



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

**Διαγράμματα Ελέγχου Τύπου Μνήμης για την
Παρακολούθηση του Μέσου Διεργασιών
Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΔΡΟΜΟΥ ΜΙΧΑΛΗΣ

A.M: 0917706

Επιβλέπων Καθηγητής: Κουκουβίνος Χρήστος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 2023



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF APPLIED MATHEMATICAL AND PHYSICAL
SCIENCES

**Memory Type Control Charts for Monitoring the
Process Mean Using Auxiliary Information**

THESIS

PRODROMOU MICHALIS

Supervisor Professor: Koukouvinos Christos

Professor NTUA

Athens, 2023

ΠΡΟΔΡΟΜΟΥ ΜΙΧΑΛΗΣ

Copyright © Μιχάλης Προδρόμου

Με επιφύλαξη παντός νόμιμου δικαιώματος. All rights reserved.

Περίληψη

Στον 21^ο πρώτο αιώνα ένας από τους βασικότερους παράγοντες για την επιλογή ενός προϊόντος από έναν καταναλωτή είναι η ποιότητα. Το καταναλωτικό κοινό θα δείξει εμπιστοσύνη στις επιχειρήσεις οι οποίες εφαρμόζουν στα προϊόντα τους την ποιότητα. Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας είναι αυτός που θα καθορίσει εάν ένα προϊόν θα ενταχθεί στην γραμμή παραγωγής με βάση τα πολλά εργαλεία που μπορεί να παρέχει. Ένα από αυτά είναι τα διαγράμματα ελέγχου τα οποία έχουν σχεδιαστεί για να ανιχνεύουν αφύσικες αλλαγές στις μεταβλητές της διεργασίας για μια μεγάλη ποικιλία εφαρμογών. Οι βοηθητικές μεταβλητές μπορούν να κάνουν πιο αποτελεσματικά τα διαγράμματα ελέγχου στην ανίχνευση μιας μικρής ή μέτριας μετατόπισης στο μέσο της διεργασίας.

Στο 1^ο Κεφάλαιο παρέχεται μια εισαγωγή στον Στατιστικό Έλεγχο Ποιότητας (Σ.Ε.Π.) μαζί με τις διάφορες συνιστώσες και έννοιες του καθώς και μια μικρή αναφορά στα διαγράμματα ελέγχου CUSUM, EWMA, HEWMA, HWMA, MEC και MCE. Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διαγράμματα που αναφέρθηκαν στο 1^ο Κεφάλαιο εντάσσοντας τη βοηθητική μεταβλητή στα διαγράμματα αυτά. Στο 3^ο Κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συγκρίσεις και οι αποδόσεις των κλασσικών διαγραμμάτων ελέγχου με τα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία. Στο 4^ο Κεφάλαιο παρέχονται παραδείγματα. Τέλος, παρουσιάζεται η Σύνοψη της εργασίας καθώς και η βιβλιογραφία και τα παραρτήματα.

Λέξεις – κλειδιά: Στατιστικός έλεγχος ποιότητας, διαγράμματα ελέγχου, μέσος, μεταβλητότητα, μέσο μήκος ροής (ARL), MxCUSUM, MxEWMA, MxHWMA, MxHEWMA, MxMEC.

Abstract

In the 21st century, one of the main factors for a consumer's choice of a product is quality. Consumers public will trust companies that apply quality to their products. Statistical Quality Control is what will determine whether a product will make it to the production line based on the many tools it can provide. One of these is Control Charts designed to detect changes in process metastases for a wide variety of applications. Auxiliary variables can make control charts more effective in detecting a small or large shift in the process mean.

Chapter 1 provides an introduction to Statistical Quality Control (SQC) along with its various components and concepts as well as a brief reference to CUSUM, EWMA, HWMA, HEWMA, MEC, and MCE control charts. In the 2nd Chapter, the charts mentioned in the 1st Chapter are presented, including the auxiliary variable in these charts. In Chapter 3 the comparisons and performances of classic control charts with charts using auxiliary information are presented. Chapter 4 provides examples of the examined charts. Finally, the Summary of the work is presented as well as the bibliography and the appendices.

Key – words: Statistical quality control, control charts, mean, variability, average run length (ARL), MxCUSUM, MxEWMA, MxHWMA MxHEWMA, MxMEC.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Χρήστο Κουκουβίνο για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, καθώς επίσης και για την πολύτιμη καθοδήγηση του, αλλά και για την προσφορά του καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Τις θερμές μου ευχαριστίες επίσης θα ήθελα να εκφράσω στην διδάκτορα του Ε.Μ.Π. Αγγελική Λάππα για τη συνεχή υποστήριξη και το αμέριστο ενδιαφέρον που έδειξε κατά την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω τις βαθύτατες ευχαριστίες μου στην οικογένεια μου, για την υποστήριξη τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, και την αμέριστη συμπαράσταση που μου πρόσφεραν όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

Περίληψη	v
Abstract	vii
Ευχαριστίες	ix
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΓΡΑΦΙΩΝ	xv
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ	xvii
ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	xxiii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	25
1.1 Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας	25
1.1.1 Οι διαστάσεις και η έννοια της ποιότητας.....	25
1.1.2 Οι συνιστώσες του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας.....	26
1.1.3 Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών	27
1.2 Διαγράμματα Ελέγχου	29
1.2.1 Βασικές αρχές διαγραμμάτων ελέγχου.....	29
1.2.2 Μέγεθος και συχνότητα δείγματος	33
1.2.3 Διαγράμματα Ελέγχου Μεταβλητών.....	34
1.3 Διαγράμματα Ελέγχου Τύπου Μνήμης.....	35
1.3.1 Αθροιστικά Διαγράμματα Ελέγχου	35
1.3.2 Διαγράμματα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη	37
1.3.3 Διάγραμμα Ελέγχου Κινούμενου Μέσου	37
1.3.4 Μεικτό EWMA-CUSUM διάγραμμα ελέγχου.....	38
1.3.5 CUSUM-EWMA διάγραμμα ελέγχου.....	39
1.3.6 Υβριδικό διάγραμμα ελέγχου με κινητούς μέσους και εκθετικά βάρη.....	40
1.3.7 Διάγραμμα Ελέγχου με ομοιογενώς σταθμισμένο κινούμενο μέσο	41
1.4 Διαγράμματα ελέγχου χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία.....	43
1.4.1 Διάγραμμα Shewhart χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία.....	43
1.4.2 Το διάγραμμα EWMA χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία	45
1.4.3 Το διάγραμμα CUSUM χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία	45

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	47
2.1 Το διάγραμμα ελέγχου MxEWMA.....	47
2.2 Το διάγραμμα ελέγχου MxCUSUM.....	48
2.3 Το διάγραμμα ελέγχου MxHWMA.....	48
2.4 Το διάγραμμα ελέγχου MxHEWMA.....	51
2.5 Τα διαγράμματα MxMEC και MxMCE.....	52
2.5.1 Το MxMEC διάγραμμα ελέγχου.....	52
2.5.2 Το MxMCE διάγραμμα ελέγχου.....	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	55
3.1 Εισαγωγή.....	55
3.2 Σύγκριση απόδοσης κλασικών διαγραμμάτων με τα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία.....	55
3.2.1 MxEWMA διάγραμμα έναντι του κλασικού EWMA διαγράμματος.....	55
3.2.2 MxCUSUM διάγραμμα έναντι του κλασικού CUSUM διαγράμματος.....	62
3.2.3 MxCUSUM διάγραμμα έναντι του MxEWMA διαγράμματος.....	69
3.2.4 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του κλασικού διαγράμματος HEWMA.....	70
3.2.5 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του MxEWMA διαγράμματος.....	89
3.2.6 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του MxCUSUM διαγράμματος.....	90
3.2.7 MxMEC διάγραμμα έναντι του κλασικού διαγράμματος MEC.....	90
3.2.9 MxMEC διάγραμμα έναντι του MxCUSUM διαγράμματος.....	110
3.2.10 MxMEC διάγραμμα έναντι του MxHEWMA διαγράμματος.....	110
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	113
4.1 Εφαρμογή.....	113
ΣΥΝΟΨΗ	125
Βιβλιογραφία	127
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	131
A. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxEWMA διαγράμματος	131
B. Πίνακας τιμών ARL και SDRL του EWMA διαγράμματος	136
C. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxCUSUM διαγράμματος	137
D. Πίνακας τιμών ARL και SDRL του CUSUM διαγράμματος	142

E. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxHEWMA διαγράμματος.....	143
F. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του HEWMA διαγράμματος.....	158
G. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxMEC διαγράμματος	161
H. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MEC διαγράμματος	176

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΓΡΑΦΙΩΝ

Συντομογραφία	Όρος στα Ελληνικά	Όρος στα Αγγλικά
ARL	Μέσο Μήκος Ροής	Average Run Length
ARL_o	Εντός Ελέγχου Μέσο Μήκος Ροής	In Control Average Run Length
ARL_1	Εκτός Ελέγχου Μέσο Μήκος Ροής	Out of Control Average Run Length
ATS	Μέσος Χρόνος Σήματος	Average Time to Signal
CL	Κεντρική Γραμμή	Center Line
CRL	Συμμορφούμενο Μήκος Ροής	Conforming Run Length
CUSUM	Συσσωρευμένο Αθροιστικό Διάγραμμα Ελέγχου	Cumulative Sum Control Charts
EWMA	Διάγραμμα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη	Exponentially Weighted Moving Average Control Chart
HEWMA	Υβριδικό Διάγραμμα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη	Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart
HWMA	Διάγραμμα Ελέγχου με Ομοιογενώς Σταθμισμένους Κινοούμενους Μέσους	Homogeneously weighted Moving Average Control Chart
h	Παράμετρος Σχεδιασμού	Design Parameter
k	Παράμετρος Σχεδιασμού	Design Parameter
L	Πλάτος Ορίων Ελέγχου	Width of Control Limits
LCL	Κάτω Όριο Ελέγχου	Lower Control Limit
MEC	Μεικτό EWMA-CUSUM Διάγραμμα Ελέγχου	Mixed EWMA-CUSUM Control Chart
MCE	Μεικτό CUSUM-EWMA Διάγραμμα Ελέγχου	Mixed CUSUM-EWMA Control Chart
MxCUSUM	Συσσωρευμένο Αθροιστικό Διάγραμμα Ελέγχου Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Cumulative Sum Control Chart Using an Auxiliary Variable
MxEWMA	Διάγραμμα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Exponentially Weighted Moving Average Control Chart Using an Auxiliary Variable
MxHEWMA	Υβριδικό Διάγραμμα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart Using an Auxiliary Variable

MxHWMA	Διάγραμμα Ελέγχου με Ομοιογενώς Σταθμισμένους Κινοούμενους Μέσους Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart Using an Auxiliary Variable
MxMEC	Μεικτό EWMA-CUSUM Διάγραμμα Ελέγχου Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Mixed EWMA-CUSUM Control Chart Using an Auxiliary Variable
MxMCE	Μεικτό CUSUM-EWMA Διάγραμμα Ελέγχου Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία	Mixed CUSUM-EWMA Control Chart Using an Auxiliary Variable
R_i	Εύρος του Δείγματος i	Range of Sample i
\bar{R}	Μέσος των Ευρών R_i	Mean of Ranks R_i
SDRL	Τυπική Απόκλιση του Μήκους Ροής	Standard Deviation of Run Length
$SDRL_0$	Εντός Ελέγχου Τυπική Απόκλιση του Μήκους Ροής	In-Control Standard Deviation of Run Length
$SDRL_1$	Εκτός Ελέγχου Τυπική Απόκλιση του Μήκους Ροής	Out-of-Control Standard Deviation of Run Length
SPC	Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών	Statistical Process Control
SQC	Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας	Statistical Quality Control
S_i	Δειγματική Τυπική Απόκλιση του i Δείγματος	Sample Standard Deviation of Sample i
\bar{S}	Μέσος των Δειγματικών Τυπικών Αποκλίσεων S_i	Mean of Standard Deviation S_i
UCL	Άνω Όριο Ελέγχου	Upper Control Limit
\bar{X}_i	Δειγματικός Μέσος του i Δείγματος	Sample Mean of Sample i
\bar{X}	Μέση Τιμή των Δειγματικών Μέσων \bar{X}_i	Mean of Sample Means \bar{X}_i
λ	Παράμετρος Εξομάλυνσης	Smoothing Parameter
μ	Μέση Τιμή της Διεργασίας	Process Mean
σ	Τυπική Απόκλιση της Διεργασίας	Process Standard Deviation
σ^2	Διασπορά της Διεργασίας	Process Variance

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1.1: Οι κύριες διαστάσεις τις ποιότητας.....	26
Πίνακας 3.2.1: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ για $ARL_0=370$	57
Πίνακας 3.2.2: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ για $ARL_0=370$	58
Πίνακας 3.2.3: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ για $ARL_0=370$	59
Πίνακας 3.2.4: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ για $ARL_0=370$	60
Πίνακας 3.2.5: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	61
Πίνακας 3.2.6: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού EWMA διαγράμματος για $ARL_0=370$	62
Πίνακας 3.2.7: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.10$ και $h'=13.497$ για $ARL_0=370$	64
Πίνακας 3.2.8: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.25$ και $h'=8.016$ για $ARL_0=370$	65
Πίνακας 3.2.9: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.50$ και $h'=4.7785$ για $ARL_0=370$	66
Πίνακας 3.2.10: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.75$ και $h'=3.343$ για $ARL_0=370$	67
Πίνακας 3.2.11: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.95$ και $h'=2.654$ για $ARL_0=370$	68
Πίνακας 3.2.12: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού CUSUM διαγράμματος για $ARL_0=370$	69
Πίνακας 3.2.14: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	73
Πίνακας 3.2.15: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	74
Πίνακας 3.2.16: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$	75
Πίνακας 3.2.17: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	76
Πίνακας 3.2.18: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	77
Πίνακας 3.2.19: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.50$ για $ARL_0=370$	78

Πίνακας 3.2.20: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με όταν $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	79
Πίνακας 3.2.21: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	80
Πίνακας 3.2.22: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με όταν $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$	81
Πίνακας 3.2.23: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	82
Πίνακας 3.2.24: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	83
Πίνακας 3.2.25: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$	84
Πίνακας 3.2.26: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	85
Πίνακας 3.2.27: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	86
Πίνακας 3.2.28: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$	87
Πίνακας 3.2.29: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$	88
Πίνακας 3.2.30: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	89
Πίνακας 3.2.31: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$	92
Πίνακας 3.2.32: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	93
Πίνακας 3.2.33: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	94
Πίνακας 3.2.34: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, όταν $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$	95
Πίνακας 3.2.35: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	96
Πίνακας 3.2.36: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	97
Πίνακας 3.2.37: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$	98
Πίνακας 3.2.38: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$	99
Πίνακας 3.2.39: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	100

Πίνακας 3.2.40: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.05$, 0.25 για $ARL_0=370$	101
Πίνακας 3.2.41: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.50$, 0.75 για $ARL_0=370$	102
Πίνακας 3.2.42: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	103
Πίνακας 3.2.43: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.05$, 0.25 για $ARL_0=370$	104
Πίνακας 3.2.44: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.50$, 0.75 για $ARL_0=370$	105
Πίνακας 3.2.45: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$	106
Πίνακας 3.2.46: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.10$, 0.25 για $ARL_0=370$	107
Πίνακας 3.2.47: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.50$, 0.75 για $ARL_0=370$	108
Πίνακας 3.2.48: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.95$ για $ARL_0=370$	109
Πίνακας 4.1: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικο CUSUM διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $k=0.50$ και $h=5.069$ για $ARL_0 = 500$	115
Πίνακας 4.2: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικο EWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $\lambda=0.10$ και $L=2.8225$ για $ARL_0 = 500$	115
Πίνακας 4.3: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικο HEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.25$ και $L=2.5475$ για $ARL_0 = 500$	117
Πίνακας 4.4: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικο MEC διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $k=0.50$, $\lambda=0.10$ και $H=37.30$ για $ARL_0 = 500$	118
Πίνακας 4.5: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxCUSUM διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $k'=0.50$, $\rho_{XY}=0.50$ και $h'=5.071$ για $ARL_0 = 500$	118
Πίνακας 4.6: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $\gamma_M=0.10$, $\rho_{XY}=0.50$ και $L=2.8244$ για $ARL_0 = 500$	119
Πίνακας 4.7: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxHEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.25$, $\rho_{XY}=0.50$ και $L=6.351$ για $ARL_0 = 500$	120
Πίνακας 4.8: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxMEC διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $\lambda=0.10$, $k=0.50$, $\rho_{XY}=0.50$ και $H=37.35$ για $ARL_0 = 500$	122
Πίνακας A.1: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ για $ARL_0=500$	131
Πίνακας A.2: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ για $ARL_0=500$	132

Πίνακας A.3: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ για $ARL_0=500$	133
Πίνακας A.4: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ για $ARL_0=500$	134
Πίνακας A.5: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ στο $ARL_0=500$	135
Πίνακας B.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού EWMA διαγράμματος, για $ARL_0=500$	136
Πίνακας C.1: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.10$ και $h'=14.761$ για $ARL_0=500$	137
Πίνακας C.2: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.25$ και $h'=8.583$ για $ARL_0=500$	138
Πίνακας C.3: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.50$ και $h'=5.071$ για $ARL_0=500$	139
Πίνακας C.4: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.75$ και $h'=3.54$ για $ARL_0=500$	140
Πίνακας C.5: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.95$ και $h'=2.807$ για $ARL_0=500$	141
Πίνακας D.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού CUSUM διαγράμματος, για $ARL_0=500$	142
Πίνακας E.1: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	143
Πίνακας E.2: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	144
Πίνακας E.3: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.25,$ $0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	145
Πίνακας e.4: ARLκαι SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	146
Πίνακας E.5: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	147
Πίνακας E.6: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.25,$ $0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	148
Πίνακας E.7: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	149
Πίνακας E.8: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	150
Πίνακας E.9: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.25,$ $0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	151
Πίνακας E.10: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	152

Πίνακας E.11: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	153
Πίνακας E.12: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	154
Πίνακας E.13: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	155
Πίνακας E.14: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	156
Πίνακας E.15: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	157
Πίνακας F.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$	158
Πίνακας F.2: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$	159
Πίνακας F.3: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	160
Πίνακας G.1: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$	161
Πίνακας G.2: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	162
Πίνακας G.3: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$	163
Πίνακας G.4: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$	164
Πίνακας G.5: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	165
Πίνακας G.6: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$	166
Πίνακας G.7: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$	167
Πίνακας G.8: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	168
Πίνακας G.9: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$	169
Πίνακας G.10: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$	170
Πίνακας G.11: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$	171
Πίνακας G.12: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$	172

Πίνακας G.13: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.05$, 0.25 για $ARL_0=500$	173
Πίνακας G.14: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.50$, 0.75 για $ARL_0=500$	174
Πίνακας G.15: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$	175
Πίνακας H.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.10$, 0.25 για $ARL_0=500$	176
Πίνακας H.2: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.50$, 0.75 για $ARL_0=500$	177
Πίνακας H.3: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.95$ για $ARL_0=500$	178

ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1. Οι φάσεις της διεργασίας παραγωγής	27
Σχήμα 1.2: Τυπικό διάγραμμα ελέγχου	29
Σχήμα 1.3: Τα προειδοποιητικά όρια και οι ζώνες A, B και C σε ένα διάγραμμα ελέγχου	32
Σχήμα 4.1: Κλασσικό CUSUM διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.1	115
Σχήμα 4.2: Κλασσικό EWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.2.....	116
Σχήμα 4.3: Κλασσικό HEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.3	117
Σχήμα 4.4: Κλασσικό MEC διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.4.....	118
Σχήμα 4.5: MxCUSUM διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.5	119
Σχήμα 4.6: MxEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.6.....	120
Σχήμα 4.7: MxHEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.7.....	121
Σχήμα 4.8: MxMEC διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.8	122

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας

1.1.1 Οι διαστάσεις και η έννοια της ποιότητας

Πλέον στις μέρες μας από τους βασικότερους παράγοντες για την επιλογή κάποιου προϊόντος είναι η ποιότητα. Οι επιχειρήσεις που έχουν ενσωματώσει την ποιότητα στα προϊόντα τους έχουν κατακτήσει αναμφίβολα την εμπιστοσύνη του καταναλωτικού κοινού. Η ποιότητα είναι αυτή που θα καθορίσει την απόφαση επιλογής όχι μόνο του κάθε καταναλωτή ξεχωριστά αλλά ακόμα και μιας εταιρείας. Κατά συνέπεια, η κατανόηση καθώς και η βελτίωση της ποιότητας είναι οι βασικοί παράγοντες που οδηγούν στην επιχειρηματική επιτυχία, την ανάπτυξη και την ενίσχυση της ανταγωνιστικότητας.

Ο σχεδιασμός της ποιότητας και η προσαρμογή της ποιότητας είναι οι δύο γενικές απόψεις που αφορούν την ποιότητα. Όλες οι υπηρεσίες και τα προϊόντα παράγονται σε διάφορα επίπεδα και σε διαφορετικό βαθμό ποιότητας. Η προσαρμογή της ποιότητας βασίζεται στο πόσο καλά προσαρμόζεται το προϊόν στις προδιαγραφές με τις οποίες σχεδιάστηκε. Σαφώς, παράγοντες όπως το είδος ασφάλειας που χρησιμοποιείται, η επιλογή της διεργασίας και της επίβλεψης επηρεάζουν την προσαρμογή της ποιότητας. Εάν ένα σημαντικό χαρακτηριστικό ενός προϊόντος έχει μικρή διακύμανση ή μειώνεται η διακύμανση του τότε η ποιότητα αυτού το προϊόντος αυξάνεται (Κουκουβίνος, 2017).

Όσο για τον ορισμό του Αντζουλάκου (2009), εάν ένα προϊόν αναμένεται να ικανοποιεί ή και να υπερβαίνει τις ανάγκες των καταναλωτών, τότε αυτό θα πρέπει να παράγεται μέσα σε σταθερές και επαναλαμβανόμενες διαδικασίες με μικρή μεταβλητότητα γύρω από τα χαρακτηριστικά ή τις διαστάσεις της ποιότητας του προϊόντος. Η ποιότητα ενός προϊόντος είναι καλό να διαχωριστεί γιατί μπορεί να αξιολογηθεί με πολλούς τρόπους. Σύμφωνα με τον Garvin

(1987) οι διαστάσεις της ποιότητας παρουσιάζονται σε οκτώ διαστάσεις ως εξής:

Πίνακας 1.1: Οι κύριες διαστάσεις τις ποιότητας

Απόδοση	Πόσο καλή είναι η απόδοση των λειτουργιών ενός προϊόντος
Αξιοπιστία	Πόσο συχνά χρειάζεται επισκευή το προϊόν
Ανθεκτικότητα	Η χρονική διάρκεια ζωής του προϊόντος
Δυνατότητα Συντήρησης	Πόσο γρήγορα και οικονομικά επισκευάζεται ή συντηρείται το προϊόν
Αισθητική	Η γοητεία του προϊόντος (π.χ. στυλ, χρώμα, σχήμα)
Χαρακτηριστικά	Οι επιπρόσθετες δυνατότητες πέραν από την βασική έκδοση του προϊόντος
Συμμόρφωση	Εάν το κατασκευασμένο προϊόν τηρεί τις προδιαγραφές τους σχεδιαστή
Φήμη επιχείρησης	Το πόσο καλό ή κακό όνομα έχει μια επιχείρηση στην αγορά

1.1.2 Οι συνιστώσες του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας

Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (Statistical Quality Control, SQC) προσφέρει την ευκαιρία σε κάθε επιχείρηση να αξιοποιήσει αυτό το σημαντικό εργαλείο το οποίο βοηθά στην παραγωγή ποιοτικών και αξιόπιστων προϊόντων με χαμηλότερο κόστος. Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας αποτελείται από ένα σύνολο μεθόδων στατιστικής ανάλυσης δεδομένων (Montgomery, 2013). Το σύνολο αυτών των δεδομένων μπορεί να χωριστεί σε τρία βασικά υποσύνολα που το καθένα περιέχει στατιστικές μεθόδους προσανατολισμένες σε διαφορετικές φάσεις της παραγωγής διεργασίας. Τα υποσύνολα αυτά είναι:

- Σχεδιασμός και Ανάλυση Πειραμάτων (Design of Experiment, DOE).
- Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Statistical Process Control, SPC).

➤ Δειγματοληψία Αποδοχής (Acceptance Sampling).

Όλες οι στατιστικές τεχνικές που βοηθούν στην ανακάλυψη της επίδρασης που έχουν τα διάφορα επίπεδα των παραγόντων που επηρεάζουν τις ποιοτικές παραμέτρους του τελικού προϊόντος, και εν τέλει διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη βέλτιστη σχεδίαση της παραγωγικής διεργασίας εμπεριέχονται στον σχεδιασμό και Ανάλυση Πειραμάτων. Ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Statistical Process Control, SPC) είναι μια συλλογή από εργαλεία, χρήσιμα για τον εντοπισμό των ειδικών αιτιών που ευθύνονται για τη μεταβλητότητα μιας παραγωγικής διεργασίας. Οι δειγματοληπτικές στατιστικές τεχνικές της Δειγματοληψίας Αποδοχής είναι σημαντικές για το αν μια συγκεκριμένη παρτίδα προϊόντων θα γίνει δεκτή ή θα απορριφθεί.



Σχήμα 1.1. Οι Φάσεις της Διεργασίας Παραγωγής

1.1.3 Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών

Ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Σ.Ε.Δ.) απαρτίζεται από επτά βασικά εργαλεία, σημαντικά για τη βελτίωση της ποιότητας. Αυτά τα εργαλεία αποτελούν μια σημαντική βασική προσέγγιση τόσο για τη μείωση της μεταβλητότητας όσο και για την παρακολούθηση της απόδοσης μιας διεργασίας. Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (Σ.Ε.Π.) είναι από τις μεγαλύτερες τεχνολογικές εξελίξεις του εικοστού αιώνα επειδή βασίζεται σε ορθές βασικές αρχές, είναι εύκολος στη χρήση, έχει σημαντικό αντίκτυπο και

μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε διεργασία. Τα επτά κύρια εργαλεία του είναι τα εξής:

1. Ιστόγραμμα (histogram), ή φυλλόγραμμα (stem-and-leaf plot).
2. Φύλλο ελέγχου (check sheet).
3. Διάγραμμα Pareto (Pareto chart).
4. Διάγραμμα αιτίας – αποτελέσματος (cause and effect diagram).
5. Διάγραμμα συγκέντρωσης ατελειών (defect concentration diagram).
6. Διάγραμμα συσχετισμού (scatter diagram).
7. Διάγραμμα ελέγχου (control chart).

Από τα παραπάνω εργαλεία, ίσως το πιο σημαντικό εργαλείο είναι το διάγραμμα ελέγχου το οποίο θα αποτελέσει το αντικείμενο εκτενής μελέτης.

Σε κάθε παραγωγική διεργασία, ανεξάρτητα από το πόσο καλά σχεδιάζεται ή προσεκτικά συντηρείται, πάντα θα υπάρχει μια ορισμένη ποσότητα εγγενούς ή φυσικής μεταβλητότητας. Αυτή η φυσική μεταβλητότητα είναι το αποτέλεσμα πολλών μικρών, ουσιαστικά αναπόφευκτων αιτιών. Μια διεργασία που λειτουργεί με μόνο τυχαίες αιτίες διακύμανσης λέγεται ότι είναι εντός ελέγχου (in control process) ή ότι λειτουργεί σε ευσταθή κατάσταση (stable state).

Άλλα είδη μεταβλητότητας μπορεί περιστασιακά να οδηγήσουν σε σφάλμα τη διεργασία. Αυτή η μεταβλητότητα στα βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά προκύπτει συνήθως από τρεις πηγές: ακατάλληλα ρυθμισμένα ή ελεγχόμενα μηχανήματα, σφάλματα χειριστή ή ελαττωματική πρώτη ύλη. Η μεταβλητότητα που οφείλεται στις παραπάνω πηγές αναφέρεται ως ειδική μεταβλητότητα. Μια διεργασία που λειτουργεί με τη παρουσία ειδικής μεταβλητότητας λέγεται ότι είναι μια διεργασία εκτός ελέγχου (out of control process) ή ότι λειτουργεί σε ασταθή κατάσταση (unstable state).

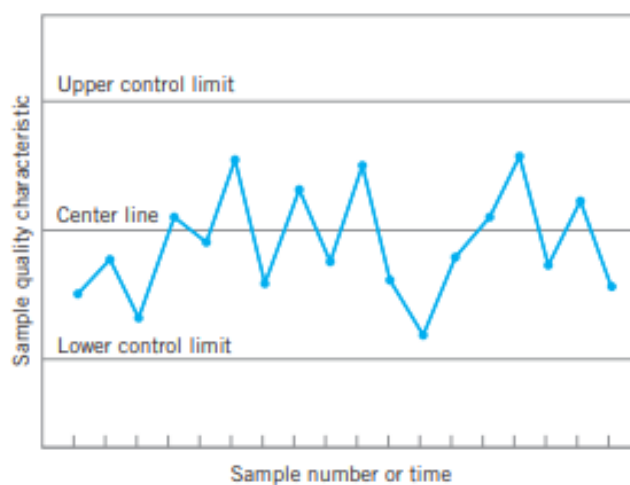
Οι διεργασίες θα λειτουργούν συχνά σε κατάσταση ελέγχου για σχετικά μεγάλες χρονικές περιόδους. Ωστόσο, καμία διεργασία δεν είναι πραγματικά σταθερή για πάντα και, τελικά θα προκύψουν πιθανές αιτίες, φαινομενικά τυχαίες, με αποτέλεσμα τη μετάβαση σε μια κατάσταση εκτός ελέγχου όπου ένα μεγαλύτερο ποσοστό της παραγωγής της διεργασίας δεν συμμορφώνεται με τις απαιτήσεις. Όταν η διεργασία είναι υπό έλεγχο, το μεγαλύτερο μέρος της παραγωγής θα πέσει μεταξύ του κάτω ορίου προδιαγραφών (lower

specification limits, LSL) και του άνω ορίου προδιαγραφών (upper specification limits, USL). Όταν η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, ένα μεγαλύτερο ποσοστό της διεργασίας βρίσκεται εκτός αυτών των ορίων προδιαγραφών.

1.2 Διαγράμματα Ελέγχου

1.2.1 Βασικές αρχές διαγραμμάτων ελέγχου

Το διάγραμμα ελέγχου είναι μια γραφική απεικόνιση ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού που έχει μετρηθεί ή υπολογιστεί από ένα δείγμα σε σχέση με τον αριθμό ή τον χρόνο δείγματος. Ένα τυπικό διάγραμμα ελέγχου φαίνεται στο Σχήμα 1.2. Το διάγραμμα περιέχει μια κεντρική γραμμή (center line, CL) που παριστάνει το μέσο του ποιοτικού χαρακτηριστικού που αντιστοιχεί στην εντός ελέγχου κατάσταση. Επίσης, υπάρχουν δύο όρια ελέγχου, το άνω όριο ελέγχου (upper control limit, UCL) και το κάτω όριο ελέγχου (lower control limit, LCL). Όταν όλα τα σημεία του δείγματος βρίσκονται εντός των ορίων αυτών τότε η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Αν όμως κάποιο σημείο βρεθεί εκτός των ορίων ελέγχου τότε η διεργασία βρίσκεται εκτός ελέγχου και απαιτούνται ενέργειες για να βρεθούν οι αιτίες που προκαλούν το πρόβλημα. Είναι σύνηθες τα σημεία του δείγματος να συνδέονται στο διάγραμμα ελέγχου με ευθύγραμμα τμήματα, έτσι ώστε ευκολότερα να αντιληφθεί πώς έχει εξελιχθεί η ακολουθία των σημείων με την πάροδο του χρόνου.



Σχήμα 1.2: Τυπικό Διάγραμμα Ελέγχου

Ακόμα, κι αν όλα τα σημεία σχεδιάζονται μέσα στα όρια ελέγχου, εάν συμπεριφέρεται με συστηματικό ή με τυχαίο τρόπο, τότε αυτό θα μπορούσε να είναι ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου. Οι βασικότερες μορφές προτύπων ή μοτίβων (patterns) μη τυχαίου τρόπου συμπεριφοράς μιας χρονοσειράς σημείων είναι τα πρότυπα κύκλων (cycles), τα μικτά πρότυπα (mixtures), τα πρότυπα αλμάτων (shifts in the process level), τα πρότυπα τάσεων (trends), και τα πρότυπα έλλειψης μεταβλητότητας (stratification). Εάν η διεργασία είναι υπό έλεγχο, όλα τα σημεία που σχεδιάζονται θα πρέπει να έχουν ένα ουσιαστικά τυχαίο σχέδιο. Συνήθως, υπάρχει ένας λόγος για τον οποίο εμφανίζεται ένα συγκεκριμένο μη τυχαίο μοτίβο σε ένα διάγραμμα ελέγχου και εάν μπορεί να βρεθεί και να εξαλειφθεί, η απόδοση της διεργασίας μπορεί να βελτιωθεί.

Υπάρχει στενή σύνδεση μεταξύ των διαγραμμάτων ελέγχου και του ελέγχου υποθέσεων. Για να απεικονιστεί αυτή η σύνδεση, γίνεται η υπόθεση ότι ο κατακόρυφος άξονας στο Σχήμα 1.2. είναι ο μέσος του δείγματος \bar{X} . Τώρα, εάν η τρέχουσα τιμή είναι εντός των ορίων ελέγχου, συμπεραίνεται ότι ο μέσος της διεργασίας είναι υπό έλεγχο, δηλαδή, ισούται με την τιμή μ_0 . Από την άλλη πλευρά, εάν υπερβεί οποιοδήποτε όριο ελέγχου, συμπεραίνεται ότι ο μέσος της διεργασίας είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή, ισούται με κάποια τιμή $\mu_1 \neq \mu_0$. Ένα μέρος όπου το πλαίσιο ελέγχου υποθέσεων είναι χρήσιμο είναι στην ανάλυση της απόδοσης ενός διαγράμματος ελέγχου. Για παράδειγμα, παρουσιάζεται η πιθανότητα σφάλματος τύπου I του διαγράμματος ελέγχου (φαίνεται ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου ενώ στην πραγματικότητα είναι υπό έλεγχο) και την πιθανότητα σφάλματος τύπου II του διαγράμματος ελέγχου (φαίνεται ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου ενώ στην πραγματικότητα είναι εκτός ελέγχου) (Montgomery, 2013).

Ένα γενικό μοντέλο για ένα διάγραμμα ελέγχου. Έστω ότι το X είναι το στατιστικό ενός δείγματος που μετρά κάποιο ποιοτικό χαρακτηριστικό ενδιαφέροντος και ας υποθέσουμε ότι ο μέσος του X είναι μ_X και η τυπική απόκλιση του X είναι σ_X . Στη συνέχεια παρουσιάζονται η κεντρική γραμμή (CL), το άνω όριο ελέγχου (UCL) και το κάτω όριο ελέγχου (LCL).

Μοντέλο ορίων L σίγμα (1.2.1)

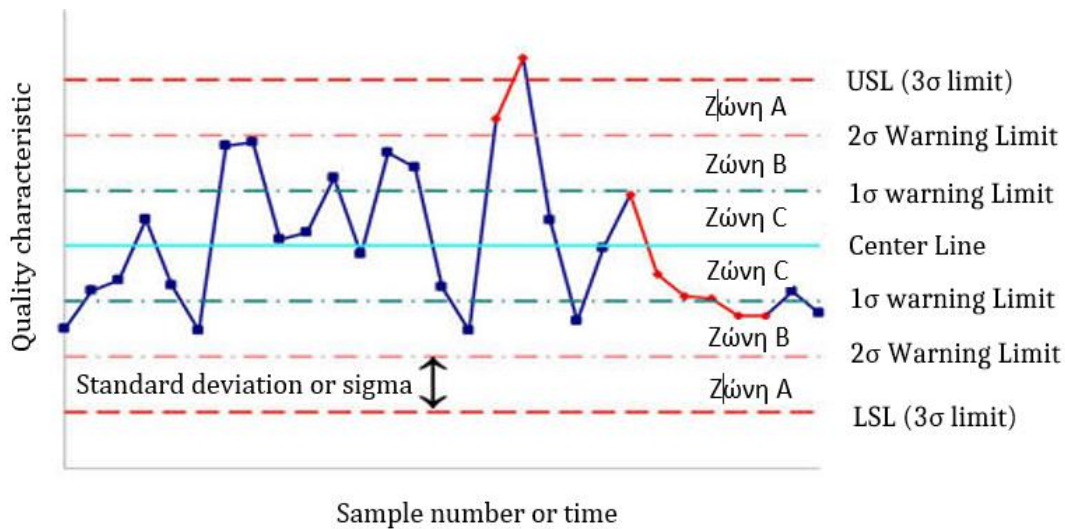
$$UCL = \mu_X + L\sigma_X$$

$$Center\ line = \mu_X$$

$$LCL = \mu_X - L\sigma_X$$

όπου L είναι η «απόσταση» των ορίων ελέγχου από την κεντρική γραμμή (CL), εκφρασμένη σε μονάδες τυπικής απόκλισης. Αυτή η γενική θεωρία των διαγραμμάτων ελέγχου προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Walter A. Shewhart (1931), και τα διαγράμματα που αναπτύχθηκαν σύμφωνα με αυτές τις αρχές ονομάζονται συχνά διαγράμματα ελέγχου Shewhart (Montgomery, 2013). Μετακινώντας τα όρια ελέγχου μακρύτερα από την κεντρική γραμμή, μειώνεται ο κίνδυνος σφάλματος τύπου I, δηλαδή, τον κίνδυνο να πέσει ένα σημείο πέρα από τα όρια ελέγχου, υποδεικνύοντας μια κατάσταση εκτός ελέγχου όταν δεν υπάρχει προσδιορισμένη αιτία. Ωστόσο, η διερεύνηση των ορίων ελέγχου θα αυξήσει επίσης τον κίνδυνο σφάλματος τύπου II, δηλαδή, τον κίνδυνο να πέσει ένα σημείο μεταξύ των ορίων ελέγχου όταν η διεργασία είναι πραγματικά εκτός ελέγχου. Όμως εάν μετακινηθούν τα όρια ελέγχου πιο κοντά στην κεντρική γραμμή, προκύπτει το αντίθετο αποτέλεσμα δηλαδή, ο κίνδυνος σφάλματος τύπου I αυξάνεται, ενώ ο κίνδυνος σφάλματος τύπου II μειώνεται.

Σε αρκετές περιπτώσεις για να γίνει περισσότερο ευαίσθητο ένα διάγραμμα ελέγχου ως προς την ικανότητα του να ανιχνεύει πιο γρήγορα εκτός ελέγχου διεργασίες, εκτός από τη σχεδίαση των ορίων ελέγχου, σχεδιάζονται επίσης και τα προειδοποιητικά όρια (warning limits) εσωτερικά των ορίων ελέγχου, βάσει του Σχήματος 1.3. Με την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιείται το μοντέλο των τριών σίγμα ορίων ελέγχου (three sigma control limits) για την σχεδίαση των προειδοποιητικών ορίων. Τα εξωτερικά όρια είναι τα προαναφερόμενα 3-σίγμα όρια ελέγχου, δηλαδή, όταν ένα σημείο σχεδιάζεται έξω από αυτό το όριο, γίνεται αναζήτηση για μια αιτία που μπορεί να προσδιοριστεί και λαμβάνονται διορθωτικά μέτρα εάν είναι απαραίτητο. Τα εσωτερικά όρια, που είναι συνήθως στα δύο και ένα σίγμα, ονομάζονται προειδοποιητικά όρια.



Σχήμα 1.3: Τα προειδοποιητικά όρια και οι ζώνες A, B και C σε ένα διάγραμμα ελέγχου

Εκτός από τα όρια ελέγχου ενός διαγράμματος, υπάρχουν και κάποιοι κανόνες ευαισθητοποίησης (Run Tests) που μπορούν να υποδείξουν μία εκτός στατιστικού ελέγχου διεργασία, δηλαδή, όταν εμφανίζονται ειδικές, μη τυχαίες ακολουθίες σημείων, τα λεγόμενα patterns. Οι σημαντικότεροι κανόνες που χρησιμοποιούνται για την ευαισθητοποίηση ενός διαγράμματος είναι οι ακόλουθοι:

1. Ένα ή περισσότερα σημεία εκτός των ορίων ελέγχου.
2. Δύο από τα τρία συνεχόμενα σημεία στη Ζώνη A.
3. Τέσσερα από τα πέντε συνεχόμενα σημεία πέραν της Ζώνης C.
4. Οκτώ συνεχόμενα σημεία πάνω ή κάτω από την κεντρική γραμμή.
5. Έξι συνεχόμενα σημεία σε αύξουσα ή φθίνουσα διάταξη.
6. Δεκατέσσερα συνεχόμενα σημεία σε εναλλασσόμενη μορφή.
7. Ένα ή περισσότερα σημεία κοντά σε οποιαδήποτε όρια.
8. Δεκαπέντε συνεχόμενα σημεία στην ολική Ζώνη C.
9. Οκτώ συνεχόμενα σημεία εκτός της ολικής Ζώνης C.
10. Οποιαδήποτε ασυνήθιστη ή μη τυχαία ακολουθία σημείων.

1.2.2 Μέγεθος και συχνότητα δείγματος

Κατά τον σχεδιασμό ενός διαγράμματος ελέγχου, πρέπει να καθοριστεί τόσο το μέγεθος του δείγματος όσο και τη συχνότητα δειγματοληψίας. Γενικά, τα μεγαλύτερα δείγματα θα διευκολύνουν τον εντοπισμό μικρών μετατοπίσεων στη διεργασία. Πράγματι, χρησιμοποιώντας 3σ όρια ελέγχου, υποθέτοντας ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου και η κατανομή του X είναι κανονική, τότε ανεξαρτήτως του μεγέθους του δείγματος, το διάγραμμα δίνει (εσφαλμένη) ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου (σφάλμα τύπου I) με πιθανότητα $\alpha = 0.0027$. Αντίστοιχα, η έννοια του σφάλματος τύπου II στους ελέγχους υποθέσεων, έχουμε ότι η πιθανότητα β να δώσει το διάγραμμα ένδειξη (εσφαλμένη) ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου ενώ στην πραγματικότητα είναι εκτός ελέγχου, λόγω μετατόπισης του μέσου επιπέδου της διεργασίας από μ σε μ^* είναι $\beta = 0.00135$.

Ένας άλλος τρόπος αξιολόγησης των αποφάσεων σχετικά με το μέγεθος δείγματος και τη συχνότητα δειγματοληψίας είναι μέσω του μέσου μήκους ροής (average run length, ARL) του διαγράμματος. Ουσιαστικά, το ARL είναι ο αναμενόμενος αριθμός σημείων (δειγμάτων) που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα πριν ένα σημείο υποδηλώσει μια κατάσταση εκτός ελέγχου. Εάν οι παρατηρήσεις της διεργασίας δεν είναι συσχετισμένες τότε για οποιοδήποτε διάγραμμα Shewhart, το ARL μπορεί να υπολογιστεί εύκολα από τη σχέση:

$$ARL = \frac{1}{p}, \quad (1.2.2)$$

όπου p είναι η πιθανότητα ότι οποιοδήποτε σημείο υπερβαίνει τα όρια ελέγχου.

Για μια διεργασία που βρίσκεται εντός ελέγχου και στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε 3σ όρια ελέγχου με κανονική κατανομή, έχουμε ότι το εντός ελέγχου μέσο μήκος ροής (in control average run length, ARL_0) είναι ίσο με:

$$ARL_0 = \frac{1}{p} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0.0027} = 370. \quad (1.2.3)$$

Δηλαδή, ακόμα κι αν η διεργασία παραμένει υπό έλεγχο, θα παράγεται ένα σήμα εκτός ελέγχου κάθε 370 δείγματα, κατά μέσο όρο. Στην πράξη θέλουμε να έχουμε μεγάλο ARL_0 , γιατί σε μια εντός ελέγχου διεργασία θέλουμε μεγάλο

αριθμό δειγμάτων μέχρι την (εσφαλμένη) ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου.

Για μια διεργασία που βρίσκεται εκτός ελέγχου λόγω μετατόπισης του μέσου επιπέδου της διεργασίας, το εκτός ελέγχου μέσο μήκος ροής (out of control average run length, ARL_1) είναι ίσο με:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}. \quad (1.2.4)$$

Προφανώς στην πράξη θέλουμε να έχουμε μικρό ARL_1 , γιατί σε μια εκτός ελέγχου διεργασία θέλουμε μικρό αριθμό δειγμάτων μέχρι την (ορθή) ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου (μέχρι την εμφάνιση σημείου εκτός ορίων). Το ARL_1 δηλώνει τον αναμενόμενο αριθμό δειγμάτων που πρέπει να ληφθούν για να εντοπιστεί η μετατόπιση στο μέσο επίπεδο της διεργασίας, από τη στιγμή που θα συμβεί η μετατόπιση.

Περιστασιακά, είναι επίσης βολικό να εκφράζεται η απόδοση του διαγράμματος ελέγχου ως προς τον μέσο χρόνο του σήματος (average time to signal, ATS). Εάν τα δείγματα λαμβάνονται σε σταθερά χρονικά διαστήματα που απέχουν μεταξύ τους h ώρες, τότε:

$$ATS = ARL \cdot h. \quad (1.2.5)$$

1.2.3 Διαγράμματα Ελέγχου Μεταβλητών

Τα διαγράμματα ελέγχου μεταβλητών εισάχθηκαν από τον Walter A. Shewhart (1931). Ένα χαρακτηριστικό ποιότητας που μετρείται σε αριθμητική κλίμακα ονομάζεται μεταβλητή. Όταν πρόκειται για ένα ποιοτικό χαρακτηριστικό που ονομάζεται μεταβλητή, είναι συνήθως απαραίτητο να παρακολουθείται τόσο ο μέσος του χαρακτηριστικού ποιότητας, όσο και η μεταβλητότητα του. Ο έλεγχος του μέσου ή του μέσου επιπέδου ποιότητας της διεργασίας γίνεται συνήθως με το διάγραμμα ελέγχου για τους μέσους ή το διάγραμμα ελέγχου \bar{x} . Η μεταβλητότητα της διεργασίας μπορεί να παρακολουθηθεί είτε με ένα διάγραμμα ελέγχου για την τυπική απόκλιση, που ονομάζεται διάγραμμα ελέγχου s , είτε με ένα διάγραμμα ελέγχου για το εύρος, που ονομάζεται

διάγραμμα ελέγχου R . Τα πιο πάνω διαγράμματα ονομάζονται και διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart. Τα διαγράμματα R (ή S) είναι από τις πιο σημαντικές και χρήσιμες τεχνικές για τη στατιστική παρακολούθηση και τον έλεγχο της διεργασίας.

1.3 Διαγράμματα Ελέγχου Τύπου Μνήμης

Ένα σημαντικό μειονέκτημα ενός διαγράμματος ελέγχου Shewhart είναι ότι χρησιμοποιεί μόνο τις πληροφορίες σχετικά με τη διεργασία που περιέχονται στην τελευταία παρατήρηση του δείγματος και αγνοεί οποιαδήποτε πληροφορία δίνεται από ολόκληρη την ακολουθία σημείων. Αυτή η δυνατότητα καθιστά το διάγραμμα ελέγχου Shewhart σχετικά αναισθητο σε μικρές μετατοπίσεις. Δύο πολύ αποτελεσματικές εναλλακτικές λύσεις στο διάγραμμα ελέγχου Shewhart που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μικρές μετατοπίσεις είναι το συσσωρευμένο αθροιστικό διάγραμμα ελέγχου (Cumulative Sum, CUSUM) και το διάγραμμα ελέγχου εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου (Exponentially Weighted Moving Average, EWMA). Τα διαγράμματα ελέγχου CUSUM και EWMA είναι εξαιρετικές εναλλακτικές λύσεις στο διάγραμμα ελέγχου Shewhart.

1.3.1 Αθροιστικά Διαγράμματα Ελέγχου

Τα συσσωρευμένα αθροιστικά διαγράμματα ελέγχου προτάθηκαν για πρώτη φορά από τον Page (1954). Έστω το χαρακτηριστικό $X \sim N(\mu_0, \sigma^2)$, όπου μ_0, σ είναι οι τιμές στόχοι για τον μέσο και την τυπική απόκλιση της διεργασίας, αντίστοιχα. Επιλέγονται τυχαία m ανεξάρτητα δείγματα $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$, $1 \leq i \leq m$, μεγέθους $n \geq 1$ το καθένα. Το διάγραμμα CUSUM ενσωματώνει απευθείας όλες τις πληροφορίες στην ακολουθία των τιμών του δείγματος σχεδιάζοντας τα συσσωρευμένα αθροίσματα C_i των αποκλίσεων των τιμών του δείγματος από μια τιμή στόχο μ_0 . Επομένως, στο διάγραμμα παριστάνονται οι ποσότητες:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0). \quad (1.3.1)$$

Επειδή, συνδυάζουν πληροφορίες από πολλά δείγματα, τα συσσωρευμένα αθροιστικά διαγράμματα είναι πιο αποτελεσματικά από τα διαγράμματα Shewhart για τον εντοπισμό μικρών μετατοπίσεων.

Όσο μια διεργασία παραμένει εντός στατιστικού ελέγχου στον μέσο μ_0 , το συσσωρευμένο άθροισμα βάσει της Εξίσωσης (1.3.1) είναι ένας τυχαίος περίπατος με μέσο ίσο με μηδέν. Αν ο μέσος της διεργασίας μετατοπιστεί στην τιμή $\mu_1 > \mu_0$ τότε θα γίνει εμφανής μια προς τα πάνω (ή ανοδική) μετατόπιση του C_i . Παρόμοια, αν ο μέσος μετατοπιστεί στην τιμή $\mu_1 < \mu_0$ τότε θα έχουμε μία προς τα κάτω (ή καθοδική) μετατόπιση του C_i . Συνεπώς, αν τα σημεία του διαγράμματος CUSUM παρουσιάσουν μία τάση προς τα πάνω ή προς τα κάτω, τότε υπάρχει ένδειξη ότι ο μέσος της διεργασίας έχει αλλάξει και απαιτείται έρευνα για την εύρεση ειδικών αιτιών μεταβλητότητας.

Ένα άλλο παρόμοιο διάγραμμα με το CUSUM είναι το διάγραμμα Tabular CUSUM. Το διάγραμμα Tabular CUSUM απαιτεί τον υπολογισμό δύο συσσωρευμένων αθροισμάτων για κάθε τιμή ελέγχου. Οι ανοδικές αποκλίσεις από τον στόχο συναθροίζονται με το άνω συσσωρευμένο άθροισμα C_i^+ (one-sided upper CUSUM) ενώ οι καθοδικές αποκλίσεις από τον στόχο συναθροίζονται με το κάτω συσσωρευμένο άθροισμα C_i^- (one-sided lower CUSUM), σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max[0, X_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \\ C_i^- &= \max[0, X_i - (\mu_0 - K) + C_{i-1}^-] \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

$$\text{με } 1 \leq i \leq m \text{ και αρχικές τιμές } C_0^+ = C_0^- = 0,$$

όπου K είναι η τιμή αναφοράς (reference or allowance value). Κάθε φορά που οι διαφορές γίνονται αρνητικές, το άθροισμα (C_i^+ ή C_i^-) μηδενίζεται για να ξαναρχίσει να αυξάνει όταν οι διαφορές γίνουν ξανά μεγαλύτερες του μηδενός. Το όριο ελέγχου που σχεδιάζεται στο διάγραμμα είναι το διάστημα απόφασης H (decision interval). Το άνω H^+ και το κάτω H^- σχεδιάζονται με δύο ευθείες γραμμές παράλληλες προς το μέσο μ_0 . Η τιμή του διαστήματος απόφασης υποδεικνύει τα ανώτατα επιτρεπτά όρια των αθροισμάτων C_i^+ και C_i^- . Δηλαδή, αν το άθροισμα C_i^+ και C_i^- ξεπεράσει το άνω H^+ και κάτω H^- τότε η διεργασία είναι εκτός ελέγχου.

1.3.2 Διαγράμματα Ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη

Το διάγραμμα ελέγχου με κινητούς μέσους και εκθετικά βάρη (EWMA) είναι επίσης μια καλή εναλλακτική στο διάγραμμα ελέγχου Shewhart για ανίχνευση μικρών μετατοπίσεων. Η απόδοση του διαγράμματος EWMA είναι περίπου ισοδύναμη με το διάγραμμα CUSUM. Όπως και με το CUSUM διάγραμμα, στο EWMA διάγραμμα χρησιμοποιούνται συνήθως μεμονωμένες παρατηρήσεις. Το διάγραμμα EWMA εισήχθη από τον Roberts (1959), και ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος ορίζεται ως:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1}, \quad (1.3.3)$$

όπου $0 < \lambda \leq 1$ είναι μια σταθερά και ονομάζεται συντελεστής βαρύτητας (weighted factor) και η αρχική τιμή είναι η τιμή στόχος (target value) της διεργασίας, δηλαδή:

$$z_0 = \mu_0. \quad (1.3.4)$$

Επομένως, το διάγραμμα EWMA κατασκευάζεται σχεδιάζοντας το z_i , ως προς το δειγματικό αριθμό i (ή του χρόνου). Η κεντρική γραμμή (CL) και τα όρια ελέγχου για το διάγραμμα ελέγχου EWMA είναι τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2i})} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2i})}, \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

όπου ο συντελεστής L είναι το πλάτος των ορίων ελέγχου.

1.3.3 Διάγραμμα Ελέγχου Κινούμενου Μέσου

Το διάγραμμα ελέγχου κινούμενου μέσου (Moving Average) είναι ένα εναλλακτικό του EWMA διαγράμματος, χωρίς βάρη. Έστω ότι έχουν συλλεχθεί μεμονωμένες παρατηρήσεις και έστω x_i , $i = 1, 2, \dots$ υποδηλώνουν αυτές τις παρατηρήσεις. Ο κινούμενος μέσος διάρκειας (span) m τη στιγμή i , για $i \geq m$ ορίζεται ως:

$$M_i = \frac{x_i + x_{i-1} + \dots + x_{i-m+1}}{m}. \quad (1.3.6)$$

Δηλαδή, τη χρονική περίοδο i , η παλαιότερη παρατήρηση απορρίπτεται και η νεότερη προστίθεται στο σύνολο. Η διακύμανση του κινούμενου μέσου M_i είναι:

$$V(M_i) = \frac{1}{m^2} \sum_{j=i-m+1}^i V(x_j) = \frac{1}{m^2} \sum_{j=i-m+1}^i \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{m}. \quad (1.3.7)$$

Επομένως, αν το μ_0 υποδηλώνει την τιμή στόχο του μέσου που χρησιμοποιείται ως κεντρική γραμμή του διαγράμματος ελέγχου, τότε τα 3σ όρια ελέγχου για το M_i όταν $i \geq m$ είναι:

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + \frac{3\sigma}{\sqrt{m}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - \frac{3\sigma}{\sqrt{m}}, \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

και για $0 < i < m$ τα όρια είναι:

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + \frac{3\sigma}{\sqrt{i}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - \frac{3\sigma}{\sqrt{i}}. \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

1.3.4 Μεικτό EWMA-CUSUM διάγραμμα ελέγχου

Ο συνδυασμός των χαρακτηριστικών των διαγραμμάτων EWMA και CUSUM σε μια ενιαία δομή ελέγχου θα δώσει μια βελτιωμένη απόδοση ARL. Οι Abbas et al. (2013), πρότειναν ένα διάγραμμα ελέγχου τύπου μνήμης, αναμειγνύοντας τα χαρακτηριστικά των διαγραμμάτων EWMA και CUSUM το Mixed EWMA-CUSUM, (MEC) διάγραμμα. Το μεικτό διάγραμμα MEC βασίζεται κυρίως στα δύο στατιστικά M_i^+ και M_i^- τα οποία ορίζονται, αντίστοιχα, ως:

$$\left. \begin{aligned} M_i^+ &= \max[0, (Q_i - \mu_0) - a_i + M_{i-1}^+] \\ M_i^- &= \max[0, -(Q_i - \mu_0) - a_i + M_{i-1}^-] \end{aligned} \right\} \quad (1.3.13)$$

όπου το a_i είναι μια χρονικά μεταβαλλόμενη τιμή αναφοράς και οι ποσότητες M_i^+ και M_i^- είναι γνωστές ως άνω και κάτω στατιστικά του διαγράμματος CUSUM, αντίστοιχα, τα οποία αρχικά ορίζονται με μηδέν (δηλαδή, $M_i^+ = M_i^- = 0$) και βασίζονται στο στατιστικό Q_i του EWMA διαγράμματος, το οποίο ορίζεται ως:

$$Q_i = \lambda_q Y_i + (1 - \lambda_q) Q_{i-1}, \quad (1.3.14)$$

όπου το λ_q είναι η σταθερά όπως η σταθερά λ στο διάγραμμα EWMA έτσι ώστε $0 < \lambda_q \leq 1$ και η αρχική τιμή του στατιστικού Q_i ισούται με την τιμή στόχο, δηλαδή, $Q_0 = \mu_0$. Η μέση τιμή και διακύμανση του στατιστικού Q_i ορίζονται, αντίστοιχα, ως:

$$E(Q_i) = \mu_0, \quad V(Q_i) = \sigma_X^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda_q} (1 - (1 - \lambda_q)^{2i}) \right), \quad (1.3.15)$$

όπου μ_0 και σ_X είναι η πληθυσμιακή μέση τιμή και τυπική απόκλιση, αντίστοιχα.

Τα στατιστικά M_i^+ και M_i^- σχεδιάζονται έναντι του ορίου ελέγχου b_i , και εάν το στατιστικό M_i^+ απεικονίζεται πάνω από το b_i , τότε ο μέσος της διεργασίας μετατοπίζεται πάνω από την τιμή στόχο, αντίστοιχα, εάν το στατιστικό M_i^- απεικονίζεται πάνω από το b_i , τότε ο μέσος της διεργασίας μετατοπίζεται κάτω από την τιμή στόχο. Οι δύο ποσότητες a_i και b_i ορίζονται, αντίστοιχα, ως:

$$\left. \begin{aligned} a_i &= a^* \sqrt{\text{Var}(Q_i)} = a^* \sigma_X \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda_q} (1 - (1 - \lambda_q)^{2i})} \\ b_i &= b^* \sqrt{\text{Var}(Q_i)} = b^* \sigma_X \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda_q} (1 - (1 - \lambda_q)^{2i})} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.16)$$

όπου a^* και b^* σταθερές όπως τα k και h , αντίστοιχα, στο διάγραμμα CUSUM.

1.3.5 Μεικτό CUSUM-EWMA διάγραμμα ελέγχου

Ένα παρόμοιο διάγραμμα ελέγχου με το MCE είναι το μεικτό CUSUM-EWMA (Mixed CUSUM-EWMA, MCE) διάγραμμα ελέγχου που προτάθηκε από τους Zaman et al. (2015). Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται πάλι τα

χαρακτηριστικά των διαγραμμάτων EWMA και CUSUM αλλά με αντίστροφη σειρά. Το διάγραμμα MCE βασίζεται σε δύο στατιστικά, τα οποία δίνονται ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} MCE_i^+ &= (1 - \lambda_c)MCE_{i-1}^+ + \lambda_c C_i^+ \\ MCE_i^- &= (1 - \lambda_c)MCE_{i-1}^- + \lambda_c C_i^- \end{aligned} \right\} \quad (1.3.17)$$

όπου C_i^+ και C_i^- είναι τα κλασσικά στατιστικά του διαγράμματος CUSUM όπως ορίστηκαν στην Εξίσωση (1.3.2) και το λ_c είναι η παράμετρος ευαισθησίας του MCE διαγράμματος με $0 < \lambda_c \leq 1$. Οι αρχικές τιμές των στατιστικών του MCE διαγράμματος είναι $MCE_0^+ = MCE_0^- = \mu_c$. Για την κατάσταση ελέγχου, ο μέσος και η διακύμανση των στατιστικών μεταβάλλονται χρονικά μέχρι μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t , και για $t \rightarrow \infty$ γίνονται σταθερές. Ο μέσος και η διακύμανση δίνονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} E(C_i^+) &= E(C_i^-) = \mu_{c_i} \\ V(C_i^+) &= V(C_i^-) = \sigma_{c_i}^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.3.18)$$

Χρησιμοποιώντας τον μέσο και την διακύμανση, παρουσιάζεται το όριο ελέγχου για το MCE διάγραμμα ως εξής:

$$UCL_i = \mu_{c_i} + L_c \sigma_{c_i} \sqrt{\frac{\lambda_c}{2 - \lambda_c} (1 - (1 - \lambda_c)^{2i})}, \quad (1.3.19)$$

όπου L_c είναι ο συντελεστής πλάτους. Οποιαδήποτε τιμή του MCE_i^+ ξεπεράσει το όριο ελέγχου, ο μέσος θα δηλωθεί ως μετατοπισμένος προς τα επάνω. Ομοίως, όποια μετατόπιση προς την αρνητική κατεύθυνση θα αντιμετωπιστεί από το MCE_i^- , δηλαδή, οποιαδήποτε τιμή του MCE_i^- ξεπεράσει το όριο ελέγχου, ο μέσος της διεργασίας θα δηλωθεί μετατοπισμένος προς τα κάτω.

1.3.6 Υβριδικό διάγραμμα ελέγχου με κινητούς μέσους και εκθετικά βάρη

Ένα άλλο διάγραμμα ελέγχου είναι το διάγραμμα HEWMA, το οποίο προτάθηκε από τον Haq (2013, 2017a). Για τον σχεδιασμό του υβριδικού διαγράμματος με κινητούς μέσους και εκθετικά βάρη (Hybrid Exponentially Weighted Moving Average, HEWMA) έστω $\{X_i\}$ για $i \geq 1$ να είναι μια ακολουθία

ανεξάρτητων και γνωστών τυχαίων μεταβλητών, και έστω $\lambda_i \in (0, 1]$ (για $i = 1, 2$) είναι μια γνωστή σταθερά. Θεωρείται ότι η διεργασία κατανέμεται κανονικά με μέσο μ και διακύμανση σ^2 , δηλαδή, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$. Χρησιμοποιώντας την ακολουθία $\{X_i\}$, ορίζεται μια άλλη ακολουθία $\{HE_i\}$ η οποία δίνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$HE_i = \lambda_1 E_i + (1 - \lambda_1) HE_{i-1}, \quad (1.3.20)$$

$$E_i = \lambda_2 X_i + (1 - \lambda_2) E_{i-1}, \quad (1.3.21)$$

όπου $HE_0 = E_0 = \mu$. Το HE_i είναι το στατιστικό για το διάγραμμα HEWMA. Ο υπολογισμός του μέσου HE_i , δίνεται από:

$$E(HE_i) = \mu. \quad (1.3.22)$$

Μετά από επαναλαμβανόμενη υποκατάσταση προκύπτει:

$$HE_i = \lambda_1 \lambda_2 \sum_{k=0}^{i-1} (1 - \lambda_1)^k \sum_{j=0}^{i-k-1} (1 - \lambda_1)^j X_{i-k-j} + \lambda_1 \sum_{k=0}^{i-1} (1 - \lambda_1)^k (1 - \lambda_2)^{i-k} \mu + (1 - \lambda_1)^i \mu. \quad (1.3.23)$$

Η διακύμανση του HE_i που δίνεται από την Εξίσωση (1.3.23) είναι:

$$V(HE_i) = \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right)^2 \left[\begin{array}{l} \sum_{k=1}^2 \frac{(1 - \lambda_k)^2 (1 - (1 - \lambda_k)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_k)^2} \\ - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \{1 - (1 - \lambda_1)^i (1 - \lambda_2)^i\}}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \end{array} \right] \sigma^2. \quad (1.3.24)$$

Τα άνω και κάτω όρια ελέγχου καθώς και η κεντρική γραμμή του διαγράμματος ελέγχου HEWMA στον χρόνο i είναι:

$$\begin{aligned} UCL_i &= \mu + L\sqrt{V(HE_i)}, \\ CL &= \mu, \\ LCL_i &= \mu - L\sqrt{V(HE_i)}. \end{aligned} \quad (1.3.25)$$

1.3.7 Διάγραμμα Ελέγχου με ομοιογενώς σταθμισμένο κινούμενο μέσο

Ένα νέο διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διεργασίας το οποίο πρότεινε ο Abbas (2018), είναι το διάγραμμα ελέγχου με ομοιογενώς

σταθμισμένο κινούμενο μέσο (Homogeneously Weighted Moving Average, HWMA). Έστω $X_{i,j} \sim N(\mu, \sigma^2)$ το ποιοτικό χαρακτηριστικό με $i = 1, 2, 3, \dots$ και $j = 1, 2, 3, \dots, n$. Οι πληθυσμιακοί παράμετροι μ και σ θεωρούνται γνωστοί και είναι $\mu = \mu_0$ και $\sigma^2 = \sigma_0^2$. Το στατιστικό για το HWMA διάγραμμα δίνεται ως:

$$H_i = \omega \bar{X}_i + (1 - \omega) \bar{\bar{X}}_{i-1}, \quad (1.3.26)$$

όπου \bar{X}_i είναι ο μέσος του i -οστού δείγματος, ω είναι η σταθερά εξομάλυνσης (που ονομάζεται παράμετρος ευαισθησίας του διαγράμματος HWMA) και επιλέγεται μεταξύ 0 και 1, δηλαδή, $0 < \omega \leq 1$. Το $\bar{\bar{X}}_{i-1}$ είναι ο μέσος των μέσων των προηγούμενων δειγμάτων ($i - 1$) και δίνεται ως:

$$\bar{\bar{X}}_{i-1} = \frac{\sum_{k=1}^{i-1} \bar{X}_k}{i-1}. \quad (1.3.27)$$

Η τιμή $\bar{\bar{X}}_0$ ορίζεται να είναι ίση με την τιμή στόχο του X , δηλαδή, μ_0 . Το H_i μπορεί να γραφεί και ως:

$$H_i = \omega \bar{X}_i + \left[\left(\frac{1-\omega}{i-1} \right) \bar{X}_{i-1} + \left(\frac{1-\omega}{i-1} \right) \bar{X}_{i-2} + \dots + \left(\frac{1-\omega}{i-1} \right) \bar{X}_1 \right]. \quad (1.3.28)$$

Τα όρια ελέγχου για το διάγραμμα HWMA μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$LCL_i = E(H_i) - C\sqrt{V(H_i)}, CL = E(H_i), UCL_i = E(H_i) + C\sqrt{V(H_i)}. \quad (1.3.29)$$

Χρησιμοποιώντας τον μέσο και τη διακύμανση του H_i , τα όρια ελέγχου του διαγράμματος HWMA γίνονται:

$$LCL_i = \begin{cases} \mu_0 - C \sqrt{\frac{\omega^2 \sigma_0^2}{n}}, & \text{εάν } i = 1 \\ \mu_0 - C \sqrt{\frac{\omega^2 \sigma_0^2}{n} + (1-\omega)^2 \frac{\sigma_0^2}{n(i-1)}}, & \text{εάν } i > 1 \end{cases} \quad (1.3.30)$$

$$CL = \mu_0$$

$$UCL_i = \begin{cases} \mu_0 + C \sqrt{\frac{\omega^2 \sigma_0^2}{n}}, & \text{εάν } i = 1 \\ \mu_0 + C \sqrt{\frac{\omega^2 \sigma_0^2}{n} + (1 - \omega)^2 \frac{\sigma_0^2}{n(i - 1)}}, & \text{εάν } i > 1 \end{cases}, \quad (1.3.31)$$

όπου το C καθορίζει το πλάτος των ορίων ελέγχου και αποφασίζεται με βάση το επιθυμητό ARL_0 .

1.4 Διαγράμματα ελέγχου χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία

1.4.1 Διάγραμμα Shewhart χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία

Είναι γνωστό στη βιβλιογραφία της δειγματοληπτικής έρευνας ότι η χρήση βοηθητικών πληροφοριών μειώνει τη διακύμανση των εκτιμητών των παραμέτρων ενδιαφέροντος. Το Y αφήνεται να αντιπροσωπεύει τη μεταβλητή ενδιαφέροντος για την εκτίμηση της μέσης τιμής (μ_Y), και έστω το X αντιπροσωπεύει μια βοηθητική μεταβλητή που συσχετίζεται με το Y .

Ο πρώτος που ενσωμάτωσε εκτιμητή AIB (Auxiliary Information Based) ήταν ο Riaz (2008). Οι Riaz και Does (2009), επέκτειναν την μελέτη του Riaz (2008), σχετικά με το διάγραμμα μεταβλητότητας Shewhart Φάσης I χρησιμοποιώντας έναν εκτιμητή αναλογίας για τη διακύμανση της διεργασίας αντί για τον εκτιμητή παλινδρόμησης. Ο Riaz (2011), πρότεινε τη χρήση ενός εκτιμητή τύπου διαφοράς προϊόντος για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας στη θέση του εκτιμητή παλινδρόμησης.

Οι Riaz et al. (2013), μελέτησαν το διάγραμμα AIB-Shewhart (Auxiliary Information Based) για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας τόσο στη Φάση I όσο και στη Φάση II. Εκτός από τον μέσο του κλασσικού δείγματος, αξιολόγησαν έξι διαφορετικούς εκτιμητές AIB που είναι το γινόμενο, η αναλογία παλινδρόμησης, η διαφορά προϊόντος που χρησιμοποιήθηκαν στον Riaz (2011) και δύο εκτιμητές αναλογιών με βάση τον συντελεστή διακύμανσης και την κύρτωση του βοηθητικού χαρακτηριστικού. Ο Riaz (2015), επέκτεινε αυτή

την μελέτη κάτω από την κανονική και t κατανομή Φάσης II. Οι Lee et al. (2015), πρότειναν τη χρήση της τεχνικής επαναλαμβανόμενης δειγματοληψίας στο διάγραμμα AIB-Shewhart με τον εκτιμητή τύπου διαφοράς προϊόντος που πρότεινε ο Riaz (2011).

Οι Abbasi και Riaz (2016), πρότειναν τη διπλή χρήση των βοηθητικών πληροφοριών για ένα διάγραμμα AIB-Shewhart χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή παλινδρόμησης. Οι Riaz et al. (2016), πρότειναν τη βελτίωση απόδοσης του διαγράμματος Shewhart που έχει σχεδιαστεί για την παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διεργασίας μέσω της διπλής χρήσης των βοηθητικών πληροφοριών. Η διπλή χρήση βοηθητικών πληροφοριών συνεπάγεται τη χρήση της βοηθητικής μεταβλητής στην κατάταξη και στο στάδιο της εκτίμησης. Λόγω της αισθητά βελτιωμένης απόδοσης λόγω της χρήσης αυτού του μικτού εκτιμητή, συνέστησε τη συγκέντρωση διαφορετικών συυλ χρήσης βοηθητικών πληροφοριών, καθώς βελτιώνει την απόδοση του γραφήματος. Οι Abbasi και Riaz (2016), πρότειναν διπλή χρήση των βοηθητικών πληροφοριών για ένα διάγραμμα AIB-Shewhart χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή παλινδρόμησης. Οι Haq και Khoo (2016), ανέπτυξαν ένα συνθετικό διάγραμμα AIB για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας.

Οι Mehmood et al. (2017), επέκτειναν την εξέταση της διπλής χρήσης βοηθητικών πληροφοριών σε διαγράμματα τοποθεσίας χρησιμοποιώντας σχήματα δειγματοληψίας. Οι Haq και Khoo (2018), αξιολόγησαν ένα διάγραμμα Shewhart διπλής δειγματοληψίας DS (Double Sampling, DS) AIB για τον μέσο της διεργασίας χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή διαφοράς. Περαιτέρω, οι Umar et al. (2020), πρότειναν προσθήκη του χαρακτηριστικού διαστήματος μεταβλητής δειγματοληψίας VSI (Variable Sampling Interval, VSI) στο διάγραμμα AIB-DS για τον μέσο της διεργασίας. Το διάγραμμα VSI, που προτάθηκε από τους Reynolds et al. (1988), είναι μια ειδική περίπτωση του διαγράμματος VSSI (Variable Sample Size and Sample Interval, VSSI) στο οποίο μόνο το διάστημα δειγματοληψίας είναι προσαρμόσιμο. Ένα συνθετικό διάγραμμα που εισήχθη από τους Wu και Spedding (2000), είναι μια ενσωμάτωση του Shewhart και του συμβατού μήκους εκτέλεσης (Conforming Run Length, CRL). Οι Hussain et al. (2020), σχεδίασαν ένα διάγραμμα άμεσου ελέγχου AIB για την παράμετρο θέσης διεργασίας στη Φάση I.

1.4.2 Το διάγραμμα EWMA χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία

Οι Abbas et al. (2014), ήταν οι πρώτοι που πρότειναν την ενσωμάτωση βοηθητικών πληροφοριών στο κλασσικό διάγραμμα EWMA. Χρησιμοποίησαν τον εκτιμητή διαφοράς χρησιμοποιώντας μια μόνο βοηθητική μεταβλητή για να εκτιμήσουν τον μέσο της διεργασίας. Αυτή η τεχνική έδειξε καλύτερη απόδοση από το κλασσικό διάγραμμα EWMA, ειδικά όταν η τιμή του ρ_{XY} ήταν υψηλή. Επίσης, έδειξε καλύτερη απόδοση σε σύγκριση με τα κλασσικά διαγράμματα CUSUM και EWMA σε όλα τα επίπεδα.

Οι Hussain et al. (2018), εξέτασαν ένα διάγραμμα EWMA με βάση τη διάμεσο χρησιμοποιώντας ένα και δύο βοηθητικά χαρακτηριστικά. Με βάση τα αποτελέσματα τους, η χρήση δύο βοηθητικών χαρακτηριστικών έχει μια συνολική κυρίαρχη απόδοση. Οι Adegoke et al. (2019), ενσωμάτωσαν τις βοηθητικές πληροφορίες στο διάγραμμα ομοιογενούς σταθμισμένου κινητού μέσου.

1.4.3 Το διάγραμμα CUSUM χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία

Οι Sanusi et al. (2017), ανέπτυξαν ένα συνδυασμένο διάγραμμα AIB Shewhart-CUSUM χρησιμοποιώντας ένα μόνο βοηθητικό χαρακτηριστικό υπό την υπόθεση της κανονικότητας. Ο Haq (2017b), αξιολόγησε το συνθετικό EWMA διάγραμμα και το συνθετικό CUSUM διάγραμμα για τον μέσο της διεργασίας υπό την υπόθεση της κανονικότητας, χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή διαφοράς. Αυτά τα διαγράμματα αποδείχθηκε ότι έχουν καλύτερη ικανότητα ανίχνευσης να επεξεργάζονται τις μετατοπίσεις των μέσων σε σχέση με τα αντίστοιχα διαγράμματα που δεν βασίζονται σε AIB και τα συμβατικά διαγράμματα EWMA και CUSUM.

Οι Sanusi et al. (2018), ενσωμάτωσε τις βοηθητικές πληροφορίες σε ένα συμβατικό διάγραμμα CUSUM για την παρακολούθηση του μέσου της

διεργασίας. Σύμφωνα με την υπόθεση της κανονικότητας, αξιολογήθηκαν εννέα διαφορετικοί εκτιμητές AIB. Οι εκτιμητές παλινδρόμησης, αναλογίας, Singh και Taylor και λόγου ισχύος παρείχαν μια αρκετά λογική απόδοση. Τα κλασσικά διαγράμματα EWMA και CUSUM συγκρίθηκαν με αυτό το διάγραμμα και τα αποτελέσματα αποκάλυψαν καλύτερη απόδοση από τα κλασσικά διαγράμματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Διαγράμματα Ελέγχου για την παρακολούθηση του Μέσου Χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία

2.1 Το διάγραμμα ελέγχου MxEWMA

Η συσχέτιση μιας βοηθητικής μεταβλητής Y_i με τη μεταβλητή ενδιαφέροντος X_i ορίζεται ρ_{XY} . Οι παρατηρήσεις των X και Y λαμβάνονται σε ζευγαρωμένη μορφή για κάθε δείγμα και ο μέσος του πληθυσμού και η διακύμανση του Y (δηλαδή, μ_Y και σ_Y^2 , αντίστοιχα) θεωρούνται γνωστές. Υποτίθεται επίσης η διμεταβλητή κανονικότητα των X και Y , δηλαδή, $(X, Y) \sim N_2(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY})$ όπου το N_2 αντιπροσωπεύει τη διμεταβλητή κανονική κατανομή. Η εκτίμηση παλινδρόμησης του μέσου του πληθυσμού μ_X δίνεται ως:

$$M_{X_i} = X_i + b_{XY}(\mu_Y - Y_i), \quad (2.1.1)$$

όπου b_{XY} είναι η μεταβολή του X λόγω μεταβολής μιας μονάδας στο Y και είναι $b_{XY} = \rho_{XY} \left(\frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \right)$. Ο μέσος και η διακύμανση του στατιστικού M_X δίνονται, αντίστοιχα, ως:

$$E(M_X) = \mu_X, \quad V(M_X) = \sigma_M^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} (1 - \rho_{XY}^2) = \frac{\sigma_X^2 - b_{XY}^2 \sigma_Y^2}{n}. \quad (2.1.2)$$

Με βάση τον εκτιμητή παλινδρόμησης, το στατιστικό για το διάγραμμα ελέγχου με Κινητούς Μέσους και Εκθετικά Βάρη χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία (Exponentially Weighted Moving Average using an Auxiliary Variable, MxEWMA) όπως το όρισαν οι Abbas et al. (2014), ορίζεται ως:

$$W_i = \gamma_M M_{X_i} + (1 - \gamma_M) W_{i-1}, \quad (2.1.3)$$

όπου γ_M είναι η σταθερά εξομάλυνσης για το στατιστικό M_{X_i} όπως ορίστηκε στην Εξίσωση (2.1.1) και M_{X_i} η τιμή του στατιστικού M_X για το i -οστό δείγμα. Το W_{i-1} αντιπροσωπεύει τις προηγούμενες πληροφορίες και η αρχική τιμή (δηλαδή, Y_0) λαμβάνεται επίσης ίση με τον στόχο μ_0 . Τώρα βάσει της Εξίσωσης (2.1.3) τα χρονικά μεταβαλλόμενα όρια ελέγχου για το MxEWMA διάγραμμα ορίζονται, αντίστοιχα, ως:

$$LCL_i = \mu_0 - L_M \sigma_M \sqrt{\frac{\gamma_M}{2 - \gamma_M} (1 - (1 - \gamma_M)^{2i})},$$

$$CL = \mu_0, \quad (2.1.4)$$

$$UCL_i = \mu_0 + L_M \sigma_M \sqrt{\frac{\gamma_M}{2 - \gamma_M} (1 - (1 - \gamma_M)^{2i})},$$

όπου το L_M καθορίζει το πλάτος των ορίων ελέγχου για το διάγραμμα MxEWMA.

2.2 Το διάγραμμα ελέγχου MxCUSUM

Τα στατιστικά του Συσσωρευμένου Αθροιστικού διαγράμματος ελέγχου χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία (Cumulative Sum Using an Auxiliary Variable, MxCUSUM) όπως τα όρισε ο Abbas (2012) δίνονται, αντίστοιχα, ως:

$$\begin{cases} N_i^+ = \max[0, (M_{X_i} - \mu_0) - K' + N_{i-1}^+] \\ N_i^- = \max[0, -(M_{X_i} - \mu_0) - K' + N_{i-1}^-] \end{cases} \quad (2.2.1)$$

όπου M_{X_i} δίνεται από την Εξίσωση (2.1.1) και οι αρχικές τιμές για τα στατιστικά που δίνονται στην Εξίσωση (2.2.1) λαμβάνονται ίσες με μηδέν, δηλαδή, $N_0^+ = N_0^- = 0$. Ο κανόνας απόφασης για το διάγραμμα MxCUSUM δίνεται ως εξής: τα στατιστικά N_i^+ και N_i^- σχεδιάζονται έναντι του ορίου ελέγχου H' . Για οποιαδήποτε τιμή του i , εάν η τιμή του N_i^+ υπερβαίνει την τιμή του H' , τότε ο μέσος της διεργασίας δηλώνεται ότι μετατοπίζεται προς τα πάνω και εάν η τιμή του N_i^- υπερβαίνει την τιμή του H' , τότε ο μέσος της διεργασίας δηλώνεται ότι μετατοπίζεται προς τα κάτω. K' και H' δίνονται, αντίστοιχα, ως:

$$K' = k' \sigma_M, \quad H' = h' \sigma_M \quad (2.2.2)$$

Οι τιμές των k' και h' επιλέγονται προσεκτικά γιατί οι ιδιότητες του διαγράμματος MxCUSUM εξαρτώνται κυρίως από αυτές τις δύο σταθερές. Αξίζει να σημειωθεί ότι και οι Sanusi et al. (2018) επέκτειναν το έργο του Abbas (2012).

2.3 Το διάγραμμα ελέγχου MxHWMA

Είναι ένα διάγραμμα ελέγχου που βασίζεται σε παρατηρήσεις x_{ij} των ποιοτικών χαρακτηριστικών X_{ij} για καθένα από τα $i = 1, \dots, m$ χρονικά σημεία και $j = 1, \dots, n$ μονάδες δειγματοληψίας ανά χρονικό σημείο (δηλαδή, n είναι το μέγεθος του δείγματος). Υποτίθεται ότι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά X_{ij} κατανέμονται πανομοιότυπα ως κανονικές τυχαίες μεταβλητές με γνωστό μέσο (μ_X) και τυπική απόκλιση (σ_X), δηλαδή, $X_{ij} \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$. Το στατιστικό H_i του διαγράμματος HWMA στο χρονικό σημείο i δίνεται από:

$$H_i = w\bar{x}_i + (1 - w)\bar{\bar{x}}_{i-1}, \quad (2.3.1)$$

όπου \bar{x}_i είναι ο μέσος του δείγματος για το i -οστό δείγμα και w είναι μια σταθερά εξομάλυνσης που επιλέγεται έτσι ώστε $0 < w \leq 1$. Το $\bar{\bar{x}}_{i-1}$ είναι ο μέσος του μέσου του δείγματος όλων προηγούμενων δειγμάτων και δίνεται από $\bar{\bar{x}}_{i-1} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{i-1} \bar{x}_k$. Ο μέσος και η διακύμανση του στατιστικού του διαγράμματος HWMA δίνονται, αντίστοιχα, από $\mu_H = \mu_X$, και:

$$\sigma_{H_i}^2 = \begin{cases} \frac{1}{n} w^2 \sigma_X^2 & \text{εάν } i = 1 \\ \frac{1}{n} (w^2 \sigma_X^2 + (1 - w)^2 \frac{\sigma_X^2}{i-1}) & \text{εάν } i > 1 \end{cases}, \quad (2.3.2)$$

όπου $\mu_H = \mu_X$ και σ_X^2 είναι ο μέσος και η διακύμανση της κανονικά κατανομημένης τυχαίας μεταβλητής X .

Έστω μια βοηθητική μεταβλητή, Y_{ij} , συσχετίζεται με την κύρια μεταβλητή ενδιαφέροντος X_{ij} , με συσχέτιση ρ_{XY} . Υποτίθεται ότι οι παρατηρήσεις των X_{ij} και Y_{ij} παρατηρούνται σε ζεύγη από μια διμεταβλητή κανονική κατανομή, που δίνεται από $(X, Y) \sim N_2(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY})$, όπου N_2 είναι η διμεταβλητή κανονική κατανομή, και μ_Y και σ_Y^2 είναι ο μέσος του πληθυσμού και η διακύμανση του Y , αντίστοιχα. Υποτίθεται ότι η γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών μπορεί να μοντελοποιηθεί χρησιμοποιώντας γραμμικά ελάχιστα τετράγωνα που λαμβάνονται με την προσαρμογή του μέσου της διεργασίας τη χρονική στιγμή i , \bar{x}_i ώστε να αντικατοπτρίζει τη γνωστή σχέση της με τη βοηθητική μεταβλητή. Αυτό αποδίδει τον εκτιμητή παλινδρόμησης (δηλαδή, R_i) που δίνεται από:

$$R_i = \bar{x}_i + b(\mu_Y - \bar{y}_i), \quad (2.3.3)$$

όπου b (δίνεται ως $b = \frac{\rho\sigma_X}{\sigma_Y}$) είναι η κλίση της ευθείας παλινδρόμησης, δίνεται ως η αλλαγή στη μεταβλητή διεργασίας, X . Ο μέσος και η διακύμανση του R δίνονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$\mu_R = \mu_X \text{ και } \sigma_R^2 = \frac{\sigma_X^2}{n}(1 - \rho^2). \quad (2.3.4)$$

Βάσει της Εξίσωσης (2.3.1), το στατιστικό (T_i) του διαγράμματος MxHWMA, όπως το όρισαν οι Adegoke et al. (2019), δίνεται ως:

$$T_i = wR_i + (1 - w)\bar{R}_{i-1}, \quad (2.3.5)$$

όπου w είναι η παράμετρος εξομάλυνσης του διαγράμματος (επιλεγμένη έτσι ώστε $0 \leq w \leq 1$), R_i είναι η εκτίμηση με παλινδρόμηση της μεταβλητής διεργασίας, που δίνεται βάσει της Εξίσωσης (2.3.3) για το i -οστό δείγμα και \bar{R}_{i-1} είναι ο μέσος του μέσου του δείγματος όλων των προηγούμενων δειγμάτων (δηλαδή, μέχρι και το $(i - 1)$ δείγμα) του στατιστικού και δίνεται ως $\bar{R}_{i-1} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{i-1} R_k$. Ο μέσος και η διακύμανση του στατιστικού στην Εξίσωση (2.3.4) δίνονται ως $\mu_H = \mu_X$ (ονομάζεται επίσης κεντρική γραμμή του διαγράμματος MxHWMA) και:

$$\sigma_{T_i}^2 = \begin{cases} \frac{(1-\rho^2)}{n} w^2 \sigma_X^2 & \text{εάν } i = 1 \\ \frac{(1-\rho^2)}{n} \left(w^2 \sigma_X^2 + (1-w)^2 \frac{\sigma_X^2}{i-1} \right) & \text{εάν } i > 1 \end{cases}, \quad (2.3.6)$$

αντίστοιχα. Τα άνω (U_i) και κάτω (L_i) χρονικά μεταβαλλόμενα όρια του διαγράμματος ελέγχου του στατιστικού δίνονται, αντίστοιχα, ως:

$$L_i = \begin{cases} \mu_X - C\sigma_X \sqrt{\frac{w^2}{n}(1 - \rho^2)} & \text{εάν } i = 1 \\ \mu_X - C\sigma_X \sqrt{\left(\frac{w^2}{n} + \frac{(1-w)^2}{n(i-1)}\right)(1 - \rho^2)} & \text{εάν } i > 1 \end{cases}, \quad (2.3.7)$$

και

$$U_i = \begin{cases} \mu_X + C\sigma_X \sqrt{\frac{w^2}{n}(1 - \rho^2)} & \text{εάν } i = 1 \\ \mu_X + C\sigma_X \sqrt{\left(\frac{w^2}{n} + \frac{(1-w)^2}{n(i-1)}\right)(1 - \rho^2)} & \text{εάν } i > 1 \end{cases}, \quad (2.3.8)$$

όπου C καθορίζει το πλάτος των ορίων ελέγχου. Οι τιμές των C και w επιλέγονται για να επιτευχθεί ένα επιθυμητό ARL για το διάγραμμα.

2.4 Το διάγραμμα ελέγχου MxHEWMA

Υποθέτουμε ότι το Y_i είναι μια βοηθητική μεταβλητή που συσχετίζεται με τη μεταβλητή ενδιαφέροντος X_i και ότι η συσχέτιση μεταξύ X_i και Y_i συμβολίζεται με ρ_{XY} . Θεωρείται ότι $(X, Y) \sim N_2(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY})$ όπου N_2 υποδηλώνει τη διμεταβλητή κανονική κατανομή. Η βοηθητική μεταβλητή ενσωματώνεται με τη μορφή του εκτιμητή παλινδρόμησης, δηλαδή:

$$M_X = \bar{X} + b_{XY}(\mu_Y - \bar{W}), \quad (2.4.1)$$

όπου, $b_{XY} = \rho_{XY} \left(\frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \right)$. Για το στατιστικό M_X ο μέσος και η διακύμανση δίνονται, αντίστοιχα, από:

$$E(M_X) = \mu_X, \quad V(M_X) = \sigma_M^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} (1 - \rho_{XY}^2). \quad (2.4.2)$$

Βάσει της Εξίσωσης (2.4.1), το στατιστικό για το MxHEWMA διάγραμμα, όπως το όρισαν οι Tariq et al. (2020), ορίζεται ως:

$$M_X HE_i = \lambda_1 E_i + (1 - \lambda_1) HE_{i-1}, \quad (2.4.3)$$

όπου

$$HE_0 = E_0 = \mu_X \quad \text{και} \quad E_i = \lambda_2 M_X + (1 - \lambda_2) E_{i-1}, \quad (2.4.4)$$

όπου λ_1 και λ_2 είναι δύο σταθερές εξομάλυνσης έτσι ώστε $0 < \lambda_1, \lambda_2 \leq 1$ και M_X όπως ορίστηκε στην Εξίσωση (2.4.1). Ο αντίστοιχος μέσος, διακύμανση και τα όρια ελέγχου του Υβριδικού διαγράμματος ελέγχου με Κινητούς Μέσου και Εκθετικά Βάρη χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία (Hybrid Exponentially Weighted Moving Average using an Auxiliary Variable, MxHEWMA) δίνονται, αντίστοιχα, από:

$$E(M_X HE_i) = \mu_X$$

$$V(M_X HE_i) = \frac{(\lambda_2 \lambda_1)^2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \left[\frac{(1 - \lambda_1)^2 (1 - (1 - \lambda_1)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_1)^2} + \frac{(1 - \lambda_2)^2 (1 - (1 - \lambda_2)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_2)^2} - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \{1 - 1 - (1 - \lambda_2)^i (1 - \lambda_1)^i\}}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \right] \sigma_M^2, \quad (2.4.5)$$

και

$$LCL_i = \mu_X - L \sqrt{\frac{(\lambda_2 \lambda_1)^2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \left[\frac{(1 - \lambda_1)^2 (1 - (1 - \lambda_1)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_1)^2} + \frac{(1 - \lambda_2)^2 (1 - (1 - \lambda_2)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_2)^2} - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \{1 - 1 - (1 - \lambda_2)^i (1 - \lambda_1)^i\}}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \right] \sigma_M^2}, \quad (2.4.6)$$

$$CL_i = \mu_X,$$

$$LCL_i = \mu_X -$$

$$L \sqrt{\frac{(\lambda_2 \lambda_1)^2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \left[\frac{(1 - \lambda_1)^2 (1 - (1 - \lambda_1)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_1)^2} + \frac{(1 - \lambda_2)^2 (1 - (1 - \lambda_2)^{2i})}{1 - (1 - \lambda_2)^2} - \frac{2(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \{1 - 1 - (1 - \lambda_2)^i (1 - \lambda_1)^i\}}{1 - (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \right] \sigma_M^2}.$$

Το L είναι μια σταθερά ελέγχου, η οποία καθορίζεται ώστε το ARL_0 του $M_X HEWMA$ διαγράμματος θα φτάσει στο προκαθορισμένο επίπεδο. Αξίζει να σημειωθεί ότι και οι Noor-ul-Amin et al. (2019) ασχολήθηκαν με το $HEWMA$ διάγραμμα ελέγχου χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία με άλλο εκτιμητή.

2.5 Τα διαγράμματα $M_X MEC$ και $M_X MCE$

2.5.1 Το $M_X MEC$ διάγραμμα ελέγχου

Για τη διαμόρφωση του Μεικτού $EWMA-CUSUM$ διαγράμματος ελέγχου χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία (Mixed $CUSUM-EWMA$ Using an

Auxiliary Variable, MxMEC), το στατιστικό του διαγράμματος MxEWMA χρησιμοποιείται ως είσοδος στο κλασικό διάγραμμα CUSUM. Το στατιστικό για το διάγραμμα MxMEC, όπως το όρισαν οι Anwar et al. (2020), ορίζεται ως:

$$\begin{cases} M_xMEC_i^+ = \max[0, (W_i - \mu_0) - K_{1i} + M_xMEC_{i-1}^+] \\ M_xMEC_i^- = \max[0, -(W_i - \mu_0) - K_{1i} + M_xMEC_{i-1}^-] \end{cases} \quad (2.5.1)$$

όπου W_i δίνεται από την Εξίσωση (2.1.3), $M_xMEC_0^+ = M_xMEC_0^- = 0$ είναι οι αρχικές τιμές και K_{1i} είναι η χρονικά μεταβαλλόμενη τιμή αναφοράς, που ορίζεται ως:

$$K_{1i} = k \times \sqrt{Var(Y_i)} = k\sigma_{M_x} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \{1 - (1-\lambda)^{2i}\}}. \quad (2.5.2)$$

Τα $M_xMEC_i^+$ και $M_xMEC_i^-$ αντιπροσωπεύουν τα άνω και κάτω στατιστικά του διαγράμματος MxMEC, αντίστοιχα. Το όριο ελέγχου του διαγράμματος MxMEC ορίζεται ως:

$$H_{1i} = h \times \sqrt{Var(Y_i)} = h\sigma_{M_x} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \{1 - (1-\lambda)^{2i}\}}, \quad (2.5.3)$$

όπου το h χρησιμοποιείται για τον καθορισμό του προκαθορισμένου ρυθμού ψευδών συναγερμών. Για οποιαδήποτε τιμή του j , εάν $M_xMEC_i^- > H_{1i}$ ή $M_xMEC_i^+ > H_{1i}$, η διεργασία δηλώνεται εκτός ελέγχου, διαφορετικά εντός ελέγχου.

2.5.2 Το MxMCE διάγραμμα ελέγχου

Το Μεικτό CUSUM-EWMA διάγραμμα ελέγχου χρησιμοποιώντας Βοηθητική Πληροφορία (Mixed CUSUM-EWMA Using an Auxiliary Variable, MxMCE) διαμορφώνεται μέσω χαρακτηριστικών του MxCUSUM διαγράμματος και κλασικού EWMA διαγράμματος. Το στατιστικό για το διάγραμμα MxCUSUM που δίνεται από την Εξίσωση (2.2.1) χρησιμοποιείται ως είσοδος για το κλασικό διάγραμμα EWMA που δίνεται από την Εξίσωση (1.3.3). Έτσι το στατιστικό του διαγράμματος MxMCE, όπως το όρισαν οι Anwar et al. (2020), ορίζεται ως:

$$\begin{cases} M_xMCE_i^+ = \lambda_1 N_i^+ + (1 - \lambda_1) M_xMCE_{i-1}^+ \\ M_xMCE_i^- = \lambda_1 N_i^- + (1 - \lambda_1) M_xMCE_{i-1}^- \end{cases} \quad (2.5.4)$$

όπου $M_X MCE_0^+ = M_X MCE_0^- = \mu_N$ είναι οι αρχικές τιμές, N_i^+ και N_i^- είναι τα στατιστικά του MxCUSUM διαγράμματος όπως ορίστηκαν στην Εξίσωση (2.2.1) καθώς και $\lambda_1 (0 < \lambda_1 \leq 1)$ είναι μια σταθερά όπως το λ . Οι μέσοι και οι διακυμάνσεις των $M_X MCE_i^+$ και $M_X MCE_i^-$ παρουσιάζονται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$\begin{cases} E(N_i^+) = E(N_i^-) = \mu_{N_i} \\ V(N_i^+) = V(N_i^-) = \sigma_{N_i}^2 \end{cases} \quad (2.5.5)$$

Το UCL του διαγράμματος MxMCE δίνεται ως:

$$UCL_i = \mu_{N_i} + L \sigma_{N_i} \sqrt{\frac{\lambda_1}{2-\lambda_1} \{1 - (1 - \lambda_1)^{2i}\}}, \quad (2.5.6)$$

όπου L είναι ο συντελεστής πλάτους του διαγράμματος MxMCE. Εάν $M_X MCE_i^- > UCL_i$ ή $M_X MCE_i^+ > UCL_i$ η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, διαφορετικά είναι εντός ελέγχου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Σύγκριση απόδοσης διαγραμμάτων ελέγχου

3.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα στατιστικά, τα όρια ελέγχου καθώς και τον τρόπο που κατασκευάζονται τα διαγράμματα MxEWMA, MxCUSUM, MxHWMA, MxHEWMA, MxMEC και MxMCE. Το ARL του διαγράμματος είναι το πιο συνηθισμένο μέτρο για τη μελέτη της απόδοσης μιας διεργασίας.

Σε συνέχεια, στο Κεφάλαιο 3, στην Ενότητα 3.2 γίνεται σύγκριση των MxCUSUM, MxEWMA, MxHEWMA και MxMEC διαγραμμάτων χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία έναντι των κλασικών CUSUM, EWMA, HEWMA και MEC διαγραμμάτων που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 2. Για τη σύγκριση των διαγραμμάτων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo με την βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού R. Η προσομοίωση Monte Carlo είναι από τις πιο συνηθισμένες μεθόδους που χρησιμοποιείται προκειμένου να υπολογιστεί το ARL.

3.2 Σύγκριση απόδοσης κλασικών διαγραμμάτων με τα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία

3.2.1 MxEWMA διάγραμμα έναντι του κλασικού EWMA διαγράμματος

Για την αξιολόγηση της απόδοσης του διαγράμματος MxEWMA σχεδιάστηκε το ARL_0 . Στη συνέχεια για συγκεκριμένες μετατοπίσεις στο μέσο καθώς και για διάφορες τιμές της παραμέτρου γ_M υπολογίστηκαν τα ARL_1 και $SDRL_1$ (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και B.1 καθώς και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.6). Σκοπός των προσομοιώσεων είναι για διάφορες τιμές των παραμέτρων ρ_{XY} ($\rho_{XY} \in \{0.05, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95\}$) και γ_M ($\gamma_M \in \{0.03, 0.05,$

0.10, 0.25, 0.50, 0.75}) να υπολογιστούν οι τιμές του L_M για κάθε ζευγάρι (ρ_{XY} , γ_M) έτσι ώστε να επιτευχθεί μια προσέγγιση του ARL_0 κοντά στα 370 και 500. Στη συνέχεια με τους συνδυασμούς ρ_{XY} , γ_M και το L_M που υπολογίστηκαν από τις Monte Carlo προσομοιώσεις, υπολογίστηκαν οι τιμές των ARL_1 και $SDRL_1$ για διάφορες μετατοπίσεις του μέσου δ ($\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 0.70, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 4.00, 5.00\}$). Οι πιο πάνω προσομοιώσεις έγιναν με τη βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού R και κάθε αλγόριθμος προσομοίωσης επαναλαμβανόταν 20,000 φορές.

Σε αυτή την ενότητα πρέπει να σημειωθούν οι διαδικασίες που έχουν γίνει στο MxEWMA διάγραμμα μαζί με τις προσομοιώσεις για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$:

- i. Για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$, οι τιμές των γ_M και L_M πρέπει να αυξάνονται αντίστοιχα, για δεδομένη τιμή του ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και B.1 καθώς και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.6).
- ii. Το διάγραμμα MxEWMA χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία είναι πιο αποδοτικό ως προς τις τιμές του ARL_1 από το κλασσικό διάγραμμα EWMA για όλες τις τιμές των γ_M και ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και B.1 καθώς και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.6).
- iii. Για μια σταθερή τιμή του $ARL_0=370, 500$, οι τιμές του ARL_1 μειώνονται γρήγορα με την αύξηση της μετατόπισης δ (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και B.1 καθώς και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.6).

Παρατηρείται ότι για δεδομένη τιμή του γ_M , το L_M είναι το ίδιο για κάθε τιμή του ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και B.1 καθώς και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.6). Το διάγραμμα MxEWMA για $\rho_{XY} = 0.05$ και $ARL_0=370, 500$ συμπίπτει με το κλασσικό EWMA διάγραμμα. Δηλαδή, για σχεδόν μηδενικό ρ_{XY} , το MxEWMA διάγραμμα είναι ακριβώς το ίδιο με το κλασσικό διάγραμμα EWMA. Επίσης, παρατηρείται ότι το MxEWMA διάγραμμα για όλες τις τιμές των ρ_{XY} και γ_M , η απόδοση του ARL_1 είναι καλύτερη από την απόδοση του κλασσικού EWMA διαγράμματος, για σταθερή τιμή του δ .

Πίνακας 3.2.1: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.364$	2.523	2.715	2.901	2.978	2.996
0.00	ARL	370.07	370.05	370.62	370.81	370.16	370.05
	SDRL	401.04	384.34	373.24	367.40	366.32	368.40
0.10	ARL	191.69	213.22	248.09	295.21	326.35	342.54
	SDRL	200.13	217.42	250.41	293.31	321.93	343.39
0.25	ARL	58.49	67.76	87.31	135.77	194.79	241.54
	SDRL	54.10	62.57	83.22	133.39	192.25	242.71
0.50	ARL	19.22	21.55	25.79	40.20	72.53	110.11
	SDRL	15.49	16.84	20.87	36.83	70.78	109.13
0.70	ARL	11.04	12.22	14.10	19.89	35.21	58.93
	SDRL	8.35	8.88	10.31	16.89	33.60	58.29
0.75	ARL	9.84	10.94	12.50	17.06	29.93	50.79
	SDRL	7.31	7.83	8.95	14.20	28.10	50.27
1.00	ARL	6.10	6.76	7.62	9.53	14.88	25.47
	SDRL	4.26	4.52	4.94	6.93	13.26	24.40
1.25	ARL	4.26	4.69	5.25	6.18	8.71	14.02
	SDRL	2.79	2.97	3.21	4.06	7.06	13.25
1.50	ARL	3.20	3.51	3.93	4.48	5.71	8.50
	SDRL	1.99	2.11	2.28	2.69	4.26	7.51
1.75	ARL	2.54	2.77	3.07	3.44	4.12	5.64
	SDRL	1.47	1.57	1.70	1.93	2.76	4.66
2.00	ARL	2.11	2.29	2.51	2.78	3.16	4.02
	SDRL	1.15	1.23	1.32	1.47	1.92	3.06
2.50	ARL	1.58	1.69	1.83	2.00	2.15	2.45
	SDRL	0.75	0.81	0.87	0.96	1.12	1.55
3.00	ARL	1.29	1.35	1.45	1.55	1.63	1.73
	SDRL	0.52	0.56	0.62	0.68	0.75	0.92
4.00	ARL	1.05	1.07	1.10	1.14	1.16	1.17
	SDRL	0.22	0.26	0.30	0.35	0.38	0.40
5.00	ARL	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
	SDRL	0.07	0.08	0.11	0.14	0.15	0.16

Πίνακας 3.2.2: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.366$	2.525	2.716	2.902	2.979	2.999
0.00	ARL	370.03	370.03	370.03	370.25	370.33	370.58
	SDRL	402.77	383.62	372.88	363.30	366.16	369.53
0.10	ARL	186.68	208.78	243.23	291.24	322.03	342.42
	SDRL	194.43	213.70	246.24	285.94	317.62	341.95
0.25	ARL	55.84	64.60	83.17	129.92	189.31	238.16
	SDRL	51.20	59.26	78.54	127.37	185.82	238.16
0.50	ARL	18.28	20.46	24.41	37.78	68.13	105.34
	SDRL	14.60	15.84	19.54	34.54	66.30	104.73
0.70	ARL	10.51	11.66	13.34	18.59	32.85	55.43
	SDRL	7.88	8.40	9.64	15.69	31.32	54.85
0.75	ARL	9.37	10.40	11.87	16.02	27.94	47.47
	SDRL	6.92	7.39	8.38	13.18	26.19	46.83
1.00	ARL	5.80	6.43	7.24	8.96	13.79	23.63
	SDRL	4.05	4.27	4.67	6.43	12.08	22.60
1.25	ARL	4.06	4.48	4.99	5.84	8.11	12.87
	SDRL	2.66	2.81	3.01	3.78	6.49	11.94
1.50	ARL	3.06	3.34	3.73	4.24	5.34	7.87
	SDRL	1.87	1.99	2.15	2.49	3.89	6.83
1.75	ARL	2.44	2.65	2.92	3.27	3.87	5.23
	SDRL	1.40	1.49	1.59	1.80	2.52	4.26
2.00	ARL	2.03	2.19	2.40	2.65	2.98	3.74
	SDRL	1.09	1.17	1.25	1.38	1.77	2.77
2.50	ARL	1.52	1.62	1.75	1.91	2.05	2.30
	SDRL	0.71	0.76	0.82	0.90	1.05	1.43
3.00	ARL	1.25	1.31	1.40	1.49	1.56	1.64
	SDRL	0.48	0.53	0.59	0.64	0.70	0.85
4.00	ARL	1.04	1.06	1.08	1.11	1.13	1.14
	SDRL	0.20	0.23	0.27	0.32	0.34	0.36
5.00	ARL	1.00	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02
	SDRL	0.05	0.06	0.09	0.11	0.12	0.13

Πίνακας 3.2.3: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.50$ για $ARL_0=370$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.366$	2.527	2.716	2.902	2.983	3.000
0.00	ARL	370.46	370.97	370.27	370.03	370.61	370.91
	SDRL	405.20	388.19	372.93	361.99	371.22	370.49
0.10	ARL	166.83	188.48	223.07	274.99	315.54	335.16
	SDRL	172.60	190.04	225.00	271.52	312.34	334.91
0.25	ARL	46.97	53.95	69.06	109.27	169.00	217.70
	SDRL	41.82	48.39	64.53	106.93	166.46	218.53
0.50	ARL	15.20	16.88	19.89	29.88	54.32	86.78
	SDRL	11.92	12.87	15.46	26.72	52.49	86.38
0.70	ARL	8.70	9.68	11.02	14.67	25.35	43.01
	SDRL	6.38	6.75	7.74	11.80	23.63	42.21
0.75	ARL	7.76	8.62	9.79	12.71	21.52	36.94
	SDRL	5.60	5.93	6.66	9.95	19.76	35.82
1.00	ARL	4.84	5.36	5.99	7.20	10.65	17.55
	SDRL	3.24	3.46	3.76	4.88	8.93	16.53
1.25	ARL	3.41	3.75	4.17	4.79	6.27	9.59
	SDRL	2.14	2.29	2.44	2.91	4.76	8.55
1.50	ARL	2.59	2.82	3.12	3.52	4.23	5.88
	SDRL	1.51	1.62	1.74	1.98	2.83	4.90
1.75	ARL	2.09	2.26	2.48	2.74	3.12	3.95
	SDRL	1.13	1.21	1.30	1.44	1.89	2.99
2.00	ARL	1.74	1.87	2.05	2.24	2.47	2.90
	SDRL	0.88	0.94	1.02	1.11	1.37	1.97
2.50	ARL	1.34	1.42	1.52	1.64	1.72	1.86
	SDRL	0.57	0.61	0.67	0.73	0.82	1.04
3.00	ARL	1.14	1.18	1.24	1.31	1.35	1.39
	SDRL	0.36	0.41	0.46	0.51	0.55	0.63
4.00	ARL	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.05
	SDRL	0.11	0.14	0.17	0.21	0.22	0.23
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.02	0.03	0.03	0.04	0.05	0.05

Πίνακας 3.2.4: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.366$	2.524	2.716	2.902	2.981	3.000
0.00	ARL	370.07	370.27	370.20	370.03	370.39	370.48
	SDRL	402.33	388.46	376.35	367.93	366.62	369.24
0.10	ARL	119.43	137.71	171.72	231.01	281.44	313.99
	SDRL	118.44	135.78	169.51	230.65	280.08	315.39
0.25	ARL	30.46	34.39	42.85	69.83	115.59	163.63
	SDRL	25.74	28.82	37.76	66.93	113.32	164.30
0.50	ARL	9.76	10.79	12.29	16.86	29.82	49.92
	SDRL	7.21	7.73	8.86	13.96	28.38	48.81
0.70	ARL	5.57	6.15	6.95	8.54	13.03	22.26
	SDRL	3.85	4.07	4.46	6.08	11.33	21.54
0.75	ARL	4.99	5.50	6.17	7.45	11.12	18.46
	SDRL	3.36	3.57	3.87	5.14	9.45	17.65
1.00	ARL	3.17	3.48	3.87	4.43	5.5	8.43
	SDRL	1.96	2.08	2.24	2.64	4.18	7.39
1.25	ARL	2.29	2.48	2.73	3.05	3.55	4.67
	SDRL	1.28	1.37	1.48	1.64	2.23	3.70
1.50	ARL	1.78	1.92	2.10	2.30	2.53	3.02
	SDRL	0.91	0.98	1.05	1.15	1.42	2.06
1.75	ARL	1.48	1.57	1.69	1.84	1.97	2.19
	SDRL	0.67	0.73	0.79	0.86	1.00	1.33
2.00	ARL	1.28	1.35	1.44	1.54	1.61	1.71
	SDRL	0.51	0.56	0.61	0.67	0.74	0.91
2.50	ARL	1.08	1.11	1.14	1.19	1.22	1.24
	SDRL	0.28	0.32	0.36	0.42	0.45	0.49
3.00	ARL	1.02	1.02	1.03	1.05	1.06	1.06
	SDRL	0.13	0.15	0.18	0.22	0.24	0.25
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.01	0.02	0.03	0.03	0.03	0.04
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.5: ARL και SDRL απόδοση του MxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.367$	2.523	2.715	2.901	2.981	3.000
0.00	ARL	370.89	370.27	370.22	370.33	370.46	370.84
	SDRL	403.88	386.73	376.83	372.23	369.89	368.40
0.10	ARL	39.77	45.27	57.32	91.90	146.97	197.28
	SDRL	34.64	39.54	52.64	88.82	142.98	196.41
0.25	ARL	8.86	9.81	11.17	14.91	26.00	44.16
	SDRL	6.47	6.89	7.78	12.03	24.59	43.35
0.50	ARL	2.91	3.18	3.53	4.01	4.97	7.22
	SDRL	1.76	1.86	2.01	2.34	3.48	6.15
0.70	ARL	1.81	1.95	2.13	2.34	2.58	3.10
	SDRL	0.93	1.00	1.07	1.17	1.45	2.14
0.75	ARL	1.66	1.77	1.94	2.11	2.30	2.66
	SDRL	0.81	0.87	0.95	1.04	1.23	1.74
1.00	ARL	1.21	1.27	1.35	1.44	1.49	1.55
	SDRL	0.45	0.49	0.55	0.60	0.65	0.78
1.25	ARL	1.05	1.07	1.10	1.13	1.16	1.17
	SDRL	0.22	0.26	0.31	0.35	0.38	0.41
1.50	ARL	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03	1.03
	SDRL	0.09	0.11	0.13	0.16	0.18	0.18
1.75	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.07
2.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.01	0.02	0.03	0.03
2.50	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.6: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού EWMA διαγράμματος για $ARL_0=370$

δ		$\lambda=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.363	2.522	2.716	2.902	2.976	2.996
0.00	ARL	370.25	370.25	370.54	370.59	370.16	370.98
	SDRL	399.29	386.96	372.00	374.24	370.44	371.02
0.10	ARL	191.70	213.87	248.56	292.59	327.22	344.12
	SDRL	201.91	220.28	249.10	291.41	329.56	343.85
0.25	ARL	57.83	66.65	85.69	135.58	195.96	244.86
	SDRL	52.11	60.34	81.13	134.45	194.25	243.70
0.50	ARL	19.05	21.27	25.57	39.89	71.56	111.50
	SDRL	15.28	16.58	20.66	36.73	69.72	110.83
0.70	ARL	10.95	12.14	14.01	19.66	34.50	58.85
	SDRL	8.20	8.70	10.16	16.53	32.77	57.77
0.75	ARL	9.75	10.83	12.42	17.00	29.56	50.19
	SDRL	7.17	7.65	8.73	14.00	28.02	48.92
1.00	ARL	6.11	6.76	7.60	9.50	14.73	25.13
	SDRL	4.24	4.48	4.90	6.91	12.99	24.23
1.25	ARL	4.27	4.71	5.27	6.21	8.64	13.92
	SDRL	2.81	2.97	3.21	4.04	6.93	12.87
1.50	ARL	3.21	3.52	3.92	4.49	5.71	8.50
	SDRL	1.99	2.12	2.29	2.69	4.19	7.41
1.75	ARL	2.55	2.78	3.08	3.47	4.14	5.68
	SDRL	1.48	1.58	1.71	1.95	2.79	4.69
2.00	ARL	2.10	2.28	2.51	2.79	3.19	4.06
	SDRL	1.15	1.23	1.33	1.48	1.98	3.10
2.50	ARL	1.57	1.68	1.83	1.99	2.14	2.44
	SDRL	0.75	0.80	0.87	0.96	1.13	1.57
3.00	ARL	1.29	1.36	1.45	1.55	1.63	1.74
	SDRL	0.51	0.56	0.62	0.68	0.75	0.94
4.00	ARL	1.05	1.07	1.10	1.14	1.16	1.17
	SDRL	0.22	0.25	0.30	0.35	0.38	0.40
5.00	ARL	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
	SDRL	0.06	0.08	0.10	0.13	0.14	0.15

3.2.2 MxCUSUM διάγραμμα έναντι του κλασσικού CUSUM διαγράμματος

Για την αξιολόγηση της απόδοσης του διαγράμματος MxCUSUM σχεδιάστηκε το ARL_0 . Στη συνέχεια για συγκεκριμένες μετατοπίσεις στο μέσο, καθώς και για διάφορες τιμές της παραμέτρου k' υπολογίστηκαν τα ARL_1 και $SDRL_1$ (βλέπε Πίνακες των Παραμέτρων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12). Σκοπός των Monte Carlo προσομοιώσεων είναι για διάφορες τιμές των παραμέτρων k' ($k' \in \{0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95\}$) και ρ_{XY} ($\rho_{XY} \in \{0.05,$

0.25, 0.50, 0.75, 0.95}) να υπολογιστεί μια συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου h έτσι ώστε να επιτευχθεί μια προσέγγιση του ARL_0 κοντά στα 370 και 500. Σε συνέχεια με τους συνδυασμούς k' , ρ_{XY} και το σταθερό h που υπολογίστηκε από τις προσομοιώσεις, υπολογίστηκαν οι τιμές των ARL_1 και $SDRL_1$ για διάφορες μετατοπίσεις του μέσου δ ($\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 0.70, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 4.00, 5.00\}$). Οι πιο πάνω προσομοιώσεις έγιναν με την βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού R και κάθε αλγόριθμος προσομοίωσης επαναλαμβανόταν 20,000 φορές.

Πριν ολοκληρωθεί αυτή η ενότητα χρειάζεται να παρουσιαστούν τα κύρια ευρήματα που συλλέχθηκαν από τις προσομοιώσεις που έχουν γίνει για το MxCUSUM διάγραμμα:

- i. Για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$, η τιμή του h' πρέπει να παραμείνει σταθερή για τις διάφορες τιμές του ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραμέτρων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12).
- ii. Για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$, η τιμή του h' πρέπει να μειωθεί και να αυξηθεί η τιμή του k' , και αντίστροφα (βλέπε Πίνακες των Παραμέτρων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12).
- iii. Για μια σταθερή τιμή του $ARL_0=370, 500$, οι τιμές του ARL_1 μειώνονται γρήγορα με τη αύξηση της μετατόπισης δ (βλέπε Πίνακες των Παραμέτρων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12).
- iv. Το διάγραμμα MxCUSUM χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία είναι πιο πλεονεκτικό ως προς τις τιμές του ARL_1 όταν οι τιμές του ρ_{XY} είναι μεγάλες (συγκεκριμένα $\rho_{XY} = 0.50, 0.75$) (βλέπε Πίνακες των Παραμέτρων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12).

Συγκρίνοντας το CUSUM διάγραμμα με το MxCUSUM διάγραμμα παρατηρείται ότι για $\rho_{XY} = 0.05$ και σταθερό $ARL_0=370, 500$, η ARL_1 απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος είναι σχεδόν ίδια σε σύγκριση με την ARL_1 απόδοση του κλασσικού διαγράμματος CUSUM (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12). Επίσης, καθώς αυξάνεται ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{XY} , το ARL_1 μειώνεται στο MxCUSUM διάγραμμα (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων C.1 – C.5 και D.1 καθώς και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.12). Τέλος, οι καλύτερες αποδόσεις του ARL_1 για

το διάγραμμα MxCUSUM λαμβάνονται για $\rho_{XY} = 0.50, 0.75$ με σταθερό $ARL_0=370, 500$ και διάφορες τιμές των k' και h' .

Πίνακας 3.2.7: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.10$ και $h'=13.497$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	370.00	369.88	370.01	370.88	368.84
	SDRL	327.10	327.77	328.26	330.24	323.95
0.10	ARL	206.14	201.04	181.60	137.03	56.71
	SDRL	167.61	162.97	143.56	99.71	29.96
0.25	ARL	76.54	73.79	64.41	46.63	20.02
	SDRL	46.07	43.70	35.90	22.33	6.21
0.50	ARL	33.60	32.51	28.68	21.32	9.68
	SDRL	13.51	12.97	10.72	6.80	2.05
0.70	ARL	23.15	22.37	19.81	14.84	6.91
	SDRL	7.72	7.40	6.12	3.94	1.23
0.75	ARL	21.47	20.76	18.37	13.81	6.45
	SDRL	6.91	6.55	5.44	3.55	1.11
1.00	ARL	15.75	15.24	13.55	10.27	4.90
	SDRL	4.30	4.11	3.41	2.26	0.74
1.25	ARL	12.46	12.06	10.77	8.19	4.00
	SDRL	3.03	2.88	2.42	1.59	0.55
1.50	ARL	10.34	10.01	8.93	6.83	3.37
	SDRL	2.26	2.15	1.82	1.22	0.49
1.75	ARL	8.84	8.56	7.65	5.88	3.00
	SDRL	1.79	1.70	1.43	0.97	0.28
2.00	ARL	7.73	7.49	6.71	5.17	2.73
	SDRL	1.45	1.38	1.18	0.80	0.44
2.50	ARL	6.21	6.02	5.40	4.21	2.05
	SDRL	1.04	1.00	0.85	0.59	0.22
3.00	ARL	5.21	5.06	4.55	3.56	2.00
	SDRL	0.81	0.78	0.67	0.53	0.01
4.00	ARL	3.99	3.89	3.49	2.88	1.79
	SDRL	0.55	0.55	0.52	0.35	0.41
5.00	ARL	3.24	3.16	2.96	2.16	1.01
	SDRL	0.44	0.39	0.29	0.36	0.09

Πίνακας 3.2.8: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.25$ και $h'=8.016$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	371.85	371.44	369.66	368.46	369.21
	SDRL	355.68	355.75	354.68	354.93	352.00
0.10	ARL	240.71	234.34	215.62	164.98	57.87
	SDRL	225.70	218.08	201.19	148.55	43.90
0.25	ARL	84.57	80.76	68.06	44.42	15.11
	SDRL	69.23	65.66	53.86	31.14	6.53
0.50	ARL	29.03	27.65	23.56	16.28	6.64
	SDRL	17.02	16.05	12.78	7.32	1.85
0.70	ARL	17.98	17.22	14.91	10.68	4.64
	SDRL	8.49	7.96	6.43	3.86	1.08
0.75	ARL	16.37	15.75	13.65	9.84	4.33
	SDRL	7.40	7.01	5.67	3.40	0.97
1.00	ARL	11.41	11.00	9.63	7.07	3.27
	SDRL	4.25	4.02	3.28	2.05	0.63
1.25	ARL	8.76	8.46	7.45	5.55	2.67
	SDRL	2.83	2.70	2.21	1.41	0.53
1.50	ARL	7.12	6.89	6.09	4.59	2.22
	SDRL	2.07	1.97	1.63	1.05	0.42
1.75	ARL	6.01	5.82	5.17	3.93	2.02
	SDRL	1.60	1.52	1.27	0.84	0.18
2.00	ARL	5.22	5.05	4.51	3.46	1.97
	SDRL	1.28	1.22	1.03	0.69	0.18
2.50	ARL	4.16	4.03	3.61	2.82	1.60
	SDRL	0.92	0.87	0.74	0.54	0.49
3.00	ARL	3.48	3.38	3.05	2.35	1.09
	SDRL	0.70	0.67	0.58	0.48	0.28
4.00	ARL	2.67	2.58	2.31	1.99	1.00
	SDRL	0.53	0.53	0.47	0.14	0.00
5.00	ARL	2.15	2.10	2.01	1.76	1.00
	SDRL	0.36	0.30	0.16	0.43	0.00

Πίνακας 3.2.9: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.50$ και $h'=4.7785$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	371.56	370.72	370.08	367.63	368.84
	SDRL	364.07	363.30	360.04	360.13	363.15
0.10	ARL	286.04	282.39	264.87	216.87	82.22
	SDRL	283.43	278.46	258.11	210.36	74.67
0.25	ARL	122.81	117.20	98.36	61.27	14.40
	SDRL	117.38	111.65	91.60	55.31	9.13
0.50	ARL	35.35	33.33	26.76	16.01	5.07
	SDRL	29.01	26.91	20.74	10.56	1.91
0.70	ARL	18.39	17.32	14.21	9.12	3.38
	SDRL	12.78	11.78	9.03	4.70	1.03
0.75	ARL	16.22	15.34	12.62	8.20	3.13
	SDRL	10.76	9.98	7.65	3.99	0.92
1.00	ARL	9.96	9.49	7.97	5.47	2.34
	SDRL	5.33	4.97	3.83	2.16	0.56
1.25	ARL	7.08	6.79	5.82	4.13	1.96
	SDRL	3.22	3.01	2.38	1.41	0.40
1.50	ARL	5.52	5.29	4.59	3.34	1.69
	SDRL	2.19	2.05	1.64	1.01	0.47
1.75	ARL	4.52	4.36	3.82	2.83	1.37
	SDRL	1.60	1.53	1.26	0.78	0.48
2.00	ARL	3.86	3.72	3.27	2.47	1.13
	SDRL	1.27	1.19	0.99	0.63	0.33
2.50	ARL	3.00	2.91	2.58	2.04	1.00
	SDRL	0.86	0.83	0.68	0.42	0.06
3.00	ARL	2.48	2.41	2.18	1.78	1.00
	SDRL	0.63	0.60	0.49	0.44	0.00
4.00	ARL	1.96	1.92	1.75	1.22	1.00
	SDRL	0.40	0.40	0.45	0.41	0.00
5.00	ARL	1.61	1.55	1.31	1.01	1.00
	SDRL	0.49	0.50	0.46	0.11	0.00

Πίνακας 3.2.10: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.75$ και $h'=3.343$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	371.63	371.26	369.23	368.33	370.52
	SDRL	365.84	362.90	362.70	359.39	365.26
0.10	ARL	313.83	308.66	297.95	259.59	114.09
	SDRL	309.73	303.84	290.50	254.25	109.10
0.25	ARL	162.36	156.08	134.13	87.41	17.49
	SDRL	157.68	151.40	129.83	82.68	14.01
0.50	ARL	50.09	47.01	36.74	20.09	4.68
	SDRL	46.22	43.36	33.04	16.53	2.24
0.70	ARL	23.75	22.25	17.14	9.81	2.92
	SDRL	20.12	18.60	13.60	6.61	1.08
0.75	ARL	20.34	18.92	14.77	8.50	2.68
	SDRL	16.66	15.30	11.29	5.47	0.94
1.00	ARL	10.94	10.29	8.23	5.12	1.96
	SDRL	7.72	7.05	5.17	2.56	0.59
1.25	ARL	7.08	6.69	5.52	3.67	1.55
	SDRL	4.16	3.85	2.88	1.54	0.52
1.50	ARL	5.18	4.92	4.16	2.87	1.24
	SDRL	2.63	2.42	1.88	1.06	0.43
1.75	ARL	4.09	3.91	3.34	2.40	1.06
	SDRL	1.83	1.72	1.35	0.79	0.25
2.00	ARL	3.38	3.25	2.82	2.07	1.01
	SDRL	1.37	1.28	1.03	0.63	0.10
2.50	ARL	2.55	2.46	2.18	1.65	1.00
	SDRL	0.88	0.83	0.68	0.53	0.00
3.00	ARL	2.09	2.02	1.80	1.33	1.00
	SDRL	0.65	0.62	0.55	0.47	0.00
4.00	ARL	1.55	1.49	1.30	1.03	1.00
	SDRL	0.52	0.52	0.46	0.16	0.00
5.00	ARL	1.18	1.14	1.05	1.00	1.00
	SDRL	0.38	0.35	0.21	0.02	0.00

Πίνακας 3.2.11: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.95$ και $h'=2.654$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	372.92	370.57	368.87	368.82	370.76
	SDRL	367.08	364.03	363.15	364.22	365.82
0.10	ARL	326.25	320.94	311.58	280.68	141.10
	SDRL	321.74	315.49	308.54	275.98	138.01
0.25	ARL	190.41	184.31	162.30	109.17	22.27
	SDRL	184.91	179.71	158.85	106.09	19.81
0.50	ARL	65.74	61.77	48.33	25.60	4.74
	SDRL	63.23	59.19	45.64	23.24	2.69
0.70	ARL	30.70	28.55	21.80	11.38	2.76
	SDRL	28.06	25.80	19.14	8.81	1.19
0.75	ARL	26.08	24.20	18.24	9.72	2.51
	SDRL	23.48	21.60	15.63	7.21	1.03
1.00	ARL	12.86	12.00	9.32	5.27	1.75
	SDRL	10.31	9.48	6.86	3.14	0.63
1.25	ARL	7.76	7.27	5.77	3.59	1.35
	SDRL	5.38	4.95	3.60	1.76	0.49
1.50	ARL	5.35	5.04	4.14	2.72	1.11
	SDRL	3.23	2.94	2.20	1.16	0.32
1.75	ARL	4.07	3.86	3.21	2.21	1.02
	SDRL	2.14	1.98	1.51	0.85	0.15
2.00	ARL	3.26	3.11	2.65	1.88	1.00
	SDRL	1.54	1.42	1.12	0.68	0.05
2.50	ARL	2.38	2.28	1.99	1.45	1.00
	SDRL	0.95	0.90	0.73	0.53	0.00
3.00	ARL	1.89	1.82	1.60	1.17	1.00
	SDRL	0.69	0.66	0.58	0.38	0.00
4.00	ARL	1.35	1.30	1.15	1.01	1.00
	SDRL	0.49	0.47	0.36	0.09	0.00
5.00	ARL	1.08	1.06	1.02	1.00	1.00
	SDRL	0.27	0.24	0.13	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.12: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού CUSUM διαγράμματος για $ARL_0=370$

δ		$k=0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00
		$h=13.471$	8.003	4.776	3.347	2.514
0.00	ARL	370.02	370.32	370.31	370.25	370.25
	SDRL	329.79	352.45	365.16	369.66	366.44
0.10	ARL	205.49	239.97	287.13	317.50	327.09
	SDRL	168.57	224.40	276.80	312.01	319.33
0.25	ARL	75.34	83.52	122.19	164.51	197.03
	SDRL	44.33	68.09	117.09	159.56	191.69
0.50	ARL	33.51	28.79	35.20	50.17	69.04
	SDRL	13.51	16.85	18.71	46.48	66.90
0.70	ARL	23.03	17.91	18.25	23.59	32.32
	SDRL	7.65	8.43	12.48	19.81	29.94
0.75	ARL	21.36	16.35	16.10	20.15	27.24
	SDRL	6.80	7.32	10.58	16.38	24.71
1.00	ARL	15.71	11.37	9.89	10.84	13.39
	SDRL	4.27	4.21	5.23	7.51	10.97
1.25	ARL	12.43	8.74	7.10	7.09	7.98
	SDRL	2.99	2.82	3.22	4.16	5.71
1.50	ARL	10.30	7.12	5.53	5.21	5.47
	SDRL	2.25	2.08	2.20	2.65	3.41
1.75	ARL	8.82	6.02	4.55	4.11	4.11
	SDRL	1.79	1.60	1.63	1.85	2.26
2.00	ARL	7.72	5.22	3.87	3.40	3.28
	SDRL	1.46	1.29	1.27	1.37	1.61
2.50	ARL	6.19	4.16	3.01	2.56	2.35
	SDRL	1.05	0.91	0.86	0.88	0.98
3.00	ARL	5.21	3.48	2.49	2.09	1.85
	SDRL	0.81	0.70	0.63	0.64	0.70
4.00	ARL	4.00	2.67	1.95	1.55	1.32
	SDRL	0.56	0.53	0.40	0.52	0.48
5.00	ARL	3.24	2.14	1.61	1.18	1.06
	SDRL	0.44	0.35	0.49	0.39	0.25

3.2.3 MxCUSUM διάγραμμα έναντι του MxEWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τώρα τα αποτελέσματα του MxCUSUM διαγράμματος έναντι του MxEWMA διαγράμματος, παρατηρείται ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) μπορεί να παρατηρηθεί ότι το MxCUSUM διάγραμμα (με $k'=0.10$) έχει λίγο καλύτερη απόδοση σε σύγκριση με το MxEWMA διάγραμμα, όμως όταν το k' είναι μεγαλύτερο από 0.10 για το MxCUSUM διάγραμμα, το MxEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη απόδοση από το MxCUSUM διάγραμμα.

Επίσης, το MxEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxEWMA διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα σε σχέση με το MxCUSUM διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxEWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxCUSUM διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.5 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων C.1 – C.5 και Πινάκων 3.2.7 – 3.2.11).

3.2.4 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του κλασικού διαγράμματος HEWMA

Για την αξιολόγηση της απόδοσης του διαγράμματος MxHEWMA σχεδιάστηκε το ARL_0 . Στη συνέχεια για συγκεκριμένες μετατοπίσεις στον μέσο καθώς και για διάφορες τιμές των παραμέτρων λ_1 και λ_2 υπολογίστηκαν τα ARL_1 και $SDRL_1$ (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων E.1 – E.15 και F.1 – F.3 καθώς και Πίνακες 3.2.13 – 3.2.30). Σκοπός των Monte Carlo προσομοιώσεων είναι για διάφορες τιμές των παραμέτρων ρ_{XY} ($\rho_{XY} \in \{0.05, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95\}$), λ_1 ($\lambda_1 \in \{0.05, 0.10, 0.25, 0.50, 0.75\}$) και λ_2 ($\lambda_2 \in \{0.05, 0.10, 0.25, 0.50, 0.75\}$) να υπολογιστούν οι τιμές των παραμέτρων L , έτσι ώστε να επιτευχθεί μια προσέγγιση του ARL_0 κοντά στα 370 και 500. Στη συνέχεια με τους συνδυασμούς των παραμέτρων ρ_{XY} , λ_1 , λ_2 και το L που υπολογίστηκε στις προσομοιώσεις, υπολογίστηκαν οι τιμές των ARL_1 και $SDRL_1$ για διάφορες μετατοπίσεις του μέσου δ ($\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 0.70, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 4.00, 5.00\}$). Οι πιο πάνω προσομοιώσεις έγιναν με την βοήθεια του προγράμματος R και κάθε προσομοίωση επαναλαμβάνονταν 20,000 φορές.

Σε αυτή την ενότητα είναι σημαντικό να αναφερθούν οι διαδικασίες που έγιναν στο MxHEWMA διάγραμμα μαζί με τις προσομοιώσεις για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$:

- i. Για την επίτευξη σταθερού $ARL_0=370, 500$ απαιτείται αύξηση των τιμών λ_2 και L για δεδομένη τιμή των ρ_{XY} και λ_1 (βλέπε Πίνακες των

Παραρτημάτων Ε.1 – Ε.15 και F.1 – F.3 καθώς και Πίνακες 3.2.13 – 3.2.30).

- ii. Το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό από το κλασσικό διάγραμμα HEWMA για την ανίχνευση αλλαγών στη μετατόπιση δ της διεργασίας.
- iii. Από τα αποτελέσματα των ARL_1 , είναι σαφές ότι το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό για ασθενείς, μέτριες και υψηλές τιμές συσχέτισης.
- iv. Το διάγραμμα MxHEWMA για μηδενική τιμή του ρ_{XY} (δηλαδή, $\rho_{XY} = 0.05$) και δεδομένες τιμές των λ_1 , λ_2 και L σχεδόν ταυτίζεται με το κλασσικό διάγραμμα HEWMA (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων Ε.1 – Ε.15 και F.1 – F.3 καθώς και Πίνακες 3.2.13 – 3.2.30).

Παρατηρείται ότι με τη χρήση βοηθητικής πληροφορίας έχει αυξηθεί η απόδοση του διαγράμματος για μεγάλες τιμές του ρ_{XY} , καθώς και για τις μικρότερες τιμές του ρ_{XY} . Για σταθερή τιμή των ρ_{XY} και δ το MxHEWMA διάγραμμα αποδίδει καλύτερα σε χαμηλότερες τιμές του λ_2 . Επίσης, για σταθερή τιμή των δ και λ_2 το διάγραμμα αποδίδει καλύτερα σε υψηλότερες τιμές του ρ_{XY} . Το ARL_1 μειώνεται με μεγάλη ταχύτητα με την αύξηση της μετατόπισης για μια μεγάλη τιμή του ρ_{XY} σε σύγκριση με μια μικρή τιμή του ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων Ε.1 – Ε.15 και F.1 – F.3 καθώς και Πίνακες 3.2.13 – 3.2.30). Τέλος, συγκρίνοντας το MxHEWMA διάγραμμα με το διάγραμμα HEWMA, ξεκάθαρα το MxHEWMA διάγραμμα, με βάση τις βοηθητικές πληροφορίες λειτουργεί πολύ καλύτερα από το διάγραμμα HEWMA για όλες τις τιμές του ρ_{XY} , με σταθερές τιμές των δ , $\lambda_1 = 0.50$ και όλες τις τιμές του λ_2 ($0 < \lambda_2 \leq 1$) (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων Ε.1 – Ε.15 και F.1 – F.3 καθώς και Πίνακες 3.2.13 – 3.2.30).

Πίνακας 3.2.13: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.963	4.166	11.290	23.800	36.800
0.00	ARL	370.45	370.28	370.63	370.71	370.03
	SDRL	420.63	389.55	380.39	375.66	372.67
0.10	ARL	185.34	201.35	211.60	214.05	216.08
	SDRL	201.73	205.16	211.17	211.16	211.99
0.25	ARL	56.13	62.53	66.81	68.92	69.84
	SDRL	53.78	56.37	59.46	60.94	61.31
0.50	ARL	18.72	20.72	22.06	22.74	23.16
	SDRL	15.83	15.65	16.08	16.24	16.28
0.70	ARL	10.77	12.03	12.88	13.33	13.69
	SDRL	8.87	8.53	8.50	8.51	8.55
0.75	ARL	9.56	10.81	11.60	12.03	12.40
	SDRL	7.83	7.51	7.42	7.43	7.48
1.00	ARL	5.83	6.84	7.46	7.85	8.20
	SDRL	4.69	4.41	4.25	4.21	4.25
1.25	ARL	3.97	4.86	5.42	5.75	6.05
	SDRL	3.11	2.85	2.75	2.72	2.75
1.50	ARL	2.92	3.75	4.25	4.57	4.83
	SDRL	2.16	1.96	1.91	1.88	1.93
1.75	ARL	2.27	3.08	3.52	3.82	4.06
	SDRL	1.57	1.39	1.39	1.39	1.43
2.00	ARL	1.85	2.64	3.04	3.32	3.54
	SDRL	1.17	1.01	1.05	1.06	1.11
2.50	ARL	1.38	2.17	2.46	2.69	2.90
	SDRL	0.70	0.58	0.65	0.71	0.75
3.00	ARL	1.16	1.94	2.17	2.32	2.50
	SDRL	0.43	0.43	0.40	0.51	0.58
4.00	ARL	1.02	1.56	2.01	2.03	2.09
	SDRL	0.15	0.50	0.09	0.18	0.29
5.00	ARL	1.00	1.20	2.00	2.00	2.01
	SDRL	0.03	0.40	0.01	0.02	0.07

Πίνακας 3.2.14: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.248	6.065	12.811	19.840
0.00	ARL	370.27	370.93	370.03	370.73
	SDRL	391.14	370.27	365.80	366.99
0.10	ARL	219.39	238.69	245.76	248.49
	SDRL	226.67	237.12	242.74	245.87
0.25	ARL	69.51	80.87	85.69	87.75
	SDRL	65.77	74.82	79.36	81.15
0.50	ARL	21.66	24.53	26.08	26.96
	SDRL	17.22	18.83	19.75	20.17
0.70	ARL	12.31	13.82	14.66	15.25
	SDRL	9.15	9.40	9.71	9.93
0.75	ARL	11.04	12.38	13.11	13.64
	SDRL	8.04	8.14	8.46	8.61
1.00	ARL	6.80	7.84	8.36	8.78
	SDRL	4.80	4.52	4.58	4.65
1.25	ARL	4.67	5.60	6.05	6.42
	SDRL	3.23	2.90	2.90	2.95
1.50	ARL	3.43	4.34	4.73	5.06
	SDRL	2.32	2.03	2.00	2.05
1.75	ARL	2.67	3.54	3.93	4.22
	SDRL	1.73	1.49	1.48	1.52
2.00	ARL	2.17	3.03	3.38	3.65
	SDRL	1.33	1.12	1.12	1.17
2.50	ARL	1.56	2.43	2.70	2.94
	SDRL	0.82	0.67	0.74	0.78
3.00	ARL	1.26	2.15	2.32	2.52
	SDRL	0.53	0.39	0.52	0.60
4.00	ARL	1.04	1.99	2.03	2.09
	SDRL	0.20	0.16	0.17	0.29
5.00	ARL	1.00	1.85	2.00	2.00
	SDRL	0.05	0.36	0.02	0.07

Πίνακας 3.2.15: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.633	5.521	8.523	2.894	4.421	2.985
0,00	ARL	370.97	370.94	370.20	370.02	370.62	370.51
	SDRL	374.44	368.23	363.09	369.25	369.96	368.43
0.10	ARL	269.92	281.82	290.30	308.32	320.95	335.37
	SDRL	273.57	282.27	286.46	304.62	314.58	329.90
0.25	ARL	103.21	121.42	130.37	157.31	179.50	212.07
	SDRL	101.20	117.42	126.73	155.05	175.26	207.92
0.50	ARL	29.43	35.55	38.92	48.90	61.58	84.33
	SDRL	25.62	31.38	34.40	46.53	58.62	83.16
0.70	ARL	15.20	17.90	19.68	23.55	29.79	42.23
	SDRL	11.88	14.06	15.57	21.40	27.34	41.05
0.75	ARL	13.31	15.64	17.06	20.17	25.40	35.97
	SDRL	10.18	11.91	13.06	18.11	23.05	35.02
1.00	ARL	7.88	9.11	9.95	10.57	13.03	17.59
	SDRL	5.30	5.87	6.43	8.49	10.63	16.35
1.25	ARL	5.35	6.25	6.82	6.52	7.99	10.01
	SDRL	3.35	3.45	3.69	4.68	5.73	8.62
1.50	ARL	3.97	4.72	5.16	4.58	5.52	6.34
	SDRL	2.38	2.24	2.39	2.92	3.45	5.06
1.75	ARL	3.08	3.82	4.19	3.46	4.21	4.42
	SDRL	1.79	1.62	1.70	2.01	2.25	3.23
2.00	ARL	2.51	3.22	3.55	2.79	3.40	3.29
	SDRL	1.40	1.21	1.28	1.50	1.57	2.16
2.50	ARL	1.80	2.53	2.79	1.99	2.54	2.18
	SDRL	0.91	0.73	0.81	0.95	0.87	1.19
3.00	ARL	1.41	2.19	2.37	1.55	2.13	1.63
	SDRL	0.63	0.45	0.56	0.68	0.57	0.76
4.00	ARL	1.08	1.94	2.04	1.14	1.67	1.16
	SDRL	0.28	0.27	0.20	0.35	0.49	0.38
5.00	ARL	1.01	1.70	2.00	1.02	1.28	1.02
	SDRL	0.09	0.46	0.03	0.14	0.45	0.15

Πίνακας 3.2.16: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.965	4.161	11.288	23.805	36.810
0.00	ARL	370.71	370.19	370.90	370.06	370.03
	SDRL	421.38	390.76	379.15	372.54	370.66
0.10	ARL	180.21	194.31	206.04	209.36	210.69
	SDRL	196.06	197.84	204.62	206.25	207.89
0.25	ARL	53.45	59.42	64.02	65.78	66.49
	SDRL	50.97	53.43	56.96	58.00	58.03
0.50	ARL	17.75	19.67	20.94	21.66	22.10
	SDRL	15.02	14.81	15.09	15.33	15.38
0.70	ARL	10.22	11.47	12.28	12.73	13.10
	SDRL	8.43	8.07	8.01	8.02	8.05
0.75	ARL	9.09	10.25	11.04	11.50	11.84
	SDRL	7.43	7.12	7.02	7.03	7.04
1.00	ARL	5.53	6.50	7.12	7.50	7.83
	SDRL	4.43	4.17	4.01	3.98	4.00
1.25	ARL	3.80	4.63	5.19	5.53	5.83
	SDRL	2.94	2.68	2.59	2.56	2.61
1.50	ARL	2.78	3.58	4.09	4.40	4.66
	SDRL	2.02	1.83	1.80	1.77	1.81
1.75	ARL	2.17	2.96	3.39	3.69	3.93
	SDRL	1.48	1.29	1.31	1.31	1.35
2.00	ARL	1.77	2.55	2.94	3.22	3.43
	SDRL	1.09	0.93	0.99	1.00	1.05
2.50	ARL	1.34	2.12	2.40	2.61	2.82
	SDRL	0.65	0.54	0.61	0.67	0.72
3.00	ARL	1.14	1.90	2.13	2.28	2.44
	SDRL	0.39	0.43	0.36	0.47	0.55
4.00	ARL	1.02	1.51	2.01	2.02	2.07
	SDRL	0.13	0.50	0.07	0.15	0.25
5.00	ARL	1.00	1.16	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.03	0.36	0.01	0.02	0.05

Πίνακας 3.2.17: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.248	6.067	12.813	19.842
0.00	ARL	370.41	370.03	370.20	370.33
	SDRL	392.27	368.16	363.74	368.27
0.10	ARL	212.37	232.32	241.22	244.50
	SDRL	218.96	230.24	237.30	242.11
0.25	ARL	66.07	76.64	81.72	83.68
	SDRL	62.35	70.55	75.17	76.68
0.50	ARL	20.56	23.27	24.77	25.52
	SDRL	16.26	17.64	18.64	18.94
0.70	ARL	11.73	13.15	13.96	14.53
	SDRL	8.64	8.77	9.15	9.30
0.75	ARL	10.48	11.74	12.47	12.98
	SDRL	7.63	7.61	7.90	8.05
1.00	ARL	6.44	7.46	7.99	8.40
	SDRL	6.55	4.25	4.29	4.38
1.25	ARL	4.44	5.37	5.80	6.14
	SDRL	3.07	2.73	2.72	2.77
1.50	ARL	3.27	4.17	4.55	4.87
	SDRL	2.19	1.91	1.87	1.91
1.75	ARL	2.55	3.42	3.79	4.07
	SDRL	1.62	1.39	1.38	1.43
2.00	ARL	2.06	2.93	3.27	3.53
	SDRL	1.25	1.05	1.05	1.11
2.50	ARL	1.50	2.37	2.62	2.86
	SDRL	0.77	0.61	0.70	0.75
3.00	ARL	1.22	2.11	2.27	2.45
	SDRL	0.49	0.34	0.48	0.57
4.00	ARL	1.03	1.98	2.02	2.07
	SDRL	0.18	0.17	0.14	0.25
5.00	ARL	1.00	1.81	2.00	2.00
	SDRL	0.04	0.39	0.02	0.05

Πίνακας 3.2.18: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$					
		$\lambda_2=0.2500001$		0.50		0.75	
		L=2.635	5.524	8.524	2.896	4.425	2.986
0.00	ARL	370.36	370.24	370.90	370.73	370.96	370.12
	SDRL	373.29	368.04	363.86	367.60	366.87	369.88
0.10	ARL	265.54	280.24	286.53	306.49	318.77	330.01
	SDRL	267.59	276.85	280.90	299.49	310.66	327.04
0.25	ARL	98.48	115.63	124.60	151.38	174.10	206.56
	SDRL	95.84	112.21	120.75	149.25	169.79	204.61
0.50	ARL	27.83	33.47	36.53	46.00	57.82	80.15
	SDRL	24.22	29.15	32.05	43.60	54.57	79.00
0.70	ARL	14.35	16.87	18.51	22.02	27.94	39.17
	SDRL	11.19	13.06	14.53	19.83	25.35	38.00
0.75	ARL	12.56	14.73	16.07	18.82	23.80	33.46
	SDRL	9.44	11.07	12.18	16.67	21.37	32.20
1.00	ARL	7.47	8.63	9.42	9.89	12.21	16.26
	SDRL	4.95	5.46	5.93	7.80	9.81	14.95
1.25	ARL	5.08	5.94	6.49	6.13	7.50	9.26
	SDRL	3.11	3.21	3.44	4.31	5.28	7.92
1.50	ARL	3.77	4.53	4.94	4.33	5.20	5.90
	SDRL	2.24	2.10	2.23	2.71	3.15	4.69
1.75	ARL	2.94	3.67	4.03	3.29	3.99	4.11
	SDRL	1.68	1.51	1.60	1.87	2.06	2.93
2.00	ARL	2.39	3.11	3.43	2.65	3.25	3.10
	SDRL	1.32	1.13	1.20	1.39	1.45	1.98
2.50	ARL	1.72	2.47	2.71	1.90	2.46	2.08
	SDRL	0.86	0.68	0.77	0.89	0.82	1.11
3.00	ARL	1.36	2.15	2.31	1.49	2.07	1.56
	SDRL	0.58	0.41	0.52	0.64	0.54	0.71
4.00	ARL	1.06	1.92	2.03	1.11	1.62	1.13
	SDRL	0.25	0.29	0.17	0.32	0.50	0.34
5.00	ARL	1.01	1.64	2.00	1.01	1.23	1.02
	SDRL	0.07	0.48	0.03	0.11	0.42	0.12

Πίνακας 3.2.19: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY} = 0.50$ και $\lambda_1 = 0.50$ για $ARL_0 = 370$

δ		$\lambda_1 = 0.05$				
		$\lambda_2 = 0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.965	4.167	11.286	23.805	36.812
0.00	ARL	370.89	370.71	370.87	370.62	370.06
	SDRL	423.01	393.79	380.77	374.87	375.88
0.10	ARL	160.15	175.92	185.07	188.31	190.28
	SDRL	173.09	176.95	182.86	184.63	185.37
0.25	ARL	44.93	49.90	53.47	55.18	55.89
	SDRL	41.61	43.45	46.15	47.08	47.41
0.50	ARL	14.81	16.39	17.41	18.03	18.48
	SDRL	12.45	12.12	12.19	12.31	12.42
0.70	ARL	8.43	9.61	10.33	10.78	11.15
	SDRL	6.88	6.57	6.49	6.45	6.51
0.75	ARL	7.46	8.60	9.29	9.71	10.04
	SDRL	6.08	5.80	5.63	5.60	5.65
1.00	ARL	4.57	5.49	6.05	6.41	6.73
	SDRL	3.60	3.36	3.24	3.19	3.25
1.25	ARL	3.12	3.97	4.46	4.78	5.07
	SDRL	2.35	2.14	2.07	2.04	2.08
1.50	ARL	2.31	3.12	3.57	3.87	4.12
	SDRL	1.61	1.43	1.43	1.41	1.46
1.75	ARL	1.83	2.61	3.01	3.28	3.51
	SDRL	1.15	0.99	1.03	1.04	1.09
2.00	ARL	1.52	2.31	2.63	2.89	3.11
	SDRL	0.85	0.70	0.78	0.81	0.86
2.50	ARL	1.20	1.98	2.22	2.39	2.57
	SDRL	0.48	0.44	0.45	0.55	0.61
3.00	ARL	1.07	1.77	2.05	2.13	2.26
	SDRL	0.27	0.45	0.23	0.34	0.45
4.00	ARL	1.00	1.32	2.00	2.00	2.02
	SDRL	0.06	0.47	0.02	0.06	0.14
5.00	ARL	1.00	1.05	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.23	0.00	0.00	0.01

Πίνακας 3.2.20: ARL και SDRL απόδοση του ΜχΗΕWMA διαγράμματος, με όταν $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.245	6.067	12.820	19.848
0.00	ARL	370.88	370.07	370.06	370.01
	SDRL	387.61	371.77	366.45	363.83
0.10	ARL	191.24	212.69	221.30	223.82
	SDRL	196.58	210.11	217.11	220.02
0.25	ARL	54.83	63.92	67.99	69.87
	SDRL	50.87	58.22	61.95	63.19
0.50	ARL	16.94	19.15	20.43	21.09
	SDRL	13.02	14.03	14.73	15.04
0.70	ARL	9.73	10.97	11.67	12.17
	SDRL	7.02	6.98	7.25	7.38
0.75	ARL	8.65	9.84	10.49	10.94
	SDRL	6.19	6.05	6.27	6.37
1.00	ARL	5.32	6.29	6.78	7.16
	SDRL	3.72	3.41	3.43	3.49
1.25	ARL	3.67	4.58	4.99	5.32
	SDRL	2.50	2.19	2.16	2.23
1.50	ARL	2.73	3.61	3.99	4.27
	SDRL	1.76	1.53	1.50	1.54
1.75	ARL	2.13	3.00	3.35	3.61
	SDRL	1.30	1.10	1.10	1.15
2.00	ARL	1.74	2.60	2.93	3.17
	SDRL	0.98	0.81	0.85	0.90
2.50	ARL	1.31	2.19	2.40	2.60
	SDRL	0.59	0.44	0.56	0.63
3.00	ARL	1.12	2.04	2.13	2.26
	SDRL	0.35	0.22	0.34	0.46
4.00	ARL	1.01	1.93	2.00	2.02
	SDRL	0.10	0.26	0.06	0.13
5.00	ARL	1.00	1.61	2.00	2.00
	SDRL	0.01	0.49	0.00	0.01

Πίνακας 3.2.21: ARL και SDRL απόδοση του ΜκHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.634	5.530	8.533	2.895	4.424	2.989
0.00	ARL	370.93	370.76	370.21	370.05	370.56	370.94
	SDRL	369.59	367.44	362.45	363.56	365.91	367.10
0.10	ARL	246.01	264.71	272.19	290.37	304.68	324.06
	SDRL	247.84	260.41	265.45	285.51	298.66	323.35
0.25	ARL	82.55	97.73	104.87	129.42	151.05	185.85
	SDRL	79.73	93.50	100.19	127.20	146.67	182.62
0.50	ARL	22.34	26.85	29.24	36.28	45.84	64.44
	SDRL	18.72	22.71	25.01	33.88	43.04	63.11
0.70	ARL	11.65	13.61	14.83	16.91	21.56	30.31
	SDRL	8.59	10.01	10.89	14.77	19.23	28.91
0.75	ARL	10.24	11.95	13.02	14.49	18.19	25.65
	SDRL	7.39	8.51	9.30	12.37	15.76	24.33
1.00	ARL	6.14	7.14	7.77	7.73	9.55	12.29
	SDRL	3.94	4.19	4.51	5.80	7.21	10.93
1.25	ARL	4.23	5.01	5.46	4.94	5.96	7.00
	SDRL	2.55	2.45	2.63	3.21	3.88	5.71
1.50	ARL	3.15	3.89	4.26	3.54	4.29	4.53
	SDRL	1.82	1.66	1.74	2.06	2.32	3.32
1.75	ARL	2.48	3.20	3.52	2.74	3.35	3.25
	SDRL	1.37	1.19	1.26	1.46	1.53	2.12
2.00	ARL	2.02	2.75	3.04	2.24	2.80	2.52
	SDRL	1.07	0.89	0.96	1.12	1.09	1.47
2.50	ARL	1.48	2.25	2.45	1.63	2.20	1.74
	SDRL	0.68	0.51	0.61	0.72	0.62	0.84
3.00	ARL	1.21	2.04	2.15	1.31	1.89	1.35
	SDRL	0.45	0.29	0.37	0.51	0.47	0.56
4.00	ARL	1.02	1.82	2.01	1.04	1.42	1.05
	SDRL	0.15	0.39	0.08	0.21	0.50	0.22
5.00	ARL	1.00	1.40	2.00	1.00	1.09	1.00
	SDRL	0.03	0.49	0.06	0.04	0.28	0.05

Πίνακας 3.2.22: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με όταν $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.966	4.165	11.278	23.780	36.765
0.00	ARL	370.71	370.71	370.81	370.46	370.64
	SDRL	421.55	390.33	376.72	373.94	372.86
0.10	ARL	114.73	126.83	135.46	137.96	138.86
	SDRL	118.84	123.78	130.38	130.84	131.22
0.25	ARL	29.49	32.39	34.47	35.47	36.01
	SDRL	25.92	26.16	27.43	27.75	27.88
0.50	ARL	9.42	10.70	11.42	11.87	12.20
	SDRL	7.75	7.48	7.32	7.30	7.39
0.70	ARL	5.29	6.25	6.85	7.23	7.56
	SDRL	4.22	3.98	3.83	3.78	3.82
0.75	ARL	4.69	5.61	6.20	6.57	6.87
	SDRL	3.71	3.49	3.36	3.30	3.35
1.00	ARL	2.90	3.71	4.21	4.52	4.79
	SDRL	2.14	1.93	1.88	1.85	1.89
1.25	ARL	2.02	2.81	3.23	3.51	3.76
	SDRL	1.34	1.17	1.19	1.19	1.24
1.50	ARL	1.56	2.35	2.68	2.94	3.16
	SDRL	0.88	0.74	0.81	0.84	0.88
1.75	ARL	1.30	2.09	2.35	2.55	2.76
	SDRL	0.61	0.52	0.57	0.64	0.69
2.00	ARL	1.16	1.93	2.16	2.31	2.48
	SDRL	0.42	0.43	0.39	0.50	0.57
2.50	ARL	1.03	1.65	2.02	2.06	2.14
	SDRL	0.18	0.48	0.14	0.23	0.35
3.00	ARL	1.01	1.36	2.00	2.00	2.02
	SDRL	0.07	0.48	0.03	0.07	0.15
4.00	ARL	1.00	1.03	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.23: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.247	6.065	12.819	19.842
0.00	ARL	370.23	370.74	370.66	370.69
	SDRL	389.42	374.38	368.43	368.01
0.10	ARL	141.22	160.31	169.20	171.63
	SDRL	142.26	155.82	161.92	163.18
0.25	ARL	34.67	39.84	42.64	43.84
	SDRL	29.90	33.62	36.03	36.82
0.50	ARL	10.89	12.19	12.95	13.46
	SDRL	7.95	8.00	8.30	8.51
0.70	ARL	6.16	7.18	7.69	8.10
	SDRL	4.35	4.07	4.06	4.17
0.75	ARL	5.47	6.47	6.95	7.34
	SDRL	3.85	3.54	3.55	3.62
1.00	ARL	3.39	4.30	4.70	5.01
	SDRL	2.29	2.01	1.98	2.01
1.25	ARL	2.37	3.24	3.60	3.89
	SDRL	1.49	1.27	1.27	1.31
1.50	ARL	1.79	2.66	2.97	3.22
	SDRL	1.02	0.85	0.88	0.93
1.75	ARL	1.45	2.32	2.57	2.80
	SDRL	0.72	0.57	0.66	0.72
2.00	ARL	1.25	2.14	2.31	2.50
	SDRL	0.52	0.37	0.51	0.59
2.50	ARL	1.06	2.00	2.06	2.14
	SDRL	0.25	0.16	0.23	0.35
3.00	ARL	1.01	1.94	2.00	2.02
	SDRL	0.11	0.25	0.06	0.15
4.00	ARL	1.00	1.51	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.50	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.07	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.25	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.24: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50	0.75	
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.633	5.531	8.531	2.895	4.421	2.989
0.00	ARL	370.24	370.32	370.58	370.07	370.05	370.20
	SDRL	370.90	365.25	364.47	365.78	364.44	365.76
0.10	ARL	194.26	218.74	225.57	250.31	269.05	294.35
	SDRL	192.14	213.61	221.04	246.11	266.16	294.33
0.25	ARL	50.59	61.62	66.88	84.03	100.62	133.35
	SDRL	47.20	58.16	62.72	81.87	97.17	130.14
0.50	ARL	13.09	15.48	16.84	19.80	25.04	35.61
	SDRL	9.94	11.79	12.97	17.68	22.68	34.19
0.70	ARL	7.14	8.28	9.04	9.35	11.56	15.36
	SDRL	4.72	5.18	5.63	7.31	9.17	14.04
0.75	ARL	6.31	7.35	8.01	8.04	9.92	12.88
	SDRL	4.09	4.39	4.74	6.08	7.56	11.59
1.00	ARL	3.93	4.68	5.11	4.52	5.44	6.26
	SDRL	2.34	2.23	2.36	2.85	3.38	4.95
1.25	ARL	2.74	3.47	3.82	3.06	3.72	3.76
	SDRL	1.55	1.37	1.45	1.70	1.83	2.57
1.50	ARL	2.07	2.80	3.10	2.30	2.87	2.60
	SDRL	1.10	0.93	0.99	1.15	1.13	1.54
1.75	ARL	1.66	2.41	2.64	1.83	2.39	1.99
	SDRL	0.82	0.64	0.73	0.85	0.77	1.05
2.00	ARL	1.40	2.18	2.36	1.53	2.12	1.61
	SDRL	0.62	0.44	0.55	0.67	0.56	0.75
2.50	ARL	1.12	1.98	2.07	1.19	1.77	1.23
	SDRL	0.34	0.26	0.26	0.41	0.48	0.45
3.00	ARL	1.03	1.84	2.01	1.05	1.45	1.06
	SDRL	0.16	0.37	0.08	0.22	0.50	0.24
4.00	ARL	1.00	1.30	1.99	1.00	1.05	1.00
	SDRL	0.02	0.46	0.08	0.03	0.22	0.03
5.00	ARL	1.00	1.02	1.83	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.15	0.37	0.00	0.03	0.00

Πίνακας 3.2.25: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.965	4.168	11.279	23.796	36.789
0.00	ARL	370.81	370.89	370.05	370.23	370.05
	SDRL	416.66	389.16	379.85	376.03	374.78
0.10	ARL	38.06	42.22	45.03	46.60	47.08
	SDRL	34.33	35.78	37.58	38.38	38.64
0.25	ARL	8.53	9.73	10.48	10.90	11.25
	SDRL	6.99	6.68	6.55	6.57	6.59
0.50	ARL	2.62	3.43	3.92	4.23	4.49
	SDRL	1.89	1.70	1.67	1.67	1.70
0.70	ARL	1.58	2.37	2.71	2.97	3.18
	SDRL	0.91	0.76	0.83	0.86	0.90
0.75	ARL	1.45	2.24	2.54	2.79	3.00
	SDRL	0.77	0.64	0.71	0.76	0.80
1.00	ARL	1.11	1.86	2.10	2.22	2.38
	SDRL	0.35	0.43	0.32	0.44	0.52
1.25	ARL	1.02	1.56	2.01	2.03	2.09
	SDRL	0.14	0.50	0.09	0.17	0.28
1.50	ARL	1.00	1.26	2.00	2.00	2.01
	SDRL	0.05	0.44	0.01	0.05	0.10
1.75	ARL	1.00	1.07	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.01	0.26	0.00	0.00	0.02
2.00	ARL	1.00	1.01	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.11	0.00	0.00	0.00
2.50	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.95	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.21	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.06	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.24	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.26: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.246	6.057	12.801	19.837
0.00	ARL	370.97	370.21	370.37	370.76
	SDRL	386.24	368.69	369.16	370.09
0.10	ARL	45.84	52.96	56.60	58.35
	SDRL	41.18	47.04	50.30	51.51
0.25	ARL	9.85	11.10	11.79	12.28
	SDRL	7.13	7.06	7.29	7.46
0.50	ARL	3.08	3.98	4.37	4.68
	SDRL	2.05	1.78	1.76	1.80
0.70	ARL	7.82	2.69	3.00	3.26
	SDRL	1.04	0.87	0.90	0.95
0.75	ARL	1.65	2.51	2.81	3.05
	SDRL	0.89	0.73	0.79	0.84
1.00	ARL	1.19	2.08	2.22	2.39
	SDRL	0.44	0.30	0.44	0.53
1.25	ARL	1.04	1.99	2.03	2.09
	SDRL	0.20	0.17	0.17	0.28
1.50	ARL	1.01	1.89	2.00	2.01
	SDRL	0.07	0.31	0.04	0.09
1.75	ARL	1.00	1.67	2.00	2.00
	SDRL	0.03	0.47	0.00	0.02
2.00	ARL	1.00	1.37	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.48	0.00	0.00
2.50	ARL	1.00	1.02	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.16	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.02	0.02	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.50	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.50	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.03	0.01

Πίνακας 3.2.27: ARL και SDRL απόδοση του ΜκHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50	0.75	
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.633	5.529	8.524	2.894	4.422	2.988
0.00	ARL	370.98	370.46	370.06	370.35	370.39	370.75
	SDRL	371.61	365.20	366.18	367.81	365.70	368.16
0.10	ARL	68.43	82.33	88.43	109.63	130.58	164.67
	SDRL	65.18	78.04	84.02	107.27	127.38	161.85
0.25	ARL	11.81	13.83	15.07	17.21	22.06	31.01
	SDRL	8.73	10.30	11.23	15.13	19.75	29.94
0.50	ARL	3.57	4.32	4.71	4.08	4.90	5.43
	SDRL	2.10	1.96	2.05	2.50	2.83	4.18
0.70	ARL	2.11	2.84	3.13	2.33	2.91	2.66
	SDRL	1.13	0.94	1.02	1.17	1.16	1.59
0.75	ARL	1.90	2.64	2.91	2.11	2.67	2.34
	SDRL	0.99	0.81	0.88	1.03	0.97	1.32
1.00	ARL	1.31	2.11	2.26	1.43	2.01	1.49
	SDRL	0.54	0.37	0.47	0.60	0.51	0.66
1.25	ARL	1.08	1.95	2.04	1.13	1.68	1.16
	SDRL	0.28	0.27	0.20	0.35	0.49	0.38
1.50	ARL	1.01	1.77	2.00	1.03	1.35	1.03
	SDRL	0.12	0.42	0.05	0.16	0.48	0.18
1.75	ARL	1.00	1.47	2.00	1.00	1.11	1.00
	SDRL	0.04	0.50	0.04	0.06	0.32	0.07
2.00	ARL	1.00	1.19	1.98	1.00	1.02	1.00
	SDRL	0.00	0.39	0.14	0.02	0.15	0.03
2.50	ARL	1.00	1.01	1.67	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.08	0.46	0.00	0.02	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.14	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.34	0.00	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.28: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=1.958	2.096	2.267	2.392	2.466
0.00	ARL	370.01	370.63	370.30	370.51	370.36
	SDRL	422.38	400.86	390.70	388.50	386.30
0.10	ARL	184.83	197.66	207.06	211.50	212.45
	SDRL	203.55	209.99	214.04	216.39	218.03
0.25	ARL	55.14	60.29	64.08	65.91	66.47
	SDRL	51.82	55.75	16.34	60.23	60.27
0.50	ARL	18.54	19.75	20.75	21.10	21.25
	SDRL	15.67	15.93	16.34	16.51	16.61
0.70	ARL	10.61	11.39	11.90	12.07	12.13
	SDRL	8.72	8.79	8.77	8.76	8.75
0.75	ARL	9.45	10.12	10.58	10.75	10.80
	SDRL	7.73	7.76	7.70	7.69	7.68
1.00	ARL	5.80	6.26	6.59	6.69	6.72
	SDRL	4.64	4.70	4.61	4.52	4.49
1.25	ARL	3.96	4.29	4.56	4.65	4.68
	SDRL	3.08	3.16	3.12	3.03	2.99
1.50	ARL	2.90	3.15	3.37	3.46	3.49
	SDRL	2.15	2.22	2.23	2.17	2.13
1.75	ARL	2.26	2.45	2.64	2.72	2.75
	SDRL	1.56	1.64	1.66	1.63	1.60
2.00	ARL	1.84	1.99	2.14	2.21	2.25
	SDRL	1.16	1.23	1.28	1.26	1.24
2.50	ARL	1.38	1.46	1.56	1.62	1.66
	SDRL	0.69	0.75	0.80	0.81	0.80
3.00	ARL	1.16	1.21	1.26	1.31	1.33
	SDRL	0.42	0.47	0.52	0.54	0.55
4.00	ARL	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06
	SDRL	0.14	0.17	0.20	0.23	0.24
5.00	ARL	1.00	1,00	1.00	1.00	1.01
	SDRL	0.04	0,04	0.06	0.07	0.07

Πίνακας 3.2.29: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.242	2.430	2.570	2.652
0.00	ARL	370.79	370.56	370.85	370.39
	SDRL	389.70	379.04	372.96	376.25
0.10	ARL	216.85	233.55	243.17	246.24
	SDRL	225.14	237.90	244.39	246.19
0.25	ARL	68.07	77.58	82.41	84.28
	SDRL	63.81	73.15	77.85	79.20
0.50	ARL	21.43	23.42	24.66	25.17
	SDRL	16.97	18.75	19.97	20.31
0.70	ARL	12.23	13.06	13.59	13.81
	SDRL	8.99	9.49	9.89	10.05
0.75	ARL	10.89	11.62	12.07	12.25
	SDRL	7.91	8.29	8.59	8.68
1.00	ARL	6.77	7.17	7.37	7.48
	SDRL	4.76	4.74	4.80	4.84
1.25	ARL	4.66	4.97	5.12	5.18
	SDRL	3.23	3.21	3.19	3.19
1.50	ARL	3.43	3.68	3.80	3.86
	SDRL	2.31	2.32	2.28	2.28
1.75	ARL	2.66	2.86	2.97	3.03
	SDRL	1.72	1.74	1.72	1.72
2.00	ARL	2.15	2.32	2.42	2.47
	SDRL	1.32	1.35	1.34	1.33
2.50	ARL	1.56	1.67	1.75	1.79
	SDRL	0.81	0.86	0.87	0.86
3.00	ARL	1.26	1.33	1.39	1.42
	SDRL	0.52	0.57	0.60	0.61
4.00	ARL	1.04	1.06	1.07	1.09
	SDRL	0.20	0.24	0.27	0.29
5.00	ARL	1.00	1.01	1.01	1.01
	SDRL	0.05	0.07	0.08	0.09

Πίνακας 3.2.30: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		$L=2.630$	2.766	2.847	2.895	2.949	2.985
0.00	ARL	370.51	370.17	370.11	370.85	370.58	370.31
	SDRL	371.87	375.80	373.47	372.24	371.03	371.14
0.10	ARL	267.24	282.40	288.37	307.67	321.77	336.45
	SDRL	267.89	280.87	286.96	305.53	322.43	339.33
0.25	ARL	101.34	119.89	129.26	157.49	178.83	213.97
	SDRL	99.66	118.83	127.06	155.39	176.27	212.07
0.50	ARL	28.88	34.34	37.54	48.37	60.28	84.44
	SDRL	25.18	30.86	34.13	45.85	58.95	83.77
0.70	ARL	15.04	17.21	18.50	23.31	28.94	41.58
	SDRL	11.74	14.22	15.48	21.02	27.06	40.65
0.75	ARL	13.21	14.99	16.05	19.91	24.69	35.47
	SDRL	9.95	12.10	13.12	17.68	22.95	34.31
1.00	ARL	7.83	8.53	9.04	10.48	12.44	14.55
	SDRL	5.22	5.98	6.48	8.35	10.56	16.28
1.25	ARL	5.37	5.69	5.96	6.55	7.48	9.90
	SDRL	3.36	3.59	3.85	4.66	5.73	8.48
1.50	ARL	3.97	4.18	4.33	4.61	5.09	6.33
	SDRL	2.38	2.47	2.57	2.94	3.52	5.06
1.75	ARL	3.09	3.25	3.35	3.50	3.77	4.43
	SDRL	1.79	1.82	1.87	2.05	2.38	3.22
2.00	ARL	2.51	2.63	2.70	2.79	2.95	3.34
	SDRL	1.40	1.40	1.42	1.51	1.69	2.23
2.50	ARL	1.79	1.89	1.94	1.98	2.05	2.18
	SDRL	0.91	0.92	0.93	0.95	1.02	1.20
3.00	ARL	1.41	1.48	1.52	1.55	1.58	1.64
	SDRL	0.62	0.64	0.66	0.67	0.70	0.77
4.00	ARL	1.08	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16
	SDRL	0.28	0.32	0.34	0.35	0.37	0.38
5.00	ARL	1.01	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
	SDRL	0.09	0.11	0.12	0.13	0.14	0.14

3.2.5 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του MxEWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του MxHEWMA διαγράμματος έναντι του MxEWMA διαγράμματος παρατηρείται ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) μπορεί να παρατηρηθεί ότι το MxEWMA διάγραμμα (με $\gamma_M=0.03$) έχει λίγο καλύτερη απόδοση σε σύγκριση με το MxHEWMA διάγραμμα, όμως όταν το γ_M είναι μεγαλύτερο από 0.03 για το MxEWMA

διάγραμμα, το MxHEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη απόδοση από το MxEWMA διάγραμμα. Επίσης, το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxHEWMA διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα σε σχέση με το MxEWMA διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxEWMA διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες Παραρτημάτων A.1 – A.15 και Πίνακες 3.2.1 – 3.2.5 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων E.1 – E.5 και Πινάκων 3.2.13 – 3.2.27).

3.2.6 MxHEWMA διάγραμμα έναντι του MxCUSUM διαγράμματος

Συγκρίνοντας την απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος έναντι του MxCUSUM διαγράμματος παρατηρείται ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) μπορεί να παρατηρηθεί ότι το MxCUSUM διάγραμμα (με $k'=0.10$) έχει ελαφρώς καλύτερη απόδοση σε σύγκριση με το MxHEWMA διάγραμμα, όμως όταν το k' γίνει μεγαλύτερο από 0.10 για το MxCUSUM διάγραμμα, τότε το MxHEWMA διάγραμμα έχει καλύτερη απόδοση από το MxCUSUM διάγραμμα. Επιπρόσθετα, το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxHEWMA διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα σε σχέση με το MxCUSUM διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxHEWMA διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxCUSUM διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες Παραρτημάτων C.1 – C.5 και Πίνακες 3.2.7 – 3.2.11 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων E.1 – E.5 και Πινάκων 3.2.13 – 3.2.27).

3.2.7 MxMEC διάγραμμα έναντι του κλασικού διαγράμματος MEC

Για την αξιολόγηση της απόδοσης του διαγράμματος MxMEC σχεδιάστηκε το ARL_0 . Στη συνέχεια για συγκεκριμένες μετατοπίσεις στο μέσο καθώς και για διάφορες τιμές των παραμέτρων k και λ υπολογίστηκαν τα ARL_1 και $SDRL_1$

(βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και H.1 – H.3 καθώς και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48). Σκοπός των Monte Carlo προσομοιώσεων είναι για διάφορες τιμές των παραμέτρων k ($k \in \{0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95\}$), ρ_{XY} ($\rho_{XY} \in \{0.05, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95\}$) και λ ($\lambda \in \{0.05, 0.1, 0.25, 0.50, 0.75\}$) να υπολογιστεί μια συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου h , έτσι ώστε να επιτευχθεί μια προσέγγιση του ARL_0 κοντά στα 370 και 500. Στη συνέχεια με τους συνδυασμούς των παραμέτρων ρ_{XY} , k , λ και το h που υπολογίστηκε από τις προσομοιώσεις υπολογίστηκαν οι τιμές των ARL_1 και $SDRL_1$ για διάφορες μετατοπίσεις του μέσου δ ($\delta \in \{0.00, 0.10, 0.25, 0.50, 0.70, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 4.00, 5.00\}$). Οι πιο πάνω προσομοιώσεις έγιναν με την βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού R και αλγόριθμος προσομοίωσης επαναλαμβανόταν 20,000 φορές.

Πριν ολοκληρωθεί αυτή η ενότητα χρειάζεται να αναφερθούν τα κύρια ευρήματα που συλλέχθηκαν από τις προσομοιώσεις που έχουν γίνει για το MxMEC διάγραμμα:

- i. Έχει παρατηρηθεί ότι το διάγραμμα MEC γίνεται ειδική περίπτωση του διαγράμματος MxMEC για τη ειδική τιμή της παραμέτρου του.
- ii. Το διάγραμμα MxMEC μειώνεται στο διάγραμμα MEC ορίζοντας $\rho_{XY}=0$.
- iii. Στο MxMEC διάγραμμα, η σταθερά του ορίου ελέγχου, h μειώνεται με την αύξηση του λ .
- iv. Η συγχώνευση των διαγραμμάτων CUSUM και EWMA βελτιώνει την απόδοση ARL_1 του MxMEC διαγράμματος όσον αφορά τον έγκαιρο εντοπισμό μετατόπισης στη θέση της διεργασίας.
- v. Για ρ κοντά στο μηδέν, δηλαδή, $\rho_{XY}=0.05$ το MxMEC διάγραμμα ταυτίζεται με το κλασικό διάγραμμα MEC (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και H.1 – H.3 καθώς και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48).

Η χρήση βοηθητικής πληροφορίας βελτιώνει σημαντικά την ικανότητα ανίχνευσης μετατόπισης του διαγράμματος MxMEC (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και H.1 – H.3 καθώς και Πίνακες 3.4.1 – 3.4.30). Το MxMEC διάγραμμα έχει πολύ καλή απόδοση για μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή συσχέτισης σε σύγκριση με τις μικρότερες τιμές του συντελεστή συσχέτισης ρ_{XY} (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15, H.1 – H.3 και

Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48). Επίσης, η απόδοση ARL_1 του ΜxMEC διαγράμματος είναι καλύτερη για μικρότερες τιμές του λ , για την παρακολούθηση της μικρής μετατόπισης στη διεργασία (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και H.1 – H.3 καθώς και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48).

Πίνακας 3.2.31: ARL και SDRL απόδοση του ΜxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.10$					0.25 0.10				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=95.60$	71.71	43.86	27.08	18.81	95.69	71.72	43.90	27.06	18.80
0.00	ARL	370.95	370.03	370.25	370.51	370.63	370.97	370.20	370.06	370.27	370.93
	SDRL	257.43	269.33	286.71	303.41	316.28	256.69	268.07	286.81	302.71	316.53
0.10	ARL	204.69	202.10	200.67	200.99	202.95	200.07	197.79	196.05	195.25	197.12
	SDRL	124.04	127.31	135.23	146.15	157.92	120.34	123.69	130.98	141.14	151.45
0.25	ARL	92.39	88.07	83.87	80.26	77.90	89.93	85.51	81.20	77.60	75.24
	SDRL	36.11	37.74	39.50	41.23	43.36	34.17	35.97	37.81	39.37	41.12
0.50	ARL	51.72	46.16	41.17	37.87	35.56	50.52	44.88	39.89	36.60	34.35
	SDRL	11.89	12.49	16.16	13.29	13.39	11.37	11.93	12.52	12.63	12.69
0.70	ARL	40.22	34.67	29.62	26.67	24.75	39.35	33.82	28.79	25.81	23.94
	SDRL	7.16	7.26	7.65	7.77	7.71	6.83	6.89	7.26	7.38	7.38
0.75	ARL	38.28	32.82	27.76	24.86	23.03	37.47	32.03	26.99	24.07	22.26
	SDRL	6.45	6.49	6.87	6.94	6.94	6.14	6.18	6.50	6.62	6.60
1.00	ARL	31.29	26.27	21.32	18.58	17.01	30.66	25.67	20.75	18.02	16.46
	SDRL	4.26	4.15	4.30	4.38	4.34	4.04	3.95	4.10	4.14	4.12
1.25	ARL	26.88	22.27	17.52	14.96	13.56	26.33	21.79	17.08	14.51	13.13
	SDRL	3.10	2.97	3.00	3.05	3.04	2.97	2.83	2.85	2.93	2.91
1.50	ARL	23.77	19.58	15.05	12.59	11.31	23.30	19.14	14.69	12.22	10.97
	SDRL	2.43	2.28	2.25	2.30	2.29	2.33	2.18	2.15	2.18	2.18
1.75	ARL	21.46	17.57	13.30	10.94	9.73	21.04	17.21	12.98	10.63	9.43
	SDRL	1.97	1.81	1.77	1.80	1.79	1.89	1.74	1.68	1.72	1.71
2.00	ARL	19.65	16.04	11.98	9.70	8.55	19.26	15.71	11.71	9.44	8.30
	SDRL	1.65	1.52	1.45	1.46	1.46	1.59	1.46	1.38	1.40	1.39
2.50	ARL	16.97	13.80	10.13	7.99	6.94	16.63	13.52	9.91	7.78	6.74
	SDRL	1.24	1.13	1.05	1.04	1.05	1.20	1.10	1.01	1.00	1.00
3.00	ARL	15.06	12.22	8.87	6.87	5.88	14.77	11.98	8.68	6.69	5.71
	SDRL	0.99	0.91	0.82	0.81	0.81	0.96	0.87	0.79	0.77	0.78
4.00	ARL	12.48	10.12	7.24	5.46	4.57	12.24	9.92	7.10	5.33	4.45
	SDRL	0.72	0.65	0.58	0.57	0.58	0.69	0.63	0.55	0.54	0.55
5.00	ARL	10.79	8.75	6.20	4.63	3.85	10.57	8.57	6.09	4.50	3.75
	SDRL	0.57	0.53	0.45	0.50	0.44	0.56	0.53	0.40	0.51	0.46

Πίνακας 3.2.32: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.10$					0.75 0.10				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=95.70$	71.92	44.00	27.12	18.80	95.70	72.10	44.11	27.10	18.80
0.00	ARL	370.97	370.07	370.05	370.68	370.01	370.76	370.03	370.25	370.28	370.14
	SDRL	258.53	267.11	285.77	306.44	318.10	259.82	266.22	283.66	303.38	317.17
0.10	ARL	183.12	181.28	179.19	177.92	178.29	145.01	142.89	139.76	136.74	135.83
	SDRL	106.47	110.52	117.44	125.54	133.09	75.37	78.61	82.72	87.98	93.32
0.25	ARL	81.90	76.99	72.55	68.63	66.14	64.83	59.72	54.96	51.17	48.54
	SDRL	28.75	30.24	31.69	32.78	34.14	18.81	19.74	20.82	21.19	21.47
0.50	ARL	46.39	40.86	35.80	32.64	30.44	38.10	32.77	27.69	24.69	22.83
	SDRL	9.57	9.98	10.42	10.60	10.66	6.42	6.43	6.77	6.86	6.85
0.70	ARL	36.34	31.02	25.97	23.08	21.30	30.12	25.30	20.38	17.59	16.07
	SDRL	5.80	5.82	6.10	6.15	6.15	3.92	3.83	3.95	3.98	3.96
0.75	ARL	34.62	29.40	24.37	21.55	19.78	28.76	24.04	19.17	16.46	14.96
	SDRL	5.25	5.22	5.46	5.53	5.51	3.56	3.45	3.53	3.59	3.56
1.00	ARL	28.42	23.68	18.84	16.18	14.69	23.68	19.55	15.04	12.52	11.23
	SDRL	3.50	3.36	3.43	3.48	3.46	2.40	2.26	2.24	2.26	2.27
1.25	ARL	24.43	20.18	15.58	13.08	11.75	20.42	16.74	12.58	10.22	9.03
	SDRL	2.56	2.42	2.40	2.45	2.44	1.79	1.65	1.59	1.60	1.60
1.50	ARL	21.64	17.75	13.45	11.07	9.82	18.12	14.80	10.94	8.70	7.59
	SDRL	2.01	1.86	1.81	1.85	1.83	1.41	1.29	1.22	1.21	1.22
1.75	ARL	19.56	15.97	11.92	9.64	8.47	16.37	13.34	9.77	7.63	6.59
	SDRL	1.64	1.50	1.43	1.44	1.43	1.17	1.06	0.98	0.97	0.97
2.00	ARL	17.90	14.59	10.78	8.57	7.47	15.01	12.21	8.86	6.83	5.84
	SDRL	1.38	1.25	1.18	1.18	1.18	0.99	0.90	0.82	0.80	0.80
2.50	ARL	15.47	12.57	9.15	7.10	6.09	12.97	10.55	7.57	5.72	4.81
	SDRL	1.04	0.95	0.86	0.85	0.85	0.76	0.69	0.63	0.61	0.61
3.00	ARL	13.73	11.16	8.03	6.13	5.18	11.50	9.35	6.68	4.99	4.13
	SDRL	0.85	0.76	0.69	0.67	0.67	0.63	0.57	0.54	0.46	0.45
4.00	ARL	11.37	9.23	6.58	4.93	4.07	9.53	7.79	5.49	4.03	3.19
	SDRL	0.61	0.55	0.53	0.46	0.44	0.52	0.45	0.50	0.23	0.39
5.00	ARL	9.85	8.00	5.71	4.12	3.34	8.17	6.79	4.88	3.38	2.94
	SDRL	0.49	0.40	0.47	0.34	0.47	0.38	0.41	0.33	0.49	0.23

Πίνακας 3.2.33: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.10$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=95.95$	72.20	44.20	27.15	18.82
0.00	ARL	370.25	370.63	370.66	370.85	370.34
	SDRL	258.93	268.42	284.31	302.46	315.89
0.10	ARL	74.60	69.90	65.23	61.33	58.69
	SDRL	24.43	25.89	27.02	27.77	28.85
0.25	ARL	36.61	31.31	26.31	23.32	21.50
	SDRL	5.86	5.90	6.21	6.30	6.22
0.50	ARL	22.83	18.79	14.37	11.89	10.62
	SDRL	2.22	2.09	2.06	2.07	2.08
0.70	ARL	18.29	14.93	11.06	8.80	7.68
	SDRL	1.43	1.30	1.24	1.23	1.23
0.75	ARL	17.48	14.25	10.50	8.29	7.20
	SDRL	1.31	1.19	1.12	1.11	1.12
1.00	ARL	14.47	11.77	8.52	6.53	5.55
	SDRL	0.92	0.84	0.76	0.74	0.74
1.25	ARL	12.51	10.16	7.28	5.47	4.58
	SDRL	0.72	0.65	0.58	0.57	0.57
1.50	ARL	11.11	9.03	6.41	4.80	3.97
	SDRL	0.58	0.53	0.51	0.47	0.42
1.75	ARL	10.04	8.15	5.84	4.21	3.46
	SDRL	0.48	0.44	0.42	0.41	0.50
2.00	ARL	9.18	7.45	5.22	3.96	3.07
	SDRL	0.43	0.50	0.42	0.24	0.25
2.50	ARL	7.98	6.43	4.64	3.15	2.84
	SDRL	0.25	0.49	0.48	0.36	0.37
3.00	ARL	7.01	5.90	4.00	3.00	2.10
	SDRL	0.13	0.30	0.06	0.02	0.31
4.00	ARL	5.99	4.98	3.10	2.21	2.00
	SDRL	0.10	0.15	0.30	0.41	0.00
5.00	ARL	5.00	4.00	3.00	2.00	2.00
	SDRL	0.01	0.00	0.00	0.00	0.04

Πίνακας 3.2.34: ARL και SDRL απόδοση του ΜxMEC διαγράμματος, όταν $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.25$					0.25 0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=71.14$	51.80	29.69	17.21	11.48	71.15	51.85	29.69	17.19	11.47
0.00	ARL	370.07	370.40	370.93	370.91	370.06	370.05	370.85	370.68	370.05	370.28
	SDRL	294.10	306.35	327.46	341.32	349.03	294.03	305.55	326.36	341.34	351.47
0.10	ARL	196.63	197.09	203.18	215.49	226.86	191.84	192.07	197.44	208.33	220.37
	SDRL	136.49	144.78	165.15	188.73	205.62	131.77	140.79	159.55	180.72	200.14
0.25	ARL	83.05	78.50	75.04	75.37	78.36	80.47	75.88	72.38	72.20	75.11
	SDRL	37.23	39.98	44.98	51.86	59.47	35.33	37.98	42.58	49.17	56.48
0.50	ARL	44.84	38.95	33.40	30.40	29.13	43.69	37.90	32.27	29.25	27.93
	SDRL	11.66	12.09	13.05	14.11	15.37	11.07	11.46	12.39	13.33	14.49
0.70	ARL	34.49	29.02	23.44	20.39	18.84	33.71	28.28	22.70	19.64	18.13
	SDRL	6.85	6.85	7.23	7.64	7.94	6.54	6.55	6.87	7.23	7.49
0.75	ARL	32.78	27.42	21.86	18.82	17.27	32.04	26.76	21.18	18.15	16.64
	SDRL	6.15	6.08	6.45	6.71	6.91	5.86	5.82	6.08	6.35	6.61
1.00	ARL	26.66	21.83	16.59	13.76	12.33	26.05	21.35	16.14	13.29	11.90
	SDRL	4.08	3.88	3.90	4.03	4.13	3.86	3.68	3.70	3.82	3.90
1.25	ARL	22.80	18.47	13.64	10.94	9.63	22.32	18.07	13.28	10.60	9.30
	SDRL	2.95	2.74	2.69	2.75	2.79	2.84	2.63	2.55	2.61	2.64
1.50	ARL	20.11	16.19	11.71	9.16	7.93	19.70	15.85	11.42	8.88	7.67
	SDRL	2.29	2.10	2.00	2.02	2.05	2.20	2.01	1.91	1.92	1.94
1.75	ARL	18.10	14.54	10.37	7.93	6.76	17.73	14.23	10.11	7.71	6.55
	SDRL	1.86	1.70	1.57	1.56	1.58	1.78	1.62	1.50	1.48	1.50
2.00	ARL	16.55	13.26	9.35	7.04	5.93	16.22	12.98	9.13	6.84	5.75
	SDRL	1.55	1.42	1.28	1.26	1.27	1.49	1.36	1.23	1.20	1.21
2.50	ARL	14.26	11.38	7.91	5.82	4.80	13.96	11.15	7.74	5.67	4.66
	SDRL	1.17	1.05	0.94	0.90	0.90	1.12	1.01	0.89	0.86	0.86
3.00	ARL	12.62	10.07	6.94	5.02	4.08	12.37	9.87	6.79	4.90	3.97
	SDRL	0.94	0.84	0.74	0.70	0.70	0.90	0.81	0.71	0.67	0.66
4.00	ARL	10.43	8.31	5.68	4.04	3.20	10.21	8.14	5.55	3.96	3.13
	SDRL	0.67	0.61	0.56	0.46	0.45	0.65	0.59	0.55	0.45	0.41
5.00	ARL	8.99	7.16	4.91	3.38	2.75	8.80	7.03	4.83	3.28	2.67
	SDRL	0.52	0.47	0.39	0.49	0.45	0.52	0.44	0.42	0.45	0.47

Πίνακας 3.2.35: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.25$					0.75 0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=71.36$	51.88	29.72	17.19	11.47	71.55	52.00	29.70	17.21	11.48
0.00	ARL	370.25	370.91	370.97	370.24	370.54	370.06	370.07	370.87	370.07	370.03
	SDRL	292.95	307.49	327.87	341.19	353.41	292.07	306.86	329.28	341.45	349.35
0.10	ARL	174.92	174.28	178.95	188.10	200.05	135.97	134.19	134.79	141.26	151.54
	SDRL	116.14	123.86	141.49	161.04	179.77	81.22	87.67	98.84	114.39	131.01
0.25	ARL	72.64	67.61	63.18	62.20	64.01	57.01	51.21	45.93	43.43	43.09
	SDRL	29.44	31.63	35.03	40.37	46.58	18.66	19.77	21.70	24.11	26.86
0.50	ARL	40.09	34.29	28.67	25.54	24.15	32.72	27.31	21.72	18.67	17.14
	SDRL	9.37	9.50	10.24	10.88	11.63	6.11	6.07	6.37	6.66	6.88
0.70	ARL	31.13	25.83	20.36	17.29	15.81	25.73	20.98	15.78	12.95	11.58
	SDRL	5.55	5.44	5.67	5.87	6.14	3.77	3.55	3.56	3.67	3.76
0.75	ARL	29.63	24.46	19.03	16.03	14.56	24.51	19.92	14.84	12.08	10.74
	SDRL	5.01	4.87	5.01	5.22	5.39	3.41	3.21	3.16	3.25	3.34
1.00	ARL	24.18	19.63	14.64	11.84	10.51	20.11	16.16	11.65	9.09	7.86
	SDRL	3.31	3.12	3.07	3.15	3.21	2.27	2.10	1.97	1.99	2.03
1.25	ARL	20.70	16.67	12.09	9.50	8.25	17.27	13.82	9.77	7.41	6.27
	SDRL	2.42	2.22	2.11	2.15	2.18	1.68	1.53	1.40	1.39	1.40
1.50	ARL	18.29	14.67	10.46	8.00	6.84	15.28	12.20	8.51	6.32	5.26
	SDRL	1.90	1.74	1.61	1.59	1.61	1.33	1.20	1.08	1.03	1.04
1.75	ARL	16.49	13.18	9.29	6.97	5.87	13.78	10.99	7.60	5.56	4.56
	SDRL	1.54	1.40	1.26	1.25	1.25	1.10	0.99	0.87	0.83	0.83
2.00	ARL	15.06	12.03	8.40	6.21	5.17	12.60	10.05	6.91	4.99	4.05
	SDRL	1.30	1.17	1.04	1.00	1.01	0.93	0.84	0.74	0.69	0.69
2.50	ARL	12.98	10.35	7.14	5.17	4.22	10.88	8.65	5.92	4.21	3.34
	SDRL	0.98	0.88	0.78	0.73	0.73	0.72	0.65	0.57	0.51	0.51
3.00	ARL	11.50	9.17	6.28	4.49	3.60	9.63	7.67	5.20	3.71	2.95
	SDRL	0.80	0.71	0.62	0.59	0.59	0.60	0.55	0.45	0.49	0.37
4.00	ARL	9.50	7.56	5.15	3.64	2.92	7.97	6.29	4.21	3.02	2.21
	SDRL	0.59	0.55	0.43	0.50	0.38	0.40	0.46	0.41	0.16	0.41
5.00	ARL	8.17	6.51	4.40	3.05	2.34	6.92	5.42	3.87	2.69	2.00
	SDRL	0.45	0.51	0.49	0.23	0.47	0.30	0.49	0.34	0.46	0.04

Πίνακας 3.2.36: ARL και SDRL απόδοση του ΜxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.25$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=71.65$	52.05	29.77	17.22	11.48
0.00	ARL	370.10	370.54	370.34	370.33	370.27
	SDRL	293.45	307.17	326.62	338.54	348.07
0.10	ARL	66.12	60.65	55.76	53.99	54.73
	SDRL	25.04	26.44	29.13	32.96	37.64
0.25	ARL	31.44	26.08	20.56	17.50	15.98
	SDRL	5.61	5.53	5.75	5.99	6.20
0.50	ARL	19.34	15.52	11.15	8.61	7.40
	SDRL	2.11	1.92	1.81	1.81	1.84
0.70	ARL	15.41	12.30	8.60	6.39	5.32
	SDRL	1.35	1.22	1.09	1.06	1.06
0.75	ARL	14.72	11.74	8.16	6.02	4.98
	SDRL	1.23	1.11	0.99	0.95	0.95
1.00	ARL	12.14	9.67	6.64	4.78	3.86
	SDRL	0.87	0.77	0.68	0.65	0.64
1.25	ARL	10.47	8.33	5.69	4.05	3.20
	SDRL	0.68	0.61	0.55	0.46	0.45
1.50	ARL	9.27	7.37	5.04	3.52	2.84
	SDRL	0.55	0.52	0.39	0.51	0.40
1.75	ARL	8.35	6.69	4.53	3.10	2.43
	SDRL	0.50	0.49	0.50	0.30	0.50
2.00	ARL	7.68	6.08	4.07	2.99	2.10
	SDRL	0.48	0.31	0.26	0.14	0.30
2.50	ARL	6.65	5.14	3.65	2.45	2.00
	SDRL	0.48	0.34	0.48	0.50	0.01
3.00	ARL	5.97	4.83	3.01	2.01	1.98
	SDRL	0.18	0.38	0.11	0.10	0.13
4.00	ARL	4.99	4.00	2.90	2.00	1.14
	SDRL	0.08	0.02	0.31	0.00	0.34
5.00	ARL	4.00	3.02	2.00	1.93	1.00
	SDRL	0.02	0.14	0.03	0.26	0.00

Πίνακας 3.2.37: ARL και SDRL απόδοση του ΜxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.50$					0.25 0.50				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=45.24$	32.61	18.24	10.31	6.82	45.25	32.65	18.22	10.31	6.82
0.00	ARL	370.03	370.42	370.62	370.06	370.59	370.94	370.27	370.54	370.20	370.46
	SDRL	322.37	336.11	349.66	356.40	359.55	325.07	336.32	350.39	357.18	362.75
0.10	ARL	194.97	203.36	222.66	245.80	265.87	189.82	197.90	216.89	241.32	261.41
	SDRL	155.08	173.04	202.01	234.13	258.95	150.44	167.39	196.05	229.71	254.22
0.25	ARL	74.61	72.68	76.14	87.82	102.79	72.02	69.94	72.90	83.74	97.55
	SDRL	40.67	45.87	57.78	75.95	64.54	38.47	43.69	54.98	71.57	88.80
0.50	ARL	37.26	32.49	28.63	28.40	30.68	36.22	31.46	27.49	27.06	28.98
	SDRL	11.64	12.41	14.69	18.22	22.72	11.02	11.72	13.80	17.11	21.16
0.70	ARL	28.05	23.50	18.93	17.14	17.12	27.37	22.85	18.25	16.42	16.33
	SDRL	6.67	6.68	7.45	8.74	10.29	6.33	6.37	7.02	8.18	9.65
0.75	ARL	26.52	22.06	17.51	15.57	15.38	25.90	21.51	16.91	14.92	14.63
	SDRL	5.99	5.97	6.43	7.53	8.85	5.72	5.64	6.08	7.07	8.22
1.00	ARL	21.26	17.30	12.96	10.78	10.05	20.76	16.91	12.57	10.40	9.61
	SDRL	3.88	3.62	3.74	4.13	4.60	3.68	3.46	3.53	3.90	4.33
1.25	ARL	18.00	14.53	10.52	8.33	7.45	17.59	14.20	10.23	8.05	7.16
	SDRL	2.80	2.58	2.49	2.66	2.88	2.65	2.46	2.36	2.50	2.71
1.50	ARL	15.78	12.67	8.98	6.87	5.97	15.43	12.39	8.74	6.66	5.75
	SDRL	2.16	1.97	1.84	1.90	2.01	2.06	1.88	1.73	1.79	1.90
1.75	ARL	14.12	11.30	7.90	5.90	5.00	13.83	11.07	7.70	5.73	4.84
	SDRL	1.73	1.57	1.44	1.43	1.51	1.67	1.51	1.36	1.36	1.41
2.00	ARL	12.85	10.27	7.11	5.21	4.35	12.57	10.05	6.93	5.07	4.22
	SDRL	1.45	1.31	1.16	1.14	1.19	1.39	1.26	1.11	1.08	1.12
2.50	ARL	11.00	8.77	5.99	4.30	3.48	10.76	8.59	5.85	4.19	3.38
	SDRL	1.08	0.98	0.85	0.81	0.82	1.05	0.94	0.82	0.78	0.77
3.00	ARL	9.69	7.71	5.24	3.70	2.95	9.48	7.55	5.12	3.60	2.87
	SDRL	0.86	0.78	0.68	0.64	0.64	0.84	0.75	0.65	0.62	0.62
4.00	ARL	7.94	6.32	4.26	3.00	2.28	7.78	6.19	4.17	2.95	2.22
	SDRL	0.62	0.56	0.49	0.40	0.45	0.61	0.54	0.45	0.40	0.42
5.00	ARL	6.83	5.40	3.69	2.52	2.01	6.68	5.28	3.58	2.43	2.00
	SDRL	0.50	0.50	0.47	0.50	0.18	0.51	0.46	0.50	0.50	0.17

Πίνακας 3.2.38: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.50$					0.75 0.50				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=45.25$	32.65	18.25	10.32	6.825	45.58	32.71	18.24	10.32	6.82
0.00	ARL	370.45	370.66	370.23	370.73	370.07	370.24	370.54	370.36	370.66	370.32
	SDRL	325.75	339.11	352.55	362.33	360.34	323.23	338.64	348.54	360.08	360.13
0.10	ARL	171.35	177.87	196.63	221.98	244.57	130.48	133.65	147.95	171.53	193.65
	SDRL	131.80	147.32	176.89	210.07	237.59	91.56	103.59	128.50	157.32	183.76
0.25	ARL	63.97	60.91	62.25	70.45	82.11	48.61	44.20	41.97	44.79	51.11
	SDRL	31.60	35.56	45.13	58.79	73.23	19.33	21.35	25.92	33.69	42.84
0.50	ARL	32.93	28.18	23.91	22.82	23.94	26.52	21.97	17.38	15.45	15.19
	SDRL	9.17	9.56	11.11	13.44	16.39	5.93	5.88	6.42	7.44	8.69
0.70	ARL	25.04	20.72	16.17	14.12	13.71	20.46	16.58	12.29	10.09	9.29
	SDRL	5.37	5.24	5.65	6.48	7.51	3.56	3.34	3.38	3.71	4.09
0.75	ARL	23.77	19.52	15.01	12.90	12.36	19.43	15.70	11.51	9.30	8.47
	SDRL	4.79	4.67	4.95	5.58	6.43	3.22	3.01	2.98	3.21	3.53
1.00	ARL	19.10	15.48	11.32	9.12	8.26	15.75	12.64	8.92	6.81	5.92
	SDRL	3.12	2.91	2.88	3.11	3.98	2.14	1.94	1.82	1.86	1.99
1.25	ARL	16.23	13.04	9.28	7.16	6.26	13.44	10.73	7.44	5.48	4.61
	SDRL	2.26	2.07	1.94	2.03	2.18	1.58	1.42	1.27	1.26	1.30
1.50	ARL	14.24	11.41	7.97	5.96	5.08	11.83	9.43	6.46	4.67	3.83
	SDRL	1.76	1.60	1.46	1.46	1.54	1.24	1.10	0.98	0.93	0.96
1.75	ARL	12.78	10.21	7.05	5.16	4.31	10.63	8.44	5.75	4.10	3.30
	SDRL	1.42	1.30	1.15	1.13	1.16	1.02	0.91	0.79	0.75	0.75
2.00	ARL	11.63	9.28	6.37	4.60	3.77	9.69	7.69	5.22	3.68	2.94
	SDRL	1.21	1.08	0.95	0.91	0.93	0.86	0.77	0.67	0.64	0.63
2.50	ARL	9.96	7.93	5.40	3.82	3.06	8.30	6.59	4.44	3.11	2.40
	SDRL	0.91	0.82	0.71	0.67	0.67	0.66	0.61	0.54	0.43	0.51
3.00	ARL	8.78	6.99	4.73	3.30	2.60	7.32	5.83	3.95	2.77	2.09
	SDRL	0.73	0.66	0.59	0.51	0.56	0.55	0.51	0.39	0.45	0.29
4.00	ARL	7.20	5.75	3.91	2.73	2.07	6.02	4.84	3.11	2.08	1.90
	SDRL	0.53	0.52	0.40	0.46	0.27	0.34	0.39	0.31	0.27	0.30
5.00	ARL	6.15	4.96	3.22	2.15	1.94	5.08	4.03	2.94	2.00	1.41
	SDRL	0.41	0.33	0.41	0.36	0.24	0.28	0.18	0.24	0.02	0.49

Πίνακας 3.2.39: ARL και SDRL απόδοση του ΜχΜΕC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.50$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=45.41$	32.74	18.23	10.32	6.82
0.00	ARL	370.67	370.28	370.86	370.20	370.79
	SDRL	324.67	335.90	347.54	359.55	360.57
0.10	ARL	57.30	53.54	53.20	59.17	68.73
	SDRL	26.10	28.97	36.50	47.68	60.24
0.25	ARL	25.27	20.90	16.30	14.30	13.89
	SDRL	5.43	5.31	5.73	6.58	7.63
0.50	ARL	15.09	12.10	8.50	6.43	5.54
	SDRL	1.97	1.80	1.64	1.68	1.78
0.70	ARL	11.90	9.50	6.51	4.71	3.87
	SDRL	1.25	1.12	1.00	0.95	0.98
0.75	ARL	11.34	9.04	6.18	4.45	3.63
	SDRL	1.15	1.03	0.91	0.85	0.87
1.00	ARL	9.29	7.40	5.01	3.51	2.79
	SDRL	0.80	0.72	0.63	0.59	0.60
1.25	ARL	7.96	6.33	4.26	3.00	2.28
	SDRL	0.63	0.56	0.48	0.40	0.45
1.50	ARL	7.03	5.59	3.81	2.63	2.04
	SDRL	0.50	0.52	0.43	0.49	0.22
1.75	ARL	6.29	5.04	3.30	2.22	1.96
	SDRL	0.47	0.32	0.46	0.41	0.21
2.00	ARL	5.82	4.63	3.03	2.03	1.82
	SDRL	0.41	0.49	0.18	0.17	0.38
2.50	ARL	4.99	4.00	2.82	2.00	1.25
	SDRL	0.15	0.11	0.38	0.05	0.43
3.00	ARL	4.22	3.44	2.11	1.89	1.01
	SDRL	0.41	0.50	0.31	0.32	0.11
4.00	ARL	3.76	3.00	2.00	1.02	1.00
	SDRL	0.43	0.00	0.00	0.15	0.00
5.00	ARL	3.00	2.28	2.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.45	0.06	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.40: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.75$					0.25 0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=29.10$	21.42	12.14	6.94	4.65	29.10	21.49	12.14	6.94	4.66
0.00	ARL	370.58	370.06	370.58	370.49	370.87	370.99	370.71	370.07	370.07	370.53
	SDRL	341.46	348.81	358.71	362.49	364.99	341.30	348.93	357.18	361.34	363.73
0.10	ARL	199.50	213.23	240.24	269.85	291.68	193.08	208.23	235.14	265.43	289.29
	SDRL	170.73	192.43	227.44	264.22	288.42	164.30	185.94	224.04	260.53	286.18
0.25	ARL	70.94	72.60	84.65	106.50	132.32	68.20	69.67	80.21	101.87	126.75
	SDRL	44.97	53.11	72.96	99.85	128.93	42.55	50.44	68.61	94.62	121.96
0.50	ARL	32.36	29.12	27.67	31.36	38.27	31.39	28.17	26.48	29.52	35.97
	SDRL	12.17	13.39	17.42	24.19	33.45	11.46	12.66	16.37	22.66	30.88
0.70	ARL	23.60	20.25	17.08	17.01	19.14	23.00	19.66	16.45	14.17	17.97
	SDRL	6.75	6.99	8.21	10.85	14.50	6.46	6.55	7.69	10.10	13.29
0.75	ARL	22.24	18.89	15.65	15.19	16.63	21.60	18.36	15.06	14.41	15.68
	SDRL	6.05	6.04	7.08	9.29	11.98	5.74	5.73	6.70	8.66	11.16
1.00	ARL	17.39	14.49	11.16	9.77	9.83	16.95	14.14	10.80	9.36	9.33
	SDRL	3.76	3.64	3.85	4.64	5.80	3.61	3.44	3.62	4.36	5.35
1.25	ARL	14.55	12.00	8.87	7.26	6.84	14.20	11.72	8.61	6.99	6.53
	SDRL	2.69	2.52	2.50	2.83	3.34	2.57	2.40	2.36	2.65	3.10
1.50	ARL	12.64	10.36	7.47	5.84	5.26	12.34	10.13	7.26	5.65	5.04
	SDRL	2.07	1.90	1.81	1.92	2.19	1.98	1.83	1.71	1.82	2.05
1.75	ARL	11.23	9.18	6.52	4.94	4.31	10.98	8.97	6.35	4.80	4.16
	SDRL	1.65	1.52	1.93	1.42	1.58	1.59	1.45	1.32	1.34	1.49
2.00	ARL	10.16	8.28	5.83	4.34	3.67	9.94	8.11	5.69	4.21	3.55
	SDRL	1.37	1.26	1.13	1.13	1.22	1.32	1.21	1.08	1.07	1.15
2.50	ARL	8.61	7.00	4.87	3.53	2.90	8.42	6.85	4.75	3.44	2.81
	SDRL	1.02	0.93	0.82	0.78	0.82	0.98	0.90	0.79	0.74	0.77
3.00	ARL	7.54	6.13	4.24	3.03	2.42	7.37	6.00	4.14	2.95	2.36
	SDRL	0.81	0.74	0.65	0.61	0.59	0.78	0.72	0.62	0.59	0.56
4.00	ARL	6.13	4.98	3.39	2.36	1.97	6.00	4.88	3.30	2.30	1.93
	SDRL	0.58	0.53	0.51	0.49	0.36	0.56	0.52	0.47	0.46	0.36
5.00	ARL	5.21	4.20	2.96	2.04	1.65	5.10	4.13	2.92	2.02	1.60
	SDRL	0.45	0.42	0.30	0.21	0.48	0.41	0.37	0.32	0.17	0.49

Πίνακας 3.2.41: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.75$					0.75 0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=29.10$	21.47	12.17	6.95	4.66	29.26	21.54	12.15	6.95	4.66
0.00	ARL	370.87	370.97	370.83	370.06	370.01	370.52	370.93	370.73	370.03	370.03
	SDRL	343.39	351.18	359.29	360.40	361.03	341.56	349.40	358.01	359.61	363.71
0.10	ARL	173.69	187.04	217.28	248.05	274.38	130.26	139.94	166.82	199.94	228.42
	SDRL	145.28	165.59	205.09	241.30	269.41	101.74	119.54	153.54	191.73	224.44
0.25	ARL	59.42	59.54	67.61	85.66	107.35	43.67	41.47	43.25	52.98	67.35
	SDRL	34.53	40.66	56.33	78.67	101.03	20.87	23.80	32.00	46.04	62.17
0.50	ARL	28.19	24.80	22.47	24.18	28.59	22.14	18.85	15.54	15.01	16.45
	SDRL	9.47	10.10	12.77	17.51	23.61	5.97	6.03	7.02	9.10	11.89
0.70	ARL	20.85	17.59	14.31	13.50	14.44	16.69	13.86	10.52	9.06	8.96
	SDRL	5.38	5.27	6.09	7.85	10.02	3.46	3.33	3.47	4.14	5.05
0.75	ARL	19.63	16.52	13.16	12.12	12.72	15.80	13.07	9.79	8.25	7.98
	SDRL	4.80	4.69	5.23	6.63	8.47	3.14	2.94	3.02	3.52	4.25
1.00	ARL	15.52	12.85	9.63	8.06	7.73	12.61	10.34	7.43	5.81	5.22
	SDRL	3.05	2.86	2.90	3.38	4.04	2.05	1.90	1.77	1.91	2.15
1.25	ARL	13.02	10.70	7.75	6.12	5.56	10.65	8.68	6.13	4.59	3.94
	SDRL	2.18	2.03	1.92	2.09	2.39	1.49	1.36	1.23	1.24	1.36
1.50	ARL	11.33	9.28	6.59	5.02	4.38	9.30	7.56	5.27	3.86	3.20
	SDRL	1.69	1.54	1.41	1.46	1.62	1.16	1.06	0.94	0.91	0.97
1.75	ARL	10.10	8.24	5.80	4.31	3.64	8.29	6.74	4.67	3.37	2.74
	SDRL	1.36	1.25	1.12	1.10	1.20	0.95	0.87	0.76	0.71	0.74
2.00	ARL	9.15	7.45	5.20	3.80	3.14	7.52	6.11	4.22	3.01	2.41
	SDRL	1.13	1.03	0.92	0.89	0.94	0.81	0.74	0.64	0.60	0.59
2.50	ARL	7.75	6.31	4.37	3.13	2.52	6.41	5.20	3.55	2.49	2.03
	SDRL	0.85	0.78	0.68	0.64	0.63	0.62	0.56	0.55	0.52	0.38
3.00	ARL	6.80	5.53	3.81	2.70	2.16	5.62	4.55	3.11	2.14	1.82
	SDRL	0.69	0.63	0.57	0.55	0.44	0.54	0.52	0.35	0.35	0.41
4.00	ARL	5.52	4.48	3.08	2.11	1.79	4.60	3.80	2.55	1.95	1.26
	SDRL	0.54	0.52	0.33	0.32	0.42	0.49	0.41	0.50	0.22	0.44
5.00	ARL	4.77	3.90	2.69	1.97	1.35	3.99	3.05	2.03	1.55	1.02
	SDRL	0.44	0.34	0.46	0.17	0.48	0.16	0.22	0.16	0.50	0.13

Πίνακας 3.2.42: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.75$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=29.26$	21.51	12.16	6.95	4.66
0.00	ARL	370.81	370.55	370.46	370.47	370.98
	SDRL	339.15	346.99	356.39	361.56	364.72
0.10	ARL	52.62	51.52	56.99	71.50	90.02
	SDRL	28.26	33.02	45.92	64.28	83.68
0.25	ARL	21.06	17.78	14.46	13.67	14.70
	SDRL	5.42	5.36	6.20	7.94	10.20
0.50	ARL	12.06	9.88	7.05	5.46	4.83
	SDRL	1.90	1.74	1.60	1.70	1.90
0.70	ARL	9.38	7.61	5.32	3.90	3.25
	SDRL	1.18	1.08	0.95	0.93	0.98
0.75	ARL	8.91	7.24	5.04	3.67	3.02
	SDRL	1.08	0.98	0.86	0.83	0.87
1.00	ARL	7.22	5.86	4.05	2.88	2.30
	SDRL	0.75	0.69	0.60	0.57	0.52
1.25	ARL	6.15	4.99	3.39	2.36	1.97
	SDRL	0.58	0.52	0.51	0.49	0.36
1.50	ARL	5.38	4.35	3.02	2.07	1.73
	SDRL	0.51	0.49	0.30	0.26	0.45
1.75	ARL	4.88	3.97	2.77	1.99	1.42
	SDRL	0.40	0.30	0.43	0.16	0.49
2.00	ARL	4.34	3.59	2.36	1.90	1.16
	SDRL	0.48	0.49	0.48	0.30	0.37
2.50	ARL	3.91	3.01	2.01	1.38	1.01
	SDRL	0.29	0.10	0.07	0.49	0.07
3.00	ARL	3.11	2.91	2.00	1.03	1.00
	SDRL	0.31	0.29	0.02	0.16	0.00
4.00	ARL	2.98	2.00	1.54	1.00	1.00
	SDRL	0.15	0.04	0.50	0.00	0.00
5.00	ARL	2.01	2.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.10	0.00	0.03	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.43: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.95$					0.25 0.95				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=20.20$	15.4	8.97	5.24	3.58	20.26	15.42	8.99	5.24	3.58
0.00	ARL	370.81	370.63	370.76	370.57	370.49	370.05	370.45	370.22	370.22	370.62
	SDRL	346.65	355.75	362.18	364.00	364.92	348.60	355.26	360.17	366.13	363.11
0.10	ARL	202.74	220.51	252.33	284.46	307.27	197.42	215.09	248.34	281.32	304.54
	SDRL	179.52	205.12	244.70	281.93	304.83	174.17	197.93	238.80	278.18	299.60
0.25	ARL	69.67	74.46	92.31	122.51	154.60	66.90	71.34	88.36	117.00	147.35
	SDRL	48.38	58.80	83.58	117.72	151.63	45.78	56.11	79.60	111.70	143.95
0.50	ARL	29.58	27.69	28.33	35.30	46.54	28.66	26.68	27.01	33.31	43.73
	SDRL	12.76	14.56	19.95	30.08	43.18	12.14	13.66	18.67	27.92	40.22
0.70	ARL	20.93	18.53	16.58	18.04	22.33	20.32	17.93	15.87	17.00	20.88
	SDRL	6.99	7.26	9.18	13.13	18.71	6.62	6.82	8.61	12.10	17.21
0.75	ARL	19.56	17.16	15.02	15.80	19.08	19.01	16.65	14.39	14.94	17.77
	SDRL	6.20	6.28	7.86	10.95	15.49	5.86	5.96	7.35	10.17	14.25
1.00	ARL	15.02	12.88	10.33	9.60	10.45	14.64	12.52	9.96	9.15	9.82
	SDRL	3.83	3.67	4.10	5.33	7.25	3.63	3.49	3.81	4.93	6.60
1.25	ARL	12.39	10.52	8.03	6.86	6.85	12.09	10.24	7.78	6.59	6.50
	SDRL	2.68	2.53	2.57	3.09	3.94	2.56	2.42	2.41	2.88	3.63
1.50	ARL	10.65	8.97	6.68	5.40	5.08	10.39	8.74	6.48	5.20	4.84
	SDRL	2.02	1.89	1.83	2.04	2.45	1.94	1.81	1.72	1.90	2.27
1.75	ARL	9.40	7.90	5.77	4.51	4.06	9.18	7.70	5.62	4.37	3.89
	SDRL	1.62	1.50	1.39	1.48	1.72	1.54	1.45	1.32	1.39	1.61
2.00	ARL	8.44	7.08	5.12	3.91	3.40	8.26	6.90	4.99	3.79	3.28
	SDRL	1.34	1.24	1.13	1.15	1.28	1.28	1.19	1.08	1.09	1.20
2.50	ARL	7.09	5.93	4.24	3.14	2.63	6.93	5.79	4.14	3.05	2.54
	SDRL	0.98	0.91	0.82	0.80	0.82	0.94	0.88	0.79	0.77	0.77
3.00	ARL	6.17	5.14	3.65	2.65	2.20	6.03	5.03	3.56	2.58	2.14
	SDRL	0.78	0.72	0.65	0.62	0.58	0.75	0.70	0.63	0.60	0.55
4.00	ARL	4.97	4.14	2.94	2.10	1.72	4.87	4.05	2.89	2.07	1.66
	SDRL	0.55	0.50	0.44	0.35	0.49	0.54	0.48	0.45	0.32	0.49
5.00	ARL	4.18	3.48	2.42	1.88	1.31	4.11	3.38	2.34	1.85	1.26
	SDRL	0.42	0.51	0.49	0.33	0.46	0.38	0.49	0.48	0.36	0.44

Πίνακας 3.2.44: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.95$					0.75 0.95				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=20.26$	15.39	8.98	5.24	3.58	20.32	15.41	8.98	5.25	3.58
0.00	ARL	370.41	370.73	370.45	370.01	370.50	370.28	370.99	370.57	370.83	370.19
	SDRL	349.08	355.40	359.85	362.36	360.61	350.84	353.82	360.85	362.59	359.46
0.10	ARL	176.86	194.55	229.70	264.62	291.43	131.82	145.36	179.75	218.41	251.53
	SDRL	154.75	178.25	220.88	261.07	286.51	108.96	129.91	168.82	213.29	246.17
0.25	ARL	57.71	60.25	73.54	98.40	126.56	41.08	40.66	46.35	61.57	81.72
	SDRL	37.11	44.91	64.39	92.63	122.33	22.11	26.16	37.43	56.19	77.26
0.50	ARL	25.48	23.19	22.44	26.68	34.34	19.48	17.07	14.88	15.64	18.88
	SDRL	9.91	10.84	14.49	21.60	30.59	6.13	6.25	7.78	10.79	15.37
0.70	ARL	18.29	15.90	13.56	13.83	16.20	14.33	12.24	9.67	8.79	9.37
	SDRL	5.44	5.49	6.69	9.19	12.69	3.49	3.37	3.61	4.65	6.21
0.75	ARL	17.13	14.84	12.36	12.26	14.02	13.50	11.48	8.93	7.91	8.19
	SDRL	4.79	4.85	5.68	7.81	10.59	3.10	2.99	3.15	3.93	5.17
1.00	ARL	13.28	11.28	8.76	7.70	7.92	10.63	8.93	6.63	5.37	5.02
	SDRL	3.01	2.91	3.02	3.73	4.90	2.02	1.88	1.80	2.01	2.40
1.25	ARL	11.02	9.28	6.94	5.67	5.39	8.87	7.42	5.39	4.16	3.67
	SDRL	2.17	2.01	1.97	2.22	2.71	1.44	1.34	1.23	1.28	1.46
1.50	ARL	9.49	7.96	5.84	4.57	4.13	7.68	6.41	4.61	3.45	2.94
	SDRL	1.64	1.53	1.42	1.51	1.77	1.12	1.04	0.94	0.92	0.99
1.75	ARL	8.39	7.02	5.08	3.88	3.36	6.81	5.68	4.05	2.99	2.48
	SDRL	1.31	1.22	1.11	1.14	1.26	0.91	0.85	0.76	0.73	0.73
2.00	ARL	7.56	6.31	4.54	3.38	2.88	6.16	5.12	3.64	2.64	2.19
	SDRL	1.09	1.01	0.91	0.90	0.96	0.78	0.71	0.65	0.62	0.58
2.50	ARL	6.37	5.30	3.77	2.75	2.28	5.20	4.32	3.06	2.18	1.81
	SDRL	0.82	0.75	0.68	0.66	0.62	0.58	0.55	0.46	0.41	0.48
3.00	ARL	5.54	4.61	3.26	2.34	1.95	4.53	3.80	2.68	1.98	1.50
	SDRL	0.66	0.62	0.53	0.51	0.48	0.53	0.48	0.48	0.28	0.51
4.00	ARL	4.46	3.74	2.63	1.96	1.47	3.74	3.04	2.05	1.55	1.06
	SDRL	0.52	0.49	0.49	0.28	0.50	0.45	0.22	0.23	0.50	0.24
5.00	ARL	3.86	3.09	2.10	1.66	1.11	3.04	2.69	1.99	1.09	1.00
	SDRL	0.38	0.30	0.31	0.47	0.31	0.19	0.46	0.09	0.28	0.04

Πίνακας 3.2.45: ARL και SDRL απόδοση του ΜχΜΕC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.95$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=20.37$	15.43	8.99	5.25	3.59
0.00	ARL	370.27	370.06	370.42	370.58	370.16
	SDRL	346.28	349.74	361.71	361.54	364.18
0.10	ARL	50.37	51.60	61.70	82.51	107.99
	SDRL	30.30	36.51	52.69	76.38	102.77
0.25	ARL	18.50	16.07	13.73	14.05	16.59
	SDRL	5.52	5.58	6.77	9.41	13.23
0.50	ARL	10.15	8.50	6.29	4.99	4.61
	SDRL	1.86	1.71	1.63	1.77	2.10
0.70	ARL	7.76	6.48	4.65	3.48	2.98
	SDRL	1.14	1.05	0.95	0.94	1.01
0.75	ARL	7.35	6.13	4.39	3.26	2.76
	SDRL	1.04	0.96	0.86	0.85	0.88
1.00	ARL	5.90	4.90	3.46	2.51	2.08
	SDRL	0.72	0.67	0.59	0.58	0.52
1.25	ARL	4.99	4.14	2.95	2.10	1.72
	SDRL	0.55	0.49	0.44	0.35	0.49
1.50	ARL	4.33	3.62	2.53	1.93	1.40
	SDRL	0.49	0.51	0.50	0.30	0.49
1.75	ARL	3.94	3.15	2.15	1.72	1.14
	SDRL	0.34	0.36	0.36	0.45	0.35
2.00	ARL	3.53	2.99	2.02	1.42	1.03
	SDRL	0.50	0.17	0.13	0.49	0.17
2.50	ARL	3.01	2.45	1.97	1.03	1.00
	SDRL	0.08	0.50	0.17	0.18	0.02
3.00	ARL	2.82	2.01	1.63	1.00	1.00
	SDRL	0.39	0.10	0.48	0.03	0.00
4.00	ARL	2.00	2.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.02	0.02	0.05	0.00	0.00
5.00	ARL	2.00	1.64	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.48	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.2.46: ARL και SDRL απόδοση του κλασικού MEC διαγράμματος, με $k=0.10, 0.25$ για $ARL_0=370$

δ		$k=0.10$					0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=95.13$	71.60	43.75	26.97	18.76	71.02	51.64	29.60	17.15	11.45
0.00	ARL	370.01	370.48	370.34	370.38	370.65	370.07	370.31	370.44	370.35	370.28
	SDRL	259.66	269.48	288.07	307.59	318.10	294.26	307.98	328.75	342.40	351.07
0.10	ARL	202.91	201.05	199.25	198.92	201.23	195.33	196.18	202.00	213.32	225.76
	SDRL	122.31	125.41	133.60	144.42	155.29	133.83	144.90	166.18	186.83	204.55
0.25	ARL	91.46	87.23	82.79	79.08	76.73	82.21	77.53	73.79	74.13	77.27
	SDRL	35.35	37.01	38.44	39.90	41.62	36.19	38.64	43.07	50.27	57.99
0.50	ARL	51.40	45.89	40.89	37.59	35.38	44.62	38.79	33.25	30.25	29.02
	SDRL	11.83	12.38	13.03	13.23	13.31	11.56	12.04	13.03	14.02	15.18
0.70	ARL	40.04	34.61	29.51	26.52	24.64	34.42	28.87	23.29	20.26	18.74
	SDRL	7.08	7.20	7.58	7.70	7.66	6.79	6.77	7.13	7.51	7.86
0.75	ARL	38.10	32.74	27.64	24.70	22.89	32.70	27.27	21.75	18.72	17.24
	SDRL	6.39	6.44	6.78	6.85	6.83	6.11	6.04	6.34	6.62	6.92
1.00	ARL	31.15	26.20	21.24	18.51	16.97	26.58	21.76	16.56	13.68	12.28
	SDRL	4.20	4.10	4.25	4.32	4.31	4.00	3.81	3.86	3.98	4.09
1.25	ARL	26.76	22.24	17.49	14.89	13.51	22.75	18.43	13.60	10.89	9.59
	SDRL	3.07	2.93	2.96	3.02	3.02	2.92	2.72	2.65	2.72	2.77
1.50	ARL	23.69	19.55	15.02	12.54	11.28	20.08	16.17	11.69	9.13	7.91
	SDRL	2.40	2.25	2.22	2.28	2.27	2.27	2.09	1.99	2.02	2.05
1.75	ARL	21.39	17.56	13.27	10.89	9.69	18.09	14.51	10.33	7.91	6.75
	SDRL	1.95	1.81	1.76	1.79	1.80	1.85	1.68	1.57	1.57	1.58
2.00	ARL	19.59	16.02	11.96	9.66	8.53	16.54	13.23	9.32	7.03	5.92
	SDRL	1.64	1.51	1.45	1.46	1.47	1.56	1.41	1.28	1.26	1.28
2.50	ARL	16.92	13.80	10.12	7.97	6.93	14.24	11.36	7.90	5.81	4.80
	SDRL	1.24	1.13	1.05	1.05	1.05	1.17	1.06	0.94	0.90	0.90
3.00	ARL	15.02	12.22	8.86	6.85	5.88	12.62	10.05	6.94	5.02	4.08
	SDRL	0.99	0.90	0.82	0.81	0.81	0.94	0.84	0.74	0.70	0.69
4.00	ARL	12.44	10.12	7.24	5.45	4.57	10.41	8.30	5.67	4.04	3.20
	SDRL	0.71	0.65	0.58	0.57	0.57	0.67	0.61	0.55	0.46	0.45
5.00	ARL	10.76	8.75	6.20	4.62	3.84	8.99	7.15	4.91	3.38	2.76
	SDRL	0.57	0.53	0.45	0.50	0.43	0.53	0.47	0.39	0.49	0.44

Πίνακας 3.2.47: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.50, 0.75$ για $ARL_0=370$

δ		$k=0.50$					0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=45.05$	32.52	18.15	10.28	6.82	28.94	21.36	12.11	6.94	4.65
0.00	ARL	370.40	370.48	370.48	370.00	370.47	370.03	370.00	370.38	370.47	370.66
	SDRL	328.20	339.74	353.30	358.19	359.53	343.61	349.81	357.74	361.13	368.98
0.10	ARL	194.31	202.62	221.98	245.43	269.04	197.87	212.61	241.02	273.79	293.87
	SDRL	155.09	174.18	202.91	233.52	260.56	171.33	192.75	231.08	266.26	286.06
0.25	ARL	73.48	71.63	75.05	86.30	102.09	69.62	71.65	83.03	106.11	132.71
	SDRL	39.07	44.39	56.42	73.66	94.00	42.93	51.70	70.10	98.95	128.81
0.50	ARL	37.06	32.33	28.45	28.17	30.52	32.16	29.01	27.55	31.07	38.04
	SDRL	11.57	12.34	14.52	17.84	22.46	12.05	13.25	17.08	23.90	32.72
0.70	ARL	27.89	23.36	18.82	17.06	17.05	23.45	20.15	17.03	16.94	19.01
	SDRL	6.60	6.61	7.33	8.63	10.19	6.67	6.82	8.15	10.80	14.23
0.75	ARL	26.40	21.98	17.42	15.49	15.28	22.08	18.83	15.58	15.11	16.54
	SDRL	5.92	5.87	6.43	7.44	8.69	5.95	5.99	7.01	9.15	11.92
1.00	ARL	21.16	17.27	12.90	10.72	9.99	17.34	14.46	11.12	9.72	9.74
	SDRL	3.81	3.62	3.70	4.10	4.56	3.76	3.61	3.83	4.60	5.66
1.25	ARL	17.95	14.50	10.47	8.31	7.46	14.51	11.98	8.85	7.26	6.85
	SDRL	2.76	2.56	2.49	2.66	2.89	2.68	2.52	2.50	2.84	3.35
1.50	ARL	15.73	12.65	8.95	6.86	5.98	12.60	10.34	7.47	5.86	5.29
	SDRL	2.14	1.96	1.84	1.90	2.03	2.06	1.91	1.81	1.95	2.23
1.75	ARL	14.09	11.29	7.88	5.90	5.02	11.20	9.17	6.52	4.96	4.33
	SDRL	1.73	1.58	1.43	1.44	1.52	1.66	1.52	1.40	1.44	1.60
2.00	ARL	12.82	10.25	7.09	5.21	4.35	10.13	8.27	5.83	4.34	3.69
	SDRL	1.45	1.31	1.17	1.14	1.19	1.38	1.26	1.13	1.12	1.22
2.50	ARL	10.97	8.76	5.98	4.29	3.49	8.59	7.00	4.87	3.54	2.90
	SDRL	1.08	0.98	0.85	0.81	0.82	1.02	0.93	0.82	0.78	0.81
3.00	ARL	9.67	7.70	5.23	3.69	2.96	7.52	6.12	4.23	3.03	2.43
	SDRL	0.87	0.78	0.68	0.64	0.63	0.81	0.74	0.65	0.60	0.59
4.00	ARL	7.93	6.31	4.25	3.00	2.27	6.11	4.97	3.39	2.36	1.96
	SDRL	0.63	0.57	0.48	0.40	0.45	0.58	0.53	0.50	0.49	0.36
5.00	ARL	6.81	5.39	3.68	2.52	2.01	5.19	4.20	2.96	2.03	1.65
	SDRL	0.50	0.50	0.48	0.50	0.17	0.45	0.42	0.30	0.20	0.48

Πίνακας 3.2.48: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.95$ για $ARL_0=370$

δ		$k=0.95$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=20.20$	15.37	8.93	5.22	3.58
0.00	ARL	370.08	370.15	370.10	370.11	370.23
	SDRL	350.14	352.87	358.80	367.02	367.89
0.10	ARL	202.28	221.75	253.08	285.71	309.27
	SDRL	181.67	206.74	244.45	278.05	302.16
0.25	ARL	68.69	73.58	90.63	120.75	154.68
	SDRL	46.68	56.95	81.11	114.66	149.88
0.50	ARL	29.49	27.58	28.22	34.86	46.57
	SDRL	12.70	14.34	19.74	29.32	42.65
0.70	ARL	20.84	18.46	16.49	17.92	22.06
	SDRL	6.86	7.17	9.05	13.05	18.36
0.75	ARL	19.50	17.13	14.93	15.73	19.02
	SDRL	6.09	6.24	7.72	10.98	15.46
1.00	ARL	15.00	12.86	10.27	9.51	10.37
	SDRL	3.77	3.68	4.06	5.19	7.07
1.25	ARL	12.38	10.49	8.01	6.86	6.87
	SDRL	2.67	2.54	2.58	3.10	3.95
1.50	ARL	10.64	8.97	6.67	5.41	5.10
	SDRL	2.03	1.91	1.84	2.06	2.49
1.75	ARL	9.39	7.88	5.77	4.51	4.08
	SDRL	1.62	1.51	1.40	1.50	1.74
2.00	ARL	8.45	7.08	5.12	3.90	3.42
	SDRL	1.34	1.24	1.13	1.15	1.28
2.50	ARL	7.09	5.93	4.23	3.13	2.64
	SDRL	0.98	0.91	0.82	0.79	0.81
3.00	ARL	6.17	5.15	3.64	2.65	2.20
	SDRL	0.78	0.72	0.65	0.62	0.58
4.00	ARL	4.97	4.14	2.94	2.10	1.71
	SDRL	0.55	0.50	0.44	0.35	0.49
5.00	ARL	4.19	3.48	2.41	1.88	1.32
	SDRL	0.42	0.51	0.49	0.34	0.47

3.2.8 MxMEC διάγραμμα έναντι του MxEWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τώρα την απόδοση του MxMEC διαγράμματος έναντι του MxEWMA διαγράμματος παρατηρείται ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) το MxEWMA διάγραμμα ($\gamma_M=0.25$) έχει ελαφρώς καλύτερη απόδοση από το MxMEC διάγραμμα. Όμως για όλες τις υπόλοιπες τιμές των k , ρ_{XY} και λ , το MxMEC διάγραμμα είναι σαφώς πιο αποτελεσματικό σε σύγκριση

με το διάγραμμα MxEWMA. Επίσης, το MxMEC διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxMEC διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα, σε σχέση με το MxEWMA διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxMEC διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxEWMA διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων A.1 – A.5 και Πινάκων 3.2.1 – 3.2.5).

3.2.9 MxMEC διάγραμμα έναντι του MxCUSUM διαγράμματος

Η απόδοση του MxMEC διαγράμματος είναι σαφώς καλύτερη σε σχέση με την απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος αφού για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) στο MxCUSUM διάγραμμα και για σχεδόν όλες τις τιμές των k , ρ_{XY} και μ στο MxMEC διάγραμμα, το ARL_1 στο MxMEC διάγραμμα είναι πιο κοντά στα 370, 500. Επίσης, για οποιαδήποτε μετατόπιση του μέσου, το MxMEC διάγραμμα ανιχνεύει πιο γρήγορα την μετατόπιση έναντι του MxCUSUM διαγράμματος. Επίσης, το MxMEC διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxMCE διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα σε σχέση με το MxCUSUM διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxMEC διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxCUSUM διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων C.1 – C.5 και Πινάκων 3.2.7 – 3.2.11).

3.2.10 MxMEC διάγραμμα έναντι του MxHEWMA διαγράμματος

Συγκρίνοντας τώρα την απόδοση του MxMEC διαγράμματος έναντι του MxHEWMA διαγράμματος, παρατηρείται ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του ρ_{XY} (π.χ. $\rho_{XY}=0.50$) και λ_1, λ_2 κοντά στο μηδέν, το MxHEWMA διάγραμμα έχει λίγο καλύτερη απόδοση από το MxMEC διάγραμμα. Όταν όμως οι μεταβλητές $\lambda_1,$

λ_2 αυξηθούν ($\lambda_1, \lambda_2 > 0.05$), τότε το MxMEC διάγραμμα υπερέχει για όλες τις τιμές των μεταβλητών k , ρ_{XY} και λ . Επίσης, το MxMEC διάγραμμα είναι πιο γρήγορο στην ανίχνευση της μετατόπισης του μέσου έναντι του MxHEWMA διαγράμματος. Επιπρόσθετα, το MxMEC διάγραμμα είναι πιο αποτελεσματικό στην ανίχνευση της μετατόπισης, γιατί το ARL_1 στο MxMEC διάγραμμα μειώνεται πιο γρήγορα σε σχέση με το MxHEWMA διάγραμμα. Τέλος, όταν το ARL_0 αυξηθεί και μετατοπιστεί ο μέσος, τότε το MxMEC διάγραμμα είναι πιο ευαίσθητο από το MxHEWMA διάγραμμα, γιατί το ARL_1 μειώνεται γρηγορότερα (βλέπε Πίνακες των Παραρτημάτων G.1 – G.15 και Πίνακες 3.2.31 – 3.2.48 έναντι Πινάκων των Παραρτημάτων E.1 – E.15 και Πινάκων 3.2.13 – 3.2.27).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Παραδείγματα

4.1 Εφαρμογή

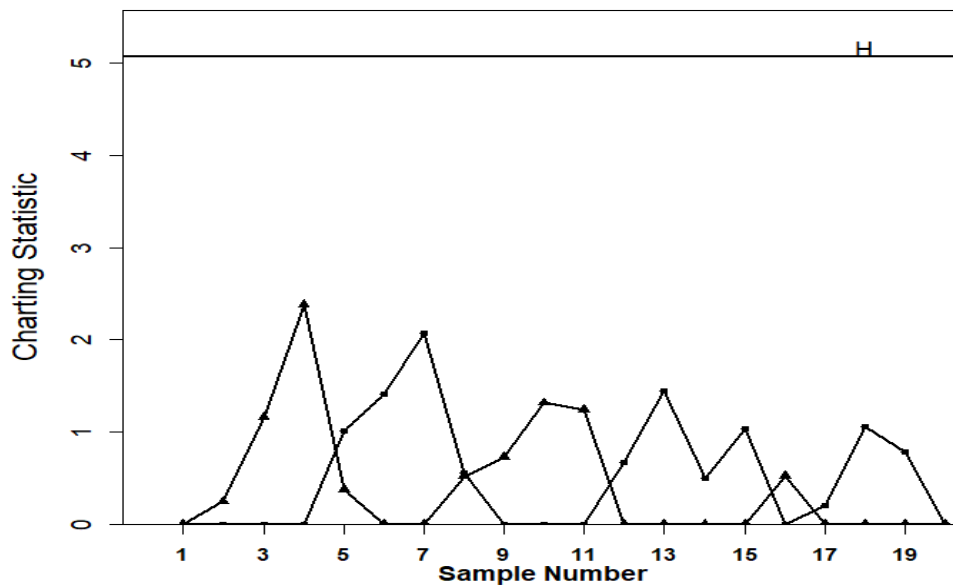
Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει εφαρμογή των κλασικών διαγραμμάτων και των διαγραμμάτων χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία. Στόχος της εφαρμογής των διαγραμμάτων είναι η ανίχνευση της μετατόπισης προς τα επάνω όσο πιο γρήγορα γίνεται, έτσι ώστε να πραγματοποιηθούν ενέργειες για τον εντοπισμό και την αντιμετώπιση των αιτιών που προκαλούν μεταβολές στη διαδικασία. Για το σκοπό αυτό, δημιουργήθηκε ένα σύνολο δεδομένων που περιέχει 20 παρατηρήσεις από $N_2(\mu_X + \delta\sigma_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY})$ (Abbas et al 2014). Χρησιμοποιείται $\delta=0.50$ (αναφερόμενοι σε μια κατάσταση εκτός ελέγχου με μετατόπιση 0.50 σίγμα στη μεταβλητή μελέτης X) και τα μ_X και μ_Y λαμβάνονται ίσα με μηδέν, ενώ τα σ_X^2 και σ_Y^2 λαμβάνονται ίσα με τη μονάδα. Η συσχέτιση μεταξύ της μεταβλητής μελέτης και των βοηθητικών μεταβλητών είναι 0.50 (δηλαδή, $\rho_{XY} = 0.50$). Οι παράμετροι για το κλασικό CUSUM διάγραμμα επιλέγονται ως $k=0.50$ και $h=5.069$, για το κλασικό EWMA διάγραμμα με χρονικά μεταβαλλόμενα όρια είναι $\lambda=0.10$ και $L=2.8225$, για το κλασικό HEWMA διάγραμμα είναι $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.1000001$ και $L=2.363$ και για το κλασικό MEC διάγραμμα είναι $k=0.50$, $\lambda=0.10$ και $h=37.30$. Οι παράμετροι για το MxCUSUM διάγραμμα επιλεγονται ως $k'=0.50$, $\rho_{XY}=0.50$ και $h'=5.071$, για το MxEWMA διάγραμμα είναι $\gamma_M=0.10$, $\rho_{XY}=0.50$ και $L=2.8244$, για το MxHEWMA διάγραμμα είναι $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.25$, $\rho_{XY}=0.50$ και $L=6.351$ και για το MxMEC διάγραμμα $\lambda=0.10$, $k=0.50$, $\rho_{XY}=0.50$ και $H=37.35$. Οι τιμές των παραμέτρων ελήφθησαν μέσω Monte Carlo προσομοιώσεων έτσι ώστε να επιτευχθεί $ARL_0=500$.

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των C_i^+ και C_i^- (Εξίσωση (1.3.2)) καθώς και το όριο ελέγχου H του κλασικού διαγράμματος CUSUM. Στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές του Z_i (Εξίσωση (1.3.3)) καθώς και τα όρια ελέγχου UCL_i και LCL_i (Εξίσωση (1.3.5)) του κλασικού διαγράμματος EWMA. Στον Πίνακα 4.3

παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές του HE_i (Εξίσωση (1.3.20)) καθώς και τα όρια ελέγχου UCL_i και LCL_i (Εξίσωση (1.3.25)) του κλασσικού διαγράμματος HEWMA. Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των M_i^+ και M_i^- (Εξίσωση (1.3.13)) καθώς και το όριο ελέγχου H' (Εξίσωση 1.3.16) για το κλασσικό διάγραμμα MEC. Στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των N_i^+ και N_i^- (Εξίσωση (2.2.1)) καθώς και το όριο ελέγχου H του διαγράμματος MxCUSUM. Στον Πίνακα 4.6 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των M_x και W_i των Εξισώσεων (2.1.1), (2.1.3), αντίστοιχα, καθώς και τα όρια ελέγχου UCL_i και LCL_i (Εξίσωση (2.1.4)) του διαγράμματος MxEWMA. Στον Πίνακα 4.7 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των M_x και M_xHE_i των Εξισώσεων (2.4.1), (2.4.3), αντίστοιχα, καθώς και τα όρια ελέγχου UCL_i και LCL_i (Εξίσωση (2.4.6)) του διαγράμματος MxHEWMA. Στον Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται τα δεδομένα και οι τιμές των $M_xMEC_i^+$, $M_xMEC_i^-$ και K_{1i} των Εξισώσεων (2.5.1), (2.5.2), αντίστοιχα, καθώς και το όριο ελέγχου H' (Εξίσωση (2.5.3)) του διαγράμματος MxMEC. Στα Σχήματα 4.1 – 4.8 παρουσιάζονται τα κλασσικά διαγράμματα CUSUM, EWMA, HEWMA και MEC καθώς και τα διαγράμματα MxCUSUM, MxEWMA, MxHEWMA και MxMEC, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.1: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασικό CUSUM διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $k=0.50$ και $h=5.069$ για $ARL_0 = 500$

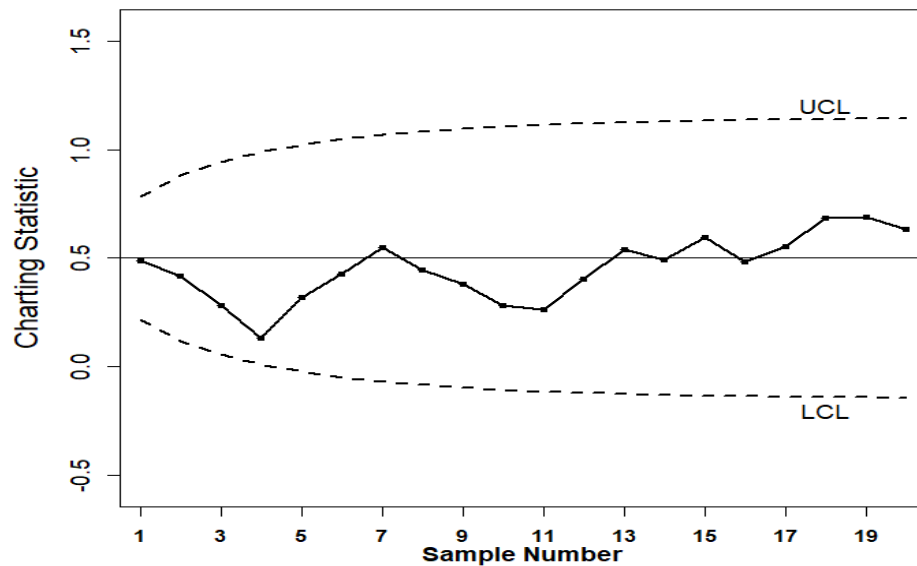
Δείγμα i	X_i	C_i^+	C_i^-	H
1	0.390	0.000	0.000	5.069
2	-0.242	0.000	0.242	5.069
3	-0.919	0.000	1.161	5.069
4	-1.220	0.000	2.381	5.069
5	2.010	1.010	0.371	5.069
6	1.395	1.405	0.000	5.069
7	1.660	2.065	0.000	5.069
8	-0.514	0.551	0.514	5.069
9	-0.213	0.000	0.727	5.069
10	-0.588	0.000	1.315	5.069
11	0.074	0.000	1.241	5.069
12	1.673	0.673	0.000	5.069
13	1.765	1.438	0.000	5.069
14	0.061	0.499	0.000	5.069
15	1.537	1.036	0.000	5.069
16	-0.519	0.000	0.519	5.069
17	1.198	0.198	0.000	5.069
18	1.853	1.051	0.000	5.069
19	0.733	0.784	0.000	5.069
20	0.108	0.000	0.000	5.069



Σχήμα 4.1: Κλασικό CUSUM διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.1

Πίνακας 4.2: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικό EWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $\lambda=0.10$ και $L=2.8225$ για $ARL_0 = 500$

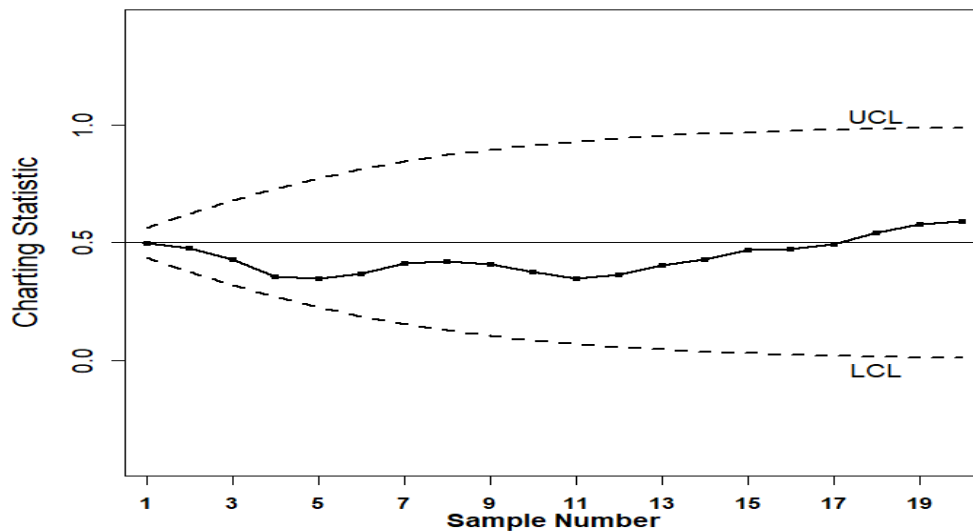
Δείγμα i	X_i	Z_i	LCL_i	UCL_i
1	0.390	0.489	0.218	0.782
2	-0.242	0.416	0.120	0.880
3	-0.919	0.282	0.057	0.943
4	-1.220	0.132	0.011	0.989
5	2.010	0.320	-0.023	1.023
6	1.395	0.427	-0.049	1.049
7	1.660	0.551	-0.069	1.069
8	-0.514	0.444	-0.084	1.084
9	-0.213	0.379	-0.097	1.097
10	-0.588	0.282	-0.107	1.107
11	0.074	0.261	-0.115	1.115
12	1.673	0.402	-0.121	1.121
13	1.765	0.539	-0.126	1.126
14	0.061	0.491	-0.130	1.130
15	1.537	0.595	-0.134	1.134
16	-0.519	0.484	-0.136	1.136
17	1.198	0.555	-0.138	1.138
18	1.853	0.685	-0.140	1.140
19	0.733	0.690	-0.142	1.142
20	0.108	0.632	-0.143	1.143



Σχήμα 4.2: Κλασσικό EWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.2

Πίνακας 4.3: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασικό HEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.25$ και $L=2.5475$ για $ARL_0 = 500$

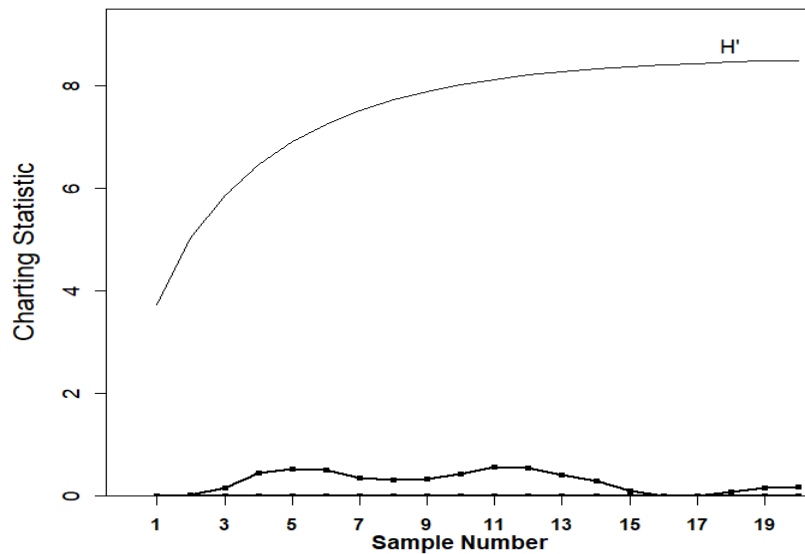
Δείγμα i	X_i	HE_i	LCL_i	UCL_i
1	0.39	0.497	0.436	0.564
2	-0.242	0.477	0.377	0.623
3	-0.919	0.428	0.321	0.679
4	-1.22	0.354	0.270	0.730
5	2.01	0.346	0.225	0.775
6	1.395	0.366	0.187	0.813
7	1.66	0.412	0.155	0.845
8	-0.514	0.420	0.127	0.873
9	-0.213	0.410	0.104	0.896
10	-0.588	0.378	0.085	0.915
11	0.074	0.349	0.070	0.930
12	1.673	0.362	0.057	0.943
13	1.765	0.406	0.046	0.654
14	0.061	0.427	0.037	0.963
15	1.537	0.469	0.030	0.970
16	-0.519	0.473	0.024	0.976
17	1.198	0.494	0.019	0.981
18	1.853	0.541	0.015	0.985
19	0.733	0.579	0.012	0.988
20	0.108	0.592	0.010	0.990



Σχήμα 4.3: Κλασικό HEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.3

Πίνακας 4.4: Δεδομένα και αποτελέσματα για το κλασσικό MEC διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_0=0$, $\sigma=1$, $k=0.50$, $\lambda=0.10$ και $h=37.30$ για $ARL_0 = 500$

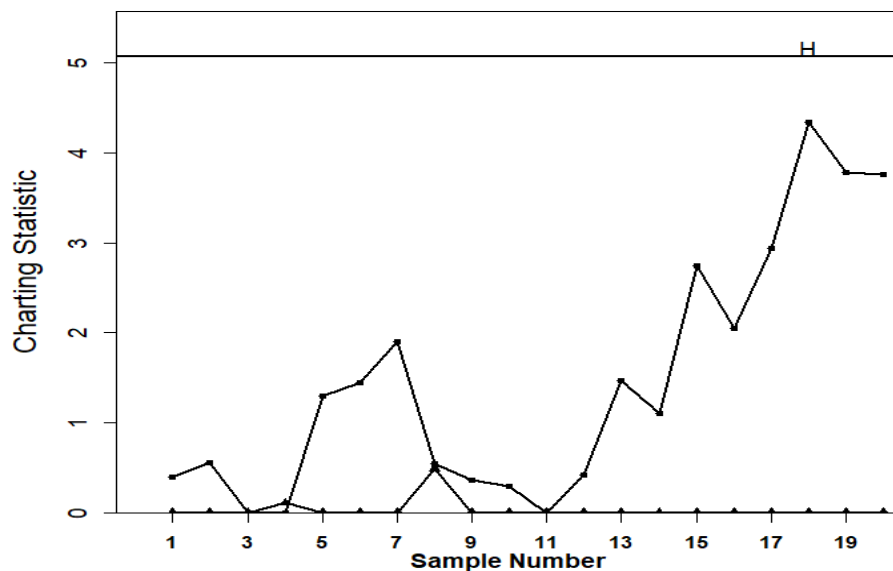
Δείγμα i	X_i	H'	M_i^+	M_i^-
1	0.390	3.730	0.000	0.000
2	-0.242	5.018	0.000	0.017
3	-0.919	5.858	0.000	0.156
4	-1.220	6.458	0.000	0.437
5	2.010	6.906	0.000	0.525
6	1.395	7.249	0.000	0.500
7	1.660	7.515	0.000	0.349
8	-0.514	7.724	0.000	0.301
9	-0.213	7.889	0.000	0.317
10	-0.588	8.020	0.000	0.427
11	0.074	8.125	0.000	0.557
12	1.673	8.209	0.000	0.545
13	1.765	8.276	0.000	0.395
14	0.061	8.330	0.000	0.293
15	1.537	8.374	0.000	0.085
16	-0.519	8.409	0.000	0.000
17	1.198	8.437	0.000	0.000
18	1.853	8.460	0.000	0.000
19	0.733	8.479	0.000	0.000
20	0.108	8.494	0.000	0.000



Σχήμα 4.4: Κλασσικό MEC διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.4

Πίνακας 4.5: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxCUSUM διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_x=0$, $\mu_y=0$, $\sigma_x=1$, $\sigma_y=1$, $k=0.50$, $\rho_{xy}=0.50$ και $h=5.071$ για $ARL_0 = 500$

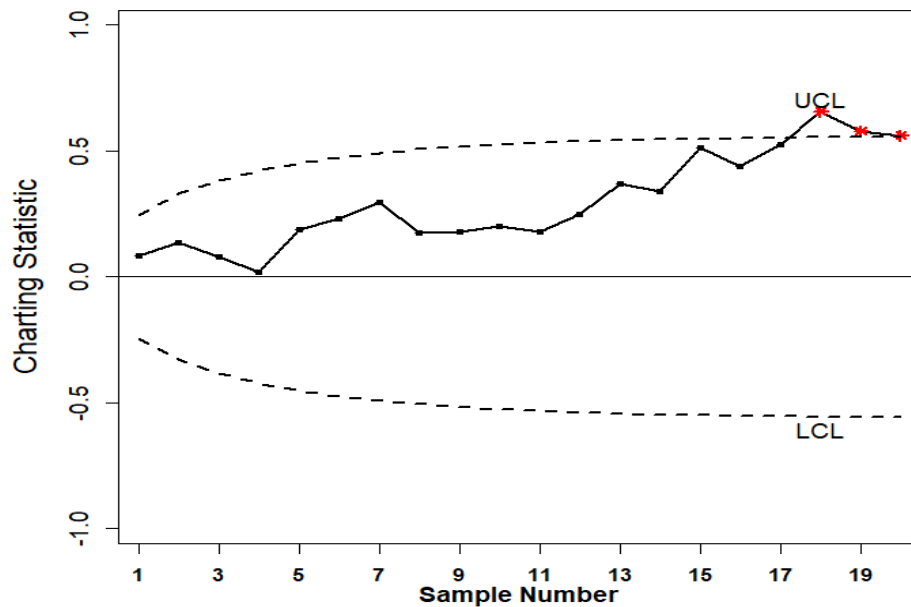
Δείγμα i	X_i	Y_i	M_X	N_i^+	N_i^-	H
1	0.390	-0.865	0.823	0.389	0.000	5.071
2	-0.242	-1.686	0.601	0.557	0.000	5.071
3	-0.919	-1.046	-0.396	0.000	0.000	5.071
4	-1.220	-1.366	-0.537	0.000	0.104	5.071
5	2.010	0.574	1.723	1.290	0.000	5.071
6	1.395	1.610	0.590	1.447	0.000	5.071
7	1.660	1.542	0.889	1.903	0.000	5.071
8	-0.514	0.816	-0.922	0.548	0.489	5.071
9	-0.213	-0.907	0.241	0.355	0.000	5.071
10	-0.588	-1.923	0.374	0.296	0.000	5.071
11	0.074	0.132	0.008	0.000	0.000	5.071
12	1.673	1.640	0.853	0.420	0.000	5.071
13	1.765	0.575	1.478	1.464	0.000	5.071
14	0.061	-0.008	0.065	1.096	0.000	5.071
15	1.537	-1.084	2.079	2.742	0.000	5.071
16	-0.519	-0.52	-0.259	2.050	0.000	5.071
17	1.198	-0.246	1.321	2.938	0.000	5.071
18	1.853	0.028	1.839	4.344	0.000	5.071
19	0.733	1.715	-0.125	3.787	0.000	5.071
20	0.108	-0.600	0.408	3.762	0.000	5.071



Σχήμα 4.5: MxCUSUM διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.5

Πίνακας 4.6: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $\gamma_M=0.10$, $\rho_{XY}=0.50$ και $L=2.8244$ για $ARL_0 = 500$

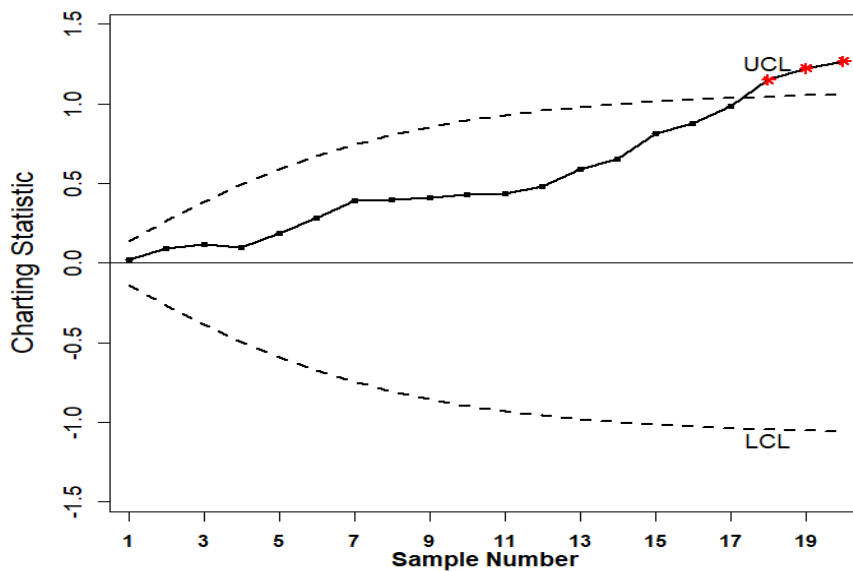
Δείγμα i	X_i	Y_i	M_X	W_i	UCL_i	LCL_i
1	0.39	-0.865	0.823	0.082	0.245	-0.245
2	-0.242	-1.686	0.601	0.134	0.329	-0.329
3	-0.919	-1.046	-0.396	0.081	0.384	-0.384
4	-1.220	-1.366	-0.537	0.019	0.423	-0.423
5	2.010	0.574	1.723	0.190	0.453	-0.453
6	1.395	1.610	0.590	0.230	0.475	-0.475
7	1.660	1.542	0.889	0.296	0.493	-0.493
8	-0.514	0.816	-0.922	0.174	0.506	-0.506
9	-0.213	-0.907	0.241	0.181	0.517	-0.517
10	-0.588	-1.923	0.374	0.200	0.526	-0.526
11	0.074	0.132	0.008	0.181	0.533	-0.533
12	1.673	1.640	0.853	0.248	0.538	-0.538
13	1.765	0.575	1.478	0.371	0.543	-0.543
14	0.061	-0.008	0.065	0.340	0.546	-0.546
15	1.537	-1.084	2.079	0.514	0.549	-0.549
16	-0.519	-0.520	-0.259	0.437	0.551	-0.551
17	1.198	-0.246	1.321	0.525	0.553	-0.553
18	1.853	0.028	1.839	0.657	0.555	-0.555
19	0.733	1.715	-0.125	0.579	0.556	-0.556
20	0.108	-0.600	0.408	0.561	0.557	-0.557



Σχήμα 4.6: MxEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.6

Πίνακας 4.7: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxHEWMA διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_x=0$, $\mu_y=0$, $\sigma_x=1$, $\sigma_y=1$, $\lambda_1=0.10$, $\lambda_2=0.25$, $\rho_{xy}=0.50$ και $L=6.351$ για $ARL_0 = 500$

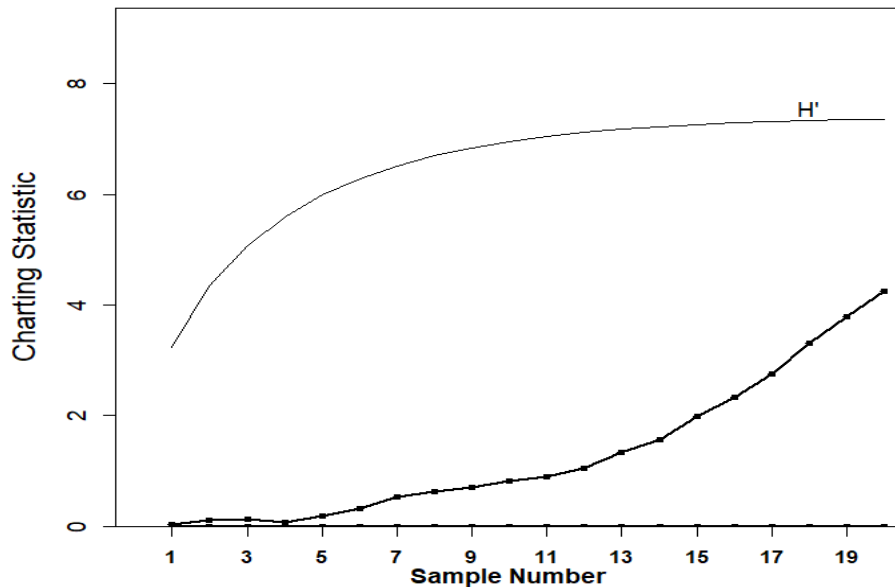
Δείγμα i	X_i	Y_i	M_x	$M_x H E_i$	UCL_i	LCL_i
1	0.390	-0.865	0.823	0.021	0.138	-0.138
2	-0.242	-1.686	0.601	0.095	0.265	-0.265
3	-0.919	-1.046	-0.396	0.117	0.387	-0.387
4	-1.220	-1.366	-0.537	0.096	0.497	-0.497
5	2.010	0.574	1.723	0.188	0.593	-0.593
6	1.395	1.610	0.590	0.281	0.676	-0.676
7	1.660	1.542	0.889	0.393	0.746	-0.746
8	-0.514	0.816	-0.922	0.401	0.805	-0.805
9	-0.213	-0.907	0.241	0.411	0.854	-0.854
10	-0.588	-1.923	0.374	0.431	0.895	-0.895
11	0.074	0.132	0.008	0.435	0.929	-0.929
12	1.673	1.640	0.853	0.479	0.957	-0.957
13	1.765	0.575	1.478	0.590	0.980	-0.980
14	0.061	-0.008	0.065	0.654	0.999	-0.999
15	1.537	-1.084	2.079	0.810	1.015	-1.015
16	-0.519	-0.520	-0.259	0.880	1.027	-1.027
17	1.198	-0.246	1.321	0.987	1.038	-1.038
18	1.853	0.028	1.839	1.150	1.046	-1.046
19	0.733	1.715	-0.125	1.223	1.053	-1.053
20	0.108	-0.600	0.408	1.268	1.059	-1.059



Σχήμα 4.7: MxHEWMA διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.7

Πίνακας 4.8: Δεδομένα και αποτελέσματα για το MxMEC διάγραμμα με παραμέτρους $\delta=0.50$, $\mu_X=0$, $\mu_Y=0$, $\sigma_X=1$, $\sigma_Y=1$, $\lambda=0.10$, $k=0.50$, $\rho_{XY}=0.50$ και $H=37.35$ για $ARL_0 = 500$

Δείγμα i	X_i	Y_i	M_X	K_{1i}	H'	$M_X MEC_i^+$	$M_X MEC_i^-$
1	0.390	-0.865	0.823	0.043	3.235	0.039	0.000
2	-0.242	-1.686	0.601	0.058	4.352	0.115	0.000
3	-0.919	-1.046	-0.396	0.068	5.080	0.128	0.000
4	-1.220	-1.366	-0.537	0.075	5.600	0.072	0.000
5	2.010	0.574	1.723	0.080	5.989	0.182	0.000
6	1.395	1.610	0.590	0.084	6.286	0.327	0.000
7	1.660	1.542	0.889	0.087	6.517	0.536	0.000
8	-0.514	0.816	-0.922	0.090	6.698	0.620	0.000
9	-0.213	-0.907	0.241	0.092	6.841	0.709	0.000
10	-0.588	-1.923	0.374	0.093	6.955	0.816	0.000
11	0.074	0.132	0.008	0.094	7.046	0.902	0.000
12	1.673	1.640	0.853	0.095	7.119	1.055	0.000
13	1.765	0.575	1.478	0.096	7.177	1.329	0.000
14	0.061	-0.008	0.065	0.097	7.224	1.573	0.000
15	1.537	-1.084	2.079	0.097	7.262	1.990	0.000
16	-0.519	-0.520	-0.259	0.098	7.292	2.329	0.000
17	1.198	-0.246	1.321	0.098	7.317	2.756	0.000
18	1.853	0.028	1.839	0.098	7.337	3.315	0.000
19	0.733	1.715	-0.125	0.098	7.353	3.795	0.000
20	0.108	-0.600	0.408	0.099	7.366	4.258	0.000



Σχήμα 4.8: MxMEC διάγραμμα για το σύνολο δεδομένων του Πίνακα 4.8

Τα διαγράμματα MxCUSUM, MxEWMA, MxHEWMA και MxMEC είναι σαφώς πιο αποτελεσματικά στην ανίχνευση της μετατόπισης σε σχέση με τα κλασσικά διαγράμματα CUSUM, EWMA, HEWMA και MEC (βλέπε Σχήματα 4.1 – 4.8). Αυτό φαίνεται ειδικότερα στα διαγράμματα MxEWMA και MxHEWMA όπου η διαδικασία είναι εκτός ελέγχου καθώς τα δύο διαγράμματα δείχνουν εκτός ελέγχου τα δείγματα 18, 19, 20, όπου αυτό οφείλεται στην μετατόπιση του μέσου της διεργασίας. Παρατηρείται, ότι με την χρήση βοηθητικής μεταβλητής τα διαγράμματα γίνονται πιο ευαίσθητα στην μετατόπιση του μέσου έναντι των κλασσικών διαγραμμάτων (βλέπε Σχήματα 4.1 – 4.8).

ΣΥΝΟΨΗ

Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία περιγράψαμε και μελετήσαμε διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης, καθώς και διαγράμματα ελέγχου τύπου μνήμης χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία. Συγκεκριμένα, στο 1^ο Κεφάλαιο έγινε μια γενική αναφορά στον Στατιστικό Ελέγχου Ποιότητας (Σ.Ε.Π.), στις συνιστώσες του και στα κλασσικά διαγράμματα. Στη συνέχεια, αναφερθήκαμε στα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία, όπου ήταν το αντικείμενο εκτενής μελέτης στην παρούσα διπλωματική εργασία. Έπειτα, κάναμε μια βιβλιογραφική αναδρομή για τα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία. Αναφέρθηκε πως η χρήση βοηθητικής πληροφορίας καθιστά τα διαγράμματα πιο αποδοτικά στην γρήγορη ανίχνευση των μετατοπίσεων.

Έπειτα, στο Κεφάλαιο 2, παρουσιάσαμε τα διαγράμματα $MxEWMA$, $MxCUSUM$, $MxHWMA$, $MxHEWMA$, $MxMEC$ και $MxMCE$ για την παρακολούθηση του μέσου χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία. Στα πρώτα δύο διαγράμματα ($MxEWMA$ διάγραμμα και $MxCUSUM$ διάγραμμα) ενσωματώθηκε ακόμα μια μεταβλητή, η οποία συσχετίζεται με την μεταβλητή ενδιαφέροντος. Το στατιστικό που χρησιμοποιείται στο $MxEWMA$ διάγραμμα βασίζεται στο στατιστικό Y_i του κλασσικού διαγράμματος $EWMA$ όπως και τα όρια ελέγχου LCL και UCL . Ακριβώς, το ίδιο συμβαίνει και στο διάγραμμα $MxCUSUM$ διπλής όψης όπου τα στατιστικά N_i^+ , N_i^- βασίζονται στο στατιστικό του κλασσικού διαγράμματος $CUSUM$. Το διάγραμμα $MxHWMA$ που σχεδιάστηκε βασίζεται σε παρατηρήσεις x_{ij} των ποιοτικών χαρακτηριστικών X_{ij} . Επίσης, στο διάγραμμα $MxHEWMA$ η βοηθητική μεταβλητή Y_i που χρησιμοποιείται ενσωματώνεται με τη μορφή του εκτιμητή παλινδρόμησης. Τέλος, τα διαγράμματα $MxMEC$, $MxMCE$ είναι ένας συνδυασμός των στατιστικών των διαγραμμάτων $CUSUM$ και $EWMA$. Στο $MxMEC$ διάγραμμα ελέγχου το στατιστικό του διαγράμματος $MxEWMA$ χρησιμοποιείται ως είσοδος στο κλασσικό διάγραμμα $CUSUM$, ενώ στο $MxMCE$ διάγραμμα το στατιστικό του διαγράμματος $MxCUSUM$ χρησιμοποιείται ως είσοδος στο κλασσικό διάγραμμα $EWMA$.

Στο Κεφάλαιο 3, παρουσιάσαμε τη σύγκριση των κλασικών διαγραμμάτων EWMA, CUSUM, HEWMA και MEC με τα διαγράμματα MxEWMA, MxCUSUM, MxHEWMA και MxMEC που χρησιμοποιούν βοηθητική πληροφορία, αντίστοιχα. Επίσης, έγινε σύγκριση μεταξύ των διαγραμμάτων που χρησιμοποιούν βοηθητική πληροφορία. Χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo με τη βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού R. Σκοπός των προσομοιώσεων ήταν να υπολογίσουμε το ARL κοντά στα 370 και 500 για διάφορες παραμέτρους και μετατοπίσεις των διαγραμμάτων. Παρατηρήσαμε, ότι τα διαγράμματα MxEWMA, MxCUSUM, MxHEWMA και MxMEC που χρησιμοποιούν βοηθητική πληροφορία είναι πολύ πιο αποδοτικά σε σχέση με τα κλασικά διαγράμματα EWMA, CUSUM, HEWMA και MEC. Τέλος, παρατηρήσαμε ότι το διάγραμμα MxMEC υπερέχει των διαγραμμάτων MxEWMA, MxCUSUM και MxHEWMA για σχεδόν όλες τις τιμές των παραμέτρων. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάσαμε εφαρμογές των κλασικών διαγραμμάτων και των διαγραμμάτων χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία που αναφέραμε στο Κεφάλαιο 3. Παρατηρήσαμε ότι τα διαγράμματα χρησιμοποιώντας βοηθητική πληροφορία υπερέχουν έναντι των κλασικών διαγραμμάτων.

Βιβλιογραφία

1. Αντζουλάκος, Δ. (2009). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Β΄ Έκδοση. Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
2. Κουκουβίνος, Χ. (2017). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π.
3. Abbasi, S. A. and Riaz, M. (2016). On Dual Use of Auxiliary Information for Efficient Monitoring, *Quality and Reliability Engineering International*, 32, 705–714.
4. Abbas, N., (2012). Memory-Type Control Chart in Statistical Process Control, *Library of the University of Amsterdam: University of Amsterdam*.
5. Abbas, N., (2018). Homogenously weighted moving average control chart with an application in substrate manufacturing process, *Computers and Industrial Engineering*, 120, 460 - 470.
6. Abbas, N., Riaz, M., and Does, R.J.M.M. (2013). Mixed Exponentially Weighted Moving Average-Cumulative Sum Charts for Process Monitoring, *Quality and Reliability Engineering International*, 29 (3), 345 – 356.
7. Abbas, N., Riaz, M., and Does, R.J.M.M. (2014). An EWMA-Type Control Chart for Monitoring the Process Mean Using Auxiliary Information, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 43 (16), 3485-3498.
8. Adegoke, N. A., Smith, A. N. H., Anderson, M. J., Sanusi, R. A., and Pawley, M. D. M. (2019). Efficient Homogeneously Weighted Moving Average Chart for Monitoring Process Mean Using an Auxiliary Variable, *IEEE Access*, 7, 94021–94032.
9. Anwar, S. M., Aslam, M., Riaz, M., and Zaman, B. (2020). On mixed memory control charts based on auxiliary information for efficient process monitoring, *Quality Reliability Engineering International*, 36, 1949-1968.
10. Garvin, D. A. (1987). Competing in the Eight Dimensions of Quality, *Harvard Business Review*, 87 (6), 101–109.

11. Haq, A. (2013). A New Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Proceed Mean, *Quality and Reliability Engineering International*, 29, 1015 – 1025.
12. Haq, A. (2017a). A New Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Process Mean: Discussion. *Quality and Reliability Engineering International*, 33: 1629 – 1631.
13. Haq, A. (2017b). New Synthetic CUSUM and Synthetic EWMA Control Charts for Monitoring the Process Mean Using Auxiliary Information, *Quality and Reliability Engineering International*, 33, 1549–1565.
14. Haq, A. and Khoo, M. B. C. (2016). A New Synthetic Control Chart for Monitoring Process Mean Using Auxiliary Information, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 86, 3068–3092.
15. Haq, A. and Khoo, M. B. C. (2018). A New Double Sampling Control Chart for Monitoring Process Mean Using Auxiliary Information, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 88 (5), 869–899.
16. Hussain, S., Mei, S., Riaz, M., and Abbasi, S. A. (2020). On Phase-I Monitoring of Process Location Parameter with Auxiliary Information-Based Median Control Charts, *Mathematics*, 8, 706.
17. Hussain, S., Song, L., Ahmad, S., and Riaz, M. (2018). On Auxiliary Information Based Improved EWMA Median Control Charts, *Scientia Iranica*, 25, 954–982.
18. Lee, H., Aslam, M., Shakeel, Q. U. A., Q., Lee, W., and Jun, C.-H. (2015). A Control Chart Using an Auxiliary Variable and Repetitive Sampling for Monitoring Process Mean, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 85, 3289–3296.
19. Mehmood, R., Riaz, M., Mahmood, T., Abbasi, S. A., and Abbas, N. (2017). On the Extended Use of Auxiliary Information Under Skewness Correction for Process Monitoring, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 39, 883–897.
20. Montgomery, D.C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control*. 7th Edition, John Wiley and Sons, New York.
21. Noor-ul-Amin, M., Khan, S., & Sanaullah, A. (2019). HEWMA control chart using auxiliary information, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science*, 43, 891-903.

22. Page, E. S. (1954). Continuous Inspection Schemes, *Biometrika*, 41 (1/2), 100–115.
23. Reynolds, M. R., Amin, R. W., Arnold, J. C., and Nachlas, J. A. (1988). \bar{X} Charts With Variable Sampling Intervals, *Technometrics*, 30, 181–192.
24. Riaz, M. (2008). Monitoring Process Variability Using Auxiliary Information, *Computational Statistics*, 23, 253 – 276.
25. Riaz, M. (2011). An Improved Control Chart Structure for Process Location Parameter, *Quality and Reliability Engineering International*, 27, 1033–1041.
26. Riaz, M. (2015). Control Charting and Survey Sampling Techniques in Process Monitoring, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 38, 342–354.
27. Riaz, M. and Does, R.J.M.M. (2009). A Process Variability Control Chart, *Computational Statistics*, 24, 345 – 368.
28. Riaz, M., Mehmood, R., Abbas, N., and Abbasi, S. A. (2016). On Effective Dual Use of Auxiliary Information in Variability Control Charts, *Quality and Reliability Engineering International*, 32, 1417–1443.
29. Riaz, M., Mehmood, R., Ahmad, S., and Abbasi, S. A. (2013). On the Performance of Auxiliary-based Control Charting Under Normality and Nonnormality With Estimation Effects, *Quality and Reliability Engineering International*, 29, 1165–1179.
30. Roberts, S. W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages, *Technometrics*, 42 (1), 97–101.
31. Sanusi R. A., Abbas N. and Riaz M. (2018). On efficient CUSUM-type location control charts using auxiliary information, *Quality Technology and Quantitative Managements*, 15 (1), 87-105.
32. Sanusi, R. A., Abujiya, M. R., Riaz, M., and Abbas, N. (2017). Combined Shewhart CUSUM Charts Using Auxiliary Variable, *Computers & Industrial Engineering*, 105, 329–337.
33. Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. New York: D. Van Nostrand.
34. Tariq, S., Noor-ul-Amin., Hanif, M., and Jun, C. H. (2020). Improved Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart using

- Auxiliary Information, *Journal of Reliability and Statistical Studies*, 13 (1), 113-126.
35. Umar, A. A., Khoo, M. B., Saha, S., and Haq, A. (2020). A Combined Variable Sampling Interval and Double Sampling Control Chart with Auxiliary Information for the Process Mean, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 42, 1151–1165.
36. Wu, Z., and Spedding, T. A. (2000). A Synthetic Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean, *Journal of Quality Technology*, 32, 32–38.
37. Zaman, B., Riaz, M., Abbas, N., and Does, R. J. M. M. (2015). Mixed Cumulative Sum-Exponentially Weighted Moving Average Control Charts: An Efficient Way of Monitoring Process Location, *Quality and Reliability Engineering International*, 31 (8), 1407-1421.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Α. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του ΜχΕWMA διαγράμματος

Πίνακας Α.1: ARL και SDRL απόδοση του ΜχΕWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.481$	2.639	2.820	2.998	3.069	3.088
0.00	ARL	500.06	500.37	500.50	500.02	500.35	500.60
	SDRL	530.26	514.67	502.10	494.18	498.65	495.25
0.10	ARL	236.12	268.96	316.84	38.93	432.96	463.11
	SDRL	241.91	271.80	319.65	383.21	427.08	461.01
0.25	ARL	67.20	78.55	103.55	169.96	251.71	320.67
	SDRL	60.24	71.38	98.38	166.05	248.58	324.77
0.50	ARL	21.31	23.77	28.78	47.46	89.03	140.17
	SDRL	16.52	18.17	23.11	43.93	86.38	137.80
0.70	ARL	12.07	13.34	15.38	22.51	42.14	74.09
	SDRL	8.84	9.47	11.07	19.32	40.33	73.70
0.75	ARL	10.77	11.90	13.57	19.28	35.54	63.08
	SDRL	7.78	8.30	9.62	16.16	33.81	62.69
1.00	ARL	6.64	7.31	8.18	10.42	17.03	30.71
	SDRL	4.51	4.78	5.20	7.65	15.36	29.66
1.25	ARL	4.60	5.04	5.60	6.65	9.74	16.43
	SDRL	2.95	3.11	3.38	4.36	7.93	15.52
1.50	ARL	3.44	3.77	4.17	4.76	6.23	9.79
	SDRL	2.09	2.23	2.37	2.83	4.70	8.73
1.75	ARL	2.71	2.96	3.25	3.66	4.43	6.31
	SDRL	1.56	1.65	1.77	2.04	3.00	5.35
2.00	ARL	2.24	2.42	2.64	2.93	3.34	4.44
	SDRL	1.21	1.29	1.37	1.53	2.05	3.45
2.50	ARL	1.66	1.77	1.91	2.08	2.25	2.61
	SDRL	0.79	0.85	0.91	1.00	1.19	1.69
3.00	ARL	1.34	1.41	1.51	1.62	1.69	1.82
	SDRL	0.55	0.60	0.65	0.71	0.78	0.99
4.00	ARL	1.07	1.09	1.12	1.16	1.18	1.19
	SDRL	0.25	0.28	0.33	0.38	0.40	0.43
5.00	ARL	1.01	1.01	1.02	1.02	1.03	1.03
	SDRL	0.08	0.10	0.13	0.16	0.17	0.17

Πίνακας Α.2: ARL και SDRL απόδοση του ΜxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.483$	2.639	2.823	2.999	3.071	3.088
0.00	ARL	500.25	500.64	500.06	500.94	500.08	500.22
	SDRL	532.16	513.85	501.58	494.16	497.79	501.34
0.10	ARL	228.42	260.98	311.94	381.01	432.23	459.58
	SDRL	234.47	263.02	312.51	373.26	426.03	460.37
0.25	ARL	64.01	74.51	98.50	162.48	245.58	312.29
	SDRL	57.16	67.53	93.46	159.75	243.60	313.75
0.50	ARL	20.19	22.56	27.23	44.38	84.10	133.17
	SDRL	15.61	17.10	21.72	40.99	82.35	131.48
0.70	ARL	11.47	12.66	14.55	21.10	39.11	68.73
	SDRL	8.35	8.90	10.44	17.82	37.39	68.15
0.75	ARL	10.24	11.29	12.86	17.98	33.13	58.65
	SDRL	7.34	7.80	8.96	14.89	31.45	58.02
1.00	ARL	6.31	6.93	7.81	9.76	15.77	28.22
	SDRL	4.26	4.50	4.88	7.02	13.96	27.30
1.25	ARL	4.38	4.79	5.33	6.27	9.01	15.00
	SDRL	2.79	2.94	3.16	4.04	7.27	14.03
1.50	ARL	3.28	3.58	3.97	4.51	5.83	8.95
	SDRL	1.97	2.09	2.24	2.64	4.32	7.88
1.75	ARL	2.60	2.82	3.09	3.46	4.15	5.84
	SDRL	1.47	1.56	1.67	1.89	2.72	4.85
2.00	ARL	2.15	2.32	2.53	2.79	3.16	4.08
	SDRL	1.15	1.22	1.30	1.44	1.90	3.08
2.50	ARL	1.59	1.70	1.84	1.99	2.15	2.45
	SDRL	0.75	0.80	0.86	0.94	1.11	1.58
3.00	ARL	1.30	1.36	1.45	1.55	1.62	1.72
	SDRL	0.52	0.56	0.62	0.67	0.73	0.91
4.00	ARL	1.05	1.07	1.10	1.13	1.15	1.16
	SDRL	0.22	0.25	0.30	0.34	0.37	0.39
5.00	ARL	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
	SDRL	0.06	0.08	0.10	0.13	0.14	0.15

Πίνακας Α.3: ARL και SDRL απόδοση του ΜxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.50$ για $ARL_0=500$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.482$	2.639	2.824	3.000	3.074	3.090
0.00	ARL	500.24	500.37	500.52	500.87	500.25	500.13
	SDRL	529.76	516.64	500.74	495.00	502.89	500.99
0.10	ARL	201.50	233.10	285.98	357.95	423.15	452.21
	SDRL	204.70	234.58	286.75	349.92	415.81	452.63
0.25	ARL	53.17	62.00	81.55	135.92	215.38	286.11
	SDRL	46.41	55.23	75.95	133.00	211.92	286.29
0.50	ARL	16.65	18.60	22.17	34.63	66.40	108.66
	SDRL	12.64	13.74	17.09	31.14	64.34	108.21
0.70	ARL	9.52	10.50	11.94	16.35	29.85	53.06
	SDRL	6.74	7.22	8.25	13.35	28.24	52.58
0.75	ARL	8.46	9.33	10.60	14.08	25.10	44.63
	SDRL	5.90	6.26	7.14	11.07	23.33	43.72
1.00	ARL	5.25	5.76	6.44	7.81	11.92	20.80
	SDRL	3.44	3.64	3.96	5.34	10.12	19.69
1.25	ARL	3.67	4.01	4.45	5.11	6.88	11.01
	SDRL	2.27	2.39	2.56	3.10	5.25	9.95
1.50	ARL	2.76	3.01	3.31	3.72	4.55	6.58
	SDRL	1.59	1.69	1.81	2.08	3.08	5.55
1.75	ARL	2.22	2.39	2.61	2.88	3.31	4.34
	SDRL	1.19	1.27	1.35	1.50	2.03	3.35
2.00	ARL	1.83	1.98	2.15	2.35	2.58	3.12
	SDRL	0.93	0.99	1.06	1.52	1.43	2.15
2.50	ARL	1.39	1.48	1.58	1.70	1.80	1.96
	SDRL	0.60	0.65	0.70	0.76	0.86	1.13
3.00	ARL	1.17	1.22	1.28	1.35	1.39	1.44
	SDRL	0.39	0.44	0.49	0.54	0.58	0.67
4.00	ARL	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07
	SDRL	0.13	0.16	0.19	0.22	0.24	0.26
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.03	0.03	0.04	0.05	0.06	0.06

Πίνακας Α.4: ARL και SDRL απόδοση του ΜxEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.484$	2.641	2.823	3.000	3.074	3.088
0.00	ARL	500.80	500.90	500.54	500.32	500.17	500.17
	SDRL	528.04	514.51	501.38	493.75	500.73	503.17
0.10	ARL	143.03	167.91	213.56	298.21	375.39	415.88
	SDRL	138.84	165.37	210.74	297.12	374.21	415.77
0.25	ARL	33.99	38.62	49.28	84.10	147.43	209.85
	SDRL	27.82	31.81	43.53	80.77	144.99	209.39
0.50	ARL	10.67	11.74	13.39	18.99	35.24	61.58
	SDRL	7.69	8.16	9.49	16.01	33.45	60.79
0.70	ARL	6.04	6.66	7.46	9.31	14.84	26.43
	SDRL	4.05	4.31	4.72	6.64	13.07	25.47
0.75	ARL	5.39	5.93	6.63	8.09	12.47	21.86
	SDRL	3.55	3.77	4.10	5.60	10.73	21.12
1.00	ARL	3.42	3.73	4.12	4.70	6.17	9.65
	SDRL	2.07	2.19	2.34	2.87	4.61	8.59
1.25	ARL	2.44	2.63	2.89	3.21	3.80	5.16
	SDRL	1.35	1.44	1.54	1.72	2.43	4.12
1.50	ARL	1.88	2.03	2.21	2.41	2.67	3.25
	SDRL	0.96	1.03	1.10	1.20	1.49	2.26
1.75	ARL	1.54	1.64	1.77	1.92	2.06	2.32
	SDRL	0.71	0.77	0.82	0.89	1.05	1.43
2.00	ARL	1.33	1.40	1.49	1.60	1.67	1.79
	SDRL	0.55	0.59	0.64	0.70	0.77	0.98
2.50	ARL	1.10	1.13	1.17	1.23	1.25	1.28
	SDRL	0.31	0.35	0.39	0.44	0.47	0.52
3.00	ARL	1.02	1.03	1.04	1.06	1.07	1.08
	SDRL	0.14	0.17	0.20	0.24	0.26	0.27
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.02	0.02	0.03	0.04	0.04	0.04
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας Α.5: ARL και SDRL απόδοση του ΜχEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ στο $ARL_0=500$

δ		$\gamma_M=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L_M=2.484$	2.641	2.823	2.999	3.072	3.089
0.00	ARL	500.77	500.34	500.32	500.17	500.17	500.39
	SDRL	532.91	515.20	500.91	497.09	502.52	502.22
0.10	ARL	44.81	51.56	66.89	112.49	188.21	255.48
	SDRL	38.03	44.28	60.91	108.76	184.84	252.81
0.25	ARL	9.68	10.70	12.10	16.58	30.48	54.11
	SDRL	6.88	7.33	8.37	13.47	29.08	53.37
0.50	ARL	3.12	3.40	3.76	4.26	5.40	8.18
	SDRL	1.85	1.96	2.10	2.46	3.84	7.09
0.70	ARL	1.92	2.06	2.24	2.45	2.73	3.35
	SDRL	0.98	1.05	1.11	1.22	1.54	2.36
0.75	ARL	1.74	1.87	2.03	2.21	2.41	2.85
	SDRL	0.85	0.92	0.99	1.07	1.30	1.90
1.00	ARL	1.26	1.32	1.40	1.48	1.54	1.62
	SDRL	0.48	0.53	0.58	0.63	0.68	0.83
1.25	ARL	1.06	1.09	1.12	1.16	1.18	1.19
	SDRL	0.25	0.29	0.33	0.38	0.40	0.44
1.50	ARL	1.01	1.02	1.02	1.03	1.04	1.04
	SDRL	0.10	0.12	0.15	0.18	0.20	0.20
1.75	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01
	SDRL	0.03	0.04	0.05	0.07	0.08	0.08
2.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.02	0.03	0.03	0.03
2.50	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Β. Πίνακας τιμών ARL και SDRL του EWMA διαγράμματος

Πίνακας Β.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού EWMA διαγράμματος, για $ARL_0=500$

δ		$\lambda=0.03$	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$L=2.478$	2.638	2.823	3.003	3.068	3.085
0.00	ARL	500.03	500.32	500.41	500.58	500.73	500.49
	SDRL	534.90	522.96	508.32	504.86	503.68	499.99
0.10	ARL	235.90	270.28	321.49	389.48	434.78	459.45
	SDRL	243.91	273.32	322.19	391.20	433.43	455.87
0.25	ARL	65.74	77.02	103.31	171.42	251.83	319.42
	SDRL	57.89	68.93	98.18	170.03	249.09	318.35
0.50	ARL	21.02	23.55	28.66	47.40	88.47	139.75
	SDRL	16.28	17.79	22.97	44.26	87.16	137.18
0.70	ARL	11.96	13.27	15.32	22.28	41.51	73.03
	SDRL	8.68	9.28	11.03	18.89	40.22	71.78
0.75	ARL	10.65	11.80	13.48	19.16	34.92	62.47
	SDRL	7.62	8.15	9.39	15.84	33.07	61.43
1.00	ARL	6.62	7.28	8.19	10.38	16.97	30.16
	SDRL	4.46	4.69	5.18	7.59	15.17	29.34
1.25	ARL	4.60	5.06	5.64	6.69	9.61	16.19
	SDRL	2.95	3.11	3.38	4.34	7.79	15.13
1.50	ARL	3.45	3.77	4.18	4.79	6.25	9.66
	SDRL	2.10	2.23	2.38	2.83	4.67	8.58
1.75	ARL	2.72	2.96	3.27	3.68	4.45	6.32
	SDRL	1.57	1.67	1.79	2.06	3.02	5.28
2.00	ARL	2.23	2.42	2.65	2.94	3.40	4.43
	SDRL	1.21	1.30	1.38	1.55	2.13	3.44
2.50	ARL	1.65	1.76	1.91	2.08	2.25	2.61
	SDRL	0.79	0.84	0.91	1.00	1.19	1.72
3.00	ARL	1.34	1.41	1.51	1.62	1.69	1.82
	SDRL	0.55	0.60	0.65	0.70	0.79	1.00
4.00	ARL	1.06	1.08	1.12	1.16	1.18	1.19
	SDRL	0.24	0.28	0.33	0.38	0.40	0.43
5.00	ARL	1.01	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03
	SDRL	0.07	0.09	0.12	0.15	0.16	0.16

C. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxCUSUM διαγράμματος

Πίνακας C.1: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k=0.10$ και $h'=14.761$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	499.03	499.46	502.87	499.79	498.42
	SDRL	444.33	451.16	457.24	452.24	446.72
0.10	ARL	246.15	239.20	213.24	157.04	62.48
	SDRL	200.49	195.23	169.91	114.39	31.88
0.25	ARL	84.81	81.77	71.04	51.18	21.84
	SDRL	49.60	47.25	38.60	23.45	6.50
0.50	ARL	36.81	35.52	31.31	23.25	10.52
	SDRL	14.41	13.59	11.26	7.15	2.15
0.70	ARL	25.24	24.41	21.63	16.16	7.49
	SDRL	8.13	7.70	6.41	4.12	1.28
0.75	ARL	23.41	22.62	20.04	15.03	7.00
	SDRL	7.23	6.88	5.73	3.69	1.15
1.00	ARL	17.14	16.58	14.75	11.16	5.31
	SDRL	4.50	4.29	3.58	2.35	0.77
1.25	ARL	13.56	13.13	11.70	8.89	4.31
	SDRL	3.14	3.00	2.53	1.66	0.57
1.50	ARL	11.24	10.89	9.71	7.41	3.67
	SDRL	2.39	2.25	1.89	1.26	0.51
1.75	ARL	9.60	9.30	8.31	6.38	3.15
	SDRL	1.86	1.78	1.50	1.00	0.37
2.00	ARL	8.38	8.13	7.28	5.61	2.94
	SDRL	1.52	1.45	1.22	0.83	0.26
2.50	ARL	6.73	6.53	5.86	4.55	2.23
	SDRL	1.09	1.05	0.89	0.62	0.42
3.00	ARL	5.64	5.48	4.93	3.87	2.00
	SDRL	0.84	0.81	0.70	0.51	0.04
4.00	ARL	4.32	4.19	3.81	3.02	1.98
	SDRL	0.57	0.55	0.51	0.24	0.14
5.00	ARL	3.52	3.40	3.09	2.45	1.12
	SDRL	0.52	0.50	0.31	0.50	0.33

Πίνακας C.2: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.25$ και $h'=8.583$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	499.13	499.73	500.08	501.30	500.18
	SDRL	477.80	479.19	483.70	483.36	483.71
0.10	ARL	299.19	291.03	263.74	197.29	63.82
	SDRL	279.78	273.44	245.85	179.35	48.34
0.25	ARL	95.42	90.92	75.94	48.54	16.12
	SDRL	78.39	74.63	59.64	33.47	6.79
0.50	ARL	31.21	29.83	25.30	17.37	7.05
	SDRL	18.02	16.93	13.35	7.59	1.91
0.70	ARL	19.24	18.45	15.92	11.37	4.92
	SDRL	8.88	8.31	6.66	3.97	1.10
0.75	ARL	17.52	16.82	14.58	10.49	4.59
	SDRL	7.68	7.22	5.85	3.53	0.99
1.00	ARL	12.17	11.73	10.27	7.51	3.47
	SDRL	4.44	4.18	3.40	2.12	0.65
1.25	ARL	9.34	8.99	7.92	5.89	2.84
	SDRL	2.94	2.78	2.30	1.46	0.52
1.50	ARL	7.58	7.32	6.48	4.87	2.36
	SDRL	2.13	2.02	1.68	1.09	0.48
1.75	ARL	6.40	6.18	5.50	4.16	2.06
	SDRL	1.65	1.57	1.31	0.87	0.25
2.00	ARL	5.54	5.36	4.77	3.66	2.00
	SDRL	1.33	1.27	1.06	0.71	0.11
2.50	ARL	4.41	4.27	3.83	2.98	1.80
	SDRL	0.94	0.90	0.76	0.53	0.40
3.00	ARL	3.68	3.58	3.22	2.51	1.22
	SDRL	0.72	0.69	0.58	0.51	0.41
4.00	ARL	2.84	2.75	2.46	2.02	1.00
	SDRL	0.52	0.52	0.51	0.14	0.00
5.00	ARL	2.26	2.19	2.04	1.90	1.00
	SDRL	0.44	0.39	0.21	0.30	0.00

Πίνακας C.3: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.50$ και $h'=5.071$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	502.71	501.52	499.38	497.58	499.06
	SDRL	499.05	494.95	491.86	488.50	486.68
0.10	ARL	373.54	365.53	340.24	274.22	94.63
	SDRL	369.34	357.24	332.63	266.09	86.40
0.25	ARL	146.43	139.51	115.20	69.39	15.38
	SDRL	140.71	132.96	107.98	62.29	9.61
0.50	ARL	38.85	36.47	29.09	17.08	5.34
	SDRL	31.95	29.51	22.44	11.18	1.98
0.70	ARL	19.79	18.56	15.16	9.65	3.55
	SDRL	13.67	12.51	9.44	4.88	1.06
0.75	ARL	17.33	16.38	13.41	8.66	3.29
	SDRL	11.36	10.55	8.02	4.15	0.94
1.00	ARL	10.53	10.03	8.44	5.75	2.44
	SDRL	5.55	5.15	3.96	2.23	0.59
1.25	ARL	7.49	7.15	6.13	4.34	2.03
	SDRL	3.33	3.12	2.44	1.44	0.39
1.50	ARL	5.82	5.58	4.83	3.51	1.79
	SDRL	2.26	2.12	1.69	1.04	0.43
1.75	ARL	4.76	4.58	4.01	2.97	1.49
	SDRL	1.66	1.56	1.28	0.81	0.50
2.00	ARL	4.06	3.91	3.43	2.58	1.20
	SDRL	1.30	1.22	1.01	0.65	0.40
2.50	ARL	3.15	3.05	2.70	2.11	1.01
	SDRL	0.88	0.84	0.70	0.42	0.09
3.00	ARL	2.60	2.52	2.27	1.87	1.00
	SDRL	0.66	0.63	0.51	0.39	0.00
4.00	ARL	2.03	1.99	1.84	1.32	1.00
	SDRL	0.39	0.37	0.40	0.46	0.00
5.00	ARL	1.71	1.66	1.42	1.02	1.00
	SDRL	0.46	0.48	0.49	0.15	0.00

Πίνακας C.4: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.75$ και $h'=3.54$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	501.79	500.52	500.51	500.43	499.35
	SDRL	499.73	496.59	492.70	491.01	494.47
0.10	ARL	413.37	406.58	385.97	332.35	138.16
	SDRL	411.00	406.09	376.85	325.98	131.81
0.25	ARL	200.34	191.68	163.95	103.46	19.08
	SDRL	194.85	185.92	159.18	98.32	15.27
0.50	ARL	57.42	53.43	41.23	21.93	4.90
	SDRL	53.03	49.30	37.15	18.05	2.31
0.70	ARL	26.13	24.25	18.67	10.38	3.06
	SDRL	22.12	20.29	14.83	6.96	1.11
0.75	ARL	22.21	20.68	15.86	9.04	2.80
	SDRL	18.21	16.71	12.09	5.73	0.97
1.00	ARL	11.64	10.92	8.70	5.37	2.04
	SDRL	8.15	7.47	5.42	2.64	0.59
1.25	ARL	7.47	7.06	5.80	3.84	1.63
	SDRL	4.31	3.99	2.99	1.60	0.52
1.50	ARL	5.43	5.17	4.35	3.01	1.30
	SDRL	2.71	2.49	1.93	1.09	0.46
1.75	ARL	4.29	4.10	3.50	2.50	1.09
	SDRL	1.88	1.76	1.38	0.81	0.29
2.00	ARL	3.54	3.40	2.94	2.17	1.02
	SDRL	1.41	1.32	1.05	0.64	0.13
2.50	ARL	2.67	2.57	2.27	1.73	1.00
	SDRL	0.90	0.85	0.69	0.52	0.00
3.00	ARL	2.18	2.11	1.89	1.41	1.00
	SDRL	0.64	0.62	0.54	0.50	0.00
4.00	ARL	1.63	1.57	1.37	1.04	1.00
	SDRL	0.52	0.52	0.79	0.19	0.00
5.00	ARL	1.23	1.19	1.07	1.00	1.00
	SDRL	0.42	0.39	0.26	0.03	0.00

Πίνακας C.5: ARL και SDRL απόδοση του MxCUSUM διαγράμματος, με $k'=0.95$ και $h'=2.807$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$	0.25	0.50	0.75	0.95
0.00	ARL	503.64	502.25	498.74	500.25	498.13
	SDRL	498.74	494.59	489.83	495.14	493.37
0.10	ARL	434.31	425.82	410.40	363.64	173.25
	SDRL	433.78	416.66	402.53	358.86	168.64
0.25	ARL	240.38	230.65	201.25	131.63	24.48
	SDRL	233.95	226.84	197.28	127.95	21.71
0.50	ARL	77.16	71.97	55.45	28.40	4.97
	SDRL	74.25	69.24	52.61	25.73	2.76
0.70	ARL	34.30	31.78	23.98	12.13	2.87
	SDRL	31.57	28.78	21.05	9.40	1.22
0.75	ARL	28.83	26.80	20.04	10.36	2.61
	SDRL	26.04	23.95	17.19	7.69	1.05
1.00	ARL	13.88	12.85	9.92	5.54	1.83
	SDRL	11.08	10.12	7.24	3.26	0.63
1.25	ARL	8.22	7.69	6.08	3.75	1.41
	SDRL	5.66	5.18	3.73	1.81	0.51
1.50	ARL	5.63	5.29	4.34	2.83	1.15
	SDRL	3.37	3.06	2.27	1.19	0.35
1.75	ARL	4.26	4.03	3.36	2.30	1.03
	SDRL	2.20	2.04	1.55	0.86	0.17
2.00	ARL	3.40	3.25	2.76	1.96	1.00
	SDRL	1.59	1.47	1.13	0.69	0.07
2.50	ARL	2.47	2.38	2.07	1.51	1.00
	SDRL	0.96	0.91	0.74	0.55	0.00
3.00	ARL	1.97	1.90	1.67	1.22	1.00
	SDRL	0.69	0.66	0.59	0.41	0.00
4.00	ARL	1.41	1.36	1.19	1.01	1.00
	SDRL	0.51	0.49	0.40	0.11	0.00
5.00	ARL	1.10	1.08	1.02	1.00	1.00
	SDRL	0.31	0.27	0.15	0	0.00

D. Πίνακας τιμών ARL και SDRL του CUSUM διαγράμματος

Πίνακας D.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού CUSUM διαγράμματος, για $ARL_0=500$

δ		$k=0.10$	0.25	0.50	0.75	1.00
		$h=14.735$	8.580	5.069	3.541	2.663
0.00	ARL	500.22	500.31	500.27	500.22	500.85
	SDRL	451.29	482.38	494.63	502.19	495.82
0.10	ARL	246.47	302.39	372.47	414.57	433.22
	SDRL	202.45	285.23	361.64	408.04	424.09
0.25	ARL	83.73	94.63	145.93	202.95	251.41
	SDRL	47.78	77.29	139.76	196.53	246.44
0.50	ARL	36.65	31.09	38.84	56.91	82.01
	SDRL	14.23	17.75	31.66	52.70	79.56
0.70	ARL	25.16	19.19	19.63	25.88	36.45
	SDRL	8.05	8.76	13.41	21.84	33.69
0.75	ARL	23.31	17.51	17.21	21.98	30.56
	SDRL	7.14	7.66	11.17	17.93	27.78
1.00	ARL	17.11	12.14	10.48	11.51	14.55
	SDRL	4.46	4.38	5.47	7.87	11.98
1.25	ARL	13.52	9.31	7.49	7.47	8.50
	SDRL	3.12	2.93	3.32	4.32	6.07
1.50	ARL	11.21	7.58	5.83	5.46	5.75
	SDRL	2.35	2.15	2.27	2.73	3.55
1.75	ARL	9.58	6.40	4.78	4.31	4.30
	SDRL	1.86	1.65	1.67	1.90	2.32
2.00	ARL	8.38	5.55	4.06	3.56	3.43
	SDRL	1.52	1.32	1.30	1.41	1.66
2.50	ARL	6.73	4.41	3.16	2.67	2.45
	SDRL	1.09	0.94	0.89	0.90	0.99
3.00	ARL	5.64	3.69	2.60	2.18	1.93
	SDRL	0.84	0.72	0.66	0.65	0.71
4.00	ARL	4.31	2.84	2.02	1.63	1.38
	SDRL	0.57	0.51	0.38	0.52	0.50
5.00	ARL	3.52	2.26	1.71	1.24	1.09
	SDRL	0.51	0.44	0.46	0.43	0.28

Ε. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MxHEWMA διαγράμματος

Πίνακας Ε.1: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.087	4.411	11.889	24.988	38.580
0.00	ARL	500.96	500.03	500.07	500.07	500.43
	SDRL	555.17	515.75	508.25	500.22	203.26
0.10	ARL	228.60	248.47	261.77	266.57	269.52
	SDRL	242.88	248.76	257.80	261.10	264.25
0.25	ARL	64.71	71.42	77.04	79.13	80.40
	SDRL	60.13	63.35	67.66	69.22	70.09
0.50	ARL	20.93	22.81	24.15	24.91	25.38
	SDRL	16.90	16.72	17.25	14.47	17.58
0.70	ARL	11.88	13.08	13.92	14.42	14.86
	SDRL	9.37	9.05	9.03	9.03	9.13
0.75	ARL	10.59	11.75	12.49	12.95	13.34
	SDRL	8.28	7.93	7.89	7.92	7.95
1.00	ARL	6.39	7.38	8.01	8.40	8.73
	SDRL	4.96	4.65	4.49	4.46	4.49
1.25	ARL	4.34	5.21	5.77	6.12	6.42
	SDRL	3.29	3.02	2.90	2.87	2.91
1.50	ARL	3.16	4.00	4.50	4.81	5.09
	SDRL	2.30	2.08	2.00	1.97	2.02
1.75	ARL	2.46	3.25	3.71	4.00	4.26
	SDRL	1.68	1.48	1.47	1.46	1.49
2.00	ARL	1.99	2.77	3.18	3.46	3.70
	SDRL	1.26	1.09	1.11	1.11	1.16
2.50	ARL	1.45	2.25	2.55	2.79	3.01
	SDRL	0.76	0.61	0.70	0.74	0.77
3.00	ARL	1.20	2.00	2.22	2.39	2.58
	SDRL	0.47	0.42	0.45	0.54	0.60
4.00	ARL	1.03	1.66	2.01	2.04	2.12
	SDRL	0.17	0.48	0.11	0.21	0.33
5.00	ARL	1.00	1.28	2.00	2.00	2.01
	SDRL	0.04	0.45	0.02	0.03	0.09

Πίνακας Ε.2: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.05$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.366	6.350	13.378	20.660
0.00	ARL	500.60	500.43	500.50	500.48
	SDRL	524.48	497.87	493.58	496.81
0.10	ARL	276.22	300.84	313.46	317.67
	SDRL	280.68	298.76	310.69	313.78
0.25	ARL	80.98	94.19	101.69	104.12
	SDRL	75.83	87.63	94.25	96.67
0.50	ARL	23.93	27.10	28.98	29.95
	SDRL	18.60	20.66	21.97	22.51
0.70	ARL	13.42	14.94	15.89	16.50
	SDRL	9.68	9.98	10.48	10.71
0.75	ARL	11.99	13.31	14.18	14.74
	SDRL	8.48	8.68	9.07	9.25
1.00	ARL	7.39	8.36	8.92	9.34
	SDRL	5.02	4.75	4.85	4.92
1.25	ARL	5.04	5.95	6.41	6.75
	SDRL	3.37	3.06	3.06	3.11
1.50	ARL	3.71	4.58	5.00	5.31
	SDRL	2.44	2.13	2.08	2.14
1.75	ARL	2.86	3.73	4.12	4.40
	SDRL	1.82	1.56	1.54	1.58
2.00	ARL	2.31	3.17	3.52	3.79
	SDRL	1.40	1.18	1.17	1.21
2.50	ARL	1.65	2.51	2.80	3.05
	SDRL	0.88	0.72	0.77	0.80
3.00	ARL	1.31	2.18	2.39	2.59
	SDRL	0.57	0.42	0.55	0.62
4.00	ARL	1.05	2.00	2.04	2.12
	SDRL	0.23	0.14	0.20	0.32
5.00	ARL	1.00	1.91	2.00	2.01
	SDRL	0.07	0.29	0.03	0.08

Πίνακας Ε.3: ARL και SDRL απόδοση του ΜκHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.05$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		$L=2.740$	5.730	8.821	2.991	4.561	3.075
0.00	ARL	500.67	500.90	500.93	500.43	500.72	500.17
	SDRL	504.40	497.64	493.98	498.04	500.99	496.33
0.10	ARL	347.13	370.47	378.34	406.59	425.66	442.77
	SDRL	351.92	371.89	372.27	400.29	418.88	439.84
0.25	ARL	126.17	150.47	161.63	198.34	228.17	275.78
	SDRL	123.55	147.02	156.60	194.71	220.69	274.05
0.50	ARL	33.34	40.90	45.23	58.88	75.12	105.32
	SDRL	29.23	36.50	40.44	56.45	71.86	103.55
0.70	ARL	16.71	19.99	22.08	27.05	34.99	51.27
	SDRL	13.03	15.97	17.82	24.68	32.25	49.94
0.75	ARL	14.59	17.28	19.05	23.08	29.60	43.34
	SDRL	11.06	13.30	14.85	20.84	27.06	41.93
1.00	ARL	8.49	9.85	10.78	11.68	14.59	20.55
	SDRL	5.66	6.46	7.08	9.48	12.12	19.22
1.25	ARL	5.72	6.63	7.22	7.06	8.75	11.34
	SDRL	3.52	3.67	3.97	5.08	6.39	9.90
1.50	ARL	4.22	4.96	5.41	4.90	5.90	6.99
	SDRL	2.47	2.37	2.53	3.14	3.76	5.69
1.75	ARL	3.27	3.99	4.36	3.67	4.44	4.79
	SDRL	1.86	1.68	1.77	2.13	2.43	3.56
2.00	ARL	2.64	3.35	3.69	2.93	3.56	3.53
	SDRL	1.45	1.27	1.34	1.57	1.69	2.36
2.50	ARL	1.89	2.61	2.88	2.07	2.63	2.30
	SDRL	0.95	0.77	0.85	0.99	0.92	1.27
3.00	ARL	1.47	2.23	2.42	1.61	2.18	1.70
	SDRL	0.67	0.48	0.59	0.70	0.59	0.80
4.00	ARL	1.10	1.97	2.05	1.16	1.72	1.18
	SDRL	0.31	0.24	0.22	0.37	0.48	0.40
5.00	ARL	1.01	1.77	2.00	1.02	1.32	1.03
	SDRL	0.11	0.42	0.04	0.16	0.47	0.17

Πίνακας Ε.4: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.25$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.087	4.417	11.890	24.988	38.580
0.00	ARL	500.91	500.44	500.06	500.00	500.50
	SDRL	557.90	518.65	507.50	500.19	501.58
0.10	ARL	221.44	242.61	255.46	259.29	263.00
	SDRL	233.49	243.62	250.86	254.32	256.52
0.25	ARL	61.91	68.02	73.09	75.33	76.39
	SDRL	56.58	60.51	63.96	66.00	66.37
0.50	ARL	19.80	21.74	22.95	23.69	24.15
	SDRL	16.00	15.85	16.30	16.55	16.62
0.70	ARL	11.29	12.00	13.26	13.74	14.15
	SDRL	8.88	12.52	8.48	8.56	8.59
0.75	ARL	10.07	11.21	11.90	12.34	12.75
	SDRL	7.85	7.51	7.39	7.44	7.52
1.00	ARL	6.07	7.04	7.64	8.01	8.35
	SDRL	4.67	4.40	4.22	4.20	4.22
1.25	ARL	4.12	4.99	5.52	5.86	6.15
	SDRL	3.11	2.84	2.73	2.69	2.72
1.50	ARL	3.01	3.84	4.33	4.62	4.90
	SDRL	2.17	1.96	1.89	1.85	1.89
1.75	ARL	2.33	3.14	3.57	3.87	4.12
	SDRL	1.58	1.39	1.38	1.36	1.41
2.00	ARL	1.89	2.68	3.08	3.35	3.58
	SDRL	1.18	1.01	1.04	1.04	1.09
2.50	ARL	1.40	2.20	2.48	2.71	2.93
	SDRL	0.70	0.57	0.65	0.70	0.74
3.00	ARL	1.17	1.97	2.18	2.34	2.52
	SDRL	0.43	0.41	0.41	0.51	0.58
4.00	ARL	1.02	1.61	2.01	2.03	2.09
	SDRL	0.15	0.49	0.09	0.18	0.29
5.00	ARL	1.00	1.22	2.00	2.00	2.01
	SDRL	0.03	0.42	0.01	0.02	0.07

Πίνακας Ε.5: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.25$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.365	6.355	13.378	20.671
0.00	ARL	500.06	500.43	500.17	500.07
	SDRL	517.98	500.00	497.38	493.13
0.10	ARL	267.22	294.35	307.40	311.89
	SDRL	271.47	290.83	304.03	307.35
0.25	ARL	76.61	89.81	95.91	98.46
	SDRL	71.57	82.67	88.24	90.68
0.50	ARL	22.70	25.66	27.36	28.35
	SDRL	17.53	19.35	20.56	21.02
0.70	ARL	12.73	14.22	15.09	15.66
	SDRL	9.16	9.41	9.75	10.01
0.75	ARL	11.36	12.67	13.48	14.03
	SDRL	8.02	8.16	8.53	8.68
1.00	ARL	6.99	7.98	8.51	8.92
	SDRL	4.76	4.47	4.54	4.64
1.25	ARL	4.80	5.69	6.13	6.48
	SDRL	3.18	2.87	2.87	2.92
1.50	ARL	3.51	4.40	4.79	5.11
	SDRL	2.30	2.01	1.96	2.01
1.75	ARL	2.73	3.59	3.96	4.25
	SDRL	1.72	1.47	1.44	1.48
2.00	ARL	2.20	3.06	3.41	3.67
	SDRL	1.32	1.10	1.10	1.15
2.50	ARL	1.58	2.44	2.72	2.97
	SDRL	0.82	0.66	0.73	0.76
3.00	ARL	1.27	2.15	2.33	2.53
	SDRL	0.53	0.38	0.52	0.59
4.00	ARL	1.04	1.99	2.03	2.09
	SDRL	0.20	0.14	0.17	0.28
5.00	ARL	1.00	1.88	2.00	2.00
	SDRL	0.05	0.32	0.02	0.07

Πίνακας Ε.6: ARL και SDRL απόδοση του ΜκHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.25$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.742	5.732	8.828	2.993	4.564	3.078
0.00	ARL	500.85	500.34	500.00	500.89	500.88	500.22
	SDRL	502.97	494.38	490.82	498.56	500.64	497.63
0.10	ARL	341.95	364.42	375.80	403.67	422.66	441.47
	SDRL	347.06	360.72	367.33	394.23	411.85	436.86
0.25	ARL	120.00	143.52	155.17	190.70	220.79	269.41
	SDRL	117.00	138.95	150.63	186.24	214.31	268.32
0.50	ARL	31.43	38.22	42.33	55.05	70.77	99.45
	SDRL	27.31	33.87	37.66	52.40	68.00	96.96
0.70	ARL	15.73	18.76	20.70	25.29	32.66	47.53
	SDRL	12.09	14.78	16.46	22.90	29.75	46.04
0.75	ARL	13.74	16.24	17.82	21.49	27.57	40.14
	SDRL	10.32	12.36	13.70	19.19	24.94	38.88
1.00	ARL	8.05	9.28	10.15	10.90	13.55	18.95
	SDRL	5.29	5.93	6.51	8.73	11.12	17.49
1.25	ARL	5.43	6.30	6.88	6.62	8.17	10.48
	SDRL	3.30	3.40	3.67	4.70	5.84	9.03
1.50	ARL	4.02	4.74	5.19	4.62	5.57	6.50
	SDRL	2.33	2.21	2.36	2.89	3.46	5.19
1.75	ARL	3.11	3.84	4.20	3.48	4.21	4.47
	SDRL	1.75	1.58	1.67	1.97	2.22	3.24
2.00	ARL	2.52	3.23	3.56	2.78	3.40	3.30
	SDRL	1.37	1.18	1.25	1.46	1.55	2.16
2.50	ARL	1.81	2.53	2.79	1.99	2.54	2.18
	SDRL	0.90	0.72	0.80	0.93	0.85	1.17
3.00	ARL	1.41	2.19	2.36	1.55	2.12	1.62
	SDRL	0.62	0.44	0.55	0.66	0.55	0.75
4.00	ARL	1.08	1.95	2.04	1.13	1.68	1.15
	SDRL	0.27	0.25	0.19	0.34	0.49	0.37
5.00	ARL	1.01	1.71	2.00	1.02	1.27	1.02
	SDRL	0.09	0.45	0.03	0.13	0.45	0.14

Πίνακας Ε.7: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{xy}=0.50$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.089	4.415	11.888	24.992	38.581
0.00	ARL	500.25	500.16	500.91	500.06	500.06
	SDRL	554.73	518.92	505.87	503.73	503.57
0.10	ARL	196.86	215.22	227.62	232.87	235.00
	SDRL	205.68	214.28	222.59	227.39	229.56
0.25	ARL	51.26	56.65	60.92	62.78	63.66
	SDRL	46.01	48.91	52.30	53.63	54.05
0.50	ARL	16.40	18.01	19.05	19.76	20.21
	SDRL	13.13	12.84	13.09	13.33	13.38
0.70	ARL	9.31	10.46	11.13	11.58	11.93
	SDRL	7.28	6.98	6.83	6.86	6.89
0.75	ARL	8.26	9.36	10.00	10.42	10.80
	SDRL	6.43	6.11	5.98	5.97	6.00
1.00	ARL	4.98	5.89	6.47	6.82	7.15
	SDRL	3.80	3.54	3.41	3.36	3.40
1.25	ARL	3.39	4.24	4.74	5.06	5.35
	SDRL	2.50	2.27	2.17	2.13	2.18
1.50	ARL	2.50	3.31	3.76	4.06	4.31
	SDRL	1.72	1.53	1.50	1.48	1.52
1.75	ARL	1.96	2.75	3.15	3.43	3.66
	SDRL	1.24	1.07	1.09	1.09	1.14
2.00	ARL	1.61	2.40	2.75	3.01	3.23
	SDRL	0.91	0.76	0.83	0.85	0.89
2.50	ARL	1.24	2.04	2.28	2.47	2.66
	SDRL	0.53	0.44	0.50	0.58	0.63
3.00	ARL	1.09	1.85	2.07	2.17	2.32
	SDRL	0.30	0.41	0.26	0.39	0.49
4.00	ARL	1.01	1.42	2.00	2.01	2.03
	SDRL	0.07	0.49	0.03	0.08	0.16
5.00	ARL	1.00	1.09	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.01	0.28	0.00	0.00	0.01

Πίνακας Ε.8: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.365	6.351	13.374	20.663
0.00	ARL	500.34	500.72	500.96	500.87
	SDRL	514.91	507.52	494.50	491.76
0.10	ARL	240.51	265.87	279.10	283.08
	SDRL	243.44	261.96	276.62	277.50
0.25	ARL	63.29	73.94	79.17	81.57
	SDRL	58.27	67.05	71.88	73.88
0.50	ARL	18.67	21.00	22.38	23.15
	SDRL	13.93	15.11	16.14	16.51
0.70	ARL	10.60	11.80	12.54	13.03
	SDRL	7.41	7.44	7.78	7.90
0.75	ARL	9.45	10.54	11.23	11.70
	SDRL	6.52	6.46	6.68	6.80
1.00	ARL	5.77	6.70	7.19	7.58
	SDRL	3.92	3.58	3.60	3.68
1.25	ARL	3.96	4.84	5.26	5.59
	SDRL	2.62	2.30	2.27	2.33
1.50	ARL	2.92	3.80	4.17	4.47
	SDRL	1.86	1.60	1.57	1.61
1.75	ARL	2.27	3.14	3.49	3.76
	SDRL	1.37	1.16	1.16	1.20
2.00	ARL	1.85	2.71	3.04	3.28
	SDRL	1.04	0.87	0.89	0.93
2.50	ARL	1.37	2.24	2.46	2.68
	SDRL	0.63	0.48	0.59	0.65
3.00	ARL	1.14	2.06	2.16	2.32
	SDRL	0.38	0.24	0.38	0.49
4.00	ARL	1.01	1.96	2.01	2.02
	SDRL	0.11	0.20	0.07	0.16
5.00	ARL	1.00	1.72	2.00	2.00
	SDRL	0.02	0.45	0.00	0.01

Πίνακας Ε.9: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.50$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		L=2.743	5.736	8.830	2.992	4.563	3.080
0.00	ARL	500.76	500.91	500.01	500.08	500.17	500.10
	SDRL	499.23	490.87	489.60	494.76	497.03	501.32
0.10	ARL	317.02	344.03	353.25	381.15	403.18	434.62
	SDRL	319.26	337.30	345.91	372.44	394.07	431.48
0.25	ARL	98.84	119.61	129.59	161.73	191.23	239.85
	SDRL	94.69	115.36	124.56	158.40	185.83	237.45
0.50	ARL	25.05	30.43	33.51	42.73	54.66	79.50
	SDRL	20.98	26.00	28.84	40.17	51.82	77.78
0.70	ARL	12.65	14.90	16.28	19.29	24.87	36.29
	SDRL	9.32	11.11	12.24	17.06	22.32	34.98
0.75	ARL	11.16	12.99	14.24	16.30	20.93	30.43
	SDRL	8.01	9.31	10.25	14.08	18.52	28.93
1.00	ARL	6.60	7.61	8.28	8.46	10.52	14.06
	SDRL	4.15	4.50	4.87	6.38	8.08	12.65
1.25	ARL	4.51	5.29	5.76	5.28	6.42	7.81
	SDRL	2.65	2.61	2.81	3.45	4.27	6.44
1.50	ARL	3.33	4.06	4.45	3.75	4.52	4.94
	SDRL	1.89	1.73	1.82	2.19	2.49	3.69
1.75	ARL	2.61	3.31	3.66	2.88	3.52	3.48
	SDRL	1.43	1.24	1.32	1.52	1.64	2.31
2.00	ARL	2.13	2.84	3.14	2.34	2.91	2.66
	SDRL	1.11	0.94	0.99	1.16	1.14	1.56
2.50	ARL	1.54	2.30	2.50	1.70	2.26	1.81
	SDRL	0.72	0.54	0.64	0.76	0.64	0.88
3.00	ARL	1.24	2.07	2.19	1.35	1.94	1.39
	SDRL	0.48	0.30	0.41	0.53	0.47	0.59
4.00	ARL	1.03	1.87	2.01	1.05	1.48	1.06
	SDRL	0.17	0.34	0.09	0.22	0.50	0.24
5.00	ARL	1.00	1.48	2.00	1.00	1.11	1.00
	SDRL	0.03	0.50	0.03	0.05	0.31	0.06

Πίνακας Ε.10: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.086	4.415	11.901	25.016	38.598
0.00	ARL	500.08	500.85	500.07	500.36	500.08
	SDRL	556.24	518.33	501.98	502.85	502.28
0.10	ARL	137.38	152.41	163.31	167.66	169.67
	SDRL	139.23	147.82	156.05	159.48	161.19
0.25	ARL	32.99	35.98	38.47	39.69	40.31
	SDRL	27.72	28.55	30.22	30.89	31.18
0.50	ARL	10.44	11.63	12.34	12.81	13.19
	SDRL	8.21	7.87	7.75	7.81	7.87
0.70	ARL	5.79	6.77	7.37	7.73	8.07
	SDRL	4.49	4.19	4.04	3.99	4.03
0.75	ARL	5.13	6.04	6.65	7.00	7.34
	SDRL	3.94	3.67	3.53	3.48	3.52
1.00	ARL	3.13	3.96	4.46	4.78	5.05
	SDRL	2.28	2.05	1.99	1.95	1.99
1.25	ARL	2.17	2.96	3.40	3.69	3.93
	SDRL	1.43	1.25	1.25	1.25	1.29
1.50	ARL	1.65	2.44	2.80	3.06	3.28
	SDRL	0.95	0.79	0.86	0.87	0.91
1.75	ARL	1.36	2.16	2.43	2.66	2.87
	SDRL	0.66	0.53	0.62	0.68	0.72
2.00	ARL	1.19	1.99	2.21	2.39	2.57
	SDRL	0.46	0.41	0.44	0.54	0.59
2.50	ARL	1.04	1.74	2.03	2.08	2.19
	SDRL	0.21	0.45	0.17	0.28	0.40
3.00	ARL	1.01	1.45	2.00	2.01	2.03
	SDRL	0.08	0.50	0.04	0.09	0.18
4.00	ARL	1.00	1.05	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.22	0.00	0.00	0.01
5.00	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00

Πίνακας Ε.11: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.366	6.350	13.374	20.667
0.00	ARL	500.91	500.76	500.36	500.51
	SDRL	513.93	504.13	496.12	494.17
0.10	ARL	174.19	197.77	208.88	213.30
	SDRL	173.41	191.88	202.00	206.86
0.25	ARL	39.08	45.16	48.46	50.03
	SDRL	33.04	38.40	41.23	42.38
0.50	ARL	11.82	13.14	14.01	14.54
	SDRL	8.35	8.53	8.96	9.12
0.70	ARL	6.72	7.66	8.19	8.60
	SDRL	4.57	4.26	4.33	4.43
0.75	ARL	5.94	6.89	7.37	7.77
	SDRL	4.04	3.71	3.74	3.83
1.00	ARL	3.67	4.53	4.94	5.26
	SDRL	2.40	2.09	2.06	2.12
1.25	ARL	2.53	3.39	3.76	4.04
	SDRL	1.57	1.33	1.31	1.36
1.50	ARL	1.90	2.76	3.09	3.34
	SDRL	1.08	0.90	0.91	0.95
1.75	ARL	1.53	2.39	2.66	2.89
	SDRL	0.77	0.62	0.70	0.74
2.00	ARL	1.30	2.17	2.37	2.58
	SDRL	0.57	0.41	0.54	0.61
2.50	ARL	1.08	2.02	2.08	2.18
	SDRL	0.29	0.16	0.27	0.39
3.00	ARL	1.02	1.97	2.01	2.03
	SDRL	0.13	0.19	0.08	0.17
4.00	ARL	1.00	1.62	2.00	2.00
	SDRL	0.01	0.49	0.00	0.01
5.00	ARL	1.00	1.11	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.31	0.00	0.00

Πίνακας Ε.12: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.75$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		$L=2.743$	5.735	8.834	2.993	4.564	3.079
0.00	ARL	500.98	500.36	500.06	500.79	500.76	500.95
	SDRL	500.95	493.51	490.46	497.48	497.85	500.66
0.10	ARL	248.62	278.06	291.69	326.80	353.59	393.10
	SDRL	248.46	270.17	285.06	320.68	348.92	392.91
0.25	ARL	59.78	73.20	80.28	102.78	126.03	168.28
	SDRL	56.65	68.55	75.35	99.17	122.38	166.21
0.50	ARL	14.37	17.01	18.79	22.69	29.19	42.58
	SDRL	10.93	13.15	14.76	20.34	26.89	40.94
0.70	ARL	7.69	8.89	9.75	10.29	12.83	17.79
	SDRL	5.03	5.63	6.14	8.11	10.36	16.41
0.75	ARL	6.80	7.84	8.55	8.80	11.02	14.74
	SDRL	4.32	4.71	5.12	6.70	8.60	13.39
1.00	ARL	4.18	4.92	5.38	4.83	5.84	6.91
	SDRL	2.45	2.33	2.51	3.04	3.70	5.54
1.25	ARL	2.91	3.61	3.97	3.22	3.91	4.04
	SDRL	1.62	1.43	1.50	1.78	1.97	2.80
1.50	ARL	2.19	2.90	3.20	2.40	2.98	2.76
	SDRL	1.15	0.97	1.03	1.20	1.20	1.64
1.75	ARL	1.74	2.48	2.72	1.91	2.47	2.09
	SDRL	0.86	0.68	0.77	0.89	0.80	1.11
2.00	ARL	1.45	2.23	2.41	1.59	2.17	1.68
	SDRL	0.65	0.47	0.58	0.69	0.57	0.79
2.50	ARL	1.15	2.01	2.09	1.22	1.82	1.26
	SDRL	0.37	0.24	0.30	0.44	0.46	0.48
3.00	ARL	1.03	1.89	2.01	1.06	1.51	1.07
	SDRL	0.18	0.32	0.10	0.24	0.50	0.26
4.00	ARL	1.00	1.38	2.00	1.00	1.07	1.00
	SDRL	0.03	0.48	0.05	0.04	0.25	0.04
5.00	ARL	1.00	1.03	1.90	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.18	0.30	0.00	0.04	0.00

Πίνακας Ε.13: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.083	4.413	11.899	25.016	38.615
0.00	ARL	500.18	500.34	500.70	500.85	500.45
	SDRL	553.52	515.69	506.57	503.86	500.48
0.10	ARL	43.06	47.38	50.90	52.43	53.20
	SDRL	37.53	39.56	41.88	42.79	43.18
0.25	ARL	9.39	10.58	11.31	11.73	12.06
	SDRL	7.35	7.08	6.93	6.93	6.95
0.50	ARL	2.83	3.65	4.14	4.46	4.72
	SDRL	2.02	1.81	1.76	1.73	1.77
0.70	ARL	1.67	2.47	2.83	3.10	3.32
	SDRL	0.98	0.82	0.88	0.89	0.93
0.75	ARL	1.53	2.32	2.65	2.90	3.12
	SDRL	0.83	0.68	0.76	0.79	0.83
1.00	ARL	1.14	1.93	2.14	2.29	2.46
	SDRL	0.38	0.40	0.36	0.48	0.55
1.25	ARL	1.03	1.66	2.01	2.04	2.12
	SDRL	0.16	0.48	0.11	0.21	0.32
1.50	ARL	1.00	1.35	2.00	2.00	2.02
	SDRL	0.06	0.48	0.02	0.05	0.12
1.75	ARL	1.00	1.11	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.02	0.32	0.02	0.01	0.02
2.00	ARL	1.00	1.02	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00
2.50	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.99	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.11	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.18	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.38	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Πίνακας Ε.14: ARL και SDRL απόδοση του ΜxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.364	6.351	13.380	20.667
0.00	ARL	500.77	500.76	500.36	500.90
	SDRL	523.48	502.89	497.51	492.66
0.10	ARL	52.12	61.08	65.65	67.61
	SDRL	46.55	54.28	58.46	59.67
0.25	ARL	10.73	11.95	12.69	13.21
	SDRL	7.52	7.54	7.87	8.09
0.50	ARL	3.31	4.20	4.59	4.90
	SDRL	2.15	1.87	1.82	1.88
0.70	ARL	1.93	2.80	3.13	3.38
	SDRL	1.11	0.93	0.94	0.97
0.75	ARL	1.74	2.61	2.92	3.16
	SDRL	0.95	0.79	0.82	0.87
1.00	ARL	1.22	2.11	2.28	2.46
	SDRL	0.48	0.33	0.48	0.56
1.25	ARL	1.05	2.00	2.04	2.11
	SDRL	0.22	0.14	0.20	0.32
1.50	ARL	1.01	1.94	2.00	2.01
	SDRL	0.09	0.24	0.05	0.12
1.75	ARL	1.00	1.77	2.00	2.00
	SDRL	0.03	0.42	0.01	0.02
2.00	ARL	1.00	1.48	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.50	0.00	0.00
2.50	ARL	1.00	1.05	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.21	0.00	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	2.00	2.00
	SDRL	0.00	0.03	0.01	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.72	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.45	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	2.00
	SDRL	0.00	0.00	0.07	0.00

Πίνακας Ε.15: ARL και SDRL απόδοση του MxHEWMA διαγράμματος, με $\rho_{XY}=0.95$ και $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		$L=2.741$	5.737	8.835	2.993	4.564	3.079
0.00	ARL	500.19	500.85	500.91	500.76	500.57	500.57
	SDRL	500.06	498.81	500.67	500.11	497.06	499.60
0.10	ARL	81.12	99.05	108.90	137.14	164.25	212.18
	SDRL	77.41	94.26	103.22	134.04	160.36	209.18
0.25	ARL	12.86	15.15	16.55	19.80	25.56	36.90
	SDRL	9.48	11.38	12.48	17.48	23.14	35.62
0.50	ARL	3.80	4.52	4.94	4.35	5.21	5.99
	SDRL	2.18	2.06	2.18	2.65	3.10	4.67
0.70	ARL	2.23	2.94	3.24	2.45	3.02	2.82
	SDRL	1.17	0.98	1.05	1.22	1.23	1.71
0.75	ARL	2.01	2.72	3.01	2.20	2.76	2.47
	SDRL	1.04	0.84	0.92	1.07	1.03	1.40
1.00	ARL	1.36	2.14	2.31	1.48	2.06	1.55
	SDRL	0.57	0.39	0.51	0.62	0.51	0.69
1.25	ARL	1.10	1.97	2.05	1.16	1.73	1.18
	SDRL	0.31	0.24	0.22	0.38	0.48	0.41
1.50	ARL	1.02	1.83	2.00	1.03	1.41	1.04
	SDRL	0.13	0.38	0.06	0.18	0.49	0.20
1.75	ARL	1.00	1.55	2.00	1.00	1.15	1.01
	SDRL	0.05	0.50	0.02	0.07	0.35	0.08
2.00	ARL	1.00	1.25	1.99	1.00	1.03	1.00
	SDRL	0.01	0.43	0.09	0.03	0.17	0.03
2.50	ARL	1.00	1.01	1.80	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.11	0.40	0.00	0.02	0.00
3.00	ARL	1.00	1.00	1.22	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.41	0.00	0.00	0.00
4.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

F. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του HEWMA διαγράμματος

Πίνακας F.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.05$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.05$				
		$\lambda_2=0.0500001$	0.10	0.25	0.50	0.75
		L=2.081	2.217	2.388	2.510	2.580
0.00	ARL	500.12	500.05	500.04	500.83	500.35
	SDRL	550.33	538.92	522.22	520.41	522.30
0.10	ARL	229.98	246.74	260.13	265.56	267.34
	SDRL	246.16	256.65	266.80	266.98	268.73
0.25	ARL	63.52	68.94	74.14	76.16	76.55
	SDRL	57.81	62.72	67.00	68.31	68.76
0.50	ARL	20.62	21.88	22.92	23.35	23.41
	SDRL	16.65	17.01	17.51	17.76	17.75
0.70	ARL	11.77	12.50	13.02	13.16	13.19
	SDRL	9.25	9.28	9.27	9.29	9.29
0.75	ARL	10.44	11.12	11.58	11.74	11.77
	SDRL	8.18	8.19	8.13	8.17	8.18
1.00	ARL	6.38	6.83	7.17	7.24	7.25
	SDRL	4.91	4.93	4.83	4.75	4.70
1.25	ARL	4.33	4.66	4.95	5.02	5.03
	SDRL	3.27	3.33	3.27	3.18	3.13
1.50	ARL	3.15	3.41	3.64	3.72	3.73
	SDRL	2.29	2.35	2.35	2.27	2.24
1.75	ARL	2.44	2.64	2.83	2.91	2.93
	SDRL	1.67	1.74	1.76	1.71	1.68
2.00	ARL	1.98	2.13	2.28	2.36	2.39
	SDRL	1.25	1.32	1.35	1.33	1.30
2.50	ARL	1.45	1.54	1.65	1.71	1.74
	SDRL	0.75	0.81	0.85	0.85	0.85
3.00	ARL	1.19	1.25	1.31	1.36	1.39
	SDRL	0.46	0.51	0.56	0.58	0.59
4.00	ARL	1.03	1.04	1.05	1.07	1.07
	SDRL	0.16	0.19	0.23	0.25	0.27
5.00	ARL	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01
	SDRL	0.04	0.05	0.07	0.08	0.08

Πίνακας F.2: ARL και SDRL απόδοση του κλασικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.10$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.10$			
		$\lambda_2=0.1000001$	0.25	0.50	0.75
		L=2.363	2.548	2.681	2.761
0.00	ARL	500.03	500.54	500.38	500.28
	SDRL	521.84	513.55	505.56	508.52
0.10	ARL	275.44	302.33	312.60	317.15
	SDRL	281.36	305.92	314.25	316.07
0.25	ARL	79.15	92.00	97.99	101.43
	SDRL	73.20	86.63	92.86	96.33
0.50	ARL	23.75	26.08	27.50	28.22
	SDRL	18.34	20.70	22.05	22.67
0.70	ARL	13.40	14.29	14.86	15.11
	SDRL	9.54	10.17	10.73	10.93
0.75	ARL	11.92	12.66	13.12	13.32
	SDRL	8.37	8.82	9.21	9.30
1.00	ARL	7.35	7.75	7.93	8.06
	SDRL	4.98	5.01	5.06	5.12
1.25	ARL	5.05	5.36	5.48	5.55
	SDRL	3.38	3.36	3.32	3.35
1.50	ARL	3.71	3.95	4.06	4.11
	SDRL	2.44	2.43	2.38	2.37
1.75	ARL	2.86	3.06	3.16	3.21
	SDRL	1.82	1.83	1.80	1.78
2.00	ARL	2.30	2.47	2.57	2.61
	SDRL	1.40	1.42	1.40	1.38
2.50	ARL	1.65	1.76	1.84	1.88
	SDRL	0.87	0.91	0.91	0.91
3.00	ARL	1.31	1.39	1.44	1.48
	SDRL	0.56	0.61	0.63	0.64
4.00	ARL	1.05	1.07	1.09	1.11
	SDRL	0.22	0.26	0.30	0.32
5.00	ARL	1.00	1.01	1.01	1.01
	SDRL	0.06	0.08	0.10	0.11

Πίνακας F.3: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού HEWMA διαγράμματος, με $\lambda_1=0.25, 0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\lambda_1=0.25$			0.50		0.75
		$\lambda_2=0.2500001$	0.50	0.75	0.5000001	0.75	0.7500001
		$L=2.737$	2.872	2.948	2.993	3.040	3.076
0.00	ARL	500.36	500.55	500.09	500.03	500.39	500.62
	SDRL	505.23	502.91	504.60	500.13	504.67	500.48
0.10	ARL	347.19	372.85	381.54	409.70	423.49	446.30
	SDRL	348.78	370.59	380.09	410.05	422.98	445.01
0.25	ARL	123.64	150.23	162.83	199.34	226.59	277.50
	SDRL	121.26	148.35	160.60	196.80	223.41	275.63
0.50	ARL	32.99	40.27	44.14	58.44	73.24	105.41
	SDRL	28.88	36.47	40.49	55.99	72.03	104.22
0.70	ARL	16.61	19.25	20.84	26.89	33.82	50.77
	SDRL	12.98	15.86	17.42	24.43	31.90	49.61
0.75	ARL	14.46	16.63	17.98	22.82	28.73	42.69
	SDRL	10.94	13.46	14.73	20.43	26.71	41.81
1.00	ARL	8.43	9.28	9.86	11.56	14.02	20.49
	SDRL	5.56	6.50	7.12	9.31	12.08	19.12
1.25	ARL	5.73	6.11	6.39	7.11	8.22	11.21
	SDRL	3.51	3.84	4.13	5.09	6.36	9.75
1.50	ARL	4.23	4.46	4.61	4.92	5.47	7.04
	SDRL	2.47	2.58	2.70	3.14	3.83	5.72
1.75	ARL	3.28	3.45	3.55	3.72	4.00	4.81
	SDRL	1.87	1.90	1.98	2.18	2.52	3.55
2.00	ARL	2.65	2.77	2.84	2.94	3.11	3.58
	SDRL	1.46	1.46	1.49	1.58	1.80	2.42
2.50	ARL	1.88	1.98	2.03	2.07	2.14	2.30
	SDRL	0.95	0.96	0.97	0.99	1.06	1.27
3.00	ARL	1.46	1.54	1.58	1.61	1.64	1.70
	SDRL	0.65	0.68	0.69	0.70	0.72	0.81
4.00	ARL	1.10	1.13	1.15	1.16	1.17	1.18
	SDRL	0.30	0.35	0.37	0.38	0.39	0.40
5.00	ARL	1.01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.03
	SDRL	0.10	0.12	0.14	0.15	0.15	0.16

Γ. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του ΜχΜΕC διαγράμματος

Πίνακας Γ.1: ARL και SDRL απόδοση του ΜχΜΕC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.10$					0.25 0.10				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=115.4$	84.47	50.18	30.35	20.80	115.4	84.53	50.23	30.33	20.78
0.00	ARL	500.50	500.10	500.60	500.80	500.37	500.35	500.15	500.07	500.37	500.50
	SDRL	359.19	372.13	396.10	417.16	435.48	359.08	371.97	398.02	419.77	435.85
0.10	ARL	243.45	241.13	238.15	238.17	241.17	237.09	235.08	231.37	230.56	233.67
	SDRL	143.79	149.06	158.43	171.70	185.89	138.79	143.41	152.48	165.35	179.51
0.25	ARL	105.91	100.82	94.83	90.12	86.87	103.09	97.87	91.93	86.91	83.62
	SDRL	38.71	40.63	42.19	44.60	46.51	37.16	38.78	40.34	42.32	44.29
0.50	ARL	58.92	52.36	46.39	42.17	39.22	57.51	50.95	44.95	40.76	37.84
	SDRL	12.88	13.48	14.11	14.16	14.22	12.30	12.90	13.41	13.42	13.45
0.70	ARL	45.61	39.16	33.21	29.60	27.24	44.60	38.17	32.27	28.66	26.34
	SDRL	7.65	7.87	8.16	8.19	8.13	7.29	7.46	7.74	7.81	7.72
0.75	ARL	43.36	36.98	31.10	27.57	25.30	42.40	36.08	30.22	26.70	24.46
	SDRL	6.94	6.99	7.29	7.34	7.26	6.64	6.66	7.00	6.98	6.94
1.00	ARL	35.35	29.47	23.81	20.61	18.70	34.59	28.80	23.18	19.97	18.07
	SDRL	4.52	4.48	4.60	4.60	4.59	4.35	4.25	4.36	4.40	4.31
1.25	ARL	30.34	24.92	19.51	16.53	14.87	29.69	24.39	19.01	16.04	14.40
	SDRL	3.32	3.18	3.23	3.23	3.21	3.18	3.05	3.06	3.07	3.06
1.50	ARL	26.83	21.85	16.71	13.90	12.39	26.27	21.39	16.29	13.50	12.00
	SDRL	2.58	2.42	2.40	2.42	2.41	2.46	2.30	2.27	2.31	2.30
1.75	ARL	24.20	19.61	14.72	12.04	10.65	23.72	19.19	14.37	11.70	10.32
	SDRL	2.09	1.94	1.90	1.90	1.89	2.01	1.85	1.79	1.82	1.80
2.00	ARL	22.17	17.87	13.24	10.68	9.36	21.71	17.50	12.94	10.38	9.06
	SDRL	1.75	1.61	1.54	1.55	1.53	1.68	1.54	1.47	1.47	1.46
2.50	ARL	19.14	15.36	11.16	8.77	7.57	18.75	15.05	10.91	8.53	7.34
	SDRL	1.31	1.19	1.11	1.11	1.10	1.26	1.15	1.07	1.06	1.05
3.00	ARL	16.98	13.59	9.75	7.52	6.41	16.64	13.33	9.54	7.32	6.22
	SDRL	1.05	0.94	0.86	0.85	0.85	1.01	0.92	0.83	0.81	0.82
4.00	ARL	14.09	11.25	7.94	5.96	4.98	13.80	11.03	7.77	5.82	4.84
	SDRL	0.74	0.68	0.61	0.59	0.58	0.73	0.65	0.59	0.57	0.57
5.00	ARL	12.17	9.72	6.82	5.04	4.12	11.94	9.53	6.68	4.93	4.03
	SDRL	0.59	0.55	0.49	0.41	0.40	0.57	0.54	0.50	0.40	0.37

Πίνακας G.2: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.10$					0.75 0.10				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=115.7$	84.50	50.30	30.28	20.74	115.60	84.70	50.27	30.32	20.78
0.00	ARL	500.10	500.35	500.37	500.15	500.15	500.97	500.25	500.36	500.43	500.46
	SDRL	357.16	370.14	396.35	418.88	435.92	358.20	373.22	396.62	420.48	436.78
0.10	ARL	215.99	212.67	208.83	206.86	208.17	168.79	165.31	160.07	156.34	155.46
	SDRL	121.10	125.92	132.20	142.96	155.54	84.37	86.78	91.42	97.95	105.25
0.25	ARL	93.55	87.79	81.88	76.65	73.23	74.09	67.96	61.94	57.03	53.56
	SDRL	31.05	32.69	33.95	35.19	36.51	20.38	21.27	22.14	22.53	22.70
0.50	ARL	52.79	46.16	40.25	36.14	33.44	43.15	36.87	30.94	27.38	25.08
	SDRL	10.37	10.68	11.25	11.12	11.21	6.84	6.99	7.22	7.29	7.25
0.70	ARL	41.17	34.86	29.07	25.53	23.35	34.04	28.32	22.68	19.48	17.61
	SDRL	6.25	6.23	6.50	6.54	6.47	4.19	4.08	4.19	4.25	4.19
0.75	ARL	39.20	32.99	27.27	23.79	21.70	32.45	26.87	21.33	18.20	16.41
	SDRL	5.65	5.58	5.83	5.88	5.81	3.82	3.68	3.78	3.80	3.74
1.00	ARL	32.10	26.48	21.00	17.85	16.10	26.73	21.79	16.63	13.80	12.29
	SDRL	3.72	3.57	3.66	3.69	3.64	2.56	2.41	2.39	2.40	2.39
1.25	ARL	27.59	22.48	17.30	14.40	12.85	23.05	18.62	13.88	11.23	9.87
	SDRL	2.74	2.57	2.55	2.59	2.56	1.89	1.74	1.69	1.69	1.68
1.50	ARL	24.44	19.77	14.88	12.15	10.75	20.44	16.45	12.03	9.55	8.29
	SDRL	2.13	1.98	1.93	1.93	1.92	1.49	1.36	1.28	1.27	1.27
1.75	ARL	22.07	17.76	13.17	10.57	9.25	18.47	14.82	10.72	8.35	7.18
	SDRL	1.75	1.60	1.53	1.53	1.52	1.22	1.10	1.04	1.02	1.01
2.00	ARL	20.22	16.21	11.87	9.39	8.14	16.93	13.56	9.71	7.47	6.36
	SDRL	1.46	1.33	1.25	1.24	1.25	1.04	0.95	0.86	0.84	0.84
2.50	ARL	17.47	13.96	10.06	7.75	6.63	14.64	11.70	8.27	6.23	5.22
	SDRL	1.10	1.00	0.92	0.90	0.89	0.80	0.72	0.65	0.63	0.61
3.00	ARL	15.51	12.37	8.81	6.68	5.63	13.00	10.38	7.28	5.39	4.46
	SDRL	0.88	0.80	0.72	0.70	0.70	0.65	0.59	0.53	0.52	0.53
4.00	ARL	12.86	10.25	7.20	5.31	4.38	10.79	8.61	6.01	4.30	3.55
	SDRL	0.64	0.58	0.51	0.50	0.51	0.50	0.50	0.31	0.46	0.50
5.00	ARL	11.12	8.88	6.16	4.50	3.71	9.26	7.39	5.07	3.88	3.00
	SDRL	0.50	0.45	0.39	0.50	0.46	0.44	0.49	0.26	0.33	0.09

Πίνακας G.3: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.10$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.10$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=115.70$	84.65	50.26	30.37	20.81
0.00	ARL	500.20	500.89	500.29	500.46	500.91
	SDRL	359.50	373.14	395.65	419.47	436.92
0.10	ARL	85.37	79.38	73.46	68.54	65.03
	SDRL	26.32	27.98	28.97	29.66	30.59
0.25	ARL	41.46	35.15	29.30	25.83	23.66
	SDRL	6.30	6.34	6.60	6.66	6.61
0.50	ARL	25.75	20.91	15.87	13.08	11.63
	SDRL	2.36	2.21	2.17	2.20	2.18
0.70	ARL	20.61	16.56	12.13	9.66	8.39
	SDRL	1.51	1.39	1.30	1.31	1.29
0.75	ARL	19.70	15.81	11.52	9.09	7.87
	SDRL	1.39	1.26	1.18	1.17	1.17
1.00	ARL	16.32	13.05	9.31	7.12	6.05
	SDRL	0.97	0.89	0.79	0.78	0.77
1.25	ARL	14.11	11.26	7.95	5.97	4.98
	SDRL	0.75	0.68	0.61	0.58	0.58
1.50	ARL	12.53	10.00	7.01	5.17	4.25
	SDRL	0.62	0.55	0.47	0.45	0.46
1.75	ARL	11.32	9.04	6.27	4.64	3.82
	SDRL	0.53	0.45	0.45	0.49	0.41
2.00	ARL	10.36	8.25	5.84	4.11	3.31
	SDRL	0.50	0.45	0.39	0.32	0.46
2.50	ARL	8.99	7.09	5.00	3.67	2.99
	SDRL	0.27	0.29	0.12	0.47	0.11
3.00	ARL	7.99	6.23	4.29	3.01	2.51
	SDRL	0.16	0.42	0.45	0.11	0.50
4.00	ARL	6.70	5.04	3.92	2.88	2.00
	SDRL	0.46	0.20	0.27	0.32	0.00
5.00	ARL	5.94	4.68	3.00	2.00	2.00
	SDRL	0.24	0.47	0.01	0.02	0.00

Πίνακας G.4: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.25$					0.25 0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=85.00$	59.82	33.20	18.83	12.41	85.15	59.90	33.18	18.80	12.39
0.00	ARL	500.15	500.54	500.58	500.66	500.70	500.15	500.29	500.17	500.60	500.00
	SDRL	405.39	422.66	449.55	467.07	474.00	406.35	421.00	451.24	465.16	473.98
0.10	ARL	232.89	233.64	243.41	260.47	278.94	226.91	227.06	235.03	251.93	269.99
	SDRL	158.76	170.82	197.28	230.20	255.02	152.89	164.83	189.90	220.92	245.72
0.25	ARL	93.94	88.27	83.45	83.34	87.20	91.29	85.28	80.36	79.83	83.38
	SDRL	39.90	43.07	48.42	56.58	65.68	38.14	40.91	46.12	53.60	62.66
0.50	ARL	50.29	43.29	36.67	33.03	31.47	49.06	42.08	35.39	31.71	30.16
	SDRL	12.33	12.90	13.87	14.83	16.09	11.69	12.34	13.08	13.98	15.15
0.70	ARL	38.66	32.02	25.64	22.07	20.28	37.82	31.23	24.83	21.27	19.49
	SDRL	7.35	7.23	7.66	8.02	8.38	6.93	6.91	7.24	7.52	7.89
0.75	ARL	36.69	30.24	23.91	20.39	18.61	35.92	29.46	23.16	19.65	17.90
	SDRL	6.49	6.51	6.81	7.05	7.26	6.28	6.18	6.43	6.65	6.87
1.00	ARL	29.80	24.03	18.09	14.84	13.21	29.19	23.49	17.56	14.34	12.73
	SDRL	4.26	4.08	4.09	4.22	4.31	4.08	3.89	3.88	3.99	4.07
1.25	ARL	25.51	20.30	14.81	11.77	10.31	24.99	19.85	14.41	11.42	9.96
	SDRL	3.12	2.91	2.84	2.86	2.90	2.98	2.78	2.70	2.72	2.75
1.50	ARL	22.50	17.79	12.70	9.85	8.47	22.06	17.40	12.36	9.55	8.19
	SDRL	2.42	2.21	2.10	2.11	2.11	2.31	2.11	2.00	2.00	2.01
1.75	ARL	20.27	15.94	11.20	8.52	7.22	19.88	15.63	10.93	8.26	7.00
	SDRL	1.98	1.78	1.64	1.63	1.64	1.89	1.70	1.56	1.55	1.55
2.00	ARL	18.53	14.53	10.10	7.54	6.33	18.15	14.23	9.86	7.33	6.13
	SDRL	1.64	1.49	1.34	1.32	1.32	1.58	1.42	1.28	1.25	1.25
2.50	ARL	15.95	12.48	8.54	6.23	5.11	15.65	12.23	8.34	6.05	4.96
	SDRL	1.23	1.10	0.98	0.94	0.93	1.19	1.06	0.93	0.89	0.88
3.00	ARL	14.14	11.04	7.48	5.36	4.34	16.87	10.82	7.31	5.23	4.22
	SDRL	0.97	0.63	0.77	0.72	0.72	0.94	0.85	0.74	0.69	0.69
4.00	ARL	11.69	9.11	6.11	4.29	3.37	11.46	8.94	5.99	4.18	3.28
	SDRL	0.70	0.63	0.54	0.50	0.51	0.68	0.61	0.52	0.46	0.48
5.00	ARL	10.08	7.87	5.22	3.68	2.92	9.89	7.71	5.12	3.57	2.86
	SDRL	0.55	0.50	0.44	0.48	0.34	0.54	0.52	0.38	0.50	0.41

Πίνακας Γ.5: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.25$					0.75 0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=85.18$	59.86	33.08	18.81	12.40	85.14	60.02	33.15	18.80	12.39
0.00	ARL	500.27	500.64	500.36	500.74	500.46	500.96	500.70	500.15	500.45	500.18
	SDRL	404.96	422.58	451.26	466.35	476.38	405.48	424.75	453.75	463.81	474.30
0.10	ARL	204.02	203.76	208.79	224.28	242.87	155.98	153.71	154.11	163.67	176.72
	SDRL	133.65	143.50	165.06	192.15	217.63	89.89	97.61	112.14	133.49	153.68
0.25	ARL	81.91	75.42	69.64	68.61	70.77	63.98	57.08	50.39	47.41	46.91
	SDRL	31.48	33.73	37.43	43.39	50.73	19.97	21.13	22.81	25.43	28.61
0.50	ARL	44.95	37.96	31.29	27.71	26.01	36.57	30.13	23.69	20.20	18.41
	SDRL	9.90	10.13	10.74	11.39	12.18	6.50	6.46	6.70	6.95	7.21
0.70	ARL	34.79	28.49	22.17	18.71	16.98	28.72	23.10	17.16	13.98	12.38
	SDRL	5.84	5.76	5.94	6.17	6.35	3.95	3.75	3.72	3.83	3.87
0.75	ARL	33.11	26.95	20.70	17.32	15.65	27.35	21.91	16.14	13.00	11.47
	SDRL	5.34	5.13	5.29	5.41	5.58	3.61	3.38	3.33	3.40	3.44
1.00	ARL	27.02	21.58	15.86	12.77	11.26	22.43	17.73	12.61	9.78	8.40
	SDRL	3.49	3.28	3.23	3.29	3.33	2.40	2.20	2.07	2.07	2.09
1.25	ARL	23.15	18.31	13.09	10.22	8.83	19.29	15.16	10.55	7.94	6.69
	SDRL	2.55	2.35	2.24	2.26	2.28	1.77	1.61	1.47	1.44	1.44
1.50	ARL	20.45	16.09	11.28	8.60	7.31	17.06	13.37	9.17	6.75	5.60
	SDRL	1.99	1.81	1.68	1.65	1.67	1.40	1.25	1.12	1.09	1.08
1.75	ARL	18.42	14.44	10.00	7.47	6.26	15.40	12.04	8.18	5.94	4.85
	SDRL	1.62	1.46	1.32	1.29	1.30	1.15	1.02	0.91	0.86	0.85
2.00	ARL	16.86	13.18	9.04	6.65	5.51	14.09	11.01	7.43	5.33	4.30
	SDRL	1.37	1.23	1.08	1.06	1.05	0.97	0.87	0.76	0.71	0.71
2.50	ARL	14.53	11.34	7.67	5.53	4.49	12.15	9.48	6.35	4.47	3.54
	SDRL	1.03	0.92	0.81	0.76	0.75	0.75	0.67	0.58	0.56	0.56
3.00	ARL	12.88	10.04	6.74	4.79	3.83	10.77	8.40	5.60	3.95	3.07
	SDRL	0.83	0.75	0.65	0.61	0.61	0.62	0.56	0.52	0.41	0.36
4.00	ARL	10.65	8.29	5.52	3.90	3.04	8.92	6.97	4.66	3.09	2.41
	SDRL	0.61	0.54	0.52	0.41	0.34	0.44	0.36	0.48	0.29	0.49
5.00	ARL	9.17	7.14	4.83	3.19	2.57	7.73	6.01	4.00	2.93	2.01
	SDRL	0.47	0.41	0.40	0.40	0.50	0.45	0.20	0.11	0.26	0.10

Πίνακας G.6: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.25$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.25$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=85.08$	60.00	33.22	18.84	12.42
0.00	ARL	500.89	500.27	500.48	500.08	500.54
	SDRL	405.06	426.26	450.42	466.70	475.29
0.10	ARL	74.29	67.71	61.63	59.32	60.30
	SDRL	26.41	28.36	31.27	35.59	40.98
0.25	ARL	35.01	28.74	22.43	18.97	17.19
	SDRL	5.91	5.87	6.07	6.28	6.46
0.50	ARL	21.55	17.02	12.04	9.27	7.92
	SDRL	2.21	2.02	1.90	1.88	1.90
0.70	ARL	17.19	13.47	9.26	6.83	5.67
	SDRL	1.41	1.27	1.13	1.10	1.10
0.75	ARL	16.41	12.85	8.80	6.45	5.31
	SDRL	1.30	1.17	1.03	1.00	0.98
1.00	ARL	13.55	10.60	7.14	5.10	4.10
	SDRL	0.91	0.81	0.71	0.66	0.66
1.25	ARL	11.70	9.13	6.12	4.29	3.38
	SDRL	0.71	0.63	0.54	0.50	0.51
1.50	ARL	10.36	8.09	5.37	3.80	2.99
	SDRL	0.58	0.51	0.49	0.44	0.32
1.75	ARL	9.35	7.28	4.92	3.29	2.67
	SDRL	0.51	0.47	0.34	0.45	0.47
2.00	ARL	8.57	6.73	4.40	3.03	2.24
	SDRL	0.51	0.46	0.49	0.17	0.43
2.50	ARL	7.32	5.89	3.97	2.81	2.00
	SDRL	0.47	0.32	0.16	0.40	0.04
3.00	ARL	6.57	5.02	3.24	2.09	2.00
	SDRL	0.50	0.13	0.43	0.28	0.03
4.00	ARL	5.22	4.02	3.00	2.00	1.44
	SDRL	0.41	0.12	0.01	0.00	0.50
5.00	ARL	4.92	3.94	2.16	2.00	1.00
	SDRL	0.27	0.24	0.37	0.03	0.03

Πίνακας G.7: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.50$					0.25 0.50				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=53.87$	37.50	20.14	11.17	7.30	53.88	37.42	20.17	11.17	7.31
0.00	ARL	500.27	500.16	500.07	500.00	500.36	500.03	500.87	500.44	500.67	500.25
	SDRL	445.70	457.57	479.54	482.91	489.63	444.64	461.60	478.18	487.90	487.36
0.10	ARL	231.76	245.54	274.73	309.56	340.99	224.18	237.42	266.56	301.37	335.47
	SDRL	182.64	208.52	251.09	296.70	334.79	176.24	201.31	243.65	288.74	328.17
0.25	ARL	83.51	81.02	84.96	100.28	119.71	80.55	77.71	81.27	94.75	113.74
	SDRL	43.89	50.05	64.38	86.99	109.98	41.23	47.35	60.80	81.07	104.42
0.50	ARL	41.33	35.57	30.94	30.66	33.38	40.28	34.40	29.77	29.24	31.52
	SDRL	12.33	13.04	15.42	19.29	24.51	11.72	12.35	14.53	18.20	22.81
0.70	ARL	31.13	25.67	20.39	18.33	18.32	30.36	24.88	19.68	17.55	17.39
	SDRL	7.00	7.07	7.81	9.10	10.84	6.69	6.65	7.34	8.54	10.07
0.75	ARL	29.43	24.13	18.82	16.62	16.34	28.74	23.45	18.20	15.98	15.61
	SDRL	6.32	6.20	6.80	7.82	9.19	5.99	5.91	6.42	7.38	8.63
1.00	ARL	23.64	18.87	13.89	11.46	10.65	23.07	18.39	13.48	11.05	10.20
	SDRL	4.05	3.80	3.91	4.30	4.77	3.85	3.62	3.69	4.05	4.48
1.25	ARL	20.03	15.85	11.24	8.87	7.89	19.58	15.47	10.94	8.55	7.58
	SDRL	2.92	2.69	2.58	2.76	2.99	2.79	2.57	2.47	2.60	2.79
1.50	ARL	17.55	13.81	9.58	7.29	6.31	17.17	13.48	9.34	7.05	6.08
	SDRL	2.23	2.04	1.90	1.96	2.10	2.15	1.95	1.80	1.85	1.97
1.75	ARL	15.74	12.34	8.43	6.24	5.28	15.40	12.04	8.23	6.06	5.10
	SDRL	1.82	1.64	1.48	1.48	1.56	1.74	1.56	1.41	1.40	1.47
2.00	ARL	14.32	11.20	7.58	5.51	4.58	14.03	10.95	7.40	5.35	4.44
	SDRL	1.51	1.35	1.21	1.18	1.22	1.45	1.30	1.15	1.12	1.16
2.50	ARL	12.27	9.57	6.39	4.53	3.66	12.00	9.35	6.25	4.42	3.56
	SDRL	1.14	1.01	0.88	0.83	0.84	1.09	0.97	0.84	0.79	0.80
3.00	ARL	10.82	8.42	5.58	3.90	3.10	10.60	8.23	5.46	3.81	3.02
	SDRL	0.91	0.80	0.70	0.65	0.64	0.87	0.78	0.67	0.64	0.61
4.00	ARL	8.88	6.91	4.54	3.13	2.39	8.70	6.75	4.44	3.07	2.32
	SDRL	0.65	0.59	0.54	0.40	0.50	0.63	0.58	0.52	0.38	0.47
5.00	ARL	7.63	5.94	3.94	2.72	2.05	7.46	5.82	3.88	2.64	2.02
	SDRL	0.54	0.44	0.35	0.46	0.22	0.53	0.46	0.38	0.48	0.18

Πίνακας G.8: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.50$					0.75 0.50				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=53.95$	37.35	20.13	11.18	7.31	54.08	37.44	20.15	11.17	7.31
0.00	ARL	500.15	500.96	500.96	500.85	500.48	500.42	500.02	500.44	500.66	500.32
	SDRL	442.87	464.65	480.67	487.50	487.63	445.53	464.05	476.49	487.44	489.83
0.10	ARL	200.66	210.22	237.33	274.96	307.50	149.15	153.32	173.49	206.58	241.07
	SDRL	152.89	174.65	214.42	262.52	300.38	103.46	117.92	151.44	191.35	231.22
0.25	ARL	71.39	67.29	68.63	78.89	94.02	53.91	48.50	45.86	49.16	57.19
	SDRL	34.01	38.53	49.16	65.55	83.67	20.43	22.56	27.89	36.57	48.23
0.50	ARL	36.55	30.71	25.76	24.56	25.76	29.37	23.94	18.70	16.51	16.22
	SDRL	9.64	10.03	11.58	14.25	17.50	6.23	6.18	6.73	7.75	9.09
0.70	ARL	27.81	22.54	17.32	15.08	14.57	22.72	18.03	13.15	10.75	9.86
	SDRL	5.58	5.48	5.87	6.74	7.84	3.71	3.49	3.53	3.90	4.27
0.75	ARL	26.38	21.27	16.10	13.78	13.13	21.57	17.08	12.32	9.89	8.98
	SDRL	5.07	4.86	5.15	5.83	6.67	3.37	3.12	3.11	3.34	3.67
1.00	ARL	21.25	16.82	12.11	9.70	8.76	17.52	13.72	9.53	7.22	6.26
	SDRL	3.28	3.05	3.01	3.23	3.53	2.22	2.02	1.87	1.93	2.06
1.25	ARL	18.07	14.19	9.92	7.60	6.62	14.95	11.66	7.93	5.81	4.87
	SDRL	2.39	2.17	2.03	2.10	2.25	1.63	1.48	1.32	1.30	1.35
1.50	ARL	15.87	12.40	8.50	6.32	5.35	13.17	10.23	6.87	4.92	4.04
	SDRL	1.86	1.66	1.50	1.51	1.59	1.29	1.15	1.01	0.96	0.99
1.75	ARL	14.24	11.10	7.51	5.46	4.54	11.83	9.19	6.13	4.33	3.48
	SDRL	1.50	1.33	1.19	1.16	1.19	1.06	0.94	0.82	0.77	0.76
2.00	ARL	12.98	10.10	6.78	4.86	3.97	10.79	8.36	5.56	3.88	3.09
	SDRL	1.26	1.12	0.99	0.93	0.95	0.89	0.79	0.69	0.65	0.63
2.50	ARL	11.13	8.63	5.75	4.03	3.21	9.26	7.18	4.74	3.25	2.53
	SDRL	0.95	0.85	0.73	0.68	0.67	0.68	0.61	0.56	0.47	0.53
3.00	ARL	9.82	7.61	5.04	3.48	2.74	8.18	6.32	4.15	2.92	2.15
	SDRL	0.76	0.68	0.58	0.56	0.56	0.56	0.52	0.41	0.36	0.36
4.00	ARL	8.06	6.24	4.11	2.89	2.12	6.75	5.15	3.35	2.19	1.96
	SDRL	0.55	0.50	0.39	0.37	0.33	0.64	0.37	0.48	0.39	0.20
5.00	ARL	6.95	5.32	3.52	2.31	1.98	5.86	4.44	3.00	2.00	1.60
	SDRL	0.41	0.47	0.50	0.46	0.16	0.35	0.50	0.07	0.04	0.49

Πίνακας G.9: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.50$ και $\rho_{xy}=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{xy}=0.95$ $k=0.50$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=54.08$	37.45	20.14	11.17	7.32
0.00	ARL	500.54	500.27	500.43	500.50	500.70
	SDRL	443.76	458.39	476.17	483.54	491.10
0.10	ARL	63.82	59.05	58.57	65.93	77.64
	SDRL	27.94	31.23	39.44	52.87	68.17
0.25	ARL	28.05	22.78	17.51	15.28	14.82
	SDRL	5.66	5.57	5.96	6.89	8.01
0.50	ARL	16.81	13.15	9.08	6.83	5.86
	SDRL	2.05	1.88	1.71	1.74	1.85
0.70	ARL	13.27	10.32	6.93	4.98	4.08
	SDRL	1.31	1.17	1.02	0.98	1.01
0.75	ARL	12.65	9.84	6.58	4.69	3.82
	SDRL	1.20	1.07	0.93	0.88	0.90
1.00	ARL	10.38	8.04	5.33	3.71	2.94
	SDRL	0.84	0.75	0.63	0.61	0.59
1.25	ARL	8.91	6.90	4.54	3.13	2.40
	SDRL	0.65	0.59	0.54	0.40	0.50
1.50	ARL	7.87	6.09	4.02	2.81	2.08
	SDRL	0.54	0.46	0.35	0.42	0.27
1.75	ARL	7.08	5.46	3.64	2.40	1.99
	SDRL	0.42	0.50	0.48	0.49	0.14
2.00	ARL	6.44	5.01	3.16	2.08	1.92
	SDRL	0.50	0.25	0.37	0.28	0.27
2.50	ARL	5.57	4.16	2.98	2.00	1.42
	SDRL	0.50	0.37	0.13	0.01	0.49
3.00	ARL	4.99	3.98	2.47	1.98	1.04
	SDRL	0.11	0.15	0.50	0.14	0.18
4.00	ARL	4.00	3.00	2.00	1.12	1.00
	SDRL	0.01	0.03	0.00	0.33	0.00
5.00	ARL	3.31	2.99	2.00	1.00	1.00
	SDRL	0.46	0.09	0.00	0.00	0.00

Πίνακας G.10: ARL και SDRL απόδοση του ΜxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.75$					0.25 0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=35.09$	24.74	13.49	7.52	4.97	35.09	27.43	13.47	7.53	4.98
0.00	ARL	500.17	500.70	500.72	500.98	500.56	500.96	500.91	500.91	500.70	500.96
	SDRL	462.52	475.35	487.92	496.01	498.33	468.51	474.40	487.13	492.60	493.84
0.10	ARL	239.79	260.78	304.19	347.64	379.43	231.80	252.91	295.64	342.94	377.25
	SDRL	205.31	235.68	290.84	344.05	375.83	197.26	227.52	281.12	337.31	372.77
0.25	ARL	79.13	81.16	96.44	125.87	158.53	76.02	77.63	91.51	119.65	152.95
	SDRL	48.57	58.90	83.75	118.24	153.00	45.93	55.61	78.31	111.64	147.78
0.50	ARL	35.84	31.81	30.11	34.17	42.52	34.75	30.61	28.63	32.39	39.86
	SDRL	12.64	14.12	18.54	26.42	37.31	12.09	13.24	17.31	24.61	34.38
0.70	ARL	26.21	22.06	18.37	18.26	20.73	25.54	21.35	17.60	17.26	19.44
	SDRL	7.05	7.27	8.63	11.57	15.72	6.73	6.82	8.06	10.62	14.40
0.75	ARL	24.64	20.57	16.75	16.20	17.92	24.02	19.95	16.14	15.42	16.82
	SDRL	6.27	6.40	7.37	9.70	12.89	5.95	6.01	6.95	9.09	11.88
1.00	ARL	19.39	15.77	11.92	10.37	10.11	18.91	15.34	11.51	9.94	9.87
	SDRL	3.95	3.77	4.01	4.87	6.08	3.76	3.60	3.75	4.54	5.58
1.25	ARL	16.24	13.07	9.47	7.68	7.20	15.86	12.73	9.18	7.40	6.89
	SDRL	2.82	2.62	2.57	2.93	3.49	2.68	2.48	2.43	2.73	3.21
1.50	ARL	14.11	11.29	7.97	6.17	5.53	13.79	11.00	7.75	5.97	5.31
	SDRL	2.15	1.97	1.87	2.01	2.26	2.06	1.88	1.77	1.87	2.11
1.75	ARL	12.58	10.01	6.95	5.22	4.53	12.29	9.77	6.77	5.07	4.37
	SDRL	1.72	1.58	1.43	1.48	1.62	1.66	1.51	1.36	1.39	1.53
2.00	ARL	11.39	9.04	6.23	4.57	3.86	11.13	8.82	6.05	4.44	3.73
	SDRL	1.44	1.29	1.17	1.16	1.24	1.38	1.24	1.12	1.10	1.18
2.50	ARL	9.67	7.65	5.19	3.71	3.03	9.46	7.48	5.06	3.61	2.94
	SDRL	1.06	0.96	0.84	0.80	0.84	1.02	0.92	0.81	0.76	0.80
3.00	ARL	8.48	6.69	4.51	3.18	2.52	8.28	6.54	4.41	3.11	2.46
	SDRL	0.84	0.77	0.66	0.61	0.62	0.81	0.73	0.64	0.58	0.59
4.00	ARL	6.90	5.43	3.64	2.50	2.03	6.75	5.31	3.54	2.43	2.00
	SDRL	0.61	0.56	0.53	0.52	0.34	0.60	0.53	0.52	0.50	0.33
5.00	ARL	5.90	4.66	3.08	2.08	1.76	5.78	4.54	3.04	2.05	1.71
	SDRL	0.47	0.50	0.30	0.28	0.43	0.48	0.51	0.26	0.23	0.45

Πίνακας G.11: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.75$					0.75 0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=35.00$	24.77	13.45	7.53	4.98	35.12	24.76	13.44	7.53	4.98
0.00	ARL	500.91	500.18	500.75	500.19	500.94	500.30	500.54	500.48	500.00	500.48
	SDRL	468.22	473.86	486.75	489.66	494.16	465.53	479.11	485.54	490.87	491.91
0.10	ARL	205.46	224.83	267.19	316.33	354.53	150.01	163.45	199.54	249.31	290.67
	SDRL	171.86	199.83	251.95	310.41	349.47	116.80	139.44	185.20	239.18	284.43
0.25	ARL	66.18	66.21	75.93	98.88	127.53	48.22	45.40	47.64	59.84	77.46
	SDRL	37.33	44.74	62.81	90.60	122.14	21.97	25.36	35.18	52.33	71.34
0.50	ARL	31.17	27.02	24.17	26.19	31.35	24.54	20.44	16.60	16.05	17.66
	SDRL	9.82	10.62	13.50	18.86	25.74	6.23	6.29	7.30	9.61	12.75
0.70	ARL	23.11	19.15	15.29	14.35	15.49	18.52	15.02	11.21	9.60	9.50
	SDRL	5.55	5.54	6.34	8.18	10.64	3.60	3.46	3.58	4.31	5.34
0.75	ARL	21.83	17.97	14.07	12.87	13.55	17.56	14.16	10.42	8.74	8.43
	SDRL	4.98	4.86	5.50	6.96	8.91	3.26	3.07	3.13	3.68	4.43
1.00	ARL	17.26	13.96	10.25	8.52	8.18	14.05	11.22	7.90	6.13	5.49
	SDRL	3.16	2.97	3.04	3.48	4.23	2.14	1.96	1.83	1.97	2.23
1.25	ARL	14.53	11.64	8.25	6.47	5.86	11.88	9.44	6.51	4.83	4.14
	SDRL	2.30	2.10	1.99	2.17	2.49	1.57	1.41	1.26	1.28	1.40
1.50	ARL	12.66	10.10	7.01	5.29	4.59	10.39	8.22	5.61	4.07	3.36
	SDRL	1.75	1.60	1.46	1.51	1.65	1.21	1.10	0.97	0.94	0.99
1.75	ARL	11.29	8.98	6.15	4.53	3.83	9.30	7.35	4.96	3.54	2.87
	SDRL	1.42	1.29	1.14	1.14	1.24	0.99	0.89	0.78	0.73	0.77
2.00	ARL	10.23	8.12	5.52	4.00	3.29	8.43	6.66	4.48	3.17	2.52
	SDRL	1.18	1.08	0.94	0.91	0.96	0.84	0.76	0.66	0.60	0.62
2.50	ARL	8.70	6.89	4.65	3.29	2.63	7.20	5.67	3.81	2.64	2.10
	SDRL	0.88	0.80	0.70	0.64	0.67	0.64	0.60	0.53	0.53	0.38
3.00	ARL	7.64	6.04	4.06	2.84	2.24	6.31	4.99	3.27	2.23	1.90
	SDRL	0.71	0.36	0.55	0.54	0.47	0.53	0.46	0.45	0.42	0.34
4.00	ARL	6.22	4.94	3.23	2.20	1.88	5.12	4.05	2.82	1.99	1.38
	SDRL	0.51	0.46	0.43	0.40	0.36	0.36	0.26	0.39	0.13	0.48
5.00	ARL	5.27	4.15	2.91	2.00	1.48	4.34	3.43	2.13	1.76	1.03
	SDRL	0.45	0.36	0.31	0.12	0.50	0.47	0.49	0.33	0.42	0.18

Πίνακας G.12: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.75$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.75$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=35.14$	24.80	13.45	7.52	4.99
0.00	ARL	500.15	500.48	500.20	500.34	500.77
	SDRL	463.59	475.71	482.60	488.82	492.16
0.10	ARL	58.35	56.95	63.55	81.56	105.41
	SDRL	30.45	36.07	50.66	73.29	98.68
0.25	ARL	23.36	19.34	15.44	14.58	15.79
	SDRL	5.66	5.62	6.74	8.31	10.91
0.50	ARL	13.46	10.74	7.51	5.75	5.08
	SDRL	1.96	1.80	1.67	1.76	1.96
0.70	ARL	10.49	8.31	5.66	4.11	3.40
	SDRL	1.23	1.11	0.98	0.96	1.01
0.75	ARL	9.97	7.89	5.35	3.85	3.16
	SDRL	1.13	1.01	0.89	0.85	0.89
1.00	ARL	8.09	6.40	4.30	3.03	2.39
	SDRL	0.78	0.71	0.60	0.56	0.55
1.25	ARL	6.90	5.44	3.64	2.50	2.03
	SDRL	0.61	0.56	0.53	0.52	0.34
1.50	ARL	6.07	4.81	3.15	2.13	1.83
	SDRL	0.48	0.47	0.36	0.34	0.39
1.75	ARL	5.42	4.23	2.94	2.01	1.55
	SDRL	0.50	0.43	0.27	0.13	0.50
2.00	ARL	4.99	3.97	2.67	1.97	1.25
	SDRL	0.27	0.24	0.47	0.18	0.43
2.50	ARL	4.11	3.19	2.04	1.60	1.01
	SDRL	0.31	0.39	0.20	0.49	0.11
3.00	ARL	3.92	3.00	2.00	1.09	1.00
	SDRL	0.26	0.03	0.00	0.29	0.00
4.00	ARL	3.00	2.17	1.92	1.00	1.00
	SDRL	0.01	0.38	0.27	0.00	0.00
5.00	ARL	2.91	2.00	1.03	1.00	1.00
	SDRL	0.28	0.00	0.18	0.00	0.00

Πίνακας G.13: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.05, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.05$ $k=0.95$					0.25 0.95				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=24.67$	17.89	9.99	5.68	3.83	24.67	17.89	10.00	5.68	3.84
0.00	ARL	500.06	500.49	500.06	500.01	500.17	500.08	500.17	500.75	500.22	500.85
	SDRL	474.93	485.90	491.70	497.02	497.68	473.26	486.85	489.84	495.86	495.01
0.10	ARL	245.16	274.00	320.35	367.41	401.41	238.74	264.97	314.73	362.56	398.19
	SDRL	217.46	254.19	312.10	362.66	402.22	211.59	245.58	305.55	358.22	394.89
0.25	ARL	78.01	83.61	106.66	146.42	188.44	74.73	80.11	101.41	139.99	181.21
	SDRL	53.07	65.65	96.93	140.72	185.82	49.95	62.48	91.22	134.57	176.32
0.50	ARL	32.72	30.15	30.87	39.02	52.99	31.60	28.96	29.26	36.67	49.65
	SDRL	13.35	15.28	21.48	33.47	49.05	12.54	14.27	20.05	30.92	45.91
0.70	ARL	23.19	20.09	17.75	19.49	24.41	22.55	19.41	16.99	18.28	22.84
	SDRL	7.20	7.58	9.61	14.18	20.53	6.88	7.13	8.99	12.93	18.93
0.75	ARL	21.76	18.62	16.05	16.95	20.85	21.13	18.02	15.39	15.98	19.39
	SDRL	6.40	6.56	8.21	11.73	16.85	6.07	6.15	7.67	10.79	15.46
1.00	ARL	16.72	13.99	11.00	10.21	11.12	16.32	13.57	10.62	9.70	10.47
	SDRL	3.93	3.83	4.24	5.60	7.71	3.75	3.61	3.97	5.17	7.06
1.25	ARL	13.85	11.42	8.54	7.25	7.22	13.50	11.12	8.27	6.94	6.85
	SDRL	2.77	2.61	2.64	3.22	4.08	2.65	2.49	2.51	2.98	3.78
1.50	ARL	11.92	9.78	7.10	5.68	5.33	11.64	9.52	6.90	5.47	5.09
	SDRL	2.10	1.96	1.86	2.10	2.54	2.01	1.86	1.78	1.97	2.35
1.75	ARL	10.56	8.60	6.14	4.74	4.26	10.30	8.39	5.97	4.58	4.09
	SDRL	1.68	1.55	1.43	1.51	1.77	1.61	1.49	1.36	1.42	1.66
2.00	ARL	9.51	7.72	5.45	4.11	3.56	9.29	7.54	5.31	3.98	3.43
	SDRL	1.39	1.27	1.15	1.18	1.32	1.33	1.21	1.10	1.11	1.24
2.50	ARL	8.00	6.48	4.52	3.30	2.74	7.81	6.33	4.40	3.21	2.66
	SDRL	1.02	0.93	0.83	0.81	0.84	0.98	0.90	0.79	0.77	0.79
3.00	ARL	6.97	5.63	3.89	2.79	2.28	6.81	5.50	3.80	2.71	2.23
	SDRL	0.81	0.74	0.67	0.64	0.59	0.77	0.72	0.64	0.62	0.56
4.00	ARL	5.63	4.54	3.12	2.18	1.80	5.49	4.43	3.06	2.13	1.76
	SDRL	0.59	0.56	0.43	0.40	0.46	0.57	0.53	0.40	0.36	0.46
5.00	ARL	4.80	3.89	2.67	1.96	1.41	4.69	3.81	2.59	1.93	1.35
	SDRL	0.47	0.40	0.48	0.25	0.49	0.49	0.43	0.50	0.27	0.48

Πίνακας G.14: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.50$ $k=0.95$					0.75 0.95				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=24.76$	17.88	10.00	5.69	3.84	24.75	17.89	10.00	5.69	3.84
0.00	ARL	500.12	500.85	500.85	500.66	500.85	500.93	500.03	500.75	500.00	500.22
	SDRL	475.42	483.58	492.35	490.96	490.27	474.59	480.03	487.13	490.48	491.72
0.10	ARL	211.49	236.08	236.08	339.93	379.45	152.73	172.78	219.71	275.60	321.54
	SDRL	184.70	216.66	216.66	337.12	372.44	126.78	154.80	208.18	268.91	320.29
0.25	ARL	64.42	67.11	67.11	116.37	154.08	45.48	44.51	51.48	70.60	95.80
	SDRL	40.61	50.00	50.00	110.02	148.13	23.58	28.12	41.68	64.44	90.90
0.50	ARL	28.19	25.15	25.15	29.11	38.41	21.61	18.51	15.93	16.81	20.58
	SDRL	10.29	11.38	11.38	23.46	34.42	6.33	6.50	8.08	11.56	16.77
0.70	ARL	20.33	17.22	17.22	14.83	17.59	12.98	13.27	10.29	9.33	9.97
	SDRL	5.65	5.67	5.67	9.74	13.74	3.61	3.47	3.77	4.88	6.56
0.75	ARL	19.10	16.08	16.08	13.05	15.10	15.08	12.46	9.51	8.37	8.69
	SDRL	5.05	4.97	4.97	8.19	11.35	3.25	3.09	3.25	4.06	5.41
1.00	ARL	14.85	12.25	12.25	8.14	8.38	11.88	9.72	7.06	5.64	5.28
	SDRL	3.17	3.00	3.00	3.87	5.13	2.08	1.93	1.86	2.07	2.50
1.25	ARL	12.34	10.11	10.11	5.99	5.69	9.96	8.09	5.74	4.37	3.84
	SDRL	2.24	2.10	2.10	2.30	2.82	1.51	1.39	1.27	1.30	1.49
1.50	ARL	10.68	8.67	8.67	4.81	4.33	8.64	7.00	4.90	3.62	3.07
	SDRL	1.72	1.57	1.57	1.55	0.37	1.17	1.07	0.95	0.95	1.02
1.75	ARL	9.46	7.66	7.66	4.08	3.53	7.68	6.21	4.32	3.14	2.59
	SDRL	1.37	1.26	1.26	1.16	1.29	0.95	0.87	0.78	0.74	0.75
2.00	ARL	8.53	6.89	6.89	3.56	3.01	6.95	5.61	3.88	2.78	2.28
	SDRL	1.14	1.04	1.02	0.92	0.99	0.80	0.74	0.66	0.63	0.58
2.50	ARL	7.20	5.81	5.81	2.90	2.38	5.89	4.74	3.24	2.27	1.89
	SDRL	0.84	0.78	0.78	0.67	0.63	0.62	0.58	0.48	0.46	0.45
3.00	ARL	6.28	5.06	5.06	2.46	2.00	5.14	4.14	2.88	2.03	1.60
	SDRL	0.69	0.62	0.62	0.54	0.47	0.48	0.43	0.40	0.26	0.50
4.00	ARL	5.08	4.09	4.09	2.02	1.57	4.12	3.27	2.16	1.72	1.10
	SDRL	0.48	0.42	0.42	0.25	0.50	0.34	0.44	0.37	0.45	0.30
5.00	ARL	4.27	3.43	3.43	1.81	1.16	3.58	2.98	2.00	1.18	1.00
	SDRL	0.45	0.50	0.50	0.40	0.37	0.49	0.15	0.04	0.38	0.05

Πίνακας G.15: ARL και SDRL απόδοση του MxMEC διαγράμματος, με $k=0.95$ και $\rho_{XY}=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$\rho_{XY}=0.95$ $k=0.95$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=24.82$	17.91	10.00	5.69	3.84
0.00	ARL	500.25	500.85	500.93	500.76	500.66
	SDRL	473.21	480.00	484.98	491.09	492.69
0.10	ARL	55.91	57.18	69.62	96.15	128.74
	SDRL	32.73	40.20	59.63	88.87	122.45
0.25	ARL	20.51	17.40	14.69	15.06	17.97
	SDRL	5.77	5.78	7.11	9.94	14.22
0.50	ARL	11.37	9.25	6.68	5.26	4.85
	SDRL	1.92	1.76	1.66	1.82	2.17
0.70	ARL	8.73	7.06	4.95	3.66	3.11
	SDRL	1.19	1.08	0.97	0.97	1.04
0.75	ARL	8.29	6.70	4.67	3.43	2.87
	SDRL	1.08	0.99	0.88	0.86	0.91
1.00	ARL	6.67	5.37	3.70	2.64	2.16
	SDRL	0.75	0.68	0.62	0.59	0.52
1.25	ARL	5.64	4.54	3.12	2.18	1.81
	SDRL	0.59	0.56	0.42	0.40	0.45
1.50	ARL	4.96	3.99	2.77	1.99	1.50
	SDRL	0.45	0.39	0.45	0.24	0.50
1.75	ARL	4.38	3.55	2.35	1.85	1.21
	SDRL	0.49	0.50	0.48	0.36	0.40
2.00	ARL	4.02	3.12	2.07	1.59	1.05
	SDRL	0.23	0.32	0.26	0.49	0.22
2.50	ARL	3.31	2.92	2.00	1.09	1.00
	SDRL	0.46	0.27	0.04	0.28	0.03
3.00	ARL	3.00	2.24	1.91	1.00	1.00
	SDRL	0.03	0.43	0.29	0.04	0.00
4.00	ARL	2.27	2.00	1.03	1.00	1.00
	SDRL	0.45	0.00	0.17	0.00	0.00
5.00	ARL	2.00	2.00	1.00	1.00	1.00
	SDRL	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00

Η. Πίνακες τιμών ARL και SDRL του MEC διαγράμματος

Πίνακας Η.1: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.10, 0.25$ για $ARL_0=500$

δ		$k=0.10$					0.25				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=114.9$	84.17	50.10	30.18	20.70	84.50	59.58	33.10	18.77	12.37
0.00	ARL	500.13	499.31	500.54	500.39	500.56	500.75	500.49	500.70	500.55	500.29
	SDRL	353.68	367.98	395.98	422.78	440.89	408.15	429.71	450.59	466.88	479.17
0.10	ARL	241.99	239.78	237.38	237.32	240.50	231.12	232.50	242.92	259.84	278.55
	SDRL	141.46	146.25	156.49	173.15	187.29	156.70	170.84	199.12	230.20	255.10
0.25	ARL	105.17	99.92	93.95	88.61	85.47	92.90	87.01	82.48	82.32	86.33
	SDRL	38.21	39.86	41.31	42.89	44.90	39.07	41.70	46.96	54.88	64.38
0.50	ARL	58.49	52.00	46.10	41.73	38.91	49.95	42.98	36.49	32.85	31.28
	SDRL	12.76	13.36	13.95	13.98	14.06	12.30	12.82	13.77	14.72	15.95
0.70	ARL	45.37	38.99	33.16	29.41	27.06	38.46	31.90	25.50	21.92	20.17
	SDRL	7.61	7.78	8.14	8.14	8.08	7.21	7.22	7.56	7.85	8.20
0.75	ARL	43.16	36.85	31.03	27.39	25.13	36.53	30.11	23.77	20.27	18.49
	SDRL	6.87	6.96	7.26	7.30	7.21	6.49	6.42	6.68	6.94	7.19
1.00	ARL	35.21	29.36	23.74	20.48	18.60	29.67	23.93	18.03	14.77	13.15
	SDRL	4.49	4.41	4.55	4.57	4.51	4.22	4.04	4.08	4.17	4.24
1.25	ARL	30.22	24.85	19.48	16.46	14.79	25.38	20.24	14.77	11.74	10.26
	SDRL	3.27	3.14	3.17	3.20	3.16	3.07	2.86	2.80	2.85	2.88
1.50	ARL	26.73	21.79	16.69	13.83	12.33	22.41	17.73	12.67	9.82	8.45
	SDRL	2.55	2.39	2.38	2.40	2.38	2.39	2.19	2.09	2.10	2.13
1.75	ARL	24.13	19.55	14.71	11.99	10.60	20.19	15.91	11.18	8.50	7.22
	SDRL	2.07	1.92	1.88	1.89	1.88	1.94	1.76	1.64	1.63	1.64
2.00	ARL	22.10	17.83	13.23	10.63	9.31	18.46	14.50	10.07	7.53	6.31
	SDRL	1.73	1.59	1.54	1.55	1.54	1.62	1.47	1.34	1.32	1.32
2.50	ARL	19.09	15.33	11.15	8.73	7.54	15.91	12.45	8.52	6.22	5.11
	SDRL	1.30	1.19	1.11	1.11	1.11	1.22	1.10	0.98	0.93	0.93
3.00	ARL	16.95	13.57	9.74	7.48	6.38	14.09	11.01	7.46	5.35	4.33
	SDRL	1.04	0.94	0.87	0.85	0.84	0.98	0.87	0.77	0.72	0.71
4.00	ARL	14.05	11.22	7.94	5.94	4.97	11.65	9.09	6.11	4.28	3.37
	SDRL	0.74	0.67	0.61	0.59	0.58	0.70	0.63	0.54	0.50	0.51
5.00	ARL	12.15	9.70	6.82	5.02	4.11	10.05	7.85	5.21	3.67	2.91
	SDRL	0.58	0.55	0.48	0.41	0.41	0.55	0.50	0.43	0.48	0.34

Πίνακας Η.2: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.50, 0.75$ για $ARL_0=500$

δ		$k=0.50$					0.75				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=53.36$	37.30	20.12	11.15	7.30	34.80	24.70	13.4	7.52	4.98
0.00	ARL	500.23	500.09	500.61	500.01	500.61	500.38	500.01	500.63	500.60	500.06
	SDRL	457.22	460.13	477.42	488.74	487.72	469.61	473.86	489.47	489.89	495.62
0.10	ARL	229.97	243.93	275.25	310.42	343.44	238.98	263.22	303.53	351.75	384.29
	SDRL	182.85	208.13	253.77	296.26	332.22	207.47	240.29	289.49	341.16	373.49
0.25	ARL	82.09	79.60	84.07	99.06	119.67	77.92	80.17	95.12	125.69	160.67
	SDRL	42.22	48.14	62.48	85.00	110.83	47.17	56.99	81.15	119.25	154.35
0.50	ARL	41.00	35.39	30.85	30.50	33.23	35.59	31.65	29.86	34.11	42.52
	SDRL	12.20	13.04	15.34	18.93	24.17	12.66	14.02	18.18	26.29	36.85
0.70	ARL	30.87	25.48	20.29	18.28	18.26	25.99	21.92	18.29	18.18	20.56
	SDRL	6.92	6.93	7.70	9.03	10.73	6.95	7.11	8.55	11.46	15.41
0.75	ARL	29.22	23.96	18.76	16.59	16.33	24.48	20.48	16.70	16.16	17.85
	SDRL	6.20	6.14	6.71	7.79	9.18	6.19	6.25	7.34	9.64	12.79
1.00	ARL	23.44	18.81	13.86	11.43	10.61	19.28	15.73	11.88	10.33	10.36
	SDRL	3.99	3.78	3.86	4.26	4.76	3.91	3.74	3.98	4.80	5.98
1.25	ARL	19.89	15.78	11.23	8.84	7.90	16.16	13.04	9.44	7.69	7.23
	SDRL	2.87	2.66	2.59	2.75	2.99	2.79	2.61	2.58	2.94	3.46
1.50	ARL	17.45	13.76	9.57	7.28	6.32	14.05	11.26	7.95	6.19	5.56
	SDRL	2.23	2.03	1.91	1.97	2.09	2.14	1.98	1.87	2.01	2.29
1.75	ARL	15.65	12.29	8.43	6.25	5.30	12.51	9.99	6.94	5.24	4.55
	SDRL	1.80	1.63	1.49	1.49	1.56	1.72	1.57	1.44	1.49	1.65
2.00	ARL	14.24	11.16	7.58	5.51	4.59	11.33	9.03	6.21	4.58	3.88
	SDRL	1.51	1.36	1.21	1.18	1.23	1.44	1.30	1.17	1.16	1.25
2.50	ARL	12.20	9.54	6.39	4.53	3.67	9.63	7.65	5.19	3.72	3.04
	SDRL	1.13	1.01	0.88	0.83	0.84	1.07	0.96	0.84	0.80	0.83
3.00	ARL	10.76	8.40	5.58	3.90	3.11	8.44	6.69	4.51	3.19	2.54
	SDRL	0.90	0.81	0.70	0.65	0.63	0.84	0.77	0.67	0.60	0.62
4.00	ARL	8.83	6.89	4.54	3.13	2.39	6.87	5.43	3.64	2.51	2.03
	SDRL	0.65	0.59	0.54	0.41	0.50	0.61	0.56	0.53	0.52	0.34
5.00	ARL	7.58	5.93	3.94	2.72	2.04	5.88	4.65	3.08	2.08	1.77
	SDRL	0.54	0.44	0.35	0.45	0.21	0.47	0.50	0.30	0.27	0.43

Πίνακας Η.3: ARL και SDRL απόδοση του κλασσικού MEC διαγράμματος, με $k=0.95$ για $ARL_0=500$

δ		$k=0.95$				
		$\lambda=0.05$	0.10	0.25	0.50	0.75
		$h=24.56$	17.85	9.97	5.68	3.83
0.00	ARL	500.41	500.67	500.10	500.15	500.40
	SDRL	474.79	482.25	488.17	497.04	504.60
0.10	ARL	245.90	273.26	325.05	372.48	403.92
	SDRL	221.46	254.26	314.55	362.79	398.52
0.25	ARL	76.83	82.83	106.07	147.19	190.02
	SDRL	51.14	64.34	95.87	141.98	184.57
0.50	ARL	32.53	29.98	30.74	39.03	52.93
	SDRL	13.25	15.14	21.22	32.81	48.88
0.70	ARL	23.07	19.99	17.71	19.37	24.17
	SDRL	7.11	7.43	9.55	13.99	20.15
0.75	ARL	21.62	18.57	16.00	16.92	20.64
	SDRL	6.31	6.50	8.10	11.69	16.73
1.00	ARL	16.69	13.95	10.96	10.12	11.02
	SDRL	3.91	3.80	4.21	5.45	7.45
1.25	ARL	13.81	11.40	8.54	7.25	7.23
	SDRL	2.76	2.61	2.66	3.21	4.09
1.50	ARL	11.90	9.76	7.11	5.71	5.36
	SDRL	2.11	1.96	1.89	2.13	2.59
1.75	ARL	10.53	8.60	6.15	4.76	4.27
	SDRL	1.68	1.55	1.44	1.54	1.79
2.00	ARL	9.48	7.72	5.46	4.12	3.58
	SDRL	1.39	1.28	1.16	1.18	1.32
2.50	ARL	7.99	6.48	4.51	3.30	2.75
	SDRL	1.02	0.94	0.84	0.80	0.84
3.00	ARL	6.96	5.63	3.89	2.80	2.28
	SDRL	0.91	0.74	0.66	0.63	0.59
4.00	ARL	5.61	4.53	3.12	2.18	1.80
	SDRL	0.59	0.55	0.43	0.40	0.45
5.00	ARL	4.79	3.89	2.67	1.96	1.41
	SDRL	0.47	0.40	0.48	0.25	0.49

