

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Φυσική και Τεχνολογικές Εφαρμογές»

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΥΨΗΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ
ΕΚΕΦΕ «ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ»



*Έρευνα για εξωτικές διασπάσεις του Higgs σε ζεύγος
ψευδοβαθμωτών μποζονίων με τελικές καταστάσεις που
περιέχουν τέσσερα bottom quarks*

*Search for Higgs exotic decays to a pair of light pseudoscalar
bosons in final states with four bottom quarks*

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΤΗΣ
Αθανασίου Ελένης

Συνεπιβλέποντες: Κωνσταντίνος Κουσουρής - Αναπληρωτής Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ
Γεωργία Καραποστόλη - Επίκουρη Καθηγήτρια, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
Abstract	2
1 Εισαγωγή	3
2 Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων	4
2.1 Το Καθιερωμένο Πρότυπο	4
2.2 Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (QED)	6
2.3 Κβαντική Χρωμοδυναμική (QCD)	7
2.4 Ηλεκτρασθενής Ενοποίηση	9
2.4.1 Μοντέλο Glashow - Weinberg - Salam	9
2.4.2 Αυθόρμητη Θραύση Συμμετρίας - Μηχανισμός Higgs	10
2.4.3 Λαγκρανζιανή Ηλεκτρασθενούς Αλληλεπίδρασης	14
3 Ο Ανιχνευτής CMS	16
3.1 Εισαγωγή	16
3.2 LHC: Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων	16
3.3 CMS: Compact Muon Solenoid	18
3.3.1 Ανιχνευτής Τροχιών (Tracker Detector)	21
3.3.2 Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο (ECAL)	22
3.3.3 Αδρονικό Καλορίμετρο (HCAL)	23
3.3.4 Σωληνοειδής Μαγνήτης	24
3.3.5 Ανιχνευτές μιονίων (Muon Detectors)	25
3.3.6 Σύστημα Σκανδαλισμού (Trigger)	26
4 Φυσική Συγκρούσεων Πρωτονίων στον LHC	28
4.1 Σχεδιάσεις πρωτονίου - πρωτονίου	28
4.1.1 Η δομή του πρωτονίου	28
4.1.2 Σκληρή σκέδαση παρτονίων	29
4.1.3 Ενεργός διατομή	30
4.1.4 Φωτεινότητα	31
4.1.5 Underlying Event	31
4.1.6 Pile Up	32
4.2 Αδρονικά Jets	32
4.2.1 Ανακατασκευή Αδρονικών Jets	32
4.2.2 Ταυτοποίηση των b quarks - b-tagging	34
4.3 Αλγόριθμος Ροής Σωματιδίων	34
4.4 Κινηματικές Μεταβλητές	35
5 Ανάλυση	39
5.1 Μεθοδολογία	39
5.2 Motivation	40
5.3 Φυσικές Διεργασίες	40
5.3.1 Διεργασία Σήματος	40
5.3.2 Διαδικασίες Υποβάθρου	42
5.4 Δείγματα Monte Carlo και Σειτ δεδομένων	43

5.5	Επιλογή Γεγονότων	44
5.6	Κατανομές Μεταβλητών	47
5.7	Πολυμεταβλητή Ανάλυση Δεδομένων	53
5.7.1	Multivariate Analysis - TMVA	53
5.7.2	BDT Discriminator	54
5.7.3	Training Μεταβλητές	55
5.7.4	Απόκριση του BDT	57
5.8	Έλεγχος Υποθέσεων	60
5.8.1	Toy MC & Maximum Likelihood fit	60
5.8.2	Διαστήματα Εμπιστοσύνης - CLs Analysis	64
5.9	Αποτελέσματα	69
5.10	Συμπεράσματα	69
	Βιβλιογραφικές Αναφορές	71

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί έρευνα της εξωτικής διάσπασης του μποζονίου Higgs (h) σε ζεύγος νέων ψευδοβαθμωτών μποζονίων (a), τα οποία είναι αρκετά ελαφριά ώστε να επιτρέπεται κινηματικά η διάσπαση. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται από τη διάσπαση του κάθε a μποζονίου σε ζεύγος bottom quark - anti-quark, $h \rightarrow aa \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$. Η παραγωγή του h γίνεται σε συσχέτιση με το λεπτονικό κανάλι διάσπασης του μποζονίου Z , δηλαδή $Z \rightarrow l\bar{l}$, ώστε να χρησιμοποιηθεί η παρουσία λεπτονίων στην τελική κατάσταση για τη μείωση των διαδικασιών υποβάθρου. Η ανάλυση βασίζεται σε δείγματα δεδομένων που προέρχονται από προσομοιώσεις Monte Carlo συγκρούσεων πρωτονίου - πρωτονίου που καταγράφηκαν κατά το Run II 2017 από τον ανιχνευτή CMS, σε ενέργεια κέντρου μάζας 13 TeV και με ολοκληρωμένη φωτεινότητα 41.5 fb^{-1} . Μελετώνται οι υποθέσεις μάζας του a μποζονίου $m_a = [15, 20, 30, 40, 50, 60]\text{ GeV}$ και προσδιορίζονται για την κάθε μία τα άνω όρια ή όρια απόρριψης της ενεργού διατομής της διαδικασίας $hZ \rightarrow a(b\bar{b})a(b\bar{b})ll$.

Abstract

The present work aims to search for beyond the Standard Model decays of the Higgs boson (h) into a pair of new pseudoscalar bosons (a) that are light enough for the decay process to be kinematically allowed. This process is followed by the decay of each a boson to a bottom quark-antiquark pair, $h \rightarrow aa \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$. The search is performed in the production channel in which the Higgs boson is produced in association with a Z boson that will decay into leptons, $Z \rightarrow l\bar{l}$. This leptonic final state is utilized to reduce the standard model background arising from the strong interaction production of events with four bottom quark jets. The analysis is implemented on Monte Carlo data samples of proton - proton collisions recorded during Run II 2017 with the CMS detector at a center-of-mass energy of 13 TeV , corresponding to an integrated luminosity of 41.5 fb^{-1} . The a boson mass hypothesis' that are studied are $m_a = [15, 20, 30, 40, 50, 60]\text{ GeV}$. This work sets the upper limits on the production cross section of the exotic decay $hZ \rightarrow a(b\bar{b})a(\bar{b}b)l\bar{l}$ for its of the six mass points.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Το Καθιερωμένο Πρότυπο της Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων είναι μια θεωρία που αποσκοπεί να περιγράψει τη δυναμική των τριών από τις τέσσερις θεμελιώδεις δυνάμεις/αλληλεπιδράσεις της φύσης: ηλεκτρομαγνητικές, ασθενείς και ισχυρές (η βαρύτητα δεν περιλαμβάνεται στο Καθιερωμένο Πρότυπο). Χρησιμοποιεί τις έννοιες και τα εργαλεία της κβαντικής θεωρίας πεδίου και συγκεκριμένα αυτά των λεγόμενων θεωριών βαθμίδας (gauge theories) ώστε να αναπαράγει τα παρατηρούμενα φαινόμενα. Οι προβλέψεις του Καθιερωμένου Προτύπου για τη δομή και τα χαρακτηριστικά της ύλης και των στοιχειωδών σωματιδίων έχουν επιβεβαιωθεί πειραματικά σε πολύ μεγάλο βαθμό σήμερα, στο Ευρωπαϊκό Κεντρο Φυσικής Υψηλών Ενεργειών (CERN), αλλά και σε άλλα εργαστήρια. Αποτελεί, έτσι, την επικρατέστερη θεωρία της φυσικής.

Ωστόσο, δεν είναι μία πλήρης θεωρία, καθώς δεν έχει καταφέρει να περιγράψει όλα τα φαινόμενα της φύσης. Για παράδειγμα, η κατάσταση ύλης που αποκαλείται «σκοτεινή ύλη» δεν περιλαμβάνεται στο πλαίσιο του Καθιερωμένου Προτύπου, παρόλο που η ύπαρξή της έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά. Για τον λόγο αυτό έχουν κατασκευαστεί επιταχυντές σωματιδίων, όπως ο Μεγάλος Αδρονικός Επιταχυντής (LHC) στο Cern, που είναι σχεδιασμένοι να παράγουν αρκετά υψηλές ενέργειες ώστε να μπορέσει να γίνει αφενός ο έλεγχος της ισχύουσας θεωρίας και αφετέρου να ερευνηθούν νέα φαινόμενα φυσικής, όπως σωματίδια που ακόμα δεν έχουν ανακαλυφθεί. Για την επίτευξη των δύο αυτών στόχων είναι αναγκαία η ακριβής μέτρηση των παραμέτρων του Καθιερωμένου Προτύπου, ώστε να ελεγχθούν οι προβλέψεις της θεωρίας και να αποκτήσουμε καλύτερη κατανόηση των φυσικών διεργασιών που παρατηρούνται στη φύση.

Συγκεκριμένα, μια σημαντική πρόκληση για τον LHC είναι η δυνατότητα ανακάλυψης της Υπερσυμμετρίας, μιας υποθετικής συμμετρίας μεταξύ μποζονίων και φερμιόνων, η οποία παραβιάζεται σε χαμηλές ενέργειες αλλά υφίσταται σε υψηλές ενέργειες. Η κλίμακα παραβίασης της υπερσυμμετρίας δεν μπορεί να περιοριστεί θεωρητικά, εκτός από τα εμφανή φαινομενολογικά κατώτερα όρια για τις μάζες των υπερσυμμετρικών εταίρων, που πρέπει να είναι μεγαλύτερα από την ενεργειακή κλίμακα που είναι πειραματικά προσιτή μέχρι σήμερα. Έτσι, υπάρχει μεγάλος ενθουσιασμός για τη δυνατότητα ανακάλυψης υπερσυμμετρικών εταίρων των υφιστάμενων σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου. Ωστόσο, οι σχετικές θεωρητικές προβλέψεις για τέτοια θέματα εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το μοντέλο και η φύση και οι ιδιότητες των ελαφρύτερων υπερσυμμετρικών σωματιδίων μπορεί να διαφέρουν από μοντέλο σε μοντέλο. Οι υπερσυμμετρικοί εταίροι περιλαμβάνουν ουδέτερες διεγέρσεις που έχουν μόνο ασθενείς αλληλεπιδράσεις και ως εκ τούτου προσφέρουν εξαιρετικούς υποψηφίους για τη μάζα που λείπει από το παρατηρήσιμο Σύμπαν (σκοτεινή ύλη). Επομένως, από αυτήν την άποψη, μια πιθανή ανακάλυψη της υπερσυμμετρίας σε συγκρούσεις σωματιδίων θα έχει εκτεταμένες συνέπειες που υπερβαίνουν τη φυσική των σωματιδίων.

Η δομή της παρούσας εργασίας έχει ως εξής: αρχικά γίνεται μία γενική παρουσίαση των θεωρητικών στοιχείων με τα οποία καταπιάνεται η εργασία. Αυτά είναι η φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων και συγκεκριμένα το Καθιερωμένο Πρότυπο (Κεφάλαιο 2). Απαραίτητη είναι η περιγραφή του πειράματος CMS από το οποίο προέρχονται τα δεδομένα της ανάλυσης. Ειδικότερα παρουσιάζεται η δομή και η λειτουργία του επιταχυντή LHC και του ανιχνευτή CMS - Compact Muon Solenoid (Κεφάλαιο 3), ενώ ακολουθεί η περιγραφή εννοιών και φαινομένων που αφορούν τη φυσική συγκρούσεων πρωτονίου - πρωτονίου που πραγματοποιούνται στο εσωτερικό των πειραματικών διατάξεων (Κεφάλαιο 4). Η ανάλυση των δεδομένων και η εφαρμογή των στατιστικών μεθόδων για την εύρεση των άνω ορίων της ενεργού διατομής για το υπό μελέτη μοντέλο πραγματοποιείται στο Κεφάλαιο 5, που είναι το κύριο μέρος της εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

Η σωματιδιακή φυσική είναι ο κλάδος εκείνος που μελετά τις δομικές συνιστώσες της ύλης, δηλαδή τα στοιχειώδη σωματίδια και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, που αποτελούν τις θεμελιώδεις δυνάμεις. Στόχος της είναι ο προσδιορισμός της δομής του μικρόκοσμου και η καλύτερη κατανόηση των νόμων του Σύμπαντος, ώστε να απαντηθούν καίρια ερωτήματα που αφορούν την εξέλιξή του. Το επικρατέστερο και πληρέστερο θεωρητικό μοντέλο που υπάρχει για την περιγραφή των στοιχειωδών σωματιδίων είναι το Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model, SM). Η επιτυχία του έγκειται στο γεγονός ότι εξηγεί και προβλέπει με ικανοποιητική ακρίβεια τα περισσότερα πειραματικά δεδομένα μέχρι στιγμής [1].

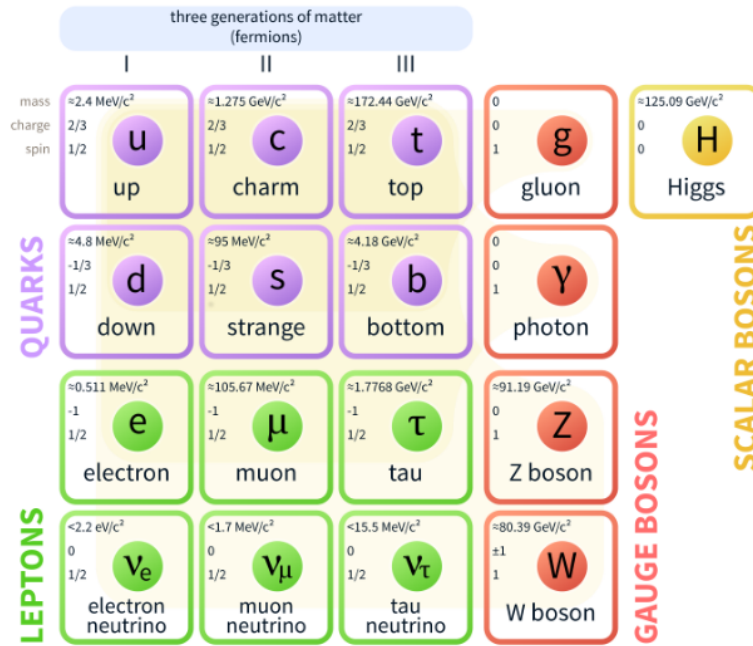
2.1 Το Καθιερωμένο Πρότυπο

Το Καθιερωμένο Πρότυπο (ΚΠ) συνδυάζει τα γνωστά έως τώρα στοιχειώδη σωματίδια και τις τρεις αλληλεπιδράσεις που πραγματοποιούνται μεταξύ τους σε μία κοινή θεωρία με την οποία περιγράφονται τα περισσότερα πειραματικά αποτελέσματα. Σύμφωνα με αυτό τα στοιχειώδη σωματίδια χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τα φερμιόνια και τα μποζόνια, τα οποία παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.1 [2]. Τα φερμιόνια (*fermions*) είναι τα σωματίδια από τα οποία αποτελείται η ύλη και χαρακτηρίζονται από ημιακέραιο spin. Κατατάσσονται σε δύο υποομάδες από έξι σωματίδια, τα λεπτόνια (*leptons*) και τα κουάρκς (*quarks*). Τα σωματίδια αυτά κατηγοριοποιούνται σε τρεις γενιές αυξανόμενης μάζας, όπου σε κάθε γενιά εμφανίζονται κάποιες κοινές ιδιότητες μεταξύ των σωματιδίων.

Στα λεπτόνια ανήκει το ηλεκτρόνιο (e), το μύονιο (μ) και το ταυ (τ), σωματίδια με ηλεκτρικό φορτίο -1 , που μπορούν να βρεθούν ελεύθερα στη φύση. Επιπλέον, τα λεπτόνια αποτελούνται από τις αντίστοιχες γεύσεις νετρίνων, δηλαδή υπάρχουν τα νετρίνα ηλεκτρονίου (ν_e), μιονίου (ν_μ) και ταυ (ν_τ). Τα νετρίνα είναι σωματίδια ηλεκτρικά ουδέτερα με σχεδόν μηδενική μάζα. Τα φορτισμένα λεπτόνια αλληλεπιδρούν μέσω των ηλεκτρομαγνητικών και των ασθενών αλληλεπιδράσεων και εάν εξαιρεθεί η μάζα τους έχουν πανομοιότυπη συμπεριφορά. Τα νετρίνα αλληλεπιδρούν μόνο ασθενώς.

Από την άλλη, υπάρχουν έξι διαφορετικές γεύσεις quarks: *up* (u), *down* (d), *charm* (c), *strange* (s), *top* (t), *bottom* (b). Τα πρώτα quarks της κάθε γενιάς, αυτά με τη μικρότερη μάζα εκ των δύο, χαρακτηρίζονται ως up-type και έχουν ηλεκτρικό φορτίο $+2/3$, ενώ τα δεύτερα quarks της κάθε γενιάς χαρακτηρίζονται ως down-type και έχουν ηλεκτρικό φορτίο $-1/3$. Τα quarks αλληλεπιδρούν ασθενώς και ηλεκτρομαγνητικά, όπως και τα λεπτόνια, αλλά επιπλέον αλληλεπιδρούν μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης καθώς φέρουν και φορτίο χρώματος. Η διαφοροποίηση αυτή είναι που οφείλεται για την αδρονοποίηση των quarks, δηλαδή δεν μπορούν να βρεθούν ελεύθερα παρά δημιουργούν δέσμιες καταστάσεις που ονομάζονται αδρόνια (*hadrons*). Τα αδρόνια είναι συνδυασμοί είτε δύο είτε τριών quarks οι οποίοι αποτελούν τα μεσόνια (*mesons*) και τα βαρυόνια (*barions*) αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, τα βαρυόνια σχηματίζονται από μία τριάδα quarks ή anti-quarks, τέτοια ώστε η δέσμια κατάσταση να είναι άχρωμη, ενώ τα μεσόνια είναι ζεύγη quarks ή anti-quarks με αντίθετο φορτίο χρώματος. Για κάθε σωματίδιο υπάρχει ένα αντισωματίδιο, το οποίο έχει την ίδια μάζα και αντίθετους τους υπόλοιπους κβαντικούς αριθμούς.

Εκτός από τα στοιχειώδη σωματίδια της ύλης, το ΚΠ περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αυτά αλληλεπιδρούν. Τέσσερις είναι οι στοιχειώδεις δυνάμεις που υπάρχουν στη φύση, οι οποίες διέπουν τις αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων: η ισχυρή, η ασθενής, η ηλεκτρομαγνητική και η βαρύτητα. Οι τέσσερις αυτές δυνάμεις παρατίθενται στον Πίνακα 2.1, όπου φαίνονται επίσης το εύρος, η ισχύς τους, οι μεταδότες τους και τα σωματίδια πάνω στα οποία επιδρούν. Ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιείται



Σχήμα 2.1: Απεικόνιση των σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου, σε ομάδες μποζονίων και φερμιονίων για τις τρεις γενιές. Αναγράφεται η μάζα, το ηλεκτρικό φορτίο και το spin του κάθε σωματιδίου. Σε κάθε σωματίδιο που απεικονίζεται αντιστοιχεί ένα αντισωματίδιο, το οποίο έχει την ίδια μάζα και αντίθετους τους υπόλοιπους κβαντικούς αριθμούς.

η αλληλεπίδραση των σωματιδίων της ύλης είναι η ανταλλαγή μεταδοτών, δηλαδή σωματιδίων που αποτελούν τους φορείς των δυνάμεων. Τα σωματίδια αυτά χαρακτηρίζονται από ακέραιο spin και ονομάζονται μποζόνια (*bosons*). Από τις τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις το ΚΠ περιλαμβάνει μόνο τις τρεις πρώτες, ενώ για τη βαρύτητα δεν έχει αναπτυχθεί ακόμα κάποια θεωρία που να την συμπεριλαμβάνει επιτυχώς μαζί με τις υπόλοιπες. Η γενική θεωρία της σχετικότητας μπορεί να εξηγήσει τη βαρυτική αλληλεπίδραση στη μακροσκοπική κλίμακα, αλλά δεν έχει επιτευχθεί προς το παρόν ο συνδυασμός της με την κβαντική θεωρία. Ωστόσο, η επίδραση της βαρύτητας πάνω στις χαμηλές καταστάσεις μάζας των στοιχειωδών σωματιδίων είναι τόσο αμελητέα που μπορεί να αγνοηθεί.

Αλληλεπίδραση	Εύρος (m)	Ισχύς	Μεταδότες	Αποδέκτες
Ισχυρή	10^{-15}	$a_S \approx 1$	8 γλουόνια	quarks και γλουόνια
Ασθενής	10^{-18}	$a_W \approx 10^{-5}$	Z, W^\pm	quarks και λεπτόνια
Ηλεκτρομαγνητική	$\infty (1/r^2)$	$a \approx \frac{1}{137}$	φωτόνιο	ηλ. φορτισμένα σωματίδια
Βαρύτητα	$\infty (1/r^2)$	$\approx 10^{-39}$	graviton	όλα τα σωματίδια

Πίνακας 2.1: Οι τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις της φύσης.

Έτσι, στο πλαίσιο του ΚΠ, οι τρεις αλληλεπιδράσεις της ύλης περιγράφονται από τα μποζόνια βαθμίδας (*gauge bosons*), τα οποία είναι διανυσματικά σωματίδια με spin 1. Τα γλουόνια (g) είναι οι φορείς της ισχυρής αλληλεπίδρασης, είναι άμαζα, ηλεκτρικά ουδέτερα και φέρουν φορτίο χρώματος. Τα φωτόνια (γ) είναι επίσης άμαζα και ηλεκτρικά ουδέτερα και είναι οι φορείς της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης. Τα μποζόνια Z , W^\pm φέρουν την ασθενή αλληλεπίδραση, της οποίας η ασθενής φύση οφείλεται στο γεγονός ότι έχουν μεγάλη μάζα. Το μποζόνιο Z είναι ηλεκτρικά ουδέτερο και διατηρεί τη γεύση των σωματιδίων στις αλληλεπιδράσεις του, ενώ τα μποζόνια W^\pm είναι ηλεκτρικά φορτισμένα και αλλάζουν τη γεύση των σωματιδίων. Το ΚΠ προβλέπει την ύπαρξη ενός ακόμα σωματιδίου, το οποίο είναι το μποζόνιο Higgs, ένα βαθμωτό μποζόνιο, ηλεκτρικά ουδέτερο, με spin 0, που είναι υπεύθυνο για την απόδοση μάζας στα υπόλοιπα σωματίδια. Το μποζόνιο Higgs είναι συμβατό με το νέο σωματίδιο Higgs που ανακαλύφθηκε το 2012 από τα πειράματα του LHC [3][4].

Το ΚΠ βασίζεται σε θεωρίες συμμετρίας, με τις οποίες προσδιορίζονται οι ιδιότητες και εκτιμούνται οι κβαντικοί αριθμοί των σωματιδίων [5]. Μέσω των συμμετριών βαθμίδας εισάγονται τα διανυσματικά μποζόνια, ενώ με τον μηχανισμό Higgs περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο συμμετέχει το μποζόνιο Higgs στο ΚΠ [6]. Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις περιγράφονται από την Κβαντική Χρωμοδυναμική (Quantum Chromodynamics - QCD) και οι ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις περιγράφονται από το μοντέλο των Glashow-Weinberg-Salam που αφορά την ηλεκτρασθενή ενοποίηση [7] [8]. Η ομάδα συμμετρίας του ΚΠ είναι η σύνθεση $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Παρόλο που είναι η επικρατέστερη θεωρία, το Καθιερωμένο Πρότυπο είναι ένα ελλειπές μοντέλο, καθώς υπάρχουν παρατηρούμενα φαινόμενα στη φύση που δεν μπορεί να περιγράψει. Τέτοια φαινόμενα είναι η βαρύτητα και οι αλληλεπιδράσεις με σωματίδια σκοτεινής ύλης, η ύπαρξη των οποίων είναι απαραίτητη για να εξηγηθεί το έλλειμα μάζας στους γαλαξίες και η εξέλιξη του Σύμπαντος. Ένας από τους στόχους του επιταχυντή LHC είναι να παρατηρηθούν οι φυσικές διεργασίες που δεν περιγράφονται από το ΚΠ και να υποστηρίξει την αναζήτηση ενδείξεων νέας φυσικής, εκτός του ΚΠ. Μία από τις πιο υποσχόμενες θεωρίες, της οποίας η ύπαρξη μελετάται και επιδιώκεται να ελεγχθεί από τον LHC είναι αυτή της Υπερσυμμετρίας (Supersymmetry). Το μοντέλο που μετελάται στην παρούσα εργασία ανήκει σε αυτή την κατηγορία θεωριών.

2.2 Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (QED)

Η Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (Quantum Electrodynamics - QED) είναι η κβαντική θεωρία πεδίου που περιγράφει την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπιδράση και είναι μία από τις συνιστώσες θεωρίες του ΚΠ. Η Λαγκρανζιανή της θεωρίας κατασκευάζεται συνδυάζοντας τον καθαρό κινηματικό όρο Maxwell της λαγκρανζιανής του ηλεκτρομαγνητισμού, $\mathcal{L}_{photon} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$, όπου $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ο τανυστής Maxwell, με τη λαγκρανζιανή Dirac $\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$ που περιγράφει φερμιονικά πεδία (με spin 1/2) μάζας m . Η σημαντική σύζευξη μεταξύ των δύο θεωριών, η οποία περιγράφει την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ φορτισμένων ηλεκτρονίων, παρέχεται από την απαίτηση της αναλλοίωτητάς βαθμίδας κάτω από τη δράση της τοπικής ομάδας φάσης Αβελιανών μετασχηματισμών $U(1)$. Ο σπίνορας Dirac $\psi_e(x)$, που αντιπροσωπεύει ένα πεδίο ηλεκτρονίων, μετασχηματίζεται κάτω από $U(1)$ ως

$$\psi_e(x) \rightarrow e^{iq\theta(x)} \psi_e(x), \quad (2.1)$$

όπου q το ηλεκτρικό φορτίο του σπίνορα και $\theta(x)$ η τοπική παράμετρος. Για να παραμείνει αναλλοίωτη η Λαγκρανζιανή κάτω από αυτόν τον μετασχηματισμό θα πρέπει το πεδίο φωτονίων να μετασχηματίζεται ως

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x). \quad (2.2)$$

Με αυτόν τον τρόπο προστίθεται στη Λαγκρανζιανή ένας όρος αλληλεπίδρασης φωτονίου-ηλεκτρονίου, που μπορεί να ερμηνευθεί ως αντικατάσταση της απλής παραγωγού ∂_μ από τη λεγόμενη συναλλοίωτη παράγωγο βαθμίδας

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu, \quad (2.3)$$

η οποία είναι το κατάλληλο αντικείμενο που πρέπει να εισαχθεί ώστε να οριστεί η κανονική συζυγής ορμή $p_\mu - qA_\mu$ στην περίπτωση του ηλεκτρομαγνητισμού.

Η πλήρης $U(1)$ Λαγκρανζιανή της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής γράφεται

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QED} &= \sum_f \bar{\psi}_f(i\gamma^\mu D_\mu - m_f)\psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \Rightarrow \\ \mathcal{L}_{QED} &= \sum_f [\bar{\psi}_f(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f)\psi_f - q\bar{\psi}_f(\gamma^\mu A_\mu)\psi_f] - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

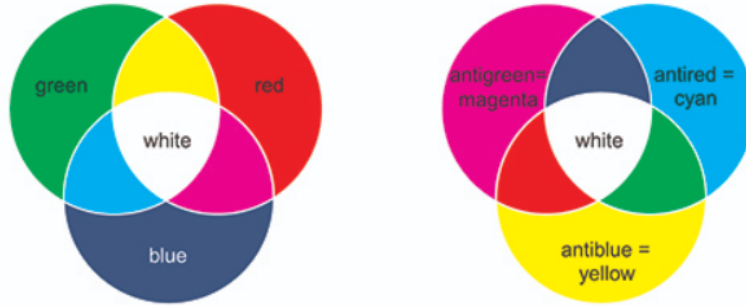
όπου για λόγους γενικότητας παίρνουμε το άθροισμα στα διάφορα είδη φερμιόνων f με spin 1/2 που είναι ηλεκτρικά φορτισμένα, με φορτία q_f και μάζες m_f . Στο ΚΠ αυτά τα πεδία είναι τα quarks και τα φορτισμένα λεπτόνια, δηλαδή $f = u, d, c, s, t, b, e, \mu, \tau$. Στη σχέση (2.4), οι δύο πρώτοι όροι είναι ο κινηματικός και ο όρος μάζας των φερμιονικών πεδίων, ο τρίτος είναι ο όρος αλληλεπίδρασης και ο τέταρτος είναι ο κινηματικός όρος Maxwell του πεδίου φωτονίων. Έτσι, με την απαίτηση να είναι αναλλοίωτη η Λαγκρανζιανή κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας $U(1)$, προβλέπεται η ύπαρξη ενός διανυσματικού πεδίου A_μ , το οποίο συνδέεται με το φωτόνιο και αφού στην (2.4) δεν υπάρχει όρος μάζας για το πεδίο A_μ , το φωτόνιο προβλέπεται άμαζο.

2.3 Κβαντική Χρωμοδυναμική (QCD)

Η Κβαντική Χρωμοδυναμική (Quantum Chromodynamics - QCD) είναι η θεωρία που περιγράφει την ισχυρή αλληλεπίδραση μεταξύ των quarks και των γλουονίων, δηλαδή μεταξύ των σωματιδίων που φέρουν φορτίο χρώματος [9]. Η QCD είναι μία μη-αβελιανή θεωρία βαθμίδας και περιγράφεται από την ομάδα συμμετρίας $SU(3)$. Στη φύση υπάρχουν $N_q = 6$ γνωστά quarks: up, down, strange, charm, bottom, top, που συμβολίζονται ως $q = u, d, c, s, b, t$ και οι κβαντικοί τους αριθμοί είναι αυτοί που φαίνονται στον Πίνακα 2.2. Επιπλέον χαρακτηρίζονται από φορτίο χρώματος, που είναι το υπόθεμα πάνω στο οποίο δρα η ισχυρή αλληλεπίδραση. Οι δυνατές «τιμές» του φορτίου χρώματος είναι πράσινο, μπλε και κόκκινο. Κάθε χρώμα έχει και το αντι-χρώμα του, το οποίο χαρακτηρίζει τα αντισωματίδια (Σχήμα 2.2). Ο αριθμός των χρωμάτων $N_C = 3$ προέρχεται από μετρήσεις όπως ο λόγος $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)/\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons) \sim N_C$, το πλάτος διάσπασης του π_0 σε δύο φωτόνια $\Gamma(\pi_0 \rightarrow \gamma\gamma) \sim N_C^2$ και άλλα.

Quark	Γεύση	Ηλ. φορτίο	Μάζα
up	u	$I_z = 1/2$	$2.3_{-0.5}^{+0.7} MeV$
down	d	$I_z = -1/2$	$4.8_{-0.3}^{+0.5} MeV$
charm	c	$C = 1$	$1.275 \pm 0.025 GeV$
strange	s	$S = -1$	$95 \pm 5 MeV$
top	t	$T = 1$	$173.07 \pm 1.24 GeV$
bottom	b	$B = -1$	$4.18 \pm 0.03 GeV$

Πίνακας 2.2: Ιδιότητες των έξι γεύσεων quarks. Οι κβαντικοί αριθμοί που αναγράφονται στην τρίτη στήλη είναι: isospin I, charmness C, strangeness S, topness T, bottomness B. Οι τιμές έχουν παρθεί από το Particle Data Group [10].



Σχήμα 2.2: Τα τρία φορτία χρώματος και τα τρία φορτία αντι-χρώματος.

Για τη μελέτη των ισχυρών αλληλεπιδράσεων πρέπει να λάβει κανείς υπόψη περιστροφές στον τρισδιάστατο χώρο των χρωμάτων, που περιγράφονται από την $SU(3)_C$ ομάδα συμμετρίας. Οι περιστροφές αυτές εκφράζονται από τους γεννήτορες $T^a \in SU(3)$, που μπορούν να αναπαρασταθούν με τους 8 πίνακες Gell-Mann ως $T^a = \lambda_a/2$, $a = \{1, \dots, 8\}$. Οι μετασχηματισμοί συμμετρίας δρουν μόνο πάνω στα πεδία των quarks, που είναι τριπλέτες χρώματος, ενώ δεν επιδρούν στα πεδία των λεπτονίων, που είναι απλέτες, και έχουν τη μορφή

$$\begin{aligned} \psi_q(x) &\rightarrow e^{i\theta^a(x)T^a} \psi_q(x), & q = u, d, c, s, t, b \\ \psi_l(x) &\rightarrow \psi_l(x) & l = e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \end{aligned} \quad (2.5)$$

Η συναλλοίωτη παράγωγος στην QCD είναι

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s T^a G_\mu^a(x), \quad (2.6)$$

όπου g_s είναι η ισχυρή σύζευξη και ο αντίστοιχος όρος προκύπτει ώστε να παραμένει αναλλοίωτος ο κινηματικός όρος της Λαγκρανζιανής. Τα διανυσματικά πεδία $G_\mu^a(x)$ σχετίζονται με τα γλουόνια και προκειμένου να ικανοποιείται η $SU(3)$ αναλλοιότητα μετασχηματίζονται ως εξής:

$$G_\mu^a(x) \rightarrow G_\mu^a(x) + \frac{1}{g_s} \partial_\mu \theta^a(x) - f^{abc} \theta^b(x) G_\mu^c(x). \quad (2.7)$$

Οι ποσότητες f^{abc} είναι οι παράγοντες δομής της $SU(3)$ άλγεβρας, όπου $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$. Από τον νόμο μετασχηματισμού φαίνεται ότι εάν υπήρχαν όροι μάζας $\sim (G^\mu)^2$ θα παραβιαζόταν η συμμετρία. Για αυτό τα γλουόνια είναι άμαζα. Για τον κινητικό όρο των γλουονίων χρειάζεται ένας $SU(3)$ αναλλοίωτος τανυστής, ο οποίος μπορεί να ορισθεί μέσω της σχέσης

$$G_{\mu\nu}^a T^a \equiv \frac{i}{g_s} [D_\mu, D_\nu] \Rightarrow G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c. \quad (2.8)$$

Ο τελευταίος όρος είναι που διαφοροποιεί τη μη-αβελιανή από την αβελιανή περίπτωση ($f^{abc} = 0$) και είναι ο λόγος που προκύπτουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των γλουονίων, πράγμα που δεν ισχύει για τα φωτόνια. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές μπαίνουν στη Λαγκρανζιανή με τον κινηματικό όρο $-\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}$ και αντιστοιχούν σε αλληλεπιδράσεις τριών και τεσσάρων γλουονίων.



Σχήμα 2.3: Διαγράμματα Feynman των αλληλεπιδράσεων τριών και τεσσάρων γλουονίων.

Η συνολική Λαγκρανζιανή της QCD γράφεται, σε αναλογία με την ηλεκτρασθενή θεωρία (2.4), ως

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QCD} &= \sum_q \sum_c \bar{\psi}_{q_c} (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) \psi_{q_c} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} \Rightarrow \\ \mathcal{L}_{QCD} &= \sum_c \sum_q [\bar{\psi}_{q_c} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_{q_c} - g_s \bar{\psi}_{q_c} (\gamma^\mu T^a G_\mu^a) \psi_{q_c}] - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}, \quad (2.9) \end{aligned}$$

όπου το πρώτο άθροισμα γίνεται πάνω στις έξι γεύσεις των quarks $q = u, d, c, s, t, b$ και το δεύτερο στα τρία φορτία χρώματος $c = r, b, g$. Ο πρώτος όρος της (2.9) είναι ο κινηματικός και ο όρος μάζας, ο δεύτερος δίνει την αλληλεπίδραση μεταξύ quark και γλουονίων και ο τρίτος είναι ο όρος αλληλεπίδρασης γλουονίου-γλουονίου.

Το γεγονός ότι τα γλουόνια φέρουν ισχυρό φορτίο και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους είναι άμεσα συνδεδεμένο με μία πολύ σημαντική και χαρακτηριστική ιδιότητα της σταθεράς ζεύξης της ισχυρής αλληλεπίδρασης a_s , ότι παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά συναρτήσεως της ενέργειας. Όταν αυξάνεται η ενέργεια μεταξύ των χρωματικών καταστάσεων, δηλαδή όταν η απόσταση είναι μικρή, η a_s μικραίνει, το οποίο σημαίνει ότι τα quarks και τα γλουόνια συμπεριφέρονται σαν ελεύθερα σωματίδια. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται *ασυμπτωτική ελευθερία* και οφείλεται στην εξάρτηση της σταθεράς σύζευξης από την ενεργειακή κλίμακα επανακανονικοποίησης μ .

Από την άλλη, η a_s είναι πολύ μεγάλη σε χαμηλές ενέργειες, το οποίο σημαίνει ότι αυξάνεται η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πεδίο έως ότου αρχίσουν να δημιουργούνται νέα χρωματικά φορτισμένα σωματίδια. Για τον λόγο αυτό τα quarks δεν μπορούν να βρίσκονται ελεύθερα και αδρονοποιούνται, φτιάχνουν δηλαδή δέσμιες άχρωμες καταστάσεις. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *εγκλωβισμός των quarks*. Πρακτικά υπάρχει ένας «ανταγωνισμός» μεταξύ των γλουονίων που τείνουν να μειώσουν το ισχυρό φορτίο σε μεγάλες ενέργειες και των ζευγών $q\bar{q}$ που τείνουν να το αυξήσουν. Αυτή είναι η διαφορά με την QED, όπου τα φωτόνια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και η αύξηση της ενέργειας συνεπάγεται αύξηση της σύζευξης a_{em} .

Η εξάρτηση της σταθεράς σύζευξης $a_s = g_s^2/4\pi$ από την ενεργειακή κλίμακα Q^2 δίνεται από τη σχέση

$$a_s = \frac{12\pi}{(33 - 2N_q) \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)}. \quad (2.10)$$

Η ενεργειακή κλίμακα Λ_{QCD} σχετίζεται με το όριο στο οποίο παύει η ισχύς της θεωρίας διαταραχών και έχει προσδιοριστεί πειραματικά ότι είναι της τάξης των 200 MeV (πόλος Landau). Στο όριο της ασυμπτωτικής ελευθερίας, $a_s(Q^2 \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, η ενεργός διατομή μπορεί να επεκταθεί διαταρακτικά σε δυνάμεις του a_s . Στο όριο του εγκλωβισμού, $a_s(Q^2 \rightarrow \Lambda_{QCD}) \rightarrow \infty$, άμα προσπαθήσουμε να χωρίσουμε ένα ζεύγος $q\bar{q}$ τότε η ισχυρή δύναμη γίνεται τόσο μεγάλη που δημιουργείται νέο ζεύγος $q\bar{q}$. Τέλος, από την ενεργειακή κλίμακα Λ_{QCD} προκύπτει η χαρακτηριστική χωρική και χρονική κλίμακα της αδρονποίησης που είναι 1 fm και $\tau \sim 1/\Lambda_{QCD} = 10^{-23} \text{ s}$.

2.4 Ηλεκτρασθενής Ενοποίηση

2.4.1 Μοντέλο Glashow - Weinberg - Salam

Η Ηλεκτρασθενής Ενοποίηση ή διαφορετικά το μοντέλο των Glashow, Weinberg και Salam (GSW), είναι μία θεωρία που συνδυάζει την ηλεκτρομαγνητική και την ασθενή αλληλεπίδραση του ΚΠ. Παρόλο που οι δύο αλληλεπιδράσεις φαίνεται να διαφέρουν σε χαμηλές ενέργειες, όταν ξεπεραστεί η ενεργειακή κλίμακα των $\sim 100 \text{ GeV}$ τότε μπορούμε να τις περιγράψουμε σε μία κοινή, ενοποιημένη μορφή. Μαθηματικά η Ηλεκτρασθενής Θεωρία περιγράφεται από τη Μη-Αβελιανή συμμετρία βαθμίδας $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Το Y είναι ο γεννήτορας της συμμετρίας $U(1)$ του ηλεκτρομαγνητισμού (στην πραγματικότητα ο γεννήτορας είναι ο μοναδιαίος πίνακας), ονομάζεται υπερφορτίο (hypercharge) και ορίζεται από το συμβατικό φορτίο Q και την τρίτη προβολή του isospin t , σύμφωνα με τη σχέση $Y = 2(Q - T^3)$. Οι μετασχηματισμοί των πεδίων κάτω από την $U(1)_Y$ είναι οι (2.1), όπου το φορτίο q έχει αντικατασταθεί από το υπερφορτίο Y . Από την άλλη, οι γεννήτορες της $SU(2)_L$, που είναι η ομάδα συμμετρίας της ασθενούς αλληλεπίδρασης, είναι οι τελεστές του ασθενούς isospin $T^a = \frac{1}{2} \tau^a$, $a = 1, 2, 3$, όπου τ^a οι πίνακες Pauli. Οι γεννήτορες αυτοί ικανοποιούν την άλγεβρα $[T^a, T^b] = if^{abc} T^c$, όπου η σταθερά δομής είναι $f^{abc} = \epsilon^{abc}$, ο πλήρως αντισυμμετρικός ταυνοστής.

Ο δείκτης L δηλώνει το γεγονός ότι οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις επιδρούν μόνο στα αριστερόστροφα σωματίδια και στα δεξιόστροφα αντισωματίδια. Η συμπεριφορά αυτή της ασθενούς αλληλεπίδρασης προέρχεται από την παραβίαση της ομοτιμίας, που παρατηρήθηκε από τις ασυμμετρίες των γωνιακών κατανομών στα πειράματα (όπως στο πείραμα της Wu που μελέτησε β -διασπάσεις Co σε Ni). Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι στη φύση δεν παρατηρούνται δεξιόστροφα νετρίνα. Έτσι, οι σπινωριακές κυματοσυναρτήσεις των αριστερόστροφων quarks και λεπτονίων είναι διατεταγμένες σε διπλέτες (isospin doublets) με isospin $t = 1/2$, ενώ των δεξιόστροφων σωματιδίων αναπαριστώνται σε απλές (isospin singlets) με isospin $t = 0$.

Για να οριστούν οι καταστάσεις αριστερόστροφης και δεξιόστροφης χειραλικότητας χρησιμοποιούνται οι τελεστές προβολής $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ και $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$, όπου $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Οι αριστερόστροφες φερμιονικές καταστάσεις είναι οι $f_L = P_L f = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)f$ και οι δεξιόστροφες φερμιονικές καταστάσεις είναι οι $f_R = P_R f = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)f$ (για τα νετρίνα ισχύει $\nu_{i,R} = P_R \nu_i = 0$ και $\nu_{i,L} = P_L \nu_i = \nu_i$). Επομένως, τα πεδία των quarks και των λεπτονίων αναπαριστώνται ως προς την $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ως εξής:

	Quarks (q)		Leptons (l)
$SU(2)$ isodoublets	$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$		$l_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$
$SU(2)$ isosinglets	$q_R = u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$		$l_R = e_R, \mu_R, \tau_R$

Έχουμε χρησιμοποιήσει τις $d' = d \cos\theta_C + s \sin\theta_C$ και $s' = -d \sin\theta_C + s \cos\theta_C$ που είναι οι φυσικές καταστάσεις quark που υπεισέρχονται στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις (αναμεμιγμένες με τη γωνία Cabibbo θ_C). Τα πεδία αυτά μετασχηματίζονται κάτω από την $SU(2)_L$ ως

$$\begin{pmatrix} f^u \\ f^d \end{pmatrix}_L \rightarrow e^{i\theta^a(x)T^a} \begin{pmatrix} f^u \\ f^d \end{pmatrix}_L \quad (2.11)$$

$$f_R^{(u,d)} \rightarrow f_R^{(u,d)}$$

όπου οι δείκτες (u) και (d) δηλώνουν τις πάνω (ή up-type για τα quarks) και τις κάτω (ή down-type για τα quarks) συνιστώσες της διπλέτας.

Ακολουθώντας τη γενική κατασκευή Λαγκρανζιανών αμετάβλητων κάτω από μετασχηματισμούς μη-Αβελιανών ομάδων Lie, ορίζεται η συναλλοίωτη παράγωγος βαθμίδας που θα αντικαταστήσει τη συνηθισμένη παράγωγο ως εξής

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a W_\mu^a + i\frac{g'}{2}Y B_\mu, \quad a = 1, 2, 3. \quad (2.12)$$

Τα W_μ^a είναι τα πεδία βαθμίδας της ομάδας συμμετρίας $SU(2)_L$, ενώ B_μ είναι το πεδίο βαθμίδας της $U(1)_Y$. Τα τέσσερα αυτά πεδία είναι τόσα όσα χρειάζονται για να εισαχθούν τα διανυσματικά μποζόνια που γνωρίζουμε από τα πειράματα: W^\pm , Z^0 για τις ασθενείς και γ για τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Τα g και g' είναι οι σταθερές σύζευξης των ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών πεδίων αντίστοιχα και συνδυάζονται μεταξύ τους με τη γωνία ασθενής ανάμειξης, θ_W , σύμφωνα με τη σχέση

$$\frac{g'}{g} = \tan\theta_W. \quad (2.13)$$

Η Λαγκρανζιανή των φερμιονικών πεδίων και των πεδίων βαθμίδας της ηλεκτρασθενούς θεωρίας είναι

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{fermions} + \mathcal{L}_{gauge} = \sum_f i\bar{f}\gamma^\mu D_\mu f - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}, \quad (2.14)$$

όπου οι τανυστές

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad \text{και} \quad G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$$

ορίζουν τους κινηματικούς όρους των μποζονίων βαθμίδας. Ο δείκτης f αθροίζει όλα τα φερμιόνια, δηλαδή τα έξι quarks και τα έξι λεπτόνια.

Προκειμένου να ικανοποιείται η αναλλοiotητα κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας, τα μποζόνια βαθμίδας και τα φερμιόνια προβλεπεται να είναι άμαζα. Πειραματικά, όμως, γνωρίζουμε ότι τα μποζόνια W^\pm και Z έχουν μάζα. Ο τρόπος με τον οποίο αποκτούν μάζα τα σωματίδια είναι με την αυθόρμητη θραύση της συμμετρίας¹, το οποίο γίνεται μέσω του μηχανισμού Higgs, μίας διαδικασίας που εισάγει το βαθμωτό μποζόνιο Higgs².

2.4.2 Αυθόρμητη Θραύση Συμμετρίας - Μηχανισμός Higgs

Εισάγουμε ένα εξωτερικό βαθμωτό πεδίο ϕ , το οποίο έχει τη μορφή μιγαδικής διπλέτας και μετασχηματίζεται σύμφωνα με τη θεμελιώδη αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας $SU(2)$ του ασθενούς isospin

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Το ϕ^+ θα δημιουργήσει ένα χβάντο ενός φορτισμένου μποζονίου με spin 0, ενώ το ϕ^0 θα δημιουργήσει ένα χβάντο μιας ουδέτερης διέγερσης του κενού με spin 0. Για τη διπλέτα αυτή η $SU(2)_L \times U(1)_Y$ αναλλοίωτη Λαγκρανζιανή είναι

$$\mathcal{L}_{scalar} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.16)$$

όπου το δυναμικό του βαθμωτού τομέα γράφεται

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.17)$$

¹Ο όρος Αυθόρμητη Θραύση Συμμετρίας (Spontaneous Symmetry Breaking - SSB), χρησιμοποιείται για να δηλώσει το γεγονός ότι, αν και η Λαγκρανζιανή ενός φυσικού συστήματος είναι αμετάβλητη κάτω από τους μετασχηματισμούς της εν λόγω συμμετρίας, η βασική (χβαντομηχανική) κατάσταση του συστήματος $|0\rangle$, δηλαδή η κατάσταση του «κενού», δεν παραμένει αναλλοίωτη.

²Το πεδίο Higgs είναι βαθμωτό με spin 0 και άρα δεν έχει κατεύθυνση (το αντίθετο ισχύει για το Higgs πεδίο). Αυτό που αποκαλούμε κενό χώρο θα μπορούσε να είναι γεμάτος με δυναμικά μποζόνια Higgs. Όταν ένα σωματίδιο κινείται μέσα στον κενό χώρο αλληλεπιδρά με τα μποζόνια αυτά. Θα μπορούσε κανείς να φανταστεί ότι το σωματίδιο περιβάλλεται από ένα «νέφος» σωματιδίων Higgs και έτσι ενώ αρχικά δεν είχε μάζα εμφανίζεται τώρα με μάζα (όπως όταν ένα αντικείμενο που κινείται μέσα σε παχύρρευστο υγρό επιβραδύνεται σαν να είχε μεγαλύτερη μάζα).

με παράμετρο μάζας μ και λ μία αδιάστατη σταθερά, για τις οποίες ισχύει $\mu^2, \lambda > 0$. Το μη τετριμμένο ελάχιστο του δυναμικού αυτού³ αντιστοιχεί στο $|\Phi^\dagger\Phi| = \frac{\mu^2}{2\lambda}$, που είναι η συνθήκη που επιβάλλεται στην διπλέτα (2.15) ώστε να σπάσει η συμμετρία. Έτσι, το δυναμικό επάγει μία αναμενόμενη τιμή του κενού διάφορη του μηδενός, $\langle 0|\Phi|0\rangle \neq 0$, η οποία χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορεί να θεωρηθεί πως είναι πραγματική και βρίσκεται στην κάτω συνιστώσα της διπλέτας Φ . Τότε αναπτύσσοντας γύρω από την κατάσταση κενού, μία αυθαίρετη διέγερση του πεδίου μπορεί να αναπαρασταθεί ως

$$\Phi = e^{i\theta^a(x)T^a/v} \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} + \xi(x)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

όπου $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ από τη συνθήκη ελαχιστοποίησης του δυναμικού, η διέγερση $\xi(x)$ είναι το πεδίο του μποζονίου Higgs, ενώ τα $\theta^a(x)$ αντιστοιχούν στα λεγόμενα *Goldstone bosons*, τα οποία είναι πάντοτε όσοι και οι γεννήτορες των σπασμένων συμμετριών. Ο λόγος που χρησιμοποιήθηκε η παραμετροποίηση αυτή για το πεδίο Φ γύρω από το κενό είναι ότι φαίνεται άμεσα πως τα μποζόνια Goldstone μπορούν να απορροφηθούν μέσω μίας στροφής $SU(2)$, $U = e^{-i\theta^a(x)T^a/v}$, οπότε το πεδίο παίρνει τη μορφή

$$\Phi \rightarrow U\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \xi(x) \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Στη βαθμίδα αυτή οι βαθμοί ελευθερίας των Goldstone bosons που εξαλείφονται γίνονται οι πολώσεις των διανυσματικών μποζονίων που αντιστοιχούν στους γεννήτορες των σπασμένων συμμετριών.

Οι μάζες των διανυσματικών μποζονίων προκύπτουν από την ανάπτυξη του κινηματικού όρου της Λαγκρανζιανής (2.16) και συγκεκριμένα από τους τετραγωνικούς όρους των διαφόρων σωματιδιακών διεγέρσεων (πεδίων)⁴. Αυτοί προκύπτουν ως εξής

$$\begin{aligned} (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) &\ni \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} \frac{i}{2} (gW_\mu^3 + g'YB_\mu) & \frac{ig}{2} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ \frac{ig}{2} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \frac{i}{2} (-gW_\mu^3 + g'YB_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{g^2v^2}{2} \left[\frac{1}{4} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) (W^{\mu 1} - iW^{\mu 2}) + \frac{1}{4} (-W_\mu^3 + \tan\theta_W YB_\mu) (-W^{\mu 3} + \tan\theta_W YB^\mu) \right] \\ &= \frac{g^2v^2}{8} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) (W^{\mu 1} - iW^{\mu 2}) + \frac{g^2v^2}{8\cos^2\theta_W} (-\cos\theta_W W_\mu^3 + \sin\theta_W YB_\mu) (-\cos\theta_W W^{\mu 3} + \sin\theta_W YB^\mu) \\ &= \frac{g^2v^2}{4} W_\mu^- W^{\mu+} + \frac{g^2v^2}{8\cos^2\theta_W} Z_\mu Z^\mu, \end{aligned} \quad (2.20)$$

όπου αντικαταστήσαμε τα διανυσματικά πεδία με τις ιδιοκαταστάσεις μάζας, δηλαδή με τα φυσικά μποζόνια

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.21)$$

$$Z_\mu \equiv \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W YB_\mu \quad (2.22)$$

$$A_\mu \equiv \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W YB_\mu \quad (2.23)$$

και χρησιμοποιήθηκε η σχέση $\tan\theta_W = g'/g$. Έτσι, οι μάζες των μποζονίων είναι

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{gv}{2\cos\theta_W}, \quad m_A = 0 \quad (2.24)$$

³Το πεδίο Higgs έχει την ασυνήθιστη ιδιότητα ότι η κατάσταση για την οποία μηδενίζεται δεν είναι η κατάσταση με την ελάχιστη ενέργεια.

⁴Εξαιτίας της αναλλοiotότητας βαθμίδας όλα τα σωματίδια έχουν μηδενική μάζα σε μεγάλες ενέργειες. Αποκτούν μάζα λόγω του αυθόρμητου σπάσμου της συμμετρίας βαθμίδας, το οποίο γίνεται μέσω του μηχανισμού Higgs: Τα τέσσερα μποζόνια βαθμίδας W_μ^i , $i = \{0, 1, 2\}$ (isospin triplet) και B_μ (isospin singlet), τα οποία έχουν μηδενική μάζα, ακολουθούνται από τέσσερα πεδία Higgs. Καθώς το σύστημα (σύμπαν) κρυώνει, η συμμετρία σπάει αυθόρμητα δημιουργώντας έτσι τα W^\pm από την ανάμειξη των W_μ^1, W_μ^2 και τα γ, Z από την ανάμειξη των W_μ^3, B_μ . Τα W^\pm και Z αποκτούν μάζα απορροφώντας τρία από τα τέσσερα πεδία Higgs και το φωτόνιο παραμένει άμαζο. Το πεδίο Higgs που παραμένει αποτελεί το σωματίδιο Higgs.

προκύπτει δηλαδή το αποτέλεσμα που συνάδει με τις πειραματικές παρατηρήσεις, ότι τα W^\pm και Z έχουν μάζα και μάλιστα $m_W = \frac{m_Z}{\cos\theta_W} > m_Z$, ενώ το φωτόνιο είναι άμαζο εκφράζοντας την παραμένουσα συμμετρία U_{em} του ηλεκτρομαγνητισμού.

Αν γράψουμε το κομμάτι της συναλλοίωτης παραγωγού (2.12) που περιέχει την τρίτη συνιστώσα του isospin και το εκφράσουμε ως προς τα πεδία A_μ και Z_μ τότε παίρνουμε

$$\begin{aligned} D_\mu^{(3)} &= \partial_\mu + igT^3 W_\mu^3 + i\frac{g'}{2}YB_\mu \\ &= \partial_\mu + ig\sin\theta_W\left(\frac{Y}{2} + T^3\right)A_\mu + \frac{ig}{\cos\theta_W}\left(T^3 - \sin^2\theta_W\left(\frac{Y}{2} + T^3\right)\right)Z_\mu. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Παρατηρούμε ότι το άμαζο πεδίο A_μ , που αντιστοιχεί στην αδιάσπαστη υποομάδα U_{em} της αρχικής $SU_L(2) \times U_Y(1)$, που δημιουργήθηκε από τον γεννήτορα $T^3 + Y/2$, με $U_{em} \neq U_Y(1)$, έχει μια σταθερά σύζευξης $g\sin\theta_W$ με αυτόν τον γεννήτορα. Στο πλαίσιο του ΚΠ, ταυτοποιείται με τον γεννήτορα του ηλεκτρικού φορτίου, $Q \equiv T^3 + Y/2$. Έτσι, το πεδίο A_μ αντιστοιχεί στο φωτόνιο, το οποίο παραμένει χωρίς μάζα, όπως θα έπρεπε. Από αυτήν την ταυτοποίηση, λοιπόν, προκύπτει ότι το ηλεκτρικό φορτίο (η θεμελιώδης μονάδα φορτίου) είναι

$$e \equiv g\sin\theta_W. \quad (2.26)$$

Η σχέση $e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W$ αποτελεί τη συνθήκη ενοποίησης των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων. Η ασθενής γωνία ανάμειξης θ_W είναι παράμετρος του μοντέλου και πειραματικά έχει προσδιοριστεί ότι ισούται με $\sin\theta_W = 0.23153 \pm 0.00016$.

Το υπερφορτίο του Higgs επιλέγεται να ισούται με μονάδα ώστε οι μετασχηματισμοί (2.22) και (2.23) να είναι ορθωγόνιοι, ενώ γίνεται η παραδοχή ότι το πρόσημό του είναι θετικό: $Y_H = +1$. Από τη δράση του τελεστή του φορτίου στις καταστάσεις των σωματιδίων και επιβάλλοντας την απαίτηση να προκύπτουν σωστά τα παρατηρούμενα φορτία των σωματιδίων εξάγονται οι τιμές του υπερφορτίου, Y , για την κάθε σωματιδιακή κατάσταση. Για τα μποζόνια βαθμίδας προκύπτει $Y_{W^\pm} = Y_Z = Y_\gamma = 0$ (όπως το γ ως φορέας της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης δεν έχει ηλεκτρικό φορτίο, έτσι τα W^\pm , Z ως φορείς της ασθενής αλληλεπίδρασης δεν έχουν ασθενές υπερφορτίο). Για τα φερμιόνια οι τιμές του υπερφορτίου είναι αυτές που φαίνονται στον Πίνακα 2.3. Να σημειωθεί ότι τα σωματίδια που ανήκουν στην ίδια διπλέτα έχουν το ίδιο υπερφορτίο, το οποίο είναι και το αναμενόμενο.

Κυματοσυναρτήσεις l: leptons, q: quarks	Ηλ. φορτίο $Q = T^3 + Y/2$	Isospin $T, (T^3)$	Υπερφορτίο Y
ν_l	0	1/2 (+1/2)	0
l_L	-1	1/2 (-1/2)	-1
l_R	-1	0 (0)	-2
$q_L^{(u)}$	+2/3	1/2 (+1/2)	+1/3
$q_L^{(d)}$	-1/3	1/2 (-1/2)	+1/3
$q_R^{(u)}$	+2/3	0 (0)	+4/3
$q_R^{(d)}$	-1/3	0 (0)	-2/3
ϕ (Higgs doublet)	1, 0	1/2 ($\pm 1/2$)	+1

Πίνακας 2.3: Απόδοση χβαντικών αριθμών στα λεπτόνια και βαθμωτά πεδία (Higgs) στην ηλεκτρασθενή θεωρία $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Ο συμβολισμός (u) και (d) στα quarks δηλώνει αντίστοιχα την up-type και την down-type συνιστώσα κάθε γενιάς. Η ποσότητα Q είναι το ηλεκτρικό φορτίο σε μονάδες του φορτίου του ποζιτρονίου ($e > 0$).

Όσον αφορά τη μάζα του μποζονίου Higgs και τους όρους αυτο-αλληλεπίδρασής του, αυτοί προκύπτουν από την ανάπτυξη του δυναμικού γύρω από το κενό,

$$\begin{aligned} V &= -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 = -\frac{\mu^2}{2} (v + \xi)^2 + \frac{\lambda}{4} (v + \xi)^4 \\ &= \frac{\lambda}{4} \xi^4 + \lambda v \xi^3 + \mu^2 \xi^2 - \frac{\mu^2}{4} v^2, \end{aligned} \quad (2.27)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η συνθήκη ελαχιστοποίησης του δυναμικού $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$. Ο όρος μάζας του ξ έχει τη μορφή $\frac{1}{2} m_\xi \xi^2$, οπότε συγκρίνοντας με τον τετραγωνικό όρο προκύπτει ότι η μάζα του πεδίου Higgs είναι $m_H = m_\xi = \sqrt{2}|\mu|$, ενώ παρατηρούμε ότι προκύπτουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ τριών (όροι $\mathcal{O}(\xi^3)$) και τεσσάρων (όροι $\mathcal{O}(\xi^4)$) σωματιδίων Higgs.

Τέλος, παραμένει να αποδοθεί μάζα στα φερμιόνια. Επειδή η $SU(2)_L$ είναι χειραλική συμμετρία, δεν μπορούν να υπάρχουν όροι μάζας Dirac για τα φερμιόνια, δηλαδή όροι της μορφής $m\bar{f}f$, διότι το δεξιόστροφο κομμάτι των κυματοσυναρτήσεων είναι singlet και δεν μετασχηματίζεται κάτω από μετασχηματισμούς $SU(2)_L$. Για αυτό χρησιμοποιούνται όροι Yukawa, $y_f \bar{f}\phi f$, με τρόπο που να σέβεται τη συμμετρία της θεωρίας. Τέτοιες αλληλεπιδράσεις Yukawa μεταξύ φερμιονίων και βαθμωτών πεδίων είναι υπεύθυνες για τη γέννηση μάζας των φερμιονικών πεδίων (των λεπτονίων, πλὴν των νετρίνων και των quarks), μέσω της σύζευξής τους με το πεδίο Higgs, κατά την αυθόρμητη θραύση της συμμετρίας βαθμίδας $SU(2)$ των ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Για τα λεπτόνια οι όροι που προστίθενται είναι

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^l = \sum_l [y_l \bar{l}_L \Phi l_R + y_l \bar{l}_R \Phi^\dagger l_L], \quad (2.28)$$

όπου y_l είναι τα Yukawa couplings για τις τρεις γεύσεις λεπτονίων, $l = e, \mu, \tau$. Η εμφάνιση των μαζών μετά το σπάσιμο της συμμετρίας γίνεται μέσω της μη μηδενικής αναμενόμενης τιμής του κενού, δηλαδή από την $\langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των ηλεκτρονίων παίρνουμε

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}_{Yukawa}^e \rangle &= y_e \bar{e}_L \langle 0|\Phi|0\rangle e_R + y_e \bar{e}_R \langle 0|\Phi|0\rangle^\dagger e_L \\ &= y_e \begin{pmatrix} \nu_e & e \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ u/\sqrt{2} \end{pmatrix} e_R + y_e \bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & u/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \\ &= y_e \frac{u}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \\ &= y_e \frac{u}{\sqrt{2}} \bar{e}e, \end{aligned} \quad (2.29)$$

το οποίο είναι όρος μάζας. Έτσι, προκύπτει ότι η μάζα του ηλεκτρονίου είναι $m_e = y_e u/\sqrt{2}$, ενώ του νετρίνου είναι $m_{\nu_e} = 0$. Αντίστοιχα, για τις άλλες δύο γεύσεις λεπτονίων προκύπτει $m_\mu = y_\mu u/\sqrt{2}$, $m_\tau = y_\tau u/\sqrt{2}$ και $m_{\nu_\mu} = m_{\nu_\tau} = 0$.

Από την άλλη, για τα quarks, που έχουν και δεξιόστροφες συνιστώσες με μη μηδενικές μάζες, χρειάζεται κανείς μια διαφορετική αλληλεπίδραση Yukawa για την παραγωγή μάζας τόσο στις άνω όσο και στις κάτω συνιστώσες των διπλετών quarks, η οποία όμως θα εξακολουθεί να περιλαμβάνει το ίδιο πεδίο Higgs που αποκτά όμοια αναμενόμενη τιμή κενού. Για να επιτευχθεί αυτό χρησιμοποιούμε το μιγαδικό συζυγές του πεδίου Φ , το οποίο μετασχηματίζεται με τον ίδιο τρόπο κάτω από μετασχηματισμούς $SU(2)_L$ και δίνεται από τη σχέση $\Phi^c = i\tau^2 \Phi^*$, όπου τ^2 ο δεύτερος πίνακας του Pauli και με * συμβολίζεται το μιγαδικό συζυγές. Τότε η αντίστοιχη Λαγκρανζιανή των quarks γράφεται

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^q = \sum_{q_f} \left[y_{q_f}^{(u)} \bar{q}_{f,L}^{(u)} \Phi^c q_{f,R}^{(u)} + y_{q_f}^{(d)} \bar{q}_{f,L}^{(d)} \Phi q_{f,R}^{(d)} + h.c. \right], \quad (2.30)$$

όπου y_{q_f} είναι τα Yukawa couplings για τις τρεις γενιές quark, $q_f = q_1, q_2, q_3$. Οι δείκτες (u) και (d) συμβολίζουν τα up-type και down-type quarks είτε της διπλέτας είτε της απλέτας, ενώ το $h.c.$ συμβολίζει τον ερμιτιανό συζυγή όρο (hermitian conjugate). Οι μάζες των quarks προκύπτουν με τον ίδιο τρόπο που περιγράφηκε παραπάνω για τα λεπτόνια.

Μία σημαντική παρατήρηση για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις των quarks είναι ότι παρατηρούνται διασπάσεις όπου αναμειγνύονται οι γενιές. Υπάρχουν πίνακες με Yukawa couplings που περιγράφουν αυτούς τους μη διαγώνιους όρους, το οποίο σημαίνει ότι οι καταστάσεις μάζας των down-type quarks $q^{(d)}$ είναι διαφορετικές από εκείνες των γεύσεων d, s, b . Ο τρόπος με τον οποίο συνδέονται είναι μέσω ενός μοναδιαίου πίνακα που ονομάζεται Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [11] και γράφεται

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Τα μέτρα των στοιχείων του πίνακα αυτού κατά απόλυτη τιμή έχουν μετρηθεί ότι είναι

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.974 & 0.225 & 0.004 \\ 0.230 & 0.975 & 0.041 \\ 0.008 & 0.040 & 0.999 \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Η πιθανότητα ένα quark τύπου i να μετατραπεί σε ένα quark τύπου j όταν εκλύει ένα W μποζόνιο είναι ανάλογη της ποσότητας $|V_{ij}|$. Λόγω των καταστάσεων μίξης παρατηρείται όχι μόνο παραβίαση της ομοτιμίας, αλλά και παραβίαση του φορτίου (CP-violation) στις αλληλεπιδράσεις με αλλαγή γεύσης. Για τα λεπτόνια κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στο ΚΠ, επειδή τα νετρίνα θεωρούνται άμαζα.

2.4.3 Λαγκρανζιανή Ηλεκτρασθενούς Αλληλεπίδρασης

Η συνολική Λαγκρανζιανή του μοντέλου της ενοποιημένης ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης στο πλαίσιο του ΚΠ γράφεται

$$\mathcal{L}_{electroweak}^{SM} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{scalar}^{(Higgs)} + \mathcal{L}_{fermions}. \quad (2.33)$$

Ο πρώτος όρος είναι ο κινηματικός όρος των μποζονίων βαθμίδας και ισούται με

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}, \quad (2.34)$$

όπου $F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ και $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g \epsilon^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$.

Ο δεύτερος όρος περιγράφει τον βαθμωτό τομέα του Higgs και είναι

$$\mathcal{L}_{scalar}^{(Higgs)} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.35)$$

όπου το δυναμικό ισούται με $V(\Phi^\dagger \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\lambda > 0$ και η συναλλοίωτη παράγωγος που δρα στη διπλέτα Φ είναι $D_\mu = \mathbb{I} \partial_\mu + ig T^a W_\mu^a + i \frac{g}{2} \tan \theta_W Y_H \mathbb{I} B_\mu$, με $Y_H = +1$ (\mathbb{I} είναι ο μοναδιαίος πίνακας).

Ο τρίτος όρος περιλαμβάνει τις ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις των φερμιονίων και είναι

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermions} = & \sum_l \left[i \bar{l}_L \gamma_\mu D_L^\mu l_L + i \bar{l}_R \gamma_\mu D_R^\mu l_R + y_l \bar{l}_L \Phi l_R + y_l \bar{l}_R \Phi^\dagger l_L \right] \\ & + \sum_{q_f} i \bar{q}_{f,L} \gamma_\mu D_{Q_L}^\mu q_{f,L} + \sum_q i \bar{q}_R \gamma_\mu D_{Q_R}^\mu q_R \\ & + \sum_{q_f} \left[y_{q_f}^{(u)} \bar{q}_{f,L}^{(u)} \Phi^c q_{f,R}^{(u)} + y_{q_f}^{(d)} \bar{q}_{f,L}^{(d)} \Phi q_{f,R}^{(d)} + h.c. \right], \end{aligned} \quad (2.36)$$

όπου ο δείκτης $l = e, \mu, \tau$ αθροίζει πάνω στις τρεις γεύσεις των λεπτονίων, ο δείκτης $q = u, d, c, s, t, b$ αθροίζει πάνω στις έξι γεύσεις των quarks και ο δείκτης $q_f = q_1, q_2, q_3$ αθροίζει πάνω στις τρεις γενιές των quarks. Οι συναλλοίωτες παράγωγοι δίνονται από τις σχέσεις

$$D_L^\mu = \mathbb{I} \partial_\mu + ig T^a W_\mu^a + i \frac{g}{2} \tan \theta_W Y_L^{(l)} \mathbb{I} B_\mu, \quad Y_L^{(l)} = -1,$$

$$D_R^\mu = \mathbb{I} \partial_\mu + i \frac{g}{2} \tan \theta_W Y_R^{(l)} \mathbb{I} B_\mu, \quad Y_R^{(l)} = -2,$$

$$D_{Q_L}^\mu = \mathbb{I} \partial_\mu + ig T^a W_\mu^a + i \frac{g}{2} \tan \theta_W Y_L^{(q)} \mathbb{I} B_\mu, \quad Y_L^{(q)} = +1/3,$$

$$D_{Q_R}^\mu = \mathbb{I}\partial_\mu + i\frac{g}{2}\tan\theta_W Y_R^{(q)} \mathbb{I}B_\mu, \quad Y_R^{(q)} = +4/3 \text{ (up-type) ή } Y_R^{(q)} = -2/3 \text{ (down-type)}.$$

Στην τελευταία παρένθεση, με τους δείκτες (u) και (d) συμβολίζονται τα up-type και down-type quarks είτε της διπλέτας είτε της απλέτας, ενώ το $h.c.$ συμβολίζει τον ερμιτιανό συζυγή (hermitian conjugate) του όρου μέσα στην παρένθεση.

Κεφάλαιο 3

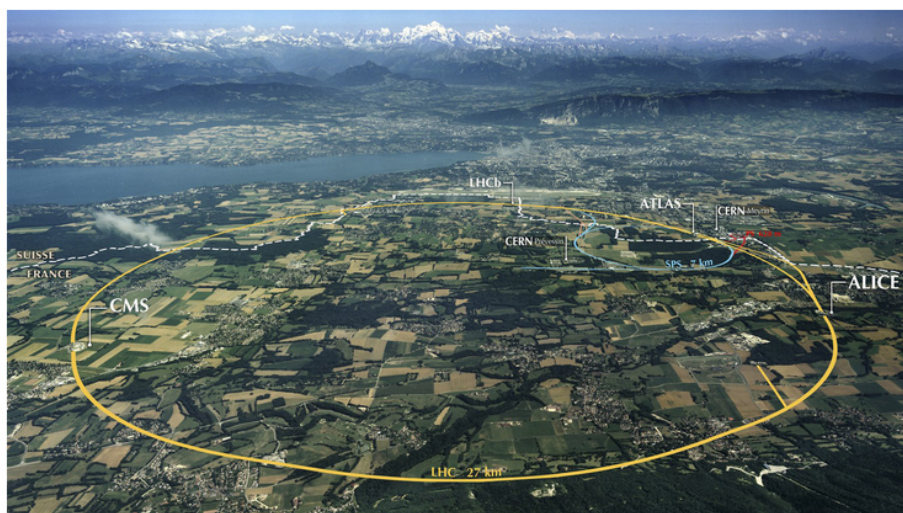
Ο Ανιχνευτής CMS

3.1 Εισαγωγή

Ο CMS - Compact Muon Solenoid είναι ένας από τους κύριους ανιχνευτές σωματιδίων του LHC στο CERN. Από τον CMS προέρχονται τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση της παρούσας εργασίας και για τον λόγο αυτό το συγκεκριμένο κεφάλαιο θα αφιερωθεί στην περιγραφή του ανιχνευτή. Θα παρουσιαστεί η δομή του CMS και θα εξηγηθεί ο σκοπός και η λειτουργία των επιμέρους συστημάτων και ανιχνευτικών διατάξεών του. Πρώτα, όμως, θα γίνει μία σύντομη περιγραφή της δομής και της λειτουργίας του επιταχυντή LHC.

3.2 LHC: Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων

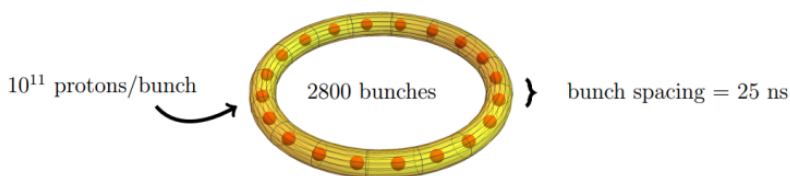
Ο Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων (Large Hadron Collider, LHC) είναι ο μεγαλύτερος στον κόσμο, από άποψη μεγέθους αλλά και ενεργειακής κλίμακας, επιταχυντής σωματιδίων που έχει κατασκευαστεί ποτέ [12]. Ο LHC βρίσκεται και λειτουργεί στις εγκαταστάσεις του ευρωπαϊκού κέντρου έρευνας στην πυρηνική φυσική (CERN), κοντά στη Γενεύη. Κατασκευάστηκε στο τούνελ όπου λειτουργούσε ο επιταχυντής LEP (Large Electron-Positron Collider) και τέθηκε για πρώτη φορά σε λειτουργία το 2008. Είναι κυκλικού σχήματος με περίμετρο 27 χιλιομέτρων και βρίσκεται 100 μέτρα κάτω από το έδαφος στα Γαλλο-Ελβετικά σύνορα. Οι υψηλές ενέργειες που παράγονται στον LHC καθιστούν εφικτό να μελετηθούν ενεργές διατομές καιρίων διαδικασιών σε μία κλίμακα ενέργειας που δεν έχει προσεγγιστεί ποτέ προηγουμένως. Ο σκοπός των πειραμάτων που διεξάγονται εκεί είναι να προσφέρουν απαντήσεις σε θεμελιώδη ερωτήματα που αφορούν τον κόσμο, να ελέγξουν την ισχύ του Καθιερωμένου Προτύπου, αλλά και να ανακαλύψουν νέα φυσική.



Σχήμα 3.1: Σχηματική απεικόνιση των τούνελ του LHC όπου επιταχύνονται οι δέσμες σωματιδίων, καθώς και των τεσσάρων σημείων που βρίσκονται οι ανιχνευτικές διατάξεις των μεγάλων πειραμάτων.

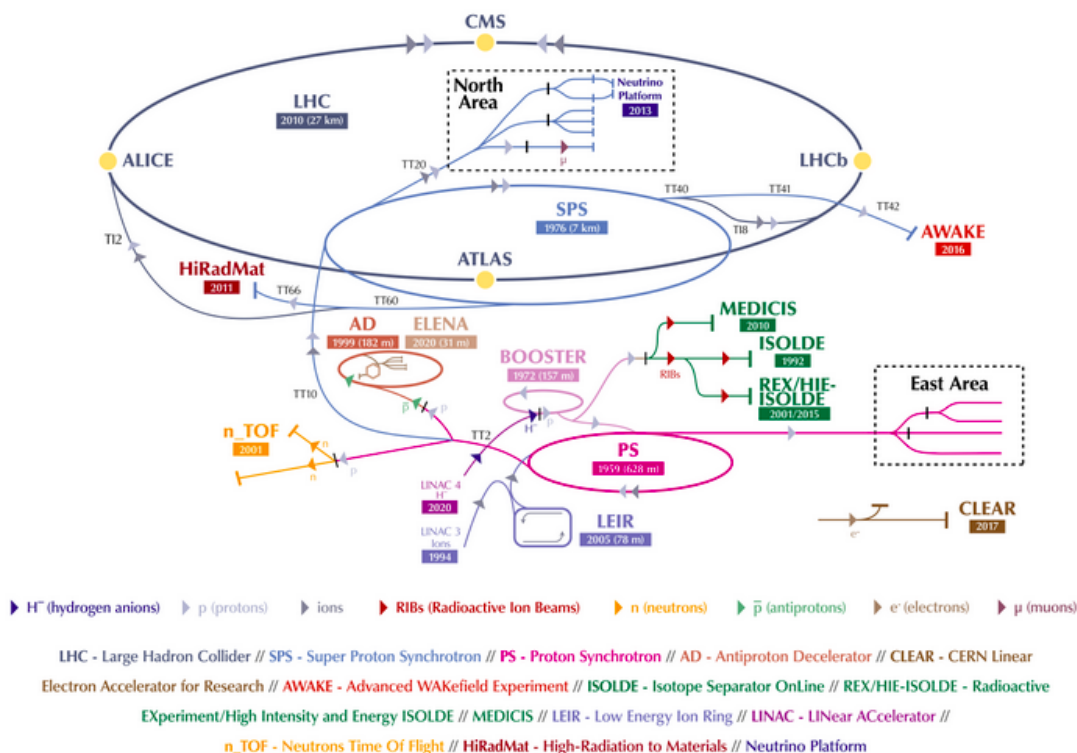
Ο LHC έχει σχεδιαστεί να επιταχύνει αδρόνια (πρωτόνια και ιόντα). Δύο ακτίνες (beams) από δέσμες σωματιδίων υψηλής ενέργειας επιταχύνονται προς αντίθετες κατευθύνσεις σε δύο ξεχωριστούς αγωγούς. Οι δύο παράμετροι που διαμορφώνουν τη λειτουργία του LHC είναι οι ενέργειες των δύο συγκρουόμενων δέσμεων, οι οποίες καθορίζουν την οφέλιμη ενέργεια που αποδίδεται για την παραγωγή σωματιδίων και η φωτεινότητά τους, ένα μέγεθος που εκφράζει τον ρυθμό των πιθανών συνδυασμών συγκρούσεων που πραγματοποιούνται ανά μονάδα επιφάνειας της δέσμης.

Προκειμένου να επιτευχθεί η αναγκαία φωτεινότητα, ώστε να παράγεται μεγάλη ποσότητα δεδομένων για τις αναλύσεις, θα πρέπει η συχνότητα των συγκρούσεων, καθώς και ο αριθμός των πρωτονίων σε κάθε πακέτο να είναι αρκετά μεγάλος. Στη σχεδιασμένη φωτεινότητα των $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ υπάρχουν 2808 δέσμες (bunches), όπου η κάθε μία περιέχει μέσα της 1.15×10^{11} πρωτόνια. Η συχνότητα των συγκρούσεων είναι $f = 40 \text{ MHz}$, δηλαδή τα πρωτόνια συγκρούονται κάθε 25 ns . Μετά από αρκετές αναβαθμίσεις του επιταχυντή, έχει φτάσει πλέον να επιταχύνει τα πρωτόνια σε ενέργεια κέντρου μάζας $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$. Ο LHC μπορεί να παράξει κατά μέσο όρο 20 συγκρούσεις ανά διασταυρούμενη δέσμη και 800 εκατομμύρια συγκρούσεις ανά δευτερόλεπτο.



Σχήμα 3.2: Η δομή των δέσμεων πρωτονίων στον LHC.

Για την καμπύλωση της κάθε δέσμης και την εστίασή της στα σημεία που πραγματοποιούνται οι συγκρούσεις χρησιμοποιείται ένα σύνολο υπεραγωγίων μαγνητών (περίπου 1200 μαγνήτες για την καμπύλωση και 400 για την εστίαση), το οποίο παράγει ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο 8 Tesla. Οι μαγνήτες διατηρούνται σε θερμοκρασία -271.3°C κατά τη διάρκεια λειτουργίας του ανιχνευτή και για την ψύξη τους χρησιμοποιείται υγρό ήλιο. Στο εσωτερικό του κάθε μαγνήτη βρίσκονται δύο θάλαμοι κενού μέσα στους οποίους κινείται η δέσμη.



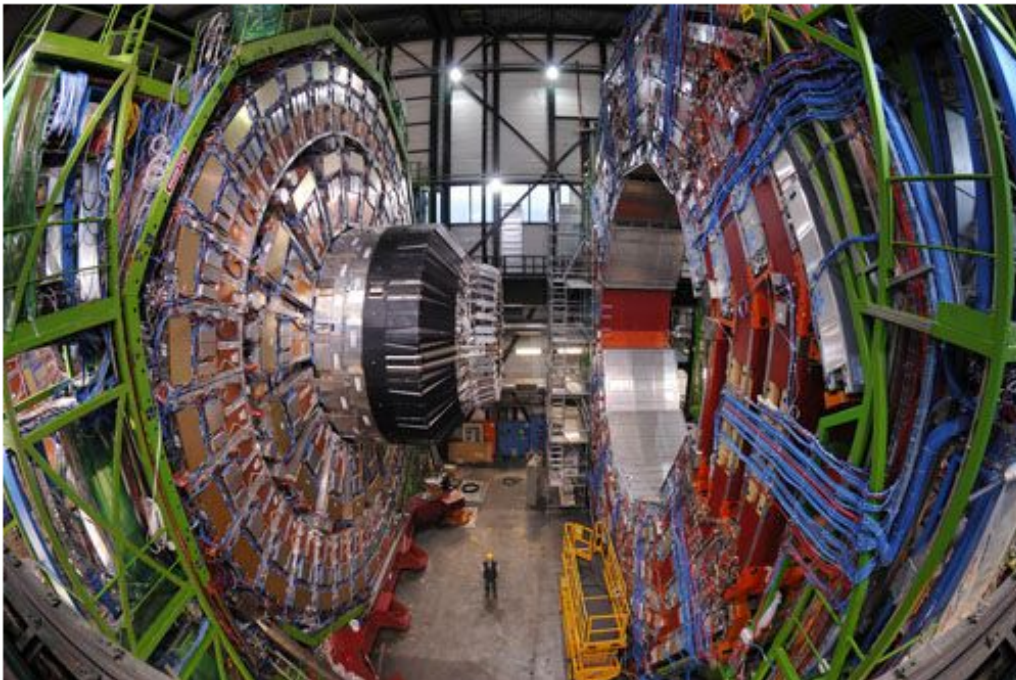
Σχήμα 3.3: Το σύμπλεγμα επιταχυντικών διατάξεων του CERN [13].

Για την επιτάχυνση της δέσμης σωματιδίων, το CERN διαθέτει ένα σύμπλεγμα μικρότερων επιταχυντικών διατάξεων που έχουν ως σκοπό τη μερική επιτάχυνση της δέσμης πριν εισέλθει στον κεντρικό επιταχυντή, τον LHC, για το τελικό στάδιο της επιτάχυνσης και τη σύγκρουση των δύο δέσμεων (Σχήμα 3.3). Μία φιάλη με αέριο υδρογόνου εισέρχεται σε ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο ώστε να αφαιρεθούν τα ηλεκτρόνια από τους πυρήνες και να προκύψουν τα πρωτόνια. Το πρώτο στάδιο της επιτάχυνσης των πρωτονίων γίνεται στον επιταχυντή LINAC 2, ο οποίος είναι γραμμικός και επιταχύνει τα πρωτόνια σε ενέργεια 50 MeV . Στη συνέχεια, η δέσμη εισέρχεται στον Proton Synchrotron Booster (PSB) και έπειτα στον Proton Synchrotron, όπου τα πρωτόνια αποκτούν ενέργεια 26 GeV . Τέλος, επιταχύνονται σε ενέργεια 450 GeV στον Super Proton Synchrotron και εισέρχονται στον LHC για το τελικό στάδιο επιτάχυνσης.

Οι δέσμες πρωτονίων συγκρούονται σε τέσσερα προκαθορισμένα σημεία του δακτυλίου του επιταχυντή, όπου βρίσκονται τοποθετημένες οι ανιχνευτικές διατάξεις των τεσσάρων μεγαλύτερων πειραμάτων του LHC: *ATLAS - A Toroidal LHC Apparatus*, *CMS - Compact Muon Solenoid*, *LHCb - LHC Beauty* και *ALICE - A Large Ion Collider Experiment*. Ο κάθε ανιχνευτής σωματιδίων έχει κατασκευαστεί για τη μελέτη διαφορετικών τομέων στη φυσική υψηλών ενεργειών. Οι δύο πρώτοι ανιχνευτές, ATLAS και CMS, αφορούν πειράματα γενικού ενδιαφέροντος και επικεντρώνονται στην αναζήτηση νέας φυσικής και θεωριών εκτός του ΚΠ. Από την άλλη, το LHCb έχει σχεδιαστεί για τη μελέτη του b quark και τη διερεύνηση της ασυμμετρίας ύλης και αντι-ύλης στο σύμπαν, επιδιώκοντας την ακριβή μέτρηση της παραβίασης της CP συμμετρίας (CP violation). Τέλος, το ALICE είναι ένα πείραμα που διερευνά το πλάσμα quark-γλουονίων, το οποίο παράγεται σε συγκρούσεις βαρέων ιόντων αλλά και βαρέων ιόντων - πρωτονίων και αποσκοπεί επίσης στη μελέτη της δομής του σύμπαντος στα πρώτα 10^{-10} δευτερόλεπτα.

3.3 CMS: Compact Muon Solenoid

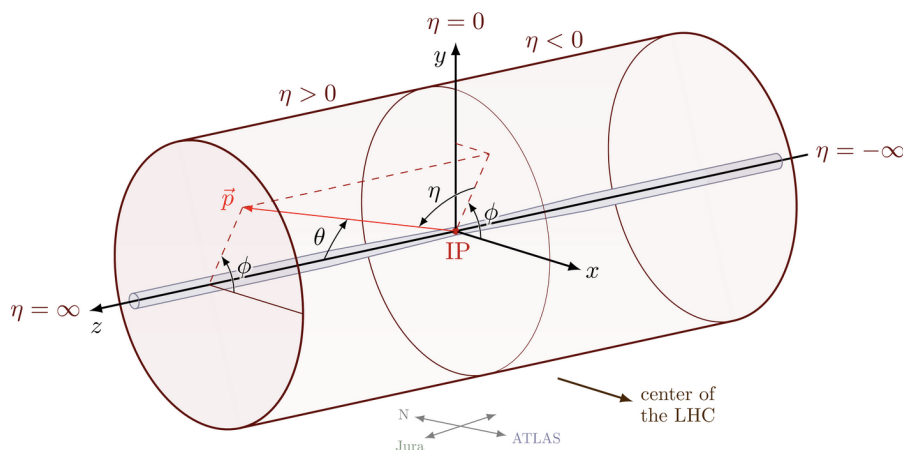
Το CMS [14] είναι ένα από τα σημαντικότερα πειράματα που πραγματοποιούνται στον LHC και αποσκοπεί στη μελέτη σωματιδίων φυσικής στην ενεργειακή κλίμακα των TeV , όπου προσεγγίζονται διεργασίες με μικρή ενεργό διατομή. Απαρτίζεται από ένα σύνολο ανιχνευτικών υποσυστημάτων τα οποία είναι σχεδιασμένα ώστε να προσδιορίζουν με ακρίβεια τις τροχιές των σωματιδίων (tracking), τις ενέργειές τους (calorimetry) και να γίνεται η ταυτοποίησή τους (identification) [15] [16].



Σχήμα 3.4: Ο ανιχνευτής CMS

Ο ανιχνευτής έχει κυλινδρικό σχήμα, μήκους 21.6 m και ακτίνας 7.5 m και ζυγίζει περίπου 14 000 τόνους. Τα επιμέρους ανιχνευτικά συστήματα είναι τοποθετημένα σε διαδοχικά επίπεδα ομοαξονικά στον άξονα της δέσμης, σε μία διάταξη σαν βαρέλι (barrel). Κάθετα στον άξονα της δέσμης και στα άκρα του βαρελιού είναι τοποθετημένοι δύο δίσκοι (endcaps), έτσι ώστε ο ανιχνευτής να είναι ερμητικά κλειστός και να είναι εφικτός ο εντοπισμός όλων των σωματιδίων που παράγονται κατά τη σύγκρουση των δέσμεων.

Για την περιγραφή του ανιχνευτή χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων, όπου ως αρχή των αξόνων ορίζεται το σημείο σύγκρουσης των δέσμεων (IP: interaction point). Σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ο άξονας x δείχνει προς το κέντρο του δακτυλίου του LHC, ο άξονας y δείχνει προς τα πάνω, κάθετα στον άξονα της δέσμης και ο άξονας z είναι παράλληλος με τον άξονα της δέσμης. Ωστόσο, το κυλινδρικό σχήμα του ανιχνευτή ευνοεί τη χρήση των κυλινδρικών συντεταγμένων (r, ϕ, η) , όπου r είναι η απόσταση από τον άξονα z , ϕ είναι η αζιμουθιακή γωνία η οποία μετράται στο επίπεδο xy ξεκινώντας από τον άξονα x και η είναι η ποσότητα $\eta = -\ln \tan(\theta/2)$ και ονομάζεται ψευδοακρότητα (pseudorapidity). Η γωνία θ είναι η πολική γωνία που μετράται στο επίπεδο rz ξεκινώντας από τον άξονα z . Το επίπεδο xy που βρίσκεται κάθετα στην κατεύθυνση της δέσμης αναφέρεται ως εγκάρσιο επίπεδο και οι μεταβλητές που μετρώνται πάνω σε αυτό συμβολίζονται με δείκτη T (transverse).



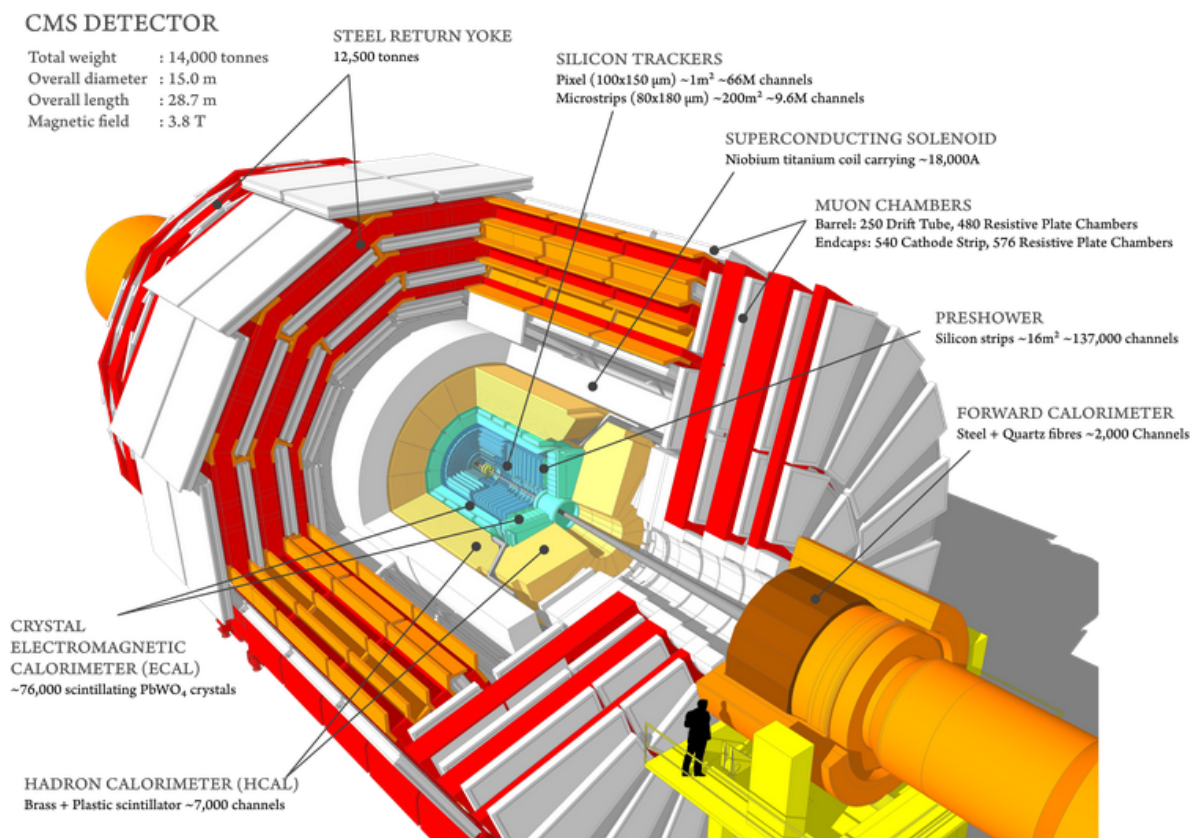
Σχήμα 3.5: Το σύστημα συντεταγμένων του CMS

Στο Σχήμα 3.6 φαίνεται η εσωτερική δομή του ανιχνευτή CMS και τα στρώματα υποανιχνευτών από τα οποία δομείται. Το κάθε επίπεδο του CMS αποτελείται από ένα ανιχνευτικό υποσύστημα, το οποίο προορίζεται για τη συλλογή ενός συγκεκριμένου μέρους της πληροφορίας που προέρχεται από τη σύγκρουση των δύο δέσμεων πρωτονίων. Από τον συνδυασμό αυτών των πληροφοριών ενέργειας, ορμής και τροχιών προκύπτει η ταυτοποίηση των σωματιδίων που δημιουργήθηκαν κατά τη σύγκρουση.

Οι τέσσερις ανιχνευτικές διατάξεις από τις οποίες απαρτίζεται ο CMS είναι οι ακόλουθες:

- ⇒ **Ανιχνευτές Τροχιών - Tracker Detector:** Σύστημα ανίχνευσης τροχιών που δίνει πληροφορίες για το είδος και την ορμή των σωματιδίων που προέρχονται από τη σύγκρουση των δέσμεων.
- ⇒ **Ηλεκτρομαγνητικό Θερμιδόμετρο - Electromagnetic Calorimeter (ECAL):** Θερμιδόμετρο για την ανίχνευση και μελέτη φωτονίων και ηλεκτρονίων.
- ⇒ **Αδρονικό Θερμιδόμετρο - Hadronic Calorimeter (HCAL):** Θερμιδόμετρο για την ανίχνευση και μελέτη ουδέτερων αλλά και φορτισμένων αδρονίων.
- ⇒ **Ανιχνευτές Μιονίων - Muon detectors:** Ένα ανιχνευτικό σύστημα υψηλής απόδοσης για τη μελέτη και ανίχνευση μιονίων.

Σημαντικό κομμάτι του ανιχνευτή είναι επίσης ο Σωληνοειδής Μαγνήτης (Solenoid Magnet) στον οποίο οφείλει εν μέρη το όνομα του ο CMS. Ο μαγνήτης παράγει μαγνητικό πεδίο έντασης περίπου 4 T παράλληλα στον άξονα της δέσμης με αποτέλεσμα να καμπυλώνει τις τροχιές των σωματιδίων κάθετα στον άξονα αυτής.



Σχήμα 3.6: Η δομή του ανιχνευτή CMS. Τα ανιχνευτικά υποσυστήματα από τα οποία αποτελείται βρίσκονται σε ομοαξονικά επίπεδα γύρω από τον άξονα της δέσμης.

	Weight (t)	Length (m)	Radius (m)	
CMS	14000	21.6	7.5	
		coverage in $ \eta $	Radius/Distance (m)	Purpose
Solenoidal Magnet	4 layers	-	2.95 - 3.25	bending of charged particle trajectories
Tracker	pixel	< 2.4	0.05 - 0.11	measurement of charge and momentum
	strip	< 2.4	0.20 - 1.16	
ECAL	barrel	< 1.479	1.24 - 1.86	energy measurement of electrons and photons
	endcap	1.479 - 3.0	3.2	
HCAL	barrel	< 1.4	1.77 - 2.95	energy measurement of hadrons
	endcap	1.3 - 3.0	3.9	
	forward	3.0 - 5.2	11.2	
Muon System	barrel	< 1.2	3.8 - 7.38	identification and measurement of muons
	endcap	0.9 - 2.4	5.0	

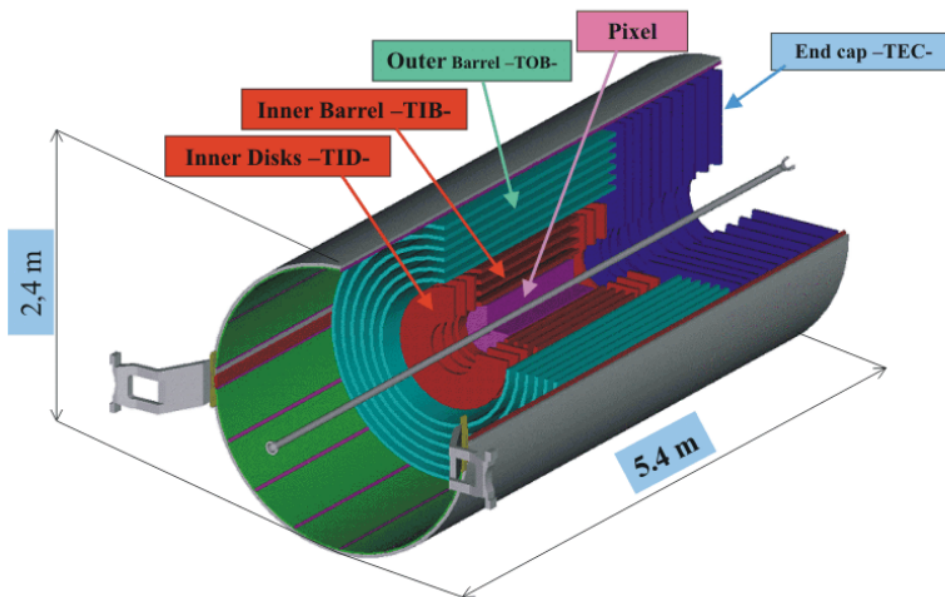
Πίνακας 3.1: Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ανιχνευτή CMS και των ανιχνευτικών υποδιατάξεών του. Καταγράφεται για κάθε υποσύστημα η κάλυψη που προσφέρει σε μονάδες της pseudorapidity, $|\eta|$, η εσωτερική και η εξωτερική ακτίνα του, $r_{inner} - r_{outer}$ και η απόσταση z του endcap από το σημείο σύγκρουσης.

Με αφετηρία το σημείο της σύγκρουσης των δέσμεων στο εσωτερικό του barrel, βρίσκονται με την παρατιθέμενη σειρά ο tracker, το ECAL και το HCAL. Οι τρεις αυτές διατάξεις περιβάλλονται από τον σωληνοειδή μαγνήτη. Στη συνέχεια, συναντάμε το σύστημα των ανιχνευτών μιονίων, το οποίο βρίσκεται έξω από τον μαγνήτη. Ένα μέρος της κάθε ανιχνευτικής διάταξης υπάρχει και στους δίσκους που κλείνουν το βαρέλι, δηλαδή στα endcaps. Στις υποενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι διατάξεις αυτές με περισσότερες λεπτομέρειες. Στον Πίνακα 3.1 φαίνονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του CMS και των ανιχνευτικών υποδιατάξεών του [17].

3.3.1 Ανιχνευτής Τροχιών (Tracker Detector)

Το σύστημα ανίχνευσης τροχιών καταγράφει τη διαδρομή που ακολουθήσαν τα φορτισμένα σωματίδια μέσα στο μαγνητικό πεδίο που παράγει ο μαγνήτης. Ο τρόπος που καταγράφεται η τροχιά των σωματιδίων είναι υπολογίζοντας τις συνεταγμένες τους σε ορισμένα σημεία «κλειδιά» (key points). Κάθε μέτρηση έχει χωρική διακριτική ικανότητα $10 \mu\text{m}$. Όσο πιο κυρτή είναι η διαδρομή που ακολουθεί το σωματίδιο, τόσο πιο μικρή είναι η ορμή του, ενώ από τη φορά της κάμψης του διαπιστώνεται το φορτίο του. Έτσι, από τις τροχιές των σωματιδίων μπορεί να προσδιοριστεί με αποτελεσματικότητα και ακρίβεια το φορτίο, η θέση και η ορμή τους.

Επιπρόσθετα, η πληροφορία που παίρνουμε από την τροχιά χρησιμοποιείται για την ανακατασκευή της κύριας και της δευτερεύουσας κορυφής αλληλεπίδρασης του σωματιδίου, όπως και της παραμέτρου πρόσκρουσης. Η κύρια κορυφή είναι το πραγματικό σημείο αλληλεπίδρασης, δηλαδή η θέση στην οποία συγκρούονται τα σωματίδια⁵. Ο προσδιορισμός της είναι η βάση για την ανακατασκευή του σημείου όπου οι δέσμες πρωτονίων επικαλύπτονται (beam spot). Η δευτερεύουσα κορυφή χρησιμοποιείται για την ταυτοποίηση βαρέων quarks και λεπτονίων τ . Η παράμετρος πρόσκρουσης ορίζεται ως η εγκάρσια απόσταση από το ανακατασκευασμένο ίχνος του σωματιδίου έως το σημείο αλληλεπίδρασης και χρησιμοποιείται για να διακρίνει τα κοσμικά μίονια.



Σχήμα 3.7: Σχηματική απεικόνιση του Ανιχνευτή Τροχιών του CMS. Ο συνδυασμός των έξι Tracker Outer Barrel (TOB), των τεσσάρων Tracker Inner Barrel (TIB) και σε κάθε endcap των τριών Tracker Inner Disk (TID) και των εννέα Tracker End Caps (TEC) εξασφαλίζει κάλυψη τροχιών σε περιοχή $|\eta| < 2.4$.

Ο Ανιχνευτής Τροχιών αποτελείται από δομές πυριτίου (silicon) και περιέχει 75 εκατομμύρια ηλεκτρονικές συσκευές ανάγνωσης, οι οποίες μπορούν να ανιχνεύσουν 10^7 σωματίδια/ cm^2/s . Έχει μήκος 5.2 m , ακτίνα $r < 1.2 \text{ m}$ και καλύπτει περιοχή $|\eta| < 2.4$. Η γεωμετρία του φαίνεται στο Σχήμα 3.7. Λόγω της μεγάλης φωτεινότητας του LHC, ο ανιχνευτής πρέπει να έχει πολύ καλή διακριτική ικανότητα και αντοχή στην ακτινοβολία, έχοντας συγχρόνως όσο το δυνατόν λιγότερο υλικό ώστε

⁵Το πραγματικό σημείο αλληλεπίδρασης (real interaction point) διαφέρει από το ονομαστικό σημείο αλληλεπίδρασης (nominal interaction point). Το δεύτερο ορίζεται ως η σχεδιασμένη θέση της σύγκρουσης των σωματιδίων.

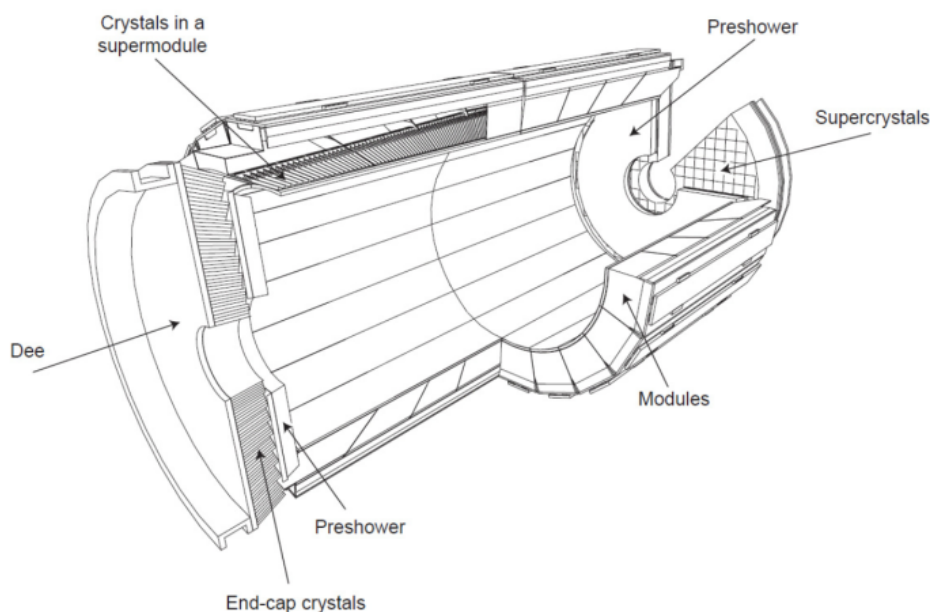
να μη δημιουργεί σημαντικές απώλειες στα σωματίδια που τον διαπερνούν. Κοντά στο σημείο της αλληλεπίδρασης, όπου η ροή σωματιδίων είναι η υψηλότερη, χρησιμοποιούνται *Silicon Pixel* ανιχνευτές, ενώ σε μεγαλύτερη απόσταση από το σημείο αλληλεπίδρασης η ανίχνευση πραγματοποιείται με *Silicon Micro Strip* ανιχνευτές. Οι ανιχνευτές αυτοί καλύπτουν τόσο το barrel, όσο και τα endcaps.

Συγκεκριμένα, γύρω από τους ανιχνευτές Silicon Pixel, μεγέθους $100 \times 150 \mu\text{m}^2$, που βρίσκονται στο κέντρο της διάταξης υπάρχουν δέκα στρώματα από ανιχνευτές Silicon Micro Strip στο barrel, συναρμολογημένα σε φλοιούς. Τα πρώτα τέσσερα στρώματα ανιχνευτών, με λωρίδες πυριτίου μεγέθους $10 \text{ cm} \times 80 \mu\text{m}$, αποτελούν το εσωτερικό βαρέλι (Tracker Inner Barrel - TIB), ενώ τα υπόλοιπα συνθέτουν το εξωτερικό βαρέλι (Tracker Outer Barrel - TOB) και οι λωρίδες πυριτίου σε αυτές τις περιοχές έχουν μέγεθος $25 \text{ cm} \times 180 \mu\text{m}$. Στην περιοχή μετάβασης από το barrel στα endcaps υπάρχουν επιπρόσθετα τρεις εσωτερικοί δίσκοι (Tracker Inner Disk - TID) και εννέα εξωτερικοί δίσκοι (Tracker End Caps - TEC) διατεταγμένοι ομόκεντρα στα endcaps. Συνολικά οι ανιχνευτές Silicon Strip αποτελούνται από 15400 μονάδες με 200 m^2 ενεργή επιφάνεια πυριτίου.

Όταν ένα σωματίδιο διαπερνά τον ανιχνευτή, έχει αρκετή ενέργεια ώστε να διεγείρει τα άτομα του πυριτίου, με αποτέλεσμα να αποβάλλουν ηλεκτρόνια και να δημιουργήσουν ζεύγη ηλεκτρονίων και οπών. Τα φορτία που εκπέμπονται συλλέγονται από κάθε pixel, συνθέτοντας ένα μικρό παλμό ηλεκτρικού σήματος, ο οποίος στη συνέχεια ενισχύεται από τσιπς APV25 (Analogue Pipeline Voltage Chip). Κάθε τέτοιος παλμός καταγράφεται ως «χτύπημα» (hit) όταν ένα σωματίδιο διέρχεται από τον ανιχνευτή και από τον συνδυασμό των hits ανακατασκευάζεται η τροχιά του σωματιδίου. Οι ανιχνευτές πυριτίου έχουν γρήγορη απόκριση και χωρική διακριτική ικανότητα $10-20 \mu\text{m}$. Για την ελαχιστοποίηση της διαταραχής του πυριτίου, λόγω της υψηλής ακτινοβολίας που παράγεται από τις συγκρούσεις, το συγκεκριμένο σημείο του ανιχνευτή διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία -20°C .

3.3.2 Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο (ECAL)

Το Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο [18] μετράει την ενέργεια των διερχόμενων ηλεκτρονίων και φωτονίων. Ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται αυτό είναι απορροφώντας πλήρως το διερχόμενο σωματίδιο και μετατρέποντας την ενέργεια που εναποθέτει στο θερμιδόμετρο σε απόκριση του ανιχνευτή. Το ECAL αποτελείται από 80000 κρύσταλλους μολύβδου βολφραμίου, PbWO_4 , οι οποίοι λειτουργούν ως σπινθιριστές. Αυτό σημαίνει ότι όταν ένα ηλεκτρόνιο υψηλής ενέργειας ή ένα φωτόνιο συγκρούεται με έναν πυρήνα του ECAL κρυστάλλου, παράγεται ηλεκτρομαγνητικός καταγισμός φωτονίων, ποζιτρονίων και ηλεκτρονίων έως ότου η ενέργεια του αρχικού σωματιδίου μετατραπεί σε ενέργεια φωτονίων. Τα φωτόνια που έχουν παραχθεί από τον σπινθιρισμό λαμβάνονται στη συνέχεια από φωτοπολλαπλασιαστή, όπου ενισχύεται το σήμα τους ώστε να υπολογιστεί η αρχική ενέργεια του προσπίπτοντος σωματιδίου.

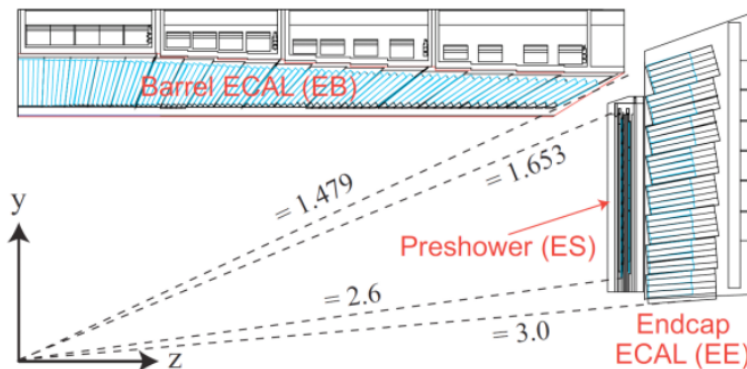


Σχήμα 3.8: Σχηματική αναπαράσταση του Ηλεκτρομαγνητικού Καλορίμετρου (ECAL) του CMS.

Το υλικό του κρυστάλλου του ECAL έχει επιλεγεί λόγω ορισμένων πολύ χρήσιμων χαρακτηριστικών του, τα οποία είναι η υψηλή πυκνότητά του ($\rho = 8.3 \text{ g/cm}^3$), το μικρό μήκος ακτινοβολίας ($X_0 = 0.89 \text{ cm}$) και η μικρή ακτίνα Moliere ($R_m = 2.5 \text{ cm}$). Όλα αυτά τα στοιχεία συνδράμουν στην παραγωγή σύντομων (μικρής διάρκειας) και καλά ορισμένων (μικρού εύρους) καταγισμών, το οποίο είναι σημαντικό για την αποτελεσματική εναπόθεση και μέτρηση της ενέργειας του διερχόμενου σωματιδίου.

Το ECAL χωρίζεται σε δύο τμήματα, το ECAL Barrel και τα ECAL Encaps:

- Το **ECAL Barrel (EB)** απαρτίζεται από δομές που ονομάζονται supermodules, όπου η κάθε μία αποτελείται από τέσσερα modules, με το πρώτο να έχει 500 κρυστάλλους και τα υπόλοιπα 400. Οι κρύσταλλοι έχουν σχήμα κομμένης πυραμίδας με μήκος 23 cm και εμβαδό πλευράς $2.2 \times 2.2 \text{ cm}^2$, το οποίο καθορίζει τη διακριτική τους ικανότητα και είναι στραμμένοι με γωνία 3° προς το σημείο σύγκρουσης για την καλύτερη ανίχνευση του ηλεκτρομαγνητικού καταγισμού. Συνολικά υπάρχουν 26 supermodules και αριθμούνται 61200 κρύσταλλοι στο EB, οι οποίοι καλύπτουν την περιοχή $1.2 \text{ m} < r < 1.8 \text{ m}$ και $|\eta| < 1.48$.
- Από την άλλη, τα **ECAL Encaps (EE)** αποτελούνται από δύο ημικύκλια, όπου η δομική μονάδα του καθενός περιέχει 5×5 κρυστάλλους που ονομάζονται supercrystals. Ο κάθε κρύσταλλος στα endcaps έχει μήκος 22 cm και εμβαδό $2.86 \times 2.86 \text{ cm}^2$. Συνολικά στο κάθε EE υπάρχουν 3662 κρύσταλλοι, οι οποίοι επεκτείνουν την κάλυψη του ECAL μέχρι την περιοχή $|\eta| < 3$. Τέλος, μπροστά από τα EE υπάρχει ένα τμήμα που ονομάζεται **ECAL Preshower (ES)** και καλύπτει την περιοχή $1.65 < |\eta| < 2.6$. Αποτελείται από απορροφητές μολύβδου εξοπλισμένους με silicon strip ανιχνευτές, που έχουν ακρίβεια εμβαδού $1.90 \times 61 \text{ mm}^2$. Το κομμάτι αυτό έχει μικρό πάχος που αντιστοιχεί σε $\sim 3X_0$ και ο ρόλος του είναι να διαχωρίζει τη διαδικασία $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, εξαιτίας της πολύ μικρής γωνίας μεταξύ των δύο φωτονίων σε μεγάλα η .



Σχήμα 3.9: Τμήμα της διαμήκου διατομής του ECAL.

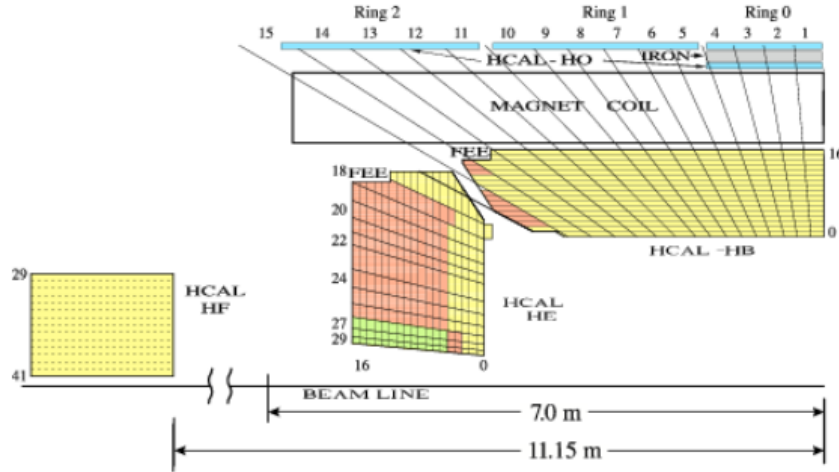
3.3.3 Αδρονικό Καλορίμετρο (HCAL)

Το Αδρονικό Καλορίμετρο μετράει την εναπόθεση ενέργειας των φορτισμένων αλλά και ουδέτερων αδρονίων στον ανιχνευτή. Επιπλέον, μετρώντας την ασυμμετρία στο εγκάρσιο επίπεδο παρέχει μία έμμεση μέτρηση των διερχόμενων σωματιδίων που δεν αλληλεπιδρούν με το υλικό του ανιχνευτή, όπως τα νετρίνα. Σε αντιστοιχία με το ηλεκτρομαγνητικό καλορίμετρο, στο HCAL όταν ένα αδρόνιο αλληλεπιδράσει με το υλικό του ανιχνευτή προκαλείται αδρονικός καταγισμός, ο οποίος διαφέρει σε σχέση με τον ηλεκτρομαγνητικό καταγισμό ως προς τον χρόνο που χρειάζεται για να εξελιχθεί, το μήκος διεύθυνσης και τον τρόπο που καταναλώνεται η ενέργεια του σωματιδίου. Τα φαινόμενα που καθορίζουν την ανάπτυξη ενός αδρονικού καταγισμού είναι η παραγωγή αδρονίων, η πυρηνική αποδιέγερση και η αποσύνθεση πιονίων και μιονίων.

Το HCAL είναι ένα δειγματοληπτικό καλορίμετρο, προσδιορίζει δηλαδή τη θέση, την ενέργεια και τη χρονική στιγμή άφιξης του σωματιδίου στον ανιχνευτή. Χρησιμοποιούνται εναλλασσόμενα στρώματα από πυκνούς απορροφητές και σπινθηριστές φθορισμού, υλικά τα οποία αλληλεπιδρούν με τα αδρόνια παράγοντας δευτερεύοντα σωματίδια που οδηγούν στη δημιουργία αδρονικού καταγισμού. Καθώς ο καταγισμός εξελίσσεται μέσα στον ανιχνευτή, τα σωματίδια διέρχονται μέσα από τα διάφορα στρώματα σπινθηριστών παράγοντας έναν ταχύ παλμό φωτός. Ειδικές οπτικές ίνες διαμέτρου μικρότερης του

1 mm συλλέγουν το φως αυτό και το μεταφέρουν στα ηλεκτρονικά ανάγνωσης όπου υπάρχουν φωτο-ανιχνευτές για την ενίσχυση του σήματος. Από την ολοκληρωμένη άθροιση πάνω στα οπτικά σήματα που ανιχνεύονται, προκύπτει η διαδρομή που ακολούθησε το εισερχόμενο σωματίδιο μέσα στον HCAL, ενώ ταυτόχρονα προσδιορίζεται η ενέργεια και το είδος του σωματιδίου.

Κατά τη διάσπαση των σωματιδίων παράγονται και σωματίδια τα οποία δεν αφήνουν κανένα ίχνος μέσα στον ανιχνευτή του CMS. Η ανίχνευσή τους βασίζεται στο γεγονός ότι βλέπουμε σωματίδια να βγαίνουν από τη μία πλευρά του ανιχνευτή αλλά όχι από την αντιδιαμετρική της. Από την ανισορροπία στην ενέργεια και την ορμή συμπεραίνεται ότι έχουν παραχθεί «αόρατα» σωματίδια.



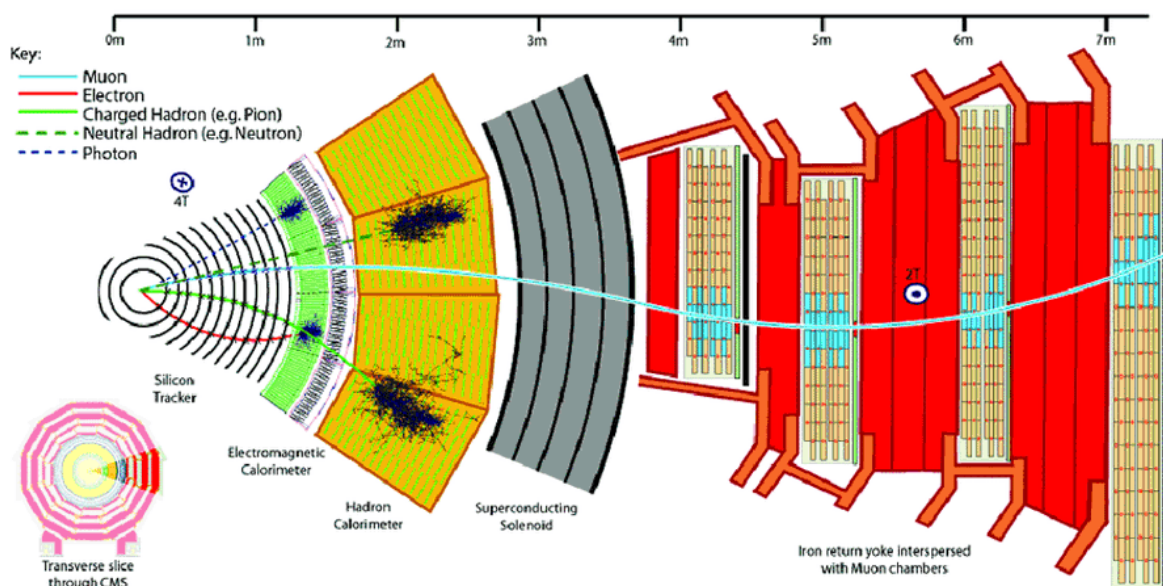
Σχήμα 3.10: Τμήμα της διαμήκουσ διατομής του Αδρονικού Καλορίμετρου (HCAL) του CMS.

Το HCAL απαρτίζεται από τέσσερα τμήματα, το *Hadronic Barrel (HB)*, τα *Hadronic Endcaps (HE)*, το *Hadronic Outer (HO)* και το *Hadronic Forward (HF)*, τα οποία φαίνονται στο Σχήμα 3.10. Στο HB υπάρχουν 36 αζιμουθιακές σφήνες (wedges), 26 τόνων η κάθε μία, που σχηματίζουν δύο half-barrels. Κάθε σφήνα αποτελείται από επίπεδους χάλκινους απορροφητές παράλληλους στον άξονα z - ο πρώτος και ο τελευταίος είναι ατσάλινοι - μεταξύ των οποίων εναλλάσσονται πλαστικοί σπινθηριστές. Παρόμοια είναι και η διαμόρφωση των HE. Οι δομές αυτές έχουν στο HB διακριτική ικανότητα $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0.087 \times 0.087$ και κάλυψη $|\eta| < 1.4$, ενώ στα HE είναι $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0.017 \times 0.017$ και $1.3 < |\eta| < 3.0$. Το HO, η εξωτερική πλευρά του barrel, αποτελείται από επιπλέον σπινθηριστές και είναι κατασκευασμένο σε πέντε δακτυλίους, παρόμοια με τη δομή του σιδερένιου σκελετού και του μιονικού συστήματος ανίχνευσης γύρω από τον ανιχνευτή. Είναι τοποθετημένο εξωτερικά του σωληνοειδούς μαγνήτη, με σκοπό να εντοπίζει τα σωματίδια που διέφυγαν από τους εσωτερικούς ανιχνευτές του HCAL, εξασφαλίζοντας έτσι ότι δεν θα υπάρξουν διαρροές ενέργειας. Τέλος, στην εμπρόσθια κατεύθυνση είναι τοποθετημένο το HF, προσφέροντας επιπλέον γωνιακή κάλυψη, $3.0 < |\eta| < 5.2$. Αυτό το κομμάτι δέχεται πολύ μεγάλη ακτινοβολία, λόγω της μικρής γωνίας ως προς τον άξονα της δέσμης στην οποία βρίσκεται και για αυτό χρησιμοποιούνται ανθεκτικές οπτικές ίνες, που διατρέχουν παράλληλα τον απορροφητή και συλλέγουν τα οπτικά σήματα. Ο ρόλος του HF είναι σημαντικός τόσο για την ανακατασκευή των forward jets όσο και για την καλύτερη μέτρηση της ελλειπούσας εγχάρσιας ενέργειας.

3.3.4 Σωληνοειδής Μαγνήτης

Ένα από τα σημαντικότερα μέρη του ανιχνευτή είναι ο μαγνήτης, ένα υπεραγωγίμο σωληνοειδές πηνίο με τέσσερα στρώματα περιελίξεων και μήκος 13 m, το οποίο παράγει αξονικό μαγνητικό πεδίο 3.8 T και καλύπτει μία περιοχή $|\eta| < 1.5$. Τα φορτισμένα σωματίδια που αναδύονται από το σημείο της αλληλεπίδρασης δέχονται την επίδραση του μαγνητικού πεδίου και ως αποτέλεσμα κάμπτονται οι τροχιές τους ανάλογα με το φορτίο τους. Με αυτόν τον τρόπο μετράται η ορμή των σωματιδίων. Για να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια στον προσδιορισμό της ορμής των κινητικών μιονίων, η οποία είναι $\Delta p/p \approx 10\%$ για ορμή $p = 1 \text{ TeV}$, ο μαγνήτης πρέπει να προσαρμόζεται στο σχήμα του ανιχνευτή. Για το λόγο αυτό έχει επιλεχθεί να έχει σχήμα σωληνοειδούς, παράλληλο στον άξονα της δέσμης. Στο εσωτερικό του είναι τοποθετημένα τα τρία πρώτα ανιχνευτικά συστήματα του CMS, ενώ εξωτερικά περιβάλλεται από το σύστημα των μιονικών ανιχνευτών. Το τελευταίο είναι εμβαπτισμένο σε σιδερένιο

σκελετό ώστε να επιστρέφει τη μαγνητική ροή, ενώ ταυτόχρονα κρατάει τους ανιχνευτές σε τέσσερα ομοκεντρικά στρώματα. Το μαγνητικό πεδίο σε αυτό το σημείο είναι αντίθετης κατεύθυνσης από αυτό του κύριου μαγνήτη και επομένως οι τροχιές των μιονίων στο εξωτερικό τμήμα του ανιχνευτή καμπυλώνονται με αντίθετη φορά.



Σχήμα 3.11: Εγκάρσια διατομή του ανιχνευτή CMS, όπου φαίνονται τα διάφορα ανιχνευτικά υποσυστήματα από τα οποία αποτελείται και βρίσκονται σε ομοαξονικά επίπεδα γύρω από τον άξονα της δέσμης. Στο σχήμα διακρίνονται οι τροχιές διαφορετικών σωματιδίων και ο τρόπος με τον οποίο αφήνουν την υπογραφή τους στους ανιχνευτές. Τα αρνητικά φορτισμένα σωματίδια, όπως ηλεκτρόνια και μίονια, κάμπτονται προς μία κατεύθυνση από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο μαγνήτης, ενώ τα θετικά φορτισμένα σωματίδια, όπως αδρόνια, κάμπτονται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Τα ηλεκτρικά ουδέτερα σωματίδια, όπως φωτόνια και γλουόνια, δεν επηρεάζονται από το μαγνητικό πεδίο και αναγκωρίζονται από τις μη καμπυλωμένες τροχιές τους.

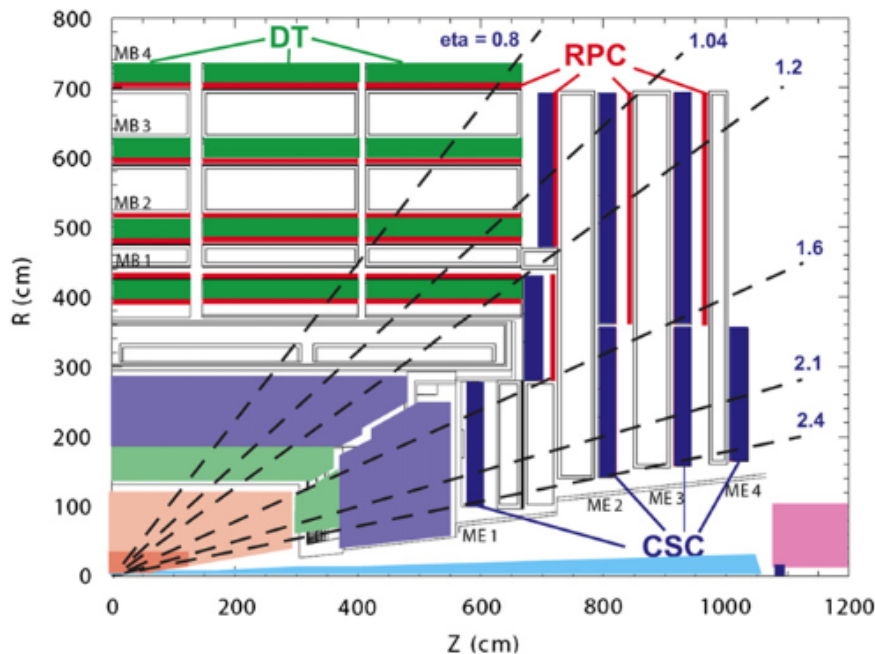
3.3.5 Ανιχνευτές μιονίων (Muon Detectors)

Το μιονικό σύστημα ανίχνευσης [19] απαρτίζεται από τέσσερις σταθμούς οι οποίοι αποτελούνται από θάλαμους ιονισμού αερίου και καλύπτουν ενεργή επιφάνεια $25\,000\text{ m}^2$. Όταν ένα μίονιο διέρχεται από τον θάλαμο αερίου ιονίζει την ύλη, διεγείροντας τα ηλεκτρόνια των ατόμων του ανιχνευτή και προκαλώντας χιονοστοιβάδες ηλεκτρονίων, τα οποία συλλέγονται στην άνοδο δημιουργώντας ηλεκτρικό σήμα. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η ανίχνευση και ανακατασκευή των μιονίων, τα οποία είναι διεισδυτικά και δεν αλληλεπιδρούν με τις υπόλοιπες ανιχνευτικές διατάξεις του CMS. Το σύστημα των ανιχνευτών μιονίων βρίσκεται εξωτερικά του σωληνοειδούς μαγνήτη και καλύπτει συνολικά περιοχή $\eta < 2.4$ και $3.8\text{ m} < r < 7.38\text{ m}$. Η εσωτερική δομή του συστήματος των μιονικών ανιχνευτών φαίνεται στο Σχήμα 3.12.

Στην κεντρική περιοχή, στο μιονικό barrel (MB), όπου η ροή μιονίων είναι χαμηλή και το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ισχυρό, είναι τοποθετημένοι θάλαμοι *Drift Tubes (DT)*. Είναι ένα σύστημα από ομόκεντρους κυλινδρικούς ανιχνευτές διαμέτρου 4 cm , ομοαξονικούς με τον άξονα της δέσμης, όπου καθένας αποτελείται από τέσσερις σταθμούς διαφορετικής ακτίνας (MB1-MB4). Στο εσωτερικό του κάθε σωλήνα (tube) υπάρχει μείγμα αερίων αργού και διοξειδίου του άνθρακα, το οποίο ιονίζεται όταν διέλθει από μέσα του μίονιο. Τα ηλεκτρόνια που δημιουργούνται κατευθύνονται λόγω του ηλεκτρικού πεδίου που υπάρχει στο εσωτερικό του σωλήνα σε ένα σύρμα ανόδου. Από το σημείο πάνω στο σύρμα στο οποίο προσπίπτουν και τον χρόνο ολίσθησης υπολογίζεται η τροχιά του μιονίου.

Στις περιοχές των endcaps η ακτινοβολία και το μαγνητικό πεδίο είναι υψηλότερα οπότε χρησιμοποιούνται *Cathode Strip Chambers (CSC)*, οι οποίοι παρέχουν ακριβείς χωρικές και χρονικές πληροφορίες για την κίνηση του σωματιδίου και έχουν μικρό χρόνο απόκρισης. Διαθέτουν πλέγμα ανόδων και καθόδων τοποθετημένων μέσα σε αέριο, το οποίο ιονίζεται κατά τη διέλευση σωματιδίων με αποτέλεσμα τα παραγόμενα ηλεκτρόνια να δημιουργούν χιονοστοιβάδα. Από το σήμα που παράγεται προσδιορίζεται η τροχιά των διερχόμενων μιονίων.

Τόσο στο barrel, όσο και στα endcaps των μιονικών ανιχνευτών υπάρχουν οι *Resistive Plate Chambers (CSC)*, επιπρόσθετοι θάλαμοι αερίου αποτελούμενοι από δύο παράλληλες φορτισμένες πλάκες κατασκευασμένες από υψηλής αντίστασης υλικό που λειτουργούν ως άνοδος και κάθοδος. Έχουν καλή διακριτική ικανότητα και ο σκοπός τους είναι να παρέχουν συμπληρωματικές μετρήσεις για τη θέση και τον χρόνο διέλευσης των μιονίων, αλλά κυρίως διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο ως σκανδαλιστές.



Σχήμα 3.12: Διατομή του συστήματος μιονικών ανιχνευτών. Στο barrel και ενδιάμεσα στον σιδερένιο σκελετό βρίσκονται 250 θάλαμοι Drift Tube (DT), ενώ στα endcaps είναι τοποθετημένοι 468 Cathode Strip Chambers (CSC), οι οποίοι αποσκοπούν στον προσδιορισμό της τροχιάς και την ταυτοποίηση μιονίων. Για τη βελτιστοποίηση της μέτρησης της θέσης των μιονίων, αλλά και την παροχή πληροφορίας για τον σκανδαλισμό, είναι εγκατεστημένοι και στις δύο περιοχές οι Resistive Plate Chambers (RPC), οι οποίοι αριθμούν 250 στο barrel και 432 στα endcaps.

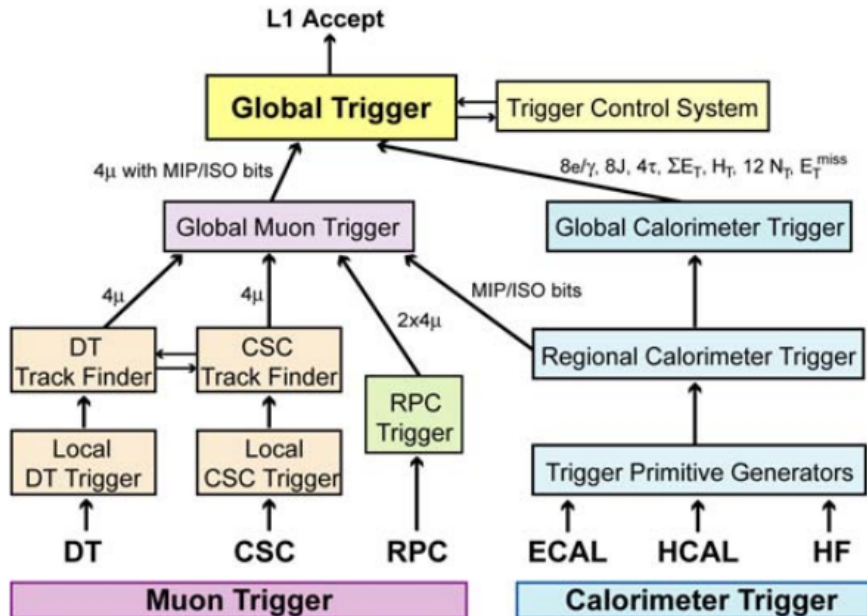
3.3.6 Σύστημα Σκανδαλισμού (Trigger)

Η συχνότητα με την οποία οι ανιχνευτές καταγράφουν γεγονότα κατά τη διάρκεια λειτουργίας του LHC είναι 40 MHz , παράγονται δηλαδή κάθε δευτερόλεπτο 40 Mega Bytes δεδομένων. Πέρα του γεγονότος ότι η συντριπτική αυτή ποσότητα πληροφορίας δεν είναι εφικτό να αποθηκευτεί με τα φυσικά μέσα που διατίθενται, μεγάλο μέρος των δεδομένων που καταγράφονται δεν πρόκειται καν να χρησιμοποιηθούν για ανάλυση καθώς δεν φέρουν φυσικό ενδιαφέρον. Επομένως, υπάρχει η ανάγκη ενός συστήματος σκανδαλισμού (Trigger System) που θα βελτιστοποιεί τον ρυθμό καταγραφής γεγονότων κατά τη συλλογή δεδομένων από τους ανιχνευτές, επιλέγοντας να κρατήσει τα γεγονότα που παρουσιάζουν φυσικό ενδιαφέρον.

Στο CMS χρησιμοποιείται ως σύστημα σκανδαλισμού το TRIDAS (Trigger and Data Acquisition System) [20]. Η επιλογή των γεγονότων που θα διατηρηθούν εξαρτάται από τη στιγμιαία φωτεινότητα του ανιχνευτή και μπορεί να προσαρμοστεί κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του. Το σύστημα σκανδαλισμού χρησιμοποιεί ένα online trigger menu, το οποίο περιλαμβάνει πολλά διαφορετικά trigger paths - δηλαδή συλλογές κριτηρίων επιλογής - που μπορούν να εφαρμοστούν κατά τη διάρκεια λήψης των δεδομένων. Η διαδικασία ελέγχου και επιλογής των γεγονότων είναι διαμορφωμένη σε δύο στάδια. Τα δεδομένα περνάνε πρώτα από τον Level-1 Trigger και στη συνέχεια από τον High Level Trigger.

Στο πρώτο στάδιο του συστήματος σκανδαλισμού, τα δεδομένα διέρχονται από τον *Level-1 Trigger (L1T)*. Αποθηκεύονται σε buffers μέχρι ο σκανδαλιστής να αποφασίσει αν το γεγονός απορρίπτεται ή γίνεται δεκτό. Ο L1T αποτελείται αποκλειστικά από hardware, το οποίο βρίσκεται τοποθετημένο όσο το δυνατό πιο κοντά στον ανιχνευτή, ώστε να μην υπάρχει καθυστέρηση στη μετάδοση της πληροφορίας από τον ανιχνευτή στον σκανδαλιστή. Χρησιμοποιεί δεδομένα από τα καλορίμετρα και το σύστημα ανίχνευσης μιονίων ώστε να πραγματοποιήσει μία ελάχιστη ανακατασκευή του γεγονότος και στη

συνέχεια εφαρμόζει προεπιλεγμένα κριτήρια για την απόρριψη ή μη αυτού. Ο χρόνος που απαιτείται για τον έλεγχο του γεγονότος είναι $1 \mu s$, ενώ συνολικά για τη συλλογή και επεξεργασία των δεδομένων απαιτούνται $3.2 \mu s$. Ο L1T επιτυγχάνει να μειώσει τον όγκο των δεδομένων σε περίπου $10 - 100 kHz$. Όσα γεγονότα επιβιώνουν μεταφέρονται στον HLT για περαιτέρω ανάλυση.



Σχήμα 3.13: Η αρχιτεκτονική του Level-1 Trigger. Παράγονται τοπικά αντικείμενα σκανδαλισμού χρησιμοποιώντας πληροφορίες από την κατάθεση ενέργειας στα καλορίμετρα. Παράλληλα, ανακατασκευάζονται τα ίχνη των μιονίων τοπικά στους DTs και CSCs, ενώ από τους RPCs κατασκευάζονται τα υποψήφια μίονια. Οι πληροφορίες από τους ανιχνευτές συνδυάζονται στον καθολικό σκανδαλιστή και εν τέλει γίνεται η επιλογή της απόρριψης ή μη του γεγονότος, οπότε περνάει στον HLT για περαιτέρω ανάλυση.

Ο *High Level Trigger (HLT)* [21] αποτελείται αποκλειστικά από software και το trigger menu του είναι χωρισμένο σε trigger paths που εξαρτώνται από τα φυσικά αντικείμενα και χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένα κινηματικά κριτήρια. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για να φιλτράρουν τα γεγονότα είναι κατανομημένοι σε τρία επίπεδα. Αρχικά, στο επίπεδο ανακατασκευής Level-1 (L1) χρησιμοποιούνται τα δεδομένα από τα καλορίμετρα που έχει συλλέξει ο L1T. Στο δεύτερο επίπεδο, Level-2 (L2), κατασκευάζονται μεμονωμένα μίονια χρησιμοποιώντας τα hits στους ανιχνευτές μιονίων, ενώ στο τρίτο επίπεδο, Level-3 (L3), συνυπολογίζονται δεδομένα από τον ανιχνευτή τροχιών για την ανακατασκευή του ίχνους του κάθε μεμονωμένου μιονίου. Τέλος, συνδυάζεται όλη η πληροφορία και γίνεται ανακατασκευή ολόκληρου του γεγονότος. Κατά την ολοκλήρωση της διαδικασίας σκανδαλισμού τα δεδομένα που διατηρούνται στο σύστημα είναι πλέον της τάξης των $100 Hz$.

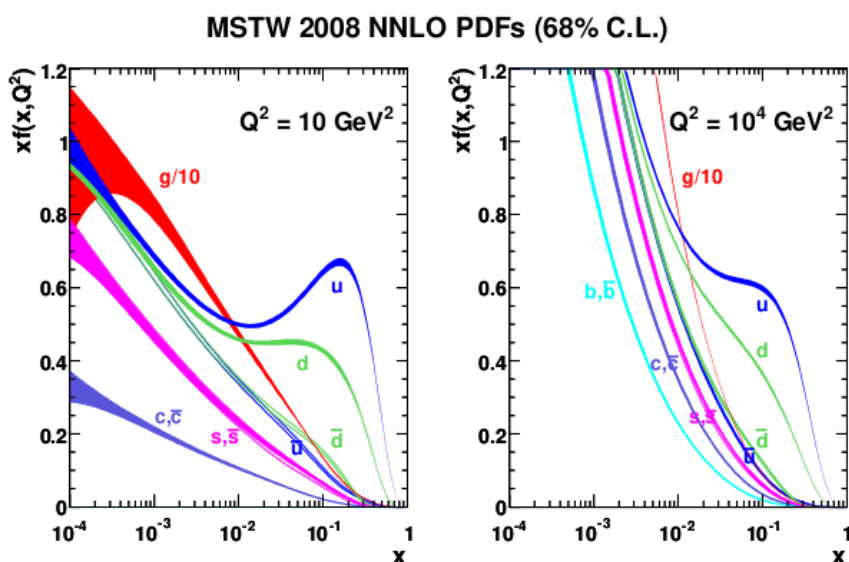
Κεφάλαιο 4

Φυσική Συγκρούσεων Πρωτονίων στον LHC

4.1 Σκεδάσεις πρωτονίου - πρωτονίου

4.1.1 Η δομή του πρωτονίου

Η δομή του πρωτονίου είναι καίριας σημασίας για την κατανόηση και μελέτη της φυσικής των συγκρούσεων πρωτονίων. Το πρωτόνιο είναι μία δέσμη κατάσταση τριών quarks, δύο up και ενός down (uud), τα οποία ονομάζονται quark σθένους (valence quarks). Η περιπλοκότητα της δομής του έγκειται στο γεγονός ότι διαμορφώνεται περαιτέρω από μία δυναμική κατάσταση από γλουόνια και ζεύγη $q\bar{q}$, τα λεγόμενα sea quarks. Τα sea quarks σχηματίζονται από διαδικασίες διαχωρισμού γλουονίων (gluon splitting), ενώ από την αντίστροφη διαδικασία, την εξαύλωση ζευγών $q\bar{q}$ (annihilation), παράγονται γλουόνια. Έτσι, μέσα στο πρωτόνιο υπάρχει ένας τεράστιος αριθμός από g , q , \bar{q} σε συνεχή δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ τους, που ονομάζονται παρτόνια (partons). Η δομή του πρωτονίου αναφέρεται στον τρόπο που είναι κατανομημένα τα παρτόνια μέσα στα πρωτόνια.



Σχήμα 4.1: Οι κατανομές των πυκνοτήτων πιθανότητας των παρτονίων στο εσωτερικό του πρωτονίου σε ακρίβεια NNLO (next to next to leading order) από την ομάδα MSTW [22]. Περιλαμβάνονται οι μπάντες αβεβαιότητας σε εύρος $1 - \sigma$ (68%). Στα μεγάλα x κυριαρχούν τα quarks σθένους, ενώ στα μικρά τα γλουόνια, καθώς έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης τα soft γλουόνια και έχουν μεγαλύτερο παράγοντα χρώματος (color factor) από τα ζεύγη $q\bar{q}$. Τα πιο βαριά quarks έχουν μικρότερη πιθανότητα εμφάνισης για αυτό και οι κατανομές τους διαφέρουν. Στις υψηλότερες ενέργειες οι διαφορές αυτές μικραίνουν, ενώ επιπλέον είναι πιο πιθανή η εμφάνιση ζευγών $q\bar{q}$ και γλουονίων.

Το κύριο χαρακτηριστικό που είναι σχετικό με τις συγκρούσεις πρωτονίων είναι η κατανομή της τετραορμής του πρωτονίου στα διάφορα παρτόνια [23]. Για παρτόνιο τύπου γλουονίου και ελαφριών quarks ($i = g, u, \bar{u}, d, \bar{d}$), η πυκνότητα πιθανότητας να μεταφερθεί σε αυτό ένα κλάσμα x της ορμής του πρωτονίου είναι $f_i(x, \mu_F^2)$, όπου μ_F είναι η κλίμακα παραγοντοποίησης (factorization scale). Η κλίμακα μ_F διαχωρίζει το κομμάτι της σκληρής σκέδασης των παρτονίων, που μπορεί να υπολογιστεί με διαταρακτικές μεθόδους, από το κομμάτι χαμηλής ενέργειας όπου παύει να ισχύει η θεωρία διαταραχών και περιγράφεται από τις πυκνότητες πιθανότητας. Κατέχει δηλαδή ανάλογο ρόλο με την παράμετρο μ_R στις θεωρίες επανακανονικοποίησης, με τη διαφορά ότι αναφέρεται σε απειρισμούς χαμηλών ενεργειών infrared (IR), και όχι ultraviolet (UV) που αφορά την επανακανονικοποίηση. Πολλές φορές τίθεται $\mu_F = \mu_R = Q$, όπου Q η χαρακτηριστική κλίμακα της διαδικασίας που μελετάται.

Για τον προσδιορισμό των πυκνοτήτων πιθανότητας γίνεται προσαρμογή σε δεδομένα, κυρίως από συγκρούσεις ηλεκτρονίου - πρωτονίου, σε χαμηλά Q^2 , οι οποίες στη συνέχεια επεκτείνονται σε υψηλότερα Q^2 μέσω των εξισώσεων DGLAP. Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από την απαίτηση τα παρατηρούμενα μεγέθη να μην εξαρτώνται από την αυθαίρετη κλίμακα μ_F . Κάθε ομάδα που ασχολείται με την εξαγωγή τους χρησιμοποιεί διαφορετικές παραμετροποιήσεις και εξάγει διαφορετικά αποτελέσματα, που πρέπει ωστόσο να είναι στατιστικά συμβατά μεταξύ τους. Στο Σχήμα 4.1 φαίνονται οι πυκνότητες πιθανότητας για τα διάφορα είδη παρτονίων για $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ και $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$.

4.1.2 Σκληρή σκέδαση παρτονίων

Στα πειράματα συγκρούσεων σωματιδίων, μία σημαντική ποσότητα είναι η ενέργεια κέντρου μάζας \sqrt{s} , η οποία είναι η ενέργεια που διατίθεται για τη δημιουργία σωματιδίων και την απόδοση κινητικής ενέργειας σε αυτά. Στον LHC, η ποσότητα s καθορίζεται από τις τετραορμές P_1, P_2 των εισερχόμενων πρωτονίων που συγκρούονται, μέσω της σχέσης

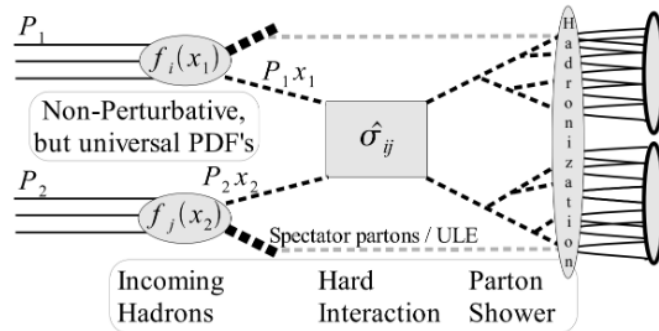
$$\begin{aligned} s &= (P_1 + P_2)^2 \\ &= P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \\ &= (E_1^2 - \vec{p}_1^2) + (E_2^2 - \vec{p}_2^2) + 2(E_1E_2 - \vec{p}_1\vec{p}_2), \end{aligned} \quad (4.1)$$

όπου E_1, E_2 και \vec{p}_1, \vec{p}_2 οι ενέργειες και οι τριορμές των πρωτονίων αντίστοιχα. Επειδή οι δύο δέσμες πρωτονίων έχουν επιταχυνθεί σε ίδια ενέργεια, $E_1 = E_2 = E_{proton}$ και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις $\vec{p}_1 \approx -\vec{p}_2$, η ενέργεια κέντρου μάζας είναι

$$\sqrt{s} = 2E_{proton}. \quad (4.2)$$

Κατά την ανελαστική σύγκρουση δύο πρωτονίων με τετραορμές P_1 και P_2 , η σύγκρουση πραγματοποιείται στην πραγματικότητα μεταξύ δύο παρτονίων των πρωτονίων i και j , με τετραορμές $p_i = x_iP_1$ και $p_j = x_jP_2$. Οι εγκάρσιες συνιστώσες των παρτονίων θεωρούνται αμελητέες. Σύμφωνα με το θεώρημα παραγοντοποίησης (factorization theorem) [24] η ενεργός διατομή για μία διαδικασία $P_1P_2 \rightarrow X$, μπορεί να αναλυθεί μέσω της ενεργού διατομής των παρτονίων, $\hat{\sigma}_{ij \rightarrow X}$, και των πυκνοτήτων πιθανότητάς τους, $f(x, \mu_F^2)$, ως εξής (Σχήμα 4.2)

$$\sigma_{P_1P_2 \rightarrow X} = \sum_{i,j=g,q,\bar{q}} \int dx_i f_{i,p_1}(x_i, \mu_F^2) \int dx_j f_{j,p_2}(x_j, \mu_F^2) \hat{\sigma}_{ij \rightarrow X}(x_iP_1, x_jP_2, \alpha_S, \mu_F). \quad (4.3)$$



Σχήμα 4.2: Σχηματική αναπαράσταση της σκληρής σκέδασης παρτονίων σε συγκρούσεις pp .

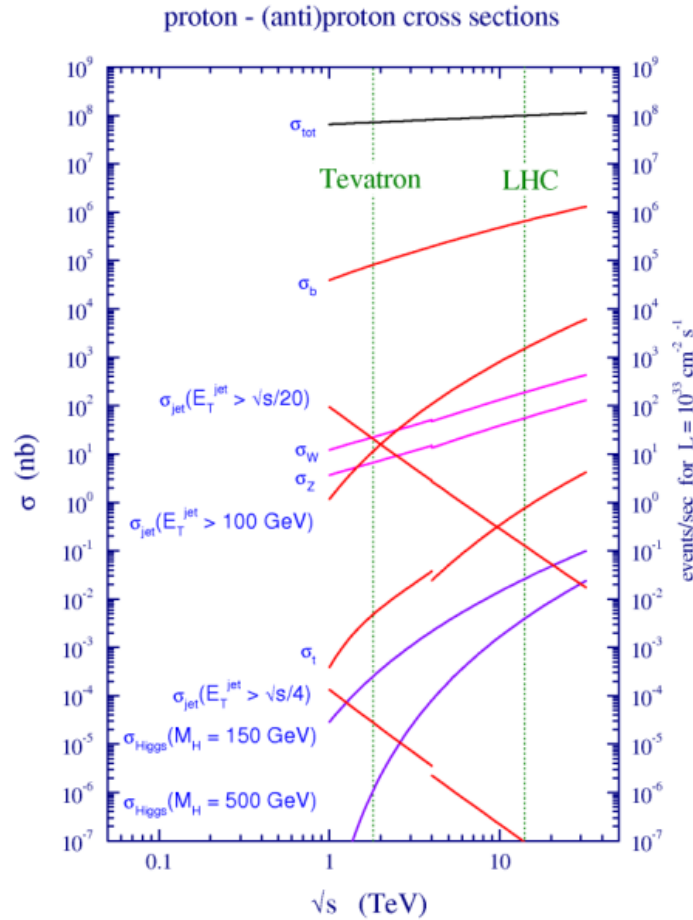
Το κομμάτι της σκληρής σκέδασης των παρτονίων υπολογίζεται στο πλαίσιο της θεωρίας διαταραχών. Η σχέση αυτή είναι πολύ σημαντική για εκτιμήσεις ενεργών διατομών σε συγκρούσεις πρωτονίου - πρωτονίου. Για τα παρτόνια, τα οποία διαθέτουν ένα μικρό ποσοστό x_i, x_j της αρχικής ορμής των πρωτονίων, η ενέργεια του κέντρου μάζας δεν είναι εκείνη των πρωτονίων $s = (13 \text{ TeV})^2$. Αν υποθέσει κανείς ότι οι μάζες τους είναι μικρές σε σχέση με την ορμή τους, η ενέργεια κέντρου μάζας της σκληρής σκέδασης παρτονίων είναι

$$\hat{s} = (p_i + p_j)^2 = p_i^2 + p_j^2 + 2p_i \cdot p_j = 2x_i x_j P_1 P_2 \Rightarrow \hat{s} = x_i x_j s. \quad (4.4)$$

Με τη μετατροπή αυτή μπορεί κανείς να μελετήσει τι είναι πιο πιθανό ως προς τα αρχικά παρτόνια σε μία συγκεκριμένη κινηματική περιοχή. Για παράδειγμα, εάν θέλει κανείς ένα top quark στην τελική κατάσταση πρέπει $\hat{s} > m_t^2 \Rightarrow x_i x_j > 1.8 \times 10^{-4}$.

4.1.3 Ενεργός διατομή

Η συνολική ενεργός διατομή για την αλληλεπίδραση δύο πρωτονίων είναι $\sim 100 \text{ mb}$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3. Από αυτή ένα μέρος της μόνο παρουσιάζει ενδιαφέρον για τη φυσική των συγκρούσεων στον LHC, καθώς επικεντρώνεται στις ανελαστικές σκεδάσεις όπου τα δύο πρωτόνια σπάνε και αλληλεπιδρούν τα παρτόνια τους. Έτσι, αφαιρώντας το μέρος των ελαστικών ή diffractive αλληλεπιδράσεων, η ενεργός διατομή για τις σκεδάσεις που μας ενδιαφέρουν είναι περίπου 70 mb . Παρόλο που το νούμερο αυτό είναι μεγάλο, παρατηρεί κανείς από το ίδιο σχήμα ότι οι ενεργές διατομές για διαδικασίες όπως η παραγωγή top quark ή μποζονίου Higgs είναι πολύ μικρές. Για τον λόγο αυτό και προκειμένου να παράγεται αρκετός όγκος γεγονότων με ενδιαφέρουσα φυσική χρειάζεται οι συγκρούμενες δέσμες πρωτονίων να αποτελούνται από πακέτα (bunches) με πολλά πρωτόνια.



Σχήμα 4.3: Ενεργές διατομές ανά ενέργεια κέντρου μάζας για ορισμένες τυπικές διεργασίες που προκύπτουν σε συγκρούσεις πρωτονίου - πρωτονίου.

4.1.4 Φωτεινότητα

Η φωτεινότητα L (Luminosity) είναι μία ποσότητα που χρησιμοποιείται στη φυσική των επιταχυντών για να ποσοτικοποιήσει την απόδοση και την ένταση των συγκρούσεων [25]. Εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του επιταχυντή και εκφράζει τον ρυθμό R παραγωγής N αριθμού σωματιδίων από μία διαδικασία με ενεργό διατομή σ ανά μονάδα χρόνου dt ,

$$R = \frac{dN}{dt} = \sigma \cdot L. \quad (4.5)$$

Στις αναλύσεις χρησιμοποιείται η ολοκληρωμένη φωτεινότητα (integrated luminosity), η οποία δίνεται από τη σχέση

$$L_{int} = \int dt L. \quad (4.6)$$

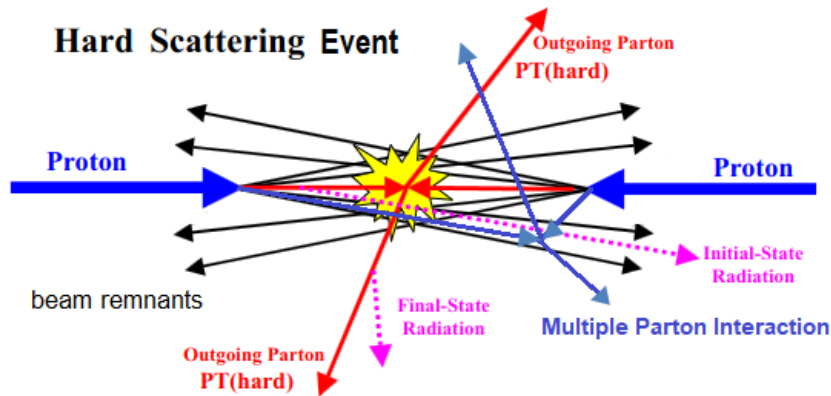
Στην περίπτωση δύο συγκρουόμενων ακτινών από N_b δέσμες σωματιδίων η καθεμία και με n_1, n_2 πρωτόνια η κάθε δέσμη, η φωτεινότητα είναι

$$L = f N_d \frac{n_1 n_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} F, \quad (4.7)$$

όπου θεωρούμε γκαουσιανά προφίλ στις x, y διαστάσεις της δέσμης με αποκλίσεις σ_x, σ_y και συχνότητα περιστροφής f . Ο παράγοντας F είναι ένας γεωμετρικός διορθωτικός παράγοντας. Η ποσότητα αυτή δείχνει πόσοι πιθανοί συνδυασμοί συγκρούσεων υπάρχουν ανά μονάδα επιφάνειας της δέσμης και ανά μονάδα χρόνου. Για να διατηρηθεί η αποδοτικότητα του πειράματος για μία δεδομένη ενέργεια E , η φωτεινότητα της διάταξης πρέπει να αυξάνεται ως E^2 , καθώς η ενεργός διατομή είναι $\sigma \sim 1/E^2$.

4.1.5 Underlying Event

Καθώς τα πρωτόνια είναι σύνθετα σωματίδια μπορούν να προκύψουν πολλαπλές αλληλεπιδράσεις παρτονίων σε μία σύγκρουση πρωτονίων. Τα γεγονότα όπου πολλαπλά παρτόνια των δύο συγκρουόμενων πρωτονίων αλληλεπιδρούν μεταξύ τους αναφέρονται με τον όρο *Underlying Events* [26]. Επιπρόσθετα, τόσο πριν από τη σκληρή σκέδαση των παρτονίων όσο και μετά, μπορεί να εκπεμφθεί ακτινοβολία που αναφέρεται ως initial-state και final-state radiation, ενώ υπάρχουν και μέρη των πρωτονίων που δεν αλληλεπιδρούν (beam remnants). Εφόσον οι διαδικασίες αυτές έχουν κοινό σημείο σύγκρουσης, δεν μπορούν να διαχωριστούν μεταξύ τους και συνεπώς όλα τα παρτόνια και τα προϊόντα των συγκρούσεών τους θα εμφανιστούν στην τελική κατάσταση και πρέπει να συμπεριληφθούν στις προσομοιώσεις των γεγονότων. Οι συνιστώσες του underlying event που εμφανίζονται σε μία σύγκρουση πρωτονίων φαίνονται στο Σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4: Underlying event κατά τη σκληρή σκέδαση δύο πρωτονίων.

4.1.6 Pile Up

Ο σκοπός του LHC είναι η παραγωγή μεγάλου όγκου δεδομένων ώστε να μπορέσουν να παρατηρηθούν ακόμα και πολύ σπάνιες διεργασίες, εξού και ο μεγάλος ρυθμός συγκρούσεων που πραγματοποιούνται. Η αυξημένη αυτή φωτεινότητα του επιταχυντή σημαίνει ότι κατά τις πολλαπλές αλληλεπιδράσεις πρωτονίου - πρωτονίου που πραγματοποιούνται ανά διασταυρούμενη δέσμη, προκύπτουν πολλά επιπλέον γεγονότα που παρουσιάζουν ενδιαφέρον (κυρίως soft QCD διαδικασίες). Το φαινόμενο κατά το οποίο καταγράφονται στον ανιχνευτή περισσότερα από ένα γεγονότα ονομάζεται pile up. Στις συγκρούσεις πρωτονίων του LHC η κατάσταση αυτή περιλαμβάνει δύο επιμέρους τμήματα, το in time και το out of time pile-up. Το in time pile-up αναφέρεται στην κατάσταση όπου στη σύγκρουση δύο δέσμεων από πρωτόνια γίνονται παραπάνω από μία σκεδάσεις πρωτονίων. Ο αριθμός τέτοιων συγκρούσεων ακολουθεί κατανομή Poisson με μέση τιμή $\mu = L/N_b\sigma_{inel} \sim 23$ για ενεργό διατομή ανελαστικών σκεδάσεων $\sigma_{inel} \approx 70 \text{ mb}$. Το out of time pile-up είναι ο επιπλέον αριθμός συγκρούσεων που καταγράφονται ταυτόχρονα όταν ο χρόνος απόκρισης του ανιχνευτή είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών δέσμεων. Το pile up είναι μία παράμετρος στη φυσική των συγκρούσεων η οποία πρέπει να υπολογίζεται και να αφαιρείται από τα δεδομένα, καθώς διαφορετικά οι μετρήσεις της ενέργειας δεν περιλαμβάνουν μόνο τα σωματίδια που προέρχονται από τη διαδικασία της σκληρής σκέδασης που μας ενδιαφέρει, αλλά και από επιπρόσθετες κορυφές αλληλεπίδρασης.

4.2 Αδρονικά Jets

4.2.1 Ανακατασκευή Αδρονικών Jets

Το jet είναι ένα σύνολο αδρονίων και άλλων σωματιδίων που παράγονται από την αδρονοποίηση⁶ ενός quark ή ενός γλουονίου και βρίσκονται μέσα σε έναν διαχωρισμένο κώνο καθορισμένης ακτίνας ΔR . Τα quarks και τα γλουόνια που παράγονται από την ανελαστική σκέδαση, τα οποία αποτελούν έγχρωμες παρτονικές καταστάσεις, δεν μπορούν να υπάρξουν ως ελεύθερα σωματίδια λόγω QCD περιορισμών, παρά αδρονοποιούνται σε άχρωμες δέσμιες καταστάσεις και μετατρέπουν την ενέργειά τους, προκαλώντας έναν στενό καταγισμό σωματιδίων. Ένα jet περιλαμβάνει όλα αυτά τα μη συγγραμμικά σωματίδια, τα οποία μπορεί να είναι πιόνια, καόνια, ακόμα και πρωτόνια, νετρόνια και φέρει το αποτύπωμα των αρχικών παρτονίων. Θα μπορούσαμε, έτσι, να πούμε ότι τα jets είναι τοπικά clusters ενέργειας συνοδευόμενα από τροχιές σωματιδίων. Τα jets χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τα prompt jets που προέρχονται από την κύρια σύγκρουση και τα pile up jets που προέρχονται από δευτερεύουσες συγκρούσεις (των ίδιων διασταυρούμενων δέσμεων).

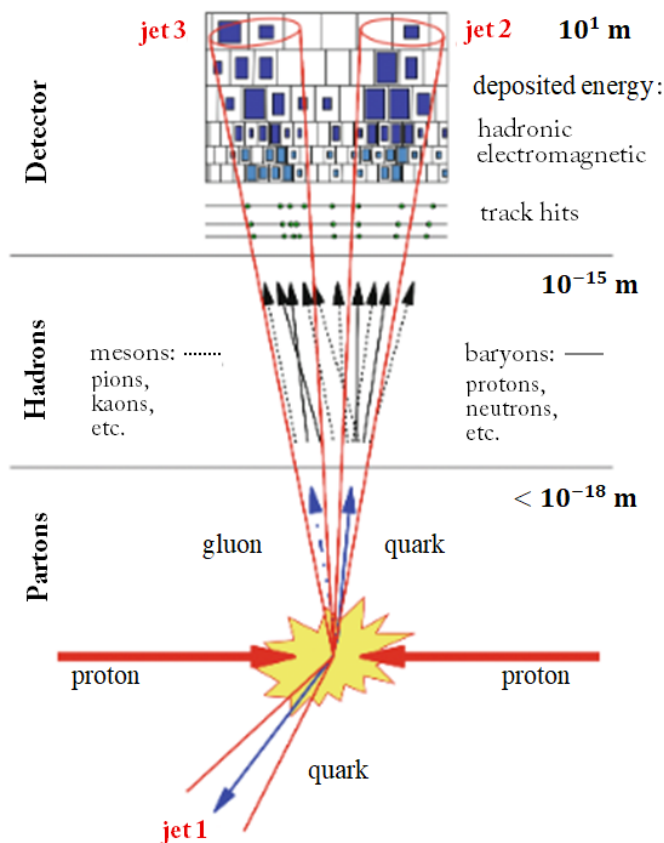
Ένα πολύ κρίσιμο κομμάτι της ανάλυσης των τελικών αδρονικών καταστάσεων είναι η ανακατασκευή των αδρονικών jets (Jet Reconstruction), καθώς αυτά φέρουν την πληροφορία για τα αρχικά παρτόνια.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5 ένα jet χωρίζεται σε τρία επίπεδα [17]:

1. Το **παρτονικό επίπεδο - Parton Level**, που αποτελεί το αρχικό παρτόνιο (quark ή γλουόνιο) από το οποίο προήλθε το jet,
2. Το **σωματιδιακό επίπεδο - Particle Level**, στο οποίο ανήκουν τα σωματίδια που παράγονται από το αρχικό παρτόνιο μετά την αδρονοποίησή του και
3. Το **επίπεδο του ανιχνευτή - Detector Level**, το οποίο αναφέρεται στο jet που αντιλαμβανόμαστε λόγω της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων του καταγισμού με τα ανιχνευτικά συστήματα.

Ο σκοπός της ανακατασκευής του jet είναι να εκμαιεύσει από τις πληροφορίες που καταγράφονται στο επίπεδο του ανιχνευτή την πραγματική πληροφορία για το αρχικό παρτόνιο. Λόγω της διαδικασίας καταγισμού, μικρές αλλαγές στην αρχή της διαδικασίας αδρονοποίησης μπορούν να οδηγήσουν σε αρκετά μεγάλες αποκλίσεις στα αντικείμενα που μετράμε. Τα τελικά αποτελέσματα επηρεάζονται επιπρόσθετα από ηλεκτρονικό θόρυβο, καθιστώντας τη διαδικασία ταυτοποίησης ακόμα δυσκολότερη. Έτσι, για την αποτελεσματική ανακατασκευή και μελέτη των jets έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι, οι οποίοι συνδυάζουν πληροφορίες από τα θερμόμετρα και το σύστημα ανίχνευσης τροχιών ώστε να ταυτοποιήσουν το jet [27].

⁶Αδρονοποίηση - Hadronization: Η διαδικασία κατά την οποία quarks και γλουόνια, τα οποία στην ελεύθερή τους μορφή είναι ασταθή, συνδυάζονται σε δέσμιες σταθερές καταστάσεις σχηματίζοντας αδρονία.



Σχήμα 4.5: Αναπαράσταση ενός γεγονότος, όπου φαίνεται το σημείο της σύγκρουσης των δέσμεων πρωτονίων, η παραγωγή των αρχικών παρτονίων, ο καταγιγισμός που προκαλείται από την αδρονοποίηση τους και εν τέλει η ανίχνευσή τους μέσω της αλληλεπίδρασης των σταθερών σωματιδίων με τις ανιχνευτικές διατάξεις.

Δύο είναι οι κύριες κατηγορίες αλγορίθμων ανακατασκευής των jets που χρησιμοποιούνται. Η πρώτη κατηγορία είναι οι Cone Type αλγόριθμοι [28], στους οποίους εμπίπτουν οι IC-PR (Iterative Cone with Progressive Removal), IC-SM (Iterative Cone with Split-Serge procedure) και SIScone (Seedless Infra-red Safe cone). Η δεύτερη κατηγορία είναι οι sequential clustering αλγόριθμοι [29], στους οποίους ανήκουν οι αλγόριθμοι k_T , anti- k_T και Cambridge/Aachen.

Ορισμένα κοινά στοιχεία που χαρακτηρίζουν τους αλγορίθμους αυτούς είναι ο προσδιορισμός του μέγεθος του jet και η ιδιότητα να είναι IRC safe (Infrared and Collinear). Το μέγεθος και η περιοχή κάλυψης του κώνου μέσα στον οποίο ορίζεται ένα jet καθορίζουν την ευαισθησία του σε ανεπιθύμητη, soft ακτινοβολία. Μία μεγάλη ακτίνα του κώνου του jet επιτρέπει να συμπεριλαμβάνεται σε αυτό αρκετά μεγάλο μέρος των αδρονοποιημένων σωματιδίων και έτσι ο υπολογισμός της μάζας και της ενέργειας του jet γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια. Από την άλλη, ο ορισμός jet μικρότερων ακτίνων είναι χρήσιμος για τη μείωση του αριθμού underlying events και pile-up που συλλαμβάνονται στο jet, ώστε να αποτρέπεται η υπερεκτίμηση της μάζας και της ενέργειάς του. Περαιτέρω, ένα γεγονός χαρακτηρίζεται ως IRC Safe όταν στο όριο μίας διάσπασης ή κατά την εκπομπή ενός soft σωματιδίου, το παρατηρούμενο hard jet παραμένει αμετάβλητο. Η χρήση ενός collinear unsafe αλγόριθμου έχει ως αποτέλεσμα την διαφοροποίηση του αριθμού και του περιεχομένου του jet κατά τη διάσπαση ενός hard σωματιδίου. Παρόμοιες επιπτώσεις έχει και η χρήση ενός infrared unsafe αλγόριθμου όταν προστίθεται στο σύστημα ένα soft γλούονιο. Έτσι, μέσω της ιδιότητας IRC Safe ο αλγόριθμος εγγυάται ακύρωση πραγματικών και εικονικών αποκλίσεων σε υπολογισμούς όρων υψηλότερης τάξης.

Η ανακατασκευή των jets ξεκινάει από την ανάγνωση των εναποθέσεων ενέργειας που καταγράφουν τα δύο θερμιδόμετρα (ECAL και HCAL) και των θέσεων των καταγιγισμών, πληροφορίες οι οποίες χρησιμοποιούνται ως είσοδος στον αλγόριθμο ανακατασκευής. Η διαδικασία αυτή εξελίσσεται σε τέσσερα στάδια. Πρώτα, εφαρμόζονται ενεργειακά κατώφλια στα θερμιδόμετρα ώστε να διαχωρίζονται τα counts από τον μετρούμενο θόρυβο. Έπειτα, οι πληροφορίες που λαμβάνονται μεμονωμένα από τα θερμιδόμετρα ECAL και HCAL, συνδυάζονται. Ένα επιπρόσθετο cut επιβάλλεται ώστε να γίνει καταστολή της συλλογής ενέργειας από Pile Up και Underlying Events στο θερμιδόμετρο. Στη

συνέχεια, ο αλγόριθμος συγκεντρώνει όλη την ενέργεια που βρίσκεται στα jets χρησιμοποιώντας μία συγκεκριμένη φόρμουλα και εφαρμόζεται ένα cut στην εγκάρσια ενέργεια, καθώς τα jets με χαμηλές ενέργειες δεν είναι καλά ορισμένα. Τελικά, τα ανακατασκευασμένα jets βαθμονομούνται με τη βοήθεια καλά ορισμένων φυσικών γεγονότων. Σε αυτό το βήμα προκύπτουν διαφορετικές πιθανότητες για να ληφθεί η ακριβής ενέργεια του jet, καθώς κανείς διακρίνει μεταξύ διαδικασιών βαθμονόμησης με εξωτερικά (π.χ. test beams) και εσωτερικά (π.χ. in situ) δεδομένα.

Ένα σημαντικό μέρος της ανακατασκευής των jets είναι η **ενεργειακή τους βαθμονόμηση**, δηλαδή η ρύθμιση της συσχέτισης μεταξύ της ενέργειας του σωματιδίου και του σήματος που επιστρέφει ο ανιχνευτής. Πρώτα, η βαθμονόμηση των ανιχνευτών γίνεται με δοκιμαστικές δέσμες (test beams) με γνωστά σωματίδια και ενέργειες. Έπειτα, πραγματοποιείται επιπλέον βαθμονόμηση κατά τη διάρκεια λειτουργίας του πειράματος, χρησιμοποιούνται αρκετά μελετημένες και γνωστές φυσικές διεργασίες (για παράδειγμα για τη βαθμονόμηση του ECAL χρησιμοποιείται η διάσπαση $Z \rightarrow e^+e^-$ ενώ για τη βαθμονόμηση του HCAL χρησιμοποιούνται $\gamma + jets$ γεγονότα).

Επιπρόσθετα, το CMS έχει αναπτύξει ένα σύστημα **ενεργειακής διόρθωσης των jets** πολλών επιπέδων. Οι διορθωτικοί παράγοντες λαμβάνονται από προσομοιώσεις βασισμένες σε δεδομένα από test beams, σε δεδομένα που προέρχονται απευθείας από συγκρούσεις και από προσομοιώσεις συντονισμένες με δεδομένα συγκρούσεων. Η σειρά με την οποία εφαρμόζονται οι διορθώσεις είναι η ακόλουθη: πρώτα γίνεται η διόρθωση Offset λόγω pile-up και ηλεκτρονικού θορύβου, στη συνέχεια διορθώνεται το σχετικό η , ώστε να γίνει η απόκριση του jet επίπεδη συναρτήσει του η_{jet} για μία συγκεκριμένη p_T και τέλος, πραγματοποιείται διόρθωση στην απόλυτη p_T για να γίνει η απόκριση του jet επίπεδη συναρτήσει του $p_{T,jet}$.

4.2.2 Ταυτοποίηση των b quarks - b-tagging

Η διαδικασία εύρεσης και ταυτοποίησης του jet που προέρχεται από ένα bottom quark ονομάζεται b-tagging [30] [31]. Ο διαχωρισμός των b jets από τα άλλα jets που προέρχονται από ελαφριά quarks ή γλουόνια είναι εξαιρετικά σημαντικός για τη διάκριση μεταξύ σήματος και υποβάθρου σε πολλές αναλύσεις. Λόγω της μικρής τιμής των συντελεστών V_{ub} και V_{cb} του πίνακα Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, τα b αδρόνια έχουν αρκετά υψηλό χρόνο ζωής ($1.5 ps$) και σε συνδυασμό με την ταχύτητά τους ταξιδεύουν μερικά mm μέσα στον ανιχνευτή μέχρι να διασπαστούν. Έχουν δηλαδή εμβέλεια που είναι μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τη χωρική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή τροχιάς. Αυτό δίνει τη δυνατότητα στο σύστημα ανίχνευσης του CMS για διαχωρισμό με πολύ υψηλή ακρίβεια μεταξύ της κύριας κορυφής (primary vertex) από ανελαστική σκέδαση και της δευτερεύουσας κορυφής (secondary vertex) που προέρχεται από διάσπαση του b quark. Ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται είναι ο CSV (Combined Secondary Vertex), ο οποίος χρησιμοποιεί συνδυαστικά πληροφορίες τροχιών από τον Tracker που στη συνέχεια περνάνε από πολλαπλά κριτήρια επιλογής. Επίσης, το κλάσμα της ενέργειας από φορτισμένα αδρόνια σε ένα jet και η αναλλοίωτη μάζα όλων των σωματιδίων που έχουν αντιστοιχηθεί σε δευτερεύουσα κορυφή λαμβάνονται υπόψη έτσι ώστε να γίνεται η διάκριση τους από non b tagged jets, δηλαδή jets που δεν περιέχουν προϊόντα από διάσπαση b quark. Ο CSV αλγόριθμος δίνει μία συνεχή έξοδο, μεταξύ 1 και 0 υποδεικνύοντας αν ένα jet είναι b-tagged ή όχι, αντίστοιχα. Η ελάχιστη τιμή του b-tag score που μπορεί να έχει ένα jet για να θεωρηθεί b-tagged εξαρτάται από το working point των μετρήσεων.

4.3 Αλγόριθμος Ροής Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος ανακατασκευής της ροής σωματιδίων (Particle Flow Algorithm) χρησιμοποιείται σχεδόν σε όλες τις αναλύσεις στο CMS [32]. Έχει σκοπό την αναγνώριση και την ανακατασκευή κάθε σωματιδίου που προκύπτει από τις συγκρούσεις πρωτονίου - πρωτονίου στο κέντρο του ανιχνευτή, συνδυάζοντας όλες τις πληροφορίες που προέρχονται από τα ανιχνευτικά υποσυστήματα. Το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον αλγόριθμο ροής σωματιδίων οδηγεί σε μία βελτιωμένη απόδοση στην ανακατασκευή των jets, αλλά και στην ταυτοποίηση ηλεκτρονίων, μιονίων και ταυ σωματιδίων.

Ο αλγόριθμος ροής σωματιδίων βασίζεται σε μία αποτελεσματική και καθαρή ανακατασκευή τροχιάς, σε έναν αλγόριθμο συμπλέγματος (cluster) που έχει την ικανότητα να αποσυναρμολογεί επικαλυπτόμενους καταγισμούς σωματιδίων και σε μία αποτελεσματική διαδικασία σύνδεσης που μπορεί να συνδέσει τις εναποθέσεις ενέργειας του κάθε σωματιδίου σε κάθε υποανιχνευτή [33]. Συνοπτικά, ο αλγόριθμος μπορεί να περιγραφεί με τον ακόλουθο τρόπο. Οι τροχιές προκύπτουν μέσω των θερμοδομέτρων, αν βρεθούν μέσα στα όρια ενός από τα πολλά clusters, τα οποία σχετίζονται με την εκάστοτε τροχιά. Το σύνολο των τροχιών και των clusters αποτελούν ένα φορτισμένο αδρόνιο και τα στοιχεία κατασκευής

του σωματιδίου αυτού παύουν να χρησιμοποιούνται στον αλγόριθμο. Τα μόνια αναγνωρίζονται νωρίτερα, ώστε οι τροχιές τους να μη μπορούν να μπερδευτούν με ένα φορτισμένο αδρόνιο. Η διαχείριση των ηλεκτρονίων είναι πιο δύσκολη. Λόγω της ακτινοβολίας πέδησης που εκπέμπουν τα ηλεκτρόνια, χρησιμοποιείται μία συγκεκριμένη ανακατασκευή της τροχιάς τους, καθώς και μία συγκεκριμένη διαδικασία για τη σύνδεση των clusters φωτονίων με τα ηλεκτρόνια, έτσι ώστε να αποφευχθεί η μέτρηση της ενέργειας δύο φορές. Όταν όλες οι παραπάνω τροχιές έχουν ανακατασκευαστεί, τα εναπομείναντα clusters αντιστοιχίζονται σε φωτόνια όσον αφορά το ηλεκτρομαγνητικό θερμιδόμετρο (ECAL) και σε ουδέτερα αδρόνια όσον αφορά το αδρονικό θερμιδόμετρο (HCAL).

Όταν όλες οι εναποθέσεις ενός σωματιδίου έχουν συσχετιστεί μπορεί να εκτιμηθεί η φύση του και οι πληροφορίες από τα ανιχνευτικά υποσυστήματα συνδυάζονται για τον υπολογισμό της τετραορμής του με μεγάλη ακρίβεια. Σε περίπτωση που η βαθμονομημένη ενέργεια των θερμιδομέτρων των clusters που σχετίζονται με μία τροχιά υπερβεί την ορμή της τροχιάς περισσότερο από 1σ , τότε η διαφορά αυτή αποδίδεται σε ένα επικαλυπτόμενο ουδέτερο σωματίδιο (φωτόνιο ή αδρόνιο), που έχει ενέργεια που ανταποκρίνεται στη διαφορά των δύο μετρήσεων. Η τελική λίστα των σωματιδίων αποτελείται από φορτισμένα αδρόνια, φωτόνια, ουδέτερα αδρόνια, ηλεκτρόνια και μόνια και χρησιμοποιείται για την ανακατασκευή των jets και της ελλείπουσας εγκάρσιας ενέργειας.

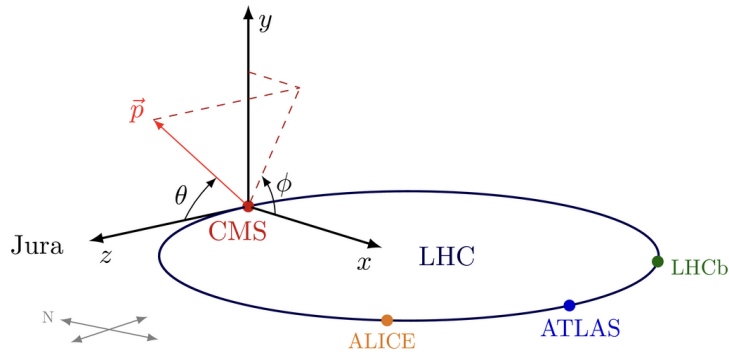
4.4 Κινηματικές Μεταβλητές

Στον LHC η εικόνα της σύγκρουσης των πρωτονίων σε ενέργεια κέντρου μάζας 13 TeV έχει ως εξής: τα δύο πρωτόνια επιταχύνονται σε ενέργεια $E_{\text{proton}} = 6.5\text{ TeV}$ το καθένα και συγκρούονται με αντιδιαμετρικές ορμές κατά μήκος του άξονα z . Έτσι οι τετραορμές των πρωτονίων γράφονται

$$P_1^\mu = (E_{\text{proton}}, 0, 0, E_{\text{proton}}), \quad P_2^\mu = (E_{\text{proton}}, 0, 0, -E_{\text{proton}}),$$

όπου σε αυτές τις ενέργειες η μάζα των πρωτονίων είναι αμελητέες σε σχέση με την κινητική τους ενέργεια. Ωστόσο, η πραγματική σύγκρουση γίνεται μεταξύ των παρτονίων, τα οποία φέρουν ένα τυχαίο κλάσμα της ορμής του πρωτονίου, το οποίο δεν γνωρίζουμε. Συνεπώς, τα προϊόντα μιας παρτονικής σκληρής σκέδασης έχουν επίσης άγνωστη ορμή στον z άξονα. Προκειμένου να εργαστούμε με μεγέθη που αφορούν τα πρωτόνια, βολεύει να επιλέξουμε ποσότητες που δεν διαφοροποιούνται μεταξύ του συστήματος του εργαστηρίου και του κέντρου μάζας των παρτονίων. Τέτοιες κινηματικές ποσότητες είναι Lorentz αναλλοίωτες σε διαμήκεις προωθήσεις [34], [35].

Στις συγκρούσεις πρωτονίων χρησιμοποιείται ένα καρτεσιανό και δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων (Σχήμα 4.6), όπου οι συγκρουόμενες δέσμες κινούνται κατά μήκος του άξονα z (beam axis) και το εγκάρσιο στην σύγκρουση επίπεδο είναι το xy επίπεδο (transverse plane). Η αρχή του συστήματος συντεταγμένων ορίζεται ως το σημείο σύγκρουσης των δέσμεων. Λόγω του κυλινδρικού σχήματος των ανιχνευτών συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται οι γωνίες των κυλινδρικών συντεταγμένων (r, ϕ, θ) , όπου r είναι η απόσταση από τον άξονα z , ϕ είναι η αζιμουθιακή γωνία η οποία μετράται στο επίπεδο xy ξεκινώντας από τον άξονα x και θ είναι η πολική γωνία που μετράται στο επίπεδο rz ξεκινώντας από τον άξονα z .



Σχήμα 4.6: Σύστημα συντεταγμένων στον CMS

Η τριορμή του κάθε σωματιδίου $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$ αναλύεται στη διαμήκη συνιστώσα, p_z , κατά μήκος του άξονα z και στην εγκάρσια συνιστώσα του, p_T . Το διάνυσμα της **εγκάρσιας ορμής (transverse momentum)** και το μέτρο της δίνονται από τις σχέσεις

$$\vec{p}_T \equiv (p_x, p_y, 0) = (p_T \cos\phi, p_T \sin\phi, 0) \quad \text{και} \quad p_T \equiv |\vec{p}_T| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (4.8)$$

όπου η αζιμουθιακή γωνία γράφεται συναρτήσει των συνιστωσών της ορμής ως

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{p_x}{p_y} \right). \quad (4.9)$$

Τόσο η εγκάρσια ορμή p_T όσο και η γωνία ϕ είναι Lorentz αναλλοίωτες σε διαμήκεις προωθήσεις, σε αντίθεση με τη συνιστώσα p_z . Επίσης, μη αναλλοίωτη είναι η πολική γωνία

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{p_T}{p_z} \right). \quad (4.10)$$

Προκειμένου να εμφανίσουμε μία μεταβλητή που θα είναι Lorentz αναλλοίωτη αντικαθιστούμε τη θ με την ποσότητα

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}, \quad (4.11)$$

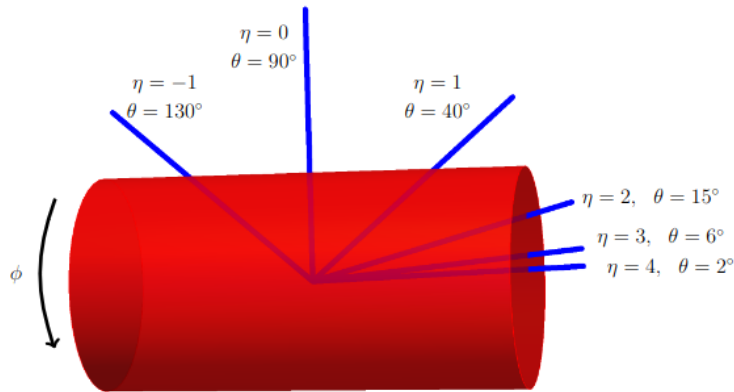
όπου E η ενέργεια του σωματιδίου. Η y ονομάζεται **ωκύτητα (rapidity)**, αποτελεί ένα μέτρο της σχετικιστικής ταχύτητας του σωματιδίου και έχει την ιδιότητα σε μία διαμήκη προώθηση να αλλάζει μόνο κατά μία σταθερά και έτσι οι μεταβολές Δy να παραμένουν αναλλοίωτες. Στην περίπτωση άμαζων σωματιδίων ($m = 0$) είναι $p_z = |\vec{p}| \cos\theta = E \cos\theta$, οπότε η (4.11) παίρνει τη μορφή

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = \frac{1}{2} \ln \frac{2\cos^2\theta/2}{2\sin^2\theta/2} = \ln \cot \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (4.12)$$

όπου φαίνεται η συσχέτισή της με την πολική γωνία θ . Από τη σχέση αυτή ορίζεται η γεωμετρική ποσότητα η , η οποία ονομάζεται **ψευδοωκύτητα (pseudorapidity)**,

$$\eta = -\ln \left[\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (4.13)$$

Για άμαζα σωματίδια ισούται με την ωκύτητα, ενώ στην περίπτωση σωματιδίων με μάζα οι μεταβολές $\Delta\eta$ δεν είναι αναλλοίωτες κάτω από Lorentz προωθήσεις. Στο Σχήμα 4.7 φαίνονται οι τιμές της η για διαφορετικές γωνίες θ .



Σχήμα 4.7: Η pseudorapidity ως συνάρτηση της γωνίας θ .

Γράφοντας τη γωνιακή μετρική για σωματίδια με $m = 0$ συναρτήσει της η παίρνουμε την ευκλείδια μετρική

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2 \Rightarrow d\Omega^2 = \frac{1}{\cosh^2\eta} (d\eta^2 + d\phi^2). \quad (4.14)$$

Έτσι, ορίζουμε τη **γωνιακή απόσταση (angular separation)**

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\phi)^2 + (\Delta\eta)^2}, \quad (4.15)$$

η οποία είναι Lorentz αναλλοίωτη σε προωθήσεις. Για σταθερό ΔR , όσο μεγαλύτερο είναι το η στο οποίο βρισκόμαστε τόσο μικρότερο είναι το γωνιακό άνοιγμα $\Delta\phi$. Το γεγονός αυτό είναι σημαντικό καθώς τα φαινόμενα των underlying events και του pile-up τείνουν να προκαλέσουν μεγαλύτερο εκφυλισμό στην πρόσθια περιοχή, δηλαδή εκείνη με μεγάλα η , από ότι στην κεντρική, με αποτέλεσμα στο επίπεδο $\eta - \phi$ αυτή να είναι περίπου ομοιόμορφη.

Στους ανιχνευτές όλες ο παρατηρούμενες ποσότητες σχετίζονται με την ενέργεια και την ορμή των παραγόμενων από τη σύγκρουση σωματιδίων. Ιδανικά θα θέλαμε να μπορούμε να μετρήσουμε την τετραορμή $p^\mu = (E, \vec{p})$ κάθε σωματιδίου του γεγονότος, αλλά πρακτικά κάτι τέτοιο δεν είναι ρεαλιστικό. Οι ενέργειες προσδιορίζονται από τις εναποθέσεις ενέργειας των σωματιδίων στα καλορίμετρα καθώς διέρχονται από τον ανιχνευτή, ενώ οι ορμές από την καμπυλότητα των τροχιών τους. Ωστόσο, υπάρχουν σωματίδια τα οποία δεν καταφέρνουν να ανιχνευτούν από το σύστημα ανιχνευτικών μονάδων. Τέτοια είναι τα νετρίνα, που εξέρχονται από τον ανιχνευτή χωρίς να αλληλεπιδρούν καθόλου με αυτόν και τα μόνια, τα οποία τον διαπερνούν χωρίς να εναποθέσουν πάντα όλη τους την ενέργεια. Για αυτόν τον λόγο, για τον εντοπισμό των μιονίων και την ανακατασκευή της ορμής τους χρησιμοποιείται η καμπύλωση των τροχιών μέσα στους μιονικούς ανιχνευτές (εξού και ο σπουδαίος ρόλος του μαγνήτη του ανιχνευτή). Πέρα από τα νετρίνα και τα μόνια, μη ανιχνεύσιμα είναι και τα εν δυνάμει σωματίδια νέας φυσικής που αλληλεπιδρούν ασθενώς και έτσι δεν εντοπίζονται από τις ανιχνευτικές διατάξεις.

Η ορμή των σωματιδίων που δεν ανιχνεύονται από το σύστημα ανιχνευτών υπολογίζεται έμμεσα μέσω της **ελλειπούσας εγκάρσιας ορμής (missing transverse momentum)**, η οποία ισούται με το αρνητικό διανυσματικό άθροισμα όλων των επιμέρους εγκάρσιων ορμών $\vec{p}_{T,i}$ ενός γεγονότος,

$$\vec{p}_T^{miss} = - \sum_i \vec{p}_{T,i}, \quad i = \text{leptons, jets}. \quad (4.16)$$

Ονομάζεται ελλειπούσα καθώς κανονικά οι εγκάρσιες ορμές των τελικών σωματιδίων πρέπει να αθροίζονται στο μηδέν, λόγω διατήρησης της ορμής.

Αντίστοιχα, ορίζεται η **ελλειπούσα εγκάρσια ενέργεια (missing transverse energy - MET)**, E_T^{miss} , ως η ενέργεια που χάνεται από το γεγονός λόγω των μη ανιχνεύσιμων σωματιδίων και ισούται με την απόλυτη τιμή του αρνητικού αθροίσματος πάνω σε όλα τα σωματίδια που ανιχνεύονται,

$$E_T^{miss} \equiv |\vec{p}_T^{miss}| = \left| - \sum_i \vec{p}_{T,i} \right|, \quad i = \text{leptons, jets}. \quad (4.17)$$

Επιπρόσθετες ποσότητες που χρησιμοποιούνται στη φυσική των συγκρούσεων είναι το βαθμωτό άθροισμα των εγκάρσιων ορμών των αδρονικών jets,

$$H_T = \left| \sum_j \vec{p}_{T,j} \right| \quad \text{ή} \quad H_T = \sum_j |\vec{p}_{T,j}|, \quad j = \text{jets} \quad (4.18)$$

και το βαθμωτό άθροισμα των εγκάρσιων ορμών όλων των ανιχνεύσιμων σωματιδίων, αδρονικής και λεπτονικής φύσης,

$$S_T = \left| \sum_i \vec{p}_{T,i} \right|, \quad i = \text{leptons, jets}. \quad (4.19)$$

Τέλος, σημαντικό μέγεθος είναι η **αναλλοίωτη μάζα (invariant mass)**, m , η οποία για ένα σωματίδιο με τετραορμή $p^\mu = (E, \vec{p})$ ισούται με τη μάζα ηρεμίας του σωματιδίου και ορίζεται ως

$$m = \sqrt{p^\mu p_\mu} = \sqrt{E^2 - \vec{p}^2}. \quad (4.20)$$

Η κατανομή της αναλλοίωτης μάζας ενός συνόλου σωματιδίων στην τελική κατάσταση μίας διάσπασης όταν υπολογιστεί για μεγάλο αριθμό γεγονότων θα πρέπει να εμφανίζει κορυφή στη μάζα ηρεμίας του σωματιδίου που διασπάστηκε. Έτσι, για παράδειγμα, στη διάσπαση $Z \rightarrow l^+l^-$ η αναλλοίωτη μάζα των δύο λεπτονίων θα είναι

$$m_{ll} = \left| \sum_{i=l^\pm} p_i^\mu \right| = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} \quad (4.21)$$

και η κατανομή της μεταβλητής m_{ll} θα παρουσιάζει μέγιστο στην τιμή m_Z της μάζας του μποζονίου Z .

Υπάρχουν ωστόσο περιπτώσεις όπου στην τελική κατάσταση της διάσπασης ενός σωματιδίου δεν είναι όλα τα προϊόντα ανιχνεύσιμα σωματίδια. Κάτι τέτοιο συμβαίνει στις διασπάσεις που περιλαμβάνουν νετρίνα, όπως για παράδειγμα στη διάσπαση $W \rightarrow \nu_l l$. Τότε δεν μπορεί να προσδιορισθεί η αναλλοίωτη μάζα και στη θέση της χρησιμοποιούμε ένα αντίστοιχο μέγεθος, την **εγκάρσια μάζα (transverse mass)**, m_T , η οποία υπολογίζεται μόνο από τις κάθετες συνιστώσες της ορμής σύμφωνα με τη σχέση

$$m_T = \sqrt{(E_{T,1} + E_{T,2})^2 - (\vec{p}_{T,1} + \vec{p}_{T,2})^2}. \quad (4.22)$$

Η ποσότητα $E_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$ είναι κατά αναλογία η **εγκάρσια ενέργεια (transverse energy)**. Αν $m_T = m$ τότε οι ορμές p_1, p_2 βρίσκονται καθαρά στο εγκάρσιο επίπεδο ($\eta = 0$), ενώ αν $m_T = 0$ οι ορμές p_1, p_2 είναι διαμήκεις. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις $0 \leq m_T \leq m$.

Κεφάλαιο 5

Ανάλυση

Το κεφάλαιο αυτό είναι το κύριο μέρος της παρούσας εργασίας και περιλαμβάνει την ανάλυση δεδομένων από το πείραμα CMS με σκοπό τον προσδιορισμό των άνω ορίων της ενεργού διατομής της διαδικασίας $hZ \rightarrow a(bb)a(bb)ll$. Η εξωτική διάσπαση του μποζονίου Higgs γίνεται σε συσχέτιση με τη διάσπαση του Z στο λεπτονικό κανάλι. Το h διασπάται σε δύο μποζόνια a , μηδενικού spin, τα οποία δίνουν στην τελική τους κατάσταση ένα ζεύγος bottom quark - anti-quark το καθένα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι από συγκρούσεις πρωτονίου - πρωτονίου σε ενέργεια κέντρου μάζας $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$, τα οποία καταγράφηκαν με τον ανιχνευτή CMS στον LHC, κατά το Run II 2017 και ανταποκρίνονται σε 41.5 fb^{-1} ολοκληρωμένη φωτεινότητα.

Στην υποενότητα 5.1 παρουσιάζεται συνοπτικά ο σχεδιασμός της ανάλυσης και οι στατιστικές μέθοδοι που θα εφαρμοστούν. Ιδιαίτερη σημασία έχει να παρατεθούν οι λόγοι που ένα τέτοιο εξωτικό μοντέλο σωματιδίων προσελκύει το ενδιαφέρον μας και επιδέχεται περαιτέρω μελέτη, το οποίο γίνεται στην υποενότητα 5.2. Έπειτα, παρουσιάζονται οι διαδικασίες σήματος και υποβάθρου, μαζί με τα στοιχεία που τις χαρακτηρίζουν και ακολουθεί η εκτέλεση των στατιστικών μεθόδων.

5.1 Μεθοδολογία

Ο γνώμωνας της ανάλυσης είναι να προσδιοριστεί κάποια αρκετά διαχωριστική μεταβλητή για να μπορέσουμε να αναγνωρίσουμε γεγονότα σήματος μέσα από το συντριπτικό υπόβαθρο. Το πρώτο βήμα είναι να διαλέξουμε κατάλληλα κριτήρια επιλογής των γεγονότων στα σετ δεδομένων που επεξεργαζόμαστε, ώστε να μας αποδόσουν τη βέλτιστη αναλογία μεταξύ ποσοστού απόρριψης υποβάθρου και απόδοσης σήματος. Το δεύτερο είναι η εφαρμογή στατιστικών μεθόδων και συγκεκριμένα του fit μεγιστης πιθανοφάνειας (ML fit).

Για να δουλέψει καλά χρειάζεται να ληφθούν υπόψη δύο παράγοντες. Ο ένας είναι ότι το ML fit πρέπει να γίνει πάνω σε μία αρκετά διαχωριστική μεταβλητή, διαφορετικά θα αναπτυχθούν ισχυρές συσχετίσεις ανάμεσα στο σήμα και στο υπόβαθρο και η μεγιστοποίηση της πιθανοφάνειας δεν θα είναι καλά ορισμένη. Για να το πετύχουμε αυτό θα εφαρμόσουμε πολυμεταβλητή ανάλυση (MVA) με τη μέθοδο των ενισχυμένων δέντρων απόφασης (BDT), η οποία θα πάρει τις διάφορες μεταβλητές που θα κατασκευάσουμε και θα τις συνδυάσει ώστε να μας δώσει μία μεταβλητή με τη μέγιστη δυνατή διαχωριστική ικανότητα. Ο δεύτερος είναι ότι για να έχει το ML fit συνέπεια και καλή συμπεριφορά θα πρέπει να μην υπάρχουν στατιστικές διακυμάνσεις και η εκτίμηση που θα δίνει να χαρακτηρίζεται από αμεροληψία. Για τον λόγο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τη μεθοδολογία των Monte Carlo Toys, δηλαδή παράγοντας πολλαπλά σετ ψευδοδεδομένων πάνω στα οποία εκτελείται το ML fit, έχουμε ένα στατιστικά μεγάλο σύνολο εκτιμήσεων και μπορεί να διαπιστωθεί ότι το fit δουλεύει καλά.

Τέλος, η μεθοδολογία της ανάλυσης περιλαμβάνει τον έλεγχο υποθέσεων, όπου ως μηδενική υπόθεση θεωρούμε την ύπαρξη μόνο διαδικασιών υποβάθρου (διαδικασιών που προβλέπονται στο ΚΠ) και ως εναλλακτική την επιπλέον ύπαρξη σήματος (επιπλέον διαδικασίες εκτός του ΚΠ). Έχοντας μία αρκετά διαχωριστική μεταβλητή και μεγάλο δείγμα δεδομένων για να εφαρμόσουμε ML fit, κατασκευάζουμε από την απόκρισή του - συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τον λόγο πιθανοφάνειας - τις κατανομές των δύο υποθέσεων. Ο έλεγχός τους γίνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο CLs, η οποία είναι ένα σύνηθες εργαλείο στη φυσική υψηλών ενεργειών. Έτσι, από την αλληλεπικάλυψη των δύο κατανομών υπολογίζονται τα επίπεδα εμπιστοσύνης για διαφορετικές ενεργούς διατομές και για κάθε υπόθεση μάζας του θεωρητικού μοντέλου. Η συνθήκη της περιοχής απόρριψης τίθεται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, από την οποία εξάγονται εν τέλει και τα όρια απόρριψης στην ενεργό διατομή του μοντέλου.

5.2 Motivation

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από συγκρούσεις πρωτονίου-πρωτονίου στον LHC από τα πειράματα ATLAS και CMS οδήγησαν το 2012 στην ανακάλυψη ενός μποζονίου Higgs με μάζα 125 GeV . Το σωματίδιο αυτό είναι συμβατό με το μποζόνιο Higgs, h , που προβλέπει το Καθιερωμένο Πρότυπο (ΚΠ) της σωματιδιακής φυσικής. Βάσει των δεδομένων που προήλθαν από συγκρούσεις pp με ενέργεια κέντρου μάζας $\sqrt{s} = 7$ και 8 TeV , το όριο για το branching fraction των διασπάσεων του h σε σωματίδια εκτός του ΚΠ είναι έως και $\mathcal{O}(30\%)$, σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης [36]. Το αξιοσημείωτο αυτό branching fraction των εξωτικών διασπάσεων του μποζονίου Higgs, όπως και το στενό πλάτος διάσπασής του ($\Gamma_h \simeq 4.07 \text{ MeV}$) αφήνουν σημαντικό περιθώριο για την ανακάλυψη νέας φυσικής. Μάλιστα τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από τους LHC7 και LHC8 μπορούν εύκολα να περιέχουν $\mathcal{O}(50, 000)$ εξωτικές διασπάσεις του Higgs ανά πείραμα.

Υπάρχουν πολλές προτάσεις θεωρητικών μοντέλων, προεκτάσεων του ΚΠ, που προβλέπουν εξωτικές διασπάσεις του μποζονίου Higgs [37]. Σε αυτές περιλαμβάνονται μοντέλα όπου το h διασπάται σε κρυφά σωματίδια (hidden sector particles) - τα οποία μπορούν για παράδειγμα να ερμηνευτούν ως σωματίδια σκοτεινής ύλης - και αυτά με τη σειρά τους δίνουν μποζόνια βαθμίδας και φερμιόνια του ΚΠ. Αν περιοριστούμε σε περιπτώσεις όπου η διάσπαση ξεκινάει με διαδικασία δύο σωματιών, δηλαδή $h \rightarrow X_1 X_2$, με X_2, X_2 να είναι σωματιδιακές καταστάσεις εκτός του ΚΠ (πιθανόν και ταυτόσημες), οι δυνατές τοπολογίες είναι αρκετές. Για παράδειγμα, το Higgs μπορεί να διασπάται ως $h \rightarrow ss', aa', V_1 V_2, a V_1 \rightarrow (xx)(yy)$, όπου τα s και s' (αντίστοιχα τα a και a', V_1 και V_2) δεν είναι απαραίτητα διαχωρίσιμα βαθμωτά (ψευδοβαθμωτά, διανυσματικά) πεδία, ενώ τα x, y μπορούν να είναι quarks, λεπτόνια, φωτόνια ή γλουόνια. Τέτοιες τοπολογίες εμφανίζονται σε μοντέλα όπως το 2HDM (two-Higgs-doublet-model), NMSSM (next-to-minimal super-symmetry), Little Higgs Models ή παρόμοια μοντέλα που προεκτείνονται με επιπρόσθετες βαθμωτές απλές του ΚΠ (additional SM singlet scalars).

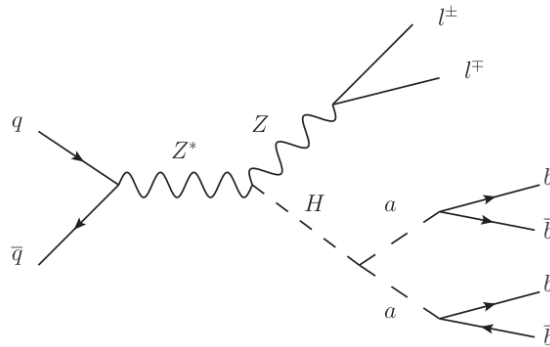
Στην τελευταία κατηγορία ανήκει το μοντέλο 2HDM+S [38], το οποίο προβλέπει επτά φυσικά μποζόνια Higgs: τρία βαθμωτά ($h_{1,2,3}$), δύο ψευδοβαθμωτά (a_1, a_2) και δύο φορτισμένα σωματίδια (H^\pm). Στην συγκεκριμένη ανάλυση η προσοχή μας εστιάζεται σε ένα ψευδοβαθμωτό μποζόνιο " a ", το οποίο μπορεί να είναι αρκετά ελαφρύ ώστε να είναι κινηματικά επιτρεπτή η διάσπαση $h \rightarrow aa$.

5.3 Φυσικές Διεργασίες

Σε αυτή την υποενοότητα αναφέρονται τα χαρακτηριστικά των φυσικών διεργασιών που θα αποτελέσουν το σήμα και το υπόβαθρο της ανάλυσης. Από αυτά καθορίζονται οι υπογραφές των γεγονότων στον ανιχνευτή και επομένως ο τρόπος που θα στηθεί η ανάλυση.

5.3.1 Διεργασία Σήματος

Η διεργασία που μελετάται σε αυτή την ανάλυση και θα αναφέρεται ως σήμα είναι η εξωτική διάσπαση του μποζονίου Higgs των 125 GeV σε ζεύγος ψευδοβαθμωτών μποζονίων a , όπου το καθένα διασπάται με τη σειρά του σε ένα ζεύγος bottom quark - anti-quark, $h \rightarrow aa \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$. Η παραγωγή του h γίνεται σε συσχέτιση με το λεπτονικό κανάλι διάσπασης του μποζονίου Z , δηλαδή $Z \rightarrow l\bar{l}$, ώστε να είναι αποτελεσματικότερη η επιλογή γεγονότων από το σύστημα σκανδαλισμού κατά τη διέλευσή τους από

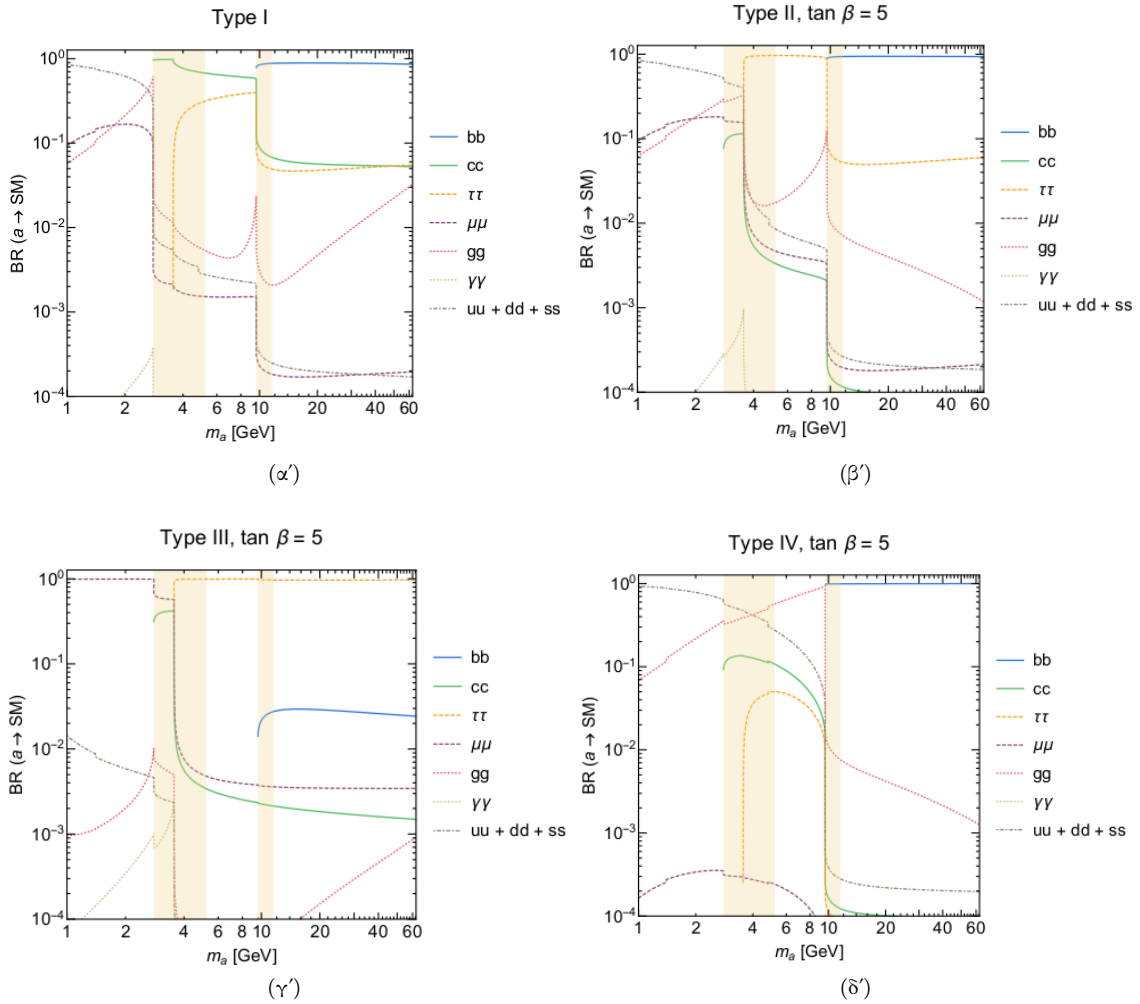


Σχήμα 5.1: Αντιπροσωπευτικό διάγραμμα Feynman σε επίπεδο δέντρου για τη διαδικασία του σήματος $hZ \rightarrow a(bb)a(bb)ll$, με $l = \mu$, όπου φαίνεται η αναμενόμενη τελική κατάσταση.

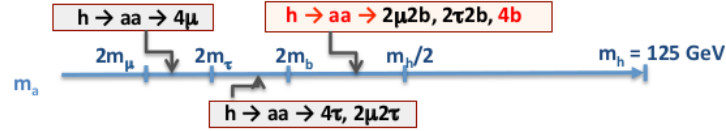
τις ανιχνευτικές διατάξεις, αλλά και διότι λειτουργεί ως ισχυρό κριτήριο απόρριψης διεργασιών υποβάθρου του ΚΠ. Συγκεκριμένα, διαλέγουμε τα λεπτόνια να είναι μιονικού χαρακτήρα, καθώς το ίχνος που αφήνουν είναι διακριτικό και επομένως η ανίχνευσή τους πιο αποδοτική σε σχέση με αυτή των ηλεκτρονίων.

Για να είναι κινηματικά επιτρεπτή η διάσπαση που μελετάμε θα πρέπει $2m_a < m_h = 125 \text{ GeV}$, δηλαδή η μάζα m_a του μποζονίου a να είναι μικρότερη από το μισό της μάζας m_h του μποζονίου Higgs. Έτσι, υπεισέρχεται ο περιορισμός η μάζα m_a να είναι μικρότερη από περίπου 60 GeV . Τα δείγματα του σήματος που χρησιμοποιήθηκαν έχουν παραχθεί για μάζες $m_a = [15, 20, 30, 40, 50, 60] \text{ GeV}$.

Διαλέγουμε η τελική κατάσταση του σήματος να αποτελείται από 4b quarks (b-jets) διότι είναι το κυρίαρχο κανάλι διάσπασης όταν η μάζα του μποζονίου a είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της μάζας του b quark, δηλαδή για $m_a > 2m_b \sim 10 \text{ GeV}$. Αυτό φαίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος (5.2)⁷, τα οποία έχουν προέλθει από προηγούμενες έρευνες [36] που έχουν ασχοληθεί με τη διαδικασία διάσπασης $h \rightarrow aa \rightarrow X\bar{X}Y\bar{Y}$, με X, Y σωματίδια του ΚΠ και έχουν δείξει ότι για $m_a > 10 \text{ GeV}$ το branching ratio είναι $BR(a \rightarrow bb) \simeq 1$. Σημειώνεται, επίσης, ότι για το branching ratio της διάσπασης $h \rightarrow aa$ κάνουμε την παραδοχή ότι $BR(h \rightarrow aa) \simeq 1$ ⁸ για το εύρος των μαζών που μας ενδιαφέρουν σε αυτή την ανάλυση.



Σχήμα 5.2: Branching ratios της διάσπασης ενός ψευδοβαθμωτού μποζονίου a στα διάφορα σωματίδια του ΚΠ συναρτήσει της μάζας m_a . Τα διαγράμματα (α'), (β'), (γ'), (δ) αφορούν μοντέλα 2HDM+S για Yukawa συζεύξεις τύπου I, II, III και IV αντίστοιχα, ενώ οι σκιασμένες περιοχές δηλώνουν τα σημεία όπου η αδρονοποίηση των σωματιδίων μπορεί να διαφοροποιήσει τους υπολογισμούς.



Σχήμα 5.3: Οι επικρατέστερες τελικές καταστάσεις της εξωτικής διάσπασης του μποζονίου Higgs, $h \rightarrow aa \rightarrow 2X2Y$, ανάλογα τη μάζα του μποζονίου a .

Συνεπώς, η διεργασία σήματος για το μοντέλο που επεξεργαζόμαστε είναι η $hZ \rightarrow a(bb)a(bb)ll$, με ενεργό διατομή

$$\sigma_{model} = \sigma_{hZ} \times \sigma_{Z \rightarrow ll} \times \sigma_{h \rightarrow aa} \times \sigma_{a \rightarrow bb}^2. \quad (5.1)$$

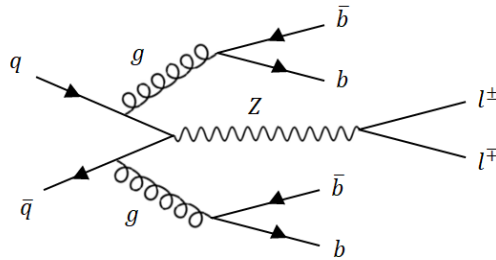
Για τη διάσπαση του h σε συσχέτιση με το μποζόνιο Z χρησιμοποιούμε την ενεργό διατομή που έχει καθοριστεί στο ΚΠ για τη διαδικασία $pp \rightarrow hZ$ και είναι $\sigma_{hZ} = 0.8839 \text{ pb}$, ενώ για τη λεπτονική διάσπαση του Z το branching ratio είναι $BR(Z \rightarrow ll) = 0.10099$ [10]. Όπως αναφέρθηκε στην παραπάνω παράγραφο έχουμε $BR(h \rightarrow aa) \simeq 1$ και $BR(a \rightarrow bb) \simeq 1$. Επομένως, η ενεργος διατομή του μοντέλου είναι

$$\begin{aligned} \sigma_{model} &= 0.8839 \cdot 0.10099 \cdot 1 \cdot 1^2 \Rightarrow \\ \sigma_{model} &= \mathbf{0.0893 \text{ pb}}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.3.2 Διαδικασίες Υποβάθρου

Ως υπόβαθρο θεωρούμε διεργασίες του ΚΠ οι οποίες χαρακτηρίζονται από την ίδια ή παρόμοια τελική κατάσταση με αυτή του σήματος. Στην παρούσα ανάλυση οι διεργασίες που θα συμπεριληφθούν ως υπόβαθρο είναι η παραγωγή Drell Young μαζί με jets (DY+jets) και κανάλια διάσπασης του ζεύγους top - anti-top quark ($t\bar{t}$).

Η παραγωγή Drell Young πραγματοποιείται κατά τη σκέδαση αδρονίων και περιγράφει την εξαύλωση ενός ζεύγους quark - anti-quark σε μποζόνιο Z , το οποίο με τη σειρά του διασπάται σε ζεύγος αντίθετα φορτισμένων λεπτονίων. Στην περίπτωση που παράγονται επιπλέον quarks (jets) από τα συγκρουόμενα $q\bar{q}$ (μέσω gluon splitting) έχουμε τη διαδικασία DY+jets, το διάγραμμα Feynman της οποίας φαίνεται στο Σχήμα 5.4.



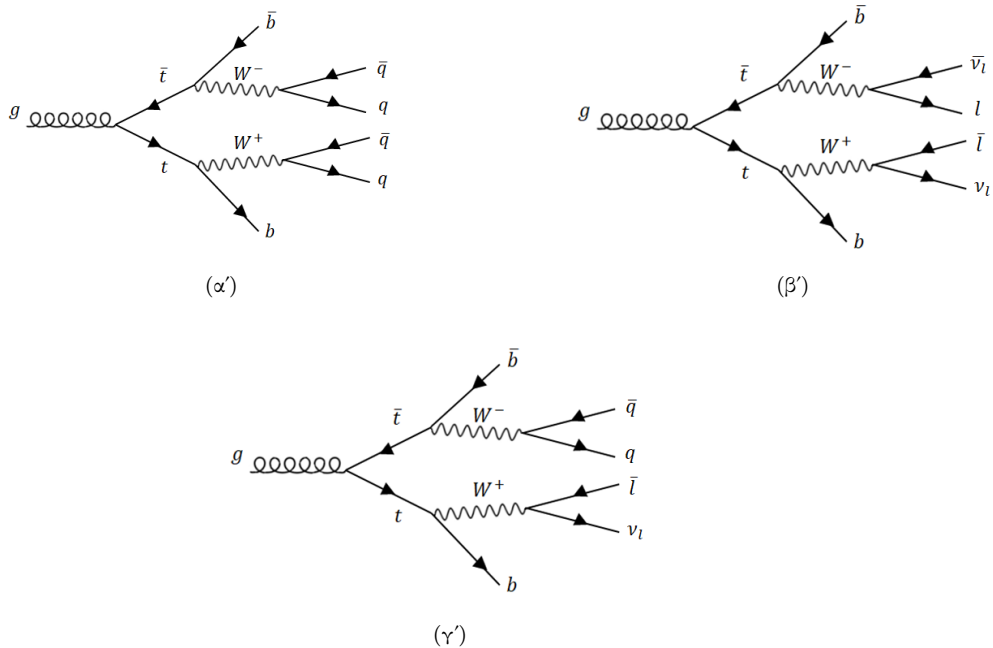
Σχήμα 5.4: Διάγραμμα Feynman σε επίπεδο δέντρου για τη διαδικασία Drell Young + jets.

Επίσης, μας ενδιαφέρουν ως διαδικασίες υποβάθρου τρία κανάλια διάσπασης του ζεύγους $t\bar{t}$: το αδρονικό, το λεπτονικό και το ημιλεπτονικό. Ο διαχωρισμός αυτός γίνεται ανάλογα με το είδος των σωματιδίων που θα πάρουμε στην τελική κατάσταση από τη διάσπαση του κάθε W μποζονίου που έχει

⁷Τα μοντέλα 2HDM + Scalar περιλαμβάνουν τέσσερις τύπους θεωριών (Type I to IV) ανάλογα με το είδος της Yukawa σύζευξης των φερμιονίων. Στους διαγωνοποιημένους πίνακες μάζας των βαθμωτών και ψευδοβαθμωτών πεδίων που προστίθενται στα μοντέλα εμπεριέχεται η γωνία στρέψης β , η οποία ορίζεται ως $\tan\beta = v_1/v_2$, με v_1, v_2 τις αναμενόμενες τιμές του κενού που έχουν οι βαθμωτές διπλέτες H_1, H_2 . Η γωνία αυτή επιρεάζει τα branching ratios για τα μοντέλα τύπου II - IV, τα οποία εμπίπτουν στο μοντέλο τύπου I όταν $\tan\beta = 1$.

⁸Η παραδοχή αυτή γίνεται ώστε να εξάγουμε ένα αποτέλεσμα όσο το δυνατόν πιο ανεξάρτητο από το μοντέλο, για να μπορέσουμε να έχουμε ένα σημείο αναφοράς στην έρευνα. Ο περιορισμός αυτής της παραμέτρου μπορεί να γίνει από ακόλουθες αναλύσεις, με αναγωγή σε ειδικότερες περιπτώσεις ανάλογα την υπόθεση μάζας του μοντέλου.

προκύψει από το top και anti-top quark. Στο αδρονικό κανάλι διασπώνται και τα δύο W σε quarks, στο λεπτονικό κανάλι διασπώνται σε λεπτόνια, ενώ στο ημιλεπτονικό διασπώνται το ένα σε quarks και το άλλο σε λεπτόνια. Τα αντίστοιχα διαγράμματα Feynman φαίνονται στο Σχήμα 5.5.



Σχήμα 5.5: Διαγράμματα Feynman $t\bar{t}$ διασπάσεων με τελικές καταστάσεις που μοιάζουν με αυτή του σήματος. Στο διάγραμμα (α') φαίνεται το αδρονικό κανάλι διάσπασης, στο διάγραμμα (β') το λεπτονικό και στο διάγραμμα (γ') το ημιλεπτονικό.

5.4 Δείγματα Monte Carlo και Σετ δεδομένων

Για να μπορέσει να γίνει οποιαδήποτε ανάλυση πάνω στα πειραματικά δεδομένα που καταγράφονται στον ανιχνευτή είναι απαραίτητο να υπάρχουν προς σύγκριση, τόσο για το σήμα όσο και για τις διαδικασίες υποβάθρου, μοντελοποιημένες οι κατανομές διαφόρων μεταβλητών που μετρώνται από τα ανιχνευτικά συστήματα, όπως η ενέργεια και η ορμή των σωματιδίων. Εξίσου σημαντικό είναι να γνωρίζουμε μία αρχική εκτίμηση του αριθμού γεγονότων της κάθε διαδικασίας, δηλαδή την εκάστοτε ενεργό διατομή. Για αυτόν τον σκοπό χρησιμοποιούνται γεννήτορες δεδομένων Monte Carlo (MC), λογισμικά πακέτα που μας επιτρέπουν να προσομοιώσουμε γεγονότα της σωματιδιακής φυσικής υψηλών ενεργειών, παράγοντας με τυχαίο τρόπο συγκρούσεις σωματιδίων όπως αυτές που πραγματοποιούνται μέσα στους επιταχυντές.

Το κάθε σετ δεδομένων περιλαμβάνει έναν αριθμό παραγόμενων γεγονότων, τα οποία λόγω της τυχαίας φύσης τους χαρακτηρίζονται από στατιστικές διακυμάνσεις⁹. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός γεγονότων που περιέχονται στο δείγμα, τόσο περισσότερο περιορίζονται οι στατιστικές διακυμάνσεις και επομένως αυξάνεται η ακρίβεια στο σχήμα των κατανομών των μεταβλητών. Επί της ουσίας, πρέπει οι στατιστικές διακυμάνσεις των προσομοιωμένων γεγονότων να είναι μικρότερες από αυτές των πειραματικών δεδομένων, δηλαδή πρέπει ο αριθμός των παραγόμενων γεγονότων Monte Carlo να είναι αρκετά μεγαλύτερος από τον αριθμό γεγονότων που ανιχνεύονται από τα πραγματικά δεδομένα. Πιο συγκεκριμένα, αυτό θα πρέπει να συμβαίνει για το τμήμα του φασικού χώρου που αποτελεί την περιοχή ενδιαφέροντος της κάθε έρευνας. Για παράδειγμα, για τη διαδικασία DY η διαφορική ενεργός διατομή μειώνεται ραγδαία με την ενέργεια. Για να επιλυθούν τέτοιου είδους προβλήματα, χωρίζει κανείς τον φασικό χώρο σε υποτμήματα, κρατώντας σταθερή κάποια μεταβλητή και παράγει δεδομένα σε κάθε ένα υποτμήμα ξεχωριστά.

⁹Ένα δείγμα δεδομένων Monte Carlo χαρακτηρίζεται και από άλλες αβεβαιότητες που προέρχονται από την ακρίβεια της ενεργού διατομής που χρησιμοποιείται, από τη διαμόρφωση των καταγεγραμμένων των σωματιδίων, τα χαρακτηριστικά του μοντέλου αδρονοποίησης, τον ανιχνευτή κ.τ.λ.. Σε αυτή την ανάλυση δεν θα μας απασχολήσουν τέτοιου είδους σφάλματα.

Η παρούσα ανάλυση γίνεται πάνω σε δείγματα Monte Carlo δεδομένων από επίσημα root αρχεία που έχουν παρθεί από το πείραμα CMS του CERN. Τα δεδομένα αυτά προέκυψαν από συγκρούσεις πρωτονίου-πρωτονίου σε ενέργεια κέντρου μάζας $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$, τα οποία έχουν παραχθεί με τον ανιχνευτή CMS κατά το Run II 2017 και ανταποκρίνονται σε 41.5 fb^{-1} ολοκληρωμένη φωτεινότητα. Τα δείγματα Monte Carlo που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε διαδικασία υποβάθρου, μαζί με τις ενεργούς διατομές που τους αντιστοιχούν, φαίνονται στον Πίνακα 5.1. Για το σήμα τα δεδομένα παράχθηκαν με τον γεννήτορα Madgraph5_aMC@NLO σε πρώτη τάξη μεγέθους (leading order - LO), με σημεία χαμηλής μάζας $m_a = [12, 15, 20, 25] \text{ GeV}$, βήματος 5 GeV και σημεία υψηλής μάζας $m_a = [30, 40, 50, 60] \text{ GeV}$, βήματος 10 GeV [39].

Process	Dataset	σ (pb)
$Z \rightarrow ll$	/DYJetsToLL_M-50_TuneCP5_13TeV-madgraphMLM-pythia8/S17	4895
	/TTTo2L2Nu_TuneCP5_PSweights_13TeV-powheg-pythia8/S17	88.29
$t\bar{t}$	/TTToSemiLeptonic_TuneCP5_13TeV-powheg-pythia8/S17	365.34
	/TTToHadronic_TuneCP5_PSweights_13TeV-powheg-pythia8/S17	377.96

Πίνακας 5.1: Λίστα των δειγμάτων Monte Carlo μαζί με τις αντίστοιχες ενεργούς διατομές, που χρησιμοποιήθηκαν ως διαδικασίες υποβάθρου στην ανάλυση. Η συντομογραφία S17 αντιστοιχεί στο RunIIFall17MiniAODv2-PU2017_12Apr2018(_new_pmx)_94X_mc2017_realistic_v14(_ext*)-v* [39].

5.5 Επιλογή Γεγονότων

Ο πρωταρχικός μας στόχος είναι να επιτύχουμε όσο το δυνατόν πιο καθαρό σήμα. Αρχικά, επιλέγουμε κατάλληλα τον φασικό χώρο στον οποίο θα δουλέψουμε, ώστε να έχουμε το περισσότερο σήμα και να περιορίσουμε το υπόβαθρο. Εφαρμόζουμε περιορισμούς στις μεταβλητές των δειγμάτων MC - περιορισμούς που αν κάποιος γεγονός δεν τους ικανοποιεί τότε το απορρίπτουμε από το δείγμα - οι οποίοι θα είναι ίδιοι για όλες τις διαδικασίες και ονομάζονται *baseline cuts*.

Για να διαμορφώσουμε το λεπτονικό κομμάτι του σήματος απαιτούμε να υπάρχουν στο γεγονός ακριβώς δύο λεπτόνια, μιονικού χαρακτήρα και αντίθετου ηλεκτρικού φορτίου. Επιπλέον, απαιτούμε η p_T του πρωτεύοντος¹⁰ μιονίου να είναι μεγαλύτερη από 25 GeV , ενώ η p_T του δευτερεύοντος μιονίου να είναι μεγαλύτερη από 10 GeV . Ακόμα, προσθέτουμε τον κινηματικό περιορισμό η αναλλοίωτη μάζα των δύο λεπτονίων να είναι μεταξύ 80 GeV και 100 GeV , δηλαδή σε εύρος $\pm 10 \text{ GeV}$ από τη μάζα του Z μποζονίου, $m_Z = 91 \text{ GeV}$, ώστε να μειωθεί το $t\bar{t}$ υπόβαθρο.

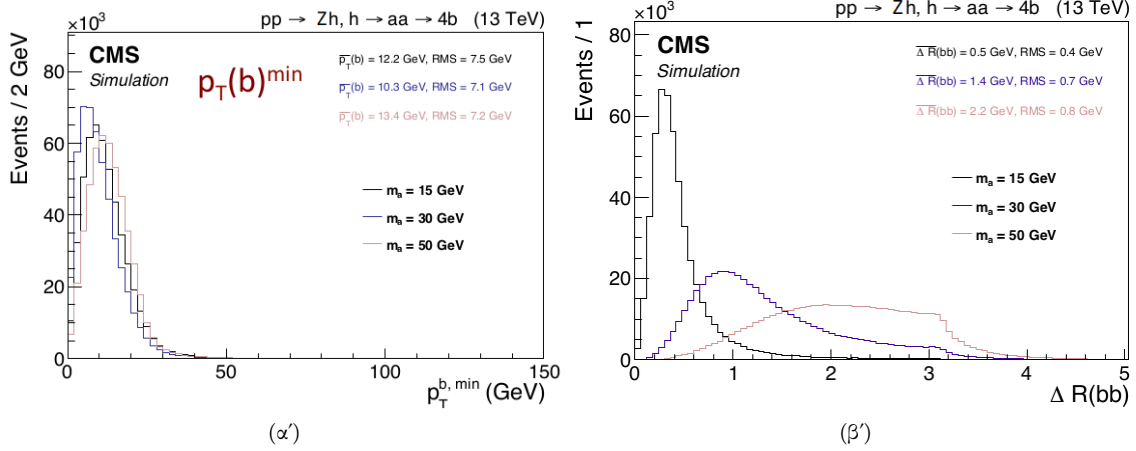
Για το αδρονικό κομμάτι, απαιτούμε ο αριθμός των jet (*multiplicity*) που υπάρχουν στο γεγονός να είναι τουλάχιστον τρία και το κάθε jet να έχει ελάχιστη εγκάρσια ορμή 20 GeV ¹¹. Τέλος, πρέπει τουλάχιστον δύο jets να είναι b-tagged σύμφωνα με το medium working point, το οποίο χαρακτηρίζεται με b-tag score > 0.4941 για τη χρονιά του 2017.

Η επιλογή των συγκεκριμένων cuts στην πολλαπλότητα των jets και b-jets οφείλεται στην κινηματική του σήματος. Στο διάγραμμα (α') του Σχήματος 5.6 φαίνεται η κατανομή της ελάχιστης εγκάρσιας ορμής $p_T^{b,min}$ των b-jets, για τη διαδικασία σήματος $pp \rightarrow Zh, h \rightarrow aa \rightarrow 4b$. Αυτό που παρατηρούμε για όλες τις υποθέσεις μάζας είναι ότι η $p_T^{b,min}$ είναι πολύ μικρή, δηλαδή τα jets που ανακατασκευάζονται είναι soft, το οποίο είναι αναμενόμενο λόγω της χαμηλής κλίμακας μάζας των γεγονότων Higgs. Τα 125 GeV της μάζας του σωματιδίου Higgs που διασπάται κατανέμονται στα 4 b-jets της τελικής κατάστασης, δίνοντας προσεγγιστικά στο καθένα $125/4 \approx 30 \text{ GeV}$ (η κινητική ενέργεια του h δεν συνεισφέρει ιδιαίτερα καθώς η διάσπασή του γίνεται σχεδόν σε κατάσταση ηρεμίας). Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται το κατώφλι των 20 GeV στην εγκάρσια ορμή των jets στα MC δείγματα δεδομένων και είναι αναμενόμενο στη συλλογή των jets του κάθε γεγονότος να μην έχει καταμετρηθεί το τέταρτο

¹⁰Το πρωτεύον μόνιο είναι εκείνο με τη μεγαλύτερη ορμή. Αντίστοιχα, το δευτερεύον μόνιο είναι το αμέσως επόμενο με τη μεγαλύτερη ορμή.

¹¹Ο περιορισμός αυτός είναι ήδη εφαρμοσμένος στα root files ως κατώφλι στην ορμή των jets που ανακατασκευάζονται. Ο σκοπός του είναι να περιορίζει το fake ratio, δηλαδή το ποσοστό των αντικειμένων που λανθασμένα καταγράφονται ως jets.

jet. Επομένως, επιτρέπουμε να επιβιώσουν από τα cuts και γεγονότα με τρία μόνο jets, στα οποία μάλιστα υπάρχει σημαντικό μέρος του σήματος.



Σχήμα 5.6: Οι κατανομές των κινηματικών μεταβλητών $p_T^{b,min}$ και ΔR_{bb} για τη διαδικασία του σήματος, για υποθέσεις μάζας $m_a = 15, 30, 50 \text{ GeV}$. Τα διαγράμματα έχουν παρθεί από προσομοιώσεις του CMS για το κανάλι διάσπασης $pp \rightarrow Zh, h \rightarrow aa \rightarrow 4b$ [39].

Παράλληλα, ένας ακόμα λόγος που είναι πιθανό να μη μετρηθούν τέσσερα jets στο γεγονός είναι ότι για τις υποθέσεις των χαμηλών μαζών, $m_a < 30 \text{ GeV}$, τα b quarks που προέρχονται από τον ίδιο γονέα τείνουν να είναι ευθυγραμμισμένα μεταξύ τους (collimated). Αυτό φαίνεται στο διάγραμμα (β') του Σχήματος 5.6, όπου αναπαριστάται η κατανομή της γωνιακής απόστασης ΔR μεταξύ των δύο b quarks. Παρατηρούμε ότι για μικρότερες μάζες m_a η γωνία ΔR_{bb} παίρνει μικρότερες τιμές. Καθώς στην ανάλυση χρησιμοποιείται η συνθήκη $\Delta R < 0.4$ για τον προσδιορισμό της ακτίνας του κώνου που ορίζει ένα jet, η παρατήρηση αυτή σημαίνει ότι για χαμηλές μάζες υπάρχει εκφυλισμός και σε πολλές περιπτώσεις τα δύο b quarks κατατάσσονται σε ένα jet (σε αυτή την περίπτωση από τα δεδομένα μας δεν χάνεται μέρος της ενέργειας του συστήματος, απλά αποδίδεται σε ένα αντί για δύο αντικείμενα). Ο λόγος που δεν ελαττώνουμε το όριο που καθορίζει τον κώνο των jets είναι επειδή η ανάλυση είναι βελτιστοποιημένη για τις μεγαλύτερες μάζες, οι οποίες ευνοούνται από μεγαλύτερα ΔR .

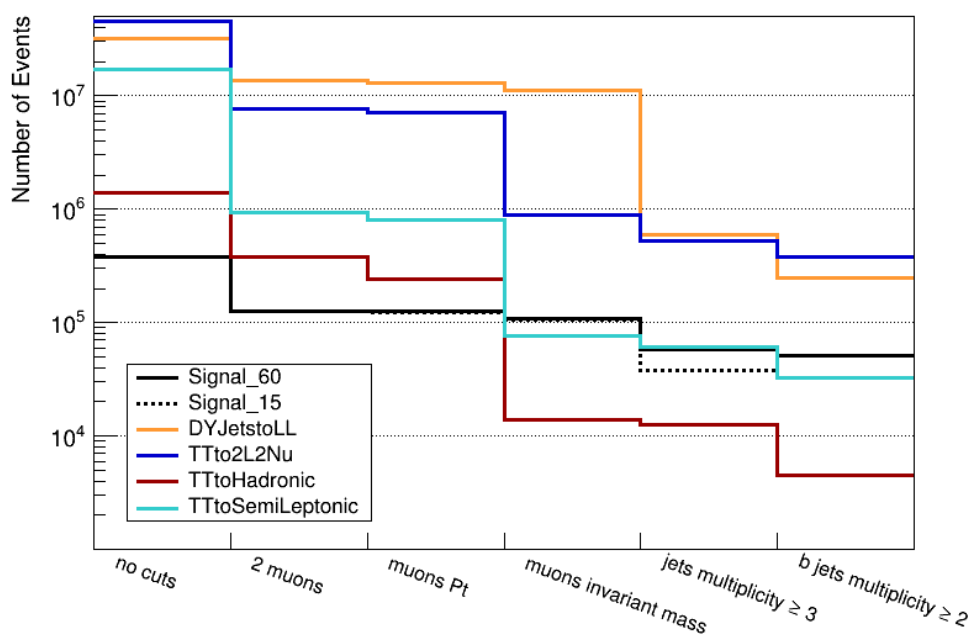
	<i>Baseline Cuts</i>
Leptons	2 opposite-charged muons $p_T^{\mu on-1} > 25 \text{ GeV}$ $p_T^{\mu on-2} > 10 \text{ GeV}$ $80 \text{ GeV} < m_{\mu\mu} < 100 \text{ GeV}$
Jets	$N_{jets} \geq 3 (p_T^{jet} \geq 20 \text{ GeV})$ $N_{bjets} \geq 2$ (medium WP)

Πίνακας 5.2: Το σύνολο των κριτηρίων επιλογής που εφαρμόζονται στην ανάλυση.

Όλα τα cuts που εφαρμόζονται στην ανάλυση φαίνονται στον Πίνακα 5.2. Κατά την εφαρμογή κάθε κριτηρίου επιλογής επιβιώνει ένα μέρος μόνο των αρχικών γεγονότων, ο αριθμός των οποίων αναπαριστάται σε ένα διάγραμμα ροής γεγονότων (Event Flow). Παρακάτω φαίνονται στον Πίνακα 5.3 οι σχετικοί αριθμοί γεγονότων, τόσο για το σήμα, όσο και για τις τέσσερις διαδικασίες υποβάθρου. Όπως έχει αναφερθεί έχουμε έξι περιπτώσεις σήματος, μία για κάθε υπόθεση μάζας του μποζονίου a , $m_a = [15, 20, 30, 40, 50, 60] \text{ GeV}$. Επιπρόσθετα, παρατίθεται το διάγραμμα ροής γεγονότων (Σχήμα 5.7), όπου αναπαριστάται το event flow του σήματος για τις υποθέσεις μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ και $m_a = 15 \text{ GeV}$ έναντι των event flows του κάθε υποβάθρου.

	Selection steps					
	Total number of MC events	μ ons id & multiplicity	μ ons p_T	μ ons invariant mass	jets multiplicity	b -jets multiplicity
signal_ amass60	377 038	127 065	125 009	108 713	57 693	50 672
signal_ amass50	378 360	127 121	125 008	108 805	57 766	50 761
signal_ amass40	375 604	125 479	123 400	107 122	56 062	49 467
signal_ amass30	376 716	124 873	122 701	106 295	53 389	47 267
signal_ amass20	378 474	124 994	122 765	106 133	43 794	38 027
signal_ amass15	379 633	124 596	122 267	105 489	37 653	32 800
DYJetsToLL	31 901 042	13 657 586	13 061 681	11 287 640	5 960 57	2 458 31
TTTo2L2Nu	45 359 641	7 609 997	7 122 438	894 940	521 152	381 415
TTToHadronic	1 410 951	379 315	241 454	13 762	12 498	4 529
TTToSemiLeptonic	17 236 420	943 314	812 750	76 467	60 936	32 405

Πίνακας 5.3: Στον πίνακα φαίνεται ο αριθμός γεγονότων που επιβιώνουν μετά από την εφαρμογή του κάθε cut για την αντίστοιχη διαδικασία σήματος ή υποβάθρου.



Σχήμα 5.7: Διαγραμματική αναπαράσταση του Event Flow του σήματος σε σύγκριση με αυτό των υποβάθρων. Φαίνονται οι περιπτώσεις σήματος για τη μέγιστη και την ελάχιστη υπόθεση μάζας, $m_a = 60 \text{ GeV}$ και 15 GeV .

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι σημαντικό να έχουμε μία εκτίμηση του αναμενόμενου αριθμού γεγονότων, N_{exp} , κάθε διαδικασίας. Αυτός εξάγεται από το ποσοστό των γεγονότων που έχουν περάσει επιτυχώς από τα κριτήρια επιλογής, κανονικοποιημένο με την ενεργό διατομή σ της εκάστοτε διαδικασίας και την ολοκληρωμένη φωτεινότητα L_{int} του ανιχνευτή κατά την περίοδο συλλογής των δεδομένων. Έτσι, ο αναμενόμενος αριθμός γεγονότων υπολογίζεται από τη σχέση

$$N_{exp} = \sigma \cdot L_{int} \cdot \frac{N_{pass}}{N_{gen}}, \quad (5.3)$$

όπου N_{gen} είναι ο συνολικός αριθμός των γεγονότων που έχουν παραχθεί και N_{pass} είναι ο αριθμός των γεγονότων που επιβίωσαν τα cuts. Η ποσότητα $\sigma \cdot L_{int}/N_{gen}$ με την οποία κανονικοποιούμε τον τελικό αριθμό γεγονότων (yield) χαρακτηρίζεται ως βάρος (weight) της κάθε διαδικασίας.

Process	σ (pb)	weight	N_{exp} (events)
signal_ amass60	1(*)	0.084	4241
signal_ amass50	1	0.084	4244
signal_ amass40	1	0.084	4160
signal_ amass30	1	0.084	3967
signal_ amass20	1	0.084	3178
signal_ amass15	1	0.084	2739
DYJetsToLL	4895	2.08	511 379
TTTo2L2Nu	88.29	0.0535	1473 860
TTToHadronic	377.96	0.121	171 360
TTToSemiLeptonic	365.34	0.35	3411 250

Πίνακας 5.4: Οι αναμενόμενοι αριθμοί γεγονότων κάθε διαδικασίας (μετά την εφαρμογή των cuts), μαζί με τα βάρη και τις ενεργούς διατομές τους, όπως προκύπτουν από τη σχέση (5.3), με $L_{int} = 41529.152 \text{ pb}^{-1}$.

(*) Οι υπολογισμοί γίνονται με ενεργό διατομή σήματος ίση με τη μονάδα ώστε να μην χρησιμοποιήσουμε κάποιον πολλαπλασιαστικό παράγοντα. Αργότερα θα επιλέξουμε διάφορες τιμές για την ενεργό διατομή του σήματος και θα τις εφαρμόσουμε στην κανονικοποίηση.

5.6 Κατανομές Μεταβλητών

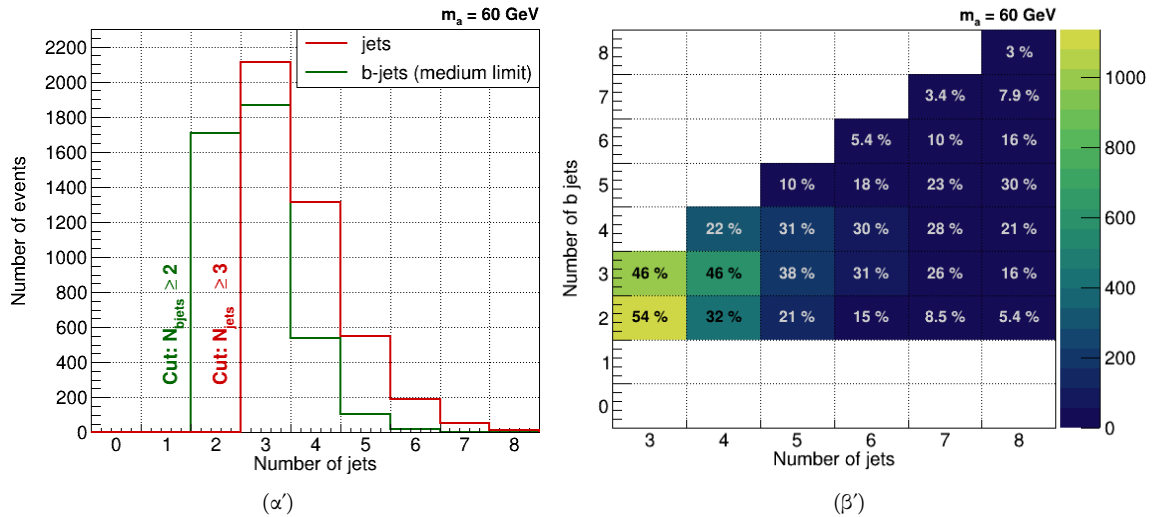
Στην υποενότητα αυτή θα περιγραφούν οι μεταβλητές της ανάλυσης και θα παρουσιαστούν οι κατανομές τους, αφού έχουν εφαρμοστεί όλα τα cuts και έχει γίνει κανονικοποίηση στην ενεργό διατομή (το βάρος της κάθε διαδικασίας με το οποίο πολλαπλασιάζονται οι κατανομές φαίνεται στον Πίνακα 5.4). Τα διαγράμματα που ακολουθούν αφορούν τις υποθέσεις μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ και 15 GeV . Για τις υπόλοιπες μάζες οι κατανομές έχουν ενδιάμεση συμπεριφορά σε σχέση με αυτή των δύο ακραίων τιμών μάζας. Στον Πίνακα 5.5 καταγράφονται οι δέκα μεταβλητές με την ονομασία που χρησιμοποιήθηκε για κάθε μία, μαζί με μία σύντομη περιγραφή τους.

Variable	Description
1. njets	multiplicity of jets per event
2. nbjets	multiplicity of b-tagged jets per event (medium working point)
3. Pt_Z	transverse momentum of Z boson
4. phi_HZ	angle $\Delta\phi_{HZ}$ between H and Z boson in center of mass
5. M_3j_hbtag	invariant mass of the 3 jets with the highest b-tag score
6. M_4j_hbtag	invariant mass of the 4 jets with the highest b-tag score
7. M_jj_max	maximum value of invariant mass out of the two pairs in each combo
8. M_jj_min	minimum value of invariant mass out of the two pairs in each combo
9. M_4j_combo	invariant mass of the 4 jets with the minimum χ^2
10. p_value	p -value of the combination with the minimum χ^2

Πίνακας 5.5: Οι μεταβλητές ενδιαφέροντος της ανάλυσης.

- **njets, nbjets:** ο αριθμός των jets και ο αριθμός των b-jets που περιλαμβάνονται σε κάθε γεγονός.

Στο Σχήμα 5.8 φαίνεται η κατανομή της πολλαπλότητας των jets (αριστερά) και το διδυστάτο ιστόγραμμα του nbjets συναρτήσει του njets (δεξιά). Παρατηρούμε ότι η περιοχή του φασικού χώρου με njets = 3 περιέχει το μεγαλύτερο πλήθος γεγονότων, παρόλο που το σήμα μας αποτελείται θεωρητικά από τέσσερα jets. Επίσης, παρατηρούμε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις μόνο δύο ή τρία από τα jets αναγνωρίζονται ως b-jets.



Σχήμα 5.8: Αριστερά φαίνεται ο αριθμός των γεγονότων ανά κατηγορία πολλαπλότητας των jets (κόκκινη γραμμή) και των b-jets (πράσινη γραμμή), ενώ δεξιά φαίνεται ο αριθμός των b-jets ανά γεγονός σε κάθε κατηγορία πολλαπλότητας των jets. Τα ποσοστά είναι υπολογισμένα ανά στήλη και δηλώνουν το ποσοστό των γεγονότων που περιέχουν nbjets ανά κατηγορία πολλαπλότητας των jets.

Όπως εξηγήθηκε προηγουμένως (υποενότητα 5.5), τα κινηματικά χαρακτηριστικά του σήματος καθιστούν δύσκολη την καταγραφή του τέταρτου jet, ωστόσο η περιοχή njets = 3 περιέχει σημαντικό ποσό πληροφορίας και γι αυτό την συμπεριλαμβάναμε στην ανάλυση. Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός

ότι περιορίζοντας την πολλαπλότητα των jets μειώνεται αισθητά το DY+jets υπόβαθρο, είναι ο λόγος που επιλέξαμε το συγκεκριμένο cut σε αυτή τη μεταβλητή. Παρόμοια, επιλέξαμε να εφαρμόσουμε το cut $n_{\text{bjets}} \geq 2$, διότι τότε είχαμε τη μέγιστη μείωση υποβάθρου χωρίς να χάνουμε σημαντικό ποσοστό του σήματος.

- **Pt_Z**: η εγκάρσια ορμή του μποζονίου Z .

Για να την υπολογίσουμε αθροίζουμε διανυσματικά τις τετραορμές των δύο μιονίων και παίρνουμε την εγκάρσια προβολή τους. Στο Σχήμα 5.10 (α') φαίνονται οι κανονικοποιημένες στη μονάδα κατανομές για κάθε διαδικασία, επιτρέποντάς μας να διακρίνουμε τη διαχωριστικότητα στο σχήμα των κατανομών.

- **M_3j_hbtag, M_4j_hbtag**: η αναλλοίωτη μάζα των τριών και τεσσάρων, αντίστοιχα, jets με το μεγαλύτερο b-tag score.

Εφόσον έχουμε το cut στην πολλαπλότητα των b-jets ($n_{\text{bjets}} \geq 2$), τουλάχιστον δύο από τα jets που φτιάχνουν τις αναλλοίωτες μάζες θα είναι και b-tagged. Στην περίπτωση των γεγονότων όπου η πολλαπλότητα των jets είναι ακριβώς ίση με τρία ($n_{\text{jets}} = 3$), η αναλλοίωτη μάζα των τεσσάρων jets δεν έχει κάποιο νόημα και στην μεταβλητή M_{4j_hbtag} δίνεται η τιμή -1 . Οι κατανομές των μεταβλητών αυτών φαίνονται στα Σχήματα 5.10 (γ') και (δ'), όπου τα υπόβαθρα είναι σχεδιασμένα σε stack μορφή, ενώ τα σήματα είναι πολλαπλασιασμένα με έναν παράγοντα 500 για να μπορούν να διακρίνονται.

Στο διάγραμμα της κατανομή της μεταβλητής M_{4j_hbtag} παρατηρούμε ότι για την υπόθεση μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$, εμφανίζεται κορυφή γύρω στην τιμή της μάζας του Higgs, στα 125 GeV , όπως αναμένεται. Το ίδιο παρατηρούμε και στα Σχήματα 5.9 (β') και (γ'), όπου αναπαρίσταται για το σήμα η κανονικοποιημένη κατανομή της M_{4j_hbtag} , χωρίς και με διαχωρισμό των hbtag κατηγοριών (κατηγοριοποίηση βάσει του αριθμού b-jets που χρησιμοποιούνται για την ανακατασκευή της μάζας). Μάλιστα, διαπιστώνουμε ότι όσα περισσότερα από τα τέσσερα jets είναι b-tagged τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια με την οποία παίρνουμε τη μάζα του Higgs. Επιπρόσθετα, σε όλα τα σχετικά διαγράμματα μπορούμε να διακρίνουμε ότι οι κατανομές της μεταβλητής M_{4j_hbtag} για το σήμα είναι μετατοπισμένες προς τις μεγαλύτερες ενέργειες αντί να είναι γκαουσιανές γύρω από τα 125 GeV . Αυτό συμβαίνει διότι τα jets που αναλύονται είναι πολύ ενεργητικά (boosted) και μετατοπίζουν το ενεργειακό φάσμα που καταγράφουμε προς τις μεγαλύτερες τιμές (υπάρχει κατώφλι $p_T^{\text{jet}} \geq 20 \text{ GeV}$).

Στην κατανομή του σήματος της μεταβλητής M_{3j_hbtag} υπάρχει επίσης κορυφή γύρω στα 100 GeV , παρόλο που λείπει το ένα jet. Κάτι τέτοιο είναι λογικό εφόσον το τέταρτο jet που δεν έχει καταγραφεί στη συλλογή του γεγονότος είναι soft και η ενεργειακή συνεισφορά του είναι αρκετά μικρή ώστε η ανακατασκευή των jets να προσεγγίζει τη μάζα του Higgs. Τέλος, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η κορυφή του σήματος μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες ενέργειες όσο μικραίνει η μάζα m_a .

- **phi_HZ**: η γωνία εκπομπής $\Delta\phi_{HZ}$ μεταξύ του μποζονίου Higgs και του μποζονίου Z .

Για να υπολογίσουμε τη γωνία $\Delta\phi$, βρίσκουμε τις αζιμουθιακές γωνίες ϕ των τετραορμών των δύο μποζονίων και τις αφαιρούμε, $\Delta\phi_{HZ} = |\phi_H - \phi_Z|$. Παίρνουμε την τετραορμή του Z αθροίζοντας τις επιμέρους τετραορμές των δύο μιονίων, ενώ για την τετραορμή του H αθροίζουμε τις τετραορμές των τεσσάρων jets με το μεγαλύτερο b-tag score. Στην περίπτωση που το γεγονός έχει $n_{\text{jets}} = 3$ αθροίζουμε τις τετραορμές των τριών jets. Η μεταβλητή ϕ_{HZ} παίρνει τιμές από 0 έως 2π . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.10 (β'), για το σήμα η εκπομπή των δύο μποζονίων γίνεται επι το πλήστων αντιδιαμετρικά.

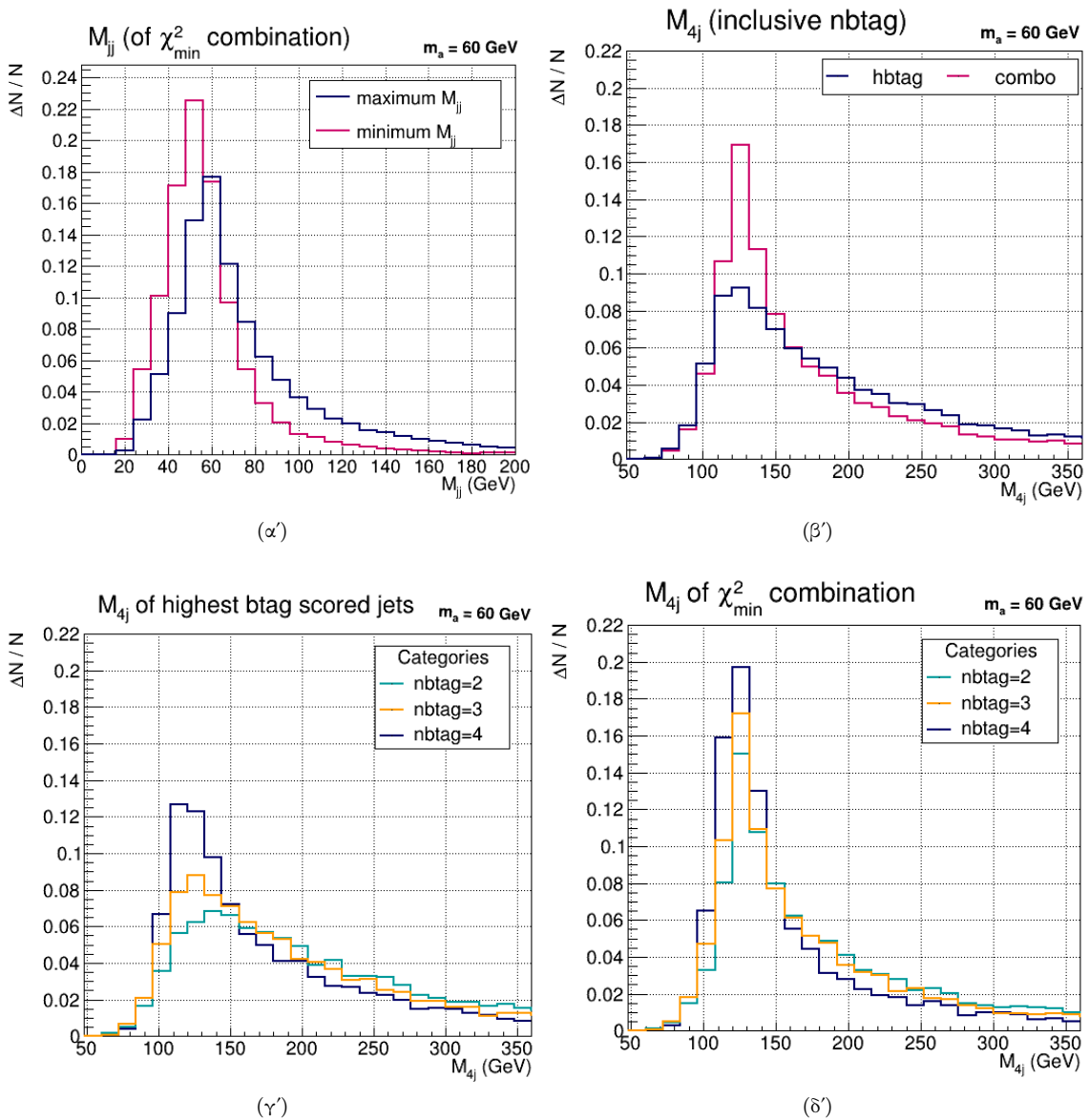
Εκτιμητής χ^2

Στη συνέχεια της ανάλυσης κατασκευάζουμε έναν εκτιμητή χ^2 ώστε να προσδιορίσουμε ποιος συνδυασμός από τα jets του κάθε γεγονότος ανακατασκευάζει καλύτερα την αναλλοίωτη μάζα του μποζονίου Higgs, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την υπόθεση του μοντέλου μας ότι το h διασπάται σε δύο ταυτόσημα σωματίδια a . Παρατηρούμε ότι τα γεγονότα των δειγμάτων μας περιέχουν μεγαλύτερο αριθμό jets από αυτά που υπάρχουν στο μοντέλο του σήματος, το οποίο μας οδηγεί στην ερώτηση ποια από αυτά προέρχονται από την εξωτική διάσπαση που μελετάμε. Ίδανικά θα θέλαμε τα τέσσερα jets της τελικής κατάστασης να έχουν αναλλοίωτη μάζα, M_{4j} , ίση με τη μάζα του Higgs, $M_H = 125 \text{ GeV}$. Επιπλέον, έχουμε δύο ζευγάρια jets, ένα για κάθε a σωματίδιο που διασπάται. Εφόσον τα σωματίδια a είναι ταυτόσημα, θα θέλαμε οι αναλλοίωτες μάζες κάθε ζεύγους jets να είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $M_{2j}^{(i)} = M_{2j}^{(ii)}$. Έτσι, ο εκτιμητής χ^2 παίρνει τη μορφή

$$\chi^2 = \frac{(M_{4j} - M_H)^2}{M_H^2} + \frac{(M_{2j}^{(i)} - M_{2j}^{(ii)})^2}{(M_{2j}^{(i)} + M_{2j}^{(ii)})^2} \quad (5.4)$$

και ζητάμε την περίπτωση εκείνη που τον ελαχιστοποιεί.

Προφανώς, η ανάλυση αυτή δεν αφορά γεγονότα με $n_{\text{jets}} = 3$, καθώς απαιτεί συνδυασμό τεσσάρων τουλάχιστον jets. Σε κάθε γεγονός με $n_{\text{jets}} = 4, 5$ ή 6 χρησιμοποιούμε όλα τα jets, ενώ σε γεγονότα με $n_{\text{jets}} > 6$ επιλέγουμε τα έξι jets με το μεγαλύτερο b-tag score. Παίρνουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των jets ανά τέσσερα και για κάθε τετράδα τους συνδυασμούς ανά δύο. Απαιτούμε, επιπλέον, ο κάθε συνδυασμός που δοκιμάζουμε να αποτελείται τουλάχιστον από δύο b-jets. Αυτό το κάνουμε διότι με το cut $n_{\text{bjets}} \geq 2$, παίρνοντας 4 από τα 6 jets μπορεί κανένα από αυτά να μην είναι b-tagged. Συνεπώς, υπολογίζουμε την ποσότητα (5.4) και βρίσκουμε τον συνδυασμό που δίνει την ελάχιστη τιμή του εκτιμητή χ^2 , την οποία συμβολίζουμε χ_{min}^2 .



Σχήμα 5.9: Τα διαγράμματα (α') και (β') αναπαριστούν τις κανονικοποιημένες στη μονάδα κατανομές των μεταβλητών M_{jj_max} , M_{jj_min} και M_{4j_hhtag} , M_{4j_combo} αντίστοιχα, οι οποίες αφορούν τη διαδικασία σήματος με $m_a = 60$ GeV. Στα διαγράμματα (γ') και (δ') φαίνονται οι τελευταίες δύο μεταβλητές ανά κατηγορία n_btag (κατηγοριοποίηση βάσει του αριθμού b-jets που χρησιμοποιούνται για την ανακατασκευή της μάζας).

- **M_4j_combo:** η αναλλοίωτη μάζα των τεσσάρων jets που δίνουν το ελάχιστο χ^2 .

Η μεταβλητή αυτή δεν υπολογίζεται για γεγονότα με $n_{\text{jets}} = 3$, παρά παίρνει την τιμή -1 . Οι σχετικές κατανομές για τις διάφορες διαδικασίες σήματος και υποβάθρου φαίνονται στο Σχήμα 5.10(ζ'), ενώ στα Σχήματα 5.9(β') και (δ') αναπαρίστανται για το σήμα μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ οι κανονικοποιημένες κατανομές χωρίς και με διαχωρισμό των n_{btag} κατηγοριών. Τα ίδια σχόλια που σημειώθηκαν για τη μεταβλητή M_{4j_hbtag} ισχύουν και εδώ. Παρατηρούμε, ωστόσο, ότι η κατανομή της M_{4j_combo} έχει πιο στενή κορυφή γύρω από τα 125 GeV . Από την άλλη είναι λιγότερο διαχωριστική μεταξύ σήματος και υποβάθρου από ότι η μεταβλητή M_{4j_hbtag} .

- **M_jj_max, M_jj_min:** οι αναλλοίωτες μάζες των δύο ζευγών jets που προκύπτουν από τον συνδυασμό των τεσσάρων jets με το ελάχιστο χ^2 . Η πρώτη μεταβλητή είναι η μάζα με τη μεγαλύτερη τιμή και η δεύτερη είναι η μάζα με τη μικρότερη τιμή εκ των δύο.

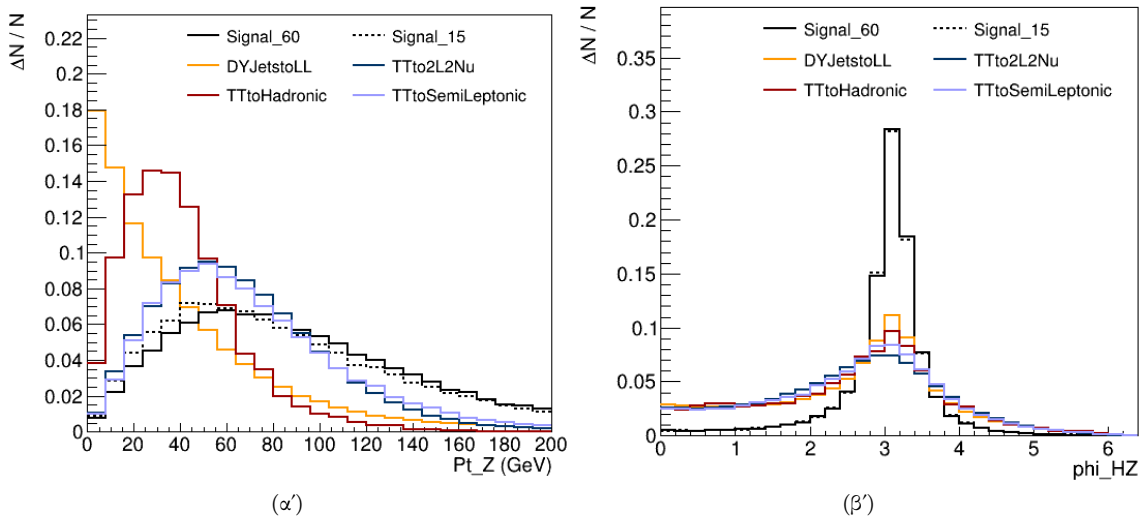
Όμοια με τη μάζα M_{4j_combo} , οι μεταβλητές αυτές δεν αφορούν γεγονότα με $n_{\text{jets}} = 3$ και παίρνουν την τιμή -1 σε αυτές τις περιπτώσεις. Οι κατανομές των διαφόρων διαδικασιών φαίνονται στα Σχήματα 5.10(ε') και (ϵ'), ενώ οι κανονικοποιημένες κατανομές τους για το σήμα με $m_a = 60 \text{ GeV}$ φαίνονται στο Σχήμα 5.9(α'). Σε αυτά μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι εμφανίζονται κορυφές γύρω από την τιμή των 60 GeV όπως αναμένουμε, εφόσον τα δύο jets προέρχονται από τη διάσπαση του a . Για τις υπόλοιπες υποθέσεις μάζας οι κορυφές των κατανομών εμφανίζονται επίσης σε αυτές τις ενέργειες, που είναι υψηλότερες από τη μάζα του σωματιδίου a . Όπως αναφέρθηκε και για τις μάζες των τεσσάρων jets, αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι είναι ενεργητικά και μετατοπίζουν τα διαγράμματα στις υψηλότερες ενέργειες του φάσματος.

- **p_value:** το p -value της κατανομής χ^2 των συνδυασμών των jets στην τιμή χ^2_{min} .

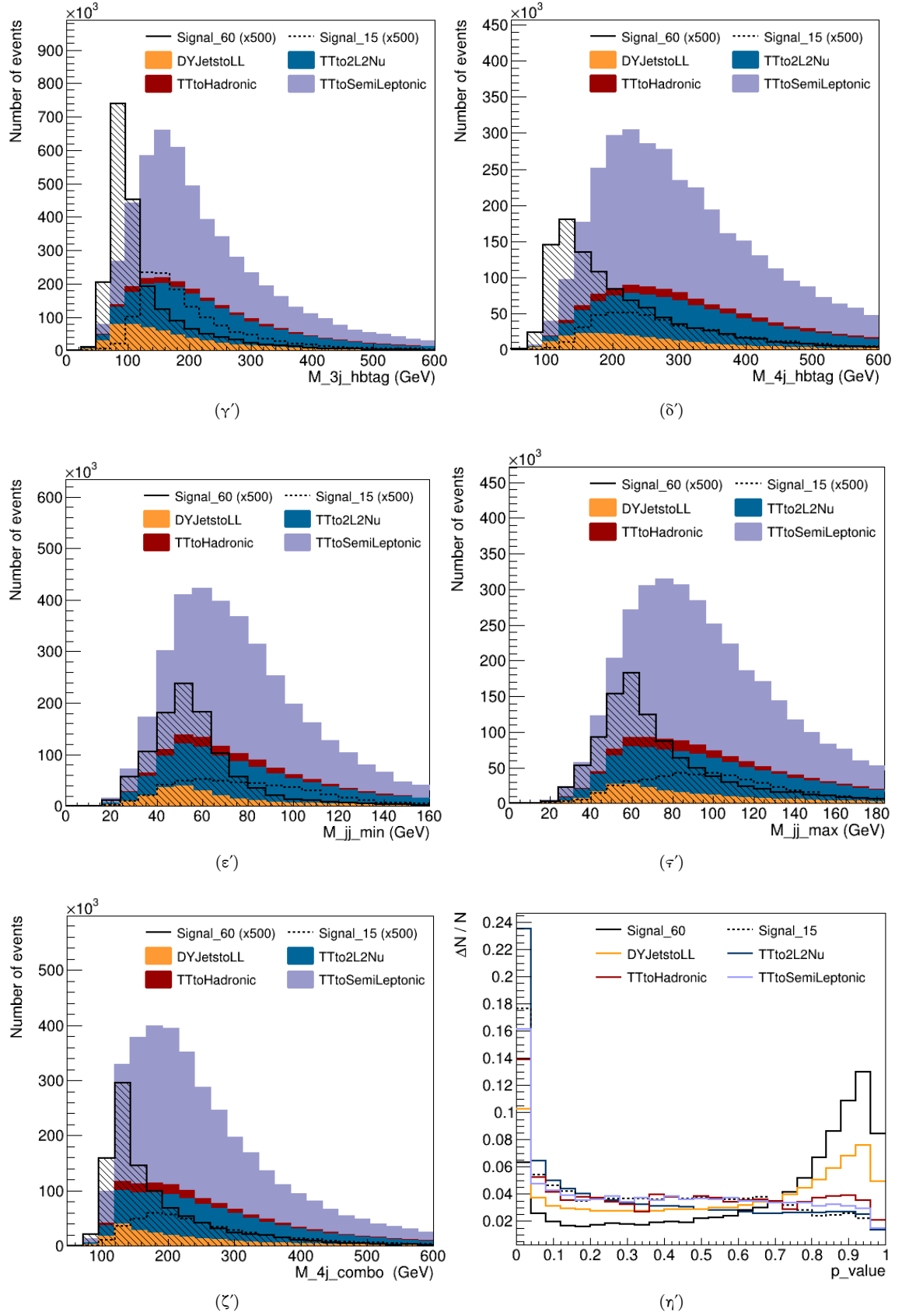
Το p -value είναι το ολοκλήρωμα της κατανομής του στατιστικού τεστ (test statistic) χ^2 από την παρατηρούμενη τιμή της μεταβλητής έως το άπειρο. Είναι δηλαδή η ουριαία πιθανότητα να προκύψει μία τιμή του χ^2 μεγαλύτερη από το χ^2_{obs} . Το ολοκλήρωμα από το οποίο υπολογίζεται είναι το ακόλουθο

$$p\text{-value} = \int_{\chi^2_{\text{min}}}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2. \quad (5.5)$$

Για γεγονότα με $n_{\text{jets}} = 3$, όπου η μεταβλητή αυτή δεν μπορεί να υπολογιστεί, δίνουμε την τιμή -1 . Οι κανονικοποιημένες στη μονάδα κατανομές για τις διάφορες διαδικασίες σήματος και υποβάθρου φαίνονται στο διάγραμμα του Σχήματος 5.10(η').



Σχήμα 5.10



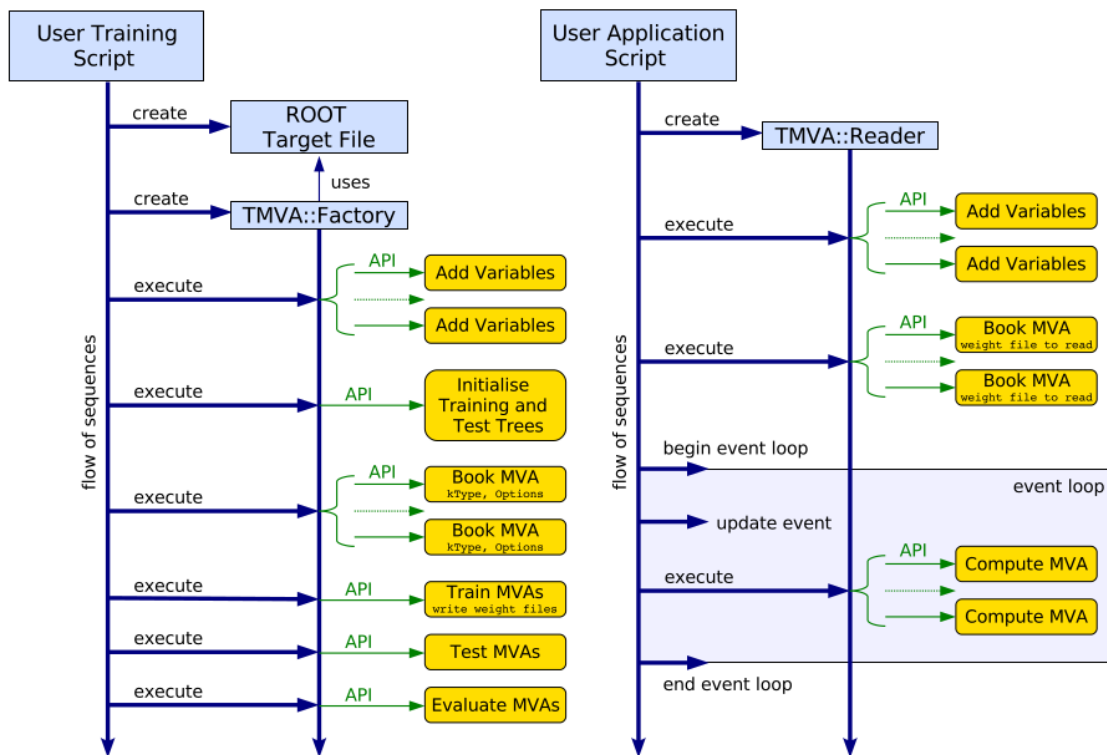
Σχήμα 5.10: Οι κατανομές των διαφόρων μεταβλητών της ανάλυσης για το σήμα με $m_a = 60 \text{ GeV}$ και 15 GeV και για τις διαδικασίες υποβάθρου. Στα διαγράμματα (α'), (β'), (η) φαίνονται οι κανονικοποιημένες στη μονάδα κατανομές των Pt_Z , ϕ_{HZ} , p_value . Στα διαγράμματα (γ'), (δ'), (ε'), (ζ'), (η) φαίνονται οι κατανομές των M_{3j_hbtag} , M_{4j_hbtag} , M_{4j_combo} , M_{jj_max} , M_{jj_min} , όπου τα υπόβρατρα αναπαριστώνται σε stack μορφή και τα σήματα είναι πολλαπλασιασμένα με έναν παράγοντα 500 για να διακρίνονται.

5.7 Πολυμεταβλητή Ανάλυση Δεδομένων

Το επόμενο βήμα της ανάλυσης είναι να αναπτύξουμε έναν multivariate discriminator, μία μέθοδο που συνδυάζει πληροφορίες από πολλαπλές μεταβλητές με σκοπό να βελτιστοποιήσει τη διαχωριστικότητα μεταξύ καθορισμένων κλάσεων. Ο σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να μπορέσουμε να διαχωρίσουμε τις διαδικασίες του σήματος από το συντριπτικό υπόβαθρο των διαδικασιών του ΚΠ.

5.7.1 Multivariate Analysis - TMVA

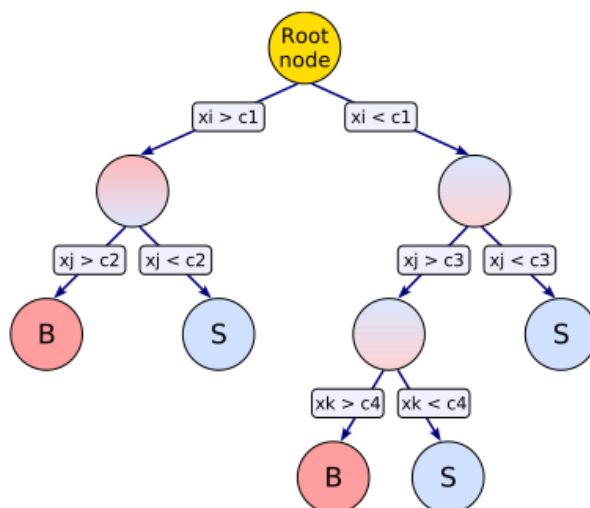
Θα χρησιμοποιήσουμε το TMVA (Toolkit for Multivariate Analysis) [40], μία εργαλειοθήκη που είναι προσαρμοσμένη σε περιβάλλον ROOT και αποτελείται από ένα σετ μεθόδων στατιστικής ανάλυσης για την ταυτόχρονη επεξεργασία, αξιολόγηση και εφαρμογή κατηγοριοποιήσεων πολλαπλών μεταβλητών. Οι τεχνικές που περιέχει κατατάσσονται στην οικογένεια των Supervised Learning αλγορίθμων. Αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιούν δείγματα δεδομένων, για τα οποία το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι γνωστό (όπως για παράδειγμα μία προσομοίωση MC του σήματος και του υποβάθρου), ώστε να κάνουν πάνω σε αυτά εκπαίδευση (training) της μεθόδου. Αφού δοκιμαστεί το training πάνω σε ένα μέρος του δείγματος και γίνει αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς του, ο multivariate discriminator μπορεί να εφαρμοστεί σε καινούργια αρχεία δεδομένων και να καταλήξει στο συμπέρασμα το οποίο εκπαιδεύτηκε να εξάγει. Στην περίπτωση μας αυτό το συμπέρασμα είναι ποια γεγονότα έχουν προέλθει από διαδικασίες σήματος και ποια από διαδικασίες υποβάθρου. Παραδείγματα MVA μεθόδων είναι τα εξής: Neural Networks, Decision Trees, Fisher Discriminant, Rectangular Cut Optimization.



Σχήμα 5.11: Συνοπτικό διάγραμμα ροής των δύο φάσεων του TMVA: Training & Application

5.7.2 BDT Discriminator

Ο multivariate discriminator που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε είναι τα Boosted Decision Trees (BDT). Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει ένα σχήμα ροής αποφάσεων σε δεντροειδή διάταξη, όπου σε κάθε διακλάδωση υπεισέρχεται ένα κριτήριο διαχωρισμού που αφορά σε μία από τις διαθέσιμες μεταβλητές. Το κάθε γεγονός οδηγείται δεξιά ή αριστερά της διακλάδωσης ανάλογα με το αν ικανοποιεί το κριτήριο ή όχι. Αφού έχουν περάσει από μία αλληλουχία από τέτοιες διακλαδώσεις, τα γεγονότα του training δείγματος καταλήγουν στα «φύλλα» του δέντρου, υποχώρους του φασικού χώρου που ορίζουν οι μεταβλητές της ανάλυσης. Τέλος, τα φύλλα αναγνωρίζονται ως καταστάσεις σήματος ή υποβάθρου, ανάλογα με το αν η πλειοψηφία των γεγονότων προέρχεται από το δείγμα του σήματος ή του υποβάθρου.

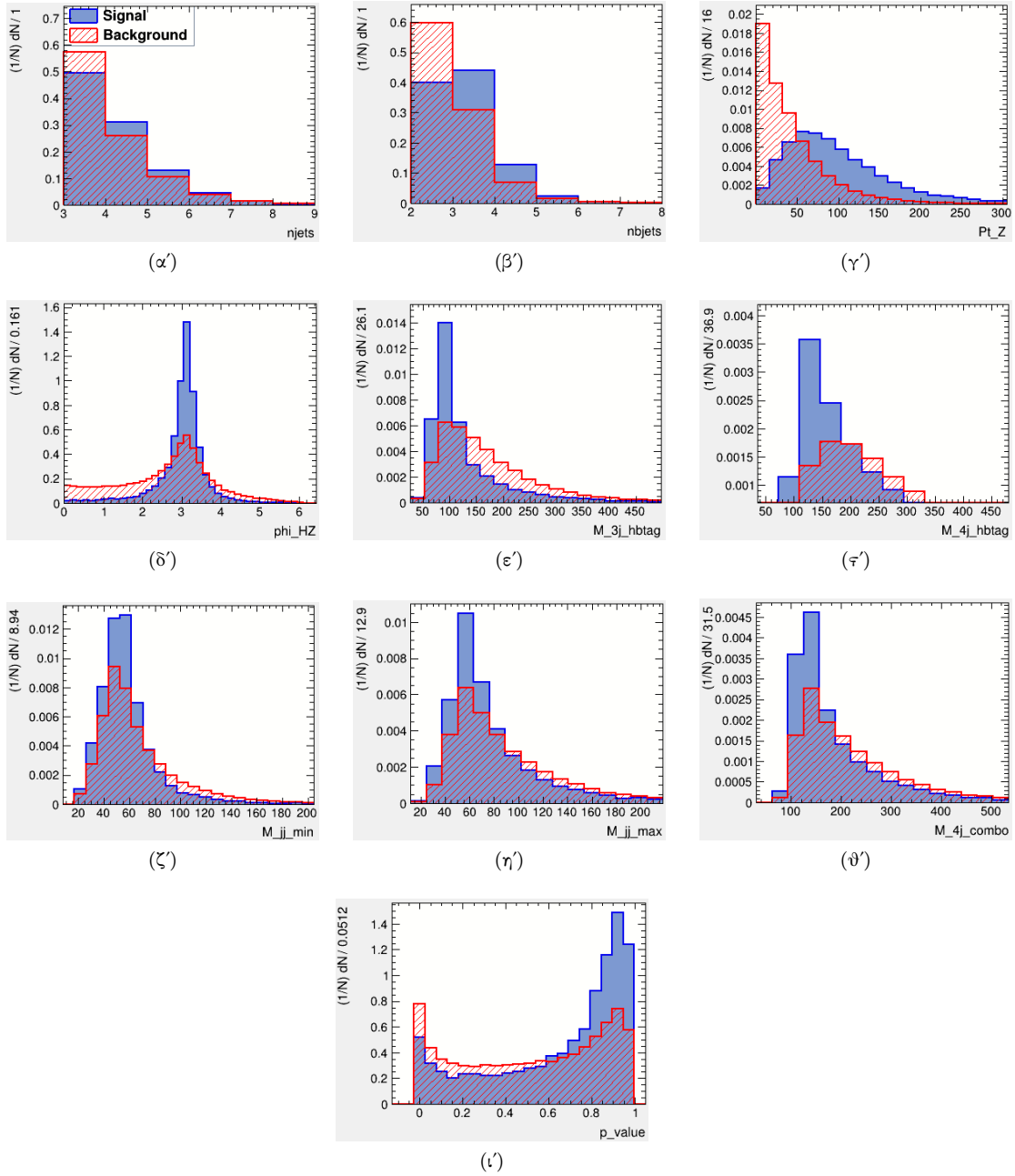


Σχήμα 5.12: Σχηματική αναπαράσταση ενός Decision Tree. Ξεκινώντας από τη ρίζα στο πάνω μέρος του διαγράμματος, εφαρμόζεται στο training δείγμα δεδομένων μία αλληλουχία από κριτήρια διαχωρισμού, το καθένα με βάση τη διαχωριστική μεταβλητή x_i . Κάθε διακλάδωση χρησιμοποιεί τη μεταβλητή εκείνη που χαρακτηρίζεται από τη μέγιστη διαχωριστική ικανότητα μεταξύ σήματος και υποβάθρου στο συγκεκριμένο βήμα υποδιαίρεσης. Αυτό σημαίνει ότι μία μεταβλητή μπορεί να χρησιμοποιηθεί επανειλημμένα ή και καθόλου. Οι περιοχές των «φύλλων» στο κάτω μέρος του διαγράμματος επισημαίνονται ως "S" (σήμα) ή "B" (υπόβαθρο) ανάλογα με το πού ανήκει - στο δείγμα του σήματος ή του υποβάθρου - η πλειοψηφία των γεγονότων στο φύλλο αυτό.

Η διαδικασία του boosting πραγματοποιείται μεταξύ των διαδοχικών Decision Trees που δημιουργούνται. Τα δέντρα προέρχονται από το ίδιο σύνολο του training δείγματος, όπου έχουν όμως επαναπροσδιοριστεί τα βάρη του κάθε γεγονότος και η τελική απόκριση εξάγεται από τον σταθμισμένο μέσο όρο των δέντρων. Το boosting σταθεροποιεί την απόκριση του Decision Tree λαμβάνοντας υπόψη τις στατιστικές διακυμάνσεις του training δείγματος, με αποτέλεσμα να βελτιστοποιεί την απόδοση της μεθόδου. Ο τρόπος με τον οποίο δουλεύει είναι μέσω μίας συνάρτησης, η οποία κατά το training του επόμενου δέντρου προσυνάπτει μεγαλύτερο βάρος σε γεγονότα τα οποία κατατάχθηκαν λανθασμένα στο προηγούμενο δέντρο.

Ο BDT discriminator που κατασκευάσαμε στη συγκεκριμένη ανάλυση χρησιμοποιεί 400 Decision Trees με μέγιστο βάθος τριών διακλαδώσεων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Gradient Boost. Η παράμετρος Shrinkage ορίστηκε στο 0.1. Ο ρόλος της είναι ο έλεγχος των βαρών του κάθε δέντρου και σχετίζεται με τον ρυθμό εκμάθησης του αλγορίθμου. Μία μικρή τιμή Shrinkage (0.1 – 0.3) απαιτεί τη δημιουργία περισσότερων δέντρων, αλλά μπορεί να βελτιώσει σημαντικά την ακρίβεια της εκτίμησης σε δύσκολα σημεία. Για τον διαχωρισμό μεταξύ «φύλλων» σήματος και υποβάθρου χρησιμοποιείται ο δείκτης Gini. Περαιτέρω, η παράμετρος nCuts, η οποία ρυθμίζει το βήμα ελέγχου των τιμών των μεταβλητών ώστε να εφαρμοστούν τα κριτήρια διαχωρισμού, τέθηκε στο 200. Οι τιμές όλων αυτών των παραμέτρων επιλέχθηκαν μετά από διάφορες δοκιμές συνδυασμών και βάσει εκείνου που έδινε την βέλτιστη καμπύλη ROC.

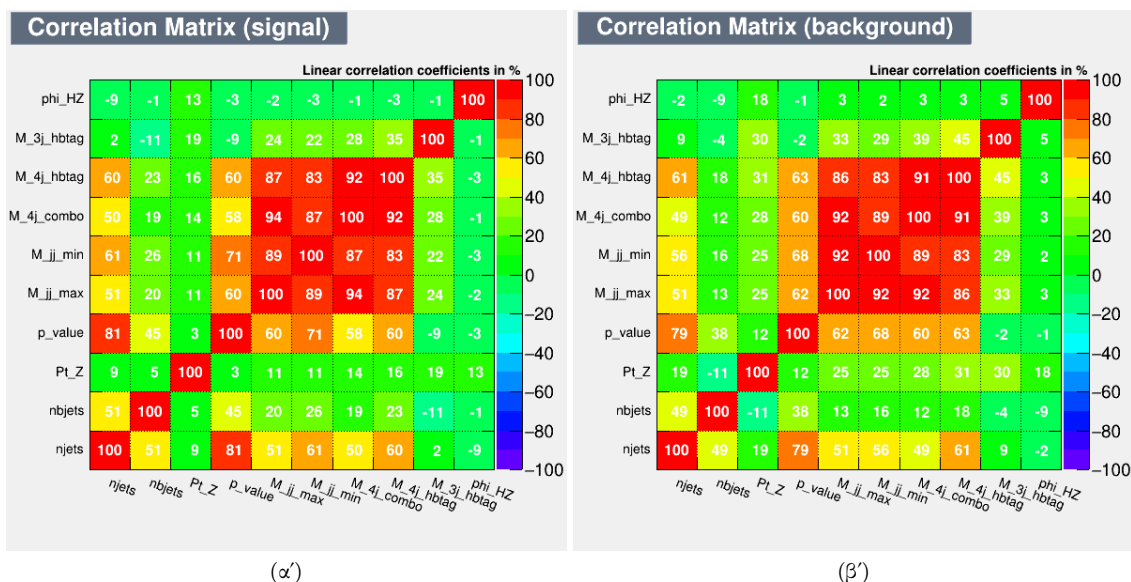
5.7.3 Training Μεταβλητές



Σχήμα 5.13: Οι κατανομές των δέκα μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για το training του BDT discriminator. Με κόκκινο χρώμα φαίνεται το άθροισμα των υποβάθρων, ενώ με μπλε χρώμα δίνεται το σήμα για την υπόθεση μάζας του μποζονίου a , $m_a = 60 \text{ GeV}$, πάνω στην οποία γίνεται το training.

Οι μεταβλητές πάνω στις οποίες γίνεται το training επιλέχθηκαν έτσι ώστε να έχουν αρκετή διακριτική ικανότητα ανάμεσα σε σήμα και υπόβαθρο, αλλά επιπλέον να είναι όσο το δυνατόν ανεξάρτητες από την υπόθεση μάζας του μποζονίου a . Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζουμε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν BDT discriminant για όλες τις περιπτώσεις σήματος. Επομένως, το training γίνεται στο δείγμα MC του σήματος με $m_a = 60 \text{ GeV}$, ενώ για το υπόβαθρο αθροίζονται όλα τα δείγματα μαζί. Να σημειωθεί, επιπλέον, ότι υπάρχουν τα γεγονότα στο δείγμα με $n_{\text{jets}} = 3$, όπου έχουμε θέσει την τιμή ορισμένων μεταβλητών ίση με -1 , όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως. Εφόσον οι τιμές των μεταβλητών αυτών είναι ταυτόσημες μεταξύ σήματος και υποβάθρου, οι συγκεκριμένες μεταβλητές απλώς δεν θα προσφέρουν κάτι στο BDT, επιτρέποντας όμως στα γεγονότα να συνεισφέρουν με τις υπόλοιπες μεταβλητές τους.

Στο Σχήμα 5.13 αναπαριστώνται οι κατανομές του training δείγματος των μεταβλητών, όπου με μπλε φαίνεται το σήμα και με κόκκινο το συνολικό υπόβαθρο. Από τους πίνακες συσχέτισης που φαίνονται στο Σχήμα 5.14 παρατηρούμε ότι οι μεταβλητές είναι ικανοποιητικά ανεξάρτητες μεταξύ τους, το οποίο οφείλει την απόδοση του MVA. Στον Πίνακα 5.6 φαίνεται και η κατάταξη των μεταβλητών ως προς τη διαχωριστική τους ικανότητα και τη σημαντικότητά τους.



Σχήμα 5.14: Πίνακες συσχέτισης (correlation matrices) των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στο training για το σήμα (αριστερά) και το υπόβαθρο (δεξιά).

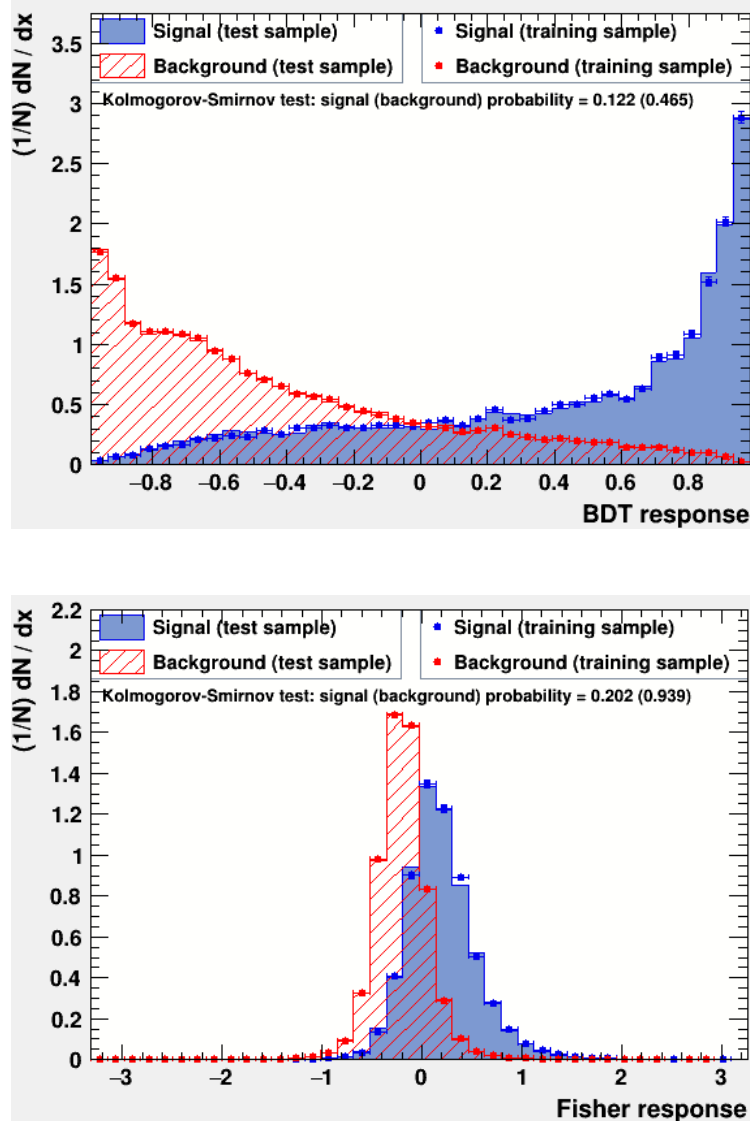
rank	Training variable	Importance
1	Pt_Z	17.7 %
2	M_3j_hbtag	16.0 %
3	phi_HZ	12.7 %
4	nbjets	10.0 %
5	M_jj_max	8.6 %
6	M_4j_hbtag	8.1 %
7	p_value	8.1 %
8	M_jj_min	7.7 %
9	M_4j_combo	6.6 %
10	njets	4.6 %

Πίνακας 5.6: Κατάταξη των training μεταβλητών ως προς τη διαχωριστική ικανότητα και τη σημαντικότητά τους (importance).

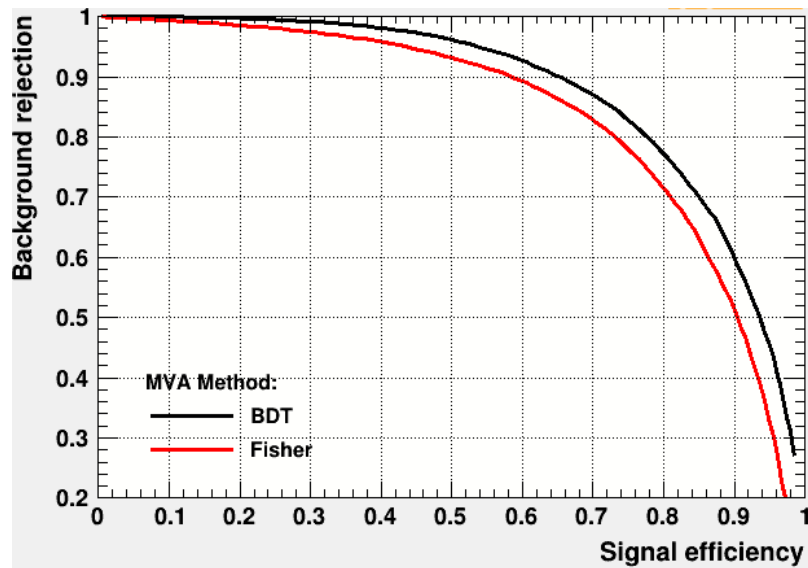
5.7.4 Απόκριση του BDT

Το αποτέλεσμα του MVA που εφαρμόσαμε φαίνεται στο πάνω διάγραμμα του Σχήματος 5.15, όπου αναπαριστάται η απόκριση του BDT (BDT response). Τα μπλε σημεία αντιστοιχούν στην κατανομή του σήματος και τα κόκκινα στην κατανομή του υποβάθρου. Στο ίδιο διάγραμμα έχουν σχεδιαστεί οι κατανομές των δειγμάτων ελέγχου, τα οποία είναι ανεξάρτητα από τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν για το training. Το γεγονός ότι δεν παρουσιάζουν απόκλιση από τα σημεία των κατανομών του BDT επιβεβαιώνει ότι δεν έχει γίνει overtraining στον discriminator. Το overtraining προκύπτει σε machine learning μεθόδους όταν οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος είναι πολύ λίγοι, επειδή οι παράμετροι του αλγορίθμου έχουν προσαρμοστεί υπερβολικά καλά στα σημεία του δείγματος. Με άλλα λόγια γίνεται υπερδιόρθωση και ο discriminator λειτουργεί αποτελεσματικά μόνο για το συγκεκριμένο δείγμα πάνω στο οποίο έγινε το training.

Στο κάτω διάγραμμα του Σχήματος 5.15 φαίνεται για σύγκριση η απόκριση του Fisher discriminator πάνω στο ίδιο δείγμα. Παρατηρούμε ότι το BDT είναι πιο διαχωριστική μέθοδος, όπως προβλέπεται, καθώς είναι ένας μη γραμμικός ταξινομητής, σε αντίθεση με τον Fisher. Το ίδιο συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί και από τη σύγκριση των καμπυλών ROC που φαίνονται στο Σχήμα 5.16. Η καμπύλη ROC (Receiver Operating Characteristic curve) εκφράζει τη σχέση μεταξύ της απόρριψης υποβάθρου και της απόδοσης του σήματος για τα διάφορα κριτήρια διαχωρισμού ενός discriminator.

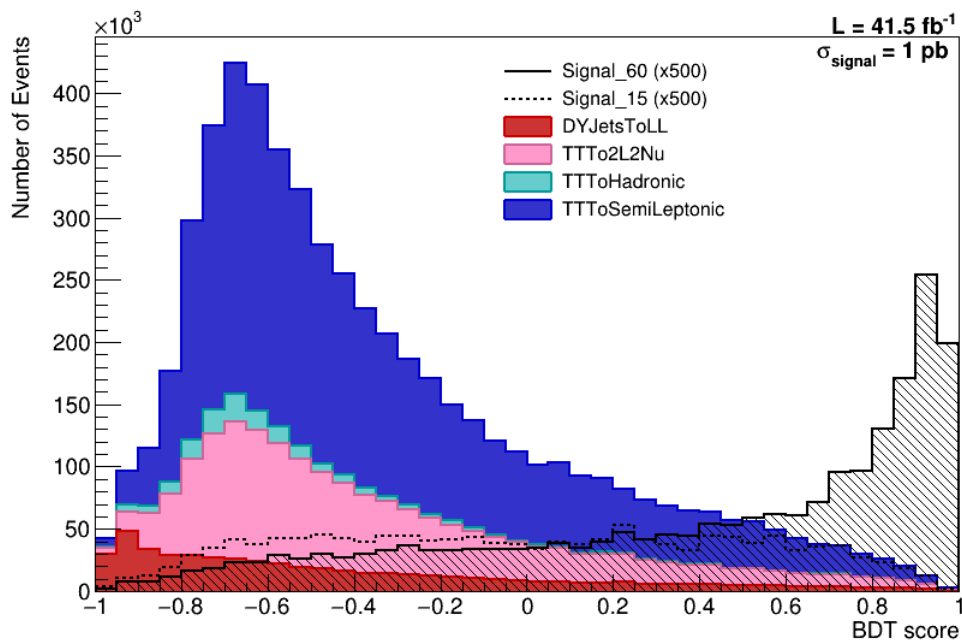


Σχήμα 5.15: Η απόκριση του BDT discriminator (πάνω) και του Fisher discriminator (κάτω) για τις κατανομές του σήματος και του υποβάθρου. Στα ίδια διαγράμματα φαίνονται και οι κατανομές των δειγμάτων ελέγχου από τα οποία επιβεβαιώνεται ότι δεν έχει συμβεί overtraining.



Σχήμα 5.16: Οι καμπύλες ROC (Receiver Operating Characteristic curve) για τις μεθόδους BDT και Fisher. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, το BDT ως μη γραμμικός discriminator έχει καλύτερη συμπεριφορά καθώς παρουσιάζει τη βέλτιστη αναλογία μεταξύ απόδοσης σήματος και απόρριψης υποβάθρου.

Στο Σχήμα 5.17 φαίνεται το αποτέλεσμα της εφαρμογής του BDT που εκπαιδεύτηκε πάνω στα root files των διαδικασιών σήματος και υποβάθρου, όπου τα yields είναι κανονικοποιημένα στην ενεργό διατομή. Τα διάφορα δείγματα υποβάθρου έχουν σχεδιαστεί ξεχωριστά και σε stack μορφή, ενώ για το σήμα αναπαριστώνται οι κατανομές για τις υποθέσεις μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ και 15 GeV , πολλαπλασιασμένες με έναν παράγοντα 500 για να διακρίνονται. Έχοντας χωρίσει το διάγραμμα σε δέκα bins εύρους 0.2 μονάδων το καθένα, παρουσιάζεται στον Πίνακα 5.7 η ανάλυση ανά bin των yields που προκύπτουν από την κατανομή της απόκρισης του BDT για κάθε διαδικασία σήματος και υποβάθρου.



Σχήμα 5.17: Απόκριση του BDT για τις περιπτώσεις σήματος με $m_a = 60 \text{ GeV}$ και 15 GeV και για τις διάφορες διαδικασίες υποβάθρου. Οι κατανομές είναι κανονικοποιημένες στην ενεργό διατομή.

Process	Bin [1,3]	Bin [4,6]	Bin 7	Bin 8	Bin 9	Bin 10
signal_ amass60	444 ± 21	829 ± 29	356 ± 19	454 ± 21	648 ± 25	1510 ± 39
signal_ amass50	512 ± 23	836 ± 29	362 ± 19	445 ± 21	625 ± 25	1464 ± 38
signal_ amass40	532 ± 23	869 ± 29	357 ± 19	429 ± 21	613 ± 25	1360 ± 37
signal_ amass30	565 ± 24	917 ± 30	372 ± 19	459 ± 21	603 ± 25	1052 ± 32
signal_ amass20	655 ± 26	993 ± 32	357 ± 19	422 ± 21	407 ± 20	344 ± 19
signal_ amass15	723 ± 27	968 ± 31	330 ± 18	343 ± 19	263 ± 16	113 ± 11
DYJetsToLL	321040 ± 567	124591 ± 353	25094 ± 158	19859 ± 141	13999 ± 118	6797 ± 82
TTTo2L2Nu	824358 ± 908	465039 ± 682	73498 ± 271	53826 ± 232	38792 ± 197	18344 ± 135
TTToHadronic	132082 ± 363	31209 ± 177	4034 ± 64	1845 ± 43	1576 ± 40	615 ± 25
TTToSemiLeptonic	1869132 ± 1367	1079684 ± 1039	186044 ± 431	149541 ± 387	91848 ± 303	35003 ± 187
Total Bkg	3146612 ± 1774	1700522 ± 1304	288669 ± 537	225071 ± 474	146214 ± 382	60759 ± 246
S/B (60)	0.01 %	0.03 %	0.12 %	0.20 %	0.44 %	2.48 %
S/\sqrt{B} (60)	25 %	47 %	66 %	96 %	170 %	613 %

Πίνακας 5.7: Ανάλυση ανά bin των yields που προκύπτουν από την κατανομή του BDT score. Φαίνεται για κάθε bin ή ομάδα από bins η ποσότητα $N_{process} \pm \sqrt{N_{process}}$, για τις έξι περιπτώσεις σήματος και τα διάφορα υπόβητρα, καθώς και για το συνολικό άθροισμα των υποβήτρων. Στις δύο τελευταίες γραμμές του πίνακα παρατίθενται οι λόγοι του signal yield για $m_a = 60 \text{ GeV}$ προς το συνολικό background yield και προς τη ρίζα του, η οποία εκφράζει τη διακύμανση του υποβήτρου.

5.8 Έλεγχος Υποθέσεων

Έχοντας μία μεταβλητή με ικανοποιητική διαχωριστική ικανότητα μεταξύ σήματος και υποβάθρου, μπορούμε τώρα να κάνουμε το fit της μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood fit) [41]. Αρχικά, θα θέσουμε το πλαίσιο μέσα στο οποίο προκύπτει η χρήση αυτής της μεθόδου. Το ζητούμενο είναι να γίνει έλεγχος των εξής υποθέσεων:

- **Μηδενική υπόθεση H_0 :** Υπάρχουν μόνο οι φυσικές διεργασίες που περιγράφει το ΚΠ, δηλαδή υπάρχει μόνο υπόβαθρο (B).
- **Εναλλακτική υπόθεση H_1 :** Υπάρχουν επιπλέον φαινόμενα εκτός του ΚΠ, δηλαδή υπάρχει μαζί με το υπόβαθρο και σήμα ($S + B$).

Η κάθε υπόθεση αντιπροσωπεύεται από ένα μοντέλο. Ελέγχουμε τις δύο υποθέσεις κάνοντας fit των αντίστοιχων μοντέλων πάνω σε δεδομένα και συγκρίνοντας την συμβατότητά τους με τις πειραματικές τιμές. Τα δεδομένα προέρχονται από Monte Carlo toys, δηλαδή παράγουμε από τις θεωρητικές κατανομές των μοντέλων πολλά σετ από ψευδοτυχαίους αριθμούς. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να εκτιμηθεί η συνέπεια και η αμεροληψία του fit και να μειωθούν οι στατιστικές διακυμάνσεις του αποτελέσματος.

5.8.1 Toy MC & Maximum Likelihood fit

Οι θεωρητικές κατανομές των μοντέλων δίνονται από το γινόμενο των παραμέτρων κανονικοποίησης $N_{process}$ επί την πυκνότητα πιθανότητας $PDF_{process}$ της κάθε διαδικασίας, αθροισμένα για όλες τις διαδικασίες. Έτσι, το μοντέλο για την υπόθεση H_0 είναι

$$\begin{aligned} \text{model_0} &= \sum_{bkg} N_{bkg} \times PDF_{bkg}(x) \\ &= N_{DYjets} \times PDF_{DYjets}(x) + N_{TThadronic} \times PDF_{TThadronic}(x) \\ &\quad + N_{TTleptonic} \times PDF_{TTleptonic}(x) + N_{TTsemileptonic} \times PDF_{TTsemileptonic}(x) \end{aligned} \quad (5.6)$$

και το μοντέλο για την υπόθεση H_1 είναι

$$\begin{aligned} \text{model_1} &= N_{signal} \times PDF_{signal}(x) + \sum_{bkg} N_{bkg} \times PDF_{bkg}(x) \\ &= N_{signal} \times PDF_{signal}(x) \\ &\quad + N_{DYjets} \times PDF_{DYjets}(x) + N_{TThadronic} \times PDF_{TThadronic}(x) \\ &\quad + N_{TTleptonic} \times PDF_{TTleptonic}(x) + N_{TTsemileptonic} \times PDF_{TTsemileptonic}(x). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Η τυχαία μεταβλητή x πάνω στην οποία γίνεται το fit είναι το BDT_score , επομένως, οι πυκνότητες πιθανότητας των διαφόρων διαδικασιών δίνονται από τις κατανομές του BDT_score κανονικοποιημένες στην ενεργό διατομή, όπως φαίνονται στο διάγραμμα του Σχήματος 5.17. Αντίστοιχα, οι παράμετροι κανονικοποίησης $N_{process}$ δίνονται από το ολοκλήρωμα των κατανομών αυτών, εκφράζοντας τους αναμενόμενους αριθμούς γεγονότων κάθε διαδικασίας (expected yields).

Για να κατασκευάσουμε το σετ δεδομένων παράγουμε για κάθε διαδικασία ψευδοτυχαίες τιμές της μεταβλητής BDT_score , οι οποίες ακολουθούν τις αντίστοιχες θεωρητικές κατανομές και τις προσθέτουμε σε ένα σύνολο ψευδοδεδομένων. Θέτουμε το πλήθος των γεγονότων που παράγουμε να είναι ίσο με το άθροισμα των αρχικών yields του μοντέλου. Η παρατηρούμενη τιμή θα είναι το ολοκλήρωμα της κατανομής των δεδομένων, δηλαδή το yield N_{data}^{obs} .

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε Maximum Likelihood fit στο σετ των ψευδοδεδομένων. Η συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι το γινόμενο των πυκνοτήτων πιθανότητας ενός συνόλου τιμών $\{x_i\}$ μιας τυχαίας μεταβλητής X , δεδομένων των παραμέτρων θ του προβλήματος,

$$L(X|\theta) = \prod_i^n p(x_i|\theta). \quad (5.8)$$

Η εκτίμηση της παραμέτρου θ αντιστοιχεί στην τιμή $\hat{\theta}$ η οποία μεγιστοποιεί την πιθανοφάνεια του συνόλου $\{x_i\}$, δηλαδή $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(X|\theta)$. Η μεγιστοποίηση της πιθανοφάνειας δίνεται από τον μηδενισμό της πρώτης παραγώγου $\left. \frac{\partial L(X|\theta)}{\partial \theta} \right|_{\hat{\theta}} = 0$.

Θεωρούμε ότι ο αριθμός N των ανεξάρτητων γεγονότων x_i ακολουθούν κατανομή Poisson με αναμενόμενη τιμή $\mu(\theta)$, που εξαρτάται από τις παραμέτρους του προβλήματος και πυκνότητα πιθανότητας $Poisson(N; \mu) = \frac{\mu^N e^{-\mu}}{N!}$. Η πιθανοφάνεια θα ισούται με το γινόμενο της πιθανότητας παρατήρησης N γεγονότων και της πιθανότητας του κάθε γεγονότος x_i . Συνεπώς, η συνάρτηση με την οποία κάνουμε το fit είναι η

$$F(x) = Poisson(N_{data}; N_{data}^{obs}) \times \left[N_{signal} \times PDF_{signal}(x) + \sum_{bkg} N_{bkg} \times PDF_{bkg}(x) \right], \quad (5.9)$$

όπου οι παράμετροι του fit είναι τα yields $N_{process}$ των διαφόρων διαδικασιών σήματος και υποβάθρου, όπως και το yield N_{data} των ψευδοδεδομένων. Για την ακρίβεια εφαρμόζουμε Extended Maximum Likelihood fit, οπότε προστίθεται σαν περιορισμός η συνθήκη κανονικοποίησης

$$N_{data} - N_{signal} = \sum_{bkg} N_{bkg} \Rightarrow$$

$$N_{data} - N_{signal} = N_{DYjets} + N_{TThadronic} + N_{TTleptonic} + N_{TTsemileptonic}. \quad (5.10)$$

Οι παράμετροι του fit παίρνουν ως αρχικές τιμές, N_{yield}^{in} , τα αναμενόμενα yields των κατανομών του BDT_score. Για τις παραμέτρους N_{bkg}^i ορίζουμε το εύρος τους να κυμαίνεται μεταξύ του μηδενός και της διπλάσιας τιμής του αναμενόμενου yield της αντίστοιχης διαδικασίας υποβάθρου. Από την άλλη, η παράμετρος N_{signal} παίρνει τιμές στο διάστημα $[-3N_{signal}^{in}, 4N_{signal}^{in}]$.

Τέλος, για να ποσοτικοποιήσουμε τις δύο υποθέσεις, χρειαζόμαστε ένα στατιστικό¹². Στη φυσική υψηλών ενεργειών το πιο διαδεδομένο στατιστικό είναι το Neyman-Pearson test statistic, που δίνεται από τον τύπο

$$Q = -2 \ln \left(\frac{L_{S+B}}{L_B} \right), \quad (5.11)$$

όπου L_{S+B}/L_B είναι ο λόγος πιθανοφάνειας. Ειδικότερα, L_{S+B} είναι η τιμή της μέγιστης πιθανοφάνειας όταν το fit έχει γίνει με το μοντέλο της εναλλακτικής υπόθεσης, ενώ L_B είναι η τιμή της μέγιστης πιθανοφάνειας όταν το fit έχει γίνει με το μοντέλο της μηδενικής υπόθεσης. Για να κατασκευάσουμε τις κατανομές του στατιστικού σύμφωνα με τη μηδενική και την εναλλακτική υπόθεση, $f(Q|H_0)$ και $f(Q|H_1)$, τις οποίες θα συγκρίνουμε για να εξάγουμε τα επίπεδα εμπιστοσύνης, χρειαζόμαστε δύο σετ ψευδοδεδομένων. Το ένα θα προέρχεται από τις θεωρητικές κατανομές που περιλαμβάνουν μόνο υπόβαθρο (Data B) και το άλλο από τις θεωρητικές κατανομές που περιλαμβάνουν σήμα και υπόβαθρο (Data S+B). Επομένως, σε κάθε toy θα υπολογίζονται δύο τιμές του στατιστικού,

$$Q|_{H_0} = Q_0 = -2 \ln \left(\frac{L_{S+B}}{L_B} \right) \Big|_{Data\ B} \quad \text{και} \quad Q|_{H_1} = Q_1 = -2 \ln \left(\frac{L_{S+B}}{L_B} \right) \Big|_{Data\ S+B} \quad (5.12)$$

Συνοψίζοντας, τα βήματα που ακολουθούμε είναι επιγραμματικά τα εξής:

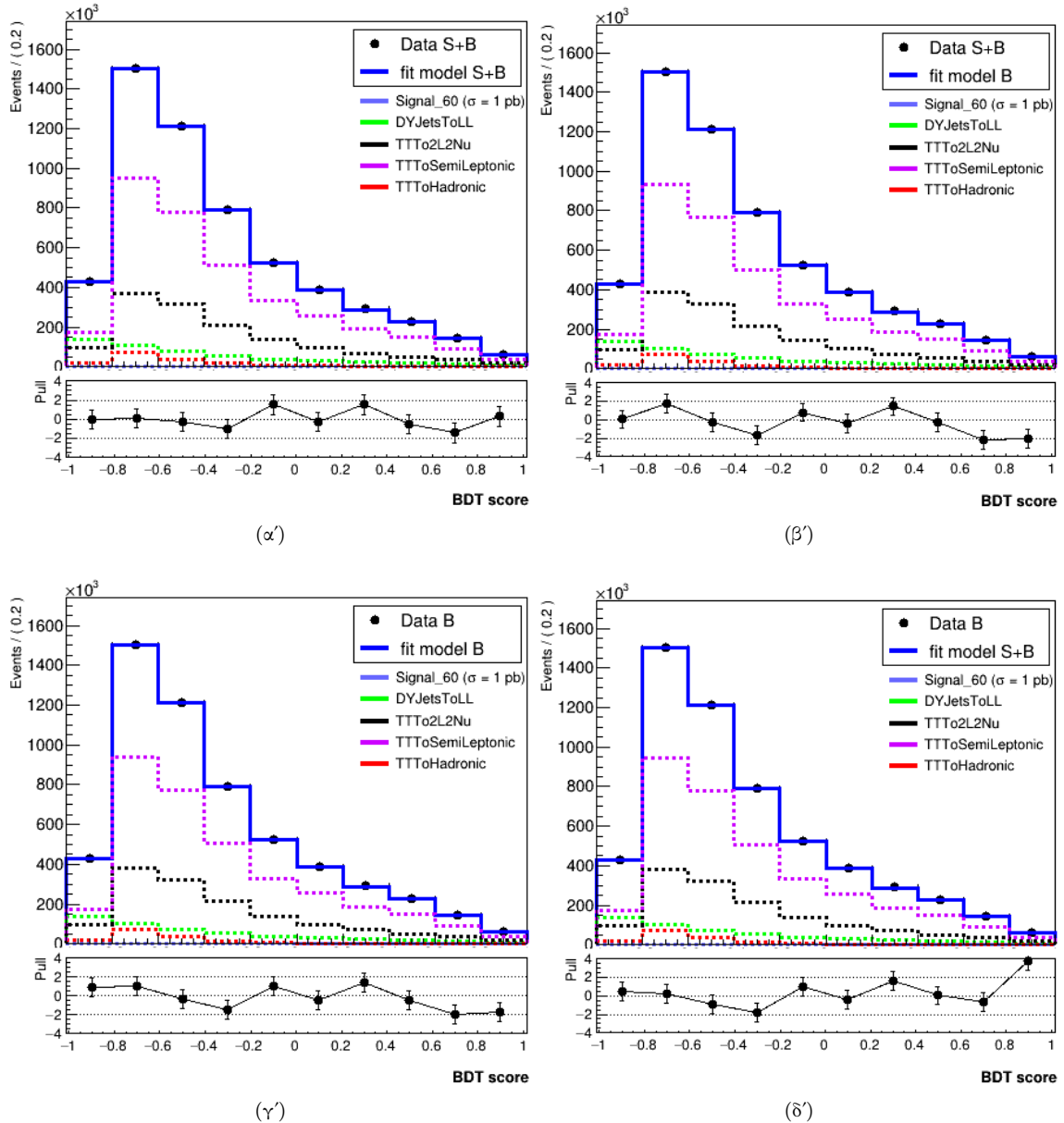
- * Τα θεωρητικά μοντέλα περιγράφονται από τις πυκνότητες πιθανότητας (5.6) και (5.7), τις οποίες εξάγουμε από τις κατανομές του BDT_score (Σχήμα 5.17).
- * Παράγουμε από τα θεωρητικά μοντέλα δύο σετ ψευδοδεδομένων, το Data B και το Data S+B, για καθένα από τα οποία εξάγουμε μία παρατηρούμενη τιμή N_{data}^{obs} .
- * Εκτελούμε Extended Maximum Likelihood fit του κάθε μοντέλου στο κάθε σετ δεδομένων (συνολικά τέσσερα fit), χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση (5.9). Οι παράμετροι του fit είναι τα yields των κατανομών (N_{signal} , N_{bkg}^i , N_{data}).

¹²Το στατιστικό (test statistic) είναι μία συνάρτηση $Q(\{x\})$ των δεδομένων $\{x\}$, που συμπεριφέρεται ως τυχαία μεταβλητή. Συμπεριφέρεται ως ένας αριθμός, υπολογισμένος βάσει κάποιου στατιστικού τεστ, ο οποίος περιγράφει πόσο αποκλίνουν τα δεδομένα από τη μηδενική υπόθεση.

* Μετά από κάθε fit παίρνουμε τις τιμές των fitted yields, N_{yield}^{fit} , μαζί με τα σφάλματά τους, δN_{yield}^{fit} .

* Από τα δύο fit στο σετ δεδομένων Data B υπολογίζουμε την τιμή Q_0 , ενώ από τα δύο fit στο σετ δεδομένων Data S+B υπολογίζουμε την τιμή Q_1 .

Ο παραπάνω αλγόριθμος αποτελεί το ένα toy. Τα διαγράμματα των τεσσάρων fit για αυτή τη μεμονωμένη περίπτωση παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.18. Στα διαγράμματα φαίνονται με διακεκομμένες γραμμές οι κατανομές των αναμενόμενων yields υποβάθρου και σήματος (για μάζα $m_a = 60 \text{ GeV}$ και για ενεργό διατομή $\sigma = 1 \text{ pb}$) για σύγκριση. Οι μαύρες κουκίδες είναι τα πειραματικά σημεία των ψευδοδεδομένων και με μπλε γραμμή αναπαριστάται το fit που εφαρμόζεται σε αυτά. Στο κάτω μέρος των διαγραμμάτων φαίνονται και τα pulls του κάθε σημείου, δηλαδή η ποσότητα $pull = (N_{fit} - N_{in}) / \delta N_{fit}$.

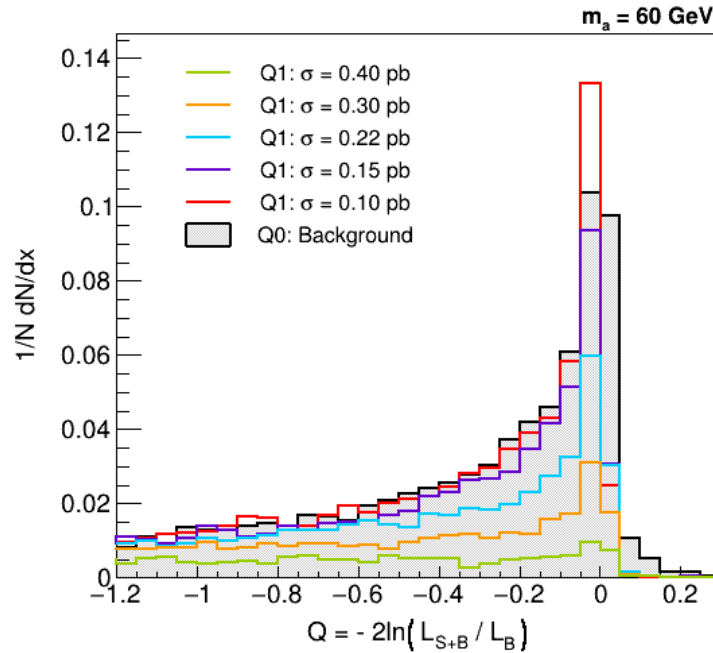


Σχήμα 5.18: Extended Maximum Likelihood fit στο BDT_score για ένα toy. Με διακεκομμένες γραμμές φαίνονται οι κατανομές των αναμενόμενων yields υποβάθρου και σήματος. Τα τέσσερα διαγράμματα αναπαριστούν: (α') το fit του model_1 στο σετ δεδομένων Data S+B, (β') το fit του model_0 στο σετ δεδομένων Data S+B, (γ') το fit του model_0 στο σετ δεδομένων Data B και (δ') το fit του model_1 στο σετ δεδομένων Data B.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις υποθέσεις μάζας $m_a = \{15, 20, 30, 40, 50, 60\} \text{ GeV}$ και για πέντε διαφορετικές ενεργούς διατομές του σήματος ανά μάζα (η ενεργός διατομή υπεισέρχεται στην κανονικοποίηση των κατανομών του BDT_score στις αναμενόμενες τιμές των yields). Για κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις εκτελούνται 10000 toys, ώστε να έχουμε αρκετά μεγάλο στατιστικό δείγμα και να εξαλειφθούν όσο το δυνατόν περισσότερο οι στατιστικές διακυμάνσεις. Έτσι, κατασκευάζονται για κάθε περίπτωση μάζας και ενεργού διατομής οι κατανομές $f(Q|H_0)$ και $f(Q|H_1)$.

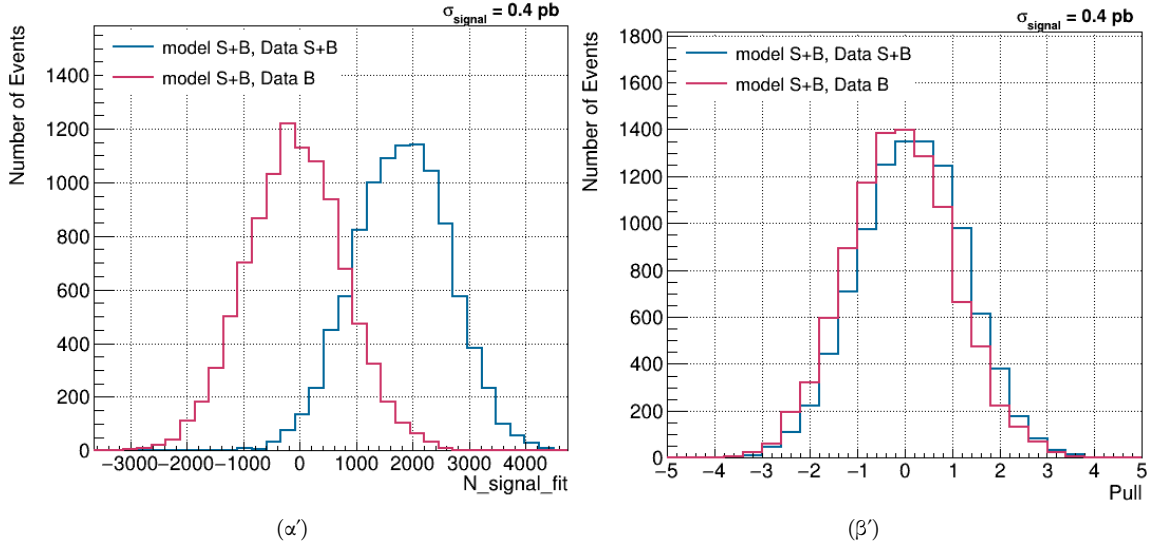
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το στατιστικό $Q = -2 \ln(L_{S+B}/L_B)$ ποσοτικοποιεί τις δύο υποθέσεις που θέλουμε να ελέγξουμε χρησιμοποιώντας τον λόγο πιθανοφάνειας. Όταν το Q υπολογίζεται για το σετ δεδομένων Data B, όπου δεν υπάρχει σήμα, αναμένουμε $L_{S+B} = L_B \Rightarrow Q_0 = 0$. Κατά αντιστοιχία, όταν ο υπολογισμός γίνεται με το σετ δεδομένων Data S+B αναμένουμε $L_{S+B} > L_B \Rightarrow Q_1 < 0$, λόγω του αρνητικού προσήμου στον τύπο. Όσο περισσότερο είναι το σήμα που υπάρχει στο σετ δεδομένων, δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η ενεργός διατομή της διαδικασίας του σήματος, τόσο πιο αρνητική θα είναι η τιμή του Q και επομένως θα είναι μεγαλύτερη η διαχωρισιμότητα των κατανομών $f(Q|H_0)$ και $f(Q|H_1)$. Τότε λέμε ότι το σήμα έχει μεγαλύτερη ευαισθησία.

Για την περίπτωση μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ εφαρμόσαμε την παραπάνω μεθοδολογία για ενεργούς διατομές $\sigma = \{0.10, 0.15, 0.22, 0.30, 0.40\} \text{ pb}$, οι οποίες έχουν μικρή ευαισθησία, καθώς το ζητούμενο είναι να προσδιορίσουμε τα όρια στην ενεργό διατομή. Οι κατανομές Q_1 που προέκυψαν για κάθε ενεργό διατομή σήματος αναπαριστώνται κανονικοποιημένες στη μονάδα στο Σχήμα 5.19, σε σύγκριση με την κατανομή Q_0 του υποβάθρου.



Σχήμα 5.19: Οι κανονικοποιημένες στη μονάδα κατανομές $f(Q|H_1)$ για τη μάζα $m_a = 60 \text{ GeV}$ και ενεργούς διατομές σήματος $\sigma = \{0.10, 0.15, 0.22, 0.30, 0.4\} \text{ pb}$, σε σύγκριση με την κατανομή υποβάθρου $f(Q|H_0)$.

Περαιτέρω, για να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα του fit, φτιάχνουμε τις κατανομές του fitted yield του σήματος και τις αντίστοιχες pull κατανομές του, $(N_{signal}^{fit} - N_{signal}^{exp})/\delta N_{fit}$. Προφανώς η παράμετρος N_{signal}^{fit} παίρνει τιμή μόνο στις περιπτώσεις που το fit γίνεται με το model_1, το οποίο περιέχει την παράμετρο του σήματος. Όταν προσαρμόζεται στο σετ δεδομένων χωρίς σήμα τότε η παράμετρος N_{signal}^{fit} έχει μηδενική αναμενόμενη τιμή, ενώ όταν προσαρμόζεται στο σετ δεδομένων με σήμα αναμένουμε να πλησιάζει το N_{signal}^{in} . Πράγματι, οι κατανομές του N_{signal}^{fit} όταν το fit γίνεται στα Data B είναι γκαουσιανή με μέση τιμή γύρω από το 0 και όταν το fit γίνεται στα Data S+B είναι γκαουσιανή με μέση τιμή κοντά στην αναμενόμενη τιμή του yield του σήματος. Αντίστοιχα καλή συμπεριφορά παρουσιάζει και το pull, το οποίο μοιάζει να ακολουθεί τυποποιημένη κανονική κατανομή, με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση ίση με τη μονάδα. Ενδεικτικά, παρατίθεται στο Σχήμα 5.20 το διάγραμμα με τις κατανομές του N_{signal}^{fit} για την περίπτωση μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ και ενεργό διατομή σήματος $\sigma = 0.4 \text{ pb}$.



Σχήμα 5.20: Οι κατανομές του N_{signal}^{fit} (αριστερά) και οι αντίστοιχες κατανομές pull (δεξιά), οι οποίες έχουν παραχθεί από 10000 toys. Η μπλε καμπύλη αφορά το fit του model_1 στο σετ Data S+B, ενώ η ροζ καμπύλη αφορά το fit του model_1 στο σετ Data B. Η αναμενόμενη τιμή του yield του σήματος ισούται με $N_{signal}^{exp} = 1696$ γεγονότα όταν στα δεδομένα υπάρχει και σήμα, ενώ είναι $N_{signal}^{exp} = 0$ όταν στα δεδομένα υπάρχει μόνο υπόβαθρο. Τα διαγράμματα προέρχονται από την περίπτωση με σήμα μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$ και ενεργό διατομή σήματος $\sigma_{signal} = 0.4 \text{ pb}$.

5.8.2 Διαστήματα Εμπιστοσύνης - CLs Analysis

Στη φυσική υψηλών ενεργειών, όταν θέλουμε να θέσουμε τα όρια απόρριψης στις παραμέτρους ενός μοντέλου, χρησιμοποιείται η στατιστική μέθοδος των επιπέδων εμπιστοσύνης - confidence levels (CLs)¹³ [41][42]. Πρώτα, είναι οφέλιμο να αναφερθούμε στα σφάλματα τύπου I και II. Στον έλεγχο υποθέσεων το αποτέλεσμα του στατιστικού τεστ είναι μία δήλωση σχετικά με την απόρριψη ή μη της μηδενικής υπόθεσης και δεν αφορά την αποδοχή της εναλλακτικής υπόθεσης. Το σφάλμα τύπου I είναι η πιθανότητα να απορρίψουμε την H_0 ενώ είναι αληθής (False Positive), δηλαδή $\alpha = \text{Prob}(\text{reject } H_0 | H_0 = \text{true})$. Το α ονομάζεται μέγεθος του τεστ. Το σφάλμα τύπου II είναι η πιθανότητα να δεχτούμε την H_0 ενώ είναι ψευδής (False Negative), δηλαδή $\beta = \text{Prob}(\text{accept } H_0 | H_0 = \text{false}) = \text{Prob}(\text{accept } H_0 | H_1 = \text{true})$. Επομένως, η ποσότητα $1 - \beta$ περιγράφει την πιθανότητα να απορρίψουμε με την H_0 ενώ είναι ψευδής και αποτελεί τη δύναμη του τεστ, $\text{power} = 1 - \beta = \text{Prob}(\text{reject } H_0 | H_0 = \text{false})$.

Έστω ότι από την πειραματική μέτρηση προκύπτει η τιμή Q_{obs} του στατιστικού. Το στατιστικό εργαλείο που χρησιμοποιούμε για να ελέγξουμε από ποια κατανομή προήλθε η μέτρηση είναι το p-value, το οποίο εκφράζει την ουριαία πιθανότητα να πάρουμε ένα αποτέλεσμα από τη θεωρητική κατανομή με τιμή τουλάχιστον όση η πειραματική, δηλαδή $p\text{-value} = \int_{Q_{obs}}^{+\infty} f(Q) dQ$. Ορίζουμε τις ποσότητες p_{s+b} , p_b για τις κατανομές τις H_1 και H_0 αντίστοιχα, ως

$$p_{s+b} = \int_{Q_{obs}}^{+\infty} f(Q|H_1) dQ, \quad (5.13)$$

$$p_b = \int_{-\infty}^{Q_{obs}} f(Q|H_0) dQ. \quad (5.14)$$

Στην περίπτωση που η μελέτη μας αφορά την ανακάλυψη νέας φυσικής, η κρίσιμη περιοχή ή περιοχή απόρριψης της H_0 προσδιορίζεται από τη συνθήκη $p_b < \alpha$ (είναι το σύνολο τιμών του στατιστικού οι οποίες έχουν πιθανότητα εμφάνισης μικρότερη από το επίπεδο σημαντικότητας α). Το α καθορίζεται ανεξάρτητα από τη μέτρηση και συνήθίζεται να παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 5%. Εάν θεωρήσουμε τη

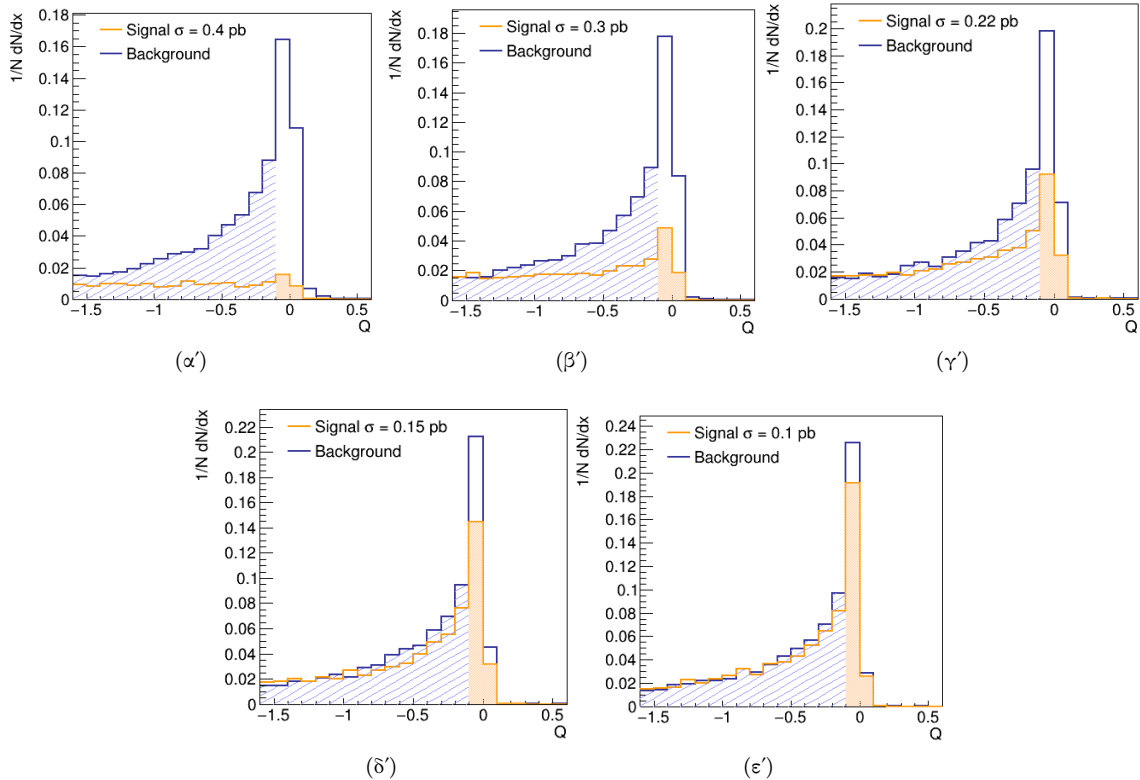
¹³Συνήθως, τα επίπεδα εμπιστοσύνης εκφράζουν την πιθανότητα κάλυψης των διαστημάτων εμπιστοσύνης, δηλαδή το ποσοστό των διαστημάτων εμπιστοσύνης μίας μέτρησης που περιέχουν την πραγματική τιμή της μετρούμενης ποσότητας. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των ορίων απόρριψης, παρόλο που μοιράζεται το ίδιο όνομα, διαφέρει από αυτή την έννοια των επιπέδων εμπιστοσύνης.

μηδενική υπόθεση $H_0 = H_{s+b}$, τότε δεδομένης μίας πειραματικής τιμής, η υπόθεση H_0 απορρίπτεται όταν $p\text{-value} = p_{s+b} < a$. Στο κατώφλι θα ισχύει $p_{s+b} = a = \text{Prob}(\text{reject } H_{s+b} | H_{s+b} = \text{true})$ και η δύναμη του τεστ θα είναι $\text{power} = 1 - \beta = 1 - p_b$. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η δύναμη του τεστ είναι πολύ μικρή και το πείραμα δεν έχει αρκετή ευαισθησία ώστε να απορρίψει την υπόθεση H_1 , καθώς απορρίπτει ταυτόχρονα και την H_0 . Αυτό συμβαίνει για παράδειγμα όταν ψάχνουμε τα όρια απόρριψης των παραμέτρων ενός μοντέλου, όπου το αναμενόμενο σήμα είναι πολύ μικρό και επομένως οι κατανομές του στατιστικού είναι σχεδόν αλληλεπικαλυπτόμενες. Για να διορθώσουμε αυτήν την αδυναμία τροποποιούμε τη συνθήκη απόρριψης κανονικοποιώντας το $p\text{-value}$ με τη δύναμη του τεστ, δηλαδή κανονικοποιούμε με την πιθανότητα αποδοχής της H_b . Η συνθήκη απόρριψης παίρνει δηλαδή τη μορφή

$$\frac{\text{Prob}(\text{reject } H_{s+b} | H_{s+b} = \text{true})}{\text{Prob}(\text{accept } H_b | H_b = \text{true})} = \frac{p_{s+b}}{1 - p_b} < a \Rightarrow CLs < a, \quad (5.15)$$

όπου ονομάζουμε επίπεδο εμπιστοσύνης το τροποποιημένο $p\text{-value}$, $CLs = p_{s+b}/1 - p_b$. Σε αυτές τις περιπτώσεις το $1 - p_b$ είναι μικρό, οπότε η συνθήκη για το CLs είναι πιο συντηρητική και άρα η H_1 απορρίπτεται πιο δύσκολα. Τυπικά το a επιλέγεται να είναι 90% ή 95%.

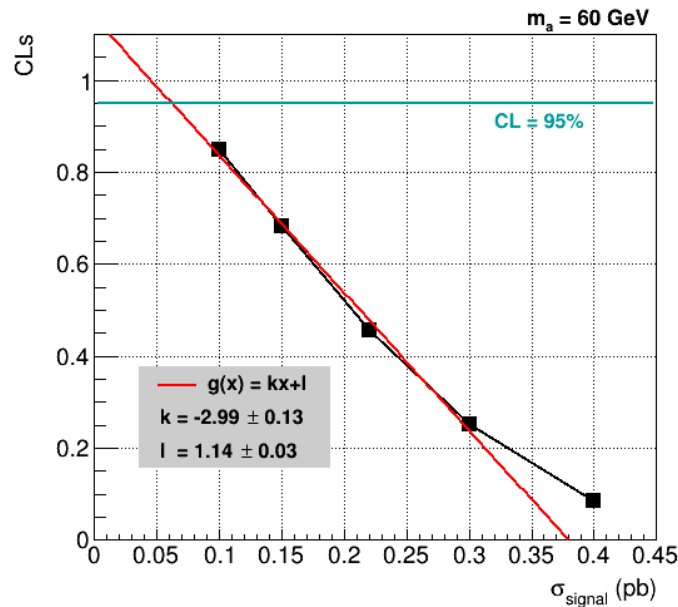
Συγκεκριμένα για την ανάλυση της παρούσας εργασίας, έχουμε επιλέξει $a = 95\%$. Η παρατηρούμενη τιμή του στατιστικού, Q_{obs} , θεωρούμε ότι είναι η τιμή του Q που αντιστοιχεί στην κορυφή της κατανομής υποβάθρου $f(Q|H_0)$. Σύμφωνα με αυτήν, υπολογίζονται για κάθε ενεργό διατομή τα ολοκληρώματα p_b και p_{s+b} , όπως δίνονται από τις σχέσεις (5.14) και (5.13), και το αντίστοιχο επίπεδο εμπιστοσύνης $CLs = p_{s+b}/1 - p_b$. Στο Σχήμα 5.21 φαίνονται τα διαγράμματα των κανονικοποιημένων στη μονάδα κατανομών $f(Q|H_0)$, $f(Q|H_1)$ για κάθε ενεργό διατομή που επεξεργαστήκαμε για τη μάζα $m_a = 60 \text{ GeV}$. Η σκιαγράφηση δηλώνει τις περιοχές ολοκλήρωσης για τον υπολογισμό των p_b και p_{s+b} . Παρατηρούμε ότι όσο μικρότερη είναι η ενεργός διατομή τόσο μικρότερη είναι η διαφοροποίηση των κατανομών σήματος και υποβάθρου (μικραίνει η ευαισθησία).



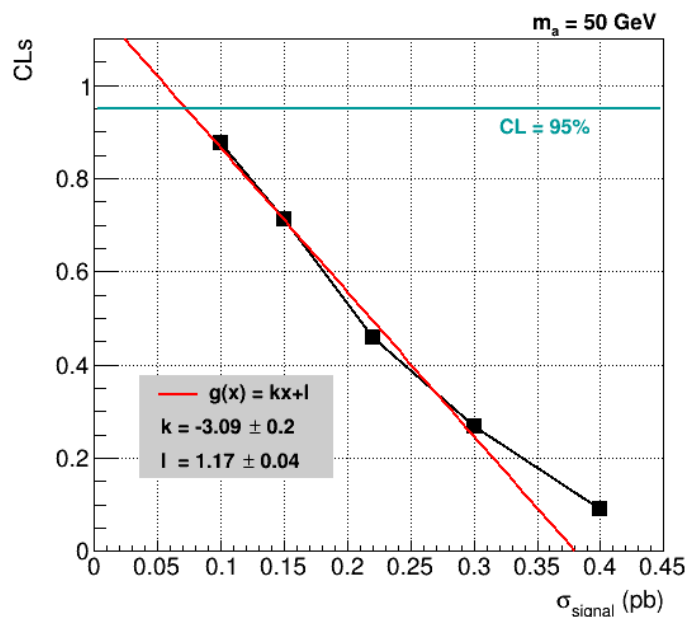
Σχήμα 5.21: Υπολογισμός του $CLs = p_{s+b}/1 - p_b$ από τις κατανομές $f(Q|H_0)$ και $f(Q|H_1)$, για τις πέντε ενεργούς διατομές που εξετάζουμε στην περίπτωση μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$.

Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε το διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής και τοποθετούμε τα πέντε σημεία που υπολογίσαμε. Εφαρμόζουμε γραμμικό fit, $g(x) = k \cdot x + l$ και προσδιορίζουμε την κρίσιμη ενεργό διατομή, σ_c , για την οποία βρισκόμαστε στο κατώφλι της κρίσιμης περιοχής

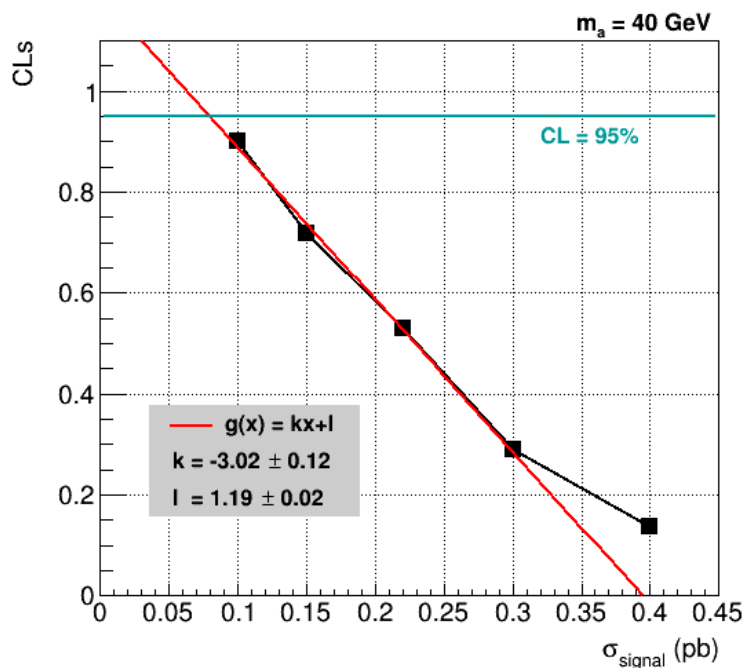
$CLs(\sigma_c) = a$, δηλαδή $g(\sigma_c) = 95\%$. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται και για τις έξι υποθέσεις μάζας $m_a = \{15, 20, 30, 40, 50, 60\} \text{ GeV}$, για τις οποίες τα διαγράμματα $CLs - \sigma_{signal}$ φαίνονται στα Σχήματα 5.22 - 5.27. Παρατηρούμε ότι η σχέση της ενεργού διατομής με το CLs δεν είναι γραμμική σε όλο το φάσμα. Για μεγαλύτερες ενεργούς διατομές, οι κατανομές $f(Q|H_1)$ του σήματος έχουν μεγαλύτερη ευαισθησία και το CLs προκύπτει αρκετά μικρότερο. Η γραμμική σχέση εμφανίζεται πιο έντονα για τις μικρότερες ενεργούς διατομές. Για τον λόγο αυτό, δεν έχουν γίνει όλα τα γραμμικά fit και στις πέντε ενεργούς διατομές, παρά επιλέγουμε σε μερικές από τις περιπτώσεις να μη συμπεριλάβουμε το τελευταίο σημείο, αυτό που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ενεργό διατομή.



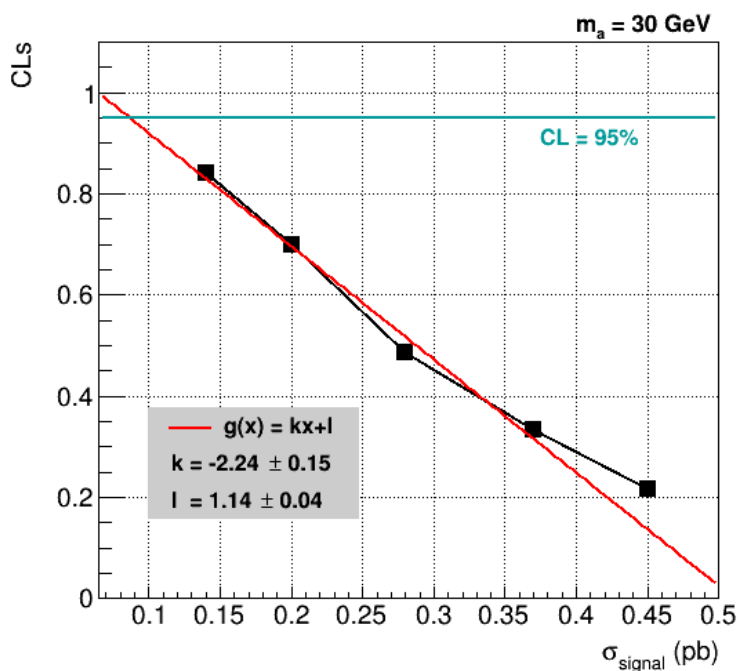
Σχήμα 5.22: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 60 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $CLs = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.062 \text{ pb}$.



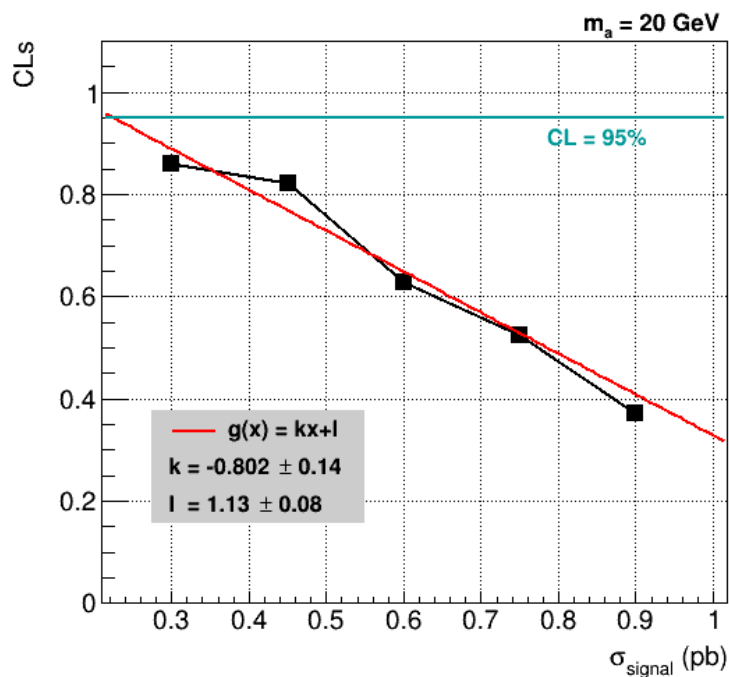
Σχήμα 5.23: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 50 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $CLs = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.073 \text{ pb}$.



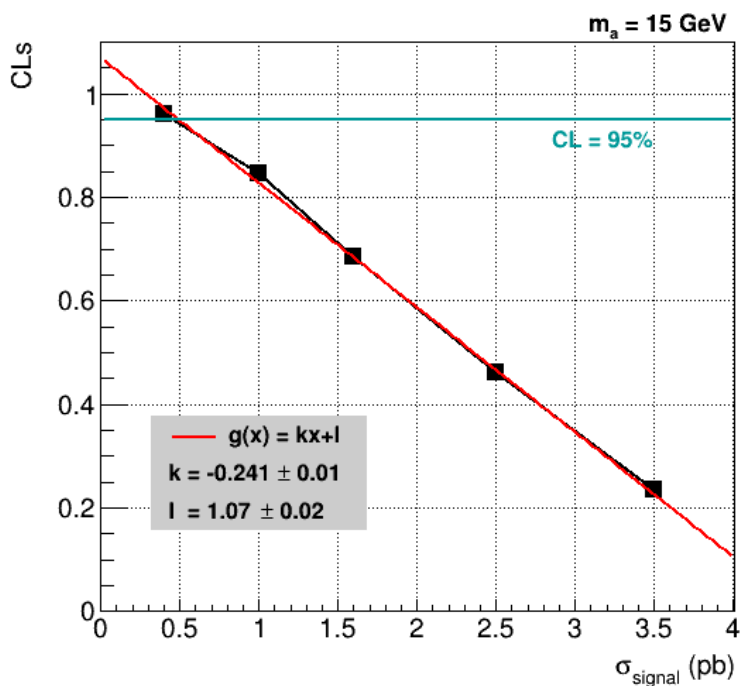
Σχήμα 5.24: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 40 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $\text{CLs} = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.080 \text{ pb}$.



Σχήμα 5.25: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 30 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $\text{CLs} = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.087 \text{ pb}$.



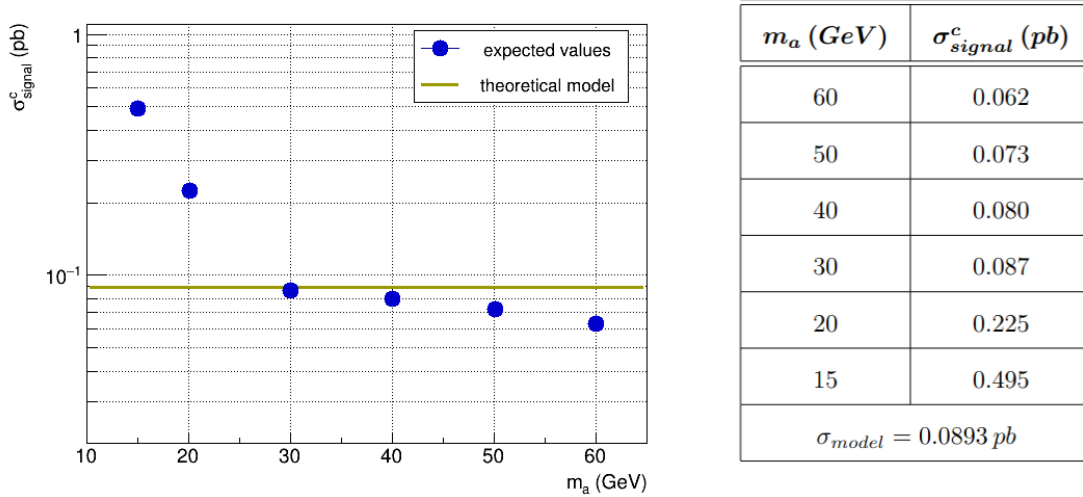
Σχήμα 5.26: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 20 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $\text{CLs} = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.225 \text{ pb}$.



Σχήμα 5.27: Διάγραμμα του CLs συναρτήσει της ενεργού διατομής σήματος για την υπόθεση μάζας $m_a = 15 \text{ GeV}$. Η κρίσιμη ενεργός διατομή στο σημείο τομής του γραμμικού fit με την ευθεία που αντιστοιχεί σε $\text{CLs} = 95\%$ είναι $\sigma_c = 0.495 \text{ pb}$.

5.9 Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης φαίνονται στο Σχήμα 5.28. Στο διάγραμμα έχουν σχεδιαστεί τα σημεία της κρίσιμης ενεργού διατομής του σήματος, που έχουν υπολογιστεί από τη συνθήκη κατωφλίου της κρίσιμης περιοχής και αντιστοιχούν σε 95% CLs, για κάθε υπόθεση μάζας m_a . Οι τιμές αυτές συγκρίνονται με την ενεργό διατομή του θεωρητικού μοντέλου $\sigma_{model} = 0.0893 \text{ pb}$, η οποία δίνεται από τις ενεργούς διατομές της παραγωγής του μποζονίου h σε συσχέτιση με την παραγωγή του μποζονίου Z και της λεπτονικής διάσπασης του μποζονίου Z , όπως αυτές έχουν προσδιοριστεί στο πλαίσιο του ΚΠ, $\sigma_{hZ} \times \sigma_{Z \rightarrow ll}$, με $BR(h \rightarrow aa) \times BR(a \rightarrow bb)^2 = 1$.



Σχήμα 5.28: Στο διάγραμμα αριστερά αναπαριστώνται οι κρίσιμες ενεργές διατομές του σήματος που ικανοποιούν το κατώφλι του κριτηρίου απόρριψης, CLs (σ_c) = 95%, για τις έξι υποθέσεις μάζας του μποζονίου a . Οι ακριβείς τιμές που προκύπτουν από τους υπολογισμούς είναι καταγεγραμμένες στον πίνακα στα δεξιά. Η πράσινη γραμμή στο διάγραμμα αντιπροσωπεύει τη θεωρητική ενεργό διατομή του μοντέλου, η οποία δίνεται από τη σχέση $\sigma_{model} = \sigma_{hZ} \times \sigma_{Z \rightarrow ll} \times \sigma_{h \rightarrow aa} \times \sigma_{a \rightarrow bb}^2 = 0.0893 \text{ pb}$, όπου έχει θεωρηθεί $BR(h \rightarrow aa) \times BR(a \rightarrow bb)^2 = 1$.

5.10 Συμπεράσματα

Για να εξάγουμε συμπεράσματα από τα παραπάνω αποτελέσματα, χρειάζεται να ερμηνεύσουμε την εικόνα των διαγραμμάτων του Σχήματος 5.21. Έχουμε την κατανομή $f(Q|H_0)$ της μηδενικής υπόθεσης, η οποία προσομοιώνει την περίπτωση να υπάρχει μόνο υπόβαθρο (να υπάρχουν μόνο οι διαδικασίες που ορίζονται στο ΚΠ). Από την άλλη, η κατανομή $f(Q|H_1)$ της εναλλακτικής υπόθεσης προσομοιώνει την περίπτωση μαζί με τις διαδικασίες υποβάθρου να υπάρχει η εξωτική διάσπαση που προτείνει το υπό μελέτη μοντέλο (να υπάρχει μαζί με το υπόβαθρο και σήμα). Το $CLs = p_{s+b}/1 - p_b$ εκφράζει επί της ουσίας το ποσοστό επικάλυψης των δύο κατανομών.

Η συνθήκη που ορίζει την περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης μεταφράζεται ως εξής: αν οι δύο κατανομές έχουν λιγότερη από 95% επικάλυψη, τότε είναι αρκετά διαχωρίσιμες ώστε να μπορέσει το προτεινόμενο σήμα να εντοπιστεί μέσα στο συντριπτικό υπόβαθρο. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν έχει συμβεί, δηλαδή δεν υποστηρίζεται από τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχει αρκετά διαχωρίσιμο σήμα. Συνεπώς, εάν όντως ισχύει η προτεινόμενη θεωρία, η ενεργός διατομή του σήματος πρέπει να είναι αρκετά μικρή - μικρότερη της κρίσιμης τιμής σ_{signal}^c - ώστε να δίνει επικάλυψη μεγαλύτερη του 95% με την κατανομή της μηδενικής υπόθεσης και έτσι να είναι εξαιρετικά δύσκολη η ανίχνευση του σήματος. Με άλλα λόγια, αν το μοντέλο έχει μεγαλύτερη ενεργό διατομή (μικρότερη επικάλυψη) από αυτή που μας υποδυνκνύει η ανάλυση τότε το σήμα θα είχε αρκετή ευαισθησία ώστε να είναι ανιχνεύσιμο, πράγμα που δεν έχει συμβεί και επομένως το μοντέλο απορρίπτεται. Αντίθετα, αν το μοντέλο έχει μικρότερη ενεργό διατομή (μεγαλύτερη επικάλυψη), η ευαισθησία του σήματος είναι τόσο μικρή που δεν θα μπορούσε να ανιχνευτεί μέσα στο υπόβαθρο και άρα δεν μπορούμε να απορρίψουμε το μοντέλο. Για τον λόγο αυτό, τέτοιου είδους έρευνες αποσκοπούν να θέσουν τα όρια της ενεργού διατομής μέσα στα οποία μπορεί να επιτραπεί η ανάπτυξη ενός μοντέλου που πραγματεύεται σπάνιες εξωτικές διεργασίες.

Επομένως, σύμφωνα με τις αναμενόμενες τιμές που έχουν προκύψει από τις προσομοιώσεις MC, **οι υποθέσεις μάζας $m_a = [30, 40, 50, 60] \text{ GeV}$ απορρίπτονται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%**. Αυτό συμβαίνει διότι η ενεργός διατομή του μοντέλου είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της ενεργού διατομής του σήματος που προκύπτει από την ανάλυση και έτσι βρίσκεται μέσα στην περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης. Από την άλλη, **για τις υποθέσεις μάζας $m_a = [15, 20] \text{ GeV}$, η ευαισθησία είναι πολύ μικρή και οι περιπτώσεις αυτές δεν μπορούν να απορριφθούν**. Το άνω όριο απόρριψης της ενεργού διατομής του σήματος για κάθε περίπτωση μάζας δίνεται από την τιμή σ_{signal}^c που φαίνεται στον πίνακα του Σχήματος 5.28.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, 2013. DOI: 10.1017/CB09781139525367.
- [2] F. Halzen and Alan D. Martin. *Quarks and Leptons: An introductory course in modern particle physics*. 1984. ISBN: 978-0-471-88741-6.
- [3] The CMS Collaboration. «Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC». In: *Physics Letters B* 716.1 (Sept. 2012). DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.021.
- [4] The ATLAS Collaboration. «Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC». In: *Physics Letters B* 716.1 (Sept. 2012). DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.020.
- [5] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, 1995. ISBN: 978-0-201-50397-5.
- [6] N. Mavromatos. *Lecture notes in Quantum Field Theory*. National Technical University of Athens. 2022.
- [7] A. Pich. *The Standard Model of Electroweak Interactions*. 2005. arXiv: hep-ph/0502010.
- [8] Xianhao Xin. «Glashow-Weinberg-Salam Model: An Example of Electroweak Symmetry Breaking». In: 2007. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:11996012>.
- [9] Richard Keith Ellis, William James Stirling, and Bryan R Webber. *QCD and collider physics*. Cambridge monographs on particle physics, nuclear physics, and cosmology. Cambridge University Press, 2003. DOI: 10.1017/CB09780511628788.
- [10] Particle Data Group. *Review of Particle Physics*. Vol. 1. 8. Progress of Theoretical & Experimental Physics, Aug. 2020. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.
- [11] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. «CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction». In: *Progress of Theoretical Physics* 49.2 (Feb. 1973). DOI: 10.1143/PTP.49.652.
- [12] «LHC Design Report Vol.1: The LHC Main Ring». In: (June 2004). Ed. by Oliver S. Bruning et al. DOI: 10.5170/CERN-2004-003-V-1.
- [13] Fabienne Marcastel. «CERN's Accelerator Complex. La chaîne de accélérateurs du CERN». In: (2013). URL: <https://cds.cern.ch/record/1621583>.
- [14] G. L. Bayatian et al. «CMS Physics - Technical Design Report Volume 1: Detector Performance and Software». In: (2006).
- [15] G. L. Bayatian et al. «CMS technical design report volume II: Physics performance». In: *J. Phys. G* 34.6 (2007). DOI: 10.1088/0954-3899/34/6/S01.
- [16] S. Chatrchyan et al. «The CMS Experiment at the CERN LHC». In: *JINST* 3 (2008). DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08004.
- [17] Samantha Katherine Dooling. «Differential Cross Section Measurement of Drell-Yan Production and associated Jets with the CMS Experiment at the LHC». PhD thesis. U. Hamburg, Dept. Phys., 2014. DOI: 10.3204/DESY-THESIS-2015-002.
- [18] Cristina Biino. «The CMS Electromagnetic Calorimeter: overview, lessons learned during Run 1 and future projections». In: *Journal of Physics: Conference Series* 587.1 (Feb. 2015). DOI: 10.1088/1742-6596/587/1/012001.

- [19] Davide Piccolo. «CMS muon detector and trigger performance». In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 628.1 (2011). VCI 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.06.303>.
- [20] G. L. Bayatian et al. *CMS TriDAS project: Technical Design Report, Volume 1: The Trigger Systems*. Technical design report. CMS. URL: <https://cds.cern.ch/record/706847>.
- [21] Sergio Cittolin, Attila Rácz, and Paris Sphicas. *CMS The TriDAS Project: Technical Design Report, Volume 2: Data Acquisition and High-Level Trigger. CMS trigger and data-acquisition project*. Technical design report. CMS. CERN, 2002. URL: <https://cds.cern.ch/record/578006>.
- [22] A. D. Martin et al. «Parton distributions for the LHC». In: *The European Physical Journal C* 63.2 (July 2009). DOI: 10.1140/epjc/s10052-009-1072-5.
- [23] Petra Kovavcikova. «Hard scattering cross sections and parton distribution functions at the LHC». In: 2013. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120516526>.
- [24] John C. Collins, Davison E. Soper, and George Sterman. *Factorization of Hard Processes in QCD*. 2004. arXiv: hep-ph/0409313.
- [25] Werner Herr and B Muratori. «Concept of luminosity». In: (2006). DOI: 10.5170/CERN-2006-002.361.
- [26] R. D. Field. *The Underlying Event in Hard Scattering Processes*. 2002. arXiv: hep-ph/0201192.
- [27] Ryan Atkin. «Review of jet reconstruction algorithms». In: *Journal of Physics: Conference Series* 645.1 (Sept. 2015). DOI: 10.1088/1742-6596/645/1/012008.
- [28] Gavin P Salam and Grégory Soyez. «A practical seedless infrared-safe cone jet algorithm». In: *Journal of High Energy Physics* 2007.05 (May 2007). DOI: 10.1088/1126-6708/2007/05/086.
- [29] Stephen D. Ellis and Davison E. Soper. «Successive combination jet algorithm for hadron collisions». In: *Physical Review D* 48.7 (Oct. 1993). DOI: 10.1103/physrevd.48.3160.
- [30] The CMS Collaboration. «Identification of b-quark jets with the CMS experiment». In: *Journal of Instrumentation* 8.04 (Apr. 2013). DOI: 10.1088/1748-0221/8/04/p04013.
- [31] The CMS Collaboration. «Identification of b quark jets at the CMS Experiment in the LHC Run 2». In: (2016).
- [32] Florian Beaudette. *The CMS Particle Flow Algorithm*. 2014. arXiv: 1401.8155.
- [33] The CMS Collaboration. «Particle-Flow Event Reconstruction in CMS and Performance for Jets, Taus, and MET». In: (Apr. 2009).
- [34] Matthew D. Schwartz. *TASI Lectures on Collider Physics*. 2017. arXiv: 1709.04533.
- [35] Roberto Franceschini et al. *Kinematic Variables and Feature Engineering for Particle Phenomenology*. 2022. arXiv: 2206.13431.
- [36] David Curtin et al. «Exotic decays of the 125 GeV Higgs boson». In: *Physical Review D* 90.7 (Oct. 2014). DOI: 10.1103/physrevd.90.075004.
- [37] Maria Cepeda et al. «Exotic Higgs Decays». In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 72.1 (Sept. 2022). DOI: 10.1146/annurev-nucl-102319-024147.
- [38] Seong Youl Choi, Jae Sik Lee, and Jubin Park. «Decays of Higgs bosons in the Standard Model and beyond». In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 120 (Sept. 2021). DOI: 10.1016/j.pnpnp.2021.103880.
- [39] Georgia Karapostoli et al. «Search for the decay of the Higgs boson to a pair of light pseudoscalar bosons in the four bottom quark channel in proton-proton collisions at 13 TeV». In: (Sept. 2023). DRAFT CMS Paper, not yet published.
- [40] Andreas Hocker, Peter Speckmayer, et al. *TMVA - Toolkit for Multivariate Data Analysis with ROOT: Users guide*. Tech. rep. Version 4. Geneva: CERN, 2007. URL: <https://cds.cern.ch/record/1019880>.
- [41] K. Kousouris. *Lecture notes in Statistical Methods in Physics*. National Technical University of Athens. 2022.
- [42] E. Gross. «Practical Statistics for High Energy Physics». In: *CERN Yellow Rep. School Proc.* 3 (2018). Ed. by M. Mulders and G. Zanderighi. DOI: 10.23730/CYRSP-2018-003.199.