ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ



Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος σε μεταλλικά πλαίσια

Διδακτορική διατριβή Μηνά Ε. Λεμονή



Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος σε μεταλλικά πλαίσια

Μηνάς Λεμονής

Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ (2000) Μεταπτυχιακό Δίπλωμα ΕΜΠ (2001)

Η διατριβή παρουσιάστηκε στην Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου προς εκπλήρωση των προϋποθέσεων του τίτλου του «Διδάκτορα Μηχανικού του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου».

Μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής

Χ. Γαντές Επ. Καθηγητής ΕΜΠ (επιβλέπων)

Γ. Ιωαννίδης Καθηγητής ΕΜΠ Χ. Μπανιωτόπουλος Καθηγητής ΑΠΘ

Μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής

Ι. Βάγιας Καθηγητής ΕΜΠ Ι. Ερμόπουλος Καθηγητής ΕΜΠ

Γ. Μιχάλτσος Καθηγητής ΕΜΠ Μ. ΠαπαδρακάκηςΚαθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2006





ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ Ειδική υπηρεσια διαχειρισής επελεκ





Η παρούσα διατριβή χρηματοδοτήθηκε στα πλαίσια του έργου «Ηράκλειτος: Υποτροφίες Έρευνας με προτεραιότητα στην Βασική Έρευνα του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου». Το πρόγραμμα «Ηράκλειτος» συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (75%) και από Εθνικούς Πόρους (25%) – ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ.

The project is co-funded by the European Social Fund (75%) and National Resources (25%) - (EPEAEK II) - HRAKLEITOS

Ευχαριστίες

Οι ευχαριστίες που παρατίθενται στην σελίδα αυτή, μπορούν να θεωρηθούν ως μία ελάχιστη μόνον αναγνώριση, προς τα πρόσωπα που με στήριξαν επιστημονικά, ηθικά και οικονομικά κατά την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής. Δίχως την στήριξη αυτή, είναι βέβαιο ότι η εκπλήρωση των στόχων της διατριβής και η επιτυχής ολοκλήρωση της θα ήταν αδύνατη.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες προς τον επίκουρο καθηγητή και επιβλέποντα την παρούσα διατριβή, Χαράλαμπο Γαντέ, για την επιστημονική και ηθική του καθοδήγηση. Η ευρεία γνώση του επί των μεταλλικών κατασκευών, ο επαγγελματισμός του και η πολυδιάστατη ερευνητική του δραστηριότητα διαμόρφωσαν το γόνιμο έδαφος για την επίτευξη των επιδιωκόμενων στόχων της διατριβής, την υπέρβαση όσων δυσχερειών ανέκυψαν, και αποτελούν πρότυπο για την μελλοντική μου πορεία ως επιστήμονα.

Για την οικονομική ενίσχυση της διατριβής από το πρόγραμμα βασικής έρευνας «Ηράκλειτος», το οποίο χρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και από εθνικούς πόρους, εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου. Ευχαριστίες οφείλονται σε όλους όσους, από οποιαδήποτε θέση, συνέβαλλαν σε αυτήν.

Στα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, καθηγητές Γεωργιο Ιωαννίδη και Χαράλαμπο Μπανιωτόπουλο, εκφράζονται επίσης ιδιαίτερες ευχαριστίες για τον χρόνο που αφιέρωσαν στην παρακολούθηση της πορείας της διατριβής και την καθοδήγηση που μου προσέφεραν.

Επίσης στα μέλη του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών του ΕΜΠ και στους φίλους υποψήφιους διδάκτορες οφείλονται ευχαριστίες για το κλίμα συνεργασίας, αλληλοβοήθειας και αμοιβαίας ενθάρρυνσης, το οποίο μαζί διαμορφώσαμε και στο οποίο είχα το προνόμιο να εργαστώ όλα αυτά τα χρόνια.

Θα ήταν μέγιστη παράλειψη αν δεν εξέφραζα τις θερμές μου ευχαριστίες προς την οικογένεια μου για την πολύπλευρη στήριξη που μου προσέφερε, την υπομονή και την συμπαράσταση στις δύσκολες στιγμές. Σας ευχαριστώ.

Περιεχόμενα

Περίληψη		

Abstract

Κεφάλαιο 1 - Εισα	γωγή	1
1.1 Γενικά		
1.2 Περιγραφή	της διατριβής	
Μέρος Α' - Περί σ	υνδέσεων βραχέος ταυ	9

Κεφάλαιο 2 - Σύνδεση βραχέος ταυ. Βιβλιογραφική επισκόπηση.	11
2.1 Εισαγωγή	12
2.2 Ορισμοί	12
2.3 Απόκριση βραχέος ταυ	15
2.3.1 Γενικά	15
2.3.2 Αρχική δυσκαμψία	15
Agerskov (1976)	15
Yee και Melchers (1986)	19
Jaspart (1991)	20
Weynand et al. (1995)	20
Faella et al. (1998)	23
2.3.3 Αντοχή	24
Κατανεμημένη δράση κοχλία	28
Αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας	29
2.3.4 Μη γραμμική απόκριση	31
Jaspart (1991)	31

	Faella et al. (2000)	32
	Swanson και Leon (2001)	40
	Vayas et al. (2003)	43
	Coelho et al. (2004)	45
2.4	Πειραματική έρευνα και προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία	46

Κεφάλαιο 3 - Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ	51
3.1 Γενικά	52
3.2 Μη γραμμικότητα υλικού	55
3.2.1 Πέλμα	55
3.2.2 Κοχλίας	61
3.2.3 Εφαρμογή της μη γραμμικότητας υλικού	62
3.3 Φαινόμενα επαφής	64
3.3.1 Γενικά	64
3.3.2 Μήκος αποκόλλησης	65
Αναλυτικός υπολογισμός μήκους αποκόλλησης	66
Ειδικές περιπτώσεις	69
3.3.3 Φαινόμενα επαφής και μη γραμμικότητα υλικού	71
3.4 Απόκριση του προσομοιώματος	74
3.4.1 Μερική επαφή	74
Επανεξέταση φαινομένων επαφής	80
3.4.2 Σημειακή στήριξη	81
3.4.3 Πλήρης αποκόλληση	86
3.4.4 Αρχική δυσκαμψία	89
3.5 Συναρμογή πέλματος-κορμού	91
Πλαστικοποιημένο μήκος L^i_{pA} και ελαστικό μήκος L^i_0	93
Συγκολλητά βραχέα ταυ	95
3.6 Βελτιώσεις επαυξητικού προσομοιώματος	96
3.6.1 Κεφαλή κοχλία	96
3.6.2 Κάμψη κοχλία	98
3.6.3 Προένταση κοχλιών	100
3.6.4 Διατμητικές παραμορφώσεις	103
3.6.5 Μήκος κορμού	104
3.7 Αξιολόγηση με διδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων	105
3.7.1 Γενικά	105

3.7.2 Μερική επαφή	
3.7.3 Σημειακή στήριξη	
3.7.4 Μήκος συναρμογής	
3.7.5 Διερεύνηση σύγκλισης	
3.7.6 Διερεύνηση της γεωμετρικής μη γραμμικότητας	

Κεφάλαιο 4 - Τρισδιάστατη προσομοίωση βραχέος ταυ	127
4.1 Γενικά	128
4.2 Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία	129
4.3 Αξιολόγηση πεπερασμένων στοιχείων στο ADINA	132
4.3.1 Περιγραφή προσομοιωμάτων	
4.3.2 Συμπεράσματα	
4.4 Τρισδιάστατο προσομοίωμα βραχέος ταυ	
4.4.1 Γεωμετρία	
4.4.2 Φαινόμενα επαφής	
4.4.3 Συνοριακές συνθήκες	146
4.4.4 Διακριτοποίηση	147
4.4.5 Επίλυση	
4.4.6 Το πρόγραμμα AutoModel	150
4.5 Αξιολόγηση τρισδιάστατου προσομοιώματος βραχέος ταυ	151
Βραχύ ταυ Τ1	152
Βραχύ ταυ Τ2	155
4.5.1 Επίδραση διακριτοποίησης	157
4.6 Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ στις τρεις διαστάσεις	159
4.6.1 Εντατική κατάσταση	
4.6.2 Αλληλεπίδραση κοχλία και πέλματος	
4.7 Αξιολόγηση επαυξητικού προσομοιώματος	
Βραχύ ταυ Τ1	
Βραχύ ταυ Τ2	
4.7.1 Παραμετρική ανάλυση	
4.8 Εναλλακτικές μέθοδοι από την βιβλιογραφία	191
4.8.1 Jaspart (1991)	191
4.8.2 Faella et al. (2000)	
4.8.3 Swanson και Leon (2001)	196
4.8.4 Vayas et al. (2003)	197

4.8.5 Μεθοδολογία Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	
4.8.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων	199
4.9 Σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα	
Καταστατικοί νόμοι υλικού	
Πειραματικά αποτελέσματα	210

Μέρος Β' - Περί κόμβων δοκού-υποστυλώματος	215

5.1 Εισαγωγή	21
5.2 Υπολογισμός στροφικής απόκρισης	21
5.3 Απλοποιημένα αναλυτικά προσομοιώματα	220
5.3.1 Εμπειρικά προσομοιώματα	22
Frye каı Morris (1975)	22
Krishnamurthy et al. (1979)	22
Kukreti et al. (1987)	222
Attiogbe και Morris (1991)	22
Abolmaali et al. (2005)	22
5.3.2 Θεωρητικά προσομοιώματα	224
Yee και Melchers (1986)	224
Kishi και Chen (1990)	22
Wu και Chen (1989, 1990)	22
Folley και Vinnakota (1995)	23
Chisala (1999)	23
Lee και Moon (2002)	23
5.4 Μηχανικά προσομοιώματα	23
Yee kat Melchers (1986)	23
Tschemmernegg και Humer (1988)	23′
Weynand et al. (1995)	24
Shi et al. (1996)	242
Faella et al. (1996)	24
Silva et al. (2000)	24′
Το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	24
5.5 Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων	25

5.6 And	όκριση μεμονωμένων συστατικών μερών	. 264
5.6.1	Γενικά	. 264
5.6.2	Συστατικά μέρη εφελκυόμενης ζώνης σύνδεσης	. 264
5.6.3	Φάτνωμα υποστυλώματος σε διάτμηση	. 273
	Αρχική δυσκαμψία	. 274
	Αντοχή	. 277
	Μη γραμμική απόκρι σ η	. 279
5.6.4	Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη	. 282
	Αρχική Δυσκαμψία	. 282
	Αντοχή	. 283
	Μη γραμμική απόκρι σ η	. 287
5.6.5	Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό	. 290
	Αρχική δυσκαμψία	. 290
	Αντοχή	. 291
	Μη γραμμική απόκρι σ η	. 292
5.6.6	Συστατικά μέρη της δοκού	. 292
5.6.7	Συστατικά μέρη διατεμνόμενων κοχλιών	. 293
5.6.8	Συστατικά μέρη γωνιακών	. 296
5.7 Στρ	οφική ικανότητα	. 297
5.7.1	Ορισμοί	. 297
5.7.2	Απαιτούμενη στροφική ικανότητα	. 299
5.7.3	Διαθέσιμη στροφική ικανότητα	. 300
Κεφάλαιο	6 - Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Πειραματική βιβλιογραφία.	307
6.1 <i>F</i> ev	ικά	. 308
 6.2 Πει 	ραματική βιβλιογραφία	. 309
6.2.1	Ταξινόμηση με βάση τα συνδεόμενα μέλη	. 309
6.2.2	Ταξινόμηση με βάση το υλικό	. 310
6.2.3	Ταξινόμηση με βάση την μορφολογία της σύνδεσης	. 310
6.2.4	Ταξινόμηση με βάση την φόρτιση	. 312
6.2.5	Ταξινόμηση με βάση την ιστορία της φόρτισης	. 313
6.2.6	Ταξινόμηση με βάση την θέση	. 315
6.2.7	Ταξινόμηση με βάση τον άξονα	. 316
6.2.8	Καταγραφή πειραματικής βιβλιογραφίας	. 316
6.3 Eπi	λογή πειραματικών δεδομένων	. 322

6.3.1 Azizinamini et al. (1987)	
6.3.2 Bursi και Jaspart (1997β)	
6.3.3 Coelho et al. (2004β)	

Κεφάλαιο	7 - Εκτίμηση απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος	341
7.1 Γεν	ικά	342
7.2 Mη	χανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης Μ-φ	343
7.2.1	Γενικά	343
7.2.2	Κόμβοι με μετωπική πλάκα	343
7.2.3	Κόμβοι με γωνιακά	347
7.2.4	Χαρακτηριστικά συστατικών μερών	351
	Συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ	351
	Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)	354
	Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)	355
	Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt).	356
	Συστατικά μέρη διατεμνόμενων κοχλιών (bs, ab, bfb και bwb)	357
	Άλλα συστατικά μέρη	358
7.3 Κατασκευή και επίλυση μηχανικών προσομοιωμάτων		
7.4 Αξι	ολόγηση μηχανικών προσομοιωμάτων με πειραματικές δοκιμές	364
7.4.1	Γενικά	364
7.4.2	Πειραματικές δοκιμές των Azizinamini et al. (1987)	364
	Αρχική δυσκαμψία	373
	Μέγιστη ροπή	376
	Στροφική ικανότητα	378
	Σύγκριση με εναλλακτικές μεθόδους	381
	Διερεύνηση συμπεριφοράς εναλλακτικών διασυνδέσεων ελατηρ	νίων
		383
7.4.3	Πειραματικές δοκιμές των Bursi και Jaspart (1997β)	384
	Σύγκριση με διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	391
7.4.4	Πειραματικές δοκιμές των Coelho et al. (2004β)	393
	Σύγκριση με εναλλακτικές μεθόδους	401
	Σύγκριση με διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	404
7.4.5	Συμπεράσματα	406

Κεφάλαιο 8 - Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα		
8.1	Σύνοψη	410
8.2	Πρωτότυπη συμβολή διατριβής	412
8.3	Συμπεράσματα	414
8.4	Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	418
Παρά	ρτημα Α - Κώδικας του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ	421
A.1	Εισαγωγή	422
A.2	Κώδικας	423
Παράρτημα Β - Συμβολική επίλυση του φορέα βραχέος ταυ		435
B.1	Εισαγωγή	436
B.2	Φορέας μερικής επαφής	436
B.3	Φορέας σημειακής στήριξης	439
B.4	Φορέας πλήρους αποκόλλησης	441
B.5	Φορέας μερικής επαφής με διατμητικές παραμορφώσεις	441
Βιβλιογραφία		445
Ευρετήριο σχημάτων		457

Ευρετήριο πινάκων	467
-------------------	-----



Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος σε μεταλλικά πλαίσια

Μηνάς Λεμονής Αθήνα, 2006

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια αναδεικνύεται συνεχώς περισσότερο η δυνατότητα αξιοποίησης της στροφικής απόκρισης των κόμβων δοκού-υποστυλώματος στην ανάλυση και τον σχεδιασμό των μεταλλικών κατασκευών. Τα οφέλη που προκύπτουν από την εκμετάλλευση της δυνατότητας αυτής αφορούν αφενός την οικονομία των υλικών και την ταχύτητα ανέγερσης και αφετέρου την αξιοποίηση της μετελαστικής απόκρισης των κόμβων για την βελτίωση της αξιοπιστίας και αποτελεσματικότητας της κατασκευής σε περιπτώσεις σχεδιασμού με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Στην παρούσα διατριβή επιχειρείται η ανάπτυξη αξιόπιστων μεθόδων εκτίμησης της μη γραμμικής στροφικής συμπεριφοράς κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με απώτερο στόχο την διάδοση της συμμετοχής τους στην ανάλυση των κατασκευών, ως ουσιαστικών παραμέτρων σχεδιασμού. Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στις κοχλιωτές συνδέσεις, οι οποίες συμβάλλουν στην ευκολία ανέγερσης και επιπλέον είναι σε θέση να εξασφαλίσουν υψηλή διαθέσιμη πλαστιμότητα. Η περιοχή της εφελκυόμενης ζώνης των συνδέσεων αυτών θεωρείται κρίσιμη παράμετρος της συνολικής συμπεριφοράς του κόμβου και για την περιγραφή της απόκρισης της αναπτύσσεται ένα επαυξητικό προσομοίωμα βραγέος ταυ. Με το προσομοίωμα αυτό αντιμετωπίζονται σύνθετα χαρακτηριστικά της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ, όπως είναι μεταξύ άλλων τα φαινόμενα επαφής, η μη γραμμικότητα υλικού και η τρισδιάστατη εντατική κατάσταση. Το προσομοίωμα αυτό ενσωματώνεται έπειτα ως συστατικό μέρος μηγανικών προσομοιωμάτων κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος χρησιμοποιώντας διάφορες εναλλακτικές διασυνδέσεις ελατηρίων. Με τα συγκεκριμένα μηγανικά προσομοιώματα, υπολογίζεται η πλήρης καμπύλη ροπής-στροφής των κόμβων. Η αποτελεσματικότητα τους αξιολογείται με μεγάλο αριθμό πειραματικών δοκιμών και σύνθετων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιγείων από την βιβλιογραφία.

Οι μέθοδοι υπολογισμού της μη γραμμικής απόκρισης των κόμβων συνολικά και της σύνδεσης βραχέος ταυ μεμονωμένα, που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή, αποδεικνύεται ότι οδηγούν σε βελτιωμένη και περισσότερο αξιόπιστη εκτίμηση της πραγματικής συμπεριφοράς, σε σύγκριση με εναλλακτικές μεθοδολογίες υπολογισμού. Θεωρείται κατά συνέπεια, ότι η αξιοποίηση των κόμβων δοκού-υποστυλώματος ως ουσιαστικών παραμέτρων του σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών καθίσταται περισσότερο προσιτή.

Beam-to-column joints in steel frames



Minas Lemonis Athens, 2006

Abstract

In recent years the possibility to take into account the rotational behavior of beam-to-column joints in the analysis and design of steel structures becomes more and more prominent. The resultant benefits extend to both material savings and erection speed and also to the utilization of the post-elastic joint response, in order to enhance the reliability and the effectiveness of the structures in cases of design with increased ductility requirements.

In the present dissertation, the development of reliable methods for the prediction of the nonlinear rotational joint response is undertaken, towards the long term goal for expanded consideration of joints as effective design parameters. The focus of the research is devoted to bolted connections, which promote erection ease and have the capacity to ensure increased ductility. The tension zone of these connections is considered as a crucial parameter for the complete joint behavior and thus, for the prediction of its response an incremental T-stub model is developed. Employing this model, complex response characteristics of the T-stub connection are taken into consideration, such as the contact phenomena, the material nonlinearity and the three dimensional stress state. This model is afterwards implemented as a component of mechanical models, representing bolted beam-to-column joints, featuring various alternative typologies for the spring assemblage. The full moment-rotation curve is calculated by means of these mechanical models. Their effectiveness is validated through a reasonably high number of experimental tests and advanced finite element models found in the literature.

The methods for the calculation of the nonlinear response of complete joints and single T-stub connections, developed in the present dissertation, appear to lead to improved and more reliable prediction of the real behaviour, compared to alternative existing methodologies. It is considered thereafter, that the utilization of beam-to-column joints as effective parameters for the design of steel structures, is further promoted as an applicable option.

Βιβλιογραφία

Στην διατριβή αναφέρονται συνολικά 143 βιβλιογραφικές πηγές. Στο κείμενο, οι βιβλιογραφικές αναφορές ενσωματώνονται με τα ονόματα των συγγραφέων ακολουθούμενα από το έτος δημοσίευσης. Στην περίπτωση δημοσιεύσεων με περισσότερους από δύο συγγραφείς, η αναφορά πραγματοποιείται με το όνομα του πρώτου μόνο συγγραφέα και την συντομογραφία "et al.". Στο τέλος της διατριβής, παρατίθενται ο συνολικός κατάλογος των βιβλιογραφικών πηγών. Η κατάταξη πραγματοποιείται αλφαβητικά, με βασικό κριτήριο το όνομα του πρώτου συγγραφέα και δευτερεύον το έτος έκδοσης.

Ορολογία

Στο κείμενο περιλαμβάνεται ένας μεγάλος αριθμός ειδικών όρων στον τομέα των μεταλλικών κόμβων. Σε όλες τις περιπτώσεις, χρησιμοποιούνται ελληνικοί όροι, ενώ όπου υπάρχει πιθανότητα παρερμηνείας, περιλαμβάνεται συνοδευτικά και ο αντίστοιχος αγγλικός όρος. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι στην παρούσα διατριβή αποδίδεται διαφορετική ερμηνεία στους όρους "κόμβος" και "σύνδεση". Ως κόμβος εννοείται η συμβολή δύο ή περισσότερων μελών σε μια κατασκευή. Αντίθετα, ως σύνδεση θεωρείται η περιοχή σε έναν κόμβο, όπου υλοποιείται, με διάφορα μέσα, η συναρμογή δύο μελών, και περιλαμβάνονται σε αυτήν, τόσο τα τμήματα των μελών που εμπλέκονται στην συναρμογή, όσο και τα μέσα για την πραγματοποίηση της.

Το τελικό ν

Στο παρόν κείμενο δεν εφαρμόζεται ο επίσημος κανόνας σχετικά με την απώλεια του τελικού ν. Ο κανόνας αυτός επιβάλλει ορισμένες λέξεις να χάνουν το τελικό τους ν όταν η λέξη που ακολουθεί αρχίζει με εξακολουθητικό σύμφωνο. Οι λέξεις αυτές είναι τα άρθρα τον, την, οι αντωνυμίες αυτήν, την, το αριθμητικό έναν και τα άκλιτα δεν, μην. Το επιχείρημα, στο οποίο βασίζεται ο κανόνας, είναι η σύμπτωση του γραπτού λόγου με τον ρέοντα προφορικό όπου το τελικό ν, στις συγκεκριμένες περιπτώσεις, πράγματι δεν προφέρεται. Όμως, η εφαρμογή αυτού του κανόνα οδηγεί ορισμένες φορές σε διφορούμενη ερμηνεία του γραπτού λόγου, στον οποίο δεν υπάρχει η υποβοήθηση της τονικότητας που χαρακτηρίζει τον προφορικό λόγο. Επιπλέον, το επιχείρημα της εξομοίωσης του γραπτού λόγου με τον ρέοντα προφορικό συ χαρακτηρίζει τον προφορικό λόγο.

θάλασα κ.ο.κ. Άλλωστε, σε αντίθεση με τον ρέοντα, το τελικό ν προφέρεται πάντα στον αργό προφορικό λόγο, όταν δηλαδή οι λέξεις προφέρονται μία-μία και τονισμένες. Επίσης, δεν θα πρέπει να υποτιμάται το γεγονός, ότι η εφαρμογή του συγκεκριμένου κανόνα αποτελεί μια κοινή πηγή λαθών, όπως μπορεί να διαπιστώσει κανείς σε ποικίλα καθημερινά παραδείγματα γραπτού λόγου. Μία πιο εμπεριστατωμένη διερεύνηση του συγκεκριμένου προβλήματος μπορεί να ανευρεθεί στην μελέτη του καθηγητή γλωσσολογίας και πρώην προέδρου της Ακαδημίας Αθηνών Αγαπητού Τσοπανάκη, «Προβλήματα της δημοτικής: Το τελικό ν» (Θεσσαλονίκη, 1987). Επίσης, μία πρόταση για τροποποίηση του κανόνα έχει δημοσιευθεί στην εφημερίδα «Το Βήμα» (φύλλο 12510, 6-12-1998, διαθέσιμο και μέσω διαδικτύου) από τον καθηγητή γλωσσολογίας Γεώργιο Μπαμπινιώτη.

Ἐτεῆ δὲ οὐδὲν ἴδμεν, ἐν βυθῷ γὰρ ἡ ἀλήθεια.

> Δημόκριτος (460π.Χ. - 370π.Χ.)

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Το αντικείμενο που πραγματεύεται η παρούσα διατριβή είναι η διερεύνηση της συμπεριφοράς κόμβων δοκού-υποστυλώματος, οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε μεταλλικά πλαίσια. Οι κόμβοι αποτελούν ένα κρίσιμο τμήμα μιας κατασκευής, καθώς από αυτούς εξαρτάται η μεταβίβαση εντατικών μεγεθών μεταξύ των διαφόρων μελών, για την μεταφορά των εξωτερικών φορτίων, από τα σημεία επιβολής τους, προς το έδαφος. Μέσω των κόμβων δοκού-υποστυλώματος μεταβιβάζονται γενικά, καμπτικές ροπές, διατμητικές δυνάμεις, αξονικές δυνάμεις και στρεπτικές ροπές από τις δοκούς που συντρέχουν σε αυτούς, προς το υποστύλωμα. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η καταπόνηση των κόμβων δοκού-υποστυλώματος καθοριστικό παράγοντα της απόκρισής τους.

Η συμπεριφορά των κόμβων σε μία κατασκευή καθορίζεται από την αλληλεπίδραση ενός αριθμού διακριτών σωμάτων, τα οποία στο σύνολο τους διαμορφώνουν την γεωμετρία του κόμβου. Η αλληλεπίδραση αυτή προκαλεί την εμφάνιση φαινομένων όπως επαφή, αποκόλληση ή ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων, και μεταβάλλεται με την εξέλιξη της φόρτισης, αποτελώντας την αιτία για μια από τις πιο σύνθετες, μη γραμμικές πτυχές της απόκρισης τους. Η μη γραμμικότητα χαρακτηρίζει εγγενώς την συμπεριφορά των κόμβων, καθώς πέραν των φαινομένων από την αλληλεπίδραση διακριτών σωμάτων, υπεισέρχεται η μη γραμμικότητα υλικού, εξ' αιτίας της μεγάλης πλαστιμότητας και μετελαστικής αντοχής του χάλυβα, και ενδεχομένως η μη γραμμικότητα γεωμετρίας, ως αποτέλεσμα σημαντικών μετακινήσεων και στροφών που μπορούν να αναπτυχθούν. Οι μη γραμμικότητες, σε συνδυασμό με την πολύπλοκη γεωμετρική διαμόρφωση, καθιστούν την προσπάθεια εκτίμησης της απόκρισης δυσχερή. Κατά κανόνα, εισάγονται δραστικές απλοποιητικές παραδοχές προκειμένου να προσεγγισθούν με αναλυτικά μέσα ορισμένα χαρακτηριστικά μεγέθη της απόκρισης. Για ερευνητικούς σκοπούς, η μόνη εναλλακτική επιλογή, για τον ακριβή προσδιορισμό της συμπεριφοράς των κόμβων, είναι η εκτέλεση πειραματικών δοκιμών ή η προσομοίωση με σύνθετα τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων.

Η αντοχή και η αρχική δυσκαμψία είναι τα δύο μεγέθη της απόκρισης που στο παρελθόν συγκέντρωσαν το ενδιαφέρον για την ανάπτυξη αναλυτικών μεθόδων εκτίμησης. Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια εμφανίζεται μία ενίσχυση των προσπαθειών για τον προσδιορισμό της μη γραμμικής απόκρισης των κόμβων. Στην περίπτωση των κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με κυρίαρχη καμπτική καταπόνηση, η περιγραφή της μη γραμμικής απόκρισης μπορεί να επιτευχθεί μακροσκοπικά από

μία καμπύλη ροπής-στροφής, μέσω της οποίας συσχετίζεται η καμπτική ροπή που ασκείται στον κόμβο από την δοκό, με την στροφή που αναπτύσσεται μεταξύ των συνδεόμενων μελών. Ο δυνατότητα υπολογισμού της καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων, με αναλυτικές μεθόδους, αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την συμμετοχή των κόμβων στον σχεδιασμό και την ανάλυση των κατασκευών με τρόπο ανάλογο με τα μέλη. Σύμφωνα με την συνήθη πρακτική σχεδιασμού, που εφαρμόζεται ως επί των πλείστων ακόμα και σήμερα, οι κόμβοι θεωρούνται και διαστασιολογούνται είτε ως άκαμπτοι, εξασφαλίζοντας μηδενική σχετική στροφή μεταξύ των συνδεόμενων μελών ή ως αρθρωτοί, παρέχοντας συνθήκες απλής στήριξης, χωρίς μεταφορά ροπής. Με την συμμετοχή ωστόσο των κόμβων στον σχεδιασμό, αξιοποιώντας την καμπύλη ροπής-στροφής τους, παρέχεται αφενός το πλεονέκτημα ακριβέστερης προσομοίωσης της πραγματικής συμπεριφοράς, και αφετέρου η δυνατότητα βελτιστοποίησης της κατασκευής, με κριτήριο την μείωση του κόστους των υλικών και του χρόνου ανέγερσης. Επιπλέον, είναι δυνατόν να επαυξηθεί η πλαστιμότητα της κατασκευής, επιτρέποντας τον σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων στο εσωτερικό των κόμβων, ταυτόχρονα με τις δοκούς. Η παράμετρος της στροφικής ικανότητας των κόμβων θεωρείται κρίσιμη στην συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς από αυτήν εξαρτάται η έκταση της ανακατανομής εντατικών μεγεθών, μετά την έλευση της πλαστικοποίησης.

Η ανάπτυξη αξιόπιστων μεθόδων προσδιορισμού της καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων δοκού-υποστυλώματος αποτελεί έναν βασικό στόχο της διατριβής. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στην ακριβή εκτίμηση της στροφικής ικανότητας, η οποία, όπως προαναφέρθηκε συνιστά μία κρίσιμη παράμετρο της αποτελεσματικότητας ενός κόμβου σε περιπτώσεις σχεδιασμού με απαιτήσεις υψηλής πλαστιμότητας. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στους κοχλιωτούς κόμβους δοκού-υποστυλώματος, οι οποίοι γενικά χαρακτηρίζονται από πλάστιμη μετελαστική συμπεριφορά, εξασφαλίζοντας υψηλή διαθέσιμη στροφική ικανότητα. Επιπλέον, δεν απαιτούν την εκτέλεση συγκολλήσεων στο εργοτάξιο, συμβάλλοντας έτσι στην ευκολία και στην ταχύτητα ανέγερσης, καθώς και στην αξιοπιστία της κατασκευής. Δύο διαμορφώσεις κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, που εξετάζονται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην διατριβή, είναι οι κόμβοι με μετωπική πλάκα και οι κόμβοι με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με ή χωρίς διπλό γωνιακό κορμού. Στο σχήμα 1-1 παρουσιάζονται οι δύο αυτές διαμορφώσεις κοχλιωτών κόμβων. Οι συγκεκριμένοι κόμβοι τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής σε κατασκευές πλαισίων. Οι κόμβοι με μετωπική πλάκα ειδικότερα είναι ιδιαίτερα απλοί στην κατασκευή, και είναι σε θέση να εξασφαλίσουν υψηλή αρχική δυσκαμψία, αντοχή και στροφική ικανότητα. Και οι κόμβοι με γωνιακά διαθέτουν σε σημαντικό βαθμό τα ίδια χαρακτηριστικά.

Στους κοχλιωτούς κόμβους δοκού-υποστυλώματος, όπως είναι οι κόμβοι με μετωπική πλάκα και οι κόμβοι με γωνιακά, η πλέον καθοριστική και κρίσιμη για την μετελαστική συμπεριφορά περιοχή, είναι η εφελκυόμενη ζώνη, όπου

πραγματοποιείται η μεταβίβαση δυνάμεων, από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού προς το υποστύλωμα. Η ζώνη αυτή διαθέτει, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, σημαντική μετελαστική αντοχή και εύρος πλαστικού κλάδου, συνιστώντας την κύρια πηγή πλαστικής στροφής ολόκληρου του κόμβου. Για αυτόν τον λόγο, θεωρείται ότι η διερεύνηση της συμπεριφοράς της εφελκυόμενης ζώνης, και η ανάπτυξη αποτελεσματικών μεθόδων προσομοίωσής της, εναρμονίζεται με τον στόχο αξιόπιστης εκτίμησης της καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων που προαναφέρθηκε.



Σχήμα 1-1. Κόμβος με μετωπική πλάκα (α) και με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού (β).

Η συμπεριφορά της εφελκυόμενης ζώνης, μπορεί να προσεγγισθεί από εκείνη ισοδύναμων συνδέσεων βραχέος ταυ. Η συγκεκριμένη προσέγγιση υιοθετείται ευρέως στην βιβλιογραφία, για την εκτίμηση της απόκρισης των κοχλιωτών κόμβων, και έχει εφαρμοσθεί στο κανονιστικό κείμενο του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για

τον σχεδιασμό κατασκευών από χάλυβα στον ευρωπαϊκό χώρο. Η σύνδεση βραχέος ταυ, αν και απλούστερη από την πραγματική εφελκυόμενη ζώνη του κόμβου, παραμένει εντούτοις ένα σύνθετο σύστημα αλληλεπίδρασης διακριτών σωμάτων, με ανάπτυξη φαινομένων επαφής και σύνθετη τρισδιάστατη γεωμετρία. Η εκτίμηση της μη γραμμικής απόκρισης της συγκεκριμένης σύνδεσης με αναλυτικά μέσα είναι δυσχερής, και απαιτεί σημαντικές απλοποιητικές παραδοχές. Στο σχήμα 1-2 απεικονίζεται η σύνδεση βραχέος ταυ.



Σχήμα 1-2. Σύνδεση βραχέος ταυ

Ο αξιόπιστος προσδιορισμός της μη γραμμικής απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ, θεωρείται αποφασιστικός, για την επιτυχή εκτίμηση της καμπύλης ροπήςστροφής των κοχλιωτών κόμβων. Για τον λόγο αυτόν, έναν σημαντικό στόχο της διατριβής συνιστά και η ανάπτυξη μεθοδολογιών υπολογισμού της συνολικής απόκρισης της συγκεκριμένης σύνδεσης. Ένα καθοριστικό στοιχείο της απόκρισης, το οποίο κρίνεται ότι δεν προσομοιώνεται αποτελεσματικά με τις υπάρχουσες μεθοδολογίες υπολογισμού, είναι τα φαινόμενα επαφής. Στην παρούσα διατριβή, η ακριβής προσομοίωση των συγκεκριμένων φαινομένων θεωρείται ουσιώδης, και ιδιαίτερη βαρύτητα αποδίδεται προς αυτήν την κατεύθυνση. Επίσης, θεωρείται κρίσιμη και επιδιώκεται η δυνατότητα ακριβούς εκτίμησης της της μέγιστης μετακίνησης της σύνδεσης, καθώς από αυτήν εξαρτάται, σε σημαντικό βαθμό και η στροφική ικανότητα των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος.

1.2 Περιγραφή της διατριβής

Η παρούσα διατριβή αναπτύσσεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, όπου ανήκουν τα κεφάλαια 2, 3 και 4, διερευνάται η απόκριση της μεμονωμένης σύνδεσης βραχέος ταυ. Ειδικότερα, στο κεφάλαιο 2 πραγματοποιείται μία βιβλιογραφική επισκόπηση των διαθέσιμων μεθοδολογιών εκτίμησης της συμπεριφοράς της σύνδεσης βραχέος

ταυ. Περιλαμβάνονται αναλυτικές μεθοδολογίες, καθώς και πειραματικές πηγές και προσομοιώσεις με πεπερασμένα στοιχεία για την εν λόγω σύνδεση. Ειδική ενότητα αφιερώνεται στις μεθόδους προσδιορισμού της μη γραμμικής απόκρισης. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται ένα επαυξητικό, αναλυτικό προσομοίωμα βραγέος ταυ, το οποίο αναπτύχθηκε και προτείνεται στην διατριβή. Με το προσομοίωμα αυτό λαμβάνονται υπόψη σύνθετες παράμετροι της απόκρισης, όπως είναι μεταξύ άλλων τα φαινόμενα επαφής και η εξέλιξη τους καθ' όλη την ιστορία της φόρτισης, η εμφάνιση ζωνών πλαστικοποίησης στο πέλμα και τους κοχλίες, η κάμψη των κοχλιών, η κατανεμημένη δράση μεταξύ κοχλιών και πέλματος, οι διατμητικές παραμορφώσεις του πέλματος και η διαφοροποίηση της διατομής του πέλματος στην συναρμογή με τον κορμό. Στο ίδιο κεφάλαιο πραγματοποιείται αξιολόγηση του προτεινόμενου προσομοιώματος με διδιάστατα προσομοιώματα, με μη γραμμικά πεπερασμένα στοιχεία δοκού και με στοιχεία επαφής, όπου και διαπιστώνεται άριστη σύγκλιση. Στο κεφάλαιο 4, εξετάζεται η τρισδιάστατη συμπεριφορά της σύνδεσης βραχέος ταυ. Αναπτύσσεται ένα σύνθετο τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων για τον σκοπό αυτόν, και συμπληρώνεται το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα με βελτιώσεις σχετικά με την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος, και την αλληλεπίδραση κοχλία και πέλματος στην τρίτη διάσταση. Το επαυξητικό προσομοίωμα αξιολογείται έναντι μεγάλου αριθμού σύνθετων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων και πειραματικών δοκιμών, καθώς και έναντι εναλλακτικών μεθοδολογιών από την βιβλιογραφία, επιτυγχάνοντας ικανοποιητική και σημαντικά βελτιωμένη συμπεριφορά.

Το δεύτερο μέρος της διατριβής αφιερώνεται στην διερεύνηση της απόκρισης των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, και περιλαμβάνονται σε αυτό τα κεφάλαια 5, 6, 7 και 8. Στο κεφάλαιο 5 πραγματοποιείται παρουσίαση της βιβλιογραφικής έρευνας στον τομέα των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Παρατίθενται κατηγοριοποιημένα μεθοδολογίες με βάση εμπειρικά και αναλυτικά προσομοιώματα, μηχανικά προσομοιώματα και σύνθετα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων. Ιδιαίτερη έκταση αποδίδεται στην παρουσίαση μεθοδολογιών υπολογισμού των χαρακτηριστικών των συστατικών μερών, που χρησιμοποιούνται στα μηγανικά προσομοιώματα, συμπεριλαμβάνοντας και την μη γραμμική απόκριση αυτών. Στο κεφάλαιο 6, παρουσιάζεται μία καταγραφή της πειραματικής βιβλιογραφίας στον τομέα των κοχλιωτών κόμβων δοκούυποστυλώματος και συγκροτείται μία βάση πειραματικών αποτελεσμάτων για περαιτέρω αξιοποίηση. Στο κεφάλαιο 7 αναπτύσσονται μηχανικά προσομοιώματα για την εκτίμηση της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής κόμβων με μετωπική πλάκα και με γωνιακά. Για την προσομοίωση της εφελκυόμενης ζώνης χρησιμοποιείται το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, από το πρώτο μέρος της διατριβής. Τα προτεινόμενα μηγανικά προσομοιώματα αξιολογούνται έναντι μεγάλου αριθμού πειραματικών αποτελεσμάτων και σύνθετων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, συγκρίνονται με υπάρχουσες μεθοδολογίες από την βιβλιογραφία, όπου και διαπιστώνεται ότι υπερέχουν σημαντικά. Στο κεφάλαιο 8, συνοψίζονται τα συμπεράσματα και τα πρωτότυπα αποτελέσματα της διατριβής και προτείνονται θέματα για μελλοντική έρευνα.

Στο τέλος της διατριβής περιλαμβάνονται δύο παραρτήματα. Στο παράρτημα Α παρουσιάζεται ο κώδικας του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, για προγραμματισμό της μεθόδου σε υπολογιστή. Στο παράρτημα Β παρουσιάζεται σε γλώσσα συμβολικού προγραμματισμού, η στατική επίλυση του φορέα του προτεινόμενου προσομοιώματος βραχέος ταυ.

A MEDOS

Περί συνδέσεων βραχέος ταυ



Σύνδεση βραχέος ταυ. Βιβλιογραφική επισκόπηση.

2.1 Εισαγωγή

Το πρώτο μέρος της διατριβής αφιερώνεται στην διερεύνηση της απόκρισης των συνδέσεων βραχέος ταυ. Η σύνδεση βραχέος ταυ έχει ορισμένες χρήσιμες εφαρμογές στις κατασκευές, όπως για παράδειγμα την μεταφορά της αξονικής δύναμης ενός εφελκυόμενου μέλους σε μία δοκό. Ωστόσο, η σπουδαιότητα της συγκεκριμένης σύνδεσης αναδεικνύεται περισσότερο στην περίπτωση κόμβων μεταφοράς ροπής. Ειδικότερα, η σύνδεση βραχέος ταυ συμμετέχει ως συστατικό μέρος περισσότερο σύνθετων κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, βάσεων υποστυλωμάτων και αποκαταστάσεων συνέχειας δοκών. Στην περίπτωση κόμβων δοκού-υποστυλώματος, όπου και εστιάζεται το ενδιαφέρον στην παρούσα διατριβή, τα βραχέα ταυ χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της συμπεριφοράς της εφελκυόμενης ζώνης των κόμβων και αποτελούν ένα από τα πλέον καθοριστικά συστατικά μέρη για την συνολική απόκριση. Μερικά παραδείγματα μορφολογιών κόμβων, στους οποίους η σύνδεση βραχέος ταυ μπορεί να αξιοποιηθεί ως συστατικό μέρος είναι οι κόμβοι με συγκολλητή μετωπική πλάκα, προεκτεινόμενη ή μη, οι κόμβοι με γωνιακά και οι κόμβοι με βραχέα ταυ, στο άνω ή και το κάτω πέλμα της δοκού. Το αντικείμενο των κόμβων μεταφοράς ροπής δοκού-υποστυλώματος και ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίζονται τα βραχέα ταυ που συμμετέχουν ως συστατικά μέρη στην απόκριση της εφελκυόμενης ζώνης, αναπτύσσεται στο δεύτερο μέρος της διατριβής.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι διαθέσιμες μέθοδοι στην βιβλιογραφία, για την εκτίμηση της απόκρισης μεμονωμένων βραχέων ταυ. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στην μη γραμμική απόκριση των βραχέων ταυ, καθώς αποτελεί στόχο της διατριβής η εκτίμηση της συμπεριφοράς των κόμβων σε όλο το εύρος της ιστορίας φόρτισης, μέχρι την θραύση. Το ερευνητικό ενδιαφέρον για το συγκεκριμένο αντικείμενο είναι μεγάλο, εξ' αιτίας της εφαρμογής του βραχέος ταυ ως συστατικού μέρους στην προσομοίωση κοχλιωτών κόμβων μεταφοράς ροπής.

2.2 Ορισμοί

Η μεμονωμένη σύνδεση βραχέος ταυ απεικονίζεται στο σχήμα 2-1. Αποτελείται από ένα τεμάχιο ταυ, το οποίο συνδέεται μέσω δύο κοχλιών σε σταθερό υπόβαθρο, όπως φαίνεται στο σχήμα 2-1. Στο τεμάχιο ταυ διακρίνονται τρεις περιοχές: το πέλμα, ο κορμός και η συναρμογή μεταξύ πέλματος και κορμού. Οι ονομασίες αυτές θα αναφέρονται συχνά στο κείμενο για την περιγραφή των αντίστοιχων περιοχών του
βραχέος ταυ. Το βραχύ ταυ φορτίζεται με μία δύναμη F, η οποία ασκείται αξονικά στον κορμό. Η δύναμη αυτή προκαλεί την κάμψη του πέλματος, και μεταφέρεται τελικά στο υπόβαθρο. Ως αποτέλεσμα της φόρτισης F, αναπτύσσεται μία εγκάρσια μετακίνηση του πέλματος, η οποία λαμβάνει την μέγιστη τιμή στην περιοχή του κορμού. Η μετακίνηση αυτή ονομάζεται δ και απεικονίζεται στο σχήμα 2-1. Ο προσδιορισμός της σχέσης μεταξύ της δρώσας δύναμης F και της αναπτυσσόμενης μετακίνησης δ είναι το ζητούμενο στοιχείο για την περιγραφή της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα της σύνδεσης του βραχέος ταυ, που επιδρά στην σχέση $F - \delta$, είναι η εμφάνιση φαινομένων επαφής μεταξύ του πέλματος και του υποβάθρου. Η επίδραση των φαινομένων αυτών συνήθως είναι καθοριστική για την απόκριση της σύνδεσης καθώς μεταξύ άλλων, επιφέρουν μία επαύξηση της δύναμης που μεταφέρεται μέσω των κοχλιών στο υπόβαθρο. Η λεπτομερής εξέταση των συγκεκριμένων φαινομένων και η ποσοτική περιγραφή τους, καθώς και μία μέθοδος εκτίμησης της σχέσης $F - \delta$ που προτείνεται στην διατριβή, αναπτύσσονται στα επόμενα κεφάλαια.



Σχήμα 2-1. Σύνδεση βραχέος ταυ

Αντί σταθερού υπόβαθρου, μπορεί να θεωρηθεί ότι υπάρχει συμμετρικό τεμάχιο ταυ. Στο σχήμα 2-2 απεικονίζεται αυτή η περίπτωση, η οποία έχει και περισσότερο ενδιαφέρον στην περίπτωση κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Πρακτικά, εφόσον τα δύο τεμάχια ταυ είναι όμοια, οι διαφορές στην συμπεριφορά μεταξύ του βραχέος ταυ του σχήματος 2-1 και του διπλού βραχέος ταυ του σχήματος 2-2 είναι δευτερεύουσας σημασίας. Μια διαφορά εντοπίζεται στις συνοριακές συνθήκες στην κάτω επιφάνεια των πελμάτων, όπου στην μεν περίπτωση του σχήματος 2-1 αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ υποβάθρου και πέλματος ενώ αντίθετα στην περίπτωση του σχήματος 2-2 δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, καθώς η διεπιφάνεια μεταξύ των δύο πελμάτων συνιστά επίπεδο συμμετρίας. Επίσης, μία διαφοροποίηση προέρχεται από το γεγονός ότι στην περίπτωση του διπλού βραχέος ταυ του σχήματος 2-2, στο πέλμα του ενός τεμαχίου ταυ εφάπτεται η κεφαλή του κάθε κοχλία, ενώ στο πέλμα του συμμετρικού τεμαχίου ταυ εφάπτεται το περικόχλιο. Γενικά, οι γεωμετρικές ιδιότητες και η συμπεριφορά της κεφαλής και του περικοχλίου δεν είναι όμοιες.



Σχήμα 2-2. Σύνδεση διπλού βραχέος ταυ

Όμως, παρά τις διαφορές αυτές, αποτελεί συνήθη πρακτική να απλοποιείται το πρόβλημα του διπλού βραχέος ταυ, σε ένα πρόβλημα ανάλογο του σχήματος 2-1, χωρίς την συμμετοχή των φαινομένων τριβής. Η απλοποίηση αυτή εφαρμόζεται συχνά σε περιπτώσδεις προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων (Bursi και Jaspart 1997, Wanzek και Gebbeken 1999, Gantes και Lemonis 2003, Coelho 2004). Επίσης, υιοθετείται και στην παρούσα διατριβή για το προσομοίωμα βραχέος ταυ που προτείνεται στο επόμενο κεφάλαιο. Επομένως, οι μετακινήσεις , όπου αναφέρονται, θα αντιστοιχούν στην απομάκρυνση του ενός τεμαχίου ταυ από το επίπεδο συμμετρίας στην διεπιφάνεια των δύο πελμάτων και όχι στην συνολική απομάκρυνση αυτών. Η διευκρίνιση αυτή χρήζει προσοχής, καθώς σε αρκετές περιπτώσεις στην βιβλιογραφία, αναφέρονται τιμές μετακινήσεων και δυσκαμψίας που αντιστοιχούν στην συνολική απομάκρυνση των δύο πελμάτων και συνεπώς για

να προκύψουν συγκρίσιμα αποτελέσματα θα πρέπει οι μεν μετακινήσεις να υποδιπλασιαστούν, η δε δυσκαμψία να διπλασιαστεί.

Στο σχήμα 2-1 παρουσιάζονται επίσης ορισμένα γεωμετρικά μεγέθη της σύνδεσης βραχέος ταυ, που χρησιμοποιούνται ευρέως στην συνέχεια της διατριβής. Το πάχος του πέλματος συμβολίζεται με t_f , το πλάτος με b, το πάχος του κορμού με t_w , η ακτίνα της κυκλικής συναρμογής με r, η απόσταση από το άκρο του πέλματος μέχρι τον άξονα του κοχλία με n και η απόσταση από τον άξονα του κοχλία μέχρι την παρειά του κορμού με d.

2.3 Απόκριση βραχέος ταυ

2.3.1 Γενικά

Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται οι διαθέσιμες στην βιβλιογραφία μεθοδολογίες για τον υπολογισμό της απόκρισης της μεμονωμένης σύνδεσης βραχέος ταυ με αναλυτικά μέσα. Οι εργασίες των Zoetemeijer (1974) και Agerskov (1976), μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελούν την βάση για τις έως σήμερα καθιερωμένες μεθόδους, που αξιοποιούνται και από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών της απόκρισης της εν λόγω σύνδεσης και ειδικότερα της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής. Εκτός από τα δύο αυτά μεγέθη ωστόσο, στην συνέχεια αναφέρονται οι διαθέσιμες μεθοδολογίες και για τον υπολογισμό της μη γραμμικής απόκρισης, με τις οποίες είναι δυνατόν να ληφθεί υπόψη η μεγάλη πλαστιμότητα του χάλυβα.

2.3.2 Αρχική δυσκαμψία

Agerskov (1976)

Ο Agerskov (1976), υπολόγισε αναλυτικά τις ελαστικές μετακινήσεις της σύνδεσης βραχέος ταυ με προεντεταμένους κοχλίες. Για τον σκοπό αυτόν, χρησιμοποίησε τον φορέα του σχήματος 2-3, ο οποίος φορτίζεται σε τρία σημεία: στο κέντρο με την αξονική δύναμη του κορμού F και στις δύο θέσεις των κοχλιών με δύναμη F_b . Το συνολικό μήκος του φορέα είναι 2(a+b) και σε αυτό δεν περιλαμβάνεται το τμήμα του πέλματος που αντιστοιχεί στην συναρμογή. Ο συγγραφέας θεωρεί το μήκος αυτό ίσο με $1,4t_w$. Το μήκος a εκτείνεται από τον άξονα του κοχλία μέχρι το άκρο του πέλματος και είναι επομένως ίσο με n. Συνεπώς, γίνεται η παραδοχή ότι οι δυνάμεις επαφής R, βρίσκονται συγκεντρωμένες στο άκρο του πέλματος.



Σχήμα 2-3. Φορέας βραχέος ταυ Agerskov (1976)

Στην πρωτότυπη δημοσίευση, το αντικείμενο έρευνας είναι ο προσδιορισμός της ροπής πλαστικοποίησης και κατά συνέπεια δεν παρέχεται μία έκφραση για την αρχική δυσκαμψία ή για τον προσδιορισμό της ελαστικής μετακίνησης δ. Όμως, διαμορφώνεται ένα πλαίσιο για την ελαστική επίλυση του φορέα του σχήματος 2-3. Συγκεκριμένα, για την επίλυση του φορέα απαιτείται η διατύπωση της δύναμης F_b ως συνάρτησης της δρώσας δύναμης F. Για τον σκοπό αυτόν, εισάγεται μία εξίσωση συμβιβαστότητας μεταξύ της μετακίνησης δ_{f1} του πέλματος στην θέση των κοχλιών όπως προκύπτει από τον φορέα του σχήματος 2-3 και της μετακίνησης δ_{f1} στην ίδια θέση όπως προκύπτει από την επιμήκυνση των κοχλιών. Η μετακίνηση δ_{f1} που προκύπτει με την θεωρία δοκού, στην θέση των κοχλιών, για τον φορέα του σχήματος 2-3, δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\delta_{f1} = \frac{l^3}{Ebt_f^3} \left(\frac{F}{2} a_1 - F_b a_2 \right)$$
(2-1)

όπου l = 2(a+b) το μήκος του φορέα, E το μέτρο ελαστικότητας, ενώ οι παράμετροι a_1 και a_2 δίνονται από τις σχέσεις:

$$a_1 = \frac{3}{2} \frac{a}{l} - 2\left(\frac{a}{l}\right)^3$$
(2-2)

$$a_2 = 6\left(\frac{a}{l}\right)^2 - 8\left(\frac{a}{l}\right)^3 \tag{2-3}$$

Η μετακίνηση δ_{f^2} , που αντιστοιχεί στην επιμήκυνση των κοχλιών, διαχωρίζεται σε δύο διαδοχικές φάσεις, εξ' αιτίας της προέντασης. Η πρώτη φάση ορίζεται μέχρι την αποκόλληση των δύο πελμάτων στην θέση του κοχλία και σηματοδοτεί την

αναίρεση της αρχικής προέντασης. Η μετακίνηση $\delta_{f^{2a}}$ του μέσου επιπέδου του πέλματος, κατά την στιγμή της αποκόλλησης, προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$\delta_{f2a} = \frac{1}{10} \frac{F_b^0 t_f}{E_b A_b}$$
(2-4)

όπου F_b^0 η αρχική δύναμη προέντασης και A_b η διατομή του κορμού του κοχλία και E_b το μέτρο ελαστικότητας του. Για τον υπολογισμό της μετακίνησης αυτής έγινε η παραδοχή ότι η επιφάνεια του πέλματος που συνθλίβεται, υπό την επίδραση την προέντασης του κοχλία, έχει μία ενεργό επιφάνεια ίση με $5A_b$. Η δεύτερη φάση της μετακίνησης δ_{f2} αντιστοιχεί στην επιμήκυνση των κοχλιών μετά την αποκόλληση των πελμάτων. Για την μετακίνηση στο μέσο επίπεδο του πέλματος δ_{f2b} , κατά την δεύτερη φάση, προτείνεται η ακόλουθη έκφραση:

$$\delta_{f2b} = \frac{F_b - F_b^{sep}}{E_b A_b} \left(\frac{1}{2}K_1 + K_4\right)$$
(2-5)

όπου F_b^{sep} η δύναμη στον κοχλία κατά την αποκόλληση η οποία ισούται με:

$$F_{b}^{sep} = F_{b}^{0} \left(1 + \frac{K_{3}}{K_{2}} \right)$$
(2-6)

Η παράμετρος $0.5K_1 + K_4$ που υπεισέρχεται στην σχέση 2-5, αντιστοιχεί σε ένα ισοδύναμο μήκος κορμού κοχλία, με το οποίο λαμβάνεται υπόψη το διαφορετικό επίπεδο παραμορφωσιμότητας των επιμέρους τμημάτων του. Οι συντελεστές K_1 , K_2 , K_3 και K_4 δίνονται από τις σχέσεις:

$$K_1 = L_{b,s} + 1,43L_{b,t} + 0,71t_{b,n}$$
(2-7)

$$K_2 = K_1 + 0,20t_{b,n} + 0,80t_{b,w}$$
(2-8)

$$K_3 = 0,40t_f \tag{2-9}$$

$$K_4 = 0, 1t_{b,n} + 0, 4t_{b,w}$$
(2-10)

Τα γεωμετρικά μεγέθη $L_{b,s}$, $L_{b,t}$, $t_{b,n}$ και $t_{b,w}$ του κοχλία απεικονίζονται στο σχήμα 2-4. Η εξίσωση 2-5 προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη τις παραμορφώσεις του κορμού του κοχλία στο τμήμα της πλήρους διατομής του, του κορμού του κοχλία στο τμήμα του σπειρώματος, μέχρι και το μέσο πάχος του περικοχλίου, καθώς και τις παραμορφώσεις των πελμάτων, των δακτυλίων και του περικοχλίου. Επίσης, χρησιμοποιούνται ορισμένες προσεγγιστικές σχέσεις για τις διατομές αυτών των τμημάτων της κοχλίωσης. Ειδικότερα, η διατομή του σπειρώματος θεωρείται ίση με $A_{b,t} = 0,70A_b$, η επιφάνεια του δακτυλίου ίση με $A_{b,w} = 2,5A_b$ και η επιφάνεια του περικοχλίου επίσης ίση με $A_{b,n} = 2,5A_b$. Η συνθλιβόμενη επιφάνεια των πελμάτων, όπως προαναφέρθηκε, θεωρείται ίση με $5A_b$.



Σχήμα 2-4. Γεωμετρικά μεγέθη κοχλία

Τελικά, η δύναμη του κοχλία F_b εκφράζεται ως συνάρτηση της δρώσας δύναμης F, εξισώνοντας την μετακίνηση δ_{f1} από την σχέση 2-1 με την μετακίνηση δ_{f2} από τις σχέσεις 2-4 και 2-5:

$$\delta_{f1} = \delta_{f2a} + \delta_{f2b} \tag{2-11}$$

Μετά τον προσδιορισμό της δύναμης F_b από την επίλυση της τελευταίας εξίσωσης, είναι δυνατόν να υπολογιστούν επιπλέον και άλλα μεγέθη της ελαστικής απόκρισης, όπως η μετακίνηση δ του πέλματος στην θέση του κορμού και η αρχική δυσκαμψία. Στην περίπτωση που είναι επιθυμητό, η αρχική δυσκαμψία να αντιστοιχεί στην φάση πριν την αποκόλληση των πελμάτων και την αναίρεση της προέντασης τότε η σχέση 2-11 πρέπει να διατυπωθεί ως εξής:

$$\delta_{f1} = \delta'_{f2a} \tag{2-12}$$

όπου η μετακίνηση $\delta'_{f^{2a}}$ προκύπτει ανάλογα με την $\delta_{f^{2a}}$, με την διαφορά ότι λαμβάνεται υπόψη η απομένουσα σύνθλιψη F_p , μεταξύ των πελμάτων πριν την αποκόλληση τους, για δύναμη κοχλία F_b :

$$\delta_{f2a}^{'} = \frac{1}{10} \frac{\left(F_{b}^{0} - F_{p}\right)t_{f}}{E_{b}A_{b}}$$
(2-13)

Για την δύναμη F_p , ο Agerskov (1976) χρησιμοποιεί την ακόλουθη γραμμική σχέση:

$$F_{p} = F_{b}^{0} \frac{F_{b}^{sep} - F_{b}}{F_{b}^{sep} - F_{b}^{0}}$$
(2-14)

Yee kat Melchers (1986)

Οι Yee και Melchers (1986) χρησιμοποίησαν τον ίδιο ακριβώς φορέα που φαίνεται στο σχήμα 2-3 και είχε εφαρμοσθεί αρχικά από τον Agerskov (1976), για την προσομοίωση τις ελαστικής συμπεριφοράς της σύνδεσης βραχέος ταυ. Οι συγγραφείς υιοθέτησαν την διαδικασία υπολογισμού που περιγράφει ο Agerskov και η οποία βασίζεται στην συμβιβαστότητα των μετακινήσεων του πέλματος και των κοχλιών. Επιπλέον, προχώρησαν σε περαιτέρω αναλυτική επεξεργασία του προσομοιώματος και υπολόγισαν τις ελαστικές μετακινήσεις δ του πέλματος στην περιοχή του κορμού. Από αυτές τις μετακινήσεις προκύπτει άμεσα και η αρχική δυσκαμψία του βραχέος ταυ. Οι συγγραφείς προτείνουν αναλυτικές εκφράσεις τόσο για απλούς όσο και για προεντεταμένους κοχλίες. Η διατύπωση των εξισώσεων στην πρωτότυπη δημοσίευση αντιστοιχεί στην περίπτωση διπλού βραχέος ταυ με ανόμοια πέλματα. Στην συνέχεια ωστόσο, οι εκφράσεις που θα αναφερθούν προσαρμόζονται στην απλούστερη περίπτωση βραχέος ταυ με ένα μόνο πέλμα, έτσι ώστε να είναι συμβατές με την διαμόρφωση που εξετάζεται στην διατριβή.

Ειδικότερα, για την περίπτωση απλών κοχλιών, η αναλυτική έκφραση της αρχικής δυσκαμψίας, στην οποία καταλήγουν οι Yee και Melchers (1986), από την ελαστική απόκριση του φορέα του σχήματος 2-3 είναι:

$$S_{ini} = \frac{Ebt_f^3}{l^3} \frac{1}{\frac{1}{4} - q\left(\frac{3}{4}a_f - a_f^3\right)}$$
(2-15)

όπου $a_f = a/l$ και a, l τα γεωμετρικά μεγέθη του φορέα που φαίνονται στο σχήμα 2-3. Η παράμετρος q δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$q = \frac{2\frac{l^3}{bt_f^3} \left(\frac{3}{2}a_f - 2a_f^3\right)}{2\frac{l^3}{bt_f^3} \left(6a_f^2 - 8a_f^3\right) + \left(\frac{K_1 + 2K_4}{2A_b}\right)}$$
(2-16)

Οι παράμετροι K_1 και K_4 δίνονται από τις σχέσεις 2-7 και 2-10. Όπως προαναφέρθηκε, ο όρος $0,5K_1 + K_4$ που υπεισέρχεται στην παράμετρο q, αντιστοιχεί στο ισοδύναμο εφελκυόμενο μήκος κορμού κοχλία που χρησιμοποίησε ο Agerskov (1976). Η εφαρμογή ενός διαφορετικού ισοδύναμου μήκους είναι δυνατή τροποποιώντας την σχέση 2-16, χωρίς να προκαλείται κάποια βλάβη στην γενικότητα των υπολογισμών. Στην περίπτωση προεντεταμένων κοχλιών, η σχέση που προτείνουν οι συγγραφείς, εξακολουθεί να έχει την μορφή της 2-15 αλλά η παράμετρος q δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$q = \frac{2\frac{l^3}{bt_f^3} \left(\frac{3}{2}a_f - 2a_f^3\right)}{2\frac{l^3}{bt_f^3} \left(6a_f^2 - 8a_f^3\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{K_2 K_3}{K_2 + K_3}\right) \frac{1}{A_b}}$$
(2-17)

Οι παράμετροι K_2 και K_3 δίνονται από τις 2-8 και 2-9 αντίστοιχα. Ο όρος $0.5K_2K_3/(K_2+K_3)$ στην τελευταία εξίσωση αντιστοιχεί στο ισοδύναμο μήκος κορμού προεντεταμένων κοχλιών. Η εφαρμογή διαφορετικού μήκους είναι δυνατή και στην συγκεκριμένη περίπτωση, χωρίς να επηρεάζεται η διατύπωση των υπόλοιπων σχέσεων.

Jaspart (1991)

Ο Jaspart (1991), υιοθέτησε το προσομοίωμα των Yee και Melchers (1986) για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας της σύνδεσης βραχέος ταυ. Ωστόσο, προτείνει μία τροποποίηση σχετικά με το σημείο εφαρμογής των δυνάμεων επαφής. Στον φορέα των Yee και Melchers (1986), ο οποίος είναι όμοιος με εκείνον του Agerskov (1976) (σχήμα 2-3), οι δυνάμεις επαφής θεωρείται ότι ασκούνται συγκεντρωμένες στο άκρο του πέλματος. Ο Jaspart (1991) προτείνει την χρησιμοποίηση ενός μήκους 0,75*n* σε απόσταση από τους κοχλίες, για την θέση των δυνάμεων επαφής. Στο σχήμα 2-5 παρουσιάζεται ο προτεινόμενος φορέας. Τα μήκη *m* και *n* αντιστοιχούν στα γεωμετρικά μεγέθη που φαίνονται στο σχήμα 2-1.



Σχήμα 2-5. Φορέας βραχέος ταυ κατά τον Jaspart (1991)

Weynand et al. (1995)

Οι σχέσεις που προκύπτουν για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας σύμφωνα με την μεθοδολογία των Yee και Melchers (1986), καθώς και με την τροποποίηση του Jaspart (1991), θεωρήθηκαν εκτενείς για ενσωμάτωση στο κείμενο του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Οι Weynand et al. (1995), στην δημοσίευση τους για το

προσομοίωμα δυσκαμψίας του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), εισάγουν τις ακόλουθες απλοποιήσεις για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας:

- Οι δυνάμεις επαφής λαμβάνονται σε απόσταση 1,25m από τον άξονα των κοχλιών. Η απόσταση m είναι ίση με d-0,8r (σχήμα 2-1), και αντιστοιχεί στην κρίσιμη θέση για την πλαστικοποίηση του πέλματος (Zoetemeijer 1974, Witteveen et al. 1982).
- Η παραμορφωσιμότητα των κοχλιών δεν συμπεριλαμβάνεται στην παραμορφωσιμότητα της σύνδεσης βραχέος ταυ, αλλά υπολογίζεται ανεξάρτητα.

Ο φορέας που προκύπτει με βάση τις απλοποιήσεις αυτές, φαίνεται στο σχήμα 2-6. Στην θέση των κοχλιών τοποθετείται ακλόνητη στήριξη, αγνοώντας έτσι την παραμορφωσιμότητα τους. Η δύναμη των κοχλιών και οι δυνάμεις επαφής προκύπτουν συνακόλουθα ότι είναι ίσες με:

$$F_b = 0.63F$$
 (2-18)

$$R = 0.13F$$
 (2-19)

(2-20)

Ο υπολογισμός της αρχικής δυσκαμψίας μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα, χωρίς να απαιτείται η εφαρμογή της συμβιβαστότητας των μετακινήσεων του πέλματος και των κοχλιών. Η έκφραση που προκύπτει για την ελαστική δυσκαμψία δίνεται από την σχέση:



Σχήμα 2-6. Φορέας βραχέος ταυ για την αρχική δυσκαμψία σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003, Weynand et al. 1995)

Το μέγεθος b_s αντιστοιχεί σε ένα τροποποιημένο πλάτος του βραχέος ταυ, το οποίο λαμβάνεται υπόψη αποκλειστικά για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας. Το

πλάτος αυτό προκύπτει από την παραδοχή που γίνεται στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), ότι το πέρας την ελαστικής περιοχής πραγματοποιείται για δύναμη F ίση με τα 2/3 της δύναμης πλαστικοποίησης F_{pl} . Θεωρώντας ότι η πλαστικοποίηση του φορέα του σχήματος 2-6, επέρχεται με τον σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων μόνο στο πέλμα (πρώτος μηχανισμός αστοχίας, όπως περιγράφεται παρακάτω), προκύπτει ότι το μήκος b_s ισούται με 0,9b, όπου b το πλάτος του πέλματος, το οποίο λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της F_{pl} .

Η παραμορφωσιμότητα των κοχλιών λαμβάνεται υπόψη θεωρώντας ότι η ελαστική επιμήκυνση τους δίνεται από την σχέση:

$$\delta_b = \frac{F_b L_b}{E_b A_b} \tag{2-21}$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση 2-18 για την δύναμη F_b, προκύπτει ότι η αρχική δυσκαμψία των κοχλιών, που συμμετέχουν στην σύνδεση βραχέος ταυ είναι:

$$S_{ini,b} = \frac{F}{\delta_b} = \frac{F}{\underbrace{0,63FL_b}} \approx 1,60\frac{E_bA_b}{L_b}$$
(2-22)

Οι Jaspart και Macquoi (1995), προτείνουν για προεντεταμένους κοχλίες, αντί της 2-21, την ακόλουθη σχέση:

$$\delta_b = \frac{F_b L_b}{6E_b A_b} \tag{2-23}$$

Χρησιμοποιώντας και πάλι την σχέση 2-18 για την δύναμ
η F_b , η αρχική δυσκαμψία προκύπτει ως εξής:

$$S_{ini,b} = \frac{F}{\delta_b} = \frac{F}{\underbrace{0,63FL_b}_{6E_b}A_b} \approx 9,50\frac{E_bA_b}{L_b}$$
(2-24)

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) πάντως, εφαρμόζεται η εξίσωση 2-22, τόσο για απλούς όσο και για προεντεταμένους κοχλίες. Το μήκος L_b του κορμού του κοχλία που λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), περιλαμβάνει το πάχος του πέλματος, το πάχος του δακτυλίου και το μισό πάχος της κεφαλής.

$$L_b = t_f + t_{b,w} + 0.5t_{b,h}$$
(2-25)

Η αρχική δυσκαμψία της σύνδεσης βραχέος ταυ συνολικά, περιλαμβάνοντας και την παραμορφωσιμότητα των κοχλιών, μπορεί να υπολογιστεί από την ακόλουθη σχέση:

$$S_{ini} = \frac{1}{\frac{1}{S_{ini,f}} + \frac{1}{S_{ini,b}}}$$
(2-26)

Faella et al. (1998)

Οι Faella et al. (1998) και Faella et al. (2000) υιοθετούν την πρακτική των Weynand et al. (1995), με την οποία απομονώνεται η παραμορφωσιμότητα των κοχλιών, από τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας της σύνδεσης βραχέος ταυ. Έτσι, δεν επιβάλλεται η συμβιβαστότητα των μετακινήσεων των κοχλιών και του πέλματος. Η έκφραση που προτείνουν οι συγγραφείς, για την αρχική δυσκαμψία του πέλματος, αγνοώντας την συνεισφορά των κοχλιών, είναι η εξής:

$$S_{ini,f} = 0.5 \frac{b_s t_f^3 E}{m^3}$$
(2-27)

Η εξίσωση αυτή προκύπτει από την ελαστική επίλυση του φορέα του σχήματος 2-7. Για το πλάτος b_s προτείνουν μία διαφοροποιημένη μεθοδολογία υπολογισμού, σε σχέση με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Συγκεκριμένα, θεωρούν μία διανομή της δύναμης των κοχλιών κατά 45° από το σημείο εφαρμογής προς τον κορμό του βραχέος ταυ (σχήμα 2-8). Λαμβάνοντας υπόψη την διάμετρο της οπής d_h , η έκφραση στην οποία καταλήγουν είναι:

$$b_s = 2m + d_h \le b \tag{2-28}$$



Σχήμα 2-7. Φορέας για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας του βραχέος ταυ των Faella et al. (1998)

Για το μήκος *m*, οι Faella et al. (1998) προτείνουν επίσης μία διαφοροποιημένη σχέση. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) το μήκος *m* λαμβάνεται ίσο με:

$$m = d - 0.8r \tag{2-29}$$

Το μήκος αυτό αντιστοιχεί στην κρίσιμη θέση για τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στο πέλμα. Οι Faella et al. (1998) για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας προτείνουν την ακόλουθη σχέση:

$$m = d - \zeta r \tag{2-30}$$

Ο συντελεστής ζ υπολογίστηκε με στατιστική προσαρμογή σε πειραματικά αποτελέσματα και δίνεται από την σχέση:

$$\zeta = 0.16 \frac{d}{t_f} - 0.08 \tag{2-31}$$

Σε ότι αφορά την παραμορφωσιμότητα των κοχλιών, οι Faella et al. (1998) υιοθετούν την έκφραση 2-22 των Weynand et al. (1995), που εφαρμόζεται και στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).



Σχήμα 2-8. Εκτίμηση πλάτους b_s σύμφωνα με τους Faella et al. (1998)

2.3.3 Αντοχή

Έχει αποδειχθεί πειραματικά, ότι αστοχία της μεμονωμένης σύνδεσης βραχέος ταυ πραγματοποιείται με την πλαστικοποίηση του πέλματος, των κοχλιών ή και των δύο ταυτόχρονα (Zoetemeijer 1974, Packer και Morris 1977). Η εκτίμηση της πλαστικής αντοχής βασίζεται στην οριακή ανάλυση της σύνδεσης. Για τον σκοπό αυτόν, το πέλμα μπορεί να θεωρηθεί επιφανειακός φορέας, οπότε η οριακή ανάλυση διατυπώνεται σύμφωνα με την θεωρία των γραμμών διαρροής ή μπορεί να θεωρηθεί γραμμικός φορέας, οπότε η οριακή ανάλυση διενεργείται με τον σχηματισμό τοπικών πλαστικών αρθρώσεων σε αυτόν. Κατά κανόνα επιλέγεται η δεύτερη περίπτωση, όπου το πέλμα θεωρείται γραμμικός φορέας, καθώς η αναλυτική διατύπωση του προβλήματος είναι περισσότερο ευχερής και προσφέρει μεγαλύτερο βαθμό εποπτείας σε καθημερινές ανάγκες εφαρμογής. Ωστόσο, μία ισοδυναμία μεταξύ των δύο περιπτώσεων μπορεί να επιτευχθεί, επιλέγοντας ένα κατάλληλο πλάτος πέλματος για την περίπτωση που αυτό προσομοιώνεται ως γραμμικός

φορέας, έτσι ώστε η πλαστική αντοχή που υπολογίζεται, να ταυτίζεται με εκείνη του επιφανειακού φορέα (Zoetemeijer 1974, Packer και Morris 1977, Mann και Morris 1979, Witteveen et al. 1982). Ο τρόπος υπολογισμού του ισοδύναμου πλάτους θα περιγραφεί στο κεφάλαιο 5, όπου και αναπτύσσονται οι μέθοδοι εκτίμησης της συμπεριφοράς κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Όπως προαναφέρθηκε, η απόκριση της εφελκυόμενης ζώνης κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος μπορεί να προσεγγισθεί από εκείνη ισοδύναμων βραχέων ταυ.

Στην συνέχεια θα αναφερθούν οι διαθέσιμες μεθοδολογίες υπολογισμού της πλαστικής αντοχής του γραμμικού φορέα βραχέος ταυ, θεωρώντας ότι το πλάτος του πέλματος, που έχει προκύψει με την εφαρμογή της ισοδυναμίας με τον επιφανειακό φορέα, είναι γνωστό και ίσο με *b*. Ο γραμμικός φορέας είναι δυνατόν να αστοχήσει σύμφωνα με τρεις μηχανισμούς αστοχίας:

- 1^{ος} μηχανισμός: πλήρης πλαστικοποίηση του πέλματος με τον σχηματισμό τεσσάρων πλαστικών αρθρώσεων, δύο πλησίον της συναρμογής με τον κορμό και δύο στην θέση των κοχλιών.
- 2^{ος} μηχανισμός: πλαστικοποίηση του πέλματος με σχηματισμό δύο πλαστικών αρθρώσεων, πλησίον της συναρμογής με τον κορμό και αστοχία των δύο κοχλιών.
- 3°ς μηχανισμός: αστοχία των δύο κοχλιών μόνο, με πλήρη αποκόλληση του πέλματος.

Οι τρεις μηχανισμοί απεικονίζονται στο σχήμα 2-9. Η δύναμη για κάθε μηχανισμό υπολογίζεται εφαρμόζοντας ισορροπία στην τελική κατάσταση αστοχίας. Οι δυνάμεις $F_{pl,1}$, $F_{pl,2}$ και $F_{pl,3}$ προκύπτουν από τις σχέσεις:

• $1^{\circ\varsigma}$ μηχανισμός: $F_{pl,1} = \frac{4M_{pl}}{m}$ (2-32)

•
$$2^{\circ\varsigma} \mu\eta\chi$$
anismóς: $F_{pl,2} = \frac{2M_{pl} + 2F_{b,rd} n}{m+n}$ (2-33)

• $3^{\circ\varsigma}$ μηχανισμός: $F_{pl,3} = 2F_{b,rd}$ (2-34)

Η ροπή M_{pl} που υπεισέρχεται στις σχέσεις 2-32 ως 2-34, αντιστοιχεί στην καμπτική ροπή πλαστικοποίησης της διατομής του πέλματος, και υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$M_{pl} = \frac{bt_f^2}{4} f_y$$
 (2-35)

όπου f_y το όριο διαρροής του πέλματος. Η δύναμη $F_{b,rd}$ αντιστοιχεί στην αντοχή σε εφελκυσμό του ενός κοχλία. Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), η αντοχή $F_{b,rd}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$F_{b,rd} = 0.9A_{b,eff}f_{u,b}$$
(2-36)

όπου $A_{b,\rm eff}$ η ενεργός διατομή του κορμού του κοχλία και $f_{\rm u,b}$ το όριο θραύσης του.



Σχήμα 2-9. Μηχανισμοί κατάρρευσης και διαγράμματα ροπών κάμψη στο πέλμα για την σύνδεση βραχέος ταυ

Η πραγματική δύναμη πλαστικοποίησης της σύνδεσης βραχέος ταυ προκύπτει από την μικρότερη τιμή των δυνάμεων $F_{pl,1}$, $F_{pl,2}$ και $F_{pl,3}$ για κάθε έναν από τους τρεις πιθανούς μηχανισμούς αστοχίας:

$$F_{pl} = min \begin{cases} F_{pl,1} \\ F_{pl,2} \\ F_{pl,3} \end{cases}$$

$$(2-37)$$

Ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας εξαρτάται από την σχέση της αντοχής μεταξύ του πέλματος και των κοχλιών. Ποσοτικά, η σχέση αυτή μπορεί να εκτιμηθεί με την παράμετρο β_{pl} , ως εξής:

$$\beta_{pl} = \frac{4M_{pl}}{2F_{b,rd}m} \tag{2-38}$$

Η παράμετρος β_{pl} αντιστοιχεί στον λόγο της δύναμης πλαστικοποίησης $F_{pl,1}$ για τον 1° μηχανισμό αστοχίας προς την δύναμη πλαστικοποίησης $F_{pl,3}$ για τον 3° μηχανισμό. Μπορεί να αποδειχθεί ότι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας για κάθε

περίπτωση βραχέος ταυ, ικανοποιεί τις ακόλουθες συνθήκες, σε ότι αφορά την παράμετρο β_{vl} :

•
$$1^{\circ\varsigma} \mu\eta\chi\alpha\nu\iota\sigma\mu\delta\varsigma$$
: $\beta_{pl} \leq \frac{2\lambda}{1+2\lambda}$ (2-39)

•
$$2^{\circ \varsigma} \mu \eta \chi \alpha \nu i \sigma \mu \delta \varsigma$$
: $\frac{2\lambda}{1+2\lambda} < \beta_{pl} \le 2$ (2-40)

•
$$3^{\circ \varsigma} \mu \eta \chi \alpha \nu i \sigma \mu \delta \varsigma$$
: $\beta_{pl} > 2$ (2-41)

Η γεωμετρική παράμετρος λ δίνεται από την σχέση:

$$\lambda = \frac{n}{m} \tag{2-42}$$

Η διάσταση *m* αντιστοιχεί στην απόσταση της πλαστικής άρθρωσης στο πέλμα, πλησίον της συναρμογής με τον κορμό, από τον άξονα των κοχλιών. Έχει ήδη αναφερθεί, ότι στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) η απόσταση αυτή λαμβάνεται ίση με:

$$m = d - 0.8r \tag{2-43}$$

Στην περίπτωση συγκολλητών βραχέων ταυ, όπως αυτά που προκύπτουν για την εφελκυόμενη ζώνη κόμβων με συγκολλητή μετωπική πλάκα, το μήκος *m* υπολογίζεται από την σχέση:

$$m = d - 0.8\sqrt{2}a_w \tag{2-44}$$

όπου a_w το πάχος της ραφής της συγκόλλησης. Για το μήκος n, το οποίο αντιστοιχεί στην απόσταση του σημείου εφαρμογής των δυνάμεων επαφής R, από την θέση του κοχλία, τίθεται ο επόμενος περιορισμός στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003):

$$n < 1,25m$$
 (2-45)

Μία διαφορετική διαμόρφωση του γραμμικού φορέα βραχέος ταυ προτείνεται από τους Kulak et al. (1987-2001). Συγκεκριμένα, θεωρείται ότι η συνισταμένη δράση του κοχλία, από την κεφαλή του προς το πέλμα, δεν ασκείται ακριβώς στον άξονα του κοχλία αλλά είναι μετατοπισμένη πιο κοντά στον κορμό, όπως φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 2-10. Η μετατόπιση που υιοθετούν οι συγγραφείς είναι ίση με $0,5d_b$, όπου d_b η ονομαστική διάμετρος του κορμού του κοχλία.



Σχήμα 2-10. Διαμόρφωση γραμμικού φορέα βραχέος ταυ σύμφωνα με τους Kulak et al. (1987-2001)

Επομένως, τα μήκη m' και n' διαμορφώνονται τελικά ως εξής:

$$m' = d - 0.5d_b \tag{2-46}$$

$$n' = n + 0.5d_b \tag{2-47}$$

Για το μήκος n' τίθεται επιπλέον ο περιορισμός:

$$n' \le 1,25m'$$
 (2-48)

Κατανεμημένη δράση κοχλία

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, η δράση του κοχλία θεωρείται ότι ασκείται συγκεντρωμένη σε ένα σημείο του πέλματος. Η παραδοχή αυτή δεν είναι ακριβής, καθώς η δράση του κοχλία, στην πραγματικότητα μεταφέρεται μέσω της κεφαλής του σε μία περιοχή πεπερασμένων διαστάσεων του πέλματος. Λαμβάνοντας υπόψη την κατανεμημένη μορφή της δράσης του κοχλία στο πέλμα, η ροπή κάμψης που αναπτύσσεται στην περιοχή του πέλματος, χρησιμοποιώντας τον γραμμικό φορέα του βραχέος ταυ, είναι μικρότερη σε σύγκριση με την θεώρηση συγκεντρωμένης δράσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 2-11. Επομένως, η δύναμη πλαστικοποίησης $F_{pl,1}$ που υπολογίζεται από την σχέση 2-32, για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας, θεωρώντας συγκεντρωμένη δράσης. Για τους άλλους δύο μηχανισμούς, η δύναμη πλαστικοποίησης δεν εξαρτάται από τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στην



θέση των κοχλιών και επομένως ο υπολογισμός της από τις σχέσεις 2-33 και 2-34, δεν επηρεάζεται από την κατανεμημένη δράση κοχλία.

Σχήμα 2-11. Επίδραση κατανεμημένης δράσης κοχλία στις ροπές κάμψης του πέλματος

Ο Jaspart (1991), προτείνει μία ομοιόμορφη κατανομή της δύναμης F_b του κοχλία σε ένα μήκος ίσο με την διάμετρο της κεφαλής του $d_{b,h}$. Εφαρμόζοντας, όμοια με την περίπτωση συγκεντρωμένης δύναμης, ισορροπία στην τελική κατάσταση αστοχίας, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για την δύναμη πλαστικοποίησης του πρώτου μηχανισμού:

$$F_{pl,1} = \frac{\left(32 - 2d_{b,h}\right)M_{pl}}{8mn - 4(m+n)d_{b,h}}$$
(2-49)

Στην περίπτωση που η δράση του κοχλία μεταφέρεται στο πέλμα μέσω του περικοχλίου ή του δακτυλίου, αντί της διαμέτρου της κεφαλής του κοχλία $d_{b,h}$, χρησιμοποιείται η ανάλογη διάσταση. Η σχέση 2-49 υιοθετείται και από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και προτείνεται ως εναλλακτική της 2-32, για τον υπολογισμό της δύναμης πλαστικοποίησης του πρώτου μηχανισμού αστοχίας.

Αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας

Η αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας ενδέχεται να επηρεάσει σημαντικά την πλαστικοποίηση του πέλματος. Στην ανάπτυξη που προηγήθηκε, στον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στο πέλμα συνεισφέρει μόνο η καμπτική ροπή και κατά συνέπεια, η αντοχή της διατομής υπολογίζεται από την σχέση 2-35. Οι Faella et al. (2000), χρησιμοποίησαν αντίθετα, το ακόλουθο κριτήριο για τον χαρακτηρισμό της πλαστικοποίησης του πέλματος:

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2 = 1$$
(2-50)

όπου M και V η καμπτική ροπή και η τέμνουσα στο πέλμα αντίστοιχα και M_{pl} και V_{pl} οι πλαστικές αντοχής της διατομής σε ροπή και τέμνουσα. Το κριτήριο αυτό προκύπτει θεωρώντας ότι οι ακραίες ίνες της διατομής παραλαμβάνουν μόνο την ροπή ενώ η εσωτερική περιοχή παραλαμβάνει μονό την τέμνουσα και επιλέγοντας για την διατμητική αντοχή το κριτήριο διαρροής Hencky-von Mises:

$$\tau_y = f_y / \sqrt{3} \tag{2-51}$$

Εφαρμόζοντας το κριτήριο της σχέσης 2-50 στην περίπτωση του πρώτου μηχανισμού αστοχίας προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για την δύναμη πλαστικοποίησης $F_{pl,1}$:

$$F_{pl,1} = \frac{2V_{pl}}{\sqrt{3}} \frac{m}{t_f} \left(\sqrt{1 + \frac{3}{\left(m / t_f\right)^2}} - 1 \right)$$
(2-52)

Η αντοχή σε διάτμηση της διατομής V_{pl} δίνεται από την σχέση:

$$V_{pl} = bt_f \frac{f_y}{\sqrt{3}} \tag{2-53}$$

Για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας, η εξίσωση για την δύναμη πλαστικοποίησης είναι:

$$F_{pl,2} = \frac{4V_{pl}}{\sqrt{3}} \frac{m}{t_f} (1+\lambda) \left(\sqrt{\frac{1+\frac{3+\frac{6\lambda}{\beta_{pl}}}{1+\frac{4\left(\frac{m}{t_f}\right)^2 (1+\lambda)^2}{2}}} - 1 \right)$$
(2-54)

όπου οι παράμετροι β_{pl} και λ δίνονται από τις σχέσεις 2-38 και 2-42. Για τον τρίτο μηχανισμό αστοχίας, η αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας δεν επηρεάζει την δύναμη πλαστικοποίησης, καθώς δεν απαιτείται ο σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων στο πέλμα. Οι συγγραφείς διερεύνησαν την επιρροή της αλληλεπίδρασης ροπής-τέμνουσας στον υπολογισμό της δύναμης πλαστικοποίησης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας αποδεικνύεται ότι για τιμές του λόγου m/t_f μεγαλύτερες από 2,5, η υπερεκτίμηση της $F_{pl,1}$, όταν υπολογίζεται με την σχέση 2-32, αγνοώντας την αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας, είναι μικρότερη του 10% σε σύγκριση με την τιμή που υπολογίζεται από την 2-52. Για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας, όπου η πλαστικοποίηση του πέλματος είναι λιγότερο κρίσιμη, η υπερεκτίμηση της $F_{pl,2}$ είναι μικρότερη από 4%, για τιμές του λόγου m/t_f

μεγαλύτερες από 2,5. Συνεπώς, αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας μπορεί να θεωρηθεί σημαντική για βραχέα ταυ με ιδιαίτερα μικρό λόγο m/t_f .

2.3.4 Μη γραμμική απόκριση

Jaspart (1991)

Ο Jaspart (1991), προτείνει μία διγραμμική σχέση για την καμπύλη δύναμηςμετακίνησης της σύνδεσης βραχέος ταυ, λαμβάνοντας υπόψη την μη γραμμικότητα υλικού. Η αρχική δυσκαμψία S_{ini} της καμπύλης προκύπτει από την σχέση 2-15 των Yee και Melchers (1986) χρησιμοποιώντας όμως την τροποποίηση που προτείνει ο ίδιος συγγραφέας (Jaspart 1991) σχετικά με την θέση των δυνάμεων επαφής (παράγραφος 2.3.2). Η δυσκαμψία του δεύτερου κλάδου της καμπύλης S_{pl} , όπου η κράτυνση του υλικού χαρακτηρίζει την απόκριση, υπολογίζεται από την ακόλουθη απλή σχέση:

$$S_{pl} = \frac{E_h}{E} S_{ini} \tag{2-55}$$

όπου E_h το μέτρο κράτυνσης του χάλυβα του πέλματος μετά την διαρροή.

Σε ότι αφορά τον υπολογισμό της αντοχής, για το πρώτο σημείο της καμπύλης, που σηματοδοτεί το πέρας της ελαστικής περιοχής και την πλαστικοποίηση της σύνδεσης, ο συγγραφέας χρησιμοποιεί τις βασικές σχέσεις 2-32 ως 2-34 για τους τρεις μηχανισμούς αστοχίας. Για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας προτείνεται επιπλέον και η σχέση 2-49, με την οποία λαμβάνεται υπόψη η κατανεμημένη δράση του κοχλία στο πέλμα. Στις ανωτέρω σχέσεις, η αστοχία του πέλματος πραγματοποιείται με την πλήρη διαρροή της διατομής, σύμφωνα με την σχέση 2-35, για την ροπή πλαστικοποίησης M_{pl} , όπου υπεισέρχεται το όριο διαρροής f_y του υλικού.

Για τον υπολογισμό της αντοχής F_u του τελικού σημείου της καμπύλης, που αντιστοιχεί στην κατάσταση μέγιστου φορτίου της σύνδεσης, χρησιμοποιούνται και πάλι οι βασικές εκφράσεις 2-32 ως 2-34 για τους τρεις μηχανισμούς αστοχίας και η 2-49 εναλλακτικά για τον πρώτο μηχανισμό. Όμως αντί της ροπής πλαστικοποίησης M_{pl} του πέλματος και της αντοχής $F_{b,rd}$ του κοχλία, εφαρμόζεται η ροπή θραύσης M_u και η αντοχή $F_{b,u}$, οι οποίες υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το όριο θραύσης f_u , σύμφωνα με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$M_u = \frac{bt_f^2}{4} f_u \tag{2-56}$$

$$F_{b,u} = A_{b,eff} f_{u,b} \tag{2-57}$$

Οι μετακινήσεις των δύο σημείων της διγραμμικής καμπύλης μπορούν να υπολογιστούν στην συνέχεια, από τις τιμές της δυσκαμψίας και της αντοχής. Συγκεκριμένα η μετακίνηση δ_{pl} του πρώτου σημείου και η μετακίνηση δ_u του τελικού σημείου προκύπτουν ως εξής:

$$\delta_{pl} = \frac{F_{pl}}{S_{ini}} \tag{2-58}$$

$$\delta_{u} = \frac{F_{pl}}{S_{ini}} + \frac{F_{u} - F_{pl}}{S_{pl}}$$
(2-59)

Faella et al. (2000)

Οι Faella et al. (2000) και Piluso et al. (2001) προτείνουν ένα αναλυτικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της συνολικής καμπύλης δύναμης-μετακίνησης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Οι συγγραφείς υιοθετούν τις παρακάτω παραδοχές:

- Η τρισδιάστατη γεωμετρία της σύνδεσης δεν λαμβάνεται υπόψη
- Τα φαινόμενα γεωμετρικής μη γραμμικότητας δεν λαμβάνονται υπόψη
- Η αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας δεν λαμβάνεται υπόψη
- Δεν επιβάλλεται η συμβιβαστότητα μεταξύ των μετακινήσεων του πέλματος και των κοχλιών
- Οι δυνάμεις επαφής θεωρείται ότι ασκούνται στο άκρο του πέλματος
- Η κάμψη των κοχλιών αγνοείται
- Η θραύση της διατομής του πέλματος θεωρείται ότι πραγματοποιείται όταν η ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα υπερβεί την μέγιστη τιμή του υλικού.

Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν τον τετραγραμμικό νόμο υλικού του σχήματος 2-12 για το πέλμα. Ο νόμος είναι διατυπωμένος ως προς πραγματικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις και εφαρμόζεται ως έχει, παρά το γεγονός ότι στους υπολογισμούς χρησιμοποιούνται οι αρχικές γεωμετρικές διαστάσεις.



Σχήμα 2-12. Νόμος υλικού για το προσομοίωμα των Faella et al. (2000)

Με βάση τον νόμο υλικού του σχήματος 2-12 ορίζονται τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της σχέσης ροπής-καμπυλότητας, για την ορθογωνική διατομή του πέλματος, ως εξής:

- Ροπή M_y καμπυλότητα κ_y: όταν η ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα πάρει την τιμή ε_y.
- Ροπή M_h καμπυλότητα κ_h: όταν η ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα πάρει την τιμή ε_h.
- Ροπή M_m καμπυλότητα κ_m : όταν η ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα πάρει την τιμή ε_m .
- Ροπή M_u καμπυλότητα κ_u : όταν η ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα πάρει την τιμή ε_u .

Η ροπή διαρροής M_y , η οποία αντιστοιχεί στο πρώτο χαρακτηριστικό σημείο, προκύπτει από την σχέση:

$$M_{y} = \frac{bt_{f}^{2}}{6}f_{y}$$
(2-60)

Οι συγγραφείς υπολόγισαν αναλυτικά την σχέση της ροπής M στην διατομή συναρτήσει της καμπυλότητας κ , μεταξύ των τεσσάρων χαρακτηριστικών σημείων, η οποία γενικά είναι μη γραμμική, και δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\frac{\kappa}{\kappa_{y}}, \quad \kappa \leq \kappa_{y}$$

$$\frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{\kappa_{y}}{\kappa}\right)^{2} \right], \quad \kappa_{y} < \kappa \leq \kappa_{h}$$

$$\frac{M}{M_{y}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{\kappa_{y}}{\kappa}\right)^{2} \right] + \frac{1}{2} \frac{E_{h}}{E} \frac{\kappa - \kappa_{h}}{\kappa_{y}} \frac{\kappa - \kappa_{h}}{\kappa} \frac{2\kappa + \kappa_{h}}{\kappa}, \quad \kappa_{h} < \kappa \leq \kappa_{m} \end{cases} \quad (2-61)$$

$$\frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{\kappa_{y}}{\kappa}\right)^{2} \right] + \frac{1}{2} \frac{E_{h}}{E} \frac{\kappa - \kappa_{h}}{\kappa_{y}} \frac{\kappa - \kappa_{h}}{\kappa} \frac{2\kappa + \kappa_{h}}{\kappa} - \frac{1}{2} \frac{E_{h} - E_{u}}{E} \frac{\kappa - \kappa_{m}}{\kappa_{y}} \frac{\kappa - \kappa_{m}}{\kappa} \frac{2\kappa + \kappa_{m}}{\kappa} \end{cases}, \quad \kappa_{m} < \kappa \leq \kappa_{u}$$

Οι ροπές M_h , M_m , M_u προκύπτουν από την 2-61 θέτοντας την καμπυλότητα κ ίση με κ_h , κ_m , κ_u αντίστοιχα. Οι καμπυλότητες κ , κ_y , κ_h , κ_m , κ_u συνδέονται με τις αντίστοιχες ανηγμένες παραμορφώσεις στην ακραία ίνα της διατομής με την ακόλουθη γενικευμένη σχέση:

$$\kappa = \frac{2\varepsilon}{t_f} \tag{2-62}$$

Επειδή η σχέση της ροπής με την καμπυλότητα είναι μη γραμμική, οι συγγραφείς υιοθετούν για την τελική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της σύνδεσης μία τετραγραμμική εξιδανίκευση, η οποία ορίζεται μέσω τεσσάρων χαρακτηριστικών σημείων της απόκρισης. Για τον υπολογισμό της δύναμης κάθε σημείου, χρησιμοποιούν τις εκφράσεις των βασικών σχέσεων της οριακής ανάλυσης του γραμμικού φορέα βραχέος ταυ, που προαναφέρθηκαν. Ειδικότερα για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας, επιλέγουν την σχέση 2-49, με την οποία λαμβάνεται υπόψη η κατανεμημένη δράση του κοχλία, χρησιμοποιώντας όμως, αντί της ροπής πλαστικοποίησης M_{pl} , τις ροπές M_y , M_h , M_m , M_u , ανάλογα με την περίπτωση:

- 1° σημείο: δύναμη F_y , ροπή M_y
- 2° σημείο: δύναμη F_h , ροπή M_h
- 3° σημείο: δύναμη F_m , ροπή M_m
- 4° σημείο: δύναμη F_u , ροπή M_u

Για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας εφαρμόζεται η σχέση 2-33 για τον υπολογισμό των δυνάμεων F_y , F_h , F_m , F_u , χρησιμοποιώντας και πάλι τις ροπές M_y , M_h , M_m , M_u αντί της M_{pl} . Επίσης, αντί της δύναμης $F_{b,rd}$ του κοχλία χρησιμοποιείται η μέγιστη αντοχή του $F_{b,u}$, η οποία υπολογίζεται με την ακόλουθη σχέση:

$$F_{b,u} = A_{b,eff} f_u \tag{2-63}$$

Η επιλογή του κρίσιμου μηχανισμού αστοχίας διενεργείται στην τελική κατάσταση φόρτισης (δείκτης u) με την βοήθεια της παραμέτρου β_u :

$$\beta_u = \frac{2M_u}{F_{b,u}m} \tag{2-64}$$

Ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου β_u , σε σχέση με τα όρια που αναφέρονται στις σχέσεις 2-39 ως 2-41, προκύπτει ο κατάλληλος μηχανισμός. Για τον τρίτο μηχανισμό αστοχίας, ο υπολογισμός της τελικής αντοχής F_u εξαρτάται αποκλειστικά από τους κοχλίες (σχέση 2-34). Ωστόσο εφαρμόζεται μία διαφοροποιημένη διαδικασία, με την οποία εξετάζεται αν έχει προηγηθεί πλαστικοποίηση στο πέλμα. Επομένως, η καμπύλη δύναμης μετακίνησης για τον τρίτο μηχανισμό μπορεί να διαθέτει από έναν μέχρι τέσσερις γραμμικούς κλάδους. Πάντως οι συγγραφείς αναφέρουν ότι το προσομοίωμα στην συγκεκριμένη περίπτωση μπορεί να μην είναι ακριβές, εξαιτίας της κάμψης των κοχλιών, η επίδραση της οποίας δεν λαμβάνεται υπόψη, και για τον τρίτο μηχανισμό είναι σημαντική.

Ο αναλυτικός υπολογισμός των μετακινήσεων στην πλαστική περιοχή της απόκρισης αποτελεί το σημαντικότερο αντικείμενο το οποίο αντιμετωπίζουν οι συγγραφείς. Οι μετακινήσεις του βραχέος ταυ υπολογίζονται κινηματικά από τις στροφές που αναπτύσσονται στις θέσεις πλαστικών αρθρώσεων του πέλματος, πλησίον της συναρμογής με τον κορμό και στην περιοχή του κοχλία. Για την στροφή σε κάθε θέση πραγματοποιείται ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων κατά μήκος του πέλματος. Για τον πρώτο μηγανισμό αστοχίας, η ολοκλήρωση πραγματοποιείται στο τμήμα του πέλματος μεταξύ των δύο αρθρώσεων, ενώ το τμήμα από τον κοχλία μέχρι το άκρο του πέλματος θεωρείται ότι δεν παραμορφώνεται. Για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας, η ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων πραγματοποιείται σε ολόκληρο το πέλμα. Για την κατανομή των καμπυλοτήτων στο πέλμα, υιοθετείται η παραδοχή ότι καθ΄ όλη την ιστορία της φόρτισης το σημείο μηδενισμού της ροπής στο πέλμα δεν αλλάζει αλλά ταυτίζεται με εκείνο που αντιστοιχεί στην τελική κατάσταση της φόρτισης. Στην μετακίνηση του βραχέος ταυ λαμβάνεται υπόψη και η επιμήκυνση των κοχλιών χωρίς ωστόσο να τίθεται περιορισμός συμβιβαστότητας με την μετακίνηση του πέλματος. Η μαθηματική επεξεργασία του προβλήματος είναι εκτενής και για τον λόγο αυτόν θα αναφερθούν μόνο οι τελικές εκφράσεις. Συγκεκριμένα, για τα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της καμπύλης δύναμηςμετακίνησης, οι μετακινήσεις δ_y , δ_h , δ_m , δ_u για τον πρώτο μηχανισμό, υπολογίζονται ως εξής:

$$\delta_{y} = \frac{F_{y}}{S_{ini,f}} + \frac{F_{y}/2 + M_{y}/n}{E_{b}A_{b}/L_{b}}$$
(2-65)

$$\delta_h = \frac{F_h}{S_{ini}} + \frac{m^2}{2t_f} D \tag{2-66}$$

$$\delta_m = \frac{F_m}{S_{ini}} + \frac{m^2}{2t_f}F \tag{2-67}$$

$$\delta_u = \frac{F_u}{S_{ini}} + \frac{m^2}{2t_f}C$$
(2-68)

όπου η αρχική δυσκαμψία λόγω των μετακινήσεων του πέλματος $S_{ini,f}$ προκύπτει από την σχέση 2-27. Η αρχική δυσκαμψία των συνολικών μετακινήσεων S_{ini} προκύπτει από την σχέση:

$$S_{ini} = \frac{F_y}{\delta_y} \tag{2-69}$$

Οι παράμετροι D, F και C, εξαρτώνται αποκλειστικά από το υλικό του πέλματος. Οι εκφράσεις με τις οποίες υπολογίζονται είναι οι εξής:

$$D = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{y}} - \frac{M_{y}}{2M_{h}} \left(\frac{3\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{y}} + \frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{h}} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-70)

$$F = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}} - \frac{M_{y}}{2M_{m}} \left(\frac{3\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}} + \frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{m}} + \frac{E_{h}}{E} \frac{(\varepsilon_{m} - \varepsilon_{h})^{3}}{\varepsilon_{m} \varepsilon_{y}^{2}} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-71)

$$C = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}} - \frac{M_{y}}{2M_{u}} \left(\frac{3\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}} + \frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}} + \frac{E_{h}}{E}C_{h} + \frac{E_{u}}{E}C_{u} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-72)

όπου

$$C_{h} = \left(\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\right)^{3} \frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}} + 3\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\frac{\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}} - 3\left(\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\right)^{2} + 3\left(\frac{\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{y}}\right)^{2} - 3\frac{\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{y}}\frac{\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}} - \left(\frac{\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{y}}\right)^{3}\frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}}$$
(2-73)

$$C_{u} = \left(\frac{\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}}\right)^{2} - 3\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\frac{\varepsilon_{u}}{\varepsilon_{y}} + 3\left(\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\right)^{2} - \left(\frac{\varepsilon_{m}}{\varepsilon_{y}}\right)^{3}\frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}}$$
(2-74)

Σε ότι αφορά τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας, οι υπολογισμοί απαιτούν αριθμητική επίλυση καθώς η ροπή του πέλματος στην θέση του κοχλία, για τα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της απόκρισης, λαμβάνει τιμές διάφορες των M_y , M_h , M_m , M_u . Ο υπολογισμός της καμπυλότητας, για δεδομένη τυχούσα ροπή, δεν είναι εφικτός αναλυτικά διότι η αντίστροφη συνάρτηση της 2-61, δεν είναι διαθέσιμη σε κλειστή αναλυτική μορφή. Στην περίπτωση του πρώτου μηχανισμού αντίθετα, οι καμπυλότητες όπου απαιτούνται, υπολογίζονται από τις ανηγμένες παραμορφώσεις ε_y , ε_h , ε_m , ε_u (σχέση 2-62), καθώς οι ροπές και στις δύο θέσεις του πέλματος λαμβάνουν τις τιμές M_y , M_h , M_m , M_u , για τα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της απόκρισης.

Η μετακίνηση δ_y , για τον δεύτερο μηχανισμό, υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\delta_{y} = \frac{F_{y}}{S_{ini,f}} + \frac{F_{y}/2 + \xi M_{y}/n}{E_{b}A_{b}/L_{b}}$$
(2-75)

Η παράμετρος ζ εκφράζει την σχέση μεταξύ της ροπής του πέλματος στην συναρμογή με τον κορμό και της ροπής στην θέση του κοχλία. Ο υπολογισμός της γίνεται ως εξής:

$$\xi = \frac{2 - \beta_u}{\beta_u} \frac{n}{n + m}$$
(2-76)

όπου ο όρος β_u προκύπτει από την 2-64. Οι μετακινήσεις δ_h , δ_m , δ_u , μετά την διαρροή, υπολογίζονται με την ακόλουθη, γενικής μορφής, έκφραση:

$$\delta_{x} = \begin{cases} \frac{F_{x}}{S_{ini}} + \theta_{p1x}m + (\theta_{p1x} - \theta_{p2x})n & , \theta_{p1x} > \theta_{p2x} \\ \frac{F_{x}}{S_{ini}} + \theta_{p1x}m & , \theta_{p1x} \le \theta_{p2x} \end{cases}$$
(2-77)

Στην θέση του δείκτη x, εισάγονται ανάλογα με την περίπτωση, οι δείκτες h, m και u, προκειμένου να προσδιορισθούν οι αντίστοιχες μετακινήσεις δ_h , δ_m και δ_u . Οι

πλαστικές στροφές θ_{p1x} και θ_{p1x} του πέλματος στην συναρμογή με τον κορμό και στην θέση του κοχλία, που εμφανίζονται στην 2-77, υπολογίζονται για κάθε περίπτωση του δείκτη x από τις ακόλουθες σχέσεις:

• Μετακίνηση δ_h

$$\theta_{p1h} = \frac{m}{t_f \left(1 + \zeta\right)} D \tag{2-78}$$

$$\theta_{p2h} = \begin{cases} 0 , \xi_h \leq M_y / M_u \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\xi}{\xi + 1} + \frac{n}{m} \right) D(\xi_h) , \xi_h > M_y / M_u \end{cases}$$
(2-79)

όπου
$$\xi_h = \xi \frac{M_h}{M_u}$$
.

• Μετακίνηση δ_m

$$\theta_{p1m} = \frac{m}{t_f \left(1 + \zeta\right)} F \tag{2-80}$$

$$\theta_{p2m} = \begin{cases} 0 , \ \xi_m \leq \frac{M_y}{M_u} \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\xi}{\xi+1} + \frac{n}{m}\right) D\left(\xi_m\right) , \ \frac{M_y}{M_u} < \xi_m \leq \frac{M_h}{M_u} \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\xi}{\xi+1} + \frac{n}{m}\right) F\left(\xi_m\right) , \ \frac{M_h}{M_u} < \xi_m \leq \frac{M_m}{M_u} \end{cases}$$
(2-81)

όπου $\xi_m = \xi \frac{M_m}{M_u}$.

• Μετακίνηση δ_u

$$\theta_{p1u} = \frac{m}{t_f \left(1 + \zeta\right)} C \tag{2-82}$$

$$\theta_{p2u} = \begin{cases} 0 , \quad \zeta \leq \frac{M_y}{M_u} \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\zeta}{\zeta + 1} + \frac{n}{m} \right) D(\zeta) , \quad \frac{M_y}{M_u} < \zeta \leq \frac{M_h}{M_u} \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\zeta}{\zeta + 1} + \frac{n}{m} \right) F(\zeta) , \quad \frac{M_h}{M_u} < \zeta \leq \frac{M_m}{M_u} \\ \frac{m}{t_f} \left(\frac{\zeta}{\zeta + 1} + \frac{n}{m} \right) G(\zeta) , \quad \frac{M_m}{M_u} < \zeta \leq 1 \end{cases}$$

$$(2-83)$$

Oi parámetroi D, F kai C eívai oi ídiec me autéc pou crhotimopoinéntan kai ston próto mnyanismó astociac (scéseic 2-70 wc 2-72). Oi sunarthseic $D(\xi)$, $F(\xi)$, $G(\xi)$ apoteloún mía genikótern morgá two D, F kai C antistoica. Oi ekoráseic touc eínai oi akóloubec:

$$D(\xi) = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} - \frac{M_{y}}{2\xi M_{u}} \left(\frac{3\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} + \frac{\kappa_{y}}{\kappa_{\xi}} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-84)

$$F(\xi) = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} - \frac{M_{y}}{2\xi M_{u}} \left(\frac{3\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} + \frac{\kappa_{y}}{\kappa_{\xi}} + \frac{E_{h}}{E} \frac{\left(\kappa_{\xi} - \kappa_{h}\right)^{3}}{\kappa_{\xi}\kappa_{y}^{2}} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-85)

$$G(\xi) = 2\varepsilon_{y} \left[\frac{\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} - \frac{M_{y}}{2\xi M_{u}} \left(\frac{3\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}} + \frac{\kappa_{y}}{\kappa_{\xi}} + \frac{E_{h}}{E} G_{h} + \frac{E_{u}}{E} G_{u} - 3 \right) - \frac{1}{2} \right]$$
(2-86)

όπου

$$G_{h} = \frac{\kappa_{m}^{3}}{\kappa_{\xi}\kappa_{y}^{2}} + 3\frac{\kappa_{\xi}\kappa_{m}}{\kappa_{y}^{2}} - 3\left(\frac{\kappa_{m}}{\kappa_{y}}\right)^{2} + 3\left(\frac{\kappa_{h}}{\kappa_{y}}\right)^{2} - 3\frac{\kappa_{\xi}\kappa_{h}}{\kappa_{y}^{2}} - \frac{\kappa_{h}^{3}}{\kappa_{\xi}\kappa_{y}^{2}}$$
(2-87)

$$G_{u} = \left(\frac{\kappa_{\xi}}{\kappa_{y}}\right)^{2} - 3\frac{\kappa_{\xi}\kappa_{m}}{\kappa_{y}^{2}} + 3\left(\frac{\kappa_{m}}{\kappa_{y}}\right)^{2} - \frac{\kappa_{m}^{3}}{\kappa_{\xi}\kappa_{y}^{2}}$$
(2-88)

Στις ανωτέρω εκφράσεις κ_{ξ} είναι η καμπυλότητα που αντιστοιχεί σε ροπή ξM_u . Για τον υπολογισμό του όρου $D(\xi_h)$ της στροφής θ_{p2h} (σχέση 2-79), χρησιμοποιείται η σχέση 2-84, όπου στην θέση της μεταβλητής ξ τίθεται η παράμετρος ξ_h ενώ στην

θέση της καμπυλότητας κ_{ξ} τίθεται η καμπυλότητα κ_{ξ_h} , που αντιστοιχεί σε ροπή $\xi_h M_u$. Για την εκτίμηση της καμπυλότητας κ_{ξ_h} από την ροπή $\xi_h M_u$ απαιτείται αριθμητική μέθοδος επίλυσης. Όμοια προκύπτουν και οι όροι $D(\xi_m)$, $F(\xi_m)$, χρησιμοποιώντας τις τιμές ξ_m και $\xi_m M_u$, όπου απαιτείται.

Swanson Kai Leon (2001)

Οι Swanson και Leon (2001), προτείνουν ένα επαυξητικό προσομοίωμα για την μη γραμμική απόκριση βραχέων ταυ. Η μορφολογία της σύνδεσης βραχέος ταυ που εξετάζουν, περιλαμβάνει πέραν των δύο εφελκυόμενων κοχλιών και διατεμνόμενους κοχλίες στον κορμό. Η μορφολογία αυτή έχει εφαρμογή σε πλήρως κοχλιωτούς κόμβους, όπως είναι οι κόμβοι με βραχέα ταυ κοχλιωμένα στα πέλματα της δοκού ή με γωνιακά. Σε αυτές τις περιπτώσεις, οι δυνάμεις μεταφέρονται από τα πέλματα της δοκού προς την σύνδεση μέσω των διατεμνόμενων κοχλιών. Στην δημοσίευση των Swanson και Leon (2001) λαμβάνονται υπόψη τα φαινόμενα ολίσθησης ή σύνθλιψης άντυγας των διατεμνόμενων κοχλιών και η παραμορφωσιμότητα του κορμού. Στην συνέχεια ωστόσο, θα περιγραφεί μόνο το προσομοίωμα για την απόκριση του πέλματος και των εφελκυόμενων κοχλιών, όπου και εστιάζεται το ενδιαφέρον στην παρούσα διατριβή.

Η διαμόρφωση του γραμμικού φορέα βραχέος ταυ που χρησιμοποιούν οι συγγραφείς, βασίζεται στο προσομοίωμα των Kulak et al. (1987-2001). Στο σχήμα 2-13 φαίνεται ο φορέας του προσομοιώματος. Λόγω συμμετρίας, μόνο το ένα ήμισυ της σύνδεσης λαμβάνεται υπόψη. Ο κοχλίας συμμετέχει στον φορέα μέσω ενός μετακινησιακού ελατηρίου. Οι διαστάσεις *m*' και *n*' του σχήματος 2-13 προκύπτουν ως εξής:

$$m' = d - 0.5d_b - 0.5r \tag{2-89}$$

$$n' = n + 0.5d_{b} - 0.5r \le 1.25m'$$
(2-90)

Η μη γραμμικότητα υλικού λαμβάνεται υπόψη τόσο για το πέλμα όσο και για τους κοχλίες. Σε ότι αφορά το πέλμα, θεωρείται ότι σχηματίζονται πλαστικές αρθρώσεις στην συναρμογή με τον κορμό και στην θέση των κοχλιών. Σε κάθε θέση πλαστικής άρθρωσης διακρίνονται δύο στάδια ανάπτυξης της πλαστικοποίησης: αρχικά διαμορφώνονται συνθήκες μερικής πλαστικής άρθρωσης, μετά την διαρροή της διατομής και τελικά διαμορφώνονται συνθήκες πλήρους πλαστικής άρθρωσης μετά την γενικευμένη πλαστικοποίηση της διατομής. Οι συγγραφείς υπολόγισαν με την μέθοδο των μετακινήσεων, την απόκριση του φορέα με ελαστικό πέλμα ή με σχηματισμένες πλήρεις πλαστικές αρθρώσεις (Swanson 1999), λαμβάνοντας υπόψη και τις διατμητικές παραμορφώσεις. Για τις περιπτώσεις ύπαρξης και μερικώς σχηματισμένων πλαστικών αρθρώσεων, δεν προχώρησαν σε αναλυτικούς υπολογισμούς αλλά προτείνουν την εφαρμογή της απόκρισης των αντίστοιχων

φορέων με πλήρεις αρθρώσεις, εισάγοντας κατάλληλο συντελεστή στάθμισης. Από εμπειρική παρατήρηση επιλέγουν έναν συντελεστή στάθμισης μεταξύ των δύο καταστάσεων ίσο με 1:3. Συνολικά, είναι δυνατόν να εμφανιστούν πέντε διαφορετικές διαμορφώσεις του γραμμικού φορέα, εξ' αιτίας της πλαστικοποίησης του πέλματος.



Σχήμα 2-13. Φορέας προσομοιώματος βραχέος ταυ των Swanson και Leon (2001)

Σε ότι αφορά του κοχλίες, προτείνεται μία εμπειρική σχέση τεσσάρων γραμμικών κλάδων για την καμπύλη δύναμης F_b - μετακίνησης δ_b . Στο σχήμα 2-14 που ακολουθεί, φαίνονται τα χαρακτηριστικά μεγέθη των τεσσάρων κλάδων της καμπύλης.



Σχήμα 2-14. Καμπύλη δύναμης F_b - μετακίνησης δ_b κοχλία για το προσομοίωμα των Swanson και Leon (2001)

Ο αρχικός κλάδος θεωρείται ότι έχει άπειρη πρακτικά δυσκαμψία (1000 k_b) και εφαρμόζεται σε προεντεταμένους κοχλίες. Η δύναμη F_b^0 , που αποτελεί το όριο για τον πρώτο κλάδο, είναι η αρχική δύναμη προέντασης του κοχλία. Για τον επόμενο κλάδο, η δυσκαμψία k_b αντιστοιχεί στην ελαστική συμπεριφορά, όπου λαμβάνεται υπόψη και η διαφοροποίησή της λόγω μειωμένης διατομής του σπειρώματος. Ο υπολογισμός της δυσκαμψίας k_b πραγματοποιείται με την βοήθεια της σχέσης:

$$k_{b} = \frac{1}{\frac{0.55d_{b} + L_{b,s}}{A_{b}E_{b}} + \frac{0.55d_{b} + L_{b,t}}{A_{b,eff}E_{b}}}$$
(2-91)

όπου $L_{b,s}$ το μήκος του κορμού του κοχλία με πλήρη διατομή και $L_{b,t}$ το μήκος του σπειρώματος που συμμετέχει στην συγκράτηση του πέλματος. Για την μετακίνηση κατά την θραύση του κοχλία $\delta_{b,u}$, θεωρείται ότι η πλαστικοποίηση συγκεντρώνεται στο τμήμα του σπειρώματος μόνο, ενώ ο υπόλοιπος κορμός παραμένει ελαστικός. Επίσης, γίνεται η παραδοχή ότι στην πλαστικοποίηση συμμετέχει και ένα μήκος του κορμού, εντός του περικοχλίου. Το μήκος αυτό λαμβάνεται ίσο με δύο βήματα του σπειρώματος. Τελικά η $\delta_{b,u}$ προσδιορίζεται από την σχέση:

$$\delta_{b,u} = \frac{0.90F_{b,u}L_{b,s}}{A_b E_b} + \varepsilon_{u,b} \left(L_{b,t} + \frac{2}{n_t} \right)$$
(2-92)

όπου $F_{b,u}$ είναι η τελική αντοχή του κοχλία ($F_{b,u} = A_{b,eff} f_u$), $\varepsilon_{u,b}$ είναι η μέγιστη ανηγμένη παραμόρφωση του υλικού και n_t το βήμα του σπειρώματος ανά μονάδα μήκους του κοχλία. Η δύναμη στο τελευταίο σημείο της καμπύλης είναι μικρότερη από την αντοχή $F_{b,u}$. Με την υποεκτίμηση αυτήν, οι συγγραφείς αναφέρουν ότι αντισταθμίζεται η επιπλέον ένταση που αναπτύσσεται στους κοχλίες, λόγω της ταυτόχρονης κάμψης του κορμού τους.

Με τον συνδυασμό των πέντε πιθανών καταστάσεων για το πέλμα και των τεσσάρων κλάδων της καμπύλης του κοχλία, η τελική καμπύλη δύναμης F - μετακίνησης δ του βραχέος ταυ είναι δυνατόν να διαθέτει μέχρι εννέα γραμμικά τμήματα. Ο υπολογισμός της καμπύλης $F - \delta$ πραγματοποιείται επαυξητικά. Πρώτα υπολογίζεται η αρχική δυσκαμψία και τα εντατικά μεγέθη της ελαστικής απόκρισης. Στην συνέχεια διενεργείται μία σειρά ελέγχων προκειμένου να διαπιστωθεί ποιο είναι το κρίσιμο όριο της απόκρισης, το οποίο παραβιάζεται πρώτο. Οι συγκεκριμένοι έλεγχοι περιλαμβάνουν την δύναμη του κοχλία σε σχέση με τον επόμενο κλάδο της καμπύλης $F_b - \delta_b$ και τις ροπές του πέλματος στις κρίσιμες θέσεις σε σχέση με τον σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων σε αυτές. Στην συνέχεια προσδιορίζονται οι επαυξητικές μετακινήσεις και τα επαυξητικά εντατικά μεγέθη και

η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την τελική αστοχία των κοχλιών. Η αρχική δυσκαμψία του ελαστικού γραμμικού φορέα προκύπτει από την σχέση:

$$S_{ini} = \frac{12EI(3EI + k_b \gamma_3)}{\gamma_{ee}}$$
(2-93)

όπου I είναι η ροπή αδράνειας του πέλματος ενώ οι συντελεστές γ_{ee} και γ_3 υπολογίζονται ως εξής:

$$\gamma_{ee} = 12EI\gamma_1 + k_b\gamma_2 \tag{2-94}$$

$$\gamma_1 = n^{\prime 3} \beta_a + \left(3n^{\prime 2} m' + 3n' m^{\prime 2} + m^{\prime 3}\right) \beta_b$$
 (2-95)

$$\gamma_2 = 4n^{\prime 3} m^{\prime 3} \beta_a \beta_b + 3n^{\prime 2} m^{\prime 4} \beta_b^2$$
(2-96)

$$\gamma_3 = n'^3 \beta_a + 3n'^2 m' \beta_b$$
 (2-97)

όπου

$$\beta_a = 1 + \frac{12EI}{Gbt_f n'^2}$$
(2-98)

$$\beta_b = 1 + \frac{12EI}{Gbt_f {m'}^2} \tag{2-99}$$

Το προσομοίωμα των Swanson και Leon (2001) δεν προορίζεται για υπολογισμούς με το χέρι αλλά μπορεί να υλοποιηθεί μόνο σε υπολογιστή, με προγραμματισμό της συνολικής επαυξητικής διαδικασίας. Οι συγγραφείς αναφέρουν ότι το προτεινόμενο προσομοίωμα εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα σε βραχέα ταυ με εύκαμπτα πέλματα.

Vayas et al. (2003)

Οι Vayas et al. (2003) και Beg et al. (2003) δημοσίευσαν μία αναλυτική μεθοδολογία για την εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Η μεθοδολογία αποτελεί τμήμα γενικότερης έρευνας σχετικά με την στροφική ικανότητα των κόμβων, για τους οποίους η σύνδεση βραχέος ταυ αποτελεί σημαντικό συστατικό μέρος.

Για κάθε μηχανισμό αστοχίας της σύνδεσης, προτείνεται μία απλή αναλυτική έκφραση υπολογισμού της μέγιστης μετακίνησης. Για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας η μέγιστη μετακίνηση υπολογίζεται ως εξής:

$$\delta_u = m\varphi_u \tag{2-100}$$

όπου φ_u είναι η στροφή του πέλματος στις θέσεις πλαστικών αρθρώσεων κατά την αστοχία. Η στροφή φ_u υπολογίζεται θεωρώντας ότι σε κάθε πλαστική άρθρωση αντιστοιχεί ένα πλαστικοποιημένο μήκος ίσο με το πάχος t_f του πέλματος και ότι η ανηγμένη παραμόρφωση στις ακραίες ίνες του μήκους αυτού είναι ε_u . Έτσι αποδεικνύεται ότι:

$$\varphi_u = 2\varepsilon_u \tag{2-101}$$

Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν την τιμή $\varepsilon_u = 0, 20$, έτσι ώστε τελικά να προκύπτει:

$$\delta_{\mu} = 0, 4m \tag{2-102}$$

Για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας, η μέγιστη μετακίνηση υπολογίζεται με την ακόλουθη έκφραση:

$$\delta_u = n\varphi_{1,u} + m\varphi_{2,u} \tag{2-103}$$

όπου $\varphi_{1,u}$ και $\varphi_{2,u}$ οι τελικές στροφές του πέλματος στο άκρο και στην συναρμογή με τον κορμό αντίστοιχα. Η $\varphi_{1,u}$ αποδίδεται στην επιμήκυνση των κοχλιών και υπολογίζεται ως εξής:

$$\varphi_{1,u} = \frac{\varepsilon_{u,b} L_b}{n} \tag{2-104}$$

Για την μέγιστη ανηγμένη παραμόρφωση $\varepsilon_{u,b}$ χρησιμοποιείται ένα όριο ίσο με 0,10. Η $\varphi_{2,u}$ υπολογίζεται εμπειρικά συναρτήσει της $\varphi_{1,u}$:

$$\varphi_{2,u} = k\varphi_{1,u} \tag{2-105}$$

Για τον συντελεστή k οι συγγραφείς προτείνουν τυπικές τιμές από 3,0 ως 4,0. Η τελική έκφραση για την μέγιστη μετακίνηση του δεύτερου μηχανισμού αστοχίας παίρνει την μορφή:

$$\delta_u = 0.1L_b \left(1 + \frac{m}{n}k \right) \tag{2-106}$$

Για τον τρίτο μηχανισμό αστοχίας, η μετακίνηση του βραχέος ταυ θεωρείται ότι προέρχεται από την επιμήκυνση των κοχλιών μόνο:

$$\delta_u = \varepsilon_{u,b} L_b = 0.1 L_b \tag{2-107}$$

Coelho et al. (2004)

Οι Coelho et al. (2004) προτείνουν ένα απλοποιημένο προσομοίωμα εκτίμησης της μη γραμμικής απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ, το οποίο είναι κατάλληλο για επίλυση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το προσομοίωμα υιοθετεί την διαμόρφωση γραμμικού φορέα βραχέος ταυ του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Στο σχήμα 2-15 απεικονίζεται η γεωμετρία του προτεινόμενου προσομοιώματος. Λόγω συμμετρίας, μόνο το ένα ήμισυ της σύνδεσης είναι απαραίτητο να προσομοιωθεί.



Σχήμα 2-15. Προσομοίωμα βραχέος ταυ των Coelho et al. (2004)

Για την καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του κοχλία υιοθετείται η σχέση $F_b - \delta_b$ που προτείνουν οι Swanson και Leon (2001) και περιγράφηκε προηγούμενα (σχήμα 2-14). Η περίπτωση προέντασης των κοχλιών δεν περιλαμβάνεται και συνεπώς η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του κοχλία αποτελείται από τρεις κλάδους. Για το πέλμα, ο νόμος υλικού διατυπώνεται με παραδοχές πραγματικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων. Η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπει την επιλογή πολυγραμμικής καμπύλης για τον νόμο υλικού.

Με βάση τα ανωτέρω, το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων διαθέτει μη γραμμικά στοιχεία δοκού για την διακριτοποίηση του πέλματος. Οι διατμητικές παραμορφώσεις δεν ενσωματώνονται στην διατύπωση των στοιχείων που χρησιμοποίησαν οι συγγραφείς. Προκειμένου να αντισταθμιστεί η συγκεκριμένη αδυναμία, προτείνεται η εφαρμογή ενός μειωμένου μέτρου ελαστικότητας για το πέλμα, το οποίο υπολογίζεται με την ακόλουθη σχέση:

$$E' = \frac{E}{3} \left(\frac{m}{t_f}\right)^2 \left(\sqrt{1 + \frac{3}{(m/t_f)^2}} - 1\right)$$
(2-108)

Για τον χαρακτηρισμό της κατάστασης μέγιστης έντασης χρησιμοποιούνται δύο κριτήρια αστοχίας:

- Θραύση του κοχλία
- Υπέρβαση του ορίου θραύσης του υλικού του πέλματος στην συναρμογή με τον κορμό

Για το δεύτερο κριτήριο, ο έλεγχος δεν διενεργείται στην ακραία διατομή του πέλματος αλλά στην διατομή A^{*} (σχήμα 2-15). Η διατομή A^{*} απέχει από τον άξονα του κοχλία απόσταση ίση με d-r, για πρότυπες διατομές και $d-\sqrt{2}a_w$ για συγκολλητές. Στην περιοχή του πέλματος κοντά στον κοχλία, δεν πραγματοποιείται έλεγχος αστοχίας, καθώς η ροπή που αναπτύσσεται στην συγκεκριμένη θέση είναι μικρότερη από την ροπή στην συναρμογή με τον κορμό.

2.4 Πειραματική έρευνα και προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία

Στην συνέχεια αναφέρονται συνοπτικά οι διαθέσιμες βιβλιογραφικές πηγές σχετικά με την πειραματική διερεύνηση συνδέσεων βραχέος ταυ και την σύνθετη προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία. Το ενδιαφέρον για πειραματική έρευνα ή προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία είναι μεγάλο εξ' αιτίας της συμμετοχής των συνδέσεων βραχέων ταυ ως συστατικών μερών σε πλήρεις κόμβους μεταφοράς ροπής. Παρά την γεωμετρική απλότητα της σύνδεσης βραχέος ταυ, η αναλυτική εκτίμηση της απόκρισης της παραμένει δυσχερής και για τον λόγο αυτόν η χρησιμοποίηση πειραματικών μεθόδων ή σύνθετων προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία αναγκαία για την πρόσκτηση κατά το δυνατόν ακριβέστερων δεδομένων της απόκρισης.

Ο Zoetemeijer (1974) πραγματοποίησε πειραματικές δοκιμές συνδέσεων βραχέος ταυ προκειμένου να αξιολογηθεί η αντιστοιχία μεταξύ της εφελκυόμενης ζώνης κοχλιωτών κόμβων και του βραχέος ταυ. Από τα αποτελέσματα προέκυψαν οι μορφές αστοχίας της σύνδεσης, οι οποίες συμπεριληφθήκαν με την μορφή μηχανισμών κατάρρευσης με γραμμές διαρροής, στον προσδιορισμό της αντοχής του πέλματος του υποστυλώματος και της μετωπικής πλάκας στην εφελκυόμενη ζώνη των κόμβων.

Ο Agerskov (1976) αναφέρει τέσσερις δοκιμές συνδέσεων βραχέος ταυ. Οι δοκιμές χρησιμοποιηθήκαν για την αξιολόγηση της μεθοδολογίας εκτίμησης της αντοχής και

της φόρτισης των κοχλιών σε συνδέσεις βραχέος ταυ. Όλες οι δοκιμές διέθεταν προεντεταμένους κοχλίες.

Οι Packer και Morris (1977) αναφέρουν μία σειρά από 8 πειραματικές δοκιμές βραχέων ταυ, κοχλιωμένων επί υποστυλώματος. Και σε αυτήν την περίπτωση, ο στόχος της έρευνας είναι η αξιολόγηση μηχανισμών κατάρρευσης της εφελκυόμενης ζώνης κόμβων με μετωπική πλάκα, που προτείνουν οι συγγραφείς. Κατά συνέπεια τα αποτελέσματα των δοκιμών που αναφέρονται αφορούν την εκτίμηση της αντοχής μόνο.

Οι Bursi και Jaspart (1997) πραγματοποίησαν προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία δύο συνδέσεων βραχέος ταυ. Η διαμόρφωση των δύο συνδέσεων επιλέχθηκε έτσι ώστε στην μεν μία να είναι περισσότερο κρίσιμο το πέλμα, ενώ στην άλλη οι κοχλίες. Τόσο για το τεμάχιο ταυ όσο και για τον κοχλία χρησιμοποιήθηκαν τρισδιάστατα οκτακομβικά στοιχεία. Για τον κορμό του κοχλία, χρησιμοποιήθηκε ένα ισοδύναμο μήκος, σύμφωνα με την μεθοδολογία του Agerskov (1976), με το οποίο λαμβάνεται υπόψη η διαφοροποίηση της δυσκαμψίας εξαιτίας του σπειρώματος. Η επαφή μεταξύ των πελμάτων και μεταξύ πελμάτων και κεφαλής των κοχλιών προσομοιώθηκε με εξειδικευμένα επιφανειακά στοιχεία επαφής. Τα δύο προσομοιώματα αξιολογήθηκαν με αντίστοιχες πειραματικές δοκιμές για το σύνολο της ιστορίας φόρτισης μέχρι την αστοχία. Διερευνήθηκε επίσης η επίδραση της προέντασης των κοχλιών, καθώς για κάθε σύνδεση δημοσιεύονται αποτελέσματα των προσομοιωμάτων και των πειραματικών δοκιμών, τόσο για απλούς κοχλίες όσο και για προεντεταμένους.

Οι Mistakidis et al. (1997 και 1998) παρουσίασαν ένα διδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων επίπεδης έντασης για συνδέσεις βραχέος ταυ. Ο κοχλίας, ο δακτύλιος και το τεμάχιο ταυ προσομοιώθηκαν ως διακριτά σώματα και ενσωματώθηκαν οι συνθήκες επαφής στις μεταξύ τους διεπιφάνειες καθώς και στην βάση του πέλματος. Για την προσομοίωση των φαινομένων επαφής αξιοποιήθηκε μία γενικότερη μέθοδος που ανέπτυξαν οι συγγραφείς, η οποία χρησιμοποιεί αρχές μη λείας μηχανικής για την επίλυση του προβλήματος. Για το πάχος των στοιχείων επίπεδης έντασης εφαρμόσθηκαν διαφορετικές τιμές, ανάλογα με το πραγματικό πάχος της σύνδεσης σε κάθε θέση του πλέγματος. Οι περιοχές του προσομοιώματος, στις οποίες διαφοροποιήθηκε το πάγος των στοιγείων, είναι ο κορμός και η κεφαλή του κοχλία, ο δακτύλιος και το πέλμα στην περιοχή της οπής. Οι συγγραφείς δημιούργησαν τρεις διαφορετικές παραλλαγές του προσομοιώματος, με βάση την πιστότητα προσαρμογής του πάχους των στοιχείων στις πραγματικές διαστάσεις. Οι διαφορές των τριών παραλλαγών στην εκτίμηση της καμπύλης δύναμηςμετακίνησης είναι πολύ μικρές. Σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα τα διδιάστατα προσομοιώματα υπερεκτιμούν την αρχική δυσκαμψία ενώ αντίθετα υποεκτιμούν την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή, όπου η απόκλιση είναι περισσότερο σημαντική.

Οι Faella et al. (1998) δημοσίευσαν τα αποτελέσματα 16 δοκιμών συνδέσεων βραχέος ταυ. Στις δοκιμές αυτές διερευνήθηκε η ελαστική απόκριση της σύνδεσης και συνεπώς τα αποτελέσματα που παρέχονται αφορούν αποκλειστικά μετρήσεις αρχικής δυσκαμψίας. Επίσης, διερευνήθηκε η επίδραση της προέντασης των κοχλιών στην ελαστική συμπεριφορά της σύνδεσης. Για κάθε δοκιμή εξετάσθηκαν δύο διαφορετικά επίπεδα προέντασης καθώς και η περίπτωση απλών κοχλιών.

Οι Wanzek και Gebbeken (1999), προχώρησαν σε παραμετρική διερεύνηση των επιλογών που υπεισέρχονται στην προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία συνδέσεων βραχέος ταυ. Συγκεκριμένα διερευνήθηκε η επίδραση του συντελεστή τριβής μεταξύ των επιφανειών, της δυσκαμψίας των κοχλιών, της προέντασης των κοχλιών, της πυκνότητας δικτύου, των παραμενουσών τάσεων και των αρχικών ατελειών. Τα προσομοιώματα που εξετάσθηκαν διέθεταν εξαπλευρικά στοιχεία οκτώ κόμβων, τόσο για το τεμάχιο ταυ όσο και για τον κοχλία. Για την προσομοίωση των φαινομένων επαφής χρησιμοποιήθηκαν επιφανειακά στοιχεία επαφής. Σε ότι αφορά τις παραμένουσες τάσεις, οι συγγραφείς διαπιστώνουν μικρή επίδραση στην τελική συμπεριφορά. Αντίθετα, οι αρχικές ατέλειες αναφορικά με την θέση του κοχλία, εμφανίζουν αξιόλογη επίδραση, τόσο στην αντοχή όσο και στην αρχική δυσκαμψία. Τα συμπεράσματα των συγγραφέων διασταυρώθηκαν και με πειραματικά αποτελέσματα συνδέσεων βραχέων ταυ.

Οι Swanson και Leon (2000) εκτέλεσαν 48 δοκιμές συνδέσεων βραχέος ταυ. Οι περισσότερες από αυτές αφορούν δοκιμές ανακυκλιζόμενης φόρτισης, ενώ ένας μικρός μόνο αριθμός πραγματοποιήθηκε μονοτονικά. Σε όλες τις δοκιμές, ο κορμός των βραχέων ταυ διαμορφώθηκε με διατεμνόμενους κοχλίες. Σε μεγάλο αριθμό δοκιμών, κρίσιμη αποδείχθηκε η περιοχή του κορμού. Οι συγγραφείς αναφέρουν το μέγιστο φορτίο για κάθε δοκιμή ενώ οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης, για την συνολική ιστορία φόρτισης, αναφέρονται για έναν περιορισμένο αριθμό δοκιμών μόνο. Επίσης, οι Swanson et al. (2002) δημοσίευσαν ένα προσομοίωμα, με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, για μία από τις 48 συνολικά πειραματικές δοκιμές. Στο προσομοίωμα συμπεριλήφθηκαν τόσο οι εφελκυόμενοι κογλίες στο πέλμα όσο και οι διατεμνόμενοι στον κορμό. Για το τεμάχιο ταυ και για τους κοχλίες γρησιμοποιήθηκαν εξαπλευρικά στοιγεία 20 κόμβων. Για τις ιδιότητες των υλικών χρησιμοποιήθηκαν ονομαστικές τιμές και όχι τιμές από μετρήσεις των πραγματικών υλικών. Επίσης για τον κορμό των κοχλιών χρησιμοποιήθηκε η ονομαστική διάμετρος και αγνοήθηκε η διαφορετική διατομή του σπειρώματος. Η φόρτιση στο προσομοίωμα επιβλήθηκε μονοτονικά και σε δύο φάσεις εξ' αιτίας της αρχικής προέντασης. Η επίδραση των απλοποιήσεων, σχετικά με τις ιδιότητες των υλικών και την διατομή του κοχλία, αποδεικνύεται σοβαρή για την αξιοπιστία του προσομοιώματος, καθώς από τα αποτελέσματα προκύπτει σημαντική απόκλιση σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα.
Οι Piluso et al. (2001β) δημοσιεύσαν τα αποτελέσματα 12 πειραματικών δοκιμών, που διεξήγαγαν προκειμένου να χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση του αναλυτικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, που προτείνουν οι ίδιοι συγγραφείς (Faella et al. 2000 και Piluso et al. 2001). Η μία δοκιμή αφορούσε συγκολλητό τεμάχιο ταυ, ενώ στις υπόλοιπες το τεμάχιο ταυ προέκυψε από πρότυπες διατομές. Η πλήρης καμπύλη δύναμης-μετακίνησης παρέχεται για το σύνολο των δοκιμών. Ωστόσο για τις ιδιότητες των υλικών, οι τιμές μετρήσεων από δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού είναι διαθέσιμες μόνο για τα τεμάχια ταυ, ενώ για τους κοχλίες οι συγγραφείς αναφέρουν μόνο την ονομαστική κατηγορία τους. Σε όσες δοκιμές οι κοχλίες δεν ήταν κρίσιμοι, η μέγιστη μετακίνηση της σύνδεσης αποδείχθηκε σημαντικά μεγαλύτερη. Επίσης, διαπιστώθηκε σημαντική κράτυνση στην πλαστική περιοχή, καθώς σε ορισμένες περιπτώσεις η τελική αντοχή είναι σχεδόν διπλάσια της δύναμης κατά την πλαστικοποίηση.

Ο Stankiewicz (2002), επιχείρησε την προσομοίωση της σύνδεσης βραχέος ταυ με σύνθετα τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων. Η γεωμετρία του σπειρώματος του κοχλία δεν προσομοιώθηκε, ωστόσο για την ακριβέστερη προσέγγιση της αλληλεπίδρασής του με το περικόγλιο, εφαρμόσθηκαν τροποποιημένες ιδιότητες υλικού στα στοιχεία που συνδέουν την περιοχή του κορμού του κογλία με την αντίστοιγη του περικογλίου. Οι ιδιότητες αυτές προέκυψαν συγκρίνοντας, για το σύστημα του κοχλία με το περικόχλιο σε αξονικό εφελκυσμό, την απόκριση ενός τρισδιάστατου προσομοιώματος, με εκείνη ενός αξονοσυμμετρικού, στο οποίο ενσωματώθηκε η ακριβής γεωμετρική διαμόρφωση του σπειρώματος. Αναπτύχθηκαν τέσσερα προσομοιώματα, για μία περίπτωση σύνδεσης βραχέος ταυ, με τα οποία ελέγχθηκε η επίδραση του σχήματος της κεφαλής του κογλία (εξαγωνικό ή κυκλικό) και της προέντασης. Η προσομοιωμάτων αποτελεσματικότητα των αξιολογήθηκε με δεδομένα πειραματικών δοκιμών που πραγματοποίησε ο συγγραφέας. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων δεν είναι ικανοποιητική.

Οι Vayas et al. (2003) αναφέρουν τα αποτελέσματα δύο δοκιμών βραχέος ταυ και αντίστοιχα τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων για κάθε μία από αυτές. Οι δοκιμές αξιοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της αναλυτικής μεθοδολογίας των συγγραφέων, σχετικά με την μέγιστη μετακίνηση της σύνδεσης βραχέος ταυ. Η κάθε δοκιμή χαρακτηρίζεται από διαφορετικό μηχανισμό αστοχίας. Στην μεν πρώτη, κρίσιμο αποδεικνύεται το πέλμα και αναπτύσσεται ο πρώτος μηχανισμός αστοχίας, ενώ στην δεύτερη δοκιμή περισσότερο κρίσιμοι είναι οι κοχλίες και αναπτύσσεται ο δεύτερος μηχανισμός. Οι συγγραφείς αναφέρουν τους νόμους των υλικών των δύο τεμαχίων ταυ και των κοχλιών, όπως προέκυψαν από μετρήσεις δοκιμίων. Και για τις δύο δοκιμές, παρέχεται η πλήρης καμπύλη δύναμης-μετακίνησης. Σε ότι αφορά τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, η σύγκλιση που εμφανίζουν στην πειραματική συμπεριφορά εμφανίζεται πολύ αποτελεσματική. Οι Gantes και Lemonis (2003) πραγματοποίησαν προσομοιώσεις με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία συνδέσεων βραχέος ταυ. Το τεμάχιο ταυ και ο κοχλίας προσομοιώθηκαν ως διακριτά σώματα με εξαπλευρικά στοιχεία οκτώ κόμβων. Τα φαινόμενα επαφής προσομοιώθηκαν με στοιχεία διακένου μεταξύ πέλματος και κοχλία και μεταξύ πελμάτων. Το προσομοίωμα αξιολογήθηκε με τις πειραματικές δοκιμές που αναφέρονται στην δημοσίευση των Bursi και Jaspart (1997) και αφορούν δύο δοκιμές με απλούς κοχλίες και δύο με προεντεταμένους. Επιπλέον, οι συγγραφείς πραγματοποίησαν παραμετρική διερεύνηση του μήκους κορμού του κοχλία. Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουν είναι ότι σε όλες τις περιπτώσεις η χρησιμοποίηση αυξημένου μήκους κορμού, με το οποίο αντισταθμίζεται η διαφοροποίηση της συμπεριφοράς που προέρχεται από το σπείρωμα, βελτιώνει την αξιοπιστία του προσομοιώματος στην εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης.

Οι Coelho et al. (2004 γ) πραγματοποίησαν μία σειρά 32 πειραματικών δοκιμών βραχέων ταυ. Οι δοκιμές αφορούν συγκολλητά βραχέα ταυ, όπου ο κορμός συγκολλάται με εξωραφή στο πέλμα. Η συγκεκριμένη περίπτωση ανταποκρίνεται στα βραχέα ταυ που χρησιμοποιούνται ως συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης συγκολλητής μετωπικής πλάκας σε πλήρεις κόμβους. Επίσης σε ορισμένες δοκιμές τα δύο εκατέρωθεν τεμάχια ταυ τοποθετήθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε οι κορμοί τους να σγηματίζουν κάθετη γωνία, ενώ στις υπόλοιπες δοκιμές οι κορμοί είναι συμβατικά συνεπίπεδοι. Η περίπτωση κάθετης γωνίας των κορμών αντιστοιχεί στην εφελκυόμενη ζώνη κόμβων με μετωπική πλάκα, χωρίς εγκάρσιες ενισχύσεις στο υποστύλωμα. Επιπλέον, σε ορισμένες δοκιμές τοποθετήθηκε εγκάρσια ενίσχυση συγκολλημένη στον κορμό και το πέλμα. Από τα αποτελέσματα προέκυψε η σημαντική επίδραση του τύπου ηλεκτροδίου της συγκόλλησης στην απόκριση και ιδιαίτερα στην μέγιστη μετακίνηση της σύνδεσης. Επίσης, η ύπαρξη των ενισγύσεων προκαλεί αύξηση της αντοχής και της αρχικής δυσκαμψίας αλλά κυρίως την μείωση της μέγιστης μετακίνησης. Η Coelho (2004) πραγματοποίησε προσομοίωση με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των πειραματικών δοκιμών. Χρησιμοποιήθηκαν εξαπλευρικά οκτακομβικά στοιχεία για όλα τα στοιχεία της σύνδεσης. Για τα φαινόμενα επαφής χρησιμοποιήθηκαν επιφανειακά στοιχεία επαφής. Για την θερμικά επηρεαζόμενη ζώνη, επιχειρήθηκε η προσομοίωσή της χρησιμοποιώντας διαφοροποιημένες ιδιότητες υλικού. Από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι στην τελική απόκριση, η επίδραση της θερμικά επηρεαζόμενης ζώνης είναι μικρότερη από 10%, τόσο για την τελική αντοχή όσο και για την μέγιστη μετακίνηση. Η αξιοπιστία του προσομοιώματος με διαφοροποίηση του υλικού αποδείχθηκε βελτιωμένη.

Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ

3.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα προσομοίωμα πρόβλεψης της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ και υπολογισμού με αναλυτικά μέσα της καμπύλης δύναμης F – εγκάρσιας μετακίνησης δ , για το σύνολο της φόρτισης, μέχρι και την αστοχία. Το προσομοίωμα, το οποίο δημοσιεύθηκε πρόσφατα σε περιοδικό (Lemonis και Gantes 2006), βασίζεται στην αναλυτική επίλυση του προβλήματος και την χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας για την εκτίμηση της μη γραμμικής απόκρισης. Το προσομοίωμα θα αναφέρεται στην διατριβή ως «επαυξητικό προσομοίωμα» βραχέος ταυ.

Η σύνδεση βραχέος ταυ παρά την φαινομενική απλότητά της αποτελεί ένα δυσχερές σύστημα για αναλυτική αντιμετώπιση. Πρόκειται για ένα σύστημα αλληλεπίδρασης τριών τουλάχιστον διακριτών σωμάτων: του τεμαχίου ταυ, των κοχλιών και της βάσης, η οποία μπορεί να αντιστοιχεί σε σταθερό υπόβαθρο ή σε συμμετρικό τεμάχιο ταυ. Στις διεπιφάνειες που σχηματίζονται μεταξύ των σωμάτων αυτών, οι οποίες είναι άγνωστες εκ των προτέρων αλλά και μεταβαλλόμενες με την σταδιακή εξέλιξη της φόρτισης, αναπτύσσονται δυνάμεις επαφής που είναι καθοριστικές για την κατανομή των εντατικών μεγεθών και την συνολική απόκριση του συστήματος. Οι πιθανές περιοχές, στις οποίες είναι πιθανό να εκδηλωθεί επαφή, είναι η διεπιφάνεια κεφαλής κοχλία και πέλματος τεμαχίου ταυ, ο κορμός του κοχλία με την άντυγα της οπής και το πέλμα του τεμαχίου ταυ με την βάση. Από τις τρεις πιθανές περιοχές η πρώτη είναι βέβαιο ότι θα εμφανιστεί ενώ οι άλλες δύο αποτελούν εν δυνάμει περιοχές επαφής. Η προσθήκη δακτυλίου στον κοχλία εισάγει ένα επιπλέον διακριτό σώμα στο σύστημα, το οποίο προσαυξάνει κατά μία τις επιφάνειες επαφής.

Το τρισδιάστατο του προβλήματος αποτελεί μία επιπλέον δυσχέρεια στην αναλυτική αντιμετώπιση του βραχέος ταυ. Η αναγκαιότητα τρισδιάστατης θεώρησης προκύπτει κυρίως από την ύπαρξη του κοχλία και της οπής στο πέλμα. Έτσι, δεν είναι δυνατόν να απαλειφθεί η διάσταση του πλάτους του πέλματος. μετατρέποντας το πρόβλημα σε διδιάστατο επίπεδης έντασης, αν και στο παρελθόν έχουν γίνει προσπάθειες αναγωγής του τρισδιάστατου προβλήματος σε ένα ισοδύναμο διδιάστατο (Krishnamurthy και Graddy 1976, Mistakidis et al. 1997, Swanson et al. 2002), με σκοπό κυρίως την αποτελεσματικότερη προσομοίωση με διδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία.

Η μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας περιπλέκουν ακόμα περισσότερο το πρόβλημα. Σε σχέση με το υλικό, η δυνατότητα του χάλυβα να διαθέτει σημαντικά περιθώρια μετελαστικής αντοχής καθώς και παραμόρφωσης καθιστά την θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού καθοριστικό παράγοντα προσδιορισμού της απόκρισης, σε

όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος της φόρτισης, ειδικά στην περίπτωση του βραχέος ταυ, το οποίο περιλαμβάνει καμπτόμενα και εφελκυόμενα μέρη και συνεπώς εξαντλεί πλήρως τις διαθέσιμες αντοχές των υλικών. Παράλληλα, και τα φαινόμενα γεωμετρικής μη γραμμικότητας ενδέχεται να αποτελέσουν σημαντικό παράγοντα διαμόρφωσης της απόκρισης του βραχέος ταυ, καθώς οι μετακινήσεις που εμφανίζονται στην μετελαστική φάση μπορούν να θεωρηθούν μεγάλες, οδηγώντας μεταξύ άλλων σε ανάπτυξη αξονικών δυνάμεων στο πέλμα και στροφή της διεπιφάνειας μεταξύ κεφαλής κοχλία και πέλματος. Σε κάθε περίπτωση όμως, δεν αποτελούν καθοριστικό παράγοντα της ίδιας επιρροής με την μη γραμμικότητα υλικού.

Από τα παραπάνω γίνεται εμφανές ότι για μία ακριβή προσομοίωση, η οποία θα λαμβάνει υπόψη όλες τις προαναφερθείσες ιδιαιτερότητες του βραχέος ταυ, απαιτείται χρήση τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων με δυνατότητα χειρισμού των φαινομένων επαφής, μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας. Ακόμα και στην περίπτωση αυτήν όμως, κάποιες απλοποιήσεις είναι συχνά απαραίτητες, όπως για παράδειγμα η παράλειψη των σπειρωμάτων των κοχλιών, της διαφοροποίησης του υλικού λόγω παραμενουσών τάσεων κλπ. Ο τρόπος και οι επιλογές προσομοίωσης με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία καθώς και τα παραγόμενα αποτελέσματα παρουσιάζονται εκτενέστερα στο κεφάλαιο 4.

Παρά τα πλεονεκτήματα της προσομοίωσης με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία σε αξιοπιστία και ακρίβεια των αποτελεσμάτων, προκύπτει και μία σειρά μειονεκτημάτων. Ο χρόνος που απαιτεί η ανάλυση του προσομοιώματος είναι μεγάλος και αν ληφθεί υπόψη ότι για κάθε κόμβο δοκού-υποστυλώματος απαιτείται να επιλυθούν πιθανόν δεκάδες βραχέα ταυ, καθίσταται απαγορευτικός για πρακτικούς σκοπούς. Η προετοιμασία των προσομοιωμάτων αλλά και η μετεπεξεργασία τους, για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, είναι επίσης χρονοβόρος και κοπιώδης διαδικασία, η οποία μάλιστα δύσκολα συστηματοποιείται. Επιπλέον, ο προγραμματισμός της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, ιδιαίτερα με όλες τις απαιτούμενες δυνατότητες χειρισμού των μη γραμμικοτήτων, αποτελεί δύσκολο έργο, ακόμα και για ερευνητικούς σκοπούς, που δύσκολα αποσβένεται στα πλαίσια ενός προγράμματος υπολογισμού και ανάλυσης κόμβων. Οι εμπορικοί κώδικες προσομοίωσης και ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, οι οποίοι είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν όλες τις μη γραμμικότητες, υλικού, γεωμετρίας και επαφής, είναι περιορισμένοι και κατά κανόνα δαπανηροί, τόσο σε κόστος απόκτησης όσο και σε απαιτούμενο χρόνο εκμάθησης.

Όλοι αυτοί οι λόγοι καθιστούν την προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία ένα ισχυρό αλλά παράλληλα και δύσχρηστο εργαλείο για την μαζική και αυτοματοποιημένη επίλυση βραχέων ταυ, που απαιτείται κατά τον υπολογισμό κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Στην προκειμένη περίπτωση, θεωρείται απαραίτητο ένα εργαλείο το οποίο να μπορεί εύκολα να προγραμματιστεί, να είναι ταχύ και παράλληλα να λαμβάνει με κάποιο τρόπο υπόψη τα μη γραμμικά φαινόμενα και τις όποιες ιδιαιτερότητες του βραχέος ταυ, παράγοντας κατά το δυνατό αξιόπιστα αποτελέσματα. Για τον σκοπό αυτόν, αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της διατριβής ένα επαυξητικό προσομοίωμα αναλυτικού υπολογισμού της απόκρισης συνδέσεων βραχέος ταυ. Ορισμένες απλοποιητικές παραδοχές κρίθηκαν απαραίτητες, ώστε να μειωθεί η πολυπλοκότητα του προβλήματος. Καταρχήν, για την προσομοίωση του πέλματος του βραχέος ταυ υιοθετήθηκε η κλασσική θεωρία δοκού πρώτης τάξης, αμελώντας έτσι την τρισδιάστατη γεωμετρία του προβλήματος και την γεωμετρική μη γραμμικότητα. Για την προσομοίωση του κοχλία επιλέχθηκε ελατήριο ισοδύναμης δυσκαμψίας, το οποίο συνδέεται με το πέλμα σε ένα σημείο και δεσμεύεται στο άλλο. Κατά συνέπεια αγνοείται η αλληλεπίδραση στην διεπιφάνεια κεφαλής κοχλία και πέλματος, καθώς και η αλληλεπίδραση με τον δακτύλιο. Τέλος, αξιοποιήθηκε η συμμετρία, ώστε χωρίς κάποια βλάβη στην ακρίβεια να μειωθεί το μέγεθος του προβλήματος. Σε μία απόσταση L_1 από τον κοχλία, η οποία παραμένει απροσδιόριστη προς το παρόν, τοποθετείται κατακόρυφη κυλιόμενη πάκτωση. Στο σχήμα 3-1 φαίνεται το προτεινόμενο προσομοίωμα για την αναλυτική διερεύνηση της σύνδεσης βραχέος ταυ.



Σχήμα 3-1. Γεωμετρία βραχέος ταυ και το απλοποιημένο προσομοίωμα

Η μη γραμμικότητα υλικού λαμβάνεται υπόψη τόσο για το πέλμα όσο και για τον κοχλία. Επίσης λαμβάνονται υπόψη τα φαινόμενα επαφής που ενδέχεται να εμφανιστούν μεταξύ πέλματος και βάσης. Το προσομοίωμα αποδεικνύεται εύκολο να προγραμματισθεί σε κώδικα ηλεκτρονικού υπολογιστή και ταχύ στην εκτέλεση του.

3.2 Μη γραμμικότητα υλικού

3.2.1 Πέλμα

Για την αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας υλικού στο πέλμα, υιοθετείται διγραμμικός νόμος υλικού, ο οποίος φαίνεται στο σχήμα 3-2α και περιγράφεται με την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon & , \varepsilon \le \varepsilon_y \\ E\varepsilon_y + E_T(\varepsilon - \varepsilon_y) & , \varepsilon_y < \varepsilon \le \varepsilon_u \end{cases}$$
(3-1)

Με βάση την κλασική θεωρία δοκού και για ορθογωνική διατομή, ο νόμος αυτός οδηγεί σε μια σχέση ροπής M – ορθής ανηγμένης παραμόρφωσης ε στην ακραία ίνα της διατομής της μορφής που φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 3-2β με συνεχή έντονη γραμμή. Το σημείο 1 του διαγράμματος $M - \varepsilon$ αντιστοιχεί στο τέλος της ελαστικής περιοχής όπου στις ακραίες ίνες η τάση έχει γίνει ίση με το όριο διαρροής f_y . Η αναπτυσσόμενη ροπή M_y στην διατομή, σε αυτήν την κατάσταση, δίνεται από την σχέση:



$$M_y = \frac{bt_f^2}{6}f_y \tag{3-2}$$

Σχήμα 3-2. Ο νόμος υλικού για το πέλμα (α) και το συναγόμενο διάγραμμα ροπήςανηγμένης παραμόρφωσης στην ακραία ίνα της διατομής (β).

Στην συνέχεια, και καθώς ολοένα και περισσότερες ίνες εισέρχονται στην πλαστική περιοχή, η κλίση της καμπύλης $M - \varepsilon$ σταδιακά μειώνεται μέχρι του σημείου 3, όπου η τάση στις ακραίες ίνες έχει φτάσει το όριο θραύσης f_u . Η συγκεκριμένη

κατάσταση ορίζει συμβατικά την θραύση της διατομής, πέραν της οποίας η απόκρισή της είναι φθίνουσα και εντάσσεται θεωρητικά στο πεδίο της Μηχανικής των Θραύσεων. Με αυτήν την παραδοχή, η μετακινησιακή ικανότητα του βραχέος ταυ αντιστοιχεί στο σημείο μέγιστης δύναμης F, της συνολικής καμπύλης $F - \delta$. Το σημείο αυτό ορίζει το πέρας του αύξοντα κλάδου της απόκρισης. Ο φθίνοντας κλάδος, που έπεται του σημείου μέγιστης δύναμης, δεν υπολογίζεται με το προτεινόμενο προσομοίωμα.

Στο σχήμα 3-3 φαίνεται η εξέλιξη των ορθών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής, σε διάφορες χαρακτηριστικές στιγμές της ιστορίας φόρτισης. Μετά την διαρροή και μέχρι την θραύση, κάποια περιοχή της διατομής πλησίον του ουδέτερου άξονα εξακολουθεί να βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, ενώ οι ακραίες περιοχές έχουν εισέλθει στην πλαστική περιοχή. Το πάχος t_p των πλαστικοποιημένων περιοχών μπορεί να υπολογιστεί από την κατανομή των ανηγμένων παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής, η οποία είναι γραμμική δεδομένου ότι δεχόμαστε κλασική θεωρία δοκού. Από τα όμοια τρίγωνα την στιγμή της θραύσης προκύπτει:

$$t_p = \frac{t_f}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u} \right) \tag{3-3}$$

$$t_e = \frac{t_f}{2} \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u} \tag{3-4}$$



Σχήμα 3-3. Η εξέλιξη των τάσεων και των παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής του πέλματος

Ο υπολογισμός της ροπής θραύσης M_u έγκειται απλά στον υπολογισμό των επιμέρους ροπών για τις πλαστικοποιημένες περιοχές και για την ελαστική περιοχή της διατομής, $M_{u,v}$ και $M_{u,e}$ αντίστοιχα:

$$M_{u} = M_{u,p} + M_{u,e} \tag{3-5}$$

Η επιμέρους ροπή $M_{u,e}$ της ελαστικής περιοχής προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$M_{u,e} = \frac{b(2t_e)^2}{6} f_y = \frac{b\left(2\frac{t_f}{2}\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u}\right)^2}{6} f_y = \frac{bt_f^2}{6} \left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u}\right)^2 f_y$$
(3-6)

Αντίστοιχα, η επιμέρους ροπή $M_{u,p}$ των πλαστικοποιημένων περιοχών προκύπτει διακρίνοντας την τραπεζοειδή κατανομή των ορθών τάσεων σε άθροισμα μίας ορθογωνικής και μίας τριγωνικής και εφαρμόζοντας τους αντίστοιχους μοχλοβραχίονες:

$$M_{u,p} = 2bt_p f_y \left(\frac{t_p}{2} + t_e\right) + 2\frac{bt_p}{2} (f_u - f_y) \left(\frac{2}{3}t_p + t_e\right)$$
(3-7)

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τα t_p και t_e από τις εξισώσεις 3-3 και 3-4 και εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει:

$$M_{u,p} = \frac{bt_f^2}{12} \left(f_y + 2f_u - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u} (f_u - f_y) - \left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u}\right)^2 (f_u + 2f_y) \right)$$
(3-8)

Τελικά, αθροίζοντας τις σχέσεις 3-6 και 3-8 προκύπτει η ροπή θραύσης M_u όπως δίνεται στην εξίσωση που ακολουθεί:

$$M_{u} = \frac{bt_{f}^{2}}{12} \left(f_{y} + 2f_{u} - \frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}} \left(f_{u} - f_{y} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{y}}{\varepsilon_{u}} \right)^{2} f_{u} \right)$$
(3-9)

Αν υποτεθεί ότι $\varepsilon_u >> \varepsilon_y$, παραδοχή η οποία ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα για τον χάλυβα, η έκφραση για την M_u απλοποιείται ως εξής:

$$M_{u} = \frac{bt_{f}^{2}}{12} \left(f_{y} + 2f_{u} \right)$$
(3-10)

Στην τελευταία σχέση μπορούμε επίσης να οδηγηθούμε αν θεωρήσουμε ότι το μήκος t_e είναι μηδέν και ότι όλη η διατομή βρίσκεται στην πλαστική περιοχή, με την ορθή τάση στην γειτονιά του ουδέτερου άξονα ίση με f_y . Το σφάλμα που υπεισέρχεται στην εκτίμηση της M_u για έναν τυπικό υλικό χάλυβα με $\varepsilon_y = 0.002$ και $\varepsilon_u = 0.2$

είναι της τάξης του 1‰, και εντός των ορίων ακρίβειας που καθορίζουν οι λοιπές παραδοχές.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3-2, η καμπύλη $M - \varepsilon$, για ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα μεγαλύτερη από ε_y , περιγράφεται από μια μη γραμμική σχέση. Η εξίσωση της καμπύλης αυτής μπορεί να εξαχθεί με όμοιο τρόπο όπως και κατά την εκτίμηση της M_u , η οποία παρουσιάστηκε προηγουμένως, θέτοντας:

$$f_u \to \sigma$$
 (3-11)

$$\varepsilon_u \to \varepsilon$$
 (3-12)

$$M_u \to M(\varepsilon) \tag{3-13}$$

Η εξίσωση της καμπύλης έχει τελικά την μορφή της σχέσης 3-9 και δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$M(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{12} \left(E\varepsilon_y + 2\sigma - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon} \left(\sigma - E\varepsilon_y \right) - \left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon} \right)^2 \sigma \right)$$
(3-14)

Για $\varepsilon > \varepsilon_v$ η σχέση $\sigma = f(\varepsilon)$ του υλικού είναι:

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon_y + E_T(\varepsilon - \varepsilon_y) \tag{3-15}$$

Αντικαθιστώντας στην 3-14 την τελευταία σχέση, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση από την οποία έχει απαλειφθεί η μεταβλητή της ορθής τάσης σ:

$$M(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{12} \begin{pmatrix} E\varepsilon_y + 2\left(E\varepsilon_y + E_T\left(\varepsilon - \varepsilon_y\right)\right) - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon}\left(E\varepsilon_y + E_T\left(\varepsilon - \varepsilon_y\right) - E\varepsilon_y\right) - \\ -\left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon}\right)^2 \left(E\varepsilon_y + E_T\left(\varepsilon - \varepsilon_y\right)\right) \end{pmatrix}$$
(3-16)

Εκτελώντας τις πράξεις στην παρένθεση, η τελευταία σχέση καταλήγει τελικά στην ακόλουθη έκφραση για την καμπύλη $M - \varepsilon$:

$$M(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{12} \left(3(E - E_T)\varepsilon_y + 2E_T\varepsilon - \frac{(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon^2} \right)$$
(3-17)

Από την μορφή της εξίσωσης αποδεικνύεται ότι η καμπύλη $M - \varepsilon$ στην πλαστική περιοχή είναι υπερβολή δευτέρου βαθμού. Παρουσιάζονται στην συνέχεια ορισμένες χαρακτηριστικές ιδιότητες αυτής της καμπύλης:

• Πρώτη παράγωγος:

$$\frac{dM(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{bt_f^2}{12} \left(2E_T + \frac{2(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon^3} \right)$$
(3-18)

• Κλίση στο σημείο 1 ($ε = ε_y$):

$$\left. \frac{dM\left(\varepsilon\right)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_{\gamma}} = \frac{bt_{f}^{2}}{6}E$$
(3-19)

• Κλίση στο σημείο 3 ($\varepsilon = \varepsilon_u$):

$$\frac{dM(\varepsilon)}{d\varepsilon}\bigg|_{\varepsilon=\varepsilon_{u}} = \frac{bt_{f}^{2}}{12} \left(2E_{T} + \frac{2(E-E_{T})\varepsilon_{y}^{3}}{\varepsilon_{u}^{3}}\right)$$
(3-20)

• Κλίση ασύμπτωτης ($\varepsilon \rightarrow \infty$):

$$\frac{dM(\varepsilon)}{d\varepsilon}\bigg|_{\varepsilon\to\infty} = \frac{bt_f^2}{6}E_T$$
(3-21)

• Εξίσωση εφαπτομένης στο σημείο 1 ($\varepsilon = \varepsilon_y$):

$$M_{tan,1}(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{6} E\varepsilon$$
(3-22)

• Εξίσωση εφαπτομένης στο σημείο 3 ($\varepsilon = \varepsilon_u$):

$$M_{tan,3}(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{12} \left(3(E - E_T)\varepsilon_y - \frac{3(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon_u^2} + \left(2E_T + \frac{2(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon_u^3} \right) \varepsilon \right) (3-23)$$

• Εξίσωση ασύμπτωτης ($\varepsilon \rightarrow \infty$):

$$M_{tan,\infty}(\varepsilon) = \frac{bt_f^2}{12} \left(3\left(E - E_T\right)\varepsilon_y + 2E_T\varepsilon \right)$$
(3-24)

Προκειμένου να περιοριστεί η πολυπλοκότητα του προβλήματος, κρίνεται σκόπιμη η απλοποίηση του πλαστικού κλάδου της σχέσης $M - \varepsilon$, ο οποίος περιγράφεται από την μη γραμμική σχέση 3-17, με μια διγραμμική προσέγγιση. Ειδικότερα, η καμπύλη γραμμικοποιείται στα σημεία 1 και 3 από τις εφαπτόμενες ευθείες της στα σημεία αυτά. Το σημείο τομής των δύο γραμμικών τμημάτων (σημείο 2 του διαγράμματος) ορίζει την συμβατική διαρροή της διατομής, αποτελώντας το όριο για την μετάβαση

της από την ελαστική στην πλαστική περιοχή. Επιπλέον, όπως φαίνεται και από την σχέση 3-19, η κλίση του πρώτου γραμμικού τμήματος, το οποίο είναι εφαπτόμενο στο σημείο 1 της καμπύλης, ταυτίζεται με την κλίση του ελαστικού κλάδου του διαγράμματος $M - \varepsilon$ ($\varepsilon \le \varepsilon_y$). Συνεπώς, η τελική εξιδανικευμένη καμπύλη $M - \varepsilon$ συντίθεται από δύο μόνο γραμμικά τμήματα: ένα από το 0 ως το σημείο 2 και ένα από το σημείο 2 ως το σημείο 3.

Οι συντεταγμένες του σημείου 2 υπολογίζονται από την τομή των εφαπτομένων ευθειών της υπερβολικής καμπύλης 3-17 στα σημεία 1 και 3. Η ανηγμένη παραμόρφωση ε₂ του σημείου 2 προκύπτει ως εξής:

$$M_{tan,1}(\varepsilon_2) = M_{tan,3}(\varepsilon_2) \Longrightarrow$$
 (3-25)

$$2E\varepsilon_2 = 3(E - E_T)\varepsilon_y - \frac{3(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon_u^2} + \left(2E_T + \frac{2(E - E_T)\varepsilon_y^3}{\varepsilon_u^3}\right)\varepsilon_2 \Longrightarrow \quad (3-26)$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{3(E - E_{T})\varepsilon_{y}\varepsilon_{u}^{2} - 3(E - E_{T})\varepsilon_{y}^{3}}{2(E - E_{T})\varepsilon_{u}^{3} - 2(E - E_{T})\varepsilon_{y}^{3}}\frac{\varepsilon_{u}^{3}}{\varepsilon_{u}^{2}} \Longrightarrow$$
(3-27)

$$\varepsilon_2 = \frac{3}{2} \varepsilon_y \varepsilon_u \frac{\varepsilon_u^2 - \varepsilon_y^2}{\varepsilon_u^3 - \varepsilon_y^3}$$
(3-28)

Αν χρησιμοποιηθεί η δόκιμη για τον χάλυβα υπόθεση $\varepsilon_u >> \varepsilon_y$, η τελευταία έκφραση μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

$$\varepsilon_2 = \frac{3}{2}\varepsilon_y \tag{3-29}$$

Για έναν τυπικό υλικό χάλυβα με $\varepsilon_y = 0.002$ και $\varepsilon_u = 0.2$, το σχετικό σφάλμα της σχέσης 3-29 είναι μικρότερο από 0.1‰. Συνεπώς, στην συνέχεια, θα χρησιμοποιείται αποκλειστικά η σχέση 3-29 για τον υπολογισμό της ε_2 . Στην ίδια απλοποιημένη σχέση θα μπορούσαμε να καταλήξουμε άμεσα αν αντί της εξίσωσης της εφαπτομένης στο σημείο 3, χρησιμοποιούσαμε την εξίσωση της ασύμπτωτης στην καμπύλη από την σχέση 3-24.

Η ροπή του σημείου 2, η οποία αποτελεί και την συμβατική ροπή πλαστικοποίησης της διατομής, προκύπτει από την εξίσωση 3-22 της εφαπτομένης ευθείας στο σημείο 1 θέτοντας $\varepsilon = \varepsilon_2$:

$$M_2 = M_{tan,1}(\varepsilon_2) = \frac{bt_f^2}{6} E\varepsilon_2 = \frac{bt_f^2}{4} E\varepsilon_y = \frac{bt_f^2}{4} f_y$$
(3-30)

Τελικά, η επιλεγείσα εξιδανικευμένη διγραμμική σχέση $M - \varepsilon$, η οποία θα εφαρμοστεί στην συνέχεια ως χαρακτηριστική της διατομής του πέλματος του βραχέος ταυ, ορίζεται από τα ακόλουθα δύο χαρακτηριστικά σημεία:

• Διαρροή:

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{3}{2}\varepsilon_y \\ M = \frac{bt^2}{4}f_y \end{cases}$$
(3-31)

Θραύση:

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_u \\ M = \frac{bt^2}{12} \left(f_y + 2f_u \right) \end{cases}$$
(3-32)

3.2.2 Κοχλίας

Για την αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας υλικού στον κοχλία υιοθετείται διγραμμικός νόμος υλικού όμοιος με αυτόν του πέλματος (σχήμα 3-4α):

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E_b \varepsilon & , \varepsilon \le \varepsilon_{y,b} \\ E_b \varepsilon_{y,b} + E_{T,b} \left(\varepsilon - \varepsilon_{y,b} \right) & , \varepsilon_{y,b} < \varepsilon \le \varepsilon_{u,b} \end{cases}$$
(3-33)

όπου E_b και $E_{T,b}$ είναι τα μέτρα ελαστικότητας και κράτυνσης του κορμού του κοχλία και $\varepsilon_{y,b}$, $\varepsilon_{u,b}$ οι ανηγμένες παραμορφώσεις αυτού, κατά την διαρροή και θραύση αντίστοιχα. Επίσης, τα όρια διαρροής και θραύσης του κοχλία θα αναφέρονται ως $f_{y,b}$ και $f_{u,b}$ αντίστοιχα. Ο κοχλίας στο προσομοίωμα υπόκειται σε απλό εφελκυσμό. Η συνακόλουθη διγραμμική σχέση δύναμης F_b – μετατόπισης δ_b ορίζεται άμεσα μέσω των ακόλουθων δύο σημείων (σχήμα 3-4β):

• Διαρροή:

$$\begin{cases} \delta_{b,y} = \varepsilon_{y,b} L_b \\ F_{b,y} = f_{y,b} A_b \end{cases}$$
(3-34)

• Θραύση:

$$\begin{cases} \delta_{b,u} = \varepsilon_{u,b} L_b \\ F_{b,u} = f_{u,b} A_b \end{cases}$$
(3-35)

Τα μεγέθη $\delta_{b,y}$, $\delta_{b,u}$, $F_{b,y}$ και $F_{b,u}$ απεικονίζονται στο σχήμα 3-4β. Ως μήκος κοχλία L_b στις τελευταίες σχέσεις χρησιμοποιείται το καθαρό εφελκυόμενο μήκος το οποίο ταυτίζεται με το πάχος του πέλματος και το πάχος του δακτυλίου. Για πρακτικές εφαρμογές, στις οποίες οι κοχλίες δεν πακτώνονται στο σταθερό υπόβαθρο όπως φαίνεται στο σχήμα 3-1 αλλά συνδέουν τα πέλματα δύο βραχέων ταυ, ως μήκος L_b του καθενός από αυτά θεωρείται το μισό του πάχους των συνδεόμενων πελμάτων και του πάχους των χρησιμοποιούμενων δακτυλίων.



Σχήμα 3-4. Ο νόμος υλικού για τον κοχλία (α) και το συναγόμενο διάγραμμα δύναμης-μετακίνησης (β)

3.2.3 Εφαρμογή της μη γραμμικότητας υλικού

Προκειμένου να περιοριστεί η πολυπλοκότητα της μεθόδου και παράλληλα να καταστεί απλούστερη η αξιολόγηση των πολλαπλών παραδοχών που υπεισέρχονται στο προσομοίωμα, επιλέχθηκε καταρχήν να αγνοηθεί η αλληλεπίδραση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης στο πέλμα. Με αυτήν την απλοποίηση, η μη γραμμικότητα υλικού στο πέλμα προέρχεται αποκλειστικά από την δράση της καμπτικής ροπής. Η επιλεγείσα σχέση $M - \varepsilon$, λόγω της διγραμμικότητας και της σημειακής διαρροής, επιτρέπει τον σαφή διαχωρισμό του πέλματος σε ελαστικά τμήματα, στα οποία η ροπή κάμψης δεν έχει υπερβεί την ροπή διαρροής και συνεπώς αποκρίνονται σύμφωνα με τον πρώτο κλάδο του διαγράμματος $M - \varepsilon$, και σε

πλαστικοποιημένα τμήματα, στα οποία η ροπή κάμψης έχει υπερβεί την ροπή διαρροής και συνεπώς αποκρίνονται σύμφωνα με τον δεύτερο κλάδο του διαγράμματος $M - \varepsilon$.

Στο σχήμα 3-5 φαίνεται η μορφή που έχει το διάγραμμα ροπών κάμψης στο προσομοίωμα. Διακρίνονται δύο θέσεις από τις οποίες θα μπορούσε να εκκινήσει η διαδικασία πλαστικοποίησης τμημάτων του πέλματος. Η μία θέση βρίσκεται στο σημείο A, το οποίο αντιστοιχεί στην συναρμογή του πέλματος με τον κορμό και η άλλη στο σημείο B το οποίο αντιστοιχεί στην θέση του κοχλία. Αν υποτεθεί ότι η ροπή κάμψης στα σημεία αυτά έχει υπερβεί την ροπή M_2 , τότε άμεσα διακρίνονται τα πλαστικοποιημένα τμήματα του πέλματος σε ένα μήκος L_{pA} στο άκρο A και σε δύο μήκη L_{pB1} και L_{pB2} στην θέση B. Αυτά τα πλαστικοποιημένα μήκη του πέλματος μεταβάλλονται με την σταδιακή επιβολή της φόρτισης, και συνεπώς είναι απαραίτητη μια επαναληπτική επαυξητική διαδικασία, όπου σε κάθε επαυξητικό βήμα επανυπολογίζονται οι πλαστικοποιημένες περιοχές.



Σχήμα 3-5. Διάγραμμα ροπών κάμψης στο πέλμα με εμφάνιση πλαστικοποιημένων τμημάτων

Η μη γραμμικότητα υλικού του κοχλία αντιμετωπίζεται επίσης επαυξητικά. Στα αρχικά στάδια της φόρτισης, όπου δεν πραγματοποιείται υπέρβαση του φορτίου διαρροής του κοχλία, όπως αυτό δίνεται στην σχέση 3-34, το ελατήριο του κοχλία στο προσομοίωμα έχει σταθερά ίση με:

$$c_b = \frac{A_b E_b}{L_b} \tag{3-36}$$

Όταν η εφελκυστική τάση στον κοχλία υπερβεί το όριο διαρροής του υλικού, και για κάθε επόμενο βήμα φόρτισης, η απόκριση του προσομοιώματος υπολογίζεται επαυξητικά με σταθερά ελατηρίου κοχλία ίση με:

$$c_b = \frac{A_b E_{T,b}}{L_b} \tag{3-37}$$

Η αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας του πέλματος και του κοχλία γίνεται από κοινού στα πλαίσια της ίδιας επαναληπτικής διαδικασίας, όπως θα περιγραφεί αναλυτικότερα στην συνέχεια του κεφαλαίου. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται το λογικό διάγραμμα της διαδικασίας αυτής.



Σχήμα 3-6. Λογικό διάγραμμα επαυξητικής αντιμετώπισης της μη γραμμικότητας υλικού

3.3 Φαινόμενα επαφής

3.3.1 Γενικά

Ένα από τα πλέον δυσχερή χαρακτηριστικά της σύνδεσης βραχέος ταυ αποτελούν τα φαινόμενα επαφής, τα οποία είναι δυνατό να εμφανιστούν στο τμήμα του πέλματος

που εκτείνεται μεταξύ του κοχλία και του ελεύθερου άκρου. Αν υποθετικά, αγνοούνταν η πιθανότητα επαφής στο τμήμα αυτό του πέλματος, ο φορέας του προσομοιώματος θα μπορούσε να εμφανίσει μία μορφή παραμόρφωσης σαν και αυτήν του σχήματος 3-7β. Η ύπαρξη όμως της βάσης κάτω από το πέλμα, η οποία μπορεί να αντιστοιχεί σε σταθερό υπόβαθρο ή σε συμμετρικό βραχύ ταυ, και η οποία αποτρέπει την ελαστική γραμμή να κατέλθει της αρχικής θέσης της, οδηγεί στην εμφάνιση των φαινομένων επαφής, μεταβάλλοντας ταυτόχρονα την απόκριση και τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη.

Στο προσομοίωμα, η περιοχή μεταξύ του σημείου B, που αντιστοιχεί στην θέση του κοχλία, και του ελεύθερου άκρου θεωρείται εν δυνάμει περιοχή επαφής, όπου είναι δυνατό να συμβεί μερική αποκόλληση του πέλματος. Δεχόμαστε ότι στην περίπτωση αυτήν εμφανίζεται μοναδικό σημείο αποκόλλησης, όπως παρουσιάζεται και στο σχήμα 3-7α, πέραν του οποίου το πέλμα παραμένει σε πλήρη επαφή με την βάση του. Συνεπώς, αυτό το μη αποκολλημένο τμήμα του πέλματος παραμένει ευθύ, με μηδενική στροφή και καμπυλότητα και ως εκ τούτου μηδενική ροπή κάμψης. Όμως, για λόγους συνέχειας, η ροπή κάμψης καθώς και η στροφή θα πρέπει να είναι μηδενικές και στο σημείο αποκόλλησης την γειτονιά του παραμορφωμένου τμήματος του πέλματος. Διαφορετικά, θα έπρεπε να υφίσταται στο σημείο αυτό ένας μηχανισμός εισαγωγής ροπής, κάτι όμως που δεν είναι δυνατό λόγω, της μονόπλευρης δυνατότητας στήριξης που παρέχει η βάση.



Σχήμα 3-7. Παραμορφωμένη γεωμετρία του προσομοιώματος λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα επαφής (α) ή όχι (β)

3.3.2 Μήκος αποκόλλησης

Οι συνθήκες μηδενικής ροπής και στροφής αποτελούν χαρακτηριστικά του σημείου αποκόλλησης, τα οποία μπορούν να διαμορφώσουν το κριτήριο προσδιορισμού της

θέσης του. Στην συνέχεια της παραγράφου θα αναπτυχθεί η σχετική μεθοδολογία για την περίπτωση γραμμικά ελαστικού υλικού στο πέλμα και τον κογλία, ενώ σε επόμενη παράγραφο θα γίνει η παρουσίαση και για την περίπτωση μη γραμμικού υλικού. Στο σχήμα 3-8 φαίνεται ένας τροποποιημένος φορέας του προσομοιώματος, όπου η μόνες διαφορές με τον αρχικό του σχήματος 3-1 είναι η απομάκρυνση της βάσης κάτω από το πέλμα, η οποία εν δυνάμει θα μπορούσε να οδηγήσει σε φαινόμενα επαφής, και η επιβολή στην θέση της, συνθηκών πλήρους πάκτωσης στο σημείο Γ. Το μήκος *n* του αρχικού προσομοιώματος, το οποίο αντιστοιχεί στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του βραχέος ταυ, έχει αντικατασταθεί με ένα άγνωστο μήκος L2, το οποίο αντιστοιχεί στο αποκολλημένο τμήμα του πέλματος. Έτσι, το πακτωμένο άκρο Γ του τροποποιημένου φορέα ταυτίζεται με το σημείο αποκόλλησης του αρχικού προσομοιώματος, πέραν του οποίου το πέλμα παραμένει σε πλήρη επαφή, χωρίς καμία ένταση και συνεπώς μπορεί να αγνοηθεί για την απόκριση του υπόλοιπου φορέα. Η πάκτωση τοποθετείται προκειμένου να εξασφαλίζεται ότι η στροφή στο σημείο Γ παραμένει μηδενική, όπως συμβαίνει και με το σημείο αποκόλλησης. Μοναδικό άγνωστο μέγεθος στο τροποποιημένο προσομοίωμα αποτελεί το μήκος L2. Αυτό μπορεί να προσδιοριστεί επιβάλλοντας τον περιορισμό για μηδενική ροπή κάμψης στο πακτωμένο άκρο Γ. Από όλα τα πιθανά μήκη $L_{\rm 2}$ εκείνο που ικανοποιεί ταυτόχρονα την απαίτηση για μηδενική στροφή και ροπή κάμψης είναι το ζητούμενο μήκος αποκόλλησης.



Σχήμα 3-8. Τροποποιημένος φορέας του προσομοιώματος για την αντιμετώπιση των φαινομένων μερικής επαφής στο πέλμα

Αναλυτικός υπολογισμός μήκους αποκόλλησης

Απουσία πιθανών επιφανειών επαφής, ο τροποποιημένος φορέας του προσομοιώματος μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά με μία από τις κλασικές μεθόδους στατικής ανάλυσης ραβδωτών φορέων, όπως η μέθοδος των δυνάμεων. Αγνοώντας τις αξονικές δυνάμεις, οι οποίες με θεώρηση μικρών μετακινήσεων είναι μηδενικές, ο φορέας είναι δύο φορές υπερστατικός. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3-9, επιλέγεται ως υπερστατικό μέγεθος X_1 η αντίδραση R και ως X_2 η ροπή κάμψης M_{Γ} στο άκρο Γ. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η επαλληλία της εξωτερικής και των υπερστατικών φορτίσεων 1 και 2 στον θεμελιώδη ισοστατικό φορέα καθώς και τα προκύπτοντα διαγράμματα ροπών κάμψης.



Σχήμα 3-9. Επίλυση του τροποποιημένου φορέα με την μέθοδο των δυνάμεων Οι εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων γράφονται ως εξής:

$$\begin{cases} \Delta_{1}^{s} = 0 \Longrightarrow F_{10} + F_{11}X_{1} + F_{12}X_{2} = 0 \\ \\ \Delta_{2}^{s} = 0 \Longrightarrow F_{20} + F_{21}X_{1} + F_{22}X_{2} = 0 \end{cases}$$
(3-38)

Οι συντελεστές F_{ij} υπολογίζονται με βάση την αρχή των δυνατών έργων ως εξής:

$$F_{10} = \int_{0}^{L_{1}+L_{2}} \frac{M_{0}M_{1}}{EI} dx + \frac{F}{2c_{b}} = -\frac{FL_{1}^{2}L_{2}}{2EI} + \frac{F}{2c_{b}}$$
(3-39)

$$F_{20} = \int_{0}^{L_{1}+L_{2}} \frac{M_{0}M_{2}}{EI} dx = -\frac{FL_{1}^{2}}{4EI}$$
(3-40)

$$F_{11} = \int_{0}^{L_{1}+L_{2}} \frac{M_{1}M_{1}}{EI} dx + \frac{1}{c_{b}} = \frac{1}{EI} L_{2}^{2} \left(L_{1} + \frac{1}{3} L_{2} \right) + \frac{1}{c_{b}}$$
(3-41)

$$F_{22} = \int_{0}^{L_{1}+L_{2}} \frac{M_{2}M_{2}}{EI} dx = \frac{1}{EI} (L_{1}+L_{2})$$
(3-42)

$$F_{12} = F_{21} = \int_{0}^{L_1 + L_2} \frac{M_1 M_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} L_2 \left(L_1 + \frac{1}{2} L_2 \right)$$
(3-43)

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των F_{ij} από τις τελευταίες σχέσεις στις εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων (σχέσεις 3-38) και επιλύοντας το γραμμικό σύστημα εξισώσεων ως προς X_1 και X_2 που προκύπτει, έχουμε τελικά:

$$X_{1} = R = \frac{3F}{2} \frac{L_{1}^{2}L_{2}^{2}c_{b} - 4L_{2}EI - 4L_{1}EI}{L_{2}^{4}c_{b} + 4L_{1}L_{2}^{3}c_{b} + 12L_{1}EI + 12L_{2}EI}$$
(3-44)

$$X_{2} = M_{\Gamma} = -\frac{F}{2} \frac{L_{1}^{2} L_{2}^{3} c_{b} - 6EI \left(L_{1} + L_{2}\right)^{2}}{L_{2}^{4} c_{b} + 4L_{1} L_{2}^{3} c_{b} + 12L_{1} EI + 12L_{2} EI}$$
(3-45)

Επιβάλλουμε στην συνέχεια τον περιορισμό η ροπή κάμψης M_{Γ} στο άκρο Γ να είναι μηδέν, οπότε από την σχέση 3-45 έχουμε:

ή

$$-\frac{F}{2}\frac{L_{1}^{2}L_{2}^{3}c_{b}-6EI(L_{1}+L_{2})^{2}}{L_{2}^{4}c_{b}+4L_{1}L_{2}^{3}c_{b}+12L_{1}EI+12L_{2}EI}=0 \Longrightarrow$$
(3-46)

$$L_1^2 c_b L_2^3 - 6EIL_2^2 - 12EIL_1 L_2 - 6EIL_1^2 = 0$$
(3-47)

$$p_3 L_2^3 + p_2 L_2^2 + p_1 L_2 + p_0 = 0 aga{3-48}$$

όπου

$$\begin{cases}
p_3 = L_1^2 c_b \\
p_2 = -6EI \\
p_1 = -12EIL_1 \\
p_0 = -6EIL_1^2
\end{cases}$$
(3-49)

Επομένως, ο προσδιορισμός του μήκους αποκόλλησης ανάγεται τελικά στην επίλυση της πολυωνυμικής εξίσωσης 3-48, 3^{ου} βαθμού ως προς L_2 . Για να εξετάσουμε τον αριθμό και το είδος των ριζών που μπορεί να δώσει η 3-48, θα υπολογίσουμε την διακρίνουσα της Δ, η οποία δίνεται από την σχέση:

$$\Delta = Q^3 + R^2 \tag{3-50}$$

όπου:

$$Q = \frac{1}{9} \left(3\frac{p_1}{p_3} - \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^2 \right) = -4EI \frac{L_1^3 c_b + EI}{L_1^4 c_b^2}$$
(3-51)

και

$$R = \frac{1}{54} \left(9 \frac{p_2}{p_3} \frac{p_1}{p_3} - 27 \frac{p_0}{p_3} - 2 \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^3 \right) = EI \frac{12L_1^3 c_b EI + 3L_1^6 c_b^2 + 8 \left(EI \right)^2}{L_1^6 c_b^3}$$
(3-52)

Αντικαθιστώντας και εκτελώντας τις πράξεις έχουμε:

$$\Delta = (EI)^2 \frac{8EI + 9L_1^3 c_b}{L_1^3 c_b^3}$$
(3-53)

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η διακρίνουσα Δ είναι πάντα θετική και επομένως η εξίσωση 3-48 δίνει μία μόνο πραγματική ρίζα και δύο μιγαδικές. Επιπλέον, μπορεί να αποδειχθεί ότι η μοναδική πραγματική ρίζα είναι οπωσδήποτε θετική, καθώς αν θεωρήσουμε την συνάρτηση:

$$h(L_2) = p_3 L_2^3 + p_2 L_2^2 + p_1 L_2 + p_0$$
(3-54)

προκύπτει:

$$h(0) = p_0 < 0 \tag{3-55}$$

$$\lim_{L_2 \to +\infty} h(L_2) = +\infty$$
(3-56)

Επομένως, η συνεχής συνάρτηση $h(L_2)$ για κάποια τιμή του L_2 στο διάστημα $(0, +\infty)$ παίρνει μηδενική τιμή. Η τιμή αυτή, η οποία αποτελεί και το ζητούμενο μέγεθος για το μήκος αποκόλλησης, δίνεται τελικά από την σχέση:

$$L_{2} = \sqrt[3]{R + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{R - \sqrt{\Delta}} - \frac{1}{3} \frac{p_{2}}{p_{3}}$$
(3-57)

Ειδικές περιπτώσεις

Στην ανάλυση για το μήκος αποκόλλησης έγινε η παραδοχή ότι στην περιοχή του πέλματος μεταξύ της θέσης του κοχλία και του ελεύθερου άκρου εμφανίζεται μοναδικό σημείο αποκόλλησης, πέραν του οποίου το πέλμα παραμένει σε πλήρη επαφή με την βάση του, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3-7α. Ωστόσο, αυτή η εικόνα παραμόρφωσης δεν είναι η μοναδική που μπορεί να εμφανιστεί σε ένα βραχύ ταυ. Στο σχήμα 3-10 φαίνεται η περίπτωση όπου η βάση κάτω από το πέλμα λειτουργεί ως απλή σημειακή στήριξη στο ελεύθερο άκρο αυτού, χωρίς την ύπαρξη άλλης



επαφής, καθώς και η περίπτωση όπου το πέλμα έχει αποκολληθεί πλήρως από την βάση του.

Σχήμα 3-10. Η περίπτωση σημειακής απλής στήριξης του πέλματος (α) και πλήρους αποκόλλησης (β)

Η πρώτη περίπτωση, η οποία είναι πιθανό να συμβεί σε βραχέα ταυ με ασθενείς κοχλίες σε σχέση με το πέλμα που συνδέουν, προκύπτει όταν η λύση για το μήκος αποκόλλησης L_2 , σύμφωνα με την σχέση 3-48 της προηγούμενης παραγράφου, είναι μεγαλύτερη από το φυσικό μήκος n του πέλματος:

$$L_2 > n \tag{3-58}$$

Στην περίπτωση αυτήν, το φυσικό μήκος *n* δεν επαρκεί προκειμένου να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις για μηδενική ροπή κάμψης και μηδενική στροφή σε κάποιο σημείο εντός αυτού. Επομένως, η ανισότητα 3-58 εξασφαλίζει ότι εφόσον δεν είναι δυνατόν να υλοποιηθεί το σημείο αποκόλλησης δεν είναι δυνατόν να αναπτυχθούν φαινόμενα μερικής επαφής στο βραχύ ταυ.

Το προσομοίωμα στην περίπτωση αυτήν, μπορεί να απλουστευθεί στον φορέα του σχήματος 3-10α. Οι διαφορές του σε σχέση με τον αρχικό φορέα συνίστανται στην απομάκρυνση της βάσης κάτω από το πέλμα, η οποία εν δυνάμει θα μπορούσε να οδηγήσει σε φαινόμενα επαφής και στην τοποθέτηση έναντι αυτής, απλής στήριξης στο άκρο Γ, ώστε να προσομοιωθεί η δυνατότητα σημειακής, απλής στήριξης που μπορεί να παρέχει η βάση.

Η περίπτωση πλήρους αποκόλλησης του πέλματος αποτελεί συνέχεια της περίπτωσης απλής σημειακής στήριξης για ακόμα πιο ασθενείς κοχλίες. Η εμφάνιση

της μπορεί να εξακριβωθεί εκκινώντας από τον φορέα της απλής σημειακής στήριξης (σχήμα 3-10α) και ελέγχοντας την φορά της αντίδρασης R στην σημειακή στήριξη, στο σημείο Γ. Όπως αποδεικνύεται στην συνέχεια (παράγραφος 3.4.2), η αντίδραση στο σημείο Γ δίνεται από την σχέση:

$$R = \frac{3F}{4} \frac{L_1^2 n c_b - 2EI}{3L_1 n^2 c_b + n^3 c_b + 3EI}$$
(3-59)

Για R > 0 η φορά της αντίδρασης οδηγεί σε σύνθλιψη μεταξύ πέλματος και βάσης και επομένως δεν αντιστοιχεί σε πλήρη αποκόλληση. Για R < 0 η αντίδραση αντιστοιχεί σε εφελκυσμό μεταξύ πέλματος και βάσης, ο οποίος όμως δεν είναι δυνατόν να υπάρξει μεταξύ δύο διακριτών σωμάτων, όπως η βάση και το πέλμα, και συνεπώς προκαλείται αποκόλληση τους. Επειδή ο παρονομαστής στην σχέση 3-59 είναι πάντα θετικός, η συνθήκη R < 0 καταλήγει ως εξής:

$$L_1^2 n c_b - 2EI < 0 \Longrightarrow \tag{3-60}$$

$$c_b < \frac{2EI}{L_1^2 n} \tag{3-61}$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί το κριτήριο, το οποίο αν ικανοποιείται, οδηγεί σε πλήρη αποκόλληση του πέλματος. Στην περίπτωση αυτήν, το προσομοίωμα απλοποιείται ακόμα περισσότερο στον φορέα του σχήματος 3-10β, όπου η μοναδική διαφορά σε σχέση με εκείνον της σημειακής στήριξης συνίσταται στην απουσία της απλής στήριξης στο άκρο Γ.

3.3.3 Φαινόμενα επαφής και μη γραμμικότητα υλικού

Στην μέχρι τώρα διερεύνηση του προβλήματος, κατά την εξέταση των φαινομένων επαφής θεωρήθηκε ότι το πέλμα και ο κοχλίας συμπεριφέρονται γραμμικά ελαστικά. Κατά συνέπεια, οι εκφράσεις που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.3.2 για το μήκος αποκόλλησης αντιπροσωπεύουν την συμπεριφορά του βραχέος ταυ στα αρχικά στάδια της φόρτισης, όπου το πέλμα παραμένει στην ελαστική περιοχή. Καθώς αυξάνει η εξωτερική φόρτιση και η πλαστικοποίηση αρχίζει να εμφανίζεται σε τμήματα του πέλματος ή στον κοχλία, μεταβάλλεται προοδευτικά η απόκριση του βραχέος ταυ και συνακόλουθα το μήκος αποκόλλησης.

Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 3.2.3, η μη γραμμικότητα υλικού αντιμετωπίζεται επαυξητικά μέσω μιας απλής επαναληπτικής διαδικασίας. Στην ίδια επαναληπτική διαδικασία μπορεί να ενταχθεί και η σταδιακή μεταβολή του μήκους αποκόλλησης. Στο σχήμα 3-11 φαίνεται το λογικό διάγραμμα της επαναληπτικής διαδικασίας. Σε κάθε επαυξητικό βήμα υπολογίζονται τα επαυξητικά μεγέθη με βάση τις πλαστικοποιημένες περιοχές του πέλματος και το μήκος αποκόλλησης, όπως έχουν διαμορφωθεί στο αμέσως προηγούμενο βήμα. Εφόσον δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό αν εμφανίζεται περίπτωση μερικής επαφής ή σημειακής στήριξης ή πλήρους αποκόλλησης, υπολογίζεται η επαυξητική απόκριση για κάθε περίπτωση. Αφού υπολογιστεί το νέο μήκος αποκόλλησης για την περίπτωση μερικής επαφής, επιλέγεται η σωστή περίπτωση επαφής για το τρέχον βήμα και υπολογίζονται τα ολικά μεγέθη της απόκρισης. Τα κριτήρια επιλογής της ενδεδειγμένης περίπτωσης επαφής, παρουσία μη γραμμικότητας υλικού, δεν είναι γνωστά ακόμα και θα παρουσιαστούν στις επόμενες παραγράφους. Στην συνέχεια, με βάση τα νέα ολικά εντατικά μεγέθη, προσδιορίζονται οι νέες πλαστικοποιημένες περιοχές και η νέα δυσκαμψία του κοχλία, και εφόσον δεν εμφανίζεται υπέρβαση αντοχής θραύσης σε κάποια θέση, ο κύκλος επαναλαμβάνεται.



Σχήμα 3-11. Λογικό διάγραμμα επαυξητικής αντιμετώπισης των φαινομένων επαφής με ταυτόχρονη μη γραμμικότητα υλικού

Η εκτέλεση της επαναληπτικής διαδικασίας προϋποθέτει την δυνατότητα εκτίμησης του μήκους αποκόλλησης με ταυτόχρονη ύπαρξη πλαστικοποιημένων τμημάτων στο πέλμα. Οι απαιτήσεις για μηδενική στροφή και ροπή στο σημείο αποκόλλησης εξακολουθούν να ισχύουν, και επιβάλλονται επί της ολικής απόκρισης του φορέα. Στο σχήμα 3-12, φαίνεται ο τροποποιημένος φορέας στο βήμα *i* της φόρτισης, ενός

βραχέος ταυ με πλαστικοποιημένα τμήματα του πέλματος στην θέση Α, μήκους L_{pA}^{i} και στην θέση Β, μήκους $L_{pB1}^{i} + L_{pB2}^{i}$, καθώς και οι συνολικές ροπές κάμψης μέχρι το βήμα αυτό. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ για το τρέχον βήμα, με το μήκος L_{2}^{i+1} να αποτελεί το ζητούμενο νέο μήκος αποκόλλησης στο τέλος του βήματος φόρτισης. Στα πλαστικοποιημένα τμήματα του πέλματος, η διατομή θεωρείται ότι χαρακτηρίζεται από το εφαπτομενικό μέτρο E_{T} του πλαστικού κλάδου του νόμου υλικού, και συνεπώς η επαυξητική καμπτική συμπεριφορά της διατομής παραμένει σταθερή σε κάθε νέο βήμα, και περιγράφεται από τον δεύτερο κλάδο του διαγράμματος $M - \varepsilon$, η κλίση του οποίου όπως αποδεικνύεται στην παράγραφο 3.2.1 είναι ίση με $bt_{f}^{2}E_{T}$ / 6.



Σχήμα 3-12. Η συνολική απόκριση του τροποποιημένου φορέα (α) και η επαυξητική απόκριση του στο επόμενο βήμα φόρτισης (β)

Στο σχήμα 3-12 φαίνεται επίσης, ότι ένα τμήμα του πέλματος μήκους L_0^i , πλησίον της κυλιόμενης πάκτωσης στο σημείο Α παραμένει ελαστικό. Αυτή η παραδοχή

υιοθετείται, διότι στην περιοχή κοντά στον κορμό η διατομή του πέλματος είναι αυξημένη λόγω της κυκλικής συναρμογής, και συνεπώς αυξημένη είναι και η καμπτική αντοχή του. Ο τρόπος υπολογισμού του μήκους L_0^i αναπτύσσεται στην παράγραφο 3.5 ενώ προς το παρόν, χάριν της γενικότητας της λύσης, αρκεί να ληφθεί ως δεδομένη η ύπαρξη του ελαστικού μήκους L_0^i στην θέση Α. Το επαυξητικό προσομοίωμα υποβάλλεται σε εξωτερικό φορτίο ίσο με dF/2, το οποίο δεν είναι απαραίτητο να παραμένει σταθερό κατά την διαδικασία της επίλυσης, αλλά μπορεί και να μεταβάλλεται (πχ. μεγάλο στην ελαστική περιοχή, μικρό στα τελευταία στάδια της έντονης μη γραμμικότητας). Στα πλαίσια της διατριβής πάντως το βήμα φόρτισης διατηρείται σταθερό σε κάθε επίλυση. Αφετηρία μέτρησης μηκών του άξονα x στο σχήμα 3-12 θεωρείται το σημείο Α.

Η απαίτηση για μηδενική ροπή κάμψης στο νέο σημείο αποκόλλησης Γ^{i+1} γράφεται ως εξής:

$$M_{r^{i+1}} = 0 \Longrightarrow \tag{3-62}$$

$$M^{i}(x = L_{1} + L_{2}^{i+1}) + dM_{\Gamma^{i+1}} = 0 \Longrightarrow$$
 (3-63)

$$M_{B}^{i} \frac{L_{2}^{i} - L_{2}^{i+1}}{L_{2}^{i}} + dM_{\Gamma^{i+1}} = 0 \Longrightarrow$$
(3-64)

$$M_{B}^{i}L_{2}^{i} - M_{B}^{i}L_{2}^{i+1} + dM_{\Gamma^{i+1}}L_{2}^{i} = 0$$
(3-65)

Η ολική ροπή M_B^i είναι γνωστή στο τρέχον βήμα *i*, δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και με την επαυξητική ροπή $dM_{\Gamma^{i+1}}$, η οποία είναι συνάρτηση του νέου μήκους αποκόλλησης L_2^{i+1} . Επομένως, η επίλυση της εξίσωσης 3-65 προϋποθέτει την επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος, η οποία παρουσιάζεται στην παράγραφο 3.4.1 που ακολουθεί.

3.4 Απόκριση του προσομοιώματος

3.4.1 Μερική επαφή

Η επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος, ο οποίος για την περίπτωση μερικής επαφής του πέλματος φαίνεται στο σχήμα 3-12 κατά το βήμα *i* της φόρτισης, πραγματοποιείται με την μέθοδο των δυνάμεων. Ο φορέας είναι δύο φορές υπερστατικός και όπως στην περίπτωση ελαστικού πέλματος που προηγήθηκε στην παράγραφο 3.3.2, επιλέγουμε ως υπερστατικά μεγέθη την αντίδραση *dR* και

την ροπή κάμψης $dM_{\Gamma^{i+1}}$ στο άκρο Γ^{i+1} . Στο σχήμα 3-13 φαίνεται η επαλληλία της εξωτερικής και των υπερστατικών φορτίσεων στον θεμελιώδη ισοστατικό φορέα, καθώς και τα προκύπτοντα διαγράμματα ροπών κάμψης. Οι εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων γράφονται ως εξής:

$$\begin{cases} \Delta_{1}^{s} = 0 \Longrightarrow F_{10} + F_{11}X_{1} + F_{12}X_{2} = 0 \\ \\ \Delta_{2}^{s} = 0 \Longrightarrow F_{20} + F_{21}X_{1} + F_{22}X_{2} = 0 \end{cases}$$
(3-66)





Σχήμα 3-13. Επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος με την μέθοδο των δυνάμεων για την περίπτωση μερικής επαφής

Οι συντελεστές F_{ij} υπολογίζονται με βάση την αρχή των δυνατών έργων ως εξής:

$$F_{10} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \frac{dF}{2c_{b}^{i}}$$
(3-67)

$$F_{20} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{1}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{2}}{EI} dx$$
(3-68)

$$F_{11} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \frac{1}{c_{b}^{i}}$$
(3-69)

$$F_{22} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{2}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{1}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{2}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{2}dM_{2}}{EI} dx$$
(3-70)

$$F_{12} = F_{21} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{2}}{EI} dx + \int_{L_{1}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{2}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pA}^{i+1}} \frac{dM_{1}dM_{2}}{EI} dx$$
(3-71)

Οι εξισώσεις των διαγραμμάτων ροπής κάμψης στο πέλμα συναρτήσει του x, που υπεισέρχονται στον υπολογισμό των συντελεστών F_{ij} , απεικονίζονται στο σχήμα 3-13 και αναλυτικά δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$dM_{0} = \begin{cases} -0.5dF(L_{1} - x) , x < L_{1} \\ 0 , x \ge L_{1} \end{cases}$$
(3-72)

$$dM_{1} = \begin{cases} L_{2}^{i+1} , x < L_{1} \\ L_{2}^{i+1} + L_{1} - x , x \ge L_{1} \end{cases}$$
(3-73)

$$dM_2 = 1$$
 (3-74)

Η εκτέλεση των πράξεων πραγματοποιείται με την βοήθεια προγράμματος συμβολικού προγραμματισμού (Maple), το οποίο παρατίθεται στο παράρτημα Β. Τα αποτελέσματα ωστόσο, έχουν υποστεί περαιτέρω επεξεργασία, προκειμένου να μειωθεί η έκταση τους και να καταστούν περισσότερο ευανάγνωστα. Έτσι τελικά η επίλυση του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων συμβιβαστού των μετακινήσεων (σχέσεις 3-66) καταλήγει στην ακόλουθη λύση για τα άγνωστα X_1 και X_2 :

$$X_{1} = dR = \frac{3dF}{2} \frac{s_{2} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{2} + s_{1}L_{2}^{i+1} + s_{0}}{q_{4} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{4} + q_{3} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{3} + q_{2} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{2} + q_{1}L_{2}^{i+1} + q_{0}}$$
(3-75)

$$X_{2} = dM_{\Gamma^{i+1}} = -\frac{dF}{2} \frac{p_{3} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{3} + p_{2} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{2} + p_{1} L_{2}^{i+1} + p_{0}}{q_{4} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{4} + q_{3} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{3} + q_{2} \left(L_{2}^{i+1}\right)^{2} + q_{1} L_{2}^{i+1} + q_{0}}$$
(3-76)

όπου:

$$\begin{cases} s_{2} = c_{b}^{i} \left(L_{1}^{2} + \lambda G_{1} \right) \\ s_{1} = -4EI \\ s_{0} = -4EI \left(L_{1} + \lambda G_{2} \right) + c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i} \right)^{2} \left(L_{1}^{2} + \lambda G_{1} \right) \end{cases}$$
(3-77)

$$\begin{cases} p_{3} = c_{b}^{i} \left(L_{1}^{2} + \lambda G_{1} \right) \\ p_{2} = -6EI \\ p_{1} = -12EI \left(L_{1} + \lambda G_{2} \right) + 3c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i} \right)^{2} \left(L_{1}^{2} + \lambda G_{1} \right) \\ p_{0} = -6EI \left(L_{1}^{2} + \lambda \left(G_{1} - \left(L_{pB2}^{i} \right)^{2} \right) \right) - 2c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i} \right)^{3} \left(L_{1}^{2} + \lambda G_{1} \right) \end{cases}$$
(3-78)

$$\begin{cases} q_{4} = c_{b}^{i} \\ q_{3} = 4c_{b}^{i} \left(L_{1} + \lambda G_{2}\right) \\ q_{2} = -6c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i}\right)^{2} \\ q_{1} = 12EI + 4c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i}\right)^{3} \\ q_{0} = 12EI \left(L_{1} + \lambda G_{2}\right) + 4c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i}\right)^{3} \left(L_{1} + \lambda \left(G_{2} - \frac{3L_{pB2}^{i}}{4}\right)\right) \end{cases}$$
(3-79)

$$\begin{cases} G_1 = 2\left(L_1 - L_0^i\right)L_{pA}^i + \left(L_{pB1}^i\right)^2 - \left(L_{pA}^i\right)^2 \\ G_2 = L_{pA}^i + L_{pB1}^i + L_{pB2}^i \end{cases}$$
(3-80)

$$\lambda = \frac{E - E_T}{E_T} \tag{3-81}$$

Τα υπόλοιπα εντατικά μεγέθη μπορούν να εκφρασθούν συναρτήσει των dR και $dM_{\Gamma^{i+1}}$ ως εξής:

$$dF_b = 0.5dF + dR \tag{3-82}$$

$$dM_{A} = -0.5dFL_{1} + dRL_{2}^{i+1} + dM_{\Gamma^{i+1}}$$
(3-83)

$$dM_{B} = dRL_{2}^{i+1} + dM_{\Gamma^{i+1}}$$
(3-84)

Το βέλος κάμψης στην θέση Α μπορεί να υπολογιστεί από την επαλληλία των αντίστοιχων βελών κάμψης στον θεμελιώδη, ισοστατικό φορέα, λόγω εξωτερικής φόρτισης και των δύο υπερστατικών φορτίσεων:

$$d\delta = d\delta_0 + X_1 d\delta_1 + X_2 d\delta_2 \tag{3-85}$$

Ο υπολογισμός των επιμέρους βελών $d\delta_0$, $d\delta_1$ και $d\delta_2$ γίνεται με την μέθοδο των δυνατών έργων με την δυνατή φόρτιση του σχήματος 3-13:

$$\begin{split} \overline{I} d\delta_{0} &= \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \frac{dF}{2c_{b}^{i}} \end{split}$$
(3-86)
$$\overline{I} d\delta_{1} &= \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \frac{1}{c_{b}^{i}} \\ \overline{I} d\delta_{1} &= \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{EI} dx + \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{0}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{EI} dx + \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{0}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{EI} dx + \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{0}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + (3-88) \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + (3-88) \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}d\overline{M}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{2}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{1}^{i}} \frac{dM_{2}}{E_{T}I} dx \\ &+ \int_{L_{1}^{i}-L_{1}^{i}} \frac{dM_{2}$$

Εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει:

$$d\delta_{0} = \frac{dF}{6EI} \left(L_{1}^{3} + \lambda \left[\left(L_{pA}^{i} \right)^{3} + \left(L_{pB1}^{i} \right)^{3} + 3L_{pA}^{i} \left(L_{1} - L_{0}^{i} \right) \left(L_{1} - L_{0}^{i} - L_{pA}^{i} \right) \right] + \frac{3EI}{c_{b}^{i}} \right) (3-89)$$

$$d\delta_1 = -\frac{1}{2EI} \left(L_1^2 L_2^{i+1} + \lambda L_2^{i+1} G_1 - \frac{2EI}{c_b^i} \right)$$
(3-90)

$$d\delta_2 = -\frac{1}{2EI} \left(L_1^2 + \lambda G_1 \right) \tag{3-91}$$

Αφού υπολογιστούν τα επιμέρους βέλη κάμψης $d\delta_0$, $d\delta_1$ και $d\delta_2$ υπολογίζεται στην συνέχεια το βέλος κάμψης του φορέα από την σχέση 3-85. Με τον ίδιο τρόπο μπορούν να υπολογιστούν και άλλα μετακινησιακά μεγέθη, όπως η στροφή του πέλματος στην θέση του κοχλία, η οποία θα φανεί χρήσιμη στην συνέχεια. Για την στροφή του πέλματος στην θέση του κοχλία $d\varphi_b$ οι επιμέρους στροφές δίνονται από τις σχέσεις:

$$d\varphi_{b,0} = \frac{dF}{4EI} \left(\lambda G_1 + L_1^2\right) \tag{3-92}$$

$$d\varphi_{b,1} = -\frac{L_2^{i+1}}{EI} \left(\lambda L_{pA}^i + \lambda L_{pB1}^i + L_1 \right)$$
(3-93)

$$d\varphi_{b,2} = -\frac{1}{EI} \left(\lambda L_{pA}^i + \lambda L_{pB1}^i + L_1 \right)$$
(3-94)

Η απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος, όπως περιγράφεται από τις ανωτέρω σχέσεις της παρούσας παραγράφου, βασίζεται στην υπόθεση ύπαρξης πλαστικοποιημένων τμημάτων στο πέλμα στις θέσεις Α και Β, καθώς και στην ύπαρξη ενός ελαστικού τμήματος μήκους L_0^i πλησίον του σημείου Α. Μπορεί ωστόσο να δειχθεί ότι οι σχέσεις της παραγράφου αυτής αποτελούν την γενικότερη μορφή σχέσεων, από τις οποίες μπορούν να εξαχθούν όλες οι πιθανές υποπεριπτώσεις, όπως για παράδειγμα η περίπτωση πλήρως ελαστικού πέλματος ή πλαστικοποίησης μόνο στην θέση Α, ή η περίπτωση μη συνυπολογισμού ελαστικού μήκους L_0^i πλησίον του σημείου Α, καθώς και κάθε άλλος πιθανός συνδυασμός, θέτοντας τα μήκη L_{pA}^i , L_{pB1}^i , L_{pB2}^i ή L_0^i , κατά περίπτωση ίσα με μηδέν. Το γεγονός αυτό διευκολύνει σημαντικά τον προγραμματισμό της μεθόδου σε κώδικα ηλεκτρονικού υπολογιστή, καθώς αποφεύγονται έλεγχοι και διακλαδώσεις σε

Επανεξέταση φαινομένων επαφής

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3.3, η επίλυση της εξίσωσης 3-65 μηδενισμού της ροπής κάμψης στο νέο σημείο αποκόλλησης Γ^{i+1} προϋποθέτει ότι είναι γνωστή η επαυξητική ροπή $dM_{\Gamma^{i+1}}$ συναρτήσει του νέου μήκους αποκόλλησης L_2^{i+1} . Με την επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος που προηγήθηκε, η επαυξητική ροπή $dM_{\Gamma^{i+1}}$ είναι πράγματι διαθέσιμη από την εξίσωση 3-76. Αντικαθιστώντας την 3-76 στην 3-65 και εκτελώντας τις πράξεις καταλήγουμε στην ακόλουθη έκφραση για το νέο μήκος αποκόλλησης L_2^{i+1} :

$$m_5 \left(L_2^{i+1}\right)^5 + m_4 \left(L_2^{i+1}\right)^4 + m_3 \left(L_2^{i+1}\right)^3 + m_2 \left(L_2^{i+1}\right)^2 + m_1 L_2^{i+1} + m_0 = 0$$
(3-95)

όπου:

$$\begin{cases}
m_{5} = -M_{B}^{i}q_{4} \\
m_{4} = M_{B}^{i}L_{2}^{i}q_{4} - M_{B}^{i}q_{3} \\
m_{3} = M_{B}^{i}L_{2}^{i}q_{3} - M_{B}^{i}q_{2} - 0.5dFL_{2}^{i}p_{3} \\
m_{2} = M_{B}^{i}L_{2}^{i}q_{2} - M_{B}^{i}q_{1} - 0.5dFL_{2}^{i}p_{2} \\
m_{1} = M_{B}^{i}L_{2}^{i}q_{1} - M_{B}^{i}q_{0} - 0.5dFL_{2}^{i}p_{1} \\
m_{0} = M_{B}^{i}L_{2}^{i}q_{0} - 0.5dFL_{2}^{i}p_{0}
\end{cases}$$
(3-96)

Η εξίσωση 3-95 είναι πολυωνυμική 5^{ου} βαθμού ως προς L_2^{i+1} . Όλοι οι συντελεστές του πολυωνύμου μπορούν να υπολογιστούν, εφόσον είναι διαθέσιμα τα δεδομένα στο τρέχον βήμα *i*. Μπορεί να εφαρμοστεί οποιαδήποτε αριθμητική μέθοδος εύρεσης ριζών εξισώσεων μιας μεταβλητής. Η μέθοδος Newton-Raphson προσφέρεται ιδιαίτερα στην συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς προσφέρει γρήγορη και ασφαλή σύγκλιση κοντά στην περιοχή της ρίζας. Στην επαναληπτική διαδικασία υπάρχει διαθέσιμο το τρέχον μήκος L_2^i κατά το βήμα φόρτισης *i*, και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αρχική τιμή για την εκτίμηση του νέου μήκους L_2^{i+1} . Με την προϋπόθεση ότι τα βήματα φόρτισης δεν είναι πολύ μεγάλα, η υπάρχουσα λύση L_2^i είναι αρκετά κοντά στην νέα L_2^{i+1} , με αποτέλεσμα να εξασφαλίζεται η καλή συμπεριφορά της μεθόδου. Επιπλέον, ο υπολογισμός της πρώτης παραγώγου, η οποία απαιτείται από την μέθοδο Newton-Raphson, είναι πολύ απλός καθώς πρόκειται για πολυωνυμική εξίσωση.

Αν η λύση L_2^{i+1} της εξίσωσης 3-95 είναι μεγαλύτερη από το φυσικό μήκος n του βραχέος ταυ, τότε όμοια με την περίπτωση πλήρως ελαστικού πέλματος δεν εμφανίζονται φαινόμενα επαφής, αλλά απλή σημειακή στήριξη στο άκρο, με αποτέλεσμα ο φορέας του προσομοιώματος να απλοποιείται στον φορέα του σχήματος 3-10α. Για ακόμα πιο ασθενείς κοχλίες, είναι πιθανή η εκδήλωση πλήρους

αποκόλλησης. Στις περιπτώσεις αυτές, η απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος δεν περιγράφεται από όσα αναφέρθηκαν προηγούμενα σε αυτήν την παράγραφο, με παραδοχή εμφάνισης μερικής επαφής στο πέλμα. Η διερεύνηση αυτών των περιπτώσεων θα πραγματοποιηθεί στις επόμενες δύο παραγράφους.

Η αλληλουχία των πλαστικοποιήσεων σε πέλμα και κοχλία είναι καθοριστική για την συμπεριφορά του προσομοιώματος σε σχέση με τα φαινόμενα επαφής. Για παράδειγμα, αν σε ένα βραχύ ταυ προηγηθεί η διαρροή του κοχλία, τότε το μήκος αποκόλλησης σε κάθε επόμενο επαυξητικό βήμα φόρτισης αναμένεται να αυξάνει, και είναι πιθανό, αν αρχικά υπήρχε μερική επαφή του πέλματος, να οδηγηθεί το προσομοίωμα στην περίπτωση απλής σημειακής στήριξης, ή αν προϋπήρχε η τελευταία, να οδηγηθεί στην περίπτωση πλήρους αποκόλλησης. Αντίθετα, αν στο βραχύ ταυ προηγηθεί η διαρροή του πέλματος, το μήκος αποκόλλησης αναμένεται να μειώνεται, και είναι πιθανό, αν αρχικά υπήρχε αποκόλλησης να αυξάνεται η να μειώνεται με την αύξηση του φορτίου μπορεί και να μεταβάλλεται με την πρόοδο της φόρτισης καθώς εξαρτάται από την σειρά εμφάνισης των πλαστικοποιήσεων, η οποία μπορεί να είναι εναλλάξ σε πέλμα και κοχλία, αλλά και από τον ρυθμό εξάπλωσης των πλαστικοποιήσεων, ο οποίος είναι συνάρτηση της κατανομής των εντατικών μεγεθών.

3.4.2 Σημειακή στήριξη

Όταν η επίλυση της εξίσωσης 3-95 οδηγήσει σε λύση για το νέο μήκος αποκόλλησης L_{2}^{i+1} μεγαλύτερη από το φυσικό μήκος n του βραχέος ταυ, τότε τα φαινόμενα επαφής στο πέλμα περιορίζονται στην ύπαρξη απλής σημειακής στήριξης στο άκρο. Ο φορέας του επαυξητικού προσομοιώματος απλοποιείται με την εισαγωγή απλής στήριξης στο ελεύθερο άκρο του πέλματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 3-14. Ο φορέας αυτός είναι μία φορά υπερστατικός και επιλύεται με την μέθοδο των δυνάμεων, επιλέγοντας ως υπερστατικό μέγεθος την αντίδραση dR στην απλή σημειακή στήριξη. Στο σχήμα 3-14 φαίνεται η επαλληλία της εξωτερικής και της υπερστατικής φόρτισης στον θεμελιώδη ισοστατικό φορέα, καθώς και τα διαγράμματα ροπών κάμψης για την γενική προκύπτοντα περίπτωση πλαστικοποίησης του πέλματος στις θέσεις Α και Β και ύπαρξης ενός ελαστικού μήκους L_0^i πλησίον του σημείου Α. Το μήκος L_2^{i+1} είναι ίσο με την φυσική απόσταση n από τον άξονα του κοχλία μέχρι το ελεύθερο άκρο του πέλματος. Ο συμβολισμός L_{2}^{i+1} διατηρείται για λόγους συνέχειας των σχέσεων.



Σχήμα 3-14. Επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος με την μέθοδο των δυνάμεων για την περίπτωση σημειακής στήριξης

Η εξίσωση συμβιβαστού των μετακινήσεων γράφεται ως εξής:

$$\Delta_1^s = 0 \Longrightarrow F_{10} + F_{11}X_1 = 0 \tag{3-97}$$

Οι συντελεστές F_{10} και F_{11} υπολογίζονται με βάση την αρχή των δυνατών έργων ως εξής:

$$F_{10} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \\ + \int_{L_{1}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i+1}} \frac{dM_{0}dM_{1}}{EI} dx + \frac{dF}{2c_{b}^{i}} \\ F_{11} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \\ + \int_{L_{1}-L_{pB1}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{1}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}+L_{pB2}^{i+1}} \frac{dM_{1}dM_{1}}{EI} dx + \frac{1}{c_{b}^{i}} dX + (3-99)$$

Εκτελώντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας στην 3-97, προκύπτει τελικά το υπερστατικό μέγεθος X_1 ως εξής:

$$X_{1} = dR = \frac{3dF}{4} \frac{s_{1}L_{2}^{i+1} + s_{0}}{q_{3}\left(L_{2}^{i+1}\right)^{3} + q_{2}\left(L_{2}^{i+1}\right)^{2} + q_{1}L_{2}^{i+1} + q_{0}}$$
(3-100)

όπου

$$\begin{aligned} s_1 &= c_b^i \left(L_1^2 + \lambda G_1 \right) \\ s_0 &= -2EI \end{aligned}$$
 (3-101)

$$\begin{cases} q_{3} = c_{b}^{i} \\ q_{2} = 3c_{b}^{i} \left(L_{1} + \lambda G_{2} \right) \\ q_{1} = -3c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i} \right)^{2} \\ q_{0} = 3EI + c_{b}^{i} \lambda \left(L_{pB2}^{i} \right)^{3} \end{cases}$$
(3-102)

$$\begin{cases} G_1 = 2\left(L_1 - L_0^i\right)L_{pA}^i + \left(L_{pB1}^i\right)^2 - \left(L_{pA}^i\right)^2 \\ G_2 = L_{pA}^i + L_{pB1}^i + L_{pB2}^i \end{cases}$$
(3-103)

$$\lambda = \frac{E - E_T}{E_T} \tag{3-104}$$

Τα υπόλοιπα εντατικά μεγέθη μπορούν να εκφρασθούν συναρτήσει του dR ως εξής:

$$dF_b = 0,5dF + dR \tag{3-105}$$

$$dM_A = -0.5dFL_1 + dRL_2^{i+1} ag{3-106}$$

$$dM_B = dRL_2^{i+1} \tag{3-107}$$

Το βέλος κάμψης στην θέση Α μπορεί να υπολογιστεί από την επαλληλία των αντίστοιχων βελών κάμψης στον θεμελιώδη, ισοστατικό φορέα λόγω εξωτερικής και υπερστατικής φόρτισης:

$$d\delta = d\delta_0 + X_1 d\delta_1 \tag{3-108}$$

Ο υπολογισμός των επιμέρους βελών $d\delta_0$ και $d\delta_1$ γίνεται με την μέθοδο των δυνατών έργων με την δυνατή φόρτιση του σχήματος 3-14:

$$\overline{1} d\delta_{0} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{p,l}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}}^{L_{1}-L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}-L_{p,l}^{i}}^{L_{1}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \frac{dF}{2c_{b}^{i}}$$

$$\overline{1} d\delta_{1} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}-L_{p,l}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}-L_{p,l}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{p,l}^{i}} \frac{dM_{1}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \frac{1}{c_{b}^{i}}$$

$$(3-110)$$

Εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει:

$$d\delta_{0} = \frac{dF}{6EI} \left(L_{1}^{3} + \lambda \left[\left(L_{pA}^{i} \right)^{3} + \left(L_{pB1}^{i} \right)^{3} + 3L_{pA}^{i} \left(L_{1} - L_{0}^{i} \right) \left(L_{1} - L_{0}^{i} - L_{pA}^{i} \right) \right] + \frac{3EI}{c_{b}^{i}} \right)$$
(3-111)

$$d\delta_1 = -\frac{1}{2EI} \left(L_1^2 L_2^{i+1} + \lambda L_2^{i+1} G_1 - \frac{2EI}{c_b^i} \right)$$
(3-112)

Οι εκφράσεις αυτές δεν διαφέρουν από τις αντίστοιχες για μερική επαφή. Αφού υπολογιστούν τα επιμέρους βέλη κάμψης δ_0 , και δ_1 υπολογίζεται στην συνέχεια το βέλος κάμψης του φορέα από την σχέση 3-108. Οι ανωτέρω σχέσεις που περιγράφουν την απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος με παραδοχές απλής στήριξης, αποτελούν την γενικότερη διατύπωση, από την οποία μπορούν να προκύψουν όλες οι πιθανές υποπεριπτώσεις, όπως πλαστικοποίηση μόνο στην θέση A ή B.
Η επιλογή του προσαυξητικού προσομοιώματος σημειακής στήριξης έναντι εκείνου μερικής επαφής πραγματοποιείται συγκρίνοντας την λύση L_2^{i+1} της εξίσωσης 3-95 με το φυσικό μήκος *n* του βραχέος ταυ:

$$L_2^{i+1} < n \tag{3-113}$$

Αν η τελευταία ανισότητα δεν ικανοποιείται, τότε επιλέγεται το επαυξητικό προσομοίωμα σημειακής στήριξης. Η αντίθετη περίπτωση ωστόσο, δηλαδή αν η ανισότητα ικανοποιείται, δεν συνεπάγεται αυτόματα επιλογή του επαυξητικού προσομοιώματος μερικής επαφής. Πράγματι, αν στο βραχύ ταυ αναπτύσσονται αρχικά συνθήκες σημειακής στήριξης, τότε στο άκρο Γ εκδηλώνεται στροφή του πέλματος. Συνεπώς, παρόλο που η επίλυση της εξίσωσης 3-95 εξασφαλίζει ότι στο νέο σημείο αποκόλλησης Γ^{i+1} ικανοποιείται η απαίτηση μηδενισμού της συνολικής ροπής και επιπλέον, η ανισότητα 3-113 εξασφαλίζει ότι το σημείο αυτό είναι και γεωμετρικά εφικτό να υλοποιηθεί, αντίθετα, ο μηδενισμός της ολικής στροφής δεν ικανοποιείται, λόγω της συσσώρευσης της κατά τα προηγούμενα βήματα. Επομένως, θα εξακολουθήσει να έχει εφαρμογή το επαυξητικό προσομοίωμα σημειακής στήριξης κατά το τρέχον βήμα, αλλά και για τα επόμενα, μέχρι η στροφή στο άκρο μειωθεί σταδιακά και τελικά μηδενιστεί, οπότε και θα καταστεί δυνατή η εφαρμογή της μερικής επαφής. Έτσι, εκτός της ανισότητας 3-113, ένα δεύτερο απαραίτητο κριτήριο για την επιλογή μεταξύ των επαυξητικών προσομοιωμάτων μερικής επαφής και σημειακής στήριξης, αποτελεί και η εξής συνθήκη:

$$\varphi_{\Gamma} \neq 0 \tag{3-114}$$

Αν δεν ισχύει η συνθήκη 3-114, τότε δεν μπορεί να υλοποιηθεί ο φορέας μερικής επαφής. Από την σκοπιά του φυσικού προβλήματος, φαίνεται εύλογη η εφαρμογή αποκλειστικά της 3-114, για την επιλογή του κατάλληλου επαυξητικού προσομοιώματος. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί, ότι ο φορέας μερικής επαφής εξασφαλίζει πάντα ότι $\varphi_{\Gamma} = 0$, και επομένως η συνθήκη 3-114, εκ των πραγμάτων δεν θα μπορούσε να αναιρεθεί σε κάποιο επόμενο βήμα φόρτισης, για να επιλεγεί ο φορέας σημειακής στήριξης. Επομένως, απαιτείται ταυτόχρονα και η εφαρμογή της συνθήκης 3-113, για την ορθή εκτέλεση της επαναληπτικής διαδικασίας. Εφόσον ικανοποιείται η συνθήκη 3-114 ταυτόχρονα με την 3-113, τότε επιλέγεται ο φορέας μερικής στήριξης. Ο υπολογισμός της στροφής φ_{Γ} γίνεται επαυξητικά σε κάθε βήμα φόρτισης, από τον φορέα σημειακής στήριξης. Με βάση την επιλογή υπερστατικού μεγέθους που φαίνεται στο σχήμα 3-14, η επαυξητική στροφή $d\varphi_{\Gamma}$ υπολογίζεται με επαλληλία των επιμέρους στροφών στον θεμελιώδη, ισοστατικό φορέα, λόγω εξωτερικής και υπερστατικής φόρτισης:

$$d\varphi_{\Gamma} = d\varphi_{\Gamma,0} + X_1 d\varphi_{\Gamma,1} \tag{3-115}$$

Ο υπολογισμός των επιμέρους στροφών $d\varphi_{\Gamma,0}$ και $d\varphi_{\Gamma,1}$ γίνεται με την μέθοδο των δυνατών έργων, με την δυνατή φόρτιση του σχήματος 3-14:

$$\bar{1} d\varphi_{\Gamma,0} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}d\bar{M}_{\varphi}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}} \frac{dM_{0}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx$$

$$\bar{1} d\varphi_{\Gamma,1} = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}+L_{pB2}^{i}}^{L_{1}^{i}} \frac{dM_{1}d\bar{M}_{\varphi}}{EI} dx + \int_{L_{1$$

Εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει:

$$d\varphi_{\Gamma,0} = \frac{dF}{4EI} \left(L_1^2 + \lambda G_1 \right) \tag{3-118}$$

$$d\varphi_{\Gamma,1} = -\frac{1}{2EI} \left(2L_1 L_2^{i+1} + \left(L_2^{i+1} \right)^2 - \lambda L_{Bp2}^2 + 2\lambda L_2^{i+1} G_2 \right)$$
(3-119)

Οι παράμετροι G_1 και G_2 δίνονται στην 3-103. Αφού υπολογιστούν οι επιμέρους στροφές $d\varphi_{\Gamma,0}$ και $d\varphi_{\Gamma,1}$ υπολογίζεται στην συνέχεια η συνολική στροφή από την σχέση 3-115. Ένα ακόμη μετακινησιακό μέγεθος, το οποίο μπορεί να υπολογιστεί με τον ίδιο τρόπο και θα φανεί χρήσιμο στην συνέχεια, είναι η στροφή φ_b του πέλματος στην θέση του κοχλία. Για την επαυξητική στροφή $d\varphi_b$, οι επιμέρους επαυξητικές στροφές δίνονται από τις σχέσεις:

$$d\varphi_{b,0} = \frac{dF}{4EI} \left(\lambda G_1 + L_1^2 \right) \tag{3-120}$$

$$d\varphi_{b,1} = -\frac{L_2^{i+1}}{EI} \left(\lambda L_{pA} + \lambda L_{pB1} + L_1 \right)$$
(3-121)

3.4.3 Πλήρης αποκόλληση

Η περίπτωση πλήρους αποκόλλησης του πέλματος από την βάση του αποτελεί την τρίτη και απλούστερη περίπτωση που είναι πιθανό να εμφανιστεί σε ένα βραχύ ταυ.

Στο σχήμα 3-15 φαίνεται ο φορέας του επαυξητικού προσομοιώματος για πλήρη αποκόλληση. Ο φορέας είναι ισοστατικός, και συνεπώς ο υπολογισμός της απόκρισης του μπορεί να γίνει άμεσα. Και εδώ το μήκος L_2^{i+1} είναι ίσο με την φυσική απόσταση *n* από τον άξονα του κοχλία μέχρι το ελεύθερο άκρο του πέλματος και ο συμβολισμός L_2^{i+1} διατηρείται για λόγους συνέχειας των σχέσεων.



Σχήμα 3-15. Απόκριση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος για την περίπτωση πλήρους αποκόλλησης

Τα εντατικά μεγέθη υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$dR = 0 \tag{3-122}$$

$$dF_b = 0,5dF \tag{3-123}$$

$$dM_{A} = -0,5dFL_{1} \tag{3-124}$$

$$dM_B = 0 \tag{3-125}$$

Ο υπολογισμός του βέλους κάμψης *dδ* στην θέση Α γίνεται με την μέθοδο των δυνατών έργων, με την δυνατή φόρτιση του σχήματος 3-15:

$$\overline{1}d\delta = \int_{0}^{L_{0}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{0}^{i}}^{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \int_{L_{0}^{i}+L_{pA}^{i}}^{L_{1}-L_{pB1}^{i}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{EI} dx + \int_{L_{1}^{i}-L_{pB1}^{i}}^{L_{1}} \frac{dM_{0}d\overline{M}}{E_{T}I} dx + \frac{dF}{2c_{b}^{i}}$$
(3-126)

Εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει:

$$d\delta = \frac{dF}{6EI} \left(L_1^3 + \lambda \left[\left(L_{pA}^i \right)^3 + \left(L_{pB1}^i \right)^3 + 3L_{pA}^i \left(L_1 - L_0^i \right) \left(L_1 - L_0^i - L_{pA}^i \right) \right] + \frac{3EI}{c_b^i} \right) \quad (3-127)$$

Κατά την εκτέλεση της επαναληπτικής διαδικασίας, και όσο η ολική αντίδραση R παραμένει θετική, τότε μεταξύ πέλματος και βάσης υφίσταται σύνθλιψη και επομένως δεν εμφανίζεται αποκόλληση. Έτσι το κριτήριο για την επιλογή μεταξύ των επαυξητικών προσομοιωμάτων πλήρους αποκόλλησης και σημειακής στήριξης συνίσταται στον έλεγχο του πρόσημου της αντίδρασης R:

$$R > 0 \tag{3-128}$$

Εφόσον ικανοποιείται η ανωτέρω συνθήκη, επιλέγεται ο φορέας σημειακής στήριξης ενώ σε διαφορετική περίπτωση τίθεται η αντίδραση R ίση με μηδέν και επιλέγεται ο φορέας πλήρους αποκόλλησης. Το συγκεκριμένο κριτήριο ωστόσο δεν επαρκεί από μόνο του να αντιμετωπίσει την περίπτωση μετάβασης του προσομοιώματος από πλήρη αποκόλληση αρχικά σε σημειακή στήριξη. Λόγω της σωρευμένου εγκάρσιου βέλους αποκόλλησης δ_F στο άκρο Γ , από τα προηγούμενα βήματα φόρτισης, δεν μπορεί να υλοποιηθεί άμεσα η σημειακή στήριξη, όταν ικανοποιηθεί σε κάποιο μεταγενέστερο βήμα η 3-128. Επομένως, ένα δεύτερο απαραίτητο κριτήριο συνίσταται στον έλεγχο του ολικού βέλους δ_F :

$$\delta_{\Gamma} \neq 0 \tag{3-129}$$

Αν δεν ισχύει η τελευταία ανισότητα, τότε δεν μπορεί να υλοποιηθεί ο φορέας σημειακής στήριξης. Για να επιλεγεί ο φορέας σημειακής στήριξης, θα πρέπει να ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι δύο συνθήκες 3-128 και 3-129. Διαφορετικά επιλέγεται ο φορέας πλήρους αποκόλλησης. Ο υπολογισμός του βέλους δ_{Γ} γίνεται επαυξητικά με την μέθοδο των δυνατών έργων, με την δυνατή φόρτιση του σχήματος 3-15. Το επαυξητικό βέλος $d\delta_{\Gamma}$ τελικά δίνεται από την σχέση:

$$d\delta_{\Gamma} = -\frac{F}{4EI} \left(L_1^2 L_2^{i+1} + \lambda L_2^{i+1} G_1 - \frac{2EI}{c_b^i} \right)$$
(3-130)

Η παράμετρος G_1 δίνεται στην 3-103. Προκύπτει επίσης, ότι η επαυξητική στροφή $d\varphi_b$ του πέλματος στην θέση του κοχλία δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$d\varphi_b = \frac{dF}{4EI} \left(\lambda G_1 + L_1^2 \right) \tag{3-131}$$

3.4.4 Αρχική δυσκαμψία

Για ελαστική συμπεριφορά είναι δυνατόν να εξαχθούν ορισμένα χρήσιμα μεγέθη, όπως η αρχική δυσκαμψία. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση ελαστικού πέλματος με μερική επαφή, η επίλυση της εξίσωσης 3-48 για τον υπολογισμό του μήκους αποκόλλησης (παράγραφος 3.3.2) εξασφαλίζει μηδενισμό της ροπής κάμψης στο σημείο αποκόλλησης, και επομένως η πάκτωση στο σημείο αυτό μπορεί να αντικατασταθεί με απλή άρθρωση. Συνεπώς, ο ελαστικός φορέας για τον υπολογισμό της απόκρισης ταυτίζεται, τόσο για την περίπτωση μερικής επαφής όσο και για εκείνη της σημειακής στήριξης, με μόνη διαφορά ότι στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται το υπολογισμένο μήκος αποκόλλησης L_2 από την 3-48, ενώ στην δεύτερη το πραγματικό γεωμετρικό μήκος *n* του βραχέος ταυ. Σημειώνεται ότι αυτή η αντικατάσταση της πάκτωσης με άρθρωση μπορεί να γίνει μόνο για πλήρως ελαστικό πέλμα, καθώς η απαίτηση μηδενισμού της ροπής κάμψης στο σημείο αποκόλλησης εφαρμόζεται στην συνολική απόκριση του φορέα, και συνεπώς δεν ισχύει σε κάθε μεμονωμένο επαυξητικό βήμα.

Ο φορέας σημειακής στήριξης έχει επιλυθεί στην παράγραφο 3.4.2 για επαυξητική φόρτιση. Η αντίδραση dR στην ελαστική περιοχή προκύπτει θέτοντας $L_{pA} = 0$, $L_{pB1} = 0$, $L_{pB2} = 0$ και $\lambda = 0$, στην σχέση 3-100:

$$dR = \frac{3dF}{4} \frac{c_b L_{2*} L_1^2 - 2EI}{c_b L_{2*}^3 + 3c_b L_1 L_{2*}^2 + 3EI}$$
(3-132)

όπου c_b η ελαστική δυσκαμψία του κοχλία. Το μήκος L_{2*} προκύπτει ως εξής:

$$L_{2^*} = \begin{cases} L_2, & \text{av } L_2 < n, & L_2 \text{ and } \varepsilon\xi i \sigma \omega \sigma \eta \text{ } 3\text{-}48 \\ n, & \text{av } L_2 \ge n, & L_2 \text{ } a \pi \phi \ \varepsilon\xi i \sigma \omega \sigma \eta \text{ } 3\text{-}48 \end{cases}$$
(3-133)

Τα επιμέρους βέλη στην θέση Α προκύπτουν όμοια από τις 3-111 και 3-112:

$$d\delta_0 = \frac{dF}{6EIc_b} \left(c_b L_1^3 + 3EI \right) \tag{3-134}$$

$$d\delta_1 = -\frac{1}{2EIc_b} \left(c_b L_1^2 L_{2^*} - 2EI \right)$$
(3-135)

Αντικαθιστώντας τις δύο τελευταίες σχέσεις στην 3-108, προκύπτει το εγκάρσιο βέλος στην θέση Α:

$$d\delta = \frac{dF}{2} \frac{\left(L_1 + L_{2*}\right)^3 + \frac{C_b}{12EI} L_1^3 L_{2*}^2 \left(3L_1 + 4L_{2*}\right)}{3c_b L_1 L_{2*}^2 + c_b L_{2*}^3 + 3EI}$$
(3-136)

Από την τελευταία σχέση προκύπτει η αρχική δυσκαμψία του βραχέος ταυ ως εξής:

$$S_{ini} = \frac{dF}{d\delta} = \frac{6c_b L_1 L_{2*}^2 + 2c_b L_{2*}^3 + 6EI}{\left(L_1 + L_{2*}\right)^3 + \frac{c_b}{12EI} L_1^3 L_{2*}^2 \left(3L_1 + 4L_{2*}\right)}$$
(3-137)

Η αρχική δυσκαμψία S_{ini} που υπολογίζεται από την τελευταία σχέση αντιστοιχεί στην συνολική σύνδεση βραχέος ταυ, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3-1, και όχι στο μισό, συμμετρικό τμήμα.

Για την περίπτωση πλήρους αποκόλλησης, η αρχική δυσκαμψία υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο από την λύση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.4.3, θέτοντας $L_{pA} = 0$, $L_{pB1} = 0$, $L_{pB2} = 0$ και $\lambda = 0$. Έτσι προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$S_{ini} = \frac{dF}{d\delta} = \frac{6EI}{L_1^3 + 3\frac{EI}{c_h}}$$
(3-138)

Μπορεί να αποδειχθεί ότι στην τελευταία σχέση θα μπορούσαμε να είχαμε καταλήξει και από την εξίσωση της αρχικής δυσκαμψίας 3-137, που ισχύει για τις περιπτώσεις σημειακής στήριξης και μερικής επαφής, χρησιμοποιώντας ως μήκος L_{2*} την ακόλουθη τιμή:

$$L_{2^*} = \frac{2EI}{cL_1^2} \tag{3-139}$$

Επομένως, η σχέση 3-137 μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια γενικευμένη εξίσωση της αρχικής δυσκαμψίας της σύνδεσης βραχέος ταυ. Χρησιμοποιώντας το κριτήριο αποκόλλησης της σχέσης 3-61 (παράγραφος 3.3.2) το μήκος L_{2*} που χρησιμοποιείται στην 3-137, σε κάθε μια περίπτωση παίρνει τις εξής τιμές:

$$L_{2*} = \begin{cases} L_2, & \text{av } L_2 < n, \quad L_2 \quad a\pi \phi \ \varepsilon \xi i \sigma. \ 2-38 \quad \to M \varepsilon \rho \imath \kappa \eta \ \varepsilon \pi a \varphi \eta \\\\ n, & \text{av } L_2 \ge n, \quad L_2 \quad a\pi \phi \ \varepsilon \xi i \sigma. \ 2-38 \quad \to \Sigma \eta \mu \varepsilon \imath a \kappa \eta \ \sigma \tau \eta \rho \imath \xi \eta \quad (3-140) \\\\ \frac{2EI}{c_b L_1^2}, & \text{av } c_b < \frac{2EI}{L_1^2 n}, \quad \to \Pi \lambda \eta \rho \eta \varsigma \ a\pi \sigma \kappa \phi \lambda \lambda \eta \sigma \eta \end{cases}$$

3.5 Συναρμογή πέλματος-κορμού

Στην έως τώρα ανάπτυξη του προτεινόμενου προσομοιώματος βραχέος ταυ, θεωρήθηκε ως δεδομένο, ότι η κυλιόμενη πάκτωση στο σημείο Α τοποθετείται σε κάποιο σημείο εντός της κυκλικής συναρμογής, μεταξύ πέλματος και κορμού του τεμαχίου ταυ, και σε απόσταση L_1 από τον άξονα του κοχλία. Η συναρμογή μεταξύ πέλματος και κορμού καθορίζει μία περιοχή όπου το πάχος του πέλματος σταδιακά αυξάνεται, μέχρι να πάρει πρακτικά άπειρη τιμή στην ζώνη του κορμού. Η περιοχή αυτή, λόγω του αυξημένου πάχους της, διαθέτει αυξημένη αντοχή και κατά συνέπεια παραμένει ελαστική, παρά το γεγονός ότι το μέγεθος των ροπών κάμψης που αναπτύσσονται είναι γενικά το μεγαλύτερο σε όλο το πέλμα. Κατά την επίλυση των φορέων του βραχέος ταυ, που προηγήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, αυτή η ελαστική περιοχή της συναρμογής ελήφθει υπόψη ως μήκος L_0^i πλησίον της στήριξης Α. Στην παράγραφο αυτήν θα αναπτυχθεί η μεθοδολογία εκτίμησης του μήκους L_1 του πέλματος, καθώς και του ελαστικού μήκους της συναρμογής L_0^i , το οποίο, όπως γίνεται αντιληπτό και από τον δείκτη *i*, μεταβάλλεται σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας.

Μία εξαντλητική θεώρηση θα μπορούσε να προβλέπει ένα τμήμα του πέλματος στην συναρμογή και σε επαφή με τον άξονα συμμετρίας να είναι μεταβλητής διατομής, και το μήκος πλαστικοποίησης να εκκινεί από την θέση όπου η ροπή κάμψης είναι ίση με την ροπή διαρροής. Μία τέτοια λύση όμως, οδηγεί σε πολύ σύνθετες αναλυτικές εκφράσεις, ακόμα και αν θεωρηθεί κάποια σταθερή ισοδύναμη διατομή πέλματος για το μήκος της συναρμογής, περιπλέκοντας δυσανάλογα το προσομοίωμα. Για το προτεινόμενο προσομοίωμα επιλέγεται να διατηρείται σταθερή η διατομή σε όλο το μήκος του πέλματος, αλλά μειώνοντας το μήκος του, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ισοδύναμη δυσκαμψία, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3-16α.

Για το μήκος L_1 του πέλματος, ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) προτείνει την ακόλουθη έκφραση:

$$L_1 = m = d - 0.8r \tag{3-141}$$

Η απόσταση 0.8r ενδείκνυται περισσότερο για τον υπολογισμό της αντοχής του βραχέος ταυ και η εφαρμογή της σε υπολογισμούς μετακινήσεων οδηγεί σε πιο δύσκαμπτη απόκριση, καθώς η παραμορφωσιμότητα της υπόλοιπης συναρμογής αποκόπτεται. Οι Faella at al. (1998 και 2000) προτείνουν ένα διορθωμένο μήκος, μόνο για υπολογισμούς δυσκαμψίας, το οποίο προκύπτει από στατιστική επεξεργασία 15 πειραματικών βραχέων ταυ:

$$L_1 = d - \left(0.16\frac{d}{t_f} - 0.08\right)r \tag{3-142}$$

Ο όρος εντός παρένθεσης αντικαθιστά τον σταθερό συντελεστή 0,8 του Ευρωκώδικα. Με το μήκος αυτό προσεγγίζεται καλύτερα η μετακινησιακή συμπεριφορά του βραχέος ταυ, αν και στις αναλύσεις της παρούσας διατριβής προέκυψε ότι επίσης οδηγεί σε πιο δύσκαμπτη απόκριση.

Επειδή το προτεινόμενο προσομοίωμα αποσκοπεί σε υλοποίηση σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, παρέχεται η ευχέρεια για μια πιο ακριβή διαδικασία υπολογισμού του μήκους L_1 . Θεωρείται καταρχήν, ότι η συναρμογή στο σύνολο της, συμβάλει στην παραμορφωσιμότητα του βραχέος ταυ, και επομένως λαμβάνεται ολόκληρη υπόψη ως τμήμα του προσομοιούμενου πέλματος. Η περιοχή του πέλματος που αντιστοιχεί στο πάχος του κορμού θεωρείται πρακτικά άκαμπτη, και συνεπώς μπορεί να αφαιρεθεί από το μήκος του πέλματος. Για το τμήμα της συναρμογής ακτίνας r, το ύψος της διατομής του πέλματος είναι συνάρτηση της θέσης x_r (η αφετηρία μέτρησης φαίνεται στο σχήμα 3-16):

$$t_f(x_r) = t_f + r - \sqrt{r^2 - x_r^2}$$
(3-143)

Το τμήμα αυτό αντικαθίσταται με ένα ισοδύναμο τμήμα σταθερής διατομής, ύψους t_f και μήκους L_c . Επιβάλλοντας ισοδυναμία της καμπτικής παραμόρφωσης των δύο τμημάτων, προκύπτει:

$$\int_{0}^{r} \frac{1}{EI(x_{r})} dx_{r} = \int_{0}^{L_{c}} \frac{1}{EI} dx_{r} \Longrightarrow$$
(3-144)

$$\int_{0}^{r} \frac{1}{t_{f}(x_{r})^{3}} dx_{r} = \int_{0}^{L_{c}} \frac{1}{t_{f}^{3}} dx_{r} \Longrightarrow$$
(3-145)

$$\int_{0}^{r} \frac{1}{t_{f}(x_{r})^{3}} dx_{r} = \frac{L_{c}}{t_{f}^{3}}$$
(3-146)

Το ολοκλήρωμα στο αριστερό σκέλος της τελευταίας εξίσωσης δεν έχει απλή αναλυτική λύση. Εφαρμόζοντας την μέθοδο τραπεζίου για *k* πλήθος τραπεζίων, η τιμή του ολοκληρώματος προσεγγίζεται ως εξής:

$$Int = \int_{0}^{r} \frac{1}{t_{f}(x_{r})^{3}} dx_{r} = \frac{r}{2k} \left\{ \frac{1}{t_{f}^{3}} + \frac{1}{t_{f}(r)^{3}} + 2\sum_{j=1}^{k-1} \frac{1}{t_{f,j}^{3}} \right\}$$
(3-147)

όπου:

$$t_{f,j} = t_f \left(x_r = j \frac{r}{k} \right) \tag{3-148}$$

Για τιμές k ίσες με 3 ή 4 η ακρίβεια υπολογισμού του ολοκληρώματος *Int* είναι πρακτικά επαρκής. Έτσι, από την σχέση 3-146 προκύπτει το ισοδύναμο μήκος L_c , καθώς και το προσομοιούμενο μήκος του πέλματος L_1 , ως εξής:

$$L_c = t_f^3 Int \tag{3-149}$$

$$L_1 = d - r + L_c \tag{3-150}$$



Σχήμα 3-16. Ενσωμάτωση της συναρμογής στο προσομοιούμενο μήκος πέλματος

Πλαστικοποιημένο μήκος L^i_{pA} και ελαστικό μήκος L^i_0

Το μήκος πλαστικοποίησης L^i_{pA} ορίζεται σε κάθε επαυξητικό βήμα i ως το τμήμα του πέλματος πλησίον της θέσης A, στο οποίο η δρώσα ολική ροπή κάμψης M^i υπερβαίνει κατά απόλυτη τιμή την ροπή πλαστικοποίησης M_2 . Όπως φαίνεται στο

σχήμα 3-16β, τόσο η ροπή M^i όσο και η M_2 είναι συναρτήσεις της μεταβλητής x_r . Η δρώσα ροπή $M^i(x_r)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$M^{i}(x_{r}) = M^{i}_{A} + 0.5F^{i}(L_{c} - x_{r})$$
(3-151)

Η ροπή πλαστικοποίησης $M_2(x_r)$ δίνεται από την σχέση 3-30, όπου όμως αντί του σταθερού πάχους t_f χρησιμοποιείται η συνάρτηση πάχους $t_f(x_r)$:

$$M_{2}(x_{r}) = \frac{bt_{f}(x_{r})^{2}}{4}$$
(3-152)

όπου:

$$t_{f}(x_{r}) = \begin{cases} t_{f} + r - \sqrt{r^{2} - x_{r}^{2}} & , x_{r} \ge 0 \\ t_{f} & , x_{r} < 0 \end{cases}$$
(3-153)

Τα σημεία του πέλματος, όπου η δρώσα ροπή $M^i(x_r)$ και η ροπή πλαστικοποίησης $M_2(x_r)$ έχουν ίδιο μέγεθος, προκύπτουν από την λύση της εξίσωσης:

$$\left| M^{i}\left(x_{r}\right) \right| = M_{2}\left(x_{r}\right) \tag{3-154}$$

Όπως χαρακτηριστικά παρουσιάζεται και στο σχήμα 3-16β, αν έχει επέλθει πλαστικοποίηση, προκύπτουν δύο ρίζες της μεταβλητής x_r από την επίλυση της 3-154. Η μεταξύ τους απόσταση ορίζει το μήκος πλαστικοποίησης L^i_{pA} . Ταυτόχρονα ορίζεται και το ελαστικό μήκος L^i_0 ως η απόσταση του ακραίου σημείου Α από την πλησιέστερη σε αυτό ρίζα.

Ο υπολογισμός των ριζών της 3-154 στα πλαίσια της παρούσας διατριβής πραγματοποιείται αριθμητικά με εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson. Επειδή οι ρίζες που προκύπτουν από την επίλυση αντιπροσωπεύουν σημεία της πραγματικής συναρμογής, εύρους r ενώ αντίθετα στο προσομοίωμα εφαρμόζεται ένα ισοδύναμο μήκος συναρμογής ίσο με L_c , θα πρέπει οι ρίζες αυτές να αναχθούν στο χρησιμοποιούμενο μήκος L_c . Η αναγωγή μπορεί να γίνει με την ίδια διαδικασία που αναφέρθηκε παραπάνω για τον υπολογισμό του L_c , από την σχέση 3-149, χρησιμοποιώντας βέβαια τα κατάλληλα όρια για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος Int. Για παράδειγμα αν ρ_1 είναι μια από τις ρίζες της 3-154 και είναι $\rho_1 > 0$ το νέο ολοκλήρωμα Int' υπολογίζεται ως εξής:

$$Int' = \int_{0}^{\rho_{1}} \frac{1}{t_{f}(x_{r})^{3}} dx_{r} = \frac{\rho_{1}}{2k} \left\{ \frac{1}{t_{f}^{3}} + \frac{1}{t_{f}(\rho_{1})^{3}} + 2\sum_{j=1}^{k-1} \frac{1}{t_{f,j}^{3}} \right\}$$
(3-155)

όπου:

$$t_{f,j} = t_f \left(x_r = j \frac{\rho_1}{k} \right) \tag{3-156}$$

Αν η μικρότερη ρίζα της 3-154 είναι αρνητική, τότε αντιστοιχεί σε σημείο εκτός της συναρμογής, και επομένως δεν απαιτείται η αναγωγή της στο μήκος L_c .

Συγκολλητά βραχέα ταυ

Η περίπτωση συγκολλητών βραχέων ταυ έχει ενδιαφέρον στην προσομοίωση κόμβων δοκού-υποστυλώματος με μετωπική πλάκα, η οποία συγκολλάται στην δοκό. Τα συστατικά μέρη του κόμβου που προσομοιώνουν την κάμψη της μετωπικής πλάκας είναι κατά συνέπεια συγκολλητά βραχέα ταυ. Οι ιδιότητες του υλικού της συγκόλλησης αλλά και του μητρικού υλικού, στην περιοχή που επηρεάζεται από την θερμική δράση, διαφοροποιούνται από τις αντίστοιχες ιδιότητες του τυπικού μετάλλου. Για το προτεινόμενο προσομοίωμα, κρίθηκε ότι η προσομοίωση της συγκεκριμένης διαφοροποιήσης αποτελεί ιδιαίτερα δυσχερή επιλογή, καθώς αφενός περιπλέκει τον ορισμό του προσομοιώματος, και αφετέρου υπόκειται σε πολλαπλές αβεβαιότητες, που προκύπτουν από την τεχνολογία της συγκόλλησης καθ' εαυτής, και οι οποίες δεν ήταν δυνατόν να διερευνηθούν επαρκώς στα πλαίσια της παρούσας διατριβής. Έτσι χρησιμοποιείται ενιαίο υλικό στο σύνολο του πέλματος συμπεριλαμβανομένης και της διατομής της ραφής. Η αντιμετώπιση της διαφοροποίησης του υλικού στα συγκολλητά βραχέα ταυ αποτελεί ένα ευρύ πεδίο μελλοντικής έρευνας, εφόσον περισσότερα δεδομένα γίνουν διαθέσιμα.

Η διαδικασία προσομοίωσης της περιοχής της συναρμογής, όπως περιγράφηκε για ελατές διατομές παραπάνω, μπορεί να αξιοποιηθεί και για την περίπτωση συγκολλητών βραχέων ταυ. Ουσιαστικά, η ανωτέρω διαδικασία είναι ανεξάρτητη του σχήματος της συναρμογής, το οποίο ορίζεται μέσω της συνάρτησης πάχους $t_f(x_r)$. Εισάγοντας την κατάλληλη συνάρτηση $t_f(x_r)$, μπορεί να αντιμετωπισθεί κάθε δυνατό σχήμα συναρμογής. Επιπλέον, επειδή κατά την ανωτέρω διαδικασία χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι ολοκλήρωσης και εύρεσης ριζών, η υλοποίηση σε πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή μπορεί να επιτευχθεί με ένα κοινό τμήμα κώδικα για όλες τις περιπτώσεις σχήματος συναρμογής, διαφοροποιώντας έτσι πολλαπλές, εκτενείς διακλαδώσεις. Για την συναρμογή της συγκόλλησης χρησιμοποιείται γραμμική συνάρτηση πάχους, η οποία θεωρώντας ότι η ραφή είναι ισοσκελής, διατυπώνεται ως εξής:

$$t_{f}(x_{r}) = \begin{cases} t_{f} + x & , x_{r} \ge 0 \\ \\ t_{f} & , x_{r} < 0 \end{cases}$$
(3-157)

3.6 Βελτιώσεις επαυξητικού προσομοιώματος

3.6.1 Κεφαλή κοχλία

Στο πραγματικό, τρισδιάστατο βραχύ ταυ, η δύναμη του κοχλία μεταφέρεται στο πέλμα μέσω της κεφαλής και των δυνάμεων επαφής που αναπτύσσονται στην μεταξύ τους διεπιφάνεια. Ωστόσο, στο προσομοίωμα που περιγράφεται στο κεφάλαιο αυτό, η δράση του κοχλία συγκεντρώνεται σε ένα σημείο του πέλματος προκαλώντας υπερεκτίμηση της ροπής κάμψης στο σημείο Β. Στον φορέα του σχήματος 3-17α, το ελατήριο του κοχλία έχει αντικατασταθεί με μία συγκεντρωμένη δύναμη F_b , ίδιου μεγέθους με την δύναμη που ασκεί το ελατήριο. Οι ροπές κάμψης στις θέσεις Α και Β είναι:

$$M_{A} = -0.5FL_{1} + (F_{b} - 0.5F)L_{2}$$
(3-158)

$$M_{B} = (F_{b} - 0.5F)L_{2}$$
(3-159)

Στο σχήμα 3-17β η ίδια δύναμη F_b ασκείται ομοιόμορφα κατανεμημένη σε ένα μήκος ίσο με την διάμετρο της κεφαλής του κοχλία $d_{b,h}$. Οι ροπές κάμψης στις θέσεις A και B γίνονται:

$$M_{A} = -0.5FL_{1} + (F_{b} - 0.5F)L_{2}$$
(3-160)

$$M_{B} = \left(F_{b} - 0.5F\right)L_{2} - \frac{F_{b}}{d_{b,h}} \left(\frac{d_{b,h}/2}{2}\right)^{2} = \left(F_{b} - 0.5F\right)L_{2} - \frac{F_{b}d_{b,h}}{8} \quad (3-161)$$





Επομένως, ενώ η ροπή στην θέση Α παραμένει αμετάβλητη, η ροπή στην θέση Β μειώνεται λόγω της κατανεμημένης δράσης του κοχλία κατά έναν παράγοντα που εξαρτάται από την δύναμη του κοχλία και από το μήκος κατανομής της στο πέλμα. Συνεπώς, μία προσέγγιση της επιρροής της κατανεμημένης δράσης του κοχλία μπορεί να γίνει μειώνοντας την ροπή κάμψης στην θέση Β κάθε φορά που διενεργείται έλεγχος για πλαστικοποίηση ή θραύση κατά έναν παράγοντα ΔM_B ίσο με:

$$\Delta M_B = \frac{F_b d_{b,h}}{a} \tag{3-162}$$

Ο συντελεστής *a* εκφράζει την μορφή της κατανομής της δράσης του κοχλία στο πέλμα και μπορεί να πάρει τις ακόλουθες τιμές:

- Ομοιόμορφη κατανομή: a = 8
- Τριγωνική κατανομή: a = 12
- Παραβολική κατανομή: a = 32/3

Με την τροποποίηση της ροπής του πέλματος στην θέση του κοχλία, μεταβάλλεται και το εύρος της πλαστικοποιημένης περιοχής στην ίδια θέση, το οποίο θα πρέπει να υπολογίζεται με βάση το τροποποιημένο διάγραμμα ροπών κάμψης. Θεωρώντας αφετηρία μέτρησης των x_b στον άξονα του κοχλία, όπως φαίνεται στο σχήμα 3-17β, η ροπή κάμψης στην περιοχή δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$M(x_{b}) = \begin{cases} R(L_{2} + x_{b}) & , x_{b} \leq -d_{b,h}/2 \\ R(L_{2} + x_{b}) - \frac{F_{b}}{d_{b,h}} \frac{(x_{b} + d_{b,h}/2)^{2}}{2} & , -d_{b,h}/2 < x_{b} < d_{b,h}/2 \\ R(L_{2} + x_{b}) - F_{b}x & , x_{b} \geq d_{b,h}/2 \end{cases}$$
(3-163)

Οι θέσεις του x_b , οι οποίες αποτελούν όρια μεταξύ ελαστικών και πλαστικοποιημένων περιοχών, υπολογίζονται από την εξίσωση της δρώσας ροπής κάμψης $M(x_b)$ με την ροπή πλαστικοποίησης M_2 του πέλματος:

$$M(x_b) = M_2 \tag{3-164}$$

Η επίλυση δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία καθώς η ροπή πλαστικοποίησης M_2 στην περιοχή του κοχλία είναι σταθερή (σχέση 3-30). Από την επίλυση προκύπτουν δύο ρίζες, μία θετική στα αριστερά του άξονα του κοχλία και μια αρνητική στα

δεξιά. Τα μήκη πλαστικοποίησης L_{pB1} και L_{pB2} υπολογίζονται στην συνέχεια ως η απόσταση της θετικής και αρνητικής ρίζας αντίστοιχα, από τον άξονα του κοχλία.

3.6.2 Κάμψη κοχλία

Ο κοχλίας προσομοιώνεται με ένα μετακινησιακό ελατήριο στο επαυξητικό προσομοίωμα. Ακριβέστερη προσομοίωση, με καμπτόμενη δοκό λόγου χάρη, οδηγεί σε υπέρμετρη επιβάρυνση στις διατυπώσεις των αναλυτικών εκφράσεων. Η παράλειψη της ταυτόχρονης καμπτικής καταπόνησης συνεπάγεται υπερεκτίμηση της εφελκυστικής αντοχής του κοχλία από το προσομοίωμα. Στις περιπτώσεις όπου ο κοχλίας αποτελεί τον κρίσιμο παράγοντα καθορισμού της συμπεριφοράς του βραχέος ταυ, μία μικρή υπερεκτίμηση της αντοχής του μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά μεγαλύτερη επαύξηση της μέγιστης μετακίνησης.

Προκειμένου να αποφευχθεί αυτό το σφάλμα στην εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης, προτείνεται ένα τροποποιημένο κριτήριο για τον έλεγχο θραύσης, το οποίο αφορά την μέγιστη ανηγμένη παραμόρφωση στην πλέον εφελκυόμενη ίνα του κορμού του κοχλία (σχήμα 3-18) :

$$\varepsilon_{u,b} > \varepsilon_t + \varepsilon_b \tag{3-165}$$

όπου $\varepsilon_{u,b}$ η ανηγμένη παραμόρφωση θραύσης του υλικού του κοχλία, ε_t η ανηγμένη παραμόρφωση που προκαλείται από εφελκυστική δράση στον κορμό και ε_b η ανηγμένη παραμόρφωση που οφείλεται σε καμπτική δράση.



Σχήμα 3-18. Καμπτική καταπόνηση του κοχλία

Η κεφαλή του κοχλία, καθώς βρίσκεται σε επαφή με την άνω επιφάνεια του πέλματος, θεωρείται ότι στρέφεται κατά γωνία φ_b , η οποία ταυτίζεται με την στροφή του πέλματος στην θέση του άξονα του κοχλία. Επίσης θεωρείται ότι ο κορμός του κοχλία παραμένει κάθετος στην σύνδεση του με την κεφαλή, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3-18. Συνεπώς, η στροφή του κορμού του κοχλία είναι ίση με την στροφή του πέλματος φ_b . Επειδή η κάμψη του κορμού προκύπτει από στροφή των άκρων του,

μπορεί να γίνει η παραδοχή ότι σε όλο το μήκος του επικρατούν συνθήκες καθαρής κάμψης, όπου η ροπή παραμένει αμετάβλητη. Κατά συνέπεια, η μέγιστη καμπτική ανηγμένη παραμόρφωση ε_b μπορεί να συσχετισθεί με την στροφή φ_b πέλματος και κορμού κοχλία, με την ακόλουθη σχέση:

$$\varepsilon_b = \frac{d_b/2}{L_b}\varphi_b \tag{3-166}$$

Αντίστοιχα, η αξονική ανηγμένη παραμόρφωση του κορμού του κοχλία ε_t σχετίζεται με την επιμήκυνση δ_b του κοχλία μέσω της σχέσης:

$$\varepsilon_t = \frac{\delta_b}{L_b} \tag{3-167}$$

όπου L_b το μήκος του κορμού του κοχλία. Τόσο η επιμήκυνση δ_b όσο και η στροφή φ_b υπολογίζονται σε κάθε βήμα φόρτισης επαυξητικά, χρησιμοποιώντας για την μεν πρώτη την τρέχουσα δυσκαμψία του κοχλία, για δε την δεύτερη τις σχέσεις υπολογισμού της επαυξητικής στροφής $d\varphi_b$, που παρουσιάζονται στην παράγραφο 3.4.

Η εφαρμογή του διορθωμένου κριτήριου είναι καθοριστική σε βραχέα ταυ όπου ο κοχλίας είναι ασθενής και συνεπώς κρίσιμος στην εκδήλωση της μετακινησιακής ικανότητας. Στις περιπτώσεις αυτές το διορθωμένο κριτήριο οδηγεί σε συντόμευση της θραύσης του βραχέος ταυ, και συνεπώς σε μείωση της μετακινησιακής ικανότητάς του, προσεγγίζοντας πιστότερα την πραγματική συμπεριφορά. Πρέπει ωστόσο να αναφερθεί ότι σε βραχέα ταυ μεγάλου πλάτους σε σύγκριση με την κεφαλή του κοχλία, η παραμόρφωση του πέλματος δεν είναι ομοιόμορφη, αλλά αντίθετα χαρακτηρίζεται από μειωμένη μετακίνηση και στροφή κοντά στον κοχλία. Έτσι, η εφαρμογή του κριτηρίου 3-165 μπορεί να οδηγήσει σε πρόωρη θραύση του προσομοιώματος. Για αυτήν την περίπτωση απαιτείται πρόσθετη διερεύνηση για μια περισσότερο αξιόπιστη εκτίμηση της καταπόνησης του κοχλία που να λαμβάνει υπόψη την μη ομοιόμορφη παραμόρφωση του πέλματος. Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής χρησιμοποιήθηκε ένας περιορισμός για το μέγεθος της ανηγμένης παραμόρφωσης $ε_b$, έτσι ώστε να μην υπερβαίνει περισσότερο από 20% την $ε_i$. Ο συγκεκριμένος περιορισμός εφαρμόσθηκε στην παρούσα διατριβή, σε περιπτώσεις βραχέων ταυ με λόγο b/m μέχρι και 2,0~2,5, επιτυγχάνοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα.

3.6.3 Προένταση κοχλιών

Η προένταση των κοχλιών επιδρά ιδιαίτερα σημαντικά στην αρχική δυσκαμψία των συνδέσεων βραχέος ταυ και κατ' επέκταση των συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος. Στο σχήμα 3-19 φαίνεται το διάγραμμα ελευθέρου σώματος του συστήματος κοχλία και πέλματος για την περίπτωση ενός απλού κοχλία (α), ενός προεντεταμένου κοχλία χωρίς εξωτερική φόρτιση (β) και ενός προεντεταμένου κοχλία με εξωτερική εφελκυστική φόρτιση (γ). Στο σχήμα 3-20 φαίνεται το διάγραμμα εξωτερικά επιβαλλόμενης δύναμης F_{ext} και του αναπτυσσόμενου φορτίου F_{int} στον κορμό του απλού και του προεντεταμένου κοχλία. Στην πρώτη περίπτωση είναι εμφανές ότι η εξωτερική δύναμη μεταφέρεται εξολοκλήρου στον κοχλία. Αντίθετα στον προεντεταμένο κοχλία, και στα αρχικά στάδια επιβολής της εξωτερικής δύναμης, ένα μικρό μέρος αυτής προστίθεται ως νέα καταπόνηση στον κοχλία. Με την αποκόλληση του πέλματος από την βάση όμως, η συμπεριφορά του συστήματος μεταβάλλεται και ταυτίζεται με εκείνη του απλού κοχλία. Στην προεντεταμένου κοχλία.



Σχήμα 3-19. Διαγράμματα ελευθέρου σώματος για απλό (α) και προεντεταμένο κοχλία (β) και (γ)

Με την επιβολή της προέντασης και πριν επιβληθεί το εξωτερικό φορτίο, η ισορροπία δυνάμεων στο σύστημα γράφεται (σχήμα 3-19β):

$$F_p^0 = F_{int}^0 (3-168)$$

Εξαιτίας της αρχικής προέντασης, μια περιοχή του πέλματος συνθλίβεται μέσω της κεφαλής του κοχλία. Η συμπίεση δ_f^0 του πάχους που προκαλείται, υπολογίζεται με βάση γραμμικό ελαστικό νόμο υλικού ως εξής:

$$\delta_{f}^{0} = \frac{F_{p}^{0}}{A_{f}E} t_{f} = \frac{F_{int}^{0}}{A_{f}E} t_{f}$$
(3-169)

όπου A_f η συνθλιβόμενη επιφάνεια του πέλματος.



Σχήμα 3-20. Διάγραμμα δύναμης στον κορμό του κοχλία και εξωτερικής δύναμης

Η αποκόλληση του πέλματος πραγματοποιείται όταν αναιρεθεί η αρχική αυτή συμπίεση μέσω ίσης επιμήκυνσης του κορμού του κοχλία. Για μήκος κορμού ίσο με το πάχος του πέλματος t_f , η επιμήκυνση του κοχλία δ_b^{sep} κατά την αποκόλληση του πέλματος, εφόσον ο κοχλίας παραμένει στην ελαστική περιοχή, δίνεται από την σχέση:

$$\delta_b^{sep} = \frac{F_{int}^{sep} - F_{int}^0}{A_b E_b} t_f \tag{3-170}$$

όπου F_{int}^{sep} η δύναμη στον κορμό του κοχλία κατά την αποκόλληση και A_b η διατομή του κοχλία. Επιβάλλοντας την ισότητα των δ_f^0 και δ_b^{sep} προκύπτει:

$$\delta_f^0 = \delta_b^{sep} \Longrightarrow \tag{3-171}$$

$$\frac{F_{int}^0}{A_f E} t_f = \frac{F_{int}^{sep} - F_{int}^0}{A_b E_b} t_f \Longrightarrow$$
(3-172)

$$F_{int}^{sep} = F_{int}^0 \left(1 + \frac{A_b E_b}{A_f E} \right)$$
(3-173)

Μετά την αποκόλληση του πέλματος, το διάγραμμα ελευθέρου σώματος του συστήματος ταυτίζεται με εκείνο του απλού κοχλία (σχήμα 3-19α) και συνεπώς η ισορροπία δυνάμεων διατυπώνεται ως εξής:

$$F_{ext} = F_{int} \tag{3-174}$$

Άρα, η αποκόλληση πραγματοποιείται για εξωτερικά επιβαλλόμενο φορτίο F_{ext}^{sep} ίσο με:

$$F_{ext}^{sep} = F_{int}^{sep} = F_{int}^0 \left(1 + \frac{A_b E_b}{A_f E} \right)$$
(3-175)

Η αρχική δυσκαμψία του συστήματος κοχλία-πέλματος μπορεί να προσδιοριστεί λαμβάνοντας υπόψη ότι κατά την αρχική φάση μέχρι την αποκόλληση των πελμάτων η μετακίνηση είναι ίση με δ_b^{sep} ή δ_f^0 ενώ η εξωτερικά επιβαλλόμενη δύναμη δίνεται από την 3-175:

$$c_b^0 = \frac{F_{ext}^{sep}}{\delta_f^0} = \frac{A_f E}{t_f} \left(1 + \frac{A_b E_b}{A_f E} \right)$$
(3-176)

Έτσι, η επίδραση της προέντασης στο προσομοίωμα βραχέως ταυ μπορεί να συνεκτιμηθεί χρησιμοποιώντας την τιμή δυσκαμψίας της σχέσης 3-176 για το ελατήριο του κοχλία, μέχρι η ολική δύναμη F_b σε αυτό να υπερβεί την δύναμη F_{ext}^{sep} που δίνεται από την σχέση 3-175. Μετά την υπέρβαση της F_{ext}^{sep} , ο κοχλίας αντιμετωπίζεται σαν απλός, και η δυσκαμψία του υπολογίζεται σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2.3.

Ο υπολογισμός της αρχικής δυσκαμψίας c_b^0 προϋποθέτει την εκτίμηση της συνθλιβόμενης επιφάνειας του πέλματος A_f . Η σύνθλιψη που προκαλείται από την προένταση του κοχλία, διανέμεται μέσω της κεφαλής του σε μια ευρύτερη επιφάνεια του πέλματος. Για τον υπολογισμό της επιφάνειας αυτής έχουν προταθεί ποικίλες μεθοδολογίες. Ο Agerskov (1976) χρησιμοποιεί την ακόλουθη, απλή σχέση:

$$A_f = 5A_b \tag{3-177}$$

Αναφέρει επίσης, ότι σε άλλες υπάρχουσες μεθοδολογίες προτείνονται τιμές για την επιφάνεια A_f οι οποίες κυμαίνονται από $3A_b$ έως $20A_b$, σημειώνοντας ότι η τιμή της 3-177 είναι συγκριτικά μάλλον μικρή. Οι Faella et al. (1998 και 2000) χρησιμοποιούν μια διανομή της θλιπτικής δύναμης κατά 45° κάτω από την κεφαλή του κοχλία, η οποία εκτείνεται σε όλο το πάχος του πέλματος και στον δακτύλιο. Χρησιμοποιώντας τυπικές τιμές για τις γεωμετρικές αναλογίες των κοχλιών του εμπορίου, οι συγγραφείς καταλήγουν στην ακόλουθη σχέση για την δυσκαμψία του συστήματος προεντεταμένου κοχλία-πέλματος:

$$c_b^0 = \left(5.10 + 3.25 \frac{t_f}{d_b}\right) \frac{A_b E_b}{L_b}$$
(3-178)

Στην παρούσα διατριβή, στις αναλύσεις βραχέων ταυ με προεντεταμένους κοχλίες, χρησιμοποιείται μια τιμή της A_f ίση με:

$$A_f = 8A_b \tag{3-179}$$

Με αυτήν την τιμή, η αρχική δυσκαμψία που υπολογίζεται με την σχέση 3-176 είναι μεγαλύτερη της προτεινόμενης από τον Agerskov (1976) και παραπλήσια με αυτήν των Faella et al. (1998 και 2000).

3.6.4 Διατμητικές παραμορφώσεις

Στις επιλύσεις των φορέων που έχουν πραγματοποιηθεί στις προηγούμενες παραγράφους έχουν ληφθεί υπόψη μόνο τα έργα των ροπών κάμψης. Η ενσωμάτωση των διατμητικών έργων και ο υπολογισμός των σχετικών μεγεθών της απόκρισης των φορέων έχει υλοποιηθεί σε πρόγραμμα συμβολικού προγραμματισμού της Maple και παρουσιάζεται στο παράρτημα Β. Όμως, επειδή οι εκφράσεις που απορρέουν από αυτήν την επίλυση είναι σημαντικά πιο εκτενείς, δεν επιχειρήθηκε επιπλέον επεξεργασία αυτών και εφαρμογή τους στο προσομοίωμα. Η απλοποίηση αυτή, όπως προκύπτει και από προσομοιώσεις με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 4, δεν αλλοιώνει σημαντικά την πραγματική συμπεριφορά ακόμα και σε περιπτώσεις λόγου μήκους προς πάχος του πέλματος, που απέχουν πολύ από το όριο χαρακτηρισμού του ως ραβδωτού.

Ωστόσο τα έργα των διατμητικών δυνάμεων μπορούν να συνυπολογιστούν χωρίς μεγάλη δυσκολία κατά την εκτίμηση του εγκάρσιου βέλους δ του βραχέος ταυ. Στην περίπτωση μερικής επαφής, τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων για τις υπερστατικές φορτίσεις και για την δυνατή φόρτιση, για τον υπολογισμό του επαυξητικού βέλους $d\delta$ φαίνονται στο σχήμα 3-21. Από διαγράμματα τεμνουσών προκύπτει ότι τα έργα των διατμητικών παραμορφώσεων υπεισέρχονται μόνο στο επιμέρους βέλος $d\delta_0$, το οποίο δίνεται από την 3-89 και προσαυξάνεται κατά:

$$\int_{0}^{L_{1}} \frac{0.5dF \cdot \overline{1}}{GA} dx = \frac{dFL_{1}}{2GA}$$
(3-180)

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι και για την περίπτωση σημειακής στήριξης και πλήρους αποκόλλησης απαιτείται επαύξηση μόνο του επιμέρους βέλους $d\delta_0$ κατά τον ίδιο παράγοντα. Στην περίπτωση ύπαρξης πλαστικοποιημένων περιοχών θεωρείται ότι η καμπτική παραμόρφωση των περιοχών αυτών είναι κυρίαρχη και συνεπώς η ανωτέρω επαύξηση του βέλους $d\delta_0$ εφαρμόζεται μόνο για τα ελαστικά τμήματα. Άλλωστε, η διόρθωση που επιτυγχάνεται με την ενσωμάτωση των διατμητικών παραμορφώσεων είναι στις περισσότερες περιπτώσεις μικρή, ακόμα και για ελαστική συμπεριφορά, και συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα όταν επέρχεται η πλαστικοποίηση.



Σχήμα 3-21. Διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων για την περίπτωση μερικής επαφής.

3.6.5 Μήκος κορμού

Η καμπύλη φορτίου-μετακίνησης που υπολογίζεται με το προσομοίωμα αντιστοιχεί σε εγκάρσιες μετακινήσεις στον άξονα συμμετρίας του βραχέος ταυ μετρούμενες επί του πέλματος. Πολλές φορές όμως μπορεί να ενδιαφέρουν οι ίδιες μετακινήσεις, μετρούμενες σε ένα σημείο του κορμού του τεμαχίου ταυ, όπως λόγου χάρη στην περίπτωση σύγκρισης με πειραματικές μετρήσεις, όπου τα διαθέσιμα αποτελέσματα συνήθως αντιστοιχούν σε σημείο του κορμού. Ο κορμός υπόκειται σε καθαρό εφελκυσμό και η συμβολή του στις παραγόμενες μετακινήσεις μπορεί να εκφρασθεί με την παρακάτω εξίσωση:

$$\delta_w = \frac{F}{c_w} \tag{3-181}$$

Η δυσκαμψία c_w δίνεται από την σχέση:

$$c_w = \frac{A_w E_w}{L_w} \tag{3-182}$$

όπου A_w η διατομή του κορμού, L_w το ύψος του κορμού, στο οποίο μετρώνται οι μετακινήσεις και E_w το μέτρο ελαστικότητας, το οποίο δεν είναι απαραίτητα ίδιο με εκείνο του πέλματος. Χρησιμοποιώντας την επαυξητική διαδικασία για τον υπολογισμό της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, η εξίσωση της δυσκαμψίας 3-182 μπορεί να ενημερώνεται σε κάθε βήμα με το τρέχον εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας E_w , αντιμετωπίζοντας έτσι τυχόν μη γραμμικότητες υλικού στον κορμό.

3.7 Αξιολόγηση με διδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων

3.7.1 Γενικά

Ως πρώτο βήμα προκειμένου να αξιολογηθεί η συμπεριφορά και οι επιδόσεις του προτεινομένου επαυξητικού προσομοιώματος, να ελεγχθεί η ορθότητα των μαθηματικών σχέσεων και να διερευνηθεί η επίδραση των διαφόρων απλοποιητικών παραδοχών, κατασκευάστηκε ένα διδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Για την προσομοίωση του πέλματος χρησιμοποιήθηκαν μη γραμμικά στοιχεία δοκού με προϋπολογισμένη την καμπύλη ροπής-καμπυλότητας που αντιστοιχεί στην ορθογωνική διατομή τους και διγραμμικό νόμο υλικού. Η καμπυλότητα κ για επίπεδες διατομές δίνεται από την σχέση:

$$\kappa = \frac{2\varepsilon}{t_f} \tag{3-183}$$

όπου ε η ορθή ανηγμένη παραμόρφωση στην ακραία ίνα της διατομής. Η ροπή κάμψης για ορθογωνική διατομή συναρτήσει της παραμόρφωσης ε δίνεται όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.2.1 από την σχέση 3-17. Συνεπώς για τον δεδομένο νόμο υλικού του προσομοιώματος, ο οποίος δίνεται από την εξίσωση 3-1, μπορεί να κατασκευαστεί ο νόμος ροπής-καμπυλότητας της διατομής του πέλματος, με εφαρμογή των 3-17 και 3-183. Σημειώνεται ότι επιλέχθηκε ο μη γραμμικός νόμος $M - \varepsilon$ και όχι η διγραμμική του προσέγγιση, που τελικά εφαρμόστηκε στο

επαυξητικό προσομοίωμα, έτσι ώστε να καταδειχθούν οι συνέπειες της απλοποίησης αυτής. Η διαδικασία προ-υπολογισμού της καμπύλης ροπής-καμπυλοτήτων προτιμήθηκε έναντι της διακριτής αριθμητικής ολοκλήρωσης του νόμου υλικού στο ύψος της διατομής του στοιχείου δοκού, για την οποία δεν απαιτείται κανένα άλλο δεδομένο εισόδου πέραν της μορφής της διατομής και του νόμου του υλικού, καθώς έτσι αποφεύγεται το σφάλμα διακριτοποίησης, το οποίο, όπως φαίνεται ενδεικτικά και στο σχήμα 3-22, είναι αισθητό ακόμα για μεγάλη τάξη ολοκλήρωσης.



Σχήμα 3-22. Κατανομή τάσεων καθ' ύψος της διατομής για διγραμμικό νόμο υλικού και διακριτή προσέγγιση της

Για την προσομοίωση του κοχλία χρησιμοποιήθηκε ένα στοιχείο δικτυώματος. Τα φαινόμενα επαφής προσομοιώθηκαν με εξειδικευμένα στοιχεία επαφής τα οποία προσαρτώνται στα στοιχεία δοκού σε όλο το μήκος *n* του πέλματος. Μία απαραμόρφωτη επιφάνεια από πλήρως δεσμευμένους κόμβους, η οποία αντιστοιχεί στην άκαμπτη βάση, ορίζεται σε σταθερή απόσταση κάτω από το πέλμα. Ο αλγόριθμος επαφής επιβάλλει μέσω συναρτήσεων ποινής (constraint functions) την απαγόρευση διέλευσης των κόμβων του πέλματος από την επιφάνεια της βάσης, λαμβάνοντας υπόψη την αρχική μεταξύ τους απόσταση.

Οι μοναδικές δεσμεύσεις που επιβάλλονται στο προσομοίωμα περιορίζονται στην κυλιόμενη πάκτωση στον άξονα συμμετρίας και στην πλήρη δέσμευση του απομακρυσμένου άκρου του κοχλία. Το φορτίο ασκείται στην θέση του άξονα συμμετρίας και εφαρμόζεται επαυξητικά σε μεγάλο αριθμό βημάτων, σύμφωνα με την μέθοδο Newton-Raphson και με παραδοχές μικρών μετακινήσεων. Για την μόρφωση και επίλυση των προσομοιωμάτων χρησιμοποιείται το πρόγραμμα ADINA στην έκδοση 8 (ADINA R&D 2005). Στο σχήμα 3-23 φαίνεται μία τυπική όψη του προσομοιώματος στο περιβάλλον του προγράμματος. Τα βέλη μπλε χρώματος, που φαίνονται στο σχήμα, αντιστοιχούν σε στοιχεία επαφής.



Σχήμα 3-23. Το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων στο περιβάλλον του ADINA

3.7.2 Μερική επαφή

Το πρώτο παράδειγμα βραχέος ταυ που εξετάζεται εμφανίζει μερική επαφή στο πέλμα για το σύνολο της ιστορίας φόρτισης. Τα αρχικά γεωμετρικά δεδομένα και οι νόμοι υλικού, τόσο για το πέλμα όσο και για τον κοχλία, δίνονται στον πίνακα 3-1 που ακολουθεί.

	α		ίας		
L_1	=	0,045 m	L_b	=	0,0137 m
n	=	0,030 m	A_b	=	0,0000843 m ²
t_f	=	0,0107 m			
b	=	0,040 m			
Ε	=	2,00 10 ¹¹ Pa	E_b	=	2,00 10 ¹¹ Pa
E_T	=	1,00 10 ⁹ Pa	$E_{T,b}$	=	1,60 10 ⁹ Pa
f_y	=	4,31 10 ⁸ Pa	$f_{y,b}$	=	8,93 10 ⁸ Pa
f_u	=	5,95 10 ⁸ Pa	$f_{u,b}$	=	9,74 10 ⁸ Pa

Πίνακας 3-1. Δεδομένα προσομοιώματος

Στο διάγραμμα του σχήματος 3-24 φαίνεται η καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων του πέλματος, που χρησιμοποιήθηκε στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων και στο επαυξητικό προσομοίωμα. Στο σχήμα 3-25 φαίνονται οι παραμορφωμένες γεωμετρίες του προσομοιώματος, τόσο σε αρχικό στάδιο της φόρτισης, όπου η συμπεριφορά είναι ελαστική, όσο και σε μεταγενέστερο στάδιο όπου έχει πραγματοποιηθεί πλαστικοποίηση του πέλματος. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα ροπών κάμψης στο πέλμα, σε χρόνους αντίστοιχους με τις παραμορφωμένες γεωμετρίες και οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις στα στοιχεία επαφής.







Σχήμα 3-25. Παραμορφωμένη γεωμετρία (σε μεγέθυνση) και διάγραμμα ροπών κάμψης και δυνάμεων επαφής στο πέλμα σε αρχικό στάδιο της φόρτισης (άνω) και σε τελικό στάδιο (κάτω)

Από τις εικόνες της απόκρισης του διδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων, που εμφανίζονται στο σχήμα 3-25, διαπιστώνεται ότι στο σημείο που μηδενίζεται το διάγραμμα των ροπών κάμψης εμφανίζεται και μία συγκεντρωμένη αντίδραση από την βάση του βραχέος ταυ προς το πέλμα λόγω των φαινομένων επαφής. Το σημείο εφαρμογής της συγκεντρωμένης αυτής αντίδρασης αποτελεί την θέση του σημείου αποκόλλησης, επιβεβαιώνοντας έτσι την παραδοχή που έγινε σχετικά με τον μηδενισμό των ροπών κάμψης σε αυτό. Η ύπαρξη των δευτερευουσών αντιδράσεων, παραπλεύρως της κυρίας αντίδρασης που φαίνεται στα σχήματα, οφείλεται σε σφάλμα διακριτοποίησης των στοιχείων επαφής. Παρατηρείται επίσης από τις ίδιες εικόνες, η μείωση του μήκους αποκόλλησης όταν πλαστικοποιείται το πέλμα.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α, εξωτερικής δύναμης-διαφόρων εντατικών μεγεθών, καθώς και εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, όπως προκύπτουν από το επαυξητικό προσομοίωμα και το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση σύνδεσης βραχέος ταυ, η εξέλιξη των πλαστικοποιήσεων που παρατηρήθηκε και στα δύο προσομοιώματα είναι η εξής:

- 1. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Α
- 2. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Β
- 3. Θραύση πέλματος στην θέση Α.

Στις καμπύλες η αλληλουχία αυτή μπορεί να γίνει εμφανής από την ύπαρξη τριών κλάδων: τον ελαστικό και έναν για κάθε εμφάνιση πλαστικοποίησης στο πέλμα. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων είναι άριστη σε όλες τις περιπτώσεις. Η μόνες διαφοροποιήσεις μπορούν να εντοπιστούν σε εκείνα τα στάδια της φόρτισης που πραγματοποιείται πλαστικοποίηση κάποιου τμήματος του πέλματος, όπου το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων παράγει πιο ομαλά αποτελέσματα, λόγω της πιο ακριβούς καμπύλης $M - \kappa$ που ενσωματώνει. Αποδεικνύεται επομένως ότι η επίδραση της απλοποιητικής διγραμμικής προσέγγισης της $M - \kappa$ στο επαυξητικό προσομοίωμα είναι περιορισμένη στην συγκεκριμένη περίπτωση, και ελάχιστα επιβαρυντική στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Από το σχήμα 3-30, όπου εμφανίζεται η καμπύλη εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, γίνεται εμφανής η τάση του τελευταίου να φθίνει με ολοένα μεγαλύτερο ρυθμό, έπειτα από κάθε πλαστικοποίηση τμήματος του πέλματος.



Σχήμα 3-26. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση A



Σχήμα 3-27. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία



Σχήμα 3-28. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α



Σχήμα 3-29. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Β



Σχήμα 3-30. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης

3.7.3 Σημειακή στήριξη

Στην παράγραφο αυτήν παρουσιάζεται ένα παράδειγμα βραχέος ταυ, το οποίο εμφανίζει σημειακή απλή στήριξη στο ελεύθερο άκρο του πέλματος. Τα γεωμετρικά δεδομένα του και οι νόμοι υλικού δίνονται στον πίνακα 3-2 που ακολουθεί. Στο διάγραμμα του σχήματος 3-31 φαίνεται η καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων του πέλματος, που χρησιμοποιήθηκε στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων και στο επαυξητικό προσομοίωμα.

	Πέλμ	a	Κοχλίας			
L_1	=	0,045 m	L_b	=	0,0137 m	
n	=	0,030 m	A_{b}	=	$0,0000843 \text{ m}^2$	
t_f	=	0,015 m				
b	=	0,040 m				
E	=	2,00 10 ¹¹ Pa	E_b	=	2,00 10 ¹¹ Pa	
E_T	=	1,00 10 ⁹ Pa	$E_{T,b}$	=	1,60 10 ⁹ Pa	
f_y	=	4,31 10 ⁸ Pa	$f_{y,b}$	=	8,93 10 ⁸ Pa	
f_u	=	5,95 10 ⁸ Pa	$f_{u,b}$	=	9,74 10 ⁸ Pa	

Πίνακας 3-2. Δεδομένα προσομοιώματος



Σχήμα 3-31. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα

Στο σχήμα 3-32 φαίνονται οι παραμορφωμένες γεωμετρίες του προσομοιώματος, τόσο σε αρχικό στάδιο της φόρτισης, όπου η συμπεριφορά είναι ελαστική, όσο και σε μεταγενέστερο στάδιο, όπου έχει πραγματοποιηθεί πλαστικοποίηση του πέλματος και του κοχλία. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και τα διαγράμματα ροπών κάμψης στο πέλμα, σε χρόνους αντίστοιχους με τις παραμορφωμένες γεωμετρίες, καθώς και οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις στα στοιχεία επαφής. Από τις εικόνες αυτές διαπιστώνεται ότι η δράση των φαινομένων επαφής στο πέλμα περιορίζεται σε μία συγκεντρωμένη αντίδραση στο ελεύθερο άκρο του. Σε αντίθεση με το προηγούμενο παράδειγμα, όπου ένα τμήμα του πέλματος παρέμενε χωρίς ένταση, στην συγκεκριμένη περίπτωση όλο το πέλμα εντείνεται και συμμετέχει στην απόκριση.



Σχήμα 3-32 Παραμορφωμένη γεωμετρία (σε μεγέθυνση) και διάγραμμα ροπών κάμψης και δυνάμεων επαφής στο πέλμα σε αρχικό στάδιο της φόρτισης (άνω) και σε τελικό στάδιο (κάτω)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α, εξωτερικής δύναμης-διαφόρων εντατικών μεγεθών, καθώς και εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, όπως προκύπτουν από το επαυξητικό προσομοίωμα και το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Στο συγκεκριμένο βραχύ ταυ η εξέλιξη των πλαστικοποιήσεων που παρατηρήθηκε είναι η εξής:

- 1. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Α
- 2. Πλαστικοποίηση του κοχλία
- 3. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Β
- 4. Θραύση πέλματος στην θέση Α.

Η πλαστικοποίηση του πέλματος στην θέση Β δύσκολα διακρίνεται από την καμπύλη φορτίου-μετακίνησης, καθώς πραγματοποιείται στον σχεδόν οριζόντιο

κλάδο της καμπύλης και ελάχιστα επηρεάζει την απόκριση. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων και σε αυτό το παράδειγμα είναι άριστη σε όλες τις περιπτώσεις. Και εδώ το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων παράγει πιο ομαλά αποτελέσματα λόγω της πιο ακριβούς καμπύλης $M - \kappa$ που ενσωματώνει, όμως η απόκλιση είναι ελάχιστη και σίγουρα ανεκτή. Στο σχήμα 3-37, όπου εμφανίζεται η καμπύλη εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, παρατηρείται ότι σε κάποιο στάδιο φόρτισης, πριν την πλαστικοποίηση του κοχλία, το προσομοίωμα μεταβαίνει από την κατάσταση σημειακής στήριξης στην κατάσταση μερικής επαφής. Στην συνέχεια επέρχεται η πλαστικοποίηση του κοχλία και η φθίνουσα τάση του μήκους αποκόλλησης ανατρέπεται, με αποτέλεσμα ο φορέας να επανέρχεται στην κατάσταση σημειακής στήριξης. Από την σύγκριση των δύο καμπυλών αποδεικνύεται ότι το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα προσεγγίζει επιτυχώς αυτήν την συμπεριφορά.



Σχήμα 3-33. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α



Σχήμα 3-34. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία



Σχήμα 3-35. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α



Σχήμα 3-36. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση ${\rm B}$



Σχήμα 3-37. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης

3.7.4 Μήκος συναρμογής

Στην παράγραφο αυτήν παρουσιάζεται ένα παράδειγμα βραχέος ταυ, με ελαστικό μήκος συναρμογής L_0 , το οποίο όμως θεωρείται σταθερό σε όλη την ιστορία φόρτισης. Τα γεωμετρικά δεδομένα και οι νόμοι υλικού δίνονται στον πίνακα 3-3. Στο σχήμα 3-38 φαίνεται η καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων του πέλματος, για το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων και το επαυξητικό προσομοίωμα.

Πέλμα				Κοχλίας			
L_1	=	0,045	m	L_b	=	0,0137 r	n
n	=	0,030	m	A_b	=	0,0000843 r	m ²
L_0	=	0,015	m				
t_f	=	0,0107	m				
b	=	0,040	m				
E	=	2,00 1011	Pa	E_b	=	2,00 10 ¹¹ I	Pa
E_T	=	1,00 10 ⁹	Ра	$E_{T,b}$	=	1,60 10 ⁹ I	Pa
f_y	=	4,31 10 ⁸	Ра	$f_{y,b}$	=	8,93 10 ⁸ I	Pa
f_u	=	5,95 10 ⁸	Ра	$f_{u,b}$	=	9,74 10 ⁸ I	Pa

Πίνακας 3-3. Δεδομένα προσομοιώματος



Σχήμα 3-38. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα

Στο σχήμα 3-39 φαίνονται οι παραμορφωμένες γεωμετρίες του προσομοιώματος, τόσο σε αρχικό στάδιο της φόρτισης, όπου η συμπεριφορά είναι ελαστική, όσο και σε μεταγενέστερο στάδιο. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και τα διαγράμματα ροπών κάμψης στο πέλμα, σε χρόνους αντίστοιχους με τις παραμορφωμένες γεωμετρίες, καθώς και οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις στα στοιχεία επαφής. Από τις εικόνες αυτές διαπιστώνεται ότι εμφανίζεται μερική επαφή στο πέλμα. Η κύρια αντίδραση των στοιχείων επαφής, από την ακλόνητη βάση, προς το πέλμα, συμπίπτει με το σημείο μηδενισμού των ροπών και στις δύο χρονικές στιγμές. Επίσης, μπορεί να παρατηρηθεί ότι το μήκος αποκόλλησης στην δεύτερη χρονική στιγμή έχει μειωθεί.





Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α, εξωτερικής δύναμης-διαφόρων εντατικών μεγεθών, καθώς και εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, όπως προκύπτουν από το επαυξητικό προσομοίωμα και το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Στο συγκεκριμένο βραχύ ταυ η εξέλιξη των πλαστικοποιήσεων είναι η εξής:

- 1. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Β
- 2. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Α

- 3. Πλαστικοποίηση του κοχλία
- 4. Θραύση πέλματος στην θέση Α.

Η πλαστικοποίηση του κοχλία και η θραύση του πέλματος στην θέση Α εμφανίζονται σχεδόν ταυτόχρονα με αποτέλεσμα στις καμπύλες να μην εμφανίζεται τέταρτος διακριτός κλάδος. Και εδώ η σύγκλιση των αποτελεσμάτων είναι άριστη σε όλες τις περιπτώσεις. Η διαφοροποίηση μεταξύ των δύο προσομοιωμάτων παραμένει ελάχιστη. Στο σχήμα 3-44, όπου εμφανίζεται η καμπύλη εξωτερικής δύναμηςμήκους αποκόλλησης, παρατηρείται ότι μετά την πρώτη πλαστικοποίηση στο πέλμα, στην θέση B, το μήκος αποκόλλησης αυξάνει. Η αύξουσα τάση συνεχίζεται μέχρι να εμφανιστεί η δεύτερη πλαστικοποίηση στην θέση A, όποτε αντιστρέφεται και το μήκος αποκόλλησης αρχίζει να μειώνεται.



Σχήμα 3-40. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α



Σχήμα 3-41. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία



Σχήμα 3-42. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α



Σχήμα 3-43. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση ${\rm B}$



Σχήμα 3-44. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης

3.7.5 Διερεύνηση σύγκλισης

Το επαυξητικό προσομοίωμα που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο χρησιμοποιεί μια επαναληπτική επαυξητική διαδικασία για τον προσδιορισμό της απόκρισης του βραχέος ταυ. Σε κάθε βήμα της διαδικασίας χρησιμοποιούνται τα μεγέθη του προηγούμενου βήματος για τον υπολογισμό των νέων μεγεθών, χωρίς να εκτελούνται επαναλήψεις προκειμένου να επιτευγθεί η σύγκλιση στην λύση όλων των εξισώσεων που ορίζουν το πρόβλημα. Έτσι σε κάθε βήμα εισάγεται ένα σφάλμα στον υπολογισμό των μεγεθών αυτών. Η επιλογή μη εκτέλεσης επαναλήψεων για σύγκλιση σε κάθε βήμα (με την μέθοδο Newton-Raphson για παράδειγμα), έγινε προκειμένου να διατηρηθεί η απλότητα της μεθόδου και να παραμείνει εύκολος ο προγραμματισμός της σε κώδικα ηλεκτρονικού υπολογιστή. Οι δύο διαφορετικές προσεγγίσεις (σύγκλιση σε κάθε βήμα ή όχι) παρέχουν πρακτικά ταυτόσημα αποτελέσματα, εφόσον ο αριθμός των βημάτων είναι επαρκώς μεγάλος. Στην συνέχεια, θα διερευνηθεί η επίδραση του αριθμού των βημάτων στην απόκριση που υπολογίζεται από το επαυξητικό προσομοίωμα. Η σύγκριση πραγματοποιείται με βάση το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο όπως προαναφέρθηκε, χρησιμοποιεί την μέθοδο Newton-Raphson για την σύγκλιση στην λύση.

Στα σχήματα 3-45, 3-46 και 3-47 παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμηςμετακίνησης που παράγει το επαυξητικό προσομοίωμα για διάφορα μεγέθη βήματος φόρτισης, σε κάθε ένα από τα τρία προαναφερθέντα παραδείγματα βραχέος ταυ. Από τα αποτελέσματα αυτά φαίνεται ότι για μικρό αριθμό βημάτων (έως 30) οι καμπύλες αποκλίνουν αισθητά από την ακριβή λύση. Επίσης παρατηρείται ότι για μεγαλύτερους αριθμούς βημάτων (πλέον των 200) η βελτίωση των αποτελεσμάτων είναι απειροελάχιστη.

Ένα εμπειρικό, ασφαλές, κάτω όριο για τον αριθμό βημάτων που εξασφαλίζουν πρακτικά απόλυτη σύγκλιση, και το οποίο εφαρμόστηκε χωρίς πρόβλημα στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, αποτελούν τα 500 ίσα βήματα επιβολής φορτίου. Ο χρόνος επίλυσης που απαιτεί αυτός ο αριθμός βημάτων στο περιβάλλον του MATLAB και για μη βελτιστοποιημένο κώδικα είναι μηδαμινός. Επίσης, όπως αναφέρθηκε προηγούμενα, δεν είναι απαραίτητο το μέγεθος του βήματος να διατηρείται σταθερό αλλά είναι μεγαλύτερο κατά τα πρώτα στάδια και μικρότερο στα επόμενα, όταν η κλίση του διαγράμματος δύναμης-μετακίνησης μειώνεται. Αυτή η δυνατότητα ωστόσο δεν χρησιμοποιείται στις αναλύσεις της διατριβής.


Σχήμα 3-45. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.2 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης



Σχήμα 3-46. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.3 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης



Σχήμα 3-47. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.4 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης

3.7.6 Διερεύνηση της γεωμετρικής μη γραμμικότητας

Στην παράγραφο αυτήν γίνεται μία διερεύνηση της επίδρασης των μεγάλων μετακινήσεων στην απόκριση του βραχέος ταυ. Όπως έχει αναφερθεί, τα φαινόμενα γεωμετρικής μη γραμμικότητας αμελούνται στο επαυξητικό προσομοίωμα. Οι συνέπειες της απλοποίησης μπορούν να γίνουν εμφανείς αντιπαραβάλλοντας τα αποτελέσματα με εκείνα του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων, εφόσον επιλύεται με μη γραμμική ανάλυση μεγάλων μετακινήσεων. Στα παραδείγματα βραχέος ταυ που έχουν εξεταστεί μέχρι τώρα, οι αναλύσεις με παραδοχή μεγάλων μετακινήσεων δεν έδωσαν πρακτική διαφοροποίηση στην απόκριση, γεγονός που υποβαθμίζει την επιρροή των φαινομένων αυτών στο βραχύ ταυ.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται ένα νέο παράδειγμα βραχέος ταυ, όπου η επίδραση της γεωμετρικής μη γραμμικότητας μπορεί να γίνει περισσότερο εμφανής. Τα γεωμετρικά δεδομένα του και οι νόμοι υλικού δίνονται στον επόμενο πίνακα. Το βραχύ ταυ του συγκεκριμένου παραδείγματος είναι πολύ εύκαμπτο λόγω του ασθενούς πέλματος του, και επομένως αποτελεί μια καλή περίπτωση για την κατάδειξη των συνεπειών των μεγάλων μετακινήσεων.

Πέλμα			Κοχλίας		
L_1	=	0,045 m	L _b	=	0,0137 m
L_2	=	0,030 m	A_b	=	0,0000843 m ²
t_f	=	0,005 m			
b	=	0,040 m			
E	=	2,00 10 ¹¹ Pa	E_b	=	2,00 10 ¹¹ Pa
E_{T}	=	1,00 10 ⁹ Pa	$E_{T,b}$	=	1,60 10 ⁹ Pa
f_y	=	4,31 10 ⁸ Pa	$f_{y,b}$	=	8.93 10 ⁸ Pa
f_u	=	5,95 10 ⁸ Pa	$f_{u,b}$	=	9,74 10 ⁸ Pa

Πίνακας 3-4. Δεδομένα προσομοιώματος

Στο σχήμα 3-48 φαίνεται η καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων του πέλματος, που χρησιμοποιήθηκε στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων και στο επαυξητικό προσομοίωμα.



Σχήμα 3-48. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα

Στα σχήματα 3-49 έως 3-53 παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμηςεγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α, εξωτερικής δύναμης-διαφόρων εντατικών μεγεθών, καθώς και εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης, όπως προκύπτουν από το επαυξητικό προσομοίωμα και το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων με παραδοχή μεγάλων και μικρών μετακινήσεων. Η εξέλιξη των πλαστικοποιήσεων όπως παρατηρήθηκε και στα δύο προσομοιώματα είναι η εξής:

- 1. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Α
- 2. Πλαστικοποίηση πέλματος στην θέση Β
- 3. Θραύση πέλματος στην θέση Α.



Σχήμα 3-49. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α



Σχήμα 3-50. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία



Σχήμα 3-51. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α



Σχήμα 3-52. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση B



Σχήμα 3-53. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης

Από τις καμπύλες των σχημάτων 3-49 έως 3-53, διαπιστώνεται ότι η βαρύτητα της γεωμετρικής μη γραμμικότητας στην απόκριση του προσομοιώματος είναι μικρή. Στο διάγραμμα του σχήματος 3-50 παρατηρείται η πλέον σημαντική απόκλιση με μία αύξηση της δύναμης του κοχλία στην ανάλυση μεγάλων μετακινήσεων. Με δεδομένο ότι η αναλυτική αντιμετώπιση του προβλήματος με παραδοχή μεγάλων μετακινήσεων αποτελεί ένα αρκετά πιο σύνθετο εγχείρημα, κρίνεται δικαιολογημένη η επιλογή να απλοποιηθεί το πρόβλημα και να αγνοηθούν τα φαινόμενα αυτά.



Τρισδιάστατη προσομοίωση βραχέος ταυ

4.1 Γενικά

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε λεπτομερώς το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ. Το προσομοίωμα προτείνεται στα πλαίσια της παρούσας διατριβής ως ένα αξιόπιστο μέσο εκτίμησης της πλήρους καμπύλης δύναμης-μετακίνησης μιας μεμονωμένης σύνδεσης βραχέος ταυ. Η αξιολόγησή του με βάση διδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων με στοιχεία δοκού και ακριβή προσομοίωση φαινομένων επαφής και μη γραμμικοτήτων υλικού και γεωμετρίας απέδειξε πρακτικά ταύτιση των αποτελεσμάτων. Η επίλυση του διδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων προϋποθέτει την ύπαρξη εξειδικευμένου κώδικα επίλυσης, ικανού να αντιμετωπίσει όλες τις επιθυμητές επιλογές προσομοίωσης και ιδιαίτερα τις μη γραμμικότητες. Αντίθετα, το επαυξητικό προσομοίωμα είναι εύκολο να προγραμματισθεί σε κώδικα υπολογιστή, προσφέροντας πρακτικά ισοδύναμη ακρίβεια αποτελεσμάτων. Συνεπώς, αποτελεί ελκυστική εναλλακτική επιλογή, ιδιαίτερα αν ο στόχος είναι η ανάλυση κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, όπου απαιτούνται πολλαπλές επιλύσεις συνδέσεων βραχέος ταυ.

Ωστόσο, η πραγματική συμπεριφορά της σύνδεσης βραχέος ταυ είναι ουσιαστικά τρισδιάστατη, και συνεπώς η διδιάστατη προσομοίωση αποτελεί μόνο μια απλοποιητική προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς. Για παράδειγμα, με το διδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων του προηγούμενου κεφαλαίου, αγνοούνται παράμετροι, όπως η αλληλεπίδραση κεφαλής κοχλία και πέλματος, η τρισδιάστατη παραμόρφωση του πέλματος, οι πλευρικές συνοριακές συνθήκες κλπ. Για τα φαινόμενα αυτά απαιτείται προσομοίωση στις τρεις διαστάσεις. Στο αντικείμενο αυτό αφιερώνεται το παρόν κεφάλαιο, στο οποίο θα αναπτυχθεί η διαδικασία τρισδιάστατης προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιγεία της σύνδεσης βραχέος ταυ. Στην συνέχεια θα επιχειρηθεί η προσαρμογή του επαυξητικού προσομοιώματος, ώστε να προσεγγισθεί η τρισδιάστατη συμπεριφορά. Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του, θα χρησιμοποιηθούν προσομοιώματα με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, που αναπτύχθηκαν για τον σκοπό αυτόν, καθώς και πειραματικά αποτελέσματα από την βιβλιογραφία. Επίσης, θα πραγματοποιηθεί εκτεταμένη σύγκριση του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος, στην τελική μορφή, με υπάρχουσες στην βιβλιογραφία εναλλακτικές αναλυτικές του μεθοδολογίες.

Για την τρισδιάστατη προσομοίωση, η πρώτη δυνατότητα που προσφέρεται είναι η χρησιμοποίηση στοιχείων κελύφους. Η μορφή του πέλματος δικαιολογεί μια τέτοια επιλογή, όμως ο κοχλίας και η αλληλεπίδραση του με το πέλμα δύσκολα ενσωματώνονται σε μία τέτοια διαμόρφωση. Η άλλη διαθέσιμη επιλογή είναι η χρήση τρισδιάστατων (solid) στοιχείων. Με τα στοιχεία αυτά παρέχεται η δυνατότητα ακριβούς, κατά το δυνατό, προσομοίωσης της γεωμετρίας του βραχέος ταυ με κάποιες εξιδανικεύσεις βέβαια, σχετικά με το σπείρωμα του κοχλία ή άλλες γεωμετρικές λεπτομέρειες, οι οποίες αποτελούν συνήθη πρακτική στην βιβλιογραφία και επιβάλλονται προκειμένου να διατηρηθούν σε λογικά επίπεδα οι χρόνοι επίλυσης με τις σημερινές δυνατότητες των υπολογιστών. Ο κοχλίας και το πέλμα μπορούν να προσομοιωθούν ως διακριτά σώματα, και η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να αντιμετωπισθεί με εφαρμογή επιφανειακών στοιχείων επαφής, εφαπτόμενων στην άνω επιφάνεια του πέλματος και την κάτω επιφάνεια της κεφαλής του κοχλία.

Τα τρισδιάστατα ισοπαραμετρικά στοιχεία είναι διαθέσιμα σε διάφορες διαμορφώσεις, οι οποίες αφορούν τον αριθμό των κόμβων των στοιχείων, την τάξη ολοκλήρωσης, ειδικά χαρακτηριστικά με τα οποία μπορούν να εξοπλισθούν προκειμένου να αντιμετωπίσουν συγκεκριμένα προβλήματα. Το υπολογιστικό κόστος, οι απαιτήσεις σε μνήμη και κατά συνέπεια ο χρόνος επίλυσης επηρεάζονται δραστικά με την επιλογή κάθε διαμόρφωσης του στοιχείου, ενώ δυστυχώς δεν μπορεί να επαληθευθεί πάντα ότι τα πλέον σύνθετα υπολογιστικά στοιχεία προσφέρουν και καλύτερη ακρίβεια στην καθολική συμπεριφορά του προβλήματος.

Στα πλαίσια της διατριβής χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό πρόγραμμα προσομοίωσης και επίλυσης με πεπερασμένα στοιχεία ADINA στην έκδοση 8.2 (ADINA R&D 2005). Για την δημιουργία των προσομοιωμάτων χρησιμοποιήθηκε το πρωτότυπο πρόγραμμα AutoModel, το οποίο αναπτύχθηκε προκειμένου να συστηματοποιηθεί η γενικά χρονοβόρος και κοπιώδης διαδικασία προετοιμασίας σε μεγάλους αριθμούς ενός σύνθετου προσομοιώματος, όπως είναι το βραχύ ταυ. Η καλή συμπεριφορά του τρισδιάστατου προσομοιώματος εξακριβώθηκε με πειραματικά δεδομένα από την βιβλιογραφία. Προκειμένου να διαπιστωθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των διάφορων διαθέσιμων διαμορφώσεων των ισοπαραμετρικών στοιχείων και να επιλεγεί η πλέον πρόσφορη, πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη παραμετρική ανάλυση σε απλά προβλήματα παραπλήσιας συμπεριφοράς με το βραχύ ταυ.

4.2 Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία

Το γενικό πρόβλημα ενός ομογενούς και ισότροπου σώματος στον χώρο είναι πλήρως ορισμένο όταν είναι γνωστά τα πεδία των τάσεων, των ανηγμένων παραμορφώσεων, των μετακινήσεων και των μαζικών και επιφανειακών δράσεων που ασκούνται σε αυτό. Στις περισσότερες περιπτώσεις, μερικές από τις παραπάνω ποσότητες είναι γνωστές, ενώ οι υπόλοιπες ζητείται να υπολογισθούν χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της μηχανικής του συνεχούς μέσου. Στην περίπτωση

ελαστικότητας, ορίζονται οι εξισώσεις ισορροπίας μεταξύ μαζικών ή επιφανειακών δυνάμεων και τάσεων, οι εξισώσεις συμβιβαστότητας μεταξύ μετακινήσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων και οι καταστατικές εξισώσεις μεταξύ ανηγμένων παραμορφώσεων και τάσεων. Τα προβλήματα που μπορούν να επιλυθούν αναλυτικά με τις δεκαπέντε συνολικά εν λόγω εξισώσεις, στην γενική τρισδιάστατη περίπτωση, είναι περιορισμένα και συνήθως πρόκειται για προβλήματα με απλές γεωμετρίες. Με εφαρμογή αριθμητικής επίλυσης όμως, τα πεδία των παραπάνω ποσοτήτων διακριτοποιούνται σε περιορισμένο αριθμό σημείων (κόμβοι), μέσω διαμέρισης του χώρου σε πλήθος στοιχείων, τα οποία αλληλοσυνδέονται μεταξύ τους, ενώ στον ενδιάμεσο μεταξύ των κόμβων χώρο κάθε στοιχείου τα πεδία προκύπτουν με παρεμβολή. Με την διαμέριση αυτήν, το καθολικό πρόβλημα υποδιαιρείται σε πολλά μικρότερα, για κάθε ένα από τα οποία η ικανοποίηση των εξισώσεων της μηχανικής του συνεχούς μέσου είναι εφικτή, είτε επακριβώς ή έστω προσεγγιστικά. Έτσι, είναι δυνατή η επίλυση δύσκολων προβλημάτων με σύνθετες γεωμετρίες.

Τα τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία ενσωματώνουν την γενικότερη διατύπωση των εξισώσεων σε τρεις διαστάσεις. Είναι διαθέσιμα σε σχήμα τετράπλευρου, πεντάπλευρου και εξάπλευρα. Για τις ανάγκες προσομοίωσης του βραχέος ταυ υιοθετούνται κυρίως εξάπλευρα στοιχεία, ενώ μικρός αριθμός πεντάπλευρων είναι απαραίτητος σε περιοχές μεταβολής της πυκνότητας της διακριτοποίησης. Το εξάπλευρο στοιχείο είναι διαθέσιμο στο ADINA με 8, 20, 21 και 27 κόμβους, όπως φαίνεται στο σχήμα 4-1. Όλα είναι διαθέσιμα με ισοπαραμετρική διατύπωση, σύμφωνα με την οποία τόσο οι συντεταγμένες όσο και οι μετακινήσεις στο εσωτερικό του στοιχείου παρεμβάλλονται μέσω των ίδιων συναρτήσεων. Τα ισοπαραμετρικά στοιχεία προσφέρουν το πλεονέκτημα εξάπλευρου γενικά σχήματος και όχι αυστηρά ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου, επιτρέποντας έτσι την κάλυψη πολύπλοκων γεωμετρικών σωμάτων, όπως αυτά της σύνδεσης βραχέος ταυ. Η λεπτομερής διατύπωση αυτών των στοιχείων είναι διαθέσιμη στην βιβλιογραφία (Bathe 1996).



Σχήμα 4-1. Στοιχεία τρισδιάστατης γεωμετρίας

Με την εισαγωγή μη γραμμικότητας στην προσομοίωση, λόγω μη γραμμικής σχέσης μεταξύ τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων, ο υπολογιστικός φόρτος αυξάνεται δραστικά. Η επίλυση γίνεται σε επαυξητικά στάδια φόρτισης, σε κάθε ένα από τα οποία επιλύεται μία γραμμική προσέγγιση των εξισώσεων του προβλήματος. Η

γραμμικοποίηση των εξισώσεων γίνεται με την μέθοδο Newton-Raphson, σύμφωνα με την οποία σε κάθε επαυξητικό βήμα εκτελείται επαναληπτική διαδικασία για την σύγκλιση των εξισώσεων στην λύση. Στην πλήρη μορφή της μεθόδου, η οποία εφαρμόσθηκε και στα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή, οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται σε κάθε νέα επανάληψη. Η σύγκλιση που επιτυγχάνεται έτσι είναι τετραγωνική, με αυξημένο όμως υπολογιστικό κόστος για κάθε επανάληψη.

Σε αντίθεση με την θεωρία ελαστικότητας, στην πλαστικότητα δεν υπάρχει ένα ενιαίο σύστημα εξισώσεων, το οποίο μονοσήμαντα να ορίζει τις σχέσεις μεταξύ των μεγεθών σε μία δεδομένη κατάσταση του προβλήματος, καθώς η τελευταία εξαρτάται και από την ιστορία και τον τρόπο φόρτισης. Στα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκαν στην διατριβή, χρησιμοποιείται για την προσομοίωση πλαστικότητας η θεωρία πλαστικής ροής. Οι πλαστικές ανηγμένες της παραμορφώσεις υπόκεινται σε έναν νόμο ροής, ο οποίος καθορίζει τις μεταξύ τους σχέσεις. Σε κάθε σημείο του χώρου η ύπαρξη πλαστικής ροής σηματοδοτείται από την ικανοποίηση ενός κριτηρίου διαρροής, από τις τάσεις στο σημείο αυτό. Τόσο ο νόμος πλαστικής ροής, όσο και το κριτήριο διαρροής, προκύπτουν από την ίδια μορφή συνάρτησης και συγκεκριμένα την συνάρτηση von Mises. Η κράτυνση του υλικού στην πλαστική περιοχή λαμβάνεται υπόψη μέσω ενός νόμου κράτυνσης, με τον οποίο προσαρμόζεται σε κάθε νέα κατάσταση του προβλήματος η συνάρτηση διαρροής, επιτρέποντας έτσι αύξηση των τάσεων πέραν της αρχικής διαρροής. Στα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων αυτής της διατριβής εφαρμόζεται ισότροπος νόμος κράτυνσης, στον οποίο η επέκταση της συνάρτησης διαρροής είναι ομοιόμορφη, χωρίς μετακίνηση ή αλλαγή του σχήματος της.

Για την προσομοίωση των γεωμετρικών μη γραμμικοτήτων, παρέχεται από το ADINA η δυνατότητα ανάλυσης με παραδοχές μεγάλων μετακινήσεων και παραμορφώσεων, κατά την οποία οι εξισώσεις επιλύονται λαμβάνοντας υπόψη την τρέχουσα παραμορφωμένη γεωμετρία του προβλήματος. Σε αυτήν την περίπτωση, τα δεδομένα του καταστατικού νόμου του υλικού πρέπει να εκφράζονται σε τάσεις Cauchy (πραγματικές τάσεις) και λογαριθμικές ανηγμένες παραμορφώσεις (πραγματικές παραμορφώσεις). Οι πραγματικές τάσεις και παραμορφώσεις συνδέονται με τις συμβατικές, οι οποίες αντιστοιχούν στην αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία δοκιμής αξονικού εφελκυσμού, μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$\varepsilon = \ln(1+e) \tag{4-1}$$

$$\sigma = s\left(1+e\right) \tag{4-2}$$

όπου ε , σ η πραγματική ανηγμένη παραμόρφωση και τάση αντίστοιχα και e, s η συμβατική ανηγμένη παραμόρφωση και τάση αντίστοιχα

Η διατύπωση που χρησιμοποιείται είναι η UL (Updated Langrangian), κατά την οποία η τελευταία κατάσταση του προβλήματος, στην οποία έχει επιτευχθεί σύγκλιση, χρησιμοποιείται ως κατάσταση αναφοράς για τον υπολογισμό των νέων κινηματικών και στατικών μεγεθών. Η διατύπωση UL πλεονεκτεί σε αριθμητική ευστάθεια, έναντι της διατύπωσης TL (Total Langrangian), όπου χρησιμοποιείται η αρχική κατάσταση ως κατάσταση αναφοράς, όταν οι παραμορφώσεις είναι μεγάλες (Bathe 1996). Ωστόσο θεωρητικά, οι δύο διατυπώσεις είναι ισοδύναμες.

Η επίλυση με πεπερασμένα στοιχεία προϋποθέτει ολοκλήρωση στον όγκο του στοιχείου, προκειμένου να υπολογισθεί μεταξύ άλλων το μητρώο δυσκαμψίας του. Στα ισοπαραμετρικά στοιχεία αυτό είναι εφικτό μόνο με εφαρμογή μεθόδων αριθμητικής ολοκλήρωσης. Για τα προσομοιώματα σε αυτήν την διατριβή, επιλέγεται η μέθοδος Gauss, η οποία στα μη στρεβλά εξάπλευρα στοιχεία 8 κόμβων απαιτεί τάξη ολοκλήρωσης 2, για να παρέχει την ακριβή λύση, ενώ για τα στοιχεία 20, 21 και 27 κόμβων απαιτείται τάξη ολοκλήρωσης 3.

Ένα πρόβλημα, το οποίο ανακύπτει από την προσομοίωση προβλημάτων κάμψης με εξάπλευρα τρισδιάστατα ή τετράπλευρα διδιάστατα στοιχεία, είναι η εμφάνιση παρασιτικών διατμητικών παραμορφώσεων (Bathe 1996). Το φαινόμενο αυτό έχει ονομασθεί διατμητική σκλήρυνση (shear locking) και οφείλεται στις συναρτήσεις παρεμβολής των μετακινήσεων στο εσωτερικό του στοιχείου και στο πεδίο των ανηγμένων παραμορφώσεων που προκύπτει από αυτές, το οποίο δεν εξασφαλίζει σε κατάσταση καθαρής κάμψης μηδενικές ή έστω πολύ μικρές διατμητικές παραμορφώσεις, στο σύνολο του στοιχείου. Το αποτέλεσμα είναι να υποεκτιμώνται οι ορθές παραμορφώσεις και συνεπώς οι μετακινήσεις που υπολογίζονται από το προσομοίωμα. Το πρόβλημα είναι ιδιαίτερα έντονο στα στοιχεία χαμηλότερης τάξης, δηλαδή τα τρισδιάστατα 8 κόμβων και τα διδιάστατα 4 κόμβων, καθώς και στα στοιχεία με στρεβλό σχήμα. Για τα στοιχεία χαμηλότερης τάξης το ADINA έχει την δυνατότητα ενσωμάτωσης μη συμβατών μορφών παραμόρφωσης, όπου το πεδίο των μετακινήσεων στο εσωτερικό του στοιχείου καθορίζεται με την βοήθεια επιπλέον βαθμών ελευθερίας, οι οποίοι δεν σχετίζονται με κάποιον από τους κόμβους του στοιχείου. Με το νέο πεδίο μετακινήσεων παύει πλέον να ισχύει η συμβατότητα με τα γειτονικά στοιγεία, αλλά διορθώνεται η εμφάνιση παρασιτικών διατμητικών παραμορφώσεων, επιτρέποντας έτσι την καλύτερη προσομοίωση προβλημάτων κάμψης.

4.3 Αξιολόγηση πεπερασμένων στοιχείων στο ADINA

Η επιλογή της πλέον αποτελεσματικής διαμόρφωσης των τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση του βραχέος ταυ, είναι προϊόν συγκερασμού δύο

αντικρουόμενων κριτηρίων. Αφ' ενός, είναι επιθυμητή η μεγιστοποίηση της πιστότητας της προσομοίωσης και αφετέρου είναι σημαντική η ταχύτητα με την οποία προκύπτουν τα αποτελέσματα αυτής. Η βέλτιστη λύση είναι συνάρτηση του αποδεκτού σφάλματος αλλά και του σκοπού για τον οποίο διενεργείται η προσομοίωση. Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο σκοπός για τον οποίο προσομοιώνεται το βραχύ ταυ είναι κυρίως η εκτίμηση της καθολικής απόκρισης και ειδικότερα της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης. Κατά συνέπεια, η εμφάνιση σφαλμάτων προσομοίωσης περιορισμένων σε τοπικό επίπεδο, όπως για παράδειγμα το σπείρωμα των κοχλιών και οι τάσεις που δημιουργούνται σε αυτό, χαρακτηρίζεται δευτερεύουσας σημασίας, εφόσον δεν αντανακλάται δυσμενώς στην καθολική συμπεριφορά του προσομοιώματος.

Η επίδραση στην καθολική απόκριση των διαφορετικών διαμορφώσεων των τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων, που είναι διαθέσιμες στο ADINA, μπορεί να διαπιστωθεί μέσω δοκιμαστικών αναλύσεων σε απλά προβλήματα με γνωστή αναλυτική λύση, τουλάχιστον στην ελαστική περιοχή, τα οποία βέβαια να βραχύ ταυ. Οι δοκιμαστικές αναλύσεις προσομοιάζουν ποιοτικά με το πραγματοποιήθηκαν με διδιάστατα τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία. Σε σχέση με τα τρισδιάστατα ισοπαραμετρικά, τα διδιάστατα αποτελούν μία υποπερίπτωση τους, με κοινό σύστημα εξισώσεων και εξάλειψη της τρίτης Συνεπώς, σε μεγάλο εύρος προβλημάτων εμφανίζουν όμοια διάστασης. χαρακτηριστικά συμπεριφοράς, όπως για παράδειγμα η διατμητική σκλήρυνση σε προβλήματα κάμψης ή η επίδραση της πυκνότητας της διακριτοποίησης. Το πλεονέκτημα περιορισμού σε δύο διαστάσεις, για τις δοκιμαστικές αναλύσεις, έγκειται στην ταχύτερη δημιουργία και επίλυση των προσομοιωμάτων σε πυκνότητες διακριτοποίησης παραπλήσιες των επιθυμητών στο βραχύ ταυ και επιπλέον η καλύτερη εποπτεία στην ανάγνωση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων, η οποία είναι αποτέλεσμα του μικρότερου όγκου πληροφοριών που παράγεται κατά την επίλυση.

Η πρώτη απόφαση που πρέπει να ληφθεί αφορά το πλήθος των κόμβων του στοιχείου. Από το σύνολο των διαμορφώσεων που προσφέρονται, δοκιμάστηκαν τα στοιχεία πρώτης τάξης 4 κόμβων και τα στοιχεία δεύτερης τάξης 9 κόμβων. Τα στοιχεία αυτά είναι αντίστοιχα των τρισδιάστατων 8 και 27 κόμβων. Όπως προαναφέρθηκε, για τα προβλήματα όπου η κάμψη είναι κυρίαρχη, τα στοιχεία κατώτερης τάξης είναι γενικά ακατάλληλα, αν δεν είναι εξοπλισμένα με ένα εξειδικευμένο για το πρόβλημα αυτό πεδίο μετακινήσεων, όπως επιτυγχάνεται για παράδειγμα με τις μη συμβατές μορφές παραμόρφωσης. Επειδή στο πρόβλημα του βραχέος ταυ, το πέλμα μπορεί να θεωρηθεί λεπτό, η κάμψη αποτελεί κυρίαρχο φαινόμενο της συμπεριφοράς του, και κατά συνέπεια το στοιχείο των 4 κόμβων δοκιμάστηκε με την επιλογή ενσωμάτωσης των μη συμβατών μορφών παραμόρφωσης. Η δεύτερη επιλογή αφορά την τάξη ολοκλήρωσης του στοιχείου, και για αυτόν τον σκοπό δοκιμάστηκαν τιμές από 2 έως και 5.

4.3.1 Περιγραφή προσομοιωμάτων

Ο φορέας με τον οποίο δοκιμάστηκαν οι διαμορφώσεις των ισοπαραμετρικών στοιχείων του ADINA είναι μία αμφίπακτη δοκός με κυλιόμενη πάκτωση στο ένα άκρο της και σταθερή ορθογωνική διατομή. Η ραβδωτή εξιδανίκευση του φορέα φαίνεται στο σχήμα 4-2. Ο φορέας αυτός προσομοιάζει με το πέλμα του βραχέος ταυ στην κρίσιμη περιοχή μεταξύ κοχλία και κορμού. Δοκιμάσθηκαν τρία διαφορετικά μήκη της δοκού, έτσι ώστε να διερευνηθεί η καταλληλότητα των στοιχείων σε προβλήματα με διαφορετικές τιμές του λόγου L/H, ήτοι μήκος προς ύψος της διατομής. Κατά την διεύθυνση του μήκους της δοκού χρησιμοποιήθηκαν 50 στοιχεία ενώ κατά την διεύθυνση του ύψους δοκιμάσθηκαν προσομοιώματα με 3, 5 και 8 στοιχεία. Ο αριθμός των καθ' ύψος στοιχείων είναι κρίσιμος για την προσομοίωση της καμπτικής συμπεριφοράς της δοκού και ιδιαίτερα στις διατομές που έχουν διαρρεύσει και συνυπάρχουν τμήματα ελαστικά και πλαστικοποιημένα.



Σχήμα 4-2. Φορέας για την αξιολόγηση των ισοπαραμετρικών στοιχείων

Για το υλικό χρησιμοποιήθηκε για όλα τα προσομοιώματα ο ίδιος διγραμμικός νόμος, με κράτυνση στην πλαστική περιοχή και με τιμές παραμέτρων τυπικές για χάλυβα. Στο πακτωμένο άκρο της δοκού δεσμεύθηκαν όλες οι μετακινήσεις, ενώ στο άκρο με την κυλιόμενη πάκτωση δεσμεύθηκε μόνο η διαμήκης μετακίνηση. Το συγκεντρωμένο φορτίο διανεμήθηκε κατά την διεύθυνση του ύψους στους κόμβους της ακραίας διατομής της δοκού.

Για λόγο L/H ίσο με 30, η δοκός μπορεί να θεωρηθεί ότι βρίσκεται ασφαλώς εντός των ορίων χαρακτηρισμού της ως ραβδωτού φορέα. Θεωρητικά, τα έργα των διατμητικών δυνάμεων είναι αμελητέα σε σύγκριση με εκείνα των ροπών κάμψης, και συνεπώς κάθε εμφάνιση διατμητικής σκλήρυνσης από τα προσομοιώματα έχει άμεση επίπτωση στην ακρίβεια της λύσης. Στο σχήμα 4-3 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στο άκρο, για τα στοιχεία 4 κόμβων ενώ στο σχήμα 4-4 φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα στοιχεία 9 κόμβων. Επιπλέον, σε όλα τα διαγράμματα φαίνεται ταυτόχρονα και η αντίστοιχη καμπύλη που προκύπτει από το προσομοίωμα με στοιχεία δοκού, ανάλογου με αυτό που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Σημειώνεται ότι στο προσομοίωμα αυτό δεν υπολογίζονται τα έργα των διατμητικών δυνάμεων, και συνεπώς αποτελεί μια καλή ένδειξη για την επίδραση τυχόν φαινομένων διατμητικής σκλήρυνσης.



Σχήμα 4-3. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L \, / \, H = 30 \,$ με στοιχεία 4 κόμβων



Σχήμα 4-4. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο L/H = 30 με στοιχεία 9 κόμβων

Γενικά, η συμπεριφορά όλων των προσομοιωμάτων χαρακτηρίζεται πολύ ικανοποιητική. Τα στοιχεία 4 κόμβων, χάρη στην ενσωμάτωση μη συμβατών μορφών παραμόρφωσης, δεν πάσχουν από την εμφάνιση παρασιτικών διατμητικών παραμορφώσεων, και συνεπώς δεν μειονεκτούν στον συγκεκριμένο τομέα έναντι των στοιχείων 9 κόμβων. Η αυξημένη τάξη ολοκλήρωσης δεν διαφοροποιεί την απόκριση εκτός από την μέγιστη μετακίνηση η οποία με μεγαλύτερη τάξη ολοκλήρωσης μειώνεται. Στα προσομοιώματα με 3 στοιχεία καθ' ύψος, εμφανίζεται μια μικρή απόκλιση στην πλαστική περιοχή ιδιαίτερα για μικρές τάξεις ολοκλήρωσης ενώ για τα προσομοιώματα με αριθμό στοιχείων καθ' ύψος 5 ή 8, η βελτίωση είναι πρακτικά αμελητέα για τάξη ολοκλήρωσης μεγαλύτερη από 2.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αμφίπακτης δοκού με λόγο L/H ίσο με 15, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε ένα λεπτό πέλμα βραχέος ταυ. Στο σχήμα 4-5 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης για τα στοιχεία 4 κόμβων, ενώ στο σχήμα 4-6 φαίνονται οι αντίστοιχες καμπύλες για τα στοιχεία 9 κόμβων. Η εικόνα που παρουσιάζουν τα προσομοιώματα δεν διαφέρει ουσιαστικά από εκείνη των προηγούμενων αναλύσεων για λόγο L/H ίσο με 30.

Τελικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αμφίπακτης δοκού με λόγο L/H ίσο με 4, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε ένα μεγάλου ύψους πέλμα βραχέος ταυ. Στο σχήμα 4-7 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης για τα στοιχεία 4 κόμβων, ενώ στο σχήμα 4-8 φαίνονται οι αντίστοιχες καμπύλες για τα στοιχεία 9 κόμβων. Με αυτόν τον λόγο L/H η δοκός δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ραβδωτός φορέας, και επομένως τα έργα των διατμητικών δυνάμεων δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα σε σχέση με τα έργα των ροπών κάμψης. Παράλληλα, και άλλες παραδοχές της κλασσικής θεωρίας δοκού, όπως η επιπεδότητα των διατομών τίθενται εκτός ορίων ισχύος. Τα διδιάστατα προσομοιώματα δεν επηρεάζονται από τις απλοποιήσεις αυτές, δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και με το προσομοίωμα με τα στοιχεία δοκού, το οποίο βασίζεται στις παραδοχές Bernoulli και δεν περιλαμβάνει τα έργα των διατμητικών δυνάμεων. Συνεπώς, δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μέτρο για την αξιολόγηση των διδιάστατων προσομοιωμάτων. Η αξιολόγηση μπορεί να γίνει με την διαπίστωση σύγκλισης της απόκρισης με την αύξηση του υπολογιστικού μεγέθους του προσομοιώματος. Διαπιστώνεται ότι πρακτικά η μόνη διαφοροποίηση αφορά την μέγιστη μετακίνηση, όπου η απόκλιση για τα στοιχεία 4 κόμβων με 3 στοιχεία καθ' ύψος και τα στοιχεία 9 κόμβων με τάξη ολοκλήρωσης 2 είναι σημαντική.

Επειδή οι απλοποιητικές παραδοχές του προσομοιώματος με τα στοιχεία δοκού που αναφέρθηκαν παραπάνω, συμπίπτουν με τις παραδοχές του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, μπορεί να εξαχθεί ένα συμπέρασμα για την επίδραση των απλοποιήσεων αυτών στην καθολική απόκριση ενός βραχέος ταυ, του οποίου οι διαστάσεις του πέλματος αποκλίνουν από τα όρια χαρακτηρισμού του ως ραβδωτού φορέα. Αποδεικνύεται, ότι σε σύγκριση με τα διδιάστατα προσομοιώματα, τα οποία δεν περιλαμβάνουν αυτές τις παραδοχές, η απόκλιση είναι περιορισμένη, δεδομένου



ότι ο λόγος L/H ίσος με 4 μπορεί να θεωρηθεί αρκετά μικρός για πέλμα βραχέος ταυ.

Σχήμα 4-5. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L \, / \, H = \! 15 \,$ με στοιχεία 4 κόμβων



Σχήμα 4-6. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο L/H =15 με στοιχεία 9 κόμβων



Σχήμα 4-7. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο L/H = 4 με στοιχεία 4 κόμβων



Σχήμα 4-8. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο L/H = 4 με στοιχεία 9 κόμβων

4.3.2 Συμπεράσματα

Τόσο τα στοιχεία 4 κόμβων, όσο και τα στοιχεία 9 κόμβων, δεν πάσχουν από διατμητική σκλήρυνση και είναι κατάλληλα για την προσομοίωση προβλημάτων με κυρίαρχη κάμψη. Και τα δύο στοιχεία απέδωσαν ικανοποιητικά, χωρίς κάποιο να υπερέχει ουσιαστικά έναντι του άλλου. Επομένως, η επιλογή μεταξύ των δύο μπορεί να γίνει με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους της προσομοίωσης. Τα στοιχεία 9 κόμβων, και ακόμα περισσότερο τα τρισδιάστατα 27 κόμβων, έχουν πολύ μεγαλύτερες απαιτήσεις σε μνήμη και σε κόστος υπολογισμών από τα αντίστοιχα διδιάστατα 4 και τρισδιάστατα 8 κόμβων.

Συνεπώς, για την τρισδιάστατη προσομοίωση του βραχέος ταυ επιλέγεται το εξαπλευρικό στοιχείο 8 κόμβων, με ενσωμάτωση μη συμβατών μορφών στο πέλμα, όπου η κάμψη είναι κυρίαρχη. Ένα πρόσθετο πλεονέκτημα των στοιχείων αυτών έναντι των στοιχείων ανώτερης τάξης αφορά σε μη γραμμικά προβλήματα με πλαστικότητα. Τα στοιχεία 8 κόμβων εμφανίζονται καλύτερα εξοπλισμένα να προσομοιώσουν την ανάπτυξη γραμμών διαρροής, καθώς από την διατύπωση τους επιτρέπονται ασυνέχειες στο παραγόμενο πεδίο των παραμορφώσεων. Για αυτόν τον λόγο, χρησιμοποιούνται ευρέως σε ανάλογες περιπτώσεις προσομοίωσης στην βιβλιογραφία (Bursi και Jaspart 1997, Wanzek και Gebbeken 1999, Swanson et al. 2002, Coelho 2004). Σε ότι αφορά την πυκνότητα της διακριτοποίησης, παρατηρήθηκε ότι 5 στοιχεία καθ' ύψος προσφέρουν επαρκή σύγκλιση. Τα στοιχεία με ανώτερη τάξη ολοκλήρωσης εμφανίζουν επίσης βελτιωμένη εικόνα, αλλά και σημαντικά επιβαρυμένο χρόνο επίλυσης. Συνεπώς, για την προσομοίωση του πέλματος του βραχέος ταυ, επιλέγονται 5 στρώσεις στοιχείων, ενώ η τάξη ολοκλήρωσης καθολικά στα προσομοίωμα τίθεται ίση με 2, θεωρώντας ότι αποτελεί έναν αποδεκτό συμβιβασμό μεταξύ ακρίβειας προσομοίωσης και υπολογιστικού κόστους.

4.4 Τρισδιάστατο προσομοίωμα βραχέος ταυ

4.4.1 Γεωμετρία

Η απεικόνιση του φυσικού προβλήματος για το οποίο γίνεται η προσομοίωση φαίνεται στο σχήμα 4-9. Το κατακόρυφο μέσο επίπεδο των κορμών αποτελεί επίπεδο συμμετρίας, και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μείωση του μεγέθους του προσομοιώματος. Αντίθετα, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται μεταξύ των πελμάτων και τέμνει τους κορμούς των κοχλιών δεν αποτελεί επίπεδο συμμετρίας στην γενική περίπτωση, επειδή η διατομή των τελευταίων μεταβάλλεται κατά μήκος, λόγω του σπειρώματος. Ειδικές περιπτώσεις, όπου το επίπεδο μεταξύ των πελμάτων αποτελεί και επίπεδο συμμετρίας, είναι η περίπτωση κοχλιών με σπείρωμα στο σύνολο του κορμού και η περίπτωση, όπου μετά την σύσφιξη του περικοχλίου, υπολείπεται μηδενικό μήκος σπειρώματος.



Σχήμα 4-9. Φυσικό πρόβλημα βραχέος ταυ

Ωστόσο, αποτελεί συνήθη πρακτική το επίπεδο μεταξύ των πελμάτων να θεωρείται επίπεδο συμμετρίας και σε γενικότερες περιπτώσεις μήκους του σπειρώματος (Bursi και Jaspart 1997, Wanzek και Gebbeken 1999, Swanson et al. 2002, Coelho 2004). Για τον σκοπό αυτόν, εισάγεται η έννοια ενός τροποποιημένου κορμού κοχλία, ο οποίος έχει σταθερή διατομή αλλά συμπεριφέρεται ισοδύναμα με τον πραγματικό κοχλία. Οι δύο παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη για την ισοδυναμία είναι η αντοχή και η δυσκαμψία. Προκειμένου ο ισοδύναμος κοχλίας να έχει την ίδια αντοχή με τον πραγματικό, η διατομή του συμπίπτει με την ενεργό διατομή κορμού στην περιοχή του σπειρώματος. Η ισοδυναμία της δυσκαμψίας επιτυγχάνεται με την τροποποίηση του μήκους του κορμού, έτσι ώστε η παραμορφωσιμότητα του να ταυτίζεται με την συνδυασμένη παραμορφωσιμότητα των δύο τμημάτων, με σπείρωμα και με πλήρη διατομή, του πραγματικού κοχλία. Για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους κορμού χρησιμοποιείται η διαδικασία που προτάθηκε αρχικά από τον Agerskov (1976), και αξιοποίησαν αργότερα οι Bursi και Jaspart (1997), για την κατασκευή προσομοιώματος με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Το ισοδύναμο μήκος κορμού κοχλία, με ομοιόμορφη διατομή ίση με την ενεργό στην περιοχή του σπειρώματος δίνεται από την σχέση:

$$L_{b,eff} = \frac{A_{b,eff}}{A_b} \left(K_1 + 2K_4 \right)$$
(4-3)

όπου $L_{b,eff}$ το ισοδύναμο μήκος κορμού, $A_{b,eff}$ η ενεργός διατομή κορμού στην περιοχή του σπειρώματος, A_b η πλήρης διατομή του κορμού, K_1 και K_4 παράμετροι, οι οποίες εξαρτώνται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, και δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$K_1 = L_{b,s} + 1,43L_{b,t} + 0,71t_{b,n}$$
(4-4)

$$K_4 = 0.1t_{b,n} + 0.4t_{b,w} \tag{4-5}$$

όπου $L_{b,s}$ το μήκος του κορμού με πλήρη διατομή, $L_{b,t}$ το μήκος του κορμού με σπείρωμα $t_{b,n}$ το πάχος του περικοχλίου και $t_{b,w}$ το πάχος του δακτυλίου.

Στο σχήμα 4-10 φαίνονται τα γεωμετρικά μεγέθη που υπεισέρχονται στις ανωτέρω σχέσεις. Αφού υπολογιστεί το ισοδύναμο μήκος κορμού, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μισό για την προσομοίωση του ενός συμμετρικού τμήματος του βραχέος ταυ. Στα παρελθόν (Gantes και Lemonis 2003), είχε διερευνηθεί η επίδραση του μήκους κοχλία στην απόκριση του τρισδιάστατου προσομοιώματος βραχέος ταυ, και είχε διαπιστωθεί ότι η εφαρμογή της σχέσης 4-3 οδηγεί σε πιο δύσκαμπτη καθολική συμπεριφορά και υποεκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης. Παρόλα αυτά, με την εκμετάλλευση της συμμετρίας, το μέγεθος του προσομοιώματος μειώνεται στο μισό, ή αλλιώς ο αριθμός στοιχείων που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το ένα συμμετρικό τμήμα του βραχέος ταυ διπλασιάζεται. Για αυτόν τον λόγο, αξιοποιήθηκε η συμμετρία και στα πλαίσια της παρούσας διατριβής.



Σχήμα 4-10. Γεωμετρικές παράμετροι κοχλία

Ακολουθώντας την καθιερωμένη πρακτική στην βιβλιογραφία (Bursi και Jaspart 1997, Wanzek και Gebbeken 1999, Coelho 2004), ο δακτύλιος προσομοιώθηκε ως ένα σώμα με την κεφαλή του κοχλία, προκειμένου να περιορισθεί η πολυπλοκότητα της προσομοίωσης. Η εσωτερική διάμετρός της, λαμβάνεται πάντα ίση με την διάμετρο της οπής, ενώ για την εξωτερική δεν υπάρχει περιορισμός, αν και σε όλες τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της διατριβής θεωρήθηκε ίση με την διάμετρο κεφαλής του κοχλία.

4.4.2 Φαινόμενα επαφής

Για την προσομοίωση των φαινομένων επαφής χρησιμοποιήθηκαν επιφανειακά στοιχεία επαφής, τα οποία προσαρτώνται στα τρισδιάστατα στοιχεία, στις περιοχές όπου είναι πιθανή η εμφάνιση τέτοιων φαινομένων. Οι εξισώσεις της μηχανικής του συνεχούς μέσου εξακολουθούν να επιλύονται διατυπωμένες μέσω της αρχής δυνατών έργων στα τρισδιάστατα στοιχεία, πρέπει ωστόσο να προστεθούν επιπλέον και οι συνεισφορές των επιφανειακών δράσεων στις διεπιφάνειες. Όμως τόσο το μέγεθος των δράσεων, όσο και το εύρος των διεπιφανειών είναι άγνωστα εκ των προτέρων. Η αοριστία λύνεται με την εισαγωγή πρόσθετων εξισώσεων για κάθε διεπιφάνεια (στοιχεία επαφής). Οι πρόσθετες εξισώσεις εφαρμόζονται σε μία από τις επιφάνειες του ζεύγους που ορίζει την διεπιφάνεια και ενσωματώνουν τα έργα των επιφανειακών δράσεων, αλλά μέσω ενός μηχανισμού ποινής μπορούν να αυξήσουν το υπολειμματικό έργο από την γραμμικοποίηση των εξισώσεων και να αναγκάσουν σε επανάληψη της επίλυσης, αν δεν ικανοποιούνται οι συνθήκες επαφής. Οι συνθήκες επαφής επιβάλλουν το μη αρνητικό πρόσημο του αναπτυσσόμενου διακένου σε κάθε σημείο της διεπιφάνειας, την φορά των ορθών επιφανειακών δράσεων (όχι εφελκυσμός), και την μη ταυτόχρονη ύπαρξη ορθών επιφανειακών δράσεων και διακένου. Στην περίπτωση προσομοίωσης τριβής εισάγονται επιπλέον και συνθήκες σχετικά με τις εφαπτομενικές δράσεις και τις σχετικές μετακινήσεις στην διεπιφάνεια.

Στο προσομοίωμα του βραχέος ταυ, πιθανές διεπιφάνειες υφίστανται μεταξύ δακτυλίου, αν υπάρχει, ή κεφαλής κοχλία, αν όχι, και πέλματος, και μεταξύ πέλματος και του οριζόντιου επιπέδου συμμετρίας. Το οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας προσομοιώθηκε μέσω επίπεδων διδιάστατων στοιχείων, στα οποία δεσμεύθηκαν όλοι οι βαθμοί ελευθερίας των κόμβων τους, έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε άκαμπτο και ανυποχώρητο υπόβαθρο. Σε κάθε μία διεπιφάνεια επιλέχθηκε η μία από τις δύο επιφάνειες που την αποτελούν, για την επιβολή των συνθηκών επαφής. Οι συνθήκες επαφής στο προσομοίωμα επιβλήθηκαν στην κάτω επιφάνεια του δακτυλίου ή της κεφαλής του κοχλία, και στην κάτω επιφάνεια του πέλματος. Στην διεπιφάνεια πέλματος και οριζόντιου επιπέδου συμμετρίας δεν προσομοιώθηκε τριβή, έτσι ώστε να πληρούνται οι συνθήκες συμμετρίας. Αντίθετα, στην διεπιφάνεια κοχλία και πέλματος προσομοιώθηκε τριβή μέσω του νόμου Coulomb, με έναν συντελεστή 0,25 που αντιστοιχεί σε επιφάνειες, οι οποίες δεν έχουν υποστεί ειδική επεξεργασία. Μία επιπλέον πιθανή διεπιφάνεια αποτελεί η άντυγα της οπής με τον κορμό του κοχλία. Κατά κανόνα ωστόσο, δεν εκδηλώνεται επαφή μεταξύ των δύο αυτών επιφανειών, εξαιτίας του μεταξύ τους διακένου, και για αυτόν τον λόγο δεν προσομοιώθηκε η δυνατότητα επαφής σε αυτές. Η μη εκδήλωση επαφής στην άντυγα της οπής, επιβεβαιώθηκε σε όλα τα προσομοιώματα που εξετάσθηκαν στην διατριβή.

Η προσομοίωση των φαινομένων επαφής αποτελεί μία επιπλέον μη γραμμικότητα στο πρόβλημα και μάλιστα ιδιαίτερα δυσχερή αριθμητικά. Οι αλγόριθμοι ποινής που χρησιμοποιούνται για την επιβολή των συνθηκών επαφής μπορούν να προκαλέσουν αριθμητικά προβλήματα στην μόρφωση του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας, αν είναι πολύ αυστηροί. Αντίθετα, αν είναι χαλαροί οδηγούν σε σφάλματα προσομοίωσης. Η επιλογή των παραμέτρων ποινής συνεπώς πρέπει να προσαρμόζεται, ώστε να αποφεύγονται τα προβλήματα αυτά. Στο ADINA οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν υπολογίστηκαν αυτόματα από το πρόγραμμα. Για την αποφυγή των αριθμητικών προβλημάτων τα βήματα επιβολής της φόρτισης πρέπει να είναι αρκετά μικρά, ώστε η επόμενη λύση του προβλήματος να μην απέχει σημαντικά από την προηγούμενη, προκαλώντας έτσι δυσκολίες σύγκλισης ή ακόμη και απόκλιση της μεθόδου Newton-Raphson.

4.4.3 Συνοριακές συνθήκες

Στα επίπεδα συμμετρίας απαιτείται η δέσμευση των εκτός επιπέδου μετακινήσεων. Δέσμευση στροφών δεν είναι απαραίτητη καθώς τα τρισδιάστατα στοιχεία δεν περιέχουν στροφικούς βαθμούς ελευθερίας. Στο οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας η συνθήκη συμμετρίας επιβλήθηκε μέσω της προσομοίωσης ενός ανυποχώρητου και άκαμπτου υποβάθρου, κάτω από το πέλμα, με διδιάστατα στοιχεία πλήρως δεσμευμένα και στοιχεία επαφής προσαρμοσμένα επί αυτών. Οι οριζόντιες μετακινήσεις επί του υποβάθρου παρέμειναν ελεύθερες, καθώς δεν προσομοιώθηκαν φαινόμενα τριβής στα στοιχεία επαφής. Στον κοχλία η ίδια συνθήκη συμμετρίας επιβλήθηκε εύκολα, με την δέσμευση των κατακόρυφων βαθμών ελευθερίας των κόμβων στην βάση του κορμού. Αντίστοιχα, στο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το μέσο του κορμού, η συνθήκη συμμετρίας επιβλήθηκε με την δέσμευση των οριζόντιων βαθμών ελευθερίας, σε όλους τους κόμβους του επιπέδου.

Οι πλευρικές συνοριακές συνθήκες εξαρτώνται από το είδος του βραχέος ταυ που προσομοιώνεται. Αν πρόκειται για ανεξάρτητο βραχύ ταυ, μιας πειραματικής δοκιμής για παράδειγμα, δεν απαιτείται να επιβληθούν δεσμεύσεις στις πλευρικές μετακινήσεις, των δύο πλευρικών ορίων. Στην περίπτωση όμως, ενός βραχέος ταυ, το οποίο αποτελεί μέρος μιας μεγαλύτερης κατασκευής, όπως για παράδειγμα ενός κόμβου με μετωπική πλάκα, οι πλευρικές μετακινήσεις στα όρια πρέπει να δεσμευθούν.

Στο σχήμα 4-11 φαίνονται σχηματικά οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται στο προσομοίωμα. Οι ανωτέρω συνοριακές συνθήκες προκύπτουν ως απόρροια του φυσικού προβλήματος. Στην περίπτωση που δεν δεσμεύονται οι πλευρικές μετακινήσεις στα πλευρικά όρια, επιτρέπεται η μετακίνηση στερεού σώματος ολόκληρου του προσομοιώματος κατά z. Θεωρητικά, δεν υπάρχουν αίτια που να προκαλούν αυτήν την μετακίνηση, όμως το καθολικό μητρώο δυσκαμψίας που υπολογίζεται σε ένα τέτοιο προσομοίωμα δεν είναι θετικά ορισμένο, προκαλώντας αριθμητική αστάθεια. Προκειμένου να αποφευχθούν τα αριθμητικά προβλήματα, δεσμεύονται οι πλευρικές, κατά z, μετακινήσεις στο διαμήκες, κατά μήκος του πέλματος, επίπεδο συμμετρίας (σχήμα 4-11).



Σχήμα 4-11. Συνοριακές συνθήκες προσομοιώματος βραχέος ταυ

Η εξωτερική φόρτιση επιβλήθηκε στους κόμβους της άνω, ακραίας διατομής του κορμού. Επιβλήθηκε υπό την μορφή μετακινήσεων και όχι δυνάμεων, επιτρέποντας έτσι καλύτερη σύγκλιση στην πλαστική περιοχή.

4.4.4 Διακριτοποίηση

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 4.3, χρησιμοποιούνται τρισδιάστατα εξαπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία 8 κόμβων για την προσομοίωση της διατομής ταυ και του κοχλία με τάξη ολοκλήρωσης 2. Στο πέλμα, όπου η κάμψη είναι καθοριστική, ενσωματώνονται μη συμβατικές μορφές παραμόρφωσης στην διατύπωση των στοιχείων. Κατά το πάχος του πέλματος εφαρμόζονται 5 στρώσεις στοιχείων, βάσει των αποτελεσμάτων των δοκιμαστικών αναλύσεων, ώστε να προσομοιωθεί επαρκώς η ελαστοπλαστική συμπεριφορά του πέλματος υπό κάμψη.

Στην περιφέρεια του κοχλία χρησιμοποιείται μεγάλος αριθμός στοιχείων (τυπική τιμή 40), και συνεπώς περιγράφεται με μεγάλη ακρίβεια η κυκλική διατομή του κορμού. Ο ίδιος αριθμός στοιχείων εφαρμόζεται και στην περιφέρεια της οπής, έτσι ώστε τα στοιχεία επαφής που εφαρμόζονται στην διεπιφάνεια κοχλία και πέλματος να ταυτίζονται τοπολογικά στις δύο εκατέρωθεν επιφάνειες. Αυτή η απαίτηση δεν είναι απαραίτητη για την προσομοίωση των φαινομένων επαφής, τίθεται όμως σε εφαρμογή για λόγους αριθμητικής αποτελεσματικότητας του αλγόριθμου.

Στο σχήμα 4-12 φαίνεται η λεπτομέρεια της επαφής πέλματος και κοχλία ενός βραχέος ταυ που βρίσκεται σε μια τυπική παραμορφωμένη γεωμετρία. Στο άκρο του δακτυλίου, προς την πλευρά του κορμού του βραχέος ταυ, θεωρητικά απειρίζονται οι τάσεις, τόσο στο πέλμα όσο και στον δακτύλιο, καθώς οι δράσεις επαφής συγκεντρώνονται σημειακά. Το αποτέλεσμα είναι οι τοπικά αυξημένες τάσεις να προκαλούν πρόωρη θραύση του προσομοιώματος επηρεάζοντας την υπολογιζόμενη τιμή μέγιστης μετακίνησης. Στην πραγματικότητα, η συγκέντρωση τάσεων στην περιοχή αυτήν αμβλύνεται, καθώς το σχήμα του δακτυλίου μεταβάλλεται ώστε η μεταφορά των δυνάμεων να γίνεται όχι σημειακά αλλά σε ένα μεγαλύτερο εύρος (σχήμα 4-12β). Για να αντιμετωπιστεί το συγκεκριμένο σφάλμα απαιτείται δραστικά πυκνότερη διακριτοποίηση με στόχο την προσομοίωση της στρογγύλευσης των ακμών του δακτυλίου. Τέτοια πυκνότητα διακριτοποίησης όμως, δεν είναι ρεαλιστική με τα σημερινά υπολογιστικά μέσα. Επομένως, είναι απαραίτητη μία προσεγγιστική αντιμετώπιση και για τις ανάγκες της παρούσας διατριβής επιλέχθηκε η απομόνωση της συγκεκριμένης περιοχής από τον έλεγχο θραύσης, αυξάνοντας επαρκώς τα όρια θραύσης του υλικού των στοιχείων που βρίσκονται σε αυτήν. Επειδή η περιοχή αυτή δεν είναι κρίσιμη για την αστοχία, η συγκεκριμένη αύξηση δεν προκαλεί αρνητικές επιπτώσεις στην καθολική απόκριση του προσομοιώματος.



Σχήμα 4-12. Λεπτομέρεια επαφής δακτυλίου με πέλμα

4.4.5 Επίλυση

Η επίλυση γίνεται με την βοήθεια της μεθόδου Newton-Raphson, με παραδοχές μεγάλων μετακινήσεων και μεγάλων παραμορφώσεων. Η μέθοδος συγκλίνει στην πραγματική λύση μετά από μια σειρά επαναλήψεων. Η επίτευξη σύγκλισης σε μία

επανάληψη διαπιστώνεται ελέγχοντας το μέγεθος του έργου των υπολειμματικών δράσεων σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας, και συγκρίνοντας το με το αντίστοιχο έργο στην πρώτη επανάληψη. Σε μητρωική μορφή το κριτήριο γράφεται ως εξής:

$$\frac{\Delta \mathbf{U}_{i}^{T} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{t+\Delta t} & - & \mathbf{F}_{i-1}^{t+\Delta t} \end{bmatrix}}{\Delta \mathbf{U}_{1}^{T} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{t+\Delta t} & - & \mathbf{F}^{t} \end{bmatrix}} < \boldsymbol{\epsilon}_{E}$$
(4-6)

όπου $\Delta \mathbf{U}_i$, $\Delta \mathbf{U}_I$ οι επαυξητικές μετακινήσεις στην τρέχουσα και την πρώτη επανάληψη αντίστοιχα, $\mathbf{R}^{t+\Delta t} - \mathbf{F}_{i-I}^{t+\Delta t}$ οι υπολειμματικές δράσεις στην τρέχουσα επανάληψη, $\mathbf{R}^{t+\Delta t} - \mathbf{F}^t$ οι υπολειμματικές δράσεις στην πρώτη επανάληψη και \mathbf{e}_E η αποδεκτή ανοχή σύγκλισης.

Η επιλογή της παραμέτρου $\boldsymbol{\epsilon}_{E}$ είναι καθοριστική για την διαδικασία επίλυσης, καθώς μία πολύ μικρή τιμή μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλο αριθμό επαναλήψεων για την επίτευξη περιττής ακρίβειας, ενώ μια μεγάλη τιμή οδηγεί σε μεγάλη απόκλιση από την πραγματική λύση. Στα προβλήματα πλαστικότητας προτείνονται γενικά πιο χαλαρά κριτήρια σύγκλισης και μεγαλύτερος αριθμός βημάτων, καθώς η εκμηδένιση των υπολειμματικών δράσεων είναι γενικά δύσκολη και επιπλέον υπάρχει εξάρτηση του μαθηματικού προβλήματος από την ιστορία φόρτισης. Στο προσομοίωμα επιλέχθηκε για την $\boldsymbol{\epsilon}_{E}$ τιμή ίση με 0,001.

Για την σύγκλιση των φαινομένων επαφής χρησιμοποιείται από το ADINA επιπλέον το ακόλουθο κριτήριο:

$$\frac{\left\|\mathbf{R}\mathbf{c}_{i-1} - \mathbf{R}\mathbf{c}_{i-2}\right\|_{2}}{\left\|\mathbf{R}\mathbf{c}_{i-2}\right\|_{2}} < \boldsymbol{\epsilon}_{RC}$$
(4-7)

όπου \mathbf{Rc}_{i-1} , \mathbf{Rc}_{i-2} οι δράσεις επαφής στις δύο προηγούμενες επαναλήψεις και $\boldsymbol{\epsilon}_{RC}$ η αποδεκτή ανοχή σύγκλισης. Στο προσομοίωμα τέθηκε ίση με 0,05.

Αν δεν ικανοποιούνται τα παραπάνω κριτήρια σύγκλισης σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας στους οποίους εφαρμόζονται, εκτελείται νέα επανάληψη. Αν εξαντληθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, τότε το ADINA αυτόματα υποδιπλασιάζει το βήμα φόρτισης και εκκινεί από την αρχή νέο κύκλο επαναλήψεων. Όταν και το βήμα φόρτισης γίνει μικρότερο του ελάχιστου επιτρεπόμενου χωρίς να επιτευχθεί σύγκλιση, η επίλυση τερματίζεται. Τυπικά, ο τερματισμός της επίλυσης προκαλείται από την προσέγγιση στο όριο θραύσης κάποιου υλικού. Πιθανώς όμως να οφείλεται και σε άλλα αίτια, όπως αυστηρά κριτήρια σύγκλισης ή ακόμα και σφάλματα προσομοίωσης. Για αυτόν τον λόγο, για όλα τα προσομοιώματα που εξετάσθηκαν στην διατριβή, η θραύση επαληθεύθηκε από τις μέγιστες ανηγμένες παραμορφώσεις των στοιχείων στο τελευταίο βήμα που υπήρξε σύγκλιση.

4.4.6 Το πρόγραμμα AutoModel

Η δημιουργία ενός τόσου σύνθετου προσομοιώματος όπως το βραχύ ταυ που περιγράφεται στις προηγούμενες παραγράφους απαιτεί σημαντικό όγκο εργασίας. Ο όγκος αυτός αυξάνει υπερβολικά στα πλαίσια μιας παραμετρικής ανάλυσης, όπου μια απλή αλλαγή ενός γεωμετρικού μεγέθους μπορεί να συνεπάγεται δημιουργία από την αρχή του προσομοιώματος. Επιπλέον, το ενδεχόμενο λάθους κατά την εισαγωγή των δεδομένων αυξάνεται με την πολυπλοκότητα του προσομοιώματος, καθώς χάνεται η δυνατότητα άμεσης εποπτείας των παραμέτρων. Η εύρεση και η διόρθωση πιθανού λάθους εκ των υστέρων είναι συνήθως μια επίπονη διαδικασία, ενώ υπάρχει και ο κίνδυνος το λάθος να μην προκαλεί προφανείς συνέπειες και να παραμένει απαρατήρητο.

Για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων αναπτύχθηκε από τον συγγραφέα το πρόγραμμα AutoModel για την προπαρασκευή και δημιουργία έτοιμων προσομοιωμάτων βραχέος ταυ (σχήμα 4-13). Ως δεδομένα εισόδου στο πρόγραμμα χρησιμοποιούνται οι φυσικές παράμετροι του προβλήματος και οι παράμετροι της μορφής και πυκνότητας της διακριτοποίησης, επιτυγχάνοντας έτσι άμεση εποπτεία και έλεγχο του προσομοιώματος. Το πρόγραμμα δημιουργεί το αρχείο εισόδου του προσομοιώματος για το ADINA, στο περιβάλλον του οποίου ελάχιστες επιπλέον ενέργειες απαιτούνται, προκειμένου να πραγματοποιηθεί η ανάλυση.



Σχήμα 4-13. Το πρόγραμμα AutoModel

4.5 Αξιολόγηση τρισδιάστατου προσομοιώματος βραχέος ταυ

Η αξιοπιστία του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων ελέγχθηκε με τα πειραματικά αποτελέσματα βραχέων ταυ που αναφέρονται στην δημοσίευση των Bursi και Jaspart (1997). Τα αποτελέσματα αφορούν δύο πειραματικές δοκιμές: ενός βραχέος ταυ από διατομή IPE300 με ονομασία T1 και ενός από διατομή IPB220 με ονομασία T2. Οι κοχλίες και στις δύο δοκιμές είναι M12 χωρίς προένταση, έτσι ώστε στην δοκιμή T1 καθοριστικό να είναι το πέλμα, ενώ στην δοκιμή T2 οι κοχλίες. Στο σχήμα 4-14 φαίνονται τα γεωμετρικά δεδομένα των βραχέων ταυ, των δύο δοκιμών. Στο σχήμα 4-15 φαίνονται οι καταστατικοί νόμοι των υλικών, οι οποίοι εκφράζονται με πραγματικές τάσεις και πραγματικές ανηγμένες παραμορφώσεις. Λόγω παραμενουσών τάσεων, υπάρχει διαφοροποίηση του υλικού του πέλματος και του υλικού του κορμού. Η διαφοροποίηση αυτή είναι εύκολο να εισαχθεί και στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 4-14. Πειραματικά βραχέα ταυ T1 και T2 (διαστάσεις σε mm)

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4-14, σε κάθε βραχύ ταυ των δοκιμών έχουν εφαρμοσθεί 4 κοχλίες. Για την προσομοίωση χρησιμοποιείται το ένα όγδοο της συνολικής σύνδεσης, αξιοποιώντας πέραν των συμμετριών περί τον κορμό και την διεπιφάνεια των πελμάτων και την συμμετρία στο διαμήκες επίπεδο κάθετα στον κορμό που

διέρχεται στο διάμεσο μεταξύ των κοχλιών. Η συνοριακή συνθήκη που επιβάλλεται στο πλευρικό όριο του προσομοιώματος, που ταυτίζεται με το επίπεδο αυτό, είναι η παρεμπόδιση των εκτός επιπέδου μετακινήσεων. Στο άλλο πλευρικό όριο όλοι οι βαθμοί ελευθερίας παραμένουν ενεργοί.



Σχήμα 4-15. Νόμοι υλικών πειραματικών βραχέων ταυ T1 και T2 (σε πραγματικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις)

Βραχύ ταυ Τ1

Στην πειραματική δοκιμή του βραχέος ταυ T1 αναπτύχθηκαν μεγάλες πλαστικές καμπτικές παραμορφώσεις στο πέλμα και ειδικότερα στην περιοχή της συναρμογής του με τον κορμό και στην περιοχή του κοχλία. Η συμπεριφορά αυτή αντιστοιχεί στον πρώτο μηχανισμό αστοχίας κατά τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Στο σχήμα 4-16 φαίνεται το προσομοίωμα για την πειραματική δοκιμή T1. Η παραμορφωμένη γεωμετρία κατά την θραύση φαίνεται στο σχήμα 4-17 και αποδεικνύει την ικανότητα του προσομοιώματος να αναπαράγει την αλληλεπίδραση πέλματος και κοχλία με πειστικό τρόπο.



Σχήμα 4-16. Τρισδιάστατο προσομοίωμα για το βραχύ ταυ Τ1



Σχήμα 4-17. Παραμορφωμένη γεωμετρία προσομοιώματος Τ1 κατά την θραύση

Το κύριο χαρακτηριστικό της απόκρισης που ενδιαφέρει είναι η καμπύλη δύναμης F- μετακίνησης δ . Στην πειραματική διάταξη οι μετακινήσεις δ μετρήθηκαν σε απόσταση $d_{exp} = 150mm$ από την διεπιφάνεια των δύο πελμάτων, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4-14. Οι καμπύλες $F - \delta$ της πειραματικής δοκιμής και του προσομοιώματος παρατίθενται στο σχήμα 4-18 που ακολουθεί.



Σχήμα 4-18. Καμπύλες δύναμης μετακίνησης βραχέος ταυ Τ1

Η σύγκλιση των δύο καμπυλών είναι πολύ ικανοποιητική. Μικρή απόκλιση παρατηρείται κατά την πλαστικοποίηση, όπου για το πειραματικό βραχύ ταυ, η μετάβαση από την ελαστικό κλάδο στον πλαστικό είναι περισσότερο ομαλή. Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στην επιρροή παραμενουσών τάσεων που δεν συμπεριλαμβάνονται στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Η δυσκαμψία στην

ελαστική περιοχή ταυτίζεται στις δύο καμπύλες ενώ μία υποεκτίμηση της δυσκαμψίας στην πλαστική περιοχή εμφανίζεται στο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Η μέγιστη μετακίνηση που υπολογίζεται από το προσομοίωμα πρακτικά ταυτίζεται με την πειραματική τιμή. Η θραύση του προσομοιώματος οφείλεται στην εξάντληση της εφελκυστικής αντοχής στην πλέον εφελκυόμενη ίνα του κοχλία.

Η ικανοποιητική απόδοση του προσομοιώματος, που αποδεικνύεται με την σύγκλιση των καμπυλών, επιτρέπει τον υπολογισμό ποσοτήτων της απόκρισης οι οποίες δύσκολα μετρώνται πειραματικά. Στο σχήμα 4-19 απεικονίζεται η κατανομή της ισοδύναμης τάσης και της ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης σε μία τομή που διέρχεται από το μέσο του κοχλία στην κατάσταση θραύσης. Τα μεγέθη παρουσιάζονται βάσει των πρωτογενών τιμών που υπολογίζονται στα σημεία ολοκλήρωσης, και δεν έχουν υποστεί καμία ομαλοποίηση. Η ισοδύναμη τάση υπολογίζεται από την συνάρτηση:

$$\sigma_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2}} \left[\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \right)^2 + \left(\sigma_{xx} - \sigma_{zz} \right)^2 + \left(\sigma_{zz} - \sigma_{yy} \right)^2 + 6 \left(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 \right) \right]$$
(4-8)

ή

$$\sqrt{2}\sigma_{eff} = \sigma_{vm} \tag{4-9}$$

όπου $\sigma_{\!\scriptscriptstyle ij}$ οι συνιστώσες του τανυστή των τάσεων και $\sigma_{\!_{\!\!\! V\!\!\! m}}$ η τάση von Mises

Η ισοδύναμη πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση είναι η ποσότητα, με την οποία αντιστοιχίζεται η τρισδιάστατη κατάσταση πλαστικών ανηγμένων παραμορφώσεων ενός σημείου του χώρου, στην πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση μονοαξονικού εφελκυσμού. Υπολογίζεται από την σχέση:

$$\varepsilon_{eff}^{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon^{p}\varepsilon^{p}}$$
(4-10)

όπου ε^{p} , ο τανυστής πλαστικών ανηγμένων παραμορφώσεων.

Από την εικόνα της εντατικής κατάστασης είναι εμφανής η ανάπτυξη δύο ζωνών πλαστικοποίησης στο πέλμα και συγκεκριμένα στην συναρμογή με τον κορμό και στην περιοχή του κοχλία. Η λεπτομέρεια με την οποία προσομοιώνεται η ελαστοπλαστική κατάσταση των περιοχών αυτών, επιβεβαιώνει ότι οι 5 στρώσεις στοιχείων κατά το πάχος του πέλματος επαρκούν για την συγκεκριμένη απαίτηση. Επίσης, παρατηρείται ότι το σύνολο της διατομής του κοχλία έχει διαρρεύσει, και ότι η κάμψη του κορμού του αποτελεί σοβαρή παράμετρο της καταπόνησης του. Η συμπεριφορά αυτή επιβεβαιώνεται και από την πειραματική δοκιμή, όπου οι κοχλίες πράγματι παρουσίασαν σημαντικές πλαστικές παραμορφώσεις, κατατάσσοντας αυτήν

την διαμόρφωση του βραχέος ταυ σε μία ενδιάμεση περίπτωση του πρώτου και δεύτερου μηχανισμού αστοχίας του Ευρωκώδικα 3.



Σχήμα 4-19. Κατανομή ισοδύναμης τάσης και ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης κατά την θραύση στο βραχύ ταυ T1

Βραχύ ταυ Τ2

Η απόκριση της πειραματικής δοκιμής του βραχέος ταυ T2 αντιστοιχεί στον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας κατά τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Προκλήθηκε θραύση των κοχλιών και πλαστικοποίηση του πέλματος στην συναρμογή του με τον κορμό. Στο σχήμα 4-20 φαίνεται το προσομοίωμα για την πειραματική δοκιμή T2. Η παραμορφωμένη γεωμετρία κατά την θραύση φαίνεται στο σχήμα 4-21.



Σχήμα 4-20. Τρισδιάστατο προσομοίωμα για το βραχύ ταυ Τ2



Σχήμα 4-21. Παραμορφωμένη γεωμετρία προσομοιώματος Τ2 κατά την θραύση

Οι καμπύλες $F - \delta$ της πειραματικής δοκιμής και του προσομοιώματος παρουσιάζονται στο σχήμα 4-22. Στην πειραματική διάταξη οι μετακινήσεις δ μετρήθηκαν σε απόσταση $d_{exp} = 35mm$ από την διεπιφάνεια των δύο πελμάτων, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4-14.



Σχήμα 4-22. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ2

Η μορφή της πειραματικής καμπύλης προδίδει την εμφάνιση κάποιας πρόωρης αστοχίας και συνακόλουθη ανακατανομή της έντασης. Όπως τεκμηριώνεται και στην πρωτότυπη εργασία (Bursi και Jaspart 1997), παρατηρήθηκε απόσχιση του σπειρώματος σε μερικούς κοχλίες. Η συγκεκριμένη μορφή αστοχίας δεν είναι δυνατό να προβλεφθεί από το προσομοίωμα, καθώς δεν περιέχεται σε αυτό καμία
πληροφορία για το σπείρωμα. Παρόλα αυτά, η σύγκλιση των δύο καμπυλών παραμένει καλή. Η αρχική δυσκαμψία και η αντοχή υπολογίζονται με μεγάλη ακρίβεια. Όπως, και στο βραχύ ταυ T1, η μετάβαση στην πλαστική περιοχή είναι περισσότερο ομαλή για την πειραματική δοκιμή λόγω των παραμενουσών τάσεων. Η θραύση του προσομοιώματος οφείλεται στην εξάντληση της εφελκυστικής αντοχής στην πλέον εφελκυόμενη ίνα του κοχλία. Η μέγιστη μετακίνηση υπολογίζεται με μεγάλη ακρίβεια, όμως δεν μπορεί να εξαχθεί ασφαλές συμπέρασμα, διότι είναι άγνωστο κατά πόσο συνέβαλε η σχετική ολίσθηση σπειρώματος και περικοχλίου στην διαμόρφωση της πειραματικής τιμής.

Στο σχήμα 4-23 απεικονίζεται η κατανομή της ισοδύναμης τάσης και της ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης σε μία τομή που διέρχεται από το μέσο του κοχλία στην κατάσταση θραύσης. Τα μεγέθη παρουσιάζονται βάσει των πρωτογενών τιμών, που υπολογίζονται στα σημεία ολοκλήρωσης, χωρίς καμία ομαλοποίηση.



Σχήμα 4-23. Κατανομή ισοδύναμης τάσης και ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης κατά την θραύση στο βραχύ ταυ T2

Από την κατανομή των τάσεων και των ανηγμένων παραμορφώσεων διαπιστώνεται η πλήρης πλαστικοποίηση του κορμού του κοχλία. Και εδώ η καμπτική καταπόνηση στον τελευταίο είναι εμφανής. Στο πέλμα έχει διαρρεύσει μόνο η διατομή κοντά στην συναρμογή με τον κορμό. Αυτή η μορφή αστοχίας επαληθεύεται από τις πειραματικές παρατηρήσεις. Τελικά, η θραύση προκαλείται από την υπέρβαση του ορίου θραύσης στον κορμό του κοχλία.

4.5.1 Επίδραση διακριτοποίησης

Στην παράγραφο αυτήν παρουσιάζεται μια παραμετρική διερεύνηση της επίδρασης που έχει η πυκνότητα της διακριτοποίησης στην υπολογιζόμενη απόκριση του

προσομοιώματος του βραχέος ταυ T1. Καταρχήν διερευνάται η επίδραση του αριθμού των στοιχείων κατά το πάχος του πέλματος. Δοκιμάστηκε, ένα προσομοίωμα με 3 και ένα με 8 στρώσεις στοιχείων, επιπρόσθετα του προσομοιώματος με 5 στρώσεις που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Η τάξη ολοκλήρωσης των στοιχείων είναι ίση με 2. Στο σχήμα 4-24 φαίνονται τα τρία προσομοιώματα.



Σχήμα 4-24. Προσομοιώματα με 3, 5 και 8 στρώσεις στοιχείων στο πέλμα

Στο σχήμα 4-25 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης για τα τρία προσομοιώματα. Οι τρεις καμπύλες πρακτικά ταυτίζονται. Ακόμα και το προσομοίωμα με 3 στρώσεις είναι σε θέση να προσομοιώσει με την ίδια ακρίβεια την κάμψη του πέλματος και την ανάπτυξη των ζωνών πλαστικοποίησης σε αυτό. Επομένως, αποδεικνύεται ότι η επιλογή 5 στρώσεων που έγινε για το τρισδιάστατο προσομοίωμα επαρκεί, για την προσομοίωση των φαινομένων αυτών, και ότι τυχόν μεγαλύτερος αριθμός στρώσεων δεν προσθέτει στην πιστότητα της καθολικής λύσης.



Σχήμα 4-25. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης παραμετρικής διερεύνησης αριθμού στοιχείων στο πάχος του πέλματος

Στην συνέχεια διερευνάται η επίδραση της τάξης ολοκλήρωσης των τρισδιάστατων ισοπαραμετρικών στοιχείων. Επιλέγονται τιμές τάξης ολοκλήρωσης 2, 3 και 4. Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν στο προσομοίωμα με 5 στρώσεις στοιχείων. Στο σχήμα 4-26 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης για τις τρεις τάξεις ολοκλήρωσης. Τα αποτελέσματα είναι ταυτόσημα και στις 3 περιπτώσεις. Επομένως, τάξη μεγαλύτερη από 2 δεν βελτιώνει την ακρίβεια της προσομοίωσης.



Σχήμα 4-26. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης παραμετρικής διερεύνησης τάξης ολοκλήρωσης

4.6 Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ στις τρεις διαστάσεις

Στην περιγραφή του επαυξητικού προσομοιώματος που έγινε στο προηγούμενο κεφάλαιο δεν υπεισέρχεται πουθενά η επιρροή της διάστασης του πλάτους του πέλματος (στο εξής τρίτη διάσταση). Το πέλμα προσομοιώνεται ως απλή δοκός και επομένως θεωρείται ότι το πλάτος δεν είναι πολύ μεγαλύτερο από το ύψος. Στην πραγματικότητα, η παραδοχή αυτή δεν ισχύει, καθώς το πέλμα συμπεριφέρεται ως πλάκα και επομένως η εντατική του κατάσταση διαφέρει από αυτήν απλής δοκού. Επίσης, ο κοχλίας δρα σε ένα πλάτος, το οποίο είναι διαφορετικό από το πλάτος του πέλματος. Επομένως, η μη ομοιόμορφη κατανομή της δύναμης του κοχλία στο πλάτος του πέλματος προκαλεί την σε τρεις διαστάσεις παραμόρφωση του τελευταίου. Τέλος, οι πλευρικές συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν το εντατικό πεδίο του πέλματος, προκαλώντας διαφοροποίηση από την περίπτωση απλής δοκού. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται η αντιμετώπιση των φαινομένων που προκύπτουν από την τρίτη διάσταση στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ.

4.6.1 Εντατική κατάσταση

Με την προσομοίωση του πέλματος ως απλής δοκού γίνεται αυτόματα η παραδοχή επίπεδης εντατικής κατάστασης. Σε μία διατομή οι τάσεις και οι παραμορφώσεις μεταβάλλονται στο ύψος της, παραμένουν όμως σταθερές κατά την έννοια του πλάτους. Στο σχήμα 4-27 φαίνεται η ορθογωνική διατομή του πέλματος και η σύμβαση των αξόνων που υιοθετείται. Στην γενική περίπτωση, η σχέση μεταξύ ορθών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων στην ελαστικότητα περιγράφεται από τις ακόλουθες τρεις εξισώσεις:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Big[(1-\nu)\varepsilon_{xx} + \nu (\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \Big]$$
(4-11)

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \Big[(1-v)\varepsilon_{yy} + v(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}) \Big]$$
(4-12)

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Big[(1-\nu)\varepsilon_{zz} + \nu \big(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\big) \Big]$$
(4-13)



Σχήμα 4-27. Σύμβαση αξόνων στην ορθογωνική διατομή του πέλματος

Στην περίπτωση της απλής θεωρίας δοκού οι συνιστώσες σ_{yy} και σ_{zz} θεωρούνται μηδενικές, οπότε οι παραπάνω εξισώσεις καταλήγουν στην σχέση του Hooke:

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \tag{4-14}$$

Οι δευτερεύουσες ανηγμένες παραμορφώσεις ε_{yy} και ε_{zz} συνδέονται με την κύρια παραμόρφωση ε_{xx} μέσω της σχέσης:

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -v\varepsilon_{xx} \tag{4-15}$$

Οι παραμορφώσεις αυτές είναι ελεύθερες να αναπτυχθούν, όταν το πλάτος και το ύψος της διατομής είναι μικρά σε σχέση με το μήκος. Όταν το πλάτος είναι μεγάλο

τότε σε μια περιοχή μακριά από τα πλευρικά όρια και στο κέντρο της διατομής επικρατούν συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. Δηλαδή:

$$\varepsilon_{zz} = 0 \tag{4-16}$$

Αν θεωρήσουμε ότι το ύψος της διατομής εξακολουθεί να παραμένει μικρό σε σχέση με το μήκος, τότε η συνιστώσα σ_w της τάσης είναι μηδενική:

$$\sigma_{yy} = 0 \tag{4-17}$$

Έτσι οι εξισώσεις τρισδιάστατης ελαστικότητας 4-11 ως 4-13 καταλήγουν στις ακόλουθες δύο σχέσεις:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1 - v^2} \varepsilon_{xx} \tag{4-18}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{vE}{1 - v^2} \varepsilon_{xx} \tag{4-19}$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις, η πρώτη είναι εκείνη που ενδιαφέρει, καθώς συνδέει την ορθή τάση και ανηγμένη παραμόρφωση στον άξονα x, όπως ακριβώς συμβαίνει και με την σχέση 4-14, στην περίπτωση απλής θεωρίας δοκού. Επομένως, η ελαστική κάμψη κατά τον κύριο άξονα, ενός σημείου της διατομής, σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης και με παραδοχή μικρού πάχους, δεν εξαρτάται από συνιστώσες δευτερευουσών παραμορφώσεων και μπορεί να αντιμετωπιστεί με την θεωρία κάμψης απλής δοκού. Η σχέση 4-18 υποδεικνύει την εφαρμογή ενός τροποποιημένου μέτρου ελαστικότητας E^* έτσι ώστε:

$$\sigma_{xx} = E^* \varepsilon_{xx} \tag{4-20}$$

όπου

$$E^* = \frac{E}{1 - v^2}$$
(4-21)

Για v = 0,3 η τελευταία σχέση οδηγεί σε μία αύξηση κατά 10% περίπου του E. Ασφαλώς, κοντά στα πλευρικά όρια οι συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης δεν ισχύουν. Επί του ορίου, οι πλευρικές παραμορφώσεις ε_{zz} είναι ανεμπόδιστες και δίνονται από την σχέση 4-15, ενώ μειώνονται κατ' απόλυτο τιμή προς το εσωτερικό της διατομής, μέχρι πρακτικά να μηδενιστούν μακριά από το όριο. Αν θεωρήσουμε ότι ισχύει:

$$\varepsilon_{zz} = -\xi \varepsilon_{xx}, \quad 0 \le \xi \le v \tag{4-22}$$

τότε, το τροποποιημένο μέτρο ελαστικότητας E^* , σύμφωνα με τα προαναφερθέντα, δίνεται από την σχέση:

$$E^* = \frac{1 - v\xi}{1 - v^2} E$$
 (4-23)

Η ακριβής κατανομή της τάσης ε_{zz} κατά το πλάτος του πέλματος απαιτεί την λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών. Αναλυτικές λύσεις στις τρεις διαστάσεις είναι διαθέσιμες για απλές γεωμετρίες και με απλές συνοριακές συνθήκες. Ακόμα και με εφαρμογή της συνθήκης μικρού πάχους $\sigma_{vv} = 0$, οι αναλυτικές λύσεις που προκύπτουν από την θεωρία πλακών είναι δύσχρηστες. Ωστόσο, δεν είναι απαραίτητα επιβεβλημένη μια ακριβής αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος. Στην περίπτωση βραγέων ταυ, τα οποία αποτελούν συστατικά μέρη ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος, οι πλευρικές μετακινήσεις παρεμποδίζονται ούτως η άλλως από τις γειτονικές περιογές της μετωπικής πλάκας ή του πέλματος του υποστυλώματος. Συνεπώς, σε ολόκληρο το πλάτος ενός τέτοιου βραγέος ταυ επικρατούν συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. Αλλά και για μεμονωμένες συνδέσεις βραχέος ταυ, με ελεύθερα πλευρικά όρια, για συνηθισμένους λόγους m/b (π.χ. μικρότερους του 1), στο μεγαλύτερο τμήμα της διατομής επικρατούν συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης, και συνεπώς η εφαρμογή της σχέσης 4-21 για το E^* δίνει ακριβή αποτελέσματα. Για ιδιαίτερα επιμήκη πέλματα, είναι ενδεδειγμένη μια παραμετρική ανάλυση προκειμένου να εκτιμηθούν μέσες τιμές της παραμέτρου ξ συναρτήσει του λόγου m/b. Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής όμως, δεν επιγειρείται αυτή η ανάλυση και παραπέμπεται στο μέλλον για διεξοδικότερη έρευνα.

Θεωρώντας για την συνέχεια ότι ισχύουν οι συνθήκες 4-16 και 4-17 θα περιγραφεί η επίδραση τους στην καμπτική συμπεριφορά της διατομής μετά την διαρροή. Καταρχήν, η έναρξη της διαρροής σε ένα σημείο της διατομής δεν εξαρτάται πλέον μόνο από την ορθή τάση σ_{xx} , αλλά και από την δευτερεύουσα σ_{zz} . Όπως και κατά την δημιουργία του επαυξητικού προσομοιώματος με παραδοχή απλής δοκού, που περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι διατημητικές τάσεις θεωρούνται αμελητέες. Η παραδοχή αυτή δεν απέχει από την πραγματικότητα για συνήθεις γεωμετρικές διατάξεις βραχέος ταυ. Οι Faella et al. (2000) απέδειξαν ότι για λόγους m/t_f μεγαλύτερους του 2,5 η επίδραση των διατμητικών δυνάμεων στην τελική αντοχή του βραχέος ταυ είναι μικρότερη από 10% για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας και μικρότερη από 4% στον δεύτερο μηχανισμό. Η τιμή 2,5 για τον λόγο m/t_f είναι αποδεκτό να αγνοηθεί η επιρροή των διατμητικών τάσεων. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις ορθές τάσεις σ_{xx} και σ_{zz} , η διαρροή ενός σημείου της διατομής του πέλματος σηματοδοτείται από την ικανοποίηση του κριτηρίου διαρροή.

$$\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + \sigma_{xx}^2 + \sigma_{zz}^2} = \sqrt{2}f_y$$
(4-24)

Από τις σχέσεις 4-18 και 4-19 προκύπτει ότι:

$$\sigma_{zz} = v\sigma_{xx} \tag{4-25}$$

Αντικαθιστώντας την τελευταία σχέση στο κριτήριο von Mises, προκύπτει:

$$\sigma_{xx}^{\nu} = \frac{f_{y}}{\sqrt{1 - \nu + \nu^{2}}} = f_{y}^{*}$$
(4-26)

Για v = 0,3 η τελευταία σχέση οδηγεί σε μία προσαύξηση της τάσης σ_{xx}^{y} , για την οποία συμβαίνει διαρροή σε σχέση με την θεωρία απλής δοκού, κατά περίπου 13%. Το προσαυξημένο όριο διαρροής f_{y}^{*} μπορεί να χρησιμοποιηθεί, αντί του συμβατικού f_{y} , στην θεωρία κάμψης απλής δοκού, όταν ισχύουν οι συνθήκες 4-16 και 4-17.

Για την συμπεριφορά της διατομής μετά την διαρροή απαιτείται η διατύπωση εξισώσεων για την σχέση μεταξύ τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων στην πλαστική περιοχή. Η θεωρία πλαστικής ροής είναι μάλλον δύσχρηστη για αναλυτικούς υπολογισμούς, καθώς η εντατική κατάσταση του υλικού εξαρτάται από την ιστορία της φόρτισης, καθιστώντας την κατάλληλη για την περιγραφή κύκλων φόρτισης-αποφόρτισης. Επειδή δεν υπάρχει απαίτηση για αποφόρτιση, στο επαυξητικό προσομοίωμα θα χρησιμοποιηθεί, αντί της θεωρίας πλαστικής ροής, η παραμορφωσιακή θεωρία της πλαστικότητας (deformation theory of plasticity, Chen και Han, 1988). Με την παραμορφωσιακή θεωρία, το πεδίο των ανηγμένων παραμορφώσεων ορίζεται μονοσήμαντα από το πεδίο των τάσεων, εφόσον συνεχίζεται η φόρτιση. Η θεωρία είναι ακριβής, με την προϋπόθεση η φόρτιση του υλικού, καθ' όλη την ιστορία της, να είναι αναλογική. Επίσης, γίνεται η παραδοχή ασυμπίεστης πλαστικής παραμόρφωσης, οπότε ο λόγος Poisson λαμβάνεται ίσος με 0,5.

Οι συνολικές ανηγμένες παραμορφώσεις συντίθεται από ένα ελαστικό και ένα πλαστικό μέρος:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{4-27}$$

Οι ορθές ανηγμένες πλαστικές παραμορφώσεις του τανυστή $ε^p$ της τελευταίας εξίσωσης, στην γενική τρισδιάστατη διατύπωση, δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\varepsilon_{xx}^{p} = \frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} \left[\sigma_{xx} - \frac{1}{2} \left(\sigma_{yy} + \sigma_{zz} \right) \right]$$
(4-28)

$$\varepsilon_{yy}^{p} = \frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} \left[\sigma_{yy} - \frac{1}{2} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{zz} \right) \right]$$
(4-29)

$$\varepsilon_{zz}^{p} = \frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} \left[\sigma_{zz} - \frac{1}{2} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \right) \right]$$
(4-30)

όπου ε_{xx}^{p} , ε_{yy}^{p} , ε_{zz}^{p} οι ορθές ανηγμένες πλαστικές παραμορφώσεις, σ_{eff} η ισοδύναμη τάση, όπως δίνεται και στην σχέση 4-8, και ε_{eff}^{p} η ισοδύναμη πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση, όπως δίνεται και στην σχέση 4-10.

Αν εφαρμοσθεί η συνθήκη 4-16 για την παρεμπόδιση των πλευρικών παραμορφώσεων, η οποία κατ' επέκταση συνεπάγεται παρεμπόδιση και των πλαστικών παραμορφώσεων ε_{zz}^{p} , και επίσης η συνθήκη μικρού πάχους 4-17, τότε από την εξίσωση 4-30 προκύπτει:

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{2}\sigma_{xx} \tag{4-31}$$

Με αντικατάσταση στις άλλες δύο εξισώσεις προκύπτει:

$$\varepsilon_{xx}^{p} = \frac{3}{4} \frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} \sigma_{xx}$$
(4-32)

$$\varepsilon_{yy}^{p} = -\frac{3}{4} \frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} \sigma_{xx} = -\varepsilon_{xx}^{p}$$
(4-33)

Τα ισοδύναμα μεγέθη σ_{eff} και ε_{eff}^{p} που υπεισέρχονται στις τελευταίες σχέσεις αντιστοιχίζουν την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση με μία ισοδύναμη μονοαξονική κατάσταση, έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η συσχέτιση με τον νόμο του υλικού, ο οποίος προκύπτει από δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού. Για τον διγραμμικό νόμο υλικού, που έχει υιοθετηθεί στο επαυξητικό προσομοίωμα, η πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση σχετίζεται με την ισοδύναμη τάση μέσω της γραμμικής σχέσης:

$$\varepsilon_{eff}^{p} = \frac{\sigma_{eff} - f_{y}}{E_{p}} \tag{4-34}$$

όπου E_p το μέτρο πλαστικότητας, το οποίο είναι σταθερό, και συνδέεται με το εφαπτομενικό μέτρο E_T του πλαστικού κλάδου ως εξής:

Τρισδιάστατη προσομοίωση βραχέος ταυ 🔳 165

$$E_p = \frac{EE_T}{E - E_T} \tag{4-35}$$

Έτσι, ο λόγος $\frac{\varepsilon_{e\!f\!f}^p}{\sigma_{e\!f\!f}}$ γράφεται ως εξής:

$$\frac{\varepsilon_{eff}^{p}}{\sigma_{eff}} = \frac{1}{E_{p}} \frac{\sigma_{eff} - f_{y}}{\sigma_{eff}}$$
(4-36)

Από την τελευταία σχέση είναι φανερό ότι ο λόγος $\varepsilon_{eff}^{p} / \sigma_{eff}$ εξαρτάται από την τρέχουσα κατάσταση των τάσεων και δεν είναι σταθερός. Στα πρώτα στάδια μετά την διαρροή είναι σχεδόν μηδενικός, και συνεπώς η αύξηση των πλαστικών παραμορφώσεων γίνεται με αργό ρυθμό, ενώ για πολύ μεγάλες τιμές της ισοδύναμης τάσης η τιμή του λόγου σταθεροποιείται ασυμπτωτικά στο $1/E_p$. Για την εκτίμηση ενός ισοδύναμου εφαπτομενικού μέτρου E_T^* του πλαστικού κλάδου του υλικού χρησιμοποιούνται οι τιμές των τάσεων σ_{xx} και των παραμορφώσεων ε_{xx} στην διαρροή και την θραύση. Κατά την διαρροή, έχουμε (σχέσεις 4-26 και 4-18):

$$\sigma_{xx}^{y} = \frac{f_{y}}{\sqrt{1 - v + v^{2}}}$$
(4-37)

$$\varepsilon_{xx}^{\nu} = \frac{\sigma_{xx}^{\nu}}{E} \left(1 - \nu^2 \right) \tag{4-38}$$

Για την θραύση, το κριτήριο von Mises με εκμετάλλευση της συνθήκης μικρού πάχους 4-17 και της σχέσης 4-31 διατυπώνεται ως εξής:

$$\sqrt{\left(\sigma_{xx}^{u} - \frac{1}{2}\sigma_{xx}^{u}\right)^{2} + \left(\sigma_{xx}^{u}\right)^{2} + \left(\frac{1}{2}\sigma_{xx}^{u}\right)^{2}} = \sqrt{2}f_{u} \Longrightarrow$$
(4-39)

$$\sigma_{xx}^{u} = \frac{2\sqrt{3}}{3} f_{u} = f_{u}^{*}$$
(4-40)

Η ισοδύναμη τάση $\sigma_{e\!f\!f}$ και η ισοδύναμη πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση $\varepsilon_{e\!f\!f}^p$, κατά την θραύση ισούνται με:

$$\sigma_{eff}^{u} = f_{u} \tag{4-41}$$

$$\varepsilon_{eff}^{p,u} = \frac{f_u - f_y}{E_p} \tag{4-42}$$

Η πλαστική ανηγμένη παραμόρφωση κατά την θραύση υπολογίζεται σύμφωνα με την σχέση 4-32, η οποία με αντικατάσταση των 4-41, 4-42 και 4-40 γράφεται ως εξής:

$$\varepsilon_{xx}^{p,u} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{f_u - f_y}{E_p}$$
(4-43)

Η ελαστική ανηγμένη παραμόρφωση κατά την θραύση δίνεται από την σχέση 4-18, με αντικατάσταση της 4-40:

$$\varepsilon_{xx}^{e,u} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{f_u}{E} \left(1 - v^2 \right)$$
(4-44)

Τελικά, η ολική ανηγμένη παραμόρφωση κατά την θραύση υπολογίζεται με άθροιση του πλαστικού και ελαστικού της μέρους:

$$\varepsilon_{xx}^{u} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{f_{u}}{E} \left(1 - v^{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{f_{u} - f_{y}}{E_{p}}$$
(4-45)

Το ισοδύναμο εφαπτομενικό μέτρο E_T^* υπολογίζεται τελικά από την σχέση:

$$E_T^* = \frac{\sigma_{xx}^u - \sigma_{xx}^y}{\varepsilon_{xx}^u - \varepsilon_{xx}^y}$$
(4-46)

Για έναν τυπικό υλικό χάλυβα, για παράδειγμα S355, με E = 200 GPa, v = 0,3 και $E_T = 0,50 GPa$, η ανωτέρω διαδικασία καταλήγει σε ένα προσαυξημένο E_T^* κατά 40% περίπου. Επίσης, οδηγεί σε μία προσαύξηση της τάσης f_u^* , η οποία δίνεται στην σχέση 4-40, και αντιστοιχεί στην τάση σ_{xx} κατά την θράση, κατά 15% περίπου.

Συνοψίζοντας, η τρισδιάστατη εντατική κατάσταση που χαρακτηρίζει το πέλμα του βραχέος ταυ, μπορεί απλοποιητικά να περιγραφεί από την μονοδιάστατη απλή δοκό του επαυξητικού προσομοιώματος, τροποποιώντας τον νόμο υλικού της:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E^* \varepsilon & , \varepsilon \le \varepsilon_y^* \\ f_y^* + E_T^* \left(\varepsilon - \varepsilon_y^* \right) & , \varepsilon_y^* < \varepsilon \le \varepsilon_u^* \end{cases}$$
(4-47)

όπου

$$\varepsilon_y^* = f_y^* / E^* \tag{4-48}$$

$$\varepsilon_{u}^{*} = \varepsilon_{y}^{*} + \frac{f_{u}^{*} - f_{y}^{*}}{E_{T}^{*}}$$
(4-49)

Το E^* υπολογίζεται από την σχέση 4-21, το f_y^* από την σχέση 4-26, το E_T^* από την σχέση 4-46 και το f_u^* από την σχέση 4-40.

4.6.2 Αλληλεπίδραση κοχλία και πέλματος

Η μη ομοιόμορφη κατανομή της δύναμης του κοχλία σε όλο το πλάτος του πέλματος προκαλεί την τρισδιάστατη παραμόρφωση του τελευταίου. Η διαφοροποίηση είναι περισσότερο αισθητή, όσο το πλάτος του πέλματος αυξάνει. Στο σχήμα 4-28 φαίνεται η παραμορφωμένη γεωμετρία του πέλματος ενός βραχέος ταυ με μεγάλο σχετικά πλάτος, όπως προέκυψε από την ανάλυση του τρισδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων. Σε σχέση με την ομοιόμορφη κατά πλάτος παραμόρφωση της απλής δοκού, το τρισδιάστατο πέλμα εμφανίζει αυξημένες συνολικές μετακινήσεις. Η ακριβής αναλυτική αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι πρακτικά αδύνατη. Επομένως, είναι αναγκαία η εφαρμογή κάποιας προσεγγιστικής διαδικασίας διόρθωσης της απόκρισης που προκύπτει από την απλή δοκό.



Σχήμα 4-28. Τρισδιάστατη παραμόρφωση ενός πέλματος βραχέος ταυ

Οι Faella et al. (1998 και 2000) εισήγαγαν μια ισοδυναμία, με την θεώρηση του προβλήματος μιας πλάκας θεωρητικά άπειρου πλάτους, πακτωμένης στο ένα άκρο

και φορτιζόμενης με μια συγκεντρωμένη δύναμη σε ένα σημείο στο άλλο άκρο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4-29. Επιβάλλοντας ισοδυναμία στην αρχική δυσκαμψία του προβλήματος της πλάκας με το πρόβλημα της απλής δοκού, το οποίο στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ένας πρόβολος φορτιζόμενος στο άκρο του με την ίδια συγκεντρωμένη δύναμη, προκύπτει ότι το ισοδύναμο πλάτος της απλής δοκού είναι:

$$b_{eff} = 2,21m$$
 (4-50)

το οποίο αντιστοιχεί σε γωνία $a \approx 90^{\circ}$ (σχήμα 4-29).



Σχήμα 4-29. Ισοδύναμο πρόβλημα πλάκας

Εξειδικεύοντας αυτήν την ισοδυναμία, οι συγγραφείς προτείνουν τον ακόλουθο κανόνα για το ισοδύναμο πλάτος βραχέος ταυ, για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας:

$$b_{eff} = 2m + d_h \le b \tag{4-51}$$

Η ισοδυναμία αυτή ισχύει για βραχέα ταυ, τα οποία αποτελούν συστατικά μέρη ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος, όπου οι διαστάσεις της μετωπικής πλάκας ή του πέλματος του υποστυλώματος μπορούν να θεωρηθούν άπειρες για το μεμονωμένο βραχύ ταυ.

Για λόγους πληρότητας του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος θα επιχειρηθεί στην συνέχεια μια παρόμοια αντιμετώπιση και για την περίπτωση μεμονωμένων συνδέσεων βραχέων ταυ, όπου το διαθέσιμο πλάτος είναι πεπερασμένο. Όπως και προηγουμένως, εισάγεται μία ισοδυναμία με το πρόβλημα πλάκας πακτωμένης στο ένα άκρο και φορτιζόμενης με μια δύναμη στο άλλο. Το πλάτος της πλάκας όμως δεν είναι άπειρο, αλλά λαμβάνεται ίσο με το πλάτος b του βραχέος ταυ. Το αντίστοιχο πρόβλημα της απλής δοκού είναι ένας πρόβολος με την ίδια δύναμη στο άκρο του και ίσου πλάτους b. Το πρόβλημα πλάκας λύνεται με την βοήθεια πεπερασμένων στοιχείων για διάφορους λόγους μήκους προς πλάτος m/b.

Το μέγεθος, στο οποίο επιβάλλεται η ισοδυναμία των δύο προβλημάτων, είναι η μετακίνηση στο σημείο εφαρμογής της δύναμης.

Στο σχήμα 4-30 φαίνονται η μετακίνηση που υπολογίζεται στο πρόβλημα πλάκας για διάφορες τιμές του πλάτους *b* και του μήκους *m*. Στο σχήμα 4-31 φαίνονται τα ίδια αποτελέσματα αδιαστατοποιημένα συναρτήσει του λόγου *m/b* και του λόγου των μετακινήσεων $\delta_{eff} / \delta_{\delta}$, πλάκας προς απλής δοκού. Η μετακίνηση δ_{δ} του προβόλου απλής δοκού για δύναμη στο άκρο *F* δίνεται από την σχέση:

$$\delta_{\delta} = \frac{FL^3}{3EI} \tag{4-52}$$

Στο ίδιο σχήμα, φαίνεται και η αναλυτική προσέγγιση που υιοθετείται για τον υπολογισμό του λόγου $\delta_{eff} / \delta_{\delta}$ συναρτήσει του λόγου m / b. Η εξίσωση της αναλυτικής σχέσης είναι:

$$\frac{\delta_{eff}}{\delta_{\delta}} = \frac{b}{b_{eff}} = \begin{cases} 0.92 + \frac{0.06}{(m/b)^2} & , m/b < 0.87\\ & , m/b \ge 0.87 \end{cases}$$
(4-53)

Το όριο m/b = 0.87, για μεγαλύτερες τιμές του οποίου η απόκλιση του προβλήματος πλάκας και του προβλήματος απλής δοκού είναι αμελητέα, αντιστοιχεί σε γωνία $a \approx 60^{\circ}$ (σχήμα 4-29).



Σχήμα 4-30. Μετακίνηση στο σημείο εφαρμογής της δύναμης για το πρόβλημα πλάκας για διάφορες τιμές πλάτους *b* και μήκους *m*



Σχήμα 4-31. Αναλυτική προσέγγιση του λόγου $\delta_{e\!f\!f}$ / δ συναρτήσει του λόγου m / b

Η επαύξηση των μετακινήσεων με την σχέση 4-53, εφαρμόζεται στο προτεινόμενο προσομοίωμα για τις μετακινήσεις που οφείλονται στην παραμόρφωση του πέλματος μόνο. Ο διαχωρισμός της εγκάρσιας μετακίνησης του βραχέος ταυ, η οποία υπολογίζεται επαυξητικά σύμφωνα με όσα αναφέρονται στο κεφάλαιο 3, σε συνιστώσες οφειλόμενες στην παραμόρφωση του πέλματος και του κοχλία, πραγματοποιείται σε κάθε βήμα φόρτισης, δεδομένου ότι η επιμήκυνση του κοχλία μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί ως εξής:

$$d\delta_b = \frac{dF_b}{c_b^i} \tag{4-54}$$

όπου $d\delta_b$ η επαυξητική επιμήκυνση του κοχλία, dF_b η επαυξητική δύναμη στον κοχλία και c_b^i η δυσκαμψία του κοχλία κατά το τρέχον βήμα φόρτισης *i*. Έτσι, μπορεί να υπολογιστεί η συμβολή του πέλματος $d\delta_f$ στην επαυξητική μετακίνηση του βραχέος ταυ $d\delta$ από την σχέση:

$$d\delta = d\delta_b + d\delta_f \tag{4-55}$$

Αφού προσδιοριστεί η $d\delta_f$, η διορθωμένη επαυξητική εγκάρσια μετακίνηση $d\delta_{eff}$ της σύνδεσης βραχέος ταυ υπολογίζεται τελικά από την σχέση:

$$d\delta_{eff} = d\delta_b + \frac{\delta_{eff}}{\delta_{\delta}} d\delta_f$$
(4-56)

όπου ο πολλαπλασιαστής $\delta_{e\!f\!f}$ / δ_{δ} προκύπτει από την σχέση 4-53.

Στο σχήμα 4-32 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του λόγου b/b_{eff} από την σχέση 4-53, συναρτήσει του λόγου m/b. Επίσης, στο ίδιο σχήμα περιλαμβάνεται και η γραφική απεικόνιση της σχέσης 4-50 των Faella et al. (1998 και 2000), η οποία διατυπώνεται συναρτήσει του όρου m/b ως εξής:

$$b_{eff} = 2,21m \Longrightarrow$$
 (4-57)

$$\frac{b_{eff}}{b} = 2,21\frac{m}{b} \Longrightarrow$$
(4-58)

$$\frac{b}{b_{eff}} = \frac{2,21}{m/b}$$
(4-59)

Όπως προαναφέρθηκε, η σχέση 4-50 των Faella et al. (1998 και 2000) προκύπτει με βάση την παραδοχή πλάκας άπειρου πλάτους b. Επομένως είναι αναμενόμενο για μεγάλες τιμές του πλάτους b (άρα μικρές τιμές του λόγου m/b), οι δύο καμπύλες να συγκλίνουν, όπως πράγματι φαίνεται στο σχήμα 4-32. Για ενδιάμεσες τιμές του λόγου m/b ωστόσο, εμφανίζεται μία απόκλιση ως και 20% στον προσδιορισμό του ισοδύναμου πλάτους b_{eff} .



Σχήμα 4-32. Καμπύλες για τον προσδιορισμό ενός ισοδύναμου πλάτους πέλματος $b_{e\!f\!f}$ για τους υπολογισμούς δυσκαμψίας

4.7 Αξιολόγηση επαυξητικού προσομοιώματος

Στις προηγούμενες παραγράφους επιβεβαιώθηκε η ικανοποιητική συμπεριφορά του τρισδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων σε σύγκριση με πειραματικά δεδομένα. Στην συνέχεια θα αξιοποιηθεί το προσομοίωμα αυτό, προκειμένου να εκτιμηθεί η αξιοπιστία του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος για μεγάλο εύρος διαμορφώσεων βραχέων ταυ.

Βραχύ ταυ Τ1

Καταρχήν χρησιμοποιείται το πειραματικό βραχύ ταυ T1 ως μέτρο αξιολόγησης του επαυξητικού προσομοιώματος. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 4.5, οι πλευρικές συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στο τρισδιάστατο προσομοίωμα αντιστοιχούν σε ελεύθερο άκρο στην μία πλευρά και σε επίπεδο συμμετρίας στην άλλη. Στο σχήμα 4-33 φαίνονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης του βραχέος ταυ T1, όπως προκύπτουν από το τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, για όλες τις πιθανές πλευρικές συνοριακές συνθήκες συνθήκες. Η διαφοροποίηση των καμπυλών είναι πολύ μικρή γεγονός που επιβεβαιώνει ότι για συνήθεις γεωμετρίες βραχέος ταυ η επίδραση των συνθηκών στα πλευρικά όρια δεν επηρεάζει σημαντικά την καθολική απόκριση αλλά περιορίζεται σε μια μόνο περιοχή κοντά σε αυτά. Επομένως, η παραδοχή ότι σε όλο το πλάτος του βραχέος ταυ, επικρατούν συνθήκες παρεμπόδισης των πλευρικών μετακινήσεων που έγινε στην παράγραφο 4.6.1 (συνθήκη 4-16), για την προσέγγιση της τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης από το επαυξητικό σια είναι τελείως ελεύθερα και για βραχέα ταυ με μικρό πλάτος, όπως το T1.



Σχήμα 4-33. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης τρισδιάστατου προσομοιώματος T1 για διάφορες πλευρικές συνοριακές συνθήκες

Στην συνέχεια, για την αξιολόγηση του επαυξητικού προσομοιώματος θα αξιοποιηθούν τα αποτελέσματα του τρισδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων με παρεμποδιζόμενα πλευρικά όρια, έτσι ώστε να υπάρχει ταύτιση στις παραδοχές των δύο προσομοιωμάτων. Στο επαυξητικό προσομοίωμα, οι νόμοι των υλικών εισάγονται με όρους συμβατικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων, σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα 4-1.

	Πέλμα	Κοχλίας	Κορμός
Ε	= 2,00 10 ¹¹ Pa	E_b = 2,00 10 ¹¹ Pa	$E_w = 2,00 \ 10^{11} \ \text{Pa}$
E_T	= 5,04 10 ⁸ Pa	$E_{T,b}$ = 1,25 10 ⁹ Pa	$E_{T,w}$ = 3,71 10 ⁸ Pa
f_y	= 4,29 10 ⁸ Pa	$f_{y,b}$ = 8,96 10 ⁸ Pa	$f_{y,w} = 4,69 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$
f_u	= 5,94 10 ⁸ Pa	$f_{u,b} = 9,75 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$	$f_{u,w} = 5,90 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$

Πίνακας 4-1. Δεδομένα υλικών για το επαυξητικό προσομοίωμα Τ1

Τα γεωμετρικά δεδομένα εισάγονται σύμφωνα με το σχήμα 4-14. Επίσης, ενεργοποιούνται όλες οι διορθώσεις που αναφέρονται στο παρόν και το προηγούμενο κεφάλαιο και αφορούν την κεφαλή του κοχλία, το μήκος συναρμογής, την κάμψη του κοχλία, τις διατμητικές παραμορφώσεις, την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση και την αλληλεπίδραση κοχλία και πέλματος. Στο σχήμα 4-34 παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος και του αντίστοιχου τρισδιάστατου πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, στο ίδιο σχήμα φαίνεται και η αντίστοιχη πειραματική καμπύλη.



Σχήμα 4-34. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ1

Η συμπεριφορά του προτεινόμενου προσομοιώματος αποδεικνύεται πολύ ικανοποιητική. Η αρχική δυσκαμψία, η αντοχή και η μέγιστη μετακίνηση πρακτικά ταυτίζονται με τις αντίστοιχες τιμές της πειραματικής δοκιμής και του τρισδιάστατου προσομοιώματος. Η μετάβαση από την ελαστική στην πλαστική περιοχή πραγματοποιείται πιο απότομα στο επαυξητικό προσομοίωμα. Αυτό οφείλεται κυρίως στην διγραμμική προσέγγιση της σχέσης ροπής-καμπυλότητας της διατομής του πέλματος, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, αλλά και στην απότομη πλαστικοποίηση του κοχλία λόγω εφελκυστικής καταπόνησης μόνο, που υιοθετείται από το επαυξητικό προσομοίωμα. Για τον ίδιο λόγο, παρατηρείται ότι η εφαπτομενική δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή στο επαυξητικό προσομοίωμα υπολείπεται της τιμής του τρισδιάστατου προσομοιώματος. Τα δύο προσομοιώματα στην πλαστική περιοχή συγκλίνουν περισσότερο στα τελικά στάδια της φόρτισης και όσο πλησιάζουν προς την θραύση. Στο επαυξητικό προσομοίωμα η θραύση οφείλεται στην εφελκυστική αστοχία του κοχλία, ενώ έχει προηγηθεί η πλαστικοποίηση στο πέλμα στην θέση της συναρμογής με τον κορμό και στην θέση του κοχλία. Τα σημεία της καμπύλης όπου πραγματοποιούνται οι πλαστικοποιήσεις, σημειώνονται με τα διακριτικά 1, 2 και Β, η ερμηνεία των οποίων παρουσιάζεται στον πίνακα 4-2:

Ψηφίο	Ερμηνεία
1	Πλαστικοποίηση ή θραύση στο πέλμα στην συναρμογή με τον κορμό
2	Πλαστικοποίηση ή θραύση στο πέλμα στην περιοχή του κοχλία
В	Πλαστικοποίηση ή θραύση του κοχλία

Πίνακας 4-2. Χαρακτηριστικά σημεία πλαστικοποίησης/θραύσης

Στο σχήμα 4-35 φαίνεται η εξέλιξη της ισοδύναμης τάσης (σχέση 4-8) στο πέλμα και στον κοχλία σε διάφορες φάσεις της φόρτισης. Οι τρεις πρώτοι χρόνοι αντιστοιχούν στο τμήμα της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, όπου πραγματοποιείται μετάβαση στην πλαστική περιοχή. Παρατηρείται αρχικά η έναρξη πλαστικοποίησης στην συναρμογή του πέλματος με τον κορμό, και ακολουθούν σχεδόν ταυτόχρονα η πλαστικοποίηση του κοχλία και του πέλματος στην περιοχή της οπής. Η συμπεριφορά αυτή βρίσκεται σε συμφωνία με την αντίστοιχη του επαυξητικού προσομοιώματος.



Σχήμα 4-35. Εξέλιξη ισοδύναμης τάσης σε πέλμα και κοχλία τρισδιάστατου προσομοιώματος T1 (σημ.: οι δυνάμεις F αντιστοιχούν στο συμμετρικό μισό τμήμα που προσομοιώνεται)

Στο σχήμα 4-36 φαίνεται η καμπύλη δύναμης-μήκους αποκόλλησης L_2 , όπως υπολογίζεται από το επαυξητικό προσομοίωμα. Παρατηρείται ότι, με την έναρξη της πλαστικοποίησης στην συναρμογή πέλματος και κορμού, το μήκος αποκόλλησης μειώνεται. Η τάση αυτή συνεχίζεται μέχρι την πλαστικοποίηση του κοχλία, οπότε και αντιστρέφεται, προκαλώντας αύξηση του μήκους αποκόλλησης μέχρι και την θραύση. Στο σχήμα 4-37 παρουσιάζονται οι περιοχές του πέλματος του τρισδιάστατου προσομοιώματος που βρίσκονται σε επαφή με το υπόβαθρο σε διάφορες χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές της φόρτισης. Επίσης, με διακεκομμένη γραμμή φαίνεται το όριο αποκόλλησης που υπολογίζεται με το επαυξητικό προσομοίωμα για αντίστοιχα επίπεδα φόρτισης. Η πρώτη εικόνα αντιστοιχεί σε ελαστική συμπεριφορά, και οι υπόλοιπες σε μεταγενέστερα στάδια, όπου έχει επέλθει η πλαστικοποίηση. Από την σύγκριση αποδεικνύεται η αποτελεσματικότητα του επαυξητικού προσομοιώματος στην ακριβή εκτίμηση των σύνθετων φαινομένων επαφής του πέλματος. Παρατηρείται ότι η εξέλιξη του μήκους αποκόλλησης στο τρισδιάστατο προσομοίωμα συμφωνεί με εκείνη του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος, καθώς μετά το αρχικό ελαστικό στάδιο της απόκρισης, το μήκος αποκόλλησης αρχικά μειώνεται και στην συνέχεια αυξάνεται μέχρι και την θραύση. Παρατηρείται επίσης, ότι το μήκος αποκόλλησης δεν είναι σταθερό σε όλο το πλάτος του πέλματος, αλλά ότι κοντά στον κοχλία μειώνεται, και μάλιστα η διαφοροποίηση είναι περισσότερο έντονη μετά την πλαστικοποίηση. Η εξάρτηση του μήκους αποκόλλησης με την απόσταση από τον κοχλία δεν λαμβάνεται υπόψη στο επαυξητικό προσομοίωμα, και όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, η τιμή που υπολογίζεται από το τελευταίο προσεγγίζει την τιμή του τρισδιάστατου προσομοιώματος μακριά από τον κοχλία. Η ενσωμάτωση ενός διορθωτικού μηχανισμού σχετικού με αυτό το φαινόμενο απαιτεί διεξοδικότερη διερεύνηση και συνιστά ένα αντικείμενο πιθανής μελλοντικής έρευνας.



Σχήμα 4-36. Καμπύλη δύναμης-μήκους αποκόλλησης L₂ προτεινόμενο επαυξητικού προσομοιώματος για το βραχύ ταυ T1



Σχήμα 4-37. Εξέλιξη φαινομένων επαφής στο πέλμα του τρισδιάστατου προσομοιώματος T1 (οι δυνάμεις *F* αντιστοιχούν στο συμμετρικό μισό τμήμα που προσομοιώνεται)

Στα σχήματα 4-38 και 4-39 παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμης F - μετακίνησης κοχλία δ_b και εξωτερικής δύναμης F - δύναμης κοχλία F_b για το επαυξητικό και το τρισδιάστατο προσομοίωμα. Η σύγκλιση των καμπυλών είναι ικανοποιητική, δεδομένου ότι ο κοχλίας στο προτεινόμενο προσομοίωμα θεωρείται ως ένα μετακινησιακό ελατήριο. Λόγω της ταυτόχρονης εφελκυστικής και καμπτικής καταπόνησης στον κορμό του κοχλία, η πλαστικοποίησή του στο τρισδιάστατο προσομοίωμα πραγματοποιείται σε μικρότερη στάθμη φόρτισης. Ωστόσο, η θραύση πραγματοποιείται σε σχεδόν ίδιο επίπεδο φόρτισης, καθώς για τον υπολογισμό της μέγιστης εφελκυστικής αντοχής του κοχλία στο επαυξητικό προσομοίωμα, συμμετέχει και η καμπτική παραμόρφωση, σύμφωνα με την διορθωτική διαδικασία που αναφέρεται στην παράγραφο 3.6.2.



Σχήμα 4-38. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μετακίνησης κοχλία βραχέος ταυ Τ1



Σχήμα 4-39. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία βραχέος ταυ Τ1

Στην συνέχεια ακολουθεί μια διερεύνηση της επίδρασης που έχουν οι διάφορες διορθώσεις, οι οποίες αναφέρονται στο παρόν και στο προηγούμενο κεφάλαιο, στην απόκριση που υπολογίζεται από το επαυξητικό προσομοίωμα. Στο σχήμα 4-40 παρουσιάζονται καμπύλες δύναμης-μετακίνησης 01 που προκύπτουν με απενεργοποιημένες διάφορες από τις διορθώσεις αυτές. Η καμπύλη που προκύπτει με απενεργοποιημένη την διόρθωση κεφαλής κοχλία χαρακτηρίζεται από πρόωρη πλαστικοποίηση του πέλματος στην θέση του κοχλία, καθώς οι ροπές κάμψης του πέλματος στην συγκεκριμένη θέση υπολογίζονται θεωρώντας συγκεντρωμένη δράση του τελευταίου, και συνεπώς είναι προσαυξημένες. Αυτό προκαλεί υποεκτίμηση της απόκρισης μετά το σημείο αυτό και έτσι το επίπεδο φόρτισης, στο οποίο επέρχεται η πτώση της κλίσης της καμπύλης (σημείο πλαστικοποίησης), υπολείπεται σημαντικά του αντίστοιγου στο τρισδιάστατο προσομοίωμα. Η καμπύλη που προκύπτει γωρίς την διόρθωση κάμψης του κοχλία εμφανίζει αυξημένη μετακίνηση θραύσης. Επειδή ο κοχλίας είναι κρίσιμος στο συγκεκριμένο βραχύ ταυ, η παράλειψη της συμβολής της καμπτικής καταπόνησης στην μέγιστη εφελκυστική αντοχή του έχει ως συνέπεια την υπερεκτίμηση της αντοχής, και συνεπώς την κατά πολύ εσφαλμένη εκτίμηση της μετακινησιακής ικανότητας. Οι παρενέργειες αυτές δεν επηρεάζουν βραχέα ταυ, στα οποία το πέλμα είναι κρίσιμο για την θραύση. Η καμπύλη που προκύπτει αμελώντας την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση στο πέλμα χαρακτηρίζεται κυρίως από υποεκτίμηση του επιπέδου φόρτισης του σημείου πλαστικοποίησης και της αντοχής θραύσης. Αποδεικνύεται ότι, χωρίς την τροποποίηση του νόμου υλικού του πέλματος με την προσαύξηση του ορίου διαρροής και θραύσης, η συμπεριφορά που υπολογίζεται από το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα, και η οποία αντιστοιχεί σε θεωρία απλής δοκού για το πέλμα, εμφανίζει πρόωρη πλαστικοποίηση και σημαντικά μειωμένα επίπεδα τελικής φόρτισης. Η επόμενη καμπύλη που παρουσιάζεται στο σχήμα 4-40 αφορά την περίπτωση όπου το προσομοιούμενο μήκος του πέλματος περιορίζεται μέχρι απόστασης 0,2r από την αρχή της συναρμογής του με τον κορμό. Αποδεικνύεται ότι η απόκριση του προσομοιώματος επηρεάζεται καθοριστικά από την ενσωμάτωση του ελαστικού μήκους της συναρμογής. Στο συγκεκριμένο βραχύ ταυ μεταβλήθηκε η αλληλουχία των πλαστικοποιήσεων και κρίσιμο για την θραύση προέκυψε το πέλμα στην θέση της συναρμογής, επηρεάζοντας την μετακινησιακή ικανότητά του.



Σχήμα 4-40. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ T1 με διερεύνηση των διορθωτικών μηχανισμών του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος

Η τελευταία καμπύλη υπολογίσθηκε απενεργοποιώντας όλες τις διορθώσεις, και συνεπώς αντιστοιχεί στην απόκριση που θα έδινε και ένα διδιάστατο προσομοίωμα με πεπερασμένα στοιχεία δοκού για το πέλμα και ελατήριο για τον κοχλία. Η απόκλιση από την ακριβέστερη τρισδιάστατη προσομοίωση είναι μεγάλη, επηρεάζοντας δυσμενώς τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, του σημείου πλαστικοποίησης και της αντοχής θραύσης καθώς και της μετακινησιακής ικανότητας. Η διόρθωση για την μη ομοιόμορφη παραμόρφωση του πέλματος στην τρίτη διάσταση, εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με τον κοχλία, δεν προκαλεί διαφοροποίηση στην απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος, καθώς στο συγκεκριμένο βραχύ ταυ το πλάτος είναι μικρό και συνεπώς δεν παρουσιάζεται η επίδραση της σχετικής διόρθωσης στο σχήμα 4-40. Όμοια, και για την επίδραση των διατμητικών παραμορφώσεων, η διαφοροποίηση είναι ελάχιστη και για λόγους ευκρίνειας δεν εμφανίζεται στο σχήμα.

Βραχύ ταυ Τ2

Στην συνέχεια, για την αξιολόγηση του επαυξητικού προσομοιώματος χρησιμοποιείται το τρισδιάστατο προσομοίωμα του βραχέος ταυ Τ2. Όπως και με το βραχύ ταυ Τ1, επιβάλλεται παρεμπόδιση των πλευρικών μετακινήσεων και στα δύο πλευρικά όρια, έτσι ώστε να ταυτίζονται οι παραδοχές και των δύο προσομοιωμάτων. Πάντως, η διαφοροποίηση της καθολικής απόκρισης για διαφορετικές πλευρικές συνοριακές συνθήκες είναι ελάχιστη όπως φαίνεται και στο σχήμα 4-41.



Σχήμα 4-41. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης τρισδιάστατου προσομοιώματος T2 για διάφορες πλευρικές συνοριακές συνθήκες

Στο επαυξητικό προσομοίωμα εισάγονται τα γεωμετρικά δεδομένα, όπως φαίνονται στο σχήμα 4-14. Οι νόμοι των υλικών εισάγονται με παραδοχή συμβατικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων, και εξιδανικεύονται μέσω διγραμμικής προσέγγισης. Οι τιμές των χαρακτηριστικών μεγεθών για τα τρία διακριτά υλικά δίνονται στον πίνακα 4-3.

Πέλμα	Κοχλίας	Κορμός
$E = 2,00 \ 10^{11} \ \text{Pa}$	$E_b = 2,00 \ 10^{11} \ \mathrm{Pa}$	$E_w = 2,00 \ 10^{11} \ \text{Pa}$
$E_T = 5,87 10^8 \mathrm{Pa}$	$E_{T,b}$ = 1,80 10 ⁹ Pa	$E_{T,w} = 6,40 \ 10^9 \ \mathrm{Pa}$
$f_y = 2,82 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$	$f_{y,b}$ = 8,00 10 ⁸ Pa	$f_{y,w} = 2,90 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$
$f_u = 4,75 \ 10^8 \ \mathrm{Pa}$	$f_{u,b}$ = 9,00 10 ⁸ Pa	$f_{u,w} = 5,00 \ 10^8 \ \text{Pa}$

Πίνακας 4-3. Δεδομένα υλικών για το επαυξητικό προσομοίωμα Τ2

Στο σχήμα 4-42 παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης του επαυξητικού και του τρισδιάστατου προσομοιώματος, ενώ εμφανίζεται και η καμπύλη της πειραματικής δοκιμής. Η καμπύλη του επαυξητικού προσομοιώματος συγκλίνει σε ικανοποιητικό βαθμό με την αντίστοιχη του τρισδιάστατου προσομοιώματος. Υπερεκτιμάται ελάχιστα η αρχική δυσκαμψία και η αντοχή θραύσης, ενώ η μετάβαση από την ελαστική στην πλαστική περιοχή είναι και εδώ πιο απότομη. Αυτό οφείλεται κυρίως στην πλαστικοποίηση του κοχλία, η οποία στο τρισδιάστατο προσομοίωμα, λόγω και της ταυτόχρονης ύπαρξης της καμπτικής καταπόνησης στον κορμό, επέρχεται πιο ομαλά, σε αντίθεση με το επαυξητικό προσομοίωμα, όπου η πλαστικοποίηση πραγματοποιείται στιγμιαία, μόλις η αξονική δύναμη του κοχλία

υπερβεί την εφελκυστική δύναμη διαρροής. Επειδή στο βραχύ ταυ T2 ο κοχλίας είναι πολύ πιο αδύναμος συγκριτικά με το πέλμα, από ότι ο κοχλίας του βραχέος ταυ T1, η συμπεριφορά του είναι περισσότερο κρίσιμη στην καθολική απόκριση. Συνεπώς, το όποιο σφάλμα στην προσομοίωση του, όπως για παράδειγμα η παράλειψη της καμπτικής καταπόνησής του, αντανακλάται εντονότερα στην τελική συμπεριφορά. Παρόλα αυτά όμως, η απόκλιση είναι πολύ μικρή για το συγκεκριμένο βραχύ ταυ, το οποίο διαθέτει έναν ιδιαίτερα ασθενή κοχλία σε σχέση με το πέλμα.



Σχήμα 4-42. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ2

Η θραύση του προτεινόμενου προσομοιώματος εκδηλώνεται με την αστοχία του κοχλία, αφού έχει προηγηθεί η πλαστικοποίηση του πέλματος στην θέση της συναρμογής του με τον κορμό, σχεδόν ταυτόχρονα με την διαρροή του κοχλία. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά συμφωνεί απόλυτα με το τρισδιάστατο προσομοίωμα αλλά και με τις πειραματικές παρατηρήσεις. Επίσης, από το επαυξητικό προσομοίωμα προκύπτει ότι δεν εμφανίζονται φαινόμενα επαφής στο πέλμα αλλά ότι διαμορφώνονται συνθήκες απλής στήριξης στο ελεύθερο άκρο. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από το τρισδιάστατο προσομοίωμα και την πειραματική δοκιμή.

Στα σχήματα 4-43 και 4-44 παρουσιάζονται οι καμπύλες εξωτερικής δύναμης F - μετακίνησης κοχλία δ_b και εξωτερικής δύναμης F - δύναμης κοχλία F_b για το επαυξητικό και το τρισδιάστατο προσομοίωμα. Επιβεβαιώνεται η καθυστερημένη πλαστικοποίηση του κοχλία στο επαυξητικό προσομοίωμα, εξαιτίας του μη συνυπολογισμού της καμπτικής έντασης. Πάντως, η σύγκλιση κρίνεται ικανοποιητική, δεδομένων των απλοποιήσεων που εφαρμόζονται στο προτεινόμενο προσομοίωμα.



Σχήμα 4-43. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης - μετακίνησης κοχλία βραχέος ταυ Τ2



Σχήμα 4-44. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης - δύναμης κοχλία βραχέος ταυ Τ2

Στην συνέχεια, ακολουθεί η διερεύνηση της επίδρασης που έχουν οι διάφορες διορθώσεις που αναφέρονται στο παρόν και στο προηγούμενο κεφάλαιο στην απόκριση που υπολογίζεται από το επαυξητικό προσομοίωμα. Στο σχήμα 4-45 καμπύλες δύναμης-μετακίνησης παρουσιάζονται 01 που προκύπτουν μe απενεργοποιημένες διάφορες από τις διορθώσεις αυτές. Επειδή η συμπεριφορά του πέλματος είναι λιγότερο καθοριστική σε αυτό το βραχύ ταυ, η επίδραση των διορθώσεων που σχετίζονται με αυτό είναι μικρή συγκριτικά με το βραχύ ταυ Τ1. Μεγαλύτερη απόκλιση παρατηρείται στην αρχική δυσκαμψία, η οποία εμφανίζεται αυξημένη κατά περίπου 20%, όταν αγνοούνται οι διατμητικές παραμορφώσεις, ενώ διπλάσια είναι η αύξηση για την ανάλυση χωρίς την προσομοίωση του ελαστικού τμήματος της συναρμογής. Σε αυτήν την ανάλυση παρατηρείται και μία σημαντική αύξηση της μέγιστης μετακίνησης καθώς και μεταβολή στην αλληλουχία των πλαστικοποιήσεων, η οποία οφείλεται στην πρόωρη πλαστικοποίηση του πέλματος στην συναρμογή. Η ανάλυση χωρίς συνυπολογισμό της καμπτικής παραμόρφωσης στον κοχλία εμφανίζει υπερεκτίμηση της εφελκυστικής αντοχής του κοχλία, και επειδή ο κοχλίας είναι κρίσιμος για την αστοχία του συγκεκριμένου βραχέος ταυ, εκδηλώνεται μια σημαντική απόκλιση στην εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης. Η ανάλυση χωρίς την διόρθωση για την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά, με την καμπύλη να ταυτίζεται σχεδόν με εκείνη του τρισδιάστατου προσομοιώματος. Η υποεκτίμηση του σημείου πλαστικοποίησης του πέλματος, που προκύπτει από αυτήν την ανάλυση, αντισταθμίζει το σφάλμα που εισάγεται από την παράλειψη της συμβολής της καμπτικής καταπόνησης στην πλαστικοποίηση κοχλία, και έτσι η καθολική απόκριση προκύπτει βελτιωμένη από τον συγκερασμό των δύο σφαλμάτων. Ωστόσο, η συμπεριφορά αυτή δεν μπορεί να γενικευθεί περισσότερο, και αποτελεί ένα τυχαίο ιδίωμα του συγκεκριμένου βραχέος ταυ.



Σχήμα 4-45. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ T2 με διερεύνηση των διορθωτικών μηχανισμών του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος

Η ανάλυση χωρίς την διόρθωση της ομοιόμορφης κατανομής της δράσης του κοχλία στο πέλμα δεν διαφοροποιεί την απόκριση, καθώς δεν εμφανίζεται πλαστικοποίηση του πέλματος στην θέση του κοχλία. Το ίδιο συμβαίνει και στην ανάλυση χωρίς αλληλεπίδραση κοχλία και πέλματος στην τρίτη διάσταση, καθώς το πλάτος του πέλματος είναι μικρό.

4.7.1 Παραμετρική ανάλυση

Προκειμένου να διερευνηθεί διεξοδικότερα η αποτελεσματικότητα του επαυξητικού προσομοιώματος σε μεγάλο εύρος γεωμετρικών διαμορφώσεων, χρησιμοποιήθηκε το τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων για την παραμετρική ανάλυση δώδεκα συνολικά βραχέων ταυ. Η επιλογή των παραμέτρων των δώδεκα βραχέων ταυ έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε να υπάρχει μεγάλη διακύμανση της σχετικής αντοχής πέλματος και κοχλία. Οι κύριες παράμετροι που μεταβάλλονται είναι το πλάτος του πέλματος, η διάμετρος του κοχλία και το πάχος του πέλματος. Τα υλικά παραμένουν

σταθερά και οι τιμές των χαρακτηριστικών μεγεθών της διγραμμικής προσέγγισης τους δίνονται στον πίνακα 4-4.

	Πέλ	μα		Κοχί	λίας
E	=	2,00 10 ¹¹ Pa	E_b	=	2,00 10 ¹¹ Pa
E_T	=	7,82 10 ⁸ Pa	$E_{T,b}$	=	2,40 10 ⁹ Pa
f_y	=	3,55 10 ⁸ Pa	$f_{y,b}$	=	6,40 10 ⁸ Pa
f_u	=	5,10 10 ⁸ Pa	$f_{u,b}$	=	9,00 10 ⁸ Pa

Πίνακας 4-4. Δεδομένα υλικών για την παραμετρική ανάλυση

Για τον κορμό δεν χρησιμοποιείται επιπλέον υλικό, καθώς οι μετακινήσεις μετρώνται στο επίπεδο του πέλματος, και συνεπώς δεν ενδιαφέρει η προσομοίωση της παραμορφωσιμότητας του κορμού. Οι τιμές που δίνονται στον πίνακα 4-4 αντιστοιχούν σε παραδοχή συμβατικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων. Στο τροποποιημένες, τρισδιάστατο προσομοίωμα εισάγονται έτσι ώστε να πραγματικών τάσεων ανταποκρίνονται σε παραδοχή και ανηγμένων παραμορφώσεων. Στο σχήμα 4-46 παρουσιάζονται οι γεωμετρικές διαστάσεις των βραχέων ταυ στην παραμετρική ανάλυση. Οι μεταβαλλόμενες παράμετροι απαριθμούνται για κάθε ένα βραχύ ταυ στον πίνακα 4-5.



Σχήμα 4-46. Γεωμετρικές διαστάσεις βραχέων ταυ παραμετρικής ανάλυσης (διαστάσεις σε mm)

		Пź	λμα	Κοχλίας					
Βραχύ ταυ	b	t_f	t _w	d_{h}	d_{b}	$d_{\scriptscriptstyle b,h}$	$t_{b,h}$	L_b	$t_{b,w}$
τ1	50,0	10,0	6,5	23,0	20,0	34,0	13,0	14,0	4,0
τ2	80,0	10,0	6,5	23,0	20,0	34,0	13,0	14,0	4,0
τ3	120,0	10,0	6,5	23,0	20,0	34,0	13,0	14,0	4,0
τ4	50,0	10,0	6,5	14,0	12,0	24,0	8,0	13,0	3,0
τ5	80,0	10,0	6,5	14,0	12,0	24,0	8,0	13,0	3,0
τ6	120,0	10,0	6,5	14,0	12,0	24,0	8,0	13,0	3,0
τ7	50,0	15,0	9,0	23,0	20,0	34,0	13,0	19,0	4,0
τ8	80,0	15,0	9,0	23,0	20,0	34,0	13,0	19,0	4,0
τ9	120,0	15,0	9,0	23,0	20,0	34,0	13,0	19,0	4,0
τ10	50,0	15,0	9,0	14,0	12,0	24,0	8,0	18,0	3,0
τ11	80,0	15,0	9,0	14,0	12,0	24,0	8,0	18,0	3,0
τ12	120,0	15,0	9,0	14,0	12,0	24,0	8,0	18,0	3,0

Πίνακας 4-5. Μεταβαλλόμενα γεωμετρικά μεγέθη παραμετρικής ανάλυσης (σε mm)

Οι ανεξάρτητες παράμετροι στον πίνακα 4-5 είναι το πλάτος b, το πάχος t_f και η διάμετρος d_b . Το t_w εξαρτάται από το πάχος t_f , τα d_h , $d_{b,h}$, $t_{b,h}$ και $t_{b,w}$ εξαρτώνται από την διάμετρο d_b , ενώ το μήκος του κοχλία L_b εξαρτάται τόσο από το πάχος t_f , όσο και από την διάμετρο d_b .

Στο σχήμα 4-47 φαίνονται τα τρισδιάστατα προσομοιώματα της παραμετρικής ανάλυσης. Όπως προκύπτει και από τις τιμές των μεταβαλλόμενων μεγεθών, στις δώδεκα υπό εξέταση διαμορφώσεις περιλαμβάνονται βραχέα ταυ με μικρό, μεσαίο και σχετικά μεγάλο πλάτος πέλματος. Έτσι, είναι δυνατή η διερεύνηση της αλληλεπίδρασης του πέλματος με τον κοχλία στην τρισδιάστατη παραμορφωμένη γεωμετρία που δημιουργείται σε βραχέα ταυ μεγάλου πλάτους και η αποτίμηση της απόδοσης του επαυξητικού προσομοιώματος σε αυτές τις συνθήκες. Επίσης, με την μεταβολή του πάχους του πέλματος και της διαμέτρου του κοχλία, δημιουργείται ένα μεγάλο εύρος της σχετικής αντοχής των δύο, στα πλαίσια του οποίου μπορεί να εξετασθεί η εν λόγω αλληλεπίδραση στις τρεις διαστάσεις.



Σχήμα 4-47. Τρισδιάστατα προσομοιώματα παραμετρικής ανάλυσης

Στα σχήματα 4-48 ως 4-59 παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης των δώδεκα βραχέων ταυ, όπως υπολογίζονται από το επαυξητικό και το τρισδιάστατο

προσομοίωμα. Για το επαυξητικό προσομοίωμα εφαρμόζονται όλες οι διορθώσεις που προτείνονται σε αυτό και στο προηγούμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 4-48. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ1



Σχήμα 4-49. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ2



Σχήμα 4-50. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ3



Σχήμα 4-51. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ
4



Σχήμα 4-52. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ5



Σχήμα 4-53. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ6



Σχήμα 4-54. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ
7



Σχήμα 4-55. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ8



Σχήμα 4-56. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ9



Σχήμα 4-57. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ10



Σχήμα 4-58. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ11



Σχήμα 4-59. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ12

Η συμπεριφορά του επαυξητικού προσομοιώματος είναι πολύ ικανοποιητική. Η σύγκλιση με το τρισδιάστατο προσομοίωμα επιτυγχάνεται σε μεγάλο βαθμό, στο

σύνολο των βραχέων ταυ της παραμετρικής ανάλυσης. Τα επιμέρους χαρακτηριστικά μεγέθη της αρχικής δυσκαμψίας, της αντοχής και της μέγιστης μετακίνησης, που χαρακτηρίζουν την συνολική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης, συμφωνούν επίσης με ικανοποιητική ακρίβεια με τις τιμές του τρισδιάστατου προσομοιώματος. Η αρχική δυσκαμψία παρουσιάζει μια συστηματική μικρή υπερεκτίμηση, κυρίως στα βραχέα ταυ όπου ο κοχλίας είναι πιο αδύναμος και συνεπώς καθοριστικός για την συνολική απόκριση. Η εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης, η οποία αποτελεί και το πλέον δύσκολο χαρακτηριστικό να υπολογισθεί αναλυτικά, είναι επίσης αρκετά ακριβής. Η μεγαλύτερη απόκλιση εμφανίζεται στο βραχύ ταυ τ5, και είναι μικρότερη από 30%, ενώ στα υπόλοιπα βραχέα ταυ είναι αρκετά μικρότερη.

Στον πίνακα 4-6 που ακολουθεί παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα μεγέθη της αρχικής δυσκαμψίας, της αντοχής και της μέγιστης μετακίνησης, όπως υπολογίζονται από το επαυξητικό και το τρισδιάστατο προσομοίωμα, για τα δώδεκα βραχέα ταυ της παραμετρικής ανάλυσης. Επίσης, παρουσιάζεται για κάθε μέγεθος ο λόγος της τιμής του επαυξητικού προς την τιμή του τρισδιάστατου προσομοιώματος, καθώς και η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του λόγου για το δείγμα των δώδεκα βραχέων ταυ της παραμετρικής ανάλυσης. Αποδεικνύεται ότι η αντοχή υπολογίζεται εντός ενός ορίου ακρίβειας 5%, ενώ η αρχική δυσκαμψία υπερεκτιμάται κατά 17% κατά μέσο όρο, με μεγαλύτερη απόκλιση ίση με 30%. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση για την μέγιστη μετακίνηση επιβεβαιώνουν ότι πρακτικά δεν υπάρχει συστηματικό σφάλμα στον υπολογισμό της.

	Αρχική Δυσκαμψία (Nt/m)			Αντοχή (Nt)			Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Προτεινόμενο	Τρισδιάστατο	Λόγος	Προτεινόμενο	Τρισδιάστατο	Λόγος	Προτεινόμενο	Τρισδιάστατο	Λόγος
τ1	7,84E+07	8,02E+07	0,98	6,85E+04	7,08E+04	0,97	1,32E-02	1,27E-02	1,04
τ2	1,13E+08	1,11E+08	1,02	1,04E+05	1,11E+05	0,94	1,44E-02	1,39E-02	1,04
τ3	1,39E+08	1,32E+08	1,05	1,51E+05	1,50E+05	1,01	1,74E-02	1,54E-02	1,13
τ4	7,10E+07	6,07E+07	1,17	5,83E+04	6,26E+04	0,93	1,45E-02	1,43E-02	1,02
τ5	1,01E+08	8,34E+07	1,21	8,27E+04	8,48E+04	0,98	9,52E-03	7,41E-03	1,29
τ6	1,22E+08	9,93E+07	1,22	9,63E+04	9,82E+04	0,98	3,12E-03	3,60E-03	0,87
τ7	2,08E+08	1,79E+08	1,17	1,42E+05	1,46E+05	0,97	1,16E-02	1,14E-02	1,02
τ8	2,91E+08	2,46E+08	1,18	2,12E+05	2,10E+05	1,01	1,11E-02	9,01E-03	1,23
τ9	3,45E+08	2,91E+08	1,19	2,50E+05	2,49E+05	1,01	3,94E-03	4,78E-03	0,82
τ10	1,76E+08	1,36E+08	1,30	9,59E+04	9,71E+04	0,99	3,23E-03	3,88E-03	0,83
τ11	2,34E+08	1,80E+08	1,30	1,14E+05	1,17E+05	0,98	3,13E-03	3,15E-03	0,99
τ12	2,62E+08	2,13E+08	1,23	1,39E+05	1,44E+05	0,97	3,49E-03	3,08E-03	1,13
Μέση τιμή		1,17			0,98			1,03	
Τυπική απόκλιση		0,103			0,025			0,147	

Πίνακας 4-6. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για το προτεινόμενο επαυξητικό και το τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων

4.8 Εναλλακτικές μέθοδοι από την βιβλιογραφία

Σε αυτήν την παράγραφο επιχειρείται μια σύγκριση του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ με υπάρχουσες εναλλακτικές μεθόδους, οι οποίες είναι διαθέσιμες στην βιβλιογραφία για την εκτίμηση της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Εξετάζεται η μεθοδολογία του Jaspart (1991), των Faella et al. (2000), των Swanson και Leon (2001), των Vayas et al. (2003) και του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Η λεπτομερής περιγραφή των μεθόδων αυτών παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 2.

4.8.1 Jaspart (1991)

Στον πίνακα 4-7 φαίνονται συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα της μεθοδολογίας Jaspart (1991) για τα δώδεκα βραχέα ταυ της παραμετρικής ανάλυσης. Ο υπολογισμός των αντοχών έγινε θεωρώντας συγκεντρωμένη την δύναμη του κοχλία. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα υπάρχει μεγάλη απόκλιση στην εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται κυρίως στην ευαισθησία της μεθόδου στην επιλογή του μέτρου κράτυνσης E_h του πέλματος για τον υπολογισμό του πλαστικού κλάδου (σχέση 2-55). Στα βραχέα ταυ της παραμετρικής ανάλυσης ο νόμος υλικού είναι διγραμμικός, και συνεπώς το μέτρο κράτυνσης παραμετρική δυσκαμψία, παρατηρείται μια μεγάλη υπερεκτίμηση της τιμής της, η οποία σε ορισμένα βραχέα ταυ είναι μεγαλύτερη από 100%, ενώ η αντοχή υπολογίζεται με καλύτερη ακρίβεια.

	Αρχική Δυσκαμψία (Nt/m)				Αντοχή (Nt)			Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	
τ1	9,80E+07	8,02E+07	1,22	4,87E+04	7,08E+04	0,69	3,90E-02	1,27E-02	3,08	
τ2	1,54E+08	1,11E+08	1,39	7,79E+04	1,11E+05	0,70	3,97E-02	1,39E-02	2,86	
τ3	2,25E+08	1,32E+08	1,71	1,17E+05	1,50E+05	0,78	4,07E-02	1,54E-02	2,65	
τ4	9,41E+07	6,07E+07	1,55	4,87E+04	6,26E+04	0,78	4,06E-02	1,43E-02	2,84	
τ5	1,44E+08	8,34E+07	1,73	7,79E+04	8,48E+04	0,92	4,23E-02	7,41E-03	5,71	
τ6	2,06E+08	9,93E+07	2,07	9,53E+04	9,82E+04	0,97	2,26E-02	3,60E-03	6,28	
τ7	3,19E+08	1,79E+08	1,79	1,12E+05	1,46E+05	0,77	2,76E-02	1,14E-02	2,42	
τ8	4,76E+08	2,46E+08	1,93	1,80E+05	2,10E+05	0,86	2,96E-02	9,01E-03	3,28	
τ9	6,56E+08	2,91E+08	2,25	2,47E+05	2,49E+05	0,99	2,35E-02	4,78E-03	4,92	
τ10	2,73E+08	1,36E+08	2,02	9,43E+04	9,71E+04	0,97	1,65E-02	3,88E-03	4,26	
τ11	3,84E+08	1,80E+08	2,13	1,18E+05	1,17E+05	1,00	1,66E-02	3,15E-03	5,27	
τ12	4,98E+08	2,13E+08	2,34	1,49E+05	1,44E+05	1,04	1,77E-02	3,08E-03	5,74	
Μέση	τιμή	μή 1,84 0,87			4,11					
Τυπικί	ί απόκλιση		0,344			0,125			1,411	

Πίνακας 4-7. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία

Στον πίνακα 4-8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεθοδολογίας Jaspart θεωρώντας κατανεμημένη δύναμη κοχλία στο πέλμα. Η θεώρηση αυτή επηρεάζει τον υπολογισμό των αντοχών για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, η εκτίμηση της αντοχής βελτιώνεται σημαντικά, ενώ της μέγιστης μετακίνησης δεν επηρεάζεται ουσιαστικά και παραμένει σε μη αποδεκτά επίπεδα.

	Αρχική Δυσκαμψία (Nt/m)			Αντοχή (Nt)			Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος
τ1	9,80E+07	8,02E+07	1,22	6,04E+04	7,08E+04	0,85	4,83E-02	1,27E-02	3,82
τ2	1,54E+08	1,11E+08	1,39	9,67E+04	1,11E+05	0,87	4,93E-02	1,39E-02	3,55
τ3	2,25E+08	1,32E+08	1,71	1,45E+05	1,50E+05	0,97	5,05E-02	1,54E-02	3,28
τ4	9,41E+07	6,07E+07	1,55	5,62E+04	6,26E+04	0,90	4,68E-02	1,43E-02	3,28
τ5	1,44E+08	8,34E+07	1,73	8,17E+04	8,48E+04	0,96	3,42E-02	7,41E-03	4,62
τ6	2,06E+08	9,93E+07	2,07	9,53E+04	9,82E+04	0,97	2,26E-02	3,60E-03	6,28
τ7	3,19E+08	1,79E+08	1,79	1,40E+05	1,46E+05	0,96	3,43E-02	1,14E-02	3,00
τ8	4,76E+08	2,46E+08	1,93	2,16E+05	2,10E+05	1,03	3,28E-02	9,01E-03	3,64
τ9	6,56E+08	2,91E+08	2,25	2,47E+05	2,49E+05	0,99	1,74E-02	4,78E-03	3,63
τ10	2,73E+08	1,36E+08	2,02	9,43E+04	9,71E+04	0,97	1,65E-02	3,88E-03	4,26
τ11	3,84E+08	1,80E+08	2,13	1,18E+05	1,17E+05	1,00	1,66E-02	3,15E-03	5,27
τ12	4,98E+08	2,13E+08	2,34	1,49E+05	1,44E+05	1,04	1,77E-02	3,08E-03	5,74
Μέση	τιμή		1,84 0,96		4,20				
Τυπική	ί απόκλιση		0,344			0,058			1,060

Πίνακας 4-8. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με κατανεμημένη δύναμη κοχλία

Οπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 (παράγραφος 2.3.4), ο φορέας του βραχέος ταυ, στον οποίο βασίζεται η μεθοδολογία Jaspart, διαφέρει από τον αρχικό των Yee και Melchers (1986) μόνο στο σημείο εφαρμογής της συγκεντρωμένης δύναμης επαφής. Στον πίνακα 4-9 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν εφαρμόζοντας την δύναμη επαφής σύμφωνα με τους Yee και Melchers (1986), και εκτελώντας κατά τα λοιπά την μεθοδολογία Jaspart με θεώρηση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία. Στον πίνακα 4-10 φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα με θεώρηση κατανεμημένης δύναμης κοχλία. Η διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων σε σχέση με τα προηγούμενα δεν είναι ουσιαστική. Η αρχική δυσκαμψία υπερεκτιμάται στον ίδιο σχεδόν βαθμό, ενώ η εκτίμηση της αντοχής βελτιώνεται κατά μέση τιμή, με μεγαλύτερη όμως τυπική απόκλιση. Σε ότι αφορά την μέγιστη μετακίνηση, η απόκλιση είναι μεγαλύτερη, σε σχέση με τα προηγούμενα αποτελέσματα, και θεωρείται ακόμα περισσότερο μη αποδεκτή.
	Αρχι	к ή Δυσκαμ (Nt/m)	ψία	Αντοχή (Nt)			Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος
τ1	9.20E+07	8.02E+07	1.15	4.87E+04	7.08E+04	0.69	4.15E-02	1.27E-02	3.28
τ2	1.45E+08	1.11E+08	1.31	7.79E+04	1.11E+05	0.70	4.21E-02	1.39E-02	3.03
τ3	2.14E+08	1.32E+08	1.62	1.17E+05	1.50E+05	0.78	4.28E-02	1.54E-02	2.78
τ4	8.94E+07	6.07E+07	1.47	4.87E+04	6.26E+04	0.78	4.27E-02	1.43E-02	2.99
τ5	1.39E+08	8.34E+07	1.66	7.79E+04	8.48E+04	0.92	4.40E-02	7.41E-03	5.94
τ6	2.01E+08	9.93E+07	2.02	1.03E+05	9.82E+04	1.05	3.83E-02	3.60E-03	10.65
τ7	3.08E+08	1.79E+08	1.73	1.12E+05	1.46E+05	0.77	2.85E-02	1.14E-02	2.50
τ8	4.68E+08	2.46E+08	1.90	1.80E+05	2.10E+05	0.86	3.01E-02	9.01E-03	3.34
τ9	6.59E+08	2.91E+08	2.26	2.69E+05	2.49E+05	1.08	3.21E-02	4.78E-03	6.71
τ10	2.75E+08	1.36E+08	2.02	1.02E+05	9.71E+04	1.05	2.77E-02	3.88E-03	7.16
τ11	3.96E+08	1.80E+08	2.20	1.24E+05	1.17E+05	1.05	2.35E-02	3.15E-03	7.46
τ12	5.26E+08	2.13E+08	2.47	1.52E+05	1.44E+05	1.06	2.19E-02	3.08E-03	7.11
Μέση 1	τιμή		1,82			0,90			5,25
Τυπική	ί απόκλιση		0,400			0,154		2,610	

Πίνακας 4-9. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με σημείο εφαρμογής δυνάμεων επαφής κατά Yee και Melchers (1986) και συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία

Πίνακας 4-10. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με σημείο εφαρμογής δυνάμεων επαφής κατά Yee και Melchers (1986) και κατανεμημένη δύναμη κοχλία

	Αρχι	кή Δυσκаμ (Nt/m)	ψία		Αντοχή (Nt)		Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Jaspart (1991)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος
τ1	9.20E+07	8.02E+07	1.15	5.82E+04	7.08E+04	0.82	4.96E-02	1.27E-02	3.92
τ2	1.45E+08	1.11E+08	1.31	9.32E+04	1.11E+05	0.84	5.03E-02	1.39E-02	3.63
τ3	2.14E+08	1.32E+08	1.62	1.40E+05	1.50E+05	0.93	5.12E-02	1.54E-02	3.33
τ4	8.94E+07	6.07E+07	1.47	5.49E+04	6.26E+04	0.88	4.82E-02	1.43E-02	3.37
τ5	1.39E+08	8.34E+07	1.66	8.79E+04	8.48E+04	1.04	4.96E-02	7.41E-03	6.70
τ6	2.01E+08	9.93E+07	2.02	1.03E+05	9.82E+04	1.05	3.83E-02	3.60E-03	10.65
τ7	3.08E+08	1.79E+08	1.73	1.35E+05	1.46E+05	0.92	3.42E-02	1.14E-02	3.00
τ8	4.68E+08	2.46E+08	1.90	2.15E+05	2.10E+05	1.03	3.61E-02	9.01E-03	4.00
τ9	6.59E+08	2.91E+08	2.26	2.71E+05	2.49E+05	1.09	3.05E-02	4.78E-03	6.38
τ10	2.75E+08	1.36E+08	2.02	1.02E+05	9.71E+04	1.05	2.77E-02	3.88E-03	7.16
τ11	3.96E+08	1.80E+08	2.20	1.24E+05	1.17E+05	1.05	2.35E-02	3.15E-03	7.46
τ12	5.26E+08	2.13E+08	2.47	1.52E+05	1.44E+05	1.06	2.19E-02	3.08E-03	7.11
Μέση τ	τιμή		1,82			0,98			5,56
Τυπική	ί απόκλιση		0,400			0,095			2,367

4.8.2 Faella et al. (2000)

Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 2 (παράγραφος 2.3.4), η μέθοδος δεν προσφέρεται για υπολογισμούς στο χέρι, καθώς απαιτεί εφαρμογή αριθμητικής διαδικασίας για την εύρεση της ροπής συναρτήσει της καμπυλότητας. Αυτό μπορεί να αποφευχθεί αν το υλικό δεν μεταβάλλεται (απαιτείται αριθμητική διαδικασία μόνο για την αρχική επίλυση). Ωστόσο, η πολυπλοκότητα των υπολογισμών παραμένει μεγάλη, αν και μειώνεται αισθητά.

Η εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθοδολογίας βασίζεται σε έναν τετραγραμμικό νόμο υλικού για το πέλμα. Επειδή, στα τρισδιάστατα προσομοιώματα της παραμετρικής ανάλυσης έχει εφαρμοσθεί διγραμμική σχέση τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων, είναι απαραίτητη μια επιλογή παραμέτρων για τα επιπλέον σημεία του νόμου υλικού. Συγκεκριμένα, για το υλικό χάλυβα S355 που χρησιμοποιείται στα τρισδιάστατα προσομοιώματα, επιλέγεται για τις ανηγμένες παραμορφώσεις $\varepsilon_h = 10\varepsilon_y$ και $\varepsilon_m = 40\varepsilon_y$ (σχήμα 2-12). Τα μέτρα κράτυνσης του τρίτου και τέταρτου κλάδου E_h και E_u αντίστοιχα, τίθενται ίσα, έτσι ώστε να προσεγγίζεται ο διγραμμικός νόμος των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων. Η τάση κατά την θραύση τίθεται ίση με την μέγιστη τάση του αντίστοιχου διγραμμικού νόμου. Οι τάσεις και οι ανηγμένες παραμορφώσεις εισάγονται με τις πραγματικές και όχι τις συμβατικές τιμές τους, όπως ακριβώς προτείνεται από τους συγγραφείς.

Στον πίνακα 4-11 φαίνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου με θεώρηση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία, καθώς και η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα της τρισδιάστατης προσομοίωσης. Στον πίνακα 4-12 φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα με θεώρηση κατανεμημένης δύναμης κοχλία. Η αρχική δυσκαμψία υπολογίζεται με αποδεκτή ακρίβεια, εμφανίζοντας μια συστηματική υποεκτίμηση κατά 25%, σε σύγκριση με τα τρισδιάστατα προσομοιώματα, και με μικρή τυπική απόκλιση. Η αντοχή υπολογίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια, η οποία βελτιώνεται με την θεώρηση κατανεμημένης δράσης κοχλία. Η απόκλιση στον υπολογισμό της μέγιστης μετακίνησης ωστόσο, είναι μεγάλη, τόσο στην μέση τιμή όσο και στην τυπική απόκλιση. Ιδιαίτερα για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας η υπερεκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης που παρατηρείται στα βραχέα ταυ της παραμετρικής ανάλυσης είναι υπερβολική, προσεγγίζοντας τιμές όπως 500%. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά της μεθόδου, για βραχέα ταυ στα οποία κρίσιμος είναι ο δεύτερος μηχανισμός αστοχίας, έχει διαπιστωθεί και από άλλους ερευνητές (Coelho 2004), και αποδίδεται στην μη εξασφάλιση συμβιβαστότητας των μετακινήσεων του πέλματος και του κοχλία.

	Αρχι	к ή Δυσκαμ (Nt/m)	ψία		Αντοχή (Nt)		Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος
τ1	4,20E+07	8,02E+07	0,52	4,94E+04	7,08E+04	0,70	1,02E-02	1,27E-02	0,80
τ2	6,68E+07	1,11E+08	0,60	7,90E+04	1,11E+05	0,71	1,02E-02	1,39E-02	0,74
τ3	9,91E+07	1,32E+08	0,75	1,19E+05	1,50E+05	0,79	1,02E-02	1,54E-02	0,66
τ4	4,13E+07	6,07E+07	0,68	4,94E+04	6,26E+04	0,79	1,02E-02	1,43E-02	0,71
τ5	6,50E+07	8,34E+07	0,78	7,90E+04	8,48E+04	0,93	1,02E-02	7,41E-03	1,38
τ6	9,58E+07	9,93E+07	0,96	1,04E+05	9,82E+04	1,06	1,61E-02	3,60E-03	4,47
τ7	1,01E+08	1,79E+08	0,57	1,14E+05	1,46E+05	0,78	6,85E-03	1,14E-02	0,60
τ8	1,58E+08	2,46E+08	0,64	1,82E+05	2,10E+05	0,87	6,88E-03	9,01E-03	0,76
τ9	2,30E+08	2,91E+08	0,79	2,72E+05	2,49E+05	1,09	6,93E-03	4,78E-03	1,45
τ10	9,64E+07	1,36E+08	0,71	1,03E+05	9,71E+04	1,06	9,28E-03	3,88E-03	2,39
τ11	1,50E+08	1,80E+08	0,83	1,24E+05	1,17E+05	1,06	1,41E-02	3,15E-03	4,49
τ12	2,20E+08	2,13E+08	1,03	1,53E+05	1,44E+05	1,07	1,69E-02	3,08E-03	5,50
Μέση τ	τιμή 0,74 0,91			2,00					
Τυπική	ή απόκλιση		0,154			0,152			1,793

Πίνακας 4-11. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μέθοδο των Faella et al. (2000) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία

Πίνακας 4-12. Αποτελέσματα παραμ	ετρικής ανάλυσης για	την μέθοδο των Ε	⁷ aella et
al. (2000) με κατ	ανεμημένη δύναμη κα	οχλία	

	Αρχι	Αρχική Δυσκαμψία (Nt/m)			Αντοχή (Nt)			Μέγιστη μετακίνηση (m)		
	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	Faella et al. (2000)	Τρισδιάστ. προσομ.	Λόγος	
τ1	4,21E+07	8,02E+07	0,52	5,91E+04	7,08E+04	0,83	1,04E-02	1,27E-02	0,82	
τ2	6,69E+07	1,11E+08	0,60	9,45E+04	1,11E+05	0,85	1,04E-02	1,39E-02	0,75	
τ3	9,93E+07	1,32E+08	0,75	1,42E+05	1,50E+05	0,95	1,04E-02	1,54E-02	0,68	
τ4	4,14E+07	6,07E+07	0,68	5,57E+04	6,26E+04	0,89	1,04E-02	1,43E-02	0,72	
τ5	6,52E+07	8,34E+07	0,78	8,91E+04	8,48E+04	1,05	1,04E-02	7,41E-03	1,40	
τ6	9,58E+07	9,93E+07	0,96	1,04E+05	9,82E+04	1,06	1,61E-02	3,60E-03	4,47	
τ7	1,01E+08	1,79E+08	0,57	1,36E+05	1,46E+05	0,94	7,07E-03	1,14E-02	0,62	
τ8	1,59E+08	2,46E+08	0,64	2,18E+05	2,10E+05	1,04	7,10E-03	9,01E-03	0,79	
τ9	2,30E+08	2,91E+08	0,79	2,72E+05	2,49E+05	1,09	6,93E-03	4,78E-03	1,45	
τ10	9,64E+07	1,36E+08	0,71	1,03E+05	9,71E+04	1,06	9,28E-03	3,88E-03	2,39	
τ11	1,50E+08	1,80E+08	0,83	1,24E+05	1,17E+05	1,06	1,41E-02	3,15E-03	4,49	
τ12	2,20E+08	2,13E+08	1,03	1,53E+05	1,44E+05	1,07	1,69E-02	3,08E-03	5,50	
Μέση	τιμή	uý 0,74 0,99			2,01					
Τυπική	ή απόκλιση		0,153			0,093			1,786	

4.8.3 Swanson каз Leon (2001)

Η συγκεκριμένη μέθοδος δεν ενδείκνυται για υπολογισμούς με το χέρι, και μπορεί να αξιοποιηθεί μόνο με προγραμματισμό σε υπολογιστή. Για τον λόγο αυτόν, στα πλαίσια της παρούσας διατριβής θα χρησιμοποιηθεί μόνο για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, και όχι για την συνολική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης, δεδομένου ότι δεν είναι διαθέσιμος από τον συγγραφέα εκτελέσιμος αλγόριθμος εφαρμογής της μεθόδου.

Στον πίνακα 4-13 φαίνεται η εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας και η σύγκριση με τα αντίστοιχα δεδομένα της τρισδιάστατης προσομοίωσης. Η σύγκλιση είναι αποδεκτή, παρουσιάζοντας όμως μια συστηματική υπερεκτίμηση, σε μερικές περιπτώσεις περισσότερο από 50%. Σε σχέση με την αρχική δυσκαμψία που υπολογίζεται με τον φορέα βραχέος ταυ κατά Yee & Melchers (1986) ή κατά Jaspart (1991), η συγκεκριμένη μέθοδος προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια. Αυτό συμβαίνει γιατί ο φορέας βραχέος ταυ που χρησιμοποιείται διαθέτει μεγαλύτερο μήκος πέλματος (μέχρι 0,5r από την αρχή της συναρμογής), και συνεπώς η υπερεκτίμηση της δυσκαμψίας μειώνεται σημαντικά. Ωστόσο, το σχετικό σφάλμα δεν εξαλείφεται αλλά περιορίζεται σε ανεκτά επίπεδα.

	Αρχικ	Αρχική Δυσκαμψία (Nt/m)								
	Swanson και Leon (2001)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος							
τ1	9,30E+07	8,02E+07	1,16							
τ2	1,44E+08	1,11E+08	1,30							
τ3	2,08E+08	1,32E+08	1,57							
τ4	7,23E+07	6,07E+07	1,19							
τ5	1,08E+08	8,34E+07	1,30							
τ6	1,50E+08	9,93E+07	1,51							
τ7	2,53E+08	1,79E+08	1,41							
τ8	3,65E+08	2,46E+08	1,48							
τ9	4,86E+08	2,91E+08	1,67							
τ10	1,69E+08	1,36E+08	1,25							
τ11	2,27E+08	1,80E+08	1,26							
τ12	2,84E+08	2,13E+08	1,34							
Μέση 1	1,37									
Τυπική	ί απόκλιση		0,159							

Πίνακας 4-13. Αποτελέ	σματα παραμετρι	κής ανάλυσης για	ι την μέθο	δο των S	Swanson
	και Lec	on (2001)			

4.8.4 Vayas et al. (2003)

Στον πίνακα 4-14 φαίνονται τα αποτελέσματα για την μέγιστη μετακίνηση, όπως υπολογίζεται με την αναλυτική μεθοδολογία που προτείνουν οι Vayas et al. (2003), καθώς και η σύγκριση με τα αποτελέσματα της τρισδιάστατης προσομοίωσης. Για την παράμετρο k χρησιμοποιήθηκε μια τιμή ίση με 3, ενώ για την μέγιστη ανηγμένη παραμόρφωση του κοχλία εφαρμόσθηκε η τιμή $\varepsilon_{u,b} = 0.05$, έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στο υλικό κοχλία των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων.

Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η μέθοδος υπερεκτιμά σημαντικά την μέγιστη μετακίνηση, ιδιαίτερα στα βραχέα ταυ, τα οποία καθορίζονται από τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας. Επειδή για τον πρώτο μηχανισμό, η μέθοδος χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό της μέγιστης μετακίνησης μόνο την παράμετρο του μήκους m, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη και η επίδραση του πάχους t_f , το σφάλμα μπορεί να γίνει μη αποδεκτό σε βραχέα ταυ με λιγότερο εύκαμπτο πέλμα, τα οποία βρίσκονται κοντά και στον δεύτερο μηχανισμό, η τιμή που υπολογίζεται με την συγκεκριμένη μέθοδο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα άνω όριο της μέγιστης μετακίνησης.

	Μέγισ	Μέγιστη μετακίνηση (m)									
	Vayas et al. (2003)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος								
τ1	2,09E-02	1,27E-02	1,65								
τ2	2,09E-02	1,39E-02	1,51								
τ3	2,09E-02	1,54E-02	1,36								
τ4	2,09E-02	1,43E-02	1,47								
τ5	2,09E-02	7,41E-03	2,83								
τ6	2,09E-02	3,60E-03	5,82								
τ7	2,04E-02	1,14E-02	1,79								
τ8	2,04E-02	9,01E-03	2,27								
τ9	2,04E-02	4,78E-03	4,27								
τ10	2,04E-02	3,88E-03	5,27								
τ11	5,50E-03	3,15E-03	1,75								
τ12	5,50E-03	3,08E-03	1,79								
Μέση 1	2,65										
Τυπική	ί απόκλιση		1,579								

Πίνακας 4-14.	Αποτελέσματα	παραμετρικ	ής ανάλυσης γ	ια την	μέθοδο	των	Vayas et
		al. (2	003)				

4.8.5 Μεθοδολογία Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)

Στον πίνακα 4-15 φαίνονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής, με θεώρηση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία. Στον πίνακα 4-16 φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα με θεώρηση κατανεμημένης δύναμης κοχλία.

Η εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας δεν εμφανίζει μεγάλη απόκλιση από την αντίστοιχες τιμές δυσκαμψίας που υπολογίζονται με το τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Για το συγκεκριμένο δείγμα βραχέων ταυ, προκύπτει ότι η μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) προσφέρει καλύτερη ακρίβεια σε σχέση με την αντίστοιχη του Jaspart (1991) ή των Yee & Melchers (1986), από τις οποίες προέρχεται, αποσυνδέοντας την παραμορφωσιμότητα του κοχλία και του πέλματος. Σε ότι αφορά την αντοχή, παρατηρείται μία σημαντική υποεκτίμηση κατά 35% περίπου για την περίπτωση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία και 25% για την περίπτωση κατανεμημένης δύναμης. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι για τους υπολογισμούς αντοχής στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), δεν λαμβάνεται υπόψη η κράτυνση του υλικού μετά την διαρροή. Η βελτίωση πάντως που επιτυγχάνεται με την θεώρηση κατανεμημένης δύναμης κοχλία, είναι ουσιαστική.

	Αρχική	ή Δυσκαμψία (Nt/m)		Αντοχή (Nt)				
	Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος	Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος		
τ1	6,19E+07	8,02E+07	0,77	3,39E+04	7,08E+04	0,48		
τ2	9,84E+07	1,11E+08	0,89	5,43E+04	1,11E+05	0,49		
τ3	1,46E+08	1,32E+08	1,11	8,14E+04	1,50E+05	0,54		
τ4	6,09E+07	6,07E+07	1,00	3,39E+04	6,26E+04	0,54		
τ5	9,59E+07	8,34E+07	1,15	5,43E+04	8,48E+04	0,64		
τ6	1,41E+08	9,93E+07	1,42	8,14E+04	9,82E+04	0,83		
τ7	2,15E+08	1,79E+08	1,20	7,82E+04	1,46E+05	0,54		
τ8	3,33E+08	2,46E+08	1,35	1,25E+05	2,10E+05	0,60		
τ9	4,80E+08	2,91E+08	1,65	1,88E+05	2,49E+05	0,75		
τ10	2,00E+08	1,36E+08	1,47	7,82E+04	9,71E+04	0,80		
τ11	2,98E+08	1,80E+08	1,66	9,96E+04	1,17E+05	0,85		
τ12	4,10E+08	2,13E+08	1,93	1,19E+05	1,44E+05	0,83		
Μέση τιμή			1,30			0,66		
Τυπική απόκλιση			0,343			0,145		

Πίνακας 4-15. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία

	Αρχική	Δυσκαμψία (Nt/m)		P	Αντοχή (Nt)	
	Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος	Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003)	Τρισδιάστατο προσομοίωμα	Λόγος
τ1	6,19E+07	8,02E+07	0,77	4,05E+04	7,08E+04	0,57
τ2	9,84E+07	1,11E+08	0,89	6,49E+04	1,11E+05	0,58
τ3	1,46E+08	1,32E+08	1,11	9,73E+04	1,50E+05	0,65
τ4	6,09E+07	6,07E+07	1,00	3,82E+04	6,26E+04	0,61
τ5	9,59E+07	8,34E+07	1,15	6,12E+04	8,48E+04	0,72
τ6	1,41E+08	9,93E+07	1,42	8,52E+04	9,82E+04	0,87
τ7	2,15E+08	1,79E+08	1,20	9,37E+04	1,46E+05	0,64
τ8	3,33E+08	2,46E+08	1,35	1,50E+05	2,10E+05	0,71
τ9	4,80E+08	2,91E+08	1,65	2,25E+05	2,49E+05	0,90
τ10	2,00E+08	1,36E+08	1,47	8,49E+04	9,71E+04	0,87
τ11	2,98E+08	1,80E+08	1,66	9,96E+04	1,17E+05	0,85
τ12	4,10E+08	2,13E+08	1,93	1,19E+05	1,44E+05	0,83
Μέση τιμή			1,30			0,74
Τυπική	ί απόκλιση		0,343			0,124

Πίνακας 4-16. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για τον Ευρωκώδικα 3 με κατανεμημένη δύναμη κοχλία

4.8.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στα σχήματα 4-60 έως 4-71 παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης που υπολογίζονται με την μεθοδολογία Jaspart (1991), με την μέθοδο των Faella et al. (2000) και με την μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Επίσης, παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος, καθώς και των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Δεν παρουσιάζονται αποτελέσματα για την μέθοδο των Swanson και Leon (2001), καθώς δεν είναι δυνατή η δημιουργία της συνολικής καμπύλης, ούτε και της μεθόδου των Vayas et al. (2003) καθώς με την συγκεκριμένη μέθοδο υπολογίζεται μόνο η μέγιστη μετακίνηση. Για τις μεθόδους Jaspart (1991), Faella et al. (2000) και του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα, στα οποία οι αντοχές υπολογίζονται με θεώρηση κατανεμημένης δύναμης κοχλία. Για λόγους ευκρίνειας, οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης μπορεί να αποκόπτονται σε ορισμένες περιπτώσεις, επειδή η τιμή της μέγιστης μετακίνησης τους αποκλίνει υπερβολικά από εκείνη των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων.



Σχήμα 4-60. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ1



Σχήμα 4-61. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ2



Σχήμα 4-62. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ3



Σχήμα 4-63. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ4



Σχήμα 4-64. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ5



Σχήμα 4-65. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ6



Σχήμα 4-66. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ7



Σχήμα 4-67. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ8



Σχήμα 4-68. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ9



Σχήμα 4-69. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ10



Σχήμα 4-70. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ11



Σχήμα 4-71. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ12

Στον πίνακα 4-17 που ακολουθεί, παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας όλων των μεθόδων που παρουσιάζονται στην παράγραφο αυτήν. Όπως φαίνεται από τα δεδομένα του πίνακα, αλλά και από τις συνολικές καμπύλες δύναμης-μετακίνησης, το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα προσφέρει σημαντική βελτίωση στην ακρίβεια εκτίμησης της απόκρισης του βραχέος ταυ, επιτυγχάνοντας σύγκλιση με χαμηλή τυπική απόκλιση και στις τρεις χαρακτηριστικές παραμέτρους, της αρχικής δυσκαμψίας της αντοχής και της μέγιστης μετακίνησης. Για την περίπτωση της μέγιστης μετακίνησης, η διαφορά σε σχέση με τις εναλλακτικές μεθοδολογίες είναι περισσότερο έντονη.

	Αρχική δυσκαμψία		Av	τοχή	Μέγιστη μετακίνηση	
	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
Προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα	1,17	0,103	0,98	0,025	1,03	0,147
Jaspart (1991)						
Συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	1,84	0,344	0,87	0,125	4,11	1,411
Κατανεμημένη δύναμη κοχλία	1,84	0,344	0,96	0,058	4,20	1,060
Δυνάμεις επαφής κατά Yee & Melchers (1986) Συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	1,82	0,400	0,90	0,154	5,25	2,610
Δυνάμεις επαφής κατά Yee & Melchers (1986) Κατανεμημένη δύναμη κοχλία	1,82	0,400	0,98	0,095	5,56	2,367
Faella et al. (2000)						
Συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	0,74	0,154	0,91	0,152	2,00	1,793
Κατανεμημένη δύναμη κοχλία	0,74	0,153	0,99	0,093	2,01	1,786
Swanson και Leon (2001)	1,37	0,159	-	-	-	-
Vayas et al. (2003)	-	-	-	-	2,65	1,540
Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003)						
Συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	1,30	0,343	0,66	0,145	-	-
Κατανεμημένη δύναμη κοχλία	1,30	0,343	0,74	0,124	-	-

Πίνακας 4-17. Στατιστική αξιολόγηση μεθόδων αναλυτικής εκτίμησης απόκρισης βραχέος ταυ σε σύγκριση με τρισδιάστατη προσομοίωση.

4.9 Σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα

Στην συνέχεια αξιοποιούνται πειραματικά αποτελέσματα από την βιβλιογραφία, για την αξιολόγηση της συμπεριφοράς του προτεινόμενου προσομοιώματος σε πραγματικές περιπτώσεις βραχέων ταυ. Στο προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα οι υπολογισμοί απαιτούν ακριβή περιγραφή, τόσο των γεωμετρικών παραμέτρων, όσο και των υλικών πέλματος και κοχλία. Είναι σύνηθες όμως στην βιβλιογραφία τα υλικά να περιγράφονται με τις ονομαστικές τους τιμές ή πολλές γεωμετρικές διαστάσεις να παραλείπονται, καθώς ο αντικειμενικός σκοπός των πειραμάτων μπορεί να διαφέρει, και τα συγκεκριμένα δεδομένα να μην θεωρούνται απαραίτητα. Είναι επιθυμητό επομένως, τα πειραματικά αποτελέσματα να συνοδεύονται με πλήρη κατά το δυνατό δεδομένα, προκειμένου να είναι περισσότερο αξιόπιστη η διαδικασία σύγκρισης με το προτεινόμενο προσομοίωμα.

Για την αξιολόγηση επιλέχθηκαν οι πειραματικές δοκιμές των Faella et al. (2000). Οι ίδιες δοκιμές περιγράφονται επίσης στην δημοσίευση Piluso et al. (2001β). Οι συγκεκριμένες δοκιμές πραγματοποιήθηκαν με αντικειμενικό σκοπό την αξιολόγηση και την στάθμιση παραμέτρων του αναλυτικού προσομοιώματος βραχέος ταυ των ίδιων συγγραφέων (Faella et al. 2000, Piluso et al. 2001), το οποίο περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2 (παράγραφος 2.3.4). Ο νόμος υλικού του πέλματος δεν δίνεται με την πραγματική καμπύλη, αλλά με τετραγραμμική εξιδανίκευση, η οποία σύμφωνα με τους συγγραφείς προκύπτει επιβάλλοντας το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη να είναι ίδιο με το αντίστοιχο του πραγματικού νόμου. Αντίθετα, το υλικό του κοχλία δίνεται με την ονομαστική του τιμή, γεγονός που αποτρέπει την αξιοποίηση εκείνων των βραχέων ταυ, στα οποία ο κοχλίας είναι κρίσιμος. Στον πίνακα 4-18 παρατίθενται για κάθε βραχύ ταυ οι παράμετροι του υλικού πείλματος και κοχλία. Οι τιμές αντιστοιχούν σε πραγματικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις. Τα διάφορα σύμβολα απεικονίζονται στο σχήμα 4-72, στο οποίο αναπαρίσταται σχηματικά η τετραγραμμική εξιδανίκευση του νόμου υλικού που υιοθέτησαν οι συγγραφείς.

	<i>f</i> _y (МРа)	f _u (MPa)	E _h (MPa)	E _u (MPa)	Е _h (%)	Е _и (%)	$f_{u,b}$ (MPa)
TSTUB 4	299,76	543,59	2877	465,24	1,285	76,77	800
TSTUB 5	317,72	546,84	3339	483,15	1,362	78,43	800
TSTUB 7	307,58	543,57	3423	516,05	1,318	77,88	800
TSTUB 8	269,42	482,70	3276	476,80	1,055	69,40	800
TSTUB 9	300,97	552,27	3234	466,65	1,290	67,75	800
TSTUB 10	293,10	514,87	2163	406,32	0,600	92,50	1000

Πίνακας 4-18. Τιμές παραμέτρων υλικών πειραματικών βραχέων ταυ



Σχήμα 4-72. Τετραγραμμική εξιδανίκευση νόμου υλικού για τις δοκιμές των Faella et al. (2000)

Στον πίνακα 4-19 που ακολουθεί, φαίνονται τα γεωμετρικά μεγέθη των πειραματικών διατάξεων. Η σημασία των συμβολισμών στον πίνακα αντιστοιχεί στις διαστάσεις που εμφανίζονται στο σχήμα 3-1.

	t_f	b	d	п	r	$d_{\scriptscriptstyle b}$	$d_{\scriptscriptstyle b,h}$
TSTUB 4	12,30	118,8	68,15	58,10	24,00	24,00	44,00
TSTUB 5	13,80	115,0	71,35	74,90	27,00	24,00	44,00
TSTUB 7	13,90	122,8	74,05	71,70	27,00	27,00	56,00
TSTUB 8	13,30	112,5	57,20	19,30	15,00	24,00	39,98
TSTUB 9	12,50	125,1	73,25	53,00	24,00	27,00	56,00
TSTUB 10	10,85	125,0	47,00	58,50	18,00	20,00	37,00

Πίνακας 4-19. Τιμές γεωμετρικών παραμέτρων πειραματικών βραχέων ταυ (σε mm)

Καταστατικοί νόμοι υλικού

Όπως φαίνεται από τις τιμές του πίνακα 4-18, οι καταστατικοί νόμοι υλικού των πειραματικών δοκιμών χαρακτηρίζονται από σημαντική πλαστιμότητα. Η ανηγμένη παραμόρφωση ε_u , στις περισσότερες περιπτώσεις, λαμβάνει τιμές κοντά στο 80%, ενώ το όριο θραύσης f_u προσεγγίζει τιμές σχεδόν διπλάσιες του ορίου διαρροής f_y . Η μορφή των συγκεκριμένων νόμων υλικού απαιτεί μια πιο προσεκτική διερεύνηση, σχετικά με την πλέον ενδεδειγμένη επιλογή παραμέτρων για το προτεινόμενο

προσομοίωμα βραχέος ταυ, το οποίο βασίζεται σε διγραμμική εξιδανίκευση για τον νόμο υλικού του πέλματος.

Στο σχήμα 4-73α φαίνεται μια τυπική καμπύλη τάσης-ανηγμένης παραμόρφωσης για έναν χάλυβα, όπως προκύπτει από δοκιμή απλού εφελκυσμού. Μετά την διαρροή και το επονομαζόμενο πλατώ, ακολουθεί ο ανοδικός κλάδος της καμπύλης, ο οποίος καταλήγει στο σημείο μέγιστης φέρουσας ικανότητας του δοκιμίου, το οποίο χαρακτηρίζεται συμβατικά και ως όριο θραύσης του υλικού. Μετά το όριο θραύσης, η καμπύλη είναι φθίνουσα, και παραμένει έτσι μέχρι και την πραγματική θραύση του δοκιμίου. Η μορφή αυτή της καμπύλης προκύπτει θεωρώντας τα αρχικά γεωμετρικά δεδομένα. Δηλαδή, οι τάσεις υπολογίζονται στην αρχική διατομή και οι ανηγμένες παραμορφώσεις στο αρχικό μήκος. Οι τάσεις και οι ανηγμένες παραμορφώσεις που υπολογίζονται με αυτόν τον τρόπο χαρακτηρίζονται συμβατικές. Αν ληφθεί όμως υπόψη ότι στο δοκίμιο σγηματίζεται λαιμός, και επομένως η διατομή τοπικά σε αυτόν είναι μειωμένη και η σχετική επιμήκυνση αυξημένη, τότε η καμπύλη πραγματικών τάσεων - πραγματικών ανηγμένων παραμορφώσεων του υλικού έχει την μορφή που φαίνεται στο σχήμα 4-73β. Το κύριο γνώρισμα της νέας καμπύλης είναι ότι παραμένει αύξουσα μέχρι την πραγματική θραύση του υλικού, η οποία πραγματοποιείται σε επίπεδα τάσης σημαντικά αυξημένα σε σχέση με την συμβατική θεώρηση. Η συσγέτιση μεταξύ συμβατικών και πραγματικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων αναφέρθηκε στις εξισώσεις 4-1 και 4-2.



Σχήμα 4-73. Τυπικός νόμος υλικού δομικού χάλυβα με παραδοχές συμβατικών τάσεων/ανηγμένων παραμορφώσεων (α) και πραγματικών τάσεων/ανηγμένων παραμορφώσεων (β).

Η σχέση τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων που προκύπτει με δοκιμή απλού εφελκυσμού συνήθως εξιδανικεύεται με κάποια απλοποιημένη αναλυτική προσέγγιση. Στην συγκεκριμένη περίπτωση των πειραματικών δοκιμών των Faella et al. (2000) χρησιμοποιήθηκε η τετραγραμμική προσέγγιση, που φαίνεται στο σχήμα 4-72. Μετά την διαρροή και το πλατώ, το οποίο προσεγγίζεται με ένα οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα, ακολουθεί ο πρώτος αύξων κλάδος, με κλίση E_h . Ο κλάδος αυτός καταλήγει στο σημείο που αντιστοιχεί στο μέγιστο φορτίο που παραλαμβάνεται με την δοκιμή απλού εφελκυσμού. Από αυτό το σημείο αρχίζει ο δεύτερος κλάδος, κλίσης E_u , ο οποίος καταλήγει στην πλήρη θραύση. Οι Faella et al. (2000) αναφέρουν επίσης, για τις τρεις τυπικές κατηγορίες δομικού χάλυβα, τις τιμές παραμέτρων που φαίνονται στον πίνακα 4-20. Και σε αυτήν την περίπτωση, οι τιμές του πίνακα αντιστοιχούν σε πραγματικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις. Ένα σημείο που αξίζει παρατήρησης είναι οι μεγάλες τιμές ανηγμένης παραμόρφωσης κατά την θραύση $ε_u$, οι οποίες υπερβαίνουν κατά πολύ την συμβατική τιμή 20%.

	<i>f</i> _y (МРа)	<i>f</i> _и (МРа)	$rac{E}{E_h}$	$\frac{E}{E_u}$	$rac{\mathcal{E}_h}{\mathcal{E}_y}$	E _u
S235	235	360	37,5	523,2	12,3	> 0,40
S275	275	430	42,8	447,6	11,0	> 0,56
S355	355	510	48,2	381,7	9,8	> 0,81

Πίνακας 4-20.	Τιμές παραμέτρων	τετραγραμμική	ς προσέγγισης	για υλικά δομικού
		χάλυβα		

Στο προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα χρησιμοποιείται μια διγραμμική προσέγγιση του νόμου υλικού του χάλυβα. Η εξιδανίκευση αυτή θεωρείται επιβεβλημένη για την αναλυτική αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας υλικού, με αποδεκτή πολυπλοκότητα των παραγόμενων σχέσεων. Επίσης, ο νόμος του υλικού αντιστοιχεί σε συμβατικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις, καθώς οι υπολογισμοί γίνονται με βάση τις αρχικές γεωμετρικές διαστάσεις. Επιπλέον, η σχέση ροπής-καμπυλότητας, που αποτελεί τον καθοριστικό παράγοντα για την καμπτική συμπεριφορά του πέλματος, εξιδανικεύεται και αυτή με μία διγραμμική καμπύλη, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3. Με αυτήν την εξιδανίκευση, δεν μπορεί να προσομοιωθεί η σταδιακή εξέλιξη της πλαστικοποίησης στις διατομές του πέλματος. Για τους ανωτέρω λόγους απαιτείται μια προσαρμογή του διγραμμικού νόμου υλικού, που υιοθετείται για το πέλμα του προτεινόμενου προσομοιώματος βραχέος ταυ, στον πραγματικό σε κάθε περίπτωση νόμο υλικού. Με ένα ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ διαρροής και θραύσης, η συμπεριφορά του πέλματος στην πλαστική περιοχή είναι γενικά μη αποδεκτή, καθώς αγνοείται η επίδραση της αυξημένης κράτυνσης του υλικού στον πρώτο κλάδο, αμέσως μετά την διαρροή. Το αποτέλεσμα είναι να υποεκτιμάται η δυσκαμψία του προσομοιώματος στην πλαστική περιοχή, και κατά συνέπεια να υπερεκτιμάται η μέγιστη μετακίνηση.

Ένα κριτήριο για την προσαρμογή του πραγματικού νόμου υλικού, σε μία διγραμμική προσέγγιση, είναι η ισοδυναμία της συνολικής ενέργειας παραμόρφωσης. Η ισοδυναμία αυτή επιτυγχάνεται εξισώνοντας για κάθε νόμο υλικού, το εμβαδόν που δημιουργείται κάτω από την καμπύλη τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων. Επίσης, ένα διαφορετικό κριτήριο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί, είναι η ισοδυναμία της σχέσης ροπής-καμπυλότητας, με την εξίσωση της μέγιστης ροπής στην διατομή, που προκύπτει για κάθε περίπτωση νόμου υλικού. Το κριτήριο αυτό είναι περισσότερο εύλογο στην περίπτωση του πέλματος του βραχέος ταυ, το οποίο καταπονείται κυρίως σε κάμψη. Πράγματι, το συγκεκριμένο κριτήριο εφαρμόσθηκε για την προσομοίωση συστατικών μερών μορφής βραχέος ταυ πειραματικών κόμβων δοκού-υποστυλώματος με μετωπική πλάκα, επιτυγχάνοντας ικανοποιητική συμπεριφορά. Τα συγκεκριμένα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην συνέχεια της διατριβής, στο κεφάλαιο 7.

Στην περίπτωση των πειραματικών δοκιμών των Faella et al. (2000) όμως, η εφαρμογή αυτών των κριτηρίων δεν οδηγεί σε ικανοποιητική προσομοίωση της πλαστικής περιοχής της απόκρισης. Στις περιπτώσεις των πειραματικών δοκιμών κόμβων με μετωπική πλάκα που προαναφέρθηκαν, η πραγματική ανηγμένη παραμόρφωση θραύσης ε, του υλικού των πελμάτων δεν υπερβαίνει το 40%, ενώ και το σχήμα του πλαστικού κλάδου της σχέσης τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων παρουσιάζει μία ομαλή μείωση της κλίσης του. Αντίθετα, στα υλικά των δοκιμών των Faella et al. (2000), η ανηγμένη παραμόρφωση θραύσης ε_u προσεγγίζει το 80%, και γαρακτηρίζονται από μία γρήγορη μείωση του μέτρου κράτυνσης στο αργικό τμήμα του πλαστικού κλάδου. Αυτό γίνεται περισσότερο αντιληπτό από το γεγονός ότι σε όλες τις περιπτώσεις, το σημείο μέγιστου φορτίου, στο οποίο υπολογίζεται το συμβατικό όριο θραύσης f_u , πραγματοποιείται για ανηγμένη παραμόρφωση μικρότερη ή ίση με 10%, η οποία μπορεί να θεωρηθεί αρκετά μικρή για ένα τυπικό υλικό δομικού χάλυβα. Το αρχικό τμήμα του πλαστικού κλάδου, το οποίο για την τετραγραμμική εξιδανίκευση του σχήματος 4-72, αντιστοιχεί στο τρίτο ευθύγραμμο τμήμα, με μέτρο κράτυνσης Ε_μ, αποδεικνύεται περισσότερο καθοριστικό για την συνολική καμπτική απόκριση του πέλματος του βραχέος ταυ. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά αιτιολογείται από το γεγονός, ότι πλην ελάχιστων περιοχών του πέλματος, στο υπόλοιπο τμήμα του, το υλικό είτε παραμένει ελαστικό ή δεν έχει μεταβεί στο τελευταίο τμήμα του καταστατικού νόμου με κλίση Ε_μ. Επομένως, για την διγραμμική προσέγγιση του νόμου υλικού, που χρησιμοποιείται για το πέλμα του προτεινόμενου προσομοιώματος, εμφανίζεται περισσότερο εύλογη η χρήση της κλίσης E_h , για το μέτρο κράτυνσης E_T . Η επιλογή αυτή, όπως θα φανεί στην συνέχεια, οδήγησε σε ακριβή εκτίμηση του πλαστικού κλάδου της απόκρισης του βραχέος ταυ.

Για το πέρας του πλαστικού κλάδου του διγραμμικού νόμου υλικού, επιλέγεται μία τάση θραύσης ίση με την μέγιστη πραγματική τάση. Οι Faella et al. (2000) γρησιμοποιούν επίσης τις πραγματικές τιμές τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων, για την περιγραφή του υλικού στο προσομοίωμα βραχέος ταυ που προτείνουν, και το οποίο αξιολογείται με τις συγκεκριμένες δοκιμές, παρά το γεγονός ότι και αυτό το προσομοίωμα βασίζεται στα αρχικά γεωμετρικά δεδομένα των διατομών. Η συγκεκριμένη πρακτική ακολουθείται και από άλλους ερευνητές (Coelho et al. 2004), καθώς αποδεικνύεται ότι με εφαρμογή των πραγματικών μεγεθών του νόμου υλικού προκύπτουν βελτιωμένα αποτελέσματα, σε σχέση με τα αντίστοιχα συμβατικά. Εν μέρει, αυτό μπορεί να αιτιολογηθεί από το γεγονός ότι στο πέλμα του βραγέος ταυ η καταπόνηση είναι κυρίως καμπτική, και επομένως οι γεωμετρικές διαστάσεις των κρίσιμων διατομών δεν μεταβάλλονται στον ίδιο βαθμό με την διατομή του δοκιμίου σε απλό εφελκυσμό. Επομένως, η μέγιστη πραγματική τάση που μπορεί να φέρει το υλικό, μπορεί να θεωρηθεί ότι πραγματοποιείται σε σχεδόν αρχικά γεωμετρικά μεγέθη, με αποτέλεσμα την επαύξηση της καμπτικής αντοχής στον ίδιο βαθμό που η πραγματική μέγιστη τάση υπερβαίνει την αντίστοιχη συμβατική. Ωστόσο, η πρακτική αυτή αποτελεί περισσότερο εμπειρική αντιμετώπιση, με την οποία πιθανόν διορθώνονται άλλα σφάλματα προσομοίωσης παρά συμπεριφορά. Για θεμελιωμένη θεωρητικά το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα, η συγκεκριμένη επιλογή οδήγησε, όπως θα φανεί στην συνέχεια, σε ικανοποιητικά αποτελέσματα για το δείγμα των πειραματικών βραχέων ταυ, στα οποία εφαρμόσθηκε.

Πειραματικά αποτελέσματα

Στα σχήματα 4-74 ως 4-79 παρουσιάζονται οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης των 6 πειραματικών δοκιμών βραχέων ταυ, που διεξήγαγαν οι Faella et al. (2000), καθώς και οι αντίστοιχες καμπύλες του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος. Επίσης, στα ίδια σχήματα εμφανίζονται οι καμπύλες για το προσομοίωμα βραχέος ταυ των Faella et al. (2000), οι οποίες υπολογίστηκαν από τους συγγραφείς για τις συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές. Επειδή στις πρωτότυπες πειραματικές καμπύλες, οι μετρούμενες μετακινήσεις αντιστοιχούν στην συνολική απομάκρυνση των δύο πελμάτων των τεμαχίων ταυ, έχουν προσαρμοσθεί οι τιμές τους, ώστε να αντιστοιχούν στην μετακίνηση του καθενός από τα πέλματα των τεμαχίων ταυ από το αρχικό επίπεδο βάσης. Εξετάζονται μόνο εκείνες οι δοκιμές, στις οποίες οι κοχλίες δεν αποδείχθηκαν κρίσιμοι, καθώς οι νόμοι του υλικού τους παραλείπονται από τις πρωτότυπες δημοσιεύσεις.



Σχήμα 4-74. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 4



Σχήμα 4-75. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 5



Σχήμα 4-76. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 7



Σχήμα 4-77. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 8



Σχήμα 4-78. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 9



Σχήμα 4-79. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 10

Η σύγκριση των καμπυλών επιβεβαιώνει την αξιοπιστία του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος. Οι χαρακτηριστικές παράμετροι εκτιμώνται με ικανοποιητική ακρίβεια σε όλες τις περιπτώσεις. Σε σχέση με το προσομοίωμα βραχέος ταυ των Faella et al (2000), η σύγκλιση στην πειραματική συμπεριφορά αποδεικνύεται πιο αποτελεσματική. Η μετάβαση στην πλαστική περιοχή πραγματοποιείται πιο απότομα με την καμπύλη του προτεινόμενου προσομοιώματος, συγκριτικά με την πειραματική, και γενικά σε μεγαλύτερο επίπεδο φόρτισης. Αυτό οφείλεται αφενός στην επίδραση του πραγματικού νόμου υλικού, που προκαλεί βαθμιαία πλαστικοποίηση των διατομών του πέλματος στο πειραματικό βραχύ ταυ, σε αντίθεση με το επαυξητικό προσομοίωμα, όπου η πλαστικοποίηση της κάθε διατομής θεωρείται στιγμιαία. Αφετέρου, στο σύνολο των 6 βραχέων ταυ προβλέπεται από την απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος πλαστικοποίηση των κοχλιών, η οποία στα πειραματικά αποτελέσματα ενισχύεται και από την ταυτόγρονη κάμψη. Επιπλέον, το γεγονός ότι το υλικό του κογλία περιγράφεται μόνο με ονομαστικές τιμές, πιθανώς να επηρεάζει το σημείο πλαστικοποίησης της αναλυτικής καμπύλης. Πάντως, με την επιλογή κλίσης E_h για τον πλαστικό κλάδο του υλικού του πέλματος, φαίνεται ότι σταθμίζεται με αποδεκτό τρόπο η προοδευτική πλαστικοποίηση των διατομών, έτσι ώστε τελικά η μέση κλίση των δύο καμπυλών στην πλαστική περιοχή να είναι περίπου ίδια. Έτσι, είναι εφικτός και ο υπολογισμός της μέγιστης μετακίνησης με μεγάλη ακρίβεια.

Η αξιοπιστία του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος από τα παραπάνω αποτελέσματα κρίνεται πολύ ενθαρρυντική. Ωστόσο, θα πρέπει να αναφερθεί ότι απαιτείται μεγαλύτερο δείγμα πειραματικών δεδομένων, ώστε να επιβεβαιωθεί ακόμη περισσότερο η καλή συμπεριφορά του. Ένα σημείο που αξίζει μεγαλύτερης διερεύνησης είναι η προσομοίωση του υλικού του πέλματος. Από τα ανωτέρω αποτελέσματα αλλά και από τα αποτελέσματα που αναφέρονται στο κεφάλαιο 7, για κόμβους με μετωπική πλάκα, μπορούν να διατυπωθούν ορισμένα συμπεράσματα, σχετικά με την ενδεδειγμένη προσαρμογή των πραγματικών νόμων υλικού στον διγραμμικό νόμο, που χρησιμοποιείται στο προτεινόμενο προσομοίωμα. Ειδικότερα, αποδεικνύεται ότι για την αξιόπιστη προσέγγιση του πλαστικού κλάδου της απόκρισης, δεν αρκούν μόνο οι ιδιότητες του υλικού στο σημείο της διαρροής και της θραύσης, αλλά καθοριστικό είναι και το σχήμα της καμπύλης τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων μεταξύ των δύο σημείων, και ιδιαίτερα στον αρχικό πλαστικό κλάδο. Αν το εύρος του πλαστικού κλάδου δεν είναι πολύ μεγάλο ($\varepsilon_u < 40\%$), η εφαρμογή ενός κριτηρίου ισοδυναμίας της σχέσης ροπής-καμπυλότητας στην διατομή του πέλματος, επιτρέπει την προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς με αξιόπιστο και συστηματικό τρόπο. Η προσέγγιση είναι αποτελεσματικότερη όσο ο πλαστικός κλάδος του πραγματικού νόμου υλικού εμφανίζει ομαλή μεταβολή της κλίσης του. Αν μάλιστα, το σχήμα του πλαστικού κλάδου του πραγματικού νόμου υλικού δεν είναι έντονα μη γραμμικό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας μία γραμμική προσαρμογή μεταξύ του σημείου διαρροής και του σημείου θραύσης. Η συγκεκριμένη επιλογή υιοθετήθηκε για τις πειραματικές δοκιμές T1 και T2 των Bursi και Jaspart (1997) που προαναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.7, όπου πράγματι ο πλαστικός κλάδος του νόμου υλικού του πέλματος είναι σχεδόν γραμμικός (σχήμα 4-15). Στην περίπτωση που ο πραγματικός νόμος υλικού αποκλίνει από τα ανωτέρω, εμφανίζοντας για παράδειγμα ιδιαίτερα μεγάλο εύρος πλαστικού κλάδου και μη ομαλή μεταβολή της κλίσης του, η εφαρμογή ενός κριτηρίου ισοδυναμίας της σχέσης ροπής-καμπυλότητας για το συνολικό εύρος του πλαστικού κλάδου δεν εξασφαλίζει ικανοποιητική τελική συμπεριφορά. Για τις δοκιμές των Faella et al. (2000), που εξετάσθηκαν προηγούμενα, και οι οποίες χαρακτηρίζονται από μία γρήγορη μείωση της κλίσης της σχέσης τάσεων - ανηγμένων παραμορφώσεων, στο αρχικό τμήμα του πλαστικού κλάδου, αποδείχθηκε ότι η εφαρμογή ενός μέσου μέτρου κράτυνσης, για αυτό το αρχικό τμήμα μόνο, είναι περισσότερο αποτελεσματική.

Η διατύπωση μιας περισσότερο συστηματικής μεθοδολογίας, για την εκτίμηση των πλέον κατάλληλων παραμέτρων για τον διγραμμικό νόμο υλικού του προτεινόμενου προσομοιώματος, ώστε να προσεγγίζεται αποτελεσματικά η τελική συμπεριφορά του βραχέος ταυ, ακόμα και σε λιγότερο συνήθεις περιπτώσεις υλικών, αποτελεί ένα αξιόλογο αντικείμενο έρευνας. Για τον σκοπό αυτόν κρίνεται απαραίτητη η αξιολόγηση της απόκρισης του προτεινόμενου προσομοιώματος με σημαντικά μεγαλύτερο αριθμό πειραματικών δοκιμών βραχέος ταυ, οι οποίες να χαρακτηρίζονται από εντονότερη διαφοροποίηση του νόμου υλικού, και ιδιαίτερα της μέγιστης ανηγμένης παραμόρφωσης ε_μ και του σχήματος του πλαστικού κλάδου.

B' MÉDOS

Περί κόμβων δοκού-υποστυλώματος



Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Βιβλιογραφική επισκόπηση.

5.1 Εισαγωγή

Το δεύτερο μέρος της διατριβής αφιερώνεται στην απόκριση κόμβων δοκούυποστυλώματος μεταφοράς ροπής. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στους κοχλιωτούς κόμβους και ιδιαίτερα στους κόμβους με σύνδεση μετωπικής πλάκας και με γωνιακά. Οι κόμβοι με σύνδεση μετωπικής πλάκας είναι ιδιαίτερα διαδεδομένοι στον ευρωπαϊκό χώρο, καθώς επιτρέπουν την εύκολη ανέγερση της κατασκευής, χωρίς να απαιτούν την εκτέλεση συγκολλήσεων στο εργοτάξιο. Επιπλέον, είναι σε θέση να εξασφαλίσουν υψηλή δυσκαμψία και αντοχή, αν αυτό απαιτείται από τον σχεδιασμό, διαθέτοντας παράλληλα υψηλά μεγέθη πλαστιμότητας. Οι κόμβοι με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος επίσης, χαρακτηρίζονται σε σημαντικό βαθμό από τα ίδια οφέλη.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζεται μια επισκόπηση της διαθέσιμης βιβλιογραφίας στον τομέα των μεταλλικών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με σύνδεση μετωπικής πλάκας και με γωνιακά. Καταγράφονται οι διαθέσιμες μεθοδολογίες υπολογισμού της στροφικής απόκρισης των συγκεκριμένων διαμορφώσεων κόμβων. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στην μέθοδο των συστατικών μερών, όπου για κάθε συστατικό μέρος αναφέρονται οι διαθέσιμες στην βιβλιογραφία μέθοδοι εκτίμησης της συμπεριφοράς του. Στην μέθοδο των συστατικών μερών ανήκει και το προσομοίωμα υπολογισμού της στροφικής απόκρισης που προτείνεται σε επόμενο κεφάλαιο της διατριβής. Τέλος, παρουσιάζεται η πρόσφατη βιβλιογραφική έρευνα στον τομέα της στροφικής ικανότητας των κόμβων, ο υπολογισμός της οποίας αποτελεί ένα αντικείμενο μεγάλου ερευνητικού ενδιαφέροντος, με σημαντικές πρακτικές εφαρμογές, μεταξύ άλλων στον σχεδιασμό με μεθόδους πλαστικής ή μη γραμμικής ανάλυσης και την αξιοπιστία των κατασκευών. Ο προσδιορισμός της οτροφικής ικανότητας αποτελεί επίσης έναν σημαντικό στόχο στην παρούσα διατριβή.

5.2 Υπολογισμός στροφικής απόκρισης

Το κυριότερο στοιχείο της απόκρισης, με το οποίο χαρακτηρίζεται η στροφική συμπεριφορά ενός κόμβου, είναι η καμπύλη ροπής-στροφής. Εφόσον είναι διαθέσιμη η καμπύλη ροπής-στροφής, ο κόμβος μπορεί να συμμετέχει στην καθολική ανάλυση της κατασκευής, λαμβάνοντας υπόψη την συμβολή του στην παραμορφωσιμότητα της. Παραδοσιακά, οι κόμβοι δοκού-υποστυλώματος θεωρούνταν είτε άκαμπτοι, εξασφαλίζοντας μηδενική σχετική στροφή μεταξύ των

συνδεόμενων μελών ή αρθρωτοί, παρέχοντας συνθήκες απλής στήριξης, χωρίς μεταφορά ροπής. Ωστόσο, οι δύο ακραίες αυτές εξιδανικευμένες θεωρήσεις δεν μπορούν να υλοποιηθούν στην πραγματικότητα. Είναι αναμενόμενο ότι σε κάθε κοχλιωτό κόμβο δοκού-υποστυλώματος θα εκδηλωθεί σχετική στροφή μεταξύ των συνδεόμενων μελών, έστω και αν ο κόμβος θεωρείται άκαμπτος και παράλληλα θα αναπτυχθεί ροπή, έστω και αν ο κόμβος θεωρείται αρθρωτός. Συμπεριλαμβάνοντας την πραγματική συμπεριφορά του κόμβου στην διαδικασία ανάλυσης και αφενός το πλεονέκτημα ακριβέστερης προσομοίωσης και αφετέρου η δυνατότητα βελτιστοποίησης του σχεδιασμού της κατασκευής, με κριτήριο την μείωση του κόστους των υλικών και του χρόνου ανέγερσης (Weynand et al 1998).

Η εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής με υπολογιστικά μέσα, συνιστά ένα δύσκολο και πολυσύνθετο εγχείρημα. Το πλήθος των διαθέσιμων μορφολογιών συνδέσεων, παρέχει ευχέρεια επιλογής στον μελετητή της πλέον κατάλληλης λύσης για την κάλυψη των λειτουργικών, οικονομικών, κατασκευαστικών και αισθητικών απαιτήσεων του σχεδιασμού, αλλά παράλληλα εμποδίζει την συστηματική διερεύνηση και την γενικότητα στις μεθοδολογίες εκτίμησης της συμπεριφοράς κάθε περίπτωσης μορφολογίας. Επίσης, η γεωμετρική πολυπλοκότητα που χαρακτηρίζει τους κόμβους δοκού-υποστυλώματος, και κατά συνέπεια ο αυξημένος αριθμός ανεξάρτητων παραμέτρων που επηρεάζει την συμπεριφορά τους, δυσχεραίνει την προσπάθεια αναλυτικής περιγραφής της απόκρισης και επιδρά σε βάρος του βαθμού εποπτείας που μπορεί να επιτευχθεί. Το γεγονός ότι η γεωμετρία είναι τρισδιάστατη επιβαρύνει ακόμα περισσότερο την πολυπλοκότητα στον τομέα αυτόν. Επιπλέον, στην συμπεριφορά των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, κυρίαρχη παράμετρο συνιστά η ύπαρξη πολλαπλών μη γραμμικοτήτων. Πέραν της μη γραμμικότητας υλικού, λόγω της μεγάλη πλαστιμότητας του χάλυβα, και της μη γραμμικότητας γεωμετρίας, εμφανίζονται επίσης μη γραμμικότητες που προέρχονται από την ασυνέχεια του υλικού, λόγω των πολλαπλών σωμάτων που συμμετέχουν στην σύνδεση και την επαφή μεταξύ των σωμάτων αυτών.

Η εκτίμηση με υπολογιστικά μέσα της στροφικής απόκρισης των κόμβων δοκούυποστυλώματος αποτελεί ένα αντικείμενο με μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον. Οι διαθέσιμες μεθοδολογίες μπορούν να διακριθούν στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

- Απλοποιημένα αναλυτικά προσομοιώματα
- Μηχανικά προσομοιώματα
- Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων

Από άποψη πολυπλοκότητας, περισσότερο σύνθετα είναι τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στο αντίθετο άκρο βρίσκονται τα απλοποιημένα αναλυτικά προσομοιώματα. Στις επόμενες παραγράφους θα επιχειρηθεί μια λεπτομερής περιγραφή των διαθέσιμων μεθοδολογιών σε κάθε κατηγορία.

5.3 Απλοποιημένα αναλυτικά προσομοιώματα

Στην κατηγορία των απλοποιημένων αναλυτικών προσομοιωμάτων περιλαμβάνονται εμπειρικά και θεωρητικά προσομοιώματα. Τα εμπειρικά προσομοιώματα προκύπτουν με την επιλογή ενός απλού μαθηματικού νόμου με τον οποίο μπορεί να περιγραφεί μια καμπύλη ροπής-στροφής. Οι παράμετροι που καθορίζουν τον μαθηματικό νόμο, προκύπτουν από στατιστική επεξεργασία πειραματικών αποτελεσμάτων, συσχετίζοντας τις παραμέτρους αυτές με τις καθοριστικές γεωμετρικές και μηχανικές ιδιότητες των κόμβων της πειραματικής δοκιμής, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της απόκλισης. Ο αριθμός των ανεξάρτητων παραμέτρων του μαθηματικού νόμου είναι συνήθως μικρός, έτσι ώστε η στατιστική επεξεργασία να είναι περισσότερο ευχερής και επιπλέον να μην βλάπτεται η απλότητα, που αποτελεί το κυριότερο πλεονέκτημα των προσομοιωμάτων αυτών.

Τα θεωρητικά προσομοιώματα βασίζονται και αυτά στην επιλογή ενός απλού μαθηματικού νόμου, με μικρό αριθμό ανεξάρτητων παραμέτρων. Οι παράμετροι αυτές αντιστοιχούν σε χαρακτηριστικά γνωρίσματα της καμπύλης ροπής-στροφής όπως η αρχική δυσκαμψία, η αντοχή και η δυσκαμψία του πλαστικού κλάδου. Ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών αυτών ωστόσο, δεν γίνεται με στατιστική συσχέτιση αλλά με εφαρμογή μεθόδων ελαστικής και πλαστικής ανάλυσης απλοποιημένων προσομοιωμάτων των κόμβων. Σε πολλές περιπτώσεις, ο μαθηματικός νόμος της καμπύλης ροπής-στροφής των θεωρητικών προσομοιωμάτων εξαρτάται και από μια εμπειρική παράμετρο, με την οποία επιτυγχάνεται η προσαρμογή του σχήματος της καμπύλης, έτσι ώστε να συγκλίνει περισσότερο με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Το κυριότερο μειονέκτημα των απλοποιημένων αναλυτικών προσομοιωμάτων είναι το περιορισμένο πεδίο εφαρμογής τους. Αν η γεωμετρική διαμόρφωση των κόμβων ή οι σχετικές μηχανικές ιδιότητες των μελών του, αποκλίνουν σημαντικά από τις αντίστοιχες ιδιότητες των κόμβων που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια του ελέγχου και της προσαρμογής των αναλυτικών προσομοιωμάτων, τότε η αξιοπιστία τους, ιδιαίτερα στην περίπτωση των εμπειρικών, περιορίζεται. Επίσης, ένα πρόσθετο μειονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι δεν παρέχουν επαρκή δεδομένα κατά την εφαρμογή τους, για την κατανομή της έντασης στα διάφορα εσωτερικά μέρη του κόμβου και την συνεισφορά των επιμέρους τμημάτων στην τελική απόκριση. Επομένως, δεν προσφέρονται για την διερεύνηση της απόκρισης νέων, τροποποιημένων διαμορφώσεων κόμβων.

5.3.1 Εμπειρικά προσομοιώματα

Frye kat Morris (1975)

Οι Frye και Morris (1975), προτείνουν τον ακόλουθο περιττό πολυωνυμικό νόμο για την προσέγγιση της καμπύλης ροπής M-στροφής φ :

$$\varphi = c_1 \left(\kappa M\right) + c_2 \left(\kappa M\right)^3 + c_3 \left(\kappa M\right)^5$$
(5-1)

όπου κ είναι μια εμπειρική παράμετρος, που εξαρτάται από τις γεωμετρικές ιδιότητες και το είδος της σύνδεσης, και c_1 , c_2 , c_3 σταθεροί συντελεστές, οι οποίοι επιλέγονται από στατιστική προσαρμογή και χαρακτηρίζουν το είδος της σύνδεσης. Οι Faella et al. (2000), αναφέρουν τιμές των παραμέτρων c_1 , c_2 , c_3 και κ προερχόμενες από την βιβλιογραφία, για διάφορες μορφολογίες συνδέσεων. Η σχέση 5-1 διαθέτει το πλεονέκτημα της απλής μαθηματικής μορφής, επιτρέπει όμως την εμφάνιση αρνητικής κλίσης της καμπύλης $M - \varphi$, η οποία δεν δικαιολογείται από το φυσικό πρόβλημα.

Krishnamurthy et al. (1979)

Οι Krishnamurthy et al. (1979) βασιζόμενοι σε προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, τρισδιάστατης και διδιάστατης γεωμετρίας, συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, χρησιμοποίησαν για την προσέγγιση της καμπύλης ροπής *M*-στροφής *φ*, τον ακόλουθο νόμο:

$$\varphi = cM^a \tag{5-2}$$

Ο συντελεστής *c* αποτελεί εμπειρική παράμετρο που εξαρτάται από τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά της σύνδεσης και προσδιορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$c = \frac{1.4\beta \,\mu \, p^{2.03}}{A_b^{0.36} \, t_p^{1.38}} \tag{5-3}$$

όπου p η απόσταση της σειράς κοχλιών στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας από το πέλμα της δοκού, A_b η διατομή του κοχλία, t_p το πάχος της μετωπικής πλάκας, β και μ εμπειρικές παράμετροι εξαρτώμενες από την γεωμετρία της δοκού και τα χαρακτηριστικά των υλικών αντίστοιχα, οι οποίες υπολογίζονται ως εξής:

$$\beta = \frac{0,0056 \ b_p^{0.61} \ t_{f,b}^{1.03}}{h_b^{1.30} \ t_{w,b}^{0.26} \ W_b^{1.58}} \tag{5-4}$$

$$\mu = \frac{1.0}{f_y^{0.38} f_{y,b}^{1.20}}$$
(5-5)

Στις τελευταίες σχέσεις, b_p είναι το πλάτος της μετωπικής πλάκας, $t_{f,b}$ το πάχος του πέλματος της δοκού, h_b το ύψος της δοκού, $t_{w,b}$ το πάχος του κορμού της δοκού, W_b η ροπή αντίστασης της διατομής της δοκού, f_y και $f_{y,b}$ το όριο διαρροής των διατομών και των κοχλιών αντίστοιχα. Για τον εκθέτη *a* προτείνεται η τιμή:

$$a = 1,58$$
 (5-6)

Η καμπύλη $M - \varphi$ που υπολογίζεται από την 5-2, αφορά την στροφική απόκριση της σύνδεσης μόνο, χωρίς δηλαδή την συνεισφορά του υποστυλώματος. Η καμπύλη εξαρτάται από δύο μόνο παραμέτρους ελέγχου (*c* και *α*). Το χαρακτηριστικό αυτό, αν και συνεισφέρει στην απλότητα των υπολογισμών, δεν προσφέρεται για την στατιστική προσαρμογή δείγματος συνδέσεων με μεγάλη ανομοιογένεια στην μορφή της καμπύλης ροπής-στροφής. Κατά συνέπεια, η ακρίβεια της προσέγγισης που επιτυγχάνεται με την σχέση 5-2 παρουσιάζει εν γένει μεγάλη διακύμανση.

Kukreti et al. (1987)

Οι Kukreti et al. (1987) διεύρυναν το πεδίο εφαρμογής της 5-2 για συνδέσεις με ισόσταθμη μετωπική πλάκα και μία σειρά εφελκυόμενων κοχλιών. Αξιοποιώντας αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, οι συγγραφείς προτείνουν μια εμπειρική σχέση για τον συντελεστή *c*, με την οποία λαμβάνονται υπόψη τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της σύνδεσης.

$$c = 3,59 \ 10^{-4} \ p^{2,227} \ h_b^{-2,616} \ t_{w,b}^{-0,501} \ t_{f,b}^{-0,038} \ d_b^{-0,849} \ d_{b,rect}^{-0,519} \ b_p^{-0,218} \ t_p^{-1,539}$$
(5-7)

όπου p η απόσταση της εφελκυόμενης σειράς κοχλιών από το άνω πέλμα της δοκού, h_b το ύψος της δοκού, $t_{w,b}$ το πάχος του κορμού της δοκού, $t_{f,b}$ το πάχος του πέλματος της δοκού, d_b η ονομαστική διάμετρος των κοχλιών, $d_{b,rect}$ η διάσταση ενός ισοδύναμου, τετράγωνης διατομής κοχλία, b_p το πλάτος της μετωπικής πλάκας και t_p το πάχος της μετωπικής πλάκας. Οι μονάδες για τα μήκη στην σχέση 5-7 είναι ίντσες και για την ροπή στην εξίσωση 5-2 είναι kip-ft.

Για τον εκθέτη a, οι συγγραφείς προτείνουν την ακόλουθη τιμή:

$$a = 1,356$$
 (5-8)

Η αξιολόγηση της αναλυτικής μεθόδου περιορίστηκε στην ελαστική απόκριση μόνο και πραγματοποιήθηκε με πειραματικές δοκιμές κόμβων.

Attiogbe και Morris (1991)

Οι Attiogbe και Morris (1991) χρησιμοποίησαν για την προσέγγιση της καμπύλης ροπής *M* -στροφής *φ*, συνδέσεων με διπλό γωνιακό κορμού, την εξίσωση Richard-Abbott:

$$\frac{M}{M_o} = \frac{\varphi}{\varphi_o} \left(\frac{1 - S_p \frac{\varphi_o}{M_o}}{\sqrt[n]{1 + \left| \left(\frac{1}{\varphi_o} - \frac{S_p}{M_o}\right) \varphi \right|^n}} + S_p \frac{\varphi_o}{M_o} \right)$$
(5-9)

Στην έκφραση 5-9 υπεισέρχονται τέσσερις παράμετροι ελέγχου (M_o , φ_o , S_p και n). Οι συγγραφείς, μέσω στατιστικής επεξεργασίας πειραματικών αποτελεσμάτων, κατέληξαν σε εμπειρικές σχέσεις που συνδέουν τις παραμέτρους αυτές με τα γεωμετρικά δεδομένα της σύνδεσης ως εξής:

$$\varphi_o = 10^{-3} t_{wa}^{0.595} w^{-2.817} L_{wa}^{4.737} h_b^{-0.784} n_b^{-5.957}$$
(5-10)

$$M_o = t_{wa}^{1,136} w^{-1,515} L_{wa}^{1,139} h_b^{0,258} n_b^{0,309}$$
(5-11)

$$n = t_{wa}^{0.522} w^{1.564} L_{wa}^{-1.073} h_b^{-0.737} n_b^{1.704}$$
(5-12)

$$S_p = t_{wa}^{0.955} w^{2.044} L_{wa}^{-4.445} h_b^{0.327} n_b^{7.555}$$
(5-13)

όπου t_{wa} το πάχος του σκέλους του γωνιακού, w η οριζόντια απόσταση των κοχλιών, L_{wa} το μήκος του γωνιακού, h_b το ύψος της διατομής της δοκού και n_b ο αριθμός των κοχλιών σε κάθε σκέλος σε επαφή με το υποστύλωμα. Τα μήκη στις σχέσεις 5-9 ως 5-13 δίνονται σε mm, οι στροφές φ και φ_o δίνονται σε rad, η ροπές M και M_o σε kNm και η δυσκαμψία S_p σε kNm/rad.

Abolmaali et al. (2005)

Οι Abolmaali et al. (2005) πραγματοποίησαν στατιστική συσχέτιση των καμπυλών ροπής M-στροφής φ τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων συνδέσεων με ισόσταθμη μετωπική πλάκα. Επέλεξαν για τον σκοπό αυτόν, την σχέση Ramberg-Osgood και τον τρι-παραμετρικό νόμο των Kishi και Chen (1990). Η σχέση Ramberg-Osgood για την καμπύλη $M - \varphi$ διατυπώνεται ως εξής:

$$\frac{\varphi}{\varphi_{y}} = \frac{M}{M_{y}} \left[1 + \left(\frac{M}{M_{y}} \right)^{\xi - 1} \right]$$
(5-14)

Οι παράμετροι M_y και φ_y ορίζουν ένα χαρακτηριστικό σημείο της καμπύλης $M - \varphi$ ενώ η παράμετρος ξ καθορίζει το σχήμα της. Ο νόμος των Kishi και Chen (1990) διατυπώνεται ως εξής:

$$M = \frac{S_o}{\sqrt[n]{1 + \left(\frac{S_o}{M_u}\varphi\right)^n}}\varphi$$
(5-15)

Η παράμετρος S_o αντιστοιχεί στην αρχική δυσκαμψία του κόμβου και η M_u στην μέγιστη ροπή. Η παράμετρος *n* καθορίζει το σχήμα της καμπύλης. Για τις παραμέτρους της σχέσης Ramberg-Osgood, προέκυψαν από την στατιστική συσχέτιση οι ακόλουθες εκφράσεις:

$$M_{y} = e^{0.507} w^{-0.003} d_{b}^{1,130} p^{0.448} b_{p}^{0,139} t_{p}^{0.095} t_{f,b}^{0,117} t_{w,b}^{0,134} h_{b}^{1,136} f_{y}^{0,296}$$
(5-16)

$$\varphi_{y} = e^{-6,266} w^{-0,555} d_{b}^{0,231} p^{2,938} b_{p}^{-0,499} t_{p}^{-0,563} t_{f,b}^{-0,080} t_{w,b}^{-0,485} h_{b}^{-1,102} f_{y}^{-0,062}$$
(5-17)

$$\xi = e^{16,315} w^{0,077} d_b^{0,974} p^{0,946} b_p^{-1,009} t_p^{-0,478} t_{f,b}^{-0,287} t_{w,b}^{-0,451} h_b^{0,011} f_y^{-1,363}$$
(5-18)

όπου w η οριζόντια απόσταση μεταξύ των κοχλιών, d_b η διάμετρος των κοχλιών, p η απόσταση της σειράς κοχλιών από το πέλμα της δοκού, b_p και t_p το πλάτος και το πάχος της μετωπικής πλάκας αντίστοιχα, $t_{f,b}$ και $t_{w,b}$ το πάχος του πέλματος και του κορμού της δοκού αντίστοιχα, h_b το ύψος της δοκού και f_y το όριο διαρροής. Οι συγγραφείς εφαρμόζουν την ίδια διαδικασία για τον αναλυτικό νόμο τριών παραμέτρων των Kishi και Chen (1990). Οι αναλυτικές εκφράσεις που προτείνονται ωστόσο δεν μπορούν να αξιοποιηθούν άμεσα, καθώς η περιγραφή της διαδικασίας υπολογισμών στο πρωτότυπο κείμενο είναι ελλιπής. Από την σύγκριση των δύο αναλυτικών νόμων ωστόσο, προκύπτει ότι με την σχέση των Kishi και Chen (1990) επιτυγχάνεται καλύτερη σύγκλιση στις καμπύλες $M - \varphi$ των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, ιδιαίτερα στην πλαστική περιοχή.

5.3.2 Θεωρητικά προσομοιώματα

Yee και Melchers (1986)

Οι Yee και Melchers (1986) πρότειναν έναν εκθετικό νόμο τεσσάρων παραμέτρων για την εκτίμηση της καμπύλης ροπής *M* - στροφής *φ* συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα:

$$M = M_p \left[1 - exp \left(-\frac{S_o - S_p + c\varphi}{M_p} \varphi \right) \right] + S_p \varphi$$
(5-19)

Στην σχέση 5-19, υπεισέρχονται ως παράμετροι η αρχική δυσκαμψία S_a, η πλαστική ροπή αντοχής M_p , η δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p και η εμπειρική παράμετρος c, με την οποία ελέγχεται το σχήμα της καμπύλης. Για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής M_p , οι συγγραφείς αναγνώρισαν μηχανισμούς αστοχίας της σύνδεσης και συγκεκριμένα την εφελκυστική αστοχία των κοχλιών, την πλαστικοποίηση της μετωπικής πλάκας, την πλαστικοποίηση του πέλματος του υποστυλώματος, την διατμητική αστοχία του κορμού του υποστυλώματος και την αστοχία λόγω λυγισμού ή πλαστικοποίησης του κορμού του υποστυλώματος. Η ροπή Μ_p καθορίζεται από την ροπή στην οποία σχηματίζεται ο κρίσιμος από τους προαναφερόμενους μηχανισμούς αστοχίας. Όμοια, η αρχική δυσκαμψία υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη την συνεισφορά διακριτών συστατικών μερών στην παραμορφωσιμότητα του κόμβου, όπως η κάμψη της μετωπικής πλάκας, η κάμψη του πέλματος του υποστυλώματος, η επιμήκυνση των κοχλιών, η διατμητική παραμόρφωση του κορμού του υποστυλώματος και η θλίψη του κορμού του υποστυλώματος. Σε ότι αφορά την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή, οι συγγραφείς λαμβάνουν υπόψη μόνο δύο μηχανισμούς μετελαστικής απόκρισης του κόμβου, οι οποίοι απορρέουν από την διατμητική αστοχία ή τον λυγισμό του κορμού του υποστυλώματος. Για κάθε μία περίπτωση, προτείνονται αναλυτικές εκφράσεις για τον αναλυτικό υπολογισμό της πλαστικής παραμόρφωσης του αντίστοιχου συστατικού μέρους, ενώ για τα υπόλοιπα θεωρείται ελαστική απόκριση. Για την παράμετρο c πραγματοποιήθηκε συσχέτιση με πειραματικά αποτελέσματα συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική, και προτείνεται η τιμή c = 1, 5, για συνδέσεις χωρίς ενισχύσεις, c = 3,5 για συνδέσεις με ενισχύσεις και προεντεταμένους κοχλίες και c = 0 για συνδέσεις με ενισχύσεις και απλούς κοχλίες.

Kishi kat Chen (1990)

Οι Kishi και Chen (1990) δημοσίευσαν τα αποτελέσματα έρευνας που πραγματοποίησαν στο πανεπιστήμιο Purdue των ΗΠΑ (εσωτερικά κείμενα Chen και Kishi 1987, Kishi et al. 1987, Kishi et al. 1987β, Kishi και Chen 1987) σχετικά με την αναλυτική περιγραφή της καμπύλης ροπής-στροφής συνδέσεων με γωνιακά. Για τον σκοπό αυτόν χρησιμοποιούν τον ακόλουθο τρι-παραμετρικό νόμο:

$$M = \frac{S_o}{\sqrt[n]{1 + \left(\frac{S_o}{M_u}\varphi\right)^n}}\phi$$
(5-20)

όπου η παράμετρος S_o είναι η αρχική δυσκαμψία του κόμβου και M_u η μέγιστη ροπή που μπορεί να παραλάβει ο κόμβος. Η παράμετρος n καθορίζει το σχήμα της καμπύλης $M - \varphi$ και προσδιορίζεται εμπειρικά. Με αυτές τις τρεις παραμέτρους, δεν υπάρχει δυνατότητα προσδιορισμού της κλίσης της καμπύλης στην πλαστική περιοχή, η οποία στο όριο $M \to M_u$ είναι εξορισμού ίση με μηδέν.

Για την περίπτωση συνδέσεων μόνο με γωνιακά κορμού (Kishi et al. 1987β), οι συγγραφείς προτείνουν την ακόλουθη σχέση για την αρχική δυσκαμψία:

$$S_{o} = G \frac{t_{wa}^{3}}{3} \frac{\alpha \cosh(\alpha\beta)}{\alpha\beta \cosh(\alpha\beta) - \sinh(\alpha\beta)}$$
(5-21)

όπου a = 4,2967, $\beta = g_{wa} / L_{wa}$, G το μέτρο διάτμησης του γωνιακού, t_{wa} το πάχος του σκέλους του γωνιακού σε επαφή με το υποστύλωμα και L_{wa} το μήκος του γωνιακού. Η σχέση (5-21) προκύπτει από ελαστική θεωρία πλακών για το σκέλος του γωνιακού σε επαφή με το υποστύλωμα και με την παραδοχή ότι η ευθεία κατά το μήκος του γωνιακού, που διέρχεται από τα άκρα κεφαλών των κοχλιών συνιστά πάκτωση ενώ το απέναντι άκρο, κοντά στο εγκάρσιο σκέλος, θεωρείται ελεύθερο και επιβάλλεται σε αυτό στρεπτική ροπή. Η απόσταση μεταξύ του πακτωμένου και του ελεύθερου άκρου είναι g_{wa} .

Η ροπή αντοχής M_u , προσδιορίζεται με οριακή ανάλυση και υιοθετώντας έναν μηχανισμό κατάρρευσης του σκέλους σε επαφή με το υποστύλωμα, με δύο γραμμές διαρροής: μια κατακόρυφη, πλησίον του εγκάρσιου σκέλους και μια κεκλιμένη που διέρχεται πλησίον του εγκάρσιου του σκέλους, στο κάτω άκρο του γωνιακού και από την αξονική γραμμή των κοχλιών στο άνω άκρο. Λαμβάνοντας επίσης υπόψη, την αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας στον σχηματισμό των γραμμών διαρροής, προκύπτει η ακόλουθη σχέση για την ροπή αντοχής:

$$M_{u} = \frac{2\overline{V}_{p,1} + \overline{V}_{p,0}}{6} L_{wa}^{2}$$
(5-22)

όπου L_{wa} το μήκος του γωνιακού, $\overline{V}_{p,0}$ η πλαστική τέμνουσα δύναμη ανά μονάδα μήκους του γωνιακού στο κάτω άκρο αυτού, η οποία είναι ίση με $0.5f_yt_{wa}$ και $\overline{V}_{p,1}$ η αντίστοιχη δύναμη στο άνω άκρο του γωνιακού, η οποία προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης:

$$\left(\frac{\overline{V}_{p,1}}{0.5f_{y}t_{wa}}\right)^{4} + \frac{g_{b}}{t_{wa}}\left(\frac{\overline{V}_{p,1}}{0.5f_{y}t_{wa}}\right) - 1 = 0$$
(5-23)

όπου f_y το όριο διαρροής του γωνιακού και g_b η απόσταση του άξονα των κοχλιών επί του υποστυλώματος από το εγκάρσιο σκέλος του γωνιακού. Οι σχέσεις 5-21 και 5-22 για την αρχική δυσκαμψία S_o και αντοχή M_u αντίστοιχα, αφορούν την περίπτωση ενός γωνιακού κορμού μόνο. Στην περίπτωση διπλού γωνιακού κορμού, οι αντίστοιχες εκφράσεις πολλαπλασιάζονται με έναν συντελεστή 2.

Για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος (Chen και Kishi 1987), οι συγγραφείς θεωρούν το σκέλος του άνω γωνιακού, που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, ως πρόβολο, με πάκτωση στο άκρο της κεφαλής του κοχλία. Η αρχική δυσκαμψία S_o προκύπτει από την σχέση:

$$S_{o} = \frac{3EI_{ta} \left(h_{b} + 0.5t_{ta} + 0.5t_{sa}\right)^{2}}{g_{ta} \left(g_{ta}^{2} + 0.78t_{ta}^{2}\right)}$$
(5-24)

όπου *E* το μέτρο ελαστικότητας του άνω γωνιακού, I_{ta} η ροπή αδρανείας του, t_{ta} και t_{sa} το πάχος του σκέλους του άνω και κάτω γωνιακού αντίστοιχα, h_b το ύψος της δοκού και g_{ta} η απόσταση στο σκέλος του άνω γωνιακού, που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του κοχλία και του μέσου του πάχους του εγκάρσιου σκέλους. Στην σχέση 5-24 έχουν ληφθεί υπόψη τα έργα των διατμητικών δυνάμεων για τον υπολογισμό της παραμόρφωσης του άνω γωνιακού. Αντίστοιχα, η ροπή αντοχής M_u υπολογίζεται θεωρώντας τον σχηματισμό δύο πλαστικών αρθρώσεων στο σκέλος του άνω γωνιακού: μία κοντά στο εγκάρσιο σκέλος, σε απόσταση k από την κοινή ακμή των δύο σκελών και μία κοντά στον κοχλία. Λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας στον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων, οι συγγραφείς προτείνουν την ακόλουθη σχέση για την M_u :

$$M_{u} = \frac{L_{sa}t_{sa}^{2}}{4}f_{y} + V_{pt}\left(\frac{g_{ta} - k + 0.5t_{ta}}{2}\right) + V_{pt}\left(k + h_{b} + 0.5t_{sa}\right)$$
(5-25)

όπου f_y το όριο διαρροής του άνω γωνιακού, L_{sa} και t_{sa} το μήκος και το πάχος του κάτω γωνιακού αντίστοιχα και V_{pt} η εφελκυστική δύναμη στο άνω γωνιακό, η οποία προκύπτει από την επίλυση της ακόλουθης εξίσωσης:

$$V_{pt} = \frac{L_{ta}t_{ta}^2}{2} f_y \sqrt[4]{1 - 2V_{pt}} \frac{g_{ta} - k + 0.5t_{ta}}{L_{ta}t_{ta}^2 f_y}$$
(5-26)

Για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού (Kishi et al. 1987), οι συγγραφείς θεωρούν για τον υπολογισμό της

αρχικής δυσκαμψίας, τόσο το σκέλος του άνω γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, όσο και το αντίστοιχο σκέλος του γωνιακού κορμού, ως προβόλους πακτωμένους στο άκρο της κεφαλής των κοχλιών. Λαμβάνοντας υπόψη το έργο των διατμητικών δυνάμεων, η αρχική δυσκαμψία S_a δίνεται τελικά από την σχέση:

$$S_{o} = \frac{3EI_{ta} \left(h_{b} + 0.5t_{sa} + 0.5t_{ta}\right)^{2}}{g_{ta} \left(g_{ta}^{2} + 0.78t_{ta}^{2}\right)} + \frac{6EI_{wa} \left(0.5h_{b} + 0.5t_{sa}\right)^{2}}{g_{wa} \left(g_{wa}^{2} + 0.78t_{wa}^{2}\right)}$$
(5-27)

όπου I_{ta} και I_{wa} οι ροπές αδράνειας του άνω γωνιακού και του γωνιακού κορμού αντίστοιχα. Τα υπόλοιπα σύμβολα έχουν την ίδια έννοια όπως και στις σχέσεις 5-21 και 5-24. Ο πρώτος όρος στην 5-27 αφορά την συνεισφορά του σκέλους του άνω γωνιακού ενώ ο δεύτερος όρος αφορά τα σκέλη του διπλού γωνιακού κορμού. Σε ότι αφορά την ροπή αντοχής M_u , επιλέχθηκαν οι ίδιοι μηχανισμοί κατάρρευσης των γωνιακών, όπως στις περιπτώσεις συνδέσεων με διπλό γωνιακό κορμού μόνο και συνδέσεων με γωνιακό άνω και κάτω πέλματος, που αναφέρθηκαν προηγούμενα. Η προτεινόμενη έκφραση είναι η εξής:

$$M_{u} = \frac{L_{sa}t_{sa}^{2}}{4}f_{y} + V_{pt}\left(\frac{g_{ta} - k + 0.5t_{ta}}{2}\right) + V_{pt}\left(k + h_{b} + 0.5t_{sa}\right) + 2V_{pw}d_{4} \quad (5-28)$$

Οι τρεις πρώτοι όροι στην 5-28 δεν διαφοροποιούνται σε σχέση με την 5-25. Ο τελευταίος όρος αφορά την συνεισφορά του διπλού γωνιακού κορμού, όπου η δύναμη V_{pw} δίνεται από την σχέση:

$$V_{pw} = \frac{\overline{V}_{p,1} + \overline{V}_{p,0}}{2} L_{wa}$$
(5-29)

όπου $\overline{V}_{p,0}$ η πλαστική τέμνουσα δύναμη ανά μονάδα μήκους του γωνιακού στο κάτω άκρο αυτού, η οποία είναι ίση με $0.5f_yt_{wa}$ και $\overline{V}_{p,1}$ η αντίστοιχη δύναμη στο άνω άκρο του γωνιακού, η οποία προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης 5-23. Η απόσταση d_4 στην σχέση 5-28 προσδιορίζεται ως εξής:

$$d_{4} = \frac{2\overline{V}_{p,1} + \overline{V}_{p,0}}{3\left(\overline{V}_{p,1} + \overline{V}_{p,0}\right)} L_{wa} + L_{1} + 0,5t_{sa}$$
(5-30)

όπου L_1 η απόσταση μεταξύ κάτω άκρου γωνιακού κορμού και κάτω άκρου δοκού.

Από την περιγραφή που προηγήθηκε, για τις τρεις περιπτώσεις κόμβων που εξέτασαν οι Kishi και Chen (1990), προκύπτει ότι δεν λαμβάνεται υπόψη η επίδραση των κοχλιών στον υπολογισμό τόσο της αρχικής δυσκαμψίας όσο και της αντοχής.
Επίσης, στην όλη διαδικασία, δεν λαμβάνεται καθόλου υπόψη η παραμορφωσιμότητα και η αντοχή του υποστυλώματος.

Wu Kai Chen (1989, 1990)

Οι Wu και Chen (1989, 1990), χρησιμοποίησαν για την καμπύλη ροπής *M* - στροφής *φ*, συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με ή χωρίς γωνιακά κορμού, τον ακόλουθο λογαριθμικό νόμο, τριών παραμέτρων:

$$\frac{M}{M_u} = n \ln \left(1 + \frac{\varphi S_o}{n M_u} \right)$$
(5-31)

όπου η παράμετρος S_o είναι η αρχική δυσκαμψία του κόμβου, M_u η μέγιστη ροπή που μπορεί να παραλάβει ο κόμβος και *n* παράμετρος η οποία καθορίζει το σχήμα της καμπύλης $M - \varphi$ και προσδιορίζεται εμπειρικά. Για την αρχική δυσκαμψία S_o , οι συγγραφείς προτείνουν μια βελτιωμένη παραλλαγή της σχέσης 5-24, για συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και της σχέσης 5-27, για συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, όπου συμπεριλαμβάνεται και η συνεισφορά από την κάμψη του γωνιακού του κάτω πέλματος δοκού. Για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, η αρχική δυσκαμψία υπολογίζεται ως εξής:

$$S_{o} = \frac{3EI_{ta} \left(h_{b} + 0.5t_{ta} + 0.5t_{sa}\right)^{2}}{g_{ta} \left(g_{ta}^{2} + 0.78t_{ta}^{2}\right)} + \frac{4EI_{sa}}{g_{sa}}$$
(5-32)

Ο δεύτερος όρος στο δεξί μέλος της 5-32, αντιστοιχεί στην συνεισφορά του κάτω γωνιακού ενώ ο πρώτος είναι όμοιος με την σχέση 5-24 και αντιστοιχεί στην συνεισφορά του άνω γωνιακού. Με I_{sa} συμβολίζεται η ροπή αδράνειας του σκέλους του κάτω γωνιακού και με g_{sa} το μήκος του σκέλους του κάτω γωνιακού, πάνω στο οποίο επικάθεται η δοκός, μετρούμενο από το κέντρο στροφής μέχρι το άκρο του. Αντίστοιχα, για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, η αρχική δυσκαμψία υπολογίζεται ως εξής:

$$S_{o} = \frac{3EI_{ta}\left(h_{b}+0.5t_{sa}+0.5t_{ta}\right)^{2}}{g_{ta}\left(g_{ta}^{2}+0.78t_{ta}^{2}\right)} + \frac{6EI_{wa}\left(0.5h_{b}+0.5t_{sa}\right)^{2}}{g_{wa}\left(g_{wa}^{2}+0.78t_{wa}^{2}\right)} + \frac{4EI_{sa}}{g_{sa}}$$
(5-33)

Για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής M_u χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις 5-25 και 5-28 των Chen και Kishi (1987) και Kishi et al. (1987). Για τον υπολογισμό ωστόσο της δύναμης V_{pw} που απαιτείται στην 5-28, υιοθετούν μια διγραμμική προσέγγιση της πλαστικής διατμητικής δύναμης καθ' ύψος του γωνιακού κορμού, αντί της

γραμμικής στην σχέση 5-29 των Kishi et al. (1987). Έτσι, η V_{pw} προκύπτει από την σχέση:

$$V_{pw} = \frac{\overline{V}_{p,1} + 2\overline{V}_{p,0.5} + \overline{V}_{p,0}}{4} L_{wa}$$
(5-34)

όπου V_{p,0.5} η πλαστική διατμητική δύναμη στο μέσο ύψος του γωνιακού κορμού.

Folley και Vinnakota (1995)

Οι Folley και Vinnakota (1995), υιοθέτησαν τον τρι-παραμετρικό νόμο της σχέσης 5-20 των Kishi και Chen (1990) για συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής M_u , αναγνώρισαν πιθανούς μηχανισμούς αστοχίας, ο κρίσιμος εκ των οποίων καθορίζει την M_u . Ειδικότερα, οι πιθανοί μηχανισμοί που ελήφθησαν υπόψη είναι η αστοχία της δοκού, η αστοχία των εφελκυόμενων κοχλιών, η αστοχία της μετωπικής πλάκας, η αστοχία του πέλματος του υποστυλώματος, ο λυγισμός και η κύρτωση του κορμού του υποστυλώματος. Για κάθε μηχανισμό, οι συγγραφείς προτείνουν διαδικασίες αναλυτικού υπολογισμού της ροπής αντοχής. Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας λαμβάνεται υπόψη μόνο η παραμορφωσιμότητα της εφελκυόμενης ζώνης της μετωπικής πλάκας και του πέλματος του υποστυλώματος. Η προτεινόμενη μέθοδος ελέγχθηκε με πειραματικά αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας για την παράμετρο n την τιμή n = 0,95.

Chisala (1999)

Ο Chisala (1999) χρησιμοποίησε έναν εκθετικό νόμο για την καμπύλη ροπής M - στροφής φ , εισάγοντας ως παραμέτρους την αρχική δυσκαμψία S_o , την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p και μία εμπειρική παράμετρο M_o :

$$M = \left(M_o + S_p \varphi\right) \left[1 - exp\left(-\frac{S_o \varphi}{M_o}\right)\right]$$
(5-35)

Αναλυτικές εκφράσεις για τον υπολογισμό των τριών παραμέτρων δίνονται για περιπτώσεις συνδέσεων με γωνιακά. Η αρχική δυσκαμψία S_o στην περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη την παραμορφωσιμότητα του άνω γωνιακού μόνο. Θεωρώντας έναν ισοδύναμο πρόβολο για την απόκριση του άνω γωνιακού και συνυπολογίζοντας τα έργα των διατμητικών δυνάμεων προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$S_{o} = \frac{25Et_{e}h_{b}(h_{b} + g_{ta})(n_{b}d_{b,h})}{78g_{ta}\left(1 + \frac{50g_{ta}^{2}}{39t_{e}^{2}}\right)}$$
(5-36)

όπου $t_e = (t_{ta} + t_{sa} / h_b) (0,625 / t_{ta})^{1.5}$ кан t_{ta} кан t_{sa} та πάχη των σκελών του άνω και κάτω γωνιακού αντίστοιχα, που βρίσκονται επαφή με το υποστύλωμα, h_b το ύψος της δοκού, E το μέτρο ελαστικότητας, g_{ta} η απόσταση μεταξύ των κοχλιών που συνδέουν το άνω γωνιακό με το υποστύλωμα και της ακμής του γωνιακού, n_b ο ολικός αριθμός των ίδιων κοχλιών, $d_{b,h}$ η διάμετρος κεφαλής του κοχλία. Για την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p , ακολουθείται η ίδια διαδικασία, χρησιμοποιώντας όμως αντί των ελαστικών ιδιοτήτων του υλικού, τις αντίστοιχες πλαστικές (μέτρο κράτυνσης E_p και λόγος Poisson 0,5). Η τελική έκφραση για την S_p έχει την μορφή της 5-36, ελαφρά τροποποιημένης. Σε ότι αφορά την εμπειρική παράμετρο M_o , πραγματοποιήθηκε στατιστική συσχέτιση με πειραματικά αποτελέσματα και προέκυψε η ακόλουθη έκφραση:

$$M_{o} = 2279 \left(n_{b} d_{b,h} \right)^{1,1426} \left(h_{b} \right)^{0.9556} \left(\frac{t_{e}}{t_{ta}} \right)^{-0.8536}$$
(5-37)

Η περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, αντιμετωπίζεται με τον ίδιο τρόπο. Η δυσκαμψία υπολογίζεται με βάση την παραμορφωσιμότητα του άνω γωνιακού ενώ η συνεισφορά των γωνιακών κορμού λαμβάνεται υπόψη εμπειρικά, χωρίς δυστυχώς να τεκμηριώνονται επαρκώς στο πρωτότυπο κείμενο, οι παραδοχές που υιοθετήθηκαν. Η σχέση που προτείνεται για την αρχική δυσκαμψία *S_a* είναι η ακόλουθη:

$$S_{o} = \frac{25Et_{e}h_{b}(h_{b} + g_{ta})(0,725n_{b}d_{b,h})}{78g_{ta}\left(1 + \frac{50g_{ta}^{2}}{39t_{e}^{2}}\right)}$$
(5-38)

όπου $t_e = (t_{ta} + t_{wa} / L_{wa} + t_{sa} / h_b) (0,276 / d_{b,h}), t_{wa}$ το πάχος του σκέλους του γωνιακού κορμού και L_{wa} το μήκος του γωνιακού κορμού. Η δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p , προκύπτει με βάση τα χαρακτηριστικά του πλαστικοποιημένου υλικού, καταλήγοντας τελικά σε μια σχέση ανάλογη της 5-38. Για την παράμετρο M_o προτείνεται η ακόλουθη εμπειρική σχέση:

$$M_{o} = 340.9 \left(t_{e}\right)^{0.5451} \left(\frac{h_{b}}{g_{ta}}\right)^{1.5103} \left(\frac{h_{b}}{n_{b}d_{b,h}}\right)^{-1.7523}$$
(5-39)

Στην περίπτωση ύπαρξης μόνο διπλού γωνιακού κορμού, η παραμορφωσιμότητα της σύνδεσης, η οποία θεωρείται ότι προέρχεται μόνο από τα σκέλη των δύο γωνιακών,

που βρίσκονται σε επαφή με το υποστύλωμα, προσεγγίζεται από εκείνη μιας ισοδύναμης αμφίπακτης δοκού, κεντρικά φορτιζόμενης, ενώ ο ελαστικός πόλος περιστροφής της σύνδεσης ορίζεται στο μέσο ύψος του γωνιακού κορμού. Η αρχική δυσκαμψία S_o υπολογίζεται από την σχέση:

$$S_{o} = \frac{25Et_{wa}h_{b}\left(\frac{h_{b}}{2} + \frac{L_{wa}}{2}\right)(0,167L_{wa}^{2})}{78g_{wa}\left(1 + \frac{25g_{wa}^{2}}{1248t_{wa}^{2}}\right)}$$
(5-40)

όπου $g_{wa} = g - t_{w,b} - 2k$ και g η οριζόντια καθαρή απόσταση μεταξύ των κοχλιών στο υποστύλωμα, $t_{w,b}$ το πάχος του κορμού της δοκού και k η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται στο υποστύλωμα, μεταξύ της ακμής του γωνιακού και του πέρατος της κυκλικής προσαρμογής. Για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας στην πλαστική περιοχή S_p , η ισοδύναμη αμφίπακτη δοκός αντικαθίσταται από δύο προβόλους, ως συνέπεια του σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων στην περιοχή των σκελών κοντά στον κορμό της δοκού, και ο πόλος περιστροφής της σύνδεσης ορίζεται εγγύτερα στο κάτω όριο του γωνιακού, σε απόσταση $0, 2L_{wa}$ από αυτό. Επίσης, χρησιμοποιούνται οι πλαστικές ιδιότητες του υλικού στους υπολογισμούς. Η σχέση που τελικά προτείνεται είναι η εξής:

$$S_{p} = \frac{5E_{p}t_{wa}h_{b}\left(\frac{h_{b}}{2} + \frac{L_{wa}}{2}\right)(0,76L_{wa}^{2})}{18g_{wa}\left(1 + \frac{10g_{wa}^{2}}{9t_{wa}^{2}}\right)}$$
(5-41)

όπου $g_{wa} = 0.5(g - t_{w,b}) - (0.5d_{b,h} + 0.75k)$ και E_p το μέτρο κράτυνσης. Τέλος, η παράμετρος M_o προκύπτει μέσω στατιστικής συσχέτισης πειραματικών αποτελεσμάτων και δίνεται από την σχέση:

$$M_{o} = 2628 \left(t_{wa} \right)^{0.4854} \left(L_{wa} \right)^{1.8284}$$
(5-42)

Στο πρωτότυπο κείμενο (Chisala 1999), παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αξιολόγησης που πραγματοποίησε ο συγγραφέας, συγκρίνοντας 20 περιπτώσεις καμπυλών $M - \varphi$ της προτεινόμενης μεθοδολογίας, με εκείνες των Kishi και Chen (1990) και αντίστοιχες πειραματικές. Από την σύγκριση, συμπεραίνεται γενικά, ότι η μεθοδολογία του Chisala (1999) προσεγγίζει καλύτερα τις πειραματικές καμπύλες $M - \varphi$. Πάντως, όπως αναφέρθηκε και για την μεθοδολογία των Kishi και Chen (1990), δεν λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά των κοχλιών και του υποστυλώματος, ενώ επιπλέον αγνοείται η επιρροή των θλιβόμενων συστατικών της σύνδεσης.

Lee Kai Moon (2002)

Οι Lee και Moon (2002), χρησιμοποίησαν τον ακόλουθο λογαριθμικό νόμο δύο παραμέτρων για την καμπύλη ροπής *M* - στροφής *φ* συνδέσεων με γωνιακά:

$$M = a \left[ln (1000n\varphi + 1) \right]^n$$
(5-43)

Οι δύο παράμετροι a και n καθορίζουν το σχήμα της καμπύλης $M - \varphi$. Οι συγγραφείς πραγματοποίησαν στατιστική συσχέτιση των παραμέτρων αυτών με την αρχική δυσκαμψία S_o και την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p , πειραματικών αποτελεσμάτων 50 κόμβων με σύνδεση διπλού γωνιακού κορμού και 25 κόμβων με σύνδεση γωνιακού άνω και κάτω πέλματος. Για την περίπτωση σύνδεσης διπλού γωνιακού κορμού προτείνουν τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$a = 1,499 \ 10^{-3} S_{o} + 1,499 \ 10^{-3} S_{p} + 0,704$$
 (5-44)

$$n = -3,594 \ 10^{-5} \ S_o - 3,496 \ 10^{-5} \ S_p + 1,170$$
 (5-45)

Για συνδέσεις άνω και κάτω πέλματος, οι αντίστοιχες εκφράσεις είναι οι εξής:

$$a = 9,689 \ 10^{-4} \ S_o + 9,562 \ 10^{-4} \ S_v + 3,850 \tag{5-46}$$

$$n = 4,500 \ 10^{-6} \ S_{o} + 4,400 \ 10^{-6} \ S_{p} + 0,601$$
 (5-47)

Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας S_o , τα σκέλη των γωνιακών της σύνδεσης εξιδανικεύονται από γραμμικές δοκούς και θεωρείται ότι στο σκέλος του γωνιακού, που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, υλοποιείται πλήρης πάκτωση στο άκρο της κεφαλής του κοχλία. Για την περίπτωση σύνδεσης με διπλό γωνιακό κορμού θεωρείται ότι ο πόλος περιστροφής βρίσκεται στο μέσο ύψος του γωνιακού, καταλήγοντας στην ακόλουθη σχέση:

$$S_{o} = \frac{2EI}{g_{1}^{3}} \left(\frac{g_{1} + g_{2}}{g_{1} + 4g_{2}} \right) L_{wa}^{3}$$
(5-48)

όπου g_1 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του κοχλία και του μέσου πάχους του εγκάρσιου σκέλους, g_2 το μήκος του σκέλους του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με την δοκό, από το μέσο πάχος του εγκάρσιου σκέλους μέχρι το κέντρο βάρους των κοχλιών, E το μέτρο ελαστικότητας, I η ροπή αδράνειας των σκελών του γωνιακού ανά μονάδα μήκους του και L_{wa} το μήκος του γωνιακού κορμού. Για την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p , υιοθετείται ένας κινηματικός

μηχανισμός με δύο σχηματισμένες πλαστικές αρθρώσεις στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα και μία πλαστική άρθρωση στο σκέλος που βρίσκεται σε επαφή με την δοκό. Ο πόλος περιστροφής θεωρείται σε απόσταση 0,2L_{wa} από το κάτω όριο του γωνιακού, ενώ η κατανομή της εφελκυστικής δύναμης λαμβάνεται συγκεντρωμένη στους κοχλίες. Η έκφραση που προτείνεται είναι η εξής:

$$S_{p} = \frac{4M_{p} \left[\left(g_{1} - g_{3}\right) \left(g_{3}^{2} + \delta_{p}^{2}\right) + 0.5g_{2}\delta_{p}^{2} \right] \left(\sum L_{i}^{2} + \frac{L_{wa}}{10} \sum L_{i} \right) d_{b,h}}{\left[g_{3} \left(g_{1} - g_{3}\right) \left(g_{3}^{2} + 0.5\delta_{p}^{2}\right) + g_{3}\delta_{p} \left(0.5g_{2}\delta_{p} - g_{1}g_{3} + g_{3}^{2}\right) \right] \delta_{p}}$$
(5-49)

όπου g_1 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του κοχλία και του μέσου πάχους του εγκάρσιου σκέλους, g_2 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με την δοκό, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του πρώτου κοχλία και του μέσου πάχους του εγκάρσιου σκέλους, g_3 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του πρώτου κοχλία και του μέσου πάχους του εγκάρσιου σκέλους, g_3 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του κοχλία και του μόσου πάχους του εγκάρσιου σκέλους, g_3 η απόσταση στο σκέλος του γωνιακού που βρίσκεται σε επαφή με το υποστύλωμα, μεταξύ του άκρου της κεφαλής του κοχλία και της αρχής της κυκλικής συναρμογής, M_p η πλαστική ροπή του σκέλους του γωνιακού, $d_{b,h}$ η διάμετρος κεφαλής του κοχλία, L_i η απόσταση του κοχλία i από τον πόλο περιστροφής και δ_p η μετακίνηση του γωνιακού στην οποία σχηματίζονται οι πλαστικές αρθρώσεις και η οποία λαμβάνεται ίση με 5,08mm.

Ανάλογη διαδικασία ακολουθείται και για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, όπου υιοθετούνται οι ίδιες εξιδανικεύσεις για την παραμορφωσιμότητα του άνω γωνιακού. Για την αρχική δυσκαμψία S_o προτείνεται η ακόλουθη σχέση:

$$S_{o} = \frac{12EI}{g_{1}^{3}} \left(\frac{g_{1} + g_{2}}{g_{1} + 4g_{2}} \right) L_{ta} h_{b} \left(h_{b} + g_{1} \right)$$
(5-50)

όπου L_{ta} το μήκος του άνω γωνιακού και h_b το ύψος της δοκού. Για την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή S_p , η αντίστοιχη έκφραση είναι:

$$S_{p} = \frac{2M_{p} \left[\left(g_{1} - g_{3}\right) \left(g_{3}^{2} + \delta_{p}^{2}\right) + 0.5g_{2}\delta_{p}^{2} \right] \left(h_{b} + g_{1}\right) L_{ta}h_{b}}{\left[g_{3} \left(g_{1} - g_{3}\right) \left(g_{3}^{2} + 0.5\delta_{p}^{2}\right) + g_{3}\delta_{p} \left(0.5g_{2}\delta_{p} - g_{1}g_{3} + g_{3}^{2}\right) \right] \delta_{p}}$$
(5-51)

5.4 Μηχανικά προσομοιώματα

Στην δεύτερη κατηγορία μεθοδολογιών για την εκτίμηση της καμπύλης ροπήςστροφής των κόμβων ανήκουν τα μηχανικά προσομοιώματα. Τα μηχανικά προσομοιώματα βασίζονται στην διάσπαση του συνολικού προβλήματος σε απλούστερα τμήματα, των οποίων η συμβολή στην παραμορφωσιμότητα και αντοχή του κόμβου μπορεί να απομονωθεί και να προσδιορισθεί ξεχωριστά. Η εκτίμηση της συμπεριφοράς των απλούστερων τμημάτων επιτυγχάνεται με εφαρμογή αναλυτικών μεθόδων, με εμπειρικό ή θεωρητικό υπόβαθρο. Η συνολική συμπεριφορά του κόμβου προκύπτει από την συνδυασμένη συνεισφορά των επιμέρους τμημάτων και την μεταξύ τους αλληλεπίδραση, όπως αυτή αναπαράγεται με ένα μηγανικό προσομοίωμα. Έχει καθιερωθεί, τα επιμέρους αυτά τμήματα να αναφέρονται ως συστατικά μέρη του κόμβου (components) στην σχετική βιβλιογραφία των μεταλλικών κόμβων και η μεθοδολογία των μηχανικών προσομοιωμάτων ως μέθοδος των συστατικών μερών (component method). Κατά κανόνα, τα συστατικά μέρη έχουν την μορφή μετακινησιακών ελατηρίων, οπότε και η συμπεριφορά τους περιγράφεται από μία σχέση δύναμης-μετακίνησης. Η υλοποίηση της μεθόδου μπορεί να διαχωριστεί στα ακόλουθα βήματα:

- Ταυτοποίηση και απομόνωση των αιτίων που συνεισφέρουν στην συνολική παραμορφωσιμότητα και αντοχή του κόμβου. Ορισμός συστατικών μερών.
- 2. Υπολογισμός της απόκρισης καθενός συστατικού μέρους.
- Διασύνδεση των συστατικών μερών σε μηχανικό προσομοίωμα και υπολογισμός της συνολικής απόκρισης του κόμβου από αυτό.

Το πλεονέκτημα της μεθόδου των συστατικών μερών είναι η γενικότητα της, καθώς επιτρέπει με μία συνεπή μεθοδολογία, την εφαρμογή σε κάθε πρόβλημα κόμβου, ανεξάρτητα από τα ιδιαίτερα γνωρίσματα του. Η γενικότητα αυτή όμως, συνοδεύεται και από ένα κόστος, καθώς η μέθοδος ουσιαστικά δεν λύνει το πρόβλημα αλλά το υποβιβάζει σε υποδεέστερα, μικρότερης δυσκολίας. Συνεπώς, η γενικότητα επιτυγχάνεται μεταθέτοντας την αντιμετώπιση των ειδικών χαρακτηριστικών κάθε περίπτωσης κόμβου, στην επίλυση των υποδεέστερων προβλημάτων, δηλαδή των συστατικών μερών του.

Yee kai Melchers (1986)

Ως πρώτη περίπτωση εφαρμογής της μεθόδου των συστατικών μερών, για τον υπολογισμό της απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος, αναφέρεται η δημοσίευση των Yee και Melchers (1986). Όπως περιγράφηκε προηγούμενα, στην παράγραφο 5.3.2, οι συγγραφείς προτείνουν έναν αναλυτικό νόμο για την προσέγγιση της καμπύλης ροπής-στροφής κόμβων με σύνδεση προεκτεινόμενης

μετωπικής πλάκας. Ωστόσο η τακτική που ακολουθείται για τον υπολογισμό των παραμέτρων της αντοχής και της αρχικής δυσκαμψίας, που υπεισέρχονται στον αναλυτικό νόμο, εμφανίζει τα χαρακτηριστικά της μεθόδου των συστατικών μερών. Ειδικότερα, για τον υπολογισμό της αντοχής λαμβάνονται υπόψη τα ακόλουθα συστατικά μέρη ως πιθανές αιτίες αστοχίας του κόμβου:

- Κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Μετωπική πλάκα σε κάμψη (epb)
- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (λυγισμός ή πλαστικοποίηση) (cwc)

Σε παρένθεση αναφέρεται η συντομογραφία για κάθε συστατικό μέρος. Η ροπή κάμψης M που μεταφέρεται μέσω της δοκού στον κόμβο, αναλύεται σε ζεύγος δυνάμεων F, συγκεντρωμένων στο άνω και κάτω πέλμα της:

$$M = F\left(h_b - t_{f,b}\right) \tag{5-52}$$

όπου h_b το ύψος της διατομής της δοκού και $t_{f,b}$ το πάχος των πελμάτων της. Η αντοχή κάθε συστατικού μέρους υπολογίζεται με αναλυτικές μεθόδους. Η μικρότερη καθορίζει το κρίσιμο συστατικό μέρος και την μέγιστη δύναμη F στα πέλματα της δοκού για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής από την 5-52. Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, θεωρείται ότι στις οριζόντιες μετακινήσεις δ_{uf} και δ_{if} του άνω και κάτω πέλματος της δοκού αντίστοιχα, συμβάλλουν οι επιμέρους παραμορφώσεις των συστατικών μερών του κόμβου ως εξής:

$$\delta_{uf} = \delta_{bt} + \delta_{cfb} + \delta_{epb} + \delta_{cws} \tag{5-53}$$

$$\delta_{lf} = \delta_{cwc} \tag{5-54}$$

Οι επιμέρους μετακινήσεις που εμφανίζονται στις ανωτέρω σχέσεις υπολογίζονται αναλυτικά και αντιστοιχούν στα ακόλουθα συστατικά μέρη:

- δ_{bt} : κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)
- δ_{cfb} : πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- δ_{epb} : μετωπική πλάκα σε κάμψη (epb)

- δ_{cws} : κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- δ_{cwc}: κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)

Η στροφή *φ* του κόμβου συνδέεται με τις μετακινήσεις των πελμάτων τις δοκού με την ακόλουθη σχέση:

$$\varphi = \frac{\delta_{uf} + \delta_{lf}}{h_b - t_{fb}} \tag{5-55}$$

Συνεπώς, από την τελευταία σχέση και την 5-52, η αρχική δυσκαμψία S_o του κόμβου υπολογίζεται ως εξής:

$$S_o = \frac{M}{\varphi} = \frac{F\left(h_b - t_{fb}\right)^2}{\delta_{uf} + \delta_{lf}}$$
(5-56)

Η αναλυτική διαδικασία υπολογισμού της αντοχής και της αρχικής δυσκαμψίας που προτείνουν οι Yee και Melchers (1986), είναι ισοδύναμη με το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-1, όπου κάθε μετακινησιακό ελατήριο χαρακτηρίζεται από την αντοχή και δυσκαμψία του αντίστοιχου συστατικού μέρους.



Σχήμα 5-1. Ισοδύναμο μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και αντοχής κατά Yee και Melchers (1986).

Tschemmernegg каι Humer (1988)

Οι Tschemmernegg και Humer (1988) διέκριναν ότι η παραμορφωσιμότητα των κόμβων δοκού-υποστυλώματος μπορεί να αποδοθεί στα εξής στοιχεία:

- Φάτνωμα υποστυλώματος
- Σύνδεση

Στο φάτνωμα υποστυλώματος (panel zone) ανήκουν ο κορμός και τα δύο πέλματα του υποστυλώματος, σε μήκος ίσο με το ύψος της διατομής των συνδεόμενων

δοκών. Στην σύνδεση ανήκουν τα πέλματα του υποστυλώματος, και ανάλογα με την μορφολογία, οι κοχλίες, η μετωπική πλάκα, οι συγκολλήσεις, τα γωνιακά κλπ. Με αυτήν την διάκριση, η παραμορφωσιμότητα του φατνώματος του υποστυλώματος παραμένει ανεξάρτητη από την εκάστοτε μορφολογία της σύνδεσης.

Οι συγγραφείς προτείνουν την ενσωμάτωση των κόμβων στην καθολική ανάλυση της κατασκευής όχι σημειακά με ένα στροφικό ελατήριο, αλλά με τις πραγματικές διαστάσεις τους. Για τον σκοπό αυτόν, προτείνουν ένα μηχανικό προσομοίωμα με τρεις ομάδες ελατηρίων:

- Ελατήρια διάτμησης φατνώματος
- Ελατήρια μεταβίβασης φορτίου στο φάτνωμα
- Ελατήρια σύνδεσης

Οι δύο πρώτες ομάδες ελατηρίων αντιστοιχούν στην παραμορφωσιμότητα του φατνώματος, και συνεπώς δεν εξαρτώνται από την μορφολογία της σύνδεσης. Τα ελατήρια σύνδεσης επηρεάζουν την συμπεριφορά του κόμβου μόνο στην περίπτωση κοχλιωτών συνδέσεων, ενώ στις συγκολλητές συνδέσεις θεωρούνται άκαμπτα και παραλείπονται. Στο σχήμα 5-2 φαίνεται το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα για κόμβους με κοχλιωτές συνδέσεις.



Σχήμα 5-2. Μηχανικό προσομοιώματα αμφίπλευρου κόμβου κατά Tschemmernegg και Humer (1988).

Τα ελατήρια διάτμησης προσομοιώνουν την διατμητική συμπεριφορά του φατνώματος, υπό την επίδραση των μεταβιβαζόμενων δυνάμεων από τις

συνδεόμενες δοκούς. Ενεργοποιούνται σε περιπτώσεις μονόπλευρων κόμβων ή σε περιπτώσεις αμφίπλευρων κόμβων με μη συμμετρική φόρτιση. Σε περίπτωση συμμετρικής φόρτισης, οι αντίρροπες ροπές εξουδετερώνονται και δεν προκαλούν καμία διατμητική καταπόνηση στο φάτνωμα. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5-2, τα ελατήρια διάτμησης τοποθετούνται διαγώνια στην περιοχή του κορμού του υποστυλώματος, εντός ενός πλαισίου άκαμπτων στοιχείων. Η καμπύλη δύναμηςμετακίνησης των ελατηρίων προσεγγίζεται με μία διγραμμική εξιδανίκευση και υπολογίζεται με αναλυτικά μέσα, με βάση εκτεταμένη πειραματική έρευνα που πραγματοποιήθηκε στο πανεπιστήμιο του Innsbruck. Επίσης, προτείνονται πίνακες, για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών των ελατηρίων για πολυάριθμους συνδυασμούς υποστυλώματος και δοκού, με πρότυπες ευρωπαϊκές διατομές.

Με τα ελατήρια μεταβίβασης φορτίου, προσομοιώνεται η μεταφορά των εφελκυστικών και θλιπτικών δυνάμεων και οι προκαλούμενες παραμορφώσεις από τα πέλματα της δοκού στο φάτνωμα. Η συμπεριφορά αυτών των ελατηρίων μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στην περίπτωση ενός αμφίπλευρου, συμμετρικού κόμβου με συγκολλητές συνδέσεις, όπου οι άλλες δύο ομάδες ελατηρίων δεν συμμετέχουν στην απόκριση. Το εφελκυόμενο και το θλιβόμενο ελατήριο διαθέτουν την ίδια συμπεριφορά, καθώς η αστοχία λόγω ελαστικής αστάθειας του κορμού του υποστυλώματος αποκλείσθηκε ως πιθανή μορφή αστοχίας, με βάση πειραματικά αποτελέσματα. Για την σχέση δύναμης-μετακίνησης των ελατηρίων χρησιμοποιείται διγραμμική καμπύλη, η οποία υπολογίζεται αναλυτικά ή με την βοήθεια πινάκων για πρότυπες διατομές.

Με τα ελατήρια σύνδεσης, προσομοιώνεται η παραμορφωσιμότητα των στοιχείων της σύνδεσης. Οι συγγραφείς επικέντρωσαν το ενδιαφέρον τους σε συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Επίσης, εξέτασαν την περίπτωση ενίσχυσης του πέλματος του υποστυλώματος, στην εφελκυόμενη ζώνη, με πρόσθετα ελάσματα. Αξιοποιώντας πειραματικά αποτελέσματα, ανέπτυξαν πίνακες για τον σχεδιασμό των συγκεκριμένων συνδέσεων, ώστε να μην αποτελούν τον κρίσιμο παράγοντα για την αστοχία του κόμβου. Δεν παρέχονται δεδομένα ωστόσο, για την εκτίμηση της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης των ελατηρίων της σύνδεσης αλλά θεωρείται ότι εφόσον από τον σχεδιασμό, η σύνδεση δεν είναι κρίσιμη, η απόκριση του κοχλιωτού κόμβου προσεγγίζεται με εκείνη ενός πλήρως συγκολλητού.

Οι μέθοδοι που προτείνουν οι συγγραφείς για τον αναλυτικό προσδιορισμό των χαρακτηριστικών του μηχανικού προσομοιώματος, εστιάζουν περισσότερο στην περίπτωση συγκολλητών συνδέσεων. Επίσης, η διαμόρφωση του προσομοιώματος, με τα εφελκυόμενα ελατήρια μεταβίβασης φορτίου και σύνδεσης, τοποθετημένα στην στάθμη του εφελκυόμενου πέλματος της δοκού, αντιστοιχεί κυρίως στην κατανομή εσωτερικών δυνάμεων ενός συγκολλητού κόμβου. Σε έναν κοχλιωτό κόμβο, οι εφελκυστικές δυνάμεις μεταφέρονται από την δοκό στο υποστύλωμα μέσω των κοχλιών, οι οποίοι είναι διαταγμένοι σε στάθμες άνω ή και κάτω του πέλματος της δοκού. Παρόλα αυτά, η διάκριση του κόμβου σε φάτνωμα και σύνδεση και η προσέγγιση της απόκρισης με τις τρεις ομάδες ελατηρίων, συνιστά μια γενικότερης εφαρμογής πρακτική, η οποία μπορεί να επεκταθεί σε περιπτώσεις κόμβων δοκούυποστυλώματος με συνδέσεις ποικίλων μορφολογιών, εφαρμόζοντας κατάλληλες μεθόδους για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών του κάθε ελατηρίου. Στο σχήμα 5-3 παρουσιάζεται μια επέκταση του μηχανικού προσομοιώματος των Tschemmernegg και Humer (1988), με την οποία προσεγγίζεται πιστότερα η κατανομή των εσωτερικών δυνάμεων στην περίπτωση κοχλιωτών κόμβων, με πολλαπλές σειρές εφελκυόμενων κοχλιών. Οι Huber και Tschemmernegg (1998) αναφέρονται σε αυτό το προσομοίωμα ως «προσομοίωμα Innsbruk».



Σχήμα 5-3. Μηχανικό προσομοιώμα των Tschemmernegg και Humer (1988) για πολλαπλές σειρές κοχλιών.

Weynand et al. (1995)

Οι Weynand et al. (1995), δημοσίευσαν το μηχανικό προσομοίωμα για την δυσκαμψία κόμβων δοκού-υποστυλώματος με συγκολλητές και κοχλιωτές συνδέσεις, το οποίο ενσωματώθηκε στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 1997). Οι κοχλιωτές συνδέσεις που λαμβάνονται υπόψη, αφορούν τις περιπτώσεις μετωπικής πλάκας και γωνιακών άνω και κάτω πέλματος. Στο σχήμα 5-4, φαίνεται το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα τόσο για συγκολλητούς όσο και για κοχλιωτούς κόμβους. Σε αντίθεση με το προσομοίωμα των Tschemmernegg και Humer (1988), δεν γίνεται απομόνωση με άκαμπτο στοιχείο μεταξύ των ελατηρίων μεταβίβασης φορτίου και των ελατηρίων σύνδεσης. Έτσι δεν είναι δυνατό, με την συγκεκριμένη διασύνδεση των ελατηρίων, να προσδιορισθεί ξεχωριστά η παραμορφωσιμότητα του φατνώματος του υποστυλώματος και της σύνδεσης. Με την συγκεκριμένη

προσομοιώματος, καθώς όλα τα εφελκυόμενα ελατήρια παραμορφώνονται με έναν κοινό πόλο περιστροφής. Το χαρακτηριστικό αυτό του προσομοιώματος, κρίθηκε σημαντικό για την ενσωμάτωση του σε κανονιστικό κείμενο.



Σχήμα 5-4. Μηχανικό προσομοιώμα κόμβων των Weynand et al. (1995). Κοχλιωτές συνδέσεις (α) και συγκολλητές (β)

Σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κογλιών του πραγματικού κόμβου, αντιστοιχεί μια σειρά ελατηρίων του μηχανικού προσομοιώματος. Συνεπώς, προσεγγίζεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια η κατανομή των εσωτερικών δυνάμεων στους κοχλιωτούς κόμβους. Σε κάθε εφελκυόμενη σειρά περιλαμβάνονται ελατήρια με τα οποία προσομοιώνεται η παραμορφωσιμότητα του κορμού και πέλματος του υποστυλώματος, των κοχλιών και κατά περίπτωση της μετωπικής πλάκας ή του γωνιακού. Για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών κάθε ελατηρίου, παρέχονται αναλυτικές μέθοδοι υπολογισμού. Στην περίπτωση των καμπτόμενων συστατικών μερών, όπως είναι η μετωπική πλάκα ή το πέλμα του υποστυλώματος στην εφελκυόμενη ζώνη, η απόκριση προσδιορίζεται μέσω ενός ισοδύναμου βραχέος ταυ. Στην θλιβόμενη ζώνη λαμβάνεται υπόψη η παραμορφωσιμότητα του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη και σε διάτμηση. Το δύο αυτά συστατικά μέρη είναι αντίστοιχα των ελατηρίων μεταβίβασης φορτίου και διάτμησης αντίστοιχα, των Tschemmernegg και Humer (1988). Ωστόσο, το ελατήριο διάτμησης δεν τοποθετείται διαγώνια στο φάτνωμα αλλά σε σειρά με το ελατήριο μεταβίβασης φορτίου.

Οι συγγραφείς πραγματοποίησαν σύγκριση του μηχανικού προσομοιώματος με αποτελέσματα πειραματικών κόμβων. Η συμπεριφορά του προσομοιώματος αποδεικνύεται ικανοποιητική σε ότι αφορά την αρχική δυσκαμψία και την ροπή πλαστικοποίησης. Το μηχανικό προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 περιγράφεται εκτενώς στην συνέχεια του κεφαλαίου.

Shi et al. (1996)

Οι Shi et al. (1996), προτείνουν ένα απλοποιημένο προσομοίωμα συστατικών μερών για την εκτίμηση της στροφικής απόκρισης κόμβων με μετωπική πλάκα, προεκτεινόμενη ή ισόσταθμη. Η συνολική στροφή φ του κόμβου αναλύεται σε συνιστώσες ως εξής:

$$\varphi = \varphi_{cwt} + \varphi_{con} + \varphi_{cwc} + \varphi_{cws} \tag{5-57}$$

όπου φ_{cwt} η στροφή που προκαλείται από την παραμόρφωση του κορμού του υποστυλώματος στην εφελκυόμενη ζώνη, φ_{con} η στροφή που οφείλεται στην παραμόρφωση της εφελκυόμενης ζώνης της σύνδεσης, φ_{cwc} η στροφή που οφείλεται στην θλίψη του κορμού του υποστυλώματος και φ_{cwc} η στροφή που οφείλεται στην διατμητική παραμόρφωση του κορμού του υποστυλώματος. Για κάθε μία συνιστώσα στροφή της εξίσωσης 5-57, προτείνονται αναλυτικές μέθοδοι υπολογισμού. Ειδικότερα για την στροφή φ_{con} , χρησιμοποιείται ισοδύναμο βραχύ ταυ, για την προσομοίωση της παραμορφωσιμότητας της εφελκυόμενης ζώνης της σύνδεσης, η οποία αποτελείται από το πέλμα του υποστυλώματος, την μετωπική πλάκα και τους κοχλίες. Το ενεργό πλάτος του βραχέος ταυ λαμβάνεται από τους πίνακες του Ευρωκώδικα 3, ενώ για την ελαστική παραμόρφωση του, αξιοποιούνται οι αναλυτικές εκφράσεις του Agerskov (1976).

Τα ίδια συστατικά μέρη που υπεισέρχονται στην εξίσωση 5-57 για την στροφή του κόμβου, λαμβάνονται υπόψη και για την αντοχή σε ροπή. Για τα συστατικά μέρη του κορμού του υποστυλώματος σε εφελκυσμό, θλίψη και διάτμηση, η μέγιστη δύναμη που μπορούν να παραλάβουν, περιορίζεται από το όριο διαρροής f_y . Αντίθετα, για τα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης της σύνδεσης, λαμβάνεται υπόψη η κράτυνση του υλικού του κοχλία, καθώς και η δυνατότητα περαιτέρω επαύξησης της δύναμης, μετά την πρώτη διαρροή στα πέλματα, και μέχρι τον σχηματισμό πλαστικού μηχανισμού κατάρρευσης. Η κράτυνση του υλικού του υποστυλώματος και της μετωπικής πλάκας δεν λαμβάνεται υπόψη.

Η καμπύλη ροπής-στροφής προκύπτει μέσω επαναληπτικής διαδικασίας, η οποία εκκινεί θεωρώντας μια αρχική τιμή για την στροφή φ_{con} . Με δεδομένη την στροφή φ_{con} , υπολογίζονται οι παραμορφώσεις των βραχέων ταυ της εφελκυόμενης ζώνης, θεωρώντας ελαστική (γραμμική) κατανομή καθ' ύψος, και πόλο περιστροφής το

θλιβόμενο πέλμα της δοκού. Από τις παραμορφώσεις των βραχέων ταυ προκύπτουν οι αντίστοιχες δυνάμεις σε κάθε σειρά κοχλιών και κατόπιν η ροπή που ασκείται στον κόμβο. Στην συνέχεια, για το εν λόγω επίπεδο ροπής, υπολογίζονται οι υπόλοιπες συνιστώσες στροφές και τελικά η συνολική στροφή φ του κόμβου από την 5-57. Αν δεν εξαντλείται η αντοχή κάποιου συστατικού μέρους, αυξάνεται περαιτέρω η στροφή φ_{con} και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Οι συγγραφείς πραγματοποίησαν αξιολόγηση με μικρό αριθμό πειραματικών αποτελεσμάτων (δύο δοκιμές με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα και δύο με ισόσταθμη). Από την σύγκριση προκύπτει ότι το προτεινόμενο προσομοίωμα υπερεκτιμά την αρχική δυσκαμψία, ενώ υστερεί σημαντικά στην εκτίμηση της ροπής αντοχής. Η απόκλιση είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση των συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα.

Faella et al. (1996)

Οι Faella et al. (1996) επιχείρησαν να επεκτείνουν το προσομοίωμα συστατικών μερών, για συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος του Ευρωκώδικα 3, στην περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, η οποία δεν αντιμετωπίζεται από τον Ευρωκώδικα. Το προτεινόμενο προσομοίωμα δημοσιεύτηκε και αργότερα από τους ίδιους συγγραφείς (Faella et al. 2000).

Στο σχήμα 5-5, απεικονίζεται το μηγανικό προσομοίωμα των Faella et al. (2000). Τα συστατικά μέρη που προσομοιώνονται με ιδεατώς πλαστικό νόμο επηρεάζουν μόνο τον υπολογισμό της αντοχής του κόμβου. Τα συστατικά μέρη που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση του γωνιακού άνω πέλματος και της θλιβόμενης ζώνης είναι όμοια με τα αναφερόμενα στον Ευρωκώδικα 3, για συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Μερικές βελτιώσεις προτείνονται από τους συγγραφείς, οι οποίες αφορούν τα συστατικά μέρη του άνω γωνιακού σε κάμψη και του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη. Επίσης, η διάταξη των ελατηρίων για το άνω γωνιακό είναι διαφοροποιημένη, καθώς τα ελατήρια που αντιστοιχούν σε συστατικά μέρη του υποστυλώματος και των κοχλιών, τοποθετούνται στην στάθμη των ίδιων κοχλιών, ενώ τα υπόλοιπα ελατήρια, τα οποία αφορούν συστατικά μέρη του άνω γωνιακού, της δοκού και των κοχλιών αυτής, τοποθετούνται στην στάθμη του οριζόντιου σκέλους του άνω γωνιακού. Τα ελατήρια στις δύο στάθμες συνδέονται μέσω άκαμπτου στοιχείου. Η συγκεκριμένη διαμόρφωση, προσεγγίζει με μεγαλύτερη πιστότητα την κατανομή των δυνάμεων και τοπικών παραμορφώσεων στην περιοχή του άνω γωνιακού του πραγματικού κόμβου, όπου η εφελκυστική δύναμη στο άνω πέλμα της δοκού μεταφέρεται μέσω των κογλιών στο οριζόντιο σκέλος του άνω γωνιακού, και στην συνέχεια με την κάμψη του κατακόρυφου σκέλους, στους κογλίες και τελικά στο υποστύλωμα.



Σχήμα 5-5. Μηχανικό προσομοίωμα για κόμβους με συνδέσεις άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού των Faella et al. (2000)

Τα συστατικά μέρη της άνω σειράς κοχλίωσης, που εμφανίζονται στο σχήμα 5-5 είναι τα εξής:

- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)
- Γωνιακό άνω πέλματος σε κάμψη (tab)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Σκέλος γωνιακού σε σύνθλιψη άντυγας (ab)
- Πέλμα δοκού σε σύνθλιψη άντυγας (bfb)
- Σκέλος άνω γωνιακού σε εφελκυσμό (tat)

Αντίστοιχα, τα συστατικά μέρα της θλιβόμενης σειράς ελατηρίων είναι:

• Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)

- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Σκέλος γωνιακού σε σύνθλιψη άντυγας (ab)
- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη (bfwc)
- Σκέλος κάτω γωνιακού σε θλίψη (sac)

Για το διπλό γωνιακό κορμού, οι συγγραφείς θεωρούν ότι όλες οι σειρές κοχλίωσης επί του γωνιακού εφελκύονται. Η επίδραση του γωνιακού στην συνολική απόκριση του κόμβου υπεισέρχεται στο προσομοίωμα μέσω διακριτών σειρών ελατηρίων, για κάθε σειρά κοχλίωσης, όπου συμπεριλαμβάνονται συστατικά μέρη του γωνιακού κορμού, του υποστυλώματος, της δοκού και των κοχλιών, σε αναλογία με το γωνιακό άνω πέλματος. Οι σειρές κοχλίωσης στο υποστύλωμα και στην δοκό πρέπει να είναι ίδιες σε αριθμό ως εκ τούτου. Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, σε κάθε σειρά κοχλίωσης του γωνιακού κορμού, περιλαμβάνονται τα ακόλουθα συστατικά μέρη:

- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)
- Γωνιακό κορμού σε κάμψη (wab)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Γωνιακό σε σύνθλιψη άντυγας (ab)
- Κορμός δοκού σε σύνθλιψη άντυγας (bwb)

Για το συστατικό μέρος του γωνιακού κορμού σε κάμψη, οι συγγραφείς υιοθετούν μια εξιδανίκευση, όπου και τα δύο σκέλη του κάθε γωνιακού θεωρούνται απλές δοκοί. Με τον τρόπο αυτόν, συνεκτιμάται η συμβολή στην παραμορφωσιμότητα του σκέλους του γωνιακού που συνδέεται με τον κορμό της δοκού. Το χαρακτηριστικό αυτό αγνοείται στο προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Το πλάτος των δοκών προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη διασπορά σε γωνία 90°, της δράσης που μεταβιβάζεται από την κεφαλή του κοχλία του υποστυλώματος, στο γωνιακό. Για τα υπόλοιπα συστατικά μέρη, εφαρμόζονται οι μέθοδοι υπολογισμού που προτείνονται από τον Κοχλιών αντιμετωπίζεται προσαυξάνοντας την αρχική δυσκαμψία των συστατικών του πέλματος του υποστυλώματος και του γωνιακού σε κάμψη με έναν

κοινό για όλα, εμπειρικό πολλαπλασιαστικό συντελεστή και παράλληλα, αγνοώντας την επίδραση των συστατικών μερών που αφορούν σε σύνθλιψη ή σε διάτμηση των κοχλιών.

Για τον υπολογισμό της αντοχής, τα συστατικά μέρη που λαμβάνονται υπόψη σε κάθε σειρά κοχλίωσης του διπλού γωνιακού κορμού είναι τα ακόλουθα:

- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Γωνιακό κορμού σε κάμψη (wab)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Γωνιακό σε σύνθλιψη άντυγας (ab)
- Κορμός δοκού σε σύνθλιψη άντυγας (bwb)
- Κορμός δοκού σε εφελκυσμό (bwt)

Το συστατικό μέρος του γωνιακού κορμού σε κάμψη αποτελεί το αντικείμενο προσοχής σε αυτήν την περίπτωση. Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 5.3.2, οι Kishi και Chen (1990) είχαν υιοθετήσει έναν μηχανισμό κατάρρευσης με δύο γραμμές διαρροής στο σκέλος του γωνιακού κορμού, σε επαφή με το υποστύλωμα: μια κατακόρυφη, πλησίον του εγκάρσιου σκέλους και μια κεκλιμένη που διέρχεται πλησίον του εγκάρσιου του σκέλους, στο κάτω άκρο του γωνιακού και από την αξονική γραμμή των κοχλιών στο άνω άκρο. Οι Faella et al. (2000), υιοθετούν έναν παρόμοιο μηχανισμό και λαμβάνουν υπόψη την αλληλεπίδραση ροπής-τέμνουσας στο σκέλος του γωνιακού, θεωρώντας ότι οι εξωτερικές ίνες της διατομής του σκέλους παραλαμβάνουν μόνο την ροπή, ενώ οι εσωτερικές μόνο την τέμνουσα. Με αυτόν τον τρόπο, προκύπτει κλειστή αναλυτική λύση για την εφελκυστική δύναμη πλαστικοποίησης, σε κάθε στάθμη του γωνιακού:

$$\frac{\overline{V}_{p,y}}{\overline{V}_{p,0}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{\left(a\frac{y}{L_{wa}}\right)^2 + 3} - a\frac{y}{L_{wa}} \right)$$
(5-58)

όπου $\overline{V}_{p,y}$ εφελκυστική δύναμη πλαστικοποίησης, ανά μονάδα μήκους του γωνιακού, σε απόσταση y από το κάτω όριο αυτού, $\overline{V}_{p,0}$ η αντίστοιχη δύναμη στο κάτω όριο του γωνιακού, η οποία λαμβάνεται ίση με $t_{wa}f_y/\sqrt{3}$, L_{wa} το μήκος του γωνιακού, $a = m_1/t_{wa}$, m_1 η απόσταση μεταξύ των δύο γραμμών διαρροής στο άνω όριο του γωνιακού, t_{wa} το πάχος του σκέλους του γωνιακού και f_y το όριο διαρροής

του. Οι συγγραφείς θεωρούν ότι σε όλο το ενεργό πλάτος του συστατικού μέρους του γωνιακού κορμού σε κάμψη, η εφελκυστική δύναμη $\overline{V}_{p,y}$ είναι σταθερή και ίση με την τιμή που λαμβάνεται από την αναλυτική σχέση 5-58, στην στάθμη του άξονα των κοχλιών. Ο συγκεκριμένος μηχανισμός κατάρρευσης, σχηματίζεται με πλήρη πλαστικοποίηση του σκέλους του γωνιακού, και προϋποθέτει μικρή απόσταση μεταξύ των σειρών κοχλίωσης. Ωστόσο, πρόσθετοι μηχανισμοί κατάρρευσης που αφορούν πλαστικοποίηση των κοχλιών ή μεμονωμένη αστοχία των σειρών κοχλίωσης, σε περίπτωση που αυτές είναι περισσότερο απομακρυσμένες μεταξύ τους, μπορεί να αποδειχθούν κρίσιμοι για την απόκριση. Η αντοχή σε αυτές τις περιπτώσεις προσδιορίζεται από ένα ισοδύναμο βραχύ ταυ, σε αναλογία με όσα προτείνονται από τον Ευρωκώδικα 3, για τις σειρές κοχλίωσης μεταξύ των πελμάτων της δοκού σε συνδέσεις με μετωπική πλάκα.

Οι συγγραφείς πραγματοποίησαν σύγκριση του προτεινόμενου μηχανικού προσομοιώματος με πειραματικά αποτελέσματα, καθώς και με την αναλυτική μεθοδολογία των Kishi και Chen (1990). Η αξιολόγηση επικεντρώθηκε στα μεγέθη της αρχικής δυσκαμψίας και της ροπής αντοχής. Από τα αποτελέσματα προκύπτει, ότι κατά μέσο όρο, η απόκλιση στην εκτίμηση και των δύο χαρακτηριστικών αυτών μεγεθών είναι μικρή. Σε σύγκριση με την μεθοδολογία Kishi και Chen (1990), το προσομοίωμα των Faella et al. (2000), στο υπό εξέταση δείγμα πειραματικών κόμβων, εμφανίζει μία μικρή βελτίωση. Επιπλέον, οι συγγραφείς διερεύνησαν ξεχωριστά την συνεισφορά των γωνιακών άνω και κάτω πέλματος και των γωνιακών κορμού, στην τελική αντοχή που υπολογίζεται από το προτεινόμενο προσομοίωμα. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η συνεισφορά των γωνιακών κορμού δεν είναι αμελητέα, και σε ορισμένες περιπτώσεις υπερβαίνει το 50% της συνολικής αντοχής.

Silva et al. (2000)

Οι Silva et al. (2000) και οι Silva και Coelho (2001), ανέπτυξαν ένα μηχανικό προσομοίωμα για συγκολλητούς και κοχλιωτούς κόμβους αντίστοιχα, το οποίο προτείνεται για την εκτίμηση με κλειστές αναλυτικές λύσεις της μη γραμμικής συμπεριφοράς των κόμβων. Τυπικά, όταν λαμβάνεται υπόψη η μη γραμμική συμπεριφορά των συστατικών μερών, για παράδειγμα μέσω διγραμμικής καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, ο υπολογισμός της καμπύλης ροπής-στροφής του συνολικού μηχανικού προσομοιώματος, απαιτεί μη γραμμική ανάλυση και εκτέλεση επαναληπτικής διαδικασίας, καθώς κάποια συστατικά μέρη μπορεί να έχουν εισέλθει στην πλαστική περιοχή, ενώ τα υπόλοιπα συνεχίζουν να συμπεριφέρονται ελαστικά. Για να παρακάμψουν αυτήν την αναγκαιότητα, οι Silva και Coelho (2001) αντικαθιστούν κάθε ελαστοπλατικό ελατήριο με δύο ισοδύναμα ελαστικά ελατήρια. Στο σχήμα 5-6α φαίνεται το σύστημα των δύο ελατηρίων για την περίπτωση εφελκυόμενων.



Σχήμα 5-6. Σύστημα ισοδύναμων ελαστικών ελατηρίων για την περίπτωση θλιβόμενων συστατικών μερών (α) και εφελκυόμενων συστατικών μερών (Silva και Coelho 2001)

Το ένα εκ των δύο ελατηρίων στο σχήμα 5-6 διαθέτει την αρχική δυσκαμψία k του αρχικού ελαστοπλαστικού ελατηρίου, ενώ το δεύτερο διαθέτει μια μικρότερη δυσκαμψία k_n. Ωστόσο, το δεύτερο ελατήριο αρχικά παραμένει απαραμόρφωτο, καθώς όπως φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 5-6, στα δύο άκρα του συνδέεται ένα άκαμπτο μέλος. Στο μέλος αυτό αποδίδεται ένα κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr}, μετά την υπέρβαση του οποίου ενεργοποιείται το δεύτερο ελατήριο. Το κάθε σύστημα ελατηρίων του σχήματος 5-6 διαθέτει δύο δρόμους ισορροπίας, και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της διγραμμικής ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς των αρχικών ελατηρίων. Συνακόλουθα, αν υπάρχουν п ελαστοπλαστικά ελατήρια, συνδεδεμένα σε σειρά, η αντικατάσταση με τα συστήματα ελαστικών ελατηρίων του σχήματος 5-6, οδηγεί σε 2ⁿ δρόμους ισορροπίας συνολικά, εκ των οποίων μόνο οι n+1 είναι κρίσιμοι, και καθορίζουν τελικά μια πολυγραμμική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης. Οι συγγραφείς ανέπτυξαν αναλυτική μεθοδολογία υπολογισμού των κρίσιμων δρόμων ισορροπίας ελατηρίων σε σειρά. Για ελατήρια συνδεδεμένα παράλληλα εφαρμόζεται ανάλογη διαδικασία, όμως οι αναλυτικές εκφράσεις που παρουσιάζονται αφορούν μόνο την ειδική περίπτωση n = 2.

Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-7α για κοχλιωτούς κόμβους. Η διαφορά σε σχέση με το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) εντοπίζεται στα ελατήρια της θλιβόμενης ζώνης, τα οποία δεν απομονώνονται με άκαμπτο μέλος από τα ελατήρια της εφελκυόμενης ζώνης. Κάθε σειρά ελατηρίων αρχικά αντικαθίσταται με ένα ισοδύναμο ελατήριο. Η πολυγραμμική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης που προκύπτει με την αναλυτική προσεγγίζεται με μια διγραμμική, μέσω μεθοδολογία, τριών μεθόδων μετασχηματισμού που προτείνουν οι συγγραφείς. Στην συνέχεια, όλες οι σειρές κοχλίωσης της εφελκυόμενης ζώνης αντικαθίστανται με ένα ισοδύναμο ελατήριο, η συμπεριφορά του οποίου πάλι απλοποιείται με μια διγραμμική προσέγγιση (σχήμα 5-7β). Έτσι, ο κόμβος καταλήγει τελικά σε ένα εφελκυόμενο και ένα θλιβόμενο ελατήριο, και όπως φαίνεται στο σχήμα 5-7γ, κάθε ένα από αυτά μπορεί να αντικατασταθεί από τα συστήματα ελατηρίων του σχήματος 5-6. Το τελικό σύστημα του σχήματος 5-7γ, διαθέτει τέσσερις δρόμους ισορροπίας, οι οποίοι μπορούν να υπολογισθούν αναλυτικά, με κλειστές λύσεις, παρέχοντας την καμπύλη ροπήςστροφής του κόμβου.





Για την αξιολόγηση του προτεινόμενου προσομοιώματος, πραγματοποιήθηκε σύγκριση με τα αποτελέσματα της επίλυσης του αρχικού μηχανικού προσομοιώματος (σχήμα 5-7α), με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση περιορίστηκε σε μόνο δύο περιπτώσεις κοχλιωτών κόμβων. Η σύγκλιση του προτεινόμενου προσομοιώματος εμφανίζεται πολύ καλή. Αξίζει να αναφερθεί ότι οι αναλυτικές εκφράσεις που προκύπτουν κατά την εφαρμογή της μεθοδολογίας αποδεικνύονται εκτενείς, και συνεπώς η καταλληλότητα της για υπολογισμούς στο χέρι είναι μάλλον περιορισμένη. Το γεγονός αυτό βλάπτει την χρησιμότητα του προτεινόμενου προσομοιώματος, καθώς σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι ευχερής η εκτέλεση επαναληπτικής διαδικασίας και η απευθείας επίλυση του αρχικού μηχανικού προσομοιώματος.

Το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)

Όπως προαναφέρθηκε, το προσομοιώμα για την στροφική απόκριση κόμβων δοκούυποστυλώματος του Ευρωκώδικα 3 περιγράφεται στην δημοσίευση των Weynand et al. (1995). Στην παρούσα έκδοση του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), προτείνεται η εφαρμογή του προσομοιώματος για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής συγκολλητών κόμβων και κοχλιωτών κόμβων με συνδέσεις μετωπικής πλάκας, προεκτεινόμενης ή ισόσταθμης και με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος.

Εστιάζοντας το ενδιαφέρον στις κοχλιωτές συνδέσεις, στον υπολογισμό των χαρακτηριστικών της απόκρισης υπεισέρχεται η διατμητική συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος, η συμπεριφορά της θλιβόμενης ζώνης και η απόκριση των εφελκυόμενων σειρών κοχλιών. Η διατμητική συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος και η θλιπτική απόκριση της θλιβόμενης ζώνης προσομοιώνεται μέσω μετακινησιακών ελατηρίων, συνδεδεμένων σε σειρά, τοποθετημένων στο ύψος του κέντρου θλίψης. Για συνδέσεις με μετωπική πλάκα, το κέντρο θλίψης ορίζεται στο μέσο του σκέλους του γωνιακού που συνδέεται με το θλιβόμενο πέλμα της δοκού. Αντίστοιχα, η απόκριση της κάθε εφελκυόμενης σειράς κοχλιών προσομοιώνεται με μια σειρά μετακινησιακών ελατηρίων, ευθυγραμμισμένης καθ' ύψος, με τον άξονα της κοχλίωσης.

Στο σχήμα 5-8 φαίνονται οι δύο διαμορφώσεις του προσομοιώματος, για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής, για την περίπτωση κόμβου με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Στην περίπτωση του σχήματος, ο κόμβος διαθέτει δύο εφελκυόμενες σειρές κοχλιών: μία στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας και μία μεταξύ των δύο πελμάτων της δοκού. Αν και θα ήταν θεμιτό, να θεωρηθεί ότι στην περίπτωση συνδέσεων, οι οποίες διαθέτουν περισσότερες σειρές κοχλιών στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας, το προσομοίωμα μπορεί να επεκταθεί με την προσθήκη αντίστοιχων σειρών ελατηρίων, οι μέθοδοι υπολογισμού που ενσωματώνονται στον Ευρωκώδικα 3, δεν αντιμετωπίζουν τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών των συστατικών μερών σε μια τέτοια περίπτωση. Αντίθετα, μεταξύ των πελμάτων της δοκού μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία σειρές κοχλιών.

Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, συμμετέχουν τα ακόλουθα συστατικά μέρη:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Μετωπική πλάκα σε κάμψη (epb)
- Κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)

Σε παρένθεση αναφέρεται η συντομογραφία για κάθε συστατικό μέρος, η οποία χάριν απλότητας εμφανίζεται στο αντίστοιχο ελατήριο στο σχήμα 5-8α και ευρύτερα σε σχήματα, στην συνέχεια του κεφαλαίου. Τα δύο πρώτα συστατικά μέρη αντιστοιγούν θλιβόμενα μετακινησιακά ελατήρια μηγανικού στα του προσομοιώματος (σχήμα 5-8α), ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα εφαρμόζονται σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κοχλιών. Το πέλμα του υποστυλώματος και η μετωπική πλάκα σε κάμψη προσεγγίζονται με ισοδύναμα εφελκυόμενα βραχέα ταυ. Ωστόσο, για λόγους απλότητας των σχέσεων, η συνδρομή των κοχλιών στην παραμορφωσιμότητα έχει διαχωριστεί από αυτήν των βραχέων ταυ, στα οποία εντάσσονται, και υπολογίζεται ως ξεχωριστό συστατικό μέρος. Στα ανωτέρω συστατικά μέρη, δεν περιλαμβάνονται τμήματα της δοκού, καθώς η παραμορφωσιμότητα της διατομής της δοκού στην περιοχή του κόμβου, μπορεί να προσομοιωθεί με την καμπτική συμπεριφορά του μέλους της, στα πλαίσια καθολικής ανάλυσης της κατασκευής, και συνεπώς θεωρείται ότι δεν αποτελεί μέρος της παραμορφωσιμότητας του κόμβου.



Σχήμα 5-8. Προσομοιώματα Ευρωκώδικα 3 για υπολογισμό δυσκαμψίας (α) και αντοχής (β) κόμβου με σύνδεση με μετωπικής πλάκας

Για τον υπολογισμό της αντοχής κόμβων με σύνδεση μετωπικής πλάκας συμμετέχουν τα ακόλουθα συστατικά μέρη:

• Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)

- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη (bfwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Μετωπική πλάκα σε κάμψη (epb)
- Κορμός δοκού σε εφελκυσμό (bwt)

Τα τρία πρώτα συστατικά μέρη τοποθετούνται στην θλιβόμενη σειρά ελατηρίων, ενώ τα υπόλοιπα συμμετέχουν σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κοχλιών. Οι διαφοροποιήσεις σε σχέση με τα συστατικά μέρη, που αναφέρθηκαν παραπάνω για το προσομοίωμα υπολογισμού της δυσκαμψίας, συνίστανται στην συμμετοχή τμημάτων της δοκού, έτσι ώστε κατά τον υπολογισμό της αντοχής του κόμβου, να λαμβάνεται υπόψη η τοπική καταπόνηση της δοκού στην περιοχή κόμβου. Επίσης, η συμμετοχή των κοχλιών ενσωματώνεται στον υπολογισμό της αντοχής του πέλματος υποστυλώματος και της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, η οποία για τα συγκεκριμένα συστατικά μέρη, βασίζεται σε παραδοχή ισοδύναμου βραχέος ταυ.

Στο σχήμα 5-9 φαίνονται οι δύο διαμορφώσεις του προσομοιώματος για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής για την περίπτωση κόμβου με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Στην περίπτωση αυτήν, η σύνδεση διαθέτει μόνο μία εφελκυόμενη σειρά κοχλιών.

Για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα συστατικά μέρη:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Γωνιακό άνω πέλματος σε κάμψη (tab)
- Κοχλίες σε εφελκυσμό (bt)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Έλασμα σε σύνθλιψη άντυγας (pb)

Τα δύο πρώτα συστατικά μέρη τοποθετούνται στην θλιβόμενη σειρά ελατηρίων, η οποία είναι ευθυγραμμισμένη με το κέντρο θλίψης. Τα επόμενα τέσσερα αντιστοιχούν στην μοναδική εφελκυόμενη σειρά κοχλίωσης του άνω γωνιακού. Τα δύο τελευταία συστατικά μέρη αντιστοιχούν στις κοχλιώσεις, που συνδέουν τα γωνιακά με τα δύο πέλματα της δοκού, και συνεπώς τοποθετούνται τόσο στην θλιβόμενη σειρά ελατηρίων όσο και στην εφελκυόμενη. Ειδικότερα, το συστατικό μέρος των ελασμάτων σε σύνθλιψη άντυγας εφαρμόζεται τέσσερις φορές, καθώς καλύπτει την σύνθλιψη των δύο πελμάτων της δοκού και των σκελών των δύο γωνιακών. Τα συστατικά μέρη του πέλματος υποστυλώματος και του γωνιακού σε κάμψη, προσομοιώνονται ως βραχέα ταυ, από τα οποία όμως έχει απομονωθεί η συνεισφορά των εφελκυόμενων κοχλιών, η οποία υπολογίζεται ξεχωριστά από το ομώνυμο συστατικό μέρος.





Για τον προσδιορισμό της αντοχής των κόμβων με σύνδεση γωνιακών άνω και κάτω πέλματος, συμμετέχουν τα ακόλουθα συστατικά μέρη:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Σκέλος κάτω γωνιακού σε θλίψη (sac)

- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη (bfwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Γωνιακό άνω πέλματος σε κάμψη (tab)
- Σκέλος άνω γωνιακού σε εφελκυσμό (tat)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Έλασμα σε σύνθλιψη άντυγας (pb)

Τα τέσσερα πρώτα συστατικά μέρη τοποθετούνται στην θλιβόμενη σειρά ελατηρίων, ενώ τα επόμενα τέσσερα αντιστοιχούν στην μοναδική εφελκυόμενη σειρά κοχλιών. Τα δύο τελευταία συστατικά μέρη αντιστοιχούν στις κοχλιώσεις που συνδέουν τα γωνιακά με τα δύο πέλματα της δοκού, και συνεπώς τοποθετούνται τόσο στην θλιβόμενη σειρά ελατηρίων όσο και στην εφελκυόμενη.

Πέραν του υπολογισμού της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής με τα μηχανικά προσομοιώματα που προαναφέρθηκαν, στον Ευρωκώδικα 3 προτείνεται επίσης, μια μη γραμμική σχέση για την δημιουργία της καμπύλης ροπής-στροφής, με την εφαρμογή της οποίας επιτυγχάνεται μια ομαλή προσαρμογή μεταξύ του αρχικού ελαστικού κλάδου και του οριζόντιου πλαστικού κλάδου. Με την σχέση αυτήν, προσδιορίζεται η τέμνουσα δυσκαμψία S_j , για ροπή στον κόμβο ίση με M_j , ως εξής:

$$S_{j} = \begin{cases} S_{j,ini} , M_{j} \leq \frac{2}{3}M_{j,rd} \\ \frac{S_{j,ini}}{\left(\frac{1,5M_{j}}{M_{j,rd}}\right)^{\psi}} , \frac{2}{3}M_{j,rd} < M_{j} < M_{j,rd} \end{cases}$$
(5-59)

όπου, $S_{j,ini}$ η αρχική δυσκαμψία του κόμβου, $M_{j,rd}$ η αντοχή σχεδιασμού του κόμβου σε ροπή και ψ παράμετρος, η οποία για συνδέσεις με μετωπική πλάκα λαμβάνεται ίση με 2,7 και για συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος ίση με 3,1. Στο σχήμα 5-10 φαίνεται η μορφή της καμπύλης ροπής-στροφής που παράγεται με την εφαρμογή της σχέσης 5-59. Για την μέγιστη στροφή δεν παρέχεται μέθοδος υπολογισμού από τον Ευρωκώδικα 3, και επομένως η καμπύλη του σχήματος 5-59 δεν αποτελεί πλήρη καμπύλη ροπής-στροφής μέχρι την θραύση.



Σχήμα 5-10. Καμπύλη ροπής στροφής Ευρωκώδικα 3

Τα προσομοιώματα που περιγράφηκαν παραπάνω, μπορούν να επιλυθούν αναλυτικά και να εξαχθούν κλειστές εκφράσεις, για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής. Στο σχήμα 5-11, φαίνεται παραστατικά η διαδικασία υπολογισμού της αρχικής δυσκαμψίας, από το αρχικό μηχανικό προσομοίωμα, στην περίπτωση σύνδεσης προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας, με δύο εφελκυόμενες σειρές κοχλιών.



Σχήμα 5-11. Διαδικασία υπολογισμού της αρχικής δυσκαμψίας με το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3

Στο πρώτο βήμα της διαδικασίας, οι δύο εφελκυόμενες σειρές ελατηρίων, καθώς επίσης και η θλιβόμενη σειρά, αντικαθίστανται με ένα ελατήριο η κάθε μία, ισοδύναμης δυσκαμψίας k_{eq} . Η ισοδύναμη δυσκαμψία ενός αριθμού ελατηρίων συνδεδεμένων σε σειρά δίνεται από την σχέση:

$$k_{eq} = \frac{1}{\sum_{i} \frac{1}{k_i}}$$
(5-60)

όπου k_i η δυσκαμψία του μεμονωμένου ελατηρίου i στην σειρά ελατηρίων. Έτσι, στο συγκεκριμένο παράδειγμα κόμβου του σχήματος 5-11, η ισοδύναμη δυσκαμψία των δύο εφελκυόμενων σειρών ελατηρίων $k_{eq,1}$ και $k_{eq,2}$ καθώς και της θλιβόμενης $k_{ea,c}$, προκύπτει από τις παρακάτω σχέσεις:

$$k_{eq,1} = \frac{1}{\frac{1}{k_{cwt,1}} + \frac{1}{k_{cfb,1}} + \frac{1}{k_{epb,1}} + \frac{1}{k_{bt,1}}}$$
(5-61)

$$k_{eq,2} = \frac{1}{\frac{1}{k_{cwt,2}} + \frac{1}{k_{cfb,2}} + \frac{1}{k_{epb,2}} + \frac{1}{k_{bt,2}}}$$
(5-62)

$$k_{eq,c} = \frac{1}{\frac{1}{k_{cws}} + \frac{1}{k_{cwc}}}$$
(5-63)

Στην συνέχεια, τα ελατήρια των εφελκυόμενων σειρών αντικαθίστανται από ένα ισοδύναμο ελατήριο, δυσκαμψίας $k_{eq,t}$. Επιβάλλοντας για δεδομένο επίπεδο στροφής, ισοδυναμία της συνολικής εφελκυστικής δύναμης, προκύπτει η δυσκαμψία $k_{eq,t}$ αυτού του τελικού εφελκυστικού ελατηρίου, ως εξής:

$$k_{eq,t} = \frac{\sum_{i} k_{eq,i} z_i}{z}$$
(5-64)

όπου $k_{eq,i}$ η δυσκαμψία του ελατηρίου της εφελκυόμενης σειράς i, z_i η απόσταση της εφελκυόμενης σειράς i από το κέντρο θλίψης και z η απόσταση του τελικού εφελκυστικού ελατηρίου από το κέντρο θλίψης, η οποία και αποτελεί τον μοχλοβραχίονα των εφελκυστικών δυνάμεων στον κόμβο. Ο μοχλοβραχίονας z μπορεί να υπολογιστεί, επιβάλλοντας επιπλέον ισοδυναμία της ροπής στον κόμβο, και προκύπτει από την σχέση:

$$z = \frac{\sum_{i}^{i} k_{eq,i} z_{i}^{2}}{\sum_{i}^{i} k_{eq,i} z_{i}}$$
(5-65)

Έτσι, το αρχικό μηχανικό προσομοίωμα καταλήγει στην απλοποιημένη μορφή του σχήματος 5-11, όπου περιλαμβάνονται μόνο δύο ελατήρια, ένα εφελκυόμενο και ένα θλιβόμενο. Η δυσκαμψία αυτού του συστήματος, η οποία και ταυτίζεται με την

αρχική δυσκαμψία του κόμβου $S_{j,ini}$, μπορεί εύκολα να προσδιορισθεί από την σχέση:

$$S_{j,ini} = \frac{z^2}{\frac{1}{k_{eq,c}} + \frac{1}{k_{eq,t}}}$$
(5-66)

Στην περίπτωση κόμβων με γωνιακά, η διαδικασία υπολογισμού που περιγράφηκε ανωτέρω δεν διαφέρει παρά μόνο στον αριθμό των ελατηρίων κάθε σειράς και στον αριθμό των εφελκυόμενων σειρών.

Ο υπολογισμός της αντοχής σε ροπή των κόμβων, με βάση το μηχανικό προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3, μπορεί επίσης να προκύψει αναλυτικά, εφαρμόζοντας ισορροπία των εσωτερικών δυνάμεων του κόμβου στην κατάσταση αστοχίας. Έτσι, η αντοχή σε ροπή δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$M_{j,rd} = \sum_{i} F_i z_i \tag{5-67}$$

όπου F_i η δύναμη στην εφελκυόμενη σειρά *i* κατά την αστοχία. Ο υπολογισμός των δυνάμεων F_i είναι ωστόσο περισσότερο πολύπλοκος, καθώς πρέπει να εξασφαλιστεί ότι δεν προκαλείται υπέρβαση της αντοχής των θλιβόμενων συστατικών μερών και επίσης να λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα συνδυασμένης αστοχίας γειτονικών εφελκυόμενων σειρών κοχλιών.

Η διαδικασία υπολογισμού ξεκινά με την πλέον απομακρυσμένη από το κέντρο θλίψης σειρά κοχλιών και συνεχίζει διαδοχικά με τις υπόλοιπες. Καταρχήν, η εφελκυστική αντοχή $F_{i,r}$ της σειράς i, λαμβάνεται ως η μικρότερη από τις αντοχές των επιμέρους ελατηρίων που συμμετέχουν σε αυτήν. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του κόμβου του σχήματος 5-12 με σύνδεση μετωπικής πλάκας, η δύναμη $F_{1,r}$ της σειράς κοχλιών 1 δίνεται από την σχέση:

$$F_{1,r} = \min\{F_{cwt,1}, F_{cfb,1}, F_{epb,1}\}$$
(5-68)



Σχήμα 5-12. Υπολογισμός της αντοχής με το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3

Στην συνέχεια ελέγχεται η σειρά i, σε συνδυασμό με τις προηγούμενες, πιο απομακρυσμένες από το κέντρο θλίψης σειρές. Η αντοχή συστατικών μερών γειτονικών σειρών κοχλιών, ενδέχεται να είναι μικρότερη, αν θεωρηθεί ότι οι σειρές αυτές αποτελούν ενιαία ομάδα, παρά αν υπολογιστεί από το άθροισμα των αντοχών των μεμονωμένων σειρών. Εφόσον δεν παρεμβάλλονται ενισχύσεις ή το πέλμα της δοκού, η αντοχή $F_{x,i}$ του συστατικού μέρους x της σειράς i, λαμβάνοντας υπόψη την συνδυασμένη αντοχή ως τμήμα ομάδας με τις προηγούμενες σειρές, προκύπτει ως εξής:

$$F_{x,i} = min \begin{cases} F_{x,(i)} \\ F_{x,(i)+(i-1)} - F_{i-1} \\ F_{x,(i)+(i-1)+(i-2)} - F_{i-1} - F_{i-2} \\ \dots \end{cases}$$
(5-69)

όπου $F_{x,(i)}$ η αντοχή του μεμονωμένου συστατικού μέρους, ενώ όροι $F_{x,(i)+(i-1)}$ και $F_{x,(i)+(i-1)+(i-2)}$ αντιστοιχούν στην αντοχή του συστατικού μέρους x σε ομάδα των σειρών i, i-1 και i, i-1, i-2 αντίστοιχα. Οι όροι F_{i-1} και F_{i-2} αντιστοιχούν στην τελική αντοχή των σειρών κοχλιών i-1 και i-2 αντίστοιχα, οι οποίες έχουν υπολογιστεί σε προηγούμενα βήματα της διαδικασίας. Για παράδειγμα, η εφελκυστική αντοχή $F_{2,r}$, της δεύτερης σειράς κοχλιών του κόμβου του σχήματος 5-12, προκύπτει ως εξής:

$$F_{2,r} = min \begin{cases} F_{cwt,2} \\ F_{cwt,(2)+(1)} - F_1 \\ F_{cfb,2} \\ F_{cfb,(2)+(1)} - F_1 \\ F_{epb,2} \\ F_{bwt,2} \end{cases}$$
(5-70)

Σημειώνεται ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα, το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb) δεν μπορεί να συμμετέχει σε ομάδα με την προηγούμενη σειρά κοχλίωσης, καθώς παρεμβάλλεται το πέλμα της δοκού.

Τέλος, για τον υπολογισμό της τελικής δύναμης F_i της σειράς κοχλιών i, ελέγχεται η συνολική εφελκυστική δύναμη όλων των προηγούμενων σειρών και της τρέχουσας, ώστε να μην υπερβαίνει την αντοχή των θλιβόμενων συστατικών μερών, και κατά συνέπεια παραβιάζεται η ισορροπία δυνάμεων στον κόμβο. Σε περίπτωση υπέρβασης, περιορίζεται η δύναμη F_{ir} , που αντιστοιχεί στην εφελκυστική αντοχή

της σειράς *i*, ώστε να ισχύει ισορροπία εφελκυστικών και θλιπτικών δυνάμεων, και η διαδικασία διακόπτεται για τις τυχόν υπόλοιπες σειρές κοχλιών:

$$F_{i} = min \begin{cases} F_{i,r} \\ F_{c,r} - (F_{i-1} + F_{i-2} + \dots + F_{1}) \end{cases}$$
(5-71)

όπου $F_{c,r}$ η αντοχή της θλιβόμενης σειράς, η οποία αντιστοιχεί στην μικρότερη τιμή αντοχής των ελατηρίων που την αποτελούν. Στην περίπτωση κόμβων με μετωπική πλάκα η $F_{c,r}$ δίνεται από την σχέση:

$$F_{c,r} = min \begin{cases} F_{cws} \\ F_{cwc} \\ F_{bfwc} \end{cases}$$
(5-72)

Στην περίπτωση κόμβων με γωνιακό άνω και κάτω πέλματος, ο υπολογισμός της αντοχής δεν διαφέρει ουσιαστικά από την ακολουθία βημάτων που περιγράφηκε ανωτέρω παρά μόνο στο είδος και τον αριθμό των ελατηρίων που συμμετέχουν στο προσομοίωμα. Ωστόσο, επειδή υπάρχει μόνο μία εφελκυόμενη σειρά κοχλιών, η ομαδοποίηση με γειτονικές σειρές δεν έχει νόημα, και επομένως η διαδικασία των υπολογισμών απλοποιείται σημαντικά.

5.5 Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων

Η τρίτη επιλογή για την εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής κόμβων δοκούυποστυλώματος είναι η προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία. Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η δυνατότητα προσομοίωσης πολύπλοκων γεωμετριών και αντιμετώπισης των πολλαπλών μη γραμμικοτήτων, που συνοδεύουν την απόκριση των κόμβων. Ωστόσο, δεν προσφέρεται για υλοποίηση σε καθημερινές εφαρμογές σχεδιασμού και ανάλυσης κόμβων, καθώς προϋποθέτει εξειδικευμένο λογισμικό, είναι χρονοβόρος και δαπανηρή σε ανθρώπινους και υπολογιστικούς πόρους, και η αξιοπιστία της εξαρτάται από πλήθος παραμέτρων σχετιζόμενων περισσότερο με τις τεχνικές ιδιαιτερότητες της μεθόδου και λιγότερο με το φυσικό πρόβλημα. Η χρησιμότητα της μεθόδου επομένως, αναδεικνύεται περισσότερο στην ερευνητική διερεύνηση της συμπεριφοράς των κόμβων και ως εναλλακτική ή συμπληρωματική επιλογή της πειραματικής έρευνας.

Στην βιβλιογραφία, η εφαρμογή της τρισδιάστατης προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία είναι διαδεδομένη. Η πρώτη εφαρμογή τρισδιάστατων στοιχείων εμφανίστηκε στην δημοσίευση των Krishnamurthy και Graddy (1976) και αφορούσε

κοχλιωτές συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Χρησιμοποιήθηκαν οκτακομβικά ισοπαραμετρικά στοιχεία, με επιπλέον βαθμούς ελευθερίας για την βελτίωση της διατμητικής απόκρισης. Στην θέση του υποστυλώματος θεωρήθηκε άκαμπτη συνοριακή συνθήκη, ενώ ο προσδιορισμός των φαινομένων επαφής στην μετωπική πλάκα, βασίστηκε σε μια προσαρμοσμένη για το συγκεκριμένο πρόβλημα επαναληπτική διαδικασία. Οι αναλύσεις επικεντρώθηκαν στην ελαστική απόκριση. Οι συγγραφείς προχώρησαν σε στατιστική συσχέτιση χαρακτηριστικών μεγεθών της απόκρισης μεταξύ τρισδιάστατων και διδιάστατων προσομοιωμάτων, προτείνοντας κατάλληλους διορθωτικούς συντελεστές. Ένα ποιοτικό συμπέρασμα που προκύπτει από την συσχέτιση είναι ότι το διδιάστατο προσομοίωμα παρουσιάζει πιο δύσκαμπτη συμπεριφορά, σε σχέση με το αντίστοιχο τρισδιάστατο.

Οι Kukreti et al. (1987), εφάρμοσαν μία ανάλογη διαδικασία για συνδέσεις με ισόσταθμη μετωπική πλάκα. Τα τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα ίδια με των Krishnamurthy και Graddy (1976), και εφαρμόσθηκαν για την διακριτοποίηση των κοχλιών, της μετωπικής πλάκας και των πελμάτων της δοκού. Ο κορμός της δοκού προσομοιώθηκε με στοιχεία επίπεδης έντασης, ενώ το υποστύλωμα δεν προσομοιώθηκε. Για τους κογλίες χρησιμοποιήθηκε διγραμμικός νόμος υλικού, με κράτυνση στην πλαστική περιοχή. Για τα υπόλοιπα μέρη γρησιμοποιήθηκε ελαστικό-ιδεατώς πλαστικό υλικό. Το προσομοίωμα ελέγχθηκε με 8 πειραματικές δοκιμές. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι εξαιτίας του νόμου υλικού, η δυνατότητα προσομοίωσης περιορίζεται στο αρχικό στάδιο της απόκρισης, μέχρι την έναρξη της πλαστικοποίησης. Η αρχική δυσκαμψία προσδιορίζεται με αποδεκτή ακρίβεια. Όμοια με τους Krishnamurthy και Graddy (1976), οι Kukreti et al. (1987) συσχέτισαν την απόκριση μεταξύ του τρισδιάστατου και ενός διδιάστατου προσομοιώματος, προτείνοντας διορθωτικούς συντελεστές για διάφορα επίπεδα φόρτισης. Και σε αυτήν την περίπτωση, επιβεβαιώνεται η πιο δύσκαμπτη απόκριση του διδιάστατου προσομοιώματος.

Οι Gebbeken et al. (1994), πρότειναν ένα απλοποιημένο προσομοίωμα, με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, για κόμβους με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Μόνο η εφελκυόμενη ζώνη ενσωματώθηκε στο προσομοίωμα και θεωρήθηκε ότι το άνω πέλμα της δοκού συνιστά επίπεδο συμμετρίας, μεταξύ των δύο εφελκυόμενων σειρών κοχλιών. Επίσης, θεωρήθηκε ότι είτε το πέλμα του υποστυλώματος ή η μετωπική πλάκα είναι άκαμπτη, και επομένως μόνο ένα από τα δύο συμμετέχει στο προσομοίωμα. Οι κοχλίες προσομοιώθηκαν με τετράγωνη διατομή, και θεωρήθηκε ότι η κεφαλή τους είναι προσαρτημένη στην μετωπική πλάκα (ή στο πέλμα του υποστυλώματος). Προσομοιώθηκε επίσης, η μη γραμμικότητα υλικού, κράτυνση πλαστική με στην περιογή, αλλά πραγματοποιήθηκαν και αναλύσεις με ελαστικό-ιδεατώς πλαστικό νόμο υλικού. Παρά το αραιό δίκτυο, το προσομοίωμα είναι σε θέση να εκτιμήσει με αποδεκτό τρόπο την καμπύλη ροπής-στροφής, σε δύο περιπτώσεις πειραματικών κόμβων που παρουσιάζονται.

Οι Choi και Chung (1996), επιχείρησαν προσομοίωση κόμβου με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, χρησιμοποιώντας τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, τόσο για τους κοχλίες όσο και για τα υπόλοιπα μέρη της σύνδεσης. Για τον σκοπό αυτόν, ανέπτυξαν ένα νέο εξαπλευρικό στοιχείο, με μη συμβατές μορφές παραμόρφωσης, και με μεταβλητό αριθμό κόμβων (από 8 ως 27), το οποίο διευκόλυνε την κατασκευή πλεγμάτων με μεγάλη ανομοιομορφία στην πυκνότητα. Η επαφή μεταξύ πέλματος υποστυλώματος και μετωπικής πλάκας προσομοιώθηκε με ειδικά στοιχεία διακένου, τα οποία επίσης αναπτύχθηκαν από τους συγγραφείς. Η μη γραμμικότητα υλικού συμπεριλήφθηκε στην ανάλυση, όμως μόνο για τους κοχλίες προσομοιώθηκε η κράτυνση στην πλαστική περιοχή. Η αξιολόγηση του προσομοιώματος, πραγματοποιήθηκε με σύγκριση με ένα πειραματικό αποτέλεσμα, επιτυγχάνοντας ικανοποιητική σύγκλιση.

Οι Bose et al (1997), προσομοίωσαν κόμβους με ισόσταθμη μετωπική πλάκα, χρησιμοποιώντας ισοπαραμετρικά τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, 16 κόμβων για το υποστύλωμα, την μετωπική πλάκα και την δοκό, και στοιχεία δοκού για τους κοχλίες. Τα φαινόμενα επαφής μεταξύ μετωπικής πλάκας και υποστυλώματος προσομοιώθηκαν μέσω γραμμικών στοιχείων διακένου. Στους νόμους υλικού συμπεριλήφθηκε η μη γραμμική συμπεριφορά του χάλυβα, με κράτυνση στην πλαστική περιοχή. Η αξιοπιστία της προσομοίωσης διασταυρώθηκε με 6 πειραματικά αποτελέσματα.

Οι Bursi και Jaspart (1997β και 1998), δημοσίευσαν τα αποτελέσματα προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία, δύο κόμβων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών. Οι κοχλίες προσομοιώθηκαν με στοιχεία δοκού, ενώ τα υπόλοιπα μέρη με οκτακομβικά τρισδιάστατα στοιχεία. Τα φαινόμενα επαφής προσομοιώθηκαν με επιφανειακά στοιχεία επαφής, ενώ συνεκτιμήθηκε η μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας. Οι συγγραφείς διερεύνησαν την επίδραση στην αξιοπιστία του προσομοιώματος των διαμορφώσεων του οκτακομβικού στοιχεία με μη συμβατές μορφές παραμόρφωσης και μειωμένη ολοκλήρωση. Τα στοιχεία με μη συμβατές μορφές αποδείχθηκαν τα πλέον αποτελεσματικά. Επίσης, διερευνήθηκε η επίδραση του συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών, και αποδείχθηκε ότι η ευαισθησία του προσομοιώματος είναι μικρή.

Οι Wanzek και Gebbeken (1999), διερεύνησαν τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στην προσομοίωση με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία κόμβων με μετωπική πλάκα. Η επίδραση του συντελεστή τριβής, της δυσκαμψίας των κοχλιών, της προέντασης των κοχλιών, της πυκνότητας δικτύου, των παραμενουσών τάσεων και των αρχικών ατελειών αξιολογήθηκε στην απλούστερη περίπτωση σύνδεσης βραχέος ταυ, οδηγώντας σε συμπεράσματα για την κατάλληλη αντιμετώπιση των χαρακτηριστικών αυτών, στην περίπτωση κόμβων με μετωπική πλάκα. Οι συγγραφείς, για μία περίπτωση πειραματικής δοκιμής σύνδεσης προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας, κατασκεύασαν ένα τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, με το οποίο διερεύνησαν επιπλέον την επίδραση του τρόπου επιβολής φορτίου στην δοκό (μέσω διατμητικής δύναμης ή μέσω ροπής). Καταλήγουν στο συμπέρασμα, ότι η απόκλιση μεταξύ των δύο είναι ασήμαντη, εφόσον οι διατμητικές τάσεις είναι μικρές, σε σχέση με τις ορθές, και εφόσον ενδιαφέρει μόνο η στροφή της σύνδεσης και όχι της δοκού.

Οι Kishi et al. (2001), ανέπτυξαν τέσσερα τρισδιάστατα προσομοιώματα, για κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, κλιμακώνοντας σε κάθε ένα την πυκνότητα δικτύου, την προσομοίωση των κοχλιών και την προσομοίωση των φαινομένων επαφής. Στο πλέον σύνθετο προσομοίωμα, συμπεριλήφθηκαν όλα τα ανεξάρτητα μέρη του πραγματικού κόμβου, ως διακριτά τμήματα, και η μεταξύ τους αλληλεπίδραση προσομοιώθηκε με επιφανειακά στοιχεία επαφής. Χρησιμοποιήθηκε για όλα τα μέρη το κοινό ισοπαραμετρικό τρισδιάστατο οκτακομβικό στοιχείο. Τα υλικά προσομοιώθηκαν με διγραμμικό νόμο, με κράτυνση στην πλαστική περιοχή. Χρησιμοποιώντας το πλέον σύνθετο είναι πολύ καλή.

Οι Ahmed et al. (2001), δημοσίευσαν μία επέκταση του προαναφερθέντος προσομοιώματος των Kishi et al. (2001), για κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Η αποτελεσματικότητά του, εμφανίζεται ικανοποιητική σε σύγκριση με δύο πειραματικές δοκιμές. Οι συγγραφείς διεξήγαγαν επίσης μια παραμετρική έρευνα, για την επίδραση που έχουν χαρακτηριστικές παράμετροι του κόμβου, στο μέγεθος των δυνάμεων επαφής στο άνω γωνιακό. Οι παράμετροι που εξετάσθηκαν είναι η δύναμη προέντασης των κοχλιών, η διάμετρος τους, η απόσταση τους από το πέλμα της δοκού και το υλικό του γωνιακού και του κοχλία. Οι συγγραφείς επιβεβαιώνουν το συμπέρασμα, ότι ισχυρότεροι κοχλίες ή ασθενέστερο άνω γωνιακό οδηγούν σε αύξηση της δύναμης επαφής. Το ίδιο παρατηρείται και με την αύξηση της απόστασης των κοχλιών από το άνω πέλμα της δοκού, ενώ αντίθετα η επίδραση της προέντασης των κοχλιών δεν είναι σημαντική.

Οι Citipitioglu et al. (2002), προσομοίωσαν με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία 17 πειραματικούς κόμβους, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, και 2 πειραματικούς κόμβους, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Για όλα τα μέρη της σύνδεσης χρησιμοποιήθηκαν ισοπαραμετρικά οκτακομβικά στοιχεία με μη συμβατές μορφές παραμόρφωσης. Τα φαινόμενα επαφής προσομοιώθηκαν με επιφανειακά στοιχεία επαφής. Νόμοι υλικού με κράτυνση στην πλαστική περιοχή ενσωματώθηκαν στο προσομοίωμα, εκτός από τους κοχλίες, οι οποίοι για λόγους αριθμητικής ευστάθειας θεωρήθηκαν ελαστικοί. Η σύγκλιση του προσομοιώματος με τα πειραματικά δεδομένα δεν είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική, με μεγαλύτερες αποκλίσεις στην πλαστική περιοχή της απόκρισης. Οι συγγραφείς διερεύνησαν παραμετρικά την επίδραση στην απόκριση, του συντελεστή τριβής μεταξύ των επιφανειών και της δύναμης προέντασης των κοχλιών. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι επίδραση των εν λόγω χαρακτηριστικών είναι σημαντική, ιδιαίτερα στην πλαστική περιοχή.

Οι Komuro et al. (2004), παρουσίασαν ένα τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, για κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με ή χωρίς διπλό γωνιακό κορμού. Όλα τα διακριτά μέρη των πραγματικών κόμβων προσομοιώθηκαν ως διακριτά σώματα, χρησιμοποιώντας οκτακομβικά τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Για την μεταξύ τους αλληλεπίδραση, εφαρμόσθηκαν επιφανειακά στοιχεία επαφής, ενώ για τα υλικά υιοθετήθηκαν πολυγραμμικοί νόμοι. Το προσομοίωμα χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση τριών πειραματικών κόμβων: δύο με διπλό γωνιακό κορμού και ενός χωρίς. Η σύγκλιση του προσομοιώματος προς την πειραματική συμπεριφορά είναι πολύ καλή. Οι συγγραφείς προχώρησαν σε λεπτομερή παρουσίαση και αξιολόγηση της συμπεριφοράς των αριθμητικών προσομοιωμάτων.

Οι Maggi et al. (2005), κατασκεύασαν τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων για κόμβους με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Για όλα τα μέρη του κόμβου χρησιμοποιήθηκαν τρισδιάστατα, οκτακομβικά, ισοπαραμετρικά στοιχεία, με μη συμβατές μορφές παραμόρφωσης. Ο κορμός του υποστυλώματος δεν ενσωματώθηκε στο προσομοίωμα, καθώς λόγω των ενισχύσεων που διέθετε, θεωρήθηκε άκαμπτος. Το πέλμα ωστόσο, συμπεριλήφθηκε στο προσομοίωμα, επιβάλλοντας δεσμεύσεις στις θέσεις που καταλήγουν οι ενισχύσεις καθώς και ο κορμός. Τα φαινόμενα επαφής προσομοιώθηκαν με επιφανειακά στοιγεία επαφής. Χρησιμοποιήθηκαν πολύγραμμικοί νόμοι υλικού, όμως στο κείμενο αναφέρονται μόνο τα όρια διαρροής και θραύσης. Το προτεινόμενο προσομοίωμα αξιοποιήθηκε για την ανάλυση έξι περιπτώσεων πειραματικών κόμβων. Από τα αποτελέσματα, σε μία περίπτωση που αναφέρεται στο κείμενο, προκύπτει ότι το αριθμητικό προσομοίωμα υπερεκτιμά την αρχική δυσκαμψία, γεγονός που οι συγγραφείς αποδίδουν, μεταξύ άλλων, στην αναξιόπιστη εφαρμογή της προέντασης στις πειραματικές δοκιμές. Η σύγκλιση στην πλαστική περιοχή είναι ικανοποιητική. Οι συγγραφείς διερεύνησαν χαρακτηριστικά γνωρίσματα της απόκρισης, όπως η μορφή παραμόρφωσης της μετωπικής πλάκας, η κατανομή της εφελκυστικής δύναμης στους κοχλίες καθώς και η δυνατότητα περιγραφής της συμπεριφοράς της εφελκυόμενης ζώνης με ισοδύναμα βραχέα ταυ. Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουν είναι ότι η εφαρμογή ισοδύναμων βραχέων ταυ, οδηγεί σε καλά αποτελέσματα για τον πρώτο και τρίτο μηχανισμό αστοχίας και λιγότερο για τον δεύτερο, όπου η αλληλεπίδραση μεταξύ κοχλιών και πλάκας είναι περισσότερο έντονη.

5.6 Απόκριση μεμονωμένων συστατικών μερών

5.6.1 Γενικά

Η μέθοδος των συστατικών μερών αποτελεί την επικρατούσα μέθοδο εκτίμησης των χαρακτηριστικών της στροφικής απόκρισης των κόμβων, για τις ανάγκες σχεδιασμού των κατασκευών, μετά και την ενσωμάτωση της στο κείμενο του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Η ίδια μέθοδος υιοθετήθηκε και στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, για την ανάπτυξη προσομοιώματος υπολογισμού της στροφικής απόκρισης κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, το οποίο παρουσιάζεται σε επόμενο κεφάλαιο. Όπως προαναφέρθηκε, η εφαρμογή της μεθόδου απαιτεί μετά την ταυτοποίηση των συστατικών μερών, που καθορίζουν την συμπεριφορά συνολικά του κόμβου, τον υπολογισμό της απόκρισης καθενός από αυτά. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται οι διαθέσιμες, για τον σκοπό αυτόν, μέθοδοι στην βιβλιογραφία.

5.6.2 Συστατικά μέρη εφελκυόμενης ζώνης σύνδεσης

Στα συστατικά μέρη της εφελκυόμενη ζώνης σύνδεσης μετωπικής πλάκας, περιλαμβάνονται το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη, η μετωπική πλάκα σε κάμψη και οι κοχλίες σε εφελκυσμό. Στην περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά, τα αντίστοιχα συστατικά μέρη είναι το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη, το γωνιακό σε κάμψη και οι κοχλίες σε εφελκυσμό. Η απόκριση των συγκεκριμένων συστατικών μερών θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε εκείνη ισοδύναμων βραχέων ταυ. Η συμπεριφορά του μεμονωμένου βραχέος ταυ εξετάσθηκε στο πρώτο μέρος της διατριβής. Εδώ αναφέρονται οι μεθοδολογίες προσδιορισμού της ισοδυναμίας μεταξύ των συστατικών μερών της εφελκυόμενης ζώνης και του βραχέος ταυ. Οι εργασίες των Zoetemeijer (1974), Packer και Morris (1977) και Mann και Morris (1979) που περιγράφονται στην συνέχεια, μπορεί να θεωρηθεί ότι συνιστούν θεμελιώδεις συνεισφορές στο εν λόγω αντικείμενο.

Ο Zoetemeijer (1974) εφάρμοσε οριακή ανάλυση για τον προσδιορισμό της αντοχής της εφελκυόμενης ζώνης συνδέσεων με μετωπική πλάκα και με βραχέα ταυ. Για τον σκοπό αυτόν, έλαβε υπόψη μηχανισμούς κατάρρευσης, εφαρμόζοντας την θεωρία των γραμμών διαρροής για τα ελάσματα, και συνεκτιμώντας την πιθανή αστοχία των κοχλιών. Ο συγγραφέας προτείνει την προσομοίωση της εφελκυόμενης ζώνης με ισοδύναμα βραχέα ταυ. Η αντοχή του βραχέος ταυ προκύπτει επίσης με οριακή ανάλυση, θεωρώντας το πέλμα του ως γραμμική δοκό Bernoulli, καταλήγοντας σε τρεις πιθανούς μηχανισμούς αστοχίας. Η ισοδυναμία μεταξύ της αντοχής που προκύπτει με βάση την θεωρία γραμμών διαρροής και του γραμμικού διαρροής και του χραμμικού διαρροής και του τελευταίου. Το πεδίο εφαρμογής της θεωρίας των γραμμών διαρροής
πάντως, είναι οι επιφανειακοί φορείς, των οποίων το πάχος μπορεί να θεωρηθεί πολύ μικρό, σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις τους. Σε αντίθετη περίπτωση, αν η μετωπική πλάκα ή το πέλμα του υποστυλώματος δεν μπορούν να θεωρηθούν λεπτά, εμφανίζονται περισσότερο γενικευμένες περιοχές διαρροής και όχι σαφώς ορισμένες γραμμές.

Οι Packer και Morris (1977), εφάρμοσαν την ίδια διαδικασία, προτείνοντας μηχανισμούς κατάρρευσης με βάση την θεωρία των γραμμών διαρροής για το πέλμα του υποστυλώματος, συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Σε ορισμένους μηχανισμούς κατάρρευσης οι συγγραφείς υιοθέτησαν καμπύλες γραμμές διαρροής. Η αστοχία των κοχλιών καθώς και η ύπαρξη εγκάρσιων ενισχύσεων στο πέλμα, ελήφθησαν επίσης υπόψη προτείνοντας ανάλογους μηχανισμούς κατάρρευσης. Για την μετωπική πλάκα δεν αναφέρονται ειδικοί μηχανισμοί κατάρρευσης, αλλά προτείνεται η προσομοίωση της με βραχύ ταυ και επιλογή του πάχους της, ώστε να μην εμφανιστεί πλήρης πλαστικοποίηση στην πλάκα, χωρίς συμμετοχή των κοχλιών.

Οι Mann και Morris (1979), πρότειναν μια διαδικασία σχεδιασμού κόμβων, με συνδέσεις προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας, αξιοποιώντας διαθέσιμες μεθόδους και πειραματική εμπειρία από την βιβλιογραφία. Για τα εφελκυόμενα συστατικά μέρη της σύνδεσης προτείνουν τον σχεδιασμό σύμφωνα με τα συμπεράσματα των Packer και Morris (1977), λαμβάνοντας υπόψη τους πλέον πιθανούς μηχανισμούς γραμμών διαρροής, για το πέλμα του υποστυλώματος, και την θεώρηση βραχέος ταυ για την μετωπική πλάκα. Για τον σχεδιασμό των κοχλιών, προτείνουν την ισοκατανομή της εφελκυστικής δύναμης, που μεταφέρεται από το άνω πέλμα της δοκού, στους τέσσερις κοχλίες της εφελκυόμενης ζώνης (δύο άνω του πέλματος της δοκού και δύο κάτω). Επίσης, προτείνουν επαύξηση κατά 33% του φορτίου σε κάθε κοχλία, λόγω των φαινομένων επαφής.

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), η ισοδυναμία μεταξύ των συστατικών μερών της εφελκυόμενης ζώνης και του βραχέος ταυ, βασίζεται επίσης στην αντοχή που προκύπτει με οριακή ανάλυση και την θεωρία γραμμών διαρροής, για διάφορες περιπτώσεις μηχανισμών κατάρρευσης, με ή χωρίς την συμμετοχή των κοχλιών. Στο σχήμα 5-13 φαίνεται η τοποθέτηση και ο προσανατολισμός των βραχέων ταυ, για την περίπτωση συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα και με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο προσανατολισμός του βραχέος ταυ, για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, στο προεκτεινόμενο τμήμα αυτής, είναι κατακόρυφος (δηλαδή ο κορμός του βραχέος ταυ είναι εγκάρσια τοποθετημένος με τον κορμό του υποστυλώματος, και ταυτίζεται με το άνω πέλμα της δοκού). Το ίδιο συμβαίνει και για το γωνιακό άνω πέλματος. Αντίθετα, για το πέλμα του υποστυλώματος και την μετωπική πλάκα, μεταξύ των πελμάτων της δοκού, ο προσανατολισμός είναι οριζόντιος. Ο προσανατολισμός καθορίζει τις γεωμετρικές παραμέτρους *m* και *n* των ισοδύναμων βραχέων ταυ κάθε συστατικό μέρους.



Σχήμα 5-13. Διάταξη ισοδύναμων βραχέων ταυ σε κόμβο με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα (α) και γωνιακά άνω και κάτω πέλματος (β)

Στον πίνακα 5-1, παρατίθενται τα ισοδύναμα πλάτη βραχέων ταυ, για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, για διάφορες περιπτώσεις τοποθέτησης των σειρών κοχλίωσης. Οι συμβολισμοί *m*, *e*, *e*₁ και *p* του πίνακα 5-1 αντιστοιχούν στα γεωμετρικά μεγέθη που εμφανίζονται στο σχήμα 5-13. Οι μηχανισμοί κατάρρευσης σε κάθε περίπτωση διακρίνονται σε εκείνους που

περιλαμβάνουν κυκλική μορφή των γραμμών διαρροής και σε εκείνους που δεν περιλαμβάνουν κυκλική μορφή. Το ισοδύναμο πλάτος b_{eff} του βραχέος ταυ λαμβάνεται, για τον πρώτο μηχανισμό αστοχίας, από την μικρότερη τιμή των κυκλικών και μη κυκλικών μορφών, ενώ για τον δεύτερο μηχανισμό αστοχίας από την τιμή των μη κυκλικών μορφών μόνο:

$$1^{o_{\varsigma}}$$
 μηχανισμός αστοχίας: $b_{eff} = min \begin{cases} b_{eff,cp} \\ b_{eff,nc} \end{cases}$ (5-73)

$$2^{o_{\varsigma}}$$
μηχανισμός αστοχίας: $b_{eff} = b_{eff,nc}$ (5-74)

Πίνακας 5-1. Ισοδύναμο πλάτος βραχέος ταυ για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη

Θέση σειράς κοχλίωσης	Μηχανισμοί αστοχίας με κυκλικές γραμμές διαρροής	Μηχανισμοί αστοχίας με μη κυκλικές γραμμές διαρροής	
Σειρά κοχλίωσης θεωρούμενη μεμονωμένα			
Εσωτερική σειρά	$b_{eff,cp} = 2\pi m$	$b_{eff,nc} = 4m + 1,25e$	
Ακραία σειρά (άκρο υποστυλώματος)	$b_{eff,cp} = min \begin{cases} 2\pi m \\ \pi m + 2e_1 \end{cases}$	$b_{eff,nc} = min \begin{cases} 4m+1,25e\\ 2m+0,625e+e_1 \end{cases}$	
Σειρά κοχλίωσης πλησίον εγκάρσιας ενίσχυσης	$b_{eff,cp} = 2\pi m$	$b_{eff,nc} = am$	
Ακραία σειρά (άκρο υποστυλώματος) και πλησίον εγκάρσιας ενίσχυσης	$b_{eff,cp} = min \begin{cases} 2\pi m \\ \pi m + 2e_1 \end{cases}$	$b_{eff,nc} = e_1 + \alpha m - (2m + 0,625e)$	
Σειρά κοχλίωσης θεωρούμενη ως μέλος ομάδας			
Εσωτερική σειρά ομάδας	$b_{eff,cp} = 2p$	$b_{eff,nc} = p$	
Ακραία σειρά ομάδας	$b_{eff,cp} = min \begin{cases} \pi m + p \\ 2e_1 + p \end{cases}$	$b_{eff,nc} = min \begin{cases} 2m + 0,625e + 0,5p \\ e_1 + 0,5p \end{cases}$	
Σειρά κοχλίωσης πλησίον εγκάρσιας ενίσχυσης	$b_{eff,cp} = \pi m + p$	$b_{eff,nc} = 0,5p + \alpha m - (2m + 0,625e)$	
Ακραία σειρά (άκρο υποστυλώματος) και πλησίον εγκάρσιας ενίσχυσης	Δεν εφαρμόζεται λόγω της εγκάρσιας ενίσχυσης	Δεν εφαρμόζεται λόγω της εγκάρσιας ενίσχυσης	

Για κάθε σειρά κοχλίωσης, αναφέρονται μηχανισμοί κατάρρευσης που αφορούν την σειρά μεμονωμένα ή ως μέλος ομάδας, καθώς η αντοχή γειτονικών σειρών κοχλίωσης μπορεί να είναι μικρότερη, αν θεωρηθεί ότι αυτές συμμετέχουν ως ομάδα σε κοινό μηχανισμό κατάρρευσης, παρά αν θεωρηθεί ως το άθροισμα των αντοχών μηχανισμών κατάρρευσης, ανεξάρτητα για κάθε σειρά. Στο σχήμα 5-14 φαίνονται οι μορφές των γραμμών διαρροής των μηχανισμών κατάρρευσης εσωτερικών σειρών κοχλίωσης, μεμονωμένων ή ως ομάδα.



Σχήμα 5-14. Μηχανισμοί κατάρρευσης εσωτερικών σειρών κοχλίωσης πέλματος υποστυλώματος

Στον πίνακα 5-2, παρατίθενται τα ισοδύναμα πλάτη βραχέων ταυ, για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, για διάφορες περιπτώσεις τοποθέτησης των σειρών κοχλίωσης. Οι συμβολισμοί m, m_x , e, e_x , e_1 , p, w και b_p του πίνακα 5-2 αντιστοιχούν στα γεωμετρικά μεγέθη που εμφανίζονται στο σχήμα 5-13. Για τον προσδιορισμό του ισοδύναμου πλάτους b_{eff} , εφαρμόζονται και εδώ οι σχέσεις 5-73 και 5-74.

Στην περίπτωση της πρώτης σειράς κοχλίωσης, κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού, υπεισέρχεται στους υπολογισμούς ένας συντελεστής *a*. Ο ίδιος συντελεστής υπεισέρχεται και στην περίπτωση σειράς κοχλίωσης πλησίον εγκάρσιας ενίσχυσης, για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, στον πίνακα 5-1. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5-15, για την περίπτωση της μετωπικής πλάκας, ο μηχανισμός κατάρρευσης για την συγκεκριμένη σειρά κοχλίωσης, μπορεί να συνοδεύεται από μία ειδική, μη συμμετρική μορφή των γραμμών διαρροής, λόγω της ύπαρξης δύο κάθετων μεταξύ τους, εγκάρσιων ενισχύσεων πλησίον της κοχλίωσης (του κορμού και του πέλματος της δοκού).



Σχήμα 5-15. Μηχανισμός κατάρρευσης με μη κυκλικές γραμμές διαρροής της πρώτης σειράς κοχλίωσης κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού

Πίνακας 5-2. Ισοδύναμο πλάτος βραχέος ταυ για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη

Θέση σειράς κοχλίωσης	Μηχανισμοί αστοχίας με κυκλικές γραμμές διαρροής	Μηχανισμοί αστοχίας με μη κυκλικές γραμμές διαρροής	
Σειρά κοχλίωσης θεωρούμενη μεμονωμένα			
Σειρά κοχλίωσης στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας	$b_{eff,cp} = min \begin{cases} 2\pi m_x \\ \pi m_x + w \\ \pi m_x + 2e \end{cases}$	$b_{eff,nc} = min \begin{cases} 4m_x + 1,25e_x \\ e + 2m_x + 0,625e_x \\ 0,5b_p \\ 0,5w + 2m_x + 0,625e_x \end{cases}$	
Πρώτη σειρά κοχλίωσης κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού	$b_{eff,cp} = 2\pi m$	$b_{eff,nc} = am$	
Άλλη εσωτερική σειρά	$b_{eff,cp} = 2\pi m$	$b_{eff,nc} = 4m + 1,25e$	
Άλλη ακραία σειρά	$b_{eff,cp} = 2\pi m$	$b_{eff,nc} = 4m + 1,25e$	
Σειρά κοχλίωσης θεωρούμενη ως μέλος ομάδας			
Σειρά κοχλίωσης στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας	Δεν εφαρμόζεται λόγω του πέλματος της δοκού	Δεν εφαρμόζεται λόγω του πέλματος της δοκού	
Πρώτη σειρά κοχλίωσης κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού	$b_{eff,cp} = \pi m + p$	$b_{eff,nc} = 0,5p + \alpha m - (2m + 0,625e)$	
Άλλη εσωτερική σειρά ομάδας	$b_{eff,cp} = 2p$	$b_{eff,nc} = p$	
Άλλη ακραία σειρά ομάδας	$b_{eff,cp} = \pi m + p$	$b_{eff,nc} = 2m + 0,625e + 0,5p$	

Στο σχήμα 5-16 παρουσιάζεται το νομογράφημα για τον υπολογισμό του συντελεστή *a*, που προτείνεται στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Οι καμπύλες για σταθερή τιμή του *a*, συναρτήσει των μεταβλητών λ_1 και λ_2 , προκύπτουν από την επίλυση των ακόλουθων αναλυτικών εκφράσεων (Zoetemeijer 1990, αναφορά από Μπανιωτόπουλος 2004):

$$\lambda_{1} = \lambda_{1}^{*} + \left(1 - \lambda_{1}^{*}\right) \left(\frac{\lambda_{2}^{*} - \lambda_{2}}{\lambda_{2}^{*}}\right)^{\frac{\alpha}{\sqrt{2}}} , \quad \alpha \nu \quad \lambda_{2} < \lambda_{2}^{*}$$
(5-75)

$$\lambda_1 = \lambda_1^*$$
, $\alpha v \ \lambda_2 \ge \lambda_2^*$ (5-76)

όπου

$$\lambda_1^* = \frac{1,25}{\alpha - 2,75} \tag{5-77}$$

$$\lambda_2^* = \frac{\alpha \lambda_1^*}{2} \tag{5-78}$$



Σχήμα 5-16. Νομογράφημα για τον υπολογισμό του συντελεστή *a* του πίνακα 5-1 και 5-2 (πηγή: CEN 2003)

Από την εξίσωση 5-75, προκύπτει ότι η αναλυτική έκφραση του συντελεστή a, συναρτήσει των μεταβλητών λ_1 και λ_2 , είναι πεπλεγμένη για $\lambda_2 < \lambda_2^*$. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι για τον προγραμματισμό της διαδικασίας υπολογισμού του συντελεστή a σε υπολογιστή, απαιτείται η εκτέλεση επαναληπτικής διαδικασίας. Η εξίσωση 5-75, με αντικατάσταση των 5-77 και 5-78, είναι παραγωγίσιμη ως προς a, και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Newton-Raphon για την αριθμητική επίλυση της. Αντίθετα, για την περίπτωση $\lambda_2 \ge \lambda_2^*$, η οποία αντιστοιχεί στον γραμμικό, κατακόρυφο κλάδο των καμπυλών του σχήματος 5-16, ο προσδιορισμός του συντελεστή a από την εξίσωση 5-76, μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα. Σε αυτήν την περίπτωση, το ισοδύναμο πλάτος b_{eff} , που προκύπτει από την σχέση am στους πίνακες 5-1 και 5-2, λαμβάνει την τιμή 4m+1,25e, η οποία εμφανίζεται και στις άλλες σειρές κοχλίωσης, χωρίς δηλαδή την επιρροή των δύο εγκάρσιων ενισχύσεων στην πλάκα.

Για το συστατικό μέρος του γωνιακού σε κάμψη, σε συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) προτείνει το ισοδύναμο πλάτος b_{eff} του βραχέος ταυ, να λαμβάνεται ίσο με το μισό μήκος του γωνιακού. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5-17, σε αυτήν την περίπτωση, ο μηχανισμός κατάρρευσης συνίσταται από ευθείες γραμμές διαρροής, στην περιοχή των κοχλιών και στην περιοχή της κυκλικής συναρμογής, σε άμεση αντιστοιχία με το γραμμικό προσομοίωμα δοκού του βραχέος ταυ. Η εμφάνιση κυκλικών ή άλλων μη κυκλικών μορφών των γραμμών διαρροής δεν λαμβάνεται υπόψη.



Σχήμα 5-17. Μηχανισμός κατάρρευσης για το γωνιακό πέλματος σε κάμψη σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN2003)

Ωστόσο, είναι χαρακτηριστική η αναλογία μεταξύ του καμπτόμενου σκέλους του γωνιακού άνω πέλματος και του προεκτεινόμενου τμήματος της μετωπικής πλάκας. Η χρησιμοποίηση των περιπτώσεων του πίνακα 5-2, που αφορούν το προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας, είναι εύλογη στην προκειμένη περίπτωση, αλλά αποφεύγεται, κυρίως λόγω των περιορισμένων πειραματικών δεδομένων για την συγκεκριμένη διαμόρφωση σύνδεσης στον ευρωπαϊκό χώρο. Οι Faella et al (2000) εντούτοις εφαρμόζουν την συγκεκριμένη μεθοδολογία του πίνακα 5-2, και για το γωνιακό άνω πέλματος.

Ο υπολογισμός του ισοδύναμου πλάτους b_{eff} των βραχέων ταυ των συστατικών μερών της εφελκυόμενης ζώνης της σύνδεσης, σύμφωνα με όσα προηγήθηκαν, βασίζεται στην εξίσωση της αντοχής, μεταξύ των μηχανισμών κατάρρευσης, με γραμμές διαρροής, των καμπτόμενων επιφανειών της σύνδεσης, και της αντοχής του γραμμικού προσομοιώματος δοκού του βραχέος ταυ, το οποίο χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς. Είναι αναμενόμενο, η ισοδυναμία αυτή να μην ισχύει καθολικά σε όλο το εύρος της απόκρισης. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) προτείνεται μία τιμή του ισοδύναμου πλάτους $b_{eff,s}$, για τους υπολογισμούς της αρχικής δυσκαμψίας, ίση με $0,9b_{eff}$, όπου b_{eff} το πλάτος που χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς αντοχής. Οι Faella et al. (2000) προτείνουν αντίθετα, το πλάτος $b_{eff,s}$ για την αρχική δυσκαμψία, να υπολογίζεται από μία κατανομή κατά 90° της δράσης του κοχλία, από τα άκρα της οπής, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-18. Έτσι, η τιμή του $b_{eff,s}$ προκύπτει ως εξής:

$$b_{eff,s} = 2m + d_h \le b \tag{5-79}$$

όπου d_h είναι η διάμετρος της οπής και b το πραγματικό πλάτος ή το πλάτος για υπολογισμούς αντοχής.



Σχήμα 5-18. Ισοδύναμο μήκος b_{eff} για υπολογισμούς δυσκαμψίας κατά Faella et al. (2000)

Όπως αναφέρθηκε στο πρώτο μέρος της διατριβής, η απόκριση των κοχλιών, στην περίπτωση συστατικών μερών που προσομοιώνονται με βραχέα ταυ, είναι εξαρτημένη από την απόκριση του βραχέος ταυ. Έτσι, για τον προσδιορισμό της αντοχής του κόμβου, δεν υπεισέρχονται στο μηχανικό προσομοίωμα συστατικά μέρη των κοχλιών. Το ίδιο μπορεί να θεωρηθεί και για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας, ωστόσο για λόγους απλότητας των αναλυτικών εκφράσεων, η παραμορφωσιμότητα των κοχλιών αποδεσμεύεται από εκείνη του βραχέος ταυ στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), και ενσωματώνεται σε ξεχωριστό συστατικό μέρος.

5.6.3 Φάτνωμα υποστυλώματος σε διάτμηση

Στην περίπτωση μονόπλευρων κόμβων δοκού-υποστυλώματος ή αμφίπλευρων κόμβων, με μη συμμετρικές ροπές στις δοκούς, το φάτνωμα του υποστυλώματος αναπτύσσει διατμητική παραμόρφωση. Για την τυπική περίπτωση αμφίπλευρου κόμβου του σχήματος 5-19, το φάτνωμα του υποστυλώματος καλείται να παραλάβει την διαφορά της ροπής μεταξύ της αριστερής και της δεξιάς συνδεόμενης δοκού:

$$\Delta M = M_{b,r} - M_{b,l} \tag{5-80}$$





Η ροπή ΔM μπορεί να αναλυθεί σε ζεύγος διατμητικών δυνάμεων V_{cp} , στις πλευρές του φατνώματος ως εξής:

$$V_{cp} = \frac{\Delta M}{h_{cp}} \tag{5-81}$$

όπου h_{cp} το ύψος του φατνώματος, το οποίο στην περίπτωση του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) λαμβάνεται ίσο με τον μοχλοβραχίονα z, μεταξύ εφελκυστικών και θλιπτικών δυνάμεων στον κόμβο. Στην περίπτωση συγκολλητών συνδέσεων, το

ύψος h_{cp} ταυτίζεται με την απόσταση μεταξύ των πελμάτων της δοκού. Η ύπαρξη διατμητικών δυνάμεων στο υποστύλωμα, άνω και κάτω του φατνώματος, συνήθως δρα ανακουφιστικά (σχήμα 5-19) και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί της 5-81, η ακόλουθη έκφραση για την V_{cp} :

$$V_{cp} = \frac{\Delta M}{h_{cp}} - \frac{V_{c,u} - V_{c,d}}{2}$$
(5-82)

Ο Klein (1985) και ο Braun (1987) στο πανεπιστήμιο του Innsbruk καθώς και ο Jaspart (1991), στο πανεπιστήμιο της Λιέγης, διερεύνησαν την συμπεριφορά του φατνώματος του υποστυλώματος σε διάτμηση, στα πλαίσια εκπόνησης των διδακτορικών διατριβών τους. Η συνακόλουθη ερευνητική εμπειρία αξιοποιήθηκε στην διατύπωση των διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για το συγκεκριμένο συστατικό μέρος.

Αρχική δυσκαμψία

Υπό την επίδραση της V_{cp} , στο φάτνωμα του υποστυλώματος εμφανίζεται μία μέση διατμητική παραμόρφωση γ , όπως φαίνεται στο σχήμα 5-20, καθώς επίσης και διατμητικές τάσεις τ . Οι Krawinkler et al. (1975), με βάση καταγραφές πειραματικής έρευνας που διεξήγαγαν, αναφέρουν ότι οι ελαστικές διατμητικές τάσεις είναι μεγαλύτερες στο κέντρο του φατνώματος και μειώνονται, ήπια κοντά στην κεντρική περιοχή, αλλά περισσότερο έντονα κοντά στα άκρα. Η συμπεριφορά αυτή δικαιολογεί ως έναν βαθμό, την καθιερωμένη θεώρηση ομοιόμορφης κατανομής της διατμητικής τάσης τ στο φάτνωμα. Με αυτήν την παραδοχή, η διατμητική δύναμη V_{cn} μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$V_{cp} = A_{v,c}\tau \tag{5-83}$$

όπου $A_{\nu,c}$ η διατεμνόμενη διατομή του υποστυλώματος, η οποία κατά προσέγγιση ισούται με την διατομή του κορμού του υποστυλώματος. Σύμφωνα με το μέρος 1-1 του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003 β):

$$A_{v,c} = A_c - 2b_c t_{f,c} + (t_{w,c} + 2r_c) t_{f,c}$$
(5-84)

όπου A_c το εμβαδό της πλήρους διατομής του υποστυλώματος. Η σχέση 5-83 επιτρέπει τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας του φατνώματος, λαμβάνοντας υπόψη τον νόμο Hooke $\tau = G\gamma$:

$$S_{cp} = \frac{V_{cp}}{\gamma} = \frac{A_{\nu,c}\tau}{\gamma} = A_{\nu,c}G$$
(5-85)



Σχήμα 5-20. Διατμητική παραμόρφωση φατνώματος

Η συμβολή των πελμάτων του υποστυλώματος στην δυσκαμψία δεν λαμβάνεται υπόψη με την 5-85. Η παραδοχή αυτή είναι διαδεδομένη στην ελαστική περιοχή, καθώς η καμπτική δυσκαμψία των πελμάτων του υποστυλώματος θεωρείται μικρή. Οι Krawinkler et al. (1975), προτείνουν για την αρχική δυσκαμψία του φατνώματος την ακόλουθη σχέση:

$$S_{cp} = \frac{\Delta M}{\gamma} = \frac{G(h_c - t_{f,c}) t_{w,c} h_b}{1 - \rho}$$
(5-86)

Η δυσκαμψία S_{cp} της σχέσης 5-86 είναι διατυπωμένη ως προς την διαφορά ροπής ΔM στις δοκούς. Προκειμένου να μετασχηματιστεί, ώστε να εκφράζει τις διατμητικές δυνάμεις V_{cp} , στις πλευρές του φατνώματος, πρέπει να διαιρεθεί με το ύψος του φατνώματος h_{cp} (σχέση 5-81). Με τον συντελεστή ρ στην 5-86, ενσωματώνεται η ευνοϊκή συμβολή των διατμητικών δυνάμεων του υποστυλώματος, άνω και κάτω του φατνώματος:

$$\rho = \frac{V_{c,u} - V_{c,l}}{2\Delta M} h_b \tag{5-87}$$

Οι Yee και Melchers (1986), εκφράζουν την αρχική δυσκαμψία ως προς την οριζόντια εκτροπή δ_{cp} (σχήμα 5-20), και όχι ως προς την γωνιακή παραμόρφωση γ του φατνώματος. Η τιμή αυτή της δυσκαμψίας μπορεί να εφαρμοσθεί άμεσα σε ένα μηχανικό προσομοίωμα, με οριζόντιο μετακινησιακό ελατήριο, για το συστατικό μέρος της διάτμησης του φατνώματος. Η έκφραση που προτείνουν είναι η εξής:

$$k_{cws} = \frac{V_{cp}}{\delta_{cp}} = \frac{h_c t_{w,c}}{h_b - t_{f,b}} G$$
(5-88)

Οι Shi et al. (1996) χρησιμοποιούν την σχέση 5-85 ως έχει, για την εκτίμηση της στροφικής απόκρισης του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση, στο μηχανικό προσομοίωμα που προτείνουν.

Για την ενσωμάτωση στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), οι Weynand et al. (1995) χρησιμοποιούν μία τροποποιημένη της 5-85 σχέση, ώστε να αντιστοιχεί στην παραμορφωσιμότητα του οριζόντιου μετακινησιακού ελατηρίου, που χρησιμοποιείται για το συστατικό μέρος του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση. Η οριζόντια εκτροπή του φατνώματος δ_{cp} (σχήμα 5-20), λόγω της μέσης διατμητικής παραμόρφωσης του γ , δίνεται από την σχέση:

$$\delta_{cp} = \gamma z \tag{5-89}$$

Θεωρώντας επιπλέον, τον λόγο Poisson ίσο με 0,3, ισχύει G = 0,38E και τελικά προκύπτει η εξίσωση του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας k_{cws} , του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση:

$$k_{cws} = \frac{V_{cp}}{\beta \delta_{cp}} = \frac{A_{v,c} \gamma G}{\beta \gamma z} = 0,38 \frac{EA_{v,c}}{\beta z}$$
(5-90)

Στην σχέση 5-90 υπεισέρχεται ο συντελεστής β , ο οποίος χρησιμοποιείται από τον 3 (CEN 2003) για Ευρωκώδικα τον επιμερισμό της διατμητικής παραμορφωσιμότητας του φατνώματος στον δεξιό και αριστερό κόμβο μιας αμφίπλευρης διαμόρφωσης, δεδομένου ότι στο μηχανικό προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3, η συνολική συμπεριφορά του φατνώματος διαγωρίζεται σε ένα συστατικό μέρος, για κάθε συνδεόμενη δοκό. Στην περίπτωση μονόπλευρου κόμβου, ο συντελεστής β λαμβάνεται ίσος με 1. Για αμφίπλευρο κόμβο, οι συντελεστές β και β, για τον αριστερό και δεξιό κόμβο αντίστοιχα, προκύπτουν συναρτήσει των ροπών M_{hI} και M_{hr} στις δύο δοκούς ως εξής:

$$\beta_l = \left| 1 - \frac{M_{b,r}}{M_{b,l}} \right| \le 2 \tag{5-91}$$

$$\beta_r = \left| 1 - \frac{M_{b,l}}{M_{b,r}} \right| \le 2 \tag{5-92}$$

Οι Kim και Engelhardt (2002), λαμβάνουν υπόψη εκτός από την διατμητική παραμόρφωση του κορμού και την καμπτική. Προσομοιώνουν το φάτνωμα με δύο ισοδύναμες δοκούς κατά μήκος του υποστυλώματος, συμμετρικά τοποθετημένες

έναντι του κέντρου και πακτωμένες σε αυτό, και με ελαστικές στηρίξεις στο άλλο άκρο τους. Η αρχική δυσκαμψία, ως προς την διαφορά ροπής στις δοκούς ΔM , προκύπτει από την ακόλουθη έκφραση:

$$S_{cp} = \frac{\Delta M}{\gamma} = \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{\left(h_b - t_{f,b}\right)^2}{2(1 - \rho')}$$
(5-93)

όπου S_1 και S_2 είναι η καμπτική και η διατμητική δυσκαμψία αντίστοιχα, της κάθε δοκού, ενώ με τον συντελεστή ρ' ενσωματώνεται η ευνοϊκή συμβολή των διατμητικών δυνάμεων του υποστυλώματος, άνω και κάτω του φατνώματος.

Οι Castro et al. (2005), ανέπτυξαν ένα αναλυτικό προσομοίωμα για την ελαστοπλαστική απόκριση του φατνώματος σε διάτμηση. Για την αρχική δυσκαμψία, ως προς την οριζόντια εκτροπή του φατνώματος δ_{cp} , λαμβάνουν υπόψη την διατμητική και την καμπτική παραμόρφωσή του, υπό την επίδραση των εντατικών μεγεθών της δοκού και της τέμνουσας δύναμης του υποστυλώματος, άνω και κάτω από το φάτνωμα:

$$k_{cws} = \frac{V_{cp}}{\left|\delta_{cp,s}\right| + \left|\delta_{cp,b}\right|}$$
(5-94)

όπου $\delta_{cp,s}$ και $\delta_{cp,b}$ είναι η διατμητική και η καμπτική παραμόρφωση του φατνώματος αντίστοιχα. Για τον υπολογισμό των $\delta_{cp,s}$ και $\delta_{cp,b}$, οι συγγραφείς χρησιμοποιούν ένα γραμμικό προσομοίωμα αμφίπακτης κυλιόμενης δοκού και υπολογίζουν, με την βοήθεια της αρχής των δυνατών έργων, τις παραμορφώσεις που προκαλούνται από τα εσωτερικά εντατικά μεγέθη του φατνώματος.

Αντοχή

Οι Krawinkler et al. (1975), θεωρούν ότι η διαρροή πραγματοποιείται ταυτόχρονα, στο σύνολο του κορμού του υποστυλώματος, που αποτελεί μέρος του φατνώματος. Η παραδοχή αυτή αποτελεί συνήθη πρακτική στην βιβλιογραφία. Η διαφορά ροπής κατά την διαρροή ΔM_{y} , δίνεται από την σχέση:

$$\Delta M_{y} = \tau_{y} \frac{\left(h_{c} - t_{f,c}\right) t_{w,c} h_{b}}{1 - \rho}$$
(5-95)

όπου τ_ν η διατμητική τάση διαρροής.

Οι Yee και Melchers (1986), στο προσομοίωμα υπολογισμού της καμπύλης ροπήςστροφής που προτείνουν, χρησιμοποιούν την ακόλουθη σχέση για την αντοχή του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση:

$$F_{cws} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} t_{w,c} \left(h_c - 2t_{f,c} - 2r_c \right)$$
(5-96)

όπου f_y το όριο διαρροής του κορμού του υποστυλώματος. Οι Shi et al. (1996), χρησιμοποιούν μία παρόμοια σχέση, υιοθετώντας την επιφάνεια διάτμησης υποστυλώματος του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003 β):

$$F_{cws} = \frac{f_{y}}{\sqrt{3}} A_{v,c}$$
(5-97)

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), χρησιμοποιείται μια ελαφρά τροποποιημένη σχέση για την μέγιστη διατμητική δύναμη στο φάτνωμα:

$$F_{cws} = 0.9 \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_{v,c}$$
(5-98)

Ο συντελεστής 0,9 απομειώνει την αντοχή σε διάτμηση, λόγω της αλληλεπίδρασης με την αξονική δύναμη του υποστυλώματος. Μια πιο ακριβής αντιμετώπιση της αλληλεπίδρασης διατμητικής και αξονικής καταπόνησης μπορεί να επιτευχθεί με εφαρμογή του κριτηρίου διαρροής von Mises, θεωρώντας την ορθή τάση σ, λόγω αξονικής δύναμης στο φάτνωμα, μη μηδενική:

$$F_{cws} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_{v,c} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{f_y}\right)^2}$$
(5-99)

Η σχέση 5-98 του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), συγκριτικά με την 5-99 είναι υπέρ της ασφαλείας, εφόσον η ορθή τάση σ δεν υπερβαίνει την τιμή 0,43 f_v .

Οι Castro et al. (2005), λαμβάνουν επίσης υπόψη την αλληλεπίδραση με την αξονική δύναμη N_c του υποστυλώματος, και υπολογίζουν την μέγιστη διατμητική δύναμη στο φάτνωμα ως εξής:

$$F_{cwc} = \frac{1}{1,15} \frac{f_y A_{v,c}}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{N_c}{N_{c,pl}}\right)^2}$$
(5-100)

 $N_{c,pl}$ είναι η αξονική αντοχή του υποστυλώματος. Με τον συντελεστή 1,15, λαμβάνεται υπόψη η μη ομοιόμορφη και ταυτόχρονη εξέλιξη της διαρροής στο σύνολο του φατνώματος.

Μη γραμμική απόκριση

Οι Krawinkler et al. (1975) προτείνουν μια τριγραμμική προσέγγιση της σχέσης δύναμης-μετακίνησης. Πέραν του αρχικού ελαστικού κλάδου, θεωρείται ότι κατά τον πρώτο πλαστικό κλάδο, ο κορμός του υποστυλώματος έχει διαρρεύσει πλήρως, και αγνοείται η συνεισφορά του στην κράτυνση του φατνώματος, ενώ τα πέλματα και ο κορμός του υποστυλώματος, εκτός της περιοχής του φατνώματος, καθώς και ο κορμός της δοκού, συμπεριφέρονται ελαστικά. Με την βοήθεια προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία, προτείνεται η ακόλουθη σχέση, για την εφαπτομενική δυσκαμψία του πρώτου πλαστικού κλάδου:

$$S_{cp,p,1} = \frac{G}{1-\rho} 1,04 b_c t_{c,f}^2$$
(5-101)

όπου b_c το πλάτος του υποστυλώματος. Σημειώνεται ότι η σχέση 5-101 είναι διατυπωμένη ως προς την διαφορά ροπής ΔM στις δοκούς. Η απόκριση του φατνώματος, σύμφωνα με τον πρώτο πλαστικό κλάδο, εφαρμόζεται μέχρι την πλαστικοποίηση των πελμάτων του υποστυλώματος. Οι συγγραφείς, βασιζόμενοι σε αποτελέσματα προσομοιώσεων, θεωρούν ότι το όριο ισχύος της 5-101, καθορίζεται από μια τιμή της μέσης διατμητικής παραμόρφωσης γ του φατνώματος ίσης με:

$$\gamma = 4\gamma_{v} \tag{5-102}$$

όπου γ_y η διατμητική παραμόρφωση κατά την διαρροή, η οποία μπορεί να υπολογισθεί με την βοήθεια των σχέσεων 5-95 και 5-86. Για επιπλέον φόρτιση του φατνώματος, η εφαπτομενική δυσκαμψία θεωρείται ότι προσεγγίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$S_{cp.p,2} = S_{cp} \frac{E_T}{E}$$
(5-103)

όπου E_T το μέτρο κράτυνσης του υλικού, ενώ η αρχική δυσκαμψία S_{cp} , υπολογίζεται από την 5-86. Για την μέγιστη παραμόρφωση κατά την θραύση γ_u , οι συγγραφείς δεν προτείνουν κάποιο όριο.

Οι Yee και Melchers (1986), για την δυσκαμψία του φατνώματος μετά την πλαστικοποίηση, λαμβάνουν υπόψη εκτός της διατμητικής παραμορφωσιμότητας, και την καμπτική. Όπως προαναφέρθηκε, οι συγγραφείς διατυπώνουν την έκφραση της δυσκαμψίας ως προς την οριζόντια εκτροπή δ_{cp}. Η σχέση που προτείνουν είναι:

$$k_{cws,p} = \frac{V_{cp,p}}{\delta_{cp,p}} = \frac{3E_T I_c}{\left(h_b - t_{f,b}\right)^3} + \frac{h_c t_{w,c}}{h_b - t_{f,b}} G_T$$
(5-104)

όπου I_c η ροπή αδράνειας του υποστυλώματος. Για το μέτρο κράτυνσης E_T , οι συγγραφείς προτείνουν μια τυπική τιμή E/50, ενώ για το μέτρο διατμητικής κράτυνσης G_T , την τιμή G/25. Στην σχέση 5-104, ο πρώτος όρος αντιστοιχεί στην καμπτική δυσκαμψία του φατνώματος και ο δεύτερος στην διατμητική δυσκαμψία.

Οι Tschemmernegg και Humer (1988), προτείνουν μία μεθοδολογία υπολογισμού της μη γραμμικής απόκρισης των ελατηρίων διάτμησης φατνώματος, του μηχανικού προσομοιώματος που ανέπτυξαν (βλέπε παρ. 5.4), η οποία βασίζεται σε μια διγραμμική προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς. Για τον προσδιορισμό της μέγιστης δύναμης και παραμόρφωσης, παρουσιάζονται πίνακες, στους οποίους περιλαμβάνονται συνήθεις πρότυπες ευρωπαϊκές διατομές.

Σύμφωνα με τους Kuhlmann και Kühnemund (2000), το συστατικό μέρος του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση, χαρακτηρίζεται από υψηλή πλαστιμότητα. Η απόκριση ενός τέτοιου συστατικού μέρους, σύμφωνα με τους συγγραφείς, συνοδεύεται από αύξοντα πλαστικό κλάδο της σχέσης δύναμης-μετακίνησης και πρακτικά απεριόριστη δυνατότητα παραμόρφωσης, ώστε να μην αποτελεί περιοριστικό παράγοντα της στροφικής ικανότητας του κόμβου.

Οι Kim και Engelhardt (2002), προτείνουν έναν τετραγραμμικό νόμο για την εκτίμηση της καμπύλης $\Delta M - \gamma$. Το πρώτο σημείο της καμπύλης αντιστοιχεί στο τέλος της ελαστικής περιοχής, και συνοδεύεται με την αρχική διαρροή του κορμού του υποστυλώματος. Οι συγγραφείς προτείνουν έναν συντελεστή 0,8-0,9 της μέσης παραμόρφωσης του κορμού, σε σχέση με την μέγιστη παραμόρφωση, κατά την στιγμή της διαρροής. Το επόμενο σημείο της καμπύλης προκύπτει από την πλήρη πλαστικοποίηση συνολικά του κορμού. Πέραν αυτού του σημείου, η συμβολή του κορμού δεν λαμβάνεται υπόψη και θεωρείται ότι η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από την ελαστική απόκριση των πελμάτων. Το πέρας του συγκεκριμένου κλάδου της καμπύλης εμφανίζεται με την πλαστικοποίηση των πελμάτων. Κατά τον τελευταίο κλάδο της καμπύλης, μετά την πλαστικοποίηση των πελμάτων, η κράτυνση του υλικού στον κορμό του υποστυλώματος, αποτελεί τον μοναδικό παράγοντα δυσκαμψίας που λαμβάνεται υπόψη. Οι συγγραφείς προτείνουν αναλυτικές μεθόδους υπολογισμού για κάθε κλάδο της καμπύλης, πλην του σημείου της μέγιστης παραμόρφωσης γ_μ, για το οποίο δεν αναφέρεται κάποιο όριο.

Ο Zupancic (Zupancic 2004, επίσης Vayas et al. 2003 και Beg et al. 2003), στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής του, διεξήγαγε προσομοιώσεις με πεπερασμένα στοιχεία του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση, λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση με ταυτόχρονη αξονική δύναμη. Επιβεβαιώνοντας την απόκριση με πειραματικά δεδομένα, προτείνεται η ακόλουθη σχέση για τον υπολογισμό της μέγιστης διατμητικής παραμόρφωσης του κορμού γ_u:

$$\gamma_{u} = \begin{cases} \left(28 - 0.38 \frac{d_{c}}{t_{w,c}} \frac{1}{\varepsilon}\right) K & , n \le 0.10 \\ \\ \left[28 - 0.38 \frac{d_{c}}{t_{w,c}} \frac{1}{\varepsilon} - \left(55 - 0.81 \frac{h_{c}}{t_{w,c}} \frac{1}{\varepsilon}\right) (n - 0.1)\right] K & , n > 0.10 \end{cases}$$
(5-105)

όπου $d_c = h_c - 2t_{f,c}$, $n = N_c / N_{c,pl}$ (ο λόγος της αξονικής δύναμης στο υποστύλωμα προς την πλαστική αντοχή του) και ε η παράμετρος υλικού:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{5-106}$$

Η παράμετρος Κ λαμβάνεται ως εξής:

$$K = \begin{cases} 1 & , h_b / h_c \ge 1 \\ \\ \frac{h_c}{h_b} \sqrt{1 - \frac{n^2}{0, 4}} & , h_b / h_c < 1 \end{cases}$$
(5-107)

Οι Castro et al. (2005), για την απόκριση του φατνώματος στην πλαστική περιοχή, θεωρούν ότι ο κορμός του υποστυλώματος συνεισφέρει στην δυσκαμψία του φατνώματος, λόγω της κράτυνσης του υλικού, ανεξάρτητα από τα πέλματα, τα οποία θεωρούνται ελαστικά. Για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας στην πλαστική περιοχή χρησιμοποιούν την ακόλουθη εξίσωση:

$$k_{cws,p} = \mu \frac{V_{cp}}{\delta_{cp,s}} + \frac{V_{cp}}{\delta_{cp,b}} \frac{2I_{cfw}}{I_c}$$
(5-108)

όπου μ ο συντελεστής κράτυνσης, I_{cfw} η ροπή αδράνειας του πέλματος του υποστυλώματος, μαζί με ένα μικρό τμήμα του κορμού, I_c η ροπή αδράνειας του κορμού και $\delta_{cp,s}$ και $\delta_{cp,b}$ η διατμητική και καμπτική παραμόρφωση του κορμού αντίστοιχα. Η σχέση της δυσκαμψίας της 5-108, εφαρμόζεται μέχρι την πλαστικοποίηση των πελμάτων. Για επιπλέον φόρτιση, θεωρείται ότι στην δυσκαμψία του φατνώματος συνεισφέρει μόνο ο κορμός του υποστυλώματος, λόγω της κράτυνσης του υλικού σε διάτμηση. Η δυσκαμψία σε αυτήν την περίπτωση περιορίζεται στον πρώτο όρο της 5-108:

$$k_{cws,u} = \mu \frac{V_{cp}}{\delta_{cp,s}}$$
(5-109)

5.6.4 Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη

Ο κορμός του υποστυλώματος καταπονείται σε θλίψη, λόγω των δυνάμεων που μεταβιβάζονται από το θλιβόμενο πέλμα της καμπτόμενης δοκού. Οι δυνάμεις αυτές διανέμονται, μέσω της μετωπικής πλάκας ή του θλιβόμενου γωνιακού και των πελμάτων του υποστυλώματος, σε μία ευρύτερη περιοχή του κορμού. Η εντατική κατάσταση είναι συνθέτη, καθώς στην ίδια περιοχή αναπτύσσονται και τα εντατικά μεγέθη του ίδιου του υποστυλώματος, με αποτέλεσμα η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να αποτελεί σημαντική παράμετρο της απόκρισης. Λόγω της θλιπτικής καταπόνησης, είναι δυνατό να εμφανισθούν φαινόμενα αστάθειας στον κορμό του υποστυλώματος, προσεγγιστικές ή εμπειρικές μέθοδοι εφαρμόζονται, για την αναλυτική αντιμετώπιση αυτών των φαινομένων.

Αρχική Δυσκαμψία

Η αρχική δυσκαμψία του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, κατά κανόνα υπολογίζεται θεωρώντας ότι η θλιπτική δύναμη ισοκατανέμεται σε ένα ενεργό μήκος κορμού υποστυλώματος $b_{eff,cwc,s}$, το οποίο δεν μεταβάλλεται προς την εσωτερική περιοχή του κορμού, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-21. Έτσι, η αρχική δυσκαμψία μπορεί να εκφρασθεί από μια σχέση της μορφής:

$$k_{cwc} = \frac{Eb_{eff,cwc,s}t_{w,c}}{d_{w,c}}$$
(5-110)

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού.





Οι Yee και Melchers (1986), θεωρούν το μήκος $b_{eff,cwc,s}$ ίσο με το καθαρό ύψος του κορμού του υποστυλώματος $d_{w,c}$. Επιπλέον, θεωρούν ότι οι περιοχές του κορμού του υποστυλώματος, άνω και κάτω της τετραγωνικής θλιβόμενης περιοχής, διαστάσεων $d_{w,c} \times d_{w,c}$, παρέχουν πλήρη παρεμπόδιση της δευτερεύουσας

παραμόρφωσης του κορμού. Έτσι καταλήγουν στην ακόλουθη σχέση για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας:

$$k_{cwc} = \frac{Et_{w,c}}{1 - v^2}$$
(5-111)

Οι Tschemmernegg και Humer (1988β), υιοθετούν μια κατανομή κατά 90° της δύναμης, από το θλιβόμενο πέλμα της δοκού, ως τον κορμό του υποστυλώματος. Έτσι, για την περίπτωση κόμβου με μετωπική πλάκα, το μήκος $b_{eff,cwc,s}$ προσδιορίζεται ως εξής:

$$b_{eff,cwc,s} = t_{f,b} + 2\sqrt{2}a_f + 2t_p + 2(t_{f,c} + r_c)$$
(5-112)

όπου a_f το πάχος της ραφής της συγκόλλησης, θεωρώντας ότι η συγκόλληση συμμετέχει στην διανομή της δύναμης του πέλματος. Την ίδια κατανομή των 90° υιοθετούν και οι Faella et al. (2000). Οι Weynand et al. (1995), θεωρώντας ότι ο λόγος μεταξύ της αντοχής του συστατικού μέρους και του ελαστικού του ορίου είναι προσεγγιστικά ίσος με 3/2, προτείνουν για το μήκος $b_{eff,cwc,s}$, του μηχανικού προσομοιώματος του Ευρωκώδικα 3, την ακόλουθη τιμή:

$$b_{eff,cwc,s} = \frac{2}{3} b_{eff,cwc,r}$$
(5-113)

όπου $b_{eff,cwc,r}$ το αντίστοιχο μήκος του κορμού του υποστυλώματος, το οποίο λαμβάνεται υπόψη κατά τους υπολογισμούς αντοχής. Το εν λόγω μήκος, παρουσιάζεται παρακάτω, στην εξίσωση 5-117, όπως προτείνεται από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για κόμβους με μετωπική πλάκα και στην εξίσωση 5-119, για κόμβους με γωνιακά. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) πάντως, για τον υπολογισμό του μήκους $b_{eff,cwc,s}$, υιοθετήθηκε αντί της 5-113, η ακόλουθη στρογγυλοποιημένη έκφραση:

$$b_{eff,cwc,s} = 0,7b_{eff,cwc,r}$$
(5-114)

Ο συντελεστής 0,7 εφαρμόζεται τόσο για κόμβους με μετωπική πλάκα, όσο και για κόμβους με γωνιακά. Οι Faella et al. (2000) αντίθετα, για κόμβους με γωνιακά προτείνουν κατανομή 90°, η οποία καταλήγει στην ακόλουθη έκφραση:

$$b_{eff,cwc,r} = 2t_{sa} + 0, 6r_a + 2(t_{f,c} + r_c)$$
(5-115)

Αντοχή

Ανάλογα με την λυγηρότητα του κορμού του υποστυλώματος, κρίσιμος παράγοντας για την αντοχή μπορεί να αποδειχθεί η πλαστικοποίηση του υλικού ή ο ελαστικός

λυγισμός. Επιπλέον, στην τελική αντοχή τους συστατικού μέρους, υπεισέρχεται η αλληλεπίδραση των θλιπτικών δυνάμεων που μεταβιβάζονται από το πέλμα της δοκού, με τα αξονικά, καμπτικά και διατμητικά εντατικά μεγέθη του υποστυλώματος. Όμοια με την αρχική δυσκαμψία, είναι καθιερωμένη η παραδοχή ισοκατανομής της θλιπτικής δύναμης του πέλματος της δοκού, σε ένα μήκος κορμού υποστυλώματος $b_{eff,cwc,r}$. Έτσι, η αντοχή έναντι πλαστικοποίησης του υλικού, αγνοώντας προς στιγμή την αλληλεπίδραση με άλλα εντατικά μεγέθη του υποστυλώματος, μπορεί να υπολογισθεί από την ακόλουθη σχέση:

$$F_{cwc,p} = b_{eff,cwc,r} t_{w,c} f_y$$
(5-116)

Οι Witteveen et al. (1982), προτείνουν για το μήκος $b_{eff,cwc,r}$, κοχλιωτών συνδέσεων με μετωπική πλάκα, την ακόλουθη έκφραση, όπου θεωρείται ότι η δύναμη του θλιβόμενου πέλματος μεταφέρεται και διαμέσου των συγκολλήσεων, μεταξύ του πέλματος και της μετωπικής πλάκας:

$$b_{eff,cwc,r} = t_{f,b} + 2\sqrt{2}a_f + 2t_p + 5(t_{f,c} + r_c)$$
(5-117)

όπου a_f το πάχος της ραφής της συγκόλλησης. Από την εξίσωση συνάγεται ότι οι συγγραφείς θεωρούν μια διανομή κατά 90° (κλίση 1:1) της δύναμης στην συγκόλληση και την μετωπική πλάκα, ενώ στο πέλμα και την κυκλική συναρμογή του υποστυλώματος θεωρούν μια διανομή κατά 135° περίπου (κλίση 2,5:1). Η ίδια κατανομή υιοθετείται από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) ενώ χρησιμοποιείται και από τους Yee και Melchers (1986), Tschemmernegg και Humer (1988), Faella et al. (2000), Kuhlmann και Kühnemund (2000), Silva et al. (2002). Η κατανομή κατά 90° στην μετωπική πλάκα, μπορεί να επιτευχθεί μόνο εφόσον αυτή επεκτείνεται επαρκώς κάτω από το θλιβόμενο πέλμα της δοκού (τουλάχιστον σε απόσταση ίση με το πάχος της, πέραν του άκρου της ραφής). Διαφορετικά, ο όρος $2t_p$ στην 5-117, περιορίζεται στο διαθέσιμο μήκος της μετωπικής πλάκας (CEN 2003). Σύμφωνα με τον Bose (1998), στον Βρετανικό κανονισμό BS 5950 υιοθετείται η ίδια κατανομή δύναμης με την σχέση 5-117, χωρίς όμως να λαμβάνονται υπόψη οι ραφές της συγκόλλησης:

$$b_{eff,cwc,r} = t_{f,b} + 2t_p + 5(t_{f,c} + r_c)$$
(5-118)

Για την περίπτωση συνδέσεων με γωνιακά, ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) προτείνει την ακόλουθη σχέση:

$$b_{eff,cwc,r} = 2t_{sa} + 0, 6r_a + 5(t_{f,c} + r_c)$$
(5-119)

Την σχέση αυτήν υιοθετούν και οι Faella at al. (2000) για το μηχανικό προσομοίωμα κόμβων με γωνιακά που προτείνουν.

Στην ως τώρα περιγραφή, σχετικά με την αντοχή του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, δεν συνυπολογίστηκε η αλληλεπίδραση με άλλα εντατικά μεγέθη του υποστυλώματος. Οι Faella et al. (2000), αντιμετωπίζουν την αλληλεπίδραση μέσω ενός συντελεστή ω , για τις διατμητικές τάσεις, και k_{wc} για τις ορθές. Η αντοχή σε πλαστικοποίηση του κορμού δίνεται από την εξίσωση:

$$F_{cwc,p} = \omega k_{wc} b_{eff,cwc,r} t_{w,c} f_y$$
(5-120)

Για τον υπολογισμό των συντελεστών ω και k_{wc} , χρησιμοποιούν το κριτήριο διαρροής von Mises. Λαμβάνοντας υπόψη μόνο την αλληλεπίδραση με τις διατμητικές τάσεις, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον συντελεστή ω :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\beta^2 \xi^2 \left(\frac{b_{eff,cwc,r} t_{w,c}}{A_{v,c}}\right)^2}}$$
(5-121)

Ο συντελεστής β δίνεται από τις σχέσεις 5-91 και 5-92, ενώ η επιφάνεια διάτμησης A_{vc} από την 5-84. Ο συντελεστής ζ εκφράζει την μη ομοιόμορφη κατανομή των διατμητικών τάσεων στον κορμό του υποστυλώματος, οι οποίες είναι μικρότερες μακριά από την κεντρική περιοχή. Οι συγγραφείς προτείνουν την τιμή ζ = 0,8. Λαμβάνοντας επιπλέον υπόψη την αλληλεπίδραση με τις ορθές τάσεις και ταυτόχρονα με τις διατμητικές, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό του συντελεστή k_{wc} :

$$k_{wc} = \frac{\omega \sigma_{v}}{2f_{y}} + \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{v}}{f_{y}}\right)^{2} + \left(\frac{\omega \sigma_{v}}{2f_{y}}\right)^{2}}$$
(5-122)

όπου σ_{ν} η τιμή της ορθής τάσης στην περιοχή του κορμού του υποστυλώματος, όπου καταλήγει το θλιβόμενο πέλμα της δοκού, λόγω αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής στο υποστύλωμα.

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), η αλληλεπίδραση λαμβάνεται επίσης υπόψη μέσω συντελεστών ω και k_{wc} . Ο συντελεστής ω υπολογίζεται εμπειρικά, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή β (σχέσεις 5-91 και 5-92) ως εξής:

$$\omega = \begin{cases} 1 & , & 0 \le \beta \le 0,5 \\ \omega_1 + 2(1 - \beta)(1 - \omega_1) & , & 0,5 \le \beta < 1 \\ \omega_1 & , & \beta = 1 \\ \omega_1 + (\beta - 1)(\omega_2 - \omega_1) & , & 1 < \beta < 2 \\ \omega_2 & , & \beta = 2 \end{cases}$$
(5-123)

Οι συντελεστές $ω_1$ και $ω_2$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$\omega_{1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3\left(\frac{b_{eff,cwc,r}t_{w,c}}{A_{vc}}\right)^{2}}}$$
(5-124)
$$\omega_{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + 5,2\left(\frac{b_{eff,cwc,r}t_{w,c}}{A_{vc}}\right)^{2}}}$$
(5-125)

όπου A_{vc} η επιφάνεια διάτμησης του υποστυλώματος (σχέση 5-84). Σε σχέση με την εξίσωση 5-121, η 5-123 οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή ω (Faella et al. 2000). Για τον συντελεστή k_{wc} , που αφορά την αλληλεπίδραση με τις ορθές τάσεις, λόγω αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής, στην περιοχή του κορμού του υποστυλώματος, ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) προτείνει την ακόλουθη έκφραση:

$$k_{wc} = 1, 7 - \frac{\sigma_V}{f_y} \tag{5-126}$$

όπου σ_{v} η τιμή της ορθής τάσης στην περιοχή του κορμού του υποστυλώματος, όπου καταλήγει το θλιβόμενο πέλμα της δοκού, λόγω αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής στο υποστύλωμα. Ο συντελεστής k_{wc} προτείνεται να εφαρμόζεται αν η τάση σ_{v} υπερβαίνει την τιμή 0,7 f_{v} , διαφορετικά τίθεται 1.

Πέραν της πλαστικοποίησης του κορμού του υποστυλώματος, υπάρχει και η περίπτωση εμφάνισης ελαστικού λυγισμού. Οι Chen και Newlin (1973), θεώρησαν τον κορμό του υποστυλώματος ως πλάκα με απλές στηρίξεις, καταλήγοντας στην ακόλουθη σχέση για την αντοχή σε λυγισμό:

$$F_{cwc,b} = \frac{4100t_{w,c}^3}{d_{w,c}}\sqrt{f_y}$$
(5-127)

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού του υποστυλώματος. Οι μονάδες είναι ίντσες για τα μήκη, kip για την δύναμη $F_{cwc,b}$ και ksi για το όριο διαρροής f_y . Την ίδια σχέση υιοθετούν και οι Yee και Melchers (1986) στο προσομοίωμα που προτείνουν. Εναλλακτικά, είναι δυνατό να εφαρμοσθεί η κλασική εξίσωση Winter:

$$F_{cwc,b} = F_{cwc,p} \left(\frac{\overline{\lambda} - 0, 22}{\overline{\lambda}^2} \right) \le F_{cwc,p}$$
(5-128)

Η αντοχή σε λυγισμό $F_{cwc,b}$ είναι κρίσιμη, συμφώνα με την 5-128, για σχετική λυγηρότητα $\overline{\lambda}$ μεγαλύτερη από 0,67. Η εξίσωση Winter έχει επιλεγεί στον Ευρωκώδικα 3, για την αντοχή σε λυγισμό. Η σχετική λυγηρότητα $\overline{\lambda}$ του κορμού προκύπτει από την εξίσωση:

$$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{b_{eff,cwe} t_{w,c} f_y}{P_{cr}}}$$
(5-129)

Όπου το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr} είναι:

$$P_{cr} = \frac{\pi E t_{w,c}^3}{3(1-v^2) d_{w,c}}$$
(5-130)

Για λόγο Poisson v = 0,3, η 5-129 γράφεται:

$$\overline{\lambda} = 0.932 \sqrt{\frac{b_{eff,cwc} d_{w,c} f_y}{E t_{w,c}^2}}$$
(5-131)

Μη γραμμική απόκριση

Οι Aribert και Lackal (1977), Aribert et al. (1981) και Aribert et al. (1990), διερεύνησαν την συμπεριφορά του κορμού σε θλίψη και ανέπτυξαν προσομοιώματα, με βάση μηχανισμούς γραμμών διαρροής, για την εκτίμηση της μεταλυγισμικής απόκρισης.

Οι Yee και Melchers (1986), θεωρούν ότι η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του κορμού, αμέσως μετά τον λυγισμό παραμένει αύξουσα, με δυσκαμψία αντίστοιχη τετραγωνικής πλάκας με απλές στηρίξεις. Η εξίσωση που χρησιμοποιούν για τον υπολογισμό της μεταλυγισμικής δυσκαμψίας είναι η εξής:

$$k_{cwc,b} = \frac{Et_{w,c}}{2,45}$$
(5-132)

Οι Tschemmernegg και Humer (1988), διερεύνησαν πειραματικά την συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη και δημοσίευσαν για το μηχανικό προσομοίωμα, το οποίο προτείνουν, μία μεθοδολογία υπολογισμού της μη γραμμικής απόκρισης των ελατηρίων μεταβίβασης φορτίου, όπου περιλαμβάνεται και ο κορμός του υποστυλώματος σε θλίψη (βλέπε παρ. 5.4). Χρησιμοποίησαν μια διγραμμική εξιδανίκευση της πραγματικής συμπεριφοράς και για τον προσδιορισμό της μέγιστης δύναμης και παραμόρφωσης παρουσίασαν πίνακες, όπου περιλαμβάνονται συνήθεις πρότυπες ευρωπαϊκές διατομές. Η περίπτωση λυγισμού δεν εξετάσθηκε.

Οι Kuhlmann και Kühnemund (2000) και ο Kühnemund (2002), διερεύνησαν πειραματικά την απόκριση του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη. Χαρακτηρίζουν το εν λόγω συστατικό μέρος ως περιορισμένης πλαστιμότητας, με την καμπύλη δύναμης-μετακίνησης να συνοδεύεται από καθοδικό κλάδο, λόγω εμφάνισης φαινόμενων αστάθειας, μετά την επίτευξη του μέγιστου φορτίου. Για την προσέγγιση της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, προτείνουν έναν νόμο τριών κλάδων. Ο πρώτος κλάδος αντιστοιχεί στην ελαστική απόκριση και υπολογίζεται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν δύο διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα για τον πρώτο κλάδο, εφαρμόζοντας την αρχική δυσκαμψία k_{eve} του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για το πρώτο τμήμα, και μια μικρότερη δυσκαμψία για το δεύτερο. Το πέρας του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος αντιστοιχεί σε δύναμη ίση με τα 2/3 της αντοχή
ς $F_{\!\scriptscriptstyle cwc}\,$ σε πλαστικοποίηση ή λυγισμό του κορμού, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Ο δεύτερος κλάδος είναι επίσης αύξων και οδηγεί από το επίπεδο αντοχής F_{cwc} , στο επίπεδο μέγιστου φορτίου F_{μ} . Το μέγιστο φορτίο F_{μ} , υπολογίζεται με βάση έναν μηχανισμό λυγισμού πλάκας για τον κορμό, και χρησιμοποιώντας αντί του ορίου διαρροής f_v , το όριο θραύσης f_u του υλικού. Η σχέση την οποία προτείνουν είναι η εξής:

$$F_{u} = 2\mu b_{eff} t_{w,c} f_{u} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{V}}{f_{u}}\right)^{2}}$$
(5-133)

όπου σ_{ν} η κατακόρυφη ορθή τάση στον κορμό, λόγω αξονικής δύναμης και κάμψης του υποστυλώματος και μ συντελεστής στάθμισης, εξαρτώμενος από την διατομή. Οι συγγραφείς αναφέρουν για διατομές ΗΕΑ την τιμή $\mu = 0.87$ και για διατομές ΗΕΒ την τιμή $\mu = 0.88$. Το ισοδύναμο πλάτος του κορμού b_{eff} υπολογίζεται από την σχέση:

$$b_{eff} = 2,359 \sqrt[7]{\frac{I_{cf} t_{w,c}^3 E^2}{f_u^2}}$$
(5-134)

όπου I_{cf} η ροπή αδράνειας του πέλματος του υποστυλώματος.

Ο τρίτος κλάδος της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, που προτείνουν οι συγγραφείς, είναι καθοδικός και αντιστοιχεί σε μεταλυγισμική συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος. Για την εκτίμηση της συμπεριφοράς σε αυτό το στάδιο της απόκρισης, οι συγγραφείς ανέπτυξαν έναν μηχανισμό γραμμών διαρροής, με βάση τα αποτελέσματα πειραματικών δοκιμών. Δεν αναφέρεται διαδικασία αναλυτικού υπολογισμού στην δημοσίευση των Kuhlmann και Kühnemund (2000), ωστόσο μπορούν να αναζητηθούν οι απαραίτητες εκφράσεις για την δημιουργία της συνολικής καμπύλης δύναμης-μετακίνησης, στην διδακτορική διατριβή του Kühnemund (2002).

Ο Zupancic (Zupancic 2004, επίσης Vayas et al. 2003 και Beg et al. 2003), πραγματοποίησε παραμετρική ανάλυση, με προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, της μη γραμμικής συμπεριφοράς του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, για διάφορες τιμές αξονικού φορτίου στο υποστύλωμα. Για την μέγιστη παραμόρφωση του συστατικού μέρους, αναπτύχθηκαν αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού. Συγκεκριμένα, η μέγιστη μετακίνηση δ_u , συνδέεται με μία μέση ανηγμένη παραμόρφωση ε_u ως εξής:

$$\delta_u = \varepsilon_u d_{w,c} \tag{5-135}$$

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού. Για την παραμόρφωση ε_u προτείνεται η ακόλουθη έκφραση, για την περίπτωση μηδενικής αξονικής δύναμης στο υποστύλωμα:

$$\varepsilon_{u} = \begin{cases} 18, 5 - 0, 75 \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} & , & \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} < 20 \\ 5, 7 - 0, 11 \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} & , & 20 \le \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} < 33 \\ 2, 07 & , & \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} \ge 33 \end{cases}$$
(5-136)

όπου ε η παράμετρος υλικού:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{5-137}$$

Για λόγο $n = N_c / N_{c,pl}$ (αξονική δύναμη στο υποστύλωμα προς την πλαστική αντοχή του) μεγαλύτερο από 0,1, προτείνεται η εξής έκφραση:

$$\varepsilon_{u} = \begin{cases} 9, 4 - 0, 34 \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} + \left(15 - 0, 75 \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}}\right) (0, 5 - n) &, \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} < 20 \\ 4, 8 - 0, 11 \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} &, 20 \le \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} < 33 \ (5 - 138) \\ 1, 17 &, \frac{d_{w,c}}{\varepsilon t_{w,c}} \ge 33 \end{cases}$$

5.6.5 Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό

Η συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος σε εφελκυσμό προσεγγίζει εκείνη του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, χωρίς βέβαια την εμφάνιση φαινομένων αστάθειας. Όπως και με την περίπτωση θλίψης, η εφελκυστική δράση είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι ισοκατανέμεται σε ένα ενεργό μήκος κορμού υποστυλώματος $b_{eff,cwt}$. Ωστόσο, στους κοχλιωτούς κόμβους, η εφελκυστική δράση μεταβιβάζεται από το πέλμα της δοκού, στον κορμό του υποστυλώματος μέσω των κοχλιών. Επομένως, θα πρέπει για κάθε σειρά κοχλίωσης, να λαμβάνεται υπόψη η κατανομή της εφελκυστικής δράσης από κάθε κοχλία, τοπικά στον κορμό του υποστυλώματος.

Αρχική δυσκαμψία

Σε αναλογία με την περίπτωση θλίψης του κορμού, η δυσκαμψία σε κάθε σειρά κοχλίωσης i μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας ομοιόμορφη κατανομή της δράσης, που μεταβιβάζεται από τους κοχλίες της σειράς, σε ένα ενεργό πλάτος $b^i_{eff.cwt.s}$:

$$k_{cwt}^{i} = \frac{Eb_{eff,cwt,s}^{i}t_{w,c}}{d_{w,c}}$$
(5-139)

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού. Οι Weynand et al. (1995) θεωρούν ότι ο λόγος μεταξύ της αντοχής του συστατικού μέρους και του ελαστικού του ορίου είναι προσεγγιστικά ίσος με 3/2 και προτείνουν για το μήκος $b_{eff,cwt,s}^{i}$ την ακόλουθη τιμή:

$$b_{eff,cwt,s}^{i} = \frac{2}{3} b_{eff,cwt,r}^{i}$$
(5-140)

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) ενσωματώνεται η στρογγυλοποιημένη σχέση:

$$b_{eff,cwt,s}^{i} = 0,7b_{eff,cwt,r}^{i}$$
(5-141)

Το μήκος $b^i_{eff,cwt,r}$ είναι το ενεργό μήκος του κορμού του υποστυλώματος για την σειρά κοχλίωσης *i*, που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς αντοχής. Το μήκος αυτό λαμβάνεται στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), ίσο με το πλάτος του βραχέος ταυ, για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, στην ίδια σειρά κοχλίωσης.

Οι Faella et al. (2000), προτείνουν ένα ενεργό μήκος $b^i_{eff,cwt,s}$, το οποίο προκύπτει από διανομή κατά 90° της δράσης του κοχλία, από τα άκρα της οπής στο πέλμα του υποστυλώματος, προς τον κορμό.

$$b_{eff,cwt,s}^i = 2m + d_h \tag{5-142}$$

όπου d_h είναι η διάμετρος της οπής. Το μήκος αυτό χρησιμοποιείται και στα εφελκυόμενα συστατικά μέρη της σύνδεσης, όπως είναι το πέλμα του υποστυλώματος και η μετωπική πλάκα σε κάμψη (παράγραφος 5.6.1).

Αντοχή

Όμοια με την αρχική δυσκαμψία, η αντοχή του κορμού του υποστυλώματος σε εφελκυσμό μπορεί να προσεγγισθεί με μία κατανομή της εφελκυστικής δράσης των κοχλιών, κάθε σειράς κοχλίωσης, σε ένα μήκος κορμού υποστυλώματος $b^i_{eff,cwt,r}$. Στην τελική αντοχή του συστατικού μέρους, συντελεί και η αλληλεπίδραση με την αξονική, καμπτική και διατμητική καταπόνηση του υποστυλώματος.

Οι Faella et al. (2000), προτείνουν μια σχέση υπολογισμού της αντοχής, της σειράς κοχλίωσης *i*, ανάλογη με την σχέση 5-120, για την περίπτωση θλίψης του κορμού του υποστυλώματος:

$$F_{cwt}^{i} = \omega k_{wc} b_{eff,cwt,r}^{i} t_{w,c} f_{y}$$
(5-143)

Με τον συντελεστή ω λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση με την διατμητική δράση, εφαρμόζοντας το κριτήριο διαρροής von Mises. Η εξίσωση 5-121, που αναφέρθηκε για την θλίψη του κορμού, ισχύει και στην προκείμενη περίπτωση. Ο συντελεστής k_{wc} αντιστοιχεί στην αλληλεπίδραση με τις ορθές τάσεις του υποστυλώματος, και είναι διαφορετικός σε σχέση με την περίπτωση θλίψης του κορμού (σχέση 5-122), λόγω διαφορετικών προσήμων των ορθών τάσεων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, ο συντελεστής k_{wc} υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$k_{wc} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_V}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\omega \sigma_V}{2f_y}\right)^2} - \frac{\omega \sigma_V}{2f_y}$$
(5-144)

όπου σ_ν η τιμή της ορθής τάσης στον κορμό του υποστυλώματος, λόγω αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής στο υποστύλωμα.

Αντίθετα, στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) λαμβάνεται υπόψη μόνο η αλληλεπίδραση με τις διατμητικές τάσεις του κορμού του υποστυλώματος, ενώ η αλληλεπίδραση με τις ορθές τάσεις αγνοείται ($k_{wc} = 1$). Ο συντελεστής ω υπολογίζεται με την εξίσωση 5-123, που αναφέρθηκε για την περίπτωση θλίψης του κορμού. Το ενεργό μήκος $b^i_{eff,cwt,r}$ θεωρείται ίδιο με το πλάτος του βραχέος ταυ, του συστατικού μέρους του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, της ίδιας σειράς κοχλίωσης *i*, το οποίο προκύπτει από τον πίνακα 5-1, λαμβάνοντας υπόψη την περίπτωση αστοχίας γειτονικών σειρών κοχλίωσης, μεμονωμένα ή ως ομάδα. Το ίδιο μήκος χρησιμοποιούν και οι Faella et al. (2000).

Μη γραμμική απόκριση

Ο Zupancic (Zupancic 2004, επίσης Vayas et al. 2003 και Beg et al. 2003), διεξήγαγε παραμετρική ανάλυση για τον κορμό του υποστυλώματος σε εφελκυσμό, για διάφορα επίπεδα αξονικής φόρτισης, με στόχο την ανάπτυξη αναλυτικών μεθόδων υπολογισμού της μέγιστης μετακίνησης δ_u του συστατικού μέρους. Όπως και για την περίπτωση θλίψης του κορμού, η μετακίνηση δ_u διατυπώνεται ως εξής:

$$\delta_u = \varepsilon_u d_{w,c} \tag{5-145}$$

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού. Για την παραμόρφωση ε_u , προτείνεται η ακόλουθη έκφραση:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_0 \left(\frac{\sqrt{4 - 3n^2} - n}{2}\right)^2 \tag{5-146}$$

όπου $n = N_c / N_{c,pl}$ ο λόγος αξονικής δύναμης στο υποστύλωμα προς την πλαστική αντοχή του. Η παραμόρφωση ε_0 λαμβάνεται ίση με 0,1.

5.6.6 Συστατικά μέρη της δοκού

Τυπικά, θεωρείται ότι η παραμορφωσιμότητα της δοκού δεν αποτελεί μέρος της στροφικής απόκρισης του κόμβου. Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός, ότι κατά την καθολική ανάλυση μιας κατασκευής, η παραμορφωσιμότητα της δοκού κοντά στον κόμβο μπορεί να ενσωματωθεί αποτελεσματικά στο μέλος που την αναπαριστά, και συνεπώς τυχόν καταχώρηση της και στην απόκριση του κόμβου, θα οδηγούσε σε πλεονασματική προσομοίωση της πραγματικής συμπεριφοράς. Στο προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) ωστόσο, περιλαμβάνονται στους υπολογισμούς αντοχής τα συστατικά μέρη του πέλματος και κορμού της δοκού σε θλίψη και του κορμού της δοκού σε εφελκυσμό. Κοντά στην περιοχή του κόμβου, η κατανομή των εσωτερικών δράσεων της δοκού προσαρμόζεται στις τοπικές συνοριακές συνθήκες, που επιβάλλονται από την διαμόρφωση και τα ιδιαίτερα γνωρίσματα της σύνδεσης, όπως είναι ο αριθμός των κοχλιών, οι θέσης τους κλπ. Με τα δύο συστατικά μέρη της δοκού, λαμβάνονται υπόψη οι τοπικές συνθήκες κοντά στον κόμβο και η επίδραση τους στην αντοχή της δοκού.

Για το συστατικό μέρος του πέλματος και κορμού της δοκού σε θλίψη, χρησιμοποιείται η ακόλουθη έκφραση για την αντοχή του συστατικού μέρους:

$$F_{bfwc} = \frac{M_{b,rd}}{h_b - t_{f,b}}$$
(5-147)

όπου $M_{b,rd}$ η αντοχή της δοκού σε ροπή. Ουσιαστικά, η σχέση 5-147 καθορίζει, ότι η αντοχή του συστήματος κόμβου-συνδεόμενης δοκού δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την αντοχή της δοκού. Επίσης, η ενσωμάτωση της αντοχής της δοκού στην 5-147, προσφέρει ένα μέσο για την αξιολόγηση και άμεση σύγκριση της διαθέσιμης αντοχής του κόμβου, έναντι της δοκού.

Το συστατικό μέρος του κορμού της δοκού σε εφελκυσμό, εφαρμόζεται σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κοχλίωσης, ανάμεσα στα δύο πέλματα της δοκού, σε συνδέσεις με μετωπική πλάκα. Η συμπεριφορά του μπορεί να θεωρηθεί ανάλογη με εκείνη του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε εφελκυσμό. Η ακόλουθη έκφραση χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αντοχής, στην σειρά κοχλίωσης *i*:

$$F_{bwt}^{i} = b_{eff,bwt}^{i} t_{w,b} f_{y}$$
(5-148)

Το ενεργό πλάτος $b^i_{eff,bwt}$ λαμβάνεται ίσο με το πλάτος του βραχέος ταυ, για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, στην ίδια σειρά κοχλίωσης. Στην περίπτωση κόμβων με γωνιακό κορμού, όπου στον κορμό της δοκού υπάρχουν οπές, για την σύνδεση του γωνιακού με την δοκό, η αντοχή μπορεί να υπολογισθεί λαμβάνοντας υπόψη την απομειωμένη διατομή και το όριο θραύσης, σύμφωνα με το μέρος 1-1 του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003β):

$$F_{bwt}^{i} = 0,9 \left(b_{eff,bwt}^{i} - d_{h} \right) t_{w,b} f_{u}$$
(5-149)

όπου d_h η διάμετρος της οπής.

5.6.7 Συστατικά μέρη διατεμνόμενων κοχλιών

Όπως προαναφέρθηκε, η απόκριση των εφελκυόμενων κοχλιών, σε κόμβους με μετωπική πλάκα ή γωνιακά, είναι συνδεδεμένη με την απόκριση των βραχέων ταυ των συστατικών μερών της εφελκυόμενης ζώνης. Η συμπεριφορά του βραχέος ταυ και των κοχλιών του, αναπτύχθηκε στο πρώτο μέρος της διατριβής. Το ενδιαφέρον σε αυτήν την παράγραφο περιορίζεται στους διατεμνόμενους κοχλίες, που εφαρμόζονται σε κόμβους με γωνιακά, προκειμένου αυτά να συνδεθούν με τα πέλματα και τον κορμό της δοκού. Η αρχική δυσκαμψία μη προεντεταμένων κοχλιών σε διάτμηση, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$k_{bs} = \frac{8n_b d_b^2 f_{u,b}}{d_{M16}}$$
(5-150)

όπου n_b ο αριθμός των διατεμνόμενων κοχλιών, d_b η διάμετρος του κορμού των κοχλιών, d_{M16} η ονομαστική διάμετρος του κοχλία M16 και $f_{u,b}$ το όριο θραύσης των κοχλιών. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση προεντεταμένων κοχλιών, όπου δεν αναπτύσσεται ολίσθηση, η παραμορφωσιμότητα του συγκεκριμένου συστατικού μέρους θεωρείται μηδενική και συνεπώς η δυσκαμψία k_{bs} άπειρη.

Η αντοχή σε διάτμηση, n_b το πλήθος κοχλιών, προκύπτει από την ακόλουθη εξίσωση:

$$F_{bs} = n_b n_s F_{\nu} \tag{5-151}$$

όπου n_s ο αριθμός των επιπέδων διάτμησης και F_v η αντοχή σε διάτμηση ενός μεμονωμένου κοχλία. Ο αριθμός των επιπέδων διάτμησης για τα γωνιακά άνω και κάτω πέλματος είναι $n_s = 1$, ενώ για το διπλό γωνιακό κορμού είναι $n_s = 2$. Η αντοχή του μεμονωμένου κοχλία σε διάτμηση, στην περίπτωση που το επίπεδο διάτμησης δεν διέρχεται από το σπείρωμα, υπολογίζεται με την σχέση:

$$F_{v} = 0.6A_{b}f_{u,b} \tag{5-152}$$

όπου A_b η πλήρης διατομή του κορμού του κοχλία. Στην περίπτωση που το επίπεδο διάτμησης διέρχεται από το σπείρωμα, η αντοχή F_v υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$F_{v} = (0, 5 \sim 0, 6) A_{b,eff} f_{u,b}$$
(5-153)

όπου $A_{b,eff}$ η ενεργός διατομή του σπειρώματος του κοχλία. Ο συντελεστής 0,5 εφαρμόζεται για τις κατηγορίες υλικού 4.8, 5.8, 6.8, 10.9, ενώ ο συντελεστής 0,6 για τις κατηγορίες 4.6, 5.6 και 8.8.

Η μεταφορά των δυνάμεων μεταξύ δοκού και γωνιακών, στην περίπτωση μη προεντεταμένων κοχλιών, πραγματοποιείται με την σύνθλιψη των συνδεόμενων

ελασμάτων. Η επίδραση της σύνθλιψης άντυγας προσομοιώνεται με ανάλογα συστατικά μέρη, τα οποία εφαρμόζονται για κάθε συνθλιβόμενο έλασμα. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του άνω γωνιακού, το εν λόγω συστατικό μέρος εφαρμόζεται δύο φορές: μία για το πέλμα της δοκού και μία για το σκέλος του γωνιακού. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), η αρχική δυσκαμψία ενός συνθλιβόμενου ελάσματος, από *n_b* το πλήθος κοχλίες, υπολογίζεται από την σχέση:

$$k_{pb} = 12n_b k_b k_t d_b f_u \tag{5-154}$$

Οι παράμετροι k_b και k_t υπολογίζονται ως εξής:

$$k_{b} = min \begin{cases} 0,25\frac{e_{1}}{d_{b}} + 0,5\\ 0,25\frac{p_{1}}{d_{b}} + 0,375\\ 1,25 \end{cases}$$
(5-155)

$$k_t = 1.5 \frac{t_p}{d_{M16}} \tag{5-156}$$

όπου e_1 η απόσταση μεταξύ του κοχλία και του άκρου του ελάσματος, κατά την φορά της μεταφερόμενης δύναμης, p_1 η απόσταση γειτονικών κοχλιών, κατά την φορά της μεταφερόμενης δύναμης και t_p το πάχος του ελάσματος.

Η αντοχή ενός συνθλιβόμενου ελάσματος, από n_b το πλήθος κοχλίες, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$F_{pb} = n_b k_1 a_b d_b t_p f_u \tag{5-157}$$

όπου t_p είναι το πάχος του ελάσματος, f_u το όριο θραύσης του και d_b η διάμετρος του κοχλία. Η παράμετρος a_b υπολογίζεται ως εξής:

$$a_{b} = min\left\{\frac{e_{1}}{3d_{0}}, \frac{p_{1}}{3d_{0}} - \frac{1}{4}, \frac{f_{u,b}}{f_{u}}, 1\right\}$$
(5-158)

Η παράμετρος k_1 υπολογίζεται για ακραίες σειρές κοχλιών με την ακόλουθη σχέση:

$$k_1 = \min\left\{2, 8\frac{e_2}{d_0} - 1, 7, 2, 5\right\}$$
(5-159)

Και για εσωτερικές σειρές κοχλιών από την σχέση:

$$k_1 = \min\left\{1, 4\frac{p_2}{d_0} - 1, 7, 2, 5\right\}$$
(5-160)

Στις ανωτέρω σχέσεις e_2 είναι η απόσταση μεταξύ του κοχλία και του άκρου του ελάσματος, εγκάρσια στην μεταφερόμενη δύναμη, p_2 η απόσταση γειτονικών κοχλιών, εγκάρσια στην μεταφερόμενη δύναμη και d_0 η διάμετρος της οπής.

5.6.8 Συστατικά μέρη γωνιακών

Σε κόμβους με γωνιακά, η θλιπτική δράση του θλιβόμενου πέλματος της δοκού μεταβιβάζεται μέσω κοχλιών, στο σκέλος του κάτω γωνιακού. Ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) δεν προβλέπει τον περιορισμό της αντοχής του κόμβου, ώστε να μην εμφανίζεται υπέρβαση της αντοχή του εν λόγω θλιβόμενου σκέλους, ούτε λαμβάνει υπόψη την παραμορφωσιμότητα του. Οι Faella et al. (2000) εισάγουν ένα πρόσθετο συστατικό μέρος, και χρησιμοποιούν την εξίσωση Winter, για τον υπολογισμό της αντοχής του, ως εξής:

$$F_{sac} = L_{sa} t_{sa} f_y \left(\frac{\overline{\lambda} - 0, 22}{\overline{\lambda}^2} \right) \le L_{sa} t_{sa} f_y$$
(5-161)

όπου L_{sa} το μήκος του κάτω γωνιακού και t_{sa} το πάχος του. Η ανισότητα ισχύει εφόσον η σχετική λυγηρότητα $\overline{\lambda}$ είναι μεγαλύτερη από 0,67. Η σχετική λυγηρότητα $\overline{\lambda}$ του σκέλους του κάτω γωνιακού προκύπτει από την εξίσωση:

$$\overline{\lambda} = \frac{\sqrt{12(1-v^2)/k} \frac{L_{sa}}{t_{sa}}}{\pi\sqrt{E/f_y}}$$
(5-162)

Όμοια, το σκέλος του άνω γωνιακού παραλαμβάνει την εφελκυστική δράση του άνω πέλματος της δοκού. Στην περίπτωση αυτήν, οι Faella et al. (2000) υπολογίζουν την αντοχή του σχετικού συστατικού μέρους, λαμβάνοντας υπόψη την απομειωμένη, λόγω της ύπαρξης των οπών, διατομή από την σχέση:

$$F_{tat} = min \begin{cases} A_{ta} f_y \\ 0.9 A_{NET,ta} f_u \end{cases}$$
(5-163)

όπου A_{ta} η πλήρης εφελκυόμενη διατομή του σκέλους του γωνιακού και $A_{NET,ta}$ η καθαρή, απομειωμένη διατομή. Ανάλογη εξίσωση εφαρμόζεται και για το γωνιακό κορμού, σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κοχλίωσης.

5.7 Στροφική ικανότητα

5.7.1 Ορισμοί

Η στροφική ικανότητα των κόμβων δοκού-υποστυλώματος αποτελεί ένα χαρακτηριστικό της απόκρισης, το οποίο τα τελευταία χρόνια θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμο, για τον σχεδιασμό πλάστιμων πλαισιακών κατασκευών, με πλεονεκτήματα στην σεισμική συμπεριφορά και την αξιοπιστία. Στους κύριους στόχους της διατριβής περιλαμβάνεται η δυνατότητα εκτίμησης της στροφικής απόκρισης των κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με την ανάπτυξη πρωτότυπων μεθόδων υπολογισμού της. Ιδιαίτερη έμφαση ωστόσο, αφιερώνεται στην στροφική ικανότητα, για την εκτίμηση της οποίας απαιτείται η προσομοίωση του πεδίου των μετακινήσεων του κόμβου στην πλαστική περιοχή. Οι δυσκολίες αναλυτικού χειρισμού ενός τέτοιου προβλήματος είναι σημαντικές, και για τον λόγο αυτόν, οι διαθέσιμες μεθοδολογίες, που έχουν αναπτυχθεί στην βιβλιογραφία, είναι περιορισμένες σε αριθμό και συνήθως με μικρό πεδίο εφαρμογής και μεγάλη διακύμανση στην ακρίβεια.

Στο σχήμα 5-22 παρουσιάζεται μια τυπική καμπύλη ροπής M - στροφής φ ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος. Με φ_y συμβολίζεται η στροφή του κόμβου κατά την εμφάνιση της πρώτης διαρροής. Η στροφή φ_{Xd} αντιστοιχεί στην στροφή του κόμβου, για ροπή ίση με την ροπή αντοχής σχεδιασμού $M_{j,rd}$. Ο προσδιορισμός της στροφής φ_{Xd} εξαρτάται από την σύμβαση που υιοθετείται, για την θέση του σημείου πλαστικοποίησης στην καμπύλη, ωστόσο μπορεί να θεωρηθεί, ότι ποιοτικά αποτελεί το όριο μεταξύ του αρχικού, σχεδόν γραμμικού κλάδου της καμπύλης, και του κλάδου της πλαστικής περιοχής, όπου η κράτυνση του υλικού είναι ο καθαριστικός παράγοντας δυσκαμψίας του κόμβου. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), η τιμή της στροφής φ_{Xd} ορίζεται συμβατικά ως εξής:

$$\varphi_{Xd} = \frac{M_{j,rd}}{S_{j,ini} / \eta} \tag{5-164}$$

όπου ο συντελεστής η τίθεται ίσος με 3,0 για κόμβους με μετωπική πλάκα και ίσος με 3,5 για κόμβους με γωνιακά.



Σχήμα 5-22. Καμπύλη ροπής-στροφής κόμβου δοκού-υποστυλώματος

Η στροφή του κόμβου, όταν η ροπή που παραλαμβάνει είναι μέγιστη, συμβολίζεται με $\varphi_{M_{max}}$. Μετά το σημείο αυτό της καμπύλης, η θραύση του υλικού ή η εμφάνιση λυγισμού σε κάποια συστατικά μέρη, οδηγεί στον καθοδικό κλάδο της καμπύλης $M - \varphi$, και την πτώση της ροπής που μπορεί να παραλάβει ο κόμβος. Η στροφή φ_{Cd} αντιστοιχεί στο σημείο της καμπύλης $M - \varphi$, όπου η ροπή έχει μειωθεί στην τιμή της ροπής σχεδιασμού $M_{j,rd}$. Η διαθέσιμη πλαστική στροφή του κόμβου, δηλαδή το εύρος στροφής, στο οποίο ο κόμβος μπορεί να παραλαμβάνει την ροπή σχεδιασμού $M_{j,rd}$, είναι:

$$\varphi_{pl} = \varphi_{Cd} - \varphi_{Xd} \tag{5-165}$$

Ο καθοδικός κλάδος της απόκρισης, πέραν της στροφής φ_{Cd} , καταλήγει στην τελική αστοχία του κόμβου, για στροφή φ_u .

Η εκτίμηση της στροφής φ_{Cd} και της φ_{pl} είναι χρήσιμη για τον σχεδιασμό της κατασκευής με εφαρμογή πλαστικής ή ελαστικής-ιδεατώς πλαστικής ανάλυσης, καθώς από αυτήν εξαρτάται η δυνατότητα ανακατανομής φορτίου, στην περίπτωση σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων, στους κόμβους στατικά αόριστων κατασκευών. Κόμβοι με μεγάλη πλαστική στροφή φ_{pl} , μπορούν να αξιοποιηθούν ως θέσεις σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων. Για σχεδιασμό της κατασκευής με εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης, η εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ μέχρι την στροφή $\varphi_{M_{max}}$ είναι απαραίτητη. Ο προσδιορισμός του καθοδικού κλάδου της καμπύλης μπορεί να ενδιαφέρει, αν επιχειρείται υπέρβαση οριακού σημείου της απόκρισης της κατασκευής, ωστόσο σε αυτήν την περίπτωση, απαιτείται η εφαρμογή εξελιγμένων αλγόριθμων μη γραμμικής επίλυσης. Αντίθετα, σε όλες τις

περιπτώσεις μη γραμμικής ανάλυσης, όπου ενδιαφέρει ο υπολογισμός της απόκρισης μέχρι το οριακό σημείο, ο προσδιορισμός του καθοδικού κλάδου της καμπύλης $M - \varphi$ του κόμβου, δεν είναι αναγκαίος. Στην παρούσα διατριβή, η στροφή που προσδιορίζεται σε κάθε περίπτωση, αντιστοιχεί στην στροφή $\varphi_{M_{max}}$.

5.7.2 Απαιτούμενη στροφική ικανότητα

Η απαιτούμενη στροφική ικανότητα, σε μία θέση σχηματισμού πλαστικής άρθρωσης, εξαρτάται από την μορφή της κατασκευής, τον βαθμό υπερστατικότητας και γενικότερα την δυνατότητα ανακατανομής εντατικών μεγεθών μεταξύ των μελών. Θεωρητικά, η απαιτούμενη στροφική ικανότητα φ_{req} ενός κόμβου, για την διενέργεια πλαστικής ανάλυσης, ισούται με την επιπλέον στροφή που δημιουργείται στον κόμβο, μετά τον σχηματισμό της πλαστικής άρθρωσης σε αυτόν, και μέχρι τον σχηματισμό της τελευταίας πλαστικής άρθρωσης στην κατασκευή και την κατάρρευση της. Ωστόσο, αυτός ο ορισμός της απαιτούμενης στροφικής ικανότητας φ_{req} δεν είναι πρακτικός για τις ανάγκες σχεδιασμού των κόμβων, καθώς προϋποθέτει την μη γραμμική επίλυση συνολικά της κατασκευής.

Εναλλακτικά, είναι δυνατή η εκτίμηση της απαιτούμενης στροφικής ικανότητας φ_{reg} , για τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης, με βάση απλοποιημένους φορείς. Από τις πλέον απλές περιπτώσεις είναι η δοκός με όμοιες ελαστικές στροφικές στηρίξεις στα άκρα, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-23 (Witteveen et al. 1982, Stark και Bijlaard 1988).



Σχήμα 5-23. Φορέας δοκού για προσδιορισμό απαιτούμενης στροφικής ικανότητας

Αν θεωρηθεί, ότι πρώτα σχηματίζονται πλαστικές αρθρώσεις στα άκρα της δοκού και έπειτα στο μέσο της, τότε η στροφή που αναπτύσσεται στα άκρα είναι:

$$\varphi = \frac{ql^3}{24EI} - \frac{Ml}{2EI} \tag{5-166}$$

όπου M η ροπή που ασκείται στο άκρο της δοκού, η οποία μετά τον σχηματισμό της πλαστικής άρθρωσης στους κόμβους ισούται με την αντοχή αυτών $M_{i,rd}$. Το

φορτίο q μπορεί να επαυξηθεί μέχρι τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης και στο μέσο της δοκού. Αποδεικνύεται ότι η απαιτούμενη στροφική ικανότητα φ_{req} των κόμβων, κατά την κατάρρευση είναι:

$$\varphi_{req} = \frac{l}{6EI} \left(2M_{b,rd} - M_{j,rd} \right)$$
(5-167)

όπου $M_{b,rd}$ η πλαστική αντοχή της δοκού. Οι Witteveen et al. (1982) και οι Stark και Bijlaard (1988) αναφέρουν επίσης ένα πρακτικό άνω όριο της απαιτούμενης στροφικής ικανότητας κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, ίσο με 30 mrad.

Οι Li et al. (1995), χρησιμοποιούν έναν φορέα παρόμοιο του σχήματος 5-23, όπου όμως οι συνθήκες στήριξης της δοκού στα άκρα της δεν είναι όμοιες. Επιπλέον, οι συγγραφείς θεώρησαν διάφορες περιπτώσεις φόρτισης της δοκού, όπως ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο, συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο και ζεύγος συγκεντρωμένων φορτίων στα τρίτα της δοκού. Για την στροφή που αναπτύσσεται στα άκρα της δοκού, υπολογίζεται ξεχωριστά η ελαστική συνιστώσα της και η πλαστική. Η πλαστική συνιστώσα, η οποία οφείλεται στην πλαστικοποίηση της δοκού στο άνοιγμα, υπολογίζεται με ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων. Για την καμπυλότητα της διατομής της δοκού κατά την θραύση προτείνονται εμπειρικές εκφράσεις.

Οι Boender et al. (1996) αναφέρουν την αδυναμία του φορέα του σχήματος 5-23 να καλύψει την περίπτωση ακραίων ανοιγμάτων πλαισιακών κατασκευών, όπου οι συνθήκες στήριξης της δοκού στα δύο άκρα δεν μπορούν να θεωρηθούν όμοιες. Για τον σκοπό αυτόν, προτείνουν έναν περισσότερο σύνθετο φορέα, όπου πέραν της δοκού συμπεριλαμβάνεται και ένα τμήμα του ακραίου υποστυλώματος, για το οποίο λαμβάνονται υπόψη τα φαινόμενα δευτέρας τάξεως. Επίσης, τα χαρακτηριστικά των κόμβων στα άκρα της δοκού δεν θεωρούνται όμοια. Οι συγγραφείς υπολογίζουν την απαιτούμενη στροφική ικανότητα των κόμβων, για τις τρεις διακριτές περιπτώσεις όπου η τελευταία πλαστική άρθρωση εμφανίζεται στο μέσο της δοκού, στον εξωτερικό κόμβο και στον εσωτερικό κόμβο.

5.7.3 Διαθέσιμη στροφική ικανότητα

Η διαθέσιμη στροφική ικανότητα φ_{avail} ενός κόμβου, είναι η στροφή που μπορεί να αναπτύξει, υπό την επίδραση της επιβαλλομένης καμπτικής καταπόνησης από την δοκό. Εξαρτάται αποκλειστικά από τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του κόμβου. Επιπλέον, όπως προαναφέρθηκε, ανάλογα με το είδος της ανάλυσης που χρησιμοποιείται κατά τον σχεδιασμό της κατασκευής, υπεισέρχονται διαφορετικοί ορισμοί της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας. Η στροφή φ_{Cd} (σχήμα 5-22) είναι χρήσιμη για την περίπτωση πλαστικής ανάλυσης της κατασκευής. Σε κάθε κόμβο, όπου επιτρέπεται ο σχηματισμός πλαστικής άρθρωσης, θα πρέπει να ισχύει:
$$\varphi_{avail} \ge \varphi_{req} \tag{5-168}$$

Η φ_{avail} σε αυτήν την περίπτωση, ταυτίζεται με την φ_{pl} (σχήμα 5-22), για την οποία απαιτείται ο υπολογισμός της φ_{Cd} . Η στροφή φ_{Cd} είναι περισσότερο δύσκολο να υπολογισθεί αναλυτικά, με μεθόδους βασισμένες σε θεωρητικό υπόβαθρο, δεδομένου ότι η συμπεριφορά του κόμβου κατά τον καθοδικό κλάδο της καμπύλης $M - \varphi$, χαρακτηρίζεται από φαινόμενα λυγισμού και ανάπτυξη ρωγμών.

Η στροφή $\varphi_{M_{max}}$ αντίθετα, είναι περισσότερο χρήσιμη στην περίπτωση μη γραμμικής ανάλυσης της κατασκευής, όπου δεν γίνεται παραδοχή σχηματισμού τέλειων πλαστικών αρθρώσεων, μετά την υπέρβαση της αντοχής σχεδιασμού στους κόμβους ή στα μέλη. Η εκτίμηση του μέγιστου σημείου της απόκρισης ($\varphi_{M_{max}}$, M_{max}) είναι απαραίτητη για την προσομοίωση της συμπεριφοράς μετά την πλαστικοποίηση. Η αναγκαιότητα αυτή είναι περισσότερο καταφανής στην περίπτωση που για την καμπύλη ροπής-στροφής των κόμβων χρησιμοποιείται διγραμμική εξιδανίκευση (σχήμα 5-24). Η ισχύς του κριτηρίου της σχέσης 5-168 δεν είναι απαραίτητο να επιβάλλεται ρητά, καθώς εξυπακούεται, ότι σε κάθε βήμα της ανάλυσης και σε κάθε κόμβο, οι στροφές που αναπτύσσονται (στροφές φ_{req}), δεν μπορούν να υπερβούν την μέγιστη στροφή (στροφή φ_{avail}), που προδιαγράφεται από την καμπύλη ροπής-στροφής του κόμβου.



Σχήμα 5-24. Διαθέσιμη στροφική ικανότητα για μη γραμμική ανάλυση με διγραμμική καμπύλη ροπής-στροφής.

Η διαθέσιμη στροφική ικανότητα καθορίζεται από το πλέον ασθενές συστατικό μέρος του κόμβου. Αν το κρίσιμο συστατικό μέρος διαθέτει μεγάλη πλαστιμότητα, τότε ανάλογα και κόμβος διαθέτει μεγάλη στροφική ικανότητα. Εκτός από το κρίσιμο συστατικό μέρος ωστόσο, στην τελική διαθέσιμη στροφική ικανότητα του κόμβου μπορεί να συμβάλουν και άλλα συστατικά μέρη, τα οποία είναι δυνατό να

έχουν πλαστικοποιηθεί, αποδίδοντας ένα τμήμα της συνολικής ικανότητας παραμόρφωσης τους. Συστατικά μέρη με μεγάλη πλαστιμότητα, κατά κανόνα είναι το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη και η μετωπική πλάκα ή τα γωνιακά σε κάμψη. Η συμπεριφορά των συγκεκριμένων συστατικών μερών προσδιορίζεται με βάση ένα ισοδύναμο βραχύ ταυ και για τον λόγο αυτόν, η ικανότητα παραμόρφωσης του βραχέος ταυ, συγκεντρώνει ερευνητικό ενδιαφέρον και για τον προσδιορισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας.

Ο Jaspart (1997) προτείνει, σε αναλογία με τα μέλη, την κατάταξη των κόμβων με κριτήριο την διαθέσιμη στροφική ικανότητα τους σε τρεις κατηγορίες:

- Κατηγορία 1, στην οποία περιλαμβάνονται κόμβοι με μεγάλη στροφική ικανότητα ώστε να επιτρέπουν τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης.
- Κατηγορία 2, στην οποία περιλαμβάνονται κόμβοι με περιορισμένη στροφική ικανότητα, οι οποίοι όμως μπορούν να επιτύχουν την πλαστική ροπή αντοχής τους, με ανακατανομή των εσωτερικών εντατικών μεγεθών. Στους κόμβους αυτής της κατηγορίας, μπορεί να σχηματισθεί μόνο η τελευταία πλαστική άρθρωση της κατασκευής.
- Κατηγορία 3, στην οποία περιλαμβάνονται κόμβοι, στους οποίους η ψαθυρή αστοχία ή φαινόμενα λυγισμού δεν επιτρέπουν ανακατανομή των εσωτερικών εντατικών μεγεθών, και συνεπώς δεν μπορούν να εκμεταλλευθούν την πλαστική αντοχή τους.

Οι Kuhlmann και Kühnemund (2000), διακρίνουν τρεις κατηγορίες συστατικών μερών, με κριτήριο την διαθέσιμη παραμορφωσιμότητα τους:

- Συστατικά μέρη με υψηλή πλαστιμότητα, στα οποία περιλαμβάνονται το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη, η μετωπική πλάκα σε κάμψη, τα γωνιακά σε κάμψη και ο κορμός του υποστυλώματος σε διάτμηση.
- Συστατικά μέρη με περιορισμένη πλαστιμότητα, όπως ο κορμός του υποστυλώματος σε θλίψη και το πέλμα της δοκού σε θλίψη, όπου λόγω φαινομένων λυγισμού εμφανίζεται καθοδικός κλάδος στην καμπύλη δύναμης-μετακίνησης τους
- Ψαθυρά συστατικά μέρη, όπως οι κοχλίες σε εφελκυσμό.

Η κατάταξη των κόμβων σε κατηγορίες, με κριτήριο την διαθέσιμη στροφική ικανότητα, εξαρτάται από την διαθέσιμη παραμορφωσιμότητα των συστατικών

μερών τους. Οι συγγραφείς επικεντρώθηκαν στην συμπεριφορά τους συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη.

Οι Faella et al. (2000), προτείνουν εφαρμογή της μεθόδου των συστατικών μερών για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας των κόμβων. Για κόμβους με γωνιακά, στους οποίους η κύρια αιτία παραμόρφωσης είναι το άνω γωνιακό, θεωρούν ότι στην πλαστική στροφή του κόμβου συμμετέχει μόνο το συστατικό μέρος του άνω γωνιακού σε κάμψη, το οποίο προσομοιώνεται ως ισοδύναμο βραχύ ταυ. Για την εκτίμηση της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης του βραχέος ταυ του άνω γωνιακού, προτείνουν ένα αναλυτικό προσομοίωμα, το οποίο αναπτύχθηκε από τους ίδιους, και λαμβάνει υπόψη την μη γραμμικότητα υλικού μέχρι την πραγματική θραύση (Faella et al. 2000, Piluso et al. 2001). Το προσομοίωμα αυτό περιγράφεται στο πρώτο μέρος της διατριβής. Οι συγγραφείς πραγματοποίησαν αξιολόγηση της μεθοδολογίας με πειραματικά δεδομένα. Η απόκλιση στην εκτίμηση της διαθέσιμης πλαστικής στροφή
ς φ_{pl} των πειραματικών δοκιμών είναι ελάχιστη κατά μέσο όρο, ωστόσο η διασπορά είναι αρκετά μεγάλη. Για κόμβους με μετωπική πλάκα, οι συγγραφείς προτείνουν το μηγανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-25, με το οποίο λαμβάνεται υπόψη η συμβολή περισσότερων του ενός συστατικών μερών στην στροφική ικανότητα. Σε αυτήν την περίπτωση, η αναλυτική έκφραση για την διαθέσιμη πλαστική στροφή φ_{nl} είναι:

$$\varphi_{pl} = \frac{\delta_{pl,weak} + \sum_{i=1}^{nc-1} \delta_i}{z}$$
(5-169)

όπου $\delta_{pl,weak}$ η πλήρης πλαστική παραμόρφωση του ασθενέστερου συστατικού μέρους, δ_i η πλαστική παραμόρφωση των υπόλοιπων συστατικών μερών όταν εξαντλείται η $\delta_{pl,weak}$ του ασθενέστερου συστατικού και *nc* ο συνολικός αριθμός συστατικών.



Σχήμα 5-25. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας κόμβων με μετωπική πλάκα (Faella et al. 2000)

Οι Beg et al. (2003), προτείνουν το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-26 για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας. Για κάθε συστατικό μέρος προτείνονται αναλυτικές μέθοδοι υπολογισμού της μέγιστης παραμόρφωσης, με βάση προσομοιώσεις με πεπερασμένα στοιχεία και πειραματικά αποτελέσματα. Η μέγιστη στροφή υπολογίζεται από την σχέση:

$$\varphi_{avail} = \frac{\delta_{cwt} + \delta_{\beta.\tau.} + \delta_{cwc}}{z} + \gamma_{cws}$$
(5-170)

όπου δ_{cwt} , $\delta_{\beta.r.}$, δ_{cwc} , γ_{cws} οι παραμορφώσεις των αντίστοιχων ελατηρίων του σχήματος 5-26. Στο ελατήριο που είναι κρίσιμο για την τελική αντοχή, η μέγιστη παραμόρφωση εκδηλώνεται πλήρως, ενώ στα άλλα τρία εμφανίζεται ένα μέρος της. Για τον προσδιορισμό του κρίσιμου ελατηρίου και των μετακινήσεων των μη κρίσιμων, υιοθετείται ένας διγραμμικός νόμος δύναμης-μετακίνησης, για κάθε ελατήριο, όπου η αντοχή υπολογίζεται με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν μικρό αριθμό πειραματικών αποτελεσμάτων για τον έλεγχο της προτεινόμενης διαδικασίας. Από τα αντοχής των συστατικών μερών, στην διαθέσιμη στροφική ικανότητα του κόμβου. Στις περιπτώσεις που χρησιμοποιείται το όριο θραύσης από πραγματικές μετρήσεις, η απόκλιση είναι γενικά μικρότερη. Ωστόσο, η συμπεριφορά του προτεινόμενου προσομοιώματος δεν εμφανίζεται συνεπής σε όλες τις περιπτώσεις.



Σχήμα 5-26. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας (Beg et al. 2003)

Οι Beg και Zupancic (2004) διερεύνησαν περαιτέρω την επίδραση του ορίου διαρροής και θραύσης, που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς, για την εκτίμηση της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας. Για τον σκοπό αυτόν, πραγματοποίησαν προσομοιώσεις Monte Carlo, χρησιμοποιώντας το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-26 που προαναφέρθηκε. Ένα συμπέρασμα που εξάγουν οι συγγραφείς είναι ότι η εφαρμογή των ονομαστικών τιμών των υλικών, οι οποίες θεωρούνται υπέρ της ασφαλείας για τους υπολογισμούς της αντοχής, δεν οδηγεί σε ασφαλείς λύσεις για τους υπολογισμούς στροφικής ικανότητας.

Η Coelho (2004) και οι Coelho et al. (2005), χρησιμοποίησαν το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 5-27, για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας, κόμβων με μετωπική πλάκα. Για τα συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης, που προσομοιώνονται με ισοδύναμα βραχέα ταυ, χρησιμοποιούνται απλοποιημένα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, με στοιχεία δοκού που προτείνουν οι συγγραφείς (Coelho et al. 2004), σύνθετα τρισδιάστατα προσομοιώματα καθώς και πειραματικά αποτελέσματα. Για τα υπόλοιπα συστατικά μέρη εφαρμόζονται οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Η στροφή που υπολογίζεται με το μηχανικό προσομοίωμα, συγκρίνεται με την στροφή $φ_{Cd}$ πειραματικών δοκιμών. Τα αποτελέσματα δεν είναι ικανοποιητικά κυρίως όταν χρησιμοποιείται το προσομοίωμα δοκού των συγγραφέων για τα βραχέα ταυ, όπου εμφανίζονται αποκλίσεις μεγαλύτερες από 300%, μεταξύ πειραματικών και αναλυτικών τιμών.



Σχήμα 5-27. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας (Coelho et al. 2005)

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), οι διατάξεις για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας των κόμβων είναι συνοπτικές, ιδιαίτερα σε σύγκριση με την έκταση με την οποία καλύπτονται τα άλλα δύο χαρακτηριστικά μεγέθη της απόκρισης, η αρχική δυσκαμψία και η αντοχή. Για τους κοχλιωτούς κόμβους θεωρείται ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πλαστική ανάλυση της κατασκευής, εφόσον κρίσιμα είναι τα συστατικά μέρη του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη και της μετωπικής πλάκας ή του γωνιακού σε κάμψη. Επιπλέον, προκειμένου να εξασφαλισθεί ότι η αντοχή αυτών των συστατικών μερών, δεν καθορίζεται από την αστοχία των κοχλιών, προτείνεται για το πάχος t του ελάσματος, τουλάχιστον ενός εξ' αυτών να ισχύει:

$$t \le 0.36d_b \sqrt{\frac{f_{u,b}}{f_y}} \tag{5-171}$$

όπου d_b είναι η διάμετρος του κοχλία, $f_{u,b}$ το όριο θραύσης των κοχλιών και f_y το όριο διαρροής του ελάσματος του συστατικού μέρους (πέλμα υποστυλώματος ή μετωπική πλάκα ή σκέλος γωνιακού).

Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Πειραματική βιβλιογραφία.

6.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιείται μία επισκόπηση της πειραματικής βιβλιογραφίας στον τομέα των κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Η επισκόπηση πραγματοποιείται με κύριο στόχο την επιλογή πειραματικών δεδομένων για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων, που αναπτύσσονται και προτείνονται στην διατριβή, για κοχλιωτούς κόμβους δοκού-υποστυλώματος. Η περιγραφή και αξιολόγηση των συγκεκριμένων μηχανικών προσομοιωμάτων διενεργείται στο επόμενο κεφάλαιο. Στο παρόν κεφάλαιο ταξινομούνται και παρουσιάζονται, σε μορφή πίνακα, όλες οι πειραματικές πηγές που συγκεντρώθηκαν, μαζί με πληροφορίες για το είδος των δοκιμών κόμβου δοκού-υποστυλώματος που περιλαμβάνονται σε αυτές. Στην τελευταία ενότητα του κεφαλαίου παρουσιάζονται με λεπτομέρεια οι πειραματικές δοκιμές που επιλέχθηκαν για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων.

Ως πρώτη πειραματική έρευνα μεταλλικών κόμβων δοκού-υποστυλώματος αναφέρεται εκείνη των Wilson και Moore το 1917, στο πανεπιστήμιο του Ιλλινόις, στις ΗΠΑ (McGuire 1988, Abdalla και Chen 1995), η οποία αφορούσε τα χαρακτηριστικά δυσκαμψίας διάφορων τύπων ηλωτών κόμβων πλαισίων. Στο σχήμα 6-1 φαίνεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε (McGuire 1988).



Σχήμα 6-1. Πειραματική διάταξη για τις δοκιμές των Wilson και Moore (1917). Πηγή εικόνας (McGuire 1988).

Έκτοτε, το ερευνητικό ενδιαφέρον στο αντικείμενο των μεταλλικών κόμβων παραμένει ενεργό, με μεγάλο πλήθος δημοσιεύσεων. Στο πρώτο ήμισυ του εικοστού αιώνα, οι πειραματικές προσπάθειες επικεντρώνονταν κυρίως στην έρευνα ηλωτών

κόμβων. Αργότερα, καθώς μεταβάλλονται οι πρακτικές της βιομηχανίας κατασκευής, οι πειραματικές έρευνες επεκτείνονται σε συγκολλητούς κόμβους και σε κόμβους με κοχλιώσεις. Επίσης, αρχικά το ενδιαφέρον των πειραματικών ερευνών περιοριζόταν κατά κύριο λόγο στα χαρακτηριστικά της ελαστικής απόκρισης των κόμβων, και στην αντοχή τους υπό μονοτονική φόρτιση. Μετά τους σεισμούς του Northridge το 1994 και του Kobe το 1995, οι οποίοι προκάλεσαν μη αναμενόμενες, ψαθυρές αστοχίες συγκολλητών κυρίως κόμβων, μεγάλο μέρος των ερευνητικών προσπαθειών αφιερώθηκε στην συμπεριφορά υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση και στις μεθόδους επαύξησης της αποσβενόμενης ενέργειας, μέσω των κόμβων των μεταλλικών πλαισίων.

6.2 Πειραματική βιβλιογραφία

Το πεδίο της πειραματικής έρευνας μεταλλικών κόμβων είναι αφενός ευρύ, περιλαμβάνοντας πολλαπλές περιπτώσεις μορφολογίας, φόρτισης κλπ., και αφετέρου μεταβαλλόμενο με την εξέλιξη των τεχνολογικών δυνατοτήτων. Η ταξινόμηση των διαφόρων πειραματικών αποτελεσμάτων μεταλλικών κόμβων σε κατηγορίες, ώστε να είναι περισσότερο ευχερής η αναφορά τους, μπορεί να διευκολυνθεί με την διατύπωση ορισμένων βασικών κριτηρίων. Αυτά τα κριτήρια περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους.

6.2.1 Ταξινόμηση με βάση τα συνδεόμενα μέλη

Οι παραλλαγές μεταλλικών κόμβων, αναφορικά με τα μέλη που συνδέουν, είναι πολυάριθμες, και μάλλον αδύνατον να κατηγοριοποιηθούν αποτελεσματικά. Στις κατασκευές πλαισίων οι πλέον κοινές περιπτώσεις είναι οι εξής:

- Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος με διατομές Ι
- Κόμβοι δοκού-δοκού με διατομές Ι
- Βάσεις υποστυλωμάτων
- Κόμβοι μεταξύ κλειστών διατομών

Στην συγκεκριμένη διατριβή το ενδιαφέρον περιορίζεται στην περίπτωση κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με διατομές συνδεόμενων μελών μορφής διπλού ταυ. Ωστόσο, σε ορισμένες περιπτώσεις κόμβων δοκού-δοκού, όπως για παράδειγμα κόμβους με μετωπική πλάκα, η μορφολογία της σύνδεσης δεν διαφέρει από εκείνη δοκού-υποστυλώματος, και επομένως μπορεί να εφαρμοσθεί, με ελάχιστες

τροποποιήσεις, η ίδια μεθοδολογία που προτείνεται στην παρούσα διατριβή, για τους κοχλιωτούς κόμβους δοκού-υποστυλώματος.

6.2.2 Ταξινόμηση με βάση το υλικό

Με βάση το υλικό, οι μεταλλικοί κόμβοι μπορούν να διακριθούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Κόμβοι χάλυβα
- Σύμμικτοι κόμβοι χάλυβα-σκυροδέματος
- Κόμβοι αλουμινίου

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής διερευνώνται αποκλειστικά οι κόμβοι χάλυβα.

6.2.3 Ταξινόμηση με βάση την μορφολογία της σύνδεσης

Περιορίζοντας το ενδιαφέρον στους κόμβους χάλυβα, δοκού-υποστυλώματος, με διατομές διπλού ταυ, οι βασικές μορφολογίες συνδέσεων που απαντώνται στις σύγχρονες μεταλλικές κατασκευές, και οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως κριτήριο ταξινόμησης των κόμβων είναι οι εξής:

- Συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα (extended end-plate)
- Συνδέσεις με ισόσταθμη μετωπική πλάκα (flush end-plate)
- Συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος (top/seat angles)
- Συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού (top/seat angles and double web angle)
- Συνδέσεις με μονό ή διπλό γωνιακό κορμού (single/double web angle)
- Συνδέσεις με μετωπική πλάκα κορμού (header plate)
- Συνδέσεις με βραχέα ταυ (T-stub)
- Συγκολλητές συνδέσεις (welded)

Στο σχήμα 6-2 φαίνονται οι διάφορες μορφολογίες συνδέσεων, που αναφέρονται στην παράγραφο αυτήν.



Σχήμα 6-2. Μορφολογίες συνδέσεων κόμβων δοκού-υποστυλώματος

Στις παραπάνω κατηγορίες δεν αναφέρονται οι διάφορες ενισχύσεις, που μπορούν να εφαρμοσθούν στην σύνδεση, όπως για παράδειγμα λοξά τεμάχια ταυ στο κάτω ή και στα δύο πέλματα της δοκού, νευρώσεις, ενισχυτικά ελάσματα υποστυλώματος κλπ. Επίσης, δεν περιλαμβάνονται αρκετές κατηγορίες υβριδικής χρήσης συγκόλλησης και κοχλίωσης, όπως για παράδειγμα υβριδικές συνδέσεις με γωνιακά κορμού, κοχλιωμένα στην δοκό και συγκολλημένα στο υποστύλωμα. Με την προσθήκη αυτών των διαμορφώσεων, οι διαθέσιμες κατηγορίες πολλαπλασιάζονται, γεγονός που καταδεικνύει την μεγάλη ποικιλομορφία που χαρακτηρίζει τους κόμβους δοκού-υποστυλώματος. Επιπλέον, οι παραπάνω κατηγορίες καλύπτουν τις συνήθεις πλαισιακές κατασκευές, και όχι περιπτώσεις στις οποίες ειδικές απαιτήσεις μπορεί να επιβάλλουν πρωτότυπο σχεδιασμό των κόμβων.

Οι κόμβοι με μονό ή διπλό γωνιακό κορμού καθώς και οι κόμβοι με μετωπική πλάκα κορμού αποτελούν περιπτώσεις κόμβων μεταφοράς τέμνουσας μόνο, και συνεπώς εφαρμόζονται σε περιπτώσεις, όπου από τον σχεδιασμό του φορέα απαιτείται απλή έδραση της δοκού. Όλες οι άλλες κατηγορίες αντίθετα, είναι ικανές να παραλάβουν ροπή, και με εξαίρεση τις συγκολλητές συνδέσεις, συνιστούν το κύριο αντικείμενο έρευνας της διατριβής.

6.2.4 Ταξινόμηση με βάση την φόρτιση

Στην περίπτωση κόμβων παραλαβής ροπής, εμφανίζονται οι ακόλουθες μορφές κυρίαρχης φόρτισης της δοκού, οι οποίες μεταβιβάζονται στον κόμβο:

- Κόμβοι με κυρίαρχη κάμψη της δοκού
- Κόμβοι με ταυτόχρονη κάμψη και αξονική δύναμη στην δοκό

Στην πρώτη περίπτωση, η αξονική δύναμη της δοκού είναι μικρή ή ανύπαρκτη. Το όριο για την αξονική δύναμη που θέτει ο Ευρωκώδικας 3, ώστε η επίδραση της να θεωρηθεί μικρή και πρακτικά αμελητέα, ήταν αρχικά 10% (CEN 1997) της αξονικής αντοχής της δοκού, και στην νεότερη έκδοση αναθεωρήθηκε σε 5% (CEN 2003). Το όριο 5% προκύπτει πάντως από εμπειρικές παρατηρήσεις, και όχι βάσει κάποιου θεωρητικά θεμελιωμένου υπόβαθρου. Για περιπτώσεις μεγαλύτερης αξονικής δύναμης, δεν παρέχονται οδηγίες σχεδιασμού, παρά μόνο το ακόλουθο μακροσκοπικό και συντηρητικό κριτήριο:

$$\frac{M_j}{M_{j,rd}} + \frac{N_j}{N_{j,rd}} \le 1 \tag{6-1}$$

όπου M_j , N_j η δρώσα ροπή και αξονική στον κόμβο αντίστοιχα και $M_{j,rd}$, $N_{j,rd}$ οι αντοχές σχεδιασμού του κόμβου, αποκλειστικά σε ροπή και αξονική δύναμη αντίστοιχα.

Ωστόσο, με εφαρμογή της μεθόδου των συστατικών μερών, κατάλληλα προσαρμοσμένης, ώστε να προσεγγίζεται η αλληλεπίδραση των επιμέρους στοιχείων και η κατανομή των εσωτερικών δράσεων στον κόμβο, μπορούν να αντιμετωπισθούν και αυτές οι περιπτώσεις. Στην βιβλιογραφία είναι διαθέσιμες ορισμένες πρόσφατες δημοσιεύσεις προς αυτήν την κατεύθυνση, όπως από τους Jaspart et al. (1999), Silva και Coelho (2001β), Sokol et al. (2002), Cerfontaine και Jaspart (2002 και 2005), Lima et al. (2004).

Στο σχήμα 6-3 παρουσιάζεται μία συνήθης περίπτωση κόμβου δοκούυποστυλώματος, όπου εμφανίζεται αλληλεπίδραση καμπτικής ροπής με αξονική δύναμη στον κόμβο. Στην παρούσα διατριβή, η αλληλεπίδραση ροπής-αξονικής δεν αποτελεί αντικείμενο έρευνας. Ωστόσο, θα αναφερθεί η διαθέσιμη σχετική πειραματική βιβλιογραφία, καθώς κρίνεται ότι το εν λόγω αντικείμενο μπορεί να αποτελέσει ένα άμεσο πεδίο επέκτασης της προτεινόμενης μεθοδολογίας.



Σχήμα 6-3. Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος με (β) ή χωρίς (α) αξονική δύναμη στην δοκό

6.2.5 Ταξινόμηση με βάση την ιστορία της φόρτισης

Η ταξινόμηση των πειραματικών δοκιμών κόμβων, με βάση την ιστορία της φόρτισης μπορεί να γίνει στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

- Μονοτονική ψευδό-στατική φόρτιση
- Ανακυκλιζόμενη ψευδό-στατική φόρτιση
- Σεισμική φόρτιση

Η περίπτωση μονοτονικής φόρτισης θεωρείται η πλέον απλή στην προετοιμασία και εκτέλεση. Αποτελεί συνήθη πρακτική, στο αρχικό στάδιο της πειραματικής δοκιμής, η φόρτιση να επιβάλλεται μέχρι ενός επιπέδου της ελαστικής περιοχής της απόκρισης, και στην συνέχεια να ακολουθεί πλήρης αποφόρτιση. Με αυτόν τον αρχικό κύκλο εκδηλώνονται διάφορες μικρό-μετακινήσεις μεταξύ των συνδεόμενων

μελών, οι οποίες οφείλονται σε κατασκευαστικές ατέλειες, και η επίδραση τους στην συμπεριφορά του κόμβου είναι ανελαστική και σε μεγάλο βαθμό τυχηματική. Μετά τον αρχικό κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης, ακολουθεί η τελική φάση επιβολής της φόρτισης. Σε προκαθορισμένα χρονικά σημεία, η διαδικασία επιβολής μπορεί να διακόπτεται για μερικά λεπτά, έτσι ώστε να εκδηλώνονται οι πλαστικές παραμορφώσεις του υλικού σε συνθήκες ηρεμίας.

Η επόμενη περίπτωση ιστορίας φόρτισης, που εφαρμόζεται σε πειραματικές έρευνες μεταλλικών κόμβων, είναι η ανακυκλιζόμενη ψευδό-στατική φόρτιση. Με αυτήν την καταπόνηση ελέγχεται η ικανότητα απόσβεσης ενέργειας που μπορεί να επιτύχει ο κόμβος. Υπάρχουν αναγνωρισμένα πρότυπα, με τα οποία προσδιορίζεται η μορφή της ιστορίας της φόρτισης, έτσι ώστε τα αποτελέσματα ανεξάρτητων ερευνητών να είναι περισσότερο συγκρίσιμα μεταξύ τους. Στο σχήμα 6-4 φαίνεται το πρότυπο φόρτισης που προτείνεται από τον ευρωπαϊκό οργανισμό ECCS (1986), και το οποίο υιοθετείται κατά κύριο λόγο σε πειράματα που διεξάγονται στον ευρωπαϊκό χώρο, το πρότυπο ΑTC-24 που συστήνεται από το αμερικανικό συμβούλιο ATC (1992) και το πρότυπο που προτείνεται στο ερευνητικό πρόγραμμα SAC (2000).



Σχήμα 6-4. Πρότυπες χρονοϊστορίες για την εκτέλεση πειραμάτων ανακυκλιζόμενης φόρτισης

Οι διαφοροποιήσεις σε κάθε πρότυπο συνίστανται στον ρυθμό αύξησης του πλάτους της ανακυκλιζόμενης φόρτισης και στο μέγιστο πλάτος. Η απόσβεση ενέργειας που επιτυγχάνει ένας κόμβος εξαρτάται από την ιστορία της φόρτισης, και συνεπώς διαφέρει για κάθε ένα από τα πρότυπα του σχήματος 6-4. Άλλες παραλλαγές είναι επίσης πιθανό να υιοθετούνται σε πειραματικές διαδικασίες.

Η τελευταία περίπτωση ιστορίας φόρτισης, που απαντάται σε πειραματικές έρευνες κόμβων, είναι η σεισμική φόρτιση. Αποτελεί την πλέον δύσκολη και δαπανηρή κατηγορία από τις τρεις που αναφέρονται στην παράγραφο αυτήν. Εκτελείται σε σεισμικές τράπεζες, όπου ανεγείρονται και τοποθετούνται πλήρεις πλαισιακές κατασκευές προς δοκιμή. Η απόκριση των κόμβων, εφόσον ενδιαφέρει, μπορεί να απομονωθεί από την συνολική απόκριση του πλαισίου με κατάλληλη εγκατάσταση οργάνων. Οι πειραματικές διατάξεις αυτής της κλίμακας έχουν προφανώς ευρύτερο ενδιαφέρον, και δεν περιορίζονται μόνο στην διερεύνηση της συμπεριφοράς των κόμβων αλλά συνολικά της κατασκευής.

Στην παρούσα διατριβή, η προτεινόμενη μεθοδολογία, για την εκτίμηση της συμπεριφοράς των κόμβων, εφαρμόζεται και ελέγχεται στην περίπτωση μονοτονικής φόρτισης. Με βάση τα συμπεράσματα και την απόδοση των προσομοιωμάτων, που προτείνονται στην διατριβή για μονοτονική φόρτιση, η επέκταση και τροποποίηση τους αποτελεί μία κατεύθυνση έρευνας με μεγάλο ενδιαφέρον, η οποία θα επιδιωχθεί μελλοντικά. Στην βιβλιογραφική επισκόπηση που πραγματοποιείται σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναφερθούν πηγές πειραματικών αποτελεσμάτων και για τις τρεις κατηγορίες ιστορίας φόρτισης.

6.2.6 Ταξινόμηση με βάση την θέση

Με κριτήριο την θέση, διακρίνονται δύο κατηγορίες κόμβων δοκού-υποστυλώματος:

- Εξωτερικοί κόμβοι
- Εσωτερικοί κόμβοι

Στην πρώτη κατηγορία αντιστοιχούν κόμβοι εξωτερικών υποστυλωμάτων, όπου πραγματοποιείται σύνδεση δοκού μόνο από την μία πλευρά του υποστυλώματος. Αντίθετα, στην δεύτερη κατηγορία αντιστοιχούν κόμβοι εσωτερικών υποστυλωμάτων, με συνδεόμενες δοκούς και στις δύο πλευρές. Σε αυτήν την περίπτωση, υπάρχει η δυνατότητα συμμετρικής ή αντισυμμετρικής φόρτισης των δύο εκατέρωθεν κόμβων. Στο σχήμα 6-5 παρουσιάζεται από μία περίπτωση εξωτερικού και εσωτερικού κόμβου. Στην παρούσα διατριβή ενδιαφέρουν και οι δύο περιπτώσεις.



Σχήμα 6-5. Διάταξη εξωτερικού κόμβου (α) και εσωτερικού κόμβου (β)

6.2.7 Ταξινόμηση με βάση τον άξονα

Στους κόμβους δοκού-υποστυλώματος, με διατομές συνδεόμενων μελών μορφής διπλού ταυ, διακρίνονται οι ακόλουθες δύο κατηγορίες, σε σχέση με τον άξονα σύνδεσης της δοκού στο υποστύλωμα:

- Κόμβοι με σύνδεση δοκού στον κύριο άξονα του υποστυλώματος
- Κόμβοι με σύνδεση δοκού στον ασθενή άξονα του υποστυλώματος

Στο σχήμα 6-6 που ακολουθεί, φαίνονται οι δύο διαφορετικές περιπτώσεις διάταξης του κόμβου, σε σχέση με τον άξονα του υποστυλώματος. Στην διατριβή ενδιαφέρει η περίπτωση κόμβων στον κύριο άξονα.



Σχήμα 6-6. Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος στον ισχυρό (α) και ασθενή (β) άξονα

6.2.8 Καταγραφή πειραματικής βιβλιογραφίας

Με γνώμονα τις κατηγορίες κόμβων, όπως διαμορφώνονται με τα κριτήρια ταξινόμησης που αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, θα επιχειρηθεί

στην συνέχεια μια καταγραφή της διαθέσιμης πειραματικής βιβλιογραφίας, η οποία συγκεντρώθηκε σταδιακά, σε όλα τα στάδια συγγραφής της διατριβής. Εξαιτίας του μεγάλου πλήθους πειραματικών δημοσιεύσεων στον συγκεκριμένο τομέα, αρκετές προσπάθειες συγκέντρωσης και καταγραφής των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν.

Οι Jones et al. (1980) συγκέντρωσαν 255 πειραματικά αποτελέσματα δοκιμών κόμβων, που πραγματοποιήθηκαν από το 1934 ως το 1977 σε Ευρώπη και Αμερική. Περιλαμβάνονται μορφολογίες συνδέσεων με γωνιακά κορμού, μονά και διπλά, με μετωπικές πλάκες κορμού, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού, με μετωπική πλάκα, με βραχέα ταυ, καθώς και συγκολλητοί κόμβοι. Επίσης περιλαμβάνονται κόμβοι στον ασθενή άξονα, καθώς και ορισμένες δοκιμές κόμβων δοκού-δοκού. Οι παλαιότερες πειραματικές δοκιμές που αναφέρονται, αφορούν κυρίως ηλωτές συνδέσεις, και επομένως η χρησιμότητα τους σε σύγχρονες εφαρμογές είναι περιορισμένη.

Ο Goverdhan (1983) συγκέντρωσε 230 πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία πραγματοποιήθηκαν στις ΗΠΑ από το 1950 ως το 1983. Περιλαμβάνονται συνδέσεις με μετωπική πλάκα, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού, με μετωπική πλάκα κορμού, και με μονά και διπλά γωνιακά κορμού. Πέραν της συλλογής των πειραματικών πηγών, δημιουργήθηκε επιπλέον και ηλεκτρονική βάση δεδομένων, όπου για κάθε πειραματική δοκιμή αποθηκεύτηκαν συγκεντρωμένα τα δεδομένα της δοκιμής, όπως γεωμετρικές ιδιότητες, ιδιότητες υλικών κλπ., τα αποτελέσματα της, σε ψηφιακή μορφή, καθώς και άλλες χρήσιμες πληροφορίες. Επίσης, συμπεριληφθήκαν αναλυτικές εκφράσεις για την προσέγγιση των αποτελεσμάτων.

Στον ευρωπαϊκό χώρο, ο Nethercot (1985), συγκέντρωσε και καταχώρησε σε ηλεκτρονική βάση δεδομένων περισσότερες από 700 μεμονωμένες πειραματικές δοκιμές, προερχόμενες από 70 και πλέον βιβλιογραφικές πηγές. Στην βάση δεδομένων καταχωρήθηκαν μορφολογίες συνδέσεων με μετωπική πλάκα, εκτεταμένη και ισόσταθμη, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού, με μετωπική πλάκα κορμού, με μονά και διπλά γωνιακά κορμού, με βραχέα ταυ και με βραχέα ταυ με γωνιακά κορμού.

Οι Kishi και Chen (1986 και 1986β) επέκτειναν την βάση δεδομένων του Goverdhan (1983), ενσωματώνοντας συνολικά 303 μεμονωμένες πειραματικές δοκιμές, που πραγματοποιήθηκαν σε όλο τον κόσμο από το 1936 ως το 1986. Η νέα βάση ονομάστηκε SCDB ή Steel Connection Data Bank, και συμπεριλήφθηκαν σε αυτήν μορφολογίες συνδέσεων με μετωπική πλάκα, προεκτεινόμενη και ισόσταθμη, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού, με μετωπική πλάκα κορμού, και με μονά και διπλά γωνιακά κορμού. Στην

ηλεκτρονική βάση δεδομένων που δημιουργήθηκε, συμπεριλήφθηκαν και αναλυτικές μέθοδοι προσέγγισης των πειραματικών καμπυλών.

Οι Abdalla και Chen (1995) προσθέσανε επιπλέον 46 μεμονωμένα πειραματικά αποτελέσματα στην βάση SCDB των Kishi και Chen (1986 και 1986β), τα οποία πραγματοποιήθηκαν από το 1981 ως το 1990.

Ο Weynand (1992) δημιούργησε μια ευρωπαϊκή ηλεκτρονική βάση δεδομένων πειραματικών δοκιμών με την ονομασία SERICON. Στην βάση συμπεριληφθήκαν, μαζί με μεταγενέστερες προσθήκες, 400 μεμονωμένες πειραματικές δοκιμές, που πραγματοποιήθηκαν σε ευρωπαϊκά εργαστήρια από το 1980 ως το 1994. Στις μορφολογίες που συμπεριλήφθηκαν, ανήκουν συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, με ισόσταθμη μετωπική πλάκα, συγκολλητές, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος ή μόνο κάτω πέλματος και μονό γωνιακό κορμού, καθώς και σύμμικτες συνδέσεις.

Στην συνέχεια, παρουσιάζονται οι πηγές πειραματικής βιβλιογραφίας, που συγκεντρώθηκαν στα πλαίσια βιβλιογραφικής έρευνας, και αξιολογήθηκαν κατά την σύνταξη της παρούσας διατριβής. Συνολικά συγκεντρώθηκαν 33 πηγές, στις οποίες αναφέρονται 302 μεμονωμένες δοκιμές. Στην έρευνα περιλαμβάνονται μόνο κόμβοι χάλυβα, δοκού-υποστυλώματος και δοκού-δοκού, διατομής διπλού ταυ.

Στον πίνακα 6-1 παρουσιάζονται σε αλφαβητική σειρά οι βιβλιογραφικές πηγές. Για κάθε μία αναφέρεται ο αριθμός των δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν, οι μορφολογίες των συνδέσεων, το είδος της φόρτισης και η ιστορία της, ο άξονας και η θέση του υποστυλώματος, καθώς και τυχόν παρατηρήσεις. Οι μορφολογίες συνδέσεων που εμφανίζονται, και οι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για την κάθε μία, παρατίθενται στον πίνακα 6-2. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι, ο αντικειμενικός σκοπός της επιχειρούμενης βιβλιογραφικής έρευνας είναι η επιλογή κατάλληλων πειραματικών δεδομένων, προς αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων, που προτείνονται στην διατριβή για την εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής, και όχι η συστηματική καταγραφή της πειραματικής έρευνας στον τομέα των κόμβων. Επομένως, στον πίνακα 6-1 αναφέρονται μόνο οι πηγές που κατορθώθηκε να συλλεχθούν κατά την διάρκεια της διατριβής, είναι δημοσιευμένες και άμεσα διαθέσιμες, και δεν μπορεί να χαρακτηρισθεί ότι αποτελούν πλήρη και εξαντλητική καταγραφή. Επίσης, για τον ίδιο λόγο, για πειραματικές εργασίες που δημοσιεύονται σε πολλαπλές βιβλιογραφικές πηγές, στον πίνακα 6-1 αναφέρεται η πλέον άμεσα προσβάσιμη, και όχι απαραίτητα η αρχαιότερη. Ως σχόλιο στην τελευταία στήλη του πίνακα 6-1, μπορεί να αναφέρονται και άλλες πηγές, από τους ίδιους ή και άλλους ερευνητές, εφόσον σε αυτές περιέχονται πρόσθετες πληροφορίες. Το χρονολογικό εύρος των βιβλιογραφικών πηγών στον πίνακα 6-1 εκτείνεται μεταξύ 1986 και 2004, εκτός από δύο πηγές, που τοποθετούνται στο 1976 και 1977.

ala	Συγγραφέας	Αριθμός	Μορφολογία	Φόρτιση		Αξονας	Θέση	Στόλια	
u/u	20γγράψεας	δοκιμών	συνδέσεων	Είδος	Ιστορία	Υπ/τος	Υπ/τος	Ζχολιά	
1	Abolmaali et al. (2003)	20	DWA	М	С	К	1	Συγκόλληση των γωνιακών στον κορμό της δοκού σε 8 δοκιμές.	
2	Adey et al. (1998)	8	EEP	М	С	К	1		
3	Agerskov (1976)	15	EEP	М	М	к	2	Δοκού-δοκού. Σειρές κοχλίωσης με 4 κοχλίες σε 7 δοκιμές.	
4	Aggarwal (1994)	4 4 4	EEP EEP FEP	М	М	К	1 2 1		
5	Aribert et al. (2004)	3 1	FEP HP	М	М	K K	2 2		
6	Azizinamini et al. (1987)	18 34	TSA&DWA	М	M C	К	2	Kishi et al. (2001) Citipitioglu et al. (2002) Azizinamini και Radziminski (1989).	
7	Bernuzzi et al. (1996)	3 1 6 1 5	EEP FEP FEP TSA TSA	М	C M C M C	K	1		
8	Bose et al. (1997)	6	FEP	М	М	K	2		
9	Bose (1998)	3 4	FEP EEP	М	М	K	2		
10	Broderick και Thomson (2002)	6 2	FEP FEP	М	C M	К	1		
11	Buri και Jaspart (1997β)	2	EEP	М	М	К	1	Buri και Jaspart (1998)	
12	Calado et al. (2000)	3	TSA&DWA	М	С	К	1		
13	Coelho et al. (2004β)	8	EEP	М	М	К	1	Coelho (2004)	
Υπόμνημα									
Ν	Λορφολογία σύνδε	σης: βλέ	έπε πίνακα 6-2						
E	Είδος φόρτισης:	M	M = κυρίαρχη κάμψη, M/N = αλληλεπίδραση κάμψης-αξονικής						
I	στορία φόρτισης:	M	M = μονοτονική, C = ανακυκλιζόμενη, S = σεισμική						
7	Αξονας υποστυλώμ	ιατος: Κ =	= κύριος, Δ = δευ	τερεύων			, .		
6	Θέση υποστυλώματος: 1 = εξωτερικό (μονόπλευρος κόμβος), 2 = εσωτερικό (αμφίπλευρος κόμβος)								

Πίνακας 6-1. Πηγές πειραματικής βιβλιογραφίας

		Αριθμός	Μορφολογία	Φόρτι σ η		Αξονας	Aśan		
α/α	Συγγραφεας	δοκιμών	συνδέσεων	Είδος	Ι στ ορία	Υπ/τος	Υπ/τος	2χυλια	
14	Davison et al. (1987)	4 3 1 1 1 1 2 1 2 1	DWA DWA TSA TSA DWA&SA DWA&SA FEP FEP EEP HP	М	М	Δ Κ Δ Κ Δ Κ Κ Κ	2		
15	Davison et al. (1987β)	1 1 2 2 2	DWA TSA FEP EEP EEP	М	М	Κ Κ Δ Κ Δ	2	Διερεύνηση γεωμετρικών ατελειών.	
16	Dubina et al. (2000)	8 2	EEP	М	C M	K	2	Συγκολλητά μέλη στις 2 μονοτονικές δοκιμές και σε 4 ανακυκλιζόμενες. Dubina et al. (2001) - 4 δοκιμές.	
17	Elnashai et al. (1998)	4 1 1	TSA&DWA	M/N	C M S	K	1	Πλήρες πλαίσιο. Elnashai και Elghazouli (1994) - 5 δοκιμές.	
18	Grogan και Surtees (1999)	17	EEP	М	М	К	2	Διερεύνηση ενίσχυσης πέλματος υπ/τος. Δοκός διατομής Τ σε 15 δοκιμές.	
19	Hong et al. (2002)	4	DWA	М	М	K	1		
20	Ivanyi (2000)	4	FEP	M/N	С	K	1 και 2	Πλήρες πλαίσιο.	
21	Komuro et al. (2004)	2 1	TSA&DWA TSA	М	М	K	1		
22	Korol et al. (1990)	7	EEP	М	С	К	1	Ενισχύσεις σε κορμό υποστυλώματος και σε μετωπική πλάκα. Ghobarah et al. (1990) - 5 δοκιμές	
Υπόμνημα Μορφολογία σύνδεσης: βλέπε πίνακα 6-2 Είδος φόρτισης: Μ = κυρίαρχη κάμψη, Μ/Ν = αλληλεπίδραση κάμψης-αξονικής Ιστορία φόρτισης: Μ = μονοτονική, C = ανακυκλιζόμενη, S = σεισμική									
Αξονας υποστυλώματος: Κ = κύριος, Δ = δευτερεύων Θέση υποστυλώματος: 1 = εξωτερικό (μονόπλευρος κόμβος), 2 = εσωτερικό (αμφίπλευρος κόμβος)									

Πίνακας 6-1. (συνέχεια)

a/a	Συγγοαφέας	Αριθμός	Μορφολογία	Φόρτιση		Αξονας	Θέση	Σχόλια	
u/u	Loppaquas	δοκιμών	συνδέσεων	Είδος	Ιστορία	Υπ/τος	Υπ/τος		
23	Kukreti et al. (1987)	8	FEP	М	М	К	1	Abolmaali et al. (2005).	
24	Kukreti και Abolmaali (1999)	12	TSA	М	С	К	1		
25	Lima et al. (2004)	6 1	EEP	M/N M	М	К	1 1		
26	Masika και Dunai (1995)	2	EEP	M/N	М	К	1	Πλήρες πλαίσιο. 27 δοκιμές στην ελαστική περιοχή.	
27	Moore και Sims (1986)	4	EEP	М	М	К	2	Ενίσχυση πέλματος υπ/τος σε 2 δοκιμές.	
28	Packer και Morris (1977)	5	EEP	М	М	К	2		
29	Popov και Takhirov (2002)	2	T-Stub	М	С	К	1	Ελάσματα συγκολλημένα στο υποστύλωμα και κοχλιωμένα στον κορμό της δοκού.	
30	Ribeiro et al. (1998)	12	EEP	М	М	К	2	Συγκολλητά μέλη. Maggi et al. (2005).	
31	Sumner et al. (2000)	6	EEP	М	С	К	1	Ενίσχυση μετωπικής πλάκας σε 4 δοκιμές. Sumner και Murray (2002)	
32	Wald και Svarc (2001)	3 2	FEP EEP	M/N	М	К	1	Οι 3 δοκιμές FEP είναι δοκού-δοκού.	
33	Yorgun (2001)	2	EEP	М	С	К	1	Διάκενο μεταξύ μετωπικής πλάκας και υποστυλώματος σε μία δοκιμή.	
Υπόμνημα									
Ν	Μορφολογία σύνδεσης: βλέπε πίνακα 6-2								
E	ίδος φόρτισης:	M	M = κυρίαρχη κάμψη, M/N = αλληλεπίδραση κάμψης-αζονικής						
Ie	στορία φόρτισης:	M	M = μονοτονική, C = ανακυκλιζόμενη, S = σεισμική						
Ά	ιξονας υποστυλώμ	ιατος: Κ =	Κ = κύριος, Δ = δευτερεύων						
e	Θέση υποστυλώματος: 1 = εξωτερικό (μονόπλευρος κόμβος), 2 = εσωτερικό (αμφίπλευρος κόμβος)								

Πίνακας 6-1. (συνέχεια)

Μορφολογία σύνδεσης	Συμβολισμός
Προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα Extended end plate	EEP
Ισόσταθμη μετωπική πλάκα Flush end plate	FEP
Γωνιακά άνω και κάτω πέλματος Top/Seat angles	TSA
Διπλό γωνιακό κορμού Double web angle	DWA
Γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού Top/Seat angles and double web angle	TSA&DWA
Διπλό γωνιακό κορμού και γωνιακό κάτω πέλματος Double web angle and seat angle	DWA&SA
Μετωπική πλάκα κορμού Header plate	HP
Βραχέα ταυ T-Stub	T-Stub

Πίνακας 6-2. Μορφολογίες συνδέσεων και οι συμβολισμοί τους

6.3 Επιλογή πειραματικών δεδομένων

Οι πειραματικές δημοσιεύσεις, που συγκεντρώθηκαν και αναφέρθηκαν στον πίνακα 6-1 της προηγούμενης παραγράφου, επιτρέπουν την ευχερή επιλογή των κατάλληλων δεδομένων για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων κόμβων δοκού-υποστυλώματος, που προτείνονται στην διατριβή. Για τον σκοπό αυτόν, είναι επιθυμητή η εξέταση εναλλακτικών μορφολογιών σύνδεσης, ώστε να διερευνηθεί η ευρύτητα του πεδίου εφαρμογής των προτεινόμενων μεθόδων εκτίμησης της καμπύλης ροπής-στροφής, και να αποκαλυφθούν οι ιδιαιτερότητες των μηχανικών προσομοιωμάτων σε κάθε περίπτωση.

Από την διαδικασία επιλογής αποκλείονται τα πειραματικά δεδομένα που αφορούν δοκιμές ανακυκλιζόμενης και σεισμικής φόρτισης, καθώς και οι δοκιμές με αλληλεπίδραση κάμψης-αξονικής, δεδομένου ότι η εξέταση αυτών των φαινομένων δεν αποτελεί αντικείμενο της παρούσας διατριβής, αλλά πιθανής μελλοντικής έρευνας. Από τα υπόλοιπα πειραματικά δεδομένα, είναι απαραίτητη μια διαδικασία επιλογής των πλέον πρόσφορων, με τα οποία εξασφαλίζεται η αξιοπιστία της σύγκρισης με τα μηχανικά προσομοιώματα. Τα κριτήρια, τα οποία είναι επιθυμητό να πληρούν τα πειραματικά δεδομένα, συνοψίζονται στις ακόλουθες βασικές αρχές:

- Πληρότητα ιδιοτήτων υλικών
- Πληρότητα γεωμετρικών ιδιοτήτων και πειραματικής διάταξης
- Πληρότητα αποτελεσμάτων

Σε ότι αφορά τις ιδιότητες υλικών, είναι επιθυμητό να παρέχονται οι νόμοι τάσεωνανηγμένων παραμορφώσεων, από δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού, για όλα τα μέλη της σύνδεσης και για τους κοχλίες. Συχνά, στην πειραματική βιβλιογραφία, δεν είναι διαθέσιμες οι σχετικές πληροφορίες για όλα τα υλικά, αλλά αντίθετα για κάποια από αυτά μπορεί να αναφέρονται οι ονομαστικές τους τιμές. Επίσης, πολλές φορές αναφέρονται ελλιπείς πληροφορίες για ορισμένα υλικά (για παράδειγμα μόνο όριο θραύσης ή όριο διαρροής), καθώς οι υπόλοιπες ιδιότητες είναι πιθανό να μην είναι συναφείς με το αντικείμενο της ερευνητικής εργασίας, στα πλαίσια της οποίας διενεργούνται οι πειραματικές δοκιμές. Επειδή στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, το οποίο ενσωματώνεται στα μηχανικά προσομοιώματα που προτείνονται στην διατριβή, λαμβάνεται υπόψη η μη γραμμικότητα των υλικών, και προσομοιώνεται η συμπεριφορά τους μετά την διαρροή και μέχρι την θραύση, είναι χρήσιμο οι νόμοι υλικών να παρέχονται μέσω γραφικής παράστασης, μέχρι την θραύση ή εναλλακτικά να είναι δυνατή η αναδημιουργία μιας διγραμμικής σχέσης τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων, παρέχοντας τις τιμές των τεσσάρων χαρακτηριστικών μεγεθών αυτής: του μέτρου ελαστικότητας, του ορίου διαρροής, του ορίου θραύσης και της παραμόρφωσης θραύσης. Η θραύση μπορεί να ορίζεται συμβατικά, και να αντιστοιχεί στην κατάσταση μέγιστου φορτίου ή να ανταποκρίνεται στην πραγματική θραύση του υλικού, που αντιστοιχεί στην μέγιστη πραγματική τάση. Η πληροφορία αυτή όμως, κατά κανόνα δεν αναφέρεται στις δημοσιεύσεις πειραματικών δοκιμών, και υπονοείται συμβατική θραύση. Ωστόσο, όπως φάνηκε κατά την αξιολόγηση του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, η μορφή του πλαστικού κλάδου του υλικού, μέχρι και την πραγματική θραύση, μπορεί να αποτελέσει καθοριστική παράμετρο για την εκτίμηση της μη γραμμικής απόκρισης.

Επόμενο κριτήριο για την επιλογή μεταξύ των διαθέσιμων πειραματικών δοκιμών, αποτελεί η πληρότητα στην περιγραφή των γεωμετρικών παραμέτρων και της πειραματικής διάταξης. Κατά κανόνα, οι συγκεκριμένες πληροφορίες περιγράφονται επαρκώς σε κάθε πειραματική δημοσίευση. Λόγω όμως, της αυξημένης πολυπλοκότητας και του μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων παραμέτρων, που ορίζουν την γεωμετρία των κόμβων δοκού-υποστυλώματος, σε πολλές περιπτώσεις ορισμένες από αυτές τις παραμέτρους παραλείπονται. Παραδείγματα παραμέτρων που συνήθως παραλείπονται, αποτελούν μεταξύ άλλων τα πάχη των συγκολλήσεων και οι διαστάσεις των οπών και των δακτυλίων. Επιπλέον, οι γεωμετρικές παράμετροι, όπου δημοσιεύονται, κατά κανόνα, αφορούν ονομαστικές διαστάσεις πρότυπων διατομών και κοχλιών, και σε λίγες περιπτώσεις παρέχονται επιτόπου μετρήσεις γεωμετρίας. Η διαφορά της μετρούμενης από την ονομαστική διάσταση μπορεί να είναι σημαντική, και συνεπώς είναι προτιμότερο να αναφέρονται οι ακριβείς επιτόπου μετρήσεις. Η συνολική πειραματική διάταξη, μαζί με τον τρόπο εγκατάστασης των οργάνων, είναι επίσης ουσιαστικός παράγοντας, που πρέπει να τεκμηριώνεται επαρκώς σε μία πειραματική δημοσίευση, καθώς καθορίζει την καταπόνηση του κόμβου, και αποκαλύπτει την αξιοπιστία και ποιότητα της κάθε πειραματικής δοκιμής.

Σε ότι αφορά την πληρότητα των αποτελεσμάτων, είναι απαραίτητο να δημοσιεύεται η πλήρης καμπύλη ροπής-στροφής του κόμβου. Σε ορισμένες περιπτώσεις ωστόσο, αναφέρονται μόνο ορισμένα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της καμπύλης, όπως η αρχική δυσκαμψία ή η αντοχή. Αυτές οι πειραματικές δοκιμές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν για την αξιολόγηση των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων και αποκλείονται. Επίσης, είναι χρήσιμο να περιγράφεται η αιτία αστοχίας του κόμβου, καθώς και ο τρόπος υπολογισμού των μεγεθών της ροπής και της στροφής από τις μετρήσεις των οργάνων.

Με γνώμονα τις ανωτέρω απαιτήσεις, έγινε η επιλογή τριών πειραματικών δημοσιεύσεων, για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων κόμβων δοκού-υποστυλώματος που προτείνονται στην διατριβή. Πρόκειται για τις 18 δοκιμές μονοτονικής φόρτιση των Azizinamini et al. (1987), που αφορούν συνδέσεις με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, τις 8 δοκιμές των Coelho et al. (2004β), που αφορούν συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, και τις 2 δοκιμές των Bursi και Jaspart (1997β), που αφορούν επίσης συνδέσεις με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται με περισσότερη λεπτομέρεια οι εν λόγω πειραματικές δοκιμές.

6.3.1 Azizinamini et al. (1987)

Ο Azizinamini (1985) πραγματοποίησε μια σειρά πειραματικών δοκιμών αμφίπλευρων κόμβων, με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού, υπό μονοτονική και ανακυκλιζόμενη φόρτιση, στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής του. Η αρχική αυτή δημοσίευση δεν είναι διαθέσιμη. Αργότερα ωστόσο, πραγματοποιηθήκαν δύο δημοσιεύσεις σε περιοδικά (Azizinamini et al. 1987, Azizinamini και Radziminski 1989), στις οποίες περιγράφονται οι συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές. Επιπλέον, οι Kishi et al. (2001) σε μία ανεξάρτητη ερευνητική εργασία, εκτέλεσαν προσομοιώσεις όλων των μονοτονικών δοκιμών της αρχικής δημοσίευσης, χρησιμοποιώντας τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Προσομοιώσεις με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των μονοτονικών πειραματικών δοκιμών πραγματοποίησαν και οι Citipitioglu et al. (2002), διενεργώντας παράλληλα και παραμετρικές διερευνήσεις των επιλογών προσομοίωσης. Τα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων μπορούν να αξιοποιηθούν για την αξιολόγηση μηχανικών προσομοιωμάτων, καθώς αντιστοιχούν στην εξιδανικευμένη συμπεριφορά του κόμβου, χωρίς τις ατέλειες της πραγματικής πειραματικής διάταξης, οι οποίες γενικά επιδρούν με απρόβλεπτο τρόπο στην απόκριση. Παράλληλα, οι αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία αποτελούν και ένα μέτρο της ακρίβειας, που μπορεί να επιτευχθεί με συνήθη υπολογιστικά μέσα.

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο σχήμα 6-7, και αποτελείται από ένα ισχυρό βραχύ υποστύλωμα στο κέντρο, και δύο όμοιες δοκούς που συνδέονται στα πέλματα του υποστυλώματος μέσω τεσσάρων γωνιακών: από ένα στο κάθε πέλμα της δοκού και δύο στον κορμό της. Οι δύο εκατέρωθεν συνδέσεις είναι όμοιες σε κάθε δοκιμή. Επίσης, σε κάθε σύνδεση τα δύο γωνιακά των πελμάτων είναι ίδια, ενώ τα γωνιακά του κορμού τοποθετούνται κεντροβαρικά στον διαμήκη άξονα της δοκού. Το απομακρυσμένο άκρο κάθε δοκού στηρίζεται με άρθρωση σε βοηθητική κατασκευή. Επιπλέον, η εκτροπή του υποστυλώματος από τον κατακόρυφο άξονα κίνησης παρεμποδίζεται μέσω πλευρικών οδηγών, όπως φαίνεται στο σχήμα 6-7. Η φόρτιση ασκείται αξονικά στο υποστύλωμα, επιβάλλοντας έλεγχο των μετακινήσεων.



Σχήμα 6-7. Σχηματική πειραματική διάταξη των δοκιμών των Azizinamini et al. (1987)

Συνολικά εκτελέστηκαν 18 μονοτονικές δοκιμές, σε δύο σειρές, χρησιμοποιώντας διαφορετικές δοκούς και υποστύλωμα σε κάθε σειρά. Στην πρώτη διενεργήθηκαν 10 δοκιμές, χρησιμοποιώντας δοκό διατομής W8-21 (προδιαγραφών AISC) και υποστύλωμα W12-58, ενώ στην δεύτερη πραγματοποιήθηκαν 8 δοκιμές, με δοκό διατομής W14-38 και υποστύλωμα W12-96. Εκτός της διατομής της δοκού, άλλες γεωμετρικές παράμετροι που αποτέλεσαν αντικείμενο έρευνας στις πειραματικές δοκιμές, είναι τα γωνιακά πέλματος, τα γωνιακά κορμού, η θέση των κοχλιών στα γωνιακά πέλματος και η διάμετρος των κοχλιών. Οι κατηγορίες κοχλιών που χρησιμοποιήθηκαν είναι ³/4 και ⁷/8 (διάμετρος κορμού 19mm και 22mm αντίστοιχα). Σε κάθε δοκιμή εφαρμόστηκε καθολικά μία από τις δύο κατηγορίες. Επίσης, εφαρμόσθηκε προένταση ίση με το 70% του φορτίου διαρροής. Στο σχήμα 6-8 φαίνονται οι λεπτομέρειες των συνδέσεων για τις δύο σειρές δοκιμών, όπως περιγράφονται στην πρωτότυπη δημοσίευση (Azizinamini et al. 1987). Οι διαστάσεις δίνονται σε mm, εκτός από τις ονομασίες των διατομών, οι οποίες προέρχονται από τις προδιαγραφές AISC, και αντιστοιχούν σε ίντσες.



Σχήμα 6-8. Σχηματική πειραματική διάταξη από Azizinamini et al. (1987)

Στον πίνακα 6-3, παρουσιάζονται οι γεωμετρικές ιδιότητες των 18 πειραματικών δοκιμών. Δοκιμή 14S7 δεν αναφέρεται στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις. Επίσης, οι δοκιμές 14S6 και 14S9 φαίνεται ότι διαθέτουν την ίδια γεωμετρική διαμόρφωση. Τα μήκη g και p φαίνονται στο σχήμα 6-8. Το μήκος των γωνιακών αντιστοιχεί στην εγκάρσια διεύθυνση της διατομής τους.

ıkıĮ	Διατομή δοκού	Κατηγ. κοχλία	Γωνι	ακά πελμ	Γωνιακά κορμού			
ειραματ δοκιμή			Σειρά	Μήκος	g	р	Σειρά	Μήκος
Ш	(AISC) ¹	(AISC) ¹	(AISC) ¹	(mm)	(mm)	(mm)	(AISC) ¹	(mm)
8S1	W8x21	3/4	L6 x 3 1/2 x 5/16	152.4	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S2	W8x21	3/4	L6 x 3 1/2 x 3/8	152.4	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
883	W8x21	3/4	L6 x 3 1/2 x 5/16	203.2	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S4	W8x21	3/4	L6 x 6 x 3/8	152.4	114.3	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S5	W8x21	3/4	L6 x 4 x 3/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S6	W8x21	3/4	L6 x 4 x 5/16	152.4	63.5	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S7	W8x21	3/4	L6 x 4 x 3/8	152.4	63.5	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
858	W8x21	7/8	L6 x 3 1/2 x 5/16	152.4	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S9	W8x21	7/8	L6 x 3 1/2 x 3/8	152.4	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
8S10	W8x21	7/8	L6 x 3 1/2 x 1/2	152.4	50.8	88.9	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7
14S1	W14x38	3/4	L 6 x 4 x 3/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9
14S2	W14x38	3/4	L 6 x 4 x 1/2	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9
1483	W14x38	3/4	L 6 x 4 x 3/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	139.7 ²
14S4	W14x38	3/4	L 6 x 4 x 3/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 3/8	215.9
1485	W14x38	7/8	L 6 x 4 x 3/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9
14S6	W14x38	7/8	L 6 x 4 x 1/2	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9
14S8	W14x38	7/8	L 6 x 4 x 5/8	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9
14S9	W14x38	7/8	L 6 x 4 x 1/2	203.2	63.5	139.7	L 4 x 3 1/2 x 1/4	215.9

Πίνακας 6-3. Γεωμετρικές ιδιότητες πειραματικών δοκιμών

Η ονοματολογία κατά AISC αντιστοιχεί σε ίντσες (1 inch = 25,4mm)

² Δύο κοχλίες σε απόσταση 76,2mm τοποθετημένοι στις ανώτερες οπές του πέλματος του υποστυλώματος

Στα σχήματα 6-9 ως 6-11, παρουσιάζονται οι γεωμετρικές ιδιότητες σε mm, των διατομών διπλού ταυ των δοκών και του υποστυλώματος, προδιαγραφών AISC, που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές, καθώς και των γωνιακών και των κοχλιών.



Σχήμα 6-9. Γεωμετρικές ιδιότητες διατομών διπλού ταυ που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σε mm)



Σχήμα 6-10. Γεωμετρικές ιδιότητες διατομών γωνιακών που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σε mm)



Σχήμα 6-11. Γεωμετρικές ιδιότητες κοχλιών που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σύμφωνα με προδιαγραφές από RCSC 2004, διαστάσεις σε mm)

Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι χάλυβας ASTM A36, για τα μέλη και τα γωνιακά, και ASTM A325 για τα μέσα σύνδεσης. Δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού πραγματοποιήθηκαν για τον χάλυβα A36 των γωνιακών, αλλά τα αποτελέσματα δεν αναφέρονται στις δημοσιεύσεις των Azizinamini et al. (1987) και Azizinamini και Radziminski (1989). Οι Kishi et al. (2001) χρησιμοποιούν διγραμμικό νόμο υλικού, στις προσομοιώσεις με πεπερασμένα στοιχεία που διεξήγαγαν, με βάση τις μέσες τιμές των αποτελεσμάτων των δοκιμών μονοαξονικού εφελκυσμού. Ο ίδιος νόμος υλικού εφαρμόζεται στα μέλη και στα γωνιακά. Για τους κοχλίες δυστυχώς δεν πραγματοποιήθηκαν δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού. Οι Kishi et al. (2001) χρησιμοποιούν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του χάλυβα ASTM A325 στις προσομοιώσεις τους. Στον πίνακα 6-4 φαίνονται οι ιδιότητες των υλικών που υιοθετούνται στις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001).

		ASTM A36 (δοκιμές με κοχλίες ¾)	ASTM A36 (δοκιμές με κοχλίες ⁷ /8)	ASTM A325
Ε	(MPa)	200 000	200 000	200 000
f_y	(MPa)	280,3	272,7	634,3
f_u	(MPa)	471,8	468,5	930,8
Eu		0,20	0,20	0,08

Πίνακας 6-4. Δεδομένα υλικών για την παραμετρική ανάλυση

Το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, το οποίο ενσωματώνεται στα μηχανικά προσομοιώματα που προτείνονται στο επόμενο κεφάλαιο, βασίζεται επίσης σε διγραμμικό νόμο υλικού, και επομένως μπορούν να εφαρμοσθούν άμεσα οι τιμές του πίνακα 6-4, κατά την συγκριτική αξιολόγηση. Έτσι, οι παραδοχές υλικού των μηγανικών προσομοιωμάτων ταυτίζονται με εκείνες των αριθμητικών προσομοιωμάτων των Kishi et al. (2001). Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην δημοσίευση, η απόκριση των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων προσεγγίζει ικανοποιητικά την πειραματική συμπεριφορά, και επομένως μπορεί να θεωρηθεί ότι οι νόμοι υλικού που υιοθετήθηκαν, δεν αποκλίνουν σε σημαντικό βαθμό από την πραγματικότητα.

Στο σχήμα 6-12, παρουσιάζεται μια εικόνα του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001). Οι συγγραφείς δημιούργησαν για κάθε μία δοκιμή τέσσερα τρισδιάστατα προσομοιώματα, με διαφοροποιημένη πυκνότητα πλέγματος και επιλογές προσομοίωσης. Στο σχήμα 6-12 φαίνεται το πλέον σύνθετο προσομοίωμα (προσομοίωμα BI στην δημοσίευση), στο οποίο λαμβάνονται υπόψη τα φαινόμενα επαφής, μεταξύ των διαφόρων στοιχείων της σύνδεσης. Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, μόνο το ένα τέταρτο της κατασκευής προσομοιώθηκε. Η πυκνότητα της διακριτοποίησης στο προσομοίωμα κρίνεται ικανοποιητική. Με βάση αυτά τα δεδομένα, κρίνεται ότι τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου προσομοιώματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων, που πραγματοποιείται στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 6-12. Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)

Στο σχήμα 6-13 φαίνεται το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των Citipitioglu et al. (2002). Από την εικόνα είναι εμφανές ότι η διακριτοποίηση των στοιχείων

παρουσιάζει μεγάλη ανομοιομορφία στην πυκνότητα. Για τα μέλη του κόμβου χρησιμοποιήθηκε τριγραμμικός νόμος υλικού, ενώ για τους κοχλίες ελαστικός νόμος. Οι αναλύσεις εμφανίζουν μεγαλύτερη απόκλιση στην εκτίμηση της πειραματικής καμπύλης ροπής-στροφής, σε σχέση με το προσομοίωμα των Kishi et al. (2001). Για αυτόν τον λόγο, τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου προσομοιώματος δεν χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων.



Σχήμα 6-13. Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των Citipitioglu et al. (2002)

6.3.2 Bursi και Jaspart (1997β)

Στην δημοσίευση των Bursi και Jaspart (1997β) αναφέρονται δύο πειραματικές μονοτονικές δοκιμές συνδέσεων με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα. Οι δοκιμές αυτές αποτελούν μέρος προγενέστερης ερευνητικής εργασίας, η οποία δυστυχώς δεν είναι διαθέσιμη. Οι Bursi και Jaspart (1997β) δημιούργησαν επίσης προσομοιώματα με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία για τις δύο πειραματικές δοκιμές, διερευνώντας παράλληλα και την επίδραση διαφόρων επιλογών προσομοίωσης, όπως ο τύπος στοιχείων και ο συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών. Από τους ίδιους συγγραφείς, πραγματοποιήθηκε και μία δεύτερη δημοσίευση (Bursi και Jaspart 1998), όπου περιγράφεται η μία από τις δύο πειραματικές δοκιμές.

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο σχήμα 6-14. Πρόκειται για μονόπλευρη διαμόρφωση κόμβου, όπου η δοκός έχει τοποθετηθεί με κατακόρυφο προσανατολισμό. Στην θέση του υποστυλώματος έχει τοποθετηθεί ενισχυμένη βάση, η οποία παρέχει πρακτικά άκαμπτη έδραση στην σύνδεση. Με αυτήν την διάταξη το ενδιαφέρον της δοκιμής εστιάζεται στην συμπεριφορά της μεμονωμένης σύνδεσης μετωπικής πλάκας. Η φόρτιση ασκείται στο άκρο της δοκού.



Σχήμα 6-14. Πειραματική διάταξη των δοκιμών των Bursi και Jaspart (1997β)

Στο σχήμα 6-15 παρουσιάζονται οι γεωμετρικές ιδιότητες των δύο συνδέσεων προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας. Η δοκός είναι πρότυπης ευρωπαϊκής διατομής IPE300, και συνδέεται μέσω τριών σειρών κοχλιών στο άκαμπτο υπόβαθρο. Οι κοχλίες είναι κατηγορίας M20 και προεντείνονται σε επίπεδο 40% του φορτίου διαρροής. Η παράμετρος που διαφοροποιείται μεταξύ των δύο συνδέσεων, EP1-1 και EP1-5, είναι το πάχος της μετωπικής πλάκας, όπως φαίνεται στο σχήμα 6-15. Όλες οι άλλες γεωμετρικές ιδιότητες ταυτίζονται στις δύο δοκιμές. Σημειώνεται ότι για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής της δοκού, πραγματοποιήθηκαν επιτόπου μετρήσεις, οι οποίες τεκμηριώνονται στην πρώτη δημοσίευση, και θα χρησιμοποιηθούν κατά την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 6-15. Γεωμετρικές ιδιότητες συνδέσεων πειραματικών δοκιμών Bursi και Jaspart (1997β), (διαστάσεις σε mm)

Οι νόμοι υλικών των μελών της σύνδεσης προέκυψαν με δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού. Οι νόμοι δίνονται σε γραφική μορφή στις δύο δημοσιεύσεις, και αναπαράγονται εδώ για την σύνδεση EP1-1, στο σχήμα 6-16, και για την σύνδεση EP1-5, στο σχήμα 6-17. Οι νόμοι στα δύο σχήματα αντιστοιχούν σε συμβατικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις. Για την δοκό πραγματοποιήθηκαν ξεχωριστές δοκιμές υλικού για πέλματα και κορμό, καθώς εξαιτίας της θερμικής κατεργασίας, οι ιδιότητες του υλικού στις δύο θέσεις της διατομής διαφοροποιούνται.



Σχήμα 6-16. Νόμοι υλικού πειραματικής δοκιμής ΕΡ1-1 των Bursi και Jaspart (1997β)



Σχήμα 6-17. Νόμοι υλικού πειραματικής δοκιμής EP1-5 των Bursi και Jaspart (1997β)

Όπως προαναφέρθηκε, στις δύο δημοσιεύσεις τους οι Bursi και Jaspart (1997β, 1998) παρουσίασαν τα αποτελέσματα προσομοίωσης με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των δύο κόμβων. Στο σχήμα 6-18 φαίνονται τα προσομοιώματα που χρησιμοποιήθηκαν για την κάθε περίπτωση, στην παραμορφωμένη γεωμετρία τους, κατά την αστοχία. Λόγω συμμετρίας προσομοιώθηκε μόνο το μισό τμήμα της

σύνδεσης. Επίσης, από τις εικόνες συμπεραίνεται ότι ένα μικρό μόνο τμήμα της δοκού ενσωματώθηκε στα προσομοιώματα. Οι κοχλίες προσομοιώθηκαν με στοιχεία δοκού. Για την μετωπική πλάκα και την δοκό εφαρμόσθηκαν τρισδιάστατα οκτακομβικά στοιχεία, με διάφορες εναλλακτικές επιλογές προσομοίωσης, όπως μειωμένη τάξη ολοκλήρωσης και μη συμβατές μορφές. Για την προσομοίωση των φαινομένων επαφής, μεταξύ μετωπικής πλάκας και υπόβαθρου, χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής. Η αποτελεσματικότητα των προσομοιωμάτων στην εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής αποδεικνύεται ικανοποιητική, και συνεπώς κρίνεται ότι μπορούν να αξιοποιηθούν για την συγκριτική αξιολόγηση των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων. Ειδικότερα, θα χρησιμοποιηθούν τα αποτελέσματα των προσομοιωμάτων με τρισδιάστατα στοιχεία C3DI και συντελεστή τριβής μεταξύ των επιφανειών ίσο με 0,25, τα οποία σύμφωνα με όσα περιγράφονται στις δύο δημοσιεύσεις, επέδειξαν την καλύτερη συμπεριφορά.



Σχήμα 6-18. Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων για την δοκιμή ΕΡ1-1 (α) και ΕΡ1-5 (β) από Bursi και Jaspart (1997β)

6.3.3 Coelho et al. (2004β)

Πρόσφατα, η Coelho (2004) πραγματοποίησε 8 πειραματικές δοκιμές κόμβων δοκού-υποστυλώματος, με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα, υπό μονοτονική φόρτιση, στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής της. Τα αποτελέσματα των δοκιμών δημοσιεύθηκαν έπειτα σε διεθνές περιοδικό (Coelho et al. 2004β). Τόσο η διατριβή όσο και η δημοσίευση είναι διαθέσιμες.

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στις φωτογραφίες του σχήματος 6-19. Πρόκειται για μονόπλευρη διαμόρφωση κόμβου, με μία δοκό, η οποία συνδέεται μέσω τριών σειρών κοχλίωσης σε ισχυρό υποστύλωμα, κοχλιωμένο

επί τοίχου αντίδρασης (reaction wall). Η φόρτιση εφαρμόζεται στο άκρο της δοκού, μέσω ειδικής κατασκευής και με έλεγχο των επιβαλλόμενων μετακινήσεων. Η επιβολή της φόρτισης γίνεται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση επιβάλλεται φορτίο μέχρι η ροπή στον κόμβο να φτάσει την τιμή $2/3M_{j,rd}$, όπου $M_{j,rd}$ η πλαστική αντοχή σχεδιασμού του κόμβου, κατά τον Ευρωκώδικα 3. Στην συνέχεια, ακολουθεί πλήρης αποφόρτιση. Στην δεύτερη φάση επιβάλλεται φορτίο μέχρι την θραύση, με ενδιάμεσες παύσεις τριών λεπτών, ώστε να εκδηλώνονται οι πλαστικές παραμορφώσεις υπό στατικές συνθήκες. Η πλευρική εκτροπή της δοκού



Σχήμα 6-19. Πειραματική διάταξη από Coelho et al. (2004β)

Οι δοκιμές αφορούν 4 διαφορετικές διαμορφώσεις κόμβων. Για κάθε μία διαμόρφωση πραγματοποιήθηκαν δύο δοκιμές. Οι γεωμετρικές ιδιότητες της πειραματικής διάταξης παρουσιάζονται στο σχήμα 6-20. Σε όλες τις δοκιμές χρησιμοποιήθηκε πρότυπη διατομή δοκού IPE300 και υποστυλώματος HE340M. Τα πέλματα της δοκού κοντά στον κόμβο ενισχύθηκαν με συγκολλητά ελάσματα, ώστε να μην αποδειχθούν κρίσιμα για την τελική αντοχή του κόμβου. Σε όλες τις δοκιμές χρησιμοποιήθηκαν κοχλίες M20, χωρίς προένταση, με σπείρωμα σε όλο το μήκος του κορμού, προερχόμενοι από δύο διαφορετικές παρτίδες. Οι παράμετροι που διερευνηθήκαν με τις πειραματικές δοκιμές είναι το πάχος της μετωπικής πλάκας και η ποιότητα του υλικού της. Στο σχήμα 6-21 φαίνονται οι γεωμετρικές λεπτομέρειες της σύνδεσης προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας, οι οποίες παραμένουν κοινές για όλες τις δοκιμές. Οι διάφορες διαστάσεις, που εμφανίζονται στα σχήματα 6-20 και 6-21, αντιστοιχούν στις ονομαστικές τιμές των διαστάσεων και όχι στις πραγματικές. Στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις, αναφέρονται για κάθε δοκιμή οι πραγματικές τιμές, που προέκυψαν από επιτόπου μετρήσεις όλων των γεωμετρικών μεγεθών. Οι τιμές αυτές δεν επαναλαμβάνονται εδώ, χρησιμοποιούνται όμως για τις ανάγκες συγκριτικής αξιολόγησης των μηγανικών προσομοιωμάτων, που πραγματοποιείται στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 6-20. Γεωμετρικές ιδιότητες πειραματικής διάταξης των Coelho et al (2004β) (διαστάσεις σε mm)





Στον πίνακα 6-5 φαίνονται οι ονομαστικές και οι πραγματικές τιμές του πάχους της μετωπικής πλάκας, σε κάθε πειραματική δοκιμή. Η ονοματολογία των δοκιμών έχει την μορφή FSxy, όπου ο όρος x παίρνει τιμές από 1 έως 4, και υποδηλώνει τις 4 διαφορετικές διαμορφώσεις κόμβων, ενώ ο όρος y παίρνει τιμές a ή b, και χαρακτηρίζει τις δύο δοκιμές που εκτελέστηκαν για κάθε διαμόρφωση.
	Ονομαστική Τιμή	Πραγματική Τιμή		
	(mm)	(mm)		
FS1a	10.00	10.40		
FS1b	10.00	10.40		
FS2a	15.00	15.01		
FS2b	15.00	15.01		
FS3a	20.00	20.02		
FS3b	20.00	20.02		
FS4a	10.00	10.06		
FS4b	10.00	10.00		

Πίνακας 6-5. Πάχη μετωπικής πλάκας πειραματικών δοκιμών

Οι νόμοι των υλικών των διαφόρων μελών που συμμετέχουν στην σύνδεση προέκυψαν με δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού. Δυστυχώς όμως, τα πρωτογενή αποτελέσματα των δοκιμών αυτών δεν παρέχονται με την μορφή γραφικών παραστάσεων, αλλά αντίθετα δίνονται χαρακτηριστικές παράμετροι της σχέσης τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων του υλικού. Για την δοκό και τις μετωπικές πλάκες, οι χαρακτηριστικές παράμετροι που αναφέρονται, αντιστοιχούν στον πολυγραμμικό νόμο του σχήματος 6-22.



Σχήμα 6-22. Εξιδανίκευση νόμου υλικού για δοκό και μετωπική πλάκα

Στον πίνακα 6-6 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας E, του μέτρου κράτυνσης E_h , του ορίου διαρροής f_y , του ορίου συμβατικής θραύσης f_u , της ανηγμένης παραμόρφωσης συμβατικής θραύσης ε_{uni} και της μέγιστης ανηγμένης παραμόρφωσης ε_u . Η τάση στο σημείο μέγιστης ανηγμένης παραμόρφωσης δεν δίνεται. Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη του νόμου του σχήματος 6-22 μπορούν να υπολογισθούν από τα προαναφερόμενα μεγέθη. Σημειώνεται ότι στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις, τα χαρακτηριστικά μεγέθη αναφέρονται με περισσότερα σημαντικά ψηφία, ο αριθμός των οποίων όμως, μάλλον δεν δικαιολογείται από την ακρίβεια των μετρητικών διατάξεων. Επίσης, σημειώνεται ότι ο νόμος του σχήματος 6-22, και οι τιμές του πίνακα 6-6, αντιστοιχούν σε συμβατικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις. Επειδή σε όλες τις δοκιμές χρησιμοποιήθηκαν τμήματα της ίδιας δοκού, ο νόμος υλικού για την δοκό δεν διαφοροποιείται σε κάθε δοκιμή. Επίσης, όπως φαίνεται στον πίνακα 6-6, για την δοκό έχουν γίνει δοκιμές υλικού, τόσο για τα πέλματα, όσο και για τον κορμό, έτσι ώστε να εξακριβωθεί η επίδραση της παραμένουσας έντασης, λόγω της θερμικής κατεργασίας, στις τελικές μηχανικές ιδιότητες. Για το υποστύλωμα δεν πραγματοποιήθηκε δοκιμή του υλικού, καθώς λόγω της ισχυρής διατομής του συμπεριφέρεται ελαστικά.

			Μετωπικ	Δοκός			
		FS1	FS2	FS3	FS4	Πέλμα	Κορμός
Κατηγ	νορία	S355	S355	S355	S690	S235	S235
E	(Mpa)	209900	208500	208600	204500	209500	208300
E_h	(Mpa)	2264	2901	2771	2495	1933	1856
f_y	(Mpa)	340.1	342.8	342.6	698.6	316.2	299.1
f_u	(Mpa)	480.5	507.9	502.6	741.3	462.3	446.3
E _{uni}		0.224	0.198	0.196	0.075	0.235	0.235
\mathcal{E}_u		0.361	0.475	0.457	0.174	0.299	0.464

Πίνακας 6-6. Ιδιότητες νόμου υλικού μετωπικής πλάκας και δοκού των πειραματικών δοκιμών

Για το υλικό των κοχλιών πραγματοποιήθηκαν επίσης δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού. Η κατηγορία του υλικού των κοχλιών είναι 8.8. Όπως αναφέρουν οι συγγραφείς, χρησιμοποίησαν κοχλίες από διαφορετικό κατασκευαστή για τις δοκιμές FS3b, FS4a και FS4b. Και σε αυτήν την περίπτωση, δεν παρέχονται γραφικές παραστάσεις των σχέσεων τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων, αλλά δίνονται οι τιμές χαρακτηριστικών μεγεθών, με βάση διγραμμική εξιδανίκευση. Οι τιμές των μεγεθών αυτών, για τις δύο ομάδες, κοχλιών δίνονται στον πίνακα 6-7.

		Δοκιμές FS1a, FS1b, FS2a, FS2b, FS3a	Δοκιμές FS3b, FS4a, FS4b		
Ε	(MPa)	223 200	223 000		
f_y	(MPa)	857,3	854,3		
f_u	(MPa)	913,8	916,8		
\mathcal{E}_u		0,184	0,156		

Πίνακας 6-7. Ιδιότητες νόμου υλικού κοχλιών των πειραματικών δοκιμών



Εκτίμηση απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος

7.1 Γενικά

Η εκτίμηση της συμπεριφοράς των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος αποτελεί το αντικείμενο που διερευνάται στο παρόν κεφάλαιο. Αξιοποιείται για τον σκοπό αυτόν η μέθοδος των συστατικών μερών, η βασική αρχή της οποίας συνίσταται στην διάσπαση του συνολικού σύνθετου προβλήματος σε περισσότερα υποδεέστερα και απλούστερα τμήματα, τα οποία και αποτελούν τα συστατικά μέρη του. Στην περίπτωση κόμβων δοκού-υποστυλώματος διακρίνονται τρεις βασικές κατηγορίες συστατικών μερών. Πρόκειται για τα εφελκυόμενα, τα θλιβόμενα και τα διατεμνόμενα συστατικά μέρη. Η συνολική συμπεριφορά του κόμβου μπορεί να προκύψει από την διασύνδεση αυτών των συστατικών μερών, με τρόπο που να προσεγγίζει την κατανομή των δυνάμεων στον κόμβο. Η αξιοπιστία της μεθόδου εξαρτάται τόσο από την ακρίβεια εκτίμησης της συμπεριφοράς κάθε μεμονωμένου συστατικού μέρους, όσο και τον τρόπο διασύνδεσης μεταξύ των συστατικών μερών.

Στο πρώτο μέρος της διατριβής παρουσιάσθηκε η αναλυτική διαδικασία υπολογισμού της εφελκυστικής απόκρισης των συνδέσεων βραχέος ταυ, οι οποίες μπορούν να αξιοποιηθούν για την προσομοίωση των εφελκυστικών συστατικών μερών των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Για την επιτυχή εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται ωστόσο, η αναλυτική περιγραφή της απόκρισης και των υπόλοιπων συστατικών μερών, καθώς και η διερεύνηση της κατάλληλης μεταξύ τους των προτεινόμενων επιλογών διασύνδεσης. Η αξιολόγηση μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω σύγκρισης με πειραματικά αποτελέσματα κόμβων ή και με αριθμητικά αποτελέσματα αναλύσεων με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Σε αντίθεση όμως, με την περίπτωση της σύνδεσης βραχέος ταυ, δεν επιχειρήθηκε στην παρούσα διατριβή προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία ολόκληρων κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Ο κύριος λόγος για αυτήν την επιλογή είναι ο αυξημένος γρόνος που απαιτείται για την προετοιμασία ενός σύνθετου τρισδιάστατου προσομοιώματος κόμβου. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας, αλλά και του μεγάλου πλήθους των γεωμετρικών τυπολογιών και λεπτομερειών, που είναι διαθέσιμες στους κόμβους δοκού-υποστυλώματος, η συστηματοποίηση της προετοιμασίας των προσομοιωμάτων με ειδικό λογισμικό, όπως το AutoModel, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην περίπτωση συνδέσεων βραχέος ταυ, απαιτεί δυσανάλογη προσπάθεια σχεδίασης και υλοποίησης, και συνεπώς κρίθηκε ότι δεν δικαιολογείται από τους επιδιωκόμενους στόχους της διατριβής. Επίσης, σε σύγκριση με τις συνδέσεις βραχέος ταυ, οι αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία σε ένα τόσο σύνθετο πεδίο, όπως οι κόμβοι δοκού-υποστυλώματος, απαιτούν πολλαπλάσιους χρόνους επίλυσης και παράγουν όγκο αποτελεσμάτων σημαντικά επιβαρυμένο, γεγονός που περιορίζει την εποπτεία που μπορεί να επιτευχθεί, ειδικά όταν πρόκειται να επιλυθούν πολυάριθμα προσομοιώματα, με σημαντική διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών της απόκρισης τους. Άλλωστε, στην βιβλιογραφία είναι διαδεδομένα, και διαθέσιμα σε μεγάλο βαθμό, πειραματικά δεδομένα για την απόκριση κόμβων δοκού-υποστυλώματος, και επομένως περιορίζεται η αναγκαιότητα της προσομοίωσης με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, ως μέσου αξιολόγησης ενός απλούστερου προσομοιώματος.

7.2 Μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης Μ-φ

7.2.1 Γενικά

Το προσομοίωμα, που προτείνεται στα πλαίσια της διατριβής για την εκτίμηση της στροφικής απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος, χρησιμοποιεί ως σημείο εκκίνησης το μηχανικό προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Για τον προσδιορισμό της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής, είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς των μεμονωμένων συστατικών μερών, σε όλο το φάσμα της απόκρισης, συμπεριλαμβάνοντας και την πλαστική περιοχή, μέχρι την θραύση. Η επέκταση της μεθόδου των συστατικών μερών για την εκτίμηση της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής μεταλλικών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, αναγνωρίζεται ως εφαρμόσιμη επιλογή σε πρόσφατες ερευνητικές προσπάθειες (Pucinotti 2001, Silva et al. 2002, Coelho et al. 2005).

7.2.2 Κόμβοι με μετωπική πλάκα

Στο σχήμα 7-1 παρουσιάζεται ένα μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής κόμβων με μετωπική πλάκα. Το προσομοίωμα αποτελεί μία επέκταση του αντίστοιχου που περιλαμβάνεται στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας. Τα συστατικά μέρη που συνεισφέρουν στην στροφική απόκριση είναι:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Μετωπική πλάκα σε κάμψη (epb)
- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη (bfwc)

• Κορμός δοκού σε εφελκυσμό (bwt)



Σχήμα 7-1. Μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (CEN 2003)

Τα συστατικά μέρη του πέλματος και του κορμού της δοκού σε θλίψη (bfwc), και κορμού της δοκού σε εφελκυσμό (bwt) δεν συμμετέχουν του στην παραμορφωσιμότητα, αλλά αντίθετα θέτουν όρια για την αντοχή του κόμβου, ώστε να μην παραβιάζεται η ικανότητα μεταφοράς εσωτερικών δυνάμεων από την δοκό Αντίθετα, όλα τα υπόλοιπα συστατικά μέρη, στον κόμβο. θεωρούνται παραμορφώσιμα, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη της στροφής του κόμβου, τόσο στην ελαστική περιοχή, όσο και στην πλαστική. Το συστατικό μέρος κοχλιών σε εφελκυσμό δεν περιλαμβάνεται στο μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 7-1, καθώς θεωρείται ότι η συμπεριφορά των εφελκυόμενων κογλιών ενσωματώνεται στην απόκριση των συστατικών μερών του πέλματος του υποστυλώματος και της μετωπικής πλάκας σε κάμψη. Το προσομοίωμα αυτό στην συνέχεια θα αναφέρεται ως "προσομοίωμα prEN1993" και η διάταξη των ελατηρίων που χρησιμοποιείται σε αυτό ως "διασύνδεση prEN1993".

Χρησιμοποιώντας τα ίδια συστατικά μέρη, είναι δυνατόν να διαμορφωθούν εναλλακτικές διασυνδέσεις μεταξύ των ελατηρίων. Στο σχήμα 7-2 φαίνεται το μηχανικό προσομοίωμα για κόμβους με μετωπική πλάκα, στο οποίο χρησιμοποιείται η διασύνδεση ελατηρίων που προτείνουν οι Huber και Tschemmernegg (1998). Η συγκριμένη διαμόρφωση του προσομοιώματος αναφέρεται ως "διασύνδεση Innsbruck". Η διαφορά σε σχέση με την διασύνδεση prEN1993 συνίσταται στην απομόνωση των συστατικών μερών του φατνώματος από τα αντίστοιχα της σύνδεσης μέσω ενός άκαμπτου στοιχείου. Με τον τρόπο αυτόν είναι δυνατό να οφείλονται υπολογισθούν ξεχωριστά οι επιμέρους στροφές που στην παραμορφωσιμότητα του φατνώματος και της σύνδεσης. Ωστόσο, επειδή ο πόλος περιστροφής είναι διαφορετικός για το φάτνωμα και την σύνδεση, σε αντίθεση με την διασύνδεση prEN1993, η αναλυτική περιγραφή της απόκρισης δεν είναι εφικτή, αλλά αντίθετα είναι αναγκαία η εκτέλεση επαναληπτικής διαδικασίας. Το συγκριτικό αυτό μειονέκτημα όμως, δεν είναι καθοριστικό στην περίπτωση που ενδιαφέρει η μη γραμμική συμπεριφορά του κόμβου και ο προσδιορισμός της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής, όπου τόσο για την διασύνδεση Innsbruk, όσο και για την διασύνδεση prEN1993, απαιτείται αριθμητική επίλυση, και η χρησιμοποίηση υπολογιστή είναι δεδομένη.



Σχήμα 7-2. Μηχανικό προσομοίωμα, με διασύνδεση ελατηρίων Innsbruck, για την εκτίμηση της καμπύλης *M* – φ κόμβων με μετωπική πλάκα (Huber και Tschemmernegg 1998)

Οι Coelho et al. (2005) υλοποίησαν ένα μηχανικό προσομοίωμα, χρησιμοποιώντας τα ίδια συστατικά μέρη με το προσομοίωμα prEN1993, αλλά διαφορετική διασύνδεση ελατηρίων. Η συγκεκριμένη διασύνδεση φαίνεται στο σχήμα 7-3, και χαρακτηρίζεται από την αλληλεπίδραση των εφελκυόμενων και θλιβόμενων ελατηρίων χωρίς να παρεμβάλλεται μεταξύ τους άκαμπτο στοιχείο. Το πλεονέκτημα που διαθέτει η διασύνδεση αυτή, συνίσταται στην ευκολία προγραμματισμού σε κώδικα υπολογιστή. Οι συγγραφείς αναφέρονται σε αυτήν την διασύνδεση, με την ονομασία "διασύνδεση Coimbra".



Σχήμα 7-3. Μηχανικό προσομοίωμα, με διασύνδεση ελατηρίων Coimbra, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (Coelho et al. 2005)

Στις τρεις διασυνδέσεις μηχανικών προσομοιώματων που προαναφέρθηκαν, τα ελατήρια των συστατικών μερών σε κάθε σειρά κοχλίωσης, τοποθετούνται ευθυγραμμισμένα με τον άζονα των κοχλιών. Για την σειρά κοχλίωσης στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας, ο προσανατολισμός του συστατικού μέρους της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb) είναι διαφορετικός από εκείνον του συστατικού μέρους του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb). Τα δύο αυτά

συστατικά μέρη προσομοιώνονται με ισοδύναμα βραχέα ταυ και ο προσανατολισμός τους απεικονίζεται στο σχήμα 7-4. Για το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη, ο προσανατολισμός του ισοδύναμου βραχέος ταυ είναι οριζόντιος, με τον κορμό του να ταυτίζεται με τον κορμό του υποστυλώματος. Συνεπώς, αν θεωρηθεί ότι η εφελκυστική δράση στο εν λόγω συστατικό μέρος συγκεντρώνεται στο μέσο του πλάτους του βραχέος ταυ, τότε ο άξονας του συστατικού μέρους συμπίπτει με τον άξονα των κοχλιών, εφόσον πρόκειται για περίπτωση συμμετρικού βραχέος ταυ. Αλλά ακόμα και στην περίπτωση που το βραχύ ταυ δεν είναι απολύτως συμμετρικό, η εκκεντρότητα της εφελκυστικής δράσης κατά κανόνα δεν είναι σημαντική, και μπορεί να θεωρηθεί ότι προσεγγιστικά ο άξονας του συστατικού μέρους ταυτίζεται με τον άξονα των κοχλιών. Αντίθετα, για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, ο προσανατολισμός του ισοδύναμου βραχέος ταυ είναι κατακόρυφος, με τον κορμό του να ταυτίζεται με το άνω πέλμα της δοκού. Συνεπώς, η εφελκυστική δράση του ισοδύναμου βραγέος ταυ συγκεντρώνεται στο ύψος του εφελκυόμενου πέλματος της δοκού, και όχι στο ύψος των κοχλιών. Υπενθυμίζεται ότι η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του προσομοιώματος βραχέος ταυ, που αναπτύχθηκε στο πρώτο μέρος της διατριβής, αλλά και των υπόλοιπων προσομοιωμάτων της βιβλιογραφίας, αναφέρεται στην δύναμη και την εγκάρσια μετακίνηση επί του κορμού.



Σχήμα 7-4. Διάταξη ισοδύναμων βραχέων ταυ στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας

Στο σχήμα 7-5 φαίνεται μία τροποποιημένη διασύνδεση του μηχανικού προσομοιώματος prEN1993, για κόμβους με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα.

Μεταξύ του συστατικού μέρους του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb) και της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb) παρεμβάλλεται ένα άκαμπτο στοιχείο. Το ελατήριο του συστατικού μέρους της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb) είναι τοποθετημένο σε χαμηλότερη στάθμη και ειδικότερα στην στάθμη του άνω πέλματος της δοκού. Με ανάλογο τρόπου μπορούν να τροποποιηθούν και οι διασυνδέσεις Innsbruk και Coimbra που αναφέρθηκαν προηγούμενα. Στην συνέχεια του κεφαλαίου, η συγκεκριμένη διασύνδεση των ελατηρίων θα αναφέρεται ως «τροποποιημένη διασύνδεση».



Σχήμα 7-5. Τροποποιημένη διασύνδεση prEN1993, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (CEN 2003)

7.2.3 Κόμβοι με γωνιακά

Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) αντιμετωπίζεται η περίπτωση κόμβων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος. Σε αυτήν την διαμόρφωση, ο κόμβος διαθέτει μόνο μία εφελκυόμενη σειρά κοχλιών. Για την γενικότερη περίπτωση κόμβων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και ταυτόχρονα γωνιακά κορμού, δεν παρέχονται μέθοδοι υπολογισμού των χαρακτηριστικών της απόκρισης. Οι Faella et al. (2000) επέκτειναν το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), εφαρμόζοντας για κάθε σειρά κοχλίωσης επί του γωνιακού κορμού μια σειρά ελατηρίων, όπου ενσωματώνονται αντίστοιχα συστατικά μέρη. Το μηχανικό προσομοίωμα που προτείνουν παρουσιάζεται στο σχήμα 7-6, και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και αντοχής. Οι συγγραφείς λαμβάνουν υπόψη την διαφορετική στάθμη εφαρμογής της εφελκυστικής δράσης, για τα συστατικά μέρη του άνω γωνιακού. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 7-6, τα συγκεκριμένα συστατικά μέρη τοποθετούνται στην στάθμη του μέσου πάχους του σκέλους του άνω γωνιακού, που βρίσκεται σε επαφή με την δοκό.



Σχήμα 7-6. Μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού (Faella et al. 2000)

Τα συστατικά μέρη που συνεισφέρουν στην στροφική απόκριση του κόμβου είναι τα ακόλουθα:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)
- Σκέλος γωνιακού κάτω πέλματος σε θλίψη (sac)
- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη (bfwc)
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη (cfb)
- Γωνιακό άνω πέλματος σε κάμψη (tab)
- Γωνιακό κορμού σε κάμψη (wab)
- Σκέλος γωνιακού άνω πέλματος σε εφελκυσμό (tat)
- Κορμός δοκού σε εφελκυσμό (bwt)
- Κοχλίες σε διάτμηση (bs)
- Σκέλος γωνιακού σε σύνθλιψη άντυγας (ab)
- Πέλμα δοκού σε σύνθλιψη άντυγας (bfb)
- Κορμός δοκού σε σύνθλιψη άντυγας (bwb)

Η παραμορφωσιμότητα των συστατικών μερών του σκέλους γωνιακού κάτω πέλματος σε θλίψη (sac), του πέλματος και κορμού δοκού σε θλίψη (bfwc), του σκέλους γωνιακού άνω πέλματος σε εφελκυσμό (tat) και του κορμού δοκού σε εφελκυσμό (bwt) θεωρείται ότι δεν αποτελεί μέρος της παραμορφωσιμότητας του κόμβου. Τα συγκεκριμένα συστατικά μέρη συμμετέχουν μόνο για τον προσδιορισμό της αντοχής του κόμβου. Τα συστατικά μέρη των κοχλιών σε διάτμηση (bs) και των ελασμάτων σύνθλιψη άντυγας (ab, bfb, bwb) συμμετέχουν σε στην παραμορφωσιμότητα του κόμβου, μόνο στην περίπτωση μη προεντεταμένων κοχλιών, και εφαρμόζονται στους διατεμνόμενους κοχλίες στα σκέλη των γωνιακών που βρίσκονται σε επαφή με τα πέλματα και τον κορμό της δοκού. Όλα τα υπόλοιπα συστατικά μέρη θεωρούνται παραμορφώσιμα, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη της στροφής του κόμβου, τόσο στην ελαστική περιοχή όσο και στην πλαστική. Οι Faella et al. (2000) αλλά και ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) συμπεριλαμβάνουν και το συστατικό μέρος κογλιών σε εφελκυσμό. Ωστόσο, στην παρούσα διερεύνηση, η ξεχωριστή συμμετοχή του συγκεκριμένου συστατικού μέρους δεν θεωρείται απαραίτητη, καθώς η συμπεριφορά των εφελκυόμενων κογλιών ενσωματώνεται στην απόκριση των ισοδυνάμων βραχέων ταυ, σε κάθε εφελκυόμενη σειρά κοχλίωσης.

Σε αναλογία με όσα αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, για κόμβους με μετωπική πλάκα, το προσομοίωμα των Faella et al. (2000) χρησιμοποιεί μία διασύνδεση ελατηρίων, ανάλογη με την prEN1993, δεδομένου ότι με άκαμπτο στοιχείο, διαχωρίζονται τα θλιβόμενα συστατικά μέρη μόνο, και όχι τα συστατικά μέρη του φατνώματος και της σύνδεσης. Ωστόσο, η εφαρμογή διασυνδέσεων ανάλογων των Innsbruk και Coimbra, που αναφέρθηκαν προηγούμενα για κόμβους με μετωπική πλάκα, μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα. Στο σχήμα 7-7 παρουσιάζεται ένα μηχανικό προσομοίωμα για κόμβους με γωνιακά, μe τροποποιημένη διασύνδεση ελατηρίων Innsbruk, και στο σχήμα 7-8 uе τροποποιημένη διασύνδεση Coimbra. Οι συγκεκριμένες διασυνδέσεις ονομάζονται τροποποιημένες λόγω της διαφορετικής στάθμης τοποθέτησης των ελατηρίων στην άνω σειρά κοχλίωσης, ακολουθώντας την ονοματολογία που υιοθετήθηκε για κόμβους με μετωπική πλάκα. Επίσης, εφαρμόζοντας την ίδια σύμβαση και για λόγους συνέχειας των όρων, το μηχανικό προσομοίωμα του σχήματος 7-6 θα αναφέρεται ως "τροποποιημένο προσομοίωμα prEN1993/Faella", και η διάταξη των ελατηρίων που χρησιμοποιείται σε αυτό ως "τροποποιημένη διασύνδεση prEN1993/Faella".



Σχήμα 7-7. Τροποποιημένη διασύνδεση Innsbruk, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με γωνιακά



Σχήμα 7-8. Τροποποιημένη διασύνδεση Coimbra, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με γωνιακά

Η επιλογή κοινής στάθμης για όλα τα ελατήρια της άνω σειράς κοχλίωσης, είναι επίσης μια πιθανή διαμόρφωση για τα μηχανικά προσομοιώματα κόμβων με γωνιακά. Το προσομοίωμα που προτείνεται από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος, υιοθετεί αυτήν την διασύνδεση. Στο σχήμα 7-9 παρουσιάζεται το προσομοίωμα prEN1993/Faella για την γενικότερη περίπτωση κόμβων με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού, όπου σε κάθε σειρά κοχλίωσης, όλα τα ελατήρια της εφελκυόμενης ζώνης τοποθετούνται σε ευθυγράμμιση με τον αντίστοιχο άξονα των κοχλιών.



Σχήμα 7-9. Διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με γωνιακά

7.2.4 Χαρακτηριστικά συστατικών μερών

Συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ

Τα συστατικά μέρη του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb), της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb), του γωνιακού άνω πέλματος σε κάμψη (tab) και του γωνιακού κορμού σε κάμψη (wab) προσομοιώνονται με ισοδύναμα βραχέα ταυ. Στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), το πλάτος των ισοδύναμων βραχέων ταυ υπολογίζεται με οριακή ανάλυση, λαμβάνοντας υπόψη μηχανισμούς κατάρρευσης γραμμών διαρροής. Στους μηχανισμούς κατάρρευσης που αποδεικνύονται κρίσιμοι για την αντοχή του κάθε συστατικού μέρους, είναι δυνατό να υπεισέρχονται μεμονωμένες σειρές κοχλίωσης ή ομάδες γειτονικών σειρών κοχλίωσης. Για τα συστατικά μέρη του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb) και της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb), το ισοδύναμο πλάτος, για υπολογισμούς αντοχής και αρχικής δυσκαμψίας, προκύπτει από τους πίνακες 5-1 και 5-2 αντίστοιχα, τόσο για μεμονωμένες σειρές, όσο και για ομάδες σειρών κοχλίωσης. Για το συστατικό μέρος του γωνιακού άνω πέλματος σε κάμψη (tab), το ισοδύναμο πλάτος στον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) λαμβάνεται πάντα ίσο με το μισό μήκος του γωνιακού, ενώ για το γωνιακό κορμού σε κάμψη (wab) δεν προτείνονται μέθοδοι υπολογισμού του ισοδύναμου πλάτους, καθώς η συγκεκριμένη διαμόρφωση κόμβου δεν καλύπτεται από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Το πλάτος που προκύπτει με βάση τους μηχανισμούς γραμμών διαρροής, δεν αντιστοιχεί κατ΄ ανάγκη σε κάποια φυσική διάσταση του πραγματικού κόμβου.

Για την συμμετοχή των συγκεκριμένων συστατικών μερών, μορφής βραχέος ταυ, στα μηχανικά προσομοιώματα που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή, με σκοπό τον υπολογισμό της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής, επιλέγεται καταρχήν η εφαρμογή του ισοδύναμου πλάτους που υπολογίζεται με βάση την μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 (πίνακες 5-1 και 5-2). Για την περίπτωση του συστατικού μέρους του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb) και της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb), η διαδικασία υπολογισμού μπορεί να εφαρμοσθεί άμεσα, λαμβάνοντας υπόψη το μικρότερο από τα πλάτη που υπολογίζονται για μεμονωμένες σειρές και ομάδες σειρών κοχλίωσης. Για το γωνιακό άνω πέλματος σε κάμψη (tab), το ισοδύναμο πλάτος λαμβάνεται σε αναλογία με το προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας σε κάμψη (epb) από τον πίνακα 5-2, και όχι ως το ήμισυ του μήκους του γωνιακού, που προτείνει ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003). Έτσι λαμβάνονται υπόψη όλες οι κυκλικές και μη κυκλικές μορφές των γραμμών διαρροής που υπεισέρχονται στον υπολογισμό του κρίσιμου μηγανισμού κατάρρευσης της μετωπικής πλάκας. Όμοια, και οι Faella et al. (2000) υιοθέτησαν αυτήν την αντιστοιχία μεταξύ προεκτεινόμενου τμήματος μετωπικής πλάκας και γωνιακού άνω πέλματος, για το πλάτος του ισοδύναμου βραχέος ταυ. Για το συστατικό μέρος του γωνιακού κορμού σε κάμψη (wab), εμφανίζεται περισσότερο εύλογη η αντιστοιγία με συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb). Σε αυτήν την περίπτωση, το ισοδύναμο πλάτος υπολογίζεται με βάση τον πίνακα 5-1. Ωστόσο, η αναλογία μεταξύ των δύο συστατικών μερών δεν είναι απόλυτα ακριβής. Ένας πιθανός μηχανισμός κατάρρευσης του γωνιακού κορμού, ο οποίος δεν λαμβάνεται υπόψη για το πέλμα του υποστυλώματος, φαίνεται στο σχήμα 7-10. Στον μηχανισμό αυτόν συμμετέχουν όλες οι σειρές κοχλίωσης του γωνιακού, και μπορεί να αποδειχθεί κρίσιμος σε περιπτώσεις όπου η απόσταση μεταξύ των σειρών δεν είναι μεγάλη. Οι Kishi και Chen (1990), θεώρησαν τον συγκεκριμένο μηχανισμό ως καθοριστικό για το γωνιακό κορμού, και προκειμένου να τον συμπεριλάβουν σε ένα απλοποιημένο αναλυτικό προσομοίωμα, υπολογίζουν μία παραβολική κατανομή της εφελκυστικής δράσης καθ' ύψος του γωνιακού, όπως φαίνεται στο σχήμα 7-11. Το σχήμα της κατανομής δεν είναι συνηθισμένο, δεδομένου ότι η δύναμη είναι μεγαλύτερη προς το κάτω άκρο του γωνιακού, το οποίο βρίσκεται εγγύτερα στο κέντρο θλίψης. Με παραδοχές ελαστικής συμπεριφοράς, η εφελκυστική δύναμη στο γωνιακό κορμού αυξάνει με την απόσταση από το κέντρο θλίψης. Ωστόσο, με παραδογές ιδεατής πλαστικής συμπεριφοράς, όπως αυτές που λαμβάνονται υπόψη για τον μηχανισμό κατάρρευσης του σχήματος 7-10, και εξ' αιτίας της προσέγγισης των δύο γραμμών διαρροής προς το κάτω άκρο του γωνιακού, προκύπτει επαύξηση της δύναμης που απαιτείται για τον πλήρη σχηματισμό του μηχανισμού και ανακατανομή της δύναμης, όπως εμφανίζεται στο σχήμα 7-11. Οι ίδιοι συγγραφείς προτείνουν μία γραμμικοποιημένη απλοποίηση της κατανομής της εφελκυστικής δράσης, ενώ οι Wu και Chen (1989) χρησιμοποιούν μία διγραμμική κατανομή (σχήμα 7-11). Οι Faella et al. (2000) προτείνουν μία σταθερή σε κάθε σειρά κοχλίωσης κατανομή, ώστε να διευκολυνθεί ο διαχωρισμός σε συστατικά μέρη για κάθε σειρά κοχλίωσης και η συμμετογή αυτών σε μηγανικό προσομοίωμα. Για τον σκοπό αυτόν, εφαρμόζουν μια τροποποιημένη τιμή της διάστασης *m* του βραχέος ταυ κάθε σειράς κοχλίωσης, ενώ το ισοδύναμο πλάτος $b_{e\!f\!f}$ προκύπτει με βάση τις αποστάσεις μεταξύ των σειρών, καθώς και μεταξύ των ακραίων σειρών και των ορίων του γωνιακού.



Σχήμα 7-10. Μηχανισμός κατάρρευσης για το γωνιακό κορμού σε κάμψη



Σχήμα 7-11. Κατανομή εφελκυστικής δράσης στο γωνιακό κορμού για τον μηχανισμό κατάρρευσης του σχήματος 7-10

Στην συνέχεια του κεφαλαίου, κατά την επίλυση των μηχανικών προσομοιωμάτων που αποτελούν αντικείμενο έρευνας στην παρούσα διατριβή, δεν λαμβάνεται υπόψη η κατανομή της εφελκυστικής δράσης σύμφωνα με το σχήμα 7-11, για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών των συστατικών μερών του γωνιακού κορμού σε κάμψη (wab). Αντίθετα, θεωρείται ότι σε κάθε σειρά κοχλίωσης, το πλάτος του ισοδύναμου βραχέος ταυ, υπολογίζεται σε αναλογία με το συστατικό μέρος του

πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη (cfb), από τον πίνακα 5-1. Έτσι, λαμβάνεται υπόψη και το ενδεχόμενο σχηματισμού των κυκλικών και μη κυκλικών μηχανισμών κατάρρευσης των μεμονωμένων σειρών κοχλίωσης, στην περίπτωση που αυτές είναι περισσότερο απομακρυσμένες μεταξύ τους. Το μήκος *m* των βραχέων υπολογίζεται χωρίς τροποποίηση από τις γεωμετρικές ιδιότητες του γωνιακού, και είναι ίδιο για όλες τις σειρές κοχλίωσης:

$$m = d - 0.8r$$
 (7-1)

όπου d η απόσταση από την συμβολή των δύο σκελών του γωνιακού, μέχρι τον άξονα του κοχλία, και r η ακτίνα συναρμογής του γωνιακού κορμού. Με τον τρόπο αυτόν, η κατανομή της εφελκυστικής δράσης καθ' ύψος του γωνιακού, μετά την πλαστικοποίηση του σκέλους, είναι περισσότερο ομοιόμορφη. Η έντονα αύξουσα προς το κάτω άκρο του γωνιακού κατανομή του σχήματος 7-11, προϋποθέτει ιδεατώς πλαστική συμπεριφορά. Αντίθετα, σε περίπτωση κράτυνσης στην πλαστική περιοχή, όπως γίνεται αποδεκτό στην παρούσα έρευνα, η ανακατανομή των εφελκυστικών δυνάμεων είναι λιγότερο έντονη, καθώς μετά την πλαστικοποίηση του σκέλους του γωνιακού στις ανώτερες σειρές κοχλίωσης, η εφελκυστική δύναμη σε αυτές συνεχίζει να αυξάνει, με την επέκταση της πλαστικοποίησης προς τις κατώτερες σειρές. Η εφαρμογή ενός τροποποιημένου μήκους m, για τα ισοδύναμα βραχέα ταυ των συστατικών μερών του γωνιακού, στην περίπτωση που ενδιαφέρει ο υπολογισμός της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής, και όχι μόνο της αντοχής, συνεπάγεται αλλοίωση της απόκρισης στην ελαστική περιοχή αλλά και κατά το στάδιο κράτυνσης του σκέλους του γωνιακού, όπου η κατανομή εφελκυστικών δυνάμεων είναι διαφορετική από αυτήν του σχήματος 7-11. Σε κάθε περίπτωση, η συμβολή των κατώτερων σειρών κοχλίωσης στην ροπή αντίστασης του κόμβου είναι μικρή, σε σχέση με τις ανώτερες σειρές του γωνιακού κορμού και κυρίως του γωνιακού άνω πέλματος, λόγω της εγγύτητας τους με τον ουδέτερο άξονα και του μικρού μοχλοβραχίονα που διαθέτουν. Συνεπώς, η μη επαύξηση της εφελκυστικής δύναμης, σύμφωνα με την κατανομή του σχήματος 7-11, στις κατώτερες σειρές κοχλίωσης, έχει περιορισμένη επίδραση στην συνολική απόκριση του κόμβου.

Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε διάτμηση (cws)

Η απόκριση του συγκεκριμένου συστατικού μέρους δεν αποτελεί αντικείμενο έρευνας στην διατριβή. Επιπλέον, τα μηχανικά προσομοιώματα που εξετάζονται στην συνέχεια του κεφαλαίου, με σκοπό την εκτίμηση της πλήρους καμπύλης ροπήςστροφής και την σύγκριση με αποτελέσματα πειραματικών δοκιμών, δεν επιτρέπουν αξιολόγηση της διατμητικής συμπεριφοράς του φατνώματος την του υποστυλώματος, καθώς αντιστοιχούν σε διαμορφώσεις αμφίπλευρων, συμμετρικών κόμβων ή σε περιπτώσεις όπου η παραμορφωσιμότητα του υποστυλώματος παρεμποδίζεται από την πειραματική διάταξη. Στο κεφάλαιο 5 περιγράφονται οι διαθέσιμες μεθοδολογίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της απόκρισης του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση. Για τον αρχικό ελαστικό κλάδο της απόκρισης, οι σχέσεις που προτείνονται από τον Ευρωκώδικα 3 για την αρχική δυσκαμψία και την ροπή πλαστικοποίησης κρίνονται επαρκείς. Διάφορες τροποποιήσεις (σχέσεις 5-99, 5-100), με τις οποίες λαμβάνεται υπόψη, με πιο ακριβή τρόπο, η αλληλεπίδραση, με ταυτόχρονη ορθή ένταση στο υποστύλωμα, είναι διαθέσιμες και μπορούν να εφαρμοσθούν, αν κριθεί απαραίτητο, χωρίς σημαντική επιβάρυνση στην πολυπλοκότητα των υπολογισμών. Για τον πλαστικό κλάδο της απόκρισης, ως πιο απλή αντιμετώπιση μπορεί να θεωρηθεί η εφαρμογή του μέτρου κράτυνσης E_T για την δυσκαμψία και του ορίου θραύσης f_u για την μέγιστη ροπή. Όμως με αυτόν τον τρόπο αγνοείται η συμβολή των πελμάτων του υποστυλώματος στην διατμητική συμπεριφορά του φατνώματος, η οποία μετά την πλαστικοποίηση του κορμού είναι σημαντική. Η μέθοδος των Krawinkler et al. (1975).είναι ιδιαίτερα απλή στους υπολογισμούς, και αποδεικνύεται αποτελεσματική σε περιπτώσεις όχι πολύ μεγάλου πάχους των πελμάτων του υποστυλώματος (Kim και Engelhardt 2002). Η μέθοδος των Kim και Engelhardt (2002) εμφανίζει βελτιωμένη συμπεριφορά, για μεγαλύτερο εύρος πάχους υποστυλώματος, είναι όμως και αρκετά πιο πολύπλοκη στους υπολογισμούς.

Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε θλίψη (cwc)

Η συμπεριφορά του συστατικού μέρους του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, χαρακτηρίζεται από περιορισμένη πλαστιμότητα. Η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του, εμφανίζει καθοδικό κλάδο εξ' αιτίας ανάπτυξης φαινομένων λυγισμού. Το συνολικό εύρος της απόκρισης διερεύνησε πειραματικά ο Kühnemund (2002), και πρότεινε μεθόδους για τον αναλυτικό προσδιορισμό της. Η καμπύλη δύναμηςμετακίνησης προσεγγίζεται με τρεις κλάδους: τον αρχικό ελαστικό κλάδο για τον οποίο χρησιμοποιούνται οι εκφράσεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), έναν δεύτερο ενδιάμεσο κλάδο, ο οποίος οδηγεί στο μέγιστο φορτίο που μπορεί να αναλάβει ο κορμός του υποστυλώματος, και τον τρίτο και τελικό κλάδο, ο οποίος είναι καθοδικός. Για το μηχανικό προσομοίωμα που αναπτύσσεται στην διατριβή, ενδιαφέρουν οι δύο πρώτοι κλάδοι της απόκρισης, καθώς η εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής του κόμβου πραγματοποιείται μέχρι το επίπεδο μέγιστης ροπής.

Ο πρώτος κλάδος του προσομοιώματος του Kühnemund (2002), διαθέτει δύο διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, όπου στο πρώτο εφαρμόζεται η αρχική δυσκαμψία k_{cwc} του Ευρωκώδικα 3, και στο δεύτερο εφαρμόζεται μία μικρότερη τιμή δυσκαμψίας, ίση με k_{cwc} /7. Το πέρας του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος, αντιστοιχεί σε δύναμη ίση με τα 2/3 της αντοχής F_{cwc} , η οποία υπολογίζεται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), ενώ το πέρας του δεύτερου τμήματος ταυτίζεται με την αντοχή F_{cwc} .

Ο δεύτερος κλάδος του προσομοιώματος είναι επίσης αύξοντας, και οδηγεί από το επίπεδο αντοχής F_{cwc} , στο επίπεδο μέγιστου φορτίου F_u . Η αναλυτική έκφραση

υπολογισμού του φορτίου F_{μ} αναφέρεται στο κεφάλαιο 5 (σχέση 5-133). Για τον πλήρη προσδιορισμό του δεύτερου κλάδου απαιτείται και ο υπολογισμός της μετακίνησης w, στο μέγιστο φορτίο του συστατικού. Η μετακίνηση w, στο προσομοίωμα του Kühnemund (2002), προκύπτει με βάση τους υπολογισμούς για τον τρίτο, φθίνοντα κλάδο της καμπύλης. Η συμπεριφορά του κορμού του υποστυλώματος σε αυτόν τον κλάδο, προσεγγίζεται μέσω ενός μεταλυγισμικού μηγανισμού κατάρρευσης, με γραμμές διαρροής. Η διαδικασία των υπολογισμών είναι αρκετά πολύπλοκη, με αποτέλεσμα να καθίσταται δυσχερής η επίλυση με το χέρι. Δυστυχώς, στο πρωτότυπο κείμενο δεν αναφέρεται μία απλή έκφραση για τον υπολογισμό της w. Για τις ανάγκες επίλυσης των μηχανικών προσομοιωμάτων που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή, χρησιμοποιείται η ίδια δυσκαμψία που εφαρμόζεται για το δεύτερο τμήμα του πρώτου κλάδου (k_{ewe} / 7). Η επίδραση που αναμένεται να έχει η υποεκτίμηση της μετακίνησης w_u, που προκαλείται από αυτήν την παραδοχή, στην τελική στροφική ικανότητα του κόμβου, δεν είναι σημαντική, καθώς η πλαστιμότητα του συγκεκριμένου συστατικού μέρους είναι οπωσδήποτε περιορισμένη, σε σχέση με τα συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης ή του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση. Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι η διαστασιολόγηση του κόμβου, με κρίσιμο συστατικό μέρος, τον κορμό του υποστυλώματος σε θλίψη δεν αποτελεί ενδεδειγμένη πρακτική, εφόσον η πλαστιμότητα της κατασκευής θεωρείται βασική παράμετρος του σχεδιασμού. Αν για παράδειγμα, επιχειρείται σχεδιασμός με πλαστική καθολική ανάλυση ή επιβάλλονται απαιτήσεις για την απόκριση σε σεισμικές δράσεις, τότε είναι απαραίτητη η εξασφάλιση ενός σταθερού και ικανού εύρους πλαστικού κλάδου στην απόκριση των κόμβων, ο οποίος μπορεί να επιτευχθεί αποτελεσματικά και αξιόπιστα από τα συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης. Σε άλλες περιπτώσεις σχεδιασμού, όπου ο κορμός του υποστυλώματος είναι λυγηρός και κρίσιμος για την απόκριση του κόμβου, προτείνεται η πλήρης εφαρμογή των τριών κλάδων του προσομοιώματος του Kühnemund (2002). Στα μηχανικά προσομοιώματα που εξετάσθηκαν στην παρούσα διατριβή, το συστατικό μέρος του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη δεν αποδείχθηκε σε καμία περίπτωση κρίσιμο.

Συστατικό μέρος κορμού υποστυλώματος σε εφελκυσμό (cwt)

Το συγκεκριμένο συστατικό μέρος είναι ανάλογο του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, χωρίς την εμφάνιση των φαινομένων αστάθειας. Η καμπύλη δύναμηςμετακίνησης, η οποία ενσωματώνεται στα μηχανικά προσομοιώματα που εξετάζονται στην διατριβή, είναι διγραμμική. Για την περιγραφή του πρώτου κλάδου της καμπύλης, που αντιστοιχεί στην ελαστική συμπεριφορά του συστατικού μέρους, μέχρι την πλαστικοποίηση, χρησιμοποιούνται οι σχέσεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) για την αρχική δυσκαμψία k_{cwt} και την δύναμη πλαστικοποίησης F_{cwt} (σχέσεις 5-139 και 5-143 αντίστοιχα). Για την δύναμη πλαστικοποίησης χρησιμοποιείται ως ενεργό μήκος κορμού b_{eff} , εκείνο που υπολογίζεται για το πλάτος του ισοδύναμου βραχέος ταυ, για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, στην ίδια σειρά κοχλίωσης. Για την αρχική δυσκαμψία το ενεργό μήκος λαμβάνεται ίσο με $0,7b_{eff}$, σύμφωνα με την μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Για τον δεύτερο κλάδο της διγραμμικής καμπύλης, θεωρείται ότι ο κορμός έχει πλαστικοποιηθεί πλήρως στο μήκος b_{eff} . Το μήκος αυτό χρησιμοποιείται τόσο για τους υπολογισμούς αντοχής, όσο και δυσκαμψίας. Για την μέγιστη δύναμη λαμβάνεται υπόψη το όριο θραύσης f_u του υλικού, θεωρώντας ομοιόμορφη κατανομή της έντασης στο μήκος b_{eff} , αντίστοιχα με τον υπολογισμό της δύναμης πλαστικοποίησης:

$$F_{cwt,u} = \omega b_{eff} t_{w,c} f_u \tag{7-2}$$

όπου ω διορθωτικός συντελεστής για την αλληλεπίδραση με την διατμητική δύναμη του υποστυλώματος, που υπολογίζεται από την 5-123, και $t_{w,c}$ το πάχος του κορμού. Για την δυσκαμψία του πλαστικού κλάδου χρησιμοποιείται, όπως και για την αρχική δυσκαμψία, η παραδοχή μονοαξονικού εφελκυσμού στο ενεργό μήκος του κορμού, και εφαρμόζεται το μέτρο κράτυνσης E_T του υλικού:

$$k_{cwt,pl} = \frac{E_T b_{eff} t_{w,c}}{d_{w,c}}$$
(7-3)

όπου $d_{w,c}$ το καθαρό ύψος του κορμού.

Συστατικά μέρη διατεμνόμενων κοχλιών (bs, ab, bfb και bwb)

Τα συστατικά μέρη που επηρεάζονται από διατεμνόμενους κοχλίες είναι οι κοχλίες σε διάτμηση (bs) και τα ελάσματα σε σύνθλιψη άντυγας (ab, bfb, bwb). Διατεμνόμενοι κοχλίες εφαρμόζονται σε συνδέσεις με γωνιακά, για την σύνδεση των γωνιακών με τα πέλματα και τον κορμό της δοκού. Δυστυχώς, η συμβολή των συγκεκριμένων συστατικών μερών, στην εκτίμηση της καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων, δεν είναι δυνατό να αξιολογηθεί, καθώς σε όλες τις περιπτώσεις κόμβων με γωνιακά που εξετάσθηκαν, οι κοχλίες είναι προεντεταμένοι. Η παραμορφωσιμότητα των συγκεκριμένων συστατικών μερών, στην περίπτωση προέντασης των κοχλιών, χαρακτηρίζεται μηδενική, και κατά συνέπεια τα αντίστοιχα ελατήρια των μηχανικών προσομοιωμάτων θεωρούνται άκαμπτα.

Η περίπτωση ολίσθησης των κοχλιών, με ανάπτυξη φαινομένων σύνθλιψης, σε προχωρημένο στάδιο της απόκρισης, δεν αποτελεί αντικείμενο έρευνας στην διατριβή. Το φαινόμενο αυτό άλλωστε, δεν εμφανίστηκε στις πειραματικές δοκιμές κόμβων με γωνιακά που εξετάσθηκαν (Azizinamini et al. 1987), εκτός από ορισμένες μεμονωμένες περιπτώσεις, όπως τεκμηριώνεται στην συνέχεια. Η ολίσθηση των προεντεταμένων κοχλιών εξαρτάται από παραμέτρους, όπως ο συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών και η πραγματική δύναμη προέντασης, που εφαρμόζεται στους κοχλίες κατά την ανέγερση. Οι παράμετροι αυτοί διαθέτουν, σε σημαντικό βαθμό, τυχηματικό χαρακτήρα, με τις συνήθεις πρακτικές κατασκευής, και κατά συνέπεια, η ενσωμάτωση της ολίσθησης σε ένα υπολογιστικό προσομοίωμα είναι εν γένει δύσκολη.

Η αντοχή σε διάτμηση των κοχλιών υπολογίζεται σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Τα αντίστοιχα ελατήρια των μηχανικών προσομοιωμάτων, τα οποία όπως προαναφέρθηκε θεωρούνται άκαμπτα για την περίπτωση προέντασης των κοχλιών, περιορίζουν μόνο την αντοχή του κόμβου, και δεν συμβάλουν στην ανάπτυξη στροφής από αυτόν.

Άλλα συστατικά μέρη

Τα υπόλοιπα συστατικά μέρη που συμμετέχουν στα μηχανικά προσομοιώματα είναι το πέλμα και ο κορμός της δοκού σε θλίψη (bfwc), ο κορμός της δοκού σε εφελκυσμό (bwt), το σκέλος του γωνιακού κάτω πέλματος σε θλίψη (sac) και το σκέλος του γωνιακού άνω πέλματος σε εφελκυσμό (tat). Τα συγκεκριμένα συστατικά μέρη συμμετέχουν μόνο για τον περιορισμό της αντοχής, καθώς όπως προαναφέρθηκε, η παραμορφωσιμότητα τους θεωρείται ότι δεν ανήκει στον κόμβο. Επομένως, τα αντίστοιχα ελατήρια χαρακτηρίζονται άκαμπτα, ενώ η αντοχή τους προσδιορίζεται σύμφωνα με τις αναλυτικές σχέσεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), στην περίπτωση των συστατικών μερών της δοκού (παράγραφος 5.6.6), και σύμφωνα με τις προτάσεις των Faella et al. (2000) στην περίπτωση των συστατικών μερών των γωνιακών (παράγραφος 5.6.8).

7.3 Κατασκευή και επίλυση μηχανικών προσομοιωμάτων

Ο προσδιορισμός της καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων, με την χρήση μηχανικών προσομοιωμάτων, απαιτεί την πραγματοποίηση μιας σειράς βημάτων. Με κριτήριο την οργάνωση και συστηματοποίηση της συνολικής διαδικασίας, μπορούν να διακριθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Συγκέντρωση όλων των απαραίτητων δεδομένων (γεωμετρικές ιδιότητες, μηχανικές ιδιότητες κλπ)
- Υπολογισμός των καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών
- Δημιουργία του αριθμητικού προσομοιώματος

- Επίλυση του αριθμητικού προσομοιώματος, με μη γραμμική ανάλυση
- Ανάγνωση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων

Η εκτέλεση των ανωτέρω βημάτων δεν μπορεί να θεωρηθεί μια τετριμμένη διαδικασία, ιδιαίτερα όσο ο αριθμός των προς εξέταση κόμβων αυξάνεται. Στα πλαίσια της διατριβής, για παράδειγμα, επιχειρείται η διερεύνηση ενός μεγάλου πειραματικών δοκιμών κόμβων, αξιολογηθεί αριθμού ώστε να η αποτελεσματικότητα των μηγανικών προσομοιωμάτων, και ειδικότερα των συστατικών μερών μορφής βραχέος ταυ που περιέχονται σε αυτά. Για κάθε δοκιμή, είναι δυνατό επιλεγούν πολλαπλές διαμορφώσεις να των μηγανικών προσομοιωμάτων, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 7.2. Αν συνυπολογιστεί και η εκτέλεση δοκιμαστικών αναλύσεων, που αποτελεί απαραίτητο στοιχείο μιας ερευνητικής προσπάθειας, προκύπτει η ανάγκη διαχείρισης ενός μεγάλου όγκου δεδομένων, με συστηματικό τρόπο, που να διευκολύνει την ανάκτηση πληροφοριών και να περιορίζει το ενδεχόμενο σφάλματος, λόγω του σύνθετου χαρακτήρα και της πληθώρας των δεδομένων.

Η χρησιμοποίηση υπολογιστή και κατάλληλου λογισμικού χαρακτηρίζεται ευεργετική για την αντιμετώπιση του προβλήματος διαχείρισης του μεγάλου όγκου δεδομένων, σε όλα τα βήματα της διαδικασίας προσδιορισμού της καμπύλης ροπήςστροφής, που προαναφέρθηκαν. Για την επίλυση του αριθμητικού προσομοιώματος, είναι απαραίτητη η επιλογή ενός προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων, με δυνατότητα εκτέλεσης μη γραμμικής ανάλυσης. Η ανάπτυξη ενός εξειδικευμένου επιλύτη δεν είναι επίσης ιδιαίτερα δύσκολή, για τις συγκεκριμένες διαμορφώσεις μηχανικών προσομοιωμάτων, δεδομένου ότι υπεισέρχονται μόνο ελατήρια και άκαμπτα μέλη σε αυτά. Η δημιουργία του αριθμητικού προσομοιώματος μπορεί να πραγματοποιηθεί με τα εργαλεία του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων, αλλά κατά κανόνα η διαδικασία είναι χρονοβόρος. Η προετοιμασία των προσομοιωμάτων με εξειδικευμένο λογισμικό είναι ταχύτερη και με μικρότερη πιθανότητα σφάλματος, και κατά συνέπεια δικαιολογείται η απαιτούμενη επένδυση σε χρόνο, ιδιαίτερα αν ο αριθμός των υπό εξέταση κόμβων είναι μεγάλος. Το ίδιο συμπέρασμα ισχύει και για το δεύτερο βήμα της διαδικασίας, που αφορά των υπολογισμό των καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών. Για το τελευταίο βήμα, της ανάγνωσης και επεξεργασίας των αποτελεσμάτων, η ανάπτυξη πρωτότυπου λογισμικού είναι εφικτή μόνο, εφόσον για την επίλυση των προσομοιωμάτων γρησιμοποιείται εξειδικευμένος, πρωτότυπος επιλύτης. Στην αντίθετη περίπτωση, που χρησιμοποιείται ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, οι δυνατότητες παρέμβασης και ρύθμισης του γενικού περιβάλλοντος του προγράμματος, στις ειδικές απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος, κατά κανόνα είναι περιορισμένες ή απαιτούν δυσανάλογη προσπάθεια για την υλοποίηση τους. Η ανάγνωση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων ενδέχεται να συνιστά ένα χρονοβόρο τμήμα της όλης διαδικασίας. Η επιλογή ανάπτυξης πρωτότυπου λογισμικού πλεονεκτεί, καθώς μπορεί να διευκολύνει την γρήγορη ανάκτηση πληροφοριών της απόκρισης, χωρίς την ανάγκη περαιτέρω επεξεργασίας.

Στα πλαίσια της διατριβής, χρησιμοποιήθηκε ένας συνδυασμός έτοιμου και πρωτότυπου λογισμικού για την εκτέλεση όλων των αναλύσεων των μηχανικών προσομοιωμάτων. Καταρχήν, όλα τα διαθέσιμα δεδομένα των πειραματικών δοκιμών συγκεντρώθηκαν και καταχωρήθηκαν σε λογιστικά φύλλα, έτσι ώστε να είναι περισσότερο ευχερής η αναζήτηση τους και η εκτέλεση διαφόρων υπολογισμών με αυτά (σχήμα 7-12). Για κάθε κόμβο δημιουργήθηκε ξεχωριστό φύλλο, όπου καταχωρήθηκαν, πέραν των αρχικών δεδομένων, και τα αποτελέσματα τόσο της πειραματικής δοκιμής, όσο και των υπολογιστικών προσομοιωμάτων.

8	Microsoft Excel - Coell	ho 2004.xls							×
:몓] Elle Edit View Ins	ert Format <u>I</u>	ools <u>D</u> ata <u>W</u>	indow <u>H</u> elp Ad	obe PDF	Type a	question for help		×
10) 💕 🖬 🖪 🔒 🗐	🕰 l 🥙 🛍 l i	X 🗈 🛍 • <	3	😣 Σ - 🤶	↓ <u>X</u> ↓ 🏨	75% 🔹	Q	1
Co	ourier New 💌 10	- B / J		···· ··· ·· ·	0. 0.	- 🗞 -	A - 21	N 19 8	3
-	B14 -	fx 0.4010	04				_		
	A	в	с	D	E	г	G	H	
1	General info					h. = 1	50		-
2	Category	Extended end-	plate connecti	on		e = 30 w = 9	0.30		
3	Arrangement	Single sided			I i	8 0	68		
4	Loading	Monotonic				18	8		
5	Number of bolt rows	3			a _w = 5.5	6			
6	Bolts per row	2				954 0	(4)		
7	Beam profile	IPE300					200		
8	Column profile	HE 340H			a _w = 3.	5~4.	×		
9	Bolts	M20					a		
10	Other	Test FS1b							
11					1	٩	©		
12	Plate	Actual	Nominal			ř.	15		
13	top	0.0104	0.01			1.4.			
14	h	0.40104	0.4		(a) Detail of t	he end plate.			
15	ь	0.14984	0.15						
16	Half bolt row width	0.04495	0.045						
17	1st bolt row	0.0299	0.03	from plate top		0.37114	from plate bot	tom	
18	2nd bolt row	0.11993	0.12	from plate top		0.28111	from plate bot	tom	
19	3rd bolt row	0.32583	0.325	from plate top		0.07521	from plate bot	stom	
20	Beam top	0.06935	0.05965	from plate top		0.03124	from plate bot	tom	
21									
22	Material grade	3355							
23	σ-z plots	No							
24	σ-z tables	Yes							
25									
26		E	2.10E+11						
27		Eh	2.26E+09						
28		fy	3.40E+08		Eng	True			
29	-	fu	4.80E+08	fu'=	5.50E+08	6.73E+08			
30	-	eh	1.50E-02	Et '=	5.84E+08				
31	-	euni	2.24E-01						
32	-	eu	3.616-01						
33	-								
34	-	Churd -	stures.		frue valu	C			
26		0.000+00	0.007+00		0.00F#00	0.007+00			
22		1 627-00	2 407+00		1.62E-02	2 412+00		-	
28		1.502-02	2.402+00		1 492-02	2 452+08			
39		7 705-02	4.802+08		7 42E-02	5 175+08			
40		2.24F-01	4.80E+08	6.21F+08	2.02E-01	5.88E+08	1.227+09		
41		3.615-01	4.32E+08	2.56E+08	3.08E-01	5.88E+08	8.075+08	-	
				21002-00				-	~
н	🔹 🕨 🔪 General Data		L / FS2 / FS3 /	FS4/	<			>	
: Dr	aw 🔹 🔓 AutoShapes 🔹	1100	🗠 🖪 🛟 🛽	1 🖪 🆄 • 🚄	• <u>A</u> • =	≣≓			
Rea	idy						NUM		

Σχήμα 7-12. Λογιστικό φύλλο όπου καταχωρούνται τα δεδομένα μιας πειραματικής δοκιμής κόμβου

Για τον υπολογισμό των καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των διαφόρων συστατικών μερών των μηχανικών προσομοιωμάτων, αναπτύχθηκε πρωτότυπο λογισμικό με την ονομασία Steel Connections Project (SCP). Το πρόγραμμα δέχεται ως αρχικά δεδομένα τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά των κόμβων (σχήμα 7-13). Με αυτά τα δεδομένα το πρόγραμμα είναι σε θέση να υπολογίσει τις καμπύλες δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών, σύμφωνα με τις μεθοδολογίες αναλυτικού υπολογισμού που αναφέρθηκαν προηγούμενα, στην παράγραφο 7.2.4 (σχήμα 7-14). Στο πρόγραμμα ενσωματώθηκαν επίσης οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (prEN 1993) για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής κοχλιωτών κόμβων.



Σχήμα 7-13. Εισαγωγή ιδιοτήτων κόμβων στο πρόγραμμα SCP

►>	🛅 💼 Σ 👌	- 👬 - 🔐 🖄	1 🎽 🗎	2					
A	B C	D	E	F G				K	
Displacem	ents in first colun	nn. First entry shi	ould be (0,0)						
For inactive	e springs (rigid) le	ave all cells blan	k						
Cells in red	l color should be	filled with appropr	riate values (si	e text to its right)					
0	Top row: distanc	e of the breaked p	part from beam	top					
-							_		
Column we	b in tension	Column flan	ge in bending	End-plate i	n bending		Beam web	in tension	
0 000 100	0	0	0	4 575 00	0				
0.000426	440011	2.65E-07	500	1.5/E-06	500				
0.03572	632128	1.02E-06	2000	3.45E-05	24,500				
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	1.32E-05	25000	6./4E-05	21500				
		2.540-05	40000	0.0001	32000		-		
		3.70E-00	71000	0.000133	42300		-		
		4.57 E-05	117000	0.000166	53000				
		7.41E-05	140000	0.000133	74000		-		
		8.63E-05	163000	0.000252	84500		-		
		9.85E-05	186000	0.000298	95000				
		0.000111	209000	0.000331	105500				
		0.000123	232000	0.000333	106072.8				
		0.000135	255000	0.000336	107072.8				
		0.000147	278000	0.000432	117572.8				
Bolt Row 1	• /				1		1		
(boic iton i	/				<u> </u>				
Show		Calculate							
Boltro		Column web	n in chear	Column web in	compression	l B	eam web in co	mpression	
Country web in shear									
Bolt row #2 Column web in tension		in tension				Beam web in	tension		
Bolt ro	w #3	(hearo flance)	000005.01						
		2 (uean nange)	2.896906-01						
Compre	essive	z (bolts middle)	2.89505E-01		Colored and Ch				

Σχήμα 7-14. Εισαγωγή καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών του κόμβου στο πρόγραμμα SCP

Ο υπολογισμός των καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών μορφής βραχέος ταυ βασίζεται στο επαυξητικό προσομοίωμα που προτείνεται στην διατριβή. Ο σχετικός αλγόριθμος δεν ενσωματώθηκε στο SCP. Αντίθετα, αξιοποιήθηκε ο ίδιος κώδικας που είχε χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη και τον έλεγχο του επαυξητικού προσομοιώματος, στο πρώτο μέρος της διατριβής. Ο κώδικας αυτός υλοποιήθηκε στο περιβάλλον του λογισμικού MATLAB (σχήμα 7-15), το οποίο προσφέρει σημαντικές ευκολίες για την ταχεία ανάπτυξη μαθηματικών προσομοιωμάτων. Δεν επιχειρήθηκε η μεταφορά του κώδικα και η ενσωμάτωση του στο SCP, καθώς η σχετική προσπάθεια θεωρήθηκε πλεονάζουσα. Η τελική καμπύλη δύναμης-μετακίνησης που υπολογίζεται στο MATLAB, μεταφέρεται στο SCP, για κάθε συστατικό μέρος μορφής βραχέος ταυ, έτσι ώστε μαζί με τις καμπύλες των υπόλοιπων συστατικών μερών, να επιτευχθεί η συγκέντρωση όλων των απαραίτητων δεδομένων που χαρακτηρίζουν την απόκριση του μηχανικού προσομοιώματος του κόμβου σε ένα κοινό περιβάλλον.



Σχήμα 7-15. Υπολογισμός της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης των για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ στο MATLAB

Το πρόγραμμα SCP χρησιμοποιήθηκε και για την δημιουργία του αριθμητικού προσομοιώματος, καθώς είναι άμεσα διαθέσιμα σε αυτό, τόσο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κόμβου, όσο και οι ιδιότητες των ελατηρίων των συστατικών μερών. Για αυτόν τον σκοπό, υλοποιήθηκε στο πρόγραμμα η δυνατότητα διάταξης των ελατηρίων και των άκαμπτων στοιχείων, σύμφωνα την διασύνδεση prEN1993, την διασύνδεση Innsbruk και την διασύνδεση Coimbra. Επίσης, υλοποιήθηκε η δυνατότητα τροποποιημένης διαμόρφωσης αυτών των διασυνδέσεων, όπου στην πρώτη σειρά κοχλίωσης παρεμβάλλεται ένα άκαμπτο στοιχείο και τα ελατήρια δεν τοποθετούνται στην ίδια στάθμη. Στο σχήμα 7-16 φαίνεται η οθόνη του προγράμματος SCP, όπου δημιουργείται το αριθμητικό προσομοίωμα.



Σχήμα 7-16. Δημιουργία των αριθμητικών προσομοιωμάτων στο πρόγραμμα SCP

Για την επίλυση των αριθμητικών προσομοιωμάτων χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, στην έκδοση 8 (ADINA R&D 2005). Στο σχήμα 7-17 φαίνεται ένα μηχανικό προσομοίωμα κόμβου με μετωπική πλάκα στο περιβάλλον εργασίας του προγράμματος. Η ανάλυση των εν λόγω προσομοιωμάτων δεν θέτει ιδιαίτερες απαιτήσεις από το πρόγραμμα επίλυσης, καθώς το είδος και η διατύπωση των χρησιμοποιούμενων πεπερασμένων στοιχείων είναι μη γραμμική, με την μέθοδο Newon-Raphson, και έλεγχο της επιβαλλόμενης ροπής. Παραδοχές μικρών μετακινήσεων υιοθετούνται καθολικά στο προσομοίωμα.

Η ανάγνωση και η αρχική επεξεργασία των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται στο ίδιο το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Η καμπύλη ροπής-στροφής που προκύπτει από την επίλυση, μεταφέρεται έπειτα σε λογιστικό φύλλο, για περαιτέρω επεξεργασία.



Σχήμα 7-17. Μηχανικό προσομοίωμα κόμβου με μετωπική πλάκα στο ADINA

7.4 Αξιολόγηση μηχανικών προσομοιωμάτων με πειραματικές δοκιμές

7.4.1 Γενικά

Στην συνέχεια του κεφαλαίου αξιολογείται η αποτελεσματικότητα των μηχανικών προσομοιωμάτων στην εκτίμηση της απόκρισης πλήρων κόμβων δοκούυποστυλώματος. Για τον σκοπό αυτόν συγκεντρώθηκε, από βιβλιογραφικές πηγές, μία βάση 28 πειραματικών δοκιμών κόμβων. Οι διαμορφώσεις που εξετάζονται περιλαμβάνουν κόμβους με μετωπική πλάκα και κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού. Τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά των υπό εξέταση κόμβων αναφέρονται στο κεφάλαιο 66 (παράγραφος 6.3).

Σε όλες τις περιπτώσεις, η συμπεριφορά των πειραματικών δοκιμών καθορίζεται από τα συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης, τα οποία και αποδεικνύονται κρίσιμα. Επειδή, στα μηχανικά προσομοιώματα, για την προσομοίωση της εφελκυόμενης ζώνης χρησιμοποιείται το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, που αναπτύχθηκε και προτείνεται στην παρούσα διατριβή, η σύγκριση με τα πειραματικά επιπλέον αποτελέσματα προσφέρεται και για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, ως συστατικό μέρος ενός κόμβου. Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ είναι η δυνατότητα εκτίμησης της συνολικής δύναμης-μετακίνησης, συμπεριλαμβανομένης καμπύλης και της μέγιστης μετακίνησης κατά την θραύση. Το χαρακτηριστικό αυτό θεωρείται απαραίτητο για τον ακριβή προσδιορισμό της στροφικής ικανότητας του κόμβου, καθώς η μέγιστη μετακίνηση αναπτύσσεται πλήρως στο κρίσιμο συστατικό μέρος, ενώ στα υπόλοιπα η μετακίνηση που αναπτύσσεται εξαρτάται από την καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του καθενός. Επομένως, εφόσον καθοριστικά για την απόκριση είναι τα συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης, τα οποία προσομοιώνονται με ισοδύναμα βραχέα ταυ, αναμένεται να καταδειχθεί η σημασία της ακριβούς εκτίμησης της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης αυτών των συστατικών μερών και τα αποτελέσματα που αυτή επιφέρει στην αξιοπιστία των μηγανικών προσομοιωμάτων.

7.4.2 Πειραματικές δοκιμές των Azizinamini et al. (1987)

Οι συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές αφορούν κόμβους με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού. Συνολικά εξετάσθηκαν 18 κόμβοι σε δύο σειρές, χρησιμοποιώντας διαφορετικές δοκούς και υποστύλωμα σε κάθε σειρά. Η διάταξη όλων των κόμβων είναι αμφίπλευρη, με όμοιες συνδέσεις δεξιά και αριστερά του υποστυλώματος και συμμετρική φόρτιση. Η πειραματική διάταξη, τα γεωμετρικά και τα μηχανικά χαρακτηριστικά των κόμβων, περιγράφονται στην παράγραφο 6.3.1.

Λόγω της συμμετρικής διαμόρφωσης των κόμβων, ο κορμός του υποστυλώματος δεν υπόκειται σε διατμητική καταπόνηση, και κατά συνέπεια το συγκεκριμένο συστατικό μέρος δεν συμμετέχει στην απόκριση, σε όλες τις δοκιμές που εξετάζονται. Επίσης, λόγω της προέντασης που εφαρμόζεται στους κοχλίες, τα συστατικά μέρη των κοχλιών σε διάτμηση και των ελασμάτων σε σύνθλιψη άντυγας θεωρούνται απαραμόρφωτα. Για τους εφελκυόμενους κοχλίες η επίδραση της προέντασης λαμβάνεται υπόψη μέσω του βραχέος ταυ στα αντίστοιχα συστατικά μέρη. Η δυσκαμψία του ελατηρίου του κοχλία, στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, υπολογίζεται από την σχέση 3-176 για τα αρχικά στάδια της φόρτισης, μέχρι την αφαίρεση της προέντασης και την αποκόλληση του πέλματος, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3 (παράγραφος 3.6.3).

Ο υπολογισμός της καμπύλης ροπής-στροφής πραγματοποιείται καταρχήν χρησιμοποιώντας, για την διασύνδεση των ελατηρίων, το προσομοίωμα prEN1993/Faella, στην τυπική και τροποποιημένη διαμόρφωση του. Εφαρμόζεται η διαδικασία μόρφωσης και επίλυσης του μηχανικού προσομοιώματος, όπως περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Στα σχήματα 7-18 ως 7-35 παρουσιάζονται οι καμπύλες ροπής M - στροφής φ , που προκύπτουν από τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα, για τους 18 κόμβους των πειραματικών δοκίμων, και συγκρίνονται με τα αποτελέσματα των πειραματικών δοκιμών, καθώς και προσομοιώσεων με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Η ονοματολογία των καμπυλών στα σχήματα έχει την ακόλουθη ερμηνεία:

- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella.
- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την τροποποιημένη διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella.
- Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία: τα προσομοιώματα με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία που ανέπτυξαν οι Kishi et al. (2001) για τους συγκεκριμένους κόμβους (παράγραφος 6.3.1).



Σχήμα 7-18. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S1



Σχήμα 7-19. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S2



Σχήμα 7-20. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S3



Σχήμα 7-21. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S4



Σχήμα 7-22. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S5



Σχήμα 7-23. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 886



Σχήμα 7-24. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 887



Σχήμα 7-25. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 888



Σχήμα 7-26. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S9



Σχήμα 7-27. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S10



Σχήμα 7-28. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S1



Σχήμα 7-29. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S2



Σχήμα 7-30. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S3



Σχήμα 7-31. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S4



Σχήμα 7-32. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S5







Σχήμα 7-34. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S8



Σχήμα 7-35. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 1489

Ορισμένα ποιοτικά συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν άμεσα από την σύγκριση των καμπυλών ροπής-στροφής των μηχανικών προσομοιωμάτων με τις αντίστοιχες

των πειραματικών δοκιμών και των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Καταργήν, σύγκλιση που επιτυγγάνουν τα προτεινόμενα μηγανικά n προσομοιώματα, στην πλειοψηφία των δοκιμών, είναι πολύ ικανοποιητική. Το μηγανικό προσομοίωμα Α, το οποίο χρησιμοποιεί την κανονική διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella, εμφανίζεται περισσότερο αποτελεσματικό σε σύγκριση με το προσομοίωμα Β, που χρησιμοποιεί την τροποποιημένη διασύνδεση prEN1993/Faella. Σε όλες τις περιπτώσεις, η καμπύλη που υπολογίζεται από το προσομοίωμα Β χαρακτηρίζεται από μικρότερη αρχική δυσκαμψία, αντοχή και δυσκαμψία πλαστικού κλάδου και μεγαλύτερη στροφική ικανότητα, συγκριτικά με το προσομοίωμα Β. Επίσης, τα δύο μηγανικά προσομοιώματα προσεγγίζουν σε μεγαλύτερο βαθμό την συμπεριφορά των προσομοιωμάτων με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των Kishi et al. (2001), σε σχέση με τις καμπύλες των πειραματικών δοκιμών. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, αφενός διότι στα μηγανικά προσομοιώματα εφαρμόσθηκαν οι ίδιες παραδοχές για τους νόμους υλικών που υιοθέτησαν οι Kishi et el. (2001) για τα προσομοιώματα πεπερασμένων αφετέρου εξαιτίας της αδυναμίας στοιγείων, και των υπολογιστικών προσομοιωμάτων να ενσωματώσουν τις ποικίλες ατέλειες που χαρακτηρίζουν έναν πραγματικό κόμβο, και επηρεάζουν την απόκριση του. Για αυτόν τον λόγο, η συμπεριφορά των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, όντας απαλλαγμένη από τις ατέλειες που τυχηματικά υπεισέρχονται σε έναν πραγματικό κόμβο, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο της ακρίβειας που μπορεί να επιτευχθεί από ένα δραστικά πιο απλό, υπολογιστικό προσομοίωμα, όπως είναι τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα που εξετάζονται.

Σε όλες τις δοκιμές, η συμπεριφορά των μηγανικών προσομοιωμάτων βρίσκεται αρκετά κοντά στην αντίστοιχη των πειραματικών δοκιμών ή των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Εξαίρεση αποτελεί η δοκιμή 8S4, όπου η απόκλιση είναι ασυνήθιστα μεγάλη, σε σύγκριση με την μέση απόκλιση που εμφανίζεται στις υπόλοιπες δοκιμές, κυρίως σε ότι αφορά την μέγιστη στροφή. Η απόκλιση είναι επίσης μεγάλη μεταξύ του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001) και της ίδιας πειραματικής δοκιμής. Άλλοι ερευνητές (Faella et al. 2000) δεν χρησιμοποιούν την συγκεκριμένη δοκιμή για την αξιολόγηση μηγανικών προσομοιωμάτων, και ειδικότερα σε ότι αφορά την εκτίμηση της στροφικής ικανότητας. Δυστυχώς, στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις δεν αναφέρονται πληροφορίες για την αιτία αστοχίας της συγκεκριμένης δοκιμής, που θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν για την ερμηνεία της εμφανιζόμενης απόκλισης. Στις δοκιμές 8S2, 8S10 και 14S2 εμφανίστηκε ολίσθηση των διατεμνόμενων προεντεταμένων κογλιών που συνδέουν τα γωνιακά με την δοκό, στο σημείο της απόκρισης που υποδεικνύεται στα παραπάνω σχήματα. Στα μηγανικά προσομοιώματα, δεν λαμβάνεται υπόψη η περίπτωση ολίσθησης των διατεμνόμενων κοχλιών, και κατά συνέπεια η συγκεκριμένη συμπεριφορά δεν μπορεί να συνεκτιμηθεί στην καμπύλη ροπής-στροφής που υπολογίζεται από αυτά. Στην
δοκιμή 8S10, όπου η ολίσθηση εμφανίστηκε σε πρώιμο στάδιο της απόκρισης, η απόκλιση των μηχανικών προσομοιωμάτων είναι περισσότερο εμφανής. Σύμφωνα με τους Azizinamini et al. (1987), σε όλες τις υπόλοιπες δοκιμές δεν εκδηλώθηκε ολίσθηση των προεντεταμένων κοχλιών, και συνεπώς, οι δοκιμές αυτές συνιστούν μία αντιπροσωπευτική βάση για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων.

Αρχική δυσκαμψία

Στον πίνακα 7-1 παρατίθεται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας που υπολογίζονται με τα δύο προτεινόμενα μηγανικά προσομοιώματα και με τα προσομοιώματα τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001). Για τις τιμές της αρχικής δυσκαμψίας των πειραματικών δοκιμών χρησιμοποιήθηκαν οι πίνακες που παραθέτουν οι Azizinamimni et al. (1987), και όχι η κλίση των καμπυλών ροπήςστροφής. Οι συγγραφείς ωστόσο, δεν αναφέρουν την σύμβαση που υιοθέτησαν για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας από τις πειραματικές μετρήσεις. Κατά κανόνα, οι αρχικές μετρήσεις σε μια πειραματική δοκιμή δεν μπορούν να αξιοποιηθούν για μετρήσεις δυσκαμψίας, καθώς επηρεάζονται από τυχηματικούς παράγοντες, όπως οι ατέλειες της πειραματικής διάταξης, με αποτέλεσμα η απόκριση να είναι ανελαστική και η δυσκαμψία να μεταβάλλεται δραστικά. Για τον σκοπό αυτόν, είναι απαραίτητη μία σύμβαση για το επίπεδο φόρτισης, στο οποίο πραγματοποιείται ο υπολογισμός της αρχικής δυσκαμψίας, θεωρώντας ότι στο επίπεδο αυτό η επίδραση τυχηματικών παραμέτρων έχει εξαλειφθεί. Εναλλακτικά, είναι δυνατό η αρχική δυσκαμψία να προκύπτει έπειτα από την εκτέλεση ενός αρχικού κύκλου φόρτισης-αποφόρτισης στην ελαστική περιοχή. Οι πληροφορίες αυτές δυστυχώς δεν αναφέρονται στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις.

Η στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων περιλαμβάνει τον υπολογισμό του λόγου της αρχικής δυσκαμψίας των μηγανικών προσομοιωμάτων, προς την πειραματική δυσκαμψία και την δυσκαμψία των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, σε κάθε δοκιμή. Επίσης, για το σύνολο των δοκιμών υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των λόγων αυτών. Από την σύγκριση της μέσης τιμής, προκύπτει ότι το μηγανικό προσομοίωμα Α υπερεκτιμά ελαφρά την αρχική δυσκαμψία. Η υπερεκτίμηση είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα και μικρότερη για τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων. Αξίζει να αναφερθεί, ότι η υπερεκτίμηση είναι ανάλογη εκείνης που είχε παρατηρηθεί για το μεμονωμένο επαυξητικό προσομοίωμα βραγέος ταυ, στα πλαίσια της παραμετρικής διερεύνησης με τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων (μέση τιμή λόγου ίση με 1,17) που περιγράφεται στο κεφάλαιο 4. Αντίθετα, για το μηχανικό προσομοίωμα Β, η δυσκαμψία που υπολογίζεται υστερεί σε ποσοστό περίπου 20%, κατά μέσο όρο, τόσο σε σχέση με τις πειραματικές δοκιμές, όσο και με τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων. Εξετάζοντας την τυπική απόκλιση των λόγων, προκύπτει ότι οι τιμές που αυτή λαμβάνει για τα μηγανικά προσομοιώματα, σε σχέση με τις πειραματικές δοκιμές, είναι υψηλές. Μάλιστα, παρόμοιου μεγέθους υψηλή τυπική απόκλιση χαρακτηρίζει

και τα αποτελέσματα των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, σε σχέση με τις πειραματικές δοκιμές. Το γεγονός αυτό αποτελεί μία ένδειξη, ότι οι μετρήσεις της αρχικής δυσκαμψίας στις πειραματικές δοκιμές, επηρεάζονται από τυχηματικούς παράγοντες και επομένως, περιορίζεται η χρησιμότητα τους για την αξιολόγηση ενός υπολογιστικού προσομοιώματος. Συγκρίνοντας την αρχική δυσκαμψία των προσομοιωμάτων, προτεινόμενων μηχανικών με την αντίστοιγη των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, αποδεικνύεται ότι η τυπική απόκλιση είναι πολύ μικρότερη. Επομένως, μπορεί να θεωρηθεί ότι τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα επιτρέπουν μια συνεπή εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας, επιτυγχάνοντας συγκρίσιμο επίπεδο ακρίβειας με τα κατά πολύ πιο σύνθετα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων. Ειδικότερα, το μηχανικό προσομοίωμα Α, το οποίο όπως προαναφέρθηκε χρησιμοποιεί την κανονική διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella, εμφανίζεται πιο αποτελεσματικό, και προτείνεται η γρησιμοποίηση του στο συγκεκριμένο αντικείμενο.

	Πειραμ. δοκιμή	Πειραμ. Προσομοίωμα δοκιμή πεπ. στοιχείων		Προτει προ	νόμενο μη σομοίωμα	χανικό ι Α	Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β		
	S _{ini} (Ntm/rad)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	S_{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)
8S1	7,54E+06	7,87E+06	1,04	8,13E+06	1,08	1,03	5,55E+06	0,74	0.71
8S2	1,39E+07	9,90E+06	0,71	1,04E+07	0,74	1,05	7,01E+06	0,50	0.71
8S3	1,18E+07	8,18E+06	0,69	8,48E+06	0,72	1,04	5,78E+06	0,49	0.71
8S4	1,73E+06	3,12E+06	1,80	3,28E+06	1,90	1,05	1,86E+06	1,08	0.60
885	8,67E+06	6,60E+06	0,76	8,32E+06	0,96	1,26	5,25E+06	0,61	0.79
886	4,46E+06	5,55E+06	1,24	6,10E+06	1,37	1,10	3,93E+06	0,88	0.71
88 7	5,42E+06	7,03E+06	1,30	8,39E+06	1,55	1,19	5,29E+06	0,98	0.75
858	7,90E+06	8,22E+06	1,04	8,22E+06	1,04	1,00	5,62E+06	0,71	0.68
8S 9	1,18E+07	1,07E+07	0,91	1,05E+07	0,89	0,98	7,09E+06	0,60	0.66
8S10	4,82E+07	1,47E+07	0,31	1,37E+07	0,28	0,93	9,20E+06	0,19	0.62
14S1	2,20E+07	2,26E+07	1,03	2,79E+07	1,27	1,24	2,12E+07	0,96	0.94
14S2	3,33E+07	4,14E+07	1,24	4,36E+07	1,31	1,05	3,25E+07	0,98	0.79
1483	1,31E+07	2,07E+07	1,58	2,75E+07	2,10	1,33	2,07E+07	1,58	1.00
14 S 4	2,51E+07	2,70E+07	1,08	3,32E+07	1,32	1,23	2,66E+07	1,06	0.99
1485	2,79E+07	2,45E+07	0,88	2,83E+07	1,02	1,16	2,15E+07	0,77	0.88
1486	3,23E+07	3,56E+07	1,10	4,44E+07	1,37	1,25	3,31E+07	1,02	0.93
1488	6,54E+07	4,64E+07	0,71	5,07E+07	0,78	1,09	3,66E+07	0,56	0.79
1489	2,92E+07	3,56E+07	1,22	4,44E+07	1,52	1,25	3,31E+07	1,13	0.93
	Μέση τιμή		1,02		1,16	1,12		0,81	0,78
Τυπικ	τή απόκλιση		0,355		0,444	0,115		0,317	0,125

Πίνακας 7-1. Αρχική δυσκαμψία S_{ini} υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)

Στο σχήμα 7-36 που ακολουθεί, παρουσιάζονται, με πιο παραστατική μορφή, οι λόγοι της αρχικής δυσκαμψίας των υπολογιστικών προσομοιωμάτων, προς την δυσκαμψία των πειραματικών δοκιμών. Η μεγάλη διακύμανση των αποτελεσμάτων είναι εμφανής, ακόμα και για τα τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001). Στο σχήμα 7-37 παρουσιάζεται το αντίστοιχο δυσκαμψία γράφημα για την αρχική των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την δυσκαμψία των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Οι τιμές των λόγων είναι πιο κοντά στην μονάδα, και η διακύμανση τους πολύ μικρότερη. Επίσης, είναι εμφανής η διαφορετική συμπεριφορά των δύο προσομοιωμάτων, με το πρώτο να υπερεκτιμά συστηματικά την αρχική δυσκαμψία ενώ αντίθετα το δεύτερο να την υποεκτιμά.



Σχήμα 7-36. Λόγος αρχικής δυσκαμψίας υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την αρχική δυσκαμψία των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)



Σχήμα 7-37. Λόγος αρχικής δυσκαμψίας προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την δυσκαμψία των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)

Μέγιστη ροπή

Στον πίνακα 7-2 παρουσιάζονται οι τιμές της μέγιστης ροπής που υπολογίζονται με τα δύο προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα και με τα προσομοιώματα τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001), καθώς και οι τιμές της μέγιστης ροπής των πειραματικών δοκιμών. Επίσης, παρατίθενται οι τιμές των λόγων της μέγιστης ροπής των υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την αντίστοιχη πειραματική τιμή ή την τιμή των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Για το σύνολο των δοκιμών υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των λόγων αυτών. Επειδή όπως προαναφέρθηκε, η απόκλιση των υπολογιστικών προσομοιωμάτων, από την πειραματική καμπύλη ροπής-στροφής, είναι ασυνήθιστα μεγάλη για την δοκιμή 8S4, κυρίως σε ότι αφορά τον προσδιορισμό του τελικού σημείου της απόκρισης, υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των λόγων, χωρίς την συμμετοχή της συγκεκριμένης δοκιμής, εξαιρώντας έτσι την επιρροή ενός πιθανά μη αντιπροσωπευτικού αποτελέσματος. Επιπλέον, υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση, χωρίς την συμμετοχή της δοκιμής 8S4 και των 8S2, 8S10, 14S2. Στις τρεις τελευταίες δοκιμές εκδηλώθηκε ολίσθηση των προεντεταμένων κοχλιών σε προχωρημένο επίπεδο φόρτισης. Το συγκεκριμένο φαινόμενο δεν ενσωματώνεται στα μηχανικά προσομοιώματα, με αποτέλεσμα την διαφοροποίηση της απόκρισης που υπολογίζεται από την πραγματική. Οι υπόλοιπες δοκιμές που απομένουν μετά την εξαίρεση των εν λόγω τεσσάρων αμφίβολων δοκιμών, θεωρείται ότι συνιστούν ένα περισσότερο κατάλληλο δείγμα για την αξιολόγηση των μηγανικών προσομοιωμάτων.

Από τα αποτελέσματα που εμφανίζονται στον πίνακα 7-2, προκύπτει ότι το μηχανικό προσομοίωμα Α προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την πειραματική μέγιστη ροπή. Η μέση τιμή του σχετικού λόγου είναι πολύ κοντά στην μονάδα, και η τυπική απόκλιση αρκετά μικρή επίσης. Η αφαίρεση των τεσσάρων δοκιμών 8S4, 8S2, 8S10 και 14S2 δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα, γεγονός που αποδεικνύει ότι οι υπολογισμοί αντοχής είναι αρκετά ακριβείς για το σύνολο των δοκιμών. Το μηχανικό προσομοίωμα Β εμφανίζει μια υποεκτίμηση 10% κατά μέσο όρο, σε σχέση με τις πειραματικές δοκιμές. Η τυπική απόκλιση ωστόσο είναι λίγο πιο μικρή, σε σύγκριση με το μηχανικό προσομοίωμα Α, επιτυγχάνοντας έτσι πιο συστηματική συμπεριφορά. Πάντως και σε αυτήν την περίπτωση, το μηχανικό προσομοίωμα Α συνολικά εμφανίζεται πιο αποτελεσματικό, και προτείνεται για τον υπολογισμό της μέγιστης ροπής.

	Πειραμ. δοκιμή	Προσομοίωμα πεπ. στοιχείων		Προτει προ	νόμενο μη σομοίωμα	χανικό ι Α	Προτει προ	νόμενο μη σομοίωμα	χανικό 1 Β
	M _u (Ntm)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)
8 S1	4,28E+04	4,21E+04	0,98	4,01E+04	0,94	0,95	3,44E+04	0,80	0,82
8S2	4,41E+04	4,53E+04	1,03	5,01E+04	1,14	1,11	4,26E+04	0,97	0,94
8S3	5,32E+04	4,59E+04	0,86	4,61E+04	0,87	1,00	3,94E+04	0,74	0,86
8S4	2,13E+04	2,26E+04	1,06	2,60E+04	1,22	1,15	2,04E+04	0,96	0,90
8 S5	4,26E+04	4,27E+04	1,00	4,63E+04	1,09	1,08	3,83E+04	0,90	0,90
8 S6	3,24E+04	3,16E+04	0,98	3,22E+04	0,99	1,02	2,73E+04	0,84	0,86
8S 7	4,66E+04	4,21E+04	0,90	3,92E+04	0,84	0,93	3,28E+04	0,70	0,78
8 S8	4,78E+04	4,34E+04	0,91	4,93E+04	1,03	1,13	4,29E+04	0,90	0,99
8S 9	5,36E+04	5,31E+04	0,99	5,94E+04	1,11	1,12	5,11E+04	0,95	0,96
8S10	7,37E+04	7,16E+04	0,97	8,90E+04	1,21	1,24	7,51E+04	1,02	1,05
14S1	8,18E+04	8,15E+04	1,00	8,05E+04	0,98	0,99	7,26E+04	0,89	0,89
14S2	1,15E+05	1,13E+05	0,98	1,20E+05	1,04	1,07	1,06E+05	0,92	0,94
1483	7,97E+04	7,51E+04	0,94	7,48E+04	0,94	1,00	6,69E+04	0,84	0,89
14S4	9,92E+04	9,98E+04	1,01	9,77E+04	0,98	0,98	9,04E+04	0,91	0,91
1485	1,18E+05	9,98E+04	0,85	9,58E+04	0,81	0,96	8,76E+04	0,74	0,88
14S6	1,20E+05	1,21E+05	1,00	1,36E+05	1,13	1,12	1,22E+05	1,01	1,01
1488	1,84E+05	1,78E+05	0,97	1,76E+05	0,95	0,98	1,53E+05	0,83	0,86
1489	1,21E+05	1,21E+05	0,99	1,36E+05	1,12	1,12	1,22E+05	1,00	1,01
Μέση τ	ιμή		0,97		1,02	1,05		0,88	0,91
(χωρίς την δοκιμή 8S4)		0,96		1,01	1,05		0,88	0,91	
(χωρίς τις 8S2, 8S4, 8S10, 14S2)		0,96		0,98	1,03		0,86	0,90	
Τυπική	απόκλιση		0,057		0,121	0,087		0,093	0,069
(χωρίς τ	ην δοκιμή 8S4	4)	0,052		0,112	0,085		0,096	0,073
(χωρίς τ	ας 8S2, 8S4, 8	S10, 14S2)	0,054		0,102	0,073		0,094	0,069

Πίνακας 7-2. Μέγιστη ροπή M_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)

Στο σχήμα 7-38 που ακολουθεί, παρουσιάζονται με πιο παραστατική μορφή οι λόγοι της μέγιστης ροπής των υπολογιστικών προσομοιωμάτων, προς την μέγιστη ροπή των αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών. Από την εικόνα του γραφήματος προκύπτει ότι για το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α, η τιμή του λόγου γενικά είναι κοντά στην μονάδα. Η μεγαλύτερη απόκλιση παρατηρείται στις δοκιμές 8S2, 8S4 και 8S10, οι οποίες για τους λόγους που προαναφέρθηκαν, δεν θεωρούνται αντιπροσωπευτικές για την αξιολόγηση των συγκεκριμένων μηχανικών προσομοιωμάτων. Για τις δοκιμές 8S3, 8S7, 14S5, όπου η απόκλιση του μηχανικού προσομοιώματος εμφανίζεται επίσης συγκριτικά μεγαλύτερη, παρατηρείται ταυτόχρονα μία αυξημένη απόκλιση και για το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων. Στο σχήμα 7-39 παρουσιάζεται το γράφημα των λόγων της μέγιστης ροπής των μηχανικών προσομοιωμάτων, προς την μέγιστη ροπή των αντίστοιχων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Φαίνεται η συστηματική υποεκτίμηση της αντοχής από το μηχανικό προσομοίωμα Α, ενώ για το προσομοίωμα Β, αν εξαιρεθούν οι δοκιμές 8S4 και 8S10, εμφανίζεται μια μικρή κατά μέσο όρο υπερεκτίμηση.



Σχήμα 7-38. Λόγος μέγιστης ροπής υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την μέγιστη ροπή των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)



Σχήμα 7-39. Λόγος μέγιστης ροπής προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την μέγιστη ροπή των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)

Στροφική ικανότητα

Στον πίνακα 7-3 παρουσιάζονται οι τιμές της στροφικής ικανότητας που υπολογίζονται με τα δύο προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα, και με τα προσομοιώματα τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001), καθώς και οι τιμές της στροφικής ικανότητας των πειραματικών δοκιμών. Επίσης, παρατίθενται οι τιμές των λόγων της στροφικής ικανότητας των υπολογιστικών προσομοιωμάτων, προς την αντίστοιχη πειραματική τιμή ή την τιμή των

προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Για το σύνολο των δοκιμών υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των λόγων αυτών. Επίσης, υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση εξαιρώντας τις δοκιμές 8S4 και τις 8S2, 8S10, 14S2, οι οποίες όπως προαναφέρθηκε δεν ανταποκρίνονται απόλυτα στο είδος της απόκρισης που προσομοιώνεται με τα μηχανικά προσομοιώματα.

	Πειραμ. δοκιμή	Προσομ πεπ. στο	Προσομοίωμα πεπ. στοιχείων		Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α			νόμενο μη σομοίωμα	χανικό ι Β
	$arphi_u$ (rad)	$arphi_u$ (rad)	Λόγος (πειραμ.)	φ_u (rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	$arphi_u$ (rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)
8 S1	0,0458	0,0470	1,03	0,0465	1,02	0,99	0,0573	1,25	1,22
8S2	0,0320	0,0325	1,01	0,0444	1,39	1,37	0,0548	1,71	1,69
8S3	0,0443	0,0446	1,01	0,0560	1,26	1,26	0,0695	1,57	1,56
8S4	0,0458	0,0479	1,05	0,0983	2,15	2,05	0,1067	2,33	2,23
885	0,0452	0,0460	1,02	0,0553	1,22	1,20	0,0711	1,57	1,55
8 S6	0,0455	0,0462	1,01	0,0507	1,12	1,10	0,0653	1,44	1,42
8S 7	0,0457	0,0468	1,02	0,0467	1,02	1,00	0,0604	1,32	1,29
8S8	0,0446	0,0453	1,01	0,0506	1,13	1,12	0,0626	1,40	1,38
8S 9	0,0434	0,0435	1,00	0,0464	1,07	1,07	0,0572	1,32	1,31
8S10	0,0304	0,0317	1,04	0,0450	1,48	1,42	0,0554	1,82	1,75
14S1	0,0355	0,0361	1,02	0,0351	0,99	0,97	0,0410	1,15	1,13
1482	0,0339	0,0342	1,01	0,0328	0,97	0,96	0,0385	1,14	1,12
1483	0,0355	0,0362	1,02	0,0351	0,99	0,97	0,0412	1,16	1,14
14S4	0,0349	0,0359	1,03	0,0352	1,01	0,98	0,0413	1,18	1,15
1485	0,0353	0,0368	1,04	0,0341	0,97	0,93	0,0403	1,14	1,09
14S6	0,0342	0,0344	1,01	0,0319	0,93	0,93	0,0375	1,10	1,09
1488	0,0324	0,0332	1,03	0,0344	1,06	1,03	0,0410	1,27	1,23
1489	0,0336	0,0335	1,00	0,0319	0,95	0,95	0,0375	1,12	1,12
Μέση τ	ιμή		1,02		1,16	1,14		1,40	1,37
(χωρίς την δοκιμή 8S4)		1,02		1,09	1,07		1,33	1,31	
(χωρίς τις 8S2, 8S4, 8S10, 14S2)		1,02		1,05	1,04		1,29	1,26	
Τυπική απόκλιση 0,01		0,013		0,297	0,279		0,321	0,303	
(χωρίς τ	ην δοκιμή 8S4	4)	0,013		0,159	0,153		0,222	0,215
(χωρίς τ	τις 8S2, 8S4, 8	S10, 14S2)	0,012		0,100	0,101		0,160	0,160

Πίνακας 7-3. Στροφική ικανότητα φ_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)

Από την στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων στον πίνακα 7-3, αποδεικνύεται ότι το μηχανικό προσομοίωμα Α υπερτερεί σημαντικά στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας, έναντι του προσομοιώματος Β, το οποίο εμφανίζει μια υπερεκτίμηση ίση με 30~40% κατά μέσο όρο. Αντίστοιχα, η υπερεκτίμηση για το

προσομοίωμα Α είναι 15% περίπου, για το σύνολο των δοκιμών, και μόλις 5% χωρίς την συμμετοχή των δοκιμών 8S4, 8S2, 8S10 και 14S2. Η τυπική απόκλιση, για το σύνολο των δοκιμών, εμφανίζεται αυξημένη για τα δύο μηχανικά προσομοιώματα. Ωστόσο, η υψηλή τιμή της οφείλεται κατά το μεγαλύτερο μέρος στην ασυνήθιστα υψηλή απόκλιση της δοκιμής 8S4. Πράγματι, όπως φαίνεται και στον πίνακα 7-3, η τιμή της τυπικής απόκλισης, εξαιρώντας την συγκεκριμένη δοκιμή, σχεδόν υποδιπλασιάζεται για το μηχανικό προσομοίωμα Α. Το γεγονός αυτό ενισχύει την επιλογή απόρριψης της συγκεκριμένης δοκιμής, ως μη αντιπροσωπευτικής για την αξιολόγηση των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων. Η τιμή της τυπικής απόκλισης βελτιώνεται ακόμη περισσότερο, αν επιπλέον αφαιρεθούν από το δείγμα οι δοκιμές 8S2, 8S10 και 14S2, στις οποίες αναπτύχθηκε ολίσθηση. Έτσι τελικά, η τυπική απόκλιση λαμβάνει την τιμή 0.10 για το μηχανικό προσομοίωμα Α, η οποία θεωρείται πολύ ικανοποιητική για τον υπολογισμό του μεγέθους της στροφικής ικανότητας. Με βάση αυτά τα δεδομένα, προτείνεται η εφαρμογή του μηχανικού προσομοιώματος Α, ως πλέον αποτελεσματικού για τον σκοπό αυτόν.

Στο σχήμα 7-40 που ακολουθεί, παρουσιάζονται με πιο παραστατική μορφή οι λόγοι της στροφικής ικανότητας των υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την στροφική ικανότητα των αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών. Από την γενική εικόνα του γραφήματος, το μηχανικό προσομοίωμα Α εμφανίζεται σαφώς πιο αποτελεσματικό, έναντι του προσομοιώματος Β, καθώς σε όλες τις περιπτώσεις προσεγγίζει καλύτερα τις πειραματικές τιμές. Η μεγαλύτερη απόκλιση παρατηρείται στις δοκιμές 8S4, 8S10 και 8S2, οι οποίες δεν θεωρούνται αντιπροσωπευτικές για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων.



Σχήμα 7-40. Λόγος στροφικής ικανότητας υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την στροφική ικανότητα των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)

Στο σχήμα 7-41 παρουσιάζεται το γράφημα των λόγων της στροφικής ικανότητας των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων, προς την στροφική ικανότητα των αντίστοιχων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Η εικόνα δεν διαφέρει σε σχέση με το σχήμα 7-40, καθώς τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων

προσεγγίζουν πολύ κοντά τις πειραματικές τιμές στροφικής ικανότητας. Οι Kishi et al. (2001) ωστόσο, που κατασκεύασαν τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, δεν αναφέρουν κριτήρια για τον χαρακτηρισμό της θραύσης σε αυτά, και επομένως η ακρίβεια εκτίμησης της στροφικής ικανότητας που εμφανίζουν, θα πρέπει να αντιμετωπίζεται με επιφύλαξη. Ο προσδιορισμός της στροφικής ικανότητας άλλωστε, δεν αποτελεί αντικείμενο ενδιαφέροντος στην δημοσίευση των Kishi et al. (2001).



Σχήμα 7-41. Λόγος στροφικής ικανότητας προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την στροφική ικανότητα των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)

Σύγκριση με εναλλακτικές μεθόδους

Oι Faella et al. (2000), χρησιμοποίησαν τις πειραματικές δοκιμές των Azizinamini et al. (1987), προκειμένου να αξιολογήσουν την συμπεριφορά ενός μηγανικού προσομοιώματος, στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας κόμβων με γωνιακά. Για την προσομοίωση της παραμορφωσιμότητας του γωνιακού σε κάμψη υιοθέτησαν το προσομοίωμα βραχέος ταυ, που ανέπτυξαν οι ίδιοι, και περιγράφηκε στο πρώτο μέρος της διατριβής. Τα υπόλοιπα συστατικά μέρη δεν ελήφθησαν υπόψη, θεωρώντας ότι για την θραύση των κόμβων, κρίσιμο είναι το γωνιακό σε κάμψη, χωρίς τα συστατικά μέρη του υποστυλώματος να συμβάλλουν στην πλαστική παραμόρφωση. Η παραδοχή αυτή είναι ακριβής για τις πειραματικές δοκιμές των Azizinamini et al. (1987), στις οποίες τα υποστυλώματα είναι ισχυρά, σε σχέση με τα επομένως τελευταία αποτελούν γωνιακά, και τα την κύρια πηγή παραμορφωσιμότητας. Οι Faella et al. (2000), υπολογίζουν μόνο την πλαστική συνιστώσα φ_{pl} της συνολικής στροφής φ_{u} με το μηχανικό προσομοίωμα τους. Για τις πειραματικές δοκιμές, υπολόγισαν την πλαστική στροφή φ_{pl} , υιοθετώντας την σύμβαση του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), για τον προσδιορισμό της ελαστικής συνιστώσας, ως εκείνης της στροφής που αντιστοιχεί σε ροπή ίση με $2/3M_{i,rd}$, όπου $M_{j,rd}$ η ροπή αντοχής του κόμβου. Η ροπή αντοχής $M_{j,rd}$ υπολογίσθηκε με βάση τέμνουσα δυσκαμψία ίση με το 1/3 της αρχικής (σχήμα 7-42).



Σχήμα 7-42. Υπολογισμός πλαστικής στροφής φ_{pl} για τις πειραματικές δοκιμές

Η ίδια διαδικασία υπολογισμού της πλαστικής στροφής φ_{vl} εφαρμόσθηκε και για το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α που αναπτύχθηκε στην παρούσα διατριβή. Στο σχήμα 7-43 παρουσιάζεται συγκριτικά ο λόγος της πλαστικής στροφής του προτεινόμενου μηγανικού προσομοιώματος Α και του προσομοιώματος που χρησιμοποιούν οι Faella et al. (2000), προς την πλαστική στροφή των πειραματικών δοκιμών. Σημειώνεται ότι οι συγγραφείς δεν περιλαμβάνουν στην αξιολόγηση τους τις δοκιμές 8S4 και 8S8. Η δοκιμή 8S4, όπως προαναφέρθηκε, δεν θεωρείται αξιοποιήσιμη ούτε για την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων, που προτείνονται στην παρούσα διατριβή. Από την σύγκριση των δύο προσομοιωμάτων στο σχήμα 7-43, προκύπτει ότι το μηγανικό προσομοίωμα Α, που προτείνεται στην διατριβή, υπερέχει του προσομοιώματος των Faella et al. (2000), καθώς εμφανίζει μικρότερη διακύμανση στην εκτίμηση της πειραματικής πλαστικής στροφής. Η μέση τιμή αποκλίνει ελαφρώς περισσότερο, σε σχέση με την αντίστοιχη τιμή για το προσομοίωμα Faella et al. (2000), ωστόσο παραμένει πολύ κοντά στην μονάδα. Αντίθετα, η τυπική απόκλιση για το προτεινόμενο προσομοίωμα, είναι δραστικά μικρότερη έναντι του προσομοιώματος των Faella et al. (2000).



Σχήμα 7-43. Λόγος πλαστικής στροφής μηχανικών προσομοιωμάτων προς την πλαστική στροφή των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)

Διερεύνηση συμπεριφοράς εναλλακτικών διασυνδέσεων ελατηρίων

Τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα που παρουσιάστηκαν προηγούμενα χρησιμοποιούν την διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella, τροποποιημένης και μη. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 7.2, η συγκεκριμένη διασύνδεση των ελατηρίων δεν είναι και η μοναδική διαθέσιμη. Ειδικότερα, είναι δυνατόν να εφαρμοσθούν οι διασυνδέσεις Innsbruck και Coimbra, στις οποίες διαφοροποιείται η διάταξη των ελατηρίων, κυρίως σε ότι αφορά το φάτνωμα του υποστυλώματος. Προκειμένου να διαπιστωθεί η επίδραση των διαφορετικών διασυνδέσεων ελατηρίων στον υπολογισμό της απόκρισης, πραγματοποιήθηκε μια συγκριτική αξιολόγηση σε δύο περιπτώσεις πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987).

Στο σχήμα 7-44 παρουσιάζονται οι καμπύλες ροπής-στροφής για την πειραματική δοκιμή 8S1, και στο σχήμα 7-45 για την δοκιμή 14S8. Δεν χρησιμοποιήθηκαν οι τροποποιημένες παραλλαγές των διασυνδέσεων, αλλά μόνο οι κανονικές. Για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ. Τα αποτελέσματα για τις τρεις διασυνδέσεις, όπως φαίνεται στα σχήματα, είναι σχεδόν ταυτόσημα, καθώς οι καμπύλες ροπής-στροφής σχεδόν συμπίπτουν, και οι όποιες διαφοροποιήσεις είναι δυσδιάκριτες. Οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας παρουσιάζονται στον πίνακα 7-4. Η διασύνδεση Innsbruck είναι η πλέον δύσκαμπτη ενώ αντίθετα η διασύνδεση prEN1993/Faella, εμφανίζεται περισσότερο εύκαμπτη. Η μεγαλύτερη διαφορά, στην αρχική δυσκαμψία μεταξύ των τριών διασυνδέσεων, είναι της τάξης του 5%.



Σχήμα 7-44. Καμπύλες ροπής-στροφής προτεινόμενου μηχανικού προσομοιώματος με διαφορετικές διασυνδέσεις ελατηρίων για την δοκιμή 8S1





Πίνακας 7-4. Αρχική δυσκαμψία S_{ini} διαφορετικών μηχανικών προσομοιωμάτων για τις δοκιμές 8S1 και 14S8

	Πειραματική δοκιμή	Διασύνδεση prEN1993/Faella	Διασύνδεση Innsbruck	Διασύνδεση Coimbra
	$S_{\it ini}$ (Ntm/rad)	$S_{\it ini}$ (Ntm/rad)	$S_{\it ini}$ (Ntm/rad)	$S_{\it ini}$ (Ntm/rad)
8S1	7,54E+06	8,13E+06	8,61E+06	8,50E+06
1488	6,54E+07	5,07E+07	5,29E+07	5,18E+07

Δυστυχώς, οι συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές, δεν προσφέρονται για την αξιολόγηση αυτών των εναλλακτικών διασυνδέσεων του μηχανικού προσομοιώματος, καθώς οι αποκλίσεις που εμφανίζονται είναι πολύ μικρές. Επειδή το υποστύλωμα σε όλες τις περιπτώσεις είναι ισχυρό, σε σύγκριση με την σύνδεση, η παραμορφωσιμότητα του κόμβου συγκεντρώνεται στα συστατικά μέρη της σύνδεσης. Για τον λόγο αυτόν, δεν παρατηρείται απόκλιση στην συμπεριφορά των τριών διασυνδέσεων, δεδομένου ότι οι όποιες μεταξύ τους διαφορές, περιορίζονται στην διάταξη των ελατηρίων του υποστυλώματος.

7.4.3 Πειραματικές δοκιμές των Bursi και Jaspart (1997β)

Οι συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές αφορούν δύο κόμβους με μετωπική πλάκα. Η διάταξη των κόμβων είναι μονόπλευρη και η παράμετρος που διαφοροποιείται είναι το πάχος της μετωπικής πλάκας. Μόνο η λεπτομέρεια της σύνδεσης συμπεριλήφθηκε στην πειραματική διάταξη, ενώ στην θέση του υποστυλώματος τοποθετήθηκε άκαμπτο υπόβαθρο. Οι δύο δοκιμές περιγράφονται λεπτομερώς στην παράγραφο 6.3.2. Επειδή, η συμπεριφορά των συγκεκριμένων κόμβων δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη υποστυλώματος, τόσο η διασύνδεση ελατηρίων prEN1993, όσο και οι διασυνδέσεις Innsbruk και Coimbra παρέχουν την ίδια απόκριση. Στην συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί για τα μηχανικά προσομοιώματα, μόνο η διασύνδεση prEN1993 στην τυπική και την τροποποιημένη παραλλαγή της. Τα ελατήρια που αντιστοιχούν σε συστατικά μέρη του υποστυλώματος θεωρούνται άκαμπτα και χωρίς περιορισμό της αντοχής τους. Επομένως, το μοναδικό συστατικό μέρος που συνεισφέρει στην παραμορφωσιμότητα των συγκεκριμένων κόμβων είναι η μετωπική πλάκα σε κάμψη. Ο νόμος υλικού που παραθέτουν οι συγγραφείς στην πρωτότυπη δημοσίευση για την μετωπική πλάκα είναι πολυγραμμικός. Επειδή το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, που χρησιμοποιείται για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, βασίζεται σε διγραμμικό νόμο υλικού, απαιτείται μια προσαρμογή του πραγματικού πολυγραμμικού νόμου υλικού, ώστε να συμφωνεί με τις παραδοχές του επαυξητικού προσομοιώματος. Το κριτήριο που επιλέχθηκε για τον σκοπό αυτόν, είναι η ισοδυναμία των νόμων ροπής-καμπυλότητας που προκύπτουν από κάθε περίπτωση νόμου υλικού. Το πέλμα του βραχέος ταυ καταπονείται σε κάμψη, και επομένως η εξασφάλιση ισοδυναμίας στην καμπτική απόκριση, και ιδιαίτερα στην ροπή θραύσης της διατομής, είναι περισσότερο ενδεδειγμένη. Η απλή εξίσωση των ορίων θραύσης των δύο νόμων υλικών, γενικά δεν εξασφαλίζει την ισοδυναμία, διότι ο κάθε ένας αντιπροσωπεύει την απόκριση της διατομής σε συνθήκες μονοαξονικού εφελκυσμού και όχι κάμψης.

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3, η σχέση ροπής-καμπυλότητας στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος εξιδανικεύεται από μία διγραμμική σχέση. Τα δύο σημεία της διγραμμικής καμπύλης μπορούν να υπολογισθούν σύμφωνα με τις σχέσεις 3-31 και 3-32. Το όριο διαρροής f_y που υπεισέρχεται στους υπολογισμούς, λαμβάνεται ίσο με το αντίστοιχο όριο του πραγματικού νόμου υλικού. Για το όριο θραύσης f_u ωστόσο, τίθεται η απαίτηση η ροπή θραύσης που υπολογίζεται από την σχέση 3-32, για το επαυξητικό προσομοίωμα, να είναι ίση με την ροπή θραύσης που προκύπτει αν εφαρμοσθεί ο ακριβής πολυγραμμικός νόμος του πραγματικού υλικού. Για μια ορθογωνική, καμπτόμενη διατομή, αν θεωρηθεί ότι καθ' ύψος της διατομής οι ορθές τάσεις δίνονται από μια συνάρτηση σ(y), όπου y η απόσταση από τον ουδέτερο άξονα, τότε η καμπτική ροπή εκφράζεται από το ακόλουθο ολοκλήρωμα:

$$M = 2b \int_{0}^{t/2} y\sigma(y) dy$$
(7-4)

όπου b το πλάτος της διατομής και t το ύψος της. Η κατανομή των ορθών τάσεων $\sigma(y)$ καθ΄ ύψος της διατομής μπορεί να ορισθεί μονοσήμαντα, για δεδομένο νόμο υλικού, και για κάθε τιμή της ορθής τάσης στην ακραία ίνα. Επομένως, η ροπή θραύσης μπορεί να υπολογισθεί από την 7-4, αν θεωρηθεί, σύμφωνα με τον νόμο

υλικού, η κατανομή των ορθών τάσεων που λαμβάνει την τιμή f_u , στην ακραία ίνα διαδικασία υπολογισμού στην προκειμένη περίπτωση διατομής. Η της πολυγραμμικού νόμου υλικού, υλοποιήθηκε σε λογιστικό φύλλο, εκτελώντας την ολοκλήρωση της σχέσης 7-4 κατά τμήματα. Ο προσδιορισμός της ακριβούς ροπής θραύσης με την ανωτέρω διαδικασία, επιτρέπει στην συνέχεια, την εκτίμηση του ισοδύναμου ορίου θραύσης, που θα χρησιμοποιηθεί στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, έτσι ώστε η ακριβής ροπή να ταυτίζεται με εκείνη που υπολογίζεται από την 3-32. Στα σχήματα 7-46 και 7-47 παρουσιάζονται οι καμπύλες ροπήςκαμπυλότητας για τις μετωπικές πλάκες των πειραματικών δοκιμών ΕΡ1-1 και ΕΡ1-5 αντίστοιχα, όπως υπολογίζονται επακριβώς σύμφωνα με τον πολυγραμμικό νόμο υλικού, και όπως λαμβάνονται υπόψη στα μηχανικά προσομοιώματα, με την διγραμμική εξιδανίκευση. Το μέγεθος της ροπής στα σχήματα αποδίδεται αδιάστατα, ως προς το πλάτος b της διατομής.



Σχήμα 7-46. Σύγκριση σχέσεων ροπής-καμπυλότητας για την μετωπική πλάκα της δοκιμής ΕΡ1-1



Σχήμα 7-47. Σύγκριση σχέσεων ροπής-καμπυλότητας για την μετωπική πλάκα της δοκιμής EP1-5

Στον πίνακα 7-5 παρατίθενται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας E, του μέτρου κράτυνσης E_T , και των ορίων διαρροής f_y και θραύσης f_u , όπως διαμορφώνονται για τις μετωπικές πλάκες των δύο πειραματικών δοκιμών.

Δο	κιμή	EP1-1	Δο	κιμή	EP1-5
Ε	=	2,05 10 ¹¹ Pa	Ε	=	2,05 10 ¹¹ Pa
E_T	=	4,82 10 ⁸ Pa	E_T	=	4,33 10 ⁸ Pa
f_y	=	3,21 10 ⁸ Pa	f_y	=	2,11 10 ⁸ Pa
f_u	=	4,80 10 ⁸ Pa	f_u	=	3,55 10 ⁸ Pa

Πίνακας 7-5. Παράμετροι υλικού της μετωπικής πλάκας που λαμβάνονται υπόψη στα μηχανικά προσομοιώματα

Σε ότι αφορά τους κοχλίες, οι σχετικοί νόμοι που παραθέτουν οι Bursi και Jaspart (1997β) είναι επίσης πολυγραμμικοί. Όμως, στην περίπτωση αυτήν, η συμπεριφορά είναι κυρίως εφελκυστική, και συνεπώς ο προσδιορισμός των κατάλληλων παραμέτρων υλικού για το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα από τον πραγματικό νόμο.

Στα σχήματα 7-48 και 7-47 που ακολουθούν, παρουσιάζονται οι καμπύλες ροπής *M* - στροφής *φ*, που προκύπτουν από τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα, για τους δύο κόμβους EP1-1 και EP1-5, των πειραματικών δοκίμων. Επίσης, σε κάθε σχήμα παρουσιάζεται η αντίστοιχη πειραματική καμπύλη, καθώς και η καμπύλη που προκύπτει από προσομοίωση με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία. Η ονοματολογία των καμπυλών στα σχήματα έχει την ακόλουθη ερμηνεία:

- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την διασύνδεση ελατηρίων prEN1993.
- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την τροποποιημένη διασύνδεση ελατηρίων prEN1993.
- Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία: τα προσομοιώματα με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία που ανέπτυξαν οι Bursi και Jaspart (1997β) για τους συγκεκριμένους κόμβους (παράγραφος 6.3.2).



Σχήμα 7-48. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή ΕΡ1-1



Σχήμα 7-49. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή ΕΡ1-5

Η γενική εικόνα που παρουσιάζουν τα δύο μηγανικά προσομοιώματα διαφέρει για κάθε μία δοκιμή. Στην δοκιμή ΕΡ1-1, η οποία διαθέτει λεπτή μετωπική πλάκα, τα δύο μηγανικά προσομοιώματα προσεγγίζουν πολύ ικανοποιητικά τον αρχικό κλάδο της απόκρισης, μέχρι και τα πρώτα στάδια της πλαστικοποίησης. Το μηχανικό προσομοίωμα Β προσεγγίζει σχεδόν επακριβώς και την ροπή πλαστικοποίησης, ενώ το προσομοίωμα Α την υπερεκτιμά ελαφρά. Στην πλαστική περιοχή ωστόσο, και τα δύο μηχανικά προσομοιώματα υποεκτιμούν την δυσκαμψία του πλαστικού κλάδου κατά 50% περίπου. Η αιτία αυτής της συμπεριφοράς αποδίδεται στον απλοποιημένο ροπής-καμπυλότητας, διγραμμικό νόμο που υιοθετείται στα μηχανικά προσομοιώματα για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, και με τον οποίο δεν λαμβάνεται υπόψη η σταδιακή πλαστικοποίηση της διατομής. Όπως φαίνεται στο σχήμα 7-46, ο διγραμμικός νόμος ροπής-καμπυλότητας εμφανίζει μία πιο ήπια κλίση στο μεγαλύτερο μέρος της πλαστικής περιοχής, σε σύγκριση με τον

πραγματικό νόμο. Πράγματι, μέχρι την καμπυλότητα των 30m⁻¹ περίπου, η διαφορά στην κλίση των δύο καμπυλών είναι περισσότερο από 40%, και εξηγεί ως έναν βαθμό την παρατηρούμενη απόκλιση κατά 50% περίπου, στην εκτίμηση της δυσκαμψίας στην πλαστική περιοχή της καμπύλης ροπής-στροφής. Η επίδραση της καμπτικής απόκρισης της μετωπικής πλάκας στην συνολική συμπεριφορά του κόμβου είναι καθοριστική για την συγκεκριμένη πειραματική δοκιμή, εξαιτίας του μικρού πάχους που διαθέτει.

Στην δοκιμή EP1-5, η συμπεριφορά των δύο μηχανικών προσομοιωμάτων είναι καλύτερη. Τόσο ο αρχικός κλάδος της καμπύλης ροπής-στροφής, όσο και ο πλαστικός προσεγγίζονται με ικανοποιητική ακρίβεια. Η απόκριση των μηχανικών προσομοιωμάτων συγκλίνει περισσότερο σε εκείνη του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων, και λιγότερο στην πειραματική καμπύλη, η οποία εμφανίζει μια σημαντικά πιο ομαλή εξέλιξη της πλαστικοποίησης. Το μηχανικό προσομοίωμα Β εμφανίζεται πιο αποτελεσματικό, καθώς επιτυγχάνει ακριβέστερη εκτίμηση της ροπής πλαστικοποίησης και της μέγιστης στροφής. Στην συγκεκριμένη δοκιμή, το πάχος της μετωπικής πλάκας είναι μεγάλο, και επομένως η καμπτική συμπεριφορά της τελευταίας δεν επηρεάζει στον ίδιο βαθμό την συνολική απόκριση του κόμβου, όπως στην δοκιμή EP1-1. Για αυτόν τον λόγο, δεν παρατηρείται η

Στον πίνακα 7-6 παρουσιάζονται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας για τις πειραματικές δοκιμές και τα υπολογιστικά προσομοιώματα. Οι τιμές της πειραματικής αρχικής δυσκαμψίας προέρχονται από πίνακες στην δημοσίευση των Bursi και Jaspart (1997β). Για τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων ωστόσο, δεν παρατίθενται αντίστοιχοι πίνακες στην δημοσίευση, και εκ των πραγμάτων, οι τιμές του πίνακα 7-6 προέκυψαν από την αρχική κλίση που εμφανίζεται στις καμπύλες ροπής-στροφής. Αυτή η πρακτική επιτρέπει μόνο την κατά προσέγγιση εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας, εξαιτίας της χαμηλής ανάλυσης και του πεπερασμένου πάχους των γραμμών, που χαρακτηρίζουν μια γραφική παράσταση τυπωμένη σε φυσικό μέσο. Πάντως, η σχετική διαδικασία υπολογισμού της αρχικής δυσκαμψίας, και γενικότερα ανάκτησης της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής από τις διαθέσιμες εικόνες της δημοσίευσης, πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια ειδικού λογισμικού ψηφιοποίησης, ώστε να περιοριστεί κατά το δυνατόν το σχετικό σφάλμα.

Για την δοκιμή EP1-1, εμφανίζεται μία μεγάλη υποεκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας, σε όλα τα υπολογιστικά προσομοιώματα. Παρά το γεγονός, ότι για τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, η αρχική δυσκαμψία που αναφέρεται στον πίνακα 7-6 περιέχει ένα ποσοστό σφάλματος, εξ αιτίας της μεθόδου υπολογισμού της, η παρατηρούμενη απόκλιση είναι πολύ μεγαλύτερη, και δεν καλύπτεται από το συγκεκριμένο σφάλμα. Όπως αναφέρουν οι συγγραφείς (Bursi και Jaspart 1997β), η επίδραση των αρχικών ατελειών στην πειραματική δυσκαμψία είναι έντονη, καθώς σε σχεδόν ταυτόσημες δοκιμές εμφανίστηκαν μεγάλες αποκλίσεις της μετρούμενης τιμής δυσκαμψίας. Επομένως, δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων στο αντικείμενο αυτό, με βάση τις συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές. Χρησιμοποιώντας ως μέτρο σύγκρισης το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, η σύγκλιση που επιτυγχάνουν τα μηχανικά προσομοιώματα είναι πολύ καλύτερη, και για τις δύο δοκιμές.

	Πειραμ. δοκιμή	Προσομοίωμα πεπ. στοιχείων		Προτειν προ	Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α			Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β		
	S _{ini} (Ntm/rad)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	
EP1-1	2,10E+08	6,01E+07	0,29	5,47E+07	0,26	0,91	4,50E+07	0,21	0,75	
EP1-5	3,18E+08	2,32E+08	0,73	2,72E+08	0,86	1,17	2,21E+08	0,70	0,95	

Πίνακας 7-6. Αρχική δυσκαμψία S_{ini} υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)

Στους πίνακες 7-7 και 7-8 παρουσιάζονται οι τιμές της μέγιστης ροπής και της στροφικής ικανότητας για τις πειραματικές δοκιμές, τα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων και τα προτεινόμενα μηγανικά προσομοιώματα. Για την δοκιμή EP1-1, η θραύση εμφανίζεται πρόωρα στα δύο μηγανικά προσομοιώματα, και οι τιμές της μέγιστης ροπής και της στροφικής ικανότητας που υπολογίζονται από αυτά, υστερούν έναντι των πειραματικών τιμών και των τιμών των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Από τις καμπύλες ροπής στροφής που απεικονίζονται στο σχήμα 7-48, προκύπτει ότι η καμπύλη του προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων, χαρακτηρίζεται από μία μικρή αύξηση της δυσκαμψίας στην πλαστική περιογή, μετά το επίπεδο στροφής των 0,04 rad. Αυτή η συμπεριφορά υποδεικνύει την ανάπτυξη μεμβρανικών δυνάμεων στην μετωπική πλάκα, που επιτρέπουν στον κόμβο να επιτύχει μεγαλύτερη τελική στροφή. Η παραμόρφωση της μετωπικής πλάκας στην συγκεκριμένη δοκιμή είναι έντονη, λόγω του μικρού πάχους της, και επομένως η επίδραση των μεμβρανικών φαινομένων είναι περισσότερο σημαντική. Στα μηγανικά προσομοιώματα τα φαινόμενα αυτά δεν λαμβάνονται υπόψη, και επομένως σε περιπτώσεις πολύ εύκαμπτων μετωπικών πλακών είναι πιθανό να παρουσιαστεί ανάλογη υποεκτίμηση της μέγιστης ροπής και στροφικής ικανότητας. Πάντως, στην συγκεκριμένη περίπτωση της δοκιμής EP1-1, η υποεκτίμηση της στροφικής ικανότητας κατά 35% περίπου είναι αποδεκτή για πρακτικούς σκοπούς, και δεδομένης της μεγάλης πολυπλοκότητας που συνοδεύει τον υπολογισμό της και των απλοποιήσεων που υπεισέρχονται σε αυτόν, θεωρείται ικανοποιητική.

Για την δοκιμή EP1-5, οι τιμές της μέγιστης ροπής και της στροφικής ικανότητας των μηχανικών προσομοιωμάτων, που εμφανίζονται στους πίνακες 7-7 και 7-8

αντίστοιχα, προσεγγίζουν πολύ πιο αποτελεσματικά τις πειραματικές τιμές. Ειδικότερα, το μηχανικό προσομοίωμα Β παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά, και η εκτίμηση και των δύο χαρακτηριστικών μεγεθών της απόκρισης πραγματοποιείται εντός μικρού περιθωρίου σφάλματος.

	Πειραμ. δοκιμή	Προσομοίωμα πεπ. στοιχείων		Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α			Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β		
	M _u (Ntm)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	M _u (Ntm)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)
EP1-1	1,70E+05	1,76E+05	1,03	1,45E+05	0,85	0,82	1,35E+05	0,79	0,77
EP1-5	2,17E+05	2,19E+05	1,01	2,44E+05	1,13	1,11	2,25E+05	1,04	1,03

Πίνακας 7-7. Μέγιστη ροπή M_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)

Πίνακας 7-8. Στροφική ικανότητα φ_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)

	Πειραμ. δοκιμή	Προσομοίωμα πεπ. στοιχείων		Προτειν προ	Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α			Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β		
	φ_u (rad)	φ_u (rad)	Λόγος (πειραμ.)	φ_u (rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	φ_u (rad)	Λόγος (πειραμ.)	Λόγος (πεπ. στοιχεία)	
EP1-1	0,0600	0,0583	0,97	0,0374	0,62	0,64	0,0371	0,62	0,64	
EP1-5	0,0150	0,0150	1,00	0,0116	0,77	0,77	0,0131	0,88	0,88	

Σύγκριση με διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)

Στους πίνακες 7-9 και 7-10 παρουσιάζονται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής για τους δύο πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β), χρησιμοποιώντας τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Στους ίδιους πίνακες παρουσιάζονται οι αντίστοιχες τιμές αρχικής δυσκαμψίας και αντοχής που προκύπτουν με τα μηχανικά προσομοιώματα A και B, τα οποία προτείνονται στην παρούσα διατριβή, καθώς και οι πειραματικές τιμές για δοκιμή. Στον πίνακα 7-11 παρουσιάζεται ο έλεγχος επάρκειας, κατά τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), της στροφικής ικανότητας των κόμβων, για πλαστική ανάλυση της κατασκευής. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 5 (παράγραφος 5.7.3), ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) δεν περιλαμβάνει διατάξεις για τον αναλυτικό υπολογισμό της στροφικής ικανότητας, πλην ενός συνοπτικού κριτηρίου, το οποίο εφόσον ικανοποιείται, επιτρέπει τον χαρακτηρισμό του κόμβου ως κατάλληλου για τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στα πλαίσια πλαστικής ανάλυσης της κατασκευής. Ο υπολογισμός της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του προγράμματος "Steel Connections Project" (SCP), το οποίο αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής (παράγραφος 7.3). Για τον υπολογισμό της αντοχής, όλοι οι συντελεστές ασφάλειας θεωρήθηκαν ίσοι με την μονάδα. Επίσης εφαρμόσθηκαν οι σχέσεις που αντιστοιχούν σε συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία στα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης.

Πίνακας 7-9. Σύγκριση των τιμών αρχικής δυσκαμψίας S_{ini} των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα.

	Πειραμ. δοκιμή	Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α		Προτειν μηχαν προσομο	νόμενο νικό ίωμα Β	Διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	
	S _{ini} (Ntm/rad)	$S_{_{ini}}$ (Ntm/rad)	Λόγος	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος	$S_{\it ini}$ (Ntm/rad)	Λόγος
EP1-1	2,10E+08	6,01E+07	0,29	4,50E+07	0,21	5.63E+07	0.27
EP1-5	3,18E+08	2,32E+08	0,73	2,21E+08	0,70	1.94E+08	0.61

Πίνακας 7-10. Σύγκριση των τιμών αντοχής M_u των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα.

	Πειραμ. δοκιμή	Προτειν μηχαν προσομοί	όμενο τικό ωμα Α	μενο Προτεινο κό μηχαν ωμα Α προσομοί		Διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	
	M _u (Ntm)	M _u (Ntm)	Λόγος	M _u (Ntm)	Λόγος	M _u (Ntm)	Λόγος
EP1-1	1,70E+05	1,45E+05	0,85	1,35E+05	0,79	9.86E+04	0.58
EP1-5	2,17E+05	2,44E+05	1,13	2,25E+05	1,04	1.72E+05	0.79

Πίνακας 7-11. Σύγκριση της στροφικής ικανότητας των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).

	Πειραμ. δοκιμή	Διατάξ	εις Ευρωκώδικ (CEN 2003)	α 3
	$arphi_u$ (rad)	Οριακό πάχος μετωπικής πλάκας (σε mm) $(t = 0.36d_b \sqrt{f_{u,b}/f_y})$	Πραγματικό πάχος μετωπικής πλάκας (σε mm)	Η στροφική ικανότητα είναι επαρκής;
EP1-1	6.00E-02	13,1	12,0	NAI
EP1-5	1.50E-02	16,2	25,7	OXI

Οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας, που υπολογίζονται με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), προσεγγίζουν εκείνες των μηχανικών προσομοιωμάτων,

ενώ η απόκλιση από τις πειραματικές τιμές είναι μεγάλη, ιδιαίτερα για την δοκιμή EP1-1. Ωστόσο, όπως προαναφέρθηκε, οι μετρήσεις αρχικής δυσκαμψίας για τις εν λόγω δοκιμές δεν προσφέρονται για αντιπροσωπευτική αξιολόγηση, εξαιτίας προβλημάτων λόγω ατελειών κατά την εκτέλεση των πειραμάτων και της ελλιπούς τεκμηρίωσης που τις συνοδεύει.

Σε ότι αφορά την αντοχή, προκύπτει ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) οδηγούν σε αρκετά συντηρητική εκτίμηση των πειραματικών τιμών, για τις δύο δοκιμές. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην μη συμμετοχή της μετελαστικής κράτυνσης του χάλυβα στους υπολογισμούς και στην θεώρηση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία για τα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης. Η βελτίωση που επιτυγχάνεται στον υπολογισμό της αντοχής με τα δύο μηχανικά προσομοιώματα κρίνεται ουσιαστική.

Ο έλεγχος επάρκειας της στροφικής ικανότητας των δύο κόμβων που παρουσιάζεται στον πίνακα 7-11, εφαρμόζοντας τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), κρίνεται επιτυχής. Ωστόσο, η οριακή σχεδόν εκπλήρωση του κριτηρίου για την δοκιμή EP1-1, η οποία επιτυγχάνει μέγιστη στροφή ίση με 60 mrad, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το συγκεκριμένο κριτήριο είναι αρκετά συντηρητικό.

7.4.4 Πειραματικές δοκιμές των Coelho et al. (2004β)

Οι πειραματικές δοκιμές που διεξήγαγαν οι (Coelho et al. 2004β) συνίστανται σε τέσσερις διαφορετικές διαμορφώσεις κόμβων με μετωπική πλάκα. Για κάθε διαμόρφωση πραγματοποιήθηκαν δύο δοκιμές. Η διάταξη των κόμβων είναι μονόπλευρη και περιλαμβάνεται τμήμα δοκού και υποστυλώματος. Το υποστύλωμα ωστόσο, δεν παραμορφώνεται ελεύθερα, αλλά είναι πακτωμένο στο ένα του πέλμα. Επιπλέον, είναι και συγκριτικά ισχυρότερο, με αποτέλεσμα τα κρίσιμα στοιχεία του κόμβου να εντοπίζονται στην σύνδεση μετωπικής πλάκας. Οι γεωμετρικές και μηχανικές ιδιότητες των δοκιμών περιγράφονται λεπτομερώς στην παράγραφο 6.3.3.

Επειδή, στους συγκεκριμένους κόμβους η συμπεριφορά του υποστυλώματος δεν είναι καθοριστική, τόσο η διασύνδεση ελατηρίων prEN1993, όσο και οι διασυνδέσεις Innsbruk και Coimbra παρέχουν πρακτικά την ίδια απόκριση. Στην συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί για τα μηχανικά προσομοιώματα, μόνο η διασύνδεση prEN1993 στην τυπική και την τροποποιημένη παραλλαγή της. Για τους κοχλίες, οι συγγραφείς παρέχουν τους νόμους υλικού, χρησιμοποιώντας μια διγραμμική εξιδανίκευση. Οι νόμοι αυτοί μπορούν να εφαρμοσθούν απευθείας και στα μηχανικά προσομοιώματα. Για τις μετωπικές πλάκες αντίθετα, οι νόμοι υλικού που παρέχονται είναι πολυγραμμικοί. Σε αυτήν την περίπτωση ακολουθείται η ίδια διαδικασία που περιγράφηκε προηγούμενα για τις πειραματικές δοκιμές των Bursi και Jaspart. (1997β), προκειμένου να προσαρμοσθούν οι πολυγραμμικοί νόμοι, σε απλοποιημένους διγραμμικούς. Το κριτήριο για την προσαρμογή είναι η ισοδυναμία

του διαγράμματος ροπής-καμπυλότητας, μεταξύ των δύο νόμων. Στα σχήματα 7-50 ως 7-53 παρουσιάζονται τα διαγράμματα ροπής-καμπυλότητας που υιοθετούνται στα μηχανικά προσομοιώματα, και αντιπαραβάλλονται με τα αντίστοιχα διαγράμματα των πολυγραμμικών νόμων. Στις καμπύλες των πολυγραμμικών νόμων, περιλαμβάνεται και καθοδικό τμήμα, το οποίο αντιστοιχεί στον τελικό κλάδο του νόμου υλικού, μετά την ανηγμένη παραμόρφωση ε_{uni} , και μέχρι την παραμόρφωση ε_u (σχήμα 6-22). Όπως φαίνεται στα διαγράμματα, η διγραμμική καμπύλη που εφαρμόζεται στα μηχανικά προσομοιώματα, διαθέτει την ίδια μέγιστη ροπή, και όχι την ίδια τελική ροπή, σε σχέση με την πολυγραμμική καμπύλη.



Σχήμα 7-50. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS1



Σχήμα 7-51. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS2



Σχήμα 7-52. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS3



Σχήμα 7-53. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS4

Στον πίνακα 7-5 παρατίθενται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας E, του μέτρου κράτυνσης E_T , και των ορίων διαρροής f_y και θραύσης f_u , που εφαρμόζονται τελικά στα μηχανικά προσομοιώματα, για τις μετωπικές πλάκες των πειραματικών δοκιμών.

Πίνακας 7-12. Παράμετροι υλικού της μετωπικής πλάκας που λαμβάνονται υπόψη στα μηχανικά προσομοιώματα

		FS1	FS2	FS3	FS4
Ε	(Pa)	2,10 10 ¹¹	2,09 10 ¹¹	2,09 10 ¹¹	2,05 1011
E_T	(Pa)	5,84 10 ⁸	5,01 10 ⁸	5,21 10 ⁸	4,77 10 ⁸
f_y	(Pa)	3,40 10 ⁸	3,43 10 ⁸	3,43 10 ⁸	6,99 10 ⁸
f_u	(Pa)	5,50 10 ⁸	5,80 10 ⁸	5,80 10 ⁸	7,80 10 ⁸

Αξίζει να αναφερθεί η ιδιαίτερη μορφή της καμπύλης ροπής-καμπυλότητας για την μετωπική πλάκα της δοκιμής FS4, που απεικονίζεται στο σχήμα 7-53. Η συγκεκριμένη μετωπική πλάκα είναι κατασκευασμένη από χάλυβα κατηγορίας S690. Ο λόγος $Y = f_y / f_u$ για το υλικό αυτό, σύμφωνα με τις μετρούμενες τιμές για την πειραματική δοκιμή, είναι Y = 0.94. Υλικά με τόσο υψηλές τιμές του λόγου Y διαθέτουν περιορισμένη πλαστιμότητα, καθώς δεν επιτρέπουν την ευρεία εξάπλωση της πλαστικοποίησης, γύρω από την αρχική περιοχή διαρροής. Για τους συνήθεις χάλυβες S235, S275, S355, οι οποίοι θεωρείται ότι διαθέτουν ικανοποιητική πλαστιμότητα, ο λόγος Y κατά κανόνα δεν υπερβαίνει την τιμή 0,70.

Στα σχήματα 7-54 ως 7-57 που ακολουθούν, παρουσιάζονται οι καμπύλες ροπής *M* - στροφής *φ*, που προκύπτουν από τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα, για τις τέσσερις διαμορφώσεις κόμβων των πειραματικών δοκίμων. Επίσης, σε κάθε σχήμα παρουσιάζονται οι πειραματικές καμπύλες των δύο δοκιμών που εκτελεστήκαν για κάθε διαμόρφωση. Οι συγγραφείς (Coelho et al. 2004β), για τον υπολογισμό της στροφής των πειραματικών κόμβων, αξιοποίησαν μετρήσεις μετακινήσεων στην δοκό. Οι πειραματικές καμπύλες που απεικονίζονται στα σχήματα 7-54 ως 7-57, αντιστοιχούν στα αποτελέσματα που παρέχουν οι συγγραφείς για την στροφή του κόμβου, αφού έχει αφαιρεθεί αναλυτικά, η ελαστική στροφή της δοκού. Η ονοματολογία των καμπυλών στα σχήματα έχει την ακόλουθη ερμηνεία:

- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την διασύνδεση ελατηρίων prEN1993.
- Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β: το μηχανικό προσομοίωμα, με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, και την τροποποιημένη διασύνδεση ελατηρίων prEN1993.



Σχήμα 7-54. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS1



Σχήμα 7-55. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS2



Σχήμα 7-56. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS3



Σχήμα 7-57. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS4

Ένα αρχικό συμπέρασμα αφορά τις αποκλίσεις που παρατηρούνται μεταξύ, θεωρητικά ταυτόσημων, πειραματικών δοκιμών. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, μικρές κατασκευαστικές διαφορές μεταξύ δύο όμοιων κόμβων, μπορεί να έχουν καθοριστική επίδραση στην απόκριση. Αποκλίσεις παρατηρούνται τόσο στο αρχικό στάδιο της απόκρισης (δοκιμή FS1), όσο και σε προχωρημένο (δοκιμές FS1, FS3). Το γεγονός αυτό καταδεικνύει τον μεγάλο βαθμό δυσκολίας που συνοδεύει την προσπάθεια πρόβλεψης της συμπεριφοράς ενός κόμβου, και την αβεβαιότητα που υφίσταται στον ποσοτικό χαρακτηρισμό της απόκρισης του.

Σε ότι αφορά τα μηχανικά προσομοιώματα, από την εικόνα των καμπυλών ροπήςστροφής, παρατηρείται ότι η μεγαλύτερη απόκλιση εμφανίζεται στην αρχική δυσκαμψία. Η διαφορά είναι μεγαλύτερη στην δοκιμή FS3, που διαθέτει το μεγαλύτερο πάχος μετωπικής πλάκας. Αντίθετα, η μέγιστη ροπή και η στροφική ικανότητα προσεγγίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια. Η δοκιμή με την μεγαλύτερη απόκλιση στην στροφική ικανότητα είναι η FS4, στην οποία όπως προαναφέρθηκε γρησιμοποιήθηκε γάλυβας κατηγορίας S690 για την μετωπική πλάκα. Επειδή τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου χάλυβα διαφέρουν σημαντικά, σε σύγκριση με τις συνήθεις κατηγορίες S235, S275 και S355, δεν είναι βέβαιο ότι οι μέθοδοι υπολογισμού που έχουν καθιερωθεί και καταλήγουν σε ικανοποιητικά αποτελέσματα για τις συνήθεις κατηγορίες, εξακολουθούν να έγουν την ίδια αποτελεσματικότητα, και στην περίπτωση του S690 ή άλλων χαλύβων υψηλής αντοχής. Για αυτόν τον λόγο, τα συμπεράσματα που εξάγονται από την συμπεριφορά της συγκεκριμένης δοκιμής δεν μπορούν να γενικευθούν σε άλλες περιπτώσεις κόμβων, που κατασκευάζονται με τις συνήθεις κατηγορίες χάλυβα. Η απόκριση κόμβων με χάλυβες υψηλής αντοχής αποτελεί ένα ειδικό πεδίο έρευνας, και δεν πραγματεύεται στην συγκεκριμένη διατριβή. Πάντως, στην συγκεκριμένη περίπτωση της δοκιμής FS4, τα μηχανικά προσομοιώματα αποδεικνύονται αποτελεσματικά στην εκτίμηση της αντοχής, ενώ και η εκτίμηση της στροφικής ικανότητας που επιτυγχάνουν είναι επίσης αποδεκτή, ειδικά σε σχέση με την δοκιμή FS4a, όπου η απόκλιση είναι 25% περίπου. Σε ότι αφορά την δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή, παρατηρείται στην δοκιμή FS1 μόνο, μια υποεκτίμηση της από τα μηχανικά προσομοιώματα. Η μετωπική πλάκα σε αυτήν την δοκιμή είναι λεπτή, και επομένως καθοριστική για την απόκριση στην πλαστική περιοχή. Η απόκλιση που εμφανίζουν τα μηγανικά προσομοιώματα, αποδίδεται στην διγραμμική απλοποίηση που υιοθετείται για την καμπύλη ροπής-καμπυλότητας της μετωπικής πλάκας σε αυτά. Στις υπόλοιπες δοκιμές, όπου η μετωπική πλάκα δεν είναι εξίσου καθοριστική, η δυσκαμψία στην πλαστική περιοχή προσεγγίζεται με μεγαλύτερη πιστότητα από τα μηγανικά προσομοιώματα.

Στους πίνακες 7-13, 7-14 και 7-15 παρουσιάζονται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας, της μέγιστης ροπής και της στροφικής ικανότητας όπως προκύπτουν από τις πειραματικές δοκιμές και υπολογίζονται με τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα. Επίσης σε κάθε περίπτωση, παρατίθενται οι λόγοι των τιμών των μηχανικών προσομοιωμάτων προς τις πειραματικές τιμές. Για την αρχική δυσκαμψία, οι τιμές που αναφέρονται στον πίνακα 7-13 προέρχονται από πίνακες που παρουσιάζουν οι συγγραφείς (Coelho et al. 2004β, Coelho 2004), και όχι από την αρχική κλίση των διαγραμμάτων ροπής-στροφής. Όπως τεκμηριώνεται στις πρωτότυπες δημοσιεύσεις, οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας αντιστοιχούν στον κλάδο αποφόρτισης, ο οποίος ακολουθεί την αρχική φάση φόρτισης, που ολοκληρώνεται όταν η επιβαλλόμενη ροπή φτάσει την τιμή $2/3M_{j,rd}$, όπου $M_{j,rd}$ η πλαστική αντοχή του κόμβου, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Επίσης αναφέρεται ότι ο υπολογισμός της δυσκαμψίας βασίζεται σε στατιστική προσαρμογή, μεταξύ των πολλαπλών πειραματικών μετρήσεων αυτού του κλάδου.

Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων αποδεικνύονται οι ποιοτικές επισημάνσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω, με βάση την εικόνα των καμπυλών ροπής-στροφής. Ειδικότερα, η αρχική δυσκαμψία υπερεκτιμάται και από τα δύο μηχανικά προσομοιώματα, σε όλες τις δοκιμές. Το μηχανικό προσομοίωμα Β επιδεικνύει καλύτερη συμπεριφορά στο εν λόγω αντικείμενο, παρουσιάζοντας μια υπερεκτίμηση 45% κατά μέσο όρο. Όπως θα αναφερθεί στην συνέχεια, σημαντική υπερεκτίμηση της αργικής δυσκαμψίας, εμφανίζεται και σε άλλες μεθοδολογίες υπολογισμού, για τις συγκεκριμένες δοκιμές. Δυστυχώς, δεν πραγματοποιήθηκαν από τους συγγραφείς προσομοιώσεις με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των πειραματικών κόμβων, με την βοήθεια των οποίων θα μπορούσε ενδεχομένως να αξιολογηθεί αν η εμφανιζόμενη απόκλιση της αρχικής δυσκαμψίας οφείλεται σε ατέλειες της πειραματικής διάταξης ή σε παράγοντες που δεν λαμβάνονται υπόψη από τα διατμητικών μηχανικά προσομοιώματα, όπως n ύπαρξη σημαντικών παραμορφώσεων στην μετωπική πλάκα, ιδιαίτερα στις δοκιμές που αυτή έχει μεγάλο πάχος.

	Πειραμ δοκ	ιατικές ιμές	Προτεινόμενο μηχανικό Προτει προσομοίωμα Α πρ		ινόμενο μηχανικό οσομοίωμα Β			
	Δοκιμή a $S_{\it ini}$ (Ntm/rad)	Δοκιμή b S_{ini} (Ntm/rad)	$S_{_{ini}}$ (Ntm/rad)	Λόγος (a)	Λόγος (b)	$S_{_{ini}}$ (Ntm/rad)	Λόγος (a)	Λόγος (b)
FS1	1,82E+07	1,68E+07	2,75E+07	1,51	1,63	2,32E+07	1,27	1,38
FS2	2,34E+07	2,20E+07	3,70E+07	1,58	1,68	3,10E+07	1,33	1,41
FS3	2,32E+07	2,16E+07	4,49E+07	1,93	2,08	3,84E+07	1,65	1,78
FS4	1,62E+07	1,72E+07	2,71E+07	1,67	1,58	2,30E+07	1,42	1,34
Μέση τιμή			1,71			1,	45	
Τυπική απόκλιση			0,1	97		0,1	.77	

Πίνακας 7-13. Αρχική δυσκαμψία S_{ini} μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)

Σε ότι αφορά την μέγιστη ροπή, οι τιμές που υπολογίζονται από τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα, συμφωνούν τις πειραματικές τιμές, επιτυγχάνοντας πολύ ικανοποιητικό βαθμό ακρίβειας. Η μέση τιμή των λόγων της μέγιστης ροπής των μηχανικών προσομοιωμάτων, προς την πειραματική μέγιστη ροπή βρίσκονται κοντά στην μονάδα, κατά μέσο όρο, ενώ και η τυπική απόκλιση είναι επίσης μικρή. Και σε αυτήν την περίπτωση πάντως, το μηχανικό προσομοίωμα Β εμφανίζεται πιο ακριβές, αν και η διαφορά σε σχέση με το μηχανικό προσομοίωμα Α είναι μικρή.

	Πειραματικές δοκιμές		Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Α		Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β			
	Δοκιμή a <i>M_u</i> (Ntm)	Δοκιμή b <i>M_u</i> (Ntm))	M _u (Ntm)	Λόγος (a)	Λόγος (b)	M _u (Ntm)	Λόγος (a)	Λόγος (b)
FS1	1,42E+05	1,61E+05	1,47E+05	1,03	0,91	1,40E+05	0,98	0,87
FS2	1,93E+05	1,97E+05	2,01E+05	1,04	1,02	1,90E+05	0,99	0,97
FS3	2,03E+05	2,14E+05	2,43E+05	1,20	1,14	2,31E+05	1,13	1,08
FS4	1,84E+05	1,88E+05	1,85E+05	1,00	0,99	1,75E+05	0,95	0,93
Μέση τ	Μέση τιμή			1,04			0,	99
Τυπική απόκλιση			0,0)89		0,0)83	

Πίνακας 7-14. Μέγιστη ροπή M_u μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)

Η στροφική ικανότητα εκτιμάται επίσης με ικανοποιητική ακρίβεια από τα μηχανικά προσομοιώματα. Κατά μέσο όρο, το μηγανικό προσομοίωμα Β συγκλίνει χωρίς σφάλμα στις πειραματικές τιμές, ενώ το μηγανικό προσομοίωμα Α εμφανίζει μία μικρή υποεκτίμηση. Ωστόσο, η τυπική απόκλιση και στις δύο περιπτώσεις δεν είναι αρκετά μικρή. Αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στις αποκλίσεις που εμφανίζονται στις δοκιμές FS3 και FS4. Η δοκιμή FS3a ειδικότερα εμφανίζει την μεγαλύτερη απόκλιση. Όπως φαίνεται και στην καμπύλη ροπής-στροφής (σχήμα 7-56), στην συγκεκριμένη δοκιμή παρουσιάζεται μια διαταραχή της εξέλιξης της φόρτισης στην πλαστική περιοχή. Η διαταραχή αυτή αποδίδεται από τους συγγραφείς (Coelho et al. 2004β), στους κοχλίες, και για τον λόγο αυτόν χρησιμοποίησαν διαφορετική παρτίδα κοχλιών στις δοκιμές που εκτελέστηκαν μετά από αυτήν (FS3b, FS4a και FS4b). Επομένως, τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης δοκιμής δεν θα πρέπει να θεωρούνται αντιπροσωπευτικά αξιολόγηση των μηχανικών για την προσομοιωμάτων. Αντίθετα, η δοκιμή FS3b, δεν παρουσιάζει ανάλογη διαταραχή στην απόκριση της, και η απόκλιση των μηγανικών προσομοιωμάτων είναι πολύ μικρότερη. Επίσης, οι δύο δοκιμές FS4, στις οποίες επίσης εμφανίζεται σημαντική απόκλιση στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας, θεωρούνται ειδικές περιπτώσεις κόμβων, εξ' αιτίας του χάλυβα S690 που χρησιμοποιήθηκε για τις μετωπικές πλάκες. Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου χάλυβα διαφέρουν σημαντικά από τις συνήθεις κατηγορίες χαλύβων, που χρησιμοποιούνται κατά κανόνα στις κατασκευές, και επομένως απαιτείται επιπρόσθετη πειραματική έρευνα και ανάπτυξη εξειδικευμένων μεθόδων υπολογισμού, που να καλύπτουν την συγκεκριμένη περίπτωση υλικού. Γενικά συμπεράσματα για την επίδραση της κατηγορίας S690 στην απόκριση δεν μπορούν να εξαχθούν, με βάση τα αποτελέσματα δύο μόνο πειραματικών δοκιμών, ωστόσο στην συγκεκριμένη περίπτωση, η στροφική ικανότητα που επιτυγχάνουν οι κόμβοι είναι σημαντική, ενώ η εκτίμηση της με τα υπολογιστικά προσομοιώματα αποδεικνύεται συντηρητική. Συνολικά, το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β χαρακτηρίζεται περισσότερο αξιόπιστο και στον υπολογισμό της στροφικής ικανότητας. Σε όλες τις περιπτώσεις, εκτός της FS3a, η απόκλιση είναι μικρότερη από 35%, και θεωρείται ικανοποιητική για τα δεδομένα του εν λόγω μεγέθους.

	Πειραματικές δοκιμές		Προτει προ	νόμενο μηχ οσομοίωμα	χανικό Α	Προτει προ	νόμενο μη οσομοίωμα	χανικό 2 Β
	Δοκιμή a	Δοκιμή b						
	$\varphi_{_{u}}$	φ_u	$\varphi_{_{u}}$	Λόγος	Λόγος	φ_{u}	Λόγος	Λόγος
	(rad)	(rad)	(rad)	(a)	(b)	(rad)	(a)	(b)
FS1	0.0638	0.0765	0.0492	0.77	0.64	0.0553	0.87	0.72
FS2	0.0426	0.0408	0.0386	0.91	0.94	0.0432	1.02	1.06
FS3	0.0247	0.0304	0.0349	1.42	1.15	0.0398	1.61	1.31
FS4	0.0413	0.0441	0.0245	0.59	0.56	0.0282	0.68	0.64
Μέση τιμή			0,87			0,	99	
Τυπική απόκλιση (0,2	.97		0,3	338		

Πίνακας 7-15. Στροφική ικανότητα φ_u μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)

Σύγκριση με εναλλακτικές μεθόδους

Η Coelho (2004), πραγματοποίησε μια ανάλογη διαδικασία με αυτήν που περιγράφεται στην παρούσα διατριβή, για τον υπολογισμό της καμπύλης ροπήςστροφής των ανωτέρω πειραματικών δοκιμών, με την εφαρμογή μηχανικών προσομοιωμάτων. Για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ, τα οποία είναι κρίσιμα στις δοκιμές αυτές, χρησιμοποιήθηκε τόσο το προσομοίωμα βραχέος ταυ που ανέπτυξε η ίδια (Coelho et al. 2004), όσο και η διγραμμική μέθοδος του Jaspart (1991). Και τα δύο προσομοιώματα περιγράφηκαν στο πρώτο μέρος της διατριβής. Για την εκτίμηση του ισοδύναμου πλάτους των βραχέων ταυ των συστατικών μερών, εφαρμόσθηκε η μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), όπως συμβαίνει και με τα μηχανικά προσομοιώματα που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή. Για την διαμόρφωση των μηχανικών προσομοιωμάτων αντίθετα, χρησιμοποιήθηκε για λόγους απλότητας προγραμματισμού, η διασύνδεση Coimbra, και όχι η διασύνδεση prEN1993 του Ευρωκώδικα 3. Η επιλογή αυτή ωστόσο, δεν επιφέρει ουσιαστική διαφοροποίηση της απόκρισης, καθώς το υποστύλωμα σε όλες τις περιπτώσεις είναι πολύ ισχυρό, και η επίδραση του στην συμπεριφορά των κόμβων περιορισμένη.

Στην συνέχεια, πραγματοποιείται μία σύγκριση των αποτελεσμάτων που επιτυγχάνονται με δύο μηχανικά προσομοιώματα, που διερεύνησε η Coelho (2004), και του μηχανικού προσομοιώματος B, που αναπτύχθηκε και προτείνεται στην παρούσα διατριβή, και το οποίο όπως προαναφέρθηκε, επέδειξε καλύτερη συμπεριφορά στις συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές. Στον πίνακα 7-16 παρουσιάζονται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας, για τα τρία μηχανικά προσομοιώματα από τον μέσο όρο των δύο δοκιμών, που πραγματοποιήθηκαν για κάθε μία διαμόρφωση κόμβων. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι όλα τα μηχανικά προσομοιώματα υπερεκτιμούν σημαντικά την αρχική δυσκαμψία. Ωστόσο, για το προτεινόμενο μηχανικό προσομοιώματα, ετα άλλα δύο προσομοιώματα.

Πίνακας 7-16. Σύγκριση ε	ναλλακτικών προσομοιωμά	άτων για τον υπολογισμό της
αρχικής δυσκαμψίας S_{ini}	των πειραματικών κόμβων	ν των Coelho et al. (2004β)

	Πειραμ. Προτεινόμεν δοκιμές προσομο		νο μηχανικό νίωμα Β	Διασύνδεστ με προσομ. f Coelho et	η Coimbra, βραχέος ταυ al. (2004)	Διασύνδεση Coimbra, με προσομ. βραχέος ταυ Jaspart (1991)	
	S _{ini} (Ntm/rad)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος
FS1	1,75E+07	2,32E+07	1,32	3,08E+07	1,76	3,45E+07	1,97
FS2	2,27E+07	3,10E+07	1,37	4,53E+07	1,99	4,77E+07	2,10
FS3	2,24E+07	3,84E+07	1,72	5,48E+07	2,45	5,32E+07	2,38
FS4	1,67E+07	2,30E+07	1,38	3,27E+07	1,96	3,50E+07	2,10
Μέση τιμή			1,45		2,04		2,14
Τυπική απόκλιση			0,181		0,290		0,172

Στον πίνακα 7-17 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι τιμές της μέγιστης ροπής για τα τρία μηχανικά προσομοιώματα. Και στην περίπτωση αυτήν, το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β εμφανίζεται πιο αποτελεσματικό, σε σχέση με τα άλλα δύο προσομοιώματα. Η βελτιωμένη συμπεριφορά αντανακλάται τόσο στην μέση τιμή του λόγου, που βρίσκεται σχεδόν στην μονάδα, έναντι 15% απόκλισης για τα άλλα δύο προσομοιώματα, όσο και στην τυπική απόκλιση.

	Πειραμ. δοκιμές	Προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β		Διασύνδεση Coimbra, με προσομ. βραχέος ταυ Coelho et al. (2004)		Διασύνδεση Coimbra, με προσομ. βραχέος ταυ Jaspart (1991)	
	M _u (Ntm)	M _u (Ntm)	Λόγος	M _u (Ntm)	Λόγος	M _u (Ntm)	Λόγος
FS1	1,51E+05	1,40E+05	0,92	1,27E+05	0,84	1,13E+05	0,75
FS2	1,95E+05	1,90E+05	0,98	2,32E+05	1,19	1,79E+05	0,92
FS3	2,09E+05	2,31E+05	1,10	3,66E+05	1,75	2,14E+05	1,03
FS4	1,86E+05	1,75E+05	0,94	1,48E+05	0,80	1,38E+05	0,74
Μέση τιμή			0,99		1,15		0,86
Τυπική απόκλιση			0,082		0,443		0,139

Πίνακας 7-17. Σύγκριση εναλλακτικών προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της μέγιστης ροπής M_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β)

Στον πίνακα 7-18, παρουσιάζονται οι τιμές της στροφικής ικανότητας για τα δύο μηχανικά προσομοιώματα που εξέτασε η Coelho (2004) και για το μηχανικό προσομοίωμα Β, που προτείνεται στην παρούσα διατριβή. Επίσης, παρουσιάζεται η στροφική ικανότητα που προκύπτει από το αναλυτικό προσομοίωμα των Beg et al. (2003), όπως υπολογίστηκε από την Coelho (2004), για τις εν λόγω πειραματικές δοκιμές.

Πίνακας 7-18. Σύγκριση εναλλακτικών προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της στροφικής ικανότητας φ_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β)

Πειραμ. δοκιμές		Προτεινό μηχανι προσομοίο	ομενο κό ωμα Β	Διασύνδεση με προσομ. βρ Coelho et a	Coimbra, σαχέος ταυ I. (2004)	Διασύνδεση με προσομ. ταυ Jaspar	Coimbra, βραχέος t (1991)	Προσομοία et al. (2	оµа Вед 003)
	φ_u (rad)	φ_u (rad)	Λόγος	φ_u (rad)	Λόγος	$arphi_u$ (rad)	Λόγος	$arphi_u$ (rad)	Λόγος
FS1	0,0702	0,0553	0,79	0,0292	0,42	0,0210	0,30	0,0484	0,69
FS2	0,0417	0,0432	1,04	0,0288	0,69	0,0194	0,47	0,0479	1,15
FS3	0,0275	0,0398	1,44	0,0350	1,27	0,0135	0,49	0,1054	3,83
FS4	0,0427	0,0282	0,66	0,0135	0,32	0,0146	0,34	0,0493	1,16
Μέση τιμή			0,98		0,67		0,40		1,71
Τυπική	απόκλιση		0,345		0,429		0,094		1,432

Από τα αποτελέσματα στον πίνακα 7-18, παρατηρείται ότι το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β επιτυγχάνει κατά μέσο όρο την καλύτερη σύγκλιση, με σημαντική διαφορά από τα υπόλοιπα. Το προσομοίωμα των Beg et al. (2003) παρουσιάζει μία μεγάλη υπερεκτίμηση της στροφικής ικανότητας, ενώ τα άλλα δύο προσομοιώματα την υποεκτιμούν, με το προσομοίωμα Jaspart (1991) να εμφανίζει

την μεγαλύτερη μέση απόκλιση από τις πειραματικές τιμές. Η τυπική απόκλιση του συγκεκριμένου προσομοιώματος είναι μικρή, αλλά το γεγονός αυτό δεν ενισχύει την αξιοπιστία του, εξαιτίας του μεγάλου μέσου σφάλματος που το χαρακτηρίζει. Μεταξύ των υπόλοιπων προσομοιωμάτων, το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β εμφανίζει την μικρότερη τυπική απόκλιση και ταυτόχρονα το μικρότερο μέσο σφάλμα.

Σύγκριση με διατάξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)

Στους πίνακες 7-19 και 7-20 παρουσιάζονται οι τιμές της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής για τις τέσσερις διαφορετικές διαμορφώσεις των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β), χρησιμοποιώντας τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Στους ίδιους πίνακες παρουσιάζονται οι αντίστοιχες τιμές αρχικής δυσκαμψίας και αντοχής που προκύπτουν με το μηγανικό προσομοίωμα B, το οποίο προτείνεται στην παρούσα διατριβή, καθώς και ο μέσος όρος των δύο πειραματικών δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν σε κάθε διαμόρφωση κόμβου. Στον πίνακα 7-21 παρουσιάζεται ο έλεγγος επάρκειας κατά τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) της στροφικής ικανότητας των κόμβων, για πλαστική ανάλυση της κατασκευής. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 5 (παράγραφος 5.7.3), ο Ευρωκώδικας 3 (CEN 2003) δεν περιλαμβάνει διατάξεις για τον αναλυτικό υπολογισμό της στροφικής ικανότητας, πλην ενός συνοπτικού κριτηρίου, το οποίο εφόσον ικανοποιείται, επιτρέπει τον χαρακτηρισμό του κόμβου ως κατάλληλου για τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στα πλαίσια πλαστικής ανάλυσης της κατασκευής. Ο υπολογισμός της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του προγράμματος "Steel Connections Project" (SCP), το οποίο αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής (παράγραφος 7.3). Για τον υπολογισμό της αντοχής, όλοι οι συντελεστές ασφάλειας θεωρήθηκαν ίσοι με την μονάδα. Επίσης εφαρμόσθηκαν οι σχέσεις που αντιστοιχούν σε συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία στα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης.

Πίνακας 7-19. Σύγκριση των τιμών αρχικής δυσκαμψίας S_{ini} των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β.

	Πειραμ. δοκιμές	Προτεινόμε προσομα	νο μηχανικό σίωμα Β	Διατάξεις Ει (CEN	άξεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)	
	S _{ini} (Ntm/rad)	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος	S _{ini} (Ntm/rad)	Λόγος	
FS1	1,75E+07	2,32E+07	1,32	3.64E+07	2.08	
FS2	2,27E+07	3,10E+07	1,37	4.94E+07	2.18	
FS3	2,24E+07	3,84E+07	1,72	5.41E+07	2.42	
FS4	1,67E+07	2,30E+07	1,38	3.49E+07	2.09	
Μέση τιμή			1,45		2,19	
Τυπική απόκλιση			0,181		0,156	

Πειραμ. δοκιμές		Προτεινόμε προσομο	νο μηχανικό σίωμα Β	Διατάξεις Ει (CEN	ορωκώδικα 3 2003)
	M _u (Ntm)	M _u (Ntm)	Λόγος	M _u (Ntm)	Λόγος
FS1	1.51E+05	1.40E+05	0.92	8.54E+04	0.56
FS2	1.95E+05	1.90E+05	0.98	1.40E+05	0.72
FS3	2.09E+05	2.31E+05	1.10	1.83E+05	0.88
FS4	1.86E+05	1.75E+05	0.94	1.34E+05	0.72
Μέση τιμή			0,99		0,72
Τυπική απόκλιση			0,082		0,128

Πίνακας 7-20. Σύγκριση των τιμών αντοχής M_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα B.

Πίνακας 7-21. Σύγκριση της στροφικής ικανότητας των πειραματικών κόμβων των
Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).

	Πειραμ. δοκιμές	Διατάζεις Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003)					
	$arphi_u$ (rad)	Οριακό πάχος μετωπικής πλάκας (σε mm) $\left(t = 0.36d_b \sqrt{f_{u,b}/f_y}\right)$	Πραγματικό πάχος μετωπικής πλάκας (σε mm)	Η στροφική ικανότητα είναι επαρκής;			
FS1	0.0702	11,8	10,4	NAI			
FS2	0.0417	11,8	15,0	OXI			
FS3	0.0275	11,8	20,0	OXI			
FS4	0.0427	8,25	10,1	OXI			

Σε ότι αφορά την αρχική δυσκαμψία, προκύπτει ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) υπερεκτιμούν συστηματικά τις πειραματικές τιμές. Η απόκλιση είναι μεγαλύτερη από 100% σε όλες τις περιπτώσεις. Σε σχέση με τις εναλλακτικές μεθόδους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, όπου για τα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης εφαρμόσθηκαν τα προσομοιώματα των Coelho et al. (2004) και του Jaspart (1991), αποδεικνύεται ότι η αξιοπιστία των διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) είναι πρακτικά ισοδύναμη. Αντίθετα, το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β, επιτυγχάνει σημαντική βελτίωση, τόσο σε σχέση με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), όσο και με τις υπόλοιπες μεθόδους υπολογισμού, αν και η απόκλιση από τις πειραματικές τιμές δεν μπορεί να θεωρηθεί ακόμη αρκετά μικρή.

Σχετικά με τον υπολογισμό της αντοχής, προκύπτει ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) υποεκτιμούν σημαντικά τις πειραματικές τιμές. Η απόκλιση αυτή οφείλεται κατά το μεγαλύτερο μέρος στην σημαντική κράτυνση του χάλυβα, μετά την αρχική πλαστικοποίηση του, η οποία δεν λαμβάνεται υπόψη από τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003). Επίσης στην απόκλιση αυτή συμβάλει και η θεώρηση συγκεντρωμένης δύναμης κοχλία, που εφαρμόσθηκε για τα βραχέα ταυ της εφελκυόμενης ζώνης.

Ο έλεγχος επάρκειας της στροφικής ικανότητας, κατά τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003), εφαρμόζοντας το κριτήριο για το πάχος της μετωπικής πλάκας, ικανοποιείται μόνο για τις πειραματικές δοκιμές FS1. Σημειώνεται ότι το δεύτερο απαραίτητο κριτήριο (παράγραφος 5.7.3), που επιβάλει το κρίσιμο συστατικό μέρος να είναι η μετωπική πλάκα ή το πέλμα του υποστυλώματος σε κάμψη, ικανοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η εφαρμογή των κριτηρίων του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) οδηγεί σε αρκετά συντηρητικό χαρακτηρισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας. Για παράδειγμα, η μέση στροφική ικανότητα για τις δύο πειραματικές δοκιμές FS1 υπερβαίνει την τιμή 70 mrad, αποτελώντας την μεγαλύτερη τιμή όλων των πειραματικών δοκιμών κόμβων που εξετάζονται στην διατριβή. Όπως όμως φαίνεται στον πίνακα 7-21, το κριτήριο του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) ικανοποιείται οριακά. Επίσης, για τις δοκιμές FS2 και FS4, οι οποίες δεν ικανοποιούν το κριτήριο, η στροφική ικανότητα υπερβαίνει την τιμή 30 mrad, η οποία μπορεί να θεωρηθεί με ασφάλεια επαρκής για πρακτικές εφαρμογές (Witteveen et al. 1982, Stark και Bijlaard 1988). Για τις δοκιμές FS4 ωστόσο, πρέπει να αναφερθεί ότι η κατηγορία χάλυβα της μετωπικής πλάκας (S690) δεν ικανοποιεί τις προϋποθέσεις ισχύος της σχετικής διάταξης του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).

7.4.5 Συμπεράσματα

Από την αξιολόγηση των μηχανικών προσομοιωμάτων με τα πειραματικά αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν ορισμένα συμπεράσματα. Διερευνήθηκε η συμπεριφορά δύο διακριτών μηχανικών προσομοιωμάτων, των οποίων η μόνη διαφορά συνίσταται στον τρόπο σύνδεσης των ελατηρίων της πρώτης σειράς κοχλίωσης. Από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι το μηχανικό προσομοίωμα, στο οποίο τα ελατήρια της πρώτης σειράς κοχλίωσης τοποθετούνται ευθυγραμμισμένα (προσομοίωμα A), είναι περισσότερο αξιόπιστο στην περίπτωση κόμβων με γωνιακά. Αντίθετα το μηχανικό προσομοίωμα, στο οποίο παρεμβάλλεται άκαμπτο στοιχείο μεταξύ των ελατηρίων της πρώτης σειράς κοχλίωσης (προσομοίωμα B), αποδείχθηκε πιο αξιόπιστο στην περίπτωση κόμβων με μετωπική πλάκα. Σε όλες τις περιπτώσεις, το προσομοίωμα B εμφάνισε μικρότερη αρχική δυσκαμψία και αντοχή, και μεγαλύτερη στροφική ικανότητα, σε σχέση με το προσομοίωμα A. Επιπλέον, διερευνήθηκε η αποτελεσματικότητα διαφορετικών διασυνδέσεων ελατηρίων, για το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα, όπως είναι η διασύνδεση Innsbruk και η διασύνδεση Coimbra. Στις συγκεκριμένες δοκιμές, που εξετάσθηκαν για τον σκοπό αυτόν, η επίδραση των διαφορετικών διασυνδέσεων ήταν πρακτικά αμελητέα.

Συνολικά, τα μηχανικά προσομοιώματα που αναπτύχθηκαν στην διατριβή και παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο αυτό, επέδειξαν ικανοποιητική συμπεριφορά στην εκτίμηση καμπύλης ροπής-στροφής και των χαρακτηριστικών παραμέτρων της. Ειδικότερα στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας, που αποτελεί έναν από τους στόχους της διατριβής, τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα χαρακτηρίζονται ιδιαίτερα αποτελεσματικά, καθώς η απόκλιση από τις πειραματικές τιμές είναι μικρή, κατά μέσο όρο, αλλά και μεμονωμένα. Μονό σε ορισμένες μη αντιπροσωπευτικές, ειδικές περιπτώσεις πειραματικών δοκιμών, όπως περιγράφηκε και στις προηγούμενες παραγράφους, η απόκλιση που εμφανίζεται μπορεί να θεωρηθεί μεγάλη και μη ικανοποιητική.

Σε σύγκριση με άλλες υπάρχουσες μεθοδολογίες υπολογισμού από την βιβλιογραφία που εξετάσθηκαν, τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα επέδειξαν σημαντικά βελτιωμένη συμπεριφορά. Επίσης, η απόκριση των μηχανικών προσομοιωμάτων προσέγγισε σε μεγάλο βαθμό την απόκριση τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, σε όσες περιπτώσεις αυτά ήταν διαθέσιμα. Επειδή σε όλες τις δοκιμές που εξετάσθηκαν, η απόκριση των κόμβων κατά κύριο λόγο καθορίστηκε από την συμπεριφορά των συστατικών μερών της εφελκυόμενης ζώνης, η δυνατότητα εκτίμησης της απόκρισης που πέτυχαν τα μηχανικά προσομοιώματα, αποδίδεται σε σημαντικό βαθμό, στην αξιοπιστία του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση των εν λόγω συστατικών μερών. Αν και ο αριθμός των πειραματικών δοκιμών που χρησιμοποιήθηκαν για την διαδικασία αξιολόγησης δεν είναι μικρός, η αξιοποίηση περισσότερων πειραματικών δεδομένων, από διαφορετικές πηγές, θεωρείται εξαιρετικά χρήσιμη για την περαιτέρω ενίσχυση της αξιοπιστίας των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων.

Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

8.1 Σύνοψη

Το κύριο αντικείμενο ενδιαφέροντος στην παρούσα διατριβή, ήταν η εκτίμηση της στροφικής απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Επιχειρήθηκε η ανάπτυξη μεθόδων προσδιορισμού της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων, με βάση απλοποιημένα μηχανικά προσομοιώματα. Το ενδιαφέρον επικεντρώθηκε σε κοχλιωτούς κόμβους, και ειδικότερα σε κόμβους με συνδέσεις μετωπικής πλάκας και με συνδέσεις γωνιακών, οι οποίοι τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής σε πλαισιακές κατασκευές, χάρη στην υψηλή πλαστιμότητα, αντοχή και δυσκαμψία που μπορούν να επιτύχουν και στην ευκολία κατασκευής και ανέγερσης που προσφέρουν. Ιδιαίτερη βαρύτητα αποδόθηκε στον ακριβή προσδιορισμό της στροφικής ικανότητας των κόμβων, η οποία αποτελεί ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας τους σε περιπτώσεις σχεδιασμού, όπου απαιτείται εξασφάλιση υψηλής πλαστιμότητας, όπως για παράδειγμα σε σεισμικά καταπονούμενες κατασκευές.

Για την εκτίμηση της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής των κόμβων, μέχρι και την θραύση, αξιοποιήθηκε η μέθοδος των συστατικών μερών, όπου η συνολική συμπεριφορά ενός κόμβου θεωρείται ότι προκύπτει από την συνδυασμένη συνεισφορά μεμονωμένων συστατικών μερών. Η απόκριση των κοχλιωτών κόμβων, που εξετάσθηκαν στην διατριβή, καθορίζεται σε σημαντικό βαθμό από την απόκριση της εφελκυόμενης ζώνης, και μπορεί να θεωρηθεί ότι από αυτήν κυρίως εξαρτάται η διαθέσιμη στροφική ικανότητα ενός κοχλιωτού κόμβου. Για την αξιόπιστη εκτίμηση της συμπεριφοράς της εφελκυόμενης ζώνης, αναπτύχθηκε ένα επαυξητικό προσομοίωμα για συνδέσεις βραχέος ταυ, η συμπεριφορά των οποίων προσεγγίζει εκείνη της εφελκυόμενης ζώνης κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Στο προσομοίωμα αυτό ενσωματώθηκαν μεθοδολογίες αντιμετώπισης σύνθετων χαρακτηριστικών της απόκρισης του βραχέος ταυ, όπως είναι τα φαινόμενα επαφής, η μη γραμμικότητα υλικού για το πέλμα και τον κοχλία, η τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος, η αλληλεπίδραση της κεφαλής του κοχλία με το πέλμα, η αλληλεπίδραση εφελκυσμού και κάμψης στον κορμό του κοχλία και η διαφοροποίηση της διατομής του πέλματος στην συναρμογή με τον κορμό. Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου προσομοιώματος βραχέος ταυ, πραγματοποιήθηκε μία διεξοδική σύγκριση της απόκρισης του με πειραματικά αποτελέσματα από την βιβλιογραφία, καθώς και με σύνθετα τρισδιάστατα και απλοποιημένα διδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία αναπτύχθηκαν για τον σκοπό αυτόν. Με την επιλογή των πειραματικών δοκιμών και των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, εξασφαλίσθηκε ένα μεγάλο εύρος γεωμετρικών και μηγανικών παραμέτρων της σύνδεσης βραγέος ταυ, το οποίο επέτρεψε την αξιολόγηση της γενικότητας του προτεινόμενου επαυξητικού

προσομοιώματος, σε σημαντικά διαφοροποιημένες συνθήκες. Από τα αποτελέσματα της αξιολόγησης προέκυψε ότι το προτεινόμενο προσομοίωμα είναι σε θέση να προσδιορίσει την πλήρη καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της σύνδεσης βραχέος ταυ, καθώς και τα χαρακτηριστικά μεγέθη αυτής, όπως είναι η αρχική δυσκαμψία, η αντοχή και η μέγιστη μετακίνηση, επιτυγχάνοντας μικρό περιθώριο σφάλματος. πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη Επιπλέον, συγκριτική αξιολόγηση του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος, με άλλες, διαθέσιμες στην βιβλιογραφία, μεθοδολογίες υπολογισμού της μη γραμμικής απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Σε όλες τις περιπτώσεις, η αξιοπιστία του προτεινόμενου προσομοιώματος αποδείχθηκε σημαντικά βελτιωμένη. Σε ότι αφορά την εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης, όπου και αποδόθηκε ιδιαίτερη έμφαση, εξαιτίας της επίδρασης που έχει στην στροφική ικανότητα των κόμβων, το προτεινόμενο προσομοίωμα εμφανίστηκε δραστικά πιο αποτελεσματικό, σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθοδολογίες που εξετάσθηκαν.

Το προτεινόμενο προσομοίωμα βραγέος ταυ, αξιοποιήθηκε στην συνέγεια, για την προσομοίωση της εφελκυόμενης ζώνης κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Υιοθετώντας την μέθοδο των συστατικών μερών, χρησιμοποιήθηκαν μηχανικά προσομοιώματα με διαφορετικές εναλλακτικές διασυνδέσεις των ελατηρίων τους, τόσο για κόμβους με μετωπική πλάκα, όσο και για κόμβους με γωνιακά. Για τα ελατήρια που αντιστοιχούν σε συστατικά μέρη της εφελκυόμενης ζώνης, μορφής βραγέος ταυ, εφαρμόσθηκε μη γραμμικός νόμος για την σγέση δύναμηςμετακίνησης, ο οποίος υπολογίστηκε με το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραγέος ταυ. Για τα υπόλοιπα ελατήρια, που αντιστοιγούν σε άλλα συστατικά μέρη, δύναμης-μετακίνησης, εφαρμόσθηκαν μη γραμμικοί νόμοι αξιοποιώντας μεθοδολογίες διαθέσιμες στην βιβλιογραφία. Για την επίλυση των μηγανικών προσομοιωμάτων και τον προσδιορισμό της πλήρους καμπύλης ροπής-στροφής από αυτά, χρησιμοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση, με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Προκειμένου να διαμορφωθεί μία επαρκής βάση πειραματικών αποτελεσμάτων, με στόχο την αξιολόγηση της απόκρισης των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων, διενεργήθηκε μία εκτεταμένη καταγραφή της διαθέσιμης πειραματικής βιβλιογραφίας, στο πεδίο των κοχλιωτών κόμβων δοκούυποστυλώματος. Από το σύνολο των βιβλιογραφικών δεδομένων που συγκεντρώθηκαν, επελέγησαν τελικά 28 δοκιμές, από τρεις ανεξάρτητες πηγές, στις οποίες περιλαμβάνονται κόμβοι με μετωπική πλάκα και κόμβοι με γωνιακά. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης με τις πειραματικές δοκιμές, αλλά και με τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, που είναι διαθέσιμα στην βιβλιογραφία για τις συγκεκριμένες πειραματικές δοκιμές, επιβεβαίωσαν την ικανοποιητική συμπεριφορά των προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων. Παράλληλα, διαπιστώθηκε ότι η αξιοπιστία των προτεινόμενων μηχανικών

προσομοιωμάτων υπερέχει αντίστοιχων μεθοδολογιών εκτίμησης της μη γραμμικής απόκρισης κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος, από την βιβλιογραφία. Ειδικότερα, στον προσδιορισμό της στροφικής ικανότητας, η βελτίωση που επέδειξαν τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα είναι πολύ σημαντική.

8.2 Πρωτότυπη συμβολή διατριβής

Αρκετά από τα αντικείμενα που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή αποτελούν πρωτότυπη συμβολή στον τομέα των μεταλλικών κόμβων. Ορισμένα από τα πλέον χαρακτηριστικά είναι τα ακόλουθα:

- Αναλυτική εκτίμηση φαινομένων επαφής βραχέος ταυ. Προτάθηκε στην διατριβή μία αναλυτική μέθοδος υπολογισμού των φαινόμενων επαφής που αναπτύσσονται στο πέλμα της σύνδεσης βραχέος ταυ. Η θέση των δράσεων επαφής δεν θεωρήθηκε προκαθορισμένη, όπως συμβαίνει σε υπάρχουσες μεθοδολογίες, αλλά αντίθετα υπολογίστηκε αναλυτικά, σε συνάρτηση με τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά της σύνδεσης.
- Φαινόμενα επαφής βραχέος ταυ και μη γραμμικότητα υλικού. Για την θέση των δράσεων επαφής, συνεκτιμήθηκε η εξάρτηση τους από την εμφάνιση φαινομένων μη γραμμικότητας υλικού στην σύνδεση βραχέος ταυ. Για τον υπολογισμό της θέσης των δράσεων επαφής, προτάθηκε μία επαυξητική διαδικασία, όπου σε κάθε νέο βήμα, η θέση αυτή υπολογίζεται αναλυτικά, λαμβάνοντας υπόψη την εξάπλωση της πλαστικοποίησης στο πέλμα και στον κοχλία. Ο βαθμός ακρίβειας που επιτεύχθηκε με την συγκεκριμένη διαδικασία είναι εφάμιλλος προσομοιωμάτων με μη γραμμικά πεπερασμένα στοιχεία δοκού και στοιχεία επαφής. Σε σχέση με τα προσομοιώματα αυτά, η σύγκλιση της προτεινόμενης επαυξητικής διαδικασίας αποδείχθηκε άριστη.
- Προσομοίωση της συναρμογής πέλματος-κορμού βραχέος ταυ. Αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία για την συμμετοχή στον φορέα του προσομοιώματος βραχέος ταυ, του τμήματος του πέλματος, που βρίσκεται στην συναρμογή με τον κορμό. Το μήκος της συναρμογής που ενσωματώθηκε στον φορέα δεν θεωρήθηκε προκαθορισμένο, αλλά υπολογίστηκε σε συνάρτηση με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτής. Με ανάλογο τρόπο, η πλαστικοποιημένη ζώνη στην συναρμογή δεν θεωρήθηκε σε προκαθορισμένη θέση, αλλά υπολογίστηκε σε συνάρτηση με τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά της σύνδεσης.

- Τρισδιάστατη εντατική κατάσταση πέλματος βραχέος ταυ. Διερευνήθηκε η επίδραση της τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης, που προκύπτει από την κάμψη του πέλματος της σύνδεσης βραχέος ταυ, στην μη γραμμική καμπτική απόκριση του. Προτάθηκαν αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό τροποποιημένων παραμέτρων υλικού, με τις οποίες να ενσωματώνεται η επίδραση της τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης του πέλματος, στην απλή δοκό Bernoulli.
- Επαυζητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ. Στην διατριβή αναπτύχθηκε ένα επαυξητικό προσομοίωμα βραγέος ταυ, στο οποίο γρησιμοποιήθηκε απλή δοκός για το πέλμα, και ελατήριο για τους κοχλίες. Η επαυξητική απόκριση του προσομοιώματος υπολογίστηκε αναλυτικά, λαμβάνοντας υπόψη την δυνατότητα εμφάνισης ζωνών πλαστικοποίησης στο πέλμα. Στο ενσωματώθηκαν όλα προσομοίωμα τα χαρακτηριστικά που προαναφέρθηκαν, σχετικά με τα φαινόμενα επαφής, την συναρμογή πέλματος-κορμού και την τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος. Παράλληλα αναπτύχθηκε και ενσωματώθηκε στο προσομοίωμα μια σειρά από επιπρόσθετες βελτιώσεις, οι οποίες αφορούν την κατανεμημένη δράση μεταξύ κοχλία και πέλματος, την ταυτόχρονη κάμψη και εφελκυσμό του κορμού του κοχλία, την προένταση των κοχλιών, την συμμετοχή των διατμητικών παραμορφώσεων του πέλματος και την επίδραση του πλάτους στην τρισδιάστατη παραμορφωσιμότητα του πέλματος.
- Μηχανικά προσομοιώματα κόμβων. Διερευνήθηκε και αξιολογήθηκε με πειραματικά δεδομένα, η συμπεριφορά διαφόρων μηχανικών προσομοιωμάτων για κόμβους με σύνδεση μετωπικής πλάκας και για κόμβους με γωνιακά. Οι παραλλαγές στην διασύνδεση των ελατηρίων που εξετάσθηκαν, αφορούν τα συστατικά μέρη στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας και στο γωνιακό άνω πέλματος, καθώς και τα συστατικά μέρη του φατνώματος του υποστυλώματος. Για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ χρησιμοποιήθηκε το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ. Με τα μηχανικά προσομοιώματα προσδιορίστηκε το πλήρες εύρος της απόκρισης μέχρι την θραύση.
- Βιβλιογραφική έρευνα. Πραγματοποιήθηκε εκτενής βιβλιογραφική έρευνα στα πεδία των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος και της σύνδεσης βραχέος ταυ. Οι διάφορες μεθοδολογίες υπολογισμού της απόκρισης παρουσιάστηκαν κατηγοριοποιημένα, στα προηγούμενα κεφάλαια της διατριβής, αποδίδοντας ιδιαίτερη έμφαση στην μη γραμμική απόκριση. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε καταγραφή της πειραματικής βιβλιογραφίας στο πεδίο των κοχλιωτών κόμβων. Ορισμένα στοιχεία, για όλες τις

πειραματικές δοκιμές που συγκεντρώθηκαν, παρουσιάστηκαν συνοπτικά σε πίνακες.

Εξειδικευμένο λογισμικό. Στα πλαίσια της διατριβής αναπτύχθηκαν • πρωτότυπα εργαλεία λογισμικού, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή σύνθετων τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, σύνδεσης βραχέος ταυ, καθώς και μηχανικών της προσομοιωμάτων κοχλιωτών κόμβων, με ποικίλες διασυνδέσεις ελατηρίων. Με την χρήση των συγκεκριμένων εργαλείων, επιταχύνθηκε αποφασιστικά η ερευνητική αξιοποίηση των προσομοιώματων, συμβάλλοντας στην πληρέστερη κατανόηση της συμπεριφοράς των κόμβων.

8.3 Συμπεράσματα

Στα προηγούμενα κεφάλαια της διατριβής παρουσιάστηκε ένα σημαντικό πλήθος ερευνητικών αποτελεσμάτων στο αντικείμενο των κοχλιωτών κόμβων δοκούυποστυλώματος και της μεμονωμένης σύνδεσης βραχέος ταυ. Ορισμένα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν είναι τα ακόλουθα:

Το επαυξητικό προσομοίωμα βραγέος ταυ, που αναπτύγθηκε και προτείνεται στην παρούσα διατριβή, αποδείχθηκε ικανό να προσεγγίσει την συμπεριφορά της σύνδεσης βραχέος ταυ. Σε σύγκριση με σύνθετα τρισδιάστατα προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και με πειραματικά αποτελέσματα, προέκυψε ότι το προτεινόμενο προσομοίωμα επιτρέπει τον προσδιορισμό της πλήρους καμπύλης δύναμης-μετακίνησης της σύνδεσης και των χαρακτηριστικών μεγεθών αυτής, εντός μικρού περιθωρίου σφάλματος. Στην εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας διαπιστώθηκε μία μικρή υπερεκτίμηση, ενώ για την αντοχή και την μέγιστη μετακίνηση το μέσο σφάλμα αποδείχθηκε πολύ μικρό. Η τυπική απόκλιση του σφάλματος εκτίμησης αυτών των μεγεθών, για όλες τις περιπτώσεις βραγέων ταυ που εξετάσθηκαν, αποδείχθηκε επίσης αρκετά μικρή, επιβεβαιώνοντας την συστηματική αξιοπιστία του προτεινόμενου προσομοιώματος. Μια διαφοροποίηση που παρατηρήθηκε, αφορά την μετάβαση από τον ελαστικό κλάδο της απόκρισης στον πλαστικό, όπου σε όλες τις περιπτώσεις η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης του προτεινόμενου προσομοιώματος εμφανίστηκε πιο απότομη. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται κατά κύριο λόγο στην προσεγγιστική διγραμμική σχέση ροπής-καμπυλότητας του πέλματος, που υιοθετήθηκε στο προσομοίωμα.

- Το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ αξιολογήθηκε έναντι διαθέσιμων στην βιβλιογραφία, εναλλακτικών μεθοδολογιών προσδιορισμού της μη γραμμικής απόκρισης. Σε όλες τις περιπτώσεις προέκυψε σημαντική βελτίωση στην εκτίμηση των παραμέτρων της αρχικής δυσκαμψίας, της αντοχής, της μέγιστης μετακίνησης, καθώς και συνολικά της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης. Η βελτίωση αποδείχθηκε ιδιαίτερα σημαντική στην εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης και αρχικής δυσκαμψίας.
- Η επιρροή της πλαστικοποίησης του πέλματος, στην μη γραμμική απόκριση της συνολικής σύνδεσης βραχέος ταυ είναι αποφασιστική, καθώς από αυτήν κυρίως εξαρτάται το εύρος του πλαστικού κλάδου και η μέγιστη μετακίνηση που μπορεί να αναπτύξει η σύνδεση. Για τον λόγο αυτόν, η επιλογή παραμέτρων για τον νόμο υλικού του πέλματος, θεωρείται κρίσιμη για την εκτίμηση του πλαστικού κλάδου της απόκρισης, από το προτεινόμενο προσομοίωμα βραχέος ταυ. Διαπιστώθηκε ότι η τελική απόκριση εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από την μορφή του νόμου υλικού στην πλαστική περιοχή, και όχι μόνο από τα επιμέρους χαρακτηριστικά του, όπως το όριο διαρροής ή το όριο θραύσης. Σε περιπτώσεις υλικών, όπου η ανηγμένη παραμόρφωση θραύσης δεν είναι πολύ μεγάλη ($\varepsilon_u < 0, 40$) και η μεταβολή του μέτρου κράτυνσης είναι ήπια, αποδείχθηκε ότι η απευθείας επιλογή των χαρακτηριστικών παραμέτρων του υλικού από τον καταστατικό νόμο ή εναλλακτικά η επιλογή παραμέτρων με κριτήριο την ισοδυναμία της σχέσης ροπής-καμπυλότητας στο πέλμα, είναι αποτελεσματική. Αντίθετα, σε περιπτώσεις υλικών με μεγάλη ανηγμένη παραμόρφωση θραύσης ($\varepsilon_u > 0.50$) και με έντονη μεταβολή του μέτρου κράτυνσης, διαπιστώθηκε ότι περισσότερο καθοριστικό στην συνολική απόκριση είναι το μέτρο κράτυνσης του υλικού στα πρώτα στάδια μετά την διαρροή.
- Η εξέλιξη των φαινομένων επαφής του πέλματος βραχέος ταυ διερευνήθηκε • με την βοήθεια σύνθετου τρισδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων. Διαπιστώθηκε ότι το εύρος της διεπιφάνειας που παραμένει σε επαφή, μεταβάλλεται σημαντικά με την πρόοδο της φόρτισης και την εξάπλωση της πλαστικοποίησης σε πέλμα και κοχλίες. Η πλαστικοποίηση του πέλματος οδηγεί σε εξάπλωση της διεπιφάνειας επαφής, ενώ αντίθετα η πλαστικοποίηση των κοχλιών σε περιορισμό της. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι τοπικά στην περιοχή του κοχλία, η διεπιφάνεια επαφής διευρύνεται. Το προτεινόμενο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ αποδείχθηκε αποτελεσματικό στην ακριβή εκτίμηση της διεπιφάνειας επαφής, σε συνάρτηση με την εξέλιξη των πλαστικοποιήσεων και την αλληλουχία τους σε πέλμα και κοχλία. Διαπιστώθηκε επίσης, ότι η τιμή που υπολογίζεται από

το επαυξητικό προσομοίωμα, αντιστοιχεί στην διεπιφάνεια επαφής μακριά από τον κοχλία.

- Η κάμψη του κοχλία μπορεί να αποτελέσει κρίσιμο παράγοντα της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Σε περιπτώσεις βραχέων ταυ με ασθενείς κοχλίες, η ταυτόχρονη κάμψη και εφελκυσμός οδηγούν σε μείωση της αντοχής, αλλά κυρίως σε σημαντικότερη μείωση της μέγιστης μετακίνησης της σύνδεσης. Ο έλεγχος του κοχλία σε εφελκυσμό μόνο, αποδείχθηκε ανεπαρκής για την αξιόπιστη εκτίμηση της μέγιστης μετακίνησης, από το επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ.
- Η επιρροή της τρίτης διάστασης στην συμπεριφορά της σύνδεσης βραχέος ταυ είναι ουσιαστική. Η απλοποίηση του προβλήματος στις δύο διαστάσεις συνεπάγεται την παράβλεψη φαινομένων, όπως η μη ομοιόμορφη κατά πλάτος αλληλεπίδραση πέλματος και κοχλία και η τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος. Η αλληλεπίδραση κοχλία-πέλματος προκαλεί επαύξηση των μετακινήσεων της σύνδεσης, ενώ η τρισδιάστατη εντατική κατάσταση του πέλματος επιφέρει αύξηση της αντοχής. Διαπιστώθηκε ότι η προσομοίωση της σύνδεσης βραχέος ταυ, χωρίς την συμμετοχή των φαινομένων αυτών, περιορίζει το πεδίο εφαρμογής του προσομοιώματος σε βραχέα ταυ με μικρό πλάτος και βλάπτει την ακρίβεια της λύσης.
- Η απόκριση του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ προέκυψε σχεδόν ταυτόσημη με εκείνη διδιάστατων προσομοιωμάτων, με μη γραμμικά πεπερασμένα στοιχεία δοκού για το πέλμα, ελατήριο για τους κοχλίες και στοιχεία επαφής για την προσομοίωση των αντίστοιχων φαινομένων του πέλματος. Ωστόσο, το προτεινόμενο προσομοίωμα πλεονεκτεί, καθώς επιπλέον ενσωματώνει ποικίλες βελτιώσεις με τις οποίες προσεγγίζεται, μεταξύ άλλων, η τρισδιάστατη συμπεριφορά και η κατανεμημένη δράση μεταξύ κοχλία και πέλματος. Με βάση αυτά τα δεδομένα, προτείνεται η εφαρμογή του επαυξητικού προσομοιώματος, ως μέτρου αξιολόγησης απλών αναλυτικών μεθοδολογιών για την σύνδεση βραχέος ταυ, εφόσον πιο δαπανηρές επιλογές, όπως η προσομοίωση με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, δεν είναι διαθέσιμες.
- Τα μηχανικά προσομοιώματα για κόμβους με μετωπική πλάκα και με γωνιακά, που αναπτύχθηκαν και εξετάσθηκαν στην διατριβή, αποδείχθηκαν αποτελεσματικά στην εκτίμηση της στροφικής απόκρισης των κόμβων. Η πλήρης καμπύλη ροπής-στροφής αξιολογήθηκε με πειραματικά αποτελέσματα και αποτελέσματα σύνθετων προσομοιωμάτων τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων, επιτυγχάνοντας ικανοποιητική ακρίβεια στην εκτίμηση των χαρακτηριστικών μεγεθών της απόκρισης, όπως η αρχική δυσκαμψία, η αντοχή και η στροφική ικανότητα. Στην εκτίμηση της αρχικής

δυσκαμψίας παρατηρήθηκαν ορισμένες αποκλίσεις, σε σύγκριση με πειραματικές τιμές, οι οποίες σε μερικές περιπτώσεις ήταν μεγάλες. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά αποδίδεται περισσότερο σε προβλήματα των πειραματικών διατάξεων, όπου η επίδραση αρχικών ατελειών μπορεί να είναι σημαντική στις αρχικές πειραματικές μετρήσεις. Σε σχέση με αποτελέσματα τρισδιάστατων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιγείων, όπου η επίδραση των αρχικών ατελειών δεν είναι παρούσα, η απόκλιση των προτεινόμενων μηγανικών προσομοιωμάτων εμφανίστηκε κατά πολύ μειωμένη, και εντός μικρού περιθωρίου σφάλματος. Σε ότι αφορά την αντοχή και την στροφική ικανότητα, η αξιοπιστία των μηγανικών προσομοιωμάτων αποδείχθηκε ικανοποιητική, τόσο έναντι προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων, όσο και έναντι πειραματικών δοκιμών. Επειδή, στις περιπτώσεις των κόμβων που εξετάσθηκαν, η εφελκυόμενη ζώνη αποτέλεσε τον κρίσιμο παράγοντα της απόκρισης, η καλή συμπεριφορά των μηχανικών προσομοιωμάτων οφείλεται σε σημαντικό βαθμό στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ, που γρησιμοποιήθηκε για τα αντίστοιγα συστατικά μέρη.

- Τα μηχανικά προσομοιώματα κόμβων δοκού-υποστυλώματος που αναπτύχθηκαν και προτείνονται στην διατριβή, εξετάσθηκαν επιπλέον σε σύγκριση με εναλλακτικά μηχανικά προσομοιώματα από την βιβλιογραφία. Τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα διαπιστώθηκε ότι οδηγούν σε σημαντικά βελτιωμένη εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας, της αντοχής και της στροφικής ικανότητας. Η βελτίωση στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας προέκυψε ιδιαίτερα μεγάλη.
- Η τοποθέτηση των ελατηρίων των μηχανικών προσομοιωμάτων, που αντιστοιχούν στα συστατικά μέρη του προεκτεινόμενου τμήματος της μετωπικής πλάκας ή του γωνιακού άνω πέλματος, διαπιστώθηκε ότι διαφοροποιούν σημαντικά την υπολογιζόμενη απόκριση. Διερευνήθηκαν δύο διασυνδέσεις ελατηρίων, όπου στην μεν πρώτη τα εν λόγω ελατήρια τοποθετήθηκαν σε ευθυγράμμιση με τον άξονα των κοχλιών, ενώ στην δεύτερη τοποθετήθηκαν σε ευθυγράμμιση με το πέλμα της δοκού ή το σκέλος του γωνιακού. Με την δεύτερη διασύνδεση, η τιμή της αρχικής δυσκαμψίας και της αντοχής που υπολογίστηκε προέκυψε μειωμένη, ενώ η στροφική ικανότητα ελαφρά αυξημένη. Η πρώτη διασύνδεση ελατηρίων εμφανίστηκε αποτελεσματικότερη στην περίπτωση κόμβων με μετωπική πλάκα.
- Η πιθανότητα ολίσθησης των προεντεταμένων διατεμνόμενων κοχλιών, που χρησιμοποιούνται για την σύνδεση των γωνιακών με την δοκό, σε κόμβους με γωνιακά, μπορεί να αποτελέσει σημαντικό παράγοντα της απόκρισης, και κυρίως της μέγιστης μετακίνησης, ιδιαίτερα στην περίπτωση που αυτή

πραγματοποιηθεί σε αρχικό στάδιο φόρτισης. Στους πειραματικούς κόμβους που εξετάσθηκαν στην διατριβή, ολίσθηση εκδηλώθηκε σε έναν μικρό μόνο αριθμό δοκιμών. Σε αυτές τις δοκιμές, η απόκλιση των μηχανικών προσομοιωμάτων, στην εκτίμηση της στροφικής ικανότητας, εμφανίστηκε αυξημένη, σε σχέση με τις υπόλοιπες δοκιμές. Από την σύγκριση προέκυψε ότι η ολίσθηση των κοχλιών επιφέρει μείωση της στροφικής ικανότητας.

8.4 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Κατά την εκπόνηση της διατριβής, αναδείχθηκε η δυνατότητα περαιτέρω έρευνας σε μεγάλο αριθμό θεμάτων. Το πεδίο των κόμβων πλαισίων προσφέρει άλλωστε πληθώρα αντικειμένων, με σημαντικό ερευνητικό ενδιαφέρον, για πιθανή βελτίωση ή επέκταση των διαθέσιμων μεθόδων υπολογισμού. Μερικά από εκείνα τα θέματα, που πιστεύεται ότι θα αποτελούσαν φυσική συνέχεια της παρούσας διατριβής, συμπληρώνοντας και διευρύνοντας τα αποτελέσματα της, είναι τα ακόλουθα:

- Η συμπεριφορά των κόμβων δοκού-υποστυλώματος υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση αποτελεί ένα ενδιαφέρον αντικείμενο μελλοντικής έρευνας. Τα προσομοιώματα, προτεινόμενα μηχανικά που αναπτύχθηκαν και εξετάσθηκαν στην διατριβή, αποδείχθηκαν ικανά να προβλέψουν την ακριβή ελαστοπλαστική συμπεριφορά των κόμβων, σε συνθήκες μονοτονικής φόρτισης. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένα αποφασιστικό βήμα για την περαιτέρω επέκταση τους σε περιπτώσεις ανακυκλιζόμενης φόρτισης, όπου η ενεργοποίηση της πλαστικής παραμορφωσιμότητας ενός κόμβου αποτελεί την κρίσιμη παράμετρο για την δυνατότητα απόσβεσης ενέργειας που μπορεί να επιτύχει. Η συγκεκριμένη διερεύνηση της ανακυκλιζόμενης φόρτισης των κόμβων δοκού-υποστυλώματος και η ανάπτυξη ενός αποτελεσματικού μηχανικού προσομοιώματος για τον σκοπό αυτόν, προϋποθέτει την αξιοποίηση ικανού αριθμού πειραματικών δεδομένων.
- Απαιτείται μία πιο διεξοδική διερεύνηση της επίδρασης του πλαστικού κλάδου του νόμου υλικού του πέλματος, στην μη γραμμική απόκριση της σύνδεσης βραχέος ταυ. Ειδικότερα, προτείνεται η εξέταση περιπτώσεων βραχέος ταυ, με διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών του πλαστικού κλάδου, όπως το εύρος και το σχήμα του. Για τον σκοπό αυτόν, θεωρείται απαραίτητη η αξιοποίηση πειραματικών δεδομένων ή σύνθετων προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα αυτής της διερεύνησης αναμένεται να οδηγήσουν στην διατύπωση αξιόπιστων κριτηρίων, για την επιλογή κατάλληλων παραμέτρων υλικού, ακόμα και σε περιπτώσεις μεγάλης απόκλισης από τα συνήθη χαρακτηριστικά των τυπικών

χαλύβων, για τον διγραμμικό νόμο, που χρησιμοποιείται στο επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ.

- Ο συνυπολογισμός των διατμητικών δυνάμεων στην απόκριση του πέλματος βραχέος ταυ επιδέχεται βελτίωσης. Στο προτεινόμενο προσομοίωμα βραχέος ταυ, λαμβάνονται υπόψη τα έργα των διατμητικών δυνάμεων, με βάση την θεωρία απλής δοκού, και μόνο για τον υπολογισμό των μετακινήσεων. Η γεωμετρία του πέλματος ωστόσο, δικαιολογεί την εφαρμογή μιας πιο ακριβούς προσέγγισης, με την οποία να λαμβάνεται υπόψη και η επίδραση της μη επιπεδότητας των διατομών. Η ακριβέστερη προσομοίωση των έργων των διατμητικών δυνάμεων, αναμένεται να βελτιώσει την εκτίμηση του πεδίου των μετακινήσεων, και κατά συνέπεια την αρχική δυσκαμψία, σε περιπτώσεις βραχέων ταυ με μεγάλο πάχος πέλματος.
- Η καταπόνηση των κοχλιωτών κόμβων δοκού-υποστυλώματος σε συνδυασμό ροπής και αξονικής δύναμης αποτελεί μία περίπτωση πιθανής φόρτισης με αξιόλογες πρακτικές εφαρμογές. Η διερεύνηση της μη γραμμικής απόκρισης και η επέκταση των μηχανικών προσομοιωμάτων που αναπτύχθηκαν στην διατριβή, προς αυτήν την κατεύθυνση, θεωρείται εφικτή εφόσον επαρκή πειραματικά δεδομένα είναι διαθέσιμα.
- Η αλληλεπίδραση εφελκυσμού και κάμψης στον κορμό του κοχλία • αποδείχθηκε ότι αποτελεί μία σημαντική παράμετρο της απόκρισης της σύνδεσης βραχέος ταυ. Στο προσομοίωμα βραχέος ταυ, η αλληλεπίδραση αυτή λαμβάνεται υπόψη μόνο για τον χαρακτηρισμό της θραύσης του κοχλία. Η συμμετοχή της ακριβούς καμπτικής συμπεριφοράς, στο συνολικό εύρος της απόκρισης είναι μάλλον δύσκολη, καθώς η αναλυτική αντιμετώπιση καθίσταται δυσχερής. Ωστόσο, θεωρείται εφικτή η προσεγγιστική προσομοίωση της κάμψης του κορμού, με τον χαρακτηρισμό περισσότερων ενδιάμεσων σημείων της απόκρισης του, όπως η διαρροή ή η πλαστικοποίηση, και την τροποποίηση της δυσκαμψίας του σε κάθε ένα από αυτά. Επίσης, θεωρείται απαραίτητη μια διερεύνηση της εξάρτησης της καμπτικής καταπόνησης του κορμού του κοχλία από το πλάτος του πέλματος, και την αλληλεπίδραση του κοχλία με αυτό στις τρεις διαστάσεις. Ο συνυπολογισμός της καμπτικής συμπεριφοράς του κοχλία είναι χρήσιμος σε περιπτώσεις βραχέων ταυ με ασθενείς κοχλίες, όπου η επίδραση της κάμψης σε αυτούς είναι περισσότερο εμφανής.
- Παρά την σημαντική βελτίωση στον προσδιορισμό των φαινομένων επαφής της σύνδεσης βραχέος ταυ, που επιτεύχθηκε στην παρούσα διατριβή, θεωρείται ότι υπάρχουν περιθώρια για περαιτέρω ενίσχυση της προτεινόμενης αναλυτικής μεθοδολογίας. Ένα θέμα που δεν διερευνήθηκε είναι η διεύρυνση της επιφάνειας επαφής στην περιοχή πλησίον του κοχλία

εξ' αιτίας της τοπικής δράσης που αυτός ασκεί στο πέλμα. Θεωρείται χρήσιμη η εξέταση της επίδρασης που έχει το συγκεκριμένο φαινόμενο στην απόκριση του βραχέος ταυ, καθώς και η διόρθωση της προτεινόμενης μεθοδολογίας, ώστε αυτή να λαμβάνεται υπόψη κατά τους υπολογισμούς.

Η ανάπτυξη ενός σύνθετου τρισδιάστατου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων, για διάφορες μορφολογίες κοχλιωτών κόμβων δοκούυποστυλώματος, θεωρείται χρήσιμη για την πρόσκτηση αξιόπιστων κατά το δυνατόν δεδομένων της μη γραμμικής απόκρισης τους. Η αξία ενός αξιόπιστου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων αναδεικνύεται περισσότερο κατά την εκτέλεση εκτεταμένων παραμετρικών αναλύσεων ή την εκτίμηση χαρακτηριστικών της απόκρισης που δύσκολα καταγράφονται με πειραματικές δοκιμές, όπως είναι η εξέλιξη των πλαστικοποιημένων ζωνών, ή η εξέλιξη των φαινομένων επαφής και η τρισδιάστατη παραμορφωμένη γεωμετρία. Μεταξύ άλλων, με αυτά τα δεδομένα μπορούν να διατυπωθούν πιο ακριβείς μεθοδολογίες για την εξασφάλιση ισοδυναμίας με τα συστατικά μέρη που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση των κόμβων. Η ανάπτυξη ενός σύνθετου προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων για κόμβους δοκού-υποστυλώματος, οι οποίοι γενικά χαρακτηρίζονται από πολύπλοκη γεωμετρία, κρίνεται ότι θα πρέπει να συνοδεύεται από την δημιουργία κατάλληλων εργαλείων λογισμικού για την κατασκευή των προσομοιωμάτων, ειδικά στην περίπτωση που είναι επιθυμητή η εκτέλεση εκτεταμένης παραμετρικής έρευνας.

Κώδικας του επαυξητικού προσομοιώματος βραχέος ταυ

Α.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται ο πηγαίος κώδικας του προτεινόμενου αναλυτικού προσομοιώματος βραχέος ταυ, το οποίο αναπτύχθηκε και περιγράφηκε λεπτομερώς στο κεφάλαιο 3. Για την σύνταξη του κώδικα χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού C++. Αν και η συγκεκριμένη γλώσσα χαρακτηρίζεται από πολυάριθμα ισχυρά εργαλεία για την αντικειμενοστραφή σύνταξη ενός προγράμματος, έγινε σκόπιμα συγκρατημένη αξιοποίηση αυτών, έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η χρησιμοποίηση του τελικού κώδικα, ακόμα και αν η εξοικείωση του αναγνώστη με τις έννοιες του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού είναι μικρή.

Για λόγους απλότητας το σύνολο του πηγαίου κώδικα περιέχεται σε ένα μόνο αρχείο, τύπου cpp. Για την μεταγλώττιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Visual C++ της Microsoft (ελέγχθηκε χωρίς προβλήματα η έκδοση 6 και η έκδοση 7 - Visual C++ .NET). Μία εναλλακτική, χωρίς κόστος και πλήρης χαρακτηριστικών επιλογή είναι το ελεύθερο λογισμικό Dev-C++, το οποίο είναι διαθέσιμο από τον δικτυακό τόπο http://www.bloodshed.net. Το συγκεκριμένο λογισμικό (Dev-C++, έκδοση 4.9.9.2) χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη και μεταγλώττιση του κώδικα που παρατίθεται στην συνέχεια. Σε όλες τις περιπτώσεις, το εκτελέσιμο πρόγραμμα θα πρέπει να δημιουργηθεί ως "Console Application", χωρίς να απαιτούνται άλλες επιπρόσθετες επιλογές.

Στον κώδικα που παρουσιάζεται στην συνέχεια, δεν παρέχεται κάποια γενική μέθοδος εισαγωγής δεδομένων. Αντίθετα, χρησιμοποιείται η συνάρτηση "readinput", όπου αρχικοποιούνται οι απαραίτητες μεταβλητές με τα γεωμετρικά και μηχανικά δεδομένα του προβλήματος. Στην θέση αυτής της συνάρτησης μπορεί να υλοποιηθεί μία μέθοδος εισαγωγής από αρχείο ή από κάποιο γραφικό περιβάλλον. Επειδή όμως οι εν λόγω μέθοδοι εισαγωγής είναι αρκετά εκτενείς, και δεν εξυπηρετούν τις ανάγκες παρουσίασης του προτεινόμενου αλγόριθμου υπολογισμού της απόκρισης του βραχέος ταυ, που επιχειρείται στο παράρτημα αυτό, δεν υλοποιούνται στον κώδικα που ακολουθεί. Τα αποτελέσματα της επίλυσης εξάγονται στο αρχείο "response.txt", το οποίο δημιουργείται στον ίδιο κατάλογο με το εκτελέσιμο πρόγραμμα. Το αρχείο αυτό μπορεί να εισαχθεί εύκολα σε ένα λογιστικό φύλλο (Excel, OpenOffice) για περεταίρω επεξεργασία, χρησιμοποιώντας ως διαχωριστικό χαρακτήρα το κενό.

Ο χρόνος που απαιτείται για την πλήρη επίλυση ενός προβλήματος βραχέος ταυ, χρησιμοποιώντας 1000 βήματα φόρτισης, είναι τάξης μερικών δεκάδων msec.

Α.2 Κώδικας

```
#include <cstdlib>
#include <fstream>
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
char* const EXPFNAME = "response.txt"; //where the response results are saved
double const DF_CONST = 50; //External incremental force dF (constant)
double const NR ERROR = 1e-5;
                                //Tolerance for Newton-Raphson convergence
long const MAX STEP = 9999; //Maximum number of increments
bool
      const STRESS3D = true; //Account for 3-dimensional stress state at the flange
bool
      const BOLTBEND = true;
                                //Account for bolt bending (failure criterion)
bool const SHEARDEF = true; //Correction for flange shear deformations
bool const FLWEBFIT = true; //Modeling of the flange-to-web fitting
bool const FL DEF3D = true; //3-dimensional flange de
bool const BOLTHEAD = true; //Distributed bolt force
                                //3-dimensional flange deformation
double const PRELOADK = 9;
                                //Preloaded bolt stiffness multiplier (Af=8)
double const INFINITE = 1e+100;
double const PI = 3.1415926535898;
struct strMaterial {
       double E; double Et; double fy; double fu; double n; //n=Poisson's ratio
};
struct strFlange{
       double tf; double b; double n; double d; double r; double L1; int type;
       //type 1 = hot rolled; type 2 = welded - r is a*sqr(2)
       double factor3Dw;
       strMaterial material:
} flange;
struct strBolt {
       double A; double L; double dhead; double preloadForce;
       strMaterial material;
} bolt;
struct strWeb{
       double tw; double Lw;
       strMaterial material;
} web;
struct strIncrResponse{
       double dF, dFb, dR, dMA, dMB;
       double dw, dwB, dwC, dwf, dwweb, dphiC, dphiB;
};
struct strTotalResponse{
       double F, Fb, R, MA, MB;
       double w, wB, wC, wf, wweb, phiC, phiB;
       double L2, LpA, LpB1, LpB2, L0, cb, cweb; int contact;
       strTotalResponse& operator= (const strTotalResponse& tr) {
            F = tr.F; Fb = tr.Fb; R = tr.R; MA = tr.MA; MB = tr.MB;
            w = tr.w; wB = tr.wB; wC = tr.wC; wf = tr.wf; wweb = tr.wweb;
            phiC = tr.phiC; phiB = tr.phiB;
            L2 = tr.L2; LpA = tr.LpA; LpB1 = tr.LpB1; LpB2 = tr.LpB2; L0 = tr.L0;
            cb = tr.cb; cweb = tr.cweb; contact = tr.contact;
            return *this;
       }
}:
class clsResponse {
private:
    strTotalResponse data[MAX_STEP+2];
    long count;
public:
    strTotalResponse& operator[] (long index) {
        if (index > count) {
            cout << "Error in strTotalResponse::operator[]: invalid index" << endl;</pre>
```

```
return data[index];
    }
    void add (strTotalResponse resp) {
        count++;
        if (count > MAX STEP+1) {
            cout << "Error in strTotalResponse::add: invalid index" << endl;</pre>
        1
        data[count] = resp;
    }
    strTotalResponse getlast () {
        if (count < 1) {
           cout << "Error in strTotalResponse::getlast: invalid index" << endl;</pre>
        }
        return data[count];
    }
    long step() {
       return count;
    3
    clsResponse() : count(0) {}
} response;
strTotalResponse& operator+ (strTotalResponse& tr, strIncrResponse& ir) {
   tr.F += ir.dF; tr.Fb += ir.dFb; tr.R += ir.dR;
tr.MA += ir.dMA; tr.MB += ir.dMB; tr.w += ir.dw;
   tr.wf += ir.dwf; tr.wB += ir.dwB; tr.wC += ir.dwC;
    tr.wweb += ir.dwweb; tr.phiC += ir.dphiC; tr.phiB += ir.dphiB;
   return tr;
}
class clsFunctionGeneric {
public:
   virtual double f (double) = 0;
    virtual double df (double) = 0;
};
class clsFunctionL2 : public clsFunctionGeneric{
   double mm0,mm1,mm2,mm3,mm4,mm5;
public:
   clsFunctionL2 (double m0, double m1, double m2, double m3, double m4, double m5):
                   mm0(m0), mm1(m1), mm2(m2), mm3(m3), mm4(m4), mm5(m5) {}
    double f (double x) {
       double fval = mm5*x*x*x*x + mm4*x*x*x*x + mm3*x*x*x + mm2*x*x + mm1*x + mm0;
       return fval;
    }
    double df (double x) {
       double dfval = 5*mm5*x*x*x* + 4*mm4*x*x*x + 3*mm3*x*x + 2*mm2*x + mm1*x;
       return dfval;
    }
};
class clsFunctiontxr : public clsFunctionGeneric{
   double mr, mt;
   int mtype;
public:
   clsFunctiontxr (double r, double t, int type):
                   mr(r), mt(t), mtype(type){}
    double f (double xr) {
       double fval;
        if (xr>0) {
           switch (mtype) {
                case 1: fval = mt + mr - sqrt(mr*mr - xr*xr); break; //hot rolled section
                case 2: fval = mt + xr; break;
                                                                       //welded section
                default: cout << "Error in clsFunctiontx::f() : invalid type" << endl;</pre>
        } }
        else{ fval = mt; }
        return fval;
    }
    double df (double xr) {
       double dfval:
        if (xr>0) {
           switch (mtype) {
                case 1: dfval = xr / sqrt(mr*mr - xr*xr); break; //hot rolled section
                case 2: dfval = 1; break;
                                                                  //welded section
```

```
default: cout << "Error in clsFunctiontx::f() : invalid type" << endl;</pre>
       1 1
      else{ dfval = 0; }
      return dfval;
   }
};
class clsFunctionLpA : public clsFunctionGeneric{
   clsFunctiontxr functxr;
   double mMc, mmslope, mmrfact;
public:
   clsFunctionLpA (clsFunctiontxr txr function, double Mc, double mslope, double mrfact):
                functxr(txr_function), mMc(Mc), mmslope(mslope), mmrfact(mrfact) {}
   double f (double xr) {
      //actual moment minus moment reistance
      double fval;
      double txr = functxr.f(xr);
      fval = -(mMc + mmslope*xr) - mmrfact*txr*txr;
      return fval;
   1
   double df (double xr) {
      double dfval;
      double txr = functxr.f(xr);
      double dtxr = functxr.df(xr);
      dfval = -mmslope - 2*mmrfact*txr*dtxr;
      return dfval;
   }
};
struct doublex2{
  double var1;
  double var2;
};
//Function declarations
int
             readinput();
int
             solve();
int
             output();
void
            modFlangeMat();
void
             modFlange3Ddef();
bool
             checkfail();
strIncrResponse calcPartialContact();
strIncrResponse calcSimpleSupport();
strIncrResponse calcFullSeparation();
          calcL2(const double dF, const strTotalResponse& tr);
double
            calcL1();
calcLpA(const strTotalResponse& tr);
double
doublex2
            calcLpB(const strTotalResponse& tr);
doublex2
double
            calccb(double Fb);
double
             calccweb(double F);
            NewtonRaphson(clsFunctionGeneric& function, double x1, double x2, double x0);
double
double
             integralInt(clsFunctionGeneric& tx, double x1, double x2);
//Implementation
int readinput() {
   flange.tf = 0.010;
   flange.b = 0.050;
   flange.n = 0.030;
   flange.d = 0.0635;
   flange.r = 0.018;
   flange.type = 1;
   flange.material.E = 2.00e+11;
   flange.material.Et = 7.819e+08;
   flange.material.fy = 3.55e+08;
   flange.material.fu = 5.10e+08;
   flange.material.n = 0.3;
   bolt.A = 0.012*0.012*PI/4;
   bolt.L = 0.013;
```

```
bolt.dhead = 0.024;
   bolt.preloadForce = 0.0;
   bolt.material.E = 2.00e+11;
   bolt.material.Et = 2.40e+09;
   bolt.material.fy = 6.40e+08;
   bolt.material.fu = 8.00e+08;
   web.tw = 0.0065;
   web.Lw = 0.0;
   web.material.E = 2.00e+11;
   web.material.Et = 7.819e+08;
   web.material.fy = 3.55e+08;
   web.material.fu = 5.10e+08;
   return 1;
}
int solve() {
   strTotalResponse tr;
   flange.L1 = calcL1();
   //Initialisation
   modFlangeMat();
   modFlange3Ddef();
   tr.L0 = 0; tr.LpA = 0; tr.LpB1 = 0; tr.LpB2 = 0;
   tr.F = 0; tr.Fb = 0; tr.R = 0; tr.MA = 0; tr.MB = 0;
   tr.w = 0; tr.wB = 0; tr.wC = 0; tr.wf = 0; tr.wweb = 0; tr.phiC = 0; tr.phiB = 0;
   tr.cb = calccb(DF CONST);
   tr.cweb = calccweb(DF CONST);
   tr.L2 = flange.n;
          = calcL2(1.0, tr); if (tr.L2 > flange.n) tr.L2 = flange.n;
   tr.L2
   response.add(tr);
   for (int i = 0; i < MAX STEP; i++) {</pre>
       //Calculate responses for each contact case
       strIncrResponse resp1 = calcPartialContact();
       strIncrResponse resp2 = calcSimpleSupport();
       strIncrResponse resp3 = calcFullSeparation();
       //Select contact case
       double c1_L2 = calcL2(resp1.dF, response.getlast());
       double c2_phiC = tr.phiC + resp2.dphiC;
       double c2_R = tr.R + resp2.dR;
       double c3_wC = tr.wC + resp3.dwC;
       if (c1_L2 < flange.n && (tr.phiC == 0 || c2_phiC <= 0)){
           //partial contact
           tr = tr + resp1;
           tr.L2 = c1 L2;
           tr.phiC = 0;
       else if (c2 R > 0 && (tr.wC == 0 || c3 wC <= 0)){
           //simple support
           tr = tr + resp2;
           tr.L2 = flange.n;
           tr.wC = 0;
       }
       else{
           //full separation
           tr = tr + resp3;
           tr.L2 = 999*flange.n;
           tr.R = 0;
       1
       response.add(tr);
       tr.cb = calccb(tr.Fb);
       //Calculate new plastified lengths
       doublex2 Lp;
       Lp = calcLpA(response.getlast());
       tr.LpA = Lp.var1;
       tr.L0 = Lp.var2;
       Lp
              = calcLpB(response.getlast());
       tr.LpB1 = Lp.var1;
       tr.LpB2 = Lp.var2;
       //check ultimate conditions
       if (checkfail()) {
          return 1;
```

```
}
    1
    cout << "Error in solve: Maximum number of increments exceeded ("</pre>
      << MAX STEP << ")." << endl;
    return 0;
}
int output() {
    ofstream out(EXPFNAME);
    strTotalResponse tr;
    long steps = response.step();
    out << "L1=" << flange.L1 << endl;</pre>
    out << "Lc=" << flange.L1 - (flange.d - flange.r) << endl;</pre>
    out << "Flange E=" << flange.material.E << endl;</pre>
    out << "Flange_Et=" << flange.material.Et << endl;</pre>
    out << "Flange_fy=" << flange.material.fy << endl;</pre>
    out << "Flange_fu=" << flange.material.fu << endl;</pre>
    out << "Flange_3D_factor=" << flange.factor3Dw << endl;</pre>
    out << "Steps=" << steps << endl;
    out << "F w Fb R MA MB \delta B \delta C \delta f \delta web \phi C \phi B L2 LpA LpB1 LpB2 L0 cb cweb contact" << endl;
    for (int i = 1; i <= steps; i++) {</pre>
        tr = response[i];
                                                                           << " "
        out << tr.F << " " << tr.w
                                      << " " << tr.Fb << " " << tr.R
            << tr.MA << " " << tr.MB << " " << tr.wB << " " << tr.wC << " "
            << tr.wf << " " << tr.whit << " " << tr.phit << " " << tr.phit << " "
            << tr.L2 << " " << tr.LpA << " " << tr.LpB1 << " " << tr.LpB2 << " "
            << tr.L0 << " " << tr.cb << " " << tr.cweb << " " << tr.contact << endl;
    }
    return 1;
}
void modFlangeMat() {
    if (STRESS3D) {
       double E = flange.material.E;
       double Et = flange.material.Et;
       double fy = flange.material.fy;
       double fu = flange.material.fu;
        double n = flange.material.n;
        double Emod = E/(1-n*n);
       double sxx_y = fy / sqrt(n*n-n+1);
        double exx_y = sxx_y / Emod;
                       = E*Et/(E-Et);
        double Ep
        double sxx u = (2*sqrt(3.0)/3)*fu;
        double exx_p_u = (sqrt(3.0)/2)*(fu-fy)/Ep;
        double exx_e_u = sxx_u/Emod;
        double exx_u = exx_p_u + exx_e_u;
        double Etmod = (sxx u - sxx y)/(exx u-exx y);
        flange.material.E = Emod;
       flange.material.Et = Etmod;
        flange.material.fy = sxx_y;
        flange.material.fu = sxx_u;
    }
    return;
}
void modFlange3Ddef() {
   if (!FL DEF3D) {
       flange.factor3Dw = 1;
       return;
    }
    double b = flange.b;
    double m = flange.d - 0.8*flange.r;
    double x = m/b;
    if (x < 0.866) {
                               // = 0.5 * tan(60)
       flange.factor3Dw = 0.92 + 0.06/(x*x);
    }
    else{
       flange.factor3Dw = 1;
}
bool checkfail() {
```

```
strTotalResponse last = response.getlast();
   double tf = flange.tf;
   double r = flange.r;
   double L1 = flange.L1;
   //check for failure in bending in zone A
   //check at point xr=0.2r
   double Lc = L1 - (flange.d-r);
   double MA = last.MA;
   double MB = last.MB;
   double M02r = ((L1-(Lc-0.2*r))/L1)*MA + ((Lc-0.2*r)/L1)*MB;
   double mufact = flange.b*(flange.material.fy + 2*flange.material.fu) / 12;
   if (FLWEBFIT) {
       clsFunctiontxr ftxr(r, tf, flange.type);
       tf = ftxr.f(0.2*r);
   }
   double Mu = mufact*tf*tf;
   if (-M02r - Mu >= 0 ) {
       return true;
   //check for failure in bending in zone B
   //check at point xb=0 (bolt axis)
   if (BOLTHEAD) {
       MB = MB - last.Fb*bolt.dhead/8;
   Mu = mufact*tf*tf;
   if (MB - Mu >= 0 ) {
       return true;
   //check for bolt failure
   double rb = sgrt(bolt.A/PI);
   double strain bend = (rb/bolt.L)*last.phiB;
   double strain tens = last.wB/bolt.L;
   double strain_ult = bolt.material.fy/bolt.material.E
                      + (bolt.material.fu-bolt.material.fy)/bolt.material.Et;
   if (flange.b/(flange.d - 0.8*flange.r) > 2.0) {
      //very wide TStubs - put a limit to \varepsilon b - more research needed
      double a = 0.15;
      if (strain_bend > a*strain_tens) {
          strain_bend = a*strain_tens;
      1
   }
   if (strain_bend + strain_tens > strain_ult) {
     return true;
   }
   return false;
}
strIncrResponse calcPartialContact() {
   strIncrResponse resp;
   strTotalResponse last = response.getlast();
   double dF = DF_CONST;
               = flange.L1;
   double L1
   double L2 = last.L2;
   double cb = last.cb;
   double cweb = last.cweb;
   double L0 = last.L0;
   double LpA = last.LpA;
   double LpB1 = last.LpB1;
   double LpB2 = last.LpB2;
   int shearflag = 0;
   if (SHEARDEF) {shearflag = 1;}
   double lamda = (flange.material.E - flange.material.Et)/flange.material.Et;
   double mI = flange.b * flange.tf * flange.tf * flange.tf / 12.0;
                = flange.material.E * mI;
   double EI
   double EIt = flange.material.Et * mI;
   double GA
              = (flange.material.E / (2.0*flange.material.n + 2.0)) * flange.b * flange.tf;
   double G1
                = 2.0*(L1-L0)*LpA + LpB1*LpB1 - LpA*LpA;
   double G2
                = LpA + LpB1 + LpB2;
   double s2 = cb*(L1*L1 + lamda*G1);
   double s1 =-4.0*EI;
   double s0 =-4.0*EI*(L1 + lamda*G2) + cb*lamda*LpB2*LpB2*(L1*L1 + lamda*G1);
```

```
double p3 = cb*(L1*L1 + lamda*G1);
   double p2 =-6.0*EI;
   double p1 =-12.0*EI*(L1 +lamda*G2) + 3.0*cb*lamda*LpB2*LpB2*(L1*L1 + lamda*G1);
   double p0 =-6.0*EI*(L1*L1 + lamda*(G1-LpB2*LpB2)) - 2.0*cb*lamda*LpB2*LpB2*LpB2*(L1*L1 +
                lamda*G1);
   double q4 = cb;
   double q3 = 4.0 \text{ cb} (L1 + 1 \text{ amda} G2);
   double q2 =-6.0*cb*lamda*LpB2*LpB2;
   double q1 = 12.0*EI + 4.0*cb*lamda*LpB2*LpB2*LpB2;
   double q0 = 12.0*EI*(L1 + lamda*G2) + 4.0*cb*lamda*LpB2*LpB2*LpB2*(L1 + lamda*(G2 -
                0.75*LpB2));
   double X1 = (1.5) * (s2*L2*L2 + s1*L2 + s0) /
                      (q4*L2*L2*L2*L2 + q3*L2*L2 + q2*L2*L2 + q1*L2 + q0);
   double X2 = -(0.5)*(p3*L2*L2*L2 + p2*L2*L2 + p1*L2 + p0)/
                      (q4*L2*L2*L2*L2 + q3*L2*L2*L2 + q2*L2*L2 + q1*L2 + q0);
   resp.dF = dF;
   resp.dFb = dF*(0.5 + X1);
   resp.dMA = dF^*(-L1/2.0 + X1^*L2 + X2);
   resp.dMB = dF*(X1*L2 + X2);
   resp.dR = dF*X1;
    //Deflection dw
   double dw0 = (1.0/(6.0*EI))*(L1*L1*L1 + lamda*(LpA*LpA*LpA + LpB1*LpB1*LpB1 + 3.0*LpA*(L1-
                 L0)*(L1-L0-LpA)) + 3.0*EI/cb) + shearflag*(L1-LpA-LpB1)/(2.0*GA);
   double dw1 = (-1.0/(2.0*EI))*(L1*L1*L2 + lamda*L2*G1 - 2.0*EI/cb);
   double dw2 = (-1.0/(2.0*EI))*(L1*L1 + lamda*G1);
    double dw = dF^*(dw0 + X1^*dw1 + X2^*dw2);
   //Rotation at point C
   resp.dphiC = 0;
    //Rotation at point B
   double dphB0 = (1.0/(4.0*EI))*(lamda*G1 + L1*L1);
   double dphB1 =-(L2/EI)*(lamda*LpA + lamda*LpB1 + L1);
   double dphB2 =-(1.0/EI)*(lamda*LpA + lamda*LpB1 + L1);
   resp.dphiB = dF*(dphB0 + X1*dphB1 + X2*dphB2);
   //Deflection at point C
   resp.dwC = 0;
    //Bolt elongation
   resp.dwB = resp.dFb/cb;
   //Flange 3D deformation
   resp.dwf = resp.dwB + flange.factor3Dw * (dw - resp.dwB);
   //Web elongation
   resp.dwweb = resp.dF/cweb;
   //Total dw
   resp.dw = resp.dwf + resp.dwweb;
   return resp;
strIncrResponse calcSimpleSupport() {
   strIncrResponse resp;
   strTotalResponse last = response.getlast();
   double dF = DF_CONST;
   double L1 = flange.L1;
double L2 = flange.n;
   double cb = last.cb;
   double cweb = last.cweb;
   double L0 = last.L0;
   double LpA = last.LpA;
   double LpB1 = last.LpB1;
   double LpB2 = last.LpB2;
   int shearflag = 0;
   if (SHEARDEF) {shearflag = 1;}
   double lamda = (flange.material.E - flange.material.Et)/flange.material.Et;
   double mI = flange.b * flange.tf * flange.tf * flange.tf / 12.0;
   double EI
                = flange.material.E * mI;
                = flange.material.Et * mI;
= (flange.material.E / (2.0*flange.material.n + 2.0)) * flange.b * flange.tf;
   double EIt
   double GA
                = 2.0*(L1-L0)*LpA + LpB1*LpB1 - LpA*LpA;
   double G1
   double G2
                = LpA + LpB1 + LpB2;
   double s1 = cb*(L1*L1 + lamda*G1);
```

}

```
double s0 =-2.0*EI;
   double q3 = cb;
   double q2 = 3.0 \text{ cb} (L1 + \text{lamda} G2);
   double q1 =-3.0*cb*lamda*LpB2*LpB2;
   double q0 = 3.0*EI + cb*lamda*LpB2*LpB2*LpB2;
   double X1 = (0.75)*(s1*L2 + s0)/(q3*L2*L2*L2 + q2*L2*L2 + q1*L2 + q0);
   resp.dF = dF;
   resp.dFb = dF*(0.5 + X1);
    resp.dMA = dF^{*}(-L1/2.0 + X1^{*}L2);
    resp.dMB = dF*X1*L2;
    resp.dR = dF*X1;
    //Deflection dw
   double dw0 = (1.0/(6.0*EI))*(L1*L1*L1 + lamda*(LpA*LpA*LpA + LpB1*LpB1*LpB1 + 3.0*LpA*(L1-
                 L0)*(L1-L0-LpA)) + 3.0*EI/cb) + shearflag*(L1-LpA-LpB1)/(2.0*GA);
    double dw1 = (-1.0/(2.0*EI))*(L1*L1*L2 + lamda*L2*G1 - 2.0*EI/cb);
   double dw = dF^*(dw0 + X1^*dw1);
    //Rotation at point C
   double dphiC0 = (1.0/(4.0*EI))*(L1*L1+lamda*G1);
   double dphiC1 =-(1.0/(2.0*EI))*(2*L1*L2 + L2*L2 + 2.0*lamda*L2*G2 - lamda*LpB2*LpB2);
    resp.dphiC = dF*(dphiC0 + X1*dphiC1);
    //Rotation at point B
   double dphb0 = (1.0/(4.0 \times ET)) \times (1 \text{ amda} \times G1 + T_1 \times T_1);
   double dphb1 =-(L2/EI)*(lamda*LpA + lamda*LpB1 + L1);
   resp.dphiB = dF*(dphb0 + X1*dphb1);
    //Deflection at point C
   resp.dwC = 0;
   //Bolt elongation
    resp.dwB = resp.dFb/cb;
    //Flange 3D deformation
   resp.dwf = resp.dwB + flange.factor3Dw * (dw-resp.dwB);
   //Web elongation
   resp.dwweb = resp.dF/cweb;
   //Total dw
   resp.dw = resp.dwf + resp.dwweb;
   return resp;
strIncrResponse calcFullSeparation() {
   strIncrResponse resp;
   strTotalResponse last = response.getlast();
   double dF = DF_CONST;
   double L1 = flange.L1;
double L2 = flange.n;
   double cb = last.cb;
   double cweb = last.cweb:
   double L0 = last.L0;
   double LpA = last.LpA;
   double LpB1 = last.LpB1;
   double LpB2 = last.LpB2;
   int shearflag = 0;
   if (SHEARDEF) {shearflag = 1;}
   double lamda = (flange.material.E - flange.material.Et)/flange.material.Et;
   double mI = flange.b * flange.tf * flange.tf * flange.tf / 12.0;
   double EI
                = flange.material.E * mI;
   double EIt = flange.material.Et * mI;
   double GA = (flange.material.E / (2.0*flange.material.n + 2.0)) * flange.b * flange.tf;
                = 2.0*(L1-L0)*LpA + LpB1*LpB1 - LpA*LpA;
   double G1
   double G2
                = LpA + LpB1 + LpB2;
   resp.dF
              = dF;
              = dF/2.0;
    resp.dFb
    resp.dMA =-dF*L1/2.0;
    resp.dMB = 0.0;
              = 0.0;
    resp.dR
             = dF*((1.0/(6.0*EI))*(L1*L1*L1 + lamda*(LpA*LpA*LpA + LpB1*LpB1*LpB1 +
    resp.dwf
                3.0*LpA*(L1-L0)*(L1-L0-LpA)) + 3.0*EI/cb) + shearflag*(L1-LpA-LpB1)/(2.0*GA));
    resp.dwC = dF*(1.0/(4.0*EI))*(-L2*L1*L1 - lamda*L2*G1 + 2.0*EI/cb);
    resp.dphiB = dF*(1.0/(4.0*EI))*(lamda*G1 + L1*L1);
   resp.dphiC = resp.dphiB;
```

```
resp.dwB = resp.dFb/cb;
   resp.dwf = resp.dwB + flange.factor3Dw * (resp.dwf-resp.dwB);
   resp.dwweb = resp.dF/cweb;
   resp.dw = resp.dwf + resp.dwweb;
   return resp;
}
double calcL2(const double dF, const strTotalResponse& tr) {
   double MB = tr.MB;
   double L1 = flange.L1;
   double L2 = tr.L2;
   double L2n;
   double cb = tr.cb;
   double L0 = tr.L0;
   double LpA = tr.LpA;
   double LpB1 = tr.LpB1;
   double LpB2 = tr.LpB2;
   double lamda = (flange.material.E - flange.material.Et)/flange.material.Et;
              = flange.b * flange.tf * flange.tf * flange.tf / 12.0;
   double mI
   double EI
                = flange.material.E * mI;
   double EIt = flange.material.Et * mI;
                = 2.0*(L1-L0)*LpA + LpB1*LpB1 - LpA*LpA;
   double G1
   double G2 = LpA + LpB1 + LpB2;
   double p3 = cb*(L1*L1 + lamda*G1);
   double p2 = -6.0 \times EI;
   double p1 =-12.0*EI*(L1 +lamda*G2) + 3.0*cb*lamda*(LpB2*LpB2)*(L1*L1 + lamda*G1);
   double p0 =-6.0*EI*(L1*L1 + lamda*(G1-LpB2*LpB2)) - 2.0*cb*lamda*(LpB2*LpB2)*(L1*L1 +
               lamda*G1);
   double q4 = cb;
   double q_3 = 4.0 \text{ cb* (L1 + lamda*G2)};
   double q2 =-6.0*cb*lamda*LpB2*LpB2;
   double q1 = 12.0*EI + 4.0*cb*lamda*LpB2*LpB2*LpB2;
   double q0 = 12.0*EI*(L1 + lamda*G2) + 4.0*cb*lamda*(LpB2*LpB2*LpB2)*(L1 + lamda*(G2 -
               0.75*LpB2));
   double m5 =
                         - q4*MB;
   double m4 = MB*L2*q4 - q3*MB;
   double m3 = MB*L2*q3 - q2*MB - 0.5*dF*L2*p3;
   double m2 = MB*L2*q2 - q1*MB - 0.5*dF*L2*p2;
   double m1 = MB*L2*q1 - q0*MB - 0.5*dF*L2*p1;
   double m0 = MB*L2*q0
                                - 0.5*dF*L2*p0;
   clsFunctionL2 fL2(m0,m1,m2,m3,m4,m5);
   L2n = NewtonRaphson(fL2, 0, 50*L2, L2);
   return L2n:
}
double calcL1() {
   double tf = flange.tf;
   double r = flange.r;
   double d = flange.d;
   if (!FLWEBFIT) {
       return d - 0.8*r;
   clsFunctiontxr ftxr(r, tf, flange.type);
   double Lc = tf*tf*tf*integralInt(ftxr, 0, r);
   return d - r + Lc;
}
doublex2 calcLpA(const strTotalResponse& tr) {
   double tf = flange.tf;
   double r = flange.r;
   double L1 = flange.L1;
   double Lc = L1 - (flange.d-r) ;
   double L0
               = tr.L0;
   double LpA = tr.LpA;
   double MA = tr.MA:
   double MB = tr.MB;
   double Mc = ((L1-Lc)/L1)*MA + (Lc/L1)*MB; //Moment at distance=Lc from A (start of fitting)
```

```
double M0 = ((L1-L0)/L1)*MA + (L0/L1)*MB; //Moment at distance=L0 from A (start of LpA)
   double mslope = (MA-MB)/L1;
   double mrfact = flange.b*flange.material.fy/4;
   if (MA > 0) {cout << "Error in calcLpA: MA is positive" << endl;}
   if (MB < 0) {cout << "Error in calcLpA: MB is negative" << endl;}
   //Calculate LpA
   doublex2 result;
   if (!FLWEBFIT) {
      double M2 = -mrfact*tf*tf;
      result.var2 = L0; //constant
      if (M0 - M2 < 0) result.var1 = (L1-L0)*(M0-M2)/(M0-MB);
      else
                       result.var1 = 0;
      return result;
   }
   clsFunctiontxr ftxr(r, tf, flange.type);
   clsFunctionLpA deltaM(ftxr, Mc, mslope, mrfact);
   double xr1, xr2, xr0;
   xr0 = Lc - L0 - 0.5*LpA; //middle point of plastified zone LpA (0.2r in elastic conditions)
   double fxr1 = deltaM.f(-L1+Lc);
   double fxr2 = deltaM.f(xr0);
   if ((fxr1>0 && fxr2>0) || (fxr1<0 && fxr2<0)){
       xr1 = 0.2*r; //elastic
   else{
       xr1 = NewtonRaphson(deltaM, -L1+Lc, xr0, Lc-L0-LpA); //to the right of xr0
   }
   fxr1 = deltaM.f(xr0);
   fxr2 = deltaM.f(0.99*r);
   if ((fxr1>0 && fxr2>0) || (fxr1<0 && fxr2<0)){
       xr2 = 0.2*r; //elastic
   }
   else if (L0/(Lc-L0) < 0.01) \{xr2 = Lc;\}
   else{
       xr2 = NewtonRaphson(deltaM, xr0, .99*r, Lc-L0); //to the left of xr0
       xr2 = tf*tf*tf*integralInt(ftxr, 0, xr2);
       if (xr2>Lc) {xr2 = Lc;}
   }
   result.var1 = xr2-xr1;
   result.var2 = Lc-xr2;
   return result;
doublex2 calcLpB(const strTotalResponse& tr) {
   double L2 = tr.L2;
   double dbh = bolt.dhead:
   double Fb = tr.Fb;
   double F = tr.F:
   double M2 = flange.b*flange.tf*flange.tf*flange.material.fy/4;
   doublex2 result;
   result.var1 = 0;
   result.var2 = 0;
   if (!BOLTHEAD){
       if ((Fb-0.5*F)*L2 - M2 > 0){
           result.var1 = ((Fb-0.5*F)*L2 - M2)/(0.5*F);
           result.var2 = L2 - M2/(Fb-0.5*F);
       }
       return result;
   }
   //M-M2 = a*xb^2 + b*xb + c, for -0.5*dh < xb < 0.5*dh
   double a =-0.5*Fb/dbh;
   double b = 0.5*(Fb-F);
   double c = (Fb-0.5*F)*L2 - Fb*dbh/8 - M2;
   if (c<0) return result; //remains elastic
   double D = b*b - 4*a*c;
   if (D<0) {
       cout << "Error in calcLpB: D is negative" << endl;</pre>
       return result;
   double x1 = (-b - sqrt(D)) / (2*a);
   double x^2 = (-b + sqrt(D)) / (2*a);
   if (x1 < 0 || x2 > 0 || x1*x2 > 0) {
```

}

```
cout << "Error in calcLpB: unexpected signs for x1, x2" << endl;</pre>
       return result;
   if (x1 > 0.5*dbh) {
       x1 = ((Fb-0.5*F)*L2 - M2)/(0.5*F);
   if (x2 < -0.5*dbh) {
       x2 = -L2 + M2/(Fb-0.5*F);
    }
   result.var1 = x1;
   result.var2 = -x2;
   return result;
}
double calccb(double Fb) {
   double Fb0 = bolt.preloadForce * bolt.material.fy * bolt.A;
   double Fby = bolt.material.fy * bolt.A;
   if (Fb0>Fby){
       cout << "Warning in calccb: high level of bolt preloading (Fb0>Fby)" << endl;</pre>
    1
   if (Fb > Fb0){
       if (Fb >= Fby) return bolt.A * bolt.material.Et / bolt.L;
                      return bolt.A * bolt.material.E / bolt.L;
       else
   else(
       return PRELOADK * bolt.A * bolt.material.E / bolt.L;
    }
}
double calccweb(double F) {
   if (web.Lw <= 0) return INFINITE;
   double Aw = web.tw * flange.b;
   double Fwy = web.material.fy * Aw;
   if (F >= Fwy) return Aw * web.material.Et / web.Lw;
                 return Aw * web.material.E / web.Lw;
   else
}
double NewtonRaphson(clsFunctionGeneric& function, double x1, double x2, double x0){
   long const imax = 100;
   double f1 = function.f(x1);
   double f2 = function.f(x2);
   double df1 = function.df(x1);
   double df2 = function.df(x2);
   if ((f1>0 && f2>0)||(f1<0 && f2<0)){
       cout << "Error in NewtonRaphson: initial domain does not bracket function" << endl;</pre>
   if (f1 == 0) { return x1; }
   if (f2 == 0) { return x2; }
    if (f1 > 0) \{ //Orient the search so that f(x1) < 0.
       double temp = x2;
       x^{2} = x^{1};
       x1 = temp;
   1
   double dxold = abs(x2-x1);
   double dx = dxold;
   double fx
                = function.f(x0);
   double dfx = function.df(x0);
   for (long i=0; i<imax; i++) {</pre>
        if ((((x0-x2)*dfx-fx)*((x0-x1)*dfx-fx) > 0.0) || (abs(2.0*fx) > abs(dxold*dfx))){
           //Bisection if N-R is ineffectivce
            dxold = dx:
            dx = 0.5*(x2-x1);
                = x1+dx;
            x0
            if (x1 == x0) \{ return x0; \}
        else{
            //Take the Newton-Raphson
           double temp = x0;
           dxold = dx;
           dx = fx/dfx;
                = x0 - dx;
            x0
            if (temp == x0) {return x0; }
        }
```

```
if (abs(dx/x0) < NR ERROR) {return x0;} //Convergence criterion.
       fx = function.f(x0);
       dfx = function.df(x0);
       if (fx<0) {x1 = x0;}
       else
               \{x2 = x0; \}
   cout << "Error in NewtonRaphson: maximum number of iterations exceeded" << endl;</pre>
   return 0;
}
double integralInt(clsFunctionGeneric& tx, double x1, double x2){
   int k = 10;
   double trapez = 0;
   for (int i=1; i<k; i++) {</pre>
       double xri = x1+((1.0*i)/k)*(x2-x1);
       double ti = tx.f(xri);
       trapez += 1/(ti*ti*ti);
   1
   double t1 = tx.f(x1);
   double t2 = tx.f(x2);
   return (x2-x1)*(1/(t1*t1*t1) + 1/(t2*t2*t2) + 2*trapez)/(2*k);
}
int main(int argc, char *argv[]){
   int result:
   cout << "------" << endl;
              cout << "
   cout << "
                     ___( / / // _) / __//__ ( /___// |/__)/__ " << endl;
__) ( (__//__) / ( /____)/ (__// |/__)/__ " << endl;
" << endl;
   cout << " (
   cout << "
   cout << "-----" << endl;
   cout << "
              * A program for the calculation of the nonlinear
                                                                      " << endl:
   cout << "
                                                                     " << endl;
                response of T-stub steel connections.
   cout << " * Authored by Minas Lemonis, for his PhD thesis
                                                                      " << endl;
   cout << " \"Beam-to-column joints in steel frames\" (in greek), " << endl;
cout << " submitted in the Civil Enginnering School of the " << endl;</pre>
                                                                      " << endl;
   cout << " National Technical University of Athens.
cout << " * Last update: 10/9/2006</pre>
                                                                      " << endl;
                                                                      " << endl;
   cout << "T-stub response calculation started." << endl;</pre>
   cout << "Reading input..." << endl;</pre>
   result = readinput();
   if (result <= 0) {cout << "Error while reading input." << endl; system("PAUSE"); return 0;}
   cout << "...completed." << endl;</pre>
   cout << "Calculating response..." << endl;;</pre>
   result = solve();
   if (result \leq = 0) {
       cout << "Error while calculating response." << endl;</pre>
   else{
       cout << "...completed in " << response.step() << " iterations." << endl;</pre>
   }
   cout << "Saving response..." << endl;</pre>
   result = output();
   if (result <= 0) {cout << "Error while saving response." << endl; system("PAUSE"); return 0;}
   cout << "...completed. Check file <" << EXPFNAME << "> for the results." << endl;</pre>
   cout << endl;</pre>
   cout << "T-stub response calculation completed!" << endl;</pre>
   cout << "Make sure no error messages appeared in the lines above." << endl;</pre>
   cout << "-----" << endl;
   system("PAUSE");
   return EXIT SUCCESS;
1
```


Συμβολική επίλυση του φορέα βραχέος ταυ

B.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται η επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος βραγέος ταυ, γρησιμοποιώντας συμβολικό προγραμματισμό. Η επίλυση αφορά τον υπολογισμό των επαυξητικών εντατικών και μετακινησιακών μεγεθών με την μέθοδο των δυνάμεων, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3, και πραγματοποιείται στο πρόγραμμα Maple, έκδοση 8. Επιλύονται και οι τρεις περιπτώσεις του φορέα, σε σχέση με τα φαινόμενα επαφής στο πέλμα (μερική επαφή, σημειακή στήριξη, πλήρης αποκόλληση). Επίσης, για την περίπτωση μερικής επαφής παρουσιάζεται η επίλυση του φορέα, συμπεριλαμβάνοντας τα έργα των διατμητικών δυνάμεων στο πέλμα. Σε κάθε οι συμβολικές περίπτωση, παρουσιάζονται εκφράσεις των εντατικών και μετακινησιακών μεγεθών, όπως υπολογίζονται από το πρόγραμμα Maple. Από αυτές τις πρωτογενείς εκφράσεις προέρχονται οι αντίστοιχες που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3, για κάθε περίπτωση φαινομένων επαφής, αφού προηγουμένως υπέστησαν μαθηματική επεξεργασία με το χέρι, προκειμένου να απλοποιηθούν και να καταστούν περισσότερο ευανάγνωστες. Στα συμβολικά προγράμματα που παρατίθενται στην συνέχεια, πραγματοποιείται επιπρόσθετα και ο έλεγχος μεταξύ των απλοποιημένων και των πρωτογενών εκφράσεων. Για την περίπτωση του φορέα μερικής επαφής με συνυπολογισμό των έργων των διατμητικών δυνάμεων ωστόσο, δεν πραγματοποιήθηκε ανάλογη μαθηματική επεξεργασία. Όπως, φαίνεται στην παράγραφο B.5, οι εκφράσεις που προκύπτουν σε αυτήν την περίπτωση είναι σημαντικά πιο εκτενείς.

B.2 Φορέας μερικής επαφής

```
> restart;
```

```
Επίλυση φορέα (δύο φορές υπερστατικός)
```

```
> M0(1) := (F/2)*(-L1 + x): M0(2) := 0:
M1(1) := L2: M1(2) := L2-(x-L1):
M2(1) := 1: M2(2) := 1:
```

```
F10 := (1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M0(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M0(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M0(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) +
0.5*F/c:
```

```
F20 := (1/EI)*int(M0(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M0(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M0(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M0(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
```

```
F11 := (1/E1)*int(M1(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M1(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M1(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M1(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) +
1/c:
```

```
F22 := (1/EI)*int(M2(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M2(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M2(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M2(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M2(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M2(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F12 := (1/EI)*int(M1(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M1(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M1(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M1(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M1(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F1s := F10 + x1*F11 + x2*F12:
F2s := F20 + x1*F12 + x2*F22:
xx := solve({F1s=0, F2s=0}, {x1, x2}):
if (lhs(xx[1])=x1) then
           X1 := rhs(xx[1]);
           X2 := rhs(xx[2]);
else
           X1 := rhs(xx[2]);
           X2 := rhs(xx[1]);
end if;
RForce := X1:
BForce := 0.5*F + RForce:
MomentC := X2:
MomentA := -0.5*F*L1 + X1*L2 + X2*1:
MomentB := 0
                                             + X1*L2 + X2*1:
XI := 1.50000000 \ F \ (-4. \ LAp \ El^2 \ Elt - 4. \ Elt^2 \ LI \ El + 4. \ Elt^2 \ LBp1 \ El + 4. \ Elt^2 \ LBp2 \ El - 4. \ LBp1 \ El^2 \ Elt - 4. \ LBp2 \ Elt - 4. \ Elt - 4. \ LBp2 \ Elt - 4. \ Elt - 4. \ LBp2 \ Elt - 4. \ Elt - 4. \ LBp2 \ Elt - 4. \ Elt - 4. \ Elt - 4. \ Elt 
              -4. L2 Elt^2 El + 4. Elt^2 LAp El + L2^2 Elt LBpl^2 El c - 1. L2^2 Elt LAp^2 El c + 2. L2^2 Elt LAp El c L1 + L2^2 Elt^2 c L1^2
              -1. L2^{2} Elt^{2} c LBpl^{2} + L2^{2} Elt^{2} c LAp^{2} - 2. L2^{2} Elt^{2} c L1 LAp - 2. c Elt LBp2^{2} LBpl^{2} El - 4. c Elt LBp2^{2} LAp El L1
              -1. c Elt^2 LBp2^2 Ll^2 + c Elt^2 LBp2^2 LBp1^2 - 1. c Elt^2 LBp2^2 LAp^2 + 2. c Elt^2 LBp2^2 L1 LAp + 2. c Elt LBp2^2 LAp^2 Elt^2 LBp2^2 LBp
              + c LBp2^2 EI^2 LBp1^2 + 2. c LBp2^2 EI^2 LAp L1 + c LBp2^2 EI EIt L1^2 - 1. c LBp2^2 EI^2 LAp^2 - 2. L2^2 EIt LAp EI c L0
              + 2. L2^{2} EIt^{2} c L0 LAp + 4. c EIt LBp2^{2} LAp EI L0 - 2. c EIt^{2} LBp2^{2} L0 LAp - 2. c LBp2^{2} El^{2} LAp L0) / (12. LAp El^{2} EIt)
              + 12. EIt^{2} LI EI - 12. EIt^{2} LBpI EI - 12. EIt^{2} LBp2 EI + 12. LBpI EI^{2} EIt + EIt^{2} LBp2^{4} c + 12. LBp2 EI^{2} EIt
              + LBp2^4 EI^2 c + 12. L2 EIt<sup>2</sup> EI + L2<sup>4</sup> EIt<sup>2</sup> c - 12. EIt<sup>2</sup> LAp EI + 4. LAp EI EIt c L2<sup>3</sup> - 8. LAp EI EIt c LBp2<sup>3</sup>
              + 4. Elt L1 LBp2<sup>3</sup> El c - 8. Elt LBp1 LBp2<sup>3</sup> El c + 4. L4p El<sup>2</sup> LBp2<sup>3</sup> c - 2. Elt LBp2<sup>4</sup> El c - 4. Elt<sup>2</sup> LBp2 c L2<sup>3</sup>
              + 6. Elt^{2} LBp2^{2} c L2^{2} + 4. Elt^{2} L1 c L2^{3} - 4. Elt^{2} L1 c LBp2^{3} - 4. Elt^{2} LBp1 c L2^{3} + 4. Elt^{2} LBp1 c LBp2^{3}
              + 4. LBp2 EI Elt c L2^3 - 4. L2^3 EI^2 c LAp + 4. EIt^2 LAp c LBp2^3 - 6. Elt LBp2^2 EI c L2^2 + 4. Elt LBp2^3 EI c L2
              -4. EIt^{2} LBp2^{3} c L2 + 4. LBp1 EI^{2} LBp2^{3} c + 4. LBp1 EI EIt c L2^{3})
 X2 := 0.500000000 (6. EI EIt^{2} LI^{2} - 6. EI^{2} EIt LBp2^{2} + 6. EI EIt^{2} LBp2^{2} + 6. LBp1^{2} EI^{2} EIt - 6. EI^{2} EIt LAp^{2} + 6. EI EIt^{2} L2^{2}
              + 6. EI LAp^2 EIt^2 - 1. L2^3 LAp^2 EIt^2 c - 2. LAp^2 EIt^2 c LBp2^3 - 1. L2^3 EIt^2 c LI^2 - 2. EIt^2 LI^2 LBp2^3 c
              + 12. EI^{2} L2 EIt LAp + 12. EI^{2} EIt L1 LAp - 2. EI^{2} LAp^{2} LBp2^{3} c + 12. EI^{2} EIt L2 LBp2 - 12. EI^{2} EIt L0 LAp
              + 12. EI L2 EIt^2 LI - 12. EI L2 EIt^2 LBp2 + 12. EI LAp L0 EIt^2 - 12. EI LAp L2 EIt^2 - 12. EI LAp EIt^2 LI
             + 2. LBp1^2 El^2 LBp2^3 c + LBp1^2 Elt^2 c L2^3 + 2. LBp1^2 Elt^2 c LBp2^3 + 3. L2 LAp^2 c Elt^2 LBp2^2 + 2. L2^3 Elt^2 L1 LAp c
              -6. L2 Elt^{2} L1 c LBp2^{2} LAp + 6. L2 Elt^{2} c LBp2^{2} LAp L0 + 4. LAp Elt^{2} L1 c LBp2^{3} + 3. L2 Elt^{2} c LBp2^{2} L1^{2}
              -2. L2^{3} Elt^{2} LAp c L0 - 4. LAp L0 Elt^{2} c LBp2^{3} - 6. El^{2} L2 c LBp2^{2} LAp L1 - 4. El^{2} LAp L0 LBp2^{3} c
              + 6. EI^{2} L2 c LBp2^{2} LAp L0 + 4. EI^{2} LAp L1 LBp2^{3} c + 3. EI^{2} L2 LAp^{2} c LBp2^{2} + EI L2^{3} LAp^{2} EIt c
              + 4. EI LAp^2 Elt c LBp2^3 + 2. EI Elt L1^2 LBp2^3 c - 6. EI L2 LAp^2 c Elt LBp2^2 + 12. EI L2 Elt L1 c LBp2^2 LAp^2
              -8. EI LAp EIt L1 LBp2<sup>3</sup> c -12. EI L2 EIt c LBp2<sup>2</sup> LAp L0 -2. EI L2<sup>3</sup> EIt LAp c L1 -3. EI L2 c LBp2<sup>2</sup> EIt L1<sup>2</sup>
             + 2. EI L2^3 EI t LAp c L0 + 8. EI LAp L0 EI t LBp2^3 c - 3. LBp1^2 EI<sup>2</sup> L2 c LBp2^2 + 6. LBp1^2 EI EI t c L2 LBp2^2
              + 12. LBp1 L2 EIt EI^2 - 1. LBp1^2 EI EIt c L2^3 - 4. LBp1^2 EIt LBp2^3 EI c - 3. LBp1^2 L2 EIt^2 c LBp2^2
              - 12. LBp1 L2 Elt^2 EI - 6. LBp1^2 Elt^2 EI) F / (12. LAp El^2 Elt + 12. Elt^2 L1 EI - 12. Elt^2 LBp1 EI - 12. Elt^2 LBp2 EI
              + 12. LBp1 El^{2} Elt + Elt^{2} LBp2^{4} c + 12. LBp2 El^{2} Elt + LBp2^{4} El^{2} c + 12. L2 Elt^{2} El + L2^{4} Elt^{2} c - 12. Elt^{2} LAp El
              + 4. LAp EI Elt c L2^3 - 8. LAp EI Elt c LBp2^3 + 4. Elt L1 LBp2^3 EI c - 8. Elt LBp1 LBp2^3 EI c + 4. LAp El<sup>2</sup> LBp2^3 c
              -2. Elt LBp2<sup>4</sup> El c -4. Elt<sup>2</sup> LBp2 c L2<sup>3</sup> +6. Elt<sup>2</sup> LBp2<sup>2</sup> c L2<sup>2</sup> +4. Elt<sup>2</sup> L1 c L2<sup>3</sup> -4. Elt<sup>2</sup> L1 c LBp2<sup>3</sup>
              -4. EH^{2} LBp1 c L2<sup>3</sup> + 4. EH^{2} LBp1 c LBp2<sup>3</sup> + 4. LBp2 EI EI t c L2<sup>3</sup> - 4. L2<sup>3</sup> EIt<sup>2</sup> c LAp + 4. EIt^{2} LAp c LBp2<sup>3</sup>
              - 6. Elt LBp2^{2} El c L2^{2} + 4. Elt LBp2^{3} El c L2 - 4. Elt^{2} LBp2^{3} c L2 + 4. LBp1 El^{2} LBp2^{3} c + 4. LBp1 El Elt c L2^{3})
```

Απλοποίησεις - Έλεγχος

```
G2:=LAp+LBp1+LBp2:
s2:=c*L1^2+c*lamda*G1:
s1:=-4*ET:
s0:=c*lamda*LBp2^2*(L1^2+lamda*G1)-4*EI*lamda*G2-4*EI*L1:
x1numer:=s2*L2^2+s1*L2+s0;
x lnumer := (c Ll^2 + c lamda (2 Ll LAp - 2 L0 LAp + LBpl^2 - LAp^2)) L2^2 - 4 El L2
              + c \ lamda \ LBp2^2 \ (L1^2 + lamda \ (2 \ L1 \ LAp - 2 \ L0 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2)) - 4 \ EI \ lamda \ (LAp + LBp1 + LBp2) - 4 \ EI \ L1 \ LAp - 2 \ L0 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2)) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp - 2 \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2) - 4 \ EI \ LAp + LBp1^2 - LAp^2 - LAp^2
>q4:=c:
q3:=4*c*(L1+lamda*G2):
q2:=-6*c*lamda*LBp2^2:
q1:=4*c*lamda*LBp2^3+12*EI:
q0:=12*EI*(L1+lamda*G2)+4*c*lamda*LBp2^3*(L1+lamda*(G2-3*LBp2/4)):
xldenumer:=q4*L2^4+q3*L2^3+q2*L2^2+q1*L2+q0;
 x1denumer := c L2^4 + 4 c (L1 + lamda (LAp + LBp1 + LBp2)) L2^3 - 6 c lamda LBp2^2 L2^2 + (4 c lamda LBp2^3 + 12 EI) L2^3 + 12 EI L2^3 + 12 EI) L2^3 + 1
              + 12 EI (L1 + lamda (LAp + LBp1 + LBp2)) + 4 c lamda LBp2<sup>3</sup> \left(L1 + lamda \left(LAp + LBp1 + \frac{LBp2}{4}\right)\right)
> p3:=c*(L1^2+lamda*G1):
p2:=-6*EI:
p1:= -12*EI*(L1+lamda*G2) + 3*c*lamda*LBp2^2*(L1^2+lamda*G1):
p0:=-6*EI*(L1^2+lamda*(G1-LBp2^2))-2*c*lamda*LBp2^3*(L1^2+lamda*G1):
x2numer:=p3*L2^3+p2*L2^2+p1*L2+p0;
x2numer := c (L1^{2} + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^{2} - LAp^{2})) L2^{3} - 6 EI L2^{2} +
             (-12 EI (L1 + lamda (LAp + LBp1 + LBp2)) + 3 c lamda LBp2^{2} (L1^{2} + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^{2} - LAp^{2})))
             L2 - 6 EI (L1^2 + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^2 - LAp^2 - LBp2^2))
              -2 c lamda LBp2^{3} (L1^{2} + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^{2} - LAp^{2}))
> lamda:=(EI-EIt)/EIt:
simplify(X1-1.5*F*x1numer/x1denumer);
simplify(X2+0.5*F*x2numer/x1denumer);
                                                                                                                          0
                                                                                                                          0.
Βέλος δ
> vM0(1):= M0(1)/(F/2):
vMO(2) := MO(2)/(F/2):
> d0 := (1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
 (1/EIt)*int(M0(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M0(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) +
(1/EI)*int(M0(2)*vM0(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + F/(2*c) + (1/GA)*int((F/2)*1,x=0...L1-LAp-
LBp1):
d1 := (1/EI)*int(M1(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
 (1/EI)*int(M1(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M1(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M1(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M1(2)*vM0(2),x=L1+LBp2...L1+L2) +
1/c:
d2 := (1/EI)*int(M2(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M2(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M2(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBpl) + (1/EIt)*int(M2(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M2(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M2(2)*vM0(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
> simplify(d0);
 F (3 EI EIt GA + LAp<sup>3</sup> EI c GA + LBp1<sup>3</sup> EI c GA + 3 LAp EI c GA L0<sup>2</sup> + 3 LAp<sup>2</sup> EI c GA L0 - 6 LAp EI c GA L1 L0
               -3 LAp^2 EI c GA LI + 3 LAp EI c GA LI^2 + Elt c GA LI^3 - Elt c GA LBpl^3 - Elt c GA LAp^3 + 3 c Elt EI LI
              -3c Elt El LAp -3c Elt El LBp1 - 3 Elt c GA L0^2 LAp - 3 Elt c GA L0 LAp^2 + 6 Elt c GA L1 L0 LAp
              + 3 Elt c GA L1 LAp^2 - 3 Elt c GA L1<sup>2</sup> LAp)/(6 El Elt c GA)
> simplify(d1);
 -(2 L2 LAp c EI L1 - 2 L2 LAp c EI L0 - L2 LAp^{2} c EI + L2 c EIt L1^{2} - 2 L2 c EIt L1 LAp - L2 c EIt LBp1^{2}
               + 2 L2 c Elt L0 LAp + L2 c Elt LAp<sup>2</sup> + L2 LBp1<sup>2</sup> c EI - 2 EI Elt)/(2 c Elt El)
```

```
> simplify(d2);
```

```
Ll^{2} Elt + 2 El Ll LAp - 2 El L0 LAp + El LBpl^{2} - El LAp^{2} - 2 Elt Ll LAp + 2 Elt L0 LAp - Elt LBpl^{2} + Elt LAp^{2}
                                                    2 EI EIt
> d:=d0+X1*d1+x2*d2:
Απλοποίησεις - Έλεγχος
> unassign('lamda');
> d0sim:=(F/(6*EI))*(L1^3+lamda*(LAp^3+LBp1^3+3*LAp*(L1-L0)*(L1-L0-LAp))+3*EI/c) +
(0.5*F/GA)*(L1-LAp-LBp1);
dlsim:= -(1/(2*EI))*(L1^2*L2+lamda*L2*G1-2*EI/c);
d2sim:=-(1/(2*EI))*(L1^2+lamda*G1);
             F\left(Ll^{3} + lamda (LAp^{3} + LBpl^{3} + 3 LAp (Ll - L0) (Ll - L0 - LAp)\right) + \frac{3 El}{c} + \frac{0.5 F (Ll - LAp - LBpl)}{2}
     d0sim := -
                                              6 EI
                                                                                                      G4
                                 Ll^{2} L2 + lamda L2 (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBpl^{2} - LAp^{2}) - \frac{2 EI}{c}
                       dlsim := -
                                                                2 EI
                              d2sim := -\frac{LI^2 + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^2 - LAp^2)}{LI^2 + lamda (2 L1 LAp - 2 L0 LAp + LBp1^2 - LAp^2)}
                                                               2 EI
> lamda:=(EI-EIt)/EIt:
> simplify(d0-d0sim);
simplify(d1-d1sim);
simplify(d2-d2sim);
                                                            0
                                                            0
                                                            0
```

B.3 Φορέας σημειακής στήριξης

```
> restart;
Επίλυση φορέα (μία φορά υπερστατικός)
> MO(1) := (F/2)*(-L1 + x): MO(2) := 0:
M1(1) := L2:
                         M1(2) := L2-(x-L1):
F10 := (1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
(1/EIt)*int(M0(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M0(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) +
(1/EI)*int(MO(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + (F/2)/c:
F11 := (1/EI)*int(M1(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M1(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
(1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M1(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) +
(1/EI)*int(M1(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + 1/c:
F1s := F10 + x1*F11:
xx := solve({F1s=0}, {x1}):
X1 := rhs(xx[1]);
RForce := X1:
BForce := (F/2) + RForce:
MomentC := 0:
MomentA := -(F/2)*L1 + X1*L2:
MomentB := 0 + X1*L2:
```

```
XI := 3 F (-2 L2 LAp EI c L0 - L2 LAp^{2} EI c + 2 L2 LAp EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} - L2 EIt c LBp1^{2} + 2 L2 EIt c L0 LAp^{2} EI c L1 + L2 EIt c L1^{2} + 2 L2 EIt c L1^{2} 
                 + L2 EIt c LAp^{2} - 2 L2 EIt c L1 LAp + L2 LBp1^{2} EI c - 2 EI EIt) / (4 (3 L2^{2} LAp EI c + 3 L2^{2} EIt c L1
                 -3 L2^2 Elt c LBp1 - 3 L2^2 Elt c LAp + 3 L2^2 LBp1 El c + 3 LBp2 El c L2^2 - 3 LBp2^2 El c L2 + LBp2^3 El c + Elt c L2^3 El c + Elt c + E
                 -3 Elt c L2^2 LBp2 + 3 Elt c L2 LBp2^2 - Elt c LBp2^3 + 3 El Elt))
 Απλοποίησεις - Έλεγχος
> unassign('lamda');
> G1:=2*L1*LAp-2*L0*LAp+LBp1^2-LAp^2:
G2:=LAp+LBp1+LBp2:
s1:=c*(L1^2+lamda*G1):
s0:=-2*EI:
x1numer:=s1*L2+s0:
> q3:=c:
q2:=3*c*(L1+lamda*G2):
q1:=-3*c*lamda*LBp2^2:
q0:=3*EI+c*lamda*LBp2^3:
> x1denumer:=q3*L2^3+q2*L2^2+q1*L2+q0:
> lamda:=(EI-EIt)/EIt:
> simplify(X1-(3*F/4)*x1numer/x1denumer);
                                                                                                                                                   0
 Βέλος δ
> vM0(1):= M0(1)/(F/2):
vMO(2) := MO(2)/(F/2):
> d0 := (1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIL)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
 (1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
 (1/EIt)*int(M0(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M0(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) +
(1/EI)*int(MO(2)*vMO(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + (F/2)/c:
d1 := (1/EI)*int(M1(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
 (1/EI)*int(M1(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
 (1/EIt)*int(M1(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M1(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) +
 (1/EI)*int(M1(2)*vM0(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + 1/c:
> simplify(d0);
 F (3 LAp EI c L0<sup>2</sup> + 3 LAp<sup>2</sup> EI c L0 + LAp<sup>3</sup> EI c - 6 LAp EI c L1 L0 - 3 LAp<sup>2</sup> EI c L1 + 3 LAp EI c L1<sup>2</sup> + EIt c L1<sup>3</sup> - EIt c LBp1<sup>3</sup>
                  -3 Elt c L0<sup>2</sup> LAp -3 Elt c L0 LAp<sup>2</sup> - Elt c LAp<sup>3</sup> + 6 Elt c L1 L0 LAp + 3 Elt c L1 LAp<sup>2</sup> - 3 Elt c L1<sup>2</sup> LAp + LBp1^3 El c
                 + 3 EI EIt )/(6 EI EIt c)
> simplify(d1);
  -(-2 L2 LAp EI c L0 - L2 LAp^{2} EI c + 2 L2 LAp EI c L1 + L2 Elt c L1^{2} - L2 Elt c LBp1^{2} + 2 L2 Elt c L0 LAp + L2 Elt c LAp^{2}
                 -2 L2 EIt c L1 LAp + L2 LBp1<sup>2</sup> EI c - 2 EI EIt)/(2 EI EIt c)
> d:=d0+X1*d1:
 Απλοποίησεις - Έλεγχος
 > unassign('lamda');
d0simple:=(F/(6*EI))*(L1^3 + lamda*(LAp^3+LBp1^3+3*LAp*(L1-L0)*(L1-L0-LAp)) + 3*EI/c);
                                                                        F(L1^{3} + lamda(LAp^{3} + LBp1^{3} + 3LAp(L1 - L0)(L1 - L0 - LAp)) + \frac{3EI^{3}}{2}
                                           d0simple := -
                                                                                                                                                             6 EI
> dlsimple:=(-1/(2*EI))*((L1^2)*L2 + lamda*L2*G1 - 2*EI/c);
                                                                                     LI^{2}L2 + lamda L2 (2 LI LAp - 2 LO LAp + LBpl^{2} - LAp^{2}) - \frac{2 EI}{2}
                                                       d1simple := -
                                                                                                                                                                2 EI
```

> dsimple:=d0simple+X1*d1simple:

```
> lamda:=(EI-EIt)/EIt:
> simplify(d-dsimple);
0
```

B.4 Φορέας πλήρους αποκόλλησης

```
> restart;
Επίλυση φορέα (ισοστατικός)
> MO(1) := (F/2)*(-L1 + x): MO(2) := 0:
RForce := 0:
BForce := (F/2) :
MomentC := 0:
MomentA := -(F/2)*L1:
MomentB := 0 :
Βέλος δ
> vMO(1) := MO(1)/(F/2):
vMO(2):= MO(2)/(F/2):
> d := (1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*vM0(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) +
(1/EIt)*int(M0(1)*vM0(1),x=L1-LBp1...L1) + (1/EIt)*int(M0(2)*vM0(2),x=L1...L1+LBp2) +
(1/EI)*int(M0(2)*vM0(2),x=L1+LBp2...L1+L2) + (F/2)/c:
> simplify(d);
F(3 LAp EI c L0^{2} + 3 LAp^{2} EI c L0 + LAp^{3} EI c - 6 LAp EI c L1 L0 - 3 LAp^{2} EI c L1 + 3 LAp EI c L1^{2} + EIt c L1^{3} - EIt c LBp1^{3}
      -3 Elt c L0<sup>2</sup> LAp -3 Elt c L0 LAp<sup>2</sup> - Elt c LAp<sup>3</sup> + 6 Elt c L1 L0 LAp + 3 Elt c L1 LAp<sup>2</sup> - 3 Elt c L1<sup>2</sup> LAp + LBp1^3 El c
      + 3 EI EIt )/(6 EI EIt c)
Απλοποίησεις - Έλεγχος
> unassign('lamda');
G1:=2*L1*LAp-2*L0*LAp+LBp1^2-LAp^2:
G2:=LAp+LBp1+LBp2:
dsimple:=(F/(6*EI))*(L1^3 + lamda*(LAp^3+LBp1^3+3*LAp*(L1-L0)*(L1-L0-LAp)) + 3*EI/c);
                         F\left(Ll^{3} + lamda \left(LAp^{3} + LBpl^{3} + 3 LAp \left(Ll - L0\right) \left(Ll - L0 - LAp\right)\right) + \frac{3 El}{2}\right)
                dsimple :=
                                                          6 EI
> lamda:=(EI-EIt)/EIt:
> simplify(d-dsimple);
                                                      0
```

B.5 Φορέας μερικής επαφής με διατμητικές παραμορφώσεις

Επίλυση φορέα (δύο φορές υπερστατικός) > m0(1) := (F/2)*(-l1 + x): m0(2) := 0:

> restart;

```
M1(1) := L2:
                                                             M1(2) := L2-(x-L1):
M2(1) := 1:
                                                              M2(2) := 1:
V0(1) := F/2:
                                                              V0(2):=0:
V1(1) := 0:
                                                              V1(2):=-1:
V2(1) := 0:
                                                              V2(2):=0:
F10 := (1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIL)*int(M0(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M0(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M0(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M0(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) +
0.5*F/c:
F20 := (1/EI)*int(M0(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M0(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M0(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M0(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M0(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M0(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F11 := (1/EI)*int(M1(1)*M1(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L0...L0+LAp) +
(1/EI)*int(M1(1)*M1(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M1(1)*M1(1),x=L1-LBp1...L1) +
(1/EIt)*int(M1(2)*M1(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M1(2)*M1(2),x=L1+LBp2...L1+L2) +1/c
+ (1/GAt)*int(V1(2)*V1(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/GA)*int(V1(2)*V1(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F22 := (1/EI)*int(M2(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M2(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp)
(1/EI)*int(M2(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M2(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M2(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M2(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F12 := (1/EI)*int(M1(1)*M2(1),x=0...L0) + (1/EIt)*int(M1(1)*M2(1),x=L0...L0+LAp) -
(1/EI)*int(M1(1)*M2(1),x=L0+LAp...L1-LBp1) + (1/EIt)*int(M1(1)*M2(1),x=L1-LBp1...L1)
+(1/EIt)*int(M1(2)*M2(2),x=L1...L1+LBp2) + (1/EI)*int(M1(2)*M2(2),x=L1+LBp2...L1+L2):
F1s := F10 + x1*F11 + x2*F12:
F2s := F20 + x1*F12 + x2*F22:
xx := solve({F1s=0, F2s=0}, {x1, x2}):
if (lhs(xx[1])=x1) then
         X1 := rhs(xx[1]);
         X2 := rhs(xx[2]);
 else
         X1 := rhs(xx[2]):
         X2 := rhs(xx[1]);
 end if;
RForce := X1:
BForce := 0.5*F + RForce:
MomentC := X2:
MomentA := -0.5*F*L1 + X1*L2 + X2*1:
MomentB := 0
                                        + X1*L2 + X2*1:
 XI := 1.50000000 \ F \ GAt \ GA \ (-4. \ Elt^2 \ LI \ El + 4. \ Elt^2 \ LBp1 \ El + 4. \ Elt^2 \ LAp \ El - 4. \ LAp \ El^2 \ Elt - 4. \ LBp2 \ El^2 \ Elt \ Elt^2 \ Elt \ Elt^2 \ E
             + L2^{2} EIt LBp1^{2} EI c - 4. L2 EIt^{2} EI - 1. L2<sup>2</sup> EIt LAp^{2} EI c - 2. L2<sup>2</sup> EIt LAp EI c L0 + 2. L2<sup>2</sup> EIt LAp EI c L1
             + L2^{2} Elt^{2} c L1^{2} - 1. L2^{2} Elt^{2} c LBp1^{2} + 2. L2^{2} Elt^{2} c L0 LAp + L2^{2} Elt^{2} c LAp^{2} - 2. L2^{2} Elt^{2} c L1 LAp + 4. Elt^{2} LBp2 Elt^{2} c L1^{2} - 1. L2^{2} Elt^{2} - 1. L2^{
             -4. LBp1 EI<sup>2</sup> EIt -2. c LBp2<sup>2</sup> EI<sup>2</sup> LAp L0 +2. c LBp2<sup>2</sup> EI<sup>2</sup> LAp L1 +4. c LBp2<sup>2</sup> EI EIt L0 LAp
             -4. c LBp2^2 EI EIt L1 LAp + c LBp2^2 EI EIt L1^2 - 2. c LBp2^2 EI EIt LBp1^2 + 2. c LBp2^2 EI EIt LAp^2
             -1. c \ LBp2^2 \ El^2 \ LAp^2 + c \ LBp2^2 \ El^2 \ LBp1^2 - 2. \ c \ Elt^2 \ LBp2^2 \ L0 \ LAp + 2. \ c \ Elt^2 \ LBp2^2 \ L1 \ LAp - 1. \ c \ Elt^2 \ LBp2^2 \ L1^2
             + c Elt^{2} LBp2^{2} LBp1^{2} - 1. c Elt^{2} LBp2^{2} LAp^{2}) / (4. Elt L1 LBp2^{3} El c GAt GA + 4. Elt^{2} L1 c GAt GA L2^{3})
             -4. Elt<sup>2</sup> L1 c GAt GA LBp2<sup>3</sup> + 12. Elt<sup>2</sup> L1 EI GAt GA + 12. Elt<sup>2</sup> L1 LBp2 El c GA - 12. Elt<sup>2</sup> LBp1 EI GAt GA
             + 12. Elt^2 LI EI c GAt L2 - 12. Elt^2 LI EI c GAt LBp2 - 12. Elt^2 LBp1 LBp2 EI c GA - 8. Elt LBp1 LBp2^3 EI c GAt GA
             - 4. Elt<sup>2</sup> LBp1 c GAt GA L2<sup>3</sup> + 4. Elt<sup>2</sup> LBp1 c GAt GA LBp2<sup>3</sup> - 8. Elt LAp LBp2<sup>3</sup> El c GAt GA
             -12, Elt^2 LBp1 El c GAt L2 + 12, Elt^2 LBp1 El c GAt LBp2 + 4, LAp El^2 LBp2^3 c GAt GA - 4, Elt^2 LAp c GAt GA L2^3
             + 4. EH^2 LAp c GAt GA LBp2^3 - 12. EIt^2 LAp EI GAt GA - 12. EIt^2 LAp LBp2 EI c GA - 12. EIt^2 LAp EI c GAt L2
             + 12. EIt^2 LAp EI c GAt LBp2 + 4. LBp2 EI EIt c GAt GA L2^3 - 2. LBp2^4 EI EIt c GAt GA + 4. LAp EI EIt c GAt GA L2^3
             + 12. LAp EI^2 EIt GAt GA + 12. LAp EI^2 LBp2 EIt c GA + 12. LAp EI^2 EIt c GAt L2 - 12. LAp EI^2 EIt c GAt LBp2
             + LBp2^4 EI^2 c GAt GA - 4. L2 EIt^2 c GAt GA LBp2^3 + 12. L2 EIt^2 EI GAt GA + 12. L2 EIt^2 LBp2 EI c GA
             + 12. L2^{2} Elt^{2} El c GAt - 24. L2 Elt^{2} El c GAt LBp2 - 6. LBp2^{2} El Elt c GAt GA L2^{2} + 4. LBp2^{3} El Elt c GAt GA L2
             + 12. LBp2 EI^2 EIt GAt GA + 12. LBp2^2 EI^2 EIt c GA + 12. LBp2 EI^2 EIt c GAt L2 - 12. LBp2^2 EI^2 EIt c GAt
             + 4. L^{23} Elt LBp1 El c GAt GA + L^{24} Elt<sup>2</sup> c GAt GA - 4. L^{23} Elt<sup>2</sup> c GAt GA LBp2 + 6. L^{22} Elt<sup>2</sup> c GAt GA LBp2<sup>2</sup>
              + Elt^2 LBp2^4 c GAt GA - 12. Elt^2 LBp2 El GAt GA - 12. Elt^2 LBp2^2 El c GA + 12. Elt^2 LBp2^2 El c GAt
              + 4. LBp1 EI^2 LBp2^3 c GAt GA + 12. LBp1 EI^2 EIt GAt GA + 12. LBp1 EI^2 LBp2 EIt c GA + 12. LBp1 EI^2 EIt c GAt L2
               -12. LBp1 EI<sup>2</sup> EIt c GAt LBp2)
```

 $X2 := 0.500000000 (-1. GAt GA L2^{3} LAp^{2} Elt^{2} c + 3. GAt GA L2 LAp^{2} c Elt^{2} LBp^{2} + 2. GAt GA L2^{3} Elt^{2} L1 LAp c$ $- 6. GAt GA L2 EIt^{2} L1 c LBp2^{2} LAp + 4. LAp EIt^{2} L1 c GAt GA LBp2^{3} - 2. LAp^{2} EIt^{2} c GAt GA LBp2^{3}$ + 6. GAt GA L2 Elt^2 c $LBp2^2$ L0 LAp + 3. GAt GA L2 Elt^2 c $LBp2^2$ L1² – 4. LAp L0 Elt^2 c GAt GA $LBp2^3$ -2. $GAt GA L2^3 Elt^2 LAp c L0 - 1$. $GAt GA L2^3 Elt^2 c L1^2 - 2$. $Elt^2 L1^2 LBp2^3 c GAt GA - 2$. $El^2 LAp^2 LBp2^3 c GAt GA$ $- 6. EI^2 GAt GA L2 c LBp2^2 LAp L1 + 12. EI^2 GAt GA L2 EIt LAp + 3. EI^2 GAt GA L2 LAp^2 c LBp2^2$ + 6. $EI^2 LAp^2 EIt c GAt LBp2 - 6$. $EI^2 LAp^2 EIt GAt GA - 6$. $EI^2 LAp^2 LBp2 EIt c GA + 12$. $EI^2 GAt GA L2 LBp2 EIt$ + 12. $El^2 LAp LI Elt c GAt L2 - 12$. $El^2 LAp LI Elt c GAt LBp2 - 6$. $El^2 GAt GA LBp2^2 Elt - 6$. $El^2 LAp^2 Elt c GAt L2$ + 6. EI^2 GAt GA L2 c LBp2² LAp L0 – 4. EI^2 LAp L0 LBp2³ c GAt GA – 12. EI^2 LAp L0 EIt GAt GA -12. $EI^2 LAp L0 LBp2 EIt c GA - 12$. $EI^2 LAp L0 EIt c GAt L2 + 12$. $EI^2 LAp L0 EIt c GAt LBp2$ $+ 4. EI^2 LAp L1 LBp2^3 c GAt GA + 12. EI^2 LAp L1 EIt GAt GA + 12. EI^2 LAp L1 LBp2 EIt c GA + 6. EI LAp^2 EIt^2 GAt GA$ + 6. EI GAt GA $LBp2^2$ Elt² + 6. EI GAt GA $L2^2$ Elt² + 6. EI Elt² $L1^2$ GAt GA + EI GAt GA $L2^3$ LAp^2 Elt c - 6. EI GAt GA L2 LAp² c LBp2² EIt + 4. EI LAp² EIt LBp2³ c GAt GA + 12. EI GAt GA L2 EIt L1 c LBp2² LAp -12. EI LAp EIt² L1 LBp2 c GA -12. EI LAp EIt² L1 c GAt L2 -8. EI LAp EIt L1 LBp2³ c GAt GA - 12. EI LAP EIt² L1 GAt GA - 6. EI LAP² Elt² c GAt LBp2 + 12. EI LAP EIt² L1 c GAt LBp2 + 6. EI LAP² Elt² LBp2 c GA + 6. $EI LAp^2 EIt^2 c GAt L2 - 12$. $EI LAp L2 EIt^2 GAt GA + 12$. $EI GAt GA L2 EIt^2 L1$ - 12. EI GAt GA L2 EIt c LBp2² LAp L0 - 12. EI GAt GA L2 EIt² LBp2 + 12. EI LAp L0 EIt² c GAt L2 -12. EI LAp L0 EIt² c GAt LBp2 + 12. EI LAp L0 EIt² GAt GA + 2. EI GAt GA L2³ EIt LAp c L0 - 2. EI GAt GA L2³ EIt LAp c L1 - 3. EI GAt GA L2 c LBp2² EIt L1² + 12. EI LAp L0 EIt² LBp2 c GA + 8. EI LAp L0 EIt LBp2³ c GAt GA + 6. EI EIt² L1² c GAt L2 - 6. EI EIt² L1² c GAt LBp2 + 2. EI EIt $L1^2 LBp2^3 c GAt GA$ + 6. EI EIt² $L1^2 LBp2 c GA$ - 3. $LBp1^2 EI^2 GAt GA L2 c LBp2^2$ + 2. $LBp1^2 EI^2 LBp2^3 c GAt GA + 6$. $LBp1^2 EI^2 EIt GAt GA + 6$. $LBp1^2 EI^2 LBp2 EIt c GA + 6$. $LBp1^2 EI^2 EIt c GAt L2$ - 6. LBp1² El² Elt c GAt LBp2 - 6. LBp1² L2 Elt² El c GAt + 6. LBp1² Elt² El c GAt LBp2 - 6. LBp1² Elt² LBp2 El c GA + 6. $LBp1^2 EI EIt c GAt GA L2 LBp2^2 - 1$. $LBp1^2 EI EIt c GAt GA L2^3 - 4$. $LBp1^2 EIt LBp2^3 EI c GAt GA$ $- 6. LBp1^{2} EIt^{2} EI GAt GA - 3. LBp1^{2} GAt GA L2 EIt^{2} c LBp2^{2} + LBp1^{2} L2^{3} EIt^{2} c GAt GA$ + 2. $LBp1^2 EIt^2 c GAt GA LBp2^3$ + 12. $LBp1 L2 EIt GAt GA EI^2$ – 12. $LBp1 L2 EIt^2 EI GAt GA) F / ($ 4. EIt L1 LBp2³ EI c GAt GA + 4. EIt² L1 c GAt GA L2³ – 4. EIt² L1 c GAt GA LBp2³ + 12. EIt² L1 EI GAt GA + 12. Elt^2 L1 LBp2 EI c GA - 12. Elt^2 LBp1 EI GAt GA + 12. Elt^2 L1 EI c GAt L2 - 12. Elt^2 L1 EI c GAt LBp2 - 12. Elt² LBp1 LBp2 El c GA - 8. Elt LBp1 LBp2³ El c GAt GA - 4. Elt² LBp1 c GAt GA L2³ + 4. $Elt^2 LBp1 c GAt GA LBp2^3 - 8$. $Elt LAp LBp2^3 El c GAt GA - 12$. $Elt^2 LBp1 El c GAt L2$ + 12. $Elt^2 LBpl El c GAt LBp2$ + 4. $LAp El^2 LBp2^3 c GAt GA - 4$. $Elt^2 LAp c GAt GA L2^3 + 4$. $Elt^2 LAp c GAt GA LBp2^3$ -12. Elt² LAp EI GAt GA -12. Elt² LAp LBp2 EI c GA -12. Elt² LAp EI c GAt L2 +12. Elt² LAp EI c GAt LBp2 + 4. LBp2 EI EIt c GAt GA L2³ - 2. LBp2⁴ EI EIt c GAt GA + 4. LAp EI EIt c GAt GA L2³ + 12. LAp EI² EIt GAt GA + 12. $LAp El^2 LBp2 Elt c GA + 12$. $LAp El^2 Elt c GAt L2 - 12$. $LAp El^2 Elt c GAt LBp2 + LBp2^4 El^2 c GAt GA$ -4. L2 Elt² c GAt GA LBp2³ + 12. L2 Elt² El GAt GA + 12. L2 Elt² LBp2 El c GA + 12. L2² Elt² El c GAt -24. L2 Elt² El c GAt LBp2 -6. LBp2² El Elt c GAt GA L2² +4. LBp2³ El Elt c GAt GA L2 +12. LBp2 El² Elt GAt GA + 12. $LBp2^2 El^2 Elt c GA + 12$. $LBp2 El^2 Elt c GAt L2 - 12$. $LBp2^2 El^2 Elt c GAt + 4$. $L2^3 Elt LBp1 El c GAt GA$ $+ L2^4 Elt^2 c GAt GA - 4. L2^3 Elt^2 c GAt GA LBp2 + 6. L2^2 Elt^2 c GAt GA LBp2^2 + Elt^2 LBp2^4 c GAt GA$ -12. $Elt^2 LBp2 El GAt GA - 12$. $Elt^2 LBp2^2 El c GA + 12$. $Elt^2 LBp2^2 El c GAt + 4$. $LBp1 El^2 LBp2^3 c GAt GA$ + 12. LBp1 El^2 Elt GAt GA + 12. LBp1 El^2 LBp2 Elt c GA + 12. LBp1 El^2 Elt c GAt L2 - 12. LBp1 El^2 Elt c GAt LBp2)
Βιβλιογραφία

Abdalla KM, Chen WF (1995):

Expanded database of semi-rigid steel connections. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.56(4), pp.553-564

Abolmaali A, Kukreti AR, Razavi H (2003):

Hysteresis behaviour of semi-rigid double web angle steel connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.59, pp.1057-1082

Abolmaali A, Matthys JH, Farooqi M, Choi Y (2005):

Development of moment-rotation model equations for flush end-plate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.61, pp.1595-1612

Adey BT, Grondin GY, Cheng JJR (1998):

Extended end plate connections under cyclic loading. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.46(1-3), pp.435-436

ADINA R&D (2005):

ADINA theory and modeling guide - Volume 1: ADINA solids and structures – Report ARD 05-7. ADINA R&D Inc., Watertown, Massachusetts, USA

Agerskov H (1976):

High-strength bolted connections subject to prying. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.102(2), pp.161-175

Aggarwal AK (1994):

Comparative tests on endplate beam-to-column connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.30, pp.151-175

Ahmed A, Kishi N, Matsuoka K, Komuro M (2001):

Nonlinear analysis on prying of top- and seat angle connections. *Journal of Applied Mechanics*, Vol.4, pp.227-236

Aribert JM, Lachal A (1977):

Etude elasto-plastique par analyse des contraintes de la compression locale sur l'ame d'un profile. *Construction Metallique,* Vol.4, pp. 51-66

Aribert JM, Lachal A, El Nawawy O (1981):

Modelisation elasto-plastique de la resistance d'un profile en compression locale. *Construction Metallique*, Vol.2, pp. 3-26

Aribert JM, Lachal A, Moheissen M (1990):

Interaction du voilement et de la resistance plastique de l'ame d'un profile lamine soumis a une double compression locale (nuance dacier allant jusqu'a FeE460). *Construction Metallique*, Vol.2, pp. 3-23

Aribert JM, Braham M, Lachal A (2004):

Testing of "simple" joints and their characterisation for structural analysis. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.60, pp. 659-681

ATC - Applied Technology Council (1992):

Guidelines for seismic testing of components of steel structures. Report ATC-24, Applied Technology Council, Redwood City, California, USA

Attiogbe G, Morris G (1991):

Moment-rotation functions for steel connections. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.117(6), pp.1703-1718

Azizinamini A (1985):

Cyclic characteristics of bolted semi-rigid steel beam-to-column connections. Dissertation, University of South Carolina, Columbia, USA.

Azizinamini A, Bradburn JH, Radziminski JB (1987):

Initial stiffness of semi-rigid steel beam-to-column connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.8, pp.71-90

Azizinamini A, Radziminski JB (1989):

Static and cyclic performance of semirigid steel beam-to-column connections. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.115(12), pp.2979-2999

Bathe KJ (1996):

Finite element procedures. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA

Beg D, Zupancic E, Vayas I (2003):

On the rotation capacity of moment connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.60, pp.601-620

Beg D, Zupancic E (2004):

Statistical evaluation of rotation capacity of moment connections. 5th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Amsterdam, The Netherlands.

Bernuzzi C, Zandonini R, Zanon P (1996):

Experimental analysis and modelling of semi-rigid steel joints under cyclic reversal loading. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.38(2), pp.95-123

Boender E, Stark J, Steenhuis M (1996):

The required rotation capacity of joints in braced steel frames. International colloquium on semi-rigid structural connections, IABSE, Istanbul, Turkey

Bose B, Wang ZM, Sarkar S (1997):

Finite element analysis of unstiffened flush end-plate bolted joints. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.123(12), pp.1614-1621

Bose B (1998):

Design resistance of unstiffened column web subject to transverse compression in beam-to-column joints.

Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.45(1), pp.1-15

Braun C (1987):

Das Momenten-Rotationsverhalten von geschweißten, steifen-losen Rahmenknoten bei Querkraftbeanspruchung. Dissertation, Universitat Innsbruk, Innsbruk, Austria (in german).

Broderick BM, Thomson AW (2002):

The response of flush end-plate joints under earthquake loading. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.58, pp.1161-1175

Bursi OS, Jaspart JP (1997):

Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.43(1-3), pp.17-42

Bursi OS, Jaspart JP (1997 β):

Calibration of a finite element model for isolated bolted end-plate steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.44(3), pp.225-262

Bursi OS, Jaspart JP (1998):

Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.69, pp.361-382

Calado L, Silva LS, Simoes R (2000):

Cyclic behaviour of steel and composite beam-to-column joints. 4th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Roanoke, USA.

Castro JM, Elghazouli AY, Izzuddin BA (2005):

Modelling of the panel zone in steel and composite moment frames. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.27, pp.129-144

CEN - Comité Européen de Normalisation (1997):

Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.1 – Revised Annex J: Joints in building frames, Brussels, Belgium

CEN - Comité Européen de Normalisation (2003):

Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.8: Design of joints (prEN 1993-1-8:2003), Stage 49 Draft, Brussels, Belgium

CEN - Comité Européen de Normalisation (2003 β):

Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings (prEN 1993-1-1:2003), Stage 49 Draft, Brussels, Belgium

Cerfontaine F, Jaspart JP (2002):

Analytical study of the interaction between bending and axial force in bolted joints. Eurosteel 2002 – Third European conference on steel structures, Coimbra, Portugal

Cerfontaine F, Jaspart JP (2005):

Resistance of joints submitted to combined axial force and bending – Analytical procedures and comparison with laboratory tests. Eurosteel 2005 - 4th European conference on steel and composite structures, Maastricht, The

Eurosteel 2005 - 4th European conference on steel and composite structures, Maastricht, The Netherlands

Chen WF, Newlin DE (1973):

Column web strength in beam-to-column connections. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.99(9), pp.1978

Chen WF, Kishi N (1987):

Moment-rotation relation of top- and seat-angle connections. Structural Engineering Report CE-STR-87-4, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Chen WF, Han DJ (1988):

Plasticity for structural engineers. Springer-Verlag, New York, USA

Chisala ML (1999):

Modelling M-φ curves for standard beam-to-column connections. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.21, pp.1066-1075

Choi CK, Chung GT (1996):

Refined three-dimensional finite element model for end-plate connection. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.122(11), pp.1307-1316

Citipitioglu AM, Haj-Ali RM, White DW (2002):

Refined 3D finite element modeling of partially restrained connections including slip. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.58, pp.995-1013

Coelho AMG (2004):

Characterization of the ductility of bolted end plate beam-to-column steel connections. Dissertation, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.

Coelho AMG, Silva LS, Bijlaard FSK (2004):

Characterization of the nonlinear behaviour of single bolted T-Stub connections. 5th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Amsterdam, The Netherlands.

Coelho AMG, Bijlaard FSK, Silva LS, (2004 β):

Experimental assessment of the ductility of extended end plate connections. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.26, pp.1185-1206.

Coelho AMG, Bijlaard FSK, Gresnigt N, Silva LS (2004 γ):

Experimental assessment of the behavior of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.60, pp.269-311.

Coelho AMG, Silva LS, Bijlaard FSK (2005):

Ductility analysis of end plate beam-to-column joints. Eurosteel 2005 - 4th European conference on steel and composite structures, Maastricht, The Netherlands

Davison JB, Kirby PA, Nethercot DA (1987):

Rotational stiffness characteristics of steel beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.8, pp.17-54.

Davison JB, Kirby PA, Nethercot DA (1987 β):

Effect of lack of fit on connection restraint. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.8, pp.55-69.

Dubina D, Ciutina A, Stratan A (2000):

Cyclic tests on bolted steel double-sided beam-to-column joints. 4th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Roanoke, USA.

Dubina D, Ciutina A, Stratan A (2001):

Cyclic tests on bolted double-sided beam-to-column joints. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.127(2), pp.129-136.

ECCS – European Convention for Constructional Steelwork (1986):

Recommended testing procedures for assessing the behaviour of structural elements under cyclic loads.

Technical committee 1, TWG 1.3 - Seismic design, No. 45

Elnashai AS, Elghazouli AY (1994):

Seismic behaviour of semi-rigid steel frames. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.29, pp.149-174.

Elnashai AS, Elghazouli AY, Denesh-Astiani FA (1998):

Response of semirigid steel frames to cyclic and earthquake loads. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.124(8), pp.857-867.

Faella C, Piluso V, Rizanno G (1996):

Prediction of the flexural resistance of bolted connections with angles. International colloquium on semi-rigid structural connections, IABSE, Istanbul, Turkey

Faella C, Piluso V, Rizanno G (1998):

Experimental analysis of bolted connections: snug versus preloaded bolts. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.124(7), pp.765-774

Faella C, Piluso V, Rizanno G (2000):

Structural steel semirigid connections – Theory, design and software. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA

Folley CM, Vinnakota S (1995):

Towards design office moment-rotation curves for end-plate beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.35, pp.217-253

Frye MJ, Morris GA (1975):

Analysis of flexibly connected steel frames. Canadian journal of Civil Engineering, Vol.2, pp.280-291

Gantes CJ, Lemonis ME (2003):

Influence of equivalent bolt length in finite element modeling of T-stub steel connections. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.81, pp.595-604

Gebbeken N, Rothert H, Binder B (1994):

On the numerical analysis of endplate connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.30, pp.177-196

Ghobarah A, Osman A, Korol RM (1990):

behaviour of extended end-plate connections under cyclic loading. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.12, pp.15-27

Goverdhan AV (1983):

A collection of experimental moment-rotation curves and evaluation of prediction equations for semirigid connections. Master's thesis, Vanderbilt University, Nashville, USA.

Grogan W, Surtees JO (1999):

Experimental behaviour of end plate connections reinforced with bolted backing angles. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.50, pp.71-96

Hong K, Yang JG, Lee SK (2002):

Moment-rotation behaviour of double angle connections subjected to shear load. *Engineering structures*, Elsevier, Vol.24, pp.125-132

Huber G, Tschemmernegg F (1998):

Modeling of beam-to-column joints. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.45(2), pp.199-216

Ivanyi M (2000):

Full-scale tests of steel frames with semi-rigid connections. *Engineering structures*, Elsevier, Vol.22, pp.168-179

Jaspart JP (1991):

Etude de la semi-rigidite des noeuds pouter-colonne et son influence sur la resistance des ossatures en acier.

Dissertation, Université de Liège, Liege, Belgium (in french).

Jaspart JP, Macquoi R (1995):

Effect of bolt preloading on joint behaviour. Eurosteel 1995 – First European conference on steel structures, Athens, Greece

Jaspart JP (1997):

Contributions to recent advances in the field of steel joints - Column bases and further configurations for beam-to-column joints and beam splices. Thèse d'agrégé de l'enseignement supérieur, Université de Liège, Liege, Belgium.

Jaspart JP, Mac B, Cerfontaine F (1999):

Strength of joints subject to combined action of bending moments and axial forces. Eurosteel 1999 – Second European conference on steel structures, Prague, Czech Republic

Jones SW, Kirby PA, Nethercot DA (1980):

Effect of semi-rigid connections on steel column strength. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.1, pp.38-46

Kim KD, Engelhardt MD (2002):

Monotonic and cyclic loading models for panel zones in steel moment frames. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.58, pp.605-635

Kishi N, Chen WF (1986):

Steel connection data bank program. Structural Engineering Report CE-STR-86-18, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Kishi N, Chen WF (1986 β):

Database of steel beam-to-column connections – Vol. I & II. Structural Engineering Report CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Kishi N, Chen WF, Matsuoka KG, Nomachi SG (1987):

Moment-rotation relation of top- and seat- angle with double web-angle connections. Structural Engineering Report CE-STR-87-16, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Kishi N, Chen WF, Matsuoka KG, Nomachi SG (1987 β):

Moment-rotation relation of single/double web-angle connections. Structural Engineering Report CE-STR-87-18, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Kishi N, Chen WF (1987):

Moment-rotation relations of semi-rigid connections. Structural Engineering Report CE-STR-87-29, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Kishi N, Chen WF (1990):

Moment-rotation relations of semirigid connections with angles. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116(7), pp.1813-1834

Kishi N, Ahmed A, Yabuki N, Chen WF (2001):

Nonlinear finite element analysis of top- and seat-angle with double web-angle connections. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.12(2), pp.201-214

Klein H, (1985):

Das elastisch-plastische Last-Verformungsverhalten M-steifenloser, geschweißter Knoten für die Berechnung von Stahlahmen mit HEB-Stützen. Dissertation, Universitat Innsbruk, Innsbruk, Austria (in german).

Komuro M, Kishi N, Chen WF (2004):

Elasto-plastic FE analysis on moment-rotation relations of top- and seat-angle connections. 5th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Amsterdam, The Netherlands.

Korol RM, Ghobarah A, Osman A (1990):

Extended end-plate connections under cyclic loading: behaviour and design. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.16, pp.253-280

Krawinkler H, Bertero VV, Popov EP (1975):

Shear behaviour of steel frame joints. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.101(11), pp.2317-2336

Krishnamurthy N, Graddy DE (1976):

Correlation between 2- and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.6, pp.381-389

Krishnamurthy N, Huang H, Jeffrey PK, Avery LK (1979):

Analytical M-φ curves for end-plate connections. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.105(1), pp.133-145

Kuhlmann U, Kühnemund F (2000):

Procedures to verify rotation capacity. Semi-rigid joints in structural steelwork, CISM courses and lectures – No.419, editors: Ivanyi M, Baniotopoulos CC, Springer-Verlag, Wien-New York, Austria-USA

Kühnemund F (2002):

Zum Rotationsnachweis nachgiebiger Knoten im Stahlbau. Dissertation, Universitat Stuttgart, Stuttgart, Germany (in german)

Kukreti AR, Murray TM, Abolmaali A (1987):

End-plate connection moment-rotation relationship. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.8, pp.137-157.

Kukreti AR, Abolmaali AS (1999):

Moment-rotation hysteresis behavior of top and seat angle steel frame connections. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.125(8), pp.810-820.

Kulak GL, Fisher JW, Struik JHA (1987-2001):

Guide to design criteria for bolted and riveted joints – Second edition. Wiley, New York, USA (1st Ed., 1987) - American Institute of Steel Construction, Chicago, USA (2nd Ed., 2001)

Lee SS, Moon TS (2002):

Moment –rotation model of semi-rigid connections with angles. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.24, pp.227-237

Lemonis ME, Gantes CJ (2006):

Incremental modeling of T-stub connections. Journal of Mechanics of Materials and Structures, Mathematical Sciences Publishers, (in press)

Li TO, Choo BS, Nethercot DA (1995):

Determination of rotation capacity requirements for steel and composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.32, pp.303-332.

Lima LRO, Silva LS, Vellasco PCG, Andrade SAL (2004):

Experimental evaluation of extended endplate beam-to-column joints subjected to bending and axial force.

Engineering Structures, Elsevier, Vol.26, pp.1333-1347

Maggi YI, Goncalves RM, Leon RT, Ribeiro LFL (2005):

Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.61, pp.689-708

Mann AP, Morris LJ (1979):

Limit design of extended end-plate connections. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.105(3), pp. 511-526

Masika RJ, Dunai L (1995):

Behaviour of bolted end-plate portal frame joints. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.32, pp.207-225.

McGuire (1988):

Introduction. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.10, pp.1-35

Mistakidis ES, Baniotopoulos CC, Bisbos CD, Panagiotopoulos PD (1997):

Steel T-stub connections under static loading modeling: an effective 2-D numerical model *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.44, pp.51-67

Mistakidis ES, Baniotopoulos CC, Panagiotopoulos PD (1998):

An effective two-dimensional numerical method for the analysis of a class of steel connections *Computational Mechanics*, Springer Verlag, Vol.21, pp.363-371

Moore DB, Sims PAC (1986):

Preliminary investigations into the behaviour of extended end-plate steel connections with backing plates.

Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.6, pp.95-122.

Nethercot DA (1985):

Steel beam-to-column connections: a review of test data and its applicability to the evaluation of joint behaviour in the performance of steel frames. CIRIA report, PR338.

Packer JA, Morris LJ (1977):

A limit state design method for the tension region of bolted beam-column connections. *The Structural Engineer*, Vol.55(10), pp. 446-458

Piluso V, Faella C, Rizanno G (2001):

Ultimate behavior of bolted T-Stubs. I: Theoretical model Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.127(6), pp.686-693

Piluso V, Faella C, Rizanno G (2001 β):

Ultimate behavior of bolted T-Stubs. II: Model validation Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.127(6), pp.694-704

Popov EP, Takhirov SM (2002):

Bolted large seismic steel beam-to-column connections Part 1: experimental study. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.24, pp.1523-1534

Pucinotti R (2001):

Top-and-seat and web angle connections: prediction via mechanical model. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.57, pp.661-694.

RCSC – Research Council on Structural Connections (2004):

Specifications for structural joints using ASTM A325 or A490 bolts. Research Council on Structural Connections, Chicago, USA.

Ribeiro LFL, Goncalves RM, Castiglioni CA (1998):

Beam-to-column end plate connections – an experimental analysis. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.46(1-3), pp.264-266.

SAC (2000):

Seismic design criteria for new moment-resisting steel construction. Report No. FEMA 350, SAC joint venture, Sacramento, California, USA.

Shi YJ, Chan SL, Wong YL (1996):

Modeling for moment-rotation characteristics for end-plate connections. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.122(11), pp.1300-1306.

Silva LS, Coelho AG, Neto EL (2000):

Equivalent post-buckling models for the flexural behaviour of steel connections. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.77, pp.615-624

Silva LS, Coelho AG (2001):

A ductility model for steel connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.57, pp.45-70.

Silva LS, Coelho AG (2001 β):

An analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.79, pp.873-881.

Silva LS, Santiago A, Real PV (2002):

Post-limit stiffness and ductility of end-plate beam-to-column steel joints. *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.80, pp.515-531.

Sokol Z, Wald F, Delabre V, Muzeau JP, Svarc M (2002):

Design of end plate joints subject to moment and normal force. Eurosteel 2002 – Third European conference on steel structures, Coimbra, Portugal.

Stankiewicz (2002):

Experimental tests of T-stub joints and refined finite element method computer model. Eurosteel 2002 – Third European conference on steel structures, Coimbra, Portugal

Stark JWB, Bijlaard FSK (1988):

Design rules for beam-to-column connections in Europe. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.10, pp.415-462.

Sumner EA, Mays TW, Murray TM (2000):

End-plate moment connections: test results and finite element method validation. 4th International workshop on connections – Connections in steel structures: behaviour, strength and design, Roanoke, USA.

Sumner EA, Murray TM (2002):

Behavior of extended end-plate moment connections subject to cyclic loading. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.128(4), pp.501-508

Swanson JA (1999):

Characterization of the strength, stiffness and ductility behavior T-stub connections. Dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.

Swanson JA, Leon RT (2000):

Bolted steel connection: tests on T-stub components. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.126(1), pp.50-56

Swanson JA, Leon RT (2001):

Stiffness modeling of bolted T-stub connection components. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.127(5), pp.498-505

Swanson JA, Kokan DS, Leon RT (2002):

Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.58, pp.1015-1031

Tschemmernegg F, Humer C (1988):

The design of structural steel frames under consideration of the nonlinear behaviour of joints. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.11, pp.73-103

Tschemmernegg F, Humer C (1988 β):

A non-linear model for the design of structural steel frames. *Costruzioni Metalliche*, Vol.1

Vayas I, Zupancic E, Beg D (2003):

Rotationskapazität von Knoten in Rahmen aus Stahl - Verformbarkeit der Komponenten. *Bauingenieur*, Springer Verlag, Vol.1/2-2003, pp.44-52 (in german)

Wald F, Svarc M (2001):

Experiments with end plate joints subject to moment and normal force. Contributions to experimental investigation of engineering materials and structures - CTU Reports No:2-3: Prague, Czech Republic.

Wanzek T, Gebbeken N (1999):

Numerical aspects for the simulations of end plate connections. Numerical simulation of semi-rigid connections by the finite element method - COST C1: Report of working group 6, Brussels, Luxembourg, editor: Virdi KS.

Weynand K (1992):

SERICON – Databank on joints in building frames. Proceedings of the 1st COST C1 workshop, Strasbourg, France.

Weynand K, Jaspart JP, Steenhuis M (1995):

The stiffness model of revised Annex J of Eurocode 3. Connections in steel structures III - Proceedings of the 3rd international workshop on connections in steel structures, Trento, Italy, editors: Bjorhovde R, Colson A, Zandonini R.

Weynand K, Jaspart JP, Steenhuis M (1998):

Economy studies of steel building frames with semi-rigid joints. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.46(1-3), paper 063

Wilson WM, Moore HF (1917):

Tests to determine the rigidity of riveted joints in steel structures Bulletin no. 104, Engineering experiment station, University of Illinois, Urbana, USA.

Witteveen J, Stark JWB, Bijlaard FSK, Zoetemeijer P (1982):

Welded and bolted beam-to-column connections. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.108(2), pp.433-455.

Wu FH, Chen WF (1989):

A design model for semi-rigid connections. Structural Engineering Report CE-STR-89-1, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA

Wu FH, Chen WF (1990): A design model for semi-rigid connections. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.12, pp.88-97

Yee YL, Melchers RE (1986):

Moment-rotation curves for bolted connections. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.112(3), pp.615-635

Yorgun C, Bayramoglu G (2001):

Cyclic tests for welded-plate sections with end-plate connections. Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol.57, pp.1309-1320.

Zoetemeijer P (1974):

A design method for the tension side of statically loaded, bolted beam-to-column connections. *Heron*, Vol.20(1), pp.1-59.

Zoetemeijer P (1990):

Summary of the research on bolted beam-to-column connections. TU-Delft report 26-6-90-2, Delft, The Netherlands.

Zupancic E (2004):

Rotacijska kapaciteta spojev jeklenih konstrukcij. Dissertation, University in Ljubljani, Ljubljana, Slovenia (in slovenian).

Μπανιωτόπουλος ΧΚ (2004):

Συνδέσεις μεταλλικών κατασκευών στα πλαίσια των Ευρωκωδίκων 3 & 9. Αριστοτέλειο πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης - Πρόγραμμα συνεχιζόμενης εκπαίδευσης στις δομικές συνδέσεις CESTRUCO, επιμέλεια έκδοσης: Μπανιωτόπουλος XK. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

Ευρετήριο σχημάτων

Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή	
Σχήμα 1-1. Κόμβος με μετωπική πλάκα (α) και με γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού (β).	4
Σχήμα 1-2. Σύνδεση βραχέος ταυ	5
Κεφάλαιο 2 - Σύνδεση βραχέος ταυ. Βιβλιογραφική επισκόπηση.	
Σχήμα 2-1. Σύνδεση βραχέος ταυ	13
Σχήμα 2-2. Σύνδεση διπλού βραχέος ταυ	14
Σχήμα 2-3. Φορέας βραχέος ταυ Agerskov (1976)	16
Σχήμα 2-4. Γεωμετρικά μεγέθη κοχλία	18
Σχήμα 2-5. Φορέας βραχέος ταυ κατά τον Jaspart (1991)	20
Σχήμα 2-6. Φορέας βραχέος ταυ για την αρχική δυσκαμψία σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003, Weynand et al. 1995)	21
Σχήμα 2-7. Φορέας για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας του βραχέος ταυ των Faella et al. (1998)	23
Σχήμα 2-8. Εκτίμηση πλάτους b_s σύμφωνα με τους Faella et al. (1998)	24
Σχήμα 2-9. Μηχανισμοί κατάρρευσης και διαγράμματα ροπών κάμψη στο πέλμα για την σύνδεση βραχέος ταυ	26
Σχήμα 2-10. Διαμόρφωση γραμμικού φορέα βραχέος ταυ σύμφωνα με τους Kulak et al. (1987-2001)	28
Σχήμα 2-11. Επίδραση κατανεμημένης δράσης κοχλία στις ροπές κάμψης του πέλματος	29
Σχήμα 2-12. Νόμος υλικού για το προσομοίωμα των Faella et al. (2000)	33
Σχήμα 2-13. Φορέας προσομοιώματος βραχέος ταυ των Swanson και Leon (2001)	41
Σχήμα 2-14. Καμπύλη δύναμης F_b - μετακίνησης δ_b κοχλία για το προσομοίωμα των Swanson και Leon (2001)	41
Σχήμα 2-15. Προσομοίωμα βραχέος ταυ των Coelho et al. (2004)	45
Κεφάλαιο 3 - Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ	

Σχήμα 3-1. Γεωμετρία βραχέος ταυ και το απλοποιημένο προσομοίωμα	54
Σχήμα 3-2. Ο νόμος υλικού για το πέλμα (α) και το συναγόμενο διάγραμμα ροπής-ανηγμένης παραμόρφωσης στην ακραία ίνα της διατομής (β).	55

Σχήμα 3-3. Η εξέλιξη των τάσεων και των παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής του πέλματος	56
Σχήμα 3-4. Ο νόμος υλικού για τον κοχλία (α) και το συναγόμενο διάγραμμα δύναμης- μετακίνησης (β)	62
Σχήμα 3-5. Διάγραμμα ροπών κάμψης στο πέλμα με εμφάνιση πλαστικοποιημένων τμημάτων	63
Σχήμα 3-6. Λογικό διάγραμμα επαυξητικής αντιμετώπισης της μη γραμμικότητας υλικού	64
Σχήμα 3-7. Παραμορφωμένη γεωμετρία του προσομοιώματος λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα επαφής (α) ή όχι (β)	65
Σχήμα 3-8. Τροποποιημένος φορέας του προσομοιώματος για την αντιμετώπιση των φαινομένων μερικής επαφής στο πέλμα	66
Σχήμα 3-9. Επίλυση του τροποποιημένου φορέα με την μέθοδο των δυνάμεων	67
Σχήμα 3-10. Η περίπτωση σημειακής απλής στήριξης του πέλματος (α) και πλήρους αποκόλλησης (β)	70
Σχήμα 3-11. Λογικό διάγραμμα επαυξητικής αντιμετώπισης των φαινομένων επαφής με ταυτόχρονη μη γραμμικότητα υλικού	72
Σχήμα 3-12. Η συνολική απόκριση του τροποποιημένου φορέα (α) και η επαυξητική απόκριση του στο επόμενο βήμα φόρτισης (β)	73
Σχήμα 3-13. Επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος με την μέθοδο των δυνάμεων για την περίπτωση μερικής επαφής	75
Σχήμα 3-14. Επίλυση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος με την μέθοδο των δυνάμεων για την περίπτωση σημειακής στήριξης	82
Σχήμα 3-15. Απόκριση του φορέα του επαυξητικού προσομοιώματος για την περίπτωση πλήρους αποκόλλησης	87
Σχήμα 3-16. Ενσωμάτωση της συναρμογής στο προσομοιούμενο μήκος πέλματος	93
Σχήμα 3-17. Επίδραση της συγκεντρωμένης δράσης της κεφαλής του κοχλία	96
Σχήμα 3-18. Καμπτική καταπόνηση του κοχλία	98
Σχήμα 3-19. Διαγράμματα ελευθέρου σώματος για απλό (α) και προεντεταμένο κοχλία (β) και (γ)	. 100
Σχήμα 3-20. Διάγραμμα δύναμης στον κορμό του κοχλία και εξωτερικής δύναμης	. 101
Σχήμα 3-21. Διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων για την περίπτωση μερικής επαφής	. 104
Σχήμα 3-22. Κατανομή τάσεων καθ' ύψος της διατομής για διγραμμικό νόμο υλικού και διακριτή προσέγγιση της	. 106
Σχήμα 3-23. Το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων στο περιβάλλον του ADINA	. 107
Σχήμα 3-24. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα	. 108
Σχήμα 3-25. Παραμορφωμένη γεωμετρία (σε μεγέθυνση) και διάγραμμα ροπών κάμψης και δυνάμεων επαφής στο πέλμα σε αρχικό στάδιο της φόρτισης (άνω) και σε τελικό στάδιο (κάτω)	. 108
Σχήμα 3-26. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α	. 110
Σχήμα 3-27. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία	. 110
Σχήμα 3-28. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α	. 110

Σχήμα 3-29. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Β	111
Σχήμα 3-30. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης	111
Σχήμα 3-31. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα	112
Σχήμα 3-32 Παραμορφωμένη γεωμετρία (σε μεγέθυνση) και διάγραμμα ροπών κάμψης και δυνάμεων επαφής στο πέλμα σε αρχικό στάδιο της φόρτισης (άνω) και σε τελικό στάδιο (κάτω)	113
Σχήμα 3-33. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α	114
Σχήμα 3-34. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία	114
Σχήμα 3-35. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α	115
Σχήμα 3-36. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Β	115
Σχήμα 3-37. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης	115
Σχήμα 3-38. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα	116
Σχήμα 3-39. Παραμορφωμένη γεωμετρία (σε μεγέθυνση) και διάγραμμα ροπών κάμψης και δυνάμεων επαφής στο πέλμα σε αρχικό στάδιο της φόρτισης (άνω) και σε τελικό στάδιο (κάτω)	117
Σχήμα 3-40. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α	118
Σχήμα 3-41. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία	118
Σχήμα 3-42. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α	119
Σχήμα 3-43. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Β	119
Σχήμα 3-44. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης	119
Σχήμα 3-45. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.2 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης	121
Σχήμα 3-46. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.3 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης	121
Σχήμα 3-47. Απόκριση του επαυξητικού προσομοιώματος της παραγράφου 3.7.4 για μεταβλητό αριθμό βημάτων φόρτισης	121
Σχήμα 3-48. Καμπύλες ροπής-καμπυλότητας για το επαυξητικό και το αριθμητικό προσομοίωμα	123
Σχήμα 3-49. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-εγκάρσιας μετακίνησης στην θέση Α	123
Σχήμα 3-50. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία	124
Σχήμα 3-51. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Α	124
Σχήμα 3-52. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-ροπής κάμψης στο πέλμα στην θέση Β	124
Σχήμα 3-53. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μήκους αποκόλλησης	125

Κεφάλαιο 4 - Τρισδιάστατη προσομοίωση βραχέος ταυ	
Σχήμα 4-1. Στοιχεία τρισδιάστατης γεωμετρίας	130
Σχήμα 4-2. Φορέας για την αξιολόγηση των ισοπαραμετρικών στοιχείων	134

Σχήμα 4-3. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L / H = 30$ με στοιχεία 4 κόμβων	135
Σχήμα 4-4. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L / H = 30$ με στοιχεία 9 κόμβων	136
Σχήμα 4-5. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L/H = 15$ με στοιχεία 4 κόμβων	138
Σχήμα 4-6. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L/H = 15$ με στοιχεία 9 κόμβων	139
Σχήμα 4-7. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L/H = 4$ με στοιχεία 4 κόμβων	140
Σχήμα 4-8. Αποτελέσματα δοκιμαστικών αναλύσεων για λόγο $L/H=4$ με στοιχεία 9 κόμβων	141
Σχήμα 4-9. Φυσικό πρόβλημα βραχέος ταυ	143
Σχήμα 4-10. Γεωμετρικές παράμετροι κοχλία	144
Σχήμα 4-11. Συνοριακές συνθήκες προσομοιώματος βραχέος ταυ	147
Σχήμα 4-12. Λεπτομέρεια επαφής δακτυλίου με πέλμα	148
Σχήμα 4-13. Το πρόγραμμα AutoModel	150
Σχήμα 4-14. Πειραματικά βραχέα ταυ Τ1 και Τ2 (διαστάσεις σε mm)	151
Σχήμα 4-15. Νόμοι υλικών πειραματικών βραχέων ταυ Τ1 και Τ2 (σε πραγματικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις)	152
Σχήμα 4-16. Τρισδιάστατο προσομοίωμα για το βραχύ ταυ Τ1	152
Σχήμα 4-17. Παραμορφωμένη γεωμετρία προσομοιώματος Τ1 κατά την θραύση	153
Σχήμα 4-18. Καμπύλες δύναμης μετακίνησης βραχέος ταυ Τ1	153
Σχήμα 4-19. Κατανομή ισοδύναμης τάσης και ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης κατά την θραύση στο βραχύ ταυ Τ1	155
Σχήμα 4-20. Τρισδιάστατο προσομοίωμα για το βραχύ ταυ Τ2	155
Σχήμα 4-21. Παραμορφωμένη γεωμετρία προσομοιώματος Τ2 κατά την θραύση	156
Σχήμα 4-22. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ2	156
Σχήμα 4-23. Κατανομή ισοδύναμης τάσης και ισοδύναμης πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης κατά την θραύση στο βραχύ ταυ Τ2	157
Σχήμα 4-24. Προσομοιώματα με 3, 5 και 8 στρώσεις στοιχείων στο πέλμα	158
Σχήμα 4-25. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης παραμετρικής διερεύνησης αριθμού στοιχείων στο πάχος του πέλματος	158
Σχήμα 4-26. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης παραμετρικής διερεύνησης τάξης ολοκλήρωσης	159
Σχήμα 4-27. Σύμβαση αξόνων στην ορθογωνική διατομή του πέλματος	160
Σχήμα 4-28. Τρισδιάστατη παραμόρφωση ενός πέλματος βραχέος ταυ	167
Σχήμα 4-29. Ισοδύναμο πρόβλημα πλάκας	168

Σχήμα 4-30. Μετακίνηση στο σημείο εφαρμογής της δύναμης για το πρόβλημα πλάκας για διάφορες τιμές πλάτους b και μήκους m	169
Σχήμα 4-31. Αναλυτική προσέγγιση του λόγου $\delta_{_{e\!f\!f}}/\delta$ συναρτήσει του λόγου m/b	170
Σχήμα 4-32. Καμπύλες για τον προσδιορισμό ενός ισοδύναμου πλάτους πέλματος $b_{e\!f\!f}$ για τους υπολογισμούς δυσκαμψίας	171
Σχήμα 4-33. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης τρισδιάστατου προσομοιώματος Τ1 για διάφορες πλευρικές συνοριακές συνθήκες	172
Σχήμα 4-34. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ1	173
Σχήμα 4-35. Εξέλιξη ισοδύναμης τάσης σε πέλμα και κοχλία τρισδιάστατου προσομοιώματος T1 (σημ.: οι δυνάμεις F αντιστοιχούν στο συμμετρικό μισό τμήμα που προσομοιώνεται)	174
Σχήμα 4-36. Καμπύλη δύναμης-μήκους αποκόλλησης L_2 προτεινόμενο επαυξητικού προσομοιώματος για το βραχύ ταυ Τ1	175
Σχήμα 4-37. Εξέλιξη φαινομένων επαφής στο πέλμα του τρισδιάστατου προσομοιώματος Τ1 (οι δυνάμεις F αντιστοιχούν στο συμμετρικό μισό τμήμα που προσομοιώνεται)	176
Σχήμα 4-38. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-μετακίνησης κοχλία βραχέος ταυ Τ1	176
Σχήμα 4-39. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης-δύναμης κοχλία βραχέος ταυ Τ1	177
Σχήμα 4-40. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ1 με διερεύνηση των διορθωτικών μηχανισμών του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος	178
Σχήμα 4-41. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης τρισδιάστατου προσομοιώματος Τ2 για διάφορες πλευρικές συνοριακές συνθήκες	179
Σχήμα 4-42. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ2	180
Σχήμα 4-43. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης - μετακίνησης κοχλία βραχέος ταυ Τ2	181
Σχήμα 4-44. Καμπύλες εξωτερικής δύναμης - δύναμης κοχλία βραχέος ταυ Τ2	181
Σχήμα 4-45. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ Τ2 με διερεύνηση των διορθωτικών μηχανισμών του προτεινόμενου επαυξητικού προσομοιώματος	182
Σχήμα 4-46. Γεωμετρικές διαστάσεις βραχέων ταυ παραμετρικής ανάλυσης (διαστάσεις σε mm)	183
Σχήμα 4-47. Τρισδιάστατα προσομοιώματα παραμετρικής ανάλυσης	185
Σχήμα 4-48. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ1	186
Σχήμα 4-49. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ2	186
Σχήμα 4-50. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ3	186
Σχήμα 4-51. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ4	187
Σχήμα 4-52. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ5	187
Σχήμα 4-53. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ6	187
Σχήμα 4-54. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ7	188
Σχήμα 4-55. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ8	188
Σχήμα 4-56. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ9	188

Σχήμα 4-57. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ10	189
Σχήμα 4-58. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ11	189
Σχήμα 4-59. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ12	189
Σχήμα 4-60. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ1	200
Σχήμα 4-61. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ2	200
Σχήμα 4-62. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ3	200
Σχήμα 4-63. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ4	201
Σχήμα 4-64. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ5	201
Σχήμα 4-65. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ6	201
Σχήμα 4-66. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ7	202
Σχήμα 4-67. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ8	202
Σχήμα 4-68. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ9	202
Σχήμα 4-69. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ10	203
Σχήμα 4-70. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ11	203
Σχήμα 4-71. Σύγκριση καμπυλών δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ τ12	203
Σχήμα 4-72. Τετραγραμμική εξιδανίκευση νόμου υλικού για τις δοκιμές των Faella et al. (2000)	206
Σχήμα 4-73. Τυπικός νόμος υλικού δομικού χάλυβα με παραδοχές συμβατικών τάσεων/ανηγμένων παραμορφώσεων (α) και πραγματικών τάσεων/ανηγμένων παραμορφώσεων (β)	207
Σχήμα 4-74. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 4	211
Σχήμα 4-75. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 5	211
Σχήμα 4-76. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 7	211
Σχήμα 4-77. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 8	212
Σχήμα 4-78. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 9	212
Σχήμα 4-79. Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης βραχέος ταυ TSTUB 10	212

Κεφάλαιο 5 - Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Βιβλιογραφική επισκόπηση.

Σχήμα 5-1. Ισοδύναμο μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας και αντοχής κατά Yee και Melchers (1986).	237
Σχήμα 5-2. Μηχανικό προσομοιώματα αμφίπλευρου κόμβου κατά Tschemmernegg και Humer (1988).	238
Σχήμα 5-3. Μηχανικό προσομοιώμα των Tschemmernegg και Humer (1988) για πολλαπλές σειρές κοχλιών	240
Σχήμα 5-4. Μηχανικό προσομοιώμα κόμβων των Weynand et al. (1995). Κοχλιωτές συνδέσεις (α) και συγκολλητές (β)	241
Σχήμα 5-5. Μηχανικό προσομοίωμα για κόμβους με συνδέσεις άνω και κάτω πέλματος και διπλό γωνιακό κορμού των Faella et al. (2000)	244

Σχήμα 5-6. Σύστημα ισοδύναμων ελαστικών ελατηρίων για την περίπτωση θλιβόμενων συστατικών μερών (α) και εφελκυόμενων συστατικών μερών (Silva και Coelho 2001)	248
Σχήμα 5-7. Μηχανικό προσομοίωμα κοχλιωτού κόμβου (α). Απλοποιημένο μηχανικό προσομοίωμα (β). Τελικό προσομοίωμα (γ). (Silva και Coelho 2001)	249
Σχήμα 5-8. Προσομοιώματα Ευρωκώδικα 3 για υπολογισμό δυσκαμψίας (α) και αντοχής (β) κόμβου με σύνδεση με μετωπικής πλάκας	251
Σχήμα 5-9. Προσομοιώματα Ευρωκώδικα 3 για υπολογισμό δυσκαμψίας (α) και αντοχής (β) κόμβου με γωνιακά άνω και πέλματος	253
Σχήμα 5-10. Καμπύλη ροπής στροφής Ευρωκώδικα 3	
Σχήμα 5-11. Διαδικασία υπολογισμού της αρχικής δυσκαμψίας με το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3	255
Σχήμα 5-12. Υπολογισμός της αντοχής με το προσομοίωμα του Ευρωκώδικα 3	257
Σχήμα 5-13. Διάταξη ισοδύναμων βραχέων ταυ σε κόμβο με προεκτεινόμενη μετωπική πλάκα (α) και γωνιακά άνω και κάτω πέλματος (β)	266
Σχήμα 5-14. Μηχανισμοί κατάρρευσης εσωτερικών σειρών κοχλίωσης πέλματος υποστυλώματος	268
Σχήμα 5-15. Μηχανισμός κατάρρευσης με μη κυκλικές γραμμές διαρροής της πρώτης σειράς κοχλίωσης κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα της δοκού	269
Σχήμα 5-16. Νομογράφημα για τον υπολογισμό του συντελεστή <i>α</i> του πίνακα 5-1 και 5-2 (πηγή: CEN 2003)	270
Σχήμα 5-17. Μηχανισμός κατάρρευσης για το γωνιακό πέλματος σε κάμψη σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (CEN2003)	271
Σχήμα 5-18. Ισοδύναμο μήκος $b_{e\!f\!f}$ για υπολογισμούς δυσκαμψίας κατά Faella et al. (2000)	272
Σχήμα 5-19. Καταπόνηση φατνώματος υποστυλώματος από τα εντατικά μεγέθη των συνδεόμενων μελών	273
Σχήμα 5-20. Διατμητική παραμόρφωση φατνώματος	
Σχήμα 5-21. Κατανομή θλιπτικών δυνάμεων στον κορμό του υποστυλώματος	
Σχήμα 5-22. Καμπύλη ροπής-στροφής κόμβου δοκού-υποστυλώματος	
Σχήμα 5-23. Φορέας δοκού για προσδιορισμό απαιτούμενης στροφικής ικανότητας	299
Σχήμα 5-24. Διαθέσιμη στροφική ικανότητα για μη γραμμική ανάλυση με διγραμμική καμπύλη ροπής-στροφής.	301
Σχήμα 5-25. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας κόμβων με μετωπική πλάκα (Faella et al. 2000)	303
Σχήμα 5-26. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας (Beg et al. 2003)	304
Σχήμα 5-27. Μηχανικό προσομοίωμα για τον υπολογισμό της διαθέσιμης στροφικής ικανότητας (Coelho et al. 2005)	305

Κεφάλαιο 6 - Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Πειραματική βιβλιογραφία.

Σχήμα 6-1. Πειραματική διάταξη για τις δοκιμές των Wilson και Moore (1917). Πηγή	
εικόνας (McGuire 1988).	308

Σχήμα 6-2. Μορφολογίες συνδέσεων κόμβων δοκού-υποστυλώματος	311
Σχήμα 6-3. Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος με (β) ή χωρίς (α) αξονική δύναμη στην δοκό	313
Σχήμα 6-4. Πρότυπες χρονοϊστορίες για την εκτέλεση πειραμάτων ανακυκλιζόμενης φόρτισης	314
Σχήμα 6-5. Διάταξη εξωτερικού κόμβου (α) και εσωτερικού κόμβου (β)	316
Σχήμα 6-6. Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος στον ισχυρό (α) και ασθενή (β) άξονα	316
Σχήμα 6-7. Σχηματική πειραματική διάταξη των δοκιμών των Azizinamini et al. (1987)	325
Σχήμα 6-8. Σχηματική πειραματική διάταξη από Azizinamini et al. (1987)	326
Σχήμα 6-9. Γεωμετρικές ιδιότητες διατομών διπλού ταυ που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σε mm)	328
Σχήμα 6-10. Γεωμετρικές ιδιότητες διατομών γωνιακών που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σε mm)	328
Σχήμα 6-11. Γεωμετρικές ιδιότητες κοχλιών που χρησιμοποιούνται στις πειραματικές δοκιμές (σύμφωνα με προδιαγραφές από RCSC 2004, διαστάσεις σε mm)	329
Σχήμα 6-12. Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)	330
Σχήμα 6-13. Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των Citipitioglu et al. (2002)	331
Σχήμα 6-14. Πειραματική διάταξη των δοκιμών των Bursi και Jaspart (1997β)	332
Σχήμα 6-15. Γεωμετρικές ιδιότητες συνδέσεων πειραματικών δοκιμών Bursi και Jaspart (1997β), (διαστάσεις σε mm)	332
Σχήμα 6-16. Νόμοι υλικού πειραματικής δοκιμής ΕΡ1-1 των Bursi και Jaspart (1997β)	333
Σχήμα 6-17. Νόμοι υλικού πειραματικής δοκιμής ΕΡ1-5 των Bursi και Jaspart (1997β)	333
Σχήμα 6-18. Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων για την δοκιμή ΕΡ1-1 (α) και ΕΡ1-5 (β) από Bursi και Jaspart (1997β)	334
Σχήμα 6-19. Πειραματική διάταξη από Coelho et al. (2004β)	335
Σχήμα 6-20. Γεωμετρικές ιδιότητες πειραματικής διάταξης των Coelho et al (2004β) (διαστάσεις σε mm)	336
Σχήμα 6-21. Γεωμετρικές ιδιότητες σύνδεσης προεκτεινόμενης μετωπικής πλάκας των δοκιμών των Coelho et al (2004β), (διαστάσεις σε mm)	336
Σχήμα 6-22. Εξιδανίκευση νόμου υλικού για δοκό και μετωπική πλάκα	337

Κεφάλαιο 7 - Εκτίμηση απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος

Σχήμα 7-1. Μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (CEN 2003)	. 344
Σχήμα 7-2. Μηχανικό προσομοίωμα, με διασύνδεση ελατηρίων Innsbruck, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (Huber και Tschemmernegg 1998)	. 345
Σχήμα 7-3. Μηχανικό προσομοίωμα, με διασύνδεση ελατηρίων Coimbra, για την εκτίμηση της καμπύλης $M - \varphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (Coelho et al. 2005)	. 345
Σχήμα 7-4. Διάταξη ισοδύναμων βραχέων ταυ στο προεκτεινόμενο τμήμα της μετωπικής πλάκας	. 346

Σχήμα 7-5. Τροποποιημένη διασύνδεση prEN1993, για την εκτίμηση της καμπύλης $M-arphi$ κόμβων με μετωπική πλάκα (CEN 2003)	347
Σχήμα 7-6. Μηχανικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της καμπύλης $M-arphi$ κόμβων με	
γωνιακά άνω και κάτω πέλματος και γωνιακά κορμού (Faella et al. 2000)	348
Σχήμα 7-7. Τροποποιημένη διασύνδεση Innsbruk, για την εκτίμηση της καμπύλης $M-arphi$ κόμβων με γωνιακά	350
Σχήμα 7-8. Τροποποιημένη διασύνδεση Coimbra, για την εκτίμηση της καμπύλης $M- arphi$ κόμβων με γωνιακά	350
Σχήμα 7-9. Διασύνδεση ελατηρίων prEN1993/Faella, για την εκτίμηση της καμπύλης $M-arphi$ κόμβων με γωνιακά	351
Σχήμα 7-10. Μηχανισμός κατάρρευσης για το γωνιακό κορμού σε κάμψη	353
Σχήμα 7-11. Κατανομή εφελκυστικής δράσης στο γωνιακό κορμού για τον μηχανισμό κατάρρευσης του σχήματος 7-10	353
Σχήμα 7-12. Λογιστικό φύλλο όπου καταχωρούνται τα δεδομένα μιας πειραματικής δοκιμής κόμβου	360
Σχήμα 7-13. Εισαγωγή ιδιοτήτων κόμβων στο πρόγραμμα SCP	361
Σχήμα 7-14. Εισαγωγή καμπυλών δύναμης-μετακίνησης των συστατικών μερών του κόμβου στο πρόγραμμα SCP	361
Σχήμα 7-15. Υπολογισμός της καμπύλης δύναμης-μετακίνησης των για τα συστατικά μέρη μορφής βραχέος ταυ στο MATLAB	362
Σχήμα 7-16. Δημιουργία των αριθμητικών προσομοιωμάτων στο πρόγραμμα SCP	362
Σχήμα 7-17. Μηχανικό προσομοίωμα κόμβου με μετωπική πλάκα στο ADINA	363
Σχήμα 7-18. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S1	366
Σχήμα 7-19. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S2	366
Σχήμα 7-20. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S3	366
Σχήμα 7-21. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S4	367
Σχήμα 7-22. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S5	367
Σχήμα 7-23. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S6	367
Σχήμα 7-24. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S7	368
Σχήμα 7-25. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S8	368
Σχήμα 7-26. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S9	368
Σχήμα 7-27. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 8S10	369
Σχήμα 7-28. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S1	369
Σχήμα 7-29. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S2	369
Σχήμα 7-30. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S3	370
Σχήμα 7-31. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S4	370
Σχήμα 7-32. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 1485	370

Σχήμα 7-33. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 1486	371
Σχήμα 7-34. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 14S8	371
Σχήμα 7-35. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή 1489	371
Σχήμα 7-36. Λόγος αρχικής δυσκαμψίας υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την αρχική δυσκαμψία των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)	375
Σχήμα 7-37. Λόγος αρχικής δυσκαμψίας προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την δυσκαμψία των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)	375
Σχήμα 7-38. Λόγος μέγιστης ροπής υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την μέγιστη ροπή των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)	378
Σχήμα 7-39. Λόγος μέγιστης ροπής προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την μέγιστη ροπή των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)	378
Σχήμα 7-40. Λόγος στροφικής ικανότητας υπολογιστικών προσομοιωμάτων προς την στροφική ικανότητα των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)	380
Σχήμα 7-41. Λόγος στροφικής ικανότητας προτεινόμενων μηχανικών προσομοιωμάτων προς την στροφική ικανότητα των προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων των Kishi et al. (2001)	381
Σχήμα 7-42. Υπολογισμός πλαστικής στροφής φ_{pl} για τις πειραματικές δοκιμές	382
Σχήμα 7-43. Λόγος πλαστικής στροφής μηχανικών προσομοιωμάτων προς την πλαστική στροφή των πειραματικών κόμβων των Azizinamini et al. (1987)	382
Σχήμα 7-44. Καμπύλες ροπής-στροφής προτεινόμενου μηχανικού προσομοιώματος με διαφορετικές διασυνδέσεις ελατηρίων για την δοκιμή 8S1	383
Σχήμα 7-45. Καμπύλες ροπής-στροφής προτεινόμενου μηχανικού προσομοιώματος με διαφορετικές διασυνδέσεις ελατηρίων για την δοκιμή 14S8	384
Σχήμα 7-46. Σύγκριση σχέσεων ροπής-καμπυλότητας για την μετωπική πλάκα της δοκιμής ΕΡ1-1	386
Σχήμα 7-47. Σύγκριση σχέσεων ροπής-καμπυλότητας για την μετωπική πλάκα της δοκιμής ΕΡ1-5	386
Σχήμα 7-48. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή ΕΡ1-1	388
Σχήμα 7-49. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή ΕΡ1-5	388
Σχήμα 7-50. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS1	394
Σχήμα 7-51. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS2	394
Σχήμα 7-52. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS3	395
Σχήμα 7-53. Σχέσεις ροπής-καμπυλότητας μετωπικής πλάκας για την δοκιμή FS4	395
Σχήμα 7-54. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS1	396
Σχήμα 7-55. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS2	397
Σχήμα 7-56. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS3	397
Σχήμα 7-57. Καμπύλες ροπής-στροφής για την δοκιμή FS4	397

Ευρετήριο πινάκων

Κεφάλαιο 3 - Επαυξητικό προσομοίωμα βραχέος ταυ	
Πίνακας 3-1. Δεδομένα προσομοιώματος	
Πίνακας 3-2. Δεδομένα προσομοιώματος	112
Πίνακας 3-3. Δεδομένα προσομοιώματος	116
Πίνακας 3-4. Δεδομένα προσομοιώματος	122

Κεφάλαιο 4 - Τρισδιάστατη προσομοίωση βραχέος ταυ

Πίνακας 4-1. Δεδομένα υλικών για το επαυξητικό προσομοίωμα Τ1	173
Πίνακας 4-2. Χαρακτηριστικά σημεία πλαστικοποίησης/θραύσης	174
Πίνακας 4-3. Δεδομένα υλικών για το επαυξητικό προσομοίωμα Τ2	179
Πίνακας 4-4. Δεδομένα υλικών για την παραμετρική ανάλυση	183
Πίνακας 4-5. Μεταβαλλόμενα γεωμετρικά μεγέθη παραμετρικής ανάλυσης (σε mm)	184
Πίνακας 4-6. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για το προτεινόμενο επαυξητικό και το τρισδιάστατο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων	190
Πίνακας 4-7. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	191
Πίνακας 4-8. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με κατανεμημένη δύναμη κοχλία	192
Πίνακας 4-9. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με σημείο εφαρμογής δυνάμεων επαφής κατά Yee και Melchers (1986) και συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	193
Πίνακας 4-10. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μεθοδολογία Jaspart (1991) με σημείο εφαρμογής δυνάμεων επαφής κατά Yee και Melchers (1986) και κατανεμημένη δύναμη κοχλία	193
Πίνακας 4-11. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μέθοδο των Faella et al. (2000) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	195
Πίνακας 4-12. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μέθοδο των Faella et al. (2000) με κατανεμημένη δύναμη κοχλία	195
Πίνακας 4-13. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μέθοδο των Swanson και Leon (2001)	196
Πίνακας 4-14. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για την μέθοδο των Vayas et al. (2003)	197

Πίνακας 4-15. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για τον Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) με συγκεντρωμένη δύναμη κοχλία	198
Πίνακας 4-16. Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης για τον Ευρωκώδικα 3 με κατανεμημένη δύναμη κοχλία	199
Πίνακας 4-17. Στατιστική αξιολόγηση μεθόδων αναλυτικής εκτίμησης απόκρισης βραχέος ταυ σε σύγκριση με τρισδιάστατη προσομοίωση	204
Πίνακας 4-18. Τιμές παραμέτρων υλικών πειραματικών βραχέων ταυ	205
Πίνακας 4-19. Τιμές γεωμετρικών παραμέτρων πειραματικών βραχέων ταυ (σε mm)	206
Πίνακας 4-20. Τιμές παραμέτρων τετραγραμμικής προσέγγισης για υλικά δομικού χάλυβα	208

Κεφάλαιο 5 - Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Βιβλιογραφική επισκόπηση.

Πίνακας 5-1. Ισοδύναμο πλάτος βραχέος ταυ για το συστατικό μέρος του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη	267
Πίνακας 5-2. Ισοδύναμο πλάτος βραχέος ταυ για το συστατικό μέρος της μετωπικής πλάκας σε κάμψη	269

Κεφάλαιο 6 - Κόμβοι δοκού-υποστυλώματος. Πειραματική βιβλιογραφία.

Πίνακας 6-1. Πηγές πειραματικής βιβλιογραφίας	319
Πίνακας 6-1. (συνέχεια)	320
Πίνακας 6-1. (συνέχεια)	321
Πίνακας 6-2. Μορφολογίες συνδέσεων και οι συμβολισμοί τους	322
Πίνακας 6-3. Γεωμετρικές ιδιότητες πειραματικών δοκιμών	327
Πίνακας 6-4. Δεδομένα υλικών για την παραμετρική ανάλυση	329
Πίνακας 6-5. Πάχη μετωπικής πλάκας πειραματικών δοκιμών	337
Πίνακας 6-6. Ιδιότητες νόμου υλικού μετωπικής πλάκας και δοκού των πειραματικών δοκιμών	338
Πίνακας 6-7. Ιδιότητες νόμου υλικού κοχλιών των πειραματικών δοκιμών	339

Κεφάλαιο 7 - Εκτίμηση απόκρισης κόμβων δοκού-υποστυλώματος

Πίνακας 7-1. Αρχική δυσκαμψία S_{ini} υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους	
πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)	374
Πίνακας 7-2. Μέγιστη ροπή M_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)	377
Πίνακας 7-3. Στροφική ικανότητα φ_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Azizinamini et al. (1987)	379 384
Πίνακας 7-4. Αρχική δυσκαμψία <i>S_{ini} διαφορετικών μηχανικών προσομοιωμάτων για τις</i> δοκιμές 8S1 και 14S8	

Πίνακας 7-5. Παράμετροι υλικού της μετωπικής πλάκας που λαμβάνονται υπόψη στα μηχανικά προσομοιώματα	387
Πίνακας 7-6. Αρχική δυσκαμψία S _{ini} υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)	390
Πίνακας 7-7. Μέγιστη ροπή M_u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)	391
Πίνακας 7-8. Στροφική ικανότητα φ _u υπολογιστικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Bursi και Jaspart (1997β)	391
Πίνακας 7-9. Σύγκριση των τιμών αρχικής δυσκαμψίας S _{ini} των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάζεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα	392
Πίνακας 7-10. Σύγκριση των τιμών αντοχής M_u των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με τα προτεινόμενα μηχανικά προσομοιώματα.	392
Πίνακας 7-11. Σύγκριση της στροφικής ικανότητας των πειραματικών κόμβων των Bursi και Jaspart (1997β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).	392
Πίνακας 7-12. Παράμετροι υλικού της μετωπικής πλάκας που λαμβάνονται υπόψη στα μηχανικά προσομοιώματα	395
Πίνακας 7-13. Αρχική δυσκαμψία S _{ini} μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)	399
Πίνακας 7-14. Μέγιστη ροπή M_u μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)	400
Πίνακας 7-15. Στροφική ικανότητα φ_u μηχανικών προσομοιωμάτων για τους πειραματικούς κόμβους των Coelho et al. (2004β)	401
Πίνακας 7-16. Σύγκριση εναλλακτικών προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της αρχικής δυσκαμψίας S_{ini} των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β)	402
Πίνακας 7-17. Σύγκριση εναλλακτικών προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της μέγιστης ροπής M_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β)	403
Πίνακας 7-18. Σύγκριση εναλλακτικών προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της στροφικής ικανότητας φ_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β)	403
Πίνακας 7-19. Σύγκριση των τιμών αρχικής δυσκαμψίας S_{ini} των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β	404
Πίνακας 7-20. Σύγκριση των τιμών αντοχής M_u των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003) και με το προτεινόμενο μηχανικό προσομοίωμα Β.	405
Πίνακας 7-21. Σύγκριση της στροφικής ικανότητας των πειραματικών κόμβων των Coelho et al. (2004β) με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (CEN 2003).	405