

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

**Ανάπτυξη και Εφαρμογή Μεθόδου Δίσκου Ορμής και
Φέρουσας Γραμμής σε Eulerian Επιλυτή για την
Προσομοίωση Ναυτικών Ελίκων.**

Ευσταθιάδης Βασίλειος Χρήστος

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα

ΝΑΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ

Γεώργιος Παπαδάκης Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούλιος 2022

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF
ATHENS



LABORATORY OF SHIP AND MARINE
HYDRODYNAMICS

Master Thesis

**Development and Implementation of an Actuator
Disk and Lifting Line Method Coupled with an
Eulerian Solver for Hydrodynamic Simulation of
Marine Propellers**

Efstathiadis Vasileios Christos

Supervised by

George Papadakis

Athens, July 2022

Περίληψη

Στη υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD), πραγματοποιούνται υδροδυναμικές αναλύσεις για τον υπολογισμό των ροϊκών ποσοτήτων και κατ' επέκταση των υδροδυναμικών δυνάμεων που αναπτύσσονται σε μια έλικα κατά την αλληλεπίδραση της με την γάστρα του πλοίου. Η πιο συνήθης πρακτική, για την εύρεση των δυνάμεων είναι η υπολογιστική επίλυση των μην μόνιμων χρονικά μέσων Reynolds Navier - Stokes εξισώσεων (URANS). Ωστόσο, η σωστή χωρική διακριτοποίηση των επιμέρους στερεών συνόρων αυξάνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Εναλλακτικά, συχνά επιλέγεται η σύζευξη των (URANS) με απλοποιημένες αριθμητικές μεθόδους, όπου για την ροή γύρω από την γάστρα του πλοίου χρησιμοποιείται η URANS μεθοδολογία, ενώ για τη ροή γύρω από την έλικα χρησιμοποιούνται μη συνεκτικοί επιλυτές. Προς αυτή την κατεύθυνση, η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη δύο υβριδικών αριθμητικών μεθόδων οι οποίες θα προσομοιώνουν την υδροδυναμική συμπεριφορά μιας ναυτικής έλικας σε συνθήκες ελεύθερης ροής απουσία στερεών συνόρων. Αναλυτικότερα, αναπτύσσεται μια μέθοδος Δίσκου Ορμής η οποία στηρίζεται στην έρευνα του Goldstein (1929) για βέλτιστες κατανομές κυκλοφορίας και μια μέθοδος Φέρουσας Γραμμής η οποία βασίζεται στη συνθήκη καθετότητας του Betz (1919), στην θεωρία πεταλοειδών δινών καθώς και στις προσεγγιστικές λύσεις κλειστής μορφής του Wrench (1957). Η σύζευξη των δύο μεθόδων με τον ασυμπέστο Eulerian Επιλυτή (MaPFlow), επιτυγχάνεται προσθέτοντας μια εξωτερική δύναμη όγκου στις εξισώσεις ορμής. Για την προβολή των δυνάμεων στο πλέγμα η μέθοδος του Δίσκου Ορμής χρησιμοποιεί ομοιόμορφες ογκομετρικές δυνάμεις, ενώ η μέθοδος της Φέρουσας Γραμμής χρησιμοποιεί κατανομές Gauss ή έναν Δίσκο Ορμής ως διεπιφάνεια με τα υπολογιστικά κελιά. Σε πρωταρχικό στάδιο αξιολογείται η ικανότητα πρόλεξης της Φέρουσας Γραμμής, η πιστοποίηση της οποίας περιλαμβάνει συγκρίσεις με πειραματικά δεδομένα για τρεις ναυτικές έλικες. Στη συνέχεια, ακολουθεί η πιστοποίηση των δύο υβριδικών μεθόδων όπου παρουσιάζονται και αξιολογούνται τα αξονικά επαγόμενα πεδία ταχύτητας. Προκειμένου να εξακριβωθεί η ικανότητα πρόλεξης τους, μοντελοποιείται ένα πτερύγιο της πλήρως ορισμένης έλικας KVLCCKP458 με χρήση περιοδικών συνθηκών. Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις που λαμβάνουν χώρα αφορούν μια πληθώρα συντελεστών προχώρησης για όλα τα εύρη φόρτισης σε συνθήκες μόνιμης και μη μόνιμης ροής. Σχετικά με την Φέρουσα Γραμμή ως ξεχωριστό αριθμητικό εργαλείο, οι εκτιμήσεις των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών προσεγγίζουν με ικανοποιητική συμφωνία τα πειραματικά δεδομένα για όλες τις ναυτικές έλικες, Ολοκληρώνοντας, αναφορικά με την αξιολόγηση των υβριδικών μεθόδων, αποδεικνύεται η ικανότητα τους να παρέχουν μια γρήγορη και ικανοποιητική εκτίμηση των επαγόμενων πεδίων ταχύτητας μειώνοντας σημαντικά την απαιτούμενη υπολογιστική ισχύ.

Abstract

In computational fluid dynamics (CFD), hydrodynamic simulations are performed to investigate the inflow characteristics hence the hydrodynamic forces developed on marine propeller surfaces during its interaction with the ship's hull. The most common practice for determining these forces is to solve the Unsteady Reynolds Averaged Navier - Stokes equations (URANS). However, sufficient spatial discretization of individual solid boundaries significantly increases computational costs. Alternatively, the coupling of (URANS) with simplified numerical methods is often adopted, where the URANS methodology is used to simulate the flow around the hull of the ship, while inviscid solvers are used for the flow around the propeller. Under the same scope, the present thesis aims to develop two hybrid numerical methods capable of simulating the hydrodynamic behaviour of a marine propeller in open water conditions and in the absence of solid boundaries. Particularly, an Actuator Disk method is developed based on Goldstein's research (1929) for Optimum circulation distributions and a Lifting Line method based on Betz's condition of normality (1919), horseshoe vortex theory as well as Wrench's closed-form approximations (1957). The coupling of the two methods with the incompressible Eulerian Solver (MaPFlow) is achieved by integrating source terms to the momentum equations. The Actuator Disk method uses uniform volumetric forces to project the forces onto the grid, while the Lifting Line method uses Gaussian distributions or an Actuator Disk as an interface with the computational cells. Firstly, the validation of the Lifting Line Method is evaluated through the comparison of the numerical findings with experimental data for three marine propellers. Afterwards, the axial induced velocity fields are examined to verify the two numerical approaches. In order to validate their prediction capability, one blade passage of the fully resolved KVLCC KP458 propeller is modelled using periodic boundary conditions. The computational simulations that take place concern a plethora of advance coefficients for all ranges of loading both in steady and unsteady flow conditions. As to the LL, as an isolated numerical tool, it is deemed successful in the estimation of the hydrodynamic characteristics with a satisfactory agreement of the experimental data for all test cases. All in all, regarding the evaluation of hybrid methods, the ability of the implemented numerical methods to provide a fast and satisfactory estimation of the induced velocity fields is demonstrated, significantly reducing the required computational cost.

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας δεν θα είχε επιτευχθεί χωρίς την συμβολή ορισμένων ανθρώπων.

Αρχικά, Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επίκουρο καθηγητή Κ. Γ Παπαδάκη για την άριστη συνεργασία μας, την καθοδήγηση του, καθώς και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση του θέματος. Η πόρτα του γραφείου του Κ. Παπαδάκη ήταν πάντα ανοιχτή κάθε φορά που αντιμετώπισα ένα πρόβλημα ή είχα κάποια απορία σχετικά με την εκπόνηση της εργασίας.

Συνεχίζοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω ειλικρινά τον υποψήφιο διδάκτωρ Δ. Ντούρα, για την πολύτιμη και διαρκή υποστήριξή του.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω το Γ. Αναστασόπουλο, για το δημιουργικό χρόνο που μοιραστήκαμε και τις εποικοδομητικές συζητήσεις που ανταλλάξαμε κατά την εκπόνηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα από τα βάθη της καρδιάς μου να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την ηθική ψυχολογική και υλική υποστήριξη που μου παρέχουν όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή	1
1.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση στην Υπολογιστική Υδροδυναμική	1
1.2 Σκοπός της Εργασίας	4
1.3 Διάρθρωση Εργασίας	5
2 MaPFlow	6
2.1 Διέπουσες Εξισώσεις της Ρευστομηχανικής	6
2.1.1 Ισοζύγιο Μάζας και Ορμής	6
2.1.2 Μέθοδος Τεχνητής Συμπιεστότητας	6
2.1.3 Παραγωγή Συντηρητικής Μορφής	7
2.1.4 Περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς	9
2.2 Χωρική Διακριτοποίηση	9
2.2.1 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων	9
2.2.2 Ανακατασκευή Μεταβλητών	10
2.2.3 Όροι Συναγωγής	11
2.2.4 Όροι Συνεκτικότητας	13
2.3 Χρονική Διακριτοποίηση	13
2.4 Μοντελοποίηση Τύρβης	14
3 Ναυτικές Έλικες	17
3.1 Χαρακτηριστικά Ναυτικής Έλικας	17
3.2 Θεωρία Δίσκου Ορμής	18
3.3 Θεωρία Φέρουσας Γραμμής για ναυτικές έλικες	24
3.4 Προσδιορισμός Υδροδυναμικής Γωνίας Ομόρρου β_w	28
4 Αριθμητικές Μέθοδοι	29
4.1 Μέθοδος Δίσκου Ορμής	29
4.1.1 Σύζευξη με Υπολογιστικό Κώδικα Ρευστοδυναμικής (MaPFlow)	31
4.2 Μέθοδος Φέρουσας Γραμμής	31
4.2.1 Πιστοποίηση της Φέρουσας Γραμμής	38
4.2.2 Σύζευξη με Υπολογιστικό Κώδικα Ρευστοδυναμικής (MaPFlow)	45
5 Υπολογιστική Μοντελοποίηση KVLCC KP458	48
5.1 Μοντελοποίηση Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας	49
5.1.1 Ορισμός Προβλήματος Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας	49
5.1.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας	50
5.1.3 Αποτελέσματα Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας	51

5.2 Μοντελοποίηση Δίσκου Ορμής	57
5.2.1 Ορισμός Προβλήματος Δίσκου Ορμής	57
5.2.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Δίσκου Όρμης	58
5.2.3 Αποτελέσματα Δίσκου Ορμής.....	59
5.3 Μοντελοποίηση Φέρουσας Γραμμής	63
5.3.1 Ορισμός Προβλήματος Φέρουσας Γραμμής	63
5.3.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Φέρουσας Γραμμής	64
5.3.3 Αποτελέσματα Φέρουσας Γραμμής	66
5.4 Μοντελοποίηση Φέρουσας Γραμμής ως Δίσκος Ορμής.....	72
5.4.1 Ορισμός Προβλήματος – Κατασκευή Υπολογιστικού Πλέγματος	73
5.4.2 Αποτελέσματα Φέρουσας Γραμμής ως Δίσκος Ορμής	73
5.5 Συγκριτική Αξιολόγηση των Αριθμητικών Μεθόδων	75
6 Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	81
6.1 Συμπεράσματα	81
6.2 Μελλοντική Έρευνα.....	83
Βιβλιογραφία	84

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.1. Ανακατασκευή Μεταβλητών στην επιφάνεια f	11
Σχήμα 3 1. Όγκος ελέγχου για τον υπολογισμό του δίσκου ορμής. [33].....	20
Σχήμα 3.2. Αποτελέσματα αριθμητικού υπολογισμού ακτίνας του ομόρρου και του πεδίου ταχύτητας στο επίπεδο του δίσκου και αρκετά κατάντι αυτού.[33]	22
Σχήμα 3.3. Η ακτίνα του ομόρου συναρτήσσει του συντελεστή ώσης.[32].....	22
Σχήμα 3.4. Όγκος ελέγχου για ενεργειακό ισοζύγιο δίσκου ορμής.[33]	23
Σχήμα 3.5. Διάγραμμα ταχύτητας και δύναμης σε συγκεκριμένη ακτινική θέση μιας φέρουσας γραμμής.[33]	24
Σχήμα 3.6. Επαγόμενες ταχύτητες σε ακτινική θέση r_c της φέρουσας γραμμής, λόγω ενός συνόλου ημι-άπειρων ελικοειδών στροβίλων που απορρίπτονται σε θέση $r_v = 1$. ($Z = 5$, $\beta_w = 10, 20, 30, 40, 50, 60^\circ$). [33].....	27
Σχήμα 4.1. Πτερύγιο έλικας με συνημιτονοειδή στοιχεία στροβιλότητας και σημεία ελέγχου. [12].....	32
Σχήμα 4.2. Απεικόνιση της εικόνας μιας δισδιάστατης σημειακής στροβιλότητας σε κύκλο ακτίνας r_h . [33]	34
Σχήμα 4.3. Στροβιλότητα που απορρίπτεται κατάντι της πλήμνης.[33].....	36
Σχήμα 4.4. Ισομετρικές όψεις της DTMB P4119.	39
Σχήμα 4.5. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Έλικα DTMB P4119.	40
Σχήμα 4.6. Ισομετρικές όψεις της KVLCC KP458.	41
Σχήμα 4.7. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Έλικα KVLCC KP458.	42
Σχήμα 4.8. Ισομετρικές όψεις της KCS KP505.	43
Σχήμα 4.9. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Ναυτική Έλικα KCS KP505.....	44
Σχήμα 4.10. Διάγραμμα δύναμης – ταχυτήτων σε υδροτομή ναυτικής έλικας.	45
Σχήμα 5.1. Ισομετρική όψη της KVLCC KP458.....	48
Σχήμα 5.2. Υπολογιστικό χωρίο της KVLCC KP458.	49
Σχήμα 5.3. Υπολογιστικό πλέγμα της KVLCC KP458.	50
Σχήμα 5.4. Κατασκευή οριακού στρώματος.....	51
Σχήμα 5.5. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ MaPFlow με τα αντίστοιχα πειραματικά	52
Σχήμα 5.6. Πλευρά αναρρόφησης (αριστερά)-Πλευρά πίεσης (δεξιά).	54
Σχήμα 5.7. Αξονική επαγόμενη ταχύτητα πλήρως ορισμένης έλικας	55
Σχήμα 5.8. Πλήρως ορισμένη έλικα - Οπτικοποίηση δινών για κριτήριο $Q=100$ ($J=0.55$).	56
Σχήμα 5.9. Υπολογιστικό χωρίο Δίσκου Ορμής.....	57
Σχήμα 5.10. Υπολογιστικό πλέγμα Δίσκου Ορμής.....	58
Σχήμα 5.11. Αξονική ταχύτητα στο Δίσκο Ορμής.	59
Σχήμα 5.12. Ομόρρους Δίσκου Ορμής	60
Σχήμα 5.13. Ροϊκες γραμμές στον ομόρρου του Δίσκου Ορμής ($J=0.55$).	61
Σχήμα 5.14. Μέτρο δύναμης όγκου στον Δίσκο Ορμής ($J=0.55$).....	62

Σχήμα 5.15. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας.....	62
Σχήμα 5.16. Υπολογιστικό χωρίο Φέρουσας Γραμμής.	63
Σχήμα 5.17. Υπολογιστικό πλέγμα Φέρουσας Γραμμής.	64
Σχήμα 5.18. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Υβριδικής Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά.....	68
Σχήμα 5.19. Ομόρρους Φέρουσας Γραμμής.....	69
Σχήμα 5.20. Φέρουσα Γραμμή - Οπτικοποίηση δινών για κριτήριο $Q=100$ ($J=0.55$).	70
Σχήμα 5.21. Μη Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$	70
Σχήμα 5.22. Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $2\Delta x$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$	71
Σχήμα 5.23. Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c]$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$	71
Σχήμα 5.24. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας – Σύγκριση Κατανομών.....	72
Σχήμα 5.25. Κατανομή του μέτρου της δύναμης όγκου στον Δίσκο Ορμής.....	73
Σχήμα 5.26. Ομόρρους Φέρουσας Γραμμής-Δίσκου Ορμής.....	74
Σχήμα 5.27. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας.	75
Σχήμα 5.28. Κατανομή αξονικής ταχύτητας για $x=\pm 2R$ στο 75% του πτερυγίου.....	77
Σχήμα 5.29. Ακτινική κατανομή της αξονική ταχύτητας για $x=0.1R$ κατάντι της έλικας	78
Σχήμα 5.30. Ακτινική κατανομή της αξονική ταχύτητας για $x=2R$ κατάντι της έλικας..	79
Σχήμα 5.31. Χωροχρονική εξέλιξη του ομόρρου κατάντι της έλικας.	80

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά DTMB P4119	39
Πίνακας 4.2 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής DTMB P4119	40
Πίνακας 4.3 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KVLCC KP458	41
Πίνακας 4.4 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Έλικας KVLCC KP458.....	42
Πίνακας 4.7 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KCS KP505	43
Πίνακας 4.8 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Έλικας KCS KP505	44
Πίνακας 5.1 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KVLCC KP458.	48
Πίνακας 5.2 : Συνοριακές συνθήκες για την ανάλυση της έλικας KVLCC KP458. ..	50
Πίνακας 5.3 : Ανεξαρτησία Πλέγματος ($J=0.55$)	51
Πίνακας 5.4 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Πλήρως Ορισμένης Έλικας	52
Πίνακας 5.5 : Συνοριακές συνθήκες Δίσκου Ορμής.....	57
Πίνακας 5.6 : Ανεξαρτησία Πλέγματος Δίσκου Ορμής ($J=0.55$).....	58
Πίνακας 5.7 : Συνοριακές Συνθήκες.	63
Πίνακας 5.8 : Ανεξαρτησία Πλέγματος Φέρουσας Γραμμής ($J=0.55$).....	65
Πίνακας 5.9 : Ανεξαρτησία σημείων ελέγχου ($J=0.55$).....	65
Πίνακας 5.10 : Ανεξαρτησία χρονικού βήματος ($J=0.55$).....	66
Πίνακας 5.11 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Μη Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$	67
Πίνακας 5.12 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $2\Delta x$	67
Πίνακας 5.13 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c]$	67

1 Εισαγωγή

1.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση στην Υπολογιστική Υδροδυναμική

Στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική, ίσως ένα από τα πιο απαιτητικά αντικείμενα μελέτης είναι η σχεδιαστική ανάλυση και κατανόηση της υδροδυναμικής συμπεριφοράς των ναυτικών ελίκων είτε κατά την λειτουργία τους σε πειραματικές δεξαμενές (Συνθήκες Ελεύθερης ροής) είτε κατά την αλληλεπίδραση του με την γάστρα του πλοίου (Αυτοπροωθούμενο Πλοίο). Για το σκοπό αυτό, έχουν επινοήσει πολυάριθμα αριθμητικά εργαλεία καθένα από τα οποία συνεισφέρει καλύτερα σε ένα συγκεκριμένο στάδιο σχεδιασμού ή ανάλυσης μίας ναυτικής έλικας. Τα σημαντικότερα εκ των οποίων είναι οι μέθοδοι Συστηματικών Σειρών, οι μέθοδοι Στοιχείων Πτερυγίου και Ορμής (BEMt), οι μέθοδοι Φέρουσας Γραμμής (LL) και Φέρουσας Επιφάνειας (LS), οι μέθοδοι Συνοριακών Στοιχείων (BEM) και τέλος οι Eulerian επιλυτές – μέθοδοι υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD).

Συστηματικές Σειρές

Αρχίζοντας την περιγραφή των μεθόδων με την προσέγγιση των Συστηματικών Σειρών, η πρώτη τους χρήση πραγματοποιήθηκε το 1850. Έκτοτε πολλές τυπικές σειρές έχουν δοκιμαστεί σε διάφορα εργαστήρια ανά τον κόσμο με απώτερο στόχο να παρέχουν μια βάση δεδομένων που θα βοηθήσει τον ναυπηγό μηχανικό να κατανοήσει τους παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση μιας ναυτικής έλικας. Ουσιαστικά από αυτή τη βάση δεδομένων, έχει δημιουργηθεί μια πληθώρα διαγραμμάτων με όλες τις πληροφορίες που χρειάζονται για την επιλογή των σημαντικότερων των παραμέτρων μιας έλικας που θα ικανοποιούν τις ανάγκες του εκάστοτε υπό μελέτη πλοίου. Ορισμένες από τις σημαντικότερες συστηματικές σειρές είναι οι Wageningen B-Screw, η ιαπωνική AU, η Gawn, η KCA, η Lindgen (Ma) και η Newton-Rader [1]. Η σχεδιαστική ανάλυση ελίκων με χρήση συστηματικών σειρών, αποτελεί μια αρκετά γρήγορη και απλή μεθοδολογία που εξακολουθεί ακόμα και σήμερα να χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό.

Δίσκος Ορμής

Συνεχίζοντας, με τις μεθόδους που βασίζονται στο ισοζύγιο ορμής. Η απλούστερη δυνατή εξιδανίκευση μιας ναυτικής έλικας είναι η αντικατάσταση της γεωμετρίας της με ένα Δίσκο Ορμής ίδιας διαμέτρου και αμελητέου πάχους. Η ύπαρξη του Δίσκου Ορμής μέσα σε ροϊκό σωλήνα προκαλεί ένα στιγμιαίο άλμα σταθερής πίεσης Δp στην ροή το οποίο μέσω της εξίσωσης Bernoulli διαταράσσει το επαγόμενο πεδίο ταχύτητας. Η αναπτυσσόμενη ώση, η απορροφούμενη ροπή και η παραγόμενη ισχύς οφείλονται στην μεταβολή του πεδίου ταχύτητας ανάντι και κατάντι του δίσκου [1]. Μολονότι οι μέθοδοι του Δίσκου Ορμής μπορούν να εκτιμήσουν τον ιδανικό βαθμό απόδοσης μιας ναυτικής έλικας καθώς και τα επαγόμενα πεδία ταχύτητας, λόγω των αρχικών

παραδοχών τους αδυνατούν να υπολογίσουν την στοιχειώδη ώση και ροπή κατά μήκος του πτερυγίου. Ως επακόλουθο, τις περισσότερες φορές χρησιμοποιούνται ως διεπιφάνεια μεταξύ συνεκτικών και μη συνεκτικών μεθόδων για να μεταφέρουν τις προκύπτουσες δυνάμεις όγκου στο υπολογιστικό πλέγμα [2], [3].

Μέθοδος Στοιχείων Πτερυγίου

Αναφορικά με τις μεθόδους Στοιχείων Πτερυγίου, τα πτερύγια της έλικας διακριτοποιούνται σε ένα πεπερασμένο αριθμό στοιχειωδών λωρίδων, οι οποίες στη συνέχεια αντιμετωπίζονται ως υδροτομές που υπόκεινται σε μια σχετική ταχύτητα πρόσπτωσης λόγω περιστροφικής και μεταφορικής κίνησης. Η διαφορά μεταξύ της επαγόμενης υδροδυναμικής γωνίας και της γωνίας βήματος του πτερυγίου δημιουργούν μια αποτελεσματική γωνία πρόσπτωσης, επομένως, κάθε διακριτοποιημένη λωρίδα, υφίσταται δυνάμεις άνωσης και αντίστασης. Η συγκεκριμένη αριθμητική προσέγγιση επιτρέπει τον υπολογισμό της στοιχειώδης ώσης και ροπής, εφόσον είναι διαθέσιμα τα διαστάσιμα χαρακτηριστικά της υδροτομής (συντελεστής άνωσης, συντελεστής αντίστασης). Οι μέθοδοι Στοιχείων Πτερυγίου έφεραν μεγάλη πρόοδο στον σχεδιασμό των ναυτικών ελίκων και αποτέλεσαν την βάση πάνω στις οποίες στηρίχθηκαν οι σύγχρονες θεωρίες σχεδίασης [1]. Επισημαίνεται ότι σε πρώιμο στάδιο μελέτης της υδροδυναμικής συμπεριφοράς μια ναυτικής έλικας, συζευγνύονται με επιλυτές μην μόνιμων χρονικά μέσω των Reynolds Navier - Stokes εξισώσεων (URANS) για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στις επιφάνειες των πτερυγίων κατά την αλληλεπίδραση του με τον ομόρρου του πλοίου [4],[5].

Φέρουσα Γραμμή

Στις δυναμικές ροές με άνωση όπου το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και μη συνεκτικό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η θεωρία των μεθόδων Φέρουσας Γραμμής. Στις εν λόγω μεθόδους το πτερύγιο της ναυτικής έλικας εκφυλίζεται σε μια γραμμή η οποία διακριτοποιείται σε μια σειρά από στοιχειώδη στοιχεία στροβιλότητας (HSV). Κάθε στοιχείο στροβιλότητας επάγει μια εφαπτομενική και μια αξονική συνιστώσα ταχύτητας στα σημεία ελέγχου που βρίσκονται στην μέση κάθε (HSV). Με εξαίρεση τον υπολογισμό των επαγόμενων ταχυτήτων, κάθε σημείο ελέγχου αντιμετωπίζεται παρόμοια με την προσέγγιση των Στοιχείων Πτερυγίου. Συνήθως οι μέθοδοι Φέρουσας Γραμμής χρησιμοποιούνται σε πρώιμο στάδιο κατά την σχεδίαση ή την ανάλυση μια έλικας αποτελώντας ένα ικανοποιητικό συμβιβασμό μεταξύ υπολογιστικού κόστους και ακρίβειας εκτιμήσεων. Όταν επιλέγονται ως εργαλείο ανάλυσης, εκτιμούν με αποδεκτή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής, τις υδροδυναμικές δυνάμεις κατά μήκος του πτερυγίου, την συνολική ώση και ροπή καθώς και τις επαγόμενες ταχύτητες [6],[7],[8]. Στον αντίποδα, όταν χρησιμοποιούνται ως βασικό εργαλείο σχεδιασμού, συμπεριλαμβάνονται στις εξισώσεις τους ορισμένοι συντελεστές διόρθωσης που προκύπτουν από την θεωρία της Φέρουσας Επιφάνειας [9], και για μια επιθυμητή κατανομή κυκλοφορίας Γ παρέχουν την δυνατότητα υπολογισμού των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της υδροτομής. ελαχιστοποιώντας την έναρξη

σπηλαίωσης [10]. Επιπλέον, αρκετές φορές πραγματοποιείται σύζευξη της Φέρουσας Γραμμής με URANS επιλυτές για να μοντελοποιηθεί το αυτοπροωθούμενο πλοίο [11],[12] ενώ άλλοτε για να προσομοιωθεί η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο αντίθετα περιστρεφόμενων ναυτικών ελίκων. Αξίζει να επισημανθεί ότι τόσο, οι μέθοδοι Φέρουσας Γραμμής όσο και οι μέθοδοι Στοιχείων Πτερυγίου παρουσιάζουν σημαντικούς περιορισμούς που αφορούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τη έλικας, το καθεστώς της ροής καθώς και την κατάσταση φόρτισης της έλικας [1].

Φέρουσα Επιφάνεια

Αφήνοντας στην άκρη τις μεθόδους Φέρουσας Γραμμής, φυσική προέκταση της θεωρίας τους αποτελούν οι μέθοδοι Φέρουσας Επιφάνειας. Έχοντας τον Kerwin από το Ινστιτούτο της Μασαχουσέτης ως πρωτεργάτη [13], η ναυτική έλικα και ομόρρους της μοντελοποιούνται ως μια σειρά από πεταλοειδή στοιχεία στροβιλότητας (HSV) που εκτείνονται τόσο καθ' ύψος του πτερυγίου όσο και κατά μήκος της χορδή στην γραμμή μέγιστης καμπυλότητας. Επισημαίνεται ότι η επίδραση του πάχους της υδροτομής αμελείται. Τα στοιχεία στροβιλότητας ικανοποιούν την συνθήκη Kutta στο χείλος εκφυγής και την συνθήκη μη εισχώρησης στα σύνορα της μέγιστης καμπυλότητας, ενώ η ένταση της στροβιλότητας σε καθένα από αυτά προσδιορίζεται από τις επαγόμενες ταχύτητες, κάνοντας χρήση του νόμου Biot-Savart. Οι εν λόγω μέθοδοι χρησιμοποιούνται τόσο για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών δυνάμεων όσο και για μορφοποίηση του χρονικά μεταβαλλόμενου ομόρρου [14]. Επιπρόσθετα, με δεδομένο ότι διακρίτοποιούν την γεωμετρία της έλικας και στην κατεύθυνση της χορδής, αρκετές φορές επιλέγονται ως εργαλεία ανάλυσης πιο σύνθετων γεωμετρικών [15]. Τα εκτιμώμενα αποτελέσματα είναι σαφώς υψηλότερης ακρίβειας από τα αντίστοιχα της Φέρουσας Γραμμής, ωστόσο αναλογικά με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνει και υπολογιστικό κόστος. Συνεπώς, οι μέθοδοι της Φέρουσας Επιφάνειάς κρίνονται κατάλληλες για ενδιάμεσα στάδια σχεδιασμού και ανάλυσης.

Συνοριακά Στοιχεία

Τα Συνοριακά Στοιχεία γνωστά και ως (BEM), αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα υπολογιστικά εργαλεία για την μοντελοποίηση ναυτικών ελίκων. Η γεωμετρία της ναυτικής έλικας διακρίτοποιείται με κάθε λεπτομέρεια χωρίς απλουστεύσεις ή παραδοχές από μία συστοιχία τετράκομβων «πάνελ». Κάθε «πάνελ» χαρακτηρίζεται από άγνωστες κατανομές πηγών ή καταβοθρών και στροβιλότητας ή δίπολων οι οποίες επιλύονται με την βοήθεια κατάλληλων οριακών συνθηκών (Συνθήκη Kutta, Συνθήκη μη Εισχώρησης). Το δυναμικό της ταχύτητας το οποίο ικανοποιεί την Εξίσωση Laplace υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την ταυτότητα του Green ενώ το πεδίο της πίεσης υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης Bernoulli. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι πλεονεκτούν έναντι των μεθόδων Φέρουσας Επιφάνειας και Φέρουσας Γραμμής, διότι εκτός από ότι υπολογίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια της υδροδυναμικές δυνάμεις και τα πεδία ταχυτήτων, υπολογίζουν επίσης την κατανομή πίεσης κατά μήκος του πτερυγίου [16]. Το βασικό μειονέκτημα τους είναι ότι αμελούν τη επίδραση των φαινομένων συνεκτικότητας καθώς και το σχετικά αυξημένο υπολογιστικό κόστος συγκριτικά με τι

προηγούμενες μεθόδους. Δεδομένου ότι η υπολογιστική επίλυση του αυτοπροωθούμενου πλοίου με αποκλειστικά ιξώδεις Eulerian Επιλυτές απαιτεί τεράστια υπολογιστική ισχύ, οι υβριδικές προσεγγίσεις BEM-URANS αποτελούν μια εναλλακτική λύση η οποία παρέχει υψηλής ακριβείας αποτελέσματα τόσο στον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων υδροδυναμικών δυνάμεων της συναρμογής Πλοίου - Έλικας όσο και του αποτελεσματικού ομόρρου του πλοίου [17],[18].

Eulerian Επιλυτές

Καταλήγοντας, οι Eulerian Επιλυτές CFD συνήθως αναφέρονται σε αριθμητικά σχήματα στα οποία το πεδίο ροής καθορίζεται μέσω μιας Eulerian διατύπωσης όπου οι αλγεβρικές εξισώσεις του φυσικού πεδίου διακριτοποιούνται χρησιμοποιώντας πεπερασμένες διαφορές, πεπερασμένα στοιχεία ή πεπερασμένους όγκους. Οι βασικές κατηγορίες για τη μοντελοποίηση της φυσικής που χαρακτηρίζει τις υδροδυναμικές ροές είναι μη μόνιμες χρονικά μέσες Navier - Stokes εξισώσεις (URANS), οι τεχνικές προσομοίωσης μεγάλων δινών (LES), οι υβριδικές μέθοδοι προσομοιώσεις απομονωμένων δινών (DES) και τέλος οι άμεσες αριθμητικές προσομοιώσεις (DNS) [19],[20]. Οι σημαντικότερες διαφοροποιήσεις, που χαρακτηρίζουν αυτές τις μεθόδους είναι ο τρόπος που μοντελοποιείται η τύρβη. Συνήθως, στην υπολογιστική ρευστομηχανική η πιο ελκυστική πρακτική για τη μοντελοποίηση υδροδυναμικών ροών με ή χωρίς ελεύθερη επιφάνεια είναι οι μέθοδοι URANS. Οι URANS απαιτούν σημαντικά χαμηλότερη υπολογιστική ισχύ συγκριτικά με του υπόλοιπους Eulerian επιλυτές ενώ συγχρόνως διατηρούν σε υψηλά επίπεδα την ακρίβεια των εκτιμώμενων αποτελεσμάτων. Αξίζει να τονιστεί ότι σε ένα σύνθετο στερεό γεωμετρικό σύνορο όπως είναι η συναρμογή γάστρα – έλικας οι χωροχρονικές κλίμακες των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα διαφέρουν σημαντικά και σε μικρή σχετικά απόσταση. Κατόπιν τούτου η επιτυχής διακριτοποίηση των οριακών στρωμάτων απαιτεί μεγάλο αριθμό κελιών και επομένως αυξάνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος [21]. Στις προηγούμενες ενότητες παρουσιάστηκαν διάφορες υβριδικοί μέθοδοι που αξιοποιούν την ικανότητα των URANS να προσομοιώνουν την επίδραση των φαινομένων συνεκτικότητας στην γάστρα του πλοίου ενώ η υδροδυναμική ανάλυση τη έλικας εκτιμάται με μη ιξώδεις επιλυτές [22],[23].

1.2 Σκοπός της Εργασίας

Σκοπός της παρούσα εργασίας είναι η ανάπτυξη δύο αριθμητικών μεθόδων (μέθοδος Δίσκου Ορμής και μέθοδος Φέρουσας Γραμμής) και η σύζευξη τους με ένα Eulerian ασυμπίεστο επιλυτή (MaPFlow) για την προσομοίωση της υδροδυναμικής συμπεριφοράς ναυτικών ελίκων. Η βασική ιδέα των δύο υβριδικών μεθόδων είναι η αντικατάσταση των απαιτητικών από άποψη υπολογιστικής ισχύς στερεών συνόρων, με δύο αριθμητικές μεθόδους που θα εκτιμούν με ικανοποιητική ακρίβεια τα επαγόμενα πεδία των ταχυτήτων κατάντι της έλικας σε συνθήκες ελεύθερης ροής. Οι σημαντικότεροι λόγοι που οδήγησαν στην επιλογή των εν λόγω αριθμητικών εργαλείων είναι αφενός η σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους και αφετέρου η όχι τόσο απαιτητική διαδικασία σύζευξής τους. Η συναρμογή των δύο μεθόδων

επιτυγχάνεται με χρήση δυνάμεων όγκου οι οποίες προστίθενται καταλλήλως στις εξισώσεις ορμής του Eulerian επιλυτή ως όροι εξωτερικής επιβαλλόμενης δύναμης.

1.3 Διάρθρωση Εργασίας

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε έξι κεφάλαια:

Στο **Κεφάλαιο 1** παρουσιάζεται ο σκοπός της εργασίας και μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση των υπαρχουσών αριθμητικών μεθόδων στο τομέα της ναυτικής υπολογιστικής υδροδυναμικής.

Στο **Κεφάλαιο 2** περιγράφεται ο Eulerian επιλυτής. Αρχικά, διατυπώνονται οι κινηματικές εξισώσεις που επιλύουν το μη μόνιμο πεδίο ροής, στην συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία ανακατασκευής των μεταβλητών και τέλος αναλύεται το εφαρμοσμένο μοντέλο τύρβης.

Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο των ναυτικών ελίκων εστιάζοντας στην θεωρία του Δίσκου Ορμής και στην θεωρία Φέρουσας Γραμμής.

Στο **Κεφάλαιο 4** αρχικά διατυπώνεται το μαθηματικό υπόβαθρο των δύο αριθμητικών μεθόδων (Μοντέλο Δίσκου Ορμής και Μοντέλο Φέρουσας Γραμμής), στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία σύζευξης τους με τον CFD επιλυτή, ενώ πραγματοποιείται μελέτη πιστοποίησης της μεθόδου Φέρουσας Γραμμής σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα για τρεις ναυτικές έλικες.

Στο **Κεφάλαιο 5** περιγράφεται η στρατηγική μοντελοποίησης μιας εμπορικής ναυτικής έλικας χρησιμοποιώντας τον Eulerian επιλυτή και τις υβριδικές μεθόδους Δίσκου Ορμής - CFD και Φέρουσας Γραμμής - CFD. Επιπλέον, παρουσιάζονται και αξιολογούνται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις.

Στο **Κεφάλαιο 6** παρατίθενται τα συμπεράσματα καθώς οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

2 MaPFlow

Για τους σκοπούς της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας χρησιμοποιήθηκε το MaPFlow [24]. Το MaPFlow είναι ένας πολυφασικός Eulerian επιλυτής που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Ναυτικής και θαλάσσιας Υδροδυναμικής του ΕΜΠ. Χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένων όγκων για να λύσει τις μη μόνιμες εξισώσεις Reynolds-Averaged Navier Stokes (URANS) τόσο σε δομημένα όσο και σε μη δομημένα πλέγματα.

2.1 Διέπουσες Εξισώσεις της Ρευστομηχανικής

2.1.1 Ισοζύγιο Μάζας και Ορμής

Οι εξισώσεις Navier-Stokes προκύπτουν μέσω εφαρμογής των θεμελιωδών νόμων της μηχανικής σε ένα εργαζόμενο ρευστό. Υποθέτοντας, ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο, οι διανυσματικές εκφράσεις για την διατήρηση της μάζας και της ορμής δίνονται στις Εξισώσεις (2.1) και (2.2).

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \vec{\sigma} + \vec{F}_B \quad (2.2)$$

Αυτές οι εξισώσεις στην μηχανική των ρευστών, είναι επίσης γνωστές ως εξίσωση συνέχειας και εξίσωση ορμής αντίστοιχα.

Στις εξισώσεις (2.1) και (2.2), το ρ υποδηλώνει την πυκνότητα του ρευστού, \vec{u} το διάνυσμα της ταχύτητας, p την πίεση, \vec{F}_B τους όρους πηγής και τις ογκικές δυνάμεις και $\vec{\sigma}$ τον ταυστή τάσεων.

2.1.2 Μέθοδος Τεχνητής Συμπιεστότητας

Η υπόθεση ασυμπίεστης ροή οδηγεί σε ένα εγγενές πρόβλημα των εξισώσεων RANS. Ο κύριος λόγος είναι ότι η αποσύζευξη των εξισώσεων συνέχειας και ορμής. Στην συνέχεια της παρούσας ενότητας θα παρουσιαστεί μια διαδικασία σύνδεσης των δύο εξισώσεων με ένα πλήρως συζευγμένο σύστημα.

Αν ανατρέξει κανείς την μέχρι τώρα υπάρχουσα βιβλιογραφία στο κλάδο της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, θα διαπιστώσει ότι υπάρχει πληθώρα προσεγγίσεων που αντιμετωπίζουν αυτό το πρόβλημα. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος που χρησιμοποιείται είναι οι μέθοδοι διόρθωσης πίεσης, όπως οι αλγόριθμοι SIMPLE [25] και PISO [26]. Ωστόσο, ο επιλυτής MaPFlow υιοθετεί την μέθοδο τεχνητής συμπιεστότητας, η οποία προτάθηκε αρχικά από τον Chorin [27].

Η βασική αρχή της μεθόδου αυτής είναι η υπόθεση μιας τεχνητής σχέσης μεταξύ πυκνότητας και πίεσης κατά την διαδικασία σύγκλισης. Αυτή η ομοιότητα αντιστοιχεί

στον ορισμό της ταχύτητας του ήχου σε μια συμπιεστή ροή, όπως φαίνεται στην εξίσωση (2.3).[28]

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2 \quad (2.3)$$

Ωστόσο, στην περίπτωση ενός ασυμπίεστου ρευστού, η σχέση αυτή ορίζεται ως η παράγωγος ενός ψευδοχρόνου (τ) που αντιστοιχεί στην αριθμητική διαδικασία μέχρι τη σύγκλιση του προβλήματος. Η ταχύτητα του ήχου c αντικαθίσταται από μια αριθμητική παράμετρο β που ρυθμίζει τη διαδικασία της σύγκλισης.

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_{\tau} = \frac{1}{\beta} \quad (2.4)$$

Η μέθοδος τεχνητής συμπιεστότητας επαυξάνει την εξίσωση μάζας με μια μερική παράγωγο ψευδοχρόνου της πίεσης προκειμένου να επιτευχθεί η σύζευξη των εξισώσεων μάζας και ορμής.

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας, όπως φαίνεται στην εξίσωση (2.5), η παράγωγος ψευδοχρόνου της πυκνότητας μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας την παράμετρο τεχνητής συμπιεστότητας (β) και την παράγωγο ψευδοχρονικής πίεσης.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} \quad (2.5)$$

Χρησιμοποιώντας τις (2.1) και (2.5) προκύπτει η επαυξημένη εξίσωση μάζας:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (2.6)$$

Μόλις η αριθμητική λύση συγκλίνει στο πεδίο του ψευδοχρόνου, ο πρώτος όρος της εξίσωσης (2.6) είναι ίσος με 0 και η αρχική μορφή της εξίσωσης λύνεται στο πεδίο του πραγματικού χρόνου.

2.1.3 Παραγωγή Συντηρητικής Μορφής

Η συντηρητική μορφή των εξισώσεων μάζας και ορμής παρουσιάζεται στην συνέχεια.

Αρχικά, η εξίσωση μάζας με την πλασματική χρονική παράγωγο περιγράφεται,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.7)$$

Με την εξάλειψη της χρονικής παραγωγού της πυκνότητας και της κλίσης της πυκνότητας, εισάγοντας την εξίσωση (2.5), προκύπτει η ακόλουθη μορφή:

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \frac{\partial p}{\partial \tau} + \rho \nabla \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \cancel{\nabla \rho} = 0 \quad (2.8)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2.5) προκύπτει

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.9)$$

Η ίδια διαδικασία εφαρμόζεται και στη συντηρητική μορφή της εξίσωσης ορμής,

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial \tau} + (\rho\vec{u} \cdot \vec{u})\nabla = -\nabla p + \nabla\vec{\sigma} + \vec{F}_B \quad (2.10)$$

Ο χρονικός όρος της εξίσωσης (2.10) μπορεί να επεκταθεί ως εξής:

$$\frac{\partial\rho\vec{u}}{\partial t} = \rho \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \frac{\partial\rho}{\partial t} \quad (2.11)$$

Οι εξισώσεις (2.9) και (2.10) αποτελούν ένα πλήρως συζευγμένο σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων, ικανό να περιγράψει μη μόνιμες μονοφασικές ασυμπίεστες ροές.

Θεωρώντας έναν στοιχειώδη όγκο αναφοράς Ω και ολοκληρώνοντας όλες τις ροϊκές ποσότητες σε αυτόν, το σύστημα εξισώσεων μπορεί να γραφτεί στην ακόλουθη μητρική μορφή:

$$\Gamma \int_{\Omega} \frac{\partial\vec{Q}}{\partial \tau} d\Omega + \Gamma_e \int_{\Omega} \frac{\partial\vec{Q}}{\partial t} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) ds = \int_{\Omega} \vec{S}_q d\Omega \quad (2.12)$$

όπου ο πίνακας Γ είναι ο προσταθεροποιητής Kunz [29] που χρησιμοποιείται για να αντιμετωπίσει την δυσκαμψία του προβλήματος όταν εμφανίζονται λόγοι υψηλής πυκνότητας στις ιδιοτιμές του συστήματος. Τα διανύσματα \vec{Q} και \vec{U} είναι τα διανύσματα που περιέχουν τις πρωτογενής και συντηρητικές μεταβλητές αντίστοιχα. Παρατηρείται ότι σε κάθε φυσικό χρονικό βήμα, το μη μόνιμο σύστημα εξισώσεων εκφράζεται για τις συντηρητικές μεταβλητές \vec{U} , ενώ σε κάθε πλασματικό χρονικό βήμα λύνεται ένα πρόβλημα ψευδο-σταθερής κατάστασης για τις πρωτογενής μεταβλητές \vec{Q} . Ο μετασχηματισμός από τη συντηρητική στην πρωτογενή μορφή επιτυγχάνεται μέσω του ιακωβιανού πίνακα $\Gamma_e = \partial\vec{U} / \partial\vec{Q}$ [30].

$$\vec{U} = [0 \quad \rho\vec{u}] \quad \vec{Q} = [0 \quad \rho\vec{u}] \quad (2.13)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta\rho_m & 0 \\ 0 & \rho_m I \end{bmatrix} \quad \Gamma_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \rho_m I \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Επίσης, οι μη ιξώδεις και ιξώδεις παροχές \vec{F}_c και \vec{F}_v περιγράφονται ως:

$$\vec{F}_c = \begin{bmatrix} V_n \\ \rho_m u \Delta V + p n_x \\ \rho_m v \Delta V + p n_y \\ \rho_m w \Delta V + p n_z \end{bmatrix} \quad \vec{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z \\ \tau_{yx} n_x + \tau_{yy} n_y + \tau_{yz} n_z \\ \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \tau_{zz} n_z \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Όπου, $V_n = \vec{u} \cdot \vec{n}$, $V_g = \vec{u}_{vol} \cdot \vec{n}$ και $\Delta V = V_n - V_g$.

Η ταχύτητα \vec{u}_{vol} αντιστοιχεί στην κίνηση του όγκου ελέγχου ενώ το $\vec{u} \cdot \vec{n}$ δηλώνει την ταχύτητα κάθετη προς τον όγκο ελέγχου. Αξίζει να σημειωθεί ότι εάν το πλέγμα, τότε προκύπτει ότι $\vec{u}_{vol} = 0$ και $\Delta V = V_n$.

Σύμφωνα με την υπόθεση του Boussinesq, οι ιξώδεις τάσεις τ_{ij} περιγράφονται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\tau_{ij} = (\mu_m + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (2.16)$$

όπου μ_t είναι το τυρβώδες δυναμικό ιξώδες, k είναι η τυρβώδης κινητική ενέργεια και δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker.

2.1.4 Περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς

Σε πολλές εφαρμογές στην δυναμική των ρευστών, τα στερεά σώματα περιστρέφονται. Συχνά προτιμάται η διατύπωση του προβλήματος στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς όπου οι διέπουσες εξισώσεις εκφράζονται ως :

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \rho \nabla \cdot \vec{u}_r = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{u}_r)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \vec{u}_r)}{\partial \tau} + \nabla (\rho \vec{u}_r \vec{u}_r + \rho I - \vec{\tau}) = -2\rho(\vec{\Omega} \times \vec{u}_r) - \rho \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{R}) \quad (2.18)$$

Όπου,

$$\vec{u}_r = \vec{u} - (\vec{\Omega} \times \vec{R}) \quad (2.19)$$

η σχετική ταχύτητα.

Επίσης στην εξίσωση ορμής προστίθενται η δύναμη Coriolis και η Φυγόκεντρος.

Το MaPFlow [24] χρησιμοποιεί τη διατύπωση απόλυτης ταχύτητας που οδηγεί σε μια πιο ακριβή αξιολόγηση των ροών σε επιλυτές πεπερασμένου όγκου. Ως εκ τούτου, η σύνθεση λαμβάνεται εύκολα εισάγοντας την απόλυτη ταχύτητα ροής όπως εκφράζεται στο περιστρεφόμενο σύστημα:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \nabla \cdot \rho (\vec{u} - (\vec{\Omega} \times \vec{R})) = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{u}_r)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \vec{u}_r)}{\partial \tau} + \nabla \cdot [\rho \vec{u} (\vec{u} - (\vec{\Omega} \times \vec{R})) + \rho I - \vec{\tau}] = -\rho(\vec{\Omega} \times \vec{u}) \quad (2.21)$$

2.2 Χωρική Διακριτοποίηση

2.2.1 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων χρησιμοποιείται για τη χωρική διακριτοποίηση του συστήματος εξισώσεων στο MaPFlow. Το πλέγμα διακριτοποιείται σε πεπερασμένο αριθμό κελιών με όγκο Ω_I , ενώ το κέντρο του όγκου τους συμπίπτει με το κέντρο του κελιού. Ουσιαστικά οι πληροφορίες για τις ροϊκές ποσότητες αποθηκεύονται στα κέντρα των κελιών. Για έναν δεδομένο όγκο ελέγχου Ω_I οι αρχικές μεταβλητές θα ολοκληρώνονται ως,

$$\vec{Q} = \frac{1}{\Omega_I} \int_{\Omega_I} \vec{Q}(\vec{x}, t) d\Omega \quad (2.22)$$

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων στην εξίσωση (2.12) προκύπτει,

$$\Gamma_e \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \Gamma \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \tau} = - \oint_{\partial \Omega_I(t)} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) ds + \int_{\Omega_I(t)} \vec{S}_q d\Omega \quad (2.23)$$

Συγκεντρώνοντας το δεξιό μέρος της εξίσωσης σε ένα υπόλοιπο \vec{R}_Ω , η εξίσωση (2.23) γράφεται ως:

$$\Gamma_e \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \Gamma \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \tau} = -\vec{R}_\Omega \quad (2.24)$$

Όπου,

$$\vec{R}_\Omega = \oint_{\partial \Omega_I(t)} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) ds - \int_{\Omega_I(t)} \vec{S}_q d\Omega \quad (2.25)$$

Το επιφανειακό ολοκλήρωμα του υπολειπόμενου όρου \vec{R}_Ω παραμένει σταθερό στις ακμές κάθε κυψέλης. Ως εκ τούτου, μπορεί να προσεγγιστεί ως διακριτό άθροισμα των ροών που υπολογίζονται στο μέσο κάθε επιφάνειας. Επιπλέον, το ολοκλήρωμα όγκου του όρου πηγής δεν μεταβάλλεται σε κάθε στοιχειώδη όγκο λόγω της παραδοχής μη συμπιεστού ρευστού. Συνεπώς, το υπόλοιπο μπορεί να περιγραφεί από την ακόλουθη εξίσωση.

Έστω, N_f ο συνολικός αριθμός όψεων του αντίστοιχου όγκου ελέγχου Ω_I , τότε,

$$\vec{R}_\Omega = \sum_j^{N_f} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) ds - \vec{S}_q \Omega_I \quad (2.26)$$

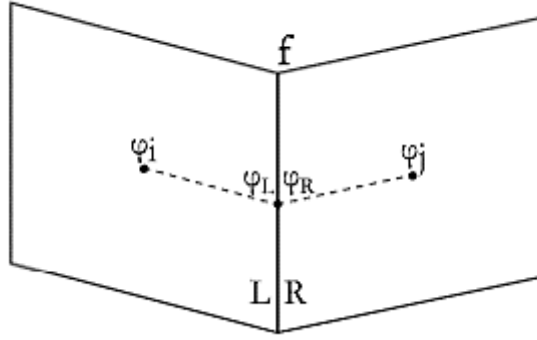
2.2.2 Ανακατασκευή Μεταβλητών

Το MaPFlow, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, είναι ένας κώδικας που υπολογίζει τις πεδιακές ποσότητες στα κέντρα των κελιών. Ωστόσο, ο υπολογισμός του υπολοίπου της δεξιάς πλευράς της εξίσωσης (2.12), προϋποθέτει την παρεκβολή της πληροφορίας στις επιφάνειες των κελιών, εξίσωση (2.26).

Η Ανακατασκευή των μεταβλητών είναι λοιπόν η διαδικασία μεταφοράς της τιμής αυτών των μεταβλητών από τα κέντρα των κελιών στις αντίστοιχες επιφάνειες τους μέσω κατάλληλης μεθόδου παρεκβολής.

Μια σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας ανακατασκευής των χωρικών μεταβλητών παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.

Στο συγκεκριμένο σχήμα δύο γειτονικά κελιά i και j με όγκους ελέγχου Ω_I και Ω_J και συνδέονται μέσω της όψης f . Το Φ_L υποδηλώνει την προεκτεινόμενη τιμή του διανύσματος $\vec{\Phi}_i$ στην αριστερή πλευρά του f και Φ_R το παρέκταση του $\vec{\Phi}_j$ στη δεξιά πλευρά του f .



Σχήμα 2.1. Ανακατασκευή Μεταβλητών στην επιφάνεια f .

Για κάθε μεταβλητή πρέπει να επιλεγεί ένα κατάλληλο σχήμα ανακατασκευής ώστε να ληφθούν υπόψη οι μεταβολές τους σε όλη την έκταση του υπολογιστικού χωρίου

Ανακατασκευή Πεδίου Ταχυτήτων και Πίεσης

Για την προσέγγιση του πεδίου ταχυτήτων και πίεσης σε μονοφασική ροή, εφαρμόζεται το σχήμα Piecewise Linear Reconstruction (PLR), καθώς απουσία της ελεύθερης επιφάνειας τα ροϊκά πεδία είναι συνεχή σε όλο στο υπολογιστικό χωρίο. Ως εκ τούτου, το σχήμα PLR εφαρμόζεται χωρίς τη χρήση κάποιων περιορισμών.[30]

Σύμφωνα με το σχήμα PLR, οι μεταβλητές της ροής κατανέμονται γραμμικά στον όγκο ελέγχου,

$$\vec{\phi}_L = \vec{\phi}_i + \nabla(\vec{\phi}_i \cdot \vec{r}_i) \quad (2.27)$$

$$\vec{\phi}_R = \vec{\phi}_j + \nabla(\vec{\phi}_j \cdot \vec{r}_i) \quad (2.28)$$

2.2.3 Όροι Συναγωγής

Όπως αναλύθηκε, δύο διαφορετικές τιμές \vec{Q}_R και \vec{Q}_L παρεκβάλλονται στην ίδια ακμή μετά από την ανακατασκευή των μεταβλητών στις όψεις των κελιών. Συνεπώς, δημιουργείται μια ασυνέχεια που πρέπει αντιμετωπιστεί κατάλληλα. Αυτό το πρόβλημα, που συχνά συναντάται στη βιβλιογραφία ως πρόβλημα Riemann, επιλύεται χρησιμοποιώντας τον κατά προσέγγιση επιλυτή Riemann του Roe [31].

Επιπλέον, για να ξεπεραστεί η εξάρτηση της πυκνότητας από τις μη ιξώδεις Ιακωβιανές ιδιοτιμές έχει χρησιμοποιηθεί ο προ-ρυθμιστής πίνακας Γ . Ο Ιακωβιανός πίνακας που μετατρέπει τις συντηρητικές μεταβλητές σε πρωτόγονες περιγράφεται από την εξίσωση (2.29) ενώ η αναλυτική του μορφή δίνεται από την εξίσωση (2.30).

$$A_c = \frac{\partial \vec{F}_c}{\partial Q} = \Gamma \Gamma^{-1} A_c = \Gamma \tilde{A}_c \quad (2.29)$$

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & n_x & n_y & n_z \\ n_x & \rho(n_x u + \Delta V) & \rho n_x u & \rho n_x u \\ n_y & \rho n_x v & \rho(n_x v + \Delta V) & \rho n_x v \\ n_z & \rho n_x w & \rho n_x w & \rho(n_x w + \Delta V) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Χρησιμοποιώντας τον επιλυτή Riemann, οι ροές συναγωγής σε μια όψη f είναι,

$$\vec{F}_{c,f} = \frac{1}{2}(\vec{F}_c(\vec{Q}_R) + \vec{F}_c(\vec{Q}_L)) - \frac{1}{2} \overline{|\tilde{A}_c|}_f (\vec{Q}_R - \vec{Q}_L) \quad (2.31)$$

Όπου, $|\tilde{A}_c|$ είναι ο μέσος ιακωβιανός προσταθεροποιητής κατά Roe και ισούται

$$|\tilde{A}_c|_f = \tilde{R}^{-1} |\tilde{\Lambda}| \tilde{R} \quad (2.32)$$

\tilde{R} και \tilde{R}^{-1} είναι το δεξιό και το αριστερό ιδιοδιάνυσμα αντίστοιχα, ενώ το $|\tilde{\Lambda}|$ είναι οι απόλυτες ιδιοτιμές του $|\tilde{A}_c|$. Για τον υπολογισμό του ιξώδους Ιακωβιανού της εξίσωσης (2.32), οι μέσες ποσότητες Roe στην επιφάνεια f συμβολίζονται ως :

$$\vec{u} = \frac{\sqrt{\rho_R} \vec{u}_R + \sqrt{\rho_L} \vec{u}_L}{\sqrt{\sqrt{\rho_R} + \sqrt{\rho_L}}}, \quad \bar{\rho} = \sqrt{\rho_R \rho_L} \quad (2.33)$$

Οι ιδιοτιμές του $|\tilde{A}_c|$ έχουν παρόμοια μορφή όπως στην περίπτωση συμπιεστής ροής. Ωστόσο, σε αντίθεση με τις συμπιεστές εξισώσεις, η ταχύτητα του ψευδοήχου δεν έχει καμία εξάρτηση με την ροή, παρά μόνο με την παράμετρο της μεθόδου τεχνητής συμπιεστότητας.

$$\lambda_{1,2} = V_n - V_g \quad (2.34)$$

$$\lambda_3 = V_n - c - \frac{V_g}{2} \quad (2.35)$$

$$\lambda_4 = V_n + c - \frac{V_g}{2} \quad (2.36)$$

c είναι η ταχύτητα του τεχνητού ήχου που εμφανίζεται στην εξίσωση (2.3) και εκφράζεται ως εξής

$$c = \sqrt{\beta + \left(V_n - \frac{V_g}{2}\right)^2} \quad (2.37)$$

Το δεξιό και το αριστερό ιδιοδιάνυσμα του Ιακωβιανού (2.32) περιγράφονται στις εξισώσεις (2.38) και (2.39) αντίστοιχα

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\rho_m c_m & -\rho_m c_p \\ x_1 & x_2 & n_x + \frac{u \lambda_3}{\beta} & n_x + \frac{u \lambda_4}{\beta} \\ y_1 & y_2 & n_y + \frac{u \lambda_3}{\beta} & n_y + \frac{u \lambda_4}{\beta} \\ z_1 & z_2 & n_z + \frac{u \lambda_3}{\beta} & n_z + \frac{u \lambda_4}{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\bar{R}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho c_g} [n_x(wy_2 - vz_2) + n_y(uz_2 - wx_2) + n_z(vx_2 - uy_2)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_zy_2 - n_yz_2) + \Delta V(wy_2 - vz_2)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_xz_2 - n_zx_2) + \Delta V(uz_2 - wx_2)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_yx_2 - n_xy_2) + \Delta V(vx_2 - uy_2)] \\ \frac{1}{c_g} [n_x(vz_1 - wy_2) + n_y(wx_1 - uz_1) + n_z(uy_2 - vx_1)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_yz_1 - n_xy_1) + \Delta V(wy_1 - vz_1)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_zx_1 - n_xz_1) + \Delta V(wx_1 - uz_1)] & \frac{1}{c_g} [\beta(n_zy_1 - n_yx_1) + \Delta V(ux_1 - uy_1)] \\ -\frac{1}{\rho 2cc_g} (\beta + \lambda_4 V_n) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_p n_x) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_p n_y) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_p n_z) \\ \frac{1}{\rho 2cc_g} (\beta + \lambda_3 V_n) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_m n_x) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_m n_y) & \frac{1}{2cc_g} (\beta c_p n_z) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Όπου τα c_m , c_p και c_g περιγράφονται από την εξίσωση (2.36), ενώ τα \vec{x}_1 , \vec{x}_2 είναι τα μοναδιαία διανύσματα, όπου $\vec{x}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ και $\vec{x}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.

$$c_m = c - \frac{V_g}{2}, \quad c_p = c + \frac{V_g}{2}, \quad c_g = \beta + V_n \Delta V \quad (2.40)$$

2.2.4 Όροι Συνεκτικότητας

Για τον υπολογισμό των ιξωδών ροών σε μια επιφάνεια f μεταξύ δύο στοιχείων i και j , ακολουθείται μια απλή διαδικασία υπολογισμού μέσου όρου,

$$\vec{Q}_{ij} = \frac{1}{2} (\vec{Q}_i + \vec{Q}_j) \quad (2.41)$$

Οι κλίσεις υπολογίζονται συμπληρώνοντας τον τύπο Green-Gauss με ένα πρόσθετο κατευθυντικό διάνυσμα \vec{t}_{ij} .

$$\nabla \vec{Q}_{ij} = \overline{\nabla \vec{Q}_{ij}} + \left[\overline{\nabla \vec{Q}_{ij}} \cdot \vec{t}_{ij} - \frac{\partial \vec{Q}}{\partial l_{ij}} \right] \cdot \vec{t}_{ij} \quad (2.42)$$

όπου \vec{t}_{ij} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα από το κέντρο του κελιού i στο κέντρο του κελιού j και l είναι η απόσταση μεταξύ τους. $\overline{\nabla \vec{Q}_{ij}}$ είναι η μέση κλίση που ορίζεται ως εξής

$$\overline{\nabla \vec{Q}_{ij}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{Q}_i + \nabla \vec{Q}_j) \quad (2.43)$$

2.3 Χρονική Διακριτοποίηση

Όσον αφορά την χρονική διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής, η άρρητη διατύπωση του προβλήματος με \vec{Q}^* να συμβολίζει το διάνυσμα των μεταβλητών ροής είναι

$$\Gamma \frac{\partial (\vec{Q}^* \Omega_I)}{\partial \tau} + \vec{R}^* = 0 \quad (2.44)$$

Όπου, \vec{R}^* , είναι το ασταθές υπόλοιπο συμπεριλαμβανομένου του χωρικού υπολείμματος της εξίσωσης (2.23) και του χρονικά μεταβαλλόμενου όρου. Η εξίσωση που περιγράφει το \vec{R}^* διατυπώνεται στην συνέχεια,

$$\vec{R}^* = \vec{R}_{\Omega_I}(\vec{Q}^*) + \Gamma_e \frac{\partial(\vec{Q}^* \Omega_I)}{\partial t} \quad (2.45)$$

Στο πλαίσιο της τεχνικής διπλού χρονικού βήματος, εισάγονται δύο δείκτες n και k για να περιγράψουν τις επαναλήψεις στο φυσικό και το πλασματικό χρονικό πεδίο αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, για κάθε φυσικό χρονικό βήμα λύνεται ένα σταθερό πρόβλημα στο πεδίο του ψευδοχρόνου, ξεκινώντας από $k = 0$. Το διάλυμα μεταβλητών της ροής αρχικοποιείται με βάση την προηγούμενη συγκλίνουσα λύση $\vec{Q}_0^{*,n+1} = \vec{Q}_k^n$.

Κατά τη διάρκεια αυτής της επαναληπτικής διαδικασίας, το \vec{Q}^* δεν ικανοποιεί την αρχική εξίσωση. Ωστόσο, με το που επιτευχθεί η σύγκλιση, απαλείφεται ο όρος $\Gamma \frac{\partial(\vec{Q}^* \Omega_I)}{\partial \tau}$, ανακτώνται οι αρχικές εξισώσεις και το πρόβλημα λύνεται στο πεδίο του φυσικού χρόνου.

Για τη διακριτοποίηση του ασταθούς όρου, εφαρμόζεται ένα άρρητο σχήμα πίσω διαφορών (BDF) [30], παρέχοντας την ακόλουθη σειρά διαδοχικών χρονικών βημάτων.

$$\frac{\partial(\vec{Q}^* \Omega_I)}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta t} \left[\varphi_{n+1}(\Omega_I \vec{Q})^{n+1} + \varphi_n(\Omega_I \vec{Q})^n + \varphi_{n-1}(\Omega_I \vec{Q})^{n-1} + \varphi_{n-2}(\Omega_I \vec{Q})^{n-2} + \dots \right] \quad (2.46)$$

Η διακριτοποίηση της ψευδοχρονικής παραγωγού επιτυγχάνεται μέσω ενός σχήματος πρώτης τάξης Backward Differentiation.

$$\frac{\partial(\vec{Q}^* \Omega_I)}{\partial \tau} = \Omega_I^{n+1} \frac{\vec{Q}^{*,k+1} - \vec{Q}^{*,k}}{\Delta \tau} \quad (2.47)$$

Με σκοπό την επιτάχυνση της σύγκλισης, εφαρμόζεται η τεχνική ψευδοχρονικού βήματος. Το ψευδοχρονικό βήμα διατυπώνεται ως :

$$\Delta \tau = CFL \frac{\Omega_i}{\hat{\lambda}_{c,i}} \quad (2.48)$$

Όπου, $\hat{\lambda}_{c,i}$ είναι οι φασματικές ακτίνες λόγω συναγωγής που περιγράφονται ως

$$\hat{\lambda}_{c,i} = \sum_{j=1}^{N_f} (\vec{V}_n - \frac{V_g}{2})_{ij} \Delta S_{ij} \quad (2.49)$$

2.4 Μοντελοποίηση Τύρβης

Η μοντελοποίηση της τύρβης αποτελεί το πιο δύσκολο και παράλληλα ενδιαφέρον αντικείμενο μελέτης στην δυναμική των ρευστών. Πρόκειται για ένα εγγενώς στοχαστικό φαινόμενο που εμπεριέχεται στις εξισώσεις Navier-Stokes και καθιστά την αναλυτική τους επίλυση αδύνατη.

Στην υπολογιστική ρευστοδυναμική οι τυρβώδεις ροές έχουν μοντελοποιηθεί με διάφορες προσεγγίσεις ανάλογα με την εφαρμογή και τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους. Η Direct Numerical Simulation (DNS), η Large Eddy Simulation (LES) και η Detached Eddy Simulation (DES) παρουσιάζουν υψηλό επίπεδο ακρίβειας της λύσης, ωστόσο απαιτούν σημαντικά μεγάλη υπολογιστική ισχύ και συνεπώς η χρήση τους είναι περιορισμένη. Για να ικανοποιήσει τις ανάγκες

προσομοίωσης πρακτικών εφαρμογών με λογικό υπολογιστικό κόστος, το MaPFlow χρησιμοποιεί τη μέθοδο RANS για την μοντελοποίηση της τύρβης. Τα μοντέλα URANS έχουν αναπτυχθεί με βάση την υπόθεση Boussinesq σύμφωνα με την οποία διατυπώνεται η εξίσωση για τον ταυστή των τάσεων Reynolds. Ο προσδιορισμός του τυρβώδους ιξώδους και του τυρβώδους κινητικού ενεργειακού πεδίου που εμπεριέχεται στην εξίσωση του Boussinesq (2.16) γίνεται με την επίλυση επιπρόσθετων εξισώσεων μεταφοράς. Στην παρούσα μελέτη, το μοντέλο $k - \omega$ SST έχει χρησιμοποιηθεί καθώς κρίνεται κατάλληλο για την πρόβλεψη πιθανών αποκολλήσεων της ροής που λαμβάνουν χώρα στις επιφάνειες των στερεών συνόρων.

Μοντέλο Τύρβης $k-\omega$ SST

Το μοντέλο $k - \omega$ Shear Stress Transport είναι ένα eddy-viscosity μοντέλο δύο εξισώσεων που εισήχθη αρχικά από τον Menter [32]. Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελεί την σύζευξη δύο τυρβώδων μοντέλων. Ουσιαστικά, ενσωματώνει το μοντέλο $k - \omega$ κοντά στον τοίχο του υπολογιστικού χωρίου και το μοντέλο $k - \epsilon$ στην περιοχή ελεύθερης ροής. Μέσω αυτής της ανάμειξης μοντέλων, είναι εφικτός ο συνδυασμός της εξαιρετικής συμπεριφοράς του πρώτου στην επεξεργασία περιοχών κοντά σε στερεά σύνορα όπου λαμβάνουν χώρα φαινόμενα αποκόλλησης και της ικανότητας του δεύτερου να χειρίζεται τα επίπεδα τύρβης στην ελεύθερη ροή.

Οι εξισώσεις μεταφοράς-διάχυσης για την τυρβώδη κινητική ενέργεια k και την τυρβώδη συχνότητα διάχυσης ω είναι

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\bar{u} \rho k) = \nabla[(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + \rho P_k - \beta^* \rho \omega k \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\bar{u} \rho \omega) = \nabla[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega_2} \omega}{\nabla} k \cdot (\nabla \omega)^T \quad (2.51)$$

Όπου, $P_k = \min(\mu_t (\nabla \times \bar{u}) (\nabla \times \bar{u})^T, 10 \beta^* \rho k \omega)$ είναι ο όρος παραγωγής τυρβώδης κινητικής ενέργειας, μ_t είναι το τυρβώδες δυναμικό ιξώδες και $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ji}}$ ο μέσος ρυθμός παραμόρφωσης.

Τα F_1 και F_2 είναι συναρτήσεις ανάμειξης μεταξύ των δύο προαναφερθέντων μοντέλων τύρβης. Όταν $F_1 = 1$, λύνεται το σύνολο των εξισώσεων $k - \omega$, ενώ για $F_1 = 0$ εφαρμόζονται οι εξισώσεις του μοντέλου $k - \epsilon$. Αυτές οι συναρτήσεις ανάμειξης διατυπώνονται στην συνέχεια.

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega_2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right]^4 \right\} \quad (2.52)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (2.53)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \frac{\rho \sigma_{\omega_2}}{\omega} \nabla k \cdot (\nabla \omega)^T, 10^{-10} \right) \quad (2.54)$$

Οι σταθερές του μοντέλου είναι: $\beta^* = 0.09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 0.075$, $\sigma_{k1} = 0.85$, $\sigma_{\omega_1} = 0.5$, $\alpha_2 = 0.44$, $\beta_2 = 0.0828$, $\sigma_{k2} = 1.0$, $\sigma_{\omega_2} = 0.856$.

Αυτές οι παράμετροι υπόκεινται επίσης σε ανάμειξη σύμφωνα με την ακόλουθη συνάρτηση,

$$\varphi = F_1\varphi_1 + (1 - F_1)\varphi_2 \quad (2.55)$$

Τέλος, εφαρμόζεται ένας περιοριστής για τη ρύθμιση του τυρβώδους δυναμικού ιξώδους.

$$\mu_t = \frac{\rho\alpha_1k}{\max(\alpha_1\omega, S F_2)} \quad (2.56)$$

3 Ναυτικές Έλικες

Σε αυτό το κεφάλαιο θα περιγραφούν τα χαρακτηριστικά της ναυτικής έλικας σε συνθήκες ελεύθερης ροής και θα παρουσιαστεί το γενικό θεωρητικό υπόβαθρο του Δίσκου Ορμής και της Φέρουσας Γραμμής στην ναυτική θαλάσσια υδροδυναμική.

3.1 Χαρακτηριστικά Ναυτικής Έλικας

Οι ναυτικές έλικες κατά την περιστροφή τους επάγουν ένα πεδίο ταχύτητας σε καρτεσιανές συντεταγμένες (u, v, w) ή κυλινδρικές συντεταγμένες (u_a, u_t, u_r) στην αξονική, ακτινική και εφαπτομενική κατεύθυνση, αντίστοιχα. Το συνολικό πεδίο ταχύτητας ορίζεται ως υπέρθεση της ταχύτητας προχώρησης της έλικας, της ταχύτητας περιστροφής και του πεδίου επαγόμενης ταχύτητας και αποτελείται από τις ακόλουθες συνιστώσες.

$$V_A(r) + u_a, u_r, \omega r + V_T(r) + u_t \quad (3.1)$$

Όπου με $V_A(r)$, $V_T(r)$ συμβολίζονται οι αδιατάρακτες ταχύτητες στη αξονική και εφαπτομενική διεύθυνση, με ωr η περιστροφική ταχύτητα, u_r η ακτινική και τέλος με u_a , u_t οι ταχύτητες διαταραχής στη αξονική και εφαπτομενική διεύθυνση.

Οι έλικες παράγουν μια δύναμη ώσης T κατά την διεύθυνση x αντίρροπη της επερχόμενης ροής ενώ απορροφούν ροπή Q γύρω από τον άξονα x , με θετική τιμή σύμφωνα τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Οι δυνάμεις αυτές αδιαστατοποιούνται είτε με βάση την ταχύτητα προχώρησης του πλοίου V_s όπου οι συντελεστές ώσης και ροπής ορίζονται ως

$$C_{Ts} = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_s^2 (\pi R^2)} \quad (3.2)$$

$$C_{Qs} = \frac{Q}{\frac{1}{2}\rho V_s^2 (\pi R^3)} \quad (3.3)$$

ή σύμφωνα με την ογκομετρική μέση ταχύτητα εισερχόμενης ροής.

$$C_{Ta} = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_A^2 (\pi R^2)} \quad (3.4)$$

$$C_{Qa} = \frac{Q}{\frac{1}{2}\rho V_A^2 (\pi R^3)} \quad (3.5)$$

Όπου η ογκομετρική μέση ταχύτητα ορίζεται ως:

$$\bar{V}_A = \frac{2}{(R^2 - r_h^2)} \int_{r_h}^R r V_A(r) dr \quad (3.6)$$

Εναλλακτικά, οι δυνάμεις αυτές μπορούν να αδιαστατοποιηθούν σύμφωνα με την ονομαστική ταχύτητα nD , όπου $n = \frac{\omega}{2\pi}$ και εκφράζει τον αριθμό περιστροφών της έλικας ανά δευτερόλεπτο. Τότε οι συντελεστές ώσης και ροπής εκφράζονται,

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (3.7)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (3.8)$$

Η κινηματική της ροής εξαρτάται μόνο από την αναλογία της επερχόμενης ροής και της ταχύτητας περιστροφής, και αυτό συνήθως εκφράζεται ως συντελεστής προχώρησης J_s .

$$J_s = \frac{V_s}{n D} \quad (3.9)$$

ή

$$J_A = \frac{V_A}{n D} \quad (3.10)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.10) στις (3.2) και (3.3) προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις.

$$C_{T_s} = \frac{8 T}{\rho V_s^2 \pi D^2} = \frac{8 K_T}{\pi J_s^2} \quad (3.11)$$

$$C_{Q_s} = \frac{16 Q}{\rho V_s^2 \pi D^3} = \frac{16 K_Q}{\pi J_s^2} \quad (3.12)$$

Ομοίως για C_{T_a} , C_{Q_a} .

Στις περισσότερες περιπτώσεις, προτιμώνται οι συντελεστές K_T , K_Q , καθώς η ταχύτητα περιστροφής της έλικας, n , μπορεί να μετρηθεί με ακρίβεια τόσο στο εργαστήριο όσο και στο πλοίο, και οι συντελεστές παραμένουν πεπερασμένοι στην περίπτωση της στατικής ώσης, όταν $V_A = 0$, όπως θα δούμε από την επόμενη ενότητα, το συντελεστές C_T , C_Q έχουν μια πιο άμεση σχέση με την απόδοση της προπέλας.

Η απόδοση της έλικας μπορεί να οριστεί ως

$$n_0 = \frac{K_T J}{K_Q 2\pi} \quad (3.13)$$

3.2 Θεωρία Δίσκου Ορμής

Σε πρωταρχικό στάδιο θα αναλυθεί η απλούστερη δυνατή εξιδανίκευση μιας προπέλας η λεγόμενη θεωρία Δίσκου Ορμής, η οποία εισήχθη για πρώτη φορά από τους Rankine και Froude [1]. Η ναυτική έλικα αντικαθίσταται από έναν πεπερασμένο δίσκο ακτίνας R , και ένα στοιχειώδη πάχος δx προς αντίστοιχη κατεύθυνση. Η παρουσία του δίσκου εισάγει ένα σταθερό άλμα στη συνολική πίεση, Δp_i , το οποίο τείνει να επιταχύνει το ρευστό που διέρχεται από τον δίσκο στη θετική αξονική κατεύθυνση και συνεπώς οδηγεί στην δημιουργία μια δύναμης ώσης στην αρνητική διεύθυνση x . Επισημαίνεται πως η θεωρία αμελεί την παρουσία των εφαπτομενικών ταχυτήτων (swirl) που εισάγονται από τον δίσκο, και ως συνέπεια της αρχής διατήρησης της στροφορμής, δεν ασκείται ροπή.

Αξίζει να σημειωθεί ότι είναι δύσκολο να συσχετιστεί αυτή η ιδεατή προσέγγιση με μια πραγματική προπέλα. Ωστόσο, ο Δίσκος Ορμής αποτελεί το ανώτατο όριο για μια έλικα που λειτουργεί σε ιδανικό ρευστό με άπειρο αριθμό πτερυγίων, μηδενικό μήκος χορδής και άπειρη ταχύτητα περιστροφής.

Ο Δίσκος Ορμής θεωρείται ότι λειτουργεί σε ομοιόμορφη ελεύθερη μη συνεκτική ροή, με ταχύτητα V_A και ομοιόμορφη στατική πίεση p_0 αρκετά ανάντι του δίσκου. Δεδομένου ότι η ροή είναι μη συνεκτική, η συνολική πίεση σύμφωνα με την εξίσωση του Bernoulli είναι σταθερή κατά μήκος οποιασδήποτε ροϊκής γραμμής, εκτός από αυτές που διέρχονται από το δίσκο, όπου εμφανίζεται μια συνολική αύξηση πίεσης Δp . Αρκετά κατάντι του δίσκου, αναμένεται ότι οι ποσότητες της ροής θα έχουν επανέλθει στις αρχικές τους τιμές, ενώ η ροϊκή γραμμή στα άκρα θα ισούται με την ακτίνα R_d . Η ταχύτητας διαταραχής στην αξονική διεύθυνση θα είναι $u_w(r)$ για $r < R_d$ και θα είναι μηδέν για $r > R_d$.

Η ακτινική ταχύτητα θα είναι μηδέν για όλες τις ακτινικές θέσεις και η στατική πίεση θα είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα, με τιμή ίση με την ανάντι τιμή p_0 .

Δεδομένου ότι δεν εισέρχεται ρευστό εντός του δίσκου, οι αξονικές και ακτινικές ταχύτητες είναι συνεχείς. Η αύξηση της ολικής πίεσης Δp επομένως γίνεται πλήρως αισθητή ως αύξηση της στατικής πίεσης, Δp .

Γράφοντας την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ ενός σημείου ανάντι και ενός σημείου κατάντι του σωλήνα ροής που διέρχεται από το δίσκο προκύπτει.

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho V_A^2 + \Delta p = p_0 + \frac{1}{2}\rho(V_A + u_w(r))^2 \quad (3.14)$$

$$\Delta p = \rho u_w(r) \left(V_A + \frac{u_w(r)}{2} \right) \quad (3.15)$$

Εφόσον η διαφορά πίεσης Δp είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα, η εξίσωση (3.15) οδηγεί στο σημαντικό πόρισμα ότι η ταχύτητα διαταραχής $u_w(r)$ στις ροϊκές γραμμές αρκετά κατάντι του δίσκου είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα.

$$u_w(r) = u_w = \text{σταθ} \quad (3.16)$$

Η συνολική ώση, T , στο Δίσκο Ορμής μπορεί να γραφτεί ως

$$T = \pi R^2 \rho u_w \left(V_A + \frac{u_w}{2} \right) \quad (3.17)$$

Εισάγοντας τον ορισμό του συντελεστή ώσης από την εξίσωση (3.3), προκύπτει μια μη διαστατική μορφή της εξίσωσης (3.17) που περιλαμβάνει μόνο τον λόγο της ταχύτητας του ομόρρου προς την ταχύτητα προχώρησης,

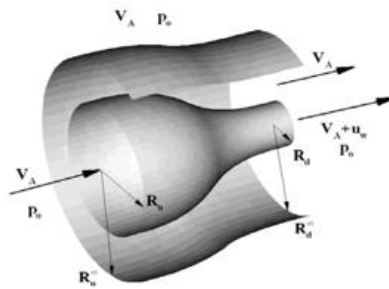
$$C_T = \frac{2u_w}{V_A} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u_w}{V_A} \right) \quad (3.18)$$

Μια ανεξάρτητη έκφραση για την ώση με βάση τη διατήρηση της ορμής θα επιτρέψει την εξέταση του πεδίου ταχύτητας στη επιφάνεια του δίσκου. Η γενική διανυσματική μορφή της εξίσωσης ορμής είναι,

$$\vec{F} + \iint_S p \vec{n} ds = \rho \iint_S V(V \cdot \vec{n}) ds \quad (3.19)$$

Η οποία δηλώνει ότι η ροή της ορμής του ρευστού που διέρχεται από έναν όγκο ελέγχου είναι ίση με το άθροισμα των δυνάμεων πίεσης που δρουν στο όριο του όγκου και της συνολικής δύναμης του σώματος, \vec{F} , που ενεργεί εντός του όγκου. Στην περίπτωση αυτή, η επαγόμενη δύναμη σώματος είναι η συνολική ώση, T , η οποία δρα κατά την αρνητική διεύθυνση x . Έτσι, η συνιστώσα x της εξίσωσης ορμής μπορεί να γραφτεί ως:

$$T = - \iint_S p n_x ds + \rho \iint_S V(V + u_a) n_x ds \quad (3.20)$$



Σχήμα 3 1. Όγκος ελέγχου για τον υπολογισμό του δίσκου ορμής. [33]

Αναφορικά με το Σχήμα 3.1, επιλέγεται ένας όγκος ελέγχου του οποίου η εξωτερική επιφάνεια αντιστοιχεί στην επιφάνεια του ρεύματος που διέρχεται από το άκρο του δίσκου και του οποίου τα κατάντι όρια είναι αρκετά μακριά από τον δίσκο ώστε η ταχύτητα και η πίεση να έχουν φτάσει τις οριακές τιμές τους. Έτσι, στο ανάντι όριο, η ακτίνα του όγκου ελέγχου είναι R_u , η πίεση είναι p_0 και η ταχύτητα είναι V_A . Όσον αφορά το κατάντι όριο η ακτίνα είναι R_d , ενώ η πίεση είναι πάλι p_0 και η ταχύτητα είναι $V_A + u_w$.

Η διατήρηση της μάζας απαιτεί,

$$R_u^2 V_A = R_d^2 (V_A + u_w) \quad (3.21)$$

Η καθαρή δύναμη πίεσης που ενεργεί στα δύο άκρα είναι επομένως, $\pi p_0 (R_u^2 - R_d^2)$ με φορά στη θετική κατεύθυνση x .

Ο προσδιορισμός της συνιστώσας x της δύναμης πίεσης που ενεργεί στην εξωτερική επιφάνεια δεν είναι εφικτός αφού δεν είναι γνωστές οι λεπτομέρειες του σχήματος ή η κατανομή της πίεσης. Το συγκεκριμένο εμπόδιο θα αντιμετωπιστεί εξετάζοντας έναν άλλο όγκο ελέγχου του οποίου το εσωτερικό όριο ταιριάζει με το εξωτερικό όριο του τρέχοντος όγκου ελέγχου (Σχήμα 3.1). Το εξωτερικό όριο θα είναι ένας ροϊκός σωλήνας του οποίου οι ακτίνες ανάντι και κατάντι R_u^∞ , R_d^∞ θα είναι αρκετά μεγάλες έτσι ώστε η ταχύτητα να έχει επιστρέψει στην τιμή ελεύθερης ροής V_A . Δεδομένου ότι ο νέος όγκος ελέγχου βρίσκεται έξω από ροϊκές γραμμές της έλικας, η ταχύτητα τόσο στην ανάντι όσο και στην κατάντι επιφάνεια είναι V_A . Η διατήρηση της μάζας απαιτεί

οι δύο επιφάνειες να έχουν ίσο εμβαδόν και εφόσον οι πιέσεις είναι ίσες δεν υπάρχει διαφορά πίεσης. Το ισοζύγιο μάζας απαιτεί,

$$(R_u^\infty)^2 - (R_d^\infty)^2 = R_u^2 - R_d^2 \quad (3.22)$$

έτσι ώστε η συνιστώσα x της δύναμης πίεσης που ενεργεί στο εξωτερικό όριο να είναι $\rho p_0(R_u^2 - R_d^2)$ με φορά στη αρνητική κατεύθυνση x . Δεδομένου ότι δεν υπάρχει ροή ορμής έξω, ούτε κάποια δύναμη σώματος εντός του εξωτερικού όγκου ελέγχου, το καθαρό ολοκλήρωμα της πίεσης πρέπει να είναι μηδέν. Εξού και η δύναμη πίεσης στο εσωτερικό όριο του εξωτερικού όγκου ελέγχου είναι $\rho p_0(R_u^2 - R_d^2)$ με φορά στη θετική κατεύθυνση x , που πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη στην εξωτερική επιφάνεια του εσωτερικού όγκου ελέγχου. Συνεπώς, αυτή η δύναμη απλώς εξισορροπεί τη διαφορά της πίεσης στα άκρα του όγκου ελέγχου, αποδεικνύοντας έτσι τον ισχυρισμό ότι η διαφορά πίεσης είναι μηδέν.

Παρακάτω εισάγονται οι συμβολισμοί για την ταχύτητα διαταραχής στο δίσκο οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν αργότερα στην ανάπτυξη της θεωρίας της φέρουσας γραμμής ανύψωσης για ναυτικές έλικες.

$$u_a^*(r) \equiv u_a(0, r) \quad (3.23)$$

$$u_r^*(r) \equiv u_r(0, r) \quad (3.24)$$

Θεωρώντας έναν διαφορικό ροϊκό σωλήνα ακτίνας dr στο δίσκο. Η ροή μάζας διαμέσου του ροϊκού σωλήνα είναι

$$\frac{dm}{dt} = 2\pi r \rho (V_A + u_a^*(r)) dr \quad (3.25)$$

ενώ η συνολική ώση είναι

$$T = 2\pi \rho u_w \int_0^R (V_A + u_a^*(r)) r dr = \rho \pi R^2 u_w (V_A + \tilde{u}_a^*) \quad (3.26)$$

Όπου,

$$\tilde{u}_a^* = \frac{2}{R^2} \int_0^R u_a^*(r) r dr \quad (3.27)$$

είναι η μέση ταχύτητα αξονικής διαταραχής της μάζας στο δίσκο. Συγκρίνοντας, την εξίσωση (3.17) με την εξίσωση (3.26) προκύπτει ότι η μέση ταχύτητα αξονικής διαταραχής της μάζας στο δίσκο ισούται ακριβώς με το μισό της ταχύτητας διαταραχής κατάντι του.

Δηλαδή,

$$\tilde{u}_a^* = \frac{u_w}{2} \quad (3.28)$$

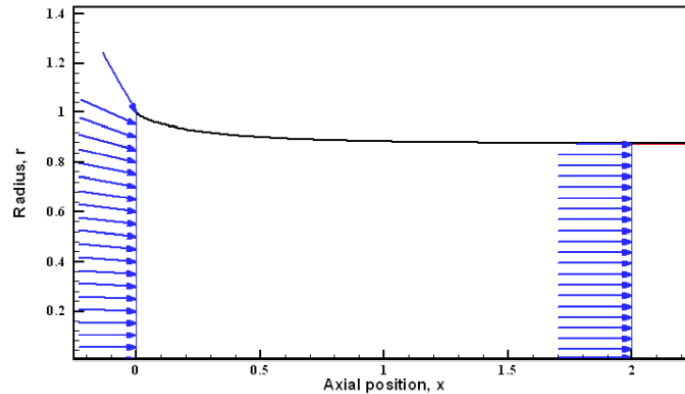
Αντικαθιστώντας, την εξίσωση (3.28) στην (3.18), προκύπτει η ακόλουθη σχέση που συσχετίζει την αξονική ταχύτητα με το συντελεστή ώσης.

$$\frac{\tilde{u}_a^*}{V_A} = \frac{-1 + \sqrt{1 + C_T}}{2} \quad (3.29)$$

Σε αυτό το σημείο μπορεί να αναπτυχθεί μια αναλυτική έκφραση για την ακτίνα του ομόρρου, R_w εφαρμόζοντας διατήρηση της μάζας,

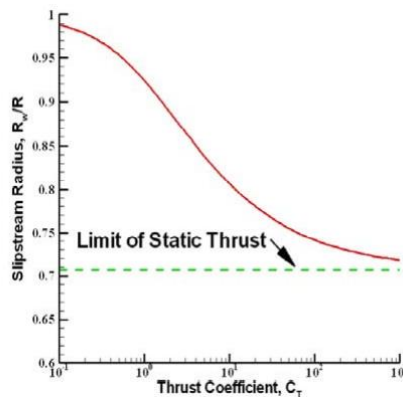
$$\pi R^2 \left(V_A + \frac{1}{2} u_w \right) = \pi R_w^2 (V_A + u_w) \Rightarrow \frac{R_w}{R} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + C_T}}{2\sqrt{1 + C_T}}} \quad (3.30)$$

Διαπιστώνεται συνεπώς, ότι καθώς αυξάνεται η δύναμη ώσης, η ακτίνα του ομόρρου κατάντι του δίσκου R_w μειώνεται.



Σχήμα 3.2. Αποτελέσματα αριθμητικού υπολογισμού ακτίνας του ομόρρου και του πεδίου ταχύτητας στο επίπεδο του δίσκου και αρκετά κατάντι αυτού.[33]

Στο όριο της στατικής ώσης όταν η ταχύτητα προχώρησης είναι μηδέν, ο συντελεστής ώσης γίνεται άπειρος και η ακτίνα του ομόρρου φτάνει σε ένα ασυμπτωτικό όριο $R_w = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (Σχήμα 3.3).



Σχήμα 3.3. Η ακτίνα του ομόρρου συναρτήσει του συντελεστή ώσης.[33]

Η απόδοση του Δίσκου Ορμής μπορεί να οριστεί ως ο λόγος του ωφέλιμου έργου που παράγει ο δίσκος προς τη συνολική ενέργεια που απορροφά. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.4, σε ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων, ο δίσκος θα κινείται προς την αρνητική διεύθυνση x με ταχύτητα V_A . Σε μια χρονική προσαύξηση δt , ο δίσκος κινείται $\delta x = V_A \delta t$ στην αρνητική κατεύθυνση x και το αποδιδόμενο έργο θα ισούται με $W = T \delta x$. Ταυτόχρονα, η συνολική ποσότητα κινητικής ενέργειας που θα μεταδοθεί στο ρευστό θα αυξηθεί κατά μία ποσότητα E . Η διατήρηση της ενέργειας τότε θα επιβάλει η συνολική εισροή ενέργειας να είναι $(T \delta x + E)$. Η απόδοση η θα είναι τότε,

$$\eta = \frac{T}{T + \frac{E}{\delta x}} \quad (3.31)$$

Τώρα πρέπει να διατυπωθεί μια έκφραση για το E. Κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος δt , ένα σωματίδιο ρευστού στο πεδίο του ομόρρου θα έχει μετακινηθεί μια απόσταση

$$\delta x_w = (VA + u_w)\delta t = \frac{(V_A + u_w)}{V_A} \delta x \quad (3.32)$$

σε σχέση με το δίσκο. Η αύξηση της κινητικής ενέργειας που προσδίδεται στο ρευστό είναι επομένως η κινητική ενέργεια που περιέχεται σε έναν κυλινδρικό όγκο ρευστού ακτίνας R_w και μήκους δx_w ,

$$E = \left[\frac{1}{2} \rho u_w^2 \right] \left[\pi R_w^2 \right] \left[\delta x \frac{V_A + u_w}{V_A} \right] \quad (3.33)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.30) προκύπτει,

$$\frac{E}{\delta x} = \frac{1}{2} \rho u_w^2 \pi R^2 \frac{V_A + u_w/2}{V_A} \quad (3.34)$$

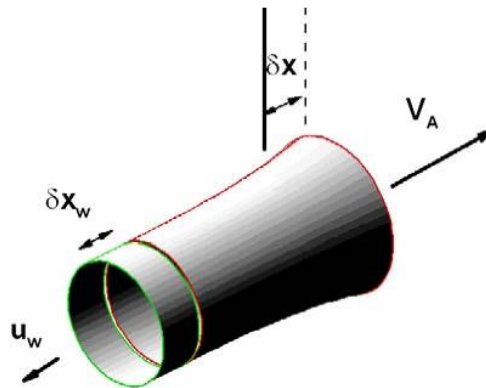
Χρησιμοποιώντας, την εξίσωση (3.26) η παραπάνω εξίσωση αποκτά την ακόλουθη μορφή.

$$\frac{E}{\delta x} = \frac{1}{2} T \frac{u_w}{V_A} \quad (3.35)$$

Τελικά αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.35) στην (3.31) ο βαθμός απόδοσης το δίσκου ορμής ισούται με,

$$\eta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}} \quad (3.36)$$

Παρά το γεγονός ότι η απλή ανάλυση ορμής/ενέργειας που παρουσιάζεται εδώ δεν μπορεί να ποσοτικοποιήσει τη σύνθετη τοπική ροή κοντά στο δίσκο. Αυτή η σημαντική εξίσωση δείχνει πώς η απόδοση μειώνεται με την αύξηση του συντελεστή ώσης και χρησιμεύει ως ένα ανώτερο όριο απόδοσης για «πραγματικές» ναυτικές έλικες.



Σχήμα 3.4. Όγκος ελέγχου για ενεργειακό ισοζύγιο Δίσκου Ορμής.[33]

3.3 Θεωρία Φέρουσας Γραμμής για ναυτικές έλικες

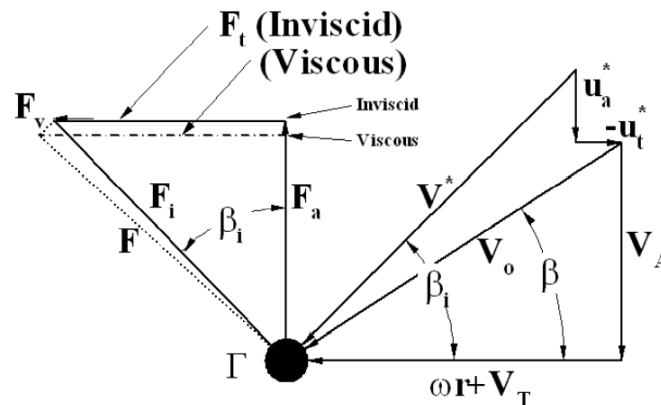
Σύμφωνα με την θεωρία της Φέρουσας Γραμμής, όταν το ύψος του πτερυγίου είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το μήκος της χορδής, τότε κάθε πτερύγιο της έλικας μπορεί να εκφυλιστεί σε ένα προσδεμένο φύλλο στροβιλότητας, το οποίο φέρει συγκεντρωμένη κατανομή κυκλοφορίας $\Gamma(r)$. Δεδομένου ότι όλα τα πτερύγια θα έχουν την ίδια κατανομή κυκλοφορίας σε περιφερειακά ομοιόμορφη ροή, μπορεί να επιλεγεί ένα πτερύγιο (ως αντιπροσωπευτική Φέρουσα Γραμμή).

Υποθέτοντας ότι οι γραμμές ελεύθερης στροβιλότητας απορρίπτονται κατάντι με σταθερή ακτίνα, τότε η ένταση το φύλλου ελεύθερης στροβιλότητας κατά μήκος του πτερυγίου, μπορεί να ληφθεί απευθείας από την παράγωγο της ακτινικής κατανομής της κυκλοφορίας.

$$\gamma_f = -\frac{d\Gamma}{dr} \quad (3.37)$$

Οι σχέσεις που εκφράζουν τις δυνάμεις που δρουν στην ακτίνα r της γραμμής ανύψωσης του υπό μελέτη πτερυγίου προκύπτουν μέσω της εφαρμογής του νόμου του Kutta-Joukowski.

Το Σχήμα 3.5 αναπαριστά ένα συνδυασμένο διάγραμμα ταχύτητας - δύναμης. Οι επαγόμενες αξονικές και εφαπτομενικές ταχύτητες που προκύπτουν λόγω της απόρριψης του ελικοειδούς συστήματος ελεύθερης στροβιλότητας (ομόρρου), $u_a^*(r)$, $u_t^*(r)$ συνδυάζονται με τις συνιστώσες της εισερχόμενης ροής $V_A(r)$, $V_T(r)$ και την ταχύτητα περιστροφής της έλικας ωr για να παράγουν την σχετική ταχύτητα επερχόμενης ροής V^* προσανατολισμένη υπό γωνία β_i ως προς το επίπεδο περιστροφής.



Σχήμα 3.5. Διάγραμμα ταχύτητας και δύναμης σε συγκεκριμένη ακτινική θέση μιας φέρουσας γραμμής.[33]

$$V^*(r) = \sqrt{(V_A(r) + u_a^*(r))^2 + (\omega r + V_T(r) - u_t^*(r))^2} \quad (3.38)$$

$$\beta_i = \tan^{-1} \left[\frac{V_A(r) + u_a^*(r)}{\omega r + V_T(r) - u_t^*(r)} \right] \quad (3.39)$$

Η ποσότητα $\beta_i - \beta$ είναι επομένως ανάλογη με την επαγόμενη γωνία στη θεωρία φέρουσας γραμμής αεροδυναμικής πτέρυγας.

Η δύναμη ανά μονάδα ακτίνας στο σημείο ελέγχου ορίζεται ως

$$F_i(r) = \rho V^*(r) \Gamma(r) \quad (3.40)$$

Όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού,

με κατεύθυνση κάθετη ως προς το V^* .

Είναι σχετικά απλό να συμπεριληφθεί η επίδραση της ιξώδους οπισθέλκουσας σε αυτό το στάδιο προσθέτοντας μια δύναμη $F_v(r)$ που ενεργεί σε κατεύθυνση παράλληλη προς το V^* . Αυτή η δύναμη μπορεί να εκτιμηθεί με βάση την πειραματικά προσδιορισμένη ή θεωρητικά υπολογισμένη δισδιάστατη τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_{Dv}(r)$ σε κάθε ακτινική θέση καθώς και τα μήκη χορδής των υδροτομών $c(r)$. Η δύναμη αντίστασης ορίζεται λοιπόν ως,

$$F_v(r) = \frac{1}{2} \rho (V^*(r))^2 C_{Dv}(r) c(r) \quad (3.41)$$

Στην συνέχεια, οι δύο παραπάνω δυνάμεις αναλύονται σε αξονικές και εφαπτομενικές συνιστώσες, ολοκληρώνονται σε όλη την ακτίνα και αθροίζονται στον αριθμό των πτερυγίων, ώστε τελικά να παραχθούν η συνολική ώση και ροπή της ναυτικής έλικας.

$$T = \rho Z \int_{rh}^R \left[V^* \Gamma \cos \beta_i - \frac{1}{2} (V^*)^2 c C_{Dv} \sin \beta_i \right] dr \quad (3.42)$$

$$Q = \rho Z \int_{rh}^R \left[V^* \Gamma \sin \beta_i + \frac{1}{2} (V^*)^2 c C_{Dv} \cos \beta_i \right] r dr \quad (3.43)$$

Στις εξισώσεις (3.42),(3.43) η $V^* \cos \beta_i$ ισούται με την συνολική εφαπτομενική ταχύτητα $V_T + \omega R + u_t^*$, και η $V^* \sin \beta_i$ ισούται με την συνολική αξονική ταχύτητα $V_A + u_a^*$.

3.3.1 Επαγόμενες Ταχύτητες λόγω Ελικοειδούς Στροβιλότητας

Οι επαγόμενες ταχύτητες σε ακτίνα r_c της φέρουσας γραμμής από ένα σύνολο Z μοναδιαίας έντασης ελικοειδών δινών που απορρίπτονται σε ακτίνα r_v μπορούν να διατυπωθούν σε ολοκληρωτική μορφή χρησιμοποιώντας το νόμο των Biot-Savart.

$$\bar{u}_a(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v [r_v - r_c \cos(\varphi + \delta_k)]}{[(r_v \varphi \tan \beta_w)^2 + r_v^2 + r_c^2 - 2r_v r_c \cos(\varphi + \delta_k)]^{3/2}} d\varphi \quad (3.44)$$

$$\bar{u}_t(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v \tan \beta_w [r_c - r_v \cos(\varphi + \delta_k) - (r_v \cos(\varphi + \delta_k))]}{[(r_v \varphi \tan \beta_w)^2 + r_v^2 + r_c^2 - 2r_v r_c \cos(\varphi + \delta_k)]^{3/2}} d\varphi \quad (3.45)$$

Όπου,

β_w : Υδροδυναμική γωνία έλικας στο σημείο δίνης r_v

φ : Γωνιακή συντεταγμένη ενός αυθαίρετου σημείου στην έλικα που αποβάλλεται από το υπό μελέτη πτερύγιο.

δ_k : Γωνιακή συντεταγμένη αυθαίρετου σημείου στην έλικα που απορρίπτεται από το k πτερόγιο.

$$\text{Με} \quad \delta_k = \frac{2\pi(k-1)}{Z} \quad (3.46)$$

Η συνολική επαγόμενη ταχύτητα στη γραμμή ανύψωσης μπορεί τώρα να υπολογιστεί με την ολοκλήρωση των συνεισφορών όλων των ελικοειδών στροβίλων στην ακτίνα,

$$u_a^* = \oint \frac{-\partial\Gamma(r_v)}{\partial r} \bar{u}_a(r_c, r_v) dr_v \quad (3.47)$$

$$u_t^* = \oint \frac{-\partial\Gamma(r_v)}{\partial r} \bar{u}_t(r_c, r_v) dr_v \quad (3.48)$$

Οι παραπάνω διατυπώσεις για τις επαγόμενες ταχύτητες από το νόμο των Biot-Savart είναι εξαιρετικά δύσκολο να υπολογιστούν αναλυτικά, επομένως κρίνεται απαραίτητη μια αριθμητική επίλυση. Ο Lerbs (1952) έλυσε το πρόβλημα της δυναμικής ροής κάνοντας χρήση των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel [8]. Ωστόσο, η άμεση επίλυση των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel απαιτεί σχεδόν την ίδια υπολογιστική ισχύ με την αριθμητική ολοκλήρωση των (3.44), (3.45). Ευτυχώς, η ύπαρξη ασυμπτωτικών σχέσεων υψηλής ακρίβειας για τα αθροίσματα των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel, επέτρεψαν στον Wrench (1957) να αναπτύξει προσεγγιστικές λύσεις κλειστής μορφής για τις επαγόμενες ταχύτητες. Οι προσεγγιστικές λύσεις κλειστής μορφής διατυπώνονται στην συνέχεια.

Προσεγγίσεις κλειστής μορφής του Wrench [34]

Για $r_c < r_v$:

$$\bar{u}_a(r_c) = Zy_0 \left(1 - \frac{y}{y_0}\right) (1 - 2Zy_0 F_1) \quad (3.49)$$

$$\bar{u}_t(r_c) = 2Z^2 y_0 \left(1 - \frac{y_0}{y}\right) F_1 \quad (3.50)$$

Για $r_c > r_v$:

$$\bar{u}_a(r_c) = 2Z^2 y y_0 \left(1 - \frac{y_0}{y}\right) F_2 \quad (3.51)$$

$$\bar{u}_t(r_c) = Z \left(1 - \frac{y_0}{y}\right) (1 + 2Zy_0 F_2) \quad (3.52)$$

όπου,

$$F_1 \approx -\frac{1}{2y_0 Z} \left(\frac{1+y_0^2}{1+y^2}\right)^{0.25} \left\{ \frac{1}{U^{-1}-1} + \frac{1}{24Z} \left[\frac{9y_0^2+2}{(1+y_0^2)^{1.5}} + \frac{3y^2-2}{(1+y^2)^{1.5}} \right] \ln\left(1 + \frac{1}{U^{-1}-1}\right) \right\} \quad (3.53)$$

$$F_2 \approx \frac{1}{2y_0 Z} \left(\frac{1+y_0^2}{1+y^2}\right)^{0.25} \left\{ \frac{1}{U-1} - \frac{1}{24Z} \left[\frac{9y_0^2+2}{(1+y_0^2)^{1.5}} + \frac{3y^2-2}{(1+y^2)^{1.5}} \right] \ln\left(1 + \frac{1}{U-1}\right) \right\} \quad (3.54)$$

και

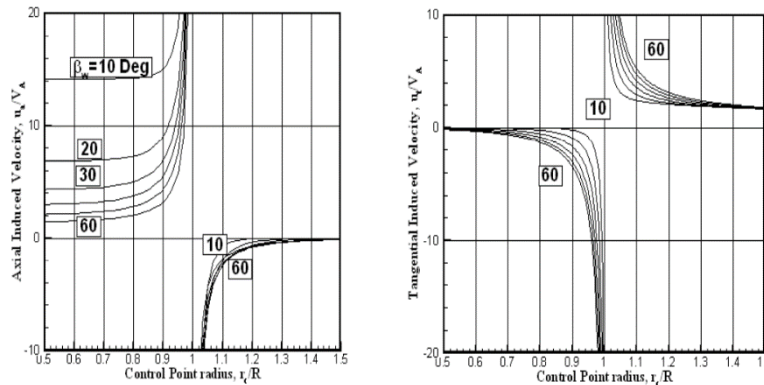
$$U = \left\{ \frac{y_0(\sqrt{1+y^2}-1)}{y(\sqrt{1+y_0^2}-1)} \exp\left(\sqrt{1+y^2} - \sqrt{1+y_0^2}\right) \right\}^Z \quad (3.55)$$

$$y = \frac{r_c}{r_v \tan \beta_w} \quad (3.56)$$

$$y_0 = \frac{1}{\tan \beta_w} \quad (3.57)$$

Όπως είναι αναμενόμενο, η ταχύτητα τείνει στο $\pm\infty$ καθώς η ακτίνα του σημείου ελέγχου πλησιάζει την ακτίνα της στροβιλότητας. Όταν το σημείο ελέγχου βρίσκεται εσωτερικά του σημείου στροβιλότητας, η αξονική ταχύτητα πλησιάζει μια σταθερή τιμή, η οποία αυξάνεται με τη μείωση της γωνίας ομόρρου β_w της έλικας. Όταν το σημείο ελέγχου βρίσκεται εκτός του σημείου στροβιλότητας, η αξονική ταχύτητα πλησιάζει το μηδέν γρήγορα με την αύξηση της ακτίνας και δεν επηρεάζεται από την γωνία β_w .

Το αντίστροφο ισχύει με την εφαπτομενική ταχύτητα. Εσωτερικά του σημείου στροβιλότητας, η εφαπτομενική ταχύτητα πλησιάζει το μηδέν με φθίνουσα ακτίνα. Εκτός του σημείου αυτού, η εφαπτομενική ταχύτητα φαίνεται να μειώνεται αργά με την αύξηση της ακτίνας. Η εφαπτομενική ταχύτητα είναι σχετικά ευαίσθητη στη γωνία β_w , εκτός από την περίπτωση όπου βρίσκεται σε άμεση γειτνίαση με το σημείο στροβιλότητας. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την αξονική ταχύτητα, η οποία είναι εξαιρετικά ευαίσθητη στη γωνία β_w όταν το σημείο ελέγχου βρίσκεται εντός του σημείου στροβιλότητας.



Σχήμα 3.6. Επαγόμενες ταχύτητες σε ακτινική θέση r_c της Φέρουσας Γραμμής, λόγω ενός συνόλου ημι-άπειρων ελικοειδών στροβίλων που απορρίπτονται σε θέση $r_v = 1$. ($Z = 5$, $\beta_w = 10, 20, 30, 40, 50, 60^\circ$). [33]

3.4 Βέλτιστες Κατανομές Κυκλοφορίας

Για μια ναυτική έλικα με βέλτιστη κατανομή ακτινικού φορτίου πρέπει ο στοιχειώδης βαθμός απόδοσης να είναι ανεξάρτητος από την ακτίνα, διαφορετικά μια ανακατανομή στην κυκλοφορία θα οδηγήσει σε αύξηση του συνολικού βαθμού απόδοσης. Συνεπώς,

$$\frac{\tan\beta(r)}{\tan\beta_i(r)} = \sigma\alpha\theta \quad (3.58)$$

Αυτό το αποτέλεσμα δημοσιεύτηκε για πρώτη φορά από τον Betz το 1919 και είναι γνωστό ως "η συνθήκη του Betz "[1].

Για να ισχύει αυτή η συνθήκη η επαγόμενη ταχύτητα στη φέρουσα γραμμή πρέπει να σχηματίζει μια ελικοειδή επιφάνεια σταθερού βήματος. Η συνθήκη Betz είναι το σωστό γραμμικό αποτέλεσμα για μη συνεκτική και ελεύθερη ροή. Η άγνωστη σταθερά στην εξίσωση (3.58) είναι συνάρτηση της επιθυμητής ώσης. Η εύρεση της συγκεκριμένης ώσης απαιτεί τον καθορισμό των ταχυτήτων στην φέρουσα γραμμή. Η πρώτη λύση για την κατανομή κυκλοφορίας που ικανοποιεί τη συνθήκη Betz αναπτύχθηκε από τον Prandtl, χρησιμοποιώντας μια προσεγγιστική μέθοδο για τον υπολογισμό των επαγόμενων ταχυτήτων. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε η αναλυτική λύση, η οποία δημοσιεύτηκε από τον Goldstein το 1929 [35].

Παρόμοια αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν και για μη ομοιόμορφη ροή. Σε αυτήν την περίπτωση,

$$\frac{\tan\beta(r)}{\tan\beta_i(r)} = Y[1 - w(x)] \quad (3.59)$$

Όπου η αξονική ταχύτητα $V_a(r)$ δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$V_a(r) = [1 - w(x)]V_s \quad (3.60)$$

Το Y αποτελεί μια άγνωστη σταθερά. Η εξίσωση (3.60) δημοσιεύτηκε το 1952 από το Lerbs και είναι ευρέως γνωστή ως η συνθήκη του Lerbs.[1]

3.4 Προσδιορισμός Υδροδυναμικής Γωνίας Ομόρρου β_w

Είναι προφανές από το Σχήμα 3.5 ότι η επαγόμενη υδροδυναμική γωνία στη φέρουσα γραμμή, β_w , είναι μεγαλύτερη από τη γωνία βήματος της μη διαταραγμένης ροής, β . Αυτή η διαφορά γίνεται μεγαλύτερη καθώς αυξάνεται η φόρτιση της προπέλας, και ως εκ τούτου οι επαγόμενες ταχύτητες. Αυτό σημαίνει ότι η γραμμική θεώρηση που εκφράζει ότι οι ελεύθερες δίνες απορρίπτονται σε ελικοειδείς επιφάνειες γωνίας βήματος β καθίσταται λιγότερο έγκυρη για αυξημένη φόρτιση της προπέλας.

Στον αντίποδα, μια πολύ καλύτερη υπόθεση, η οποία φέρει το όνομα θεωρία μέτριας φόρτισης σε ναυτικές έλικες, επιβάλλει στις ελεύθερες δίνες να ακολουθούν ελικοειδή μονοπάτια με γωνία βήματος β_i αντί β . Αυτό εξακολουθεί να μην είναι απόλυτα αληθές, καθώς τόσο το βήμα όσο και η ακτίνα κάθε φύλλου στροβιλότητας πρέπει να παραμορφώνονται συνεχώς για να ευθυγραμμίζονται με την τοπική ροή. Ωστόσο έχει αποδειχθεί ότι δίνει αρκετά αξιόπιστα αποτελέσματα για ναυτικές έλικες που βρίσκονται σε πρώιμο στάδιο σχεδίασης.

4 Αριθμητικές Μέθοδοι

4.1 Μέθοδος Δίσκου Ορμής

Όπως έχει ήδη αναφερθεί μια εναλλακτική λύση για την ακριβή επίλυση του ροϊκού πεδίου γύρω από την έλικα είναι η εφαρμογή ενός Δίσκου Ορμής στην περιοχή όπου αυτή εδράζεται. Κατ' αυτόν τον τρόπο, μοντελοποιείται και προστίθεται η ορμή που εναλλάσσει η έλικα με τα στοιχεία του ρευστού εντός της περιοχής του Δίσκου Ορμής. Η επιβολή ορμής στα σωματίδια του ρευστού μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω των εξισώσεων ορμής ή εναλλακτικά με χρήση οριακών συνθηκών στην επιφάνεια του δίσκου (επιβολή άλματος πίεσης και εφαπτενικής ταχύτητας). [36]

Οι τρόποι με του οποίους μπορεί να υπολογιστεί η επιβαλλόμενη ορμή στα σωματίδια του ρευστού ποικίλουν. Η ευκολότερη προσέγγιση είναι να προστεθεί μια ομοιόμορφη κατανομή δύναμης στην περιοχή του δίσκου και έπειτα να υπολογιστεί η δύναμη όγκου με κατάλληλο τρόπο, ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή συνολική ώση και ροπή. Μια ίσως πιο περίπλοκη προσέγγιση, αφορά την επιβολή ανομοιόμορφης δύναμης όγκου που υπολογίζεται με χρήση (μη συνεκτικών μεθόδων όπως αναφέρθηκε στη εισαγωγή. Σε πρωταρχικό στάδιο η επιβαλλόμενη ορμή προστίθεται ως δύναμη όγκου η οποία μεταβάλλεται στην ακτινική διεύθυνση και υπολογίζεται έτσι ώστε να επιβάλλεται μια προδιαγεγραμμένη συνολική ώση και ροπή στο ρευστό.

Στην υλοποιηθείσα μέθοδο, για τον υπολογισμό της δύναμης όγκου στην αξονική και εφαπτομενική διεύθυνση, υιοθετούνται εκφράσεις παρόμοιες με αυτές που δίνονται για τις συνιστώσες της ταχύτητας στην δημοσιευμένη έρευνα του Goldstein [35]. Ουσιαστικά, τόσο η ώση όσο και η ροπή διατυπώνονται με τέτοιο τρόπο ώστε η κατανομή της ογκικής δύναμης να ακολουθεί περίπου την βέλτιστη κατανομή της κυκλοφορίας σύμφωνα με τον Goldstein [35]. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε αντιδιαστολή με την εξιδανικευμένη γενική θεωρία του Δίσκου Ορμής, η εφαρμοσμένη μέθοδος λαμβάνει υπόψη την διαταραχή του πεδίου ταχυτήτων στην εφαπτομενική διεύθυνση. Η κατανομή των δυνάμεων θα έχει την ακόλουθη μορφή. [2],[37],[38]

$$f_{bx} = A_x r^* \sqrt{1 - r^*} \quad (4.1)$$

$$f_{b\theta} = \frac{A_\theta r^* \sqrt{1 - r^*}}{r^* (1 - r'_h) + r'_h} \quad (4.2)$$

$$r^* = \frac{r' - r'_h}{1 - r'_h}, \quad r' = \frac{r}{R_p}, \quad r'_h = \frac{R_H}{R_p} \quad (4.3)$$

Οι σταθερές A_x και A_θ υπολογίζονται απαιτώντας η δύναμη όγκου που προστίθεται στην περιοχή του δίσκου ορμής να αθροίζει τη συνολική προδιαγεγραμμένη ώση T και τη συνολική προδιαγεγραμμένη ροπή Q .

Αρχικά για το A_x

Η ογκική δύναμη δίνει συνολική ώση T αν, :

$$T = \int_V f_{bx} dV = \int_{R_H}^{R_P} f_{bx} 2\pi r \Delta dr \quad (4.4)$$

Όπου r^* είναι η κανονικοποιημένη ακτίνα του δίσκου και ορίζεται ως

$$r^* = \frac{r' - r'_h}{1 - r'_h} \Rightarrow \frac{dr^*}{dr} = \frac{1}{R_P - R_H} \Rightarrow dr = (R_P - R_H) dr^* \quad (4.5)$$

$$r = R_H + r^*(R_P - R_H) \quad (4.6)$$

Εισάγοντας (4.1) στην (4.4) και αλλάζοντας μεταβλητή στο ολοκλήρωμα από r σε r^*

$$\begin{aligned} T &= \int_{r=R_H}^{r=R_P} A_x r^* \sqrt{1 - r^*} 2\pi r \Delta (R_P - R_H) dr^* = \{r = R_P \Rightarrow r^* = 1, r = R_H \Rightarrow r^* = 0\} \\ &= 2\pi \Delta (R_P - R_H) \int_0^1 A_x r^* \sqrt{1 - r^*} (R_H + r^*(R_P - R_H)) dr^* \\ &= 2\pi \Delta (R_P - R_H) A_x \left[R_H \int_0^1 r^* \sqrt{1 - r^*} dr^* + (R_P - R_H) \int_0^1 r^{*2} \sqrt{1 - r^*} dr^* \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ο υπολογισμός των δύο ολοκληρωμάτων δίνει

$$I = \int_0^1 r^* \sqrt{1 - r^*} dr^* = \frac{14}{15} \quad (4.8)$$

και

$$II = \int_0^1 r^{*2} \sqrt{1 - r^*} dr^* = \frac{106}{105} \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των ολοκληρωμάτων στην (4.7) προκύπτει

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \Delta (R_P - R_H) A_x \frac{4}{105} (4R_P + 3R_H) \\ \Rightarrow A_x &= \frac{105}{8} \frac{T}{\pi \Delta (R_P - R_H) (4R_P + 3R_H)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Όπου Δ είναι το πάχος του δίσκου.

Αναφορικά με το A_θ ,

Η ολοκληρωτική μορφή της ροπής Q δίνεται:

$$Q = \int_V r f_{b\theta} dV = \int_{R_H}^{R_P} r f_{b\theta} 2\pi r \Delta dr \quad (4.11)$$

Εισάγοντας την (4.2) στην (4.11) και αλλάζοντας μεταβλητή στο ολοκλήρωμα από r σε r^*

$$\begin{aligned} Q &= \int_{r=R_H}^{r=R_P} r A_\theta \frac{r^* \sqrt{1 - r^*}}{r^*(1 - r'_h) + r'_h} 2\pi r \Delta (R_P - R_H) dr^* \\ &= A_\theta 2\pi \Delta \int_0^1 (R_H + r^*(R_P - R_H))^2 \frac{r^* \sqrt{1 - r^*}}{r^*(1 - r'_h) + r'_h} (R_P - R_H) dr^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A_\theta 2\pi\Delta \int_0^1 \left[R_P \left(r'_h + r^*(1 - r'_h) \right) \right]^2 \frac{r^* \sqrt{1 - r^*}}{r^*(1 - r'_h) + r'_h} R_P (1 - r'_h) dr^* \\
&= A_\theta 2\pi\Delta R_P^3 \int_0^1 \left(r'_h + r^*(1 - r'_h) \right) r^* \sqrt{1 - r^*} (1 - r'_h) dr^* \\
&= A_\theta 2\pi\Delta R_P^3 (1 - r'_h) \left[r'_h \int_0^1 r^* \sqrt{1 - r^*} dr^* + (1 - r'_h) \int_0^1 r^{*2} \sqrt{1 - r^*} dr^* \right] \\
&= A_\theta 2\pi\Delta R_P (R_P - R_H) \frac{4}{105} (4R_P + 3R_H) \\
A_\theta &= \frac{105}{8} \frac{Q}{\pi\Delta R_P (R_P - R_H) (4R_P + 3R_H)} \tag{4.12}
\end{aligned}$$

4.1.1 Σύζευξη με Υπολογιστικό Κώδικα Ρευστοδυναμικής (MaPFlow)

Έχοντας διατυπώσει όλες τις απαραίτητες σχέσεις, σειρά έχει η περιγραφή της εισαγωγής του μοντέλου δίσκου ορμής στο MaPFlow. Η σύζευξη με τον ασυμπίεστο επιλυτή, όπως έχει ήδη αναφερθεί γίνεται προσθέτοντας την προκύπτουσα ογκομετρική δύναμη κάθε κελιού στην εξίσωση ορμής, (4.13) ως όρος πηγής \vec{S}_q .

$$\frac{d\vec{U}_I}{dt} = -\frac{1}{\Omega_I} \left[\sum_j^{N_f} (\vec{F}_c - \vec{F}_v)_j \Delta S_j - \Omega_I \vec{S}_q \right] \tag{4.13}$$

Αλγόριθμος Δίσκου Ορμής - MaPFlow

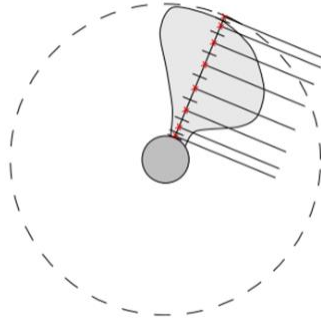
Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ακολούθως.

1. Για συγκεκριμένη ταχύτητα προχώρησης και στροφές της έλικας υπολογίζεται ο συντελεστής προχώρησης J_A (εξίσωση 3.9).
2. Για τον συγκεκριμένο συντελεστή προχώρησης J_A υπολογίζονται οι συντελεστές K_T, K_Q από μια λίστα πίνακα που δίνεται ως είσοδος.
3. Στη συνέχεια υπολογίζεται η ώση και η ροπή μέσω των εξισώσεων (3.2), (3.3).
4. Έπειτα υπολογίζονται οι συντελεστές A_x, A_θ χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (4.10), (4.12).
5. Ακολούθως, υπολογίζονται τα $f_{bx}, f_{b\theta}$ από τις (4.1), (4.2).
6. Κατόπιν, πολλαπλασιάζονται τα $f_{bx}, f_{b\theta}$ με τα κατάλληλα μοναδιαία διανύσματα (σε εφαπτομενική και αξονική διεύθυνση) για να μετατραπούν από βαθμωτά μεγέθη σε διανυσματικά και υπολογίζεται το άθροισμα τους.
7. Τελικά, πολλαπλασιάζεται το άθροισμα των δυνάμεων με τον στοιχειώδη όγκο Ω_I κάθε κελιού που βρίσκεται στην περιοχή επιρροής και προστίθενται στην εξίσωση (4.13).

4.2 Μέθοδος Φέρουσας Γραμμής

Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται στη θεωρία πεταλλοειδών δινών. Ουσιαστικά τα πτερύγια της έλικας κατά την ακτινική τους θέση διακριτοποιούνται σε «πάνελ» στροβιλότητας μεταξύ της πλήμνης και των ακροπτερυγίων.

Στο Σχήμα 4.1 απεικονίζεται ένα πτερύγιο έλικας με οκτώ συνημιτονοειδή στοιχεία στροβιλότητας.



Σχήμα 4.1. Πτερύγιο έλικας με συνημιτονοειδή στοιχεία στροβιλότητας και σημεία ελέγχου. [12]

Η ακτινική κατανομή της προσδεδεμένης κυκλοφορίας, $\Gamma(r)$, προσεγγίζεται από ένα σύνολο στοιχείων στροβιλότητας M σταθερής έντασης Γ_m που εκτείνονται από $r_v(m)$ έως $r_v(m+1)$ και ορίζουν ένα «πάνελ». Προκειμένου να ικανοποιηθεί η συνέχεια της στροβιλότητας σύμφωνα με τα θεωρήματα του Helmholtz, μια διακριτή (ελεύθερη) γραμμή στροβιλότητας απορρίπτεται (ακολουθούσα στροβιλότητα) σε κάθε ένα από τα όρια των «πάνελ», με ένταση ίση με τη διαφορά στην ένταση των παρακείμενων προσδεδεμένων δινών. Ισοδύναμα μπορεί να θεωρηθεί ότι το σύστημα με τα «πάνελ» στροβιλότητας αναπαριστά ένα σύνολο στοιχείων πέταλου M , καθένα από τα οποία αποτελείται από ένα προσδεδεμένο τμήμα στροβιλότητας έντασης Γ_m και δύο ακολουθούσες γραμμές στροβιλότητας έντασης $\pm\Gamma_m$. Στην πραγματικότητα αντιπροσωπεύουν ένα σύνολο Z όμοιων στοιχείων ίσης έντασης, που λαμβάνουν χώρα κατά μήκος κάθε πτερυγίου.

Κάθε σύνολο στοιχείων πεταλοειδούς στροβιλότητας, μοναδιαίας έντασης, επάγει μια αξονική και εφαπτομενική ταχύτητα σε ένα καθορισμένο σημείο ελέγχου, $r_c(n)$ που βρίσκεται στην φέρουσα γραμμή του υπό μελέτη πτερυγίου. Η συνεισφορά των δύο ακολουθούσων δινών μπορεί να βρεθεί μέσω των προσεγγιστικών εξισώσεων κλειστής μορφής του Wrench (3.49 - 3.52). Η συνεισφορά των προσδεδεμένων στοιχείων στροβιλότητας στο φύλλο στροβιλότητας είναι μηδενική, με την προϋπόθεση ότι η φέρουσα γραμμή είναι ακτινική και τα πτερύγια έχουν ομοιόμορφη γωνιακή απόσταση [33].

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα προσδεδεμένα στοιχεία στροβιλότητας που βρίσκονται σε γειτονικά πτερύγια επάγουν ταχύτητα στο υπό μελέτη πτερύγιο, ωστόσο το αθροιστικό τους αποτέλεσμα θα ακυρωθεί λόγω συμμετρίας.

Ως εκ τούτου, η συνολική επαγόμενη ταχύτητα στο σημείο ελέγχου $r_c(n)$ ισούται,

$$u_a^*(y_c(n)) = \sum_{m=1}^M \Gamma_m \bar{u}_a^*(n, m) \quad (4.14)$$

$$u_t^*(y_c(n)) = \sum_{m=1}^M \Gamma_m \bar{u}_t^*(n, m) \quad (4.15)$$

Όπου $\bar{u}_a(n, m), \bar{u}_t(n, m)$ οι συναρτήσεις επιρροής υπολογίζονται σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.45 - 3.48) και ισχύει

$$\bar{u}_\alpha^*(n, m) = \bar{u}_\alpha^*(n, m + 1) - \bar{u}_\alpha^*(n, m) \quad (4.16)$$

$$\bar{u}_t^*(n, m) = \bar{u}_t^*(n, m + 1) - \bar{u}_t^*(n, m) \quad (4.17)$$

Σύμφωνα με τον Kerwin, η συνημιτονοειδής διακριτοποίηση των στοιχείων στροβιλότητας και των σημείων ελέγχου στην φέρουσα γραμμή προτιμάται σε σχέση με την ομοιόμορφη διακριτοποίηση, κυρίως, για λόγους ακρίβειας των αποτελεσμάτων και μείωσης του υπολογιστικού κόστους [33].

Ορίζοντας ως, $h = 0.5(R - r_h)$ και $\delta = \pi/(2M)$, όπου M ο αριθμός των «πάνελ».

Τότε οι συντεταγμένες των σημείων δίνονται ως,

$$r_v(m) = r_h + h[1 - \cos(2(m - 1)\delta)] \quad (4.18)$$

$$r_c(n) = r_h + h[1 - \cos(2n - 1)\delta] \quad (4.19)$$

Η υδροδυναμική γωνία αδιατάρακτης ροής β σε κάθε ακτινική θέση τόσο για τα σημεία στροβιλότητας όσο και για τα σημεία ελέγχου μπορεί να υπολογιστεί από την ακόλουθη σχέση.

$$\tan\beta = \frac{V_A}{\omega r} \quad (4.20)$$

Έχοντας υπολογίσει την γωνία β , το αμέσως επόμενο βήμα είναι η εύρεση της γωνίας β_i . Όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο η τιμή αυτή μπορεί καθοριστεί με την Συνθήκη του Betz για ομοιόμορφη ροή [1].

$$\tan\beta_i = \frac{1}{\eta} \tan\beta \quad (4.21)$$

Τις περισσότερες φορές επιλέγεται ως βαθμός απόδοσης $\eta=0.9$ που αποτελεί τον ιδανικό βαθμό απόδοσης σύμφωνα με την θεωρία του Δίσκου Ορμής.

Υπενθυμίζεται ότι στη θεωρία μέτριας φόρτισης, τα στοιχεία ελεύθερης στροβιλότητας ακολουθούν μια ελικοειδής διαδρομή γωνία βήματος β_i και όχι β . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ισχυρή αλληλεξάρτηση της γωνίας β_i με τις επαγόμενες ταχύτητες, και συνεπώς δυσκολεύει την επίλυση του προβλήματος. Η εξίσωση (4.21) έρχεται να αντιμετωπίσει αυτό το πρόβλημα αποτελώντας αρχική τιμή για τον υπολογισμό της κυκλοφορίας.

Με γνωστά, την ταχύτητα ελεύθερης ροής V_A , την γωνία β_i και την περιστροφική ταχύτητα ω ,

από το διάγραμμα ταχυτήτων που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.5 , προκύπτει

$$\tan\beta_i = \frac{(\omega r) \tan\beta + u_a^*}{\omega r + u_t^*} \Rightarrow (\omega r) \tan\beta_i = (\omega r) \tan\beta + u_a^* - u_t^* \tan\beta_i \quad (4.22)$$

Η οποία μπορεί να γραφτεί και ως,

$$\frac{u_a^*}{V_A} - \frac{u_t^*}{V_A} \tan\beta_i = \frac{\omega r}{V_A} (\tan\beta_i - \tan\beta) \quad (4.23)$$

Ωστόσο από την (4.20) προκύπτει,

$$\frac{u_a^*}{V_A} - \frac{u_t^*}{V_A} \tan\beta_i = \frac{V_A}{V_A} \left(\frac{\tan\beta_i}{\tan\beta} - 1 \right) \quad (4.24)$$

Αντικαθιστώντας στην (4.24) τις εξισώσεις (4.14), (4.15),

προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων με μόνο άγνωστο την κατανομή της κυκλοφορίας Γ_m .

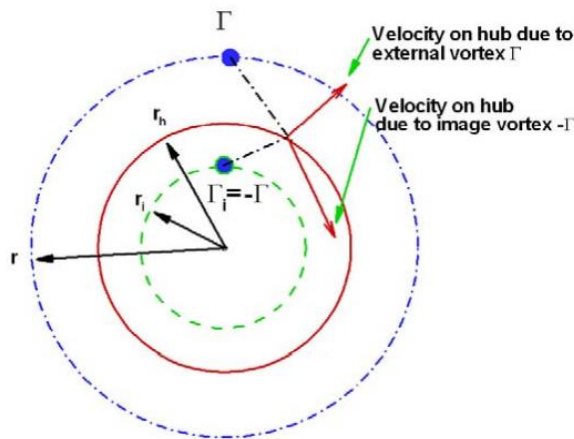
$$\sum_{m=1}^M [\bar{u}_a^*(n, m) - \bar{u}_t^*(n, m) \tan\beta_i(n)] G_m = \frac{V_A}{V_A} \left(\frac{\tan\beta_i(n)}{\tan\beta(n)} - 1 \right) \quad n = 1 \dots M \quad (4.25)$$

Το παραπάνω μητρικό σύστημα είναι της μορφής ($Ax=B$) και επιλύεται με χρήση της επαναληπτική μεθόδου Gauss-Seidel. Επισημαίνεται ότι το παραπάνω σύστημα εξισώσεων έχει αδιαστατοποιηθεί με την ταχύτητα προχώρησης. Συνεπώς, η κατανομή της κυκλοφορίας στα στοιχεία στροβιλότητας αντιπροσωπεύει την αδιάστατη κατανομή κυκλοφορίας που ισούται με

$$G(r) = \frac{\Gamma(r)}{\pi V_A D} \quad (4.26)$$

Η κατανομή κυκλοφορίας που βρέθηκε από την εξίσωση (4.23), δεν λαμβάνει υπόψη την παρουσία της πλήμνης. Αυτό ισοδυναμεί με την υπόθεση ότι τα πτερύγια της έλικας έχουν ελεύθερο άκρο και συνεπώς η κυκλοφορία μηδενίζεται στην περιοχή της πλήμνης. Στην πραγματικότητα όμως, η κυκλοφορία έχει μια μη μηδενική πεπερασμένη τιμή και η παρουσία της πλήμνης ισοδυναμεί με μηδενική διασταυρούμενη ροή μέσω ενός κύκλου ακτίνας r_h . Σε μια δισδιάστατη ροή (Σχήμα 4.2) είναι γνωστό ότι αν μια στροβιλότητα βρίσκεται σε ακτίνα r έχει μια εικόνα στροβιλότητας που βρίσκεται σε μια ακτίνα r_i ίση με,

$$r_i = \frac{r_h^2}{r} \quad (4.27)$$



Σχήμα 4.2. Απεικόνιση της εικόνας μιας δισδιάστατης σημειακής στροβιλότητας σε κύκλο ακτίνας r_h . [33]

τότε η συνολική ταχύτητα που είναι κάθετη στην r_h θα είναι μηδέν. Σύμφωνα με τον Kerwin, η εξίσωση (4.27) είναι κατάλληλη και για μια ελικοειδή στροβιλότητα. [32]

Για να ληφθεί επομένως υπόψη η πλήμνη της έλικας χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της φέρουσας γραμμής, αρκεί απλώς να συμπληρωθεί η πιο κοντινή στην πλήμνη ελικοειδής στροβιλότητα μορφής πετάλου με την αντίστοιχη εικόνα της μέσα στην πλήμνη.

Η ταχύτητα που επάγεται από την εικόνα της στροβιλότητας και βρίσκεται σε ακτίνα r_i , μπορεί να συνδυαστεί με τις εξισώσεις των συναρτήσεων επιρροής (4.14), (4.15) για τις σημειακές στροβιλότητες κατά μήκος της φέρουσα γραμμής, έτσι ώστε να μην προστεθούν επιπλέον άγνωστοι στο σύστημα (4.25).

Μόλις γίνει γνωστή η διακριτή κατανομή της αδιάστατης κυκλοφορίας, οι δυνάμεις μπορούν να υπολογιστούν αθροίζοντας τη συμβολή όλων των «πάνελ» στροβιλότητας. Οι ολοκληρωτικές εξισώσεις για την ώση και τη ροπή που δίνονται από τις εξισώσεις (3.42) και (3.43), αντίστοιχα, μπορούν να μετατραπούν σε ένα διακριτό άθροισμα M «πάνελ» στροβιλότητας.

$$T = \rho Z \sum_{m=1}^M \left[V^* \Gamma(m) \cos \beta_i(m) - \frac{1}{2} (V^*)^2 c(m) C_{D_v}(m) \sin \beta_i(m) \right] dr \quad (4.28)$$

$$Q = \rho Z \sum_{m=1}^M \left[V^* \Gamma(m) \sin \beta_i(m) + \frac{1}{2} (V^*)^2 c(m) C_{D_v}(m) \cos \beta_i(m) \right] r dr \quad (4.29)$$

Οι υδροδυναμικές δυνάμεις στις εξισώσεων (3.40), (3.41) αδιαστατοποιούνται διαιρώντας με $\pi V_a D$

$$F = \rho \frac{V^*}{V_A} G \quad (4.30)$$

$$F_v = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V^*}{V_A} \right)^2 \frac{c}{D} C_D \quad (4.31)$$

Έχοντας αδιαστατοποιήσει τις δύο δυνάμεις, μπορούν εύκολα να διατυπωθούν οι σχέσεις για τους αδιάστατους συντελεστές C_T, C_Q .

$$C_T = 4Z \sum_{m=1}^M [F \cos \beta_i(m) + F_v \sin \beta_i(m)] \delta r \quad (4.32)$$

$$C_Q = 4Z \sum_{m=1}^M [F \sin \beta_i(m) + F_v \cos \beta_i(m)] \frac{r_c}{R} \delta r \quad (4.33)$$

Όπου $\delta r = r_v(m+1) - r_v(m)$

Τα χαρακτηριστικά της έλικας η, K_T, K_Q μπορούν πολύ εύκολα να βρεθούν κάνοντας χρήση των εξισώσεων (3.7 ως 3.13)

Η διόρθωση της εικόνας της πλήμνης, η οποία περιλαμβάνει μια πεπερασμένη κυκλοφορία στην πλήμνη, ισοδυναμεί με την ύπαρξη κυκλοφορίας σε αυτή. Στην πραγματικότητα αυτή η κυκλοφορία πρέπει να διαχυθεί στη ροή κατάντι της πλήμνης, έτσι ώστε να σχηματίσει μια συγκεντρωμένη δίνη όπως αναπαριστάται το Σχήμα 4.3. Η παρουσία μιας συγκεντρωμένης στροβιλότητας κατάντι της πλήμνης επιδρά σημαντικά στην συνολική ώση της έλικας [33]. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στον πυρήνα της στροβιλότητας υπάρχει μια περιοχή χαμηλής πίεσης, που επάγει μια δύναμη αντίστασης. Για να ληφθεί ένα ρεαλιστικό αποτέλεσμα της δύναμης

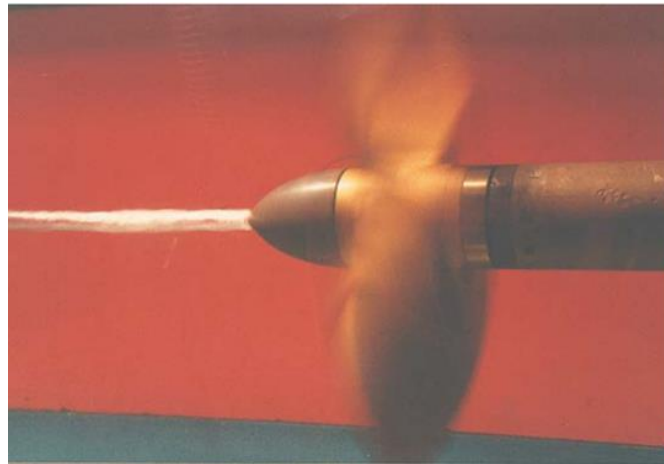
οπισθέλκουσας, η στροβιλότητα που αναπτύσσεται στην περιοχή της πλήμνης πρέπει να μοντελοποιηθεί ως μία ενιαία στροβιλότητα πεπερασμένης ισχύος και ακτίνας πυρήνα r_{hv} . Χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο δίνης Rankine, στο οποίο το πεδίο ταχύτητας μέσα στον πυρήνα είναι απλώς ένα πεδίο περιστροφής στερεού σώματος και έξω από τον πυρήνα είναι μια δυναμική στροβιλότητα, ο Wang (1985) υπολόγισε την αντίσταση τη στροβιλότητας στην πλήμη ως συνάρτηση του λόγου της ακτίνα του πυρήνα στροβιλότητας προς την ακτίνας της πλήμνης. Επίσης, διαπίστωσε ότι η προκύπτουσα δύναμη πίεσης που ενεργεί στο κατάντι άκρο της πλήμνης θα μπορούσε να προσεγγιστεί ως εξής:

$$F_h = \frac{\rho}{16\pi} \left(\ln \frac{r_h}{r_{hv}} + 3 \right) (Z\Gamma_0)^2 \quad (4.34)$$

ή στην αδιάστατη της μορφή

$$C_{Fh} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{r_h}{r_{hv}} + 3 \right) (ZG_0)^2 \quad (4.35)$$

Η δύναμη αυτή προστίθεται με αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση (4.32)



Σχήμα 4.3. Στροβιλότητα που απορρίπτεται κατάντι της πλήμνης.[33]

Αξίζει να τονιστεί, ότι η εξίσωση (4.25) λόγω των εξ' ορισμού υποθέσεων της φέρουσα γραμμής δεν λαμβάνει υπόψη τη γεωμετρία των πτερυγίων της έλικας. Η κατανομή της κυκλοφορίας σχετίζεται απλώς με τις επαγόμενες ταχύτητες μέσω της υδροδυναμικής γωνίας β_i και τις πεταλοειδής συναρτήσεις επιρροής \bar{u}_a και \bar{u}_t . Η συσχέτιση με τη γεωμετρία των πτερυγίων μπορεί να καθοριστεί με τη χρήση του συντελεστή άνωσης για μια υδροτομή του πτερυγίου από τον νόμο των Kutta –Joukowski. '

$$C_L = \frac{dL}{\frac{1}{2}\rho V^*{}^2 c} = \frac{\rho V^* \Gamma}{\frac{1}{2}\rho V^*{}^2 c} = \frac{2\Gamma}{V^* c} \quad (4.36)$$

Επίσης ο συντελεστής άνωσης μπορεί να γραφεί ως η υπέρθεση του συντελεστή άνωσης λόγω καμπυλότητας και του συντελεστή άνωσης λόγω ιδεατής γωνίας πρόσπτωσης. (Σχέση συναρμογής εξωτερικού και εσωτερικού προβλήματος, πρόβλημα δύο ιδιομορφιών, θεωρία διαταραχών. [39]

«Η φυσική σημασία της σχέσης συναρμογής είναι ότι οι φορμαλισμοί του εξωτερικού και εσωτερικού προβλήματος πρέπει να οδηγούν στην ίδια τιμή για την άνωση της πτερυγοτομής στη θέση r (κατά μήκος του ανοίγματος της πτέρυγας) για κάθε r ». [40]

$$C_L = C_{Lc} + C_{La} = \frac{Z_{max}}{Z_{max}(C_{Li})} C_{Li} + 2\pi \left(\theta - \beta_i - \alpha_i \left(\frac{Z_{max}}{Z_{max}(C_{Li})} \right) \right) \quad (4.37)$$

Όπου,

C_{Li} : συντελεστής άνωσης για ιδανική γωνία πρόσπτωσης.

α_i : ιδανική γωνία πρόσπτωσης.

Z_{max} : μέγιστη καμπυλότητα πτερυγίου.

$Z_{max}(C_{Li})$: μέγιστη καμπυλότητα υδροτομής.

$$\theta : \text{γωνία βήματος του πτερυγίου, } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{P/D}{\frac{R}{\pi}} \right) \quad (4.38)$$

P : βήμα πτερυγίου.

Στη εξίσωση (4.37) η ιδεατή γωνία διορθώνεται σύμφωνα με τους συντελεστές διορθώσεις φέρουσας επιφάνειας που ανέπτυξαν οι Kerwin και Leopold (1964) [41].

Επισημαίνεται ότι όλα τα απαραίτητα για τους υπολογισμούς μεγέθη, όπως συντελεστές αντίστασης υδροτομών, μήκος χορδής, ακτινικές θέσεις, βήμα πτερυγίου και μέγιστη καμπυλότητα δίνονται ως είσοδο και παρεμβάλλονται μέσω μιας φυσικής κυβικής spline στα σημεία ελέγχου και στα στοιχεία στροβιλότητας.

Στην περίπτωση που δεν είναι γνωστές οι πειραματικές τιμές του συντελεστή αντίστασης σε κάθε ακτινική θέση, χρησιμοποιείται η ακόλουθη εμπειρική σχέση η οποία λαμβάνει υπόψη την συμβολή των φαινομένων συνεκτικότητας ITTC 1957 [42].

$$C_D = \frac{2 \cdot 0.075}{(\log_{10} Re - 2)^2} \quad (4.39)$$

Ο συντελεστής C_D υπάρχει επειδή τα περύγια της έλικας παρουσιάζουν δύναμη οπισθέλκουσας και στις δύο επιφάνειες του πτερυγίου.

$$\text{Όπου, } Re = \frac{c(r)V^*}{\nu} \quad (4.40)$$

Ο αριθμός Reynolds και ν το κινηματικό ιξώδες.

Εξισώνοντας την (4.36) με την (4.37) η πραγματική γωνία επερχόμενης ροής β_i μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση της κυκλοφορίας Γ , της γωνίας βήματος ϕ του τμήματος λεπίδας καθώς και της ιδανικής γωνίας πρόσπτωσης α_i .

$$\beta_i = \left(\frac{C_{Li}}{2\pi} - \alpha_i \right) \frac{Z_{max}}{Z_{max}(C_{Li})} + \theta - \frac{2\Gamma}{V^* c \pi} \quad (4.41)$$

Υπολογισμός Κατανομής Κυκλοφορίας G

Στη θεωρία ελίκων μέτριας φόρτισης, οι επαγόμενες ταχύτητες έχουν ισχυρή σύζευξη με την υδροδυναμική γωνία β_i . Η σχέση μεταξύ της κυκλοφορίας και υδροδυναμικού βήματος β_i καθορίζεται από την (4.41).

Ο υπολογισμός της κατανομής κυκλοφορίας μέσω του συστήματος (4.25) έχει ως αποτέλεσμα μια νέα γωνία β_i η οποία αποτελεί νέα είσοδος στο σύστημα εξισώσεων. Έτσι η επίλυση της άγνωστη κατανομής κυκλοφορίας βρίσκεται μέσω μιας επαναληπτικής μεθόδου με βασικό κριτήριο σύγκλισης ένα αποδεκτό σφάλμα.

Αλγόριθμος Φέρουσας Γραμμής.

Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται

1. Ορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της έλικας, οι συνθήκες ροής καθώς και όλες οι παράμετροι της Φέρουσας Γραμμής.
2. Γίνεται συνημιτονοειδής διακριτοποίηση των στοιχείων στροβιλότητας και των σημείων ελέγχου μέσω των (4.18), (4.19) και παρεμβάλλονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά με χρήση κυβικής spline.
3. Υπολογίζονται οι αδιατάρακτες γωνίες β_w, β_c από την (4.20).
4. Αρχικοποιούνται τα υδροδυναμικά βήματα χρησιμοποιώντας την (4.19) και εφαρμόζεται η επαναληπτική μέθοδος.
5. Υπολογίζονται οι επαγόμενοι συντελεστές του Wrench, Εξίσωση (3.49 – 3.52).
6. Υπολογίζεται η αδιάστατη κυκλοφορία με Gauss-Seidel και κριτήριο σύγκλισης ένα αποδεκτό σφάλμα, Εξίσωση (4.25).
7. Διορθώνονται το επαγόμενα υδροδυναμικά βήματα μέσω της (4.41).
8. Συγκλίνει η μέθοδος, υπολογίζονται τα πεδία ταχύτητας από τις (4.14), (4.15), (3.38) καθώς και τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά της ροής από τις (4.32), (4.33), (3.7 - 3.13).

4.2.1 Πιστοποίηση της Φέρουσας Γραμμής

Η διαδικασία πιστοποίησης πραγματοποιήθηκε για τρεις ναυτικές έλικες με διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά και αφορούσε την σύγκριση των χαρακτηριστικών ελεύθερης ροής. Επισημαίνεται ότι όλες οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν για σταθερή ταχύτητα $V=1$ m/s και μεταβαλλόμενη περιστροφική ταχύτητα n , ενώ ο αριθμός των σημείων ελέγχου τέθηκε ίσος με 20.

Ναυτική Έλικα DTMB P4119

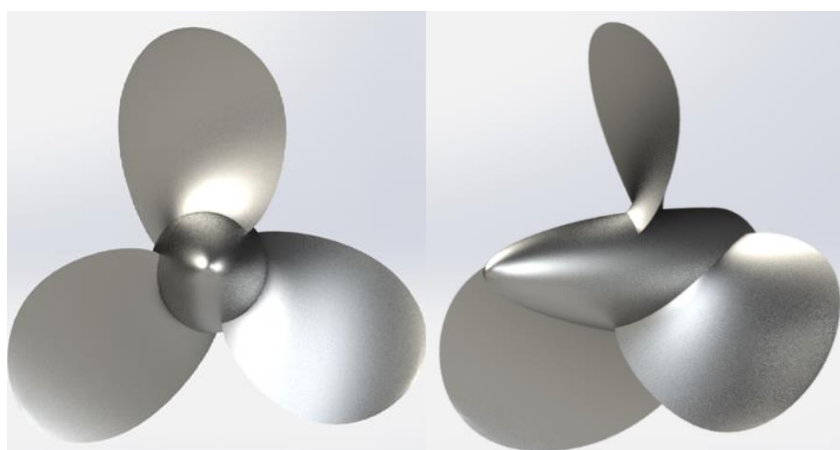
Σε πρωταρχικό στάδιο κρίθηκε απαραίτητο να μελετηθεί μια σχετικά απλή ναυτική έλικα τριών πτερυγίων δίχως πλευρική και διαμήκης γωνία απόκλισης (Σχήμα 4.4). Για την συγκεκριμένη έλικα δίνονται τα πειραματικά δεδομένα μόνο για πέντε αριθμούς συντελεστή προχώρησης. (από $J=0.5$ ως 1.1). Από το Σχήμα 4.5 μπορεί να διακριθεί μια καλή συμφωνία μεταξύ υπολογιστικών και πειραματικών δεδομένων. Ειδικότερα, η καμπύλη που εκφράζει του συντελεστή ώσης (K_T) παρουσιάζει μέγιστο σχετικό

σφάλμα (3.42% για $J=1.1$). Όσον αφορά την καμπύλη του συντελεστή ροπής (K_Q) παρατηρείται μέγιστο σφάλμα της τάξης του (3.80% για $J=1.1$), ενώ για τον βαθμό απόδοσης παρατηρείται μέγιστο σφάλμα της τάξης του (5.27% για $J=0.5$). Για την συγκεκριμένη έλικα η υλοποιηθείσα μέθοδος υποεκτιμά την αναπτυσσόμενη ώση και υπερεκτιμά την απορροφούμενη ροπή. (Πίνακας 4.2)

Η γεωμετρία της παρούσας ναυτικής έλικας δίνεται στο ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.1 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά DTMB P4119

<i>Διάμετρος : $D=0.305\text{ m}$</i>				
<i>Αριθμός Πτερυγίων : $Z=3$</i>				
<i>Λόγος Διαμέτρου Πλήμνης : 0.2</i>				
<i>Λόγος Εκτεταμένης Επιφάνειας : 0.606</i>				
<i>Μέση Γραμμή Υδροτομής : $a = 0.8$</i>				
<i>Υδροτομή : NACA 66</i>				
<i>Ολική Γωνία Πλευρικής Απόκλισης : 0°</i>				
$\frac{r}{R}$	$\frac{c}{D}$	$\frac{P}{D}$	$\frac{t_0}{c}$	$\frac{f_0}{c}$
0.200	0.3200	1.1050	0.2055	0.0143
0.300	0.3625	1.1020	0.1553	0.0232
0.400	0.4048	1.0980	0.1180	0.0230
0.500	0.4392	1.0930	0.9020	0.0218
0.600	0.4610	1.0880	0.0696	0.0207
0.700	0.4622	1.0840	0.0542	0.0200
0.800	0.4347	1.0810	0.0421	0.0197
0.900	0.3613	1.0790	0.0332	0.0182
0.950	0.2775	1.0770	0.0323	0.0163
1.000	0.0200	1.0750	0.0316	0.0118

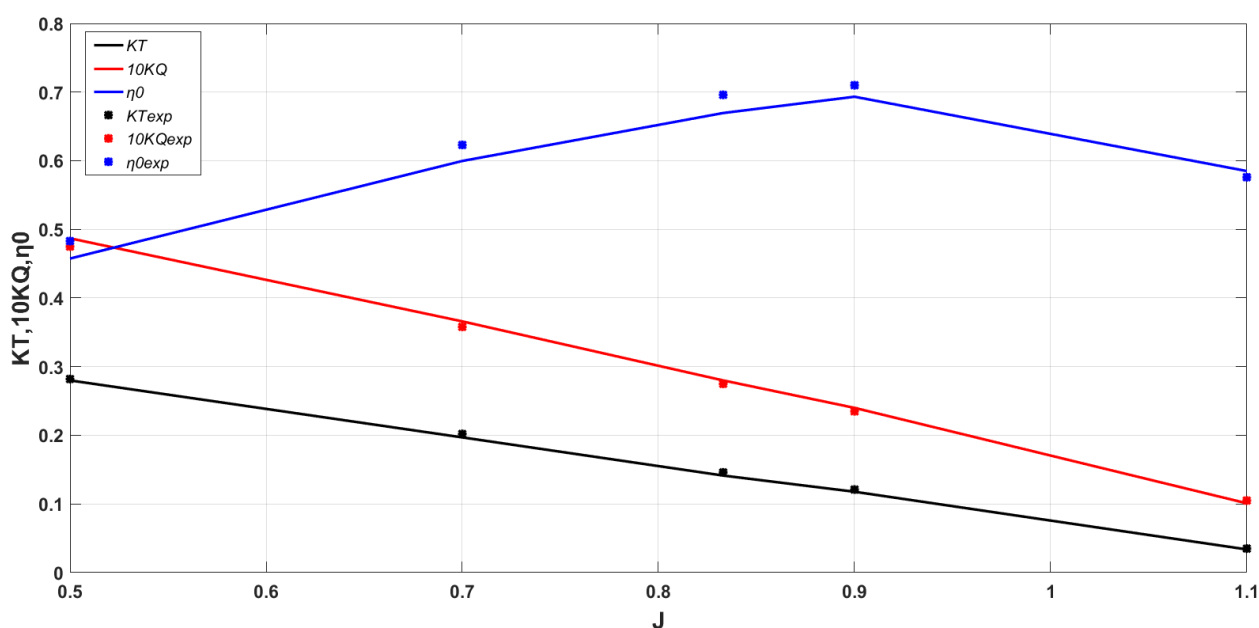


Σχήμα 4.4. Ισομετρικές όψεις της DTMB P4119.

Τα πειραματικά δεδομένα για την εν λόγω έλικα ελήφθησαν από την [43].

Πίνακας 4.2 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής DTMB P4119

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T \%$	$\Delta 10K_Q \%$	$\Delta \eta_{exp} \%$
0.5	0.2800	0.4870	0.4575	0.2820	0.4750	0.4830	-0.7000	2.5263	-5.2733
0.7	0.1970	0.366	0.5996	0.2020	0.3580	0.6230	-2.4752	2.2346	-3.7467
0.83	0.1414	0.2800	0.6680	0.1460	0.2750	0.6960	-3.1506	1.8181	-3.8016
0.9	0.1178	0.2434	0.6932	0.1210	0.2350	0.7105	-2.6446	3.5744	-2.3597
1.1	0.0338	0.1010	0.5858	0.0350	0.1050	0.5760	3.4285	3.8095	1.7150



Σχήμα 4.5. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Έλικα DTMB P4119.

Ναυτική Έλικα KVLCC KP458

Συνεχίζοντας, την διερεύνηση αξιολόγησης των χαρακτηριστικών ελεύθερης ροής που υπολογίζονται με την μέθοδο της Φέρουσας Γραμμής, μελετήθηκε μια ναυτική έλικα τεσσάρων πτερυγίων με πλευρική γωνία απόκλισης 21.15° (Σχήμα 4.6). Σύμφωνα με το Σχήμα 4.7, διακρίνεται ότι η μέθοδος ακολουθεί τις καμπύλες των πειραματικών δεδομένων, ωστόσο παρατηρείται μια γενική αύξηση των σχετικών σφαλμάτων συγκριτικά με την προηγούμενη έλικα. Πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής ώσης παρουσιάζει μέγιστο σχετικό σφάλμα (9.67% για $J=0.7$). Αναφορικά με την καμπύλη του συντελεστή ροπής παρατηρείται μέγιστο σφάλμα της τάξης του (13.71% για $J=0.7$). Τέλος, ο βαθμό απόδοσης παρουσιάζει μέγιστο σφάλμα της τάξης του (27.11% για $J=0.9$). Για την συγκεκριμένη έλικα η εφαρμοσμένη μέθοδος υπερεκτιμά την προβλεπόμενη ώση για όλους του συντελεστές προχώρησης ενώ υποεκτιμά την ροπή για $J > 0.25$. (Πίνακας 4.4)

Η γεωμετρία της παρούσας ναυτικής έλικας δίνεται στο ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.3 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KVLCC KP458

Διάμετρος : $D=0.170\text{ m}$

Αριθμός Πτερυγίων : $Z=4$

Λόγος Διαμέτρου Πλήμνης : 0.155

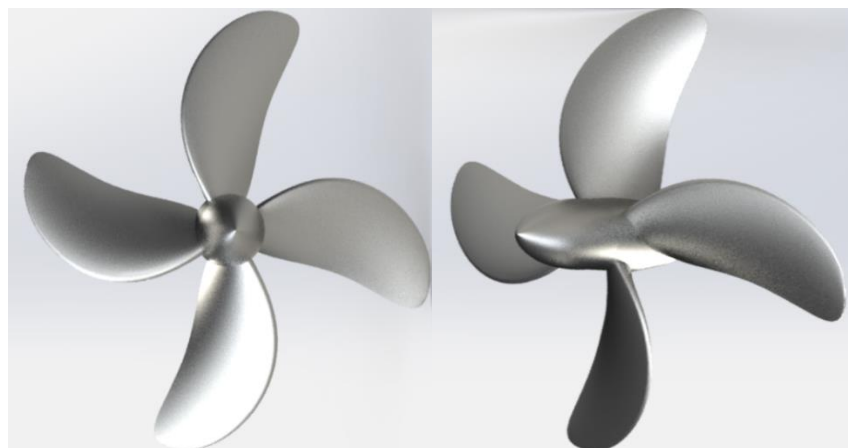
Λόγος Εκτεταμένης Επιφάνειας : 0.431

Μέση Γραμμή Υδροτομής : KVLCC

Υδροτομή : KVLCC

Ολική Γωνία Πλευρικής Απόκλισης : 21.15°

$\frac{r}{R}$	$\frac{c}{D}$	$\frac{P}{D}$	$\frac{t_0}{c}$	$\frac{f_0}{c}$
0.155	0.14992	0.57430	0.31497	0.0311
0.160	0.15150	0.57650	0.30897	0.0313
0.250	0.17720	0.61300	0.23797	0.0349
0.300	0.18920	0.63100	0.20359	0.0356
0.400	0.20930	0.66300	0.15298	0.0338
0.500	0.22470	0.69150	0.11579	0.0293
0.600	0.23350	0.71200	0.08800	0.0250
0.700	0.23380	0.72120	0.06672	0.0219
0.800	0.21920	0.71600	0.05041	0.0198
0.900	0.18080	0.69270	0.03871	0.0161
0.950	0.14220	0.67480	0.03319	0.0128
1.000	0.01000	0.65100	0.0000	0.0030

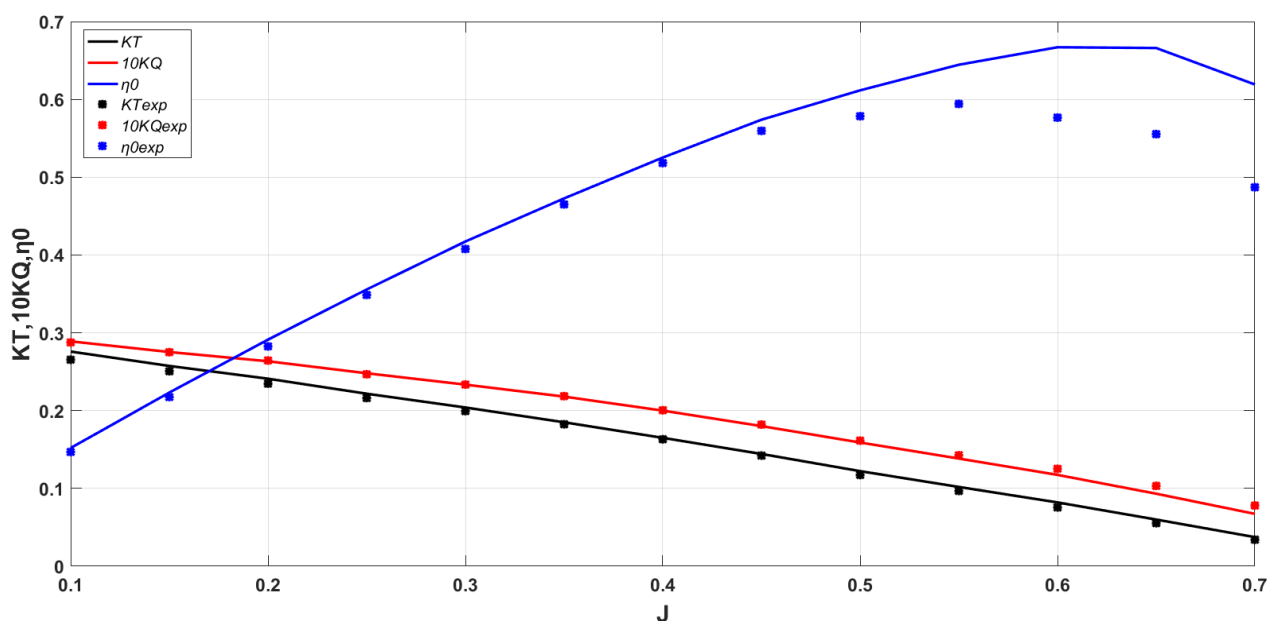


Σχήμα 4.6. Ισομετρικές όψεις της KVLCC KP458.

Τα πειραματικά δεδομένα για την εν λόγω έλικα ελήφθησαν από την [44].

Πίνακας 4.4 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Έλικας KVLCC KP458

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$	$\Delta \eta_{exp}\%$
0.1	0.2759	0.289	0.1519	0.2654	0.2876	0.1468	3.9562	0.4867	3.4526
0.15	0.2574	0.2753	0.2232	0.2506	0.2751	0.2174	2.7134	0.0727	2.6388
0.2	0.2410	0.2634	0.2912	0.2347	0.2644	0.2825	2.6842	-0.3782	3.0741
0.25	0.2217	0.248	0.3556	0.2162	0.2467	0.3486	2.5439	0.5269	2.0064
0.3	0.2040	0.2334	0.4173	0.1994	0.2335	0.4077	2.3069	-0.0428	2.3507
0.35	0.1851	0.2180	0.4727	0.1825	0.2186	0.4650	1.3698	-0.2744	1.6488
0.4	0.1650	0.2002	0.5252	0.1632	0.2005	0.5181	1.1029	-0.2493	1.3556
0.45	0.1443	0.1801	0.5738	0.1422	0.1820	0.5595	1.4767	-1.0439	2.5473
0.5	0.1222	0.159	0.6115	0.1173	0.1614	0.5783	4.1773	-1.4869	5.7498
0.55	0.1019	0.1384	0.6444	0.0968	0.1426	0.5942	5.2685	-2.9453	8.4631
0.6	0.0820	0.1174	0.6669	0.0756	0.1252	0.5766	8.4656	-6.2300	15.672
0.65	0.0601	0.0932	0.6659	0.0554	0.1032	0.5553	8.3032	-9.6899	19.923
0.7	0.0374	0.0673	0.6191	0.0341	0.078	0.4870	9.6774	-13.717	27.114



Σχήμα 4.7. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Έλικα KVLCC KP458.

Ναυτική Έλικα KCS KP505

Καταλήγοντας, από την μελέτη της τελευταίας ναυτικής έλικας, η οποία φέρει πέντε πτερύγια (Σχήμα 4.8) μπορεί να επιβεβαιωθεί μια καλή συμφωνία μεταξύ πειραματικών και αριθμητικών δεδομένων (Σχήμα 4.9). Ειδικότερα, ο συντελεστής ώσης παρουσιάζει μέγιστο σχετικό σφάλμα (12.863% για $J=0.1$ περιοχή υψηλής φόρτισης). Όσον αφορά την καμπύλη του συντελεστή ροπής παρατηρείται μέγιστο σφάλμα της τάξης του (6.71% για $J=0.1$), ενώ ο βαθμός απόδοσης παρουσιάζει μέγιστο σφάλμα της τάξης του (6.48% για $J=0.3$). Για την υπό μελέτη πεντάπτερη έλικα το η

αριθμητική μέθοδος φαίνεται πως υποεκτιμά την προβλεπόμενη ώση και υπερεκτιμά την προκύπτουσα ροπή στην πλειοψηφία των υπό μελέτη συντελεστών προχώρησης. (Πίνακας 4.8)

Η γεωμετρία της παρούσας ναυτικής έλικας δίνεται στο ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.7 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KCS KP505

Διάμετρος : $D=0.250\text{ m}$

Αριθμός Πτερυγίων : $Z=5$

Λόγος Διαμέτρου Πλήμνης : 0.180

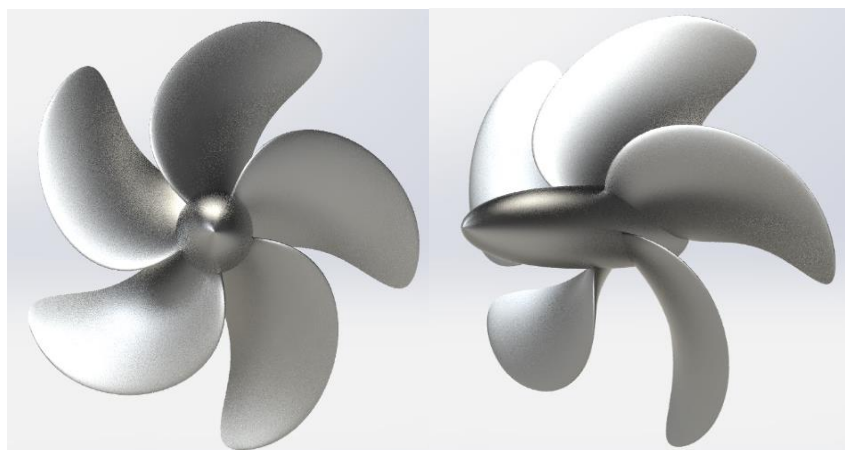
Λόγος Εκτεταμένης Επιφάνειας : 0.800

Μέση Γραμμή Υδροτομής : $a=0.8$

Υδροτομή : NACA 66

Γωνία Πλευρικής Απόκλισης: 32°

$\frac{r}{R}$	$\frac{c}{D}$	$\frac{P}{D}$	$\frac{t_0}{c}$	$\frac{f_0}{c}$
0.180	0.2313	0.8347	0.1982	0.028448
0.250	0.2618	0.8912	0.1555	0.029641
0.300	0.2809	0.9269	0.1321	0.029477
0.400	0.3118	0.9783	0.0971	0.026769
0.500	0.3403	1.0079	0.0722	0.022010
0.600	0.3573	1.0130	0.0544	0.017324
0.700	0.3590	0.9967	0.0415	0.014039
0.800	0.3376	0.9566	0.03178	0.011996
0.900	0.2797	0.9006	0.0247	0.010440
0.950	0.2225	0.8683	0.02373	0.010067
1.000	0.0001	0.8331	36.9000	0.008700

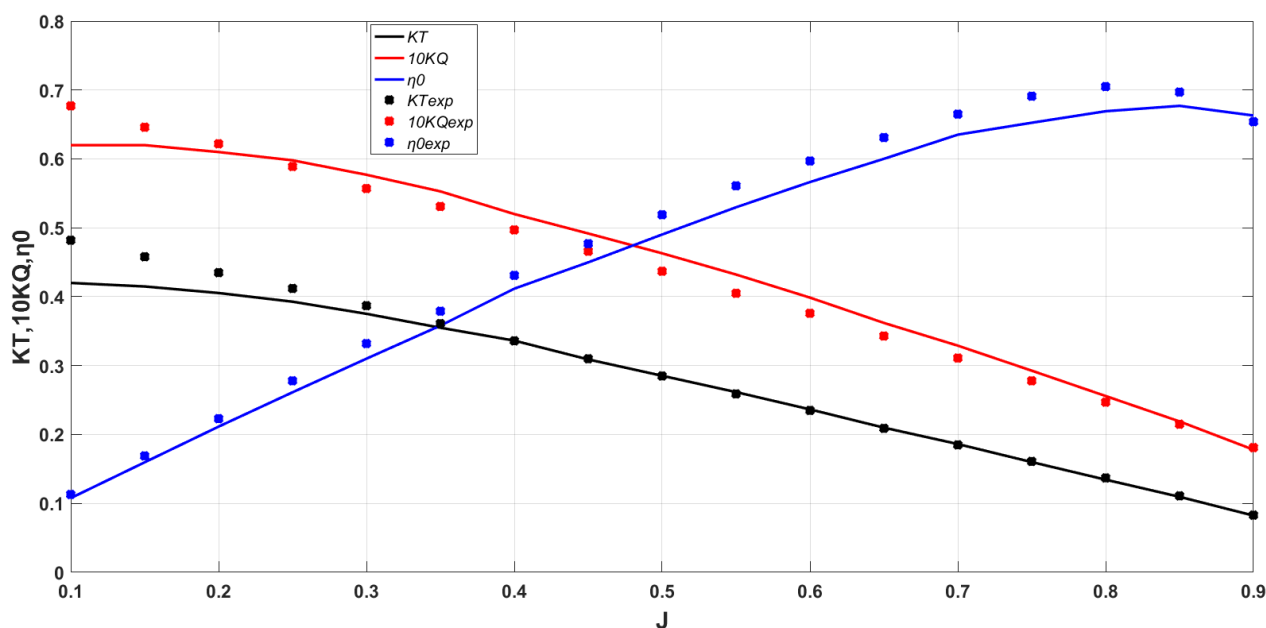


Σχήμα 4.8. Ισομετρικές όψεις της KCS KP505.

Τα πειραματικά δεδομένα για την εν λόγω έλικα ελήφθησαν από την [44].

Πίνακας 4.8 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Έλικας KCS KP505

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$	$\Delta \eta_{exp}\%$
0.1	0.4201	0.6204	0.1078	0.4820	0.6770	0.1130	-12.863	-8.4194	-4.5888
0.15	0.4149	0.6210	0.1597	0.4580	0.6460	0.1690	-9.4104	-4.0247	-5.4685
0.2	0.4054	0.6102	0.2115	0.4350	0.6220	0.2230	-6.8045	-1.9292	-5.1364
0.25	0.3928	0.5980	0.2613	0.4120	0.5890	0.2780	-4.6601	1.5280	-5.9874
0.3	0.3752	0.5770	0.3142	0.3870	0.5570	0.3320	-3.0490	2.3339	-6.4830
0.35	0.3550	0.5529	0.3576	0.3610	0.5310	0.3790	-1.6620	4.1242	-5.6307
0.4	0.3363	0.5210	0.4117	0.3360	0.4970	0.4310	0.0892	4.6277	-4.4729
0.45	0.3090	0.4918	0.4499	0.3100	0.4660	0.4770	-0.3225	5.5364	-5.6625
0.5	0.2853	0.4630	0.4903	0.2850	0.4370	0.5190	0.1052	5.9496	-5.5192
0.55	0.2616	0.4322	0.5298	0.2590	0.4050	0.5610	1.0038	6.7160	-5.5563
0.6	0.2365	0.3987	0.5664	0.2350	0.3760	0.5970	0.6382	6.0372	-5.1184
0.65	0.2102	0.3620	0.6001	0.2090	0.3430	0.6310	0.4784	5.5393	-4.8924
0.7	0.1862	0.3290	0.6305	0.1850	0.3110	0.6650	0.6486	5.7877	-5.6443
0.75	0.1604	0.2927	0.6525	0.1610	0.2780	0.6910	-0.6211	5.2877	-5.5720
0.8	0.1345	0.2559	0.6692	0.1370	0.2470	0.7050	-1.8248	3.6024	-5.0766
0.85	0.1096	0.2190	0.6703	0.1110	0.2150	0.6970	-1.2612	1.8604	-2.8656
0.9	0.0824	0.1780	0.6630	0.0830	0.1810	0.6630	-0.7228	-1.6574	1.3892



Σχήμα 4.9. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά για την Ναυτική Έλικα KCS KP505.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα όλων των αναλύσεων που προηγήθηκαν, μπορεί να εξαχθεί το γενικό συμπέρασμα, ότι σε πρωταρχικό στάδιο σχεδιαστικής ανάλυσης η υλοποιηθείσα αριθμητική μεθοδολογία μπορεί να προλέξει με αποδεκτή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής ανεξάρτητα των αριθμό πτερυγίων ή την σύνθεση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της.

4.2.2 Σύζευξη με Υπολογιστικό Κώδικα Ρευστοδυναμικής (MaPFlow)

Έχοντας πιστοποιήσει την ικανότητα της Φέρουσα Γραμμής να εκτιμήσει με αποδεκτή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά της ελεύθερης ροής, αμέσως επόμενο βήμα είναι η σύζευξη της με τον επιλυτή MaPFlow. Η σύζευξη επιτυγχάνεται με την χρήση μιας Γκαουσιανής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας που ολοκληρώνεται στην μονάδα γύρω από μια μέση τιμή (σημεία ελέγχου). Βασικός σκοπός της είναι να προβάλει την συνιστώσα δύναμη της άνωσης και αντίστασης που έχει υπολογιστεί για κάθε σημείο ελέγχου των πτερυγίων της έλικας, στο τρισδιάστατο καρτεσιανό πλέγμα ως δύναμη όγκου. Η δύναμη αυτή προστίθεται με την σειρά της στις εξισώσεις ορμής ως όρος πηγής \vec{S}_q .

$$\frac{d\vec{U}_I}{dt} = -\frac{1}{\Omega_I} [\sum_j^{N_f} (\vec{F}_c - \vec{F}_v)_j \Delta S_j - \Omega_I \vec{S}_q] \quad (4.42)$$

Προβολή Ογκικής Δύναμης στο Πλέγμα

Οι Γκαουσιανές κατανομές που χρησιμοποιούνται για την προβολή της δύναμης όγκου στο καρτεσιανό πλέγμα διακρίνονται σε ισοτροπικές και μη ισοτροπικές.

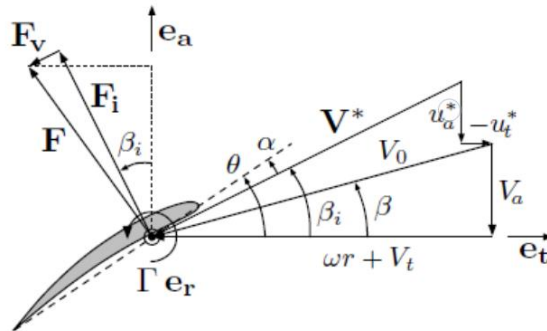
Ισοτροπική Γκαουσιανή Προβολή

$$\vec{S}_q(x, y, z) = \frac{\vec{F}}{(\varepsilon\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\varepsilon^2} - \frac{(y-y_0)^2}{\varepsilon^2} - \frac{(z-z_0)^2}{\varepsilon^2}\right) \quad (4.43)$$

Όπου ε είναι το Γκαουσιανό πλάτος, x , y και z είναι οι συντεταγμένες του κελιού, και x_0 , y_0 και z_0 είναι η θέση στην οποία εφαρμόζεται η Γκαουσιανή, που στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι το σημείο ελέγχου της φέρουσας γραμμής. Με \vec{F} συμβολίζεται η συνολική υδροδυναμική δύναμη του κελιού και ισούται με,

$$\vec{F} = \vec{F}_i + \vec{F}_v \quad (4.44)$$

Υπενθυμίζεται ότι οι υδροδυναμικές δυνάμεις \vec{F}_i , \vec{F}_v υπολογίζονται μέσω των εξισώσεων (3.40), (3.41).



Σχήμα 4.10. Διάγραμμα δύναμης – ταχυτήτων σε υδροτομή ναυτικής έλικας.

Οι κατανομές Gauss στα γειτονικά σημεία ελέγχου συχνά αλληλοκαλύπτονται, έτσι πολλαπλά σημεία ελέγχου μπορούν να συνεισφέρουν στη δύναμη όγκου ενός μεμονωμένου κελιού και συνεπώς να αθροιστεί η συνεισφορά τους σε αυτό το

συγκεκριμένο κελί. Το αποτέλεσμα της ισοτροπικής Γκαουσιανής προβολής στο πλέγμα είναι ένας κυλινδρικός «σωλήνας» δύναμης που περιβάλλει την φέρουσα γραμμή (μέση τιμή).

Ανισοτροπική Γκαουσιανή Προβολή

Οι Matthew Churchfield και Scott Schreck πρότειναν μια καινοτόμα Γκαουσιανή ανισοτροπική κατανομή η οποία διαφέρει και στις τρεις διευθύνσεις προσανατολίζεται με την γωνία βήματος του πτερυγίου και η προβολή της δύναμης στο καρτεσιανό πλέγμα και λόγω της ελλειπτικής της φύσης θυμίζει περισσότερο υδροτομή. (Ελλειπτική κατανομή) [45]. Αυτή η κατανομή δίνεται από την παρακάτω εξίσωση.

$$\vec{S}_q(x_a, x_t, x_r) = \frac{\vec{F}}{\varepsilon_c \varepsilon_t \varepsilon_r (\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{(x_a - x_{a,0})^2}{\varepsilon_c^2} - \frac{(x_t - x_{t,0})^2}{\varepsilon_t^2} - \frac{(x_r - x_{r,0})^2}{\varepsilon_r^2}\right) \quad (4.45)$$

όπου x_c , x_t και x_r είναι οι συντεταγμένες στην αξονική, εφαπτομενική και ακτινική διεύθυνση του τοπικού συστήματος συντεταγμένων όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.6.

Ο δείκτης "0" υποδηλώνει τη θέση στην οποία εφαρμόζεται η Γκαουσιανή.

Τα γκαουσιανά πλάτη σε καθεμία από τις τρεις κατευθύνσεις είναι ε_a , ε_t και ε_r . Η σύνδεση των πλατών με τα πτερύγια γίνεται μέσω των παρακάτω σχέσεων.

$$\varepsilon_a = a_c c, \quad \varepsilon_t = a_t t, \quad \varepsilon_r = a_r \delta r$$

όπου c είναι το μήκος χορδής, t είναι το μέγιστο πάχος, δr είναι το πλάτος του σημείου ελέγχου, ενώ τα a_c , a_t και a_r είναι αδιάστατοι πολλαπλασιαστές.

Κατανόηση των Επιμέρους Παραμέτρων

Η πρόβλεψη της συνολικής ώσης που αναπτύσσει μια ναυτική έλικα είναι πολύ ευαίσθητη στο Γκαουσιανό πλάτος ε . Σύμφωνα με του Sørensen και Shen, για την αποφυγή αριθμητικών ταλαντώσεων σε περίπτωση επιλογής ισοτροπικής κατανομής, η παράμετρος ε πρέπει να ισούται με $\varepsilon \geq 2\Delta x_{grid}$ [46]. Ωστόσο, η επιλογή να συσχετιστεί το γκαουσιανό πλάτος με το μήκος του κελιού, κάνει το πρώτο ευαίσθητο σε τυχόν αλλαγές της χωρικής διακριτοποίησης. Οι Shives και Crawford πρότειναν η παράμετρος ε να μεταβάλλεται ακτινικά του πτερυγίου λαμβάνοντας τιμές που αντιστοιχούν σε ένα αδιάστατο πολλαπλάσιο του μήκους της χορδής, $\varepsilon = a c(r)$, όπου $a = 0.25$ [47]. Αναφορικά με την μη ισοτροπική γκαουσιανή κατανομή, οι Martinez-Tossas έδειξαν ότι για δισδιάστατη ροή, τα $\varepsilon_a \approx 0.4c$ και $\varepsilon_t \leq 0.2c$ είναι βέλτιστα όσον αφορά το σφάλμα μεταξύ του προβλεπόμενου πεδίου ροής και της λύσης δυναμικής ροής για Joukowski αεροτομές [48]. Στο σημείο αυτό, αξίζει να τονιστεί ότι η επιλογή των αδιάστατων πολλαπλασιαστών δεν είναι απόλυτη αλλά εξαρτάται από την χωρική διακριτοποίηση, τον λόγο της ακτίνας προς την χορδή καθώς και την μέθοδο επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων. Σε κάθε περίπτωση όμως είναι σημαντικό η προβολή των δυνάμεων στο πλέγμα να ακολουθεί την πραγματική κατανομή των δυνάμεων στα πτερύγια, (ακτινικά και αξονικά σύμφωνα με το τοπικό σύστημα συντεταγμένων). Επιπρόσθετα, σχεδόν σε όλες τις έρευνες που έχουν διεξαχθεί, κυρίως στο τομέα της

αεροδυναμικής με χρήση γραμμή ορμής, (μελέτη των δυνάμεων που αναπτύσσονται σε ανεμογεννήτριες και αλληλεπίδραση ομόρρου με συστοιχία ανεμογεννητριών), έχει εξαχθεί το γενικό συμπέρασμα ότι το γκαουσιανό πλάτος πρέπει να είναι μικρό έτσι ώστε να μοιάζει με μια γραμμή, στον αντίποδα όμως πρέπει να είναι και αρκετά μεγάλο σε σχέση με το πλέγμα για να διατηρηθεί η αριθμητική ευστάθεια. Αφήνοντας στην άκρη την επίδραση της παραμέτρου ε , επίσης πολύ σημαντική συνεισφορά στην ακρίβεια πρόβλεψης των δυνάμεων, έχει το ακτινικό πλάτος δr των σημείων ελέγχου. Πάλι, χωρίς βλάβη της γενικότητας και σύμφωνα με τους Pankaj K. Jha, Matthew J. Churchfield, Patrick J. Moriarty και Sven Schmitz, ένα κατώτατο όριο το οποίο μειώνει τις περιοχές επικαλύψεις της ογκομετρικής κατανομής της δύναμης γύρω από την εξεταζόμενη γραμμή είναι $\delta r/R \geq 1/20$ (δηλαδή τουλάχιστον 20 σημεία ελέγχου κατά μήκος της περιοχής) [49].

Αλγόριθμος Φέρουσας Γραμμής - MaPFlow.

Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται

1. Αρχικοποιείται το χρονικό βήμα, η θέση της έλικας και βρίσκονται τα απόλυτα και τα σχετικά μοναδιαία διανύσματα.
2. Ορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της έλικας καθώς και οι παράμετροι της Φέρουσας Γραμμής.
3. Γίνεται συνημιτονοειδής διακριτοποίηση των στοιχείων στροβιλότητας και των σημείων ελέγχου μέσω των (4.18), (4.19) και παρεμβάλλονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά με χρήση κυβικής spline.
4. Στην περίπτωση παράλληλης επεξεργασίας, εντοπίζεται σε ποιους επεξεργαστές είναι τα στοιχεία στροβιλότητας και τα σημεία ελέγχου.
5. Παρεμβάλλονται οι ταχύτητες των κοντινότερων κελιών στα αντίστοιχα σημεία ελέγχου και στα στοιχεία στροβιλότητας και ευθυγραμμίζονται με τα σχετικά διανύσματα του πτερυγίου.
6. Υπολογίζονται οι αδιατάρακτες γωνίες β_w, β_c από την (4.20).
7. Αρχικοποιούνται τα υδροδυναμικά βήματα χρησιμοποιώντας την (4.21) και εφαρμόζεται η επαναληπτική μέθοδος.
8. Υπολογίζονται οι επαγόμενοι συντελεστές του Wrench. Εξίσωση (3.49 – 3.52)
9. Υπολογίζεται η αδιάστατη κυκλοφορία με Gauss-Seidel και κριτήριο σύγκλισης ένα αποδεκτό σφάλμα. Εξίσωση (4.25).
10. Διορθώνονται το επαγόμενα υδροδυναμικά βήματα μέσω της (4.41).
11. Συγκλίνει η μέθοδος προσδιορίζονται οι υδροδυναμικές δυνάμεις του πτερυγίου από τις (3.40),(3.41) καθώς και η συνολική υδροδυναμική δύναμη του πτερυγίου σύμφωνα με την (4.44).
12. Κατανέμονται οι δυνάμεις στα κελιά επιρροής χρησιμοποιώντας μια από τις Γκαουσιανές (4.43) ή (4.45) και προστίθενται στην εξίσωση ορμής. Εξίσωση (4.42).
13. Αλλάζει το χρονικό βήμα περιστρέφεται η Φέρουσα Γραμμή ευθυγραμμίζονται τα νέα μοναδιαία διανύσματα και επαναλαμβάνονται τα βήματα (4 έως 12).

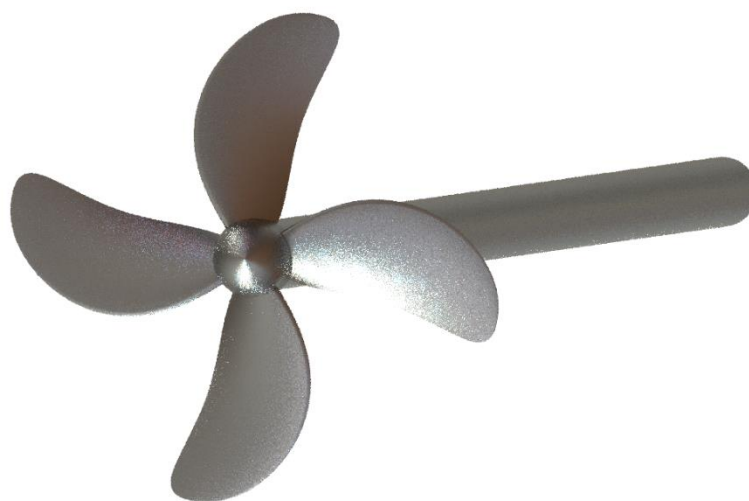
5 Υπολογιστική Μοντελοποίηση KVLCC

KP458

Το παρόν κεφάλαιο περιλαμβάνει την διαδικασία μοντελοποίησης καθώς και τα αποτελέσματα των υπολογιστικών προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για την υπό κλίμακα ναυτική έλικα KVLCC KP458 (Σχήμα 5.1) σε συνθήκες ελεύθερης ομοιόμορφης ροής.

Πίνακας 5.1 : Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά KVLCC KP458.

<i>Αριθμός Πτερυγίων : $Z=4$</i>
<i>Διάμετρος : $D = 0.170 \text{ m}$</i>
<i>Λόγος Κλίμακας : 58</i>
<i>Λόγος μέσου Βήματος $P/D : 0.690$</i>
<i>Λόγος Διαμέτρου Πλήμνης : 0.155</i>
<i>Λόγος Εκτεταμένης Επιφάνειας : 0.431</i>
<i>Μέση Γραμμή Υδροτομής : KVLCC</i>
<i>Υδροτομή : KVLCC</i>
<i>Γωνία Πλευρικής Απόκλισης : 21.15°</i>



Σχήμα 5.1. Ισομετρική όψη της KVLCC KP458.

Οι εν λόγω προσομοιώσεις όπως έχει ήδη αναφερθεί, έγιναν με την χρήση του ασυμπίεστου υπολογιστικού κώδικα MaPFlow και θα διακριθούν σε πέντε θεματικές ενότητες. Στις πρώτες τέσσερις, θα γίνει περιγραφή της μοντελοποίησης του προβλήματος, θα παρουσιαστεί η στρατηγική υπολογιστικής διακριτοποίησης και θα αναλυθούν τα αποτελέσματα για την εν λόγω ναυτική έλικα παρουσία των γεωμετρικών συνόρων της καθώς και με τις προσεγγίσεις του Δίσκου Ορμής και της Φέρουσας Γραμμής. Αναφορικά με την πέμπτη θεματική ενότητα, θα πραγματοποιηθεί συγκριτική αξιολόγηση των τριών προσεγγίσεων εστιάζοντας στα επαγόμενα πεδία ταχυτήτων κατάντι της έλικας.

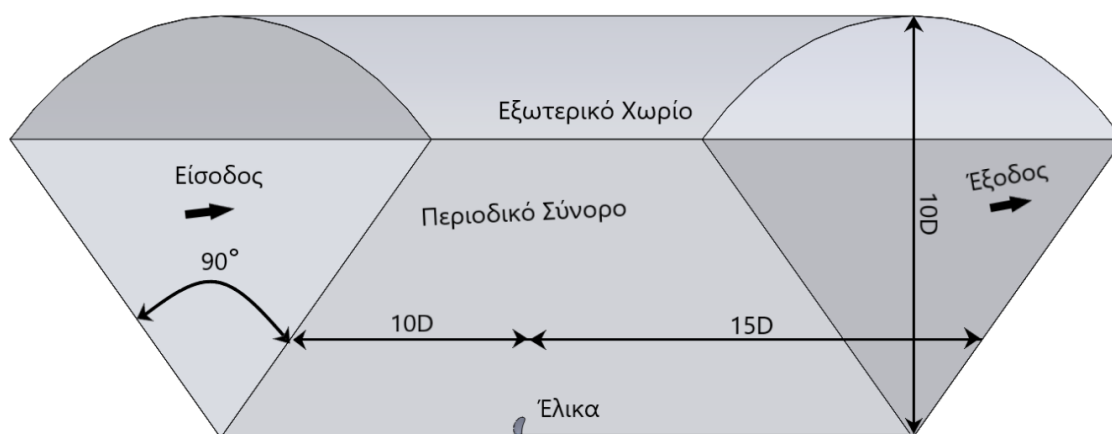
5.1 Μοντελοποίηση Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας

Οι προσομοιώσεις για την πλήρως ορισμένη έλικα σε ελεύθερη ομοιόμορφη ροή έγιναν με σκοπό να υπάρξει ένα σημείο αναφοράς το οποίο θα βοηθήσει στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που θα εξαχθούν από τις δύο υπό μελέτη αριθμητικές μεθόδους.

5.1.1 Ορισμός Προβλήματος Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας

Η μοντελοποίηση της έλικας θα πραγματοποιηθεί σε συνθήκες μόνιμης ροής (θεώρηση ότι κατά την περιστροφή της εν λόγω έλικας δεν λαμβάνουν χώρα έντονα δυναμικά φαινόμενα). Οι διέπουσες αλγεβρικές εξισώσεις θα επιλυθούν στο απόλυτο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς όπως αυτό αναλύεται στο Κεφάλαιο 2, ενώ για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους θα εφαρμοστούν συνθήκες περιοδικότητας λόγω συμμετρίας της γεωμετρίας στην αξονική διεύθυνση. Ουσιαστικά, η συνθήκη περιοδικότητας επιτρέπει την μεταφορά των ροϊκών χαρακτηριστικών από τη μια πλευρά του υπολογιστικού χωρίου στην άλλη χρησιμοποιώντας ένα μητρώο μετασχηματισμού. Αναφορικά, με την μοντελοποίηση της τύρβης θα εφαρμοστεί το μοντέλο δύο εξισώσεων $k-\omega$ SST.

Το υπολογιστικό χωρίο που θα περιβάλλει το υπό μελέτη πτερύγιο θα έχει σχήμα ενός διαιρεμένου κυλίνδρου κατά το $\frac{1}{4}$ (Σχήμα 5.2). Οι διαστάσεις του κατά τον άξονα x θα ισούνται με $10D$ ανάντι της έλικας και $15D$ κατάντι, ενώ η ακτίνα του θα ισούται με $10D$. Η συγκεκριμένη οριοθέτηση του υπολογιστικού χωρίου έγινε με σκοπό την αποφυγή πιθανών αριθμητικών θορύβων που εισάγονται λόγω της ύπαρξης των συνόρων στην επ' άπειρο ροή. Ο ίδιος λόγος οδήγησε τον συγγραφέα να εκτείνει τον άξονα κατάντι της πλήμνης έως το επ' άπειρο σύνορο.



Σχήμα 5.2. Υπολογιστικό χωρίο της KVLCC KP458.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται ο πίνακας με τις συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στο εν λόγω υπολογιστικό χωρίο.

Πίνακας 5.2 : Συνοριακές συνθήκες για την ανάλυση της έλικας KVLCC KP458.

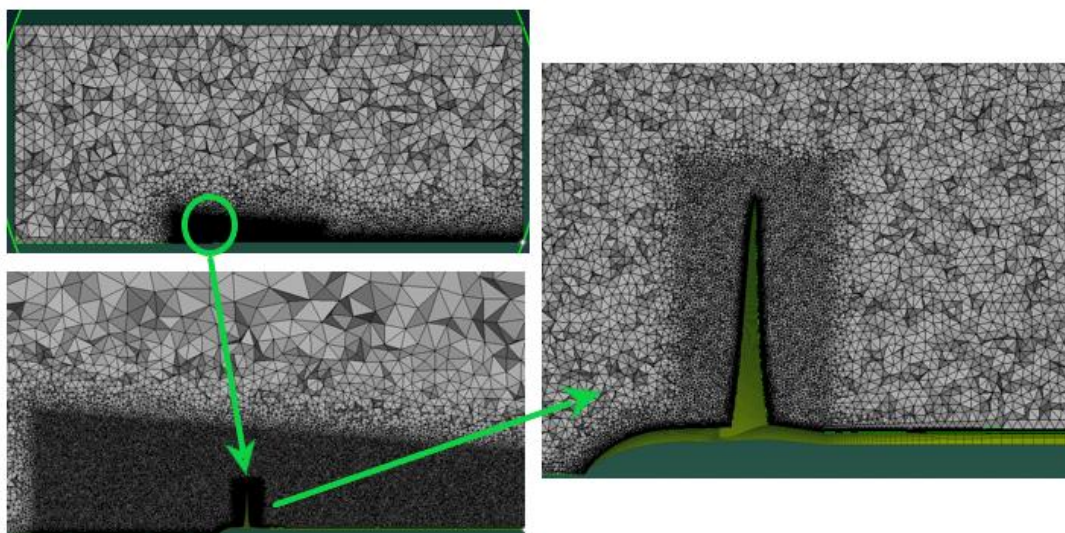
Σύνορο	Ταχύτητα	Πίεση
Είσοδος	Σταθερή Τιμή	Μηδενική Κλίση
Έξοδος	Μηδενική Κλίση	Σταθερή Τιμή
Εξωτερικό Χωρίο	Συνθήκη ολίσθησης	Μηδενική Κλίση
Πλήμνη	Συνθήκη μη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση
Άξονας	Συνθήκη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση
Έλικα	Συνθήκη μη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση

5.1.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας

Στην υπολογιστική ρευστοδυναμική, η ποιότητα ενός υπολογιστικού πλέγματος επηρεάζει σημαντικά την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Απαιτείται λοιπόν να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στο τρόπο με το οποίο θα διεξαχθεί η κατασκευή του.

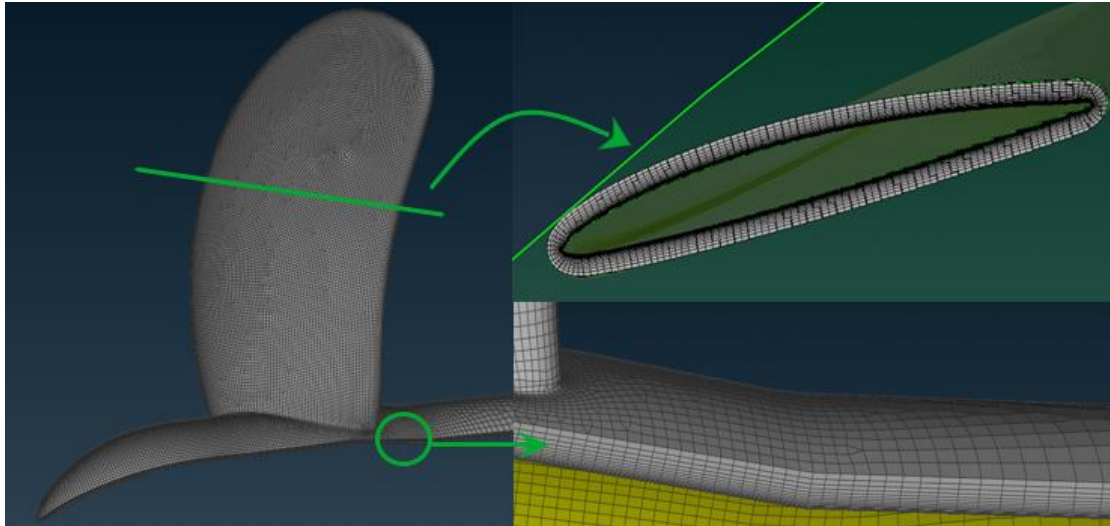
Η σωστή κατασκευή ενός υπολογιστικού πλέγματος προϋποθέτει αφενός σταδιακή αραίωση καθώς πλησιάζουμε στα εξωτερικά σύνορα του χωριού ώστε να αποσβένεται ο αριθμητικό θόρυβος και αφετέρου ικανοποιητική πυκνωση κοντά στην περιοχή της έλικας.

Για την χωρική διακριτοποίηση των όγκων ελέγχου επιλέγεται μη δομημένο πλέγμα. (Σχήμα 5.3).



Σχήμα 5.3. Υπολογιστικό πλέγμα της KVLCC KP458.

Για την διαμόρφωση του οριακού στρώματος γύρω από την περιοχή της έλικας επιλέγεται ομοιόμορφο πλέγμα (Σχήμα 5.4) το οποίο θα καλύπτει 18 επίπεδα στρώματα εξασφαλίζοντας $y^+ = 1$ και πάχος οριακού στρώματος εντός της ιξώδους ζώνης ($\Delta y = 1.4 \text{ mm}$ και $Re = 140000$).



Σχήμα 5.4. Κατασκευή οριακού στρώματος

Στα πλαίσια αναζήτησης κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος πραγματοποιήθηκαν τρεις αναλύσεις με σκοπό την ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων από την χωρική διακριτοποίηση. Ουσιαστικά, η ανεξαρτησία της λύσης από το πλέγμα επιτεύχθηκε με τη σταδιακή πύκνωση των κελιών από 2D ανάντι τής έλικας έως 5D κατάντι σε ακτίνα 1.2D καθώς και των επιφανειακών κελιών σε πτερύγιο, πλήμνη και άξονα.

Επισημαίνεται ότι οι αναλύσεις για την ανεξαρτησία του πλέγματος πραγματοποιήθηκαν για συντελεστή προχώρησης $J=0.55$ σημείο σχεδιασμού ($V = 1$ m/s και $n = 10.6519$ rps). Η αξιολόγηση της ανεξαρτησίας πλέγματος αφορούσε την σύγκριση μεταξύ των συντελεστών $K_T, 10K_Q$ και των αντίστοιχων πειραματικών σε συνθήκες ελεύθερης ροής [44].

Πίνακας 5.3 : Ανεξαρτησία Πλέγματος ($J=0.55$)

Πλέγμα	Αριθμός Κελιών	K_T	$10K_Q$	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	ΔK_T %	$\Delta 10K_Q$ %
Αραιό	2676044	0.1014	0.1643	0.0968	0.1426	4.7767	15.252
Μέτριο	4911196	0.0998	0.1527	0.0968	0.1426	3.1732	7.1479
Πυκνό	10839103	0.0978	0.1489	0.0968	0.1426	1.1055	4.4100

Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα 5.3 η περίπτωση το πυκνότερου πλέγματος δίνει τις μικρότερες δυνατές αποκλίσεις, επομένως για λόγους υπολογιστικού χρόνου και κόστους η ανεξαρτησία του πλέγματος σταματάει στην εν λόγω πύκνωση η οποία θα αποτελέσει και το υπολογιστικό χωρίο αναφοράς για τις μετέπειτα αναλύσεις.

5.1.3 Αποτελέσματα Πλήρως Ορισμένης Ναυτικής Έλικας

5.1.3.1 Σύγκριση Χαρακτηριστικών Ελεύθερης Ροής

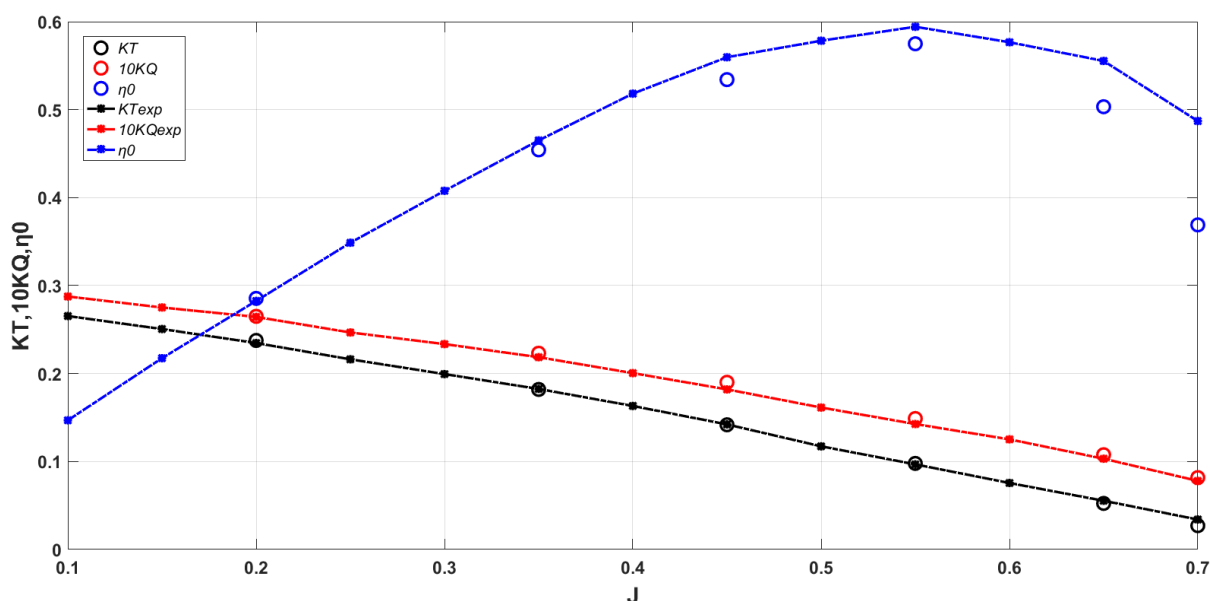
Αφού έχει ολοκληρωθεί η επιλογή κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος, το αμέσως επόμενο βήμα είναι η εξαγωγή και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων. Όπως έχει ήδη

αναφερθεί, η μελέτη της πραγματικής έλικας έγινε σε συνθήκες μόνιμης ροής. Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις που έλαβαν χώρα αφορούσαν επτά συντελεστές προχώρησης ($J = 0.2, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.7$) για σταθερή ταχύτητα εισόδου ($V = 1$ m/s) και μεταβαλλόμενο n .

Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν και θα αξιολογηθούν με την μορφή πινάκων και διαγραμμάτων τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής έναντι των αντίστοιχων πειραματικών.

Πίνακας 5.4 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής Πλήρως Ορισμένης Έλικας.

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T \%$	$\Delta 10K_Q \%$	$\Delta \eta_{exp} \%$
0.2	0.2376	0.2650	0.2854	0.2347	0.2644	0.2825	1.2599	0.2439	1.0135
0.35	0.1819	0.2231	0.4542	0.1825	0.2186	0.4650	-0.2978	2.0656	-2.3156
0.45	0.1417	0.1901	0.5341	0.1422	0.1820	0.5595	-0.2960	4.4536	-4.5471
0.55	0.0978	0.1489	0.5749	0.0968	0.1426	0.5942	-1.1055	4.4100	-3.2416
0.65	0.0524	0.1077	0.5033	0.0536	0.1032	0.5553	-5.5416	4.4036	-9.3671
0.7	0.0271	0.0817	0.3690	0.0341	0.0780	0.4870	-20.520	4.7876	-24.127



Σχήμα 5.5. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ MaPFlow με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Σύμφωνα με το Σχήμα 5.5, αρχικά μπορεί να διαπιστωθεί ότι και οι τρεις καμπύλες σέβονται την μονοτονία των πειραματικών δεδομένων. Η προβλεπόμενη μείωση των συντελεστών ώσης και ροπής καθώς αυξάνει ο συντελεστής προχώρησης οφείλεται στην μείωση της γωνίας πρόσπτωσης δεδομένου ότι το μέσο ακτινικό βήμα παραμένει σταθερό. Εξίσωση (5.1).

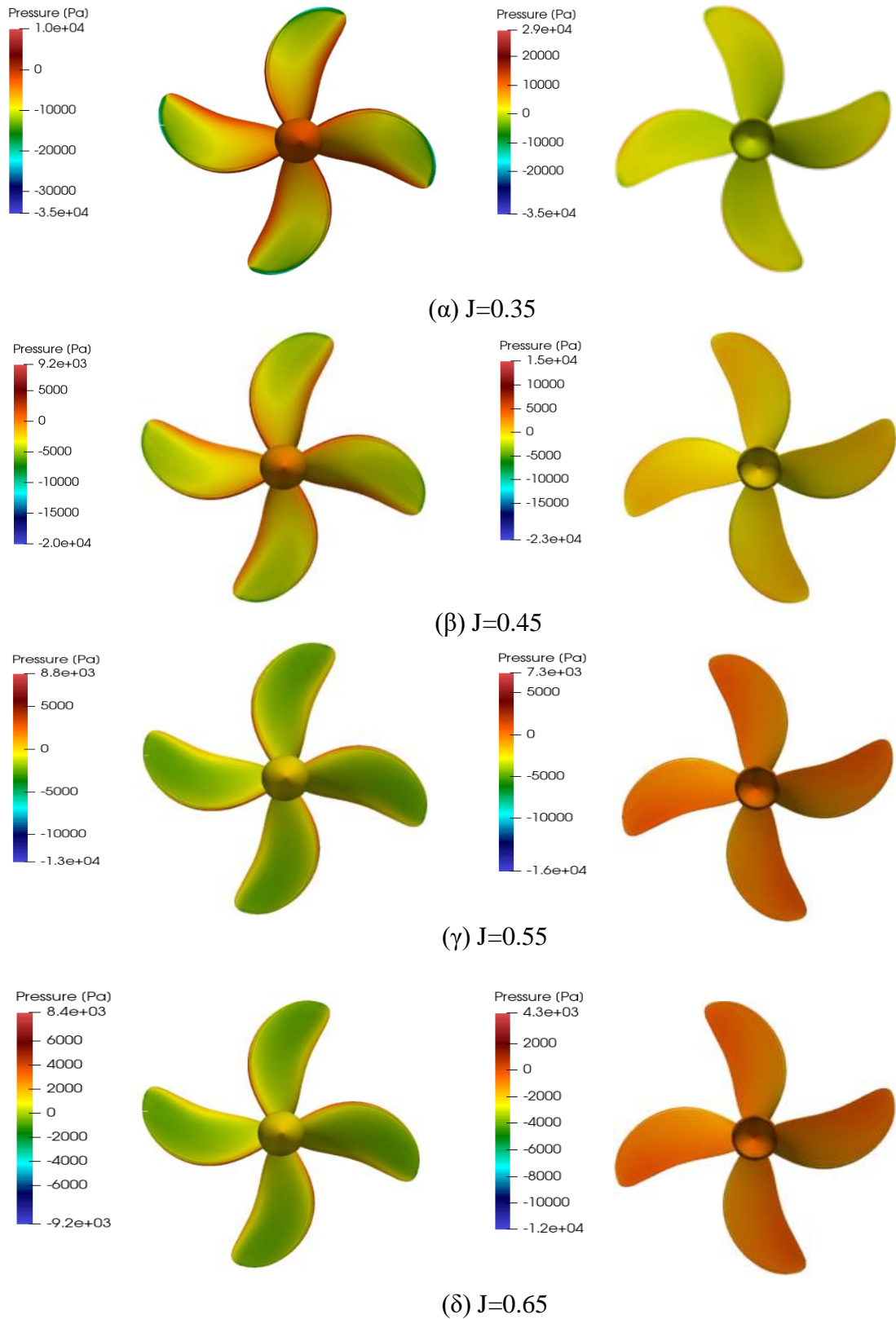
$$\theta - \beta = \tan^{-1} \frac{P(r)}{\pi R} - \tan^{-1} \frac{J}{\pi R} \quad (5.1)$$

Ακολουθώς, παρατηρείται αύξηση του βαθμού απόδοσης καθώς μειώνεται η φόρτιση της προπέλας ενώ η μέγιστη τιμή συμβαίνει για $J=0.55$. Η αύξηση του βαθμού

απόδοσης μπορεί να εξηγηθεί με βάση την εξίσωση (3.35). Αναφορικά, με τις αποκλίσεις μεταξύ MaPFlow και των αντίστοιχων πειραματικών, διακρίνεται ότι και στις τρεις καμπύλες η απόκλιση μεγαλώνει καθώς μεταβαίνουμε σε μεγαλύτερους συντελεστές προχώρησης. Πιο συγκεκριμένα, το MaPFlow υποεκτιμά την αναπτυσσόμενη ώση της υπό μελέτη έλικας και υπερεκτιμά την προκύπτουσα ροπή, με το μέγιστο σχετικό σφάλμα της ώσης να ισούται με 20.52% και το αντίστοιχο της ροπής με 4.78%. Αξίζει να τονιστεί ότι η αδυναμία πρόβλεψης του συντελεστή ώσης και κατά συνέπεια του βαθμού απόδοσης που παρατηρείται για $J=0.7$ είναι κάτι που έχει εξίσου διαπιστωθεί και στην [50]. Στη συγκεκριμένη έρευνα έγινε χρήση πολλών και απαιτητικών από άποψη υπολογιστικής μνήμης μοντέλων τύρβης, (πχ Reynolds Stress Model) ωστόσο, κανένα από αυτά δεν κατάφερε να βελτιώσει σημαντικά τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών ελεύθερης ροής. Επισημαίνεται ότι οι εκτιμήσεις του MaPFlow, έγιναν για πλήρως τυρβώδη ροή.

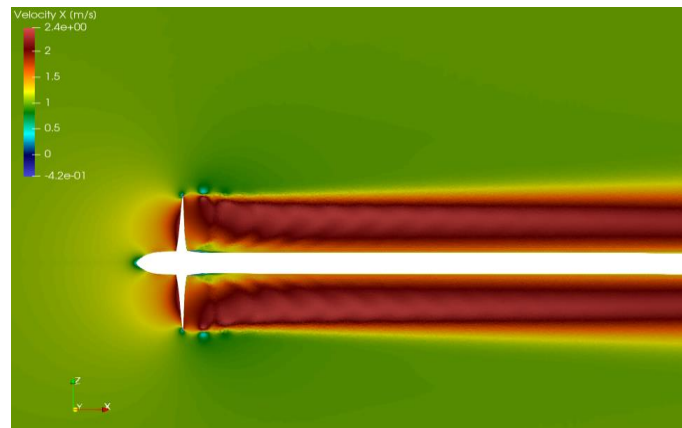
5.1.3.2 Κατανομή Πίεσης

Στο Σχήμα 5.6 παρουσιάζεται η κατανομή της πίεσης στην πλευρά αναρρόφησης (αριστερά) και στην πλευρά πίεσης (δεξιά) για 4 διαφορετικούς συντελεστές προχώρησης ($J = 0.35, 0.45, 0.55, 0.65$). Αρχικά, μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί ότι καθώς αυξάνει ο συντελεστής προχώρησης, η πίεση στην πλευρά πίεσης μειώνεται. Επίσης, και για τις τέσσερις περιπτώσεις ο συντελεστής πίεσης στη άκρη του πτερυγίου (πλευρά αναρρόφησης) παρουσιάζει την μικρότερη τιμή, συνεπώς το συγκεκριμένο σημείο είναι και το πιο επιρρεπές στην εμφάνιση σπηλαίωσης. Όσον αφορά την πλευρά πίεσης είναι υψηλότερη από αυτή της αναρρόφησης της λεπίδας και δεν υπάρχει προφανές ελάχιστο σημείο πίεσης, υποδεικνύοντας ότι η συγκεκριμένη πλευρά δεν διατρέχει κίνδυνο για εμφάνιση σπηλαίωση. Επιπροσθέτως, διαπιστώνεται ότι καθώς μειώνεται η φόρτιση της προπέλας η έκταση του σημείου ελάχιστη πίεσης στην πλευρά αναρρόφησης μειώνεται. Αυτό συνεπάγεται με μείωση της έκτασης της φυσαλίδας στη άκρη του πτερυγίου και κατά συνέπεια απομειωμένη απόρριψη στροβιλισμών. Επισημαίνεται, ότι για το ίδιο μέσο ακτινικό βήμα καθώς μειώνεται η φόρτιση της έλικας επομένως και η διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο πλευρών τα σημεία ανακοπής στις αιχμές πρόσπτωσης και εκφυγής μετατοπίζεται προς την πλευρά πίεσης.

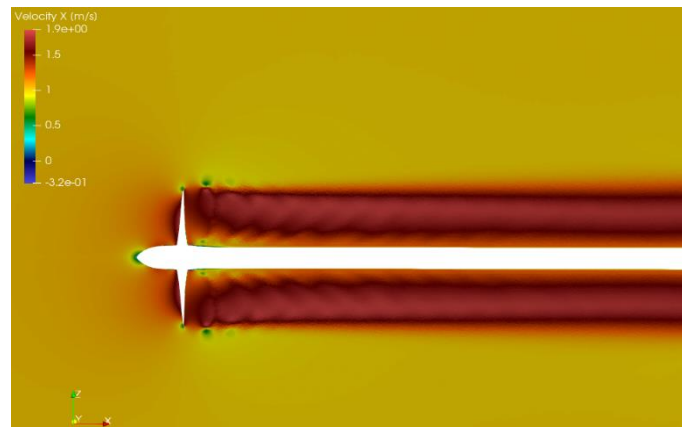


Σχήμα 5.6. Πλευρά αναρρόφησης (αριστερά)-Πλευρά πίεσης (δεξιά).

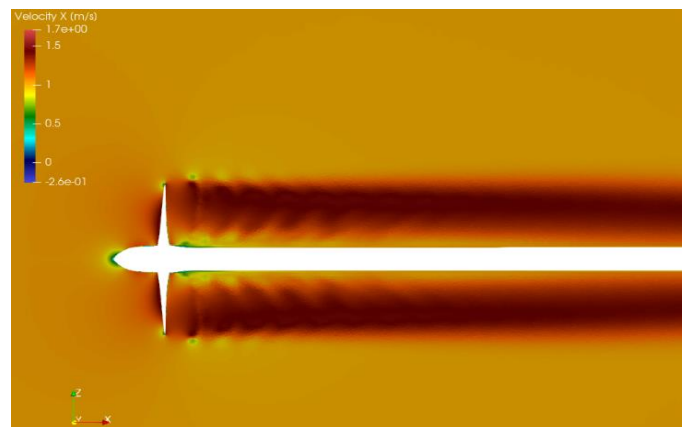
5.1.3.3 Πεδία Αξονικής Επαγόμενης Ταχύτητας



(α) $J=0.35$



(β) $J=0.45$



(γ) $J=0.55$

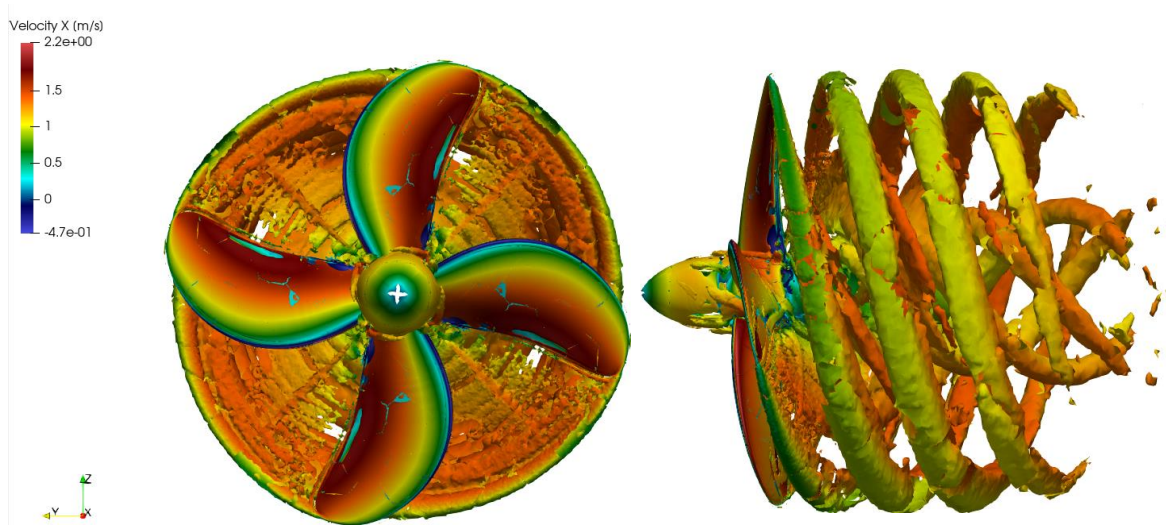
Σχήμα 5.7. Αξονική επαγόμενη ταχύτητα πλήρως ορισμένης έλικας.

Στο Σχήμα 5.7 δίνεται η αξονική κατανομή της ταχύτητας για τρεις διαφορετικούς συντελεστές προχώρησης ($J = 0.35, 0.45, 0.55$). Αρχικά, παρατηρείται ότι και για τους τρεις συντελεστές η μέγιστη τιμή της ταχύτητας εμφανίζεται στην άκρη των πτερυγίων λόγω της υψηλότερης εφαπτομενικής ταχύτητας σε αυτή τη θέση. Επίσης, συμπεραίνεται ότι καθώς μειώνεται ο συντελεστής προχώρησης μειώνεται η επαγόμενη ταχύτητα κατάντι της έλικας. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το διάγραμμα ελεύθερης ροής (Σχήμα 5.5), καθώς και από το σχήμα με τις κατανομές πίεσης. Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η μείωση της αναπτυσσόμενης ώσης θα επιφέρει μείωση της επαγόμενης ταχύτητας. Και τα δύο προκύπτουν ως απόρροια της σταδιακής μείωσης στη διαφορά πίεσης των δύο επιφανειών.

Προκειμένου να οπτικοποιηθούν οι δομές των στροβιλισμών στη ροή ανάντι και κατάντι της έλικας, θα παρουσιαστεί το κριτήριο Q στο σημείο σχεδιασμού ($J= 0.55$) (Σχήμα 5.8). Το Q ουσιαστικά αποτελεί μια δεύτερη μεταβλητή της κλίσης ταχύτητας [36] και υπολογίζεται ως:

$$Q = \frac{1}{2} [|\Omega|^2 - |S|^2] > 0 \quad (5.2)$$

Όπου όπου S και Ω είναι οι συμμετρικές και αντισυμμετρικές συνιστώσες του ∇u . Επομένως, εκφράζει την τοπική ισορροπία μεταξύ του ρυθμού διαμητικής παραμόρφωσης και του μέτρου της στροβιλότητας.



Σχήμα 5.8. Πλήρως ορισμένη έλικα - Οπτικοποίηση δινών για κριτήριο $Q=100$ ($J=0.55$).

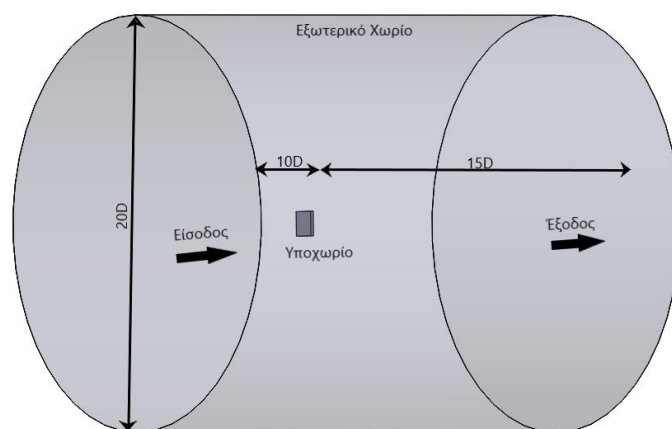
Στο Σχήμα 5.8 οι δίνες στις άκρες των πτερυγίων δημιουργούνται λόγω της διαφοράς πίεσης στις δύο επιφάνειες του πτερυγίου. Οι απορριφθείσες δίνες κατά την εξέλιξη τους στο χώρο και στο χρόνο συγχέονται με γειτονικές δίνες για να σχηματίσουν μεγαλύτερες δίνες. Αναφορικά με την δίνη πλήμνης, εκείνη απορρίπτεται από τον πυρήνα της πλήμνης. Οι δίνες υστέρησης από την άκρη και τη ρίζα του πτερυγίου απορρίπτονται κατάντι της έλικας και δημιουργούν τον ομόρρο της.

5.2 Μοντελοποίηση Δίσκου Ορμής

Έχοντας αναλύσει πλήρως το θεωρητικό και το μαθηματικό υπόβαθρο και για την εφαρμογή και την εισαγωγή του δίσκου ορμής στο MaPFlow (Κεφάλαιο 4), σειρά έχει η περιγραφή των οριακών συνθηκών, η διαδικασία κατασκευής υπολογιστικού πλέγματος και τελικά η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που εξήχθησαν από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις σε συνθήκες μόνιμης ροής.

5.2.1 Ορισμός Προβλήματος Δίσκου Ορμής

Το σημαντικότερο εμπόδιο κατά τον υπολογισμό της ροής γύρω από την έλικα του πλοίου είναι η πολυπλοκότητα της διαδικασίας δημιουργίας πλέγματος λόγω των σύνθετων γεωμετρικών συνόρων που περιβάλλουν τα πτερύγια της. Ένα μεγάλο πλεονέκτημα της χρήσης του μοντέλου Δίσκου Ορμής σε σχέση με την πραγματική γεωμετρία είναι το γεγονός ότι η δημιουργία πλέγματος είναι ασύγκριτα ευκολότερη διότι αποφεύγεται η κατασκευή του περίπλοκου πλέγματος κοντά στη γεωμετρία. Ουσιαστικά η έλικα αντικαθίσταται από ένα ορθογωνικό υποχωρίο διαστάσεων $(0.25 D)$ κατά x και $1.2 D$ στις άλλες δύο διευθύνσεις με κέντρο το $(0,0,0)$. Αναφορικά με το υπολογιστικό χωρίο που θα περιβάλλει το μοντέλο Δίσκου Ορμής θα έχει κυλινδρικό σχήμα με διαστάσεις $10 D$ κατά τον άξονα x ανάντι του υποχωρίου και $15 D$ κατόντι, ενώ η ακτίνα του θα ισούται με $10 D$. Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται η συναρμογή του υπολογιστικού χωρίου.



Σχήμα 5.9. Υπολογιστικό χωρίο Δίσκου Ορμής.

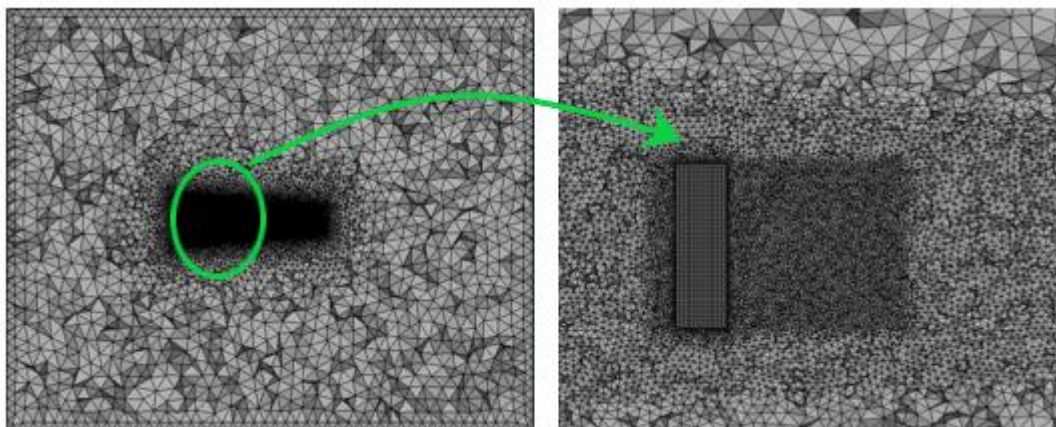
Στην συνέχεια παρουσιάζεται ο πίνακας με τις συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στο εν λόγω υπολογιστικό χωρίο.

Πίνακας 5.5 : Συνοριακές συνθήκες Δίσκου Ορμής.

Σύνορο	Ταχύτητα	Πίεση
Είσοδος	Σταθερή Τιμή	Μηδενική Κλίση
Εξοδος	Μηδενική Κλίση	Σταθερή Τιμή
Εξωτερικό Χωρίο	Συνθήκη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση
Δίσκος Ορμής	Συνθήκη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση

5.2.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Δίσκου Όρμης

Για την χωρική διακριτοποίηση των όγκων ελέγχου επιλέγεται μη δομημένο πλέγμα για το εξωτερικό κυλινδρικό υπολογιστικό χωρίο και πλήρως δομημένο για το ορθογωνικό υποχωρίο.



Σχήμα 5.10. Υπολογιστικό πλέγμα Δίσκου Ορμής.

Όπως και στη περίπτωση της ναυτικής έλικας, έτσι και για για την μέθοδο του Δίσκου Ορμής πραγματοποιήθηκαν δύο αναλύσεις με σκοπό την ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων από την χωρική διακριτοποίηση. Ουσιαστικά, η ανεξαρτησία της λύσης από το πλέγμα επιτεύχθηκε με τη σταδιακή πύκνωση τόσο των κελιών από 2D ανάντι της έλικας έως 5D κατόντι σε ακτίνα 1.2D όσο και των δομημένων κελιών εσωτερικά του υποχωρίου (Σχήμα 5.10). Πιο συγκεκριμένα οι διαστάσεις των δομημένων κελιών προέκυψαν πολλαπλασιάζοντας την ακτίνα της έλικας με 1/20 και 1/40.

Οι αναλύσεις για την ανεξαρτησία του πλέγματος πραγματοποιήθηκαν για συντελεστή προχώρησης $J=0.55$ σημείο σχεδιασμού ($V = 1$ m/s και $n = 10.6519$ rps). Η αξιολόγηση της ανεξαρτησίας πλέγματος αφορούσε την σύγκριση μεταξύ των συντελεστών K_T, K_Q και των αντίστοιχων πειραματικών σε συνθήκες ελεύθερης ροής [44].

Πίνακας 5.6 : Ανεξαρτησία Πλέγματος Δίσκου Ορμής ($J=0.55$)

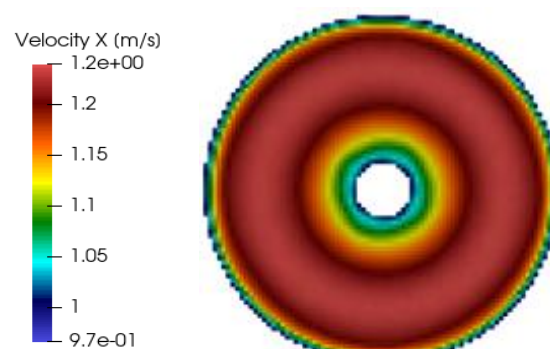
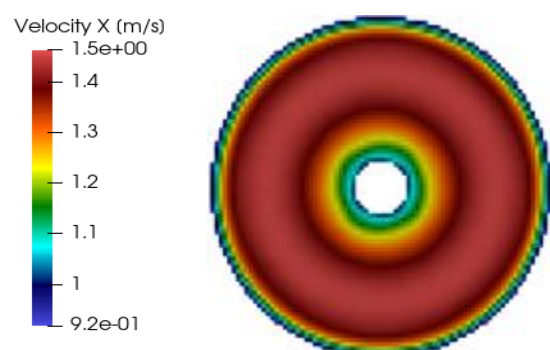
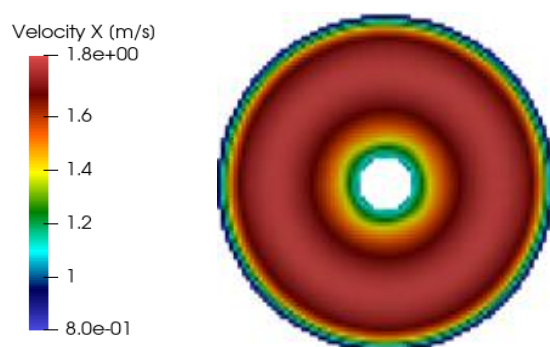
	Αριθμός Κελιών	K_T	$10K_Q$	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$
R/20	2575022	0.0957	0.1409	0.0968	0.1426	-1.1331	-1.1331
R/40	3768684	0.0953	0.1411	0.0968	0.1426	-0.8999	-0.8999

Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα 5.6 οι αποκλίσεις στα δύο υπό μελέτη πλέγματα είναι απειροελάχιστες. Ωστόσο επειδή αφενός ο Δίσκος Ορμής αποτελεί μια προσέγγιση όπου μας ενδιαφέρει η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της και αφετέρου ο αριθμός των κελιών του δεύτερου πλέγματος δεν είναι σημαντικά μεγαλύτερος, επιλέγεται αυτό ως υπολογιστικό πλέγμα αναφοράς για τις αναλύσεις που θα ακολουθήσουν.

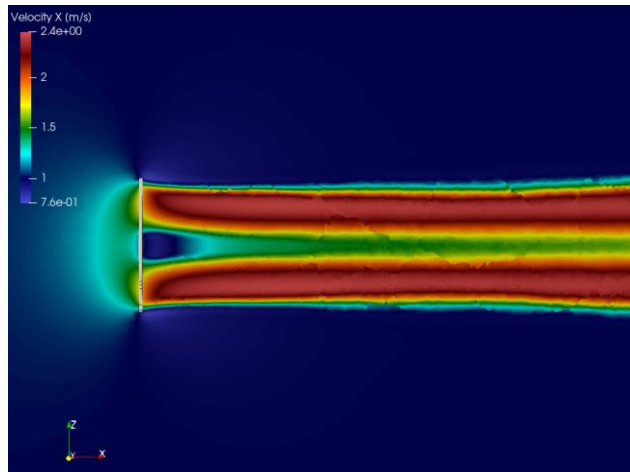
5.2.3 Αποτελέσματα Δίσκου Ορμής

Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιαστεί η επίδραση του Δίσκου Ορμής στο εργαζόμενο ρευστό για τρεις συντελεστές προχώρησης ($J = 0.35, 0.45, 0.55$). Υπενθυμίζεται ότι εξαναγκασμένη δύναμη του δίσκου στο ρευστό επιτυγχάνεται μέσω της εφαρμογής των εξισώσεων (4.1), (4.2) στις Navier-Stokes. Το πάχος του δίσκου επιλέχθηκε έτσι ώστε να καταλαμβάνει δύο υπολογιστικά κελιά. Η επιλογή αυτή στηρίχθηκε στην εξορισμού παραδοχή αμελητέου πάχους.

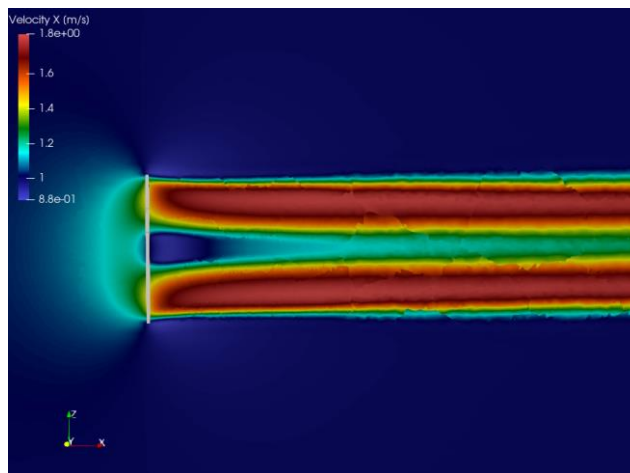
5.2.3.1 Πεδία Αξονικής Επαγόμενης Ταχύτητας Δίσκου Ορμής



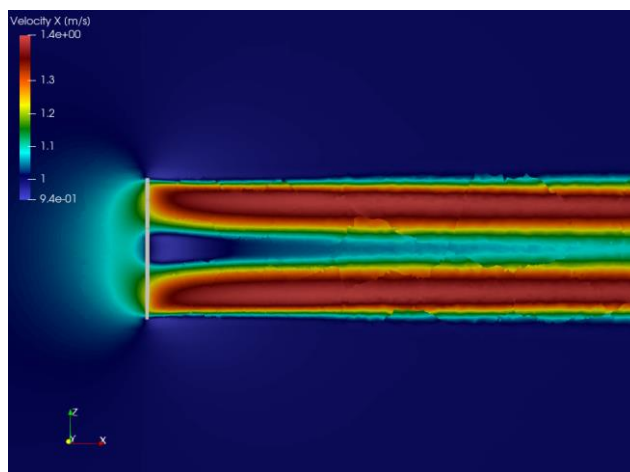
Σχήμα 5.11. Αξονική ταχύτητα στο Δίσκο Ορμής.



(α) $J=0.35$



(β) $J=0.45$

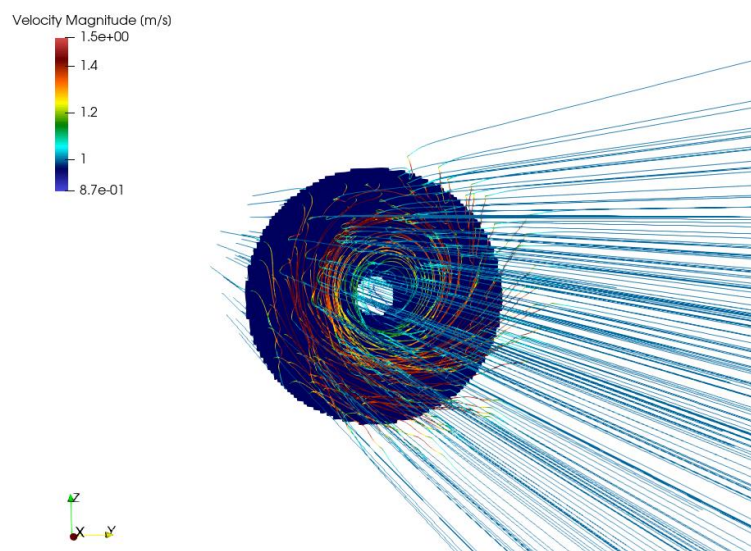


(γ) $J=0.55$

Σχήμα 5.12. Ομόρρους Δίσκου Ορμής.

Στο Σχήμα 5.11 παρατηρείται ότι και για τους τρεις συντελεστές προχώρησης οι συνιστώσες των δυνάμεων επιτυγχάνουν τη επιθυμητή κατανομή της ταχύτητας στον δίσκο σύμφωνα με την δημοσιευμένη έρευνα του Goldstein [35]. Πιο συγκεκριμένα το άλμα της αξονικής ταχύτητας τείνει στο μηδέν στην περιοχή όπου θα υπήρχε η πλήμνη ενώ αυξάνεται ομαλά ακολουθώντας την προβλεπόμενη κατανομή καθώς αυξάνεται η σχετική ακτίνα (r/R). Μόλις η συνάρτηση της ταχύτητας $V_x(r/R)$ φτάσει στο προβλεπόμενο ακρότατο αρχίζει να φθίνει έτσι ώστε στην περιοχή του ακροπτερυγίου να μηδενιστεί ξανά.

Αναφορικά, με την οπτικοποίηση των ταχυτήτων στην περιοχή του ομόρρου (Σχήμα 5.12) παρατηρείται αρχικά σε ποιοτικό επίπεδο ότι επιτυγχάνεται η επιθυμητή επιτάχυνση του ρευστού λόγω της παρούσας του Δίσκου Ορμής. Επίσης διακρίνεται ότι η αναπτυσσόμενη ώση μειώνεται καθώς μεταβαίνουμε σε μικρότερους συντελεστές προχώρησης. Σε ποσοτικό επίπεδο με μια πρώτη παρατήρηση φαίνεται πως οι ισούνβεις καμπύλες τόσο στην περίπτωση της έλικας όσο και σε αυτή της εν λόγω μεθόδου να κυμαίνονται σχεδόν στις ίδιες τιμές και για τα τρία J . Περισσότερα διαγράμματα και και σχολιασμοί θα ακολουθήσουν στην ενότητα της συγκριτικής αξιολόγησης.



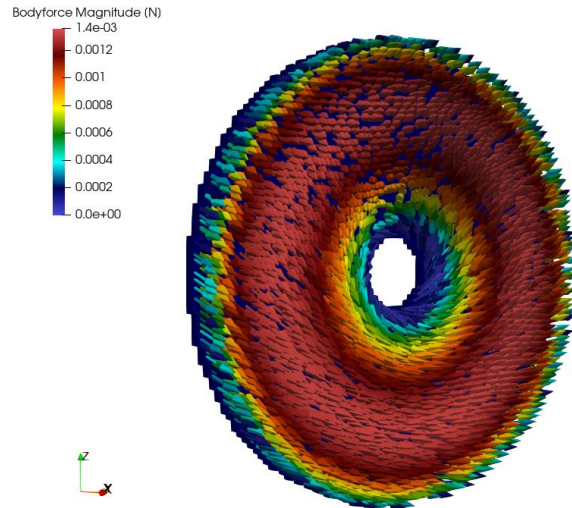
Σχήμα 5.13. Ροϊκές γραμμές στον ομόρρου του Δίσκου Ορμής ($J=0.55$).

Το Σχήμα 5.13 αντιπροσωπεύει τις ροϊκές γραμμές του μέτρου της επαγόμενης ταχύτητας. Η επιτάχυνση του ρευστού κατάντι του δίσκου μπορεί να υποδειχθεί από τη μετάβαση των μπλε στις κόκκινες χρωματικές γραμμές. Επίσης, μπορεί να παρατηρηθεί η στροβιλιστική κίνηση του ρευστού (swirl motion) ως συνέπεια της εφαπτομενικής συνιστώσας της δύναμης, Εξίσωση (4.2). Τα φαινόμενα swirl κατάντι της έλικας οφείλονται σε απώλειες λόγω περίσσειας κινητικής ενέργειας του ρευστού στην έλικα.

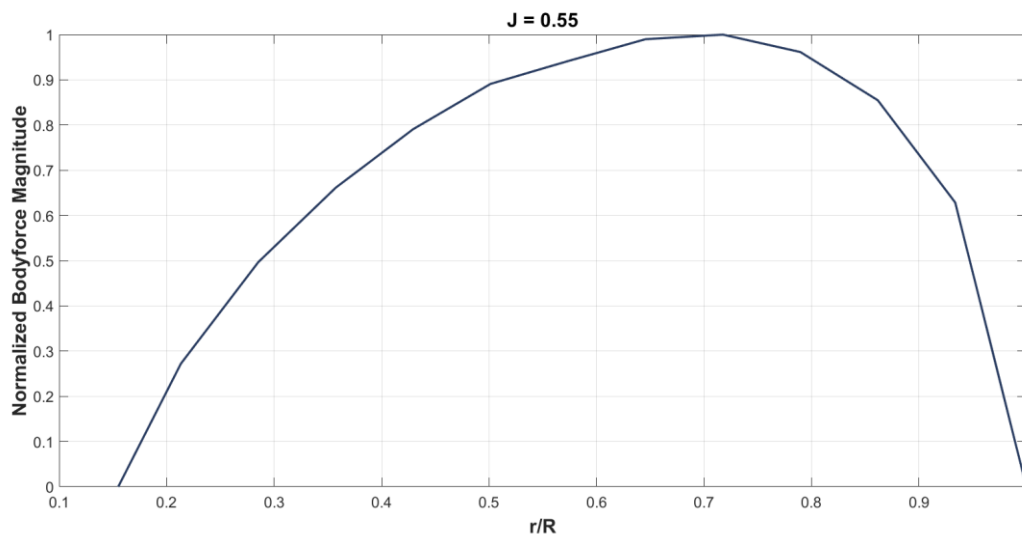
5.2.3.2 Κατανομή Δύναμης Όγκου στον Δίσκο Ορμής

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων συνεχίζεται με την οπτικοποίηση των δυνάμεων όγκου που ασκούνται στην περιοχή του δίσκου. Από το Σχήμα 5.14 αρχικά μπορεί να σχολιαστεί ότι η εφαρμογή των δυνάμεων έχει γίνει στα σωστά κελιά που υπάρχουν

μεταξύ της περιοχής (ακτίνας πλήμνης και ακτίνας έλικας). Το μέτρο της δύναμης επίσης επιβεβαιώνει τη σωστή εφαρμογή και των δύο συνιστωσών δύναμης στις εξισώσεις ορμής καθώς τα διανύσματα υποδηλώνουν ότι η ορμή του ρευστού μεταβάλλεται εφαπτομενικά και αξονικά).



Σχήμα 5.14. Μέτρο δύναμης όγκου στον Δίσκο Ορμής ($J=0.55$).



Σχήμα 5.15. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας.

Στο τελευταίο σχήμα αυτής της ενότητας δίνεται το κανονικοποιημένο μέτρο της δύναμης όγκου συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας για συντελεστή προχώρησης ($J=0.55$) που αντιστοιχεί στο σημείο σχεδιασμού. Η κατανομή του μέτρου της δύναμής σέβεται την μονοτονία της (βέλτιστης) κυκλοφορίας κατά Goldstein [35], παρουσιάζει δηλαδή ακρότατο στο 0.7 της ακτινικής θέσης, ενώ στην πλήμνη και στο ακροπτερύγιο η συνάρτηση μηδενίζεται. Αξίζει να επισημανθεί ότι ο υπολογισμός των ογκικών δυνάμεων βασίζεται σε μια ομοιόμορφη κατανομή φόρτισης ακτινικά και εφαπτομενικά του δίσκου. Σε ένα πιο ρεαλιστικό μοντέλο δίσκου ορμής η κατανομή

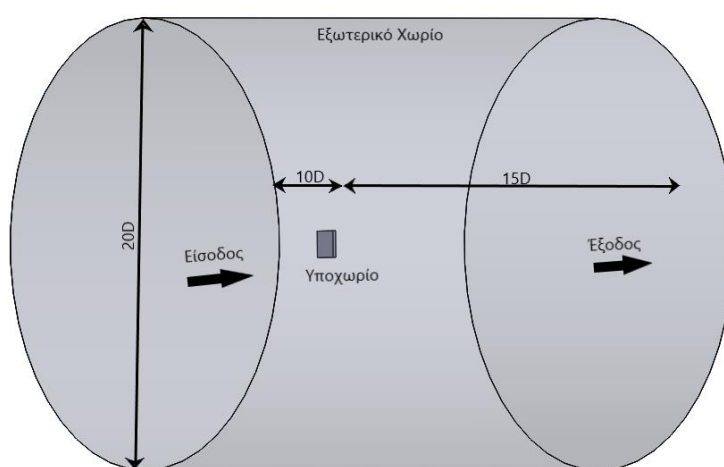
της δύναμης όγκου δεν μηδενίζεται στην ρίζα και στο ακροπτερύγιο ενώ μπορεί να παρουσιάζει ακρότατο σε διαφορετική ακτινική θέση.

5.3 Μοντελοποίηση Φέρουσας Γραμμής

Όπως και στις δύο προηγούμενες ενότητες, έτσι και σε αυτή την ενότητα, θα οριστούν αρχικά οι οριακές συνθήκες μοντελοποίησης του προβλήματος, στην συνέχεια θα εξηγηθεί η διαδικασία κατασκευής του υπολογιστικού πλέγματος και έπειτα θα παρουσιαστούν και θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα των υπολογιστικών προσομοιώσεων σε συνθήκες μη μόνιμης ροής. Υπενθυμίζεται ότι η περιγραφή του μαθηματικού υπόβαθρου καθώς και τρόπος σύζευξης της Φέρουσας Γραμμής με το MaPFlow πραγματοποιήθηκε στο (Κεφάλαιο 4).

5.3.1 Ορισμός Προβλήματος Φέρουσας Γραμμής

Η έλικα και στην εν λόγω προσέγγιση αντικαθίσταται από ένα ορθογωνικό υποχωρίο διαστάσεων $(0.25 D)$ κατά x και $1.2 D$ στις άλλες δύο διευθύνσεις με κέντρο το $(0,0,0)$. Το εξωτερικό υπολογιστικό χωρίο που θα περιβάλλει το μοντέλο Φέρουσας Γραμμής θα έχει κυλινδρικό σχήμα με διαστάσεις $10D$ κατά τον άξονα x ανάντι του υποχωρίου και $15D$ κατόπι, ενώ η ακτίνα του θα ισούται με $10D$. Στο Σχήμα 5.16 παρουσιάζεται η συναρμογή του υπολογιστικού χωρίου.



Σχήμα 5.16. Υπολογιστικό χωρίο Φέρουσας Γραμμής.

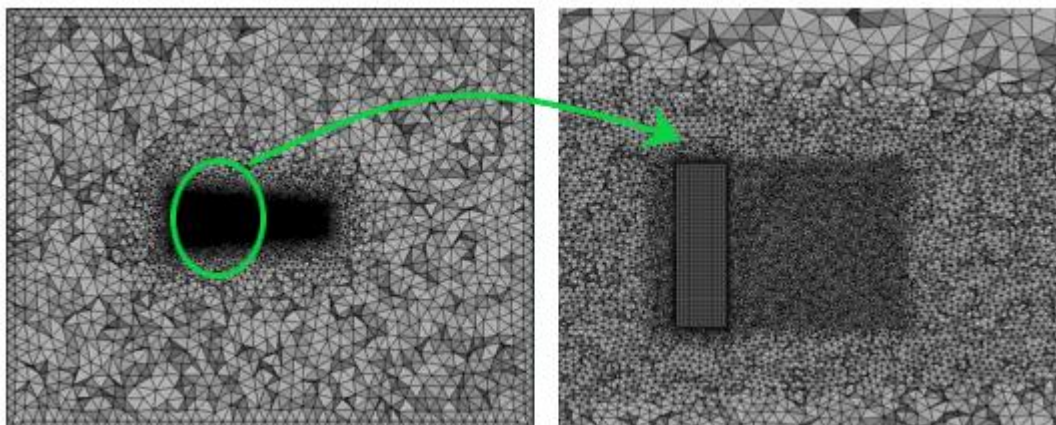
Στην συνέχεια παρουσιάζεται ο πίνακας με τις συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στο εν λόγω υπολογιστικό χωρίο.

Πίνακας 5.7 : Συνοριακές συνθήκες.

Σύνορο	Ταχύτητα	Πίεση
Είσοδος	Σταθερή Τιμή	Μηδενική Κλίση
Έξοδος	Μηδενική Κλίση	Σταθερή Τιμή
Εξωτερικό Χωρίο	Συνθήκη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση
Δίσκος Ορμής	Συνθήκη Ολίσθησης	Μηδενική Κλίση

5.3.2 Στρατηγική Υπολογιστικής Διακριτοποίησης Φέρουσας Γραμμής

Για την χωρική διακριτοποίηση των όγκων ελέγχου επιλέγεται μη δομημένο πλέγμα για το εξωτερικό κυλινδρικό υπολογιστικό χωρίο και πλήρως δομημένο για το ορθογωνικό υποχωρίο (Σχήμα 5.17).



Σχήμα 5.17. Υπολογιστικό πλέγμα Φέρουσας Γραμμής.

5.3.2.1 Ανεξαρτησία λύσης από το πλέγμα

Η σύζευξη της φέρουσας γραμμής με τις εξισώσεις ορμής έγινε με την χρήση τριών Γκαουσιανών κατανομών. Οι εν λόγω κατανομές διέφεραν ως προς τον τρόπο διαμερισμού των φορτίων του πτερυγίου στο υπολογιστικό πλέγμα (ισοτροπικές - μη ισοτροπικές).

Οι ισοτροπικές κατανομές οι οποίες ορίζονται από την εξίσωση (4.43), διέφεραν ουσιαστικά στην καθ'υψός κατανομή του φορτίου. Στην πρώτη περίπτωση ο κυλινδρικός «σωλήνας» δύναμης που θα περιβάλλει τα σημεία ελέγχου είναι ίδιος σε όλες τις ακτινικές θέσεις με Γκαουσιανό πλάτος $\varepsilon=2\Delta x_{\text{κελιού}}$, ενώ για την δεύτερη περίπτωση επιλέγεται μεταβλητό γκαουσιανό πλάτος $\varepsilon=0.2357 c(r)$, όπου c το μήκος της χορδής σε κάθε ακτινική θέση.

Αναφορικά με την μη ισοτροπική κατανομή η οποία με την σειρά της ορίζεται από την εξίσωση (4.45), κατανέμει τα τα υδροδυναμικά φορτία μη ομοιόμορφα της Φέρουσας Γραμμής σχηματίζοντας μια έλλειψη. Η εν λόγω ελλειπτική κατανομή είναι ότι πιο κοντά στην προσέγγιση μια υδροτομής. Το πλάτος και σε αυτή την Γκαουσιανή επιλέγεται ως $\varepsilon_{c,t,r}=0.2357 c(r),t(r),r$.

Ο συντελεστής αναλογικότητας 0.2357 επιλέγεται έτσι ώστε η Γκαουσιανή προβολή των υδροδυναμικών δυνάμεων να εκτείνεται μόνο μέχρι το μισό μήκος χορδής γύρω από τα σημεία ελέγχου της φέρουσας γραμμής. Γνωρίζοντας, ότι για μια κανονική κατανομή το 97% της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας εκτείνεται $\pm 3\sigma$ εντός της καμπάνας, τότε το πλάτος προβολής θα είναι $3\sigma = 3/\sqrt{2} \varepsilon$ [51]. Εάν τώρα το πλάτος

προβολής αποφασιστεί να επεκταθεί έως και $c(r)/2$ γύρω από τα σημεία ελέγχου, τότε επιλύοντας την εξίσωση προκύπτει $\varepsilon=0.2357c(r)$.

Για τις δύο τελευταίες κατανομές, επειδή η μείωση της χορδής κοντά στην άκρη του πτερυγίου έχει ως αποτέλεσμα πολύ μικρές τιμές του ε , ακόμη και μικρότερες από το Δx , οδηγώντας σε αριθμητικές ιδιομορφίες, ορίζεται ένα κατώτερο όριο για ε , $\varepsilon_{\min} = 2\Delta x$, όπως προτείνεται από την [51].

Όπως και στη περίπτωση της μεθόδου του δίσκου ορμής πραγματοποιήθηκαν μερικές αναλύσεις με σκοπό την ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων από την χωρική διακριτοποίηση. Σε πρωταρχικό στάδιο, πραγματοποιήθηκε ανεξαρτησία της λύσης από το μέγεθος των κελιών επιβάλλοντας σταδιακή πύκνωση των κελιών από 2D ανάντι της έλικας έως 5D κατόντι σε ακτίνα 1.2D καθώς και δομημένων κελιών εσωτερικά του υποχωρίου. Πιο συγκεκριμένα οι διαστάσεις το δομημένων κελιών προέκυψαν πολλαπλασιάζοντας την ακτίνα της έλικας με 1/20, 1/40 και 1/60.

Οι αναλύσεις για την ανεξαρτησία του πλέγματος πραγματοποιήθηκαν για συντελεστή προχώρησης $J=0.55$ σημείο σχεδιασμού ($V = 1$ m/s και $n = 10.6519$ rps). Ως Γκαουσιανή αναφοράς για την διαδικασία ανεξαρτησίας επιλέχθηκε η μη ισοτροπική. Η αξιολόγηση της ανεξαρτησίας πλέγματος αφορούσε την σύγκριση μεταξύ της αναπτυσσόμενης ώσης και ροπής για τα διάφορα υπολογιστικά πλέγματα.

Πίνακας 5.8 : Ανεξαρτησία Πλέγματος Φέρουσας Γραμμής ($J=0.55$)

	<i>Αριθμός Κελιών</i>	<i>T[N]</i>	<i>Q[N/m]</i>
<i>R/20</i>	<i>2575022</i>	<i>+1.19%</i>	<i>-2.23%</i>
<i>R/40</i>	<i>3768684</i>	<i>+0.41%</i>	<i>-0.89%</i>
<i>R/60</i>	<i>7586238</i>	<i>9.5794</i>	<i>0.2185</i>

Με βάση τα αποτελέσματα στον Πίνακα 5.8, το $\Delta x = R/40$ φαίνεται να είναι ένας καλός συμβιβασμός μεταξύ ακρίβειας πρόλεξης και υπολογιστικού κόστους.

5.3.2.2 Ανεξαρτησία λύσης από τα σημεία ελέγχου

Το αποτέλεσμα από την διερεύνηση της επίδρασης του αριθμού των σημείων ελέγχου φαίνεται στον Πίνακα 5.9 .

Τα σημεία ελέγχου κατανέμονται μη ομοιόμορφα (πιο λεπτομερής πύκνωση στην άκρη και στη ρίζα) κατά μήκος του πτερυγίου ακολουθώντας μια συνημιτονοειδής κατανομή. Συνεπώς το μήκος των στοιχείων θα μελετηθεί συναρτήσει της ακτίνας του πτερυγίου. Όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα

Πίνακας 5.9 : Ανεξαρτησία σημείων ελέγχου ($J=0.55$)

	<i>T[N]</i>	<i>Q[N/m]</i>
<i>\Delta r=R/20</i>	<i>+0.42%</i>	<i>-0.93%</i>
<i>\Delta r=R/40</i>	<i>+0.38%</i>	<i>-0.90%</i>
<i>\Delta r= R/80</i>	<i>9.5430</i>	<i>0.2186</i>

5.3.2.3 Ανεξαρτησία λύσης από το χρονικό βήμα

Στη συνέχεια, διερευνάται το χρονικό βήμα Δt . Για την συγκεκριμένη παραμετρική ανάλυση το χρονικό βήμα επιλέγεται έτσι ώστε έπειτα από ορισμένες επαναλήψεις η έλικα να έχει εκτελέσει 10 περιστροφές. Με βάση τον Πίνακα 5.10 όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων, είναι εμφανές ότι το $\Delta t = T/125$ είναι μία καλή επιλογή χρονικού βήματος

Πίνακας 5.10 : Ανεξαρτησία χρονικού βήματος ($J=0.55$)

	$T[N]$	$Q[N/m]$
$\Delta t=T/90$	+0.5%	-1.1%
$\Delta t=T/125$	+0.42%	-0.95%
$\Delta t= T/250$	9.5392	0.2187

5.3.3 Αποτελέσματα Φέρουσας Γραμμής

Σε αυτή την υποενότητα οι αναλύσεις που έλαβαν χώρα αφορούσαν επτά συντελεστές προχώρησης ($J = 0.35, 0.45, 0.55$). Οι συγκεκριμένοι συντελεστές, υπολογίστηκαν για ταχύτητα ελεύθερης ροής ($V = 1$ m/s) και μεταβαλλόμενη περιστροφική ταχύτητα n . Οι προσομοιώσεις για τους επτά συντελεστές προχώρησης πραγματοποιήθηκαν και με τις τρεις Γκαουσιανές κατανομές.

5.3.3.1 Σύγκριση Χαρακτηριστικών Ελεύθερης Ροής

Σύμφωνα με τα δεδομένα που δίνονται στους παρακάτω πίνακες προκύπτει το Διάγραμμα Ελεύθερης Ροής (Σχήμα 5.18). Επισημαίνεται ότι τα χαρακτηριστικά της ελεύθερης ροής υπολογίζονται έπειτα από 16 περιστροφές σε συνθήκες μη μόνιμης ροής. Παρατηρώντας το Σχήμα 5.18, αρχικά μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι εκτιμήσεις των χαρακτηριστικών ελεύθερης ροής είναι σχεδόν ίδιες και για τρεις κατανομές, χωρίς αισθητές διαφορές στις αποκλίσεις τους από πειραματικές τιμές. Ωστόσο, με μια προσεκτικότερη ματιά στους Πίνακες 5.11 ως 5.13, συμπεραίνεται ότι η μη ισοτροπική κατανομή δίνει ελάχιστα πιο βελτιωμένες προβλέψεις. Αναλυτικότερα το μέγιστο σχετικό σφάλμα του συντελεστή ώσης για την μη ισοτροπική Γκαουσιανή ισούται με 5.29% και του συντελεστή ροπής με 18%, για την ισοτροπική ομοίμορφη ($2\Delta x$) η μέγιστη απόκλιση του συντελεστή ώσης ισούται με 4.71% και του συντελεστή ροπής με 18.89%, ενώ η ισοτροπική $\max[2\Delta x, 0,2357c]$ παρουσιάζει 4.74% και 18.46% αντίστοιχα. Αξίζει, να αναφερθεί, ότι όπως και στην περίπτωση της πραγματικής έλικας έτσι και με τη συζευγμένη μέθοδο της φέρουσας γραμμής παρατηρείται αδυναμία πρόβλεψης των χαρακτηριστικών ροής για $J= 0.65, 0.7$. Αναφορικά με τις μεγάλες αποκλίσεις των συντελεστών ροπής πιθανολογείται ότι οφείλονται στην αβεβαιότητα που εισάγει το υπολογιστικό πλέγμα και το Γκαουσιανό πλάτος. Επίσης, αξίζει να τονιστεί ότι η απομονωμένη μέθοδος υπολογίζει τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά έχοντας αδιαστατοποιήσει της υδροδυναμικές δυνάμεις, ενώ η συζευγμένη μέθοδο χρησιμοποιεί τα διαστατά μεγέθη. Η συγκεκριμένη λοιπόν τροποποίηση επηρεάζει σημαντικά την ροπή σε σχέση με την ώση, λόγω του

πολλαπλασιασμού των υδροδυναμικών δυνάμεων με την στοιχειώδη διαστατή ακτίνα. Συμπερασματικά ,θεωρείται λογικό το διάγραμμα της υβριδικής μεθόδου να παρουσιάζει διαφορετικές και στη συγκεκριμένη περίπτωση μεγαλύτερες αποκλίσεις από τα πειράματα.

Πίνακας 5.11 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Μη Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$

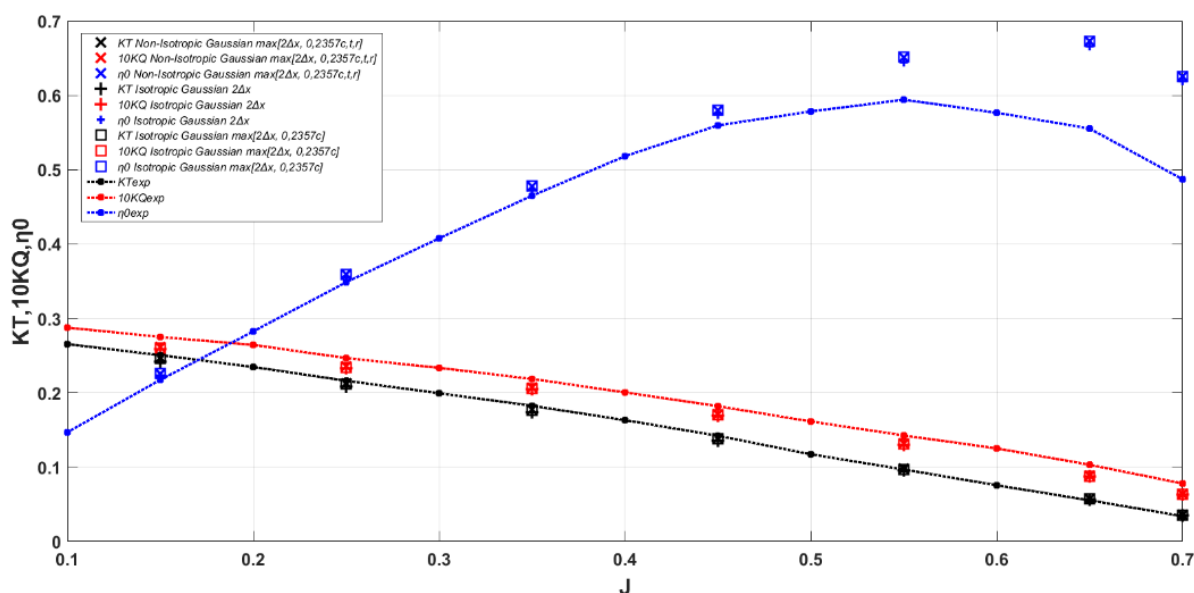
J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$	$\Delta \eta_{exp}\%$
0.15	0.2471	0.2613	0.2255	0.2506	0.2751	0.2174	-1.3950	-4.9309	3.7192
0.25	0.2128	0.2356	0.3594	0.2162	0.2467	0.3486	-1.5578	-4.4993	3.0801
0.35	0.1776	0.2071	0.4776	0.1825	0.2186	0.4650	-2.6849	-5.2607	2.7188
0.45	0.1385	0.1710	0.5798	0.1422	0.1820	0.5596	-2.5822	-5.9917	3.6267
0.55	0.0978	0.1318	0.6512	0.0968	0.1426	0.5942	1.0578	-7.7980	9.6048
0.65	0.0576	0.0885	0.6730	0.0554	0.1032	0.5553	3.9711	-14.205	17.044
0.7	0.0359	0.0639	0.6256	0.0341	0.078	0.4870	5.2903	-18.032	28.453

Πίνακας 5.12 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $2\Delta x$

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$	$\Delta \eta_{exp}\%$
0.15	0.2419	0.2587	0.2232	0.2506	0.2751	0.2174	-3.4493	-5.9316	2.6388
0.25	0.2083	0.2331	0.3556	0.2162	0.2467	0.3486	-3.6086	-5.5046	2.0064
0.35	0.1739	0.2049	0.4727	0.1825	0.2186	0.4650	-4.7123	-6.2580	1.6488
0.45	0.1356	0.1692	0.5738	0.1422	0.1820	0.5596	-4.6118	-6.9813	2.5473
0.55	0.0957	0.1300	0.6444	0.0968	0.1426	0.5942	-1.0475	-8.7685	8.4631
0.65	0.0564	0.0876	0.6659	0.0554	0.1032	0.5553	1.8050	-15.108	17.044
0.7	0.0351	0.0632	0.6191	0.0341	0.078	0.4870	3.0967	-18.894	27.114

Πίνακας 5.13 : Χαρακτηριστικά Ελεύθερης Ροής - Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c]$

J	K_T	$10K_Q$	η	K_{Texp}	$10K_{Qexp}$	η_{exp}	$\Delta K_T\%$	$\Delta 10K_Q\%$	$\Delta \eta_{exp}\%$
0.15	0.2458	0.2601	0.2255	0.2506	0.2751	0.2174	-1.908	-5.4312	3.7249
0.25	0.2117	0.2343	0.3594	0.2162	0.2467	0.3486	-2.0705	-5.0020	3.0858
0.35	0.1766	0.2060	0.4777	0.1825	0.2186	0.4650	-3.1917	-5.7593	2.7245
0.45	0.1378	0.1701	0.5799	0.1422	0.1820	0.5596	-3.0896	-6.4865	3.6324
0.55	0.0973	0.1307	0.6513	0.0968	0.1426	0.5942	0.5315	-8.2833	9.6109
0.65	0.0573	0.0880	0.6730	0.0554	0.1032	0.5553	3.4296	-14.656	17.044
0.7	0.0357	0.0635	0.6256	0.0341	0.078	0.4870	4.7419	-18.463	28.460

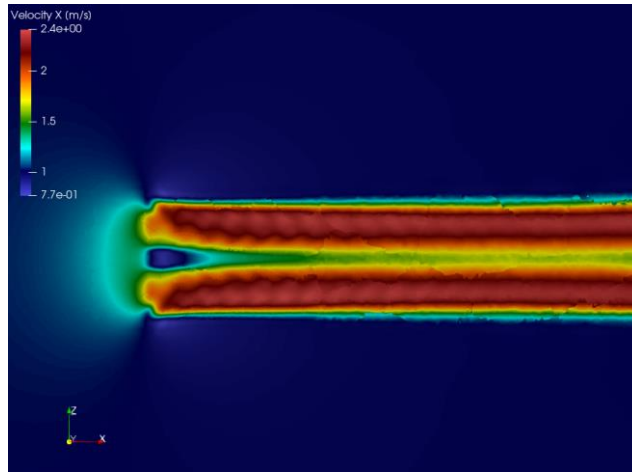


Σχήμα 5.18. Σύγκριση $K_T, 10K_Q, \eta_0$ Υβριδικής Φέρουσας Γραμμής με τα αντίστοιχα πειραματικά

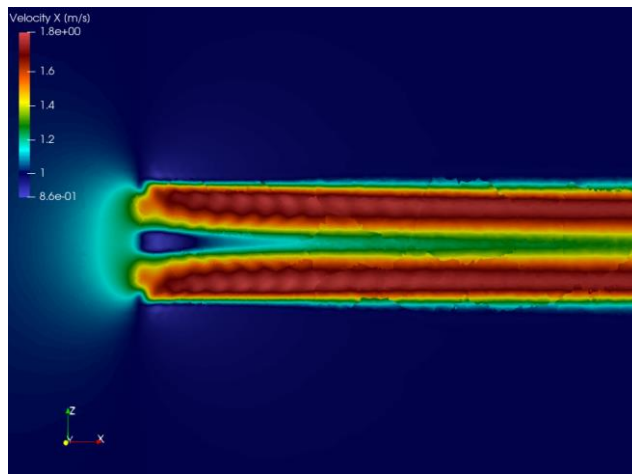
5.3.3.2 Πεδία Αξονικής Επαγόμενης Ταχύτητας Φέρουσας Γραμμής

Δεδομένου ότι σε ποιοτικό επίπεδο, τα επαγόμενα πεδία ταχύτητας που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις των τριών Γκαουσιανών είναι ίδια, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα περιοριστεί στην οπτικοποίηση του ομόρρου λόγω μη ισοτροπικής Γκαουσιανής $\max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$.

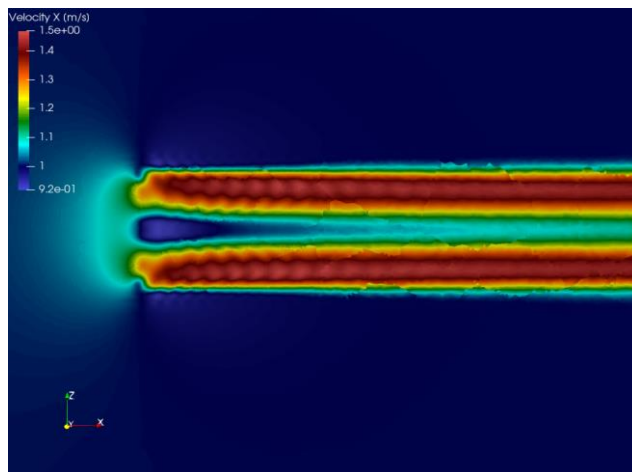
Στο Σχήμα 5.19 παρουσιάζεται τα αξονικό επαγόμενο πεδίο ταχύτητας για συντελεστές προχώρησης $J = 0.35, 0.45, 0.55$. Οι συγκεκριμένοι συντελεστές, αφορούν ταχύτητα ελεύθερης ροής ($V = 1 \text{ m/s}$) και μεταβαλλόμενη περιστροφική ταχύτητα ($n = 16.80 \text{ rps}, 13.07 \text{ rps}, 10.69 \text{ rps}$) αντίστοιχα. Όπως και στη περίπτωση του Δίσκου Ορμής, οι δυνάμεις όγκου που προβάλλονται στο υπολογιστικό πλέγμα διαταράσσουν το πεδίο της ροής καταντη της έλικας. Αρχικά, σε ποιοτικό επίπεδο διακρίνεται ότι και για τα τρία J ο ομόρρους με την εν λόγω προσέγγιση είναι σε σημαντικό βαθμό όμοιος με τον αντίστοιχο της πραγματικής έλικας. (Σχήμα 5.7). Η βελτίωση στην αναπαράσταση του ομόρρου και η πρόλεξη των στροβιλιστικών δομών στις άκρες και την ρίζα του πτερυγίου οφείλεται αφενός στην κατανομή των φορτίων σε κάθε πτερύγιο ξεχωριστά και αφετέρου στις επιβαλλόμενες περιστροφές της Φέρουσας Γραμμής. Όσον αφορά, τις τιμές των αξονικών ταχυτήτων εντός του επαγόμενου πεδίου διακρίνεται ότι κυμαίνονται σχεδόν στις ίδιες τιμές και για τα τρία J . Περισσότερα διαγράμματα και σχολιασμοί θα ακολουθήσουν στην ενότητα της συγκριτικής αξιολόγησης.



(α) $J=0.35$

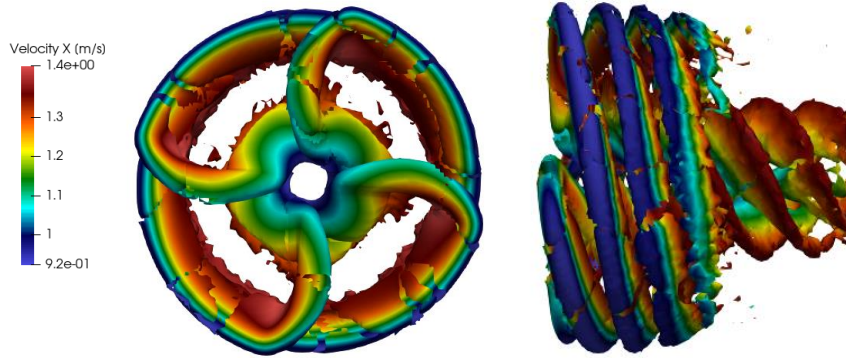


(β) $J=0.45$



(γ) $J=0.55$

Σχήμα 5.19. Ομόρρους Φέρουσας Γραμμής.



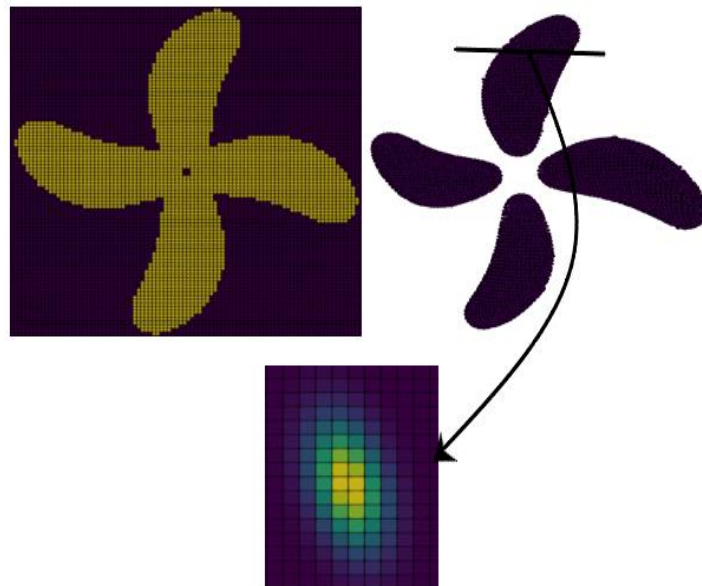
Σχήμα 5.20. Φέρουσα Γραμμή - Οπτικοποίηση δινών για κριτήριο $Q=100$ ($J=0.55$).

Στο Σχήμα 5.20 αναπαρίσταται οι απορριπτόμενες δίνες από το ακροπτερύγιο και την πλήμνη σχηματίζοντας μια ρεαλιστική προσέγγιση του χρονικά μέσου ομόρρου της έλικας σε ελεύθερη ροή.

5.3.3.1 Κατανομή Δύναμης Όγκου

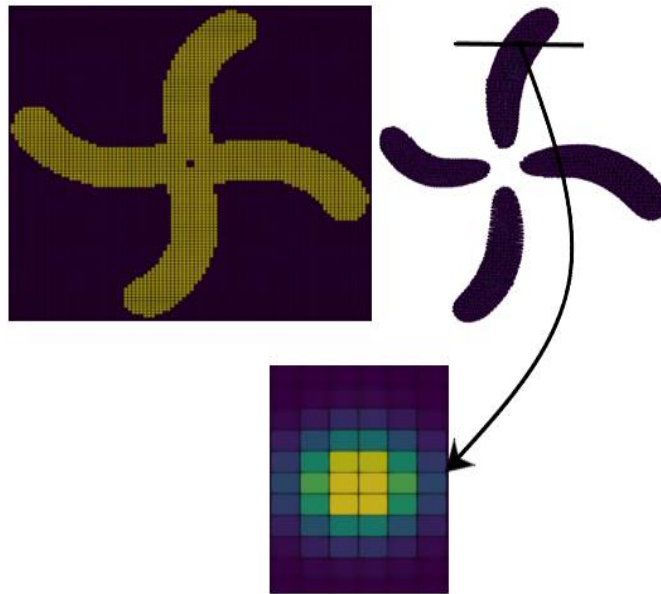
Όπως έχει ήδη ειπωθεί, η παρεμβολή των επαγόμενων υδροδυναμικών δυνάμεων από την Φέρουσα Γραμμή στα επηρεαζόμενα κελιά πραγματοποιήθηκε με τρεις διαφορετικές κατανομές. Στα ακόλουθα τρία σχήματα παρουσιάζονται επηρεαζόμενα κελιά για κάθε κατανομή, οι ισοεπιφάνειες του μέτρου της δύναμη καθώς και το μέτρο της δύναμης για $r/R=75\%$ του πτερυγίου.

Μη Ισοτροπική Γκαουσιανή $\max[2\Delta x, 0.2357c,t,r]$



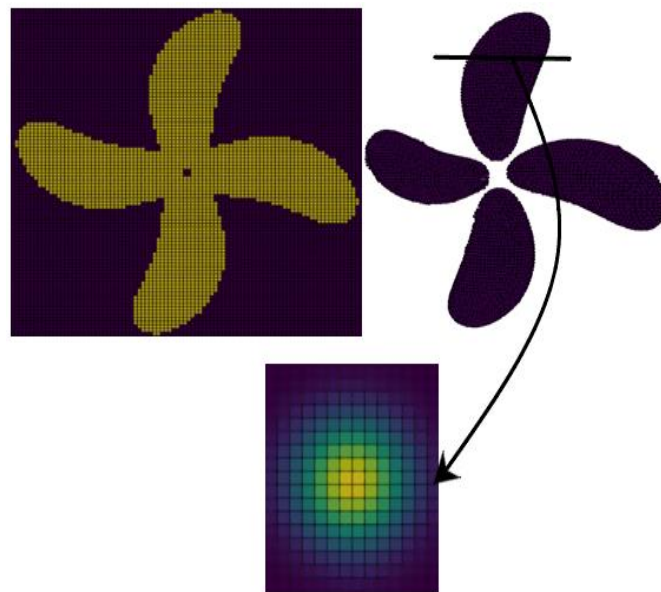
Σχήμα 5.21. Μη ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c,t,r]$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$.

Ισοτροπική Γκαουσιανή $2\Delta x$



Σχήμα 5.22. Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $2\Delta x$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$.

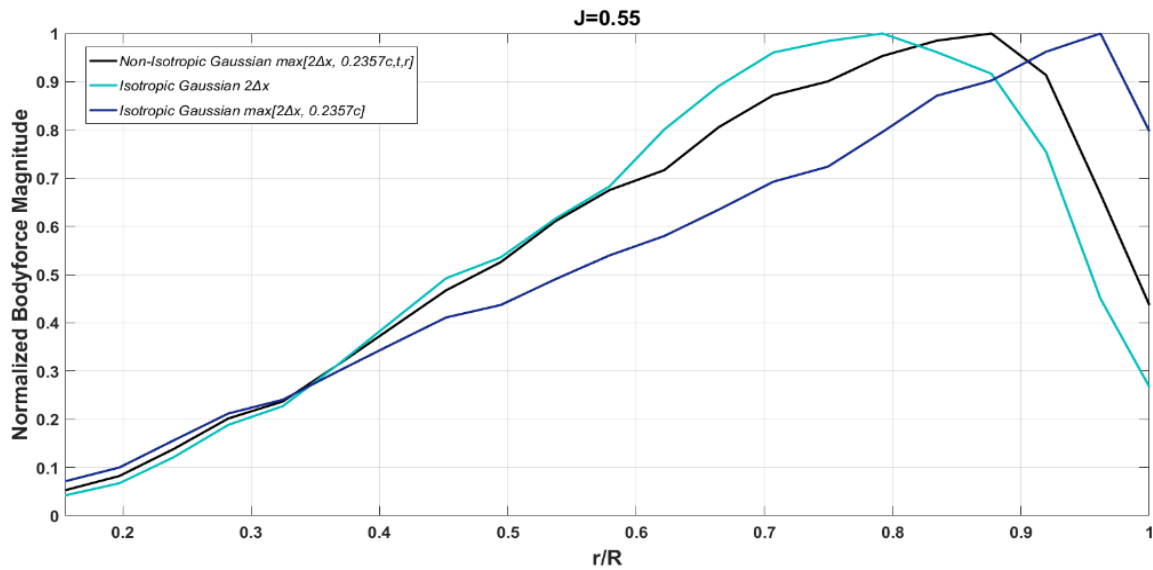
Ισοτροπική Γκαουσιανή $\max[2\Delta x, 0.2357c]$



Σχήμα 5.23. Ισοτροπική Γκαουσιανή προβολή $\max[2\Delta x, 0.2357c]$ – Ογκική Δύναμη στο $0.75 r/R$.

Στο Σχήμα 5.24 δίνεται το κανονικοποιημένο μέτρο της δύναμης όγκου συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας για συντελεστή προχώρησης ($J=0.55$) που αντιστοιχεί στο σημείο σχεδιασμού. Η κατανομή του μέτρου της δύναμής στις ακτινικές θέσεις του πτερυγίου όπως είναι αναμενόμενο διαφέρει ανάλογα με την επιλεγμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Επίσης διακρίνεται ότι οι κατανομές παρουσιάζουν ακρότατο σε διαφορετικές ακτινικές θέσεις, κάτι που επίσης είναι λογικό καθώς το Γκαουσιαννό πλάτος διαφέρει και στις τρεις περιπτώσεις.



Σχήμα 5.24. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας – Σύγκριση Κατανομών

5.4 Μοντελοποίηση Φέρουσας Γραμμής ως Δίσκος Ορμής

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστεί ένα εναλλακτικός τρόπος σύζευξης της Φέρουσας επιφάνειας με το MaPFlow. Η νέα υβριδική μέθοδος χρησιμοποιεί τις Εξισώσεις (5.3) και (5.4) (αξονική και εφαπτομενική συνιστώσα σωματιδιακής δύναμης) για να προβάλλει τις στοιχειώδεις δυνάμεις στα αντίστοιχα κελιά του υπολογιστικού πλέγματος σχηματίζοντας έναν Δίσκο Ορμής αμελητέου πάχους. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία μοντελοποιείται σε συνθήκες μόνιμης ροής και συνεπώς μειώνει ακόμα περισσότερο το υπολογιστικό κόστος. Επίσης, συγκριτικά με την απλοποιημένη μέθοδο που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.1 πλεονεκτεί διότι η κατανομή των ογκικών δυνάμεων, όντας συζευγμένη με τη μέθοδο της Φέρουσας Γραμμής, λαμβάνει υπόψη την μεταβολή των πεδιακών τιμών ανάντι του δίσκου. Η προβολή των υδροδυναμικών δυνάμεων στο πλέγμα γίνεται με τις ακόλουθες εξισώσεις. [4]

$$T = \int_{R_h}^{R_p} \int_0^{2\pi} f_{bx} r d\theta dr \Rightarrow f_{bx} = \frac{dT}{\Delta} \frac{Z}{2\pi r dr} \quad (5.3)$$

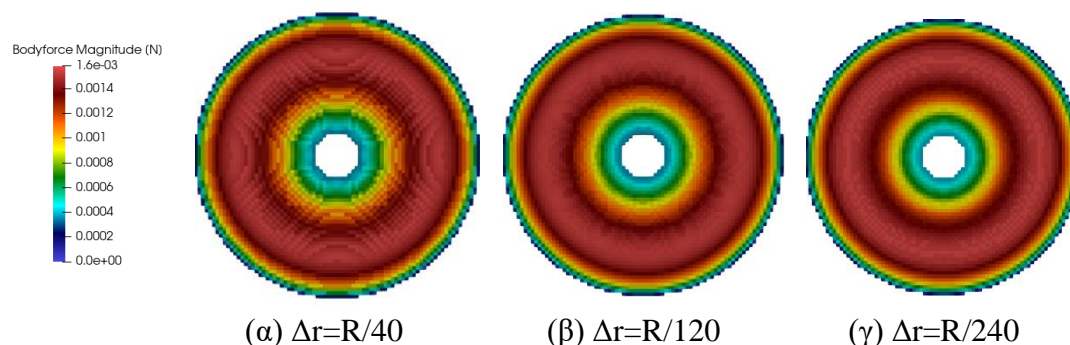
$$Q = \int_{R_h}^{R_p} \int_0^{2\pi} f_{b\theta} r^2 d\theta dr \Rightarrow f_{b\theta} = \frac{dQ}{\Delta} \frac{Z}{2\pi r^2 dr} \quad (5.4)$$

Όπου Z ο αριθμός των πτερυγίων και Δ το πάχος του δίσκου.

5.4.1 Ορισμός Προβλήματος – Κατασκευή Υπολογιστικού Πλέγματος

Η μοντελοποίηση του νέου μοντέλου Δίσκου Ορμής χρησιμοποιεί τις οριακές συνθήκες και το υπολογιστικό πλέγμα που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Η μόνη αλλαγή που έγινε αφορούσε την διακριτοποίηση των σημείων ελέγχου προκειμένου να πραγματοποιηθεί όσο το δυνατόν καλύτερη παρεμβολή των στοιχειωδών δυνάμεων στα υπολογιστικά κελιά.

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται η κατανομή του μέτρου της δύναμης στον Δίσκο Ορμής.



Σχήμα 5.25. Κατανομή του μέτρου της δύναμης όγκου στον Δίσκο Ορμής.

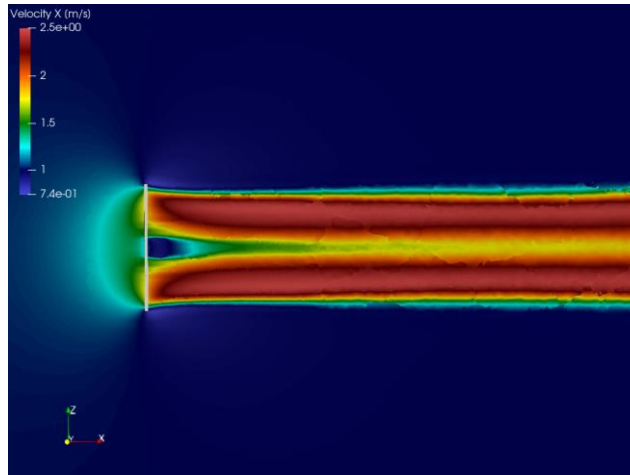
Με βάση με το Σχήμα 5.25 το $\Delta r=R/240$ φαίνεται μια καλή επιλογή για την διακριτοποίηση των σημείων ελέγχου. Επισημαίνεται ότι η αύξηση του αριθμού των σημείων ελέγχου δεν επιφέρει σημαντική αύξηση στην υπολογιστική ισχύ του αλγόριθμου.

5.4.2 Αποτελέσματα Φέρουσας Γραμμής ως Δίσκος Ορμής

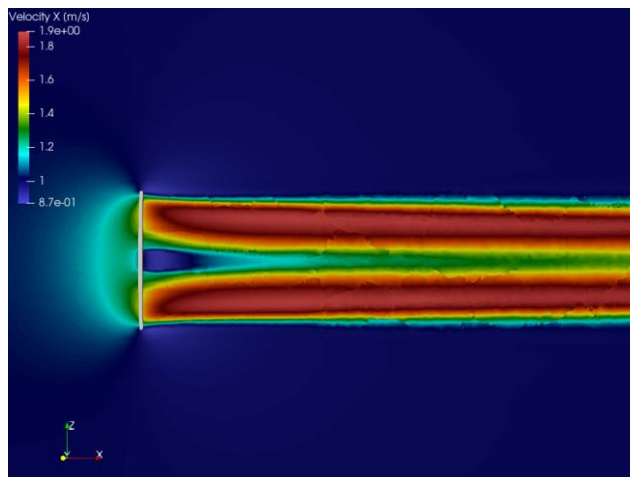
Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιαστεί η επίδραση του Δίσκου Ορμής στο εργαζόμενο ρευστό για τρεις συντελεστές προχώρησης ($J = 0.35, 0.45, 0.55$). Η εξαναγκασμένη δύναμη του δίσκου στο ρευστό επιτυγχάνεται μέσω της εφαρμογής των εξισώσεων (5.3), (5.4) στις Navier-Stokes. Το πάχος του δίσκου επιλέχθηκε έτσι ώστε να καταλαμβάνει δύο υπολογιστικά κελιά.

5.4.2.1 Πεδία Αξονικής Επαγόμενης Ταχύτητας

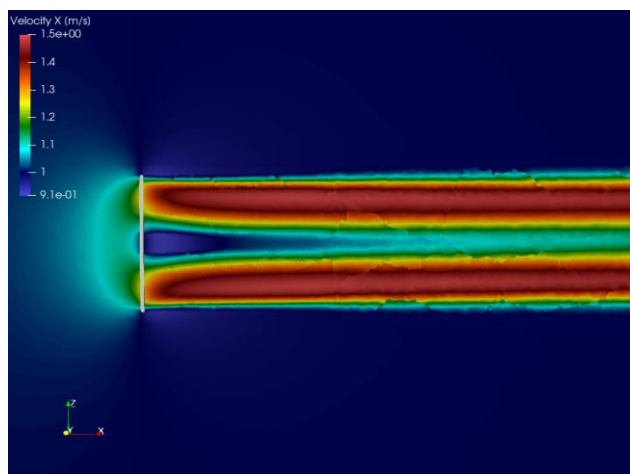
Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα ξεκινήσει με την οπτικοποίηση της επαγόμενης αξονικής ταχύτητας κατάντι του δίσκου. Σύμφωνα με το Σχήμα 5.27, συμπεραίνεται ότι τα επαγόμενα πεδία ταχύτητας κατάντι του δίσκου ορμής έρχονται σε πολύ καλή συμφωνία με τα αντίστοιχα των δύο προηγούμενων μεθόδων, τόσο σε ποιοτικό όσο και σε ποσοτικό επίπεδο. Ωστόσο όπως μπορεί να παρατηρηθεί η εν λόγω μέθοδος αδυνατεί να εκτιμήσει τις στροβιλιστικές δομές που απεικονίζονται τόσο στον ομόρρου της πλήρως ορισμένης έλικας όσο και στα επαγόμενα πεδία των κατανομών Gauss. Ενδεχομένως αυτό να οφείλεται αφενός στον τρόπο διαμερισμού των υδροδυναμικών φορτίων και αφετέρου στο ότι ο Δίσκος Ορμής δεν περιστρέφεται.



(α) $J=0.35$



(β) $J=0.45$

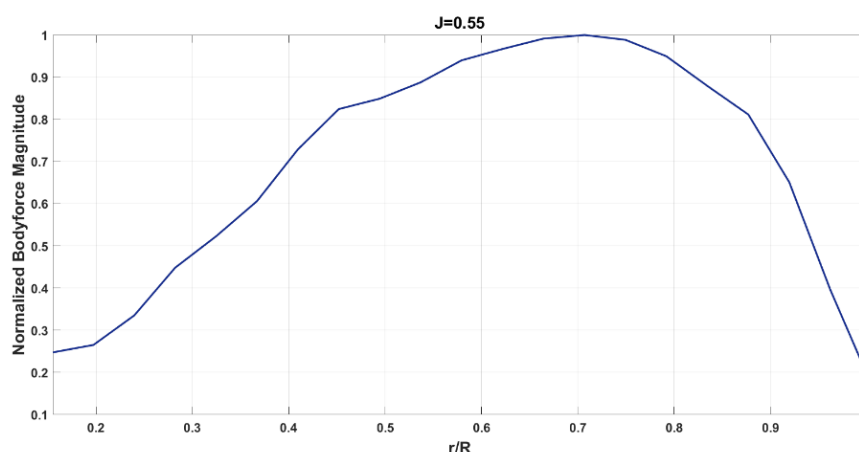


(γ) $J=0.55$

Σχήμα 5.26. Ομόρρους Φέρουσας Γραμμής-Δίσκου Ορμής.

5.4.2.2 Κατανομή Δύναμης Όγκου Φέρουσας Γραμμής – Δίσκου Ορμής

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων για την εν λόγω ενότητα θα ολοκληρωθεί με την γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέτρου της δύναμης όγκου συναρτήσει της αδιάστατης ακτίνας για συντελεστή προχώρησης ($J=0.55$). Σύμφωνα με το Σχήμα 5.27, η αναπαριστώμενη κατανομή διαφέρει σε σύγκριση με την κατανομή του απλοποιημένου δίσκου ορμής (Σχήμα 5.15). Ουσιαστικά, παρατηρείται μη μηδενισμός της δύναμης στην ρίζα και της άκρες του πτερυγίου. Αναφορικά με την ασυνέχειες που διακρίνονται στο διάστημα $[0.2r/R - 0.6r/R]$, θεωρείται πως οφείλονται κατά μείζονα λόγο στις στοιχειώδεις δυνάμεις ώσης και ροπής. Υπενθυμίζεται ότι στην περίπτωση του απλοποιημένου δίσκου ορμής, οι στοιχειώδεις δυνάμεις που εισάγονται στις fb_x, fb_θ είναι ίδιες για όλα τα κελιά, συνεπώς όπως είναι επακόλουθο η κατανομή δύναμης όγκου κατά Goldstein δεν παρουσιάζει ασυνέχειες.



Σχήμα 5.27. Κανονικοποιημένο μέτρο δύναμης συναρτήσει της κανονικοποιημένης ακτίνας.

5.5 Συγκριτική Αξιολόγηση των Αριθμητικών Μεθόδων

Στην τελευταία ενότητα αυτού του κεφαλαίου θα αξιολογηθούν τα επαγόμενα πεδία αξονικής ταχύτητας για τις τρεις αριθμητικές μεθόδους (AD, LL, LL-AD) που αναλύθηκαν στις προηγούμενες ενότητες. Για την καλύτερη εκτίμηση των αποτελεσμάτων, τα επαγόμενα πεδία θα παρατεθούν σε μορφή διαγραμμάτων για τρεις συντελεστές προχώρησης ($J=0.35, 0.45, 0.55$). Οι συγκεκριμένοι συντελεστές, αφορούν ταχύτητα ελεύθερης ροής ($V = 1 \text{ m/s}$) και μεταβαλλόμενη περιστροφική ταχύτητα ($n= 16.80 \text{ rps}, 13.07 \text{ rps}, 10.69 \text{ rps}$) αντίστοιχα. Επισημαίνεται ότι το επαγόμενο πεδίο της ναυτικής έλικας KVLCR KP458 θα θεωρηθεί ως πεδίο αναφοράς για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων καθώς δεν υπάρχουν διαθέσιμες πειραματικές μετρήσεις.

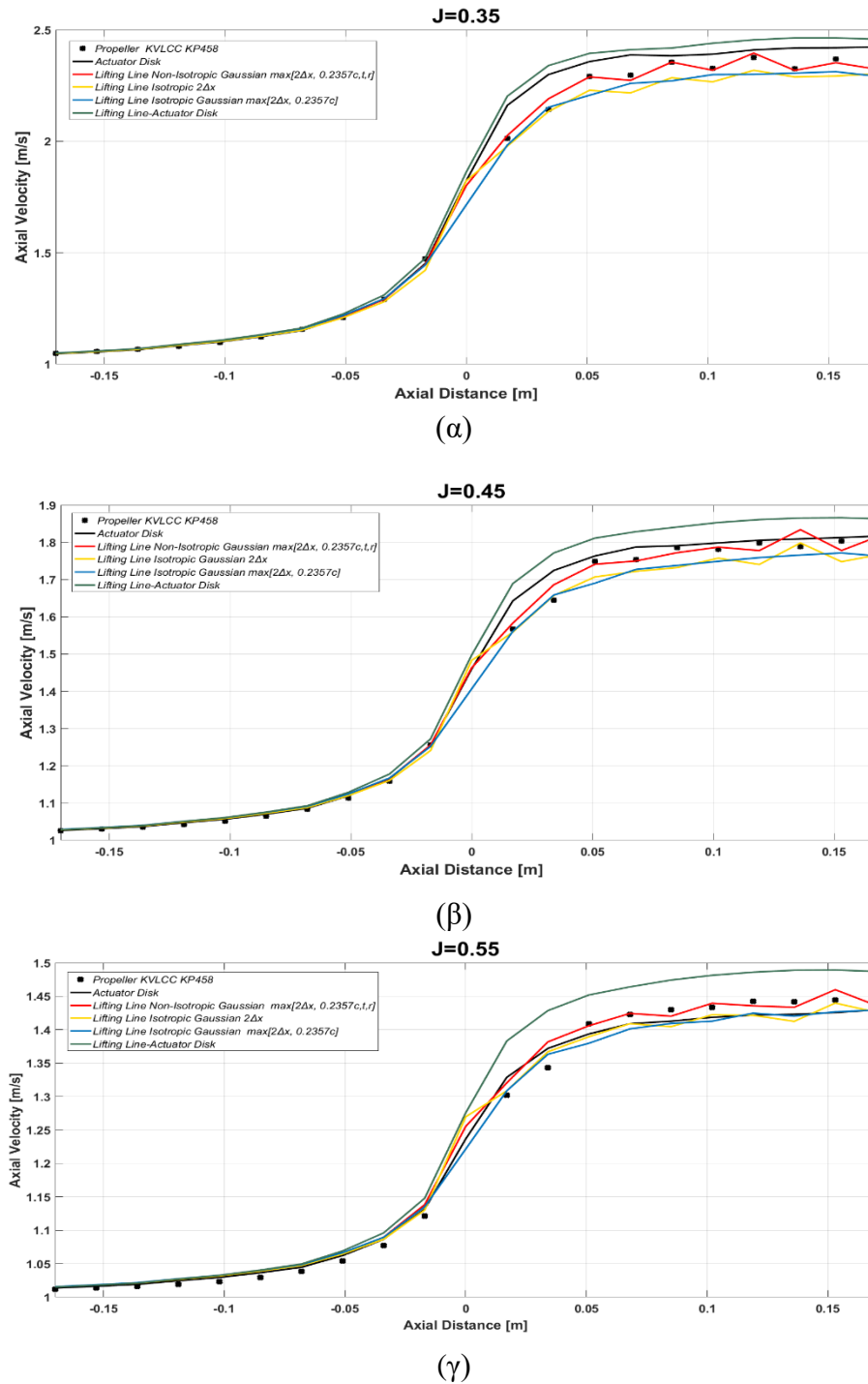
Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα ξεκινήσει με την κατανομή της αξονικής ταχύτητας στο 75% του πτερυγίου, για 2 ακτίνες ανάντι και κατόντι από το κέντρο της πλήμνης (Σχήμα 5.29).

Αρχικώς, από το Σχήμα 5.28 μπορεί να διακριθεί ότι και οι πέντε προσεγγίσεις επάγουν αξονική ταχύτητα που είναι σε ικανοποιητική συμφωνία με το πεδίο της πλήρως ορισμένης έλικας και για τους τρεις εξεταζόμενους συντελεστές προχώρησης. Πιο συγκεκριμένα, από τις προσεγγίσεις που βασίζονται στην θεωρία της Φέρουσας Γραμμής οι ισοτροπικές κατανομές καταφέρνουν να υπολογίσουν ικανοποιητικά το πεδίο στη συγκεκριμένη ακτινική θέση, ωστόσο η μη ισοτροπική κατανομή προλέγει με αξιοσημείωτη ακρίβεια τις μεταβολές της ταχύτητας. Αναφορικά με τις άλλες δύο μεθόδους, η μέθοδος του απλοποιημένου Δίσκου Ορμής παρέχει εξίσου καλά αποτελέσματα με τις προηγούμενες μεθόδους, ενώ διαπιστώνεται ότι η συζευγμένης μέθοδος Φέρουσας Γραμμής - Δίσκου Ορμής παρουσιάζει τις μεγαλύτερες αποκλίσεις. Αυτό οφείλεται αφενός, στην προσέγγιση του Δίσκου Ορμής και στις παραδοχές που διέπουν την φύση του και αφετέρου στο προστιθέμενο σφάλμα που εισάγει η μέθοδος της Φέρουσας Γραμμής. Υπενθυμίζεται, ότι στη μέθοδο του Απλοποιημένου Δίσκου Ορμής εισάγονται τα πειραματικά υδροδυναμικά φορτία, συνεπώς τα αποτελέσματα που εξάγονται βρίσκονται σε καλύτερη συμφωνία με τα αντίστοιχα της πλήρως ορισμένης έλικας.

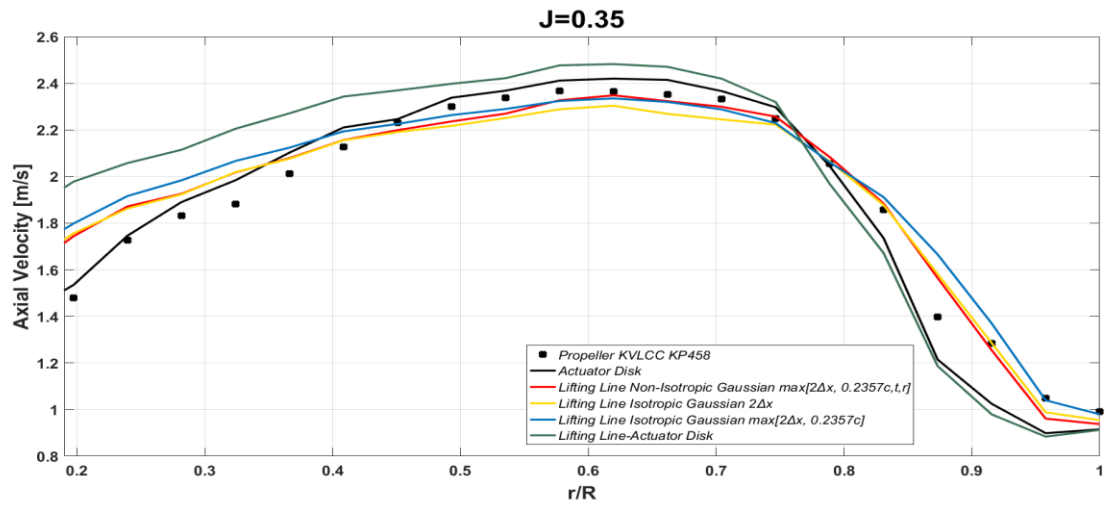
Η συγκριτική αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων συνεχίζεται με την παρουσίαση των αξονικών ταχυτήτων ακτινικά του πτερυγίου για $x=0.1R$ (Σχήμα 5.29). Μολονότι στην συγκεκριμένη θέση το πεδίο ταχύτητας διαταράσσεται από τα ισχυρά φαινόμενα συνεκτικότητας που λαμβάνουν χώρα στην ακμή εκφυγής (περίπτωση πραγματικής έλικας), οι προβλέψεις το αριθμητικών μεθόδων είναι σε αποδεκτά επίπεδα για την πλειοψηφία των ακτινικών θέσεων. Εξαιρέση αποτελούν οι τιμές των ταχυτήτων κοντά στην ρίζα του πτερυγίου που υπολογίζονται με την θεωρία της Φέρουσας Γραμμής. Η συγκεκριμένη μέθοδος φαίνεται πως υπερεκτιμά τα υδροδυναμικά φορτία κοντά στην ρίζα, με αποτέλεσμα οι στοιχειώδεις όροι δύναμης όγκου που προστίθενται από τα επηρεαζόμενα κελιά στο ισοζύγιο ορμής να οδηγούν σε υπερεκτίμηση της επαγόμενης ταχύτητας. Ακολούθως, μια ακόμη πληροφορία που λαμβάνεται από το Σχήμα 5.30, είναι ότι για $J=0.55$ και οι πέντε προσεγγίσεις παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις που δεν παρατηρούνται στους μικρότερους συντελεστές. Γνωρίζουμε από την μηχανική των ρευστών ότι όταν αριθμός Reynolds μειώνεται, τα φαινόμενα συνεκτικότητας υπερισχύουν έναντι των φαινομένων αδράνειας. Επομένως, με δεδομένο ότι για $J=0.55$ ο αριθμός Reynolds είναι ο μικρότερος από τους υπό μελέτη συντελεστές προχώρησης, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι οι προσομοιώσεις των θεωρητικών προσεγγίσεων αφηφούν τα φαινόμενα συνεκτικότητας λόγω απουσίας στερεού συνόρου, θεωρείται οι παρατηρηθείσες αποκλίσεις είναι λογικές.

Αφήνοντας το Σχήμα 5.29 στην άκρη και πηγαίνοντας σχεδόν δύο ακτίνες κατάντι της έλικας Σχήμα (5.30) διαπιστώνεται ότι η επίδραση της πτερυγίων αρχίζει να εξασθενεί. Αυτό αποτυπώνεται στις σημαντικά μειωμένες αποκλίσεις των κατανομών της ταχύτητας και για τρεις συντελεστές προχώρησης. Σε γενικές γραμμές και από αυτό το σχήμα μπορούν εξαχθούν παρόμοια συμπεράσματα σχετικά με την ικανότητα πρόλεξης του επαγόμενου ομόρρου από τις θεωρητικές μεθόδους. Ο απλοποιημένος Δίσκος Ορμής, ακολουθεί σε ικανοποιητικό βαθμό την κατανομή της ταχύτητας και για τους τρεις συντελεστές προχώρησης. Αναφορικά με τις μεθόδους που έχουν σαν αφετηρία την μέθοδο της Φέρουσας Γραμμής, η κατανομή αναφοράς της ταχύτητας

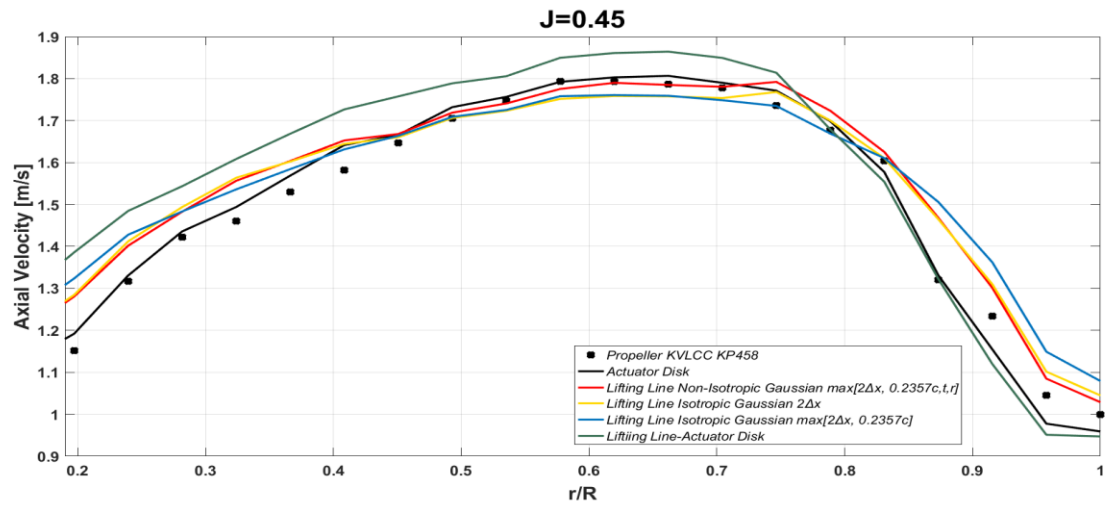
προσεγγίζεται καλύτερα για $r/R > 55\%$ και καθώς το J μεγαλώνει. Αναλυτικότερα, η μη ιστροπική κατανομή $\max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$ παρουσιάζει τις μικρότερες αποκλίσεις, ακολουθεί με πολύ μικρές διαφορές η ιστροπική Γκαουσιανή και έπεται η ιστροπική Γκαουσιανή $2\Delta x \max[2\Delta x, 0.2357c, t, r]$. Τέλος, για του λόγους που εξηγήθηκαν στην πρώτη παράγραφο αυτής της ενότητας, η συζευγμένη μέθοδος υστερεί έναντι των υπολοίπων ειδικά στις μικρές ακτίνες, ωστόσο η εκτίμηση του επαγόμενου ομόρρου μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτή.



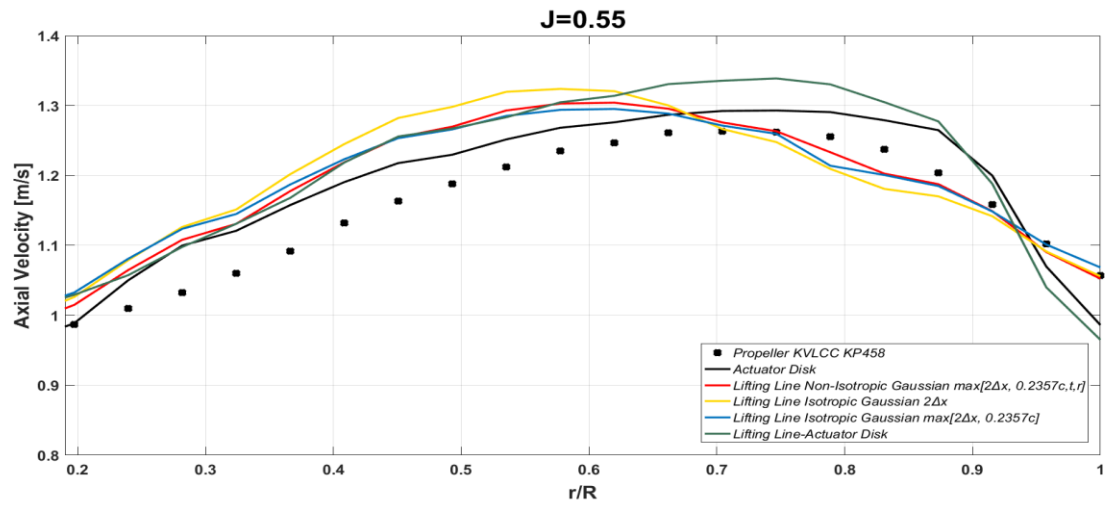
Σχήμα 5.28. Κατανομή αξονικής ταχύτητας για $x=\pm 2R$ στο 75% του πτερυγίου.



(α)

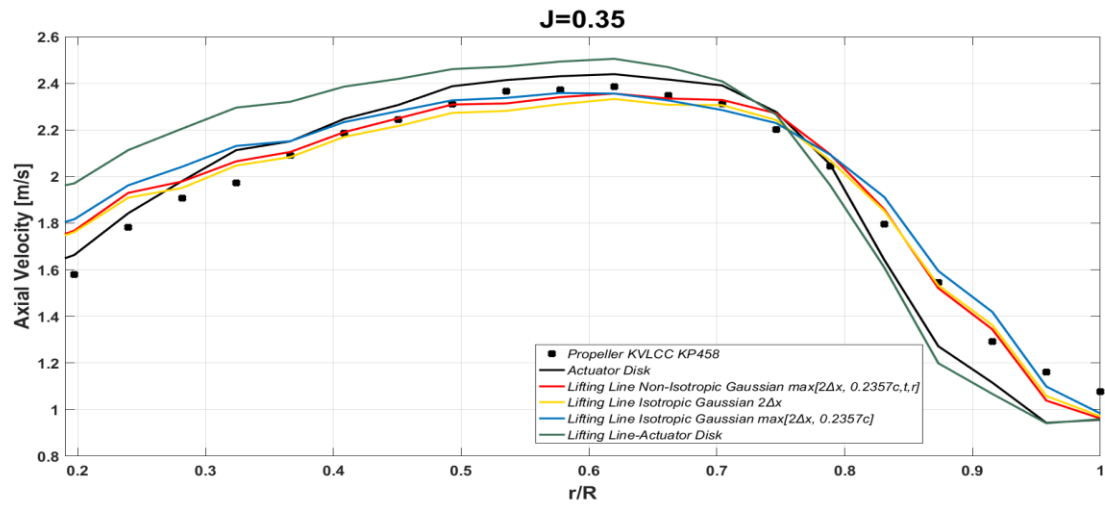


(β)

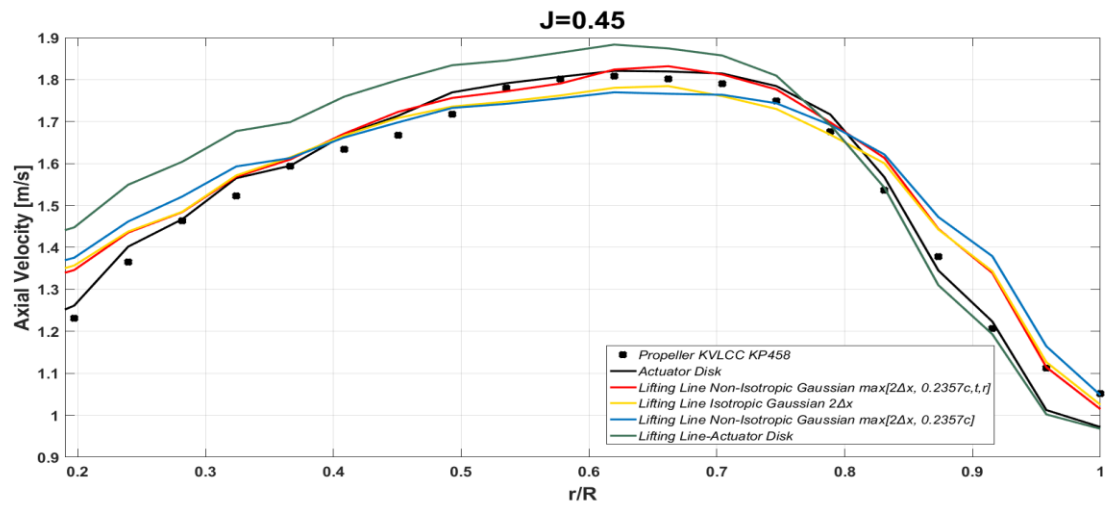


(γ)

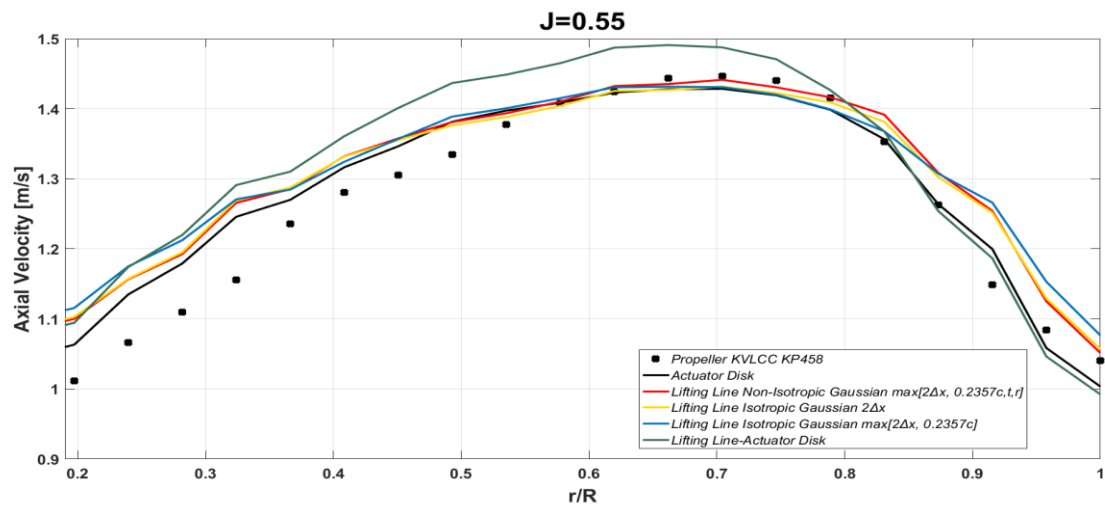
Σχήμα 5.29. Ακτινική κατανομή της αξονική ταχύτητας για $x=0.1R$ κατάντι της έλικας.



(α)



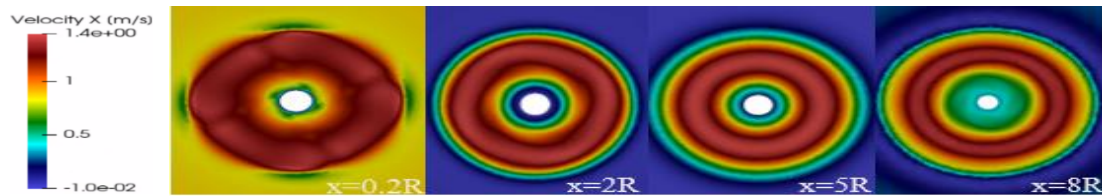
(β)



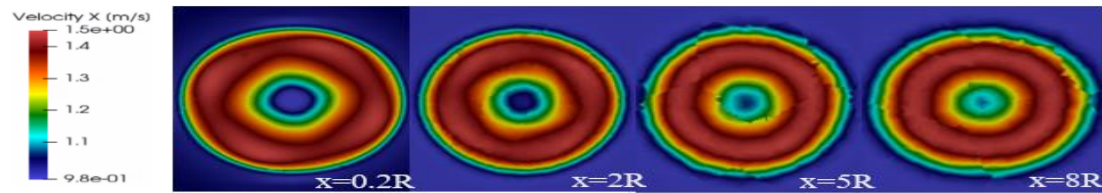
(γ)

Σχήμα 5.30. Ακτινική κατανομή της αξονική ταχύτητας για $x=2R$ κατάντι της έλικας.

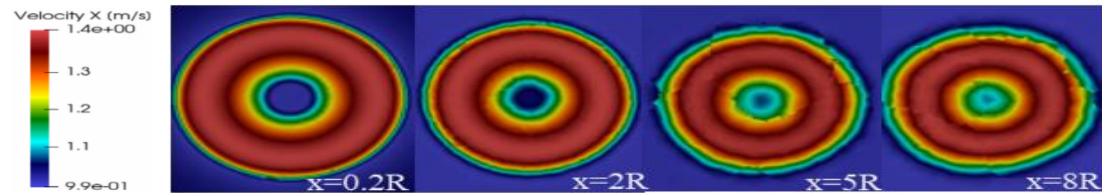
Καταλήγοντας, η αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων θα ολοκληρωθεί με την οπτικοποίηση του ομόρρου για τέσσερις αποστάσεις ($x = 0.2R, 2R, 5R, 8R$) κατάντι της έλικας και ενώ λειτουργεί στο σημείο σχεδιασμού ($J=0.55$). (Σχήμα 5.32). Και οπτικά, από το Σχήμα 5.32 μπορεί εύκολα να επιβεβαιωθεί ότι καθώς ο ομόρρος εξελίσσεται στο χώρο και το χρόνο και άρα αρχίζει να ομαλοποιείται σε μια κατάσταση, η ικανότητα πρόλεξης του πεδίου ταχύτητας από τις υπό μελέτη μεθόδους αυξάνει. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η μη ισοτροπική κατανομή λόγω της επιβαλλόμενης περιστροφής εκτιμά καλύτερα τις μεταβολές της ταχύτητας στην περίμετρο του ομόρρου (ισοΰψεις για $x=2R$), ενώ για $x>2R$ ο ομόρρος αναπαρίσταται εξίσου ικανοποιητικά και από τις τρεις μεθόδους.



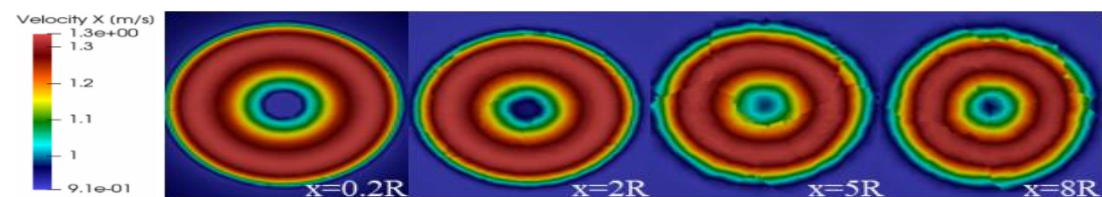
(α) KVLCC KP458



(β) Φέρουσα Γραμμή-Μη Ισοτροπική



(γ) Δίσκος Ορμής



(δ) Φέρουσα Γραμμή – Δίσκος Ορμής

Σχήμα 5.31. Χωροχρονική εξέλιξη του ομόρρου κατάντι της έλικας.

6 Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

6.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία είχε ως βασικό στόχο την ανάπτυξη δύο υβριδικών υπολογιστικών μεθόδων οι οποίες θα προσομοιώνουν την υδροδυναμική συμπεριφορά μιας ναυτικής έλικας σε συνθήκες ελεύθερης ροής. Για να επιτευχθεί αυτό:

- Αναπτύχθηκε ένα Μοντέλο Δίσκου Ορμής – Eulerian Επιλυτή
- Αναπτύχθηκε ένα Μοντέλο Φέρουσας Γραμμής – Eulerian Επιλυτή
- Διερευνήθηκε η πιστότητα του Eulerian Επιλυτή (MaPFlow)
- Διερευνήθηκε η πιστότητα των δύο αριθμητικών μεθόδων

MaPFlow

Για την πιστοποίηση του ασυμπίεστου Eulerian επιλυτή χρησιμοποιήθηκε η τετράπτερη ναυτική έλικα KVLCC KP458. Από την τελευταία μελετήθηκε μόνο το ένα πτερύγιο με χρήση περιοδικών συνθηκών. Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις έγιναν σε συνθήκες μόνιμης ροής και αφορούσαν έξι συντελεστές προχώρησης ($J = 0, 2, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.7$). Η συγκριτική μελέτη μεταξύ MaPFlow και πειραματικών δεδομένων επιβεβαίωσε την ικανότητα του CFD επιλυτή να προλέγει με υψηλή ακρίβεια την υδροδυναμική συμπεριφορά της έλικας στις περιοχές μέτριας και υψηλής φόρτισης. Εντούτοις, διαπιστώθηκε ότι όταν η έλικα λειτουργεί κοντά στο σημείο μηδενικής ώσης η ικανότητα πρόλεξης των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών μειώνεται.

Δίσκος Ορμης - MaPFlow

Η αριθμητική μέθοδος του Δίσκου Ορμής στηρίχθηκε στην έρευνα του Goldstein (1929) για βέλτιστες κατανομές κυκλοφορίας. Αρχικά, υπολογίστηκαν οι ογκομετρικές δυνάμεις με βάση την πειραματική ώση και ροπή, στη συνέχεια, προβλήθηκαν στο πλέγμα σχηματίζοντας ένα Δίσκο Ορμής πάχους δύο κελιών και έπειτα προστέθηκαν ως όροι πηγής στις εξισώσεις ορμής. Η πιστοποίηση της μεθόδου αφορούσε τρεις προσομοιώσεις ($J = 0.35, 0.45, 0.55$) σε συνθήκες μόνιμης ροής. Τα επαγόμενα πεδία ταχύτητας αξιολογήθηκαν έναντι της πλήρως ορισμένης έλικας KVLCC KP458. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων έδειξε ικανοποιητική συμφωνία τόσο σε ποιοτικό όσο και σε ποσοτικό επίπεδο, με την ικανότητα πρόλεξης των αξονικών ταχυτήτων να αυξάνει καθώς εξελίσσεται ο ομόρρους.

Φέρουσα Γραμμή

Η υλοποιηθείσα μέθοδος στηρίχθηκε στην συνθήκη καθετότητας του Betz (1919), στην θεωρία πεταλοειδών δινών καθώς και στις προσεγγιστικές λύσεις κλειστής μορφής του Wrench (1957). Σε πρωταρχικό στάδιο διερευνήθηκε η πιστότητα της μεθόδου για τρεις ναυτικές έλικες. Οι εκτιμήσεις των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών έδειξαν ικανοποιητική συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα για όλες τις έλικες, με τις τάξεις μεγέθους των σχετικών σφαλμάτων να θεωρούνται λογικές δεδομένου των εξ' ορισμού απλουστεύσεων.

Φέρουσα Γραμμή - MaPFlow

Έπειτα, πραγματοποιήθηκε σύζευξη της μεθόδου με το MaPFlow χρησιμοποιώντας τρεις κατανομές Gauss. Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις που έλαβαν χώρα αφορούσαν επτά συντελεστές προχώρησης ($J = 0.15, 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.7$) και την υπό μελέτη έλικα KVLCC KP458. Το προκύπτον διάγραμμα ελεύθερης ροής έδειξε ότι η υβριδική μέθοδος αδυνατεί να εκτιμήσει με αποδεκτή ακρίβεια την χρονικά μέση ροπή, σε αντίθεση με την εκτιμώμενη ώση η οποία ήταν αρκετά πιο κοντά στις πραγματικές τιμές. Αναφορικά με τα αξονικά πεδία ταχύτητας, τα αποτελέσματα των αναλύσεων συγκρίθηκαν τόσο με τα αντίστοιχα της πλήρως ορισμένης έλικας όσο και με τα αυτά των Δίσκων Ορμής. Από την αξιολόγηση εξήχθη το γενικό συμπέρασμα ότι και οι τρεις κατανομές δίνουν καλά αποτελέσματα, ωστόσο η μη ισοτροπική $\max[2\Delta x, 0.2357c_r, t]$ προλέγει με μεγαλύτερη ακρίβεια την ακτινική κατανομή της ταχύτητας.

Φέρουσα Γραμμή – Δίσκος Ορμής

Τέλος, η ίδια έλικα μελετήθηκε σε συνθήκες μόνιμης ροής χρησιμοποιώντας έναν Δίσκο Ορμής ως διεπιφάνεια μεταξύ Φέρουσας Γραμμής και CFD. Από την συγκριτική αξιολόγηση προέκυψε το συμπέρασμα ότι η εν λόγω μέθοδος υστερεί έναντι των υπολοίπων παρουσιάζοντας τις υψηλότερες αποκλίσεις. Αν και σε ποιοτικό επίπεδο τα αποτελέσματα των επαγόμενων πεδίων ήταν αυτούσια με τα αντίστοιχα του απλοποιημένου Δίσκου Ορμής, ποσοτικά οι διαφορές ήταν αισθητές.

Συγκεντρωτικά

Οι υλοποιηθείσες αριθμητικές μέθοδοι παρέχουν μια γρήγορη και αποδεκτή εκτίμηση του επαγόμενου ομόρρου μειώνοντας σημαντικά την απαιτούμενη υπολογιστική ισχύ. Με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστές οι πειραματικές υδροδυναμικές καμπύλες ο απλοποιημένος Δίσκος Ορμής μπορεί να αντικαταστήσει με ικανοποιητική ακρίβεια την πλήρως ορισμένη έλικα. Για τις εξεταζόμενες έλικες που δεν διατίθενται τα πειραματικά δεδομένα, η Φέρουσα Γραμμή με χρήση μη ισοτροπικής Γκαουσιανής προσεγγίζει με αξιοσημείωτη ακρίβεια το πεδίο ταχυτήτων, αναπαριστώντας πιο ρεαλιστικά τον επαγόμενο ομόρρου (απορριφθείσες δίνες στην ρίζα και στην άκρη του πτερυγίου). Αναφορικά με τον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων υδροδυναμικών

δυνάμεων από την ίδια μέθοδο, η ώση προσεγγίζεται ικανοποιητικά, ωστόσο η πρόλεξη της απορροφούμενη ροπής χρήζει περαιτέρω διερεύνηση.

6.2 Μελλοντική Έρευνα

Ολοκληρώνοντας, χαράσσονται οι βασικές γραμμές που θα μπορούσαν να αποτελέσουν προεκτάσεις της παρούσας εργασίας.

MaPFlow

- Αρχικά, προτείνεται να επαναληφθούν οι υπολογιστικές προσομοιώσεις στα μεγάλα J , χρησιμοποιώντας το ενσωματωμένο στο MaPFlow μοντέλο μετάβασης γ - Re_{θ} του Menter. Το εν λόγω μοντέλο ενδείκνυται για τη μοντελοποίηση τυρβωδών ροών όπου σημαντικό ποσοστό του οριακού στρώματος είναι στρωτό. Επομένως είναι σκόπιμο να διερευνηθεί, αν η εφαρμογή του μοντέλου μετάβασης βελτιώσει την ικανότητα πρόλεξης του MaPFlow στις μικρές γωνίες πρόσπτωσης.

Δίσκος Ορμής,

- Συνεχίζοντας, θα ήταν ενδιαφέρον να διερευνηθεί η επίδραση του στερεού συνόρου πλήμνης - άξονα στον ομόρρου του Δίσκου Ορμής για ομοιόμορφη εισερχόμενη ροή.
- Κατόπιν, λαμβάνοντας υπόψη το αποδεκτό πεδίο ομόρρου που επιτυγχάνεται με την συγκεκριμένη μέθοδο καθώς και την σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου, προτείνεται η χρήση του εν λόγω μοντέλου για να προσομοιωθεί το πρόβλημα της Αυτοπρόωσης.

Φέρουσα Γραμμή

- Ακολουθως, προτείνεται να πιστοποιηθεί η ικανότητα πρόλεξης των επαγόμενων πεδίων ταχύτητας σε περισσότερες ναυτικές έλικες.
- Έπειτα, δεδομένου ότι για την πλειοψηφία των ναυτικών ελίκων τα 2D υδροδυναμικά χαρακτηριστικά είναι άγνωστα. Είναι σκόπιμο, να αντληθούν και να χρησιμοποιηθούν τα CFD δισδιάστατα χαρακτηριστικά της έλικας και να διερευνηθεί η επίδραση τους στον υπολογισμό των υδροδυναμικών φορτίων.
- Επιπρόσθετα θα ήταν ενδιαφέρον να τροποποιηθεί ο αλγόριθμός έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί αμφίδρομη σύζευξη μεταξύ Eulerian Επιλυτή και Φέρουσας Γραμμής.
- Κλείνοντας, για να καταστεί εφικτή η χρήση της μεθόδου σε πιο σύνθετες υπολογιστικές προσομοιώσεις, όπως το πρόβλημα του αυτοπροωθούμενου πλοίου ή αλληλεπίδραση δύο αντίθετα περιστρεφόμενων ελίκων, προτείνεται να τροποποιηθεί κατάλληλα ο αλγόριθμός έτσι ώστε να συμπεριλάβει την συνθήκη επαπτομενικότητας του Lerbs για μη ομοιόμορφες ροές, λαμβάνοντας υπόψη το αποτελεσματικό πεδίο ομόρρου.

Βιβλιογραφία

- [1] Carlton, J. “Marine propellers and propulsion. Fourth edition”. Butterworth-Heinemann, 2019. p. 1-585.
- [2] Svenning, E. “Implementation of an actuator disk in OpenFOAM”, Chalmers University of Technology, 2010.
- [3] Brizzolara S. “Ship Self Propulsion with different CFD methods: from actuator disk to viscous inviscid unsteady coupled solvers”.
- [4] Y.N., et al., ‘Computation of propeller-hull interaction using simple body-force distribution model around Series 60 CB= 0.6’.
- [5] Calcagni, D.; Dubbioso, G.; Capone, A.; Ortolani, F.; Broglia, R. “A Generalized Hybrid RANSE/BEM Approach for the Analysis of Hull–Propeller Interaction in Off-Design Conditions”.
- [6] Epps, B. P.; Kimball, R. W. “Unified rotor lifting line theory. Journal of ship research”, Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME), v. 57, n. 4, p. 181–201, 2013.
- [7] Flood, K. M. “Propeller performance analysis using lifting line theory”. [S.l.], 2009. Cited 3 times on pages 18, 30, and 40.
- [8] Lerbs, H. W. “Moderately loaded propellers with a finite number of blades and arbitrary distribution of circulation”. Trans SNAME, 1952.
- [9] Morgan, W. B.; Silovic, V.; Denny, S. B. Propeller lifting-surface corrections. [S.l.], 1968.
- [10] Kerwin, J. E.; Hadler, J. B. “Principles of naval architecture series: Propulsion”. The Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME), 2010.
- [11] Tzabiras G. D “A numerical study of actuator disk parameters affecting the self-propulsion of a tanker”.
- [12] Øyvind Øksnes Dalheim., “Development of a Simulation Model for Propeller Performance”.
- [13] Kerwin, J. E. “The Solution of Propeller Lifting Surface Problems by Vortex Lattice Methods”. Tese (Doutorado) - Massachusetts Institute of Technology, 1961.
- [14] Bertram, V. “Practical Ship Hydrodynamics. Second edition”. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012. p. 333 – 365.
- [15] Peravali, K. “Implementing Vortex Lattice representation of Propeller sections”.

- [16] VAZ, G. N. V. B. “Modelling of sheet cavitation on hydrofoils and marine propellers using boundary element methods”. Tese (Dissertation) - Instituto Superior Tecnico, Lisbon, Portugal, November 2005. p. 19-20.
- [17] Krasilnikov V, I. “Self-Propulsion RANS Computations with a Single-Screw Container Ship”.
- [18] Achkinadze A.S. & Krasilnikov, V.I. (2003). “A New Velocity Based BEM for Analysis of Non-Cavitating and Cavitating Propellers and Foils”. Oceanic Engineering International.
- [19] H. K Versteeg and W. Malalasekera. “Introduction to computational fluid dynamics”. Vol. 43. 2006.
- [20] Blazek J. “Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications: Third Edition. 2015”.
- [21] Πολίτη Γ.Κ, Τζαμπίρας Γ. ‘Αναλυτική Σχεδίαση Ελίκων Εφαρμογές CFD στην Αντίσταση και Πρόωση Πλοίου Τόμος Β’.
- [22] Kim, K.S., Kim, J., Park, I.R., Kim, G.D. and Van, S.H. “High Fidelity RANS Simulation for a Self-Propelled Ship in Model Scale”.
- [23] Stern, F., Kim, H.T., Zhang, D.H., Toda, Y., Kerwin, J. and Jessup, S.. “Computation of Viscous Flow Around Propeller-Body Configurations: Series 60 CB=0.6 Ship Model”.
- [24] Giorgos Papadakis. “Development of a Hybrid Compressible Vortex Particle Method and Application to External Problems Including Helicopter Flows”. National Technical University of Athens. PhD thesis. 2014.
- [25] S. V. Patankar and D. B. Spalding. “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows”. In: Int. J. Heat Mass Transf., 15:1787–1806 (1972).
- [26] A. D. Gosman R. I. Issa and A. P. Watkins. “The Computation of Compressible and Incompressible Recirculating Flows by a Non-Iterative Implicit Scheme”. In: J. Comput.
- [27] A.J. Chorin. “A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems”. In: Journal of Computational Physics, 12-26 (1967). Phys, 62:66–82 (1986)
- [28] Dimitris Ntouras and George Papadakis. ‘A Coupled Artificial Compressibility Method for Free Surface Flows’. In: Journal of Marine Science and Engineering 8.8 (2020).
- [29] Robert F. Kunz et al. “A preconditioned Navier–Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction”. In: Computers and Fluids 29.8 (2000), pp. 849–875.

- [30] F. Moukalled, L. Mangani, and M. Darwish, “The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics”: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®. Oct. 2015.
- [31] R. Biedron, V. Vatsa, and H. Atkins, “Simulation of Unsteady Flows Using an Unstructured Navier-Stokes Solver on Moving and Stationary Grids,” 23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, pp. 1–17, 2005.
- [32] F.R. Menter. “Two-Equation Eddy Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications”. In: AIAA Journal,32:1598-1605 (1994).
- [33] Kerwin, J. E. “Hydrofoils and Propellers Lecture Notes. s.l. : Massachusetts Institute of Technology”.
- [34] Wrench, J. W., 1957, “The calculation of propeller induction factors”, Technical Report 1116, David Taylor Model Basin.
- [35] Goldstein, S., 1929, “On the Vortex Theory of Screw Propellers”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 123(792): 440-465.
- [36] Borna Š, “Numerical characterization of a ship propeller”.
- [37] Stern, F., Kim, H.T., Patel, V.C., and Chen, H.C., “A Viscous-Flow Approach to the Computation of Propeller-Hull Interaction”. Journal of Ship Research, Vol. 32, No. 4, December 1988, pp. 246-262.
- [38] Hough, G. and Ordway, D, “The Generalized Actuator Disk,” Technical Report TAR-TR. 6401, Therm Advanced Research, Inc., 1964.
- [39] J. Katz and A. Plotkin. “Low speed aerodynamics”. Cambridge University Press, UK, 2001.
- [40] Πολίτη Γ.Κ., Σκαμνέλη Φ. “Ροές με Άνωση”, Σημειώσεις μαθήματος Ανωστικών Ροών”, Αθήνα 1999
- [41] Kerwin, J. E., Leopold, R. A design theory for subcavitating propellers. Trans. SNAME, 72, 1964
- [42] Eastridge J. R, “Investigation and Implementation of a Lifting Line Theory to Predict Propeller Performance”.
- [43] DENNY, S. B. “Cavitation and open-water performance tests of a series of propellers designed by lifting-surface methods”. [S.l.], 1968.
- [44] Simman 2008, “A Workshop on Verification and Validation of Ship Manoeuvring Simulation Methods”.
- [45] Churchfield, M.J and Schreck, S., Luis A., Martínez-Tossas and Meneveau, C., Spalart, P. R., “An Advanced Actuator Line Method for Wind Energy Applications and Beyond”.

- [46] Sørensen, J. N. and Shen, W. Z., “Numerical Modeling of Wind Turbine Wakes,” *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 124, 2002, pp. 393–399.
- [47] Shives, M. and Crawford, C., “Mesh and Load Distribution Requirements for Actuator Line CFD Simulations,” *Wind Energy*, Vol. 16, No. 8, 2012, pp. 1183–1196.
- [48] Martinez-Tossas, L. A., Churchfield, M. J., and Meneveau, C., “Optimal Smoothing Length Scale for Actuator Line Models of Wind Turbine Blades,” *Wind Energy*, 2017.
- [49] Jha, P.K., Churchfield, M.J., Moriarty, P.J., Schmitz, S. “Guidelines for Volume Force Distributions Within Actuator Line Modeling of Wind Turbines on Large-Eddy Simulation-Type Grids,”. *Journal of Solar Energy Engineering* August 2014.
- [50] Yang X, Yong Y, Lian J,J , “Numerical study on the hydrodynamic performance of the semi-spade rudder and propeller”.
- [51] Spyropoulos N, Papadakis G, Prospathopoulos J, M, Riziotis V, A, “Investigating the Level of Fidelity of an Actuator Line Model in Predicting Loads and Deflections of Rotating Blades under Uniform Free-Stream Flow”.

