



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ**

**ΜΕ ΘΕΜΑ**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ και ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ**

**DECISION – MAKING ANALYSIS and RISK MANAGEMENT**

από

**Αντωνίου Άντρα**

(Αριθμός μητρώου: ge18709)

**Επιβλέπων καθηγητής: Κολέτσος Ιωάννης, Αναπληρωτής Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ**

**Τριμελής εξεταστική επιτροπή**

**1. Κολέτσος Ιωάννης**

**2. Κοκκίνης Βασίλειος**

**3. Στεφανέας Πέτρος**

**Αναπληρωτές Καθηγητές, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ**

*Αθήνα, Ιούνιος 2023*

## ***Ευχαριστίες***

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο ολοκλήρωσης των προπτυχιακών μου σπουδών στη Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, ΣΕΜΦΕ, και συγκεκριμένα στον Τομέα Μαθηματικών, του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, κατά το έτος 2023.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή μου, κ. Ιωάννη Κολέτσο, για την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε και την πολύτιμη βοήθεια και γνώσεις του που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια συγγραφής της εργασίας.

Ακολούθως, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους τους φίλους και συμφοιτητές μου για την αδιάκοπη στήριξη και συμπαράσταση που μου έδειξαν, τόσο κατά τη διάρκεια της συγγραφής όσο και κατά τη διάρκεια της 5ετής φοίτησης μου στο Ε.Μ.Π. Ευχαριστώ για τις αξέχαστες εμπειρίες της φοιτητικής μου ζωής στην Αθήνα, αφού χωρίς αυτούς όλα θα ήταν διαφορετικά.

Κλείνοντας, δε θα μπορούσα να μην ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τους γονείς μου και τα αδέρφια μου. Συγκεκριμένα, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Αντώνη και Αντωνία, καθώς χωρίς τη δική τους στήριξη και βοήθεια δε θα μπορούσα να καταφέρω στο ελάχιστο όσα έκανα τα τελευταία πέντε χρόνια αλλά και γενικότερα. Σε αυτούς οφείλω όλη τη διαδρομή των σπουδών μου.

## **Περιεχόμενα**

Λίστα Πινάκων.....	6
Λίστα Εικόνων.....	7
Περίληψη.....	9
Abstract.....	10
1. Εισαγωγή.....	11
1.1 Τι είναι Επιχειρησιακή Έρευνα.....	11
1.2 Επιστημονική Μεθοδολογία – Βασικά στάδια.....	12
1.3 Ιστορία Επιχειρησιακής Έρευνας.....	13
2. Ανάλυση Λήψης Απόφασης (Decision Making Analysis).....	15
2.1 Τι είναι η Ανάλυση Λήψης Απόφασης.....	15
2.2 Ορολογία Ανάλυσης Αποφάσεων.....	16
2.3 Εισαγωγικό Παράδειγμα.....	17
2.3.1 Λήψη απόφασης υπό αβεβαιότητα (Decision making under uncertainty).....	18
2.3.1.1 Maximin ή Minimax Payoff Κριτήριο.....	19
2.3.1.2 Maximax ή Minimin Κριτήριο.....	20
2.3.1.3 Κριτήριο Hurwicz.....	20
2.3.1.4 Κριτήριο Laplace ή Αναμενόμενης Τιμής.....	21
2.3.1.5 Κριτήριο Minimax Μετάνοιας (Minimax Regret).....	22
2.3.2 Λήψη απόφασης υπό κίνδυνο (Decision making under risk).....	22
2.3.2.1 Κανόνας Απόφασης του Bayes (Bayes' Decision Rule).....	24
2.3.2.2 Κριτήριο Μέγιστης Πιθανότητας (Maximum Likelihood Criterion).....	27
2.3.2.3 Αναμενόμενη Τιμή υπό αβεβαιότητα (Expected Value under uncertainty).....	27
2.3.2.4 Αναμενόμενη Απώλεια Ευκαιρίας (EOL) ή Expected Regret.....	28
2.3.2.5 Αναμενόμενη Τιμή της Τέλειας Πληροφόρησης (EVPI).....	29
2.3.3 Δέντρα Απόφασης (Decision Trees).....	31
2.3.4 Εκ των υστέρων Πιθανότητες (Posterior Probabilities).....	33
2.3.5 Συναρτήσεις Χρησιμότητας (Utility Functions).....	36
2.4 Μεγαλύτερο πρόβλημα.....	41
3. Ανάλυση Κινδύνου (Risk Analysis).....	44
3.1 Εισαγωγή στην Ανάλυση Κινδύνου.....	44
3.2 Διαδικασία Ανάλυσης Κινδύνου.....	44
3.2.1 Προσδιορισμός Κινδύνων.....	45
3.2.2 Μοντελοποίηση προβλήματος και λήψη κατάλληλων αποφάσεων.....	46

3.2.3	Στρατηγικές Διαχείρισης Κινδύνου.....	47
3.2.3.1	Αξιολόγηση Στρατηγικών Διαχείρισης Κινδύνου.....	50
3.3	Σχεδιασμός Ανάλυσης Κινδύνου.....	50
4.	Διαχείριση Κινδύνου (Risk Management).....	53
4.1	Τι είναι κίνδυνος;.....	53
4.2	Η ανάγκη για διαχείριση κινδύνου.....	54
4.2.1	Η εξέλιξη της διαχείρισης κινδύνου.....	54
4.3	Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk - VaR).....	54
4.3.1	Τι είναι η Αξία σε Κίνδυνο;.....	54
4.3.2	Το Μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (The VaR Measure).....	55
4.3.2.1	Ιστορική Προσομοίωση (Historical Simulation Approach).....	57
4.3.2.2	Κατασκευή Μοντέλων – Monte Carlo (Model-Building Approach).....	61
4.3.2.3	Αναλυτική Μέθοδος Διασποράς-Συνδιασποράς (Variance - Covariance).....	64
4.3.3	Έλεγχος Πίεσης και Έλεγχος Παρελθόντος (Stress & Back Testing).....	67
4.4	Τύποι Χρηματοπιστωτικών Κινδύνων.....	67
4.4.1	Κίνδυνος της Αγοράς (Market Risk).....	67
4.4.2	Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk).....	68
4.4.3	Κίνδυνος Ρευστότητας (Liquidity Risk).....	69
4.4.4	Λειτουργικός Κίνδυνος (Operational Risk).....	69
4.4.5	Νομικός Κίνδυνος (Legal Risk).....	70
4.5	Παράγωγα και Διαχείριση Κινδύνου.....	71
4.5.1	Τι είναι τα παράγωγα;.....	71
4.5.2	Η ιστορία των παραγώγων.....	72
4.5.3	Σημαντικότητα παραγώγων.....	73
4.5.4	Προθεσμιακά Συμβόλαια (Forward Contracts).....	74
4.5.5	Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future Contracts).....	75
4.5.6	Ανταλλαγές (Swaps).....	75
4.5.6.1	Ανταλλαγή Επιτοκίων (Interest Rate Swap).....	76
4.5.6.2	Ανταλλαγή Νομισμάτων (Currency Swap).....	76
4.5.6.3	Ανταλλαγή Μετοχών (Equity Swap).....	76
4.5.6.4	Ανταλλαγή Εμπορευμάτων (Commodity Swap).....	77
4.5.7	Δικαιώματα Προαίρεσης (Options).....	77
4.5.7.1	Δικαίωμα Αγοράς (Call Option).....	78
4.5.7.2	Δικαίωμα Πώλησης (Put Option).....	79

4.5.7.3 Θέσεις Δικαιωμάτων (Option Positions).....	79
4.5.8 Τα Ελληνικά Γράμματα (The Greek Letters).....	80
4.5.8.1 Delta ( $\Delta$ ).....	81
4.5.8.2 Theta ( $\Theta$ ).....	86
4.5.8.3 Gamma ( $\Gamma$ ).....	89
4.5.8.4 Vega ( $V$ ).....	92
4.5.8.5 Rho ( $P$ ).....	95
Βιβλιογραφία.....	97

## **Λίστα Πινάκων**

Πίνακας 1: Πίνακας αποδόσεων .....	17
Πίνακας 2: Πίνακας Maximin Κριτηρίου .....	20
Πίνακας 3: Πίνακας Maximax Κριτηρίου.....	20
Πίνακας 4: Πίνακας Κριτηρίου Αναμενόμενης Τιμής .....	21
Πίνακας 5: Πίνακας Regret.....	22
Πίνακας 6: Πίνακας Minimax Regret.....	22
Πίνακας 7: Πίνακας Κριτηρίου Μέγιστης Πιθανότητας.....	27
Πίνακας 8: Πίνακας Αναμενόμενης Τιμής.....	28
Πίνακας 9: Πίνακας Απώλειας Ευκαιρίας.....	29
Πίνακας 10: Πίνακας EOL.....	29
Πίνακας 11: Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό (AMA) .....	35
Πίνακας 12: Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό (ΑΜΠ) .....	35
Πίνακας 13: Πίνακας Απώλειας Ευκαιρίας.....	42
Πίνακας 14: Πίνακας Αναμενόμενης Απώλειας Ευκαιρίας.....	42
Πίνακας 15: Πίνακας Δεδομένων 500 ημερών.....	59
Πίνακας 16: Πίνακας Σεναρίων.....	59

## **Λίστα Εικόνων**

Εικόνα 1: Γραφική απεικόνιση Expected Payoff.....	26
Εικόνα 2: Δέντρο Απόφασης παραδείγματος.....	31
Εικόνα 3: Δέντρο Απόφασης παραδείγματος με Αναμενόμενη Τιμή .....	32
Εικόνα 4: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Averse.....	37
Εικόνα 5: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Neutral.....	38
Εικόνα 6: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Seeking.....	38
Εικόνα 7: Συνάρτηση Χρησιμότητας παράδειγμα.....	39
Εικόνα 8: Πίνακας δεδομένων .....	41
Εικόνα 9: Πίνακας Υπολογισμού Απώλειας Ευκαιρίας.....	42
Εικόνα 10: Δέντρο Απόφασης μεγαλύτερου παραδείγματος.....	43
Εικόνα 11: Διάγραμμα Διαδικασίας Ανάλυσης Κινδύνου.....	45
Εικόνα 12: Υπολογισμός VaR από την κατανομή μεταβολών στην αξία του χαρτοφυλακίου (με επίπεδο σημαντικότητας $x\%$ ).....	56
Εικόνα 13: Γραφική Αναπαράσταση μέτρου $\Delta$ .....	81
Εικόνα 14: Γραφική παράσταση $\theta$ σε σχέση με την τιμή μετοχής.....	88
Εικόνα 15: Καμπύλη σχέσης τιμής μετοχής με τιμή δικαιώματος αγοράς.....	89
Εικόνα 16: Καμπύλη $\Gamma$ σε σχέση με την τιμή μετοχής.....	90
Εικόνα 17: Καμπύλη $V$ σε σχέση με την τιμή μετοχής.....	94





## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο «Ανάλυση Αποφάσεων και Διαχείριση Κινδύνων» χωρίζεται σε δύο μεγάλα μέρη, την ανάλυση λήψης απόφασης και την ανάλυση και διαχείριση κινδύνων. Για αρχή, δίνεται ο ορισμός της Επιχειρησιακής Έρευνας, η ιστορία της, καθώς και τα βασικά στάδια που ακολουθεί όποιος την εφαρμόζει.

Έπειτα, ακολουθεί το πρώτο μέρος της εργασίας, στο οποίο αρχικά ορίζεται η ανάλυση λήψης απόφασης. Στη συνέχεια, μέσω ενός εισαγωγικού παραδείγματος, αναλύεται η λήψη απόφασης υπό αβεβαιότητα και παρουσιάζονται κάποια από τα κριτήρια που εφαρμόζονται, όπως τα Maximin ή Minimax, Hurwicz, Laplace κ.ά. Αντιστοίχως, αναλύεται η λήψη απόφασης υπό ρίσκο και παρουσιάζονται τα ανάλογα κριτήρια, όπως το κριτήριο Μεγίστης Πιθανότητας, ο κανόνας απόφασης του Bayes κ.ά. Στο πλαίσιο του παραδείγματος, αναλύονται και κατασκευάζονται τα αντίστοιχα δέντρα απόφασης. Επιπρόσθετα, παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος υπολογισμού των εκ των υστέρων πιθανοτήτων ενός προβλήματος και ορίζονται οι συναρτήσεις χρησιμότητας. Κλείνοντας το πρώτο μέρος, παρατίθεται ένα μεγαλύτερο παράδειγμα, για σκοπούς ρεαλισμού.

Το δεύτερο, και μεγαλύτερο, μέρος της εργασίας ξεκινά με την εισαγωγή στην ανάλυση κινδύνου, ενώ ακολουθεί η διαδικασία και ο σχεδιασμός ανάλυσης των κινδύνων. Στη συνέχεια, στρεφόμαστε στη διαχείριση των κινδύνων και την Αξία σε Κίνδυνο. Αναλύονται οι τρεις βασικοί τρόποι μέτρησης της Αξίας σε Κίνδυνο, μέσω ιστορικής προσομοίωσης, κατασκευής μοντέλων, και πιο συγκεκριμένα μέσω της Monte Carlo προσομοίωσης και τέλος, μέσω της παραμετρικής μεθόδου διασποράς – συνδιασποράς. Επιπροσθέτως, αναφέρονται οι τύποι χρηματοπιστωτικών κινδύνων. Έπειτα, ορίζονται τα παράγωγα και αναλύονται τα τέσσερα βασικά είδη, προθεσμιακά συμβόλαια, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, ανταλλαγές και δικαιώματα προαίρεσης. Τέλος, αναλύονται τα ελληνικά γράμματα (“Greeks”),  $\Delta$ ,  $\theta$ ,  $\Gamma$ ,  $V$  και  $P$ , που αποτελούν μέτρα κινδύνου και βοηθούν τις εταιρείες στη διαχείριση των κινδύνων στους οποίους εκτίθενται.

## ***Abstract***

This diploma thesis entitled “Decision – Making Analysis and Risk Management” is divided into two major parts, decision analysis and analysis and management of risks. To begin with, the definition of Operational Research, its history and the basic stages followed by anyone who applies it are given.

Then, the first part of the diploma thesis follows, in which the decision – making analysis is first defined. Through an introductory example, decision – making under uncertainty is analyzed and some of the criteria applied, such as Maximin/Minimax, Huwricz, Laplace, etc. are presented. Similarly, decision – making under risk is analyzed and the corresponding criteria are presented, such as the Maximum Likelihood criterion, the Bayes’ decision rule, etc. In the context of the example, the corresponding decision trees are analyzed and constructed. Additionally, the way of calculating the posterior probabilities of a problem is presented in detail and utility functions are defined. Concluding the first part, a larger example is given, for realism purposes.

The second, and longer, part of the diploma thesis begins with an introduction to risk analysis, followed by the process of risk analysis. Then, we turn to risk management and Value at Risk (VaR). The three main ways of measuring VaR are analyzed. These three ways are the historical simulation, the model – building approach, more specifically the Monte Carlo simulation and finally the parametric method of variance – covariance. In addition, the types of financial risks are mentioned. Then, derivatives are defined, as well as their four main types, that are known as forwards, futures, swaps and options. Finally, the Greek letters (or the “Greeks”),  $\Delta$ ,  $\theta$ ,  $\Gamma$ ,  $V$  and  $P$ , which are measures of risk and help companies manage the risks they are exposed to, are analyzed.

# **1. Εισαγωγή**

## **1.1 Τι είναι Επιχειρησιακή Έρευνα**

Επιχειρησιακή Έρευνα (Operational Research) καλείται ο επιστημονικός κλάδος που ασχολείται με την εύρεση λύσεων, οι οποίες σκοπό έχουν τη λήψη της βέλτιστης απόφασης, σε απλά ή σύνθετα προβλήματα που ενδέχεται να προκύψουν σε ένα οργανισμό [1]. Πρόκειται για μία αναλυτική μέθοδο επίλυσης προβλημάτων και λήψης αποφάσεων που είναι πολύτιμη και εφαρμόζεται από τη διοίκηση μίας εταιρείας, ενός οργανισμού κ.ο.κ. [2]. Όπως λέει και το όνομα της, η επιχειρησιακή έρευνα περιλαμβάνει κάθε είδους έρευνα σε επιχειρήσεις. Οι έρευνες αυτές διεξάγονται για προβλήματα τα οποία απασχολούν τις επιχειρήσεις, ως προς το πώς θα συντονιστούν και πώς θα αντιμετωπιστούν από αυτές, και πιο συγκεκριμένα από το διοικητικό τους τμήμα [3].

Δικαίως, της αποδίδεται ο όρος «υποπεδίο» των μαθηματικών [4], δηλαδή αποτελεί υποσύνολο του πεδίου των μαθηματικών, αφού πρόκειται για μία μαθηματική επιστήμη η οποία στηρίζει την επίλυση προβλημάτων σε μαθηματικά εργαλεία, όπως προτυποποίηση, βελτιστοποίηση, στατιστική, πιθανότητες, μεταξύ άλλων, με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και κατάλληλων εργαλείων (π.χ. Excel). Συγχρόνως, η επιχειρησιακή έρευνα περιέχει και εκμεταλλεύεται κι άλλες τεχνικές, όπως Θεωρία παιγνίων, Management και Marketing, Μηχανική, Νευρωνικά Δίκτυα, ακόμη και στοιχεία Ψυχολογίας και Κοινωνιολογίας, η αξιοποίηση των οποίων στοχεύει στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων που καλείται να αντιμετωπίσει ένας οργανισμός [1, 2].

Ο ορισμός που ακολουθεί, ο οποίος δόθηκε από τους Russell Lincoln Ackoff και Maurice W. Sasieni, δίνει έμφαση στην επιστημονική φύση της Επιχειρησιακής Έρευνας: «Επιχειρησιακή Έρευνα θεωρείται η εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων, από μεικτές ομάδες, σε προβλήματα που αφορούν τον έλεγχο οργανωμένων συστημάτων, τα οποία αποτελούνται από ανθρώπους και μηχανές, με τέτοιο τρόπο ώστε να παρέχουν λύσεις που εξυπηρετούν τους σκοπούς του οργανισμού ως σύνολο κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο» [1].

Η διαδικασία που προβλέπεται για την καλύτερη εφαρμογή της επιχειρησιακής έρευνας και την επιτυχή εύρεση των βέλτιστων λύσεων αρχίζει με την αναγνώριση και τη διατύπωση του προβλήματος, ενώ παράλληλα συγκεντρώνονται σχετικά δεδομένα. Έπειτα, ακολουθεί η κατασκευή ενός μαθηματικού, συνήθως, μοντέλου το οποίο περιλαμβάνει την ουσία του πραγματικού προβλήματος, μοιάζει με αυτό και ανταποκρίνεται στις πραγματικές μεταβλητές. Υπάρχει η υπόθεση ότι το μοντέλο αυτό αναπαριστά επαρκώς και ακριβώς τα βασικά χαρακτηριστικά της κατάστασης στην οποία παρουσιάζεται το πρόβλημα. Έτσι, οι λύσεις που προκύπτουν από την ανάλυση και επίλυση του μοντέλου είναι αποδεκτές για το πραγματικό πρόβλημα. Στη συνέχεια, ακολουθεί η επιβεβαίωση/επικύρωση του μοντέλου, ένα βήμα στο οποίο διεξάγονται οι απαραίτητες δοκιμές ή αλλιώς πειράματα, ώστε να ελεγχθεί η υπόθεση της ακρίβειας των χαρακτηριστικών του μοντέλου, να τροποποιηθεί όπως απαιτείται και εν τέλει να επαληθευτεί η υπόθεση. Ακολουθεί η επίλυση του μοντέλου με τη χρήση ηλεκτρονικού

υπολογιστή και έτσι, τελικά, λαμβάνονται τα αποτελέσματα, γίνεται αποτίμηση αυτών και αποφασίζεται η βέλτιστη λύση [1-3].

Υπάρχουν τρία βασικά χαρακτηριστικά τα οποία συναντάμε σε κάθε προσπάθεια επιχειρησιακής έρευνας οποιουδήποτε οργανισμού. Το πρώτο χαρακτηριστικό είναι η *βελτιστοποίηση*, αφού σκοπός της έρευνας είναι να επιτύχει την καλύτερη απόδοση, κάτω από τις συγκεκριμένες προϋποθέσεις που απαιτεί το πρόβλημα. Το χαρακτηριστικό αυτό συνδυάζει τη σύγκριση και τον περιορισμό των πιθανών επιλογών και γι' αυτό επιτυγχάνει τη βέλτιστη, για τον οργανισμό, λύση. Το δεύτερο χαρακτηριστικό είναι η *προσομοίωση*, η οποία περιλαμβάνει την κατασκευή των μοντέλων αλλά ή/και τις επαναλήψεις του, ώστε να δοκιμαστούν οι προτεινόμενες λύσεις, πριν την τελική εφαρμογή τους. Το τρίτο και τελευταίο βασικό χαρακτηριστικό της επιχειρησιακής έρευνας είναι η *στατιστική* και οι *πιθανότητες*, αφού περιλαμβάνει τη χρήση μαθηματικών αλγορίθμων και δεδομένων προκειμένου να βρει χρήσιμες πληροφορίες αλλά και επικείμενους κινδύνους, να οδηγηθεί σε προβλέψεις που είναι αξιόπιστες αλλά και να δοκιμάσει πιθανές λύσεις [2].

Η επιχειρησιακή έρευνα βρίσκει εφαρμογές σε ποικίλους τομείς όπως είναι η βιομηχανία, η βέλτιστη κατανομή πόρων, οι βέλτιστες μεταφορές, ο προγραμματισμός κατασκευής ενός έργου από κατασκευαστικές εταιρείες, η τηλεπικοινωνία, τα χρηματοοικονομικά και ο οικονομικός σχεδιασμός εταιρειών, η υγεία, ο στρατός, οι δημόσιες υπηρεσίες και άλλους πολλούς τομείς [1, 3].

## **1.2 Επιστημονική Μεθοδολογία – Βασικά στάδια**

Τα στάδια που ακολουθεί η Επιχειρησιακή Έρευνα στη δραστηριοποίησή της είναι περίπου ίδια σε κάθε περίπτωση, ανεξαρτήτου συνθήκης και μοντέλου, και είναι τα εξής:

1. Ανάλυση του συστήματος
2. Διατύπωση στόχων
3. Διατύπωση του μοντέλου
4. Επίλυση του μοντέλου
5. Ανάλυση ευαισθησίας
6. Εφαρμογή βέλτιστης λύσης

Στο πρώτο στάδιο αναλύεται το σύστημα και προσδιορίζεται ως προς τη δομή και τον τρόπο λειτουργίας του, ώστε να γίνει κατανοητό. Γίνεται σαφής η αντίληψη του ως προς αντιμετώπιση προβλήματος και αναγνωρίζονται οι παράμετροι και οι περιορισμοί που επιβάλλονται στο σύστημα.

Στο δεύτερο στάδιο θέτονται οι στόχοι που θέλει ο οργανισμός να πετύχει, ένα στάδιο πολύ σημαντικό αφού η διατύπωση των σωστών στόχων καθορίζουν την αποτελεσματικότητα των λύσεων που θα δοθούν. Οι στόχοι, όταν είναι πολλοί και ανεξάρτητοι, θέτονται με σειρά προτεραιότητας και ακολουθείται κατάλληλη στρατηγική για την εκπλήρωσή τους.

Ακολουθως, στο τρίτο στάδιο διατύπωσης του μοντέλου, κατασκευάζεται το μαθηματικό μοντέλο που αναπαριστά μια απλουστευμένη προσέγγιση του πραγματικού προβλήματος, το οποίο εκφράζει, συγχρόνως, τους στόχους του προβλήματος και τους περιορισμούς του περιβάλλοντος.

Έπειτα, στο τέταρτο στάδιο, ακολουθεί η επίλυση του μοντέλου με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος. Η επίλυση γίνεται με τη χρήση διαφόρων τεχνικών που στηρίζονται σε μαθηματικές μεθόδους, όπως διαφορικό και ολοκληρωτικό λογισμό, βελτιστοποίηση, θεωρίες πιθανοτήτων και στατιστική. Η πιο χαρακτηριστική τεχνική που χρησιμοποιεί η επιχειρησιακή έρευνα είναι ο Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming), που σχεδιάστηκε για μοντέλα με αυστηρά γραμμικούς περιορισμούς. Άλλες σημαντικές μέθοδοι της επιχειρησιακής έρευνας είναι ο ακέραιος, δυναμικός και μη γραμμικός προγραμματισμός, τα δέντρα αποφάσεων, η θεωρία ουρών αναμονής, ο προγραμματισμός δικτύων και η θεωρία παιγνίων. Έτσι, δίνεται η βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Στο πέμπτο στάδιο, στην ανάλυση ευαισθησίας, προσδιορίζεται η ευαισθησία της λύσης όταν το μοντέλο υπόκειται σε μεταβολές στις παραμέτρους του. Δίνεται η συμπεριφορά της λύσης γύρω από μία γειτονιά παραμέτρων, όταν αυτές δεν μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια, η οποία καθορίζει την επιλογή της στρατηγικής που θα ακολουθήσει ο οργανισμός.

Στο έκτο και τελευταίο στάδιο, της επιστημονικής μεθοδολογίας που ακολουθεί η επιχειρησιακή έρευνα, εφαρμόζεται η βέλτιστη λύση που δόθηκε από την επίλυση του μοντέλου και αντιμετωπίζονται δυσκολίες που προέκυψαν ενώ δεν είχαν προβλεφθεί [1].

### ***1.3 Ιστορία Επιχειρησιακής Έρευνας***

Από το ξεκίνημα της βιομηχανικής επανάστασης κι έπειτα παρατηρείται σημαντική ανάπτυξη και πολύπλοκη σύνθεση στους οργανισμούς και τις επιχειρήσεις. Μικρές επιχειρήσεις του παρελθόντος έχουν εξελιχθεί σήμερα σε εταιρείες με δισεκατομμύρια κέρδη. Αναπόσπαστο κομμάτι αυτής της επαναστατικής αλλαγής είναι η εντυπωσιακή αύξηση της κατανομής εργασίας και καταμερισμού ευθυνών σε τέτοιους οργανισμούς, τα οποία οδήγησαν σε εξαιρετικά αποτελέσματα.

Παρ' όλ' αυτά, συγχρόνως με τα θετικά, οι αλλαγές αυτές δημιούργησαν καινούρια προβλήματα, τα οποία αντιμετωπίζουν μέχρι και σήμερα οι επιχειρήσεις. Επί παραδείγματι, ένα από τα προβλήματα που δημιουργούνται είναι η τάση των εργαζομένων μίας επιχείρησης να εξελιχθούν αυτόνομα και με δικούς τους στόχους και αξίες, παραβλέποντας έτσι το πώς οι προσωπικοί τους στόχοι συνδυάζονται με αυτούς του οργανισμού. Συνήθως, ό,τι ωφελεί τον ένα εργαζόμενο είναι επιζήμιο για κάποιον άλλον, οπότε οι στόχοι τους έρχονται σε αντιπαράθεση και δεν ταυτίζονται με αυτούς του οργανισμού. Συγχρόνως, όσο πιο σύνθετος και εξειδικευμένος είναι ένας οργανισμός, τόσο πιο δύσκολα διανέμει κατάλληλα τους διαθέσιμους πόρους του στις διάφορες δραστηριότητές του, με τρόπο τέτοιο ώστε να είναι αποτελεσματικός προς αυτόν. Τέτοιου είδους προβλήματα και η

ανάγκη εύρεσης βέλτιστου τρόπου επίλυσής τους οδήγησαν στην δημιουργία της επιχειρησιακής έρευνας[3].

Οι ρίζες της επιχειρησιακής έρευνας εντοπίστηκαν αρκετές δεκαετίες πριν, όταν έγιναν αρχικές προσπάθειες να προσεγγιστεί επιστημονικά η διοίκηση των οργανισμών. Παρ' όλ' αυτά, η απαρχή της επιχειρησιακής έρευνας αποδίδεται στις στρατιωτικές υπηρεσίες του Β' Παγκοσμίου Πολέμου (1939-1945). Λόγω πολέμου, υπήρξε επείγουσα ανάγκη να διατεθούν οι λιγοστοί πόροι στις στρατιωτικές επιχειρήσεις και δραστηριότητες με αποτελεσματικό τρόπο. Επομένως, η Βρετανική κι έπειτα η Αμερικανική στρατιωτική διοίκηση κάλεσαν ένα μεγάλο αριθμό επιστημόνων, ώστε να εφαρμόσουν επιστημονικές μεθόδους, οι οποίες θα επιλύαν αυτά και άλλα στρατηγικά προβλήματα. Οι επιστήμονες αυτοί αποτέλεσαν την πρώτη ομάδα επιχειρησιακής έρευνας, η εφαρμογή της οποίας αποτέλεσε αναπόσπαστο κομμάτι για τις νίκες της μάχης του Ατλαντικού και της Βρετανίας κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου[3].

Με το τέλος του πολέμου, η επιτυχία της επιχειρησιακής έρευνας στον πόλεμο κίνησε το ενδιαφέρον και σε άλλους τομείς, πέραν του στρατού. Η βιομηχανική επανάσταση που ακολούθησε έφερε στην επιφάνεια προβλήματα που δημιουργήθηκαν λόγω της ανάπτυξης των οργανισμών. Από μέλη των ομάδων επιχειρησιακής έρευνας του πολέμου, ήταν εμφανές ότι τα προβλήματα που εμφανίστηκαν στους οργανισμούς ήταν παρόμοια με αυτά που αντιμετώπιζαν στον στρατό, κατά τη διάρκεια του πολέμου, απλώς σε διαφορετικό περιβάλλον και καταστάσεις. Στις αρχές της δεκαετίας του 1950 τα άτομα αυτά πρότειναν την εφαρμογή της επιχειρησιακής έρευνας σε διάφορους οργανισμούς, όπως επιχειρήσεις, βιομηχανίες, ακόμη και στην κυβέρνηση.

Αναγνωρίστηκαν τουλάχιστον άλλοι δύο παράγοντες που διαδραμάτισαν σημαντικό ρόλο στην ταχεία ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας, κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου. Ο πρώτος παράγοντας ήταν η ουσιαστική πρόοδος που έγινε στα αρχικά στάδια βελτίωσης των τεχνικών της επιχειρησιακής έρευνας. Μετά τον πόλεμο, πολλοί από τους επιστήμονες που συμμετείχαν στις ομάδες επιχειρησιακής έρευνας, παρακινήθηκαν για σχετικές έρευνες στο πεδίο αυτό. Ένα καθοριστικό παράδειγμα είναι η μέθοδος Simplex για προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, που αναπτύχθηκε από τον George Dantzig in 1947. Πολλές από τις τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας αναπτύχθηκαν πριν το τέλος της δεκαετίας του 1950, όπως ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός και η θεωρία ουρών αναμονής. Ο δεύτερος παράγοντας ήταν η τεχνολογική ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Μεγάλο ποσοστό των προβλημάτων της επιχειρησιακής έρευνας επιλύεται πιο αποτελεσματικά με τη χρήση Η/Υ, αφού μπορούν να επιλύσουν αριθμητικές πράξεις πολύ πιο γρήγορα σε σχέση με τον άνθρωπο. Μία επιπλέον ώθηση δόθηκε τη δεκαετία του 1980, όπου αναπτύχθηκαν οι προσωπικοί υπολογιστές με καλά λογισμικά, με αποτέλεσμα περισσότεροι άνθρωποι να έχουν πιο εύκολη πρόσβαση στις εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας. Μέχρι και σήμερα η επιχειρησιακή έρευνα βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς, κάποιοι από τους οποίους αναφέρθηκαν προηγουμένως [3].

## **2. Ανάλυση Λήψης Απόφασης (Decision Making Analysis)**

### **2.1 Τι είναι η Ανάλυση Λήψης Απόφασης**

Όλοι μας έχουμε ασχοληθεί και ασχολούμαστε καθημερινά με τη διαδικασία λήψης μίας απόφασης, είτε πρόκειται για εύκολη απόφαση που λαμβάνεται άμεσα είτε για μία δύσκολη και εξουθενωτική απόφαση. Ωστόσο, και στις δύο περιπτώσεις, για να ληφθεί μία σωστή και καλή απόφαση χρειάζονται ποικίλες πληροφορίες, οι οποίες μπορεί να είναι λίγες ή και πάρα πολλές. Εντούτοις, ορισμένες φορές δεν είναι διαθέσιμες όλες οι απαραίτητες πληροφορίες κι έτσι η απόφαση λαμβάνεται διαισθητικά. Σε όλες τις λήψεις αποφάσεων υπάρχει μία αντικειμενική διαδικασία, αλλά υπάρχουν και συστηματικοί τρόποι σκέψης που κάνουν τη λήψη απόφασης ευκολότερη. Σκοπός, λοιπόν, της ανάλυσης λήψης απόφασης της επιχειρησιακής έρευνας είναι να αναπτύξει τεχνικές που βοηθούν στη λήψη αποφάσεων των οργανισμών.

Έτσι, ορίζουμε την ανάλυση λήψης απόφασης ως τη διαδικασία και τη μεθοδολογία που ακολουθείται για αναγνώριση, μοντελοποίηση, αξιολόγηση και προσδιορισμό της κατάλληλης πορείας δράσης για ένα δοθέν πρόβλημα λήψης απόφασης. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα εργαλείων, τα οποία χρησιμοποιούνται αφού το πρόβλημα διασπαστεί σε μικρότερα επιμέρους προβλήματα, πιο κατανοητά και διαχειρίσιμα. Έπειτα, τα μικρότερα στοιχεία που δίνει η διάσπαση του προβλήματος πρέπει να ανασυνταχθούν και να δώσουν την κατάλληλη λύση του αρχικού προβλήματος.

Αναλύοντας τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης, το περιβάλλον ή το πλαίσιο της απόφασης που θα ληφθεί επιτρέπει μία κατηγοριοποίηση των αποφάσεων, βάσει της φύσης του προβλήματος ή της φύσης των δεδομένων, ή και τα δύο. Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες στα προβλήματα λήψης αποφάσεων: λήψη αποφάσεων από βεβαιότητα (*decision making under certainty*) και λήψη αποφάσεων από αβεβαιότητα (*decision making under uncertainty*). Ακολουθώντας, η λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα διαχωρίζεται σε άλλες δύο κατηγορίες, ανάλογα με τον τρόπο μοντελοποίησης του προβλήματος: με κατανομές πιθανότητας (κίνδυνος) ή όχι (αβεβαιότητα). Η ανάλυση απόφασης γίνεται, σχεδόν πάντα, στο πλαίσιο επιλογής μιας εναλλακτικής από ένα σύνολο εναλλακτικών λύσεων [5].

Λήψη απόφασης υπό βεβαιότητα (*decision making under certainty*) σημαίνει ότι τα δεδομένα είναι γνωστά ντετερμινιστικά ή τουλάχιστον γνωστά σε εκτιμώμενο επίπεδο, στο οποίο επίπεδο ο υπεύθυνος λήψης απόφασης είναι εξοικειωμένος με τη μεταβολή και την απόκλισή τους. Ομοίως, οι εναλλακτικές απόφασης μπορούν να οριστούν και να μοντελοποιηθούν καλώς. Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται σε τέτοιου είδους προβλήματα είναι πολλές και πιο συγκεκριμένα είναι ο γραμμικός και μη γραμμικός προγραμματισμός, ο ακέραιος προγραμματισμός, η βελτιστοποίηση με πολλές μεταβλητές, ο προγραμματισμός στόχων, η αναλυτική διαδικασία ιεράρχησης και άλλες πολλές [5, 6].

Λήψη απόφασης υπό κίνδυνο (*decision making under risk*) σημαίνει ότι υπάρχει αβεβαιότητα στα δεδομένα, παρ' όλη αυτά η αβεβαιότητα μπορεί να μοντελοποιηθεί με τη χρήση πιθανοτήτων. Ο ορισμός αυτός δεν υποστηρίζεται από όλους, καθώς κάποιιοι

πιστεύουν πως η πιθανότητα είναι υποκειμενική και έτσι όλες οι όταν όλα τα δεδομένα δεν είναι γνωστά με βεβαιότητα, η απόφαση είναι αβέβαιη.

Λήψη απόφασης υπό αβεβαιότητα (*decision making under uncertainty*) σημαίνει ότι, για τα δεδομένα, το μοντέλο πιθανοτήτων είναι άγνωστο ή αδύνατον να μοντελοποιηθεί με τη χρήση πιθανοτήτων, κι έτσι τα δεδομένα είναι ανακριβή ή ασαφή [6].

Στην πράξη, γενικότερα, οι αποφάσεις λαμβάνονται σε πλαίσια στα οποία κυριαρχεί η αβεβαιότητα, όπως είναι τα παραδείγματα προβλημάτων που ακολουθούν:

1. Ένας κατασκευαστής εισάγει ένα νέο προϊόν στην αγορά. Ποια θα είναι η ανταπόκριση των πιθανών πελατών; Πόση ποσότητα προϊόντος θα πρέπει να παραχθεί; Θα πρέπει να δοκιμαστεί σε μία μικρή αγορά πριν αποφασιστεί η πλήρης διανομή του; Πόση διαφήμιση χρειάζεται ώστε να λανσαριστεί με επιτυχία το προϊόν;
2. Ένας δημόσιος εργολάβος υποβάλλει προσφορά για μία νέα σύμβαση. Ποιο θα είναι το πραγματικό κόστος του έργου; Ποιες άλλες εταιρείες πιθανόν να υπέβαλαν προσφορά; Ποιες είναι οι πιθανές προσφορές τους;

Αυτού του τύπου προβλήματα λήψης απόφασης, με μεγάλη αβεβαιότητα, καλείται ο έλεγχος αποφάσεων να επιλύσει [3].

## **2.2 Ορολογία Ανάλυσης Αποφάσεων**

Ας δώσουμε μερικούς ορισμούς που θα βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση του περιεχομένου.

- *Υπεύθυνος λήψης αποφάσεων (decision maker)*: Η οντότητα που είναι υπεύθυνη για τη λήψη αποφάσεων, η οποία μπορεί να είναι ένα πρόσωπο, μία επιτροπή, μία εταιρεία κ.ο.κ.
- *Εναλλακτικές (alternatives)*: Ένας πεπερασμένος αριθμός πιθανών εναλλακτικών αποφάσεων ή τρόπων δράσης που διαθέτει ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων. Αξιοσημείωτο είναι ότι πάντα υπάρχει μία εναλλακτική του να μην κάνεις τίποτα και είναι η διατήρηση του «status quo».
- *Καταστάσεις της φύσης (states of nature)*: Τα σενάρια ή οι καταστάσεις του περιβάλλοντος που ίσως να προκύψουν, αλλά δεν είναι υπό τον έλεγχο του υπεύθυνου λήψης αποφάσεων. Αυτές είναι οι συνθήκες υπό τις οποίες λαμβάνεται η απόφαση. Οι καταστάσεις της φύσης είναι αμοιβαίως αποκλειώμενα συμβάντα. Αυτό σημαίνει ότι μόνο μία κατάσταση θεωρείται ότι θα προκύψει και όλες οι υπόλοιπες εξαντλούνται.



- *Αποτέλεσμα (outcome)*: Είναι το μέτρο του καθαρού κέρδους (*net benefit*) ή του αποδιδόμενου ποσού (*payoff*) που έχει ληφθεί από τον υπεύθυνο λήψης αποφάσεων. Έτσι, υπάρχει ένα αποδιδόμενο ποσό για κάθε ζευγάρι απόφασης και κατάσταση της φύσης. Δίνονται σε μορφή πίνακα (*payoff matrix*), όπου με θετικό πρόσημο αντιπροσωπεύονται τα κέρδη, τα καθαρά έσοδα, ενώ με αρνητικό η καθαρή ζημιά, οι δαπάνες ή τα έξοδα [6].

### 2.3 Εισαγωγικό Παράδειγμα

Ως παράδειγμα, ας εξετάσουμε το πρόβλημα που καλείται να επιλύσει μία εταιρεία, η Silicon Dynamics, η οποία έχει δημιουργήσει ένα νέο τσιπ για ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Αυτή η νέα εφεύρεση δίνει στην εταιρεία την ευκαιρία μίας καινούριας δραστηριότητας, αυτήν της παραγωγής και εμπορίας προσωπικών υπολογιστών, αν το επιθυμεί. Εναλλακτικά, μπορεί να πουλήσει τα δικαιώματα και κατ' επέκταση την πατέντα του τσιπ για \$15 εκατομμύρια. Αν η εταιρεία επιλέξει την παραγωγή υπολογιστών, δηλαδή την πρώτη εναλλακτική, η κερδοφορία της εξαρτάται από την ικανότητα της να πουλήσει στην αγορά τους υπολογιστές, κατά τη διάρκεια του πρώτου έτους. Η πρόσβαση της εταιρείας σε στοιχεία λιανικής πώλησης εγγυάται τη σίγουρη πώληση 10,000 υπολογιστών, ανεξαρτήτου ποιότητας, ενώ αν η εφεύρεση είναι αποδοτική, τότε η εταιρεία δύναται να πουλήσει 100,000 υπολογιστές. Οι δύο αυτές περιπτώσεις είναι τα πιθανά αποτελέσματα της εμπορίας των υπολογιστών, όμως οι εκ των προτέρων πιθανότητες (*prior probability*) των περιπτώσεων είναι ασαφείς. Το κόστος για να στηθεί η γραμμή παραγωγής είναι \$6 εκατομμύρια, ενώ η διαφορά μεταξύ τιμής πώλησης και μεταβλητού κόστους είναι \$600 για κάθε υπολογιστή.

Ακολουθεί ο πίνακας αποδόσεων (*payoff matrix*) του προβλήματος και συνοψίζει όλα τα δεδομένα για την κάθε εναλλακτική.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης	
	Αποδοτική	Μη αποδοτική
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ. <sup>1</sup>	\$0 <sup>2</sup>
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.
Εκ των προτέρων πιθανότητες	$p^3$	$1-p^3$

Πίνακας 1: Πίνακας αποδόσεων

<sup>1</sup>  $100,000 \times 600 - 6 \text{ εκ} = 60 \text{ εκ} - 6 \text{ εκ} = 54 \text{ εκ}$

<sup>2</sup>  $10,000 \times 600 - 6 \text{ εκ} = 6 \text{ εκ} - 6 \text{ εκ} = 0$

<sup>3</sup> Αφού οι εκ των προτέρων πιθανότητες είναι ασαφείς, τότε δίνουμε τυχαίες και άγνωστες πιθανότητες  $p$  και  $1 - p$ , αντίστοιχα.

Στη συνέχεια θα αναλυθούν διάφοροι τρόποι, μέσα από διαφορετικές συνθήκες, τους οποίους ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων ακολουθεί και διεκπεραιώνει, με σκοπό την επιλογή της βέλτιστης λύσης και λήψη της βέλτιστης απόφασης.

### **2.3.1 Λήψη απόφασης υπό αβεβαιότητα (*Decision making under uncertainty*)**

Όταν δεν είναι εφικτό να βρεθούν κατανομές πιθανοτήτων για κάποιο πρόβλημα λήψης απόφασης, ή όταν δεν υπάρχουν, τότε το πρόβλημα καλείται αβέβαιο. Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας αποδόσεων κατασκευάζεται με τυχαίες εκ των προτέρων πιθανότητες και η λύση εντοπίζεται μέσω διαφόρων κριτηρίων [5].

Εν γένει, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης πρέπει να επιλέξει μία από τις εναλλακτικές λύσεις, οι οποίες βρίσκονται υπό διερεύνηση και αφορούν το πρόβλημα που τον απασχολεί. Αυτή η επιλογή πρέπει να γίνει ενόψει αβεβαιότητας, αφού το αποτέλεσμα θα επηρεαστεί από τυχαίους παράγοντες, τους οποίους ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων αδυνατεί να γνωρίζει ή να ελέγξει. Οι τυχαίοι παράγοντες καθορίζουν τι κατάσταση θα δημιουργηθεί τη στιγμή που η λύση εκτελείται. Κάθε μία από τις πιθανές καταστάσεις που δημιουργούνται είναι γνωστή ως πιθανή κατάσταση της φύσης. Ο υπεύθυνος λήψης απόφασης γνωρίζει ποια είναι η προκύπτουσα απόδοση (αποδιδόμενο ποσό) για κάθε συνδυασμό εναλλακτικής λύσης και κατάστασης της φύσης. Το αποδιδόμενο ποσό είναι ένα ποσοτικό μέτρο της αξίας του αποτελέσματος, όπως για παράδειγμα συχνά το αποδιδόμενο ποσό αντιπροσωπεύει το καθαρό χρηματικό κέρδος μιας εταιρείας. Για κάθε αποτέλεσμα υπάρχουν ορισμένες συνέπειες, οι οποίες όταν δεν είναι εντελώς βέβαιες, ακόμη κι όταν δίνονται οι καταστάσεις της φύσης. Τότε το αποδιδόμενο ποσό μετατρέπεται σε αναμενόμενη τιμή του μέτρου των συνεπειών.

Εν συντομία, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης ακολουθεί συγκεκριμένα βήματα ώστε να διαμορφώσει οποιοδήποτε πρόβλημα και ακολούθως να το επιλύσει. Αφού έχει συγκεντρώσει τις εναλλακτικές λύσεις και τις καταστάσεις της φύσης, δημιουργεί τον πίνακα αποδόσεων, στον οποίο συνοψίζονται και τα αποδιδόμενα ποσά κάθε συνδυασμού. Ο πίνακας αυτός πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε να βρεθεί μία βέλτιστη λύση, σύμφωνα με το κατάλληλο κριτήριο [3].

### **Διαμόρφωση του παραδείγματος:**

Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 1, η Silicon Dynamics διαθέτει δύο εναλλακτικές λύσεις ως προς διερεύνηση: την παραγωγή και εμπορία ηλεκτρονικών υπολογιστών ή την πώληση των δικαιωμάτων του τσιπ που εφηύρε. Οι πιθανές καταστάσεις της φύσης που προκύπτουν, στην περίπτωση που η εταιρεία αποφασίσει να προχωρήσει με την παραγωγή υπολογιστών, είναι: η αποδοτική ή η μη αποδοτική εφεύρεση. Οι εκ των προτέρων πιθανότητες για κάθε κατάσταση της φύσης είναι άγνωστες. Ο Πίνακας 1 θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, σύμφωνα με διαφορετικά κριτήρια. Για προβλήματα μεγάλων διαστάσεων είναι απαραίτητη η χρήση του προτύπου της Excel.

#### **2.3.1.1 Maximin ή Minimax Payoff Κριτήριο**

Αυτό το κριτήριο αποτελεί μια συντηρητική προσέγγιση στη διαχείριση του αγνώστου κινδύνου. Σκοπός του κριτηρίου είναι να καθοριστεί το χειρότερο που μπορεί να συμβεί για κάθε εναλλακτική κι έπειτα να επιλεγεί η εναλλακτική που δίνει το καλύτερο χειρότερο αποτέλεσμα. Όταν τα αποδιδόμενα ποσά αποτελούν κέρδος, τότε χρησιμοποιείται το maximin κριτήριο, όπου επιλέγεται η μέγιστη ελάχιστη πιθανή τιμή. Αντιθέτως, όταν τα αποδιδόμενα ποσά αποτελούν κόστος, τότε χρησιμοποιείται το minimax κριτήριο, όπου επιλέγεται η ελάχιστη μέγιστη πιθανή τιμή [5].

Στο παράδειγμα μας, τα αποδιδόμενα ποσά αφορούν κέρδος, οπότε εκτελούμε το maximin κριτήριο ως εξής: για κάθε πιθανή εναλλακτική (παραγωγή ή πώληση) βρίσκουμε το ελάχιστο αποδιδόμενο ποσό που δίνει η κάθε κατάσταση της φύσης, δηλαδή το ελάχιστο της κάθε σειράς, κι έπειτα, ανάμεσα στα ελάχιστα αποδιδόμενα ποσά επιλέγουμε το μεγαλύτερο. Έτσι, επιλέγουμε τη λύση της οποίας το ελάχιστο αποδιδόμενο ποσό δίνει το μέγιστο [3].

Επομένως, για την πρώτη εναλλακτική (παραγωγή) το ελάχιστο αποδιδόμενο ποσό είναι \$0, ενώ για τη δεύτερη εναλλακτική (πώληση) το ελάχιστο αποδιδόμενο ποσό είναι \$15 εκ. (στην προκειμένη περίπτωση ελάχιστα είναι και τα δύο ποσά, αφού και στις δύο καταστάσεις της φύσης το αποδιδόμενο ποσό είναι το ίδιο). Επιλέγοντας το μεγαλύτερο από τα δύο ελάχιστα αποδιδόμενα ποσά καταλήγουμε στο ότι η δεύτερη εναλλακτική, συγκεκριμένα η πώληση των δικαιωμάτων, αποτελεί τη βέλτιστη απόφαση για το συγκεκριμένο κριτήριο.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Ελάχιστο στη σειρά
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	\$0
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	\$15 εκ.

Πίνακας 2: Πίνακας Maximin Κριτηρίου

Η λογική αυτού του κριτηρίου είναι ότι παρέχει το εγγυημένα καλύτερο αποδιδόμενο ποσό που μπορεί να αποκτηθεί. Έτσι, έχοντας απαισιόδοξη οπτική, ανεξαρτήτου εναλλακτικής που θα επιλεγεί, είναι πιθανόν να συμβεί η χειρότερη κατάσταση της φύσης της εναλλακτικής, οπότε επιλέγεται η εναλλακτική που αποδίδει το καλύτερο στην χειρότερη της κατάσταση [3].

### 2.3.1.2 Maximax ή Minimin Κριτήριο

Αυτό το κριτήριο είναι το ακριβώς αντίθετο του προηγούμενου, του Maximin/Minimax, αφού είναι πολύ αισιόδοξο και καθόλου συντηρητικό, μιας και επιζητά τον κίνδυνο (*risk-seeking*). Έτσι, θεωρείται ότι θα συμβεί το καλύτερο δυνατό σενάριο. Σε περίπτωση κόστους εφαρμόζεται το minimin κριτήριο, ενώ σε περίπτωση κέρδους επιλέγεται το maximax, όπως στο παράδειγμα μας. Επομένως, επιλέγεται το μέγιστο αποδιδόμενο ποσό της κάθε γραμμής και ακολούθως επιλέγεται η εναλλακτική που έχει το μέγιστο από τα μέγιστα ποσά [5], όπως φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 3. Δηλαδή, βάσει αυτού του κριτηρίου, η βέλτιστη εναλλακτική είναι η πρώτη, που ισχυρίζεται την παραγωγή και εμπορία Η/Υ.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Μέγιστο στη σειρά
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	\$54 εκ.
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	\$15 εκ.

Πίνακας 3: Πίνακας Maximax Κριτηρίου

### 2.3.1.3 Κριτήριο Hurwicz

Αυτό το κριτήριο αποτελεί ένα ενδιάμεσο σταθμό μεταξύ αισιοδοξίας και απαισιοδοξίας των δύο προηγούμενων κριτηρίων, αφού σχεδιάστηκε για να μετριάσει τις δύο ακραίες περιπτώσεις και δίνει ένα εύρος λύσεων, ανάλογα με την κρίση του υπεύθυνου λήψης αποφάσεων. Συγκεκριμένα, η προσέγγιση αυτή βασίζεται σε ένα δείκτη αισιοδοξίας που δίνεται από το  $\alpha$ , τέτοιο ώστε  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Όσο πιο σίγουρος είναι ο υπεύθυνος λήψης

απόφασης ότι θα προκύψει η καλύτερη κατάσταση της φύσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $\alpha$ , ενώ όσο λιγότερο σίγουρος είναι, τόσο μικρότερη είναι η τιμή του. Για δοθέν  $\alpha$ , υπολογίζεται η τιμή που δίνει η σχέση:

$$(\alpha \times \text{μέγιστο σειράς}) - (1 - \alpha) \times |\text{ελάχιστο σειράς}|$$

και η εναλλακτική που δίνει τη μεγαλύτερη τιμή είναι η βέλτιστη [5].

Για παράδειγμα, έστω  $\alpha = 0.45$ , που τείνει ελάχιστα προς την απαισιοδοξία, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές, για κάθε εναλλακτική:

Παραγωγή & Εμπορία  $0.45 \times 54 \text{ εκ} - 0.55 \times 0 = \$24.3 \text{ εκ.}$

Πώληση δικαιωμάτων  $0.45 \times 15 \text{ εκ} - 0.55 \times 15 \text{ εκ} = -\$1.5 \text{ εκ.}$

Επομένως, βάσει αυτού του κριτηρίου και για  $\alpha = 0.45$ , η βέλτιστη εναλλακτική είναι η παραγωγή και εμπορία των υπολογιστών.

### 2.3.1.4 Κριτήριο Laplace ή Αναμενόμενης Τιμής

Το κριτήριο Laplace είναι μία ακόμη πιο αισιόδοξη προσέγγιση της λύσης του προβλήματος. Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στη λογική ότι, αφού οι πιθανότητες κάθε κατάστασης της φύσης είναι άγνωστες και δεν υπάρχει λόγος διαφορετικής σκέψης, κάθε κατάσταση της φύσης θεωρείται εξίσου πιθανή. Έτσι, για κάθε κατάσταση της φύσης υπάρχει μία κατανομή πιθανοτήτων, η οποία επιτρέπει τον καθορισμό της αναμενόμενης τιμής. Η εναλλακτική με την καλύτερη αναμενόμενη τιμή είναι και η βέλτιστη [5].

Για το παράδειγμά μας, δεδομένου ότι υπάρχουν δύο πιθανές καταστάσεις της φύσης, αποδίδεται 0.5 πιθανότητα στην καθεμία. Η αναμενόμενη τιμή της κάθε εναλλακτικής καθορίζεται προσθέτοντας το γινόμενο του αποδιδόμενου ποσού της κάθε κατάστασης της φύσης με την πιθανότητα της. Αναλυτικότερα, παρουσιάζεται η διαδικασία στον παρακάτω πίνακα:

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Διαδικασία	Αναμενόμενη τιμή
	Αποδοτική	Μη αποδοτική		
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	$0.5 \times 54 \text{ εκ.}$	\$27 εκ.
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	$2 \times 0.5 \times 15 \text{ εκ.}$	\$15 εκ.
Εκ των προτέρων πιθανότητες	0.5	0.5		

Πίνακας 4: Πίνακας Κριτηρίου Αναμενόμενης Τιμής

Επομένως, η βέλτιστη εναλλακτική είναι η πρώτη, για παραγωγή και εμπορία των υπολογιστών, αφού αποδίδει μεγαλύτερη αναμενόμενη τιμή.

### 2.3.1.5 Κριτήριο Minimax Μετάνοιας (Minimax Regret)

Το κριτήριο αυτό δεν εστιάζει στα αποδιδόμενα ποσά, αλλά επικεντρώνεται στις χαμένες ευκαιρίες. Η μετάνοια (*regret*) βασίζεται σε κάθε κατάσταση της φύσης και καθορίζεται ψάχνοντας το καλύτερο αποτέλεσμα της συγκεκριμένης κατάστασης της φύσης, σε σχέση με τα υπόλοιπα πιθανά αποτελέσματα. Επομένως, η μετάνοια υπολογίζεται για κάθε στήλη του πίνακα αποδόσεων επιλέγοντας τη μέγιστη τιμή της στήλης και αντικαθιστώντας κάθε αποδιδόμενο ποσό με τη διαφορά του από τη μέγιστη τιμή, όπως φαίνεται στον Πίνακα 5. Έπειτα, εφαρμόζεται το minimax κριτήριο, όπου επιλέγεται η μέγιστη τιμή κάθε γραμμής και έπειτα η ελάχιστη από αυτές, όπως στον Πίνακα 6. Αυτή αποτελεί και τη βέλτιστη εναλλακτική του κριτηρίου μετάνοιας [5].

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Μέγιστη τιμή στήλης – Αποδιδόμενο ποσό	
	Αποδοτική	Μη αποδοτική		
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	\$0	\$15
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	\$39	\$0
Μέγιστο στήλης	\$54 εκ.	\$15 εκ.		

Πίνακας 5: Πίνακας Regret

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Μέγιστο στη σειρά
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$0	\$15	\$15 εκ.
Πώληση δικαιωμάτων	\$39	\$0	\$39 εκ.

Πίνακας 6: Πίνακας Minimax Regret

Επομένως, με βάση αυτό το κριτήριο, η βέλτιστη εναλλακτική είναι η πρώτη, που προβλέπει την παραγωγή και εμπορία ηλεκτρονικών υπολογιστών.

### 2.3.2 Λήψη απόφασης υπό κίνδυνο (Decision making under risk)

Κάθε κατάσταση στην οποία βρίσκεται μία επιχείρηση, αλλά και κάθε καθημερινή κατάσταση της ζωής, περιλαμβάνει ένα επίπεδο αβεβαιότητας. Η μοντελοποίηση της αβεβαιότητας δίνει διαφορετικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα απόφασης. Ένας τρόπος για να αντιμετωπιστεί η αβεβαιότητα είναι να γίνει το αβέβαιο πιο βέβαιο, χρησιμοποιώντας πιθανότητες που αναπαριστούν την αβεβαιότητα. Με αυτόν τον τρόπο, οι μη ελεγχόμενοι παράγοντες μοντελοποιούνται και εκτιμώνται πιθανολογικά, κι έτσι η αβεβαιότητα χαρακτηρίζεται από μία κατανομή πιθανοτήτων[5].

Αναλύοντας ένα πρόβλημα, υπάρχει ένα ευρύ φάσμα αβεβαιότητας που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Το ένα άκρο του φάσματος είναι η απόλυτη βεβαιότητα των δεδομένων, ενώ το άλλο άκρο είναι η απόλυτη αβεβαιότητα. Αυτό που υπάρχει ανάμεσα στα δύο άκρα είναι διάφοροι βαθμοί αβεβαιότητας, στους οποίους το αποδιδόμενο ποσό για κάθε εναλλακτική και κατάσταση της φύσης μπορεί να περιγραφεί από κάποια κατανομή πιθανοτήτων. Αυτό είναι που ορίζεται ως λήψη απόφασης υπό κίνδυνο.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι υπάρχουν εγγενείς δυσκολίες σε κάθε προσέγγιση που σχετίζεται με την αβεβαιότητα, αφού προκύπτει από την έλλειψη της τέλει πληροφόρησης. Επομένως, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης καθορίζει αν χρειάζονται περαιτέρω πληροφορίες, πριν λάβει οποιαδήποτε απόφαση. Η πρόσβαση ή λήψη περισσότερων πληροφοριών επιβαρύνει το κόστος της διαδικασίας και ίσως να μην αποφέρει βελτιωμένη απόφαση. Επιπρόσθετα, τα μοντέλα πιθανοτήτων ίσως δεν αντικατοπτρίζουν την πραγματική κατάσταση ή είναι δύσκολο να αποκτηθούν. Επομένως, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης πρέπει να έχει στο μυαλό του ότι η χρήση των μοντέλων πιθανοτήτων είναι για να τον βοηθούν να αποφεύγει τις αρνητικές αποφάσεις και να κατανοεί καλύτερα τον κίνδυνο που ελλοχεύει με κάθε απόφαση. Τα μοντέλα πιθανοτήτων αποτελούν βοηθητικά εργαλεία στη λήψη απόφασης και όχι ακριβείς μεθόδους που αποδίδουν λύσεις, αφού πάντα χρειάζεται ανθρώπινη συμβολή σε τέτοιες αποφάσεις.

Ένας τρόπος για να εκτιμηθούν οι πιθανότητες είναι η αξιοποίηση των εκ των προτέρων πιθανοτήτων, οι οποίες προέρχονται από ήδη υπάρχουσες πληροφορίες και αφορούν τις πιθανές καταστάσεις της φύσης, που μπορούν να μεταφραστούν σε κατανομές πιθανότητας, αν οι καταστάσεις της φύσης θεωρηθούν τυχαίες. Οι εκ των προτέρων πιθανότητες είναι συνήθως υποκειμενικές και εξαρτώνται από την εμπειρία ενός ατόμου, οπότε χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στον προσδιορισμό τους.

Το πλεονέκτημα που δίνουν οι εκ των προτέρων πιθανότητες είναι ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να καθοριστούν οι αναμενόμενες τιμές (*expected values*) για διαφορετικά κριτήρια. Οι αναμενόμενες τιμές συνήθως δίνουν μία αποδεκτή εκτίμηση ως προς το τι είναι πιο πιθανόν να συμβεί, κι επομένως δίνουν μία καλή βάση που βοηθά στη λήψη της απόφασης. Παρ' όλο που έχουν αναπτυχθεί πολλές προσεγγίσεις βάσει της αναμενόμενης τιμής, που θα αναλυθούν στη συνέχεια, η αναμενόμενη τιμή δεν είναι πάντα ο καλύτερος δείκτης. Έτσι, οι γνώσεις και η προτίμηση του υπεύθυνου λήψης απόφασης πρέπει να συμπεριλαμβάνονται πάντα στη διαδικασία.

Μία άλλη έννοια που μπορεί να συμπεριληφθεί είναι η έννοια της κυριαρχίας. Με τον όρο κυριαρχία υποδηλώνεται ότι μία εναλλακτική δε θα επιλεγεί ποτέ διότι υπάρχει μία άλλη εναλλακτική η οποία θα είναι πάντα καλύτερη, ανεξάρτητα με την κατάσταση της φύσης. Έτσι, δεν υπάρχει κανένας λόγος να ληφθεί υπόψη η εναλλακτική που κυριαρχείται από μια άλλη [5].

Συχνά, μπορούν να γίνουν πρόσθετες δοκιμές – πειραματισμοί, ώστε να βελτιωθούν οι προκαταρκτικές εκτιμήσεις των πιθανοτήτων των αντίστοιχων καταστάσεων της φύσης, που παρέχουν οι εκ των προτέρων πιθανότητες. Αυτές οι βελτιωμένες εκτιμήσεις καλούνται εν των υστέρων πιθανότητες [3].

Παρακάτω, παρατίθενται ορισμένα κριτήρια, τα οποία αξιοποιούνται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

### **2.3.2.1 Κανόνας Απόφασης του Bayes (Bayes' Decision Rule)**

Το κριτήριο αυτό επιλέγεται πιο συχνά. Εφαρμόζεται πολλαπλασιάζοντας τις καλύτερες διαθέσιμες εκτιμήσεις των πιθανοτήτων, για τις αντίστοιχες καταστάσεις της φύσης, με την αναμενόμενη τιμή του αποδιδόμενου ποσού για κάθε πιθανή εναλλακτική. Έπειτα, επιλέγεται η εναλλακτική με το μεγαλύτερο αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό.

Το μεγάλο πλεονέκτημα του κριτηρίου είναι ότι ενσωματώνει όλη την απαραίτητη πληροφορία, συμπεριλαμβάνει όλα τα αποδιδόμενα ποσά και τις καλύτερες διαθέσιμες εκτιμήσεις των πιθανοτήτων για τις αντίστοιχες καταστάσεις της φύσης.

Υποστηρίζεται ότι, μερικές φορές, αυτές οι εκτιμήσεις είναι σε μεγάλο βαθμό υποκειμενικές κι έτσι είναι επίφοβες εμπιστοσύνης. Δεν υπάρχει ακριβής τρόπος για να προβλεφθεί το μέλλον, ακόμη και με πιθανότητες, προφανώς ούτε οι μελλοντικές καταστάσεις της φύσης. Αυτό το επιχείρημα έχει μια κάποια εγκυρότητα, οπότε θα πρέπει να αξιολογείται κατά πόσο οι εκτιμήσεις των πιθανοτήτων είναι εύλογες, σε κάθε περίπτωση [3].

Προκειμένου να αξιολογηθεί κατά πόσο οι εκ των προτέρων πιθανότητες έχουν επηρεαστεί από ανακρίβειες, διεξάγεται ανάλυση ευαισθησίας (*sensitivity analysis*), όπως περιγράφεται παρακάτω.

### **Ανάλυση Ευαισθησίας (Sensitivity Analysis with Bayes' Decision Rule)**

Η ανάλυση ευαισθησίας χρησιμοποιείται συχνά σε διάφορες εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας, ώστε να μελετηθεί η επίδραση που προκαλείται αν κάποιος από τους αριθμούς που συμπεριλαμβάνονται στο μαθηματικό μοντέλο είναι λάθος. Το μαθηματικό μοντέλο ενδέχεται να αναπαρίσταται από κάποιο πίνακα αποδόσεων, όπως συμβαίνει και στο παράδειγμα μας (*Πίνακας 1*). Όπως είναι γνωστό από τις πιθανότητες, το άθροισμα των δύο εκ των προτέρων πιθανοτήτων πρέπει να ισούται με τη μονάδα, οπότε όσο αυξάνεται μία εκ των δύο, τόσο μειώνεται η άλλη και αντίστροφα [3].

Έστω ότι η διοίκηση της Silicon Dynamics έχει την αίσθηση πως η πραγματική πιθανότητα να συμβεί η πρώτη κατάσταση της φύσης, δηλαδή η εφεύρεση να είναι αποδοτική, κυμαίνεται μεταξύ 0.15 και 0.35. Με άλλα λόγια, η πραγματική εκ των προτέρων πιθανότητα για αποδοτική εφεύρεση κυμαίνεται μεταξύ 0.15 και 0.35 και συνεπώς η



πραγματική εκ των προτέρων πιθανότητα για τη δεύτερη κατάσταση της φύσης, όπου η εφεύρεση είναι μη αποδοτική, θα κυμαίνεται μεταξύ 0.85 και 0.65, αντίστοιχα.

Οπότε, η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιείται δύο φορές, μία όταν η εκ των προτέρων πιθανότητα για αποδοτική εφεύρεση είναι ίση με την ελάχιστη τιμή του εύρους, δηλαδή 0.15, και μία όταν είναι ίση με τη μέγιστη τιμή του εύρους, δηλαδή 0.35.

Δεδομένου ότι η εκ των προτέρων πιθανότητα της αποδοτικής εφεύρεσης ισούται με  $p$  και η αντίστοιχη πιθανότητα της μη αποδοτικής εφεύρεσης ισούται με  $1-p$ , τότε το αναμενόμενο αποδοτικό ποσό για κάθε εναλλακτική υπολογίζεται ως εξής:

$$E[\text{Payoff (Παραγωγής\&Εμπορίας)}] = 54p + 0(1 - p) = 54p$$

$$E[\text{Payoff (Πώλησης Δικαιωμάτων)}] = 15p + 15(1 - p) = 15$$

Συνεπώς,

για  $p = 0.15$  και  $1 - p = 0.85$

$$E[\text{Payoff (Παραγωγής\&Εμπορίας)}] = 8.1 \text{ \$ εκ.}$$

$$E[\text{Payoff (Πώλησης Δικαιωμάτων)}] = 15 \text{ \$ εκ.}$$

όπου μέγιστο αποδοτικό ποσό δίνει η πώληση δικαιωμάτων, με μεγάλη διαφορά έναντι της παραγωγής και εμπορίας, ενώ

για  $p = 0.35$  και  $1 - p = 0.65$

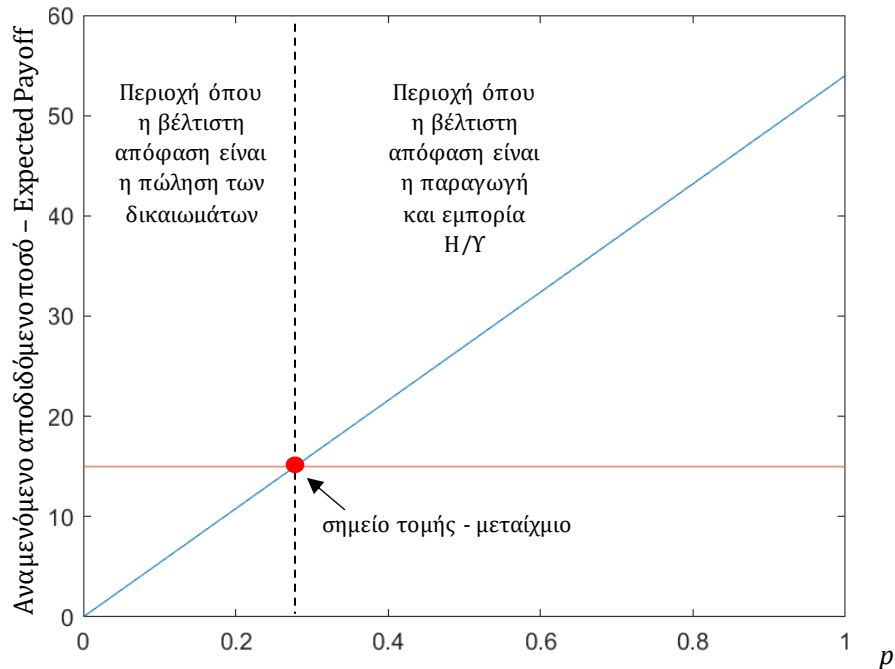
$$E[\text{Payoff (Παραγωγής\&Εμπορίας)}] = 18.9 \text{ \$ εκ.}$$

$$E[\text{Payoff (Πώλησης Δικαιωμάτων)}] = 15 \text{ \$ εκ.}$$

όπου μέγιστο αποδοτικό ποσό δίνει η παραγωγή και εμπορία των ηλεκτρονικών υπολογιστών, με σημαντική διαφορά έναντι της πώλησης δικαιωμάτων.

Παρατηρείται, λοιπόν, ότι η απόφαση είναι πολύ ευαίσθητη ως προς την εκ των προτέρων πιθανότητα της αποδοτικής εφεύρεσης, έτσι είναι σημαντικό να προσδιορισθεί όσο ακριβέστερα γίνεται.

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $p$ , τόσο μεγαλύτερο είναι και το αναμενόμενο αποδοτικό ποσό για την εναλλακτική της παραγωγής και εμπορίας, ενώ το αναμενόμενο αποδοτικό ποσό της δεύτερης εναλλακτικής, πώλησης των δικαιωμάτων, παραμένει σταθερό. Συνεπώς, το αναμενόμενο αποδοτικό ποσό της πρώτης εναλλακτικής αυξάνεται γραμμικά (μπλε ευθεία), ενώ της δεύτερης παραμένει σταθερό (κόκκινη ευθεία), όπως απεικονίζεται στο παρακάτω γράφημα.



Εικόνα 1: Γραφική απεικόνιση Expected Payoff

Το σημείο τομής βρίσκεται στο σημείο όπου το αναμενόμενο αποδοιδόμενο ποσό των δύο εναλλακτικών είναι ίσο. Αποτελεί μεταίχιμο σημείο ανάμεσα στο οποίο η απόφαση εναλλακτικής αλλάζει, από την πώληση δικαιωμάτων στην παραγωγή και εμπορία των υπολογιστών, όσο η εκ των προτέρων πιθανότητα  $p$  αυξάνεται. Συνεπώς, για την εύρεση της τιμής του  $p$  στο σημείο τομής ακολουθείτε η εξής διαδικασία:

$$E[\text{Payoff} (\text{Παραγωγής}\&\text{Εμπορίας})] = E[\text{Payoff} (\text{Πώλησης Δικαιωμάτων})]$$

$$54p = 15$$

$$p = 0.278$$

Επομένως, η Silicon Dynamics για  $p < 0.278$  θα πρέπει να προχωρήσει σε πώληση των δικαιωμάτων ενώ για  $p > 0.278$  θα πρέπει να προχωρήσει σε παραγωγή και εμπορία.

Η ίδια ανάλυση ευαισθησίας εφαρμόζεται και σε άλλα προβλήματα που έχουν περισσότερες από δύο εναλλακτικές δράσης, με μόνη διαφορά ότι στη γραφική θα υπάρχει ο αντίστοιχος αριθμός ευθειών και ίσως περισσότερα από ένα σημεία τομής. Σε περίπτωση που το πρόβλημα έχει περισσότερες από δύο διαφορετικές καταστάσεις της φύσης, η καλύτερη ιδέα είναι να εστιαστεί η ανάλυση ευαισθησίας σε δύο καταστάσεις της φύσης τη φορά, σταθεροποιώντας τις εκ των προτέρων πιθανότητες των καταστάσεων που εξετάστηκαν [3].

### 2.3.2.2 Κριτήριο Μέγιστης Πιθανότητας (Maximum Likelihood Criterion)

Το κριτήριο αυτό εστιάζει στην πιο πιθανή κατάσταση της φύσης, την οποία αναγνωρίζει με βάση του ποια έχει τη μεγαλύτερη εκ των προτέρων πιθανότητα να συμβεί. Έπειτα, επιλέγει την εναλλακτική που δίνει το μέγιστο αποδιδόμενο ποσό. Η λογική του κριτηρίου είναι ότι η πιο σημαντική κατάσταση της φύσης είναι και η πιο πιθανή να συμβεί, οπότε η εναλλακτική που θα επιλεγεί πρέπει να είναι η καλύτερη για αυτήν την κατάσταση. Αν η απόφαση βασιστεί στην υπόθεση ότι αυτή η κατάσταση της φύσης θα συμβεί, τότε τείνει να δώσει μεγαλύτερες πιθανότητες για ένα ευνοϊκό αποτέλεσμα, παρά οποιαδήποτε άλλη υπόθεση για κάποια άλλη κατάσταση της φύσης [3].

Για το παράδειγμα της Silicon Dynamics, έστω ότι οι εκ των προτέρων πιθανότητες καθορίζονται όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, βάσει του προηγούμενου κριτηρίου.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης	
	Αποδοτική	Μη αποδοτική
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ. <i>max payoff</i>
Εκ των προτέρων πιθανότητες	0.278	0.722 <i>max p</i>

Πίνακας 7: Πίνακας Κριτηρίου Μέγιστης Πιθανότητας

Προφανώς, η κατάσταση της φύσης με τη μεγαλύτερη εκ των προτέρων πιθανότητα είναι η μη αποδοτική εφεύρεση, οπότε εκεί εστιάζεται η προσοχή και εξετάζεται ποια εναλλακτική προσφέρει το μεγαλύτερο αποδιδόμενο ποσό. Η εναλλακτική με το μέγιστο αποδιδόμενο ποσό, για μη αποδοτική κατάσταση της φύσης, είναι η πώληση των δικαιωμάτων κι έτσι αυτή επιλέγεται ως η βέλτιστη δράση της Silicon Dynamics.

Εντούτοις, το μεγάλο μειονέκτημα του κριτηρίου είναι ότι αγνοεί εντελώς αρκετές σχετικές πληροφορίες, όπως για παράδειγμα ότι καμία άλλη κατάσταση της φύσης δεν εξετάζεται, πέραν της πιο πιθανής. Σ' ένα πρόβλημα με πολλές καταστάσεις της φύσης είναι λογικό οι εκ των προτέρων πιθανότητες να μη διαφέρουν κατά πολύ μεταξύ τους και άρα η πιο πιθανή κατάσταση να μην έχει αντικειμενικά μεγάλη πιθανότητα να συμβεί. Οπότε, το να εστιάζεται η λύση σε μία μόνο κατάσταση είναι κάπως παράλογο [3].

### 2.3.2.3 Αναμενόμενη Τιμή υπό Αβεβαιότητα (Expected Value under uncertainty)

Για μια πιο ισορροπημένη προσέγγιση, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης μπορεί να υποθέσει ότι οι εκ των προτέρων πιθανότητες αναπαριστούν ακριβώς τις πιθανότητες να συμβεί η κάθε κατάσταση της φύσης. Επομένως, σε αυτό το κριτήριο, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης αντί να εστιάζει στην κατάσταση με τη μεγαλύτερη εκ των προτέρων πιθανότητα, μπορεί να υπολογίσει την αναμενόμενη τιμή για κάθε εναλλακτική και σε κάθε κατάσταση της φύσης κι έπειτα να επιλέξει βάσει αυτών των τιμών [5].

Η αναμενόμενη τιμή κάθε εναλλακτικής ισούται με το άθροισμα του γινομένου του αποδιδόμενου ποσού της κάθε κατάστασης της φύσης επί την αντίστοιχη εκ των προτέρων πιθανότητα. Πιο αναλυτικά, συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα οι αναμενόμενες τιμές για το παράδειγμα της Silicon Dynamics.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Αναμενόμενη Τιμή (Expected Value)
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	$(0.278 * 54) + (0.722 * 0)$ = 15.012 \$ εκ.
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	$(0.278 * 15) + (0.722 * 15) = 15$ \$ εκ.
Εκ των προτέρων πιθανότητες	0.278	0.722	

Πίνακας 8: Πίνακας Αναμενόμενης Τιμής

Με ελάχιστη διαφορά παρατηρείται ότι μεγαλύτερη αναμενόμενη τιμή αποδίδει η πρώτη εναλλακτική και συνεπώς επιλέγεται ως η βέλτιστη, για το παράδειγμα αυτό.

#### 2.3.2.4 Αναμενόμενη Απώλεια Ευκαιρίας (EOL) ή Expected Regret

Ενίοτε, τα πραγματικά αποδιδόμενα ποσά και οι αντίστοιχες αναμενόμενες τιμές τους δεν είναι επαρκή για τον υπεύθυνο λήψης απόφασης. Αρκετές φορές, όταν οι υπεύθυνοι λήψης απόφασης εργάζονται με αβεβαιότητα, αισθάνονται πιο ασφαλείς αν έχουν λάβει μία απόφαση που, αν είναι λανθασμένη, δε θα κοστίσει πολύ όσον αφορά τις χαμένες ευκαιρίες. Η χαμένη ευκαιρία καλείται μετάνοια (*regret*) και χρησιμοποιείται για να καθοριστεί μια κατάλληλη απόφαση. Αφού έχει ληφθεί η απόφαση και η πραγματική κατάσταση της φύσης έχει συμβεί και κατά συνέπεια είναι γνωστή, τότε η χαμένη ευκαιρία μπορεί να καθοριστεί. Προκειμένου να αποφευχθεί η πιθανότητα να έχει χαθεί μία μεγάλη ευκαιρία, η αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας (EOL) ελαχιστοποιεί την απώλεια ευκαιρίας ή μετάνοια. Για να συμβεί αυτό πρέπει να καθοριστεί η απώλεια ευκαιρίας της κάθε κατάστασης της φύσης, για κάθε εναλλακτική. Αυτό γίνεται επιλέγοντας το μεγαλύτερο αποδιδόμενο ποσό της κάθε στήλης, δηλαδή κάθε κατάστασης της φύσης, και στη συνέχεια, για κάθε εναλλακτική, αφαιρείς το αντίστοιχο ποσό από το μεγαλύτερο αποδιδόμενο ποσό της στήλης [5].

Στον πίνακα που ακολουθεί υπολογίζονται αναλυτικά οι απώλειες ευκαιρίας για το παράδειγμα.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Απώλεια ευκαιρίας (Opportunity Loss)	
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	Αποδοτική	Μη αποδοτική
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	$54 - 54 = 0$	$15 - 0 = 15$
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	$54 - 15 = 39$	$15 - 15 = 0$
Μέγιστο αποδιδόμενο ποσό στήλης	\$54 εκ.	\$15 εκ.		
Εκ των προτέρων πιθανότητες	0.278	0.722		

Πίνακας 9: Πίνακας Απώλειας Ευκαιρίας

Αφού έχουν καθοριστεί οι απώλειες ευκαιρίας, μπορεί να καθοριστεί η αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας για κάθε εναλλακτική/γραμμή χρησιμοποιώντας τις εκ των προτέρων πιθανότητες. Πιο συγκεκριμένα, αθροίζοντας το γινόμενο της απώλειας ευκαιρίας με την αντίστοιχη εκ των προτέρων πιθανότητα για κάθε εναλλακτική, όπως παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα [5].

Εναλλακτικές	Απώλεια ευκαιρίας (Opportunity Loss)		Αναμενόμενη Απώλεια Ευκαιρίας (Expected Opportunity Loss - EOL)
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	0	15	$0 + (15 * 0.722) = 10.83$
Πώληση δικαιωμάτων	39	0	$(39 * 0.278) + 0 = 10.842$
Εκ των προτέρων πιθανότητες	0.278	0.722	

Πίνακας 10: Πίνακας EOL

Με βάση αυτό το κριτήριο η βέλτιστη εναλλακτική είναι αυτή με την ελάχιστη αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας, οπότε για το παράδειγμα της Silicon Dynamics και με πολύ μικρή διαφορά η βέλτιστη εναλλακτική είναι η πρώτη. (Υπενθύμιση: Οι εκ των προτέρων πιθανότητες είναι τυχαίες κι επομένως για αυτόν τον λόγο οι διαφορές στα αποτελέσματα είναι ελάχιστες)

### 2.3.2.5 Αναμενόμενη Τιμή της Τέλειας Πληροφόρησης (EVPI)

Όλες οι μέθοδοι που έχουν παρουσιαστεί μέχρι τώρα εξαρτώνται από τις δοσμένες εκ των προτέρων πιθανότητες. Το ερώτημα που εγείρεται είναι κατά πόσο θα ήταν επωφελές να αποκτηθούν επιπλέον πληροφορίες, οι οποίες θα βοηθήσουν τη διαδικασία λήψης απόφασης. Καθώς οι πληροφορίες δεν είναι πλήρως αξιόπιστες, είναι άγνωστο αν οι πρόσθετες πληροφορίες είναι επωφελείς και βοηθητικές για τη διαδικασία. Επομένως, το ερώτημα αλλάζει και η απορία είναι: ποια είναι η αξία των πρόσθετων πληροφοριών; Το κριτήριο της αναμενόμενης τιμής της τέλει πληροφόρησης δίνει την απάντηση στο

ερώτημα, μετρώντας τη βελτίωση της απόφασης, η οποία λήφθηκε βάσει της νέας πληροφορίας.

Η ιδέα πίσω από το κριτήριο αυτό είναι ότι αν η κατάσταση της φύσης που θα συμβεί είναι γνωστή με βεβαιότητα, τότε η βέλτιστη εναλλακτική μπορεί να καθοριστεί επίσης με βεβαιότητα. Έτσι, δίνεται η βέλτιστη τιμή για την απόφαση, η οποία μπορεί να συγκριθεί με την αναμενόμενη τιμή υπό την τρέχουσα πληροφόρηση. Επομένως, η διαφορά των δύο τιμών δίνει την τιμή της πρόσθετης πληροφορίας. Με βάση αυτήν την ιδέα, υπάρχουν δύο προσεγγίσεις με τις οποίες καθορίζεται η αναμενόμενη τιμή της τέλει πληροφόρησης (EVPI) [5].

### **EVPI και Αναμενόμενη Τιμή υπό Αβεβαιότητα**

Αυτή η προσέγγιση δίνει μια άμεση διαδικασία για υπολογισμό της EVPI, αφού απλώς ισούται με την αναμενόμενη τιμή υπό βεβαιότητα μείον την αναμενόμενη τιμή υπό αβεβαιότητα [5].

Η αναμενόμενη τιμή υπό βεβαιότητα υπολογίζεται επίσης απλά, αθροίζοντας όλα τα γινόμενα που προκύπτουν πολλαπλασιάζοντας το καλύτερο αποδιδόμενο ποσό της κάθε κατάστασης της φύσης με την αντίστοιχη εκ των προτέρων πιθανότητα του [5]. Επομένως, για το παράδειγμα της Silicon Dynamics, η αναμενόμενη τιμή υπό βεβαιότητα υπολογίζεται ως εξής:

$$(54 * 0.278) + (15 * 0.722) = 25.842 \$ \text{ εκ.}$$

Η αναμενόμενη τιμή υπό αβεβαιότητα είναι η βέλτιστη τιμή από τις αναμενόμενες τιμές για κάθε εναλλακτική και από τον Πίνακα 10 παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη τιμή υπό αβεβαιότητα δίνεται από την αναμενόμενη τιμή της πρώτης εναλλακτικής και ισούται με 15.012 \$ εκ.

Έχοντας πλέον αυτές τις πληροφορίες, η EVPI υπολογίζεται ως εξής:

$$EVPI = 25.842 - 15.012 = 10.83 \$ \text{ εκ.}$$

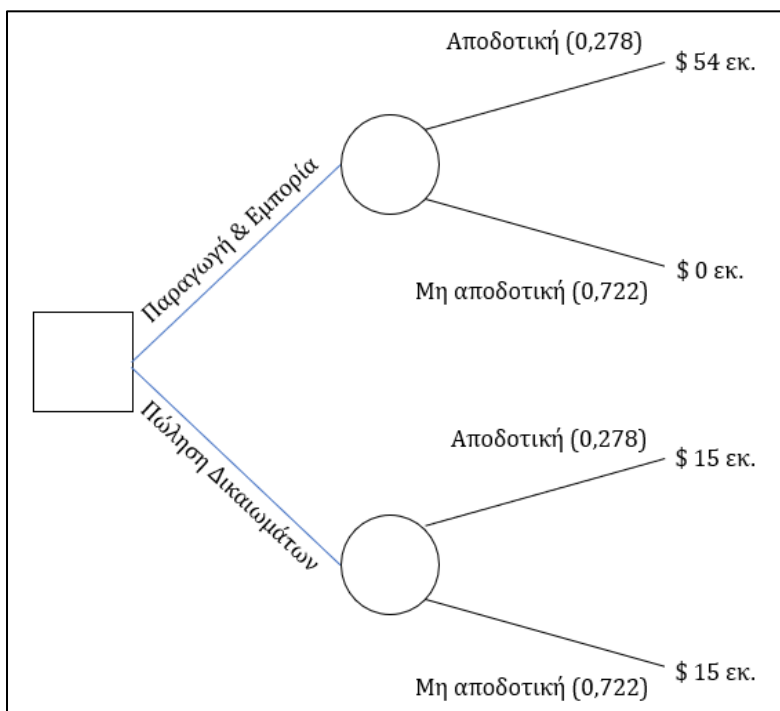
### **EVPI και EOL**

Εάν η κατάσταση της φύσης που θα συμβεί είναι γνωστή με βεβαιότητα, τότε δε θα υπάρχει καμία απώλεια ευκαιρίας. Αυτό ισχύει διότι, υπό βεβαιότητα, η βέλτιστη εναλλακτική θα επιλεγεί κι έτσι δε θα υπάρχει μετάνοια ή απώλεια ευκαιρίας, θα είναι πάντα μηδενική. Ως εκ τούτου, υπό αβεβαιότητα, η αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας δίνει το κόστος της αβεβαιότητας που θα μπορούσε να εξλειφθεί με τέλεια πληροφόρηση κι επομένως  $EVPI = EOL$  [5]. Από τον Πίνακα 10, η βέλτιστη εναλλακτική είναι αυτή που δίνει την ελάχιστη αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας, δηλαδή η πρώτη. Επομένως,  $EVPI = 10.83 \$ \text{ εκ.}$  Παρατηρείται ότι ισούται με αυτήν της προηγούμενης προσέγγισης.

### 2.3.3 Δέντρα Απόφασης (Decision Trees)

Με σκοπό την καλύτερη κατανόηση, η διαδικασία λήψης απόφασης μπορεί να αναπαρασταθεί γραφικά από το λεγόμενο δέντρο απόφασης, το οποίο κατασκευάζεται με τη χρήση γραμμών και κόμβων. Ταυτόχρονα, επιτυγχάνεται η εικονογραφική απεικόνιση της σειράς με την οποία πρόκειται να συμβούν οι πιθανές ενέργειες και τα αποτελέσματά τους [5]. Ένα δέντρο απόφασης προσφέρει μια εύχρηστη οπτική απεικόνιση του προβλήματος και έπειτα οργανώνει το υπολογιστικό κομμάτι της διαδικασίας [3]. Σ' ένα δέντρο απόφασης υπάρχουν δύο είδη κόμβων: ο τετράγωνος κόμβος που αναπαριστά ένα σημείο απόφασης, δηλαδή την εναλλακτική που επιλέγει ο υπεύθυνος λήψης απόφασης, και διακλαδώνεται και ο κυκλικός κόμβος που αναπαριστά ένα γεγονός ή την κατάληξη μιας διακλάδωσης, η οποία είναι μία κατάσταση της φύσης. Τα κλαδιά ή γραμμές ενός τέτοιου δέντρου αναπαριστούν το «μονοπάτι» απόφασης που σχετίζεται με τις εναλλακτικές και τις καταστάσεις της φύσης. Γενικότερα, τα δέντρα απόφασης είναι πολύ βοηθητικά όταν πρέπει να ληφθεί μία σειρά αποφάσεων. Παρ' όλ' αυτά, χρησιμοποιούνται και για την εικονογράφηση μίας μόνο απόφασης [5].

Το δέντρο απόφασης που ακολουθεί αφορά το παράδειγμα της Silicon Dynamics.



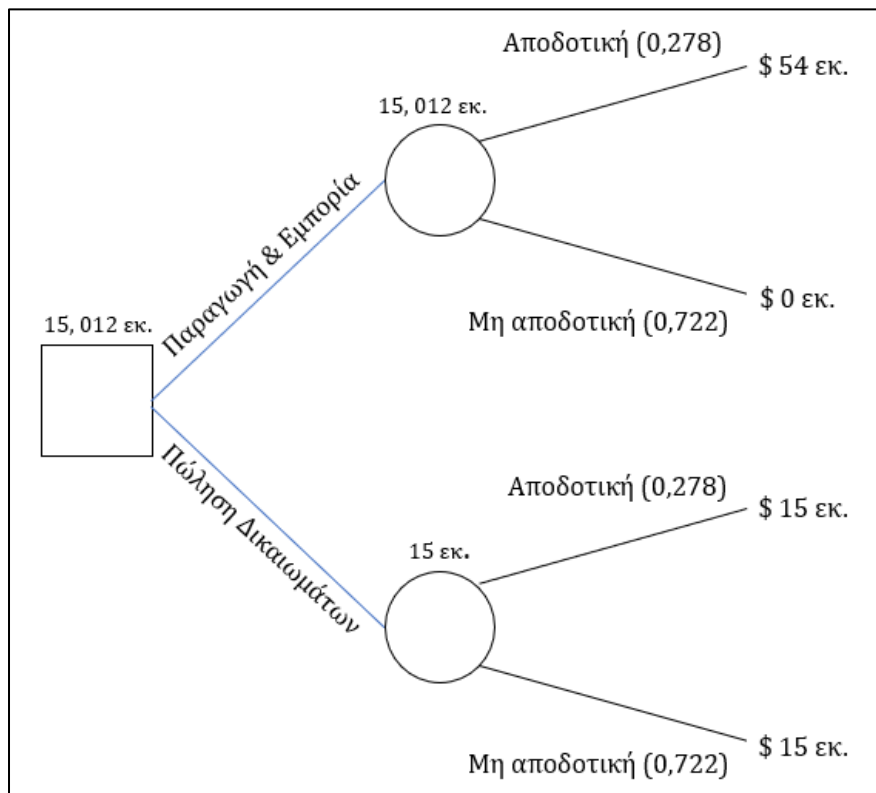
Εικόνα 2: Δέντρο Απόφασης παραδείγματος

Κάθε τετραγωνικός κόμβος υποδηλώνει τις εναλλακτικές, ενώ κάθε κυκλικός τις καταστάσεις της φύσης. Στο τέλος του κάθε μονοπατιού απόφασης αναγράφεται το αντίστοιχο αποδιδόμενο ποσό, ενώ δίπλα από κάθε κατάσταση της φύσης, σε παρένθεση, σημειώνεται η πιθανότητα να συμβεί. Παρατηρείται ότι το παραπάνω δέντρο απόφασης αποτελεί μία οπτική απεικόνιση του Πίνακα 1 – Πίνακα Αποδόσεων. Αξιοσημείωτο είναι ότι μέσω του δέντρου μπορεί να υπολογιστεί και η αναμενόμενη τιμή κάθε συνδυασμού

εναλλακτικής και κατάστασης της φύσης. Ξεκινώντας από τη δεξιά πλευρά του δέντρου, η αναμενόμενη τιμή κάθε κύκλου υπολογίζεται αθροίζοντας το γινόμενο της πιθανότητας της κάθε γραμμής του κύκλου με το αντίστοιχο αποδιδόμενο ποσό της γραμμής [5]. Για παράδειγμα, η αναμενόμενη τιμή του πρώτου κύκλου υπολογίζεται ως εξής:

$$(0.278 * 54 \text{ εκ.}) + (0.722 * 0) = 15.012 \text{ εκ.}$$

Προχωρώντας με τη διαμόρφωση του δέντρου απόφασης, η αντίστοιχη αναμενόμενη τιμή μπορεί να σημειωθεί σε κάθε κύκλο. Αφού τώρα είναι γνωστή η κάθε τιμή του κύκλου, η τιμή του τετραγώνου ορίζεται επιλέγοντας τη μέγιστη τιμή από τους κύκλους [5]. Δηλαδή, στο παράδειγμα της Silicon Dynamics, η τιμή του τετραγωνικού κόμβου είναι 15.012 εκ. και το δέντρο απόφασης διαμορφώνεται όπως παρακάτω.



Εικόνα 3: Δέντρο Απόφασης παραδείγματος με Αναμενόμενη Τιμή

Επομένως, έτσι όπως διαμορφώνεται το δέντρο απόφασης, αποτελεί οπτική απεικόνιση του Πίνακα 8 – Πίνακα Αναμενόμενης Τιμής.

Ωστόσο, το δέντρο απόφασης του παραδείγματος παρουσιάζει μια απλή απόφαση. Εν γένει, τα δέντρα απόφασης είναι πολύ πιο χρήσιμα όταν το πρόβλημα πραγματεύεται μια σειρά από εναλλακτικές και καταστάσεις της φύσης από τις οποίες πρέπει να ληφθεί μία σειρά από αποφάσεις. Τέτοιου είδους προβλήματα είναι δύσκολο να αναπαρασταθούν σε πίνακες κι έτσι τα δέντρα απόφασης αποτελούν ένα βοηθητικό εργαλείο [5].



### 2.3.4 Εκ των υστέρων Πιθανότητες (Posterior Probabilities)

Όπως έχει προαναφερθεί, υπάρχει η δυνατότητα απόκτησης επιπλέον πληροφόρησης, η οποία βοηθά στον καλύτερο προσδιορισμό της πιθανότητας να συμβεί μια κατάσταση της φύσης. Η πρόσθετη πληροφόρηση δύναται να ληφθεί μέσω διαφόρων πειραματισμών, δειγματοληψίας, έρευνας αγοράς κλπ. Οι βελτιωμένες εκτιμήσεις των πιθανοτήτων, που δίνονται μέσω της πρόσθετης πληροφόρησης, καλούνται εκ των υστέρων πιθανότητες ή πιθανότητες του Bayes, αφού για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιείται το θεώρημα Bayes.

Επομένως, για να βρεθούν οι εκ των υστέρων πιθανότητες πρέπει να έχει αποκτηθεί η πρόσθετη πληροφόρηση για τις καταστάσεις της φύσης. Ο πειραματισμός, ο οποίος αποτελεί ένα τρόπο απόκτησης της πληροφόρησης, μπορεί να είναι είτε ειδικό, αναλυτές, ακόμη και σύμβουλοι που θα ερευνήσουν τις καταστάσεις της φύσης και θα δώσουν πιο ακριβείς πιθανότητες να συμβούν. Σε κάθε περίπτωση, οι πρόσθετες πληροφορίες θεωρείται ότι λαμβάνονται από κάποιο πείραμα.

Ο πειραματισμός αποδίδει ένα πιθανό σύνολο αποτελεσμάτων, τα οποία βοηθούν στην επιλογή της εναλλακτικής. Βάσει των αποτελεσμάτων αυτών και της πιθανότητας τους να συμβούν, το θεώρημα του Bayes δίνει την εκ των υστέρων πιθανότητα της κάθε κατάστασης της φύσης. Η εκ των υστέρων πιθανότητα της κατάστασης της φύσης, δοσμένου του αποτελέσματος του πειραματισμού, ισούται με την εκ των προτέρων πιθανότητα της κατάστασης της φύσης επί τη δεσμευμένη πιθανότητα του αποτελέσματος, δοσμένης της κατάστασης της φύσης, διά το άθροισμα των δεσμευμένων πιθανοτήτων όλων των αποτελεσμάτων και καταστάσεων της φύσης. Δηλαδή, με μαθηματικούς όρους, έστω ότι  $K_i$  είναι η  $i$  - κατάσταση της φύσης,  $A_j$  το  $j$  - αποτέλεσμα του πειραματισμού και  $P(K_i)$  η εκ των προτέρων πιθανότητα της  $i$  - κατάστασης της φύσης. Συνεπώς, η εκ των υστέρων πιθανότητα της  $i$  - κατάστασης της φύσης, δοσμένου του  $j$  - αποτελέσματος ορίζεται ως [5]:

$$P(K_i|A_j) = \frac{P(K_i)P(A_j|K_i)}{\sum_k P(K_k)P(A_j|K_k)} \quad (1)$$

Έστω ότι η Silicon Dynamics έχει την επιλογή να προσλάβει έναν επιτελικό σύμβουλο, ο οποίος μαζί με την ομάδα του, θα διεξάγουν έρευνα αγοράς και άλλους αντίστοιχους πειραματισμούς προκειμένου να δοθούν βελτιωμένες εκτιμήσεις για την πιθανότητα να συμβεί η κάθε κατάσταση της φύσης. Η διαδικασία αυτή θα στοιχίσει στην εταιρεία \$ 1 εκατομμύριο και θα δώσει εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε κατάσταση της φύσης. Τα πιθανά αποτελέσματα της έρευνας αγοράς είναι δύο και είναι τα εξής:

1. Η έρευνα αγοράς θα δώσει ευνοϊκά αποτελέσματα και η αποδοτικότητα θα είναι μάλλον πιθανή (ΑΜΠ).
2. Η έρευνα αγοράς δε θα δώσει ευνοϊκά αποτελέσματα και η αποδοτικότητα θα είναι μάλλον απίθανη (ΑΜΑ).

Έστω ότι το τμήμα πωλήσεων και έρευνας αγοράς δίνουν τις παρακάτω πιθανότητες για κάθε κατάσταση της φύσης, βάσει παρελθοντικής εμπειρίας:

Δεδομένου ότι η κατάσταση της φύσης είναι αποδοτική, τότε η πιθανότητα η έρευνα αγοράς να δώσει μη ευνοϊκά αποτελέσματα είναι

$$P(AMA|αποδοτική) = \alpha = \frac{1}{3}$$

και άρα η πιθανότητα να δώσει ευνοϊκά αποτελέσματα είναι

$$P(AMP|αποδοτική) = 1 - \alpha = \beta = \frac{2}{3}$$

Ομοίως, δεδομένου ότι η κατάσταση της φύσης είναι μη αποδοτική, τότε η πιθανότητα η έρευνα αγοράς να δώσει μη ευνοϊκά αποτελέσματα είναι

$$P(AMA|μη αποδοτική) = \gamma = \frac{2}{3}$$

και άρα η πιθανότητα να δώσει ευνοϊκά αποτελέσματα είναι

$$P(AMP|μη αποδοτική) = 1 - \gamma = \delta = \frac{1}{3}$$

Επομένως, εφαρμόζοντας τις παραπάνω δεσμευμένες πιθανότητες στη σχέση (1) λαμβάνουμε τις παρακάτω εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε περίπτωση.

Δεδομένου ότι η έρευνα αγοράς δε δίνει ευνοϊκά αποτελέσματα (AMA), οι εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε κατάσταση της φύσης υπολογίζονται ως εξής:

$$P(K_{αποδοτική}|A_{AMA}) = \frac{pa}{pa + (1-p)\gamma} = \varepsilon = \frac{1}{3}$$

$$P(K_{μη αποδοτική}|A_{AMA}) = 1 - \varepsilon = \zeta = \frac{2}{3}$$

Ομοίως, δεδομένου ότι η έρευνα αγοράς δίνει ευνοϊκά αποτελέσματα (AMP), οι εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε κατάσταση της φύσης υπολογίζονται ως εξής:

$$P(K_{αποδοτική}|A_{AMP}) = \frac{p\beta}{p\beta + (1-p)\delta} = \eta = \frac{2}{3}$$

$$P(K_{μη αποδοτική}|A_{AMP}) = 1 - \eta = \theta = \frac{1}{3}$$

Επομένως, υπολογίζονται οι πιθανότητες για κάθε αποτέλεσμα ως:

$$P(AMA) = ap + \gamma(1-p) = \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad P(AMP) = \beta p + \delta(1-p) = \frac{1}{2}$$

Έτσι, τα αναμενόμενα αποδιδόμενα ποσά μπορούν να υπολογιστούν με τις νέες εκ των υστέρων πιθανότητες, όπως παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες, για κάθε αποτέλεσμα της έρευνας αγοράς. Παρατηρείται ότι στην αναμενόμενη τιμή αφαιρείται το ποσό του 1 εκατομμύριου, αφού τόση είναι η αξία της έρευνας αγοράς.

*Αναμενόμενη τιμή για μη ευνοϊκά αποτελέσματα (ΑΜΑ)*

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό ( <i>expected payoff</i> )
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	$(1/3 * 54) + (2/3 * 0) - 1 = 17 \$ \text{εκ.}$
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	$(1/3 * 15) + (2/3 * 15) - 1 = 14 \$ \text{εκ.}$
Εκ των υστέρων πιθανότητες	1/3	2/3	

Πίνακας 11: Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό (ΑΜΑ)

*Αναμενόμενη τιμή για ευνοϊκά αποτελέσματα (ΑΜΠ)*

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό ( <i>expected payoff</i> )
	Αποδοτική	Μη αποδοτική	
Παραγωγή & Εμπορία Η/Υ	\$54 εκ.	\$0	$(2/3 * 54) + (1/3 * 0) - 1 = 35 \$ \text{εκ.}$
Πώληση δικαιωμάτων	\$15 εκ.	\$15 εκ.	$(2/3 * 15) + (1/3 * 15) - 1 = 14 \$ \text{εκ.}$
Εκ των υστέρων πιθανότητες	2/3	1/3	

Πίνακας 12: Αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό (ΑΜΠ)

Εντούτοις, τα παραπάνω αποτελέσματα δε δίνουν απάντηση στο αν αξίζει όντως η Silicon Dynamics να δαπανήσει \$ 1 εκατομμύριο προκειμένου να διεξαχθεί έρευνα αγοράς. Γι' αυτό ακολουθεί η πιο κάτω μέθοδος αξιολόγησης.

***Αναμενόμενη Τιμή Πειραματισμού (Expected Value of Experimentation)***

Για τον υπολογισμό της τιμής αυτής χρειάζεται ο τύπος

$$\text{Expected Value with Experimentation} = \sum_j P(A_j)E[\text{payoff} | A_j]$$

όπου *payoff* το αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό πριν αφαιρεθεί το κόστος του πειραματισμού.

Επομένως, έχοντας υπολογισμένες όλες τις τιμές που χρειάζονται προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \text{Expected Value with Experimentation} &= P(AMA) * 18 + P(AMΠ) * 36 \\ &= \frac{1}{2} * 18 + \frac{1}{2} * 36 = \$27 \text{ εκ.} \end{aligned}$$

Έτσι, ο υπολογισμός της αναμενόμενης τιμής του πειραματισμού (*Expected Value of Experimentation - EVE*) γίνεται όπως παρακάτω:

$$\begin{aligned} EVE &= \text{expected payoff with experimentation} - \text{expected payoff without experimentation} \\ &= 27 - 15 = \$12 \text{ εκ.} \end{aligned}$$

(όπου *expected payoff without experimentation* = \$15 εκ. από 2.3.2.2) [3]

Αφού η τιμή αυτή υπερβαίνει το κόστος του πειραματισμού, κρίνεται ότι η έρευνα αγοράς πρέπει να γίνει, αφού συμφέρει την εταιρεία.

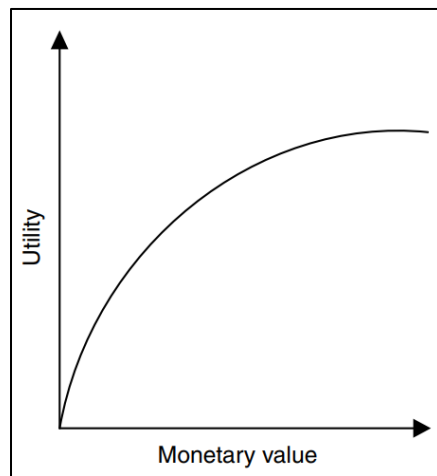
### **2.3.5 Συναρτήσεις Χρησιμότητας (Utility Functions)**

Μέχρι στιγμής, τα αποδιδόμενα ποσά θεωρούνται χρηματικά. Ωστόσο, η νομισματική αξία δεν είναι πάντα η σωστή επιλογή για τη μοντελοποίηση ενός προβλήματος λήψης απόφασης, αφού η αξία των χρημάτων διαφοροποιείται και κυμαίνεται ανάλογα με τις περιστάσεις. Για παράδειγμα, ας πούμε ότι θέλετε να παίξετε ένα λαχείο, που το μεγάλο ποσό που κληρώνει είναι €42 εκατομμύρια. Η τιμή του λαχείου είναι €1. Έστω ότι έχετε €100, τότε ίσως θεωρήσετε καλή ευκαιρία να ξοδέψετε €1 για μια πιθανότητα να κερδίσετε €42 εκατομμύρια. Έστω ότι τώρα έχετε €5. Με τη σκέψη ότι, αν πεινάσετε, τα €5 θα σας προσφέρουν ένα γεύμα, ενώ τα €4 όχι, τότε το να ξοδέψετε €1 δεν είναι και τόσο καλή ιδέα. Επομένως, η αξία του €1 αλλάζει υπό περιστάσεις. Αυτή η μεταβαλλόμενη αξία του χρήματος ονομάζεται χρησιμότητα του χρήματος (*utility of the money*). Η χρησιμότητα ορίζεται με όρους συνάρτησης, αφού μεταβάλλεται βάσει περιστάσεων και χρόνου.

Ένας άλλος τρόπος εξέτασης αυτής της έννοιας είναι να σκεφτείτε τι θα επιλέγατε από τα παρακάτω σενάρια: 1. Ρίξτε ένα κέρμα και αν έρθει κορώνα κερδίζετε €10,000, αν έρθουν γράμματα δεν κερδίζετε τίποτα ή 2. Κερδίζετε €3,000 χωρίς να ρίξετε κέρμα. Πολλοί θα διάλεγαν τη δεύτερη επιλογή, που δίνει αυτομάτως κέρδος €3,000. Εντούτοις, το ερώτημα που εγείρεται είναι γιατί κάποιος να διαλέξει τις €3,000, ενώ το αναμενόμενο αποδιδόμενο ποσό της πρώτης επιλογής ισούται με €5,000  $((0.5 \times €10,000) + (0.5 \times €0) = €5,000)$ ; Η απάντηση είναι ότι η επιλογή δε γίνεται πάντα με αποκλειστικό παράγοντα το κέρδος που αποδίδεται, αλλά σχετίζεται και με την πιθανότητα ήττας και άλλες συνθήκες. Η άποψη ενός ατόμου για τα χρήματα πιθανόν να αλλάζει με την πάροδο του χρόνου αλλά και σε συνδυασμό με τις καταστάσεις που αντιμετωπίζει στην καθημερινότητα του. Αυτό, λοιπόν, καλείται χρησιμότητα του χρήματος.

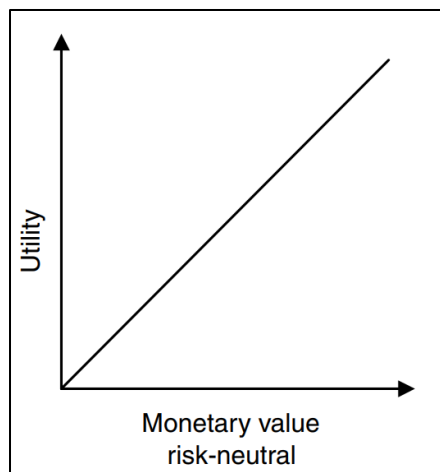
Στο πλαίσιο της χρησιμότητας, οι υπεύθυνοι λήψης απόφασης συνήθως ταξινομούνται σε μια από τις τρεις παρακάτω κατηγορίες: 1. αποφεύγουν τον κίνδυνο (*risk-averse*), 2. είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (*risk-neutral*), 3. αναζητούν τον κίνδυνο (*risk-seeking*).

Αυτός που αποφεύγει τον κίνδυνο έχει φθίνουσα οριακή χρησιμότητα για τα χρήματα, το οποίο σημαίνει ότι όσο λιγότερα χρήματα έχει, τόσο περισσότερη αξία/χρησιμότητα έχουν. Ας υποθέσουμε ότι €1 έχει χρησιμότητα μεγέθους 10, ενώ €2 έχουν χρησιμότητα μεγέθους 15. Με άλλα λόγια, η μοναδιαία αύξηση του χρηματικού ποσού δεν έχει ισοδύναμη αύξηση στη χρησιμότητά του. Η χρησιμότητα του επιπλέον €1 ήταν μεγέθους μόνο 5, αντί 10 που είχε το πρώτο €1. Επομένως, όσο αυξάνεται ο αριθμός των χρημάτων, κάθε επιπλέον ευρώ θα έχει λιγότερη χρησιμότητα για τον υπεύθυνο λήψης απόφασης. Αυτό μπορεί εύκολα να αναπαρασταθεί με μία γραφική της χρησιμότητας των χρημάτων σε συνάρτηση του χρηματικού ποσού, που ονομάζεται συνάρτηση χρησιμότητας. Έστω ότι  $u(M)$  καλείται η συνάρτηση που αναπαριστά τη χρησιμότητα €  $M$ . Για ένα άτομο που αποφεύγει τον κίνδυνο, η συνάρτηση αυτή θα έχει πάντα κοίλα προς τα κάτω, αφού αναπαριστά φθίνουσα οριακή χρησιμότητα, όπως φαίνεται στη γραφική που ακολουθεί [5].



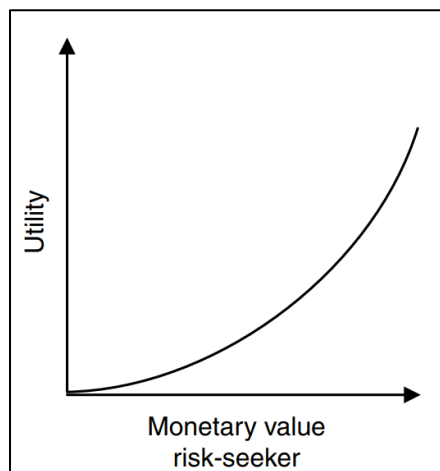
Εικόνα 4: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Averse

Εν αντιθέσει με όσα ειπώθηκαν μέχρι τώρα, αυτός που είναι ουδέτερος ως προς τον κίνδυνο, αντιμετωπίζει τα χρήματα το ίδιο, ασχέτως του ποσού ή των συνθηκών. Επομένως, αν €1 έχει χρησιμότητα μεγέθους 10, τότε τα €2 θα έχουν 20 και πάει λέγοντας. Δηλαδή, κάθε ευρώ που προστίθεται έχει την ίδια χρησιμότητα, με αποτέλεσμα η συνάρτηση χρησιμότητας που προκύπτει να είναι γραμμική, όπως φαίνεται και στην παρακάτω γραφική. Όταν η χρησιμότητα του χρήματος δεν εξετάζεται σε ένα πρόβλημα, είναι σαν ο υπεύθυνος λήψης απόφασης να θεωρείται ουδέτερος ως προς τον κίνδυνο [5].



Εικόνα 5: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Neutral

Αυτός που αναζητεί τον κίνδυνο έχει αύξουσα οριακή χρησιμότητα για τα χρήματα, το οποίο σημαίνει ότι όσα περισσότερα χρήματα έχει, τόσο περισσότερη αξία/χρησιμότητα έχουν. Ας υποθέσουμε ότι €1 έχει χρησιμότητα μεγέθους 10, τότε τα €2 έχουν χρησιμότητα μεγέθους 25. Με άλλα λόγια, η μοναδιαία αύξηση του χρηματικού ποσού έχει μεγαλύτερη αύξηση στη χρησιμότητά του. Η χρησιμότητα του επιπλέον €1 έχει μεγαλύτερη χρησιμότητα (15) σε σχέση με το πρώτο (10). Οι υπεύθυνοι λήψης απόφασης αυτής της κατηγορίας τείνουν να παίρνουν πιο ριψοκίνδυνες αποφάσεις γιατί τους δίνεται η ευκαιρία για κέρδος περισσότερων χρημάτων. Επομένως, ένα άτομο που αναζητεί τον κίνδυνο, θα επέλεγε να ρίξει το κέρμα έχοντας την 50-50 πιθανότητα να κερδίσει €10 000, απορρίπτοντας τις €3 000. Μια τέτοια συνάρτηση χρησιμότητας έχει τα κοίλα προς τα πάνω, αναπαριστώντας την αύξουσα οριακή χρησιμότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω γραφική [5].



Εικόνα 6: Συνάρτηση Χρησιμότητας Risk-Seeking

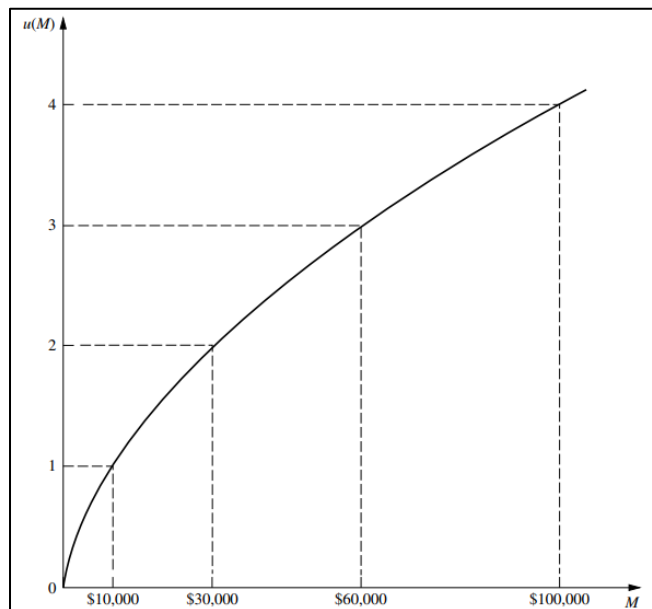
Συνήθως, οι περισσότεροι υπεύθυνοι λήψης απόφασης δεν ανήκουν ακριβώς σε μία από τις παραπάνω τρεις κατηγορίες, αλλά τείνουν να ανήκουν σε ένα συνδυασμό των τριών. Ο συνδυασμός αυτός εξαρτάται από την κάθε περίπτωση και αλλάζει με την πάροδο του χρόνου. Εντούτοις, θεωρείται ότι δύναται να καθορισθεί συνάρτηση χρησιμότητας για έναν υπεύθυνο λήψης απόφασης, για μία δεδομένη χρονική στιγμή. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας είναι μοναδικές για κάθε ένα υπεύθυνο λήψης απόφασης. Επομένως, έστω ότι ένα πρόβλημα καλείται να επιλυθεί από δύο διαφορετικούς υπεύθυνους, η λύση που θα δοθεί από τον καθένα θα είναι διαφορετική, καθώς βασίζεται σε διαφορετικές συναρτήσεις χρησιμότητας.

Όταν καθορισθεί η συνάρτηση χρησιμότητας του υπεύθυνου λήψης, η ανάλυση του προβλήματος συνεχίζεται όπως ακριβώς γίνεται και σε περιπτώσεις προβλημάτων με νομισματικής αξίας δεδομένα. Η μόνη διαφορά που σημειώνεται είναι ότι η θέση της νομισματικής τιμής αντικαθίσταται από την τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας του αναμενόμενου ποσού κι έτσι υπολογίζεται η αναμενόμενη χρησιμότητα, έναντι της αναμενόμενης τιμής που υπολογίζεται σε προβλήματα νομισματικής αξίας. Επομένως, οι αποφάσεις βασίζονται στις αναμενόμενες τιμές χρησιμότητας.

Ο τρόπος που κατασκευάζονται ή καθορίζονται οι συναρτήσεις χρησιμότητας, για κάθε υπεύθυνο λήψης απόφασης, βασίζεται στην παρακάτω θεμελιώδη ιδιότητα:

**Θεμελιώδης Ιδιότητα:** Σύμφωνα με τη θεωρία της χρησιμότητας, η συνάρτηση χρησιμότητας ενός υπεύθυνου λήψης απόφασης έχει την ιδιότητα να δίνει στον υπεύθυνο τη δυνατότητα να αδιαφορήσει μεταξύ δύο εναλλακτικών τρόπων δράσης, αν αυτές οι εναλλακτικές δίνουν την ίδια αναμενόμενη χρησιμότητα [3].

Για σκοπούς επεξήγησης, υποθέτουμε ότι η παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας αντιστοιχεί στον υπεύθυνο λήψης απόφασης που του γίνεται η ακόλουθη προσφορά.



Εικόνα 7: Συνάρτηση Χρησιμότητας παράδειγμα

**Προσφορά:** Δίνεται η ευκαιρία να αποκτήσει \$100,000 (που αντιστοιχεί σε χρησιμότητα = 4) με πιθανότητα  $p$  ή τίποτα/\$0 (που αντιστοιχεί σε χρησιμότητα = 0) με πιθανότητα  $(1-p)$ .

Έτσι, η αναμενόμενη χρησιμότητα για αυτήν την προσφορά είναι  $E(utility) = 4p$ .

Επομένως, για κάθε ένα από τα τρία ακόλουθα ζεύγη εναλλακτικών, ο υπεύθυνος είναι αδιάφορος μεταξύ πρώτης και δεύτερης εναλλακτικής:

1. Προσφορά με  $p = 0.25$  [ $E(utility) = 1$ ] ή βέβαιη απόκτηση \$10 000 (χρησιμότητα = 1)
2. Προσφορά με  $p = 0.5$  [ $E(utility) = 2$ ] ή βέβαιη απόκτηση \$30 000 (χρησιμότητα = 2)
3. Προσφορά με  $p = 0.75$  [ $E(utility) = 3$ ] ή βέβαιη απόκτηση \$60 000 (χρησιμότητα = 3)

Αυτό το παράδειγμα επεξηγεί έναν τρόπο με τον οποίο κατασκευάζεται αρχικά μία συνάρτηση χρησιμότητας ενός υπεύθυνου λήψης απόφασης. Ο υπεύθυνος θα έκανε την ίδια υποθετική προσφορά ώστε να αποκτήσει ένα μεγάλο χρηματικό ποσό (π.χ. \$100,000) με πιθανότητα  $p$  ή τίποτα. Έπειτα, για κάθε μικρότερο χρηματικό ποσό (π.χ. \$10,000, \$30,000, \$60,000) θα ζητούταν από τον υπεύθυνο να καθορίσει για ποια τιμή του  $p$  θα ήταν αδιάφορος ανάμεσα στην προσφορά και τη βέβαιη απόκτηση του ποσού. Τότε, η χρησιμότητα του μικρότερου ποσού θα ήταν  $p$  φορές τη χρησιμότητα του μεγαλύτερου.

Η κλίμακα της συνάρτησης χρησιμότητας, δηλαδή για χρησιμότητα ίση με 1 αντιστοιχεί το ποσό των \$10,000, είναι τυχαία/άσχετη.

Παρακάτω συνοψίζεται ο βασικός ρόλος των συναρτήσεων χρησιμότητας στην ανάλυση αποφάσεων:

Όταν η συνάρτηση χρησιμότητας του υπεύθυνου λήψης απόφασης χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της σχετικής αξίας των διαφόρων πιθανών νομισματικών αποτελεσμάτων, ο κανόνας απόφασης του *Bayes* αντικαθιστά τα χρηματικά αποδιδόμενα ποσά με τις αντίστοιχες χρησιμότητες. Επομένως, η βέλτιστη επιλογή είναι αυτή που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη χρησιμότητα [3].



## 2.4 Μεγαλύτερο πρόβλημα

Για ρεαλιστικούς σκοπούς θα αναλυθεί συνοπτικά το ακόλουθο μεγαλύτερο πρόβλημα, το οποίο συνοψίζεται στον παρακάτω πίνακα με τρεις εναλλακτικές και τρεις καταστάσεις της φύσης. Πρόκειται για πίνακα αποδιδόμενων ποσών κέρδους.

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		
	K1	K2	K3
E1	4,000 \$	0 \$	0 \$
E2	0 \$	2,000 \$	0 \$
E3	3,000 \$	0 \$	1,000 \$
Εκ των προτέρων πιθανότητα	0.2	0.5	0.3

Εικόνα 8: Πίνακας δεδομένων

### Maximax Κριτήριο:

Για κάθε μία από τις τρεις εναλλακτικές βρίσκουμε το μέγιστο αποδιδόμενο ποσό κι έπειτα επιλέγουμε το μέγιστο από αυτά τα τρία που προκύπτουν. Επομένως, με βάση αυτό το κριτήριο η βέλτιστη εναλλακτική που επιλέγεται είναι η E1.

### Κριτήριο Μέγιστης Πιθανότητας:

Βάσει αυτού του κριτηρίου, βέλτιστη εναλλακτική επιλέγεται αυτή που αποδίδει τα μέγιστα στην κατάσταση της φύσης με τη μεγαλύτερη πιθανότητα να συμβεί, άρα η E2.

### Αναμενόμενη Τιμή:

Η αναμενόμενη τιμή (*expected value*) για κάθε εναλλακτική υπολογίζεται ως εξής:

$$E1: (0.2 * 4,000) + (0.5 * 0) + (0.3 * 0) = 800 \$$$

$$E2: (0.2 * 0) + (0.5 * 2,000) + (0.3 * 0) = 1,000 \$$$

$$E3: (0.2 * 3,000) + (0.5 * 0) + (0.3 * 1,000) = 900 \$$$

Οπότε, η εναλλακτική που δίνει το μεγαλύτερη αναμενόμενη τιμή είναι η E2.

### Αναμενόμενη Απώλεια Ευκαιρίας (EOL):

Η απώλεια ευκαιρίας καθορίζεται ως εξής, όπως εξηγήθηκε αναλυτικά πριν:

Εναλλακτικές	Καταστάσεις της φύσης		
	K1	K2	K3
E1	4,000 \$	0 \$	0 \$
E2	0 \$	2,000 \$	0 \$
E3	3,000 \$	0 \$	1,000 \$
Μέγιστο στήλης	4,000 \$	2,000 \$	1,000 \$
Εκ των προτέρων πιθανότητα	0.2	0.5	0.3

Εικόνα 9: Πίνακας Υπολογισμού Απώλειας Ευκαιρίας

Συνεπώς, ο πίνακας απώλειας ευκαιρίας είναι ο ακόλουθος:

Εναλλακτικές	Απώλεια Ευκαιρίας (Opportunity Loss)		
	K1	K2	K3
E1	0\$	2,000 \$	1,000 \$
E2	4,000 \$	0 \$	1,000 \$
E3	1,000 \$	2,000 \$	0 \$
Εκ των προτέρων πιθανότητα	0.2	0.5	0.3

Πίνακας 13: Πίνακας Απώλειας Ευκαιρίας

και η αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας για κάθε περίπτωση συνοψίζεται παρακάτω:

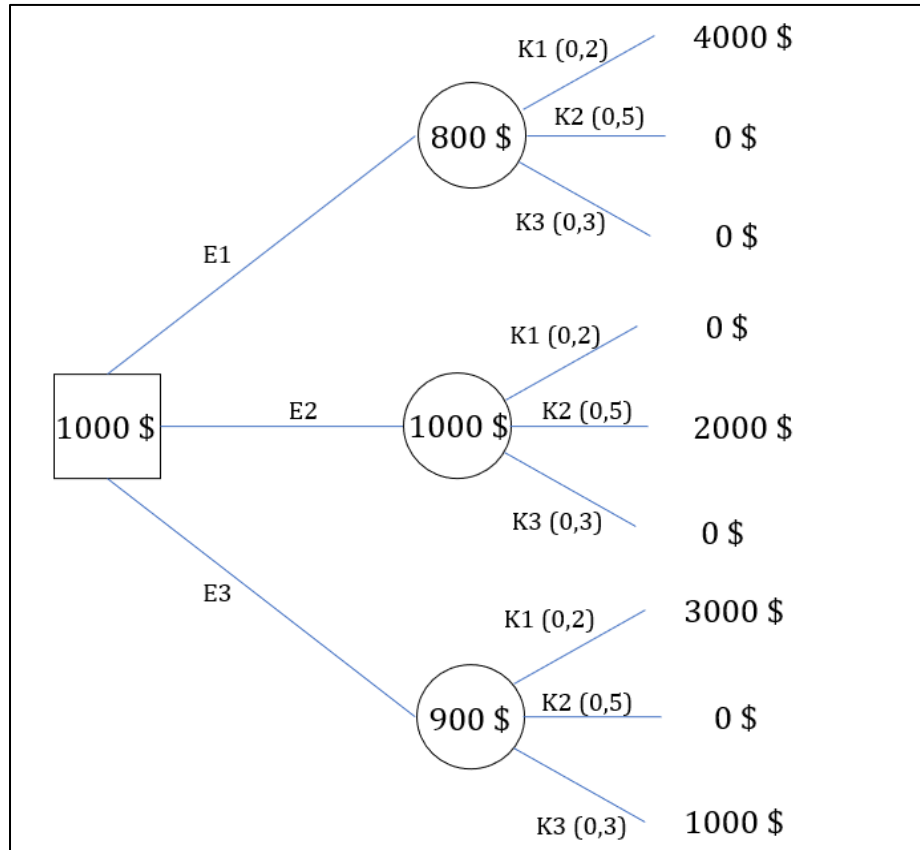
Εναλλακτικές	Αναμενόμενη Απώλεια Ευκαιρίας (EOL)
E1	1,300 \$
E2	1,100 \$
E3	1,200 \$

Πίνακας 14: Πίνακας Αναμενόμενης Απώλειας Ευκαιρίας

Συνεπώς, βέλτιστη εναλλακτική κρίνεται η E2, αφού αποδίδει την ελάχιστη αναμενόμενη απώλεια ευκαιρίας.

### Δέντρο Απόφασης:

Παρακάτω ακολουθεί το δέντρο απόφασης όπως διαμορφώνεται συμπεριλαμβανομένων των αναμενόμενων τιμών και των εκ των προτέρων πιθανοτήτων της κάθε κατάστασης της φύσης:



Εικόνα 10: Δέντρο Απόφασης μεγαλύτερου παραδείγματος

Παρατηρείται πως όσοι περισσότερες εναλλακτικές και καταστάσεις της φύσης έχει ένα πρόβλημα, τόσο μεγαλύτερο είναι και το δέντρο απόφασης. Εντούτοις, ο τρόπος επίλυσης δε διαφέρει. Παραμένει ίδιος με τον τρόπο επίλυσης που αναλύθηκε εκτενέστερα στο πρώτο εισαγωγικό παράδειγμα με δύο εναλλακτικές και δύο καταστάσεις της φύσης.

### 3. Ανάλυση Κινδύνου (*Risk Analysis*)

#### 3.1 Εισαγωγή στην Ανάλυση Κινδύνου

Σε κάθε επιχείρηση, ακόμη και σε κάθε κυβέρνηση, υπάρχει τουλάχιστον ένα άτομο το οποίο είναι υπεύθυνο για τη λήψη αποφάσεων. Τα αποτελέσματα των αποφάσεων είναι αβέβαια, όμως όσο πιο κατανοητή είναι η αβεβαιότητα, τόσο πιο σωστά λαμβάνεται η απόφαση. Στην ανάλυση κινδύνου αντιμετωπίζονται δύο μορφές αβεβαιότητας. Η πρώτη είναι μια γενική αίσθηση ότι η ποσότητα που θέλουμε να εκτιμήσουμε συνοδεύεται από αβεβαιότητα, η οποία συνήθως περιγράφεται από κάποια κατανομή. Η δεύτερη μορφή αφορά γεγονότα κινδύνου (*risk events*), τα οποία είναι τυχαία γεγονότα που μας ενδιαφέρουν και μπορεί είτε να συμβούν, είτε όχι. Τα γεγονότα κινδύνου διακρίνονται ως εξής:


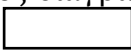


- Κίνδυνος: πρόκειται για ένα τυχαίο γεγονός που πιθανόν να συμβεί, κι αν συμβεί θα έχει αρνητική επίπτωση στους στόχους της επιχείρησης. Έτσι, ο κίνδυνος αποτελείται από τρία στοιχεία: το σενάριο/υπόθεση, την πιθανότητα να συμβεί και το μέγεθος της επίπτωσης, αν συμβεί.
- Ευκαιρία: πρόκειται για ένα τυχαίο γεγονός που πιθανόν να συμβεί, κι αν συμβεί θα έχει θετική επίπτωση στους στόχους της επιχείρησης. Συνεπώς, η ευκαιρία αποτελείται από τρία στοιχεία, ίδια με αυτά του κινδύνου.

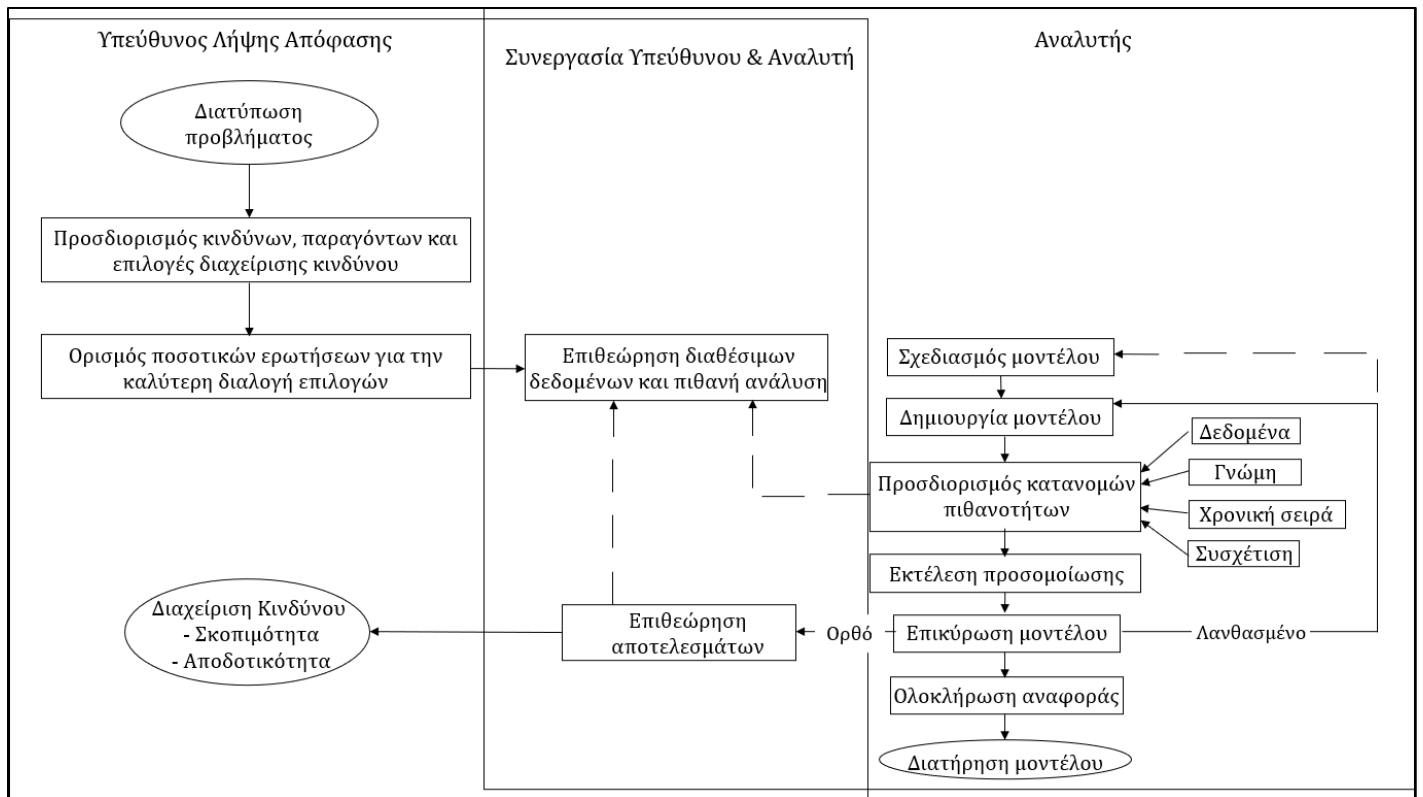
Ο κίνδυνος και η ευκαιρία μπορούν να θεωρηθούν ως οι δύο αντίθετες όψεις ενός νομίσματος. Συνήθως, είναι ευκολότερο ένα πιθανό γεγονός να θεωρηθεί ως κίνδυνος εάν έχει αρνητική επίπτωση και η πιθανότητα του να συμβεί είναι λιγότερη από 50%, ενώ εάν έχει πιθανότητα μεγαλύτερη του 50% συμπεριλαμβάνεται στο βασικό σχέδιο και έπειτα θεωρείται ως ευκαιρία το να μη συμβεί [7].

#### 3.2 Διαδικασία Ανάλυσης Κινδύνου

Στο διάγραμμα που ακολουθεί αναπαρίσταται μια τυπική σειρά ενεργειών που εκτελούνται κατά την ανάλυση κινδύνου, ξεκινώντας από τη διατύπωση του προβλήματος και καταλήγοντας στην απόφαση. Στη συνέχεια, αναλύεται λεπτομερώς κάθε ενέργεια που εκτελείται.

Σημειώνεται ότι:

- Αρχή/Τέλος διαγράμματος: 
- Ενέργεια: 
- Κανονική ροή/εξέλιξη: 
- Πιθανή ροή/εξέλιξη: 



Εικόνα 11: Διάγραμμα Διαδικασίας Ανάλυσης Κινδύνου

### 3.2.1 Προσδιορισμός Κινδύνων

Ο προσδιορισμός των κινδύνων αποτελεί το πρώτο βήμα σε μια ολοκληρωμένη ανάλυση κινδύνων, δεδομένου ότι έχουν οριστεί οι στόχοι του υπεύθυνου λήψης απόφασης. Υπάρχουν ορισμένες τεχνικές οι οποίες βοηθούν την επίσημη αναγνώριση των κινδύνων. Το κομμάτι αυτό της ανάλυσης αποτελεί ίσως το πιο ενημερωτικό και επικοινωνιακό στοιχείο όλης της διαδικασίας, καθώς βελτιώνει και προωθεί την ομαδικότητα. Επομένως, μειώνεται η ατομική ευθύνη και για αυτό ακριβώς πρέπει να εκτελείται με προσοχή.

#### Έγκαιρες Λίστες (Prompt Lists)

Οι έγκαιρες λίστες αποτελούν κομμάτι της διαδικασίας και παρέχουν ένα σύνολο από κατηγορίες κινδύνων οι οποίες σχετίζονται με τον τύπο του κινδύνου που απασχολεί μία επιχείρηση. Οι λίστες είναι βοηθητικές ως προς την υπενθύμιση και επισήμανση των πιθανών κινδύνων και συχνά χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα διαφορετικού τύπου λίστες, με σκοπό τον προσδιορισμό όλων των πιθανών κινδύνων που ίσως συμβούν. Επί παραδείγματι, κατά την ανάλυση κινδύνων ενός έργου, μία έγκαιρη λίστα πιθανόν να εξετάζει διάφορες πτυχές του, όπως νομικές, εμπορικές, τεχνικές, ή τύπους εργασιών που σχετίζονται με το έργο, όπως σχεδίαση, κατασκευή, έλεγχο.

Οι έγκαιρες λίστες είναι ανεξάντλητες και άπειρες και δρουν έτσι ώστε να εστιάσουν την προσοχή στην αναγνώριση και προσδιορισμό των κινδύνων. Δεν έχει σημασία σε ποια κατηγορία λίστας θα μπει κάποιος κίνδυνος, αρκεί μόνο η αναγνώρισή του. Η ακόλουθη λίστα δίνει ένα παράδειγμα κατηγοριών μιας γενικής έγκαιρης λίστας ενός έργου:

- Διαχείριση
- Επικοινωνία
- Περιβάλλον
- Οικονομικά
- Πολιτικά
- Τεχνικά

και άλλες πολλές κατηγορίες [7].

Έπειτα, οι προσδιορισμένοι κίνδυνοι αποθηκεύονται σε ένα μητρώο κινδύνου, που θα αναλυθεί αργότερα.

### **3.2.2 Μοντελοποίηση προβλήματος και λήψη κατάλληλων αποφάσεων**

Εν γένει, υπάρχουν ορισμένοι βασικοί κανόνες που αξίζει να τηρούνται στην μοντελοποίηση προβλημάτων. Συγκεκριμένα, οι Morgan και Henrion το 1990 έδωσαν τις ακόλουθες «δέκα εντολές» σχετικά με τον ποσοτικό κίνδυνο και την ανάλυση πολιτικής:

1. Δούλεψε με βιβλιογραφία, ειδικούς και χρήστες.
2. Άσε το πρόβλημα να οδηγήσει την ανάλυση.
3. Κάνε την ανάλυση όσο πιο απλή γίνεται, αλλά όχι απλούστερη.
4. Προσδιόρισε όλες τις σημαντικές υποθέσεις.
5. Να είσαι σαφής για τα κριτήρια απόφασης και τις στρατηγικές πολιτικής.
6. Να είσαι σαφής για τις αβεβαιότητες.
7. Εφάρμοσε συστηματική ανάλυση ευαισθησίας και αβεβαιότητας.
8. Βελτίωσε κατ' επανάληψη την αναφορά του προβλήματος και την ανάλυση.
9. Τεκμηρίωσε καθαρά και ολοκληρωμένα.
10. Εκθέσου σε αξιολόγηση από ομότιμους [7].

Οι τρόποι αντιμετώπισης των κινδύνων που έχουν αναγνωριστεί και αξιολογηθεί ορθά είναι πολλοί, αλλά εν γένει εμπίπτουν στις ακόλουθες κατηγορίες στρατηγικής:

- Αύξηση κινδύνου (το σχέδιο έργου ενδέχεται να είναι πολύ επιφυλακτικό)
- Αδράνεια/Do Nothing (διότι θα κόστιζε πολύ ή δεν υπάρχει κάτι που μπορεί να γίνει)
- Απόκτηση επιπλέον πληροφόρησης (για την καλύτερη κατανόηση του κινδύνου)
- Σχεδιασμός έκτακτης ανάγκης (επιπλέον ποσό στον προϋπολογισμό, προθεσμία κ.ά. ώστε να επιτραπεί η πιθανότητα κινδύνου)
- Μείωση κινδύνου (απαλλαγή από πλεονασμούς για λιγότερο κίνδυνο, ασφάλιση)
- Μερίδιο κινδύνου (με συνέταιρο, εργολάβο, κάποιον που θα χειριστεί εύλογα την επίπτωση)

- Μεταφορά κινδύνου (συμβόλαιο back to back)
- Εξάλειψη κινδύνου (εκτέλεση έργου με άλλον τρόπο)
- Ακύρωση έργου

Η παραπάνω λίστα είναι βοηθητική για την επιλογή κατάλληλου τρόπου αντιμετώπισης των ήδη προσδιορισμένων κινδύνων. Εντούτοις, πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι αυτοί οι τρόποι αντιμετώπισης ίσως εκδηλώσουν με τη σειρά τους δευτερεύοντες κινδύνους. Οπότε, καλό θα ήταν να αναπτυχθούν εφεδρικά σχέδια για την αντιμετώπιση των κινδύνων που δημιουργούνται αλλά δεν εξαλείφονται. Εάν έχουν προηγηθεί αυτά τα βήματα, τότε η επιχείρηση θα είναι σε θέση να αντιδράσει ήρεμα, αποδοτικά και ομόφωνα σε μία κατάσταση η οποία ενδεχομένως να επέφερε πανωλεθρία [7].

### **3.2.3 Στρατηγικές Διαχείρισης Κινδύνου**

Σκοπός της ανάλυσης κινδύνου είναι να βοηθήσει τους διαχειριστές (*managers*) να κατανοήσουν καλύτερα τους κινδύνους, αλλά και τις ευκαιρίες, που αντιμετωπίζουν και να αξιολογούν τις επιλογές στρατηγικής που διαθέτουν. Εν γένει, οι στρατηγικές διαχείρισης κινδύνου χωρίζονται σε διάφορες ομάδες.

#### *Αποδοχή (Αδράνεια/Do Nothing)*

Η αποδοχή επιλέγεται για τον έλεγχο του κινδύνου ή την έκθεση κάποιου στον κίνδυνο. Η επιλογή αυτή είναι κατάλληλη για κινδύνους όπου το κόστος ελέγχου είναι δυσανάλογο με τον κίνδυνο. Συγχρόνως, είναι κατάλληλη για χαμηλής πιθανότητας και επίπτωσης κινδύνους και ευκαιρίες. Δεδομένου ότι επιλέγεται η αποδοχή, θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στον κίνδυνο σχεδιασμού ενός σχεδίου έκτακτης ανάγκης.

#### *Αύξηση*

Σε ορισμένες περιπτώσεις παρατηρείται πως δαπανούνται σημαντικοί πόροι για τη διαχείριση ενός κινδύνου, οι οποίοι είναι υπερβολικοί συγκριτικά με το επίπεδο προστασίας που προσφέρει. Επομένως, ακολουθεί μείωση του επιπέδου προστασίας και οι πόροι διανέμονται για τη διαχείριση άλλων κινδύνων. Έτσι, επιτυγχάνεται συνολικά καλύτερη αντιμετώπιση κινδύνων.

#### *Απόκτηση επιπλέον πληροφόρησης*

Η ανάλυση κινδύνου περιγράφει το επίπεδο αβεβαιότητας που υπάρχει σε ένα πρόβλημα λήψης απόφασης. Η αβεβαιότητα μειώνεται με τη λήψη επιπλέον πληροφορίας. Έτσι, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης μπορεί να καθορίσει αν υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα για να λάβει μια ισχυρή απόφαση και να ζητήσει την απόκτηση επιπλέον πληροφόρησης. Με τη

χρήση μοντέλου ανάλυσης κινδύνου, ο αναλυτής μπορεί να προσδιορίσει τη λιγότερο δαπανηρή μέθοδο λήψης επιπλέον δεδομένων που χρειάζονται για το επιθυμητό επίπεδο ακρίβειας.

### *Αποφυγή (Εξάλειψη)*

Η στρατηγική της αποφυγής περιλαμβάνει την αλλαγή μεθόδου δράσης, του σχεδίου έργου, της στρατηγικής επένδυσης κ.ά., με κύριο στόχο να αποδυναμώσει τον κίνδυνο που αναγνωρίστηκε. Η αποφυγή εφαρμόζεται, κυρίως, σε κινδύνους υψηλής πιθανότητας και επίπτωσης, όπως π.χ. η αλλαγή χώρας που εδράζεται/βρίσκεται ένα εργοστάσιο για αποφυγή της πολιτικής αστάθειας. Αξιοσημείωτο είναι ότι η αλλαγή σχεδίου ενδέχεται να οδηγήσει στην εμφάνιση νέων, και ίσως πολύ πιο σημαντικών, κινδύνων.

### *Μείωση*

Η μείωση περιλαμβάνει ένα εύρος τεχνικών, που μπορούν να εφαρμοστούν και μαζί, οι οποίες προκαλούν τη μείωση της πιθανότητας ή της επίπτωσης, ή και των δύο, ενός κινδύνου. Παραδείγματα αυτών των τεχνικών είναι η εφαρμογή πιο συχνού ποιοτικού ελέγχου ή επιθεώρησης (αν πρόκειται για κάποια σειρά παραγωγής), παροχή καλύτερης εκπαίδευσης προσωπικού κ.λπ. Η στρατηγική μείωσης εφαρμόζεται για κάθε επίπεδο κινδύνου του οποίου ο υπολειπόμενος κίνδυνος δεν είναι υψηλής πιθανότητας και επίπτωσης και όπου τα οφέλη του κινδύνου που μειώνεται υπερτερούν του κόστους μείωσης.

### *Ασφάλιση*

Η στρατηγική της ασφάλισης εμπίπτει, ουσιαστικά, στη στρατηγική της μείωσης κινδύνου. Είναι, όμως, ένας πολύ συχνός και κοινός τρόπος αντιμετώπισης και γι' αυτό αξίζει να αναφερθεί ξεχωριστά. Αν μια ασφαλιστική εταιρεία έχει μελετήσει και υπολογίσει σωστά, σε μια ανταγωνιστική αγορά η αξία ασφάλισης είναι ελάχιστα πιο υψηλή από το κόστος κινδύνου, το οποίο ισούται με το γινόμενο της πιθανότητας κινδύνου επί το αναμενόμενο κόστος επίπτωσης κινδύνου. Εν γένει, τείνουν να ασφαλιζονται κίνδυνοι που η επίπτωσή τους ξεπερνά τη ζώνη ασφαλείας της επιχείρησης, δηλαδή όπου υπολογίζεται ότι ο κίνδυνος είναι υψηλότερος από την αναμενόμενη τιμή του. Εναλλακτικά, όταν υπάρχει η αίσθηση ότι η έκθεση είναι υψηλότερη από το μέσο κόστος ασφαλιστικού συμβολαίου, τότε η ασφάλιση ίσως να είναι χαμηλότερη του αναμενόμενου κόστους κι έτσι να είναι πολύ ελκυστική.



### *Σχεδιασμός έκτακτης ανάγκης*

Ο σχεδιασμός έκτακτης ανάγκης αφορά σχέδια τα οποία έχουν την ικανότητα να βελτιώνουν την απόκριση σε κινδύνους που ενδεχομένως να προκύψουν. Μπορούν να συνδυαστούν με τις επιλογές αποδοχής και μείωσης. Η επιλογή σχεδιασμού έκτακτης ανάγκης πρέπει να προσδιορίζει άτομα τα οποία αναλαμβάνουν την ευθύνη παρακολούθησης της ενδεχόμενης εμφάνισης κινδύνου ή/και αναγνωρισμένους οδηγούς κινδύνου για τις αλλαγές στην πιθανότητα και την επίπτωση του. Το σχέδιο πρέπει να προσδιορίζει τι θα γίνει, ποιος θα το κάνει και με ποια σειρά, το ενδεχόμενο ευκαιρίας κ.λπ. Κάποια παραδείγματα σχεδίων έκτακτης ανάγκης είναι π.χ. μία εκπαιδευμένη ομάδα πυροσβεστών standby για κάποιο έκτακτο περιστατικό, έτοιμη λίστα τηλεφώνων για άμεση επικοινωνία αν εμφανιστεί κάποιος κίνδυνος, εξοπλισμός πλοίων με διασωστικές λέμβους κ.λπ.

### *Επιφύλαξη κινδύνου*

Η διοίκηση μιας επιχείρησης οφείλει να εξομαλύνει και να καλύψει τον κίνδυνο που ίσως εμφανιστεί. Η επιλογή της επιφύλαξης κινδύνου είναι κατάλληλη για μικρής έως μέτριας επίπτωσης κινδύνους. Κάποια παραδείγματα είναι η διάθεση περισσότερου χρόνου ή/και χρήματος για την ολοκλήρωση ενός έργου, η ύπαρξη επιπλέον αποθέματος στα μαγαζιά την περίοδο εκπτώσεων, η αποθήκευση αποθεμάτων τροφής και φαρμάκων.

### *Μεταφορά κινδύνου*

Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει τον χειρισμό του προβλήματος με τρόπο τέτοιο ώστε ο κίνδυνος να μεταφέρεται από τη μία ομάδα στην άλλη. Μία κοινή μέθοδος μεταφοράς κινδύνου είναι μέσω συμβάσεων έργου, όπου συμπεριλαμβάνεται κάποια μορφή ποινής (*penalty*) στην απόδοση της εργοληπτικής εταιρείας. Παρ' όλο που αυτή η ιδέα είναι ελκυστική και περιλαμβάνεται συχνά στις συμβάσεις, κάποιες φορές είναι ανεπαρκής κι έτσι μη αποτελεσματική. Ορισμένα παραδείγματα μεταφοράς κινδύνου μέσω συμβάσεων συμβαίνουν όταν π.χ. η εργοληπτική εταιρεία καθυστέρησε την παράδοση του έργου βάσει προγράμματος, αλλά και εκτός συμβάσεων, όταν ένα προϊόν χαλάει εντός της χρονικής περιόδου εγγύησης αγοράς κ.ά. [7].

### **3.2.3.1 Αξιολόγηση Στρατηγικών Διαχείρισης Κινδύνου**

Ο διευθυντής μιας επιχείρησης, στο πλαίσιο αξιολόγησης των πιθανών στρατηγικών που μπορεί να εφαρμόσει για την αντιμετώπιση ενός προσδιορισμένου κινδύνου, χρειάζεται να εξετάσει αρκετά ζητήματα, όπως:

- Έχει αξιολογηθεί επαρκώς ορθά και ποιοτικά ο κίνδυνος;
- Πόσο ευαίσθητη είναι η σειρά κατάταξης της κάθε στρατηγικής για τη μοντελοποίηση των αβεβαιοτήτων;
- Ποια είναι τα πλεονεκτήματα κόστους που σχετίζεται με κάθε μία στρατηγική διαχείρισης κινδύνου;
- Μήπως ελλοχεύει δευτερεύον κίνδυνος με την επιλογή κάποιας στρατηγικής διαχείρισης κινδύνου;
- Πόσο εύκολη και πρακτική είναι η εφαρμογή της ενδιαφέρουσας στρατηγικής διαχείρισης κινδύνου;

Εν γένει, κάθε οργανισμός επιδιώκει να συλλέγει περισσότερα και καλύτερα δεδομένα, ή να έχει μεγαλύτερη βεβαιότητα για τον τύπο του προβλήματος, έτσι ώστε η κατανομή του τι πρόκειται να συμβεί στο μέλλον να είναι όσο πιο στενή γίνεται, άρα και πιο ακριβής πρόβλεψη. Δυστυχώς, όμως, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης δεν μπορεί να περιμένει επ' αόριστο για καλύτερα δεδομένα. Ακόμη κι από οπτική ανάλυσης απόφασης, ίσως κατακτηθεί έγκαιρα το σημείο που καθορίζεται η βέλτιστη στρατηγική και η επιπλέον πληροφόρηση δεν προσφέρει κάποια αλλαγή στην επιλογή αυτή. Αυτή η έννοια εμπίπτει στην ανάλυση ευαισθησίας [7].

### **3.3 Σχεδιασμός Ανάλυσης Κινδύνου**

Για έναν ορθό σχεδιασμό ανάλυσης κινδύνου πρέπει να απαντηθούν ορισμένα ερωτήματα και να οριστούν τα κατάλληλα κίνητρα. Ακολουθώντας, αναλύονται όλες οι πιθανές ερωτήσεις και τα κίνητρα που απαιτούνται για ένα επιτυχή σχεδιασμό ανάλυσης κινδύνου. Η ανάλυση κινδύνου διεξάγεται προκειμένου να εξαχθούν πληροφορίες οι οποίες, σ' ένα πλαίσιο αβεβαιότητας, θα βοηθήσουν στη λήψη καλύτερων και πιο εύστοχων αποφάσεων. Απαραίτητη για τον ακριβή ορισμό των ερωτημάτων που πρέπει να απαντηθούν, είναι η συνεργασία υπεύθυνου λήψης απόφασης και αναλυτή κινδύνου. Παρακάτω απαριθμούνται τα βήματα που πρέπει να εξεταστούν:

1. *Ταξινόμηση των ερωτήσεων που πρέπει να απαντηθούν, από τις κρίσιμες έως τις ενδιαφέρουσες*

Παρατηρείται συχνά πως ένα και απλό μοντέλο δεν είναι ικανό να δώσει απαντήσεις για όλα τα ερωτήματα ή πρέπει να διαμορφωθεί με περίπλοκο τρόπο για να απαντήσει κάποιες από τις ερωτήσεις. Έτσι, με μια απλή αναγνώριση της επιπλέον προσπάθειας που χρειάζεται

για την απάντηση κάθε ερωτήματος, που ταξινομείται σε αυτή τη λίστα, καθορίζεται ευκολότερα ένα σημείο αποκοπής.

## 2. Συζήτηση με τον αναλυτή κινδύνου για τον τύπο των απαντήσεων που θα δοθούν

Για παράδειγμα, έστω ότι ένας πελάτης θέλει να μάθει πόσα θα είναι τα επιπλέον του έσοδα σε περίπτωση που αγοράσει ένα σπίτι, αντί να το ενοικιάσει. Στην περίπτωση αυτή, πρέπει να προσδιοριστεί το νόμισμα, εάν η απάντηση πρέπει να δοθεί σε ποσοστό ή σε πραγματική νομισματική τιμή και αν θα δοθεί μια μέση απάντηση ή μια γραφική κατανομή. Οπότε, πρέπει να συζητηθεί τι είδους στατιστική μελέτη θα χρειαστεί και με ποια ακρίβεια, κάτι που θα βοηθήσει τον αναλυτή κινδύνου να δουλέψει πιο στοχευμένα κι έτσι πιο γρήγορα.

## 3. Ορισμός και επεξήγηση επιχειρημάτων που θα αναπτυχθούν βάσει αποτελεσμάτων

Αυτό το σημείο είναι εξαιρετικά σημαντικό για την εξέλιξη της διαδικασίας, αφού ο υπεύθυνος λήψης απόφασης ίσως ζητήσει συγκεκριμένα αποτελέσματα, τα οποία στη συνέχεια θα τον βοηθήσουν να αναπτύξει κάποιο επιχείρημα, που πιθανολογικά να είναι λάθος. Ενδεχομένως, αυτή η λανθασμένη ανάλυση οδηγήσει στη ματαίωση της συμφωνίας, κάτι που κανένας δεν επιθυμεί. Επομένως, είναι καλύτερο για όλους να επεξηγούνται τα επιχειρήματα που θα στηρίζουν κάποια απόφαση, ώστε να μπορεί και ο αναλυτής κινδύνου να δώσει το πράσινο φως πως όλα είναι τεχνικά σωστά για την έναρξη της ανάλυσης.

## 4. Καθορισμός ανάλυσης κινδύνου εντός ενός πλαισίου, ή όχι

Το πλαίσιο αυτό μπορεί να είναι ένα επίσημο πλαίσιο που ορίζει η πολιτική κάποιας επιχείρησης ή κάποιες ρυθμιστικές απαιτήσεις που πρέπει να τηρηθούν. Εναλλακτικά, μπορεί να είναι και κάποιο ανεπίσημο πλαίσιο, όπως για παράδειγμα η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου (portfolio) που θα περιέχει άλλες αναλύσεις κινδύνων που θα μπορούν να συγκριθούν βάσει κάποιων σταθερών. Το βήμα αυτό βοηθά τον αναλυτή κινδύνου να εξασφαλίσει στο μέγιστο επίπεδο συμβατότητας, ότι π.χ. ανάμεσα στις αναλύσεις κινδύνου χρησιμοποιούνται οι ίδιες υποθέσεις και παραδοχές.

## 5. Ορισμός του κοινού – στόχου (target audience)

Σε κάθε ανάλυση κινδύνου γράφονται αναφορές (reports), οι οποίες διαφέρουν ως προς το περιεχόμενο και συγκεκριμένα ως προς τη λεπτομέρεια της πληροφορίας. Οι διάφορες εκδοχές των αναφορών είναι: η περίληψη των κυριότερων σημείων (executive summary), η κύρια αναφορά (main report) και η τεχνική αναφορά (technical report) που περιλαμβάνει τις οδηγίες και τους μαθηματικούς τύπους που χρειάζονται για τη διεξαγωγή των δοκιμών.

Κάποιες φορές, άλλοι πελάτες θέλουν να τρέξουν το μοντέλο και να αλλάξουν παραμέτρους, οπότε υπάρχει και η έκδοσή της αναφοράς μοντέλου (*model report version*), η οποία ελαχιστοποιεί τα μαθηματικά λάθη και περιέχει τους κώδικες για περισσότερη ευελιξία. Συγχρόνως, άλλοι πελάτες ζητούν τη δημιουργία παρουσίασης (*PowerPoint presentation*), οπότε γνωρίζοντας το κοινό στο οποίο απευθύνεται η ανάλυση κινδύνου και το γνωσιακό τους επίπεδο ετοιμάζεται και η ανάλογη έκδοσή αναφοράς.

#### 6. Συζήτηση για πιθανές εχθρικές αντιδράσεις

Εν γένει, τα αποτελέσματα μίας ανάλυσης κινδύνου δε γίνονται πάντα δημοφιλή κι όταν ο κόσμος είναι δυσαρεστημένος με αυτά επιτίθεται στο μοντέλο ανάλυσης, ή ακόμη χειρότερα στον ίδιο τον δημιουργό του μοντέλου. Οι υποθέσεις ενός μοντέλου αποτελούν την Αχίλλειο φτέρνα της ανάλυσης και υπάρχει πάντα διαφωνία για το κατά πόσο οι υποθέσεις είναι ορθές. Ταυτοχρόνως, βάλλεται από σχολιασμούς και η στατιστική ανάλυση των δεδομένων, αφού συνήθως εκτελείται από τεχνικούς που έχουν αντικρουόμενες απόψεις περί του θέματος. Ο τρόπος με τον οποίο δύναται να αποφευχθούν ή να μειωθούν οι διαφωνίες είναι να γίνει γνωστή η διαδικασία ανάλυσης στα άτομα που τείνουν να αντιδρούν εχθρικά, ή ένας εξωτερικός εμπειρογνώμονας να τους κάνει μια αντικειμενική επιθεώρηση.

#### 7. Ορισμός χρονοδιαγράμματος

Οι υπεύθυνοι λήψης απόφασης πάντα τείνουν να θέτουν μη ρεαλιστικές χρονικές προθεσμίες. Παρ' όλ' αυτά, με το πέρας αυτών των προθεσμιών δε συμβαίνει τίποτα το δραματικό, αφού αποτελούν απλά ένα τεχνικό κατασκεύασμα μεταξύ των άμεσα εμπλεκομένων. Ο λόγος που οι προθεσμίες δεν είναι σημαντικές και δεν επιδιώκεται να είναι ούτε πολύ σύντομες είναι διότι η ποιότητα της ανάλυσης κινδύνου κινδυνεύει να είναι πολύ χαμηλότερη απ' ό,τι θα ήταν αν διεξαγόταν χωρίς στενές χρονικές διορίες. Επομένως, ο υπεύθυνος λήψης απόφασης είναι αυτός που πρέπει να ορίσει μια εύλογη προθεσμία και να αποφασίσει αν πρέπει κάποια ανάλυση να παραταθεί για λίγο.

#### 8. Ορισμός σειράς προτεραιότητας

Ενδεχομένως ο αναλυτής κινδύνου να έχει να μελετήσει περισσότερα από ένα έργα το ίδιο χρονικό διάστημα. Κάποιο από τα έργα ίσως να είναι πολύ πιο σημαντικό από τα άλλα κι έτσι να δικαιολογείται η αξιοποίηση κι άλλων πόρων που θα βοηθήσουν την ανάλυση. Μπορεί, ακόμη, να προσλάβει ή να καθοδηγήσει άλλους εργαζόμενους για να αξιοποιήσει χρόνο ώστε να συλλέξει δεδομένα καλύτερης ποιότητας.

#### 9. Πόσο συχνά θα συναντιέται ο υπεύθυνος λήψης απόφασης με τον αναλυτή;

Η απόφαση αυτή πρέπει να ληφθεί με βάση το σκεπτικό ότι τα πράγματα αλλάζουν κι άρα η ανάλυση κινδύνου θα χρήζει τροποποίησης. Οπότε, όσο πιο συχνά γίνεται η συνάντηση, τόσο πιο σύντομα θα γίνονται αντιληπτές οι αλλαγές στα δεδομένα και συνεπώς τόσο πιο έγκαιρη η τροποποίηση [7].

Με αυτόν τον τρόπο, και την εκτέλεση των παραπάνω βημάτων, επιτυγχάνεται η ολοκλήρωση μιας διαδικασίας ανάλυσης κινδύνου.

## 4. Διαχείριση Κινδύνου (*Risk Management*)

### 4.1 Τι είναι κίνδυνος;

Προτού εμβαθύνουμε στη διαχείριση κινδύνου, ας δώσουμε έναν σαφή ορισμό του τι είναι κίνδυνος. Ως κίνδυνος, λοιπόν, μπορεί να οριστεί η αστάθεια, ή αλλιώς η μεταβλητότητα (*volatility*) που παρουσιάζουν τα απροσδόκητα αποτελέσματα κάποιας δραστηριότητας μιας εταιρείας. Οι κίνδυνοι αυτοί, στους οποίους εκτίθενται οι οργανισμοί, μπορούν να διαχωριστούν σε επιχειρηματικούς και μη επιχειρηματικούς.

*Επιχειρηματικός κίνδυνος* είναι αυτός τον οποίο η επιχείρηση δημιουργεί με δική της πρόθεση, με σκοπό την εμφάνιση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος κι έτσι να προστίθεται αξία για τους μετόχους.

*Μη επιχειρηματικός κίνδυνος* καλείται οποιοσδήποτε κίνδυνος στον οποίο εκτίθεται μια επιχείρηση, χωρίς να έχει τον έλεγχο αυτού. Ένας παράδειγμα μη επιχειρηματικού κινδύνου είναι ο στρατηγικός κίνδυνος, ο οποίος είναι αποτέλεσμα θεμελιωδών αλλαγών στο οικονομικό ή πολιτικό πλαίσιο μιας χώρας, ενός οργανισμού κ.λπ. Τέτοιοι κίνδυνοι είναι αρκετά δύσκολο να διαχειριστούν.

Μία ακόμη μεγάλη κατηγορία κινδύνων, που θα αναλυθεί στη συνέχεια, είναι οι *χρηματοπιστωτικοί κίνδυνοι*. Αυτοί οι κίνδυνοι ορίζονται ως αυτοί που σχετίζονται άμεσα με τις πιθανές ζημιές στη χρηματοπιστωτική αγορά (*financial market*). Οι χρηματοπιστωτικές ζημιές μπορεί να προκύπτουν λόγω μεταβολών στα επιτόκια, μη εξυπηρέτηση οικονομικών υποχρεώσεων και άλλα πολλά. Οπότε οι εταιρείες πρέπει να διαχειρίζονται πολύ σωστά και προσεκτικά την έκθεσή τους στους χρηματοπιστωτικούς κινδύνους [8].

### ***Ποια είναι η πηγή κινδύνου;***

Οι πηγές κινδύνων είναι πάρα πολλές και διαφορετικές. Κάποιοι κίνδυνοι ενδέχεται να δημιουργούνται από ανθρώπινο παράγοντα, λόγω πληθωρισμού, πολέμων, αλλαγές στις κυβερνήσεις. Κάποιοι άλλοι εμφανίζονται μέσα από απρόβλεπτα φυσικά φαινόμενα, όπως ακραίες καιρικές συνθήκες ή σεισμούς. Ταυτόχρονα, η μακροπρόθεσμη οικονομική ανάπτυξη και η ραγδαία τεχνολογική εξέλιξη μπορούν να εγείρουν κινδύνους, όπως είναι η εξάλειψη απασχόλησης (ανεργία) που προκαλεί η αντικατάσταση του ανθρώπινου δυναμικού από καινοτόμα μηχανήματα [8].

## ***4.2 Η ανάγκη για διαχείριση κινδύνου***

Όπως επισημαίνεται και αμέσως πιο πριν, μια από τις κύριες δραστηριοποιήσεις κάθε εταιρείας είναι να διαχειριστεί τους κινδύνους που εμφανίζονται. Οι πιο έμπειρες εταιρείες επιτυγχάνουν, ενώ οι άλλες αποτυγχάνουν. Συγχρόνως, ενώ κάποιες επιχειρήσεις δέχονται παθητικά χρηματοπιστωτικούς κινδύνους, άλλες επιχειρούν να δημιουργήσουν ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα κι έτσι εκτίθενται συνετά στους κινδύνους αυτούς. Σε κάθε περίπτωση, αυτοί οι κίνδυνοι πρέπει να παρακολουθούνται προσεκτικά, λόγω της πιθανής ζημιάς που ενδέχεται να προκαλέσουν [8].

### ***4.2.1 Η εξέλιξη της διαχείρισης κινδύνου***

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται σημαντική εξέλιξη στη διαχείριση κινδύνου. Η εξελικτική αυτή πορεία έχει αρχή της την έννοια Αξία σε Κίνδυνο (*Value at Risk - VaR*). Η έννοια αυτή αποτελεί μια νέα μέθοδο μέτρησης του χρηματοπιστωτικού κινδύνου της αγοράς και αναπτύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του '90, όταν συνέβησαν αρκετές οικονομικές καταστροφές. Πλέον, αυτή η μέθοδος έχει εξαπλωθεί πολύ, ξεπερνώντας τα παράγωγα (*derivatives*), τα οποία θα αναλυθούν στη συνέχεια, και έχει αλλάξει πλήρως τον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζονται οι χρηματοπιστωτικοί κίνδυνοι από τις επιχειρήσεις [8].

## ***4.3 Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk - VaR)***

### ***4.3.1 Τι είναι η Αξία σε Κίνδυνο;***

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, οι ρίζες της έννοιας αυτής εμφανίζονται κατά τη χρονική περίοδο που εξελίσσονται ορισμένες οικονομικές καταστροφές, στις αρχές του 1990. Η αποτίμηση των καταστροφών αυτών, ή αλλιώς το πάθημα που έγινε μάθημα, ήταν ότι η ελλιπής επίβλεψη και διαχείριση των χρηματοπιστωτικών κινδύνων μπορεί να οδηγήσει στην απώλεια δισεκατομμυρίων. Επομένως, αυτό έστρεψε τις ρυθμιστικές αρχές και τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα στην αξία σε κίνδυνο, μια εύκολα κατανοητή μέθοδο που ποσοτικοποιεί τον κίνδυνο της αγοράς.

Συγκεκριμένα, η αξία σε κίνδυνο είναι μια μέθοδος που αξιολογεί τον κίνδυνο χρησιμοποιώντας βασικές τεχνικές στατιστικής, οι οποίες εφαρμόζονται συχνά και σε άλλα τεχνικά πεδία. Δηλαδή, η αξία σε κίνδυνο μετρά τη χειρότερη αναμενόμενη ζημιά (ή απώλεια) σ' έναν δεδομένο χρονικό ορίζοντα, υπό κανονικές συνθήκες αγοράς, για ένα δοσμένο επίπεδο σημαντικότητας. Με άλλα λόγια, η αξία σε κίνδυνο περιγράφει το ποσοστό της προβλεπόμενης κατανομής που δημιουργείται από τα πιθανά κέρδη και ζημιές στον χρονικό ορίζοντα – στόχο.

Με βάση σταθερά επιστημονικά θεμέλια, η αξία σε κίνδυνο παρέχει στους χρήστες της ένα μέτρο κινδύνου αγοράς. Για παράδειγμα, μια τράπεζα μπορεί να ανακοινώσει ότι η καθημερινή αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου συναλλαγών της είναι 35 εκατομμύρια ευρώ με επίπεδο σημαντικότητας 99%. Με άλλα λόγια, υπάρχει 1% πιθανότητα, υπό κανονικές συνθήκες αγοράς, να προκύψει ζημιά (*loss*) μεγαλύτερη από 35 εκατομμύρια ευρώ. Αυτός ο αριθμός συνοψίζει την έκθεση της τράπεζας στον κίνδυνο αγοράς καθώς και την πιθανότητα κάποιας δυσμενούς εξέλιξης. Εξίσου σημαντικό είναι ότι μετρά τον κίνδυνο χρησιμοποιώντας την ίδια μονάδα, δηλαδή στην μονάδα του ευρώ για την περίπτωση της τράπεζας. Επομένως, έτσι μπορούν να αποφασίσουν οι μέτοχοι και οι διαχειριστές αν νιώθουν ασφαλείς ή όχι με το επίπεδο του κινδύνου. Αν η απάντηση είναι όχι, τότε η διαδικασία υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το πώς θα μειωθεί ο κίνδυνος.

Σε αντίθεση με τους παραδοσιακούς τρόπους μέτρησης κινδύνου, η αξία σε κίνδυνο παρέχει συνολική εικόνα του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου που αντιπροσωπεύει τις τρέχουσες θέσεις, τις συσχετίσεις κ.ά. Ως εκ τούτου, είναι πράγματι ένα μέτρο κινδύνων στραμμένο προς το μέλλον. Εντούτοις, η αξία σε κίνδυνο δεν εφαρμόζεται μόνο στα παράγωγα, αλλά και σε όλα τα χρηματοπιστωτικά μέσα. Επιπρόσθετα, αυτή η μέθοδος μπορεί να διευρυνθεί και σε άλλους τύπους χρηματοπιστωτικού κινδύνου, πέραν του κινδύνου αγοράς.

Η εξέλιξη της αξίας σε κίνδυνο έχει προκληθεί από σύγκλιση κάποιων παραγόντων, όπως την πίεση που άσκησαν οι ρυθμιστικές αρχές για καλύτερο έλεγχο των χρηματοπιστωτικών κινδύνων, την παγκοσμιοποίηση της χρηματοπιστωτικής αγοράς, η οποία οδήγησε στην έκθεση σε περισσότερες πηγές κινδύνου και η τεχνολογική πρόοδος, η οποία έκανε την διαχείριση κινδύνου μιας επιχείρησης μια όχι και τόσο μακρινή πραγματικότητα [8].

#### **4.3.2 Το Μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (The VaR Measure)**

Για σκοπούς επεξήγησης του μέτρου αυτού, υποθέτουμε ότι:

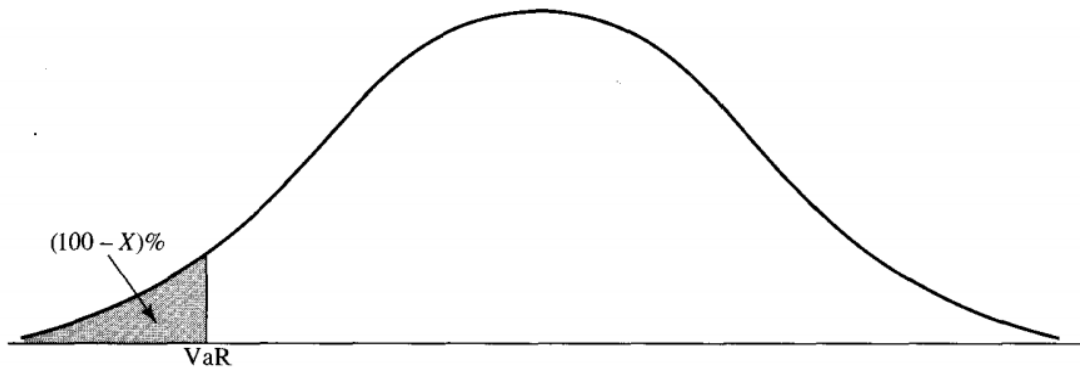
Ένας διαχειριστής χαρτοφυλακίου χρηματοπιστωτικών εργαλείων, όταν χρησιμοποιεί το μέτρο αξίας σε κίνδυνο, θέλει να δηλώσει το εξής:

«Είμαι  $x$  τοις εκατό σίγουρος ότι δε θα χάσουμε πάνω από  $y$  ευρώ μέσα στις επόμενες  $N$  μέρες.»

Η μεταβλητή  $y$  είναι η αξία σε κίνδυνο ( $VaR$ ) του χαρτοφυλακίου. Επομένως, πρόκειται για μία συνάρτηση δύο παραμέτρων: του χρονικού ορίζοντα/περιθωρίου  $N$  και του επιπέδου σημαντικότητας  $x$ . Ο διαχειριστής είναι  $x$  % σίγουρος ότι το επίπεδο απώλειας πέραν των  $N$  ημερών δε θα ξεπεραστεί.

Έστω ότι πρόκειται για τον υπολογισμό τραπεζικού κεφαλαίου για τον κίνδυνο της αγοράς, οπότε οι ρυθμιστές θέτουν  $N = 10$  και  $x = 99$ . Επομένως, αυτό σημαίνει ότι εστιάζουν στο επίπεδο απώλειας για ένα χρονικό περιθώριο 10 ημερών, το οποίο αναμένεται να ξεπεράσει μόνο το 1% της χρονικής περιόδου. Οι ρυθμιστές απαιτούν από την τράπεζα να κρατήσει κεφάλαιο τρεις φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο, και ο λόγος θα εξηγηθεί στη συνέχεια, στον χρονικό ορίζοντα.

Εν γένει, για  $N$  μέρες χρονικό ορίζοντα και  $x$  % επίπεδο σημαντικότητας, τότε η αξία σε κίνδυνο είναι η απώλεια που αντιστοιχεί στο  $(100 - x)$ ° εκατοστημόριο της κατανομής που δίνει η αλλαγή της αξίας του χαρτοφυλακίου τις επόμενες  $N$  μέρες. Δηλαδή, έστω ότι  $N = 5$  και  $x = 97$ , τότε η αξία σε κίνδυνο είναι το 3° εκατοστημόριο της κατανομής που δίνει η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου για τις επόμενες 5 μέρες. Ακολουθεί η γραφική στην οποία απεικονίζεται η αξία σε κίνδυνο ( $VaR$ ) της κατάστασης όπου η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου κατανέμεται κανονικά (*normally distributed*) [9].



Εικόνα 12: Υπολογισμός  $VaR$  από την κατανομή μεταβολών στην αξία του χαρτοφυλακίου (με επίπεδο σημαντικότητας  $x$  %)

Η αξία σε κίνδυνο είναι ένα ελκυστικό μέτρο μιας και είναι εύκολα κατανοητό και ουσιαστικά είναι σαν να θέτει το ερώτημα: «Πόσο άσχημα μπορούν να εξελιχθούν τα πράγματα;» Αυτό είναι και το ερώτημα που θέλουν απαντημένο οι ανώτεροι διαχειριστές. Κι ενώ η αξία σε κίνδυνο θέτει το παραπάνω ερώτημα, το μέτρο της εξαρτώμενης από όρους αξίας σε κίνδυνο (*Conditional VaR - C-VaR*) θέτει το ερώτημα: «Αν τα πράγματα εξελιχθούν άσχημα, πόση ζημιά να περιμένουμε;» Με άλλα λόγια, η εξαρτώμενη αξία σε κίνδυνο είναι η αναμενόμενη απώλεια κατά την περίοδο των  $N$  ημερών, δεδομένου ότι βρισκόμαστε στην  $(100 - x)$ ° αριστερή ουρά της κατανομής. Για παράδειγμα, δεδομένου ότι  $x = 99$  και  $N = 10$ , τότε η C-VaR ισούται με τη μέση ποσότητα που χάνεται για τις επόμενες 10 μέρες, υποθέτοντας ότι συνέβη το χειρότερο σενάριο με πιθανότητα 1% [9].



## **Χρονικός Ορίζοντας (Time Horizon)**

Θεωρητικά, κι όπως έχει ήδη ειπωθεί, η αξία σε κίνδυνο έχει δύο παραμέτρους, τον χρονικό ορίζοντα που μετρείται σε μέρες και συμβολίζεται με  $N$ , και το επίπεδο σημαντικότητας που συμβολίζεται με  $x$ . Στην πράξη, οι αναλυτές θέτουν κατά κανόνα χρονικό ορίζοντα μίας ημέρας, δηλαδή  $N = 1$ . Αυτό συμβαίνει διότι, στην πραγματικότητα, δεν υπάρχουν αρκετά δεδομένα για τον άμεσο υπολογισμό της συμπεριφοράς των μεταβλητών της αγοράς (*market variables*) για περιόδους μεγαλύτερες της μίας ημέρας. Η πιο κοινή υπόθεση χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$VaR (N \text{ ημερών}) = [VaR (1 \text{ ημέρας})] \times \sqrt{N}$$

Η σχέση αυτή είναι ακριβής όταν, για διαδοχικές μέρες, οι μεταβολές στην τιμή του χαρτοφυλακίου έχουν ανεξάρτητες πανομοιότυπες κανονικές κατανομές με μηδενική μέση τιμή. Σε κάθε άλλη περίπτωση, η σχέση αποτελεί μια προσέγγιση της πραγματικότητας.

Λίγο πιο πάνω, έχει αναφερθεί πως οι ρυθμιστές απαιτούν από την τράπεζα, για την οποία ισχύει ότι  $N = 10$  και  $x = 99$ , να κρατήσει κεφάλαιο τουλάχιστον 3 φορές μεγαλύτερο της αξίας σε κίνδυνο. Αυτό προκύπτει από την πιο πάνω σχέση, αφού δεδομένης της αξίας σε κίνδυνο 10 ημερών, το επίπεδο κεφαλαίου ισούται με  $3 \times \sqrt{10} = 9.49$  φορές την αξία σε κίνδυνο 1 ημέρας με επίπεδο σημαντικότητας 99% [9].

Το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο υπολογίζεται μέσω τριών κύριων προσεγγίσεων, την ιστορική προσομοίωση, την κατασκευή μοντέλων και την αναλυτική μέθοδο [10]. Και οι τρεις προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται τόσο από χρηματοπιστωτικές, τόσο και από μη χρηματοπιστωτικές εταιρείες [8].

### **4.3.2.1 Ιστορική Προσομοίωση (Historical Simulation Approach)**

Η ιστορική προσομοίωση αποτελεί ένα από τους πιο γνωστούς και κοινούς τρόπους υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο. Όπως φανερώνει και το όνομά της, η ιστορική προσομοίωση εκμεταλλεύεται προηγούμενα δεδομένα που συλλέχθηκαν στο παρελθόν και τα αξιοποιεί ως πιστό οδηγό για το τι ενδέχεται να συμβεί στο μέλλον [9]. Δεδομένου ότι η ιστορική προσέγγιση εκτιμά την αξία σε κίνδυνο χρησιμοποιώντας μόνο προηγούμενα δεδομένα, χωρίς την εκτίμηση ή την υπόθεση άλλων παραμέτρων, χαρακτηρίζεται ως μια μη παραμετρική μέθοδος. Η ιδεολογία πίσω από αυτήν στηρίζεται στο ότι το μοτίβο των αποδόσεων του παρελθόντος είναι ενδεικτικό για το μοτίβο των μελλοντικών αποδόσεων [11].

## Εφαρμογή Ιστορικής Προσομοίωσης για τον υπολογισμό VaR

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το VaR ενός χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα των προηγούμενων 500 ημερών. Επίσης, θέλουμε να υπολογίσουμε το VaR για χρονικό ορίζοντα μίας ημέρας, δηλαδή  $N = 1$ , και με επίπεδο σημαντικότητας 99%, δηλαδή  $\alpha = 99\%$ .

Αρχικά, το πρώτο και σημαντικότερο βήμα που πρέπει να γίνει είναι να αναγνωριστούν οι μεταβλητές της αγοράς (*market variables*), των οποίων η κινητικότητα επηρεάζει το χαρτοφυλάκιο. Οι μεταβλητές της αγοράς είναι συνήθως επιτόκια, ισοτιμία συναλλάγματος, τιμή μετοχών κ.ο.κ. Στη συνέχεια, αφού θέλουμε δεδομένα των προηγούμενων 500 ημερών, συλλέγουμε τα δεδομένα κινητικότητας, για κάθε μία από τις μεταβλητές που επηρεάζουν το χαρτοφυλάκιο, που αντιστοιχούν στις τελευταίες 500 ημέρες. Τα δεδομένα αυτά μάς εφοδιάζουν με 500 εναλλακτικά σενάρια για το τι πρόκειται να συμβεί στο διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στη σημερινή και αυριανή ημέρα. Το πρώτο σενάριο είναι αυτό στο οποίο οι ποσοστιαίες μεταβολές των τιμών όλων των μεταβλητών είναι οι ίδιες με αυτές της πρώτης μέρας, για την οποία συλλέξαμε τα δεδομένα, το δεύτερο σενάριο είναι αυτό για το οποίο είναι ίδιες με αυτές της δεύτερης μέρας για την οποία έχουμε δεδομένα κ.ο.κ. Για κάθε σενάριο υπολογίζουμε την νομισματική μεταβολή του χαρτοφυλακίου (π.χ. σε €) που προκύπτει ανάμεσα στη σημερινή και την αυριανή ημέρα. Έτσι, ορίζεται μια κατανομή πιθανοτήτων που αντιστοιχεί στις ημερήσιες μεταβολές της αξίας του χαρτοφυλακίου. Η πέμπτη στη σειρά χειρότερη ημερήσια μεταβολή αποτελεί και την πρώτη εκατοστιαία μονάδα της κατανομής. Η εκτίμηση της τιμής του VaR ισούται με τη ζημιά που προκύπτει όσο βρισκόμαστε σε αυτή την πρώτη εκατοστιαία μονάδα. Δεδομένου ότι οι τελευταίες 500 ημέρες είναι ένας καλός οδηγός του τι ενδέχεται να συμβεί μέχρι την επόμενη ημέρα, είμαστε 99% βέβαιοι ότι το μέγεθος της ζημιάς/απώλειας δε θα υπερβαίνει την τιμή του VaR που εκτιμήθηκε [9].

Ο πιο κάτω πίνακας συνοψίζει τις παρατηρήσιμες τιμές των μεταβλητών της αγοράς στην πάροδο των τελευταίων 500 ημερών. Οι τιμές αυτές λαμβάνονται καθημερινά την ίδια ακριβώς ώρα, συνήθως προς το κλείσιμο. Η πρώτη μέρα για την οποία λάβαμε δεδομένα ορίζεται ως Μέρα 0, η δεύτερη ως Μέρα 1 κ.ο.κ., σήμερα βρισκόμαστε στη Μέρα 500 και αύριο θα είναι η Μέρα 501.

Μέρα	Μεταβλητή αγοράς 1	Μεταβλητή αγοράς 2	...	Μεταβλητή αγοράς N
0	20.33	0.1132	...	65.37
1	20.78	0.1159	...	64.91
2	21.44	0.1162	...	65.02
3	20.97	0.1184	...	64.90
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
498	25.72	0.1312	...	62.22

499	25.75	0.1323	...	61.99
500	25.85	0.1343	...	62.10

Πίνακας 15: Πίνακας Δεδομένων 500 ημερών

Ορίζοντας την τιμή  $v_i$  ως την τιμή κάποιας μεταβλητής για τη Μέρα  $i$  και υποθέτοντας ότι σήμερα βρισκόμαστε στη Μέρα  $m$ , το  $i$  – οστό σενάριο υποθέτει ότι η αυριανή τιμή της αξίας της μεταβλητής αγοράς θα είναι ίση με την ποσότητα:

$$v_m \frac{v_i}{v_{i-1}}$$

Επομένως, αφού σήμερα βρισκόμαστε στη Μέρα 500, έχουμε ότι  $m = 500$ . Από τον πρώτο πίνακα βλέπουμε ότι για την 1<sup>η</sup> μεταβλητή ισχύει πως η σημερινή της αξία είναι ίση με  $v_{500} = 25.85$ , ενώ ισχύει πως  $v_0 = 20.33$  και  $v_1 = 20.78$ . Έτσι, προκύπτει ότι η τιμή της 1<sup>ης</sup> μεταβλητής για το 1<sup>ο</sup> σενάριο υπολογίζεται ως εξής:

$$25.85 \frac{20.78}{20.33} = 26.42$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτει πιο κάτω πίνακας, ο οποίος συνοψίζει τις τιμές των μεταβλητών της αγοράς αύριο, αν η ποσοστιαία μεταβολή ανάμεσα στη σημερινή και την αυριανή ημέρα είναι ίδια όπως ήταν κι ανάμεσα στη  $i - 1$  και  $i$  Μέρα, για  $1 \leq i \leq 500$ . Στην πρώτη γραμμή του παρακάτω πίνακα βρίσκονται οι αυριανές τιμές της αξίας των μεταβλητών, θεωρώντας ότι οι ποσοστιαίες μεταβολές ανάμεσα στη σημερινή και αυριανή ημέρα είναι οι ίδιες με αυτές ανάμεσα στη Μέρα 0 και Μέρα 1, στη δεύτερη γραμμή βρίσκονται οι αυριανές τιμές των μεταβλητών θεωρώντας ότι προκύπτουν οι αντίστοιχες ποσοστιαίες μεταβολές που προκύπτουν ανάμεσα στη Μέρα 1 και Μέρα 2, κ.ο.κ. Ουσιαστικά, συνοψίζει τα 500 σενάρια.

Αριθμός Σεναρίου	Μεταβλητή αγοράς 1	Μεταβλητή αγοράς 2	...	Μεταβλητή αγοράς N	Αξία Χαρτοφυλακίου (σε εκ. €)
1	26.42	0.1375	...	61.66	23.71
2	26.67	0.1346	...	62.21	23.12
3	25.28	0.1368	...	61.99	22.94
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
499	25.88	0.1354	...	61.87	23.63
500	25.95	0.1363	...	62.21	22.87

Πίνακας 16: Πίνακας Σεναρίων

Στην τελευταία στήλη του πιο πάνω πίνακα βρίσκεται η αυριανή αξία του χαρτοφυλακίου για κάθε ένα από τα 500 σενάρια. Η σημερινή αξία του χαρτοφυλακίου, προφανώς, είναι γνωστή. Ας υποθέσουμε ότι είναι ίση με € 23.5 εκ. Μπορούμε να υπολογίσουμε τη μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου ανάμεσα στη σημερινή και την αυριανή μέρα, για καθένα από τα 500 σενάρια. Για παράδειγμα, η μεταβολή της σημερινής αξίας του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αυριανή, που αντιστοιχεί στο 1<sup>ο</sup> σενάριο, είναι ίση με  $23,710,000 - 23,500,000 = +210,000$  €, στο 2<sup>ο</sup> σενάριο αντιστοιχεί η μεταβολή της σημερινής αξίας σε σχέση με αυτήν του 2<sup>ου</sup> σεναρίου και είναι ίση με  $23,120,000 - 23,500,000 = -380,000$  € και πάει λέγοντας.

Ακολουθως, κι αφού έχουν υπολογιστεί όλες οι μεταβολές που αντιστοιχούν σε κάθε σενάριο, κατατάσσονται σε σειρά και η πέμπτη χειρότερη ζημιά/απώλεια αντιστοιχεί στην αξία σε κίνδυνο - VaR με χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας και επίπεδο σημαντικότητας 99%.

Άρα, στο παράδειγμα μας, η αξία σε κίνδυνο θα υπολογιζόταν κάθε μέρα χρησιμοποιώντας τις πιο πρόσφατες 500 ημέρες των δεδομένων. Στη Μέρα 501 έχουμε νέες τιμές για όλες τις μεταβλητές της αγοράς, κι έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη νέα αξία του χαρτοφυλακίου. Επομένως, ακολουθεί η διαδικασία κατάταξης των μεταβολών της αξίας του χαρτοφυλακίου για κάθε σενάριο και υπολογίζουμε τη νέα αξία σε κίνδυνο, όπως έχει περιγραφεί πιο πριν. Κάθε επόμενη μέρα χρησιμοποιούνται τα δεδομένα των 500 προηγούμενων ημερών για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο. Δηλαδή, τη Μέρα 501 χρησιμοποιούμε τα δεδομένα αρχίζοντας από τη Μέρα 1 μέχρι τη 501, τη Μέρα 502 χρησιμοποιούμε τα δεδομένα από τη Μέρα 2 μέχρι τη 502 και πάει λέγοντας.

## **Απολογισμός της ιστορικής προσομοίωσης**

*Θετικά της ιστορικής προσομοίωσης:*

- Είναι μια εύκολη και γρήγορη μέθοδος υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο.
- Δεν απαιτεί την εκτίμηση διασποράς και συνδιασποράς
- Απλοποιεί τους υπολογισμούς, κυρίως σε χαρτοφυλάκια με πολλά περιουσιακά στοιχεία.
- Είναι μια διαισθητική μέθοδος, αφού η αξία σε κίνδυνο που εκτιμάται αντιστοιχεί σε μεγάλες απώλειες που προηγήθηκαν και συμβάλουν στο τελικό αποτέλεσμα. Έτσι, ανατρέχοντας στο παρελθόν, μπορεί να δικαιολογηθεί το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο.

*Αρνητικά της ιστορικής προσομοίωσης:*

- Η υπόθεση ότι το παρελθόν αντιπροσωπεύει το άμεσο μέλλον είναι αρκετά λανθασμένη και δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.
- Δεδομένου ότι αυτή η μέθοδος παραλείπει σημαντικά γεγονότα, όπως την άνοδο και την κάθοδο του χρηματιστηρίου ή την κρίση που ακολούθησε μετά το ξέσπασμα της

πανδημίας του COVID-19, η κατανομή που δημιουργείται δεν είναι πλήρως αντιπροσωπευτική.

- Η μέθοδος υποθέτει ότι η κατανομή είναι σταθερή, ενώ στην πραγματικότητα ενδέχεται να υπάρχει μεγάλη χρονική διασπορά στον κίνδυνο [9, 11].

#### **4.3.2.2 Κατασκευή Μοντέλων – Monte Carlo (Model-Building Approach)**

Η προσέγγιση αυτή αποτελεί την πιο γνωστή εναλλακτική μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης [9]. Η προσέγγιση κατασκευής μοντέλων για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο είναι μια κατηγορία στην οποία ανήκουν ορισμένες προσομοιώσεις, όπως η Monte Carlo προσομοίωση που αναλύεται παρακάτω.

### **Monte Carlo**

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια μέθοδος την οποία εφηύραν οι *John von Neumann* (Ούγγρο-Αμερικανός μαθηματικός και πληροφορικός) και *Stanislaw Ulam* (Πολωνός μαθηματικός), κατά τη διάρκεια του 2<sup>ου</sup> Παγκοσμίου Πολέμου, με σκοπό να βελτιώσουν τη λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα. Η μέθοδος πήρε το όνομά της από την συνοικία του Monte Carlo του Μονακό, το οποίο φιλοξενεί τα πιο μεγάλα και πιο γνωστά καζίνο του κόσμου. Ο λόγος είναι διότι τα τυχαία αποτελέσματα που δίνει η εφαρμογή της μεθόδου συγκρίνονται με παιχνίδια των καζίνο, όπως η ρουλέτα, τα ζάρια κ.ά.

Η προσομοίωση αυτή αποτελεί μια ευρεία κατηγορία υπολογιστικών αλγορίθμων, οι οποίοι βασίζονται σε επαναλαμβανόμενες τυχαίες δειγματοληψίες. Σκοπός είναι να μοντελοποιηθούν τα πιθανά αποτελέσματα ενός αβέβαιου γεγονότος. Η Monte Carlo είναι μια τεχνική που εφαρμόζεται για να κατανοηθεί η επίπτωση του κινδύνου και της αβεβαιότητας στο πλαίσιο των μοντέλων πρόβλεψης. Η βασική έννοια είναι να τρέχει επανειλημμένα μεγάλο αριθμό προσομοιώσεων μιας τυχαίας διαδικασίας της μεταβλητής που μας ενδιαφέρει, π.χ. την απόδοση περιουσιακών στοιχείων. Έτσι, καλύπτει ένα μεγάλο εύρος για τα σενάρια που ενδέχεται να συμβούν. Αυτές οι μεταβλητές επιλέγονται από προκαθορισμένες κατανομές πιθανοτήτων, οι οποίες είναι γνωστές, τόσο οι αναλυτικές τους συναρτήσεις, όσο και οι παράμετροι τους. Έτσι, η Monte Carlo προσομοίωση προσπαθεί να ξαναδημιουργήσει την κατανομή των αποδόσεων από μία θέση, στην οποία μπορεί να υπολογιστεί η αξία σε κίνδυνο.

Το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει για τον υπολογισμό είναι η επιλογή του στοχαστικού μοντέλου που αρμόζει στη συμπεριφορά της τυχαίας μεταβλητής που μας ενδιαφέρει. Ένα σύνηθες μοντέλο που επιλέγεται είναι η κανονική κατανομή. Εν γένει, όμως, η προσομοίωση Monte Carlo επιλέγεται για πιο περίπλοκα στοχαστικά μοντέλα ή μεταβλητές, των οποίων η περιπλοκότητα δυσκολεύει τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο.

Θα εστιάσουμε σε μια απλή περίπτωση μίας τυχαίας μεταβλητής. Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, το πρώτο και πιο κρίσιμο βήμα της προσομοίωσης είναι η επιλογή του κατάλληλου στοχαστικού μοντέλου. Πέραν της κανονικής κατανομής, επιλέγεται συχνά και το μοντέλο *GBM* (*Geometric Brownian Motion model*), το οποίο υποθέτει ότι οι αλλαγές στην τιμή του περιουσιακού στοιχείου δεν σχετίζονται μεταξύ τους κατά την πάροδο του χρόνου, ενώ οι μικρές μεταβολές της τιμής περιγράφονται από την παρακάτω σχέση:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz$$

όπου  $dz$  είναι μια τυχαία μεταβλητή που κατανέμεται κανονικά, με μηδενική μέση τιμή και διασπορά  $dt$ . Η διασπορά της μεταβλητής αυτής μειώνεται σταδιακά, καθώς εξελίσσεται ο χρόνος, επομένως έχουμε ότι  $V(dz) = dt$ . Επίσης,  $S_t$  είναι η τρέχουσα τιμή του περιουσιακού στοιχείου, ενώ  $\mu_t$  και  $\sigma_t$  είναι η αναμενόμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση της τιμής του περιουσιακού στοιχείου στον χρόνο  $t$ . Για απλούστερους υπολογισμούς, υποθέτουμε ότι  $\mu_t$  και  $\sigma_t$  παραμένουν σταθερά στον χρόνο.

Θεωρούμε ότι  $t$  είναι ο παρών χρόνος,  $T$  είναι ο χρόνος - στόχος κι επομένως  $\tau = T - t$  είναι ο χρονικός ορίζοντας. Για να δημιουργήσουμε μια σειρά από τυχαίες μεταβλητές  $S_{t+1}$  στο διάστημα  $\tau$ , διαμερίζουμε το διάστημα  $\tau$  σε  $n$  ίσα διαστήματα, έστω  $\Delta t = \tau/n$ .

Ολοκληρώνοντας την ποσότητα  $dS_t/S_t$  για ένα πεπερασμένο διάστημα, έχουμε προσεγγιστικά ότι:

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t})$$

όπου  $\varepsilon$  είναι μια τυπικά κανονική τυχαία μεταβλητή, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διασπορά, δηλαδή  $\varepsilon \sim N(0,1)$ .

Για την προσομοίωση της ποσότητας  $S$  αρχίζουμε από την  $S_t$  και δημιουργούμε μια ακολουθία  $\varepsilon_i$ , για  $i = 1, 2, \dots, n$

Συνεπώς, έχουμε ότι η ποσότητα  $S_{t+1}$  προσεγγίζεται από την ακολουθία

$$S_{t+1} = S_t + S_t(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t})$$

η ποσότητα  $S_{t+2}$  προσεγγίζεται από την ακολουθία

$$S_{t+2} = S_{t+1} + S_{t+1}(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_2\sqrt{\Delta t}) \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Η ακολουθία σταματά μέχρι τη στιγμή που φτάνουμε στον χρονικό ορίζοντα, όπου η τιμή της ακολουθίας είναι

$$S_{t+n} = S_T$$

Αφού έχουμε προσομοιώσει την ποσότητα  $S$ , μπορούμε πλέον να δημιουργήσουμε την κατανομή του χαρτοφυλακίου κατά την χρονική στιγμή του ορίζοντα - στόχου.

Έτσι, για την πραγματοποίηση της προσομοίωσης γενικότερα, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

1. Επιλογή στοχαστικού μοντέλου και παραμέτρων
2. Δημιουργία ψευδοακολουθίας  $\varepsilon_i$ , για  $i = 1, 2, \dots, n$ , μέσω της οποίας υπολογίζονται οι τιμές  $S_{t+1}, S_{t+2}, \dots, S_{t+n}$
3. Υπολογισμός της αξίας του χαρτοφυλακίου που ορίζεται ως  $F_{t+n} = F_T$  υπό αυτήν τη συγκεκριμένη σειρά για τον ορίζοντα - στόχο
4. Επανάληψη βημάτων 2 και 3 όσες φορές χρειάζεται, όπου  $K$  είναι ο αριθμός επαναλήψεων

Η διαδικασία αυτή οδηγεί στη δημιουργία μιας κατανομής  $F_T^1, F_T^2, \dots, F_T^K$ , που αφορά την αξία του χαρτοφυλακίου σε κάθε επανάληψη και για χρονική στιγμή τον χρονικό - ορίζοντα  $T$ . Μπορούμε να ταξινομήσουμε τις παρατηρήσεις και να καταγράψουμε την αναμενόμενη τιμή  $E(F_T)$  και το ποσοστό (quantile)  $Q(F_T, c)$ , το οποίο ισούται με την υπέρβαση της τιμής,  $c$ , επί τις  $K$  επαναλήψεις.

Εν κατακλείδι, η αξία σε κίνδυνο υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$VaR(c, T) = E(F_T) - Q(F_T, c)$$

[8]

### **Απολογισμός της μεθόδου Monte Carlo**

*Θετικά Monte Carlo Προσομοίωσης:*

- Είναι μια ισχυρή και ευέλικτη προσέγγιση για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο.
- Μπορεί να υπολογίσει ένα ευρύ φάσμα πιθανών σεναρίων.
- Είναι κατάλληλη για μη γραμμικά και σύνθετα προβλήματα.
- Η προσομοίωση μπορεί να επεκταθεί για μεγαλύτερο χρονικό περιθώριο, το οποίο είναι απαραίτητο για τη μέτρηση κινδύνων και τη μοντελοποίηση πιο σύνθετων στοχαστικών μοντέλων.

*Αρνητικά Monte Carlo Προσομοίωσης:*

- Απαιτεί επένδυση πόρων για πρόσληψη ειδικών και βελτίωση-ανάπτυξη του συστήματος.
- Απαιτεί μεγαλύτερη υπολογιστική ικανότητα σε σχέση με απλούστερες μεθόδους, καθώς όσο περισσότερες προσομοιώσεις γίνονται, τόσο πιο ευρύ είναι και το φάσμα των πιθανών σεναρίων/αποτελεσμάτων που πρέπει να μοντελοποιηθούν. Έτσι, τόσο μεγαλύτερη θα πρέπει να είναι η ακρίβεια στη εκτίμηση της αξίας σε κίνδυνο.
- Ο υπολογισμός της αξίας σε κίνδυνο με τη μέθοδο της Monte Carlo απαιτεί περισσότερο χρόνο, και συγκεκριμένα ώρες [12].

#### 4.3.2.3 Αναλυτική Μέθοδος Διασποράς-Συνδιασποράς (Variance - Covariance)

Η συγκεκριμένη μέθοδος υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο χρησιμοποιεί τη διασπορά και τη συνδιασπορά των περιουσιακών στοιχείων, δεδομένου ότι ασχολούμαστε με χρηματοπιστωτικά. Πρόκειται για μια παραμετρική μέθοδο, αφού εξαρτάται από τις παραμέτρους της κατανομής πιθανοτήτων της μεταβολής των αποδόσεων ή της τιμής. Στη μέθοδο διασποράς – συνδιασποράς υπάρχει η υπόθεση ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων κατανέμονται κανονικά γύρω από τον μέσο της κανονικής κατανομής πιθανοτήτων, που έχει το σχήμα καμπάνας. Συγχρόνως, υπάρχει η υπόθεση ότι η τυπική απόκλιση και η συσχέτιση των αποδόσεων παραμένει σταθερή στον χρόνο [8, 13].

#### Εφαρμογή Μεθόδου Διασποράς-Συνδιασποράς για τον υπολογισμό VaR

Για αρχή, ας ορίσουμε ως  $\sigma_{\text{έτος}}$  την ανά έτος μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση ενός συγκεκριμένου υποκειμένου περιουσιακού στοιχείου. Ισοδύναμα, ως  $\sigma_{\text{μέρα}}$  ορίζουμε την ανά ημέρα μεταβλητότητα του περιουσιακού στοιχείου. Δεδομένου ότι υπάρχουν 252 ημέρες διαπραγμάτευσης, δηλαδή εργάσιμες, ανά έτος, η τυπική απόκλιση των συνεχών αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου για ένα έτος μπορεί να γραφεί είτε ως  $\sigma_{\text{έτος}}$  είτε ως  $\sigma_{\text{μέρα}}\sqrt{252}$ .

Επομένως, προκύπτουν οι ακόλουθες ισοδύναμες σχέσεις:

$$\sigma_{\text{έτος}} = \sigma_{\text{μέρα}}\sqrt{252} \quad \text{ή} \quad \sigma_{\text{μέρα}} = \frac{\sigma_{\text{έτος}}}{\sqrt{252}}$$

μέσω των οποίων πηγάζει το συμπέρασμα ότι η ημερήσια μεταβλητότητα είναι περίπου ίση με το 6% της ετήσιας μεταβλητότητας.

Για σκοπούς υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο, υποθέτουμε ότι η ποσότητα  $\sigma_{\text{μέρα}}$  είναι ίση με την τυπική απόκλιση της ποσοστιαίας ημερήσιας μεταβολής της τιμής του υποκειμένου περιουσιακού στοιχείου. Στην πραγματικότητα, η ισότητα ισχύει προσεγγιστικά [9].

#### Περίπτωση ενός περιουσιακού στοιχείου (Single-asset case)

Έστω ότι ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από μια θέση μιας μόνο μετοχής μιας πολυεθνικής εταιρείας. Επίσης, έστω ότι το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από μερίδια της μετοχής αξίας €10 εκατομμυρίων. Υποθέτουμε ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι 10 μέρες, άρα  $N = 10$  και το επίπεδο σημαντικότητας είναι 99%, άρα  $x = 99$ .

Αρχικά, υποθέτουμε χρονικό ορίζοντα μιας ημέρας.

Έστω ότι η ημερήσια μεταβλητότητα της εταιρείας είναι 2%, δηλαδή  $\sigma_{\text{μέρα}} = 2\%$ . Άμεσα, προκύπτει ότι η ετήσια μεταβλητότητα είναι περίπου 32%, αφού  $\sigma_{\text{έτος}} = \sigma_{\text{μέρα}}\sqrt{252} = 32\%$



Λόγω του ότι το μέγεθος της θέσης μετοχής είναι €10 εκατομμύρια, η τυπική απόκλιση των ημερησίων μεταβολών στην αξία της θέσης είναι το 2% των €10 εκατομμυρίων, άρα €200,000.

Στην προσέγγιση αυτή είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι η αναμενόμενη μεταβολή στην τιμή της μεταβλητής της αγοράς θεωρείται μηδενική κατά τη διάρκεια, αν και δε συμβαίνει ακριβώς έτσι στην πραγματικότητα. Εν γένει, η αναμενόμενη μεταβολή της τιμής για ένα σύντομο χρονικό διάστημα είναι σχετικά μικρή σε σχέση με την τυπική απόκλιση της μεταβολής. Υποθέτουμε, για παράδειγμα, ότι η πολυεθνική εταιρεία έχει αναμενόμενη ετήσια απόδοση 20%. Αυτό σημαίνει ότι η ημερήσια αναμενόμενη απόδοση ισούται περίπου με 0.08% ( $0.20/252 \cong 0.0008$ ), ενώ η τυπική απόκλιση των αποδόσεων είναι περίπου 6.3% ( $2\sqrt{10} \cong 6.3$ ).

Υποθέτουμε, επίσης, ότι η μεταβολή κατανέμεται κανονικά. Από τους πίνακες κανονικής κατανομής λαμβάνουμε ότι  $N(-2.33) = 0.01$ , που αυτό σημαίνει ότι υπάρχει 1% πιθανότητα για την τιμή μιας κανονικά κατανεμημένης μεταβλητής να μειωθεί περισσότερο από 2.33 τυπικές αποκλίσεις. Ισοδύναμα, σημαίνει ότι είμαστε 99% βέβαιοι ότι η τιμή μιας κανονικά κατανεμημένης μεταβλητής δε θα μειωθεί περισσότερο από 2.33 τυπικές αποκλίσεις. Επομένως, η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου που περιέχει μερίδια αξίας €10 εκατομμυρίων, δεδομένου ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι μία ημέρα και το επίπεδο σημαντικότητας 99%, είναι ίση με:

$$2.33 \times \text{τυπική απόκλιση} = 2.33 \times €200,000 = €466,000$$

Αφού η αξία σε κίνδυνο  $N$  ημερών υπολογίζεται ως  $\sqrt{N}$  επί την αξία σε κίνδυνο μίας ημέρας, έχουμε ότι η αξία σε κίνδυνο 10 ημερών και 99% επίπεδο σημαντικότητας είναι ίση με:

$$VaR = \sqrt{10} \times €466,000 = €1,473,621$$

### **Περίπτωση δύο περιουσιακών στοιχείων (Two-asset case)**

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο μας περιέχει δύο διαφορετικές μετοχές από δύο διαφορετικές πολυεθνικές, αξίας 10 και 5 εκατομμυρίων ευρώ, αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι 10 μέρες, άρα  $N = 10$  και το επίπεδο σημαντικότητας είναι 99%, άρα  $x = 99$ . Επίσης, υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις των δύο μετοχών ακολουθούν την ίδια κανονική κατανομή και έχουν συσχέτιση 0.3.

Βάσει στατιστικής, εάν δύο μεταβλητές  $X$  και  $Y$  έχουν τυπική απόκλιση  $\sigma_X$  και  $\sigma_Y$ , αντίστοιχα, και ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι  $\rho$ , τότε η τυπική απόκλιση του αθροίσματος  $X + Y$  δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y}$$

Αρχικά, υποθέτουμε χρονικό ορίζοντα μιας ημέρας. Έστω ότι η ποσότητα  $X$  ισούται με την μεταβολή στην αξία της θέσης της πρώτης πολυεθνικής για χρονική περίοδο μιας ημέρας

και η  $Y$  με την μεταβολή στην αξία της θέσης της δεύτερης πολυεθνικής για την ίδια χρονική περίοδο, έτσι ώστε οι τυπικές αποκλίσεις να είναι:

$$\sigma_X = 200,000 \text{ και } \sigma_Y = 50,000$$

Επομένως, η μεταβολή στη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, συνυπολογίζοντας και τις δύο μετοχές για χρονική περίοδο μίας ημέρας, υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{200,000^2 + 50,000^2 + 2 \cdot 0.3 \cdot 200,000 \cdot 50,000} = \text{€}220,227$$

Η μεταβολή στη μέση τιμή υποθέτουμε ότι είναι μηδενική. Οπότε, από τους πίνακες κανονικής κατανομής λαμβάνουμε ότι  $N(-2.33) = 0.01$ , που αυτό σημαίνει ότι υπάρχει 1% πιθανότητα για την τιμή μιας κανονικά κατανεμημένης μεταβλητής να μειωθεί περισσότερο από 2.33 τυπικές αποκλίσεις. Ισοδύναμα, σημαίνει ότι είμαστε 99% βέβαιοι ότι η τιμή μιας κανονικά κατανεμημένης μεταβλητής δε θα μειωθεί περισσότερο από 2.33 τυπικές αποκλίσεις. Επομένως, η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου που περιέχει μερίδια αξίας 10 και 5 εκατομμυρίων ευρώ, δεδομένου ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι μία ημέρα και το επίπεδο σημαντικότητας 99%, είναι ίση με:

$$2.33 \times \text{τυπική απόκλιση} = 2.33 \times \text{€}220,227 = \text{€}513,129$$

Αφού η αξία σε κίνδυνο  $N$  ημερών υπολογίζεται ως  $\sqrt{N}$  επί την αξία σε κίνδυνο μίας ημέρας, έχουμε ότι η αξία σε κίνδυνο 10 ημερών και 99% επίπεδο σημαντικότητας είναι ίση με:

$$VaR = \sqrt{10} \times \text{€}513,129 = \text{€}1,622,657$$

### **Απολογισμός της μεθόδου διασποράς - συνδιασποράς**

*Θετικά Μεθόδου Διασποράς-Συνδιασποράς:*

- Η αξία της πιθανής απώλειας κάποιου χαρτοφυλακίου μπορεί να εκτιμηθεί για διαφορετικές χρονικές περιόδους και διαφορετικά επίπεδα σημαντικότητας.
- Η μέθοδος βοηθάει στην μέτρηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, με την υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν κανονική κατανομή.

*Αρνητικά Μεθόδου Διασποράς-Συνδιασποράς:*

- Η υπόθεση για κανονική κατανομή των αποδόσεων δε συμβαίνει πάντα στην πραγματικότητα.
- Η υπόθεση για σταθερή συνδιασπορά και σταθερή συσχέτιση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων ενός χαρτοφυλακίου δεν αληθεύει στην πραγματικότητα [8, 9, 13].

### **4.3.3 Έλεγχος Πίεσης και Έλεγχος Παρελθόντος (Stress & Back Testing)**

Ακόμη μία διαδικασία, η οποία ονομάζεται έλεγχος πίεσης (stress test) και διεξάγεται μετά τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο, τείνουν να εφαρμόζουν οι εταιρείες για τα χαρτοφυλάκιά τους. Ένας έλεγχος πίεσης περιλαμβάνει την εκτίμηση της συμπεριφοράς ενός χαρτοφυλακίου, υπό τις πιο ακραίες κινήσεις της αγοράς που εμφανίστηκαν τα τελευταία 10 με 20 χρόνια. Ο έλεγχος αυτός μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέσο για να ληφθούν υπόψη ακραία γεγονότα που συμβαίνουν ανά διαστήματα, τα οποία όμως είναι εικονικά αδύνατον να συμβούν με βάση τις κατανομές πιθανοτήτων.

Επιπρόσθετα, ένα σημαντικό εργαλείο για έλεγχο αλήθειας είναι ο έλεγχος παρελθόντος (back testing) και διεξάγεται για οποιαδήποτε προσέγγιση υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο και να εφαρμόστηκε. Πρόκειται για μια διαδικασία που ελέγχει το πόσο καλά θα αντιδρούσαν στο παρελθόν οι εκτιμήσεις της αξίας σε κίνδυνο [9].

## **4.4 Τύποι Χρηματοπιστωτικών Κινδύνων**

Η αξία σε κίνδυνο είχε αρχικά αναπτυχθεί για να αντιμετωπίσει έναν τύπο χρηματοπιστωτικού κινδύνου, τον κίνδυνο της αγοράς. Παρ' όλ' αυτά, πρέπει να αναγνωρισθεί το γεγονός ότι υπάρχουν κι άλλοι τύποι τέτοιων κινδύνων, οι οποίοι αναλύονται παρακάτω, ξεχωριστά. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως θα αναφερθεί και στη συνέχεια, αυτοί οι τύποι κινδύνων ενδέχεται να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους [8].

### **4.4.1 Κίνδυνος της Αγοράς (Market Risk)**

Ο κίνδυνος αγοράς εγείρεται από τις μεταβολές των τιμών στην αγορά. Τα εργαλεία που προσφέρει η αξία σε κίνδυνο, όμως, επιτρέπουν πλέον στους χρήστες τους να ποσοτικοποιούν τον κίνδυνο της αγοράς.

Ο κίνδυνος αγοράς κατηγοριοποιείται σε δύο ομάδες: στον *απόλυτο κίνδυνο (absolute risk)*, ο οποίος μετριέται σε κάποιο νόμισμα, π.χ. σε ευρώ, και στον *σχετικό κίνδυνο (relative risk)*, ο οποίος μετριέται σε κάποιο σχετικό δείκτη αναφοράς. Ο απόλυτος κίνδυνος εστιάζει στην μεταβλητότητα των συνολικών αποδόσεων, ενώ ο σχετικός κίνδυνος μετρά τον κίνδυνο με όρους σφάλματος παρακολούθησης, ή αλλιώς απόκλισης από τον δείκτη.

Ταυτόχρονα, υπάρχει μια άλλη κατηγοριοποίηση, η οποία χωρίζει τον κίνδυνο αγοράς σε κατευθυντικό (*directional*) και μη κατευθυντικό κίνδυνο (*nondirectional risk*). Ο κατευθυντικός κίνδυνος αφορά ανοίγματα που γίνονται προς την κατεύθυνση των χρηματοπιστωτικών μεταβλητών, όπως τιμές μετοχών και προϊόντων, επιτόκια, συνάλλαγμα/ισοτιμία. Αυτά τα ανοίγματα μετρούνται μέσω γραμμικών προσεγγίσεων, όπως για την περίπτωση των μετοχών χρησιμοποιείται η βήτα κατανομή, ενώ για τα επιτόκια χρησιμοποιείται η φόρμουλα διάρκειας (*duration formula*). Επομένως, οι μη κατευθυντικοί κίνδυνοι περιλαμβάνουν όλους τους εναπομείναντες κινδύνους, οι οποίοι

αποτελούνται από μη γραμμικά ανοίγματα και ανοίγματα σε αντισταθμισμένες θέσεις ή μεταβλητότητες.

Ο κίνδυνος βάσης (*basis risk*) δημιουργήθηκε μέσα από απρόβλεπτες μεταβολές των σχετικών τιμών των περιουσιακών στοιχείων αντισταθμισμένης θέσης, όπως μετρητά ή επιτόκια.

Τέλος, ο κίνδυνος μεταβλητότητας (*volatility risk*) μετρά την έκθεση στις κινήσεις της πραγματικής ή υπονοούμενης μεταβλητότητας.

Ο κίνδυνος αγοράς ελέγχεται από πλασματικά όρια στα ανοίγματα, στις μετρήσεις της αξίας σε κίνδυνο και στην ανεξάρτητη επίβλεψη των διαχειριστών κινδύνου [8].

#### **4.4.2 Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk)**

Ο πιστωτικός κίνδυνος πηγάζει από το γεγονός ότι κάποιος από τους αντισυμβαλλομένους, δηλαδή ένα έτερο μέλος που συμμετέχει σε κάποια χρηματοπιστωτική συναλλαγή [14], π.χ. τράπεζα και δανειολήπτης, ενδέχεται να μη θέλει ή να μην μπορεί να καλύψει τις υποχρεώσεις που προβλέπει η αντίστοιχη σύμβαση. Η επίδραση του πιστωτικού κινδύνου μετριέται από το κόστος αντικατάστασης των ταμειακών ροών που υπολείπονται λόγω της παραβίασης της σύμβασης. Αυτή η ζημιά περιλαμβάνει την έκθεση στον κίνδυνο, ή το ποσό του κινδύνου, και το ποσοστό ανάκτησης, το οποίο είναι το ποσοστό που επιστρέφεται πίσω στον δανειστή, δηλαδή στην τράπεζα [8]. Εντούτοις, οι ζημιές που προκαλεί ένας πιστωτικός κίνδυνος μπορούν να συμβούν πριν την πραγματική παράβαση. Γενικότερα, ο πιστωτικός κίνδυνος θα έπρεπε να ορίζεται ως η πιθανή απώλεια της αξίας της αγοράς, που μπορεί να προκύψει λόγω της εμφάνισης ενός πιστωτικού γεγονότος (*credit event*). Ένα πιστωτικό γεγονός συμβαίνει όταν υπάρχει κάποια αλλαγή στην ικανότητα του αντισυμβαλλόμενου να καλύψει τις υποχρεώσεις του. Συνεπώς, οι μεταβολές στις τιμές του χρέους, λόγω αλλαγών ή αντίληψη της αγοράς για χρεοκοπία, μπορούν να θεωρηθούν ως πιστωτικός κίνδυνος, με αποτέλεσμα πιστωτικός κίνδυνος και κίνδυνος αγοράς να επικαλύπτονται στο κομμάτι αυτό. Είναι εμφανές ότι ομόλογα, δάνεια και παράγωγα, μπορούν όλα να εκτεθούν στον πιστωτικό κίνδυνο [8].

Ο πιστωτικός κίνδυνος περιλαμβάνει, επίσης, τον κυρίαρχο κίνδυνο, ο οποίος συναντάται όταν οι χώρες επιβάλλουν συναλλαγματικούς ελέγχους, κι έτσι καθιστούν αδύνατον για τους αντισυμβαλλόμενους να τηρήσουν τις υποχρεώσεις τους. Ενώ ο κίνδυνος παράβασης σύμβασης εστιάζει στις εταιρείες, ο κυρίαρχος κίνδυνος αφορά τις χώρες.

Μια άλλη ιδιαίτερη μορφή πιστωτικού κινδύνου είναι ο κίνδυνος διακανονισμού (*settlement risk*), ο οποίος εμφανίζεται όταν ανταλλάσσονται δύο πληρωμές την ίδια μέρα. Ο κίνδυνος αυτός εγείρεται όταν ενώ το ίδρυμα (τράπεζα) έχει ολοκληρώσει την πληρωμή, ο δανειστής παραλείπει τις δικές του υποχρεώσεις της ίδιας μέρας.

Ο πιστωτικός κίνδυνος ελέγχεται από πιστωτικά πλασματικά όρια στα τρέχοντα και μελλοντικά ανοίγματα και αυξάνοντας τα χαρακτηριστικά πιστωτικής ενίσχυσης. Πλέον, οι

μεθοδολογικές πρόοδοι που ποσοτικοποιούν τον κίνδυνο αγοράς, επεκτείνονται και στον πιστωτικό κίνδυνο [8].

#### **4.4.3 Κίνδυνος Ρευστότητας (Liquidity Risk)**

Ο κίνδυνος ρευστότητας διακλαδώνεται σε δύο μέρη: στον κίνδυνο ρευστότητας των περιουσιακών στοιχείων (*asset liquid risk*), ο οποίος είναι γνωστός και ως κίνδυνος ρευστότητας αγοράς/προϊόντος (*market/product liquidity risk*), και στον κίνδυνο ρευστότητας χρηματοδότησης (*funding liquidity risk*).

Ο πρώτος εμφανίζεται όταν μία συναλλαγή δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί για τις τρέχουσες τιμές της αγοράς, λόγω του μεγέθους τους σε σχέση με τις κανονικές παρτίδες συναλλαγών. Ο κίνδυνος ρευστότητας των περιουσιακών στοιχείων, ως συνάρτηση των συνθηκών που επικρατούν στην αγορά, ποικίλλει με το πέρασμα του χρόνου και μεταξύ των κατηγοριών των περιουσιακών στοιχείων. Κάποια περιουσιακά στοιχεία, όπως ισχυρά νομίσματα ή ομόλογα, έχουν βαθιές αγορές στις οποίες εύκολα μπορούν να ρευστοποιηθούν, με πολύ μικρή πτώση τιμής. Αυτός ο κίνδυνος, που ονομάζεται και κίνδυνος ρευστότητας αγοράς/προϊόντος, μπορεί να διαχειριστεί θέτοντας όρια σε συγκεκριμένες αγορές ή προϊόντα και μέσα διαφοροποίησης.

Ο κίνδυνος ρευστότητας χρηματοδότησης, γνωστός και ως κίνδυνος ταμειακών ροών (*cash-flow risk*), αναφέρεται στην ανικανότητα πληρωμών, η οποία ενδέχεται να αναγκάσει την πρόωρη ρευστοποίηση, κι έτσι μετατρέπει την απώλεια του “χαρτιού” σε συνειδητή απώλεια. Αυτός ο κίνδυνος είναι ένα πρόβλημα το οποίο καλούνται να αντιμετωπίσουν κυρίως τα χαρτοφυλάκια τα οποία υπόκεινται σε κλήσεις περιθωρίου από τον δανειστή, δηλαδή την τράπεζα. Αν το χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει μη ρευστοποιήσιμα περιουσιακά στοιχεία, τα οποία πρέπει να πουληθούν σε τιμή χαμηλότερη της εύλογης αγοραίας αξίας, τότε ο κίνδυνος ταμειακών ροών αλληλεπιδρά με τον κίνδυνο ρευστοποίησης προϊόντος. Ο κίνδυνος ρευστότητας χρηματοδότησης μπορεί να ελέγχεται από ιδανικό προγραμματισμό των αναγκών των ταμειακών ροών, οι οποίες ανάγκες μπορούν να ελέγχονται θέτοντας όρια στα κενά των ταμειακών ροών. Ταυτόχρονα, μπορεί να ελέγχεται εξετάζοντας τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να συγκεντρωθούν νέα κεφάλαια τα οποία μπορούν να καλύψουν τις ελλείψεις των μετρητών [8].

#### **4.4.4 Λειτουργικός Κίνδυνος (Operational Risk)**

Ως λειτουργικός κίνδυνος ορίζεται ο κίνδυνος που εμφανίζεται σε περιπτώσεις όπου έχει προηγηθεί κάποιο ανθρώπινο και τεχνικό σφάλμα ή ατύχημα. Στο πλαίσιο του ανθρώπινου σφάλματος περιλαμβάνεται η νοθεία, δηλαδή η απάτη που διαπράττει κάποιος έμπορος, που εσκεμμένα παραποιεί πληροφορίες. Επιπρόσθετα, ανθρώπινο σφάλμα που οδηγεί σε λειτουργικό κίνδυνο θεωρείται η αποτυχημένη διαχείριση και ο ανεπαρκής έλεγχος. Τα τεχνικά σφάλματα ενδέχεται να προέρχονται από κάποια βλάβη ή καταστροφή στις πληροφορίες, στη διαδικασία συναλλαγών ή στα συστήματα

διακανονισμού. Γενικότερα, τεχνικό σφάλμα μπορεί να προκύψει από οποιοδήποτε πρόβλημα αντιμετωπίζει η εταιρεία back-office, δηλαδή εσωτερικά, όπως προβλήματα στην καταγραφή των συναλλαγών κ.λπ.

Ο λειτουργικός κίνδυνος μπορεί να οδηγήσει σε πιστωτικό κίνδυνο και κίνδυνο αγοράς. Για παράδειγμα, ένα λειτουργικό πρόβλημα, π.χ. αποτυχία διακανονισμού, σε μια επαγγελματική συναλλαγή, όπως εμπορική πράξη, ενδέχεται να δημιουργήσει τους δύο πιο πάνω κινδύνους, αφού το κόστος της συναλλαγής επηρεάζεται άμεσα από την κίνηση στις τιμές της αγοράς.

Η καλύτερη προστασία που μπορεί να λάβει μια εταιρεία, ως προς τους λειτουργικούς κινδύνους, είναι ο σαφής διαχωρισμός των ευθυνών, οι οποίες θα ελέγχονται εσωτερικά, και ο τακτικός σχεδιασμός πλάνων έκτακτης ανάγκης. Πλέον, οι επιχειρήσεις έχουν κάνει και κάνουν μεγάλα βήματα στη διαχείριση και τον έλεγχο των λειτουργικών κινδύνων. Όπως ο πιστωτικός κίνδυνος και ο κίνδυνος αγοράς, έτσι και ο λειτουργικός κίνδυνος ποσοτικοποιείται, πλέον, ολοένα και περισσότερο [8].

#### **4.4.5 Νομικός Κίνδυνος (Legal Risk)**

Ο νομικός κίνδυνος αφορά, προφανώς, ενέργειες οι οποίες γίνονται χωρίς την εύνοια του νόμου, όπως για παράδειγμα κάποια συναλλαγή που αποδεικνύεται ότι δεν επιβάλλεται από τον νόμο. Εν γένει, ο νομικός κίνδυνος σχετίζεται άμεσα με τον πιστωτικό, αφού στο πλαίσιο μιας οικονομικής σύμβασης, π.χ. δάνειο, οι αντισυμβαλλόμενοι που έχασαν τα χρήματά τους λόγω μη τήρησης των υποχρεώσεων της απέναντι πλευράς, μπορούν να επικαλεστούν τον νόμο και τα νομικά τους δικαιώματα, ώστε να ακυρώσουν τη σύμβαση ή να πάρουν τα χρήματά τους πίσω. Παράλληλα, η συσχέτιση νομικού και πιστωτικού κινδύνου παρατηρείται και σε περιπτώσεις όπου οι μέτοχοι μιας εταιρείας κάνουν μήνυση σε αυτήν όταν υφίσταται μεγάλες ζημιές ή χρεοκοπία, και συνεπώς κινδυνεύουν να χάσουν τις μετοχές και τα χρήματα που επένδυσαν.

Για τον έλεγχο των νομικών κινδύνων συστήνεται η ανάπτυξη πολιτικής της εταιρείας, από τον νομικό σύμβουλο σε συνεργασία με τους διαχειριστές κινδύνου και τους επικεφαλές διαχειριστές της [8].

## 4.5 Παράγωγα και Διαχείριση Κινδύνου

### 4.5.1 Τι είναι τα παράγωγα;

Με τον όρο παράγωγα αναφερόμαστε σε ένα σύνολο χρηματοπιστωτικών εργαλείων (*financial instruments*) τα οποία είναι σχεδιασμένα για να συμβάλουν στην επιτυχή διαχείριση χρηματοπιστωτικών κινδύνων [8]. Πιο συγκεκριμένα, τα παράγωγα αποτελούν συμβόλαια ή ιδιωτικές συμφωνίες μεταξύ δύο πλευρών, τα οποία προβλέπουν αποπληρωμή από τη μία πλευρά προς την άλλη. Οι δύο πλευρές ενός παραγώγου – συμβολαίου είναι κοινώς γνωστές ως αγοραστής και πωλητής (*buyer και seller*), ή αλλιώς long και short [10]. Η αξία των παραγώγων απορρέει από κάποια υποκείμενη τιμή περιουσιακού στοιχείου, ποσοστό επιτοκίου ή κάποιου δείκτη, όπως κάποιας μετοχής, ομολόγου, νομίσματος ή εμπορεύματος/προϊόντος. Επιπλέον, ένα συμβόλαιο παραγώγων καθορίζει ένα πλασματικό ποσό, που ορίζεται με όρους νομίσματος, μετοχών ή κάποιας άλλης μονάδας [8].

Σχεδόν πάντα, η διάρκεια ζωής των παραγώγων είναι καθορισμένη, διότι έχουν συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης. Ένα παράγωγο δύναται να έχει και πολύ μικρή διάρκεια ζωής. Στο πλαίσιο ενός παραγώγου, οι αποπληρωμές μπορούν να γίνουν είτε στην αρχή, είτε κατά τη διάρκεια αλλά είτε και στη λήξη της ζωής του παραγώγου. Κάθε παράγωγο μπορεί να αποπληρωθεί με μετρητά αλλά και με την υποκείμενη ή κάποια άλλη τιμή περιουσιακού στοιχείου [10].

Το πιο απλό παράδειγμα παραγώγου είναι ένα προθεσμιακό συμβόλαιο σε κάποιο ξένο νόμισμα, το οποίο υπόσχεται κάποια μελλοντική, συγκεκριμένη στιγμή να αγοράσει ένα καθορισμένο (πλασματικό) ποσό σε καθορισμένη τιμή. Το συμβόλαιο θα έχει μηδενική αρχική τιμή. Εντούτοις, μπορεί να δημιουργήσει κέρδη ή ζημιές/απώλειες καθώς η ισοτιμία συναλλάγματος (υποκείμενη τιμή) εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου. Το συγκεκριμένο παράγωγο είναι ισοδύναμο οικονομικά με μια αντίστοιχη θέση στην αγορά μετρητών, επενδυόμενο σε ένα ξένο νόμισμα και χρηματοδοτούμενο από ένα εγχώριο δάνειο. Προφανώς, λόγω μηδενικής αρχικής τιμής, δεν υπάρχουν εκ των προτέρων ταμειακές ροές, οπότε αυτό το εργαλείο – παράγωγο χαρακτηρίζεται από μόχλευση (*leveraged*), που σημαίνει ότι περιλαμβάνει/προσφέρει δανεισμό. Παρ' όλ' αυτά, η συνθήκη αυτή δεν είναι τόσο επικίνδυνη όσο οι συναλλαγές με την υποκείμενη αγορά μετρητών. Επομένως, όταν αυτό γίνει κατανοητό, ο κίνδυνος των παραγώγων μπορεί να μεταφραστεί σε κίνδυνο γνωστών ποσοτήτων, κάτι στο οποίο στοχεύει η αξία σε κίνδυνο.

Ωστόσο, η μόχλευση που χαρακτηρίζει ένα παράγωγο παρουσιάζει δύο εκ διαμέτρου αντίθετες όψεις. Από τη μία, λόγω του πολύ χαμηλού κόστους συναλλαγής, το παράγωγο γίνεται ένα εργαλείο που αντισταθμίζει αποτελεσματικά τον κίνδυνο και την κερδοσκοπία. Από την άλλη, η απουσία προκαταβολής κάνει δυσκολότερη την αξιολόγηση ενός πιθανού μειονεκτήματος. Γι' αυτό, οι κίνδυνοι παραγώγων πρέπει να παρακολουθούνται πολύ προσεκτικά [8].

Τα παράγωγα αποτελούν ευρέως τα πιο πολύ χρησιμοποιημένα εργαλεία για τη διαχείριση των χρηματοπιστωτικών κινδύνων. Οι πιο γνωστοί τύποι παραγώγων – εργαλείων είναι:

- Συμβόλαιο Προθεσμιακών Παραγώγων (*Forwards Derivate Contract*)
- Συμβόλαιο Παραγώγων Μελλοντικής Εκπλήρωσης (*Futures Derivate Contract*)
- Συμβόλαιο Παραγώγων Ανταλλαγής (*Swaps Derivate Contract*)
- Συμβόλαιο Παραγώγων Δικαιωμάτων Προαίρεσης (*Options Derivate Contract*)

Ασφαλώς, αναμειγνύοντας κάποια από αυτά τα παράγωγα με την υποκείμενη τιμή, υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας κι άλλων τύπων παραγώγων. Παράλληλα, υπάρχει μία μερίδα κόσμου η οποία αναγνωρίζει τα αξιόγραφα που υποστηρίζονται από περιουσιακά στοιχεία (*asset-backed securities*) ως παράγωγα.

Για την καλύτερη κατανόηση των παραγώγων απαιτείται η πλήρης κατανόηση του πως θα απέδιδαν σε σχέση με την υποκείμενη τιμή. Επί παραδείγματι, τα παράγωγα δικαιωμάτων προαίρεσης (*options*) είτε αποδίδουν ένα δεδομένο ποσό που καθορίζεται από την υποκείμενη τιμή, είτε δεν αποδίδουν καθόλου. Αντιθέτως, τα παράγωγα ανταλλαγής, μελλοντικής εκπλήρωσης και τα προθεσμιακά (*swaps, futures και forwards*) αποδίδουν κάτι, σχεδόν πάντα. Γενικότερα, οι αποδόσεις των παραγώγων καθοδηγούνται από τη συμπεριφορά της υποκείμενης τιμής, κατά ένα προς ένα [10].

#### **4.5.2 Η ιστορία των παραγώγων**

Τα παράγωγα έχουν μακρά ιστορία και, κατά τον ακαδημαϊκό Don M. Chance, οι ρίζες τους φτάνουν ως το 1700 π.Χ. Προφανώς, τότε τα παράγωγα δεν ήταν γνωστά και ούτε χρησιμοποιούνταν με τον τρόπο που γίνεται σήμερα, αλλά επρόκειτο κυρίως για ανταλλακτικές συμφωνίες μεταξύ των ανθρώπων, τις οποίες ο Chance θεωρεί ως παράγωγα.

Η πρώτη επίσημη συναλλαγή παραγώγων στον σύγχρονο κόσμο εμφανίζεται γύρω στο 1637 στο Royal Exchange του Λονδίνου, το πρώτο κέντρο διαπραγμάτευσης μετοχών της Βρετανίας, το οποίο επέτρεπε προθεσμιακές συμβόλαια. Στην πόλη Οσάκα της Ιαπωνίας, γύρω στο 1650, ακολουθούν τα πρώτα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης. Ενδιαφέρον έχει το γεγονός ότι, κατά τον 19<sup>ο</sup> αιώνα, η διαπραγμάτευση παραγώγων δικαιωμάτων προαίρεσης και μελλοντικής εκπλήρωσης είχε απαγορευθεί πολλές φορές σε Ευρώπη και Ιαπωνία. Στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα ακολουθεί μια σκοτεινή περίοδος για τα παράγωγα καθώς από το 1936 απαγορεύτηκαν και από την Αμερική και σιγά σιγά κι από άλλες χώρες. Αισίως, η δεκαετία του '50 ήταν η εποχή στην οποία άνθισαν ξανά στην αγορά τα παράγωγα μελλοντικής εκπλήρωσης. Έπειτα, κατά τη δεκαετία του '80 εμφανίζονται τόσο τα παράγωγα ανταλλαγής, όσο και τα παράγωγα δικαιωμάτων προαίρεσης. Έκτοτε, ακολούθησαν πολλές και μεγάλες οικονομικές κρίσεις, οι οποίες ναι μεν κλόνισαν την αγορά των παραγώγων, όμως δεν την εξαφάνισαν [10].



### 4.5.3 Σημαντικότητα παραγώγων

Όπως αναφέρθηκε και πιο πριν, ένας τρόπος αντιμετώπισης κάποιου κινδύνου είναι η μεταφορά του σε κάποιον άλλον. Επομένως, ένας τρόπος μεταφοράς κινδύνου, και μάλιστα ο πιο αποδοτικός, είναι μέσω των παραγώγων, τα οποία είναι εργαλεία που μεταφέρουν τον κίνδυνο από την μία πλευρά στην άλλη.

Πιο συγκεκριμένα, δεδομένου ότι μια συναλλαγή παραγώγων γίνεται μεταξύ ενός πωλητή και ενός αγοραστή, τότε ο αγοραστής πληρώνει ώστε να μεταφερθεί ο κίνδυνος στον πωλητή. Ο πωλητής, με τη σειρά του, αποδέχεται την πληρωμή ώστε να αποζημιωθεί σε περίπτωση που η υπόθεση του κινδύνου συμβεί στην πραγματικότητα.

Ο λόγος που τα παράγωγα αποτελούν το πιο αποδοτικό μέσο μεταφοράς κινδύνου είναι διότι η αγορά παραγώγων απαιτεί πολύ λιγότερο κεφάλαιο σε σχέση με άλλες αγορές, κι άρα είναι πιο ρευστή. Όσο πιο ρευστή είναι μια αγορά, τόσο πιο μεγάλη αποτελεσματικότητα έχει. Έτσι, οι τιμές αλλάζουν πιο γρήγορα, ως απόκριση σε κάθε νέα πληροφορία, κάτι που είναι θεμιτό όταν συμβαίνει.

Όπως οι υπεύθυνοι λήψης απόφασης κατηγοριοποιούνται σε *risk – averse*, *risk – neutral* και *risk – seeker*, έτσι και οι επενδύσεις κατηγοριοποιούνται σε ομάδες, βάσει της ίδιας λογικής. Για παράδειγμα, στις ανταγωνιστικές αγορές, η επένδυση που επιδιώκει τον κίνδυνο επιβραβεύεται. Επομένως, αν ένα κεφάλαιο επενδυθεί σε περιουσιακά στοιχεία που δε φέρουν κίνδυνο (*risk – free assets*), τότε ως απόδοση κερδίζεται μόνο το επιτόκιο που επίσης δε φέρει κίνδυνο (*risk – free rate*). Αντιθέτως, αν το κεφάλαιο επενδυθεί σε επίφοβα κινδύνου περιουσιακά στοιχεία (*risky assets*), τότε οι αποδόσεις κυμαίνονται ανάλογα με τη χρονική περίοδο, αντικατοπτρίζοντας την επικινδυνότητα της επένδυσης.

Αυτό που παρατηρείται γενικότερα είναι ότι ορισμένοι επενδυτές θέλουν να πάρουν το ρίσκο για κίνδυνο σε συγκεκριμένες στιγμές και όχι για κάποιες άλλες. Άλλοι, θέλουν να πάρουν το ρίσκο για συγκεκριμένους τύπους κινδύνου και όχι άλλους. Όμως, κάποιες φορές πρέπει να ληφθεί το ρίσκο για ανεπιθύμητους κινδύνους οι οποίοι θα οδηγήσουν στους επιθυμητούς.

Οι επενδυτές που παίρνουν το ρίσκο (*risk takers*) ενίοτε νιώθουν ότι υπάρχουν περίοδοι όπου ο κίνδυνος είναι μεγαλύτερος από το κανονικό επίπεδο. Επομένως, κατά τη διάρκεια αυτών των περιόδων είναι η κατάλληλη στιγμή να υπάρχει αντιστάθμιση (*hedge*). Η αντιστάθμιση είναι μία στρατηγική που ακολουθείται προκειμένου, σε μια περίοδο υψηλού κινδύνου, τα κέρδη και οι απώλειες μιας επένδυσης να εξισορροπούνται, δηλαδή να αντισταθμίζονται. Στο πλαίσιο της αντιστάθμισης, είναι αξιοσημείωτο ότι τα παράγωγα μπορούν να αυξήσουν τον κίνδυνο. Προφανώς, σε μια περίοδο υψηλού κινδύνου, δεν μπορούν όλοι οι επενδυτές να μειώσουν τον κίνδυνο, οπότε κάποιος πρέπει να είναι πρόθυμος να αυξήσει τον κίνδυνο. Οι πρόθυμοι επενδυτές ονομάζονται κερδοσκόποι (*speculators*) και η συμμετοχή τους στην αγορά είναι ζωτικής σημασίας.

Η χρήση παραγώγων για τη διαχείριση κινδύνου δεν είναι τίποτα περισσότερο από συμμετοχή σε συναλλαγές που ευθυγραμμίζουν το πραγματικό με το επιθυμητό επίπεδο

κινδύνου. Επίσης, η στρατηγική της αντιστάθμισης διευκολύνει τον οικονομικό σχεδιασμό των έργων. Οπότε, η ευρεία και συχνή σύμπραξη αντιστάθμισης και διαχείρισης κινδύνου βοηθά τις επιχειρήσεις να είναι πιο έτοιμες να αναγνωρίσουν και να αξιολογήσουν το μέγεθος των κινδύνων [10].

#### **4.5.4 Προθεσμιακά Συμβόλαια (Forward Contracts)**

Στο σημείο αυτό θα διαχωριστούν οι έννοιες του κάθε τύπου παραγώγου και θα διασαφηνιστεί η λειτουργία του καθενός. Γενικότερα, τα προθεσμιακά συμβόλαια αποτελούν πιο θεμελιώδη αλλά και απλούστερα εργαλεία.

Για αρχή, το προθεσμιακό είναι ένα συμβόλαιο ανάμεσα σε δύο πλευρές. Πρόκειται για μια συμφωνία η οποία προβλέπει ότι σε μια μελλοντική, αλλά καθορισμένη, ημερομηνία ο αγοραστής θα πληρώσει στον πωλητή ένα χρηματικό ποσό και θα πάρει κάτι ως αντάλλαγμα. Αυτό το κάτι μπορεί να είναι ένα περιουσιακό στοιχείο, νόμισμα, δικαίωμα προαίρεσης ή απλά ένα χρηματικό ποσό που αντιπροσωπεύει την αξία κάποιου υποκείμενου μέσου (*underlying instrument*) [10].

Οι δύο πλευρές είναι υπεύθυνες να διαπραγματευτούν μεταξύ τους και να καταλήξουν στις λεπτομέρειες της συμφωνίας, θέτοντας τους όρους και τις προϋποθέσεις που κρίνουν ότι είναι απαραίτητοι. Πρέπει να ορίσουν πολύ προσεκτικά το υποκείμενο μέσο της συμφωνίας, τόσο για το τι θα είναι αυτό αλλά και την ποσότητά του. Επίσης, πρέπει να ορίσουν τη σταθερή τιμή, βάσει της οποίας θα πραγματοποιηθεί η συναλλαγή στο μέλλον, αλλά και τους όρους, βάσει των οποίων επιθυμούν να παραδοθεί το υποκείμενο.

Ο πωλητής υποχρεούται να διευθετήσει την παράδοση του υποκειμένου, ενώ ο αγοραστής υποχρεούται να πληρώσει τον πωλητή με μετρητά και να αποδεχτεί την παράδοση. Όταν, ενδεχομένως, κάποια από τις δύο πλευρές αδυνατεί οικονομικά να φέρει εις πέρας οποιοδήποτε κομμάτι της διαπραγμάτευσης, τότε θεωρείται παράβαση του συμβολαίου. Επομένως, όταν δύο πλευρές υπογράψουν ένα συμβόλαιο, φέρουν πιστωτικό κίνδυνο στη συναλλαγή και κατά συνέπεια ο κίνδυνος της μίας πλευράς αντισταθμίζεται από τον κίνδυνο της άλλης. Έτσι, η κάθε πλευρά πρέπει να αξιολογεί τον πιστωτικό κίνδυνο της απέναντι.

Όταν συντάσσεται ένα προθεσμιακό συμβόλαιο, για αρχή, είναι απλά μια συμφωνία κι όχι υποχρέωση ή περιουσιακό στοιχείο. Κατά συνέπεια, καμία πλευρά δεν πληρώνει οτιδήποτε στην άλλη, κι αυτό σημαίνει ότι η αξία του συμβολαίου ξεκινάει από το μηδέν. Η τιμή που συμφωνήθηκε μεταξύ των δύο πλευρών για το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ονομάζεται προθεσμιακή τιμή και υπολογίζεται προσθέτοντας στην τρέχουσα τιμή του υποκειμένου το κόστος μεταφοράς του από τον πωλητή στον αγοραστή [10].

#### **4.5.5 Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future Contracts)**

Για τον περισσότερο κόσμο τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης είναι τα πιο γνωστά, παρ' όλο που δεν αποτελούν το πιο απλό εργαλείο.

Αυτός ο τύπος συμβολαίων δημιουργήθηκε για να επιτρέψει την πρόσβαση στην αγορά προθεσμιακών συναλλαγών, σε ομάδες των οποίων η πίστωση δεν ήταν τόσο ισχυρή, όσο των μεγάλων εταιρειών που κυριαρχούν στη συγκεκριμένη αγορά. Η πρόσβαση επιτυγχάνεται με τυποποιημένες συμβάσεις, οι οποίες εγγυόνται έναντι παράβασης, μέσω γραφείων συμψηφισμού που βρίσκονται ανάμεσα σε αγοραστή και πωλητή και λειτουργούν ως μεσάζοντες για την εγγύηση της μιας πλευράς στην άλλη, σε περίπτωση που κάποιος παραβιάσει τη σύμβαση. Οι τυποποιημένες συμβάσεις προβλέπουν ότι οι περισσότεροι όροι, εκτός της τιμής, ορίζονται από το χρηματιστήριο. Δηλαδή, το χρηματιστήριο ορίζει ακριβώς ποιο είναι το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο, ποια είναι η ημερομηνία λήξης της σύμβασης και με ποιον τρόπο θα εκτελεστεί η παράδοση του υποκειμένου. Συνεπώς, τα μόνα συμβόλαια που συνεχίζουν τη συναλλαγή είναι αυτά που εγκρίνονται από το χρηματιστήριο. Η τυποποίηση των συμβάσεων μειώνει το κόστος και διευκολύνει τη δημιουργία μιας ρευστής αγοράς, μέσα στην οποία ένα μέλος που έχει πουλήσει ή αγοράσει κάποια σύμβαση μπορεί να ξαναμπεί στην αγορά και να αγοράσει ή να πουλήσει, αντίστοιχα, την ίδια σύμβαση με σκοπό τη διαγραφή ή την αντιστάθμιση της αρχικής του υποχρέωσης.

Τα γραφεία συμψηφισμού, που αναφέρθηκαν παραπάνω, παρεμβαίνουν ανάμεσα σε πωλητή και αγοραστή, παρέχοντας εγγύηση των αποδόσεων και των δύο πλευρών. Για την παροχή αυτής της εγγύησης, οι πλευρές που συμμετέχουν στην αγορά πρέπει να πληρούν κάποιες προϋποθέσεις, όπως ελάχιστα πρότυπα κεφαλαίου, να έχουν καταθέσει ένα χρηματικό ποσό ή κάποια αποδεκτή ασφάλεια σε έναν λογαριασμό περιθωρίου και να ενημερώνουν τους λογαριασμούς τους σε καθημερινή βάση [10].

#### **4.5.6 Ανταλλαγές (Swaps)**

Οι ανταλλαγές αποτελούν εξαιρετικά διάσημες χρηματοπιστωτικές συναλλαγές, οι οποίες έχουν γίνει πλέον το πιο ευρέως χρησιμοποιημένο παράγωγο. Πρόκειται, επίσης, για συμβόλαια ανάμεσα σε δύο πλευρές, στις οποίες η μία πλευρά υπόσχεται να εκτελέσει μια σειρά πληρωμών προς την άλλη πλευρά, όσο η δεύτερη υπόσχεται να εκτελέσει κι αυτή μια σειρά πληρωμών προς την πρώτη. Τα δύο σύνολα των πληρωμών καθορίζονται μέσω κάποιων μαθηματικών φόρμουλων και πραγματοποιούνται τις ίδιες προκαθορισμένες μέρες. Σε κάθε καθορισμένη ημέρα πληρωμής, η πλευρά που χρωστά περισσότερα χρήματα στην άλλη εκτελεί μία “καθαρή” πληρωμή, δηλαδή πληρώνει μόνο το ποσό που προκύπτει ως διαφορά. Ουσιαστικά, εκτελείται μόνο μία πληρωμή, από την πλευρά που χρωστά προς την άλλη.

Σε τουλάχιστον ένα από τα δύο σύνολα πληρωμών δεν είναι προκαθορισμένο το χρηματικό ποσό και αυτό το σύνολο ονομάζονται κυμαινόμενες πληρωμές (*floating*

payments). Το άλλο σύνολο μπορεί να είναι είτε σταθερό είτε κυμαινόμενο, αλλά καθορίζεται από διαφορετική μαθηματική φόρμουλα [10].

#### **4.5.6.1 Ανταλλαγή Επιτοκίων (Interest Rate Swap)**

Ο πιο κοινός τύπος ανταλλαγής είναι η ανταλλαγή επιτοκίων, η οποία συνήθως περιέχει ένα σύνολο πληρωμών που καθορίζεται από κυμαινόμενα επιτόκια, όπως το Eurodollar επιτόκιο, ενώ το άλλο σύνολο καθορίζεται με συμφωνημένο επιτόκιο. Αυτό το εργαλείο τυπικά ονομάζεται απλή ανταλλαγή (*plain vanilla swap*). Υπάρχουν κι άλλοι πιθανοί τρόποι σχεδιασμού μιας ανταλλαγής επιτοκίου, π.χ. κάποιες έχουν και τα δύο σύνολα πληρωμών να καθορίζονται από κυμαινόμενα επιτόκια και ονομάζονται *basis swaps*.

Οι ανταλλαγές επιτοκίων περιλαμβάνουν μόνο την πληρωμή τόκων, με βάση κάποια ονομαστική αξία που καλείται πλασματικό κεφάλαιο. Ωστόσο, το ίδιο το πλασματικό κεφάλαιο ποτέ δεν ανταλλάσσεται [10].

#### **4.5.6.2 Ανταλλαγή Νομισμάτων (Currency Swap)**

Οι ανταλλαγές νομισμάτων αφορούν συμβόλαια μεταξύ δύο πλευρών, στις οποίες η μια πλευρά εκτελεί πληρωμές σε ένα νόμισμα και η άλλη σε ένα διαφορετικό. Συνήθως, σε τέτοιου είδους ανταλλαγές το πλασματικό κεφάλαιο ανταλλάσσεται στην αρχή και στο τέλος της συναλλαγής. Στην αρχή, οι δύο πλευρές ανταλλάζουν ισόποσες αξίες σε διαφορετικό νόμισμα, ενώ στο τέλος συμβαίνει το ανάποδο. Λόγω της συναλλαγματικής ισοτιμίας που δεν είναι σταθερή, κατά τη διάρκεια της σύμβασης η μία πλευρά ενδέχεται να βγάλει κέρδος εις βάρος της άλλης πλευράς, που πρακτικά ζημιώνεται. Η συνθήκη αυτή συνάδει με τον στόχο της ανταλλαγής [10].

#### **4.5.6.3 Ανταλλαγή Μετοχών (Equity Swap)**

Η σύμβαση ανταλλαγής μετοχών αφορά και πάλι δύο πλευρές, εκ των οποίων η μία πλευρά πληρώνει στην άλλη ένα ποσό, του οποίου η αξία βασίζεται στο ποσοστό απόδοσης ενός δείκτη μετοχών. Με τη σειρά της, η άλλη πλευρά πληρώνει στην πρώτη ένα ποσό που βασίζεται σε κάτι άλλο, όπως ένα επιτόκιο ή κάποιο μετοχικό δείκτη.

Παρ' όλο που οι ανταλλαγές μετοχών χρησιμοποιούνται πολύ λιγότερο σε σχέση με τις ανταλλαγές επιτοκίων και νομισμάτων, παρουσιάζουν σημαντική ανάπτυξη διότι προσφέρουν εύκολη και ανέξοδη ανακατανομή οποιουδήποτε χαρτοφυλακίου σε διαφορετικό μετοχικό τομέα [10].

#### **4.5.6.4 Ανταλλαγή Εμπορευμάτων (Commodity Swap)**

Στην ανταλλαγή εμπορευμάτων η μία πλευρά πληρώνει την άλλη με βάση την τιμή που έχει το εμπόρευμα, ενώ η δεύτερη κάνει μια σταθερή πληρωμή, η οποία ενδεχομένως να έχει διαφορετική μορφή. Για παράδειγμα, μία αεροπορική υπογράφει μία ανταλλακτική σύμβαση στην οποία προβλέπεται ότι θα πληρώνει, σε μια σειρά από μελλοντικές ημερομηνίες, μία σταθερή τιμή επί ένα συγκεκριμένο αριθμό βαρελιών που περιέχουν πετρέλαιο. Σε αυτές τις μελλοντικές ημερομηνίες, ο αντισυμβαλλόμενος, δηλαδή η απέναντι πλευρά της αεροπορικής, θα πληρώνει στην αεροπορική την τιμή που έχει το πετρέλαιο την κάθε ημερομηνία επί τον αριθμό των βαρελιών. Ωστόσο, σε τέτοιες ανταλλαγές συνηθίζεται η τιμή του πετρελαίου να καθορίζεται βάση της μέσης τιμής που είχε για μια χρονική περίοδο από την πρώτη πληρωμή. Η μέση τιμή βοηθά στην εξομάλυνση της αστάθειας και μειώνει την επίδραση που θα είχε μια απότομη μεταβολή στις τιμές [10].

Γενικότερα, ένα πολύ κοινό και καθημερινό παράδειγμα ανταλλακτικού συμβολαίου είναι τα συμβόλαια ενοικίων/μισθωτήρια. Στην περίπτωση αυτή, ενοικιαστής και ένοικος συνάπτουν μία συμφωνία η οποία προϋποθέτει πως ο ένοικος θα καταβάλει σταθερή πληρωμή ενοικίου σε μηνιαία βάση, δηλαδή σε μια σειρά προκαθορισμένων ημερομηνιών. Αντίστοιχα, ο ενοικιαστής παρέχει κάτι δικό του, στην προκειμένη ένα σπίτι ή ένα διαμέρισμα, το οποίο έχει κάποια αξία που ενδέχεται να αλλάξει για διάφορους λόγους, όπως π.χ. μία ανακαίνιση αυξάνει που την αξία του ακινήτου [10].

#### **4.5.7 Δικαιώματα Προαίρεσης (Options)**

Με τον όρο δικαίωμα προαίρεσης αναφερόμαστε στον τύπο παραγώγου, δηλαδή ένα συμβόλαιο μεταξύ δύο πλευρών, το οποίο προβλέπει πως ο αγοραστής πληρώνει ένα χρηματικό ποσό στον πωλητή, που ονομάζεται τιμή δικαιώματος προαίρεσης ή ασφάλιστρο (*premium*), και λαμβάνει το δικαίωμα αγοράς ή πώλησης κάποιου υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ή νομίσματος. Η αγορά ή η πώληση του υποκείμενου έχει σταθερή τιμή και μπορεί να γίνει κατά τη διάρκεια μιας καθορισμένης χρονικής περιόδου.

Το δικαίωμα για αγορά που λαμβάνει ο αγοραστής ονομάζεται δικαίωμα αγοράς (*call option*), ενώ το δικαίωμα για πώληση ονομάζεται δικαίωμα πώλησης (*put option*). Η σταθερή τιμή στην οποία μπορεί να αγοραστεί ή να πουληθεί το υποκείμενο καλείται τιμή εξάσκησης (*exercise ή strike price*). Η ημερομηνία στην οποία παύει να ισχύει το δικαίωμα αγοράς ή πώλησης ονομάζεται ημερομηνία λήξης (*expiration date*).

Τα δικαιώματα προαίρεσης χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες, τα Αμερικανικά (*American options*) και τα Ευρωπαϊκά δικαιώματα προαίρεσης (*European options*). Στα πρώτα, ο αγοραστής έχει το δικαίωμα εξάσκησης, δηλαδή πώλησης ή αγοράς, καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του παραγώγου μέχρι και την ημερομηνία λήξης, ενώ στα δεύτερα το δικαίωμα εξάσκησης ισχύει αυστηρά μόνο για τη μέρα όπου λήγει, δηλαδή την ημερομηνία λήξης [10]. Οι όροι που δόθηκαν στις δύο κατηγορίες δεν έχουν σχέση με το πού βρίσκονται τα

παράγωγα, αφού, για παράδειγμα, κάποιες συναλλαγές δικαιωμάτων προαίρεσης που γίνονται στην Βόρεια Αμερική είναι Ευρωπαϊκού τύπου. Τα περισσότερα δικαιώματα προαίρεσης που συναλλάσσονται στο χρηματιστήριο είναι Αμερικανικού τύπου, παρ' όλο που τα Ευρωπαϊκά δικαιώματα αναλύονται πιο εύκολα [9].

Ακολουθούν δύο καθημερινά παραδείγματα δικαιωμάτων προαίρεσης, τα οποία εμπίπτουν στην κατηγορία των χρηματοπιστωτικών συμβολαίων:

1. Το κουπόνι υπεραγοράς που δίνεται μαζί με την αγορά μιας εφημερίδας καθορίζει μια σταθερή έκπτωση για κάποιο καθορισμένο προϊόν, που μπορεί να αγοραστεί μέχρι την ημερομηνία λήξης του κουπονιού.
2. Το δικαίωμα που έχει κάθε επιβάτης αεροπορικής εταιρείας να αλλάξει την ημερομηνία ή τον προορισμό σε ένα εισιτήριο που έχει ήδη αγοράσει, ασχέτως που ενδέχεται να χρεωθεί επιπλέον για αυτήν την αλλαγή [10].

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι, ενώ το παράγωγο αυτό δίνει το δικαίωμα στον αγοραστή για αγορά ή πώληση, ο αγοραστής δεν είναι υποχρεωμένος να εξασκήσει το δικαίωμα αυτό. Η ιδιότητα αυτή είναι ένα σημείο στο οποίο διαχωρίζονται τα προθεσμιακά συμβόλαια και συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης από τα δικαιώματα προαίρεσης. Επίσης, για αρχή, δεν κοστίζει το να συμμετέχεις σε ένα από τα δύο πρώτα συμβόλαια, σε αντίθεση με την απόκτηση δικαιωμάτων προαίρεσης, που έχει κάποιο κόστος [9].

#### **4.5.7.1 Δικαίωμα Αγοράς (Call Option)**

Όπως έχει ήδη ειπωθεί, δικαίωμα αγοράς ονομάζεται το δικαίωμα που δίνεται σε έναν αγοραστή παραγώγου, συγκεκριμένα τύπου δικαιώματος προαίρεσης, να αγοράσει ένα υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο, μέχρι ή σε μια συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης και σε σταθερή τιμή εξάσκησης.

Ας υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής αγοράζει ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς με σταθερή τιμή εξάσκησης €60, με σκοπό να αγοράσει 100 μετοχές σε μια μεγάλη πολυεθνική. Η τρέχουσα τιμή μετοχής είναι €58, η ημερομηνία λήξης είναι σε 4 μήνες και η τιμή δικαιώματος αγοράς μιας μετοχής είναι €5. Το αρχικό κεφάλαιο επένδυσης είναι €500. Αφού πρόκειται για Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς, ο επενδυτής μπορεί να εξασκήσει το δικαίωμά του μόνο τη μέρα λήξης.

Εάν εκείνη τη μέρα η τιμή της μετοχής στην ελεύθερη αγορά είναι λιγότερη από €60, τότε ο επενδυτής θα επιλέξει να μην εξασκήσει το δικαίωμά του. Ο λόγος είναι διότι δεν τον συμφέρει να αγοράσει μια μετοχή στην τιμή των €60 που προβλέπει η τιμή εξάσκησης του συμβολαίου, ενώ στην ελεύθερη αγορά η μετοχή πωλείται λιγότερα από €60. Σε αυτήν την περίπτωση ο επενδυτής χάνει όλο το ποσό του επενδύμενου κεφαλαίου, δηλαδή €500.

Όμως, αν εκείνη τη μέρα η τιμή της μετοχής στην ελεύθερη αγορά είναι ψηλότερη από €60, τότε ο επενδυτής θα επιλέξει να εξασκήσει το δικαίωμα αγοράς του. Έστω ότι η τιμή της μετοχής στην ελεύθερη αγορά είναι €75. Ο επενδυτής, εξασκώντας το δικαίωμα αγοράς του,

έχει τη δυνατότητα να αγοράσει τις 100 μετοχές που ήθελε στην τιμή των €60 η μία. Επομένως, αν ο επενδυτής αγοράσει τις μετοχές άμεσα, τότε έχει κέρδος €15 από την κάθε μετοχή, κι άρα συνολικό κέρδος €1,500 (100 μετοχές × €15 κέρδος), παραβλέποντας το κόστος συναλλαγής. Αφαιρώντας το αρχικό επενδυόμενο ποσό από το κέρδος, τότε υπολογίζεται πως ο επενδυτής έχει καθαρό κέρδος ίσο με €1,000 (€1,500 – €500) [9].

#### **4.5.7.2 Δικαίωμα Πώλησης (Put Option)**

Όπως έχει αναφερθεί και πιο πάνω, δικαίωμα πώλησης ονομάζεται το δικαίωμα που δίνεται σε έναν αγοραστή παραγώγου, συγκεκριμένα τύπου δικαιώματος προαίρεσης, να πουλήσει ένα υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο, μέχρι ή σε μια συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης και σε σταθερή τιμή εξάσκησης. Σε αντίθεση με τον αγοραστή που έχει το δικαίωμα αγοράς και εύχεται η τιμή της μετοχής να αυξηθεί στην ελεύθερη αγορά, ο αγοραστής με δικαίωμα πώλησης θέλει να δει την τιμή της μετοχής να μειώνεται.

Υποθέτουμε ότι ένας επενδυτής έχει αγοράσει ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης με σκοπό να πουλήσει 100 μετοχές μιας μεγάλης εταιρείας, σε τιμή εξάσκησης €90. Η τρέχουσα τιμή της μετοχής στην ελεύθερη αγορά είναι €85, η ημερομηνία λήξης του συμβολαίου είναι σε 3 μήνες και η τιμή δικαιώματος πώλησης μιας μετοχής είναι €7. Το αρχικό κεφάλαιο επένδυσης είναι €700.

Λόγω του Ευρωπαϊκού τύπου, το δικαίωμα πώλησης θα εξασκηθεί μόνο εάν η τιμή πώλησης της μετοχής στην ελεύθερη αγορά είναι κάτω από €90, στην ημερομηνία λήξης. Έστω ότι η τρέχουσα τιμή στην ελεύθερη αγορά είναι €75 εκείνη τη μέρα. Τότε ο επενδυτής μπορεί να αγοράσει 100 μετοχές στην τιμή των €75 από την ελεύθερη αγορά και, υπό τους όρους του δικαιώματος πώλησης, να πουλήσει αυτές τις μετοχές στην τιμή εξάσκησης των €90. Επομένως, κερδίζει €15 από την πώληση της κάθε μετοχής κι έτσι συνολικά έχει κέρδος €1500. Δεδομένου ότι το αρχικό επενδυόμενο κεφάλαιο ήταν €700, καταλήγουμε στο ότι ο επενδυτής έχει καθαρό κέρδος ίσο με €800. Όμως, κανείς δεν εγγυάται στον επενδυτή ότι θα έχει πάντα κέρδος, καθώς ενδέχεται στην ημερομηνία λήξης της σύμβασης η τιμή της μετοχής να υπερβαίνει την τιμή εξάσκησης, δηλαδή τα €90, κι έτσι ο επενδυτής να μείνει αδρανής. Αυτόματα, όμως, χάνεται το ποσό των €700 που είχε επενδύσει ως αρχικό κεφάλαιο [9].

#### **4.5.7.3 Θέσεις Δικαιωμάτων (Option Positions)**

Σε κάθε σύμβαση δικαιώματος προαίρεσης υπάρχουν δύο πλευρές. Η μία είναι αυτή στην οποία ο επενδυτής έχει αγοράσει το δικαίωμα κι έτσι έχει λάβει θέση αγοράς (*long position*). Η άλλη θέση είναι αυτή που έχει λάβει ο επενδυτής ο οποίος έχει πουλήσει το δικαίωμα, κι ονομάζεται θέση πώλησης ή έκδοσης (*short ή writer position*), μιας και ο πωλητής του δικαιώματος ονομάζεται επίσης και εκδότης (*writer*).

Επομένως, ο εκδότης λαμβάνει προκαταβολικά από τον αγοραστή το ανάλογο ποσό πώλησης. Έχει, όμως, ευθύνες, οι οποίες πιθανόν να προκύψουν στη συνέχεια σε περίπτωση κέρδους του αγοραστή και συνεπώς ζημιάς του εκδότη. Το κέρδος ή η ζημιά που θα προκύψει στον εκδότη είναι αντίστοιχη αλλά και αντίστροφη από αυτό που θα προκύψει στον αγοραστή. Δηλαδή, αν ο αγοραστής έχει κέρδος ίσο με  $x$ , τότε ο εκδότης έχει ζημιά ίση με το κέρδος του αγοραστή, άρα  $x$ , και αντίστροφα.

Γενικότερα, υπάρχουν 4 θέσεις δικαιωμάτων και είναι οι παρακάτω:

1. Θέση αγοράς για ένα δικαίωμα αγοράς
2. Θέση αγοράς για ένα δικαίωμα πώλησης
3. Θέση πώλησης για ένα δικαίωμα αγοράς
4. Θέση πώλησης για ένα δικαίωμα πώλησης

[9]

#### **4.5.8 Τα Ελληνικά Γράμματα (*The Greek Letters*)**

Όπως έχει αναλυθεί παραπάνω, ένα συμβόλαιο παραγώγων δικαιωμάτων προαίρεσης συνάπτεται μεταξύ δύο πλευρών, αγοραστή και πωλητή. Έστω ότι πωλητής είναι ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα το οποίο πουλάει σε έναν πελάτη του ένα δικαίωμα προαίρεσης. Το ίδρυμα καλείται να αντιμετωπίσει τον κίνδυνο του δικαιώματος. Αν το δικαίωμα τυγχάνει να είναι ίδιο με κάποιο που συναλλάσσεται σε ένα χρηματιστήριο, τότε το ίδρυμα μπορεί να αγοράσει το δικαίωμα που πούλησε κι έτσι να εξουδετερώσει την έκθεσή του στον κίνδυνο. Όμως, όταν το δικαίωμα έχει πλέον προσαρμοστεί στις ανάγκες του πελάτη, δηλαδή του αγοραστή, και δεν αντιστοιχεί στα τυπικά προϊόντα που συναλλάσσονται στο χρηματιστήριο, η αντιστάθμιση του κινδύνου είναι πολύ πιο δύσκολη.

Μία προσέγγιση του παραπάνω προβλήματος είναι η χρήση των λεγόμενων ελληνικών γραμμάτων. Τα ελληνικά γράμματα, ή αλλιώς "*The Greeks*", είναι στην ουσία μέτρα κινδύνου, καθένα από τα οποία μετρούν μια διαφορετική διάσταση του κινδύνου. Συγχρόνως, δείχνουν πόσο ευαίσθητο είναι κάποιο δικαίωμα στην αστάθεια της αγοράς και τις μεταβολές στην τιμή του υποκειμένου του [15]. Ο στόχος κάθε εταιρείας είναι να διαχειριστεί τον κίνδυνο, μέσω των ελληνικών γραμμάτων, ώστε να είναι αποδεκτός [9].

Τα πέντε βασικά "ελληνικά" μέτρα κινδύνου, τα οποία θα αναλυθούν στη συνέχεια, είναι γνωστά ως:

1. Delta ( $\Delta$ )
2. Gamma ( $\Gamma$ )
3. Theta ( $\theta$ )
4. Vega ( $V$ )
5. Rho ( $P$ )

[9]



#### 4.5.8.1 Delta ( $\Delta$ )

Το μέτρο  $\Delta$  αποτελεί μια πολύ σημαντική παράμετρο για την αντιστάθμιση των δικαιωμάτων προαίρεσης. Ισούται με τον λόγο της μεταβολής που παρουσιάζει η τιμή του δικαιώματος ως προς τη μεταβολή στην τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Με άλλα λόγια, είναι η κλίση που παρουσιάζει η καμπύλη που συσχετίζει την τιμή του δικαιώματος με την τιμή του υποκείμενου. Πρόκειται για ένα ποσοστό που όσο πιο χαμηλό είναι, τόσο πιο ακίνδυνο είναι το δικαίωμα. Το  $\Delta$  ενός δικαιώματος αγοράς είναι θετικό, ενώ είναι αρνητικό για ένα δικαίωμα πώλησης.

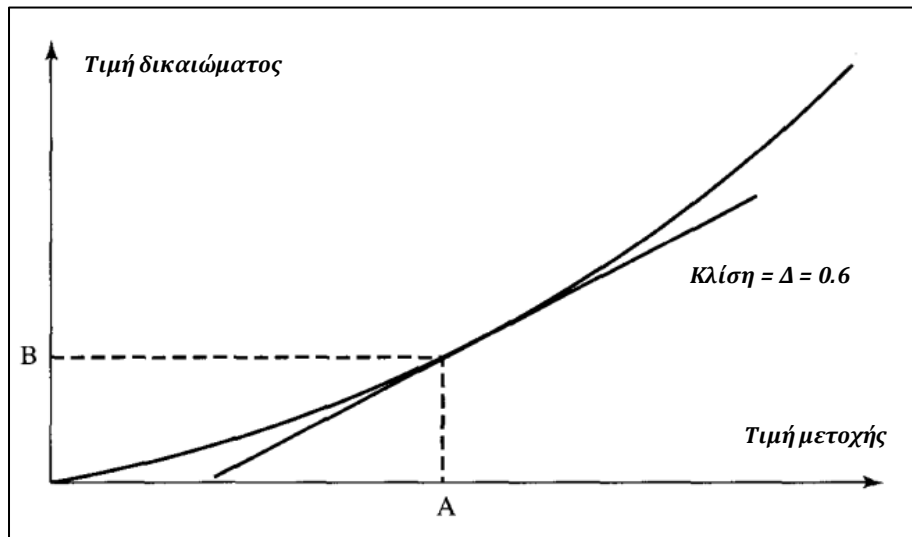
Έστω ότι το δικαίωμα προαίρεσης είναι δικαίωμα αγοράς και το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο είναι κάποια μετοχή. Αν υποθέσουμε ότι το  $\Delta$  ενός δικαιώματος αγοράς για μια μετοχή είναι ίσο με 0.6, αυτό σημαίνει ότι όταν η τιμή της μετοχής μεταβάλλεται για λίγο, η τιμή του δικαιώματος αγοράς μεταβάλλεται κατά 60% της αρχικής.

Γενικότερα, το μέτρο  $\Delta$  δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$$

όπου  $\partial c$  είναι η μεταβολή της τιμής του δικαιώματος αγοράς (*Call option*) και  $\partial S$  είναι η μεταβολή της τιμής της μετοχής (*Stock price*).

Ακολουθως, αναπαρίσταται γραφικά η σχέση ανάμεσα στην τιμή του δικαιώματος αγοράς ( $y$  άξονας) και της τιμής της υποκείμενης μετοχής ( $x$  άξονας). Το σημείο της καμπύλης που αντιστοιχεί στην  $A$  τιμή της μετοχής, αντιστοιχως αντιστοιχεί στη  $B$  τιμή του δικαιώματος και το  $\Delta$  ισούται με την κλίση της εφαπτόμενης ευθείας στο σημείο αυτό.



Εικόνα 13: Γραφική Αναπαράσταση μέτρου  $\Delta$

Με βάση το παραπάνω γράφημα, υποθέτουμε ότι η τιμή μετοχής είναι €100 και η τιμή δικαιώματος είναι €10. Έστω ότι ένας επενδυτής έχει συνάψει, ως πωλητής, 20 συμβόλαια δικαιώματος αγοράς, τα οποία επιτρέπουν την αγορά 2,000 μετοχών. Η θέση του επενδυτή θα μπορούσε να αντισταθμιστεί αγοράζοντας 1,200 μετοχές, οι οποίες υπολογίζονται ως εξής  $0.6 \times 2,000 = 1,200$ , όπου με 0.6 ισούται το μέτρο αντιστάθμισης  $\Delta$ . Έτσι, το κέρδος ή η ζημιά της θέσης δικαιώματος θα αντισταθμιζόταν από τη ζημιά ή το κέρδος, αντίστοιχα, της αντίθετης θέσης.

Για παράδειγμα, αν η τιμή της μετοχής αυξανόταν κατά €1, που σημαίνει ότι ο επενδυτής - αγοραστής θα είχε κέρδος ίσο με €1,200 από τις 1,200 μετοχές που αγόρασε, ενώ ο εκδότης ζημιά ίση με €1,200, τότε η τιμή του δικαιώματος θα έτεινε να αυξηθεί κατά  $0.6 \times €1 = €0.60$ .

Αντιθέτως, αν η τιμή της μετοχής μειωνόταν κατά €1, που σημαίνει ότι ο αγοραστής θα είχε ζημιά ίση με €1,200 από τις 1,200 μετοχές που αγόρασε, ενώ ο εκδότης κέρδος ίσο με €1,200, τότε η τιμή του δικαιώματος θα έτεινε να μειωθεί κατά  $0.6 \times €1 = €0.60$ . Στην περίπτωση αυτή, το  $\Delta$  της θέσης δικαιώματος του επενδυτή θα είναι αρνητικό και ίσο με  $0.6 \times (-2,000) = -1,200$ .

Με άλλα λόγια, ο επενδυτής που έχει λάβει τη θέση πώλησης παθαίνει ζημιά ίση με  $1,200\partial S$  (αφού  $\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$  και  $\Delta = 1,200$  έχουμε ότι  $\partial c = 1,200\partial S$ ) καθώς η τιμή της μετοχής αυξάνεται κατά  $\partial S$ .

Έστω, τώρα, ότι το  $\Delta$  μιας μετοχής είναι ίσο με 1.0 και η θέση αγοράς 1,200 μετοχών έχει  $\Delta$  ίσο με +1,200. Επομένως, το συνολικό  $\Delta$  και των δύο θέσεων, αγοράς και πώλησης, είναι μηδενικό. Αυτό συμβαίνει διότι το  $\Delta$  της θέσης της μετοχής εξισορροπείται με το  $\Delta$  της θέσης δικαιώματος. Έτσι, η θέση με μηδενικό  $\Delta$  χαρακτηρίζεται ως  $\Delta$  - ουδέτερη (*delta neutral*) [9].

Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι λόγω της συνεχούς μεταβολής του  $\Delta$ , η θέση του επενδυτή παραμένει  $\Delta$  - αντισταθμισμένη ή  $\Delta$  - ουδέτερη μόνο για ένα σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα [9].

#### 4.5.8.1.1 $\Delta$ για Ευρωπαϊκά δικαιώματα προαίρεσης

Όσον αφορά τα Ευρωπαϊκά δικαιώματα αγοράς ενός περιουσιακού στοιχείου που έχει απόδοση  $q$  (*yield*), το  $\Delta$  δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta = e^{-qT}N(d_1)$$

ενώ για Ευρωπαϊκά δικαιώματα πώλησης το  $\Delta$  δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta = e^{-qT}[N(d_1) - 1]$$

όπου  $d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$  και  $N(d_1)$  είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για μια τυποποιημένη κανονική κατανομή

Αναλυτικότερα, για την ποσότητα  $d_1$ :  $S_0$  είναι η αρχική τιμή του περιουσιακού στοιχείου,  $\sigma$  είναι η μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου,  $T$  είναι μια μελλοντική χρονική στιγμή,  $r$  είναι ένα εγχώριο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και  $K$  είναι η τιμή παράδοσης.

Σημειώνεται ότι όταν το περιουσιακό στοιχείο είναι νόμισμα, τότε η απόδοση  $q$  ισούται με το τρέχων ξένο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r_f$ , ενώ όταν το περιουσιακό στοιχείο είναι σύμβασης μελλοντικής εκπλήρωσης, η απόδοση ισούται με το τρέχων εγχώριο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r$  [9].

### **Παράδειγμα:**

Μία τράπεζα στην Αμερική έχει πουλήσει εξαμηνιαία δικαιώματα πώλησης για £1 εκατομμύριο, με τιμή εξάσκησης 1.6000, και επιθυμεί να κάνει το χαρτοφυλάκιο της  $\Delta$  - ουδέτερο. Με δεδομένες τις ακόλουθες τιμές:

$$S_0 = 1.6200, K = 1.600, r = 0.10, r_f = q = 0.13, \sigma = 0.15, T = 0.5$$

όπου γνωρίζοντας ότι πρόκειται για νόμισμα - στερλίνα, το  $q$  ισούται με  $r_f$

και υπολογίζοντας ότι

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - r_f + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = 0.0287 \quad \text{και} \quad N(d_1) = 0.5115$$

καταλήγουμε ότι το  $\Delta$  του δικαιώματος πώλησης νομίσματος - στερλίνας ισούται με

$$\Delta = e^{-r_f T} [N(d_1) - 1] = -0.458$$

Αυτό σημαίνει ότι όταν η ισοτιμία του συναλλάγματος αυξηθεί κατά  $\partial S$ , τότε η τιμή πώλησης θα μειωθεί κατά το 45.8% του  $\partial S$ .

Το  $\Delta$  της τράπεζας για τη θέση πώλησης είναι +458,000. Για να γίνει αυτή η θέση  $\Delta$  - ουδέτερη πρέπει προστεθεί στη θέση δικαιωμάτων μία θέση πώλησης στερλίνας αξίας £458,000. Η θέση αυτή έχει  $\Delta$  ίσο με -458,000 και προφανώς εξισορροπεί το  $\Delta$  της θέσης δικαιώματος, κάνοντάς την  $\Delta$  - ουδέτερη.

Η έννοια του μέτρου  $\Delta$  μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλα χρηματοπιστωτικά εργαλεία και παράγωγα, πέραν των δικαιωμάτων προαίρεσης. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο το  $\Delta$  συμβάλει στα προθεσμιακά συμβόλαια και τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης.

[9]

#### 4.5.8.1.2 Δ για Προθεσμιακά Συμβόλαια

Ας θεωρήσουμε ένα προθεσμιακό συμβόλαιο για μια μετοχή. Όταν η τιμή της μετοχής μεταβάλλεται κατά  $\partial S$ , ενώ όλες οι υπόλοιπες τιμές παραμένουν σταθερές, τότε και η αξία του προθεσμιακού συμβολαίου μεταβάλλεται κατά  $\partial S$ . Επομένως, το  $\Delta$  ενός προθεσμιακού συμβολαίου για ένα μερίδιο της μετοχής είναι πάντα 1.0. Αυτό σημαίνει ότι ένα προθεσμιακό συμβόλαιο πώλησης ενός μεριδίου μπορεί να αντισταθμιστεί αγοράζοντας ένα μερίδιο. Αντιστρόφως, και με απλά λόγια, ένα προθεσμιακό συμβόλαιο αγοράς μπορεί να αντισταθμιστεί πουλώντας ένα μερίδιο.

Για μια μετοχή που παρέχει μερισματική απόδοση ύψους  $q$ , το  $\Delta$  του προθεσμιακού συμβολαίου ισούται με  $e^{-qT}$  [9].

#### 4.5.8.1.3 Δ για Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης

Η τιμή ενός συμβολαίου μελλοντικής εκπλήρωσης για μια μετοχή χωρίς μερισματική απόδοση είναι ίση με  $S_0 e^{rT}$ , όπου  $T$  είναι το χρονικό διάστημα μέχρι τη λήξη του συμβολαίου. Αυτό σημαίνει ότι όταν η τιμή της μετοχής μεταβληθεί κατά  $\partial S$ , με όλα τα υπόλοιπα να παραμένουν σταθερά, η τιμή του συμβολαίου θα μεταβληθεί κατά  $\partial S e^{rT}$ , αντίστοιχα. Επομένως, το  $\Delta$  τέτοιων συμβολαίων είναι ίσο με  $e^{rT}$ . Λόγω του ημερήσιου διακανονισμού που γίνεται στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, ο αγοραστής σχεδόν αμέσως κερδίζει το ποσό της αξίας του συμβολαίου [9]. Ο ημερήσιος διακανονισμός (*mark-to-market*) είναι μια διαδικασία που γίνεται σε καθημερινή βάση και πληρώνει τις ζημιές και εισπράττει τα κέρδη που προέκυψαν την ακριβώς προηγούμενη μέρα. Η διαδικασία αυτή επιτρέπει στους επενδυτές να λάβουν τυχόν κέρδη που προκύπτουν, ενώ αποτρέπει τη συσσώρευση των ζημιών [16]. Ενδιαφέρον έχει το γεγονός ότι ο ημερήσιος διακανονισμός επιδρά με τρόπο τέτοιο ώστε να κάνει τα  $\Delta$  των προθεσμιακών συμβολαίων και των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης να διαφέρουν ελάχιστα. Αυτό συμβαίνει ακόμη κι όταν το επιτόκιο είναι σταθερό και οι τιμές των δύο συμβολαίων είναι ίση.

Όσον αφορά συμβόλαια για μετοχές με μερισματική απόδοση ίση με  $q$ , το  $\Delta$  τους υπολογίζεται ως  $e^{(r-q)T}$ .

Κάποιες φορές τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης χρησιμοποιούνται για την μετατροπή μιας θέσης σε  $\Delta$  – ουδέτερη. Ορίζουμε τα παρακάτω μεγέθη ως εξής:

$T$  : το χρονικό διάστημα μέχρι τη λήξη του συμβολαίου

$H_A$  : απαιτούμενη θέση στο περιουσιακό στοιχείο για  $\Delta$  αντιστάθμιση

$H_F$  : εναλλακτική απαιτούμενη θέση στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης για  $\Delta$  αντιστάθμιση

Αν το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο είναι μια μετοχή χωρίς μερισματική απόδοση, τότε τα πιο πάνω μεγέθη συνδέονται με την ακόλουθη σχέση:

$$H_F = e^{-rT} H_A$$

Αν πρόκειται για μετοχή με μερισματική απόδοση ίση με  $q$ , τότε τα μεγέθη συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$H_F = e^{-(r-q)T} H_A$$

Όπως και πριν, έτσι και τώρα, για περιπτώσεις όπου το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο αφορά κάποιο νόμισμα, ισχύει ότι το  $q$  είναι ίσο με το τρέχων ξένο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r_f$ , ενώ όταν το περιουσιακό στοιχείο κάποιος μετοχικός δείκτης, η απόδοση  $q$  ισούται με τη μερισματική απόδοση του δείκτη. Έτσι, τα μεγέθη συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$H_F = e^{-(r-r_f)T} H_A$$

[9]

### **Παράδειγμα:**

Συνεχίζοντας από το προηγούμενο παράδειγμα, όπου για την  $\Delta$  - αντιστάθμιση έπρεπε προστεθεί στη θέση δικαιωμάτων μία θέση πώλησης στερλίνας αξίας £458,000, συμπεραίνουμε ότι το μέγεθος  $H_A$ , που είναι μια απαιτούμενη θέση για  $\Delta$  - αντιστάθμιση, ισούται με 458,000. Χρησιμοποιώντας την τελευταία σχέση, η αντιστάθμιση ενός 9-μηνιαίου συμβολαίου μελλοντικής εκπλήρωσης, για το νόμισμα της στερλίνας, απαιτεί μία μελλοντικής εκπλήρωσης θέση πώλησης που υπολογίζεται ως εξής:

$$H_F = e^{-(0.10-0.13) \cdot 9/12} \times 458,000 = £468,442$$

Επομένως, δεδομένου ότι κάθε συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης προβλέπει την πώληση ή αγορά £62,500, πρέπει να εκδοθούν 7 συμβόλαια.

#### **4.5.8.1.3 $\Delta$ για ένα Χαρτοφυλάκιο**

Το  $\Delta$  ενός χαρτοφυλακίου δικαιωμάτων προαίρεσης, ή άλλων παραγώγων, για ένα περιουσιακό στοιχείο του οποίου η τιμή είναι  $S$ , υπολογίζεται ως

$$\Delta = \frac{\partial \Pi}{\partial S}$$

όπου  $\Pi$  είναι η αξία του χαρτοφυλακίου.

Εναλλακτικά, το  $\Delta$  ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί κι από τα  $\Delta$  των μεμονωμένων δικαιωμάτων που ανήκουν στο χαρτοφυλάκιο. Έστω ότι ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από μια ποσότητα  $w_i$  από  $i$  δικαιώματα ( $1 \leq i \leq n$ ). Τότε, το  $\Delta$  του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από το ακόλουθο άθροισμα:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i$$

όπου  $\Delta_i$  είναι το  $\Delta$  του  $i$ -οστού δικαιώματος.

Ο συγκεκριμένος τύπος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της θέσης για ένα υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ή για ένα συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης ενός υποκειμένου που απαιτείται να γίνει η  $\Delta$  αντιστάθμιση. Με τη λήψη αυτής της θέσης, το  $\Delta$  του χαρτοφυλακίου μηδενίζεται κι έτσι το χαρτοφυλάκιο γίνεται  $\Delta$  – ουδέτερο [9].

#### 4.5.8.2 Theta ( $\theta$ )

Το  $\theta$  ενός χαρτοφυλακίου δικαιωμάτων προαίρεσης είναι το ποσοστό της μεταβολής της αξίας του χαρτοφυλακίου ως προς πέρασμα του χρόνου, ενώ όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Ουσιαστικά, το  $\theta$  είναι ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της αξίας του χαρτοφυλακίου στην πάροδο του χρόνου και υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$\theta = \frac{\partial \Pi}{\partial t}$$

Συνήθως, το  $\theta$  αναφέρεται και ως η φθορά στον χρόνο (*time decay*) της αξίας του χαρτοφυλακίου.

Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς κάποιας μετοχής χωρίς μερισματική απόδοση, το  $\theta$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} - rK e^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad \text{και} \quad N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

ενώ για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου με μερισματική απόδοση  $q$ , το  $\theta$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - rK e^{-rT} N(d_2) + qS_0 N(d_1) e^{-qT}$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad \text{και} \quad N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης κάποιας μετοχής, το  $\theta$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} + rK e^{-rT} N(-d_2)$$

ενώ για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου με μερισματική απόδοση  $q$ , το  $\theta$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + rK e^{-rT} N(-d_2) - qS_0 N(-d_1) e^{-qT}$$

[9]

Όπως και πριν, έτσι και τώρα, για περιπτώσεις όπου το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο αφορά κάποιο νόμισμα, ισχύει ότι το  $q$  είναι ίσο με το τρέχων ξένο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r_f$ , ενώ όταν το περιουσιακό στοιχείο κάποιος μετοχικός δείκτης, η απόδοση  $q$  ισούται με τη μερισματική απόδοση του δείκτη. Στις περιπτώσεις συμβολαίου μελλοντικών εκπληρώσεων ισχύει ότι  $q = r$ .

Στους πιο πάνω τύπους, το  $\theta$  υπολογίζεται με τον χρόνο να μετριέται σε έτη. Συνήθως, όμως, όταν το  $\theta$  δίνεται ως δεδομένη ποσότητα, ο χρόνος είναι μετρημένος σε μέρες, έτσι ώστε το  $\theta$  να αποτελεί την αλλαγή του χαρτοφυλακίου που προκύπτει με το πέρασμα μιας ημέρας. Υπάρχουν δύο είδη μέτρησης του  $\theta$ , είτε για κάθε ημερολογιακή ημέρα, είτε για κάθε ημέρα συναλλαγής. Για να βρεθεί το  $\theta$  για κάθε ημερολογιακή ημέρα, τότε ο πιο πάνω τύπος που αντιστοιχεί πρέπει να διαιρείται με το 365. Εναλλακτικά, για τον υπολογισμό του  $\theta$  για κάθε ημέρα συναλλαγής, πρέπει να διαιρεθεί με το 252, αφού κάθε έτος περιέχει περίπου 252 ημέρες συναλλαγής, δηλαδή εργάσιμες [9].

### **Παράδειγμα:**

Ας υποθέσουμε ένα 4-μηνιαίο δικαίωμα πώλησης ενός μετοχικού δείκτη. Η τρέχουσα αξία του δείκτη είναι 305, η τιμή εξάσκησης 300 και δίνονται τα ακόλουθα μεγέθη:

$$S_0 = 305, K = 300, r = 0.08, q = 0.03, \sigma = 0.25, T = 4/12$$

Επομένως, το  $\theta$  υπολογίζεται μέσω του τύπου

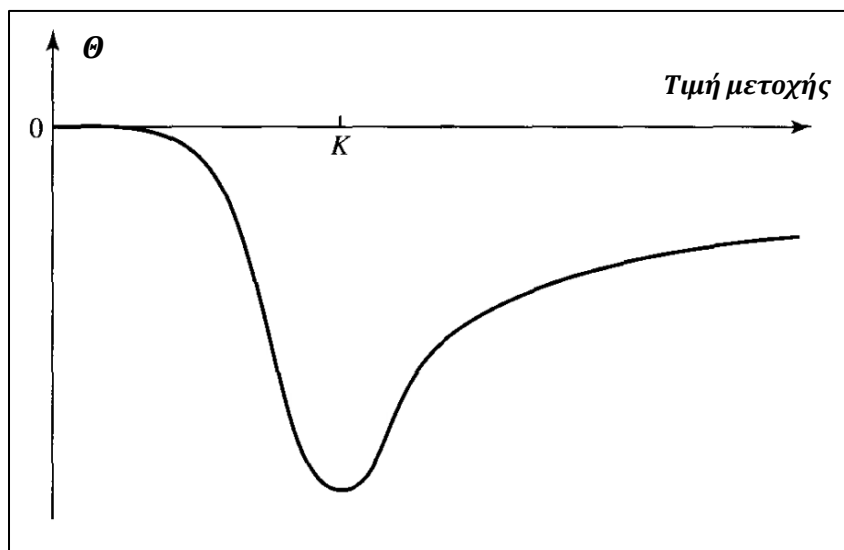
$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + rK e^{-rT} N(-d_2) - qS_0 N(-d_1) e^{-qT}$$

και ισούται με  $\theta = -18.15$ .

Επομένως, το  $\theta$  για κάθε ημερολογιακή ημέρα ισούται με  $-\frac{18.15}{365} = -0.04997$ , ενώ για κάθε ημέρα συναλλαγής ισούται με  $-\frac{18.15}{252} = -0.0720$ .

Όπως φαίνεται και από το παραπάνω παράδειγμα, αλλά και γενικότερα, το  $\theta$  για οποιοδήποτε δικαίωμα είναι αρνητικό. Αυτό συμβαίνει διότι όσο ο χρόνος πλησιάζει προς την ημερομηνία λήξης του συμβολαίου, κι άρα μειώνεται, τόσο το δικαίωμα τείνει να χάνει την αξία του, ενώ όλα τα υπόλοιπα παραμένουν σταθερά [9].

Στο γράφημα που ακολουθεί αναπαρίσταται η συμπεριφορά του  $\theta$  σε σχέση με την τιμή κάποιας μετοχής, στην περίπτωση συμβολαίου δικαιώματος αγοράς της μετοχής.



Εικόνα 14: Γραφική παράσταση  $\theta$  σε σχέση με την τιμή μετοχής

Παρατηρείται ότι όσο η τιμή της μετοχής είναι πολύ χαμηλή, τότε το  $\theta$  είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Ακολουθώντας, όσο η τιμή εξάσκησης της μετοχής είναι ίση ή αρκετά κοντά με την τρέχουσα τιμή της στην αγορά (*at-the-money*), το  $\theta$  είναι πολύ μεγάλο και αρνητικό. Ενώ, όσο πιο πολύ αυξάνεται η τιμή της μετοχής, το  $\theta$  τείνει στην ποσότητα  $-rKe^{-rT}$ .

Εν γένει, το  $\theta$  δεν αποτελεί ίδιου τύπου παράμετρο αντιστάθμισης, όπως το  $\Delta$ . Παρ' όλο που δεν υπάρχει αβεβαιότητα για την πάροδο του χρόνου, υπάρχει αβεβαιότητα για τις τιμές των μετοχών στο μέλλον. Οπότε, με αυτό το σκεπτικό, βγάζει νόημα η αντιστάθμιση της μεταβολής της τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, δε βγάζει όμως κανένα νόημα να αντισταθμίζεται η επίδραση που έχει η πάροδος του χρόνου σε ένα χαρτοφυλάκιο δικαιωμάτων προαίρεσης. Παρά το γεγονός αυτό, το  $\theta$  θεωρείται από πολλούς ένα χρήσιμο στατιστικό στοιχείο που περιγράφει ένα χαρτοφυλάκιο. Αυτό συμβαίνει διότι σε ένα  $\Delta$  - ουδέτερο χαρτοφυλάκιο το  $\theta$  αντιπροσωπεύει το *Gamma* -  $\Gamma$ , που αναλύεται αμέσως μετά [9].



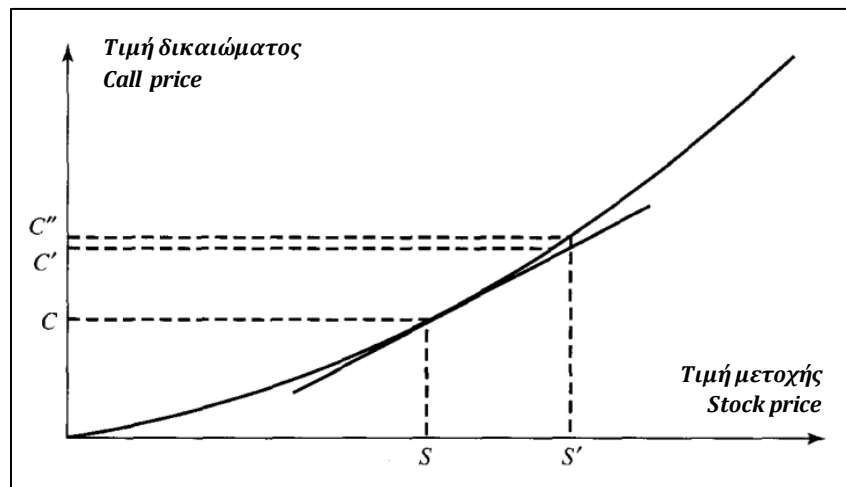
### 4.5.8.3 Gamma ( $\Gamma$ )

Με τον όρο  $\Gamma$  ενός χαρτοφυλακίου δικαιωμάτων προαίρεσης, για κάποιο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο, αναφερόμαστε στον ρυθμό μεταβολής του  $\Delta$  του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Επομένως, το  $\Gamma$ , ως η δεύτερη μερική παράγωγος της αξίας του χαρτοφυλακίου ως προς την τιμή του υποκειμένου, υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Gamma = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2}$$

όπου  $\Pi$  είναι η αξία του χαρτοφυλακίου και  $S$  η τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου.

Εάν το  $\Gamma$  είναι μικρό, τότε το  $\Delta$  μεταβάλλεται αργά κι έτσι δε χρειάζεται να γίνονται σχετικά συχνά οι προσαρμογές, ώστε να παραμείνει το χαρτοφυλάκιο  $\Delta$  - ουδέτερο. Όμως, εάν το  $\Gamma$  είναι μεγάλο, σε απόλυτη τιμή, τότε σημαίνει πως το  $\Delta$  είναι αρκετά ευαίσθητο στις μεταβολές της τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Έτσι, είναι αρκετά επικίνδυνο για ένα  $\Delta$  - ουδέτερο χαρτοφυλάκιο να μείνει αμετάβλητο για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα, είτε σύντομο είτε μεγάλο, κι αυτό αναπαρίσταται γραφικά από το παρακάτω γράφημα της σχέσης της τιμής του υποκειμένου, έστω μετοχής, με την τιμή του δικαιώματος, έστω αγοράς.



Εικόνα 15: Καμπύλη σχέσης τιμής μετοχής με τιμή δικαιώματος αγοράς

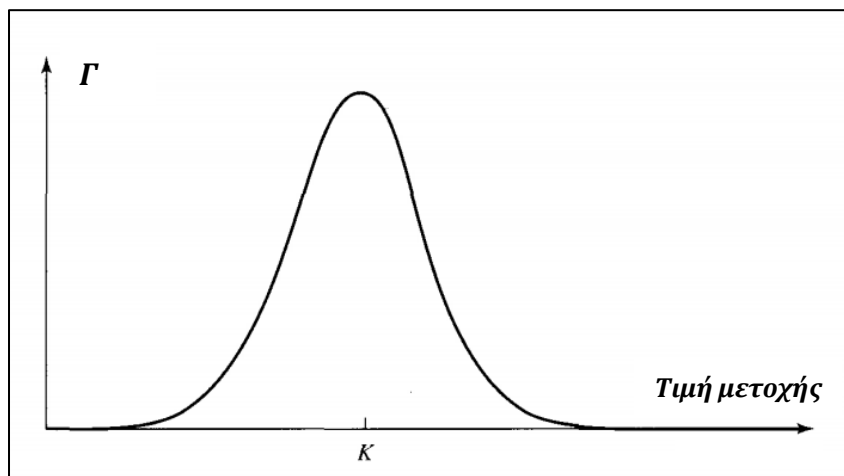
Παρατηρείται ότι, όταν η τιμή μετοχής μεταβάλλεται από  $S$  σε  $S'$ , η  $\Delta$  αντιστάθμιση υποθέτει ότι η τιμή του δικαιώματος αγοράς μεταβάλλεται από  $C$  σε  $C'$ , αφού αναπαρίσταται από την εφαπτόμενη ευθεία που περνά από το σημείο  $S$ . Στην πραγματικότητα, όμως, η τιμή του δικαιώματος μεταβάλλεται από την τιμή  $C$  στην  $C''$ , ακολουθώντας την πορεία της καμπύλης που σχηματίζει η σχέση τιμής μετοχής και δικαιώματος. Η διαφορά μεταξύ  $C'$  και  $C''$  δημιουργεί το λεγόμενο σφάλμα αντιστάθμισης, το οποίο εξαρτάται από την κυρτότητα/καμπυλότητα της καμπύλης. Στην πράξη, το  $\Gamma$  ενός δικαιώματος, ως δεύτερη παράγωγος, μετράει την κυρτότητα της καμπύλης και γι' αυτό αποκαλείται και κυρτότητα δικαιώματος [9].

Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς ή πώλησης κάποιας μετοχής χωρίς μερισματική απόδοση, το  $\Gamma$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}}$$

όπου  $d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$  και  $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

Η σχέση του  $\Gamma$  με την τρέχουσα αξία  $S_0$  της μετοχής αναπαρίσταται στο ακόλουθο γράφημα:



Εικόνα 16: Καμπύλη  $\Gamma$  σε σχέση με την τιμή μετοχής

Παρατηρείται ότι το  $\Gamma$  είναι πάντα θετικό και όσο η τιμή μετοχής είναι χαμηλή, το  $\Gamma$  είναι κοντά στο μηδέν και αυξάνεται όσο η τιμή της μετοχής μεγαλώνει. Το  $\Gamma$  παρουσιάζει μέγιστη τιμή όταν η τρέχουσα τιμή μετοχής ισούται με την τιμή εξάσκησης  $K$  (*at-the-money*) κι έπειτα μειώνεται ξανά όσο η τιμή μετοχής μεγαλώνει.

Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς ή πώλησης οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου με συνεχή μερισματική απόδοση  $q$ , το  $\Gamma$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0 \sigma \sqrt{T}}$$

όπου  $d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$

Όπως και πριν, έτσι και τώρα, για περιπτώσεις όπου το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο αφορά κάποιο νόμισμα, ισχύει ότι το  $q$  είναι ίσο με το τρέχων ξένο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r_f$ , ενώ όταν το περιουσιακό στοιχείο κάποιος μετοχικός δείκτης, η απόδοση  $q$  ισούται με τη μερισματική απόδοση του δείκτη. Στις περιπτώσεις συμβολαίου μελλοντικών εκπληρώσεων ισχύει ότι  $q = r$  [9].

### **Παράδειγμα:**

Υποθέτουμε ότι έχουμε το 4-μηνιαίο δικαίωμα πώλησης ενός μετοχικού δείκτη που χρησιμοποιήθηκε στο τελευταίο παράδειγμα. Η τρέχουσα αξία του δείκτη είναι 305, η τιμή εξάσκησης 300 και δίνονται τα ακόλουθα μεγέθη:

$$S_0 = 305, K = 300, r = 0.08, q = 0.03, \sigma = 0.25, T = 4/12$$

Το  $\Gamma$  του δικαιώματος πώλησης του μετοχικού δείκτη υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0\sigma\sqrt{T}}$$

και είναι ίσο με  $\Gamma = 0.00866$

Αυτό σημαίνει ότι για μοναδιαία αύξηση της τρέχουσας τιμής του δείκτη, από 305 σε 306, το  $\Delta$  του δικαιώματος αυξάνεται προσεγγιστικά κατά 0.00866.

### **Σχέση ανάμεσα σε $\Delta$ , $\Theta$ και $\Gamma$**

Η αξία ενός χαρτοφυλακίου,  $\Pi$ , που περιέχει παράγωγα στοιχεία ικανοποιεί την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + rS \frac{\partial \Pi}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2} = r\Pi$$

Ξέροντας ότι:

$$\Theta = \frac{\partial \Pi}{\partial t}, \quad \Delta = \frac{\partial \Pi}{\partial S} \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2}$$

συνεπάγεται πως η προηγούμενη σχέση παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi$$

Για ένα  $\Delta$  - ουδέτερο χαρτοφυλάκιο, όπου  $\Delta = 0$ , η σχέση παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\theta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi$$

μέσα από την οποία φαίνεται πως όταν η τιμή του  $\theta$  είναι μεγάλη και θετική, η τιμή του  $\Gamma$  τείνει να είναι και αυτή μεγάλη αλλά αρνητική, κι αντίστροφα. Αυτός είναι και ο λόγος που, όπως ειπώθηκε και προηγουμένως, το  $\theta$  μπορεί να θεωρηθεί ως αντιπρόσωπος του  $\Gamma$ , σε ένα  $\Delta$  – ουδέτερο χαρτοφυλάκιο [9].

#### 4.5.8.4 Vega ( $V$ )

Μέχρι στιγμής, για τον ορισμό των προηγούμενων μέτρων κινδύνου,  $\Delta$ ,  $\Gamma$  και  $\theta$ , είχαμε υποθέσει ότι η μεταβλητότητα,  $\sigma$ , του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ήταν σταθερή. Στην πράξη, όμως, η μεταβλητότητα αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι η αξία ενός παραγώγου ενδέχεται να αλλάξει είτε λόγω αλλαγών στη μεταβλητότητα και στην τιμή του περιουσιακού στοιχείου είτε λόγω χρονικής παρόδου.

Γι' αυτό, ορίζεται το  $V$  ενός χαρτοφυλακίου παραγώγων ως η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου ως προς τη μεταβλητότητα του περιουσιακού στοιχείου και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$V = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma}$$

Εάν η απόλυτη τιμή του  $V$  είναι μεγάλη, τότε η αξία του χαρτοφυλακίου είναι πολύ ευαίσθητη σε μικρές αλλαγές της μεταβλητότητας. Αντιθέτως, αν η απόλυτη τιμή του  $V$  είναι μικρή, οι αλλαγές της μεταβλητότητας έχουν σχετικά μικρή επίδραση στην αξία του χαρτοφυλακίου.

Μία θέση στο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο έχει μηδενικό  $V$ . Παρ' όλ' αυτά, το  $V$  του χαρτοφυλακίου μπορεί να αλλάξει προσθέτοντας μία θέση σε ένα διαπραγματεύσιμο δικαίωμα προαίρεσης. Έστω ότι  $V$  είναι το *vega* του χαρτοφυλακίου και  $V_T$  το *vega* ενός διαπραγματεύσιμου δικαιώματος. Τότε, μια θέση στο διαπραγματεύσιμο δικαίωμα, της μορφής  $-V/V_T$ , κάνει αμέσως το χαρτοφυλάκιο  $V$  – ουδέτερο. Εντούτοις, ένα  $\Gamma$  – ουδέτερο χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί εν γένει να είναι  $V$  – ουδέτερο, και αντίστροφα. Εάν ένας αναλυτής απαιτεί ένα  $\Gamma$  – ουδέτερο και ταυτόχρονα  $V$  – ουδέτερο χαρτοφυλάκιο, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν τουλάχιστον δύο διαπραγματεύσιμα παράγωγα που εξαρτώνται από το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο [9].

### Παράδειγμα:

Ας υποθέσουμε ένα  $\Delta$  – ουδέτερο χαρτοφυλάκιο, με  $\Gamma$  ίσο με  $-5,000$  και  $V$  ίσο με  $-8,000$  και ένα διαπραγματεύσιμο δικαίωμα προαίρεσης με  $\Gamma$  ίσο με  $0.5$ ,  $V$  ίσο με  $2.0$  και  $\Delta$  ίσο με  $0.6$ .

Το χαρτοφυλάκιο μπορεί να γίνει  $V$  – ουδέτερο συμπεριλαμβάνοντας μια θέση αγοράς στα  $4,000$  δικαιώματα προαίρεσης. Έτσι, το  $\Delta$  του χαρτοφυλακίου θα αυξηθεί και θα πάρει την τιμή  $2,400$  ( $4,000 \times 0.6$ ), το οποίο σημαίνει πως απαιτείται η πώληση  $2,400$  μονάδων του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, ώστε να διατηρηθεί η  $\Delta$  – ουδετερότητα.

Παράλληλα, το  $\Gamma$  του χαρτοφυλακίου από  $-5,000$  θα λάβει νέα τιμή  $-3,000$  ( $-5,000 \times 0.6$ ). Για να γίνει το χαρτοφυλάκιο  $\Gamma$  και  $V$  – ουδέτερο, υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα δεύτερο διαπραγματεύσιμο δικαίωμα με  $\Gamma$  ίσο με  $0.8$ ,  $V$  ίσο με  $1.2$  και  $\Delta$  ίσο με  $0.5$ .

Έστω ότι  $w_1$  και  $w_2$  είναι οι δύο νέες ποσότητες των διαπραγματεύσιμων δικαιωμάτων που συμπεριλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Για να είναι το χαρτοφυλάκιο  $\Gamma$  – ουδέτερο θέλουμε να ισχύει η εξίσωση:  $-5,000 + 0.5w_1 + 0.8w_2 = 0$ , ενώ για να είναι  $V$  – ουδέτερο θέλουμε να ισχύει η εξίσωση:  $-8,000 + 2.0w_1 + 1.2w_2 = 0$

Πρόκειται για ένα  $2 \times 2$  σύστημα του οποίου οι λύσεις είναι:  $w_1 = 400$  και  $w_2 = 6,000$ . Ως εκ τούτου, συμπεραίνουμε ότι το χαρτοφυλάκιο μπορεί να γίνει  $\Gamma$  και  $V$  – ουδέτερο αφού συμπεριληφθούν  $400$  μονάδες από το πρώτο διαπραγματεύσιμο δικαίωμα και  $6,000$  από το δεύτερο. Μετά από αυτήν τη συμπερίληψη, το  $\Delta$  του χαρτοφυλακίου είναι ίσο με  $3,240$  ( $400 \times 0.6 + 6,000 \times 0.5$ ), που σημαίνει ότι πρέπει να πουληθούν  $3,240$  μονάδες του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, ώστε να διατηρηθεί η  $\Delta$  – ουδετερότητα.

Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς ή πώλησης κάποιας μετοχής χωρίς μερισματική απόδοση, το  $V$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$V = S_0 \sqrt{T} \cdot N'(d_1)$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad \text{και} \quad N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

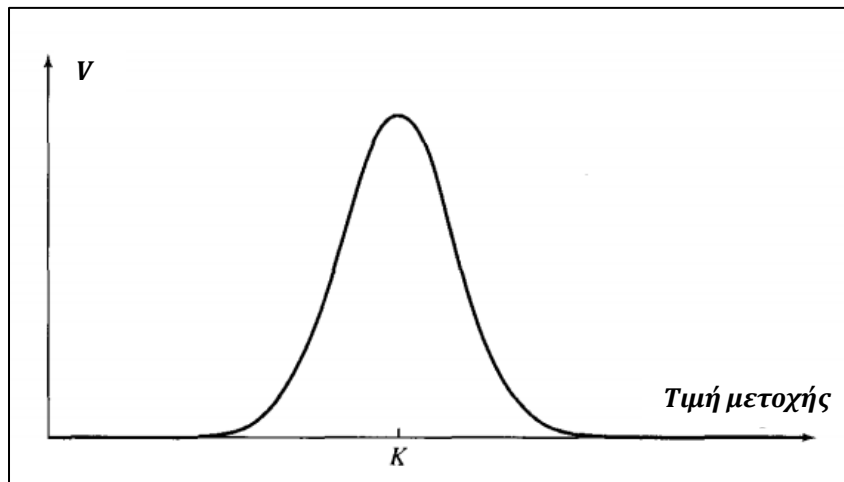
Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς ή πώλησης οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου με συνεχή μερισματική απόδοση  $q$ , το  $V$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$V = S_0 \sqrt{T} \cdot N'(d_1) e^{-qT}$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

Όπως και πριν, έτσι και τώρα, για περιπτώσεις όπου το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο αφορά κάποιο νόμισμα, ισχύει ότι το  $q$  είναι ίσο με το τρέχων ξένο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο  $r_f$ , ενώ όταν το περιουσιακό στοιχείο κάποιος μετοχικός δείκτης, η απόδοση  $q$  ισούται με τη μερισματική απόδοση του δείκτη. Στις περιπτώσεις συμβολαίου μελλοντικών εκπληρώσεων ισχύει ότι  $q = r$  [9].

Το  $V$  ενός Ευρωπαϊκού ή Αμερικανικού δικαιώματος προαίρεσης είναι πάντα θετικό. Η σχέση του  $V$  με την τρέχουσα αξία  $S_0$  του σχετικού περιουσιακού στοιχείου αναπαρίσταται στο ακόλουθο γράφημα:



Εικόνα 17: Καμπύλη  $V$  σε σχέση με την τιμή μετοχής

Παρατηρείται ότι το  $V$  είναι πάντα θετικό και όσο η τιμή μετοχής είναι χαμηλή, το  $V$  είναι ίσο με το μηδέν και αυξάνεται όσο η τιμή της μετοχής πλησιάζει την τιμή εξάσκησης  $K$ . Το  $V$  παρουσιάζει μέγιστη τιμή όταν η τρέχουσα τιμή μετοχής ισούται με την τιμή εξάσκησης  $K$  (*at-the-money*) κι έπειτα μειώνεται ξανά όσο η τιμή μετοχής μεγαλώνει [9].

### **Παράδειγμα:**

Υποθέτουμε ότι έχουμε το 4-μηνιαίο δικαίωμα πώλησης ενός μετοχικού δείκτη που χρησιμοποιήθηκε στο τελευταίο παράδειγμα. Η τρέχουσα αξία του δείκτη είναι 305, η τιμή εξάσκησης 300 και δίνονται τα ακόλουθα μεγέθη:

$$S_0 = 305, K = 300, r = 0.08, q = 0.03, \sigma = 0.25, T = 4/12$$

Το  $V$  του δικαιώματος πώλησης του μετοχικού δείκτη υπολογίζεται από τον τύπο:

$$V = S_0 \sqrt{T} \cdot N'(d_1) e^{-qT}$$

και είναι ίσο με  $V = 66.44$

Επομένως, μία ποσοστιαία αύξηση της μεταβλητότητας  $\sigma$ , της τάξης του 1% (0.01), δηλαδή από 0.25 σε 0.26, αυξάνει την αξία του δικαιώματος προσεγγιστικά κατά 0.6644 ( $0.01 \times 66.44$ ).

Παρ' όλο που το γράμμα  $V$  δεν ανήκει στο ελληνικό αλφάβητο, ανήκει σε ένα από τα πιο βασικά ελληνικά γράμματα [9].

### **4.5.8.5 Rho ( $P$ )**

Το μέτρο  $P$  ενός χαρτοφυλακίου δικαιωμάτων προαίρεσης είναι ο ρυθμός μεταβολής της αξίας του ως προς το επιτόκιο και υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$P = \frac{\partial \Pi}{\partial r}$$

Το  $P$  μετράει την ευαισθησία της αξίας του χαρτοφυλακίου ως προς τις μεταβολές των επιτοκίων.

Για ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς κάποιας μετοχής χωρίς μερισματική απόδοση, το  $P$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$P = K T e^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{όπου } d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

ενώ για ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης, το  $P$  υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$P = -K T e^{-rT} N(-d_2)$$

Οι ίδιοι τύποι χρησιμοποιούνται για ευρωπαϊκά δικαιώματα αγοράς ή πώλησης μετοχών ή μετοχικών δεικτών με μερισματική απόδοση  $q$ , αντίστοιχα, με μόνη διαφορά ότι το  $d_2$  υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:  $d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

[9]

**Παράδειγμα:**

Υποθέτουμε ότι έχουμε το 4-μηνιαίο δικαίωμα πώλησης ενός μετοχικού δείκτη που χρησιμοποιήθηκε στο τελευταίο παράδειγμα. Η τρέχουσα αξία του δείκτη είναι 305, η τιμή εξάσκησης 300 και δίνονται τα ακόλουθα μεγέθη:

$$S_0 = 305, K = 300, r = 0.08, q = 0.03, \sigma = 0.25, T = 4/12$$

Το  $P$  του δικαιώματος πώλησης του μετοχικού δείκτη υπολογίζεται από τον τύπο:

$$P = -KTe^{-rT}N(-d_2)$$

και είναι ίσο με  $P = -42.6$

Επομένως, μία ποσοστιαία αύξηση του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο  $r$ , της τάξης του 1% (0.01), δηλαδή από 0.08 σε 0.09, μειώνει την αξία του δικαιώματος προσεγγιστικά κατά 0.426 (0.01 × 42.6).

Σε περίπτωση νομισματικού δικαιώματος, υπάρχουν δύο  $P$  που αντιστοιχούν στα επιτόκια των δύο νομισμάτων. Το  $P$  που αντιστοιχεί στο εγχώριο επιτόκιο δίνεται από τους τύπους που έχουν ήδη δοθεί.

Το  $P$  που αντιστοιχεί στο ξένο επιτόκιο  $r_f$ , για ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς κάποιου νομίσματος, δίνεται από τον τύπο:

$$P = -Te^{-r_f T} S_0 N(d_1)$$

ενώ για ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης, δίνεται από τον τύπο:

$$P = Te^{-r_f T} S_0 N(-d_1)$$

όπου και για τις δύο περιπτώσεις ισχύει ότι  $d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - r_f - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

[9]



## **Βιβλιογραφία**

1. Κολέτσος, I. and Δ. Στογιάννης, *Επιχειρησιακή Έρευνα Θεωρία, αλγόριθμοι & εφαρμογές 2021*, Αθήνα: Εκδόσεις Συμεών. 940.
2. Lewis, S. *operations research (OR)*. 2023; Available from: <https://www.techtarget.com/whatis/definition/operations-research-OR>.
3. Hillier, F.S. and G.J. Lieberman, *Introduction to Operations Research*. 7th ed. 2002: McGraw-Hill Science/Engineering/Math. 1214.
4. Wikipedia. *Operations Research*. 2023; Available from: [https://en.wikipedia.org/wiki/Operations\\_research](https://en.wikipedia.org/wiki/Operations_research).
5. Klein, C.M., *Operations research and management science handbook*, 2008  
6th Chapter, *Decision Analysis*. 1st ed. 2008, USA: Taylor & Francis Group.
6. Ravindran, A.R., *Operations research and management science handbook*, 2008. Search in.
7. Vose, D., *Risk analysis: a quantitative guide*. 2008: John Wiley & Sons.
8. Jorion, P., *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. 2007: The McGraw-Hill Companies, Inc.
9. Hull, J.C., *Options futures and other derivatives*. 2003: Pearson Education India.
10. Chance, D.M., *Essays in derivatives: Risk-transfer tools and topics made easy*. 2011: John Wiley & Sons.
11. Jayati, W. *The historical method for VaR calculation*. 2021.
12. Jayati, W. *The Monte Carlo simulation method for VaR calculation*. 2022.
13. Jayati, W. *The variance-covariance method for VaR calculation*. 2021.
14. Αντισυμβαλλόμενος, σημασία. 2023; Available from: <https://euretirio.com/antisymvallomenos-counterparty/>.

15. Summa, J. *Option Greeks: The 4 Factors for measuring risks*. 2021; Available from: <https://www.investopedia.com/trading/getting-to-know-the-greeks/>.
16. Ημερήσιος Διακανονισμός (Mark-to-Market). 2023; Available from: <https://euretirio.com/imerisios-diakanonismos/>.