



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Δ.Π.Μ.Σ. «Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία  
και Επιστήμη»

Μεταπτυχιακή Εργασία

**Εφαρμογή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM)  
για τον υπολογισμό των δυναμικών παραμορφώσεων πλωτών  
ελλειπτικών κυλίνδρων δεχόμενων  
τη δράση μονοχρωματικών κυματισμών**

**Δημακάκου Β. Ελένη**

**Τριμελής Επιτροπή:**

Ι. Χατζηγεωργίου (Επιβλέπων)

Σ. Μαυράκος

Μ. Τούλιος

ΑΘΗΝΑ 2012



## **Λίγα λόγια**

Στην αρχή αυτού του πονήματος θεωρώ απαραίτητο να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ.Χατζηγεωργίου Ι., για την καθοδήγησή του και την συνεργασία αυτή. Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω τον ειδικό επιστήμονα, κ.Τούλιο Μ., για την αναντικατάστατη συνδρομή του στο θέμα των Πεπερασμένων Στοιχείων και την ανελλιπή παροχή υποδείξεων και συμβουλών.



## Περιεχόμενα

Περίληψη.....	3
Εισαγωγή .....	5
<b>Κεφάλαιο 1:</b> Κινήσεις του πλοίου.....	8
<b>Κεφάλαιο 2:</b> Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.....	10
Στάδια της προσομοίωσης .....	11
Δομή του ABAQUS .....	13
Έμμεση (implicit) δυναμική ανάλυση και άμεση (explicit) δυναμική ανάλυση.....	15
Γραμμική δυναμική ανάλυση.....	17
Εύρεση των φυσικών συχνοτήτων (ιδιοσυχνοτήτων).....	20
Απόσβεση του υλικού.....	23
Στατική ανάλυση τάσης.....	25
Δυναμική ανάλυση με έμμεση ολοκλήρωση.....	26
Εφαρμογή.....	30
<b>Κεφάλαιο 3:</b> Περιγραφή του μοντέλου του ελλειπτικού κυλίνδρου.....	35
Δημιουργία του μοντέλου.....	35
Στοιχεία κελύφους.....	43
Διακριτοποίηση και δημιουργία πλέγματος στο μοντέλο.....	46
Οριακές συνθήκες του μοντέλου.....	50
Ιδιότητες του υλικού του μοντέλου.....	54
Επιβολή φορτίων στο μοντέλο.....	55
Εύρεση φυσικών συχνοτήτων.....	60
<b>Κεφάλαιο 4:</b> Ανάλυση μοντέλου.....	67
Μεταβολή του ύψους του μοντέλου.....	69
Γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα x.....	69
Σύγκριση αποτελεσμάτων.....	81

Κατανομή μετατοπίσεων $u$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό.....	86
Κατανομή τάσεων στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό.....	107
<b>Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα – Προτάσεις.....</b>	<b>121</b>
<b>Παράρτημα Α.....</b>	<b>125</b>
<b>Παράρτημα Β.....</b>	<b>131</b>
<b>Παράρτημα Γ.....</b>	<b>133</b>
<b>Παράρτημα Δ.....</b>	<b>135</b>
Κατάλογος εικόνων.....	139
Κατάλογος διαγραμμάτων.....	147
Βιβλιογραφία.....	149

## Περίληψη

Η εργασία αυτή έχει ως κύριο θέμα τον υπολογισμό των δυναμικών παραμορφώσεων των πλευρικών κελυφών ακίνητων πλωτών ελλειπτικών κυλίνδρων δεχόμενων τη δράση αρμονικών κυματισμών. Ο υπολογισμός της υδροελαστικής συμπεριφοράς των κυλίνδρων γίνεται με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Μ.Π.Σ.) και συγκεκριμένα με τον κώδικα ABAQUS. Η δράση των αρμονικών κυματισμών υπολογίζεται ανεξάρτητα, με χρήση ημι-αναλυτικής μεθόδου για την επίλυση του υδροδυναμικού προβλήματος περίθλασης και την εξαγωγή των υδροδυναμικών πιέσεων στην βρεχόμενη επιφάνεια του κυλίνδρου. Μελετάται ελλειπτικός κύλινδρος αντιπροσωπευτικός ναυπηγικών κατασκευών, που έχει κατασκευαστεί από κοινό ναυπηγικό χάλυβα. Κατασκευαστικά, το μοντέλο είναι συμμετρικό ως προς διάμηκες κατακόρυφο επίπεδο και ως προς το εγκάρσιο κατακόρυφο επίπεδο. Στο μοντέλο του κυλίνδρου, που αναπτύχθηκε, επιβλήθηκαν υδροστατικές φορτίσεις, το ίδιο το βάρος της μεταλλικής κατασκευής και υδροδυναμική φόρτιση, λόγω της δράσης των αρμονικών κυματισμών. Η υδροστατική φόρτιση οφείλεται στο θαλάσσιο περιβάλλον και στο μεταφερόμενο υγρό στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Εξετάζονται τρεις τρόποι στήριξης του μοντέλου της κατασκευής.





## Εισαγωγή

Τα θαλάσσια κύματα που ενδιαφέρουν τη ναυτική υδροδυναμική μεταδίδονται λόγω της δύναμης της βαρύτητας, γι' αυτό λέγονται και κύματα βαρύτητας. Τα κύματα βαρύτητας δημιουργούνται από την πνοή του ανέμου πάνω από τη θάλασσα, και από την κίνηση των πλοίων επιφανείας, ή άλλων σωμάτων που κινούνται σε μικρό βάθος. Υπάρχουν και άλλες κατηγορίες θαλασσιών κυμάτων πολύ μεγαλύτερης κλίμακας, των οποίων η μετάδοση οφείλεται στην δράση της επιτάχυνσης Coriolis λόγω περιστροφής της γης, ή, κύματα ακόμα μεγαλύτερης κλίμακας, που οφείλονται στην έλξη άλλων ουρανίων σωμάτων. Από την άλλη πλευρά η μετάδοση θαλασσιών κυμάτων πολύ μικρότερης κλίμακας από τα κύματα βαρύτητας κυριαρχείται από τις δυνάμεις επιφανειακής τάσης. Στην συνέχεια όταν λέμε θαλάσσια κύματα θα εννοούμε τα κύματα βαρύτητας μόνο.

Τα θαλάσσια κύματα υπάγονται στα λεγόμενα επιφανειακά κύματα (interfacial waves), τα οποία δημιουργούνται στην διαχωριστική επιφάνεια δύο ρευστών, εν προκειμένω του νερού και του αέρα. Εάν δεν υπάρχει ροή ανέμου, λόγω της μεγάλης διαφοράς πυκνότητας και συνεκτικότητας ανάμεσα στο νερό και στον αέρα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ένα ακίνητο στρώμα ρευστού με σταθερή πίεση (την ατμοσφαιρική πίεση). Η ατμοσφαιρική πίεση θεωρείται σαν η πίεση αναφοράς, οπότε η τάση στην επιφάνεια του νερού είναι μηδενική και η επιφάνεια του νερού λέγεται ελεύθερη. Το νερό επομένως ικανοποιεί τις εξισώσεις συνεχείας και ορμής, την οριακή συνθήκη μηδενικής ταχύτητας στον βυθό της θάλασσας και την κινηματική και δυναμική συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας στην ελεύθερη επιφάνεια.

Χρήσιμα αποτελέσματα για πρακτικές εφαρμογές μπορούν να αποκτηθούν χρησιμοποιώντας την πολύ απλούστερη γραμμική θεωρία κυματισμών. Η γραμμική θεωρία, παρά τις απλουστεύσεις της, δίνει αποτελέσματα σε πολύ καλή συμφωνία με πειράματα. Η γραμμική θεωρία στηρίζεται σε δύο βασικές απλοποιητικές παραδοχές:

(α) Η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας θεωρείται πολύ μικρή, και γι αυτό στις οριακές συνθήκες κρατάμε μόνο όρους που είναι γραμμικοί ως προς την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας  $\eta$  και ως προς το δυναμικό  $\phi$ ,

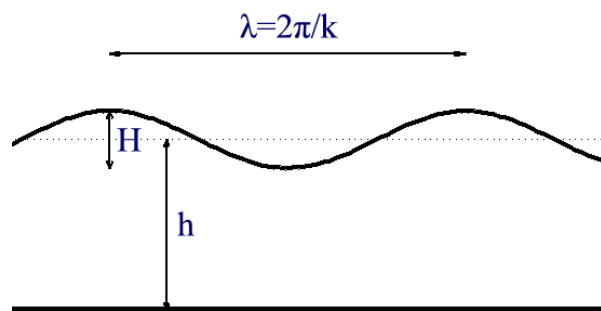
(β) Λόγω της μικρής ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας οι οριακές συνθήκες εφαρμόζονται στην μέση στάθμη θαλάσσης  $z=0$ , αντί για την πραγματική θέση  $z=\eta$ .

Θεωρείται απλός αρμονικός κυματισμός με περίοδο  $T$  και μήκος κύματος  $\lambda$ , που μεταδίδεται σε θαλάσσιο νερό σταθερού βάθους  $h$ . Η κατεύθυνση μετάδοσης είναι παράλληλη με τον άξονα  $x$ . Η κυκλική συχνότητα  $\omega$  και ο αριθμός  $k$  του

## Εισαγωγή

κυματισμού ορίζονται από τις σχέσεις  $\omega = 2\pi/T$ , και  $k = 2\pi/\lambda$ . Η μετατόπιση της ελεύθερης επιφάνειας έχει την μορφή:  $\eta = a \cos(kx - \omega t)$ ,

όπου  $a$  είναι το πλάτος του κυματισμού. Το ύψος του κύματος  $H$  ορίζεται σαν η κατακόρυφη απόσταση ανάμεσα σε μία κορυφή και μία κοιλάδα του κύματος. Για κυματισμούς του τύπου που περιγράφει η προηγούμενη εξίσωση ισχύει ότι  $H = 2a$ . Οι τροχιές των μορίων του ρευστού είναι κλειστές και δεν εμφανίζονται φαινόμενα μεταφοράς μάζας.



Εικόνα Εισ.-1 : Βασικοί ορισμοί.

Η γραμμική θεωρία κυματισμών είναι συνυφασμένη με την υπόθεση μικρής τιμής του ύψους προς το μήκος του κύματος  $H/\lambda$ . Ο απλός αρμονικός κυματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί με καλή προσέγγιση μόνο για  $H/\lambda < 1/50$ . Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές, όμως, και όταν το βάθος του νερού είναι μικρό, όπως είναι κοντά στην ακτή, είναι αναγκαία η θεώρηση της πεπερασμένης τιμής του λόγου  $H/\lambda$ . Το γενικό μη γραμμικό πρόβλημα δεν επιδέχεται κλειστή λύση, και χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές μέθοδοι, οι οποίες, ενίοτε, είναι είτε αναλυτικές είτε αριθμητικές και λαμβάνουν υπ' όψιν τα μη γραμμικά φαινόμενα.

Μια κατασκευή που εκτίθεται στην επίδραση των θαλάσσιων κυματισμών υπόκειται σε δυνάμεις, που προκαλούνται από διάφορους μηχανισμούς. Το μοντέλο του ελλειπτικού κυλίνδρου, που μελετάται, έχει συνολικό μήκος ίσο με 100m, συνολικό ύψος ίσο με 15m, βύθισμα ίσο με 11.50m, και μέγιστο πλάτος ίσο με 25m, σχεδιάστηκε με σκοπό να προσεγγίσει σχεδιαστικά μια απλοποιημένη μορφή πλοίου. Στον κύλινδρο εφαρμόζονται διαδοχικά τρεις τρόποι στήριξης, που επιτρέπουν να εκτελεί μικρές γραμμικές και περιστροφικές κινήσεις, υπό την επίδραση απλού αρμονικού κυματισμού με γωνία πρόσπτωσης  $\alpha = 60^\circ$  ως προς τον άξονα  $x$  του συστήματος, συχνότητα κυματισμού  $\omega = 0.4214 \text{ rad/sec}$  και για τρεις τιμές ύψους κύματος  $H$ . Επί της ουσίας, δεν μετατοπίζεται. Κατά συνέπεια, η κίνηση του πλοίου υπό την επίδραση του απλού αρμονικού κυματισμού δεν επηρεάζει τη ροή, και δεν υφίσταται το φαινόμενο της ακτινοβολίας. Η δράση των αρμονικών κυματισμών υπολογίζεται ανεξάρτητα, με χρήση ημι-αναλυτικής μεθόδου για την επίλυση του

υδροδυναμικού προβλήματος περίθλασης και την εξαγωγή των υδροδυναμικών πιέσεων στην βρεχόμενη επιφάνεια του κυλίνδρου.

Στην παρούσα εργασία, η μελέτη της υδροελαστικής συμπεριφοράς των κυλίνδρων θα γίνει με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και συγκεκριμένα με τον κώδικα ABAQUS. Στον ελλειπτικό κύλινδρο ασκείται υδροστατική φόρτιση, το ίδιο το βάρος του και υδροδυναμική φόρτιση, λόγω της δράσης των μονοχρωματικών κυματισμών. Η υδροστατική φόρτιση και το ίδιο βάρος του πλοίου επιλύεται με τη διεργασία της γενικής στατικής ανάλυσης (general static) στο ABAQUS. Η υδροδυναμική φόρτιση για γραμμικά προβλήματα είναι δυνατόν να επιλυθεί στο ABAQUS με τη διεργασία της ανάλυσης σταθερής κατάστασης αρμονικής απόκρισης, είτε με τη μέθοδο της εύρεσης των ιδιομορφών της απόκρισης για την επίλυση του δυναμικού προβλήματος είτε με τη μέθοδο της ολοκλήρωσης των δυναμικών εξισώσεων του σώματος. Στο επόμενο κεφάλαιο περιγράφονται οι διεργασίες, καθώς και η γραμμική δυναμική ανάλυση. Δίνεται και το παράδειγμα μιας τετράγωνης πλάκας. Περιγράφεται η εύρεση των φυσικών συχνοτήτων και ο υπολογισμός της απόσβεσης του υλικού, διότι ο υπολογισμός τους είναι απαραίτητος στη δυναμική ανάλυση, για το λόγο αυτό η εύρεση των φυσικών συχνοτήτων και διενεργείται σε προηγούμενο στάδιο.

Στη δυναμική ανάλυση με επαλληλία των ιδιομορφών των αποκρίσεων δεν υπάρχει, όμως, η δυνατότητα εφαρμογής φορτίου, μη ομοιόμορφα κατανεμημένου, που μεταβάλλεται ως προς το χρόνο, και προσδιορίζεται με την επίκληση υπορουτίνας. Η υδροδυναμική φόρτιση του εν λόγω κυλίνδρου είναι κατανεμημένη στη βρεχόμενη επιφάνεια αυτού. Οι τιμές της μεταβάλλονται χρονικά, και υπολογίζονται με τη χρήση υπορουτίνας σε γλώσσα FORTRAN και την επίκληση αρχείου με τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των μιγαδικών γραμμικών υδροδυναμικών πιέσεων. Για το λόγο αυτό, δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η προαναφερόμενη διαδικασία γραμμικής δυναμικής ανάλυσης. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, το υδροδυναμικό φορτίο επιλύεται με τη διαδικασία της έμμεσης ολοκλήρωσης των δυναμικών εξισώσεων της κατασκευής (implicit dynamic) για γραμμικό πρόβλημα.

## Κεφάλαιο Πρώτο

### Κινήσεις του πλοίου

Από τις βασικότερες απαιτήσεις, που είναι απαραίτητο να ικανοποιούνται κατά τη διαδικασία σχεδίασης ενός πλοίου είναι η πλευστότητα και η ευστάθεια. Η πλευστότητα αποτελεί προϋπόθεση για την ευστάθεια και έχει να κάνει με τη δυνατότητα ισορροπίας ενός πλοίου σε «όρθια» θέση, κάτω από την επίδραση του βάρους του, της άντωσης και πιθανώς και κάποιων άλλων εξωτερικών επιδράσεων. Η ευστάθεια από την άλλη μεριά έχει να κάνει με το αν το πλοίο μπορεί να διατηρήσει την όρθια ασφαλή θέση και με το κατά πόσο τείνει να επιστρέφει όταν για κάποιο λόγο απομακρυνθεί από αυτή. Με άλλα λόγια ευστάθεια είναι το μέτρο της ικανότητας επαναφοράς ενός πλοίου υπό την επίδραση ροπών που μπορεί να προκληθούν από το θαλάσσιο περιβάλλον και οι οποίες τείνουν να προκαλέσουν ανατροπή. Είναι σημαντικό να εξετάζεται η στατική και η δυναμική ευστάθεια του σκάφους, διότι οι επιλογές που γίνονται με μοναδικό κριτήριο τη στατική ευστάθεια, πολλές φορές υπερεκτιμούν το πραγματικό επίπεδο ασφάλειας του πλοίου.

Η θεωρητική μελέτη της δυναμικής ευστάθειας των πλοίων σε ρεαλιστικό κυματικό περιβάλλον είναι ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα της Ναυπηγικής. Αρκετά χρόνια συστηματικής έρευνας σε διεθνές επίπεδο δεν έχουν παράσχει δυνατότητα πρόβλεψης της συμπεριφοράς με απόλυτη ακρίβεια. Συνηθίζεται να διαχωρίζεται η εξέταση της ευστάθειας σε μικρές και σε μεγάλες γωνίες κλίσης. Σε μικρές γωνίες θεωρείται ότι η συμπεριφορά στο διατοιχισμό είναι γραμμική, αυτό σημαίνει ότι η απόκριση μεταβάλλεται αναλογικά προς την εξωτερική διέγερση. Η παραδοχή αυτή απλοποιεί σημαντικά τη διερεύνηση. Σε μεγάλες γωνίες κλίσεις η συμπεριφορά του πλοίου στο διατοιχισμό κοντά στα όρια ανατροπής είναι αρκετά διαφορετική από αυτήν σε μικρές γωνίες κλίσης. Η ανατροπή είναι ζήτημα σχεδίασης και λειτουργίας του πλοίου.

Η δυναμική συμπεριφορά των σκαφών σε κυματισμούς αποτελεί ένα αρκετά σύνθετο και πολύπλοκο φαινόμενο και αυτό διότι το σκάφος έχει έξι βαθμούς ελευθερίας κινήσεων με αποτέλεσμα οι διεγείρουσες δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό λόγω των κυματισμών να το εξαναγκάζουν σε πολλά είδη κινήσεων ταυτοχρόνως. Οι βαθμοί ελευθερίας είναι έξι,  $\zeta_i = \zeta_i(t)$ ,  $i=1 \dots 6$ , παρουσιάζονται παρακάτω με τη ναυπηγική τους ονοματολογία:

ζ1) Διαμήκης οριζόντια ταλάντωση – Surge

ζ2) Εγκάρσια οριζόντια ταλάντωση - Sway

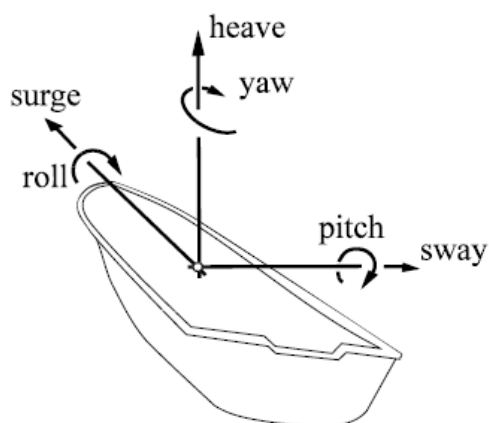
## Κεφάλαιο Πρώτο

ζ3) Κατακόρυφη ταλάντωση - Heave

ζ3) Ταλάντωση περί το διαμήκη άξονα – Διατοιχισμός - Roll

ζ5) Ταλάντωση περί τον εγκάρσιο άξονα – Προνευτισμός - Pitch

ζ6) Ταλάντωση περί τον κατακόρυφο άξονα - Yaw



Εικόνα 1-1 : Βαθμοί ελευθερίας κίνησης πλοίου.

Συνήθως, αποτελεί κανόνα για ένα πλοίο να έχει διαταραχτεί απ'την κατάσταση ισορροπίας στη διάρκεια ενός ταξιδιού, καθώς εξωτερικές επιδράσεις, όπως επιδράσεις λόγω ανέμου, ρεύματος και κυματισμών, τείνουν να δρουν συνήθως αποσταθεροποιητικά ως προς τη κατάσταση συνήθους λειτουργίας. Στην περίπτωση, όμως, ενός καλά μελετημένου πλοίου, όταν εκτρέπεται από την κατάσταση ισορροπίας γεννιούνται υδροστατικής φύσης δυνάμεις ή ροπές επαναφοράς στις κατευθύνσεις, που συναρτώνται με κίνδυνο βύθισης (roll, pitch και heave), οι οποίες περιορίζουν τις ανεπιθύμητες κινήσεις και τείνουν να διατηρήσουν το πλοίο σε κατάσταση που επιτρέπει την ασφαλή λειτουργία. Ειδική μέριμνα χρειάζεται η κατεύθυνσης κίνησης του διατοιχισμού, διότι υπάρχει η περίπτωση οι διεγείρουσες ροπές να είναι μεγάλες σε σχέση με τη ροπή επαναφοράς, μπορεί να γίνει και αρνητική λόγω λανθασμένης φόρτωσης του πλοίου. Αυτό σημαίνει ότι το πλοίο τείνει να απομακρυνθεί από την επιθυμητή όρθια κατάσταση ισορροπίας. Κατά τη σχεδίαση του πλοίου, είναι βασικός στόχος η πρόβλεψη των δυσμενών συνθηκών λειτουργίας ως προς τις συνθήκες περιβάλλοντος, τις πιθανές καταστάσεις φόρτωσης και τα ανεπιθύμητα γεγονότα. Πρέπει να υπάρχει πρόνοια, ώστε μέσω ειδικών τεχνικών, να ελαχιστοποιούνται οι κίνδυνοι για το πλοίο.

## Κεφάλαιο Δεύτερο

### Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται ευρέως στην ανάλυση των πολύπλοκων κατασκευών και κατατάσσεται στην πρώτη θέση μεταξύ των μοντέρνων εργαλείων σχεδιασμού στην ναυπηγική, αεροναυπηγική βιομηχανία, αυτοκινητοβιομηχανία όπως και σε εφαρμογές πολιτικών μηχανικών. Οι βάσεις της μεθόδου αυτής τέθηκαν τη δεκαετία του σαράντα, προκειμένου να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο σχεδιασμού και βελτιστοποίησης πάσης φύσεως κατασκευής. Οι βασικοί ημιεμπειρικοί κανόνες και οι λύσεις κλειστής μορφής αδυνατούν να αποδώσουν επαρκώς τα πεδία μετατοπίσεων, παραμορφώσεων και τάσεων σε προβλήματα που παρουσιάζουν πολυπλοκότητα ως προς την συμπεριφορά των υλικών, τη γεωμετρία των δομικών στοιχείων, το είδος των φορτίσεων και των συνοριακών συνθηκών.

Κατ' αυτόν τον τρόπο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί μια υπολογιστική μέθοδο που επιλύει με προσεγγιστικές μεθόδους τις θεμελιώδεις εξισώσεις που διέπουν μια ευρεία ομάδα προβλημάτων συνεχούς μέσου τα οποία έχουν αυθαίρετη γεωμετρία, συνοριακές συνθήκες και φόρτιση. Βασική ιδέα της μεθόδου είναι η διακριτοποίηση του συνεχούς μέσου σε επιμέρους τμήματα, όπου τα τμήματα αυτά ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία. Στην απόλυτα ορισμένη αυτή περιοχή κάθε πεπερασμένου στοιχείου επιλύονται οι εξισώσεις ισορροπίας, και εν συνεχεία γίνεται συναρμολόγηση όλων των εξισώσεων αυτών για την επίλυση τους στα πλαίσια του συνεχούς μέσου. Επομένως, η μέθοδος επιλύει κάθε πρόβλημα που περιγράφεται από μια μερική διαφορική εξίσωση, όπως προβλήματα παραμορφώσιμων στερεών, μετάδοσης θερμότητας, μηχανικής των ρευστών, κα, η οποία προσεγγίζεται από ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, το οποίο επιλύεται προσεγγιστικά με τεχνικές γραμμικής άλγεβρας.

Συγκεκριμένα για την ανάλυση των τάσεων των μελών ενός δικτύωματος η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ακολουθεί την εξής διαδικασία:

1. Υπολογισμός των μητρώων δυσκαμψίας και των διανυσμάτων φόρτισης κάθε στοιχείου.
2. Συναρμολόγηση των επιμέρους μητρώων δυσκαμψίας για την δημιουργία του ολικού μητρώου δυσκαμψίας.
3. Επίλυση του συστήματος των γραμμικών εξισώσεων για τον υπολογισμό των άγνωστων κομβικών βαθμών ελευθερίας του συστήματος (μετατοπίσεις) και των

αντιδράσεων στα σημεία (κόμβους) όπου οι μετατοπίσεις έχουν προκαθορισμένη τιμή.

4. Χρήση των υπολογισμένων, από το παραπάνω βήμα, κομβικών μετατοπίσεων για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων τους και εν συνεχεία των τάσεων των πεπερασμένων στοιχείων.

Η μέθοδος επινοήθηκε και εφαρμόστηκε, αρχικά, για τη στατική ανάλυση φορέων, όμως έχει καθολικότερη εφαρμογή σε μια ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων του μηχανικού. Η εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών με τις ολοένα και μεγαλύτερες δυνατότητες διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων, αλλά και με την αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων κατέστησε εφικτή την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού με τη συγκεκριμένη.

Η εν λόγω μέθοδος μπορεί να θεωρηθεί ως μία ειδική διατύπωση των μεθόδων Rayleigh – Ritz και ενεργειακών μεθόδων (Gallerkin), η οποία όμως πλεονεκτεί σαφώς ως προς τις αρχικές διατυπώσεις των μεθόδων αυτών, λόγω της μεγαλύτερης ευκολίας με την οποία αντιμετωπίζει τις πολύπλοκες γεωμετρίες και του ευχερέστερου προγραμματισμού στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

### **Στάδια της προσομοίωσης**

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στην ουσία αποτελεί μια προσεγγιστική μέθοδο επιλύσεως των διαφορικών εξισώσεων και ως εκ τούτου χρειάζεται κάποια κριτήρια ελέγχου της ποιότητας των αποτελεσμάτων, δεδομένου ότι η αναλυτική λύση κλειστής μορφής του προβλήματος δεν είναι γνωστή. Στην περίπτωση της ανάλυσης των κατασκευών ακολουθούνται τα κάτωθι στάδια, (Μ.Παπαδρακάκης, 2001):

- Μετάβαση από το φυσικό πρόβλημα, που είναι η κατασκευή, στο μαθηματικό πρόβλημα.

Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η εξιδανίκευση της κατασκευής ως προς τη μορφή και τη δομητική λειτουργία των μελών της. Ταξινομούνται τα μέλη σε ράβδους δικτύωματος ή δοκού, σε δισδιάστατα μέλη τοιχίων, δίσκων ή πλακών, σε κελύφη ή τρισδιάστατα μέλη. Καθορίζονται οι ιδιότητες των υλικών των μελών της κατασκευής καθώς και η συμπεριφορά τους κατά τη φόρτιση της κατασκευής, όπως γραμμικώς ελαστικά, ελαστικά, απολύτως πλαστικά, μη ελαστικά κλπ.. Προσδιορίζονται τα φορτία που φορτίζουν την κατασκευή και οι συνοριακές συνθήκες, δηλαδή εξιδανίκευση της θεμελίωσης, δεσμευμένες μετατοπίσεις, κλπ.. Το

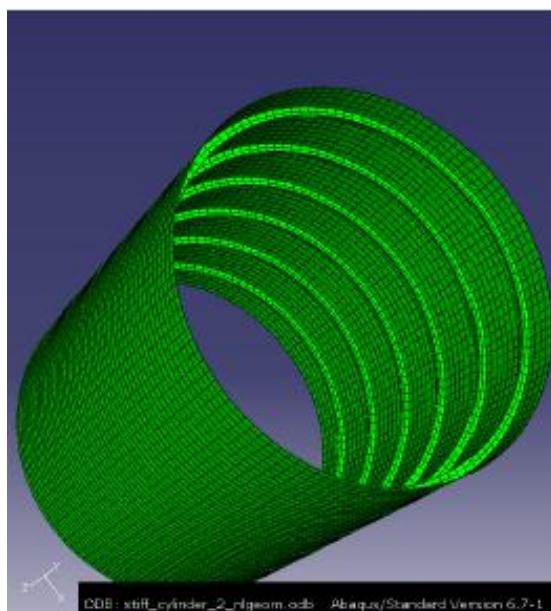
μαθηματικό προσομοίωμα διέπεται από τις κυρίαρχες διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας και τις συνοριακές που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά των μελών του φορέα.

- Μετάβαση από το μαθηματικό πρόβλημα στο προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων.

Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η επιλογή των πεπερασμένων στοιχείων για την προσφορότερη προσομοίωση των μελών του φορέα. Μορφώνεται το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων για όλα τα μέλη του φορέα. Υπολογίζονται τα μητρώα δυσκαμψίας και οι ισοδύναμες δράσεις των στοιχείων και διαμορφώνεται η τελική μητρωϊκή εξίσωση ισορροπίας του φορέα.

- Μετάβαση από το προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων στο υπολογιστικό προσομοίωμα.

Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει την αριθμητική επεξεργασία του προσομοιώματος των πεπερασμένων στοιχείων από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Υπολογίζεται το καθολικό μητρώο στιβαρότητας και το καθολικό διάνυσμα των ισοδύναμων δράσεων. Ακολουθεί η επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας και ο υπολογισμός των τάσεων και εντατικών μεγεθών.



Εικόνα 2-1: Διακριτοποίηση κυλίνδρου με τη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων.



Σε κάθε στάδιο όμως, της μεθόδου υπάρχει ο κίνδυνος παρείσφρησης σφαλμάτων, τα οποία ανάλογα με τη σοβαρότητά τους μπορεί να επηρεάσουν σημαντικά την αξιοπιστία της ανάλυσης. Τα σφάλματα αυτά διακρίνονται σε:

- (α) σφάλματα προσομοίωσης, τα οποία επηρεάζονται από το βαθμό της πιστότητας του φορέα προς την κατασκευή,
- (β) σφάλματα διακριτοποίησης, που εξαρτώνται από τον τύπο και την πυκνότητα του δικτύου των πεπερασμένων στοιχείων,
- (γ) σφάλματα αριθμητικά, τα οποία οφείλονται στην πεπερασμένη ακρίβεια με την οποία εκτελούνται οι πράξεις από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και τα οποία είναι δυνατόν να αλλοιώσουν σημαντικά τα τελικά αποτελέσματα.

Στην παρούσα εργασία για τη σχεδίαση των κατασκευών χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο ABAQUS/CAE. Για την ανάλυση του προσομοιώματος, καθώς και για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων (post – processing) χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο ABAQUS/Implicit και ABAQUS/Viewer, αντίστοιχα.

## **Δομή του ABAQUS**

Το λογισμικό πακέτο ABAQUS αποτελεί ένα κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, που παρέχει τη δυνατότητα της προσομοίωσης πολλών φυσικών φαινομένων, όπως:

- στατική και δυναμική ανάλυση κατασκευών (static/dynamic structure analysis),
- ακουστική,
- εδαφομηχανική (soil mechanics),
- μεταφορά θερμότητας και μάζας (heat transfer and mass diffusion),
- σύζευξη διαφόρων φυσικών φαινομένων (thermal-stress analysis, coupled thermal-electrical analysis), κ.α.

Κύριο χαρακτηριστικό του ABAQUS είναι η μη γραμμική, στατική και δυναμική ανάλυση των κατασκευών. Σήμερα, βρίσκεται ανάμεσα στα δυο-τρία κορυφαία προγράμματα που διατίθενται εμπορικά παγκοσμίως με εκτεταμένη χρήση και στον ακαδημαϊκό τομέα. Το ABAQUS διαθέτει μεγάλο αριθμό υπορουτίνων, με τις οποίες ο χρήστης μπορεί να εισάγει στον κώδικα επιπλέον δυνατότητες, όπως μοντέλα προσομοίωσης υλικών και πεπερασμένα στοιχεία. Επιπλέον, προσφέρει μια ευρεία συλλογή μοντέλων προσομοίωσης της συμπεριφοράς των υλικών, όπως μέταλλα, σύνθετα, πολυμερή, καουτσούκ, ενισχυμένο σκυρόδεμα, γεωτεχνικά υλικά, κλπ. Στις περισσότερες αναλύσεις, οι απαιτήσεις του προγράμματος σε δεδομένα

εισαγωγής, από το χρήστη, είναι η γεωμετρία, η συμπεριφορά του επιλεγμένου υλικού, οι οριακές συνθήκες και τα εφαρμοζόμενα φορτία. Στην περίπτωση όπου αναλύεται ένα δυναμικό πρόβλημα το ABAQUS υπολογίζει αυτόματα τη χρονική διαμέριση, κάνοντας συγχρόνως συνεχείς προσαρμογές κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, προκειμένου να επιτευχθεί η απαιτούμενη ακρίβεια και αποδοτικότητα στη λύση. Με αυτό τον τρόπο η επέμβαση του χρήστη, στον έλεγχο της λύσης, σπανίως καθίσταται απαραίτητη.

Το ABAQUS/CAE είναι ένα διαδραστικό πρόγραμμα γεωμετρικής μοντελοποίησης, με κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου, και διαμερισμού με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων (προεπεξεργαστής/preprocessor), που επιτρέπει τη σχεδίαση ή ακόμα και την εισαγωγή γεωμετρίας μοντέλων, από άλλα σχεδιαστικά προγράμματα. Με τη χρήση αυτού του προγράμματος καθορίζονται επίσης οι ιδιότητες του υλικού, τα φορτία, το είδος των στοιχείων καθώς και οι οριακές συνθήκες. Μετά το πέρας της μοντελοποίησης, που πραγματοποιείται σε αυτό το πρώτο στάδιο της μελέτης, οιοιουδήποτε προβλήματος, ο προεπεξεργαστής γράφει ένα αρχείο δεδομένων για τον επιλύτη (solver).

Το ABAQUS αποτελείται από δυο βασικά προγράμματα προσομοίωσης, κατά τη διαδικασία της ανάλυσης (επίλυσης) του φαινομένου στο οποίο υποβάλλεται το σχεδιαζόμενο αντικείμενο, που είναι το ABAQUS/Standard και το ABAQUS/Explicit.

Το ABAQUS/Standard είναι ένα πρόγραμμα γενικής χρήσης με τις προαναφερθείσες δυνατότητας προσομοίωσης. Είναι το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε και στην παρούσα εργασία. Συχνά αναφέρεται και ως ο implicit solver του ABAQUS, διότι στη μη γραμμική ανάλυση οι εξισώσεις επιλύονται με ένα έμμεσο (implicit) αλγόριθμο, σε συνδυασμό με τη μέθοδο Newton.

Το ABAQUS/Explicit είναι ένα πρόγραμμα με εξειδικευμένη χρήση και κύρια εφαρμογή στη μη-γραμμική δυναμική ανάλυση των κατασκευών, ειδικά για δυναμικά φαινόμενα με πολύ μικρό χρόνο απόκρισης, όπως στην περίπτωση των κρουστικών φορτίων. Χρησιμοποιεί ένα άμεσο (explicit) αλγόριθμο επίλυσης, ώστε σε κάθε βήμα της φόρτισης να μην είναι αναγκαία η επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων, όπως συμβαίνει στο ABAQUS/Standard. Το ABAQUS/Explicit χρησιμοποιεί τον κανόνα των κεντρικών διαφορών, προκειμένου να ολοκληρώσει τις εξισώσεις κίνησης, άμεσα, ως προς το χρόνο, χρησιμοποιώντας τις κινηματικές συνθήκες τους ενός βήματος για να υπολογίσει τις κινηματικές συνθήκες του επόμενου βήματος.

Το ABAQUS/VIEWER αποτελεί ένα εργαλείο επεξεργασίας δεδομένων, που προκύπτουν από την ανάλυση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Διαθέτει ένα διαδραστικό γραφικό περιβάλλον, με πληθώρα εργαλείων και επιλογών που βοηθούν το χρήστη στη μελέτη και επεξεργασία των δεδομένων και στην εξαγωγή αποτελεσμάτων της ανάλυσης.

## **Έμμεση (implicit) δυναμική ανάλυση και άμεση (explicit) δυναμική ανάλυση**

Το Abaqus περιλαμβάνει αρκετές μεθόδους για την εφαρμογή της δυναμικής ανάλυσης σε προβλήματα στα οποία λαμβάνεται υπ' όψιν η επίδραση της αδράνειας. Όταν μελετάται η μη γραμμική δυναμική απόκριση του συστήματος χρησιμοποιείται η ολοκλήρωση των δυναμικών εξισώσεων κίνησης. Η ολοκλήρωση διενεργείται έμμεσα στο Abaqus/Standard και άμεσα στο Abaqus/Explicit. Οι μέθοδοι, που χρησιμοποιούν τις ιδιομορφές των αποκρίσεων για την επίλυση του δυναμικού προβλήματος, επιλέγονται συνήθως για γραμμικές αναλύσεις, διότι στη δυναμική ανάλυση με άμεση ολοκλήρωση οι γενικές εξισώσεις της κίνησης του συστήματος ολοκληρώνονται ως προς το χρόνο. Αυτό καθιστά τις μεθόδους, άμεσης και έμμεσης, ολοκλήρωσης των δυναμικών εξισώσεων κίνησης περισσότερο δαπανηρές σε σύγκριση με τις μεθόδους των ιδιομορφών των αποκρίσεων. Οι μέθοδοι των υποδιαστημάτων, που υπάρχουν στο Abaqus/Standard, παρέχουν αποδοτικές προσεγγίσεις στην ανάλυση συστημάτων τα οποία είναι ήπια μη γραμμικά.

Στο Abaqus/Standard η μελέτη της δυναμικής ανάλυσης των γραμμικών προβλημάτων διενεργείται με τη χρήση των ιδιομορφών του συστήματος ως βάση για τον υπολογισμό της απόκρισης του συστήματος. Σε τέτοιες περιπτώσεις οι απαραίτητες ιδιομορφές και συχνότητες εξάγονται αρχικά σε ένα στάδιο εύρεσης των συχνοτήτων. Οι διαδικασίες, που βασίζονται στις ιδιομορφές των αποκρίσεων είναι απλές. Συνήθως, η δυναμική ανάλυση της απόκρισης δεν είναι υπολογιστικά ακριβή. Αν και, η εξαγωγή των ιδιομορφών μπορεί να είναι υπολογιστικά ασύμφορη, στην περίπτωση που απαιτούνται πολλές ιδιομορφές των αποκρίσεων ενός μεγάλου μοντέλου.

Η μέθοδος της ανάλυσης με ολοκλήρωση των δυναμικών εξισώσεων κίνησης, παρέχεται στο Abaqus/Standard με την επιλογή των έμμεσων τελεστών για την ολοκλήρωση των εξισώσεων της κίνησης, ενώ στο Abaqus/Explicit χρησιμοποιείται ο τελεστής κεντρικής διαφοράς. Στην έμμεση δυναμική ανάλυση, το μητρώο του τελεστή ολοκλήρωσης πρέπει να μετασχηματιστεί, με αποτέλεσμα να προκύπτει μια ομάδα μη γραμμικών εξισώσεων ισορροπίας που πρέπει να λυθεί για κάθε χρονικό βήμα (increment). Στην άμεση δυναμική ανάλυση, οι μετατοπίσεις και οι ταχύτητες υπολογίζονται με όρους των ποσοτήτων των μεγεθών που είναι γνωστές στην αρχή κάθε χρονικού βήματος. Επομένως, τα γενικά μητρώα της μάζας και της ακαμψίας δεν χρειάζεται να μορφοποιηθούν και να μετασχηματιστούν, το οποίο σημαίνει ότι οι υπολογισμοί για κάθε χρονικό βήμα κοστίζουν λιγότερο σε σύγκριση με τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα σε ένα σχήμα έμμεσης ολοκλήρωσης. Όμως, το μέγεθος του χρονικού βήματος στην άμεση δυναμική ανάλυση είναι περιορισμένο,

διότι ο τελεστής κεντρικής διαφοράς παραμένει σταθερός μόνο υπό συγκεκριμένες συνθήκες. Αντιθέτως, ο έμμεσος τελεστής, που είναι διαθέσιμος στο Abaqus/Standard παραμένει σταθερός, οπότε δεν τίθεται κάποιο όριο στο μέγεθος του χρονικού βήματος, που είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί στις περισσότερες αναλύσεις στο Abaqus/Standard, το οποίο επηρεάζει αρνητικά την ακρίβεια της μεθόδου.

Το όριο της ευστάθειας για τη μέθοδο της κεντρικής διαφοράς σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με το χρόνο που απαιτείται, ούτως ώστε το κύμα τάσης να τμήσει τη μικρότερη διάσταση στοιχείου του μοντέλου. Το όριο της ευστάθειας ορίζει το μεγαλύτερο χρονικό βήμα που είναι δυνατόν να τεθεί, χωρίς η συγκεκριμένη μέθοδος να παράγει μεγάλα και ταχέως αυξανόμενα σφάλματα. Επομένως, το χρονικό διάστημα σε μια άμεση δυναμική ανάλυση μπορεί να είναι πολύ σύντομο, είτε όταν η διαμέριση του πλέγματος του μοντέλου περιλαμβάνει στοιχεία μικρών διαστάσεων, είτε όταν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος της τάσης στο υλικό είναι πολύ υψηλή. Επομένως, η μέθοδος είναι υπολογιστικά ελκυστική στην περίπτωση προβλημάτων όπου η συνολική δυναμική χρονική απόκριση, που μοντελοποιείται, είναι μόνο μερικές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του ορίου ευστάθειας.

Το Abaqus/Explicit περιλαμβάνει λιγότερους τύπους στοιχείων σε σύγκριση με το Abaqus/Standard. Από την άλλη πλευρά, το Abaqus/Explicit είναι συμφέρουσα επιλογή για πολύ μεγάλα προβλήματα, διότι το κόστος ανάλυσης αυξάνει γραμμικά με το μέγεθος του προβλήματος. Ενώ, το κόστος της επίλυσης μη γραμμικών εξισώσεων με την έμμεση ολοκλήρωση αυξάνεται περισσότερο από γραμμικά με το μέγεθος του προβλήματος. Η μέθοδος της άμεσης ολοκλήρωσης είναι συχνά πιο αποδοτική από την έμμεση ολοκλήρωση για την επίλυση προβλημάτων που περιγράφουν βραχυχρόνια, ασυνεχή γεγονότα. Τα προβλήματα, που περιλαμβάνουν διάδοση κύματος τάσης είναι δυνατόν να έχουν μεγαλύτερη υπολογιστική απόδοση, όταν επιλυθούν στο Abaqus/Explicit. Στην έμμεση ανάλυση πρέπει να γίνουν πολλές επαναλήψεις για να προσδιοριστεί η λύση σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα, ενώ, στην άμεση ανάλυση η λύση προσδιορίζεται χωρίς επαναλήψεις, αλλά προοδεύοντας άμεσα τη κινηματική κατάσταση από το προηγούμενο χρονικό βήμα στο επόμενο. Στην άμεση μέθοδο δεν απαιτείται τριγωνοποίηση των μητρώων για την επίλυση συστημάτων, όντας διαγώνια, κάτι που την καθιστά ταχύτερη και την «απελευθερώνει» από προβλήματα αντιστροφής μητρώων, επιτρέποντας, κατά συνέπεια, ένα μοντέλο να είναι υποστατικό. Οπότε μια ολόκληρη κατασκευή ή μέρος αυτής μπορεί να είναι τελείως ελεύθερη και να πραγματοποιεί κίνηση στερεού σώματος.

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου επίλυσης ενός προβλήματος δεν είναι πάντα προφανής και μπορεί να εξαρτάται από λεπτομέρειες της συγκεκριμένης περίπτωσης. Η εμπειρία είναι ένας χρήσιμος σύμβουλος. Στην παρούσα εργασία διενεργήθηκε δυναμική ανάλυση ενός γραμμικού προβλήματος στο Abaqus/Standard.

## Γραμμική δυναμική ανάλυση

Το Abaqus παρέχει επιλογές δυναμικής ανάλυσης τόσο για γραμμικά όσο και για μη γραμμικά προβλήματα. Στην περίπτωση του αμιγώς γραμμικού συστήματος, επιλέγονται οι μέθοδοι που βασίζονται στην εύρεση των ιδιομορφών του συστήματος για την επίλυση του δυναμικού προβλήματος, διότι εξασφαλίζουν την εποπτεία της συμπεριφοράς της κατασκευής. Η εποπτεία αυτή δεν είναι διαθέσιμη με άλλο τρόπο. Επιπλέον, είναι σε μεγάλο βαθμό περισσότερο αποδοτικές σε σύγκριση με τις μεθόδους, άμεσης και έμμεσης, ολοκλήρωσης, που συνήθως χρησιμοποιούνται στα μη γραμμικά προβλήματα.

Στην περίπτωση των προβλημάτων ήπιας μη γραμμικής ανάλυσης χρησιμοποιείται η μέθοδο της προβολής των αποκρίσεων των ιδιομορφών. Η βασική ιδέα της μεθόδου συνίσταται στη χρήση των ιδιομορφών του γραμμικού συστήματος, που εξάγονται από την ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων, ως ομάδα των γενικών (global) συναρτήσεων Ritz, δηλαδή ως μια ομάδα γενικών συναρτήσεων παρεμβολής, των οποίων το εύρος καθορίζει την αντίδραση. Το Abaqus/Standard παρέχει άμεση ολοκλήρωση ως προς το χρόνο χρησιμοποιώντας τον άμεσο τελεστή κεντρικής διαφοράς για την επιλογή αυτή. Στην περίπτωση της μη γραμμικότητας η δυναμική ανάλυση πραγματοποιείται με άμεση ολοκλήρωση στο χρόνο όλων των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

Η γραμμική δυναμική ανάλυση με επαλληλία των αποκρίσεων των ιδιομορφών έχει μικρό κόστος υπολογιστικά και μπορεί να παράσχει χρήσιμη εποπτεία της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος. Με τη χρήση μοντέρνων τεχνικών εξαγωγής ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων, το κόστος της δημιουργίας μιας ικανοποιητικής βάσης ιδιοτιμών/ιδιοδιανυσμάτων δεν αποτελεί υπέρβαση, λαμβάνοντας υπ' όψιν και το γεγονός ότι η συνεπαγόμενη υπολογιστική προσπάθεια που απαιτείται για την επίτευξη της δυναμικής απόκρισης με την επαλληλία των ιδιομορφών των αποκρίσεων είναι σχετικά μικρή, ειδικά όταν συγκρίνεται με το κόστος των μεθόδων της άμεσης ολοκλήρωσης που χρησιμοποιούνται για τη γενική μη γραμμική ανάλυση.

Η βασική ιδέα της επαλληλίας των ιδιομορφών των αποκρίσεων είναι ότι η απόκριση της κατασκευής εκφράζεται με όρους ενός σχετικά μικρού αριθμού ιδιομορφών του συστήματος. Η ορθογωνικότητα των ιδιομορφών είναι μια θεώρηση, που χρησιμοποιείται κατά την επίλυση του συστήματος. Επιπλέον, μόνο οι ιδιομορφές, που είναι πλησιέστερα στις ενδιαφέρουσες συχνότητες, είναι συνήθως απαραίτητες. Παραδείγματος χάριν, απαιτούνται μόνο μερικές τιμές της συχνότητας, οι μικρότερες, για τον ακριβή υπολογισμό της γραμμικής δυναμικής απόκρισης της

κατασκευής, η οποία εκτίθεται σε διαρκή φόρτιση, όπως η σταθερής κατάστασης (steady-state) απόκριση σε διέγερση χαμηλής συχνότητας. Η τεχνική μπορεί να επεκταθεί με έναν περιορισμένο τρόπο στο μη γραμμικό σύστημα, αλλά οι αρχές της επαλληλίας και της ορθογωνικότητας παρέχονται μόνο σε αμιγώς γραμμικά συστήματα. Για το λόγο αυτό οι μέθοδοι που περιγράφονται στο κεφάλαιο αυτό εφαρμόζονται μόνο για γραμμική ανάλυση.

Το Abaqus/Standard έχει δυο μεθοδολογίες «υποδιαστημάτων», που χρησιμοποιούν μερικές ιδιομορφές του συστήματος για να εξαχθούν οι εξισώσεις ισορροπίας. Η μία αναφέρεται σε μη γραμμική δυναμική ανάλυση και η άλλη σε μόνιμης καταστασης δυναμική ανάλυση. Και στις δυο περιπτώσεις οι ιδιομορφές του συστήματος χρησιμοποιούνται ως μια ομάδα γενικών διανυσμάτων βάσης για τον υπολογισμό της δυναμικής απόκρισης, παρ'όλο που το σύστημα παρουσιάζει είτε μη γραμμικά αποτελέσματα είτε αποτελέσματα που εξαρτώνται από τη συχνότητα, κατά την δυναμική απόκριση. Τέτοιες μέθοδοι έχουν χαμηλό κόστος συγκρινόμενες με την πλήρη, μη γραμμική, δυναμική ανάλυση της απόκρισης που αναπτύσσεται λαμβάνοντας υπ'όψιν όλους τους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος.

Οι μεθοδολογίες που παρέχονται για την ανάλυση με επαλληλία των ιδιομορφών των αποκρίσεων παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω:

α) Δυναμική ανάλυση ιδιομορφών σε συνάρτησι με το χρόνο.

Η διαδικασία αυτή (modal dynamic analysis) χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί η απόκριση του γραμμικού συστήματος για συγκεκριμένες, διακριτές, χρονικές στιγμές, και όταν οι συνθήκες φόρτισης δίνονται συναρτήσι του χρόνου. Η απόκριση ολοκληρώνεται ως προς το χρόνο. Η μέθοδος ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται είναι ακριβής στην περίπτωση των φορτίσεων που μεταβάλλονται τμηματικά γραμμικά με το χρόνο. Επομένως, οι μόνες προσεγγίσεις που γίνονται σε αυτή τη διαδικασία ανάλυσης είναι η γραμμικοποίηση του προβλήματος, η χωρική μοντελοποίηση που περιλαμβάνει την επιλογή του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, ο καθορισμός της φόρτισης και η επιλογή του αριθμού των ιδιομορφών που είναι απαραίτητες για να απεικονιστεί το σύστημα.

β) Ανάλυση φάσματος απόκρισης.

Η ανάλυση φάσματος απόκρισης (response spectrum analysis) χρησιμοποιείται συχνά για να επιτευχθεί μιας χαμηλού κόστους προσέγγιση του υπολογισμού της ακραίας απόκρισης του συστήματος. Η ταυτόχρονη κίνηση όλων των κόμβων σταθεροποιείται με τις οριακές συνθήκες. Γίνεται η παραδοχή ότι η απόκριση του συστήματος είναι γραμμική. Κατά συνέπεια, μπορεί να αναλυθεί στον τομέα της συχνότητας χρησιμοποιώντας τις μικρότερες ιδιοσυχνότητες και

ιδιομορφές του συστήματος, που έχουν υπολογιστεί σε ένα προηγούμενο στάδιο ιδιοσυχνοτήτων. Διενεργείται η μετατροπή της διέγερσης, που εκφράζεται ως προς το χρόνο, σε ένα ισοδύναμο φάσμα συχνοτήτων. Η μετατροπή βασίζεται στην παραδοχή ότι το σύστημα έχει συμπεριφορά ενός βαθμού ελευθερίας. Όταν είναι γνωστό το φάσμα, ευρίσκονται οι ιδιομορφές των ακραίων αποκρίσεων. Η μέθοδος έχει πολύ χαμηλό κόστος και παρέχει χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τη μορφή του φάσματος του συστήματος ως προς τη συχνότητα.

γ) Ανάλυση της σταθερής κατάστασης αρμονικής απόκρισης.

Η διαδικασία αυτή (steady-state harmonic response analysis) χρησιμοποιείται όταν είναι απαιτούμενη η απόκριση σταθερής κατάστασης ενός συστήματος. Το σύστημα υποβάλλεται σε συνεχή αρμονική διέγερση και η απόκρισή του είναι γραμμική. Χρησιμοποιούνται οι ιδιομορφές του συστήματος. Η λύση δίνεται ως συσχέτιση των πλατών και των φάσεων των μεταβλητών της επίλυσης, όπως η τάση, η μετατόπιση, κ.α., συναρτήσει της συχνότητας. Στο στάδιο της επεξεργασίας και της εκτίμησης των αποτελεσμάτων του συστήματος παρέχονται οι επιλογές για να παρουσιάζονται τέτοια αποτελέσματα άνετα.

Υπάρχει μια παρόμοια επιλογή για άμεση ανάλυση της αρμονικής απόκρισης χωρίς τη χρήση των ιδιομορφών ως βάση. Η άμεση μέθοδος είναι σε μεγάλο βαθμό περισσότερο ακριβή υπολογιστικά σε σύγκριση με την μέθοδο των ιδιομορφών των αποκρίσεων, αλλά είναι απαραίτητη όταν το σύστημα δεν είναι συμμετρικό. Αυτό συμβαίνει, διότι το Abaqus δεν έχει την ικανότητα της μη συμμετρικής εξαγωγής ιδιοτιμών. Επίσης, η μέθοδος είναι απαραίτητη όταν η συμπεριφορά του συστήματος εξαρτάται από παραμέτρους που μεταβάλλονται συναρτήσει της συχνότητας.

Η μέθοδος των υποδιαστημάτων είναι, τυπικά, λιγότερο ακριβή από τη μέθοδο με ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης (direct). Γενικά χρησιμοποιείται είτε για μη συμμετρικά συστήματα είτε όταν η συμπεριφορά του συστήματος περιλαμβάνει παραμέτρους που εξαρτώνται από τη συχνότητα.

δ) Ανάλυση τυχαίας απόκρισης.

Η μέθοδος (random response analysis) χρησιμοποιείται όταν η κατασκευή διεγείρεται συνεχώς και η φόρτιση μπορεί να εκφραστεί στατιστικά σε όρους μιας «συνάρτησης φασματικής πυκνότητας». Η απόκριση υπολογίζεται με όρους στατιστικών ποσοτήτων, όπως η μέση τιμή και η τυποποιημένη απόκλιση των μεταβλητών στους κόμβους και τα στοιχεία.

Πριν από κάθε διαδικασία επαλληλίας των ιδιομορφών των αποκρίσεων, είναι απαραίτητο να υπολογιστούν οι φυσικές συχνότητες του συστήματος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανάλυσης των ιδιοτιμών.

### Εύρεση των φυσικών συχνοτήτων (ιδιοσυχνοτήτων)

Με την έλευση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, δόθηκε αξιοσημείωτη προσοχή στο πρόβλημα των ιδιοτιμών. Η διαδικασία της εξαγωγής συχνοτήτων αποσκοπεί στην εύρεση των ιδιοτιμών για να υπολογιστούν οι φυσικές συχνότητες και οι αντίστοιχες, για συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας, μορφές των αποκρίσεων (mode shapes) του συστήματος.

Το πρόβλημα των ιδιοτιμών είναι ένα κλασικό πεδίο μελέτης και έχει αφιερωθεί πολλή εργασία για την εύρεση μεθόδων υπολογισμού τους. Στην περίπτωση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων συνήθως απαιτείται μικρός αριθμός ιδιοζευγών και για σημαντικές περιπτώσεις τα μητρώα είναι συμμετρικά. Το πρόβλημα των ιδιοτιμών για τις φυσικές συχνότητες ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με μικρή δόνηση περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$(\mu^2 M^{MN} + \mu C^{MN} + K^{MN})\varphi^N = 0 \quad (2-1)$$

και γραμμένο στη μητρωϊκή μορφή γίνεται

$$(\mu^2 [M] + \mu [C] + [K]) \{\varphi\} = 0 \quad (2-2)$$

όπου

[M] είναι το μητρώο της μάζας, που είναι συμμετρικό και θετικά ορισμένο,

[C] είναι το μητρώο της απόσβεσης,

[K] είναι το μητρώο της ακαμψίας, το οποίο περιλαμβάνει επιδράσεις μεγάλων μετατοπίσεων, όπως αρχικές τάσεις, και επομένως μπορεί να μην είναι συμμετρικό ή θετικά ορισμένο,

$\mu$  είναι η ιδιοτιμή,

$\{\varphi\}$  είναι το ιδιοδιάνυσμα της ιδιομορφής της δόνησης, και

M και N είναι οι βαθμοί ελευθερίας.

Στην περίπτωση του άκαμπτου σώματος, το  $K^{MN}$  είναι αόριστο, λόγω των ιδιομορφών και των ασταθειών. Για το άκαμπτο σώμα προκύπτουν μηδενικές



ιδιοτιμές. Οι αστάθειες παράγουν αρνητικές ιδιοτιμές. Αυτό συμβαίνει, όταν λαμβάνονται υπ'όψιν οι επιδράσεις της αρχικής τάσης. Το Abaqus/Standard επιλύει το πρόβλημα των ιδιοσυχνοτήτων μόνο για συμμετρικά μητρώα.

Γενικά, το ιδιοσύστημα, που περιγράφει η παραπάνω σχέση, θα έχει σύνθετες ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα. Υπάρχει η δυνατότητα, αυτό το σύστημα, να γίνει συμμετρικό, κάνοντας τη θεώρηση ότι, κατά τον υπολογισμό των ιδιοτιμών, το μητρώο της ακαμψίας είναι συμμετρικό και μη λαμβάνοντας υπ'όψιν το μητρώο της απόσβεσης. Το συμμετρικό σύστημα έχει μόνο πραγματικά ιδιοδιανύσματα και τις ιδιοτιμές με τη μορφή  $\mu^2$ .

Τυπικά, για συμμετρικά ιδιοπροβλήματα, γίνεται η θεώρηση ότι το μητρώο της ακαμψίας είναι θετικά ημι-ορισμένο. Κατά συνέπεια, η ιδιοτιμή  $\mu$  ορίζεται ως φανταστικός αριθμός  $\mu = i\omega$ , όπου το  $\omega$  είναι η κυκλική συχνότητα. Τότε, το πρόβλημα των ιδιοτιμών για τις φυσικές συχνότητας ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων χωρίς απόσβεση περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$(-\omega^2 M^{MN} + K^{MN})\phi^N = 0 \quad (2-3)$$

και γραμμένο στη μητρική μορφή γίνεται

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{\varphi\} = 0 \quad (2-4)$$

Όταν το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων περιλαμβάνει υβριδικά στοιχεία, ζεύγη επαφής ή στοιχεία επαφής, το σύστημα των εξισώσεων περιλαμβάνει πολλαπλασιαστές Lagrange και το μητρώο της ακαμψίας γίνεται αόριστο. Όμως, όλοι οι όροι του μητρώου της μάζας, που αντιστοιχούν στους πολλαπλασιαστές Lagrange γίνονται μηδενικοί. Επομένως, όλες οι ιδιοτιμές γίνονται φανταστικοί αριθμοί και το πρόβλημα των ιδιοτιμών γράφεται με τη μορφή της προηγούμενης σχέσης.

Το Abaqus/Standard διαθέτει τρεις μεθόδους υπολογισμού των ιδιοτιμών των φυσικών συχνοτήτων, που είναι οι κάτωθι:

- α) μέθοδος Lanczos,
- β) μέθοδος AMS (automatic multi-level substructuring),
- γ) μέθοδος της επανάληψης του υποδιαστήματος, όπου η βασική ιδέα είναι μια ταυτόχρονη αντίστροφη επανάληψη της ισχύος. Δημιουργείται μια μικρή ομάδα διανυσμάτων βάσης, καθορίζοντας, με τον τρόπο αυτό, ένα υποδιάστημα/υποχώρο. Κατόπιν, το υποδιάστημα μετατρέπεται με την επανάληψη, σε ένα διάστημα που περιλαμβάνει τα μικρότερα ιδιοδιανύσματα του συνολικού συστήματος. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η εξαγωγή των ιδιοτιμών σε ένα περιορισμένο

διάστημα, προκαλεί μια ταχεία σύγκλιση των ιδιοδιανυσμάτων στον πλήρη χώρο. Για μια οικονομική λύση είναι σημαντική η επιλογή του αριθμού των διανυσμάτων βάσης που συμμετέχουν στις επαναλήψεις, καθώς και η επιλογή των αρχικών διανυσμάτων βάσης.

Η μέθοδος Lanczos επιλέγεται εξ'όρισμού για τον υπολογισμό των ιδιοτιμών, διότι έχει τις ευρύτερες ικανότητες, αλλά είναι πιο αργή από τη μέθοδο AMS. Η αυξημένη ταχύτητα της μεθόδου AMS γίνεται ιδιαίτερα αισθητή, όταν απαιτείται μεγάλος αριθμός ιδιομορφών για ένα σύστημα με πολλούς βαθμούς ελευθερίας. Η μέθοδος της επανάληψης του υποδιαστήματος και η μέθοδος Lanczos χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των συμμετρικών ιδιοπροβλημάτων.

Στη συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε η μέθοδος Lanczos, και για τον λόγο αυτό γίνεται μια επεξηγηματική αναφορά της μεθόδου. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου Lanczos είναι απαραίτητο να δηλωθεί ο απαιτούμενος μέγιστος αριθμός των ιδιοτιμών της συχνότητας ή η μέγιστη τιμή της επιθυμητής συχνότητας. Η μέθοδος αυτή κάνει χρήση του αλγορίθμου Householder και του αλγορίθμου Q-R για την εφαρμογή του προβλήματος των ιδιοτιμών στο Abaqus/Standard.

Η εφαρμογή της μεθόδου Lanczos ως ένα ισχυρό εργαλείο για την εύρεση των ιδιοτιμών και των αντίστοιχων ιδιοδιανυσμάτων στα συμμετρικά, γενικευμένα ιδιοπροβλήματα έχει γίνει αντικείμενο μελέτης από αρκετούς συγγραφείς, όπως οι Parlett (1980), Parlett and Nour-Omid (1989), Simon (1984), and Ericsson and Ruhe (1980). Η μεθοδολογία Lanczos στο Abaqus/Standard συνίσταται στην εκτέλεση ενός συνόλου από επαναληπτικούς κύκλους (runs), που ονομάζονται βήματα (steps). Σε κάθε κύκλο της μεθόδου Lanczos διενεργείται ο παρακάτω μετασχηματισμός:

$$[M] ([K] - \sigma [M])^{-1} \cdot [M] \{\varphi\} = \theta [M] \{\varphi\} \quad (2-5)$$

όπου,

$\sigma$  είναι η μεταβολή (shift),

$\theta$  είναι η ιδιοτιμή, και

$\varphi$  είναι το ιδιοδιάνυσμα.

Ο μετασχηματισμός επιτρέπει την ταχεία σύγκλιση προς τις επιθυμητές ιδιοτιμές. Τα ιδιοδιανύσματα του συμμετρικού προβλήματος, που περιγράφεται με τη σχέση (2) και το μετασχηματισμένο πρόβλημα, που περιγράφεται με τη σχέση (3) είναι πανομοιότυπα. Οι ιδιοτιμές του πρωτότυπου προβλήματος και το μετασχηματισμένο πρόβλημα συσχετίζονται με τον τρόπο, που περιγράφεται στην κάτωθι σχέση:

$$\omega^2 = \frac{1}{\theta} + \sigma \quad (2-6)$$

Κάθε κύκλος της μεθόδου Lanczos τερματίζεται, όταν η διάρκειά του υπολογίζεται ότι είναι ανεπαρκής. Κάτι τέτοιο προκύπτει από τον υπολογισμό του κόστους ανά ιδιοτιμή κατά τα αμέσως επόμενα βήματα. Ο κύκλος της μεθόδου συνεχίζεται να εκτελείται καθόσον το κόστος ανά ιδιοτιμή μειώνεται. Γενικά, μόνο οι δέκα, πλησιέστερες στην τιμή της μεταβολή  $\sigma$ , ιδιοτιμές υπολογίζονται σε ένα κύκλο της μεθόδου Lanczos. Η δυνατότητα υπολογισμού πολλών ιδιομορφών με την εκτέλεση αρκετών κύκλων της μεθόδου Lanczos θέτοντας διαφορετικές τιμές στο μέγεθος της μεταβολής  $\sigma$ , είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου. Επιπλέον, ένας κύκλος της μεθόδου Lanczos ολοκληρώνεται όταν όλες οι απαιτούμενες, για τον τρέχοντα κύκλο, ιδιοτιμές έχουν εξαχθεί και όταν ο αριθμός των βημάτων της μεθόδου Lanczos ταυτιστεί με τον μέγιστο αριθμό των βημάτων.

Ο υπολογισμός των φυσικών συχνοτήτων είναι απαραίτητος και για τον καθορισμό του συντελεστή απόσβεσης του υλικού.

### **Απόσβεση του υλικού**

Η απόσβεση ως ιδιότητα του υλικού καθορίζεται στη γραμμική δυναμική ανάλυση με χρήση των ιδιομορφών των αποκρίσεων στο Abaqus/Standard. Επίσης, ορίζεται και στις περιπτώσεις των μεθόδων της άμεσης ολοκλήρωσης στην έμμεση ή άμεση, μη γραμμική ανάλυση, της άμεσης ολοκλήρωσης με τη μέθοδο του υποδιαστήματος, της μόνιμης κατάστασης άμεσης λύσης και της δυναμικής ανάλυσης μόνιμης κατάστασης με τη μέθοδο του υποδιαστήματος.

Στη δυναμική ανάλυση άμεσης ολοκλήρωσης, συχνά, υπάρχουν μηχανισμοί απορρόφησης ενέργειας στο μοντέλο. Σε τέτοιες περιπτώσεις δεν υπάρχει ανάγκη να εισαχθεί πρόσθετη απόσβεση, διότι είναι ασήμαντη συγκρινόμενη με τη δράση τέτοιων μηχανισμών. Όμως, μερικές κατασκευές δεν έχουν τέτοιες πηγές απορρόφησης της ενέργειας. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι επιθυμητό να προστεθεί κάποια γενική απόσβεση.

Για το σκοπό αυτό το Abaqus διαθέτει την απόσβεση Rayleigh, κατά την οποία το σύστημα αποσβαίνει σε ένα εύρος συχνοτήτων, από χαμηλές έως υψηλές. Η απόσβεση Rayleigh δίνει ποσοτικά ακριβή αποτελέσματα για κάθε φάση της απόκρισης του συστήματος κατά την άμεση δυναμική ανάλυση των ιδιομορφών, ειδικά κοντά στις φυσικές συχνότητες.

Για τον υπολογισμό της απόσβεσης Rayleigh, είναι απαραίτητο να υπολογιστούν δυο παράγοντες απόσβεσης Rayleigh, που είναι ο  $\alpha_R$  για απόσβεση

κατά αναλογία της μάζας και ο  $\beta_R$  για απόσβεση κατά αναλογία της ακαμψίας. Γενικά, η απόσβεση είναι μια ιδιότητα του υλικού που ορίζεται ως τμήμα των χαρακτηριστικών του υλικού. Στην απόσβεση Rayleigh γίνεται η παραδοχή ότι το μητρώο της απόσβεσης είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των μητρώων της μάζας και της ακαμψίας, δηλαδή ορίζεται ως:

$$C = \alpha_R M + \beta_R K \quad (2-7)$$

Αν και η παραδοχή ότι η απόσβεση είναι ανάλογη των μητρώων της μάζας και της ακαμψίας δεν έχει κάποια αυστηρή φυσική βάση, στην πράξη η κατανομή της απόσβεσης σπανίως επεξηγείται με λεπτομέρεια, έτσι ώστε να είναι έγκυρο ένα άλλο πιο σύνθετο μοντέλο, εκτός από το γραμμικό. Γενικά, το μοντέλο αυτό παύει να είναι αξιόπιστο στην περίπτωση συστημάτων με υψηλό συντελεστή απόσβεσης, ενώ για κάθε άλλη μορφή απόσβεσης, ορίζεται ακριβώς η απόσβεση Rayleigh κάθε απόκρισης του συστήματος.

Για μια συγκεκριμένη κατάσταση απόκρισης  $i$  του συστήματος ο συντελεστής της κρίσιμης απόσβεσης,  $\xi_i$ , εκφράζεται με τους όρους των παραγόντων απόσβεσης,  $\alpha_R$  και  $\beta_R$ , και δίνεται από τη σχέση:

$$\xi_i = \frac{\alpha_R}{2 \omega_i} + \frac{\beta_R \omega_i}{2} \quad (2-8)$$

όπου, το  $\omega_i$  είναι η κυκλική (φυσική) συχνότητα,  $\omega = 2\pi f$ , στη συγκεκριμένη κατάσταση απόκρισης.

Γενικά, η σχέση αυτή καταδεικνύει ότι ο παράγοντας απόσβεσης Rayleigh,  $\alpha_R$ , που είναι σε αναλογία με τη μάζα, αποσβαίνει σε χαμηλότερες τιμές συχνότητας και ότι ο παράγοντας απόσβεσης Rayleigh,  $\beta_R$ , που είναι σε αναλογία με την ακαμψία, αποσβαίνει σε υψηλότερες τιμές συχνότητας. Ο συντελεστής της κρίσιμης απόσβεσης,  $\xi_i$ , συνήθως κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 1% και 10%.

Ο παράγοντας  $\alpha_R$  εισάγει δυνάμεις απόσβεσης που προκαλούνται από τις απόλυτες ταχύτητες του μοντέλου. Οπότε, αναπαριστά την ιδέα του μοντέλου που κινείται μέσω ενός συνεκτικού «αιθέρα», δηλαδή μέσω ενός σταθερού, διαπεραστικού ρευστού έτσι ώστε κάθε κίνηση οποιουδήποτε σημείου στο μοντέλο να προκαλεί απόσβεση. Αυτός ο παράγοντας απόσβεσης προσδιορίζει μια αναλογικότητα της απόσβεσης με τη μάζα, με την έννοια ότι το μητρώο της μάζας για ένα στοιχείο συνεισφέρει αναλογικά στην απόσβεση. Στην περίπτωση του Abaqus/Standard, που το στοιχείο περιλαμβάνει περισσότερα του ενός υλικά, η συνεισφορά στην απόσβεση από αυτό τον όρο υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το

μητρώο της μάζας του στοιχείου αυτού με το μέσο όρο σε μονάδες όγκου της τιμής του  $\alpha_R$ . Για την περίπτωση, που το στοιχείο περιλαμβάνει περισσότερα του ενός υλικά στο Abaqus/Explicit, ο μέσος όρος σε μονάδες μάζας της τιμής του  $\alpha_R$  πολλαπλασιάζεται με το μητρώο συγκεντρωμένων μαζών του στοιχείου για να καθοριστεί η συνεισφορά στην απόσβεση από τον όρο αυτό. Ο παράγοντας  $\alpha_R$  έχει μονάδες 1/χρόνο.

Ο παράγοντας  $\beta_R$  εισάγει την απόσβεση που επηρεάζεται κατ'αναλογία με το ρυθμό παραμόρφωσης. Επί της ουσίας συσχετίζει την απόσβεση με το υλικό αυτό καθ'αυτό. Επιπλέον, ο παράγοντας αυτός ορίζει την απόσβεση ανάλογα με την ακαμψία του ελαστικού υλικού.

### Στατική ανάλυση τάσης

Η στατική ανάλυση τάσης στο Abaqus/Standard είναι δυνατόν να είναι είτε γραμμική είτε μη γραμμική, και χρησιμοποιείται όταν οι επιδράσεις της αδράνειας μπορούν να αγνοηθούν. Λαμβάνεται υπ'όψιν η υστερητική συμπεριφορά των υπερελαστικών υλικών και η βαθμιαία μεταβαλλόμενη πλαστικότητα του υλικού.

Κατά τη διάρκεια του σταδίου της στατικής ανάλυσης ορίζεται η χρονική περίοδος της ανάλυσης. Αυτό είναι απαραίτητο για τη διασταύρωση αναφορών στις επιμέρους καταχωρήσεις του πλάτους, που χρησιμοποιούνται για να καθοριστεί η διακύμανση των φορτίων και άλλων εξωτερικά προκαθορισμένων παραμέτρων στη διάρκεια της στατικής ανάλυσης. Σε μερικές περιπτώσεις η κλιμάκωση του χρόνου είναι ρεαλιστική. Όταν δεν καθορίζεται η χρονική περίοδος, το Abaqus/Standard δίνει εξ'ορισμού μια τιμή που κυμαίνεται από 0.0 έως 1.0 ανά στάδια. Στην περίπτωση αυτή τα χρονικά βήματα είναι απλώς κλάσματα της συνολικής περιόδου του σταδίου.

Η γραμμική στατική ανάλυση περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των φορτίων και των κατάλληλων οριακών συνθηκών. Στην περίπτωση της μη γραμμικής ανάλυσης προκύπτουν επιδράσεις εξαιτίας των μεγάλων μετατοπίσεων, της μη γραμμικότητας του υλικού, και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται μια επαναληπτική μεθοδολογία υπολογισμού των μετατοπίσεων αυτών. Το Abaqus/Standard επιλύει τις μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας με τη μέθοδο Newton.

Στην παρούσα εργασία γίνεται στο πρώτο στάδιο (step) γενική γραμμική στατική ανάλυση και στο δεύτερο στάδιο (step) δυναμική ανάλυση με έμμεση ολοκλήρωση των δυναμικών εξισώσεων κίνησης.

## Δυναμική ανάλυση με έμμεση ολοκλήρωση

Η δυναμική ανάλυση με έμμεση ολοκλήρωση (implicit dynamic analysis) χρησιμοποιείται στο Abaqus/Standard, όταν μελετάται η μη γραμμική δυναμική απόκριση του συστήματος. Επίσης, εφαρμόζεται, είτε στην περίπτωση της αμιγώς μη γραμμικής ανάλυσης, είτε στην περίπτωση που βασίζεται στις ιδιομορφές του γραμμικού συστήματος. Επιπλέον, χρησιμοποιείται για την μελέτη μεγάλου αριθμού εφαρμογών, όπως οι δυναμικές αποκρίσεις με ελάχιστη απορρόφηση ενέργειας από το σύστημα, δυναμικές αποκρίσεις που περιλαμβάνουν μη γραμμικότητα, επαφή και μέτρια απορρόφηση ενέργειας από το σύστημα, και ψευδο-στατικές αποκρίσεις, όπου η σημαντική απορρόφηση ενέργειας παρέχει ευστάθεια και βελτιώνει τη σύγκλιση, καθορίζοντας ουσιαστικά μια στατική λύση.

Η γενική, μη γραμμική δυναμική ανάλυση στο Abaqus/Standard χρησιμοποιεί έμμεση ολοκλήρωση του χρόνου για να υπολογίσει την προσωρινά δυναμική ή ψευδο-στατική απόκριση του συστήματος. Η διαδικασία αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών.

Οι έμμεσοι τελεστές ολοκλήρωσης, που χρησιμοποιούνται στο Abaqus/Standard, επιλύονται στη δυναμική ανάλυση ως προς τα μεγέθη στη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$  χρησιμοποιώντας τις υπάρχουσες τιμές των αντίστοιχων μεγεθών για τη χρονική στιγμή  $t$ , αλλά, και τις τιμές μεγεθών για τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$ . Αυτό καθιστά τις εξισώσεις ισορροπίας στην έμμεση μέθοδο μη γραμμικές. Η επιλογή μεταξύ άμεσης και έμμεσης τεχνικής ολοκλήρωσης εξαρτάται από την ευκολία με την οποία επιλύονται οι μη γραμμικές εξισώσεις για τον έμμεσο τελεστή, το μέγεθος του βήματος του χρόνου, το οποίο παρέχει αποδεκτή ακρίβεια στο Abaqus/Standard σε σύγκριση με το όριο ευστάθειας στο Abaqus/Explicit και το μέγεθος του μοντέλου.

Στην παρούσα εργασία, θεωρείται ότι η δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής είναι γραμμική, δηλαδή σε κάθε χρονικό διάστημα η μεταβολή της μετατόπισης είναι μικρή και, η σχέση των παραμορφώσεων και των μετατοπίσεων είναι γραμμική. Επιπλέον, το υλικό λαμβάνεται ως γραμμικό ελαστικό. Κατά τη μελέτη της συμπεριφοράς της κατασκευής, που μοντελοποιήθηκε, γίνεται χρήση της αρχής των δυνατών έργων, σύμφωνα με την οποία: «Ένα σώμα ισορροπεί όταν το συνολικό εσωτερικό δυνατό έργο ισούται με το εξωτερικό δυνατό έργο για μικρές δυνατές συμβιβαστές μετατοπίσεις, οι οποίες ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες».

Συμβολίζουμε με  $\bar{u}$  τις δυνατές παραμορφώσεις οι οποίες είναι συμβιβαστές με τις δυνατές μετατοπίσεις  $\bar{u}$ . Γίνεται η υπόθεση ότι οι μετατοπίσεις, που υπολογίζονται στο τοπικό σύστημα αναφοράς  $(x,y,z)$  στο εσωτερικό κάθε στοιχείου

είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων στους  $N$  κόμβους του μοντέλου. Επομένως, για το  $m$ -οστό στοιχείο, η μετατόπιση στο τοπικό σύστημα αναφοράς  $(x,y,z)$  δίνεται ως:

$$u^{(m)}(x, y, z) = H^{(m)}(x, y, z)\hat{U} \quad (2-9)$$

όπου

$H^{(m)}$  είναι το μητρώο παρεμβολής των μετατοπίσεων,

$\hat{U}$  είναι το διάνυσμα των συνιστωσών των μετατοπίσεων  $U_i, V_i, W_i$ , σε όλους τους κόμβους στο γενικό σύστημα αναφοράς.

Οι παραμορφώσεις του  $m$ -οστού στοιχείου υπολογίζονται από τη σχέση του συμβιβαστού μετατοπίσεων-παραμορφώσεων :

$$\varepsilon^{(m)}(x, y, z) = \partial u^{(m)}(x, y, z) \quad (2-10)$$

Αντικαθιστώντας το διάνυσμα  $u^{(m)}$  συναρτήσει των κομβικών μετατοπίσεων:

$$\varepsilon^{(m)} = \partial u^{(m)} = \partial H^{(m)}(x,y,z) \hat{U} = B^{(m)}(x, y, z) \hat{U} \quad (2-11)$$

όπου ορίζεται το μητρώο συμβιβαστού των παραμορφώσεων  $B^{(m)}$

$$B^{(m)}(x, y, z) = \partial H^{(m)}(x, y, z) \quad (2-12)$$

Οι τάσεις  $\sigma^{(m)}$  δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma^{(m)}(x,y,z) = C^{(m)}(x,y,z) \varepsilon^{(m)} + \sigma_I^{(m)} \quad (2-13)$$

όπου

$C^{(m)}$  είναι το μητρώο ελαστικότητας, και

$\sigma_I^{(m)}$  είναι το διάνυσμα των αρχικών (προηγούμενων) τάσεων του συστήματος.

Στο μοντέλο εξασκείται, εκτός του στατικού φορτίου, και δυναμικό φορτίο, για τον λόγο αυτό συμπεριλαμβάνονται και οι αδρανειακές δυνάμεις χρησιμοποιώντας την αρχή του d'Alembert και προσθέτοντας τις δυνάμεις αυτές στο διάνυσμα των σωματειακών δυνάμεων. Επειδή συμπεριλαμβάνεται και ο βαθμός απόσβεσης της κατασκευής εισάγονται και οι αντίστοιχοι όροι που είναι συνάρτηση της ταχύτητας.

Οι εξισώσεις δυναμικής ισορροπίας του συστήματος, περιγράφονται από την ακόλουθη γραμμική, διαφορική εξίσωση:

$$M \ddot{U} + C_d \dot{U} + K U = R \quad (2-14)$$

όπου,

το μητρώο  $M$  είναι το μητρώο της μάζας του σώματος και δίνεται από τη σχέση:

$$M = \sum_m \int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} H^{(m)T} H^{(m)} dV^{(m)}, \quad (2-15)$$

το μητρώο  $C_d$  είναι το μητρώο απόσβεσης του σώματος και περιγράφεται με τη σχέση:

$$C_d = \sum_m \int_{V^{(m)}} \kappa^{(m)} H^{(m)T} H^{(m)} dV^{(m)}, \quad (2-16)$$

όπου,  $\rho^{(m)}$  είναι η πυκνότητα του στοιχείου και  $\kappa^{(m)}$  είναι μια παράμετρος που ορίζει το βαθμό απόσβεσης του στοιχείου,

το μητρώο  $K$  είναι το μητρώο ακαμψιών του συνόλου των στοιχείων που δίνεται από τη σχέση:

$$K = \sum_m \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} C^{(m)} B^{(m)} dV^{(m)} \quad (2-17)$$

το διάνυσμα των φορτίων  $R$  περιλαμβάνει τα σωματειακά φορτία  $R_B$ , τα επιφανειακά φορτία  $R_s$ , τα θερμικά φορτία  $R_{th}$ , τις αρχικές τάσεις  $R_I$  και τα συγκεντρωμένα φορτία  $R_C$ .

Παρατηρείται ότι το γενικό μητρώο ακαμψίας που αντιστοιχεί στο σύνολο των στοιχείων της κατασκευής αποκτάται με την άμεση σύνθεση των ακαμψιών κάθε στοιχείου, και ότι τα διανύσματα  $R_B$ ,  $R_s$ ,  $R_{th}$ ,  $R_I$  και  $R_C$  συγκροτούνται με απευθείας άθροιση των αντίστοιχων διανυσμάτων για κάθε στοιχείο.

Το Abaqus/Standard χρησιμοποιεί εξ'ορισμού τον έμμεσο τελεστή Hiber-Hughes-Taylor, ο οποίος προκύπτει από τη μέθοδο Newmark, και ανάλογα με την εφαρμογή εναρμονίζονται οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων, που εξαρτώνται από τον τελεστή. Ο καθορισμός του τελεστή προσδιορίζεται πλήρως μέσω του τύπου Newmark για την ολοκλήρωση των μεγεθών της μετατόπισης και της ταχύτητας, σύμφωνα με τις σχέσεις που παρουσιάζονται παρακάτω:



$$u |_{t+\Delta t} = u |_{t+\Delta t} \cdot \dot{u} |_{t+\Delta t}^2 [(\frac{1}{2} - \beta) \ddot{u} |_{t+\Delta t} + \beta \ddot{u} |_{t+\Delta t}] \quad (2-18)$$

$$\dot{u} |_{t+\Delta t} = \dot{u} |_{t+\Delta t} [(1-\gamma) \ddot{u} |_{t+\Delta t} + \gamma \ddot{u} |_{t+\Delta t}] \quad (2-19)$$

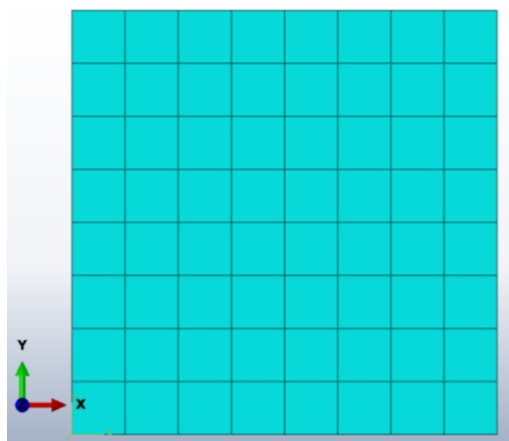
Από τις σχέσεις της μετατόπισης και της ταχύτητας, γίνεται αντιληπτό ότι, κατά την επίλυση αυτών των μη γραμμικών εξισώσεων, για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης κατά τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$  χρειάζονται οι τιμές της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t$ , αλλά και η τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$ , όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Ο τελεστής ολοκλήρωσης του χρόνου είναι έμμεσος. Αυτό σημαίνει ότι το μητρώο του τελεστή πρέπει να μετασχηματιστεί και πρέπει να λυθεί ένα σύστημα δυναμικών, μη γραμμικών εξισώσεων ισορροπίας για κάθε χρονικό βήμα. Η επίλυση γίνεται με επαναληπτικό τρόπο, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton. Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της φόρτισης που ακεΐται στο μοντέλο ως προς την μετατόπισή του δεν είναι γραμμική.

Στην περίπτωση των γραμμικών συστημάτων, όπως το πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα εργασία, ο έμμεσος τελεστής έχει το βασικό πλεονέκτημα ότι, παραμένει σταθερός ανεξαρτήτως των συνθηκών. Επιπλέον, δεν υπάρχει μαθηματικό όριο στο μέγεθος του βήματος του χρόνου, που είναι δυνατόν να τεθεί για την ολοκλήρωση ενός γραμμικού συστήματος. Ο άνευ όρων σταθερός τελεστής ολοκλήρωσης έχει μεγάλη αξία όταν μελετώνται δομικά συστήματα. Αυτό ισχύει, διότι ο, υπό συνθήκες, σταθερός τελεστής ολοκλήρωσης, όπως αυτός που χρησιμοποιείται στη δυναμική ανάλυση με άμεση ολοκλήρωση (explicit dynamic analysis), στην πράξη μπορεί να οδηγήσει σε μικρά βήματα χρόνου, και επομένως σε υπολογιστικά ακριβή ανάλυση.

## Εφαρμογή

Δίνεται τετράγωνη λεπτή πλάκα με διαστάσεις 10m x 10m και με πάχος ίσο με 0.05m, η οποία παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα



Εικόνα 2-2 : Διακριτοποίηση της πλάκας.

Η πλάκα έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Μέτρο ελαστικότητας Young:  $E=200\text{GPa}$ , λόγος Poisson:  $\nu=0.3$ , πυκνότητα:  $\rho=8000\text{kg/m}^3$

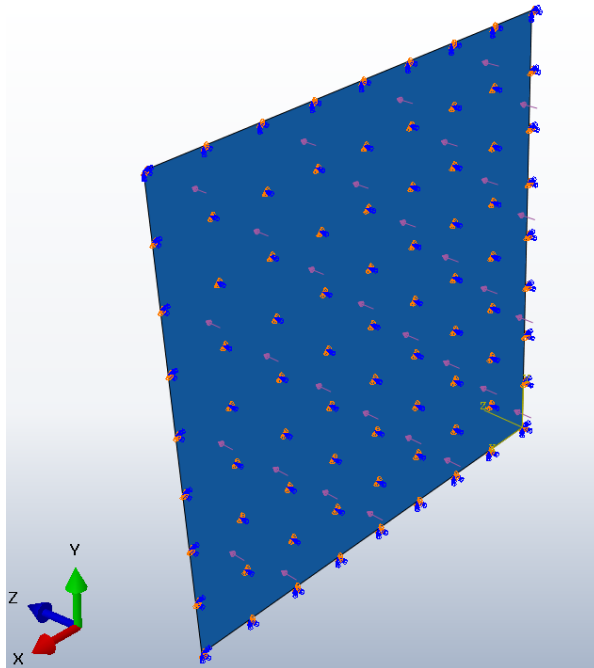
Οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται στην πλάκα είναι οι παρακάτω:

- α)  $U1 = U2 = UR3 = 0$ , σε όλους τους κόμβους,
- β)  $U3 = 0$ , κατά μήκος των τεσσάρων ακμών,
- γ)  $UR1 = 0$ , κατά μήκος των ακμών όπου  $x=0$  και  $x=10$ ,
- δ)  $UR2 = 0$ , κατά μήκος των ακμών όπου  $y=0$  και  $y=10$ .

Στο πρώτο στάδιο γίνεται ο υπολογισμός των φυσικών συχνοτήτων, που είναι

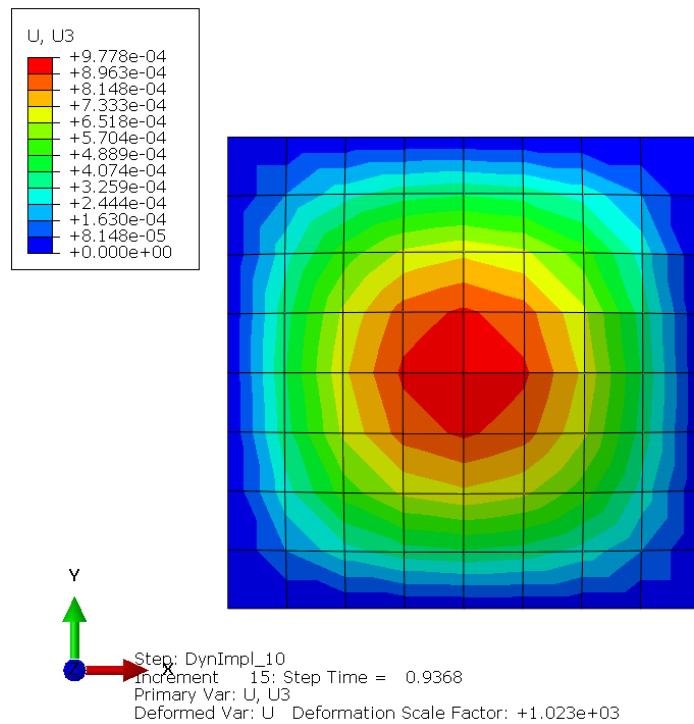
EIGENVALUE OUTPUT					
MODE NO	EIGENVALUE		FREQUENCY	GENERALIZED MASS	COMPOSITE MODAL
DAMPING	(RAD/TIME)		(CYCLES/TIME)		
1	230.80	15.192	<b>2.4179</b>	9499.4	0.0000
2	1582.9	39.785	<b>6.3321</b>	8812.9	0.0000
3	1582.9	39.785	<b>6.3321</b>	8812.9	0.0000
4	4100.9	64.038	10.192	8144.2	0.0000
5	7727.8	87.908	13.991	8094.2	0.0000
6	7727.8	87.908	13.991	7420.5	0.0000
7	12436.	111.52	17.748	7178.8	0.0000
8	12436.	111.52	17.748	7178.8	0.0000
9	24882.	157.74	25.105	6311.0	0.0000
10	30444.	174.48	27.770	6504.6	0.0000
11	30444.	174.48	27.770	6504.6	0.0000
12	38821.	197.03	31.358	6558.5	0.0000
13	38821.	197.03	31.358	6558.5	0.0000
14	58144.	241.13	38.377	5303.7	0.0000
15	58144.	241.13	38.377	5303.7	0.0000
16	1.02874E+05	320.74	51.047	4449.1	0.0000

Το υλικό έχει συντελεστή απόσβεσης  $\xi=2\%$ , με παράγοντες  $\alpha_R = 0.299\text{sec}^{-1}$  και  $\beta_R = 1.339 \times 10^{-3}\text{sec}^{-1}$ .



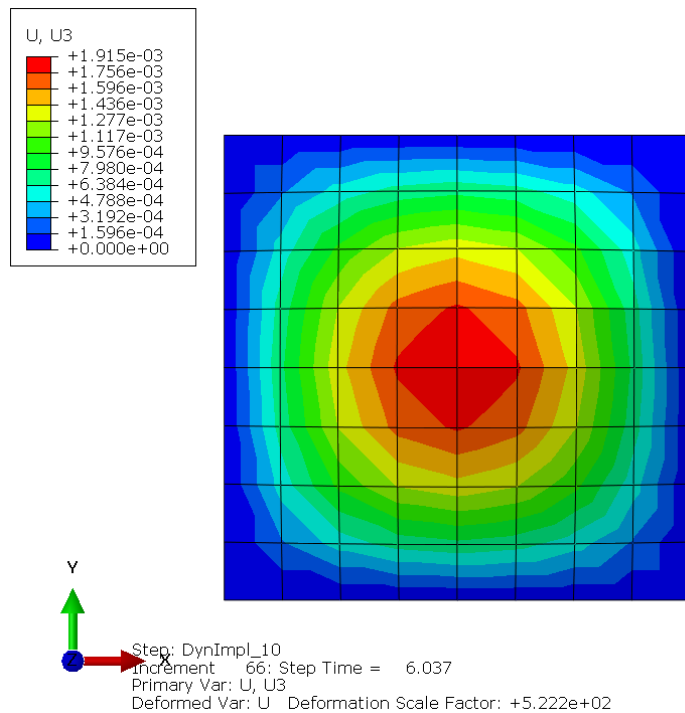
Στο υλικό ασκείται ομοιόμορφα κατανεμημένη πίεση  $F=100\text{Pa}$  κατά τον άξονα  $z$ , όπως εικονίζεται στην εικόνα. Η δυναμική συμπεριφορά της πλάκας βρίσκεται με χρήση του αλγορίθμου έμμεσης ολοκλήρωσης (implicit dynamic analysis).

Εικόνα 2-3: Επιβαλλόμενη φόρτιση 100Pa στην πλάκα.



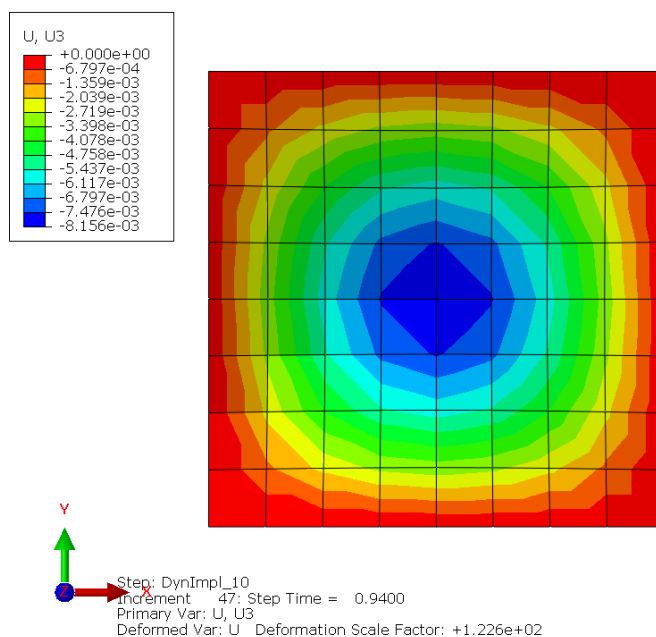
Εικόνα 2-4: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση 100Pa τη  $t=0.9368\text{sec}$ .

## Κεφάλαιο Δεύτερο



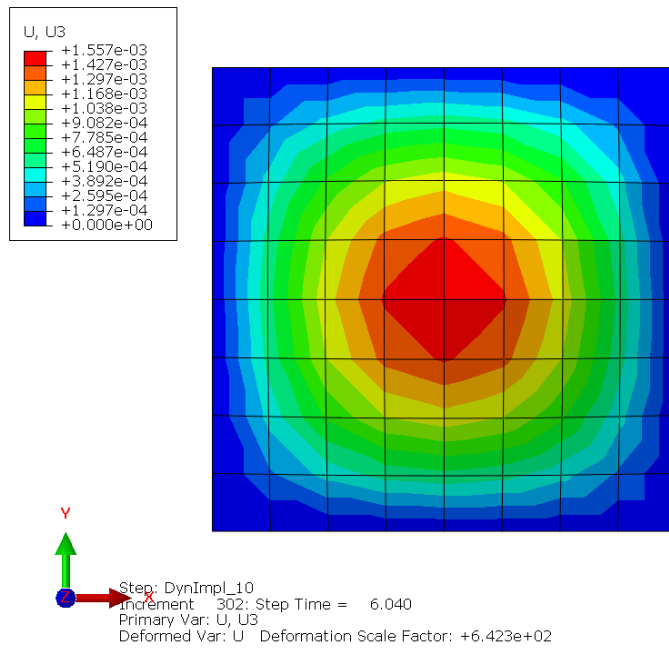
Εικόνα 2-5: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση 100Pa το  $t=6.037\text{sec}$ .

Στην περίπτωση που στην πλάκα ασκείται αρμονική περιοδική κίνηση της μορφής  $F=100\sin\omega t$ , και αναλύεται με δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης (implicit dynamic analysis), δίνονται εικόνες της σε παραμορφωμένη κατάσταση για  $f_1=2.41\text{sec}^{-1}$ .



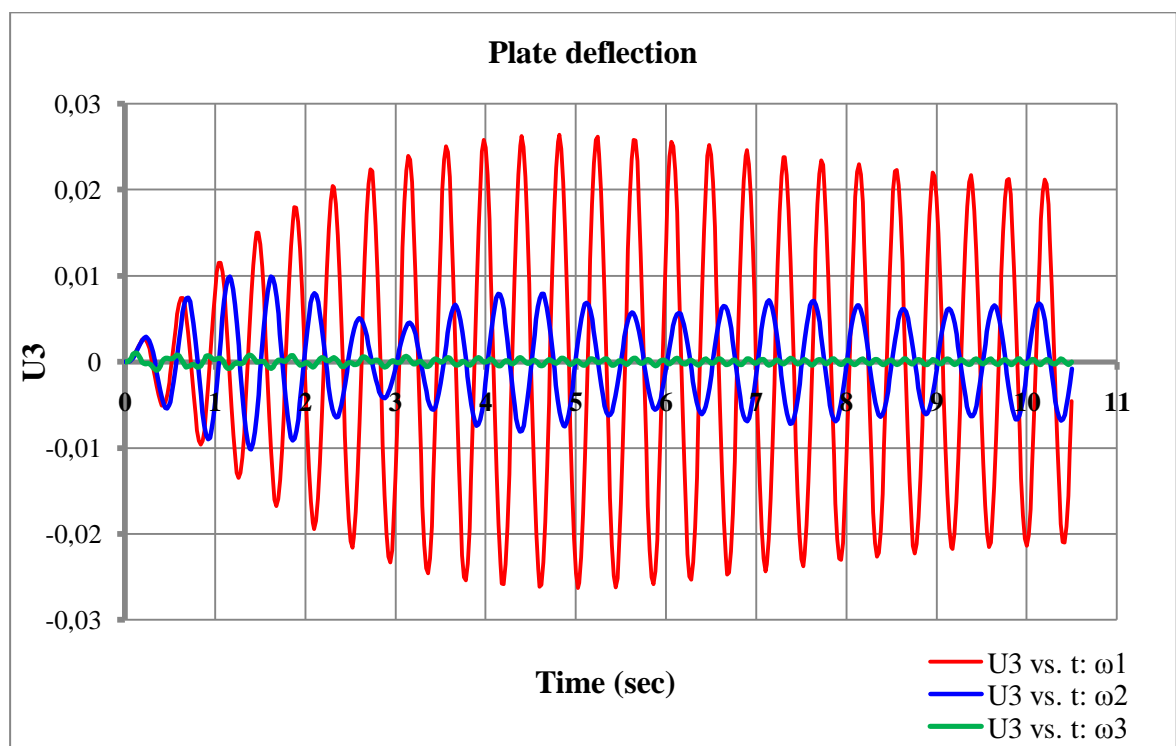
Εικόνα 2-6: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση  $F=100\sin\omega t$  με  $\omega_1=15.92\text{rad/sec}$  τη  $t=0.94\text{sec}$ .

## Κεφάλαιο Δεύτερο



Εικόνα 2-7: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση  $F=100\sin\omega t$  με  $\omega_1=15.92\text{rad/sec}$  τη  $t=6.040\text{sec}$ .

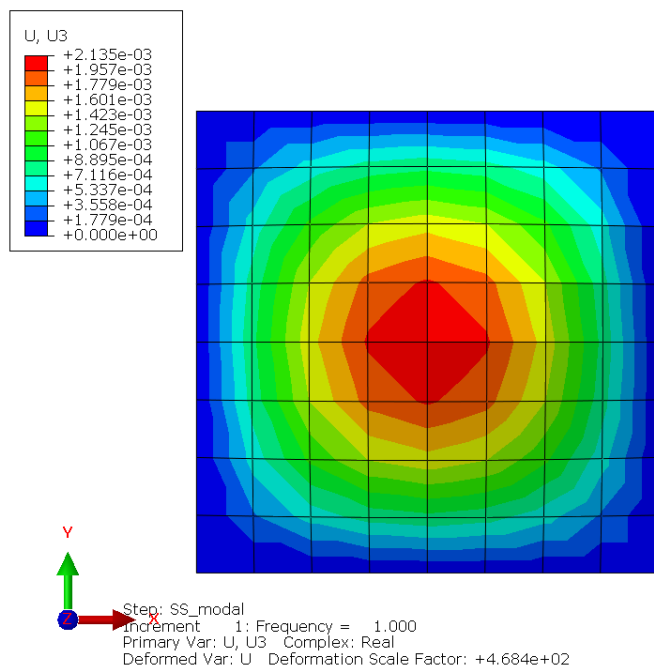
Εξετάζονται οι τρεις πρώτες τιμές συχνοτήτων για τις οποίες υπολογίζονται οι  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  και  $\omega_3$ , και οι αντίστοιχες πιέσεις. Η πλάκα υποβάλλεται και στις τρεις φορτίσεις.



Διάγραμμα 2-1: Μεταβολή της μετατόπισης  $U_3$  ως προς το χρόνο.

Στο διάγραμμα, η καμπύλη που προκύπτει από τη συχνότητα  $\omega_1$  παρουσιάζει τη μεγαλύτερη διακύμανση της μετατόπισης, διότι η συχνότητα  $\omega_1$  αντιστοιχεί στην πρώτη ιδιοσυχνότητα  $f_1$ . Η  $f_1$  ταυτίζεται με τη συχνότητα μεταβολή του φορτίου.

Παρατηρείται, ότι στη δυναμική ανάλυση με έμμεση ολοκλήρωση οι μετατοπίσεις μεταβάλλονται αρμονικά στο βέλος κάμψης, όπως και η πίεση.



Εικόνα 2-8: Πλάκα υποβάλλεται σε πίεση 100Pa και σε ανάλυση σταθερής κατάστασης με την εύρεση των ιδιομορφών της απόκρισης, για  $t=1.00\text{sec}$ .

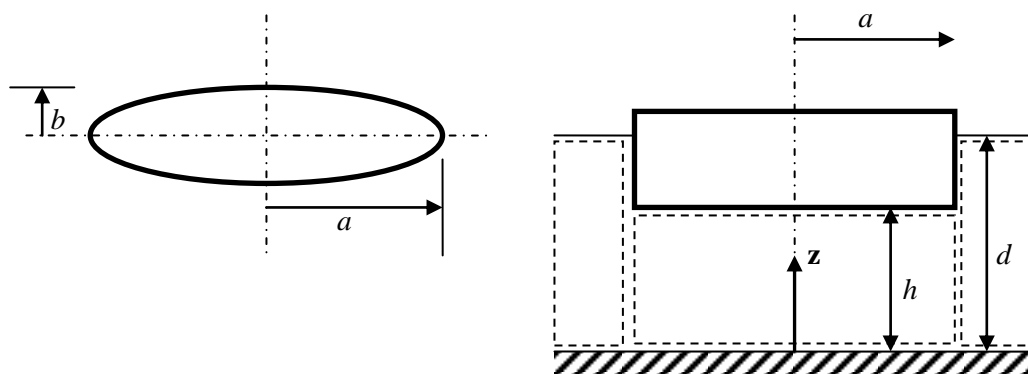
Στην ανάλυση κατάστασης σταθερής συμπεριφοράς με την εύρεση των ιδιομορφών της απόκρισης (steady-state modal dynamics), η πίεση που δέχεται η πλάκα είναι σταθερή και ομοιόμορφα κατανομημένη.

## Κεφάλαιο Τρίτο

### Περιγραφή του μοντέλου του ελλειπτικού κυλίνδρου

#### Δημιουργία του μοντέλου

Ο ελλειπτικός κύλινδρος μοντελοποιείται στο Abaqus CAE και στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η κάτοψη και η πλάγια τομή του κυλίνδρου, όπου μεγάλος άξονας της έλλειψης  $a = 50$  m, μικρός άξονας της έλλειψης  $b = 12.5$  m, βάθος νερού  $d = 75$  m, και  $h = 63.5$  m.



Εικόνα 3-1: Βασικές διαστάσεις κυλίνδρου και βάθος νερού.

Χρησιμοποιείται τρισδιάστατο σύστημα αναφοράς, όπου ο άξονας  $Ox$  να συμπίπτει με την βασική γραμμή αναφοράς (baseline) του σκάφους με φορά από την πρύμνη προς την πλώρη. Ο άξονας  $Oz$  να έχει κατακόρυφη κατεύθυνση με φορά από κάτω προς τα πάνω. Ο άξονας  $Oy$  να έχει τέτοια κατεύθυνση που να σχηματίζει δεξιόστροφο, ορθογώνιο σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων με τους άλλους δύο. Είναι προφανές ότι αφενός μεν το επίπεδο  $Oxz$  συμπίπτει με το διάμηκες κατακόρυφο επίπεδο συμμετρίας, αφετέρου δε ότι ο άξονας  $Oy$  είναι κάθετος σε αυτό. Η αρχή του συστήματος αναφοράς κείται στον άξονα  $Ox$  στο σημείο τομής του με τους άξονες  $Oz$ ,  $Oy$ . Βρίσκεται στο επίπεδο του πυθμένα και στο κέντρο της έλλειψης, όπως εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι το κατώτατο σημείο του ευθύγραμμου τμήματος, που ορίζεται ως τομή του διαμήκους κατακόρυφου επιπέδου συμμετρίας και του εγκάρσιου επιπέδου συμμετρίας.

### Κεφάλαιο Τρίτο

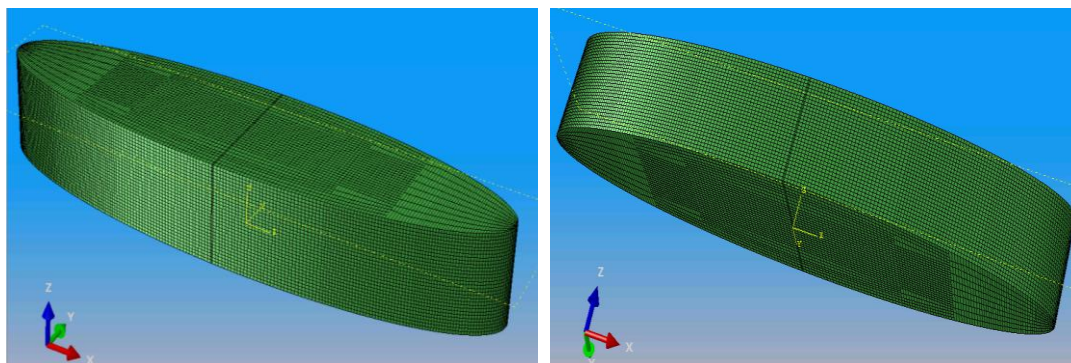
Η εξωτερική διαστασιολόγηση του μοντέλου είναι:

ολικό μήκος  $L=100\text{m}$ ,

ολικό ύψος  $D_m=15\text{m}$  (κοίλο),

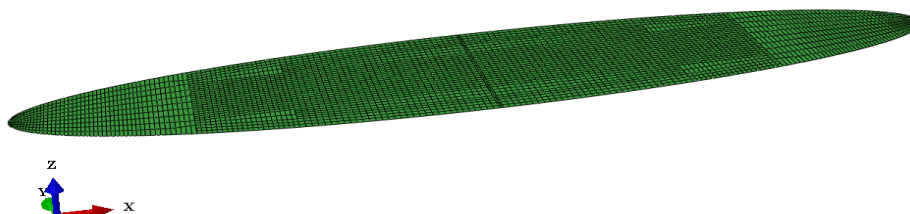
μέγιστο πλάτος  $B=25\text{m}$ , και

βύθισμα  $T=11.50\text{m}$



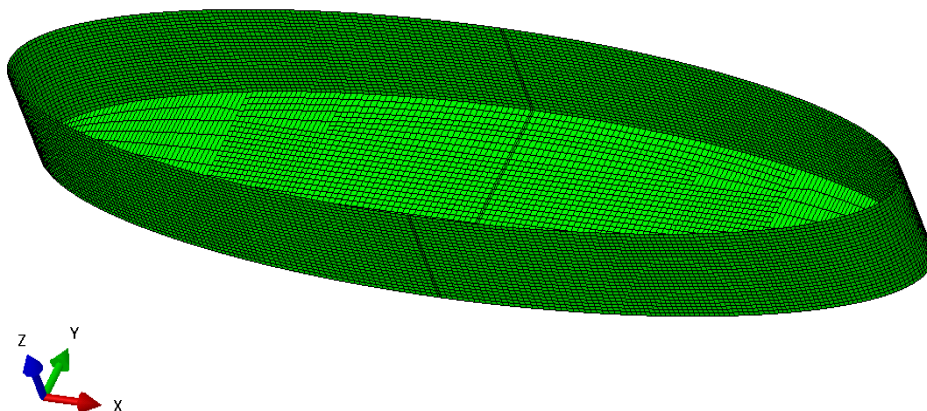
Εικόνα 3-2: Μοντέλο του κυλίνδρου στο ABAQUS CAE.

Στη συνέχεια περιγράφεται ο τρόπος συναρμολόγησης του πλοίου και τα επιμέρους τμήματα από τα οποία απαρτίζεται. Τα μέρη του μοντέλου παρουσιάζονται με το πλέγμα που έχει αναπτυχθεί τελικά. Αρχικά σχεδιάζεται ο πυθμένας, σχήματος έλλειψης, με πάχος ίσο με  $t=0.025\text{m}$ . Το κατάστρωμα είναι ίδιο με τον πυθμένα. Μεταξύ αυτών των δυο παρεμβάλεται η παράπλευρη επιφάνεια, ελλειπτικού σχήματος, που έχει ύψος ίσο με  $15\text{m}$  και πάχος ίσο με  $t=0.025\text{m}$ . Με τον τρόπο αυτό σχεδιάζεται ο ελλειπτικός κύλινδρος. Αναφέρεται το κάτω μέρος του κυλίνδρου ως πυθμένας και του άνω μέρος του ως κατάστρωμα, παραπέμποντας σε μια απλοποιημένη κατασκευή πλοίου.

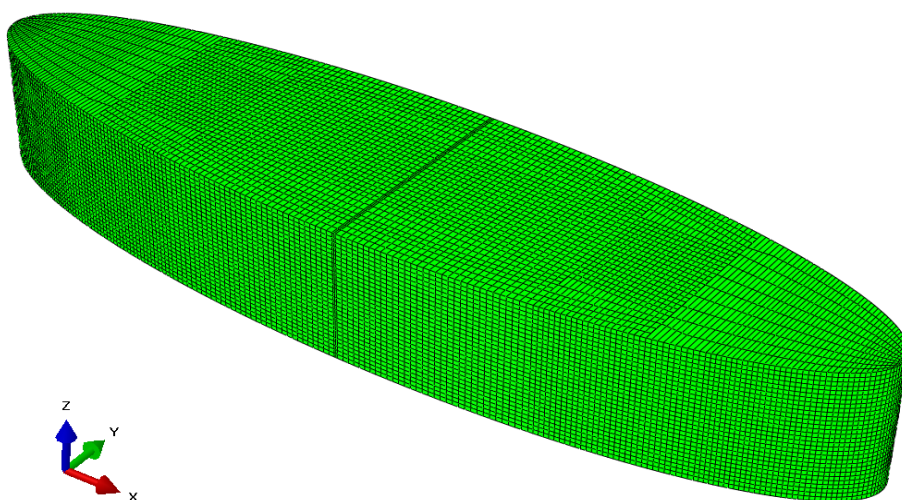


Εικόνα 3-3: Πυθμένας του μοντέλου.





Εικόνα 3-4: Πυθμένας και παράπλευρη επιφάνεια του μοντέλου.



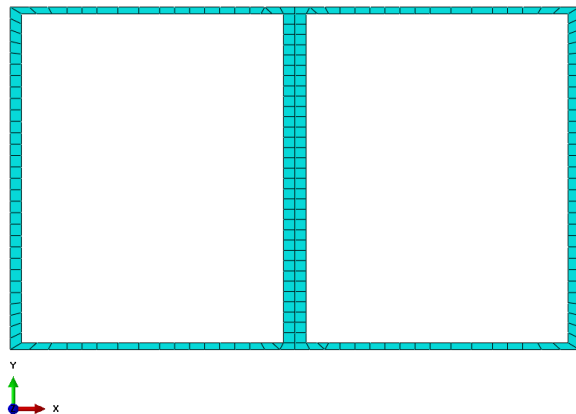
Εικόνα 3-5: Πυθμένας, παράπλευρη επιφάνεια και κατάστρωμα του μοντέλου.

Έπειτα, τοποθετούνται ενισχυτικά στο εσωτερικό του μοντέλου. Η διαδικασία αυτή είναι συνεχής και επαναλαμβανόμενη διεργασία, κατά την οποία η τοποθέτηση των εσωτερικών ενισχυτικών συνοδεύεται με έλεγχο της μορφής και του μεγέθους της παραμόρφωσης του μοντέλου. Αυτό σημαίνει ότι, αρχικά, τοποθετείται το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό στο εσωτερικό του μοντέλου, και το μοντέλο υποβάλλεται σε φόρτιση, υδροστατική και ίδιο βάρος, με στατική ανάλυση μέσω του ABAQUS. Επειδή, η παραμόρφωση του μοντέλου είναι μεγάλη και δεν είναι ρεαλιστική, ο αριθμός των ενισχυτικών αυξάνεται. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν και ενισχυτικά διαφορετικών σχημάτων. Επαναλαμβάνεται η διαδικασία αυτή, έως ότου η παραμόρφωση του μοντέλου να είναι αποδεκτή.

Αρχικά, τοποθετείται το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό με εξωτερικό ύψος ίσο με 15m, εξωτερικό πλάτος ίσο 25m, πλάτος ακραίου, δεξιού και αριστερού,

### Κεφάλαιο Τρίτο

κατακόρυφου τμήματος ίσο με 0.5m, πλάτος κεντρικού κατακόρυφου τμήματος ίσο με 1m, ύψος κάτω και άνω οριζόντιου τμήματος ίσο με 0.3m, και πάχος ίσο με  $t=0.025$  m.



Εικόνα 3-6: Κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό.

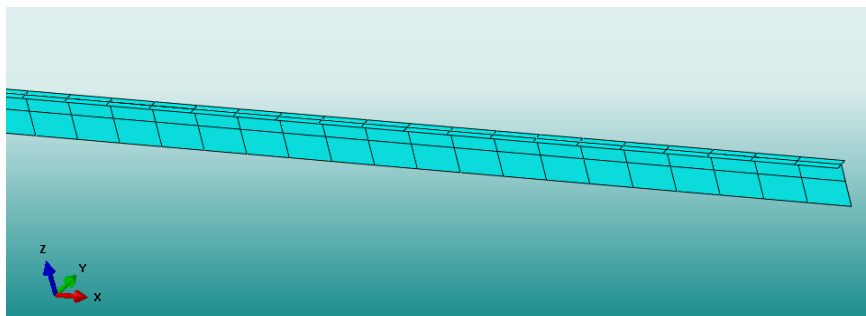
Κατόπιν, τοποθετούνται συμμετρικά εκ δεξιών και αριστερών του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού, εγκάρσια ενισχυτικά ίδιου σχήματος, και σε αποστάσεις  $y_i = 0.2\text{m}, 2.675\text{m}, 5.15\text{m}, 7.725\text{m}, 10.300\text{m}, 12.875\text{m}, 15.446\text{m}, 18.025\text{m}, 20.599\text{m}, 23.175\text{m}, 25.750\text{m}, 28.325\text{m}, 30.900\text{m}, 33.475\text{m}, 36.050\text{m}, 38.625\text{m}, 41.200\text{m}, 43.775\text{m}, 46.350\text{m},$  και  $49.581\text{m}$  από αυτό, αντίστοιχα. Η τοποθέτηση αυτή είναι διαδοχική. Στα εγκάρσια ενισχυτικά μεταβάλλεται το εξωτερικό πλάτος που ισούται με το πλάτος της έλλειψης στην αντίστοιχη θέση  $y_i$ , καθώς και το πλάτος των δυο ακραίων κατακόρυφων τμημάτων του. Αυτό εξαρτάται από το πλάτος του περιμετρικού ενισχυτικού με το οποίο τέμνεται κάθετα. Συνολικά τοποθετούνται 39 εγκάρσια ενισχυτικά.



Εικόνα 3-7: Εγκάρσιο ενισχυτικό τοποθετημένο στις θέσεις  $\pm 49.581\text{m}$ .

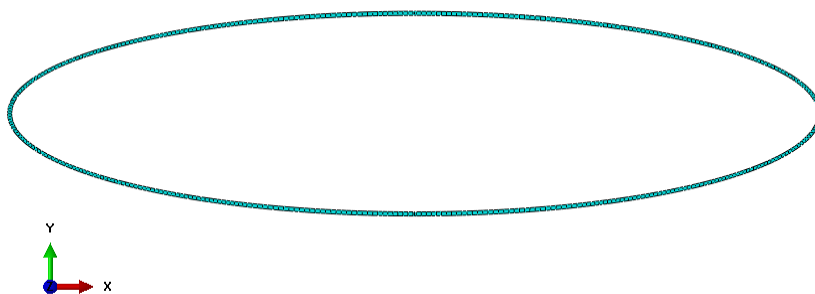
## Κεφάλαιο Τρίτο

Ύστερα, τοποθετείται ένα κεντρικό διάμηκες ευθύγραμμο ενισχυτικό, που κείται πάνω στον μεγάλο άξονα της έλλειψης κάθετα στο επίπεδο του πυθμένα με μήκος ίσο με 100m, ύψος ίσο με 0.3m και πάχος ίσο με  $t=0.025$  m. Το ενισχυτικό αυτό τοποθετείται με τον ίδιο τρόπο και στο κατάστρωμα του πλοίου, στο εσωτερικό μέρος του μοντέλου. Κατόπιν, τοποθετούνται συμμετρικά εκ δεξιών και αριστερών του κεντρικού διάμηκους ενισχυτικού, τρία διαμήκη ενισχυτικά σχήματος T  $T0.500 \times 0.015 + 0.150 \times 0.017$ , και σε αποστάσεις  $y_i = 1.979\text{m}$ ,  $3.958\text{m}$ , και  $5.937\text{m}$  από αυτό, αντίστοιχα. Δηλαδή, τοποθετούνται παράλληλα με το μεγάλο άξονα της έλλειψης έξι διαμήκη ενισχυτικά σχήματος T στον πυθμένα. Το ίδιο ισχύει και για το κατάστρωμα.



Εικόνα 3-8: Το ένα άκρο του διαμήκους ενισχυτικού σχήματος T.

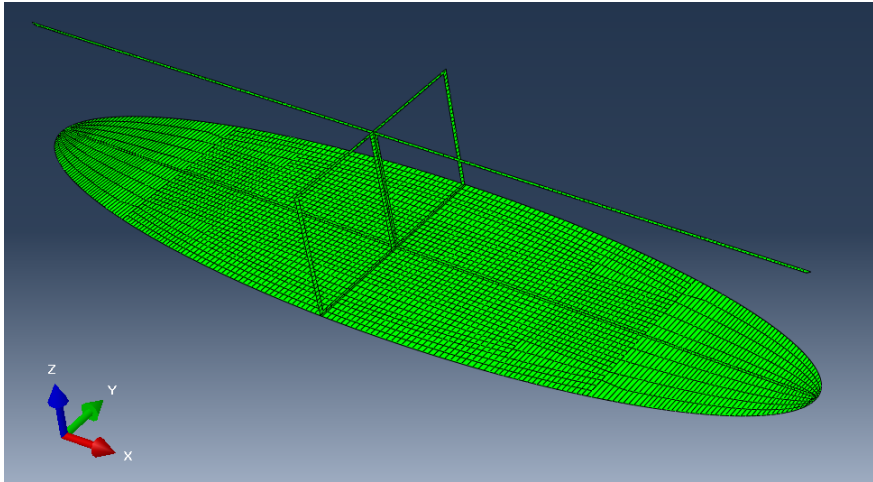
Στη συνέχεια, τοποθετούνται καθ' ύψος, στο εσωτερικό της παράπλευρης επιφάνειας πέντε περιμετρικά ενισχυτικά, που ακολουθούν τη γεωμετρία της παράπλευρης επιφάνειας. Τα ενισχυτικά αυτά έχουν σχήμα έλλειψης με πλάτος ίσο με 0.5m, και απέχουν απόσταση  $z=2.5\text{m}$  το ένα από το άλλο.



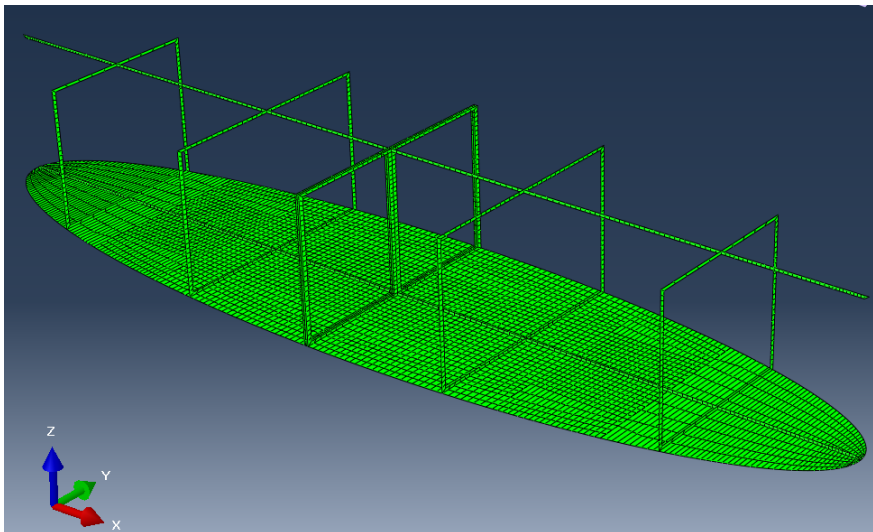
Εικόνα 3-9: Περιφερειακό ενισχυτικό ελλειπτικού σχήματος.

### Κεφάλαιο Τρίτο

Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζεται η τοποθέτηση των ενισχυτικών διαδοχικά. Έχει απομακρυνθεί η παράπλευρη επιφάνεια και το κατάστρωμα, για να είναι ορατό το εσωτερικό μέρος του μοντέλου.

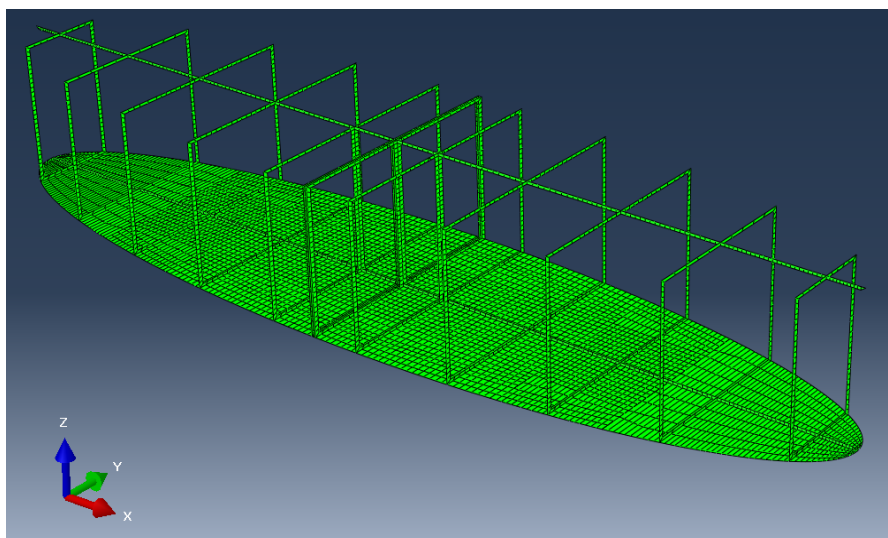


Εικόνα 3-10: Πυθμένας μαζί με το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό και τα δυο διαμήκη ευθύγραμμα ενισχυτικά.

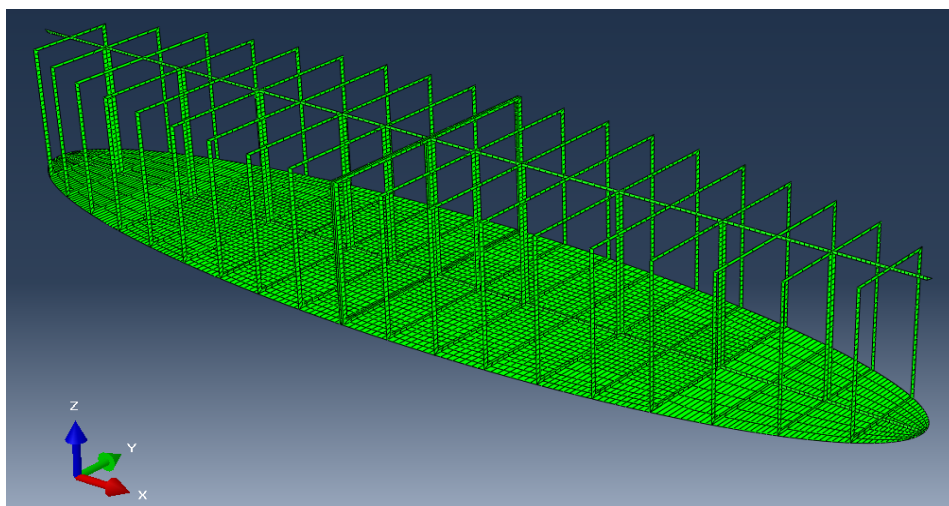


Εικόνα 3-11: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.

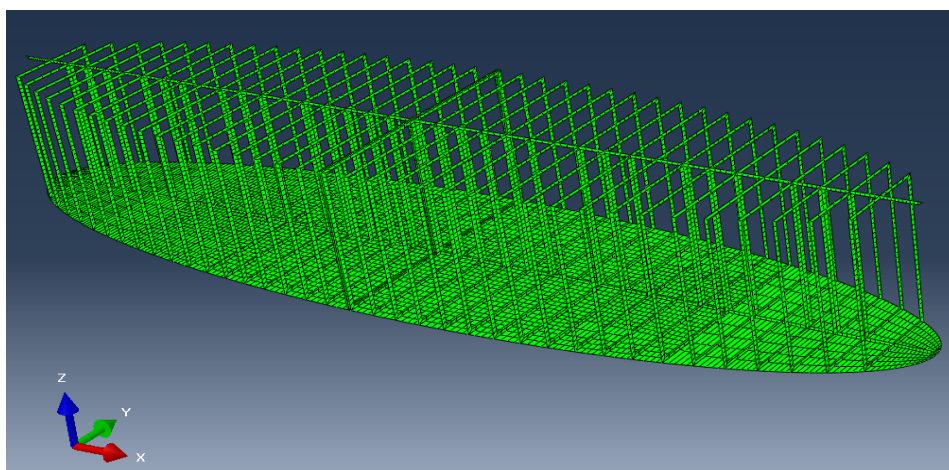
## Κεφάλαιο Τρίτο



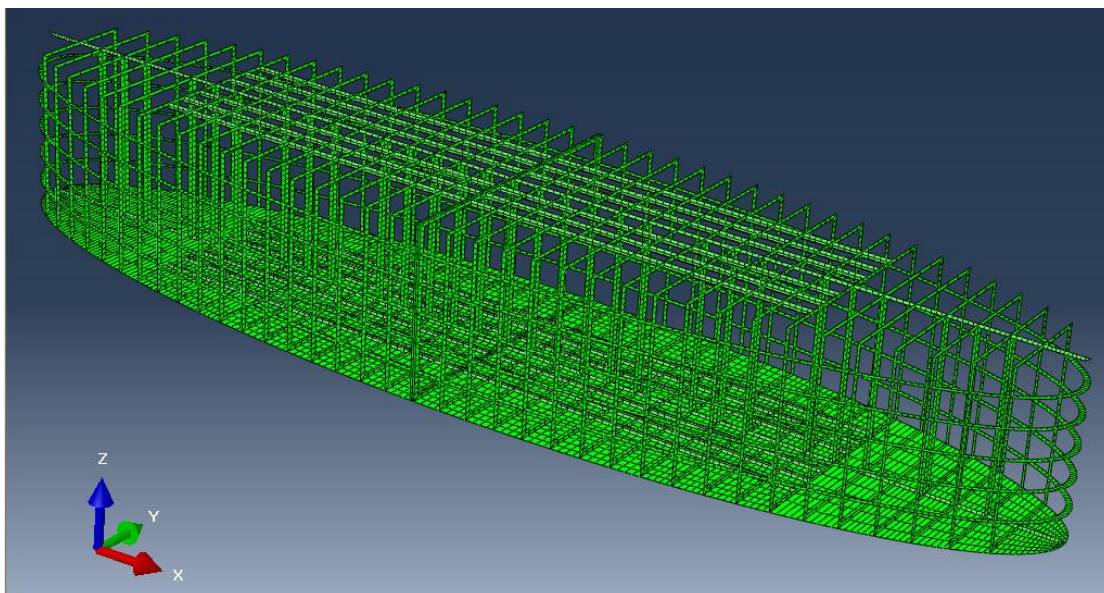
Εικόνα 3-12: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.



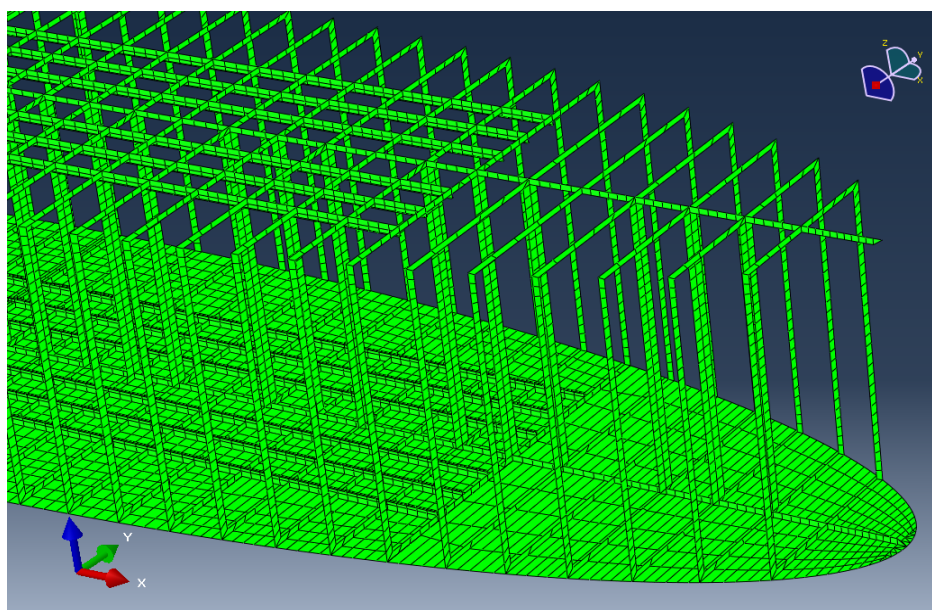
Εικόνα 3-13: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.



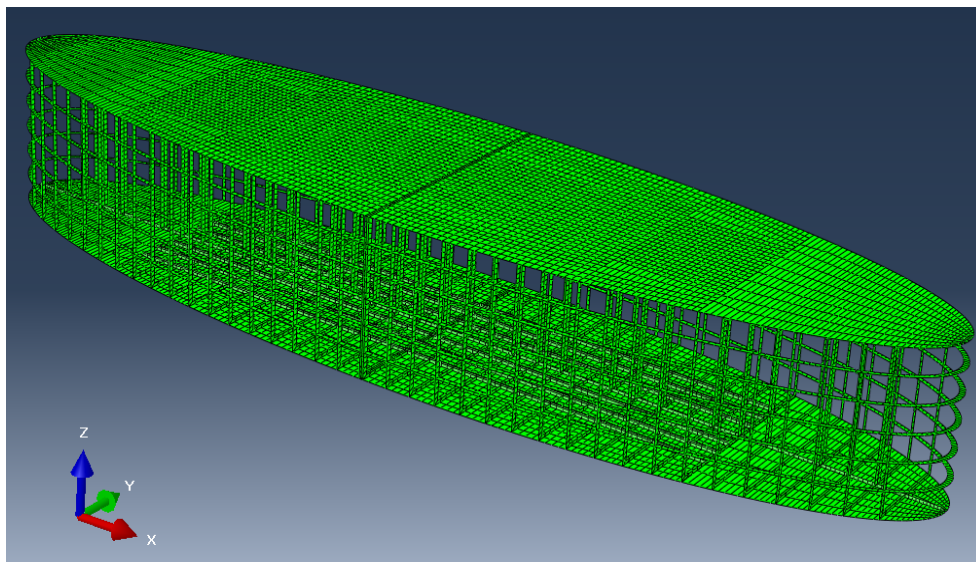
Εικόνα 3-14: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.



Εικόνα 3-15: Προσθήκη δώδεκα διαμήκων ενισχυτικών σχήματος T.



Εικόνα 3-16: Λεπτομέρεια της εικόνας.



Εικόνα 3-17: Προσθήκη του καταστρώματος στο μοντέλο.

### Στοιχεία κελύφους

Τα στοιχεία κελύφους (shell elements) χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση κατασκευών στις οποίες η μια διάσταση το πάχος, είναι σε μεγάλο βαθμό μικρότερη σε σύγκριση με τις άλλες διαστάσεις και στις οποίες οι τάσεις στην διεύθυνση του πάχους είναι αμελητέες. Γενικά, στην περίπτωση μιας κατασκευής, όπως το δοχείο πίεσης, του οποίου το πάχος είναι μικρότερο από το ένα δέκατο της τυπικής γενικής διάστασης της κατασκευής, αυτή η κατασκευή μπορεί να μοντελοποιηθεί με τα στοιχεία κελύφους. Μερικά παραδείγματα τυπικών γενικών διαστάσεων είναι τα ακόλουθα:

- η απόσταση μεταξύ των στηρίξεων,
- η απόσταση μεταξύ των ενισχυτικών,
- η απόσταση μεταξύ των σημείων όπου το πάχος σώματος της τομής του σώματος μεταβάλλεται πολύ,
- το μήκος μιας κατασκευής.

Είναι διαθέσιμος ένας μεγάλος αριθμός στοιχείων που έχουν στόχο την βέλτιστη προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός ελάσματος ή μιας κελυφωτής κατασκευής ανάλογα με το πάχος της και τη φόρτισή της. Τα στοιχεία αυτά

## Κεφάλαιο Τρίτο

επιδέχονται μεγάλες περιστροφές, που είναι σύνηθισμένο για κελύφη και ελάσματα. Ανάλογα με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων κατηγοριοποιούνται ως εξής:

- α) στοιχεία για λεπτές κατασκευές με αμελητέες διατμητικές παραμορφώσεις (thin shell elements),
- β) στοιχεία για λεπτές κατασκευές με μη αμελητέες διατμητικές παραμορφώσεις (thick shell elements),
- γ) στοιχεία που επιδέχονται μεγάλες μεμβρανικές παραμορφώσεις με αποτέλεσμα τη μεγάλη μεταβολή του πάχους τους (finite strain shell elements),
- δ) στοιχεία στα οποία η μεταβολή του πάχους λαμβάνεται ως αμελητέα ή μικρή (small strain shell elements).

Στην περίπτωση, που τα μεμβρανικά φορτία είναι μικρά δεν επιλέγονται τα στοιχεία της δεύτερης ή της τρίτης κατηγορίας. Τα στοιχεία των κατηγοριών αυτών έχουν μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος.

Στο ABAQUS γίνεται η θεώρηση ότι στα στοιχεία κελύφους το επίπεδο της τομής που είναι κάθετο στο επίπεδο του στοιχείου παραμένει επίπεδο. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με την αρχή ότι το πάχος του στοιχείου πρέπει να είναι μικρότερο από το ένα δέκατο των διαστάσεων του στοιχείου.

Υπάρχουν δυο τύποι στοιχείων κελύφους στο ABAQUS: το συμβατικό στοιχείο κελύφους και το συνεχές στοιχείο κελύφους. Το συμβατικό στοιχείο κελύφους χαρακτηρίζεται από την επιφάνεια αναφοράς, που καθορίζεται από τις διαστάσεις του επίπεδου στοιχείου, την κάθετη σε αυτό επιφάνεια και την αρχική του καμπυλότητα. Ο σχεδιασμός των S3/S3R, S3RS, S4R, S4RS, S4RSW, και STRI3 τύπων στοιχείων δεν χαρακτηρίζεται από την αρχική τους καμπυλότητα. Συνεπώς ένα στοιχείο κελύφους χωρίς αρχική καμπυλότητα χρησιμοποιείται για την ανάλυση ενός ελάσματος. Οι κόμβοι του συμβατικού στοιχείου κελύφους, όμως, δεν καθορίζουν το πάχος του. Το πάχος καθορίζεται από τις ιδιότητες της τομής (section).

Το συνεχές στοιχείο κελύφους παρομοιάζει με το τρισδιάστατο στερεό στοιχείο, διότι χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση τρισδιάστατου σώματος, παρ'όλο που η κινηματική του συμπεριφορά είναι όμοια με το συμβατικό στοιχείο κελύφους.

Για λεπτότοιχες εφαρμογές, όμως, τα συμβατικά στοιχεία κελύφους έχουν καλύτερη συμπεριφορά, και στο Abaqus αναφέρονται, γενικά, ως στοιχεία κελύφους. Η προηγούμενη κατηγοριοποίηση των στοιχείων κελύφους ισχύει και στο Abaqus. Αυτά τα στοιχεία χρησιμοποιούνται σε στατική και σε δυναμική ανάλυση.

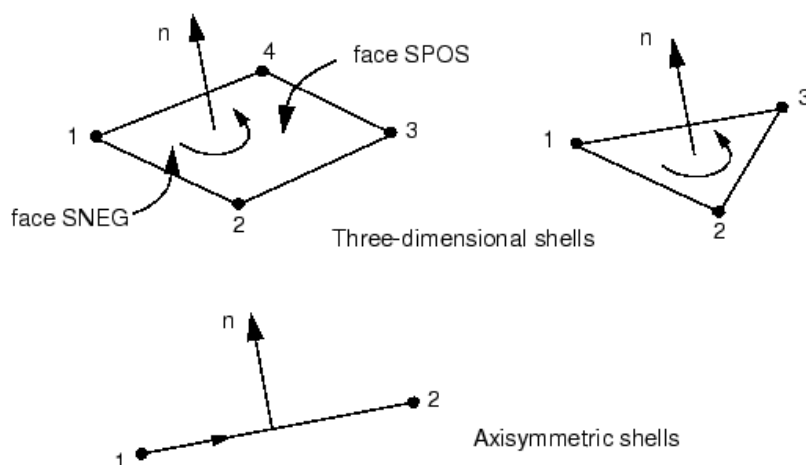
Ανάλογα με το αρχικό σχήμα του στοιχείου υπάρχουν τα τριγωνικά, που είναι είτε τρικομβικά είτε εξακομβικά, και τα τετραπλευρικά στοιχεία, που είναι είτε τετρακομβικά είτε οκτακομβικά είτε εννεακομβικά με ένα επιπλέον κόμβο στο κέντρο του στοιχείου. Εάν το κέλυφος είναι αξονοσυμμετρικό και τα εξασκούμενα



### Κεφάλαιο Τρίτο

φορτία είναι αξονοσυμμετρικά, υπάρχουν τα μονοδιάστατα αξονοσυμμετρικά στοιχεία κελύφους (axisymmetric shell elements).

Το στοιχείο κελύφους διαθέτει τη θετική και την αρνητική επιφάνεια, οι οποίες καθορίζονται από την κατεύθυνση του κάθετου (κανονικού) διανύσματος (normal), που είναι κάθετο στην επιφάνεια του στοιχείου. Το κάθετο διάνυσμα του στοιχείου προσδιορίζει την κατεύθυνση της θετικής πίεσης που ασκούν τα φορτία στα στοιχεία μιας κατασκευής.



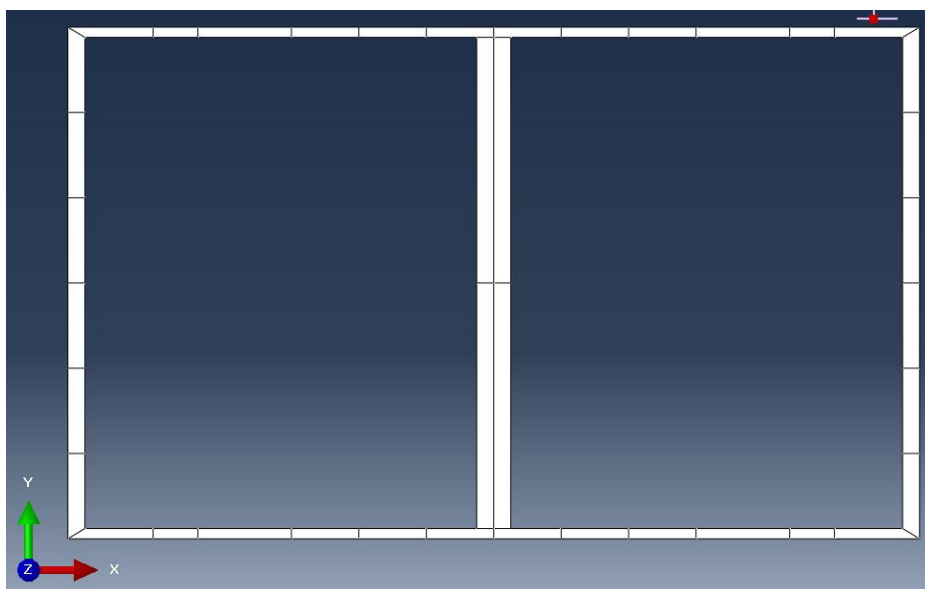
Εικόνα 3-18: Θετικό κάθετο διάνυσμα.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία για λεπτές κατασκευές με αμελητέες διατμητικές παραμορφώσεις, με κωδική ονομασία S4 και S3, που επιλέχθηκαν από τη βιβλιοθήκη του ABAQUS/CAE. Το στοιχείο κελύφους S4 είναι γραμμικό, πεπερασμένης μεμβρανικής παραμόρφωσης, πλήρους ολοκλήρωσης και τετράπλευρικό. Πρόκειται για τετρακομβικό στοιχείο κελύφους, όπου κάθε κόμβος έχει έξι βαθμούς ελευθερίας, τρεις μετατοπίσεις και τρεις περιστροφές ως προς τρισδιάστατο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Η επίδραση του πάχους έχει ληφθεί υπόψη με τη χρήση πέντε σημείων ολοκλήρωσης κατά το πάχος. Τα στοιχεία S4 διαθέτουν πλήρη αριθμό σημείων ολοκλήρωσης, δηλαδή τέσσερα σημεία ολοκλήρωσης στο επίπεδό τους. Το στοιχείο αυτό χρησιμοποιείται, όταν είναι επιθυμητές λύσεις μεγάλης ακρίβειας, ειδικά σε καμπτική καταπόνηση. Το στοιχείο κελύφους S3 είναι γραμμικό, πεπερασμένης μεμβρανικής παραμόρφωσης, τρικομβικό και τριγωνικό. Κάθε κόμβος του στοιχείου έχει έξι βαθμούς ελευθερίας. Είναι στοιχείο γενικού σκοπού.

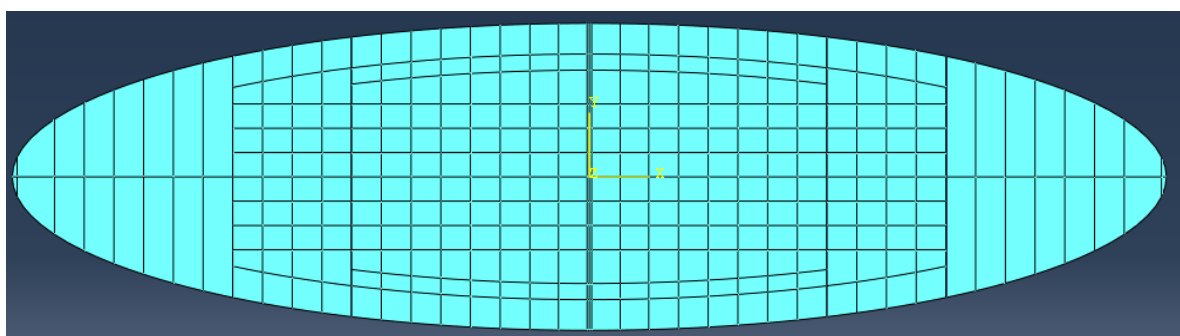
### Διακριτοποίηση και δημιουργία πλέγματος στο μοντέλο

Προτού συναρμολογηθούν τα επιμέρους μέρη του μοντέλου, διενεργείται η διαμέριση κάθε τμήματος του ελλειπτικού κυλίνδρου, δηλαδή του πυθμένα, του καταστρώματος, της παράπλευρης επιφάνειας και κάθε ενός ενισχυτικού, και στην συνέχεια η εφαρμογή του πλέγματος στα μέρη αυτά.

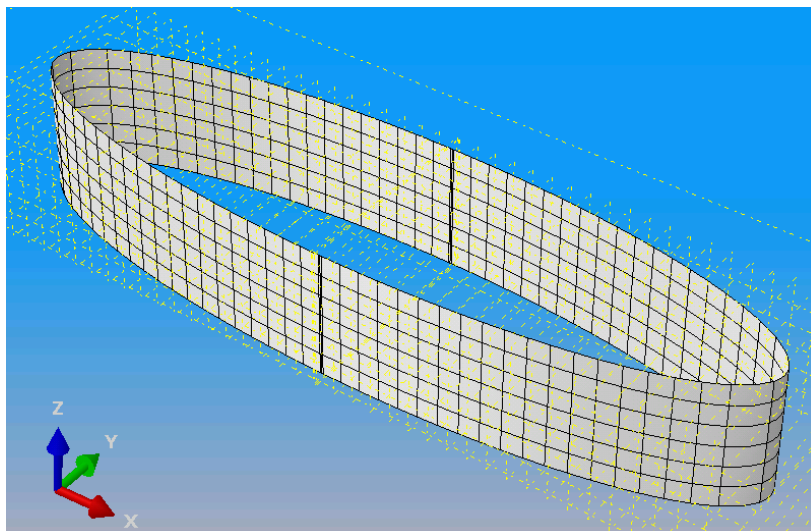
Η διαμέριση του πυθμένα, της παράπλευρης επιφάνειας και του καταστρώματος γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε διασφαλίζεται η τοποθέτηση των ενισχυτικών. Ενδεικτικά, απεικονίζεται η διαμέριση κάποιων τμημάτων του μοντέλου.



Εικόνα 3-19: Διαμέριση του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού.

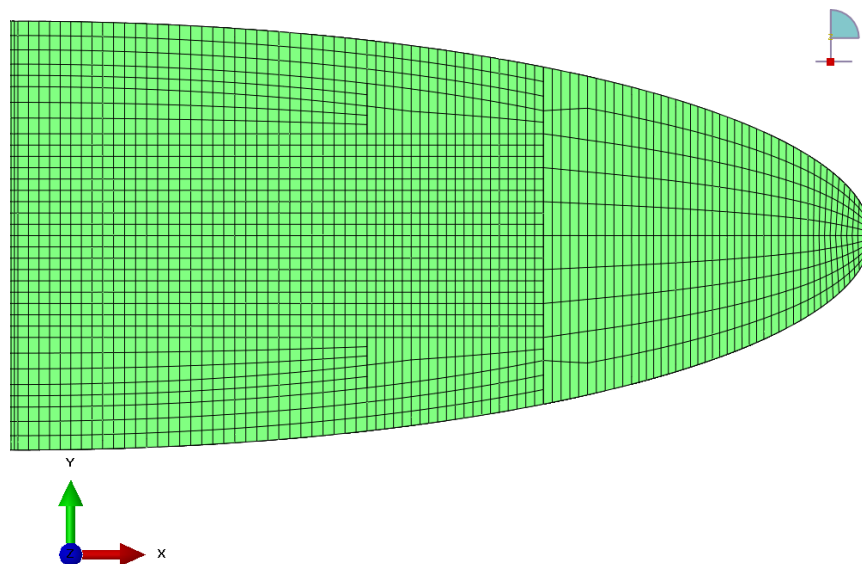


Εικόνα 3-20: Διαμέριση του πυθμένα.

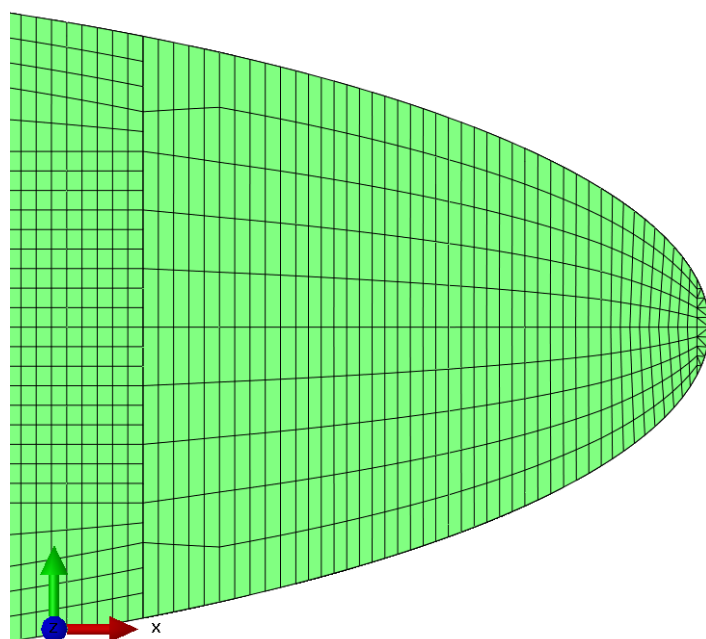


Εικόνα 3-21: Διαμέριση της παράπλευρης επιφάνειας.

Η διακριτοποίηση των επιμέρους μερών του μοντέλου έγινε με πυκνό πλέγμα. Στην περίπτωση του πυθμένα χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Tie constraints που προσφέρεται από το ABAQUS CAE. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται συχνά για την επίτευξη λεπτομερέστερου πλέγματος καθώς και τη σύνδεσή του με πλέγμα στοιχείων διαφορετικού μήκους. Στον πυθμένα, τα στοιχεία του πλέγματος είναι τετραγωνικά, τετραγωνικά S4 με ύψος ίσο με 0.500m και μήκος που κυμαίνεται από 0.200m έως και 0.647m. Στα δυο άκρα, πλώρη και πρύμνη, του πυθμένα χρησιμοποιήθηκαν τριγωνικά στοιχεία S3 για την καλύτερη προσέγγιση περιοχών με πολύπλοκη γεωμετρία. Στα εγκάρσια ενισχυτικά το πλέγμα αποτελείται κυρίως από τετραγωνικά στοιχεία S4, και από τριγωνικά στοιχεία S3. Στα δώδεκα διαμήκη ενισχυτικά σχήματος T, η διακριτοποίηση γίνεται με τετραγωνικά στοιχεία S4. Στα δυο κεντρικά διαμήκη ενισχυτικά το πλέγμα αποτελείται από τετραγωνικά στοιχεία S4.

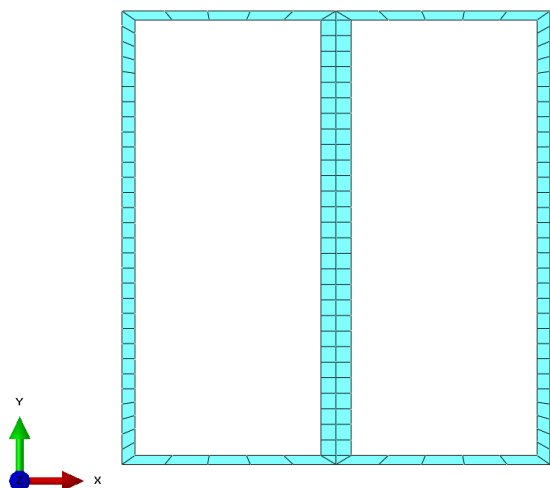


Εικόνα 3-22: Διακριτοποίηση του πυθμένα.



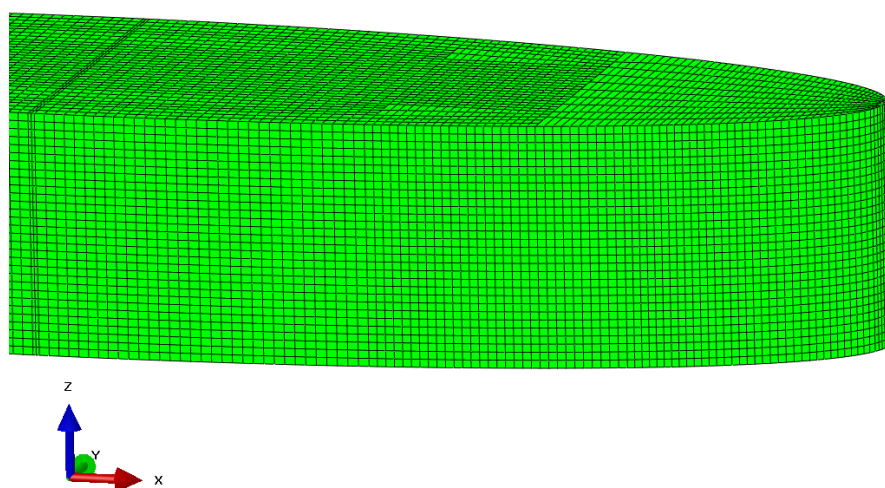
Εικόνα 3-23: Λεπτομέρεια διακριτοποίησης του άκρου του πυθμένα.

### Κεφάλαιο Τρίτο



Εικόνα 3-24: Διακριτοποίηση του εγκάρσιου ενισχυτικού.

Στην παράπλευρη επιφάνεια, τα στοιχεία του πλέγματος είναι τετραγωνικά S4 με ύψος ίσο με 0.500m και μήκος που κυμαίνεται από 0.200m έως και 0.647m.



Εικόνα 3-25: Διαμέριση παράπλευρης επιφάνειας.

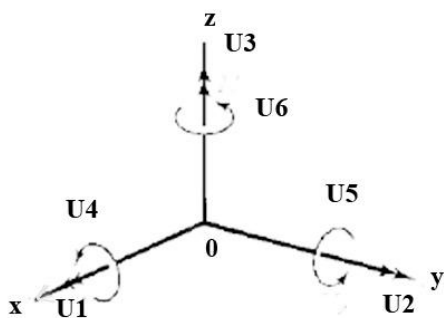
Απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά το σχεδιασμό της σύνδεσης των επιμέρους τμημάτων του μοντέλου (merge), για την αποφυγή ύπαρξης διπλών κόμβων σε συγκεκριμένη θέση του πλέγματος, οι οποίοι δεν ταυτίζονται. Αυτό σημαίνει, ότι στη θέση αυτή δεν γίνεται σύνδεση του μοντέλου. Το πλέγμα πρέπει, εξ'αρχής, να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να υπάρχουν κόμβοι σε όλα τα σημεία που υπάρχουν ενισχυτικά στο σκάφος. Με αποτέλεσμα να διευκολύνεται η εισαγωγή των ενισχυτικών στο μοντέλο, αφετέρου δε ευνοείται η σωστή συνεργασία ενισχυτικού-ελάσματος.

Το πλέγμα του ελλειπτικού κυλίνδρου αποτελείται από 34780 στοιχεία, εκ των οποίων τα 200 είναι τριγωνικά S3 και τα 34580 στοιχεία είναι τετραγωνικά S4. Επιπλέον, το πλέγμα περιέχει 34867 κόμβους. Τέλος, το πλέγμα του μοντέλου παρουσιάζει συμμετρία ως προς το κατακόρυφο επίπεδο, που είναι κάθετο στον μεγάλο άξονα του σχήματος της έλλειψης του πυθμένα, και ως προς το εγκάρσιο επίπεδο, που είναι κάθετο στον μικρό άξονα του σχήματος της έλλειψης του πυθμένα.

### Οριακές συνθήκες του μοντέλου

Στο ABAQUS/CAE ορίζονται οι κινήσεις στο καρτεσιανό σύστημα αξόνων ως εξής:

- U1: κίνηση μετατόπισης κατά μήκος του άξονα x (πρώτος βαθμός ελευθερίας),
- U2: κίνηση μετατόπισης κατά μήκος του άξονα y (δεύτερος βαθμός ελευθερίας),
- U3: κίνηση μετατόπισης κατά μήκος του άξονα z (τρίτος βαθμός ελευθερίας),
- U4: περιστροφική κίνηση περί του άξονα x (τέταρτος βαθμός ελευθερίας),
- U5: περιστροφική κίνηση περί του άξονα y (πέμπτος βαθμός ελευθερίας),
- U6: περιστροφική κίνηση περί του άξονα z (έκτος βαθμός ελευθερίας),



Εικόνα 3-26: Ορισμός των μεταφορικών και περιστροφικών κινήσεων ως προς τους άξονες x, y, z.

Κατά την ανάλυση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν τρεις περιπτώσεις οριακών συνθηκών. Ο τρόπος στήριξης του μοντέλου του ελλειπτικού κυλίνδρου έχει μεγάλη σημασία. Η επιβολή των οριακών συνθηκών σε κάποιους κόμβους του μοντέλου πρέπει να περιορίζουν τη μετακίνησή του σαν άκαμπτο σώμα. Αυτό σημαίνει ότι δεν θα του επιτρέψουν να μετακινηθεί ή και να περιστραφεί σε

## Κεφάλαιο Τρίτο

απαραμόρφωτη κατάσταση ως προς οποιονδήποτε άξονα. Το μοντέλο είναι παραμορφώσιμο.

Η υδροδυναμική φόρτιση ασκείται στο μοντέλο της κατασκευής με την παραδοχή ότι η ίσαλος γραμμή παραμένει σταθερή. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό, το μοντέλο είναι σχεδόν ακίνητο, δηλαδή η περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου, καθώς και η μετατόπισή του είναι πολύ μικρές. Η προσθήκη των οριακών συνθηκών εξυπηρετεί αυτή τη συνθήκη.

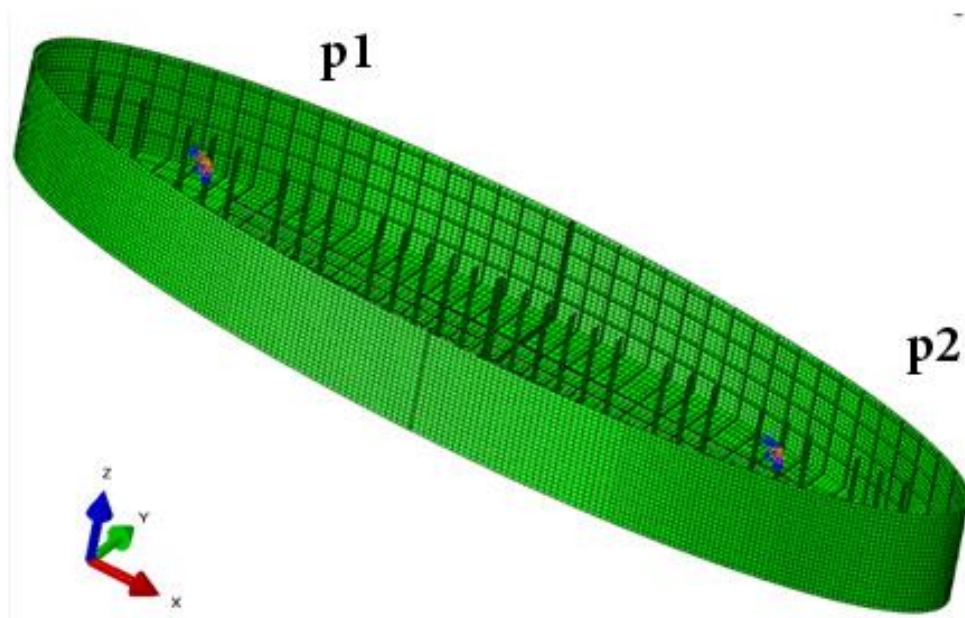
Το κέντρο μάζας του μοντέλου του κυλίνδρου βρίσκεται στο σημείο με συντεταγμένες  $(0, 0, 7.5)$ .

Οι οριακές συνθήκες, που επιβλήθηκαν κατά τις αναλύσεις του μοντέλου, είναι οι παρακάτω:

### Πρώτη περίπτωση: BC1

Στην περίπτωση BC1, οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται στα κάτωθι σημεία:  
 $p1 (-30.9, 0, 7.5)$ , και  
 $p2 (-30.9, 0, 7.5)$ .

Για λόγους απεικόνισης των δυο σημείων, έχει γίνει οριζόντια τομή του μοντέλου του κυλίνδρου, προκειμένου να φαίνονται τα εν λόγω σημεία.



Εικόνα 3-27: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC1.

## Κεφάλαιο Τρίτο

Οι συνθήκες που επιβάλλονται είναι για τα σημεία p1 και p2 είναι:

p1:  $U_1=0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0$ .

p2:  $U_1 \neq 0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0$ .

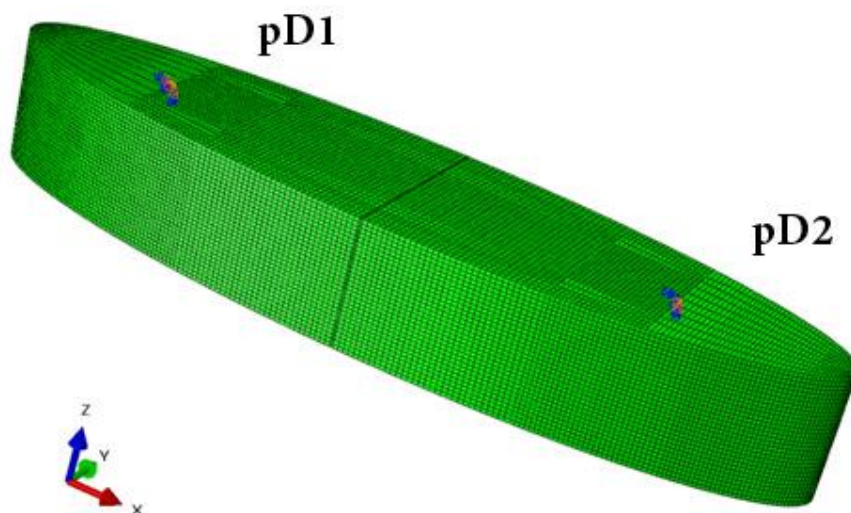
Στο σημείο p1 επιβάλλεται περιορισμός και των έξι κινήσεων, ενώ στο σημείο p2 υπάρχει ελευθερία κίνησης κατά τη μετατόπιση στον άξονα x.

### Δεύτερη περίπτωση: BC2

Στην περίπτωση BC2, οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται στα παρακάτω σημεία :

pD1 (-30.9, 0, 15), και

pD2 (-30.9, 0, 15).



Εικόνα 3-28: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC2.

Οι συνθήκες που επιβάλλονται είναι για τα σημεία p1 και p2 είναι:

pD1:  $U_1=0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0$ .

pD2:  $U_1 \neq 0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0$ .

Στο σημείο pD1 επιβάλλεται περιορισμός και των έξι κινήσεων, ενώ στο σημείο pD2 υπάρχει ελευθερία κίνησης κατά τη μετατόπιση στον άξονα x.



Τρίτη περίπτωση: BC3

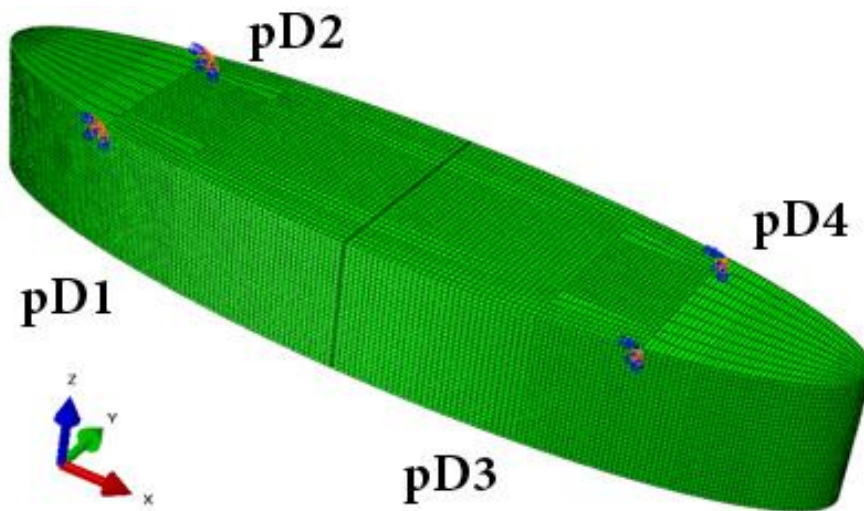
Στην περίπτωση BC3, οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται στα ακόλουθα σημεία :

pD1 (-30.9, -9.827, 15),

pD2(-30.9, 9.827, 15),

pD3 (30.9, -9.827, 15), και

pD4 (30.9, 9.827, 15).



Εικόνα 3-29: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC3.

Οι συνθήκες που επιβάλλονται είναι για τα σημεία pD1, pD2, pD3 και pD4 είναι:

pD1:  $U_1=0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0.$

pD2:  $U_1=0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0.$

pD3:  $U_1 \neq 0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0.$

pD4:  $U_1 \neq 0, U_2=0, U_3=0, U_4=0, U_5=0, U_6=0.$

Στα σημεία pD1 και pD2 επιβάλλεται περιορισμός και των έξι κινήσεων, ενώ στα σημεία pD3 και pD4 υπάρχει ελευθερία κίνησης κατά τη μετατόπιση στον άξονα x.

### Ιδιότητες του υλικού του μοντέλου

Το μοντέλου του κυλίνδρου, στην παρούσα εργασία, επιλέχθηκε να κατασκευαστεί από κοινό ναυπηγικό χάλυβα, που είναι ένα ελαστικό και ισότροπο υλικό, με μέτρο ελαστικότητας ίσο με  $E=207$  GPa, όριο διαρροής ίσο με 240 MPa, πυκνότητα  $\rho=7850$  kg/m<sup>3</sup>, και λόγο Poisson  $\nu=0.3$ . Το υλικό διαθέτει συντελεστή απόσβεσης  $\xi=10\%$ . Επειδή το υλικό είναι ισότροπο, δηλαδή παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες προς όλες τις κατευθύνσεις μέσα στη μάζα του, και επειδή είναι ελαστικό, ισχύει ότι η σχέση που συνδέει την τάση με την παραμόρφωση είναι η  $\sigma = E \epsilon$ , και είναι γραμμική.

Ο συντελεστής απόσβεσης,  $\xi_i$ , εκφράζεται με τους όρους των παραγόντων απόσβεσης,  $\alpha_R$  και  $\beta_R$ , και δίνεται από τη σχέση:

$$\xi_i = \frac{\alpha_R}{2 \omega_i} + \frac{\beta_R \omega_i}{2} \quad (3-1)$$

όπου, το  $\omega_i$  είναι η κυκλική συχνότητα στη συγκεκριμένη κατάσταση απόκρισης.

Κατά τη διαδικασία εύρεσης των φυσικών συχνοτήτων του μοντέλου στο ABAQUS με τη χρήση της μεθόδου Lanczos, υπολογίζονται οι πενήντα πρώτες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές του. Για τον υπολογισμό των παραγόντων απόσβεσης  $\alpha_R$  και  $\beta_R$ , το μοντέλο υποβάλλεται σε ένα στάδιο στη διαδικασία εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων στο ABAQUS για τις τρεις περιπτώσεις, ανάλογα με τις οριακές συνθήκες, που επιβάλλονται σε αυτό. Κατόπιν, χρησιμοποιείται η πρώτη τιμή της συχνότητας  $f$  (sec<sup>-1</sup>) ή  $\omega=2\pi f$  (rad/sec), για την εύρεση των  $\alpha_R$  και  $\beta_R$  του συντελεστή απόσβεσης. Επιπλέον, σε κάθε περίπτωση οριακών συνθηκών, ικανοποιείται και η συνθήκη  $\alpha_R / \beta_R=223.3$ , έτσι ώστε να ισχύει

$$\frac{\alpha_R}{2 \omega_i} + \frac{\beta_R \omega_i}{2} = 0.10.$$

#### Πρώτη περίπτωση: BC1

$$\omega = 0.0974 \text{ rad/sec}$$

$$\alpha_R = 0.0195$$

$$\beta_R = 8.72e-5$$

#### Δεύτερη περίπτωση: BC2

$$\omega = 0.8807 \text{ rad/sec}$$

$$\alpha_R = 0.1702$$

$$\beta_R = 7.62e-4$$

Τρίτη περίπτωση: BC3

$$\omega = 4.0205 \text{ rad/sec}$$

$$\alpha_R = 0.7498$$

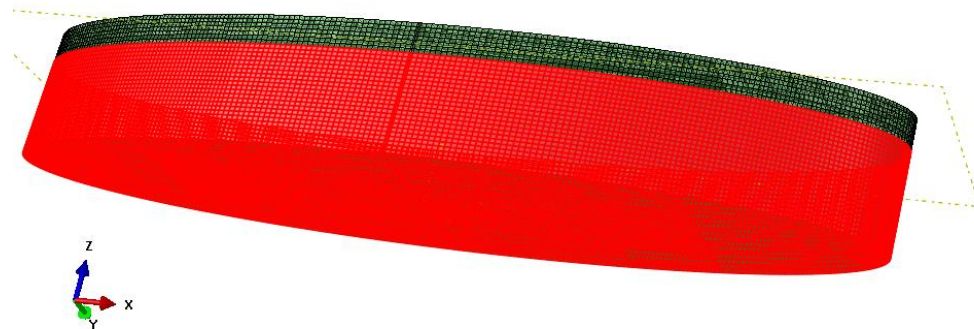
$$\beta_R = 3.35e-3$$

Στη συνέχεια, στην κάρτα του υλικού στο ABAQUS καταχωρούνται σε κάθε περίπτωση μαζί με τις λοιπές ιδιότητες του υλικού και οι παράγοντες απόσβεσης  $\alpha_R$  και  $\beta_R$ , που υπολογίστηκαν.

**Επιβολή φορτίων στο μοντέλο**

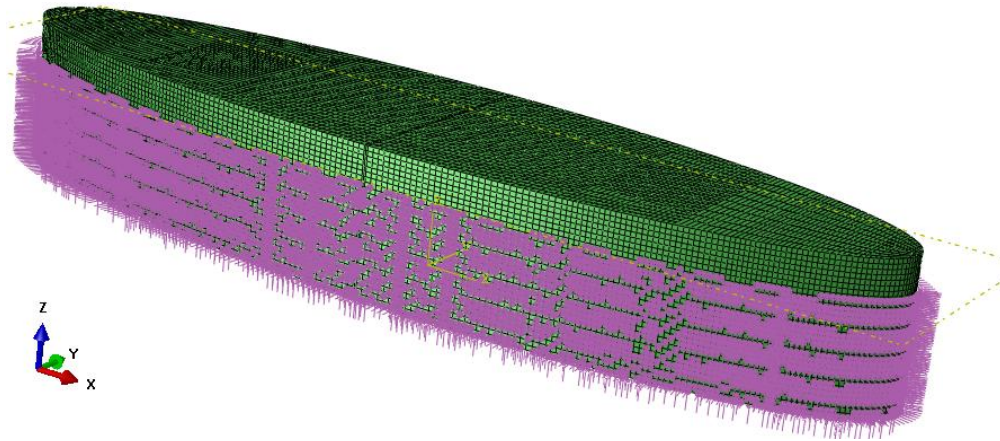
Στο μοντέλο του ελλειπτικού κυλίνδρου εφαρμόζεται το αρχικό στάδιο (initial step), το στάδιο της γενικής στατικής ανάλυσης (static general) και το στάδιο της δυναμικής ανάλυσης με έμμεση ολοκλήρωση (implicit dynamic).

Στο αρχικό στάδιο ορίζονται οι οριακές συνθήκες. Στο στάδιο της γενικής στατικής ανάλυσης, εφαρμόζεται το φορτίο της βαρύτητας και το υδροστατικό φορτίο  $p$ , λόγω της υδροστατικής φόρτισης από το θαλάσσιο περιβάλλον και από το μεταφερόμενο υγρό στο εσωτερικό του πλοίου. Στο στάδιο της δυναμικής ανάλυσης επιβάλλεται στο μοντέλο το υδροδυναμικό φορτίο. Οι επιφάνειες του μοντέλου, όπου εφαρμόζονται τα φορτία και οι οποίες προσδιορίζουν τη βρεχόμενη επιφάνεια του σκάφους, απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα.

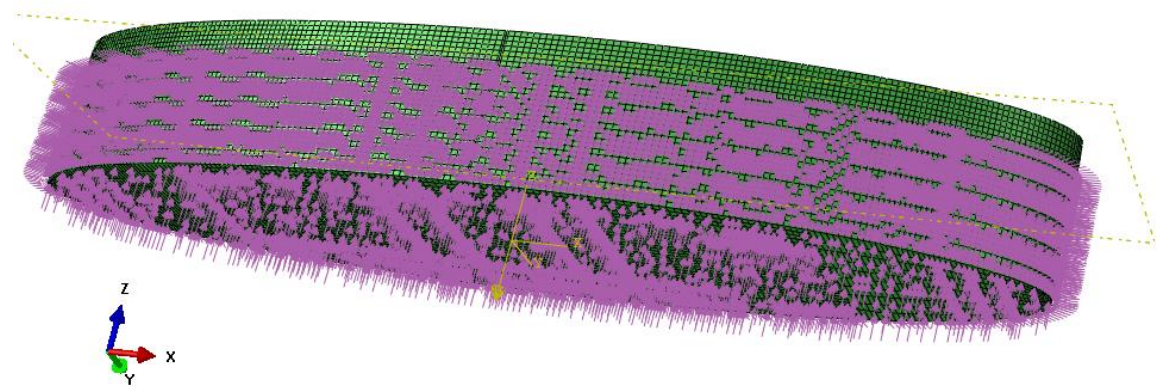


Εικόνα 3-30: Οι επιφάνειες επιβολής φορτίου.

### Κεφάλαιο Τρίτο



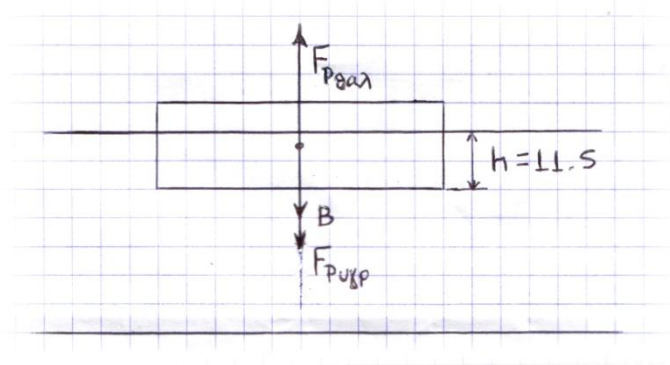
Εικόνα 3-31: Τρόπος επιβολής της ασκούμενης πίεσης στην παράπλευρη επιφάνεια του μοντέλου.



Εικόνα 3-32: Τρόπος επιβολής της ασκούμενης πίεσης στην κάτω επιφάνεια του μοντέλου.

Στο μοντέλο του ελλειπτικού κυλίνδρου επιβάλλεται η φόρτιση λόγω του ίδιου βάρους της κατασκευής, του υδροστατικού φορτίου και του υδροδυναμικού φορτίου. Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κέντρο μάζας του πλοίου, όταν αυτό βρίσκεται σε ήρεμη θάλασσα με βύθισμα  $T=11.50m=h$ . Οι δυνάμεις είναι η βαρύτητα,  $B$ , η δύναμη λόγω της υδροστατικής φόρτισης εξαιτίας του θαλάσσιου περιβάλλοντος,  $F_{ρ_{θαλ}}$ , και η δύναμη λόγω της υδροστατικής φόρτισης εξαιτίας του μεταφερόμενου υγρού,  $F_{ρ_{υγρ}}$ , στο εσωτερικό του πλοίου.

## Κεφάλαιο Τρίτο



Εικόνα 3-33: Το πλοίο σε ήρεμη θάλασσα.

Η συνολική δύναμη που ασκείται στο πλοίο δίνεται από τη σχέση:

$$\Sigma F = F_{\rho\theta\alpha\lambda} - B - F_{\rho\upsilon\gamma\rho} \quad (3-2)$$

Διαιρώντας τους όρους της προηγούμενης σχέσης με το εμβαδόν της επιφάνειας φόρτισης,  $E$ , του πλοίου, προκύπτει η συνολική εφαρμοζόμενη πίεση,  $p$ , στην εξωτερική επιφάνεια φόρτισης του πλοίου.

$$p = \frac{\Sigma F}{E} = \frac{\rho_{\theta\alpha\lambda} g h E}{E} - \frac{B}{E} - \frac{\rho_{\upsilon\gamma\rho} g h E}{E} \quad (3-3)$$

$$p = \rho_{\theta\alpha\lambda} g h - \frac{B}{E} - \rho_{\upsilon\gamma\rho} g h \quad (3-4)$$

$$p = p_{\theta\alpha\lambda} - p_{\beta\alpha\rho} - p_{\upsilon\gamma\rho} \quad (3-5)$$

όπου,

$p_{\theta\alpha\lambda}$  είναι η πίεση λόγω της υδροστατικής φόρτισης από το θαλάσσιο περιβάλλον,

$p_{\upsilon\gamma\rho}$  είναι η πίεση λόγω της υδροστατικής φόρτισης από το μεταφερόμενο υγρό στο εσωτερικό του πλοίου,

$p_{\beta\alpha\rho}$  είναι η πίεση λόγω του ίδιου βάρους του πλοίου,

$h$  είναι το ύψος της βρεχόμενης επιφάνειας στην παράπλευρη επιφάνεια του μοντέλου και είναι  $h=T=11.5\text{m}$ ,

$g = 9.81\text{m/sec}^2$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, και

$\rho_{\theta\alpha\lambda} = 1025\text{kg/m}^3$  είναι η πυκνότητα της θάλασσας.

## Κεφάλαιο Τρίτο

Το πλοίο έχει μάζα ίση με  $m=1854984.75\text{kg}$ . Η δύναμη της βαρύτητας, που εφαρμόζεται στο κέντρο μάζας του, και δίνεται από τη σχέση:

$$B = m g \quad (3-6)$$

Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητο να διευκρινιστεί ότι το μοντέλο, που παραπέμπει σε μια απλοποιημένη μορφή πλοίου το οποίο μεταφέρει κάποιο υγρό, βρίσκεται στην ήρεμη θάλασσα σε κατάσταση ισορροπίας και έχει βύθισμα  $T$  ίσο με  $T=11.50\text{m}$ . Επομένως, έχει μια εξωτερική βρεχόμενη επιφάνεια, που είναι σε επαφή με τη θάλασσα. Η επιφάνεια αυτή αποτελείται από την εξωτερική πλευρά του πυθμένα και την εξωτερική παράπλευρη επιφάνεια σε ύψος  $h_1=11.50\text{m}$  από τον πυθμένα. Επιπλέον, προκύπτει και μια εσωτερική βρεχόμενη επιφάνεια, που βρίσκεται σε επαφή με το υγρό που μεταφέρει το πλοίο. Η επιφάνεια αυτή αποτελείται από την εσωτερική πλευρά του πυθμένα και την εσωτερική παράπλευρη επιφάνεια σε ύψος  $h_2$  από τον πυθμένα. Γίνεται η παραδοχή  $h_1=11.50\text{m}=h_2$ . Δηλαδή, το ύψος της εσωτερικής παράπλευρης επιφάνειας, στο οποίο βρίσκεται η άνω ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που μεταφέρει στο εσωτερικό του, το πλοίο, είναι το ίδιο με το βύθισμα του πλοίου. Με άλλα λόγια, η άνω ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που μεταφέρει το πλοίο ταυτίζεται με την ίσαλο γραμμή του πλοίου. Η παραδοχή αυτή διευκολύνει το σχεδιασμό του μοντέλου στο ABAQUS/CAE.

Με σκοπό την απλοποίηση στον τρόπο επιβολής της υδροστατικής φόρτισης στο μοντέλο κατά τη σχεδίασή του στο ABAQUS/CAE, γίνεται η παραδοχή ότι η υδροστατική πίεση ασκείται στην εξωτερική επιφάνεια του μοντέλου. Η επιβαλλόμενη πίεση ισούται με  $p_{\theta\alpha\lambda} - p_{\nu\gamma\rho}$ , δηλαδή με τη διαφορά των δυο υδροστατικών πιέσεων, και έχει φορά από τη θάλασσα προς το πλοίο, με διεύθυνση κάθετη προς τα στοιχεία της κάθε επιφάνειας του πλοίου.

Η τιμή,  $p_{\theta\alpha\lambda} - p_{\nu\gamma\rho}$ , της επιβαλλόμενης πίεσης πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση (3-5), έτσι ώστε η επιβολή του συνολικού αθροίσματος των φορτίων στο πλοίο να έχει ως αποτέλεσμα την αμελητέα μετατόπιση του πλοίου κατά τον κατακόρυφο άξονα  $z$ . Αυτό σημαίνει ότι η ίσαλος γραμμή μετακινείται ελάχιστα και το  $h=11.5\text{m}$  παραμένει περίπου σταθερό. Κατ'επέκταση, υπολογίζεται η πυκνότητα του μεταφερόμενου υγρού  $\rho_{\nu\gamma\rho}$  από τη σχέση (3-5).

Η πίεση  $p$  ευρίσκεται και σε συνδυασμό με δοκιμές στο ABAQUS/Standard, όπου το μοντέλο υποβάλλεται σε στατική ανάλυση και ασκούνται σε αυτό το φορτίο της βαρύτητας και το υδροστατικό φορτίο  $p$ . Το φορτίο  $p$  παίρνει διαδοχικά διάφορες τιμές και εξετάζεται κάθε φορά η παραμόρφωσή του.

## Κεφάλαιο Τρίτο

Με τη χρήση της σχέσης (3-5), υπολογίζεται η πυκνότητα του μεταφερόμενου υγρού. Λαμβάνεται υπ' όψιν, ότι ανάλογα με την περίπτωση επιβολής οριακών συνθηκών, το μοντέλο ισορροπεί τελικά, όταν ασκείται πίεση διαφορετικής τιμής.

Υπολογίστηκε, ότι η πίεση αυτή είναι:

### Πρώτη περίπτωση: BC1

$$p = 8500 \text{ Pa} \quad \text{με } \rho_{\text{υγρ}} = 867.50 \text{ kg/m}^3$$

### Δεύτερη περίπτωση: BC2

$$p = 9500 \text{ Pa} \quad \text{με } \rho_{\text{υγρ}} = 858.64 \text{ kg/m}^3$$

### Τρίτη περίπτωση: BC3

$$p = 8650 \text{ Pa} \quad \text{με } \rho_{\text{υγρ}} = 866.17 \text{ kg/m}^3$$

Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι η τιμή της υπολογιζόμενης πυκνότητας αντιστοιχεί στη βενζίνη, στο αργό πετρέλαιο Μεξικού.

Στον κύλινδρο ασκείται υδροδυναμική φόρτιση μέσω της επίδραση απλού αρμονικού κυματισμού με γωνία πρόσπτωσης  $\alpha=60^\circ$  ως προς τον άξονα x του συστήματος, συχνότητα κυματισμού  $\omega=0.4214\text{rad/sec}$  και για τρεις τιμές ύψους κύματος H. Η επιβολή της υδροδυναμικής φόρτισης στο μοντέλο έχει ως συνέπεια την άσκηση κατανεμημένης πίεσης (σε μονάδες Pa) στην εξωτερική επιφάνεια φόρτισης του μοντέλου. Το Abaqus/Standard υπολογίζει την ισοδύναμη δύναμη και την ισοδύναμη ροπή, που προκύπτει από αυτή την επιβαλλόμενη πίεση, όταν η κίνηση και η περιστροφή του κυλίνδρου μηδενίζεται στο κέντρο μάζας ( ή βάρους) του. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α.

Οι οριακές συνθήκες (τρεις περιπτώσεις), που έχουν επιβληθεί στο μοντέλο, επιτρέπουν σε αυτό να εκτελεί κινήσεις μετατόπισης και περιστροφής. Οι κινήσεις μετατόπισης παίρνουν πολύ μικρές τιμές, που θεωρούνται αμελητέες. Επί της ουσίας, δεν μετατοπίζεται. Οι κινήσεις περιστροφής δεν είναι μεγάλες. Κατά συνέπεια, η κίνηση του πλοίου υπό την επίδραση του απλού αρμονικού κυματισμού δεν επηρεάζει τη ροή, και δεν υφίσταται το φαινόμενο της ακτινοβολίας. Επομένως, επιλύεται το πρόβλημα της περίθλασης.

## Κεφάλαιο Τρίτο

Για το σκάφος εξασκείται το υδροδυναμικό φορτίο, που ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$p(t) = p_r \cos\omega t + p_i \sin\omega t \quad (3-7)$$

$$\text{ή } p(t) = \sqrt{p_r^2 + p_i^2} \cos(\omega t + \phi) \text{ με } \phi = \arctan\left(\frac{p_i}{p_r}\right) \quad (3-8)$$

όπου

$$\omega = 0.4214 \text{ rad/sec}$$

Η δράση των μονοχρωματικών κυματισμών υπολογίζεται ανεξάρτητα, με χρήση ημι-αναλυτικής μεθόδου για την επίλυση του υδροδυναμικού προβλήματος περίθλασης και την εξαγωγή των υδροδυναμικών πιέσεων στην βρεχόμενη επιφάνεια του κυλίνδρου. Η ημι-αναλυτική μέθοδος προσδιορίζει τις τιμές των πιέσεων  $p_r$  και  $p_i$  για τα τέσσερα σημεία ολοκλήρωσης κάθε στοιχείου (element) της βρεχόμενης επιφάνειας του μοντέλου. Τα σημεία ολοκλήρωσης περιγράφονται με τις συντεταγμένες  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Με τον τρόπο αυτό, καθορίζεται ένα αρχείο με τα πλάτη πιέσεων, που περιγράφει το ασκούμενο υδροδυναμικό φορτίο. Στο ABAQUS, το υδροδυναμικό φορτίο επιβάλεται στο μοντέλο μέσω επίκλησης κατάλληλης υπορουτίνας, την οποία ορίζει ο χρήστης σε γλώσσα FORTRAN. Η υπορουτίνα ανακαλεί το αρχείο με τα πλάτη πιέσεων. Το υδροδυναμικό φορτίο ασκεί στο μοντέλο μη ομοιόμορφα κατανεμημένη, χρονικά μεταβαλλόμενη πίεση. Ο κώδικας της ρουτίνας δίνεται στο Παράρτημα Β.

### Εύρεση φυσικών συχνότητων

Σε ένα προηγούμενο στάδιο, και προτού ασκηθούν τα φορτία στο μοντέλο, υπολογίζονται οι φυσικές συχνότητες του μοντέλου για κάθε μία περίπτωση οριακών συνθηκών, που επιβλήθηκαν στο μοντέλο. Στη συνέχεια δίνονται οι υπολογισμένες ιδιοτιμές.

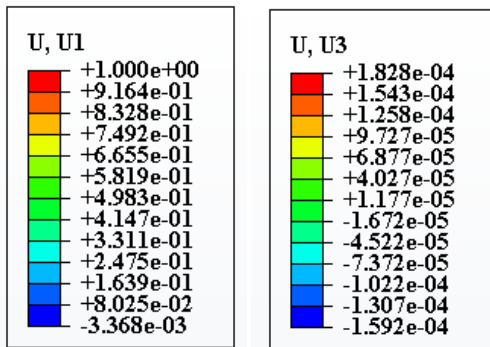
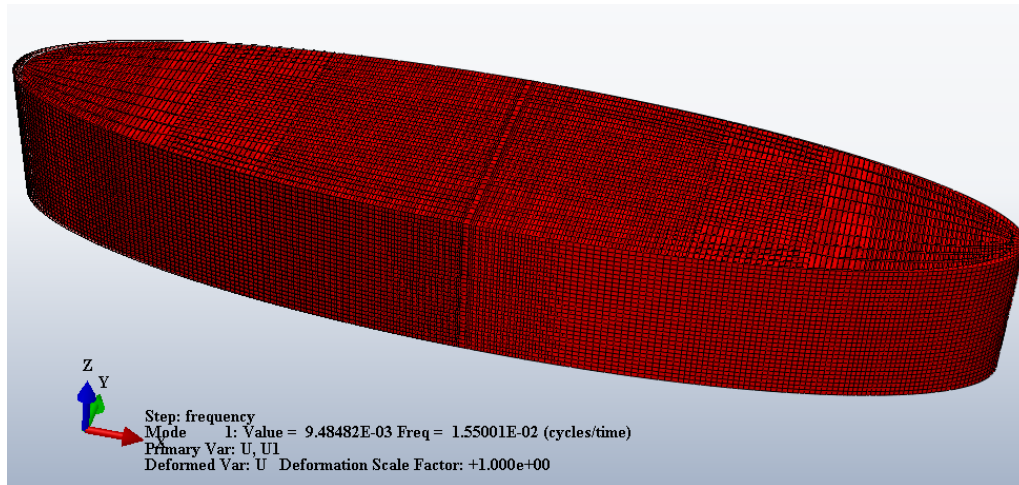


## Κεφάλαιο Τρίτο

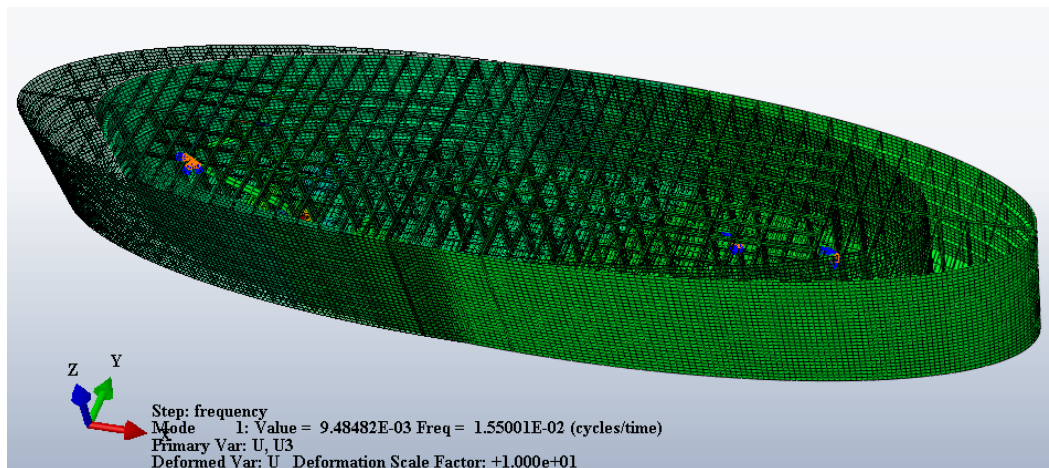
### Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC1

#### EIGENVALUE OUTPUT

MODE NO	EIGENVALUE DAMPING	EIGENVALUE (RAD/TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	GENERALIZED MASS	COMPOSITE MODAL
1	9.48482E-03	<b>9.73901E-02</b>	1.55001E-02	1.84755E+06	0.0000
2	2.15515E-02	0.14680	2.33646E-02	1.19203E+06	0.0000
3	16.165	4.0205	0.63989	2598.5	0.0000
4	16.167	4.0208	0.63992	2642.5	0.0000
5	16.172	4.0215	0.64004	7316.7	0.0000
6	16.180	4.0224	0.64019	2192.5	0.0000
7	16.186	4.0232	0.64032	8976.9	0.0000
8	16.193	4.0240	0.64044	3484.2	0.0000
9	16.193	4.0241	0.64046	3304.2	0.0000
10	16.198	4.0246	0.64054	1421.6	0.0000
11	16.202	4.0252	0.64063	4512.9	0.0000
12	16.209	4.0260	0.64076	3621.6	0.0000
13	16.213	4.0265	0.64084	5037.9	0.0000
14	16.213	4.0265	0.64084	3488.4	0.0000
15	16.215	4.0268	0.64088	6989.9	0.0000
16	16.216	4.0269	0.64091	5078.7	0.0000
17	16.217	4.0270	0.64092	5994.3	0.0000
18	16.218	4.0272	0.64094	6932.4	0.0000
19	16.218	4.0272	0.64095	2253.4	0.0000
20	16.219	4.0273	0.64097	4706.3	0.0000
21	16.225	4.0280	0.64108	3412.3	0.0000
22	16.226	4.0281	0.64109	3684.9	0.0000
23	16.231	4.0288	0.64120	1784.2	0.0000
24	16.233	4.0290	0.64123	1634.2	0.0000
25	16.264	4.0328	0.64184	5459.8	0.0000
26	16.282	4.0351	0.64220	2050.2	0.0000
27	16.284	4.0353	0.64224	2088.3	0.0000
28	16.285	4.0355	0.64226	1625.3	0.0000
29	16.686	4.0849	0.65013	20479.	0.0000
30	17.102	4.1355	0.65818	1.62821E+06	0.0000
31	18.126	4.2574	0.67759	8.92361E+05	0.0000
32	20.533	4.5313	0.72118	5.90253E+05	0.0000
33	24.615	4.9613	0.78962	5.11604E+05	0.0000
34	120.86	10.994	1.7497	40387.	0.0000
35	122.42	11.064	1.7609	10280.	0.0000
36	123.71	11.123	1.7702	9722.6	0.0000
37	123.82	11.127	1.7710	3283.6	0.0000
38	123.87	11.130	1.7714	4423.5	0.0000
39	123.92	11.132	1.7717	4216.4	0.0000
40	123.97	11.134	1.7720	4684.6	0.0000
41	124.13	11.141	1.7732	2962.7	0.0000
42	124.14	11.142	1.7733	3222.3	0.0000
43	124.18	11.144	1.7736	5426.8	0.0000
44	124.24	11.146	1.7740	8534.8	0.0000
45	124.25	11.147	1.7741	10343.	0.0000
46	124.25	11.147	1.7741	2561.5	0.0000
47	124.26	11.147	1.7741	2469.0	0.0000
48	124.32	11.150	1.7746	5425.3	0.0000
49	124.33	11.150	1.7746	6491.4	0.0000
50	124.34	11.151	1.7747	6990.5	0.0000



Εικόνα 3-34: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC1.



Εικόνα 3-35: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC1.

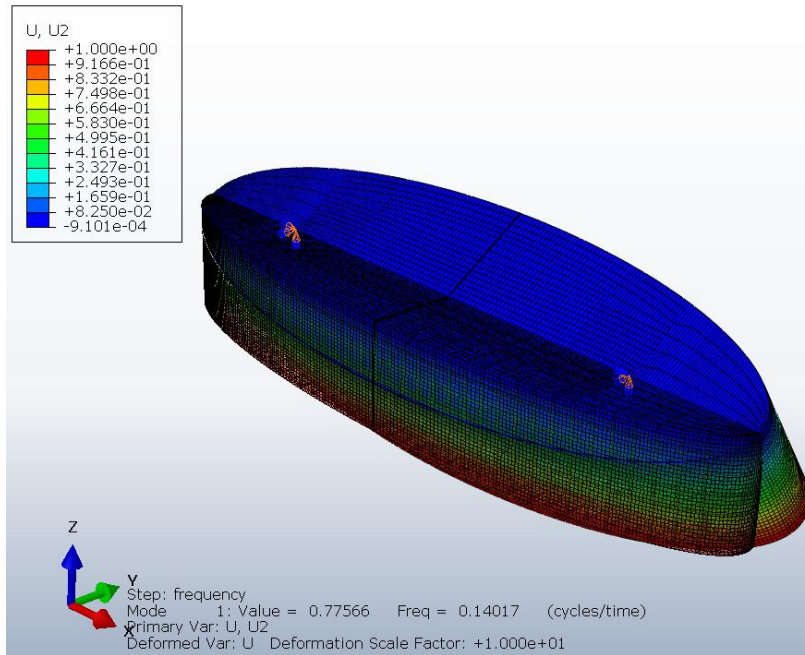
Παρουσιάζεται, επιλεκτικά, η κατάσταση του μοντέλου για την πρώτη ιδιοσυχνότητα  $f=9.48482e-03$  ( $\text{sec}^{-1}$ ), διότι χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του συντελεστή απόσβεσης.

## Κεφάλαιο Τρίτο

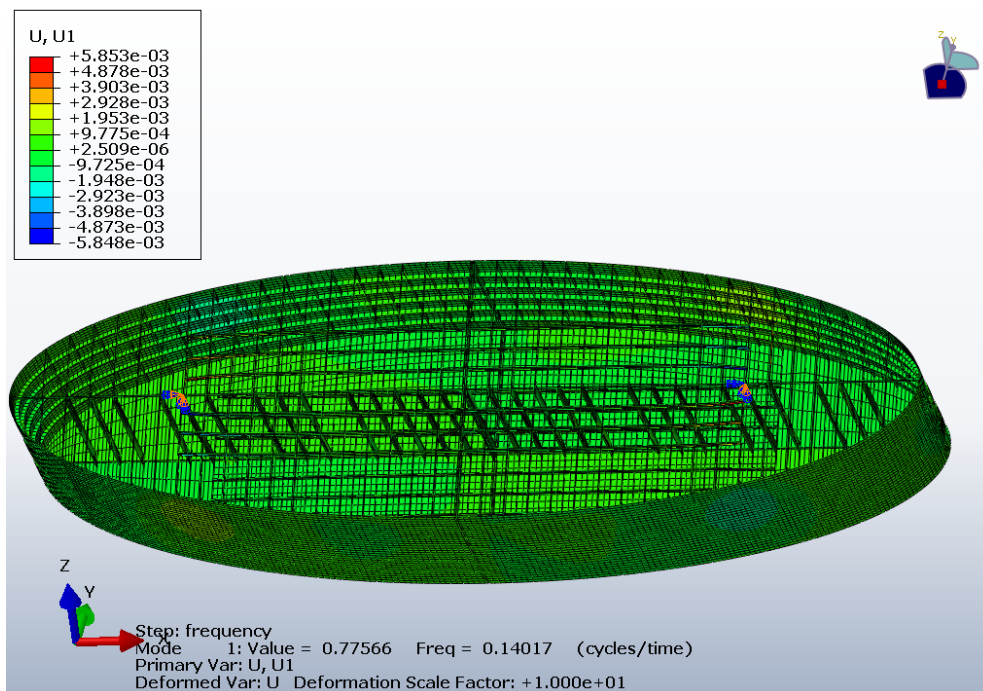
### Στη δεύτερη περίπτωση συνοριακών συνθηκών BC2

EIGENVALUE OUTPUT					
MODE NO	EIGENVALUE DAMPING	EIGENVALUE (RAD/TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	GENERALIZED MASS	COMPOSITE MODAL
1	0.77566	<b>0.88071</b>	0.14017	1.29085E+06	0.0000
2	16.099	4.0124	0.63859	15960.	0.0000
3	16.165	4.0206	0.63989	2705.0	0.0000
4	16.167	4.0208	0.63993	2772.3	0.0000
5	16.172	4.0215	0.64004	7558.5	0.0000
6	16.183	4.0229	0.64026	2240.6	0.0000
7	16.184	4.0229	0.64027	2000.3	0.0000
8	16.191	4.0238	0.64041	6966.6	0.0000
9	16.193	4.0241	0.64045	3069.7	0.0000
10	16.194	4.0241	0.64046	3090.8	0.0000
11	16.202	4.0252	0.64063	4676.2	0.0000
12	16.209	4.0261	0.64077	4620.4	0.0000
13	16.213	4.0265	0.64084	4936.6	0.0000
14	16.213	4.0265	0.64084	3415.8	0.0000
15	16.214	4.0267	0.64087	5105.1	0.0000
16	16.216	4.0268	0.64089	5972.2	0.0000
17	16.217	4.0270	0.64092	5318.0	0.0000
18	16.218	4.0271	0.64094	2059.3	0.0000
19	16.218	4.0272	0.64094	7298.4	0.0000
20	16.219	4.0272	0.64095	1673.7	0.0000
21	16.219	4.0273	0.64097	4708.0	0.0000
22	16.225	4.0280	0.64108	3429.1	0.0000
23	16.226	4.0281	0.64109	3680.2	0.0000
24	16.232	4.0289	0.64122	1577.7	0.0000
25	16.233	4.0290	0.64123	1518.1	0.0000
26	16.273	4.0340	0.64203	3919.3	0.0000
27	16.282	4.0351	0.64221	2287.2	0.0000
28	16.284	4.0354	0.64225	3128.8	0.0000
29	16.286	4.0355	0.64227	1970.1	0.0000
30	17.856	4.2256	0.67253	8.97297E+05	0.0000
31	22.648	4.7589	0.75741	5.58099E+05	0.0000
32	120.77	10.989	1.7490	38628.	0.0000
33	122.35	11.061	1.7605	10919.	0.0000
34	123.67	11.121	1.7699	10143.	0.0000
35	123.82	11.127	1.7710	2578.2	0.0000
36	123.84	11.128	1.7711	2733.5	0.0000
37	123.92	11.132	1.7717	4371.7	0.0000
38	123.94	11.133	1.7719	2246.9	0.0000
39	123.96	11.134	1.7720	4384.6	0.0000
40	124.01	11.136	1.7724	3817.3	0.0000
41	124.14	11.142	1.7733	2748.1	0.0000
42	124.15	11.142	1.7733	3202.7	0.0000
43	124.18	11.143	1.7735	4848.7	0.0000
44	124.24	11.146	1.7740	8438.7	0.0000
45	124.25	11.147	1.7741	9072.0	0.0000
46	124.26	11.147	1.7741	2638.6	0.0000
47	124.26	11.147	1.7742	2718.9	0.0000
48	124.32	11.150	1.7746	5443.4	0.0000
49	124.33	11.150	1.7746	6164.1	0.0000
50	124.34	11.151	1.7747	6799.6	0.0000

### Κεφάλαιο Τρίτο



Εικόνα 3-36: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC2.



Εικόνα 3-37: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC2.

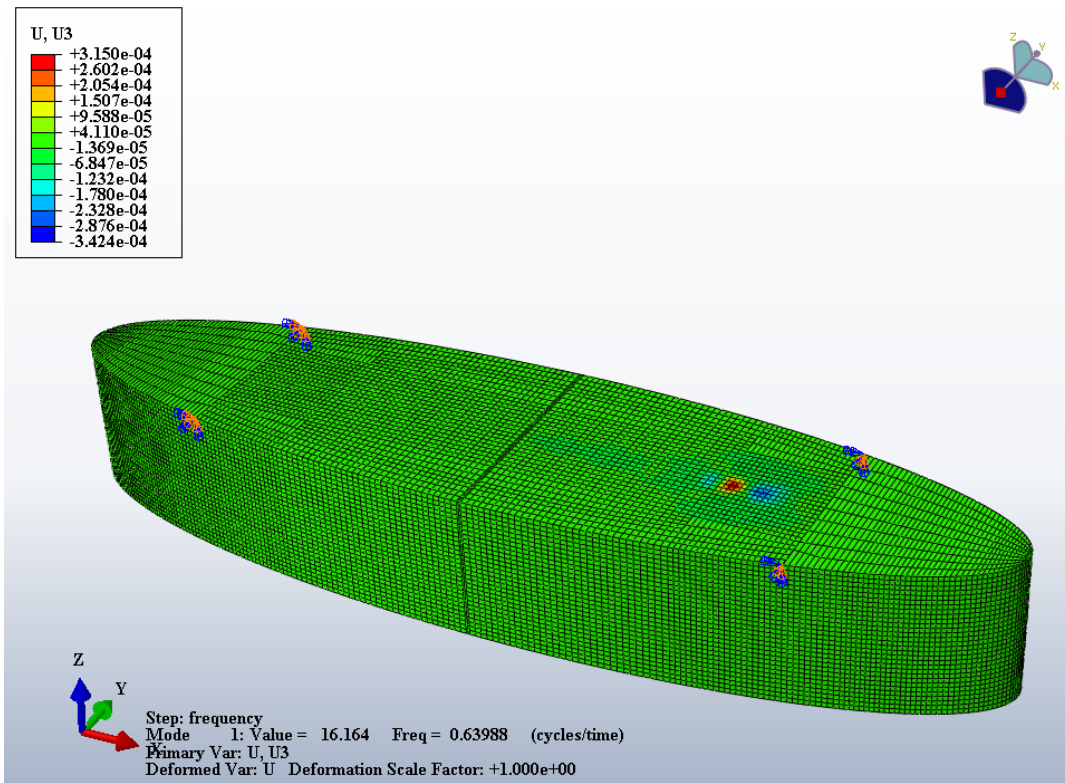
## Κεφάλαιο Τρίτο

### Στην τρίτη περίπτωση συνοριακών συνθηκών BC3

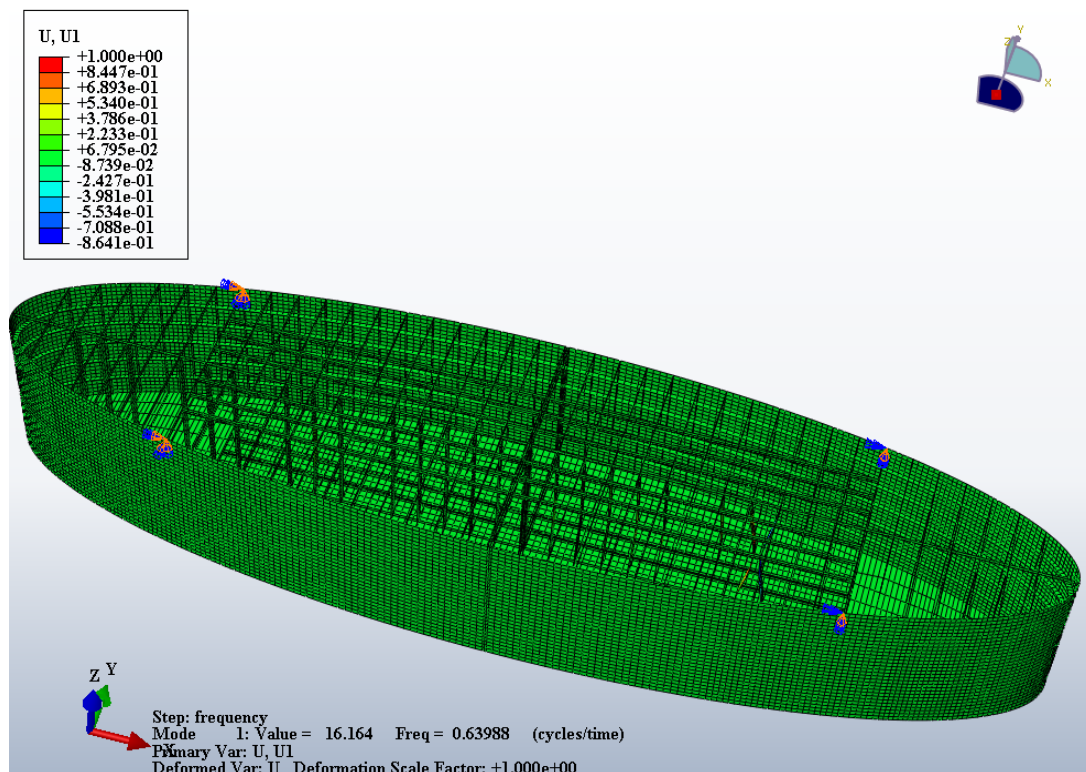
#### EIGENVALUE OUTPUT

MODE NO	EIGENVALUE (RAD/TIME)	EIGENVALUE (RAD/TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	GENERALIZED MASS	COMPOSITE MODAL
1	16.164	<b>4.0205</b>	0.63988	2443.3	0.0000
2	16.166	4.0207	0.63991	2488.8	0.0000
3	16.171	4.0213	0.64001	5551.8	0.0000
4	16.173	4.0215	0.64004	5449.8	0.0000
5	16.180	4.0224	0.64019	2183.8	0.0000
6	16.181	4.0225	0.64020	2093.7	0.0000
7	16.193	4.0240	0.64044	3434.5	0.0000
8	16.193	4.0241	0.64046	3332.8	0.0000
9	16.202	4.0251	0.64062	4450.9	0.0000
10	16.202	4.0252	0.64063	4319.9	0.0000
11	16.211	4.0263	0.64081	2196.8	0.0000
12	16.213	4.0265	0.64084	5046.1	0.0000
13	16.213	4.0265	0.64085	3408.8	0.0000
14	16.215	4.0267	0.64087	2428.6	0.0000
15	16.215	4.0268	0.64089	5187.4	0.0000
16	16.217	4.0270	0.64092	5185.2	0.0000
17	16.218	4.0272	0.64094	6690.7	0.0000
18	16.218	4.0272	0.64095	1459.6	0.0000
19	16.219	4.0272	0.64095	1197.2	0.0000
20	16.219	4.0273	0.64097	4705.8	0.0000
21	16.225	4.0280	0.64108	3449.1	0.0000
22	16.226	4.0281	0.64109	3670.0	0.0000
23	16.232	4.0289	0.64123	1182.0	0.0000
24	16.233	4.0290	0.64123	1169.7	0.0000
25	16.282	4.0350	0.64220	1294.4	0.0000
26	16.282	4.0351	0.64221	1342.4	0.0000
27	16.285	4.0355	0.64227	1431.1	0.0000
28	16.286	4.0355	0.64228	1365.5	0.0000
29	84.904	9.2143	1.4665	1.99562E+05	0.0000
30	120.61	10.982	1.7479	17114.	0.0000
31	123.55	11.115	1.7691	7290.5	0.0000
32	123.80	11.127	1.7708	2623.8	0.0000
33	123.82	11.128	1.7710	2532.4	0.0000
34	123.92	11.132	1.7717	2161.1	0.0000
35	123.92	11.132	1.7717	5791.7	0.0000
36	123.93	11.132	1.7718	1922.9	0.0000
37	123.96	11.134	1.7720	4752.4	0.0000
38	124.08	11.139	1.7728	5961.4	0.0000
39	124.14	11.142	1.7733	4674.7	0.0000
40	124.15	11.142	1.7733	3463.2	0.0000
41	124.22	11.145	1.7738	8965.3	0.0000
42	124.25	11.147	1.7741	2185.6	0.0000
43	124.25	11.147	1.7741	2179.0	0.0000
44	124.25	11.147	1.7741	7877.6	0.0000
45	124.29	11.149	1.7744	5147.8	0.0000
46	124.32	11.150	1.7745	5236.1	0.0000
47	124.34	11.151	1.7747	5608.7	0.0000
48	124.34	11.151	1.7747	6448.8	0.0000
49	124.35	11.151	1.7748	6170.6	0.0000
50	124.37	11.152	1.7749	4782.9	0.0000

### Κεφάλαιο Τρίτο



Εικόνα 3-38: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC3.

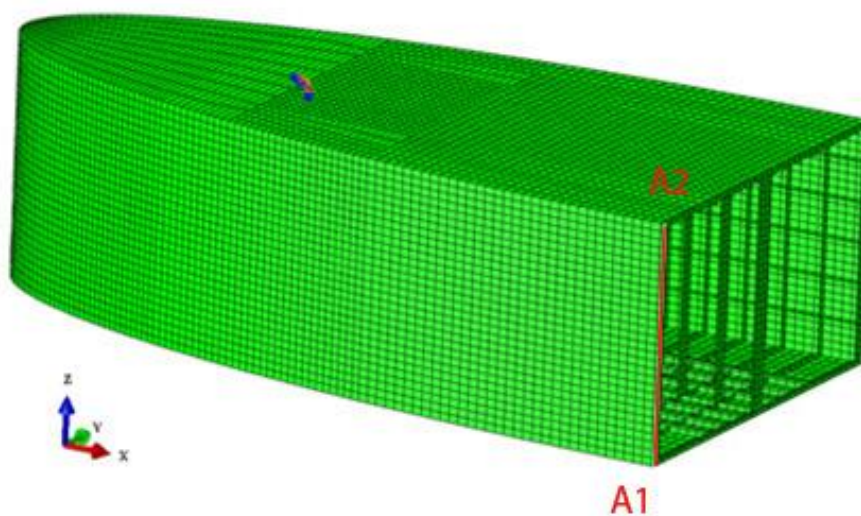


Εικόνα 3-39: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC3.

## Κεφάλαιο Τέταρτο

### Ανάλυση Μοντέλου

Κατά τη μελέτη της κίνησης του μοντέλου, καθώς επιβάλλεται σε αυτό η φόρτιση, που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, και προκειμένου, να μελετηθεί η μεταβολή του ύψους του μοντέλου, εξετάζεται η μεταβολή του μήκους της ακμής του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού του μοντέλου. Η ακμή ορίζεται από τους κόμβους (13996, 14611) ως το ευθύγραμμο τμήμα  $A_1A_2$ . Οι συντεταγμένες των σημείων είναι:  $A_1(0, -12.5, 0)$  και  $A_2(0, -12.5, 15)$ . Επομένως, η ακμή βρίσκεται στο μέσο του μήκους του πλοίου και κείται πάνω στην πλευρική επιφάνεια αυτού, και απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα:

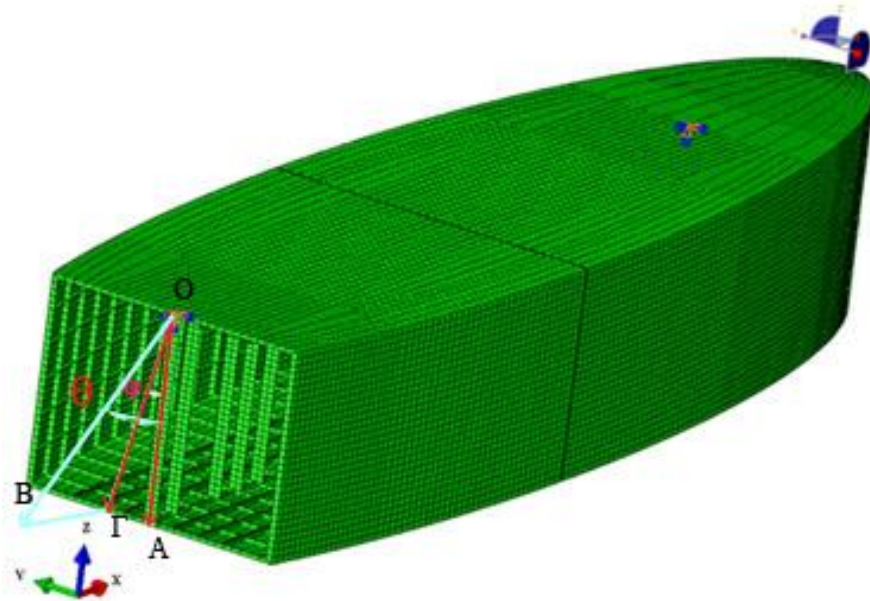


Εικόνα 4-1: Η ακμή του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού με άκρα  $A_1(0, -12.5, 0)$  και  $A_2(0, -12.5, 15)$ .

Στα διαγράμματα, που ακολουθούν, ονομάζεται Height, και δηλώνει το ύψος του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού του μοντέλου που υπολογίζεται για κάθε χρονική στιγμή. Ο υπολογισμός του ύψους του πλοίου παρουσιάζεται στο Παράρτημα Γ.

Επιπλέον, προκειμένου να προσδιοριστεί ακριβέστερα η κίνηση του πλοίου, μελετάται η συμπεριφορά του κατακόρυφου ευθύγραμμου τμήματος  $OA$ , καθώς το

πλοίο δέχεται τη συγκεκριμένη φόρτιση. Το εν λόγω ευθύγραμμο τμήμα απεικονίζεται στην ακόλουθη εικόνα.



Εικόνα 4-2: Η γωνία  $\theta = \widehat{AOB}$  και η γωνία περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του,  $\phi = \widehat{AOG}$ .

Το σημείο  $O(-30.9, 0, 15)$ , που βρίσκεται στο κατάστρωμα του πλοίου, είναι ο κόμβος 6191 και σε αυτόν έχουν οριστεί οι οριακές συνθήκες της δεύτερης περίπτωσης οριακών συνθηκών BC2. Το σημείο αυτό είναι αμετακίνητο. Η προβολή του στο επίπεδο του πυθμένα είναι το σημείο  $A(-30.9, 0, 0)$ . Κατά την επιβολή της φόρτισης, το  $OA$  βρίσκεται σε νέα θέση  $OB$ . Η γωνία  $\theta = \widehat{AOB}$  που σχηματίζουν τα δυο ευθύγραμμο τμήματα, περιγράφει την περιστροφή του πλοίου. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, παρατηρήθηκε ότι η μετατόπιση  $u_1$  είναι πολύ μικρή και μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Αυτό σημαίνει ότι αρκεί να υπολογιστεί η γωνία  $\phi = \widehat{AOG}$  για να εκτιμηθεί η περιστροφή του πλοίου. Ο υπολογισμός της γωνίας  $\phi$  παρουσιάζεται στο Παράρτημα Δ. Το σημείο  $\Gamma$  είναι η προβολή του σημείου  $B$  πάνω στο επίπεδο  $Oyz$ , και  $x_B = x_\Gamma$ .

Επομένως, υπολογίζοντας τη γωνία  $\phi$ , υπολογίζεται η περιστροφή του πλοίου περί το διαμήκη άξονά του. Στην ανάλυση, που ακολουθεί, εξετάζεται και αν το πλοίο περιστρέφεται περί τον εγκάρσιο άξονα  $y$ , δηλαδή αν το πλοίο εκτελεί την κίνηση της πρόνευσης. Αναφέρθηκε, ήδη ότι κάτι τέτοιο δε λαμβάνει χώρα, καθώς οι τιμές της μετατόπισης  $u_1$  κρίνονται αμελητέες.

Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC1, το αμετακίνητο σημείο είναι το  $p1(-30.9, 0, 7.5)$  και στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3, το

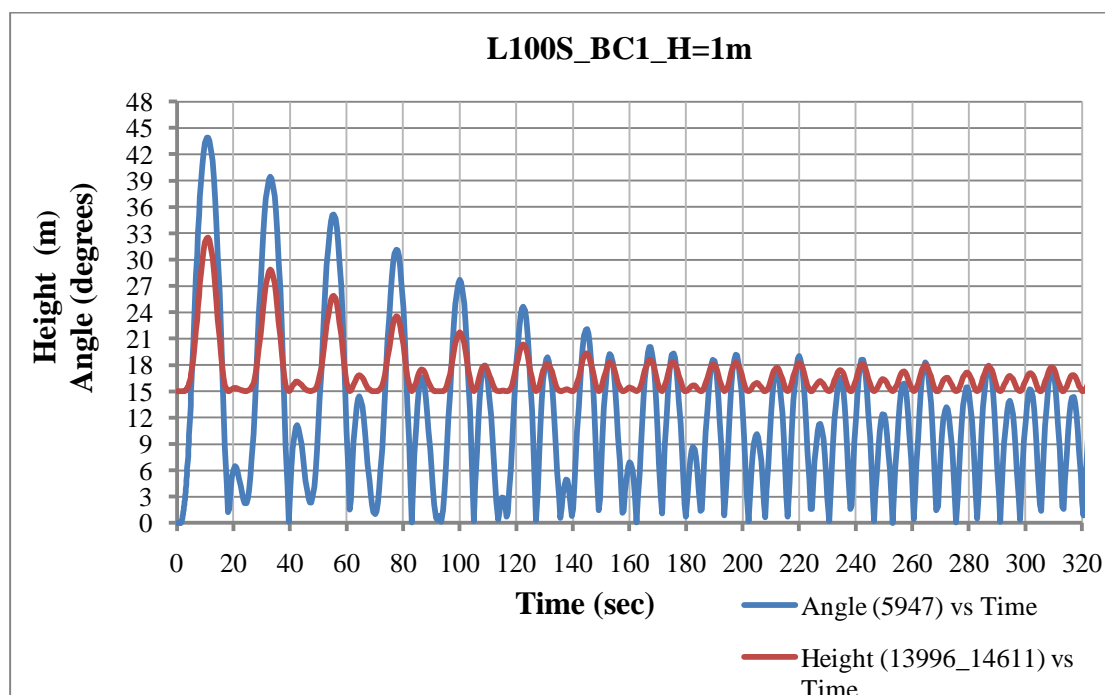


αμετακίνητο σημείο είναι  $pD1(-30.9, -9.827, 15)$ . Και σε αυτές τις περιπτώσεις η γωνία  $\phi$  υπολογίζεται αλγεβρικά με τον τρόπο που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Στα διαγράμματα που ακολουθούν, η περιστροφή του πλοίου περί το διαμήκη άξονα  $x$  αναφέρεται ως Angle, και υπολογίζεται συναρτήσει του χρόνου.

Η ανάλυση γίνεται για τις τρεις περιπτώσεις οριακών συνθηκών, δηλαδή BC1, BC2, BC3, και για δυο ύψη απλού αρμονικού κύματος, δηλαδή  $H=1m$ ,  $H=5m$ .

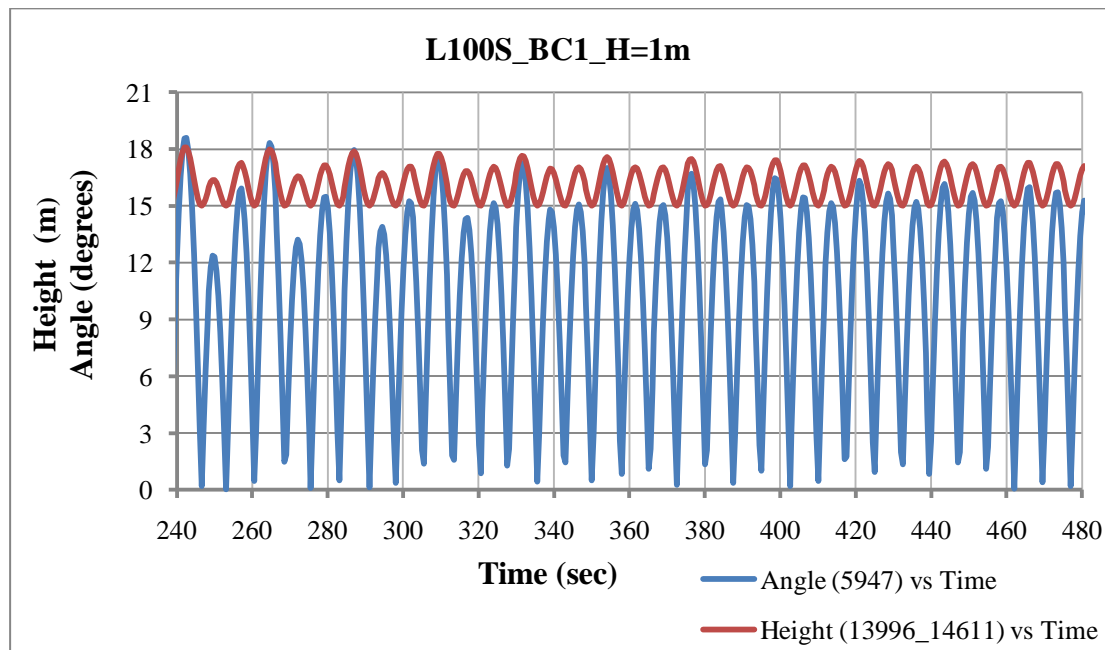
### Μεταβολή του ύψους του μοντέλου – Γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα $y$ .

Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC1 και για ύψος κύματος  $H=1m$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-1: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα  $x$  με οριακές συνθήκες BC1 και ύψος κύματος  $H=1m$ .

Παρατηρείται ότι για τους πρώτους κύκλους φόρτισης τα μεγέθη της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του περί το διαμήκη άξονά του παίρνουν μεγάλες τιμές, που όμως βαίνουν μειούμενες μέχρι την κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς (steady-state). Ο κύκλος φόρτισης για τον απλό αρμονικό κυματισμό είναι τα 14sec.



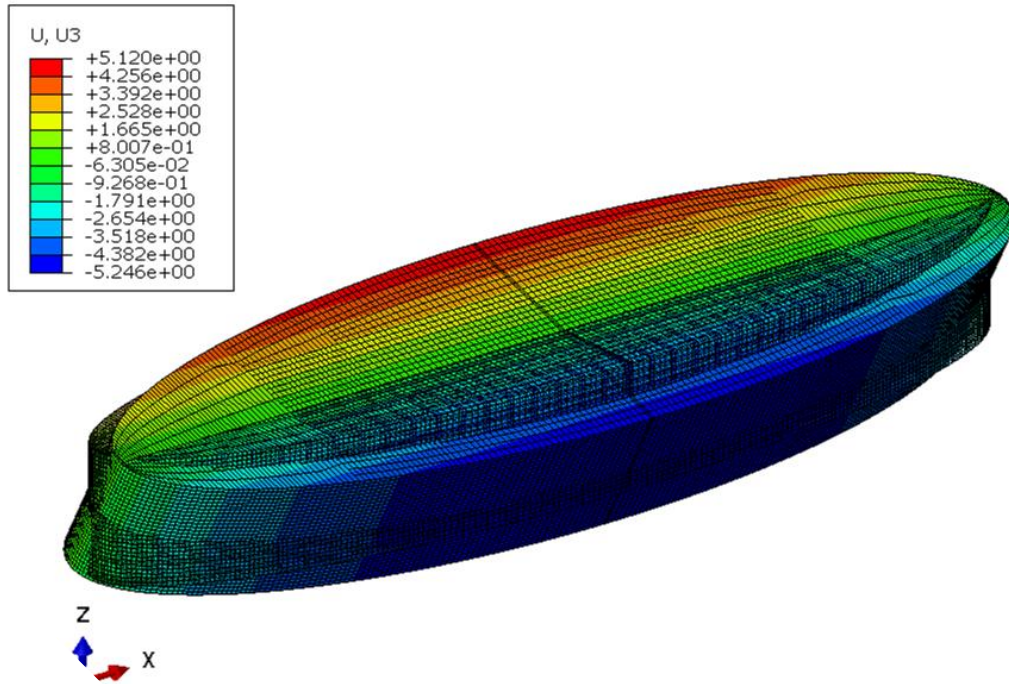
Διάγραμμα 4-2: Κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, με οριακές συνθήκες BC1 και ύψος κύματος H=1m.

Στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, διαπιστώνεται ότι το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από δεκαπέντε μέτρα (15.0m) έως δεκαεπτά μέτρα και τριάντα εκατοστά (17.30m) και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα x μεταβάλλεται από μηδέν μοίρες (0°) έως δεκαέξι μοίρες (16°). Το αρχικό ύψος είναι  $D_m=15m$  και το τελικό ύψος είναι  $D_m=17.30m$ , οπότε η παραμόρφωση είναι

$$\varepsilon = (D_m' - D_m / D_m) 100 = (17.3 - 15 / 15) 100 = 15.33 \%$$

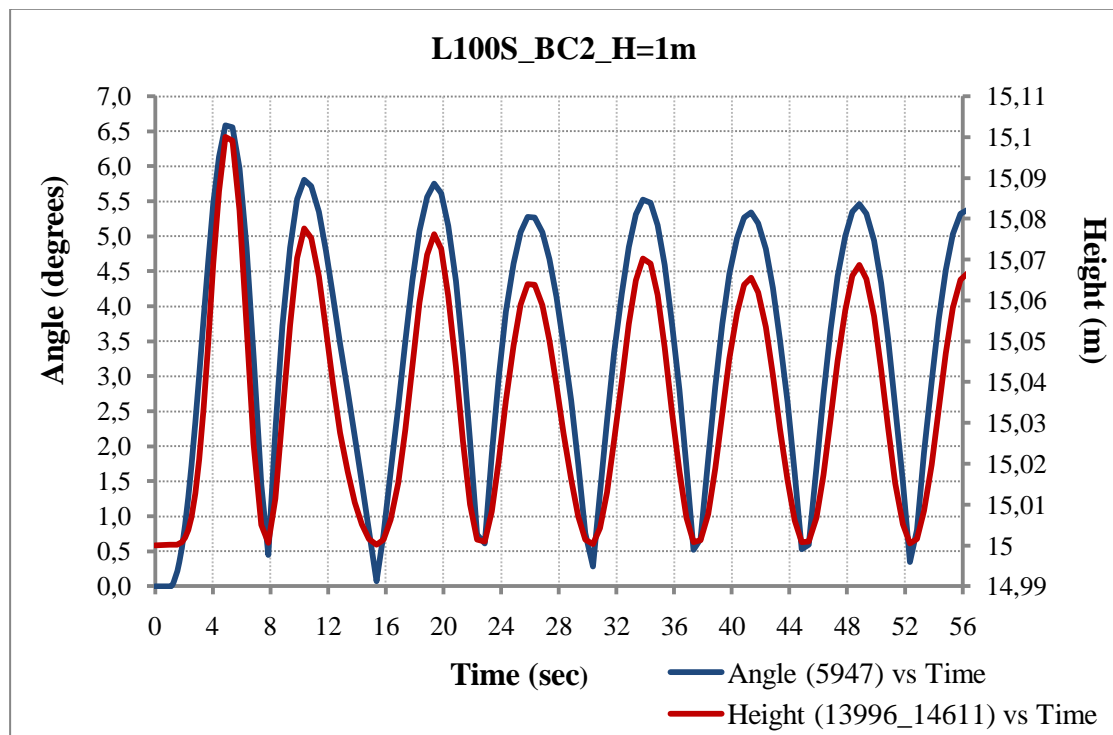
Η τιμή αυτή είναι υψηλή.

## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-3: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x τη χρονική στιγμή  $t=280.1\text{sec}$ .

Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 και για ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-3: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .

Παρατηρώντας τα διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι οι καμπύλες παρουσιάζουν μια αναλογία στη μεταβολή τους, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση. Και οι δυο καμπύλες, αρχικά είναι αύξουσες και τη χρονική στιγμή  $t=4.884\text{sec}$  παίρνουν τη μέγιστη τιμή. Στη συνέχεια, βαίνουν μειούμενες. Μετά από δυο κύκλους φόρτισης, και τα δυο μεγέθη είναι στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς (steady-state condition). Οι τιμές τους στην κατάσταση αυτή είναι σημαντικά μικρότερες σε σύγκριση με την προηγούμενη περίπτωση. Επομένως, ο τρόπος επιβολής των οριακών συνθηκών επηρεάζει το μέγεθος της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του. Επιπλέον, η μεταβολή των μεγεθών από την τιμή στη χρονική στιγμή  $t=4.851\text{sec}$  μέχρι την κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς δεν είναι πολύ μεγάλη.

Στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από δεκαπέντε μέτρα (15.0m) έως δεκαπέντε μέτρα και εξήντα εννέα χιλιοστά (15.069m) και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  μεταβάλεται από μηδέν μοίρες και τριάντα πέντε εκατοστά ( $0.35^\circ$ ) έως πέντε μοίρες και σαράντα έξι εκατοστά ( $5.46^\circ$ ). Το αρχικό ύψος του μοντέλου είναι  $D_m=15\text{m}$  και το τελικό ύψος είναι  $D_m'=15.069\text{m}$ , οπότε η παραμόρφωση είναι

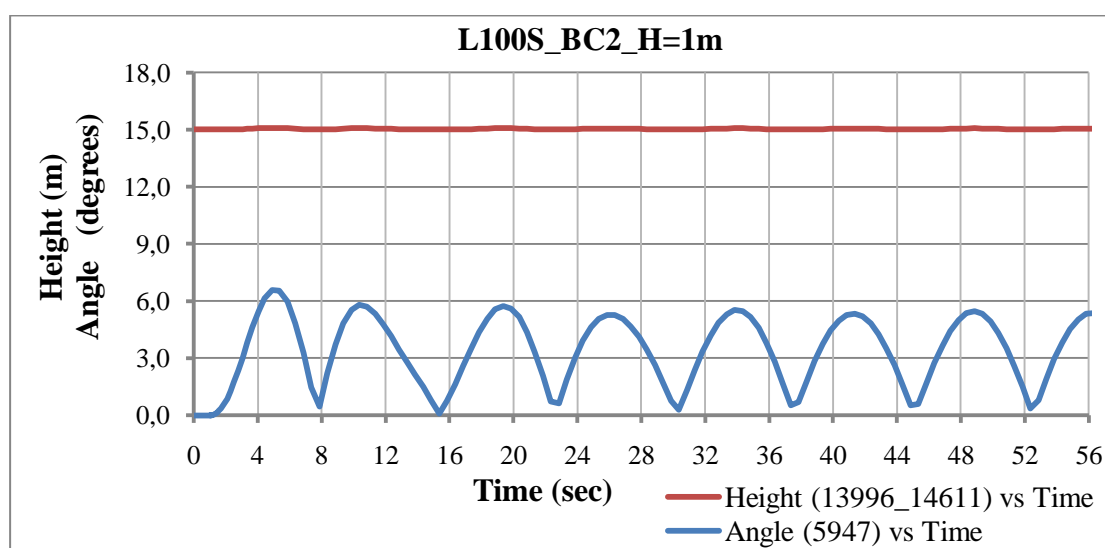
$$\varepsilon = (D_m' - D_m / D_m) 100 = (15,069 - 15/15) 100 = 0.46 \%$$

Η τιμή αυτή είναι μικρή και αποδεκτή.

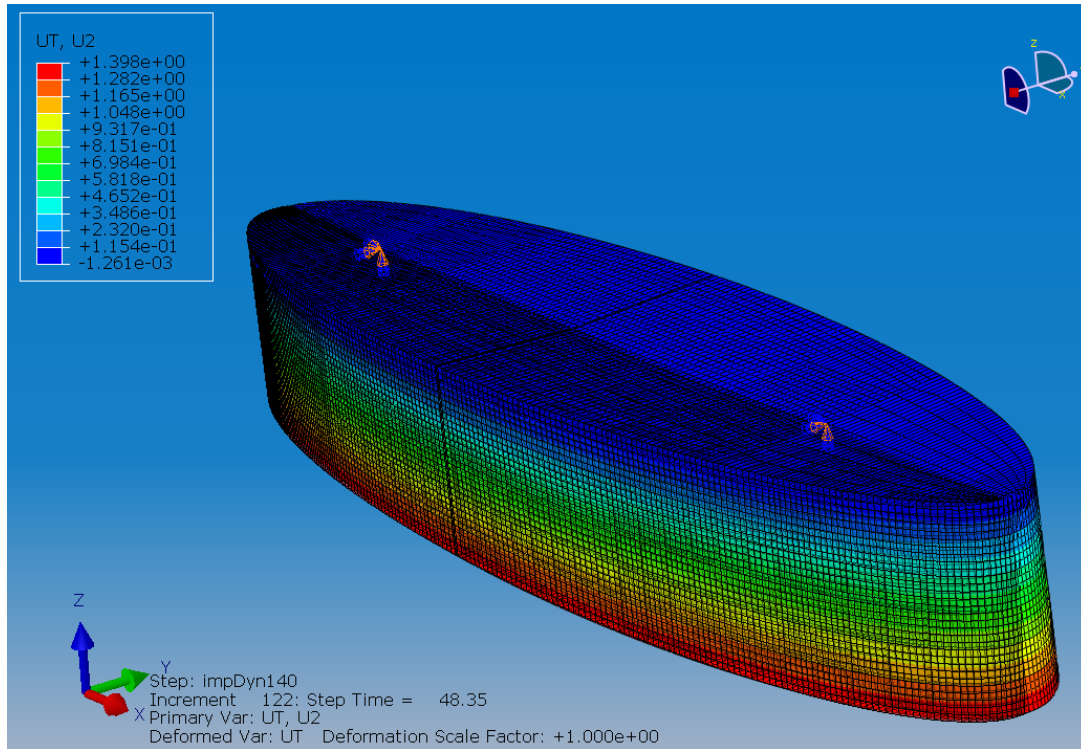
Τη χρονική τιμή  $t=4.88\text{sec}$  το ύψος του μοντέλου έχει τη μεγαλύτερη τιμή του και είναι ίσο με 15.01m. Τότε η παραμόρφωση είναι

$$\varepsilon = (D_m' - D_m / D_m) 100 = (15,01 - 15 / 15) 100 = 0.67 \%$$

η τιμή της οποίας εξακολουθεί να είναι μικρή.

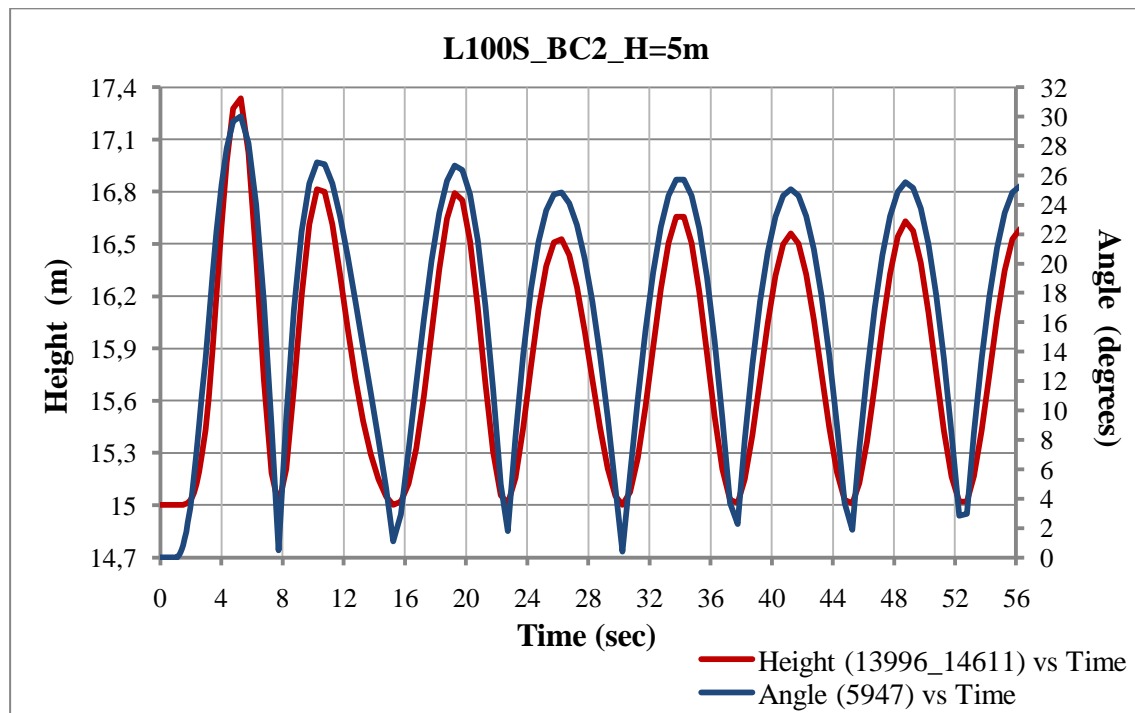


Διάγραμμα 4-4: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .



Εικόνα 4-4: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x τη χρονική στιγμή  $t=48.35\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .

Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 και για ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-5: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ .

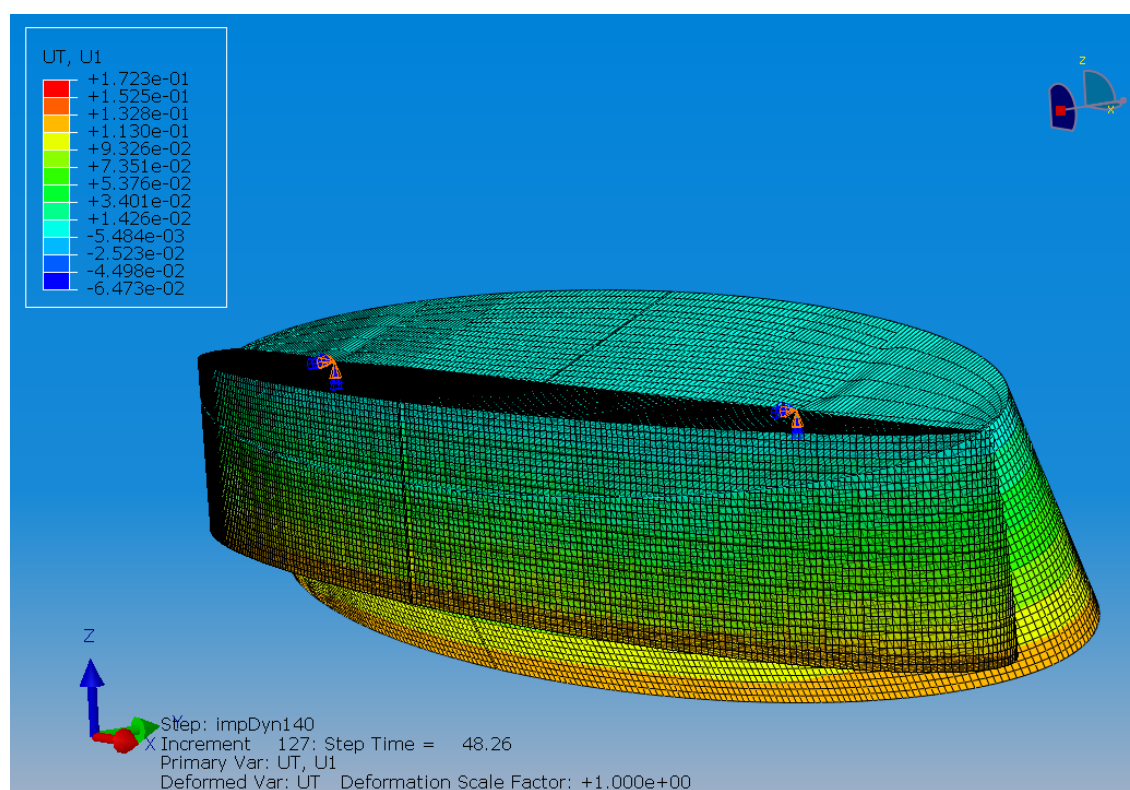
## Κεφάλαιο Τέταρτο

Επιπροσθέτως στα προηγούμενα συμπεράσματα, παρατηρείται ότι, λόγω της αύξησης του ύψους του κύματος  $H=5\text{m}$ , αυξήθηκαν και οι τιμές των μεγεθών της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του σε σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές για ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .

Στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από δεκαπέντε μέτρα ( $15,0\text{m}$ ) έως δεκαέξι μέτρα και εξήντα τρία εκατοστά ( $16,63\text{m}$ ) και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  μεταβάλλεται από μια μοίρες και ογδόντα οκτώ εκατοστά ( $1.88^\circ$ ) έως εικοσιπέντε μοίρες και πενήντα ένα εκατοστά ( $25.51^\circ$ ). Το αρχικό ύψος του μοντέλου είναι  $D_m=15\text{m}$  και το τελικό ύψος είναι  $D_m'=16,63\text{m}$ , οπότε η παραμόρφωση είναι

$$\varepsilon = (D_m' - D_m / D_m) 100 = (16,63 - 15/15) 100 = 10.86 \%$$

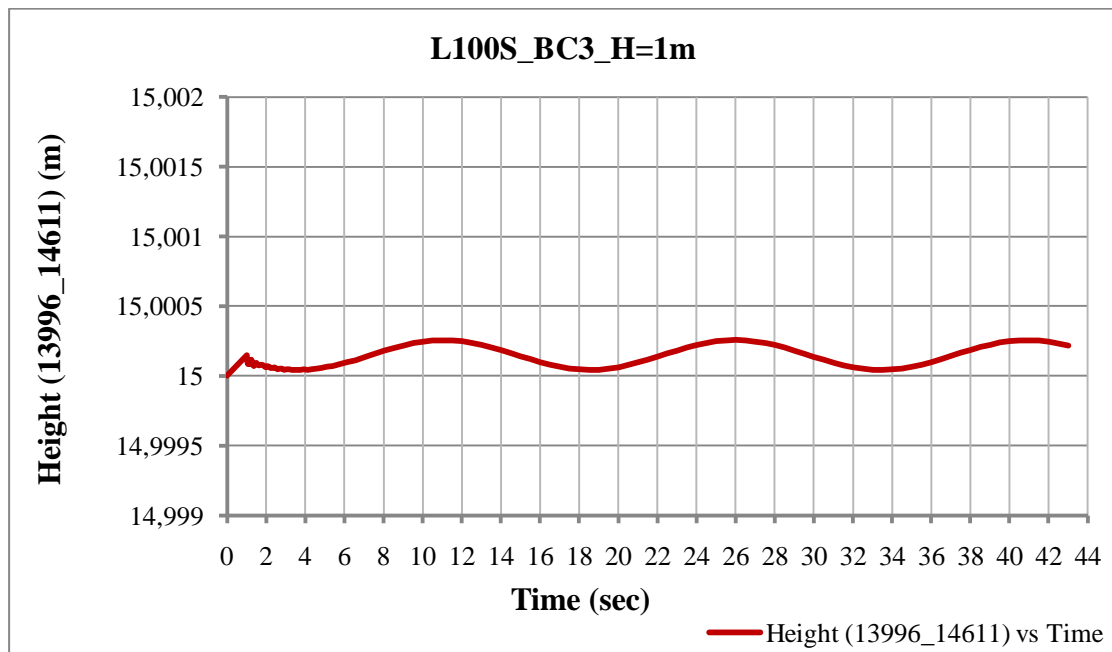
Η τιμή αυτή είναι υψηλή και μη αποδεκτή, καταδεικνύοντας μια μη ρεαλιστική κατάσταση.



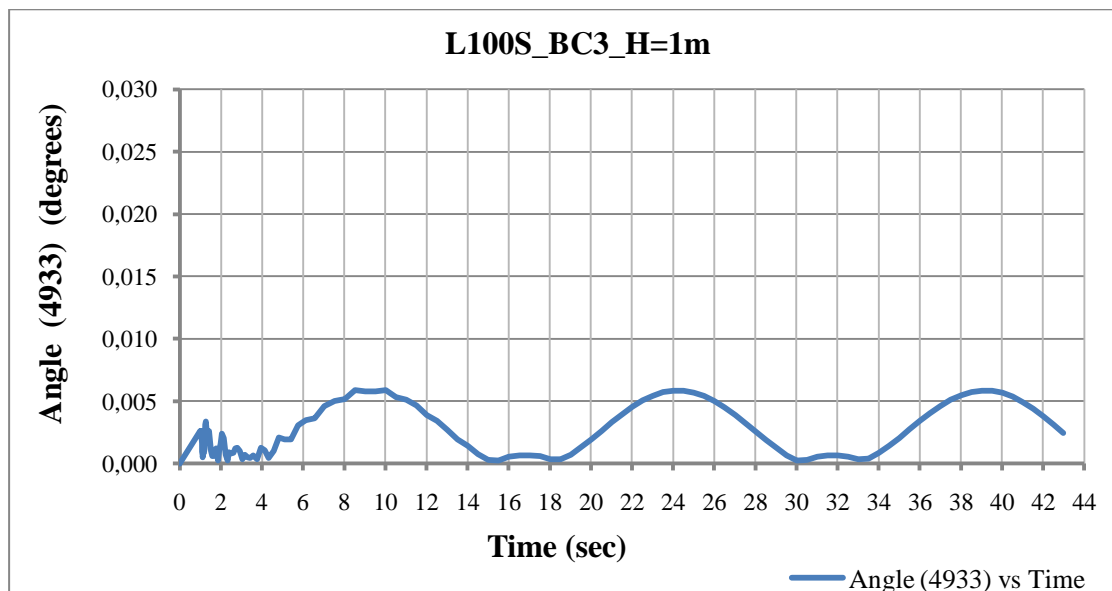
Εικόνα 4-5: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα  $x$  τη χρονική στιγμή  $t=48.26\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

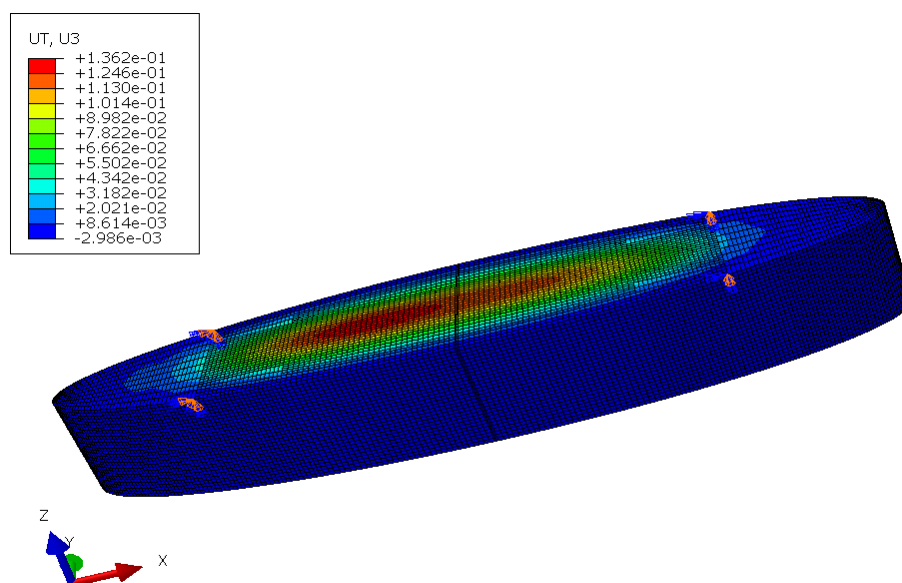
Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3 και για ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-6: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .



Διάγραμμα 4-7: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .



Εικόνα 4-6: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  τη χρονική στιγμή  $t=9.017\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα  $x$  είναι αμελητέα.

Παρατηρείται ότι οι τιμές των μεγεθών της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα  $x$  είναι πολύ μικρές για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών και για ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ . Επιπλέον, τα μεγέθη αποκτούν μετά από ένα κύκλο φόρτισης, το πολύ, μια ομοιόμορφη επαναληπτική κατανομή, οπότε βρίσκονται σχεδόν αμέσως στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς. Οι διακυμάνσεις στην αρχή του χρόνου οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποιήσεων από τις αριθμητικές προσεγγίσεις στα δεκαδικά ψηφία κατά τον υπολογισμό των μεγεθών. Οι οριακές συνθήκες, που επιβάλλονται στο μοντέλο δεν επιτρέπουν μεγάλες γωνίες περιστροφής, οπότε η βρεχόμενη επιφάνεια του πλοίου δεν μεταβάλλεται σε μεγάλο βαθμό κατά τη φόρτισή του.

Στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από  $15.000045\text{m}$  έως  $15.000256\text{m}$  και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  μεταβάλεται από  $0^\circ$  έως  $0.0002^\circ$ . Το αρχικό ύψος του μοντέλου είναι  $D_m=15\text{m}$  και το τελικό ύψος είναι  $D_m'=15.000256\text{m}$ , οπότε η παραμόρφωση είναι

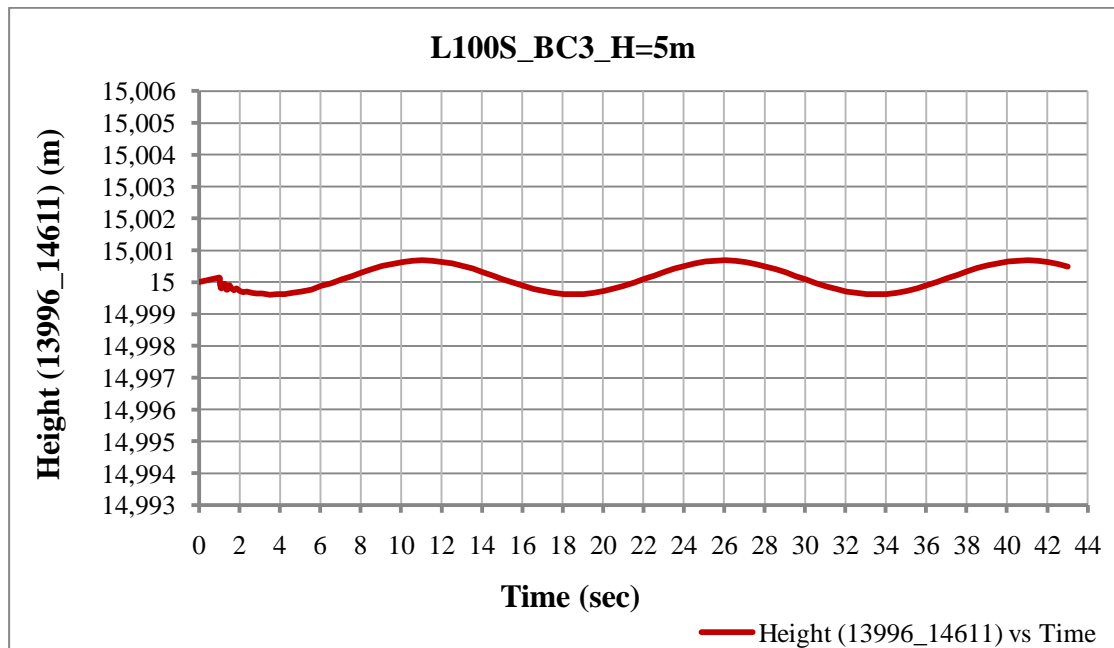
$$\varepsilon = (D_m' - D_m / D_m) 100 = (15.000256 - 15/15) 100 = 0.0017 \%$$

Η τιμή αυτή είναι πολύ μικρή.

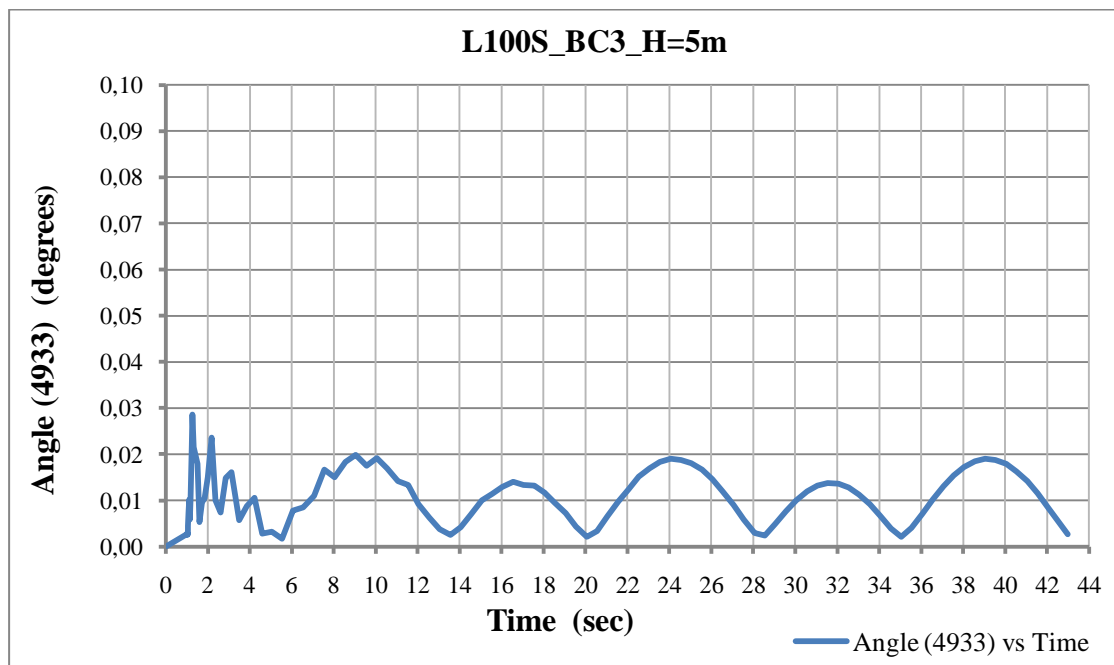


## Κεφάλαιο Τέταρτο

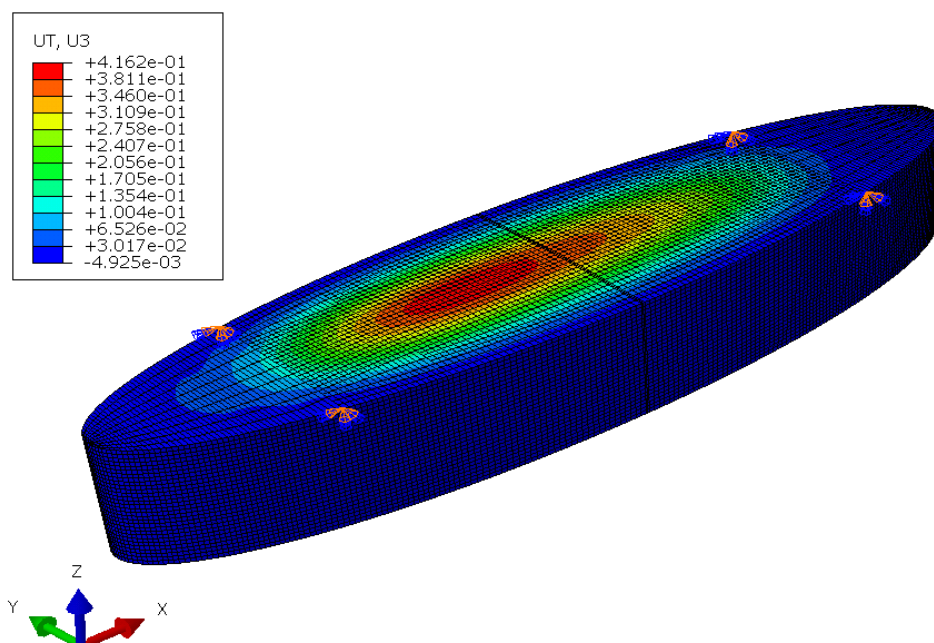
Στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3 και για ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-8: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ .



Διάγραμμα 4-9: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ .



Εικόνα 4-7: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  τη χρονική στιγμή  $t=9.017\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα  $x$  είναι αμελητέα.

Από τα διαγράμματα, προκύπτει ότι οι τιμές των μεγεθών της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα  $x$  συνεχίζουν να είναι πολύ μικρές για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών και για ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ . Είναι, όμως, μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές όταν το ύψος κύματος είναι  $H=1\text{m}$ .

Στην κατάσταση σταθερής κατάστασης, το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από  $14.999633\text{m}$  έως  $15.000684\text{m}$  και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  μεταβάλλεται από  $0.002^\circ$  έως  $0.019^\circ$ . Το αρχικό ύψος του μοντέλου είναι  $D_m=14.9996\text{m}$  και το τελικό ύψος είναι  $D_m'=15.000684\text{m}$ , οπότε η παραμόρφωση είναι

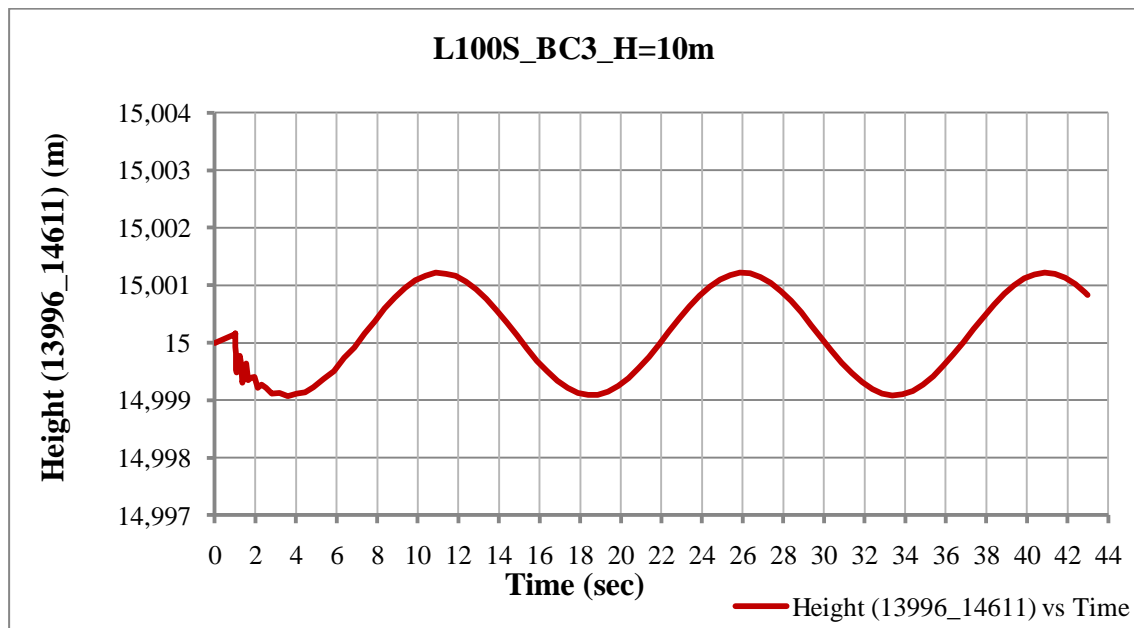
$$\varepsilon = (D_m' - D_m) / D_m \cdot 100 = (15.000684 - 15) / 15 \cdot 100 = 0.00456 \%$$

Η τιμή αυτή είναι πολύ μικρή.

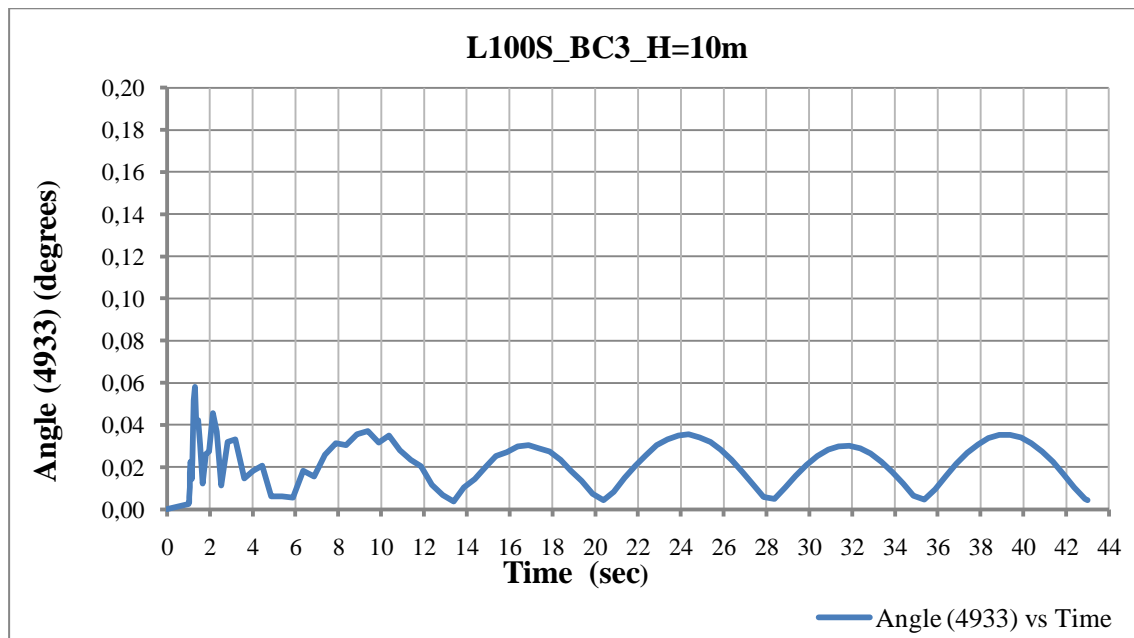
Επειδή οι τιμές των μεγεθών είναι ελάχιστες, εφαρμόστηκε απλός αρμονικός κυματισμός με ύψος κύματος είναι  $H=10\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

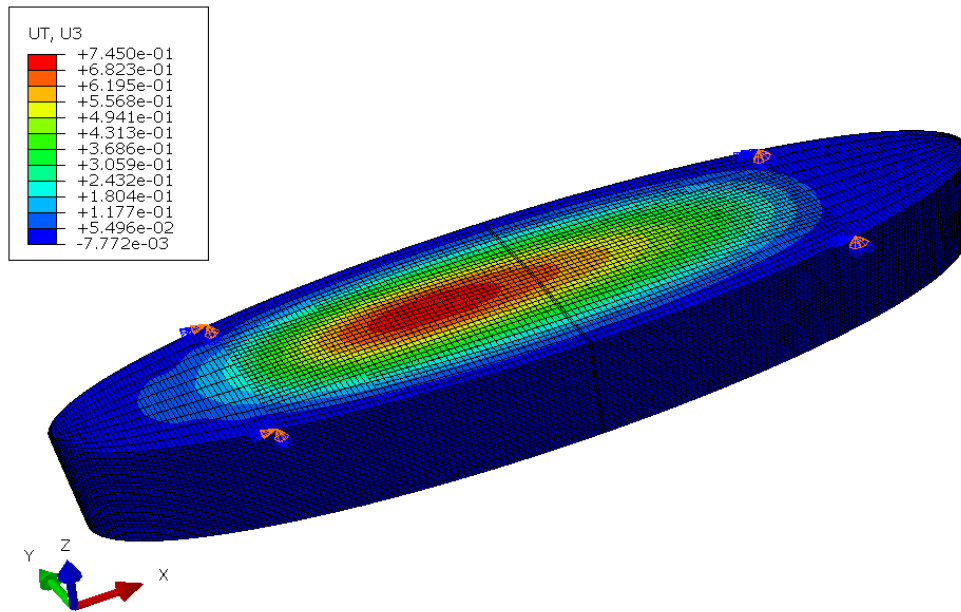
Στην πρώτη περίπτωση συνοριακών συνθηκών BC3 και για ύψος κύματος  $H=10\text{m}$ , προκύπτουν τα διαγράμματα



Διάγραμμα 4-10: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=10\text{m}$ .



Διάγραμμα 4-11: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=10\text{m}$ .



Εικόνα 4-8: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  τη χρονική στιγμή  $t=9.357\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος  $H=10\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα  $x$  είναι αμελητέα.

Παρατηρείται ότι, οι τιμές των μεγεθών εξακολουθούν να είναι μικρές ενώ, το ύψος κύματος είναι μεγάλο. Παρ'όλα αυτά, είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές όταν το ύψος κύματος είναι  $H=5\text{m}$ .

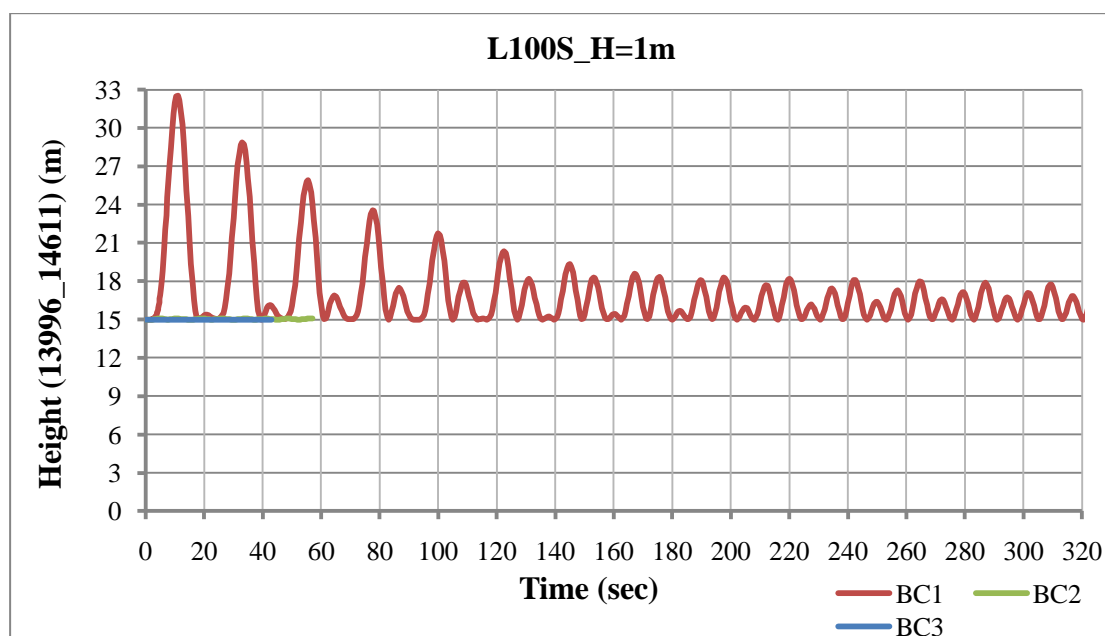
Στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, το ύψος του πλοίου κυμαίνεται από  $14.9991\text{m}$  έως  $15.0012\text{m}$  και η γωνία περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  μεταβάλεται από  $0.0045^\circ$  έως  $0.035^\circ$ . Επομένως, το αρχικό ύψος του μοντέλου είναι  $D_m=14.9991\text{m}$  και το τελικό ύψος είναι  $D'_m=15.0012\text{m}$ , οπότε η παραμόρφωση είναι  $\varepsilon = (D'_m - D_m / D_m) 100 = (15,0012 - 15 / 15) 100 = 0.008 \%$ .

Η τιμή αυτή είναι πολύ μικρή.

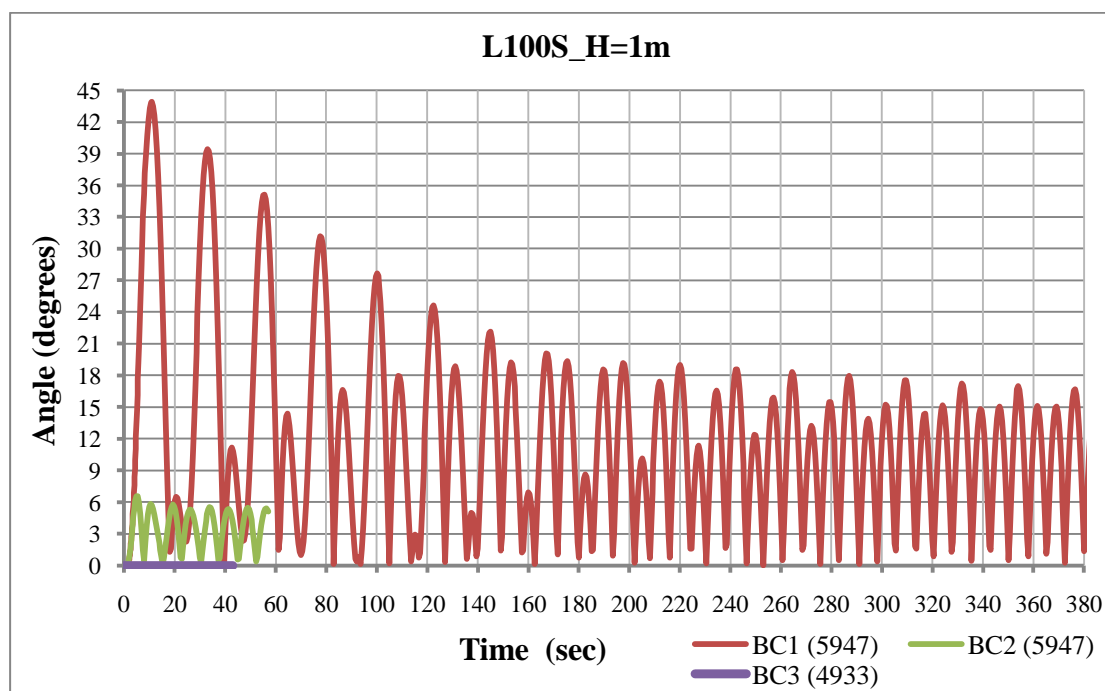
### Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται τα διαγράμματα της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x, θέτοντας ως κριτήριο κατάταξης είτε το ύψος του κύματος είτε τις οριακές συνθήκες που έχουν επιβληθεί στο μοντέλο. Με τη μέθοδο αυτή απεικονίζονται με ευκρινή τρόπο τα συμπεράσματα που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

Αρχικά, δίνονται τα διαγράμματα με κριτήριο παρουσίασης το ύψος του κύματος H.



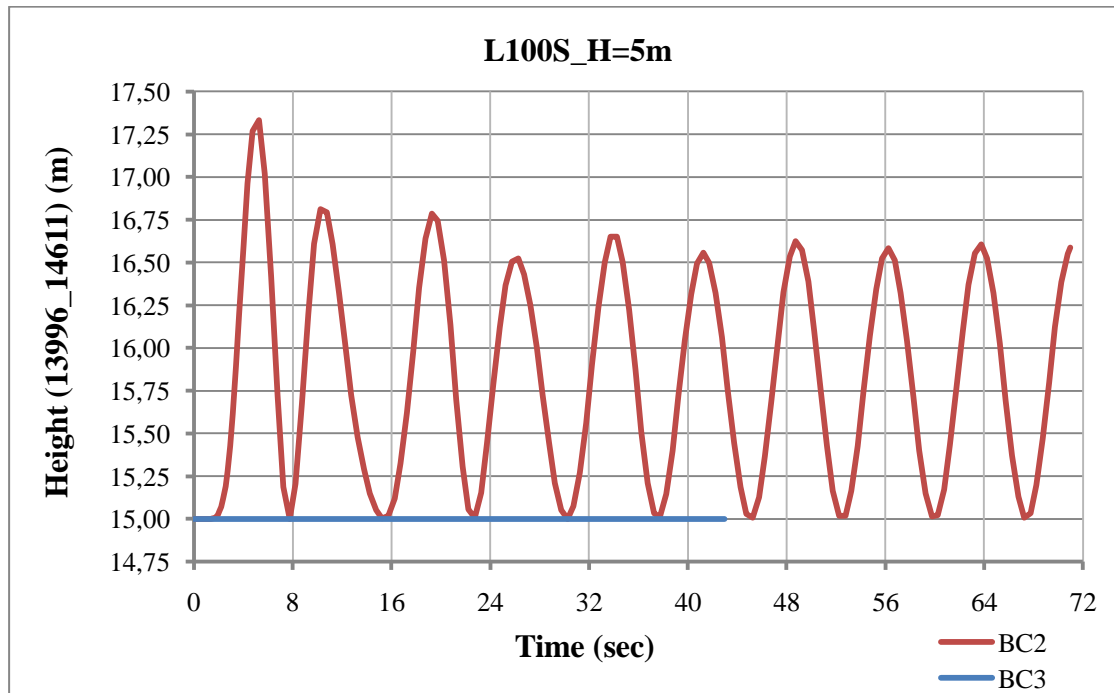
Διάγραμμα 4-12: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για ύψος κύματος H=1m, ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.



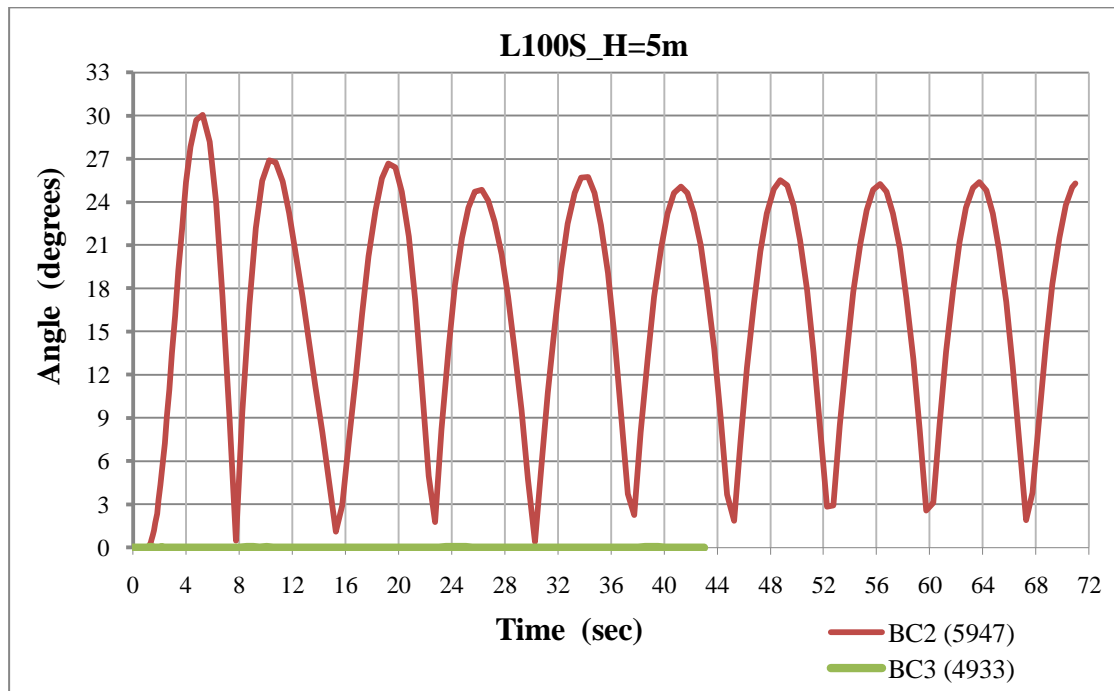
Διάγραμμα 4-13: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x για ύψος κύματος  $H=1m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.

Όταν το ύψος κύματος είναι ίσο με  $H=1m$ , το μοντέλο εμφανίζει τις μεγαλύτερες τιμές στο ύψος του, καθώς και τη μεγαλύτερη περιστροφή περί το διαμήκη άξονά του στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC1, τις αμέσως μικρότερες τιμές των δυο μεγεθών στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, και τις μικρότερες τιμές στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC3. Όπως, αναφέρεται και στη συνέχεια, η φόρτιση του μοντέλου κατά την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, δίνει αποτελέσματα, που δεν είναι επιθυμητά. Και τα δυο μεγέθη παρουσιάζουν αρχικά μια κορύφωση τιμών, που σταδιακά μειώνεται. Η μέγιστη τιμή είναι πολύ μεγάλη. Για το μέγεθος του ύψους του μοντέλου, η τιμή αυτή δίνει μεγάλη παραμόρφωση. Ακόμα, και στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, τα δυο μεγέθη έχουν μη αποδεκτές τιμές για πρακτικές εφαρμογές. Για το λόγο αυτό, το μοντέλο υπό τη συγκεκριμένη φόρτιση δε μελετήθηκε σε μεγαλύτερα ύψη κύματος για την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC1.

Στη δεύτερη και τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, οι τιμές των δυο μεγεθών είναι πολύ μικρότερες.



Διάγραμμα 4-14: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για ύψος κύματος  $H=5m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.

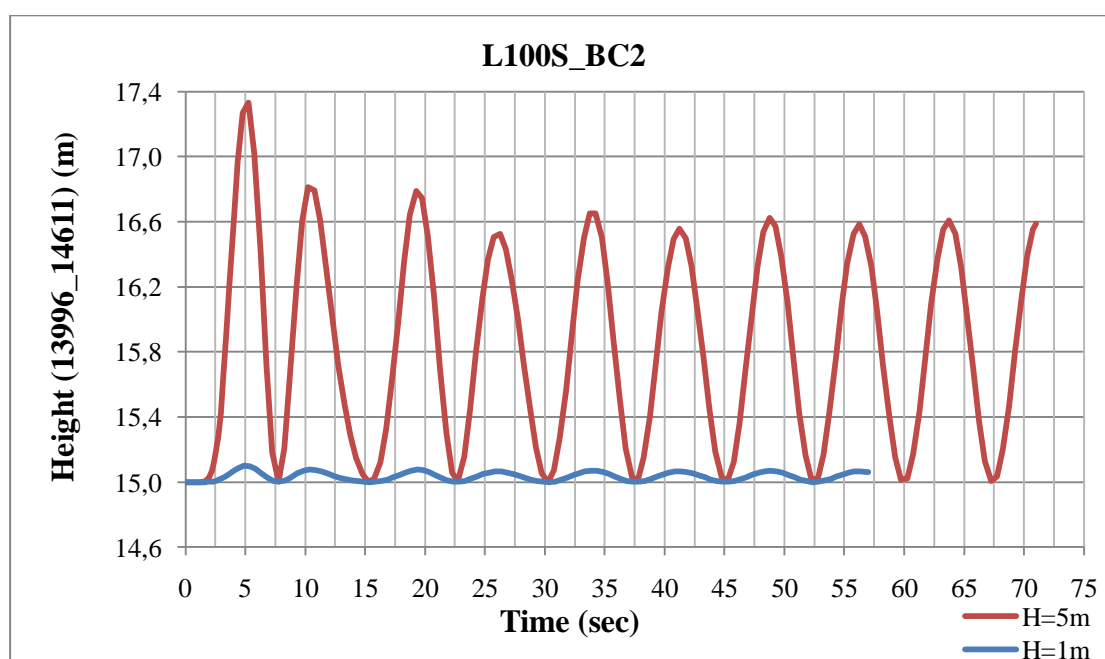


Διάγραμμα 4-15: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα  $x$  για ύψος κύματος  $H=5m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.

Για ύψος κύματος ίσο με  $H=5\text{m}$ , το ύψος του μοντέλου και η περιστροφή του περί το διαμήκη άξονα  $x$  παρουσιάζουν τις μεγαλύτερες τιμές στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών. Οι τιμές αυτές, έχουν ως αποτέλεσμα το μοντέλο να περιστρέφεται πολύ και να έχει μεγάλη παραμόρφωση. Επομένως, δεν είναι επιθυμητές και η δοκιμή του μοντέλου δεν εξετάζεται για μεγαλύτερο ύψος κύματος με τις οριακές συνθήκες BC2.

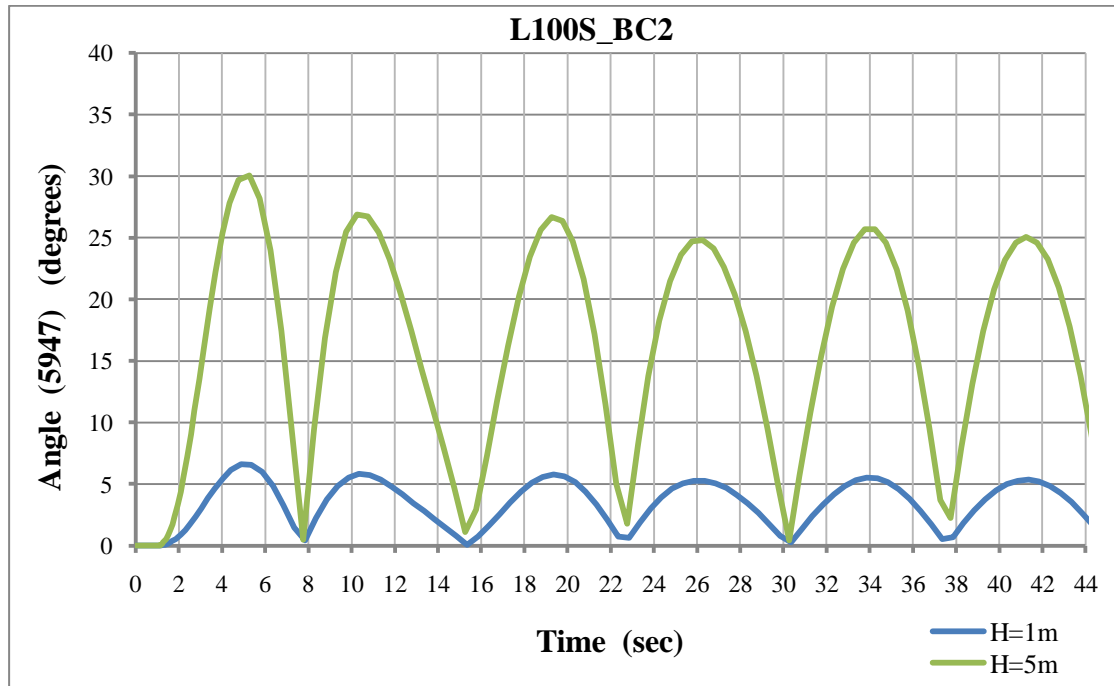
Για την τρίτη περίπτωση οριακών τιμών, οι τιμές των δυο μεγεθών είναι πολύ μικρές και αποδεκτές. Η μεταβολή του ύψους του μοντέλου και της γωνίας περιστροφής του περί τον άξονα  $x$  είναι τέτοια, ώστε η τη βρεχόμενη επιφάνεια του μοντέλου να μεταβάλεται ελάχιστα.

Κατόπιν, δίνονται τα διαγράμματα με κριτήριο παρουσίασης την περίπτωση οριακών τιμών που επιβάλλονται στο μοντέλο. Από τα διαγράμματα αυτά, γίνεται αντιληπτό ότι το ύψος του μοντέλου και η γωνία περιστροφής του περί το διαμήκη άξονα  $x$  αυξάνονται όταν το ύψος κύματος αυξάνεται. Επομένως, τα δυο μεγέθη έχουν μεγαλύτερες τιμές για ύψος κύματος  $H=5\text{m}$ , σε σύγκριση με τις τιμές για ύψος κύματος  $H=1\text{m}$ .

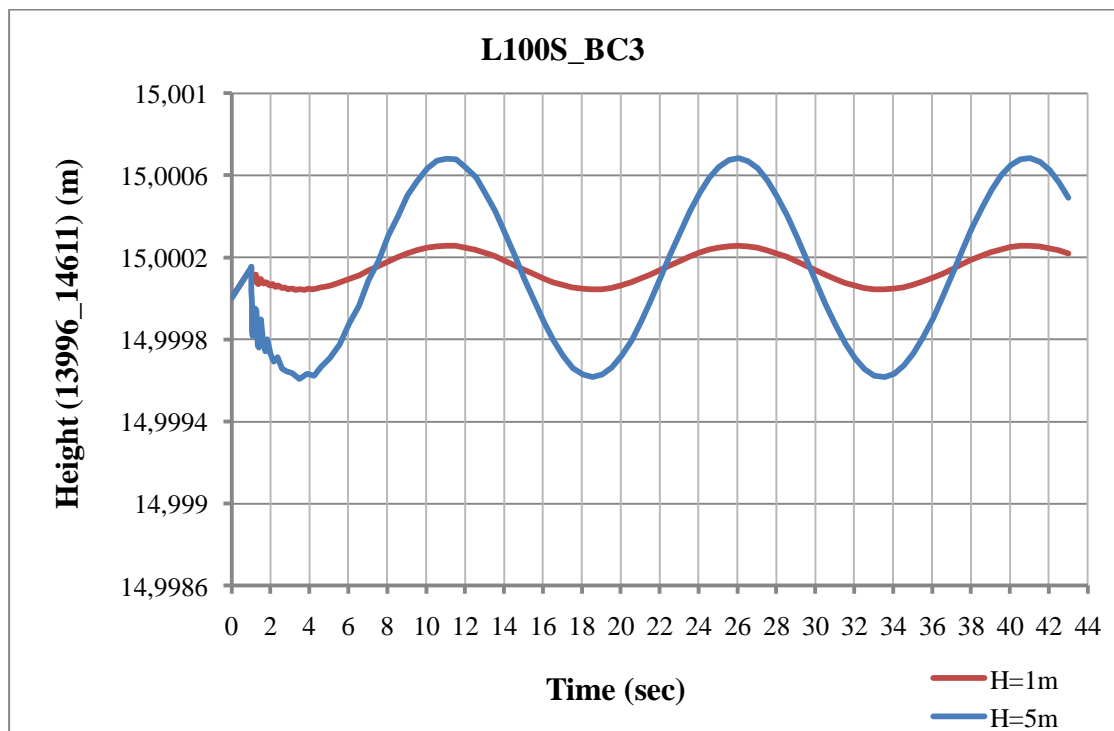


Διάγραμμα 4-16: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.

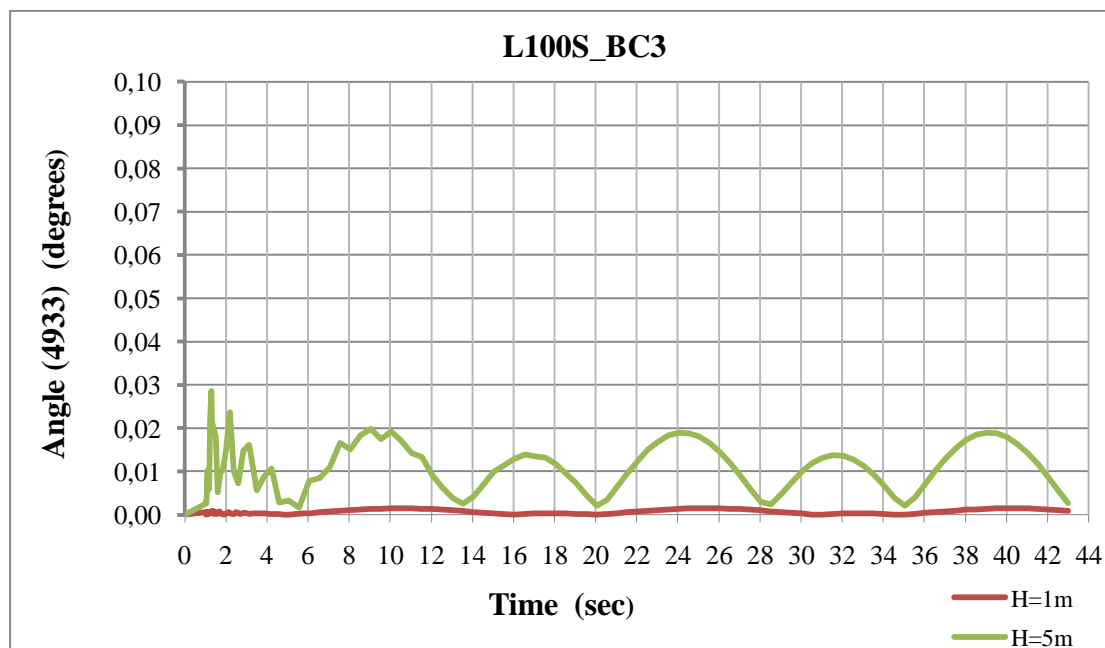




Διάγραμμα 4-17: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.



Διάγραμμα 4-18: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC3, ανάλογα με το ύψος κύματος.



Διάγραμμα 4-19: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.

### Κατανομή μετατοπίσεων $u$ στο κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό

Το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό είναι τοποθετημένο στο μέσο του μήκους του μοντέλου. Στις εικόνες, που ακολουθούν, δίνονται η κατανομή των μετατοπίσεων στους τρεις άξονες  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , στο κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό για τέσσερις χρονικές στιγμές του κύκλου φόρτισης του μοντέλου στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς. Απεικονίζεται η αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση και η τελική κατάσταση του κεντρικού ενισχυτικού. Η τελική θέση είναι αποτέλεσμα των πιέσεων που επιβάλλονται στο μοντέλο και των παραμορφώσεων που αυτό έχει υποστεί. Παρατηρείται ότι η μετατόπιση  $u_1$  κατά τον άξονα  $x$  είναι πολύ μικρή, οπότε συμπεραίνεται ότι το μοντέλο δεν περιστρέφεται περί τον άξονα  $y$ . Επομένως, το πλοίο δεν εκτελεί την κίνηση της πρόνευσης (pitch). Το πλοίο κινείται κυρίως σε διατοιχισμό, καθώς δέχεται το υδροδυναμικό φορτίο.

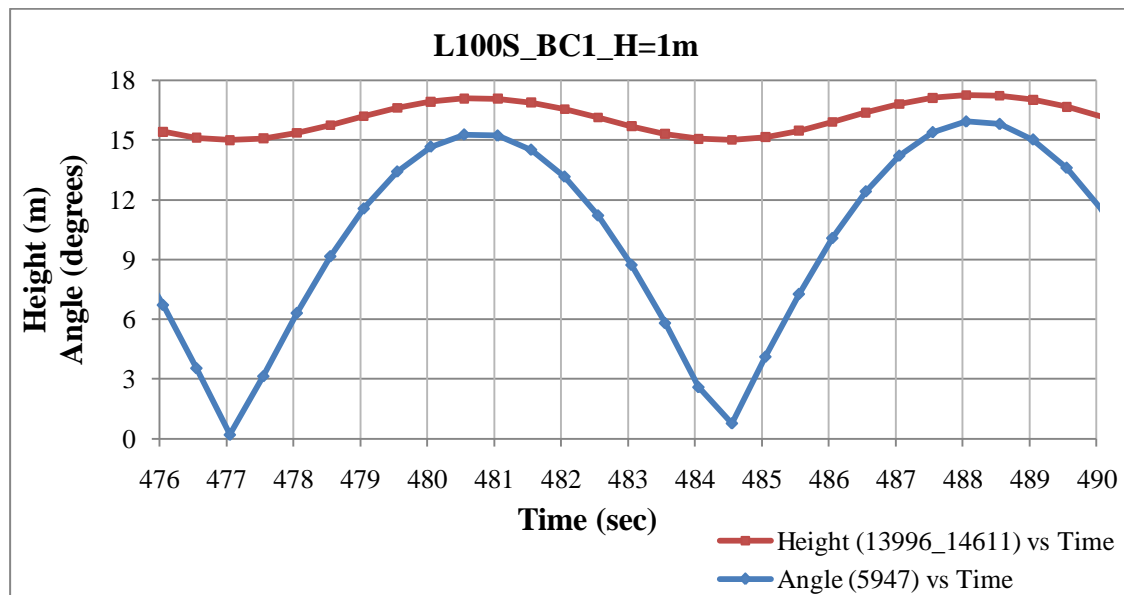
Επειδή η μετατόπιση  $u_1$  κατά τον άξονα  $x$  είναι πολύ μικρή, η κατανομή της στο εγκάρσιο ενισχυτικό παρουσιάζεται για μια χρονική στιγμή του κύκλου φόρτισης σε κάθε μια από τις τρεις περιπτώσεις επιβολής οριακών συνθηκών. Ενδεικτικά,

## Κεφάλαιο Τέταρτο

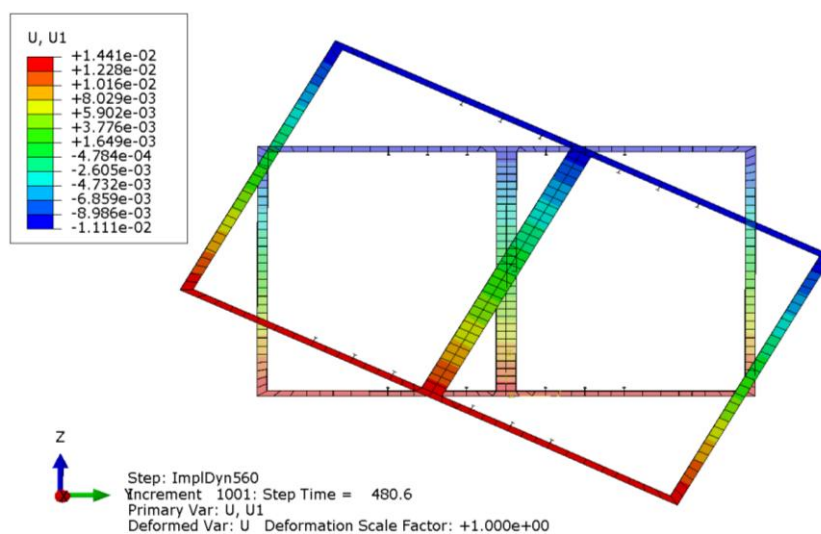
επιλέγεται η χρονική στιγμή, που η κατανομή της  $u_1$  παρουσιάζει το μέγιστο εύρος τιμών.

Επιπλέον, οι μετατοπίσεις  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών είναι μικρότερες του χιλιοστού του μέτρου. Γεγονός, που κάνει το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό να εκτελεί αμελητέα κίνηση, υπό φόρτιση.

Για την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC1 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$  στον τριακοστό πέμπτο κύκλο φόρτισης

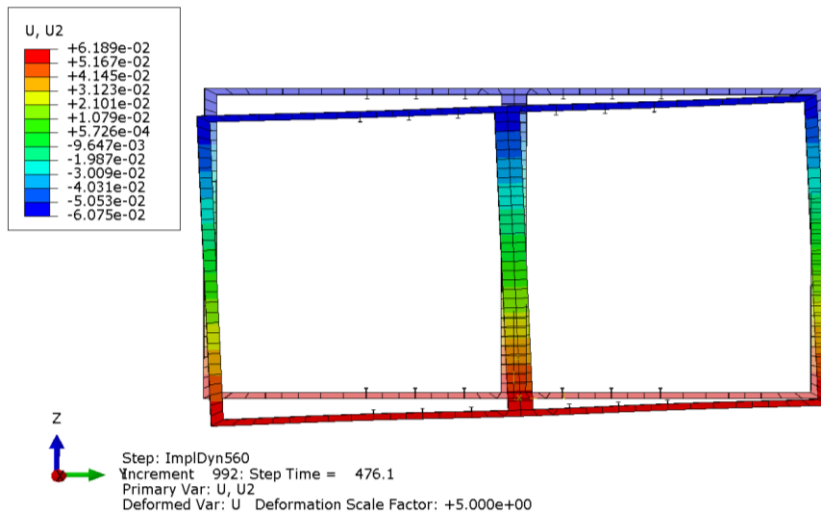


Διάγραμμα 4-20: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC1 και  $H=1\text{m}$ , στον τριακοστό πέμπτο κύκλο φόρτισης.

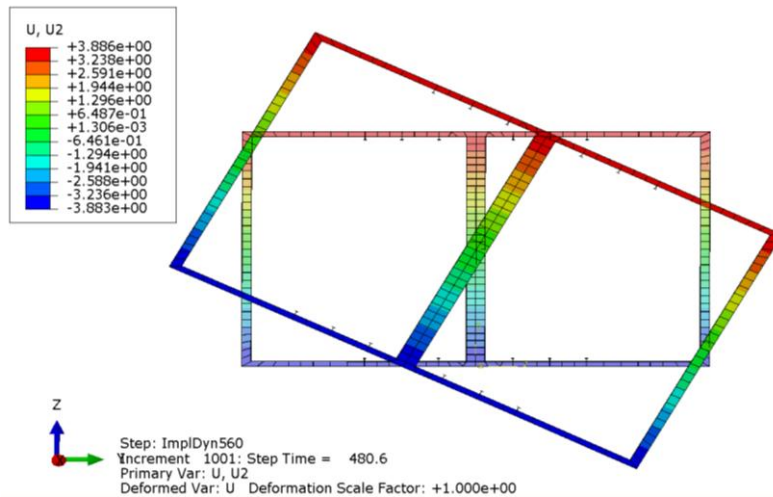


Εικόνα 4-9: Κατανομή της μετατόπισης  $u_1$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=480.6\text{ sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

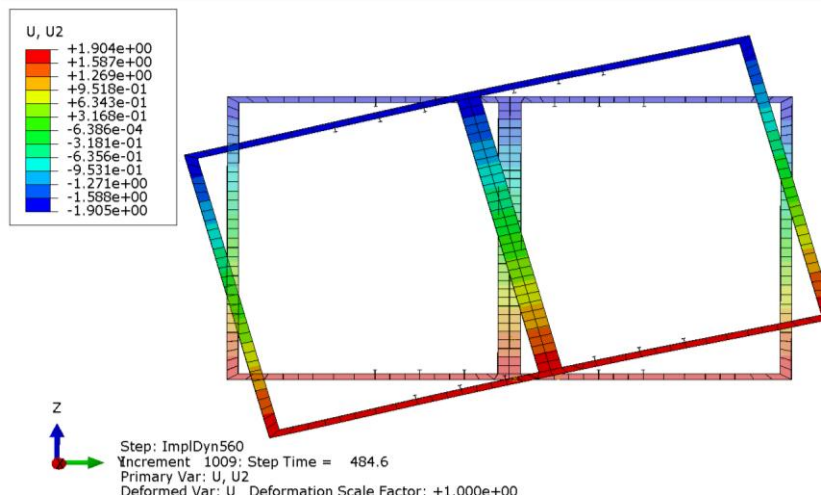
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-10: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=476.1\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 5.

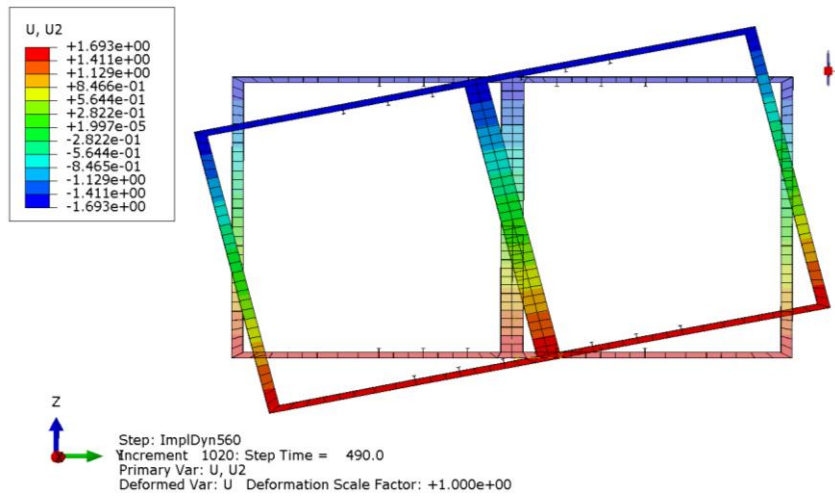


Εικόνα 4-11: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=480.6\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

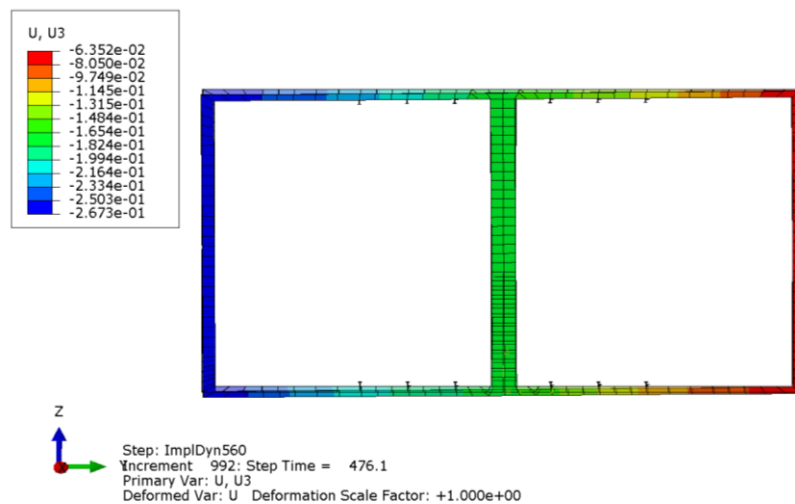


Εικόνα 4-12: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=484.6\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

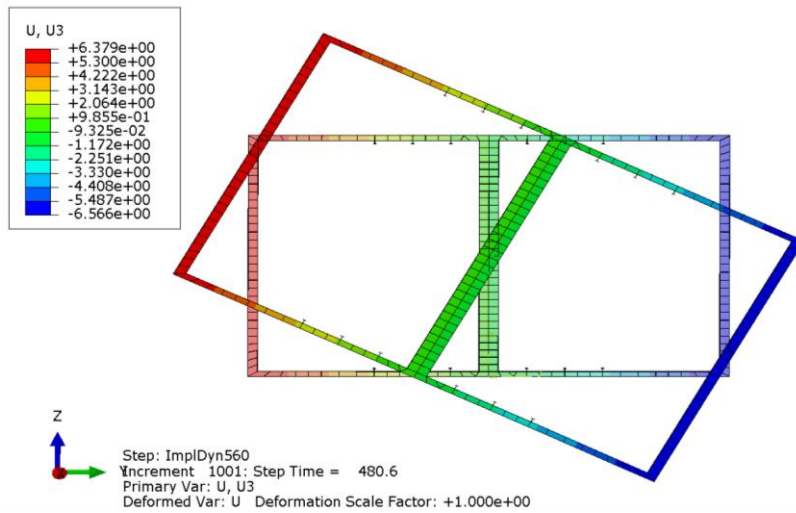


Εικόνα 4-13: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=490.0\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

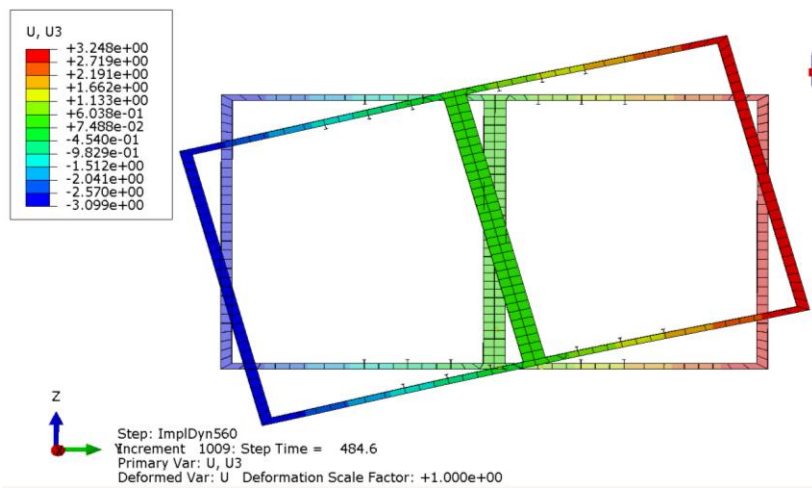


Εικόνα 4-14: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=476.1\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

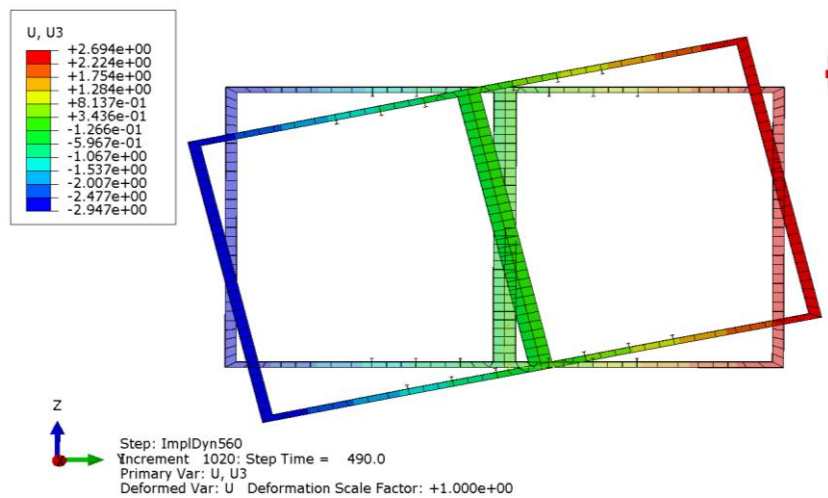
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-15: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=480.6\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



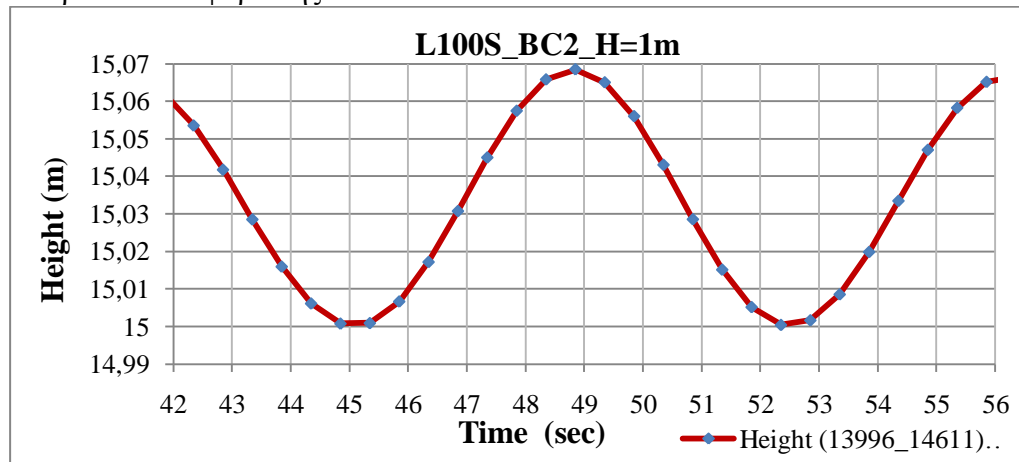
Εικόνα 4-16: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=484.6\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



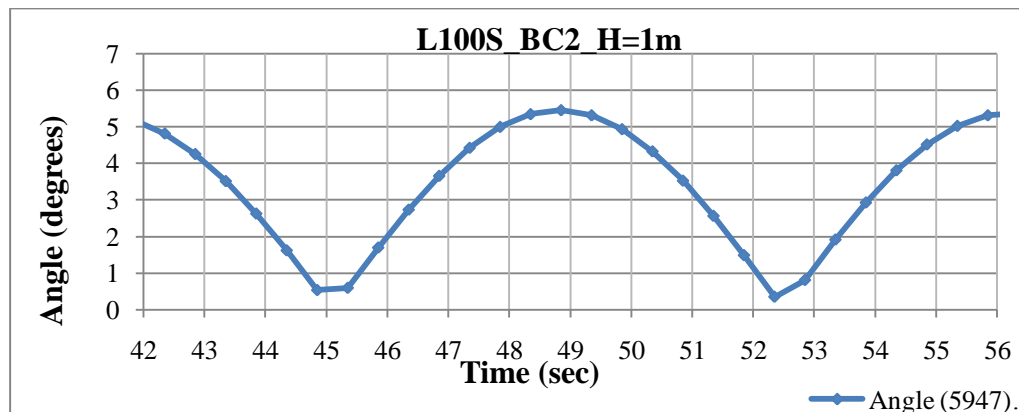
Εικόνα 4-17: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=490.0\text{sec}$ , για BC1 και  $H=1\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

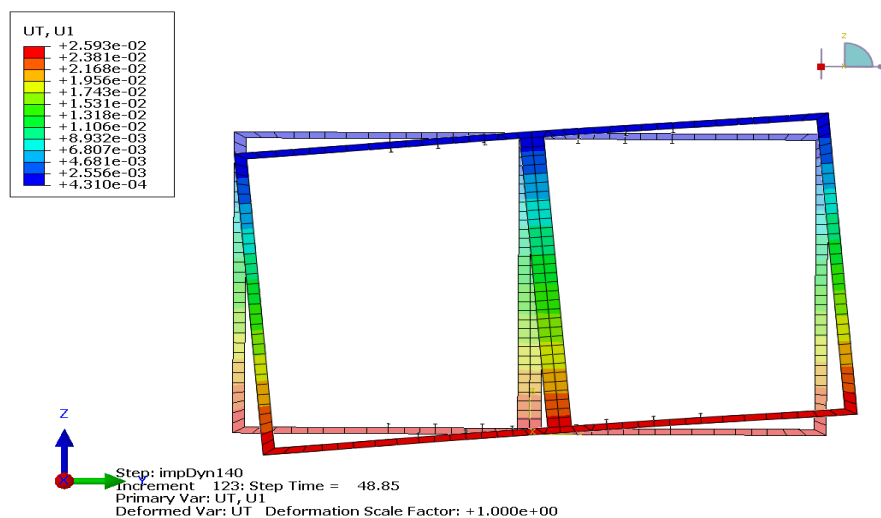
Για την δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$  στον τέταρτο κύκλο φόρτισης.



Διάγραμμα 4-21: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC2 και  $H=1\text{m}$ , στον τέταρτο κύκλο φόρτισης.

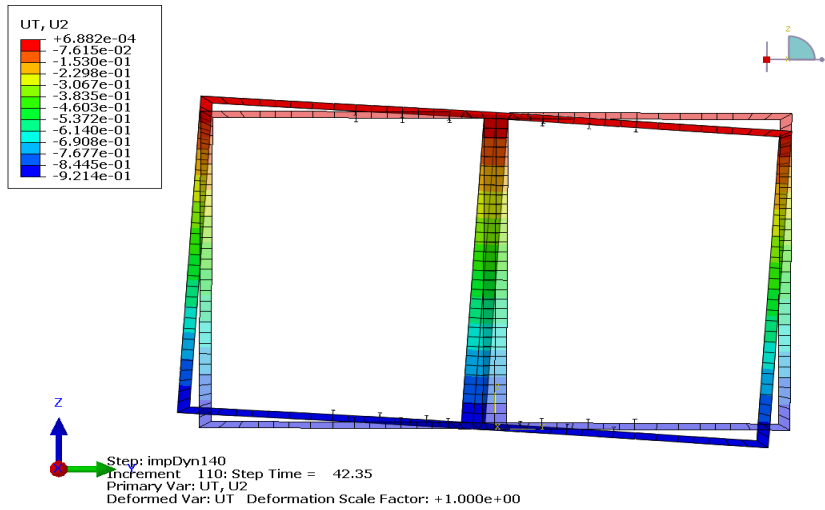


Διάγραμμα 4-22: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC2 και  $H=1\text{m}$ , στον τέταρτο κύκλο φόρτισης.

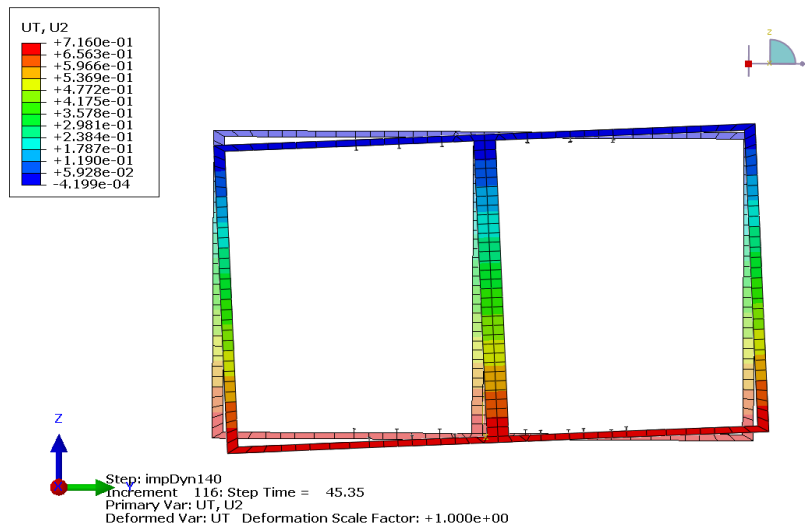


Εικόνα 4-18: Κατανόμη της μετατόπισης  $u_1$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=48,85\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

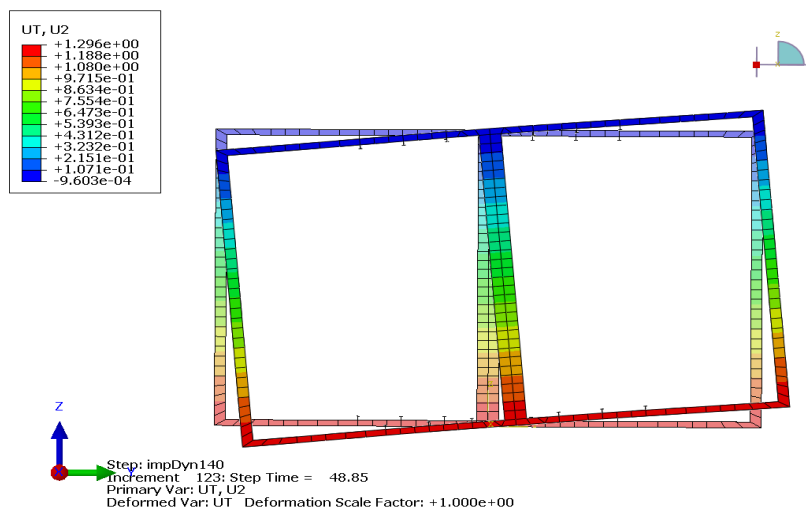
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-19: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=42.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



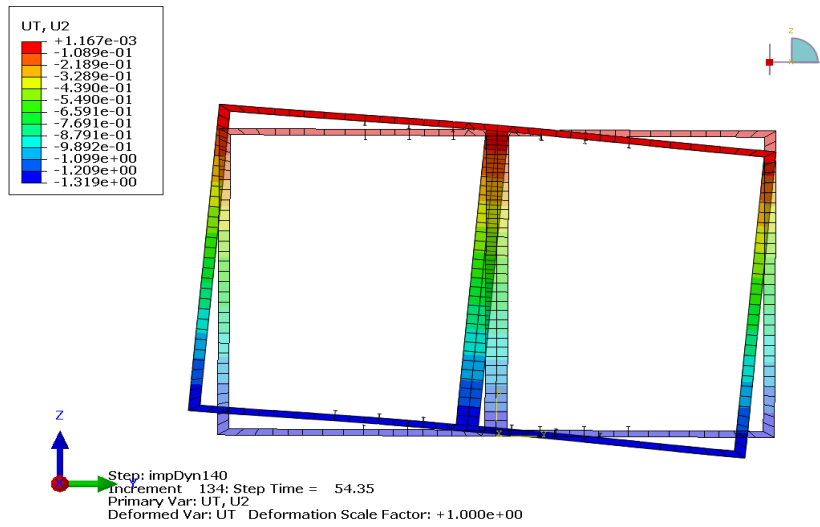
Εικόνα 4-20: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=45.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



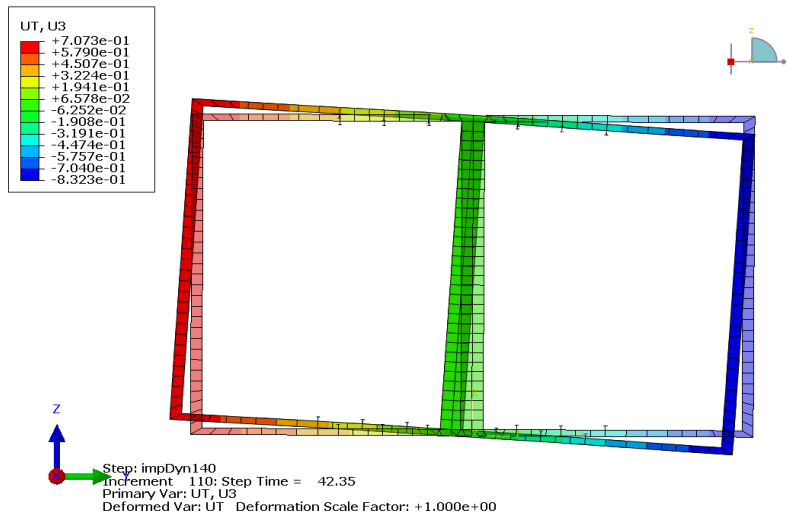
Εικόνα 4-21: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=48.85\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



## Κεφάλαιο Τέταρτο

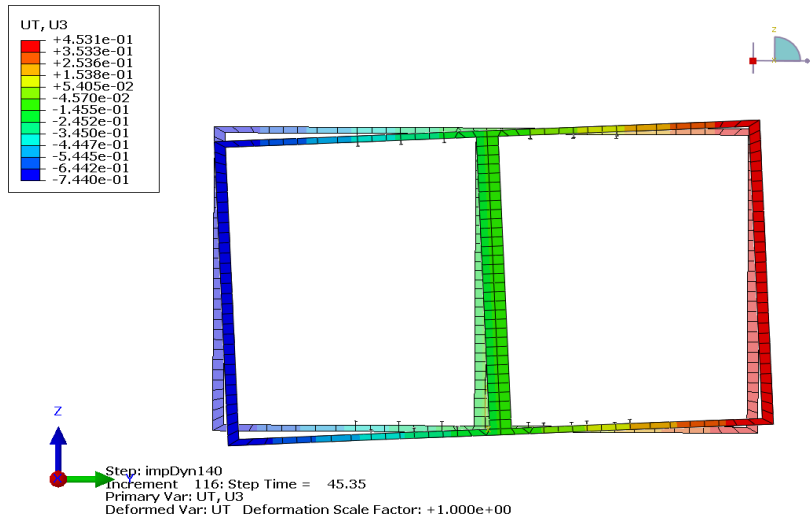


Εικόνα 4-22: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=54.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

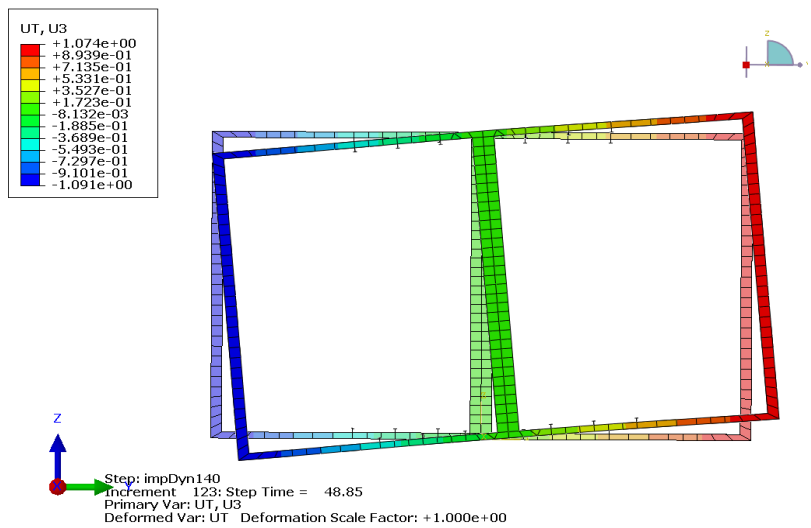


Εικόνα 4-23: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=42.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

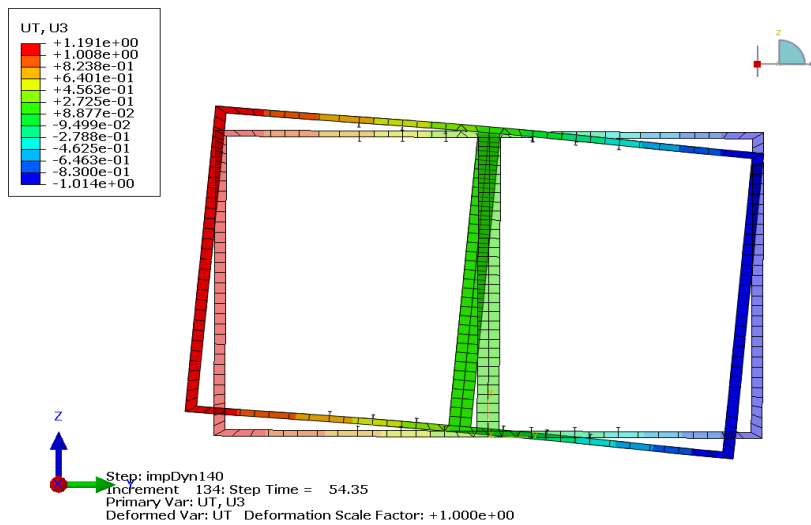
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-24: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=45.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



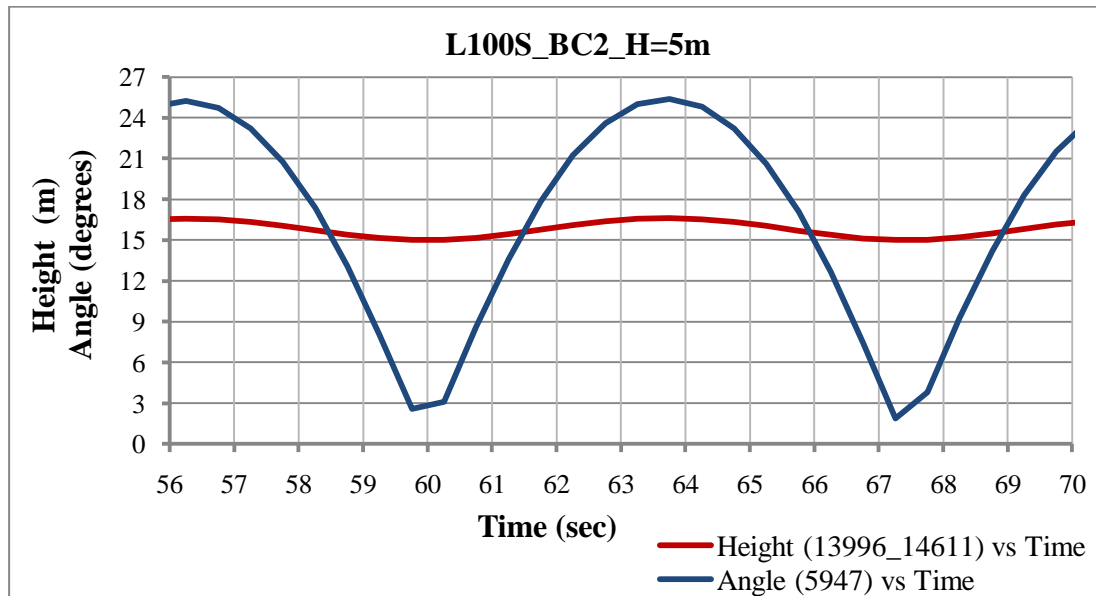
Εικόνα 4-25: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=48.85\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



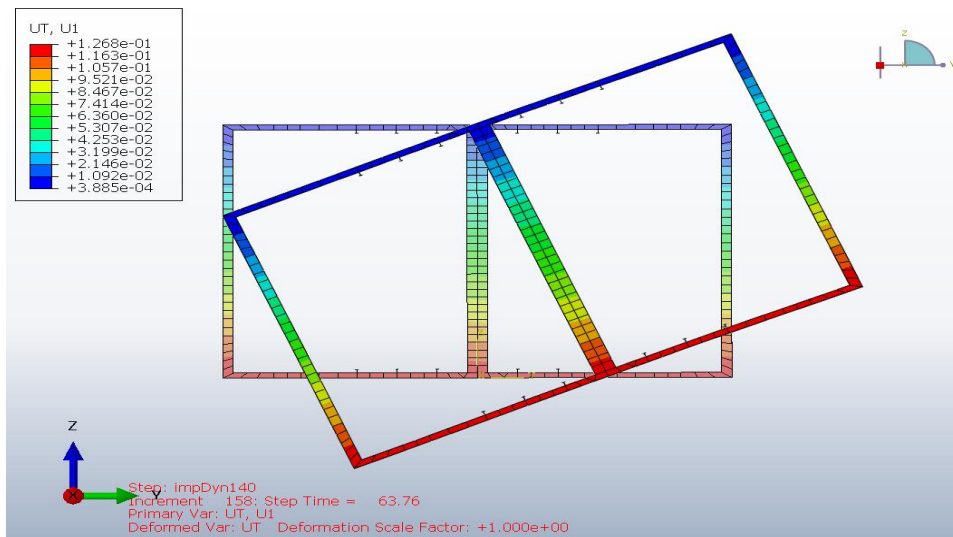
Εικόνα 4-26: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=54.35\text{sec}$ , για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

Για την δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 με ύψος κύματος  $H=5\text{m}$  στον πέμπτο κύκλο φόρτισης

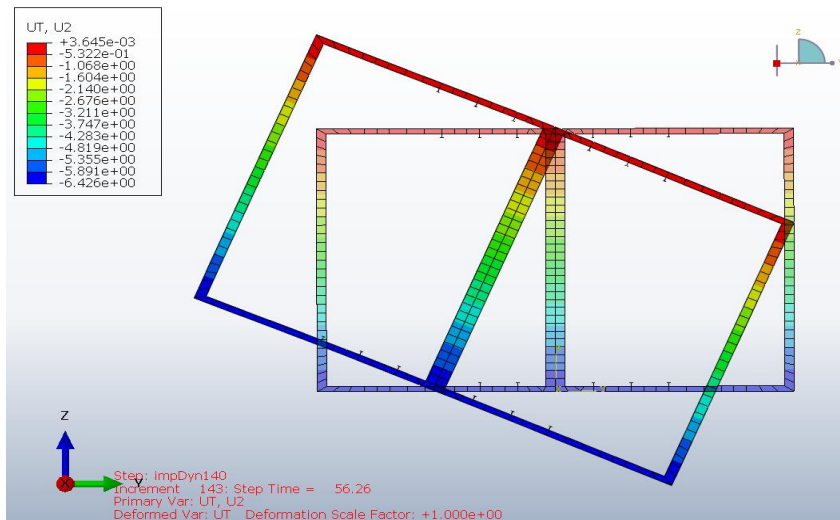


Διάγραμμα 4-23: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC2 και  $H=5\text{m}$ , στον πέμπτο κύκλο φόρτισης.

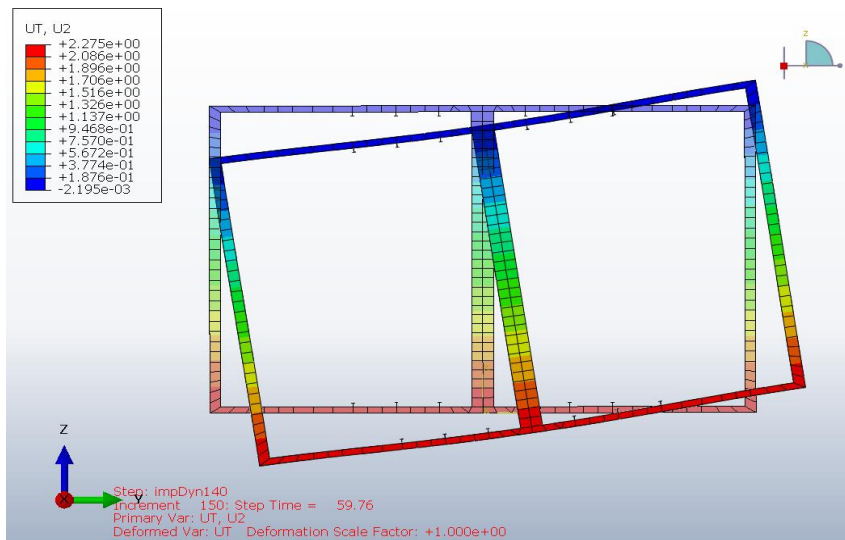


Εικόνα 4-27: Κατανομή της μετατόπισης  $u_1$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

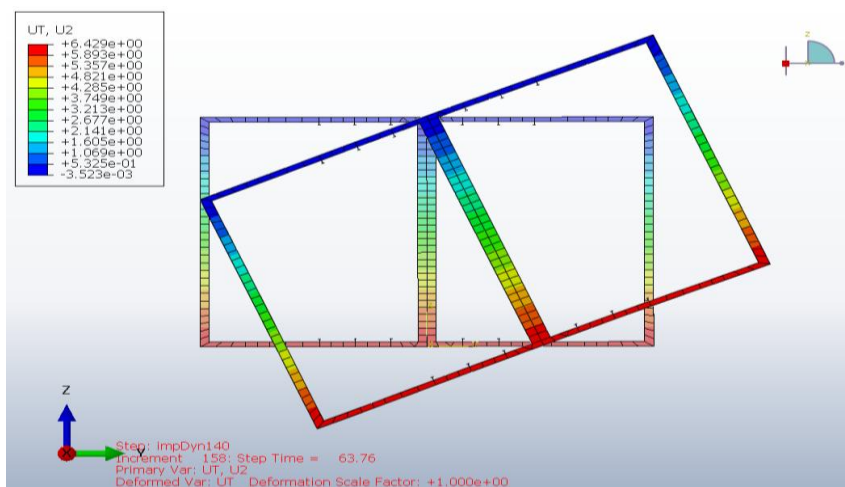
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-28: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=56.26\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

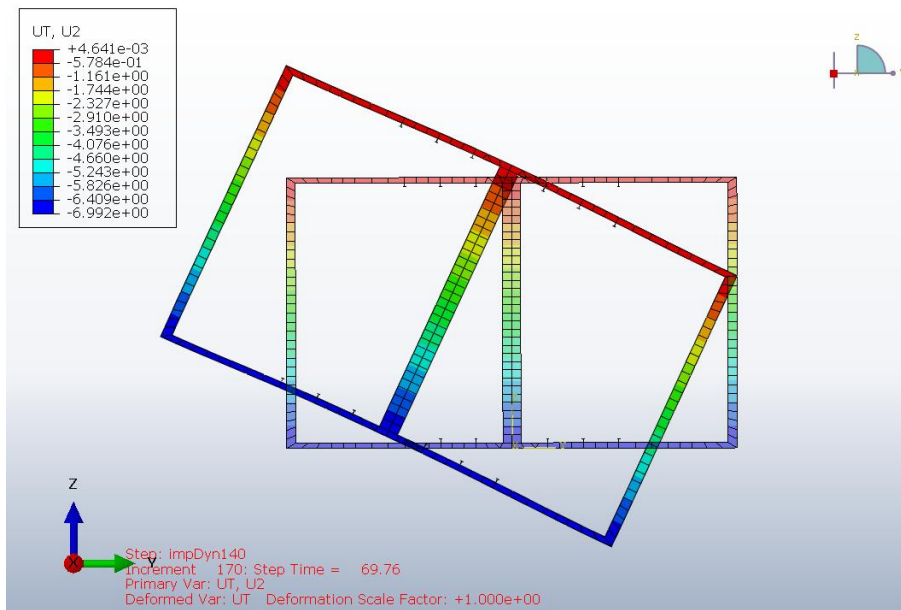


Εικόνα 4-29: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=59.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

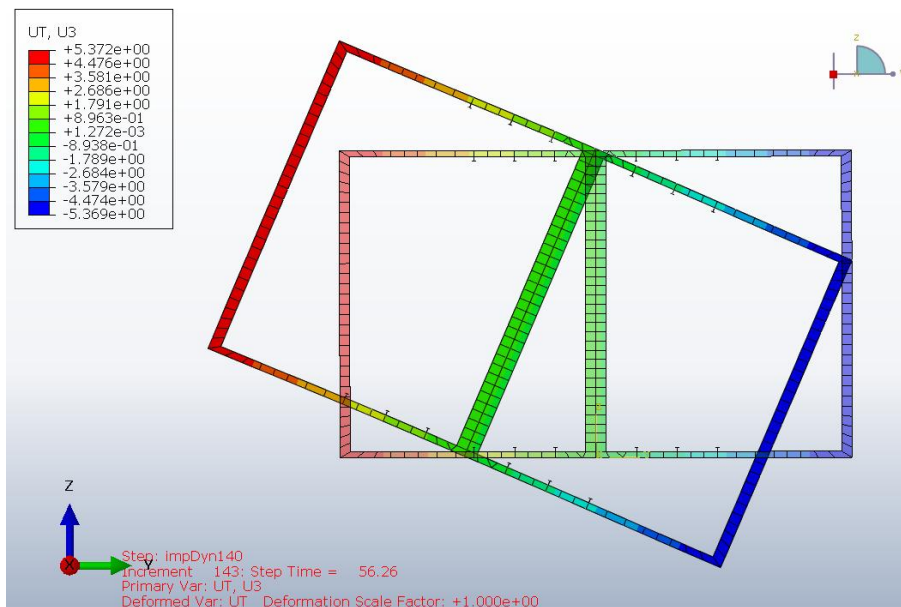


Εικόνα 4.30: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

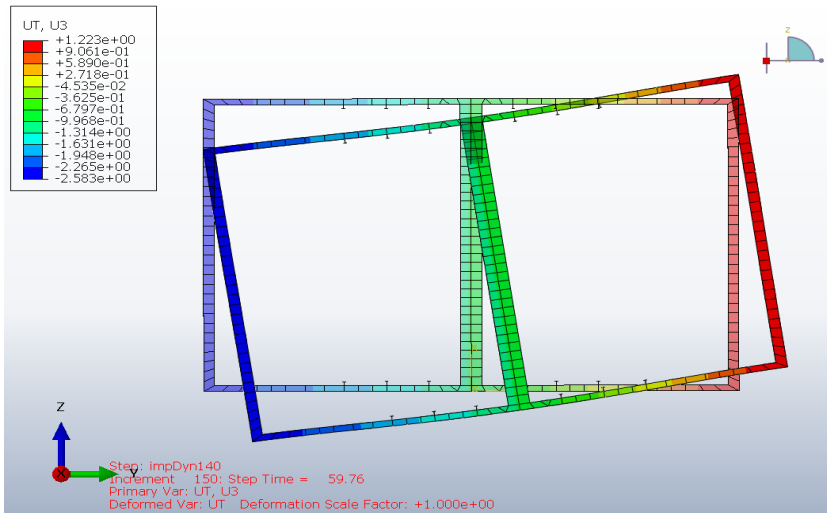


Εικόνα 4-31: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=69.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

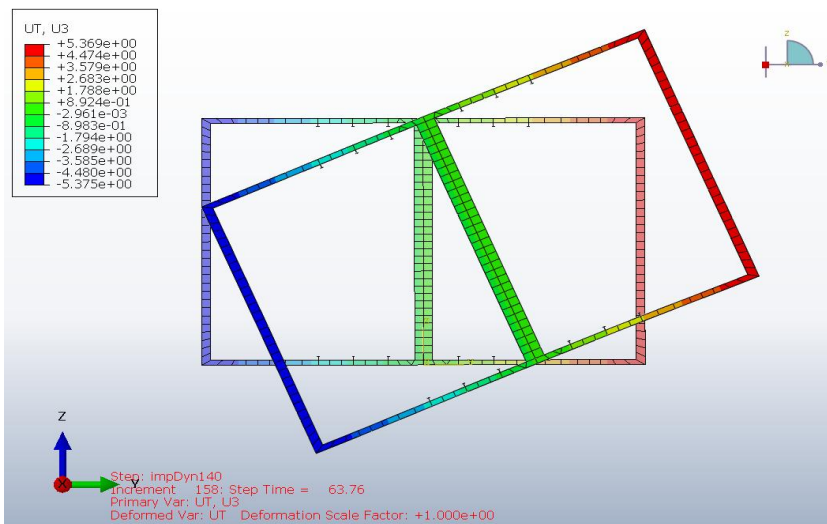


Εικόνα 4-32: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=56.26\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

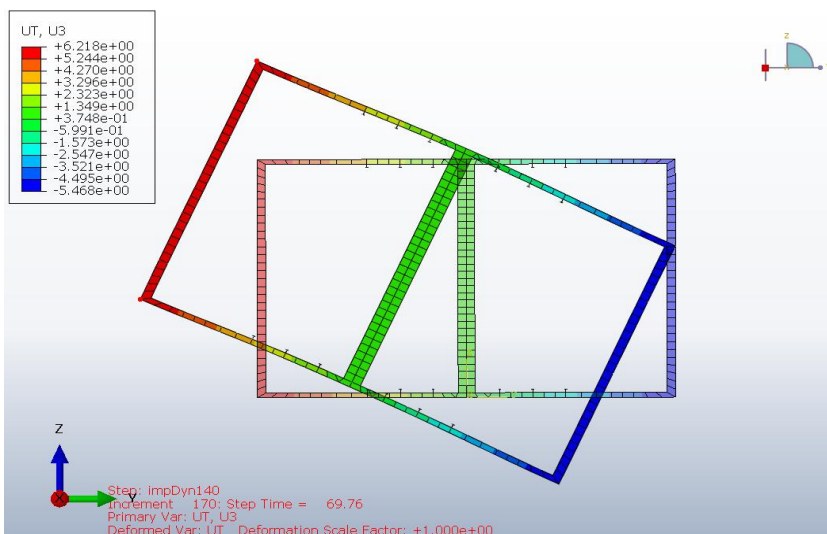
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-33: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=59.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .



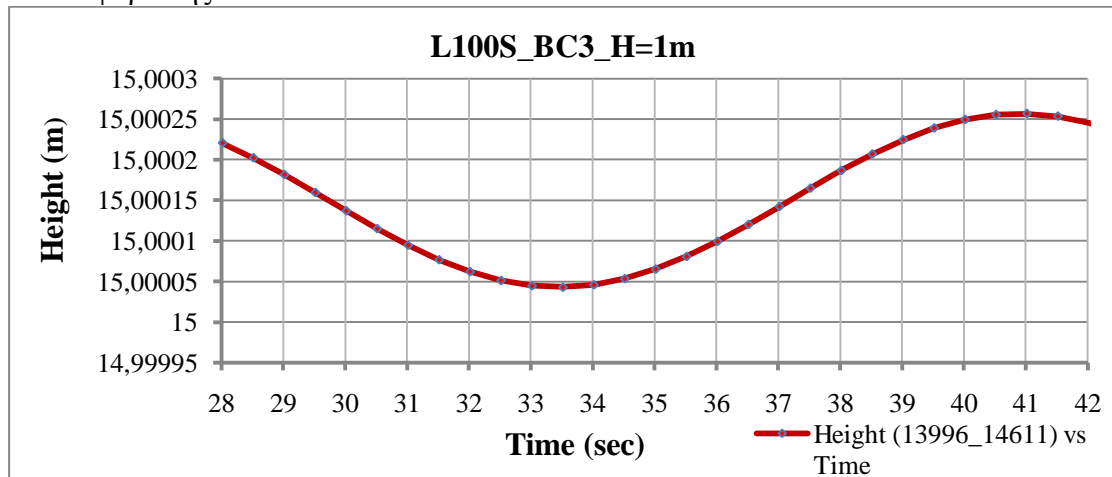
Εικόνα 4-34: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .



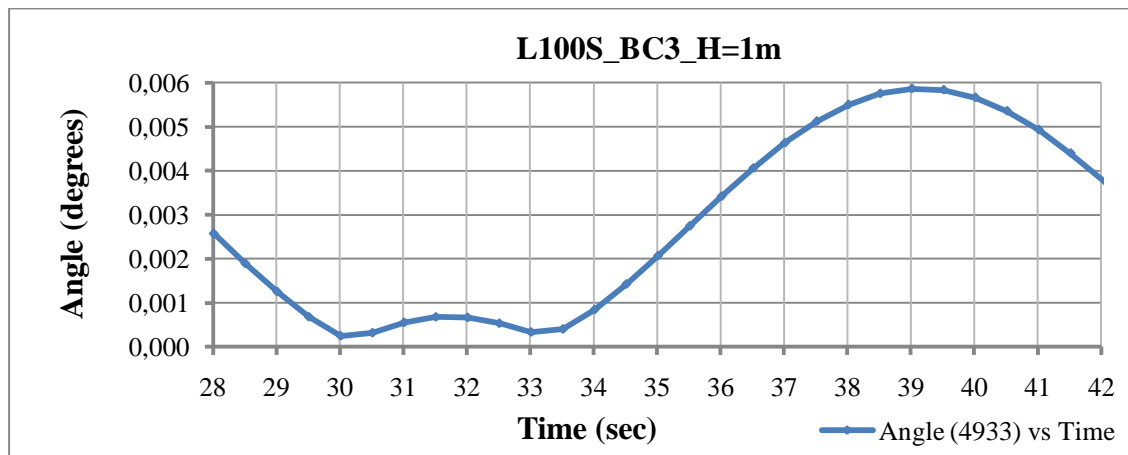
Εικόνα 4-35: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=69.76\text{sec}$ , για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο

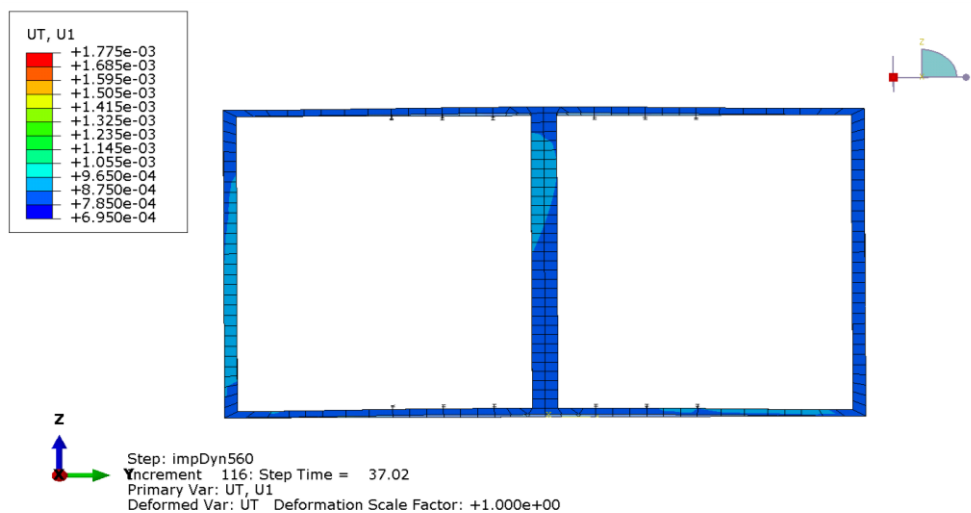
Για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης.



Διάγραμμα 4-24: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC3 και  $H=1\text{m}$ , στον τρίτο κύκλο φόρτισης.

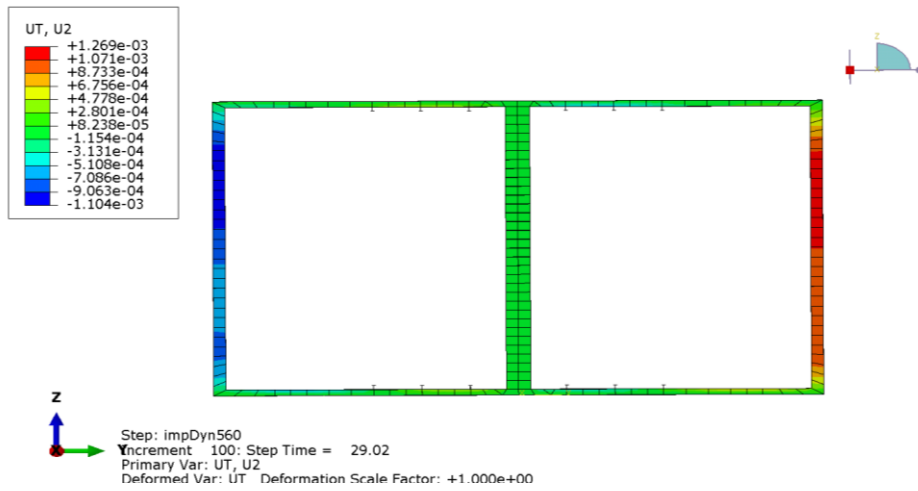


Διάγραμμα 4-25: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC3 και  $H=1\text{m}$ , στον τρίτο κύκλο φόρτισης.

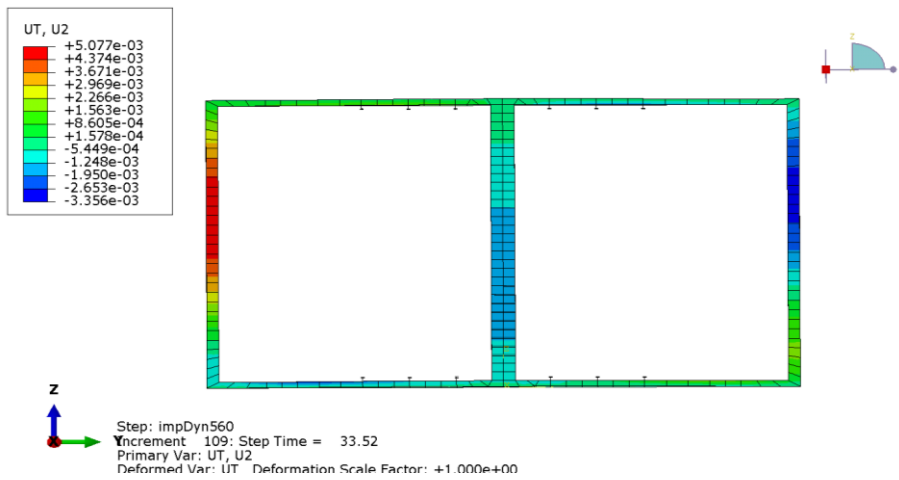


Εικόνα 4-36: Κατανομή της μετατόπισης  $u_1$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ .

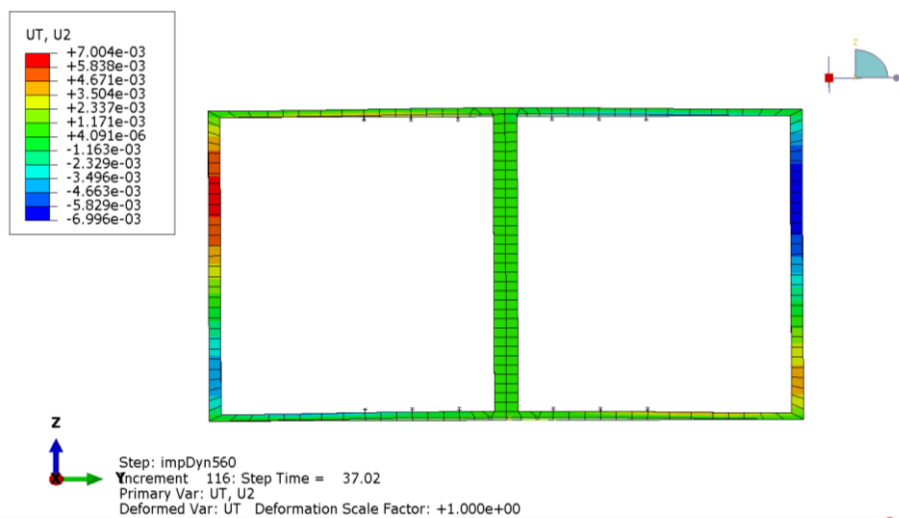
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-37: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ .



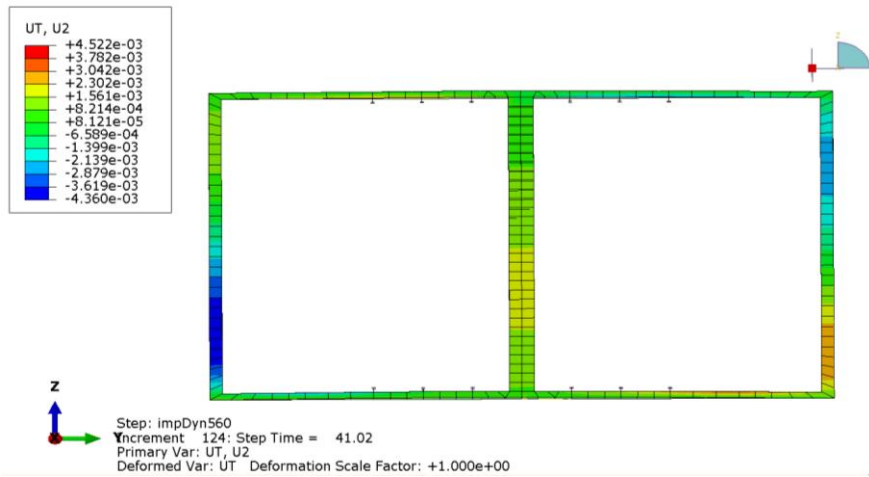
Εικόνα 4-38: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.52\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ .



Εικόνα 4-39: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ .

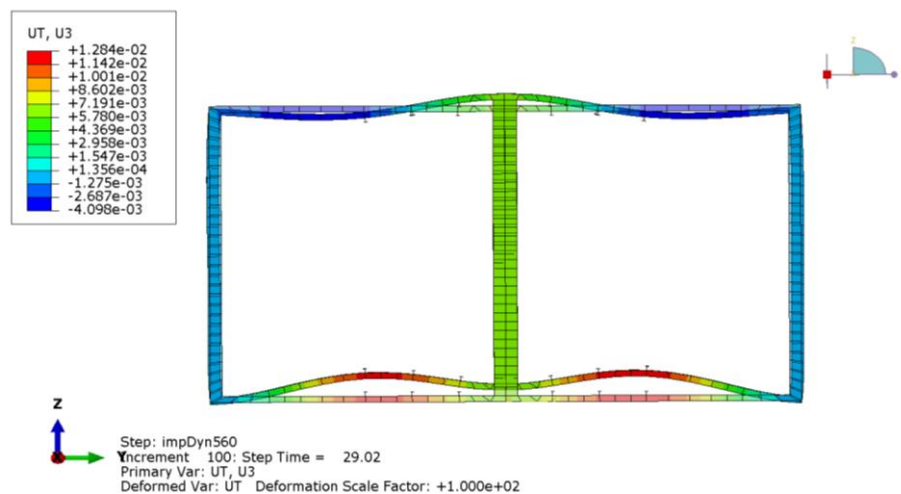


## Κεφάλαιο Τέταρτο



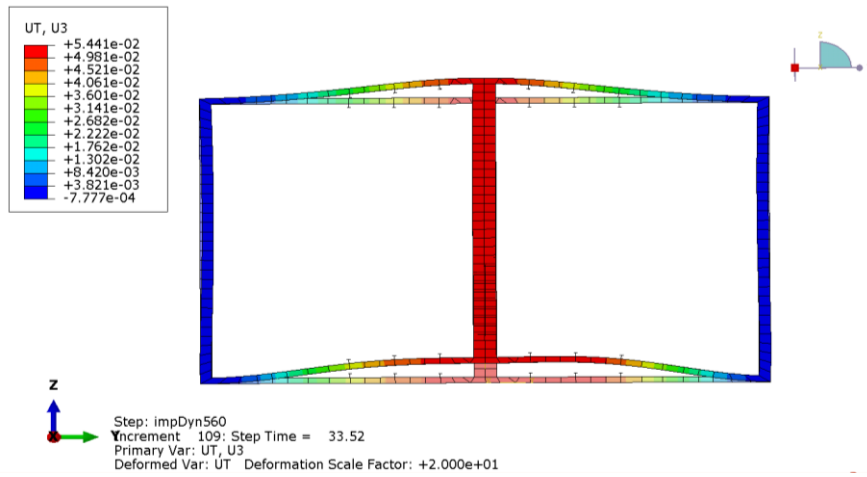
Εικόνα 4-40: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ .

Στις εικόνες, που παρουσιάζονται παρακάτω, γίνεται μεγέθυνση του μεγέθους της μετατόπισης με κλίμακα η οποία αναγράφεται στην τελευταία γραμμή πάνω στην κάθε εικόνα. Οι μετατοπίσεις έχουν μικρές τιμές και στους τρεις άξονες. Η μεγέθυνση εξυπηρετεί την απεικόνιση με παραστατικό και ευκρινή τρόπο.

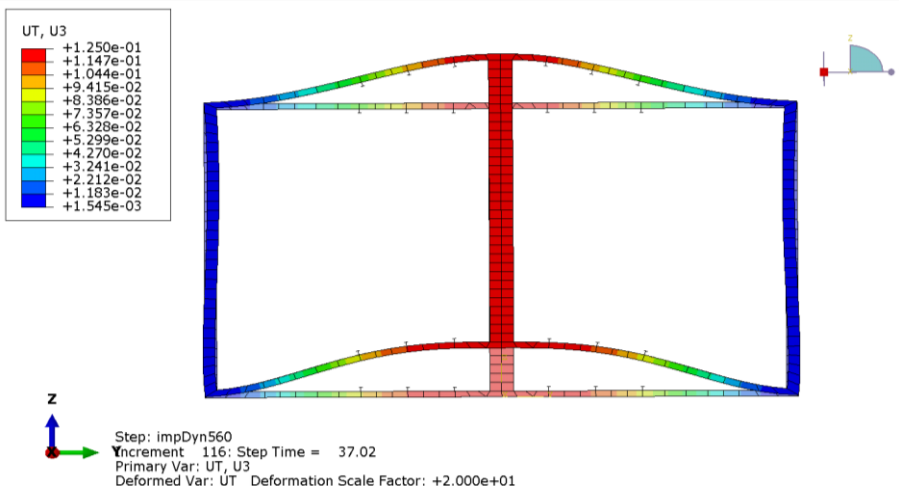


Εικόνα 4-41: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 100.

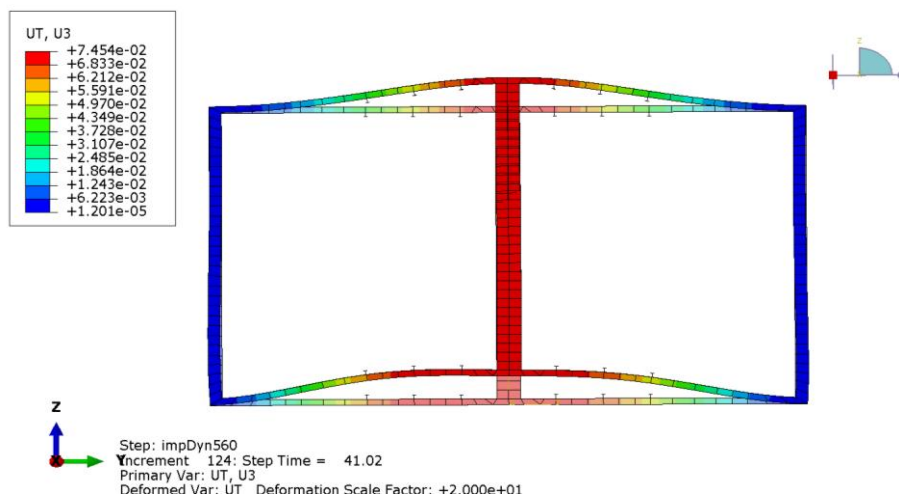
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-42: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.52\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 20.



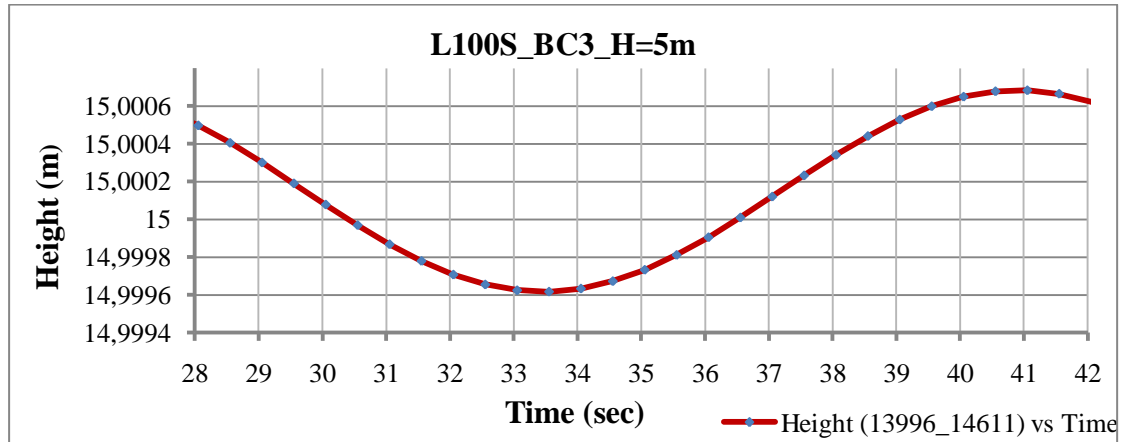
Εικόνα 4-43: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 20.



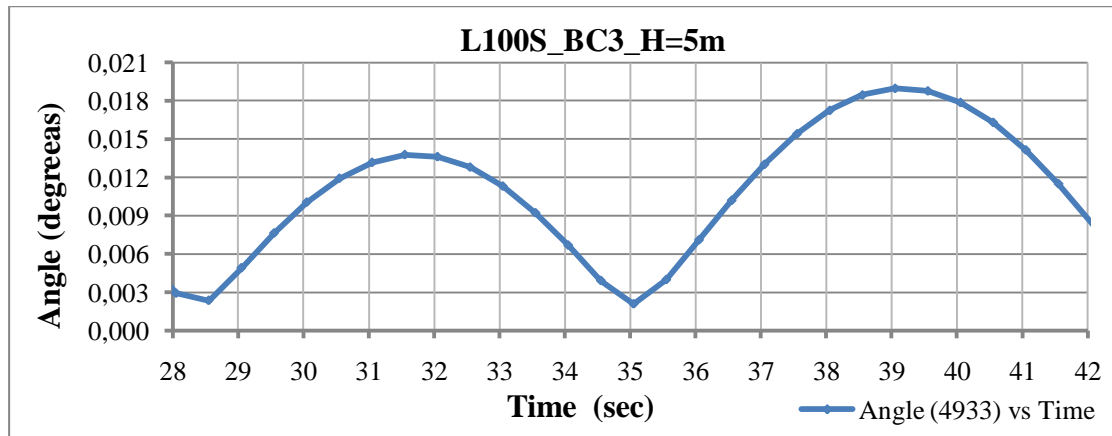
Εικόνα 4-44: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.02\text{sec}$ , για BC3 και  $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 20.

## Κεφάλαιο Τέταρτο

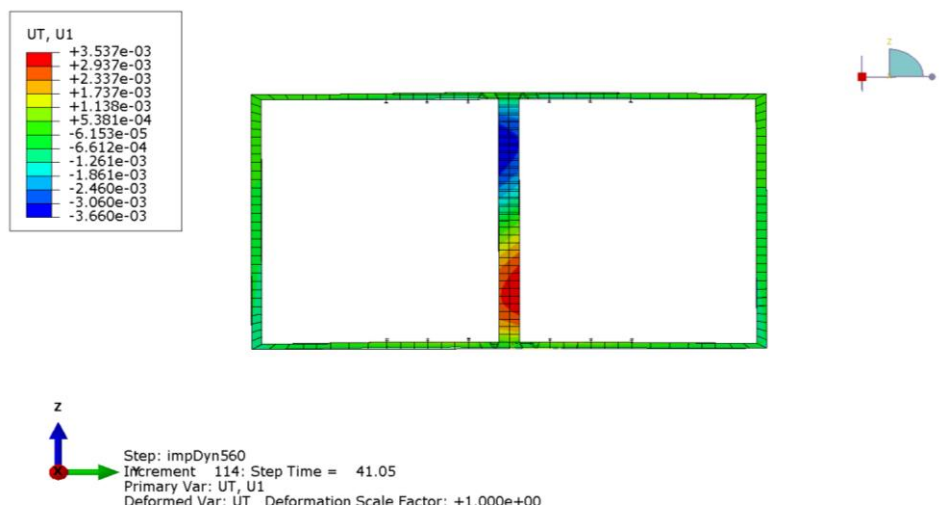
Για την τρίτη περίπτωση συνοριακών συνθηκών BC3 με ύψος κύματος  $H=5\text{m}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης.



Διάγραμμα 4-26: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC3 και  $H=5\text{m}$ , στον τρίτο κύκλο φόρτισης.

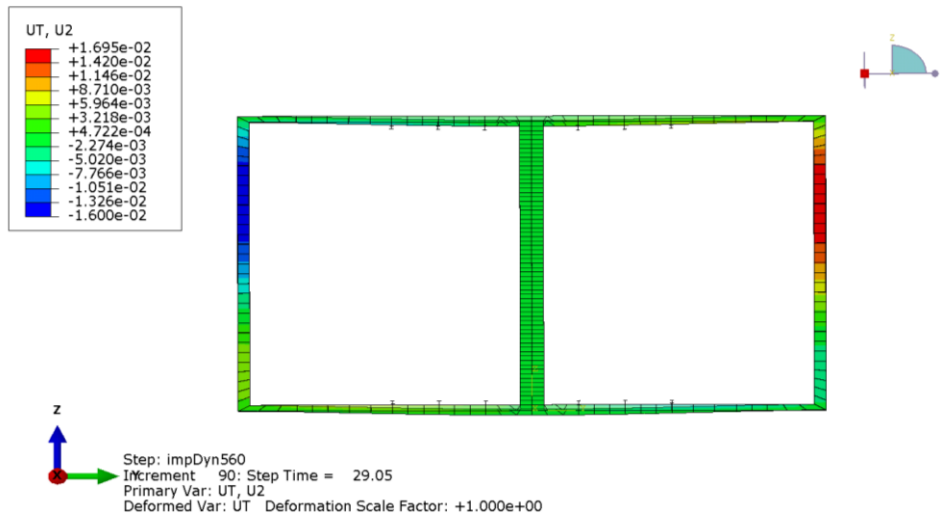


Διάγραμμα 4-27: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC3 και  $H=1\text{m}$ , στον τρίτο κύκλο φόρτισης.

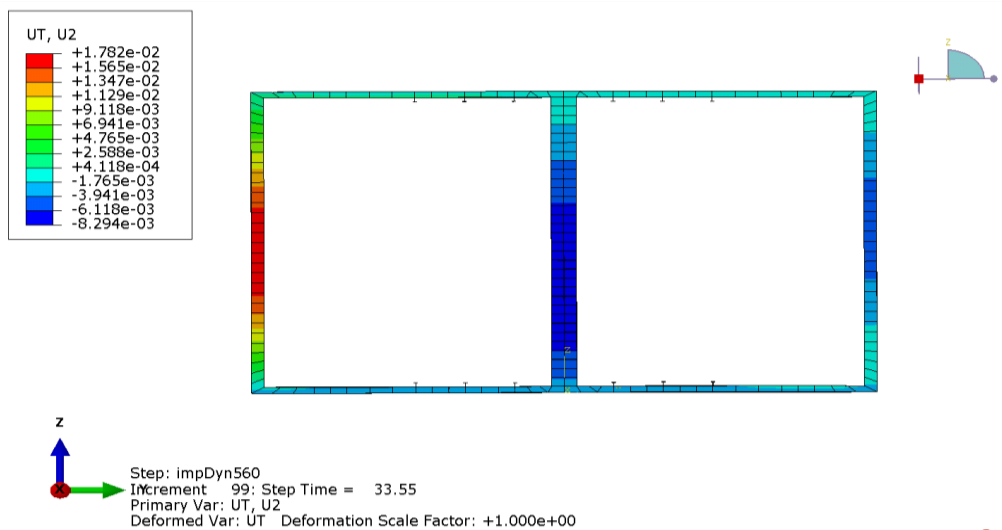


Εικόνα 4-45: Κατανομή της μετατόπισης  $u_1$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

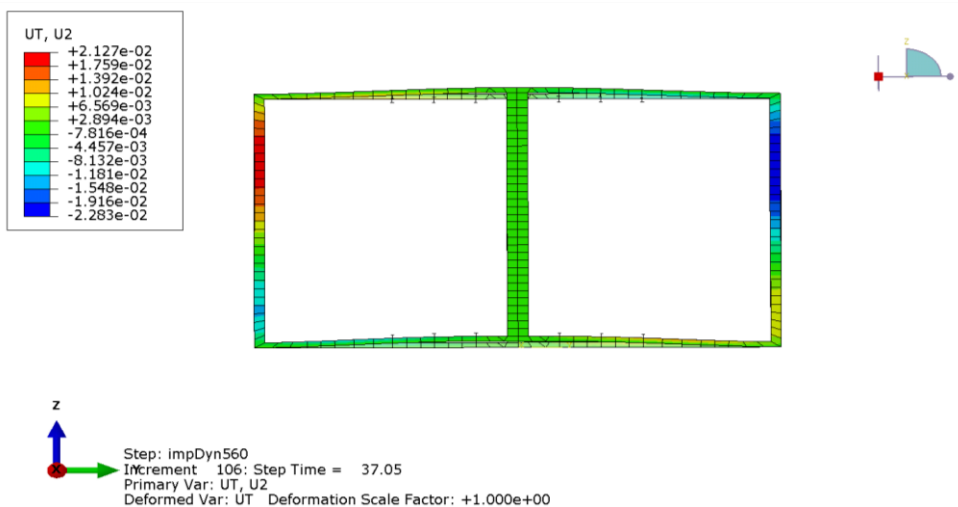
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-46: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

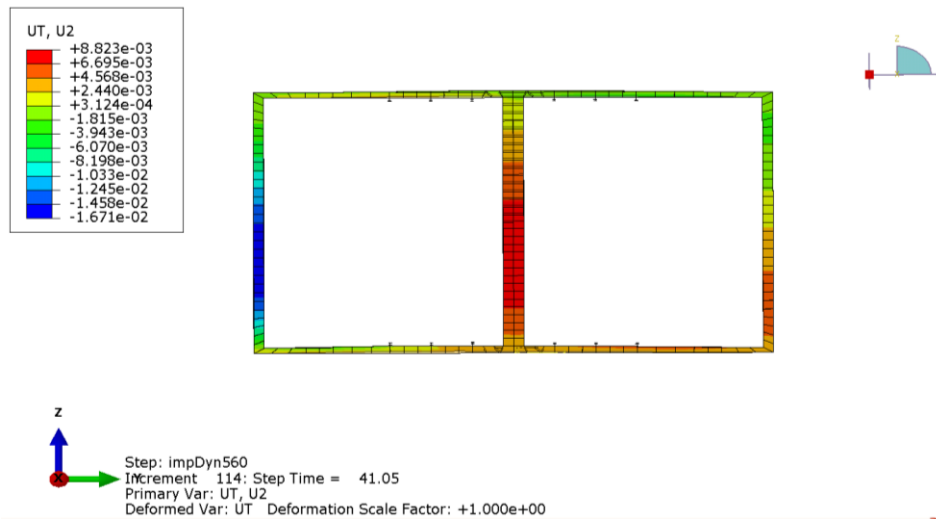


Εικόνα 4-47: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.55\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ .



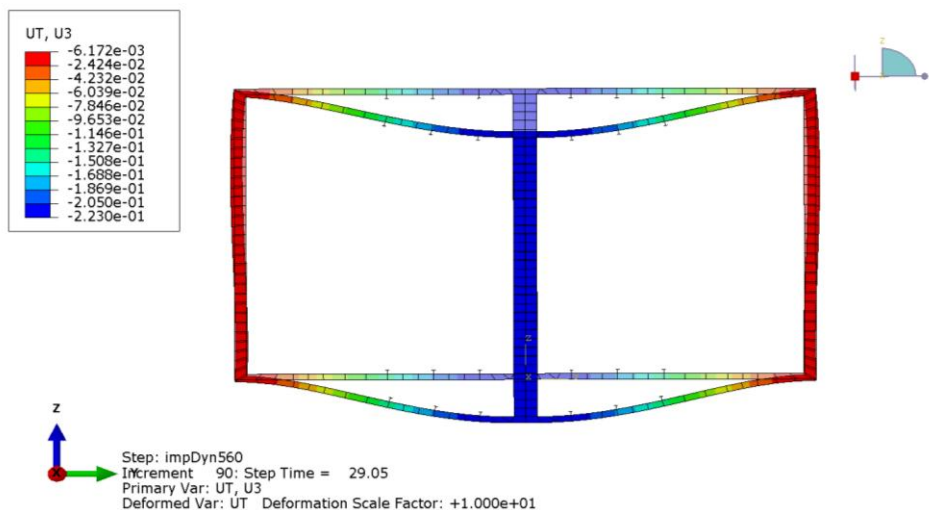
Εικόνα 4-48: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο



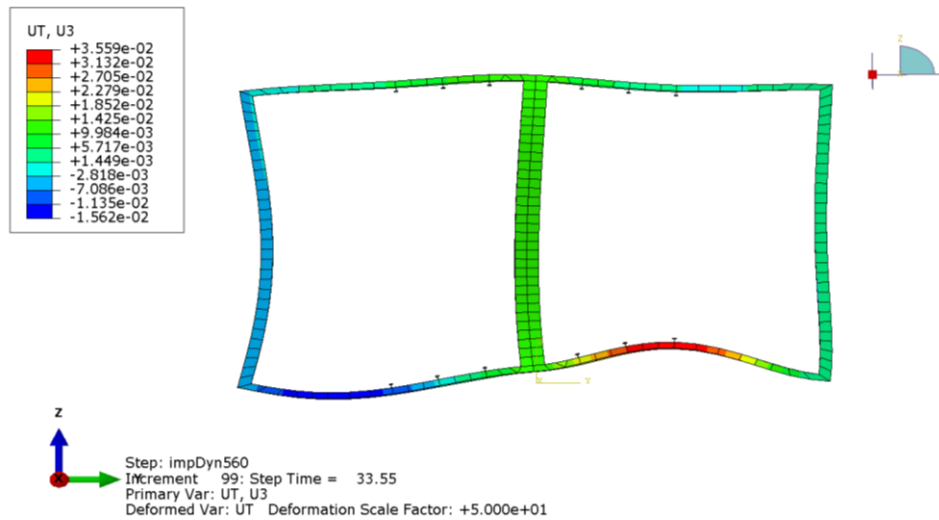
Εικόνα 4-49: Κατανομή της μετατόπισης  $u_2$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

Στις ακόλουθες εικόνες, γίνεται μεγέθυνση του μεγέθους της μετατόπισης με κλίμακα η οποία αναγράφεται στην τελευταία γραμμή πάνω στην κάθε εικόνα. Οι μετατοπίσεις έχουν μικρές τιμές και στους τρεις άξονες, και η μεγέθυνση εξυπηρετεί στην απεικόνιση με τρόπο, περισσότερο παραστατικό και κατανοητό.

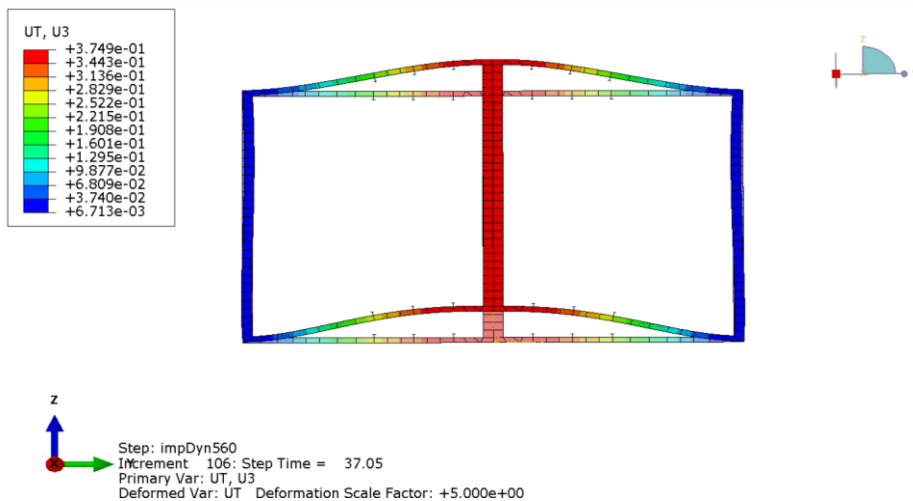


Εικόνα 4-50: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 10.

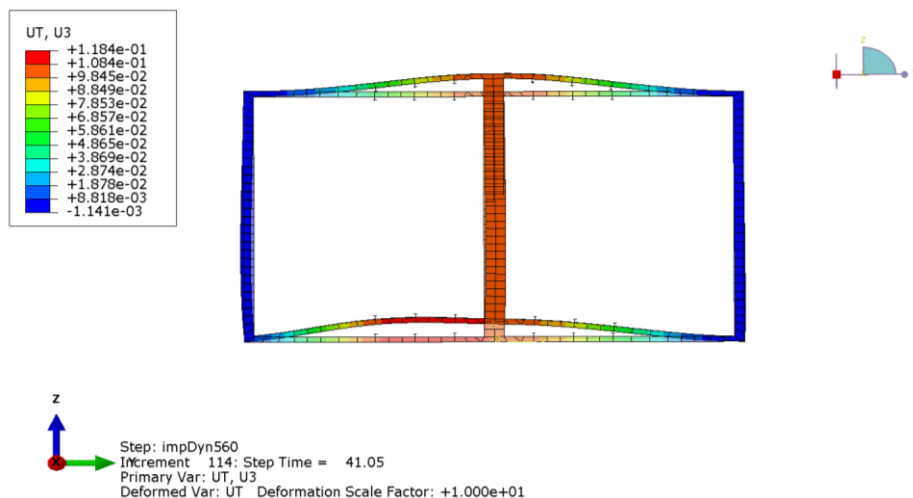
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-51: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.55\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 50.



Εικόνα 4-52: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 5.



Εικόνα 4-53: Κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.05\text{sec}$ , για BC3 και  $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 10.

Διαπιστώνεται ότι, στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών οι μετατοπίσεις είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες μετατοπίσεις στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών. Επιπροσθέτως, οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται, καθώς αυξάνει το ύψος του κύματος.

Στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών και για ύψος κύματος ίσο με 1m, οι μετατοπίσεις έχουν πολύ μικρές τιμές. Επιπλέον, οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται σε τέσσερα σημεία του καταστρώματος. Με αποτέλεσμα, το μοντέλο να είναι σχεδόν ακίνητο. Με τον τρόπο αυτό, εξηγείται ότι τα διαγράμματα της μεταβολής του ύψους του πλοίου και της γωνίας περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  ως προς το χρόνο έχουν αρμονική μορφή και δεν παρουσιάζουν μια μέγιστη τιμή (peak) η οποία μειώνεται σταδιακά, μέχρι να αποκτήσει μια αρμονική, σταθερή, επαναλαμβανόμενη μορφή. Στο πλοίο μετατοπίζεται ελάχιστα η ίσαλος γραμμή και η βρεχόμενη επιφάνειά του δεν μεταβάλλεται. Επομένως, δεν τροποποιείται σημαντικά η επιφάνεια άσκησης των φορτίων. Το ίδιο ισχύει και όταν το ύψος κύματος ισούται με 5m.

### **Κατανομή τάσεων στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό**

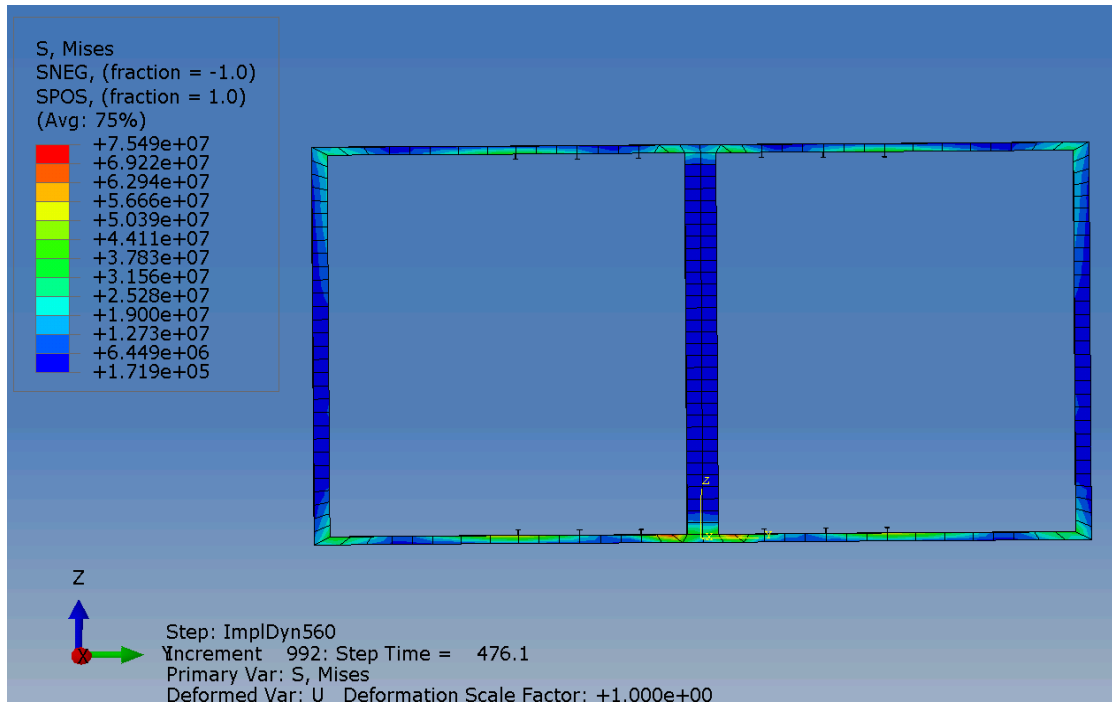
Το εγκάρσιο ενισχυτικό παρουσιάζεται σε τέσσερις χρονικές στιγμές ενός κύκλου φόρτισης και για κάθε περίπτωση επιβολής συνοριακών συνθηκών, απεικονίζοντας την κατανομή της τάσης von Mises. Η κατανομή της τάσης είναι ανεξάρτητη από το σύστημα αναφοράς στο ABAQUS. Στις θεωρίες αστοχίας υλικών, ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια αστοχίας για όλκιμα υλικά, είναι η αυτό του Von Mises. Η τάση von Mises, επί της ουσίας, δεν είναι κάποια πραγματική τάση μέτρησης, αλλά ένα είδος τάσης σύγκρισης του υλικού και καταδεικνύει με ποιο τρόπο επηρεάζεται το υλικό από τη φόρτιση που δέχεται. Με άλλα λόγια η τάση von Mises δείχνει πότε ένα ισότροπο υλικό αρχίζει να παραμορφώνεται πλαστικά. Είναι επιθυμητό για την ασφαλή λειτουργία της κατασκευής η τάση von Mises να μην είναι μεγαλύτερη από το όριο διαρροής. Το όριο διαρροής για το χάλυβα είναι 240MPa.

Στις ακόλουθες εικόνες παρουσιάζεται το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό στην παραμορφωμένη κατάσταση, καθώς και η κατανομή της τάσης von Mises. Σε κάθε απεικόνιση υπάρχει και το γενικό σύστημα συντεταγμένων, ως προς το οποίο έχει μετατοπιστεί το ενισχυτικό. Οι χρονικές στιγμές, που επιλέχθηκαν, για κάθε

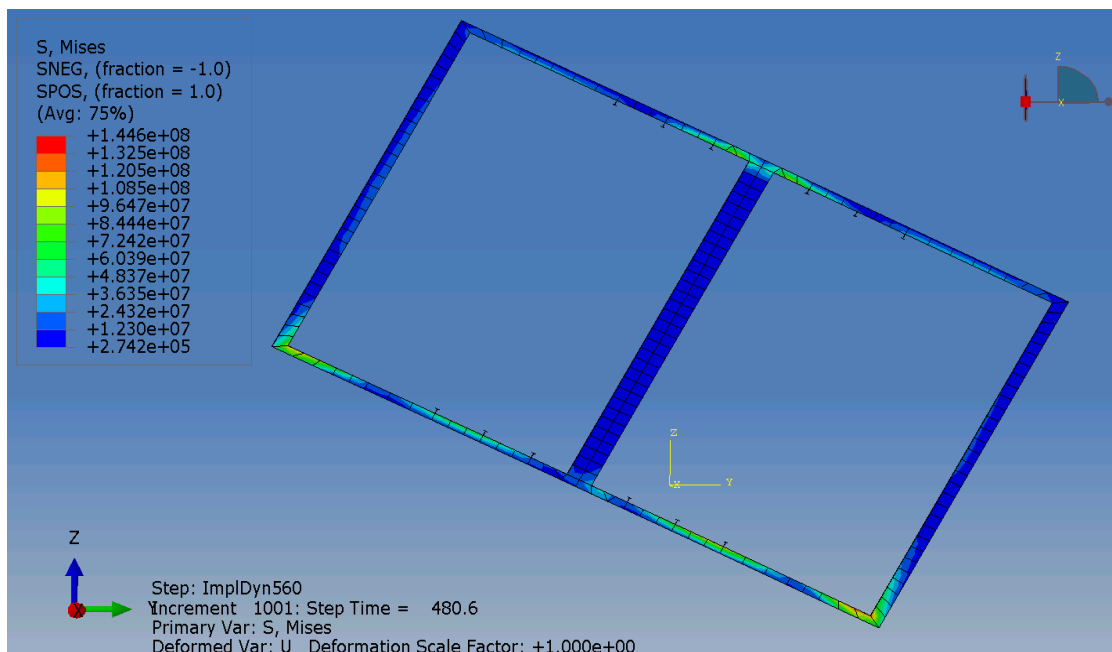
## Κεφάλαιο Τέταρτο

περίπτωση οριακών συνθηκών και κύματος είναι ίδιες με αυτές που έχουν χρησιμοποιηθεί και στην απεικόνιση της κατανομής της μετατόπισης.

Για την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC1 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$



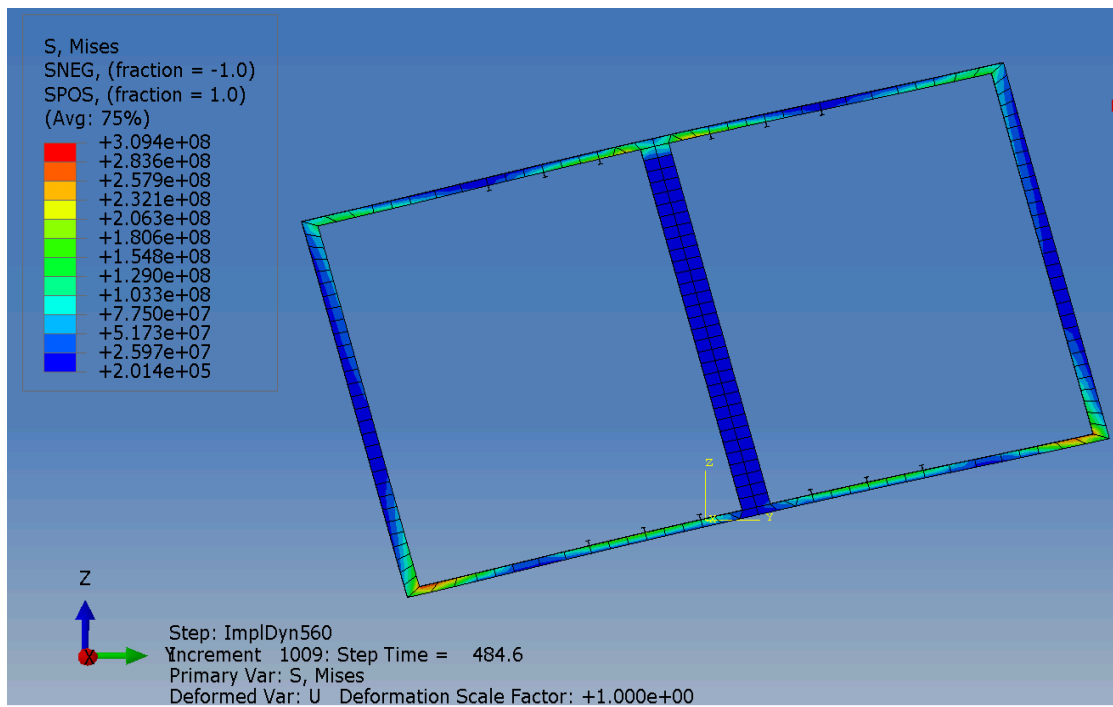
Εικόνα 4-54: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=476.1\text{sec}$  του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



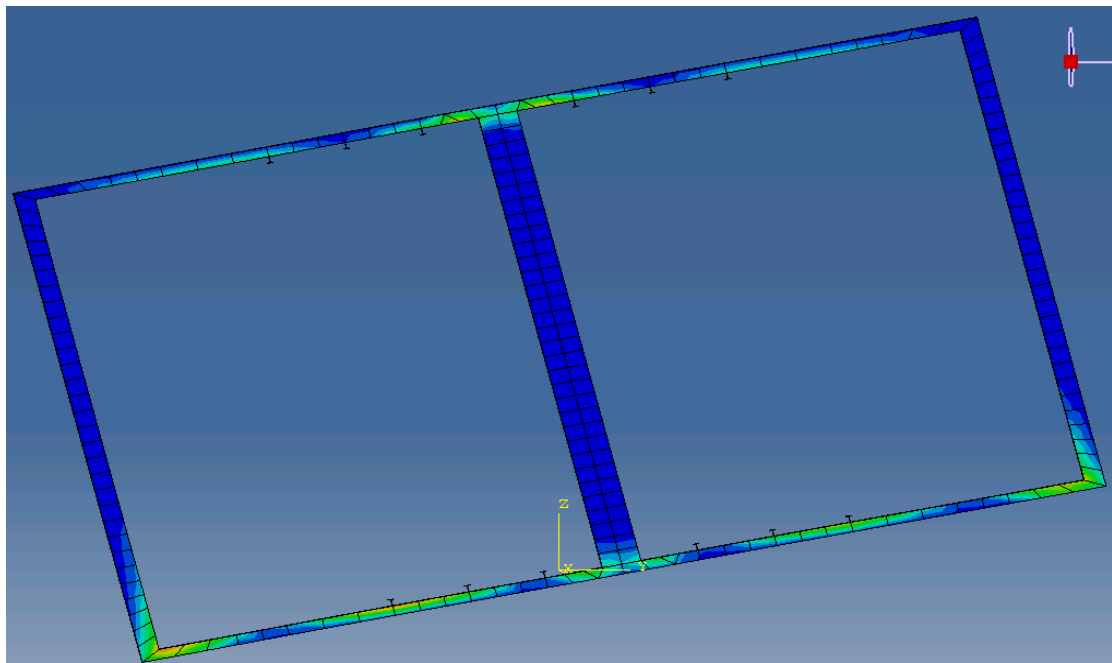
Εικόνα 4-55: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=480.6\text{sec}$  του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



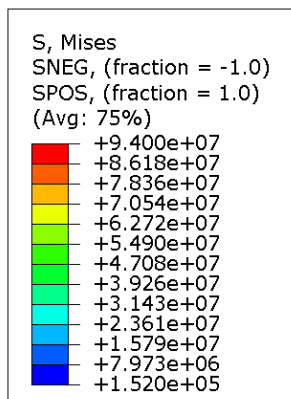
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-56: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=484.6\text{sec}$  του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



Εικόνα 4-57: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=490.1\text{sec}$  του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και  $H=1\text{m}$ .



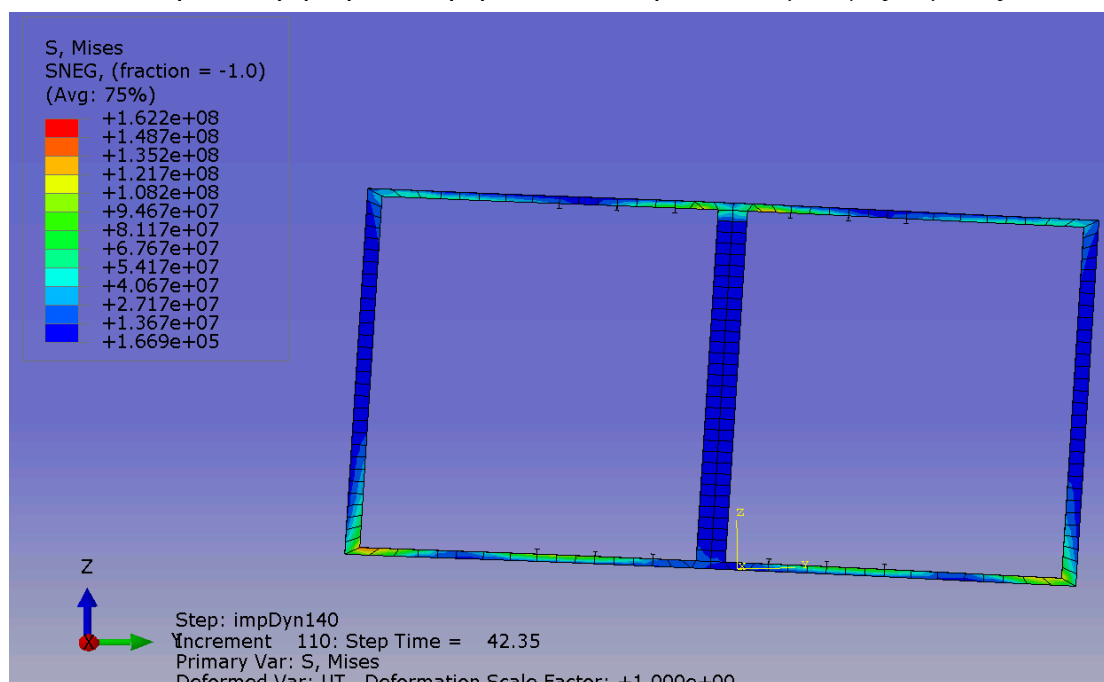
Εικόνα 4-58: BC1 με  $H=1\text{m}$ ,  $t=490\text{sec}$ .

Διαπιστώνεται ότι, οι μέγιστες τιμές της τάσης von Mises παρουσιάζονται στα οριζόντια τμήματα του ενισχυτικού και, κυρίως, κοντά στις γωνίες. Οι γωνίες είναι ενενήντα μοιρών, με αποτέλεσμα να εμφανίζουν μεγάλη συγκέντρωση τάσεων. Αν στη γωνία υπάρχει ένα τριγωνικό ενισχυτικό, η συγκέντρωση τάσεων μειώνεται, καθώς εξομαλύνεται ο σχηματισμός της γωνίας και αυξάνεται η αντοχή της. Μια άλλη επιλογή είναι η

τρογγύλευση (trim) της ορθογωνικότητας της γωνίας, δίνοντας μια καμπυλότητα. Στην παρούσα εργασία τα εγκάρσια ενισχυτικά σχεδιάστηκαν με τμήματα που

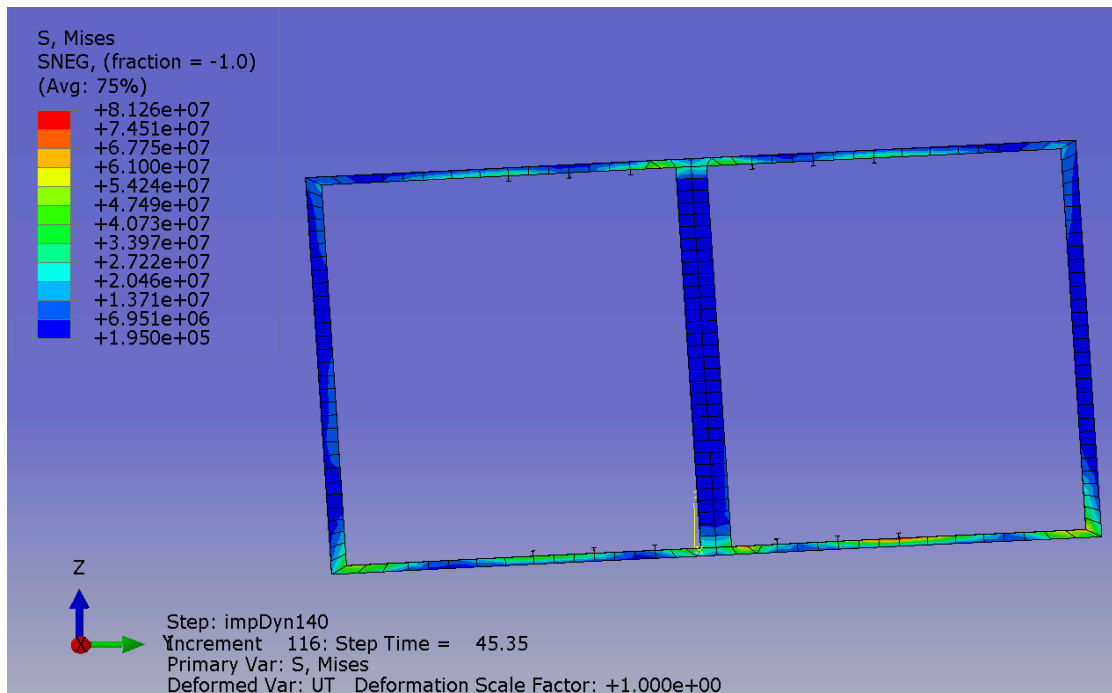
σχηματίζουν γωνίες ενενήντα μοιρών, χωρίς κάποια άλλη εξομάλυνση της γωνίας, διότι, στην αντίθετη περίπτωση η προσθήκη πλέγματος γινόταν περίπλοκη. Επιπλέον, παρατηρείται ότι, τη χρονική στιγμή  $t=484.6\text{sec}$  το ενισχυτικό εμφανίζει περιοχές κόκκινου χρώματος όπου η τάση von Mises είναι μεγαλύτερη από το όριο διαρροής του χάλυβα. Στις περιοχές αυτές το υλικό πλαστικοποιείται. Οι περιοχές αυτές βρίσκονται στις δυο εσωτερικές γωνίες στα άκρα του ενισχυτικού στο ύψος του πυθμένα.

Για την δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$

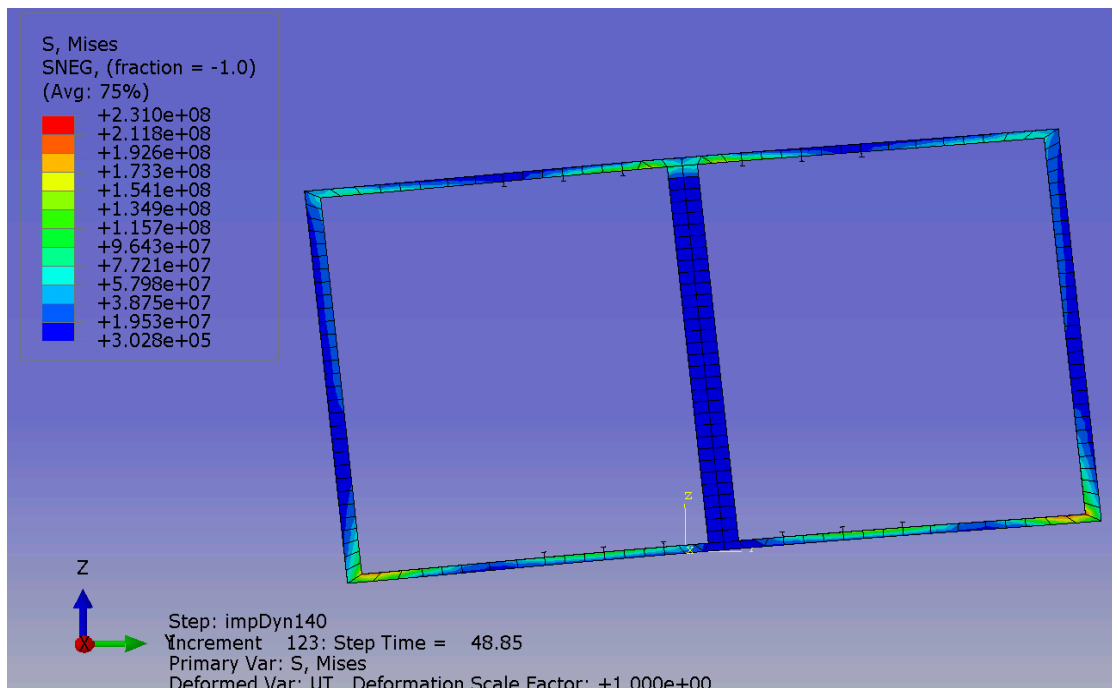


Εικόνα 4-59: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=42.35\text{sec}$  στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

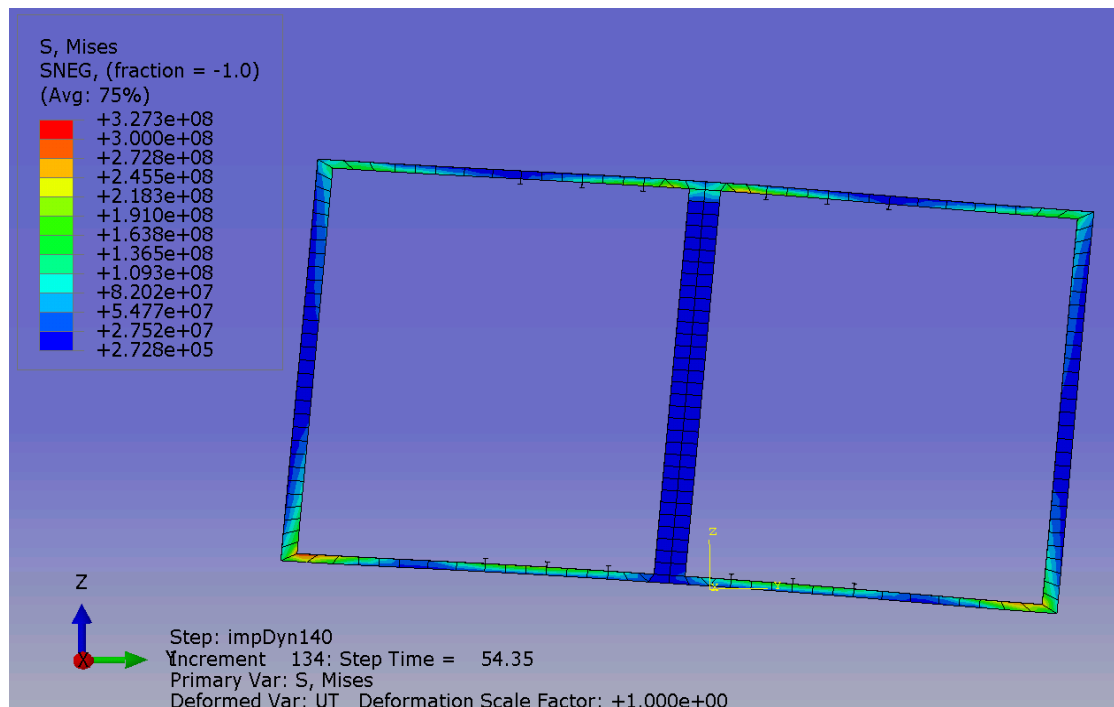
## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-60: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=45.35\text{sec}$  στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=1\text{m}$ .



Εικόνα 4-61: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=48.85\text{sec}$  στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

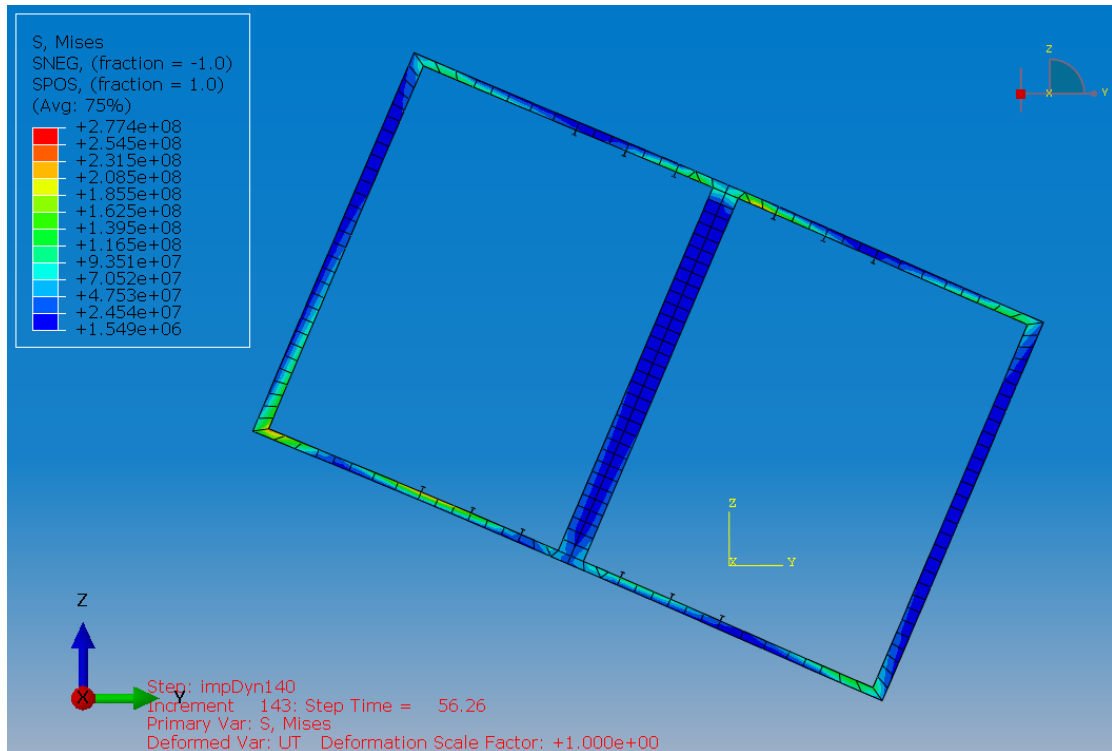


Εικόνα 4-62: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=54.35\text{sec}$  στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=1\text{m}$ .

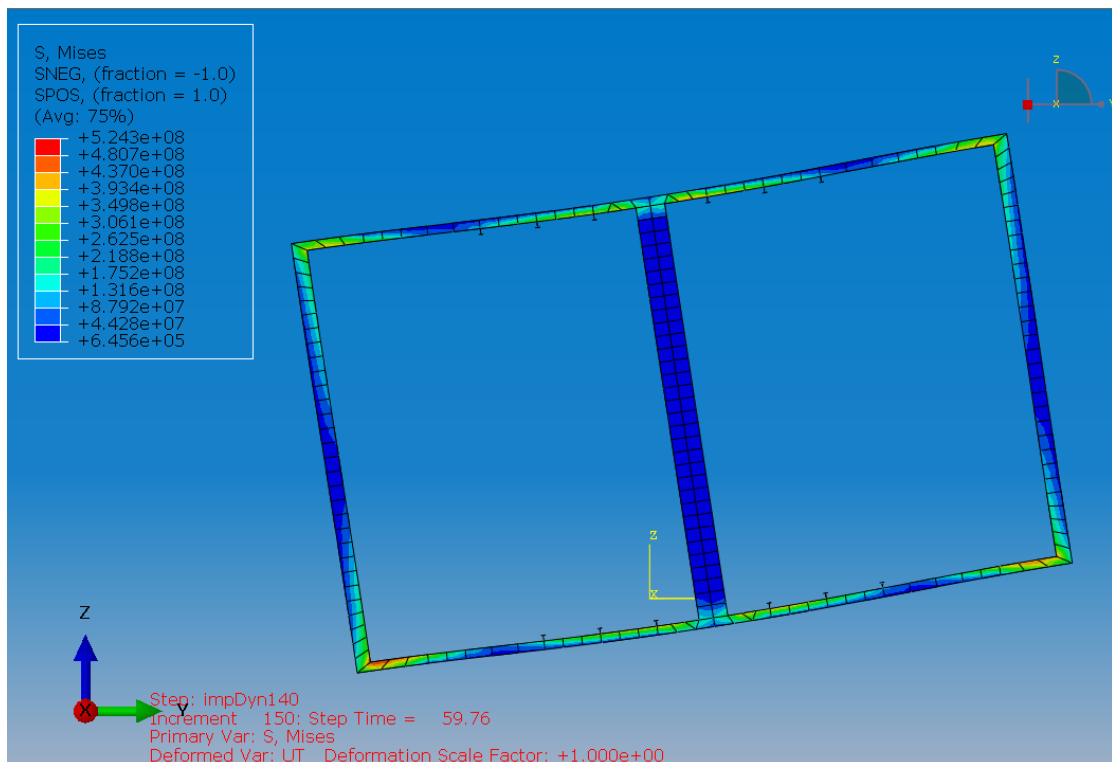
Από τις παραπάνω εικόνες, παρατηρείται ότι οι περιοχές αυξημένης τάσης von Mises είναι στο εσωτερικό μέρος των γωνιών. Για τη χρονική στιγμή  $t=54.35\text{sec}$ , η τάση von Mises έχει μέγιστες τιμές, που είναι μεγαλύτερες από το όριο διαρροής του χάλυβα. Στο ενισχυτικό απεικονίζονται με περιοχές χρώματος ανοικτού πορτοκαλί έως κόκκινου.

## Κεφάλαιο Τέταρτο

Για την δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών BC2 με ύψος κύματος  $H=5\text{m}$

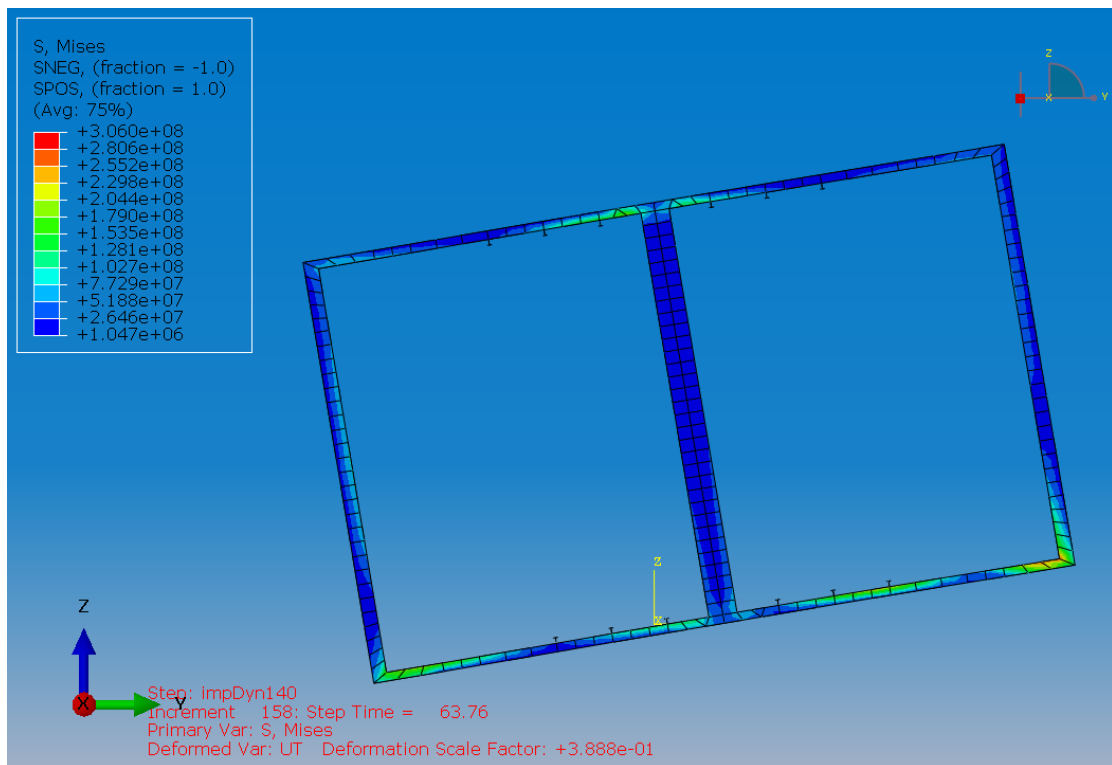


Εικόνα 4-63: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=56.26\text{sec}$  στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

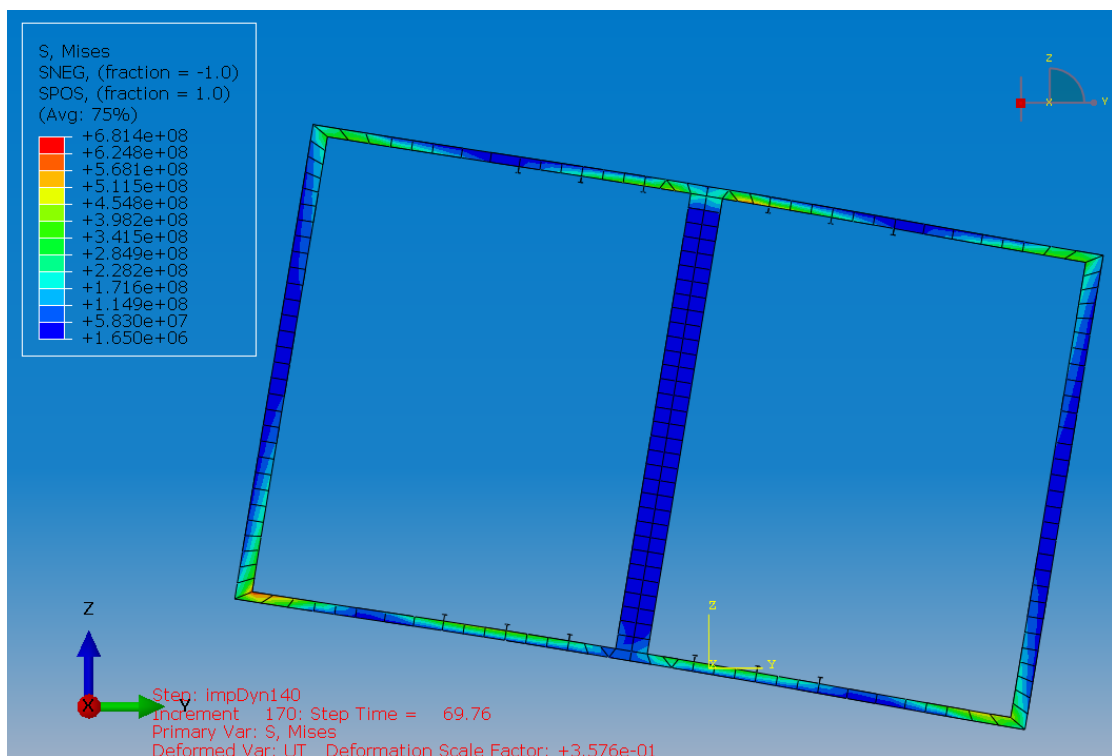


Εικόνα 4-64: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=59.76\text{sec}$  στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-65: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=63.76\text{sec}$  στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

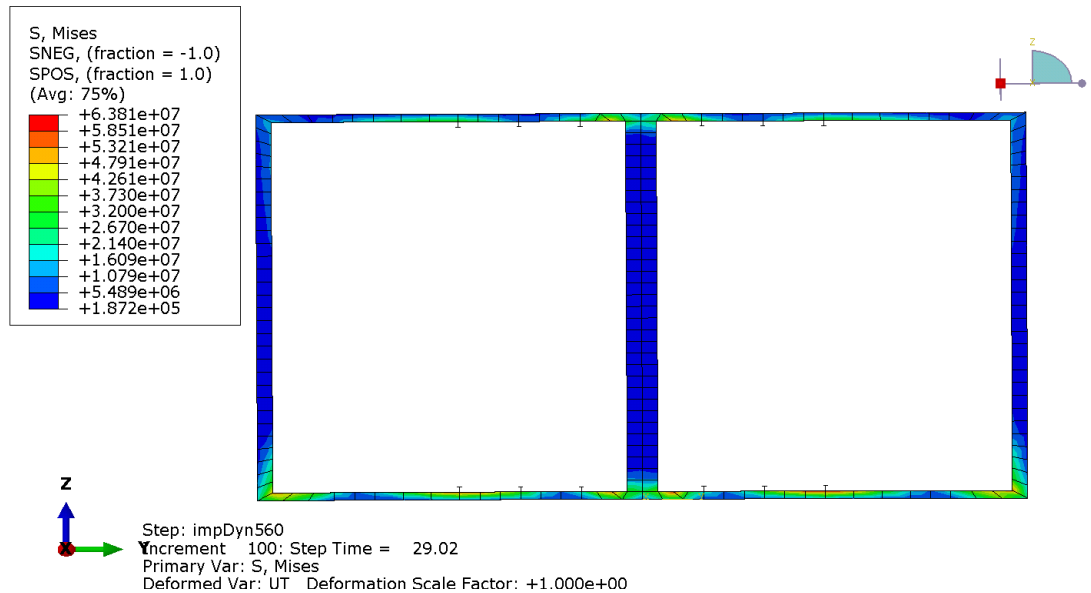


Εικόνα 4-66: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=69.76\text{sec}$  στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και  $H=5\text{m}$ .

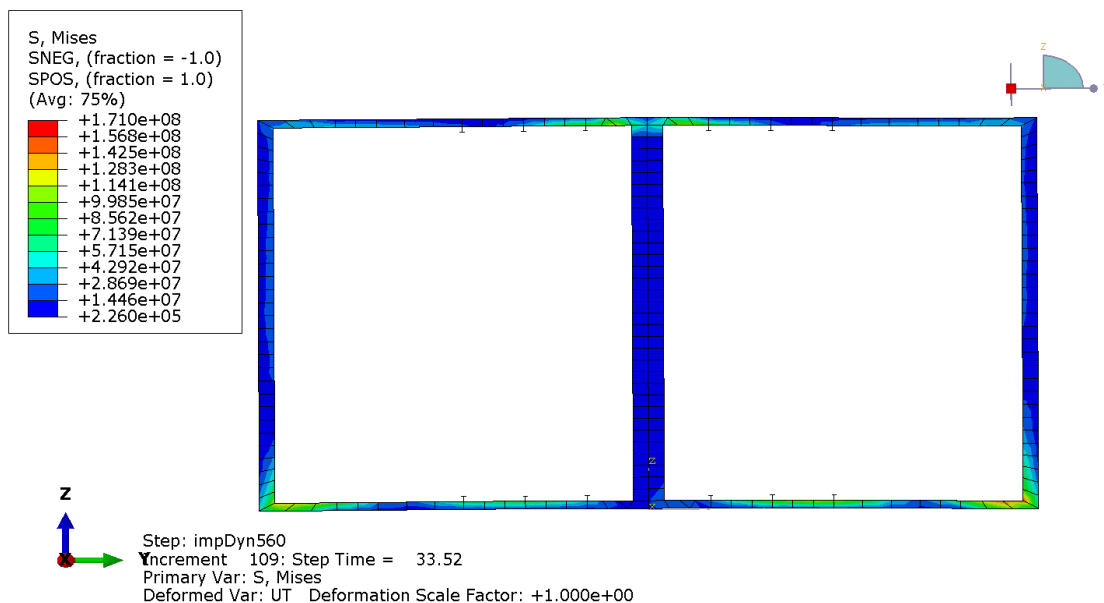
## Κεφάλαιο Τέταρτο

Σε όλες τις χρονικές στιγμές η κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό παρουσιάζει τιμές μεγαλύτερες από το όριο διαρροής του χάλυβα, γεγονός που καθιστά αποτρεπτική τη φόρτιση του μοντέλου υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες. Επιπλέον, παρατηρείται ότι καθώς αυξάνει η τιμή του ύψους του κύματος, αυξάνει και η μέγιστη τιμή της τάσης von Mises που αναπτύσσεται στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό.

Για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3 με ύψος κύματος  $H=1\text{m}$

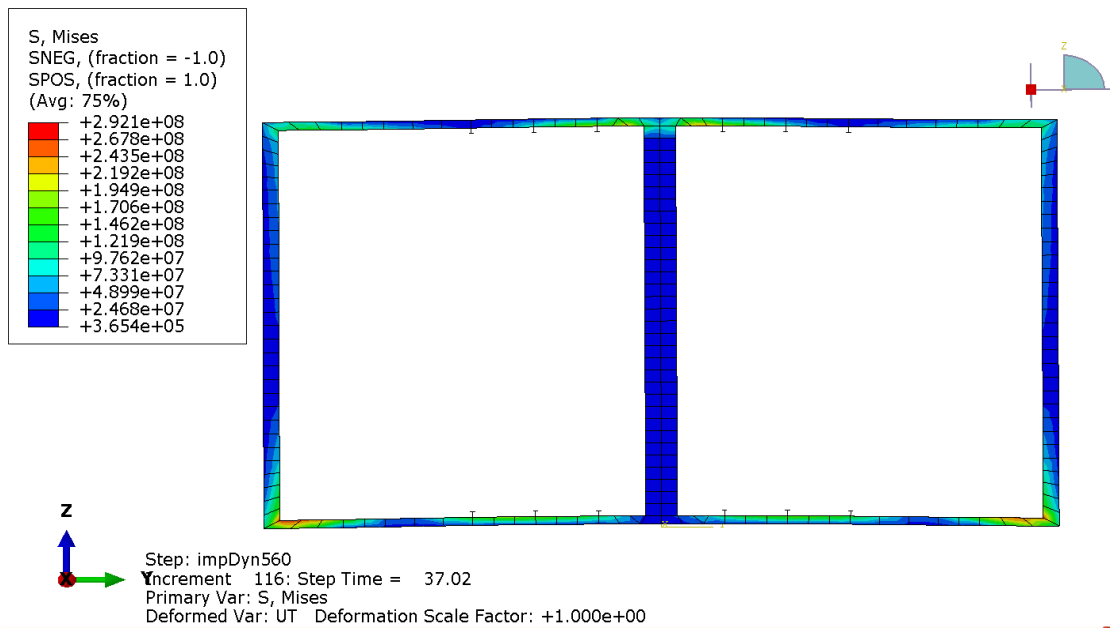


Εικόνα 4-67: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.02\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=1\text{m}$ .

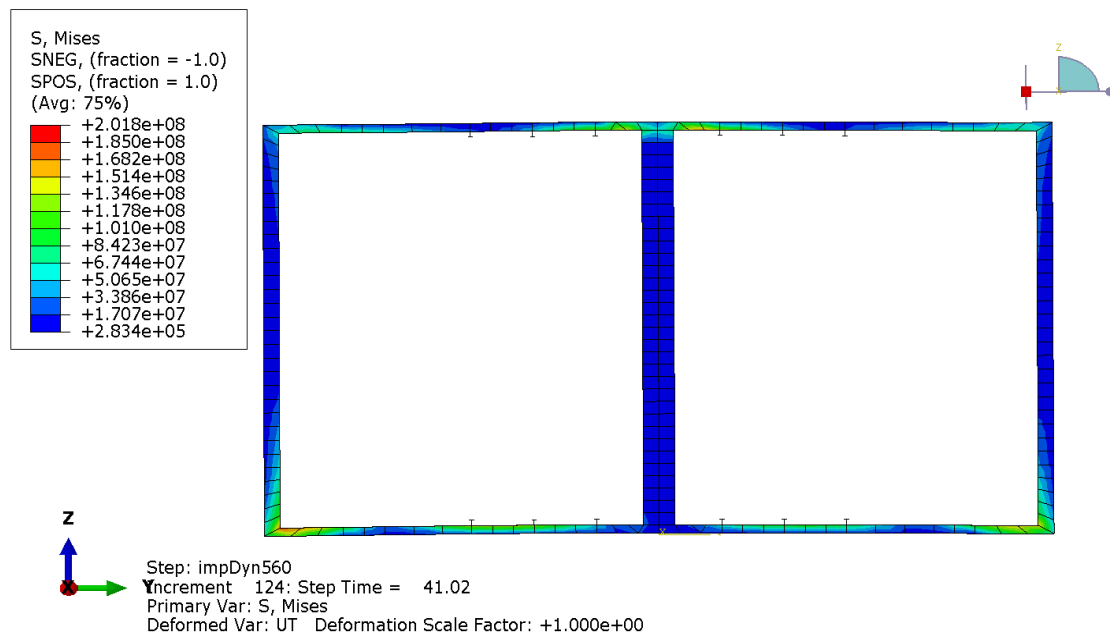


Εικόνα 4-68: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.52\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=1\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-69: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.02\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=1\text{m}$ .



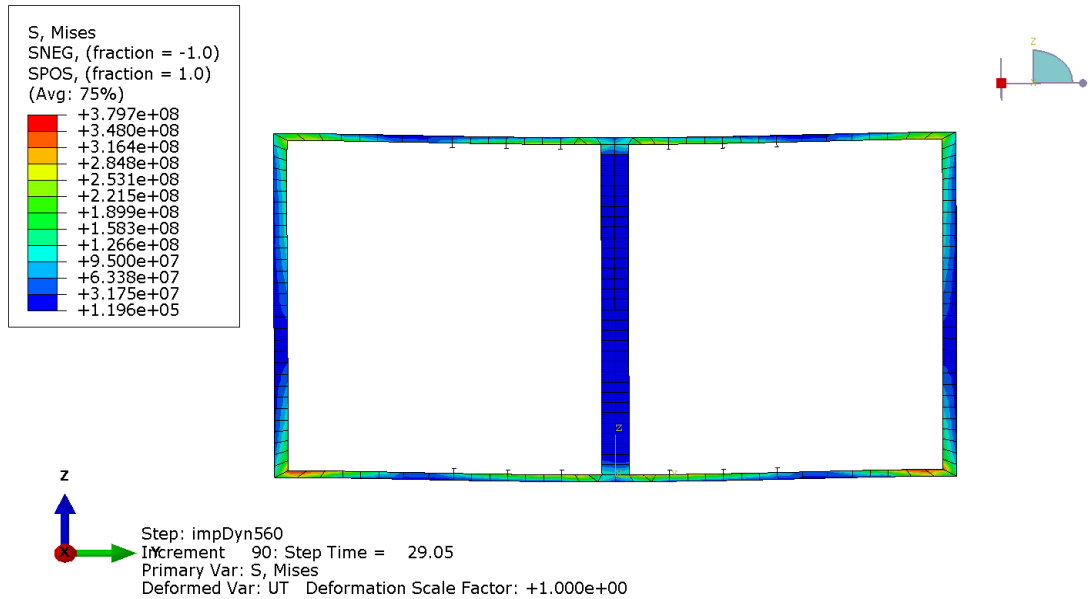
Εικόνα 4-70: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.02\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=1\text{m}$ .



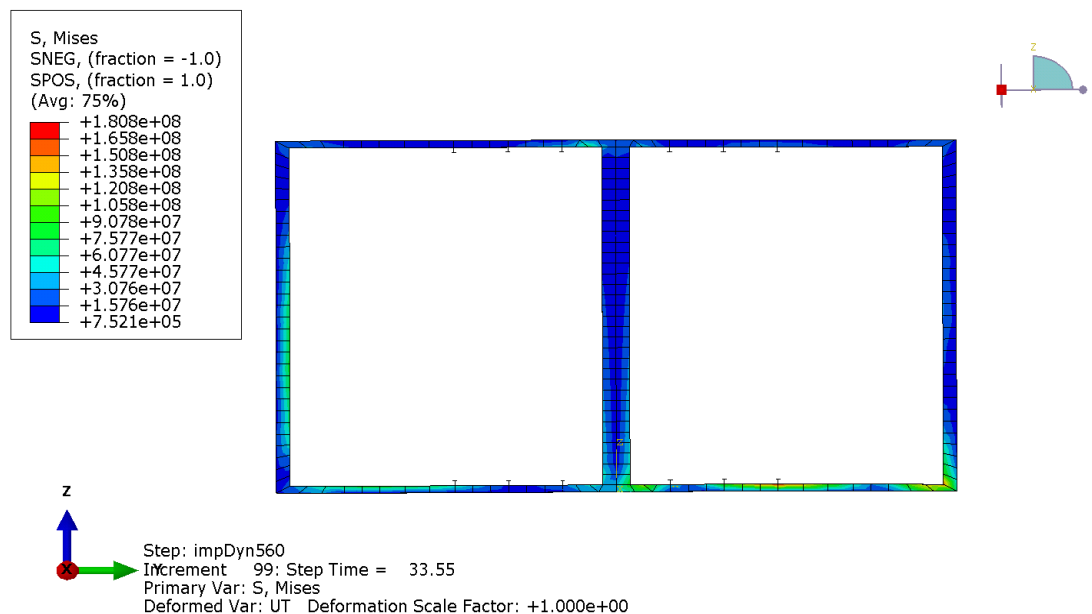
## Κεφάλαιο Τέταρτο

Παρατηρείται ξανά ότι, οι εσωτερικές πλευρές των γωνιών παρουσιάζουν την υψηλότερη συγκέντρωση τάσης. Στην περίπτωση, που μελετάται, οι τιμές της τάσης von Mises είναι μικρότερες σε σύγκριση με τις τάσεις στις προηγούμενες περιπτώσεις οριακών συνθηκών. Για τη χρονική στιγμή  $t=37.02\text{sec}$ , το ενισχυτικό εμφανίζει κόκκινες περιοχές, όπου η τάση von Mises είναι μεγαλύτερη του ορίου διαρροής. Οι περιοχές αυτές δεν έχουν μεγάλη έκταση.

Για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών BC3 με ύψος κύματος  $H=5\text{m}$

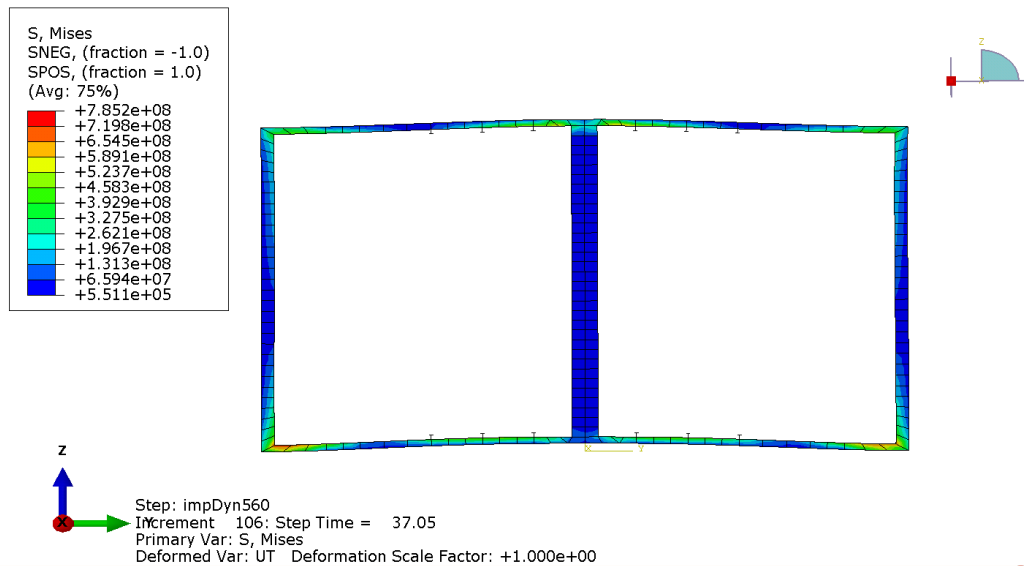


Εικόνα 4-71: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=29.05\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

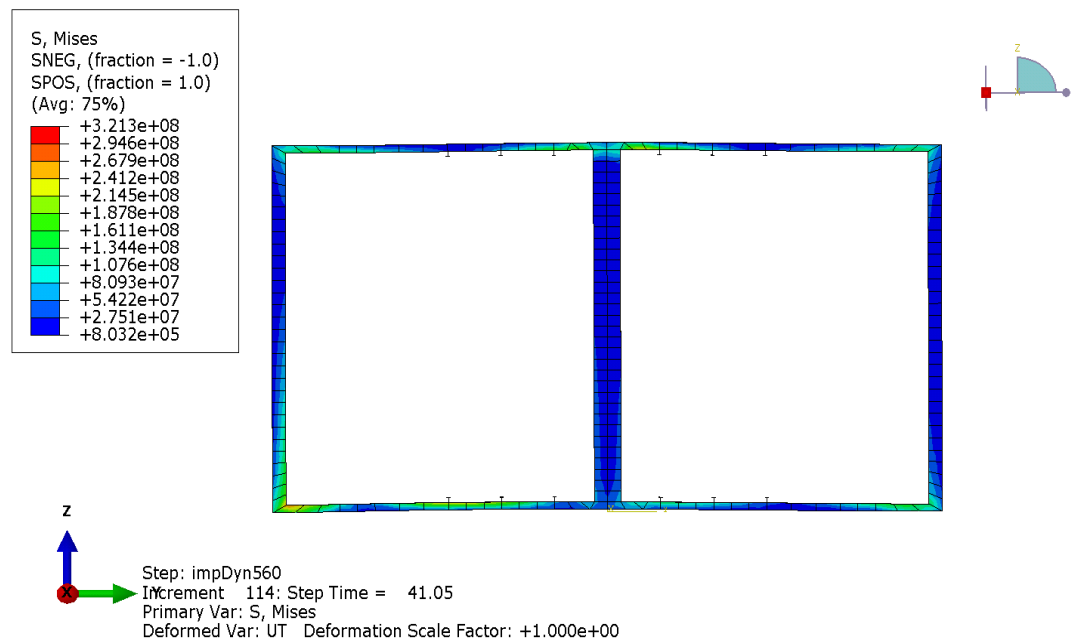


Εικόνα 4-72: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=33.55\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

## Κεφάλαιο Τέταρτο



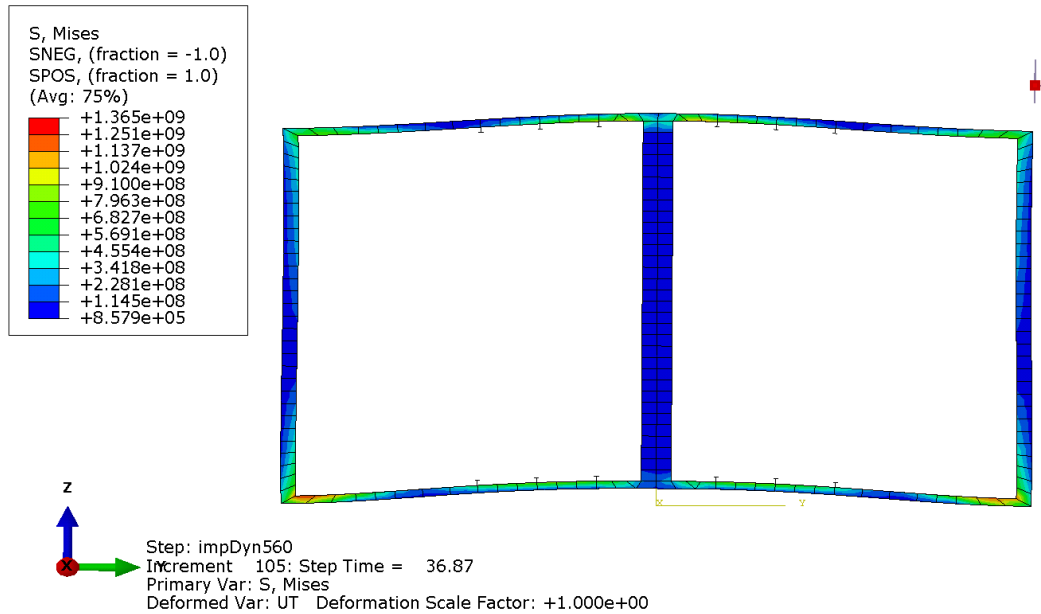
Εικόνα 4-73: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=37.05\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=5\text{m}$ .



Εικόνα 4-74: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=41.05\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=5\text{m}$ .

Η κατανομή της τάσης von Mises έχει τιμές, οι οποίες είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από το όριο διαρροής για τις τρεις χρονικές στιγμές από τις τέσσερις, που εξετάζονται. Παρατηρείται ότι, αυτό συμβαίνει καθώς αυξάνει και το ύψος του κύματος. Γεγονός που επιβεβαιώθηκε και στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών. Επίσης, επιβεβαιώθηκε και από τη υποβολή των φορτίων στο μοντέλο με στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών και ύψος κύματος ίσο με 10m. Για λόγους συντόμευσης δίνεται η ακόλουθη εικόνα.

## Κεφάλαιο Τέταρτο



Εικόνα 4-75: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη  $t=36.87\text{sec}$  στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και  $H=10\text{m}$ .

Η αύξηση της τάσης αποδίδεται στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC3, που παρεμποδίζουν την περιστροφή και μετακίνηση του πλοίου. Στην προηγούμενη παράγραφο παρατηρήθηκε ότι, για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών το πλοίο παραμένει σχεδόν ακίνητο, επομένως αυξάνονται οι τάσεις στην κατασκευή.

## Κεφάλαιο Τέταρτο

## Κεφάλαιο Πέμπτο

### Γενικά συμπεράσματα – Προτάσεις για διερεύνηση

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η συμπεριφορά ενός ελλειπτικού κυλίνδρου, που δέχεται την επίδραση μονοχρωματικών κυματισμών. Στον κύλινδρο ασκείται υδροδυναμική φόρτιση μέσω της επίδραση αρμονικού κυματισμού με γωνία πρόσπτωσης  $\alpha=60^\circ$  ως προς τον άξονα  $x$  του συστήματος, συχνότητα κυματισμού  $\omega=0.4214\text{rad/sec}$  και για τρεις τιμές ύψους κύματος  $H$ . Καθώς ο κύλινδρος βρίσκεται στη θάλασσα με βύθισμα  $T$  και μεταφέρει υγρό στο εσωτερικό του, ασκείται σε αυτόν και υδροστατική φόρτιση λόγω του θαλάσσιου περιβάλλοντος αλλά και λόγω του μεταφερόμενου υγρού. Τέλος, λαμβάνεται υπ' όψιν και το ίδιο βάρος του κυλίνδρου.

Κατόπιν έρευνας, επιλέχθηκαν τρεις τρόποι επιβολής οριακών συνθηκών στον κύλινδρο. Η επιλογή των οριακών συνθηκών είναι ένας από τους καθοριστικούς παράγοντες, αναφορικά με την αντίδραση του κυλίνδρου κατά την επιβολή του φορτίου.

Με σκοπό να μελετηθεί η συμπεριφορά του κυλίνδρου, όταν επιβάλλεται σε αυτόν η φόρτιση, υπολογίστηκε η διακύμανση του ύψους του κυλίνδρου και η περιστροφή του κυλίνδρου συναρτήσει του χρόνου για μερικούς κύκλους φόρτισης. Ο κύκλος φόρτισης για τον απλό αρμονικό κυματισμό είναι τα 14sec. Επιπλέον, εξετάστηκε η κατανομή της μετατόπισης  $u_3$  και της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό.

Διαπιστώθηκε ότι, καθώς αυξάνει η τιμή του ύψους του κύματος σε κάθε μια περίπτωση οριακών συνθηκών αυξάνει και το ύψος του κυλίνδρου, η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου περί το διαμήκη άξονα  $x$ , η κατανομή της τάσης von Mises και της μετατόπισης  $u_3$  στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό.

Όταν το ύψος κύματος είναι ίσο με  $H=1\text{m}$ , το μοντέλο εμφανίζει τις μεγαλύτερες τιμές στο ύψος του, καθώς και τη μεγαλύτερη περιστροφή περί το διαμήκη άξονά του στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC1, τις αμέσως μικρότερες τιμές των δυο μεγεθών στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, και τις μικρότερες τιμές στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC3. Όπως, αναφέρεται και στη συνέχεια, η φόρτιση του μοντέλου κατά την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, δίνει αποτελέσματα, που δεν είναι εφικτά στην πράξη. Και τα δυο μεγέθη παρουσιάζουν αρχικά μια κορύφωση τιμών, που σταδιακά μειώνεται. Η μέγιστη τιμή είναι πολύ μεγάλη. Για το μέγεθος του ύψους του μοντέλου, η τιμή αυτή

δίνει μεγάλη παραμόρφωση. Ακόμα, και στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, τα δυο μεγέθη έχουν μη αποδεκτές τιμές για πρακτικές εφαρμογές. Για το λόγο αυτό, το μοντέλο υπό τη συγκεκριμένη φόρτιση δε μελετήθηκε σε μεγαλύτερα ύψη κύματος για την πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC1.

Η πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών περιλαμβάνει την επιβολή οριακών συνθηκών σε δυο σημεία στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Η δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών περιλαμβάνει την επιβολή οριακών συνθηκών σε δυο σημεία στο κατάστρωμα του κυλίνδρου. Στις δυο αυτές περιπτώσεις, ο κύλινδρος έχει τη δυνατότητα να υποστεί σταδιακά μεγάλες μετατοπίσεις και περιστροφές.

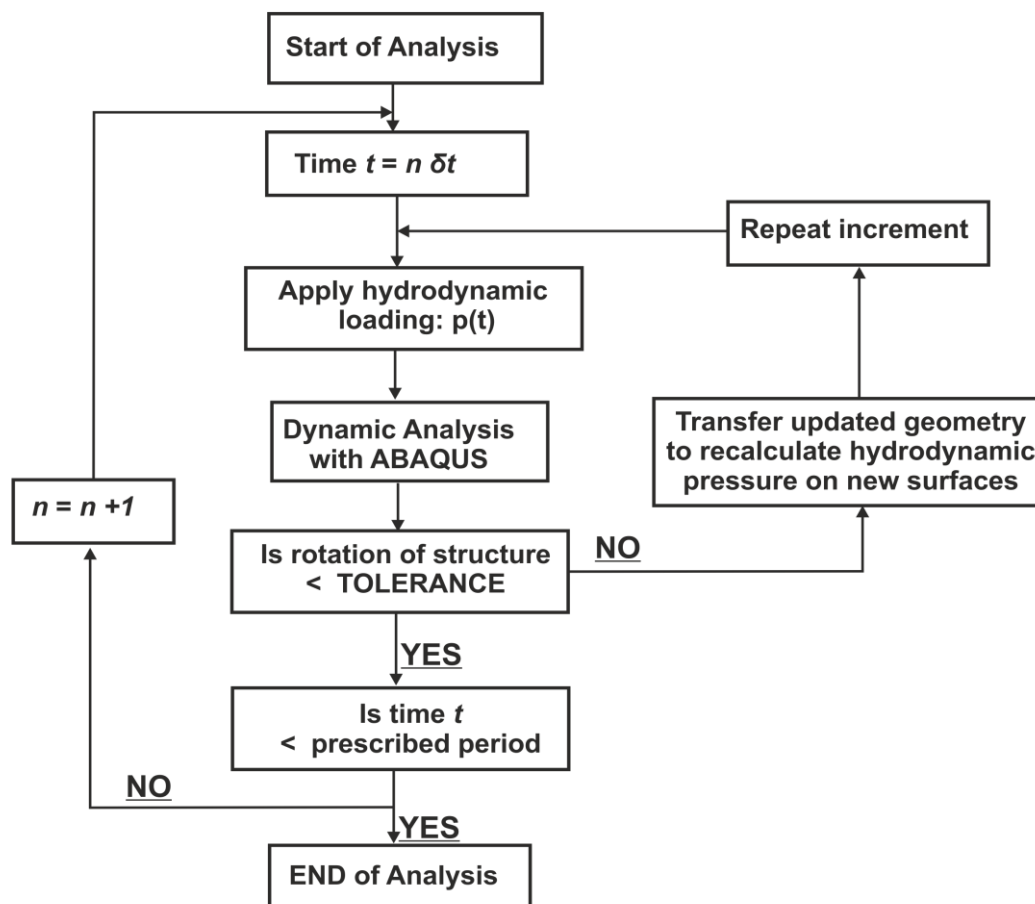
Στην πρώτη και στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, παρατηρώντας τα διαγράμματα της διακύμανσης του ύψους του πλοίου και της γωνίας περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  ως προς το χρόνο γίνεται αντιληπτό ότι οι καμπύλες παρουσιάζουν μια αναλογία στη μεταβολή τους. Και οι δυο καμπύλες, αρχικά είναι αύξουσες μέχρι μια χρονική στιγμή  $t$ , οπότε και παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους (peak). Στη συνέχεια, βαίνουν μειούμενες. Μετά από ορισμένους κύκλους φόρτισης, και τα δυο μεγέθη είναι στην κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς (steady-state condition). Οι τιμές τους στην κατάσταση αυτή είναι σημαντικά μικρότερες σε σύγκριση με την προηγούμενη περίπτωση της μέγιστης τιμής.

Στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών και για ύψος κύματος ίσο με  $H=1\text{m}$ , οι μετατοπίσεις και η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου περί το διαμήκη άξονα  $x$  έχουν πολύ μικρές τιμές. Επιπλέον, οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται σε τέσσερα σημεία του καταστρώματος. Με αποτέλεσμα, το μοντέλο να είναι σχεδόν ακίνητο. Με τον τρόπο αυτό, εξηγείται το γεγονός ότι τα διαγράμματα της διακύμανσης του ύψους του πλοίου και της γωνίας περιστροφής περί το διαμήκη άξονα  $x$  ως προς το χρόνο έχουν, σχεδόν εξ'αρχής, μορφή που είναι αρμονική, σταθερή και επαναλαμβανόμενη. Εξαιτίας των περιορισμών στην κίνηση του κυλίνδρου, παρατηρούνται, στην περίπτωση αυτή, αυξημένες τάσεις. Στο πλοίο μετατοπίζεται ελάχιστα η ίσαλος γραμμή και η βρεχόμενη επιφάνειά του δεν μεταβάλλεται. Επομένως, δεν τροποποιείται σημαντικά η επιφάνεια άσκησης των φορτίων. Το ίδιο ισχύει και όταν το ύψος κύματος ισούται με  $5\text{m}$ .

Επομένως, ο τρόπος επιβολής των οριακών συνθηκών επηρεάζει το μέγεθος της μεταβολής του ύψους του μοντέλου και της περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του.

Επιπλέον, οι μετατοπίσεις  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών είναι μικρότερες του χιλιοστού του μέτρου. Γεγονός, που κάνει το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό να εκτελεί αμελητέα κίνηση, υπό φόρτιση. Κατά συνέπεια, στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, όπου οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται σε τέσσερα σημεία στο κατάστρωμα του κυλίνδρου, ο κύλινδρος μετατοπίζεται και περιστρέφεται ελάχιστα. Η επιφάνεια άσκησης της φόρτισης παραμένει αμετάβλητη.

Στην πρώτη και στη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, αναφέρθηκε ότι ο κύλινδρος περιστρέφεται σημαντικά περί το διαμήκη άξονα  $x$  στα πρώτα δευτερόλεπτα της φόρτισης. Το φαινόμενο αυτό είναι πιο έντονο στην πρώτη περίπτωση οριακών συνθηκών, όπου ο κύλινδρος ταλαντώνεται σε κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς μετά από αρκετούς κύκλους. Το αποτέλεσμα είναι να αλλάξει από τα πρώτα δευτερόλεπτα η επιφάνεια επιβολής της φόρτισης. Όταν μεταβάλλεται η επιφάνεια επιβολής της φόρτισης, αλλάζει και η υδροδυναμική φόρτιση που ασκείται σε αυτήν. Τη χρονική στιγμή, που συμβαίνει αυτό, πρέπει να οριστεί η νέα επιφάνεια επιβολής της φόρτισης και στη συνέχεια να περιγραφεί εκ νέου η υδροδυναμική φόρτιση που ασκείται στην επιφάνεια αυτή. Η διαδικασία αυτή απαιτεί σύζευξη της δυναμικής ανάλυσης του κυλίνδρου και του λογισμικού για τον υπολογισμό της υδροδυναμικής φόρτισης, με σκοπό την ανταλλαγή πληροφοριών, όταν μεταβάλλεται η επιφάνεια επιβολής της φόρτισης. Το λογισμικό του Abaqus περιλαμβάνει το πρωτόκολλο  $M_pCCI$ , με το οποίο υπάρχει δυνατότητα συνεργασίας του Abaqus με άλλο λογισμικό με σκοπό την από κοινού προσομοίωση σύνθετων προβλημάτων. Το διάγραμμα ροής στην Εικόνα 5-1 δίνει τα σημαντικά στάδια της σύζευξης των δυο λογισμικών.

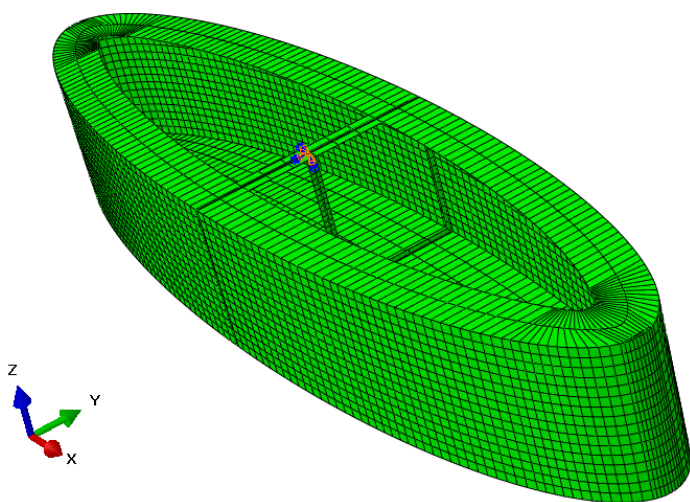


Εικόνα 5-1: Διάγραμμα ροής.

Αναφορικά με την κίνηση, που εκτελεί ο κύλινδρος, παρατηρείται ότι η μετατόπιση  $u_1$  κατά τον άξονα  $x$  είναι πολύ μικρή, οπότε συμπεραίνεται ότι το μοντέλο δεν περιστρέφεται περί τον άξονα  $y$ . Επομένως, το πλοίο δεν εκτελεί την κίνηση της πρόνευσης (pitch). Το πλοίο κινείται κυρίως σε διατοιχισμό (roll), καθώς δέχεται το υδροδυναμικό φορτίο. Επίσης, ο κύλινδρος δε μετατοπίζεται. Η τάση von Mises εμφανίζει μεγαλύτερο εύρος τιμών στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, διότι ο κύλινδρος παραμένει σχεδόν ακίνητος, και η τάση παρουσιάζει υψηλές συγκεντρώσεις στα εγκάρσια ενισχυτικά.

Υπάρχει η δυνατότητα σχεδιασμού και μελέτης πλοίου με ανοίγματα στο κατάστρωμα, όπως απεικονίζεται στην ακόλουθη εικόνα. Τα ανοίγματα μπορούν να ποικίλουν σε πλήθος και διαστάσεις, και δίνουν την δυνατότητα μεγαλύτερης παραμόρφωσης της κατασκευής, στην περίπτωση, που οι οριακές συνθήκες περιορίζουν σημαντικά την κίνησή του, όπως στην τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών που εφαρμόστηκαν στην παρούσα μελέτη.

Επομένως, είναι δυνατόν να εξεταστεί, κατά πόσο θα μεταβληθεί η κίνηση του κυλίνδρου και ο τρόπος που παραμορφώνεται η παράπλευρη επιφάνειά του.



Εικόνα 5-2: Ελλειπτικός κύλινδρος με ανοίγματα στο κατάστρωμα.



## Παράρτημα Α

### Ισοδύναμη δύναμη και ισοδύναμη ροπή λόγω της υδροδυναμικής φόρτισης

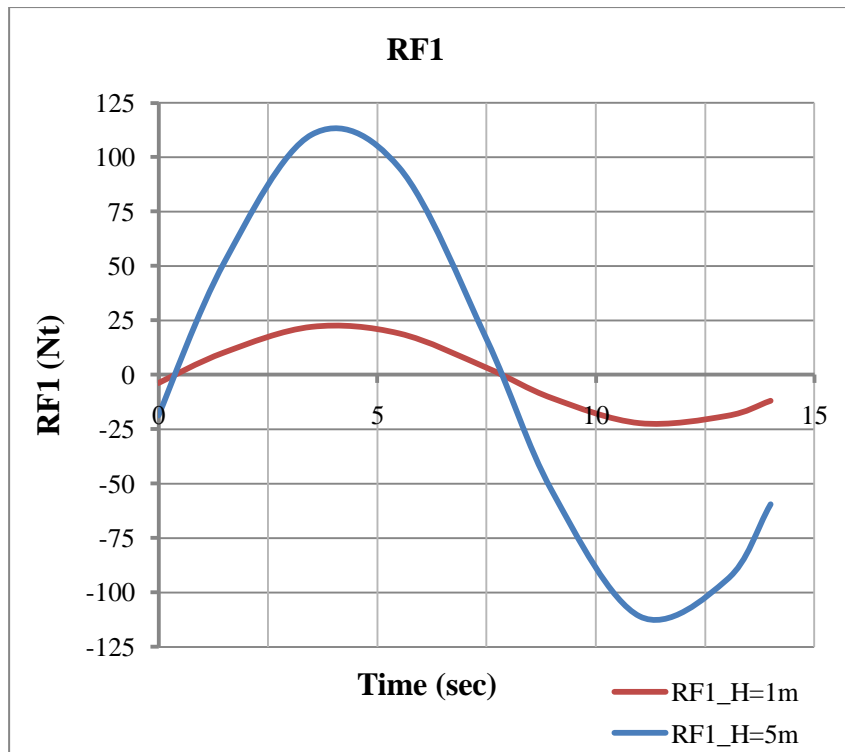
Στον ελλειπτικό κύλινδρο ασκείται υδροδυναμική φόρτιση μέσω της επίδραση απλού αρμονικού κυματισμού με γωνία πρόσπτωσης  $\alpha=60^\circ$  ως προς τον άξονα x του συστήματος, συχνότητα κυματισμού  $\omega=0.4214\text{rad/sec}$  και για τρεις τιμές ύψους κύματος H. Οι τρεις περιπτώσεις οριακών συνθηκών, που επιβάλλονται στο μοντέλο, επιτρέπουν σε αυτό να εκτελεί κινήσεις μετατόπισης και περιστροφής. Οι κινήσεις μετατόπισης παίρνουν πολύ μικρές τιμές, και θεωρούνται αμελητέες, ενώ οι κινήσεις περιστροφής δεν είναι μεγάλες.

Η ισοδύναμη δύναμη και η ισοδύναμη ροπή, οι οποίες επιβάλλονται στο πλοίο εξαιτίας της υδροδυναμικής φόρτισης, που δέχεται το πλοίο από τον απλό αρμονικό κυματισμό, υπολογίζονται στο ABAQUS/Standard με τη θέσπιση των παρακάτω παραδοχών:

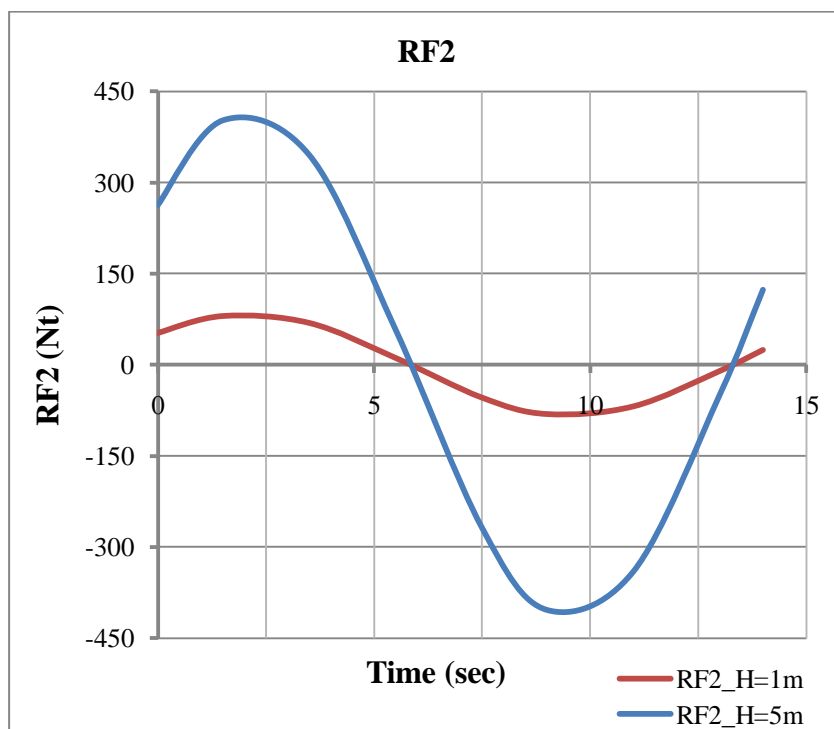
- α) το μοντέλο είναι απαραμόρφωτο,
- β) το μοντέλο είναι ακίνητο,
- γ) οι οριακές συνθήκες ορίζονται στο κέντρο βάρους του μοντέλου. Το κέντρο βάρους/μάζας είναι το σημείο (0, 0, 7.5) και οι επιβαλλόμενες συνθήκες είναι:  $u1 = u2 = u3 = u4 = u5 = u6 = 0$ .

Στη συνέχεια, το ABAQUS υπολογίζει την ισοδύναμη δύναμη, καθώς ολοκληρώνει αριθμητικά την κατανεμημένη πίεση, που ασκείται στο πλοίο από την υδροδυναμική φόρτιση, ως προς την εξωτερική επιφάνεια φόρτισης του πλοίου. Κατ'επέκταση, το ABAQUS υπολογίζει την ισοδύναμη ροπή. Η ισοδύναμη δύναμη αναλύεται στις τρεις συνιστώσες RF1, RF2, RF3. Υπολογίζεται και η ισοδύναμη ροπή με συνιστώσες τις RM1, RM2, RM3. Η ισοδύναμη δύναμη και η ισοδύναμη ροπή παρουσιάζουν την ίδια μεταβολή ως προς το χρόνο, όταν αναλυθούν είτε με γραμμική ανάλυση είτε με δυναμική ανάλυση στο ABAQUS. Από την ανάλυση προέκυψαν τα ακόλουθα διαγράμματα.

Αρχικά, διαπιστώνεται ότι, καθώς αυξάνεται το ύψος του κύματος, αυξάνονται και οι τιμές των συνιστωσών της δύναμης και της ροπής. Από τα διαγράμματα των συνιστωσών της ροπής και της δύναμης παρατηρείται ότι, η δύναμη RF1 και η ροπή RM3 παίρνουν τις μικρότερες τιμές. Οι οριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στο μοντέλο, προκειμένου να προκύψουν τα διαγράμματα, διαφέρουν από αυτές, με τις οποίες μελετήθηκε το μοντέλο. Επομένως, τα διαγράμματα δεν παρέχουν στοιχεία για την κίνηση του πλοίου.

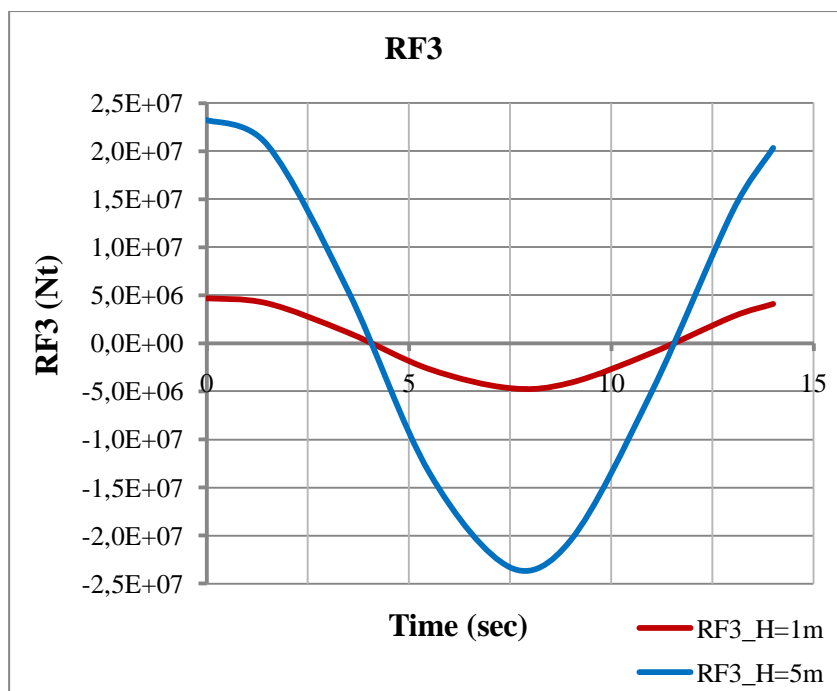


Διάγραμμα Παρ.Α-1: Μεταβολή της δύναμης RF1 ως προς το χρόνο.

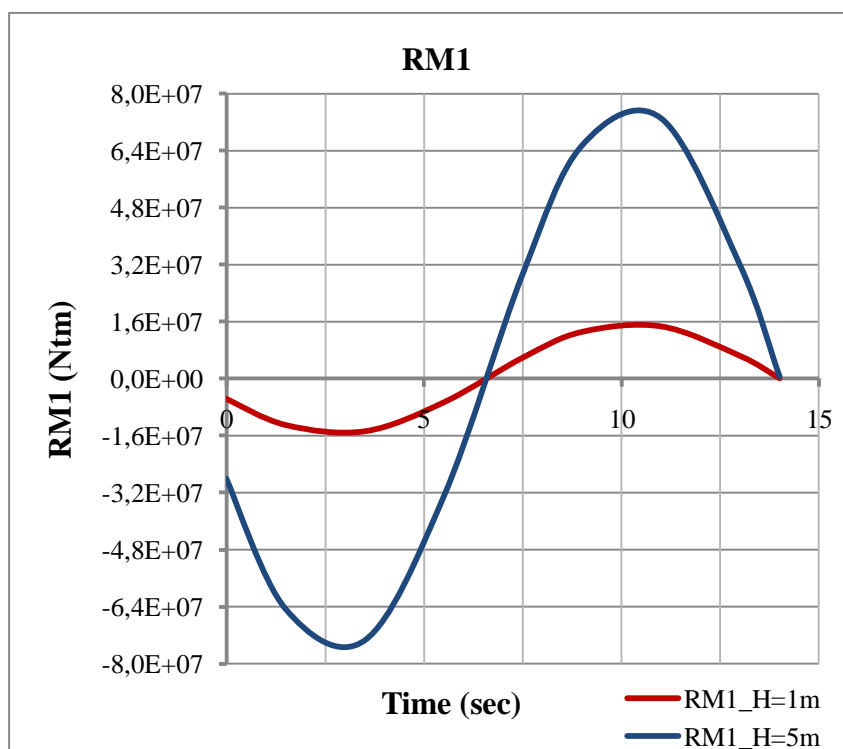


Διάγραμμα Παρ.Α-2: Μεταβολή της δύναμης RF2 ως προς το χρόνο.

Παράρτημα Α

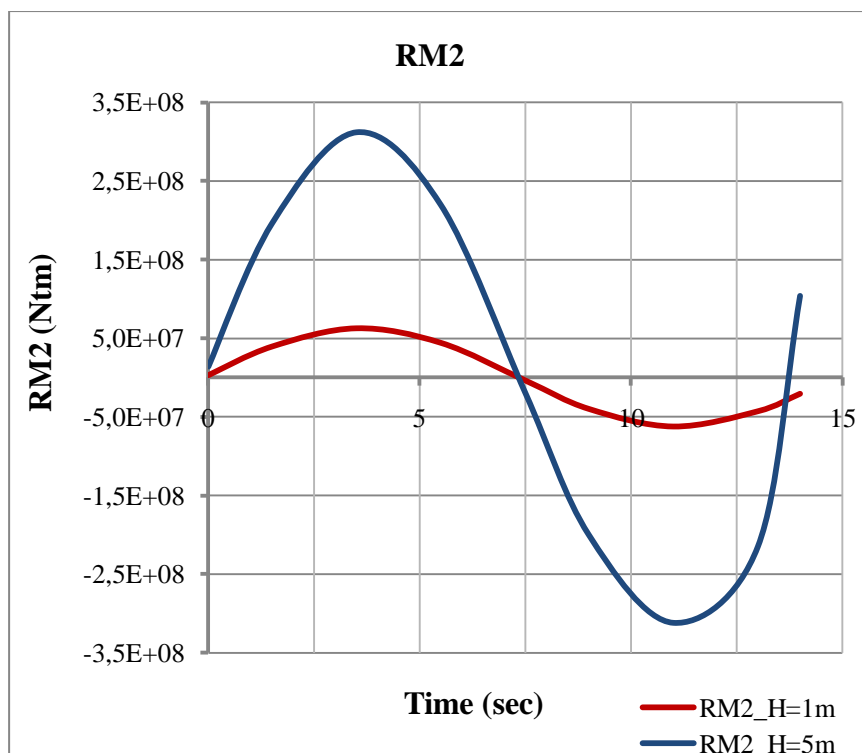


Διάγραμμα Παρ.Α-3: Μεταβολή της δύναμης RF3 ως προς το χρόνο.

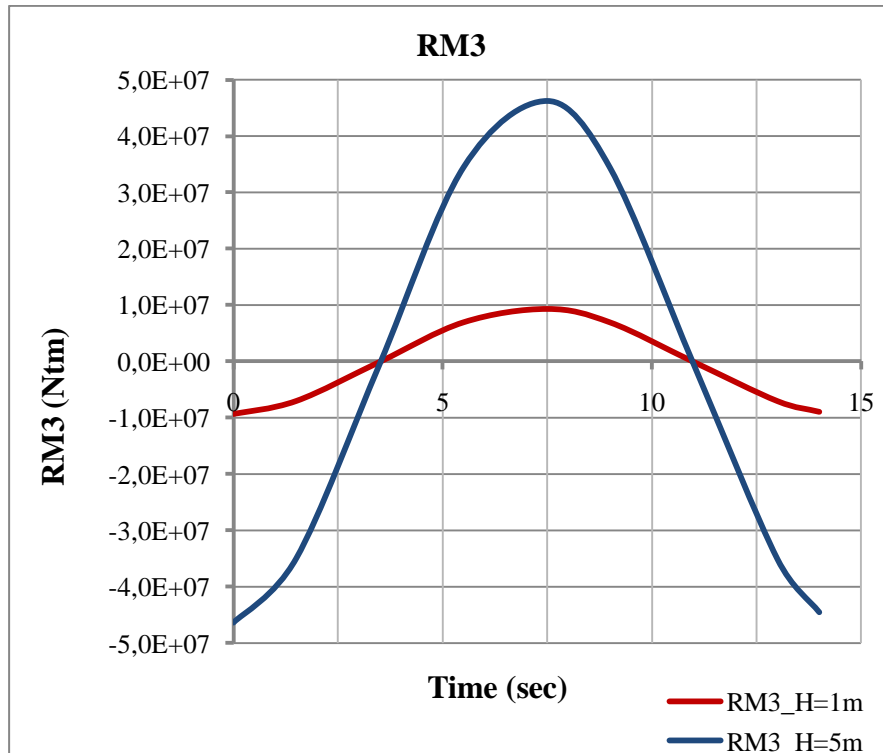


Διάγραμμα Παρ.Α-4: Μεταβολή της ροπής RM1 ως προς το χρόνο.

Παράρτημα Α



Διάγραμμα Παρ.Α-5: Μεταβολή της ροπής RM2 ως προς το χρόνο.



Διάγραμμα Παρ.Α-6: Μεταβολή της ροπής RM3 ως προς το χρόνο.

## Παράρτημα Α

Παρατηρείται ότι, οι συνιστώσες της δύναμης,  $RF1$  και  $RF2$ , παίρνουν μικρότερες τιμές από την  $RF3$ , αλλά, γενικά και οι τρεις δεν είναι μεγάλες. Η δύναμη  $RF$  οφείλεται στο υδροδυναμικό φορτίο.



## Παράρτημα Β

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας της υπορουτίνας σε γλώσσα FORTRAN

```

SUBROUTINE DLOAD (F, KSTEP, KINC, TIME, NOEL, NPT, LAYER, KSPT,
1 COORDS, JLTYP, SNAME)
C
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
  DIMENSION TIME(2), COORDS(3), RCORDS(3)
  INTEGER NOELRD, NPTRD
  DOUBLE PRECISION RCORDS, PRES1, PRES2, RLNOEL, RLNPTRD, AWAVE,
1 XRONOS, ARG1
  CHARACTER*80 SNAME
  DATA AWAVE/0.5/
  DATA XRONOS/42.0/
C
  Open(unit=15, file='I:\EDimakakou\sub100d\sub100d4pD\
1 sub100d4pD_StDyn10_40w05\data5.dat')
C
C
C   WRITE (6,91) KSTEP, KINC, TIME(2)
C91  FORMAT(2X, 'KSTEP, KINC ARE:', 2X, 2I6, E15.4)
C
1000 CONTINUE
C
  READ (15, END=166, FMT=100) RLNOEL, RLNPTRD, RCORDS(1), RCORDS(2),
1 RCORDS(3), PRES1, PRES2
100  FORMAT(7E16.7E3)
C
  NOELRD=DINT(RLNOEL)
  NPTRD=DINT(RLNPTRD)
C
C   WRITE(6,200) NOEL, NPT
C200  FORMAT(2X, 'NOEL, NPT ARE:', 2X, I10, I5)
C
  if (NOELRD.EQ.NOEL.AND.NPTRD.EQ.NPT) then
C
C   WRITE(6,210) NOELRD, NPTRD, PRES1, PRES2
C210  FORMAT(2I10, 2E16.7E3)
      ARG1=0.4214*TIME(1)
      F=1025.0*9.81*AWAVE*(PRES1*COS(ARG1)+PRES2*SIN(ARG1))
C
C   WRITE(6,220) F
C220  FORMAT(2X, 'PRESSURE IS:', 2X, E16.7E3)
C
  else if (NOELRD.EQ.NOEL.AND.NPTRD.NE.NPT) then
C
C   GO TO 1000
C
  else if (NOELRD.NE.NOEL) then
C
C   GO TO 1000
C
  else
C
C   WRITE (7,199)

```

## Παράρτημα Β

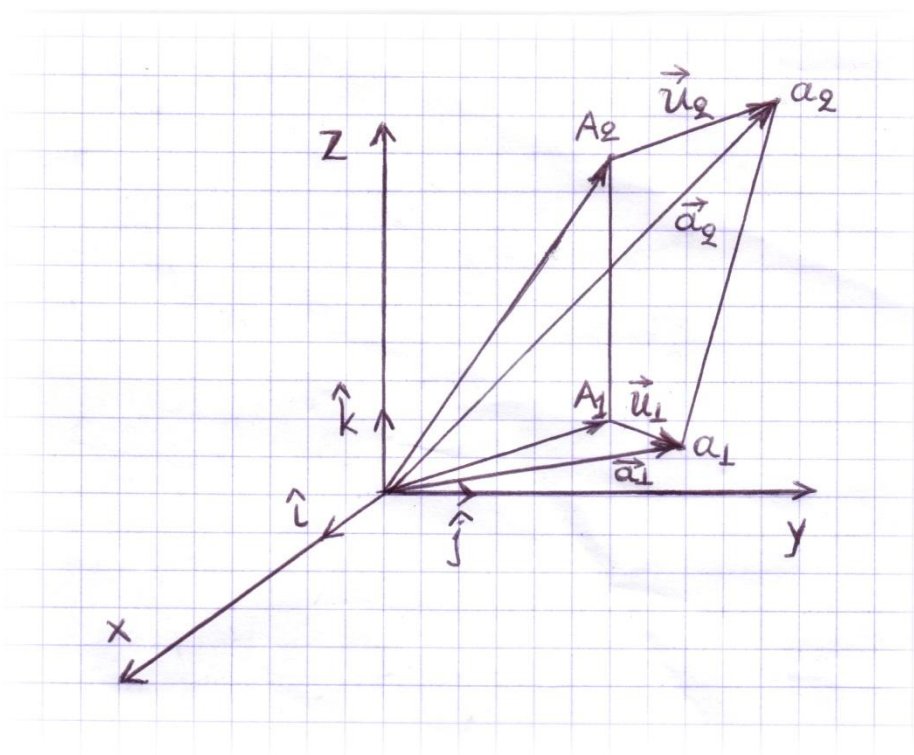
```
199          FORMAT(2X, 'ERROR: NO MATCH OF ELEMENT DATA')
           GO TO 999
C
           end if
C
           GO TO 999
C
166        REWIND 15
           GO TO 1000
C
C
999        CONTINUE
C
           RETURN
           END
```



## Παράρτημα Γ

### Υπολογισμός του ύψους του πλοίου

Θεωρείται το κατακόρυφο ευθύγραμμο τμήμα  $A_1A_2$ , όπου τα σημεία  $A_1$  και  $A_2$  έχουν συνταταγμένες το  $A_1(0, 12.5, 0)$  και το  $A_2(0, 12.5, 15)$ , και βρίσκεται στην αρχική του θέση. Στη συνέχεια το ευθύγραμμο τμήμα βρίσκεται σε μια νέα θέση στο χώρο και ορίζεται ως  $(a_1a_2)$ . Στην ακόλουθη εικόνα απεικονίζεται η αρχική θέση,  $A_1A_2$ , και η τελική θέση,  $a_1a_2$ , του ευθύγραμμου τμήματος.



Εικόνα Παρ.Γ-1: Αρχική και τελική θέση ευθύγραμμου τμήματος  $A_1A_2$ .

Στην αρχική θέση ορίζονται τα κάτωθι:

Τα διανύσματα

$$\vec{A}_1 = 12.5 \hat{j} \text{ και}$$

$$\vec{A}_2 = 12.5 \hat{j} + 15 \hat{k},$$

Το μέτρο του ευθύγραμμου τμήματος  $(A_1A_2)$ , που ισούται με  $|\vec{A}_2 - \vec{A}_1|$ , που στην παρούσα εργασία αντιστοιχεί στο ύψος του πλοίου.

## Παράρτημα Γ

Η διαφορά των δυο διανυσμάτων δίνει  $\vec{A}_2 - \vec{A}_1 = 15 \hat{k}$ , με  $\hat{i}, \hat{k}, \hat{j}$  τα μοναδιαία διανύσματα.

Στην νέα θέση ορίζονται τα παρακάτω:

Τα διανύσματα

$$\vec{a}_1 = \vec{A}_1 + \vec{u}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{A}_2 + \vec{u}_2,$$

$$\vec{u}_1 = U_1^{(1)} \hat{i} + U_2^{(1)} \hat{j} + U_3^{(1)} \hat{k}, \text{ και}$$

$$\vec{u}_2 = U_1^{(2)} \hat{i} + U_2^{(2)} \hat{j} + U_3^{(2)} \hat{k}$$

Το μέτρο του ευθύγραμμου τμήματος  $(a_1 a_2)$ , που ισούται με  $|\vec{a}_2 - \vec{a}_1|$ , που στην παρούσα εργασία αντιστοιχεί στο νέο ύψος του πλοίου.

Η διαφορά των δυο διανυσμάτων δίνει

$$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = (\vec{A}_2 - \vec{A}_1) + (\vec{u}_2 - \vec{u}_1), \text{ άρα}$$

$$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = (\vec{A}_2 - \vec{A}_1) + [(U_1^{(2)} - U_1^{(1)}) \hat{i} + (U_2^{(2)} - U_2^{(1)}) \hat{j} + (U_3^{(2)} - U_3^{(1)}) \hat{k}]$$

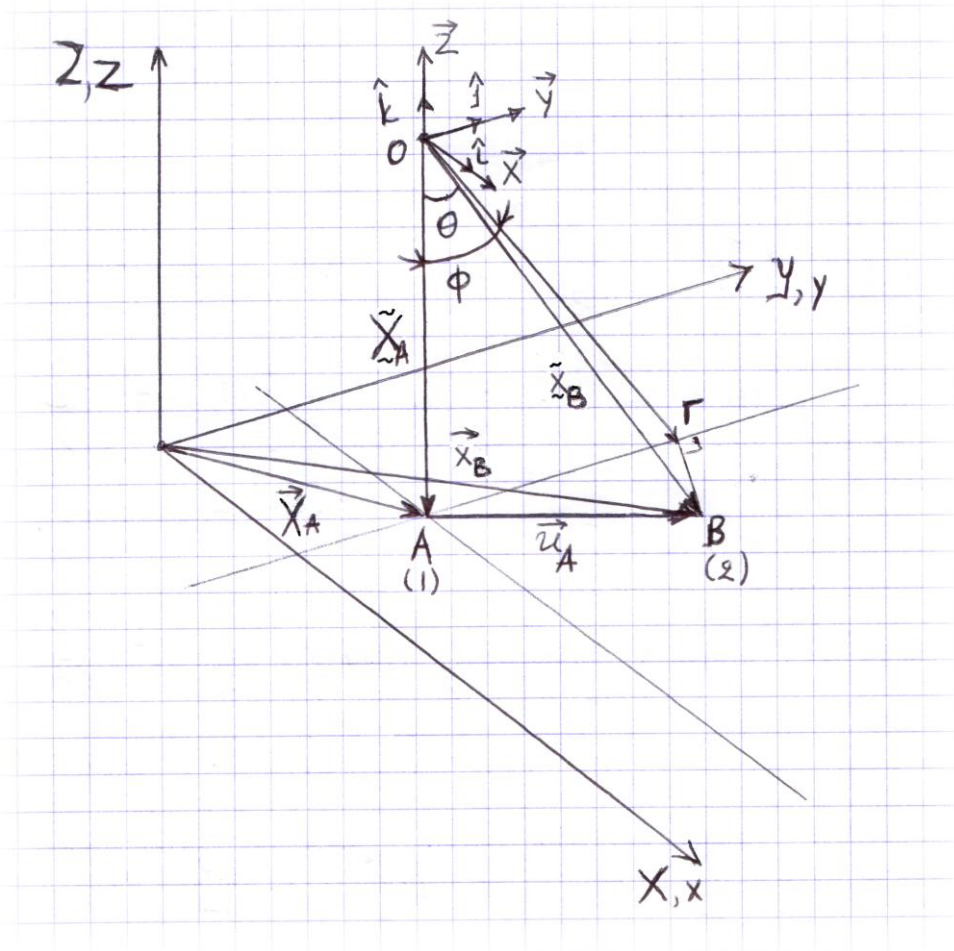
Επομένως, το μέτρο του  $(a_1 a_2)$  σε κάθε χρονική στιγμή υπολογίζεται από την σχέση:

$$|\vec{a}_2(t) - \vec{a}_1(t)| =$$

$$= \{ [U_3^{(2)}(t) - U_3^{(1)}(t) + 15]^2 + [U_2^{(2)}(t) - U_2^{(1)}(t)]^2 + [U_1^{(2)}(t) - U_1^{(1)}(t)]^2 \}^{1/2}$$

**Παράρτημα Δ**

**Υπολογισμός της γωνίας περιστροφής  $\phi$**



Εικόνα Παρ.Δ-1: Σχηματισμός της γωνίας  $\theta$  και της γωνίας  $\phi$ .

Το κατακόρυφο ευθύγραμμο τμήμα  $OA$ , που βρίσκεται στο επίπεδο  $Oyz$ , στρέφεται στο χώρο κατά γωνία  $\theta$ . Το σημείο  $O$  είναι αμετάθετο.

Οι συντεταγμένες των σημείων  $O$  και  $A$  στην αρχική κατάσταση είναι γνωστές και είναι:

Σημείο  $O (X_O, Y_O, Z_O)$

Σημείο  $A (X_A, Y_A, Z_A)$

Οι συντεταγμένες των σημείων  $O$  και  $A$  στην παραμορφωμένη κατάσταση είναι:

Σημείο  $O (x_O, y_O, z_O)$

## Παράρτημα Δ

Σημείο A ( $x_A, y_A, z_A$ )

Ένα διανύσμα ορίζεται ως  $\vec{X} = (X, Y, Z)$ .

Το σημείο O είναι αμετάθετο, οπότε ισχύει  $\vec{X}_O = \vec{x}_O$

Επιπλέον, ισχύει  $\vec{x}_A = \vec{X}_A + \vec{u}_A$

Αναφορικά με το σύστημα αξόνων στο σημείο O, προκύπτει

Οι συντεταγμένες του σημείου A στην αρχική κατάσταση είναι είναι:

Σημείο A ( $\widetilde{X}_A, \widetilde{Y}_A, \widetilde{Z}_A$ )

Οι συντεταγμένες του σημείου B στην παραμορφωμένη κατάσταση είναι:

Σημείο B ( $\widetilde{x}_B, \widetilde{y}_B, \widetilde{z}_B$ )

Ορίζονται τα διανύσματα  $\vec{X}_A$  και  $\vec{X}_B$  ως εξής:

$$\vec{X}_A = \widetilde{X}_A \hat{i} + \widetilde{Y}_A \hat{j} + \widetilde{Z}_A \hat{k} = \widetilde{Z}_A \hat{k} = -H = -15 \quad (\Delta-1)$$

Διότι ισχύει ότι  $\widetilde{X}_A = \widetilde{Y}_A = 0$ , αφού το το σύστημα αξόνων τοποθετείται στο σημείο O. Επίσης,  $H = (OA) = 15\text{m}$  είναι το ύψος του πλοίου.

Και

$$\vec{X}_B = \widetilde{x}_B \hat{i} + \widetilde{y}_B \hat{j} + \widetilde{z}_B \hat{k}$$

Αλλά, ισχύει ότι  $\vec{X}_B = \vec{X}_A + \vec{u}_A$

Όπου  $\vec{u}_A = (u_A, v_A, w_A) = (u_1, u_2, u_3)$

Οπότε προκύπτει ότι  $\vec{X}_B = (\widetilde{X}_A + u_A) \hat{i} + (\widetilde{Y}_A + v_A) \hat{j} + (\widetilde{Z}_A + w_A) \hat{k}$

Επειδή ισχύει ότι  $\widetilde{X}_A = \widetilde{Y}_A = 0$ , η προηγούμενη σχέση γίνεται

$$\vec{X}_B = u_A \hat{i} + v_A \hat{j} + (\widetilde{Z}_A + w_A) \hat{k} \quad (\Delta-2)$$

Η γωνία  $\theta$  υπολογίζεται από το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{X}_A$  και,

$\vec{X}_B$  δηλαδή

$$\vec{X}_A \cdot \vec{X}_B = |\vec{X}_A| \cdot |\vec{X}_B| \cdot \cos\theta \quad (\Delta-3)$$

Όπου,

$$| \tilde{\mathbf{X}}_A | = \sqrt{\tilde{Z}_A^2} = | \tilde{Z}_A | = | 15 | \quad (\Delta-4)$$

$$| \tilde{\mathbf{X}}_B | = [ u_A^2 + v_A^2 + (\tilde{Z}_A + w_A)^2 ]^{1/2} \quad (\Delta-5)$$

$$\acute{\eta} | \tilde{\mathbf{X}}_A | \cdot | \tilde{\mathbf{X}}_B | = | 15 | \cdot [ u_1^2 + u_2^2 + (-15 + u_3)^2 ]^{1/2} \quad (\Delta-6)$$

όπου  $u_1, u_2, u_3$  είναι οι μετατοπίσεις του σημείου A ως προς τους άξονες x, y, z, αντίστοιχα. Οι τιμές τους δίνονται από το Abaqus συναρτήσει του χρόνου.

Με τη χρήση των σχέσεων (Δ-1) και (Δ-2) για το γινόμενο των διανυσμάτων, προκύπτει

$$\tilde{\mathbf{X}}_A \cdot \tilde{\mathbf{X}}_B = \tilde{Z}_A \cdot (\tilde{Z}_A + w_A) \quad (\Delta-7)$$

$$\acute{\eta} \tilde{\mathbf{X}}_A \cdot \tilde{\mathbf{X}}_B = (-15) \cdot (-15 + u_3) \quad (\Delta-8)$$

Επομένως, από τη σχέση (Δ-3) και με τη χρήση των σχέσεων (Δ-6) και (Δ-8) υπολογίζεται το  $\cos\theta$ . Στη συνέχεια, εκτιμάται η γωνία  $\theta$  από τη σχέση  $\theta = \arccos(\cos\theta)$ .

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, που παρέχει το Abaqus, διαπιστώνεται ότι οι τιμές της μετατόπισης  $u_1$  είναι δυνατόν να θεωρηθούν αμελητέες, διότι είναι πολύ μικρές. Παρατηρείται ότι, εάν στη σχέση υπολογισμού της γωνίας  $\theta$  μηδενιστεί η τιμή της μετατόπισης  $u_1$ , τα αποτελέσματα δεν αλλάζουν. Επομένως, υπολογίζεται η γωνία  $\phi = \widehat{AOG}$ , όπου το σημείο Γ είναι η προβολή του σημείου B στο επίπεδο Oyz. Καθώς η μετατόπιση  $u_1 = B\Gamma$  είναι αμελητέα, ισχύει ότι  $x_B = x_\Gamma$ .

Με τον τρόπο αυτό, υπολογίζεται η γωνία  $\phi = \widehat{AOG}$ , η οποία είναι η γωνία περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x.



## Κατάλογος εικόνων

Εικόνα Εισ.-1 : Βασικοί ορισμοί.....	6
Εικόνα 1-1: Βαθμοί ελευθερίας κίνησης πλοίου.....	9
Εικόνα 2-1: Διακριτοποίηση κυλίνδρου με τη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων.....	12
Εικόνα 2-2 : Διακριτοποίηση της πλάκας.....	30
Εικόνα 2-3: Επιβαλλόμενη φόρτιση 100Pa στην πλάκα.....	31
Εικόνα 2-4: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση 100Pa τη $t=0.9368\text{sec}$ .....	31
Εικόνα 2-5: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση 100Pa το $t=6.037\text{sec}$ .....	32
Εικόνα 2-6: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση $F=100\sin\omega t$ με $\omega_1=15.92\text{rad/sec}$ τη $t=0.94\text{sec}$ .....	32
Εικόνα 2-7: Πλάκα υποβάλλεται σε δυναμική ανάλυση έμμεσης ολοκλήρωσης υπό πίεση $F=100\sin\omega t$ με $\omega_1=15.92\text{rad/sec}$ τη $t=6.040\text{sec}$ .....	33
Εικόνα 2-8: Πλάκα υποβάλλεται σε πίεση 100Pa και σε ανάλυση σταθερής κατάστασης με την εύρεση των ιδιομορφών της απόκρισης, για $t=1.00\text{sec}$ .....	34
Εικόνα 3-1: Βασικές διαστάσεις κυλίνδρου και βάθος νερού.....	35
Εικόνα 3-2: Μοντέλο του κυλίνδρου στο ABAQUS CAE.....	36
Εικόνα 3-3: Πυθμένας του μοντέλου.....	36
Εικόνα 3-4: Πυθμένας και παράπλευρη επιφάνεια του μοντέλου.....	37
Εικόνα 3-5: Πυθμένας, παράπλευρη επιφάνεια και κατάστρωμα του μοντέλου.....	37
Εικόνα 3-6: Κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό.....	38
Εικόνα 3-7: Εγκάρσιο ενισχυτικό τοποθετημένο στις θέσεις $\pm 49.581\text{m}$ .....	38
Εικόνα 3-8: Το ένα άκρο του διαμήκους ενισχυτικού σχήματος T.....	39
Εικόνα 3-9: Περιφερειακό ενισχυτικό ελλειπτικού σχήματος.....	39
Εικόνα 3-10: Πυθμένας μαζί με το κεντρικό εγκάρσιο ενισχυτικό και τα δυο διαμήκη ευθύγραμμα ενισχυτικά.....	40
Εικόνα 3-11: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.....	40
Εικόνα 3-12: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.....	41
Εικόνα 3-13: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.....	41
Εικόνα 3-14: Επιπλέον προσθήκη εγκάρσιων ενισχυτικών.....	41
Εικόνα 3-15: Προσθήκη δώδεκα διαμήκων ενισχυτικών σχήματος T.....	42
Εικόνα 3-16: Λεπτομέρεια της εικόνας.....	42
Εικόνα 3-17: Προσθήκη του καταστρώματος στο μοντέλο.....	43

Εικόνα 3-18: Θετικό κάθετο διάνυσμα.....	45
Εικόνα 3-19: Διαμέριση του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού.....	46
Εικόνα 3-20: Διαμέριση του πυθμένα.....	46
Εικόνα 3-21: Διαμέριση της παράπλευρης επιφάνειας.....	47
Εικόνα 3-22: Διακριτοποίηση του πυθμένα.....	48
Εικόνα 3-23: Λεπτομέρεια διακριτοποίησης του άκρου του πυθμένα.....	48
Εικόνα 3-24: Διακριτοποίηση του εγκάρσιου ενισχυτικού.....	49
Εικόνα 3-25: Διαμέριση παράπλευρης επιφάνειας.....	49
Εικόνα 3-26: Ορισμός των μεταφορικών και περιστροφικών κινήσεων ως προς τους άξονες x, y, z.....	50
Εικόνα 3-27: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC1.....	51
Εικόνα 3-28: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC2.....	52
Εικόνα 3-29: Επιβολή οριακών συνθηκών περίπτωση BC3.....	53
Εικόνα 3-30: Οι επιφάνειες επιβολής φορτίου.....	55
Εικόνα 3-31: Τρόπος επιβολής της ασκούμενης πίεσης στην παράπλευρη επιφάνεια του μοντέλου.....	56
Εικόνα 3-32: Τρόπος επιβολής της ασκούμενης πίεσης στην κάτω επιφάνεια του μοντέλου.....	56
Εικόνα 3-33: Το πλοίο σε ήρεμη θάλασσα.....	57
Εικόνα 3-34: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC1.....	62
Εικόνα 3-35: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC1.....	62
Εικόνα 3-36: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC2.....	64
Εικόνα 3-37: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC2.....	64
Εικόνα 3-38: Κατάσταση του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή του με BC3.....	66
Εικόνα 3-39: Τομή του μοντέλου κατά την πρώτη ιδιομορφή με BC3.....	66
Εικόνα 4-1: Η ακμή του κεντρικού εγκάρσιου ενισχυτικού με άκρα $A_1 (0, -12.5, 0)$ και $A_2 (0, -12.5, 15)$ .....	67
Εικόνα 4-2: Η γωνία $\theta = \widehat{AOB}$ και η γωνία περιστροφής του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, $\phi = \widehat{AOT}$ .....	68
Εικόνα 4-3: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x τη χρονική στιγμή $t=280.1\text{sec}$ .....	71
Εικόνα 4-4: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x τη χρονική στιγμή $t=48.35\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος $H=1\text{m}$ .....	73
Εικόνα 4-5: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα x τη χρονική στιγμή $t=48.26\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος $H=5\text{m}$ .....	74
Εικόνα 4-6: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του τη χρονική στιγμή $t=9.017\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα x είναι αμελητέα.....	76



Εικόνα 4-7: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του τη χρονική στιγμή $t=9.017\text{sec}$ , με συνοριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=5\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα $x$ είναι αμελητέα.....	78
Εικόνα 4-8: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ τη χρονική στιγμή $t=9.357\text{sec}$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=10\text{m}$ . Απεικονίζεται η αρχική και η τελική θέση του μοντέλου. Δεν διακρίνονται διαφορές, διότι η περιστροφή περί τον άξονα $x$ είναι αμελητέα.....	80
Εικόνα 4-9: Κατανομή της μετατόπισης $u_1$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=480.6\text{ sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	87
Εικόνα 4-10: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=476.1\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ . Απεικονίζεται με συντελεστή μεγέθυνσης ίσο με 5.....	88
Εικόνα 4-11: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=480.6\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	88
Εικόνα 4-12: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=484.6\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	88
Εικόνα 4-13: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=490.0\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	89
Εικόνα 4-14: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=476.1\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	89
Εικόνα 4-15: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=480.6\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	90
Εικόνα 4-16: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=484.6\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	90
Εικόνα 4-17: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=490.0\text{sec}$ , για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	90
Εικόνα 4-18: Κατανομή της μετατόπισης $u_1$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=48.85\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	91
Εικόνα 4-19: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=42.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	92
Εικόνα 4-20: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=45.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	92
Εικόνα 4-21: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=48.85\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	92
Εικόνα 4-22: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=54.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	93
Εικόνα 4-23: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=42.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	93

Εικόνα 4-24: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=45.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	94
Εικόνα 4-25: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=48.85\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	94
Εικόνα 4-26: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=54.35\text{sec}$ , για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	94
Εικόνα 4-27: Κατανομή της μετατόπισης $u_1$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	95
Εικόνα 4-28: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=56.26\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	96
Εικόνα 4-29: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=59.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	96
Εικόνα 4-30: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	96
Εικόνα 4-31: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=69.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	97
Εικόνα 4-32: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=56.26\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	97
Εικόνα 4-33: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=59.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	98
Εικόνα 4-34: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	98
Εικόνα 4-35: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=63.76\text{sec}$ , για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	98
Εικόνα 4-36: Κατανομή της μετατόπισης $u_1$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	99
Εικόνα 4-37: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	100
Εικόνα 4-38: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.52\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	100
Εικόνα 4-39: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	100
Εικόνα 4-40: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	101
Εικόνα 4-41: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	101
Εικόνα 4-42: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.52\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	102

Εικόνα 4-43: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	102
Εικόνα 4-44: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.02\text{sec}$ , για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	102
Εικόνα 4-45: Κατανομή της μετατόπισης $u_1$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	103
Εικόνα 4-46: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	104
Εικόνα 4-47: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.55\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	104
Εικόνα 4-48: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	104
Εικόνα 4-49: Κατανομή της μετατόπισης $u_2$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	105
Εικόνα 4-50: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	105
Εικόνα 4-51: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.55\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	106
Εικόνα 4-52: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	106
Εικόνα 4-53: Κατανομή της μετατόπισης $u_3$ στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.05\text{sec}$ , για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	106
Εικόνα 4-54: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=476.1\text{sec}$ του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	108
Εικόνα 4-55: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=480.6\text{sec}$ του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	108
Εικόνα 4-56: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=484.6\text{sec}$ του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	109
Εικόνα 4-57: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=490.1\text{sec}$ του τριακοστού πέμπτου κύκλου φόρτισης, για BC1 και $H=1\text{m}$ .....	109
Εικόνα 4-58: BC1 με $H=1\text{m}$ , $t=490\text{sec}$ .....	110
Εικόνα 4-59: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=42.35\text{sec}$ στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	110

Εικόνα 4-60: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=45.35\text{sec}$ στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	111
Εικόνα 4-61: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=48.85\text{sec}$ στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	111
Εικόνα 4-62: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=54.35\text{sec}$ στον τέταρτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=1\text{m}$ .....	112
Εικόνα 4-63: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=56.26\text{sec}$ στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	113
Εικόνα 4-64: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=59.76\text{sec}$ στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	113
Εικόνα 4-65: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=63.76\text{sec}$ στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	114
Εικόνα 4-66: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=69.76\text{sec}$ στον πέμπτο κύκλο φόρτισης, για BC2 και $H=5\text{m}$ .....	114
Εικόνα 4-67: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.02\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	115
Εικόνα 4-68: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.52\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	115
Εικόνα 4-69: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.02\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	116
Εικόνα 4-70: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.02\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=1\text{m}$ .....	116
Εικόνα 4-71: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=29.05\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	117
Εικόνα 4-72: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=33.55\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	117

Εικόνα 4-73: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=37.05\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	118
Εικόνα 4-74: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=41.05\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=5\text{m}$ .....	118
Εικόνα 4-75: Κατανομή της τάσης von Mises στο εγκάρσιο κεντρικό ενισχυτικό τη $t=36.87\text{sec}$ στον τρίτο κύκλο φόρτισης, για BC3 και $H=10\text{m}$ .....	119
Εικόνα 5-1: Διάγραμμα ροής.....	123
Εικόνα 5-2: Ελλειπτικός κύλινδρος με ανοίγματα στο κατάστρωμα.....	124
Εικόνα Παρ.Γ-1: Αρχική και τελική θέση ευθύγραμμου τμήματος $A_1A_2$ .....	133
Εικόνα Παρ.Δ-1: Σχηματισμός της γωνίας $\theta$ και της γωνίας $\phi$ .....	135



## Κατάλογος διαγραμμάτων

Διάγραμμα 2-1: Μεταβολή της μετατόπισης $U_3$ ως προς το χρόνο.....	33
Διάγραμμα 4-1: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ με οριακές συνθήκες BC1 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	69
Διάγραμμα 4-2: Κατάσταση σταθερής συμπεριφοράς, με οριακές συνθήκες BC1 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	73
Διάγραμμα 4-3: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	71
Διάγραμμα 4-4: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	72
Διάγραμμα 4-5: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC2 και ύψος κύματος $H=5m$ .....	73
Διάγραμμα 4-6: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	75
Διάγραμμα 4-7: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=1m$ .....	75
Διάγραμμα 4-8: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=5m$ .....	77
Διάγραμμα 4-9: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=5m$ .....	77
Διάγραμμα 4-10: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=10m$ .....	79
Διάγραμμα 4-11: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ , με οριακές συνθήκες BC3 και ύψος κύματος $H=10m$ .....	79
Διάγραμμα 4-12: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για ύψος κύματος $H=1m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.....	81
Διάγραμμα 4-13: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ για ύψος κύματος $H=1m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.....	82
Διάγραμμα 4-14: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για ύψος κύματος $H=5m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.....	83
Διάγραμμα 4-15: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονα $x$ για ύψος κύματος $H=5m$ , ανάλογα με τις επιβαλλόμενες οριακές συνθήκες.....	83

Διάγραμμα 4-16: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.....	84
Διάγραμμα 4-17: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.....	85
Διάγραμμα 4-18: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου για την τρίτη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC3, ανάλογα με το ύψος κύματος.....	85
Διάγραμμα 4-19: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, BC2, ανάλογα με το ύψος κύματος.....	86
Διάγραμμα 4-20: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC1 και H=1m, στον τριακοστό πέμπτο φόρτισης.....	87
Διάγραμμα 4-21: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC2 και H=1m, στον τέταρτο κύκλο φόρτισης.....	91
Διάγραμμα 4-22: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC2 και H=1m, στον τέταρτο κύκλο φόρτισης.....	91
Διάγραμμα 4-23: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου και περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC2 και H=5m, στον πέμπτο κύκλο φόρτισης.....	95
Διάγραμμα 4-24: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC3 και H=1m, στον τρίτο κύκλο φόρτισης.....	99
Διάγραμμα 4-25: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC3 και H=1m, στον τρίτο κύκλο φόρτισης.....	99
Διάγραμμα 4-26: Μεταβολή του ύψους του μοντέλου, για BC3 και H=5m, στον τρίτο κύκλο φόρτισης.....	103
Διάγραμμα 4-27: Περιστροφή του μοντέλου περί το διαμήκη άξονά του, για BC3 και H=1m, στον τρίτο κύκλο φόρτισης.....	103
Διάγραμμα Παρ.Α-1: Μεταβολή της δύναμης RF1 ως προς το χρόνο.....	126
Διάγραμμα Παρ.Α-2: Μεταβολή της δύναμης RF2 ως προς το χρόνο.....	126
Διάγραμμα Παρ.Α-3: Μεταβολή της δύναμης RF3 ως προς το χρόνο.....	127
Διάγραμμα Παρ.Α-4: Μεταβολή της ροπής RM1 ως προς το χρόνο.....	127
Διάγραμμα Παρ.Α-5: Μεταβολή της ροπής RM2 ως προς το χρόνο.....	128
Διάγραμμα Παρ.Α-6: Μεταβολή της ροπής RM3 ως προς το χρόνο.....	128



## Βιβλιογραφία

ABAQUS, Theory Manual, Version 6.10, Dassault Systèmes Simulia Corp. Providence: RI, USA, 2010.

Bathe K-J, "Finite element analysis", Prentice Hall, New Jersey, USA, 1996.

Chatzigeorgiou, I.K., Mavrakos, S.A. (2010) An analytical approach for the solution of the hydrodynamic diffraction by arrays of elliptical cylinders, Applied Ocean Research, 32, 242-251.

Jimin He and Zhi-Fang Fu, "Modal Analysis", Butterworth - Heinemann, Oxford, 2001.

Καρύδης Π. "Υπολογιστές μέθοδοι και εφαρμογές σε λεπτότοιχες κατασκευές", ΕΜΠ, 2010.

Μαυράκος Σ.Α., "Μελέτη και σχεδίαση πλωτών κατασκευών", ΕΜΠ, Αθήνα 1999.

Παπαδρακάκης Μ., "Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων", Εκδόσεις Παπασωτηρίου 2001.

Σπύρου Κων., "Ασφάλεια του πλοίου έναντι κατάκλυσης και κανονισμοί ασφαλείας", σημειώσεις από το αντίστοιχο μάθημα βάσεως του Δ.Π.Μ.Σ. «Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη», 2010-2011.

Τζαμπίρας Γ., "Υδροστατική και ευστάθεια πλοίου", σημειώσεις από το αντίστοιχο μάθημα βάσεως του Δ.Π.Μ.Σ. «Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη», Αθήνα, 2007.

Τούλιος Μιχ., "Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) στην Στατική και Δυναμική Ανάλυση Κατασκευών", σημειώσεις από το αντίστοιχο μάθημα βάσεως του Δ.Π.Μ.Σ. «Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη», 2010-2011.

