# ΚΩΝΣΤΑΝΤΟΠΟΥΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

# **OAH MHXANOAOFDN MHXANIKDN**

# Ανάπτυξη μοντέλου οχήματος με χρήση μετρήσεων δυναμικών μεγεθών

Τομέας Μηχανολογικών Κατασκευών & Αυτομάτου Ελέγχου Επιβλέπων: Δ. Κουλοχέρης, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα 2023



# **KONSTANTOPOULOS GEORGIOS**

# Development of a vehicle model using dynamic measurements

Mechanical Design & Automatic Control Associate Proffessor D.Koulocheris NTUA

Athens 2023

Υπεύθυνη δήλωση για λογοκλοπή και για κλοπή πνευματικής ιδιοκτησίας:

Έχω διαβάσει και κατανοήσει τους κανόνες για τη λογοκλοπή και τον τρόπο σωστής αναφοράς των πηγών που περιέχονται στον οδηγό συγγραφής Διπλωματικών Εργασιών. Δηλώνω ότι, από όσα γνωρίζω, το περιεχόμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι προϊόν δικής μου εργασίας και υπάρχουν αναφορές σε όλες τις πηγές που χρησιμοποίησα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτή τη Διπλωματική εργασία είναι του συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Κωνσταντόπουλος Γεώργιος

# Περιεχόμενα

2 Βιβλιονοαφική ανασκόπηση		
- Sthuethadaul arabiculul		9
3 Μοντέλα Οχημάτων	1	2
3.1 Μοντέλο Quarter Car (Τετάρτου οχήματος)	1	2
3.2 Μοντέλο Bicycle Car (Ημίσεως οχήματος)	1	4
3.3 Απόκριση μοντέλων για τυπικές εισόδους	1	8
3.4 Βηματική συνάρτηση	1	9
3.5 ISO Grade A	2	1
3.6 ISO Grade C	2	3
4 Πειραματική διαδικασία	2	5
4.1 Περιγραφή Μετρητικής Αλυσίδας	2	6
4.2 Πειραματική Διαδικασία	3	1
	2	-
5 Μοντελοποιηση κινησης οχηματος	<b>3</b>	7
5.1 Διεγεροή εσαφούς	3 ว	/
$5.2$ $20\gamma$ kpton με πειραματικές καμπυλές	· · · · 3	ð
5.3 Συμπερασματά	3	9
6 Μέθοδος Βελτιστοποίησης	4	0
6.1 Λεπτομέρειες Μεθόδου	4	0
6.2 Συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση	4	1
6.3 Επίδραση παραμέτρων	4	2
6.4 Έλεγχος απόδοσης μεθόδου	4	4
7 Βελτιστοποίηση μοντέλων οχημάτων	4	7
7.1 Βελτιστοποίηση Quarter Car	4	7
7.1.1 Διαδικασία βελτιστοποίησης	4	7
7.1.2 Όρια βελτιστοποίησης	4	8
7.1.3 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης	4	.9
7.2 Βελτιστοποίηση Bicycle Car	5	3
7.2.1 Διαδικασία βελτιστοποίησης	5	3
7.2.2 Όρια βελτιστοποίησης	5	4
7.2.3 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης	5	6
7.3 Σύγκριση μοντέλων οχημάτων	5	7
8 Νευρωνικά Δίκτυα	6	0
8.1 Περιγραφή Νευρωνικών μοντέλων	6	0
8.2 Διαδικασία εκπαίδευσης	6	1
8.3 Εφαρμονή NARX σε ημιτονοειδή διένερση	6	3
8.3.1 Μοντελοποίηση Quarter Car	6	3
8.3.2 Μοντελοποίηση Bicycle Car	6	3
8.3.3 Αποτελέσματα Προσομοίωσης	6	6

8.4	Εφαρμογή NARX σε βηματική είσοδο	 70
8.5	Συμπεράσματα για τα μοντέλα NARX	 71

# Σύνοψη

Στην παρούσα Διπλωματική εργασία μελετάται η δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος υπολογιστικά. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από πειραματικές μετρήσεις γίνεται εκτίμηση των παραμέτρων του οχήματος, όπως σταθερές ελαστικότητας ελατηρίων και αποσβεστήρων. Για τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα τετάρτου και ημίσεως οχήματος, στα οποία έγινε βελτιστοποίηση των τιμών των παραμέτρων. Τα πειραματικά αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά των προσομοιώσεων χρησιμοποιώντας έναν στατιστικό συντελεστή συσχέτισης. Η βελτιστοποίηση των παραμέτρων πραγματοποιήθηκε με γενετικούς αλγορίθμους και είχε ως στόχο τη μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης. Οι προκύπτουσες τιμές των παραμέτρων είναι λογικές. Οι αισθητήρες που χρησιμοποιήθηκαν δίνουν μετρήσεις με ένα ποσοστό σφάλματος, καθώς το έδαφος δεν έχει τις κατάλληλες ανακλαστικές ιδιότητες. Συμπερασματικά, τα μοντέλα τετάρτου και ημίσεως οχήματος μπορούν να προβλέψουν τη δυναμική συμπεριφορά και εμφανίζουν σχετικά υψηλούς συντελεστές συσχέτισης. Τέλος, αναπτύχθηκαν νευρωνικά δίκτυα με σκοπό την αντικατάσταση των προαναφερθέντων μοντέλων στην πρόβλεψη πειραματικών δεδομένων. Για τον έλεγχο καταλληλότητας των νευρωνικών δικτύων κατασκευάστηκαν μοντέλα NARX, των οποίων τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά των μοντέλων τετάρτου και ημίσεως οχήματος. Οι είσοδοι που επιλέχθηκαν προέρχονταν από ημιτονοειδή και βηματική συνάρτηση. Κρίνεται ότι τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν αντί των μοντέλων τετάρτου και ημίσεως οχήματος για την πρόβλεψη πειραματικών δεδομένων. Η σύγκριση στις προσομοιώσεις έδωσε υψηλούς συντελεστές συσχέτισης. Η δοκιμή σε πειραματικές μετρήσεις απαιτείται προκειμένου να επικυρωθεί η προαναφερθείσα κρίση.

# Abstract

In this Diploma thesis, the dynamic behavior of a vehicle is studied computationally. Using data from experimental measurements, the parameters of the vehicle are estimated, such as elastic constants of springs and dampers. The quarter and bicycle vehicle models were used for the simulations, in which the parameter values were optimized. Experimental results were compared with those of simulations using a statistical correlation coefficient. The optimization of the parameters was carried out with genetic algorithms and aimed to maximize the correlation coefficient. The resulting parameter values are reasonable. The sensors used give measurements with a percentage of error, as the ground does not have the proper reflective properties. In conclusion, the quarter and bicycle vehicle models can predict the dynamic behavior and show relatively high correlation coefficients. Finally, neural networks were developed in order to replace the aforementioned models in the prediction of experimental data. NARX models were built to test the suitability of the neural networks, the results of which were compared with those of the quarter and bicycle vehicle models. The inputs selected were from sine and step function. It is considered that neural networks can be used instead of quarter and bicycle vehicle models to predict experimental data. The comparison in the simulations gave high correlation coefficients. Testing in experimental measurements is required in order to validate the aforementioned judgment.

# 1 Εισαγωγή

Στην αυτοκινητοβιομηχανία χρησιμοποιούνται μοντέλα οχημάτων με σκοπό την προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς ενός οχήματος, κατά την κίνηση του στον δρόμο. Κάτι τέτοιο είναι πολύ σημαντικό προκειμένου να επιτευχθεί ο βέλτιστος σχεδιασμός των χαρακτηριστικών του οχήματος, καθώς επίσης και να προβλεφθεί η δυναμική συμπεριφορά του χωρίς να απαιτείται κάποια πειραματική διαδικασία. Στην παρούσα Διπλωματική εργασία, χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα τετάρτου και ημίσεως οχήματος για την πρόβλεψη των κατακόρυφων μετατοπίσεων ενός φορτηγού κατά την κίνηση του σε δρόμο με σαμαράκι. Οι παράμετροι των εν λόγω μοντέλων, δεν είναι γνωστοί απριόρι, καθώς κατέχονται μονάχα τα όρια εντός των οποίων κυμαίνεται η τιμή τους. Προκειμένου η προσομοίωση να ανταποκρίνεται όσο το δυνατόν γίνεται καλύτερα στα πειραματικά δεδομένα, απαιτείται διαδικασία βελτιστοποίησης. Η μέθοδος βελτιστοποίησης που θα επιλεχθεί πρέπει να μην εγκλωβίζεται σε τοπικά ελάχιστα. Για αυτόν τον λόγο επιλέχθηκε η στοχαστική μέθοδος των γενετικών αλγορίθμων. Οι προκύπτουσες τιμές των παραμέτρων πρέπει να βρίσκονται κοντά σε αυτές που έχουν βρεθεί από παλαιότερες εργαστηριακές ασκήσεις. Στο τελευταίο κεφάλαιο ελέγχθηκε εάν τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να προβλέψουν την απόκριση των μοντέλων τετάρτου και ημίσεως οχήματος, βήμα απαραίτητο, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν μετέπειτα για την απευθείας πρόβλεψη πειραματικών δεδομένων. Ο λόγος που κρίνεται σημαντική η χρήση νευρωνικών δικτύων είναι επειδή μέσω αυτών μπορούν να εκφραστούν μη γραμμικές συμπεριφορές, κάτι το οποίο δεν γίνεται με τα μοντέλα τετάρτου και ημίσεως οχήματος που χρησιμοποιήθηκαν. Δεν ελέγχθηκε η ικανότητα κάποιας διαφορετικής στοχαστικής ή ντετερμινιστικής μεθόδου βελτιστοποίησης πέραν των γενετικών αλγορίθμων. Τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιήθηκαν για την προσέγγιση της δυναμικής συμπεριφοράς των μοντέλων οχήματος Quarter και Bicycle και δεν εφαρμόστηκαν για την πρόβλεψη πειραματικών δεδομένων.

# 2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Στην βιβλιογραφία ερευνάται η ανάπτυξη μοντέλων, μέσω των οποίων να μπορεί να εκφραστεί η δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος κατά την κίνηση του στο δρόμο. Σε πληθώρα ερευνών χρησιμοποιούνται τα μοντέλα συγκεντρωμένων ιδιοτήτων τετάρτου, ημίσεως και ολόκληρου οχήματος, όπως μπορεί να παρατηρηθεί στην βιβλιογραφία [1]-[7]. Κάνοντας χρήση των εν λόγω μοντέλων οχημάτων αντλούνται χρήσιμες πληροφορίες για τις ταλαντώσεις που προκαλούνται εξαιτίας της διέγερσης του εδάφους. Ακόμα, μπορεί να δημιουργηθεί ένας συσχετισμός ανάμεσα στις προκύπτουσες ταλαντώσεις συναρτήσει της μεταβολής των φυσικών παραμέτρων του οχήματος, όπως σταθερές ελατηρίων και αποσβεστήρων και κατά επέκταση τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται στον σχεδιασμό και στην βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών του οχήματος. Πλεονεκτήματα των μοντέλων τετάρτου και ημίσεως είναι ότι απαιτούν εξαιρετικά χαμηλή υπολογιστική ισχύ και προσφέρουν ποιοτικά αξιόπιστα αποτελέσματα. Επίσης, οι πληροφορίες που μπορούν να αντληθούν από τα προαναφερθέντα μοντέλα οχήματος πολλές φορές αποτελούν την εναρκτήριο βάση για άλλες έρευνες, οι οποίες διεισδύουν βαθύτερα στην δυναμική συμπεριφορά οχημάτων [8]. Επιπλέον, μέσω των μοντέλων αυτών καθίσταται δυνατή η κατά προσέγγιση πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος στον πραγματικό κόσμο και συνεπώς έχει εκδηλωθεί ένα έντονο ενδιαφέρον στην ανάπτυξη μεθόδων υπολογισμού των φυσικών παραμέτρων [9]. Ο Karnopp [10] θεώρησε ότι η δυναμική συμπεριφορά μπορεί να εκφραστεί ποιοτικά μέσω ενός μοντέλου τετάρτου οχήματος με γραμμική συμπεριφορά ελατηρίου και μοντελοποίησε την διέγερση του δρόμου ως λευκό θόρυβο. Οι Η. Imine & Τ. Madani [11] θεώρησαν ένα μοντέλο ημίσεως οχήματος και υπολόγισαν τις παραμέτρους του χρησιμοποιώντας την μέθοδο Sliding Mode Observer. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο αυτό κατασκευάστηκε ένας παρατηρητής, ο οποίος μπορούσε να προβλέπει την δυναμική συμπεριφορά των μεταβλητών κατάστασης, κατά την κίνηση του φορτηγού στον δρόμο. Οι Zhao et al. [3] θεώρησαν ένα βιοδυναμικό μοντέλο καθίσματος, εντός του οποίου εμπεριέχονται οι κραδασμοί που δέχεται ο οδηγός, οι παράμετροι του οποίου υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα. Οι Ebrahimi et al. [12] χρησιμοποίησαν δύο μοντέλα τετάρτου οχήματος και μέσω αυτών αποκτήσαν την προκύπτουσα χρονοσειρά των μεταβλητών κατάστασης για διάφορους συνδυασμούς των φυσικών χαρακτηριστικών της κύριας ανάρτησης. Στη συνέχεια, θεώρησαν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης και εφαρμόζοντας την μέθοδο TOPSIS βελτιστοποίησαν τις τιμές των παραμέτρων  $k_s$  και  $c_s$  (βλ. κεφάλαιο Μοντέλα Οχημάτων). Η προαναφερθείσα μέθοδος TOPSIS είναι μία απλή διαδικασία που εφαρμόζεται όταν επιχειρείται βελτιστοποίηση ενός προβλήματος του οποίου οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι περισσότερες από μία. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, στόχος ήταν η ελαχιστοποίηση της μετατόπισης και της επιτάχυνσης της αναρτώμενης και μη αναρτώμενης μάζας. Προκειμένου το μοντέλο οχήματος που έχει θεωρηθεί να μπορεί να προβλέπει την δυναμική συμπεριφορά στον πραγματικό κόσμο, απαιτείται μία διαδικασία εύρεσης των φυσικών χαρακτηριστικών του οχήματος. Στην παρούσα Διπλωματική εργασία βελτιστοποιείται η τιμή των παραμέτρων των μοντέλων τετάρτου και ημίσεως οχήματος, ώστε αυτά να προβλέπουν την δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος, όταν αυτό εκτελεί μία συγκεκριμένη κίνηση στον δρόμο. Η συνάρτηση κόστους διαμορφώνεται από την απόκλιση των πειραματικών δεδομένων από αυτά της προσομοίωσης [13]–[16]. Οι Szurgott et al. [13] υπολόγισαν τη σταθερά ελαστικότητας και απόσβεσης της ανάρτησης και κατασκεύασαν ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για ένα φορτηγό βαρέως τύπου. Στη συνέχεια εγκατέστησαν αισθητήρες στο όχημα και συνέκριναν τη χρονοσειρά των πειραματικών δεδομένων με αυτήν της προσομοίωσης, χρησιμοποιώντας έναν συντελεστή συσχέτισης. Οι Alfi et al. [15] θεώρησαν το σφάλμα αθροίσματος τετραγώνων ως δείκτη για τη συσχέτιση ανάμεσα στα πειραματικά δεδομένα με αυτά της προσομοίωσης. Οι Tey et al. [14] κατασκεύασαν ένα μοντέλο οχήματος στο περιβάλλον προσομοίωσης ADAMS και συγκρίνοντας τα πειραματικά αποτελέσματα με αυτά της προσομοίωσης, μέσω του συντελεστή συσχέτισης Spearman, εκτίμησαν τις τιμές των άγνωστων χαρακτηριστικών της μοντελοποίησης. Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει είναι αυτό της επιλογής της μεθόδου βελτιστοποίησης και στο πλαίσιο της παρούσας Διπλωματικής εργασίας επιλέχθηκαν οι γενετικοί αλγόριθμοι [1], [3], [6], [7], [17]. Σε κάθε επανάληψη της βελτιστοποίησης, δημιουργείται ένα σύνολο από διαφορετικές πιθανές λύσεις. Οι λύσεις αυτές αξιολογούνται μέσω μίας συνάρτησης κόστους και αυτές με την καλύτερη επίδοση χρησιμοποιούνται για την διαμόρφωση της επόμενης γενιάς. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου επέλθει σύγκλιση. Ο λόγος που επιλέχθηκε μία στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης είναι προκειμένου να αποφευχθεί ο εγκλωβισμός σε τοπικά ελάχιστα [18].

Η χρήση νευρωνικών δικτύων έχει αποδειχθεί ικανή στην πρόβλεψη δυναμικών φαινομένων [19]–[23]. Πλεονεκτήματα των νευρωνικών δικτύων αποτελούν η εξαιρετικά χαμηλή υπολογιστική ισχύς και η ικανότητα προσαρμογής σε μη γραμμικά φαινόμενα [19]. Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες η ανάπτυξη μοντέλων συγκεντρωμένων ιδιοτήτων είναι μία εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία, καθώς ενδέχεται τα φαινόμενα που εξελίσσονται να είναι αρκετά περίπλοκα. Δυναμικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί, εντός των οποίων αποτυπώνεται ένας ευρύς γνωστικός πλούτος για το εν εξελίξει φαινόμενο, συχνά απαιτούν υψηλή υπολογιστική ισχύ [20]. Τα νευρωνικά δίκτυα με ανατροφοδότηση εισόδου είναι μαθηματικά μοντέλα τύπου «μαύρου κουτιού», τα οποία έχουν την δυνατότητα δυναμικής παραχώρησης μνήμης, κάτι το οποίο τα καθιστά κατάλληλα στην προσέγγιση δυναμικών συστημάτων, καθώς η γνώση των προηγούμενων καταστάσεων των μεταβλητών είναι αναγκαία. Με την επιλογή της κατάλληλης εσωτερικής αρχιτεκτονικής, καθώς και δεδομένων εκπαίδευσης, τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συστήματα αναρτήσεων [19]–[22]. Οι Guarneri et al. [20] έχουν αναπτύξει ένα νευρωνικό δίκτυο, με σκοπό την πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς ενός συστήματος ανάρτησης-τροχού. Τα προκύπτοντα αποτελέσματα του νευρωνικού δικτύου προσεγγίζουν τις μετρήσεις που λήφθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία. Οι Patel και Dunne [22] ανέπτυξαν δύο (NARX) νευρωνικά δίκτυα, ώστε να μοντελοποιηθούν τα μη γραμμικά δυναμικά χαρακτηριστικά παθητικών υδραυλικών αποσβεστήρων, οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε συστήματα αναρτήσεων. Οι Zhang et al. [24] περιγράφουν την εσωτερική αρχιτεκτονική και την διαδικασία εκπαίδευσης που απαιτείται για την ανάπτυξη ενός μοντέλου NARX, το οποίο συνδέει την δυναμική συμπεριφορά του οχήματος με την μορφολογία του εδάφους. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας αισθητήρες που μετράνε την δυναμική απόκριση του οχήματος, κατά την πορεία του στον δρόμο, κατέστη δυνατή η αποτύπωση της τραχύτητας του εδάφους. Οι Alghafir και Dune [19] θεώρησαν ένα νευρωνικό δίκτυο τύπου NARX, το οποίο προσεγγίζει την δυναμική συμπεριφορά ενός αποσβεστήρα, όπως αυτή προέκυπτε από τη χρήση ενός φυσικού μαθηματικού μοντέλου υψηλής υπολογιστικής ισχύς. Στη συνέχεια

πραγματοποιήθηκαν δύο προσομοιώσεις στο μοντέλο οχήματος Quarter. Στην πρώτη, η συμπεριφορά του αποσβεστήρα εκφραζόταν μέσω του φυσικού μοντέλου, ενώ στην δεύτερη μέσω του NARX. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν αρκετά κοντά μεταξύ τους και το νευρωνικό δίκτυο ήταν αρκετά ταχύτερο στην εκτέλεση της προσομοίωσης. Στην παρούσα εργασία κατασκευάστηκαν δύο μοντέλα NARX, με σκοπό την πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς των Quarter και Bicycle μοντέλων οχημάτων. Το βήμα αυτό είναι απαραίτητο, προκειμένου μελλοντικά τα NARX να μπορούν να προβλέπουν απευθείας την απόκριση των πειραματικών δεδομένων.

# 3 Μοντέλα Οχημάτων

### 3.1 Μοντέλο Quarter Car (Τετάρτου οχήματος)

Το μοντέλο Quarter Car (QC) αποτελεί την πιο απλή μαθηματική προσέγγιση της δυναμικής συμπεριφοράς ενός οχήματος. Για την μοντελοποίηση της παρούσας Διπλωματικής εργασίας και βάσει της βιβλιογραφίας [25], το όχημα περιγράφεται ως ένας μηχανισμός αποτελούμενος από δύο μάζες, την  $m_s$  (αναρτημένη μάζα) και την  $m_u$  (μη αναρτημένη μάζα). Η μάζα  $m_s$  αντιπροσωπεύει το 1/4 του σώματος του οχήματος, ενώ η  $m_u$ αντιπροσωπεύει έναν τροχό. Η σύνδεση ανάμεσα στις δύο μάζες (γνωστή ως κύρια ανάρτηση) πραγματοποιείται μέσω της εν παραλλήλω τοποθέτησης ενός ελατηρίου με σταθερά  $k_s$  και ενός αποσβεστήρα με σταθερά  $c_s$ . Η μάζα  $m_u$  είναι συνδεδεμένη με το έδαφος μέσω της σταθεράς ελατηρίου  $k_u$ , η οποία αντιπροσωπεύει την σταθερά ελαστικότητας του τροχού. Στο Σχήμα 1 παριστάνεται το εν λόγω μοντέλο.



Σχήμα 1: Μοντέλο οχήματος Quarter [25]

Η μαθηματική σχέση που εκφράζει την δυναμική συμπεριφορά περιγράφεται από την διαφορική *Εξίσωση* 1:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_s & 0\\ 0 & m_u \end{bmatrix}}_{[m]} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_s\\ \ddot{x}_u \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_s & -c_s\\ -c_s & c_s \end{bmatrix}}_{[c]} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_s\\ \dot{x}_u \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} ks & -k_s\\ -k_s & k_s + k_u \end{bmatrix}}_{[k]} \cdot \begin{bmatrix} x_s\\ x_u \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0\\ k_u \cdot y \end{bmatrix}}_{[F]}$$
(1)

 $x_s$  : Μετατόπιση αναρτημένης μάζας

 $x_u$  : Μετατόπιση μη αναρτημένης μάζας

y : Διέγερση εδάφους

Η *Εξίσωση* 1 είναι δεύτερης τάξεως και η εντολή ode45 της matlab, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξεως, για αυτόν τον λόγο είναι απαραίτητος ο εξής μετασχηματισμός:

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_s \\ x_u \end{bmatrix} \qquad g_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_u \end{bmatrix}$$

Αντικαθιστώντας, η Εξίσωση 1 λαμβάνει την εξής μορφή:

$$\begin{cases} [m]\dot{g}_{2} + [c]g_{2} + [k]g_{1} = [F] \\ \dot{g}_{1} = g_{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} \dot{g}_{2} = -[m]^{-1}[c]g_{2} - [m]^{-1}[k]g_{1} + [m]^{-1}F \\ \dot{g}_{1} = g_{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} \dot{g}_{2} \\ \dot{g}_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[m]^{-1}[c] & -[m]^{-1}[k] \\ \vec{1} & \vec{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{2} \\ g_{1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [m]^{-1} \\ \vec{0} \end{bmatrix} [F]$$
(2)

Οι μετρήσεις που προκύπτουν από την πειραματική διαδικασία εμπεριέχουν τις παρακάτω σχετικές μετατοπίσεις:

$$x_u - y = x_s - x_u$$

Τα μεγέθη αυτά δεν εμφανίζονται άμεσα στην *Εξίσωση* 1. Για αυτόν τον λόγο θα χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s = -k_s (x_s - x_u) - c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) \\ m_u \ddot{x}_u = k_s (x_s - x_u) + c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) - k_u (x_u - y) \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_s = -\frac{k_s}{m_s} (x_s - x_u) - \frac{c_s}{m_s} (\dot{x}_s - \dot{x}_u) \\ \ddot{x}_u = \frac{k_s}{m_u} (x_s - x_u) + \frac{c_s}{m_u} (\dot{x}_s - \dot{x}_u) - \frac{k_u}{m_u} (x_u - y) \end{cases} \\ (\dot{x}_s - \ddot{x}_u) = -\left(\frac{k_s}{m_s} + \frac{k_s}{m_u}\right) (x_s - x_u) - \left(\frac{c_s}{m_s} + \frac{c_s}{m_u}\right) (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + \frac{k_u}{m_u} (x_u - y) \end{cases}$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δεύτερης τάξης και είναι απαραίτητο να μετασχηματιστεί σε πρώτης, ώστε να μπορεί να ολοκληρωθεί μέσω της εντολής ode45 της Matlab. Για αυτόν τον λόγο θα χρησιμοποιηθούν οι βοηθητικές μεταβλητές:

$$g_1 = x_s - x_u \qquad g_2 = \dot{x}_s - \dot{x}_u$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$\dot{g}_1 = g_2 \\ \dot{g}_2 = -\left(\frac{k_s}{m_s} + \frac{k_s}{m_u}\right)g_1 - \left(\frac{c_s}{m_s} + \frac{c_s}{m_u}\right)g_2 + \frac{k_u}{m_u}(x_u - y)$$
 (3)

Η μητρωική μορφή του παραπάνω συστήματος είναι η εξής:

$$\begin{split} & \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_s - x_u \\ \dot{x}_s - \dot{x}_u \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_s(\frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_u}) & -c_s(\frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_u}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s - x_u \\ \dot{x}_s - \dot{x}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_u}{m_u} \end{bmatrix} (x_u - y) \end{split}$$
(4)

### 3.2 Μοντέλο Bicycle Car (Ημίσεως οχήματος)

Το μοντέλο Bicycle Car (BC) προσεγγίζει με υψηλότερη ακρίβεια την δυναμική συμπεριφορά από το Quarter Car, καθώς λαμβάνονται υπόψη τα εξής μεγέθη:

- ταλάντωση εμπρόσθιου τροχού
- ταλάντωση οπίσθιου τροχού
- ταλάντωση οχήματος
- περιστροφική κίνηση του οχήματος

Οι μαθηματικές σχέσεις που θα ακολουθήσουν στηρίζονται στην βιβλιογραφία [25]. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται η σχηματική αναπαράσταση του εν λόγω μοντέλου, ενώ στον Πίνακα 1 δίνεται η επεξήγηση των παραμέτρων του συστήματος.



Σχήμα 2: Μοντέλο οχήματος Bicycle [25]

Πίνακας 1: Παράμετροι	Bicycle μοντέλου	οχήματος
-----------------------	------------------	----------

Παράμετρος	Μετρούμενο Μέγεθος	
m	Το μισό της συνολικής μάζας	
$m_1$	Μάζα εμπρόσθιου τροχού	
$m_2$	Μάζα οπίσθιου τροχού	
x	Κατακόρυφη θέση οχήματος	
$x_1$	Κατακόρυφη θέση εμπρόσθιου τροχού	
$x_2$	Κατακόρυφη θέση οπίσθιου τροχού	
$\theta$	Στροφή του σώματος του οχήματος	
$y_1$	Γεωμετρία εδάφους εμπρόσθιου τροχού	
$y_2$	Γεωμετρία εδάφους οπίσθιου τροχού	
$I_y$	Μισή περιστροφική αδράνεια του οχήματος	
$a_1$	Απόσταση κέντρου βάρους από εμπρόσθιο άξονα	
$a_2$	Απόσταση κέντρου βάρους από οπίσθιο άξονα	

Η μαθηματική έκφραση που χαρακτηρίζει την συμπεριφορά του συστήματος είναι η εξής:

$$[m]\ddot{\mathbf{x}} + [c]\dot{\mathbf{x}} + [k]\mathbf{x} = [F]$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$[m] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$[c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & a_2c_2 - a_1c_1 & -c_1 & -c_2 \\ a_2c_2 - a_1c_1 & c_1a_1^2 + c_2a_2^2 & a_1c_1 & -a_2c_2 \\ -c_1 & a_1c_1 & c_1 & 0 \\ -c_2 & -a_2c_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & a_2k_2 - a_1k_1 & -k_1 & -k_2 \\ a_2k_2 - a_1k_1 & k_1a_1^2 + k_2a_2^2 & a_1k_1 & -a_2k_2 \\ -k_1 & a_1k_1 & k_1 + k_{t_1} & 0 \\ -k_2 & -a_2k_2 & 0 & k_2 + k_{t_2} \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_1k_{t_1} \\ y_2k_{t_2} \end{bmatrix}$$

Η *Εξίσωση* 5 είναι δεύτερης τάξης και η εντολή ode45 της Matlab, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, για αυτόν τον λόγο είναι απαραίτητος ο εξής μετασχηματισμός:

$$g_1 = \mathbf{x} \qquad g_2 = \dot{\mathbf{x}}$$

Αντικαθιστώντας στην Εξίσωση 5 προκύπτει:

$$\begin{cases} [m]\dot{g}_{2} + [c]g_{2} + [k]g_{1} = [F] \\ \dot{g}_{1} = g_{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} \dot{g}_{2} = -[m]^{-1}[c]g_{2} - [m]^{-1}[k]g_{1} + [m]^{-1}[F] \\ \dot{g}_{1} = g_{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} \dot{g}_{2} \\ \dot{g}_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[m]^{-1}[c] & -[m]^{-1}[k] \\ \vec{1} & \vec{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{2} \\ g_{1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [m]^{-1} \\ \vec{0} \end{bmatrix} [F]$$
(6)

Στην εξίσωση κίνησης πρέπει να εμφανίζονται οι σχετικές αποστάσεις. Στον Πίνακα 2 παρουσιάζεται ο μετασχηματισμός των απόλυτων μεταβλητών κατάστασης σε σχετικές.

Πίνακας 2: Σχετικές μεταβλητές κατάστασης Bicycle μοντέλου

$x_1 - y_1$	Απόσταση εμπρόσθιου τροχού από έδαφος
$x_2 - y_2$	Απόσταση οπίσθιου τροχού από έδαφος
$x-x_1-a_1\theta$	Απόσταση πλαισίου - άξονα (εμπρόσθιο)
$x - x_2 + a_2 \theta$	Απόσταση πλαισίου - άξονα (οπίσθιο)

Θεωρούμε τον εξής μετασχηματισμό :

$$\begin{array}{l} q_1 = x - x_1 - a_1 \theta \\ q_2 = x - x_2 + a_2 \theta \\ u_1 = x_1 - y_1 \\ u_2 = x_2 - y_2 \end{array}$$

Με τον παραπάνω μετασχηματισμό μπορούν να προκύψουν οι κάτωθι σχέσεις:

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m}(c_1\dot{q}_1 + c_2\dot{q}_2 + k_1q_1 + k_2q_2) \tag{7}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} (a_1 c_1 \dot{q}_1 - a_2 c_2 \dot{q}_2 + a_1 k_1 q_1 - a_2 k_2 q_2) \tag{8}$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1} (c_1 \dot{q}_1 + k_1 q_1 - k_{t_1} u_1) \tag{9}$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2} (c_2 \dot{q}_2 + k_2 q_2 - k_{t_2} u_2) \tag{10}$$

Με κατάλληλες πράξεις των παραπάνω εξισώσεων κατασκευάζονται τα αθροίσματα:

$$\ddot{q}_1 = \ddot{x} - \ddot{x}_1 - a_1 \ddot{\theta} \qquad \ddot{q}_2 = \ddot{x} - \ddot{x}_2 + a_2 \ddot{\theta}$$

Συνεπώς δημιουργείται ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τις τρεις μεταβλητές κατάστασης  $q_1, q_2, \theta$ . Έπειτα από πράξεις προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \theta \end{bmatrix} + B \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + C \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
(11)

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{k_1}{m} - \frac{k_1}{m_1} - \frac{a_1^2 k_1}{I_y} & \frac{a_1 a_2 k_2}{I_y} - \frac{k_2}{m} & 0\\ \frac{a_1 a_2 k_1}{I_y} - \frac{k_1}{m} & -\frac{k_2}{m} - \frac{k_2}{m_2} - \frac{a_2^2 k_2}{I_y} & 0\\ \frac{a_1 k_1}{I_y} & -\frac{a_2 k_2}{I_y} & 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} -\frac{c_1}{m} - \frac{c_1}{m_1} - \frac{a_1^2 c_1}{I_y} & \frac{a_1 a_2 c_2}{I_y} - \frac{c_2}{m} & 0\\ \frac{a_1 a_2 c_1}{I_y} - \frac{c_1}{m} & -\frac{c_2}{m} - \frac{a_2^2 c_2}{I_y} & 0\\ \frac{a_1 c_1}{I_y} & -\frac{a_2 c_2}{I_y} & 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} \frac{k_{t_1}}{m_1} & 0\\ 0 & \frac{k_{t_2}}{m_2}\\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Η διαφορική Εξίσωση 11 είναι δεύτερης τάξεως και η εντολή ode45 της Matlab δέχεται μονάχα διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξεως. Συνεπώς απαιτείται ο παρακάτω μετασχηματισμός:

$$g_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \theta \end{bmatrix} \qquad g_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Συνεπώς προκύπτει :

$$\begin{split} \dot{g}_2 &= A \cdot g_1 + B \cdot g_2 + C \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ \dot{g}_1 &= g_2 \end{split}$$

Θέτοντας ως ενιαία μεταβλητή το μέγεθος  $Y = [g_2, g_1]^T$ , προκύπτει η Εξίσωση 12:

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} B & A \\ I & 0 \end{bmatrix} \cdot Y + \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
(12)

### 3.3 Απόκριση μοντέλων για τυπικές εισόδους

Στόχος του παρόντος εδαφίου, είναι η σύγκριση των μοντέλων QC και BC, για τρεις περιπτώσεις εδαφικής μορφολογίας. Έστω φορτηγό όχημα με τα εξής βασικά χαρακτηριστικά:

- Συνολική μάζα 4500 kg
- Μάζα κάθε ενός από τους 4 τροχούς 100 kg
- Μεταξόνιο 3.31 m
- Ισοκατανομή βάρους  $a_1 = a_2$
- Κύρια ανάρτηση  $k_s = 150000 \; {\rm [N/m]}, c_s = 8000 \; \; {\rm [Ns/m]}$
- Σταθερά ελαστικότητας τροχού  $k_t = 800000$  [N/m]

Η επιλογή των παραπάνω τιμών έγινε ώστε να τονιστούν οι βασικές διαφορές των μοντέλων QC και BC. Βάσει των προαναφερθέντων χαρακτηριστικών μπορεί να οριστεί η τιμή όλων των άγνωστων παραμέτρων, ως εξής:

Για το μοντέλο QC έχει θεωρηθεί:

- $m_s = (4500 4 * 100)/4$  [kg]
- $m_u = 100 \, [\text{kg}]$
- $k_s = 150000 \, [{\rm N/m}]$
- $k_u = 800000 \, [\text{N/m}]$
- $c_s = 8000 \, [\text{Ns/m}]$

Για το μοντέλο BC έχει θεωρηθεί:

- m = (4500 4 \* 100)/2 [kg]
- $m_1 = 100 \, \mathrm{[kg]}$
- $m_2 = 100 \, [\text{kg}]$
- $I_y = 2000 \, [{\rm kg} \, {\rm m}^2]$
- $a_1 = 1.5 \, [m]$
- $a_2 = 1.5 \, [m]$

- $k_1 = 150000 \, [\text{N/m}]$
- $k_2 = 150000 \, [\text{N/m}]$
- $k_{t_1} = 800000 \, [\text{N/m}]$
- $k_{t_2} = 800000 \, [\text{N/m}]$
- $c_1 = 8000 \text{ [Ns/m]}$
- $c_2 = 8000 \, [\text{Ns/m}]$

Πιο συγκεκριμένα, η μοντελοποίηση με το QC αναφέρεται στον οπίσθιο δεξιό τροχό, ενώ με το BC στο δεξιό τμήμα του φορτηγού, με τον δείκτη 1 να συμβολίζει τον εμπρόσθιο τροχό και τον δείκτη 2 τον οπίσθιο. Είναι προφανές ότι τα μεγέθη y (Εξίσωση 1) και  $y_2$  (Εξίσωση 5) αναφέρονται στην εδαφική διέγερση που απευθύνεται στον ίδιο τροχό, τον οπίσθιο δεξιό και κατά την σύγκριση θα ληφθούν ίσα, δηλαδή  $y(t) = y_2(t)$ . Συνεπώς, την χρονική στιγμή t, για το μοντέλο QC η διέγερση είναι y(t), ενώ για το μοντέλο BC ισχύει  $y_2(t) = y(t)$  και  $y_1(t)$ . Κάνοντας την παραδοχή ότι το φορτηγό κινείται με μία σταθερή ταχύτητα u, τότε η διέγερση του εμπρόσθιου τροχού, για το δεξιό τμήμα, είναι

ίση με  $y_1(t) = y_2(t + d/u)$ . Περισσότερες λεπτομέρειες αναφέρονται στη συνέχεια της τεχνικής έκθεσης, όπου γίνεται προσομοίωση για τις εξής τρεις περιπτώσεις μορφολογίας του εδάφους: α) βηματική συνάρτηση (σαμαράκι), β) ISO Grade A, γ) ISO Grade C.

### 3.4 Βηματική συνάρτηση

Η βηματική συνάρτηση περιγράφεται από την Εξίσωση 13 και έχει μορφή τραπεζίου, ενώ το μέγιστο ύψος ανέρχεται στα 0.1 μέτρα. Η απεικόνιση της εν λόγω μορφολογίας, συναρτήσει του χρόνου, φαίνεται στο Σχήμα 3. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το μέγεθος  $y_1$  είναι ίδιο με το  $y_2$ , όντας χρονικά μετατοπισμένο κατά μία τιμή, η οποία εξαρτάται από την ταχύτητα του οχήματος. Στα Σχήματα 4, 5 και 6, τα οποία απευθύνονται αντίστοιχα σε ταχύτητες 6, 10 και 20 km/h, φαίνονται οι διαφορές ανάμεσα στα μοντέλα Quarter και Bicycle.

$$\operatorname{ground} = \begin{cases} 0 & t < 5\\ (t-5) & t \ge 5 & \& \ t < 5.1\\ 0.1 & t \in [5.1, 7.1]\\ 0.1 - (t-7.1) & t > 7.1 & \& \ t \le 7.2\\ 0 & t > 7.2 \end{cases}$$
(13)



Σχήμα 3: Διέγερση εδάφους για βηματική συνάρτηση













### 3.5 ISO Grade A

Κατασκευάζεται η εδαφική μορφολογία δρόμου μήκους L, κατά ISO Grade A. Η συνάρτηση που κάνει την απεικόνιση ανάμεσα στην οριζόντια συντεταγμένη του δρόμου και στην αντίστοιχη μετατόπιση του εδάφους, είναι η ground(x) για  $x \in [0, L]$ . Κάνοντας την παραδοχή ότι το φορτηγό κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα u, ορίζονται οι διεγέρσεις  $y(t) = y_2(t) = \text{ground}(u * t)$ , ενώ για την διέγερση του εμπρόσθιου τροχού στο Bicycle μοντέλο λαμβάνεται η *Εξίσωση* 14. Στο *Σχήμα* 7, παρουσιάζεται η εδαφική μορφολογία κατά ISO Grade A, συναρτήσει του μήκους του δρόμου x. Το χρονικό διάστημα της προσομοίωσης διατηρείται σταθερό στα 18 sec και συνεπώς το μήκος δρόμου L καθορίζεται κάθε φορά βάσει της ταχύτητας L = u \* t. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η κατακόρυφη συμπεριφορά της αναρτημένης μάζας.

$$y_1(t) = \begin{cases} \mathsf{ground}(u*t+d) & u*t+d \leq L\\ 0 & u*t+d > L \end{cases} \tag{14}$$



Σχήμα 7: Μορφή οδοστρώματος κατά ISO Grade A



Σχήμα 8: Απόκριση μοντέλων για u=6 km/h



Σχήμα 9: Απόκριση μοντέλων για  $u=10~{\rm km/h}$ 





### 3.6 ISO Grade C

Για οδόστρωμα κατά ISO Grade C, εργαζόμαστε με όμοιο τρόπο με την προηγούμενη περίπτωση ISO Grade A. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η κατακόρυφη απόκριση της αναρτημένης μάζας.



Σχήμα 11: Μορφή οδοστρώματος κατά ISO Grade C



Σχήμα 12: Απόκριση μοντέλων για u=6 km/h

Διπλωματική Εργασία - Κωνσταντόπουλος Γεώργιος



Σχήμα 13: Απόκριση μοντέλων για  $u=10~{\rm km/h}$ 



Σχήμα 14: Απόκριση μοντέλων για  $u=20~{\rm km/h}$ 

# 4 Πειραματική διαδικασία

Το όχημα που χρησιμοποιήθηκε για την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων είναι το φορτηγό Mercedes Atego 815 κατηγορίας N2, το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 15 και φέρει τα εξής βασικά χαρακτηριστικά:

- Απόβαρο 4500 kg (έχει τοποθετηθεί φορτίο στο οπίσθιο τμήμα του φορτηγού)
- Οπίσθιο μετατρόχιο 1770 mm
- Εμπρόσθιο μετατρόχιο 1980 mm
- Μεταξόνιο 3310 mm



Σχήμα 15: Φωτογραφία του οχήματος που χρησιμοποιήθηκε για το πείραμα

Ο εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε για την πειραματική διαδικασία περιλαμβάνει:

- Κατάλληλους αισθητήρες εγκατεστημένους στο όχημα
- Μονάδα συλλογής δεδομένων MGCplus της HBM
- Λογισμικό καταγραφής δεδομένων Catman HBM εγκατεστημένο σε φορητό Η/Υ
- Κάμερα καταγραφής διαδρομής GARMIN VIRB

Στη συνέχεια της τεχνικής έκθεσης γίνεται αναλυτικότερη παρουσίαση του χρησιμοποιούμενου μετρητικού εξοπλισμού.

### 4.1 Περιγραφή Μετρητικής Αλυσίδας

Η μετρητική αλυσίδα περιλαμβάνει:

• Αισθητήρες Μέτρησης Γραμμικής Επιτάχυνσης

Τα επιταχυνσιόμετρα που χρησιμοποιήθηκαν χαρακτηρίζονται από μικρό όγκο και μάζα και είναι κατασκευασμένα από Τιτάνιο. Η διεύθυνση κατά την οποία τοποθετούνται οι εν λόγω αισθητήρες, ορίζει και τον άξονα στον οποίο μετράται το μέγεθος της επιτάχυνσης. Ο προσανατολισμός εγκατάστασης τους ήταν κατακόρυφος, ώστε να αποκτηθεί γνώση των κατακόρυφων επιταχύνσεων, κατά την πορεία του φορτηγού στον δρόμο. Τα χαρακτηριστικά των εν λόγω αισθητήρων παρουσιάζονται στο Σχήμα 16.

Specification	Unit	Type 8702/4B25	Type 8702/4B50	Type 8702/4B100
Acceleration range	g	±25	±50	±100
Acceleration limit	gpk	±50	±100	±200
Transverse acceleration limit	gpk	±50	±100	±200
Threshold nom.	grms	0.002	0.004	0.006
Sensitivity, ±5 %	mV/g	200	100	50
Resonant frequency mounted nom.	kHz	54	54	54
Frequency response, ±5 %	Hz	1 8000	0.5 10000	0.5 10000
Amplitude non-linearity	%FSO	±1	±1	±1
Time constant nom.	sec	1	2	1.5
Transverse sensitivity nom., (max. 3)	%	1.5	1.5	1.5
Long term stability	%	±1	±1	±1
Environmental	alue	0.01	0.01	0.01
Shock limit (1 mc pulco)	g/µc	2000	2000	2000
Temperature coeff, of sensitivity	8pk	_0.03	_0.03	_0.03
Operating temperature range	>07 F	-65 210	-0.05	-65 210
Storage temperature range	•E	-100 250	-100 250	-100 250
Output	VDC	11	11	11
bias nom.	VDC	<100	<100	<100
Voltage full scale	12	< 100	<100	<100
Voltage full scale	~	C±	CT	±0
Source		۷	۷	۷
Voltage	VDC	20 30	20 30	20 30
Constant current	mA	4	4	4
Impedance min.	kΩ	100	100	100
Construction				
Sensing element	Туре	quartz-shear	quartz-shear	quartz-shear
Housing/base	material	Titanium/St. Stl.	Titanium/St. Stl.	Titanium/St. Stl.
Degree of protection case/connector	Туре	hermetic	hermetic	hermetic
Connector	Туре	10-32 neg.	10-32 neg.	10-32 neg.
Ground isolated		with pad/M1	with pad/M1	with pad/M1
Mass	grams	8.7/7.5	8.7/7.5	8.7/7.5
M1	grams	9.7/8	9.7/8	9.7/8
Mounting (10-32 thd.x0.13 dp)	Туре	stud	stud	stud
Mounting torque	lbf-in	18	18	18

### Σχήμα 16: Χαρακτηριστικά αισθητήρα επιτάχυνσης Kristler8704



Οπίσθιος Άξονας

Εμπρόσθιος Άξονας

Σχήμα 17: Τοποθέτηση επιταχυνσιόμετρων στον οπίσθιο και εμπρόσθιο άξονα του φορτηγού οχήματος

• Αισθητήρες μετατόπισης

Πρόκειται για αισθητήρες μετατόπισης της εταιρίας CORSSYS DARTON και είναι σχεδιασμένοι για χρήση σε δυναμικές δοκιμές οχημάτων, όπου απαιτούνται μετρήσεις υψηλής ακριβείας. Στο φορτηγό όχημα έχουν τοποθετηθεί τρεις αισθητήρες HF-500C, τα χαρακτηριστικά των οποίων παρουσιάζονται στο *Σχήμα* 20. Ο ένας είναι τοποθετημένος στην δεξιά πλευρά του πλαισίου, πάνω από τον οπίσθιο άξονα, έτσι ώστε να μετρά την κατακόρυφη μετατόπιση του πλαισίου σε σχέση με τον οπίσθιο άξονα. Ο δεύτερος μετρά την κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου του δεξιού οπίσθιου τροχού σε σχέση με το οδόστρωμα, ενώ ο τρίτος αισθητήρας μετράει την κατακόρυφη μετατόπιση του δεξιού οπόσθιου τροχού σε σχέση με το οδόστρωμα, ενώ ο τρίτος αισθητήρας μετράει την κατακόρυφη μετατόπιση του δεξιού εμπρόσθιου τροχού σε σχέση με το οδόστρωμα, ενώ ο τρίτος αισθητήρας μετράει την κατακόρυφη μετατόπιση του δεξιού εμπρόσθιου τροχού σε σχέση με το οδόστρωμα, ενώ ο τρίτος αισθητήρας μετράει την κατακόρυφη μετατόπιση του δεξιού εμπρόσθιου τροχού σε σχέση με το αδόστρωμα. Στα *Σχήματα* 18 και 19 φαίνεται η τοποθέτηση των προαναφερθέντων αισθητήρων, όπως πραγματοποιήθηκε κατά την πειραματική διαδικασία.



Οπίσθιος Τροχός



Εμπρόσθιος Τροχός

Σχήμα 18: Απόσταση του κέντρου του οπίσθιου και εμπρόσθιου τροχού από το έδαφος





Σχήμα 19: Διαφορά ύψους πλαισίου - άξονα

Technical	Specifications
-----------	----------------

reennear opeennearons	
Measuring range:	125 625 mm
Resolution:	0.2 mm
Linearity:	±0.2%
Sampling rate *:	1 8 kHz
Light source:	Laser
Laser Power:	< 5 mW
Laser Class:	3R (IEC 60825-1)
Wave length:	660 nm (red)
Approx. spot size:	1 mm x 2 mm
Outputs	
Analog, RS232, CAN bus	
System Specifications	
Output voltage	0 10 V
Power supply:	9 18 V; (125 mA @ 12 V DC)
Temperature range:	
Operating:	-5 60°C
Storage:	-10 70°C
System protection of the sensor:	IP 67
Weight:	155 g (without cable)
Weight: Dimensions of the sensor (I x w x h):	155 g (without cable) 100 mm x 20 mm x 40 mm´ (without spray guard)

### Σχήμα 20: Χαρακτηριστικά Αισθητήρα Μετατόπισης HF-500C

• Μονάδα συλλογής δεδομένων MGCPlus

Το MGC Plus είναι αρθρωτό καταγραφικό δεδομένων από αισθητήρες της εταιρία HBM. Διαθέτει έως και δεκαέξι υποδοχές σύνδεσης (κανάλια) με ενισχυτές μονών ή πολλαπλών καναλιών. Συνεπώς, από ένα καταγραφικό μπορούν να συλλεχθούν δεδομένα από έως και 128 σημεία μέτρησης από πολλούς διαφορετικούς αισθητήρες όπως LVDT transducers, Strain gage, Torque flange, DC voltage sources και Piezoresistive transducers. Το MGCplus είναι τοποθετημένο στη καμπίνα του φορτηγού οχήματος και απότελείται από:

- Οθόνη AB22A, η οποία αποτελεί και τη μονάδα ελέγχου της συσκευής
- Ενισχυτές
- Κάρτες σύνδεσης
- Τροφοδοτικό

Στο *Σχήμα* 21 φαίνεται η μονάδα συλλογής δεδομένων, όπως αυτή τοποθετήθηκε εντός της καμπίνας του φορτηγού οχήματος.



Σχήμα 21: Τοποθέτηση μονάδας συλλογής δεδομένων εντός της καμπίνας του οδηγού

• Λογισμικό Καταγραφής δεδομένων Catman

Το λογισμικό Catman Professional Measurements Technology της HBM είναι αρθρωτής δομής και προσφέρει δυνατότητες απόκτησης, επεξεργασίας και οπτικοποίησης δεδομένων που λαμβάνονται από αισθητήρες. Δίνει τη δυνατότητα επεξεργασίας των δεδομένων είτε κατά τη διάρκεια της απόκτησής τους (real time), είτε μετά το πέρας της διαδικασία των μετρήσεων (post-process).

Τα τέσσερα πιο σημαντικά μέρη του λογισμικού είναι τα:

- Device driver
- Central Measurement and Control unit
- Online Document with its Online Pages
- Database

Το λογισμικό είναι εγκατεστημένο σε φορητό Η/Υ ο οποίος βρίσκεται εντός της καμπίνας του οδηγού του φορτηγού οχήματος. Ο φορητός Η/Υ είναι συνδεδεμένος με τη μονάδα συλλογής δεδομένων MGCplus μέσω καλωδίου Ethernet.

### 4.2 Πειραματική Διαδικασία

Για τις μετρήσεις τις παρούσας εργασίας αρχικά εγκαταστάθηκαν οι προαναφερθέντες αισθητήρες στις κατάλληλες θέσεις πάνω στο φορτηγό, όπως φαίνεται και στα Σχήματα 17, 18, 19. Έπειτα πραγματοποιήθηκε η καλωδιακή σύνδεση ανάμεσα στους αισθητήρες και στην μονάδα συλλογής δεδομένων, η οποία τοποθετήθηκε πάνω σε βάση εντός της καμπίνας του οδηγού. Η μονάδα συλλογής δεδομένων συνδέθηκε με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Στο Σχήμα 22 παρουσιάζονται οι δύο διαφορετικές διαδρομές που πραγματοποίησε το φορτηγό όχημα. Το βέλος που έχει τοποθετηθεί καταδεικνύει την κατεύθυνση της πορείας. Κάθε μία από τις δύο διαδρομές πραγματοποιήθηκε πέντε φορές και συνεπώς έχουν καταγραφεί δέκα πακέτα μετρήσεων.



Σχήμα 22: Διαδρομές που ακολούθησε το φορτηγό όχημα στην πειραματική διαδικασία

Στα Σχήματα 23, 24, 25, φαίνονται τα Boxplot για τα δέκα πακέτα μετρήσεων. Αυτά με δείκτες από 1-5 αναφέρονται στην διαδρομή Α, ενώ τα υπόλοιπα στην διαδρομή Β. Η ταχύτητα κατά την διέλευση πάνω από το σαμαράκι ήταν κατά προσέγγιση ίση με 15 kph. Τα δεδομένα έχουν ως αρχή και ως τέλος την ρελαντί κατάσταση του φορτηγού, ενώ στο ενδιάμεσο διαγράφεται η πορεία του οχήματος πάνω από το σαμαράκι. Στην ρελαντί κατάσταση του φορτηγού, πριν από την επικείμενη πορεία, οι μετρήσεις μηδενίστηκαν. Η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέχθηκε ίση με 200 Hz. Στο Σχήμα 25, οι μετρήσεις της διαδρομής Α (1-5) εμφανίζουν όμοια χαρακτηριστικά μεταξύ τους. Το ίδιο ισχύει και για τις μετρήσεις της διαδρομής Β (6-10). Οι μετρήσεις (6-10) εμφανίζουν ελαφρώς υψηλότερες θετικές τιμές από τις (1-5). Οι μέγιστες αρνητικές τιμές που αναπτύσσονται στις διαδρομές Α και Β είναι στατιστικά ίδιες, το ίδιο και η μέση τιμή. Στα Σχήματα 23 και 24 τα πειραματικά δεδομένα είναι αρκετά ανόμοια μεταξύ τους. Στο Σχήμα 24 η τέταρτη μέτρηση διαθέτει μέγιστες τιμές κατά πολύ μεγαλύτερες από όσο αναμενόταν, στην τρίτη και στην πρώτη εμφανίζεται μικρή πυκνότητα δεδομένων στις ακραίες περιοχές. Όμοια συμπεράσματα προκύπτουν και για τα δεδομένα του *Σχήματος* 23. Η ακτίνα laser των αισθητήρων που μετράνε την απόσταση ανάμεσα στον τροχό και στο έδαφος προσπίπτει σε τραχιά επιφάνεια, με μικρή ανακλαστική ιδιότητα, κάτι το οποία εξηγεί τα προβλήματα που προέκυψαν. Αντίθετα, απέναντι από τον αισθητήρα μέτρησης της απόστασης πλαισίου-άξονα, έχει τοποθετηθεί ειδική ανακλαστική επιφάνεια για την βελτίωση της ποιότητας των μετρήσεων, κάτι το οποίο δεν μπορούσε να γίνει στον

Αθήνα 2023 | Σελίδα 31

αισθητήρα τροχού-εδάφους. Ενδέχεται η επανάληψη της πειραματικής διαδικασίας σε κλειστό χώρο με κατάλληλη επιφάνεια εδάφους να βελτιώσει σημαντικά την ποιότητα των μετρήσεων τροχού-εδάφους. Μία άλλη λύση είναι εκτέλεση της πορείας όταν το έδαφος είναι βρεγμένο. Στα *Σχήματα* 26, 27, 28, 29 παρουσιάζονται οι χρονικές αποκρίσεις που κατέγραψαν οι αισθητήρες. Στα *Σχήματα* 26, 27, 28 και 29 μπορεί να παρατηρηθεί ότι στην τελική κατάσταση του φορτηγού, κατά την οποία το φορτηγό είναι ακίνητο, οι μετρήσεις δεν είναι μηδενικές. Κάτι τέτοιο οφείλεται στην ποιότητα και την κλίση του οδοστρώματος.







Σχήμα 24: BoxPlot οπίσθιου τροχού - έδαφος



Σχήμα 25: BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο



Σχήμα 26: 1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος



Σχήμα 27: 2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος



Σχήμα 28: 1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας



Σχήμα 29: 2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας
# 5 Μοντελοποίηση κίνησης οχήματος

Στο παρόν εδάφιο θα πραγματοποιηθεί μία αρχική σύγκριση ανάμεσα στα πειραματικά δεδομένα και στην προσομοίωση. Οι εξισώσεις που θα χρησιμοποιηθούν για τα μοντέλα QC και BC είναι οι 1 και 5 αντίστοιχα, στις οποίες εμφανίζονται οι απόλυτες μετατοπίσεις. Εάν οι προκύπτουσες αποκλίσεις είναι έντονες, τότε η διαδικασία της βελτιστοποίησης θα συνεχιστεί κάνοντας χρήση των εξισώσεων 4 και 11, δηλαδή μέσω σχετικών μεταβλητών κατάστασης.

## 5.1 Διέγερση εδάφους

Έστω ότι το σαμαράκι μπορεί να εκφραστεί ως συμμετρικό τραπέζιο παραλληλόγραμμο, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 30. Το μήκος της μεγάλης βάσης μετρήθηκε στα 5 μέτρα και τις μικρής στα 3.5 μέτρα. Για δρόμο μήκους 35 μέτρων η μορφολογία του εδάφους δίνεται από την Σχέση 15. Στο Σχήμα 30 παρουσιάζεται η αντίστοιχη γραφική αναπαράσταση.

$$\operatorname{ground}(x) = \begin{cases} 0 & x < 15 \\ 0.08 \cdot \frac{x-15}{0.75} & x \in (15, 15.75) \\ 0.08 \cdot x & x \in (15.75, 19.25) \\ 0.08 \cdot \frac{x-19.25}{0.75} & x \in (19.25, 20) \\ 0 & x > 20 \end{cases}$$
(15)



Σχήμα 30: Μοντελοποίηση εμποδίου

Απαιτείται ο καθορισμός της ταχύτητας με την οποία κινούνταν το φορτηγό όχημα κατά την διέλευση του πάνω από το σαμαράκι, μέγεθος το οποίο δεν είναι διαθέσιμο από τους αισθητήρες. Προκειμένου να αποκτηθεί μία γενική εικόνα του προβλήματος θα επιλεχθεί ταχύτητα κίνησης 15 km/h, κατά προσέγγιση δηλαδή ίση με την μέση ταχύτητα πορείας του φορτηγού. Θα χρησιμοποιηθούν οι *Εξισώσεις* 1 και 5, των οποίων η είσοδος είναι η διέγερση του εδάφους. Υπό την παραδοχή ότι το φορτηγό κινείται με σταθερή ταχύτητα u, την χρονική στιγμή tη είσοδος διαμορφώνεται ως εξής:

Μεταξόνιο		
$y_1(t) = \operatorname{ground}(u \ast t + \widetilde{a_1 + a_2})$	: Διέγερση εμπρόσθιου τροχού	Bicycle
$y_2(t) = ground(u \ast t)$	: Διέγερση οπίσθιου τροχού	Bicycle
y(t) = ground(u * t)	: Διέγερση οπίσθιου τροχού	Quarter

Μέσω της προσομοίωσης αποκτάται γνώση των παρακάτω απόλυτων μεγεθών:

$$\begin{array}{cccc} x_s & x_u & {\rm Quarter} \\ x & \theta & x_1 & x_2 & {\rm Bicycle} \end{array}$$

Στις πειραματικές μετρήσεις αποτυπώνονται οι σχετικές μετατοπίσεις. Το μέγεθος προσομοίωσης που θα συγκριθεί με τα πειραματικά δεδομένα είναι η απόσταση του πλαισίου από τον άξονα για το οπίσθιο τμήμα του φορτηγού. Για τα QC και BC μοντέλα είναι αντίστοιχα:

$$x_s - x_u \qquad x - x_2 + a_2 \theta$$

Βάση της διέγερσης που θεωρήθηκε προκύπτουν οι εξής καμπύλες:



Σχήμα 31: Απόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδο

## 5.2 Σύγκριση με πειραματικές καμπύλες

Για να χαραχθούν τα διαγράμματα και να συγκριθούν οι διαφορές, πρέπει η χρονική στιγμή κατά την οποία αρχίζουν οι ταλαντώσεις της προσομοίωσης, να ταυτιστεί με εκείνη των πειραματικών δεδομένων. Για παράδειγμα, για το μοντέλο BC, στο Σχήμα 32, φαίνονται δύο διαγράμματα, πριν και μετά την χρονική μετατόπιση της απόκρισης, με σκοπό την καλύτερη σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα. Στο Σχήμα 33 παρουσιάζεται η απόκριση του μοντέλου BC σε σύγκριση με την πρώτη πειραματική μέτρηση για την απόσταση πλαισίου-άξονα.



Σχήμα 32: Παράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζει στα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)



Σχήμα 33: Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρηση, πλαίσιο-άξονας

## 5.3 Συμπεράσματα

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τα παραπάνω διαγράμματα, η απόκριση της προσομοίωσης δεν προσεγγίζει τα πειραματικά δεδομένα και εμφανίζονται έντονες αποκλίσεις. Παρουσιάστηκε μονάχα η σύγκριση με την πρώτη μέτρηση, διότι στις υπόλοιπες παρατηρήθηκε παρόμοια συμπεριφορά. Το ίδιο εκδηλώθηκε και με το μοντέλο QC. Το σφάλμα είναι μεγάλο, καθώς στην μοντελοποίηση που θεωρήθηκε δεν λήφθηκε υπόψη η διακύμανση της ταχύτητας του φορτηγού και η ποιότητα του οδοστρώματος. Με την απόκλιση αυτή δεν είναι δυνατή η θεώρηση κάποιας συνάρτησης κόστους, η οποία μέσω βελτιστοποίησης να μπορεί να οδηγήσει σε σύγκλιση τις παραμέτρους των μοντέλων QC και BC. Για αυτόν τον λόγο έγινε μετασχηματισμός των απόλυτων μεταβλητών κατάστασης σε σχετικές, όπως παρατηρείται στις *Εξισώσεις* 4 και 11. Η διαδικασία βελτιστοποίησης που ακολουθεί λαμβάνει υπόψη αυτόν τον μετασχηματισμό, ο οποίος πραγματοποιήθηκε και στην βιβλιογραφία [11].

# 6 Μέθοδος Βελτιστοποίησης

Για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων των μοντέλων QC και BC χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος γενετικών αλγορίθμων ga (Genetic Algorithm) της Matlab. Είναι μία επαναληπτική διαδικασία, η οποία χρησιμοποιεί τις βασικές αρχές της φυσικής εξέλιξης.

# 6.1 Λεπτομέρειες Μεθόδου

Στο εδάφιο αυτό θα παρουσιαστούν ορισμένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου των γενετικών αλγορίθμων. Αρχικά, πρέπει να σημειωθούν οι περιορισμοί που εφαρμόστηκαν στις παραμέτρους των μοντέλων. Στην *Εξίσωση* 16 παρουσιάζονται τα επιτρεπτά εύρη εντός των οποίων μπορούν να πάρουν τιμές οι παράμετροι. Πρόκειται για μία αρχική θεώρηση, ώστε να επαληθευθεί ότι η μέθοδος των γενετικών αλγορίθμων παράγει αξιόπιστα αποτελέσματα. Για την εκκίνηση της επαναληπτικής διαδικασίας απαιτείται ένα αρχικό πλήθος από πιθανές λύσεις, το οποίο επιλέγεται τυχαία από τις κατανομές Gauss που προκύπτουν από τα άνω και κάτω όρια που έχουν τεθεί. Η δημιουργία παιδιών από τις καλύτερες λύσεις της προηγούμενης γενιάς, πραγματοποιείται κάνοντας χρήση των εξής τριών μεθόδων:

1. Διασταύρωση (Crossover)

Το παιδί προκύπτει από την συνδυασμένη πληροφορία δύο γονέων. Η προεπιλεγμένη μέθοδος είναι η «crossoverscattered». Παρακάτω δίνεται ένα απλό παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου:

parent1 = [a]	b	c	d	e	f	g	h]
$parent2 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$	2	3	4	5	6	7	8]
child = [a]	b	3	4	e	6	7	8]

Μετάλλαξη (Mutation)

Για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου απαιτείται ένας γονέας. Το διάνυσμα του παιδιού θα λαμβάνεται από την κατανομή Gauss που δημιουργείται από το διάνυσμα του γονέα. Η τυπική απόκλιση εξαρτάται από το πλήθος των περασμένων γενεών και φθίνει κατά την πάροδο της βελτιστοποίησης, ώστε να επέλθει σύγκλιση.

3. Ελιτισμός (Elite)

Τα παιδιά Elite είναι ακριβή αντίγραφα γονέων της προηγούμενης γενιάς, οι οποίοι σημείωσαν εξαιρετικές επιδόσεις. Ο αριθμός των Elite διανυσμάτων ανέρχεται στα 5% του πλήθους των συνολικών παιδιών.

Στη συνέχεια πρέπει να οριστεί η τιμή του μεγέθους CrossoverFraction. Η τιμή 1 ορίζει ότι η επόμενη γενιά, πέραν των Elite παιδιών, θα αποτελείται μονάχα από παιδιά διασταύρωσης, ενώ στην τιμή 0 θα υπάρχουν παιδιά μόνο από μετάλλαξη. Λήφθηκε η τιμή 0.8 η οποία είναι και η προεπιλεγμένη. Όσον αφορά το πλήθος των πιθανών λύσεων από τις οποίες αποτελείται ένας πληθυσμός, η προεπιλογή του αλγορίθμου στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab είναι η εξής:

Size of the population =  $\begin{cases} 50 & \text{για αριθμό παραμέτρων} \leq 5\\ 200 & \text{για κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$ 

Στην παρούσα Διπλωματική εργασία επιλέχθηκε το μέγεθος πληθυσμού 100 για την βελτιστοποίηση του QC και 200 για του BC μοντέλου. Όσον αφορά τον τερματισμό της μεθόδου, αυτός αποφασίστηκε να γίνεται όταν συνολικά έχουν ξεπεραστεί 70 γενιές.

$c_1 \in (5000, 80000)$	[Ns/m]	
$c_2 \in (5000, 80000)$	[Ns/m]	
$I_y \in (1000,2000)$	$[kg m^2]$	
$a_1 \in (1,3)$	[m]	
$a_2 \in (1,3)$	[m]	
${k_t}_1 \in (150, 300)$	[KN/m]	
${k_t}_2 \in (300, 600)$	[KN/m]	(16)
$k_1\in(100,300)$	[KN/m]]	
$k_2\in(100,300)$	[KN/m]	
$m\in(1600,2000)$	[kg]	
$m_1 \in (40, 60)$	[kg]	
$m_2 \in (90, 110)$	[kg]	

## 6.2 Συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση

Στόχος της συνάρτησης σφάλματος είναι να ελεγχθεί κατά πόσο ένα μέγεθος προσομοίωσης προσεγγίζει το αντίστοιχο πειραματικό. Για την προσομοίωση του Quarter και του Bicycle μοντέλου οχήματος έχει επιλεχθεί ως μέγεθος σύγκρισης η απόσταση του πλαισίου από τον άξονα, για το δεξιό οπίσθιο τμήμα του φορτηγού. Ως συνάρτηση κόστους θα επιλεχθεί ο συντελεστής συσχέτισης Spearman ρ. Για τις προκύπτουσες τιμές ισχύουν τα παρακάτω συμπεράσματα [13]:

 $ho \in egin{cases} [-1,-rac{1}{2}] & :$  υψηλή αρνητική συσχέτιση  $(-rac{1}{2},+rac{1}{2}) & :$  καθόλου συσχέτιση  $[+rac{1}{2},+1] & :$  υψηλή θετική συσχέτιση

Για τη δημιουργία του εν λόγω συντελεστού απαιτούνται δύο διανύσματα δεδομένων. Το ένα διάνυσμα αντιστοιχίζεται στην μέτρηση του αισθητήρα πλαίσιο-άξονας, ενώ το άλλο στο αποτέλεσμα της προσομοίωσης. Για τα μοντέλα QC και BC οι μεταβλητές που θα συγκριθούν με τα πειραματικά δεδομένα είναι οι εξής:

 $x_s-x_u$  : μέγεθος προς σύγκριση για το μοντέλο QC  $x-x_2+a_2 heta$  : μέγεθος προς σύγκριση για το μοντέλο BC

## 6.3 Επίδραση παραμέτρων

Αρχικά, θεωρείται ένας δεδομένος συνδυασμός παραμέτρων για το μοντέλο BC. Για τον συνδυασμό αυτόν, θα γίνεται αλλαγή κάθε φορά στην τιμή μίας παραμέτρου και θα παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προκύπτουν με το αντίστοιχο σφάλμα. Κάνοντας το αυτό θα αντληθούν συμπεράσματα για τις μεταβλητές που ασκούν μεγαλύτερη επίδραση. Η αλλαγή της τιμής μίας παραμέτρου θα εξεταστεί για δύο περιπτώσεις:

- i) μείωση της αρχικής τιμής κατά 20%
- ii) αύξηση της αρχικής τιμής κατά 20%

Ως είσοδο θα θεωρηθεί μία βηματική συνάρτηση ύψους 0.08 m. Ο αρχικός συνδυασμός είναι ο εξής:

m [kg]	m1 [kg]	m2 [kg]	ly [kg m $^2$ ]	a1 [m]	a2 [m]
2000	50	100	1500	1.3	1.7
k1 [N/m]	k2 [N/m]	kt1 [N/m]	kt2 [N/m]	c1 [Ns/m]	c2 [Ns/m]
150000	150000	400000	400000	6000	6000

Τα προκύπτοντα διαγράμματα παρουσιάζονται παρακάτω. Όσο υψηλότερος ο συντελεστής συσχέτισης τόσο μικρότερη επίδραση ασκεί η υπό εξέταση παράμετρος στη μορφή της απόκρισης.



Σχήμα 34: Επίδραση των μεγεθών  $a_1, a_2$ 



















Σχήμα 39: Επίδραση των μεγεθών  $I_y,m$ 

## 6.4 Έλεγχος απόδοσης μεθόδου

Ένα σημαντικό ερώτημα που προκύπτει είναι εάν η μέθοδος βελτιστοποίησης των γενετικών αλγόριθμων δύναται να προσεγγίσει το ολικό ελάχιστο του προβλήματος. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό θα καθορίσει την χρήση ή μη της μεθόδου αυτής στην παραμετρική βελτιστοποίηση των μοντέλων οχημάτων QC και BC. Για να απαντηθεί το εν λόγω ζήτημα πραγματοποιήθηκε η εξής διαδικασία:

- 1. Τυχαία αρχικοποίηση των παραμέτρων εντός των ορίων της Σχέσης 16
- 2. Εφαρμογή του γενετικού αλγόριθμου
- 3. Σύγκριση προκύπτουσας εκτίμησης με τις αρχικές παραμέτρους

Η εδαφική διέγερση που θεωρήθηκε, περιγράφεται από την *Εξίσωση* 17 και αποτελεί την συμβολή μίας βηματικής συνάρτησης και ενός ημιτονοειδούς κύματος. Έστω d η σταθερή οριζόντια απόσταση του εμπρόσθιου τροχού από τον οπίσθιο. Υπό την παραδοχή ότι το

όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα u, η διέγερση των τροχών είναι:

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(t+d/u) \\ y_2 &= f_1(t) \end{aligned}$$

Η προαναφερθείσα διαδικασία πραγματοποιήθηκε τέσσερις φορές, κάθε φορά για διαφορετικό συνδυασμό αρχικών παραμέτρων. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τους Πίνακες 3-6, η μέθοδος προσεγγίζει τον αρχικό συνδυασμό παραμέτρων που είχε τεθεί και σημειώνει ποσοστιαία απόκλιση μικρότερη του 5%. Οι περιπτώσεις στις οποίες το σφάλμα είναι σχετικά μεγάλο προκύπτουν για την μάζα  $m_1$ . Κάτι τέτοιο μπορεί να δικαιολογηθεί γιατί στο Σχήμα 37 γίνεται φανερό ότι η παράμετρος αυτή δεν ασκεί σημαντική επίδραση στην τελική απόκριση. Η μέθοδος έδωσε ακριβή αποτελέσματα σε λιγότερο από 5 min. Ενδεικτικά στο Σχήμα 40 παρουσιάζεται η ασυμπτωτική πορεία για την πρώτη διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνεπώς, μπορεί να ειπωθεί ότι η στοχαστική μέθοδος των γενετικών αλγόριθμων δύναται να χρησιμοποιηθεί για την βελτιστοποίηση του μοντέλου BC. Είναι προφανές ότι από τη στιγμή που το τοπικό ελάχιστο είναι κοντά στο ολικό όταν οι παράμετροι ανέρχονται σε 12, τότε στο μοντέλο QC που οι παράμετροι είναι 5 αναμένονται ακόμα καλύτερες επιδόσεις. Ωστόσο, η βελτιστοποίηση έγινε σε περιβάλλον προσομοίωσης και ενδέχεται τα πειραματικά δεδομένα να προκαλέσουν διαφορετική συμπεριφορά.

$$f_1(t) = \begin{cases} 0.01 \sin(10\pi t) & t < 0.5\\ 0.1 + 0.01 \sin(10\pi t) & t \in [0.5, 1]\\ 0.01 \sin(10\pi t) & t > 1 \end{cases}$$
(17)



Σχήμα 40: Σύγκλιση της μεθόδου βελτιστοποίησης

παραμείρων					
Μονάδες S.I	Αρχικό	Εκτίμηση	Σφάλμα (%)		
m	1950	1912	1.95		
m1	47	41	12.77		
m2	102	105	2.94		
ly	1420	1362	4.08		
a1	1.20	1.217	1.42		
a2	1.90	1.8427	3.02		
k1	280000	284588	1.64		
k2	160000	159844	0.10		
kt1	230000	211088	8.22		
kt2	520000	527877	1.51		
c1	5300	5327	0.51		
c2	6400	6386	0.22		

#### Πίνακας 3: Εκτίμηση 1ου συνδυασμού παραμέτρων

Πίνακας 4:	Εκτίμηση	2ου συνδυασμού
	παραμέ	τρων

Μονάδες S.I	Αρχικό	Εκτίμηση	Σφάλμα (%)
m	1700	1727.20	1.60
m1	50	51.34	2.67
m2	100	101.91	1.91
ly	1500	1529.70	1.98
a1	1.40	1.41	0.95
a2	1.60	1.60	0.26
k1	150000	152111	1.41
k2	150000	153466	2.31
kt1	300000	299111	0.30
kt2	400000	407877	1.97
c1	6000	6130	2.17
c2	6000	6121.50	2.03

#### Πίνακας 5: Εκτίμηση 3ου συνδυασμού παραμέτρων

Μονάδες S.I	Αρχικό	Εκτίμηση	Σφάλμα (%)
m	1900	1868	1.68
m1	42	47	11.90
m2	108	107	0.93
ly	1100	1188	8
a1	1.10	1.15	4.61
a2	1.80	1.89	4.91
k1	250000	247088	1.16
k2	200000	195933	2.03
kt1	200000	197266	1.37
kt2	500000	495011	1.00
c1	7000	6801	2.84
c2	7000	6872	1.83

#### Πίνακας 6: Εκτίμηση 4ου συνδυασμού παραμέτρων

Μονάδες S.I	Αρχικό	Εκτίμηση	Σφάλμα (%)
m	1850	1824	1.41
m1	49	50	2.04
m2	92	90	2.17
ly	1900	1825	3.95
a1	1.30	1.25	4.08
a2	1.90	1.91	0.39
k1	180000	179899	0.06
k2	250000	239055	4.38
kt1	230000	239177	3.99
kt2	520000	505877	2.72
c1	7500	7233	3.56
c2	6900	6639	3.78

# **7** Βελτιστοποίηση μοντέλων οχημάτων

## 7.1 Βελτιστοποίηση Quarter Car

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία που εφαρμόστηκε για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου QC.

## 7.1.1 Διαδικασία βελτιστοποίησης

Η μορφή της απόκρισης του μοντέλου QC απέναντι σε κάποια διέγερση, εξαρτάται από την τιμή των κάτωθι μεγεθών, οι οποίες είναι οι παράμετροι του μοντέλου:

$$\begin{bmatrix}k_s & k_u & c_s & m_s & m_u\end{bmatrix}$$

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η εύρεση του κατάλληλου συνδυασμού των προαναφερθέντων παραμέτρων, ώστε η απόκριση της μοντελοποίησης να προσεγγίζει όσο το δυνατόν ακριβέστερα τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα. Η μαθηματική εξίσωση που χρησιμοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab είναι η *Σχέση* 4, στην οποία εμφανίζονται άμεσα τα σχετικά μεγέθη:

> $x_u - y$  : Διέγερση εδάφους  $x_s - x_u$ : Απόσταση πλαισίου-άξονα

Έστω N το πλήθος των διακριτών σημείων στα οποία χωρίζεται η συνολική διάρκεια μίας τυχαίας διαδρομής. Από την πειραματική διαδικασία γίνονται γνωστά τα εξής μεγέθη:

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \dots & t_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (x_u - y)_1 & (x_u - y)_2 & \dots & (x_u - y)_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (x_s - x_u)_1 & (x_s - x_u)_2 & \dots & (x_s - x_u)_N \end{bmatrix}$$

Οι μετρήσεις παρέχουν την διακριτή εικόνα του φαινομένου. Η εντολή ode45 της Matlab, η οποία χρησιμοποιείται για την αριθμητική ολοκλήρωση της Εξίσωσης 4, μπορεί να απαιτήσει την τιμή της εδαφικής διέγερσης για μία χρονική στιγμή η οποία δεν εμπεριέχεται στο πειραματικό χρονικό διάνυσμα. Συνεπώς, για τον υπολογισμό του μεγέθους  $(x_u - y)$  την χρονική στιγμή t εργαζόμαστε ως εξής:

Εύρεση 
$$i$$
ώστε η διαφορά  $|t_i-t|$  να είναι ελάχιστη  $\to$   $\to (x_u-y)(t)\simeq (x_u-y)_i$ 

Έστω ότι η προσομοίωση ξεκινάει την χρονική στιγμή t με  $t \in [t_1, t_N]$ . Για την εύρεση των αρχικών συνθηκών εργαζόμαστε ως εξής:

Εύρεση iώστε η διαφορά  $|t_i-t|$ να είναι ελάχιστη  $\rightarrow$ 

$$\begin{split} &(x_s-x_u)(0)=(x_s-x_u)_i\\ &(x_u-y)(0)=(x_u-y)_i\\ &\frac{d(x_s-x_u)}{dt}(0)=\frac{(x_s-x_u)_i-(x_s-x_u)_{i+1}}{t_i-t_{i+1}}\\ &\frac{d(x_u-y)}{dt}(0)=\frac{(x_u-y)_i-(x_u-y)_{i+1}}{t_i-t_{i+1}} \end{split}$$

Στο πέρας της προσομοίωσης, η μορφή της προκύπτουσας απόκρισης συγκρίνεται με την πειραματική και μέσω της συνάρτησης κόστους προκύπτει η τιμή του σφάλματος. Η προσομοίωση ξεκινάει τη χρονική στιγμή που ο οπίσθιος τροχός συναντήσει το σαμαράκι και μπορεί να εντοπιστεί εύκολα κοιτώντας τις αντίστοιχες πειραματικές μετρήσεις. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 41 η χρονική αυτή στιγμή είναι 5.66 sec. Η διέγερση που εμφανίζεται κατά την χρονική στιγμή 4.8 sec, έχει ως αίτιο την επαφή του εμπρόσθιου τροχού με το σαμαράκι. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης πραγματοποιήθηκε και για τα δέκα πακέτα μετρήσεων. Ωστόσο σε πολλά από αυτά εμφανιζόταν μικρός συντελεστής συσχέτισης και δεν χρησιμοποιήθηκε το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης τους στον καθορισμό της τελικής τιμής των παραμέτρων.



Σχήμα 41: Πρώτη επαφή του οπίσθιου τροχού με το σαμαράκι

## 7.1.2 Όρια βελτιστοποίησης

Για την βελτιστοποίηση απαιτείται ο καθορισμός των ορίων, εντός των οποίων μπορεί να κινηθεί η τιμή των παραμέτρων του μοντέλου QC. Από μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο εργαστήριο της σχολής, η τιμή των μαζών διαμορφώνεται ως εξής:

$$\begin{array}{ll} m_s \in (900, 1050) & {\rm [kg]} \\ m_u \in (90, 110) & {\rm [kg]} \end{array}$$

Η σταθερά ελαστικότητας ενός τροχού έχει ευρεθεί ότι κυμαίνεται στα όρια:

$$k_{\text{trooxóc}} \in (150, 300)$$
 [KN/m] (18)

Στον οπίσθιο άξονα υπάρχουν συνολικά τέσσερις τροχοί, δύο σε κάθε μεριά. Συνεπώς τα όρια του μεγέθους  $k_u$ είναι:

$$k_u = 2 \times k_{\rm trocycc} \rightarrow k_u \in (300, 600) \quad {\rm [KN/m]}$$

Η τιμή των παραμέτρων  $k_s, c_s$ κινείται στα παρακάτω διαστήματα:

$$\begin{aligned} k_s \in (100, 260) & \text{[KN/m]} \\ c_s \in (5000, 9000) & \text{[Ns/m]} \end{aligned}$$

Στο πέρας της προσομοίωσης αποκτάται η εκτίμηση της εξόδου (απόσταση πλαίσιοάξονας), η οποία συγκρίνεται με την πειραματική μέσω του συντελεστού συσχέτισης Spearman, όπως αναπτύχθηκε στο εδάφιο «Μέθοδος Βελτιστοποίησης». Στόχος της συνάρτησης σφάλματος είναι να ελεγχθεί κατά πόσο ένα μέγεθος προσομοίωσης προσεγγίζει το αντίστοιχο πειραματικό.

## 7.1.3 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Συνολικά υπάρχουν δέκα πακέτα μετρήσεων και για κάθε ένα θα λειτουργήσει η βελτιστοποίηση. Τα χρονικά διαστήματα που επιλέχθηκαν είναι τα εξής:

Διαδρομή	Έναρξη [sec]	Λήξη [sec]
1	7.5	9.4
2	7.17	8.64
3	7	9.1
4	7.29	8.76
5	6.58	8.58
6	7.6	9.5
7	8.1	10.2
8	8.12	9.84
9	8	9.71
10	7.53	9.4

Στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης η απόκριση του μοντέλου QC συγκρίθηκε με τις πειραματικές μετρήσεις και υπολογίστηκε ο συντελεστής συσχέτισης Spearman. Στον Πίνακα 7 παρουσιάζονται όλοι οι προκύπτοντες συντελεστές συσχέτισης.

Διαδρομή Α	Spearman (%)	Διαδρομή Β	Spearman (%)
1	79	6	90
2	80	7	88
3	85	8	94
4	91	9	91
5	89	10	83
Μέση τιμή	85	Μέση τιμή	89
Τυπική Απόκλιση	5.3	Τυπική Απόκλιση	4.1

Πίνακας 7: Συντελεστές συσχέτισης Spearman για την Quarter βελτιστοποίηση

Παρακάτω παρουσιάζονται οι τιμές των παραμέτρων, όπως αυτές υπολογίστηκαν από τις βελτιστοποιήσεις με συντελεστή συσχέτισης Spearman > 88%.

Διαδρομη	ms [kg]	mu [kg]	cs [Ns/m]	ks [N/m]	ku [N/m]		
4	928.00	98.17	6061.12	199291.71	424786.46		
5	924.61	108.09	6366.09	205918.12	484568.87		
6	994.26	109.11	5497.66	159073.02	478681.19		
7	952.26	105.23	5929.19	141182.56	546098.15		
8	982.59	108.86	5245.92	144463.95	547567.95		
9	1026.75	105.02	5820.46	146594.57	545405.57		
Μέση τιμή	976.09	107.26	5771.87	159446.44	520464.34		
Τυπική απόκλιση	39.23	1.99	427.79	26846.65	35524.92		

Πίνακας 8: Τιμές παραμέτρων στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης

Στα διαγράμματα του Σχήματος 42 παρουσιάζεται η σύγκριση ανάμεσα στην προσομοίωση και τα πειραματικά δεδομένα, για τις βελτιστοποιήσεις που ο συντελεστής συσχέτισης Spearman ξεπέρασε το 88%. Ο χρόνος που χρειάστηκε για την περάτωση κάθε βελτιστοποίησης δεν ξεπέρασε τα 7 λεπτά. Η τελική τιμή των παραμέτρων θα ληφθεί ως ο μέσος όρος του Πίνακα 8:

ms [kg]	mu [kg]	cs [Ns/m]	ks [N/m]	ku [N/m]
976.09	107.26	5771.87	159446.44	520464.34

Με τις παραπάνω αυτές τιμές προκύπτουν τα διαγράμματα του *Σχήματος* 43. Τα σφάλματα με τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων διαμορφώνονται ως εξής:

Διαδρομή	Spearman (%)
4	88
5	83
6	87
7	84
8	93
9	89

Διπλωματική Εργασία - Κωνσταντόπουλος Γεώργιος



Σχήμα 42: Βελτιστοποίηση διαδρομών με συντελεστή συσχέτισης > 88%

Διπλωματική Εργασία - Κωνσταντόπουλος Γεώργιος



Σχήμα 43: Προσομοιώσεις με τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων

## 7.2 Βελτιστοποίηση Bicycle Car

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία που εφαρμόστηκε για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου BC.

### 7.2.1 Διαδικασία βελτιστοποίησης

Η μορφή της απόκρισης ενός μοντέλου BC απέναντι σε κάποια διέγερση, εξαρτάται από την τιμή των κάτωθι μεγεθών, οι οποίες είναι οι παράμετροι του μοντέλου:

 $m m_1 m_2 I_y a_1 a_2 k_1 k_2 k_{t_1} k_{t_2} c_1 c_2$ 

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η εύρεση του κατάλληλου συνδυασμού των προαναφερθέντων παραμέτρων, ώστε η απόκριση της μοντελοποίησης να προσεγγίζει όσο το δυνατόν ακριβέστερα τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα. Η μαθηματική εξίσωση που χρησιμοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab είναι η *Σχέση* 11, στην οποία εμφανίζονται άμεσα τα σχετικά μεγέθη:

> $\begin{array}{ll} x_1-y_1&=u_1: {\rm Li}$ έγερση εμπρόσθιου τροχού  $\begin{array}{ll} x_2-y_2&=u_2: {\rm Li}$ έγερση οπίσθιου τροχού  $x-x_1-a_1\theta=q_1: {\rm A}$ πόσταση εμπρόσθιου πλαισίου-άξονα  $x-x_2+a_2\theta=q_2: {\rm A}$ πόσταση οπίσθιου πλαισίου-άξονα

Έστω N το πλήθος των διακριτών σημείων στα οποία χωρίζεται η συνολική διάρκεια μίας τυχαίας διαδρομής. Από την πειραματική διαδικασία γίνονται γνωστά τα εξής μεγέθη:

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \dots & t_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (x_1 - y_1)_1 & (x_1 - y_1)_2 & \dots & (x_1 - y_1)_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (x_2 - y_2)_1 & (x_2 - y_2)_2 & \dots & (x_2 - y_2)_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (x - x_2 + a_2\theta)_1 & (x - x_2 + a_2\theta)_2 & \dots & (x - x_2 + a_2\theta)_N \end{bmatrix}$$

Οι μετρήσεις παρέχουν την διακριτή εικόνα του φαινομένου. Η εντολή ode45 της Matlab, η οποία χρησιμοποιείται για την αριθμητική ολοκλήρωση της *Εξίσωσης* 11, μπορεί να απαιτήσει την τιμή της εδαφικής διέγερσης για μία χρονική στιγμή η οποία δεν εμπεριέχεται στο πειραματικό χρονικό διάνυσμα. Συνεπώς, για τον υπολογισμό των διεγέρσεων την χρονική στιγμή *t* εργαζόμαστε ως εξής:

Εύρεση iώστε η διαφορά  $|t_i - t|$  να είναι ελάχιστη  $\rightarrow$  $\rightarrow (x_1 - y_1)(t) \simeq (x_1 - y_1)_i$  $\rightarrow (x_2 - y_2)(t) \simeq (x_2 - y_2)_i$ 

Έστω ότι η προσομοίωση ξεκινάει την χρονική στιγμή t με  $t \in [t_1, t_N]$ . Για την εύρεση των αρχικών συνθηκών εργαζόμαστε ως εξής:

Εύρεση 
$$i$$
 ώστε η διαφορά  $|t_i-t|$  να είναι ελάχιστη  $ightarrow$ 

$$\frac{(x-x_2+a_2\theta)(0)=(x-x_2+a_2\theta)_i}{dt}(0)=\frac{(x-x_2+a_2\theta)_i-(x-x_2+a_2\theta)_{i+1}}{t_i-t_{i+1}}$$

Από τις πειραματικές μετρήσεις δεν μπορεί να γίνει γνωστή η αρχική τιμή των υπόλοιπων μεταβλητών, δηλαδή οι τιμές:

$$(x-x_1-a_1\theta)(0) \quad , \quad \frac{d(x-x_1-a_1\theta)}{dt}(0) \quad , \quad \theta(0) \quad , \quad \frac{d\theta}{dt}(0)$$

Συνεπώς, είναι απαραίτητο να ξεκινήσει η προσομοίωση έχοντας ως αρχή κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία μπορούν να εκτιμηθούν οι τιμές αυτών των μεγεθών. Παρατηρώντας τα πειραματικά δεδομένα για την μέτρηση της απόστασης του εμπρόσθιου τροχού από το έδαφος, μπορεί να εντοπιστεί μία χρονική στιγμή  $t_i$  για την οποία ισχύει:

για 
$$t < t_i 
ightarrow u_1(t)$$
: περίπου σταθερό  
για  $t > t_i 
ightarrow u_1(t)$ : εμφάνιση ταλαντώσεων

Το χρονικό αυτό στίγμα ταυτίζεται με την πρώτη επαφή του φορτηγού με το σαμαράκι. Για τις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν επιλέγονται μηδενικές αρχικές συνθήκες για τις άγνωστες μεταβλητές και ως αρχή της προσομοίωσης επιλέγεται χρόνος κοντά στο  $t_i$ . Στο Σχήμα 44 παρουσιάζονται τα δύο χρονικά στίγματα που υποδηλώνουν την επαφή του τροχού με το έδαφος. Η χρονική διαφορά είναι 0.73 δευτερόλεπτα, η οποία αν πολλαπλασιαστεί με την μέση ταχύτητα  $\simeq$ 15 kph (4.17 m/s), δίνει κατά προσέγγιση το μήκος του μεταξονίου 3 μέτρα.



Σχήμα 44: Επαφή τροχών (εμπρόσθιου-οπίσθιου) με το σαμαράκι

### 7.2.2 Όρια βελτιστοποίησης

Αρχικά απαιτείται ο καθορισμός των ορίων εντός των οποίων θα κινούνται οι μεταβλητές του προβλήματος. Από την βελτιστοποίηση του μοντέλου QC είναι γνωστά τα όρια των:

$$m_2$$
  $k_2$   $k_{t_2}$   $c_2$ 

Από μετρήσεις στο εργαστήριο της σχολής υπάρχει εκτίμηση της αναρτημένης μάζας, των αποστάσεων  $a_1, a_2$  και της περιστροφικής αδράνειας:

$$\begin{array}{ll} m \in (1900, 2050) & [\text{kg}] \\ a_1 \simeq 1.46 & [\text{m}] \\ a_2 \simeq 1.85 & [\text{m}] \\ I_u \in (1000, 2000) & [\text{kgm}^2] \end{array}$$

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από το σχέδιο 37 η τιμή της μάζας  $m_1$  δεν ασκεί σημαντική επίδραση στην απόκριση. Τα όρια που επιλέχθηκαν προέρχονται από μετρήσεις στο εργαστήριο της σχολής:

 $m_1 \in (40,60) \quad \text{[m]}$ 

Τα όρια των  $c_1, k_1$  θα θεωρηθούν ίδια με των παραμέτρων  $c_2, k_2$ . Στο εμπρόσθιο τμήμα του φορτηγού υπάρχει ένας τροχός στην δεξιά πλευρά και αξιοποιώντας την σχέση 18:

$$k_{t_1} = k_{\text{trocydg}} \in (150, 300)$$
 [KN/m]

### 7.2.3 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

Ο κώδικας της βελτιστοποίησης λειτούργησε για τα πακέτα μετρήσεων που σημείωσαν υψηλό συντελεστή συσχέτισης στο κεφάλαιο *Βελτιστοποίηση Quarter Car*. Στον *Πίνακα* 9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης για κάθε διαδρομή. Στο *Σχήμα* 45 χαράσσονται τα διαγράμματα που προκύπτουν στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης. Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης καταγράφονται στον *Πίνακα* 10, όπου μπορούν να συγκριθούν με αυτούς που προέκυψαν στην βελτιστοποίηση του μοντέλου QC.

Διαδρομή	m [kg]	m1 [kg]	m2 [kg]	ly [kg $m^2$ ]	a1 [m]	a2 [m]
4	1925.39	41.05	104.84	1937.88	1.46	1.85
5	1949.33	50.25	109.04	1029.39	1.46	1.85
6	2008.04	49.06	107.07	1623.08	1.46	1.85
7	1921.46	41.14	108.52	1865.31	1.46	1.85
8	2044.64	59.78	105.58	1858.15	1.46	1.85
9	1974.93	53.61	108.58	1785.59	1.46	1.85
Μέση Τιμή	1970.63	49.15	107.27	1683.23	-	-
Τυπική Απόκλιση	48.61	7.27	1.74	337.70	-	-
Διαδρομή	k1 [N/m]	k2 [N/m]	kt1 [N/m]	kt2 [N/m]	c1 [Ns/m]	c2 [Ns/m]
4	219656.21	197787.99	159673.36	465131.00	6866.45	5018.62
5	104262.41	201966.24	298959.50	447791.23	5561.01	6256.32
6	201916.92	151135.35	187376.53	406709.50	6509.41	5362.77
7	117524.17	141258.25	251774.29	424216.39	7448.93	5862.54
8	169120.90	135001.54	163264.67	591828.82	5931.80	5222.29
9	136828.42	141848.34	155897.42	587087.15	7912.65	5408.47
Μέση Τιμή	158218.17	161499.62	202824.29	487127.35	6705.04	5521.83
Τυπική Απόκλιση	46535.64	30198.83	59170.62	81743.93	892.49	455.34

Πίνακας 9: Αποτελέσματα βελτιστοποιήσεων για το μοντέλο BC

#### Πίνακας 10: Συντελεστής συσχέτισης στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης για τα μοντέλα QC και BC

Διαδρομή	Bicycle	Quarter			
4	92	91			
5	90	89			
6	92	90			
7	90	88			
8	96	94			
9	92	91			
Μέση τιμή	92	90			
Τυπική απόκλιση	2.19	2.07			

m [kg]	m1 [kg]	m2 [kg]	ly [kg m $^2$ ]	a1 [m]	a2 [m]
1970.63	49.15	107.27	1683.23	1.46	1.85
k1 [N/m]	k2 [N/m]	kt1 [N/m]	kt2 [N/m]	c1 [Ns/m]	c2 [Ns/m]
158218.17	161499.62	202824.29	487127.35	6705.04	5521.83

Από τις προκύπτουσες μέσες τιμές του *Πίνακα* 9 κατασκευάζεται ο τελικός συνδυασμός παραμέτρων για το μοντέλο BC, ο οποίος είναι ο εξής: (μονάδες S.I)

Τα διαγράμματα που δημιουργούνται από τον συνδυασμό αυτόν παρουσιάζονται στο Σχήμα 46. Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης σημειώνονται στον Πίνακα 11, όπου μπορούν να συγκριθούν με αυτούς του μοντέλου QC.

Πίνακας 11: Συντελεστής συσχέτισης για τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων

Διαδρομή	Bicycle Final	Quarter Final
4	88	88
5	86	83
6	90	87
7	87	84
8	94	93
9	90	89

Πίνακας 12: Τελικός συνδυασμός παραμέτρων

	•	•	• •		
Quarter	ms ( $\simeq$ m/2) [kg]	mu [kg]	ks [N/m]	ku [N/m]	cs [Ns/m]
Τιμή	976.09	107.26	159446.44	520464.34	5771.87
Bicycle	m [kg]	m2 [kg]	k2 [N/m]	kt2 [N/m]	c2 [Ns/m]
Τιμή	1970.63	107.27	161499.62	487127.35	5521.83

## 7.3 Σύγκριση μοντέλων οχημάτων

Οι βελτιστοποιήσεις των παραμέτρων των μοντέλων QC και BC δίνουν παρόμοια αποτελέσματα για τις παραμέτρους του οπίσθιου τροχού, όπως παρατηρείται στον Πίνακα 12. Στην τελική προσομοίωση η μοντελοποίηση BC σημείωσε ελαφρώς υψηλότερους συντελεστές συσχέτισης, περίπου στο 88%. Η απόκριση του φαινομένου εμφανίζει καμπύλα τμήματα, τα οποία αναπτύσσονται είτε προς την θετική κατεύθυνση είτε προς την αρνητική. Κατά την προσομοίωση μπορεί να παρατηρηθεί ότι τα μοντέλα BC και QC ξεπερνάνε τα πειραματικά δεδομένα στις θετικές τιμές αλλά όχι στις αρνητικές. Κάτι τέτοιο ίσως υποδηλώνει την μη γραμμική συμπεριφορά των ελατηρίων και αποσβεστήρων. Διπλωματική Εργασία - Κωνσταντόπουλος Γεώργιος



Σχήμα 45: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης μοντέλου BC για κάθε διαδρομή

Διπλωματική Εργασία - Κωνσταντόπουλος Γεώργιος



Σχήμα 46: Αποτελέσματα μοντέλου BC με τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων

# 8 Νευρωνικά Δίκτυα

Η προσαρμοστικότητα των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν απέναντι στα πειραματικά δεδομένα περιορίζεται εξαιτίας της μη γραμμικής συμπεριφοράς που εμφανίζουν τα ελατήρια και οι αποσβεστήρες. Στην βιβλιογραφία γίνεται πολύ συχνά χρήση νευρωνικών δικτύων προκειμένου να προβλεφθούν τα μη γραμμικά χαρακτηριστικά ενός φυσικού προβλήματος. Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου εξετάζεται η καταλληλότητα των νευρωνικών δικτύων για την πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς, όπως αυτή εκφράζεται από τα μοντέλα QC και BC. Ο έλεγχος αυτός είναι απαραίτητος, ώστε μελλοντικά τα νευρωνικά δίκτυα να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των πειραματικών δεδομένων.

## 8.1 Περιγραφή Νευρωνικών μοντέλων

Τα μη γραμμικά αυτοπαλινδρομικά μοντέλα με εξωγενή είσοδο (Nonlinear Autoregressive Network with Exogenous Input), τα οποία θα αναφέρονται ως NARX, προσφέρουν μία λύση τύπου «μαύρου κουτιού» (*Σχήμα* 47) και κατ' επέκταση δεν παρέχουν γνώση πάνω στη φυσική της ενδιάμεσης διαδικασίας [19]. Ωστόσο, απαιτούν εξαιρετικά χαμηλή υπολογιστική ισχύ και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση μη γραμμικών συστημάτων. Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε προσπάθεια βελτιστοποίησης των μοντέλων QC και BC, ώστε αυτά να προβλέπουν όσο το δυνατόν ακριβέστερα τα πειραματικά δεδομένα. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει έλεγχος κατά πόσο τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προζιατικής συμπεριφοράς των μοντέλων QC και BC.



Σχήμα 47: Συστήματα τύπου «μαύρου κουτιού»

Έστω ότι y(t) είναι το μέγεθος προς πρόβλεψη και x(t) είναι η επίδραση των εξωτερικών διεγέρσεων. Το φαινόμενο εξελίσσεται από τη χρονική στιγμή  $t = t_1$  έως  $t = t_N$ . Η δυναμική συμπεριφορά μπορεί να θεωρηθεί γνωστή, όταν υπάρχει γνώση των τιμών που λαμβάνει το μέγεθος ενδιαφέροντος y(t) σε όλες τις διακριτές χρονικές στιγμές  $(t_1, t_2, ..., t_N)$ . Η βασική ιδέα των μοντέλων NARX είναι η σύνδεση της τρέχουσας τιμής  $y_i$  με τις r προηγούμενες τιμές y και τις k προηγούμενες τιμές x, όπως φαίνεται στην Εξίσωση 19.

$$y_i = f(y_{i-1}, y_{i-2}, ..., y_{i-r}, x_{i-1}, x_{i-2}, ..., x_{i-k})$$
(19)

Η οπτικοποίηση της εν λόγω λειτουργίας παρουσιάζεται στα Σχήματα 48 και 49. Η ανοιχτή και κλειστή μορφή αναφέρονται στο ίδιο μοντέλο NARX, με την πρώτη να χρησιμοποιείται

για την διαδικασία της εκπαίδευσης, ενώ την δεύτερη για την προσομοίωση. Στον Πίνακα 13 γίνεται ο διαχωρισμός ανάμεσα στις μεταβλητές διέγερσης και εξόδου, που χρησιμοποιούνται στα συστήματα NARX, για τις περιπτώσεις Quarter και Bicycle.



Σχήμα 48: Γεωμετρία ενός δικτύου NARX κλειστού τύπου



Σχήμα 49: Γεωμετρία ενός δικτύου NARX ανοιχτού τύπου

Πίνακας 13: Μεταβλητές NARX για την προσομοίωση
των Quarter και Bicycle μοντέλων οχημάτων

Μεταβλητές	Ερμηνεία	NARX μοντέλο
$x_u - y$	Απόσταση της μάζας $m_u$ από έδαφος	διέγερση (Quarter)
$x_s - x_u$	Απόσταση των μαζών $m_u$ και $m_s$	έξοδος (Quarter)
$u_1$	Απόσταση της μάζας $m_1$ από έδαφος	διέγερση (Bicycle)
$u_2$	Απόσταση της μάζας $m_2$ από έδαφος	διέγερση (Bicycle)
$q_1$	Απόσταση πλαισίου από εμπρόσθιο άξονα	έξοδος (Bicycle)
$q_2$	Απόσταση πλαισίου από οπίσθιο άξονα	έξοδος (Bicycle)

## 8.2 Διαδικασία εκπαίδευσης

Για την διαδικασία της εκπαίδευσης των μοντέλων NARX, απαιτείται ένα πλήθος από ζεύγη διέγερσης-εξόδου. Όπως προαναφέρθηκε, για την εκπαίδευση του μοντέλου απαιτείται η ανοιχτή μορφή. Κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από έναν αριθμό εσωτερικών παραμέτρων, η τιμή των οποίων είναι άγνωστη και απαιτείται μία διαδικασία βελτιστοποίησης προκειμένου να ευρεθεί. Η βελτιστοποίηση είναι μία επαναληπτική διαδικασία, σε κάθε βήμα της οποίας εισάγεται ως είσοδος οι r προηγούμενες τιμές της διέγερσης και οι k προηγούμενες τιμές της εξόδου και μέσω αυτών αποκτάται μία πρόβλεψη της εξόδου  $\hat{y}_i$ , όπως παρουσιάζεται στην Εξίσωση 20.

$$\left\{ \begin{array}{ccc} x_{i-1}, & x_{i-2}, \dots, & x_{i-r} \\ y_{i-1}, & y_{i-2}, \dots, & y_{i-k} \end{array} \right\} \to \hat{y}_i$$
 (20)

Η εκτίμηση της εξόδου συγκρίνεται με αυτήν των δεδομένων και μέσω της συνάρτησης κόστους προκύπτει το σφάλμα προς ελαχιστοποίηση, το οποίο χρησιμοποιείται από την μέθοδο οπισθοδιάδοσης (Backpropagation Method) για την βελτιστοποίηση των εσωτερικών παραμέτρων [19]. Ως συνάρτηση κόστους επιλέγεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error) ανάμεσα στην έξοδο και την εκτίμηση της.

$$e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$
 (21)

Η εύρεση των k, r και του αριθμού κόμβων του κρυφού στρώματος (Hidden Layer) πραγματοποιείται μέσω δοκιμών. Προκειμένου το νευρωνικό μοντέλο να αποκτήσει ικανότητα γενίκευσης (Generalization) επιλέχθηκε η μέθοδος εκπαίδευσης trainbr της matlab [22], [24].



Σχήμα 50: Εκπαίδευση μοντέλου NARX χρησιμοποιώντας matlab

## 8.3 Εφαρμογή NARX σε ημιτονοειδή διέγερση

Σε πρώτο στάδιο και για λόγους απλότητας, θα θεωρηθεί ότι η διέγερση του εδάφους είναι ημιτονοειδούς μορφής, όπως περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$Ground(t) = \alpha * \cos(\beta \cdot \pi \cdot t) * \exp(-t^2 \cdot \gamma)$$
(22)

Είναι απαραίτητο στο πακέτο δεδομένων εκπαίδευσης να υπάρχουν αποκρίσεις διαφορετικής μορφής και για αυτόν τον λόγο στην *Εξίσωση* 22 υπεισέρχεται η επίδραση τριών ανεξάρτητων μεταβλητών. Η τιμή των α, β και γ καθορίζει κατά αντιστοιχία το πλάτος, την περίοδο και τον ρυθμό απόσβεσης της εδαφικής ταλάντωσης. Στη συνέχεια της τεχνικής έκθεσης και για λόγους συντομίας, το μοντέλο NARX που προσεγγίζει το μοντέλο QC θα αναφέρεται ως NARXQuarter, ενώ αυτό που προσεγγίζει το μοντέλο BC θα αναφέρεται ως NARXBicycle.

#### 8.3.1 Μοντελοποίηση Quarter Car

Για την προσομοίωση του μοντέλου QC (βλ. *Εξίσωση* 1) απαιτείται η θεώρηση της διέγερσης του οπίσθιου τροχού *y*, καθώς και οι αρχικές συνθήκες των μεταβλητών κατάστασης *x*. Η διέγερση του εδάφους θα ληφθεί ίση με:

$$y(t) = \mathrm{Ground}(t) \rightarrow \dot{y}(t) = \frac{d}{dt}\mathrm{Ground}(t)$$

Για t = 0 προκύπτει:

$$y(0) = \alpha$$
$$\dot{y}(0) = 0$$

Προκειμένου η εκκίνηση της προσομοίωσης να είναι ομαλή, πρέπει οι παράγωγοι των μεταβλητών κατάστασης τη χρονική στιγμή  $t = 0 + \varepsilon$ , όπου  $\varepsilon$  ένας πολύ μικρός αριθμός, να είναι μηδενικές. Για αυτόν τον λόγο οι αρχικές συνθήκες επιλέγονται ως εξής:

$$\begin{aligned} x_s(0) &= \mathbf{\alpha} \quad \dot{x}_s(0) = 0 \\ x_u(0) &= \mathbf{\alpha} \quad \dot{x}_u(0) = 0 \end{aligned}$$

### 8.3.2 Μοντελοποίηση Bicycle Car

Για την προσομοίωση του μοντέλου BC (βλ. Εξίσωση 5) απαιτείται η θεώρηση των διεγέρσεων του εμπρόσθιου και οπίσθιου τροχού  $y_1$  και  $y_2$ , καθώς και οι αρχικές συνθήκες των μεταβλητών κατάστασης x. Η διέγερση του εδάφους θα ληφθεί ίση με:

$$\begin{split} y_1(t) &= \mathbf{\alpha} \to \dot{y}_1(t) = 0 \\ y_2(t) &= \mathrm{Ground}(t) \to \dot{y}_2(t) = \frac{d}{dt} \mathrm{Ground}(t) \end{split}$$

Για t = 0 προκύπτει:

$$\begin{split} y_1(0) &= y_2(0) = \mathbf{a} \\ \dot{y}_1(0) &= \dot{y}_2(0) = 0 \end{split}$$

Προκειμένου η εκκίνηση της προσομοίωσης να είναι ομαλή, πρέπει οι παράγωγοι των μεταβλητών κατάστασης τη χρονική στιγμή  $t = 0 + \varepsilon$ , όπου  $\varepsilon$  ένας πολύ μικρός αριθμός, να είναι μηδενικές. Για αυτόν τον λόγο οι αρχικές συνθήκες επιλέγονται ως εξής:

$$\begin{array}{rl} x(0) &= \mathfrak{a} & \dot{x}(0) &= 0 \\ \theta(0) &= 0 & \dot{\theta}(0) &= 0 \\ x_1(0) &= \mathfrak{a} & \dot{x}_1(0) &= 0 \\ x_2(0) &= \mathfrak{a} & \dot{x}_2(0) &= 0 \end{array}$$

Βάσει των παραπάνω θεωρήσεων καθίσταται δυνατή η προσομοίωση των μοντέλων QC και BC. Στο πέρας κάθε προσομοίωσης κατασκευάζονται τα δεδομένα του *Πίνακα* 13. Για την εκπαίδευση των NARXQuarter και NARXBicycle χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα που πάρθηκαν από εκατό προσομοιώσεις των μοντέλων QC και BC αντίστοιχα. Για κάθε μία προσομοίωση οι τιμές των παραμέτρων α, β και γ ήταν τυχαία επιλεγμένες εντός των εξής διαστημάτων:

$$\begin{split} &\alpha \in (-0.2,+0.2) \\ &\beta \in (1,5) \\ &\gamma \in (0.05,0.3) \end{split}$$

Έστω οι συνδυασμοί παραμέτρων που παρουσιάζονται στους Πίνακες 14 και 15 για τα μοντέλα οχήματος Quarter και Bicycle αντίστοιχα. Για κάθε συνδυασμό θα εκπαιδευτεί και ένα μοντέλο NARX. Προκειμένου να ελεγχθεί η αποδοτικότητα του νευρωνικού δικτύου θα χρησιμοποιηθούν τέσσερις διαφορετικές μορφολογίες εδάφους, οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχέδιο 51. Οι παράμετροι α, β και γ που επιλέχθηκαν για τις εν λόγω εδαφικές διεγέρσεις σημειώνονται στον Πίνακα 16. Για κάθε μία από αυτές θα ευρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης Spearman ανάμεσα στην απόκριση του νευρωνικού δικτύου με αυτή του κλασσικού μοντέλου οχήματος.

,			•	, , ,	· · ·
	ms [kg]	mu [kg]	cs [Ns/m]	ks [N/m]	ku [N/m]
Συνδυασμός 1	900	100	5000	150e3	500e3
Συνδυασμός 2	700	80	6000	250e3	600e3
Συνδυασμός 3	800	120	7000	200e3	400e3

Πίνακας 14: Παράμετροι μοντέλου QC για τους τρεις συνδυασμούς

Πίνακας 15: Πο	ιράμετροι μοντέλου	ΒC για τους τρεις	συνδυασμούα
----------------	--------------------	-------------------	-------------

	m [kg]	m1 [kg]	m2 [kg]	ly [kg m $^2$ ]	a1 [m]	a2 [m]
Συνδυασμός 1	2000	100	200	1500	1.5	1.5
Συνδυασμός 2	2100	80	100	2500	1.4	1.6
Συνδυασμός 3	1800	90	120	1000	1.2	1.8
	k1 [N/m]	k2 [N/m]	kt1 [N/m]	kt2 [N/m]	c1 [Ns/m]	c2 [Ns/m]
Συνδυασμός 1	150e3	150e3	200e3	400e3	6000	6000
Συνδυασμός 2	100e3	250e3	300e3	600e3	8000	5000
Συνδυασμός 3	200e3	180e3	400e3	500e3	7000	6000

για αξιολογήση του μοντελού ΝΑΚλ								
Variables	Ground1	Ground2	Ground3	Ground4				
α	0.08	0.15	-0.18	-0.12				
β	1.1	3.1	2.2	4.8				
γ	0.06	0.1	0.25	0.3				

Πίνακας 16: Τέσσερις πιθανές περιπτώσεις εδαφικής μορφολογίας για αξιολόγηση του μοντέλου NARX



Σχήμα 51: Τέσσερις μορφές εδαφικής διέγερσης για τον έλεγχο της συσχέτισης των μοντέλων NARX

#### 8.3.3 Αποτελέσματα Προσομοίωσης

Έπειτα από δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, επιλέχθηκε η κάτωθι αρχιτεκτονική για τα μοντέλα NARXQuarter και NARXBicycle:

Μοντέλο	Hidden Layer Nodes	Input Delays	Target Delays
Quarter	1	3	3
Bicycle	2	3	3

Πίνακας 17: Εσωτερική Γεωμετρία NARX

Όπως προαναφέρθηκε, κατασκευάστηκαν τρία μοντέλα NARX Quarter και τρία NARX Bicycle, κάθε ένα για διαφορετικό συνδυασμό παραμέτρων. Τα μοντέλα αυτά αξιολογήθηκαν χρησιμοποιώντας τέσσερις εδαφικές διεγέρσεις. Συνεπώς αναμένονται είκοσι τέσσερις συντελεστές Spearman, οι οποίοι παρουσιάζονται στον Πίνακα 18. Η μέση τιμή των συντελεστών συσχέτισης ξεπερνάει το 99%, κάτι το οποίο δηλώνει την υψηλή προσαρμοστικότητα. Το εν λόγω συμπέρασμα γίνεται οπτικά αντιληπτό παρατηρώντας τα Σχήματα 52-57. Η καμπύλη με το όνομα «ode» αναφέρεται στα μοντέλα QC και BC.

συντελεστη συσχετισης Spearman					
Spearman's rank correlation coefficient					
	Quarter	Bicycle			
1ος	99.38	99.73	Ground1		
Συνδυασμός	99.57	99.80	Ground2		
Παραμέτρων	99.08	98.92	Ground3		
	99.47	99.44	Ground4		
2ος	99.87	99.34	Ground1		
Συνδυασμός	99.88	99.88	Ground2		
Παραμέτρων	99.75	99.46	Ground3		
	99.95	99.82	Ground4		
3ος	99.68	99.39	Ground1		
Συνδυασμός	99.72	99.68	Ground2		
Παραμέτρων	99.46	99.84	Ground3		
	99.80	99.90	Ground4		
Μέση τιμή	99.63	99.61			
Τυπική Απόκλιση	0.25	0.28			

Πίνακας 18: Σύγκριση NARX με τα μοντέλα QC και BC μέσω του



Σχήμα 52: Απόκριση NARX Quarter για τον 1ο συνδυασμό παραμέτρων



Σχήμα 53: Απόκριση NARX Quarter για τον 2ο συνδυασμό παραμέτρων



Σχήμα 54: Απόκριση NARX Quarter για τον 3ο συνδυασμό παραμέτρων



Σχήμα 55: Απόκριση NARX Bicycle για τον 1ο συνδυασμό παραμέτρων



Σχήμα 56: Απόκριση NARX Bicycle για τον 2ο συνδυασμό παραμέτρων



Σχήμα 57: Απόκριση NARX Bicycle για τον 3ο συνδυασμό παραμέτρων

## 8.4 Εφαρμογή NARX σε βηματική είσοδο

Η περίπτωση της ημιτονοειδούς εδαφικής διέγερσης είναι αρκετά απλή. Στην πραγματικότητα η μορφολογία του εδάφους είναι πιο περίπλοκη. Στο εδάφιο αυτό θα εξεταστεί η απόκριση του μοντέλου NARXQuarter για βηματική διέγερση. Εάν επιχειρηθεί προσομοίωση του NARXQuarter θεωρώντας για είσοδο μία βηματική συνάρτηση τότε η προκύπτουσα απόκριση δεν προσεγγίζει το μοντέλο QC. Για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος οι Zhang et al. [24] θεώρησαν ότι η σύνθετη εδαφική μορφολογία μπορεί να αναπτυχθεί ως άθροισμα ημιτονοειδών συναρτήσεων. Για την επαλήθευση του εν λόγω ισχυρισμού θεωρείται η βηματική συνάρτηση της *Εξίσωσης* 23.

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{\pi}{2} \\ 0.08 & t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \\ 0 & t > \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$
(23)

Η παραπάνω συνάρτηση μπορεί να προσεγγιστεί ως το άθροισμα των ημιτονοειδών συναρτήσεων της *Εξίσωσης* 24, όπως παρουσιάζεται στο *Σχήμα* 58.

$$y(t) = 0.04 + \frac{2 \cdot 0.08}{\pi} \sum_{i=1}^{N} \frac{\sin\left((2i+1)(t-\frac{\pi}{2})\right)}{(2i+1)}$$
(24)



Σχήμα 58: Προσέγγιση βηματικής συνάρτησης μέσω αθροίσματος ημιτονοειδών όρων

Το μοντέλο NARX εκτελείται για κάθε ημιτονοειδή όρο της *Εξίσωσης* 24 και οι προκύπτουσες αποκρίσεις συμβάλλονται μεταξύ τους. Ταυτόχρονα, το μοντέλο οχήματος Quarter εκτελείται για την βηματική είσοδο της *Εξίσωσης* 23. Στο *Σχήμα* 59, τα αποτελέσματα συγκρίνονται μεταξύ τους. Ο συντελεστής συσχέτισης Spearman διαμορφώνεται στο 95% και συνεπώς υπάρχει υψηλή προσαρμοστικότητα.



Σχήμα 59: Απόκριση μοντέλου NARX για βηματική διέγερση

## 8.5 Συμπεράσματα για τα μοντέλα NARX

Τα μοντέλα NARX μπορούν να προσεγγίσουν την απόκριση όπως αυτή εκδηλώνεται μέσω των μοντέλων QC και BC. Όταν η εξωτερική διέγερση είναι ημιτονοειδούς μορφής, σημειώνονται συντελεστές συσχέτισης μεγαλύτεροι του 99%. Μία μορφολογικά περίπλοκη εξωτερική διέγερση μπορεί να χωριστεί σε επιμέρους τμήματα. Κάθε τμήμα, μέσω του μετασχηματισμού Fourier, μπορεί να αναπτυχθεί ως άθροισμα ημιτονοειδών συναρτήσεων. Συμπερασματικά, το νευρωνικό μοντέλο NARX μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απευθείας πρόβλεψη των πειραματικών δεδομένων, κάτι το οποίο ωστόσο δεν θα επιχειρηθεί στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

# Κατάλογος Σχημάτων

	Μοντέλο οχήματος Quarter	12
2	Μοντέλο οχήματος Bicycle	14
3	Διέγερση εδάφους για βηματική συνάρτηση	19
4	Ταχύτητα 6 km/h	20
5	Ταχύτητα 10 km/h	20
6	Ταχύτητα 20 km/h	20
7	Μορφή οδοστρώματος κατά ISO Grade Α	21
8	Απόκριση μοντέλων για $u = 6$ km/h $\ldots$	21
9	Απόκριση μοντέλων για $u = 10$ km/h $\ldots$	22
10	Απόκριση μοντέλων για $u = 20$ km/h $\ldots$	22
11	Μορφή οδοστρώματος κατά ISO Grade C	23
12	Απόκριση μοντέλων για $u = 6$ km/h	23
13	Απόκριση μοντέλων για $u = 10$ km/h $\ldots$	24
14	Απόκριση μοντέλων για $u = 20$ km/h $\ldots$	24
15	Φωτογραφία του οχήματος που χρησιμοποιήθηκε για το πείραμα	25
16	Χαρακτηριστικά αισθητήρα επιτάχυνσης Kristler8704	26
17	Τοποθέτηση επιταχυνσιόμετρων στον οπίσθιο και εμπρόσθιο άξονα του	
	φορτηγού οχήματος	27
18	Απόσταση του κέντρου του οπίσθιου και εμπρόσθιου τροχού από το	
	έδαφος	28
19	Διαφορά ύψους πλαισίου - άξονα	28
20	Χαρακτηριστικά Αισθητήρα Μετατόπισης ΗF-500C	29
21	Τοποθέτηση μονάδας συλλογής δεδομένων στην καμπίνα του οδηγού.	30
22	Διαδρομές που ακολούθησε το φορτηγό όχημα στην πειραματική διαδι-	
	κασία	31
23	BoxPlot εμπρόσθιου τροχού - έδαφος	32
24	BoxPlot οπίσθιου τροχού - έδαφος	~ ~
25		32
	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32
26	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33
26 27	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34
26 27 28	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35
26 27 28 29	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36
26 27 28 29 30	ΒοχΡίοτ οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36 37
26 27 28 29 30 31	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36 37 38
26 27 28 29 30 31 32	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36 37 38
26 27 28 29 30 31 32	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36 37 38 39
26 27 28 29 30 31 32 33	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39
26 27 28 29 30 31 32 33 34	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΑπόκριση ομποδίουΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $a_1, a_2$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 39 42
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση προχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $a_1, a_2$ Επίδραση των μεγεθών $c_1, c_2$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΑπόκριση ομποδίουΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $c_1, c_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_1, k_2$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43 43
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση προχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $a_1, a_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_1, k_2$ Επίδραση των μεγεθών $m_1, m_2$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43 43 43
<ol> <li>26</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>29</li> <li>30</li> <li>31</li> <li>32</li> <li>33</li> <li>34</li> <li>35</li> <li>36</li> <li>37</li> <li>38</li> </ol>	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση προχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $c_1, c_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_1, k_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_{t_1}, k_{t_2}$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43 43 43 43
<ol> <li>26</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>29</li> <li>30</li> <li>31</li> <li>32</li> <li>33</li> <li>34</li> <li>35</li> <li>36</li> <li>37</li> <li>38</li> <li>39</li> </ol>	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΜοντελοποίηση εμποδίουΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $c_1, c_2$ Επίδραση των μεγεθών $m_1, m_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_{t_1}, k_{t_2}$ Επίδραση των μεγεθών $I_y, m$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43 43 43 43 44
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40	BoxPlot οπίσθιου άξονα - πλαίσιο1ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος2ο Σαμαράκι, Απόσταση τροχού-έδαφος1ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξονας2ο Σαμαράκι, Απόσταση πλαίσιο-άξοναςΜοντελοποίηση εμποδίουΑπόκριση Quarter και Bicycle για βηματική είσοδοΠαράδειγμα χρονικής μετατόπισης της προσομοίωσης, ώστε να ταιριάζειστα πειραματικά δεδομένα (πλαίσιο-άξονας)Σύγκριση αποτελεσμάτων BC με 1η πειραματική μέτρησηΕπίδραση των μεγεθών $a_1, a_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_1, k_2$ Επίδραση των μεγεθών $m_1, m_2$ Επίδραση των μεγεθών $k_{t_1}, k_{t_2}$ Επίδραση των μεγεθών $I_y, m$ Επίδραση των μεγεθών $I_y, m$	32 32 33 34 35 36 37 38 39 39 42 43 43 43 43 44 44
42	Βελτιστοποίηση διαδρομών με συντελεστή συσχέτισης $> 88\%$	51
----	--	----
43	Προσομοιώσεις με τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων	52
44	Επαφή τροχών με τον μειωτή ταχύτητας	54
45	Αποτελέσματα βελτιστοποίησης μοντέλου BC για κάθε διαδρομή	58
46	Αποτελέσματα μοντέλου BC με τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων	59
47	Συστήματα τύπου «μαύρου κουτιού»	60
48	Γεωμετρία ενός δικτύου NARX κλειστού τύπου	61
49	Γεωμετρία ενός δικτύου NARX ανοιχτού τύπου	61
50	Εκπαίδευση μοντέλου NARX χρησιμοποιώντας matlab	62
51	Τέσσερις μορφές εδαφικής διέγερσης για τον έλεγχο της συσχέτισης των	
	μοντέλων NARX	65
52	Απόκριση NARX Quarter για τον 1ο συνδυασμό παραμέτρων	67
53	Απόκριση NARX Quarter για τον 2ο συνδυασμό παραμέτρων	67
54	Απόκριση NARX Quarter για τον 3ο συνδυασμό παραμέτρων	68
55	Απόκριση NARX Bicycle για τον 1ο συνδυασμό παραμέτρων	68
56	Απόκριση NARX Bicycle για τον 2ο συνδυασμό παραμέτρων	69
57	Απόκριση NARX Bicycle για τον 3ο συνδυασμό παραμέτρων	69
58	Προσέγγιση βηματικής συνάρτησης μέσω αθροίσματος ημιτονοειδών	
	όρων	70
59	Απόκριση μοντέλου NARX για βηματική διέγερση	71

## Κατάλογος Πινάκων

Παράμετροι Bicycle μοντέλου οχήματος	14
Σχετικές μεταβλητές κατάστασης Bicycle μοντέλου	15
Εκτίμηση 1ου συνδυασμού παραμέτρων	46
Εκτίμηση 2ου συνδυασμού παραμέτρων	46
Εκτίμηση 3ου συνδυασμού παραμέτρων	46
Εκτίμηση 4ου συνδυασμού παραμέτρων	46
Συντελεστές συσχέτισης Spearman για την Quarter βελτιστοποίηση	49
Τιμές παραμέτρων στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης	50
Αποτελέσματα βελτιστοποιήσεων για το μοντέλο BC	56
Συντελεστής συσχέτισης στο τέλος κάθε βελτιστοποίησης για τα μοντέλα	
QC και BC	56
Συντελεστής συσχέτισης για τον τελικό συνδυασμό παραμέτρων	57
Τελικός συνδυασμός παραμέτρων	57
Μεταβλητές NARX για την προσομοίωση των Quarter και Bicycle μοντέ-	
λων οχημάτων	61
Παράμετροι μοντέλου QC για τους τρεις συνδυασμούς	64
Παράμετροι μοντέλου ΒC για τους τρεις συνδυασμούς	64
Τέσσερις πιθανές περιπτώσεις εδαφικής μορφολογίας για αξιολόγηση	
του μοντέλου NARX	65
Εσωτερική Γεωμετρία NARX	66
Σύγκριση NARX με τα μοντέλα QC και BC μέσω του συντελεστή συσχέτι-	
σης Spearman	66
	Παράμετροι Bicycle μοντέλου οχήματος

## Αναφορές

- [1] A. Mohd and R. Srivastava, "Parametric optimization and experimental validation for nonlinear characteristics of passenger car suspension system", *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, vol. 49, no. 2, pp. 103–113, 2021.
- [2] T. Nguyen, P. Swolana, and B. Lechner, "An experimental comparison of mathematical heavy-duty city bus models to evaluate passenger ride comfort induced by road roughness", *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 203–221, 2021.
- [3] Y. Zhao, M. Alashmori, F. Bi, and X. Wang, "Parameter identification and robust vibration control of a truck driver's seat system using multi-objective optimization and genetic algorithm", *Applied Acoustics*, vol. 173, p. 107 697, 2021.
- [4] A. Shirahatti, P. Prasad, P. Panzade, and M. Kulkarni, "Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 30, pp. 66–76, 2008.
- [5] D. Özcan, Ü. Sönmez, and L. Güvenç, "Optimisation of the nonlinear suspension characteristics of a light commercial vehicle", *International Journal of Vehicular Technology*, vol. 2013, 2013.
- [6] A. Baumal, J. McPhee, and P. Calamai, "Application of genetic algorithms to the design optimization of an active vehicle suspension system", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 163, no. 1-4, pp. 87–94, 1998.
- [7] V. Goga and M. Kl'účik, "Optimization of vehicle suspension parameters with use of evolutionary computation", *Procedia Engineering*, vol. 48, pp. 174–179, 2012.
- [8] G. Verros, H. Goudas, S. Natsiavas, and M. Hache, "Dynamics of large scale vehicle models using adams/flex", in *International ADAMS User Conference*, Citeseer, 2000, pp. 1–11.
- [9] T. Gillespie, "Fundamentals of vehicle dynamics (warrendale, pa: Sae inc.)", 1992.
- [10] D. Karnopp, "Analytical results for optimum actively damped suspensions under random excitation", 1989.
- [11] H. Imine and T. Madani, "Heavy vehicle suspension parameters identification and estimation of vertical forces: Experimental results", *International Journal of Control*, vol. 88, no. 2, pp. 324–334, 2015.
- [12] S. Ebrahimi-Nejad, M. Kheybari, and S. V. N. Borujerd, "Multi-objective optimization of a sports car suspension system using simplified quarter-car models", *Mechanics & Industry*, vol. 21, no. 4, p. 412, 2020.
- [13] P. Szurgott, L. Kwaśniewski, and J. W. Wekezer, "Example of experimental validation and calibration of a finite element model of a heavy vehicle", *Journal of KONES*, vol. 17, pp. 433–440, 2010.
- [14] J. Tey, R. Ramli, C. Kheng, S. Chong, and M. Abidin, "Identification of vehicle suspension parameters by design optimization", *Engineering Optimization*, vol. 46, no. 5, pp. 669–686, 2014.
- [15] A. Alfi, M.-M. Fateh, *et al.*, "Parameter identification based on a modified pso applied to suspension system", *Journal of Software Engineering and Applications*, vol. 3, no. 03, p. 221, 2010.

- [16] K. Chen, S. He, E. Xu, R. Tang, and Y. Wang, "Research on ride comfort analysis and hierarchical optimization of heavy vehicles with coupled nonlinear dynamics of suspension", *Measurement*, vol. 165, p. 108 142, 2020.
- [17] A. C. Mitra, G. Kiranchand, T. Soni, and N. Banerjee, "Design of experiments for optimization of automotive suspension system using quarter car test rig", *Procedia Engineering*, vol. 144, pp. 1102–1109, 2016.
- [18] R. K. Ursem and P. Vadstrup, "Parameter identification of induction motors using stochastic optimization algorithms", *Applied Soft Computing*, vol. 4, no. 1, pp. 49– 64, 2004.
- [19] M. Alghafir and J. Dunne, "A narx damper model for virtual tuning of automotive suspension systems with high-frequency loading", *Vehicle system dynamics*, vol. 50, no. 2, pp. 167–197, 2012.
- [20] P. Guarneri, G. Rocca, and M. Gobbi, "A neural-network-based model for the dynamic simulation of the tire/suspension system while traversing road irregularities", *IEEE transactions on neural networks*, vol. 19, no. 9, pp. 1549–1563, 2008.
- [21] D. Hanafi, M. Fua'ad bin Rahmat, Z. A. bin Ahmad, and A. bin Mohd Zaid, "Intelligent system identification for an axis of car passive suspension system using real data", in 2009 6th International Symposium on Mechatronics and its Applications, IEEE, 2009, pp. 1–7.
- [22] A. Patel and J. Dunne, "Narx neural network modelling of hydraulic suspension dampers for steady-state and variable temperature operation", *Vehicle system dynamics*, vol. 40, no. 5, pp. 285–328, 2003.
- [23] C. Wong and K. Worden, "Generalised narx shunting neural network modelling of friction", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 1, pp. 553–572, 2007.
- [24] Z. Zhang, C. Sun, R. Bridgelall, and M. Sun, "Road profile reconstruction using connected vehicle responses and wavelet analysis", *Journal of Terramechanics*, vol. 80, pp. 21–30, 2018.
- [25] R. N. Jazar, Vehicle dynamics. Springer, 2008, vol. 1.