέγγιση

Όπως μπορεί να διαπιστωθεί και παραπάνω, οι προκύπτουσες αναλυτικές σχέσεις δεν είναι ίδιες με τις αντίστοιχες σχέσεις στην έλαση ορθογωνικής διατομής, ωστόσο κάποιος θα μπορούσε να τις χαρακτηρίσει όμοιες και μάλιστα σε τέτοιο βαθμό ώστε να προκύπτει μια εμπειρική συσχέτιση που μετασχηματίζει την έλαση κυκλικής ράβδου σε έλαση μιας ισοδύναμης ορθογωνικής μπάρας με τα εξής χαρακτηριστικά,

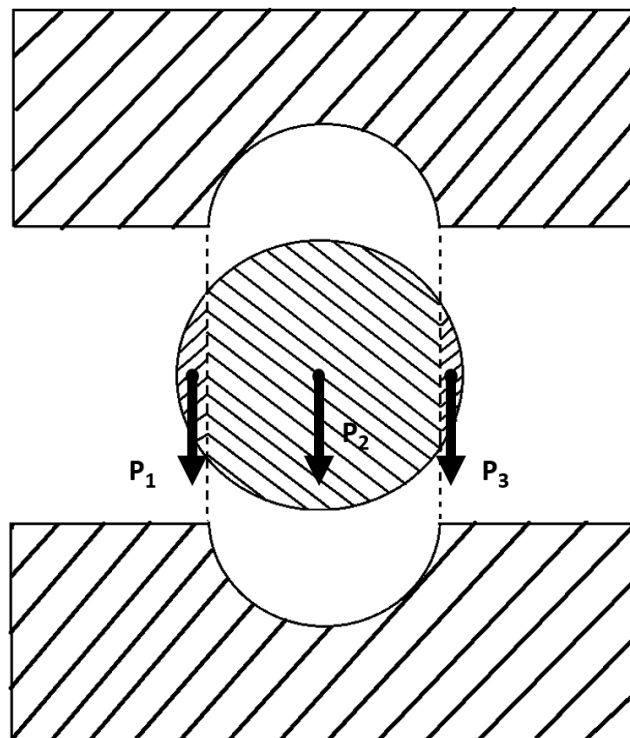
1. έχει το διπλάσιο εμβαδό διατομής της ράβδου και
2. Το μέσο πλάτος διεπαφής ίσο με το αντίστοιχο μέσο μήκος του τόξου διεπαφής.

Οι αντίστοιχοι μετασχηματισμοί είναι  $h_f \rightarrow 2 r_f$ , και  $w_{mean} = \frac{\theta_o r_o + \theta_f r_f}{2}$ ,  $\theta_o, \theta_f \in [0, \pi]$

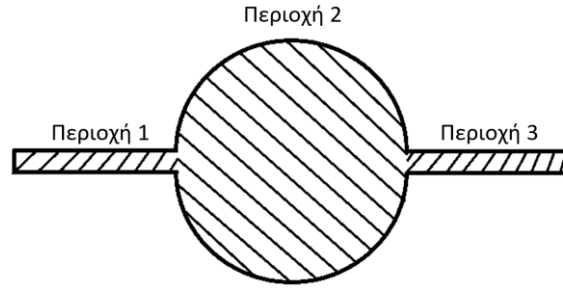
Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> : Εφαρμογή της αναλυτικής μεθόδου για την προσομοίωση της πειραματικής διαδικασίας έλασης διμεταλλικής ράβδου και συγκριτική μελέτη με πειραματικά αποτελέσματα.

### 5.1 Περιγραφή της προσέγγισης πειραματικής διαδικασίας

Στην εν λόγω εργασία θα γίνει προσπάθεια προσομοίωσης διμεταλλικής ράβδου τύπου “Round to Round” δηλαδή το αρχικό δοκίμιο εισέρχεται με κυκλική διατομή και εξέρχεται επίσης με κυκλική διατομή. Αυτό έχει ως άμεση συνέπεια την παραγωγή πεπλατυσμένης περιοχής εκατέρωθεν του τελικού προϊόντος αποτελούμενο από το εξωτερικό υλικό του δοκιμίου. Το γεγονός αυτό δημιουργεί ένα υπολογιστικό πρόβλημα, δηλαδή ότι από την πρώτη επαφή των δοκιμίων με τον μύλο, ένα ποσοστό του υλικού διαρρέει αμέσως εκτός από της κοιλότητας διαμόρφωσης, βλέπετε Εικόνα 21, με αποτέλεσμα το κομμάτι αυτό να υποβάλλεται σε έλαση διαμόρφωσης επίπεδου υλικού.



Εικόνα 21: «Round to Round» έλαση ράβδου με τις περιοχές 1 και 3 να υπόκεινται σε συνθήκες έλασης ορθογωνικής διατομής



Εικόνα 22: Διατομή τελικού προϊόντος μετά την «Round to Round» έλαση ράβδου

#### Τροποποίηση αναλυτικών εξισώσεων

- Βασική προϋπόθεση για την σωστή αναλυτική προσέγγιση των πειραματικών τιμών δύναμης κατεργασίας της έλασης διμεταλλικής ράβδου είναι οι σωστές και ακριβείς μετρήσεις των διαστάσεων της ράβδου πριν και μετά την έλαση.
- Θεωρούμε ότι τα ράουλα έχουν πολλαπλάσια στιβαρότητα και ακαμψία από την διμεταλλική ράβδο και επομένως  $R' = R = 150 - r_f$
- Θεωρούμε μηδενικές προεντάσεις κατά τον άξονα έλασης x-x',  $t_o = t_f = 0$
- Το όριο διαρροής σε διάτμηση θα υπολογιστεί με βάση την θεωρία σύνθετων υλικών από τον τύπο  $k_{eq} = b_{Cu}k_{Cu} + b_{Al}k_{Al}$  με τα  $b_{Cu}$  και  $b_{Al}$  να αποτελούν τα ποσοστά εμβαδού διατομής του κάθε υλικού επί το συνολικό εμβαδόν της διατομής του δοκιμίου.
- Σε κάθε πάσο το διμεταλλικό υλικό υφίσταται εργοσκληύρυνση με αποτέλεσμα να αλλάζουν οι τιμές των ορίων διαρροής σε διάτμηση. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιείται η εξίσωση  $2kr$ : σταθερό με την μορφή  $k_{Cu-o} \cdot \Delta r_o = k_{Cu-f} \cdot \Delta r_f$ , όπου και το  $k_{Cu-f}^i$  για το πάσο i αποτελεί τον συντελεστή  $k_{Cu-o}^{i+1}$  για το πάσο i+1.
- Λόγω του ότι μόνο ένα από τα δύο υλικά που απαρτίζουν τη διμεταλλική ράβδο έρχεται σε επαφή με τα ράουλα (το εξωτερικό υλικό), αυτού του υλικού ο συντελεστής τριβής θα χρησιμοποιηθεί στο αναλυτικό μοντέλο.  $\mu = \mu_{εξωτερικού υλικού}$

Οπότε οι εξισώσεις έλασης ράβδου για την περιοχή 2, ξαναγράφονται ως εξής:

$$p^+ = \frac{1}{\cos(\varphi) + \mu \sin(\varphi)} \cdot \frac{2k_{eq,o}r_o}{r_f} \cdot e^{\mu \cdot H}$$

$$p^- = \frac{\cos(\varphi_o) - \mu \sin(\varphi_o)}{\cos(\varphi) - \mu \sin(\varphi)} \cdot \frac{2k_{eq,o}r_o}{r_o} \cdot e^{\mu \cdot (H_o - H)}$$

$$\text{Με } H = 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right)$$

Με την συνολική δύναμη έλασης να υπολογίζεται από την σχέση,

$$P_2 = \left( \frac{\theta_o r_o + \theta_f r_f}{2} \right) \cdot R \cdot \left( \int_0^{\varphi_n} p^+ \cdot d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_o} p^- \cdot d\varphi \right) [\text{N}]$$

Για τον λόγο αυτό οι περιοχές αυτές έχουν αποκοπεί από το μοντέλο υπολογισμού έλασης ράβδου και έχουν επανα-υπολογιστεί με βάση της κλασικές σχέσεις του «λόφου τριβής» σε ορθογωνικό έλασμα [1], [11], βλέπετε περιοχές 1 και 3, Εικόνα 22.

$$p^+ = \frac{2k_{eq,o} r_o}{r_f} \cdot e^{\mu \cdot H}$$

$$p^- = \frac{2k_{eq,o} r_o}{r_o} \cdot e^{\mu \cdot (H_o - H)}$$

$$\text{Με } H = 2 \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R}{2r_f}} \cdot \varphi \right)$$

Και αντιστοίχως οι δυνάμεις έλασης υπολογίζονται από την παρακάτω σχέση.

$$P_{1,3} = \left( \frac{w_o + w_f}{2} \right) \cdot R \cdot \left( \int_0^{\varphi_n} p^+ \cdot d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_o} p^- \cdot d\varphi \right) [\text{N}], \text{ w: πλάτος διεπιφάνειας επαφής}$$

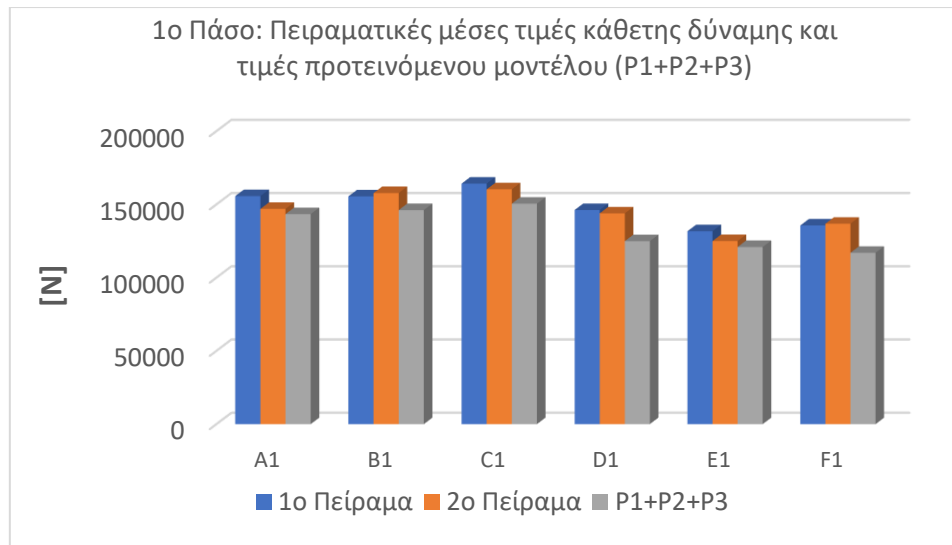
## 5.2 Αποτελέσματα και σύγκριση με πειραματικά δεδομένα.

Πίνακας 7: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δοκιμών όπως αυτά προετοιμάστηκαν για τις δοκιμές.

Δοκίμια πριν την έλαση	Ao	Bo	Co	Do	Eo	Fo
Εσωτερικό Υλικό	Cu	Cu	Cu	Al	Al	Al
Εξωτερικό Υλικό	Al	Al	Al	Cu	Cu	Cu
Εσωτερική Διάμετρος [mm]	8	7	6	8	7	6
Εξωτερική Διάμετρος [mm]	10	10	10	10	10	10

Πίνακας 8: Δεδομένα 1<sup>ου</sup> Πάσου

1ο Πάσο	Μονάδες Μέτρησης	A1	B1	C1	D1	E1	F1
ODmax (f)	mm	8,930	8,950	8,800	8,980	8,950	8,860
ODmin (f)	mm	7,710	7,580	7,910	7,630	7,500	7,630
ODav (f)	mm	8,320	8,265	8,355	8,305	8,225	8,245
IDmax (f)	mm	6,640	5,420	4,570	6,160	5,240	4,380
IDmin (f)	mm	6,080	5,100	4,460	5,650	4,390	3,990
IDav (f)	mm	6,360	5,260	4,515	5,905	4,815	4,185
Kal (για περιοχές 1,3)	MPa	264,6	173,0	132,6	-	-	-
Kcu (για περιοχές 1,3)	MPa	-	-	-	137,5	94,6	80,0
b <sub>cu</sub>	%	0,76	0,64	0,54	0,29	0,41	0,49
b <sub>al</sub>	%	0,24	0,36	0,46	0,71	0,59	0,51
K <sub>eq</sub>	MPa	107,2	113,5	117,8	140,6	136,4	130,5
μ <sub>cu</sub>	-	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36
μ <sub>al</sub>	-	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
Φ <sub>o</sub>	rad	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153
φ <sub>n</sub>	rad	0,049	0,049	0,049	0,051	0,051	0,051
Τόξο-επαφής Περιοχή 2	mm	13,71	13,71	13,71	13,71	13,71	13,71
Πλάτος φλάς Περιοχή 1,3	mm	7,0	7,0	7,0	6,5	6,5	6,5
Ύψος φλάς Περιοχή 1,3	mm	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 1ο	N	155684	155517	164180	146158	131677	135629
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 2ο	N	146953	157756	160307	143882	124963	136823
Αποτελέσματα συνολικής δύναμης μοντέλου (P1+P2+P3)	N	<b>143361</b>	<b>146101</b>	<b>150485</b>	<b>124900</b>	<b>120923</b>	<b>116945</b>
Μέση απόκλιση	-	<b>-5,3%</b>	<b>-6,7%</b>	<b>-7,2%</b>	<b>-13,9%</b>	<b>-5,8%</b>	<b>-14,2%</b>
Αποτελέσματα δύναμης μοντέλου ράβδου (P2)	N	<b>86674</b>	<b>89414</b>	<b>93799</b>	<b>100997</b>	<b>97019</b>	<b>93041</b>



Διάγραμμα 9: 1ο Πάσο: Πειραματικές μέσες τιμές κάθετης δύναμης και τιμές προτεινόμενου μοντέλου (P1+P2+P3)

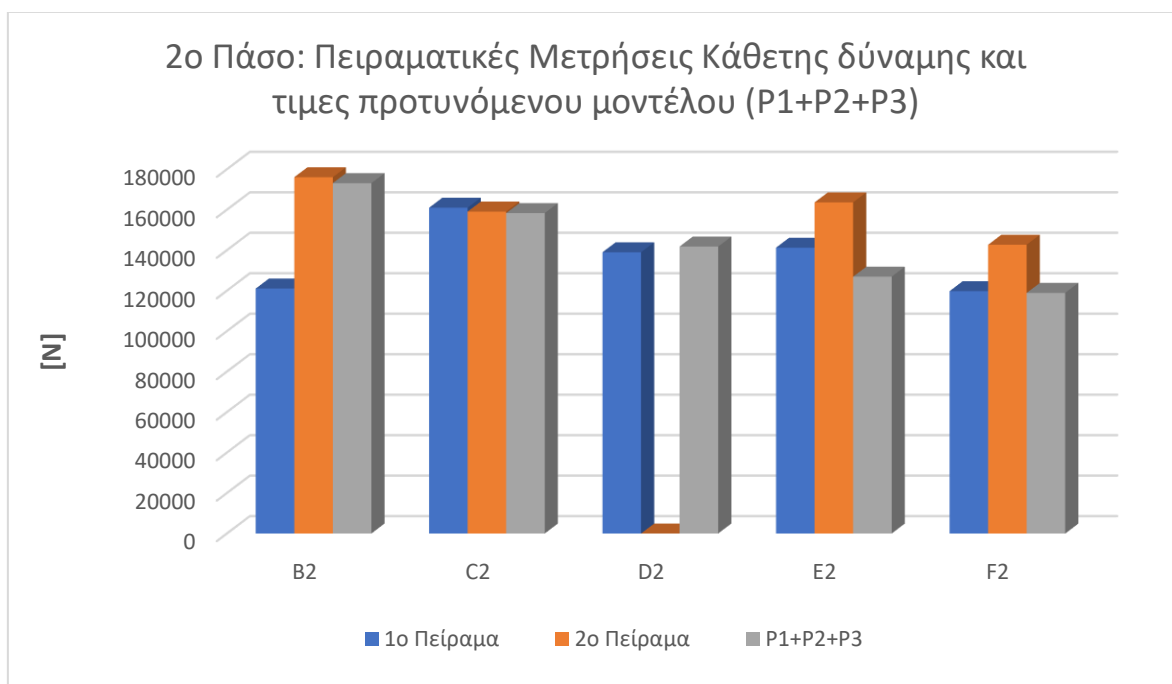
Πίνακας 9: Δεδομένα 2<sup>ου</sup> Πάσου

Πάσο 2ο	Μονάδες Μέτρησης	B2	C2	D2	E2	F2
ODmax (f)	mm	7,370	6,97	7,440	7,32	7,11
ODmin (f)	mm	5,900	6,5	5,740	5,94	6,26
ODav (f)	mm	6,635	6,735	6,59	6,63	6,685
IDmax (f)	mm	4,770	3,9	5,450	4,58	4,45
IDmin (f)	mm	4,370	3,8	4,960	4,11	3,63
IDav (f)	mm	4,570	3,85	5,205	4,345	4,04
Kal (για περιοχές 1,3)	MPa	173,0	132,6	-	-	-
Kcu (για περιοχές 1,3)	MPa	-	-	137,5	94,6	80,0
b <sub>cu</sub>	%	0,64	0,54	0,29	0,41	0,49
b <sub>al</sub>	%	0,36	0,46	0,71	0,59	0,51
K <sub>eq</sub>	MPa	113,5	117,8	140,6	136,4	130,5
φ <sub>o</sub>	rad	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152
φ <sub>n</sub>	rad	0,048	0,048	0,046	0,046	0,046
μ <sub>cu</sub>	-	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36
μ <sub>al</sub>	-	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
Τόξο-επαφής Περιοχή 2	mm	11,03	11,03	11,03	11,03	11,03
Πλάτος φλάς	mm	6,8	6,8	6,5	6,4	6,4
ύψος φλάς	mm	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6



Πίνακας 10: Δεδομένα 2<sup>ου</sup> Πάσου - Συνέχεια

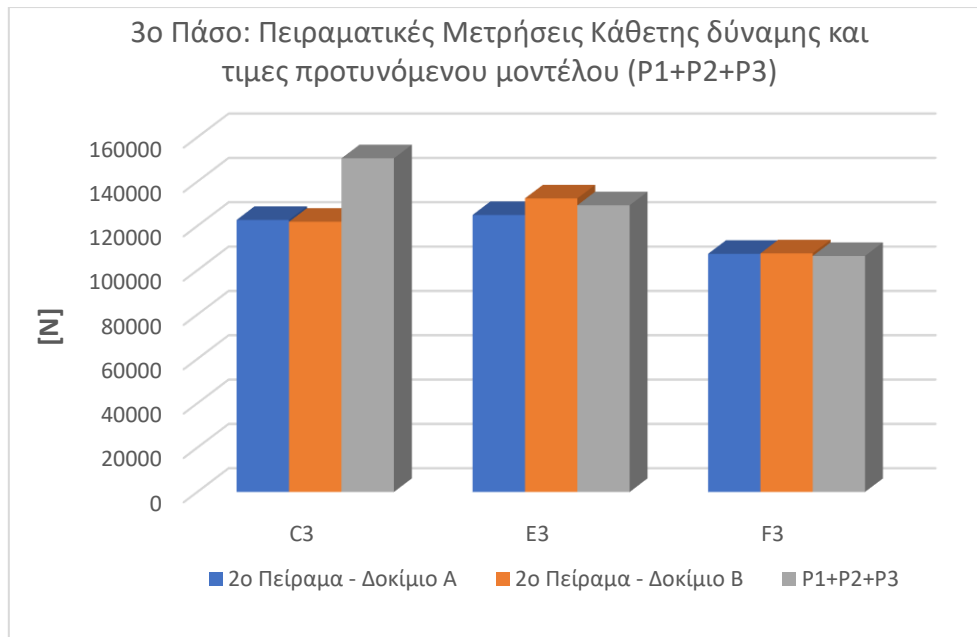
Πάσο 2ο	Μονάδες Μέτρησης	B2	C2	D2	E2	F2
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 1ο	N	121074	161014	138992	141240	119778
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 2ο	N	176069	159093	-	163633	142701
Αποτελέσματα συνολικής δύναμης μοντέλου (P1+P2+P3)	N	<b>173140</b>	<b>158333</b>	<b>141809</b>	<b>126924</b>	<b>118911</b>
Μέση απόκλιση	-	<b>16,5%</b>	<b>-1,1%</b>	<b>2,0%</b>	<b>-16,7%</b>	<b>-9,4%</b>
Αποτελέσματα δύναμης μοντέλου ράβδου (P2)	N	<b>94466</b>	<b>98032</b>	<b>104059</b>	<b>100961</b>	<b>96948</b>



Διάγραμμα 10: 2ο Πάσο: Πειραματικές μέσες τιμές κάθετης δύναμης και τιμές προτεινόμενου μοντέλου (P1+P2+P3)

Πίνακας 11: Δεδομένα 3<sup>ου</sup> Πάσου

Πάσο 3ο (2ο Πείραμα)	Μονάδες Μέτρησης	C3	E3	F3
ODmax (f)	mm	5,9	-	5,84
ODmin (f)	mm	5,05	-	5,2
ODav (f)	mm	5,475	-	5,52
IDmax (f)	mm	4,33	-	4,25
IDmin (f)	mm	4,28	-	4,09
IDav (f)	mm	4,305	-	4,17
Kal (για περιοχές 1,3)	MPa	184,6	-	-
Kcu (για περιοχές 1,3)	MPa	-	172,4	121,0
b <sub>cu</sub>	%	0,57	0,34	0,40
b <sub>al</sub>	%	0,43	0,66	0,60
K <sub>eq</sub>	MPa	70,2	128,5	110,8
μ <sub>cu</sub>	-	0,36	0,36	0,36
μ <sub>al</sub>	-	0,47	0,47	0,47
Τόξο-επαφής Περιοχή 2	mm	9,02	9,02	9,02
Πλάτος φλάς Περιοχές 1,3	mm	3,5	5	5
Ύψος φλάς Περιοχές 1,3	mm	0,6	0,6	0,6
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 2 <sup>ο</sup> - Δοκίμιο A	N	122729	124952	107440
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 2ο- Δοκίμιο B	N	121917	132442	107649
Αποτελέσματα συνολικής δύναμης μοντέλου (P1+P2+P3)	N	<b>150529</b>	<b>129345</b>	<b>106471</b>
Μέση απόκλιση	-	<b>23,1%</b>	<b>0,5%</b>	<b>-0,9%</b>
Αποτελέσματα δύναμης μοντέλου ράβδου (P2)	N	<b>91974</b>	<b>83560</b>	<b>80763</b>

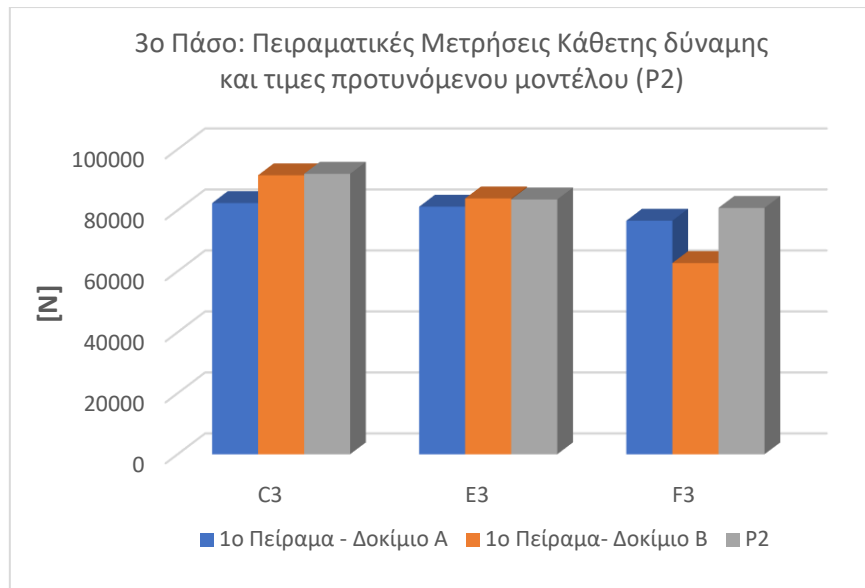


Διάγραμμα 11: 3ο Πάσο: Πειραματικές μέσες τιμές κάθετης δύναμης (2<sup>ο</sup> Πείραμα) και τιμές προτεινόμενου μοντέλου (P1+P2+P3)

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί στον παρακάτω πίνακα αλλά και της μέσης τιμής φορτίου του δοκιμίου B2 (βλέπετε Πίνακα 10), το 1<sup>ο</sup> πείραμα μας έδωσε κάποιες πολύ χαμηλότερες μετρήσεις. Αυτό οφείλεται και στις δύο περιπτώσεις στο ότι πριν την εισαγωγή των δοκιμίων στο επόμενο πάσο γινόταν κοπή του διαιρεθέντος υλικού (Περιοχές 1 και 3) και στη συνέχεια λείανση σε τροχό. Αυτό έδωσε στα εν λόγω δοκίμια μια διατομή οβάλ και όχι κυκλική. Αυτό μπορεί να διαπιστωθεί και από το παραχθέν πλάτος των περιοχών 1 και 3 που παρήχθησαν το οποίο ήταν τις τάξεις των 2,5-3mm, αρκετά μικρότερο από το αντίστοιχο πλάτος στο 2<sup>ο</sup> πείραμα. Λόγω αυτού και παρατηρώντας το Διάγραμμα 4. , θα μπορούσαμε καταχρηστικά να δούμε μια σύγκριση μόνο με έλαση κυκλικής διατομής (Περιοχή 2).

Πίνακας 12: Αποτελέσματα 3<sup>ου</sup> Πάσου για το 1<sup>ο</sup> Πείραμα

Πάσο 3ο (1ο Πείραμα)	Μονάδες Μέτρησης	C3	E3	F3
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 1ο - Δοκίμιο A	N	82367	81172	76588
Μέση πειραματική τιμή δύναμης Πείραμα 1ο - Δοκίμιο B	N	91484	83888	62702
Αποτελέσματα δύναμης μοντέλου ράβδου (P2)	N	<b>91974</b>	<b>83560</b>	<b>80763</b>
Μέση απόκλιση	-	<b>5,8%</b>	<b>1,2%</b>	<b>5,5%</b>



Διάγραμμα 12: 3ο Πάσο: Πειραματικές μέσες τιμές κάθετης δύναμης (1<sup>ο</sup> Πειράματος) και τιμές προτεινόμενου μοντέλου (P2)

## Κεφάλαιο 6<sup>ο</sup> : Παρατηρήσεις και Περεταίρω Έρευνα

Η παρούσα εργασία ανέπτυξε ένα αναλυτικό μοντέλο για την έλαση ράβδων και η πειραματική τεκμηρίωση έγινε με διμεταλλικά δοκίμια στα οποία εισέρχονται αρκετές παράμετροι που θα μπορούσαν να δώσουν μεγάλες αποκλίσεις σε σχέση με τους παραχθέντες υπολογισμούς. Παρά ταύτα, οι αποκλίσεις ήταν σχετικώς μικρές με το γεγονός αυτό να δίνει θετική χροιά σε προσπάθειες περεταίρω πειραματικής τεκμηρίωσης με άλλες συνθήκες και παραλλαγές της κατεργασίας της έλασης ράβδων. Δεδομένης μάλιστα και της ευελιξίας που προσφέρει παίρνοντας τροποποιήσεις στο εγκάρσιο μήκος τόξου επαφής ραούλων και δοκίμιου, είναι πολύ εύκολο να εφαρμοστεί σε έλαση με ποικίλες αλλαγές διατομής οβάλ-κυκλικές αλλά και άλλων με τόξα/ καμπύλες που μπορούν να περιγραφτούν με συνεχείς εξισώσεις. Ως προς τις διάφορες παραλλαγές της εν λόγω κατεργασίας είναι αξιοσημείωτη η ευκολία εφαρμογής του μοντέλου σε ελαστρά τριών ενεργών, αλλά και περισσότερων, ραούλων, σε συνθήκες συνεχούς έλασης αλλά και σε εν θερμώ συνθήκες κάνοντας τις ανάλογες τροποποιήσεις.

Πέραν της πειραματικής τεκμηρίωσης θα ήταν άξιο διερεύνησης, ο συνδυασμός της παρούσας εργασίας με υφιστάμενα μοντέλα πρόβλεψης διατομών εξόδου. Αυτό θα επέτρεπε τον σχεδιασμό νέων παραγωγικών διαδικασιών και βελτιστοποιήσεων χωρίς την ανάγκη δοκιμαστικής παραγωγής.

## Πηγές

- [1] Y. Lee, Rod and Bar Rolling - Theory and Applications, New York: Markel Dekker. Inc., 2004.
- [2] SMS-Group, 2022. [Ηλεκτρονικό]. Available: <https://www.sms-group.com/plants/bar-and-wire-rod-mills>.
- [3] Y. Lee, «An Analytical Study of Mean Roll Radius in Rod Rolling,» *ISIJ International*, τόμ. 41, pp. 1414-1416, 2001.
- [4] Y. Lee, «Analytic model for the prediction of mean effective strain in rolling process,» *Materials Processing Technology*, τόμ. 114, pp. 129-138, 2001.
- [5] Z. Wusatowski, Fundamentals of Rolling, Poland: Pergamon Press, 1969.
- [6] Y. K. Y.Lee, «Approximate analysis of roll force in round-oval-round pass rolling sequence,» *Materials Processing Technology*, τόμ. 113, pp. 124-130, 2001.
- [7] W. Roberts, Hot Rolling of Steel, New York: Marcel Dekker, 1983.
- [8] Y. F. H. Yu, «Application of mathematical modeling in two-stage rolling of hotrolled wire rods,» *Jurnal of Materials Processing Technology*, τόμ. 214, pp. 1962-1970, 2014.
- [9] H. M. M. D.R. Bland, «The calculation of Rolling Force and Torque in Cold Strip Rolling With Tensions,» *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, τόμ. 159, pp. 144-153, 1948.
- [10] S. Kalpakjian, Manufacturing processes for engineering materials, 2nd ed., Addison-Wesley, 1992.
- [11] Δ. Ε. Μανωλάκος, «<https://eclass.aspete.gr/modules/document/file.php/EML194/06-Rolling%20%28f%29.pdf>,» σε Σημειώσεις στο μάθημα "Κατεργασίες Διαμόρφωσης με Πλαστική Παραμόρφωση" - Έλαση, Ε.Μ.Π..
- [12] W. L. Roberts, Cold Rolling of Steel, New York: Marcel Dekker, 1978.
- [13] Σ. Μ. Μ. Ε. -. Website. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://mtl.mech.ntua.gr/equipment/>.
- [14] «Wikipedia,» [Ηλεκτρονικό]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Paraboloid>.
- [15] S. R. G. B. G. C. H.Gao, «Analysis of asymmetrical cold rolling with varying coefficients of friction,» *Journal of Materials Processing Technology*, τόμ. 124, pp. 178-182, 2002.

## Παράρτημα Α: Βήματα διαδικασίας έλασης δοκιμών

### Στάδιο 2<sup>ο</sup> : Προετοιμασία διάταξης

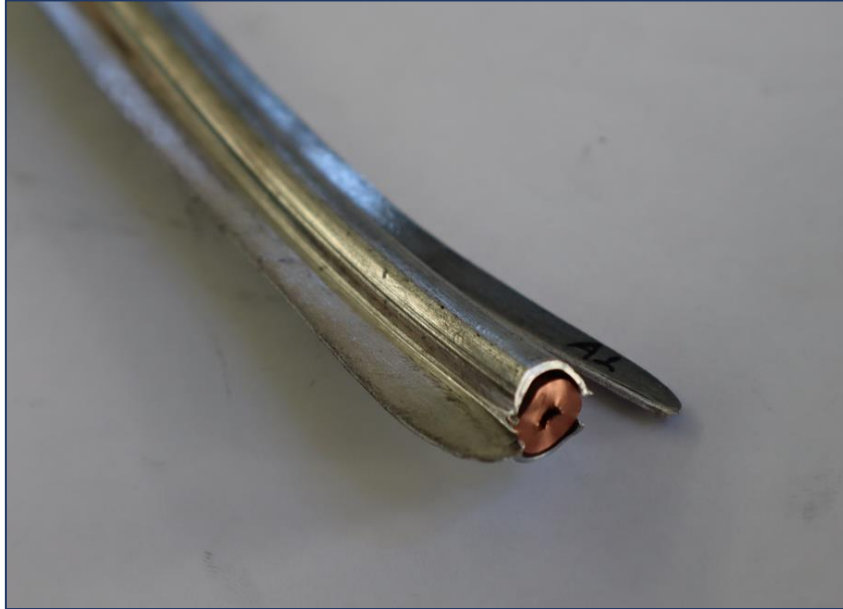
1. Έλεγχος διάταξης μετρητικών οργάνων (Δηλ. τα μετρητικά να βγάζουν σωστές τιμές ροπής και κάθετης δύναμης).
2. Έλεγχος δοκιμών και σωστής ονοματοδωσίας.

### Στάδιο 3<sup>ο</sup> : Διεξαγωγή Πειράματος

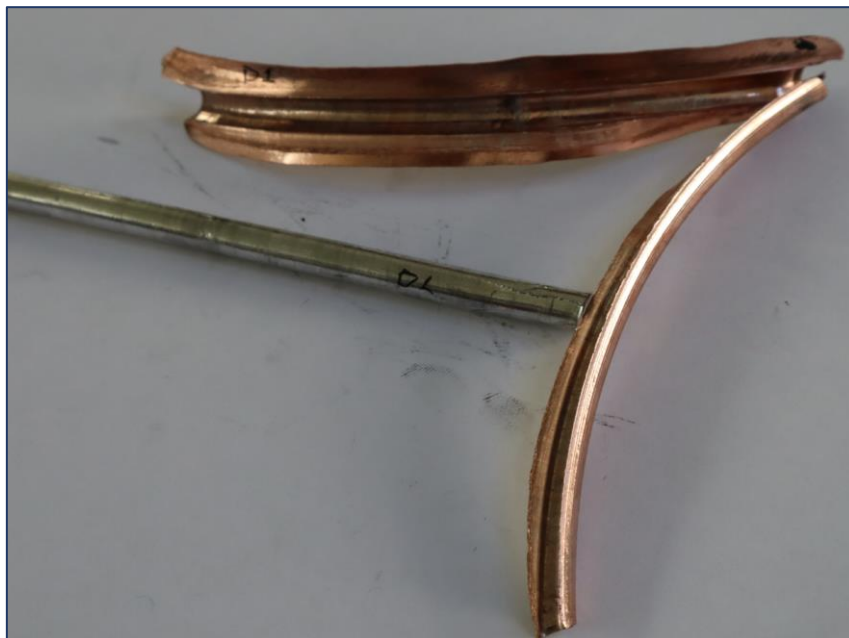
1. Φωτογράφιση Δοκιμών πριν την διεξαγωγή του 1<sup>ου</sup> περάσματος.
2. Μέτρηση Αρχικού Μήκους και καταγραφή στον πίνακα 2.
3. Μέτρηση Αρχικού βάρους και καταγραφή του στον πίνακα 3.
4. Μέτρηση Ηλεκτρικής Αγωγιμότητας\*.
5. **Πρώτο(1<sup>ο</sup>)** πέρασμα στο έλαστρο\*\* .
6. Αναγραφή του νέου κωδικού των δοκιμών (A1,B1,C1,D1,E1,F1).
7. Φωτογράφιση αποτελέσματος (να φαίνεται ο εκάστοτε κωδικός).
8. Κόψιμο του περισσεύον υλικού που διαχύθηκε από το διάκενο των δύο τυμπάνων του ελάστρου.  
*Προσοχή! Να αφαιρεθεί ένα μικρό περισσεύον κομμάτι κατά μήκος του δοκιμίου (δηλ. το τελικό αποτέλεσμα να έχει **οβάλ διατομή**).*
9. Λείανση όπου χρειάζεται, με διατήρηση όμως του οβάλ της διατομής.
10. Αποκοπή κομματιού μήκους 1cm (10mm) από το δοκίμιο.(μέτρηση 11mm με παχύμετρο και κόψιμο στον τροχό.)
11. Επισήμανση του μικρού κομματιού με τον κωδικό του, προσθέτοντας και ένα τόνο (για να ξεχωρίζει από το υπόλοιπο κομμάτι).
12. Μέτρηση του μήκους όλων των κομματιών που αποκόπηκαν και καταγραφή τους στον πίνακα 2. (μέτρηση με παχύμετρο).
13. Φωτογράφιση Δοκιμών πριν την διεξαγωγή του 2<sup>ου</sup> περάσματος.
14. Μέτρηση Αρχικού Μήκους και καταγραφή στον πίνακα 2.
15. Αποθήκευση των κομμένων κομματιών, του πρώτου περάσματος από έλαστρο, σε ένα σακουλάκι.
16. **Δεύτερο (2<sup>ο</sup>)** πέρασμα στο έλαστρο .
17. Αναγραφή του νέου κωδικού των δοκιμών (A2,B2,C2,D2,E2,F2).
18. Φωτογράφιση αποτελέσματος (να φαίνεται ο εκάστοτε κωδικός).

19. Κόψιμο του περισσεύον υλικού που διαχύθηκε από το διάκενο των δύο τυμπάνων του ελάστρου.  
*Προσοχή! Να αφαιρεθεί ένα μικρό περισσεύον κομμάτι κατά μήκος του δοκιμίου (δηλ. το τελικό αποτέλεσμα να έχει οβάλ διατομή).*
20. Λείανση όπου χρειάζεται, με διατήρηση όμως του οβάλ της διατομής.
21. Αποκοπή κομματιού μήκους 1cm (10mm) από το δοκίμιο.(μέτρηση 11mm με παχύμετρο και κόψιμο στον τροχό.)
22. Επισήμανση του μικρού κομματιού με τον κωδικό του, προσθέτοντας και ένα τόνο.
23. Μέτρηση του μήκους όλων των κομματιών που αποκόπηκαν και καταγραφή τους στον πίνακα 2. (μέτρηση με παχύμετρο).
24. Αποθήκευση των κομμένων κομματιών, του δεύτερου περάσματος από έλαστρο, σε ένα σακουλάκι.
25. Φωτογράφιση Δοκιμίων πριν την διεξαγωγή του 3<sup>ου</sup> περάσματος.
26. Μέτρηση Αρχικού Μήκους και καταγραφή στον πίνακα 2.
27. **Τρίτο (3<sup>ο</sup>)** πέρασμα στο έλαστρο .
28. Αναγραφή του νέου κωδικού των δοκιμίων (A3,B3,C3,D3,E3,F3).
29. Φωτογράφιση αποτελέσματος (να φαίνεται ο εκάστοτε κωδικός).
30. Κόψιμο του περισσεύον υλικού που διαχύθηκε από το διάκενο των δύο τυμπάνων του ελάστρου.  
*Προσοχή! Να αφαιρεθεί ένα μικρό περισσεύον κομμάτι κατά μήκος του δοκιμίου (δηλ. το τελικό αποτέλεσμα να έχει οβάλ διατομή).*
31. Τελική Λείανση όπου χρειάζεται, με διατήρηση όμως του οβάλ της διατομής.
32. Αποκοπή κομματιού μήκους 1cm (10mm) από το δοκίμιο.(μέτρηση 11mm με παχύμετρο και κόψιμο στον τροχό.)
33. Επισήμανση του μικρού κομματιού με τον κωδικό του, προσθέτοντας και ένα τόνο.
34. Μέτρηση του μήκους όλων των κομματιών που αποκόπηκαν και καταγραφή τους στον πίνακα 2. (μέτρηση με παχύμετρο).
35. Αποθήκευση των κομμένων κομματιών, του τρίτου περάσματος από έλαστρο, σε ένα σακουλάκι.
36. Φωτογράφιση των δοκιμίων στην τελική τους μορφή.
37. Αποθήκευση των τελικών δοκιμίων.

Παράρτημα Β: Αστοχίες δοκιμών πειράματος κατά την κατεργασία της έλασης

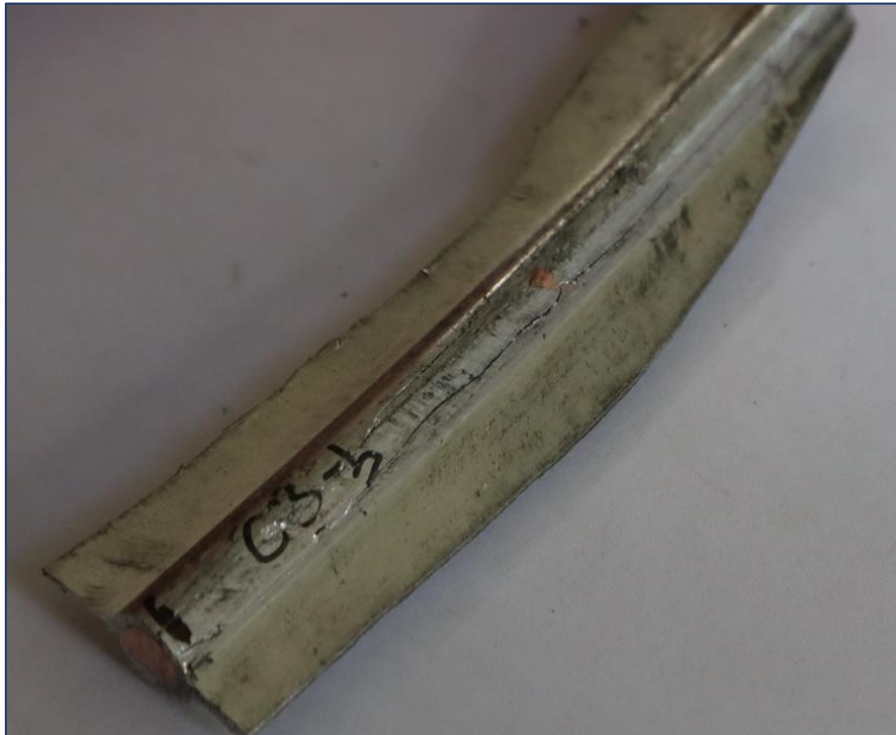


Εικόνα 23: Αστοχία δοκιμίου A1 2<sup>ου</sup> Πειράματος



Εικόνα 24: Αστοχία δοκιμίου D1 2<sup>ου</sup> Πειράματος





Εικόνα 25: Αστοχία δοκιμίου C3-b 2<sup>ου</sup> Πειράματος



Εικόνα 26: Αστοχία δοκιμίου E3-a 2<sup>ου</sup> Πειράματος

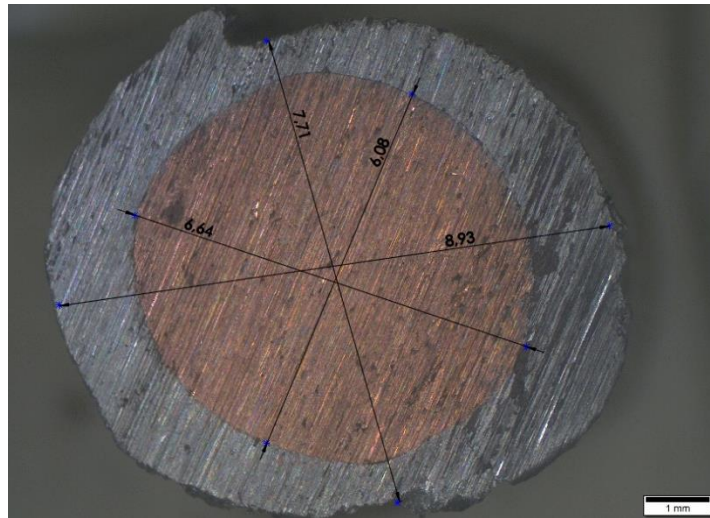


Εικόνα 27: Αστοχία δοκιμίου E3-a 2<sup>ου</sup> Πειράματος

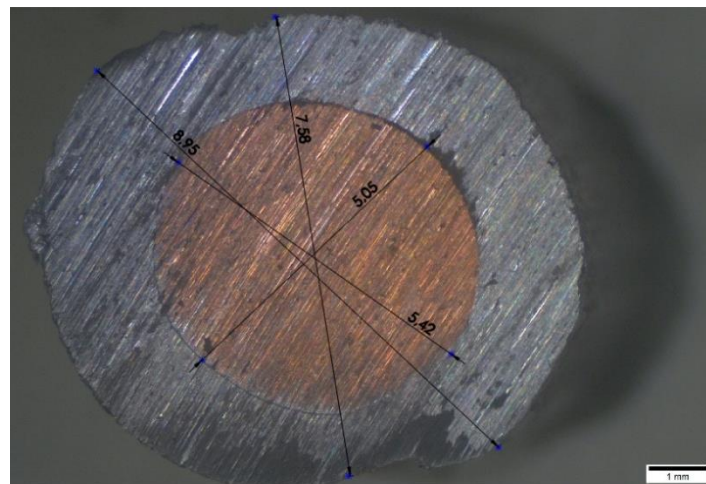


Εικόνα 28: Αστοχία δοκιμίου E3-b 2<sup>ου</sup> Πειράματος

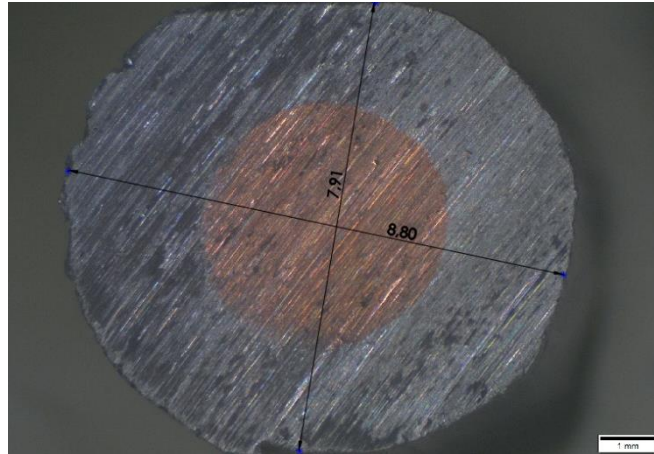
Παράρτημα Γ: Διαστατικές μετρήσεις διατομών μετά από κάθε πάσο



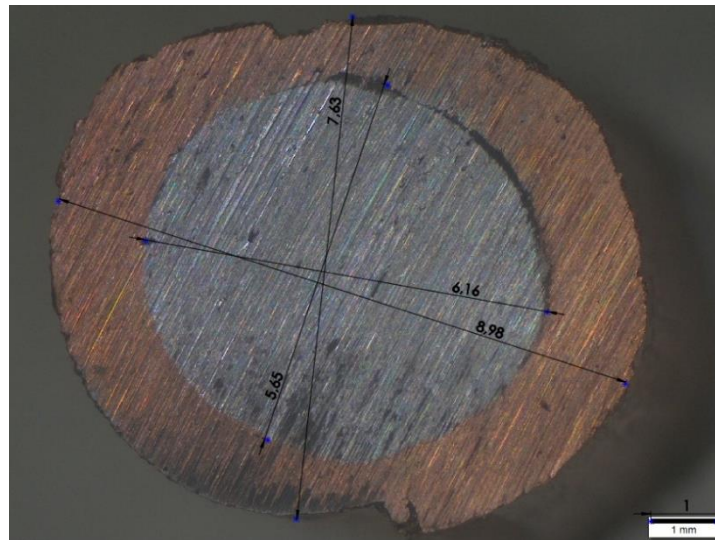
Εικόνα 29: Δοκίμιο A1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



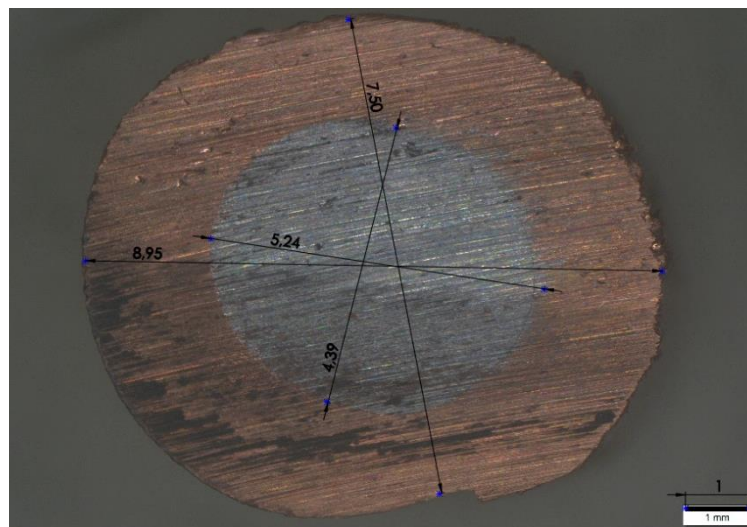
Εικόνα 30: Δοκίμιο B1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



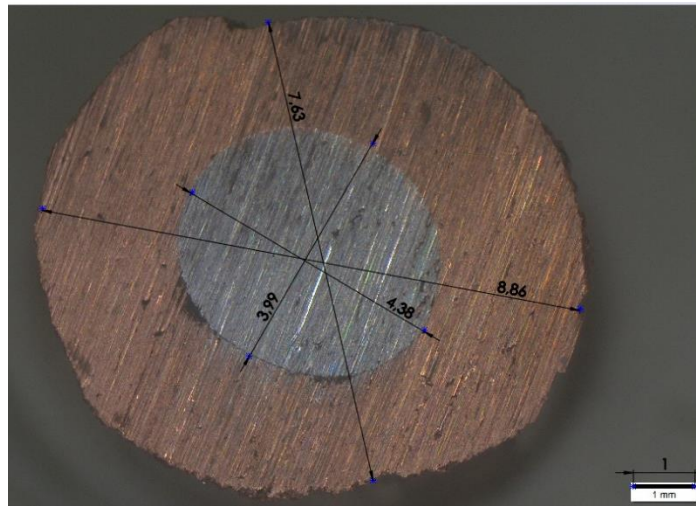
Εικόνα 31: Δοκίμιο C1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



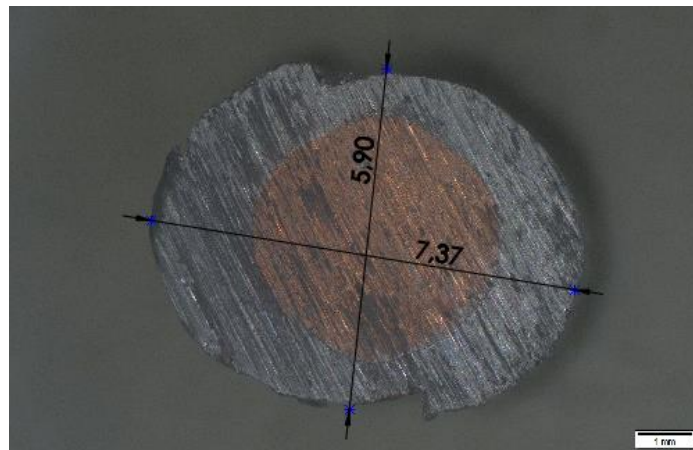
Εικόνα 32: Δοκίμιο D1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



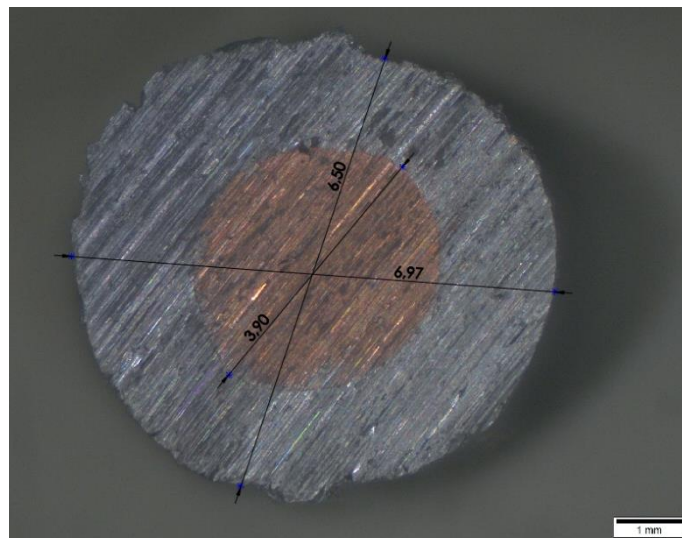
Εικόνα 33: Δοκίμιο E1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



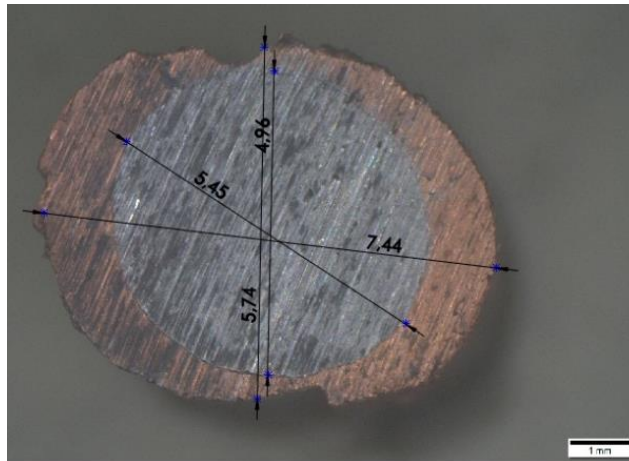
Εικόνα 34: Δοκίμιο F1 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 1<sup>ο</sup> Πάσο



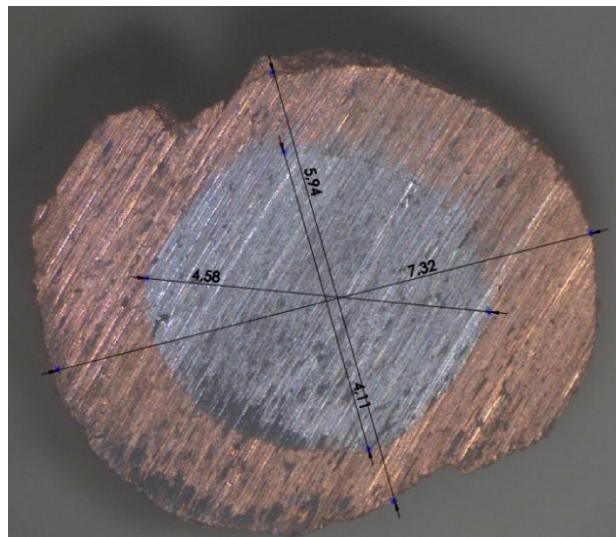
Εικόνα 35: Δοκίμιο B2 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



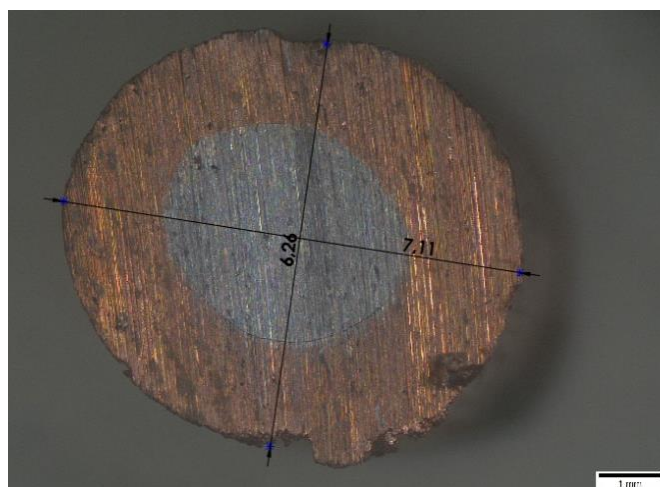
Εικόνα 36: Δοκίμιο C2 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



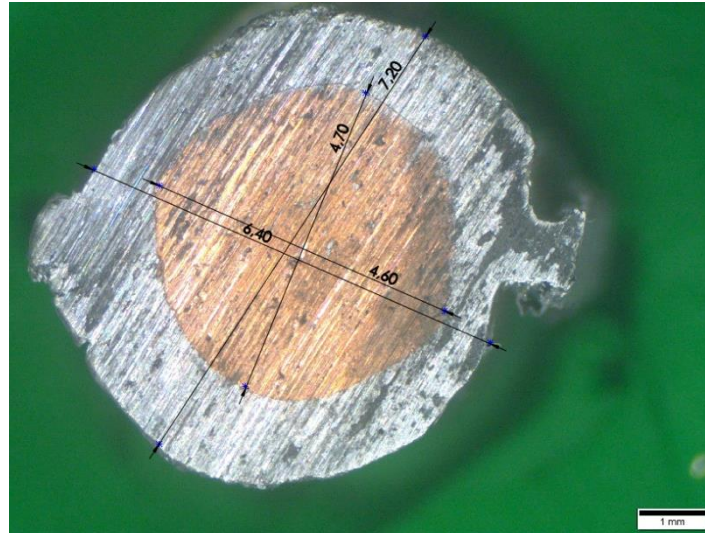
Εικόνα 37: Δοκίμιο D2 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



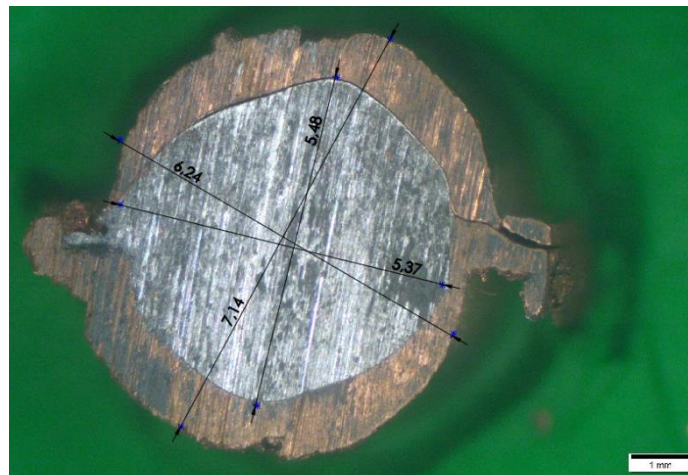
Εικόνα 38: Δοκίμιο E2 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



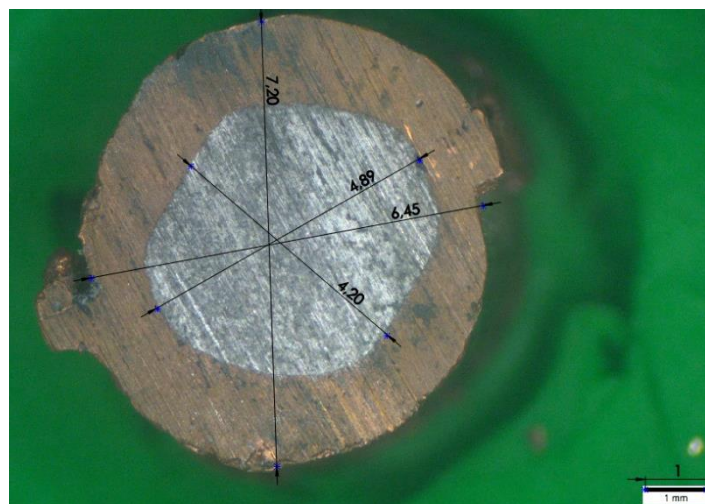
Εικόνα 39: Δοκίμιο F2 -1<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



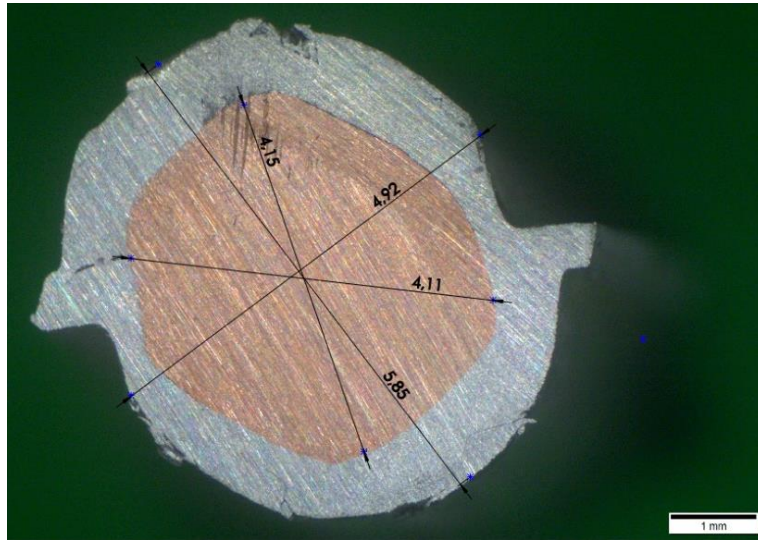
Εικόνα 40: Δοκίμιο C2 -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



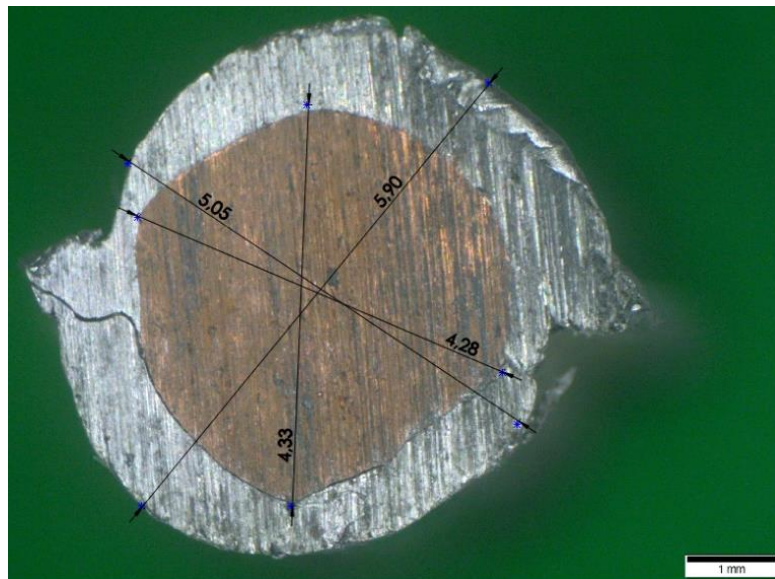
Εικόνα 41: Δοκίμιο E2 -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο



Εικόνα 42: Δοκίμιο F2 -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 2<sup>ο</sup> Πάσο

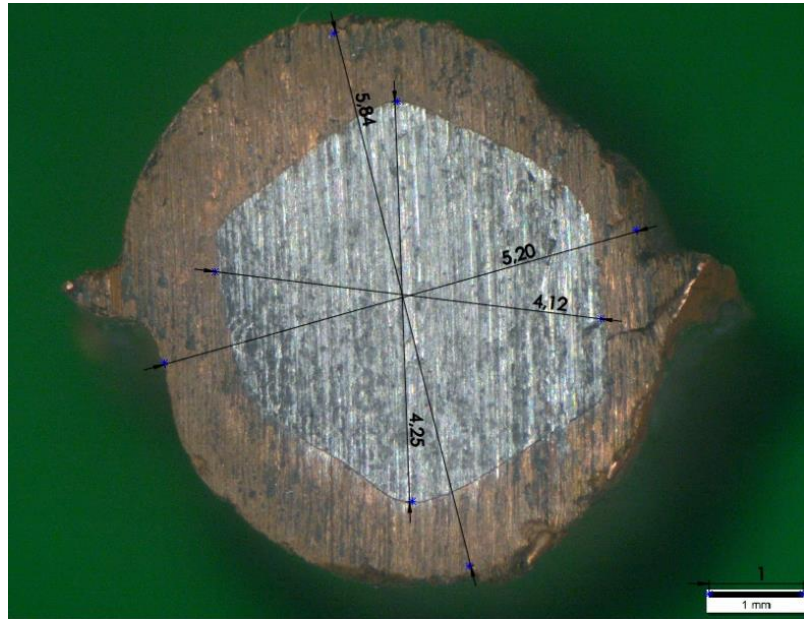


Εικόνα 43: Δοκίμιο C3-a -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 3<sup>ο</sup> Πάσο

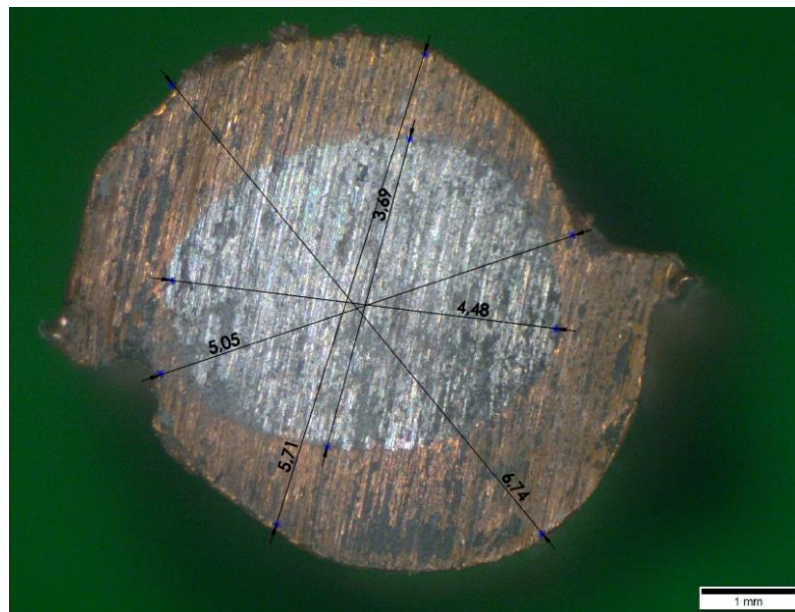


Εικόνα 44: Δοκίμιο C3-b -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 3<sup>ο</sup> Πάσο





Εικόνα 45: Δοκίμιο F3-a -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 3<sup>ο</sup> Πάσο



Εικόνα 46: Δοκίμιο F3-b -2<sup>ου</sup> Πειράματος μετά το 3<sup>ο</sup> Πάσο

Παράρτημα Δ: Μαθηματικές σχέσεις.

$$\bullet \int \frac{a\varphi}{b+a\varphi^2} d\varphi = \frac{1}{2} \log(b + a\varphi^2) + c$$

$$\bullet \int \frac{\sin(\varphi) - a \cdot \cos(\varphi)}{\cos(\varphi) + a \cdot \sin(\varphi)} d\varphi = -\log(a \cdot \sin(\varphi) + \cos(\varphi)) + c$$

$$\bullet \int \frac{a \cdot \cos(\varphi)}{b - c \cos(\varphi)^2} d\varphi = \frac{a \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{c} \sin(\varphi)}{\sqrt{b-c}}\right)}{\sqrt{c} \sqrt{b-c}} + C$$

$$\bullet \int \frac{a \cdot \cos(\varphi)}{b - c \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2} d\varphi = \frac{2a \left( \frac{(c-2b) \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{b} \sin(\varphi)}{\sqrt{b-c}}\right)}{\sqrt{b} \sqrt{b-c}} + \varphi \right)}{c} + C$$