



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ & ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

**Βέλτιστος Σχεδιασμός Κατασκευών με Περιορισμούς
Αξιοπιστίας και χρήση Ανταγωνιστικών Γενετικών
Αλγόριθμων**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΧΡΗΣΤΟΣ Κ. ΔΗΜΟΥ

ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2004

ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΣΥΝΕΔΡΙΑΣΗΣ

της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής για την κρίση της διδακτορικής διατριβής του κ. Χρήστου. Δήμου, μεταπτυχιακού υπότροφου της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου

Η Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή του υποψήφιου Διδάκτορα κ. Χρήστου Δήμου, μεταπτυχιακού υπότροφου της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ ορίστηκε (σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 13 (1ζ) του Νόμου 2083/92) από τη Γ.Σ.Ε.Σ της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ στη Συνεδρίαση της 02/03/04 και αποτελείται από τους κ.κ:

- Β. Κουμούση, Αναπληρωτή Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Ι. Κατσικαδέλη, Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Α. Σταφυλοπάτη, Καθηγητή Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχ. Ηλεκ. Υπολ. ΕΜΠ
- Ι. Ερμόπουλο, Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Γ. Μιχάλτσο, Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Κ. Τρέζο, Επίκουρο Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
- Κ. Σπηλιόπουλο, Επίκουρο Καθηγητή Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ

Η εξεταστική Επιτροπή συνήλθε σήμερα 29 Μαρτίου 2004 και ώρα 10:30 στο Αμφιθέατρο του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών στην Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, σε ανοικτή συνεδρίαση κατά την οποία ο υποψήφιος διδάκτορας κ. Χρήστος Δήμου υποστήριξε την διατριβή του με τίτλο «Βέλτιστος Σχεδιασμός Κατασκευών με Περιορισμούς Αξιοπιστίας και χρήση Ανταγωνιστικών Γενετικών Αλγορίθμων».

Στη συνέχεια τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής υπέβαλαν ερωτήσεις προς τον υποψήφιο στις οποίες και έδωσε τις απαντήσεις του.

Κατόπιν η Εξεταστική Επιτροπή συνήλθε σε κλειστή συνεδρίαση και έκρινε την διδακτορική διατριβή του υποψηφίου ως προς τα πρωτότυπα στοιχεία της, την συμβολή της στην επιστήμη καθώς και την όλη προφορική δοκιμασία της παρουσίασης και των απαντήσεων στα ερωτήματα της επιτροπής.

Συνεκτιμώντας (α) το κείμενο της Διδακτορικής Διατριβής, (β) την προφορική παρουσίαση του υποψηφίου ενώπιον της Επιτροπής και (γ) τις απαντήσεις του υποψηφίου στις ερωτήσεις που του ετέθησαν όλα τα μέλη της Επιτροπής συμφώνησαν ότι το έργο του υποψηφίου κ. Χρήστου Δήμου είναι υψηλής στάθμης με πρωτότυπα στοιχεία και ως προς την προτεινόμενη μέθοδο υπολογισμού της αξιοπιστίας των κατασκευών και ως προς την προτεινόμενη μέθοδο βελτιστοποίησης με βάση τους ανταγωνιστικούς γενετικούς αλγορίθμους και συμβάλλει στην πρόοδο της επιστήμης στις περιοχές αυτές. Ως εκ τούτου, η Επιτροπή λαμβάνοντας επίσης υπόψη ότι ο υποψήφιος απήντησε με πληρότητα και σαφήνεια στις ερωτήσεις που του ετέθησαν, θεωρεί ότι ο υποψήφιος πληροί τις κατά νόμον προϋποθέσεις και κρίνει ομόφωνα τον υποψήφιο κ. Χρήστο Δήμου ως επιτυχόντα στην εξέταση της Διδακτορικής Διατριβής.

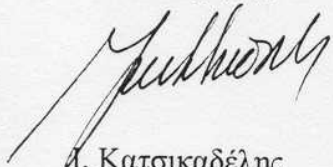
Κατόπιν, η Επιτροπή ανήγγειλε το αποτέλεσμα προς τον υποψήφιο και τους παριστάμενους. Με βάση τα παραπάνω η Επιτροπή προτείνει ομόφωνα στη Γενική Συνέλευση Ειδικής Σύνοψης την ανακήρυξη του κ. Χρήστου Δήμου ως Διδάκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ.

Αθήνα 5/5/2004

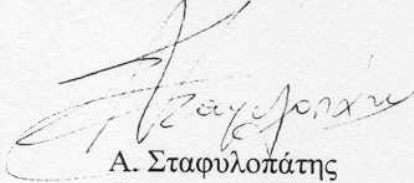
Τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής




Β. Κουμούσης
Αν. Καθηγητής ΕΜΠ



Α. Κατσικαδέλης
Καθηγητής ΕΜΠ



Α. Σταφυλοπάτης
Καθηγητής ΕΜΠ



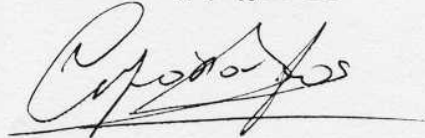
Ι. Ερμόπουλος
Καθηγητής ΕΜΠ



Γ. Μιχάλτσος
Καθηγητής ΕΜΠ



Κ. Τρέζος
Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ



Κ. Σπηλιόπουλος
Επικ. Καθηγητή ΕΜΠ

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση και συγγραφή της διδακτορικής διατριβής δεν θα ήταν δυνατή χωρίς την βοήθεια και συνδρομή πλήθους ατόμων. Τους εκφράζω τις ευχαριστίες μου για τη βοήθεια που μου προσέφεραν. Ειδικότερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους:

Το διευθυντή του Technical and Economic Risk Management του Institute of Protection and Security of the Citizen **Dr. Alfredo Lucia** του Joint Research Centre της E.C. στην Ίσπρα της Ιταλίας για την οικονομική βοήθεια που μου προσέφερε κατά τα 3 πρώτα έτη της παραμονής μου στο JRC.

Το Senior Scientist **Dr. Ιωάννη Παπαδόπουλο** του European Laboratory for Structural Assessment του Institute of Protection and Security of the Citizen του Joint Research Centre της E.C. στην Ίσπρα της Ιταλίας για την επιστημονική του καθοδήγηση σε θέματα κόπωσης και μηχανικής.

Το Senior Scientist **Dr. Γεώργιο Σολωμό** του European Laboratory for Structural Assessment του Institute of Protection and Security of the Citizen του Joint Research Centre της E.C. στην Ίσπρα της Ιταλίας για την επιστημονική του καθοδήγηση σε θέματα αξιοπιστίας και προσομοίωσης καθώς και για την καθοδήγηση μου κατά τα 3 πρώτα έτη της παραμονής μου στο JRC. Θα ήθελα ακόμα να τον ευχαριστήσω για τις παρατηρήσεις του σε θέματα ανάλυσης αξιοπιστίας που βοήθησαν ιδιαίτερα την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Το Scientific Adviser to the Director General **Dr. Δημοσθένη Σαρηγιάννη** του Institute of Protection and Security of the Citizen της E.C. για τις εποικοδομητικές συζητήσεις σε θέματα δυναμικής συστημάτων.

Το Διευθυντή του Εργαστηρίου Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Ιωάννη Κατσικαδέλη** για την καθοδήγηση του στην εκπόνηση της διατριβής. Θα ήθελα ακόμα να τον ευχαριστήσω για τις παρατηρήσεις του σε θέματα μηχανικής που βοήθησαν ιδιαίτερα στην ανάπτυξη της επιστημονικής μου σκέψης και την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Το Διευθυντή του Τομέα Τεχνολογίας Πληροφορικής & Υπολογιστών Καθηγητή Ε.Μ.Π. της

Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Ανδρέα Σταφυλοπάτη** για την καθοδήγηση του στην εκπόνηση της διατριβής.

Τον Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Ιωάννη Ερμόπουλο**, του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για τις παρατηρήσεις σε θέματα σχεδιασμού των κατασκευών που βοήθησαν ιδιαίτερα την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Τον Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Γεώργιο Μιχάλτσο**, του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για τις παρατηρήσεις σε θέματα βελτιστοποίησης και σχεδιασμού των κατασκευών που βοήθησαν ιδιαίτερα την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Τον Επικ. Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Κων/νο Τρέζο** του Εργαστηρίου Ωπλισμένου Σκυροδέματος του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για τις παρατηρήσεις του σε θέματα ανάλυσης αξιοπιστίας και σε θέματα πλαστικής ανάλυσης κατασκευών που βοήθησαν ιδιαίτερα την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Τον Επικ. Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Κων/νο Σπηλιόπουλο**, του Εργαστηρίου Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για τις παρατηρήσεις του σε θέματα πλαστικής ανάλυσης και σε θέματα ανάλυσης αξιοπιστίας που βοήθησαν ιδιαίτερα την αποπεράτωση της συγγραφής της Διδακτορικής Διατριβής.

Θα ήθελα να **ευχαριστήσω ιδιαίτερα** τον Αναπλ. Καθηγητή Ε.Μ.Π. **Βλάση Κουμούση** του Εργαστηρίου Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών του Τομέα Δομοστατικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, επιβλέποντα της Διδακτορικής Διατριβής για την καθοδήγηση του σε θέματα βέλτιστου σχεδιασμού στην εκπόνηση της διατριβής, για τις συμβουλές του κατά τη φάση της συγγραφής της διατριβής, για την υπομονή που επέδειξε κατά τη διάρκεια της, και τη βοήθεια που μου προσέφερε στην ανάπτυξη της επιστημονικής μου σκέψης.

Στη σύζυγο μου Μαρία για την υπομονή της και τη βοήθεια της

Στους γονείς μου (τους οφείλω τα πάντα)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διατριβή, εξετάζεται το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών υπό τη δράση στατικών φορτίων με στόχο τη μείωση του κόστους της κατασκευής για ολόκληρο το κύκλο της ζωής της, με περιορισμούς ως προς το δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής και τους δείκτες αξιοπιστίας των μελών της.

Η θεωρία αξιοπιστίας ασχολείται με τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας μίας κατασκευής. Η αβεβαιότητα ως προς την απόκριση της κατασκευής οφείλεται, στις αβεβαιότητες των μεταβλητών που καθορίζουν την απόκριση της και στις αβεβαιότητες των επιβαλλομένων δράσεων. Σε αντίθεση με τους ισχύοντες κανονισμούς που μέσω της διενέργειας σειράς ελέγχων οδηγούν στην αποδοχή ή μη ενός σχεδιασμού, η ανάλυση αξιοπιστίας υπολογίζει για κάθε λύση, την πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και των μελών της, προσφέροντας τη δυνατότητα αποτίμησης της πραγματικής αντοχής της κατασκευής ιεραρχώντας τις λύσεις με βάση την πιθανότητα αστοχίας τους.

Η θεωρία βελτιστοποίησης προσφέρει πλήθος μεθόδων οι οποίες οδηγούν στην αναζήτηση των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού (μ.σ) που καθορίζουν τις βέλτιστες λύσεις.

Ο συνδυασμός των μεθόδων βελτιστοποίησης με τις μεθόδους ανάλυσης αξιοπιστίας οδηγεί σε βέλτιστες λύσεις υπολογίζοντας τη πιθανότητα αστοχίας κάθε υποψήφιου σχεδιασμού δίδοντας τη δυνατότητα άμεσης σύγκρισης της αξιοπιστίας των λύσεων. Με το τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η εύρεση λύσεων που ελαχιστοποιούν το κόστος της κατασκευής με ταυτόχρονη εξασφάλιση των απαιτήσεων ασφαλείας σε επίπεδο αποδεκτών πιθανοτήτων αστοχίας.

Η διδακτορική διατριβή αποτελείται από 5 κεφάλαια. Τα πρώτα 2 κεφαλαία αποτελούν εισαγωγή στην θεωρία αξιοπιστίας και στις μεθόδους βελτιστοποίησης και στόχο έχουν να εξοικειώσουν τον αναγνώστη με τις βασικές έννοιες των δύο περιοχών για τη βαθύτερη κατανόηση των μεθόδων που παρουσιάζονται στο 3^ο και 4^ο κεφάλαιο.

Στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι επικρατέστερες μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας με έμφαση στις μεθόδους ανάλυσης πολυμορφικών προβλημάτων. Ως πολυμορφικά προβλήματα ορίζονται τα προβλήματα που παρουσιάζουν πλήθος πιθανών αλληλουχιών αστοχίας. Ως αλληλουχία αστοχίας ορίζεται η αλυσίδα των γεγονότων αστοχίας των μελών της κατασκευής που οδηγούν την κατασκευή από μία κατάσταση λειτουργίας σε μία

κατάσταση αστοχίας.

Ειδικότερα στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ιστορική αναδρομή της εξέλιξης της θεωρίας των πιθανοτήτων και της στατιστικής μέχρι και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα, και ορίζεται η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος. Παρουσιάζονται ακόμα τα αξιώματα και βασικά θεωρήματα της θεωρίας πιθανοτήτων, οι τυχαίες μεταβλητές (τ.μ) καθώς και οι στοχαστικές ανελίξεις. Τέλος παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της θεωρίας αξιοπιστίας σε χρονικώς αμετάβλητα και χρονικώς μεταβαλλόμενα προβλήματα και παρουσιάζονται ακόμα οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας συστημάτων εστιάζοντας την προσοχή στις μεθόδους 3^{ου} επιπέδου που αντιμετωπίζουν άμεσα το πρόβλημα αξιοπιστίας.

Στα παραρτήματα του κεφαλαίου αυτού παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες στατιστικές κατανομές και οι συνέπειες στο δείκτη αξιοπιστίας μίας κατασκευής της ενεργού υπερστατικότητας καθώς και οι παράγοντες που επηρεάζουν το δείκτη αυτό. Παρουσιάζονται ακόμα τα αποδεκτά επίπεδα του ηθελημένου και μη ηθελημένου ρίσκου για διάφορες ανθρώπινες δραστηριότητες και συγκρίνονται με τα επίπεδα του κοινωνικά αποδεκτού ρίσκου για τις κατασκευές, όπως αυτά προκύπτουν από τη στατιστική ανάλυση των γεγονότων αστοχίας των κατασκευών. Τέλος παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών και τα κριτήρια που πρέπει να πληροί μία γεννήτρια καθώς η ποιότητα του στατιστικού δείγματος σχετίζεται άμεσα με την ποιότητα της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής.

Στο 2^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι βελτιστοποίησης με εφαρμογή σε προβλήματα μηχανικής με έμφαση στις ευρετικές μεθόδους βελτιστοποίησης (Γενετικούς Αλγορίθμους και Εξελικτικούς Αλγορίθμους) που παρουσιάζουν ιδιαίτερα υψηλή ευρωστία σε προβλήματα συνδυαστικού χαρακτήρα.

Ειδικότερα στο 2^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι κατηγορίες των προβλημάτων βελτιστοποίησης ως προς τον τύπο των συναρτήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού καθώς και του τύπου των μ.σ. Ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης και παρουσιάζονται οι άμεσες μέθοδοι για τη βελτιστοποίηση προβλημάτων συνεχών μ.σ καθώς και οι διάφορες στρατηγικές βελτιστοποίησης. Παρουσιάζονται ακόμα οι επικρατέστερες μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα διακριτών μ.σ ή συνδυασμό συνεχών και διακριτών μ.σ με ιδιαίτερη μνεία στη μέθοδο των Γενετικών Αλγορίθμων (ΓΑ) και των παραλλαγών της καθώς και στις μεθόδους που εντάσσονται στην κατηγορία των

Εξελικτικών Στρατηγικών.

Στα παραρτήματα του κεφαλαίου αυτού μελετάται το θεώρημα σχήματος των ΓΑ, η επιρροή του τελεστή της μετάλλαξης ως προς την ευρωστία του ΓΑ και η επιρροή του τελεστή της διασταύρωσης στην ικανότητα εξερεύνησης του ΓΑ.

Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας κατασκευών που βασίζεται στην κατάτμηση του πιθανοτικού χώρου και στη δειγματοληψία στις περιοχές των διεπιφανειών αστοχίας-ασφαλείας. Η ακρίβεια και το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου συγκρίνονται με άλλες μεθόδους σε πλήθος πολυμορφικών και μονομορφικών συναρτήσεων οριακής αντοχής και πλήθος υπερστατικών δικτυωμάτων και χωροδικτυωμάτων διαφόρων επιπέδων πολυπλοκότητας.

Στην προτεινόμενη μέθοδο ο πιθανοτικός χώρος χωρίζεται σε $2^{N_{RV}}$ υπερκύβους ίσου μεγέθους. Ως υπερκύβος στο χώρο των πιθανοτήτων των N_{RV} τ.μ του προβλήματος ορίζεται ένα αμοιβαίως αποκλειόμενο και σε σύνολο πλήρες, υποσύνολο του χώρου αυτού. Για τα μέλη της κατασκευής παράγονται οι προσεγγιστικές συναρτήσεις των συναρτήσεων οριακής αντοχής με τη βοήθεια πολυωνύμων $2^{α5}$ τάξεως. Με τη βοήθεια της Μεθόδου Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξεως (FORM) υπολογίζεται η πιθανότητα αστοχίας των μελών. Κάθε μέλος που ο δείκτης αξιοπιστίας του είναι χαμηλότερος από μία τιμή κατωφλίου ορίζεται ως κρίσιμο μέλος της κατασκευής. Η τιμή κατωφλίου ορίζεται ως το πηλίκο του ελάχιστου δείκτη αξιοπιστίας προς μία μικρή θετική τιμή όπως και στην περίπτωση της μεθόδου αποδόμησης κατά β . Στην επόμενη φάση λαμβάνονται υπόψη μόνον τα κρίσιμα μέλη που αναμένεται να συνεισφέρουν σημαντικά στις κρίσιμες αλληλουχίες αστοχίας.

Με τη κατάλληλη σύνθεση των κρίσιμων μελών παράγονται μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας συγκεκριμένου μήκους. Μία μη πλήρης αλληλουχία αστοχίας αποτελείται από αστοχίες μελών της κατασκευής που δεν προκαλούν την πλήρη αστοχία της κατασκευής αλλά οδηγούν σε σημαντική μείωση της αντοχής της. Οι περισσότερες σημαντικές μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας ομαδοποιούνται σύμφωνα με τη θέση του εκάστοτε σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας στο πιθανοτικό χώρο. Το σύνολο των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που οι θέσεις των αντίστοιχων σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας βρίσκονται εντός ενός συγκεκριμένου υπερκύβου ορίζει μία ομάδα. Η αξία κάθε ομάδας ορίζεται ως ο δείκτης αξιοπιστίας του αθροίσματος των πιθανοτήτων εμφάνισης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που την απαρτίζουν.

Οι ομάδες χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της σημαντικότητας κάθε τ.μ. Οι τ.μ ήσσονος σημασίας διπλώνονται με στόχο τη μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος υπό την έννοια ότι σε αυτές δεν πραγματοποιείται περαιτέρω κατάτμηση αλλά ισχύουν για αυτές οι κανόνες δειγματοληψίας της μεθόδου Monte Carlo. Ο πιθανοτικός χώρος καταμερίζεται εκ νέου σε $2^{N_{act}}$ υπερκύβους όπου N_{act} ορίζεται το πλήθος των ενεργών τ.μ. Με βάση τη νέα κατάτμηση, τη θέση του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας των ομάδων και του δείκτη σημαντικότητας κάθε ομάδας υπολογίζεται η σχετική ευρωστία κάθε υπερκύβου. Οι υπερκύβοι ήσσονος ευρωστίας (ως προς τον περισσότερο κρίσιμο υπερκύβο) αποκλείονται από περαιτέρω ανάλυση.

Στους υπερκύβους που πληρούν το κριτήριο ευρωστίας υπολογίζεται το σημείο τομής της κυρίας διαγωνίου με τη διεπιφάνεια της συνάρτησης οριακής αντοχής της κατασκευής. Μέσω του σημείου αυτού υπολογίζεται ο όγκος του χωρίου στο οποίο πραγματοποιείται η δειγματοληψία. Οι υπερκύβοι για τους οποίους ο όγκος αναφοράς είναι μικρότερος του 1% του όγκου αναφοράς του περισσότερο κρίσιμου υπερκύβου δεν επιλέγονται για δειγματοληψία. Για τους υπερκύβους που πραγματοποιείται δειγματοληψία το πλήθος των δειγμάτων είναι συνάρτηση του πλήθους των αστοχιών της κατασκευής. Οι τελικές εκτιμήσεις των πιθανοτήτων αστοχίας της κατασκευής και των μελών της υπολογίζονται με την κατάλληλη σύνθεση των επιμέρους εκτιμήσεων.

Η πρωτοτυπία της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας έγκειται:

- στη χρήση πληροφορίας από τη σύνθεση μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας για το δείκτη σημαντικότητας των τ.μ και το δείκτη ευρωστίας των υπερκύβων,
- στη “δίπλωση” των μη κρίσιμων τ.μ (βάσει της θέσης του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας των ομάδων των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας) για τη μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος,
- τον περιορισμό της δειγματοληψίας στην περιοχή της διεπιφάνειας λειτουργίας-αστοχίας στο χώρο των πιθανοτήτων σε αντίθεση με τη συνήθη πρακτική που περιορίζει τη δειγματοληψία στο χώρο των τ.μ.

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε πλήθος γραμμικών και μη γραμμικών, μονομορφικών και πολυμορφικών συναρτήσεων οριακής αντοχής και η ακρίβεια της καθώς και το υπολογιστικό κόστος (το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής) συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της μεθόδου MC, την ακριβή λύση (όπου αυτό ήταν δυνατό) και άλλες μεθόδους. Στη συνέχεια η μέθοδος εφαρμόζεται με

επιτυχία στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας υπερστατικών δικτυωμάτων και χωροδικτυωμάτων. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων και η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα της μεθόδου MC, καταδεικνύουν ότι η ακρίβεια της μεθόδου είναι αντίστοιχη της μεθόδου MC. Η μέθοδος εφαρμόζεται ακόμα για την εκτίμηση των συνεπειών 3 διαφορετικών στρατηγικών ενίσχυσης επίπεδου δικτυώματος και στην ανάλυση αξιοπιστίας επίπεδου δικτυώματος που πληροί τις προδιαγραφές του Ευρωκώδικα 3. Τέλος, η μέθοδος εφαρμόζεται στην ανάλυση αξιοπιστίας χωροδικτυωμάτων αυξανόμενης πολυπλοκότητας με στόχο να εκτιμηθεί η ικανότητα της να αντιμετωπίζει με επιτυχία προβλήματα αυξανόμενης πολυπλοκότητας.

Η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται κυρίως από τη τιμή κατωφλίου του δείκτη ευρωστίας των υπερκύβων και το πλήθος των αστοχιών που καταγράφονται σε κάθε υπερκύβο. Αντίθετα, δεν εξαρτάται από το πλήθος των κυρίων αλληλουχιών αστοχίας, το τύπο των τ.μ και την υπερστατικότητα της κατασκευής.

Ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος κυμαίνεται από 0.1% ως 2% του χρόνου που απαιτείται για την ανάλυση με τη μέθοδο MC για προβλήματα με πιθανότητα αστοχίας που κυμαίνεται από 10^{-6} ως 10^{-4} . Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου, μειώνεται όσο αυξάνεται ο δείκτης αξιοπιστίας της υπό εξέταση κατασκευής οπότε η μέθοδος κρίνεται ως ιδιαίτερα κατάλληλη για την αντιμετώπιση προβλημάτων με υψηλό δείκτη αξιοπιστίας. Ο επιπλέον χρόνος που απαιτείται για την εκτίμηση του δείκτη σημαντικότητας των τ.μ, της ευρωστίας των υπερκύβων και τον καθορισμό των χωρίων δειγματοληψίας για τα υπό εξέταση προβλήματα κρίνεται αμελητέος.

Στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται μία μέθοδος βελτιστοποίησης που συνδυάζει ένα Σχήμα Ανταγωνισμού (ΣΑ) πληθυσμών με τον κλασσικό Γενετικό Αλγόριθμο (ΓΑ). Στόχος της μεθόδου αυτής είναι ο συνδυασμός των πλεονεκτημάτων των συνεξελικτικών μεθόδων και της μεθόδου των ΓΑ για υψηλή ευρωστία και χαμηλό υπολογιστικό κόστος.

Η μέθοδος επιδιώκει να ελέγξει το μέγεθος του πληθυσμού του ΓΑ με τη βοήθεια μίας προσαρμοστικής διαδικασίας καθώς πληθυσμοί με διαφορετικές τιμές παραμέτρων του ΓΑ, ανταγωνίζονται μεταξύ τους για τους διαθέσιμους πόρους του συστήματος. Ο συνδυασμός των ΓΑ με ΣΑ βασίζεται στον έλεγχο της εξέλιξης ενός μεταπληθυσμού. Ως μεταπληθυσμός ορίζεται το σύνολο διαφορετικών πληθυσμών όπου τα μέλη κάθε πληθυσμού έχουν κοινά χαρακτηριστικά (είδη). Στην προτεινόμενη μέθοδο τα χαρακτηριστικά αυτά είναι οι τιμές των

παραμέτρων του ΓΑ. Οι πληθυσμοί αυτοί εξελίσσονται στο πεδίο τιμών, σύμφωνα με τις επιταγές του εκάστοτε ΓΑ.

Το ΣΑ μεταβάλλει το μέγεθος του πληθυσμού σύμφωνα με τη σχετική απόδοση του σε περιόδους όπου εμφανίζεται ανταγωνισμός υπό την προϋπόθεση συνύπαρξης “ισχυρών” και “αδύναμων” πληθυσμών. Ο ανταγωνισμός μεταξύ των πληθυσμών εμφανίζεται όταν οι διαθέσιμοι πόροι δεν επαρκούν για το σύνολο των ατόμων του μεταπληθυσμού. Η μεταβολή των διαθέσιμων πόρων ακολουθεί προκαθορισμένα προφίλ μεταβολής. Η μεταβολή της κατανομής των διαθέσιμων πόρων (ανάλογα με την απόδοση κάθε πληθυσμού) δίδει τη δυνατότητα στο σύστημα να οργανώσει καλύτερα τη συνολική στρατηγική του για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Η επίδοση κάθε πληθυσμού στον μεταπληθυσμό εξαρτάται από την συνολική ευρωστία των ατόμων του, την ευρωστία του καλύτερου σχεδιασμού (elite), την ποικιλότητα του πληθυσμού και την ποσότητα των πόρων που απαιτούνται για τη συντήρησή του.

Όταν το σύνολο των διαθέσιμων πόρων δεν επαρκεί για το σύνολο των ατόμων στο μεταπληθυσμό εμφανίζεται ανταγωνισμός ανάμεσα στους πληθυσμούς. Αναλόγως της σχετικής διαφοράς της απόδοσης των πληθυσμών εμφανίζονται σχέσεις «ανταγωνισμού» ή «Κυνηγού»-«Θηράματος». Στην περίπτωση του «ανταγωνισμού» ο ισχυρός πληθυσμός προσπαθεί να εξασφαλίσει τους απαιτούμενους πόρους για επιβίωση του μέσω της μείωσης των διαθέσιμων πόρων ενός ασθενούς πληθυσμού. Στις σχέσεις «Κυνηγού»-«Θηράματος» ο «Κυνηγός» προσπαθεί να εξασφαλίσει περισσότερους πόρους με ταυτόχρονη αύξηση του πληθυσμού του μέσω της δραστηκής μείωσης των ατόμων ενός ασθενούς πληθυσμού.

Σε αντίθεση λοιπόν με την πρακτική της σειριακής επαναληπτικής διαδικασίας βελτιστοποίησης για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του ΓΑ για ένα συγκεκριμένο πλήθος, το ίδιο πλήθος προβλημάτων (ως προς τις τιμές των παραμέτρων του ΓΑ) επιλύεται παράλληλα και το ΣΑ αναλαμβάνει να μεταβάλλει το μέγεθος του πληθυσμού κάθε προβλήματος ανάλογα της ευρωστίας του στο μεταπληθυσμό.

Η πρωτοτυπία της μεθόδου βελτιστοποίησης έγκειται:

- στον ορισμό συνάρτησης συνολικής ευρωστίας για τους πληθυσμούς που συνδυάζει:
 - ο πληροφορία που σχετίζεται με τη διασπορά του πληθυσμού στο χώρο των μ.σ,

- πληροφορίες που σχετίζονται με την ευρωστία των ατόμων του πληθυσμού ως σύνολο και την ευρωστία του περισσότερο εύρωστου ατόμου (elite),
- τη πιθανότητα διασταύρωσης που καθορίζει και την ταχύτητα παραγωγής νέων λύσεων
- στη μεταβαλλόμενη πίεση για προσαρμογή που ασκείται στον μεταπληθυσμό μέσω προφίλ μεταβολής των διαθεσίμων πόρων και μίας ασαφούς συνάρτησης για την εκτίμηση από τους πληθυσμούς της έλλειψης πόρων,
- στο γεγονός ότι το αποτέλεσμα της σύγκρουσης μεταξύ δύο πληθυσμών υπολογίζεται μέσω μίας ασαφούς στοχαστικής συνάρτησης προσδίδοντας στον αλγόριθμο τα επιθυμητά χαρακτηριστικά των συνεξελικτικών μεθόδων.

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε δύο συναρτήσεις αναφοράς με μεγάλο πλήθος ολικών και τοπικών ακρότατων και στο βέλτιστο σχεδιασμό ισοστατικών δικτυωμάτων με περιορισμούς αξιοπιστίας. Για τις παραμέτρους της μεθόδου βελτιστοποίησης πραγματοποιήθηκε πλήθος αναλύσεων με στόχο τη βαθύτερη κατανόηση των αλληλεπιδράσεων των διαφόρων παραμέτρων και της τελικής επίδρασης τους στην ευρωστία και τον υπολογιστικό φόρτο (δηλ. το πλήθος των σχεδιασμών που εξετάζονται έως τη σύγκλιση του συνόλου των πληθυσμών). Από τα αποτελέσματα παρατηρείται ότι η μέθοδος παρουσιάζει αυξημένη ευρωστία σε σχέση με το ίδιο πλήθος γενετικών αλγορίθμων που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, για κάθε ένα από τα προβλήματα που εξετάστηκαν και για πλήθος προφίλ μεταβολής των διαθεσίμων πόρων.

Στη συνέχεια η μέθοδος συνδυάζεται με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας, για το βέλτιστο σχεδιασμό με περιορισμούς αξιοπιστίας υπερστατικών δικτυωμάτων και χωροδικτυωμάτων. Η ενιαία μέθοδος παρουσιάζει αυξημένη ευρωστία με μειωμένο υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με τα αποτελέσματα που λαμβάνονται για το ίδιο πλήθος γενετικών αλγορίθμων που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Στο 5^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται σκέψεις και ιδέες για την περαιτέρω ανάπτυξη των μεθόδων καθώς και την επέκτασή τους σε προβλήματα πλαισίων στο χώρο και σε θέματα πολυκριτηριακού βέλτιστου σχεδιασμού.

ABSTRACT

In this thesis, the reliability based optimal design of indeterminate truss structures under static loading is discussed. The thesis objective is the development of new methods to obtain “reliable designs” that minimize the life cycle cost for a particular problem. The term “reliable designs” is used to define designs that comply with the safety criteria.

Chapter 1 surveys the state of the art of reliability analysis methods for complex systems. Particular attention is paid on importance sampling methods. In chapter 2, the state of the art of optimization methods for structural systems is presented. Particular attention is paid on heuristic methods like Genetic Algorithms and Evolutionary Strategies.

In chapter 3, a method for the reliability analysis of complex structures is presented. The main objective of the method is the reduction of the necessary computing effort for an accurate evaluation of the failure probabilities of the structure and its elements. This is achieved through partitioning of the probabilistic space and subsequent sampling in the areas close to the fail-safe surfaces. The method initially focuses on the estimation of the relative importance of the random variables of the problem dividing the original vector in two sub-vectors containing the critical and non-critical random variables. The probabilistic space is divided, with regard to the median values of the critical random variables, into $2^{N_{act}}$ mutually exclusive hypercubes of equal size where N_{act} is the number of critical random variables. Following that, the method calculates the fitness of each hypercube. The subset of hypercubes that satisfy the fitness criteria are selected for further analysis. The information with regard to the relative importance of the random variables and the fitness of hypercubes is obtained from the construction of incomplete failure modes. In particular, the position in the probabilistic space of the maximum likelihood points of these modes, is used to determine the importance of the random variables and the fitness of the hypercubes. An incomplete failure mode defines a sequence of failure events, that result to considerable deterioration of the resistance capacity of the structure. The “branch and bound” method is used for the construction of these modes. For the selected hypercubes a one dimensional search determines the point of intersection of the principal diagonal of the hypercube and the fail-safe surface in the hypercube under examination of the structure. From this point the sampling space is determined. The failure probabilities and the error estimates for the structure and its elements are calculated from the subsequent sampling of the hypercubes that satisfy the sampling

criteria. The accuracy and computational efficiency of the method is examined for numerous unimodal and multimodal problems and a number of indeterminate plane and space trusses. The results from the analyses show that the method is accurate and computationally inexpensive.

In chapter 4, an optimization method that combines the standard Genetic Algorithm with a scheme of Competing Populations is presented. The objective of this task is the development of a method that combines the advantages of Genetic Algorithms and co-evolutionary methods for improved robustness and high computational efficiency. The scheme of Competing Populations is used to control the size of populations of the independently evolving Genetic Algorithms attributing more resources to strong populations in the expense of the weak ones. A population is defined as strong if its performance index is above average. The performance index is given as a function of the fitness of the elite individual and of the population, its diversity index and the amount of resources needed to sustain the population under examination. The re-allocation of resources takes place when the available resources are not sufficient to sustain the entire set of populations. Strong populations engage weaker ones, forming couples of engagement, to increase their probabilities of survival. The couples of engagement and the outcome of the various conflicts are determined via a set of probabilistic rules. The method is examined for a number of multimodal problems and for the reliability analysis of two determinate truss structures. Numerous studies are performed to examine the effects of the parameters of the competition scheme. The results show that the proposed scheme is more robust and less computationally expensive than the multi-GA of multiplicity n . A multi-GA of multiplicity n is defined as a set of Genetic Algorithms with n fixed sets of parameters that evolve in the system in complete isolation.

The methods of chapters 3 and 4 are combined for the reliability based optimal design of indeterminate truss structures, subject to static loads, of medium complexity. The term “medium complexity” is used to define problems with 10~20 random variables and numerous modes of failure. The method is applied for the derivation of optimal “reliable designs” for a 10 bar plane truss and a 25 bar space truss. The analysis of the results shows that the combined method manages to obtain reliable designs more frequently and in less time than the multi-GA of multiplicity n .

Finally in chapter 5, thoughts and ideas for the expansion of the combined method for the reliability based multi-objective design of space structures are presented.

ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ

Αρκτικόλεξο	Επεξήγηση
COV	Δείκτης Μεταβλητότητας
IFM	Incomplete Failure Mode – Μη Πλήρης Αλληλουχία Αστοχίας
MC	Μέθοδος Monte Carlo
SPC	Single Point Crossover – Διασταύρωση Μονού Σημείου
DPC	Double Point Crossover - Διασταύρωση Διπλού Σημείου
MPC	Multi Point Crossover - Διασταύρωση Πολλαπλού Σημείου
SPVC	Single Point per Variable Crossover – Διασταύρωση Μονού Σημείου ανά μεταβλητή
UC	Uniform Crossover - Διασταύρωσης με χρήση μάσκας
ΓΑ	Γενετικοί Αλγόριθμοι
μΓΑ	μικρό-ΓΑ
ΕΣ	Εξελικτικές Στρατηγικές
μ.σ	Μεταβλητή Σχεδιασμού
ΠΜΔΠ	Προφίλ Μεταβολής Διαθεσίμων Πόρων
ΣΑ	Σχήμα Ανταγωνισμού
ΣΠΠ	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας
ΑΣΠ	Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας
τ.μ	Τυχαία Μεταβλητή
ΩΣ	Ωπλισμένο Σκυρόδεμα

ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

Πίνακας Συμβόλων 1^{ου} Κεφαλαίου

Σύμβολο	Επεξήγηση
COV_x	Δείκτης μεταβλητότητας της μεταβλητής x
C_x	Μητρώο Συνδιασποράς του διανύσματος x
C_{XY}	Συνδιασπορά των μεταβλητών X και Y
D_i^M	Υποχώριο του Πιθανοτικού Χώρου M διαστάσεων
$F_X(x)$	Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας
$F_X(x;t)$	Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας της στοχαστικής ανέλιξης x
$g(x)$	Προσεγγιστική συνάρτηση οριακής αντοχής
$G(x)$	Συνάρτηση βαρύνουσας δειγματοληψίας
G, Q, W	Φορτία (βαρύτητας, Κινητά, Τυχηματικά)
L, S, R	Μητρώα δειγματοληψίας λατινικού υπερκύβου
MTBF	Μέσος χρόνος μεταξύ διαδοχικών βλαβών - Mean Time Between Failures
MTTF	Μέσος χρόνος ως τη βλάβη (Mean Time To Fail)
P	Φορτίο
P_f	Πιθανότητα αστοχίας
$P_{f,s}$	Πιθανότητα αστοχίας συστήματος
P_{fL}	Κάτω όριο πιθανότητας αστοχίας
P_{fU}	Άνω όριο πιθανότητας αστοχίας
$Pr(A)$	Πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A
R	Αξιοπιστία
S	Σύνολο – Σύστημα
i	Αμοιβαίως αποκλειόμενο και σε σύνολο πλήρες γεγονός
$f_X(x)$	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Σύμβολο	Επεξήγηση
$f(x)$	Συνάρτηση οριακής αντοχής
$f_X(x;t)$	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της στοχαστικής ανέλιξης x
$h(x;t)$	Συνάρτηση επικινδυνότητας του x
k	Υπερστατικότητα
m_n	Ροπή n -οστής τάξης
mod	Τελεστής modulo
n	Πλήθος δειγμάτων
n_A	Πλήθος δειγμάτων που εμφανίζεται το γεγονός A
n_e	Πλήθος μελών συστήματος
n_R	Πλήθος προγενέστερων τιμών της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών που απαιτούνται για τον υπολογισμό της επόμενης τιμής της ακολουθίας
r_{XY}	Συντελεστής συσχέτισης των μεταβλητών X και Y
t_{exp}	Χρόνος έκθεσης σε κίνδυνο
x_i	Ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών
β	Δείκτης αξιοπιστίας – Λόγος σχετικού λάθος εκτίμησης προς πιθανότητα αστοχίας – Δείκτης Πολιτικών Αποφάσεων
β_{HL}	Δείκτης αξιοπιστίας κατά Hasofer-Lind
γ	Λοξότητα - Συντελεστής Σημαντικότητας
$\gamma_G, \gamma_Q, \gamma_W, \gamma_S, \gamma_L$	Μερικοί Συντελεστές ασφαλείας
ε	Σχετικός λάθος εκτίμησης
ζ	Αποτέλεσμα πειράματος
η_x	Μέση τιμή της μεταβλητής x
σ_x	Τυπική απόκλιση της μεταβλητής x
ψ_W, ψ_Q	Μειωτικοί συντελεστές ασφαλείας
Ω	Γενικευμένο σύνολο

Πίνακας Συμβόλων 2^{ου} Κεφαλαίου

Σύμβολο	Επεξήγηση
$F \succ G$	Κυριαρχία της λύσης F στη λύση G
$A \xrightarrow{+} B$	Θετική επίδραση του A στο B
$A \xrightarrow{-} B$	Αρνητική επίδραση του A στο B
$C_F(\mathbf{x}, t)$	Κόστος δομικής αστοχίας
$C_m(\mathbf{x}, t)$	Κόστος συντήρησης
$C_o(\mathbf{x}, t)$	Κόστος κατασκευής
$C_R(\mathbf{x}, t)$	Κόστος αντικατάστασης
\mathbf{D}^n_{opt}	Γειτονιά βέλτιστης λύσης
DPC	Διασταύρωση διπλού σημείου – Double Point Crossover
$g(\mathbf{x})$	Ανισοτικός Περιορισμός
L'	Μήκος ακολουθίας δυφίων (σχήμα)
N_p	Πλήθος ατόμων του ΓΑ
a^*_{q-1}	Βήμα (προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού)
\mathbf{d}_j	Διάνυσμα σταθερών μεταβλητών
\mathbf{D}^n	Χώρος σχεδιασμού
$f(H)$	Ευρωστία ακολουθίας δυφίων
$f(\mathbf{x})$	Αντικειμενική συνάρτηση
H	Ακολουθία δυφίων (σχήμα)
$h(\mathbf{x})$	Ισοτικός περιορισμός
L	Μήκος χρωμοσώματος
$L(\mathbf{x}, \lambda)$	Συνάρτηση Langrange
$L_j^{(q)}$	Κάτω όριο ελέγχου της μεθόδου των μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων
$m(H)$	Πλήθος συγκεκριμένης ακολουθίας δυφίων H

Σύμβολο	Επεξήγηση
P_0	Πιθανότητα μετάλλαξης τη χρονική στιγμή $t=0$
P_{cr}	Πιθανότητα διασταύρωσης
P_m	Πιθανότητα μετάλλαξης
r	συντελεστής σχετικής μείωσης θερμοκρασίας
R_{sphere}	Ακτίνα Εγγεγραμμένης Υπεσφαίρας
S_{q-1}	Διάνυσμα κατεύθυνσης
t_{half}	Ταχύτητα μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης
$U_j^{(q)}$	Άνω όριο ελέγχου της μεθόδου των μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων
w_i	Σχετικό βάρος
x_q	Μέλλουσα λύση
x_{q-1}	Παρούσα λύση
z_i	Διάνυσμα δυφίων (μεταβλητών 0-1)
B	Προσέγγιση εσσιανού μητρώου
$\delta(H)$	Μήκος ακολουθίας δυφίων
Δf	Διαφορά τιμής γειτονικών λύσεων
δ_x	Διαφορά διαδοχικών λύσεων
H	Εσσιανό μητρώο
$H(b_i, b_j)$	Απόσταση κατά Hamming
λ	Συντελεστής μείωσης αξίας κεφαλαίου
λ_G, λ_H	Ενιαίοι συντελεστές ποινής
ξ	Επιπρόσθετη τεχνητή μεταβλητή
$O(H)$	Τάξη ακολουθίας δυφίων
T_K	Θερμοκρασία κατά την k φάση της διαδικασίας βελτιστοποίησης
Φ	Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας κανονικής κατανομής - Αυθαίρετα μεγάλη τιμή
$\Phi_i(x)$	Συντελεστής απομείωσης ευρωστίας λύσης

Σύμβολο	Επεξήγηση
SPC	Διασταύρωση μονού σημείου – Single Point Crossover
UC	Διασταύρωση με χρήση μάσκας – Uniform Crossover
$T[]$	Τελεστής ποινής
T_{init}	Αρχική τιμή της θερμοκρασίας

Πίνακας Συμβόλων 3^{ου} Κεφαλαίου

Σύμβολο	Επεξήγηση
$\Pr(S_j < 0, \dots, S_{j_m} < 0)$	Πιθανότητα του γεγονότος τα μέλη j ως j_m να βρίσκονται σε κατάσταση αστοχίας
\mathbf{x}_i^*	Σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας του i μέλους
\bar{z}_i	Διάμεσος της i τ.μ.
\bar{v}_j	Σχετικό βάρος υπερκύβου
\hat{v}_j	Σχετικό βάρος υπερκύβου του αναδιπλωμένου πιθανοτικού χώρου
\tilde{v}_j	Σχετικό βάρος του υπό εξέταση χωρίου στον υπερκύβο
δ_j^k	Πρόσημο διανύσματος του k υπερκύβου για τη j τ.μ
δ_j^s	Πρόσημο της s ομάδας μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας για τη j τ.μ
$V_{f,(k,s)}$	Ευρωστία του k υπερκύβου λόγω της s ομάδας μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας
$V_{f,k}$	Συνολική ευρωστία του k υπερκύβου
$F_i^{-1} [.]$	Ανάστροφη αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας της i τ.μ,
$\bar{\lambda}$	Αδιάστατη λυγηρότητα
$v^+(x)$	Συχνότητα υπέρβασης
$f_{x\dot{x}}(x, \dot{x})$	Κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της $F(X;t)$ και της χρονικής παραγώγου $F(\dot{X};t)$
$\max\{E[Pf,s;t]\}$	Μέγιστη τιμή χρονικού μέσου της εκτίμησης πιθανότητας αστοχίας
$\min\{E[Pf,s;t]\}$	Ελάχιστη τιμή χρονικού μέσου της εκτίμησης πιθανότητας αστοχίας
Abs	Άθροισμα απολύτων διαφορών των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και της μεθόδου MC
$E[P_{f,s}(t)]$	Μέση χρονική τιμή της πιθανότητας αστοχίας
$L[IFM]$	Μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας

Σύμβολο	Επεξήγηση
LC	Συνδυασμός φόρτισης
$N_{e,i}$	Μήκος της i αλληλουχίας αστοχίας
N_g	Πλήθος των ομάδων των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας
N_m	Πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας
N_s	Πλήθος υπερκύβων που επιλέγονται για δειγματοληψία
$N_{s,act}$	το πλήθος των ενεργών τ.μ της s ομάδας
$P_{f,j}$	Πιθανότητα εμφάνισης της j μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας – Πιθανότητα αστοχίας του j υπερκύβου
$P_{f,j,tot}$	Άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων αστοχίας της κατασκευής
$P_{f,s}(t)$	Χρονική εξέλιξη της πιθανότητας αστοχίας
P_{max}	Μέγιστη τιμή της επιμέρους πιθανότητας αστοχίας των υπερκύβων στους οποίους έχει πραγματοποιηθεί δειγματοληψία
R_d	Αντοχή σχεδιασμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα
S_d	Δρώσα δύναμη σχεδιασμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα
$S_i(\mathbf{x})$	Προσεγγιστική συνάρτηση οριακής αντοχής του i μέλους
$S_{i,s}$	Περιθώριο ασφαλείας της i πλήρους αλληλουχίας αστοχίας
SI_s	Σχετική σημασία της s ομάδας
S_s	Σύνολο – Σύστημα
SW_k	Χαρακτηριστική τιμή ιδίου βάρους
$V_{f,max}, V_{f,min}$	Μέγιστη και ελάχιστη τιμή ευρωστίας υπερκύβων
$V_{RV,i}$	Σχετική σημασία της i τ.μ
\mathbf{x}_o	Διάνυσμα των διάμεσων τιμών των τ.μ του προβλήματος
A	Εμβαδόν διατομής
$\alpha_{i,j}$	Συντελεστής κατεύθυνσης του i μέλους για τη j τ.μ
Δ	Άθροισμα σχετικών διαφορών των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και της μεθόδου MC
E	Δείκτης ελαστικότητας του υλικού

Σύμβολο	Επεξήγηση
b	Σημείο καθορισμού του υπερκύβου λειτουργίας
D	Πιθανοτικός χώρος
D_k	k-οστός υπερκύβος του πιθανοτικού χώρου
$f_{cut-off}$	τιμή κατωφλίου της ευρωστίας των υπερκύβων
F_i	Το i-οστό γεγονός αστοχίας
f_{RV}	Τιμή κατωφλίου για το διάλυση των τ.μ.
$f_{s,c}$	Τιμή κατωφλίου της ελάχιστης πιθανότητας αστοχίας για συνέχιση της δειγματοληψίας στον j υπερκύβο
$f_{s,cp}$	Ελάχιστο ποσοστό δειγμάτων πριν την ενεργοποίηση του 2 ^{ου} κριτηρίου τερματισμού δειγματοληψίας
f_{vol}	Συντελεστής απομείωσης του όγκου του υπερκύβου λειτουργίας
G, Q, W	Φορτία (βαρύτητας, Κινητά, Τυχηματικά)
G _k , Q _k , W _k	Χαρακτηριστικές τιμές φορτίων (βαρύτητας, Κινητά, Τυχηματικά)
k	Υπερστατικότητα
k	Απεικόνιση του k-οστού υπερκύβου (ως διάλυση δυφίων)
L _j	Επιβαλλόμενο φορτίο στο j μέλος
$\max \{n_{fj}\}$	Πλήθος γεγονότων αστοχίας για τον τερματισμό της διαδικασίας δειγματοληψίας στον j υπερκύβο
$\max \{n_f\}$	Πλήθος απαιτούμενων γεγονότων αστοχίας για το πρόβλημα
mod	Τελεστής modulo
n	Πλήθος δειγμάτων – πλήθος δυνατών αλληλουχιών αστοχίας
N _{act}	Πλήθος κρίσιμων τυχαίων μεταβλητών
n _e	Πλήθος μελών συστήματος
n _f	Πλήθος δειγμάτων αστοχίας
n_{fj}	Πλήθος των γεγονότων αστοχίας για τον j υπερκύβο
$n_{f,j,i}$	Πλήθος δειγμάτων που προκαλούν την αστοχία της κατασκευής στον j υπερκύβο σύμφωνα με την i πλήρη αλληλουχία αστοχίας

Σύμβολο	Επεξήγηση
$n_{j,c}$	Ελάχιστο πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων ανά υπερκύβο
N_{RV}	Πλήθος τυχαίων μεταβλητών
$n_{s,j}$	Πλήθος των γεγονότων λειτουργίας για τον j υπερκύβο
P	Συνάρτηση φορτίου
P_f	Πιθανότητα αστοχίας
$P_{f,s}$	Πιθανότητα αστοχίας συστήματος
$P_{f,s}(r_d)$	Πιθανότητα αστοχίας κατασκευής μετά από προσθήκη ή βλάβη μελών της κατασκευής
$P_{f,s}(r_o)$	πιθανότητα αστοχίας της αρχικής κατασκευής
R	Συντελεστής συσχέτισης
R_j	Συνολική αντοχή του j μέλους
S	Συνάρτηση οριακής αντοχής
S_j	Περιθώριο ασφαλείας του j μέλους
t	Χρόνος της προτεινόμενης μεθόδου
t_{MC}	Χρόνος για τη μέθοδο MC
V	Τρωτότητα
x_i	Ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών
α	Σημείο τομής της κυρίας διαγωνίου του υπερκύβου και της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας – Συντελεστής ατελειών
β	Δείκτης αξιοπιστίας
β_A	Λόγος ενεργού προς τη συνολική επιφάνεια
$\gamma_G, \gamma_Q, \gamma_W, \gamma_S, \gamma_L$	Μερικοί Συντελεστές ασφαλείας
ε	Μικρή θετική ποσότητα – Σχετικό λάθος εκτίμησης
σ_y	Τάση διαρροής του χάλυβα
$\sigma_{y,k}$	Χαρακτηριστική τιμή της τάση διαρροής του χάλυβα
χ	Μειωτικός συντελεστής αντοχής σε θλίψη λόγω λυγισμού

Σύμβολο	Επεξήγηση
Ψ_W, Ψ_Q	Μειωτικοί Συντελεστές Ασφαλείας
I_{x-x}	Ροπή αδρανείας στη διεύθυνση λυγισμού
N_{FM}	Πλήθος πλήρων αλληλουχιών αστοχίας
N_{sim}	Πλήθος δειγμάτων για την προτεινόμενη μέθοδο
$N_{sim,MC}$	Πλήθος δειγμάτων για τη μέθοδο MC
N_{ss}	Πλήθος υπερκύβων που πληρούν το κριτήριο ευρωστίας
$\Phi()$	Συγκεντρωτική Συνάρτηση Πιθανότητας της κατανομής Gauss

Πίνακας Συμβόλων 4^{ου} Κεφαλαίου

Σύμβολο	Επεξήγηση
$\min_{i,j} \{f_{ij}(\mathbf{x})\}$	Ελάχιστη τιμή ισοδύναμης αντικειμενικής συνάρτησης για το σύνολο των ατόμων και των συνεξελισσόμενων πληθυσμών
$\hat{f}_{ij}(\mathbf{x})$	Ευρωστία λύσης
$rank(\hat{f}_{ij})$	Θέση του i ατόμου στον j πληθυσμό
\bar{U}_i	Ανηγμένος δείκτης ομοιομορφίας της i τ.μ
$\min_i \{\bar{U}_i\}$	Ελάχιστη τιμή ομοιομορφίας για το σύνολο των τ.μ
$E[\bar{U}_i]$	Μέση τιμή ομοιομορφίας για το σύνολο των τ.μ
$\bar{T}[\]$	Τελεστής έλλειψης πόρων
$\bar{\bar{T}}[\]$	Τελεστής αποτελέσματος εμπλοκής
$\bar{\bar{\bar{T}}}[\]$	Τελεστής ευρωστίας του αλγορίθμου
$\Delta N(t)$	Πλήθος των ατόμων που δεν μπορούν να διατηρηθούν στο μεταπληθυσμό
$Pr_R(pop_j)$	Πιθανότητα επιλογής του πληθυσμού j από τον πληθυσμό i για εμπλοκή
$\sigma_{[V_k]}^2$	Διασπορά της ευρωστίας του πληθυσμού
N_i^{t+1}, N_i^t	Πλήθος ατόμων του i πληθυσμού τις γενεές $t+1$ και t
\bar{f}	Παράμετρος ανοχής της σχετικής διαφοράς των τιμών των περισσότερο εύρωστων σχεδιασμών της προτεινόμενης μεθόδου με τον παράλληλο ΓΑ
$A \xrightarrow{-} B \ B \rightarrow A$	Σχέση ανταγωνισμού
$A \xrightarrow{-} B \ B \xrightarrow{+} A$	Σχέση Κυνηγού-Θηράματος
\mathbf{B}^L	Χώρος απεικόνισης των χρωμοσωμάτων
B_j	Ευρωστία της καλύτερης λύσης του j πληθυσμού
CE	Λόγος του υπολογιστικού φόρτου του σχήματος βελτιστοποίησης
C_{fail}	Κόστος αστοχίας

Σύμβολο	Επεξήγηση
$C_{I,*}$	Παράμετροι κριτηρίων σύγκλισης
$C_{ij}(\mathbf{x})$	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης για τον i άτομο του j πληθυσμού
C_{mat}	Κόστος υλικού
C_{x_i, x_j}	Συνδιασπορά μεταξύ των μεταβλητών x_i και x_j
\mathbf{D}^n	Χώρος σχεδιασμού
D_j	Ποικιλότητα του j πληθυσμού
DPC	Διασταύρωση διπλού σημείου – Double Point Crossover
$E[V_k]$	Μέση τιμή ευρωστίας του πληθυσμού
$F()$	Συνάρτηση φορτίου
$f_i(h_i)$	Συντελεστής επιρροής
F_j	Ευρωστία των ατόμων του j πληθυσμού
g	Παράμετρος ελέγχου της ταχύτητας μεταβολής του μέγεθος των πληθυσμών
$H()$	Συνάρτηση Heaviside
L	Μήκος χρωμοσώματος
L_i	Μήκος της i μ.σ
$L_{s,j}$	Μήκος του j σχήματος
M	Συνάρτηση οριακής αντοχής
$N(t)$	Σύνολο ατόμων στο μεταπληθυσμό
$N_j(t)$	Πλήθος ατόμων του j πληθυσμού στη t γενεά
N_p	Πλήθος των πληθυσμών του μεταπληθυσμού
N_R	Πλήθος των τιμών σποράς που εξετάζονται
$N_{s,j}$	Πλήθος εμφανίσεων συγκεκριμένου σχήματος S_j
$N_{sh,i}$	Πλήθος των πιθανών σχημάτων
$N_{sol,CP}$	Πλήθος σχεδιασμών που εξετάζονται από την προτεινόμενη μέθοδο
$N_{sol,PGA}$	Πλήθος σχεδιασμών που εξετάζονται από τον παράλληλο ΓΑ

Σύμβολο	Επεξήγηση
N_t	Πλήθος των μελών του δικτυώματος
OE	Δείκτης συνολικής απόδοσης
$P_{init} P_{final}$	Αρχική και τελική τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης
$P_{f,j}$	Πιθανότητα αστοχίας μέλους
$P_{f,s}$	Πιθανότητα αστοχίας κατασκευής
$P_{f,s}^L$	Κάτω όριο Ditlevsen
$P_{f,s}^U$	Άνω όριο Ditlevsen
PI_j	Συνάρτηση συνολικής ευρωστίας του j πληθυσμού
$P_{j,lim}$	Όριο πιθανότητας αστοχίας μέλους
P_{cr}^j	Πιθανότητα διασταύρωσης για τον j πληθυσμό
$P_{R(f_i)_j}$	Πιθανότητα επιλογής του i ατόμου στον j πληθυσμό
$P_{s,lim}$	Όριο πιθανότητας αστοχίας κατασκευής
R	Αρχικώς διαθέσιμοι πόροι
R	Λόγος της ευρωστίας του σχήματος βελτιστοποίησης
$R()$	Συνάρτηση αντοχής
R_{avail}	Διαθέσιμοι πόροι
R_j	Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος για ένα άτομο του j πληθυσμού
R_{req}	Απαιτούμενοι πόροι
S_{CP}	Εκθέτης που καθορίζει την πίεση επιλογής σε επίπεδο πληθυσμών
S_j	Εκθέτης πίεσης επιλογής
SPC	Διασταύρωση μονού σημείου – Single Point Crossover
SPVC	Διασταύρωση μονού σημείου ανά μ.σ – Single Point Crossover per Design Variable
$t_{j,conv}$	Γενεά σύγκλισης για τον j πληθυσμό
U_i	Δείκτης ομοιομορφίας του i νήματος (νήμα = απεικόνιση μ.σ)
$Var[f_{jm}]$	Διασπορά της κατανομής των 0-1 στη m θέση για το j πληθυσμό

Σύμβολο	Επεξήγηση
V_i	Όγκος του i μέλους
V_{min}, V_{max}	τιμή ευρωστίας του χειρότερου και καλύτερου ατόμου
$W_{s,j}$	Σχετικό βάρος του σχήματος S_j
A	Αυθαίρετη σταθερά
ΔR	Πλεόνασμα ή Έλλειμμα Πόρων
ΔR_i	Μεταβολή των διαθεσίμων πόρων
t_{init}	Γενεά από την οποία η πιθανότητα μετάλλαξης αρχίζει να μεταβάλλεται
t_{half}	Ταχύτητα μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης
$E[]$	Μέση τιμή
a, b, c, w	Παράμετροι που ελέγχουν την ένταση των σχετικών διαφορών μεταξύ των επιμέρους παραγόντων της συνάρτησης συνολικής ευρωστίας
c_k	Συντελεστής ποινής του k ανισοτικού ή ισοτικού περιορισμού
d	Παράμετρος ελέγχου της μετάβασης από κατάσταση ηρεμίας σε κατάσταση σύγκρουσης
e, f	Παράγοντες που ελέγχουν την ασάφεια της σύγκρουσης
e_{ij}	Παράμετρος ασάφειας της εμπλοκής των πληθυσμών i και j
$f_{ij,r}$	Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του i ατόμου του j πληθυσμού για τη r τιμή σποράς
f_r	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού σε όλους τους πληθυσμούς
$g_k(\mathbf{x})$	Ανισοτικός περιορισμός
$h_k(\mathbf{x})$	Ισοτικός περιορισμός
m	Πλήθος μεταβολών του προφίλ διαθεσίμων πόρων
p	Πιθανότητα του διφύου να λαμβάνει τιμή ίση με 1
r	Τιμή σποράς
δ	Μικρή θετική ποσότητα
ε	Ανοχή ως προς τη παραβίαση των ισοτικών ή ανισοτικών περιορισμών

Σύμβολο	Επεξήγηση
ρ_{ij}	Δείκτης στατιστικής συσχέτισης
$\sigma[]$	Τυπική απόκλιση
σ_y	Τάση διαρροής του χάλυβα
$\sigma_{t,y}$	Τάση διαρροής του χάλυβα σε εφελκυσμό
$\sigma_{c,y}$	Τάση διαρροής του χάλυβα σε θλίψη
$T[]$	Τελεστής ποινης
Φ_2	Κοινή ΑΣΠ 2 κανονικών τ.μ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η ντετερμινιστική θεώρηση των κανονισμών επιτρεπομένων τάσεων για σχεδιασμό και ανάλυση των κατασκευών βασίζονται στην ελαστική ανάλυση και στην εξασφάλιση μη υπέρβασης ποσοστού των τάσεων διαρροής των χρησιμοποιούμενων υλικών (συντελεστής ασφαλείας). Χαρακτηριστικό της θεώρησης αυτής είναι η απουσία πληροφορίας ως προς τη μεταελαστική συμπεριφορά των υλικών και τη φύση των φορτίων. Η αναθεώρηση της φιλοσοφίας των κανονισμών με την υιοθέτηση μεθόδων συνολικής αντοχής που εισάγουν την έννοια των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας αποτελεί και το πρώτο βήμα προς την εισαγωγή της πιθανοτικής θεώρησης στην ανάλυση και σχεδιασμό των κατασκευών.

Οι κανονιστικές διατάξεις επικεντρώνονται στην εξασφάλιση ενός επιπέδου αντοχής για κάθε μέλος της κατασκευής ορίζοντας συντηρητικές τιμές για τις μεταβλητές του προβλήματος και τους επιμέρους συντελεστές ασφαλείας. Αναλόγως της σημαντικότητας των συνεπειών της αστοχίας της κατασκευής καθορίζονται αντίστοιχοι συντελεστές σημαντικότητας για το μέγεθος των φορτίων σχεδιασμού ορίζοντας εμμέσως, διαφορετικές πιθανότητες υπέρβασης για τις μεταβλητές αυτές. Οι διατάξεις αυτές, αποκρύπτοντας τον πιθανοτικό χαρακτήρα του προβλήματος, συνετέλεσαν στην ανάπτυξη της ψευδαίσθησης ότι είναι δυνατό να επιτευχθεί μέσω προσεκτικού σχεδιασμού και ανάλυσης, η απόλυτη ασφάλεια κάτι που λόγω της φύσεως του προβλήματος αποτελεί ανέφικτο στόχο. Ακόμα και στην περίπτωση που κάτι τέτοιο θα ήταν δυνατό να επιτευχθεί, μία τέτοια λύση θα είχε πολύ υψηλό κόστος και θα καθιστούσε την υλοποίησή της οικονομικά ασύμφορη. Επιπλέον οι διατάξεις αυτές αποδέχονται την ανάπτυξη βλαβών στις κατασκευές όταν τα επιβαλλόμενα φορτία είναι ίσα ή υπερβαίνουν τις αντίστοιχες τιμές σχεδιασμού. Αποτέλεσμα της αποδοχής αυτής είναι η εισαγωγή, κατά τη φάση του σχεδιασμού και ανάλυσης, αβεβαιοτήτων ως προς την απόκριση της κατασκευής καθώς η αστοχία μέλους ή μελών της κατασκευής οδηγεί σε ανακατανομή των τάσεων και της στιβαρότητας της.

Η ανάλυση βάσει των κανονιστικών διατάξεων δεν προσφέρει σημαντικές πληροφορίες ως προς την υπολειπόμενη αντοχή της στην περίπτωση πρόκλησης βλάβης. Οι κανονισμοί για να καλύψουν το πρόβλημα αυτό εισάγουν πλήθος πρόσθετων ελέγχων, στοχεύοντας στην εξασφάλιση ότι, οι αλληλουχίες αστοχίας με την υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης δεν θα επηρεάσουν σημαντικά την υπολειπόμενη αντοχή της κατασκευής. Αποτέλεσμα της πρακτικής αυτής είναι η αύξηση της πολυπλοκότητας των διατάξεων αυτών με αντίστοιχη

αύξηση της πιθανότητας λάθους κατά τη φάση της ανάλυσης¹. Η ένταξη των πρόσθετων διατάξεων ελλοχεύει κινδύνους παρερμηνείας των κανονισμών που μπορεί να οδηγήσουν σε εσφαλμένες αντιλήψεις για το ποιές πρακτικές οδηγούν σε αύξηση του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής και ταυτόχρονα μειώνουν την τρωτότητα της κατασκευής ως προς ενδεχόμενη αστοχία μέλους ή μελών της.

Οι συντελεστές ασφάλειας και σημαντικότητας, επιλέγονται κατά τρόπο ώστε η έκθεση σε ρίσκο των χρηστών της κατασκευής να είναι χαμηλότερη της κοινωνικά και οικονομικά αποδεκτής τιμής για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα². Η οικονομικά αποδεκτή τιμή του ρίσκου επιλέγεται με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους ζωής της κατασκευής. Το κόστος ζωής της κατασκευής περιλαμβάνει, το κόστος κατασκευής, το κόστος συντήρησης, το κόστος επισκευής σε περίπτωση δομικής αστοχίας και το κόστος μίας πιθανής ολικής αστοχίας. Η κοινωνικά αποδεκτή τιμή του ρίσκου δεν συναρτάται μόνον με πλήθος μονοσήμαντα ορισμένων οικονομοτεχνικών κριτηρίων αλλά σχετίζεται και με κοινωνικές παραμέτρους². Η αποδεκτή τιμή του ρίσκου πρέπει να ικανοποιεί την κοινωνικά αποδεκτή τιμή η οποία για λόγους οικονομικότητας πρέπει να μην διαφοροποιείται σημαντικά από την οικονομικά αποδεκτή τιμή. Σύμφωνα με την αποδεκτή τιμή του ρίσκου, υπολογίζεται στην συνέχεια η αποδεκτή πιθανότητα αστοχίας η οποία αποτελεί και το άνω όριο της πιθανότητας αστοχίας για το σύνολο των μελών της κατασκευής³. Η επιβολή των συντελεστών ασφάλειας και σημαντικότητας, των κανονισμών, αφαιρεί τη δυνατότητα από τον κύριο του έργου να γνωρίζει την πραγματική έκθεση σε κίνδυνο των χρηστών του έργου λαμβάνοντας υπόψη την ικανότητα ανακατανομής των εντάσεων σε περίπτωση αστοχίας μέλους ή μελών του υποψήφιου σχεδιασμού, στερώντας του τη δυνατότητα άμεσης σύγκρισης διαφορετικών σχεδιασμών σε επίπεδο κατασκευής.

¹ Elishakoff, I., Hasofer, A.M. (1996) “Detrimental or serendipitous effect of human error on reliability of structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 129:1-7.

² Lind, N.C., (2002) “Social and Economic Criteria of acceptable risk”, *Reliability Engineering and System Safety*, 78(1):21-25.

³ Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Springer Verlag, Berlin, Germany

Στο άμεσο μέλλον αναμένεται να τεθούν σε ισχύ κανονιστικές διατάξεις⁴ σύμφωνα με τις οποίες η υποψήφια λύση θα θεωρείται επαρκής εφόσον η πιθανότητα αστοχίας του περισσότερο κρίσιμου μέλους της θα είναι μικρότερη μίας κοινωνικά αποδεκτής τιμής. Οι διατάξεις αυτές πέρα της μονοσήμαντης απάντησης περί της αποδοχής ή όχι μίας συγκεκριμένης λύσης θα προσφέρουν και μία πρώτη συντηρητική εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής. Σε κάθε περίπτωση όμως, δεν θα είναι σε θέση να δώσουν απαντήσεις ως προς τις ευεργετικές συνέπειες της ικανότητας αναδιανομής των εντάσεων στην κατασκευή σε περίπτωση αστοχίας ενός ή περισσότερων μελών της. Μειονέκτημα ως προς τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις του πιθανοτικού κανονισμού ανάλυσης είναι η απαίτηση γνώσης, των στατιστικών χαρακτηριστικών των φορτίων στα οποία θα εκτεθεί η κατασκευή, των αλληλεπιδράσεων τους, των αβεβαιοτήτων των ιδιοτήτων των υλικών και τη φέρουσα ικανότητα των δομικών στοιχείων της κατασκευής.

Οι μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας των κατασκευών δεν εστιάζουν την προσοχή τους στο ερώτημα της αποδοχής ή μη αποδοχής μίας υποψήφιας λύσης. Στόχος της ανάλυσης αξιοπιστίας των κατασκευών είναι ο υπολογισμός των δεικτών αξιοπιστίας των μελών της κατασκευής και του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως σύνολο. Αποτέλεσμα της ανάλυσης είναι η αντιστοίχιση σε κάθε σχεδιασμό της πιθανότητας μη επιθυμητής απόκρισης ή απόκρισης εκτός των προκαθορισμένων ορίων σε συνδυασμό των δρώντων φορτίων. Η πιθανότητα αυτή ορίζεται ως η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής.

Μέσω της ανάλυσης των αποτελεσμάτων υπολογίζεται η τρωτότητα της κατασκευής ως προς αλληλουχίες αστοχίας δίδοντας τη δυνατότητα αντικειμενικής αξιολόγησης της απόδοσης κάθε σχεδίασης και της αναγνώρισης των αδύνατων σημείων της υποψήφιας λύσης. Η ανάλυση αξιοπιστίας δίδει τη δυνατότητα στο μελετητή να αξιολογήσει άμεσα τις ευεργετικές συνέπειες της ενεργού υπερστατικότητας στο δείκτη αξιοπιστίας.

Στον κύριο του έργου η γνώση της πιθανότητας αστοχίας του υποψήφιου σχεδιασμού του δίνει τη δυνατότητα αφενός της άμεσης σύγκρισης της πιθανότητας αυτής με την κοινωνικά αποδεκτή πιθανότητα αστοχίας με αντίστοιχη απόρριψη ή αποδοχή του υποψήφιου σχεδιασμού και αφετέρου της άμεσης σύγκρισης με την οικονομικά αποδεκτή πιθανότητα

⁴ JCSS, (2001) “*Probabilistic Model Code, Part 1, Basis of design, 12th Draft*”, Joint Committee on Structural Safety.

αστοχίας. Η γνώση αυτή του προσφέρει τη δυνατότητα παρέμβασης στις μεταβλητές σχεδιασμού ώστε η τελική λύση να πληροί αφενός το ανελαστικό κριτήριο της κοινωνικά αποδεκτής πιθανότητας αστοχίας και αφετέρου η λύση αυτή να πληροί και τα κριτήρια οικονομικότητας (ελαχιστοποιώντας το κόστος ζωής της κατασκευής). Η ανάλυση αξιοπιστίας εξασφαλίζει έναν ενιαίο τρόπο αντιμετώπισης του προβλήματος σχεδιασμού και ανάλυσης, οδηγώντας στην πλήρη ενοποίηση των κανονισμών σχεδιασμού και ανάλυσης των κατασκευών.

Μειονέκτημα των μεθόδων ανάλυσης αξιοπιστίας είναι το υψηλό υπολογιστικό τους κόστος σε σχέση με το αντίστοιχο ντετερμινιστικό πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι ισχύουσες διατάξεις στην περίπτωση που δεν υφίσταται αναλυτική λύση για το πρόβλημα αυτό. Επιπρόσθετα όπως και στην περίπτωση του πιθανοτικού κανονισμού ανάλυσης, απαιτείται η σε βάθος γνώση των παραμέτρων των κατανομών των μεταβλητών που υπόκεινται σε τυχαιότητα και οι τυχόν αλληλεπιδράσεις τους. Η εξέλιξη της υπολογιστικής ισχύος των Η/Υ μας δίδει τη δυνατότητα να επιλύσουμε πλήθος προβλημάτων με τη βοήθεια μεθόδων αξιοπιστίας σε εύλογο υπολογιστικό χρόνο.

Στόχος των μεθόδων βελτιστοποίησης είναι η επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος ως προς συγκεκριμένο κριτήριο ικανοποιώντας πλήθος περιορισμών. Βασική αρχή του βέλτιστου σχεδιασμού είναι, η κατανομή των διαθέσιμων πόρων κατά τρόπο που να μεγιστοποιείται η ωφέλεια από τη χρήση του έργου. Στην περίπτωση συνδυασμού των μεθόδων βελτιστοποίησης με τις κανονιστικές διατάξεις ως αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται συνήθως το κόστος ανέγερσης της κατασκευής και ως συναρτήσεις περιορισμού ορίζονται οι περιορισμοί αντοχής και λειτουργικότητας των μελών και ημιεμπειρικές σχέσεις ως προς πλήθος χαρακτηριστικών της κατασκευής. Ο συνδυασμός αυτός είναι δυνατόν να οδηγήσει σε σχεδιασμούς που πληρούν μεν τις διατάξεις των κανονισμών αλλά δεν συμβαδίζουν με τη γενικότερη φιλοσοφία τους, με αποτέλεσμα να παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις του δείκτη αξιοπιστίας μεταξύ των προτεινόμενων ως «βέλτιστων» λύσεων.

Ο συνδυασμός των μεθόδων βελτιστοποίησης με μεθόδους πιθανοτικής ανάλυσης αντιμετωπίζει άμεσα το πρόβλημα αυτό, καθώς ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής εισάγεται ως περιορισμός σχεδιασμού του προβλήματος βελτιστοποίησης. Στην περίπτωση δε, της εισαγωγής της πιθανότητας αστοχίας στην αντικειμενική συνάρτηση με στόχο την ελαχιστοποίηση κόστους ζωής, η διαδικασία βελτιστοποίησης οδηγεί νομοτελειακά σε σχεδιασμούς με χαμηλή τρωτότητα ως προς τις αλληλουχίες αστοχίας των μελών τους.

Στόχος της διατριβής αυτής είναι η ανάπτυξη μίας μεθοδολογίας για το βέλτιστο σχεδιασμό κατασκευών με περιορισμούς αξιοπιστίας, αντιμετωπίζοντας άμεσα τα προβλήματα που προκύπτουν σε επίπεδο σχεδιασμού και σχετίζονται με την ασφάλεια της κατασκευής. Σκοπός είναι η εύρεση λύσεων που ελαχιστοποιούν το αναμενόμενο κόστος εξασφαλίζοντας τις απαιτήσεις ασφαλείας σε επίπεδο κοινωνικά αποδεκτών πιθανοτήτων αστοχίας.

Η διατριβή απαρτίζεται από 5 κεφάλαια. Στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι περισσότερο δημοφιλείς μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας με έμφαση στις μεθόδους ανάλυσης πολύπλοκων συστημάτων. Στο 2^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι βελτιστοποίησης με εφαρμογή σε προβλήματα μηχανικής με έμφαση στις ευρετικές μεθόδους βελτιστοποίησης (Γενετικούς Αλγορίθμους και Εξελικτικούς Αλγορίθμους) που παρουσιάζουν ιδιαίτερα υψηλή ευρωστία σε προβλήματα συνδυαστικού χαρακτήρα που παρουσιάζονται συνήθως σε προβλήματα σχεδίασης και ανάλυσης κατασκευών. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων που βασίζεται στην κατάτμηση του πιθανοτικού χώρου και στη δειγματοληψία στις περιοχές των διεπιφανειών αστοχίας-ασφαλείας. Η ακρίβεια και το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου συγκρίνονται με άλλες μεθόδους για πλήθος πολυμορφικών και μονομορφικών προβλημάτων αναφοράς και με τη μέθοδο Monte Carlo για πλήθος υπερστατικών δικτυωμάτων και χωροδικτυωμάτων διαφόρων επιπέδων πολυπλοκότητας. Στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται μέθοδος βελτιστοποίησης που συνδυάζει ένα σχήμα ανταγωνισμού πληθυσμών με τον κλασικό Γενετικό Αλγόριθμο. Στόχος της μεθόδου είναι ο συνδυασμός των πλεονεκτημάτων των συνεξελικτικών μεθόδων και των ΓΑ για υψηλή ευρωστία και χαμηλό υπολογιστικό κόστος. Ο αλγόριθμος ελέγχεται σε δύο προβλήματα αναφοράς και στο βέλτιστο σχεδιασμό σχήματος και μεγέθους δύο ισοστατικών δικτυωμάτων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το συνδυασμό της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας του κεφαλαίου 3 με τη μέθοδο βελτιστοποίησης σε υπερστατικό δικτύωμα και υπερστατικό χωροδικτύωμα. Τέλος, στο 5^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων του 3^{ου} και 4^{ου} κεφαλαίου και ιδέες για την επέκταση των μεθόδων σε προβλήματα πολυκριτηριακού βέλτιστου σχεδιασμού και ανάλυσης αξιοπιστίας πλαισίων στο χώρο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 1^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

1	ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	1.3
1.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1.3
1.2	ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	1.5
1.3	ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ - ΑΞΙΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	1.7
1.3.1	Θεωρία Συνόλων	1.7
1.3.2	Ορισμοί Πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος	1.8
1.3.3	Πιθανότητα εμφάνισης τυχαίου γεγονότος	1.9
1.3.4	Αξιώματα Πιθανοτήτων	1.10
1.3.5	Θεωρήματα De Morgan	1.11
1.3.6	Υπό συνθήκη (ή Δεσμευμένη) Πιθανότητα – Θεώρημα Bayes	1.12
1.4	ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	1.13
1.4.1	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας – Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας	1.14
1.4.2	Ροπές Κατανομών	1.18
1.4.3	Ροπές Πολυδιάστατων Κατανομών	1.19
1.4.4	Συνδιασπορά	1.20
1.5	ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΑΝΕΛΙΞΕΙΣ	1.21
1.5.1	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας – Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας	1.21
1.5.2	Ροπές – Μέση τιμή – Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	1.21
1.5.3	Στασιμότητα και Εργοδικότητα κατά μέσον	1.22
1.5.4	Στοχαστικές ανελίξεις Markov	1.23
1.6	ΘΕΩΡΙΑ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ - ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	1.24
1.6.1	Εισαγωγή στη Θεωρία Αξιοπιστίας	1.24
1.6.2	Συστήματα	1.27
1.6.3	Ψαθυρά και Πλάστιμα Συστήματα	1.30
1.6.4	Υπολογισμός της Πιθανότητας Αστοχίας Συστήματος	1.32
1.7	ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	1.38
1.7.1	Μέθοδοι 1 ^{ου} επιπέδου	1.39
1.7.2	Μέθοδοι 2 ^{ου} επιπέδου	1.39
1.7.3	Εκτεταμένες Μέθοδοι 2 ^{ου} Επιπέδου	1.41
1.7.4	Μέθοδοι 3 ^{ου} Επιπέδου	1.50
1.7.5	Μέθοδοι Δειγματοληψίας (Sampling Methods)	1.54
1.7.6	Συμπεράσματα για τις Μεθόδους 3 ^{ου} Επιπέδου και τις μεθόδους δειγματοληψίας	1.63
1.8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	1.64
1.9	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΘΕΩΡΗΜΑ ΒΑΥΕΣ	1.65
1.10	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ – ΒΑΣΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ	1.65
1.10.1	Στατιστικές Κατανομές	1.65
1.10.2	Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (Central Limit Theorem)	1.71
1.10.3	Ανισότητα Tchebycheff	1.72
1.10.4	Θεώρημα του Cramer (Cramer's Theorem)	1.72

1.10.5	Θεώρημα του Fisher (Fisher's Theorem)	1.72
1.10.6	Νόμος των Πραγματικά Μεγάλων Αριθμών (Law of Truly Large Numbers)	1.73
1.11	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ (1.97)	1.73
1.12	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ – ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	1.74
1.13	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε – ΔΕΙΚΤΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΥΠΕΡΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑ	1.76
1.13.1	Ορισμός του Προβλήματος	1.77
1.13.2	Υπολογισμός των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ της αντοχής και του φορτίου	1.80
1.13.3	Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικές τιμές του λόγου $Q/(G+Q)$ και διαφορετικές τιμές του συντελεστή σημαντικότητας	1.85
1.13.4	Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικούς δείκτες μεταβλητότητας των μεταβλητών της αντοχής και φορτίου	1.89
1.13.5	Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικούς συντελεστές σημαντικότητας	1.96
1.13.6	Αποτελέσματα για διαφορετικές χρήσεις	1.104
1.13.7	Συμπεράσματα	1.110
1.14	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ – ΗΘΕΛΗΜΕΝΟ ΚΑΙ ΜΗ ΗΘΕΛΗΜΕΝΟ ΡΙΣΚΟ	1.110
1.14.1	Αποδεκτά όρια για ηθελημένο και μη ηθελημένο ρίσκο	1.110
1.14.2	Μη Ηθελημένο Ρίσκο	1.112
1.14.3	Ηθελημένο Ρίσκο	1.117
1.14.4	Συμπεράσματα	1.118
1.15	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ - ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ ΨΕΥΔΟΥΧΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	1.118
1.15.1	Εισαγωγή	1.118
1.15.2	Ιδιότητα Ισοκατανομής	1.119
1.15.3	Απροβλεψία	1.119
1.15.4	Πολυπλοκότητα κατά Kolmogorov	1.120
1.15.5	Αλγόριθμοι γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών	1.120
1.16	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η – ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΛΑΤΙΝΙΚΟΥ ΥΠΕΡΚΥΒΟΥ	1.127
1.16.1	Μέθοδος Λατινικού Υπερκύβου (Latin Hypercube Sampling)	1.127
1.16.2	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με έλεγχο της νόθου συσχέτισης (LHS with reduction of spurious correlation)	1.127
1.16.3	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας (Sample Importance LHS)	1.129
1.16.4	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με στροφή χωρίου τιμών (Transformed Importance LHS)	1.130
1.16.5	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου ορθογώνιου προς την επιφάνεια αστοχίας (AILHS Axis Importance LHS)	1.131
1.16.6	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με μείωση παρασιτικής συσχέτισης ορθόγων προς την επιφάνεια αστοχίας (Axis Importance Correlated LHS, AICLHS).	1.132
1.16.7	Μέθοδος λατινικού υπερκύβου σε άξονα ορθογώνιο προς την επιφάνεια αστοχίας με δειγματοληψία κατά μέθοδο MC (AIMC Axis Importance MC method).	1.132
1.17	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	1.134

1 Θεωρία Πιθανοτήτων – Ανάλυση Αξιοπιστίας

1.1 Εισαγωγή

Στόχος της ανάλυσης αξιοπιστίας των κατασκευών, είναι ο υπολογισμός του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής και των μελών της. Σε αντίθεση με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις που μέσω της διενέργειας σειράς ελέγχων οδηγούν στην αποδοχή ή μη αποδοχή μίας υποψήφιας λύσης η ανάλυση αξιοπιστίας καταλήγει για κάθε υποψήφια λύση στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας. Ως αστοχία μίας κατασκευής ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία η απόκριση της κατασκευής σε συνδυασμό των δρώντων φορτίων δεν είναι η επιθυμητή ή βρίσκεται εκτός προκαθορισμένων ορίων. Σύμφωνα με τον Elms [55], μία κατασκευή θεωρείται ασφαλής εφόσον *«δεν αναμένεται να αστοχήσει σε περίπτωση φορτίων μικρότερων ή ίσων των φορτίων σχεδιασμού οδηγώντας με μια πιθανή αστοχία σε θάνατο ή σοβαρή οικονομική βλάβη και η πιθανότητα αστοχίας είναι αρκούντως μικρή σε περιπτώσεις σπάνιων φορτίων ή απαιτήσεων πολύ μεγαλύτερων των αναμενόμενων σε καθημερινή χρήση»*. Η ασφάλεια είναι στενά συνδεδεμένη με την έννοια του ρίσκου. Η ασφάλεια και το ρίσκο είναι δύο εντελώς διαφορετικές έννοιες ως προς την υφή τους [55] καθώς το ρίσκο είναι δυνατόν να ποσοτικοποιηθεί ενώ η ασφάλεια είναι ποιοτικό χαρακτηριστικό και δεν περιορίζεται μόνον στην απεικόνιση μίας μαθηματικής ποσότητας [132]. Συνήθως μία κατασκευή χαρακτηρίζεται ως ασφαλής εφόσον *«η πιθανότητα αστοχίας κατά τη διάρκεια της επιχειρησιακής της ζωής είναι μικρότερη μιας κοινωνικά αποδεκτής μικρής τιμής»*.

Τα μέλη μίας κατασκευής καθώς και η κατασκευή ως σύνολο, πρέπει να σχεδιάζονται, να κατασκευάζονται και να συντηρούνται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κατά τη διάρκεια της ωφέλιμης ζωής τους, ικανοποιώντας ταυτόχρονα τα κριτήρια οικονομικότητας, να πληρούν τις παρακάτω προδιαγραφές [60], [61], [99]:

- Πρέπει να μην παρουσιάζονται υπερβάσεις της αντοχής για τα συνήθη φορτία για τα οποία η κατασκευή έχει σχεδιαστεί (κριτήριο λειτουργικότητας).
- Πρέπει να πληρούν τα κριτήρια έναντι κατάρρευσης (μερικής ή ολικής) στην περίπτωση επαναλαμβανόμενων οριακών φορτίσεων ή στην περίπτωση τυχηματικών φορτίσεων που υπερβαίνουν κατά πολύ τις εντάσεις των φορτίσεων λειτουργίας (κριτήριο οριακής αντοχής).

- Δεν πρέπει να παρουσιάζουν βλάβες λόγω τυχαίων γεγονότων (όπως φωτιά, εκρήξεις, κρούσεις ή ανθρώπινα σφάλματα) σε βαθμό δυσανάλογο ως προς το φαινόμενο που προκαλεί τη βλάβη (κριτήριο στιβαρότητας). Αυτό επιτυγχάνεται [99] είτε με μη κατασκευαστικά μέτρα (μείωση της πιθανότητας εμφάνισης του συγκεκριμένου γεγονότος, μετριασμός των συνεπειών στην κατασκευή) είτε με κατασκευαστικά μέτρα (σχεδιασμός έναντι του γεγονότος ή μείωση της τρωτότητας της κατασκευής για το συγκεκριμένο τυχαίο γεγονός [122]).

Η ανάλυση αξιοπιστίας εξασφαλίζει έναν ενιαίο τρόπο αντιμετώπισης του προβλήματος σχεδιασμού και ανάλυσης, οδηγώντας στην πλήρη ενοποίηση των κανονιστικών διατάξεων, με γνώμονα την επίτευξη συγκεκριμένου δείκτη αξιοπιστίας. Ο συγκεκριμένος δείκτης αξιοπιστίας πρέπει να είναι υψηλότερος του κοινωνικά αποδεκτού δείκτη αξιοπιστίας και ταυτόχρονα να οδηγεί στην ελαχιστοποίηση του κόστους ζωής της κατασκευής. Ο αποδεκτός κοινωνικά δείκτης αξιοπιστίας δεν ορίζεται μονοσήμαντα αλλά αποτελεί συνάρτηση πλήθους οικονομικών και κοινωνικών κριτηρίων [123] που ποικίλουν ανάλογα του τύπου της κατασκευής, της χρήσης της και των συνεπειών μίας πιθανής αστοχίας [123]. Για την πιθανοτική ανάλυση μίας κατασκευής απαιτείται:

- Η γνώση των παραμέτρων των μεταβλητών που υπόκεινται σε τυχαιότητα των υλικών της κατασκευής και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους (μητρώο συσχέτισης) [99].
- Η γνώση των αβεβαιοτήτων σε σχέση με τις φορτίσεις της κατασκευής [99] και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους (μητρώο συσχέτισης).
- Η γνώση των αβεβαιοτήτων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών και των ατελειών [99] και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους.
- Η γνώση των αβεβαιοτήτων των προσομοιωμάτων ανάλυσης [99] ως προς την κατανομή των εντάσεων στην κατασκευή και της αντοχής των μελών.
- Η ποσοτικοποίηση των συνεπειών του ανθρώπινου παράγοντα στην απόκριση της κατασκευής [54].

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά οι βασικές έννοιες της θεωρίας πιθανοτήτων και αξιοπιστίας και η χρήση τους σε θέματα ανάλυσης των κατασκευών. Στην παράγραφο 1.2, παρουσιάζεται η ιστορική αναδρομή της εξέλιξης της επιστήμης των πιθανοτήτων και

της στατιστικής ως και την αρχή του 20^{ου} αιώνα όπου και παρουσιάζονται κατά ενιαίο τρόπο οι βασικές αρχές και τα θεωρήματα της θεωρίας πιθανοτήτων. Στην παράγραφο 1.3, παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της θεωρίας συνόλων. Παρουσιάζονται οι εναλλακτικοί ορισμοί της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος και η αρχή αμεροληψίας. Ορίζεται η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος ως εκτίμησης καθώς και το σχετικό λάθος εκτίμησης. Ορίζεται η δεσμευμένη πιθανότητα και παρουσιάζονται τα αξιώματα και βασικά θεωρήματα της θεωρίας πιθανοτήτων και το θεώρημα Bayes. Στην παράγραφο 1.4, δίδεται ο ορισμός της τυχαίας μεταβλητής (τ.μ) η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας για μονοδιάστατες και πολυδιάστατες τ.μ. Παρουσιάζονται οι ροπές των κατανομών και η συσχέτιση τους με τη μέση τιμή, τη διασπορά, τη λοξότητα και την κύρτωση μίας τ.μ και η συνδιασπορά μεταξύ τ.μ. Στην παράγραφο 1.5, ορίζονται οι στοχαστικές ανελίξεις η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας για τις ανελίξεις αυτές. Παρουσιάζονται οι ορισμοί της στασιμότητας και εργοδικότητας κατά μέσον και τέλος παρουσιάζονται επιγραμματικά οι ιδιότητες των ανελίξεων κατά Markov. Στην παράγραφο 1.6, παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της θεωρίας αξιοπιστίας σε χρονικώς αμετάβλητα και χρονικώς μεταβαλλόμενα προβλήματα. Δίδεται ο ορισμός του συστήματος, παρουσιάζονται τα θεμελιώδη συστήματα και οι μέθοδοι για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας των συστημάτων αυτών. Στην παράγραφο 1.7, παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας συστημάτων εστιάζοντας την προσοχή στις μεθόδους 3^{ου} επιπέδου και στις μεθόδους δειγματοληψίας που αντιμετωπίζουν άμεσα το πρόβλημα αξιοπιστίας. Στις παραγράφους 1.9 και 1.10, παρουσιάζονται η απόδειξη του θεωρήματος του Bayes, βασικά θεωρήματα της θεωρίας των πιθανοτήτων και στατιστικής και οι περισσότερο διαδεδομένες στατιστικές κατανομές. Στην παράγραφο 1.13, παρουσιάζονται οι συνέπειες στο δείκτη αξιοπιστίας μίας κατασκευής της ενεργού υπερστατικότητας καθώς και οι παράγοντες που επηρεάζουν το δείκτη αυτό. Στην παράγραφο 1.14, παρουσιάζονται με τη βοήθεια παραδειγμάτων τα αποδεκτά επίπεδα του ηθελημένου και μη ηθελημένου ρίσκου για διάφορες ανθρώπινες δραστηριότητες και συγκρίνονται με τα επίπεδα του κοινωνικά αποδεκτού ρίσκου για τις κατασκευές. Στην παράγραφο 1.15, παρουσιάζονται αναλυτικά οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι για την παραγωγή ακολουθιών ψευδοτυχαίων αριθμών καθώς και οι περισσότερο διαδεδομένες γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών.

1.2 Ιστορική Αναδρομή των Πιθανοτήτων

Οι πρώτες αναφορές σε τυχερά παίγνια χρονολογούνται από το 600 π.Χ. Το παλαιότερο όμως

σύγγραμμα σε θέματα πιθανοτήτων αποδίδεται στον Ινδό Mahaviracarya το 900 μ.Χ. Στην Ευρώπη, τα πρώτα συγγράμματα σε θέματα πιθανοτήτων και στατιστικής εμφανίζονται το 1500 μ.Χ. Η πρώτη εργασία σε θέματα πιθανοτήτων και στατιστικής αποδίδεται στον Girolamo Cardano¹ το 1565. Η εργασία αυτή δημοσιεύεται το 1663 την ίδια περίοδο που ο Blaise Pascal² (σε επικοινωνία με τον Pierre Fermat³ από το 1654) παρουσιάζει μεθόδους για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων εμφάνισης γεγονότων κατατάσσοντας τις πιθανότητες ως κλάδο των μαθηματικών.

Ο Pascal, παρουσίασε τη θεωρία πιθανοτήτων κατά διττό τρόπο είτε ως ιδιότητα των φαινομένων που καθορίζεται από την προδιάθεση τους είτε ως απλές εκτιμήσεις χωρίς όμως να προχωρήσει σε σαφή διαχωρισμό των δύο αυτών διαφορετικών ορισμών. Ο κλασσικός ορισμός της πιθανότητας ως υποσύνολο των καταμετρημένων ισοπιθανών περιπτώσεων εισάγεται από τον Leibniz⁴ αν και ο ορισμός αυτός γίνεται ευρέως γνωστός από τον Laplace⁵. Ο ορισμός της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος ως υποσύνολο των καταμετρημένων ισοπιθανών περιπτώσεων αποτελεί μία μέση οδό μεταξύ του ορισμού της πιθανότητας ως συχνότητα εμφάνισης και ως εκτίμησης του ποσοστού εμφάνισης. Η αμφισημία αυτή επέτρεψε στον Laplace να διατυπώσει το θεώρημα της αμεροληψίας. Ο διαχωρισμός αυτός παρουσιάζεται για πρώτη φορά από τον James Bernoulli⁶.

Ο Pascal ορίζει και τη δεσμευμένη πιθανότητα που καλύπτεται μερικώς και από το σύγγραμμα του Huygens⁷, το πρώτο εγχειρίδιο σε θέματα πιθανοτήτων με τίτλο “De Ratiociniis in Ludo Aleae” (Η αξία όλων των πιθανοτήτων) [91]. Ο Huygens χρησιμοποίησε τη θεωρία πιθανοτήτων για τη μελέτη των βασικών στατιστικών των ανθρώπινων κοινωνιών (μέσος όρος ηλικίας, πιθανότητα επιβίωσης μέχρι το 18^ο έτος, προσδόκιμο ζωής στην ηλικία των 18 ετών κλπ.). Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται και τα πρώτα θεωρήματα για τις δεσμευμένες πιθανότητες. Το 18ο αιώνα ο Thomas Bayes⁸ αναπτύσσει τη λογική για τον υπολογισμό των δεσμευμένων πιθανοτήτων. Η εργασία του Bayes δημοσιεύεται 2 έτη μετά

1 Girolamo Cardano, Φιλόσοφος – Μαθηματικός (1501-1576)

2 Blaise Pascal, Μαθηματικός – Φυσικός (1623 – 1662)

3 Pierre Fermat, Μαθηματικός (1601-1665)

4 Gottfried Wilhelm Leibniz, Μαθηματικός – Φιλόσοφος (1646 – 1716)

5 Pierre-Simon Laplace, Μαθηματικός (1749–1827)

6 James Bernoulli, Μαθηματικός – Φυσικός (1654-1705)

7 Christiaan Huygens, Μαθηματικός – Νομικός – Φυσικός – Μηχανικός (1629 – 1695)

8 Thomas Bayes, Μαθηματικός – Φυσικός - Ιερέας (1702-1761)

το θάνατο του (1763). Ο Kolmogorov το 1933 (στα Γερμανικά) και το 1950 (στα Αγγλικά) [111] παρουσιάζει κατά ενιαίο τρόπο τις βασικές αρχές και θεωρήματα των πιθανοτήτων.

1.3 Θεωρία Συνόλων - Αξιιώματα και Θεωρήματα Πιθανοτήτων

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα αξιώματα και οι βασικές αρχές της θεωρίας συνόλων και τα βασικά θεωρήματα της θεωρίας πιθανοτήτων.

1.3.1 Θεωρία Συνόλων

Ως σύνολο ορίζεται κάθε συλλογή ομοειδών αντικειμένων [35], [92]. Τα σύνολα χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες ως προς το πλήθος των αντικειμένων τους, σε σύνολα όπου το πλήθος των αντικειμένων είναι πεπερασμένο (finite sets) και σύνολα όπου το πλήθος των αντικειμένων δεν είναι πεπερασμένο (infinite sets) [92]. Ένα στοιχείο b ή υποσύνολο αντικειμένων B του συνόλου (S) είναι ένα αντικείμενο του συνόλου ή υποσύνολο του συνόλου (S) όταν [57]:

$$b \in S \quad B \subseteq S \quad (1.1)$$

Δύο σύνολα A και B είναι ίσα όταν και μόνο αν [57]:

$$A = B: \quad A \subseteq B \quad B \subseteq A \quad (1.2)$$

Ως κενό σύνολο ορίζεται το σύνολο που δεν περιέχει στοιχεία. Το κενό σύνολο ορίζεται και ως υποσύνολο όλων των συνόλων όποτε για κάθε σύνολο A ισχύει ότι [57]:

$$\emptyset \subset A \quad (1.3)$$

Ένα σύνολο A ορίζεται ως γνήσιο υποσύνολο του συνόλου B όταν και μόνον όταν [57]:

$$A \neq \emptyset, \quad A \subset B, \quad A \neq B \quad (1.4)$$

Κάθε σύνολο μπορεί να θεωρηθεί ως υποσύνολο ενός γενικότερου συνόλου Ω [35], [57]:

$$\bigcup_{\forall j} A_j = \Omega \quad (1.5)$$

Για το σύνολο A , γνήσιο υποσύνολο του γενικότερου συνόλου Ω ισχύει ότι κάθε στοιχείο του Ω που δεν ανήκει στο σύνολο A ορίζει ένα σύνολο A' το συμπληρωματικό σύνολο του A .

Ως τομή των συνόλων A και B ($A \cap B$ ή AB) ορίζεται το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν και στα δύο σύνολα. Για την τομή των συνόλων A και B ισχύει η αρχή της αντιμετάθεσης

$$A \cap B = B \cap A.$$

Ως ένωση δύο συνόλων A και B ($A \cup B$) ορίζεται το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν στο σύνολο A ή στο σύνολο B ή στην τομή των δύο συνόλων. Για την ένωση των συνόλων A και B ισχύει η αρχής της αντιμετάθεσης $A \cup B = B \cup A$.

Ως $A-B$ των συνόλων A και B ορίζεται το σύνολο C των στοιχείων του A που δεν ανήκουν στο σύνολο B [57]:

$$C = A - B = B - A \cap B \quad c_i : \forall c_i \in C, c_i \in A \vee c_i \notin B \quad (1.6)$$

Δύο σύνολα A και B ονομάζονται ανεξάρτητα ή αλληλοαποκλειόμενα όταν η τομή τους είναι το κενό σύνολο. Για το συμπληρωματικό σύνολο A' κάθε συνόλου A ισχύει ότι [57], [92]:

$$A + A' = A \cup A' = \Omega \quad A \cap A' = \emptyset \quad (1.7)$$

1.3.2 Ορισμοί Πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος

Στις παραγράφους 1.3.2.1 ως 1.3.2.3 παρουσιάζονται οι εναλλακτικοί ορισμοί της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος. Στην παράγραφο 1.3.2.4 παρουσιάζεται η αρχή της αμεροληψίας.

1.3.2.1 Υπό το σκεπτικό της συχνότητας εμφάνισης

Ο ορισμός της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος συνδέεται άμεσα με τη συχνότητα επανάληψης του γεγονότος κατά τη διάρκεια διεξαγωγής πειραμάτων. Αν κατά την τέλεση n πειραμάτων ένα συγκεκριμένο γεγονός παρουσιάζεται n_A φορές τότε η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος αυτού είναι ίση με n_A/n . Η πιθανότητα αυτή θεωρείται ακριβής υπό την προϋπόθεση ότι $n \rightarrow \infty$ και εξασφαλίζεται ότι για κάθε πείραμα οι συνθήκες διεξαγωγής δεν μεταβάλλονται. Από πεπερασμένο δείγμα είναι δυνατό να εξαχθούν εκτιμήσεις της πιθανότητας αστοχίας καθώς και του σχετικού λάθους. Βασικοί υποστηρικτές του ορισμού αυτού παρουσιάζονται οι Kolmogorov, Fisher και Mises.

Ο ορισμός αυτός αποτελεί και το βασικό ορισμό της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος σε προβλήματα ανάλυσης αξιοπιστίας καθώς δεν επηρεάζεται από την υποκειμενικότητα του παρατηρητή (όπως στην περίπτωση της παραγράφου 1.3.2.2) και οδηγεί σε αποτέλεσμα και σε προβλήματα για τα οποία η πιθανότητα εμφάνισης κάποιου γεγονότος είναι συνάρτηση πλήθους παραγόντων που οι συνέπειες τους δεν είναι δυνατό να εκτιμηθούν με απόλυτη ακρίβεια (όπως στην περίπτωση της παραγράφου 1.3.2.3).

1.3.2.2 Υπό το σκεπτικό της εκτίμησης

Η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος ορίζεται ως ο τρόπος με τον οποίο αντικατοπτρίζεται η άποψη του παρατηρητή χωρίς να δίδεται στην εκτίμηση αυτή καμία εξωτερική φυσική σημασία. Βασικοί υποστηρικτές του ορισμού αυτού παρουσιάζονται οι Ramsey, de Finetti, Cox, Savage και Jeffrey. Ο ορισμός αυτός

1.3.2.3 Υπό το σκεπτικό της αμεροληψίας

Η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος καθορίζεται από την προδιάθεση του να συμπεριφερθεί κατά έναν συγκεκριμένο τρόπο ανεξάρτητο του τρόπου παρατήρησης. Ο ορισμός της πιθανότητας υπό το σκεπτικό της συχνότητας εμφάνισης είναι μία προσπάθεια καταγραφής των προδιαθέσεων του συγκεκριμένου φαινομένου. Παραδείγματα πιθανοτήτων που έχουν υπολογισθεί με βάσει το σκεπτικό της αμεροληψίας συναντούνται στην κβαντική θεωρία (πιθανότητα φοράς περιστροφής (spin) του ηλεκτρονίου κ.α.) στα τυχερά παίγνια (αποτέλεσμα από τη ρίψη νομίσματος ή ζαριού) και αλλού. Η θεώρηση αυτή υποστηρίζει ότι η άγνοια των συνθηκών σε μακροσκοπικό επίπεδο, είναι υπεύθυνη για τις διαφορές μεταξύ του αποτελέσματος βάσει του ορισμού αυτού και του ορισμού της παραγράφου 1.3.2.1.

1.3.2.4 Αρχή Αμεροληψίας (Indifference Principle)

Ο Carnap [67] βασιζόμενος στην εργασία των Leibniz και Laplace διετύπωσε μία εναλλακτική πρόταση για τον ορισμό της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος ως την εκτίμηση που θα έπρεπε να είχε για το γεγονός αυτό, ένας ιδεατός παρατηρητής, βασιζόμενος σε ένα συγκεκριμένο αμερόληπτα επιλεγμένο δείγμα.

Σύμφωνα με την αρχή αμεροληψίας όπως αυτή έχει διατυπωθεί από τον Laplace (1816) “... *given no reason to think otherwise, consider all alternatives equally likely...*” και τον Carnap [67], “...*the statement of equiprobability to which the principle of indifference leads is, like all other statements of inductive probability, not a factual but a logical statement. If the knowledge of the observer does not favor any of the possible events, then with respect to this knowledge as evidence they are equiprobable...*” στην περίπτωση που η γνώση δεν προσφέρει καμία ένδειξη εύνοιας υπέρ του ενός ή άλλου φαινομένου τότε θα πρέπει να θεωρηθεί ότι τα φαινόμενα αυτά, είναι ισοπιθανά.

1.3.3 Πιθανότητα εμφάνισης τυχαίου γεγονότος

Η πιθανότητα εμφάνισης ενός τυχαίου γεγονότος A ορίζεται [17], [33] ως ο λόγος του

πλήθους των πειραμάτων (n_A) ως προς το πλήθος των συνολικών πειραμάτων (n) όταν $n \rightarrow \infty$. Η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος είναι ίση με τη συχνότητα εμφάνισης του:

$$\Pr(A) = P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad (1.8)$$

Η σχέση (1.8) προσεγγίζεται για μεγάλα n ως:

$$P(A) = \frac{n_A}{n} \quad (1.9)$$

Οι σχέσεις (1.8) και (1.9) για ένα μεγάλο αριθμό πειραμάτων δίνουν παρεμφερή αποτελέσματα. Ο αριθμός των απαιτούμενων πειραμάτων ώστε η σχετική διαφορά των σχέσεων (1.8) και (1.9) να είναι μικρότερη ενός συγκεκριμένου ποσοστού, είναι συνάρτηση της πιθανότητας εκτίμησης του γεγονότος. Στην περίπτωση της σχέσης (1.9) το σχετικό λάθος εκτίμησης δίδεται ως [200]:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{P(A) \cdot (1 - P(A))}{n}} \quad P(A) = \frac{n_A}{n} \quad (1.10)$$

Στην περίπτωση που $n \rightarrow \infty$ τότε $\varepsilon \rightarrow 0$. Αν ως β οριστεί ο λόγος του σχετικού λάθους (1.10) προς την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της σχέσης (1.9), τότε το πλήθος των πειραμάτων που απαιτούνται για την επίτευξη της συγκεκριμένου λόγου δίδεται ως:

$$n = \frac{1 - P(A)}{\beta^2 \cdot P(A)} = \frac{P(A')}{\beta^2 \cdot P(A)} \quad \beta = \frac{P(A)}{\varepsilon} \quad (1.11)$$

όπου $P(A')$ είναι η πιθανότητα εμφάνισης του συμπληρωματικού γεγονότος. Στην περίπτωση που $P(A) \ll 1$ οπότε $P(A') \approx 1$ η σχέση (1.11) γράφεται ως:

$$n = \frac{1}{\beta^2 \cdot P(A)} \quad (1.12)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1.12) το πλήθος των πειραμάτων που απαιτούνται για τον υπολογισμό της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος με συγκεκριμένη ακρίβεια εκτίμησης είναι ανάλογο του ανάστροφου της πιθανότητας εκτίμησης και ανάλογο του ανάστροφου του τετραγώνου του λόγου του σχετικού λάθους.

1.3.4 Αξιώματα Πιθανοτήτων

Σύμφωνα με τον ορισμό της σχέσης (1.8) η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος είναι ένας πραγματικός θετικός αριθμός στο διάστημα [17], [21]:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1.13)$$

όπου το άνω και κάτω όριο αντιστοιχούν στο βέβαιο και αδύνατο γεγονός αντίστοιχα. Η πιθανότητα εμφάνισης ενός εκ των γεγονότων A ή B δίδεται ως [17]:

$$P(A \cup B) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1.14)$$

όπου, $P(A)$ και $P(B)$ είναι οι πιθανότητες εμφάνισης των γεγονότων A και B αντίστοιχα, και $P(A \cap B) = P(A \cdot B)$ είναι η πιθανότητα ταυτόχρονης εμφάνισης τους. Αν τα γεγονότα A και B είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα, η εμφάνιση του ενός αποκλείει την εμφάνιση του άλλου, η πιθανότητα εμφάνισης των γεγονότων A ή B είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων. Για το σύνολο Ω που περιέχει όλα τα πιθανά αποτελέσματα η πιθανότητα εμφάνισης του δίδεται ως [21]:

$$P(\Omega) = 1 \quad (1.15)$$

Αν το γεγονός A αποτελεί υποσύνολο του γεγονότος B τότε για την πιθανότητα εμφάνισης του ισχύει ότι [17], [21]:

$$P(A) \leq P(B) \quad (1.16)$$

Για τα γεγονότα A και A' ισχύει ότι [17], [21]:

$$P(A') + P(A) = 1 \quad (1.17)$$

Εφόσον το A' είναι το συμπληρωματικό γεγονός του A , οπότε η εμφάνιση του γεγονότος A αποκλείει την εμφάνιση του γεγονότος A' έχουμε ότι [17], [21]:

$$P(A \cap A') = 0 \quad (1.18)$$

1.3.5 Θεωρήματα De Morgan⁹

Βάσει των σχέσεων (1.13)-(1.18) είναι δυνατόν να συσχετιστούν οι πιθανότητες εμφάνισης γεγονότων με τις πιθανότητες εμφάνισης των συμπληρωματικών γεγονότων. Τα θεωρήματα αυτά ονομάζονται θεωρήματα De Morgan. Τα θεωρήματα De Morgan μας επιτρέπουν να παρουσιάσουμε την πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος ή αλληλουχίας γεγονότων κατά διττό τρόπο, είτε απευθείας ως συνδυασμός των γεγονότων αυτών είτε με τη βοήθεια των συμπληρωματικών γεγονότων της τομής και του αθροίσματος τους. Τα θεωρήματα αυτά

⁹ De Morgan Augustus – Μαθηματικός (1806-1871)

βρίσκουν ευρεία εφαρμογή στον υπολογισμό αστοχίας συστημάτων.

1.3.5.1 1^ο Θεώρημα De Morgan

Η πιθανότητα εμφάνισης του A' ή B' που ορίζεται ως $P(A' \cup B')$, είναι ίση με την πιθανότητα εμφάνισης του συμπληρωματικού γεγονότος της τομής των γεγονότων A και B :

$$P(A' \cup B') = P(C') \text{ όπου } C = A \cap B \tag{1.19}$$

Η σχέση (1.19) γενικεύεται για πλήθος γεγονότων ως [173]:

$$P\left\{\bigcup_j A'_j\right\} = P\left\{\left[\bigcap_j A_j\right]'\right\} \tag{1.20}$$

1.3.5.2 2^ο Θεώρημα De Morgan

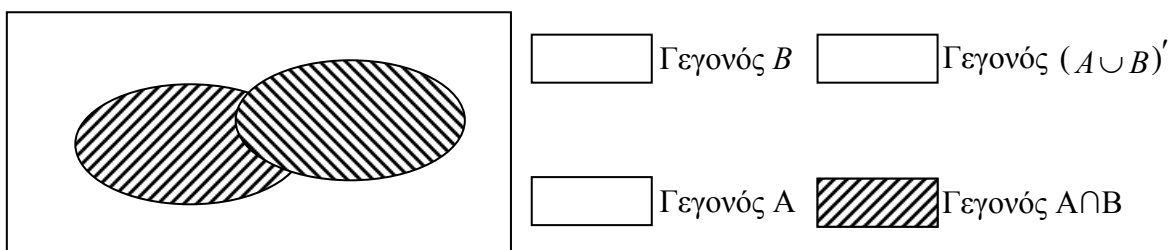
Η πιθανότητα εμφάνισης των A' και B' που ορίζεται ως $P(A' \cap B')$, είναι ίση με την πιθανότητα εμφάνισης του συμπληρωματικού γεγονότος της ένωσης των γεγονότων A και B :

$$P(D') = P(A' \cap B') \text{ όπου } D = A \cup B \tag{1.21}$$

Η σχέση (1.21) γενικεύεται για πλήθος γεγονότων ως [173]:

$$P\left\{\bigcap_j A'_j\right\} = P\left\{\left[\bigcup_j A_j\right]'\right\} \tag{1.22}$$

Απεικονίσεις των θεωρημάτων De Morgan παρουσιάζονται στο Διάγ. 1.1.



Διάγ. 1.1: Γραφική αναπαράσταση των σχέσεων De Morgan.

1.3.6 Υπό συνθήκη (ή Δεσμευμένη) Πιθανότητα – Θεώρημα Bayes

Η υπό συνθήκη (ή δεσμευμένη) πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A υπό την προϋπόθεση ότι το γεγονός M έχει συμβεί $P(A|M)$ δίδεται ως [17], [31], [138]:

$$P(A|M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} \quad P(M) \neq 0 \quad (1.23)$$

Η σχέση ισχύει όταν και μόνο όταν η πιθανότητα εμφάνισης του M είναι μεγαλύτερη του μηδενός (το γεγονός M δεν είναι απίθανο γεγονός). Στην περίπτωση που $P(M)=0$ η δεσμευμένη πιθανότητα ορίζεται $P(A|M)=0$ εφόσον δεν είναι δυνατό να συμβεί οποιοδήποτε γεγονός υπό την προϋπόθεση ενός αδύνατου γεγονότος. Η σχέση (1.23) για πλήθος γεγονότων (S), γενικεύεται ως [17]:

$$P(S|M) = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} P(A_i \cap M)}{P(M)} \quad P(M) \neq 0, \quad S = \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \quad (1.24)$$

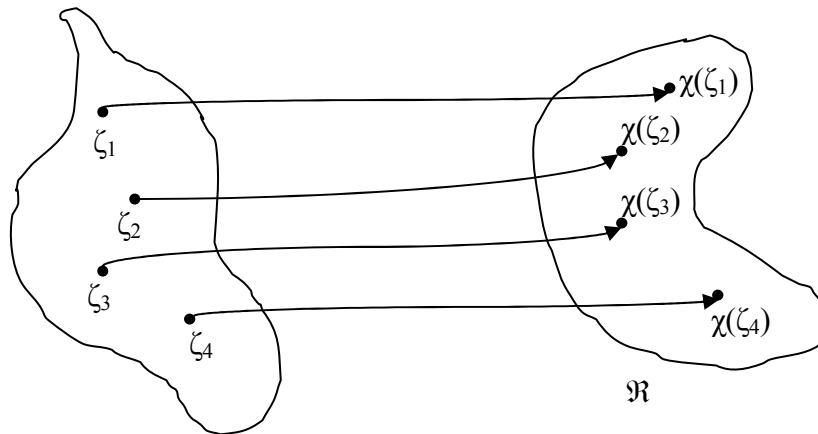
Βάσει της σχέσης (1.24) εξάγεται το θεώρημα του Bayes [17]:

$$P(A_i|M) = \frac{P(M|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^{N_e} P(M|A_j) \cdot P(A_j)} \quad (1.25)$$

Η απόδειξη του θεωρήματος Bayes παρουσιάζεται στην παράγραφο 1.9. Η σχέση (1.25) ορίζει ότι η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A_i υπό την προϋπόθεση εμφάνισης του γεγονότος M , είναι ίση με το λόγο της δεσμευμένης πιθανότητας εμφάνισης του M υπό την προϋπόθεση πρωθύστερης εμφάνισης του γεγονότος A_i πολλαπλασιαζόμενο με την πιθανότητα εμφάνισης του A_i προς το άθροισμα του της δεσμευμένης πιθανότητας εμφάνισης του M υπό την προϋπόθεση πρωθύστερης εμφάνισης του γεγονότος A_j πολλαπλασιαζόμενο με την πιθανότητα εμφάνισης του A_j για όλα τα πιθανά αποτελέσματα A_j . Το θεώρημα του Bayes χρησιμοποιείται σε θέματα επιλογής βέλτιστων στρατηγικών διαδικασιών επιθεώρησης [169] και στον υπολογισμό του δείκτη ασφαλείας συστημάτων [152]. Οι σχέσεις (1.23) και (1.25) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των συνεπειών λόγω βλάβης ή αστοχίας ενός μέλους ενός συστήματος στη συνολική αστοχία του συστήματος [78] με στόχο την εύρεση λύσης χαμηλής ευαισθησίας (τρωτότητας) σε γεγονότα αστοχίας των δομικών του στοιχείων.

1.4 Τυχαίες Μεταβλητές

Ως τυχαία μεταβλητή (τ.μ) ορίζεται η μονοσήμαντη απεικόνιση του γεγονότος ζ στην τιμή $x(\zeta)$ [33], [173]. Η μεταβλητή $x(\zeta)$ μπορεί να είναι συνεχής ή διακριτή στο χώρο \mathfrak{R} . Η απεικόνιση αυτή, παρουσιάζεται στο Διάγ. 1.2.



Διάγ. 1.2: Απεικόνιση τ.μ.

1.4.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας – Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι ορισμοί των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας και συγκεντρωτικών συναρτήσεων πιθανότητας για μονοδιάστατες και πολυδιάστατες τ.μ.

1.4.1.1 Μονοδιάστατες Τυχαίες Μεταβλητές

Η συνάρτηση πυκνότητας σχετίζεται άμεσα με την ποσοτικοποίηση της συχνότητας εμφάνισης ενός ορισμένου αποτελέσματος ζ. Ως *συνάρτηση πιθανότητας* ή *Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας (ΑΣΠ)*, για συνεχή τ.μ, ορίζεται οποιαδήποτε συνάρτηση που ικανοποιεί τις ακόλουθες προϋποθέσεις [17]:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} \tag{1.26}$$

$$F_X(x) > 0 \quad \forall x \in \mathfrak{R} \tag{1.27}$$

$$F_X(x + \delta) \geq F_X(x) \quad \forall x, \delta \in \mathfrak{R} \tag{1.28}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1 \tag{1.29}$$

Η *συνάρτηση πυκνότητας* (γνώστη ακόμα ως *Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ)* ή *συνάρτηση συχνότητας*) ορίζεται ως η ολική παράγωγος της ΑΣΠ προς την τ.μ [17]:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \tag{1.30}$$

Οι σχέσεις (1.28) και (1.29) της ΑΣΠ για διακριτές τ.μ, τροποποιούνται ως:

$$F_X(x_{i+1}) \geq F_X(x_i) \tag{1.31}$$

$$F_X(x_n) = 1 \tag{1.32}$$

Στην περίπτωση των διακριτών τ.μ η ΣΠΠ δίδεται ως [17]:

$$f_X(x_1) = F_X(x_1) \quad f_X(x_i) = F_X(x_i) - F_X(x_{i-1}) \tag{1.33}$$

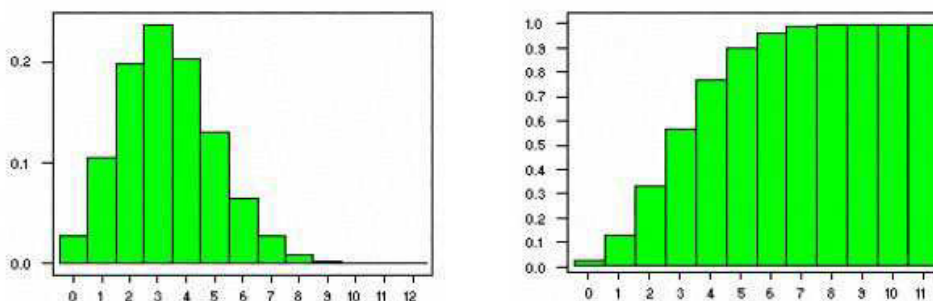
Η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A που καθορίζεται ως η πιθανότητα η τιμή της τ.μ x να είναι μικρότερη ή ίση με την τιμή $\chi(A)=x_i$ ορίζεται ως:

$$P(A) = P(x \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f_X(x) dx \quad P(A) = \sum_{x_j \leq x_i} f_X(x_j) \tag{1.34}$$

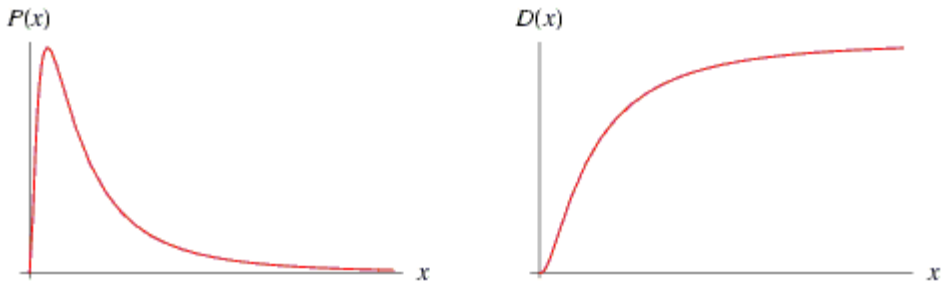
Στη βιβλιογραφία [6], [7], [17], [31], παρουσιάζεται πλήθος ΣΠΠ. Συνήθεις ΣΠΠ είναι η Κανονική Κατανομή (Διάγ. 1.3), η Δυονυμική Κατανομή (Διάγ. 1.4), η Λογαριθμική Κανονική Κατανομή (Διάγ. 1.5), η Κατανομή Weibull (Διάγ. 1.6), η Βήτα Κατανομή (Διάγ. 1.7), η Γάμα Κατανομή (Διάγ. 1.8), η χ^2 κατανομή (Διάγ. 1.9) και η Εκθετική Κατανομή (Διάγ. 1.10). Οι ΣΠΠ των κατανομών αυτών, οι βασικές στατιστικές τους (μέση τιμή, διασπορά, λοξότητα, κύρτωση), και βασικά θεωρήματα της στατιστικής και των πιθανοτήτων παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.10.



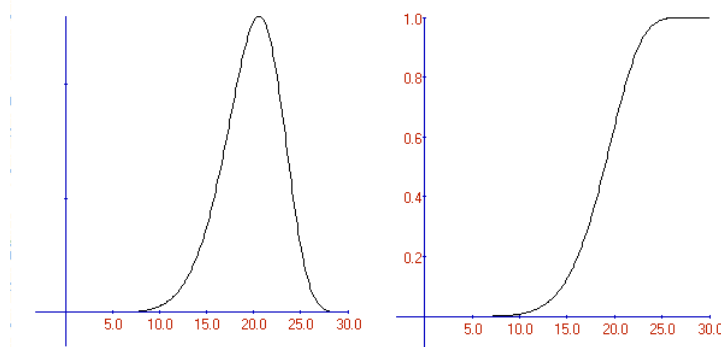
Διάγ. 1.3: ΣΠΠ και ΑΣΠ Κανονικής Κατανομής.



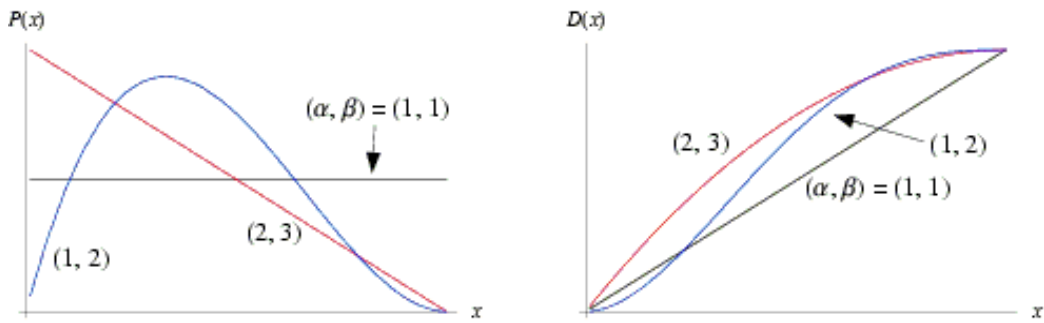
Διάγ. 1.4: ΣΠΠ και ΑΣΠ Δυονυμικής Κατανομής.



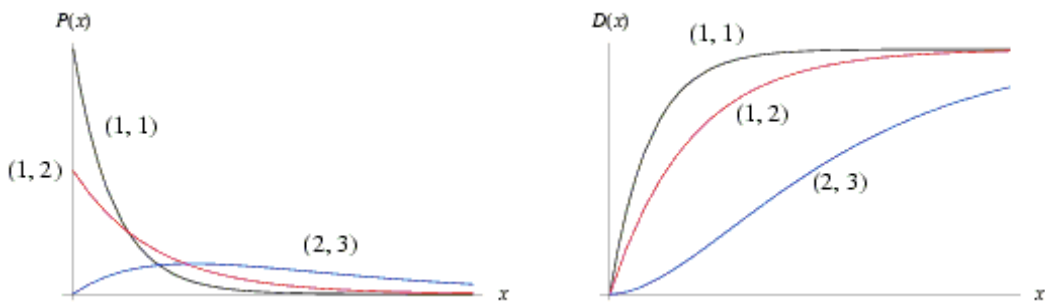
Διάγ. 1.5: ΣΠΠ και ΑΣΠ Λογαριθμικής Κατανομής.



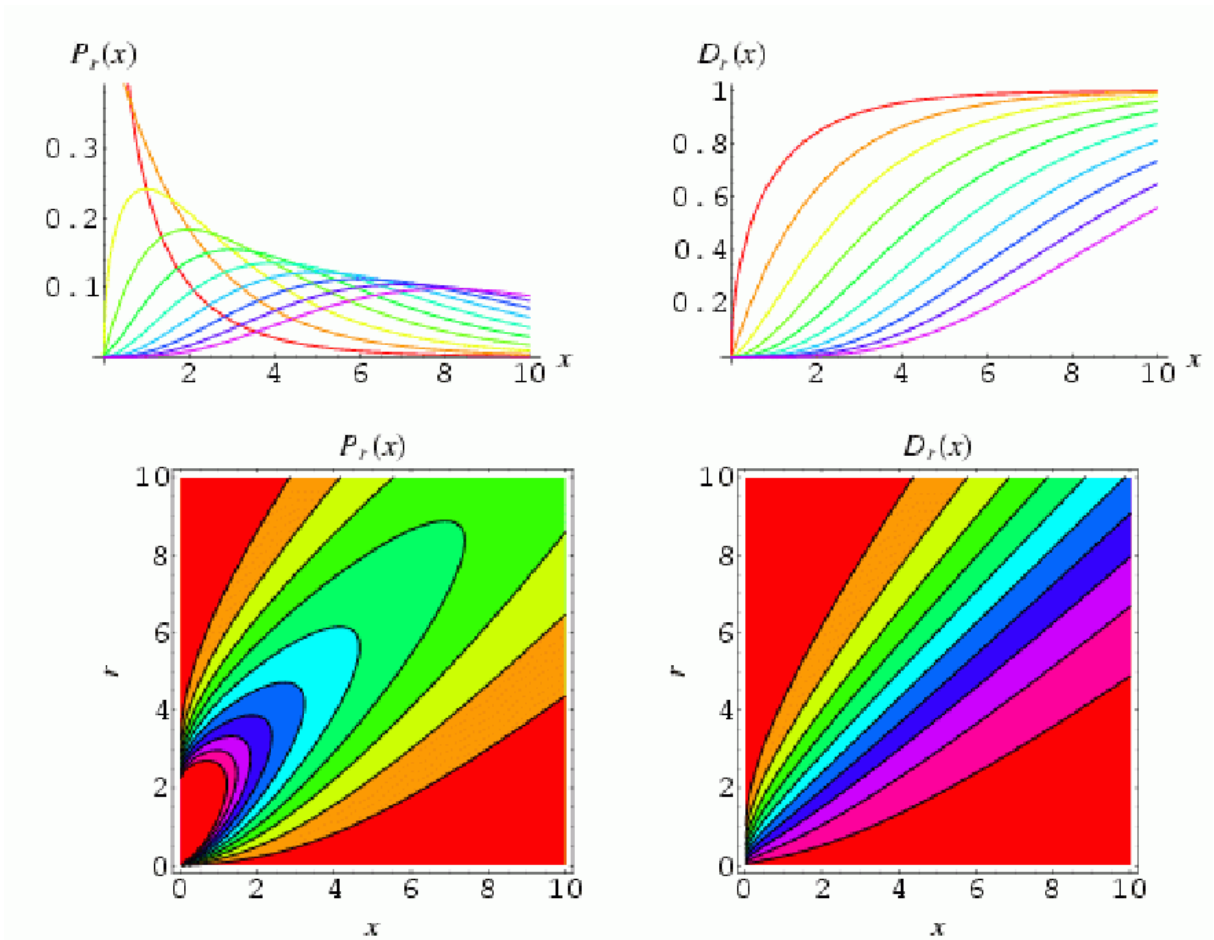
Διάγ. 1.6: ΣΠΠ και ΑΣΠ Κατανομής Weibull.



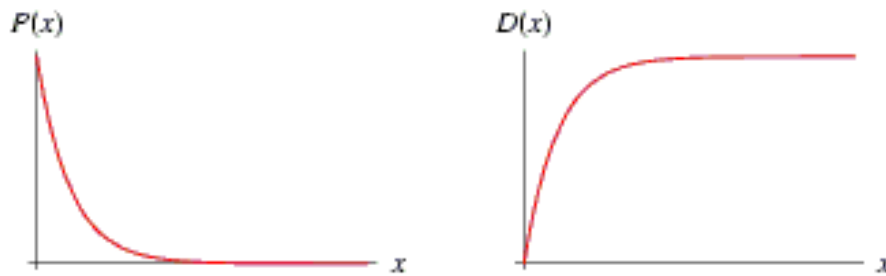
Διάγ. 1.7: ΣΠΠ και ΑΣΠ Κατανομής Beta.



Διάγ. 1.8: ΣΠΠ και ΑΣΠ Κατανομής Gamma.



Διάγ. 1.9: ΣΠΠ και ΑΣΠ χ^2 Κατανομής (διάφορες τιμές βαθμών ελευθερίας).



Διάγ. 1.10: ΣΠΠ και ΑΣΠ Εκθετικής Κατανομής.

1.4.1.2 Πολυδιάστατες Τυχαίες Μεταβλητές

Στην περίπτωση πολυδιάστατων τ.μ, ισχύουν παρόμοιες εκφράσεις με αυτές των σχέσεων της παραγράφου 1.4.1.1. Η Πολυδιάστατη ΑΣΠ πέραν των περιορισμών της παραγράφου 1.4.1.1, πρέπει να πληροί και τις προϋποθέσεις [6], [7], [138], [173]:

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(\dots, -\infty, \dots) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (1.35)$$

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, \infty, \dots, x_n) = F_{X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (1.36)$$

Η Πολυδιάστατη ΣΠΠ ορίζεται ως [6], [7]:

$$f_{Y_1, Y_2, \dots, Y_n}(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^{N_{\text{num}}} \frac{F_{x_1, x_2, \dots, x_n}^n(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})}{|J(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})|} \quad (1.37)$$

όπου, $|J|$ είναι η Ιακωβιανή Ορίζουσα του μητρώου μετασχηματισμού από τη βάση \mathbf{X} σε βάση ανεξάρτητων ορθογώνιων μεταβλητών \mathbf{Y} και N_{num} είναι η πολλαπλότητα της λύσης ως προς τη βάση \mathbf{X} . Η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A που ορίζεται ως η πιθανότητα η τιμή της τ.μ \mathbf{X} να είναι μικρότερη ή ίση με την τιμή $\chi(A)=\mathbf{x}$ δίδεται ως [6], [7]:

$$P(A) = F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(\mathbf{x} \leq \chi) = \iiint_{\mathbf{x} \leq (\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n)} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) d(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.38)$$

Στην περίπτωση διακριτών τ.μ η πιθανότητα $P(A)$ δίδεται ως [6], [7]:

$$P(A) = \sum_{-\infty}^{\chi_1} \sum_{-\infty}^{\chi_2} \dots \sum_{-\infty}^{\chi_n} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.39)$$

1.4.2 Ροπές Κατανομών

1.4.2.1 Εισαγωγή

Οι ροπές των κατανομών προσφέρουν πληροφορίες όσον αφορά τη γενικότερη συμπεριφορά της ΣΠΠ και κατ' επέκταση της τ.μ. Συνήθως για ένα φαινόμενο που υπόκειται σε τυχαιότητα το σύνολο των πληροφοριών που είναι διαθέσιμο προέρχεται από τις ροπές και μόνον. Η γνώση επαρκούς αριθμού ροπών προσφέρει και τον απαραίτητο όγκο πληροφοριών ως προς τη γενικότερη συμπεριφορά του υπό εξέταση φαινομένου. Η ν-τάξεως ροπή δίδεται ως:

$$m_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot f_x(x) dx \quad (1.40)$$

1.4.2.2 Μέση τιμή – Διασπορά -Λοξότητα - Κύρτωση

Η μέση τιμή και η διασπορά των τιμών σε σχέση με τη μέση τιμή, είναι τα δύο πιο σημαντικά μεγέθη μιας τ.μ. Η μέση τιμή ορίζεται ως [6]:

$$\eta = \eta_x = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) dx \quad (1.41)$$

Η διασπορά ως προς τη μέση τιμή, δίδεται ως [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= E[x^2] - E^2[x] = E[x^2] + E^2[x] - 2E^2[x] = E[x^2] + \eta^2 - 2 \cdot \eta \cdot E[x] = \\ E[x^2 + \eta^2 - 2 \cdot x \cdot \eta] &= E[(x - \eta)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \eta)^2 f_x(x) dx \end{aligned} \quad (1.42)$$

Η τυπική απόκλιση σ_x δίδεται ως η τετραγωνική ρίζα της διασποράς της σχέση (1.42). Ο λόγος της τυπικής προς τη μέση τιμή ορίζεται ως *δείκτης μεταβλητότητας*:

$$COV_x = \frac{\sigma_x}{\eta_x} \quad (1.43)$$

Η λοξότητα εμπεριέχει πληροφορίες για τη συμμετρία της τ.μ περίξ της μέσης τιμής. Για πλήθος δειγμάτων N η λοξότητα ορίζεται ως:

$$\gamma = \frac{1}{\sigma_x^3 \cdot (N-1)} \cdot \sum_{i=1}^N (x - \eta)^3 \rightarrow \gamma = \frac{E[(x - \eta)^3]}{\sqrt[3]{E[(x - \eta)^2]}} \quad (1.44)$$

Για τιμή ίση με το μηδέν συμπεραίνεται ότι ο πληθυσμός υπό εξέταση κατανέμεται συμμετρικά περίξ της μέσης τιμής. Τιμές μικρότερες του μηδενός αποτελούν ένδειξη ότι έχουμε υψηλότερη διασπορά των τιμών για τιμές μικρότερες της μέσης τιμής και τανάπαλιν.

Η κύρτωση εμπεριέχει πληροφορίες για το κατά πόσο ο πληθυσμός είναι συγκεντρωμένος περίξ της μέσης τιμής και αποτελεί συμπληρωματικό στοιχείο της διασποράς. Η κύρτωση καθορίζει τη μεταβολή του πλήθους των δειγμάτων καθώς απομακρυνόμαστε από τη μέση τιμή. Η τιμή της κύρτωσης για πλήθος δειγμάτων N δίδεται ως:

$$c = \frac{1}{\sigma_x^4 \cdot (N-1)} \cdot \sum_{i=1}^N (x - \eta)^4 - 3 \rightarrow c = \frac{E[(x - \eta)^4]}{\{E[(x - \eta)^2]\}^2} - 3 \quad (1.45)$$

Η σχέση (1.45) ορίζεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε για δείγματα που λαμβάνονται από πληθυσμό που ακολουθεί κανονική κατανομή να ισχύει ότι $c=0$. Για τιμές μικρότερες του μηδενός η πιθανότητα ενός δείγματος να βρίσκεται στο διάστημα $[\eta - \varepsilon, \eta + \varepsilon]$ είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης πιθανότητας της κανονικής κατανομής και τανάπαλιν.

1.4.3 Ροπές Πολυδιάστατων Κατανομών

1.4.3.1 Εισαγωγή

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι ορισμοί της μέσης τιμής, της διασποράς, της λοξότητας και της κύρτωσης για πολυδιάστατες τ.μ. Η ν-τάξεως ροπή μίας συνάρτησης

$g(x_1, \dots, x_n)$ για μια πολυδιάστατη ΣΠΠ δίδεται ως:

$$E[g(x_1, \dots, x_n)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, \dots, x_n)^n \cdot f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) d(x_1, \dots, x_n) \quad (1.46)$$

1.4.3.2 Μέση Τιμή – Διασπορά – Λοξότητα – Κύρτωση

Η μέση τιμή και η διασπορά ως προς την τ.μ x_i του διανύσματος των τ.μ \mathbf{x} , ορίζεται ως [6]:

$$\eta_i = \eta_{x_i} = E[x_i] = \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f_x(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_i \quad (1.47)$$

$$\sigma_x^2 = E[x_i^2] - E^2[x_i] \Rightarrow \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 \cdot f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_i - \left[\int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_i \right]^2 \quad (1.48)$$

Η λοξότητα και κύρτωση ως προς τη x_i του διανύσματος των τ.μ \mathbf{x} , ορίζονται ως:

$$\gamma_i = \frac{E[(x_i - \eta_i)^3]}{\sqrt[3]{E[(x_i - \eta_i)^2]}} \quad (1.49)$$

$$c_i = \frac{E[(x_i - \eta_i)^4]}{\{E[(x_i - \eta_i)^2]\}^2} - 3 \quad (1.50)$$

1.4.4 Συνδιασπορά

Η συνδιασπορά προσφέρει πληροφορίες για τη γραμμική ανεξαρτησία δύο τ.μ. Ένας υψηλός δείκτης συνδιασποράς υπονοεί την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης. Δύο τ.μ θεωρούνται *στατιστικά ανεξάρτητες* αν, δεν είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων της τιμής μίας εκ των δύο τ.μ βάσει της τιμής της άλλης. Χαμηλός δείκτης συνδιασποράς δεν συνεπάγεται και τη στατιστική ανεξαρτησία των υπό εξέταση τ.μ αλλά μόνον τη **μη γραμμική** συσχέτιση τους. Η συνδιασπορά μεταξύ δύο τ.μ δίδεται ως [17]:

$$C_{XY} = E[(x - \eta_x)(y - \eta_y)] \quad (1.51)$$

Από το δείκτη συνδιασποράς εξάγεται ο δείκτης *συσχέτισης* των δύο τ.μ ως [17]:

$$r_{XY} = \frac{C_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad -1 \leq r_{XY} \leq 1 \quad (1.52)$$

Στην περίπτωση που ο δείκτης συσχέτισης είναι ίσος με το μηδέν για τις υπό εξέταση τ.μ

ισχύει η αρχή της *ορθογωνικότητας*.

1.5 Στοχαστικές Ανελίξεις

Ως στοχαστική ανέλιξη ορίζεται το σύνολο μιας οικογένειας απείρου μεγέθους, χρονικών εξισώσεων που εξαρτώνται από το αποτέλεσμα ενός τυχαίου φαινομένου [173]. Οι στοχαστικές ανελίξεις μπορούν να θεωρηθούν ως υπερσύνολο των τ.μ. Κάθε τ.μ είναι δυνατόν να διατυπωθεί ως στοχαστική ανέλιξη που τα χαρακτηριστικά της παραμένουν αμετάβλητα ως προς το χρόνο.

1.5.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας – Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας

Η ΑΣΠ μιας στοχαστικής ανέλιξης δίδεται ως [173]:

$$F(\mathbf{x};t) = P\{\mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n\} \quad (1.53)$$

Η ΣΠΠ μιας στοχαστικής ανέλιξης για **συγκεκριμένη χρονική ακολουθία** δίδεται ως:

$$f(\mathbf{x};t) = \frac{\partial^n F(\mathbf{x},t)}{\partial \mathbf{x}} \quad \mathbf{x} \in R^n \quad (1.54)$$

Η έκφραση «**συγκεκριμένη χρονική ακολουθία**» χρησιμοποιείται για να υποδείξει τη συσχέτιση της ΣΠΠ όχι μόνον με το χώρο των τ.μ αλλά και ως προς το χρόνο.

1.5.2 Ροπές – Μέση τιμή – Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Η ν-τάξεως ροπή μίας στοχαστικής ανέλιξης δίδεται ως:

$$E[(\mathbf{x};t)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}^n \cdot f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(\mathbf{x};t) d\mathbf{x} \quad (1.55)$$

Η μέση αναμενόμενη τιμή μίας στοχαστικής ανέλιξης δίδεται ως [173]:

$$\eta(t) = E\{\mathbf{x}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}(t) \cdot f(\mathbf{x},t) d\mathbf{x} \quad (1.56)$$

Η *συνάρτηση αυτοσυσχέτισης* μιας στοχαστικής ανέλιξης ορίζει το βαθμό συσχέτισης μεταξύ των αποτελεσμάτων αυτής σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η γνώση της συνάρτησης αυτοσυσχετισμού προσφέρει τη δυνατότητα πρόγνωσης του αναμενόμενου αποτελέσματος $f(\mathbf{x};t+\Delta t)$ βάσει της $f(\mathbf{x};t)$. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δίδεται ως [173]:

$$R(t_1, t_2) = E[\mathbf{x}(t_1)\mathbf{x}(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}(t_1) \cdot \mathbf{x}(t_2) \cdot f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; t_1, t_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \quad (1.57)$$

Η συνάρτηση αυτοδιασποράς μίας στοχαστικής ανελίξης δίδεται ως [173]:

$$C(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) - \eta(t_1) \cdot \eta(t_2) \quad (1.58)$$

Η συνάρτηση συσχέτισης ανάμεσα σε δύο ανελίξεις δίδεται ως [173]:

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[\mathbf{x}(t_1)\mathbf{y}(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}(t_1) \cdot \mathbf{y}(t_2) \cdot f(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t_1, t_2) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \quad (1.59)$$

Στην περίπτωση που η συνάρτηση συσχέτισης για οποιαδήποτε χρονική στιγμή, είναι ίση με το μηδέν συμπεραίνεται ότι οι στοχαστικές ανελίξεις υπό εξέταση είναι *ορθογώνιες*. Στην περίπτωση δε, που και για τις μέσες αναμενόμενες συναρτήσεις η τιμή της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης είναι ίση με το μηδέν τότε οι ανελίξεις αυτές θεωρούνται και *γραμμικά ανεξάρτητες*.

1.5.3 Στασιμότητα και Εργοδικότητα κατά μέσον

Μία στοχαστική ανελίξη θεωρείται *στάσιμη* αν ορισμένα χαρακτηριστικά της παραμένουν αμετάβλητα σε σχέση με το χρόνο. Υπάρχουν δύο μορφές *στασιμότητας* [173]:

- Αυστηρής Μορφής Στασιμότητα (Strict Sense Stationarity -SSS)
- Ευρείας Μορφής Στασιμότητα (Wide Sense Stationarity -WSS)

Μια στοχαστική ανελίξη θεωρείται ότι ανήκει στην κατηγορία των ανελίξεων Αυστηρής Μορφής Στασιμότητας όταν και μόνο όταν, η ΣΠΠ, είναι ανεξάρτητη του χρόνου [173]:

$$f(\mathbf{x}; t) = f(\mathbf{x}) \quad (1.60)$$

Μια στοχαστική ανελίξη θεωρείται ότι ανήκει στην κατηγορία των ανελίξεων ευρείας μορφής στασιμότητας όταν, η μέση αναμενόμενη τιμή και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι ανεξάρτητες του χρόνου:

$$\eta(\mathbf{x}; t) = \eta(\mathbf{x}) \quad R(t_1, t_2) = k \quad (1.61)$$

Μια ανελίξη αυστηρής μορφής στασιμότητας είναι ταυτοχρόνως και ανελίξη ευρείας μορφής στασιμότητας χωρίς να ισχύει το αντίθετο. Ειδική περίπτωση στασιμότητας αποτελεί η κυκλοστασιμότητα. Κυκλοστάσιμη ονομάζεται η στοχαστική ανελίξη για την οποία [173]:

$$f(\mathbf{x}; t+nT) = f(\mathbf{x}; t) \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad (1.62)$$

όπου, T είναι η περίοδος επαναφοράς της ανέλιξης. Φυσικά φαινόμενα όπως ανεμοφορτία [191], φορτία χιονιού, υδατοπτώσεις κλπ. προσομοιώνονται με τη βοήθεια κυκλοστάσιμων στοχαστικών ανελιξεων [20], [186].

Μια στοχαστική ανέλιξη χαρακτηρίζεται ως εργοδική κατά μέσον όταν η μέση αναμενόμενη τιμή σε σχέση με το χρόνο είναι ίση με τη χωρική μέση τιμή. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατή η πλήρης γνώση της συμπεριφοράς μίας εργοδικής συνάρτησης είτε μέσω της ανάλυσης των χαρακτηριστικών της ως προς το χρόνο είτε ως προς τις χωρικές τ.μ της:

$$E[x(t)] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum x_i(t)}{n} \quad \text{ή γενικότερα } E[x(t); x_i] = E[x(t); t] = \mu \quad (1.63)$$

Χαρακτηριστικό μίας εργοδικής κατά μέσον στοχαστικής ανέλιξης είναι η έλλειψη μνήμης. Από το συνδυασμό των σχέσεων (1.58) και (1.63), στην περίπτωση εργοδικής ανέλιξης έχουμε ότι η συνάρτηση συνδιασποράς:

$$C(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) - \eta(t_1) \cdot \eta(t_2) \quad (1.64)$$

για ζεύγος τιμών $\{t_1, t_2\}$ όπου $(t_1 - t_2) \rightarrow \infty$ έχουμε ότι [173]:

$$R(t_1, t_2) \rightarrow \mu^2 \Rightarrow C(t_1, t_2) \xrightarrow{t_1 - t_2 \rightarrow \infty} \mu^2 - \mu \cdot \mu = 0 \quad (1.65)$$

δηλαδή η συνάρτηση συνδιασποράς τείνει στο μηδέν οπότε δεν μπορούν να εξαχθούν εκτιμήσεις της ανέλιξης τη στιγμή t_2 από την τιμή της ανέλιξης τη στιγμή t_1 .

1.5.4 Στοχαστικές ανελιξεις Markov

Κατηγορία εργοδικών στοχαστικών ανελιξεων αποτελούν οι ανελιξεις Markov. Κάθε στοχαστική ανέλιξη που δίδεται ως $\{X(t), t \geq 0\} = \{X_t(\omega), t \geq 0, \omega \in \Omega\}$ ορίζεται ως συνεχής στοχαστική ανέλιξη Markov όταν [189]:

- Το σύνολο των πιθανών καταστάσεων Ω περιέχει πεπερασμένο αριθμό στοιχείων.
- Όταν η ανέλιξη εγκαταλείπει μία κατάσταση i για μία κατάσταση j το πράττει με πιθανότητα P_{ij} για την οποία ισχύει ότι:

$$P_{ii} = 0 \quad \sum_{j \in \Omega} P_{ij} = 1 \quad (1.66)$$

- Όταν ο συνολικός χρόνος T_i που η ανέλιξη βρίσκεται στην κατάσταση i , δηλαδή από τη στιγμή της μετάπτωσης της στην κατάσταση αυτή ως τη στιγμή μετάπτωσης σε άλλη κατάσταση j , ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή $1/\nu_i$.
- Οι πιθανότητες P_{ij} είναι ανεξάρτητες της πιθανότητας μετάπτωσης σε άλλη κατάσταση.

Για τις στοχαστικές ανελιξεις κατά Markov ισχύει ότι [189]:

$$P(X_{t+s} = j | X_s = i, X_u = x(u), 0 \leq u \leq s) = P(X_{t+s} = j | X_s = i) \quad (1.67)$$

δηλαδή η κατάσταση του συστήματος τη στιγμή $t+s$ είναι συνάρτηση μόνον της παρούσας κατάστασης. Οι στοχαστικές ανελιξεις κατά Markov βρίσκουν ευρεία εφαρμογή σε θέματα προσομοίωσης της αντοχής υλικών σε κόπωση [43], [120], [203], [207], [223].

1.6 Θεωρία Αξιοπιστίας - Συστήματα

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα βασικά θεωρήματα της θεωρίας της αξιοπιστίας σε θέματα ανάλυσης των κατασκευών καθώς και οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος.

1.6.1 Εισαγωγή στη Θεωρία Αξιοπιστίας

Η αξιοπιστία ενός συστήματος ή μέλος αυτού, ορίζεται από την πιθανότητα του συστήματος ή του μέλους υπό εξέταση να παραμείνει σε κατάσταση λειτουργίας δηλαδή από την πιθανότητα η συμπεριφορά του να είναι η επιθυμητή [150]. Ως σύστημα ορίζεται η απεικόνιση μίας διεργασίας ως συνδυασμός των επιμέρους εξαρτημάτων της. Η αξιοπιστία ενός συστήματος μπορεί να οριστεί ως «*Η πιθανότητα για ένα συγκεκριμένο σύστημα να λειτουργήσει ως πρέπει*» ή ως «*Η πιθανότητα να μην έχουμε υπέρβαση της συνάρτηση οριακής κατάστασης*» [150]. Ως κατάσταση λειτουργίας για ένα σύστημα καθορίζεται το σύνολο των δυνατών καταστάσεων για τις οποίες το σύστημα συμπεριφέρεται εντός των ορίων που έχουν προδιαγραφεί κατά τη φάση του σχεδιασμού και ανάλυσης.

1.6.1.1 Συνάρτηση επιβίωσης χρονικώς αμετάβλητων συστημάτων

Η αξιοπιστία (Συνάρτηση Επιβίωσης) R ενός συστήματος ορίζεται ως [6], [33]:

$$R = 1 - P_f \quad (1.68)$$

όπου, P_f είναι η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος. Η συνάρτηση αξιοπιστίας $R(x)$, για ένα **μονοδιάστατο** πρόβλημα δίδεται ως [6], [33]:

$$R(x) = 1 - \int_{-\infty}^x f_X(x) dx = \int_x^{\infty} f_X(x) dx \quad (1.69)$$

Ο πιθανοτικός χώρος Ω (το σύνολο των πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ένα σύστημα) χωρίζεται σε δύο υποχωρία, την *περιοχή αστοχίας* Ω_f και την *περιοχή λειτουργίας* Ω_s . Η επιφάνεια διαχωρισμού ονομάζεται *οριακή επιφάνεια* ή *διεπιφάνεια αστοχίας* και ορίζεται μέσω της *Συνάρτησης Οριακής Αντοχής* (Limit State Function) ως το σύνολο των σημείων που ικανοποιούν τη σχέση [33]:

$$f(\mathbf{x}) = 0 \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (1.70)$$

Μέσω της σχέσης (1.70) έχουμε ότι για τα υποχωρία Ω_s και Ω_f ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) > 0 & \quad \mathbf{x} \in \Omega_s \\ f(\mathbf{x}) \leq 0 & \quad \mathbf{x} \in \Omega_f \end{aligned} \quad \text{όταν} \quad (1.71)$$

Βάσει των σχέσεων (1.69) και (1.70) η αξιοπιστία ενός συστήματος δίδεται ως [33]:

$$R(\mathbf{x}) = 1 - \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\Omega_s} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1.72)$$

Για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας ενός συστήματος είναι αναγκαίος ο υπολογισμός του ολοκληρώματος στα υποχωρία Ω_f ή Ω_s . Ο υπολογισμός αυτός τις περισσότερες φορές (λόγω της πολυπλοκότητας της έκφρασης και της μορφολογίας των υποχωρίων) είναι ιδιαίτερα χρονοβόρος. Σε τυπικές κατασκευές δεν είναι δυνατή η μορφοποίηση της σχέσης αξιοπιστίας σε κλειστή μορφή οπότε η σχέση (1.72) παρουσιάζει και μόνον, θεωρητική αξία. Στην περίπτωση που είναι δυνατή η μορφοποίηση της συνάρτησης αξιοπιστίας σε κλειστή μορφή **και** μπορεί αυτή να εκφραστεί ως η **διαφορά** μεταξύ των αποθεμάτων ασφαλείας και των ενεργούντων φορτίων ή ως **λόγος** των αποθεμάτων ασφαλείας προς τα ενεργούντα φορτία η πιθανότητα αστοχίας P_f δίδεται ως:

$$P_f = P\{R(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x}) \leq 0\} = P\left\{\frac{R(\mathbf{x})}{S(\mathbf{x})} \leq 1\right\} \quad (1.73)$$

όπου, $R(\mathbf{x})$ είναι η *μεταβλητή αντίστασης* και $S(\mathbf{x})$ είναι η *μεταβλητή φορτίου*. Αν οι μεταβλητές αυτές είναι τ.μ με γνωστά στατιστικά χαρακτηριστικά τότε η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [31]:

$$P_f = P\{R(x) - S(x) \leq 0\} = P\{R(x) = x'; x' - S(x) \leq 0\} = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (1.74)$$

1.6.1.2 Συνάρτηση Επιβίωσης και Επικινδυνότητας χρονικώς μεταβαλλόμενων συστημάτων

Για χρονικώς μεταβαλλόμενα προβλήματα η αξιοπιστία του συστήματος (Συνάρτηση Επιβίωσης $R(\mathbf{x};t)$) δίδεται ως:

$$R(\mathbf{x};t) = 1 - F(\mathbf{x};t) \quad (1.75)$$

ή αντιστοίχως ως:

$$R(\mathbf{x};t) = 1 - \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x};t) d\mathbf{x} = \int_{\Omega_s} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x};t) d\mathbf{x} \quad (1.76)$$

Στην περίπτωση που οι συνθήκες που περιγράφονται για τη σχέση (1.72) ισχύουν και στην περίπτωση του χρονικώς μεταβαλλόμενου προβλήματος η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως:

$$P_f(\mathbf{x};t) = P\{R(\mathbf{x};t) - S(\mathbf{x};t) \leq 0\} = P\left\{\frac{R(\mathbf{x};t)}{S(\mathbf{x};t)} \leq 1\right\} \quad (1.77)$$

Η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος, όταν η αντοχή ή τα επιβαλλόμενα φορτία είναι συναρτήσεις του χρόνου, δεν είναι δυνατό να οριστεί μονοσήμαντα εφόσον αποτελεί συνάρτηση του χρόνου και των χωρικών χαρακτηριστικών των στοχαστικών ανελιξέων. Στην περίπτωση αυτή, ορίζονται οι έννοιες της μέσης ζωής, μέσου χρόνου μεταξύ δύο διαδοχικών βλαβών και η συνάρτηση επικινδυνότητας (*hazard function or risk function*).

Η μέση ζωή ως τη βλάβη (Mean Time To Fail MTTF) ενός συστήματος και ο μέσος χρόνος μεταξύ διαδοχικών βλαβών (Mean Time Between Failures MTBF) ορίζονται ως:

$$MTTF = E[R(\mathbf{x};0)] = \int_0^{\infty} \tau f_T(\mathbf{x};\tau) d\tau \quad (1.78)$$

$$MTBF = E[R(\mathbf{x};t)] = \int_t^{\infty} \tau f_T(\mathbf{x};\tau) d\tau = MTTF + MTTR$$

όπου, $MMTR$ είναι ο μέσος χρόνος για την επαναφορά του συστήματος σε κατάσταση λειτουργίας από μία κατάσταση αστοχίας. Η μέση ζωή ενός συστήματος είναι ίση με το μέσο χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών βλαβών όταν:

- Το σύστημα επανέρχεται σε κατάσταση λειτουργίας από μία κατάσταση αστοχίας σε

χρόνο $MTTR \ll E[R(\mathbf{x};0)]$

- Όταν η επισκευή επαναφέρει το σύστημα σε κατάσταση λειτουργίας και δεν επηρεάζει τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ανελιξέων $R(\mathbf{x};t)$, $S(\mathbf{x};t)$.

Η Συνάρτηση Επικινδυνότητας (Hazard Function) ορίζει την πιθανότητα αστοχίας ενός συστήματος ή εξαρτήματος του σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Η χρονική εξέλιξη του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα δίδεται ως [31], [62], [173]:

$$P\{\mathbf{x}; t \leq T \leq t + \delta t\} = F(\mathbf{x}; t + \delta t) - F(\mathbf{x}; t) = R(\mathbf{x}; t) - R(\mathbf{x}; t + \delta t) \quad (1.79)$$

Η συνάρτηση επικινδυνότητας ορίζεται ως το όριο για $\delta t \rightarrow 0$ του λόγου της μεταβολής της αξιοπιστίας προς το δείκτη αξιοπιστίας τη χρονική στιγμή t [62]:

$$h(\mathbf{x}; t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{R(\mathbf{x}; t) - R(\mathbf{x}; t + \tau)}{\tau \cdot R(\mathbf{x}; t)} \right) = \frac{f(\mathbf{x}; t)}{R(\mathbf{x}; t)} \quad (1.80)$$

Η συνάρτηση επικινδυνότητας καθορίζει την πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος αστοχίας (και κατ' επέκταση το αναμενόμενο ρίσκο) τη χρονική στιγμή t . Ως ρίσκο ορίζεται το γινόμενο της απειλής επί την ενδοτικότητα-ευαισθησία [55]. Ως απειλή ορίζεται ένα φυσικό επικίνδυνο γεγονός και ως ενδοτικότητα-ευαισθησία η πιθανότητα αστοχίας ή η τάση στο να παρουσιαστεί αστοχίας της υπό εξέταση κατασκευής λόγω του φυσικού επικίνδυνου γεγονότος υπό εξέταση [55]. Το αποδεκτό ρίσκο ορίζει άμεσα την αποδεκτή πιθανότητα εμφάνισης των γεγονότων αστοχίας μέσω της χρονικής ολοκλήρωσης. Η συνάρτηση επικινδυνότητας σχετίζεται με τη συνάρτηση επιβίωσης ως:

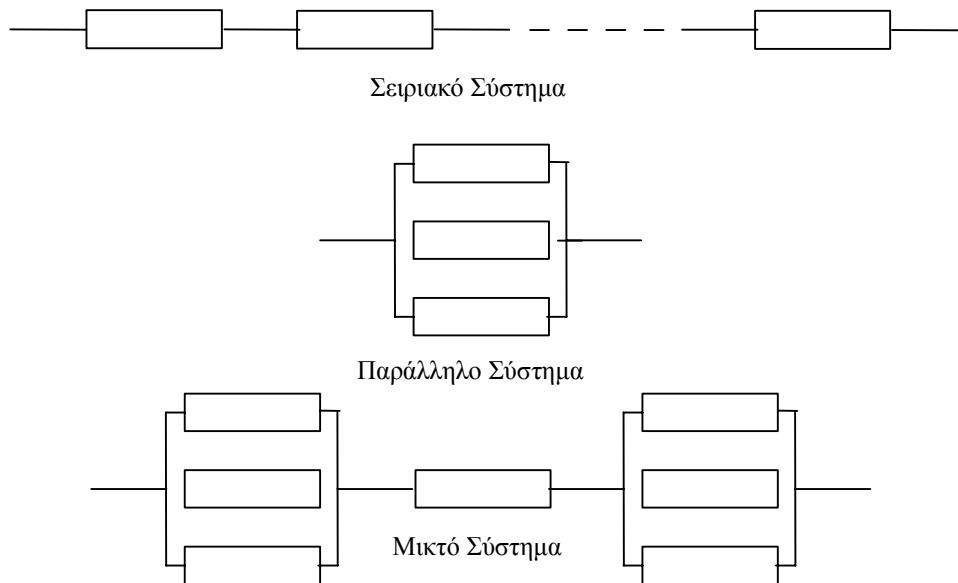
$$\frac{\partial \log(R(\mathbf{x}, t))}{\partial t} = \frac{\partial R(\mathbf{x}, t) / \partial t}{R(\mathbf{x}, t)} = -\frac{f(\mathbf{x}, t)}{R(\mathbf{x}, t)} = -h(\mathbf{x}, t) \Rightarrow h(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial \log(R(\mathbf{x}, t))}{\partial t} \quad (1.81)$$

όπου $\log(R(\mathbf{x}, t))$ είναι ο φυσικός λογάριθμος της συνάρτησης επιβίωσης. Στην παράγραφο 1.14, παρουσιάζονται παραδείγματα μέσω του κοινωνικά αποδεκτού ρίσκου για τον υπολογισμό της έκθεσης σε κίνδυνο σε πλήθος ανθρώπινων δραστηριοτήτων και της αντίστοιχης έκθεσης σε κίνδυνο λόγω δομικής αστοχίας.

1.6.2 Συστήματα

Η πολυπλοκότητα των συστημάτων δεν επιτρέπει συνήθως, την εξαγωγή της ΣΠΠ και τον

υπολογισμό της αξιοπιστίας τους. Ένας τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος [33], [44], [79], [84], [224] είναι ο κατακερματισμός του αρχικού συστήματος σε υποσυστήματα συνδεδεμένα μεταξύ τους παράλληλα ή σε σειρά (Διάγ. 1.11). Κάθε υποσύστημα στη συνέχεια αναλύεται σε επιμέρους υποσυστήματα. Το υποσύστημα για το οποίο δεν είναι δυνατός ο περαιτέρω διαχωρισμός του σε απλούστερα υποσυστήματα ή για το οποίο είναι δυνατός ο ορισμός της συνάρτησης οριακής αντοχής ως προς τις τ.μ του συστήματος ορίζεται ως μέλος ή εξάρτημα ή στοιχείο του συστήματος.



Διάγ. 1.11: Σειριακό, Παράλληλο και Μικτό Σύστημα.

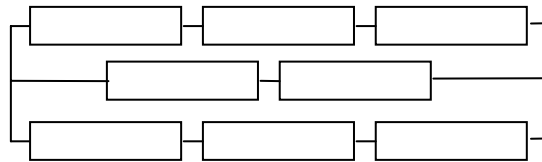
Η συνδεσμολογία των μελών που αποτελούν ένα σύστημα ορίζουν και μία απεικόνιση του συστήματος, καθώς για ένα οποιοδήποτε μη θεμελιώδες σύστημα το πλήθος των δυνατών ισοδύναμων απεικονίσεων είναι μεγαλύτερο της μονάδας. Ως μορφή αστοχίας ή αλληλουχία αστοχίας ορίζεται η αλληλουχία γεγονότων που καταγράφει τη διαδικασία μεταβολής της κατάστασης του συστήματος από μια ασφαλή κατάσταση σε μία κατάσταση αστοχίας μέσω διαδοχικών αστοχιών των μελών του.

1.6.2.1 Θεμελιώδη Συστήματα

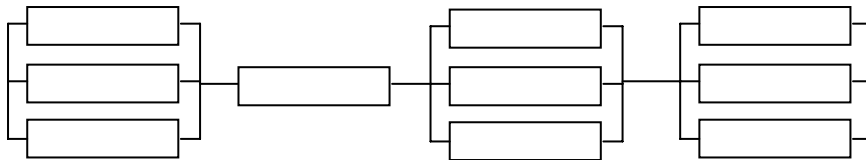
Βασιζόμενοι στη θεώρηση ότι όλα τα συστήματα είναι δυνατό να προσομοιωθούν ως διακριτά συστήματα πεπερασμένου πλήθους δομικών στοιχείων, η αστοχία του συστήματος, μπορεί να διατυπωθεί ως το αποτέλεσμα αστοχίας ενός εκ των υποσυστημάτων που συνδέονται σε σειρά [33] ή ως το αποτέλεσμα αστοχίας όλων των υποσυστημάτων σε σειρά που συνδέονται παράλληλα.

Οι δύο διαφορετικοί τύποι συνδεσμολογίας του συστήματος και των υποσυστημάτων,

αποτελούν και τους δομικούς λίθους για την προσομοίωση κάθε δομικού συστήματος. Το σύστημα για το οποίο η αστοχία ενός και μόνον στοιχείου οδηγεί στην αστοχία του συστήματος ονομάζεται *σειριακό (ή αλυσοειδές) σύστημα*. Το σύστημα για το οποίο είναι αναγκαία η αστοχία όλων των στοιχείων του για να έχουμε την αστοχία του ονομάζεται *παράλληλο σύστημα*. Στο Διάγ. 1.12, παρουσιάζονται δύο ισοδύναμες απεικονίσεις ενός συστήματος.



Σύστημα αποτελούμενο από πλήθος υποσυστημάτων συνδεδεμένα παράλληλα



Σύστημα αποτελούμενο από πλήθος υποσυστημάτων συνδεδεμένα σειριακά

Διάγ. 1.12: Εναλλακτικές Αναπαραστάσεις Συστήματος.

1.6.2.2 Σειριακά Συστήματα

Μέσω της Άλγεβρας Boole [21] η κατάσταση του σειριακού συστήματος ορίζεται ως [33]:

$$S = 1 \rightarrow \forall i \in N \quad S_i = 1 \quad S = 0 \rightarrow \exists i \in N : S_i = 0 \tag{1.82}$$

όπου $S=1$ είναι η κατάσταση λειτουργίας και $S=0$ είναι η κατάσταση αστοχίας του συστήματος ή των μελών του. Η πιθανότητα λειτουργίας ενός σειριακού συστήματος δίδεται ως η πιθανότητα όλα τα στοιχεία του να βρίσκονται σε κατάσταση λειτουργίας. Για ένα σειριακό σύστημα που αποτελείται από n στοιχεία η πιθανότητα λειτουργίας δίδεται ως:

$$P_R(S) = P_R\left(\bigcap_{i=1}^n (S_i = 1)\right) \Rightarrow \tag{1.83}$$

$$P_R(S) = \Pr(S_1 = 1) \cdot \Pr(S_2 = 1 | S_1 = 1) \cdot \Pr(S_3 = 1 | S_1 = 1, S_2 = 1) \cdots \Pr(S_n = 1 | S_1 = 1, \dots, S_{n-1} = 1)$$

Η πιθανότητα αστοχίας εκφράζεται ως η συμπληρωματική πιθανότητα της σχέσης (1.83):

$$P_f(S) = 1 - P_R(S) \tag{1.84}$$

Στην περίπτωση που τα γεγονότα αστοχίας των στοιχείων είναι μη συσχετισμένα μεταξύ τους, η έκφραση για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας βάσει των σχέσεων (1.83), (1.84) δίδεται ως:

$$P_f(S) = 1 - \prod_{i=1}^n P_R(S_i) \tag{1.85}$$

όπου, $P_R(S_i)$ είναι η πιθανότητα του i υποσυστήματος να βρίσκεται σε κατάσταση λειτουργίας. Στην περίπτωση που $1 - P_R(S_i) \ll 1$ η σχέση (1.85) γράφεται ως:

$$P_f(S) \cong \sum_{i=1}^n P_f(S_i) \tag{1.86}$$

όπου $P_f(S_i)$ είναι η πιθανότητα του i υποσυστήματος να βρίσκεται σε κατάσταση αστοχίας.

1.6.2.3 Παράλληλα Συστήματα

Μέσω της Άλγεβρας Boole [21] η κατάσταση του παράλληλου συστήματος ορίζεται ως [33]:

$$S = 1 \rightarrow \exists i \in N \quad S_i = 1 \quad S = 0 \rightarrow \forall i \in N : S_i = 0 \tag{1.87}$$

Η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως:

$$P_f(S) = P_f\left(\bigcap_{i=1}^n (S_i = 0)\right) \Rightarrow \tag{1.88}$$

$$P_f(S) = \Pr(S_1 = 0) \cdot \Pr(S_2 = 0 |_{S_1=0}) \cdot \Pr(S_3 = 0 |_{S_1=0 \vee S_2=0}) \cdots \Pr(S_n = 0 |_{S_1=0 \vee \dots \vee S_{n-1}=0})$$

Στην περίπτωση που τα γεγονότα αστοχίας των στοιχείων είναι μη συσχετισμένα μεταξύ τους, η έκφραση για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας δίδεται ως:

$$P_f(S) = \prod_{i=1}^n P_f(S_i) \tag{1.89}$$

Η πιθανότητα λειτουργίας δίδεται ως η συμπληρωματική πιθανότητα της σχέσης (1.88) στη γενική περίπτωση και της σχέσης (1.89) στην περίπτωση μη συσχετισμένων γεγονότων.

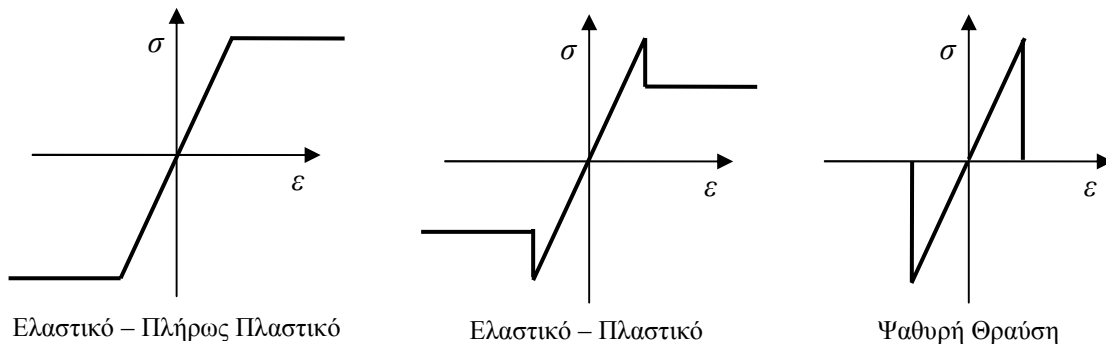
1.6.3 Ψαθυρά και Πλάστιμα Συστήματα

Αναλόγως της μεταελαστικής συμπεριφοράς του υλικού τα μέλη ενός συστήματος εντάσσονται σε τρεις κατηγορίες:

- Συστήματα αποτελούμενα από *πλάστιμα* ή *όλκιμα* μέλη,
- Συστήματα αποτελούμενα από μέλη που παρουσιάζουν *ψαθυρή συμπεριφορά*,
- Μικτά συστήματα ή συστήματα από μέλη που παρουσιάζουν *συνδυασμό πλάστιμης*

και ψαθυρής συμπεριφοράς,

Ως *πλάστιμο* ή *όλκιμο*¹⁰ ορίζεται το στοιχείο που η μεταελαστική του αντοχή είναι ίση με την αντοχή διαρροής (ελαστικό - τελείως πλαστικό) ή ποσοστό αυτής (ελαστικό – πλαστικό). Ως ψαθυρό ορίζεται το στοιχείο που η μεταελαστική του αντοχή είναι ίση με το μηδέν. Τα διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων για τις τρεις κατηγορίες στοιχείων παρουσιάζονται στο Διάγ. 1.13. Κατ’ αντιστοιχία τα συστήματα μπορούν να οριστούν ως πλάστιμα ή ψαθυρά αναλόγως της συμπεριφοράς των δομικών τους στοιχείων.



Διάγ. 1.13: Διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων.

Η μορφή αστοχίας των στοιχείων ενός συστήματος επηρεάζει την πιθανότητα αστοχίας του συστήματος [6], [7], [33], [79]. Στην περίπτωση σειριακών συστημάτων το τελικό αποτέλεσμα της πιθανότητας αστοχίας δεν εξαρτάται της μεταελαστικής συμπεριφοράς καθώς η αστοχία ενός και μόνο μέλους είναι επαρκής για την αστοχία του συστήματος. Σε ένα παράλληλο σύστημα, η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως:

$$\Pr(S_i = 0 | S_{j=1, \dots, i-1, i+1, \dots, N} = 1) = \Pr\left(S_{i,R} - \frac{P}{N} \leq 0\right) \tag{1.90}$$

$$\Pr(S_i = 0 | S_{j=1, \dots, i-1, i+1, \dots, k-1, k+1, \dots, N} = 1 \wedge S_k = 0) = \Pr\left(S_{i,R} - \frac{P - S_{k,R}^{failed}}{N - 1} \leq 0\right)$$

όπου P είναι η τ.μ του επιβαλλόμενου φορτίου, N είναι το πλήθος των μελών το παράλληλου συστήματος S_i και $S_{i,R}^{failed}$ είναι η τιμή της τ.μ της αντοχής πριν και μετά την αστοχία. Για συστήματα που αποτελούνται από στοιχεία που παρουσιάζουν ελαστική-τελείως πλαστική συμπεριφορά, η αστοχία ενός ή περισσότερων από αυτά δεν μεταβάλλει την πιθανότητα αστοχίας των υπολοίπων εφόσον:

¹⁰ Ο όρος ductile μεταφράζεται ως πλάστιμο ή όλκιμο στην Ελληνική Γλώσσα ανάλογα του υλικού κατασκευής.

$$\frac{P - S_{k,R}^{failed}}{N-1} = \frac{P - \frac{P}{N}}{N-1} = \frac{(N-1) \cdot P}{N \cdot (N-1)} = \frac{P}{N} \Rightarrow \Pr\left(S_{i,R} - \frac{L - S_{k,R}^{failed}}{N-1} \leq 0\right) = \Pr\left(S_{i,R} - \frac{L}{N} \leq 0\right) \quad (1.91)$$

Στην περίπτωση που το σύστημα αποτελείται από στοιχεία που επιδεικνύουν ψαθυρή συμπεριφορά ή που το φορτίο που αναλαμβάνουν μετά την αστοχία είναι ποσοστό του φορτίου σε κατάσταση λειτουργίας, έχουμε μεταβολή της πιθανότητας αστοχίας των υπολοίπων μελών. Η πιθανότητα αστοχίας ενός συστήματος αποτελούμενο από ψαθυρά μέλη είναι υψηλότερη από την πιθανότητα αστοχίας ταυτοσήμου κατασκευής αποτελούμενη από πλάστιμα υλικά με ελαστική – τελείως πλαστική συμπεριφορά. Οι δύο αυτές ακραίες περιπτώσεις αποτελούν και το άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος που αποτελείται από πλάστιμα μέλη που παρουσιάζουν ελαστική – πλαστική συμπεριφορά:

$$P_f^{brittle}(S) \leq P_f^{mixed}(S) \leq P_f^{ductile}(S) \quad (1.92)$$

1.6.4 Υπολογισμός της Πιθανότητας Αστοχίας Συστήματος

1.6.4.1 Εισαγωγή

Η πιθανότητα αστοχίας ενός συστήματος δίδεται ως συνδυασμός των πιθανοτήτων αστοχίας των στοιχείων που το αποτελούν. Για ένα σύστημα που μπορεί να αστοχήσει ακολουθώντας n διαφορετικές αλληλουχίες αστοχίας η πιθανότητα αστοχίας του δίδεται ως [31]:

$$P_{f,S} = \sum_{i=1}^n P_{f,i} = \sum_{i=1}^n P(F_i) \quad (1.93)$$

Κάθε αλληλουχία αστοχίας είναι υποσύνολο του γεγονότος αστοχίας του συστήματος εφόσον καθορίζει μία πιθανή διαδοχή γεγονότων αστοχίας που οδηγούν στη μετάπτωση του συστήματος από κατάσταση λειτουργίας σε κατάσταση αστοχίας. Η σχέση (1.93) ισχύει για κάθε σύστημα εφόσον η εμφάνιση μίας συγκεκριμένης αλληλουχίας αστοχίας αποκλείει την εμφάνιση κάθε άλλης αλληλουχίας αστοχίας δηλαδή:

$$P(F_i \cap F_j) = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \wedge i \neq j \quad (1.94)$$

Τα γεγονότα αυτά ορίζονται ως Αμοιβαίως Αποκλειόμενα και σε Σύνολο Πλήρη γεγονότα (Mutually Exclusive and Collectively Exhaustive events) [204]. Η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος F_i ως συνάρτηση των γεγονότων αστοχίας των μελών του δίδεται ως:

$$P_{f,i} = P(F_i) = \left[\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0) - \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0, S_{j_2} < 0) + \\ & \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \sum_{j_3=j_2+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0, S_{j_2} < 0, S_{j_3} < 0) - \dots - L \end{aligned} \right] \quad (1.95)$$

όπου $N_{e,i}$ είναι το μήκος της i αλληλουχίας αστοχίας, S_j είναι το περιθώριο ασφαλείας του j στοιχείου της κατασκευής και L είναι το υπόλοιπο που εξαρτάται από την απαίτηση ακριβείας. Η σχέση (1.95) σε συμπυκνωμένη μορφή δίδεται ως:

$$P_{f,i} = P(F_i) = \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} \cdot \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,i}} \dots \sum_{l_j=l_{j-1}+1}^{N_{e,i}} P\left(\bigcap_{k=1}^j S_{l_k}\right) \right] + L \quad N \leq N_{e,i} \quad (1.96)$$

Για το L ισχύει ότι (πλήρης απόδειξη στην παράγραφο 1.11):

$$\left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,i}} \dots \sum_{l_N=l_{N-1}+1}^{N_{e,i}} P\left(\bigcap_{k=1}^N S_{l_k}\right) \right] \geq L \quad (1.97)$$

Η σχέση (1.96) δηλώνει ότι το γεγονός αστοχίας N μελών της κατασκευής είναι υπερσύνολο του γεγονότος αστοχίας $N+1$ μελών για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς. Εφόσον το υπόλοιπο L δίδεται ως το αλγεβρικό άθροισμα των πιθανοτήτων εμφάνισης των γεγονότος με ταυτόχρονη αστοχία $N+1$ ως και $N_{e,i}$ μελών, η πιθανότητα αυτή θα είναι μικρότερη της πιθανότητας εμφάνισης όλων των δυνατών συνδυασμών αστοχίας N μελών.

1.6.4.2 Όρια Αξιοπιστίας Συστημάτων

Στις περιπτώσεις όπου η κατάστρωση της συνάρτησης οριακής αντοχής δεν είναι δυνατή, έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι που βασίζονται στην εύρεση άνω και κάτω φράγματος της πιθανότητας αστοχίας στηριζόμενοι στις πιθανότητες αστοχίας των στοιχείων τους. Τα όρια υπολογίζονται μέσω της επίλυσης απλούστερων προβλημάτων και σε αρκετές περιπτώσεις η ακρίβεια τους είναι ικανοποιητική.

1.6.4.3 Όρια 1^{ης} τάξεως

Σύμφωνα με τις παραγράφους 1.6.2.1, 1.6.2.2 και 1.6.2.3 ένα σύστημα μπορεί να βρίσκεται σε κατάσταση λειτουργίας ή σε κατάσταση αστοχίας όταν:

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{λειτουργία} \\ 0 & \text{αστοχία} \end{cases} \quad F_i = 1 - S_i = \begin{cases} 1 & \text{αστοχία} \\ 0 & \text{λειτουργία} \end{cases} \quad (1.98)$$

Για σύστημα που αποτελείται από πλήθος υποσυστημάτων η κατάσταση του ορίζεται ως:

$$\bar{S} = (S_1, S_2, \dots, S_n) = \begin{cases} 1 & \text{λειτουργία} \\ 0 & \text{αστοχία} \end{cases} \quad (1.99)$$

Για σειριακό σύστημα η κατάσταση του με βάσει την κατάσταση των υποσυστημάτων του δίδεται ως [6], [17], [21]:

$$S_s(\bar{S}) = \prod_{i=1}^n S_i \quad S_s(\bar{F}) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_i) \quad (1.100)$$

Σε παράλληλο σύστημα η κατάσταση ενός συστήματος δίδεται ως [6], [17], [21]:

$$S_p(\bar{S}) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - S_i) \quad S_p(\bar{F}) = \prod_{i=1}^n F_i \quad (1.101)$$

Οι σχέσεις (1.100) και (1.101) ορίζουν την κατάσταση ενός σειριακού και παράλληλου συστήματος αντίστοιχα βάσει της κατάστασης των υποσυστημάτων του. Η πιθανότητα αστοχίας συστήματος σε σειρά ή σε παραλληλία φράσσεται [6], [21], [31], [33], ως:

$$\begin{aligned} \max_{i=1, n} P\{F_i = 1\} \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P\{F_i = 1\}) &\cong \sum_{i=1}^n P\{F_i = 1\} \\ \prod_{i=1}^n P\{F_i = 1\} \leq P_f \leq \min_{i=1, n} P\{F_i = 1\} & \end{aligned} \quad (1.102)$$

Τα όρια αυτά είναι κατ' αντιστοιχία οι εκφράσεις της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση που οι τ.μ είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητες ή πλήρως εξαρτημένες. Τα όρια αυτά αποτελούν και όρια με το μικρότερο δυνατό εύρος στην περίπτωση που μόνον οι πιθανότητες αστοχίας των στοιχείων είναι γνωστές [21], [204] δηλαδή δεν υπάρχουν πληροφορίες ως προς την κοινή πιθανότητα αστοχίας των μελών του συστήματος. Το άνω όριο της πιθανότητας αστοχίας ορίζεται από την πιθανότητα αστοχίας του μέλους με την υψηλότερη πιθανότητα αστοχίας (σύστημα εν παραλληλία – πλήρως συσχετισμένες μεταβλητές) ή ορίζεται ως το άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων αστοχίας (σύστημα εν σειρά – ασυσχέτιστες μεταβλητές). Μειονέκτημα των ορίων αυτών είναι ότι για συστήματα που απαρτίζονται από πολλά μέλη τα όρια αυτά παρουσιάζουν μεγάλο εύρος.

1.6.4.4 Όρια 2^{ης} τάξεως – Όρια Kounias – Hunter – Ditlevsen

Τα όρια των Kounias [112], Hunter [90] και Ditlevsen [47] (ευρέως γνωστά ως όρια Ditlevsen) χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας ενός σειριακού συστήματος και αποτελούν επέκταση των ορίων για σειριακά συστήματα της σχέσης (1.102) με την εισαγωγή των γεγονότων ταυτόχρονης αστοχίας δύο στοιχείων του συστήματος. Η

πιθανότητα αστοχίας ενός συστήματος φράσσεται ως [31], [33]:

$$P_{fL} \leq P_f \leq P_{fU}$$

$$P_{fL} = P\{F_1 = 1\} + \sum_{i=2}^n \max \left\{ \left[P\{F_i = 1\} - \sum_{j=1}^{i-1} P\{(F_i = 1) \cap (F_j = 1)\} \right], 0 \right\} \quad (1.103)$$

$$P_{fU} = \sum_{i=1}^n P\{F_i = 1\} - \sum_{i=2}^n \max_{j < i} P\{(F_i = 1) \cap (F_j = 1)\}$$

όπου, F_i είναι το γεγονός αστοχίας του i μέλους του συστήματος. Το κάτω όριο ορίζεται ως το άθροισμα της πιθανότητας του πρώτου μέλους και του αθροίσματος της διαφοράς της πιθανότητας αστοχίας των υπολοίπων μελών μείον το άθροισμα της πιθανότητας της ταυτόχρονης αστοχίας του μέλους αυτού με τα μέχρι τη στιγμή εκείνη εξεταζόμενα μέλη (εξαιρουμένου του μέλους υπό εξέταση). Το άνω όριο δίδεται ως το άθροισμα των πιθανοτήτων αστοχίας των μελών του συστήματος μείον το άθροισμα της μέγιστης ταυτόχρονης πιθανότητας αστοχίας δύο μελών του συστήματος για $n-1$ συνδυασμούς.

Οι ανισότητες αυτές έχουν πολύ στενά όρια διακύμανσης για συντελεστές συσχέτισης μικρότερους από 0.6 [33]. Η διακύμανση των ορίων αυτών είναι συνάρτηση της ταξινόμησης των γεγονότων των στοιχείων και το υψηλότερο άνω όριο (*supremum*) του κάτω ορίου και το χαμηλότερο κάτω όριο (*infimum*) του άνω ορίου δεν προέρχονται πάντα από την ίδια ταξινόμηση [204]. Για να επιτευχθούν τα καλύτερα δυνατά όρια καθίσταται αναγκαίος έλεγχος κάθε δυνατής ταξινόμησης. Το πλήθος των δυνατών ταξινομήσεων είναι ίσο με $n!$ όπου n το πλήθος των μελών που αποτελούν το σύστημα [204]. Τα όρια Ditlevsen έχουν τύχει ευρείας εφαρμογής για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας σειριακών συστημάτων. Ο μόνος περιορισμός του είναι η απαίτηση γνώσης της από κοινού πιθανότητας αστοχίας δύο μελών του συστήματος.

1.6.4.5 Επέκταση των ορίων 2^{ης} τάξεως – Ορίων Ditlevsen

Ο Zhang [227] επεξέτεινε τα όρια Ditlevsen με την απαίτηση στον υπολογισμό των ορίων γεγονότων ταυτόχρονης αστοχίας 3^{ης} και ανωτέρας τάξεως. Τα άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας, δίδονται ως [204]:

$$P_{f,s} \leq P_1 + P_2 - P_{12} + \sum_{i=3}^n \left[P_i - \max_{\substack{k \in \{2, \dots, i-1\} \\ k \neq j}} (P_{ik} + P_{ij} - P_{ijk}) \right] \quad (1.104)$$

$$P_{f,s} \geq P_1 + P_2 - P_{12} + \sum_{i=3}^n \max \left(0, P_i - \sum_{j=1}^{i-1} P_{ij} + \max_{k \in \{1, \dots, i-1\}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{i-1} P_{ijk} \right) \quad (1.105)$$

όπου, P_i , P_{ij} και P_{ijk} είναι οι πιθανότητες αστοχίας [227]:

$$\begin{aligned} P_i &= P\{F_i = 1\} \\ P_{ij} &= P\{(F_i = 1) \cap (F_j = 1)\} \\ P_{ijk} &= P\{(F_i = 1) \cap (F_j = 1) \cap (F_k = 1)\} \end{aligned} \tag{1.106}$$

Όπως και στην περίπτωση των ορίων Ditlevsen οι τιμές του κάτω και άνω ορίου των εκτεταμένων ορίων Ditlevsen είναι συναρτήσεις της ταξινόμησης των γεγονότων.

1.6.4.6 Όρια αξιοπιστίας συστημάτων με μέθοδο Γραμμικού Προγραμματισμού

Το πρόβλημα της εύρεσης της ταξινόμησης των γεγονότων αστοχίας ώστε να επιτευχθεί το μικρότερο δυνατό εύρος ορίων μπορεί να αντιμετωπιστεί και ως πρόβλημα βελτιστοποίησης. Οι Song, και Der Kiureghian [204], παρουσιάζουν τη μεθοδολογία για τη μετατροπή του προβλήματος ταξινόμησης σε πρόβλημα βελτιστοποίησης που λύνεται με τη βοήθεια του γραμμικού προγραμματισμού [204].

Ο χώρος Ω (το σύνολο των πιθανών γεγονότων) χωρίζεται σε 2^n αμοιβαίως αποκλειόμενα και σε σύνολο πλήρη γεγονότα όπου n είναι το πλήθος των στοιχείων [81]. Στο Διάγ. 1.14, παρουσιάζονται τα αμοιβαίως αποκλειόμενα και σε σύνολο πλήρη γεγονότα για $n=3$. Για τα γεγονότα αυτά ισχύει ότι:

$$e_i \cap e_j = \emptyset \quad \bigcup_{i=1}^{2^n} e_i = \Omega \tag{1.107}$$

Για τις πιθανότητες αστοχίας των γεγονότων αυτών ισχύει ότι [204]:

$$\forall i: P(e_i) \geq 0 \quad \Pr\left[\bigcup_{i=1}^k e_i\right] = \sum_{i=1}^k P(e_i) \quad \Pr\left[\bigcup_{i=1}^{2^n} e_i\right] = \sum_{i=1}^{2^n} P(e_i) = 1 \tag{1.108}$$

Οι πιθανότητες αστοχίας των στοιχείων του συστήματος μπορούν να γραφούν σε γραμμικές σχέσεις των αμοιβαίως αποκλειόμενων και σε σύνολο πλήρη γεγονότων ως [204]:

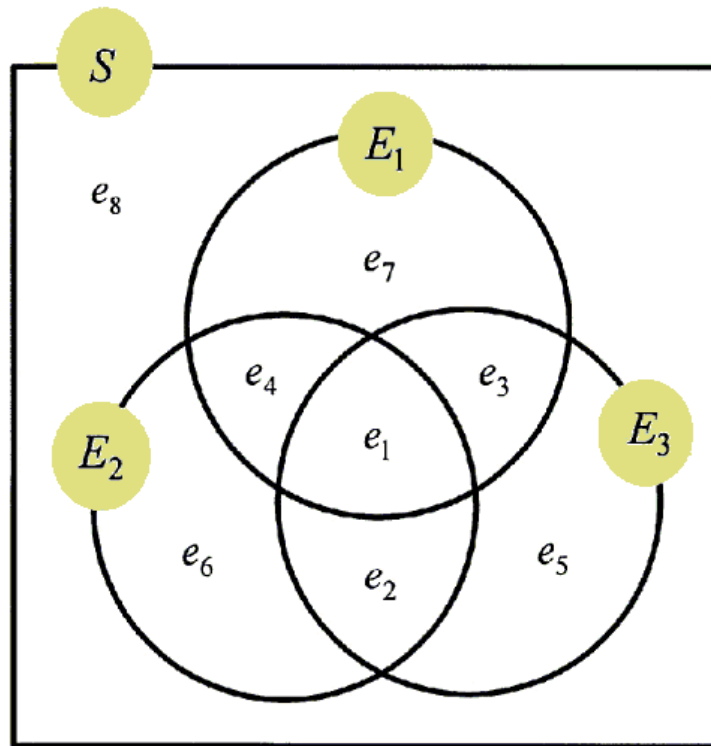
$$\begin{aligned} P(F_i) &= \sum_{r:e_r \subseteq F_i} P(e_r) & P(F_{ij}) &= \sum_{r:e_r \subseteq F_i, F_j} P(e_r) & P(F_{ijk}) &= \sum_{r:e_r \subseteq F_i, F_j, F_k} P(e_r) \\ P(F_{ij}) &= P(F_i \cap F_j) & P(F_{ijk}) &= P(F_i \cap F_j \cap F_k) \end{aligned} \tag{1.109}$$

Ο μετασχηματισμός των πιθανοτήτων αστοχίας των στοιχείων του συστήματος στη μορφή της σχέσεως (1.109) δηλαδή ως γραμμικοί συνδυασμοί των πιθανοτήτων των αμοιβαίως

αποκλειόμενων και σε σύνολο πλήρη γεγονότων, επιτρέπει και τη μετατροπή του προβλήματος ταξινόμησης των γεγονότων ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με αντικειμενικές συναρτήσεις:

$$\min \{P_{f,U}\} \quad \max \{P_{f,L}\} \tag{1.110}$$

όπου οι περιορισμοί του προβλήματος δίδονται από τη σχέση (1.108). Ως μεταβλητές του προβλήματος ορίζονται οι ταξινομήσεις των γεγονότων των στοιχείων του συστήματος που συνδέονται άμεσα με τις μεταβλητές των αμοιβαίως αποκλειόμενων και σε σύνολο πλήρη γεγονότων της σχέσης (1.109).



Διάγ. 1.14: Αμοιβαίως αποκλειόμενα και σε σύνολο πλήρη γεγονότα για n=3.

Εφόσον υπάρχει πεπερασμένη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης η λύση αυτή αποτελεί και τη βέλτιστη λύση του προβλήματος [18] οπότε και το εύρος των ορίων είναι το μικρότερο δυνατό. Μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται εκθετικά με τον αριθμό των στοιχείων που ορίζουν το σύστημα.

1.6.4.7 Σειριακό σύστημα n μελών με ίσο δείκτη αξιοπιστίας

Στην περίπτωση σειριακού συστήματος αποτελούμενο από στοιχεία με ίσο δείκτη αξιοπιστίας και μητρώο συσχέτισης ρ_{ij} , η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [33]:

$$P_f(\bar{\rho}) = P_f(\bar{\rho}) - [P_{f,2}(\bar{\rho}) - P_{f,2}(\rho_{\max})] \tag{1.111}$$

όπου, $P_{f,2}(\rho_{max})$ και $P_{f,2}(\bar{\rho})$ είναι οι πιθανότητες αστοχίας για ένα σειριακό σύστημα με δύο τ.μ που ακολουθούν κανονική κατανομή και με δείκτες συσχέτισης ίσους με ρ_{max} και $\bar{\rho}$ αντιστοίχως όπου ο *ισοδύναμος συντελεστής συσχέτισης* $\bar{\rho}$ ορίζεται από την επίλυση της σχέσης (1.111). Οι δείκτες συσχέτισης $\bar{\rho}$ και ρ_{max} δίδονται ως [33]:

$$\rho_{max} = \max_{i,j=1,n} \rho_{ij} \quad i \neq j \quad \bar{\rho} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \rho_{ij} \quad (1.112)$$

Ο δείκτης αξιοπιστίας του συστήματος δίδεται ως [33]:

$$\beta_s = \beta_e \sqrt{\frac{n}{1 + \bar{\rho}(n-1)}} \quad (1.113)$$

1.6.4.8 Παράλληλο σύστημα n μελών με ίσο δείκτη αξιοπιστίας

Για παράλληλο σύστημα η σχέση (1.113) διαμορφώνεται ως [33]:

$$\beta_s = \beta_e \sqrt{\frac{n}{1 + \bar{\rho}(n-1)}} \quad (1.114)$$

όπου το $\bar{\rho}$ υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (1.112). Η διαφορά μεταξύ των σχέσεων (1.113) και (1.114) εστιάζεται στον υπολογισμό του *ισοδύναμου συντελεστή συσχέτισης*.

1.7 Μέθοδοι Ανάλυσης Αξιοπιστίας Συστημάτων

Οι μέθοδοι ανάλυσης αξιοπιστίας ανάλογα με την πληροφορία που χρησιμοποιούν, τον τρόπο διαχείρισης της, καθώς και με τον τρόπο με τον οποίο ορίζεται η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος χωρίζονται σε 3 επίπεδα [31]:

Μέθοδοι 1^{ου} επιπέδου. Στις μεθόδους αυτές οι εκτιμήσεις της αξιοπιστίας του συστήματος υπολογίζονται βάσει των δεικτών αξιοπιστίας των μελών του (ή σε μερικές περιπτώσεις βάσει της αναμενόμενης αξιοπιστίας του συστήματος ως προς μία παράμετρο του). Στις μεθόδους 1^{ου} επιπέδου ανήκουν και οι κανονισμοί σχεδιασμού κατασκευών που εισάγουν την έννοια της αξιοπιστίας του μέλους μέσω των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας.

Μέθοδοι 2^{ου} επιπέδου. Περιλαμβάνουν λύσεις του προβλήματος αξιοπιστίας που στηρίζονται σε προσεγγίσεις της συνάρτησης οριακής αντοχής και σε προσεγγίσεις της κοινής ΣΠΠ του διανύσματος των τ.μ. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται αναλυτικά στις παραγράφους 1.7.2 και 1.7.3 βασίζονται στην επίλυση ενός προβλήματος για το οποίο η

συνάρτηση οριακής αντοχής είναι εκ των προτέρων γνωστή ή είναι δυνατό να γραφεί με τη μορφή μη πεπλεγμένης συνάρτησης ως προς τις τ.μ.

Μέθοδοι 3^ο επιπέδου. Υπολογίζουν την ακριβή τιμή της πιθανότητας αστοχίας του συστήματος και των στοιχείων αυτού. Οι μέθοδοι αυτές δεν χρησιμοποιούν προσεγγίσεις της συνάρτησης οριακής αντοχής και δεν απαιτούν προσεγγίσεις της κοινής ΣΠΠ του διανύσματος των τ.μ. Στην κατηγορία των μεθόδων 3^ο επιπέδου εντάσσονται και οι μέθοδοι δειγματοληψίας (μέθοδος Monte Carlo κλπ.) εφόσον πληρούν όλες τις προϋποθέσεις [31] ως προς το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται.

1.7.1 Μέθοδοι 1^ο επιπέδου

Οι μέθοδοι 1^ο επιπέδου αποτελούν τη βάση των κανονισμών σχεδιασμού οριακής αντοχής. Στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος και αντίστοιχα ο δείκτης αξιοπιστίας της δίδεται ως:

$$P_{f,s} = \max \{P_{f,i}\} \quad \beta_s = \min \{\beta_i\} \quad (1.115)$$

όπου $P_{f,i}$ και β_i είναι η πιθανότητα αστοχίας και ο δείκτης αξιοπιστίας των μελών της κατασκευής. Η σχέση (1.115) τροποποιείται ως [31], [149]:

$$P_{f,s} = E_{i \text{ κρίσιμα}} [P_{f,i}] \quad (1.116)$$

όπου ως κρίσιμα ορίζονται τα μέλη που η πιθανότητα αστοχίας του είναι υψηλότερη ενός συγκεκριμένου ποσοστού της πιθανότητας αστοχίας του περισσότερο κρίσιμου μέλους. Οι σχέσεις (1.115) και (1.116) δεν λαμβάνουν υπόψη στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας την ικανότητα ανάληψης βλάβης του συστήματος [149].

1.7.2 Μέθοδοι 2^ο επιπέδου

Οι μέθοδοι πιθανοτικής ανάλυσης 2^ο επιπέδου αποτελούν προσεγγιστικές λύσεις των λύσεων 3^ο επιπέδου λόγω της απώλειας πληροφορίας όσον αφορά τα χαρακτηριστικά της κατανομής των τ.μ με το να αγνοηθούν οι ροπές τρίτης και ανωτέρας τάξεως [6], [7], [33], [31], [138]. Για την επίλυση του προβλήματος αρκεί να είναι γνωστές η μέση τιμή και η διασπορά των τ.μ και η συνάρτηση οριακής αντοχής του συστήματος [31], [33]:

$$\mu_i = E \{x_i\} \quad C_{ij} = Cov \{x_i, x_j\} \quad x_i, x_j \in \mathbf{X} \quad f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1.117)$$

1.7.2.1 Δείκτης β για συστήματα με γραμμική οριακή συνάρτηση και

ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ Τ.μ

Ο δείκτης αξιοπιστίας ενός συστήματος, για γραμμική συνάρτηση οριακής αντοχής με τ.μ που ακολουθούν την κανονική κατανομή δίδεται ως [31], [33]:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad P_f = \Phi(-\beta) \quad (1.118)$$

Όταν η συνάρτηση οριακής αντοχής δεν είναι γραμμική μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση πρώτης τάξεως κατά Taylor της συνάρτησης οριακής αντοχής [188]. Η μέση τιμή και διασπορά στην περίπτωση αυτή δίδονται ως:

$$\mu_M \cong f_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\mu}) \quad \sigma_M^2 = \sum_i^N \sum_j^N \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j} \cdot COV(x_i, x_j) \quad (1.119)$$

1.7.2.2 Δείκτης Αξιοπιστίας Hasofer & Lind

Ο δείκτης αξιοπιστίας β των σχέσεων (1.118) και (1.119), αποτελεί εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση μη γραμμικής συνάρτησης οριακής αντοχής και αναλόγως της μορφής της, αποτελεί μία συντηρητική ή μη συντηρητική εκτίμηση του πραγματικού δείκτη αξιοπιστίας. Για την ελαχιστοποίηση του λάθους εκτίμησης ο δείκτης αξιοπιστίας τροποποιήθηκε από τους Hasofer & Lind. Ο δείκτης αξιοπιστίας κατά Hasofer & Lind β_{HL} δίδεται ως η ελάχιστη απόσταση του σημείου της μέσης τιμής του διανύσματος των τ.μ και της διεπιφάνεια αστοχίας – λειτουργίας της συνάρτησης οριακής αντοχής:

$$\beta_{HL} = \sqrt{\sum_{i=1}^N z_i^2} \quad (1.120)$$

Η εύρεση του δείκτη αξιοπιστίας αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα βελτιστοποίησης με στόχο την ελαχιστοποίηση της ποσότητας της σχέσης (1.120) και ορίζεται ως [31]:

$$\min(\beta_{HL}) \quad (1.121)$$

υπό την προϋπόθεση:

$$f(\beta_{HL} \cdot a_1, \dots, \beta_{HL} \cdot a_n) = 0 \quad \text{όπου} \quad a_i = \frac{-A_i}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (A_k)^2}} \quad A_i = \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial z_i}(\beta_{HL} \cdot \bar{\mathbf{a}}) \quad (1.122)$$

Η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος δίδεται όπως και στη σχέση (1.118) ως [31]:

$$P_f = \Phi(-\beta_{HL}) \quad (1.123)$$

1.7.3 Εκτεταμένες Μέθοδοι 2^{ου} Επιπέδου

Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.7.2 υπολογίζουν την πιθανότητα αστοχίας του συστήματος υπό την προϋπόθεση ότι οι τ.μ είναι **στατιστικά ανεξάρτητες** και ακολουθούν την **κανονική κατανομή**. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται η μεθοδολογία για την άρση των δύο αυτών περιορισμών.

1.7.3.1 Πρόβλημα Στατιστικώς Εξαρτημένων τ.μ

Το πρόβλημα των στατιστικώς εξαρτημένων τ.μ αντιμετωπίζεται με το μετασχηματισμό του χώρου των τ.μ και του προβλήματος αντίστοιχα σε χώρο στατιστικώς ανεξάρτητων τ.μ. Οι τ.μ του μετασχηματισμένου χώρου ακολουθούν κανονική κατανομή εφόσον ορίζονται ως γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών του αρχικού χώρου των τ.μ. Αν το *μητρώο συνμεταβολής* (ή *μητρώο συνδιασποράς*) για ένα διάνυσμα τ.μ οριστεί ως:

$$\mathbf{C}_X = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \dots & COV_{x_1, x_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ COV_{x_M, x_1} & \dots & \sigma_{x_M}^2 \end{bmatrix} \quad (1.124)$$

Μέσω της επίλυσης του παρακάτω συστήματος:

$$\mathbf{C}_X \cdot \mathbf{V}_Y - \lambda \cdot \mathbf{V}_Y = \mathbf{0} \quad (1.125)$$

όπου, λ είναι διαγώνιο μητρώο που περιέχει τις ιδιοσυχνότητες του προβλήματος και \mathbf{V}_Y είναι το διάνυσμα των ιδιομορφών, επιτυγχάνεται ο μετασχηματισμός της βάσης των M τ.μ \mathbf{X} σε βάση N στατιστικώς ανεξάρτητων τ.μ \mathbf{Y} . Οι ιδιομορφές \mathbf{V}_Y δίδουν τους παράγοντες του μητρώου μετασχηματισμού \mathbf{A} ως:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{V}_{Y,1}, \dots, \mathbf{V}_{Y,N}] \quad M \times N \quad M \geq N \quad (1.126)$$

Οι συντελεστές του προβλήματος \mathbf{Y} δίδονται ως:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{X} \quad (1.127)$$

Τέλος το διάνυσμα μέσων τιμών $E[\mathbf{Y}]$ και το μητρώο συνμεταβολής \mathbf{C}_Y δίδονται ως:

$$E[\mathbf{Y}] = \mathbf{A}^T \cdot E[\mathbf{X}] \quad \mathbf{C}_Y = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C}_X \cdot \mathbf{A} \quad c_{Y,ii} = \sigma_{Y_i}^2 \quad \vee \quad c_{Y,ij} = 0 : i \neq j \quad (1.128)$$

Ο δείκτης αξιοπιστίας υπολογίζεται μέσω της επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης των σχέσεων (1.121) και (1.122). Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης τροποποιείται ως:

$$\beta_{HL} = \min_{\mathbf{z} \in \Omega_z} \sqrt{(\mathbf{z}^T \mathbf{z})} = \min_{\mathbf{y} \in \Omega_y} \sqrt{(\mathbf{y}^T \mathbf{y})} = \min_{\mathbf{x} \in \Omega_x} \sqrt{[(\mathbf{A}^T \mathbf{X})^T (\mathbf{A}^T \mathbf{X})]} \quad (1.129)$$

όπου, Ω_x , Ω_y και Ω_z ορίζονται ο αρχικός πιθανοτικός χώρος, ο πιθανοτικός χώρος των γραμμικώς ανεξάρτητων τ.μ και ο κανονικός πιθανοτικός χώρος των γραμμικώς ανεξάρτητων τ.μ που ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή και τυπική απόκλιση:

$$\left. \begin{aligned} E[\mathbf{Z}] &= \mathbf{0} \\ \sigma[\mathbf{Z}] &= \mathbf{1} \end{aligned} \right\} z_i = \frac{y_i - E[y_i]}{\sigma[y_i]} \quad (1.130)$$

Στον κανονικό πιθανοτικό χώρο η ευκλείδεια απόσταση του Σημείου Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Point) ορίζει και το δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος.

1.7.3.2 Πρόβλημα μη κανονικών τ.μ

Στην περίπτωση μη κανονικών τ.μ εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός κατά *Rackwitz-Fiessler* [31], [184]. Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της ισοδύναμης κανονικής κατανομής δίδεται ως [33]:

$$\sigma_{x_i}' = \frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]\}}{f_{x_i}(x_i^*)} \quad \mu_{x_i}' = x_i^* - \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)] \sigma_{x_i}' \quad (1.131)$$

όπου x_i^* είναι το σημείο προσαρμογής της i τ.μ. Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση δίδονται ως συναρτήσεις του σημείου προσαρμογής με αποτέλεσμα η ακρίβεια της μεθόδου να συναρτάται από την επιλογή του σημείου αυτού. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με την ενσωμάτωση του υπολογισμού του σημείου \mathbf{x}^* στη διαδικασία βελτιστοποίησης της σχέσης (1.121). Αυτό επιτυγχάνεται με την ταύτιση του σημείου αυτού με το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας που αποτελεί τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν:

$$\|\mathbf{x}_{t+1}^* - \mathbf{x}_t^*\| \leq \varepsilon_1 \quad \vee \quad |\beta_{HL,t+1} - \beta_{HL,t}| \leq \varepsilon_2 \quad (1.132)$$

όπου ε_1 και ε_2 είναι μικρές θετικές τιμές που αντικατοπτρίζουν την απαίτηση ακρίβειας κατά την ανάλυση.

1.7.3.3 Πρόβλημα συσχετισμένων μη κανονικών τ.μ

Στη γενικότερη περίπτωση που οι τ.μ είναι στατιστικά εξαρτημένες και δεν ακολουθούν την

κανονική κατανομή, η επίλυση του προβλήματος αξιοπιστίας επιτυγχάνεται με το συνδυασμό των διαδικασιών των παραγράφων 1.7.3.1 και 1.7.3.2.

Τα βήματα της επίλυσης του προβλήματος συνοψίζονται ως:

Βήμα 1: Αρχικοποίηση των μεταβλητών του προβλήματος.

Βήμα 2: Επιλογή του σημείου $\mathbf{x}^*_{t=1} = E[\mathbf{x}]$

Βήμα 3: Μετασχηματισμός των μεταβλητών \mathbf{X} κατά Rackwitz-Fiessler (σχέση (1.131)) σε στατιστικά εξαρτημένες κανονικές τ.μ (\mathbf{X}_n).

Βήμα 4: Μετασχηματισμός του διάνυσματος \mathbf{X}_n των στατιστικά εξαρτημένων κανονικών τ.μ σε διάνυσμα \mathbf{Y} στατιστικά ανεξάρτητων κανονικών τ.μ σύμφωνα με τις σχέσεις (1.125) ως (1.127).

Βήμα 5: Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης και υπολογισμός του β_{HL} και $\mathbf{x}_{t=1}^{HL}$

Βήμα 6: Υπολογισμός των διαφορών, $\|\mathbf{x}^*_{t+1} - \mathbf{x}^*_t\|$ και $|\beta_{HL,t+1} - \beta_{HL,t}|$

Βήμα 7: Η διαδικασία τερματίζεται αν ισχύει η σχέση (1.132), αλλιώς $\mathbf{x}^*_{t+1} = \mathbf{x}_t^{HL}$ και επιστροφή στο **Βήμα 3**.

1.7.3.4 Μέθοδος Απόκρισης Επιφανείας

Η Μέθοδος Απόκρισης Επιφανείας (Response Surface Method) ανήκει στην κατηγορία των εκτεταμένων μεθόδων 2^{00} επιπέδου εφόσον πληροί τις προϋποθέσεις της παραγράφου 1.7. Η μέθοδος στηρίζεται στην προσέγγιση της συνάρτησης οριακής αντοχής μέσω ενός πολυωνύμου μικρής τάξεως [107]:

$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (1.133)$$

όπου, \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των τ.μ, $f(\mathbf{x})$ είναι η συνάρτηση οριακής αντοχής και ε είναι το σχετικό λάθος εκτίμησης. Στόχος της ανάλυσης είναι η ελαχιστοποίηση του σχετικού λάθους:

$$\text{εύρεση } g(\mathbf{x}) : \varepsilon \rightarrow \min \quad (1.134)$$

Η συνάρτηση οριακής αντοχής προσεγγίζεται από πολυώνυμο 2^{16} τάξης ως [26], [107]:

$$f(\mathbf{x}) \cong g(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^N b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^N c_i \cdot x_i^2 \quad (1.135)$$

Οι παράμετροι $\{a, b, c_i\}$ υπολογίζονται συνήθως μέσω της δειγματοληψίας της συνάρτησης οριακής αντοχής σε σημεία που βρίσκονται στους άξονες του χώρου των τ.μ ως [26]:

$$x_i = \bar{x}_i \pm f_i \cdot \sigma_i \tag{1.136}$$

όπου, \bar{x}_i είναι η μέση τιμή της i τ.μ, σ_i είναι η τυπική απόκλιση της μεταβλητής αυτής και f_i είναι μία αυθαίρετως επιλεγμένη τιμή. Η επιλογή των παραμέτρων f_i αποκτά ιδιαίτερη σημασία αναλόγως των χαρακτηριστικών της συνάρτησης $g(\mathbf{x})$ και κριτήρια για την επιλογή τους παρουσιάζονται από τους Rajashekhar και Ellingwood [185]. Με το πέρας του υπολογισμού των παραμέτρων η λύση της σχέσης (1.135) δίδει το σημείο \mathbf{x}_D που αποτελεί εκτίμηση του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας της συνάρτησης οριακής αντοχής. Βάσει του σημείου αυτού, επιλέγεται το επόμενο επικεντρικό σημείο \mathbf{x}_M [26]:

$$\mathbf{x}_M = \bar{\mathbf{x}} + (\mathbf{x}_D - \bar{\mathbf{x}}) \cdot \frac{f(\bar{\mathbf{x}})}{f(\bar{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x}_D)} \tag{1.137}$$

Η διαδικασία υπολογισμού των παραμέτρων της σχέσης (1.135) επαναλαμβάνεται με τη διαφορά ότι η σχέση (1.136) τροποποιείται ως:

$$x_i = \bar{x}_{M,i} \pm f_i \cdot \sigma_i \tag{1.138}$$

Η διαδικασία τερματίζεται είτε με τον υπολογισμό του νέου σετ των παραμέτρων $\{a, b, c_i\}$ είτε στην περίπτωση που ισχύει η παρακάτω συνθήκη:

$$\|\mathbf{x}_D^{i+1} - \mathbf{x}_D^i\| \leq \varepsilon \tag{1.139}$$

Η πιθανότητα αστοχίας υπολογίζεται με τη βοήθεια μεθόδων δειγματοληψίας του πιθανοτικού χώρου (μέθοδος Monte Carlo, μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας κ.α.).

Οι κυριότερες παραλλαγές της μεθόδου σχετίζονται με τη μορφή της σχέσης (1.135). Η συνάρτηση οριακής αντοχής είναι δυνατό να γραφτεί ως [76], [218], [217]:

$$f(\mathbf{x}) \cong g(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^N \beta_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{i < j}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \tag{1.140}$$

όπου, β_{ij} είναι οι παράμετροι ανάδρασης της συνάρτησης. Η μέθοδος απόκρισης επιφανείας χρησιμοποιείται ευρύτατα στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας κατασκευών σε συνδυασμό με τη μέθοδο Monte Carlo [109], ή σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους δειγματοληψίας όπως η μέθοδος Λατινικού Υπερκύβου [218], [217] ή η Μέθοδος Βαρύνουσας Δειγματοληψίας [26], [176], [193].

Οι Gayton et al., [76], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου με επανάληψη της δειγματοληψίας για βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης. Οι Petryna et al., [176], εφαρμόζουν τη μέθοδο σε συνδυασμό με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας για τον υπολογισμό της πιθανότητας αξιοπιστίας σε κολώνες από ΩΣ που υπόκεινται σε διάβρωση. Η μέθοδος εφαρμόζεται στον υπολογισμό της μεταβολής της πιθανότητας αστοχίας σε τοξωτή γέφυρα που υπόκεινται σε εναλλασσόμενα φορτία. Οι Moro et al., [147], εφαρμόζουν τη μέθοδο αυτή σε προβλήματα επαφής παραμορφώσιμων στερεών. Για τον υπολογισμό των σημείων προσαρμογής της συνάρτησης της σχέσης (1.135) η μέθοδος απόκρισης επιφανείας συνδυάζεται με τη μέθοδο Langrange με στόχο τη μείωση της ευαισθησίας της μεθόδου στην επιλογή των παραμέτρων f_i της σχέσης (1.138). Οι Huh και Haldar, [89], συνδυάζουν τη μέθοδο απόκρισης επιφανείας με τη Μέθοδο Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης για τον υπολογισμό της χρονικά μεταβαλλόμενης πιθανότητας αστοχίας μεταλλικών πλαισίων με εύκαμπτες συνδέσεις λόγω σεισμικών φορτίων. Οι Pendola et al., [175], εφαρμόζουν παραλλαγή της μεθόδου σε πρόβλημα αστοχίας αγωγού λόγω κόπωσης όπου η συνάρτηση ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση (1.140) εισάγοντας 3 κριτήρια ως προς τη σύγκλιση της μεθόδου. Τα κριτήρια αυτά εξετάζουν το δείκτη αξιοπιστίας, την τιμή της προσεγγιστικής συνάρτησης πέριξ του σημείου προσαρμογής καθώς και τη μεταβολή των τεταγμένων του σημείου προσαρμογής. Οι Soares et al., [199], εφαρμόζουν παραλλαγή της μεθόδου [175] σε προβλήματα αξιοπιστίας κατασκευών από ΩΣ. Η μέθοδος συνδυάζεται με τον αλγόριθμο των Rackwitz-Fiessler [184], για τη μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Οι Das και Zheng, [39], [231], εφαρμόζουν τη μέθοδο σε προβλήματα ενισχυμένων πλακών. Η ιδιομορφία του προτεινομένου αλγορίθμου έγκειται στο μη μονοσήμαντο ορισμό της προσεγγιστικής συνάρτησης. Αναλόγως του σημείου προσαρμογής και του σχετικού λάθους η μέθοδος αντικαθιστά όρους 2^{n_s} τάξης με αντίστοιχους όρους πεπλεγμένων τ.μ με στόχο την καλύτερη δυνατή προσαρμογή της προσεγγιστικής συνάρτησης στη συνάρτηση οριακής αντοχής. Οι Tandjiria et al., [208], εφαρμόζουν τη μέθοδο σε προβλήματα αξιοπιστίας πασσάλων που υπόκεινται σε οριζόντια φόρτιση. Επιπρόσθετα μελετούν τις συνέπειες της μεταβολής των παραμέτρων αλληλεπίδρασης εδάφους – πασσάλου στο δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος.

Οι Kim και Na [108], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου όπου η συνάρτηση προσαρμογής περιλαμβάνει μόνον τους πεπλεγμένους όρους της σχέσης (1.140):

$$f(\mathbf{x}) \cong g(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^N b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N c_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (1.141)$$

Βάσει των σχέσεων (1.136) και (1.137) εντοπίζεται το σημείο σχεδιασμού και ο δείκτης αξιοπιστίας του συστήματος με τη μέθοδο των Rackwitz-Fiessler [184]. Το νέο σετ των σημείων προσαρμογής δεν υπολογίζεται βάσει της σχέσης (1.136) αλλά μέσω της μεθόδου προβολής σημείων. Το διάνυσμα προβολής δίδεται ως [108]:

$$\delta_j^i = h_j^i \cdot \left[\sqrt{\sum_{k=1}^N h_k^i} \right]^{-1} \quad \mathbf{h}^i = \mathbf{u}^i - \Delta g(\mathbf{x}_D) \cdot (\Delta g^T(\mathbf{x}_D) \cdot \mathbf{u}^i) \quad (1.142)$$

όπου τα $\Delta \tilde{g}(\mathbf{x}_D)$ και \mathbf{u}^{iT} ορίζονται ως:

$$\Delta g(\mathbf{x}_D) = \left[\frac{\partial g(\mathbf{x}_D)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial g(\mathbf{x}_D)}{\partial x_n} \right] \quad \mathbf{u}^{iT} = \{[e_k], k=1, \dots, n\} \begin{cases} e_k = 1 & k = i \\ e_k = 0 & k \neq j \end{cases} \quad (1.143)$$

και τα σημεία προσαρμογής ορίζονται ως [108]:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_D \pm f_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{n-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{iT} \cdot \boldsymbol{\delta}^i \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{iT} = \{[\varepsilon_k], k=1, \dots, n\} \begin{cases} \varepsilon_k = 1.0 & k = i \\ \varepsilon_k = 0.9 & k \neq j \end{cases} \quad (1.144)$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να εξασφαλιστεί ότι η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος για δύο διαδοχικές προσεγγίσεις είναι επαρκώς μικρή. Η μέθοδος εφαρμόζεται με επιτυχία σε πλήθος συναρτήσεων ελέγχου και στη συνέχεια στον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας 6-ορόφου πλαισίου δύο ανοιγμάτων.

Οι Schueller et al., [193], συγκρίνουν τη μέθοδο απόκρισης επιφανείας με διάφορες άλλες μεθόδους (μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας, επαναληπτική Monte Carlo κ.α.) συμπεραίνοντας ότι η μέθοδος είναι ιδιαίτερα κατάλληλη σε προβλήματα υψηλού υπολογιστικού κόστους.

1.7.3.5 Μέθοδος Ανάλυσης Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης (First Order Reliability Method)

Η Μέθοδος ανάλυσης Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξεως (FORM) αποτελεί, όπως και η Μέθοδος ανάλυσης Αξιοπιστίας Δευτέρας Τάξεως (SORM), τις περισσότερο διαδεδομένες μεθόδους για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας ενός συστήματος. Σε σχέση με τις μεθόδους 2^{ου} επιπέδου διαφέρει στο γεγονός ότι για τις τ.μ δεν χρησιμοποιούνται μόνον πληροφορίες από τις δύο πρώτες ροπές αλλά οι κατανομές αυτών ενώ η συνάρτηση οριακής αντοχής προσεγγίζεται από πολώνυμο πρώτης Τάξεως σύμφωνα με το μετασχηματισμό κατά Taylor. Τα βήματα της μεθόδου είναι [138]:

Βήμα 1: Επιλογή του σημείου \mathbf{x}_0 (για το πρώτο βήμα $\mathbf{x}_0 = E[\mathbf{x}_0]$)

Βήμα 2: Μετασχηματισμός των τ.μ του αρχικού χώρου \mathbf{X} κατά Rackwitz-Fiessler (σχέση (1.131)). Υπολογισμός του μητρώου \mathbf{Y} σύμφωνα με τις σχέσεις (1.125) και (1.127) στην περίπτωση των συσχετισμένων τ.μ.

Βήμα 3: Προσέγγιση της συνάρτησης οριακής αντοχής υπό την προϋπόθεση ότι $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{Y}$ όπου \mathbf{A}^i είναι η i γραμμή του μητρώου \mathbf{A} ως:

$$S(\mathbf{A}\mathbf{y}^m) = S(\mathbf{A}\mathbf{y}_o^m) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\mathbf{A}\mathbf{y}_o^m)}{\partial \mathbf{A}^i y_i} \cdot (\mathbf{A}^i y_i - \mathbf{A}^i y_{i,o}) \quad (1.145)$$

Βήμα 4: Υπολογισμός των διανυσμάτων κατεύθυνσης a_i , όπου λ είναι η αυθαίρετη σταθερά Lagrange, ως:

$$a_i = \frac{c_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2}} \quad c_i = \lambda \cdot \frac{\partial S(\mathbf{y}_o)}{\partial y_i} \quad (1.146)$$

Βήμα 5: Υπολογισμός του δείκτη αξιοπιστίας ως:

$$\beta = -\sum_{i=1}^N y_i \cdot a_i \quad (1.147)$$

Βήμα 6: Υπολογισμός της τιμής $S(\mathbf{A}\mathbf{y}^m)$ της σχέσης (1.145)

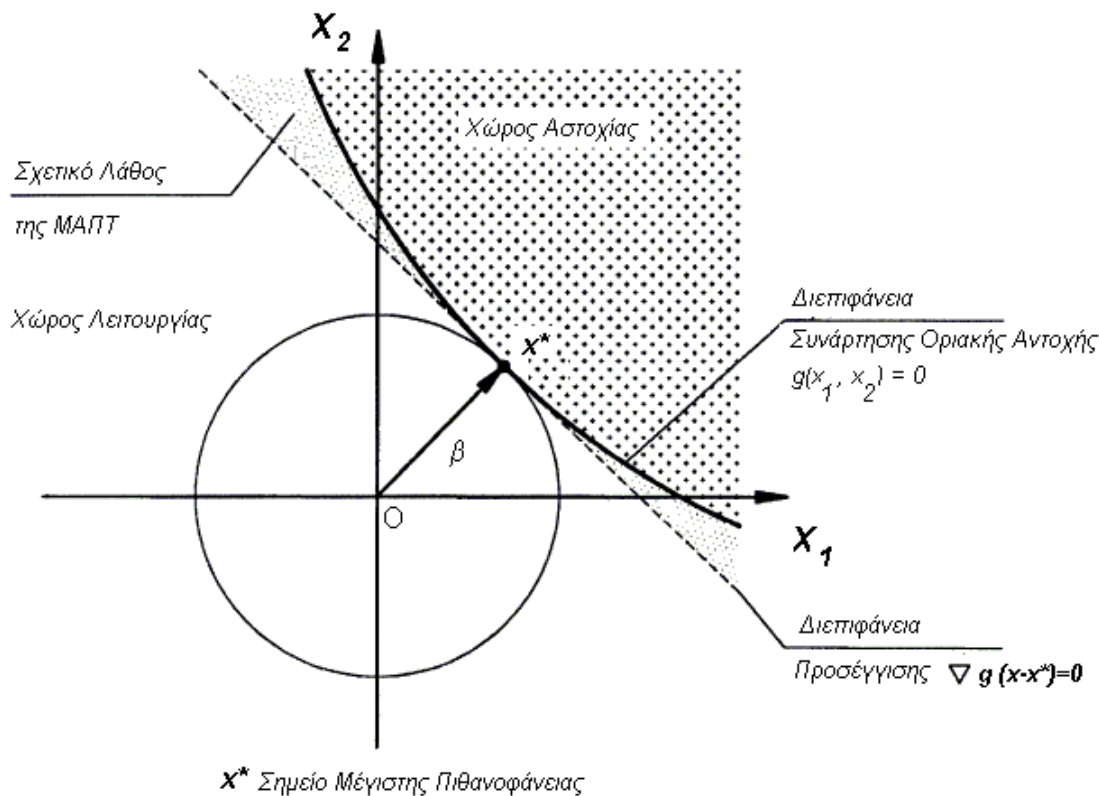
Βήμα 7: Υπολογισμός του σημείου \mathbf{y}^{m+1} ως:

$$\mathbf{y}^{m+1} = -\mathbf{a}^m \cdot \left[\beta + \frac{S(\mathbf{y}^m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2}} \right] \quad (1.148)$$

Βήμα 8: Εύρεση του σημείου \mathbf{x}^{m+1} βάσει των ανάστροφων μετασχηματισμών των σχέσεων (1.125), (1.127) και (1.131)

Βήμα 9: Τερματισμός της διαδικασίας αν $\|\mathbf{x}^{m+1} - \mathbf{x}^m\| < \epsilon$ όπου $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{m+1}$, αλλιώς $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}^{m+1}$ και επιστροφή στο **Βήμα 2**.

Η μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως αποτελεί εξέλιξη της μεθόδου αξιοπιστίας με χρήση ροπών 2^{ος} Τάξεως και απαντάται στη βιβλιογραφία [138] και ως Advanced FOSM. Η μέθοδος παρουσιάζεται στο Διάγ. 1.15.



Διάγ. 1.15: Γραφική παράσταση της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως.

Οι Melchers και Ahammed [142] παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως του υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση διασταυρούμενων μη γραμμικών συναρτήσεων οριακής αντοχής. Οι Melchers et al., [143], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως με στόχο την αύξηση της ευρωστίας της μεθόδου στην περίπτωση προβλημάτων μη συνεχών τ.μ ή τ.μ που ακολουθούν κόλουμερες στατιστικές κατανομές.

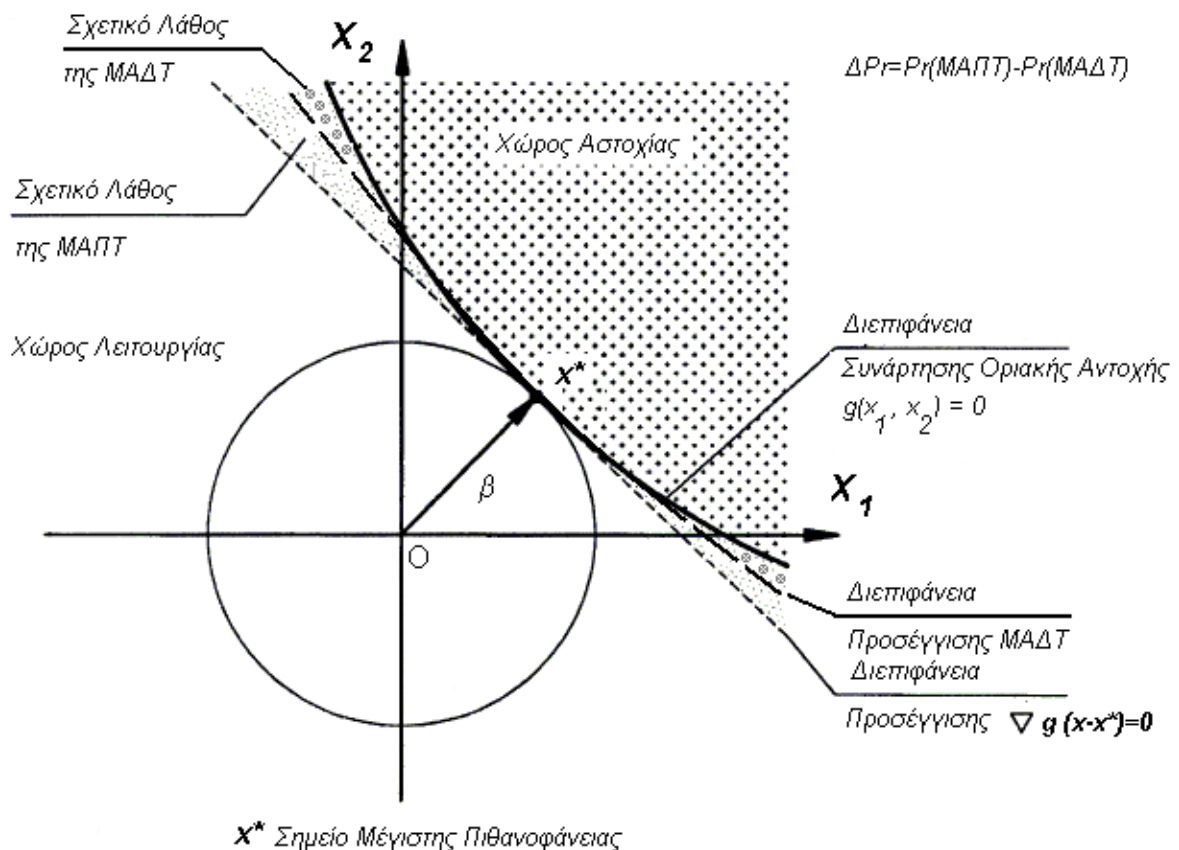
1.7.3.6 Μέθοδος Ανάλυσης Αξιοπιστίας Δευτέρας Τάξεως (Second Order Reliability Method)

Η μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως αποτελεί επέκταση της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως με τη χρήση και των δευτεροβαθμίων όρων της συνάρτησης οριακής αντοχής. Το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας x^* η συνάρτηση οριακής αντοχής και η προσέγγιση της σύμφωνα με τη σχέση (1.149) τα χωρία λειτουργίας και αστοχίας καθώς και η σχετική ακρίβεια της μεθόδου σε σχέση με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως παρουσιάζονται στο Διάγ. 1.16.

Η πρώτη αναφορά στη χρήση προσεγγίσεων της συνάρτησης οριακής αντοχής σύμφωνα με το μετασχηματισμό κατά Taylor 2^{ης} Τάξεως αποδίδεται στους Fiessler et al. [66]. Η

διαδικασία υπολογισμού του δείκτη αξιοπιστίας της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως είναι αντίστοιχη της διαδικασίας για τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως. Στη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως, η σχέση (1.145) μεταβάλλεται ως [138]:

$$S(\mathbf{A}y^m) = \left[\begin{aligned} & S(\mathbf{A}y_o^m) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\mathbf{A}y_o^m)}{\partial \mathbf{A}^i y_i} \cdot (\mathbf{A}^i y_i - \mathbf{A}^i y_{i,o}) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 S(\mathbf{A}y_o^m)}{\partial \mathbf{A}^i y_i \partial \mathbf{A}^j y_j} \cdot (\mathbf{A}^i y_i - \mathbf{A}^i y_{i,o}) \cdot (\mathbf{A}^j y_j - \mathbf{A}^j y_{j,o}) \end{aligned} \right] \quad (1.149)$$



Διάγ. 1.16: Γραφική παράσταση της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως.

Στην παράγραφο 1.12, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες παραλλαγές της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας 2^{ης} τάξης με στόχο τη βελτίωση της αξιοπιστίας εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας για προβλήματα με υψηλή καμπυλότητα της συνάρτησης οριακής αντοχής ως προς υποσύνολο των τ.μ του.

1.7.3.7 Συμπεράσματα για τις Απλές και Εκτεταμένες Μεθόδους 2ου Επιπέδου

Οι μέθοδοι 2^{ου} επιπέδου και οι επεκτάσεις τους ανήκουν στην κατηγορία των προσεγγιστικών μεθόδων του υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος. Βασικός περιορισμός

των μεθόδων αυτών είναι η απαίτηση μετασχηματισμού της συνάρτησης οριακής αντοχής σε κλειστή μορφή, που είναι ιδιαίτερος δύσκολο χωρίς την υιοθέτηση σωρείας απλουστευτικών παραδοχών, για πολύπλοκα συστήματα. Η ακρίβεια των μεθόδων αυτών μειώνεται ειδικά σε περιπτώσεις που η συνάρτηση οριακής αντοχής είναι έντονα μη γραμμική ως προς τις τ.μ του προβλήματος.

1.7.4 Μέθοδοι 3^{ου} Επιπέδου

1.7.4.1 Μέθοδοι Διακλάδωσης και φραγής, Αποδόμησης κατά β

Οι μέθοδοι διακλάδωσης και φραγής και αποδόμησης κατά β ανήκουν στην κατηγορία των μεθόδων 3^{ου} επιπέδου εφόσον δεν υφίστανται περιορισμοί ως προς τον τύπο των τ.μ, σε τυχόν αλληλεπιδράσεις των τ.μ, ως προς το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας και σε κάθε περίπτωση αντιμετωπίζεται το πραγματικό πρόβλημα. Είτε αυτούσιες είτε παραλλαγές τους (σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους) είναι ιδιαίτερα διαδεδομένες για τον υπολογισμό αξιοπιστίας συστημάτων και κατασκευών. Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής ή παραλλαγές της εφαρμόζεται στις εργασίες [41], [88], [126], [127], [151], [154], [211], ενώ η μέθοδος αποδόμησης κατά β εφαρμόζεται αυτούσια ή σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους στις εργασίες [32], [101], [181], [182], [196]. Βασικές προϋποθέσεις των μεθόδων αυτών είναι η δυνατότητα διακριτοποίησης του συστήματος και ο υπολογισμός του δείκτη αξιοπιστίας των παραγόμενων αλληλουχιών αστοχίας.

1.7.4.2 Μέθοδος Διακλάδωσης και φραγής

Η Μέθοδος Διακλάδωσης και Φραγής (Branch & Bound Method) είναι συναφής με τη μέθοδο αποδόμησης κατά β αλλά διαφέρει στη διαδικασία που ακολουθείται για την παραγωγή των αλληλουχιών αστοχίας.

Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής έχει ως αφετηρία το σύστημα στο οποίο όλα τα μέλη είναι σε κατάσταση λειτουργίας και συνεχίζει την ανάλυση ως την πλήρη εξάντληση όλων των αποθεμάτων αντίστασης του συστήματος. Τα βήματα της μεθόδου στη γενική περίπτωση δίδονται ως:

Βήμα 1: Υπολογισμός των πιθανοτήτων αστοχίας των στοιχείων του συστήματος (σύστημα σε κατάσταση πλήρους λειτουργίας).

Βήμα 2: Το μέλος με τη μεγαλύτερη πιθανότητα αστοχίας τίθεται σε κατάσταση αστοχίας και

υπολογίζονται οι πιθανότητες αστοχίας των υπολοίπων στοιχείων υπό την προϋπόθεση αστοχίας του περισσότερο κρίσιμου μέλους.

Βήμα 3: Η διαδικασία του **Βήματος 2** επαναλαμβάνεται ως την πλήρη εξάντληση των περιθωρίων ασφαλείας της κατασκευής. Στο τέλος της διαδικασίας αυτής καταγράφεται μία Πλήρης Αλληλουχία Αστοχίας (Failure Mode). Βάσει της πιθανότητας εμφάνισης της υπό εξέταση πλήρους αλληλουχίας αστοχίας υπολογίζεται η τιμή κατωφλίου για την πιθανότητα αστοχίας των μελών. Η τιμή αυτή ορίζεται ως το κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας των πιθανών μηχανισμών που θα ληφθούν υπόψη για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας του συστήματος.

Βήμα 4: Ο αλγόριθμος οπισθοχωρεί κατά ένα βήμα και συγκρίνει τις πιθανότητες αστοχίας των Μη Πλήρων Αλληλουχιών Αστοχίας (Incomplete Failure Modes) με την τιμή κατωφλίου. Οι μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας με πιθανότητες εμφάνισης χαμηλότερες του ορίου αυτού απορρίπτονται και οι κλάδοι τους μετατρέπονται σε ανενεργοί (φραγή). Ο αλγόριθμος συνεχίζει τη διαδικασία ανάλυσης στους λοιπούς κλάδους για την εύρεση των υπολοίπων πλήρων αλληλουχιών αστοχίας (διακλάδωση). Με την εύρεση ενός νέου μηχανισμού κατάρρευσης ανανεώνεται η τιμή κατωφλίου. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την εξάντληση των πιθανών της αλληλουχιών αστοχίας του n επιπέδου.

Βήμα 5: Ο αλγόριθμος οπισθοδρομεί κατά ένα επίπεδο και επαναλαμβάνονται τα **Βήματα 3** και **4**. Όταν όλες οι πιθανές αλληλουχίες αστοχίας έχουν εξεταστεί και έχουμε επιστρέψει στο επίπεδο του ακέραιου συστήματος η διαδικασία εύρεσης των αλληλουχιών αστοχίας τερματίζεται.

Βήμα 6: Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής καταστρώνει το προσομοίωμα του συστήματος ως αλυσίδα των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που έχουν προκύψει μέσω της διαδικασίας διακλάδωσης. Πλήρως συσχετισμένες αλληλουχίες αστοχίας καθώς και μη δυνατές αλληλουχίες αστοχίας απορρίπτονται από το τελικό προσομοίωμα.

1.7.4.3 Μέθοδος αποδόμησης κατά β

Η μέθοδος αποδόμησης κατά β υπολογίζει το δείκτη αξιοπιστίας ενός συστήματος βάσει των **δεικτών αξιοπιστίας** των πιο σημαντικών αλληλουχιών αστοχίας. Αναλόγως με την απαιτούμενη ακρίβεια υπολογισμού και την πολυπλοκότητα του συστήματος, παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία πληθώρα σχέσεων για τον υπολογισμό του *ολικού δείκτη*

αξιοπιστίας. Στην απλούστερη περίπτωση ο ολικός δείκτης αξιοπιστίας δίδεται ως [33]:

$$\beta_s = \min_{i=1,n} \beta_{e,i} \quad (1.150)$$

όπου, β_s είναι ο δείκτης αξιοπιστίας του συστήματος και $\beta_{e,i}$ είναι οι δείκτες αξιοπιστίας των δομικών στοιχείων του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή η μέθοδος αποδόμησης κατά β μεταπίπτει σε μέθοδο αξιοπιστίας 1^{ου} επιπέδου. Στην περίπτωση ισοστατικών συστημάτων ο δείκτης αξιοπιστίας βάσει των σχέσεων (1.83) ως (1.85) προσεγγίζεται, κατά ασύμπτωτο τρόπο, από τη σχέση [9], [10]:

$$\beta_s = -\Phi(P_f) \quad P_f = 1 - \Pr \left\{ \left[\prod_{i=1}^m S_i = 1 \right] \right\} \quad (1.151)$$

$$S_i \in \Omega = \{S_i, \dots, S_m\} : \forall S_i \in \Omega \quad \min_{j=1,n} \beta_j \leq \beta_i \leq \min_{j=1,n} \beta_j$$

όπου μόνον τα m περισσότερο κρίσιμα μέλη λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας.

Σε παραλλαγή της μεθόδου λαμβάνονται υπόψη οι αλληλουχίες αστοχίας μέχρι το επίπεδο της κινηματικής-στατικής απροσδιοριστίας (στην περίπτωση δομικών συστημάτων) ή την κατάσταση αστοχίας. Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:

Βήμα 1: Υπολογισμός των δεικτών αξιοπιστίας των μελών του υπό εξέταση συστήματος.

Βήμα 2: Ένταξη στην υπό εξέταση αλληλουχία αστοχίας του μέλους που παρουσιάζει το χαμηλότερο δείκτη αξιοπιστίας από το υποσύνολο των μη επιλεγμένων μελών.

Βήμα 3: Ένταξη κάθε πλήρους αλληλουχίας αστοχίας ως πιθανή αλληλουχία αστοχίας για τη μετέπειτα κατάστροψη του σειριακού συστήματος που θα αποτελέσει και το τελικό προσομοίωμα.

Βήμα 4: Αφαίρεση του τελευταίου κατά σειρά μέλους που είχε επιλεγεί στην πλήρη αλληλουχία αστοχίας και αντικατάσταση του με το αμέσως περισσότερο κρίσιμο μέλος, για τη δημιουργία μιας νέας πλήρους αλληλουχίας αστοχίας, υπό την προϋπόθεση ότι το μέλος αυτό δεν έχει ήδη επιλεγεί κατά τη διάρκεια προγενεστέρων οπισθοδρομήσεων.

Βήμα 5: Η διαδικασία παραγωγής πλήρων αλληλουχιών αστοχίας τερματίζεται για συγκεκριμένο επίπεδο όταν το σύνολο των μελών που δεν έχουν επιλεγεί είναι ίσο με το κενό σύνολο. Οπισθοδρόμηση του αλγορίθμου κατά δύο επίπεδα και επανάληψη της διαδικασίας

των **Βημάτων 3** και **4** εξετάζοντας τα εναπομείναντα μέλη του συστήματος εφόσον, η μέθοδος δεν έχει επιστρέψει στο μηδενικό επίπεδο και το υποσύνολο των μελών που δεν έχουν επιλεγεί δεν είναι ίσο με το κενό σύνολο.

Βήμα 6: Ως κρίσιμες αλληλουχίες αστοχίας ορίζονται αυτές που ο δείκτης αξιοπιστίας τους είναι εντός του διαστήματος $[\beta_{min}, \beta_{min} + \Delta\beta_2]$ όπου $\Delta\beta_2$ είναι η τιμή φραγής και β_{min} είναι ο δείκτης αξιοπιστίας της περισσότερο κρίσιμης αλληλουχίας αστοχίας. Η ακρίβεια της ανάλυσης και το πλήθος των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που θα επιλεγούν για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας είναι συνάρτηση της τιμής $\Delta\beta_2$. Οι πλήρως συσχετισμένες αλληλουχίες αστοχίας συγχωνεύονται ενώ μη δυνατές αλληλουχίες αστοχίας απορρίπτονται. Ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής υπολογίζεται μέσω των ορίων Ditlevsen. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου είναι συνάρτηση της τιμής φραγής $\Delta\beta_2$.

1.7.4.4 Συμπεράσματα

Ο βασικός μηχανισμός των μεθόδων διακλάδωσης και φραγής και αποδόμησης κατά β είναι η διαδικασία οπισθοδρόμησης. Για τις δύο μεθόδους συμπεραίνεται ότι:

- Η μέθοδος αποδόμησης κατά β χρησιμοποιεί τη διαδικασία οπισθοδρόμησης κατά μη έξυπνο τρόπο μια και δεν διαχειρίζεται προς όφελος της την παραγόμενη πληροφορία, σε αντίθεση με τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής, που μέσω της τιμής κατωφλίου απορρίπτει τους κλάδους μικρού ενδιαφέροντος (φραγή). Η τιμή κατωφλίου της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής βασίζεται σε στοιχεία που αντλούνται από τις πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας. Ο αλγόριθμος αποκλείει κλάδους οι οποίοι θα οδηγούσαν σε πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας με πιθανότητα εμφάνισης πολύ μικρότερη των κυριάρχων πλήρων αλληλουχιών αστοχίας με αποτέλεσμα την καλύτερη εκμετάλλευση της υπολογιστικής ισχύος. Τυπικές τιμές του συντελεστή φραγής κινούνται στα όρια από 2% έως 1%.
- Οι μέθοδοι κατατάσσονται στην κατηγορία των ερευνητικών μεθόδων, με αποτέλεσμα η ακρίβεια και η υπολογιστική τους αποτελεσματικότητα να είναι συναρτήσεις των βασικών παραμέτρων τους.
- Η μέθοδος αποδόμησης κατά β προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία στον τελικό χρήστη σε σύγκριση με τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής όσον αφορά στην επιλογή των επιμέρους συντελεστών. Στη μέθοδο αποδόμησης κατά β οι πλήρεις αλληλουχίες

αστοχίας αποθηκεύονται πριν τον υπολογισμό του ολικού δείκτη αξιοπιστίας οπότε είναι δυνατό ο ολικός δείκτης αξιοπιστίας να υπολογισθεί για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου $\Delta\beta$ χωρίς την απαίτηση της επανάληψης της διαδικασίας εύρεσης των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Στην περίπτωση της μεθόδου *διακλάδωσης και φραγής* αλλαγές του συντελεστή φραγής απαιτούν την επανάληψη της διαδικασίας εύρεσης των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας.

- Η αποτελεσματικότητα των μεθόδων σχετίζεται άμεσα με την πολυπλοκότητα του συστήματος εφόσον το πλήθος των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας έχει ως κάτω όριο την τιμή [31], [33]:

$$\binom{n_e}{k} = \frac{n_e!}{k!(n_e - k)!} \quad (1.152)$$

όπου, n_e είναι το πλήθος των μελών του συστήματος και k είναι το μήκος της πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Το πλήθος των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας αυξάνεται κατά εκθετικό τρόπο ως προς την παράμετρο n_e και τη παράμετρο k για $k < n_e/2$. Οι μέθοδοι χρησιμοποιούνται για την ανάλυση συστημάτων για τα οποία το πλήθος των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας δεν είναι ιδιαίτερα υψηλό ή σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους [126].

1.7.5 Μέθοδοι Δειγματοληψίας (Sampling Methods)

1.7.5.1 Γενικά

Η εξαγωγή αναλυτικών εκφράσεων της συνάρτησης οριακής αντοχής για την πλειοψηφία των συστημάτων δεν είναι δυνατή χωρίς την υιοθέτηση πλήθους απλουστευτικών παραδοχών με αποτέλεσμα την αυξημένη πιθανότητα υποεκτίμησης ή υπερεκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας των [12], [68], [119], [219]. Στην περίπτωση αυτή ως λύση παρουσιάζεται η χρήση μεθόδων δειγματοληψίας, όπου μέσω της διεξαγωγής πλήθους *πειραμάτων* και της καταμέτρησης των γεγονότων αστοχίας του συστήματος και των μελών του, σύμφωνα με τη σχέση (1.9), εκτιμούνται οι πιθανότητες αστοχίας των μελών και του συστήματος υπό εξέταση. Ως *πείραμα ή προσομοίωση* ορίζεται «η αριθμητική διαδικασία που ακολουθείται για τη διεξαγωγή πλήθους διαδοχικών επιλύσεων ενός συγκεκριμένου μαθηματικού προβλήματος» [31]. Ο κύριος όγκος της έρευνας εστιάζεται στην ανάπτυξη έξυπνων μεθόδων δειγματοληψίας, που εστιάζουν τη διαδικασία δειγματοληψίας στην περιοχή πέριξ της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας, με στόχο την αύξηση της ευρωστίας με ταυτόχρονη μείωση του υπολογιστικού κόστους [183].

1.7.5.2 Μέθοδος Monte Carlo (Monte Carlo Method)

Η βασική ιδέα της μεθόδου Monte Carlo (MC) είναι η διεξαγωγή πλήθους πειραμάτων [190], [200] κατά Bernoulli. Αν για συγκεκριμένο συνδυασμό τιμών (δείγμα) το σύστημα ή μέρος των στοιχείων του μεταπίπτει σε κατάσταση αστοχίας, αυτό καταγράφεται ως γεγονός αστοχίας του συστήματος ή των μελών του. Η πιθανότητα αστοχίας στην περίπτωση αυτή δίδεται μέσω της σχέσης (1.9) και το σχετικό λάθος της εκτίμησης αυτής, δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (1.10). Για τυπικά δομικά συστήματα όπου η πιθανότητα αστοχίας είναι πολύ μικρή (10^{-6} έως 10^{-7} σύμφωνα με τους [93], [94] ανάλογη και της σπουδαιότητας του έργου), η μέθοδος MC παρουσιάζει πολύ υψηλό υπολογιστικό κόστος. Στην παράγραφο 1.13, παρουσιάζεται η διαδικασία υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας προσομοιώματος δομικού συστήματος βάσει των διατάξεων των Ευρωκωδίκων [59], [60], [61]. Στη συνέχεια, δίδονται εκτιμήσεις για το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για τον υπολογισμό αξιόπιστων εκτιμήσεων της πιθανότητας αστοχίας ως συνάρτηση των παραμέτρων του υπό εξέταση προβλήματος.

Η μέθοδος MC λόγω της απλότητας της χρησιμοποιείται ευρέως για την επίλυση προβλημάτων είτε στην κλασική της μορφή είτε σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους [194]. Οι Schenk και Schuëller, [192], χρησιμοποιούν τη μέθοδο MC για τον υπολογισμό των συνεπειών γεωμετρικών ατελειών, που προσομοιώνονται με τη βοήθεια μίας δυσδιάστατης στοχαστικής ανέλιξης, στην αντοχή λεπτότοιχων κελυφών σε λυγισμό. Οι Nour et al., [164], εφαρμόζουν τη μέθοδο MC στην προσομοίωση των χαρακτηριστικών ετερογενών εδαφικών στρώσεων με στόχο τη μελέτη της συμπεριφοράς του εδάφους σε περίπτωση σεισμού. Οι εδαφικές σταθερές προσομοιώνονται ως τυχαία πεδία και εξετάζονται οι διαφοροποιήσεις στη συμπεριφορά των εδαφικών στρώσεων λόγω διαφορετικών τιμών του μήκους συνδιασποράς στην οριζόντια και στην κατακόρυφη διεύθυνση και του συντελεστή διασποράς. Οι Diniz και Frangopol, [46], συνδυάζουν τη μέθοδο MC με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως για τη μελέτη των συνεπειών της εκκεντρότητας των μόνιμων φορτίων στην οριακή αντοχή σε λυγισμό, στύλων από Ωπλισμένο Σκυρόδεμα (ΩΣ) υψηλής αντοχής. Ειδικότερα μελετούνται οι συνέπειες της σημαντικότητας της τιμής της οριακής αντοχής του σκυροδέματος, του όγκου οπλισμού, της εκκεντρότητας επιβολής των μόνιμων φορτίων και του λόγου λυγηρότητας στην αντοχή του στοιχείου.

Η μέθοδος MC χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας συμμείκτων πλακών [70], στον υπολογισμό της υπολειπόμενης αντοχής καλωδίων [37], σε θέματα στοχαστικής δυναμικής [179], [180], στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας σε κατασκευές που

υπόκεινται σε ανεμοφορτία [4], στην εκτίμηση του ρίσκου σε τοξωτές κατασκευές [155], σε συνδυασμό με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας και σε συνδυασμό με νευρωνικά δίκτυα για το βέλτιστο σχεδιασμό κατασκευών [172], στο σχεδιασμό συστημάτων με στόχο τη μεγιστοποίηση του δείκτη διαθεσιμότητας και τη μείωση της ευαισθησίας τους ως προς συγκεκριμένες αλληλουχίες αστοχίας [131], σε συνδυασμό με τη μέθοδο απόκρισης επιφανείας στον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας σε πρόβλημα μη γραμμικής ανάλυσης προκατασκευασμένων πλαισιωτών κατασκευών [89], στον υπολογισμό της αντοχής και της πιθανότητας αστοχίας πλακών υπό θλίψη [109] και τέλος στην εκτίμηση των παραμέτρων προσομοιωμάτων για τον υπολογισμό της πιθανότητας τραυματισμού ή και θανάτου στην περίπτωση μετωπικών συγκρούσεων μεταξύ οχημάτων διαφορετικού όγκου [221].

Στοχεύοντας στη μείωση του υπολογιστικού κόστους των μεθόδων δειγματοληψίας αναπτύχθηκαν μέθοδοι όπως η μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας, η μέθοδος λατινικού υπερκύβου, η μέθοδος κατευθυνόμενης δειγματοληψίας και η μέθοδος στρωματικής δειγματοληψίας. Χαρακτηριστικό των μεθόδων αυτών, είναι η μείωση της αβεβαιότητας της εκτίμησης και του υπολογιστικού φορτίου σε σχέση με τη μέθοδο MC, που επιτυγχάνεται μέσω της εστίασης της διαδικασίας δειγματοληψίας σε περιοχές του πιθανοτικού χώρου πέριξ της διεπιφάνειας αστοχίας – λειτουργίας (μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας, μέθοδος κατευθυνόμενης δειγματοληψίας) ή της τροποποίησης της διαδικασίας δειγματοληψίας με στόχο την ελαχιστοποίηση της αβεβαιότητας εκτίμησης (μέθοδος Λατινικού Υπερκύβου, μέθοδος στρωματικής δειγματοληψίας).

1.7.5.3 Μέθοδος Βαρύνουσας Δειγματοληψίας (Importance Sampling Method)

Η Μέθοδος Βαρύνουσας Δειγματοληψίας (Importance Sampling Method) [15], [25], [72], [85], [100], [104], [105], [124], [125], [139], [141], [190], [193], [200] βασίζεται στην τροποποίηση της διαδικασίας δειγματοληψίας μέσω της *συνάρτησης σημαντικής δειγματοληψίας* στοχεύοντας στη μείωση της διασποράς του τελικού αποτελέσματος μέσω του περιορισμού της δειγματοληψίας στην περιοχή πέριξ της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας. Η πιθανότητα αστοχίας της σχέσης (1.9) στην περίπτωση αυτή τροποποιείται ως:

$$P_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ I[G(\mathbf{x}_i) \leq 0] \frac{f_x(\mathbf{x}_i)}{h_v(\mathbf{x}_i)} \right\} \quad (1.153)$$

όπου, $I[.]$ είναι η συνάρτηση 0-1 (ψευδές – αληθές), $f(.)$ είναι η ΑΣΠ του περιθωρίου

ασφαλείας και $h(\cdot)$ είναι η συνάρτηση βαρύνουσας δειγματοληψίας.

Ο Melchers, [140], παρουσιάζει μία μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας που στηρίζεται στη δειγματοληψία περίξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας με τη συνάρτηση βαρύνουσας δειγματοληψίας να ορίζεται ως συνάρτηση σφαίρας με κέντρο το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας και πυκνότητα δειγματοληψίας ανάλογη της ακτίνας (R). Ως αποτέλεσμα ο κύριος όγκος του δείγματος συγκεντρώνεται περίξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας με αποτέλεσμα τη μείωση της αβεβαιότητας εκτίμησης.

Οι Moarefzadeh και Melchers, [145] παρουσιάζουν μία μέθοδο που συνδυάζει τη μέθοδο της δειγματοληψίας κατά διεύθυνση με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας για την αντιμετώπιση αριθμητικών ασταθειών στην περίπτωση τ.μ με υψηλούς συντελεστές συσχέτισης (ρ) βελτιώνοντας την ευρωστία του αλγορίθμου στην περίπτωση μεγάλων διαφορών των λόγων των διασπορών των τ.μ.

Οι Mahadevan και Raghathamachar, [126] παρουσιάζουν μία μέθοδο για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας κατασκευών υψηλής πολυπλοκότητας με μεγάλο πλήθος αλληλουχιών αστοχίας στηριζόμενοι στη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής για την αναγνώριση των κυρίων αλληλουχιών αστοχίας. Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής στην περίπτωση αυτή δίδεται ως [126]:

$$P_f = \frac{1}{i} \cdot \sum_{j=1}^i \frac{P_f(\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{*,j}) \cdot f_{\mathbf{x}^*}(\mathbf{x}^{*,j})}{h_x^j(\mathbf{x}^{*,j})} \quad (1.154)$$

όπου η συνάρτηση δειγματοληψίας $h_x^j(\mathbf{x})$ περίξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας $\mathbf{x}^{*,j}$ της j πλήρους αλληλουχίας αστοχίας ορίζεται ως [126]:

$$h_x^j(\mathbf{x}^*) = \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_j^i \cdot f_{\mathbf{x}^*}^j(\mathbf{x}^*) \quad \hat{\omega}_j^i = \frac{P_f(\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{*,j}) \cdot f_{\mathbf{x}^*}(\mathbf{x}^{*,j})}{\sum_{r=1}^k P_f(\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{*,r}) \cdot f_{\mathbf{x}^*}(\mathbf{x}^{*,r})} \quad (1.155)$$

όπου, $\hat{\omega}_j^i$ είναι το βάρος για το i σημείο προσαρμογής [126]. Η μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας χρησιμοποιείται ακόμα, στον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας κατασκευών με πολλαπλές αλληλουχίες αστοχίας σε συνδυασμό με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως [146], σε προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας με μεγάλο αριθμό τ.μ [10] και σε προβλήματα δυναμικής ανάλυσης κατασκευών με στόχο την εύρεση της πιθανότητας υπέρβασης της τιμής κατωφλίου [9], [16]. Παραλλαγή της μεθόδου με στόχο την

επιτάχυνση της διαδικασίας εύρεσης των ΑΣΠ σε δυναμικά και στατικά προβλήματα παρουσιάζεται στις [8], [11]. Τροποποιήσεις της μεθόδου χρησιμοποιούν την πληροφορία που παράγεται κατά τη φάση της δειγματοληψίας για την τροποποίηση της συνάρτησης βαρύνουσας δειγματοληψίας εστιάζοντας στο υποχωρίο αστοχίας Ω_f . Οι Marc, et al., [129], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου βαρύνουσας δειγματοληψίας (την ασυμπτωτική μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας) που κατά τη διάρκεια της δειγματοληψίας ανανεώνει τη συνάρτηση δειγματοληψίας (στηριζόμενη στην πληροφορία που ανακτάται κατά την προσομοίωση) με στόχο τα σημεία δειγματοληψίας να βρίσκονται εντός της περιοχής αστοχίας για τη μείωση του υπολογιστικού κόστους και της αβεβαιότητας της τελικής εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας.

Η μέθοδος βαρύνουσας δειγματοληψίας σε συνδυασμό με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως εφαρμόζεται σε προβλήματα εκτίμησης της συμπεριφοράς υψηλών κτηρίων [69], ή στον έλεγχο της ευρωστίας άλλων μεθόδων [171]. Οι Cambier et al., [28], παρουσιάζουν μέθοδο που χρησιμοποιεί τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας σε συνδυασμό με τη μέθοδο λατινικού υπερκύβου. Οι Enright και Frangopol, [58], χρησιμοποιούν τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας για τον υπολογισμό της εξέλιξης της πιθανότητας αστοχίας σε γέφυρες από ΩΣ που υπόκεινται σε διάβρωση. Ο Tanaka, [207], εφαρμόζει παραλλαγή της μεθόδου βαρύνουσας δειγματοληψίας για τον υπολογισμό αντοχής σε κόπωση κατασκευών που υπόκεινται ανά τυχαία διαστήματα σε φορτία μεγαλύτερα του φορτίου σχεδιασμού συμπεραίνοντας ότι, η συνεισφορά στην πιθανότητα αστοχίας του γεγονότος της υπέρβασης του φορτίου είναι υψηλότερη από τα πιθανά κέρδη που είναι δυνατό να παρατηρηθούν στη μεταβολή της συνάρτησης επικινδυνότητας λόγω της εμφάνισης του φαινομένου κράτυνσης του υλικού.

Οι Mebarki και Sellier, [137], εφαρμόζουν τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας σε προβλήματα με ιδιαίτερα υψηλούς δείκτες αξιοπιστίας με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Ο Fu, [71], παρουσιάζει παραλλαγή της μεθόδου με στόχο τον υπολογισμό άνω ορίων της πιθανότητας αστοχίας σε συνδυασμό με τη μέθοδο απόκρισης επιφανείας όπου η συνάρτηση οριακής αντοχής προσομοιώνεται με τη βοήθεια πολυωνύμου 1^{ης} τάξης. Οι Chan και Melchers, [29], παρουσιάζουν μέθοδο για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας κατασκευών, όπου τα φορτία προσομοιώνονται με τη βοήθεια στοχαστικών ανελίξεων, που συνδυάζει τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας με παραλλαγή της μεθόδου στρωματικής δειγματοληψίας. Οι Engelund και Rackwitz, [56] παρουσιάζουν συγκριτική μελέτη της ευρωστίας και υπολογιστικού κόστους διάφορων

παραλλαγών της μεθόδου.

1.7.5.4 Μέθοδος Λατινικού Υπερκύβου (Latin Hypercube Method)

Η μέθοδος λατινικού υπερκύβου χρησιμοποιείται κυρίως σε προβλήματα στατιστικής αλλά εφαρμόζεται και σε προβλήματα δομικών συστημάτων για τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου μέσω της μείωσης της διασποράς των αποτελεσμάτων [96], [97], [136], [168], [190], [200] [82], [45], [225]. Η μέθοδος βασίζεται στον κατακερματισμό του πιθανοτικού χώρου και στη λήψη ίσου πλήθους δειγμάτων ανά υποχωρίο στοχεύοντας στη μείωση του υπολογιστικού φορτίου μέσω της μείωσης της αβεβαιότητας του αποτελέσματος. Ο πιθανοτικός χώρος M διαστάσεων, διαχωρίζεται σε ομάδα N διακριτών μη επικαλυπτόμενων υποχωρίων. Η πιθανότητα αστοχίας στην περίπτωση αυτή δίδεται ως [136]:

$$P_f = \sum_{i=1}^N \frac{\|D_i^M\|}{\|D^M\|} \left\{ \frac{n_{f,i}}{n_i} \right\} \quad \bigcup_{i=1}^N D_i^M = D^M \quad \forall i, j \in \{1, \dots, N\} \quad D_i^M \cap D_j^M = \emptyset \quad (1.156)$$

όπου D_i^M είναι το i υποχωρίο του πιθανοτικού χώρου, και $\|\cdot\|$ είναι η νόρμα μεγέθους. Η δειγματοληψία πραγματοποιείται μέσω της παραγωγής του μητρώου λατινικού υπερκύβου L ($N \times M$) όπου κάθε στήλη του μητρώου αποτελεί από συνδυασμό ακεραίων στο διάστημα 1 ως N . Το μητρώο λατινικού υπερκύβου L ορίζεται ως [206]:

$$L = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{NM} \end{bmatrix} \quad (1.157)$$

όπου \mathbf{x}_i είναι το σημείο i της δειγματοληψίας. Η τιμή $(x_i)_j$ κάθε τ.μ του σημείου i της δειγματοληψίας δίδεται ως [206]:

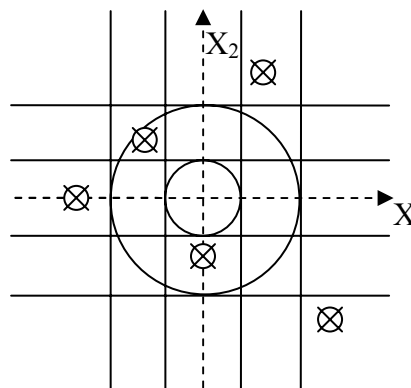
$$(x_i)_j = F_{X_j}^{-1}(\tilde{x}_{ij}) \quad \tilde{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{N} - \frac{1}{2N} \quad (1.158)$$

όπου $F_{X_j}^{-1}(\cdot)$ είναι η ΑΣΠ της j τ.μ του προβλήματος, \tilde{x}_{ij} είναι η πιθανότητα υπέρβασης του σημείου i της δειγματοληψίας της j τ.μ και x_{ij} είναι η τιμή του μητρώου L . Ο ορισμός του σημείου \tilde{x}_{ij} σύμφωνα με τη σχέση (1.158) εξασφαλίζει ότι το σημείο $(x_i)_j$ θα βρίσκεται στο διάμεσο κάθε υποχωρίου. Στο Διάγ. 1.17, παρουσιάζεται το μητρώο λατινικού υπερκύβου L για πρόβλημα 2 τ.μ και 5 σημεία δειγματοληψίας καθώς και τα σημεία δειγματοληψίας στον πιθανοτικό χώρο. Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η αύξηση της πυκνότητας δειγματοληψίας στη γειτονία του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας (Διάγ. 1.18).

Παραλλαγές της μεθόδου με στόχο τη μείωση του λάθους εκτίμησης και του υπολογιστικού φόρτου παρουσιάζονται στις [209], [174], [226]. Σύγκριση της μεθόδου με άλλες μεθόδους δειγματοληψίας καθώς και το ιστορικό της μεθόδου παρουσιάζεται από τους Helton και Davis [83].

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 2 \\ 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{cc} & \mathbf{X} \\ & \mathbf{X} \\ \mathbf{X} & \\ & \mathbf{X} \\ & \mathbf{X} \end{array} \right|$$

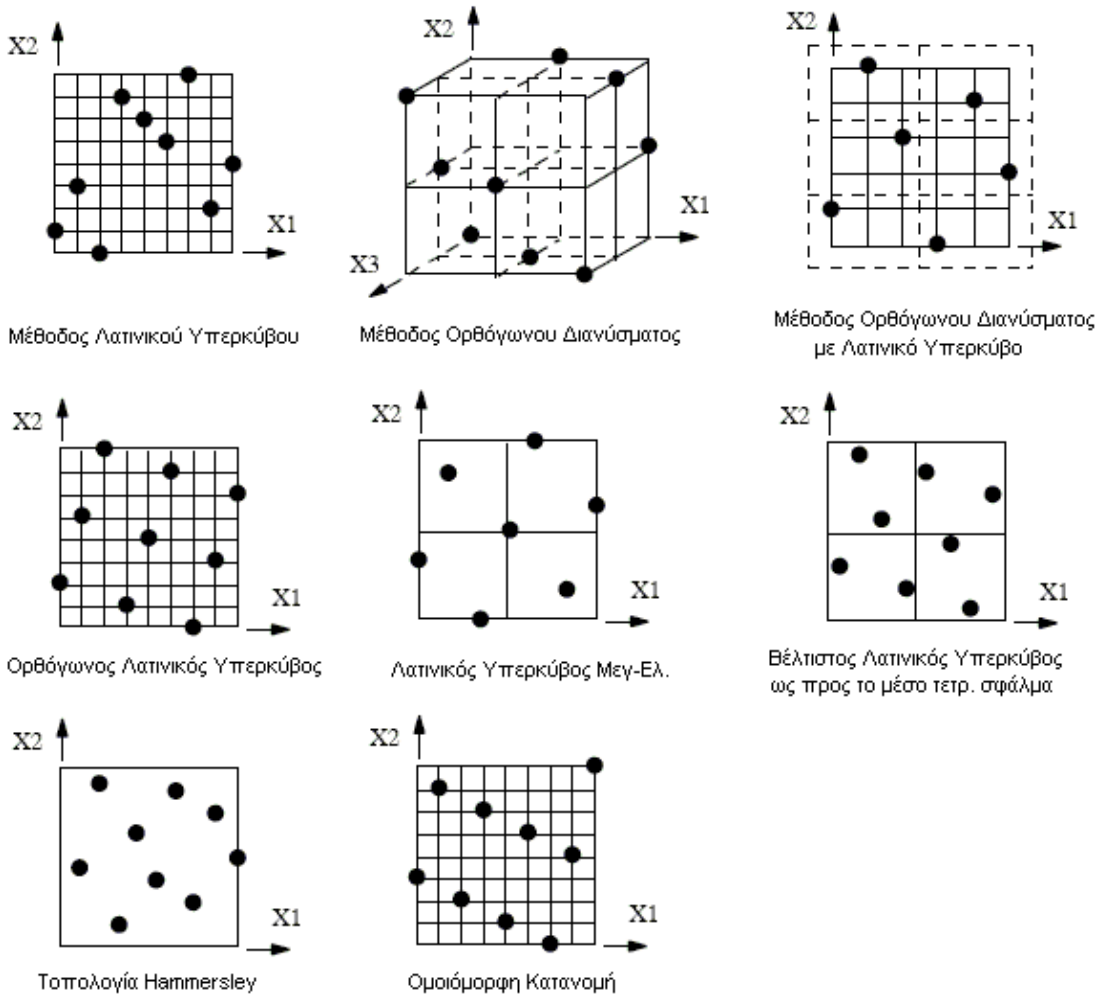
Διάγ. 1.17: Μητρώο λατινικού υπερκύβου 5x2 σημεία δειγματοληψίας στον πιθανοτικό χώρο



Διάγ. 1.18: Σημεία δειγματοληψίας στο χώρο των τ.μ.

Στην παράγραφο 1.16 παρουσιάζονται οι βασικές στρατηγικές δειγματοληψίας της μεθόδου λατινικού υπερκύβου σύμφωνα με τους Olsson et al., [168] και Simpson [198]. Στο Διάγ. 1.19 [198], παρουσιάζονται οι διατάξεις των σημείων δειγματοληψίας για τις περισσότερες διαδεδομένες παραλλαγές της μεθόδου λατινικού υπερκύβου.

Ο Tang [209], παρουσιάζει παραλλαγή της μεθόδου λατινικού υπερκύβου όπου η δειγματοληψία του πιθανοτικού χώρου πραγματοποιείται μέσω ορθόγων διανυσμάτων. Ως Ορθόγωνα Διανύσματα ορίζονται διανύσματα με στοιχεία θετικούς ακεραίους και ειδική δομή. Στόχος των μητρώων αυτών είναι η αποφυγή διακυμάνσεων της πυκνότητας δειγματοληψίας και μηδενισμού της νόθου συσχέτισης (spurious correlation). Ο Park [174], παρουσιάζει παραλλαγή της μεθόδου για παραγωγή τυχαίων δειγμάτων με στόχο τη μέγιστη δυνατή μείωση του λάθους εκτίμησης. Οι Ye et al., [226], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου για τη δημιουργία συμμετρικών δειγμάτων με τη μέγιστη δυνατή εντροπία.



Διάγ. 1.19: Μέθοδοι Δειγματοληψίας Πιθανοτικού Χώρου με τη μέθοδο λατινικού υπερκύβου.

1.7.5.5 Μέθοδος Στρωματικής Δειγματοληψίας (Stratified Sampling Method)

Η μέθοδος στρωματικής δειγματοληψίας [95], [177], [178] αποτελεί επέκταση της μεθόδου λατινικού υπερκύβου. Ο πιθανοτικός χώρος διαχωρίζεται σε πλήθος μη επικαλυπτόμενων υποχωρίων όπως και στη μέθοδο λατινικού υπερκύβου. Σε αντίθεση με τη μέθοδο λατινικού υπερκύβου η πυκνότητα δειγματοληψίας δεν είναι σταθερή σε κάθε υποχωρίο αλλά ανάλογη της σημαντικότητας του υποχωρίου που δίδεται από το αναμενόμενο λάθος εκτίμησης [75], [30] ως συνάρτηση του λόγου $n_{f,i}/n_i$.

1.7.5.6 Μέθοδος Κατευθυνόμενης Δειγματοληψίας (Directional Sampling Method)

Η μέθοδος κατευθυνόμενης δειγματοληψίας πρωτοπαρουσιάστηκε από τον Deak [40]. Η μέθοδος στηρίζεται στη δειγματοληψία του ισοδύναμου πιθανοτικού χώρου N κανονικών τ.μ

στατιστικά ανεξαρτήτων μεταξύ τους, στοχεύοντας στην εύρεση σημείων της διεπιφάνειας αστοχίας / ασφαλείας. Η μέθοδος συνοψίζεται ως:

Βήμα 1. Μετατροπή του χώρου των M τ.μ \mathbf{X} σε χώρο N κανονικών τ.μ στατιστικά ανεξάρτητων \mathbf{Y} (παράγραφοι 1.7.3.2 και 1.7.3.4).

Βήμα 2. Υπολογισμός της απόστασης λ_U του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας μέσω της σχέσης [216]:

$$Z_U = Z_U \left(\frac{\lambda_U}{|U|} \right) = 0 \quad (1.159)$$

Βήμα 3. Υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας για το σημείο υπό εξέταση βάσει του θεωρήματος του Fisher (παράγραφος 1.10.5) ως [40], [216]:

$$Pr_U = \chi^2(\lambda_U, N) \quad (1.160)$$

Βήμα 4. Υπολογισμός της μέσης πιθανότητας αστοχίας και της διασποράς της για συγκεκριμένη πλήρη αλληλουχία αστοχίας ως:

$$E[Pr_i] = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} Pr_{U,i} \quad \sigma^2[Pr_i] = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} (Pr_{U,i} - E[Pr_i])^2 \quad (1.161)$$

Βήμα 5. Υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας του συστήματος και της διασποράς του ως:

$$E[Pr_s] = \sum_{i=1}^{N_s} E[Pr_i] \quad \sigma^2[Pr_s] = \frac{1}{N_s - 1} \sum_{i=1}^{N_s} \sigma^2[Pr_i] \quad (1.162)$$

Πλεονέκτημα της μεθόδου για προβλήματα με μικρό αριθμό στατιστικά ανεξάρτητων τ.μ είναι το χαμηλό υπολογιστικό της κόστος. Η αύξηση του υπολογιστικού κόστους κατά εκθετικό τρόπο ως προς το πλήθος των τ.μ και το κόστος μετατροπής του διανύσματος τ.μ σε μία βάση κανονικών στατιστικά ασυσχέτιστων τ.μ καταλογίζονται ως μειονεκτήματα της μεθόδου. Η μέθοδος κατευθυνόμενης δειγματοληψίας συνδυάζεται με άλλες μεθόδους όπως τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας [145] [48] και τη μέθοδο λατινικού υπερκύβου [168] με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας και της μείωσης του υπολογιστικού φόρτου. Οι Nie και Ellingwood, [156], συνδυάζουν τη μέθοδο κατευθυνόμενης δειγματοληψίας με παραλλαγή της μεθόδου λατινικού υπερκύβου με τον πιθανοτικό χώρο να τεμαχίζεται σε αμοιβαίως αποκλειόμενα υποχωρία. Η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως το άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων αστοχίας. Οι Waarts και Vrouwenvelder, [216], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου κατευθυνόμενης

δειγματοληψίας κατάλληλα διαμορφωμένα για κόλουργες τυχαίες κατανομές και τη συγκρίνουν με παραλλαγή της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως που στη θέση της γραμμικής συνάρτησης οριακής αντοχής χρησιμοποιείται προσεγγιστική συνάρτηση που παράγεται μέσω της μεθόδου απόκρισης επιφανείας.

1.7.5.7 Άλλες μέθοδοι δειγματοληψίας

Πέρα των μεθόδων που παρουσιάστηκαν έχουν προταθεί και άλλες μέθοδοι όπως η μέθοδος συσχετισμένης δειγματοληψίας, η μέθοδος αντιθετικών μεταβλητών κ.α., [119], [190], [232] με στόχο τη μείωση της διασποράς του αποτελέσματος και του υπολογιστικού φόρτου.

1.7.6 Συμπεράσματα για τις Μεθόδους 3^{ου} Επιπέδου και τις μεθόδους δειγματοληψίας

Στις παραγράφους 1.7.4 και 1.7.5, παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι 3^{ου} επιπέδου και μέθοδοι δειγματοληψίας για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος. Οι μέθοδοι αυτές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.7.4.1 (μέθοδος αποδόμησης κατά β και μέθοδος διακλάδωσης και φραγής) στηρίζονται στη συστηματική εξερεύνηση των πιθανών αλληλουχιών αστοχίας του συστήματος και στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας, μέσω του υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας της αλυσίδας των κυρίων αλληλουχιών αστοχίας. Η πιθανότητα αστοχίας του σειριακού συστήματος στατιστικά συσχετισμένων μελών επιτυγχάνεται μέσω ορίων 2^{ης} [112], [90], [47] και 3^{ης} τάξης [227] ή με τη βοήθεια μεθόδων γραμμικού προγραμματισμού [204]. Μειονέκτημα των μεθόδων αποδόμησης κατά β και διακλάδωσης και φραγής είναι η κατά εκθετικό τρόπο αύξηση του υπολογιστικού κόστους ως προς το πλήθος των μελών και των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας.

Στην παράγραφο 1.7.5 παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι δειγματοληψίας. Το πρόβλημα του υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας μεταπίπτει σε πρόβλημα επίλυσης N ντετερμινιστικών προβλημάτων. Η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος και των μελών του δίδεται ως ο λόγος των γεγονότων αστοχίας προς το πλήθος των προβλημάτων που έχουν εξετασθεί. Πλεονέκτημα των μεθόδων αυτών είναι ότι, το υπολογιστικό κόστος δεν εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του προβλήματος (πλήθος μελών και πλήρων αλληλουχιών αστοχίας) αλλά μόνον από την πιθανότητα αστοχίας και το κόστος επίλυσης του αντίστοιχου ντετερμινιστικού προβλήματος. Για το σύνολο των μεθόδων δειγματοληψίας σημαντικό ρόλο στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων παίζει η

σωστή επιλογή των γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών για την αποφυγή δειγματοληψίας σε υπέρ-επίπεδα τη διατήρηση της ισοκατανομής των δειγμάτων κλπ. [77]. Στην παράγραφο 1.15, παρουσιάζεται εκτενής ανασκόπηση των γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών που έχουν αναπτυχθεί για την αύξηση της περιόδου επαναφοράς και τη διατήρηση της ισοκατανομής και ομοιομορφίας του δείγματος στις περιπτώσεις προβλημάτων με μεγάλο πλήθος τ.μ.

1.8 Συμπεράσματα

Η έλλειψη αναλυτικών εκφράσεων κλειστού τύπου για τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας σε συστήματα αποτελεί έναν από τους βασικούς παράγοντες της μη ευρείας εφαρμογής των πιθανοτικών μεθόδων στην ανάλυση των κατασκευών. Η μέχρι σήμερα ερευνητική εργασία έχει δώσει πλήθος λύσεων για ένα μεγάλο αριθμό προβλημάτων με τη χρήση προχωρημένων μαθηματικών, αλλά μεγάλο μέρος των προβλημάτων παραμένει ακόμα άλυτο [49]. Στοχαστικές ανελίξεις χρησιμοποιούνται σε προβλήματα κόπωσης ή προβλήματα κατωφλίου. Μέθοδοι μεταβαλλόμενου μέσου (Moving Average), μέθοδοι αυτόματης πρόβλεψης (Auto Regressive) συνδυασμοί αυτών (ARMA) καθώς και στοχαστικές ανελίξεις κατά Markov χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις υπολογισμού της ταχύτητας διάδοσης ρωγμών και για την προσομοίωση της μακροσκοπικής συμπεριφοράς του φαινομένου της κόπωσης [202], [203]. Ο κύριος όγκος εργασίας εστιάζεται στην ανάπτυξη μεθόδων δειγματοληψίας στοχεύοντας στη βελτίωση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων με ταυτόχρονη μείωση του υπολογιστικού κόστους. Η ραγδαία ανάπτυξη των Η/Υ μας επιτρέπει την επίλυση προβλημάτων υψηλής πολυπλοκότητας σε εύλογο χρόνο. Απαιτείται όμως περαιτέρω ανάπτυξη των μεθόδων αυτών για τη μείωση της ευαισθησίας τους ως προς το τύπο των τ.μ, την πολυπλοκότητα της συνάρτησης αντοχής και το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας.

1.9 Παράρτημα Α – Θεώρημα Bayes

Σύμφωνα με το θεώρημα του Bayes, η δεσμευμένη πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος A υπό την προϋπόθεση ότι έχει συμβεί το γεγονός M δίδεται ως:

$$P(A_i|M) = \frac{P(A_i \cap M)}{P(M)} \quad (1.163)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιμετάθεσης και υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα του γεγονότος M μπορεί να γραφτεί ως το άθροισμα της τομής του γεγονότος M με κάθε δυνατό γεγονός A_j (εφόσον $M \subset \bigcup A_j$) η σχέση (1.163) μετασχηματίζεται ως:

$$\frac{P(A_i \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M \cap A_i)}{\sum_{j=1}^{N_e} P(M \cap A_j)} \quad (1.164)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1.163) για τα γεγονότα $M \cap A_i$ και $M \cap A_j$ η σχέση (1.164) τροποποιείται ως:

$$\frac{P(M \cap A_i)}{\sum_{j=1}^{N_e} P(M \cap A_j)} = \frac{P(M|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^{N_e} P(M|A_j) \cdot P(A_j)} \quad (1.165)$$

Ο συνδυασμός των σχέσεων (1.163) και (1.165) οδηγεί στη σχέση (1.25).

1.10 Παράρτημα Β – Στατιστικές Κατανομές – Βασικά Θεωρήματα

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται οι πλέον διαδεδομένες στατιστικές κατανομές και η μέση τιμή τους, η τυπική απόκλιση, η λοξότητα και η κύρτωση. Επιπλέον παρουσιάζονται βασικά θεωρήματα σε θέματα στατιστικής και πιθανοτήτων.

1.10.1 Στατιστικές Κατανομές

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται οι περισσότεροι συνήθεις στατιστικές κατανομές.

1.10.1.1 Κανονική Κατανομή (Normal Distribution – Gauss Distribution)

Η ΣΠΠ της κανονικής κατανομής (ή κατανομής Gauss) δίδεται ως [6], [33], [65], [64]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.166)$$

όπου, μ και σ είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση. Η λοξότητα γ και η κύρτωση της κανονικής κατανομής c είναι ίση με το μηδέν. Παρατηρείται ότι για τον πλήρη ορισμό της κανονικής συνάρτησης απαιτείται μόνον η γνώση των ροπών 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως.

1.10.1.2 Δυοθυμική Κατανομή (Binomial Distribution)

Η δυοθυμική κατανομή ορίζεται ως η διακριτή στατιστική κατανομή $P_p(n|N)$ που μας δίδει την πιθανότητα να επιτύχουμε ακριβώς n επιτυχίες στην περίπτωση N πειραμάτων κατά Bernoulli [173]. Η ΣΠΠ δίδεται ως [65], [64]:

$$P_p(n|N) = \binom{N}{n} \cdot p^n \cdot q^{N-n} \rightarrow P_p(n|N) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n} \quad p+q=1 \quad (1.167)$$

Η ΑΣΠ να έχουμε περισσότερες από n επιτυχίες στην περίπτωση διεξαγωγής N πειραμάτων κατά Bernoulli δίδεται ως [173], [65], [64]:

$$P_p(k \geq n+1|N) = \sum_{k=n+1}^N \frac{N!}{k!(N-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{N-k} \quad (1.168)$$

Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της δυοθυμικής κατανομής δίδονται ως [173]:

$$\begin{aligned} \mu &= N \cdot p & \gamma &= \frac{N \cdot p \cdot (1-p) \cdot (1-2 \cdot p)}{\left[\sqrt{N \cdot p \cdot (1-p)}\right]^3} \\ \sigma &= \sqrt{N \cdot p \cdot (1-p)} & c &= \frac{1-6 \cdot p \cdot (1-p)}{N \cdot p \cdot (1-p)} \end{aligned} \quad (1.169)$$

Στην περίπτωση που $N \rightarrow \infty$, η δυοθυμική κατανομή τείνει στην κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ [65]:

$$\mu = N \cdot p \quad \sigma = \sqrt{N \cdot p \cdot (1-p)} \quad (1.170)$$

Η λοξότητα και κύρτωση της δυοθυμικής κατανομής για $N \rightarrow \infty$ τείνουν στο μηδέν. Ο δείκτης μεταβλητότητας της δυοθυμικής κατανομής δίδεται ως:

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{N \cdot p \cdot (1-p)}}{N \cdot p} = \frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{N \cdot p}} \quad (1.171)$$

Για $N \rightarrow \infty$ ο δείκτης μεταβλητότητας της δυνουμικής κατανομής τείνει στο μηδέν για οποιαδήποτε τιμή του p .

1.10.1.3 Υπεργεωμετρική Κατανομή (Hyper geometrical Distribution)

Επέκταση της δυνουμικής κατανομής αποτελεί η υπεργεωμετρική κατανομή (hypergeometric distribution) που μας δίνει την πιθανότητα να έχουμε συγκεκριμένο αριθμό επιτυχιών στην περίπτωση διεξαγωγής σταθερού πλήθους πειραμάτων. Έστω x και y δυνουμικές τ.μ με παραμέτρους n, p και m, p αντίστοιχα. Η δεσμευμένη πιθανότητα του x υπό την προϋπόθεση ότι $x+y=k$ δίδεται ως [173]:

$$P_p(x = i | m + n) = \frac{n!m!N!(N - m - n)!}{i!(n - i)!(m + i - N)!(N - i)!(m + n)!} \quad (1.172)$$

όπου, N είναι το πλήθος των πειραμάτων, m το πλήθος των γεγονότων A , n το πλήθος των γεγονότων του A' (συμπληρωματικού γεγονότος) και τέλος $m+n=k$ είναι το συνολικό πλήθος των αντικειμένων. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , η λοξότητα γ και κύρτωση c της υπεργεωμετρικής κατανομής δίδονται ως [173]:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{nN}{m+n} & \gamma &= \frac{(m-n)(m+n-2N)}{m+n-2} \sqrt{\frac{m+n-1}{mnN(m+n-N)}} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{mnN(m+n-N)}{(m+n)^2(m+n-1)}} & c &= \frac{\mu_4}{\left(\frac{mnN(m+n-N)}{(m+n)^2(m+n-1)}\right)^2} - 3 \end{aligned} \quad (1.173)$$

όπου μ_4 είναι η ροπή 4^{ης} τάξεως της υπεργεωμετρικής κατανομής και δίδεται ως:

$$\mu_4 = \sum_{i=1}^{m+n} \left(x - \frac{nN}{m+n}\right)^4 \cdot \frac{n!m!N!(N - m - n)!}{i!(n - i)!(m + i - N)!(N - i)!(m + n)!} \quad (1.174)$$

1.10.1.4 Λογαριθμική Κατανομή (Log-Normal Distribution)

Ως λογαριθμική κατανομή ορίζεται η κατανομή για την οποία ο φυσικός λογάριθμός των απεικονίσεων $\chi(\zeta)$ ακολουθεί κανονική κατανομή [173]. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ δίδονται ως [144]:

$$f(x) = \frac{1}{S \cdot x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln(x) - M)^2}{2 \cdot S^2}\right] \quad F(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(x) - M}{S\sqrt{2}}\right)\right] \quad (1.175)$$

όπου, M και S είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του στατιστικού δείγματος των φυσικών λογαρίθμων και $x \in (0, \infty)$. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και

κύρτωση c της λογαριθμικής κατανομής δίδονται ως [14]:

$$\begin{aligned} \mu &= \exp\left(M + \frac{S^2}{2}\right) & \gamma &= \sqrt{(\exp(S^2)-1) \cdot [2 + \exp(S^2)]} \\ \sigma &= \sqrt{\exp(2M + S^2) \cdot [\exp(S^2)-1]} & c &= \exp(4S^2) + 2 \cdot \exp(3S^2) + 3 \cdot \exp(2S^2) - 6 \end{aligned} \quad (1.176)$$

Η Λογαριθμική κατανομή βρίσκει εφαρμογή στην προσομοίωση της τάσης διαρροής των υλικών, της μεταβλητότητας των γεωμετρικών μεγεθών των διατομών κλπ.

1.10.1.5 Κατανομή Weibull (Weibull Distribution)

Η κατανομή Weibull προκύπτει συνήθως στον υπολογισμό της αναμενόμενης διάρκειας ζωής αντικειμένων. Εφαρμόστηκε αρχικά στην προσομοίωση στατιστικού δείγματος αντοχής σε κόπωση [144] και βρίσκει εφαρμογή και στην περιγραφή των ιδιοτήτων σειριακών συστημάτων. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ δίδονται ως [144]:

$$f(x) = a \cdot \beta^{-a} x^{a-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^a\right] \quad F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^a\right] \quad (1.177)$$

όπου, a και β είναι οι παράμετροι της συνάρτησης και $x \in [0, \infty)$. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της κατανομής Weibull, δίδονται ως [144]:

$$\begin{aligned} \mu &= \beta \cdot \Gamma(1+a^{-1}) & \sigma &= \sqrt{\beta^2 \cdot [\Gamma(1+2 \cdot a^{-1}) - \Gamma^2(1+a^{-1})]} \\ \gamma &= \frac{2 \cdot \Gamma^3(1+a^{-1}) - 3 \cdot \Gamma(1+a^{-1})\Gamma(1+2 \cdot a^{-1})}{[\Gamma(1+2 \cdot a^{-1}) - \Gamma^2(1+a^{-1})]^{3/2}} & c &= \frac{g(a)}{[\Gamma(1+2 \cdot a^{-1}) - \Gamma^2(1+a^{-1})]^2} \end{aligned} \quad (1.178)$$

όπου $\Gamma()$ είναι η κατανομή Γάμα και η συνάρτηση $g(a)$ δίδεται ως:

$$g(a) \equiv \left[\begin{aligned} &-6\Gamma^4(1+a^{-1}) + 12\Gamma^2(1+a^{-1})\Gamma(1+2 \cdot a^{-1}) - 3\Gamma^2(1+2a^{-1}) \\ &-4\Gamma(1+a^{-1})\Gamma(1+3 \cdot a^{-1}) + \Gamma(1+4 \cdot a^{-1}) \end{aligned} \right] \quad (1.179)$$

Στη βιβλιογραφία παρουσιάζεται και παραλλαγή του τρόπου ορισμού της κατανομής Weibull [144] η οποία εστιάζεται στο ορισμό του $\beta \equiv \beta^a$. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ της σχέσης (1.177) τροποποιούνται ως [144]:

$$f(x) = \frac{a}{\beta} \cdot x^{a-1} \cdot \exp\left[-\frac{x^a}{\beta}\right] \quad F(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x^a}{\beta}\right] \quad (1.180)$$

Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , της σχέσης (1.178) τροποποιούνται ως [144]:

$$\mu = \beta^{1/a} \cdot \Gamma(1+a^{-1}) \quad \sigma = \sqrt{\beta^{2/a} \cdot [\Gamma(1+2 \cdot a^{-1}) - \Gamma^2(1+a^{-1})]} \quad (1.181)$$

1.10.1.6 Κατανομή Βήτα (Beta Distribution)

Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ της κατανομής Βήτα δίδονται ως [1]:

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+\beta)}{\Gamma(a)\Gamma(\beta)} \cdot (1-x)^{\beta-1} \cdot x^{a-1} \quad F(x) = I(x; a, \beta) \quad (1.182)$$

όπου a και β είναι οι παράμετροι της συνάρτησης, $I(x; a, \beta)$ είναι η κανονικοποιημένη συνάρτηση Βήτα και $x \in [0, 1]$. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της κατανομής βήτα, δίδονται ως [144]:

$$\mu = \frac{a}{a+\beta} \quad \sigma = \sqrt{\frac{a\beta}{(a+\beta)^2(a+\beta+1)}} \quad (1.183)$$

$$\gamma = \frac{2(\beta-a)\sqrt{a+\beta+1}}{\sqrt{a\beta}(a+\beta+2)} \quad c = \frac{6[a^3+a^2(1-2\beta)+\beta^2(1+\beta)-2a\beta(2+\beta)]}{a\beta(a+\beta+2)(a+\beta+3)}$$

1.10.1.7 Κατανομή Γάμα (Gamma Distribution)

Η κατανομή Γάμα σχετίζεται με την κατανομή Βήτα (αποτελεί υποπερίπτωση αυτής) και προκύπτει σε διαδικασίες στις οποίες ζητείται ο υπολογισμός του χρόνου αναμονής μεταξύ των γεγονότων που ακολουθούν κατανομή Poisson. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ δίδονται ως [173]:

$$f(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{h-1}}{(h-1)!} \cdot \exp(-\lambda x) \quad F(x) = 1 - \sum_{k=0}^{h-1} \frac{(\lambda x)^k \cdot \exp(-\lambda x)}{k!} = 1 - \frac{\Gamma(h, x\lambda)}{\Gamma(h)} \quad (1.184)$$

όπου λ είναι η συχνότητα μεταβολής της κατανομής Poisson, $\Gamma(x)$ και $\Gamma(x, a)$ είναι η πλήρης και η ελλιπής κατανομή Γάμα αντίστοιχα και h είναι το h γεγονός της κατανομής Poisson. Η ΣΠΠ της σχέσης (1.184) ισχύει στην περίπτωση που $h \in \mathbb{N}$. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της κατανομής Γάμα, δίδονται ως [144]:

$$\mu = a\theta \quad \sigma = \sqrt{a\theta^2} \quad \gamma = \frac{2}{\sqrt{a}} \quad c = \frac{6}{a} \quad (1.185)$$

όπου, a και θ είναι οι μεταβλητές της κατανομής Γάμα.

1.10.1.8 Κατανομή Poisson (Poisson Distribution)

Η κατανομή Poisson δίνει την πιθανότητα να έχουμε n επιθυμητά αποτελέσματα για N πλήθος πειραμάτων Bernoulli. Ορίζοντας την παράμετρο ν ως τον αναμενόμενο αριθμό επιτυχημένων πειραμάτων $\nu \equiv Np$ η ΣΠΠ δίδεται ως [173]:

$$P_\nu(n) = \frac{\nu^n \exp(-\nu)}{n!} \quad (1.186)$$

Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της κατανομής Poisson, δίδονται ως [144]:

$$\mu = \nu \quad \sigma = \sqrt{\nu} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \quad c = \frac{1}{\nu} \quad (1.187)$$

1.10.1.9 Εκθετική Κατανομή (Exponential Distribution)

Η εκθετική κατανομή συνδέεται άμεσα με την κατανομή Poisson και δίδει το χρόνο αναμονής μεταξύ δύο διαδοχικών μεταπτώσεων κατάστασης ενός συστήματος που ακολουθεί κατανομή Poisson. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ δίδονται ως [13]:

$$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad F(x) = 1 - \exp(-\lambda x) \quad (1.188)$$

όπου, λ είναι η συχνότητα μεταβολής. Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της εκθετικής κατανομής, δίδονται ως [13]:

$$\mu = \theta \quad \sigma = \theta \quad \gamma = 2 \quad c = 6 \quad (1.189)$$

όπου $\theta = \lambda^{-1}$ είναι ο μέσος χρόνος αναμονής.

1.10.1.10 Κατανομή χ^2 (χ^2 Distribution)

Η κατανομή χ^2 συνδέεται άμεσα με την κανονική κατανομή. Αν Y_i ορίζονται r το πλήθος στατιστικά ανεξάρτητες κανονικές κατανομές με $\mu=0$ και $\sigma=1$ τότε η τ.μ X που ορίζεται ως:

$$X = \sum_{i=1}^r Y_i^2 \quad (1.190)$$

ακολουθεί κατανομή χ^2 με r βαθμούς ελευθερίας. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ δίδονται ως [1]:

$$f_r(x) = \frac{x^{\left(\frac{r-1}{2}\right)} \cdot \exp(-x^2)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}r\right) 2^{r/2}} \quad F(x) = 1 - \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}x^2\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}r\right)} \quad (1.191)$$

Η μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c της χ^2 κατανομής, δίδονται ως [1]:

$$\mu = r \quad \sigma = \sqrt{2r} \quad \gamma = 2\sqrt{\frac{2}{r}} \quad c = \frac{12}{r} \quad (1.192)$$

1.10.2 Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (Central Limit Theorem)

1.10.2.1 Βασικό Θεώρημα

Έστω X_1, X_2, \dots, X_N στατιστικά ανεξάρτητες τ.μ όπου κάθε X_i τ.μ ακολουθεί κατανομή $P(x_1, \dots, x_N)$ με μέση τιμή μ_i και πεπερασμένη διασπορά σ_i^2 . Η τ.μ X_{norm} που ορίζεται ως:

$$X_{norm} \equiv \frac{\sum_{i=1}^N X_i - \sum_{i=1}^N \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}} \quad (1.193)$$

ακολουθεί στην περίπτωση που $N \rightarrow \infty$ κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Απόδειξη του κεντρικού οριακού θεωρήματος παρουσιάζεται από τον Kallenberg [102] και Papoulis [173]. Σύμφωνα με το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα το αθροιστικό αποτέλεσμα πλήθους διαφορετικών ως προς τη συμπεριφορά τ.μ, πεπερασμένης διασποράς και μέσης τιμής, ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = \sum_{i=1}^N \mu_i$ και διασπορά $\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2$.

1.10.2.2 Επεκτάσεις του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος

Έστω Y_1, Y_2, \dots, Y_N σύνολο στατιστικά ανεξαρτήτων τ.μ που ικανοποιούν τις συνθήκες του κεντρικού οριακού θεωρήματος. Η τ.μ $X_{Log-norm}$ που ορίζεται ως:

$$X_{Log-norm} \equiv \prod_{i=1}^N Y_i \quad (1.194)$$

ακολουθεί, στην περίπτωση που $N \rightarrow \infty$, λογαριθμική κατανομή εφόσον ο λογάριθμος αυτής:

$$X'_{norm} \equiv \ln(X_{Log-norm}) = \sum_{i=1}^N \ln(Y_i) \quad (1.195)$$

ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = \sum_{i=1}^N \mu_{\ln(Y_i)}$ και διασπορά $\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{\ln(Y_i)}^2$. Η μέση τιμή μ τυπική απόκλιση σ , λοξότητα γ και κύρτωση c , βάσει της σχέσης (1.176) της τ.μ $X_{Log-norm}$ δίδονται ως:

$$\begin{aligned} \mu &= \exp(A + 0.5B) & \sigma &= \sqrt{\exp(2A + B) \cdot [\exp(B) - 1]} \\ \gamma &= \sqrt{[\exp(B) - 1] \cdot [2 + \exp(B)]} & c &= \exp(4B) + 2 \cdot \exp(3B) + 3 \cdot \exp(2B) - 6 \end{aligned} \quad (1.196)$$

$$A = \sum_{i=1}^N \mu_{\ln(Y_i)} \quad B = \sum_{i=1}^N \sigma_{\ln(Y_i)}^2$$

1.10.2.3 Κεντρικό Οριακό Θεώρημα των Lindeberg-Feller (Lindeberg-Feller Central Limit Theorem)

Αν X_1, X_2, \dots, X_N τ.μ που ικανοποιούν τον περιορισμό του Lindeberg. Για κάθε $a < b$ ισχύει [65]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P\left(a < \frac{S_n}{s_n} < b\right) = \Phi(b) - \Phi(a) \quad (1.197)$$

όπου, $\Phi()$ είναι η ΑΣΠ της κατανομής Gauss. Ο περιορισμός του Lindeberg ορίζει ότι έστω X_1, X_2, \dots, X_N πλήθος τ.μ με $\mu=0$ και πεπερασμένου μεγέθους διασπορά σ_i^2 . Η τ.μ S_n που ορίζεται ως το άθροισμα των παραπάνω τ.μ με διασπορά s_n^2 τείνει σε μία κανονική κατανομή με $\mu=0$. Η τ.μ S_n^* που ορίζεται ως [65]:

$$S_n^* = \frac{X_1 + \dots + X_N}{s_n} = \frac{S_n}{s_n} \quad (1.198)$$

ακολουθεί κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$ [65].

1.10.3 Ανισότητα Tchebycheff

Η ανισότητα του Tchebycheff φράσσει την πιθανότητα εμφάνισης τιμών σε απόσταση από τη μέση τιμή μεγαλύτερη από μία συγκεκριμένη τιμή ε , βάσει της μέσης τιμή και της διασποράς της τ.μ. Η ανισότητα του Tchebycheff δίδεται ως:

$$P\{(x - \eta) \geq \varepsilon\} = P\{-\infty \leq x \leq \eta - \varepsilon, \eta + \varepsilon \leq x \leq +\infty\} \leq \frac{\sigma_x^2}{\varepsilon^2} \quad (1.199)$$

Η πιθανότητα της τ.μ x να είναι εκτός του διαστήματος $[\eta - \varepsilon, \eta + \varepsilon]$ είναι μικρότερη από το λόγο της διασποράς προς το τετράγωνο του ε . Η τιμή αυτή φράζει την πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος και είναι ανεξάρτητη της ΣΙΠΙΙ του γεγονότος.

1.10.4 Θεώρημα του Cramer (Cramer's Theorem)

Αν X και Y στατιστικά ανεξάρτητες μεταβλητές και η τ.μ $Z=X+Y$ ακολουθεί κανονική κατανομή τότε και οι X και Y ακολουθούν την κανονική κατανομή.

1.10.5 Θεώρημα του Fisher (Fisher's Theorem)

Έστω A άθροισμα των τετραγώνων, N το πλήθος, στατιστικά ανεξαρτήτων τ.μ X_i . Έστω ακόμα $A=B+C$ όπου B συνάρτηση δευτέρας τάξεως ως προς τις τ.μ X_i που ακολουθεί κατανομή χ^2 με h βαθμούς ελευθερίας. Σύμφωνα με το θεώρημα του Fisher η τ.μ C ακολουθεί κατανομή χ^2 με $N-h$ βαθμούς ελευθερίας και είναι ανεξάρτητη της τ.μ B .

1.10.6 Νόμος των Πραγματικά Μεγάλων Αριθμών (Law of Truly Large Numbers)

Σύμφωνα με το νόμο των πραγματικά μεγάλων αριθμών σε ένα μεγάλο δείγμα κάθε στατιστικά απίθανο γεγονός είναι βέβαιο ότι θα συμβεί [42]. Έστω ε τιμή κατωφλίου που διαχωρίζει το σύνολο των στατιστικά απίθανων γεγονότων από το σύνολο των στατιστικά συνηθισμένων γεγονότων. Κάθε γεγονός χωρίς απώλεια της γενικότητας θεωρείται ως «απίθανο» εφόσον η πιθανότητα εμφάνισης του είναι μικρότερη της τιμής κατωφλίου. Έστω N το πλήθος των πειραμάτων που πραγματοποιούνται. Η πιθανότητα να μην υπάρχουν δείγματα από το σύνολο των στατιστικά απίθανων γεγονότων δίδεται ως:

$$\Pr(S_i \notin \Omega_{UE}, \forall i = 1, \dots, N) = \prod_{i=1}^N (1 - \varepsilon) \quad (1.200)$$

όπου, Ω_{UE} είναι το σύνολο των στατιστικά απίθανων γεγονότων και S_i είναι το i γεγονός. Η πιθανότητα της σχέσης (1.200) φράσσεται από:

$$\Pr(x) = (1 - x)^N \geq \Pr(S_i \notin \Omega_{UE}, \forall i = 1, \dots, N) \quad (1.201)$$

Το $\lim_{N \rightarrow \infty} (\Pr(x))$ για κάθε x στο διάστημα $(0,1)$ είναι ίσο με το μηδέν όταν $N \rightarrow \infty$, άρα η πιθανότητα να μην παρατηρηθεί ένα στατιστικά απίθανο γεγονός, όταν το πλήθος των δειγμάτων τείνει στο άπειρο, τείνει στο μηδέν. Το συμπληρωματικό γεγονός της σχέσης (1.201) είναι η παρατήρηση ενός απίθανου γεγονότος:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{P}(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} (1 - (1 - x)^N) = 1 \quad (1.202)$$

όποτε όταν $N \rightarrow \infty$ αναμένεται με βεβαιότητα η παρατήρηση στατιστικά απίθανων γεγονότων. Συνέπεια του νόμου των πραγματικά μεγάλων αριθμών είναι η πρόταση:

«Σε μία οργανωμένη κοινωνική ομάδα, που διέπεται από τους νόμους της τυχειότητας, και για ένα εύλογα μεγάλο χρονικό διάστημα, η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων συμβάντων τείνει ασυμπτωτικά στη μονάδα».

1.11 Παράρτημα Γ – Απόδειξη της σχέσης (1.97)

Από θεωρία συνόλων ισχύει ότι:

$$\bigcup_i S_i \supseteq \bigcup_i \bigcup_{j=i+1} (S_i \cap S_j) \quad \vee \quad S_i \cap S_j = S_k^2 \quad (1.203)$$

δηλαδή το άθροισμα των συνόλων είναι υπερσύνολο του αθροίσματος των τομών όλων των

συνδυασμών ανά δύο των συνόλων αυτών (με εξαίρεση την τομή του συνόλου με τον εαυτό του), εφόσον $\exists i, j : S_i - S_j \neq \emptyset \vee S_i \supseteq S_j$. Βάσει του $S_k^2 = S_i \cap S_j$ παρατηρείται ότι:

$$\bigcup_k S_k^2 \supseteq \bigcup_k \bigcup_{l=j+1} (S_k^2 \cap S_l) \Rightarrow \underbrace{\bigcup_k \binom{n}{i_n} S_{i_n}}_{n \text{ επίπεδο}} \supseteq \underbrace{\bigcup_{k'} \binom{n+1}{i_n} S_{i_n}}_{n+1 \text{ επίπεδο}} \tag{1.204}$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1.16) και βάσει της σχέσης (1.204) ισχύει:

$$\left\{ \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,j}} \dots \sum_{l_n=l_{n-1}+1}^{N_{e,j}} P \left(\bigcap_{k=1}^n S_{l_k} \right) \right] \right\} \geq \left\{ \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,j}} \dots \sum_{l_{n+1}=l_n+1}^{N_{e,j}} P \left(\bigcap_{k=1}^{n+1} S_{l_k} \right) \right] \right\} \geq L \tag{1.205}$$

όπου L είναι η ποσότητα:

$$L = \left[\begin{aligned} & \left\{ \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,j}} \dots \sum_{l_{n+1}=l_n+1}^{N_{e,j}} P \left(\bigcap_{k=1}^{n+1} S_{l_k} \right) \right] \right\} - \left\{ \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,j}} \dots \sum_{l_{n+2}=l_{n+1}+1}^{N_{e,j}} P \left(\bigcap_{k=1}^{n+2} S_{l_k} \right) \right] \right\} \\ & + \dots + \left\{ \left[\sum_{l_1=1}^{N_{e,j}} \dots \sum_{l_{N_{e,j}}=l_{N_{e,j}-1}+1}^{N_{e,j}} P \left(\bigcap_{k=1}^{N_{e,j}} S_{l_k} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right] \tag{1.206}$$

που οδηγεί στο συμπέρασμα της σχέσης (1.97).

1.12 Παράρτημα Δ – Επεκτάσεις της μεθόδου Ανάλυσης Αξιοπιστίας 2^{ης} τάξης

Ο Breitung, παρουσιάζει μία παραλλαγή της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως όπου η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [22], [23]:

$$P_f = \Phi(-\beta_{HL}) \cdot \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + \beta_{HL} \cdot k_j)}} \tag{1.207}$$

όπου k_j είναι η καμπυλότητα για την j τ.μ. Η σχέση (1.207) αποτελεί και την ακριβή λύση του προβλήματος στην περίπτωση που $\beta_{HL} \rightarrow \infty$ υπό την προϋπόθεση ότι το γινόμενο $\beta_{HL} \cdot k_j$ παραμένει σταθερό.

Ο Tvedt, [212], παρουσιάζει παραλλαγή της σχέσης (1.207) με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση που ο δείκτης αξιοπιστίας του συστήματος είναι μικρός [212]:

$$P_f = \Phi(-\beta_{HL}) \cdot \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + \beta_{HL} \cdot k_j)}} + A_2 + A_3 \tag{1.208}$$

όπου, οι όροι A_2 και A_3 που αποτελούν και τους διορθωτικούς όρους της σχέσης (1.207) με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας, όταν δεν πληρούνται οι συνθήκες $\beta_{HL} \rightarrow \infty$ και $\beta_{HL} \cdot k_j$ πεπερασμένο. Οι όροι αυτοί δίδονται ως:

$$A_2 = [\beta_{HL} \cdot \Phi(-\beta_{HL}) - \varphi(-\beta_{HL})] \cdot \left\{ \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + \beta_{HL} \cdot k_j)}} - \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + (\beta_{HL} + 1) \cdot k_j)}} \right\} \quad (1.209)$$

$$A_3 = (\beta_{HL} + 1) \cdot \left[\begin{array}{l} \beta_{HL} \cdot \Phi(-\beta_{HL}) \\ -\varphi(-\beta_{HL}) \end{array} \right] \cdot \left\{ \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + \beta_{HL} \cdot k_j)}} - \operatorname{Re} \left[\prod_{j=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1 + (\beta_{HL} + \mathbf{i}) \cdot k_j)}} \right] \right\} \quad (1.210)$$

όπου $\operatorname{Re}[\cdot]$ είναι το πραγματικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού και \mathbf{i} είναι ο φανταστικός αριθμός γιώτα. Ο Breitung, [24], με τη βοήθεια της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας σε συνδυασμό με ασυμπτωτική ανάλυση υπολογίζει την πιθανότητα αστοχίας του συστήματος σε πιθανοτικό χώρο μη κανονικών τ.μ μέσω του μετασχηματισμού του πιθανοτικού χώρου περίξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας σε χώρο κανονικών τ.μ. Η πιθανότητα αστοχίας στην περίπτωση αυτή δίδεται μέσω της σχέσης (1.207) όπου οι όροι k_j υπολογίζονται στο χώρο των κανονικών τ.μ.

Η πιθανότητα αστοχίας σύμφωνα με τους Kouluoglu και Nielsen, ανάλογα και με μορφή της προσεγγιστικής συνάρτησης οριακής αντοχής δίδεται ως [113]:

$$P_f = \Phi(-\beta_{HL}) \cdot \prod_{j=1}^{N-1} \left(1 + k_j \cdot \frac{\varphi(\beta_{HL})}{A} \right)^{-1/2} \quad \begin{array}{l} A = \Phi(-\beta_{HL}) \quad k_j > 0, j = \{1, \dots, N-1\} \\ A = \Phi(\beta_{HL}) \quad k_j < 0, j = \{1, \dots, N-1\} \end{array} \quad (1.211)$$

Οι Cai και Elishakoff, προτείνουν για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας τη σχέση [27]:

$$P_f = \Phi(-\beta_{HL}) - \varphi(\beta_{HL}) \cdot \left(\sum_{i=1}^k D_i \right) \quad (1.212)$$

όπου, D_i είναι ο i διορθωτικός συντελεστής που σχετίζει την εκτίμηση της P_f με τη μορφή της προσεγγιστικής συνάρτησης οριακής αντοχής. Οι τρεις πρώτοι όροι, που σύμφωνα με τους συγγραφείς είναι αρκετοί για τυπικά προβλήματα αξιοπιστίας, δίδονται ως [27]:

$$D_1 = \sum_{j=1}^{N-1} \lambda_j \quad D_2 = \frac{1}{2} \cdot \beta_{HL} \cdot \left(3 \sum_{j=1}^{N-1} \lambda_j^2 + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=j+1}^{N-1} \lambda_j \cdot \lambda_i \right) \quad (1.213)$$

$$D_3 = \frac{1}{6} \cdot (\beta_{HL}^2 - 1) \cdot \left(15 \sum_{j=1}^{N-1} \lambda_j^3 + 9 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=j+1}^{N-1} \lambda_j^2 \cdot \lambda_i + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=j+1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N-1} \lambda_j \cdot \lambda_i \cdot \lambda_k \right) \quad (1.214)$$

όπου ο όρος λ_j δίδεται ως [27]:

$$\lambda_j = [2k_j]^{-1} \quad (1.215)$$

Οι Zhao και Ono, [228], προτείνουν για το δείκτη αξιοπιστίας τις παρακάτω ημιεμπειρικές σχέσεις αναλόγως του πρόσημου του K_s :

$$\beta_{HL,f} = \left(1 - \frac{K_s}{3\beta_{HL} + 3(n-1)/K_s + 1}\right) \beta_{HL} + \frac{1}{2} K_s \quad K_s \geq 0 \quad (1.216)$$

$$\beta_{HL,f} = \left(1 - \frac{K_s}{3(n - \beta_{HL} + 3)}\right) \beta_{HL} + \frac{1}{2} K_s \quad K_s < 0 \quad (1.217)$$

όπου, K_s είναι το άθροισμα των καμπυλοτήτων k_j [228]:

$$K_s = \sum_{j=1}^{N-1} k_j \quad (1.218)$$

Σε μεταγενέστερες εργασίες [229], [230] οι Zhao και Ono, τροποποιούν τις σχέσεις (1.216) και (1.217) για τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος ανάλογα με το πρόσημο του αθροίσματος των ακτινών καμπυλότητας, στοχεύοντας στη βελτίωση της ευρωστίας της μεθόδου στην περίπτωση προβλημάτων με πολλές τ.μ και μικρή ακτίνα καμπυλότητας. Οι σχέσεις (1.216) και (1.217) τροποποιούνται ως [230]:

$$\beta_{HL,f} = \Phi^{-1} \left(\Phi(-\beta_{HL}) \cdot \left(1 + \frac{\phi(\beta_{HL})}{R\Phi(-\beta_{HL})}\right)^{\frac{N-1}{2} \left[1 + \left(\frac{2K_s}{10(1+2\beta_{HL})}\right)\right]} \right) \quad K_s \geq 0 \quad (1.219)$$

$$\beta_{HL,f} = \left(1 + \frac{2.5 \cdot K_s}{2n - 5R + \frac{25(23 - 5\beta_{HL})}{R^2}}\right) \beta_{HL} + \frac{1}{2} K_s \left(1 + \frac{K_s}{40}\right) \quad K_s < 0 \quad (1.220)$$

όπου R είναι η μέση ακτίνα καμπυλότητας της συνάρτησης οριακής αντοχής [230]:

$$R = \frac{N-1}{K_s} \quad (1.221)$$

Αναλυτική παρουσίαση των παραλλαγών της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας δευτέρας τάξεως, παρουσιάζεται από τους Manohar και Gupta, [128].

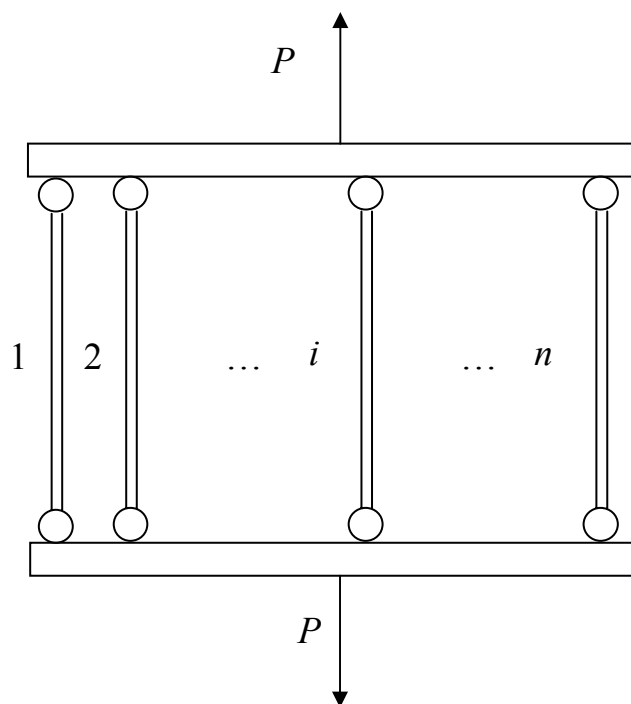
1.13 Παράρτημα Ε – Δείκτη αξιοπιστίας Κατασκευών και Υπερστατικότητα

Στο παράρτημα αυτό εξετάζονται οι συνέπειες της υπερστατικότητας στο δείκτη αξιοπιστίας

της κατασκευής για συγκεκριμένο δείκτη αξιοπιστίας των μελών της. Στόχος της μελέτης αυτής είναι να παρουσιαστούν τα οφέλη που προκύπτουν από την πιθανοτική ανάλυση των κατασκευών σε σύγκριση με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις (Ευρωκώδικες) που εστιάζουν την προσοχή τους στην αξιοπιστία του μέλους.

1.13.1 Ορισμός του Προβλήματος

Στο Διάγ. 1.20 [87], παρουσιάζεται ένα παράλληλο σύστημα αποτελούμενο από n το πλήθος στοιχεία (μέλη). Τα $n-1$ στοιχεία αντικατοπτρίζουν την υπερστατικότητα του δομικού συστήματος υπό εξέταση.



Διάγ. 1.20: Παράλληλο σύστημα n στοιχείων.

Βάσει των κανονισμών σχεδιασμού [59] και χωρίς απώλεια της γενικότητας αγνοώντας τυχόν άλλους περιορισμούς των κανονιστικών διατάξεων, η παρακάτω ανισότητα πρέπει να πληρείται για κάθε στοιχείο του συστήματος [59], [80]:

$$R_d \geq \left((\xi) \cdot \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot (\psi_Q) \cdot Q_k + \gamma_W \cdot (\psi_W) \cdot W_k \right) \quad (1.222)$$

όπου G_k , και Q_k είναι οι χαρακτηριστικές τιμές των μόνιμων και κινητών φορτίων, W_k είναι η χαρακτηριστική τιμή των φορτίων που δρουν στην κατασκευή για περιορισμένο χρονικό διάστημα, γ_G , γ_Q και γ_W είναι οι επιμέρους συντελεστές ασφαλείας, ξ είναι ο μειωτικός συντελεστής των μόνιμων φορτίων και ψ_Q και ψ_W είναι οι μειωτικοί συντελεστές που σχετίζονται με την πιθανότητα ταυτόχρονης εμφάνισης δύο ή περισσότερων οριακών

φορτίσεων. Στην περίπτωση όπου το κινητό φορτίο Q_k είναι η δεσπόζουσα μεταβλητή δράση [61] για το υπό εξέταση πρόβλημα η σχέση (1.222) τροποποιείται ως [59], [80]:

$$R_d \geq (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k + \gamma_W \cdot (\psi_W) \cdot W_k) \quad (1.223)$$

όπου το φορτίο W_k χαρακτηρίζεται ως *συνακόλουθη μεταβλητή δράση* [61]. Θεωρώντας ότι ο λόγος των τυχηματικών φορτίων (W) προς τα κινητά φορτία (Q) είναι ίσος με το μηδέν και με το συνδυασμό των μόνιμων και κινητών φορτίων για το πρόβλημα του Διάγ. 1.20, η σχέση (1.223) τροποποιείται ως [214]:

$$\frac{n \cdot R_i^{0.95}}{\gamma_s} \geq \gamma_L \cdot P^k \quad R_d = \frac{n \cdot R_i^{0.95}}{\gamma_s} \quad (1.224)$$

όπου γ_s και γ_L είναι οι επιμέρους συντελεστές ασφαλείας των τ.μ αντοχής και φορτίου αντίστοιχα, $R_i^{0.95}$ είναι η χαρακτηριστική τιμή αντοχής του i στοιχείου (με πιθανότητα υπέρβασης ίση με 95%) και P^k είναι η χαρακτηριστική τιμή του επιβαλλόμενου φορτίου (με πιθανότητα υπέρβασης $k\%$) [59]. Η τιμή του επιμέρους συντελεστή ασφαλείας γ_L κυμαίνεται για τους Ευρωκώδικες [59], [60], [61] από 1.35 ως 1.50 καθώς οι συντελεστές γ_G , γ_Q και γ_W είναι ίσοι με 1.35, 1.50 και 1.50 αντίστοιχα [80]. Η χαρακτηριστική τιμή των μόνιμων και κινητών φορτίων σύμφωνα με τις οδηγίες των κανονισμών [59] και τη βιβλιογραφία [31], είναι ίση με, 50% για μόνιμα φορτία, 5% για κινητά φορτία με περίοδο επαναφοράς ίση με 50 έτη [80] και από 2% για φορτία όπως ο άνεμος και το χιόνι με περίοδο επαναφοράς 1 έτος ως 6% για περίοδο επαναφοράς 50 έτη [80]. Η επιλογή των συγκεκριμένων πιθανοτήτων υπέρβασης της τιμής αντοχής και της τιμής του φορτίου στη σχέση (1.224) δεν επηρεάζει τη γενικότητα της λύσης. Η βέλτιστη τιμή για τη χαρακτηριστική τιμή αντοχής κάθε στοιχείου, υπό την προϋπόθεση ότι το κόστος του στοιχείου είναι μία μονοτονικά αυξανόμενη συνάρτηση σε σχέση με την τιμή της χαρακτηριστικής αντοχής, δίδεται ως:

$$[R_i^{0.95}]_{opt} = \frac{\gamma_s \cdot \gamma_L \cdot P^k}{n} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.225)$$

Η λύση της σχέσης (1.225) παραπέμπει σε βέλτιστες λύσεις υπό το σκεπτικό της σχεδίασης εξάντλησης αντοχής (fully stressed design). Αν οι τ.μ της αντοχής και του φορτίου ακολουθούν κανονική κατανομή, η βέλτιστη μέση τιμή αντοχής δίδεται ως:

$$E[R_i]_{opt} = (1 + 1.645 \cdot CovR_i) \cdot (1 + f(k) \cdot CovP) \cdot \frac{\gamma_s \cdot \gamma_L \cdot E[P]}{n} \quad (1.226)$$

όπου $f(k)$ είναι συνάρτηση που καθορίζει την πιθανότητα υπέρβασης για την τ.μ του φορτίου.

Στην περίπτωση όπου ο λόγος W/Q είναι ίσος με το 0, η συνάρτηση αυτή δίδεται ως:

$$f(k) = \left[CovQ \cdot 1.645 \cdot \frac{Q}{G+Q} \right] / CovP \quad (1.227)$$

Στην περίπτωση της πιθανοτικής ανάλυσης το πρόβλημα ορίζεται ως [99]:

$$S = R - P \quad R = n \cdot R_i \quad (1.228)$$

όπου R και P είναι οι τ.μ της αντοχής και του φορτίου. Αν οι τ.μ $\{R_i, P\}$ θεωρηθούν ως στατιστικά ανεξάρτητες τ.μ τότε και η συνάρτηση οριακής αντοχής ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή και διασπορά:

$$E[S] = n \cdot E[R_i] - E[P] \quad \sigma^2_{[S]} = n \cdot \sigma^2_{[R_i]} + \sigma^2_{[P]} \quad (1.229)$$

Από τη σχέση (1.229) για τη «βέλτιστη» τιμή της αντοχής της σχέσης (1.226), η μέση τιμή και διασπορά της συνάρτησης οριακής αντοχής δίδεται ως:

$$E[S] = [C - 1] \cdot E[P], \quad \sigma^2_{[S]} = \frac{(A + B) \cdot (E[P])^2}{n}$$

$$A = C^2 \cdot (Cov[R_i])^2 \quad B = n \cdot (Cov[P])^2 \quad (1.230)$$

$$C = (1 + 1.645 \cdot CovR_i) \cdot (1 + f(k) \cdot CovP) \cdot \gamma_s \cdot \gamma_L$$

Η υπόθεση της εξάντλησης αντοχής από την οποία εξάγεται η σχέση (1.225) δεν επηρεάζει τη γενικότερη συμπεριφορά της σχέσης (1.230) καθώς όταν ως a_j είναι ο επιπρόσθετος συντελεστής ασφαλείας λόγω μη εξάντλησης των περιθωρίων αντοχής, οι σχέσεις (1.225), (1.226), (1.229) και (1.230) τροποποιούνται ως:

$$\sum_{j=1}^n a_j \cdot [R_i^{0.95}]_j = \gamma_s \cdot \gamma_L \cdot P^k \quad 0 \leq a_j \leq 1 \quad (1.231)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{a_j \cdot E[R_i]_j}{(1 + 1.645 \cdot CovR_i)} = (1 + f(k) \cdot CovP) \cdot \gamma_s \cdot \gamma_L \cdot E[P] \Rightarrow \quad (1.232)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j \cdot E[R_i]_j = (1 + 1.645 \cdot CovR_i) \cdot (1 + f(k) \cdot CovP) \cdot \gamma_s \cdot \gamma_L \cdot E[P]$$

$$E[S] = \sum_{j=1}^n a_j \cdot E[R_i] - E[P] \quad \sigma^2_{[S]} = \sum_{j=1}^n a_j \cdot \sigma^2_{[R_i]} + \sigma^2_{[P]} \quad (1.233)$$

$$E[S] = \left[C - \frac{E[a_j]}{n} \right] \cdot E[P], \quad \sigma^2_{[S]} = \frac{(A+B) \cdot (E[P])^2}{n}$$

$$A = C^2 \cdot (\text{Cov}[R_i])^2 \quad B = n \cdot (\text{Cov}[P])^2 \quad (1.234)$$

$$C = (1 + 1.645 \cdot \text{Cov}R_i) \cdot (1 + f(k) \cdot \text{Cov}P) \cdot \gamma_s \cdot \gamma_L$$

1.13.2 Υπολογισμός των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ της αντοχής και του φορτίου

Η αντοχή συναρτάται από τις μεταβλητότητες του υλικού, του εμβαδού της διατομής και της αβεβαιότητας του προσομοιώματος υπολογισμού της αντοχής. Ο δείκτης μεταβλητότητας της αντοχής μέλους από χάλυβα είναι ίσος με 8% (σύμφωνα με τους Gulvanessian και Holicky [80]). Η τ.μ του φορτίου συναρτάται από τη μεταβλητότητα του φορτίου και την αβεβαιότητα του προσομοιώματος υπολογισμού των εντάσεων. Τα φορτία κατηγοριοποιούνται ως [99]:

- Φορτία ιδίου βάρους.
- Φορτία χρήσης της κατασκευής (ανθρωποφορτία, εξοπλισμός).
- Φορτία βιομηχανικών δραστηριοτήτων (σιλό κλπ.).
- Συγκοινωνιακά φορτία (κίνηση οχημάτων, μεταφορά αγαθών με αγωγούς, κλπ.).
- Φορτία περιβάλλοντος (χιόνι, άνεμος, εξωτερική θερμοκρασία κλπ.).
- Υδραυλικά φορτία (πίεση νερού, υδροφόρος ορίζοντας)
- Φορτία λόγω μετακίνησης γαιών και σεισμός.

Τα φορτία ως προς τη μεταβολή τους με το χρόνο κατηγοριοποιούνται ως:

- **Μόνιμα φορτία** που η διακύμανση τους με το χρόνο περί της μέσης τιμής είναι μικρή και συμβαίνει σπάνια (φορτία ιδίου βάρους, φορτία γαιών, προένταση, επιβαλλόμενες μετακινήσεις στη φάση της κατασκευής, επιρροή θερμοκρασίας, συστολή, ερπυσμός κλπ.).
- **Κυμαινόμενα φορτία** που η διακύμανση τους με το χρόνο περί της μέσης τιμής είναι μεγάλη και συμβαίνει συχνά (φορτία χρήσης της κατασκευής, συγκοινωνιακά φορτία, με εξαίρεση τα φορτία κρούσης, και φορτία όπως το χιόνι και ο άνεμος).

- **Τυχηματικά φορτία** που το μέγεθος τους είναι σημαντικό με μικρή πιθανότητα εμφάνισης για το χρόνο χρήσης (φορτία κρούσης, φορτία μετακίνησης γαιών, σεισμός κλπ.). Τα φορτία αυτά είναι μικρής διάρκειας.

Για τα μόνιμα φορτία ο δείκτης μεταβλητότητας λαμβάνεται ίσος με 10% [80]. Για διάφορες κατηγορίες χρήσης (κατοικίες, γραφεία κλπ.) η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των κινητών φορτίων [99] παρουσιάζεται στον Πίν. 1.1. Τα κινητά φορτία χωρίζονται στις συνεχείς και διακοπτόμενες εντάσεις. Ως *συνεχείς εντάσεις* (sustained loads) ορίζονται τα κινητά φορτία που είναι παρόντα στην κατασκευή για μεγάλο μέρος της ζωής της και παρουσιάζουν αργή διακύμανση. Στον Πίν. 1.1 παρουσιάζεται ακόμα η τιμή της συχνότητας εμφάνισης των μεταβολών στην τιμή των συνεχών φορτίων (λ), η συχνότητα εμφάνισης των διακοπτόμενων εντάσεων (ν) και η διάρκεια του γεγονότος της τυχηματικής έντασης (d_p σε ημέρες). Ως *διακοπτόμενες εντάσεις* ορίζονται τα φορτία που απουσιάζουν για μεγάλο μέρος της ζωής της κατασκευής και παρουσιάζουν μικρή διάρκεια και μεγάλη διακύμανση.

Χρήση	A_o	Συνεχείς εντάσεις				Διακοπτόμενες εντάσεις			
		$E[q]$	σ_v	σ_u	$1/\lambda$	$E[p]$	σ_u	$1/\nu$	d_p
Γραφεία	20	0.5	0.3	0.6	5	0.2	0.4	0.3	1-3
Κατοικίες	20	0.3	0.15	0.3	7	0.3	0.4	1.0	1-3
Βιβλιοθήκες	20	1.7	0.4	0.8	>10	-	-	-	-
Σχολεία	100	0.6	0.15	0.4	>10	0.5	1.4	0.3	1-5

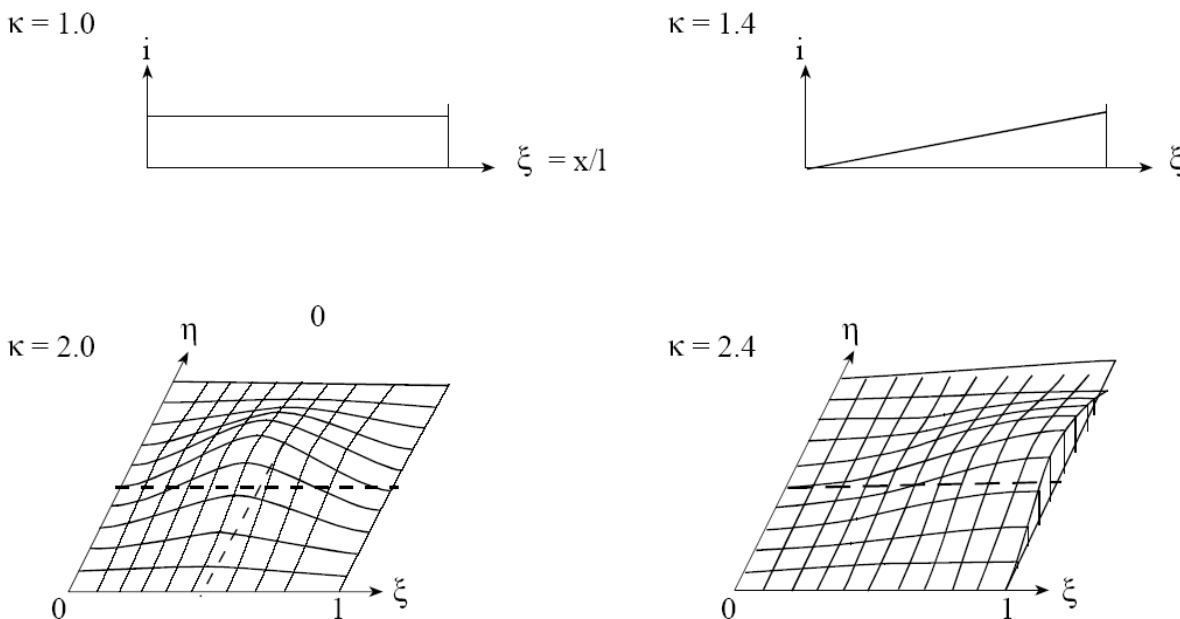
Πίν. 1.1: Στατιστικές των συνεχών και διακοπτόμενων εντάσεων των κινητών φορτίων.

Η διασπορά και ο δείκτης μεταβλητότητας για τις συνεχείς εντάσεις των κινητών φορτίων σε κάθε μέλος της κατασκευής δίδεται ως [99]:

$$\sigma_q^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2 \cdot \kappa \cdot \frac{A_o}{A} \quad \frac{A_o}{A} \geq 1 \quad COV_q = \frac{E[q]}{\sigma_q} \quad (1.235)$$

όπου σ_v είναι η τυπική απόκλιση των συνεχών εντάσεων, σ_u είναι η τυπική απόκλιση των διακοπτόμενων εντάσεων, κ είναι ο συντελεστής σχήματος της επιφάνειας επιρροής του φορτίου για το εκάστοτε μέλος, A_o είναι η μέση επιφάνεια επιρροής, A είναι η επιφάνεια επιρροής για το υπό εξέταση μέλος και λ είναι η συχνότητα εμφάνισης μεταβολών στις συνεχείς εντάσεις των κινητών φορτίων. Η διασπορά και ο δείκτης μεταβλητότητας για τις χρήσεις του Πίν. 1.1 σύμφωνα με τη σχέση (1.235) των κινητών φορτίων παρουσιάζεται στον Πίν. 1.2. Τα αποτελέσματα του Πίν. 1.2 παρουσιάζονται για λόγο $A_o/A=1$ και $\kappa=1$ και $\kappa=2$ αντίστοιχα. Ο συντελεστής σχήματος κ ανάλογα της μορφής του τυχηματικού φορτίου

κυμαίνεται από 1.0 ως και 2.4. Στο Διάγ. 1.21, παρουσιάζονται διάφορες τιμές του συντελεστή κ ως συνάρτηση της μορφής του τυχηματικού φορτίου [99].



Διάγ. 1.21: Συντελεστές σχήματος τυχηματικού φορτίου (κ) [99].

Χρήση	Διασπορά		Μέση Τιμή		Δείκτης Μεταβλητότητας	
	$\kappa=1$	$\kappa=2$	$\kappa=1$	$\kappa=2$	$\kappa=1$	$\kappa=2$
Γραφεία	0.4500	0.8100	0.500		1.342	1.800
Κατοικίες	0.1125	0.2025	0.300		1.118	1.500
Βιβλιοθήκες	0.8000	1.4400	1.700		0.526	0.706
Σχολεία	0.1825	0.3425	0.600		0.712	0.975

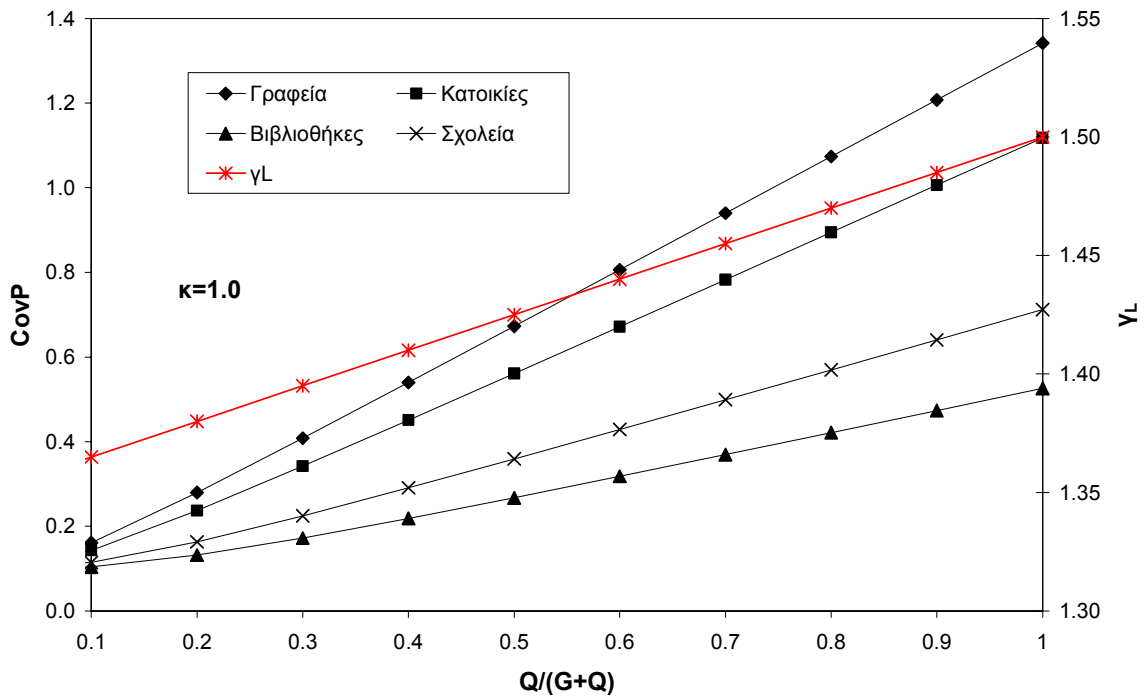
Πίν. 1.2: Μέση τιμή και διασπορά των κινητών φορτίων.

Οι συντελεστές ασφαλείας του φορτίου κατά Ευρωκώδικα 3 [61] είναι ίσοι με $\gamma_G=1.35$ (μόνιμα φορτία) και $\gamma_Q=\gamma_W=1.50$ (κινητά φορτία και τυχηματικά φορτία). Ο δείκτης μεταβλητότητας του φορτίου για διάφορες τιμές του λόγου των κινητών προς το σύνολο των φορτίων ($Q/(G+Q)$) [86] τις χρήσεις των Πίν. 1.1 και Πίν. 1.2 και συντελεστών σχήματος $\kappa=1$ και $\kappa=2$ αντίστοιχα, παρουσιάζεται στα Διάγ. 1.22 και Διάγ. 1.23. Για $\gamma_L=1.35$ ($Q/(G+Q)=0$) ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 10% σε κάθε περίπτωση.

Στη σχέση (1.230) συμπεριλαμβάνονται και οι αβεβαιότητες των προσομοιωμάτων των εντάσεων και της αντοχής. Ο δείκτης μεταβλητότητας του προσομοιώματος υπολογισμού της επιρροής του φορτίου κυμαίνεται από 10% [80] (επίπεδα πλαίσια από χάλυβα [99]) ως 20% (ωπλισμένο σκυρόδεμα) [99]. Ο δείκτης μεταβλητότητας του προσομοιώματος υπολογισμού

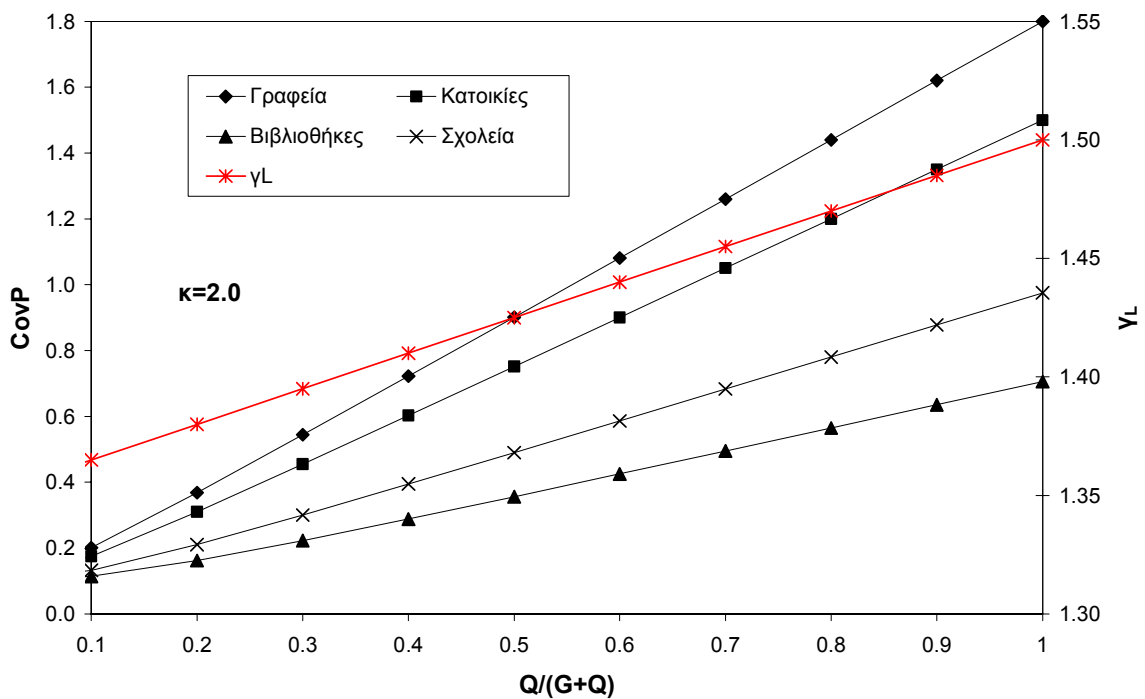
της αντοχής είναι ίσος με 7% (με μέση τιμή ίση με 1.1) [80] [99].

Μεταβολή του ConP και γ_L



Διάγ. 1.22: Δείκτες μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου και συντελεστής γ_L ($\kappa=1$).

Μεταβολή του ConP και γ_L



Διάγ. 1.23: Δείκτες μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου και συντελεστής γ_L ($\kappa=2$).

Οι τ.μ της αντοχής και του φορτίου (λαμβάνοντας υπόψη και τις αβεβαιότητες της προσομοίωσης) προσομοιώνονται ακριβέστερα με τη θεώρηση της λογαριθμικής κατανομής. Εφόσον για τη σχέση (1.230) θεωρείται ότι οι τ.μ ακολουθούν κανονική κατανομή, για τις υπό εξέταση τ.μ μέσω του μετασχηματισμού κατά *Rackwitz-Fiessler* [184], με σημείο προσαρμογής τη μέση εκτίμηση της τιμής των τ.μ, η μέση τιμή και ο δείκτης μεταβλητότητας της ισοδύναμης τ.μ της αντοχής και του φορτίου δίδονται ως:

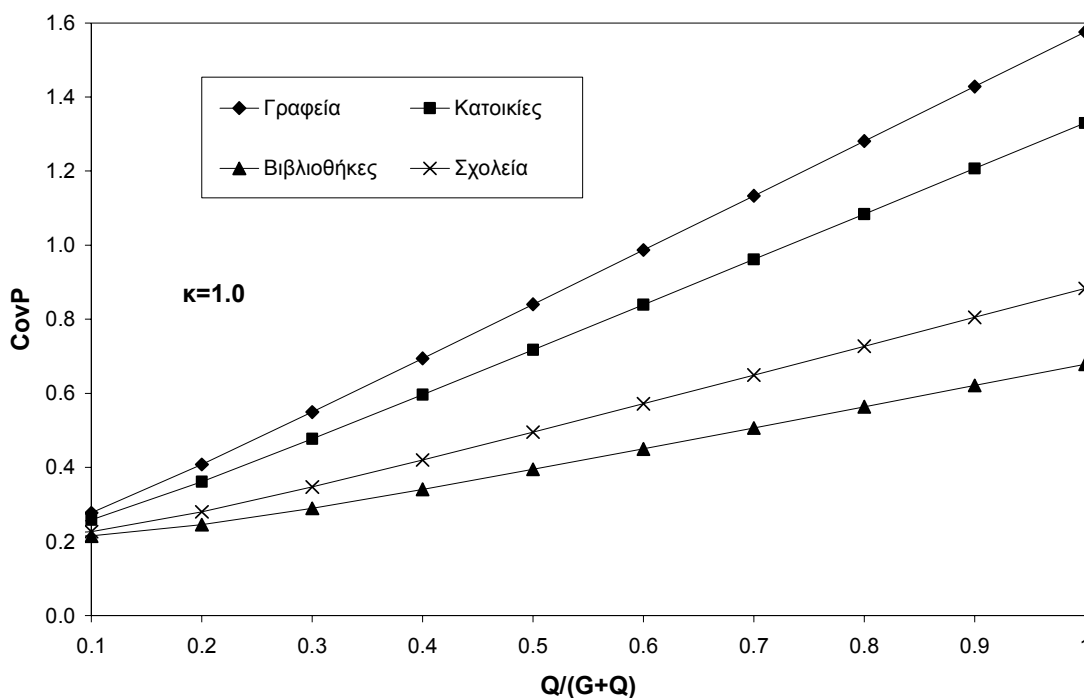
$$E[R_i] = 1.0266 \cdot E[R] \quad CovR_i = 0.1526 \quad (1.236)$$

$$E[P] = E[P] \quad CovP = [1.1 \cdot (CovP + 1) - 1] \quad (1.237)$$

Στα Διάγ. 1.24 και Διάγ. 1.25, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη μεταβλητότητας του φορτίου βάσει των στοιχείων των Πίν. 1.1 και Πίν. 1.2 και σύμφωνα με την τροποποίηση που εισάγει η σχέση (1.237) για κ=1 και κ=2 αντίστοιχα.

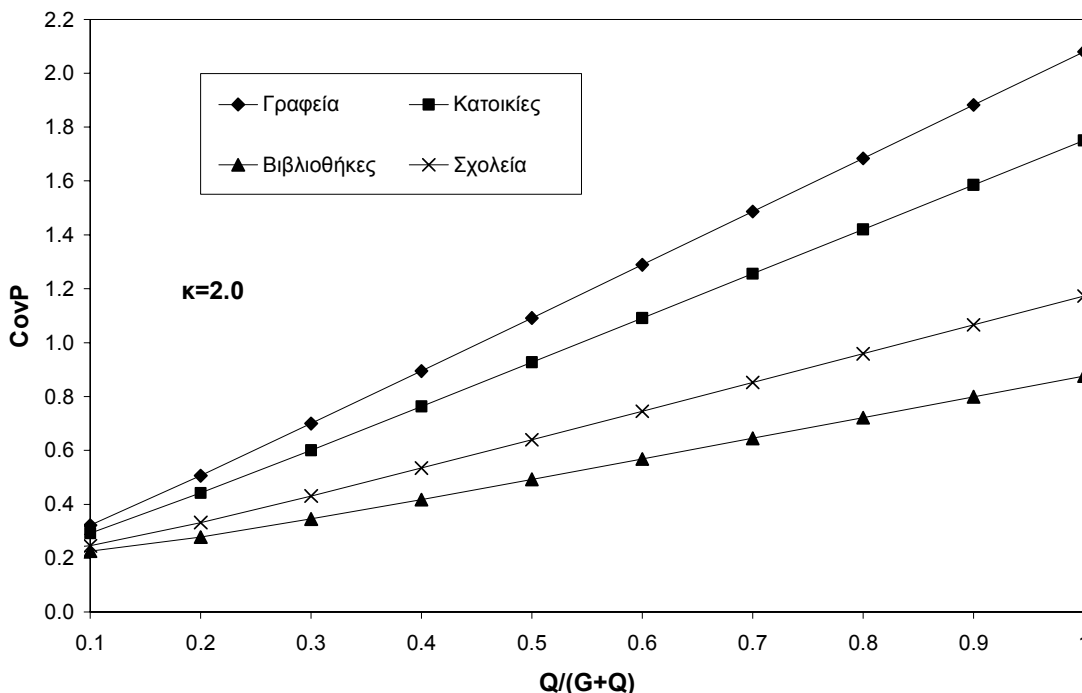
Τα αποτελέσματα του δείκτη αξιοπιστίας της σχέσης που παρατίθενται στις επόμενες παραγράφους βασίζονται στους δείκτες μεταβλητότητας του φορτίου για κατοικίες και για ομοιόμορφη κατανομή των διακοπόμενων φορτίων (κ=1).

Μεταβολή του CovP



Διάγ. 1.24: Δείκτες μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου για διάφορες χρήσεις (κ=1).

Μεταβολή του $CovP$



Διάγ. 1.25: Δείκτες μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου για διάφορες χρήσεις ($\kappa=2$).

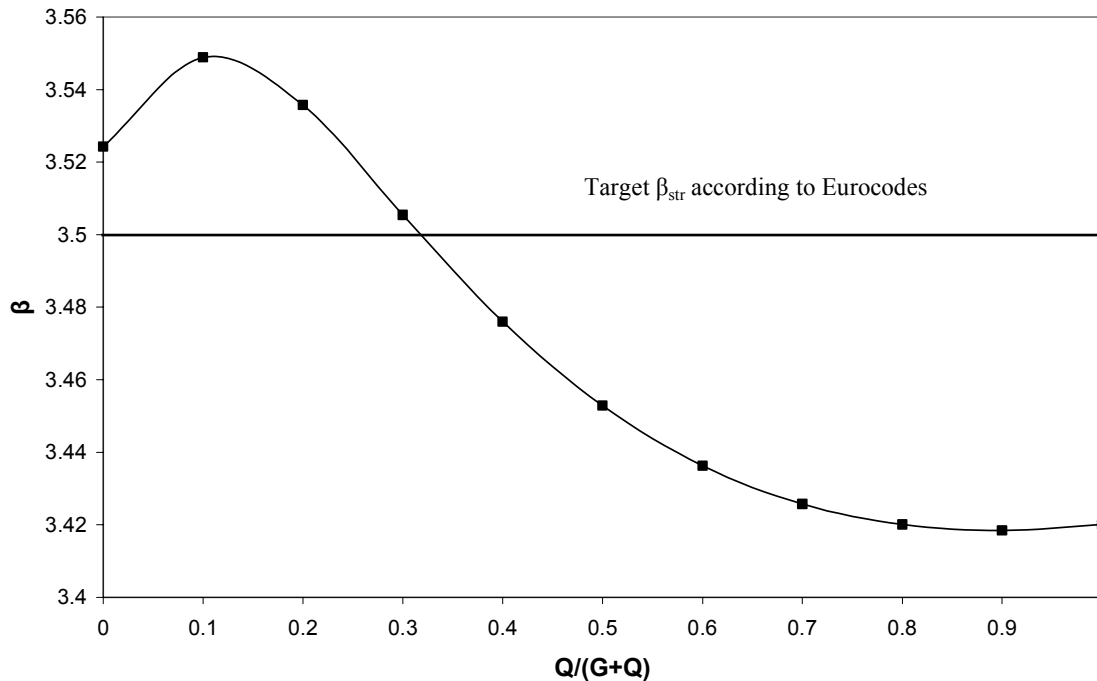
1.13.3 Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικές τιμές του λόγου $Q/(G+Q)$ και διαφορετικές τιμές του συντελεστή σημαντικότητας

Η εξέλιξη του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους σύμφωνα με τη σχέση (1.230) για διάφορες τιμές του λόγου $Q/(G+Q)$ παρουσιάζεται στο Διάγ. 1.26. Το εύρος της δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από 3.42 ως και 3.55. Σύμφωνα με τους Bhattacharya et al., [19], η τιμή, στόχος, του δείκτη αξιοπιστίας σε επίπεδο μέλους σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες είναι ίση με 3.5 [74], που αντιστοιχεί σε πιθανότητα αστοχίας ίση με 2.3×10^{-4} . Οι τιμές που υπολογίζονται μέσω της σχέσης (1.230) για το μέλος της κατασκευής είναι πολύ κοντά στην προτεινόμενη από τον Ευρωκώδικα τιμή.

Στον Πίν. 1.3, παρουσιάζεται η τιμή στόχος του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους για διάφορους κανονισμούς κατασκευών [74]. Σύμφωνα με τα στοιχεία του Πίν. 1.3, η αποδεκτές τιμές του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους ποικίλουν από 1.75 ως και 4.3. Η σύγκριση των επιμέρους κανονισμών για μόνιμα και κινητά φορτία αποκαλύπτει αποδεκτές τιμές του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους που κυμαίνονται από 3.5 (Ευρωκώδικες) ως και 4.3 (Κώδικας Βορείων Χωρών) που αντιστοιχούν σε αποδεκτές πιθανότητες αστοχίας 2.33×10^{-4} ως και 8.55×10^{-6} . Οι διαφορές αυτές οφείλονται κυρίως σε διαφορετικά κοινωνικά και οικονομικά

κριτήρια που ορίζουν και διαφορετικές τιμές κοινωνικά αποδεκτού ρίσκου [123], [121] και στο κόστος που απαιτείται για την επίτευξη ενός συγκεκριμένου επιπέδου ασφαλείας [99].

Evolution of β for various $Q/(G+Q)$ ratios



Διάγ. 1.26: β_{el} για διάφορες τιμές του $Q/(G+Q)$ (κατοικίες).

Πρότυπο	Παρατηρήσεις	β (μέλους)
<i>AISC LRFD 1984, ANSI A58.1 1982</i>	Μόνιμα + Κινητά [†]	3.0
	Μόνιμα + Κινητά [†] + Άνεμος	2.5
	Μόνιμα + Κινητά [†] + Σεισμός	1.75
Καναδικός Κώδικας, Χάλυβα, κτιρίων από ΩΣ και γεφυρών	Διάρκεια ζωής 30 έτη	3.5
Ευρωκώδικες	Κανονικές κατασκευές ($\gamma=1$)	3.5
Κώδικας Βορείων Χωρών (Δανία, Φιλανδία, Ισλανδία, Νορβηγία και Σουηδία) [163]		4.3
AASHTO LRFD	Οριακές Καταστάσεις [165]	3.5 [‡]

Πίν. 1.3: Τιμή στόχος του δείκτη αξιοπιστίας σύμφωνα με τους κανονισμούς.

[†] (στα κινητά φορτία συμπεριλαμβάνονται και τα φορτία λόγω χιονιού)
[‡] σύμφωνα με AASHTO [5]

Στον Πίν. 1.4, παρουσιάζονται οι προτεινόμενες τιμές του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους σύμφωνα με προσχέδιο του πιθανοτικού κώδικα σχεδιασμού [99]. Ο δείκτης αξιοπιστίας του

μέλους κυμαίνεται από 3.1 ως 4.7 ανάλογα του κόστους που απαιτείται για την επίτευξη συγκεκριμένου δείκτη αξιοπιστίας και των συνεπειών μίας πιθανής αστοχίας. Για συνήθεις κατασκευές, ο επιθυμητός δείκτης αξιοπιστίας του πιθανοτικού κώδικα σχεδιασμού ευθυγραμμίζεται με το δείκτη αξιοπιστίας του κώδικα σχεδιασμού Βορείων Χωρών [163].

Κόστος για την επίτευξη του επιθυμητού β	Συνέπειες πιθανής αστοχίας		
	Αμελητέες	Μέτριες	Σημαντικές
Μεγάλο	$\beta=3.1$ ($P_f \approx 10^{-3}$)	$\beta=3.3$ ($P_f \approx 5 \times 10^{-4}$)	$\beta=3.7$ ($P_f \approx 10^{-4}$)
Μεσαίο	$\beta=3.7$ ($P_f \approx 10^{-4}$)	$\beta=4.3$ ($P_f \approx 10^{-5}$)	$\beta=4.4$ ($P_f \approx 5 \times 10^{-6}$)
Μικρό	$\beta=4.3$ ($P_f \approx 10^{-5}$)	$\beta=4.4$ ($P_f \approx 5 \times 10^{-6}$)	$\beta=4.8$ ($P_f \approx 10^{-6}$)

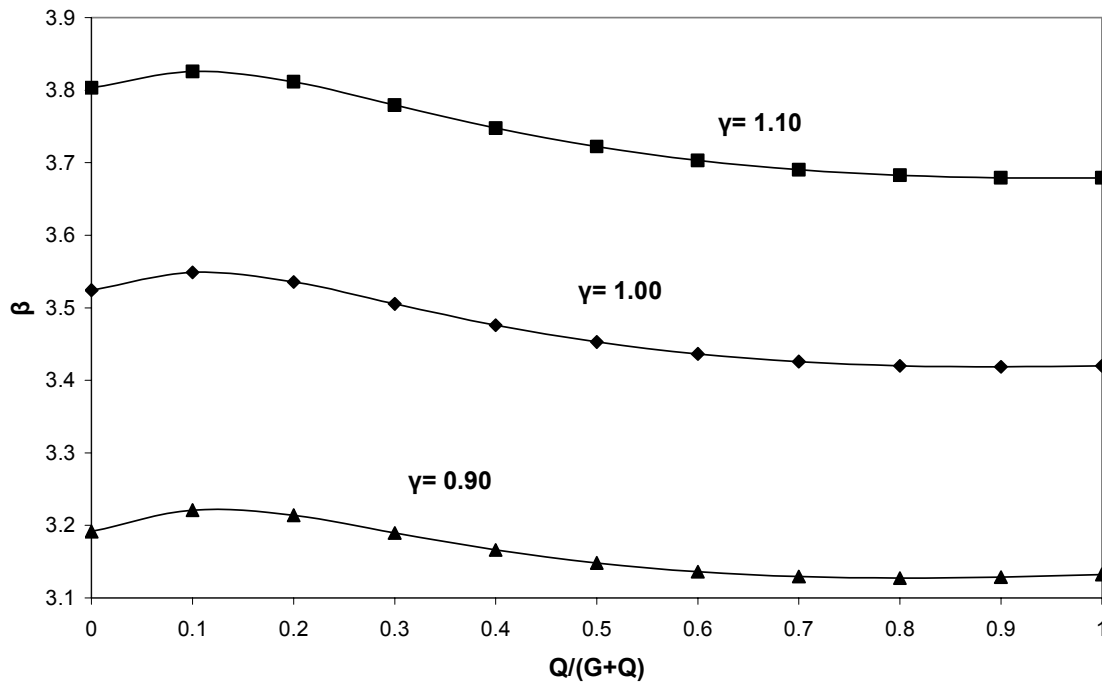
Πίν. 1.4: Τιμή στόχος του δείκτη αξιοπιστίας σύμφωνα με το πιθανοτικό κώδικα σχεδιασμού.

Οι Ευρωκώδικες [59], [61] ανάλογα και της χρήσης της κατασκευής εισάγουν και το συντελεστή σημαντικότητας γ . Οι τιμές του συντελεστή γ είναι: $\gamma=0.90$ για κατασκευές μικρής σημασίας όπου τυχόν αστοχία έχει αμελητέα επίδραση στο κοινωνικό σύνολο, $\gamma=1.00$ για τις συνήθεις κατασκευές και $\gamma=1.10$ για κατασκευές μεγάλης σημασίας που τυχόν αστοχία έχει σοβαρή επίδραση στο κοινωνικό σύνολο [80].

Στο Διάγ. 1.27, παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους σύμφωνα με τη σχέση (1.230) για διάφορες τιμές του λόγου $Q/(G+Q)$ και τις προτεινόμενες τιμές του συντελεστή γ . Η μεταβολή του συντελεστή σημαντικότητας δεν επηρεάζει τη μορφή της συνάρτησης του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους.

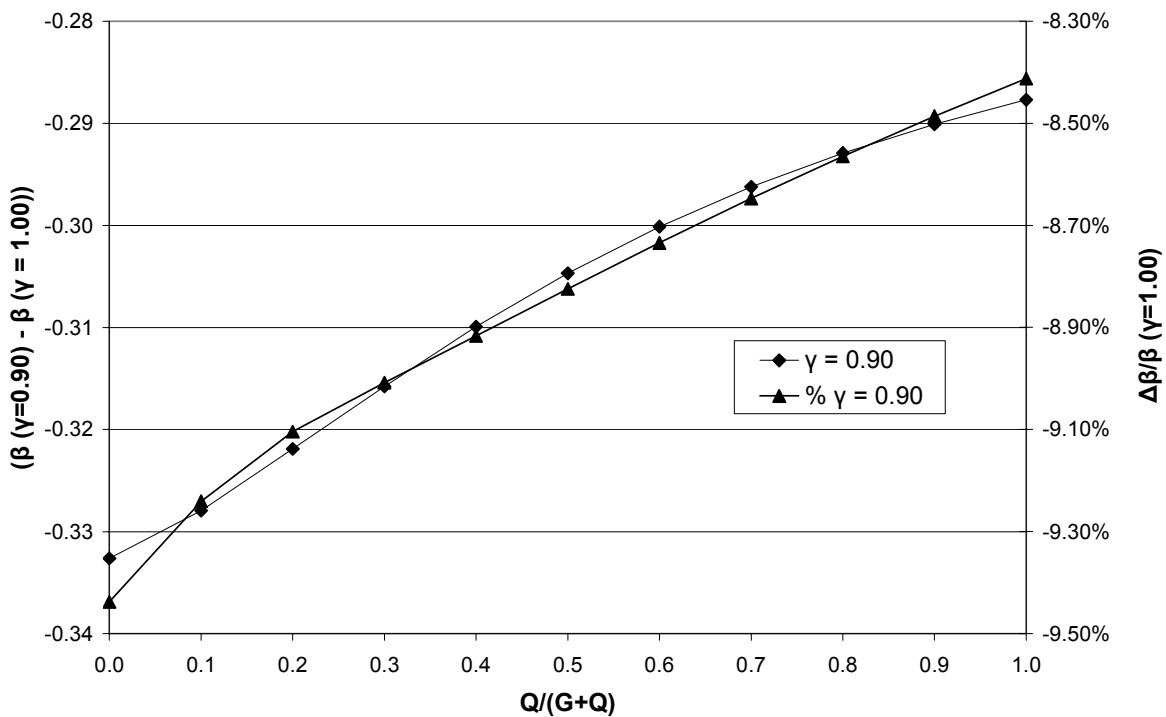
Στο Διάγ. 1.28, παρουσιάζεται η μεταβολή της διαφοράς του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους για $\gamma=0.90$ ως προς το δείκτη αξιοπιστίας για $\gamma=1.00$ και η σχετική διαφορά τους, για διάφορες τιμές του λόγου $Q/(G+Q)$. Η διαφορά όπως και η σχετική διαφορά μειώνονται όσο αυξάνεται ο λόγος $Q/(G+Q)$. Ανάλογα αποτελέσματα παρατηρούνται και στην περίπτωση όπου $\gamma=1.10$ (Διάγ. 1.29). Σε σχέση με τα αποτελέσματα του Διάγ. 1.28 παρατηρείται ότι για $\gamma=1.10$, η σχετική διαφορά παραμένει σταθερή για λόγους του $Q/(G+Q)$ που κυμαίνονται από 0.1 ως 0.5. Επιπρόσθετα η διακύμανση της σχετικής διαφοράς είναι μικρότερη σε σχέση με τα αποτελέσματα για $\gamma=0.90$. Η διαφορά του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -0.333 ως -0.288 για $\gamma=0.90$ και από 0.259 ως 0.279 για $\gamma=1.10$. Η διακύμανση της σχετικής διαφοράς είναι από 8.41% ως 9.44% για $\gamma=0.90$ και από 7.58% ως 7.92% για $\gamma=1.10$.

Evolution of β for various $Q/(G+Q)$ ratios



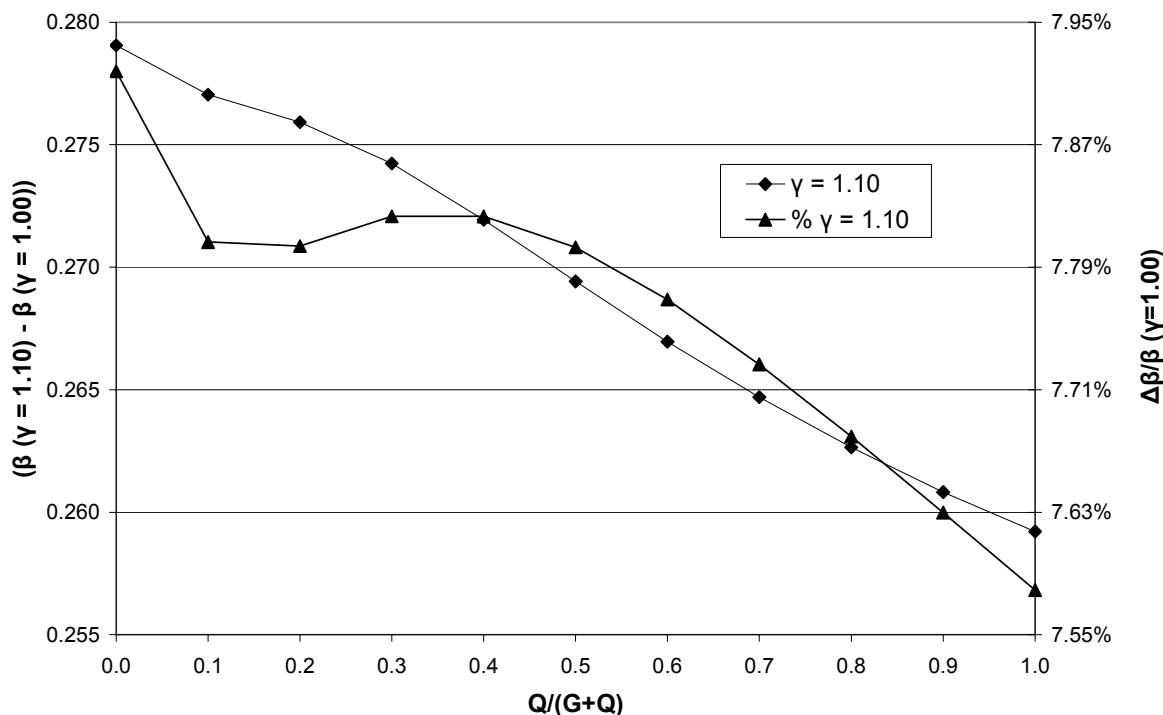
Διάγ. 1.27: β_{el} για διάφορες τιμές του $Q/(G+Q)$ και διάφορους συντελεστές γ (κατοικίες).

Comparison of β for various $Q/(G+Q)$ ratios



Διάγ. 1.28: $\Delta\beta$ και $\Delta\beta/\beta(\gamma=1.00)$ για διάφορες τιμές του $Q/(G+Q)$ ($\gamma=0.90$).

Comparison of β for various $Q/(G+Q)$ ratios



Διάγ. 1.29: $\Delta\beta$ και $\Delta\beta/\beta(\gamma=1.00)$ για διάφορες τιμές του $Q/(G+Q)$ ($\gamma=1.10$).

1.13.4 Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικούς δείκτες μεταβλητότητας των μεταβλητών της αντοχής και φορτίου

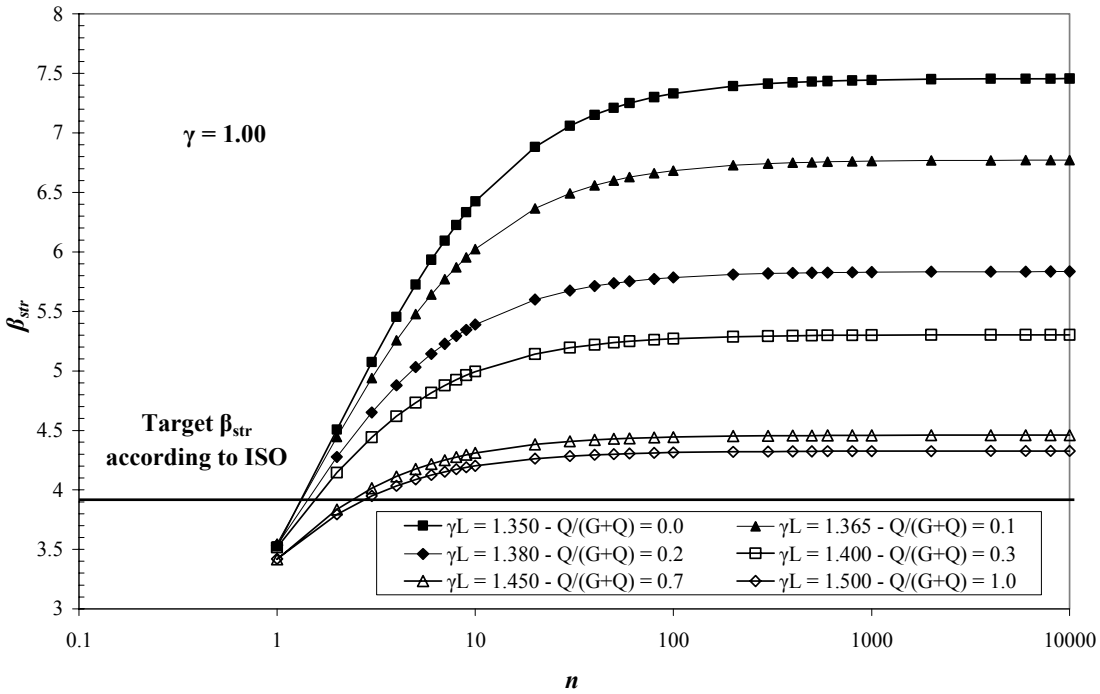
1.13.4.1 Δείκτης Αξιοπιστίας

Στο Διάγ. 1.30, παρουσιάζεται η μεταβολή του β_{str} , για διάφορες τιμές του γ_L , ως προς το πλήθος των μελών του συστήματος (που ορίζουν και την ενεργή υπερστατικότητα). Υπενθυμίζεται ότι η υπερστατικότητα ορίζεται ως $(n-1)$ όπου n το πλήθος των μελών του παράλληλου συστήματος. Ο δείκτης αξιοπιστίας συγκρίνεται με την αποδεκτή τιμή του β_{str} κατά ISO [98], για πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής ίση με 10^{-6} ανά έτος (συνήθεις κατασκευές) και διάρκεια ωφέλιμης ζωής ίση με 50 έτη και ετήσια έκθεση σε κίνδυνο $\leq 10^{-6}$ [98]. Η επιρροή της υπερστατικότητας στο δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής σχετίζεται με το λόγο $Q/(G+Q)$. Η αύξηση του λόγου αυτού οδηγεί στη μείωση του λόγου $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$ που οφείλεται κυρίως στην αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της τ.μ. του φορτίου.

Στα Διάγ. 1.31 και Διάγ. 1.32, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος (β_{str}) ως προς την ενεργή υπερστατικότητα για $\gamma_s=1.10$ και $\gamma_L=1.50$ και $\gamma_s=1.10$ και $\gamma_L=1.35$ αντίστοιχα, [59], [60], [61], και για διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών μεταβλητότητας του φορτίου και της αντοχής της τάξης του 20%. Η αύξηση της

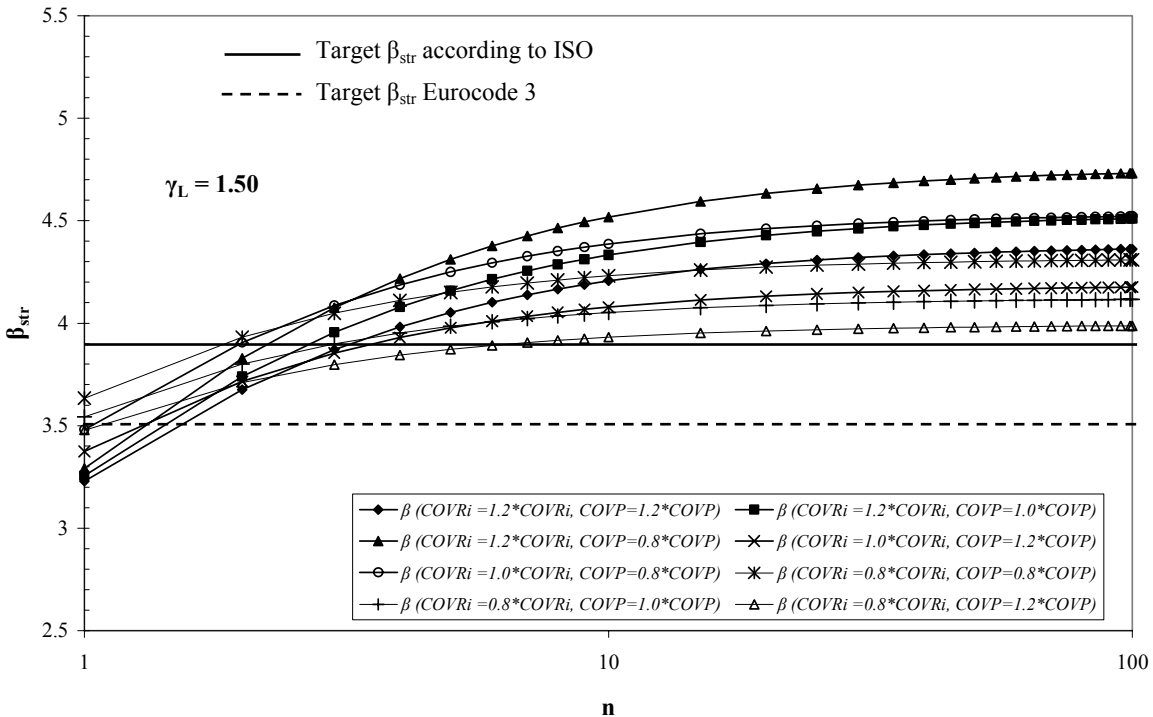
υπερστατικότητα έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος.

Obtained β_{str} for deterministic optimum



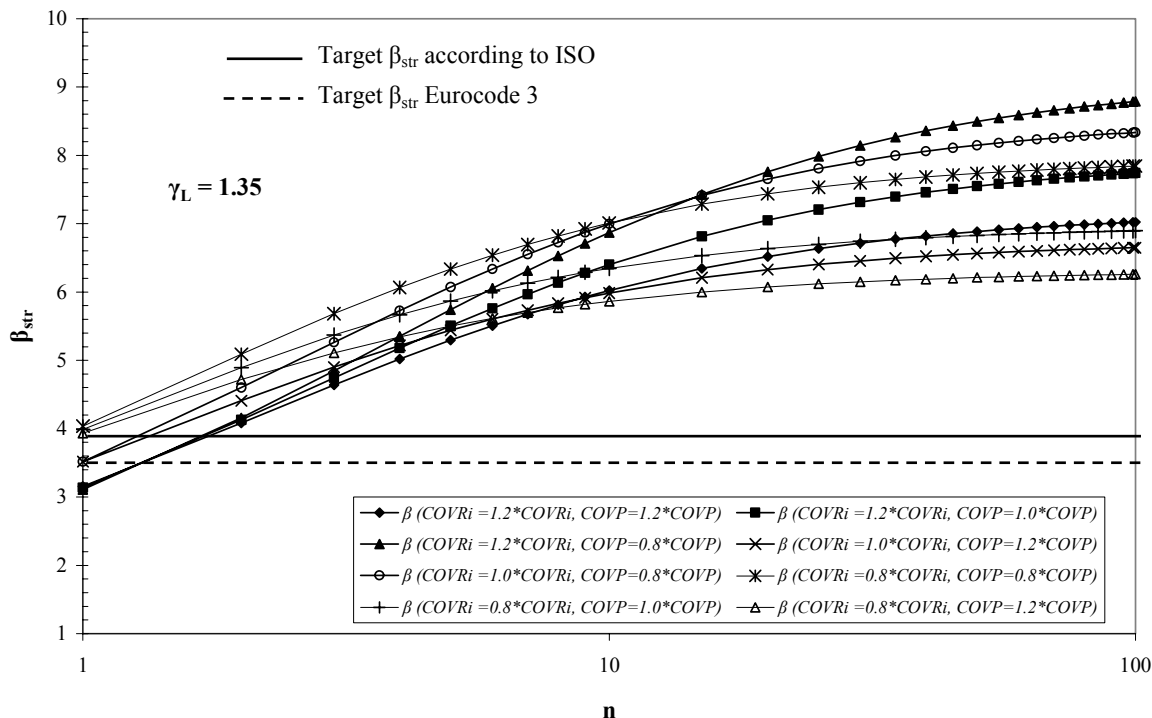
Διάγ. 1.30: β_{str} για $COVR_i$ και $COVP$ σύμφωνα με Ευρωκώδικες (διάφορες τιμές του γ_L).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



Διάγ. 1.31: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών $COVR_i$ και $COVP$ ($\gamma_s=1.10$ και $\gamma=1.50$).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



Διάγ. 1.32: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών COVRi και COVP ($\gamma_s=1.10$ και $\gamma_L=1.35$).

Ο δείκτης αξιοπιστίας του μέλους κυμαίνεται από 3.11 ως 4.04 για $\gamma_L=1.35$ και από 3.23 ως 3.63 για $\gamma_L=1.50$. Η μείωση της αβεβαιότητας ως προς την αντοχή έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αξιοπιστίας του μέλους αλλά τη μείωση του λόγου $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$. Η μείωση της αβεβαιότητας των φορτιών έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής. Η αύξηση του λόγου $Q/(G+Q)$ έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της ευαισθησίας του δείκτη αξιοπιστίας ως προς τις διακυμάνσεις των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ της αντοχής και του φορτίου.

Στον Πίν. 1.5, παρουσιάζεται ο λόγος του $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$ και για διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών μεταβλητότητας του φορτίου και της αντοχής της τάξης του 20%. Η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας του φορτίου οδηγεί σε μείωση του $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$. Η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της αντοχής οδηγεί σε αύξηση του $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$. Η αύξηση του λόγου $Q/(G+Q)$ μεταφράζεται σε μείωση της ευαισθησίας του προβλήματος ως προς την υπερστατικότητα καθώς έμμεσα συνεπάγεται αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου.

Στον Πίν. 1.6, παρουσιάζεται η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής για τις διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ του φορτίου και της αντοχής και υψηλή

υπερστατικότητα (n=100, υπερστατικότητα n-1). Η πιθανότητα αστοχίας συστήματος υψηλής υπερστατικότητας για $\gamma_L=1.50$ κυμαίνεται από 4.43×10^{-7} ως 4.42×10^{-5} . Η αντίστοιχη πιθανότητα αστοχίας για $\gamma_L=1.35$ δεν υπερβαίνει το 1.01×10^{-8} .

$\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$	0.8*COVRi		1.0*COVRi		1.2*COVRi	
	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$
0.8*COVP	1.9427	1.1858	2.3694	1.2988	2.8295	1.4373
1.0*COVP	1.7288	1.1617	2.0800	1.2614	2.4671	1.3849
1.2*COVP	1.5918	1.1463	1.8903	1.2374	2.2252	1.3510

Πίν. 1.5: Λόγος $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$ για διακυμάνσεις των $CovR_i$ και $CovP$ ($\gamma_L=1.50$ ($\gamma_L=1.35$)).

$P_{f,s}$	0.8*COVRi		1.0*COVRi		1.2*COVRi	
	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$
0.8*COVP	2.22×10^{-15}	8.21×10^{-6}	≈ 0	3.07×10^{-6}	≈ 0	1.12×10^{-6}
1.0*COVP	2.69×10^{-12}	1.93×10^{-5}	1.16×10^{-13}	8.02×10^{-6}	5.00×10^{-15}	3.25×10^{-6}
1.2*COVP	1.96×10^{-10}	3.34×10^{-5}	1.49×10^{-11}	1.49×10^{-5}	1.12×10^{-12}	6.46×10^{-6}

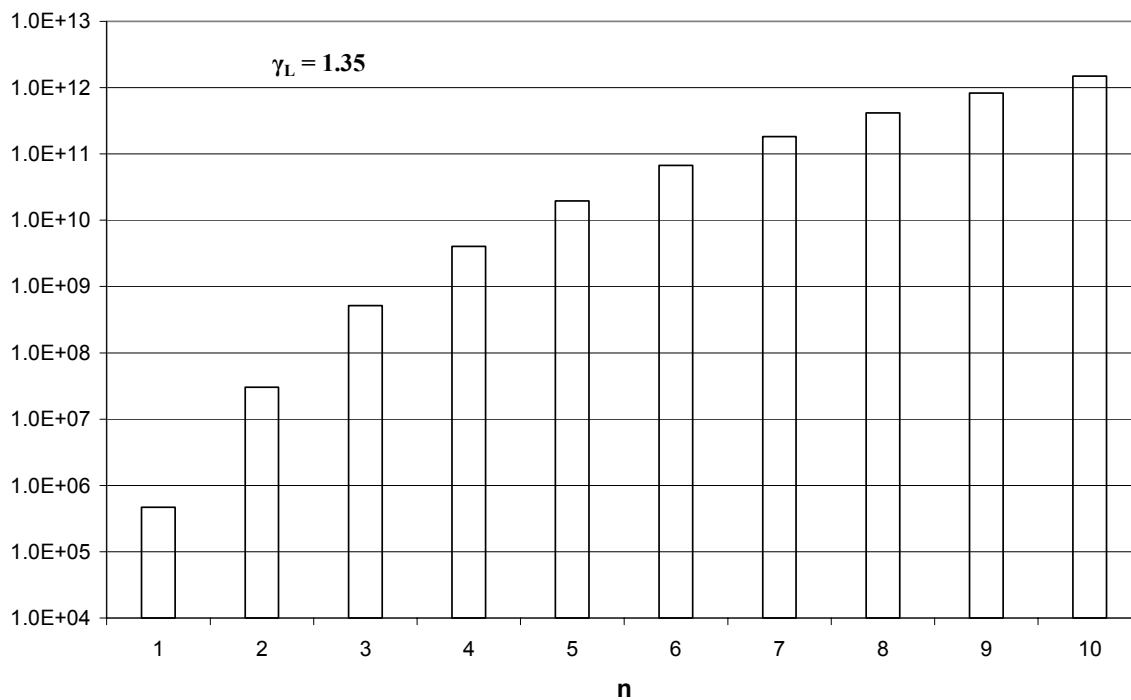
Πίν. 1.6: $P_{f,s}$ για διακυμάνσεις των $CovR_i$ και $CovP$ ($\gamma_L=1.35$ και $\gamma_L=1.50$).

1.13.4.2 Απαιτούμενα δείγματα

Εξετάζεται η μεταβολή του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων με τη μέθοδο MC ως προς την ενεργή υπερστατικότητα για $\gamma_L=1.35$, και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διάγ. 1.33 και Διάγ. 1.34 αντίστοιχα. Η επιθυμητή ακρίβεια εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας είναι $\epsilon/P_f=\beta=10\%$. Στην περίπτωση αυτή το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων αστοχίας είναι σύμφωνα με τη σχέση (1.12) ίσο με 100. Το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων κυμαίνεται από 4.38×10^{10} ως 3.10×10^{13} (για $\gamma_L=1.35$) και από 2.37×10^6 ως 3.20×10^8 (για $\gamma_L=1.50$).

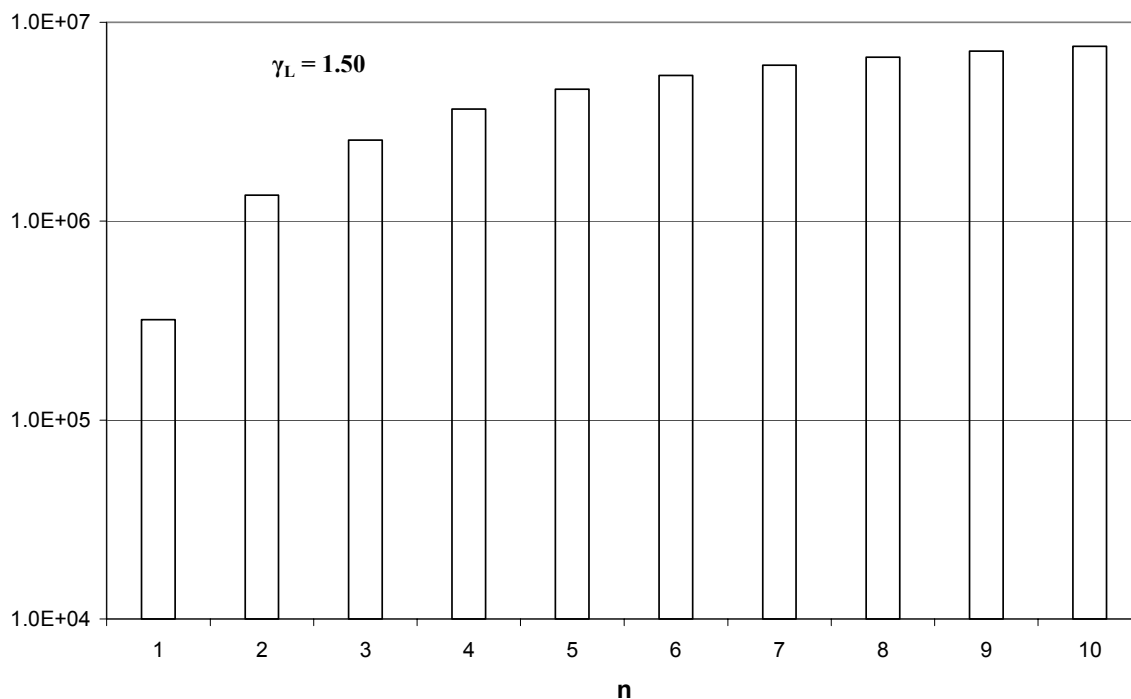
Στο Διάγ. 1.35 και Διάγ. 1.36, παρουσιάζεται το πλήθος των δειγμάτων για n=1 και τις διακυμάνσεις των δεικτών μεταβλητότητας του φορτίου και της αντοχής για $\gamma_L=1.35$ και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα. Η μείωση του δείκτη μεταβλητότητας του φορτίου οδηγεί σε σημαντική αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων. Η μείωση του δείκτη μεταβλητότητας της αντοχής δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα. Στο Διάγ. 1.37 και Διάγ. 1.38, παρουσιάζεται το πλήθος των δειγμάτων για n=10 και $\gamma_L=1.35$ και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα. Σε αντίθεση με τα αποτελέσματα των Διάγ. 1.35 και Διάγ. 1.36 η αύξηση της αβεβαιότητας της αντοχής οδηγεί σε αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων. Για $\gamma_L=1.35$ το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων εξαρτάται και από το δείκτη μεταβλητότητας του φορτίου.

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



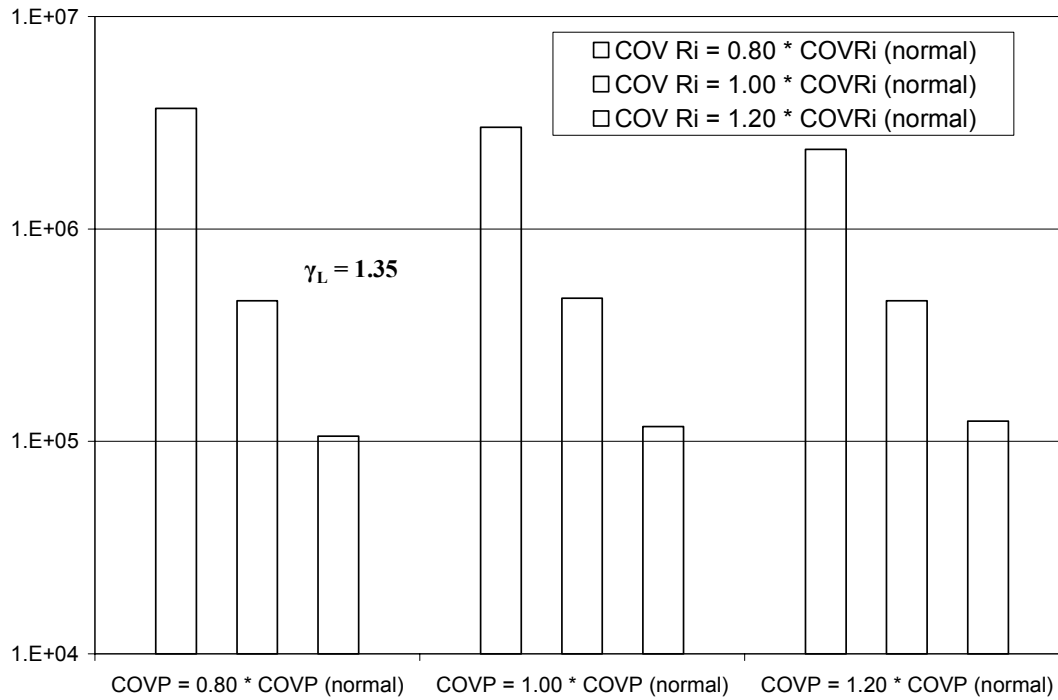
Διάγ. 1.33: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.35$).

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



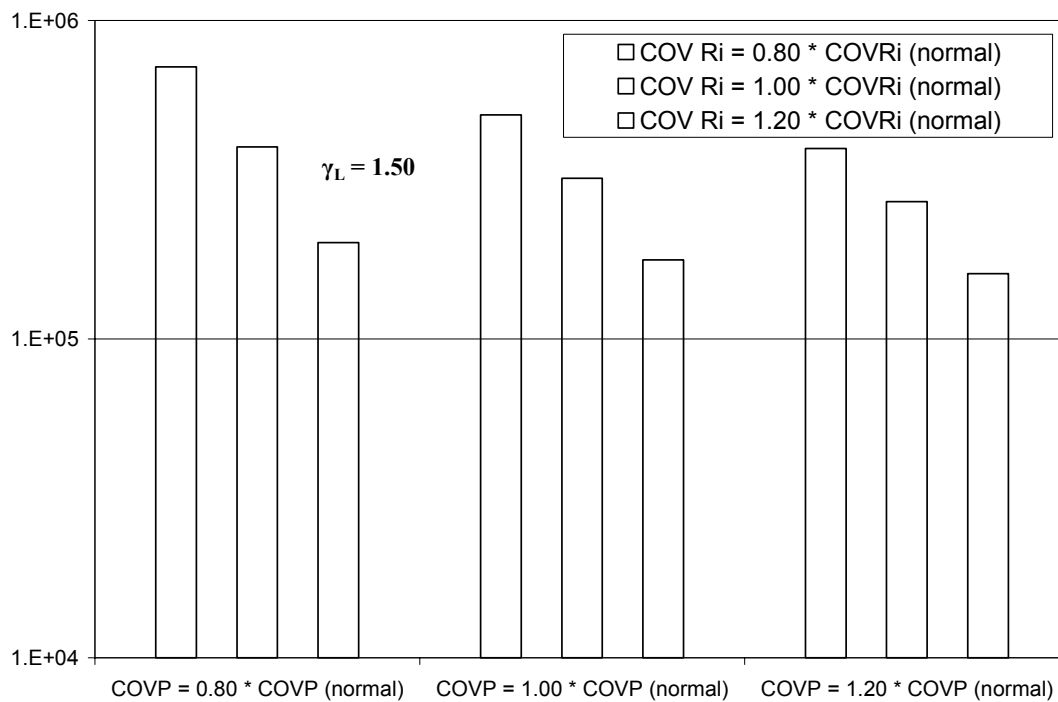
Διάγ. 1.34: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.50$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



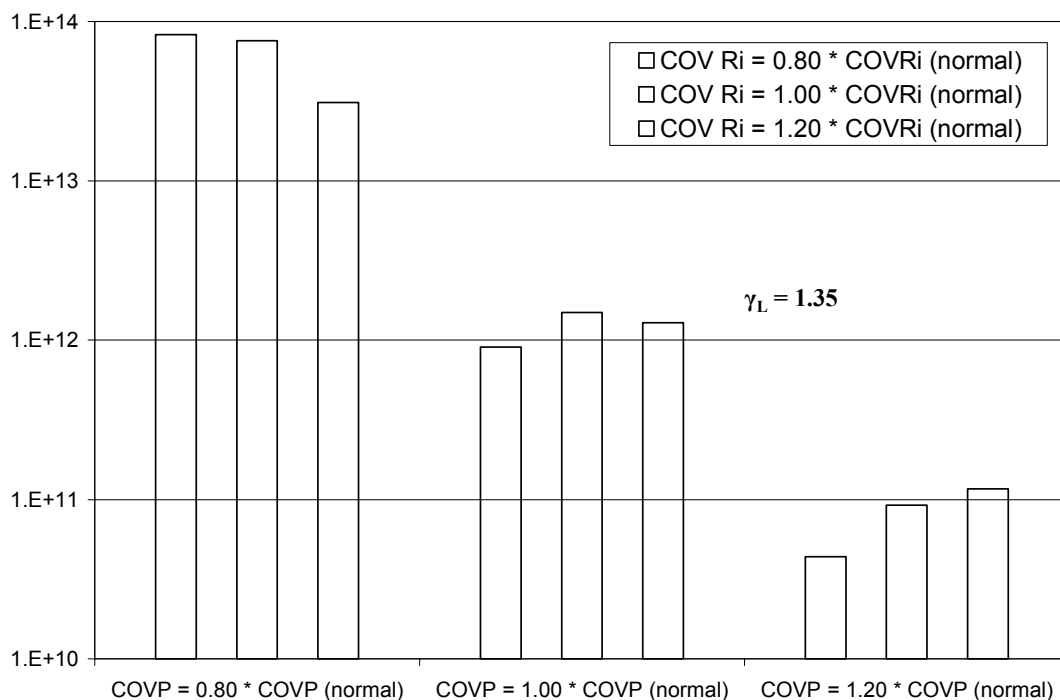
Διάγ. 1.35: Δείγματα για $\epsilon/P_f=10\%$ (ισοστατικός φορέας $\gamma_L=1.35$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



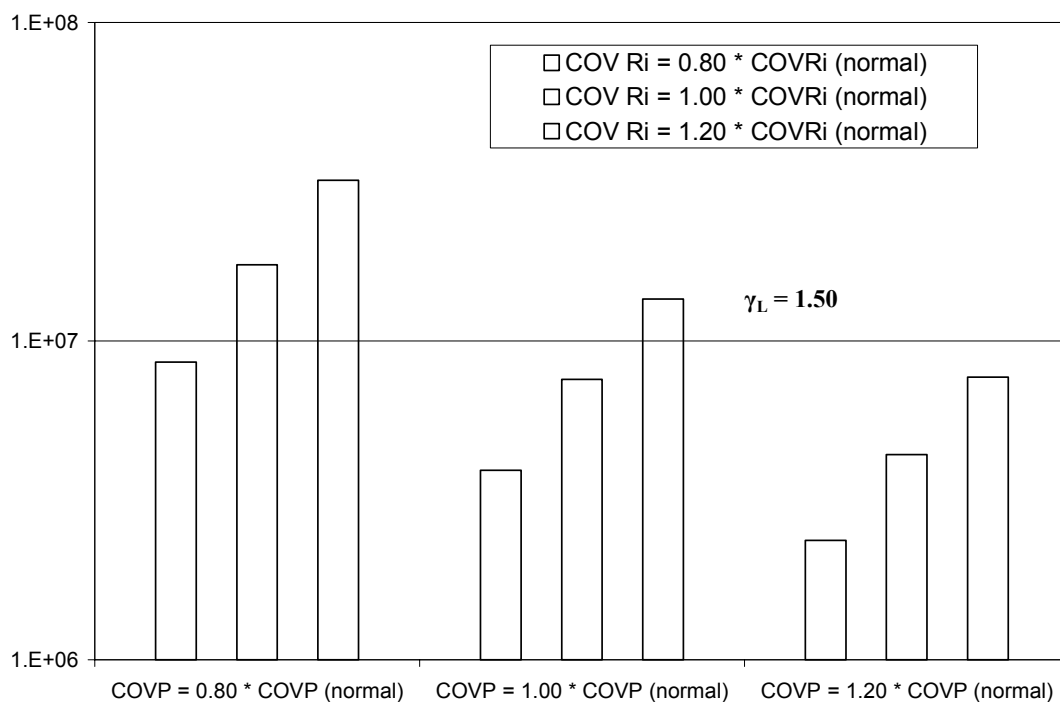
Διάγ. 1.36: Δείγματα για $\epsilon/P_f=10\%$ (ισοστατικός φορέας $\gamma_L=1.50$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.37: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.35$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.38: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.50$).

Για $COVP = 0.8 * COVP(normal)$ η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της αντοχής οδηγεί σε

μείωση των απαιτούμενων δειγμάτων. Αντίθετα για $COVP = 1.2 \cdot COVP(normal)$ η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της αντοχής οδηγεί σε αύξηση των απαιτούμενων δειγμάτων.

1.13.5 Αποτελέσματα της ανάλυσης για διαφορετικούς συντελεστές σημαντικότητας

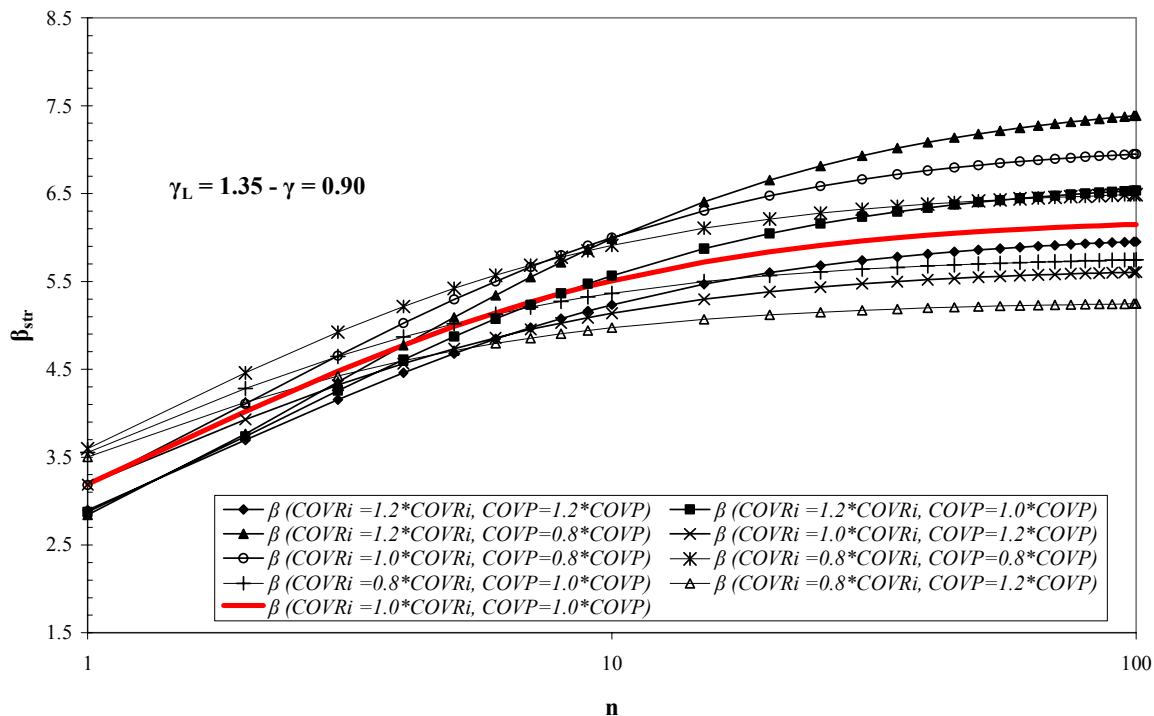
1.13.5.1 Δείκτης Σημαντικότητας $\gamma=0.90$

Στα Διάγ. 1.39 και Διάγ. 1.40, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας για τις διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών μεταβλητότητας της αντοχής και του φορτίου ως προς την ενεργή υπερστατικότητα στην περίπτωση όπου $\gamma=0.90$. Η αξιοπιστία του μέλους κυμαίνεται, για $\gamma_L=1.35$, από 2.84 ως 3.59 μειωμένη κατά 8.49% και 10.96% αντίστοιχα σε σχέση με το δείκτη αξιοπιστίας του μέλους για $\gamma=1.00$. Για $\gamma_L=1.50$, η αξιοπιστία του μέλους κυμαίνεται από 2.99 ως 3.28 μειωμένη κατά 7.32% και 9.64% αντίστοιχα. Η πιθανότητα αστοχίας συστήματος υψηλής υπερστατικότητας κυμαίνεται από 3.92×10^{-10} ($\gamma_L=1.35$) ως 6.95×10^{-5} ($\gamma_L=1.50$).

Η μεταβολή του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων για $\varepsilon/P_f=\beta=10\%$ και για $\gamma_L=1.35$ και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα, για διάφορες τιμές του n , παρουσιάζονται στα Διάγ. 1.41 και Διάγ. 1.42. Για $\gamma_L=1.35$ το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων κυμαίνεται από 1.4×10^5 ως 5.5×10^{10} δείγματα. Για $\gamma_L=1.50$, το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων παρουσιάζει πολύ μικρότερη διασπορά καθώς κυμαίνεται από 1.2×10^5 ως 1.1×10^6 δείγματα. Σε σχέση με τα αποτελέσματα για $\gamma=1.00$ παρατηρείται μείωση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων για $\gamma_L=1.35$. Για $n=1$ απαιτείται μόνον το 30.02% των δειγμάτων όταν για $n=10$ απαιτείται μόλις το 0.37% των δειγμάτων που απαιτούνται για την εξασφάλιση της απαιτούμενης ακρίβειας για $\gamma=1.00$. Για $\gamma_L=1.50$ παρατηρείται μείωση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων αλλά σε μικρότερο βαθμό σε σχέση με τα αποτελέσματα για $\gamma_L=1.35$. Για $n=1$ απαιτείται μόνον το 36.11% των δειγμάτων όταν για $n=10$ απαιτείται το 13.75% των δειγμάτων που απαιτούνται για την εξασφάλιση της απαιτούμενης ακρίβειας για $\gamma=1.00$.

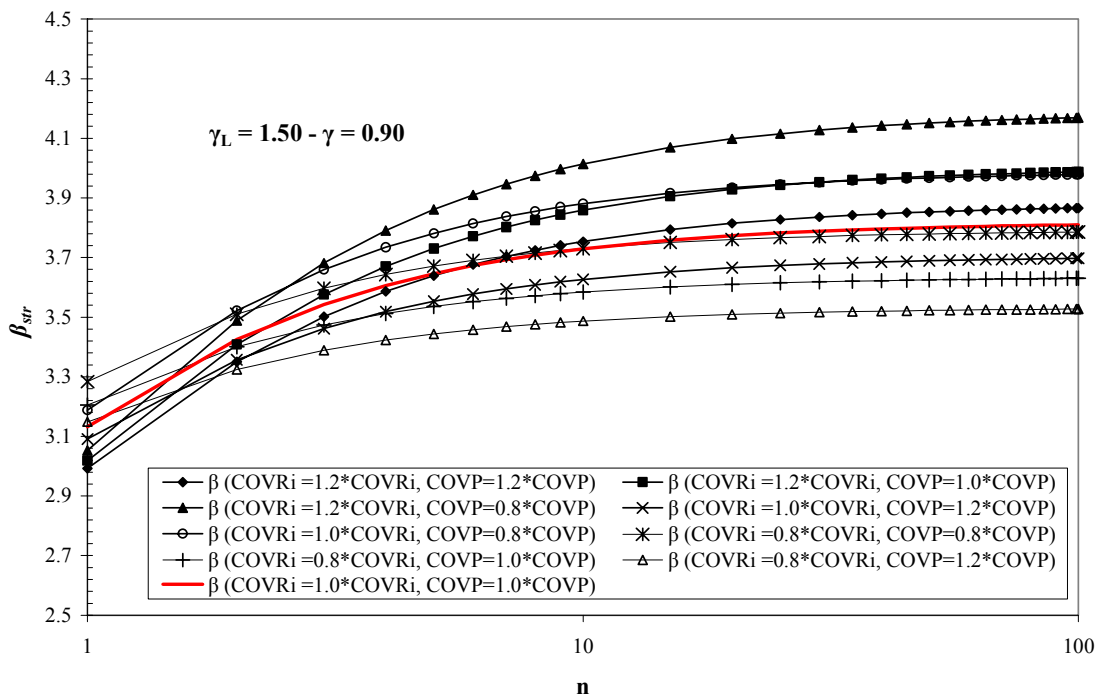
Στα Διάγ. 1.43 και Διάγ. 1.44, παρουσιάζεται το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για την ανάλυση με τη μέθοδο MC για τις διακυμάνσεις των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ του φορτίου και της αντοχής και $n=10$. Τα απαιτούμενα δείγματα αγγίζουν τα 10^{11} δείγματα για $\gamma_L=1.35$ και υπερβαίνουν τα 3×10^6 δείγματα για $\gamma_L=1.50$.

Obtained β_{str} for deterministic optimum



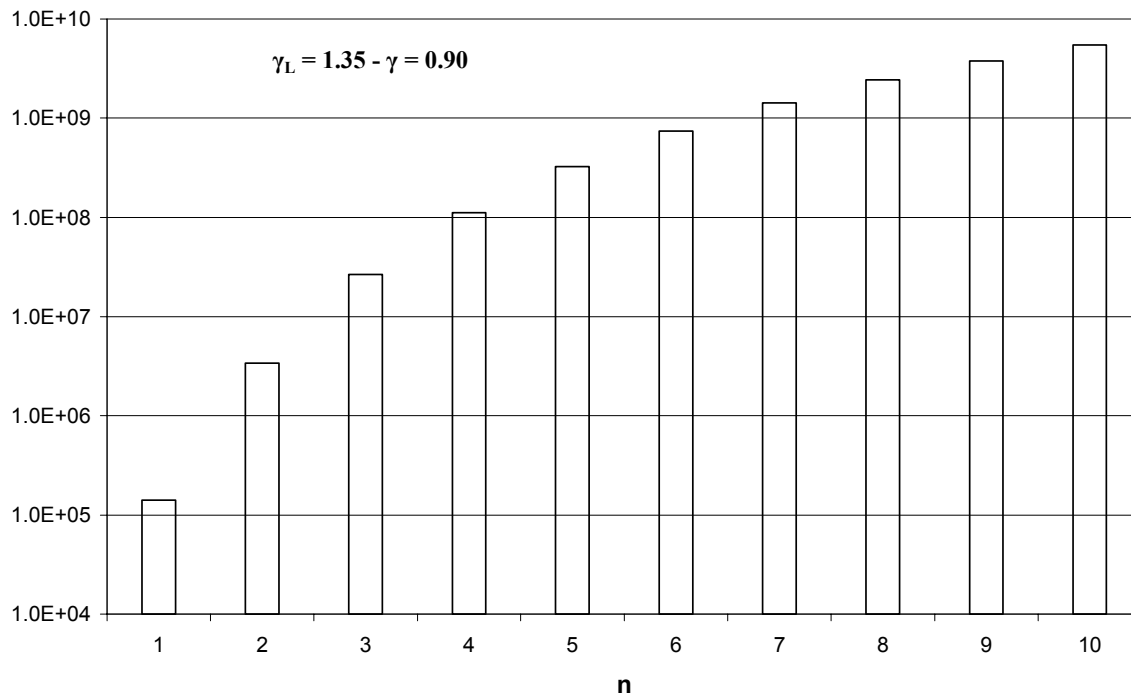
Διάγ. 1.39: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών $COVR_i$ και $COVP$ ($\gamma_L=1.35, \gamma=0.90$).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



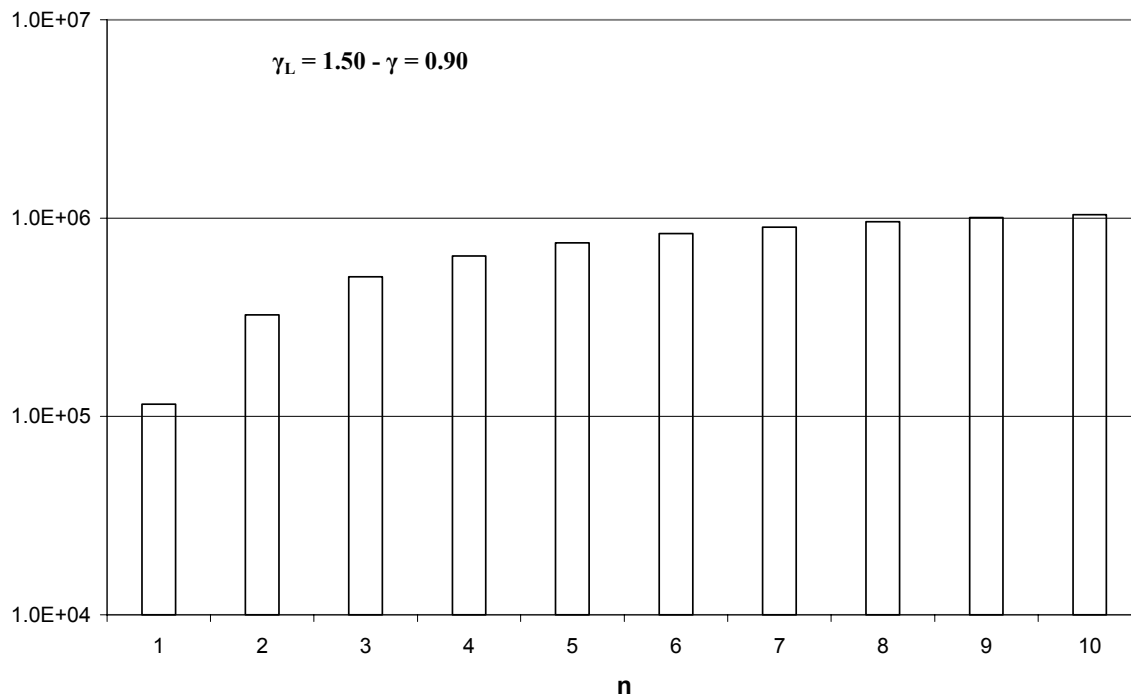
Διάγ. 1.40: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών $COVR_i$ και $COVP$ ($\gamma_L=1.50, \gamma=0.90$).

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



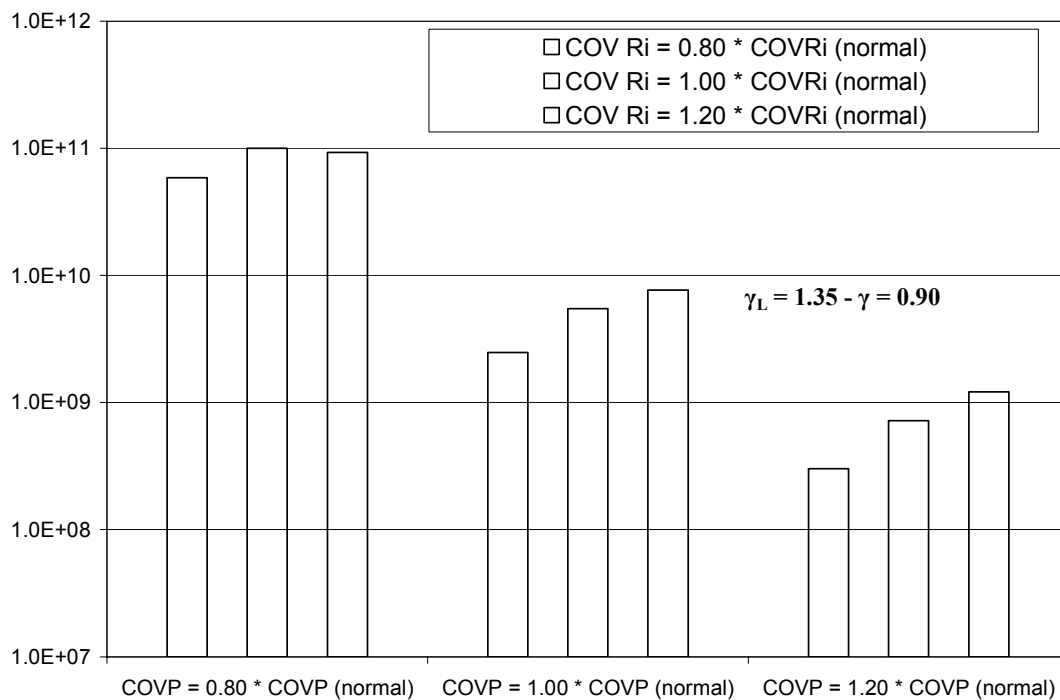
Διάγ. 1.41: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.35, \gamma=0.90$).

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



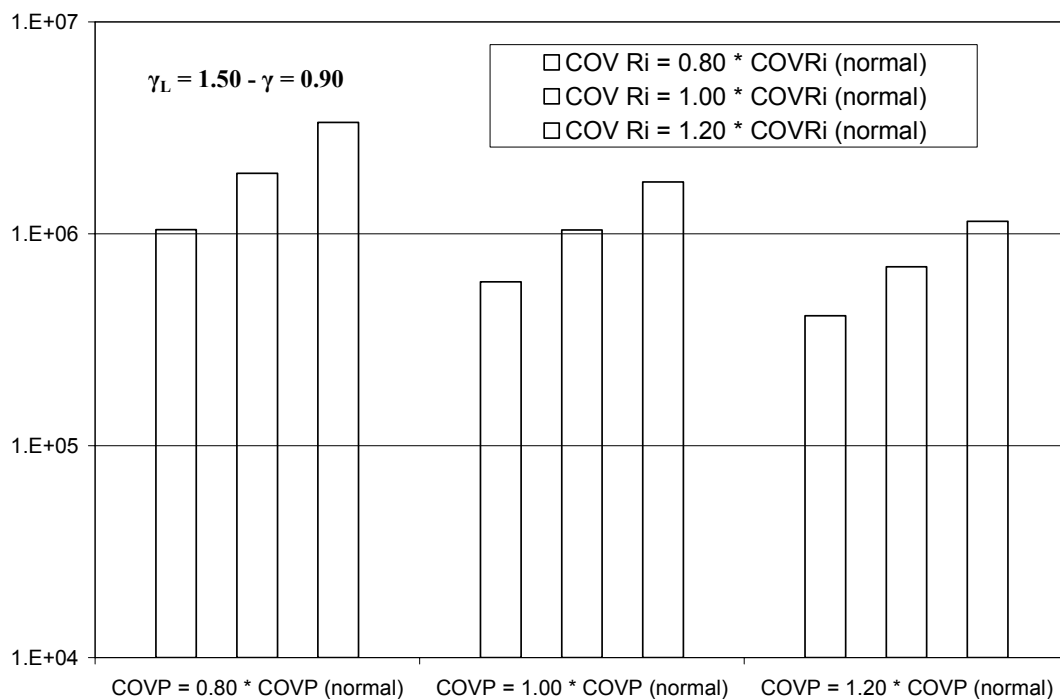
Διάγ. 1.42: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.50, \gamma=0.90$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.43: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.35, \gamma=0.90$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.44: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.50, \gamma=0.90$).

1.13.5.2 Δείκτης σημαντικότητας $\gamma=1.10$

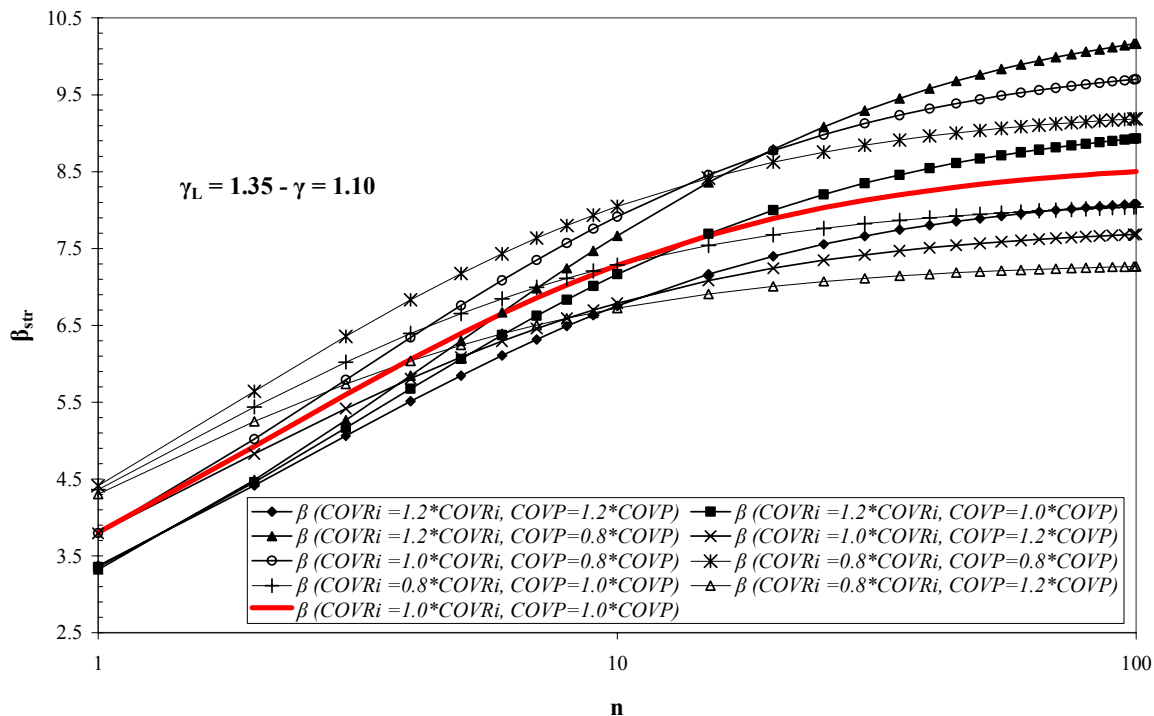
Στα Διάγ. 1.45 και Διάγ. 1.46, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας του συστήματος (β_{str}) για τις διακυμάνσεις περί των τιμών των δεικτών μεταβλητότητας της αντοχής και του φορτίου ως προς την ενεργή υπερστατικότητα στην περίπτωση όπου $\gamma=1.10$. Η αξιοπιστία του μέλους κυμαίνεται, για $\gamma_L=1.35$, από 3.37 ως 4.41 αυξημένη κατά 6.85% και 9.27% αντίστοιχα σε σχέση με το δείκτη αξιοπιστίας του μέλους για $\gamma=1.00$. Για $\gamma_L=1.50$, η αξιοπιστία του μέλους κυμαίνεται από 3.44 ως 3.96 αυξημένη κατά 6.44% και 8.89% αντίστοιχα. Η πιθανότητα αστοχίας συστήματος υψηλής υπερστατικότητας είναι αμελητέα για $\gamma_L=1.35$ και ίση με 7.28×10^{-7} για $\gamma_L=1.50$.

Η μεταβολή του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων για $\varepsilon/P_f=\beta=10\%$ και για $\gamma_L=1.35$ και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα, ως προς την ενεργή υπερστατικότητα, παρουσιάζονται στα Διάγ. 1.47 και Διάγ. 1.48. Για $\gamma_L=1.35$ το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων κυμαίνεται από 1.4×10^6 ως 6.0×10^{14} δείγματα. Για $\gamma_L=1.50$, το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων παρουσιάζει πολύ μικρότερη διασπορά και κυμαίνεται από 8.5×10^5 ως 6.6×10^7 δείγματα. Σε σχέση με τα αποτελέσματα για $\gamma=1.00$ και $\gamma_L=1.35$ παρατηρείται αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων. Για $n=1$ το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται αυξάνεται κατά 29.741% όταν για $n=10$ απαιτούνται 40 φορές περισσότερα δείγματα για την εξασφάλιση της απαιτούμενης ακρίβειας ως προς το πλήθος των δειγμάτων για $\gamma=1.00$. Για $\gamma_L=1.50$ παρατηρείται αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων αλλά σε μικρότερο βαθμό σε σχέση με τα αποτελέσματα για $\gamma_L=1.35$. Η ευαισθησία του το πλήθος των δειγμάτων ως προς τη μεταβλητή γ εξαρτάται και από την ενεργή υπερστατικότητα ($n-1$). Για $n=1$ απαιτείται αύξηση των δειγμάτων κατά 267.64% όταν για $n=10$ η αύξηση αυτή αγγίζει το 870%.

Στα Διάγ. 1.43 και Διάγ. 1.44, παρουσιάζεται το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για την ανάλυση με τη μέθοδο MC για τις διακυμάνσεις των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ του φορτίου και της αντοχής και $n=10$. Τα απαιτούμενα δείγματα υπερβαίνουν τα 10^{17} δείγματα για $\gamma_L=1.35$ και αγγίζουν τα 3.6×10^8 δείγματα για $\gamma_L=1.50$.

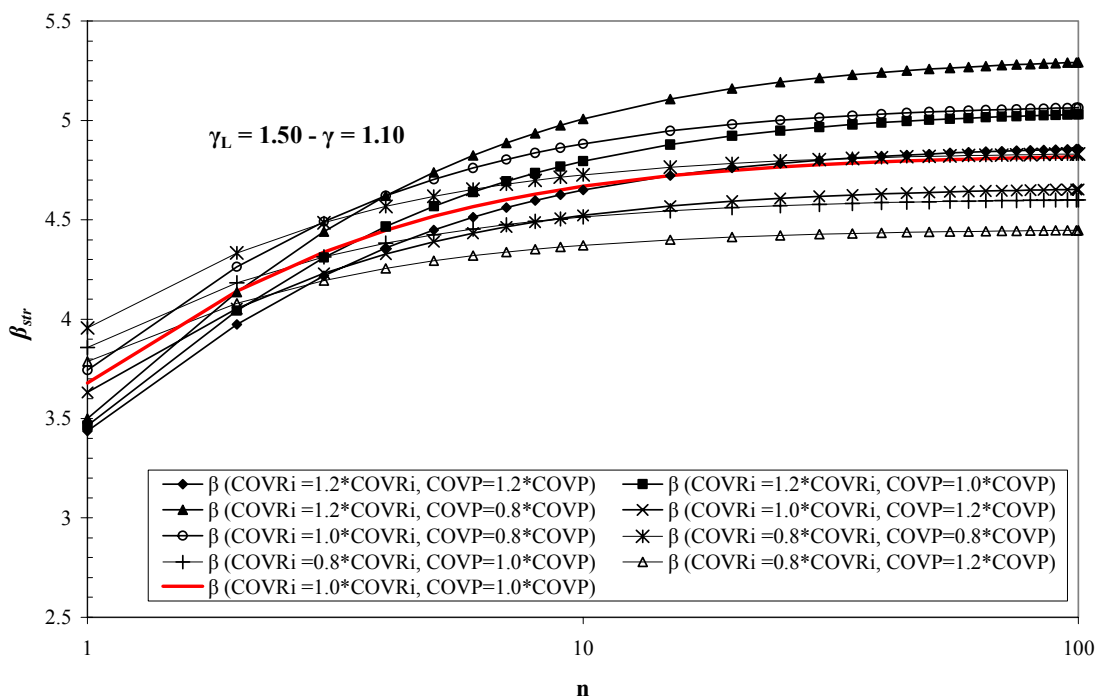
Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης, παρατηρείται ότι η μετάβαση από τη μία κατηγορία σημασίας στην αμέσως μεγαλύτερη συνεπάγεται μείωση της πιθανότητας αστοχίας κατά μία περίπου τάξη μεγέθους (για $\gamma_L=1.50$). Η μετάβαση αυτή έχει ως αποτέλεσμα και την αύξηση της ευαισθησίας του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς την ενεργή υπερστατικότητα (όπως παρατηρείται και από τα στοιχεία του Πίν. 1.7).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



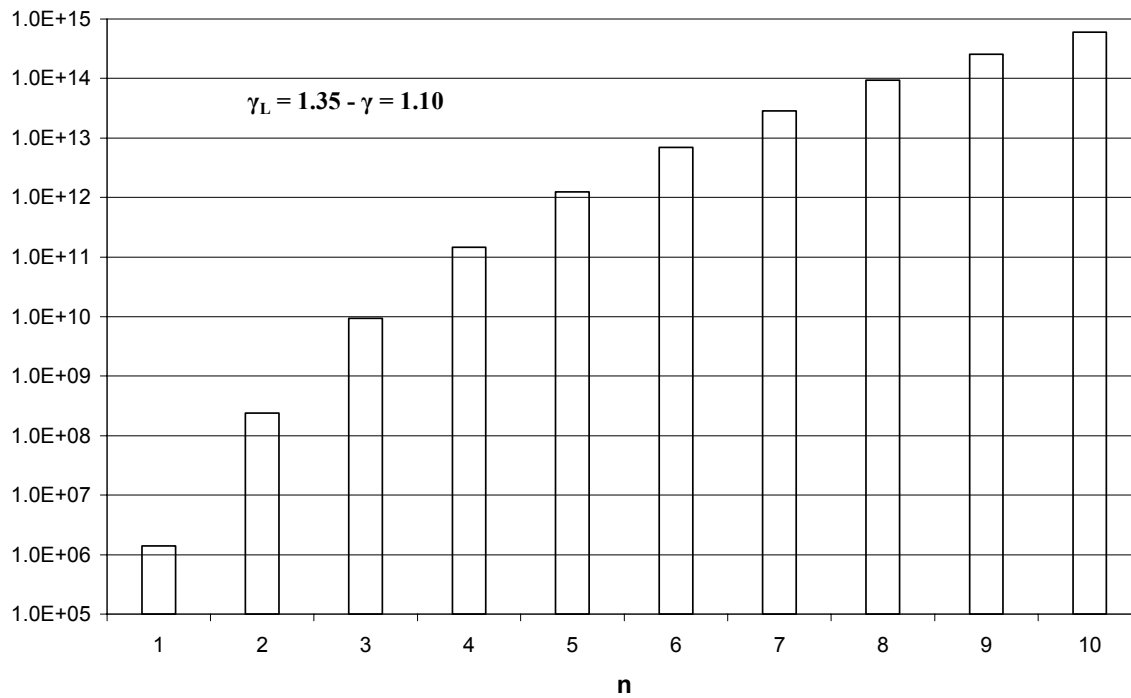
Διάγ. 1.45: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών COVRi και COVP ($\gamma_L=1.35, \gamma=0.90$).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



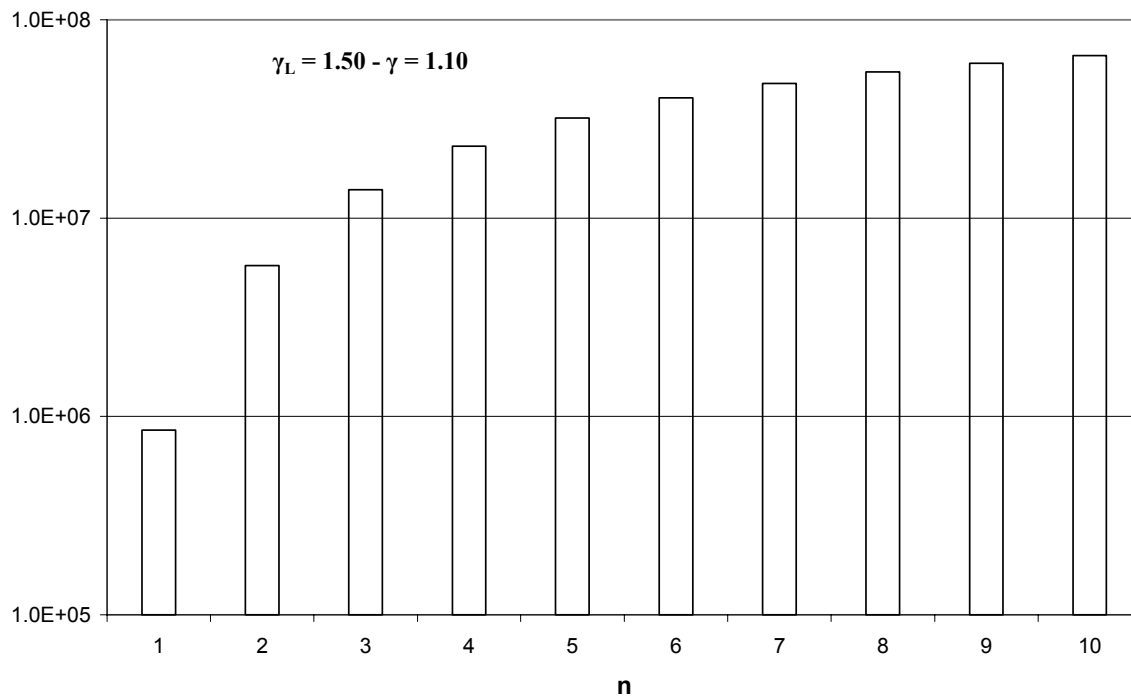
Διάγ. 1.46: β_{str} για διαφορετικά ζεύγη τιμών COVRi και COVP ($\gamma_L=1.50, \gamma=0.90$).

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



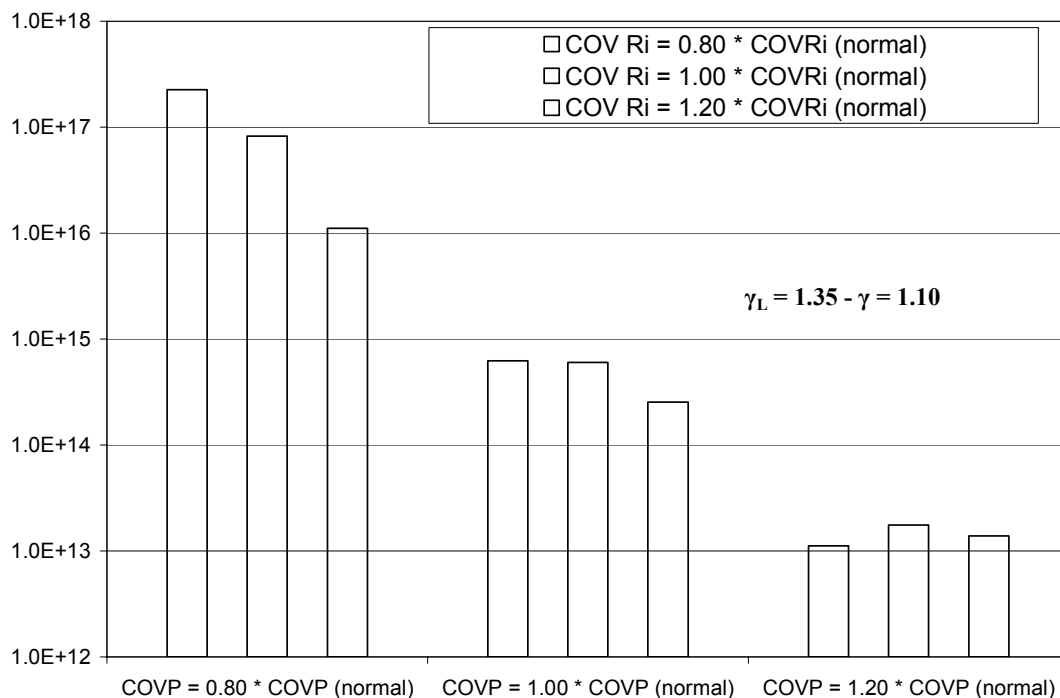
Διάγ. 1.47: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.35, \gamma=1.10$).

Απαιτούμενες Προσομοιώσεις



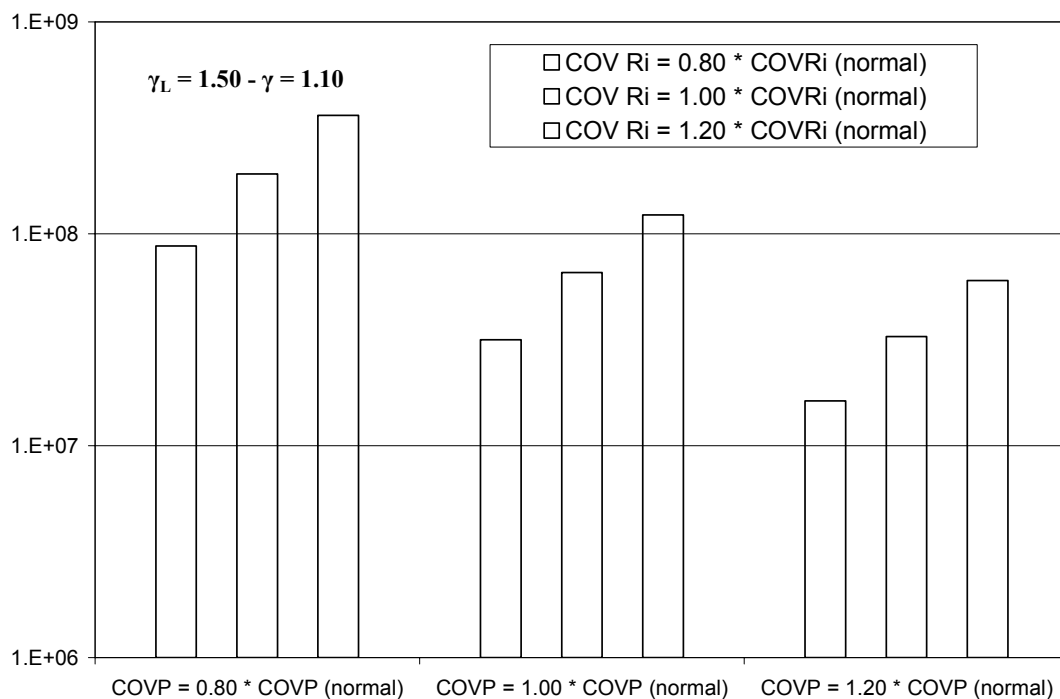
Διάγ. 1.48: Πλήθος προσομοιώσεων για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($\gamma_L=1.50, \gamma=1.10$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.49: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.35, \gamma=1.10$).

Πλήθος Προσομοιώσεων



Διάγ. 1.50: Δείγματα για $\varepsilon/P_f=10\%$ ($n=10, \gamma_L=1.50, \gamma=1.10$).

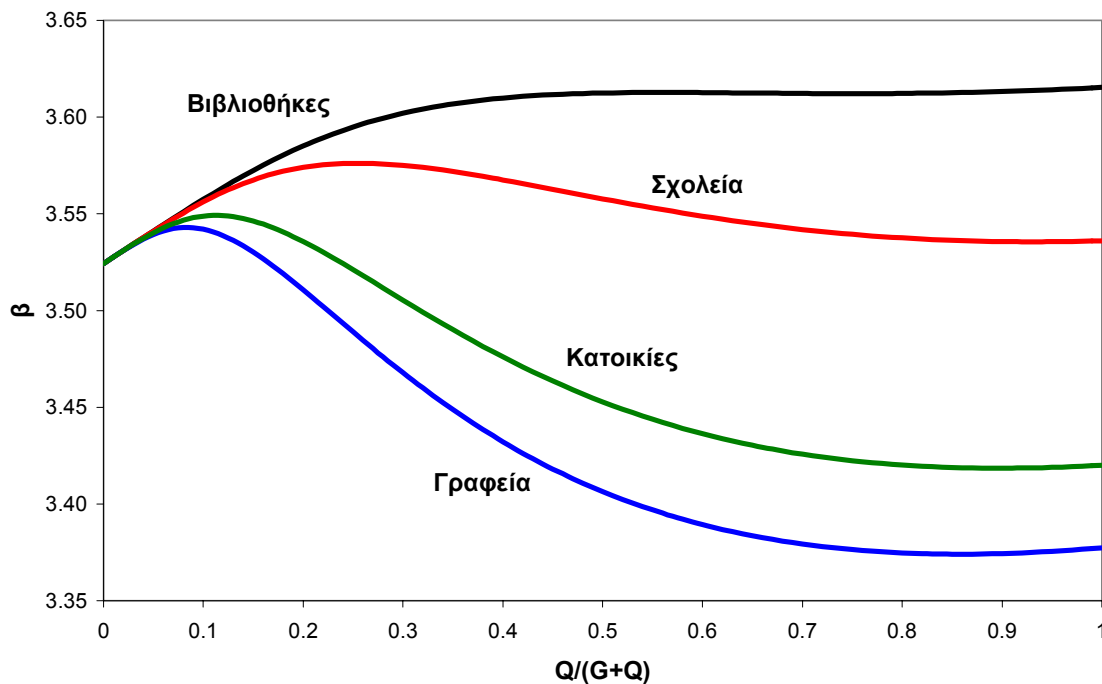
$\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$	$\gamma = 0.90$		$\gamma = 1.00$		$\gamma = 1.10$	
	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$	$\gamma_L=1.35$	$\gamma_L=1.50$
0.8*COVP	2.1842	1.2478	2.3694	1.2988	2.5552	1.3527
1.0*COVP	1.9265	1.2163	2.0800	1.2614	2.2353	1.3094
1.2*COVP	1.7592	1.1961	1.8903	1.2374	2.0240	1.2815

Πίν. 1.7: Λόγος $\beta_{str,n=100}/\beta_{str,n=1}$ για διακυμάνσεις του *CovP* και γ ($CovRi=1.0*CovRi$).

1.13.6 Αποτελέσματα για διαφορετικές χρήσεις

Στο Διάγ. 1.51, παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους ως προς το λόγο $Q/(G+Q)$ για τις χρήσεις του Πίν. 1.1. Η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του εύρους μεταβολής του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους ως προς το λόγο $Q/(G+Q)$. Η μικρότερη διασπορά των τιμών παρατηρείται στην περίπτωση των σχολικών κτηρίων.

Evolution of β for various $Q/(G+Q)$ ratios

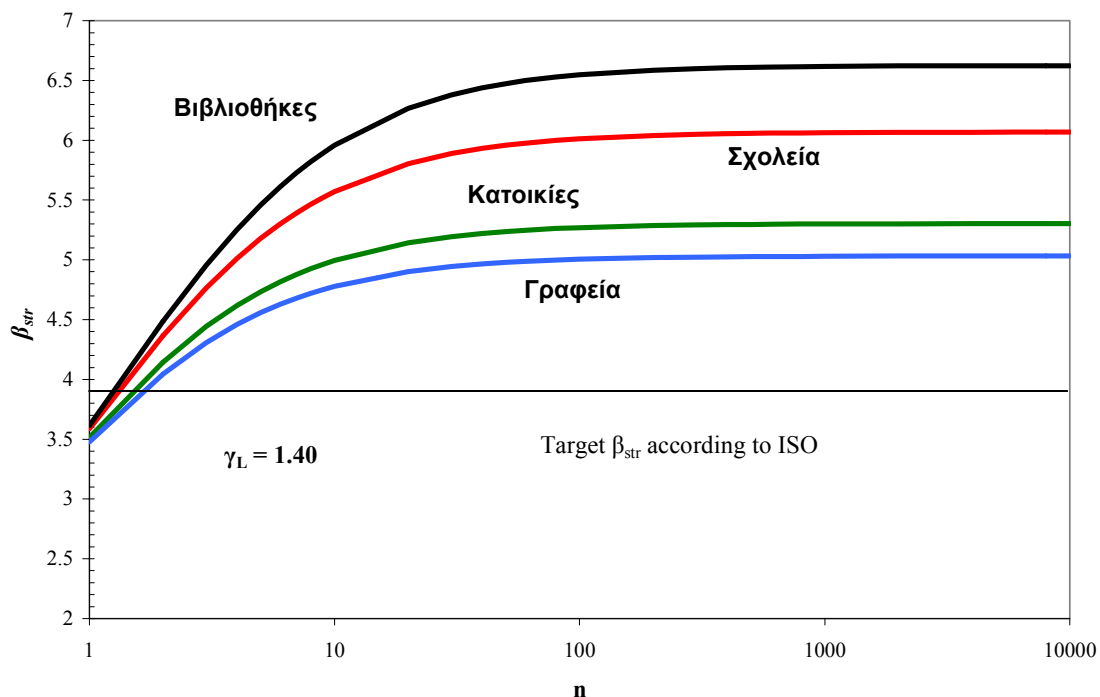


Διάγ. 1.51: β_{el} για διάφορες τιμές του $Q/(G+Q)$ και διαφορετικές χρήσεις ($\gamma=1.00$).

Στα Διάγ. 1.52 ως Διάγ. 1.54, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς την ενεργή υπερστατικότητα, για $\gamma_L=1.40$, $\gamma_L=1.45$ και $\gamma_L=1.50$ αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές του συντελεστή αντιστοιχούν σε λόγους του $Q/(G+Q)$ 0.3, 0.7 και 1.0. Η μείωση του δείκτη μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου οδηγεί σε μείωση της

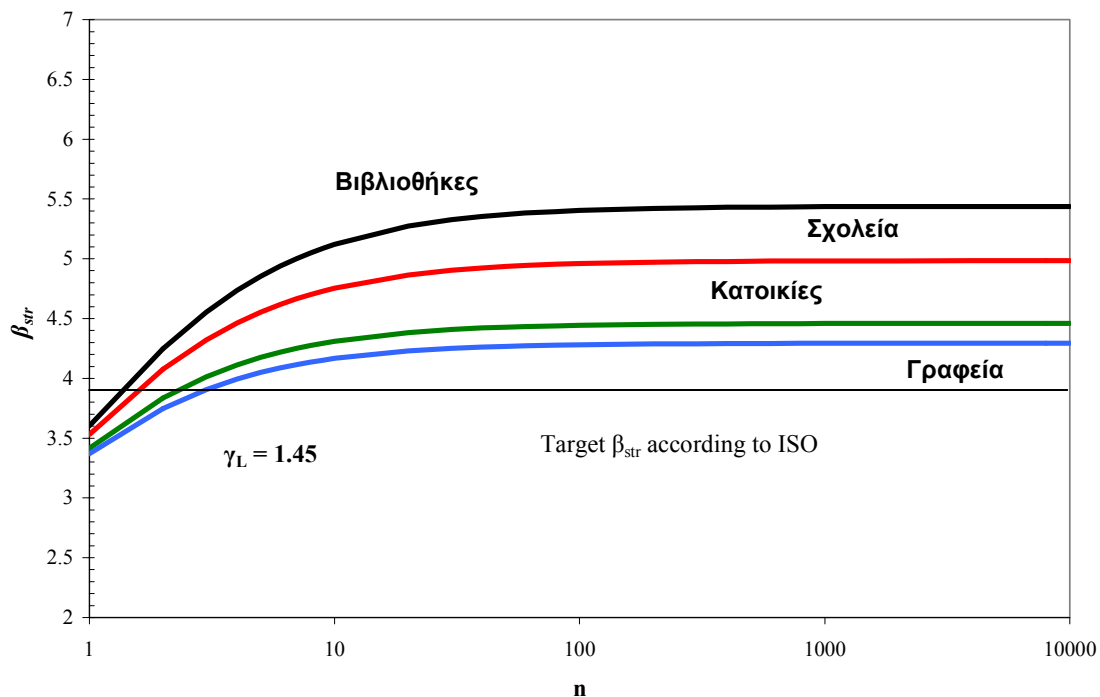
ευαισθησίας του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς την ενεργή υπερστατικότητα.

Obtained β_{str} for deterministic optimum

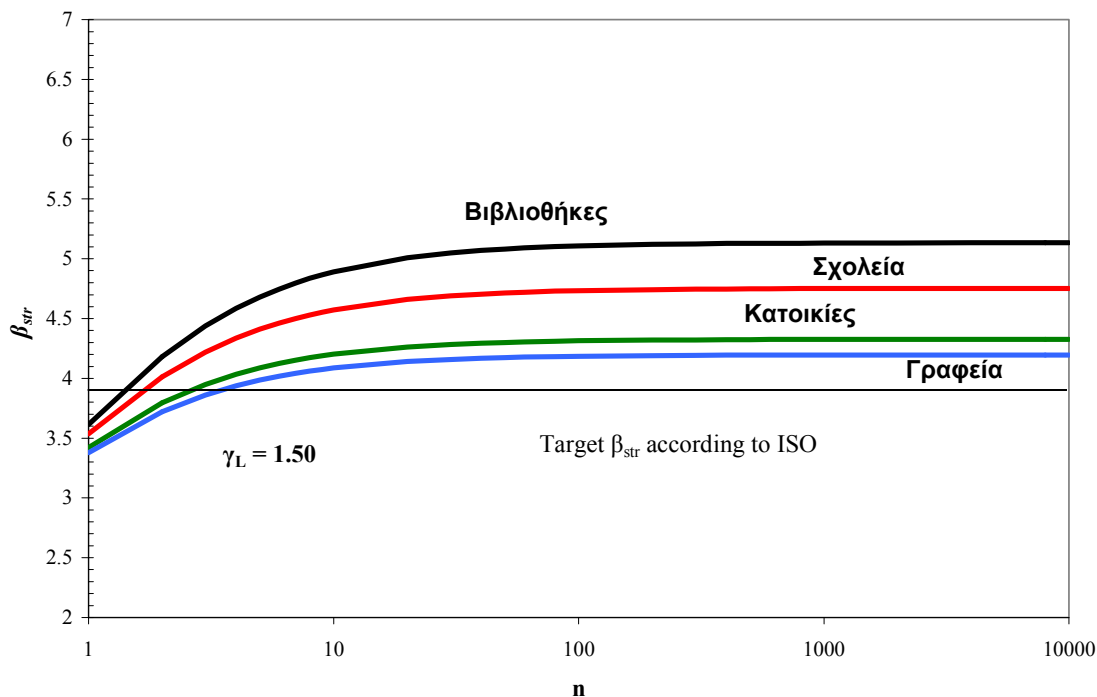


Διάγ. 1.52: β_{str} για COVRi και COVP σύμφωνα με Ευρωκώδικες (διάφορες χρήσεις $\gamma_L=1.40$).

Obtained β_{str} for deterministic optimum



Διάγ. 1.53: β_{str} για COVRi και COVP σύμφωνα με Ευρωκώδικες (διάφορες χρήσεις $\gamma_L=1.45$).

Obtained β_{str} for deterministic optimum

Διάγ. 1.54: β_{str} για COVRi και COVP σύμφωνα με Ευρωκώδικες (διάφορες χρήσεις $\gamma_L=1.50$).

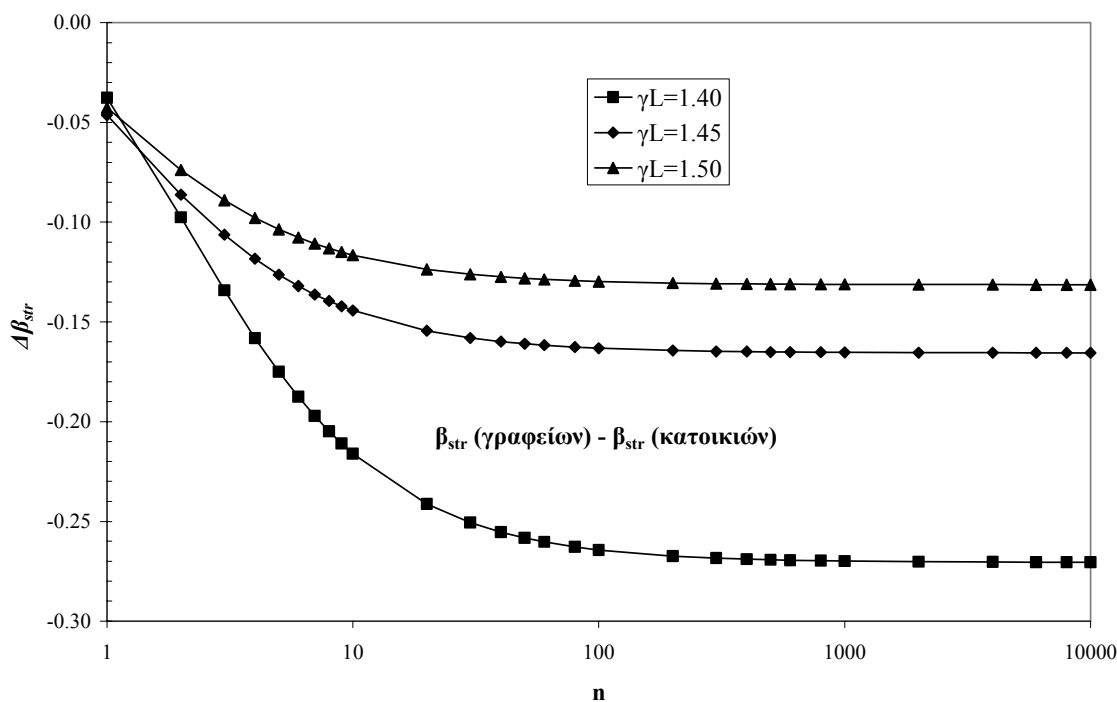
Στα Διάγ. 1.55 ως Διάγ. 1.57, παρουσιάζεται η απόλυτη διαφορά του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για γραφεία, σχολεία και βιβλιοθήκες αντίστοιχα με το δείκτη αξιοπιστίας κατοικιών, ως προς την ενεργή υπερστατικότητα.

Στα Διάγ. 1.58 ως Διάγ. 1.60, παρουσιάζεται η σχετική διαφορά του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για γραφεία, σχολεία και βιβλιοθήκες αντίστοιχα με το δείκτη αξιοπιστίας κατοικιών, ως προς την ενεργή υπερστατικότητα.

Η αύξηση του λόγου $Q/(G+Q)$ έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της ευαισθησίας του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς την ενεργή υπερστατικότητα με αντίστοιχη μείωση των σχετικών και απόλυτων διαφορών του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για τις υπό εξέταση δραστηριότητες. Η αύξηση της ενεργής υπερστατικότητας από την άλλη μεριά αυξάνει τις σχετικές και απόλυτες διαφορές του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής.

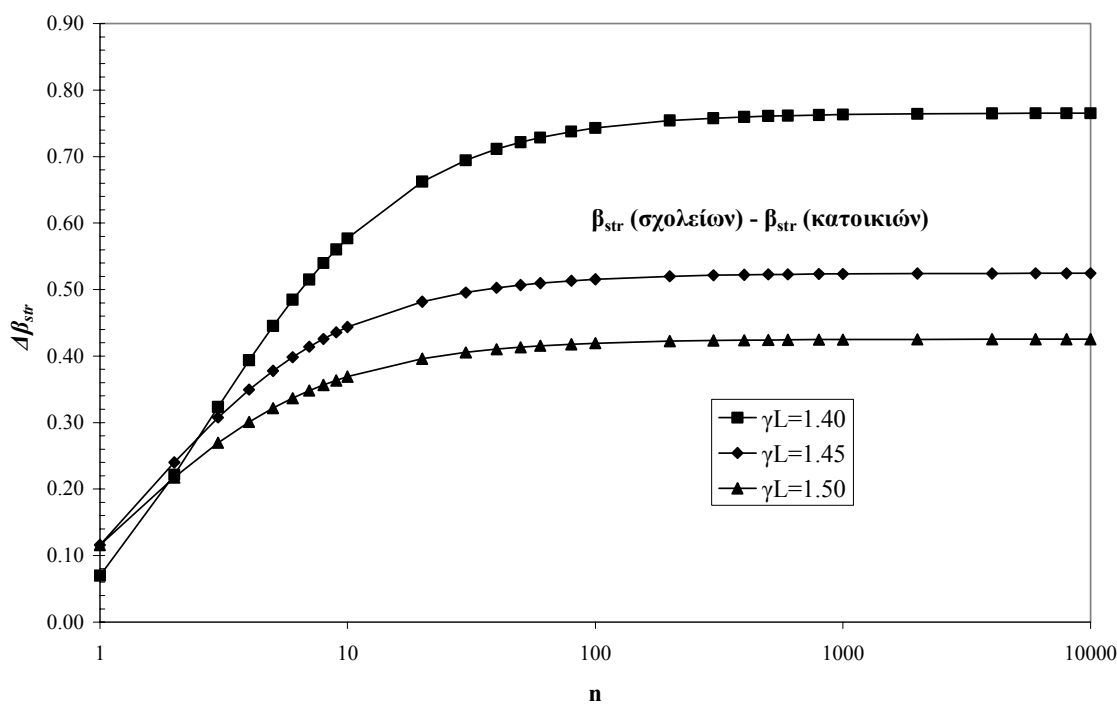
Οι διαφοροποιήσεις του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς τις διακυμάνσεις των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ του φορτίου και της αντοχής δεν διαφέρουν ποιοτικά με τα αποτελέσματα για χρήση κατοικίας με εξαίρεση την αυξημένη επιρροή της ενεργούς υπερστατικότητας όσον μειώνεται ο δείκτης μεταβλητότητας της τ.μ του φορτίου. Αντίστοιχα αποτελέσματα παρατηρούνται και για το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων.

$\Delta\beta_{str}$ for deterministic optimum



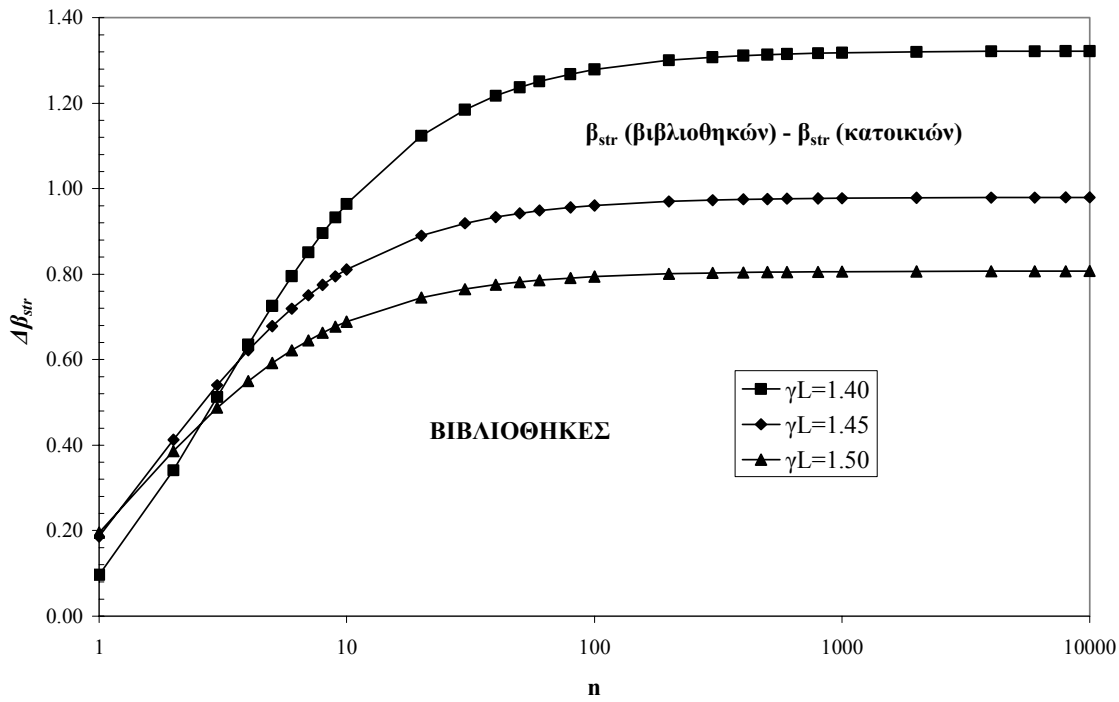
Διάγ. 1.55: $\Delta\beta_{str}$ μεταξύ γραφείων και κατοικιών.

Absolute difference of β_{str} for deterministic optimum



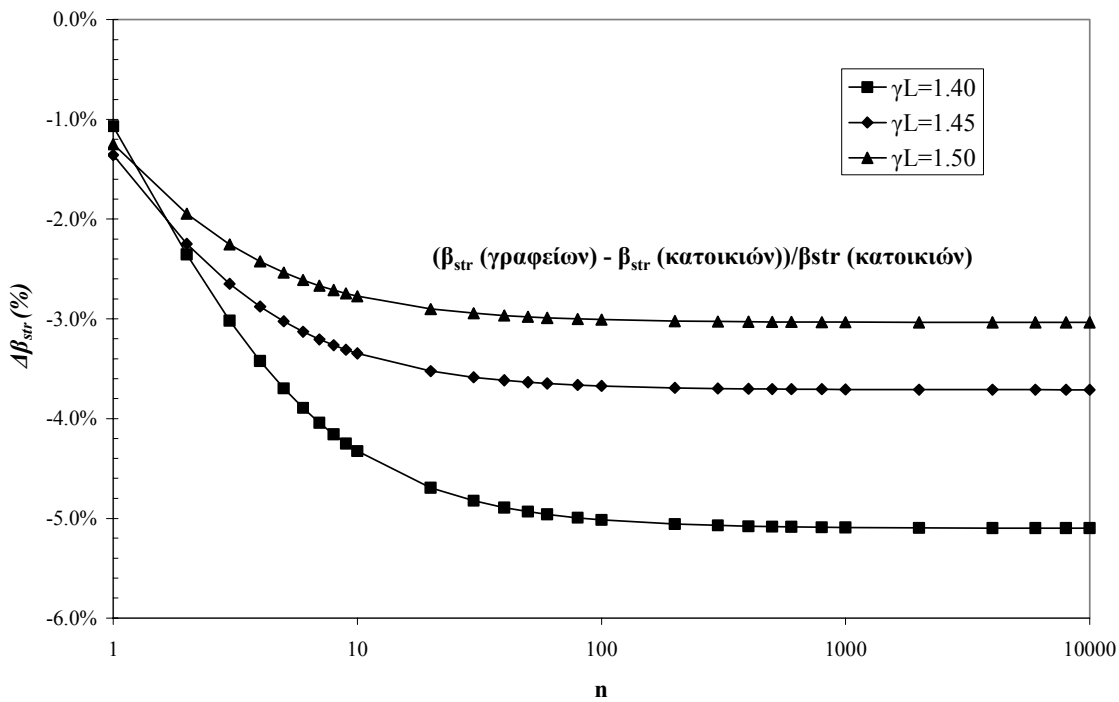
Διάγ. 1.56: $\Delta\beta_{str}$ μεταξύ σχολείων και κατοικιών.

Absolute difference of β_{str} for deterministic optimum



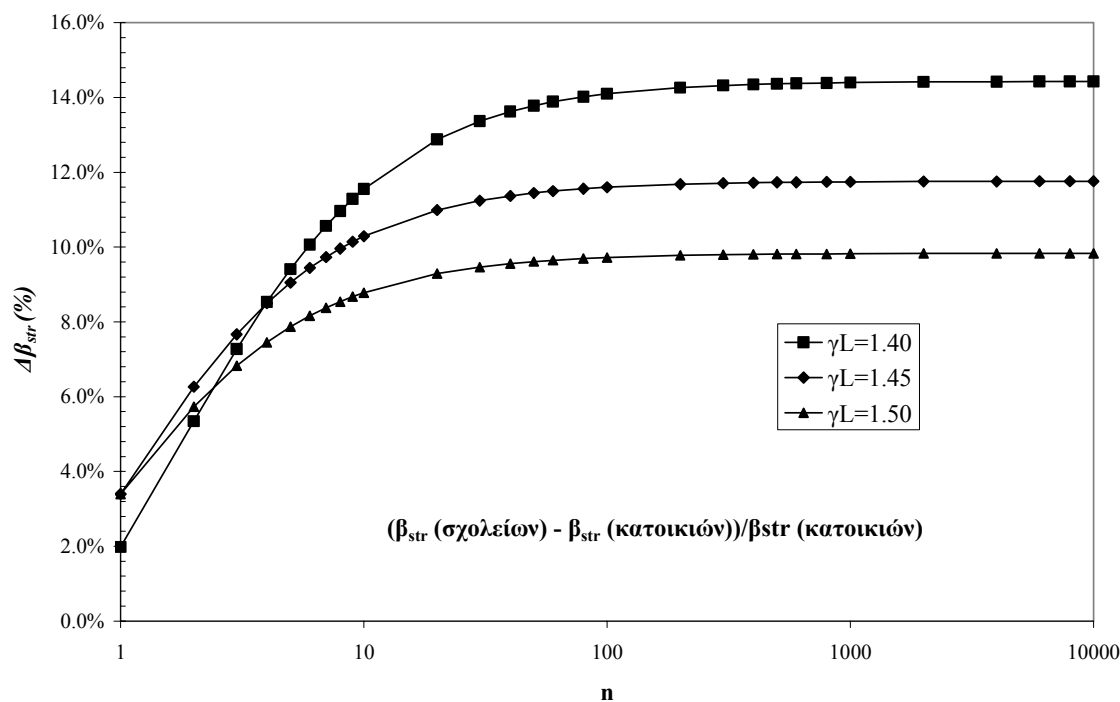
Διάγ. 1.57: $\Delta\beta_{str}$ μεταξύ βιβλιοθηκών και κατοικιών.

Relative difference of β_{str} for deterministic optimum



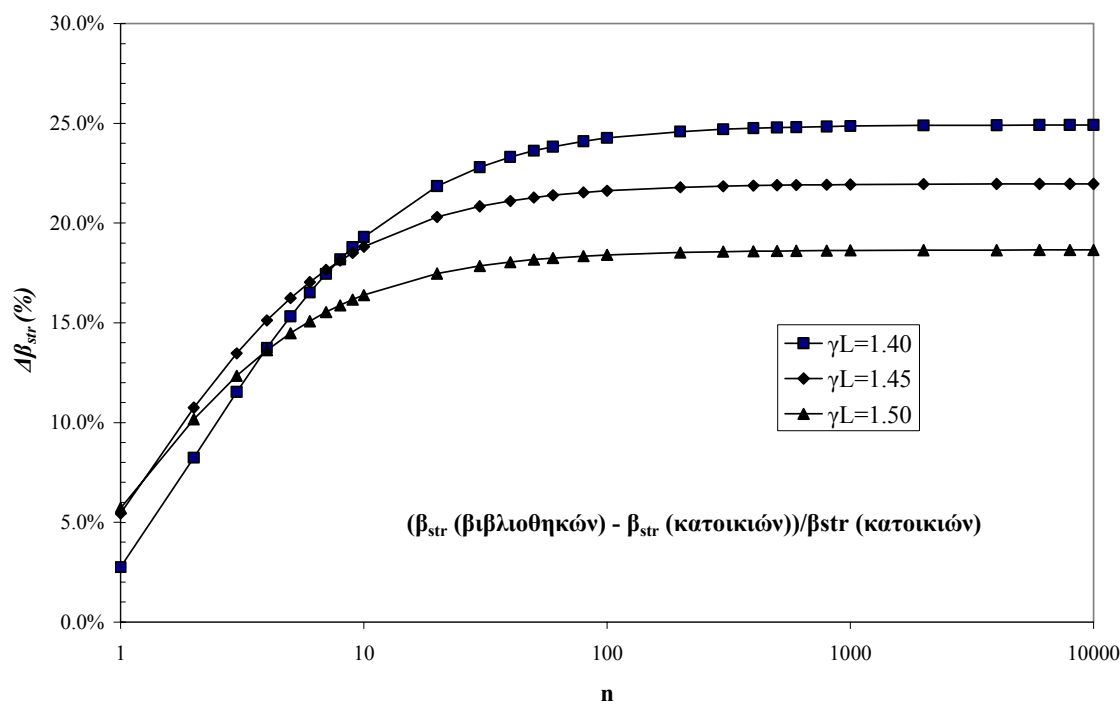
Διάγ. 1.58: Σχετική διαφορά του β_{str} μεταξύ γραφείων και κατοικιών.

Relative difference of β_{str} for deterministic optimum



Διάγ. 1.59: Σχετική διαφορά του β_{str} μεταξύ σχολείων και κατοικιών.

Relative difference of β_{str} for deterministic optimum



Διάγ. 1.60: Σχετική διαφορά του β_{str} μεταξύ βιβλιοθηκών και κατοικιών.

1.13.7 Συμπεράσματα

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι ο συνδυασμός της ανάλυσης αξιοπιστίας με μεθόδους βελτιστοποίησης προσφέρει τη δυνατότητα του σχεδιασμού κατασκευών λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική υπερστατικότητα δίδοντας τη δυνατότητα σχεδιασμού κατασκευών με αποδεκτό ρίσκο και χαμηλότερο κόστος. Τα αναμενόμενα κέρδη από το συνδυασμό των μεθόδων ανάλυσης αξιοπιστίας με μεθόδους βελτιστοποίησης, αυξάνονται όσον αυξάνεται και η σχετική σημασία της υπό σχεδιασμό κατασκευής και ο δείκτης μεταβλητότητας των τ.μ των φορτίων που δρουν στην υπό εξέταση κατασκευή.

1.14 Παράρτημα ΣΤ – Ηθελημένο και μη Ηθελημένο Ρίσκο

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται ορισμένες δραστηριότητες και πηγές κινδύνου στοχεύοντας στην ποσοτικοποίηση των ορίων του κοινωνικά αποδεκτού ηθελημένου και μη ηθελημένου ρίσκου. Ως ηθελημένο (voluntary) ρίσκο ορίζεται το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης και του ποσοτικού αποτελέσματος ενός μελλοντικού καταστροφικού γεγονότος στο οποίο το άτομο εκτίθεται με τη θέληση του. Ως μη ηθελημένο (involuntary) ρίσκο ορίζεται το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης και του ποσοτικού αποτελέσματος ενός μελλοντικού καταστροφικού γεγονότος στο οποίο το άτομο εκτίθεται χωρίς τη θέληση του.

1.14.1 Αποδεκτά όρια για ηθελημένο και μη ηθελημένο ρίσκο

Το μέγεθος του αποδεκτού ρίσκου είναι άμεσα συναρτημένο του γεγονότος ότι το ρίσκο είναι ηθελημένο ή μη ηθελημένο. Οι Christensen και Baker [31] στον Πίν. 1.8, παρουσιάζουν την έκθεση σε κίνδυνο για διάφορες δραστηριότητες σημειώνοντας τις διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται ανάλογα του γεγονότος ότι η έκθεση σε κίνδυνο είναι εκούσια ή ακούσια. Επιπρόσθετα στον Πίν. 1.8, παρουσιάζεται και η συχνότητα θανάτου από οποιοδήποτε αίτιο συνολικά κατά φύλλο και ηλικιακή κατανομή.

Δραστηριότητα / Αιτία	Θάνατοι για 10 ⁸ άτομα / ώρα
Ορειβασία-Trekking (Διεθνής Στατιστική)	2700
Αεροπορικό Ταξίδι (Διεθνής Στατιστική)	120
Υποβρύχια Κατάδυση	59
Ταξίδι με αυτοκίνητο	56
Εργασία σε Υπόγεια Μεταλλεία	21
Εργοτάξια	7.7
Βιομηχανία	2.0

Δραστηριότητα / Αιτία	Θάνατοι για 10^8 άτομα / ώρα
Ατυχήματα εντός κατοικίας (συνολικά)	2.1
Ατυχήματα εντός κατοικίας (άτομα χωρίς αναπηρίες)	0.1
Πυρκαγιά (Κατοικία)	0.1
Δομική Αστοχία (συνολικό)	0.002
Συνολικό Ρίσκο (όλες οι ηλικίες – άνδρες-γυναίκες)	129
Συνολικό Ρίσκο για άνδρες 30 ετών	15
Συνολικό Ρίσκο για γυναίκες 30 ετών	13
Συνολικό Ρίσκο για άνδρες 60 ετών	84
Συνολικό Ρίσκο για γυναίκες 60 ετών	51

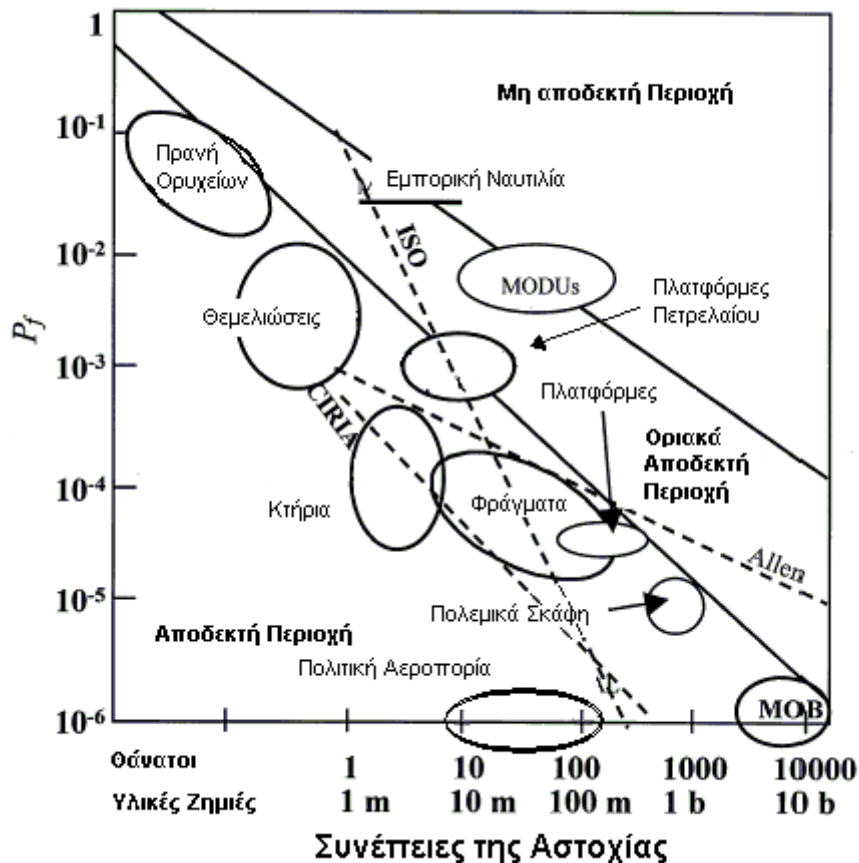
Πίν. 1.8: Ωριαίο ρίσκο για διάφορες δραστηριότητες¹¹

Η πιθανότητα πρόκλησης θανάτου ανά έτος για κάθε δραστηριότητα στην περίπτωση του Πίν. 1.8 δίδεται από τη σχέση:

$$\Pr(\text{Death}) = \frac{h \cdot t_{\text{exp}}}{10^8} \quad (1.238)$$

όπου t_{exp} είναι ο χρόνος έκθεσης στη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Σύμφωνα με το Πίν. 1.8, το ωριαίο ρίσκο για ένα άνδρα στην ηλικία των 30 ετών είναι 5.6 φορές χαμηλότερο σε σχέση με τον κίνδυνο που διατρέχει στην ηλικία των 60 ετών. Ο λόγος του ωριαίου ρίσκου για τα 2 φύλα στην ηλικία των 30 ετών είναι ίσος με 1.153 ενώ στην ηλικία των 60 ετών αυξάνεται στο 1.647. Η πιθανότητα πρόκλησης θανατηφόρου σωματικής βλάβης στην περίπτωση της δομικής αστοχίας είναι ίση με 1.489×10^{-7} για χρόνο έκθεσης ίσο με το 85% του συνολικού χρόνου. Οι θάνατοι που προκαλούνται λόγω δομικής αστοχίας αντιστοιχούν στο 0.015% του συνόλου των περιστατικών για τη συγκεκριμένη περίοδο. Σύμφωνα με τους Elishakoff και Hasofer, [54], το 90% των περιπτώσεων των δομικών αστοχιών οφείλεται σε ανθρώπινο σφάλμα είτε κατά τη φάση της σχεδίασης και ανάλυσης είτε κατά τη φάση της κατασκευής. Γίνεται αντιληπτό ότι σε περιοχές χαμηλής σεισμικότητας η έκθεση σε κίνδυνο λόγω δομικής αστοχίας έχει αμελητέα συνεισφορά στη συνολική έκθεση ενός ατόμου σε κίνδυνο. Διαφοροποιήσεις παρατηρούνται ακόμα και σε άλλες δραστηριότητες σύμφωνα με τα αποτελέσματα των Whitman [220], Cullen [38] και Bhattacharya et al., [19] (Διάγ. 1.61). Οι διαφοροποιήσεις αυτές οφείλονται κυρίως στο διαφορετικό κόστος μίας πιθανής αστοχίας.

¹¹ Ανοιγμένο Ρίσκο Θανάτου (Μέσος όρος 1970-1973 στη μεγάλη Βρετανία, στοιχεία του Βασιλικού Γραφείου Στατιστικών)



Διάγ. 1.61: Αποδεκτό ρίσκο για ορισμένες δραστηριότητες (από [19]).

Στις παραγράφους 1.14.2 και 1.14.3 παρουσιάζονται παραδείγματα του μέσου μη ηθελημένου και ηθελημένου ρίσκου στο οποίο εκτίθεται ένα άτομο για σειρά κινδύνων και ορισμένες δραστηριότητες.

1.14.2 Μη Ηθελημένο Ρίσκο

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα όρια της κοινωνικά αποδεκτής τιμής του ρίσκου για έκθεση σε κίνδυνο λόγω σεισμού, αεροπορικού ατυχήματος και τροχαίου ατυχήματος.

1.14.2.1 Έκθεση σε κίνδυνο λόγω σεισμού

Οι Morrison και Charman [148], αναφέρουν ότι το μέσο ρίσκο θανάτου ανά έτος λόγω σεισμού είναι ίσο με 10^{-7} για την επικράτεια των Η.Π.Α. ενώ για σεισμογενείς χώρες όπως Κίνα, Τουρκία και Ιαπωνία καθώς και σεισμογενείς περιοχές των Η.Π.Α. (Καλιφόρνια) το μέσο ρίσκο είναι της τάξης του 10^{-6} . Τα νούμερα αυτά είναι συγκρίσιμα με το μέσο ρίσκο ανά έτος για καταστροφικά γεγονότα λόγω σύγκρουσης με μεγάλο μετεωρίτη που κυμαίνεται από 5×10^{-6} ως και 5×10^{-7} [153].

Η Sharpe, [197], αναφέρει ότι το μέσο ρίσκο σε σειсмоγενείς περιοχές (πολιτεία της Καλιφόρνια) είναι ίσο με 1.7×10^{-6} (συγκρίσιμο με τις τιμές Morrison και Charman [148] και κατά 70% υψηλότερο του αποδεκτού ρίσκου κατά ISO [98]). Σε αντιδιαστολή η πιθανότητα θανάτου λόγω της κοινής γρίπης σε περίπτωση μόλυνσης είναι περίπου ίση με 2×10^{-4} δύο τάξεις μεγέθους υψηλότερη. Υπό την προϋπόθεση ότι η ετήσια πιθανότητα προσβολής από γρίπη κυμαίνεται από 13%~18% το μέσο ρίσκο θανάτου στις Η.Π.Α. λόγω γρίπης ανέρχεται σε 2.6×10^{-5} ως και 3.6×10^{-5} μία τάξη μεγέθους υψηλότερο από το ρίσκο λόγω σεισμού.

Ο Morrison [153] αναφέρει ότι το μέσο ρίσκο για πρόκληση θανάτου ανά έτος λόγω φυσικών καταστροφών είναι της τάξης του 10^{-6} για την Ευρώπη και της τάξης του 10^{-7} για τις ΗΠΑ και Καναδά. Το μέσο ρίσκο πρόκλησης θανάτου λόγω σεισμού σε χώρες όπως το Ιράν και η Τουρκία είναι 20 φορές υψηλότερο από το μέσο ρίσκο των Ευρωπαϊκών χωρών. Σύμφωνα με τα κριτήρια κατά ISO [98] η μέγιστη αποδεκτή έκθεση σε κίνδυνο λόγω δομικής αστοχίας είναι της τάξης του 10^{-6} .

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η πιθανότητα θανάτου λόγω σεισμού είναι ιδιαίτερα χαμηλή σε σχέση με αντίστοιχες πιθανότητες λόγω έκθεσης σε άλλους εξωγενείς παράγοντες. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ιδιαίτερα υψηλή διασπορά που οφείλεται κυρίως στις διαφορετικές τιμές του κοινωνικά αποδεκτού ρίσκου σε μη ηθελημένη έκθεση σε κίνδυνο από χώρα σε χώρα αλλά και σε οικονομικούς παράγοντες όπως το ποσό που είναι διατεθειμένη μία κοινωνία να πληρώσει για να αποφύγει το θάνατο ενός ατόμου (willingness to pay).

Στην Ελλάδα με μέσο προσδόκιμο ζωής ίσο με 76 και 81 έτη για άνδρες και γυναίκες αντίστοιχα [222], η πιθανότητα θανάτου λόγω σεισμού δίδεται ως:

$$\Pr(\text{Death}) = 1 - \prod_{j=1}^{76} (1 - \Pr(\text{Death}|\text{annual})) \quad \text{άνδρες} \quad (1.239)$$

$$\Pr(\text{Death}) = 1 - \prod_{j=1}^{81} (1 - \Pr(\text{Death}|\text{annual})) \quad \text{γυναίκες} \quad (1.240)$$

Για μέσο ετήσιο ρίσκο ίσο με 1.7×10^{-6} η πιθανότητα θανάτου λόγω δομικής αστοχίας σε σεισμό (που αποτελεί και το κύριο αίτιο δομικής αστοχίας για τον τελικό χρήστη) είναι ίση με 0.0129% (1.29×10^{-4}) για τους άνδρες και 0.0137% (1.37×10^{-4}) για τις γυναίκες. Τα αποτελέσματα δίνουν ως μέσο αριθμό θανάτων ανά έτος λόγω σεισμού στην Ελλάδα τα 18~19 άτομα (πληθυσμός 11 εκατομμύρια περίπου). Η τιμή αυτή είναι συγκρίσιμη με το

μέσο αριθμό θυμάτων ανά έτος λόγω σεισμών που έχουν προκληθεί από το 1950 ως και το 2000 λόγω σεισμού που κυμαίνεται από 15~16 [63] ως και 22~23 άτομα το χρόνο [213], [166] με αποδεκτή τιμή σύμφωνα με το ISO [98] ίση με 11 άτομα ανά έτος. Παρατηρείται ότι η αποδεκτή κατά ISO τιμή της έκθεσης σε ρίσκο και η εκτίμηση των συνεπειών λόγω σεισμού είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους τιμές.

1.14.2.2 Έκθεση σε κίνδυνο λόγω αεροπορικού ατυχήματος

Οι συχνότητες πρόκλησης θανατηφόρων ατυχημάτων, ο αριθμός των πτήσεων, το πλήθος των θανατηφόρων συμβάντων, ο λόγος FLE (Flight Loss Equivalent) και η δεσμευμένη πιθανότητα θανάτου στην περίπτωση πρόκληση σοβαρού ατυχήματος, για διάφορους τύπους αεροσκαφών παρουσιάζονται στον Πίν. 1.9 [2]. Στη συχνότητα πρόκλησης θανατηφόρων ατυχημάτων δεν λαμβάνονται υπόψη οι περιπτώσεις που το ατύχημα έχει προκληθεί από εξωγενείς παράγοντες (π.χ. αεροπειρατεία, τρομοκρατική ενέργεια κλπ.). Επιπρόσθετα στον Πίν. 1.9 παρουσιάζεται η πιθανότητα θανάτου του επιβάτη σε περίπτωση που συμβεί ένα θανατηφόρο συμβάν (η υπό συνθήκη πιθανότητα).

Η μέση συχνότητα πρόκλησης θανατηφόρου ατυχήματος ανά 1,000,000 πτήσεις για τους τύπους αεροσκαφών με πλήθος ατυχημάτων μεγαλύτερο του 6 είναι ίση με 0.742 συμβάντα. Για τα συμβάντα αυτά η μέση πιθανότητα θανάτου για έναν επιβάτη είναι ίση με 72.8%. Ως περισσότερο «ανασφαλές» αεροσκάφος καταγράφεται το Embraer Bandeirante με αντίστοιχους δείκτες 3.07 και 82.14% αντίστοιχα.

Για ορισμένους τύπους αεροσκαφών η αίσθηση ασφάλειας του κοινού δεν συμβαδίζει με τα στατιστικά στοιχεία. Αντίστοιχα αποτελέσματα παρατηρούνται και για άλλες ανθρώπινες δραστηριότητες [34]. Βασικό αίτιο της διαστρέβλωσης αυτής είναι συνήθως η άγνοια [34] ή η υπερεκτίμηση από τα MME των κινδύνων που ελλοχεύουν από την υπό εξέταση δραστηριότητα [34]. Για το κοινό το DC9 θεωρείται ότι προσφέρει χαμηλότερα επίπεδα ασφαλείας στον επιβάτη σε σχέση με το Boeing 747. Αυτό οφείλεται κυρίως σε μία σειρά γεγονότων στη δεκαετία του 70 που οδήγησαν στην παγίωση της άποψης ότι ο συγκεκριμένος τύπος αεροσκάφους είναι ανασφαλής. Η σειρά αυτή των γεγονότων οδήγησε στη λήψη πλήθους διορθωτικών κινήσεων για την βελτίωση του επιπέδου ασφαλείας του DC9. Αποτέλεσμα των κινήσεων αυτών είναι το γεγονός ότι το Boeing 747 εμπλέκεται με σχεδόν τριπλάσια συχνότητα σε θανατηφόρο συμβάν από ένα DC9 με 1.94 συμβάντα ανά 1,000,000 πτήσεις έναντι των 0.68 συμβάντων του DC9. Η μικρή σχετικά τιμή της

δεσμευμένης πιθανότητας βοηθά το 747 να ανακάμψει ως προς τη συχνότητα πρόκλησης θανατηφόρου ατυχήματος που είναι ίση με 1.02 έναντι του 0.56 του DC9.

Ιδιαίτερα ασφαλή αεροσκάφη (με πολύ χαμηλό ρίσκο για τον επιβάτη), στην κατηγορία των αεροσκαφών με 150~200 θέσεις, αναδεικνύονται τα Airbus A320, MD80/90 και 737 300-500 με τιμές ρίσκου ίσες με 0.19, 0.22 και 0.22 αντίστοιχα. Οι εκτιμήσεις για το Airbus A320 έχουν υψηλό περιθώριο λάθους λόγω του μικρού αριθμού θανατηφόρων συμβάντων. Στην κατηγορία των μικρών αεροσκαφών (ως 100 θέσεις) τα πιο ασφαλή αεροσκάφη (σύμφωνα με τα στοιχεία του πίνακα) αναδεικνύονται τα Saab 340 και Fokker 70/100. Αξιοσημείωτη παραμένει η επίδοση του Boeing 777 για το οποίο δεν έχει καταγραφεί θανατηφόρο συμβάν με 1,000,000 πτήσεις στο ενεργητικό του. Στα αεροσκάφη 250~300 θέσεων οι καλύτερες επιδόσεις σημειώνονται από τα MD11, Boeing 767 και Airbus A300. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η επίδοση του DC10 (αεροσκάφος που αντικαταστάθηκε από το MD11) που παρουσιάζει ιδιαίτερα χαμηλή επικινδυνότητα για τον επιβάτη λόγω της χαμηλής τιμής της δεσμευμένης πιθανότητας.

Τύπος	Συχνότητα	Πτήσεις (10 ⁶)	Λόγος FLE	Ατυχήματα	ΠΘΑΣ
Airbus A300	0.69	8.7	5.99	9	66.56%
Airbus A310	1.36	3.4	4.62	5	92.40%
Airbus A320/319/321	0.19	13.6	2.61	5	52.20%
ATR	0.94	3.2	3.00	3	100.00%
Boeing 727	0.49	73.9	36.34	47	77.32%
Boeing 737-100/200	0.53	53.2	28.28	39	72.51%
737-300/400/500	0.22	40.39	8.94	11	81.27%
737 (σύνολο)	0.40	93.6	37.22	50	74.44%
Boeing 747	1.02	13.4	13.73	26	52.81%
Boeing 757	0.45	12.0	5.4	7	77.14%
Boeing 767	0.56	9.8	5.50	6	91.67%
Boeing 777	0.00	1.0	0.00	0	M/Δ
Boeing DC9	0.56	61.6	34.41	42	81.93%
Boeing DC10	0.67	8.8	5.91	15	39.40%
Boeing MD11	0.85	1.2	1.02	3	34.00%
Boeing MD80/MD90	0.22	28.8	6.19	10	61.90%
BAe146/RJ100	0.70	6.4	4.49	6	74.83%
Concorde	12.5	0.08	1.00	1	100.00%

Τύπος	Συχνότητα	Πτήσεις (10 ⁶)	Λόγος FLE	Ατυχήματα	ΠΘΑΣ
Embraer Bandeirante	3.07	7.5	23.00	28	82.14%
Embraer Brasilia	0.58	7.4	4.27	5	85.40%
Fokker F28	1.72	9.0	15.45	21	73.57%
Fokker F70/F100	0.33	5.7	1.87	4	46.75%
Lockheed L1011	0.49	5.2	2.54	5	50.80%
Saab 340	0.19	11.2	2.10	3	70.00%

Πίν. 1.9: Συχνότητα πρόκλησης θανατηφόρων ατυχημάτων ανά τύπο αεροσκάφους

Ο αριθμός των επιβατών ανά έτος στην Ευρώπη για το 2000 ανέρχεται σε 531,6 εκατομμύρια επιβάτες. Ο πληθυσμός της Ευρώπης το 2000 ανερχόταν σε 380 εκατομμύρια κατοίκους [167], οπότε για κάθε Ευρωπαίο κάτοικο αντιστοιχούν 1.4 πτήσεις. Η πιθανότητα του επιβάτη να εμπλακεί σε θανατηφόρο ατύχημα προσεγγίζεται από τη σχέση Αριθμός Πτήσεων x Ρίσκο ανά πτήση και σύμφωνα με τα στοιχεία του Πίν. 1.9 η μέση ανηγμένη πιθανότητα θανάτου ανά επιβάτη ανά πτήση είναι ίση με 4.061×10^{-7} τιμή που παρουσιάζει μικρή απόκλιση από την εκτίμηση 5×10^{-7} των Vrijling et al. [215]. Η πιθανότητα θανάτου ανά έτος (σύμφωνα με τα στοιχεία που παρουσιάζονται) είναι ίση με 5.675×10^{-7} μικρότερη της πιθανότητας θανάτου σε περιοχές με υψηλή σεισμικότητα λόγω σεισμού.

1.14.2.3 Έκθεση σε κίνδυνο λόγω τροχαίου ατυχήματος

Παράδειγμα ηθελημένης έκθεσης σε κίνδυνο αποτελεί η έκθεση σε κίνδυνο λόγω της μετακίνησης με Ι.Χ. οχήματα. Ο αριθμός των νεκρών από τροχαία δυστυχήματα στην Ελλάδα για το έτος 1995 είναι ίσος με 2349 άτομα [170]. Το νούμερο αυτό αποτελεί μία ιδιαίτερα συντηρητική εκτίμηση του πραγματικού αριθμού των νεκρών λόγω τροχαίων δυστυχημάτων εφόσον δεν συνυπολογίζεται το πλήθος των βαρέως τραυματισμένων που τελικά υποκύπτουν στα τραύματά τους και το πλήθος των ατόμων που υποκύπτουν από επιπλοκές της υγείας τους που έχουν ως γενεσιουργό αιτία το τροχαίο ατύχημα. Υπό την προϋπόθεση ότι, το πλήθος των νεκρών απασχολεί το σύνολο του πληθυσμού η μέση ετήσια πιθανότητα θανάτου λόγω τροχαίου δυστυχήματος στην Ελλάδα το έτος 1995 (μέσος πληθυσμός ίσος με 10,5 εκατομμύρια [170]) είναι ίση με 2.25×10^{-4} 2 τάξεις μεγέθους υψηλότερη από την ετήσια πιθανότητα θανάτου λόγω σεισμού ($\sim 2.1 \times 10^{-6}$ για την περίοδο 1950-2003). Το μέσο ρίσκο για το διάστημα ηλικιών μεταξύ 16 και 24 ετών στην Ελλάδα το 1995 είναι ίσο με 3.34×10^{-4} αυξημένο κατά 48% σε σχέση με το μέσο όρο και περίπου μία τάξη μεγέθους υψηλότερο του ρίσκου για άτομα στο διάστημα ηλικιών από 0 ως και 16 έτη. Η έκθεση σε κίνδυνο λόγω τροχαίου ατυχήματος είναι περίπου 100 φορές υψηλότερη της έκθεσης σε κίνδυνο λόγω

σεισμού και 200 φορές υψηλότερη της έκθεσης σε κίνδυνο λόγω αεροπορικού δυστυχήματος παραμένει όμως ιδιαίτερα υψηλή σε σχέση με την τιμή του αποδεκτού ρίσκου για τη δραστηριότητα αυτή. Σύμφωνα με τους Vrijling et al. [215] ο δείκτης πολιτικών αποφάσεων β δίδεται ως:

$$\beta = \frac{\Pr(\text{Death}) \cdot \Pr(\text{Death} |_{\text{accident}})}{10^{-4}} \quad (1.241)$$

όπου $\Pr(\text{Death} |_{\text{accident}})$ είναι η δεσμευμένη πιθανότητα θανάτου σε περίπτωση εκδήλωσης του γεγονότος. Τιμές του δείκτη πολιτικών αποφάσεων υψηλότερες της αποδεκτής τιμής οδηγούν στη λήψη διορθωτικών κινήσεων. Για τιμή του $\Pr(\text{Death} |_{\text{accident}})=1$ στην περίπτωση της έκθεσης σε ρίσκο λόγω σεισμού ο δείκτης πολιτικών αποφάσεων β κυμαίνεται από 1.36% ως 2.09% με αποδεκτή τιμή το 1% [215]. Για τα αεροπορικά δυστυχήματα ο αντίστοιχος δείκτης σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίν. 1.9 και μέση $\Pr(\text{Death} |_{\text{accident}})=72.8\%$ είναι ίση με 0.2956% ανά πτήση. Για αποδεκτή τιμή του β όχι μεγαλύτερη του 1% [215] το πλήθος των πτήσεων ανά έτος για τις οποίες ο δείκτης β δεν υπερβαίνει την τιμή αυτή είναι ίσος με 3.38. Με άλλα λόγια η έκθεση σε κίνδυνο του μέσου επιβάτη (με 2 πτήσεις ανά έτος) είναι κατά 40% περίπου χαμηλότερη της κοινωνικά αποδεκτής τιμής.

1.14.3 Ηθελημένο Ρίσκο

Το επίπεδο του αποδεκτού ηθελημένου ρίσκου, είναι συνάρτηση του χαρακτήρα κάθε ατόμου και των κοινωνικών συνθηκών και η μέτρηση του αποτελεί ένα ιδιαίτερα δύσκολο επιχείρημα. Από το Πίν. 1.8, παρατηρείται ότι το μέσο ρίσκο κάποιων δραστηριοτήτων που δεν σχετίζονται άμεσα με βιοποριστικές δραστηριότητες παρουσιάζεται ιδιαίτερα υψηλό.

Στην περίπτωση της ορειβασίας με αναμενόμενη έκθεση περίπου 180 ώρες το έτος (7.5 ημέρες το χρόνο) και βάσει των στοιχείων του Πίν. 1.8, το μέσο ετήσιο ρίσκο είναι ίσο με 0.486%. Για ένα άτομο που εμπλέκεται στη δραστηριότητα αυτή για περίοδο 35 ετών η αναμενόμενη πιθανότητα θανάτου λόγω της δραστηριότητας αυτής είναι ίση με 15.68%. Η έκθεση σε κίνδυνο παρουσιάζεται κατά 3 τάξεις μεγέθους υψηλότερη σε σχέση με την έκθεση σε κίνδυνο λόγω σεισμού ή αεροπορικού ατυχήματος. Τα αποτελέσματα συμφωνούν με τα στοιχεία που παρουσιάζονται από τους Vrijling et al. [215], και Starr, [205], καθώς ο λόγος μεταξύ του αποδεκτού ηθελημένου και αποδεκτού μη ηθελημένου ρίσκου κυμαίνεται από 800 ως 1200.

1.14.4 Συμπεράσματα

Από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται στις παραγράφους 1.14.2 και 1.14.3 καταδεικνύεται η πολυπλοκότητα της εκτίμησης της σημασίας του ρίσκου σε κοινωνικό επίπεδο. Γίνεται αντιληπτό ότι το όριο του κοινωνικά αποδεκτού μη ηθελημένου ρίσκου είναι τάξεις μεγέθους μικρότερο του ανεκτού ρίσκου για ορισμένες ανθρώπινες δραστηριότητες ή για την έκθεση σε κινδύνους που σχετίζονται με ελευθέρου χρόνου δραστηριότητες. Η παρατήρηση αυτή ενισχύει τη σημασία της πιθανοτικής ανάλυσης καθώς δίδει τη δυνατότητα της άμεσης αξιολόγησης των υποψήφιων σχεδιασμών σε σχέση με την έκθεση σε κίνδυνο των χρηστών της κατασκευής.

1.15 Παράρτημα Z - Γεννήτριες Ψευδοτυχαίων Αριθμών

Η επιλογή του τυχαίου διανύσματος μέσα στον πιθανοτικό χώρο πραγματοποιείται διαμέσου μιας γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. Η γεννήτρια αυτή παράγει ομάδες «τυχαίων» αριθμών στο διάστημα μηδέν ως ένα οι οποίες χρησιμοποιούνται ως οι τυχαίες συγκεντρωτικές πιθανότητες υπέρβασης της βάσης των στατιστικά ανεξάρτητων τ.μ. Μέσω της αντίστροφης ΑΣΠ υπολογίζεται η τιμή κάθε τ.μ που αντιστοιχεί στην «τυχαία» πιθανότητα υπέρβασης. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται όσες φορές απαιτείται για να παραχθεί το τυχαίο διάνυσμα τιμών που αντιπροσωπεύει και το δείγμα και στη συνέχεια για όσα δείγματα κριθούν απαραίτητα.

1.15.1 Εισαγωγή

Το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας με συγκεκριμένο εύρος εκτίμησης δίδεται από τη σχέση (1.11). Γίνεται αντιληπτό ότι είναι αναγκαία η δημιουργία ακολουθιών «τυχαίων» αριθμών με πολύ μεγάλη περίοδο επαναφοράς ώστε να μην δημιουργηθούν προβλήματα κατά τη διάρκεια της δειγματοληψίας λόγω της επανάληψης της «τυχαίας» ακολουθίας. Η έκφραση «τυχαίας» παρουσιάζεται εντός εισαγωγικών υποδηλώνοντας τη μη τυχαιότητα των παραγομένων ακολουθιών (περισσότερες λεπτομέρειες στην παράγραφο 1.15.4) εφόσον κάθε γεννήτρια «τυχαίων» αριθμών [77] είναι στην πραγματικότητα μια ντετερμινιστική ακολουθία αριθμών στο διάστημα (0,1) (η επόμενη τιμή της ακολουθίας δίδεται ως συνάρτηση των παραμέτρων της ακολουθίας και n_R το πλήθος προγενέστερων τιμών της ακολουθίας αυτής) η οποία προσομοιώνει μία ακολουθία τυχαίων αριθμών και παρουσιάζει πεπερασμένη περίοδο επαναφοράς δηλαδή:

$$x_i = x_{i+T} \quad (1.242)$$

όπου x_i και x_{i+T} είναι τιμές της ακολουθίας των ψευδοτυχαίων αριθμών και T είναι η περίοδος

επαναφοράς της υπό εξέταση γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. Βασικές παράμετροι μίας γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών είναι η περίοδος επαναφοράς, η ιδιότητα ισοκατανομής [77], [200], η ομοιομορφία του δείγματος η ύπαρξη νόθου συσχέτισης και η παρουσία συσχετίσεων της μορφής [77]:

$$g(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+M}) = h(x_{i-N}, \dots, x_{i-2}, x_{i-1}) \quad (1.243)$$

όπου $g()$ και $h()$ είναι συναρτήσεις στο $[0,1]^M \rightarrow [0,1]$ και $[0,1]^N \rightarrow [0,1]$ που εγκλείουν τις τιμές της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών σε υπερεπίπεδα του πιθανοτικού χώρου. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται οι βασικές αρχές ελέγχου ποιότητας των γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών και οι περισσότερο διαδεδομένες γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών.

1.15.2 Ιδιότητα Ισοκατανομής

Έστω ακολουθία τυχαίων αριθμών $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ στο διάστημα $[0,1)$. Η ακολουθία αυτή ονομάζεται ισοκατανεμημένη στις k διαστάσεις αν [110]:

$$\Pr(u_1 \leq U_n < v_1, \dots, u_k \leq U_{n+k-1} < v_k) = (v_1 - u_1) \cdots (v_k - u_k) \quad (1.244)$$

για κάθε επιλογή ακολουθίας αριθμών u_k, v_k στο διάστημα $[0,1)$ με $u_k < v_k$ για κάθε $1 \leq j \leq k$. Στην περίπτωση που ισχύει η ιδιότητα της ισοκατανομής στις k διαστάσεις για οποιαδήποτε υπό-ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών υπό την προϋπόθεση ότι το $n \rightarrow \infty$, η πιθανότητα ενός τυχαίου αριθμού σε οποιαδήποτε θέση της ακολουθίας να βρίσκεται εντός ενός συγκεκριμένου διαστήματος είναι ίση με $|u_1 - v_1| \dots |u_k - v_k|$.

1.15.3 Απροβλεψία

Μία τυχαία ακολουθία αριθμών χαρακτηρίζεται τυχαία όταν δεν είναι δυνατό να υπάρξει πρόβλεψη της επόμενης τιμής της ακολουθίας των τυχαίων αριθμών από την παρατήρηση της ακολουθίας αυτής ακόμα και αν το μήκος της υπό παρατήρηση ακολουθίας $L \rightarrow \infty$. Σύμφωνα με τους Karadia και Lu [103] “an RNG is polynomial-time (PT) perfect or unpredictable if, the time required to predict its next output is super-polynomial (exponential) or the probability of correct prediction in polynomial-time is the same as randomly guessing a value”. Μία γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών είναι τέλεια υπό το καθεστώς του πολυωνυμικού χρόνου ή αλλιώς απρόβλεπτη αν ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για τον υπολογισμό της επόμενης τιμής μίας υπό-ακολουθίας της είναι υπέρ-πολυωνυμικός (π.χ. εκθετικός) ή με άλλα λόγια η πιθανότητα σωστής πρόβλεψης της επόμενης τιμής σε πολυωνυμικό χρόνο είναι ίση με την πιθανότητα τυχαίας πρόβλεψης της. Περισσότερες

λεπτομέρειες για το θέμα της απροβλεψίας ακολουθιών τυχαίων αριθμών μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία [116], [115], [187].

1.15.4 Πολυπλοκότητα κατά Kolmogorov

Σύμφωνα με τον Shannon, [195], ο βαθμός τυχειότητας μιας πεπερασμένου μήκους υπό-ακολουθίας μπορεί να υπολογισθεί μέσω της εντροπίας του ατόμων του ως:

$$-\sum_{i, p_i \neq 0} p_i \log_2(p_i) \tag{1.245}$$

όπου p_i είναι η πιθανότητα εμφάνισης της τιμής i . Σύμφωνα με τη σχέση (1.245) όσο αυξάνεται η εντροπία μίας ακολουθίας πεπερασμένου μήκους, αντίστοιχα αυξάνεται και η τυχειότητα της. Η πολυπλοκότητα κατά Kolmogorov [118], λαμβάνει υπόψη και την τάξη του κάθε αριθμού στην ακολουθία. Έστω ακολουθία τυχαίων δυφίων που απεικονίζεται ως x στο δεκαδικό σύστημα. Η πολυπλοκότητα τάξεως $k: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, απεικονίζει τη τιμή x σε έναν αριθμό που το μήκος του καθορίζει το μικρότερο δυνατό αλγόριθμο που τον παράγει. Όσο υψηλότερος είναι ο αριθμός αυτός, τόσο μεγαλύτερος ο αλγόριθμος και τόσο ισχυρότερη η πολυπλοκότητα του. Κατά Kolmogorov καμία ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών δεν μπορεί να χαρακτηριστεί τυχαία εφόσον έχει παραχθεί από αλγόριθμο πεπερασμένης πολυπλοκότητας ή ισοδύναμα μία πραγματικά τυχαία ακολουθία αριθμών απαιτεί αλγόριθμο απείρου μήκους και πολυπλοκότητας.

1.15.5 Αλγόριθμοι γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών

Στις παραγράφους 1.15.5.1 ως 1.15.5.5, παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες γραμμικές γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών. Στις παραγράφους 1.15.5.6 ως 1.15.5.10 παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μη γραμμικές γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών. Τέλος στις παραγράφους 1.15.5.11 ως 1.15.5.14, παρουσιάζονται οι γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών ανάδρασης μεταβολής του σημείου καταγραφής και η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister.

1.15.5.1 Γραμμική Γεννήτρια με Διαιρέτη Ισοϋπολοίπων (Linear Congruential Generators)

Η περισσότερο διαδεδομένη γεννήτρια για την παραγωγή ακολουθιών τυχαίων αριθμών βασίζεται στο διαιρέτη ισοϋπολοίπων (modulo) [77], [190], [200]. Η ακολουθία ορίζεται ως:

$$x_i = (a \cdot x_{i-1} + c) \cdot \text{mod}(m) \tag{1.246}$$

όπου, a , c και m είναι ο πολλαπλασιαστικός όρος, ο προσθετικός όρος και ο διαιρέτης ισουπόλοιπων. Ο τελεστής modulo ή mod μεταξύ δύο ακεραίων δίδει το υπόλοιπο της διαίρεσης:

$$a \cdot \text{mod}(b) = a - \text{int}\left[\frac{a}{b}\right] \cdot b \quad (1.247)$$

Οι γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών της σχέσης (1.246) ικανοποιούν το θεώρημα της ισοκατανομής σε προβλήματα με λίγες διαστάσεις αλλά τείνουν να εγκλείουν τα δείγματα σε ομάδες πολυδιάστατων επιπέδων ($n-k$ διαστάσεων) σε πολυδιάστατα προβλήματα [77].

1.15.5.2 Γραμμική γεννήτρια με διαιρέτη ισουπόλοιπων με ανάδραση (Multiple Recursive Generators)

Η μέθοδος αυτή αποτελεί επέκταση της μεθόδου ισουπόλοιπων της παραγράφου 1.15.5.1. Η ακολουθία ορίζεται ως [77]:

$$x_i = \left(\sum_{j=1}^k a_j \cdot x_{i-j} + c \right) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.248)$$

Για τον υπολογισμό της τιμής x_i απαιτούνται οι τιμές $\{x_{i-1}, \dots, x_{i-k}\}$. Η σχέση (1.248) για συγκεκριμένους συνδυασμούς των παραμέτρων είναι δυνατόν να παρουσιάσει περίοδο επαναφοράς ίση με $2^{31}-1$ [114].

1.15.5.3 Γραμμική Γεννήτρια με διαιρέτη ισουπόλοιπων με αναδρομή κατά Fibonacci (Lagged Fibonacci)

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην αναδρομή κατά Fibonacci μέσω συνδυασμού δύο όρων που βρίσκονται σε συγκεκριμένη απόσταση μεταξύ τους [77]. Η ακολουθία ορίζεται ως:

$$x_i = (x_{i-j} + x_{i-k}) \cdot \text{mod}(m) \equiv x_i = (x_{i-j} \circ x_{i-k}) \quad (1.249)$$

Προσεκτική επιλογή των παραμέτρων j , k και m οδηγεί σε περίοδο επαναφοράς ίση με m^k-1 . Η μέθοδος αυτή αποτελεί τροποποίηση του αλγορίθμου της παραγράφου 1.15.5 με τη χρήση περισσότερο πολύπλοκων τελεστών για τον υπολογισμό του x_i . Εκτεταμένη έρευνα για την επιλογή των παραμέτρων παρουσιάζεται στην εργασία του Altman [3].

1.15.5.4 Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών πρόσθεσης με μεταφορά, αφαίρεσης με δανεισμό

Οι γεννήτριες πρόσθεσης με μεταφορά και αφαίρεσης με δανεισμό (Add with Carry, Subtract

with Borrow), στηρίζονται στην εργασία των Marsaglia και Zaman, [130] και αποτελούν επέκταση της μεθόδου Fibonacci με υστέρηση. Η ακολουθία ορίζεται ως:

$$x_i = (x_{i-s} + x_{i-r} + c_i) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.250)$$

Για την τιμή c_i ισχύει ότι:

$$c_i = 0 \quad c_{i+1} = 0 \text{ αν } x_{i-s} + x_{i-r} + c_i < m \text{ αλλιώς } c_{i+1} = 1 \quad (1.251)$$

Προσεκτική επιλογή των παραμέτρων ελέγχου οδηγεί σε περίοδο επαναφοράς ίση με 10^{43} .

1.15.5.5 Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών πολλαπλασιασμού με μεταφορά (Multiply with Carry)

Στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών πολλαπλασιασμού με μεταφορά η ακολουθία ορίζεται ως [130]:

$$x_i = (a \cdot x_{i-1} + c_i) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.252)$$

όπου ο όρος c_i δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (1.251). Η διαφορά μεταξύ της μεθόδου υπό εξέταση και της μεθόδου ισοϋπολοίπων έγκειται στον τρόπο με τον οποίο ορίζεται ο προσθετικός όρος της ακολουθίας.

Οι Marsaglia και Zaman [130] προτείνουν τιμή $m=2^{32}$ και χρήση ακέραιων αριθμών με ακρίβεια 64 δυφίων. Εκτεταμένη έρευνα για την επιλογή των παραμέτρων με στόχο την παραγωγή ακολουθιών τυχαίων αριθμών με μεγάλη περίοδο επαναφοράς και ισοκατανομή για μεγάλες τιμές του k παρουσιάζεται στην εργασία των Coutoure και L'Ecuyer [36].

1.15.5.6 Ανάστροφος υπερθετικός αλγόριθμος (Inversive Congruential Generator)

Ο ανάστροφος υπερθετικός αλγόριθμος ανήκει στην κατηγορία των μη γραμμικών ακολουθιών ψευδοτυχαίων αριθμών. Η ακολουθία ορίζεται ως [51]:

$$x_i = (a \cdot x_{i-1}^- + c) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.253)$$

όπου, το πολλαπλασιαστικό ανάστροφο x_{i-1}^- δίδεται από τη σχέση:

$$1 = x \cdot x^- \cdot \text{mod}(m) \quad (1.254)$$

Η μέθοδος αυτή συγκρινόμενη με τη μέθοδο ισοϋπολοίπων παρουσιάζει υψηλή ομοιομορφία και πολύ καλά χαρακτηριστικά ισοκατανομής του δείγματος με αποφυγή εγκλωβισμού των

υποακολουθιών σε υπερεπίπεδα [51], [50], [157], [158]. Για $a=2 \bmod 4$, $b=1 \bmod 2$ και $p \geq 4$ η σχέση (1.253) τροποποιείται ως [53]:

$$x_i = i(a \cdot i + b) \cdot 2^p \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (1.255)$$

Ο Eichernauer-Hermann, [53] απέδειξε ότι η περίοδος επαναφοράς για την ακολουθία της σχέσης (1.255) είναι ίση με $m=2^p$. Μέσω της τροποποίησης αυτής παράγονται τυχαίοι ακέραιοι αριθμοί στο διάστημα $(0, m-1)$.

1.15.5.7 Μη Γραμμική Γεννήτρια Διαιρέτη Ισοϋπόλοιπων (Non Linear Congruential Generators)

Ο Knuth [110], παρουσίασε τροποποίηση της σχέσης (1.246) με την εισαγωγή ενός μη γραμμικού όρου. Η ακολουθία ορίζεται ως:

$$x_i = (d \cdot x_{i-1}^2 + a \cdot x_{i-1} + c) \cdot \bmod(m) \quad (1.256)$$

Γενικότερα στις μη γραμμικές γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών η ακολουθία ορίζεται ως:

$$x_i = g(x_{i-N}, \dots, x_{i-1}) \cdot \bmod(m) \quad (1.257)$$

όπου $g(\mathbf{x})$ είναι μία μη γραμμική απεικόνιση $[0,1]^N \rightarrow [0,1]$ και N είναι η μήμη της γεννήτριας. Οι Eichenauer et al., [50], αποδεικνύουν ότι με κατάλληλη επιλογή της συνάρτησης $g(\mathbf{x})$ παράγονται ακολουθίες τυχαίων αριθμών με πολύ καλή ομοιομορφία και ισοκατανομή. Σε ύστερα εργασία ο Eichenauer, [52], παρουσιάζει αναλυτικά τις περισσότερο διαδεδομένες μη γραμμικές γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών και τις ιδιότητες τους.

1.15.5.8 Μη γραμμική γεννήτρια με διαιρέτη ισοϋπολοίπων ανάστροφου υπερθετικού (NLCG with multiplicative inverse)

Οι Kato et al., [106], παρουσιάζουν μία μη γραμμική γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών που συνδυάζει το πολλαπλασιαστικό ανάστροφο της σχέσεως (1.253) με τη σχέση (1.246):

$$x_i = (a \cdot x_{i-1}^- + b \cdot x_{i-1} + c) \cdot \bmod(m) \quad (1.258)$$

Ο όρος x_{i-1}^- δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (1.254). Περισσότερα στοιχεία ως προς τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των αλγόριθμων των παραγράφων 1.15.5.6 ως και 1.15.5.8 παρουσιάζεται από τον Eichernauer-Hermann, [53].

1.15.5.9 Μητρικοί υπερθετικοί αλγόριθμοι (Matrix Congruential Generators)

Οι μητρικοί υπερθετικοί αλγόριθμοι αποτελούν γενίκευση της μεθόδου της παραγράφου 1.15.5.6. Το διάνυσμα \mathbf{x}_i της ακολουθίας δίδεται ως [77]:

$$\mathbf{x}_i = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{C}) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.259)$$

όπου, \mathbf{A} και \mathbf{C} είναι το μητρώο των πολλαπλασιαστικών συντελεστών και το διάνυσμα των προσθετικών συντελεστών αντίστοιχα. Στην περίπτωση που το μητρώο \mathbf{A} είναι διαγώνιο και το διάνυσμα \mathbf{C} σταθερό η σχέση (1.259) υποπίπτει στην περίπτωση πολλαπλών γεννητριών με διαιρέτη ισοϋπόλοιπων όπου τα μέλη του διανύσματος περιγράφονται από τη σχέση (1.246) με τον πολλαπλασιαστικό συντελεστή a να δίδεται από την τιμή A_{ii} του μητρώου και το προσθετικό όρο c από την τιμή C_i του αντίστοιχου διανύσματος. Στη γενική περίπτωση όπου η τιμή C_i δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (1.251) και το μητρώο \mathbf{A} είναι γενικό μητρώο η τιμή της θέσης i του διανύσματος \mathbf{x} είναι συσχετισμένη με τις τιμές του διανύσματος \mathbf{x}_{t-1} [77].

1.15.5.10 Μητρικοί υπερθετικοί αλγόριθμοι με ανάδραση (MCG with multiple recursion)

Οι αλγόριθμοι αυτοί αποτελούν επέκταση των αλγορίθμων της παραγράφου 1.15.5.9. Η σχέση (1.259) τροποποιείται ως [77]:

$$\mathbf{x}_i = \left(\sum_{j=1}^k \mathbf{A}_j \cdot \mathbf{x}_{i-j} + \mathbf{C} \right) \cdot \text{mod}(m) \quad (1.260)$$

Οι ιδιότητες των γεννητριών μητρικής υπέρθεσης με ανάδραση παρουσιάζονται λεπτομερώς στις εργασίες του Niederreiter [159], [162], [161], [160].

1.15.5.11 Γεννήτριες ανάδρασης μεταβολής σημείου καταγραφής (Feedback Shift Register)

Ο Tausworthe [210], παρουσιάζει γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών που βασίζεται σε ακολουθίες δυφίων της μορφής:

$$x_i = \left(\sum_{j=1}^p a_j \cdot x_{i-j} \right) \cdot \text{mod}(2) \quad (1.261)$$

Αποτέλεσμα της εργασίας του Tausworthe είναι η ανάπτυξη μίας ολόκληρης νέας οικογένειας αλγορίθμων ψευδοτυχαίων αριθμών. Η εργασία του Tausworthe βασίζεται στα πολυώνυμα του πεδίου Galois 2^a Τάξεως. Ως πολυώνυμο n -τάξεως του πεδίου Galois

ορίζεται το πολυώνυμο της μορφής:

$$P(z) = z^k - A_1 z^{k-1} - \dots - A_k \tag{1.262}$$

που οι συντελεστές του $\{A_1, \dots, A_k\}$ είναι ίσοι με 0 ή 1. Η τάξη του πολυωνύμου ορίζεται ως η μικρότερη τιμή του συντελεστή e για την οποία το πολυώνυμο της σχέσης (1.262) διαιρεί τον όρο $x^e + 1$. Χαρακτηριστικό των γεννητριών αυτών είναι το χαμηλό υπολογιστικό κόστος η ισοκατανομή του δείγματος για υψηλό k και η πολύ μεγάλη περίοδος επαναφοράς που σχετίζεται άμεσα με την επιλογή του πολυωνύμου Galois.

1.15.5.12 Γενικευμένες Γεννήτριες Ανάδρασης Μεταβολής Σημείου Καταγραφής (Generalized FSR)

Οι Lewis και Payne, [117], τροποποιώντας τη σχέση (1.261) κατάληξαν στη σχέση:

$$x_i = x_{i-p} \oplus x_{i-p+q} \tag{1.263}$$

όπου p είναι η υστέρηση της γεννήτριας και \oplus είναι ο τελεστής του αποκλειστικού ή (exclusive-OR):

$$0 \oplus 0 = 0 \quad 0 \oplus 1 = 1 \quad 1 \oplus 0 = 1 \quad 1 \oplus 1 = 0 \tag{1.264}$$

Κάθε δύφιο του επόμενου όρου παράγεται με τη βοήθεια του τελεστή της σχέσης (1.264). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όσες φορές είναι αναγκαίο ώστε να δημιουργηθούν τα δυφία που θα ορίσουν την τιμή x_i . Ο Fushimi [73], τροποποιώντας τη σχέση (1.263) ως:

$$x_i = x_{i-3p} \oplus x_{i-3q} \tag{1.265}$$

Κατέληξε σε αλγόριθμο με περίοδο επαναφοράς ίση με $2^{521} - 1$ για $p=521$.

1.15.5.13 Γενικευμένες Γεννήτριες Ανάδρασης Μεταβολής Σημείου Καταγραφής με στρέβλωση (Twisted Generalized FSR)

Η γεννήτρια αυτή αποτελεί συνδυασμό των γεννητριών γενικευμένης ανάδρασης και των μητρικών γεννητριών. Οι Matsumoto και Kurita, [133], [134], στοχεύοντας σε υψηλή περίοδο επαναφοράς και διατήρηση της ομοιομορφίας του δείγματος για πολυδιάστατα προβλήματα, τροποποίησαν τη σχέση (1.263) με την εισαγωγή ενός μητρώου \mathbf{A} ως:

$$x_i = x_{i-p} \oplus \mathbf{A}x_{i-p+q} \tag{1.266}$$

ακολουθίας n τυχαίων ακεραίων αριθμών. Οι τυχαίοι αριθμοί στο διάστημα $(0,1)$ λαμβάνονται με τη διαίρεση του ακεραίου με την τιμή 2^w-1 .

Η περίοδος επαναφοράς του αλγορίθμου έχει ως άνω όριο την τιμή $2^{nw-r}-1$ που για $n=32$, $w=624$ και $r=31$ δίδει μέγιστη περίοδο επαναφοράς ίση με $2^{19937}-1$ (ο 24^{05} πρώτος αριθμός κατά Mersenne) και ικανοποιεί το κριτήριο ισοκατανομής σε προβλήματα 623 διαστάσεων. Προσόν της μεθόδου είναι το γεγονός ότι η περίοδος επαναφοράς είναι δυνατόν να αυξηθεί περισσότερο με την επιλογή μεγαλύτερης τιμής του πρώτου αριθμού Mersenne και η διατήρηση της ιδιότητας της ισοκατανομής για πολυδιάστατα προβλήματα.

1.16 Παράρτημα Η – Παραλλαγές της μεθόδου λατινικού υπερκύβου

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται παραλλαγές της μεθόδου λατινικού υπερκύβου. Στόχος των παραλλαγών αυτών η επίτευξη των επιθυμητών στατιστικών ιδιοτήτων για την ελαχιστοποίηση του λάθους εκτίμησης.

1.16.1 Μέθοδος Λατινικού Υπερκύβου (Latin Hypercube Sampling)

Το μητρώο δειγματοληψίας για N δείγματα σε K διαστάσεις ορίζεται ως [168]:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{N} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{R}) \quad (1.272)$$

όπου, \mathbf{S} είναι το μητρώο πιθανοτήτων δειγματοληψίας του χώρου, \mathbf{P} είναι το μητρώο αντιμετάθεσης διαστάσεων $N \times K$ όπου κάθε στήλη περιέχει μια τυχαία αντιμετάθεση των φυσικών αριθμών από το $1, \dots, N$ και \mathbf{R} είναι το μητρώο $N \times K$ τυχαίων αριθμών στο διάστημα $(0,1)$. Το μητρώο \mathbf{S} περιέχει N δείγματα K τάξης τα οποία διανέμονται σε διαφορετικά υποχωρία του πιθανοτικού χώρου ο καταμερισμός του οποίου σε κάθε διάσταση καθορίζεται από τον αριθμό των δειγμάτων N . Ο μετασχηματισμός της σχέσης (1.272) εξασφαλίζει ότι σε κάθε υποχωρίο ευρίσκεται μόνον ένα δείγμα (Διάγ. 1.19) για την αποφυγή εγκλωβισμού εντός υπέρ-επιπέδων. Το κάθε δείγμα δίδεται ως:

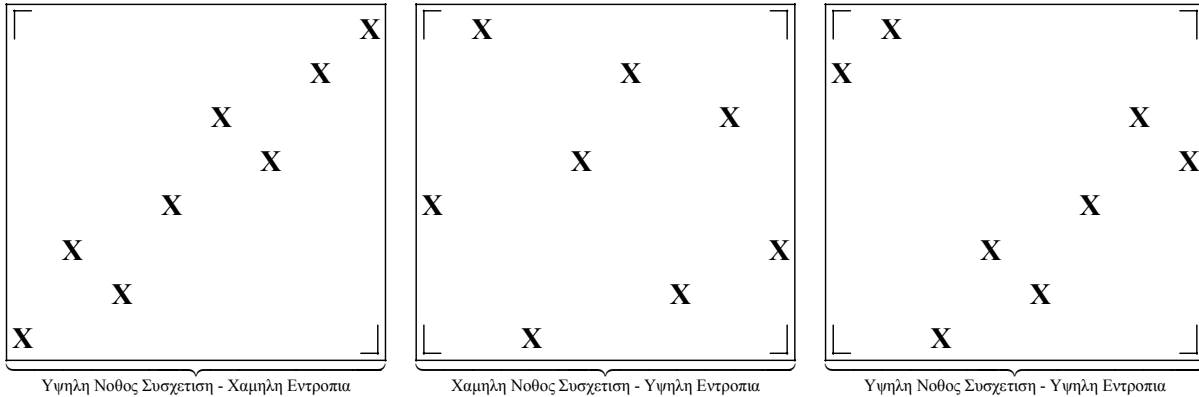
$$\hat{x}_{ij} = F_{x_j}^{-1}(s_{ij}) \quad (1.273)$$

όπου, s_{ij} είναι το στοιχείο του μητρώου \mathbf{S} , F_{x_j} είναι η κατανομή για την j τ.μ και x_{ij} είναι η τιμή για την j τ.μ του i δείγματος.

1.16.2 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με έλεγχο της νόθου συσχέτισης

(LHS with reduction of spurious correlation)

Η παραλλαγή αυτή στοχεύει στη μείωση της νόθου συσχέτισης (spurious correlation) που είναι δυνατόν να παρουσιαστεί στην περίπτωση της σχέσης (1.272). Στο Διάγ. 1.62, παρουσιάζεται δειγματοληψία σε δύο διαστάσεις 8 δειγμάτων με υψηλή και χαμηλή παρασιτική συσχέτιση και υψηλή και χαμηλή εντροπία [168].



Διάγ. 1.62: Δείγματα υψηλής και χαμηλής νόθου συσχέτισης υψηλής και χαμηλής εντροπίας. Η νόθος συσχέτιση σχετίζεται με την εντροπία του δείγματος καθώς υψηλή νόθος συσχέτιση αναμένεται στις περιπτώσεις χαμηλής εντροπίας χωρίς όμως ο υψηλός δείκτης εντροπίας να εξασφαλίζει και χαμηλή νόθο συσχέτιση. Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:

Βήμα 1. Δημιουργία μητρώου **Y** ως:

$$y_{ij} = \Phi^{-1} \left(\frac{P_{ij}}{N+1} \right) \tag{1.274}$$

Βήμα 2. Υπολογισμός του μητρώου συνδιασποράς του μητρώου **Y** ως:

$$\text{cov}(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \text{cov}(y_{21}, y_{11}) & \cdots & \text{cov}(y_{11}, y_{1,N+1}) \\ \text{cov}(y_{21}, y_{11}) & \sigma_2^2 & \cdots & \text{cov}(y_{21}, y_{1,N+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(y_{N+1,1}, y_{11}) & \text{cov}(y_{N+1,1}, y_{12}) & \cdots & \sigma_{N+1}^2 \end{bmatrix} \tag{1.275}$$

$$\text{cov}(y_A, y_B) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} (y_{Ai} - y_{A,ave}) \cdot (y_{Bi} - y_{B,ave}) \quad Y_{ij} = Y_{ji}$$

Βήμα 3. Αποδόμηση κατά Cholesky με υπολογισμό του μητρώου **L** ως:

$$\mathbf{A} = \text{cov}(\mathbf{Y}) = \bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{L}}^T \tag{1.276}$$

όπου μητρώο $\bar{\mathbf{L}}$ ορίζεται ένα κάτω τριγωνικό μητρώο με στοιχεία:

$$l_{ii} = \sqrt{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2} \quad l_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} \cdot l_{jk}}{l_{ii}} \quad (1.277)$$

Βήμα 4. Υπολογισμός του μητρώου \mathbf{Y}^* ως:

$$\mathbf{Y}^* = \mathbf{Y} \cdot (\bar{\mathbf{L}}^{-1})^T \quad (1.278)$$

όπου η τάξη των στοιχείων των στηλών του μητρώου \mathbf{Y}^* είναι τα στοιχεία των στηλών του μητρώου \mathbf{P}^* που αντικαθιστά το μητρώο \mathbf{P} στη σχέση (1.272). Ο βαθμός των στοιχείων σε κάθε στήλη εξετάζει τη σχετική τους θέση τους στο διάνυσμα \mathbf{Y}_j όπου το $Y_{ij} = \max\{\mathbf{Y}_j, j=1, \dots, N\}$ στοιχείο έχει τάξη 1 και το στοιχείο $Y_{ij} = \min\{\mathbf{Y}_j, j=1, \dots, N\}$ έχει βαθμό N.

Βήμα 5. Υπολογισμός του μητρώου δειγματοληψίας \mathbf{S}^* ως:

$$\mathbf{S}^* = \frac{1}{N} \cdot (\mathbf{P}^* - \mathbf{R}) \quad (1.279)$$

Το δείγμα του μητρώου \mathbf{S}^* αναμένεται να έχει πολύ μικρότερη νόθο συσχέτιση σε σχέση με το δείγμα του μητρώου \mathbf{S} . Στην περίπτωση που απαιτείται δείγμα με συγκεκριμένη συσχέτιση μεταξύ των τ.μ η σχέση (1.278) τροποποιείται ως:

$$\mathbf{Y}^* = \mathbf{Y} \cdot (\bar{\mathbf{L}}^{-1})^T \cdot \mathbf{L}^T \quad (1.280)$$

1.16.3 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας (Sample Importance LHS)

Η παραλλαγή αυτή συνδυάζει τη μέθοδο λατινικού υπερκύβου με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας. Ο χώρος και η διάταξη επιλογής παρουσιάζονται για χώρο 2 διαστάσεων στο Διάγ. 1.63 ([168]). Στον υπολογισμό του μητρώου \mathbf{S} πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός:

$$\hat{u}_{ij} = \Phi^{-1}(s_{ij}) \quad (1.281)$$

όπου το διάνυσμα \hat{u}_i περιέχει το μετασχηματισμό του δείγματος σε χώρο K διαστάσεων κανονικών τ.μ. Ο μετασχηματισμός οδηγεί στη συγκέντρωση των δειγμάτων περίξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας. Η πιθανότητα αστοχίας στην περίπτωση αυτή δίδεται ως:

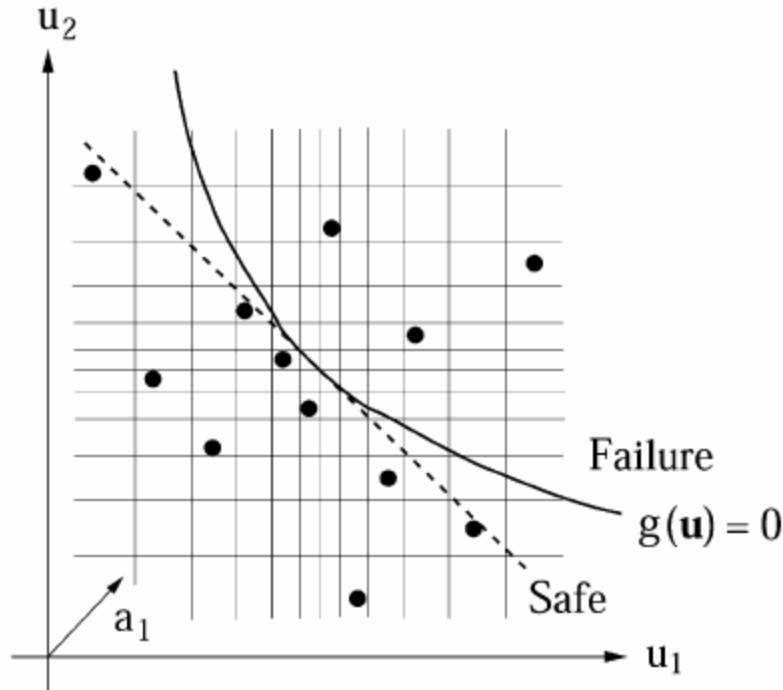
$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[W(\tilde{u}_i) \Big|_{g(\tilde{u}_i) < 0} \right] \quad W(\tilde{u}_i) = \frac{\phi_u(\tilde{u}_i)}{\phi_u(\hat{u}_i)} \quad (1.282)$$

όπου, ϕ_u είναι η ΣΠΠ της κανονικής κατανομής στο χώρο των K διαστάσεων. Το δείγμα \tilde{u}_i

δίδεται ως:

$$\tilde{u}_i = \hat{u}_i + \mathbf{m} \tag{1.283}$$

όπου, \mathbf{m} είναι το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας.

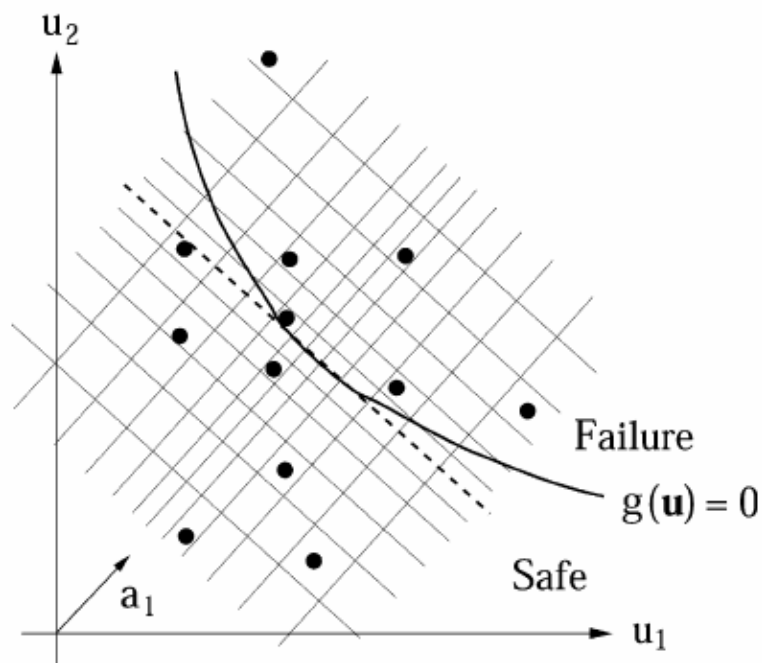


Διάγ. 1.63: Μέθοδος λατινικού υπερκύβου σε συνδυασμό με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας παρουσίαση τυχαίου δείγματος ([168]).

1.16.4 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με στροφή χωρίου τιμών (Transformed Importance LHS)

Η παραλλαγή αυτή αποτελεί εξέλιξη της μεθόδου της παραγράφου 1.16.3. Ο χώρος και η διάταξη επιλογής παρουσιάζονται για χώρο 2 διαστάσεων στο Διάγ. 1.64 ([168]).

Επιπροσθέτως της συγκέντρωσης των δειγμάτων στην περιοχή πέριξ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας έχουμε και στροφή του χώρου δειγματοληψίας ώστε η κύρια διεύθυνση δειγματοληψίας να ταυτιστεί με τη διεύθυνση του διανύσματος κατεύθυνσης του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας.



Διάγ. 1.64: Μέθοδος λατινικού υπερκύβου σε συνδυασμό με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας με στροφή του χωρίου τιμών ([168]).

1.16.5 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου ορθογώνιου προς την επιφάνεια αστοχίας (AILHS Axis Importance LHS)

Η παραλλαγή αυτή συγκεντρώνει τα σημεία δειγματοληψίας στη διεπιφάνεια αστοχίας-λειτουργίας. Ο χώρος και η διάταξη επιλογής, για χώρο 2 διαστάσεων, παρουσιάζονται στο Διάγ. 1.65.

Η στρωματοποίηση σε χώρο $K-1$ διαστάσεων και το δείγμα δίδονται ως:

$$\bar{u}_{ij} = \Phi^{-1}(\bar{s}_{ij}) \quad \bar{S} = \frac{1}{N}(\bar{P} - \bar{R}) \quad \bar{S}, \bar{P}, \bar{R} \quad N \times (K-1) \text{ matrices} \quad (1.284)$$

όπου \bar{u}_{ij} είναι το δείγμα στο τροποποιημένο και στραμμένο σύστημα αναφοράς. Η πιθανότητα αστοχίας στην περίπτωση αυτή δίδεται ως:

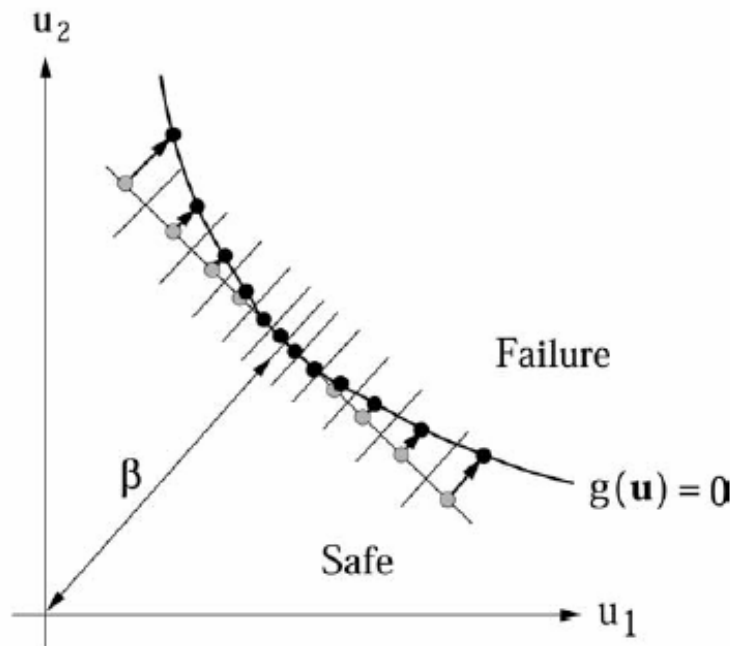
$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi(-b_i) \quad (1.285)$$

Οι αποστάσεις b_i υπολογίζονται μέσω της συνάρτησης οριακής αντοχής ως:

$$g([b_i, \bar{u}_i]) = 0 \quad (1.286)$$

όπου, \bar{u}_i είναι το διάνυσμα τιμών στις $K-1$ διαστάσεις της σχέσης (1.284). Η λύση της σχέσης

(1.286) απαιτεί επαναληπτική διαδικασία και ως αρχική λύση δίδεται η τιμή β (η απόσταση του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας).



Διάγ. 1.65: Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με άξονα ορθόγωνο προς τη συνάρτηση οριακής αντοχής σε συνδυασμό με τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας ([168]).

1.16.6 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου με μείωση παρασιτικής συσχέτισης ορθόγωνο προς την επιφάνεια αστοχίας (Axis Importance Correlated LHS, AICLHS).

Η παραλλαγή αυτή αποτελεί εξέλιξη της μεθόδου της παραγράφου 1.16.5. Η σχέση (1.284) τροποποιείται ως:

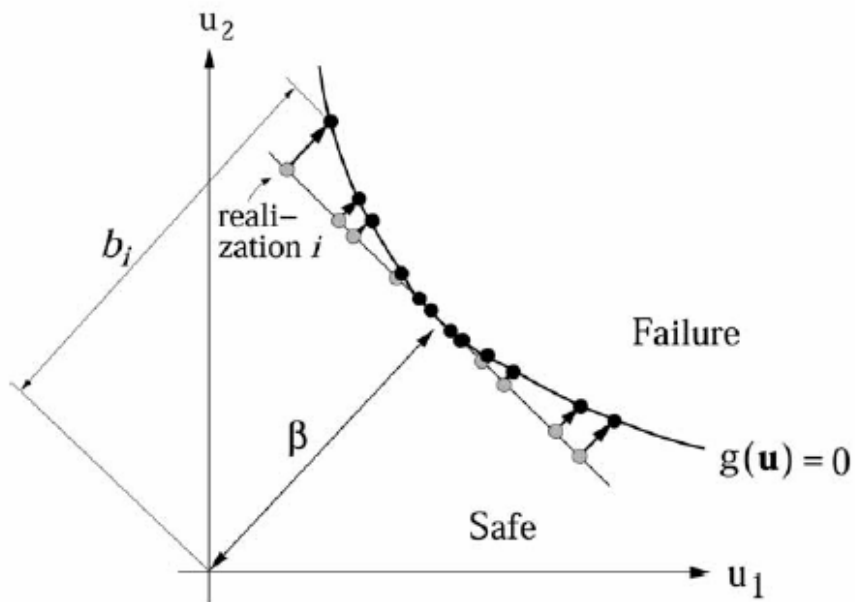
$$\bar{u}_{ij} = \Phi^{-1}(\bar{s}_{ij}^*) \quad \bar{\mathbf{S}}^* = \frac{1}{N}(\bar{\mathbf{P}}^* - \bar{\mathbf{R}}) \tag{1.287}$$

όπου το μητρώο $\bar{\mathbf{P}}^*$ μορφώνεται με στόχο την ελαχιστοποίηση της νόθου συσχέτισης με τη βοήθεια των σχέσεων (1.274) ως (1.280). Στην περίπτωση χώρου 2 διαστάσεων η μέθοδος αυτή ταυτίζεται με τη μέθοδο της παραγράφου 1.16.5.

1.16.7 Μέθοδος λατινικού υπερκύβου σε άξονα ορθογώνιο προς την επιφάνεια αστοχίας με δειγματοληψία κατά μέθοδο MC (AIMC Axis Importance MC method).

Στόχος της παραλλαγής αυτής, είναι η αύξηση της πυκνότητας δειγματοληψίας σε σημεία

πλησίον του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας με στόχο να βελτιωθεί η ακρίβεια εκτίμησης. Ο χώρος και η διάταξη επιλογής, για χώρο 2 διαστάσεων, παρουσιάζονται στο Διάγ. 1.66 ([168]).



Διάγ. 1.66: Μέθοδος λατινικού υπερκύβου σε άξονα ορθογώνιο προς τη συνάρτηση οριακής αντοχής με δειγματοληψία κατά MC ([168]).

1.17 Βιβλιογραφία

- [1] Abramowitz, M., Stegun, I.A., editors (1972) “*Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, & Mathematical Tables*”, Dover, New York USA.
- [2] AIRSAFE (2003) http://www.airsafe.com/events/models/rate_mod.htm
- [3] Altman, N.S., (1989) “Bit wise behavior of random number generators”, *SIAM Journal of Scientific & Statistical Computing*, 9:941-949.
- [4] Ambrosini, R.D., Riera J D., Danesi, R.F., (2002) “Analysis of structures subjected to random wind loading by simulation in the frequency domain”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3):233-239.
- [5] American Association of State Highway and Transportation Officials, (1994) “LRFD bridge design specifications”, *AASHTO*, Washington DC, USA.
- [6] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning & Design. Vol. 1 Basic Principles*”, John Wiley & Sons, New York.
- [7] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning & Design. Vol. 2 Examples*”, John Wiley & Sons, New York.
- [8] Au, S.K., Beck, J.L, (1999) “A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations”, *Structural Safety*, 21(2):135-158.
- [9] Au, S.K., Beck, J.L, (2001) “First excursion probabilities for linear systems by very efficient importance sampling”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(3):193-207.
- [10] Au, S.K., Beck, J.L, (2003) “Important sampling in high dimensions” *Structural Safety*, 25(2):139-163.
- [11] Au, S.K., Papadimitriou, C., Beck, J.L., (1999) “Reliability of uncertain dynamical systems with multiple design points”, *Structural Safety*, 21(2):113-133.
- [12] Ayyub, B.M., Haldar, A., (1983) “Practical structural reliability techniques”, *Journal of Structural Engineering*, 110(8):1707-1724.
- [13] Balakrishnan, N., Basu, A.P., (1996) “*The exponential distribution: Theory, methods, & applications*” Gordon and Breach, New York, USA.
- [14] Balakrishnan, N., Chen, W.W.S., (1999) “*Handbook of tables for order statistics from Lognormal Distributions with applications*” Kluwer, Amsterdam, Netherlands.
- [15] Bavuso, J.S., (1997) “Aerospace applications of weibull and Monte Carlo simulation with importance sampling”, *NASA Reports*, 97RM-102:1.
- [16] Bayer, V., Bucher, C., (1999) “Importance sampling for first passage problems of nonlinear structures”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14(1-2):27-32.

- [17] Benjamin, J.R., Cornell, C.A., (1970) “*Probability Statistics & Decisions for Civil Engineers*”, Mc Graw Hill, New York.
- [18] Bertsimas, D., Tsitsiklis, J.N., (1997) “*Introduction to linear optimization*”, Athena Scientific, Belmont, Mass., USA.
- [19] Bhattachaya, B., Basu, R., Ma, K.T., (2001) “Developing target reliability for novel structures: the case of Mobile Offshore Base”, *Marine Structures*, 14:37-58.
- [20] Birolini, A. (1985) “On the Use of Stochastic Processes in Modeling Reliability Problems”, *Lecture Notes in Economics & Mathematical Systems*, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [21] Boole, G., (1854) “Laws of thought” American reprint of 1854 ed., Dover, New York.
- [22] Breitung, K., (1984) “Asymptotic approximations for multi-normal integrals”, *Journal of Engineering Mechanics*, 110(3):357-366.
- [23] Breitung, K., (1989) “Asymptotic approximations for probability integrals”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(4):187-190.
- [24] Breitung, K., (1991) “Probability approximations by log likelihood maximization”, *Journal of Engineering Mechanics*, 117(3):457-477.
- [25] Bucher, C.G. (1988) “Adaptive Sampling-an Iterative Fast Monte Carlo Procedure”, *Structural Safety*, 5:119-126.
- [26] Bucher, C.G., Bourgund, U., (1990) “A fast and Efficient Response Surface approach for Structural Reliability Problems”, *Structural Safety*, 7:57-66.
- [27] Cai, G.Q., Elishakoff, I., (1994) “Refined second-order reliability analysis”, *Structural Safety*, 14:267-276.
- [28] Cambier, S., Guihot, P., Coffignal, G., (2002) “Computational methods for accounting of structural uncertainties, applications to dynamic behavior prediction of piping systems”, *Structural Safety*, 24(1):29-50.
- [29] Chan, H.Y., Melchers, R.E., (1993) “A simulation method for time-dependent structural reliability”, *Computers & Structures*, 49(6):989-996.
- [30] Cheng, R.C.H., Davenport, T.R., (1988) “Stratified Sampling in the simplex with applications to estimating statistical distributions”, *Proceedings of the 1988 Winter Simulation Conference*, Abrams, M., Haigh, P., Comfort, J., (eds), 540-545.
- [31] Christensen, P.T., Baker M.J., (1982) “*Structural Reliability Theory and its applications*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [32] Christensen, P.T., (1990) “Consequence modified [beta]-unzipping of plastic structures” *Structural Safety*, 7(2-4):91-198.

- [33] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [34] Cohen, B.L., (1998) “Public perception versus results of scientific risk analysis”, *Reliability Engineering & System Safety*, 59:101-105.
- [35] Cohen, P., (1966) “*Set theory & the continuum hypothesis*”, Benjamin, New York, USA.
- [36] Coutoure, G., L’Ecuyer, P., (1995) “On the lattice structure of certain linear congruential generators”, *Proceedings, of the 1995 Winter Simulation Conf., ACM*, New York, 263-267.
- [37] Cremona, C., (2003) “Probabilistic approach for cable residual strength assessment” *Engineering Structures*, 25(3):377-384.
- [38] Cullen, H.N., (1990) “The public inquiry into the Piper Alpha disaster”, Technical Report, *The parliament by the Secretary of the State for Energy*, UK.
- [39] Das, P.K., Zheng, Y., (2000) “Cumulative formation of response surface and its use in reliability analysis”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15(4):309-315.
- [40] Deak, I., (1980) “Three digit accurate multiple normal probabilities”, *Numerical Mathematics*, 35:369–380.
- [41] Dey, A., Mahadevan, S., (1998) “Ductile structural system reliability analysis using adaptive importance sampling” *Structural Safety*, 20(2):137-154.
- [42] Diaconis, P, Mosteller, F., (1989) “Methods of Studying Coincidences”, *Journal of American Statistical Association*, 84:853-861.
- [43] Dimou, C.K., Solomos G.P., (1995) “Evaluation of Stochastic Crack Propagation Models”, *Applications of Statistics & Probability, ICASP 7*, Paris, France, 459-465.
- [44] Dimou, C.K., Solomos, G.P., (1996) “Reliability analysis of a System with the Use of Fatigue Reliability Indicators”, *Technical Note, J.R.C. #. I.96.42*.
- [45] Ding, K., Zhou Z., Liu, C., (1998) “Latin hypercube sampling used in the calculation of the fracture probability”, *Reliability Engineering & System Safety*, 59(2):39-242.
- [46] Diniz, S.M.C., Frangopol, D.M., (2003) “Safety evaluation of slender high-strength concrete columns under sustained loads” *Computers & Structures*, 81(14):1475-1486.
- [47] Ditlevsen, O., (1979) “Narrow Reliability Bounds for structural systems”, *Journal of Structural Mechanics*, 7(4):453-472.
- [48] Ditlevsen, O., Melchers R.E., Gluwer, H. (1990) “General multi-dimensional probability integration by directional simulation” *Computers & Structures*, 36(2):355-368.
- [49] Eekelen, Van, A.J., (1995) “Review and Selection of Methods for Structural Reliability

- analysis”, *TU Delft, Faculty of Aerospace Engineering, report LR-788*.
- [50] Eichenauer, J., Grothe, H., Lehn, J., (1986) “Marsaglia’s Lattice test and non-linear congruential pseudo random number generators”, *Metrika*, 35:241-250.
- [51] Eichenauer, J., Lehn, J., (1986) “A non linear congruential pseudo random generator”, *Statistische Hefte*, 27:315-326.
- [52] Eichenauer-Hermann, J. (1995) “Pseudorandom number generation by non-linear methods” *International Statistical Review*, 63:247-255.
- [53] Eichenauer-Hermann, J. (1996) “Modified explicit inversive congruential pseudo random generator”, *Metrika*, 35:241-250.
- [54] Elishakoff, I., Hasofer, A.M., (1996) “Detrimental or serendipitous effects of human error on reliability of structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 129:1-7.
- [55] Elms, D.G., (1999) “Achieving structural safety: theoretical considerations”, *Structural Safety*, 21(1-2):311-333.
- [56] Engelund, S., Rackwitz, R., (1993) “A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability”, *Structural Safety*, 12(4):255-276.
- [57] Enderton, H.B., (1977) “*Elements of Set Theory*”, Academic Press, New York, USA.
- [58] Enright, M.P., Frangopol, D.M., (1999) “Reliability-based condition assessment of deteriorating concrete bridges considering load redistribution”, *Structural Safety*, 21(2):159-195.
- [59] ENV 1991 (1994) “Eurocode 1. Basis of Design and actions on Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [60] ENV 1992 (1995) “Eurocode 2. Design of Concrete Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [61] ENV 1993 (1993) “Eurocode 3. Design of Steel Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [62] Evans, M., Hastings, N., Peacock, B., (2000) “*Statistical Distributions*”, 3rd Edition, John Willey and Sons, USA.
- [63] European Space Agency, “Disaster Management Database, Earthquakes”, http://earth.esa.int/applications/dm/disman/db/risk_monographs/RMEarthquakes.html
- [64] Feller, W., (1968) “*An Introduction of Probability Theory & its applications, Volume 1*”, John Willey and Sons, USA.
- [65] Feller, W., (1971) “*An Introduction of Probability Theory & its applications, Volume 2*”, John Willey and Sons, USA.

- [66] Fiessler, B., Neumann, H.J., Rackwitz, R., (1979) “Quadratic limit states in structural reliability” *Journal of Engineering Mechanics*, 105(4):661-676.
- [67] Fitelson, B., (2001) “*Studies in Bayesian confirmation theory*” Ph.D. thesis, Univ. of Wisconsin.
- [68] Floris, C. (1985) “Analysis of the Safety of a Prestressed Box Girder Bridge by the Monte Carlo Techniques”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, 174-181.
- [69] Foschi, R.O., Li, H. Zhang, J., (2002) “Reliability and performance-based design: a computational approach and applications”, *Structural Safety*, 24(2-4):205-218.
- [70] Frangopol, D.M., Recek, S., (2003) “Reliability of fiber-reinforced composite laminate plates” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(2):119-137.
- [71] Fu, G., (1994) “Variance reduction by truncated multimodal importance sampling”, *Structural Safety*, 13(4):267-283.
- [72] Fujita, M., Schall, G., Rackwitz, R., (1985) “Time-Variant Component Reliabilities by FORM-SORM and Updating by Importance Sampling”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, pp. 520-527.
- [73] Fushimi, M., (1990) “Random number generation with the recursion $X_t = X_{t-3p} \oplus X_{t-3q}$ ”, *Journal of Computational & Applied Mechanics*, 31:105-118.
- [74] Galambos, T.V., (1998) “*Design Codes*”, In: “*Engineering Safety*”, Blockley, D., (eds), McGraw-Hill, New York, USA.
- [75] Gallaher, L.J., (1973) “A Multidimensional Monte Carlo Quadrature with adaptive Stratified Sampling”, *Communications of the ACM*, 16(1):49-52.
- [76] Gayton, N., Bourinet, J.M., Lemaire, M., (2003) “CQ2RS: a new statistical approach to the response surface method for reliability analysis”, *Structural Safety*, 25(1):99-121.
- [77] Gentle, E.J., (1998) “*Random Number Generation & Monte Carlo Methods*”, Springer-Verlag New York - USA, Series on Statistics and Computing.
- [78] Gharaibeh, E.S., Frangopol, D.M., Onoufriou, T., (2002) “Reliability based importance assessment with applications to complex structures”, *Computers & Structures*, 80:1113-11131.
- [79] Grigoriu, M., (1983) “Reliability of Chain and Ductile-Parallel Systems”, *Journal of Engineering Mechanics*, 109(5):1175-1188.
- [80] Gulvanessian, H., Holicky, M., (2002) “Reliability based calibration of Eurocodes considering a steel member”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich,

March 21-22, Switzerland.

- [81] Hailperin, T., (1965) “Best Possible inequalities for the probability of a logical function of events”, *American Mathematics Monthly*, 72(4):343-359.
- [82] Hellinga, B.R., Fu, L., (2002) “Reducing bias in probe-based arterial link travel time estimates”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 10(4):257-273.
- [83] Helton, J.C., Davis, F.J., (2003) “Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analysis of complex systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 81:23-69.
- [84] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., (1983) “Reliability of Parallel Systems Under Imposed Uniform Strain”, *Journal of Engineering Mechanics*, 109(3):896-907.
- [85] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., (1988) “Improvement of Second-Order Reliability Estimates by Importance Sampling”, *Journal of Engineering Mechanics*, 114(12):2195-2199.
- [86] Holicky, M., Markova, J., (2002) “Calibration of reliability estimates for a column”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, Switzerland.
- [87] Hoshiya, M., (2002) “Redundancy Index of Lifeline Systems”, *Journal of Engineering Mechanics*, 128(9):961-968.
- [88] Hsieh, Y.-C., (2003) “A linear approximation for redundant reliability problems with multiple component choices”, *Computers & Industrial Engineering*, 44(1):91-103.
- [89] Huh, J., Haldar, A., (2002) “Seismic reliability of non-linear frames with PR connections using systematic RSM” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(2):177-190.
- [90] Hunter, D., (1976) “An upper bound for the probability of a union”, *Journal of Applied Probabilities*, 13:597-603.
- [91] Huygens C. (1657) “De Ratiociniis in Ludo Aleae – The value of all chances”, in Latin
- [92] Hrbacek, K., Jech, T., (1999) “*Introduction to Set Theory*”, 3rd Edition, Marcel Dekker, Inc., New York, USA.
- [93] Hwang, H.M.H., Hsu, H-M., (1991) “A Study of Reliability-Based Criteria for Seismic Design of Reinforced Concrete Frame Buildings” *NCEER-99-0023*.
- [94] Hwang, H.M.H., Ushiba, H., Shinozuka, M., (1988) “Reliability analysis of code design structures under natural hazards”, *NCEER-88-0008*.
- [95] Ikeji, A.C., Fotouhi, F., (1995) “Computation of partial query Results with an Adaptive Stratified Sampling Technique”, *CIKM 95*, Baltimore, USA, 145-149.
- [96] Iman, R., Conover, W., (1982) “Sensitivity analysis Techniques. A self teaching

- curriculum”, *SAND 81-1987*, Sandia Labs New Mexico.
- [97] Iman, R., Shortencarier, M., (1984) “FORTRAN-77 Program & User’s guide for the generation of latin hypercube & random samples for use with computer models”, *SAND 83-2365*, Sandia Labs New Mexico.
- [98] International Organization for Standardization (1998) “General principles on reliability of structures”, *ISO 2394*.
- [99] JCSS, (2001) “*Probabilistic Model Code, Part 1, Basis of design, 12th Draft*”, Joint Committee on Structural Safety.
- [100] Jouris, G.M., Shaffer, D.H., (1978) “Use of probability with linear elastic fracture mechanics in studying brittle fracture in pressure vessels”, *International Journal of Pressure Vessels & Piping*, 6(1):3-21.
- [101] Kaisheng, C., Shengkun, Z., Wei, H., (1996) “Artificial intelligence β -unzipping method in structural system reliability analysis” *Computers & Structures*, 60(4):619-626.
- [102] Kallenberg, O., (1997) “*Foundations of Modern Probability*”, Springer-Verlag, New York, USA.
- [103] Kapadia, A., Lu, C., (2000) “Random number generators”, *CS/ECE 441 Project Report*, Dept, of Computer Science, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.
- [104] Karamchandani, A., Bjerager, P., Cornell, C.A., (1989) “Adaptive Importance Sampling”, *ICOSSAR 1989, 5th International Conference On Structural Safety & Reliability*, San Francisco, USA, pp. 855-862.
- [105] Karamchandani, A., Cornell, C.A., (1991) “Adaptive hybrid conditional expectation approaches for reliability estimation”, *Structural Safety*, 11(1):59-74.
- [106] Kato, T., Wu, L.-M., Niro, Y., (1996) “On a non-linear congruential pseudorandom number generator”, *Mathematics of Computation*, 65:227-233.
- [107] Kaymaz, I., McMahan, C., Meng, X., (1998) “Reliability based optimization using the response surface method and Monte Carlo simulation”, *Proceedings, of the 8th International Conference of Machine Design & Production*, September 9-11, 1998 Ankara, Turkey.
- [108] Kim, S.H., Na, S.W., (1997) “Response surface method using vector projected sampling points”, *Structural Safety*, 19(1):3-19.
- [109] Kmiecik, M., Soares, C. G., (2002) “Response surface approach to the probability distribution of the strength of compressed plates”, *Marine Structures*, 15(2):139-156.
- [110] Knuth, D. E., (1981) “*The art of computer programming, Volume 2, Semi numerical*

- Algorithms 2nd Edition*”, Addison-Wesley, Publishing, Reading Massachusetts, USA.
- [111] Kolmogorov, A.N., (1950) “*Foundations of the Theory of Probability*”, AMS, translated in English from original “*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung*”, in German.
- [112] Kounias, E.G., (1968) “Bounds for the probability of a union with applications”, *Annals Mathematical Statistics*, 39(6):2154-2158.
- [113] Koyluoglu, H.U., Nielsen, S.R.K., (1994) “New approximations for SORM integrals”, *Structural Safety*, 13:235-246.
- [114] L’ Ecuyer, P., Blouin, F., Coutoure, R., (1993) “A search for good multiple recursive random number generators”, *ACM Transaction on Modeling & Computer Simulation*, 3:87-98.
- [115] L’ Ecuyer, P., Proulx, R. (1989) “About polynomial-Time “Unpredictable” generators”, *Proceedings, of the 1989 Winter Simulation Conference*, 467-476.
- [116] Lagarias, J.C., (1993) “Pseudorandom numbers”, *Statistical Science*, 8:31-39.
- [117] Lewis, T.G., Payne, W.H., (1973) “Generalized feedback shift register pseudorandom number generator algorithm”, *Journal of the ACM*, 20:456-468.
- [118] Li, M., Vitanyi, P., (1997) “*An Introduction to Kolmogorov Complexity & its Applications*”, Springer-Verlag, 2nd edition.
- [119] Lin, K.Y., Frangopol, D.M., (1996) “Reliability-based optimum design of reinforced concrete girders”, *Structural Safety*, 18(2/3):239-258.
- [120] Lin, Y.K., Yang, J.N., (1983) “On statistical moments of fatigue crack propagation”, *Engineering Fracture Mechanics*, 18(2):243-256.
- [121] Lind, N.C., (1994) “Target reliability levels from social indicators”, *Structural Safety*, 78:21-25.
- [122] Lind, N.C., (1995) “A measure of vulnerability and damage tolerance”, *Reliability Engineering & System Safety*, 48:1-6.
- [123] Lind, N.C., (2002) “Social and economic criteria of acceptable risk”, *Reliability Engineering & System Safety*, 78:21-25.
- [124] Liu, Y.W., Moses, F., (1992) “Truss optimization including reserve and residual reliability constraints”, *Computers & Structures*, 42(3):355-363.
- [125] Maes, M.A., Breitung, K., Dupuis, D.J., (1993) “Asymptotic importance sampling”, *Structural Safety*, 12:167-186.
- [126] Mahadevan, S., Raghoeamachar, P., (2000) “Adaptive simulation for system reliability analysis of large structures”, *Computers & Structures*, 77:725-734.
- [127] Mahadevan, S., Zhang, R., Smith, N., (2001) “Bayesian networks for system reliability

- reassessment” *Structural Safety*, 23(3):231-251.
- [128] Manohar, C.S., Gupta S. (2002) “Modeling and evaluation of structural reliability: Current status and future directions”, *Golden Jubilee publications of Department of Civil Engineering*, Indian Institute of Science, Bangalore, Jagadish, K.S., Iyengar, R.N., (eds), Indian Institute of Science, Bangalore, India.
- [129] Marc, A., Breitung M.K., Dupuis, D.J., (1993) “Asymptotic importance sampling”, *Structural Safety*, 12(3):167-186.
- [130] Marsaglia, G., Zaman, A., (1991) “A new class of random number generators”, *Annals of applied Probability*, 1:462-480.
- [131] Marseguerra, M., Zio, E., Cadini, F., (2002) “Biased Monte Carlo unavailability analysis for systems with time-dependent failure rates”, *Reliability Engineering & System Safety*, 76(1):11-17.
- [132] Matousek, M. (1992) “Quality assurance”. in *Engineering Safety* Blockley, D.I. (eds), McGraw–Hill, UK, 72–88.
- [133] Matsumoto, M., Kurita, Y., (1992) “Twisted GFSR Generators”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 2:179-194.
- [134] Matsumoto, M., Kurita, Y., (1994) “Twisted GFSR Generators II”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 4:245-266.
- [135] Matsumoto, M., Nishimura, T., (1998) “Mersenne Twister. A 623 dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 8(1):3-30.
- [136] McKay, M.D., Bechman, R.J., Conover, W.J., (1979) “A comparison of three methods for selecting values of Input Variables in the analysis of output from a Computer Code”, *Technometrics*, 21(2):239-245.
- [137] Mebarki, A., Sellier, A., (1995) “Importance zone and importance sampling in reliability analysis of civil structures”, *International Journal of Pressure Vessels & Piping*, 61(2-3):513-526.
- [138] Melchers, R.E., (1987) “*Structural Reliability. Analysis and Prediction*”, Ellis Horwood Limited, Chichester.
- [139] Melchers, R.E., (1989) “Importance sampling in structural systems”, *Structural Safety*, 6(1):3-10.
- [140] Melchers, R.E., (1990) “Radial Importance for Structural Reliability”, *Journal of Engineering Mechanics*, 116(1):189-203.
- [141] Melchers, R.E., (1990) “Search-based importance sampling”, *Structural Safety*,

9(2):117-128.

- [142] Melchers, R.E., Ahammed, M., (2001) “Estimation of failure probabilities for intersections of non-linear limit states”, *Structural Safety*, 23:123-135.
- [143] Melchers, R.E., Ahammed, M., Middleton, C., (2003) “FORM for discontinuous and truncated density functions”, *Structural Safety*, 9(2):117-128.
- [144] Mendenhall, W., Sincich, T., (1995) “*Statistics for Engineering & the Sciences, 4th edition*” Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- [145] Moarefzadeh, M.R., Melchers, R.E., (1999) “Directional importance sampling for ill-proportioned spaces”, *Structural Safety*, 21:1-22.
- [146] Mori, Y., Kato, T. (2003) “Multinormal integrals by importance sampling for series system reliability”, *Structural Safety*, 25(4):363-378.
- [147] Moro, T., El Hami, A. El Moudni, A., (2002) “Reliability analysis of a mechanical contact between deformable solids”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3):227-232.
- [148] Morrison, D., Chapman, C.R., (1995) “The biospheric hazard of large impacts”, *Proceedings, of the Planetary Defense Workshop Lawrence Livermore National Laboratory*, Livermore, California May 22-26, 1995.
- [149] Moses, F., (1997) “Problems and prospects of reliability-based optimization”, *Engineering Structures*, 19(4):293-301.
- [150] Murotsu, Y., Shao, S., (1990) “Optimum shape design of truss structures based on reliability”, *Structural Optimization*, 2:65-76.
- [151] Murotsu, Y., Okada, H., Niho, S.H., Kaminaga, H., (1995) “A System for collapse and reliability analysis of ship structures using a spatial element model” *Marine Structures*, 8(2):133-149.
- [152] Nair, P.B., Choudhury, A., Keane A.J. (2001) “A Bayesian framework for uncertainty analysis using deterministic black-box simulation codes”, *AIAA Journal*, 1676:1-11.
- [153] NASA, Impact Hazard Website, <http://impact.arc.nasa.gov/>
- [154] Natarajan, K., Santhakumar, A.R., (1995) “Reliability-based optimization of transmission line towers”, *Computers & Structures*, 55(3):387-403.
- [155] Ng, K.-H., Fairfield, C.A., (2002) “Monte Carlo simulation for arch bridge assessment”, *Construction & Building Materials*, 16(5):271-280.
- [156] Nie J., Ellingwood, B.R., (2000) “Directional methods for structural reliability analysis”, *Structural Safety*, 22(3):233-249.
- [157] Niederreiter, H., (1988) “Remarks on non linear congruential pseudorandom numbers”,

Metrika, 35:321-328.

- [158] Niederreiter, H., (1989) “The serial test for congruential pseudorandom numbers generated by inversions”, *Mathematics of Computation*, 52:135-144.
- [159] Niederreiter, H., (1993) “Factorization of polynomials and some non linear algebra problems over finite fields”, *Linear Algebra & its applications*, 192:301-328.
- [160] Niederreiter, H., (1995) “New developments in uniform pseudorandom number and vector generation”, *Monte Carlo & quasi Monte Carlo methods in Scientific Computing*, (Niederreiter, H. Jau-Shyong P., eds), Springer Verlag, New York, 87-120.
- [161] Niederreiter, H., (1995) “Pseudorandom vector generation by the multiple recursive matrix method”, *Mathematics of Computation*, 64:279-294.
- [162] Niederreiter, H., (1995) “The multiple recursive matrix method for pseudorandom number generation”, *Finite Fields & their Applications*, 1:3-30.
- [163] Nordic Committee on Building Regulations, (1978) “*Recommendations for Loading and Safety Regulations for Structural Design*”, NKB-Report, 36.
- [164] Nour, A., Slimani, A., Laouami, N., Afra H., (2003) “Finite element model for the probabilistic seismic response of heterogeneous soil profile” *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 23(5):331-348.
- [165] Nowak, A.S., Szerszen, M.M., Park, C.H., (1997) “Target safety levels for bridges”, *Proceedings, of the 7th International Conference on Structural safety & Reliability*, Shiraishi, N., Wen, Y.K., Shinozuka, M., (eds), Kyoto, Japan, 1897-1903.
- [166] OASP (2001) <http://www.oasp.gr/default.asp?l1=3&l2=1#G>
- [167] ODV (2003) <http://www.obv.org.uk/europe/eu20030328a.html>
- [168] Olsson, A., Sandberg G, Dahlblom O., (2003) “On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis”, *Structural Safety*, 25(1):47-68.
- [169] Onoufriou, T., Frangopol D.M., (2002) “Reliability based inspection of complex structures: a brief retrospective”, *Computers & Structures*, 80:1133-1144.
- [170] Page, Y., (2001) “A statistical model to compare road mortality in OECD countries”, *Accident Analysis & Prevention*, 33(3):371-385.
- [171] Pandey, M.D., Sarkar, A., (2002) “Comparison of a simple approximation for multinormal integration with an importance sampling-based simulation method”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(2):215-218.
- [172] Papadrakakis, M., Lagaros, N.D., (2002) “Reliability-based structural optimization using neural networks and Monte Carlo simulation”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 191(32):3491-3507.

- [173] Papoulis, A., (1991) “*Probability Random Variables & Stochastic Processes, 3rd edition*”, McGraw Hill.
- [174] Park, J.S., (1994) “Optimal latin hypercube designs for computer experiments”, *Journal of Statistical Planning Inference*, 39:95-111.
- [175] Pendola, M., Mohamed, A., Lemaire, M., (2000) “Combination of finite element and reliability methods in nonlinear fracture mechanics”, *Reliability Engineering & System Safety*, 70(1):15–27.
- [176] Petryna, Y.S., Pfanner, D., Stangenberg, F., Kraetzig, W.B., (2002) “Reliability of reinforced concrete structures under fatigue”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77(3):253-261.
- [177] Podgurski, A., Yang, C., Masri, W., (1993) “Partition testing, stratified sampling and cluster analysis”, *SIGSOFT 93*, December 1993 California, USA, 169-181.
- [178] Podgurski, A., Masri, W., McCleese, Y., Wolff, G., Yang, C., (1999) “Estimation of Software reliability by stratified sampling”, *ACM Transactions on Software Engineering & Methodology*, 8(3):263-283.
- [179] Pradlwarter, H.J., Schuëller, G.I., (1997) “On advanced Monte Carlo simulation procedures in stochastic structural dynamics”, *International Journal of Non Linear Mechanics*, 32(4):735-744.
- [180] Proppe, C., Pradlwarter H.J., Schuëller, G.I., (2003) “Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(1):1-15.
- [181] Pu, Y., Das, P.K., Faulkner, D., (1996) “Structural system reliability analysis of SWATH ships” *Engineering Structures*, 18(12):901-905.
- [182] Pu, Y., Das, P.K., Faulkner, D., (1997) “A strategy for reliability-based optimization”, *Engineering Structures*, 19(3):276-282.
- [183] Rackwitz, R., (2001) “Reliability analysis--a review and some perspectives”, *Structural Safety*, 23(4):365-395.
- [184] Rackwitz, R., Fiessler, B., (1978) “Structural reliability under combined random load sequences”, *Computers & Structures*, 9(5):489-494.
- [185] Rajashekhar, M.R., Ellingwood, B.R., (1993) “A new look at the response surface approach for reliability analysis”, *Structural Safety*, 12:205-220.
- [186] Ravichandran, N., (1990) “*Stochastic methods in reliability theory*”, John Wiley & Sons, New Delhi, India 13.
- [187] Ritter, T., (1991) “The efficient generation of cryptographic confusion sequences”,

Cryptologia, 15:81-139.

- [188] Rosenblueth, E. (1985) “What Should we do with structural reliabilities”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, 24-33.
- [189] Ross, S.M., (1996) “*Stochastic Processes*” Wiley, New York, USA.
- [190] Rubinstein, R.Y. (1981) “*Simulation & the Monte Carlo method*”, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [191] Sachs, P. (1972) “*Wind Forces in Engineering*”, Pergamon Press, Oxford, England.
- [192] Schenk, C.A., Schuëller, G.I., (2003) “Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections” *International Journal of Non Linear Mechanics*, 38(7):1119-1132.
- [193] Schuëller, G.I., Bucher, C.G., Bourgund, U., Ouypornprasert, W., (1989) “On efficient computational schemes to calculate structural failure probabilities”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(1):10-18.
- [194] Schuëller, G.I., (2001) “Computational stochastic mechanics – recent advances”, *Computers & Structures*, 79:2225-2234.
- [195] Shannon, C.E., (1948) “A mathematical theory of communication”, *Bell System Technical Journal*, 27:379-423-623-656.
- [196] Shaowen S., Murotsu, Y., (1999) “Approach to failure mode analysis of large structures”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14(1-2):169-177.
- [197] Sharpe D. (2003) “Hazard evaluation and risk assessment”, *Internal Report, Auburn University*, Alabama, USA.
- [198] Simpson, T.W., (1998) “*A Concept Exploration Method for Product Family Design*”, Ph.D., dissertation, Dept, of Mech. Eng., Georgia Inst. Tech.
- [199] Soares, R.C., Mohamed, A., Venturini, W.S., Lemaire, M., (2002) “Reliability analysis of non-linear reinforced concrete frames using the response surface method”, *Reliability Engineering & System Safety*, 75(1):1-16.
- [200] Sobol, I.M., (1974) “*The Monte Carlo method*”, Univ. Of Chicago, USA, Popular Lectures in Mathematics.
- [201] Solomos G.P., Moussas, V.C., (1990) “A time series approach to fatigue crack propagation”, *Structural Safety*, 9:211-226.
- [202] Solomos, G.P., (1989) “First-passage solutions in fatigue crack propagation”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(1):32-39.
- [203] Solomos, G.P., Lucia, A.C., (1990) “Markov approximation to fatigue crack size distribution”, *Fatigue Fracture Engineering Materials Structures*, 13(5):457-471.

- [204] Song, J., Der Kiureghian, A., (2003) “Bounds on system reliability by linear programming”, *Journal of Engineering Mechanics*, 129(6):627-636.
- [205] Starr, C., (1969) “Social Benefit versus technological risk”, *Science*, 165:647-653.
- [206] Stocki, R. (2001) “A method to improve design reliability using optimal Latin hypercube sampling”, http://www.ippt.gov.pl/~rstocki/SO-reliab_impr.pdf.
- [207] Tanaka, T., (1995) “Reliability analysis of structural components under fatigue environment including random overloads”, *Engineering Fracture Mechanics*, 52(3):423-431.
- [208] Tandjiria, V., The, C.I., Low, B.K., (2000) “Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods”, *Structural Safety*, 22(4):335-355.
- [209] Tang, B., (1993) “Orthogonal array-based latin hypercube”, *Journal of American Statistical Association*, Theory and Methods, 88(424):1392-1397.
- [210] Tausworthe, R.C., (1965) “Random numbers generated by linear recurrence modulo two”, *Mathematics of Computation*, 19:201-209.
- [211] Thampan C.K.P.V., Krishnamoorthy C.S., (2001) “System reliability-based configuration optimization of trusses”, *Journal of Structural Engineering*, 127(8):947-956.
- [212] Tvendt, L., (1983) “Two second-order approximations to the failure probability”, *Veritas Report, RDIV/20-004083*, Det norske Veritas, Oslo.
- [213] USGS, (2000) http://neic.usgs.gov/neis/bulletin/neic_xlaf.html.
- [214] Val, D.V., Stewart, M., (2002) “Safety factors for assessment of existing structures”, *Journal of Structural Engineering*, 128(2):258-265.
- [215] Vrijling, J.K., Hengel, van W., Houben, R.J., (1998) “Acceptable risk as a basis for design”, *Reliability Engineering and System Safety*, 59:141-150.
- [216] Waarts, P. H., Vrouwenvelder, A.C.W.M., (1999) “Stochastic finite element analysis of steel structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, 52(1):21-32.
- [217] Wang, G.C., (2001) “Improvement on the adaptive response surface method for high dimensional computation-intensive design problems”, *Proceedings, of the Int. Design Eng., Technical Conf., & Design Automation Conf.*, September 9-12, 2001, Pittsburgh, Pennsylvania, USA.
- [218] Wang, G.C., Dong, Z., Aitchison, P., (2000) “Adaptive response surface method – A global optimization scheme for approximation – based design problems”, *Journal of Engineering Optimization*, 33(6):707-734.
- [219] Warner, R.F., Kabaila, A.P., (1968) “Monte carlo study of structural safety”, *Journal of*

the Structural Division, Proceedings of ASCE, 94(ST12):2847-2859.

- [220] Whitman, R., (1984) “Evaluating calculated risk in geotechnical Engineering”, *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(2):145-188.
- [221] Wood, D. P., Simms, C. K., (2002) “Car size and injury risk: a model for injury risk in frontal collisions”, *Accident Analysis & Prevention*, 34(1):93-99.
- [222] World Health Organization, Greece, <http://www.who.int/country/grc/en/>
- [223] Yang, J.N., Salivar, G.C., Annis, Jr., (1983) “Statistical modeling of fatigue crack growth in a nickel base superalloy”, *Engineering Fracture Mechanics*, 18(2):257-270.
- [224] Yang, J.S., Nikolaidis, E., Haftka, R.T., (1989) “Design of aircraft wings subjected to gust loads: A system reliability approach”, *Computers & Structures*, 36(6):1057-1066.
- [225] Ye, G.-W., Yagawa G., Yoshimura, S., (1993) “Probabilistic fracture mechanics analysis based on three-dimensional J-integral database”, *Engineering Fracture Mechanics*, 44(6):887-893.
- [226] Ye, K.Q., William, L., Sudjianto, A., (2000) “Algorithmic construction of optimal symmetric Latin hypercube designs”, *Journal of Statistical Planning & Inference*, 90:145-159.
- [227] Zhang, Y.C., (1993) “High order reliability bounds for series systems and applications to structural systems”, *Computers & Structures*, 46(2):381-386.
- [228] Zhao, Y.G., Ono, T., (1997) “An empirical reliability index based on SORM”, *Proceedings, 7th International, Conference, on Structural, Safety & Reliability*, Shiraishi, N., Wen, Y.K., Shinozuka, M., (eds), Kyoto, Japan, 587-594.
- [229] Zhao, Y.G., Ono, T., (1999) “New approximations for SORM: Part 1”, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1):79-85.
- [230] Zhao, Y.G., Ono, T., (1999) “New approximations for SORM: Part 2”, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1):86-93.
- [231] Zheng, Y., Das, P.K. (2000) “Improved response surface method and its application to stiffened plate reliability analysis”, *Engineering Structures*, 22(5):544-551.
- [232] Ziha, K., (1995) “Descriptive sampling in structural safety”, *Structural Safety*, 17:33-41.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 2^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

2	ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	2.3
2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2.3
2.2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	2.4
2.2.1	Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα συνεχών μεταβλητών σχεδιασμού	2.5
2.2.2	Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού	2.6
2.3	ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	2.7
2.4	ΜΟΝΟΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ	2.7
2.4.1	Ελαχιστοποίηση Υλικού – Κόστους Ανέγερσης	2.7
2.4.2	Ανάλυση κόστους διάρκειας ζωής – <i>Life Cycle Cost Analysis</i>	2.8
2.4.3	Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση του δείκτη αξιοπιστίας	2.9
2.4.4	Βέλτιστος σχεδιασμός για την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας	2.10
2.4.5	Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση της στιβαρότητας	2.10
2.4.6	Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση του κρίσιμου φορτίου σε λυγισμό	2.11
2.5	ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ	2.11
2.5.1	Εισαγωγή	2.11
2.5.2	Βέλτιστος σχεδιασμός κατά <i>Pareto</i>	2.12
2.5.3	Βέλτιστος σχεδιασμός ελαχίστου μεγίστου – Ελαχίστου μεγίστου με βάρη	2.12
2.5.4	Βέλτιστος σχεδιασμός ολικού βέλτιστου	2.13
2.5.5	Βέλτιστος Σχεδιασμός Καθαρών Βαρών	2.13
2.5.6	Εφαρμογές της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης	2.14
2.6	ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΕΧΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ	2.14
2.6.1	Υπαρξη και μοναδικότητα της βέλτιστης λύσης	2.15
2.6.2	Διαδικασία βελτιστοποίησης	2.19
2.6.3	Άμεσες μέθοδοι βελτιστοποίησης	2.20
2.6.4	Στρατηγικές βελτιστοποίησης	2.25
2.6.5	Παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού	2.32
2.7	ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ / ΜΕΙΚΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ	2.33
2.7.1	Μέθοδος διακλάδωσης και φραγής (<i>Branch and bound method</i>)	2.34
2.7.2	Μέθοδος <i>Nelder & Mead</i>	2.37
2.7.3	Προγραμματισμός φυσικών αριθμών – (<i>Integer programming</i>)	2.37
2.7.4	Μέθοδος αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις – (<i>Tabu search methods</i>)	2.38
2.7.5	Μέθοδος διαδοχικής γραμμικοποίησης – (<i>Sequential linearization</i>)	2.40
2.7.6	Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης – (<i>Simulated annealing</i>)	2.40
2.7.7	Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης άμεσης διερεύνησης	2.43
2.7.8	Γενετικοί Αλγόριθμοι - (<i>Genetic Algorithms</i>)	2.44
2.7.9	Συνεξελικτικές μέθοδοι (<i>Co-evolution methods</i>)	2.75
2.7.10	Εξελικτικές Στρατηγικές ΕΣ (<i>Evolution Strategies</i>)	2.80
2.7.11	Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα με διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού	2.87

2.8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	2.89
2.9	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α - ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ	2.91
2.9.1	Επεμβατική Στρατηγική σε περίπτωση αστοχίας	2.91
2.9.2	Στρατηγική με συγκεκριμένο πρόγραμμα συντήρησης	2.91
2.9.3	Στρατηγική με συγκεκριμένο πρόγραμμα ελέγχων και συντήρησης	2.92
2.9.4	Συνολικό Κόστος Κατασκευής	2.92
2.9.5	Ανακεφαλαίωση Ανάλυσης κόστους διάρκειας ζωής	2.92
2.10	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥ ΤΕΛΕΣΤΗ ΜΕΤΑΛΛΑΞΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΣΤΙΑ ΤΩΝ ΓΑ	2.93
2.11	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΓΑ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑ ΣΧΗΜΑΤΟΣ	2.110
2.12	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ – ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥ ΤΕΛΕΣΤΗ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΕΡΕΥΝΑΣ ΤΟΥ ΓΑ	2.124
2.13	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ (2.102) ΚΑΙ (2.103)	2.126
2.14	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ – ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	2.130
2.14.1	Συνάρτηση Σφαίρας (<i>Sphere Function</i>)	2.130
2.14.2	Πρόβλημα του Schwefel (<i>Schwefel's Function</i>)	2.131
2.14.3	Συνάρτηση διπλού αθροίσματος του Schwefel (<i>Schwefel's Double Sum Function</i>)	2.132
2.14.4	Συνάρτηση μεγίστου του Schwefel (<i>Schwefel's Max Function</i>)	2.133
2.14.5	Γενικευμένη Συνάρτηση του Rosenbrock (<i>Generalized Rosenbrock's Function</i>)	2.134
2.14.6	Συνάρτηση Βήματος (<i>Step Function</i>)	2.135
2.14.7	Τεταρτοβάθμια Συνάρτηση με θόρυβο (<i>Quartic Function with Noise</i>)	2.136
2.14.8	Γενικευμένη Συνάρτηση του Schwefel (<i>Schwefel's Generalized Function</i>)	2.137
2.14.9	Γενικευμένη Συνάρτηση του Rastrigin (<i>Rastrigin's Generalized Function</i>)	2.138
2.14.10	Συνάρτηση του Ackley (<i>Ackley's Generalized Function</i>)	2.139
2.14.11	Γενικευμένη Συνάρτηση του Griewangk (<i>Griewangk's Generalized Function</i>)	2.140
2.14.12	Γενικευμένη Συνάρτηση Ποινής – (<i>Generalized Penalty Function</i>)	2.141
2.14.13	Συνάρτηση Αλεπότρυπας του Shekel (<i>Shekel's Foxholes Function</i>)	2.143
2.14.14	Συνάρτηση του Kowalik (<i>Kowalik's Function</i>)	2.146
2.14.15	Συνάρτηση Πλάτης της Καμήλας (<i>Six-hump Camel Back Function</i>)	2.147
2.14.16	Συνάρτηση του Branin (<i>Branin's Function</i>)	2.148
2.14.17	Συνάρτηση του Goldstein-Price (<i>Goldstein-Price Function</i>)	2.149
2.14.18	Συναρτήσεις Οικογένειας Hartman (<i>Hartman's Family</i>)	2.150
2.14.19	Συναρτήσεις Οικογένειας Shekel (<i>Shekel's Family</i>)	2.150
2.14.20	Συνάρτηση Fletcher-Powell (<i>Fletcher-Powell Function</i>)	2.151
2.14.21	Γενικευμένη Συνάρτηση Langerman (<i>Langerman's Generalized Function</i>)	2.152
2.14.22	Συνάρτηση Αρμονικών	2.153
2.14.23	Προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς σχεδιασμού	2.154
2.15	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	2.156

2 Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

2.1 Εισαγωγή

Ο σχεδιασμός των κατασκευών πραγματοποιείται κατά φάσεις. Συνήθως η μελέτη ξεκινά με μία ή περισσότερες ιδέες που αποτελούν και την προκαταρκτική μελέτη οι οποίες στη συνέχεια υποβάλλονται στη δοκιμασία της συμμόρφωσης με τις λειτουργικές και αισθητικές απαιτήσεις καταλήγοντας στο στάδιο της προμελέτης. Στη φάση αυτή συνήθως ο φορέας έχει ορισθεί πλήρως ως προς την τοπολογία και τις χρήσεις του. Με βάση την προμελέτη καταρτίζεται στη συνέχεια η οριστική μελέτη που καλύπτει και τις απαιτήσεις των κανονιστικών διατάξεων ως προς την αντοχή και τη λειτουργικότητα της [301].

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης αποτελούν εργαλεία με τα οποία πραγματοποιείται μία καθοδηγούμενη προσπάθεια διερεύνησης για το πρόβλημα του σχεδιασμού [301]. Οι μέθοδοι αυτές εστιάζουν την προσπάθεια τους στην αυτοματοποίηση της διαδικασίας της οριστικής μελέτης ή στην περίπτωση προβλημάτων βέλτιστου τοπολογικού σχεδιασμού καλύπτουν και τη φάση της προμελέτης. Η πρώτη αναφορά σε προβλήματα κατασκευών συνδυασμού μεθόδων ανάλυσης με μεθόδους βελτιστοποίησης αποδίδεται στον Schmit το 1960 [285].

Στόχος των μεθόδων βελτιστοποίησης είναι, μέσω της μεταβολής των τιμών των *σχεδιαστικών παραμέτρων*, η επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος ως προς *συγκεκριμένο κριτήριο*, για το υπό εξέταση πρόβλημα, ικανοποιώντας μία *σειρά περιορισμών* [122], [284]. Η βασική αρχή του βέλτιστου σχεδιασμού είναι η κατανομή των διαθέσιμων πόρων κατά τέτοιο τρόπο που να μεγιστοποιείται η ωφέλεια από τη χρήση του.

Ως *βέλτιστος σχεδιασμός* ορίζεται η σχεδίαση η οποία πληροί το σύνολο των προϋποθέσεων σχεδιασμού και ελαχιστοποιεί μία συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση. Στην περίπτωση των πολυκριτηριακών προβλημάτων ως *βέλτιστος σχεδιασμός* ορίζεται «ο σχεδιασμός που προσφέρει τον καλύτερο δυνατό συμβιβασμό για σύνολο αντιμαχόμενων στόχων» [300].

Ως *αντικειμενική συνάρτηση* ορίζεται το κριτήριο για το οποίο απαιτείται η ελαχιστοποίηση ή η μεγιστοποίηση του σε συγκεκριμένο πεδίο τιμών (ο χώρος σχεδιασμού). Ως *συναρτήσεις περιορισμών* ορίζονται οι απεικονίσεις του συνόλου των περιορισμών που πρέπει να πληρούνται από κάθε υποψήφιο βέλτιστο σχεδιασμό ώστε ο σχεδιασμός αυτός να θεωρείται αποδεκτός. Η αντικειμενική συνάρτηση ή στις περιπτώσεις του πολυκριτηριακού βέλτιστου

σχεδιασμού, το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων καθώς και το σύνολο των συναρτήσεων που εκφράζουν τους περιορισμούς του προβλήματος δίδονται ως σχέσεις του διανύσματος των μεταβλητών σχεδιασμού.

Ως *μεταβλητές σχεδιασμού* (μ.σ) ορίζονται οι σχεδιαστικές παράμετροι του προβλήματος για τις οποίες αναζητείται ο συνδυασμός που θα ελαχιστοποιήσει ή μεγιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση ή θα προσφέρει τον καλύτερο δυνατό συμβιβασμό στην περίπτωση των πολυκριτηριακών προβλημάτων. Το σύνολο των μ.σ, ορίζει το διάνυμα των μ.σ. Οι μ.σ, μπορεί να είναι συνεχείς ή διακριτές.

Στην παράγραφο 2.2, παρουσιάζονται οι κατηγορίες των προβλημάτων βελτιστοποίησης ως προς τον τύπο των συναρτήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού καθώς και του τύπου των μ.σ. Στην παράγραφο 2.3, ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Στην παράγραφό 2.4, παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες αντικειμενικές συναρτήσεις σε προβλήματα μονοκριτηριακού βέλτιστου σχεδιασμού ενώ στην παράγραφο 2.5, παρουσιάζονται οι μεθοδολογίες συνδυασμού των αντικειμενικών συναρτήσεων για τον υπολογισμό της ευρωστίας κάθε λύσης σε προβλήματα πολυκριτηριακού βέλτιστου σχεδιασμού. Στην παράγραφο 2.6, παρουσιάζονται οι άμεσες μέθοδοι για τη βελτιστοποίηση προβλημάτων συνεχών μ.σ καθώς και οι διάφορες στρατηγικές βελτιστοποίησης. Στην παράγραφο 2.7, παρουσιάζονται οι μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα διακριτών μ.σ ή συνδυασμό συνεχών και διακριτών μ.σ. Παρουσιάζεται αναλυτικά η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων (ΓΑ) και των παραλλαγών της καθώς και οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι που ανήκουν στην κατηγορία των Εξελικτικών Στρατηγικών (ΕΣ).

2.2 Κατηγοριοποίηση Μεθόδων Βελτιστοποίησης

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης ανάλογα με την υφή των μ.σ, καθώς και τον τύπο της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες:

- Συνεχείς μ.σ, συναρτήσεις αντικειμενικής, και συναρτήσεις περιορισμών. Οι συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών παραγωγίσιμες με συνεχείς πρώτες παραγώγους.
- Μίξη συνεχών και διακριτών μ.σ υπό την προϋπόθεση ότι οι διακριτές μ.σ αντιμετωπίζονται ως συνεχείς. Οι συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών

είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες με συνεχείς πρώτες παραγώγους.

- Μίξη συνεχών και διακριτών μ.σ όπου οι συναρτήσεις αντικειμενικής και περιορισμών είναι μη παραγωγίσιμες στο χώρο σχεδιασμού και οι διακριτές μ.σ αντιμετωπίζονται ως συνεχείς.
- Μίξη συνεχών και διακριτών μ.σ όπου οι συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών είναι δυνατό να είναι ή να μην είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες και οι διακριτές μ.σ αντιμετωπίζονται ως διακριτές.
- Μίξη συνεχών και διακριτών μ.σ όπου οι συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών είναι δυνατό να είναι ή να μην είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες και οι διακριτές μ.σ είναι πεπλεγμένες με άλλες μ.σ και η τιμή για μία οι περισσότερες από αυτές καθορίζει την τιμή των υπολοίπων πεπλεγμένων μ.σ.

2.2.1 Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα συνεχών μεταβλητών σχεδιασμού

Οι μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού (Linear Programming LP) και μη γραμμικού προγραμματισμού (Non Linear Programming, NLP) αποτελούν και τις πιο διαδεδομένες κατηγορίες μεθόδων για τη λύση προβλημάτων συνεχών μ.σ. Για τις μεθόδους αυτές πρέπει να εξασφαλίζεται η συνέχεια και ύπαρξη παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού. Οι μέθοδοι αυτές χωρίζονται στην κατηγορία των άμεσων μεθόδων και έμμεσων μεθόδων:

- Μέθοδος μέγιστης κλίσης – (Method of steepest descent)
- Μέθοδος των δυνατών διευθύνσεων (Method of feasible directions)
- Τροποποιημένη μέθοδος δυνατών διευθύνσεων - (Modified MFD)
- Μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού – (Sequential linear programming)
- Μέθοδος των εγγεγραμμένων σφαιρών – (Method of inscribed spheres MIS)
- Μέθοδος δευτεροβάθμιου προγραμματισμού – (Sequential quadratic programming SQP)
- Μέθοδος κυρτού προγραμματισμού – (Sequential convex programming)

- Μέθοδος μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων – (Method of moving asymptotes)

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα άμεσα ή έμμεσα στηρίζονται στη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ικανοποιώντας ταυτοχρόνως το σύνολο των απαιτήσεων σχεδιασμού [284], [122]. Ο τρόπος ορισμού του προβλήματος εξασφαλίζει ότι οι μέθοδοι αυτές θα βελτιώσουν την αρχική σχεδίαση ή θα επιβεβαιώσουν ότι ο αρχικός σχεδιασμός αποτελεί για την ευρύτερη περιοχή του χώρου των μ.σ, ο καλύτερος δυνατός σχεδιασμός.

2.2.2 Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού

Οι κυριότερες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται σε προβλήματα βελτιστοποίησης με διακριτές μ.σ χωρίζονται στις αναλυτικές μεθόδους και τις στοχαστικές μεθόδους.

Στην κατηγορία των αναλυτικών μεθόδων κατατάσσονται οι μέθοδοι:

- Διακλάδωσης και Φραγής (Branch and Bound Method).
- Διαδοχικής Γραμμικοποίησης (Sequential Linearization Method).
- Ακέραιου Προγραμματισμού (Integer Programming).

Στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων κατατάσσονται οι μέθοδοι:

- Γενετικών Αλγορίθμων (Genetic Algorithms)
- Εξερεύνησης Tabu (Tabu Search)
- Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing)
- Εξελικτικές Στρατηγικές (Evolutionary Strategies)
- Συνεξελικτικές Στρατηγικές (Coevolution Strategies)

Οι αναλυτικές μέθοδοι αντιμετωπίζουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης κατά ντετερμινιστικό τρόπο μέσω της κατάστρωσης ενός μαθηματικού προβλήματος και της εύρεσης της λύσης που ικανοποιεί τα κριτήρια του προβλήματος αυτού. Στην περίπτωση κυρτού χώρου σχεδιασμού διασφαλίζεται η εύρεση της ακρότατης τιμής.

Οι στοχαστικές μέθοδοι αντιμετωπίζουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης με ποικίλους τρόπους. Βασικό τους γνώρισμα είναι ότι δεν είναι δυνατό να διασφαλιστεί η εύρεση του απόλυτου ελαχίστου ή μεγίστου εφόσον οι μέθοδοι αυτές στηρίζονται στην εξέλιξη ακολουθιών τυχαίων γεγονότων.

2.3 Ορισμός Προβλήματος

Το πρόβλημα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης ορίζεται ως [122] και [284]:

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ & \begin{cases} g_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, \dots, p \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0 & j = p+1, \dots, m \end{cases} \\ & x_i \in D_i \quad D_i = \{d_{1i}, \dots, d_{qi}\}; i = 1, \dots, n_d \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; i = n_d + 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.1)$$

όπου, $f(\mathbf{x})$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση, $g(\mathbf{x})$ είναι οι ισοτικές και ανισοτικές συναρτήσεις περιορισμού, x_{iL} και x_{iU} είναι το κάτω και άνω όριο της συνεχούς μ.σ, x_i και p , m , n_d και n είναι το πλήθος των ισοτικών περιορισμών, το σύνολο των περιορισμών, το πλήθος των διακριτών μ.σ και ο συνολικός αριθμός των μ.σ, του προβλήματος.

Οι περιοριστικοί όροι καθορίζουν και το σύνολο των περιορισμών που πρέπει να ικανοποιεί κάθε αποδεκτός σχεδιασμός. Οι εκφράσεις αυτές μπορεί να είναι άμεσες ή έμμεσες συναρτήσεις του διανύσματος των μ.σ.

2.4 Μονοκριτηριακός Βέλτιστος Σχεδιασμός

Στην απλούστερη του μορφή ο βέλτιστος σχεδιασμός εστιάζει την προσοχή του στην ελαχιστοποίηση του κόστους ή του αναγκαίου για την κατασκευή υλικού [170]. Στην περίπτωση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός έργου με κριτήριο το κόστος ζωής του, η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει πέρα από το κόστος ανέγερσης, το κόστος συντήρησης, το κόστος επιδιόρθωσης και το πιθανό κόστος σε περίπτωση μερικής ή ολικής αστοχίας. Πέρα από την ελαχιστοποίηση του κόστους ως αντικειμενικές συναρτήσεις είναι δυνατόν να ορισθούν ένα ή περισσότερα εκ των στατικών ή / και δυναμικών χαρακτηριστικών της υπό εξέταση κατασκευής. Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται ανασκόπηση των συναρτήσεων αναφοράς των προβλημάτων βελτιστοποίησης.

2.4.1 Ελαχιστοποίηση Υλικού – Κόστους Ανέγερσης

Η αντικειμενική συνάρτηση στην περίπτωση της ελαχιστοποίησης των πρώτων υλών για την

ανέγερση [170] ή του συνολικού κόστους ανέγερσης [69], δίδεται ως [289]:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} dV \quad f(\mathbf{x}) = c_v \cdot \int_{\Omega} dV + \sum_{i \in S} c_i \cdot f_i(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

όπου το χωρικό ολοκλήρωμα $\int_{\Omega} dV$ ορίζει τον όγκο του υλικού, c_v είναι το κόστος του υλικού ανά μονάδα όγκου και $c_i f_i(\mathbf{x})$ είναι το κόστους του i παράγοντα που συμμετέχει στη διαμόρφωση του συνολικού κόστους.

2.4.2 Ανάλυση κόστους διάρκειας ζωής – Life Cycle Cost Analysis

Στην περίπτωση ανάλυσης κόστους ζωής το κόστος ορίζεται ως το άθροισμα του κόστους ανέγερσης, του κόστους συντήρησης, του κόστους επιδιόρθωσης σε περίπτωση βλάβης και του κόστους λόγω μερικής ή ολικής αστοχίας [289]:

$$f(\mathbf{x}, t) \equiv E[C(\mathbf{x}, t)] = C_o(\mathbf{x}) + C_m(\mathbf{x}, t) + C_R(\mathbf{x}, t) + C_F(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

όπου $C_o(\mathbf{x}, t)$, $C_m(\mathbf{x}, t)$, $C_R(\mathbf{x}, t)$ και $C_F(\mathbf{x}, t)$ είναι το κόστος κατασκευής, συντήρησης, αντικατάστασης και δομικής αστοχίας (μερικής ή ολικής) και \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των μ.σ. Στη γενικότερη περίπτωση όπου η αντοχή της κατασκευής είναι συνάρτηση του χρόνου, το μέσο αναμενόμενο συνολικό κόστος δίδεται ως [289]:

$$f(\mathbf{x}, t) = C_o(\mathbf{x}) + E \left[\sum_{i=1}^{N(t)} \sum_{j=1}^k C_j \cdot e^{-\lambda t_i} \cdot P_{i,j}(\mathbf{x}; t) \right] + \int_0^t C_m(\mathbf{x}) \cdot e^{-\lambda \tau} d\tau + C_F(\mathbf{x}, t) \quad (2.4)$$

όπου, λ είναι ο συντελεστής μείωσης αξίας κεφαλαίου, και C_m και C_o είναι το κόστος συντήρησης και κατασκευής αντίστοιχα. Ο συντελεστής κόστους στην περίπτωση υπέρβασης της οριακής κατάστασης C_F δίδεται ως [289]:

$$C_F(\mathbf{x}, t) = \sum_{l=1}^k C_l \cdot \left[\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n v_i(\mathbf{x}, t) \cdot P_l^i(\mathbf{x}, t) + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n v_{ij}(\mathbf{x}, t) \cdot P_l^{ij}(\mathbf{x}, t) + \\ & \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n v_{ijk}(\mathbf{x}, t) \cdot P_l^{ijk}(\mathbf{x}, t) + \dots \end{aligned} \right] \quad (2.5)$$

όπου C_l είναι το κόστος υπέρβασης της l οριακής κατάστασης, και k και n είναι το πλήθος των υπό εξέταση οριακών καταστάσεων και το πλήθος των κρίσιμων φορτίων αντίστοιχα. Η δεσμευμένη συχνότητα εμφάνισης δίδεται ως:

$$v_{ij\dots k}(\mathbf{x}, t) = \underbrace{v_i(\mathbf{x}, t) \cdot v_j(\mathbf{x}, t) \cdots v_k(\mathbf{x}, t)}_{\text{a events}} \cdot \left[\sum_{l=1}^{N_c} \mu_{d_l}(\mathbf{x}, t) \right] \quad (2.6)$$

όπου v_i και μ_{di} είναι η συχνότητα εμφάνισης και η διάρκεια του i γεγονότος υπέρβασης αντοχής αντίστοιχα, και N_e είναι το πλήθος των υπό εξέταση γεγονότων. Η πιθανότητα $P_l^{i,j,\dots,k}(\mathbf{x},t)$ είναι η πιθανότητα υπέρβασης της l οριακής κατάστασης στην περίπτωση ταυτόχρονης εμφάνισης των γεγονότων $\{i,j,\dots,k\}$.

Στην περίπτωση που για τη συχνότητα εμφάνισης ισχύει ότι:

$$\min_i \{v_i(\mathbf{x},t)\} \gg \max_{i,j} \{v_{ij}(\mathbf{x},t)\} \geq \min_{i,j} \{v_{ij}(\mathbf{x},t)\} \gg \max_{i,j,k} \{v_{i,j,k}(\mathbf{x},t)\} \dots \quad (2.7)$$

ο συντελεστής C_F της σχέσης (2.6) προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$C_F \cong \sum_{l=1}^k C_l \cdot \left[\sum_{i=1}^n v_i(\mathbf{x},t) \cdot P_l^i(\mathbf{x},t) \right] \quad (2.8)$$

Στην περίπτωση που η αντοχή της κατασκευής δεν μεταβάλλεται ως προς το χρόνο η σχέση (2.4) τροποποιείται ως:

$$f(\mathbf{x},t) = C_o(\mathbf{x}) + \frac{C_F(\mathbf{x},t) + C_m(\mathbf{x},t)}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (2.9)$$

Στην περίπτωση σταθερών τιμών και υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα ολικής αστοχίας της κατασκευής είναι ανεξάρτητη του χρόνου, το κόστος ζωής δίδεται ως [67], [68]:

$$f(\mathbf{x},t) = f(\mathbf{x}) = C_o(\mathbf{x}) + P_{f,s} \cdot C_f \quad (2.10)$$

όπου C_f και $P_{f,s}$ είναι το κόστος λόγω αστοχίας και η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής.

Οι Frangopol και Maute, [92], παρουσιάζουν ανασκόπηση των εφαρμογών της βελτιστοποίησης κόστους ζωής σε δομικά συστήματα και στην αεροναυπηγική βιομηχανία. Στην παράγραφο 2.9, παρουσιάζονται αναλυτικά τα προσομοιώματα βέλτιστης συντήρησης κατασκευών που στηρίζονται στην ανάλυση κόστους ζωής.

2.4.3 Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση του δείκτη αξιοπιστίας

Πέρα από τη μείωση του συνολικού κόστους δημοφιλής είναι η πρακτική όπου για συγκεκριμένο κόστος ζητείται η λύση που μεγιστοποιεί το δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής [221], [202], [220], [295], [89], [97], [98]. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα βελτιστοποίησης της σχέσης (2.1) τροποποιείται ως:

$$\begin{aligned} & \max \beta_{st} \wedge \min P_{f,s} \\ & \begin{cases} g_j(\mathbf{x}') = 0 & j = 1, \dots, p & \mathbf{x}' \equiv \mathbf{x} \cup \mathbf{y}' \\ g_j(\mathbf{x}') \leq 0 & j = p+1, \dots, m & x_i \in \mathbf{D}^n & x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; i = n_d + 1, \dots, n \\ E[C(\mathbf{x}')] \leq C_{lim} & & y_i \in \mathbf{D}^k & \tau.μ \quad \mathbf{y}' \subseteq \mathbf{D}^k \end{cases} \end{aligned} \quad (2.11)$$

όπου, $E[C(\mathbf{x}')$ είναι το μέσο αναμενόμενο κόστος, C_{lim} είναι το μέγιστο αποδεκτό κόστος, x_i είναι οι ντετερμινιστικές μ.σ, y_i είναι οι τυχαίες μεταβλητές (τ.μ), και β_s και $P_{f,s}$ είναι ο δείκτης αξιοπιστίας και η πιθανότητα αστοχίας του υπό εξέταση συστήματος αντίστοιχα.

2.4.4 Βέλτιστος σχεδιασμός για την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας

Σε θέματα τοπολογικού σχεδιασμού ως πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται συνήθως η ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας του συστήματος [65], [48], [51], [207], [27], [101]. Η αντικειμενική συνάρτηση δίδεται ως [101], [207]:

$$f(\mathbf{x}) = \int_V f_i^B \cdot u_i \cdot dV + \int_S f_i^S \cdot u_i^S dS \quad (2.12)$$

όπου f_i^B είναι το διάνυσμα των επιβαλλόμενων φορτίων, u_i είναι το διάνυσμα των μετατοπίσεων στον όγκο του στερεού σώματος, f_i^S είναι το διάνυσμα των δυνάμεων στη διεπιφάνεια επαφής του στερεού και u_i^S είναι το διάνυσμα των μετακινήσεων στη διεπιφάνεια αυτή. Σε διακριτά δομικά συστήματα η σχέση (2.12) δίδεται ως [189]:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{P}_f^T \cdot \mathbf{u}_f + \frac{1}{2} \mathbf{P}_s^T \cdot \mathbf{u}_s \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_f \\ \mathbf{P}_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Ειδικότερα, οι Chickermane και Gea, [51], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της εύρεσης της βέλτιστης τοπολογίας ηλώσεων για την επισκευή ρωγμών σε κελύφη αεροσκαφών με στόχο τη μείωση της ενδοτικότητας του κελύφους στην περιοχή της επισκευής. Οι Diaz et al., [65], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της βέλτιστης κατανομής υλικού σε πλάκες με στόχο την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας. Αντίστοιχο πρόβλημα αντιμετωπίστηκε από τους Fernandes et al., [81] για τρισδιάστατες κατασκευές.

2.4.5 Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση της στιβαρότητας

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης της πρωτεύουσας συχνότητας στην περίπτωση που ζητείται η μεγαλύτερη δυνατή στιβαρότητα της κατασκευής [185], [207], [48]. Η αντικειμενική συνάρτηση δίδεται ως:

$$\min -\lambda_1 \quad \mathbf{K} \times \mathbf{V} - \mathbf{M} \times \mathbf{V} \times \lambda = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

όπου, \mathbf{K} είναι το μητρώο στιβαρότητας, \mathbf{V} είναι το μητρώο ιδιομορφών και λ είναι το διαγώνιο μητρώο των ιδιοτιμών του προβλήματος.

2.4.6 Βέλτιστος σχεδιασμός για τη μεγιστοποίηση του κρίσιμου φορτίου σε λυγισμό

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης του κρίσιμου φορτίου σε λυγισμό λόγω αξονικών φορτίων ή στρέψης. Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως:

$$\min -\lambda_1 \quad \mathbf{K} - \lambda \times \mathbf{K}_d = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

όπου \mathbf{K}_d είναι το διαφορικό μητρώο στιβαρότητας που λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος λόγω της παραμόρφωσης του και ως λ είναι το διαγώνιο μητρώο των ιδιοτιμών του προβλήματος. Οι Walker et al., [286], ορίζουν ως αντικειμενικές συναρτήσεις σε πρόβλημα πολυκριτηριακού βέλτιστου σχεδιασμού το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σε θλίψη και στρέψη σύμμεικτων κυλινδρικών κελυφών Ως παράμετρος σχεδιασμού στο υπό εξέταση πρόβλημα ορίζεται η γωνία πλέξης του υλικού ενίσχυσης. Ως αλγόριθμος βελτιστοποίησης για το μονοδιάστατο πρόβλημα χωρίς περιορισμούς επιλεχθεί η μέθοδος της χρυσής τομής [122].

2.5 Πολυκριτηριακός Βέλτιστος Σχεδιασμός

Στην περίπτωση πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης το πρόβλημα ορίζεται ως [52]:

$$\begin{aligned} & \min T[f_1(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x})] \\ & \begin{cases} g_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, \dots, p \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0 & j = p+1, \dots, m \end{cases} \\ & x_i \in D_i \quad D_i = \{d_{li}, \dots, d_{qi}\}; i = 1, \dots, n_d \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; i = n_d + 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.16)$$

όπου $T[f_1(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x})]$ είναι ο τελεστής των συναρτήσεων $\{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x})\}$ που καθορίζει την αντικειμενική συνάρτηση με την οποία υπολογίζεται η ευρωστία της λύσης και N είναι το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων του προβλήματος.

2.5.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της σχέσης (2.16) είναι μονοσήμαντα ορισμένο όταν και μόνον όταν [52]:

$$\exists \mathbf{x}^* \in \Omega_{opt} : \forall \mathbf{x}^* \in \Omega_{opt} : f_i(\mathbf{x}^*) \leq f_i(\mathbf{x}) \quad \forall i = \{1, \dots, N\} \wedge \forall \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n \quad (2.17)$$

όπου \mathbf{D}^n είναι ο χώρος σχεδιασμού. Σύμφωνα με τη σχέση (2.17) η βέλτιστη λύση είναι μονοσήμαντα ορισμένη όταν και μόνον όταν υπάρχει ένα υποσύνολο των αποδεκτών λύσεων για το οποίο η τιμή κάθε αντικειμενικής συνάρτησης είναι ίση με τη βέλτιστη τιμή της. Στη γενική περίπτωση δεν υπάρχει λύση στο χώρο σχεδιασμού για την οποία να πληρούνται οι προϋποθέσεις της σχέσης (2.17). Στις παραγράφους 2.5.2 ως 2.5.4 παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μεθοδολογίες για τον υπολογισμό του συνόλου των λύσεων που αποτελούν και τις βέλτιστες λύσεις του προβλήματος βάσει του ορισμού της παραγράφου 2.1.

2.5.2 Βέλτιστος σχεδιασμός κατά Pareto

Ένα σημείο \mathbf{x}^* στο χώρο σχεδιασμού που ικανοποιεί το σύνολο των περιορισμών ορίζεται ως μέλος του συνόλου των βέλτιστων σχεδιασμών κατά Pareto¹ όταν για κάθε σημείο του χώρου σχεδιασμού ισχύει ότι [52]:

$$\neg \exists \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n : f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*) \forall i = \{1, \dots, N\} = \Omega_N \wedge \exists j \in \Omega_N : f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^*) \quad (2.18)$$

όπου Ω_N είναι ο χώρος των αντικειμενικών συναρτήσεων. Η σχέση (2.18) δηλώνει ότι ένα σημείο \mathbf{x}^* στο χώρο σχεδιασμού ορίζεται ως βέλτιστο κατά Pareto όταν η βελτίωση της τιμής για μία οποιαδήποτε αντικειμενική συνάρτηση θα οδηγήσει στην αύξηση της τιμής μίας ή περισσότερων αντικειμενικών συναρτήσεων. Το σύνολο των βέλτιστων λύσεων κατά Pareto ορίζεται ως το σύνολο των *μη κυριαρχούμενων* (non dominated) λύσεων και αποκαλείται σύνολο λύσεων Pareto.

2.5.3 Βέλτιστος σχεδιασμός ελαχίστου μεγίστου – Ελαχίστου μεγίστου με βάρη

Η μέθοδος ελαχίστου μεγίστου (min max optimum) συγκρίνει τις σχετικές αποκλίσεις από τα ολικά ακρότατα για κάθε αντικειμενική συνάρτηση. Για την i αντικειμενική συνάρτηση η σχετική απόκλιση δίδεται ως [52]:

$$z_i(\mathbf{x}) = \frac{|f_i(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}^*)|}{|f_i(\mathbf{x}^*)|} \quad f_i(\mathbf{x}^*) \neq 0 \quad (2.19)$$

όπου $f_i(\mathbf{x}^*)$ είναι η τιμή κατωφλίου για την i αντικειμενική συνάρτηση. Η βέλτιστη τιμή δίδεται με την τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ως [52]:

¹ Vilfredo Pareto 1848-1923, Οικονομολόγος.

$$\min \left[\max_{i \in N} [z_i(\mathbf{x})] \right] \quad (2.20)$$

Ως βέλτιστη λύση ορίζεται η λύση για την οποία η μέγιστη σχετική απόκλιση από τη βέλτιστη λύση της i αντικειμενικής συνάρτησης είναι η μικρότερη δυνατή για το σύνολο των αποδεκτών λύσεων. Ο μετασχηματισμός της σχέσης (2.20) υποβιβάζει το πολυκριτηριακό πρόβλημα στο κλασικό μονοκριτηριακό πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού της σχέσης (2.1).

Παραλλαγή της μεθόδου αποτελεί η μέθοδος ελαχίστου μεγίστου με βάρη (weighted min-max method) όπου η αντικειμενική συνάρτηση τροποποιείται ως [52], [218]:

$$\min \left[\max_{i \in N} [w_i \cdot z_i(\mathbf{x})] \right] \quad \sum w_i = 1 \quad (2.21)$$

όπου w_i είναι το σχετικό βάρος της i αντικειμενικής συνάρτησης.

2.5.4 Βέλτιστος σχεδιασμός ολικού βέλτιστου

Στο βέλτιστο σχεδιασμό ολικού βέλτιστου (Global criterion method) η ανηγμένη συνάρτηση βελτιστοποίησης δίδεται ως [52], [218]:

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}^*)}{f_i(\mathbf{x}^*)} \right)^p \quad (2.22)$$

όπου p είναι παράμετρος ελέγχου της ανηγμένης συνάρτησης βελτιστοποίησης. Ο μετασχηματισμός της σχέσης (2.22) υποβιβάζει το πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης σε κλασικό πρόβλημα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης της μορφής της σχέσης (2.1).

2.5.5 Βέλτιστος Σχεδιασμός Καθαρών Βαρών

Στη μέθοδο καθαρών βαρών το πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης μετασχηματίζεται σε πρόβλημα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης με αντικειμενική συνάρτηση [52], [218]:

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot f_i(\mathbf{x}) \quad \sum w_i = 1 \quad (2.23)$$

Παραλλαγή της μεθόδου καθαρών βαρών αποτελεί η μέθοδος καθαρών βαρών με λοξότητα για την οποία η σχέση (2.23) τροποποιείται ως [207]:

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{i=1}^N w_i \cdot [f_i(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}^*)] \right\}^{1/p} \quad \sum w_i = 1 \quad (2.24)$$

2.5.6 Εφαρμογές της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης

Οι Quagliarella και Vicini, [230], εφαρμόζουν τον πολυκριτηριακό βέλτιστο σχεδιασμό για τη βελτιστοποίηση των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών πτερύγων αεροσκαφών όπου ως αντικειμενικές συναρτήσεις ορίζονται ο συντελεστής άνωσης και η ροπή πρόνευσης της πτέρυγας. Οι Greiner et al., [116], εφαρμόζουν τον πολυκριτηριακό βέλτιστο σχεδιασμό με στόχο την ταυτόχρονη μείωση του βάρους επιπέδου πλαισίου και της πολυτυπίας των διατομών. Αντίστοιχο πρόβλημα αντιμετώπισαν και οι Koumoussis et al., [169], σε προβλήματα υπολογισμού του διαμήκους και εγκάρσιου οπλισμού σε διατομές ΩΣ σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις του ΝΕΚΩΣ όπου ως αντικειμενικές συναρτήσεις ορίζονται το συνολικό κόστος, η πολυτυπία ως προς τις επιλεγμένες διαμέτρους διατομών των ράβδων οπλισμού καθώς και η ελαχιστοποίηση του ποσοστού του μη χρησιμοποιημένου χάλυβα λόγω κοπής. Οι Li et al., [188], ορίζουν το πολυκριτηριακό πρόβλημα βελτιστοποίησης ως συνδυασμό προβλημάτων μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης σε δύο επίπεδα. Στο 1^ο επίπεδο αντιμετωπίζεται πρόβλημα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης, που λύνεται μέσω του αλγορίθμου του Box [29], επιπέδων πλαισίων με στόχο τη βέλτιστη απόκριση του συστήματος. Ως μ.σ, θεωρούνται οι ροπές αδρανείας των διατομών. Στο 2^ο επίπεδο αντιμετωπίζεται πρόβλημα μείωσης του βάρους της διατομής με την προϋπόθεση ότι οι ροπές αδρανείας δεν μεταβάλλονται με μ.σ, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ως τη σύγκλιση του αλγορίθμου καθώς η βέλτιστη κατανομή της στιβαρότητας είναι συνάρτηση και της μάζας του συστήματος. Οι Shih και Wangsawidjaja, [261], χρησιμοποιούν τον πολυκριτηριακό βέλτιστο σχεδιασμό για το σχεδιασμό μηχανολογικών εξαρτημάτων όπου η ευρωστία κάθε λύσης δεν ορίζεται μονοσήμαντα αλλά δίδεται ως συνάρτηση ασαφούς λογικής της απόδοσης (fuzzy logic membership function [235], [236]) βάσει του ποσοστού ικανοποίησης των περιορισμών του προβλήματος.

2.6 Προβλήματα συνεχών μεταβλητών σχεδιασμού

Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζεται η μεθοδολογία για το βέλτιστο σχεδιασμό σε προβλήματα με συνεχείς μ.σ, για τα οποία η αντικειμενική συνάρτηση και οι συναρτήσεις των περιορισμών είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες στο χώρο των λύσεων.

Ειδικότερα στην παράγραφο 2.6.1 παρουσιάζονται τα κριτήρια για τον ορισμό μίας λύσης ως βέλτιστης. Παρουσιάζονται τα κριτήρια που πρέπει να πληρούνται για την ύπαρξη της βέλτιστης λύσης και τα κριτήρια που πρέπει να πληρούνται ώστε η λύση αυτή να είναι και μοναδική. Στην παράγραφο 2.6.2 παρουσιάζεται η διαδικασία βελτιστοποίησης. Στην παράγραφο 2.6.3 παρουσιάζεται η μέθοδος μέγιστης κλίσης, η μέθοδος των δυνατών διευθύνσεων και η τροποποιημένη μέθοδος δυνατών διευθύνσεων. Στην παράγραφο 2.6.4 παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες στρατηγικές για το μονοκριτηριακό βέλτιστο σχεδιασμό προβλημάτων με συνεχείς μ.σ. Στην παράγραφο 2.6.5, παρουσιάζονται οι μέθοδοι για τον υπολογισμό των παραγώγων της αντικειμενικής και των περιορισμών σχεδιασμού.

2.6.1 Ύπαρξη και μοναδικότητα της βέλτιστης λύσης

Σε προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος σπάνια εξασφαλίζεται η εύρεση της απολύτως βέλτιστης λύσης (καθολικό ελάχιστο). Αυτό οφείλεται στη μη κυρτότητα του χώρου σχεδιασμού απόρροια της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού στο χώρο των μ.σ. Η καλύτερη προσέγγιση του προβλήματος είναι η επανάληψη της διαδικασίας βελτιστοποίησης με διαφορετικές αρχικές λύσεις και στην περίπτωση όπου βέλτιστη λύση αναδεικνύεται μία συγκεκριμένη σχεδίαση, η πιθανότητα η σχεδίαση αυτή να αποτελεί την πραγματική βέλτιστη λύση είναι υψηλή. Οι συνθήκες που εξασφαλίζουν την ύπαρξη βέλτιστης λύσης, παρουσιάζονται για προβλήματα χωρίς και με περιορισμούς σχεδιασμού στις παραγράφους 2.6.1.1 και 2.6.1.2 αντίστοιχα.

2.6.1.1 Πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς

Ένα σημείο \mathbf{x}^* του χώρου των λύσεων, για πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, ορίζεται ως τοπικό ή ολικό ελάχιστο όταν και μόνο όταν [122]:

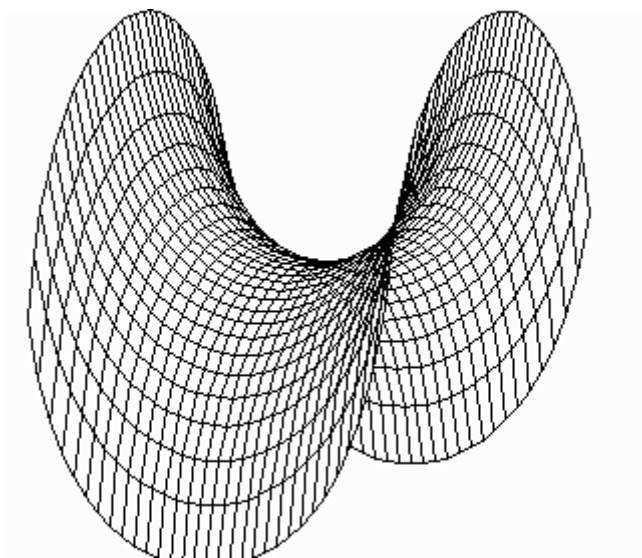
$$\left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} = 0 \quad i=1, \dots, n \quad (2.25)$$

$$\mathbf{H} - \lambda \cdot \mathbf{V}_H = \mathbf{0} \quad \lambda_i \geq 0 \forall i \in n \quad (2.26)$$

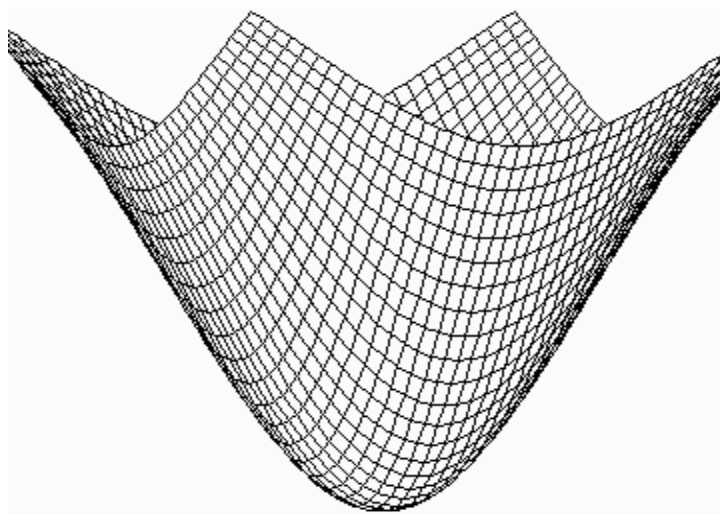
όπου \mathbf{H} είναι το μητρώο του Hess (Εσσιανό Μητρώο) της αντικειμενικής συνάρτησης, λ είναι το διαγώνιο μητρώο των ιδιοτιμών του Εσσιανού Μητρώου και \mathbf{V}_H είναι το μητρώο των ιδιοδιανυσμάτων του Εσσιανού μητρώου. Το Εσσιανό μητρώο ορίζεται ως:

$$\mathbf{H} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{array} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \quad (2.27)$$

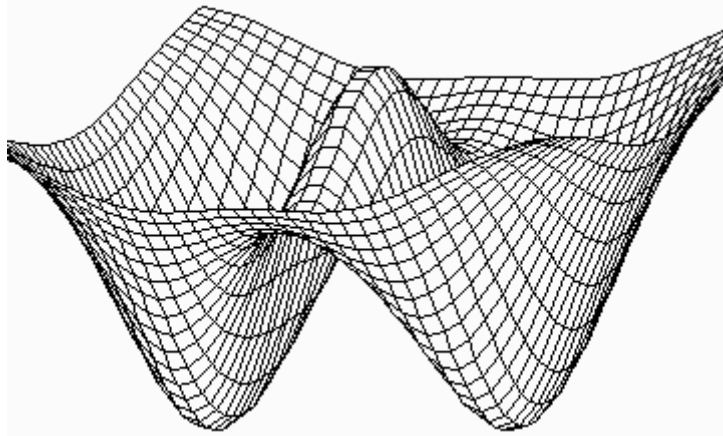
Η σχέση (2.25) εξασφαλίζει ότι στο υπό εξέταση ακρότατο οι μερικές παράγωγοι 1^{ης} τάξεως της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ είναι ίσες με το μηδέν. Η σχέση (2.26) ορίζει ότι το μητρώο του Hess είναι θετικός ορισμένο (positive definite) αποτρέποντας την παγίδευση του αλγόριθμου σε σημεία διάσελων (Διάγ. 2.1). Σημεία που ικανοποιούν τις σχέσεις (2.25) και (2.27) παρουσιάζεται στο Διάγ. 2.2 και στο Διάγ. 2.3.



Διάγ. 2.1: Σχηματική παράσταση της επιφάνειας Shrek (διάσελο).



Διάγ. 2.2: Ελάχιστο σε πρόβλημα δύο διαστάσεων (κυρτό πρόβλημα).



Διάγ. 2.3: Δύο ολικά ελάχιστα σε μη κυρτό πρόβλημα δύο διαστάσεων.

2.6.1.2 Πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς

Στην περίπτωση προβλημάτων με περιορισμούς το πρόβλημα μετασχηματίζεται σε ισοδύναμο πρόβλημα χωρίς περιορισμούς μέσω της συνάρτησης Lagrange:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=p+1}^m \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \cdot |h_i(\mathbf{x})| \quad (2.28)$$

όπου, λ_i είναι οι μεταβλητές Lagrange για τους ανισοτικούς και ισοτικούς περιορισμούς αντίστοιχα και $g(\mathbf{x})$ και $h(\mathbf{x})$ είναι το σύνολο των ισοτικών και ανισοτικών περιορισμών. Τα κριτήρια σύγκλισης σύμφωνα με τους Karush-Kuhn-Tucker (Karush-Kuhn-Tucker criteria of optimality) εξασφαλίζουν ότι το σημείο \mathbf{x}^* είναι μία βέλτιστη λύση του προβλήματος όταν:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &\in \mathbf{D}^n \\ \lambda_i g_i(\mathbf{x}^*) &= 0 \wedge \lambda_i \cdot |h_i(\mathbf{x}^*)| = 0 \quad i = p+1, \dots, m \wedge i = 1, \dots, p \quad \lambda_i \geq 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}^*) &+ \sum_{i=p+1}^m \lambda_i \nabla g_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(\mathbf{x}^*) = 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

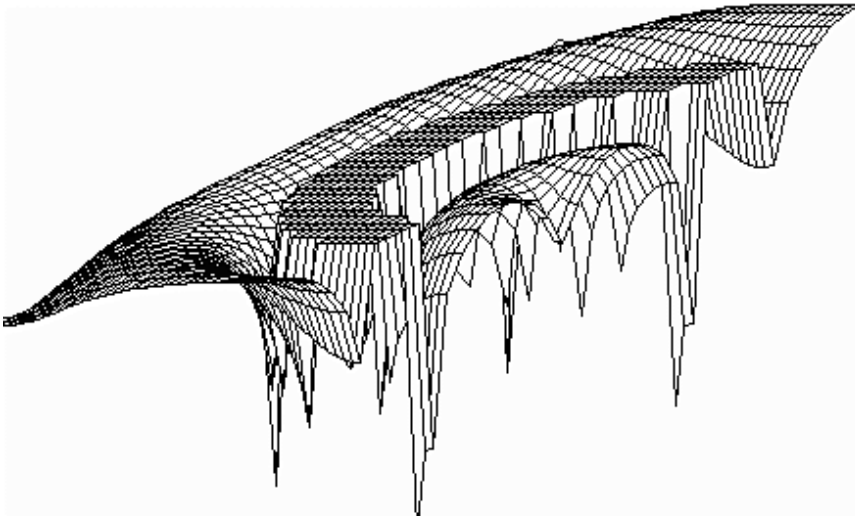
Η σχέση (2.29) εξασφαλίζει ότι, ο σχεδιασμός ανήκει στο χώρο των λύσεων, είναι αποδεκτός και η επιλογή άλλης σχεδίασης δεν βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

2.6.1.3 Μοναδικότητα της λύσης

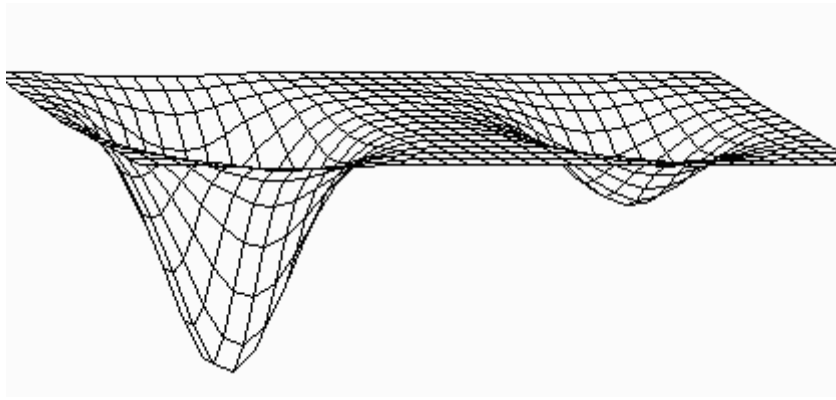
Σε τυπικά προβλήματα, είναι σπάνιο να πιστοποιηθεί η ύπαρξη γενικού ελαχίστου καθώς όπως παρουσιάζεται και στα Διάγ. 2.4 και Διάγ. 2.5 είναι δυνατό η αντικειμενική συνάρτηση να έχει πλήθος τιμών που να ικανοποιούν τις συνθήκες της σχέσης (2.29).

Στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση και το σύνολο των συναρτήσεων περιορισμού είναι κυρτές στο χώρο σχεδιασμού έχουμε μόνο ένα ελάχιστο και αυτό είναι ταυτοχρόνως και το ολικό ελάχιστο του υπό εξέταση προβλήματος (περιπτώσεις a και b στο

Διάγ. 2.6, [136]).



Διάγ. 2.4: Συνάρτηση με πλήθος τοπικών ελαχίστων.



Διάγ. 2.5: Δυσδιάστατο πρόβλημα με τοπικό και ολικό ελάχιστο (μη κυρτό πρόβλημα).

Ο χώρος σχεδιασμού \mathbf{D}^n ορίζεται ως κυρτός όταν και μόνον όταν [184]:

$$if \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{D}^n \text{ exists } \mathbf{z} = \lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda) \mathbf{y} \in \mathbf{D}^n \forall \lambda \in [0, 1] \rightarrow \mathbf{D}^n \text{ is convex} \quad (2.30)$$

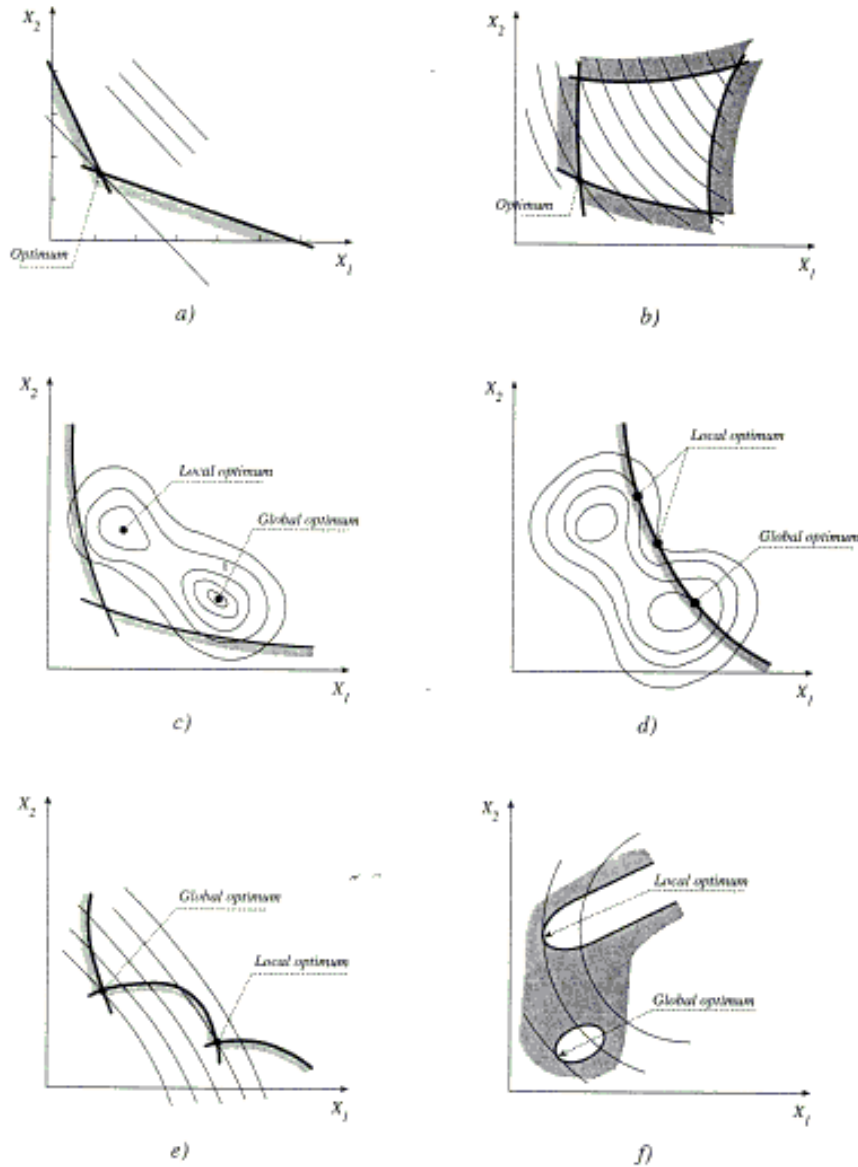
Η σχέση (2.30) ορίζει ότι ο χώρος \mathbf{D}^n είναι κυρτός (convex) όταν για κάθε ζεύγος σημείων \mathbf{x} και \mathbf{y} του \mathbf{D}^n η ευθεία \mathbf{z} που ορίζεται μεταξύ των σημείων αυτών ανήκει στο \mathbf{D}^n για κάθε τιμή του λ στο διάστημα $[0, 1]$. Μία συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ ορίζεται ως κυρτή στο χώρο των τιμών όταν για κάθε ζεύγος σημείων \mathbf{x}_1 και \mathbf{x}_2 στο χώρο σχεδιασμού ισχύει ότι [113]:

$$f\left(\frac{1}{2}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)\right) \leq \frac{1}{2}[f(\mathbf{x}_1) + f(\mathbf{x}_2)] \quad (2.31)$$

Στην περίπτωση που η σχέση (2.31) ισχύει ως αυστηρή ανισότητα τότε η συνάρτηση ορίζεται ως αυστηρώς κυρτή στο χώρο των τιμών. Για το πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς η μοναδικότητα της λύσης εξασφαλίζεται όταν και μόνον όταν:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \wedge \mathbf{D}_{ad}^n \text{ είναι κυρτά} \tag{2.32}$$

όπου \mathbf{D}_{ad}^n είναι ο χώρος των αποδεκτών λύσεων και $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ είναι η λανγκρανσιανή του προβλήματος.



Διάγ. 2.6: Πιθανές μορφές του χώρου σχεδιασμού (από Hernandez [136]).

2.6.2 Διαδικασία βελτιστοποίησης

Στις μεθόδους βελτιστοποίησης προβλημάτων με συνεχείς μ.σ και συνεχείς και παραγωγίσιμες συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών, η βέλτιστη λύση \mathbf{x}^* βρίσκεται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας, όπου κάθε νέα λύση \mathbf{x}_q δίδεται ως συνάρτηση της παρούσας λύσης \mathbf{x}_{q-1} του διανύσματος κατεύθυνσης \mathbf{S}_{q-1} και του βήματος a_{q-1}^* ως [284]:

$$\mathbf{x}_q = \mathbf{x}_{q-1} + a_{q-1}^* \cdot \mathbf{S}_{q-1} \tag{2.33}$$

Το διάνυσμα κατεύθυνσης ορίζει τη διεύθυνση της κίνησης μέσα στο χώρο σχεδιασμού που οδηγεί σε μικρότερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί σχεδιασμού. Το διάνυσμα κατεύθυνσης ανανεώνεται σε κάθε βήμα της ανάλυσης. Η σχέση (2.33) μετασχηματίζει το πρόβλημα n μ.σ σε μονοδιάστατο πρόβλημα με στόχο τον υπολογισμό του βήματος.

Για το πρόβλημα της σχέσης (2.1) η διαδικασία βελτιστοποίησης για πρόβλημα συνεχών μ.σ με συνεχείς και παραγωγίσιμες της συναρτήσεις της αντικειμενικής και των περιορισμών συνοψίζεται ως:

Βήμα 1: $q=0$ και $\mathbf{x}=\mathbf{x}_0$.

Βήμα 2: $q=q+1$.

Βήμα 3: Υπολογισμός του $f(\mathbf{x}_{q-1})$ και $g_j(\mathbf{x}_{q-1})$ $j=1, \dots, m$.

Βήμα 4: Ορισμός ως ενεργών περιορισμών των περιορισμών που ικανοποιούν τη σχέση:

$$-\varepsilon \leq g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j \in \mathbf{J} \quad (2.34)$$

όπου ε είναι μικρή θετική ποσότητα και ως \mathbf{J} είναι το σύνολο των ενεργών περιορισμών.

Βήμα 5: Υπολογισμός του $\nabla f(\mathbf{x}_{q-1})$ και $\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1})$ $j \in \mathbf{J}$.

Βήμα 6: Υπολογισμός του διανύσματος κατεύθυνσης \mathbf{S}_{q-1} .

Βήμα 7: Υπολογισμός του βήματος a_{q-1}^* .

Βήμα 8: Υπολογισμός της λύσης \mathbf{x}_q μέσω της σχέσης (2.33).

Βήμα 9: Έλεγχος κριτηρίων σύγκλισης. Αν τα κριτήρια σύγκλισης ικανοποιούνται τότε η διαδικασία τερματίζεται διαφορετικά επιστροφή στο **βήμα 2**.

2.6.3 Άμεσες μέθοδοι βελτιστοποίησης

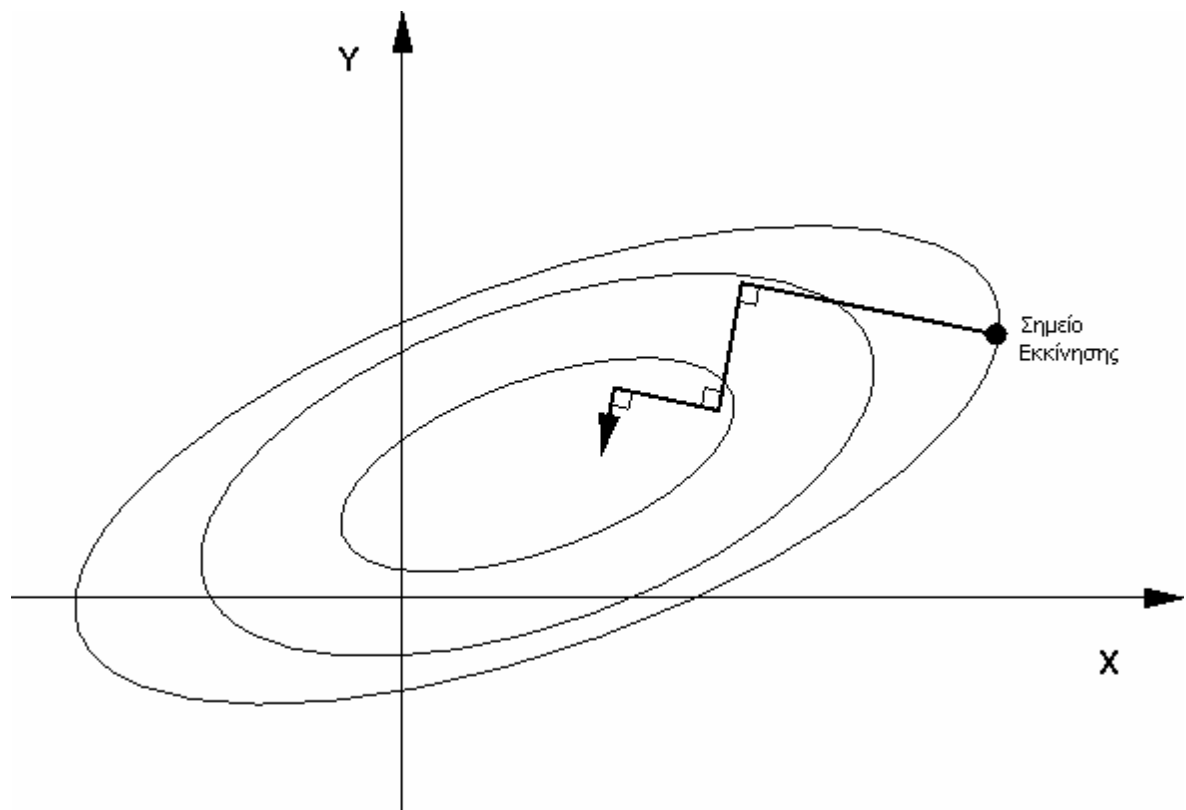
2.6.3.1 Εισαγωγή

Στόχος της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι ο υπολογισμός του διανύσματος κατεύθυνσης και του βήματος της σχέσης (2.33). Οι άμεσες μέθοδοι για τον υπολογισμό του διανύσματος αυτού [284] παρουσιάζονται στις παραγράφους 2.6.3.2 και 2.6.3.4.

Για τον ορισμό του διανύσματος κατεύθυνσης S_{q-1} της σχέσης (2.33) που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση και δεν παραβιάζει τους περιορισμούς του προβλήματος διακρίνονται 3 περιπτώσεις. Στην 1^η περίπτωση το σύνολο των ενεργών ή παραβιασμένων περιορισμών είναι ίσο με το κενό σύνολο. Στη 2^η περίπτωση υποσύνολο των περιορισμών είναι ενεργοί. Στη 3^η περίπτωση μέρος των περιορισμών σχεδιασμού παραβιάζεται. Η περίπτωση αυτή καλύπτεται από την τροποποιημένη μέθοδο των δυνατών διευθύνσεων της παραγράφου 2.6.3.4.

2.6.3.2 Μέθοδος μέγιστης κλίσης – (Method of steepest descent)

Στη μέθοδο μέγιστης κλίσης ο βέλτιστος σχεδιασμός προσεγγίζεται κατά μαιανδρικό τρόπο (Διάγ. 2.7), όπου το διάνυσμα κατεύθυνσης του προηγούμενου βήματος είναι ορθογώνιο ως προς το διάνυσμα κατεύθυνσης του επόμενου βήματος.



Διάγ. 2.7: Μέθοδος Μέγιστης κλίσης, διαδικασία εύρεσης βέλτιστου σχεδιασμού.

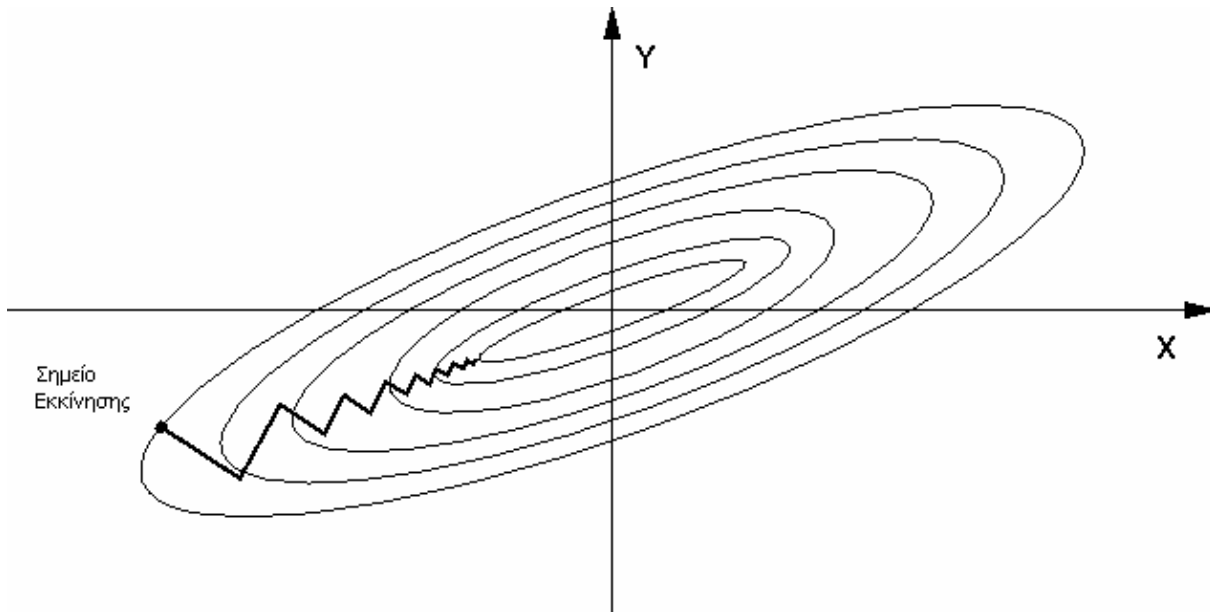
Κάθε νέα λύση \mathbf{x}_q δίδεται ως συνάρτηση της παρούσας λύσης \mathbf{x}_{q-1} ως [139]:

$$\mathbf{x}_q = \mathbf{x}_{q-1} - \lambda_k \nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \tag{2.35}$$

όπου $\nabla f(\mathbf{x}_{q-1})$ είναι η κλίση της αντικειμενικής στο σημείο \mathbf{x}_{q-1} . Η τιμή λ_k δίδεται από την επίλυση της εξίσωσης [139]:

$$\nabla f(\mathbf{x}_q)^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) = 0 \tag{2.36}$$

Η λύση της σχέσης (2.36) υπολογίζεται με τη βοήθεια της μεθόδου έρευνας κατά διεύθυνση [287]. Η μέθοδος μέγιστης κλίσης χρησιμοποιείται συνήθως σε συνδυασμό με άλλες άμεσες μεθόδους, καθώς παρουσιάζει αργή σύγκλιση (Διάγ. 2.8) και η ευρωστία της εξαρτάται σημαντικά από την επιλογή του αρχικού σημείου.



Διάγ. 2.8: Πρόβλημα για το οποίο η μέθοδος Μέγιστης κλίσης παρουσιάζει αργή σύγκλιση.

2.6.3.3 Μέθοδος των δυνατών διευθύνσεων (Method of feasible directions)

Στην περίπτωση που το πλήθος των ενεργών περιορισμών είναι ίσο με το κενό σύνολο, το διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{S}_{q-1} της σχέσης (2.33) ορίζεται ως [284]:

$$\mathbf{S}_{q-1} = -\nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \tag{2.37}$$

Η σχέση (2.37) αποτελεί μία πολύ καλή λύση στα αρχικά στάδια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Οι Fletcher και Reeves τροποποίησαν τη σχέση ως [83]:

$$\mathbf{S}_{q-1} = -\nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) + \beta \cdot \mathbf{S}_{q-2} \tag{2.38}$$

όπου β είναι η ποσότητα:

$$\beta = \frac{|\nabla f(\mathbf{x}_{q-1})|^2}{|\nabla f(\mathbf{x}_{q-2})|^2} \tag{2.39}$$

όπου για $q=1$ το διάνυσμα κατεύθυνσης δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (2.37). Η τροποποίηση

των Fletcher και Reeves στοχεύει στη μείωση της ευαισθησίας του προβλήματος στην επιλογή του αρχικού σημείου και στην αποφυγή φαινομένων αργής σύγκλισης.

Στην περίπτωση ύπαρξης ενεργών περιορισμών, το διάνυσμα κατεύθυνσης βρίσκεται από τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης [122], [284]:

$$\min \left(\nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \right)^T \bullet \mathbf{S}_{q-1} \quad (2.40)$$

$$\left(\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \right)^T \bullet \mathbf{S}_{q-1} \leq 0 \quad \forall g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \quad j \in \mathbf{J} \quad (2.41)$$

$$\left(\mathbf{S}_{q-1} \right)^T \bullet \mathbf{S}_{q-1} \leq 1 \quad (2.42)$$

Η σχέση (2.40) ορίζει την κατεύθυνση του διανύσματος διεύθυνσης και η σχέση (2.41) εξασφαλίζει ότι στις νέες τιμές των μ.σ, δεν αναμένεται παραβίαση των ενεργών περιορισμών. Η σχέση (2.42) εξασφαλίζει ότι το πρόβλημα έχει πεπερασμένη λύση.

2.6.3.4 Τροποποιημένη μέθοδος δυνατών διευθύνσεων - (Modified MFD)

Η μέθοδος της παραγράφου 2.6.3.2 τροποποιείται ώστε να χειρίζεται με επιτυχία και τις περιπτώσεις που το αρχικό σημείο \mathbf{x}_0 δεν ικανοποιεί το σύνολο των περιορισμών. Η σχέση (2.40) στην περίπτωση αυτή τροποποιείται ως:

$$\min \left(\nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \right)^T \bullet \mathbf{S}_{q-1} - \Phi \xi \quad (2.43)$$

όπου, Φ είναι μια αυθαίρετα μεγάλη θετική τιμή και ξ είναι η επιπρόσθετη τεχνητή μεταβλητή. Οι περιορισμοί των σχέσεων (2.41) και (2.42) τροποποιούνται ως:

$$\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \bullet \mathbf{S}_{q-1} + \theta_j \xi \leq 0 \quad j \in \mathbf{J} \quad (2.44)$$

$$\left(\mathbf{S}_{q-1} \right)^T \bullet \mathbf{S}_{q-1} + \xi^2 \leq 1 \quad (2.45)$$

Μεγάλες τιμές του Φ εξασφαλίζουν ότι το επόμενο σημείο θα βρίσκεται σε περιοχή που ικανοποιεί το σύνολο των περιορισμών σχεδιασμού [284]. Οι μεταβλητές θ_j της σχέσης (2.44) εκφράζονται ως συναρτήσεις των εκάστοτε ενεργών περιορισμών ως:

$$\theta_j = \left(1 + \frac{g_j(\mathbf{x}_{q-1})}{\varepsilon} \right)^2 \theta_0 \quad (2.46)$$

όπου θ_0 είναι θετική τιμή. Η σχέση (2.46) εξασφαλίζει ότι:

$$g_j(\mathbf{x}_{q-1}) = -\varepsilon \rightarrow \theta_j = 0 \tag{2.47}$$

$$g_j(\mathbf{x}_{q-1}) = 0 \rightarrow \theta_j = \theta_o \tag{2.48}$$

οδηγώντας στην αποφυγή παραβίασης των ενεργών περιορισμών.

2.6.3.5 Υπολογισμός του βήματος a_{q-1}^*

Με τον υπολογισμό του διανύσματος κατεύθυνσης το πρόβλημα της εύρεσης της επόμενης λύσης της σχέσης (2.33) εστιάζεται στον υπολογισμό του βήματος a_{q-1}^* . Στην περίπτωση που το σύνολο των περιορισμών σχεδιασμού ικανοποιείται το βήμα ορίζεται ως [284]:

$$a_{q-1}^* = \min \left\{ \frac{-\delta \cdot |f(\mathbf{x}_{q-1})|}{(\nabla f(\mathbf{x}_{q-1}))^T \bullet \mathbf{S}_{q-1}}, \underbrace{\left\{ \frac{-g_j(\mathbf{x}_{q-1})}{(\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}))^T \bullet \mathbf{S}_{q-1}} \right\}}_{j \in \mathbf{J}} \right\} \tag{2.49}$$

όπου δ είναι η επιθυμητή μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης και $g_j(\mathbf{x}_{q-1})$ το περιθώριο του j ενεργού περιορισμού σχεδιασμού. Η σχέση (2.49) επιλέγει το μικρότερο δυνατό βήμα ώστε να μην έχουμε την παραβίαση των ενεργών περιορισμών.

Στην περίπτωση που μέρος των περιορισμών παραβιάζεται το βήμα a_{q-1}^* τροποποιείται ως:

$$a_{q-1}^* = \max \left\{ \underbrace{\left\{ \frac{-g_j(\mathbf{x}_{q-1})}{(\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}))^T \bullet \mathbf{S}_{q-1}} \right\}}_{j \in \mathbf{V}} \right\} \tag{2.50}$$

όπου \mathbf{V} είναι το σύνολο των παραβιασμένων περιορισμών. Στην περίπτωση αυτή το βήμα ισούνται με την τιμή που αναμένεται να οδηγήσει σε ικανοποίηση του συνόλου των παραβιασμένων περιορισμών σχεδιασμού.

2.6.3.6 Τερματισμός της διαδικασίας βελτιστοποίησης

Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν:

- Το πλήθος των βημάτων ξεπεράσει το προκαθορισμένο μέγιστο πλήθος βημάτων.
- Για προκαθορισμένο πλήθος βημάτων δεν είναι δυνατή η εύρεση αποδεκτής λύσης.
- Η σχετική και απόλυτη μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης για δύο διαδοχικές λύσεις και η ευκλείδεια απόσταση των λύσεων είναι μικρότερη των προκαθορισμένων

τιμών κατωφλίου.

- Ικανοποιούνται τα κριτήρια των Karush-Kuhn-Tucker της παραγράφου 2.6.1.3.

2.6.3.7 Συμπεράσματα

Για τις αριθμητικές μεθόδους βελτιστοποίησης σε κάθε βήμα έχουμε τον ορισμό ενός υποπροβλήματος βελτιστοποίησης. Η λύση του υποπροβλήματος δίδει το διάνυσμα διεύθυνσης και το μέγεθος του βήματος. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν δεν είναι δυνατή η περαιτέρω βελτίωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς την παραβίαση ενός ή περισσότερων περιορισμών σχεδιασμού.

2.6.4 Στρατηγικές βελτιστοποίησης

2.6.4.1 Εισαγωγή

Για τη βελτίωση της ευστάθειας της μεθόδου βελτιστοποίησης της παραγράφου 2.6.2 και την αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης, έχουν προταθεί πλήθος διαφορετικών στρατηγικών. Οι στρατηγικές αυτές συνδυάζονται με τις άμεσες μεθόδους της παραγράφου 2.6.3 αντιμετωπίζοντας έμμεσα το εκάστοτε πρόβλημα εφόσον σε κάθε βήμα τους βρίσκεται ο βέλτιστος σχεδιασμός ενός ισοδύναμου προβλήματος. Στις παραγράφους 2.6.4.2 ως 2.6.4.5 παρουσιάζονται οι πιο διαδεδομένες στρατηγικές για μεθόδους αριθμητικής βελτιστοποίησης.

2.6.4.2 Μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού – (Sequential linear programming)

Για την πλειοψηφία των προβλημάτων η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί δίδονται ως μη γραμμικές συναρτήσεις των μ.σ. Στην περίπτωση της μεθόδου γραμμικού προγραμματισμού το πρόβλημα προσεγγίζεται από ένα ισοδύναμο γραμμικό πρόβλημα. Η λύση του γραμμικού προβλήματος μας δίδει το επόμενο σημείο της επαναληπτικής διαδικασίας. Η διαδικασία τερματίζεται όταν η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων του ισοδύναμου γραμμικού προβλήματος είναι επαρκώς μικρή ή η διαφορά της αντικειμενικής συνάρτησης δύο αποδεκτών διαδοχικών λύσεων είναι μικρότερη μίας τιμής κατωφλίου. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται όπως στην περίπτωση της σχέσης (2.1). Η αντικειμενική συνάρτηση οι συναρτήσεις των περιορισμών και οι μ.σ ορίζονται ως [122]:

$$\min f(\mathbf{x}) \cong f(\mathbf{x}_{q-1}) + \nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \delta \mathbf{x} \quad (2.51)$$

$$g_j(\mathbf{x}) \cong g_j(\mathbf{x}_{q-1}) + \nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \delta \mathbf{x} \leq 0 \quad j = p+1, \dots, m \quad (2.52)$$

$$h_k(\mathbf{x}) \cong h_k(\mathbf{x}_{q-1}) + \nabla h_k(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \delta \mathbf{x} = 0 \quad k = 1, \dots, p \quad (2.53)$$

$$x_i^l \leq x_i + \delta x \leq x_i^u \quad i = 1, \dots, n \quad (2.54)$$

όπου το διάνυσμα $\delta \mathbf{x}$ ορίζεται ως:

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{q-1} \quad (2.55)$$

Το ισοδύναμο γραμμικό πρόβλημα λύνεται με τη μέθοδο δυνατών διευθύνσεων ή την τροποποιημένη μέθοδο δυνατών διευθύνσεων. Η μόρφωση του προβλήματος σύμφωνα με τις σχέσεις (2.51) και (2.54) επιταχύνει τη διαδικασία σύγκλισης. Ως μειονέκτημα της μεθόδου καταλογίζεται ότι στην περίπτωση προβλημάτων όπου ο αριθμός των ενεργών περιορισμών είναι μικρότερος από τον αριθμό των μ.σ, το ισοδύναμο πρόβλημα που παρουσιάζεται στις σχέσεις (2.51) και (2.54) μετατρέπεται σε πρόβλημα χωρίς περιορισμούς (unbounded problem) με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να αιωρείται μεταξύ των περιοχών αποδεκτών και μη αποδεκτών σχεδιάσεων και η ταχύτητα σύγκλισης του περιορίζεται σημαντικά.

Ο Lin και Chou, [191], εφαρμόζουν τη μέθοδο για την εύρεση της βέλτιστης κατανομής υλικού σε επίπεδες μεμβράνες. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος τοπολογίας τύπου σκακιάρας το πρόβλημα αντιμετωπίζεται σε δύο φάσεις. Στη 1^η φάση επιλέγεται αδρό πλέγμα για τη μόρφωση των πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται συγκεκριμένη βέλτιστη τοπολογία. Στη 2^η φάση η διαδικασία βελτιστοποίησης εστιάζει την προσοχή της στο σύνορο της βέλτιστης τοπολογίας της 1^{ης} φάσης με την υιοθέτηση ενός περισσότερο πυκνού πλέγματος για τη μόρφωση των πεπερασμένων στοιχείων. Ο διαχωρισμός έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του πλήθους των μ.σ για κάθε πρόβλημα και την επιτάχυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Ο Yang [296], εφαρμόζει τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού για τη βέλτιστη κατανομή υλικού σε επίπεδες μεμβράνες με αντικειμενική συνάρτηση το βάρος και περιορισμούς τη μέγιστη μετακίνηση ως προς τους δύο άξονες, τη δυναμική στιβαρότητα και την ενδοτικότητα της μεμβράνης.

Ο Chen, [46], προτείνει τη χρήση δυναμικά μεταβαλλόμενων ορίων για τις μ.σ, με αποτέλεσμα τη μείωση του μεγέθους του χώρου σχεδιασμού και τη δυναμική μεταβολή των οριακών τιμών των συναρτήσεων περιορισμού με στόχο την αύξηση του πλήθους των ενεργών περιορισμών με στόχο να μειωθεί η πιθανότητα μη αποδεκτών σχεδιασμών. Κατά τη φάση εκτίμησης του βήματος προτείνεται η χρήση προσεγγιστικής συνάρτησης στη θέση της αντικειμενικής συνάρτησης με στόχο την αύξηση της ακρίβειας απόκρισης του συστήματος.

Οι Lamberti, και Pappalettere [180], [181], παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου γραμμικού προγραμματισμού με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού κόστους ειδικότερα στη φάση του υπολογισμού του βήματος και την αύξηση της ευρωστίας της στρατηγικής ειδικότερα σε προβλήματα με μεγάλο πλήθος μ.σ.

2.6.4.3 Μέθοδος των εγγεγραμμένων σφαιρών – (Method of inscribed spheres MIS)

Η μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού παράγει ακολουθίες συνεχώς βελτιούμενων σχεδιάσεων αλλά και μη αποδεκτών στην περίπτωση κυρτών χώρων σχεδιασμού, κατά την τελική φάση, με αποτέλεσμα τη μείωση της ταχύτητας σύγκλισης. Σε μερικές περιπτώσεις είναι επιθυμητό, ειδικά δε σε περιπτώσεις όπου η διαδικασία του υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών του προβλήματος παρουσιάζει υψηλό υπολογιστικό κόστος ή όταν οι ενδιάμεσες λύσεις παρουσιάζουν χρησιμότητα, η διαδικασία βελτιστοποίησης να κινηθεί προς το βέλτιστο σχεδιασμό ακολουθώντας τροχιά εντός της αποδεκτής περιοχής σχεδιασμού. Η μέθοδος των κέντρων (ή μέθοδος των εγγεγραμμένων σφαιρών) [190], [159] υπάγεται στην κατηγορία των στρατηγικών γραμμικού προγραμματισμού που ικανοποιούν το κριτήριο αυτό.

Για κάθε σημείο \mathbf{x}_{q-1} ο αλγόριθμος, υπολογίζει τη μεγαλύτερη σε όγκο δυνατή εγγεγραμμένη σφαίρα για την οποία, όλα τα σημεία της ανήκουν στην περιοχή των αποδεκτών σχεδιάσεων και το σημείο \mathbf{x}_{q-1} βρίσκεται στην επιφάνεια της σφαίρας αυτής. Ως σημείο \mathbf{x}_q της διαδικασίας βελτιστοποίησης ορίζεται συνήθως το κέντρο της εγγεγραμμένης σφαίρας. Με την επανάληψη της διαδικασίας ο αλγόριθμος συγκλίνει προς τη βέλτιστη τιμή. Στόχος του αλγορίθμου είναι η εύρεση του μεγαλύτερου δυνατού εγγεγραμμένου κύκλου εντός της αποδεκτής περιοχής. Το υπό-πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως [30]:

$$\min -R_{sphere} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}_{q-1}) \bullet \mathbf{S}_{q-1} + |\nabla f(\mathbf{x}_{q-1})| \cdot R_s &\leq 0 \\ \nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \bullet \mathbf{S}_{q-1} + |\nabla g_j(\mathbf{x}_{q-1})| \cdot R_s &\leq -g_j(\mathbf{x}_{q-1}) \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{2.57}$$

όπου, R_s είναι η ακτίνα της εγγεγραμμένης σφαίρας. Η επαναληπτική διαδικασία μπορεί να τροποποιηθεί με στόχο της αύξησης της ταχύτητας σύγκλισης σύμφωνα με την παρατήρηση ότι, πέρα της μετατόπισης του σημείου σχεδιασμού στο κέντρο της σφαίρας είναι δυνατή περαιτέρω μετατόπιση στη διεύθυνση μέγιστης κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς παραβίαση των περιορισμών σχεδιασμού. Στην περίπτωση το σημείο \mathbf{x}_q δίδεται ως [284]:

$$\mathbf{x}_q = \mathbf{x}_{q-1} + a^* \cdot \mathbf{S}_{q-1} - \beta \cdot \nabla F(\mathbf{x}_{q-1}) / \left| \nabla F(\mathbf{x}_{q-1}) \right| \quad a^* = 1 \quad (2.58)$$

όπου $0 < \beta < 1$ δίδει το λόγο της σχετικής μετατόπισης από το κέντρο της εγγεγραμμένης σφαίρας προς την επιφάνεια της.

Η μέθοδος εγγεγραμμένων σφαιρών είναι ιδιαίτερα δημοφιλής λόγω της ιδιότητας της να κινείται προς το βέλτιστο ακολουθώντας τροχιά εντός της αποδεκτής περιοχής και κάθε σημείο της τροχιάς αυτής, να απέχει εξίσου από τις διεπιφάνειες του αποδεκτού-μη αποδεκτού χώρου λύσεων ως προς τους ενεργούς περιορισμούς σχεδιασμού. Μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι, στις περιπτώσεις που ο αριθμός των ενεργών περιορισμών είναι μικρότερος από τον αριθμό των μ.σ, η μέθοδος αυτή παρουσιάζει τα ίδια προβλήματα με τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού. Επιπλέον, σε περιπτώσεις που το αρχικό πρόβλημα ορίζεται ως γραμμική συνάρτηση προς τις μ.σ, η μέθοδος δεν συγκλίνει στη βέλτιστη τιμή.

2.6.4.4 Μέθοδος δευτεροβάθμιου προγραμματισμού – (Sequential quadratic programming SQP)

Στη μέθοδο δευτεροβάθμιου προγραμματισμού το διάνυσμα κατεύθυνσης υπολογίζεται μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης ισοδύναμου προβλήματος που η αντικειμενική συνάρτηση προσεγγίζεται από συνάρτηση 2^{ης} τάξεως. Η λύση του ισοδύναμου προβλήματος μας δίνει το επόμενο σημείο της επαναληπτικής διαδικασίας. Η διαδικασία τερματίζεται όταν η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων και / ή σχετική και απόλυτη διαφορά της αντικειμενικής συνάρτησης είναι και μικρότερη των αντιστοίχων τιμών κατωφλίου. Η μορφή του προβλήματος βελτιστοποίησης στην περίπτωση αυτή δίδεται ως [284]:

$$\min Q(\mathbf{S}_{q-1}) = f(\mathbf{x}_{q-1}) + \nabla F(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \mathbf{S}_{q-1} + \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{S}_{q-1})^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{S}_{q-1} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \nabla g_i(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \mathbf{S}_{q-1} + g_i(\mathbf{x}_{q-1}) &\leq 0 \quad j = p+1, \dots, m \\ \nabla g_k(\mathbf{x}_{q-1}) \cdot \mathbf{S}_{q-1} + h_k(\mathbf{x}_{q-1}) &= 0 \quad k = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (2.60)$$

όπου, \mathbf{B} είναι ένα θετικά οριζόμενο μητρώο (positive definite) ίσο αρχικά με το μοναδιαίο μητρώο. Το αντίστοιχο υποπρόβλημα που ορίζεται μέσω των σχέσεων (2.59) και (2.60) μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια της μεθόδου δυνατών διευθύνσεων και των παραλλαγών της. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης το μητρώο \mathbf{B} ανανεώνεται με στόχο το Εσσιανό (Hessian) μητρώο της συνάρτησης Lagrange της αντικειμενικής συνάρτησης. Η επίλυση του υποπροβλήματος των σχέσεων (2.59) και (2.60) ορίζει το διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{S}_{q-1} . Στο σημείο \mathbf{x}_{q-1}^* (λύση του ισοδύναμου προβλήματος) υπολογίζονται οι

πολλαπλασιαστές Lagrange λ_i $i=1, \dots, m$. Το μέγεθος του βήματος a_{q-1}^* βρίσκεται μέσω της λύσης του προβλήματος βελτιστοποίησης της προσεγγιστικής συνάρτησης Lagrange [284]:

$$\min L(\mathbf{x}; \mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=p+1}^m u_i \cdot \max\{0, g(\mathbf{x})\} + \sum_{i=1}^p u_i \cdot |h(\mathbf{x})| \quad (2.61)$$

όπου το διάνυσμα των τροποποιημένων πολλαπλασιαστών Lagrange \mathbf{u} δίδεται ως [284]:

$$u_i = |\lambda_i| \quad q=1 \quad i=1, \dots, m$$

$$u_i = \max\left\{|\lambda_i|, \frac{1}{2} \cdot (u_i^{q-1} + |\lambda_i|)\right\} \quad q>1 \quad i=1, \dots, m \quad (2.62)$$

όπου u_i^{q-1} είναι οι τροποποιημένοι πολλαπλασιαστές Lagrange του προηγούμενου βήματος. Το σημείο \mathbf{x}_q υπολογίζεται μέσω της σχέσης (2.33). Το μητρώο \mathbf{B} που αρχικά είναι ίσο με το μοναδιαίο μητρώο ανανεώνεται σύμφωνα με το μέθοδο των Broyden [31], Fletcher [82], Godfard [112], Shanno [260] και την τροποποίηση του Powell ώστε να εξασφαλιστεί ότι το μητρώο \mathbf{B} θα είναι επαρκώς θετικά ορισμένο [227], [151] ως [284]:

$$\mathbf{B}_q = \mathbf{B}_{q-1} + \frac{\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta}}{\mathbf{p}^T \boldsymbol{\eta}} - \frac{\mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1}}{\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p}} \quad (2.63)$$

όπου \mathbf{p} και $\boldsymbol{\eta}$ είναι τα μητρώα [284]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{x}_q - \mathbf{x}_{q-1} \quad (2.64)$$

$$\boldsymbol{\eta} = t \cdot \mathbf{y} + (1-t) \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p} \quad (2.65)$$

και το μητρώο \mathbf{y} και η τιμή t ορίζονται ως [284]:

$$\mathbf{y} = \nabla_{\mathbf{x}} L'(\mathbf{x}_q; \boldsymbol{\lambda}_q) - \nabla_{\mathbf{x}} L'(\mathbf{x}_{q-1}; \boldsymbol{\lambda}_{q-1})$$

$$L'(\mathbf{x}_q; \boldsymbol{\lambda}_q) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=p+1}^m \lambda_i \cdot g(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \cdot |h(\mathbf{x})| \quad (2.66)$$

$$t = \begin{cases} 1 & \mathbf{p}^T \mathbf{y} > 0.2 \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p} \\ \frac{0.8 \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p}}{\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p} - \mathbf{p}^T \mathbf{y}} & \mathbf{p}^T \mathbf{y} \leq 0.2 \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{B}_{q-1} \cdot \mathbf{p} \end{cases} \quad (2.67)$$

Ο Bedair, [19] εφαρμόζει τη μέθοδο σε προβλήματα υπολογισμού των παραμορφώσεων ενισχυμένων πλακών με αντικειμενική συνάρτηση τη μείωση της συνολικής ενέργειας παραμόρφωσης και συγκρίνει τα αποτελέσματα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Ο Mahmoud [198], εφαρμόζει παραλλαγή της μεθόδου, σε προβλήματα υπολογισμού του βέλτιστου σχήματος μηχανολογικών εξαρτημάτων. Οι

Holzleitner, και Mahmoud [146] εφαρμόζουν τη μέθοδο στη βελτιστοποίηση σχήματος μηχανολογικών εξαρτημάτων. Οι Horowitz, και Afonso, [151], συνδυάζουν τον αλγόριθμο των Golfard και Idani, [111], για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος στον υπολογισμό του διανύσματος κατεύθυνσης \mathbf{S} , με τη μέθοδο δευτεροβάθμιου προγραμματισμού σε προβλήματα βελτιστοποίησης κελυφών. Οι Lee και Park, [185], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της μείωσης του βάρους πλαισίου οχήματος υπό περιορισμούς ιδιοτιμών με τη βοήθεια παραλλαγής της μεθόδου, τον επαναληπτικό δευτεροβάθμιο προγραμματισμό [14].

2.6.4.5 Μέθοδος κυρτού προγραμματισμού – (Sequential convex programming)

Στη μέθοδο κυρτού προγραμματισμού το διάνυσμα κατεύθυνσης υπολογίζεται μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης ισοδύναμου προβλήματος όπου η αντικειμενική συνάρτηση προσεγγίζεται από συνάρτηση 2^{as} τάξεως. Σε αντίθεση με τη μέθοδο δευτεροβάθμιου προγραμματισμού όπου η συνάρτηση Lagrange της αντικειμενικής λαμβάνεται υπόψη μόνον στον υπολογισμό του μητρώου \mathbf{B} στη μέθοδο κυρτού προγραμματισμού η αντικειμενική συνάρτηση του ισοδύναμου προβλήματος δίδεται ως συνάρτηση των πολλαπλασιαστών Lagrange ώστε να λαμβάνεται υπόψη και η καμπυλότητα των συναρτήσεων περιορισμού. Η διαδικασία τερματίζεται όταν η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων και / ή σχετική και απόλυτη διαφορά της αντικειμενικής συνάρτησης είναι και μικρότερη των αντιστοίχων τιμών κατωφλίου. Το ισοδύναμο πρόβλημα ορίζεται ως [284]:

$$\min L(\mathbf{x} + \mathbf{S}; \boldsymbol{\lambda}) = L(\mathbf{x} + \mathbf{S}; \boldsymbol{\lambda}) + \nabla L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{S} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{S}^T \cdot \nabla^2 L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{S} \quad (2.68)$$

$$L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\lambda}) = F(\mathbf{x}) \quad \text{αν } \mathbf{x} \in \mathbf{D}_{ad}^n$$

$$\nabla g_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{S} + g_i(\mathbf{x}) + \xi_j = 0 \quad j = p+1, \dots, m \quad (2.69)$$

$$\nabla h_k(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{S} + h_k(\mathbf{x}) = 0 \quad k = 1, \dots, p$$

Το διάνυσμα των μ.σ, αποτελείται είτε από τις μ.σ \mathbf{x} , είτε από τις αντιμεταθετικές (reciprocal) μ.σ $\boldsymbol{\lambda}$. Η επιλογή των μ.σ, καθορίζεται από το πρόσημο των αντιστοίχων μερικών παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης. Αποτέλεσμα του μετασχηματισμού αυτού, είναι η επίλυση ενός συντηρητικού κυρτού υποπροβλήματος με το οποίο εξασφαλίζεται η ύπαρξη και μοναδικότητα της βέλτιστης λύσης.

2.6.4.6 Μέθοδος μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων – (Method of moving asymptotes)

Άλλη στρατηγική είναι η μέθοδος μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων [72], [299], [183], [224]. Σε αντίθεση με τις στρατηγικές που έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής η μέθοδος δεν απαιτεί η αντικειμενική συνάρτηση και οι συναρτήσεις των περιορισμών να είναι παραγωγίσιμες στο χώρο σχεδιασμού [275], [276], [138]. Σε κάθε βήμα καταστρώνεται ένα υποπρόβλημα κυρτής μορφής για το οποίο υπολογίζεται η εκάστοτε βέλτιστη λύση. Η μη γραμμική συμπεριφορά του υποπροβλήματος μεταβάλλεται δυναμικά, ανάλογα με τη συμπεριφορά του πραγματικού προβλήματος, μεταβάλλοντας τις παραμέτρους ελέγχου. Πλεονέκτημα της μεθόδου [275], [276] είναι η ικανότητα της να διαμορφώνει τη συμπεριφορά της κατ' αναλογία της συμπεριφοράς του πραγματικού προβλήματος. Σε κάθε βήμα το ισοδύναμο πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως [275]:

$$\min \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{0j}^{(q)}}{U_j^{(q)} - x_j} + \frac{q_{0j}^{(q)}}{x_j - L_j^{(q)}} \right) + r_o^{(q)} \quad (2.70)$$

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^{(q)}}{U_j^{(q)} - x_j} + \frac{q_{ij}^{(q)}}{x_j - L_j^{(q)}} \right) + r_i^{(q)} \leq g_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, \dots, m \quad (2.71)$$

$$\max \{x_j^l, a_j^{(q)}\} \leq x_j \leq \min \{x_j^u, \beta_j^{(q)}\} \quad j = 1, \dots, n \quad (2.72)$$

όπου $L_j^{(q)}$ και $U_j^{(q)}$ είναι το κάτω και άνω όριο των παραμέτρων ελέγχου για τη j μ.σ, κατά την q επανάληψη και οι παράμετροι $p_{ij}^{(q)}$, $q_{ij}^{(q)}$ και $r_i^{(q)}$ ορίζονται ως [275]:

$$p_{ij}^{(q)} = \begin{cases} \left(U_j^{(q)} - x_j^{(q)} \right)^2 \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} & \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} > 0 \\ 0 & \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} \leq 0 \end{cases} \quad \text{για } \begin{matrix} i = 0, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix} \quad (2.73)$$

$$q_{ij}^{(q)} = \begin{cases} 0 & \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} \geq 0 \\ - \left(-x_j^{(q)} - L_j^{(q)} \right)^2 \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} & \frac{\partial f_i(x_j^{(q)})}{\partial x_j} < 0 \end{cases} \quad \text{για } \begin{matrix} i = 0, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix} \quad (2.74)$$

$$r_i^{(q)} = f_i(\mathbf{x}^{(q)}) - \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^{(q)}}{U_j^{(q)} - x_j^{(q)}} + \frac{q_{ij}^{(q)}}{x_j^{(q)} - L_j^{(q)}} \right) \quad (2.75)$$

όπου $f_0(\mathbf{x})$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση και $f_i(\mathbf{x})$ $\{i=1, \dots, m\}$ είναι οι συναρτήσεις των

περιορισμών σχεδιασμού. Οι παράμετροι $\alpha_i^{(q)}$ και $\beta_i^{(q)}$ χρησιμοποιούνται για την αποφυγή καταστάσεων αριθμητικής αστάθειας και ορίζονται ως «δυναμικώς μεταβαλλόμενα όρια» για τα οποία ισχύει ότι [275], [276]:

$$L_j^{(q)} \leq a_j^{(q)} \leq x_j^{(q)} \leq \beta_j^{(q)} \leq U_j^{(q)} \quad j = 0, \dots, n \quad (2.76)$$

Ο ορισμός του προβλήματος σύμφωνα με τις σχέσεις (2.70) ως (2.72) εξασφαλίζει την κυρτότητα του με αποτέλεσμα την ύπαρξη και μοναδικότητα της βέλτιστης λύσης. Για $\|U_j^{(q)} - x_j\| \rightarrow 0$ και $\|x_j - L_j^{(q)}\| \rightarrow 0$ έχουμε αύξηση της συνεισφοράς των μερικών παραγώγων δευτέρας τάξεως στην προσεγγιστική συνάρτηση του ισοδύναμου προβλήματος αυξάνοντας την καμπυλότητα του ισοδύναμου προβλήματος ως προς τις ενεργές μ.σ. Στην αντίθετη περίπτωση το πρόβλημα μετασχηματίζεται σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Το πρόσημο της μερικής παραγώγου των συναρτήσεων $f_i(\mathbf{x})$ ως προς τις μ.σ, καθορίζει και τη μορφή του προσεγγιστικού προβλήματος.

Οι Zhang, και Fleury, [298] παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου (τη γενικευμένη μέθοδο μεταβαλλόμενων ασύμπτωτων) όπου κάθε μ.σ, έχει το δικό της σετ ορίων. Οι Fleury και Zhang [84], συγκρίνουν την παραλλαγή της μεθόδου με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης σε προβλήματα βελτιστοποίησης επίπεδων δικτυωμάτων.

2.6.5 Παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού

Για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι απαραίτητη η γνώση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, των συναρτήσεων περιορισμού καθώς και των μερικών τους παραγώγων ως προς τις μ.σ. Οι μερικές παράγωγοι υπολογίζονται από τις αντίστοιχες αναλυτικές εκφράσεις ή σε περίπτωση απουσίας των τελευταίων με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Στην περίπτωση αυτή οι μερικές παράγωγοι δίδονται ως [163]:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \approx \frac{f(\mathbf{x}') - f(\mathbf{x}'')}{\delta x_i} \quad (2.77)$$

όπου δx_i είναι μικρή μεταβολή για τη i μ.σ. Τα σημεία \mathbf{x}' και \mathbf{x}'' ορίζονται ως:

$$\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x_i + \delta x_i, \dots, x_n) \quad \mathbf{x}'' = \mathbf{x} \text{ forward difference} \quad (2.78)$$

$$\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x_i - \delta x_i, \dots, x_n) \quad \mathbf{x}'' = \mathbf{x} \text{ backward difference} \quad (2.79)$$

$$\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x_i + 0.5 \cdot \delta x_i, \dots, x_n) \quad \mathbf{x}'' = (x_1, \dots, x_i - 0.5 \cdot \delta x_i, \dots, x_n) \text{ central difference} \quad (2.80)$$

Οι μερικές παράγωγοι καταδεικνύουν την ευαισθησία μιας παραμέτρου ως προς τις μ.σ. Η

ακρίβεια, των υπολογισμένων με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, παραγώγων δεν είναι πάντα ικανοποιητική, ειδικότερα σε περιπτώσεις όπου η συμπεριφορά των συναρτήσεων είναι έντονα μη γραμμική [122], [284]. Για τη βελτίωση της ακρίβειας της διαδικασίας βελτιστοποίησης και τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου προτείνεται η υιοθέτηση αναλυτικών ή ημιαναλυτικών εκφράσεων για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων. Για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών χρησιμοποιούνται γλώσσες συμβολικού προγραμματισμού [170]. Η χρήση αναλυτικών εκφράσεων για τον υπολογισμό των παραγώγων αυξάνει τη μαθηματική πολυπλοκότητα του προβλήματος βελτιώνοντας σημαντικά την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Οι Haug et al., [134], παρουσιάζουν αναλυτικά τις περισσότερο διαδεδομένες μεθόδους για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων σε προβλήματα βελτιστοποίησης διαστασιολόγησης και σχήματος με συνεχείς μ.σ.

2.7 Προβλήματα διακριτών / μεικτών μεταβλητών σχεδιασμού

Σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων οι διακριτές μ.σ αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι του υπό εξέταση προβλήματος. Διακριτές μ.σ, παρουσιάζονται σε προβλήματα όπως, το πλήθος των στρώσεων σε σύμμεικτες κατασκευές, στην επιλογή διατομών από λίστα διαθεσίμων διατομών, το πλήθος των ράβδων διαμήκους και εγκάρσιου οπλισμού σε θέματα ΩΣ, το πλήθος των ήλων ή κοχλιών σε μεταλλικές συνδέσεις, οι διαστάσεις των δομικών στοιχείων σε προβλήματα ΩΣ, το πλήθος των πλέξεων σε σύνθετα υλικά, το πλήθος και η θέση των μονωτήρων σε συστήματα σεισμικής μόνωσης κ.α.

Οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι σε θέματα βελτιστοποίησης σε προβλήματα μεικτών / διακριτών μεταβλητών παρουσιάζονται στις παραγράφους 2.7.1 ως 2.7.11. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται είναι:

- Μέθοδος διακλάδωσης και φραγής (Branch and bound method)
- Μέθοδος Nelder & Mead
- Προγραμματισμός φυσικών αριθμών – (Integer programming)
- Μέθοδος αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις – (Tabu search methods)
- Μέθοδος διαδοχικής γραμμικοποίησης – (Sequential linearization)

- Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης – (Simulated annealing)
- Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης άμεσης διερεύνησης
- Γενετικοί Αλγόριθμοι - (Genetic Algorithms)
- Συνεξελικτικές μέθοδοι (Co-evolution methods)
- Εξελικτικές Στρατηγικές ΕΣ (Evolution Strategies)
- Μέθοδος δυναμικής στρογγυλοποίησης - (Dynamic rounding off)
- Μέθοδος επιβολής ποινής - (Penalty approach)
- Μέθοδος χαλάρωσης κατά Lagrange - (Lagrangian relaxation techniques)
- Μέθοδος έρευνας γειτονίας - (Neighborhood search method)
- Μέθοδος τομής επιπέδων - (Cutting plane technique)

2.7.1 Μέθοδος διακλάδωσης και φραγής (Branch and bound method)

Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε αρχικά για προβλήματα βελτιστοποίησης με διακριτές μ.σ αλλά η χρήση της επεκτάθηκε και σε προβλήματα ανάλυσης αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων. Αναφέρεται και ως μέθοδος έμμεσης απαρίθμησης (implicit enumeration method) καθώς, με λογικές διαδικασίες, προσπαθεί να περιορίσει το χώρο των λύσεων. Οι βασικοί τελεστές της μεθόδου είναι; **Διακλάδωση** (Branch) **Φραγή** (Bound) και **Αποκοπή** (Fathoming) [243]. Οι ορισμοί των τελεστών αυτών δίδονται ως:

Διακλάδωση (Branch): Ορίζεται η διαδικασία για την οποία έχουμε την ανάθεση σε κάθε διακριτή μ.σ της αμέσως μικρότερης ή μεγαλύτερης τιμής για το σύνολο των διακριτών μ.σ, ξεκινώντας από ακμή του χώρου των τιμών. Το σημείο εκκίνησης της διαδικασίας προσδιορίζεται μέσω των μερικών παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι την εξάντληση των διακριτών μ.σ, τη Φραγή τους ή την Αποκοπή τους.

Φραγή (Bounding): Η εύρεση αποδεκτής λύσης ορίζει μία τιμή φραγής. Κάθε κλάδος με τιμή μεγαλύτερη της τιμής αυτής και υπό την προϋπόθεση της μονοτονίας της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις διακριτές μ.σ, για το χώρο που υπολείπεται, φράσσεται και για το

κλάδο αυτό δεν πραγματοποιείται άλλη διακλάδωση.

Αποκοπή (Fathoming): Στην περίπτωση εύρεσης βέλτιστης λύσης που είναι και αποδεκτή για τον υπό εξέταση κλάδο ο υπόλοιπος χώρος θεωρείται ότι δεν μπορεί να οδηγήσει σε περαιτέρω βελτίωση της λύσης και ως αποτέλεσμα το υπόλοιπο κομμάτι αποκόπτεται.

Η πρώτη αναφορά χρήσης του αλγορίθμου αποδίδεται στους Land και Doig, [182] για γραμμικά προβλήματα. Αργότερα ο Dakin, [55], τροποποίησε τον αρχικό αλγόριθμο στη σημερινή του μορφή. Τέλος οι Garfinkel και Nemhauser, [100], εφάρμοσαν τη μέθοδο σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής εγγυάται ότι το τοπικό ελάχιστο είναι και ολικό ελάχιστο όταν και μόνον όταν ο χώρος των τιμών είναι κυρτός και το υπό εξέταση πρόβλημα είναι γραμμικό. Σε αντίθετη περίπτωση, είναι πιθανό κόμβοι που φράσσονται ή θα αποκόπτονται να περιέχουν τη βέλτιστη λύση του προβλήματος.

2.7.1.1 Περιγραφή της μεθόδου

Η βέλτιστη λύση του προβλήματος δίδεται ως:

$$f_{best}(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{D}_{ad}^n} \{f(\mathbf{x})\} \quad (2.81)$$

με το σύνολο \mathbf{D}_{ad}^n να περιέχει τις αποδεκτές λύσεις. Τα βήματα της μεθόδου δίδονται ως:

Βήμα 1: Ορισμός του χώρου των λύσεων του προβλήματος \mathbf{D}_{ad}^n ως χώρου προς εξερεύνηση \mathbf{D}_s^n . Ορισμός του $f_{best}(\mathbf{x}) = +\infty$.

Βήμα 2: Σύμφωνα με $\partial f(\mathbf{x})/\partial x_j$, $\partial g_i(\mathbf{x})/\partial x_j$ για $i=1, \dots, m$ και $j=1, \dots, n$ ορισμός του σημείου εκκίνησης \mathbf{x}_s .

Βήμα 3: Αν $\mathbf{D}_s^n \neq \emptyset$ πήγαινε στο Βήμα 3.1 αλλιώς στο **Βήμα 5**.

Βήμα 3.1: Επιλογή κόμβου διακλάδωσης \mathbf{D}_s^n , $k \in \mathbf{D}_s^n$ και $\mathbf{D}_{s,k}^n = \mathbf{D}_s^n - \{k\}$.

Βήμα 3.2: Εύρεση των l μερικών λύσεων $\{f(\mathbf{x}_l^k)\}$ του κόμβου k για $l=1, \dots, n_k$ όπου n_k το πλήθος των πιθανών λύσεων για το κόμβο k .

Βήμα 3.3: Εύρεση $f_{best}(\mathbf{x}^k) = \min_{l=1, \dots, n_k} \{f(\mathbf{x}_l^k)\}$ και $\mathbf{x}_{best}^k \equiv \mathbf{x}_{best} \rightarrow f_{best}(\mathbf{x}^k)$

Βήμα 4: Αν $f_{best}(\mathbf{x}) \geq f_{best}(\mathbf{x}^k)$ φραγή του κλάδου k.

Βήμα 4.1: Αν για \mathbf{x}_{best}^k δεν αναμένεται περαιτέρω βελτίωση τότε $f_{best}(\mathbf{x}) = f_{best}(\mathbf{x}^k)$ και $\mathbf{x}_{best}^k = \mathbf{x}_{best}$ και αποκοπή του κλάδου αλλιώς ένταξη του κόμβου που αντιστοιχεί στη λύση \mathbf{x}_{best}^k στο \mathbf{D}^n_s . Επιστροφή στο **Βήμα 3**.

Βήμα 5: $f_{best}(\mathbf{x}) = f_{best}(\mathbf{x}^k)$ και $\mathbf{x}_{best} = \mathbf{x}_{best}^k$.

Βήμα 6: Τερματισμός της Διαδικασίας.

2.7.1.2 Παραλλαγές της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής

Μέθοδος διακλάδωσης και φραγής με τοπική βελτιστοποίηση: Όταν το διάνυσμα μ.σ, αποτελείται από συνεχείς και διακριτές μ.σ είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ο συνδυασμός της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής με μέθοδο εύρεσης τοπικού ελαχίστου για την εύρεση σε κάθε κόμβο της βέλτιστης λύσης του προβλήματος. Το συνεχές πρόβλημα ορίζεται ως απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. Η διαδικασία είναι παρεμφερής με τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής με τη διάφορα ότι η διακλάδωση συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί λύση που να ικανοποιεί τους περιορισμούς για το σύνολο των μ.σ.

Μέθοδος διακλάδωσης και φραγής με γραμμικό και μη γραμμικό προγραμματισμό: Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής συνδυάζεται με μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού και μέθοδο μη γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση του συνεχούς υποπροβλήματος. Στην περίπτωση που ο υποχώρος των αποδεκτών λύσεων είναι ίσος με το κενό σύνολο για τον υπό εξέταση κόμβο η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ορίζεται ίση με το άπειρο και ο κόμβος αποκόπτεται. Παραλλαγή της μεθόδου είναι μέθοδος διακλάδωσης και φραγής με πολλαπλές διακλαδώσεις όπως παρουσιάζεται από τους Hager και Balling [123]. Οι Mesquita και Kamat, [205], συνδυάζουν τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής με τη μέθοδο δευτεροβάθμιου προγραμματισμού για τη βελτιστοποίηση ενισχυμένων συνθέτων πλακών. Οι John, Ramakrishnan και Sharma, [162], συνδυάζουν τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής με τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού για το βέλτιστο σχεδιασμό δικτυωμάτων. Οι Tseng, Wang και Ling, [283], οι Huang και Arora, [155]-[157], και ο Huang [154], παρουσιάζουν παραλλαγές της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής σε συνδυασμό με μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού στοχεύοντας στη μείωση του πλήθους των κόμβων της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής. Οι Huang και Arora, [156], παρουσιάζουν μία μέθοδο που συνδυάζει αλγόριθμο βελτιστοποίησης συνεχών μ.σ, με τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής.

2.7.2 Μέθοδος Nelder & Mead

Η μέθοδος Nelder & Mead [213], εξελίσσει ένα πληθυσμό λύσεων. Η μέθοδος δεν βασίζεται σε πληροφορία παραγώγων ως προς την αντικειμενική τιμή, αλλά εντοπίζει το βέλτιστο σχεδιασμό μέσω του περιορισμού του σε ένα υπέρ-στερεό. Οι βασικοί τελεστές της μεθόδου συνοψίζονται ως [42], [213]:

Τελεστής **Αντανάκλασης (Reflection)** όπου το νέο σημείο δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{x}_r = (1+a)\bar{\mathbf{x}} - a\mathbf{x}_n \quad (2.82)$$

Τελεστής **Επέκτασης (Expansion)** όπου το νέο σημείο δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{x}_e = \gamma\mathbf{x}_r + (1-\gamma)\bar{\mathbf{x}} \quad (2.83)$$

Τελεστής της **σύμπτυξης (Contraction)** όπου το νέο σημείο δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{x}_c = \beta\mathbf{x}_{n+1} + (1-\beta)\bar{\mathbf{x}} \quad (2.84)$$

όπου $\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$ είναι ο διάμεσος του υπέρ-στερεού και a , β και γ είναι οι παράμετροι της

μεθόδου που καθορίζουν την ακτίνα αντανάκλασης, το ποσοστό μείωσης και το ποσοστό επέκτασης της ακτίνας του υπερστερεού αντίστοιχα. Οι λύσεις διατάσσονται κατά αύξουσα τιμή ως προς την αντικειμενική συνάρτηση $f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq f(\mathbf{x}_{N_p})$. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν:

$$f(\mathbf{x}_n) - f(\mathbf{x}_1) \leq \varepsilon \quad \vee \quad \|\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1\| \leq \varepsilon' \quad (2.85)$$

Η μέθοδος εφαρμόζεται συνήθως σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης όπως η μέθοδος Γενετικών Αλγορίθμων με συνεχείς μ.σ, [42], [44] για τη λύση προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού όπου μέρος των μ.σ είναι συνεχείς μ.σ. Παραλλαγές της μεθόδου παρουσιάζονται από τους Xiong και Jutan [293], και Le Riche et al., [187]. Ο Lacksonen, [179], συγκρίνει τη μέθοδο με άλλες μεθόδους για προβλήματα διακριτών μ.σ όπως τη μέθοδο προσομοιωμένης απόπτωσης, τη μέθοδο των Γενετικών Αλγορίθμων και τη μέθοδο ερευνός των Hooke–Jeeves.

2.7.3 Προγραμματισμός φυσικών αριθμών – (Integer programming)

Η μέθοδος αντιμετωπίζει προβλήματα για τα οποία οι μ.σ, είναι φυσικοί αριθμοί. Το πρόβλημα λύνεται με το μετασχηματισμό του σε πρόβλημα μ.σ τύπου 0-1 (δυφιακές μεταβλητές). Το πρόβλημα στην αρχική του μορφή ορίζεται ως [219]:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \text{ εφοσον } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ x_i & \text{ ακεραίοι; } i = 1, \dots, n_d \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; i = n_d + 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.86)$$

Έστω μεταβλητές z_{ij} του τύπου 0-1 ($z_{ij} = 0 \vee 1 \forall i, j$). Κάθε διακριτή μ.σ, του προβλήματος της σχέσης (2.86) ορίζεται βάσει των μεταβλητών αυτών ως:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n_n} z_{ij} \cdot d_{ij} \quad \sum_j z_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n_d \quad (2.87)$$

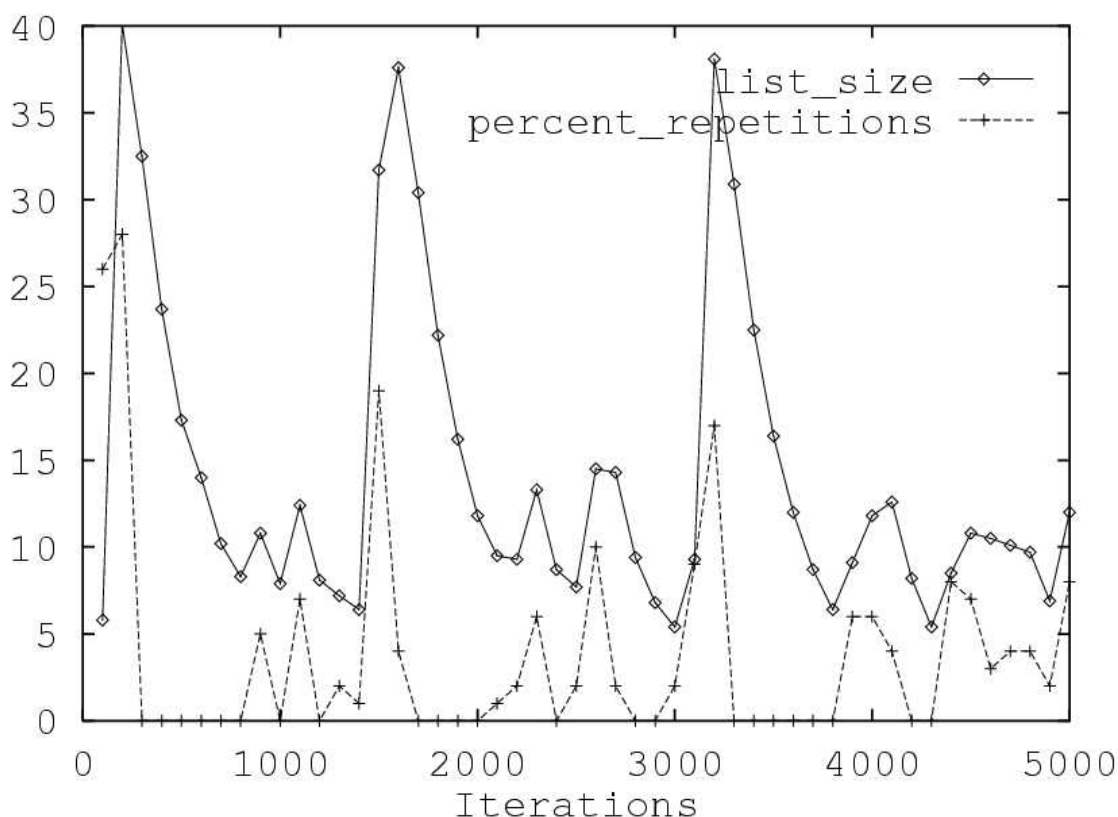
όπου d_{ij} είναι n_n το πλήθος σταθεροί συντελεστές για τη i διακριτή μ.σ. Μέσω του μετασχηματισμού της σχέσης (2.87) κάθε πρόβλημα προγραμματισμού φυσικών αριθμών μετασχηματίζεται σε πρόβλημα διφυσικών μ.σ (z_{ij}). Στη γενική περίπτωση του προβλήματος της σχέσης (2.86) όπου υποσύνολο των μ.σ, είναι συνεχείς μ.σ τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται σε συνδυασμό με μεθόδους γραμμικού και μη γραμμικού προγραμματισμού για τις συνεχείς μ.σ. Μη γραμμικά προβλήματα προγραμματισμού φυσικών αριθμών αντιμετωπίζονται με την επίλυση σε κάθε βήμα του αντίστοιχου γραμμικού προβλήματος.

Τα προβλήματα 0-1 λύνονται με τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγής. Οι Gue et al., [121] παρουσιάζουν αναλυτικά τις δημοφιλέστερες μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων διφυσικών μ.σ. Οι Padula και Kincaid, [219], παρουσιάζουν πληθώρα εφαρμογών, στην αεροδιαστημική βιομηχανία, της μεθόδου προγραμματισμού φυσικών αριθμών με ιδιαίτερη μνεία σε προβλήματα συνδυαστικού χαρακτήρα.

2.7.4 Μέθοδος αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις – (Tabu search methods)

Η μέθοδος αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις [277], [106], [107], αποτελούν λογική εξέλιξη των μεθόδων ερευνάς απληστίας (greedy search algorithms). Η μέθοδος ανήκει στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων αναζήτησης όπως και η μέθοδος Προσομοιωμένης Ανόπτησης και η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων. Η διαφοροποίηση τους με τις μεθόδους ερευνάς απληστίας εστιάζεται στην καταγραφή της ακολουθίας των λύσεων για την αποφυγή της παγίδευσης τους σε τοπικά βέλτιστους σχεδιασμούς. Η μέθοδος ερευνάς απληστίας στηρίζεται στην εξέταση των γειτνιαζόντων ως προς την παρούσα σχεδίαση εναλλακτικών λύσεων και την επιλογή της καλύτερης ως λύση αναφοράς για την επόμενη γενιά. Αν οι γειτνιαζουσες εναλλακτικές προτάσεις δεν οδηγούν σε βελτίωση της λύσης η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται.

Στη βασική της μορφή η μέθοδος αυτή, εξελίσσει μία λύση με την επιλογή της καλύτερης λύσης στη γειτονία της παρούσας λύσης από το υποσύνολο των μη απαγορευμένων λύσεων. Στην περίπτωση που καμία από τις λύσεις αυτές δεν είναι καλύτερη της υπάρχουσας λύσης επιλέγεται η λύση για την οποία έχουμε ελαχιστοποίηση της τιμής $|f(\mathbf{x}_{q+1})-f(\mathbf{x}_q)|$. Το σύνολο των απαγορευμένων λύσεων αποτελείται από n λύσεις που αποτελούν το $(i-n-1, i-1)$ υποσύνολο των λύσεων που έχουν διερευνηθεί και αποτελεί και τη μνήμη του αλγορίθμου. Οι Battiti και Tecchiolli, [18], παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου με την εισαγωγή μεταβλητότητας της βραχυπρόθεσμης μνήμης και την εισαγωγή της μακροπρόθεσμης μνήμης. Η βραχυπρόθεσμη μνήμη ή μνήμη μικρού βάθους (short-term memory) παρουσιάζει απότομη αύξηση του μέγεθός της όταν παρατηρείται εγκλωβισμός σε περιοχή τοπικού ακρότατου με ταυτόχρονη αργή συνεχή μείωση του n για αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης. Η μεταβολή του μήκους της βραχυπρόθεσμης μνήμης και του ποσοστού των επιστροφών στην ίδια λύση παρουσιάζεται στο Διάγ. 2.9.



Διάγ. 2.9: Μέγεθος βραχυπρόθεσμης μνήμης (list size) και ποσοστό επιστροφών στην ίδια λύση (percent repetitions) (Battiti και Tecchiolli, [18]).

Η μνήμη μεγάλου βάθους (Long-Term Memory) χρησιμεύει στην ανίχνευση χαοτικών ελκυστών. Όταν οι λύσεις εγκλωβιστούν σε συγκεκριμένη τροχιά έλξης, ο αλγόριθμος μετασχηματίζεται σε μέθοδο τυχαίου βηματισμού για ένα αριθμό βημάτων (συναρτούμενο

του μεγέθους του ελκυστή) πριν την επαναφορά του στην κλασική μέθοδο αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις.

2.7.5 Μέθοδος διαδοχικής γραμμικοποίησης – (Sequential linearization)

Στην περίπτωση μη γραμμικών προβλημάτων η βέλτιστη λύση βρίσκεται μέσω της επίλυσης ισοδύναμων γραμμικών προβλημάτων. Πλήθος μεθόδων έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση των προβλημάτων αυτών.

Ο Duan, [71], και οι Templeman, και Yates, [279], [280], προτείνουν τη μετατροπή του γραμμικού προβλήματος σε πρόβλημα μ.σ τύπου 0-1. Μειονέκτημα της μεθόδου είναι το αυξημένο υπολογιστικό κόστος λόγω της αύξησης των μ.σ. Οι Olsen και Vanderplaats, [217], προτείνουν μία μέθοδο όπου στόχος είναι η εύρεση της βέλτιστης τιμής για αντίστοιχο πρόβλημα με συνεχείς μ.σ. Στη συνέχεια λύνεται το αντίστοιχο γραμμικό πρόβλημα διακριτών μ.σ, περίξ του σημείου της βέλτιστης λύσης του συνεχούς προβλήματος με τη χρήση μεθόδων προγραμματισμού ακεραίων αριθμών για την εύρεση της τελικής βέλτιστης λύσης. Ως πλεονεκτήματα της μεθόδου αναφέρονται η μείωση του αριθμού των γραμμικών προβλημάτων και η κατάστρωση του προβλήματος λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις ενεργές μεταβλητές στη γειτονία του σημείου σχεδιασμού. Οι Ghattas και Grossman, [103], μορφώνουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης κατασκευών ως πρόβλημα σχεδιασμού και ανάλυσης με διακριτές μ.σ. Ως επιπρόσθετοι περιορισμοί του προβλήματος θεωρούνται οι καταστατικές εξισώσεις του προβλήματος (μετακινήσεις των κόμβων, τάσεις κλπ.) που αντιμετωπίζονται από τον αλγόριθμο ως ισοτικοί περιορισμοί. Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ένταξη της ανάλυσης της κατασκευής στον πρόβλημα βελτιστοποίησης. Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι η αύξηση του μεγέθους του προβλήματος λόγω της ένταξης των περιορισμών σχεδιασμού που σχετίζονται με την επίλυση του προβλήματος. Ο Balling και οι συνεργάτες του [123], [13] [203], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα σχεδίασης μεταλλικών πλαισίων με τη βοήθεια διακριτών μ.σ υπολογίζοντας ένα βέλτιστο σημείο σχεδιασμού με τη χρήση μη γραμμικού προγραμματισμού. Στη συνέχεια για τη μετατροπή του συνεχούς προβλήματος στο διακριτό πρόβλημα προτείνεται πλήθος προσεγγιστικών μεθόδων αναλόγως του τύπου του υπό εξέταση προβλήματος.

2.7.6 Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης – (Simulated annealing)

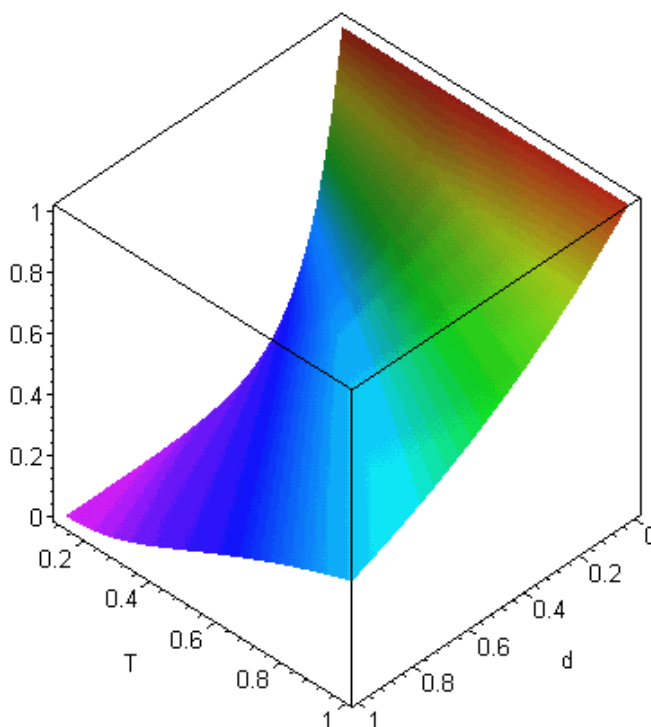
Η Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης [164], [165], ανήκει στην κατηγορία των

στοχαστικών μεθόδων. Η αρχική ιδέα, προέρχεται από το χώρο της στατιστικής μηχανικής και παρουσιάζεται για πρώτη φορά από τους Metropolis et al., [206]. Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η ευρωστία της δεν εξαρτάται από τον τύπο των μ.σ. Η μέθοδος αποτελεί επέκταση της μεθόδου ερευνάς απληστίας και της μεθόδου αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις όπου η απόφαση μετακίνησης από μία λύση σε γειτονική λύση υπόκειται σε τυχαιότητα. Η πιθανότητα αποδοχής της μετακίνησης από τη λύση $\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k$ δίδεται ως:

$$\Pr(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k) = \begin{cases} 1 & \Delta f < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta f}{T_K}\right) & \Delta f \geq 0 \end{cases} \quad \Delta f = f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k-1}) \quad (2.88)$$

όπου T_K είναι η θερμοκρασία κατά την k φάση της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Η παράμετρος αυτή ελέγχει την ευκολία μετακίνησης σε μία λιγότερο εύρωστη λύση. Η μεταβολή του $\Pr(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$ για διαφορετικά T_K παρουσιάζεται στο Διάγ. 2.10.

Pr(xk-1->xk)



Διάγ. 2.10: Πιθανότητα αποδοχής για $\Delta f=g(T_k)$.

Κάθε φάση της μεθόδου προσομοιωμένης απόπτωσης διαρκεί L βήματα. Η τιμή T_{k+1} δίδεται ως:

$$T_{K+1} = (r \cdot T_{init})^K \quad T_0 = T_{init} \quad (2.89)$$

όπου T_{init} είναι η αρχική τιμή της θερμοκρασίας και r είναι ο συντελεστής σχετικής μείωσης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν:

$$T_{K+1} \leq T_{final} \quad (2.90)$$

όπου T_{final} είναι η θερμοκρασία ψύξης. Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως [166], [157]:

Βήμα 1: Ορισμός της θερμοκρασίας T_{init} και του σημείου \mathbf{x}_0 . Υπολογισμός της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\mathbf{x}_0)$. Ορισμός της τιμής L και r . $K=0$ και $k=1$.

Βήμα 2: Επιλογή της αποδεκτής λύσης \mathbf{x}_k . Υπολογισμός $f(\mathbf{x}_k)$ και $\Delta f = f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k-1})$.

Βήμα 3: Αν $\Delta f < 0$ τότε $\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k$ με $f(\mathbf{x}_{k-1}) \rightarrow f(\mathbf{x}_k)$ και συνέχεια στο **Βήμα 5**. Αν $\Delta f \geq 0$ τότε:

Βήμα 4: Υπολογισμός της $\text{Pr}(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$. Αν $z \leq \text{Pr}(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$ όπου z τυχαία τιμή στο $[0,1]$ τότε $\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k$ με $f(\mathbf{x}_{k-1}) \rightarrow f(\mathbf{x}_k)$ και συνέχεια στο **Βήμα 5**. Αν $z > \text{Pr}(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$ επιστροφή στο **Βήμα 2**.

Βήμα 5: Αν $k < L$ τότε $k = k + 1$ και συνέχεια στο **Βήμα 2**. Αν $k > L$ συνέχεια στο **Βήμα 6**.

Βήμα 6: $K = K + 1$, $T_K = r \cdot T_{K-1}$. Αν $T_K > T_{final}$, $k = 1$ και συνέχεια στο **Βήμα 2** αλλιώς τερματισμός της διαδικασίας.

Η μέθοδος προσομοιωμένης ανόπτωσης έχει εφαρμοστεί σε πλήθος εφαρμογών βελτιστοποίησης στο χώρο της χημικής-στατιστικής μηχανικής [35], [36]. Παραλλαγές της βασικής μεθόδου με στόχο τη βελτίωση της ευρωστίας έχουν παρουσιαστεί στις εργασίες των Kvasnichka και Pospichal, [177], Press και Teukolsky, [229], Siarry et al., [264] και Wang και Chen, [288]. Οι Kincaid και Padula, [166] και ο Balling, [12] χρησιμοποιούν τη μέθοδο για τη βελτίωση της αρχικής λύσης που υπολογίστηκε με τη λύση του ισοδυνάμου συνεχούς προβλήματος στην περίπτωση προβλημάτων με διακριτές μ.σ. περιορίζοντας την αναζήτηση της μεθόδου στη γειτονία του αρχικά υποδειχθέντος βέλτιστου σημείου σχεδιασμού. Οι May και Balling, [204], παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτωσης για το βέλτιστο σχεδιασμό χωρικών μεταλλικών πλαισίων συνδυάζοντας τη μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτωσης με μνήμη με στόχο την αποφυγή εγκλωβισμού σε χασοτικούς ελκυστές. Οι μέθοδοι των Hedar και Fukushima, [135], και May και Balling, [204], παρουσιάζονται περισσότερο εύρωστες και με χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος ως προς την κλασσική μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτωσης.

2.7.7 Μέθοδος προσομοιωμένης απόπτωσης άμεσης διερεύνησης

Οι Hedar και Fukushima, [135], συνδυάζουν τη μέθοδο προσομοιωμένης απόπτωσης με τη μέθοδο άμεσης διερεύνησης (Box method), στοχεύοντας στο συνδυασμό της ικανότητας των μεθόδων τοπικής βελτιστοποίησης να υποδεικνύουν με ακρίβεια τη βέλτιστη λύση για συνεχή προβλήματα με την ικανότητα της μεθόδου προσομοιωμένης απόπτωσης να καταδεικνύει περιοχές του χώρου σχεδιασμού που περιέχουν τοπικά ακρότατα. Τα βασικά βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:

Βήμα 1: Επιλογή $n+1$ τιμών κατά Simplex. Επιλογή $\varepsilon > 0$, T , T_{final} και M . Ορισμός του μεγέθους n της βέλτιστης λίστας.

Βήμα 2: Αναδιάταξη των $n+1$ σημείων της λίστας ώστε $f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq f(\mathbf{x}_{n+1})$.

Βήμα 3: Αποθήκευση των $m < n+1$ καλύτερων σημείων της βέλτιστης λίστας.

Βήμα 4: Αν $|f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_{n+1})| \leq \varepsilon$ ή $T_k \leq T_{final}$ τερματισμός της διαδικασίας αλλιώς **Βήμα 5**.

Βήμα 5: Επανέλαβε M φορές τα **Βήματα 5.1** ως **5.6**.

Βήμα 5.1: Ορισμός $k=1$.

Βήμα 5.2: Αν $k \leq M$ συνέχεια στο **Βήμα 5.3** αλλιώς συνέχεια στο **Βήμα 5.4** για συμπύκνωση.

Βήμα 5.3: (Αντανάκλαση): Υπολογισμός των k σημείων αντανάκλασης $\{\mathbf{x}\}_{i=n-k+2}^{n+1}$ ως $\mathbf{x}_i^r := \bar{\mathbf{x}} + \rho \cdot (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_i)$ $i = n-k+2, \dots, n+1$ όπου $\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n-k+1} \sum_{i=1}^{n-k+1} \mathbf{x}_i$ και ρ είναι τυχαίος αριθμός στο διάστημα $(0.9, 1.1)$. Υπολογισμός των $f(\mathbf{x}_i^r)$. Ορισμός ως $\hat{f} := \min_{n-k+2 \leq i \leq n+1} \{f(\mathbf{x}_i^r)\}$

Βήμα 5.3.1: Αν $\hat{f} := \min_{n-k+2 \leq i \leq n+1} \{f(\mathbf{x}_i^r)\} < f(\mathbf{x}_1)$ συνέχεια στο **Βήμα 5.3.3**.

Βήμα 5.3.2: Υπολογισμός της πιθανότητας της σχέσης (2.88) με $f(\mathbf{x}_{k-1}) \equiv f(\mathbf{x}_1)$, $f(\mathbf{x}_k) \equiv \hat{f}$ και $\Delta f = \hat{f} - f(\mathbf{x}_1)$. Ορισμός του τυχαίου z . Αν $z \leq \text{Pr}(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$ συνέχεια στο **Βήμα 5.3.3** αλλιώς $k=k+1$ και συνέχεια στο **Βήμα 5.2**.

Βήμα 5.3.3: Ορισμός του $\mathbf{x}_i^r := \mathbf{x}_i$ και συνέχεια στο **Βήμα 5.5**.

Βήμα 5.4 (Συμπύκνωση): Συμπύκνωση των σημείων σε $n+1$ σημεία σύμφωνα με τη σχέση

$$\mathbf{x}_i := \mathbf{x}_1 + \sigma \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_1) \quad i=2,3,\dots,n+1 \quad 0 \leq \sigma \leq 1.$$

Βήμα 5.5 (Αναδιάταξη): Αναδιάταξη των $n+1$ σημείων ώστε $f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq f(\mathbf{x}_{n+1})$ με $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n-k+1}, \mathbf{x}'_{n-k+2}, \dots, \mathbf{x}'_{n+1}\} \rightarrow \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n+1}\}$.

Βήμα 5.6: Αν $k \leq M$ επιστροφή στο **Βήμα 5.2** αλλιώς συνέχεια στο **Βήμα 6**.

Βήμα 6: $K=K+1$, $T_k=r \cdot T_{k-1}$ και επιστροφή στο **Βήμα 3**.

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε πλήθος συνεχών συναρτήσεων αναφοράς και η ευρωστία της μεθόδου συγκρίνεται με άλλες μεθόδους όπως μία παραλλαγή της μεθόδου αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις [43], παραλλαγή της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτωσης [264], και με τη προσαρμοστική μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτωσης [288].

2.7.8 Γενετικοί Αλγόριθμοι - (Genetic Algorithms)

2.7.8.1 Εισαγωγή

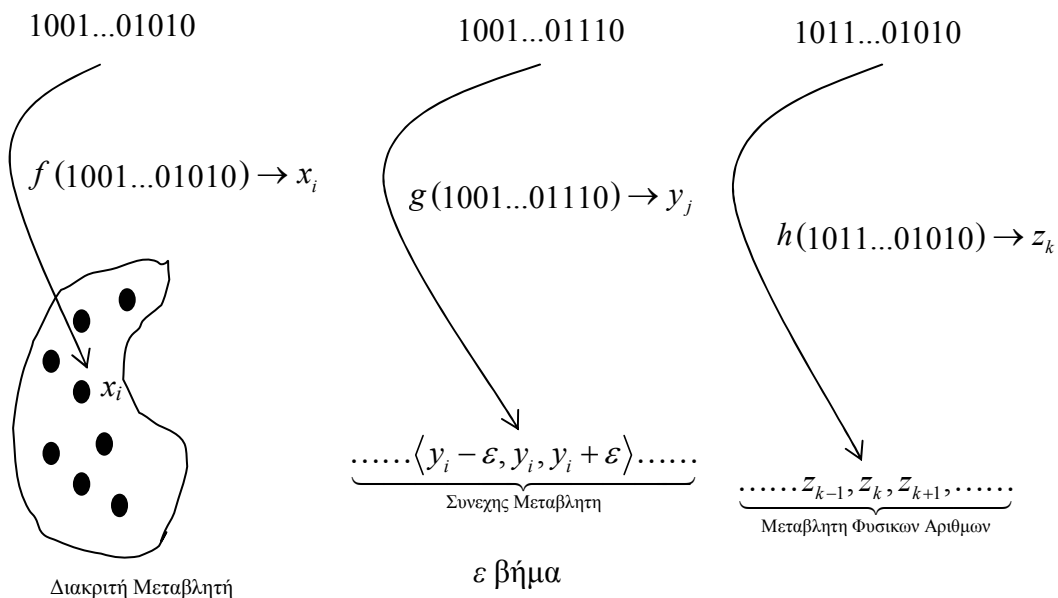
Η πιο διαδεδομένη μέθοδος βελτιστοποίησης με διακριτές μ.σ, όπου η μορφή του χώρου σχεδιασμού παρουσιάζει ασυνέχειες και η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει πλήθος τοπικών ακρότατων στον αποδεκτό χώρο των λύσεων, είναι η μέθοδος των Γενετικών Αλγόριθμων (ΓΑ) [108], [145], [168], [171], [169].

Σύμφωνα με τον Goldberg [108], οι πρώτες αναφορές για την προσομοίωση των φυσικών διεργασιών σε γενετικά συστήματα με τη βοήθεια Η/Υ ανήκει στους Baricelli [16], [17], και Fraser [93], [94], [95], [96]. Ο Fraser [96], προσομοίωσε την εξέλιξη ενός χρωμοσώματος 15 δυφίων και υπολόγισε την πιθανότητα εμφάνισης ατόμων με αποδεκτά φαινοτυπικά χαρακτηριστικά ως προς την παρέλευση των γενεών. Η πρώτη εφαρμογή των ΓΑ σε μη φυσικά προβλήματα αποδίδεται στον Bagley [9]. Η πρώτη εφαρμογή της διαδικασίας της φυσικής επιλογής σε θέματα βελτιστοποίησης ανήκει στον Holland [141], [142]. Ο Holland [143], [144], παρουσίασε το θεώρημα σχήματος που αποτελεί το θεωρητικό υπόβαθρο των ΓΑ σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Το θεώρημα σχήματος [144], [145] δηλώνει ότι «μικρής τάξης ακολουθίες δυφίων (σχήματα) με ευρωστία μεγαλύτερη του μέσου όρου, λαμβάνουν κατά εκθετικό τρόπο αυξανόμενες πιθανότητες επιλογής σε μελλοντικές γενεές». Ο De-Jong [58], με τη βοήθεια του θεωρήματος σχήματος απέδειξε την ευρωστία του αλγορίθμου (θεωρητικά και πειραματικά) σε πλήθος προβλημάτων αναφοράς.

Βασικά αιτία της εξάπλωσης των ΓΑ είναι η απλότητα χρήσης, η ευρωστία του αλγορίθμου σε δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης, η δυνατότητα αντιμετώπισης προβλημάτων για κάθε τύπο μ.σ, και η μη ύπαρξη περιορισμών σε σχέση με τη συνέχεια ή την ύπαρξη παραγών για την αντικειμενική συνάρτηση και τις συναρτήσεις περιορισμών. Μειονεκτήματα της μεθόδου θεωρούνται η αδυναμία της να αντιμετωπίσει άμεσα προβλήματα με περιορισμούς σχεδιασμού καθώς και το υψηλό υπολογιστικό φορτίο. Η μέθοδος έχει εφαρμοστεί σε πλήθος προβλημάτων (Goldberg και Kuo [110], Goldberg [108], Hajela [124], Lin και Hajela [192], Huang [154], Huang et al. [158]).

2.7.8.2 Κλασικός ΓΑ

Η μέθοδος των ΓΑ ανήκει στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων. Οι ΓΑ, σε αντίθεση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης, εξελίσσει ένα πλήθος πιθανών λύσεων (πληθυσμός λύσεων). Μέσω των τελεστών της μεθόδου ο πληθυσμός αυτός χρησιμοποιείται για τη δημιουργία των ατόμων της επόμενης γενεάς. Στην κλασική μορφή του ΓΑ κάθε μ.σ, απεικονίζεται ως μία πεπερασμένη ακολουθία των φυσικών αριθμών 0 και 1 (γονίδιο). (Διάγ. 2.11). Το σύνολο των γονιδίων αποτελεί ένα χρωμόσωμα. Κάθε χρωμόσωμα απεικονίζει μία πιθανή λύση μέσα στο χώρο σχεδιασμού του προβλήματος (Διάγ. 2.12).



Τελεστές σε επίπεδο γονιδίων και απεικονίσεις

Διάγ. 2.11: Σχηματική παράσταση της απεικόνισης μ.σ, για το κλασικό ΓΑ.

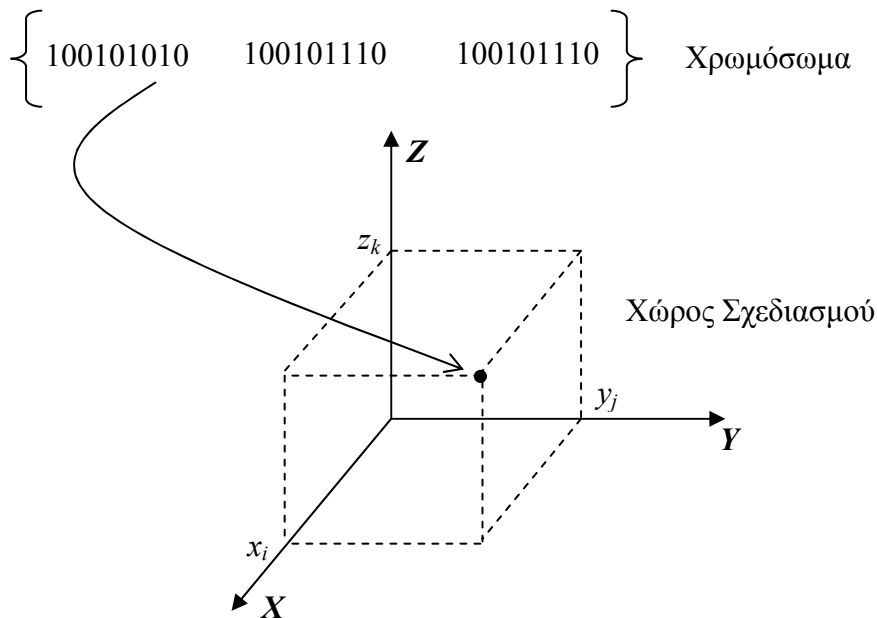
Οι τρεις βασικοί τελεστές της μεθόδου ΓΑ συνοψίζονται ως:

Επιλογή (Selection): Η διαδικασία επιλογής ενός ατόμου του πληθυσμού για διασταύρωση.

Η διαδικασία επιλογής στηρίζεται στην ευρωστία κάθε ατόμου. Εφόσον στα πιο εύρωστα άτομα ορίζεται υψηλότερη πιθανότητα επιλογής, αναμένεται να έχουν περισσότερους απογόνους, με αποτέλεσμα τα σχήματα του γενετικού υλικού τους να εμφανίζονται με υψηλότερη συχνότητα στην επόμενη γενεά.

Διασταύρωση (Crossover): Η διαδικασία ανάμιξης του γενετικού υλικού k γονέων για την παραγωγή l ατόμων που θα αποτελέσουν και τα άτομα της επόμενης γενεάς.

Μετάλλαξη (Mutation): Η διαδικασία εισαγωγής κατά τυχαίο τρόπο λαθών στην αντιγραφή του γενετικού υλικού κατά τη φάση της διασταύρωσης. Με τη βοήθεια του τελεστή αυτού εισάγονται νέες ακολουθίες γενετικού υλικού στον πληθυσμό. Η μετάλλαξη προσδίδει στο ΓΑ το χαρακτηρισμό της **εύρωστης** διαδικασίας βελτιστοποίησης καθώς εξασφαλίζει ότι ο ΓΑ θα εντοπίσει το ολικό ακρότατο σε πεπερασμένο χρόνο. (Παράγραφος 2.10).



Διάγ. 2.12: Σχηματική παράσταση της απεικόνισης χρωμοσώματος σε άτομο του πληθυσμού.

Τα βήματα της μεθόδου ΓΑ συνοψίζονται ως:

Βήμα 1: Ορισμός της μεθόδου απεικόνισης μίας υποψήφιας λύσης, και των τελεστών της επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης..

Βήμα 2: Τυχαία παραγωγή N_p (πλήθος ατόμων) χρωμοσωμάτων (αρχικός πληθυσμός). $K=0$.

Βήμα 3: Υπολογισμός της ευρωστίας κάθε ατόμου του πληθυσμού. $K=K+1$

Βήμα 4: Επιλογή των μελών του πληθυσμού για τη δημιουργία του νέου πληθυσμού μέσω

των τελεστών της διασταύρωσης και μετάλλαξης.

Βήμα 5: Διασταύρωση.

Βήμα 6: Μετάλλαξη.

Βήμα 7: Έλεγχος των κριτηρίων σύγκλισης. Αν ένα ή περισσότερα κριτήρια σύγκλισης ικανοποιούνται τερματισμός της διαδικασίας αλλιώς επιστροφή στο **Βήμα 5**.

2.7.8.3 Θεώρημα σχήματος

Η θεωρητική δικαιολόγηση της ευρωστίας των ΓΑ στηρίζεται στο θεώρημα σχήματος (Schema theorem) που πηγάζει από την πιθανότητα μετάβασης του γενετικού υλικού και την αντίστοιχη πιθανότητα διαταραχής μιας συγκεκριμένης ακολουθίας γονιδίων λόγω των τελεστών της μεθόδου. Σύμφωνα με τους [145], [108] το θεώρημα σχήματος ορίζει ότι, το πλήθος $m(H)$ μίας συγκεκριμένης ακολουθίας δυφίων H , μεταβάλλεται ως [145]:

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \cdot \frac{f(H)}{E_{\text{for all } H_i \in D} [f(H_i)]} \cdot \left[1 - \frac{\delta(H)}{L-1} \cdot P_{cr} - O(H) \cdot P_m \right] \quad (2.91)$$

όπου H είναι η υπό εξέταση ακολουθία δυφίων, $\delta(H)$ είναι το μήκος της ακολουθίας αυτής, $O(H)$ είναι η τάξη του σχήματος (το πλήθος των σταθερών δυφίων), L είναι το μήκος του χρωμοσώματος, $m(H, t)$ είναι το πλήθος των ατόμων που εμπεριέχουν την ακολουθία H στη γενεά t , P_{cr} και P_m είναι οι πιθανότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης αντίστοιχα, και $f(H)$ είναι η ευρωστία του σχήματος H . Η σχέση (2.91) ισχύει υπό τις προϋποθέσεις, ότι η πιθανότητα επιλογής είναι ανάλογη της ευρωστίας και οι πιθανότητες διαταραχής του σχήματος είναι πολύ μικρές οπότε η συνολική πιθανότητα διαταραχής να δίδεται ως άθροισμα τους. Ο λόγος $\left[1 - \frac{\delta(H)}{L-1} \cdot P_{cr} - O(H) \cdot P_m \right]$ ορίζει τη συμπληρωματική πιθανότητα διαταραχής του σχήματος. Ο Whitley [291], στηριζόμενος στην εργασία των Holland, [145], και Schaffer όπως παρουσιάζεται από τον Davis, [56], καταλήγει ότι το πλήθος μίας συγκεκριμένης ακολουθίας δυφίων μεταβάλλεται ως:

$$m(H, t+1) \geq D \cdot \left[1 - \frac{\delta(H)}{L-1} \cdot P_{cr} \cdot (1-D) \right] \cdot (1-P_m)^{O(H)} D = m(H, t) \cdot \frac{f(H)}{E_{\text{for all } H_i \in D} [f(H_i)]} \quad (2.92)$$

όπου $(1-P_m)^{O(H)}$ είναι η πιθανότητα μη διαταραχής του σχήματος λόγω μετάλλαξης. Μια πιο γενική σχέση ορίζει το θεώρημα σχήματος ως αποτέλεσμα και μόνον των επιμέρους

πιθανοτήτων των γεγονότων που επηρεάζουν την ανέλιξη του ως:

$$m(H, t+1) \cong m(H, t) \cdot \frac{\Pr(H)}{E_{\text{for all } H_i \in D} [\Pr(H)]} \cdot [1 - \Pr(H|_{P_{cr}}^{\text{Disrupt}})] \cdot [1 - \Pr(H|_{P_m}^{\text{Disrupt}})] \quad (2.93)$$

όπου, $\Pr(H)$ είναι η πιθανότητα επιλογής ατόμου με το σχήμα H , $\Pr(H|_{P_{cr}}^{\text{Disrupt}})$ είναι η πιθανότητα διαταραχής λόγω της διαδικασίας διασταύρωσης και $\Pr(H|_{P_m}^{\text{Disrupt}})$ είναι η πιθανότητα διαταραχής λόγω της διαδικασίας της μετάλλαξης.

Το θεώρημα σχήματος εξασφαλίζει την αύξηση της συχνότητας εμφάνισης ενός συγκεκριμένου σχήματος εφόσον το γινόμενο:

$$\frac{\Pr(H)}{E_{\text{for all } H_i \in D} [\Pr(H)]} \cdot [1 - \Pr(H|_{P_{cr}}^{\text{Disrupt}})] \cdot [1 - \Pr(H|_{P_m}^{\text{Disrupt}})] > 1 \quad (2.94)$$

Στην περίπτωση που η συχνότητα εμφάνισης συγκεκριμένου σχήματος είναι υψηλή για τον κλασικό ΓΑ δεν είναι δυνατόν να αγνοηθεί η περίπτωση επιλογής δύο γονέων για την παραγωγή των αντίστοιχων τέκνων οπότε η σχέση (2.93) τροποποιείται ως:

$$m(H, t+1) \cong m(H, t) \cdot [1 - (1-A) \cdot (1-B)] \quad A = \frac{\Pr(H)}{F} \cdot D \cdot C \quad B = \frac{[\Pr(H)]^2}{F} \cdot C \quad (2.95)$$

$$C = [1 - \Pr(H|_{P_m}^{\text{Disrupt}})] \quad D = [1 - \Pr(H|_{P_{cr}}^{\text{Disrupt}})] \quad F = E_{\text{for all } H_i \in D} [\Pr(H)]$$

όπου A είναι ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής του πλήθους των σχημάτων εφόσον το συγκεκριμένο σχήμα εμφανίζεται στον έναν εκ των 2 γονέων και B είναι ο αντίστοιχος συντελεστής εφόσον το συγκεκριμένο σχήμα εμφανίζεται και στους 2 γονείς. Η σχέση (2.95) συγκλίνει στη σχέση (2.93) όταν $\Pr(H) \ll 1$ οπότε $[1 - (1-A) \cdot (1-B)] \approx [1 - (1-A)] = A$. Η πιθανότητα επιλογής ενός σχήματος στην περίπτωση ορισμού της ευρωστίας με τη μέθοδο κατανομής της ρουλέτας [108], [172], δίδεται ως:

$$\Pr(H_j) = \frac{\sum_{\forall H_j \in N_p} f(H_j)}{\sum_{\forall H_i \in D} f(H_i)} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{H,j}} f(\mathbf{x}_k)}{\sum_{i=1}^{N_p} f(\mathbf{x}_i)} \quad (2.96)$$

όπου N_{H_j} είναι το πλήθος των ατόμων που περιέχουν το συγκεκριμένο σχήμα και $f(\mathbf{x}_i)$ είναι η ευρωστία του i ατόμου. Οι Koumouis και Katsaras [173], εξετάζουν την ισχύ της σχέσης (2.91) όταν ο πληθυσμός δεν παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια της διαδικασίας

βελτιστοποίησης στοχεύοντας στη δημιουργία σχημάτων μεταβολής των ατόμων του πληθυσμού που οδηγούν σε μεθόδους βελτιστοποίησης με αυξημένη απόδοση. Στην παράγραφο 2.11, παρουσιάζεται αναλυτικά η χρονική μεταβολή του πλήθους και / ή της πυκνότητας ενός συγκεκριμένου σχήματος σε συνάρτηση με τη σχετική του ευρωστία για διάφορους τελεστές διασταύρωσης και επιλογής.

2.7.8.4 Κατάστρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης (Formulation of optimization problem)

Στην περίπτωση του κλασσικού ΓΑ το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης της αντικειμενικής τιμής του ισοδύναμου προβλήματος χωρίς περιορισμούς:

$$\max F(\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x})}{\prod_{i=1}^m \Phi_i(\mathbf{x})} \quad x_i \in D_i = \{d_{1i}, \dots, d_{ni}\} \quad (2.97)$$

όπου $f(\mathbf{x})$ είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και $\prod_{i=1}^m \Phi_i(\mathbf{x})$ είναι ο συντελεστής απομείωσης της ευρωστίας της λύσης λόγω παραβίασης των συναρτήσεων περιορισμού του προβλήματος. Κάθε μ.σ, κωδικοποιείται σύμφωνα με τους τελεστές του Διάγ. 2.11. Η συνάρτηση $\Phi_i(\mathbf{x})$ ορίζεται ως:

$$\Phi_i(\mathbf{x}) = 1 + k \cdot (q_i(\mathbf{x}) - 1)^n \quad q_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ g_i(\mathbf{x}) + 1 & g_i(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad i = p+1, \dots, m \quad (2.98)$$

$$q_i(\mathbf{x}) = |h_i(\mathbf{x})| + 1 \quad i = 1, \dots, p$$

όπου n είναι παράμετρος που καθορίζει το σχήμα της συνάρτησης προσαύξησης.

2.7.8.5 Κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση

Η περισσότερο διαδεδομένη μέθοδος κωδικοποίησης των μ.σ, είναι ο μετασχηματισμός κάθε τιμής σε ακολουθία δυφίων (γονίδιο) συγκεκριμένου μήκους. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για το σύνολο των μ.σ, και οι επιμέρους ακολουθίες δυφίων συνδυάζονται για τη μόρφωση του χρωμοσώματος. Η διαδικασία αποκωδικοποίησης τεμαχίζει το χρωμόσωμα στα επιμέρους κομμάτια του (γονίδια) και στη συνέχεια μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού υπολογίζονται οι τιμές των μ.σ.

Ο τρόπος κωδικοποίησης της πληροφορίας επηρεάζει σημαντικά την ευρωστία του αλγορίθμου. Σύμφωνα με το Whitley [291], η κωδικοποίηση μέσω ακολουθιών δυφίων

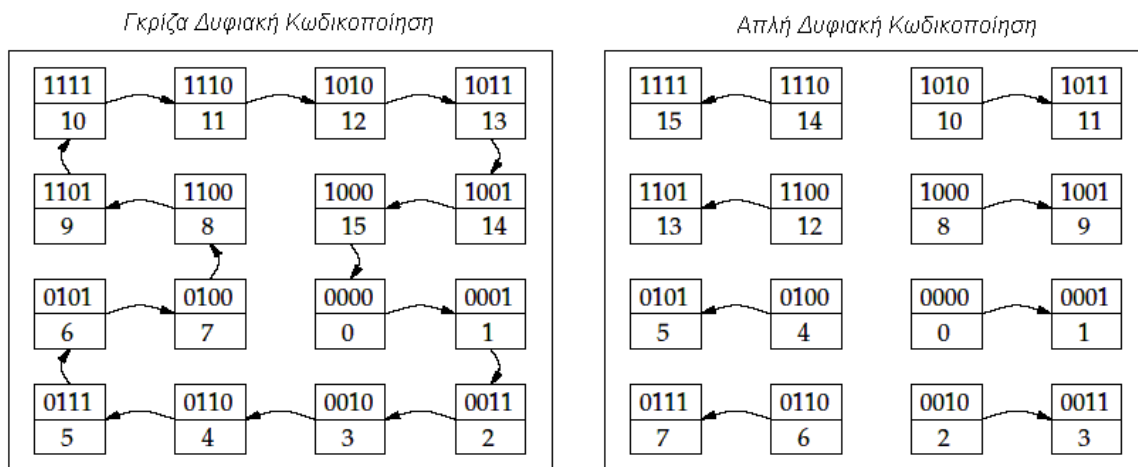
αντιμετωπίζεται με σκεπτικισμό καθώς είναι δυνατό να οδηγήσει σε ορισμένες περιπτώσεις σε αποκλεισμό της πρόσβασης του αλγορίθμου σε ορισμένες περιοχές του χώρου των δυνατών σχεδιάσεων. Άλλοι μέθοδοι κωδικοποίησης είναι μέσω πραγματικών τιμών [56], [210], [211], στην περίπτωση προβλημάτων συνεχών μ.σ ή μέσω τις «γκρίζας» κωδικοποίησης δυφίων (grey encoding). Η όρος «γκρίζα» αναφέρεται συνήθως στη μέθοδο ανακλώμενης γκρίζας δυφιακής κωδικοποίησης των Bitner et al., [25], με βασικό χαρακτηριστικό ότι γειτονικές τιμές στο πεδίο των λύσεων παρουσιάζουν μετά την κωδικοποίηση τους ως ακολουθίες δυφίων, απόσταση κατά Hamming ίση με τη μονάδα. Η απόσταση κατά Hamming $H(b_i, b_j)$ ορίζεται ως [130]:

$$H(b_i, b_j) = \sum_{k=1}^{n_b} b_{ik} \oplus b_{jk} \tag{2.99}$$

όπου b_i και b_j είναι τα γονίδια των ατόμων i και j μήκους n_b και \oplus είναι ο τελεστής του αποκλειστικού ή (XOR). Ο τελεστής του αποκλειστικού ή ορίζεται ως:

$$0 \oplus 0 = 0 \quad 0 \oplus 1 = 1 \quad 1 \oplus 0 = 1 \quad 1 \oplus 1 = 0 \tag{2.100}$$

Σύμφωνα με τους Whitley et al., [292], κάθε γκρίζα μέθοδος κωδικοποίησης πρέπει να διατηρεί τη συνεκτικότητα των μ.σ (Διάγ. 2.13).



Διάγ. 2.13: Συνεκτικότητα στο χώρο Hamming 4 δυφίων γκρίζας και απλής δυφιακής κωδικοποίησης.

Σε τυπικά προβλήματα όπου η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει ομαλότητα ως προς τις μ.σ ή σε προβλήματα με μικρό αριθμό ακρότατων, η γκρίζα δυφιακή κωδικοποίηση, αυξάνει την ευρωστία του ΓΑ [291]. Αυτό οφείλεται στην αφαίρεση των λόφων κατά Hamming (Hamming Cliffs) στην περίπτωση της γκρίζας μεθόδου κωδικοποίησης. Ως λόφος κατά Hamming ορίζεται η κατάσταση όπου δύο γειτονικές τιμές κωδικοποιούνται με

συμπληρωματικές απεικονίσεις του γονιδίου (απόσταση κατά Hamming ίση με το μήκος του χρωμοσώματος). Ο όρος «ομαλότητα» σχετίζεται με τη μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μ.σ. Ένα πρόβλημα χαρακτηρίζεται ομαλό όταν:

$$\max_{\forall \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n} (|f(\mathbf{x} \pm \boldsymbol{\varepsilon}) - f(\mathbf{x})|) \leq \left| \frac{\min_{\forall \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n} (|f(\mathbf{x} \pm \boldsymbol{\varepsilon}) - f(\mathbf{x})|)}{\boldsymbol{\varepsilon}'} + \delta \right| \quad (2.101)$$

όπου $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}'$, δ είναι μικρές θετικές ποσότητες. Η απλή μέθοδος κωδικοποίησης δίδει καλύτερα αποτελέσματα σε συναρτήσεις με μεγάλο πλήθος ακρότατων ή στη χειρίστη περίπτωση συνάρτησης όπου το ήμισυ των σημείων του χώρου σχεδιασμού αποτελούν και ακρότατα της συνάρτησης [290]. Στην περίπτωση κωδικοποίησης με συνεχείς μ.σ, ισχύει ότι και στην περίπτωση της γκριζας μεθόδου κωδικοποίησης [292] εφόσον όταν το πρόβλημα είναι ομαλό η κωδικοποίηση με συνεχείς μ.σ, οδηγεί σε αλγορίθμους υψηλότερης ευρωστίας σε σχέση με απλή μέθοδο κωδικοποίησης.

2.7.8.6 Παράμετροι του Γενετικού Αλγορίθμου

Οι βασικές παράμετροι του ΓΑ είναι, το μέγεθος του πληθυσμού, ο τύπος επιλογής, ο τύπος και η πιθανότητα διασταύρωσης και οι παράμετροι της πιθανότητας μετάλλαξης. Η συμπεριφορά του αλγορίθμου ως προς τις παραμέτρους του ΓΑ έχει αναλυθεί σε πλήθος εργασιών. Οι De Jong και Spears, [59], παρουσιάζουν θεωρητικά και αριθμητικά αποτελέσματα σε σχέση με την αλληλεπίδραση του μεγέθους του πληθυσμού και του τύπου της διασταύρωσης. Οι Cvetkovic και Muhlenbein, [54], εξάγουν χρήσιμα συμπεράσματα σε σχέση με το βέλτιστο μέγεθος του πληθυσμού στην περίπτωση ομοιομόρφου διασταύρωσης και επιλογή των ατόμων για επιλογή μέσω αποκοπής μελών (truncation selection) για πλήθος συναρτήσεων αναφοράς. Οι Harik et al., [132], επεκτείνουν την εργασία των Goldberg Deb και Clark, [109], για τον υπολογισμό του ελάχιστου πληθυσμού που απαιτείται για τη σύγκλιση σε καλή λύση του ΓΑ με μία συγκεκριμένη πιθανότητα για συγκεκριμένη κατηγορία προβλημάτων έχοντας ως βάση τη θεωρία του τυχαίου βηματισμού και υπολογίζοντας την πιθανότητα επιλογής του σωστού γονότυπου με παράμετρο το μέγεθος του πληθυσμού. Οι Srivastava και Goldberg, [271], στηριζόμενοι στη θεώρηση των δομών (building blocks) κατηγοριοποιούν τα προβλήματα ως ΓΑ-δύσκολα (GA-hard) ή ως μη ΓΑ-δύσκολα (non GA-hard). Η κατηγοριοποίηση αυτή βασίζεται σχετίζεται με τον τύπο του υπό εξέταση προβλήματος. Προβλήματα που χαρακτηρίζονται ως συγκεκριμένα προβλήματα (deceptive problems) για τους ΓΑ ανήκουν στην κατηγορία των ΓΑ-δύσκολων προβλημάτων. Ένα πρόβλημα θεωρείται συγκεκριμένο όταν:

$$f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) > f(\mathbf{x}) \forall \{\mathbf{x}, \Delta\mathbf{x}\} \in \mathbf{D}^n - \mathbf{D}_{opt}^n \quad (2.102)$$

$$\exists \{\mathbf{x}_{opt}, \Delta\mathbf{x}'\} \in \mathbf{D}_{opt} : f(\mathbf{x}_{opt} + \Delta\mathbf{x}') < f(\mathbf{x}_{opt}) \quad \|\mathbf{D}^n\| \gg \|\mathbf{D}_{opt}^n\| \quad \mathbf{D}_{opt}^n \subset \mathbf{D}^n$$

όπου $\Delta\mathbf{x}$ και $\Delta\mathbf{x}'$ είναι μικρές μεταβολές του διανύσματος των μ.σ. Σύμφωνα με τους Srivastava και Goldberg, [271], ως ΓΑ-δύσκολο πρόβλημα ορίζεται το πρόβλημα για το οποίο μέσω του θεωρήματος σχήματος ο τελεστής της διασταύρωσης οδηγεί τον πληθυσμό σε περιοχές μακράν της γειτονίας \mathbf{D}_{opt}^n που περιέχει το βέλτιστο σχεδιασμό.

Σε παλαιότερη εργασία ο Grefenstette, [115], παρουσιάζει μία κατηγορία προβλημάτων που δεν μπορούν να χαρακτηριστούν ως συγκεκριμένα προβλήματα σύμφωνα με τη σχέση (2.102) αλλά εντάσσονται στα προβλήματα που είναι δύσκολο να επιλυθούν με τη βοήθεια των ΓΑ. Ένα πρόβλημα κατά Grefenstette, [115], ορίζεται ως ΓΑ-δύσκολο πρόβλημα όταν:

$$f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) = F \quad \forall \{\mathbf{x}, \Delta\mathbf{x}\} \in \mathbf{D}^n - \mathbf{D}_{opt}^n \quad \exists \{\mathbf{x}_{opt}, \Delta\mathbf{x}'\} \in \mathbf{D}_{opt}^n \quad (2.103)$$

$$f(\mathbf{x}_{opt}) \gg f(\mathbf{x}_{opt} + \Delta\mathbf{x}') \gg F \quad \|\Delta\mathbf{x}'\| \ll \varepsilon \quad \|\mathbf{D}^n\| \gg \|\mathbf{D}_{opt}^n\| \quad \mathbf{D}_{opt}^n \subset \mathbf{D}^n$$

Στην παράγραφο 2.13, παρουσιάζεται αναλυτικά η πιθανότητα εύρεσης της βέλτιστης λύσης για προβλήματα για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις (2.102) και (2.103) ως προς την πιθανότητα μετάλλαξης, τον πληθυσμό, τον τύπο κωδικοποίησης και το μήκος του χρωμοσώματος.

Οι Smith και Fogarty, [265], κατηγοριοποιούν τις παραλλαγές του ΓΑ που έχουν αναπτυχθεί με στόχο τη βελτίωση του υπολογιστικού φόρτου και της ευρωστίας. Οι παραλλαγές της βασικής μεθόδου των ΓΑ ομαδοποιούνται σε δύο μεγάλες κατηγορίες [265]:

- Στις μεθόδους που προσαρμόζουν τη στρατηγική διερεύνησης του χώρου των λύσεων βασιζόμενοι σε ένα σύνολο προκαθορισμένων κανόνων που δύναται να εκμεταλλεύονται έμμεσα ή άμεσα τα στατιστικά χαρακτηριστικά των πληθυσμών.
- Στις μεθόδους που προσαρμόζουν τη στρατηγική διερεύνησης του χώρου των λύσεων βασιζόμενοι σε ένα σύνολο εμπειρικών κανόνων (όπως η διασπορά των λύσεων στο χώρο σχεδιασμού, η διασπορά της τιμής της ευρωστίας του πληθυσμού κλπ.)

2.7.8.7 Στρατηγικές επιλογής (Selection Strategies)

Ο αρχικός πληθυσμός παράγεται συνήθως με την τυχαία γέννηση των ατόμων του ή σπανιότερα μέσω της επιλογής από βάση δεδομένων με υποψήφιους σχεδιασμούς. Στην 2^η περίπτωση η σωστή επιλογή του αρχικού πληθυσμού καθίσταται πρόβλημα θεμελιώδους

σημασίας εφόσον ο αρχικός πληθυσμός καθορίζει την προσαρμοστική και εξελικτική του ικανότητα της μεθόδου [56]. Κατά τη φάση της βελτιστοποίησης η πιθανότητα επιλογής κάθε μέλους είναι συνάρτηση της ευρωστίας του. Στον κλασικό ΓΑ η πιθανότητα επιλογής ενός ατόμου δίδεται ως [145], [108]:

$$P_i = f(\mathbf{x}_i) / \sum_{j=1}^{N_p} f(\mathbf{x}_j) \quad (2.104)$$

όπου $f(\mathbf{x}_i)$ είναι η ευρωστία του i ατόμου. Η μέθοδος επιλογής ονομάζεται μέθοδος κατανομής της ρουλέτας (roulette wheel method). Πέρα από τη σχέση (2.104) στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται πλήθος άλλων σχέσεων για τον ορισμό της πιθανότητας επιλογής. Ο Baker [11], παρουσιάζει τις περισσότερο διαδεδομένες στρατηγικές επιλογής ατόμων σε ΓΑ.

Άλλη μέθοδος του υπολογισμού της πιθανότητας επιλογής είναι ο χωρισμός του πληθυσμού σε τάξεις και η απονομή σε κάθε τάξη μιας συγκεκριμένης πιθανότητας επιλογής που ισομοιράζεται στα μέλη του [34], [225].

Άλλη μέθοδος στηρίζεται στη σχετική θέση (rank) κάθε ατόμου στο σύνολο του πληθυσμού [67], [68]. Στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα επιλογής δίδεται ως [120]:

$$P_i = \frac{(N_p + 1 - i)^c}{\sum_{j=1}^{N_p} (N_p + 1 - j)^c} \quad (2.105)$$

όπου i είναι η θέση και ο εκθέτης c καθορίζει την κατανομή των πιθανοτήτων επιλογής. Το περισσότερο και λιγότερο εύρωστο άτομο για $c=1$ παρουσιάζουν πιθανότητες επιλογής $2/(N_p+1)$ και $2/N_p*(N_p+1)$ αντίστοιχα. Στην περίπτωση αυτή παρατηρείται ότι η ευρωστία κάθε ατόμου (και αντίστοιχα η πιθανότητα επιλογής) είναι ανεξάρτητη της απόλυτης απόδοσης και εξαρτάται μόνον από τη σχετική θέση του ατόμου στον πληθυσμό.

Άλλη μέθοδος επιλογής είναι η μέθοδος επιλογής μέσω αγώνα [222], [60], [173] (tournament selection). Η πιθανότητα επιλογής ενός ατόμου στην περίπτωση αυτή είναι συνάρτηση της σχετικής απόδοσης του σε σχέση με τους λοιπούς σχεδιασμούς του πληθυσμού. Στην περίπτωση επιλογής μέσω αγώνα (k,n) , από k επιλεγμένα άτομα κατά τυχαίο τρόπο τα n πιο εύρωστα επιλέγονται για διασταύρωση. Ανάλογα με το μέγεθος των μεταβλητών k και n έχουμε τον έλεγχο της πιθανότητα επιλογής των πιο εύρωστων ατόμων. Η πιθανότητα επιλογής του περισσότερο εύρωστου ατόμου δίδεται ως:

$$\max \{P_i\} = P_{N_p} = \left\{ 1 - \left[1 - \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{N_p - j} \right) \right]^{\frac{N_p}{n}} \right\} \quad (2.106)$$

όπου, N_p είναι το μέγεθος του πληθυσμού, k το πλήθος των ατόμων που διαγωνίζονται και n το πλήθος των ατόμων που επιλέγονται για διασταύρωση. Η σχέση (2.106) ισχύει και στην περίπτωση που το πλήθος των τέκνων n' δεν είναι ίσο με το πλήθος των γονέων.

Ιδιάζων χαρακτηριστικό της μεθόδου επιλογής μέσω αγώνα είναι το γεγονός ότι η πιθανότητα επιλογής των $k-n$ λιγότερο εύρωστων ατόμων είναι ίση με μηδέν. Αντίστοιχα η πιθανότητα επιλογής των n περισσότερο εύρωστων ατόμων είναι ίση με τη μέγιστη τιμή. Χαρακτηριστικό του τελεστή επιλογής μέσω αγώνα είναι το γεγονός ότι σε κάθε γενεά η απώλεια γενετικής πληροφορίας γίνεται κατά ελεγχόμενο τρόπο ενώ η πιθανότητα επιλογής του περισσότερο εύρωστου ατόμου παρουσιάζει $\sup \{P_i\} = f(N_p, k, n) < 1$ όταν στην περίπτωση επιλογής μέσω ρουλέτας το άνω όριο της πιθανότητας επιλογής είναι ίσο με τη μονάδα. Οι Blickle και Thiele, [26], παρουσιάζουν αναλυτικά το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου διασταύρωσης μέσω αγώνα, τις ιδιότητες της και την επιρροή της στην ευρωστία του ΓΑ.

Άλλη μέθοδος είναι η μέθοδος επιλογής βάσει της ευρωστίας (breeder-GA) [210], [211], [57]. Στη μέθοδο αυτή επιλέγεται υποσύνολο του αρχικού πληθυσμού (τα περισσότερο εύρωστα άτομα) που στη συνέχεια διασταυρώνονται μεταξύ τους με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς. Τα N_p περισσότερο εύρωστα τέκνα της διαδικασίας επιλογής θα αποτελέσουν την επόμενη γενεά. Ο πληθυσμός της επόμενης γενεάς στην περίπτωση αυτή περιέχει και μόνον τα γενετικά χαρακτηριστικά ενός μέρους του πληθυσμού των γονέων.

Πέρα των μεθόδων αυτών, για τον ορισμό της πιθανότητας επιλογής στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται στρατηγικές επιλογής που μεταβάλλουν τον ορισμό της ευρωστίας της λύσης διατηρώντας τη μέθοδο κατανομής της ρουλέτας για τη μείωση της πιθανότητας εγκλωβισμού περίξ τοπικού ελάχιστου. Οι Ponterosso et al., [226], καθορίζουν την ευρωστία κάθε λύσης ανάλογα με την ικανότητα ανάληψης φορτίου πριν την κατάρρευση. Στην περίπτωση που κάποιες λύσεις δεν είναι αποδεκτές η ευρωστία των λύσεων αυτών ισούνται με μία μικρή τιμή με στόχο της διατήρηση της ποικιλότητας των λύσεων. Οι Erbatur et al., [77], χρησιμοποιούν εκφράσεις όπου η επαύξηση της αντικειμενικής συνάρτησης λόγω της παραβίασης σειράς περιορισμών, καθορίζεται είτε κατά δυναμικό είτε κατά στατικό τρόπο για κάθε υποψήφια λύση.

Οι Nanakorn και Meesomklin, [212], παρουσιάζουν μία μέθοδο για τη δυναμική προσαρμογή

του συντελεστή ποινής της σχέσης της αντικειμενικής συνάρτησης ώστε να αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε μη βέλτιστη λύση στην περίπτωση όπου η πιθανότητα επιλογής για τη μέθοδο κατανομής της ρουλέτας ενός ατόμου είναι ιδιαίτερα υψηλή. Η βασική ιδέα είναι ότι σε κάθε περίπτωση ο συντελεστής ποινής επιβαρύνει τις μη αποδεκτές λύσεις, κατά ορισμένο ποσοστό μειώνοντας με τον τρόπο αυτό με σταθερή αναλογία την πιθανότητα επιλογής των λύσεων αυτών. Η μεταβολή των συντελεστών ποινής $\lambda_{G,j}$ και $\lambda_{H,j}$, επιτυγχάνει τη σταθερή επιβάρυνση κάποιων λύσεων ώστε η πίεση του τελεστή επιλογής που ασκείται στον πληθυσμό να παραμένει εντός συγκεκριμένων ορίων. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για μία λύση δίδεται ως:

$$F_i(\mathbf{x}_i) = f(\mathbf{x}_i) - E(\mathbf{x}_i) \quad (2.107)$$

όπου η παράμετρος $E(\mathbf{x}_i)$ που δίδει τη συνολική υπέρβαση των περιορισμών ορίζεται ως:

$$E(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=p+1}^m (\lambda_G)_j \cdot [G_j(\mathbf{x}_i)]^\beta + \sum_{j=1}^p (\lambda_H)_j \cdot [H_j(\mathbf{x}_i)]^\beta \quad (2.108)$$

$$G_j(\mathbf{x}_i) = \max\{0, g_j(\mathbf{x}_i)\} \quad H_j(\mathbf{x}_i) = |h_j(\mathbf{x}_i)|$$

όπου β είναι η παράμετρος που ελέγχει τον τρόπο μεταβολής της παραμέτρου $E(\mathbf{x}_i)$ προς το ποσό παραβίασης των συναρτήσεων περιορισμού. Όταν $(\lambda_G)_j = (\lambda_H)_j = \lambda(t)$ ο ενιαίος συντελεστής ποινής δίδεται ως:

$$\lambda(t) = \max \left\{ 0, \max_{\forall \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}_{ad}^n} \left\{ \frac{f(\mathbf{x}_i) - \phi(t) \cdot F_{ave}^{\mathbf{x}_i \in \mathbf{D}_{ad}^n}}{E(\mathbf{x}_i)} \right\} \right\} \quad (2.109)$$

όπου $\phi(t)$ είναι ο συντελεστής πίεσης του ΓΑ στις μη αποδεκτές λύσεις, \mathbf{D}_{ad}^n είναι ο χώρος των αποδεκτών λύσεων και $F_{ave}^{\mathbf{x}_i \in \mathbf{D}_{ad}^n}$ είναι η μέση ευρωστία των αποδεκτών λύσεων:

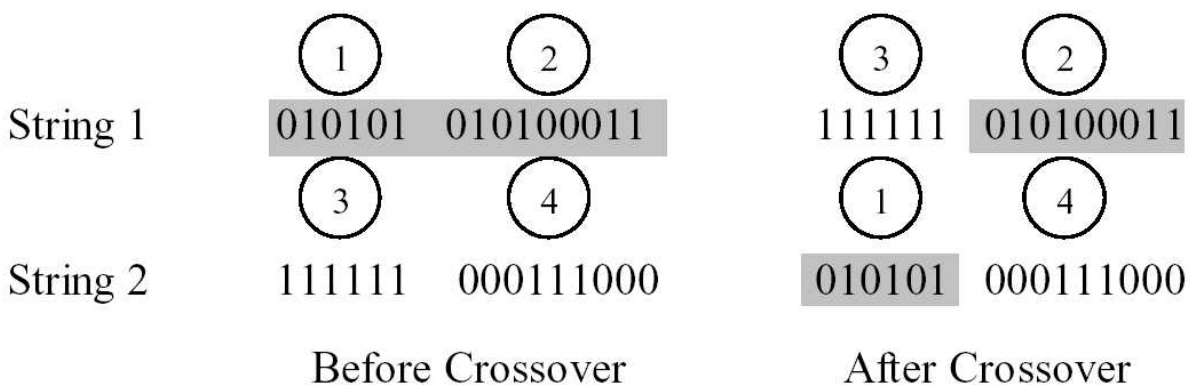
$$F_{ave}^{\mathbf{x}_i \in \mathbf{D}_{ad}^n} = E_{\mathbf{x}_i \in \mathbf{D}_{ad}^n} [f(\mathbf{x}_i)] \quad (2.110)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (2.109) και (2.110) οι συντελεστές ποινής δίδονται ως συνάρτηση του λόγου της πιθανότητας επιλογής του καλύτερου ατόμου του πληθυσμού προς τη μέση πιθανότητα επιλογής για τις λύσεις που δεν παραβιάζουν κανένα περιορισμό. Στην περίπτωση που όλες οι σχεδιάσεις παραβιάζουν τουλάχιστον ένα ή και περισσότερους περιορισμούς (το σύνολο δηλαδή των αποδεκτών λύσεων είναι το κενό σύνολο) τότε για τον υπολογισμό του $\lambda(t)$ λαμβάνεται υπόψη η τιμή του $E(\mathbf{x}_i)$. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών με ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα.

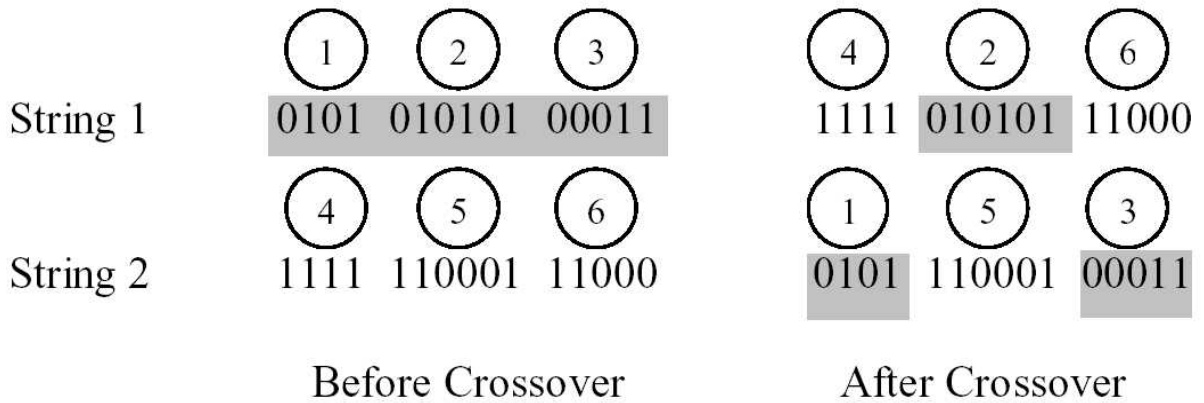
Ο ελιτισμός είναι μια πρακτική που εξασφαλίζει ότι μέρος των περισσότερο εύρωστων ατόμων του πληθυσμού θα επιβιώσει στην επόμενη γενιά. Στην περίπτωση αυτή το περισσότερο εύρωστο άτομο (ή ζεύγος) μεταφέρεται αυτούσιο στην επόμενη γενεά. Κατά αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι η γενετική πληροφορία του περισσότερο εύρωστου ατόμου (ή ατόμων) δεν θα χαθεί κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Αν και σε ορισμένες περιπτώσεις είναι δυνατό να οδηγήσει στην παγίδευση του πληθυσμού σε κάποιο τοπικό ελάχιστο, η υιοθέτηση της πρακτικής αυτής συνήθως αυξάνει την ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου [226].

2.7.8.8 Στρατηγικές διασταύρωσης

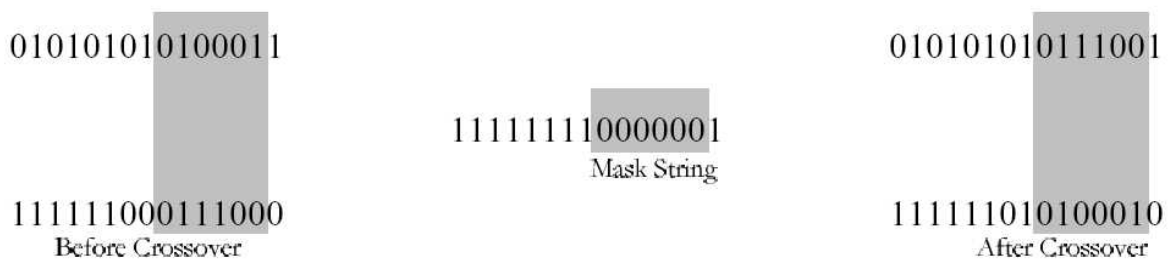
Οι πιο διαδεδομένες τεχνικές διασταύρωσης είναι η διασταύρωση ενός (Single Point Crossover – SPC) (Διάγ. 2.14) και δύο σημείων (Double Point Crossover – DPC) (Διάγ. 2.15), και η διασταύρωση με τη χρήση μάσκας (Uniform Crossover – UC) (Διάγ. 2.16). Πέρα από τις παραπάνω τεχνικές πλήθος άλλων παρουσιάζεται στη βιβλιογραφία όπως η διασταύρωση ενός σημείου ανά μ.σ (Single Point Crossover per Design Variable – SPVC) [45] η διαγώνια διασταύρωση k γονέων για τη δημιουργία k τέκνων με $k > 2$ (Διάγ. 2.17) [75] κ.α. Οι Hasançebi και Erbatır, [133], αξιολογούν τις περισσότερο δημοφιλείς μεθόδους επιλογής ως προς την ευρωστία και ταχύτητα του ΓΑ. Οι μέθοδοι επιλογής που εξετάζονται είναι, η SPC, η DPC, η διασταύρωση πολλαπλού σημείου (Multi Point Crossover - MPC), η SPVC και η UC. Η παράθεση των μεθόδων αυτών στη συγκεκριμένη περίπτωση δίδεται σε αύξουσα ικανότητα ερευνάς (exploration) του χώρου των λύσεων και φθίνουσας ικανότητας εξάντλησης (exploitation) της βέλτιστης λύσης σε συγκεκριμένη περιοχή. Στην παράγραφο 2.12, παρουσιάζεται αναλυτικά για τις περισσότερο «δημοφιλείς» μεθόδους διασταύρωσης η ικανότητα και ταχύτητα ερευνάς του χώρου των λύσεων.



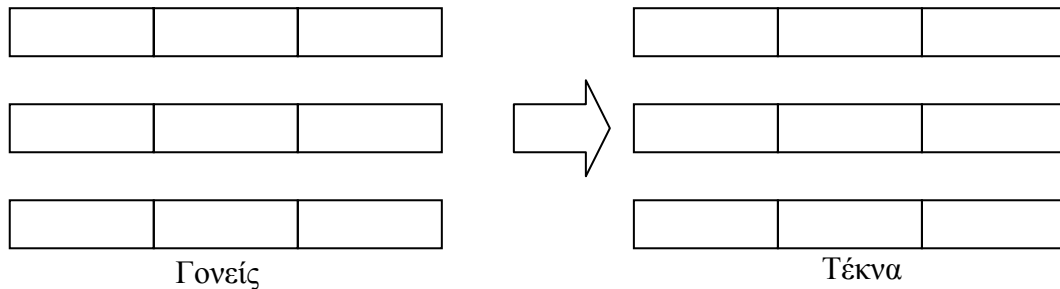
Διάγ. 2.14: Τελεστής Διασταύρωσης Μονού Σημείου (SPC)



Διάγ. 2.15: Τελεστής Διασταύρωσης Διπλού Σημείου (DPC)



Διάγ. 2.16: Τελεστής Διασταύρωσης με χρήση μάσκας (UC)



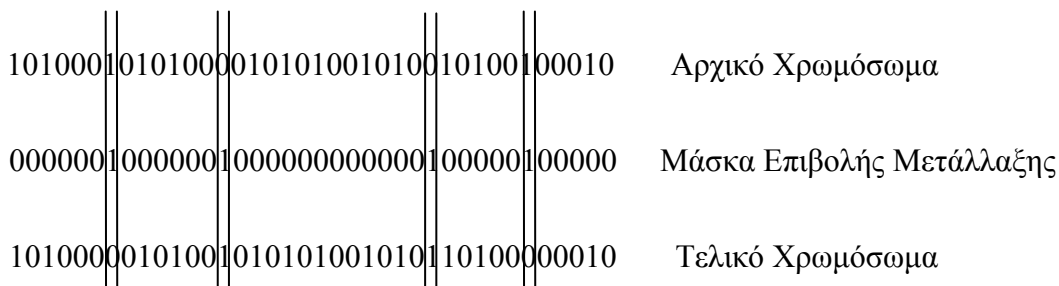
Διάγ. 2.17: Τελεστής Διασταύρωσης k γονέων (διαγώνια διασταύρωση)

Ο τελεστής της διασταύρωσης μπορεί να ενταχθεί στην εξελικτική διαδικασία ώστε αναλόγως του προβλήματος που αντιμετωπίζεται να επιλέγεται η στρατηγική διασταύρωσης που οδηγεί σε πληθυσμούς με υψηλότερη ευρωστίας [77]. Στην περίπτωση αυτή, κάθε χρωμόσωμα μεταφέρει και την πληροφορία της μεθόδου διασταύρωσης με την οποία έχει παραχθεί. Αν οι γονείς έχουν παραχθεί με διαφορετικό τρόπο διασταύρωσης ως τελεστής διασταύρωσης επιλέγεται ο τελεστής του πιο εύρωστου των γονέων ή μέσω ορισμού πιθανότητας επιλογής όπου ο τελεστής διασταύρωσης του περισσότερο εύρωστου ατόμου έχει υψηλότερη πιθανότητα επιλογής. Εφόσον η εξελικτική διαδικασία των ΓΑ επιτρέπει στα πιο ικανά άτομα να διαδίδουν το γενετικό τους υλικό πιο γρήγορα από τον υπόλοιπο πληθυσμό αναμένεται ότι ο τελεστής διασταύρωσης που θα παράγει κατά μέσο όρο τα

περισσότερο εύρωστα άτομα να παρουσιάζει και την υψηλότερη συχνότητα επιλογής [77].

2.7.8.9 Μετάλλαξη (Mutation)

Ο τελεστής αυτός εισάγει στον αρχικό πληθυσμό, νέες ακολουθίες δυφίων που δεν είναι δυνατόν να παραχθούν μέσω του τελεστή της διασταύρωσης. Ο τελεστής αυτός εισάγει κατά τυχαίο τρόπο «λάθη» κατά τη φάση της αντιγραφής. Στην απλή μέθοδο κωδικοποίησης η διαδικασία της μετάλλαξης ορίζεται ως η αντιστροφή της τιμής του διφύου σε τυχαία θέση του χρωμοσώματος (Διάγ. 2.18).



Διάγ. 2.18: Τελεστής Μετάλλαξης

Στην περίπτωση της στατικής πιθανότητας μετάλλαξης, προτείνεται τιμή ίση με $1/L$ όπου L είναι το μήκος του χρωμοσώματος [58], [209], [266]. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στην εισαγωγή ενός νεωτερισμού ανά άτομο ανά διασταύρωση ανά γενεά. Το γεγονός αυτό δίδει τη δυνατότητα στον αλγόριθμο να αξιολογήσει κατά «βέλτιστο» τρόπο κάθε μεταβολή με αποτέλεσμα την αύξηση της ευρωστίας του σχήματος βελτιστοποίησης [58], [209]. Για τιμές της πιθανότητας μετάλλαξης χαμηλότερες του ορίου αυτού αναμένεται μείωση της απόδοσης του αλγορίθμου λόγω αργής σύγκλισης ενώ για η $P_m > 1/L$ έχουμε μείωση της διακριτικής ικανότητας του αλγορίθμου ως προς την πιθανή ωφέλεια μίας μετάλλαξης στην ευρωστία μίας λύσης, καθώς πιθανές ωφέλειες λόγω της μεταβολής της τιμής του διφύου σε μία θέση μπορεί να εξανεμιστούν από αντίστοιχες ή μεγαλύτερες ζημίες λόγω αντιστροφής σε άλλη θέση του χρωμοσώματος. Οι Greenwell et al., [114], λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή στην βέλτιστη τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης των πληροφοριών των ατόμων που απαρτίζουν τον πληθυσμό, δίδουν τη σχέση:

$$P_m^* = \frac{1-u}{1-u^L} \quad u = \left(\frac{2p-1}{p} \right)^{\frac{1}{L-1}} \tag{2.111}$$

όπου p είναι η πιθανότητα μία τυχαία θέση του χρωμοσώματος να έχει τη σωστή τιμή. Η βέλτιστη τιμή της πιθανότητας δίδεται ως συνάρτηση του γενετικού υλικού του πληθυσμού και ειδικότερη της ποικιλότητας του. Η οριακή τιμή της σχέσης (2.111) όταν $p \rightarrow 1$ είναι ίση

με τη I/L και συμπίπτει με την τιμή που προτείνουν οι De-Jong [58] και Muhlenbein [209] στην περίπτωση της χρονικά μη μεταβαλλόμενης πιθανότητας μετάλλαξης. Η μεταβολή της βέλτιστης τιμής σε σχέση με την πιθανότητα p και το μήκος του χρωμοσώματος παρουσιάζεται στο Διάγ. 2.19.

Στην προσπάθεια να εισαχθεί η μεταβλητότητα της βέλτιστης τιμής και υπό την προϋπόθεση ότι για τιμές του $p \rightarrow 0.5$ (όπως αναμένεται να συμβαίνει στα αρχικά στάδια της διαδικασίας βελτιστοποίησης) η ποικιλότητα του πληθυσμού πλησιάζει τη μέγιστη τιμή της, σχέσεις αντίστοιχης μορφής της σχέσης που προτείνεται από τους Hesser και Männer [137], αναμένεται να προσφέρουν στο ΓΑ υψηλή ευρωστία:

$$P_m = P_o \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_{half}}\right) \tag{2.112}$$

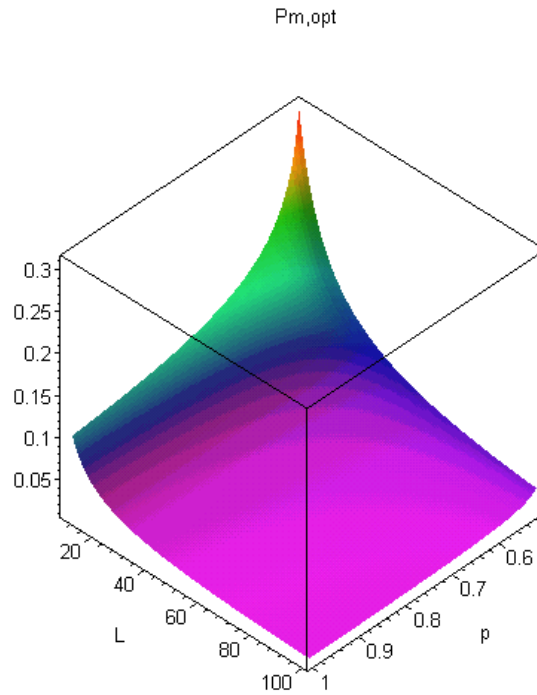
όπου P_o είναι η πιθανότητα μετάλλαξης τη χρονική στιγμή $t=0$ και t_{half} είναι η ημιζωή που καθορίζει την ταχύτητα μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης. Ο Schwefel, [257], ανέπτυξε θεωρητικά προσομοιώματα για τον υπολογισμό της βέλτιστης πιθανότητας μετάλλαξης. Οι Dimou και Koumoussis [67], [68], προτείνουν τροποποίηση της σχέσης των Hesser και Männer [137] όπου η πιθανότητα μετάλλαξης δίδεται ως:

$$P_m(t) = \begin{cases} P_{init} & t \leq t_{init} \\ \left[P_{final} + (P_{init} - P_{final}) \cdot \exp\left(-\frac{t-t_{init}}{t_{half}}\right) \right] & t > t_{init} \end{cases} \tag{2.113}$$

όπου P_{init} και P_{final} είναι η αρχική και τελική τιμή της πιθανότητας αντίστοιχα και t_{init} είναι το μήκος της αρχικής περιόδου ηρεμίας όπου η πιθανότητα μετάλλαξης είναι ίση με P_{init} . Παραλλαγή του τελεστή μετάλλαξης αποτελεί ο τελεστής έρπουσας μετάλλαξης [37], [38]. Ο τελεστής έρπουσας μετάλλαξης δίδεται ως:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} & \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} & \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \\ \hline \text{creep mutation} & \text{no creep mutation} & \text{no creep mutation} & \text{creep mutation} \\ \text{increase by 1} & & & \text{decrease by 1} \\ \hline \end{array} \tag{2.114}$$

Στόχος του τελεστή της έρπουσας μετάλλαξης είναι να αποφευχθούν καταστροφικές μεταλλάξεις στην περίπτωση της απλής κωδικοποίησης. Ο τελεστής αυτός βελτιώνει σημαντικά την ταχύτητα σύγκλισης και την ευρωστία του ΓΑ ειδικά σε κυρτά προβλήματα στο χώρο σχεδιασμού προσφέροντας την ευρωστία ΓΑ με γκρίζα μέθοδο κωδικοποίησης.



Διάγ. 2.19: Βέλτιστη τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης (σχέση (2.111)).

2.7.8.10 Δημοσιεύσεις

Οι Rajeen και Krishnamoorthy, [232], εφαρμόζουν τους ΓΑ για τη βελτιστοποίηση μεταλλικών δικτυωμάτων. Η μέθοδος εφαρμόζεται αρχικά σε δικτύωμα 3 μελών με στόχο την εύρεση των παραμέτρων του ΓΑ για τις οποίες παρατηρείται η υψηλότερη απόδοση. Στη συνέχεια ο ΓΑ χρησιμοποιείται στο βέλτιστο σχεδιασμό πύργου υψηλής τάσης 160 μελών.

Ο Sugimoto, [274], εφαρμόζει τους ΓΑ σε προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών με διακριτές μ.σ. Στόχος είναι η επιλογή των κατάλληλων διατομών για το βέλτιστο σχεδιασμό χωρικών μεταλλικών πλαισίων από λίστα διαθέσιμων διατομών.

Οι Sakamoto και Oda, [249], εφαρμόζουν μία υβριδική μεθοδολογία που χρησιμοποιεί το ΓΑ για τον υπολογισμό της βέλτιστης μορφής ενός επιπέδου δικτυώματος ενώ η επιλογή της διατομής των μελών στηρίζεται σε κριτήρια σχεδιασμού εξάντλησης αντοχής.

Ο Hajela [125], και οι Hajela και Lee, [126], [127], [128], χρησιμοποιούν τους ΓΑ για την εύρεση της βέλτιστης τοπολογίας του δικτυώματος σε εσχάρες θεμελίωσης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης χωρίζεται σε δύο επίπεδα. Στο 1^ο επίπεδο με τη χρήση κινηματικών κριτηρίων ελέγχονται οι προϋποθέσεις ευστάθειας των προτεινόμενων τοπολογιών ενώ στο 2^ο επίπεδο υποδεικνύεται μία βέλτιστη λύση με την προσθαφαίρεση μελών και την επιλογή της βέλτιστης διατομής από μία λίστα διαθέσιμων διατομών.

Οι Dhingra και Lee, [64], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και παρουσιάζουν πλήθος παραδειγμάτων για το βέλτιστο σχεδιασμό δικτυωτών κατασκευών.

Οι Adeli και Cheng, [1], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε προβλήματα χωροδικτυωμάτων και σε μεταγενέστερη δημοσίευση τους [2] παρουσιάζουν μεθοδολογία για το βέλτιστο σχεδιασμό χωροδικτυωμάτων μέσω της συνάρτησης Lagrange για τη μετατροπή προβλήματος βελτιστοποίησης με περιορισμούς στη μορφή που χειρίζεται ο ΓΑ.

Οι Grierson και Pak, [119], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε προβλήματα εύρεσης της κατάλληλης τοπολογίας σχήματος και διατομών μεταλλικών κατασκευών δίδοντας ιδιαίτερη προσοχή στη μείωση του υπολογιστικού κόστους του ΓΑ με την υιοθέτηση κριτηρίων σχεδιασμού εξάντλησης αντοχής κάθε υποψήφιας λύσης για την επιλογή των διατομών των μελών.

Οι Koumoussis και Georgiou, [172], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε συνδυασμό με Λογικό Προγραμματισμό για το βέλτιστο σχεδιασμό διαστασιολόγησης και σχήματος δικτυωμάτων μεταλλικών υπόστεγων. Ο ΓΑ αναλαμβάνει την εύρεση της βέλτιστης τοπολογίας του δικτύωματος καθώς ο αλγόριθμος Λογικού Προγραμματισμού χρησιμοποιείται για την εύρεση των κατάλληλων διατομών για κάθε τοπολογία που προτείνεται από το ΓΑ.

Ο Rajan, [231], χρησιμοποιεί τους ΓΑ σε προβλήματα εύρεσης της κατάλληλης τοπολογίας σχήματος και διατομών χωροδικτυωμάτων με μίξη διακριτών και συνεχών μ.σ. Οι θέσεις των κόμβων του χωροδικτύωματος θεωρούνται συνεχείς μ.σ, και μέσω μίας υβριδικής διαδικασίας υπολογίζεται το βέλτιστο σχήμα του χωροδικτύωματος για συγκεκριμένη τοπολογία. Η συνδεσμολογία και οι συνοριακές συνθήκες εντάχθηκαν στην κωδικοποίηση με τη βοήθεια μεταβλητών Boole. Αντίστοιχο πρόβλημα αντιμετωπίζουν και οι Deb, και Gulati [62], όπου μεγάλο μέρος της εργασίας αυτής εστιάζεται στην ανάπτυξη μίας ρασιοναλιστικής λογικής για τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου όσον αφορά την αποφυγή εξέτασης τοπολογιών κινηματικά ασταθείς και μη αποδεκτές τοπολογίες.

Ο Ohsaki, [216], παρουσιάζει μέθοδο που συνδυάζει τους ΓΑ με ευφυείς βάσεις δεδομένων για το βέλτιστο τοπολογικό σχεδιασμό δικτυωμάτων στοχεύοντας στη μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Αναλόγως των παραμέτρων σχεδιασμού η βάση δεδομένων επιλέγει την τοπολογία του δικτύωματος από την οποία αναμένεται να προέλθει ο βέλτιστος σχεδιασμός. Κριτήριο της επιλογής αποτελούν οι συνδυασμοί των επιβαλλόμενων φορτίων.

Οι Prakkash, et al., [228], εφαρμόζουν τους ΓΑ στον υπολογισμό του βέλτιστου διαμήκους σπλισμού σε πρόβλημα πλακών τύπου εσχάρας. Οι Ramasamy και Rajasekaran, [234], συνδυάζουν τους ΓΑ με νευρωνικά δίκτυα σε πρόβλημα βελτιστοποίησης στεγάστρων βιομηχανικών χώρων και συγκρίνουν τη μέθοδο αυτή με άλλες παρεμφερείς μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι Soh και Yang, [267], συνδυάζουν τους ΓΑ με τη θεωρία της ασαφούς λογικής, σε προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού σχήματος παρουσιάζοντας βέλτιστους σχεδιασμούς με διαφορετικό επίπεδο ικανοποίησης των συναρτήσεων περιορισμού.

Οι Yang και Soh, [294], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε προβλήματα εύρεσης της κατάλληλης τοπολογίας σχήματος και διατομών μεταλλικών κατασκευών όπου τα άτομα επιλέγονται μέσω αγώνα. Η διαδικασία επιλογής μέσω αγώνα βελτιώνει την ευρωστία και ταχύτητα του ΓΑ ως προς το ΓΑ όπου η επιλογή των ατόμων βασίζεται στη μέθοδο της ρουλέτας.

Οι Rajeen και Krishnamoorthy, [233], χρησιμοποιούν τους ΓΑ σε προβλήματα εύρεσης της κατάλληλης τοπολογίας σχήματος και διατομών χωροδικτυωμάτων με μίξη διακριτών και συνεχών μ.σ. Χαρακτηριστικό της παραλλαγής αυτής είναι η μεταβολή του μήκους του χρωμοσώματος μεταβάλλοντας το βήμα κατάτμησης των συνεχών μ.σ, βάσει της ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές αυτές.

Οι Huang και Aroga, [156], αντιμετωπίζουν το θέμα του βέλτιστου σχεδιασμού με διακριτές πεπλεγμένες μ.σ, συγκρίνοντας την ευρωστία του ΓΑ έναντι της ευρωστίας της μεθόδου προσομοιωμένης απόπτωσης και της μεθόδου διακλάδωσης και φραγής. Για τα τρία προβλήματα που αντιμετωπίστηκαν οι μέθοδοι αυτές συνέκλιναν σε λύσεις υψηλότερης ευρωστίας σε σχέση με την ευρωστία της βέλτιστης λύσης στην περίπτωση χρήσης μεθόδων γραμμικού προγραμματισμού όπου οι μ.σ, αντιμετωπίζονται ως συνεχείς μ.σ.

Ο Jenkins, [160], παρουσιάζει μεθοδολογία για το βέλτιστο σχεδιασμό πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων με ΓΑ. Η ενσωμάτωση της μεθόδου διασταύρωσης και της πιθανότητας μετάλλαξης στην προσαρμοστική διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου και την αύξηση της ευρωστίας του αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Οι Parmee et al., [223], παρουσίασαν διάφορες παραλλαγές του βασικού ΓΑ που συνδυάζουν τον κλασικό ΓΑ με εξελικτικές και προσαρμοστικές διαδικασίες ερευνάς του χώρου σχεδιασμού.

Οι Leite και Topping, [186], παρουσιάζουν τροποποιήσεις του ΓΑ ως προς τη μέθοδο

επιλογής των γονέων και τη μεταβολή της πιθανότητας μετάλλαξης με στόχο τη βελτίωση της ευρωστίας του αλγορίθμου και τη μείωση του υπολογιστικού φορτίου.

Οι Chen και Rajan, [45], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του ΓΑ για το βέλτιστο σχεδιασμό μεταλλικών πλαισίων. Η διαδικασία διασταύρωσης τροποποιείται εισάγοντας σε κάθε μ.σ, μια πρόσθετη ακολουθία δυφίων. Η ακολουθία ορίζει το χρωμόσωμα αλληλοσύνδεσης. Κάθε μ.σ, απεικονίζεται στο χρωμόσωμα αλληλοσύνδεσης. Στο χρωμόσωμα αλληλοσύνδεσης ορίζεται ένας ειδικός τελεστής διασταύρωσης. Αν για κάθε μ.σ, η αντίστοιχη τιμή του χρωμοσώματος αλληλοσύνδεσης υπερβαίνει μία τιμή κατωφλίου τότε για τη μ.σ, επιβάλλεται ο τελεστής SPC ανά μ.σ. Εισάγοντας στο χρωμόσωμα αλληλοσύνδεσης τον τελεστή της διασταύρωσης ο τελεστής αυτός εντάσσεται στην εξελικτική διαδικασία με αποτέλεσμα τη μείωση του αριθμού των διασταυρώσεων που οδηγούν σε καταστροφή των εύρωστων σχημάτων. Από τα αποτελέσματα που παρατίθενται για πλήθος δικτυωμάτων συμπεραίνεται ότι η παραλλαγή αυτή παρουσιάζει αποδεκτή ευρωστία και μικρό υπολογιστικό κόστος.

Οι Ohmori και Kito, [215], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του ΓΑ για βελτιστοποίηση κατασκευών όπου η τοπολογία κάθε δικτυώματος δίδεται ως σύνθεση τριγώνων με στόχο την αποφυγή κινηματικά μη αποδεκτών σχεδιασμών ή σχεδιασμών με συννευθεικά μέλη.

Οι Topping και Leite, [282], παρουσιάζουν μία ανασκόπηση των στρατηγικών που χρησιμοποιούνται σε παράλληλους ΓΑ εστιάζοντας την προσοχή σε στρατηγικές παράλληλων ΓΑ που στηρίζονται στις έννοιες του πληθυσμού, υπό-πληθυσμού, και παράλληλης επεξεργασίας.

Οι Soh και Yang, [268], εφαρμόζουν ΓΑ δύο σταδίων για το βέλτιστο σχεδιασμό δικτυωμάτων γεφυρών σε συνδυασμό με ευφρείς βάσεις δεδομένων. Στο 1^ο επίπεδο το πρόβλημα βελτιστοποίησης χειρίζεται τις μ.σ, του σχήματος και διατομών με την τοπολογία του δικτυώματος σταθερή. Στο 2^ο επίπεδο οι μ.σ της τοπολογίας μεταβάλλονται σύμφωνα με τα στοιχεία της βάσης δεδομένων και της νέας τοπολογίας. Κατά τη φάση εξέλιξης η βάση δεδομένων εμπλουτίζεται με στοιχεία από την ανάλυση. Η διαδικασία βελτιστοποίησης του 1^ο επιπέδου επαναλαμβάνεται για τη νέα τοπολογία. Τα υποδείγματα τοπολογιών στα οποία στηρίζεται η διαδικασία βελτιστοποίησης του 2^{ου} επιπέδου επιλέγονται από το σύνολο των σταθερών τοπολογιών της βάσης δεδομένων μετά την αφαίρεση μελών και κόμβων από την υπό εξέταση τοπολογία.

Ο Downing, [70], παρουσιάζει μία μεθοδολογία βελτιστοποίησης η οποία συνδυάζει τη

Θεωρία Εκμάθησης με Γενετικό Προγραμματισμό στοχεύοντας στη βελτίωση της ευρωστίας του Γενετικού Προγραμματισμού.

Οι Groenwold et al., [120], παρουσιάζουν μία μέθοδο που βασίζεται στην έννοια της γειτονίας των λύσεων στο ΓΑ με εφαρμογή στο σχεδιασμό δικτυωτών κατασκευών. Ο γειτονικός ΓΑ επιλέγει τους γονείς κάθε λύσης βάσει της απόστασης τους στο χώρο σχεδιασμού στοχεύοντας στη διατήρηση της ποικιλότητας του πληθυσμού (κρίσιμη παράμετρος όσον αφορά την ευρωστία του ΓΑ [15]) και στη βελτίωση της εξαντλητικής ικανότητας (exploitation capacity [77]) του ΓΑ. Η μέθοδος χωρίζεται σε εποχές (epochs) όπου με το πέρας κάθε εποχής ο πληθυσμός αρχικοποιείται διατηρώντας το άτομο που παρουσιάζει την υψηλότερη ευρωστία. Ταυτόχρονα ο χώρος των λύσεων περιορίζεται σε υποσύνολο του αρχικού χώρου πέριξ της γειτονίας που περιέχει τη βέλτιστη λύση.

Οι Botello et al., [28], παρουσιάζουν συνδυασμό της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτωσης και των ΓΑ με την εισαγωγή ενός τελεστή αποδοχής για τη διαδικασία μετάλλαξης. Ο τελεστής αποδοχής εξετάζει την ευρωστία των λύσεων πριν και μετά την εφαρμογή του τελεστή της μετάλλαξης. Αν η «μεταλλαγμένη» λύση παρουσιάζει υψηλότερη ευρωστία σε σχέση με τη λύση μετά τη διασταύρωση τότε η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή αλλιώς η απόφαση επιλογής της στηρίζεται στον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτωσης σύμφωνα με τον αλγόριθμο της παραγράφου 2.7.6. Η μέθοδος εφαρμόζεται στο βέλτιστο σχεδιασμό μεταλλικών δικτυωμάτων παρουσιάζοντας αυξημένη ευρωστία σε σχέση με τον κλασικό ΓΑ και την τροποποιημένη μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτωσης πολλαπλών εκκινήσεων.

Οι Greiner et al., [116], εξετάζουν την ευρωστία τριών παραλλαγών του βασικού ΓΑ. Η 1^η παραλλαγή είναι ο βασικός ΓΑ με ελιτισμό και πιθανότητα διασταύρωσης ίση με 0.8. Στη 2^η παραλλαγή ο πληθυσμός ανανεώνεται κατά τμήματα (ένα μικρό μέρος των γονέων αντικαθίσταται από τα άτομα της επόμενης γενεάς) και δεν επιτρέπονται πολλαπλές απεικονίσεις της ίδιας λύσης (κλώνοι). Η 3^η παραλλαγή στηρίζεται στην τυχαία επιλογή των γονέων και την επιλογή του πληθυσμού της επόμενης γενεάς των N καλύτερων από πληθυσμό $2N$ λύσεων. Η διασταύρωση επιτρέπεται μόνον σε άτομα που τα χρωμοσώματα τους διαφέρουν κατ' ελάχιστον 25%. Στην περίπτωση που για συγκεκριμένο αριθμό γενεών δεν παρατηρείται βελτίωση της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου ατόμου εφαρμόζεται ο τελεστής της μετάλλαξης με πολύ υψηλή πιθανότητα. Οι παραλλαγές εφαρμόζονται στο βέλτιστο σχεδιασμό επίπεδου πλαισίου με στόχο τη μείωση του βάρους

και από την ανάλυση των αποτελεσμάτων συμπεραίνεται ότι η 3^η παραλλαγή παρουσιάζει την υψηλότερη ευρωστία στην περίπτωση συνεχών μ.σ.

Ο Lacksonen, [179], συγκρίνει τη μέθοδο ΓΑ με άλλες μεθόδους για προβλήματα διακριτών μ.σ όπως η μέθοδος προσομοιωμένης ανόπτωσης, η μέθοδος Nedler & Mead και η μέθοδος ερευνάς των Hooke–Jeeves για 25 συναρτήσεις αναφοράς. Συμπεραίνεται ότι ο ΓΑ παρουσιάζει την υψηλότερη ευρωστία με το υψηλότερο ταυτόχρονα υπολογιστικό κόστος.

2.7.8.11 Μικρό-ΓΑ (micro-GA)

Ο μικρό-ΓΑ (μΓΑ) αποτελεί παραλλαγή του ΓΑ και αναπτύχθηκε αρχικά από τον Krishnakumar [175] και De-Jong [58], και στη συνέχεια τροποποιήθηκε από τον Carroll [37], [38]. Σύμφωνα με το De-Jong [58], ο μΓΑ παρουσιάζει υψηλότερη ευρωστία κατά το αρχικό και τελικό στάδιο της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Ο μΓΑ διαφοροποιείται σε σχέση με τον κλασικό ΓΑ ως προς το μικρό πλήθος ατόμων, τη μη ύπαρξη του τελεστή της μετάλλαξης, την πιθανότητα διασταύρωσης που είναι ίση με τη μονάδα, καθώς και τη διαδικασία αρχικοποίησης του πληθυσμού, διατηρώντας το άτομο με την υψηλότερη ευρωστία, όταν η ποικιλότητα του πληθυσμού πέσει κάτω από συγκεκριμένη τιμή κατωφλίου. Πλεονέκτημα του μΓΑ είναι η ικανότητα του να αντιμετωπίζει με επιτυχία προβλήματα με μεγάλο πλήθος τοπικών ακρότατων εφόσον, η διαδικασία αρχικοποίησης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της πιθανότητας εγκλωβισμού σε γειτονιά τοπικού ακρότατου.

Στον τυπικό μΓΑ το πλήθος των ατόμων κυμαίνεται από 4 ως 6 άτομα και σε κάθε γενεά επιβιώνει το περισσότερο εύρωστο άτομο (ελιτισμός). Η αρχικοποίηση του πληθυσμού λαμβάνει χώρα όταν η ομοιομορφία του γενετικού υλικού ξεπεράσει το 80~90%. Για μεγάλα μήκη χρωμοσώματος υφίστανται παραλλαγές του μΓΑ που διατηρούν τον τελεστή της μετάλλαξης για την αύξηση της ευρωστίας της μεθόδου βελτιστοποίησης.

Οι Kwon et al., [178], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του ΓΑ που βασίζεται σε διαδικασία εστίασης πέριξ του τοπικού ακρότατου και τη συγκρίνουν με τον απλό ΓΑ καθώς και το μικρό-ΓΑ. Η μέθοδος συγκρίνεται για 11 συναρτήσεις αναφοράς και στη συνέχεια εφαρμόζεται σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης βάρους θύρας υπερχειλίσης.

Ο Glorennec, [105], συνδυάζει τη μέθοδο του μΓΑ με ασαφή λογική για τη βελτιστοποίηση της συμπεριφοράς ρομποτικών συστημάτων στοχεύοντας στον περιορισμό του χρόνου εκπαίδευσης του συστήματος ελέγχου.

Οι Reddy, και Chakroborty, [242], εφαρμόζουν με επιτυχία τη μέθοδο του μικρό-ΓΑ για την εκτίμηση των συγκοινωνιακών φορτίων σε αστικά δίκτυα που συμπλέκει τη μητρική μέθοδο ανάλυσης με ασαφή λογική.

Οι Sadeghi et al., [248], χρησιμοποιούν το μΓΑ σε προβλήματα εκτίμησης της τροχιάς σεισμικού κύματος στην περίπτωση μη συνεχούς μέσου. Στόχος της ανάλυσης είναι ο υπολογισμός του χρόνου άφιξης του κύματος για τη βελτίωση της ακρίβειας υπολογισμού των μεγεθών (επίκεντρο, απελευθέρωση ενέργεια, βάθος) ενός σεισμικού γεγονότος μέσω της εύρεσης της τροχιάς ελάχιστου χρόνου.

Οι Liu και Chen, [193], εφαρμόζουν το μΓΑ σε πρόβλημα ανίχνευσης ρωγμών σε σύμμεικτες πλάκες σε συνδυασμό με ηχοακουστικές μεθόδους. Ως τελεστής διασταύρωσης του μΓΑ επιλέγεται ο UC με πιθανότητα ανταλλαγής δυφίων ίση με 0.5 στοχεύοντας στην αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης. Η μέθοδος επιτυγχάνει να σταθμίσει τις παραμέτρους ανίχνευσης ασυνεχειών σε χρόνο ίσο από 20 ως 50 γενεές.

Οι Dennis και Dulikravich, [63], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του μΓΑ (τον παράλληλο μΓΑ) για τη βελτιστοποίηση της σταθερής μη ασυμπίεστης μαγνητοϋδροδυναμικής ροής διαχύτη. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της διαφοράς πίεσης μεταξύ της εισαγωγής και εξαγωγής με τη βέλτιστη κατανομή των ηλεκτρομαγνητών για συγκεκριμένο σχήμα διαχύτη. Η βέλτιστη λύση επιτυγχάνει τετραπλασιασμό της αύξησης της στατικής πίεσης στην περίπτωση του βέλτιστα σχεδιασμένου μαγνητοϋδροδυναμικού διαχύτη.

Οι Liu et al., [194], [195], εφαρμόζουν το μΓΑ σε προβλήματα καθορισμού των σταθερών του υλικού σύμμεικτων πλακών με χρήση ηχοακουστικών μέσων.

Οι Loomans, και Visser [196], εφαρμόζουν τη μέθοδο του μικρό-ΓΑ σε προβλήματα βελτιστοποίησης απόδοσης ηλιακών συστημάτων παροχής ζεστού νερού.

2.7.8.12 ΓΑ συνεχών μεταβλητών σχεδιασμού

Οι ΓΑ συνεχών μ.σ είναι αποτέλεσμα συνδυασμού των ΓΑ με εξελικτικές στρατηγικές. Στόχος των ΓΑ συνεχών μ.σ είναι η μείωση της ευαισθησίας του αλγορίθμου στον τρόπο κωδικοποίησης της λύσης στο χώρο σχεδιασμού. Το κάθε χρωμόσωμα δίδεται ως:

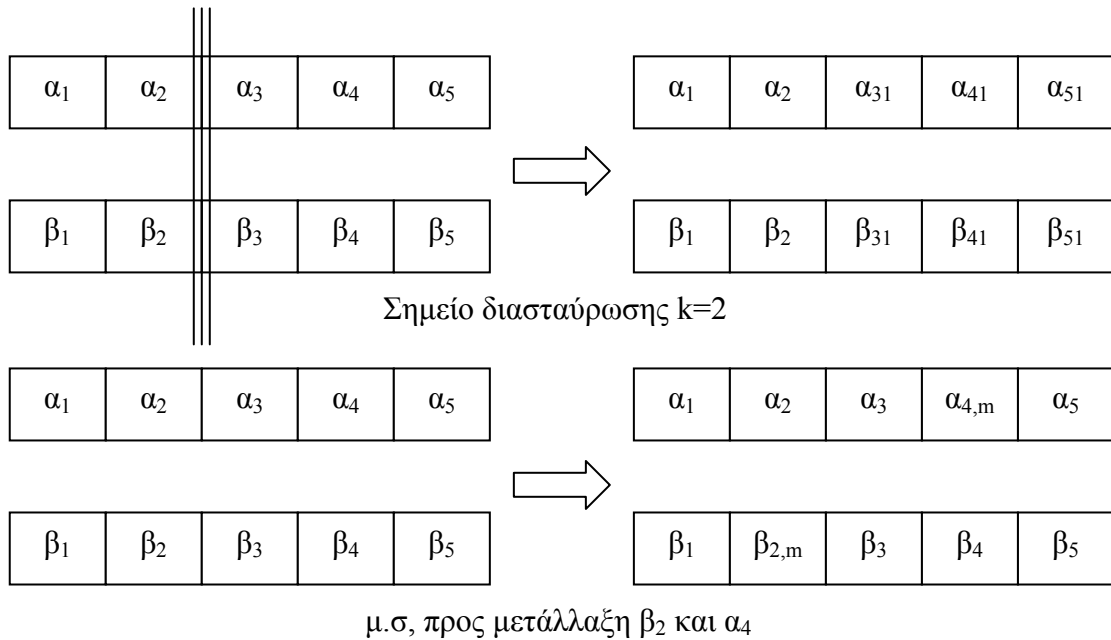
$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad \mathbf{x}_i \in \mathcal{R} \quad (2.115)$$

όπου n είναι το πλήθος των μ.σ. Οι τελεστές της διασταύρωσης και μετάλλαξης δίδονται ως:

$$[x_1, x_2, \dots, x_n] \otimes [y_1, y_2, \dots, y_n] = \begin{cases} [c(x_1, y_1), c(x_2, y_2), \dots, c(x_n, y_n)] \\ [c(y_1, x_1), c(y_2, x_2), \dots, c(y_n, x_n)] \end{cases} \quad (2.116)$$

$$[x_1, x_2, \dots, x_n] \rightarrow [x_1, x_2 \pm \varepsilon_2, \dots, x_{n-1} \pm \varepsilon_{n-1}, x_n] \quad (2.117)$$

όπου \otimes είναι ο τελεστής της διασταύρωσης, $c(x_i, y_i)$ είναι η συνάρτηση του τελεστή και $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\}$ είναι οι μεταβολές των μ.σ, λόγω της μετάλλαξης. Τελεστές της διασταύρωσης και μετάλλαξης των ΓΑ συνεχών μεταβλητών παρουσιάζονται στο Διάγ. 2.20.



Διάγ. 2.20: Τελεστές Διασταύρωσης και Μετάλλαξης στην περίπτωση συνεχών μ.σ.

Οι Bessau και Siarry [21], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του ΓΑ συνεχών μ.σ που βασίζεται στην ταυτόχρονη εξέλιξη υποπληθυσμών. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει υψηλή ευρωστία ειδικά στις περιπτώσεις προβλημάτων με πλήθος ακρότατων τιμών. Οι τελεστές της διασταύρωσης και μετάλλαξης στην περίπτωση αυτή ορίζονται ως [21]:

$$a_{in} = \beta_{in} = \frac{a_i + \beta_i}{2} \quad i > k \quad a_{i1} = a_i \quad \beta_i = \beta_{in} \quad i \leq k \quad (2.118)$$

$$\begin{aligned} a_{im} &= a_i \pm \varepsilon & a_{\min} - a_i &\leq \varepsilon \leq a_{\max} - a_i \\ \beta_{jm} &= \beta_j \pm \varepsilon' & \beta_{\min} - \beta_j &\leq \varepsilon' \leq \beta_{\max} - \beta_j \end{aligned} \quad (2.119)$$

όπου ε και ε' είναι οι μεταβολές της τιμής της μ.σ. Οι μεταβλητές ε και ε' προσομοιώνονται ως τ.μ που ακολουθούν Κανονική Κατανομή Κόλουρων Ορίων (Normal Distribution of Truncated Ends) ώστε οι νέες τιμές να βρίσκονται εντός του χώρου σχεδιασμού [4]. Η πιθανότητα μετάλλαξης μεταβάλλεται σύμφωνα με τη συνάρτηση των Hesser και Manner,

[137]. Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως [21]:

Βήμα 1. Αρχικοποίηση: Παραγωγή των αρχικών πληθυσμών με στόχο η εντροπία του αρχικού πληθυσμού να είναι μεγαλύτερη συγκεκριμένης τιμής κατωφλίου ώστε να μειωθεί η πιθανότητα εγκλωβισμού του αλγορίθμου, σε γειτονιά τοπικού ακρότατου. Κάθε χρωμόσωμα ελέγχεται ώστε με την ένταξη του στον πληθυσμό η τιμή εντροπίας του υπό εξέταση πληθυσμού να είναι μεγαλύτερη της τιμής κατωφλίου. Η εντροπία του πληθυσμού μετά την ένταξη ενός ατόμου ως προς τη j μ.σ, δίδεται ως [21]:

$$H_j(N_p) = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{k=i+1}^{N_p} -P_{ik} \cdot \log(P_{ik}) \quad P_{ik} = 1 - \frac{|x_j(i) - x_j(k)|}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad (2.120)$$

όπου, $x_j(i)$, $x_j(k)$ είναι οι τιμές για το j γονίδιο των i και k ατόμων του πληθυσμού, x_j^{\max} , x_j^{\min} είναι τα όρια του πεδίου των τιμών για το υπό εξέταση γονίδιο και N_p είναι το μέγεθος του υποπληθυσμού. Η εντροπία του πληθυσμού για το σύνολο των μ.σ, δίδεται ως [21]:

$$H(N_p) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n H_j(N_p) \quad (2.121)$$

Βήμα 2. Ταυτόχρονη εξέλιξη πληθυσμών: Έναρξη της διαδικασίας βελτιστοποίησης όπου κάθε υποπληθυσμός εξελίσσεται για συγκεκριμένο αριθμό γενεών. Στο τέλος του βήματος αυτού από το διάλυμα που περιέχει τα περισσότερα εύρωστα άτομα για το σύνολο των υποπληθυσμών επιλέγεται το πιο εύρωστο άτομο. Το άτομο αυτό ορίζεται ως s^* .

Βήμα 3. Φάση εκμετάλλευσης της περιοχής της καλύτερης τιμής: Σύμπτυξη του χώρου σχεδιασμού σε περιοχή στη γειτονιά του σημείου s^* .

Βήμα 4. Έλεγχος σύγκλισης: Αν το μέγεθος του χώρου γειτονίας προς εξέταση είναι μικρότερο ενός συγκεκριμένου ορίου ή η διαδικασία βελτιστοποίησης δεν οδηγεί σε βελτίωση της καλύτερης λύσης ή η βελτίωση αυτή είναι μικρότερη ενός συγκεκριμένου μικρού ποσοστού η διαδικασία τερματίζεται. Σε αντίθεση περίπτωση επιστροφή στο **Βήμα 1**.

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε πλήθος συναρτήσεων αναφοράς και σε σχέση με άλλες μεθόδους παρουσιάζει αυξημένη ευρωστία για σταθερό υπολογιστικό φορτίο.

Οι Chelouah et al., [42], συνδυάζουν παραλλαγή του ΓΑ συνεχών μ.σ με τη μέθοδο εύρεσης του ελαχίστου Simplex (Simplex Search) των Nelder & Mead [213]. Ο ΓΑ συνεχών μ.σ χρησιμοποιείται για την κατάδειξη της περιοχής που παρουσιάζει ενδιαφέρον και στη

συνέχεια η μέθοδος των Nelder & Mead [213], χρησιμοποιείται για τη διερεύνηση του υποχωρίου αυτού και την ανακάλυψη της βέλτιστης λύσης. Η παραλλαγή του ΓΑ συνεχών μ.σ βασίζεται στον αλγόριθμο των Bessau και Siarry [21] με τη διαφορά ότι κατά την αρχικοποίηση των πληθυσμών κάθε νέο άτομο ικανοποιεί το παρακάτω κριτήριο σε σχέση με την ευκλείδεια του απόσταση [42]:

$$\text{if } \|s_j - s_i\| > \varepsilon \quad \forall i \in \Omega \Rightarrow \Omega_{new} = \{\Omega\} \cup \{j\} \quad (2.122)$$

όπου ε είναι η τιμή κατωφλίου της ευκλείδειας απόστασης. Σε θέματα σχετικής απόστασης μεταξύ δύο λύσεων η μέθοδος αυτής είναι περισσότερο δεσμευτικός από τη λύση της εντροπίας. Ο τελεστής της διασταύρωσης τροποποιείται σε σχέση με τον αντίστοιχο τελεστή των Bessau και Siarry [21] ως [42]:

$$a_{in} = a_i + \Delta\alpha - \Delta\beta \quad \beta_{in} = \beta_i - \Delta\alpha + \Delta\beta \quad \Delta\alpha = \frac{a_i}{M} \quad \Delta\beta = \frac{\beta_i}{M} \quad (2.123)$$

όπου M είναι τυχαίος αριθμός κατανεμημένος στο διάστημα [1,1000]. Η μέθοδος τοπικής βελτιστοποίησης εκμεταλλεύεται την ικανότητα του ΓΑ συνεχών μ.σ να υποδεικνύουν περιοχές που περιέχουν βέλτιστες λύσεις.

Οι ΓΑ συνεχών μ.σ [21], [42], δοκιμάζονται σε πλήθος συναρτήσεων αναφοράς με πολύ καλά αποτελέσματα και στη συνέχεια εφαρμόζονται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης του προφίλ ενός ηλεκτροδίου με στόχο την εύρεση της γεωμετρίας που ικανοποιεί τους περιορισμούς σχήματος και ελαχιστοποιεί τη μέγιστη τάση πεδίου. Οι De Falco et al. [57] χρησιμοποιούν παραλλαγή των ΓΑ συνεχών μ.σ που αναπτύχθηκε από τους Mühlenbein και Schlierkamp-Voosen [210], [211] (τον breeder-GA) για τη σχεδίαση του προφίλ πτέρυγας αεροσκαφών με στόχο τη μεγιστοποίηση του λόγου του συντελεστή άντωσης προς το συντελεστή αντίστασης.

2.7.8.13 ΓΑ σε θέματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης

Οι ΓΑ και οι παραλλαγές της αποτελούν δημοφιλή επιλογή και σε θέματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Στόχος του ΓΑ είναι η χαρτογράφηση του μετώπου Pareto. Βασικό πρόβλημα κάθε μεθόδου που βασίζεται στους ΓΑ σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι ο ορισμός ενός κριτηρίου για τον υπολογισμό της ευρωστίας των ατόμων του πληθυσμού και η ανάπτυξη μίας αντικειμενικής διαδικασίας για την επιλογή των ατόμων που θα αποτελέσουν το πληθυσμό των γονέων. Κρίσιμοι παράγοντες για την ευρωστία του ΓΑ, στα προβλήματα της κατηγορίας αυτής, είναι η διατήρηση της

ποικιλότητας του πληθυσμού [262] και η αποφυγή κροκίδωσης του πληθυσμού σε υποσύνολο των λύσεων του μετώπου Pareto [300].

Οι Cheng και Li, [49] και [50], αναπτύσσουν μέθοδο για τον πολυκριτηριακό βέλτιστο σχεδιασμό με το συνδυασμό ενός Pareto ΓΑ και συνάρτησης ποινής για την οποία έχουμε ασαφή πληροφορία. Η Pareto ΓΑ αποτελείται από 5 τελεστές. Οι τελεστές αυτοί είναι, ο τελεστής της επιλογής, της διασταύρωσης, της μετάλλαξης, του ελέγχου καινοτομίας και του φίλτρο κατά Pareto. Το φίλτρο κατά Pareto κατατάσσει σε κατηγορίες τις διάφορες λύσεις του προβλήματος. Λύσεις που δεν κυριαρχούνται από καμία άλλη λύση σύμφωνα με τη σχέση (2.124) κατατάσσονται στις λύσεις 1^{ου} βαθμού (rank equal to 1). Ο βαθμός κάθε λύσης ορίζεται από την ευρωστία των λύσεων και στο κατά πόσον οι λύσεις αυτές είναι κυρίαρχες ή όχι. Μία λύση F είναι κυρίαρχη της λύσης G ($F \succ G$) όταν και μόνον όταν:

$$\left. \begin{array}{l} \forall i \in N \quad f_{F,i} \leq f_{G,i} \\ \exists j \in N \quad f_{F,j} < f_{G,j} \end{array} \right\} \rightarrow F \succ G \quad (2.124)$$

όπου $f_{F,i}$ και $f_{G,i}$ είναι οι τιμές της i αντικειμενικής συνάρτησης και N είναι το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων. Οι λύσεις 1^{ου} βαθμού (που αποτελούν και το μέτωπο Pareto) αφαιρούνται από τον πληθυσμό και η διαδικασία εύρεσης των κυρίαρχων λύσεων για τον εναπομένον σύνολο λύσεων επαναλαμβάνεται. Οι κυρίαρχες λύσεις στην περίπτωση αυτή κατατάσσονται ως λύσεις 2^{ου} βαθμού. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την εξάντληση του πληθυσμού. Για την επιλογή λαμβάνονται υπόψη μόνον οι λύσεις του 1^{ου} βαθμού. Η διαδικασία βελτιστοποίησης βασίζεται μόνο στην πληροφορία που είναι διαθέσιμη σε κάθε γενεά από το μέτωπο Pareto. Ο τελεστής καινοτομίας στηρίζεται στην ιδέα του Cavicchio (Cavicchio, [39]) όπου οι απόγονοι αντικαθιστούν τους γονείς μόνον όταν ο βαθμός τους είναι ίσος ή μεγαλύτερος του βαθμού των γονέων τους. Τα αποτελέσματα κατέδειξαν την ικανότητα του αλγορίθμου να αντιμετωπίζει επιτυχώς πολυκριτηριακά προβλήματα και να αναγνωρίζει με επιτυχία το μέτωπο Pareto.

Ο Schaffer, [251], [252], παρουσιάζει για προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης τη μέθοδο ΓΑ Εκτίμησης Διανύσματος (Vector Evaluated GA, VEGA, Διάγ. 2.21 περίπτωση α). Από κάθε αντικειμενική συνάρτηση επιλέγονται οι k περισσότερο εύρωστοι εκπρόσωποι (οι k καλύτερες λύσεις για την υπό εξέταση αντικειμενική συνάρτηση). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για το σύνολο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Το σύνολο που δημιουργείται από τα άτομα αυτά αποτελεί και τη βάση από την οποία θα προέλθει ο επόμενος πληθυσμός. Η ευρωστία κάθε ατόμου του συνόλου αυτού δίδεται ως [300]:

$$f_i^j = f_j(\mathbf{x}) \quad i = (j-1) \cdot k + 1, \dots, (j-1) \cdot k + k \quad j = 1, \dots, N \quad (2.125)$$

όπου, f_i^j είναι η ευρωστία του i ατόμου της πσίνας προς την j αντικειμενική συνάρτηση ίση με την τιμή $f_j(\mathbf{x})$. Μειονέκτημα της μεθόδου είναι η πιθανή παρουσία ως και k κλώνων μίας λύσης στο σύνολο των λύσεων που θα αποτελέσουν τη βάση για την επόμενη γενεά.

Οι Hajela και Lin, [129], παρουσιάζουν τη μέθοδο ΓΑ κατανεμημένων βαρών, (Hajela Lin Genetic Algorithms HLGA, Διάγ. 2.21 περίπτωση b). Η επιλογή των ατόμων για διασταύρωση βασίζεται στην ευρωστία τους μέσω της μεθόδου των καθαρών βαρών σύμφωνα με τη σχέση (2.23) με τη διαφορά ότι τα βάρη δεν παραμένουν αμετάβλητα κατά τη βελτιστοποίηση αλλά αποτελούν μέρος του γενετικού υλικού των ατόμων. Η ένταξη των βαρών της σχέσης (2.23) στην εξελικτική διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την ταυτόχρονη βελτίωση της λύσης αλλά και των επιμέρους βαρών του ορισμού της ευρωστίας.

Οι Fonseca και Fleming, [86], παρουσιάζουν ένα σχήμα επιλογής των ατόμων βασιζόμενοι σε διαδικασία ορισμού της ευρωστίας βάσει της θέσης του ατόμου στον πληθυσμό (Fonseca Fleming GA FFGA, Διάγ. 2.21 περίπτωση c). Η ευρωστία κάθε ατόμου ορίζεται από το πλήθος των λύσεων από τις οποίες κυριαρχείται. Ο βαθμός κάθε ατόμου δίδεται ως [300]:

$$r_i = 1 + n_i \quad n_i = |j| j \in \mathbf{S}; F_j \succ F_i| \quad (2.126)$$

όπου, \mathbf{S} είναι το σύνολο του πληθυσμού και n_i είναι το πλήθος των λύσεων που κυριαρχούν τη λύση i . Η ευρωστία κάθε ατόμου εξαρτάται από τη σχετική του θέση και μόνον στον πληθυσμό. Με την κατάταξη των λύσεων κατά αύξουσα ακολουθία σε σχέση με το βαθμό (2.126) η ευρωστία κάθε ατόμου υπολογίζεται μέσω της σχέσης (2.105) για τιμή $c=1$. Οι Fonseca και Fleming στη συνέχεια τροποποίησαν το FFGA είτε με τη χρήση ενός προσαρμοστικού σχήματος κατανομής ευρωστίας [87] (όπου λαμβάνεται υπόψη και η συγκέντρωση λύσεων σε μία περιοχή του χώρου των λύσεων) είτε με την εισαγωγή τυχαίων μεταναστών [88] (εισαγωγή στον πληθυσμό που επιλέγεται για επιλογή τυχαίων λύσεων) στοχεύοντας στη διατήρηση της ποικιλότητας του πληθυσμού.

Οι Horn, Nafpliotis και Goldberg, [148], [149], παρουσιάζουν μία μέθοδο που συνδυάζει τη διαδικασία επιλογής μέσω αγώνα με την έννοια της κυριαρχίας κατά Pareto (Niched Pareto GA – NPGA, Διάγ. 2.21 περίπτωση d). Οι συνθήκες της μεθόδου για την επιλογή του διανύσματος των ατόμων για επιλογή συνοψίζονται ως [300]:

Συνθήκη 1: Επιλέγονται τυχαία δύο άτομα i και j . Αν το άτομο i ή το άτομο j κυριαρχεί του

ατόμου j ή του ατόμου i αντίστοιχα και δεν κυριαρχούνται από καμία λύση του πληθυσμού του μετώπου Pareto, τότε το άτομο i ή το άτομο j επιλέγονται για την επάνδρωση του πληθυσμού επιλογής.

Συνθήκη 2: Αν δεν ικανοποιείται η **συνθήκη 1** τότε υπολόγισε για το άτομο i και το άτομο j το πλήθος των ατόμων (n_i και n_j αντίστοιχα) που παρουσιάζουν ευκλείδεια απόσταση μικρότερη από την ακτίνα γειτονίας σ_{share} . Αν $n_i < n_j$ τότε το άτομο i επιλέγεται να επανδρώσει το πληθυσμό για διασταύρωση ενώ σε αντίθετη περίπτωση επιλέγεται το άτομο j .

Οι Srinivas και Deb, [272], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του NPGA το μη κυριαρχούμενο ταξινομημένο ΓΑ (Non dominated Sorting Genetic Algorithm NSGA, Διάγ. 2.21 περίπτωση ε). Η διαδικασία στηρίζεται στην εύρεση του μετώπου Pareto. Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως [300]:

Βήμα 1: Έστω (S) αρχικός πληθυσμός λύσεων και ($S_{p,i}$), τα μέλη του μετώπου Pareto.

Βήμα 2: Ισοκαταμερισμός ευρωστίας ίσης με $F_{d,i}$ για τα μέλη του μετώπου Pareto.

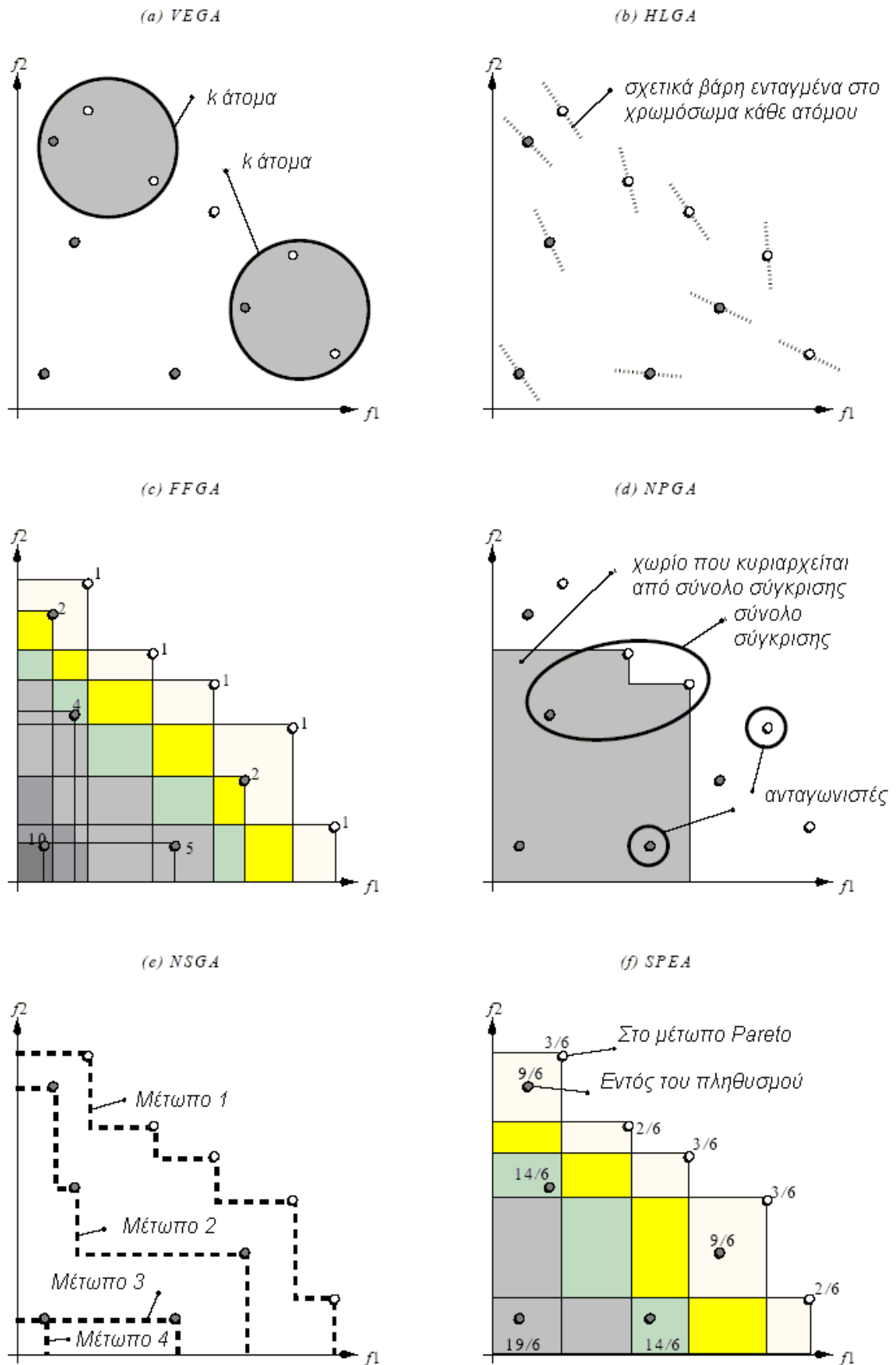
Βήμα 3: Εύρεσης νέου μετώπου Pareto στο $S - \bigcup_{j=1}^i S_{p,i} \rightarrow (S_{p,i+1})$. Θέσε $i=i+1$.

Βήμα 4: Για τα σύνολο $S_{p,i}$ ισοκαταμερισμός ευρωστίας ίσης με $F_{d,i} \leq F_{d,i-1} / |S_{p,i-1}|$.

Βήμα 5: Αν το $S - \bigcup_{k=1}^i S_{p,i} = \emptyset$ τερματισμός της διαδικασίας αλλιώς επιστροφή στο **Βήμα 3**.

Ο Zitzler, [300], παρουσιάζει τον Εξελικτικό αλγόριθμο κατά Pareto (Strength Pareto Evolutionary Algorithm – SPEA Διάγ. 2.21 περίπτωση f) όπου η ομάδα των βέλτιστων λύσεων του μετώπου Pareto καθορίζει ζώνες επιρροής. Η πυκνότητα των λύσεων σε περιοχή αιχμής του μετώπου Pareto επηρεάζει αρνητικά την ευρωστία τους καθώς η ευρωστία κάθε λύσης, εξαρτάται και από το πλήθος των λύσεων που κυριαρχούνται από αυτή. Στόχος της μεθόδου είναι η δημιουργία ισχυρών ομάδων (clusters) και η διατήρηση των μη κυριαρχούμενων λύσεων. Η ευρωστία κάθε ατόμου στο μέτωπο Pareto καθορίζεται από το πλήθος των λύσεων οι οποίες κυριαρχούνται απόλυτα από το συγκεκριμένο άτομο. Ο νέος πληθυσμός παράγεται μέσω της διασταύρωσης των ατόμων του μετώπου Pareto. Η υιοθέτηση μηχανισμών ελέγχου γειτονικών λύσεων αποτρέπει την κροκίδωση των λύσεων με

αποτέλεσμα τη διατήρηση της ποικιλότητας του πληθυσμού.



Διάγ. 2.21: Ορισμοί ευρωστίας λύσεων για πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση (Zitzler [300]).

Ο Shimodaira [262], παρουσιάζει μία μέθοδο πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που βασίζεται σε ΓΑ με ιδιαίτερη μέριμνα στη διατήρηση της ποικιλότητας του πληθυσμού κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Η ποικιλότητα του πληθυσμού σχετίζεται με τη διασπορά του πληθυσμού στο χώρο σχεδιασμού. Η συγκέντρωση των ατόμων πέριξ του περισσότερο εύρωστου ατόμου οδηγεί σε μείωση της ποικιλότητας με αποτέλεσμα τη μείωση της ικανότητας του πληθυσμού να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ακρότατο και αδυναμία χαρτογράφησης του μετώπου Pareto σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Σε κάθε γενεά ο πληθυσμός αποτελείται από το περισσότερο εύρωστο άτομο και τα $N-1$ περισσότερο απομακρυσμένα άτομα ανεξαρτήτως της ευρωστίας τους. Στόχος της μεθόδου είναι η δημιουργία πληθυσμού με μεγάλη γονοτυπική απόσταση από το περισσότερο εύρωστο άτομο ώστε η ικανότητα ερευνάς του αλγορίθμου να παραμένει αναλλοίωτη.

Οι Busacca et al., [32], εφαρμόζουν τους ΓΑ σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης του σχεδιασμού πυρηνικών αντιδραστήρων με στόχο τη μείωση του κόστους, τη μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας και ελαχιστοποίηση της έκθεσης του προσωπικού στη ραδιενέργεια (μέσω της ελαχιστοποίησης των περιόδων συντήρησης). Οι Marseguerra et al., [200], εφαρμόζουν παραλλαγή της μεθόδου ΓΑ κατάλληλη για προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με στόχο τη δημιουργία πολιτικών συντήρησης με το μικρότερο δυνατό κόστος και τη μεγαλύτερη δυνατή διαθεσιμότητα. Η ευρωστία κάθε σχεδιασμού καθορίζεται από το πόσο κυρίαρχος είναι σε σχέση με τις υπόλοιπες λύσεις. Οι γονείς της επόμενης γενεάς επιλέγονται από το εκάστοτε μέτωπο Pareto. Κάθε τέκνο εξετάζεται σε σχέση με τα άτομα του μετώπου Pareto. Αν το τέκνο κυριαρχεί έναντι μίας ή περισσότερων λύσεων του μετώπου Pareto τότε εντάσσεται στο μέτωπο Pareto και οι λύσεις που κυριαρχούνται από τη νέα αυτή λύση αφαιρούνται από το μέτωπο. Στην περίπτωση που κάθε λύση Pareto κυριαρχεί της υπό εξέταση λύσης τότε η λύση αυτή δεν εντάσσεται στη νέα γενεά. Στην περίπτωση που η λύση αυτή δεν κυριαρχείται από το μέτωπο Pareto ή δεν κυριαρχεί έναντι κάποιας λύσης του μετώπου, τότε η λύση αυτή εντάσσεται στο μέτωπο Pareto εμπλουτίζοντας το μέτωπο Pareto ή με την αντικατάσταση της πλέον κοντινής λύσης ως προς τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Οι Coello και Pulido, [53], παρουσιάζουν μία μέθοδο για πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση με χρήση μίας παραλλαγής του μΓΑ κατάλληλης για πολυκριτηριακά προβλήματα. Στη μέθοδο αυτή εισάγονται οι έννοιες, της μνήμης του πληθυσμού που χρησιμοποιείται ως πηγή ποικιλότητας του πληθυσμού και της εξωτερικής μνήμης στην οποία καταχωρούνται τα μέλη του μετώπου Pareto. Η μνήμη του πληθυσμού χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες τη σταθερή

και μεταβαλλόμενη μνήμη. Στην αρχή κάθε κύκλου τα άτομα του πληθυσμού επιλέγονται από τη μνήμη του πληθυσμού με προκαθορισμένα ποσοστά ανάμεσα στη σταθερή και μεταβαλλόμενη μνήμη. Στο τέλος κάθε κύκλου δύο λύσεις του μετώπου Pareto του πληθυσμού εξετάζονται σε σχέση με τα άτομα της εξωτερικής μνήμης. Αν τα άτομα αυτά αποτελούν λύσεις μη κυριαρχούμενες από το σύνολο των ατόμων της εξωτερικής μνήμης, που με τη σειρά τους ορίζουν ένα μέτωπο Pareto, οι λύσεις αυτές εντάσσονται στην εξωτερική μνήμη και άτομα του μετώπου Pareto της μνήμης που κυριαρχούνται από τις νεοεισαχθέντες λύσεις απορρίπτονται από τη μνήμη αυτή. Επιπρόσθετα η μέθοδος εφαρμόζει τρεις διαφορετικούς τύπους ελιτισμού με στόχο τη βελτίωση της ταχύτητας σύγκλισης. Η μέθοδος εφαρμόστηκε με επιτυχία για 5 παραδείγματα αναφοράς και η σύγκριση της με άλλες μεθόδους πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης κατέδειξε ότι η μέθοδος αναγνωρίζει με επιτυχία το μέτωπο Pareto με μικρότερο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τη μέθοδο Μη-Κυριαρχούμενου Αναδιατασσόμενου ΓΑ [61] (Non Dominated Sorting GA, NSGA) και της Εξελικτικής Μεθόδου Αποθηκευμένου Pareto [167] (Pareto Archived Evolution Strategy).

2.7.9 Συνεξελικτικές μέθοδοι (Co-evolution methods)

Βασικό χαρακτηριστικό των συνεξελικτικών μεθόδων είναι η ταυτόχρονη εξέλιξη πληθυσμών που βρίσκονται σε ανταγωνισμό όπου η ευρωστία ενός ατόμου καθορίζεται από την ικανότητα του στο να κυριαρχεί επί ατόμων του αντιπάλου πληθυσμού. Οι αλγόριθμοι αυτοί παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον και πλήθος παραλλαγών, σε σχέση με τον τρόπο αλληλεπίδρασης των πληθυσμών, τον ορισμό της ευρωστίας και τη μέθοδο επιλογής των ατόμων για τη διάδοση των χαρακτηριστικών τους στις επόμενες γενεές, παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία. Ως *Συμβίωση* (Symbiosis) ορίζεται η σχέση μεταξύ 2 ή περισσότερων πληθυσμών όπου η ευρωστία του ενός επηρεάζει την ευρωστία του άλλου και ως *Συμβιωτική Σύνδεση* (Symbiotic Connection) ορίζεται η σχέση $A \rightarrow B$ (όπου ο πληθυσμός A επηρεάζει το πληθυσμό B). Η σχέση αυτή υπάρχει μόνον όταν η ύπαρξη του A επηρεάζει το B. Οι βασικές μορφές συνεξέλιξης σύμφωνα με τους Morrison και Oppacher, [208], συνοψίζονται ως:

- Ο A επηρεάζει θετικά το B (A protagonizes B) $A \xrightarrow{+} B$.
- Ο A επηρεάζει αρνητικά το B (A antagonizes B) $A \xrightarrow{-} B$.
- Αμενσαλισμός μεταξύ Φορέα (A) και Δέκτη (B) (Amensalism between Host and Amensal) $A \xrightarrow{-} B$ και $B \rightarrow A$.

- Κομενσαλισμός μεταξύ Φορέα (A) και Δέκτη (B) (Comensalism between Host and Amensal) $A \xrightarrow{+} B$ και $B \rightarrow A$.
- Ανταγωνισμός (Competition) $A \xrightarrow{-} B$ και $B \xrightarrow{-} A$.
- Συνεργασία (Mutualism) $A \xrightarrow{+} B$ και $B \xrightarrow{+} A$.
- Σχέση Θηρευτή (A)-Θηράματος (B) (Predation A Predator and B Prey) $A \xrightarrow{-} B$ και $B \xrightarrow{+} A$.
- Προσαρμογή (Adaptism) $A \xrightarrow{-} A$ και $A \xrightarrow{+} A$.

Οι Schlierkamp-Voosen και Mühlenbein, [253], παρουσιάζουν μία μέθοδο βελτιστοποίησης όπου το μέγεθος του πληθυσμού μεταβάλλεται καθώς εξελίσσεται η διαδικασία. Σε προκαθορισμένες χρονικές στιγμές ο πληθυσμός που περιέχει το περισσότερο εύρωστο άτομο αυξάνει το μέγεθος του, με ταυτόχρονη ομοιόμορφη μείωση του μεγέθους των υπολοίπων πληθυσμών. Σε εξέλιξη της εργασίας αυτής, οι Schlierkamp-Voosen και Mühlenbein, [254], παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου όπου πέρα από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου ατόμου εξετάζεται και η φάση στην οποία βρίσκεται ο κάθε πληθυσμός. Η απόδοση του πληθυσμού καθορίζεται από το λόγο της βελτίωσης της αντικειμενικής συνάρτησης (Δf_e) προς το πλήθος των λύσεων που έχουν εξετασθεί (N_{sols}) πριμοδοτώντας τον πληθυσμό με τον υψηλότερο λόγο $\Delta f_e / N_{sols}$. Ένα περισσότερο πολύπλοκο σχήμα για τη μεταβολή του πληθυσμού στην περίπτωση συνεξελισσόμενων πληθυσμών παρουσιάζεται από τους Eiben et al., [76]. Στην περίπτωση αυτή έχουμε πέρα από ανταγωνισμό την εμφάνιση συνεργατικών σχέσεων με τη μετανάστευση των περισσότερο εύρωστων λύσεων μεταξύ των πληθυσμών.

Ο Horn, [150], αντιμετωπίζει το πρόβλημα της εξειδίκευσης (niching) των λύσεων και το κατά πόσον οι λύσεις αυτές επηρεάζουν τον τρόπο αλληλεπίδρασης των συνεξελισσόμενων πληθυσμών. Ειδικότερα, εξετάζεται η περίπτωση της αλληλοκάλυψης των εξειδικευμένων λύσεων και το κατά πόσον επηρεάζει τη γενικότερη συμπεριφορά του σχήματος της συνεξέλιξης. Στις περιπτώσεις μικρής ή και απουσίας αλληλοκάλυψης των εξειδικευμένων λύσεων η διαδικασία συνεξέλιξης μετατρέπεται σε συνεργατική εξέλιξη [208], ενώ στην περίπτωση που έχουμε μεγάλη αλληλοκάλυψη των λύσεων η εξέλιξη των πληθυσμών παρουσιάζει ανταγωνισμό με αποτέλεσμα μόνον ένα μικρό ποσοστό των λύσεων αυτών να

επιζεί μέχρι το τέλος της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Οι Hong et al., [147], παρουσιάζουν μία μέθοδο για την ταυτόχρονη συνεξέλιξη του πληθυσμού των λύσεων με ΓΑ καθώς και των τελεστών της διασταύρωσης και μετάλλαξης. Σε κάθε γενεά για κάθε τελεστή διασταύρωσης ορίζεται και συγκεκριμένη πιθανότητα επιλογής. Στο τέλος της διαδικασίας διασταύρωσης η ευρωστία κάθε τελεστή εξετάζεται με τον υπολογισμό της μέσης βελτίωσης της ευρωστίας των ατόμων που δημιουργήθηκαν με τη χρήση του τελεστή. Οι τελεστές αυτοί, κατατάσσονται σύμφωνα με την απόδοσή τους και για όσους παρατηρείται απόδοση μεγαλύτερη του μέσου όρου, η πιθανότητα χρήσης τους αυξάνεται κατά συγκεκριμένο ποσοστό με αντίστοιχη μείωση της πιθανότητας χρήσης των υπολοίπων τελεστών. Στη συνέχεια, έχουμε την εφαρμογή της μεθόδου και στους τελεστές μετάλλαξης. Μειονέκτημα της μεθόδου είναι η αύξηση του υπολογιστικού κόστους εφόσον οι διαδικασίες της διασταύρωσης και μετάλλαξης διαχωρίζονται και το πλήθος των εξεταζόμενων λύσεων ανά γενεά αυξάνεται ανάλογα του πλήθους των επιπλέον λύσεων που πρέπει να εξετασθούν λόγω της μετάλλαξης.

Ο Jensen, [161], χρησιμοποιεί τη θεωρία της συνεξέλιξης σε πρόβλημα ανάπτυξης στρατηγικών για προγραμματισμό εργασιών όπου απαιτείται υψηλή ευελιξία. Η συνεξέλιξη δύο πληθυσμών καθορίζεται ως μία αμεινωτική σχέση μεταξύ του πληθυσμού με τα άτομα που περιλαμβάνουν τις εναλλακτικές στρατηγικές εργασίας και κατανομής χρόνου (B) και του πληθυσμού (A) που περιέχει τα σενάρια καταστροφής ή έκτακτης ανάγκης. Η ευρωστία μίας πιθανής λύσης, ορίζεται ως η ικανότητα της στρατηγικής B_i να προσαρμόζεται σε διαφορετικούς φόρτους εργασιών A_i ή να αντιμετωπίζει επιτυχώς καταστάσεις ανάγκης A_j . Η προσαρμοστικότητα της λύσης, εξετάζει την ικανότητα της εκάστοτε στρατηγικής να μην παρουσιάζει καθυστερήσεις στην εκτέλεση ενός συγκεκριμένου προγράμματος, για όσον το δυνατόν μεγαλύτερο αριθμό πιθανών σεναρίων καταστροφής.

Οι Fujimoto, και Shimohara, [99], παρουσιάζουν μία μέθοδο βελτιστοποίησης που βασίζεται στην ιδέα των αλγορίθμων έμβιο-εξέλιξης. Στην περίπτωση αυτή διαφορετικοί πληθυσμοί ανταγωνίζονται σε ένα τεχνητό περιβάλλον με στόχο την επικράτηση τους. Τα βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου βιοεξέλιξης συνοψίζονται ως εξής [99]:

- Ο πληθυσμός αποτελείται από «θνητές» λύσεις και η διάρκεια ζωής τους είναι συνάρτηση της ικανότητας προσαρμογής τους στο μεταβαλλόμενο περιβάλλον [237], [238].
- Η ικανότητα προσαρμογής ενός ατόμου είναι άμεσα συνδεδεμένη με την ποσότητα των

πόρων που απαιτούνται για την επιβίωση τους. Άτομα που έχουν μικρές απαιτήσεις για να παραμείνουν στη ζωή είναι δυνατό να πολλαπλασιαστούν πιο εύκολα σε ένα περιβάλλον με περιορισμένους διαθέσιμους πόρους [238], [239], [240].

- Νέα μέλη γεννιούνται με την αμοιβαία εναλλαγή γενετικής πληροφορίας και την τυχαία παρουσία μεταλλάξεων (λάθη κατά τη διαδικασία αντιγραφής) [237], [239], [240].
- Το περιβάλλον προσφέρει μία συγκεκριμένη ποσότητα πόρων για την επιβίωση και τον πολλαπλασιασμό των πληθυσμών. Όσο οι απαιτήσεις σε τροφή αυξάνονται και πλησιάζουν τη συνολική ικανότητα τροφοδοσίας η μέση ηλικία των ατόμων κάθε πληθυσμού μειώνεται. Η μείωση αυτή είναι ανάλογη της ευαισθησίας που παρουσιάζει ο κάθε πληθυσμός σε συνθήκες περιορισμένων διαθέσιμων πόρων [237], [239].
- Μέσω της μείωσης των διαθέσιμων πόρων είναι δυνατή η αύξηση της πίεσης στο σύνολο των πληθυσμών με απώτερο στόχο την επιβίωση των ομάδων με υψηλότερη προσαρμοστικότητα.

Οι Rhyne και Smith, [244], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της ανάπτυξης εύρωστων και εύελικτων στρατηγικών σε προβλήματα αντιπαράθεσης πληθυσμών ενώ οι Noble και Watson, [214], παρουσιάζουν συνεξελικτικές μεθόδους για προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Στόχος της μεθόδου είναι η κατάστρωση του μητρώου απόδοσης των στρατηγικών και στη συνέχεια η εξαγωγή του μετώπου των βέλτιστων λύσεων κατά Pareto. Εφόσον η δειγματοληψία αυτή είναι αμερόληπτη ο πληθυσμός αυτός μπορεί να θεωρηθεί ως ένας καλός αρχικός πληθυσμός λύσεων ενός ΓΑ. Η διαδικασία βελτιστοποίησης στοχεύει στην ανανέωση του μετώπου Pareto με παράλληλη αύξηση της ευρωστίας των ατόμων του.

Οι Rosin και Belew, [245], δίνουν ιδιαίτερη σημασία στον τρόπο ορισμού της ευρωστίας των ατόμων ενός πληθυσμού εφόσον η διαδικασία αυτή επηρεάζει άμεσα τη συχνότητα επιλογής κάθε ατόμου. Ως διαμοιρασμένη ευρωστία (shared fitness) ορίζεται ο δείκτης ευρωστίας κάθε σεναρίου που πέρα από τη σχετική ικανότητα του σεναρίου αυτού να αντιμετωπίζει διάφορες απειλές εξαρτάται και από το ποίες στρατηγικές αντιμετωπίζει με επιτυχία. Σενάρια τα οποία υποκύπτουν σε λίγες στρατηγικές έχουν μεγαλύτερη ευρωστία από σενάρια τα οποία είναι αντιμετωπίζονται εύκολα. Σενάρια που αντιμετωπίζουν με επιτυχία στρατηγικές με μεγάλο δείκτη δυσκολίας αμείβονται αντίστοιχα. Η ευρωστία μίας στρατηγικής δίδεται από τη σχέση:

$$F_i = \sum_{j=1}^{N_i} f_j \quad \text{όπου} \quad f_j = \frac{1}{N_j} \quad (2.127)$$

όπου F_i είναι η ευρωστία της i στρατηγικής, f_j είναι η αξία του σεναρίου που αντιμετωπίζεται επιτυχώς από τη στρατηγική, N_i είναι το πλήθος των σεναρίων που αντιμετωπίζονται με επιτυχία από την υπό εξέταση στρατηγική και N_j είναι το πλήθος των στρατηγικών που αντιμετωπίζουν με επιτυχία το υπό εξέταση σενάριο. Η προστιθέμενη ευρωστία για μία στρατηγική από την επιτυχή κατάληξη έναντι ενός σεναρίου ορίζεται στο διάστημα $[1/N, 1]$ ανάλογα με τη δυσκολία που έχει ο πληθυσμός των στρατηγικών να κερδίσει το συγκεκριμένο σενάριο. Σε περίπτωση που το σενάριο παρουσιάζει υψηλή δυσκολία η αξία του είναι πλησίον της μονάδας ενώ σε αντίθετη περίπτωση η αξία του είναι περίπου ίση με τον αντίστροφο του πλήθος των στρατηγικών που εξελίσσονται. Με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού φορτίου κάθε στρατηγική δεν ελέγχεται έναντι του συνόλου των σεναρίων αλλά εναντίον των περισσοτέρων δύσκολων σεναρίων (αυτών που η σχετική αξία είναι πλησίον της μονάδας ή των σεναρίων που παρουσιάζουν τον υψηλότερο δείκτη f_i). Στόχος της διαδικασίας αυτής είναι η εστίαση της συνεξελικτικής μεθόδου στην παραγωγή στρατηγικών που μπορούν να υπερκεράσουν τα δύσκολα σενάρια.

Σε εξέλιξη της εργασίας αυτής, οι Rosin και Belew, [246], παρουσιάζουν μία παραλλαγή που στηρίζεται στις έννοιες της διαμοιρασμένης ευρωστίας και δειγματοληψίας, όπου εισάγεται η λογική του συνόλου των περισσότερο επιτυχημένων λύσεων (Hall of Fame). Ο χώρος αυτός αποτελεί το σύνολο στο οποίο διατηρείται συγκεκριμένο πλήθος επιτυχημένων σεναρίων από τις προηγούμενες γενιές. Η τακτική αυτή είναι συναφής με την τεχνική του ελιτισμού αλλά με την υιοθέτηση του συνόλου αυτού τα περισσότερο εύρωστα σενάρια δεν καταργούνται στην περίπτωση απόρριψης τους από τη μνήμη του αλγορίθμου. Στόχος της υιοθέτησης της τακτικής αυτής είναι η αποφυγή του φαινομένου της κυκλικής εναλλαγής στρατηγικών και σεναρίων. Στην περίπτωση της κυκλικής εναλλαγής παρουσιάζεται το φαινόμενο υποσύνολο των στρατηγικών A_b να παρουσιάζει υψηλή ικανότητα αντιμετώπισης υποσυνόλου σεναρίων B_b . Η εξέλιξη των σεναρίων οδηγεί στη δημιουργία ενός υποσυνόλου B_a που κυριαρχεί έναντι των στρατηγικών A_b και εξαναγκάζει τον αλγόριθμο σε δημιουργία στρατηγικών A_a που κυριαρχεί έναντι των σεναρίων B_a αλλά ταυτόχρονα είναι ευάλωτα στα σενάρια του υποσυνόλου B_a . Η εξέλιξη του υποσύνολο σεναρίων B_a σε σενάρια B_b με ταυτόχρονη μετάπτωση στο υποσύνολο στρατηγικών A_b δημιουργεί το κλειστό βρόγχο:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \rightarrow A_b \gg B_b \rightarrow B_a \gg A_b \rightarrow \\ A_a \gg B_a \rightarrow B_b \gg A_a \rightarrow A_b \gg B_b \rightarrow \dots \end{array} \right\} \quad (2.128)$$

Στην περίπτωση αυτή η μέθοδος παγιδεύεται με αποτέλεσμα τη διακοπή της εξέλιξης των αντιμαχόμενων πληθυσμών και τον εγκλωβισμό τους στον προαναφερθέντα βρόγχο. Η ένταξη όμως του συνόλου των περισσότερο επιτυχημένων λύσεων για τα διάφορα σενάρια οδηγεί σε διάσπαση του βρόγχου αυτού καθώς:

$$\left. \begin{array}{l} \dots \rightarrow A_b \gg B_b \rightarrow B_a \gg A_b \rightarrow \\ A_a \gg B_a \rightarrow B'_b \gg A_a \rightarrow A_c \gg B'_b \rightarrow \dots \end{array} \right\} B'_b = B_a \cup B_b \quad (2.129)$$

2.7.10 Εξελικτικές Στρατηγικές ΕΣ (Evolution Strategies)

2.7.10.1 Εισαγωγή

Οι εξελικτικές στρατηγικές (ΕΣ) [74], [131], [270], [256], [269] αναπτύχθηκαν στα μέσα της δεκαετίας του 60 από τους Rechenberg [241] και Schwefel [258] παράλληλα με τους ΓΑ. Η φυσική επιλογή και η επιβίωση ή μακροημέρευση του δυνατότερου, όπως και στην περίπτωση των ΓΑ, αποτελεί τη βασική ιδέα των στρατηγικών αυτών [7], [23], [24], [256], [270]. Η διαφορά μεταξύ ΕΣ και ΓΑ έγκειται στο γεγονός η κινητήρια δύναμη των ΕΣ είναι η προσαρμογή του πληθυσμού στο περιβάλλον όταν για τους ΓΑ βασικός παράγον είναι η γέννηση νέων λύσεων μέσω της διασταύρωσης των περισσότερο εύρωστων ατόμων. Επισκόπηση του θεωρητικού υποβάθρου των εξελικτικών στρατηγικών σε προβλήματα βελτιστοποίησης παρουσιάζεται από το Tanskanen [278].

Μεταξύ των ΓΑ και ΕΣ παρατηρούνται διαφορές στον τρόπο κωδικοποίησης των μεταβλητών (δυαδική μορφή στην κλασική μορφή του ΓΑ συνεχείς μ.σ στις ΕΣ) στον τρόπο με τον οποίο έχουμε την επιλογή για διασταύρωση στις εκτεταμένες ΕΣ (πιθανότητα επιλογής ανάλογη της ευρωστίας στους ΓΑ, κατά ντετερμινιστικό τρόπο στις ΕΣ) και στην εξέλιξη των ατόμων κάθε πληθυσμού (ντετερμινιστικά στους ΓΑ με αντικατάσταση των γονέων από τα τέκνα, σύμφωνα με την ευρωστία των τέκνων με την αντικατάσταση των λιγότερο εύρωστων λύσεων στις ΕΣ). Στην περίπτωση των κλασικών ΓΑ ο αριθμός των τέκνων ισούνται με τον αριθμό των γονέων και η ζωή κάθε λύσης είναι ίση με μία γενεά δηλαδή η νέα γενεά αντικαθιστά πλήρως την παλαιά. Στις ΕΣ ανάλογα με τη στρατηγική που επιλέγεται ο αριθμός των τέκνων είναι διαφορετικός από τον αριθμό των γονέων και η διάρκεια ζωής μίας λύσης είναι συνάρτηση της ευρωστίας της λύσης αυτής. Στις ΕΣ η πιθανότητα διασταύρωσης, καθώς και η στρατηγική διασταύρωσης αποτελούν κομμάτι της γονιδιακής πληροφορίας κάθε ατόμου και υπόκεινται στις διαδικασίες της εξέλιξης σε αντίθεση με τους ΓΑ όπου οι τελεστές αυτοί επιλέγονται κατά την αρχική φάση της βελτιστοποίησης και παραμένουν αναλλοίωτοι μέχρι το πέρας της διαδικασίας. Η πιθανότητα μετάλλαξης στις ΕΣ εξαρτάται

άμεσα από την εξελικτική διαδικασία. Ανάλογα με τη συχνότητα με την οποία ο τελεστής της μετάλλαξης βελτιώνει την ευρωστία του ατόμου έχουμε αύξηση ή μείωση της πιθανότητας μετάλλαξης ώστε να διατηρηθεί ο λόγος 1/5 (μία μετάλλαξη που οδηγεί σε βελτίωση της ευρωστίας της λύσης προς 5 μεταλλάξεις) που θεωρείται και η τιμή η οποία προσδίδει στις ΕΣ και τη μεγαλύτερη δυνατή ευρωστία [251], [252], [241], [278]. Στους ΓΑ η βέλτιστη στατική πιθανότητα μετάλλαξης είναι ίση με το $1/L$ όπου L είναι το μήκος του χρωμοσώματος [209], δηλαδή, η βέλτιστη πιθανότητα μετάλλαξης στις ΕΣ εξαρτάται από τη συμπεριφορά του προβλήματος ως προς την αντικειμενική συνάρτηση, όταν για τους ΓΑ εξαρτάται από την πολυπλοκότητα απεικόνισης της λύσης.

2.7.10.2 Ορισμός Προβλήματος

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης στην περίπτωση των ΕΣ ορίζεται ως:

$$\text{find } \mathbf{x}_{\min} \in \mathbf{S} : f(\mathbf{x}_{\min}) \leq f(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \mathbf{S} \subseteq \mathbf{R}^n \quad (2.130)$$

όπου $f(\mathbf{x})$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Για τη συνάρτηση αυτή πρέπει να ισχύει ότι:

$$-\infty < f(\mathbf{x}) < +\infty \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{S} \quad (2.131)$$

Στην περίπτωση που το πρόβλημα υπόκειται σε n το πλήθος περιορισμούς η σχέση (2.130) μπορεί να γραφεί ως:

$$\text{find } \mathbf{x}_{\min} \in \mathbf{S} : f(\mathbf{x}_{\min}) + \sum_{i=1}^n T[g(\mathbf{x}_{\min})] \leq f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n T[g_i(\mathbf{x})] \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{S} \subseteq \mathbf{R}^n$$

$$\sum_{i=1}^n T[g(\mathbf{x}_{\min})] = 0 \quad T[g(\mathbf{x})] = \begin{cases} 0 & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \wedge g_i(\mathbf{x}) = 0 \\ & \text{ανισοτικός} \quad \text{ισοτικός} \\ T[g_i(\mathbf{x})] > 0 & \text{αλλου} \end{cases} \quad (2.132)$$

όπου $T[g(\mathbf{x})]$ είναι η συνάρτηση επαύξησης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης λόγω παραβίασης των περιορισμών του προβλήματος.

2.7.10.3 Βασική Εξελικτική Στρατηγική

Σύμφωνα με τους Back και Schwefel [8] τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:

Βήμα 1: Παραγωγή του αρχικού πληθυσμού αποτελούμενο από μ άτομα. Κάθε άτομο ορίζεται ως $\{\mathbf{x}_i, \{\eta_j^i; j \in \mathbf{S}_{ES}^{prob}\}\}$ $i = 1, \dots, \mu$ $\mathbf{x}_i \in \mathbf{S}$, όπου \mathbf{x}_i είναι ο σχεδιασμός στο πεδίο των λύσεων \mathbf{S} και η_j^i είναι το j διάνυσμα των παραμέτρων των τελεστών του ΕΣ για το i

άτομο που ανήκει στο σύνολο \mathbf{S}_{ES}^{prob} των πιθανών συνδυασμών των παραμέτρων αυτών.

Βήμα 2: Υπολογισμός της ευρωστίας κάθε λύσης μέσω της σχέσης (2.132). Ορισμός $m=1$.

Βήμα 3: Παραγωγή λ απογόνους από μ γονείς. Η επιλογή των μ ατόμων γίνεται κατά τυχαίο τρόπο οπότε για κάθε άτομο του αρχικού πληθυσμού έχουμε λ/μ κατά μέσο όρο απογόνους. Η j μ.σ ($j=1, \dots, n$) του απογόνου k ($k=1, \dots, \lambda$) των διανυσμάτων \mathbf{x} και $\boldsymbol{\eta}$ που προέρχεται από τον i γονέα ορίζεται ως:

$$x_k^j = x_i^j + \eta_i^j \cdot N(0,1) \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{n}}} \quad \tau' = \frac{1}{\sqrt{2n}} \quad (2.133)$$

$$\eta_k^j = \eta_i^j \cdot \exp\left[\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N^j(0,1)\right]$$

Βήμα 4: Υπολογισμός της ευρωστίας των απογόνων $\left\{ \mathbf{x}_k; \left\{ \eta_j^k; j \in \mathbf{S}_{ES}^{prob} \right\} \right\} \quad k=1, \dots, \lambda$.

Βήμα 5: Για (μ, λ) ΕΣ, αναδιάταξη των λ απογόνων κατά αύξουσα σειρά σε σχέση με την αντικειμενική συνάρτηση και επιλογή των μ καλύτερων απογόνων από τον πλήθος των λ τέκνων ως γονείς της επόμενης γενεάς. Για $(\mu+\lambda)$ ΕΣ αναδιάταξη των $\mu+\lambda$ απογόνων και γονέων κατά αύξουσα σειρά σε σχέση με την αντικειμενική συνάρτηση και επιλογή των μ καλύτερων ως γονείς της επόμενης γενεάς.

Βήμα 6: Έλεγχος κριτηρίων τερματισμού διαδικασίας. Στην περίπτωση μη σύγκλισης $m=m+1$ και επιστροφή στο **Βήμα 3**.

Η ΕΣ χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά από τους Rechenberg και Schwefel σε πρόβλημα βελτιστοποίησης προφίλ πτέρυγας αεροσκάφους [241], [257]. Οι τιμές των παραμέτρων τ και τ' της σχέσης (2.133) προτείνονται από τους Schwefel [257] και Back [6]. Με την ένταξη στην ΕΣ του τελεστή διασταύρωσης ρ γονέων η σχέση (2.133) τροποποιείται ως:

$$x_k^j = \left\{ \begin{array}{l} x_1^j + \eta_1^j \cdot N_1(0,1) \oplus \dots \\ \dots \oplus x_\rho^j + \eta_\rho^j \cdot N_\rho(0,1) \end{array} \right\} \quad \eta_k^j = \left\{ \begin{array}{l} \eta_i^j \cdot \exp\left[\tau' \cdot N_1(0,1) + \tau \cdot N_1^j(0,1)\right] \oplus \dots \\ \dots \oplus \eta_\rho^j \cdot \exp\left[\tau' \cdot N_\rho(0,1) + \tau \cdot N_\rho^j(0,1)\right] \end{array} \right\} \quad (2.134)$$

όπου \oplus είναι ο τελεστής επανασυνδυασμού. Η σχέση (2.133) εξελίσσει ταυτόχρονα και το διάνυσμα των τιμών \mathbf{x} αλλά και το διάνυσμα των παραμέτρων του τελεστή της μετάλλαξης $\boldsymbol{\eta}$. Οι Gehlaar και Fogel [102], προτείνουν ότι η τροποποίηση της σχέσης (2.134) ως:

$$\hat{\eta}_k^j = \left\{ \begin{array}{l} \eta_i^j \cdot \exp\left[\tau' \cdot N_1(0,1) + \tau \cdot N_1^j(0,1)\right] \oplus \dots \\ \dots \oplus \eta_\rho^j \cdot \exp\left[\tau' \cdot N_\rho(0,1) + \tau \cdot N_\rho^j(0,1)\right] \end{array} \right\} \quad x_k^j = \left\{ \begin{array}{l} x_1^j + \hat{\eta}_1^j \cdot N_1(0,1) \oplus \dots \\ \dots \oplus x_\rho^j + \hat{\eta}_\rho^j \cdot N_\rho(0,1) \end{array} \right\} \quad (2.135)$$

όπου η ανανέωση του διανύσματος των παραμέτρων του τελεστή της μετάλλαξης πραγματοποιείται πριν τη δημιουργία νέων λύσεων είναι δυνατό να οδηγήσει σε βελτίωση της ευρωστίας της μεθόδου για ορισμένες κατηγορίες προβλημάτων.

2.7.10.4 Στρατηγικές Επανασυνδυασμού των ΕΣ

Οι Eiben, και Back [73], εξετάζουν τρεις μεθόδους επανασυνδυασμού κατάλληλα τροποποιημένες για προβλήματα ΕΣ όπου από πλήθος γονέων παράγεται ένα τέκνο.

Η 1^η παραλλαγή είναι η μέθοδος του **συνδυασμού διαμέσου** ρ γονέων, όπου το $(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\eta}_k)$ δίδεται ως [22]:

$$x_k^j = \frac{1}{\rho} \left\{ \left[\sum_{m=1}^{\rho} x_m^j + \eta_1^j \cdot N_1(0,1) \right] \right\} \eta_k^j = \frac{1}{\rho} \left\{ \sum_{m=1}^{\rho} \left\{ \eta_m^j \cdot \exp[\tau' \cdot N_m(0,1) + \tau \cdot N_m^j(0,1)] \right\} \right\} \quad (2.136)$$

Η 2^η παραλλαγή είναι η μέθοδος του **ομοιομόρφου τυχαίου συνδυασμού** ρ γονέων, όπου το $(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\eta}_k)$ δίδεται ως [74]:

$$x_k^j = \mathit{random}_{m=1, \dots, \mu} \{ x_m^j + \eta_m^j \cdot N_i(0,1) \} \eta_k^j = \mathit{random}_{m=1, \dots, \mu} \{ \eta_m^j \cdot \exp[\tau' \cdot N_m(0,1) + \tau \cdot N_m^j(0,1)] \} \quad (2.137)$$

όπου $\mathit{random}\{\}$ είναι η τυχαία επιλογή ενός εκ των μ γονέων. Η πιθανότητα επιλογής ανά μ.σ είναι ίση με $1/\mu$. Η σχέση (2.137) μπορεί να τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να λαμβάνεται υπόψη η ευρωστία κάθε γονέα όπως και στους ΓΑ.

Η 3^η παραλλαγή είναι η μέθοδος του **διαγώνιου επανασυνδυασμού** (Διάγ. 2.22). Για τα διανύσματα των μ.σ, και των παραμέτρων της εξελικτικής διαδικασίας των ρ γονέων επιλέγονται $\rho-1$ σημεία διασταύρωσης. Ο απόγονος δίδεται ως [73]:

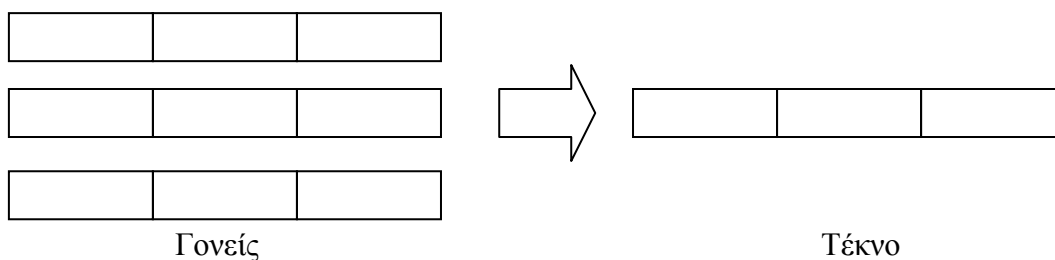
$$[[\mathbf{x}]] = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_{new} \end{array} \left| \begin{array}{c} x_1^1 \quad x_1^2 \quad x_1^3 \\ \\ \\ \bar{x}_1^1 \quad \bar{x}_1^2 \quad \bar{x}_1^3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} x_2^4 \quad x_1^5 \\ \\ \\ \bar{x}_2^4 \quad \bar{x}_1^5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} x_3^6 \\ \\ \\ \bar{x}_3^6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} x_4^7 \quad x_4^8 \quad x_4^9 \quad x_4^{10} \quad x_4^{11} \\ \\ \\ \bar{x}_4^7 \quad \bar{x}_4^8 \quad \bar{x}_4^9 \quad \bar{x}_4^{10} \quad \bar{x}_4^{11} \end{array} \right| \propto [[\boldsymbol{\eta}]] \quad (2.138)$$

όπου $[[\cdot]]$ είναι ο τελεστής διασταύρωσης. Το $(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{\boldsymbol{\eta}}_k)$ του απογόνου δίδεται ως [73]:

$$\bar{x} = \left[\left[x + \eta \cdot N_i(0,1) \right] \right] \quad \bar{\eta} = \left[\left[\left\{ \eta \cdot \exp[\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N(0,1)] \right\} \right] \right] \quad (2.139)$$

Οι τρεις αυτοί τελεστές επανασυνδυασμού είναι δυνατόν να εφαρμοστούν πριν τη μεταβολή

των επιμέρους διανυσμάτων μέσω του τελεστή της μετάλλαξης ή και μόνον στο διάνυσμα των μεταβλητών συνδυασμού. Οι Eiben και Back [73], εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίον επιδρούν οι 3 αυτές μέθοδοι διασταύρωσης (επανασυνδυασμού) στη γενικότερη ευρωστία του ΕΣ για πλήθος προβλημάτων αναφοράς. Ενώ στην περίπτωση προβλημάτων με ένα ακρότατο η αύξηση της πολυπλοκότητας του τελεστή του επανασυνδυασμού οδηγεί σε βελτίωση της απόδοσης (συνάρτηση σφαίρας (Sphere model) και συνάρτηση διπλού αθροίσματος του Schwefel) με πολύ καλά αποτέλεσμα στην περίπτωση του συνδυασμού διαμέσου δεν παρατηρείται κάτι αντίστοιχο στις υπόλοιπες συναρτήσεις αναφοράς πολλών ακρότατων με εξαίρεση τις συναρτήσεις του Rastrigin και Fletcher-Powell.



Διάγ. 2.22: Τελεστής Διασταύρωσης μ γονέων (διαγώνια διασταύρωση) σε ΕΣ.

2.7.10.5 Παραλλαγές Εξελικτικών Στρατηγικών

Περισσότερα στοιχεία σε σχέση με τις ομοιότητες και διαφορές των ΕΣ από τους ΓΑ παρατίθενται από τους Schütz et al., [256], και τον Spears, [270]. Στη βιβλιογραφία παρουσιάζεται πλήθος εργασιών [21] [74], [131], [269], [300] που συνδυάζουν χαρακτηριστικά των ΕΣ με χαρακτηριστικά των ΓΑ στοχεύοντας στην ανάπτυξη μεθόδων με υψηλή ευρωστία για ορισμένες κλάσεις προβλημάτων ή χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά των ΕΣ για τη βελτίωση της ευρωστίας των ΓΑ όπως η κωδικοποίηση των μ.σ ως συνεχείς μ.σ [21], η εισαγωγή στο χρωμόσωμα κάθε ατόμου στοιχείων που αφορούν τον τρόπο διασταύρωσης και την πιθανότητα μετάλλαξης κ.α.

Ο Schwefel [257] και Back [6], παρουσιάζουν μία παραλλαγή των κλασικών ΕΣ όπου πέρα των μ.σ, και των παραμέτρων της μετάλλαξης εντάσσεται σε κάθε λύση και ο μετασχηματισμός του χώρου σχεδιασμού μέσω περιστροφής, στοχεύοντας στην αύξηση της ευρωστίας του αλγορίθμου. Στην περίπτωση αυτή η σχέση (2.133) τροποποιείται ως:

$$\begin{aligned} \eta_k^j &= \eta_i^j \cdot \exp[\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N^j(0,1)] & \alpha_k^j &= \alpha_i^j + \beta \cdot N^j(0,1) \\ x_k^j &= x_i^j + \eta_i^j \cdot N(0, C(\boldsymbol{\eta}_k, \boldsymbol{\alpha}_k)) \end{aligned} \tag{2.140}$$

όπου $\beta=0.0873$ [257], [6] και κάθε λύση δίδεται ως $\{\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\alpha}_k; \boldsymbol{\eta}_k\}$. Η σχέση (2.140) δίδει τη

δυνατότητα στις ΕΣ να αντιμετωπίζουν επιτυχώς προβλήματα όπου οι μ.σ, δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους δηλαδή η συνάρτηση δεν ανήκει στην κατηγορία των διαχωριζόμενων μ.σ. Μία συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ ορίζεται ως διαχωριζόμενων μ.σ όταν:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad \mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\} \quad (2.141)$$

Ο Salomon [250], μελετά την απόδοση των ΕΣ όπου η εξέλιξη του πληθυσμού και των τελεστών πραγματοποιείται μέσω της σχέσης (2.140) για πλήθος συναρτήσεων αναφοράς στην περίπτωση περιστροφής της βάσης των μ.σ, και τη συγκρίνει με τον bGA (breeder-GA) [210], [211]. Ο bGA [210], [211] στηρίζεται στην επιλογή υποσυνόλου του πληθυσμού που περιέχει τα περισσότερα εύρωστα άτομα και τη διασταύρωση τους για τη δημιουργία του νέου πληθυσμού όπου το περισσότερο εύρωστο άτομο επιλέγεται πάντα ως ένας εκ των δύο γονέων για τη δημιουργία της νέας γενιάς ατόμων. Η ΕΣ επηρεάζεται ελάχιστα από την πλέξη των μ.σ σε αντίθεση με τον bGA που παρουσιάζει μεγάλη ευαισθησία ως προς την περιστροφή του διανύσματος βάσης. Η συμπεριφορά αυτή του bGA, αποδίδεται στη μη ισχύ των βασικών παραδοχών των ΓΑ όπως:

- η παραδοχή του αθροιστικού φαινομένου των επιμέρους σχημάτων στην ευρωστία της λύσης,
- η παραδοχή ότι η διαδικασία διασταύρωσης αποτελεί το πιο σημαντικό τελεστή στην εξέλιξη των λύσεων μέσω των ΓΑ,
- η παραδοχή ότι η βέλτιστη πιθανότητα μετάλλαξης είναι ίση με $1/L$ όπου L είναι το μήκος του χρωμοσώματος.

Οι Yao και Liu, [297], παρουσιάζουν μία παραλλαγή του ΕΣ όπου ο τελεστής της μετάλλαξης της σχέσης (2.133) χρησιμοποιεί την κατανομή Cauchy για τον υπολογισμό του νέου διανύσματος. Η σχέση (2.133) τροποποιείται ως:

$$x_k^j = x_i^j + \eta_i^j \cdot \delta_j \quad \eta_k^j = \eta_i^j \cdot \exp[\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N^j(0,1)] \quad (2.142)$$

όπου δ_j είναι η τυχαία τιμή της j μ.σ, που ακολουθεί κατανομή Cauchy. Η ΣΠΠ και η ΑΣΠ της κατανομής Cauchy δίδονται ως:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{t^2 + x^2} \quad F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{x}{t}\right) \quad (2.143)$$

Η μορφή της συνάρτησης Cauchy είναι παρόμοια της συνάρτησης Gauss με τη διαφορά ότι η διασπορά της συνάρτησης Cauchy δεν είναι πεπερασμένη. Στόχος της τροποποίησης αυτής είναι η μείωση της πιθανότητας εγκλωβισμού στη γειτονιά μίας μη βέλτιστης τιμής καθώς η κατανομή Cauchy παρουσιάζει υψηλότερη διασπορά τιμών. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων για 23 συναρτήσεις αναφοράς καταδεικνύει ότι οι ΕΣ που υπόκεινται σε μετάλλαξη κατά Cauchy επιτυγχάνουν υψηλότερη ευρωστία σε πολυμορφικά προβλήματα.

Ο Whitley [291], παρουσιάζει παραλλαγή των ΕΣ τους παράλληλους εξελικτικούς αλγόριθμους. Χαρακτηριστικό των εξελικτικών αλγορίθμων είναι η δημιουργία ενός μεταπληθυσμού αποτελούμενο από πληθυσμούς που εξελίσσονται ανεξάρτητα (σε απομόνωση). Ανά τακτά χρονικά διαστήματα η απομόνωση αυτή διακόπτεται επιτρέποντας στα περισσότερο εύρωστα άτομα των πληθυσμών αυτών να μεταναστεύουν σε γειτονικούς πληθυσμούς. Στόχος της διαδικασίας αυτής είναι η αύξηση της ευρωστίας του αλγορίθμου εφόσον το διαφορετικό γενετικό υλικό κάθε πληθυσμού και ο στοχαστικός χαρακτήρας της μεθόδου εξασφαλίζουν ότι κάθε πληθυσμός θα ακολουθήσει διαφορετική εξελικτική πορεία και η ανταλλαγή μέρους του πληθυσμού με άτομα άλλου πληθυσμού εξασφαλίζει τη μεταφορά γνώσης αυξάνοντας ταυτόχρονα και την ποικιλότητα του. Η αύξηση της ποικιλότητας του πληθυσμού βελτιώνει την ικανότητα ερευνάς του χώρου των λύσεων του πληθυσμού. Πρόσθετες παράμετροι της τροποποίησης αυτής των ΕΣ, είναι το ποσοστό του πληθυσμού που μεταναστεύει και η συχνότητα μετανάστευσης. Ιδιαίτερη μέριμνα λαμβάνεται ως προς την επιλογή των παραμέτρων αυτών, καθώς η μετανάστευση γενετικού υλικού με συχνότητα υψηλότερη μίας τιμής κατωφλίου προκαλεί ομογενοποίηση των πληθυσμών με αποτέλεσμα τη μετάπτωση τους σε πρόβλημα ΕΣ ενός πληθυσμού μεγέθους ίσου με το πλήθος των ατόμων του μεταπληθυσμού, ενώ σε αντίθετη περίπτωση αυξάνεται η πιθανότητα πρόωρης σύγκλισης των επιμέρους πληθυσμών με αποτέλεσμα τη μείωση της ευρωστίας του αλγορίθμου. Το πλήθος των ατόμων που μεταναστεύουν πρέπει να επιλεγεί με προσοχή καθώς μεγάλες τιμές είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε ομογενοποίηση των επιμέρους πληθυσμών ενώ στην περίπτωση που επιλεγεί που το πλήθος των ατόμων που μεταναστεύουν είναι μικρό η επιρροή τους στην εξέλιξη του εκάστοτε πληθυσμού είναι αμελητέα.

Οι Hrstka et al., [153], συγκρίνουν διάφορες ΕΣ όπως η μέθοδος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution) [273], η απλοποιημένη αταβιστική μέθοδο Διαφορικής Εξέλιξης [152], μία παραλλαγή της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτωσης ακεραίων μ.σ [199] και την επαυξημένη μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτωσης συνεχών μ.σ, [201]. Στη συνέχεια, οι Kucerová et al., [176], εφαρμόζουν την απλοποιημένη αταβιστική μέθοδο διαφορικής

εξέλιξης σε συνδυασμό με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων σε πρόβλημα προσαρμογής παραμέτρων σε προσομοίωμα μικρό-επιπέδων για τον υπολογισμό των μηχανικών σταθερών του σκυροδέματος.

2.7.11 Μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα με διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες αναλυτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης για προβλήματα διακριτών μ.σ. Οι μέθοδοι αυτές παρουσιάζουν περιορισμένη χρηστικότητα με την εξάπλωση των ΓΑ και των παραλλαγών αυτού παρουσιάζουν περιορισμένη εφαρμογή.

2.7.11.1 Μέθοδος δυναμικής στρογγυλοποίησης - (Dynamic rounding off)

Ιδιαίτερα δημοφιλής μέθοδος βελτιστοποίησης για προβλήματα με διακριτές μ.σ μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 90 είναι η μέθοδος δυναμικής στρογγυλοποίησης με την επίλυση του αντίστοιχου συνεχούς προβλήματος. Οι βέλτιστες τιμές του αντίστοιχου διακριτού προβλήματος δίδονται σύμφωνα με τη σχέση:

$$|x_i^{cont} - x_i^{disc}| = \min \quad (2.144)$$

Ως μειονεκτήματα της μεθόδου αναφέρονται ότι αφενός δεν εξασφαλίζεται ότι το σημείο που βρίσκεται ως βέλτιστο από την επίλυση του συνεχούς προβλήματος είναι και το πραγματικό βέλτιστο του διακριτού προβλήματος και αφετέρου δεν εξασφαλίζεται ότι το σημείο αυτό αποτελεί και αποδεκτή λύση του υπό εξέταση προβλήματος.

Παραλλαγή της μεθόδου στρογγυλοποίησης [40], [41] είναι η μέθοδος δυναμικής στρογγυλοποίησης. Βασική ιδέα της μεθόδου είναι η επίλυση του μονοδιάστατου προβλήματος βελτιστοποίησης κατ' επανάληψη. Για μία μ.σ, του προβλήματος έχουμε τη μετατροπή της σε συνεχή και στη συνέχεια την επίλυση του αντίστοιχου προβλήματος μονοδιάστατης βελτιστοποίησης. Με την εύρεση της βέλτιστης τιμής υπολογίζεται μέσω της σχέσης (2.144) η αντίστοιχη τιμή της διακριτής μ.σ. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται n φορές όσο και το πλήθος των μ.σ. Ως πλεονέκτημα της μεθόδου σε σχέση με την κλασική μέθοδο στρογγυλοποίησης αναφέρεται η μείωση της πιθανότητας μη αποδοχής της βέλτιστης λύσης.

2.7.11.2 Μέθοδος επιβολής ποινής - (Penalty approach)

Στην περίπτωση της μεθόδου επιβολής ποινής το πρόβλημα της σχέσης (2.1) τροποποιείται

ως προς την αντικειμενική συνάρτηση ως:

$$\min \tilde{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{n_d} c_i \cdot T[h_i(\mathbf{x})] \quad (2.145)$$

όπου $T[\cdot]$ είναι τελεστής ποινής. Ως μειονέκτημα της μεθόδου αναφέρεται η αύξηση της πολυπλοκότητας του υπό εξέταση προβλήματος με την πρόσθεση n_d το πλήθος ισοτικών περιορισμών. Αποτελέσματα στη βελτιστοποίηση δικτυωμάτων με τη μέθοδο αυτή παρουσιάζονται από τον Shin et al. [263].

2.7.11.3 Μέθοδος χαλάρωσης κατά Lagrange - (Lagrangian relaxation techniques)

Μέθοδος συγγενής με τη μέθοδο επιβολής ποινής όμως στην περίπτωση αυτή οι πρόσθετοι όροι λόγω των διακριτών μ.σ προσθέτονται ως όροι της συνάρτησης Lagrange. Η σχέση (2.28) στην περίπτωση παρουσίας διακριτών μ.σ τροποποιείται ως:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{n_d} \lambda_{j+m} \cdot h_{j+m}(\mathbf{x}) \quad (2.146)$$

Τα κριτήρια σύγκλισης των Karush-Kuhn-Tucker στην περίπτωση αυτή δίδονται ως:

$$\lambda_i g_i(\mathbf{x}^*) = 0 \quad i = 1, \dots, m \wedge i = 1, \dots, n_d \quad \lambda_i \geq 0 \quad (2.147)$$

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{n_d} \lambda_{i+m} \nabla h_{i+m}(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (2.148)$$

όπου $\sum_{i=1}^{n_d} \lambda_{i+m} \nabla h_{i+m}(\mathbf{x}^*)$ είναι ο πρόσθετος όρος των διακριτών μ.σ και \mathbf{x}^* είναι η βέλτιστη λύση. Η μέθοδος χαλάρωσης κατά Lagrange αυτή έχει εφαρμοστεί σε πλήθος προβλημάτων όπως η επίλυση του δυαδικού προβλήματος [255], [259], και στην επίλυση δυσδιαστάτων και τρισδιάστατων μεταλλικών πλαισίων [118], [117] και [33].

2.7.11.4 Μέθοδος έρευνας γειτονίας - (Neighborhood search method)

Η μέθοδος [104], αυτή βρίσκει εφαρμογή στην περίπτωση προβλημάτων με μικρό αριθμό πιθανών συνδυασμών των διακριτών μ.σ όπου έχουμε τον έλεγχο όλων των πιθανών λύσεων. Το πρόβλημα της σχέσης (2.1) τροποποιείται ως :

$$\min \tilde{f}(\mathbf{x}) \quad \begin{cases} g_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, \dots, p \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0 & j = p + 1, \dots, m \end{cases} \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; i = n_d + 1, \dots, n \quad (2.149)$$

όπου $\tilde{f}(\mathbf{x})$ ορίζεται:

$$\tilde{f}(\mathbf{x}) = \min f(\mathbf{x}_c; \mathbf{x}_d) \forall \mathbf{x}_d \in \mathbf{D}_d^n \quad (2.150)$$

όπου \mathbf{x}_c και \mathbf{x}_d είναι τα διανύσματα των συνεχών μ.σ, και των διακριτών μ.σ αντίστοιχα και \mathbf{D}_d^n είναι ο χώρος των διακριτών μ.σ. Παραλλαγή της μεθόδου έρευνας γειτονίας παρουσιάζονται από τους Avanthay et al., [5]. Οι Baker et al., [10], συνδυάζουν τη μέθοδο έρευνας γειτονίας με ΓΑ σε πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής οχήματος σε δίκτυο υπό περιορισμούς κόστους και χρόνου και φόρτισης του δικτύου.

2.7.11.5 Μέθοδος τομής επιπέδων - (Cutting plane technique)

Στην περίπτωση αυτή έχουμε την τροποποίηση του προβλήματος της σχέσης (2.1) με την εισαγωγή n_d το πλήθος ισοτικών περιορισμών σε πρόβλημα συνεχών μ.σ. Στην περίπτωση αυτή στο πρόβλημα της σχέσης (2.1) έχουμε την προσθήκη [3]:

$$\begin{aligned} h_i(\mathbf{x}) &= 0 \quad i = m+1, \dots, m+n_d \\ h_i(\mathbf{x}) &= \min_{k \in q_j} \{|x_i - d_{k,i}|\} \end{aligned} \quad (2.151)$$

όπου $h_i(\mathbf{x})$ είναι ο i ισοτικός περιορισμός και $d_{k,i}$ είναι η k αποδεκτή τιμή της i διακριτής μ.σ. Το πλήθος των ισοτικών περιορισμών που προστίθενται στο πρόβλημα δίδεται ως [3]:

$$n_d = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{n_{k,i}} d_{k,i} \quad (2.152)$$

όπου $n_{k,i}$ είναι το πλήθος των διακριτών τιμών για τη i μ.σ. Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου αναφέρεται η αυξημένη πολυπλοκότητα λόγω της εισαγωγής μεγάλου πλήθους ισοτικών περιορισμών.

2.8 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται οι περισσότερο διαδεδομένες μέθοδοι βελτιστοποίησης για την επίλυση προβλημάτων στην περιοχή της μηχανικής με ιδιαίτερη μνεία στις στοχαστικές μεθόδους και ειδικότερα στη μέθοδο των ΓΑ και των ΕΣ.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των αναλυτικών μεθόδων βελτιστοποίησης είναι [284]:

- Παρέχουν μια συστηματική λογική διαδικασία για την εύρεση του βέλτιστου σχεδιασμού.
- Παρουσιάζουν περιορισμούς ως προς τον ορισμό της αντικειμενικής συνάρτησης και των

συναρτήσεων περιορισμού όσον αφορά τις μ.σ εφόσον απαιτείται η συνέχεια η ύπαρξη των μερικών παραγώγων ως προς τις μ.σ, στο χώρο των λύσεων.

- Καταλήγουν σε σχεδιάσεις οι οποίες βελτιώνουν την αρχική σχεδίαση.
- Οι λύσεις δεν εμπεριέχουν την υποκειμενικότητα του σχεδιαστή / μελετητή οπότε συνήθως οδηγούν σε μη συμβατικές βέλτιστες λύσεις.
- Η πιθανότητα αστοχίας σύγκλισης είναι άμεσα συνδεδεμένη με τον πλήθος των μ.σ.
- Ο σχεδιασμός που προτείνεται από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης είναι και ο καλύτερος δυνατός μόνο στις περιπτώσεις που το πρόβλημα είναι κυρτό.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των στοχαστικών μεθόδων είναι:

- Βασίζονται στη χρήση λογικών προτάσεων με στόχο το συστηματικό αποκλεισμό των μη βέλτιστων λύσεων.
- Στην περίπτωση των ΓΑ, των συνεξελικτικές μεθόδους και των ΕΣ έχουμε την προσομοίωση φυσικών διεργασιών με στόχο την ανάδειξη λύσεων που επιτυγχάνουν την υψηλότερη δυνατή προσαρμοστικότητα ως προς το υπό εξέταση πρόβλημα.
- Παρουσιάζουν υψηλό υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τις αναλυτικές μεθόδους ειδικά σε προβλήματα με συνεχείς μ.σ.
- Αντιμετωπίζουν με επιτυχία προβλήματα με πλήθος τοπικών ακρότατων.
- Παρουσιάζουν υψηλή ευρωστία στην περίπτωση συνδυαστικών προβλημάτων ή προβλημάτων με ασυνέχειες της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων περιορισμού.

Ο συνδυασμός στοχαστικών μεθόδων με αναλυτικές μεθόδους αναιρεί τις εγγενείς αδυναμίες των αναλυτικών μεθόδων. Σημαντικός όγκος της επιστημονικής έρευνας σε θέματα βελτιστοποίησης εστιάζεται στην προσαρμογή στοχαστικών μεθόδων για τη λύση συνδυαστικών προβλημάτων, στο συνδυασμό διαφορετικών αλγορίθμων (ΕΣ και ΓΑ) για τη δημιουργία εύρωστων μεθόδων και στο συνδυασμό διαφορετικών επιστημονικών περιοχών για τη δημιουργία νέων κλάσεων αλγορίθμων.

2.9 Παράρτημα Α - Προσομοιώματα Συντήρησης κατασκευών

Οι Dijkstra et al., [66] παρουσιάζουν 3 διαφορετικές στρατηγικές σε θέματα συντήρησης κατασκευών με εφαρμογή σε προβλήματα συντήρησης γεφυρών. Οι στρατηγικές αυτές είναι:

- επεμβατικού τύπου μόνον σε περίπτωση αστοχίας,
- σύμφωνα με συγκεκριμένο πρόγραμμα συντήρησης,
- σύμφωνα με συγκεκριμένο πρόγραμμα ελέγχων και συντήρησης.

2.9.1 Επεμβατική Στρατηγική σε περίπτωση αστοχίας

Στην περίπτωση της επεμβατικής στρατηγικής μόνον σε περίπτωση αστοχίας ισχύουν οι παρακάτω παραδοχές [66]:

- καμία διαδικασία για τη συντήρηση ή έλεγχο του δομικού συστήματος μέχρι την πλήρη αστοχία μέλους του συστήματος,
- άμεση αντικατάσταση του δομικού μέλους που βρίσκεται σε κατάσταση αστοχίας,
- με την αντικατάσταση του μέλους δεν αναμένεται το μέλος αυτό να αστοχήσει άμεσα.

Το κόστος της συντήρησης και αποκατάστασης $C_m(\mathbf{x}, t)$ δίδεται ως [66]:

$$C_m(\mathbf{x}, t) = C_f \cdot \sum_{i=1}^N \frac{P_{fi}}{(1 + \lambda)^i} \quad (2.153)$$

όπου C_f είναι το κόστος αστοχίας, P_{fi} είναι η πιθανότητα αστοχίας για το χρόνο i , N είναι ο χρόνος χρήσιμης ζωής του έργου και λ είναι το κόστος χρήματος.

2.9.2 Στρατηγική με συγκεκριμένο πρόγραμμα συντήρησης

Στην περίπτωση της στρατηγικής με συγκεκριμένο πρόγραμμα συντήρησης ισχύουν οι παρακάτω παραδοχές [66]:

- οι διαδικασίες συντήρησης του δομικού συστήματος με αντικατάσταση μελών δεν είναι συνάρτηση των δομικών αστοχιών αλλά γίνονται βάσει χρονοδιαγράμματος που έχει οριστεί πριν την υλοποίηση του έργου,
- σε περίπτωση αστοχίας ενός μέλους έχουμε την άμεση αντικατάσταση του,

- η αστοχία ενός μέλους συμβαίνει πριν την προγραμματισμένη αντικατάσταση του,
- με την αντικατάσταση του μέλους δεν αναμένεται το μέλος αυτό να αστοχήσει άμεσα.

Το κόστος συντήρησης και αποκατάστασης $C_m(\mathbf{x}, t)$ στην περίπτωση της στρατηγικής με συγκεκριμένο πρόγραμμα συντήρησης δίδεται ως:

$$C_m(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^{N_{REP}} \frac{C_R}{(1+\lambda)^{N_j}} + C_f \cdot \sum_{i=1}^N \frac{Pr_{fi}}{(1+\lambda)^i} \quad (2.154)$$

όπου C_R είναι το κόστος αντικατάστασης, N_{REP} είναι ο αριθμός αντικαταστάσεων και N_j είναι ο χρόνος για την j αντικατάσταση.

2.9.3 Στρατηγική με συγκεκριμένο πρόγραμμα ελέγχων και συντήρησης

Το κόστος δίδεται ως το άθροισμα του κόστους αστοχίας, του κόστους συντήρησης και του κόστους ελέγχου. Το κόστος της συντήρησης και αποκατάστασης $C_m(\mathbf{x}, t)$ στην περίπτωση της στρατηγικής με συγκεκριμένο πρόγραμμα ελέγχων και συντήρησης, δίδεται ως:

$$C_m(\mathbf{x}, t) = C_f \cdot \sum_{i=1}^N \frac{Pr_{fi}}{(1+\lambda)^i} + \sum_{j=1}^{N_{REP}} \frac{C_{REP}}{(1+\lambda)^{N_j}} + \sum_{k=1}^{N_{control}} \frac{C_{control}}{(1+\lambda)^{N_k}} \quad (2.155)$$

2.9.4 Συνολικό Κόστος Κατασκευής

Το αναμενόμενο κόστος του συστήματος για συγκεκριμένη διάρκεια ζωής δίδεται με την προσθήκη του κόστους κατασκευής στις σχέσεις (2.153), (2.154) και (2.155):

$$C(\mathbf{x}, t) = C_o(\mathbf{x}) + C_m(\mathbf{x}, t) \quad (2.156)$$

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση (2.1) με αντικειμενική συνάρτηση το κόστος ζωής για την κατασκευή της σχέσης (2.156).

2.9.5 Ανακεφαλαίωση Ανάλυσης κόστους διάρκειας ζωής

Τα βήματα, της μεθοδολογίας ανάλυσης κόστους ζωής, και το πρόγραμμα που ακολουθείται για τους ελέγχους και επισκευές κατά τη διάρκεια της ωφέλιμης ζωής της, υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα αστοχίας είναι αύξουσα συνάρτηση ως προς το χρόνο, συνοψίζονται ως [79], [78], [80], [90], [91]:

- ορισμός των κριτηρίων αστοχίας της κατασκευής,

- ανάπτυξη του προσομοιώματος απομείωσης των αντοχών του δομικού συστήματα σε συνάρτηση με το χρόνο,
- ορισμός των διαδικασιών ελέγχου για τη διάγνωση των φαινομένων απομείωσης της αντοχής,
- καθορισμός του κόστους της διαδικασίας ελέγχου και της πιστότητας της διαδικασίας ως προς την πιθανότητα διάγνωσης των φαινομένων απομείωσης αντοχής,
- ορισμός των διαθέσιμων εναλλακτικών προτάσεων επιδιόρθωσης με υπολογισμό των συνεπειών τους στην αξιοπιστία της κατασκευής και υπολογισμός του κόστους κάθε εναλλακτικής πρότασης,
- υπολογισμός της πιθανότητας διάγνωσης ζημίας στην κατασκευή,
- ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης ανάλογα με το προσομοίωμα συντήρησης,
- υπολογισμός των επιμέρους δεικτών αξιοπιστίας κατά τη διάρκεια της ζωής της κατασκευής και υπολογισμός του συνολικού αναμενόμενου κόστους,
- βελτιστοποίηση του πλήθους και τύπου των επιθεωρήσεων και ελέγχων (ανάλογα με τη στρατηγική συντήρησης που έχει επιλεγεί),
- επανάληψη της διαδικασίας για όλες τις εναλλακτικές στρατηγικές και επιλογή της στρατηγικής με το χαμηλότερο αναμενόμενο κόστος.

2.10 Παράρτημα Β – Συνέπειες του τελεστή μετάλλαξης στην ευρωστία των ΓΑ

Η πιθανότητα, μέσω του τελεστή της μετάλλαξης, ενός χρωμοσώματος να μετατραπεί στο χρωμόσωμα που απεικονίζει τη βέλτιστη λύση ενός προβλήματος δίδεται ως:

$$\Pr(opt) = \sum_{j=1}^L \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{N_p^j} (1 - (P_m)^j \cdot (1 - P_m)^{L-j}) \right\} \cong \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{N_p^j} (P_m)^j \cdot (1 - P_m)^{L-j} \quad (2.157)$$

όπου, L είναι το μήκος του χρωμοσώματος, P_m είναι η πιθανότητα μετάλλαξης, N_p^j είναι το πλήθος των χρωμοσωμάτων για τα οποία είναι απαραίτητη η ανταλλαγή j δυφίων και N_p είναι το πλήθος των ατόμων του πληθυσμού. Για την παράμετρο N_p^j ισχύει ότι:

$$\sum_{j=1}^L N_p^j = N_p \quad N_p^j \geq 0 \quad (2.158)$$

Η σχέση (2.157) ορίζει την πιθανότητα των ατόμων του πληθυσμού να περιέχουν τη βέλτιστη λύση. Η πιθανότητα να μην εντοπιστεί η βέλτιστη λύση μετά από N_{gen} γενεές δίδεται ως:

$$\Pr(\bar{A}) = (1 - \Pr(opt))^{N_{gen}} \quad (2.159)$$

Το όριο της σχέσης (2.159) για $N_{gen} \rightarrow \infty$ δίδεται ως:

$$\lim_{N_{gen} \rightarrow \infty} (\Pr(\bar{A})) = \lim_{N_{gen} \rightarrow \infty} ((1 - \Pr(opt))^{N_{gen}}) = \lim_{N_{gen} \rightarrow \infty} ((1 - \varepsilon)^{N_{gen}}) = 0 \quad (2.160)$$

Η σχέση (2.160) εξασφαλίζει ότι για $N_{gen} \rightarrow \infty$ η πιθανότητα να μην ανιχνευθεί η βέλτιστη λύση τείνει στο μηδέν όποτε με βεβαιότητα εξασφαλίζεται ότι ο ΓΑ θα ανιχνεύσει τη βέλτιστη λύση υπό την προϋπόθεση ότι θα της δοθεί κατάλληλος χρόνος.

Στην περίπτωση του προβλήματος ONEMAX, η ευρωστία δίδεται ως το άθροισμα των δυφίων με τιμή μονάδα. Αν η πιθανότητα διασταύρωσης τεθεί ίση με το μηδέν και υπό την προϋπόθεση ότι ο αρχικός πληθυσμός είναι ομοιόμορφα κατανομημένος (το πλήθος των δυφίων με τιμή ίση με τη μονάδα είναι ίσο με το πλήθος των δυφίων με τιμή μηδέν) και δεν περιέχει τη βέλτιστη λύση η σχέση (2.157) για το υπό εξέταση πρόβλημα τροποποιείται ως:

$$\Pr(opt) = \frac{N_p}{L} \cdot \sum_{i=1}^L (P_m)^i \cdot (1 - P_m)^{L-i} \quad (2.161)$$

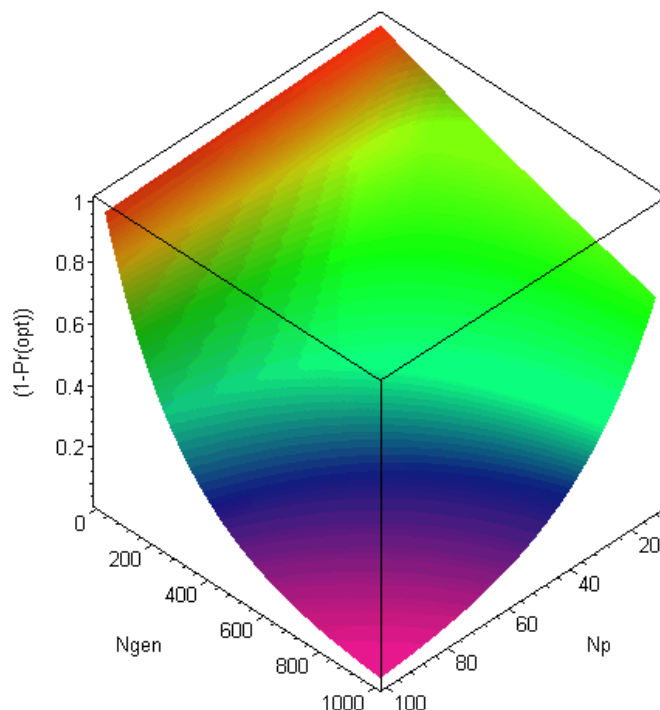
όποτε η σχέση (2.159) δίδεται ως:

$$\Pr(\bar{A}) = \left[1 - \frac{N_p}{L} \cdot \sum_{i=1}^L (P_m)^i \cdot (1 - P_m)^{L-i} \right]^{N_{gen}} \quad (2.162)$$

Ως μεταβλητές της σχέσης (2.162) ορίζονται η πιθανότητα μετάλλαξης P_m , το μήκος του χρωμοσώματος L , το πλήθος των γενεών N_{gen} και ο πληθυσμός N_p .

Στο Διάγ. 2.23, παρουσιάζεται η μεταβολή της συμπληρωματικής πιθανότητας ως προς το πλήθος των γενεών N_{gen} και το πλήθος των ατόμων του πληθυσμού N_p για μήκος L ίσο με 100 και P_m ίση με βέλτιστη στατική τιμή [209], 1.00%. Η συμπληρωματική πιθανότητα τείνει προς το μηδέν καθώς το N_p και N_{gen} αυξάνεται.

$L=100, P_m=0.01$



Διάγ. 2.23: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $L=100, P_m=0.01$.

Στα Διάγ. 2.24 και Διάγ. 2.25, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας για $L=150$ και $L=200$ αντίστοιχα και $P_m=1.00\%$. Η αύξηση του L οδηγεί σε αύξηση της συμπληρωματικής πιθανότητας με αντίστοιχη μείωση της ευρωστίας. Στο Διάγ. 2.26, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας για $N_p \cdot N_{gen}=25000$ και $P_m=1/L$ ως προς L και N_{gen} . Η μεταβλητή N_p δεν επηρεάζει τη σχέση (2.162) εφόσον δεν συμπεριλαμβάνεται η πιθανότητα να εμπεριέχεται στον αρχικό πληθυσμό η βέλτιστη λύση. Η πιθανότητα να συμπεριλαμβάνεται στον αρχικό πληθυσμό η βέλτιστη λύση δίδεται ως:

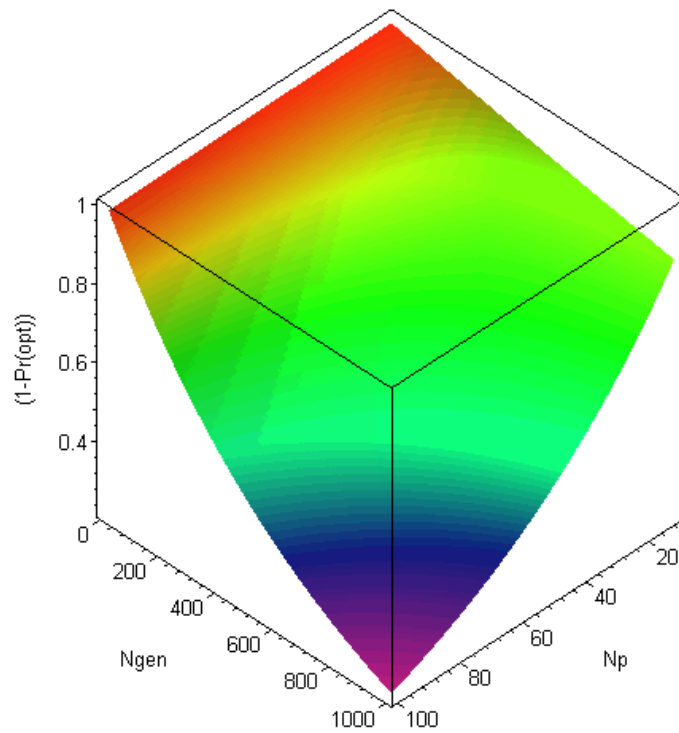
$$\Pr(opt|_{\text{initial pop}}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{2^L}\right)^{N_p} \tag{2.163}$$

Ο συνδυασμός των σχέσεων (2.163) και (2.159) οδηγεί στη σχέση:

$$\Pr(\bar{A}) = (1 - \Pr(opt))^{N_{gen}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2^L}\right)^{N_p} \tag{2.164}$$

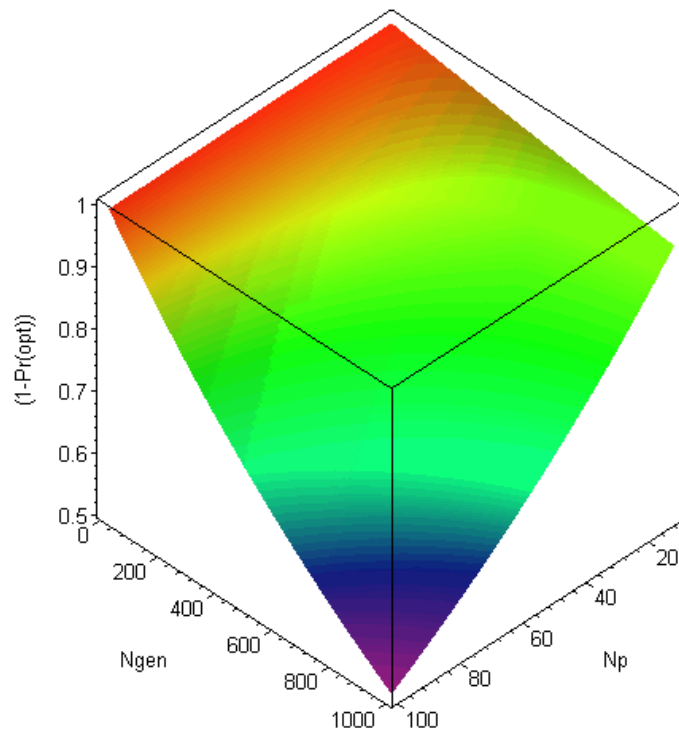
Σύμφωνα με τη σχέση (2.164) συμπεραίνεται ότι η αύξηση του N_p για σταθερό $N_p \cdot N_{gen}$ οδηγεί σε μείωση της συμπληρωματικής πιθανότητας.

$L=150, P_m=0.01$

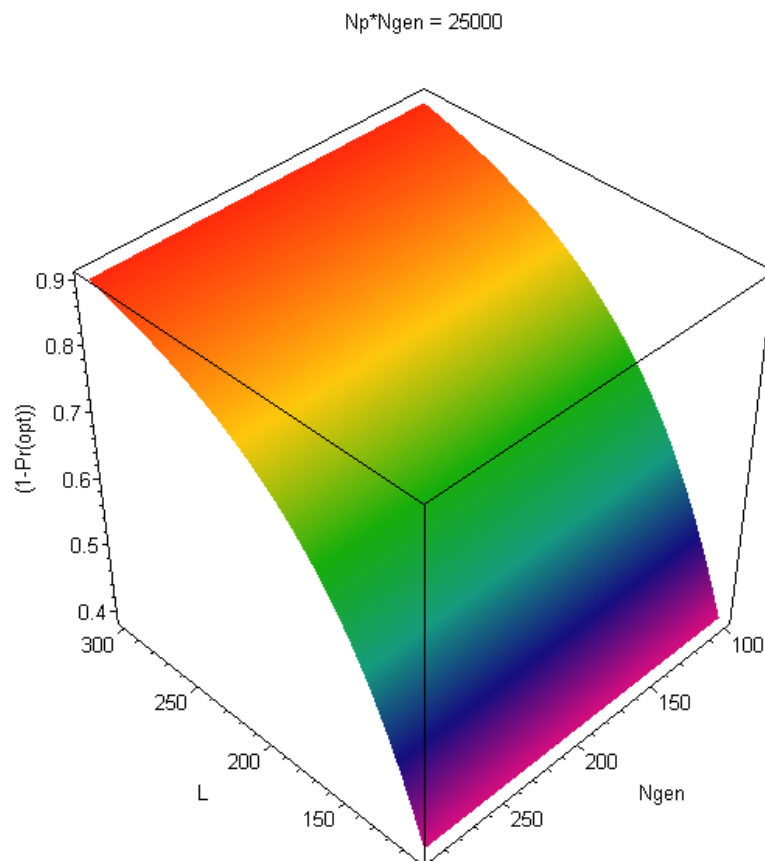


Διάγ. 2.24: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $L=150, P_m=0.01$.

$L=200, P_m=0.01$



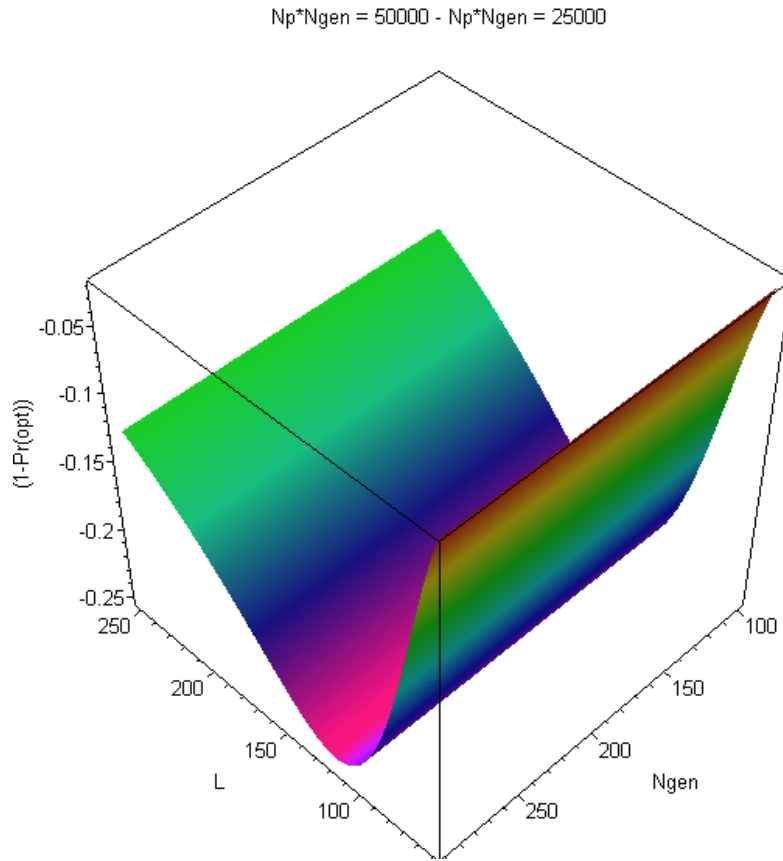
Διάγ. 2.25: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $L=200, P_m=0.01$.



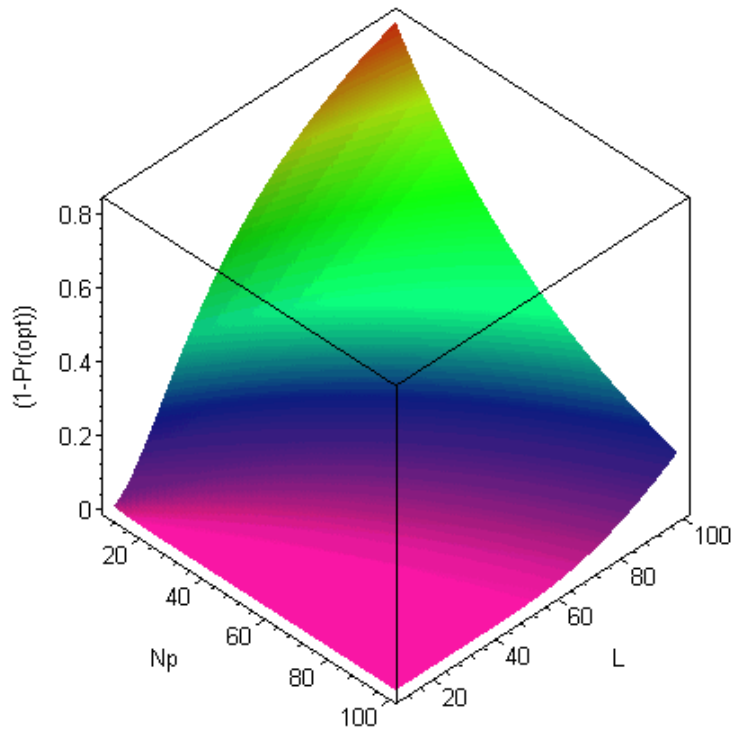
Διάγ. 2.26: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p \cdot N_{gen} = 25000$.

Στο Διάγ. 2.27, παρουσιάζεται η διαφορά της συμπληρωματικής πιθανότητας για $N_p \cdot N_{gen} = 50000$ μείον την συμπληρωματική πιθανότητα για $N_p \cdot N_{gen} = 25000$. Η αύξηση του υπολογιστικού κόστους οδηγεί σε μείωση της συμπληρωματικής πιθανότητας. Η συνάρτηση παρουσιάζει μη γραμμική συμπεριφορά ως προς το μήκος του χρωμοσώματος.

Στα Διάγ. 2.28 ως Διάγ. 2.30, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας ως προς N_p και L για $N_{gen} = 500$ και P_m ίσο με 1.0%, 5.0% και 10.0% αντίστοιχα. Η αύξηση του P_m οδηγεί σε αύξηση της συμπληρωματικής πιθανότητας για συγκεκριμένο L που συνεπάγεται τη μείωση της ευρωστίας του αλγορίθμου. Στα Διάγ. 2.31 ως Διάγ. 2.33, παρουσιάζεται η διαφορά μεταξύ της συμπληρωματικής πιθανότητας για διαφορετικές τιμές της P_m καταδεικνύοντας τη μη γραμμική συμπεριφορά του προβλήματος. Στο Διάγ. 2.34, παρουσιάζεται η εξέλιξη της πιθανότητας της σχέσης (2.163) ως προς το πλήθος των ατόμων και το μήκος του χρωμοσώματος. Γίνεται αντιληπτό ότι η συμμετοχή της πιθανότητας της σχέσης (2.163) είναι αμελητέα για μεγάλα μήκη χρωμοσώματος.

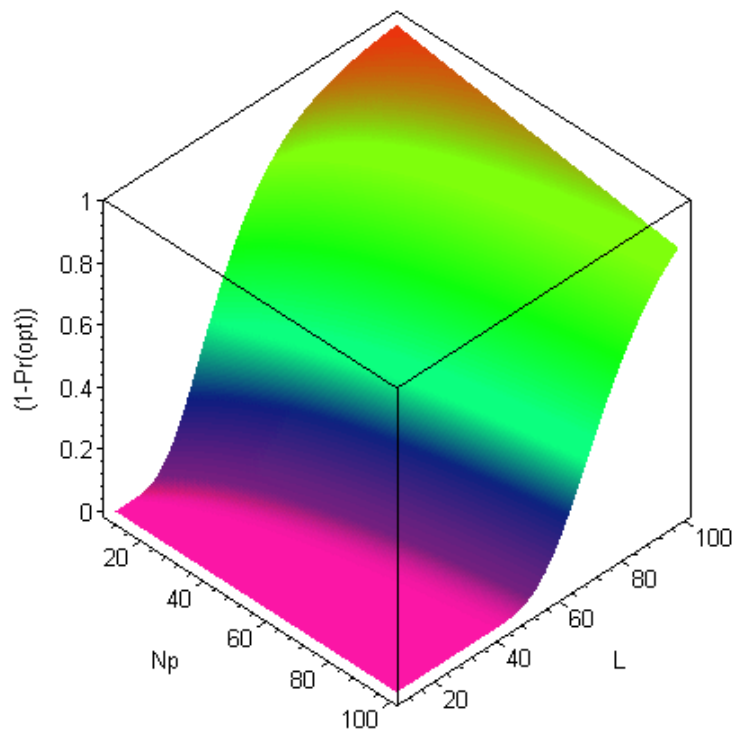


Διάγ. 2.27: Διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας $\{N_p \cdot N_{gen}=50000 - N_p \cdot N_{gen}=25000\}$.
 $N_{gen}=500, P_m=0.01$



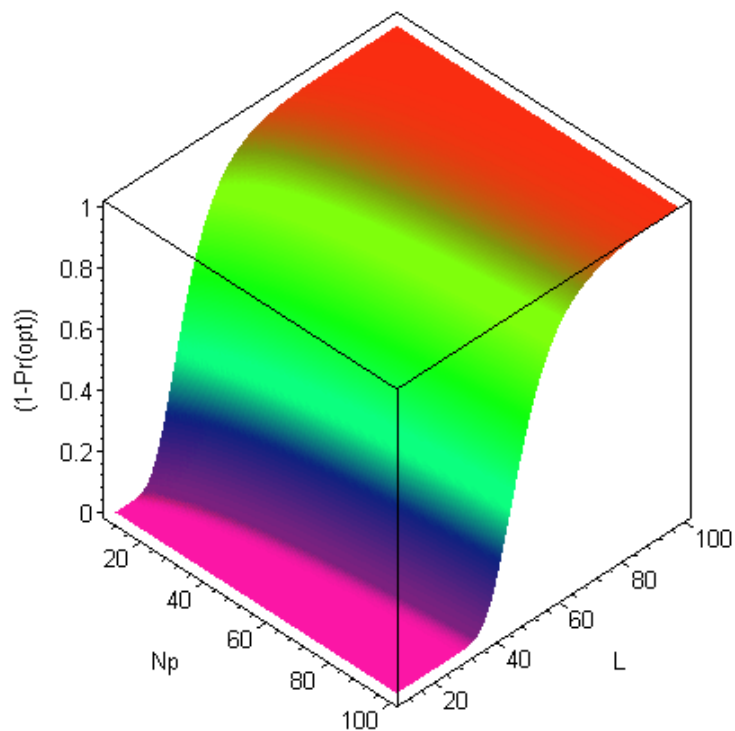
Διάγ. 2.28: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_{gen}=500, P_m=0.01$.

$N_{gen}=500, P_m=0.05$

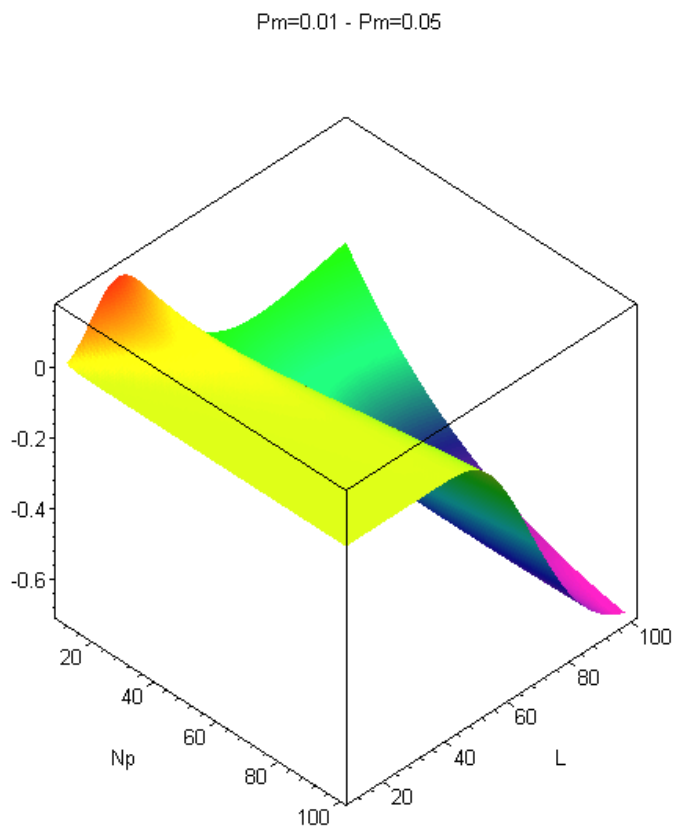


Διάγ. 2.29: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_{gen}=500, P_m=0.05$.

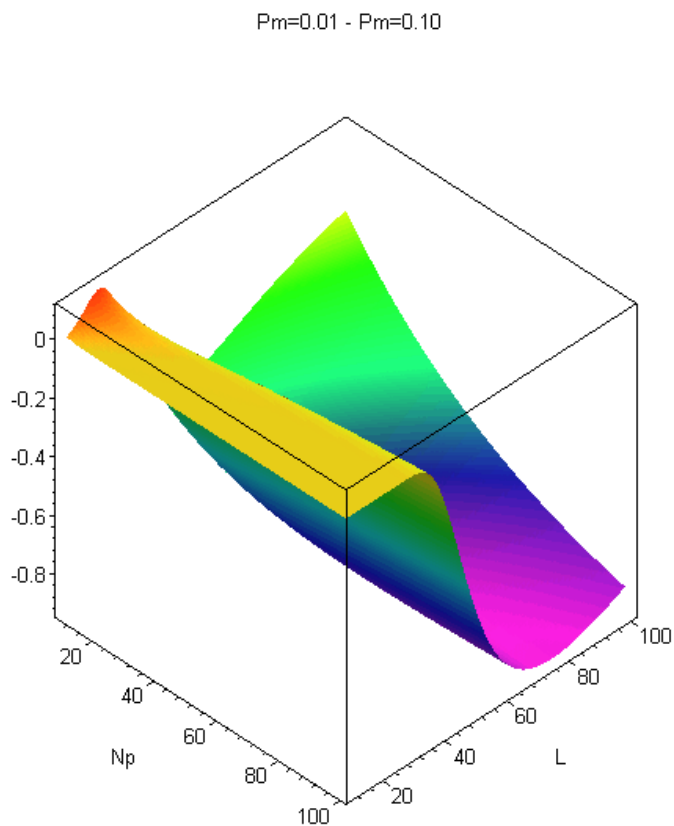
$N_{gen}=500, P_m=0.10$



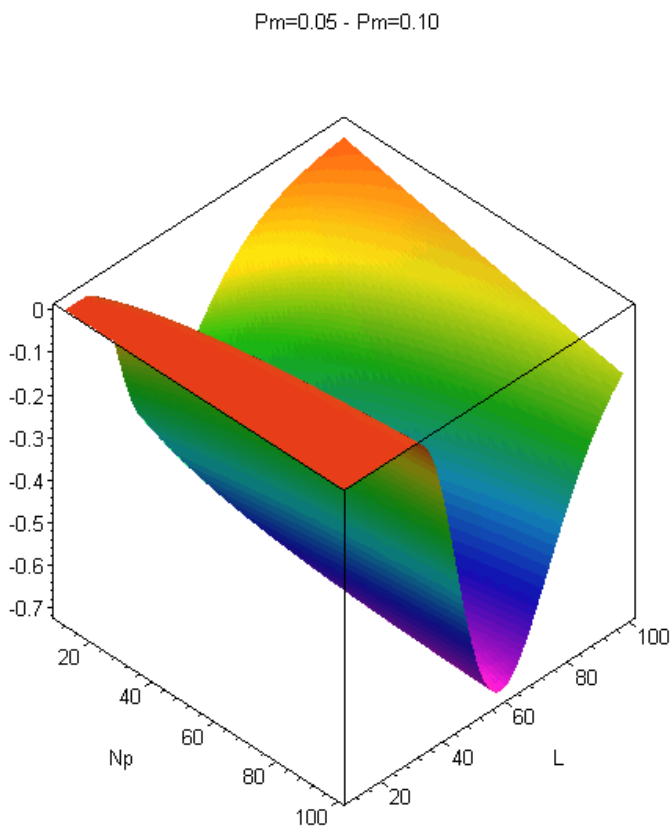
Διάγ. 2.30: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_{gen}=500, P_m=0.10$.



Διάγ. 2.31: Διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας $P_m=0.01$ μείον $P_m=0.05$.

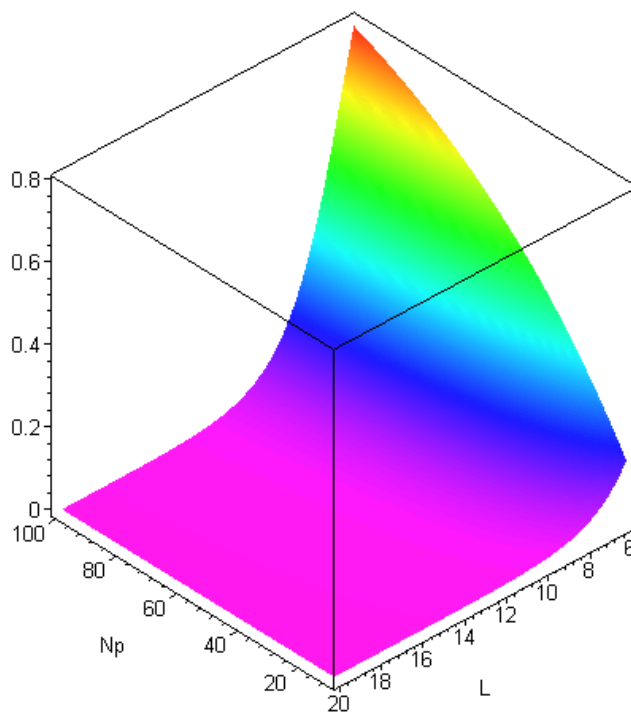


Διάγ. 2.32: Διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας $P_m=0.01-P_m=0.10$.



Διάγ. 2.33: Διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας $P_m=0.05-P_m=0.10$.

Pr(Opt|initialpop)



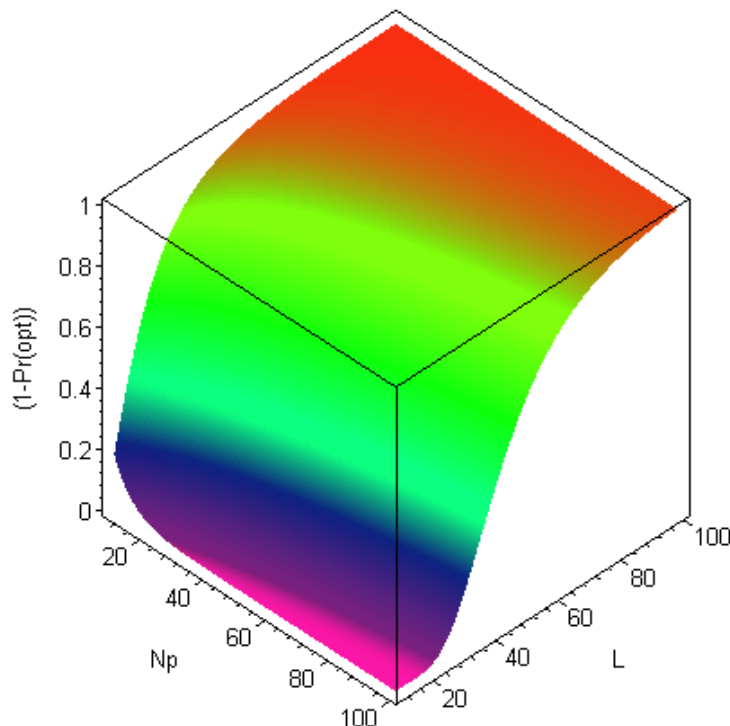
Διάγ. 2.34: Απεικόνιση της σχέσης (2.163).

Στο Διάγ. 2.35 και στο Διάγ. 2.36, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας για P_m ίσο με 5.0% και N_{gen} ίσο με 50 και 5000 αντίστοιχα. Σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα του Διάγ. 2.29, η αύξηση του N_{gen} συνεπάγεται τη μείωση της συμπληρωματικής πιθανότητας χωρίς να εξασφαλίζει η εύρεση του βέλτιστου σχεδιασμού σε κάθε περίπτωση. Αντίστοιχα αποτελέσματα παρατηρούνται και στα Διάγ. 2.37 ως Διάγ. 2.41 όπου παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας ως προς N_{gen} και L . Στα Διάγ. 2.42 ως Διάγ. 2.46, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συμπληρωματικής πιθανότητας ως προς L και P_m . Παρατηρείται η ύπαρξη συνόρου της μορφής $P_{m,l}=a/L$. Για $P_m > P_{m,l}$ παρατηρείται ραγδαία αύξηση της συμπληρωματικής πιθανότητας. Για $L \rightarrow \infty$, παρατηρείται ότι $a \rightarrow \infty$. Στα Διάγ. 2.47 ως Διάγ. 2.49, παρουσιάζεται η εξέλιξη των λόγων των συμπληρωματικών πιθανοτήτων $(P_1-P_2)/P_1$, $(P_1-P_3)/P_1$ και $(P_2-P_3)/P_2$ ως προς L και P_m . Οι P_1 , P_2 και P_3 αντιστοιχούν στους συνδυασμούς των παραμέτρων N_p και N_{gen} του Πίν. 2.1.

P_1		P_2		P_3	
N_p	N_{gen}	N_p	N_{gen}	N_p	N_{gen}
50	5000	200	1250	100	2500

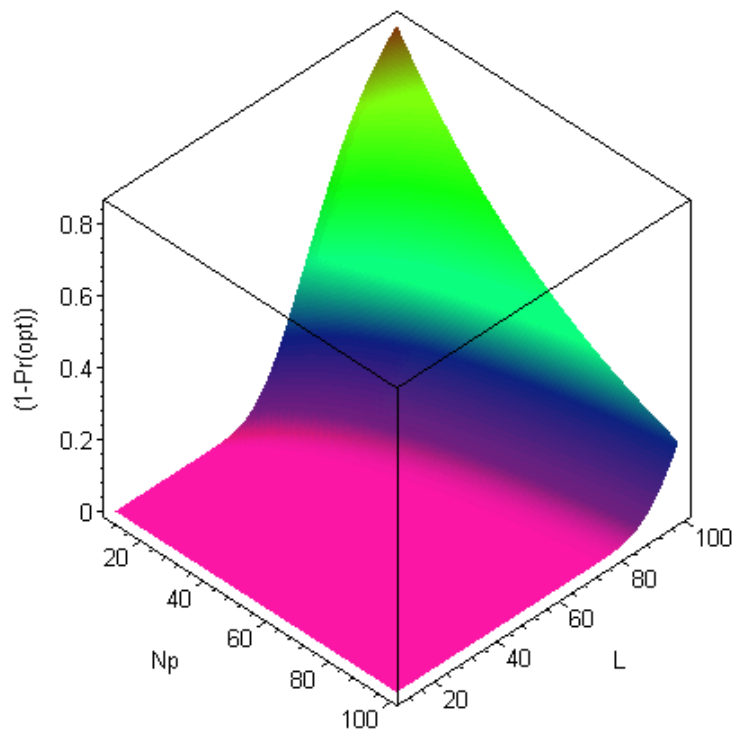
Πίν. 2.1: Δεδομένα Προβλημάτων P_1 , P_2 και P_3 .

$N_{gen}=50, P_m=0.05$



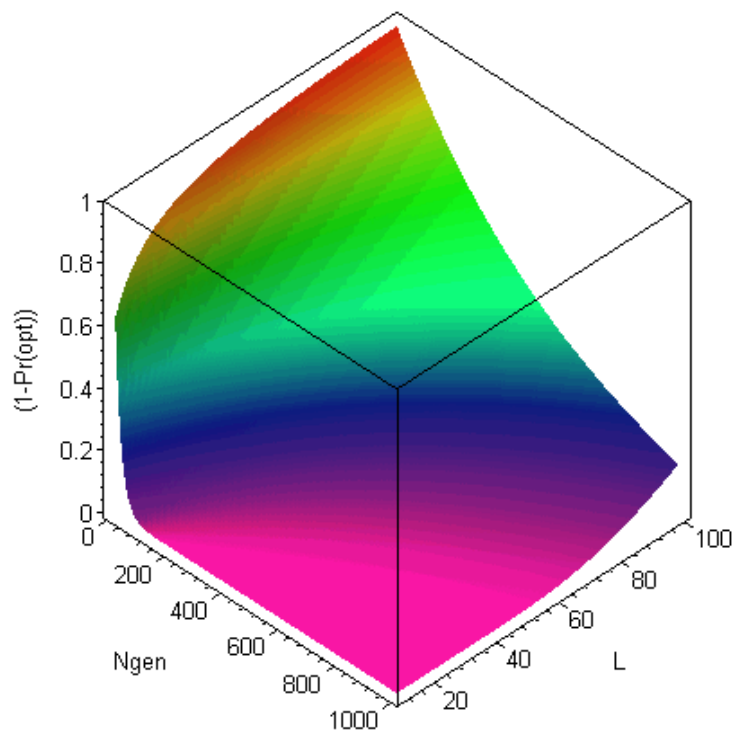
Διάγ. 2.35: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_{gen}=50, P_m=0.05$.

$N_{gen}=5000, P_m=0.05$



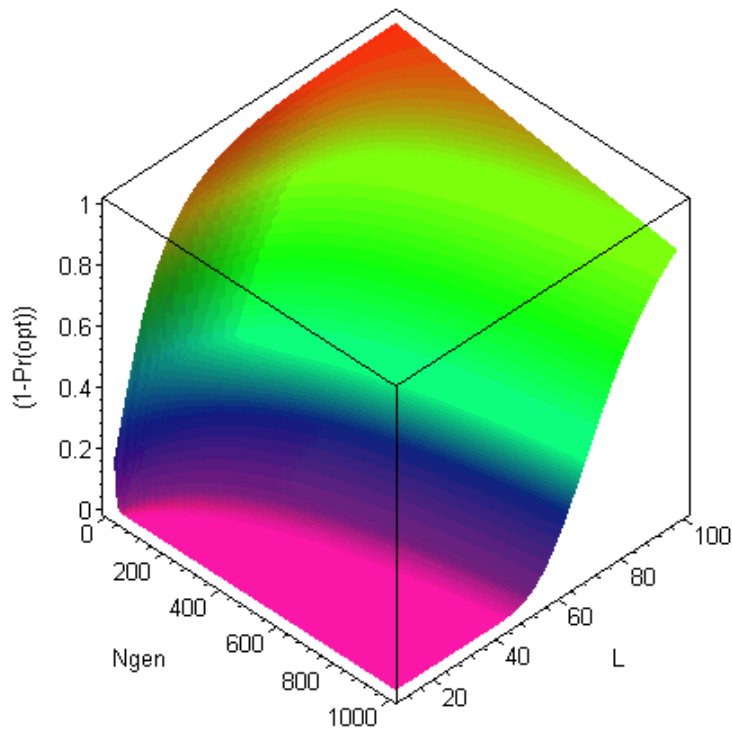
Διάγ. 2.36: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_{gen}=5000, P_m=0.05$.

$N_p=50, P_m=0.01$



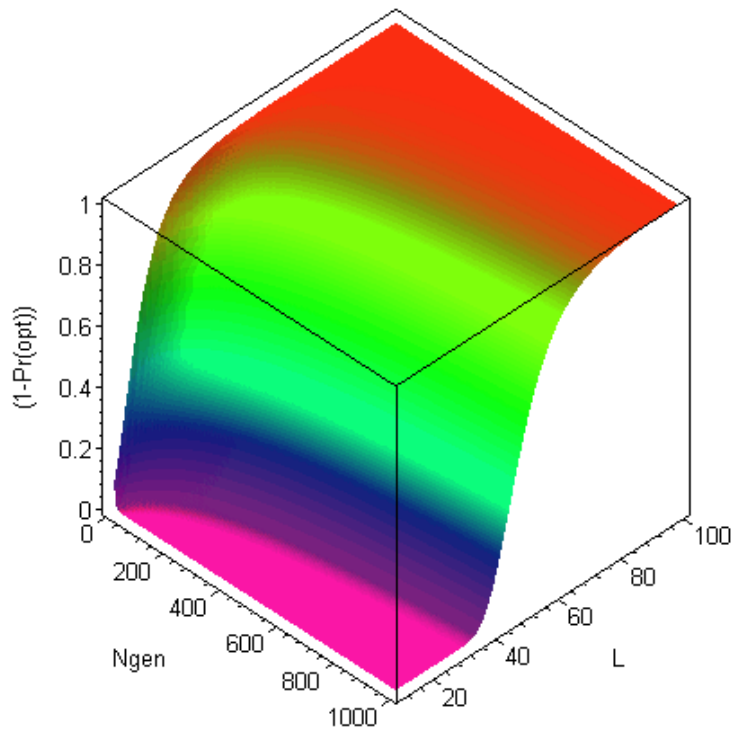
Διάγ. 2.37: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, P_m=0.01$.

$N_p=50, P_m=0.05$



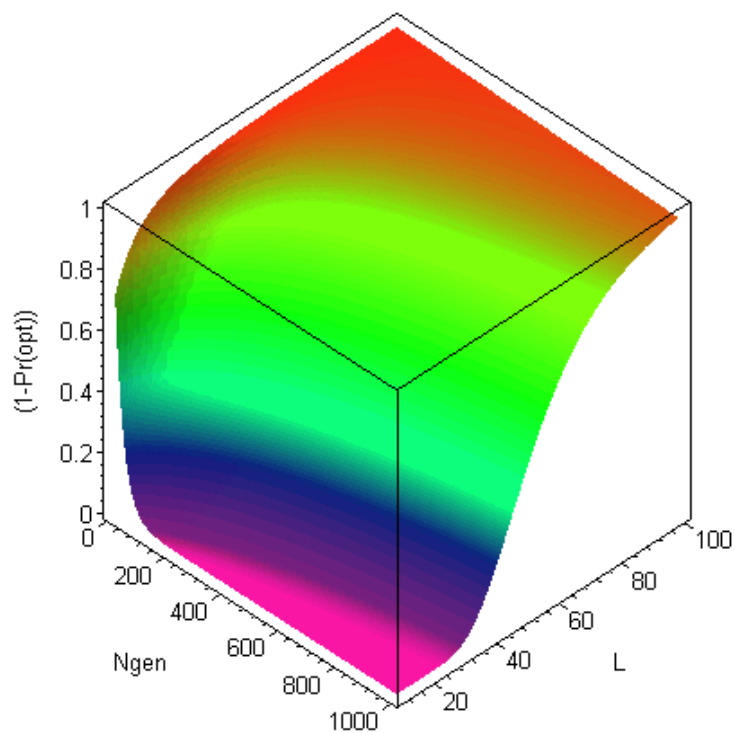
Διάγ. 2.38: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, P_m=0.05$.

$N_p=50, P_m=0.10$



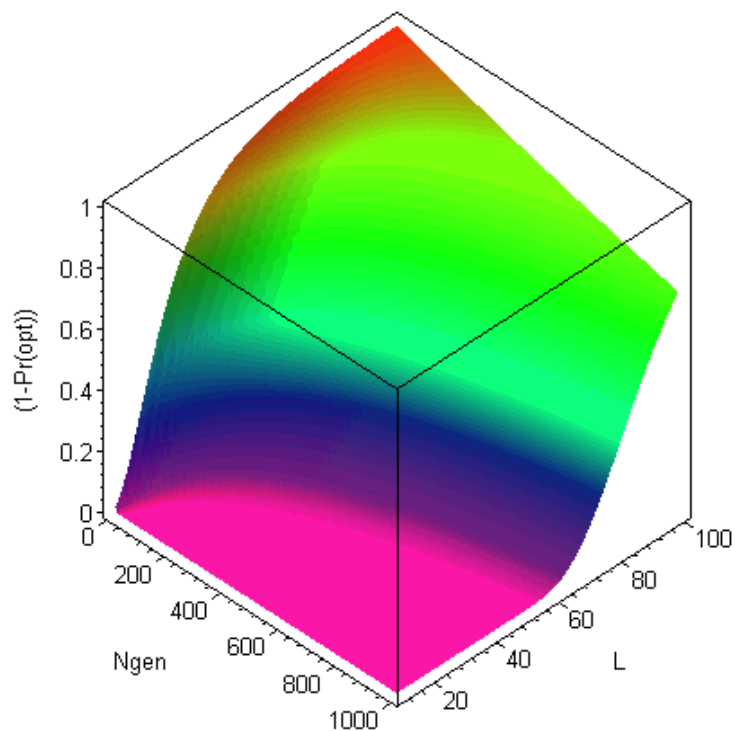
Διάγ. 2.39: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, P_m=0.10$.

$N_p=10, P_m=0.05$



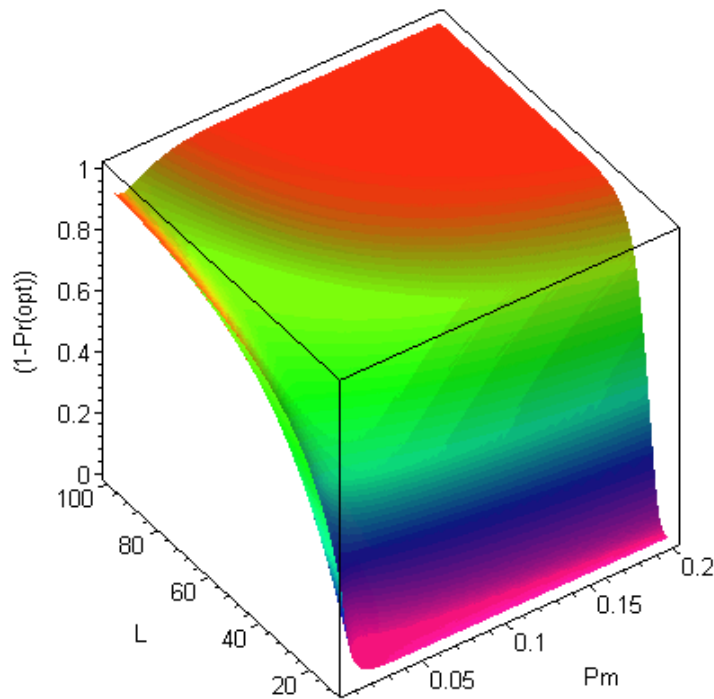
Διάγ. 2.40: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=10, P_m=0.05$.

$N_p=100, P_m=0.05$



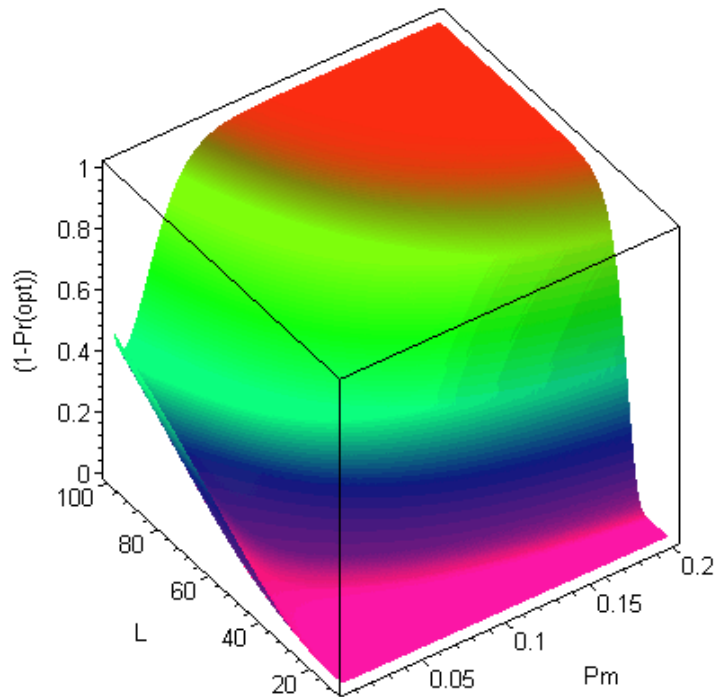
Διάγ. 2.41: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=100, P_m=0.05$.

$N_p=50, N_{gen}=50$



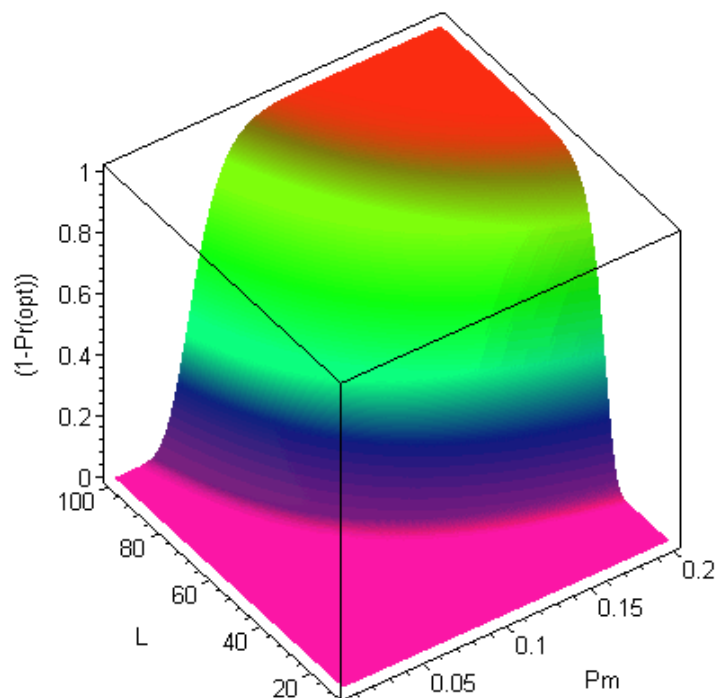
Διάγ. 2.42: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, N_{gen}=50$.

$N_p=50, N_{gen}=500$



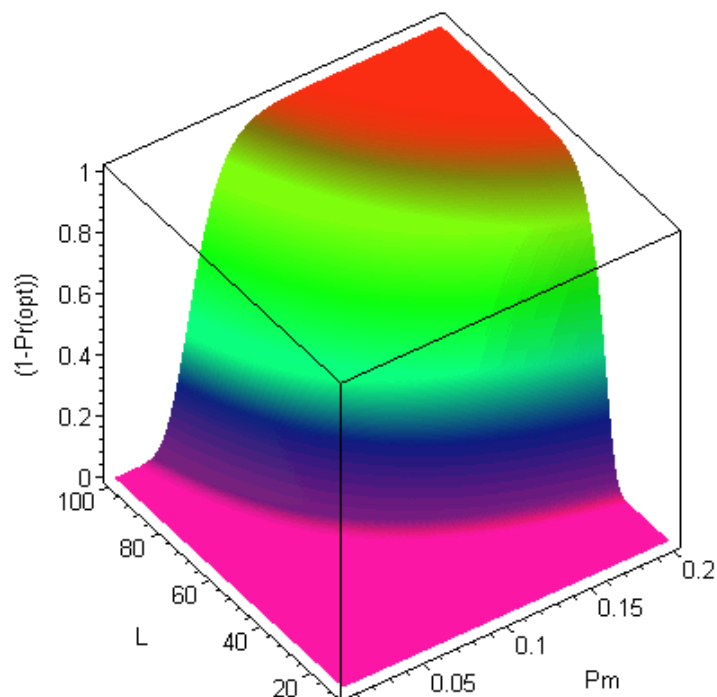
Διάγ. 2.43: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, N_{gen}=500$.

$N_p=50, N_{gen}=5000$



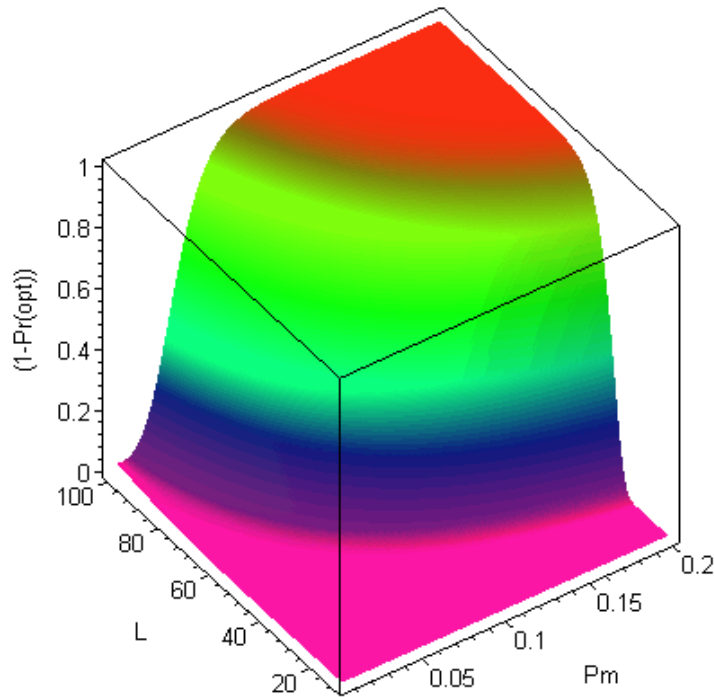
Διάγ. 2.44: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=50, N_{gen}=5000$.

$N_p=200, N_{gen}=1250$

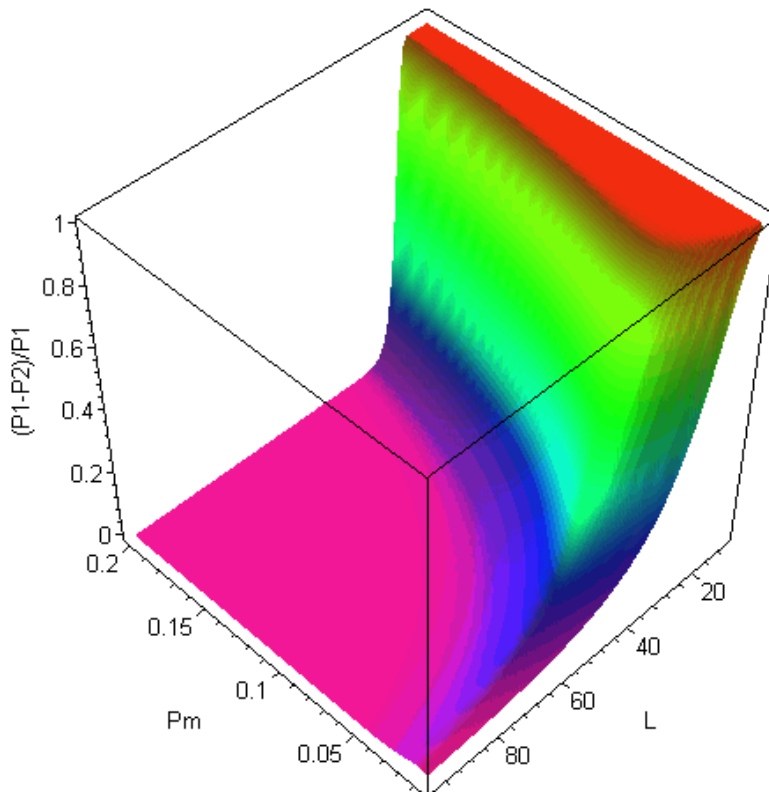


Διάγ. 2.45: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=200, N_{gen}=1250$.

$N_p=200, N_{gen}=500$

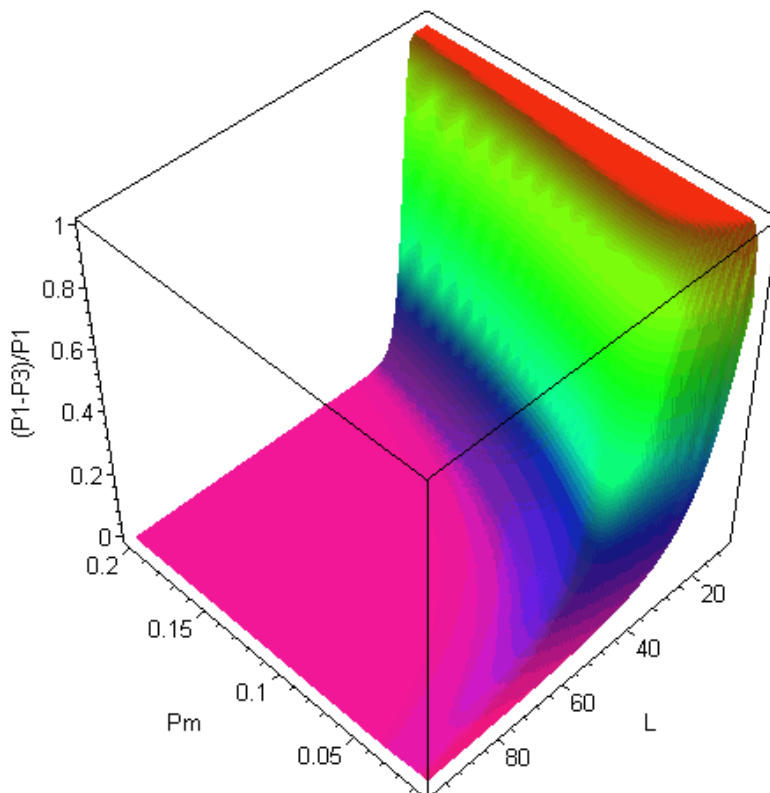


Διάγ. 2.46: Συμπληρωματική πιθανότητα εύρεσης βέλτιστου, $N_p=200, N_{gen}=500$.
 $P_1=(N_p, N_{gen})=(50, 5000), P_2=(N_p, N_{gen})=(200, 1250)$



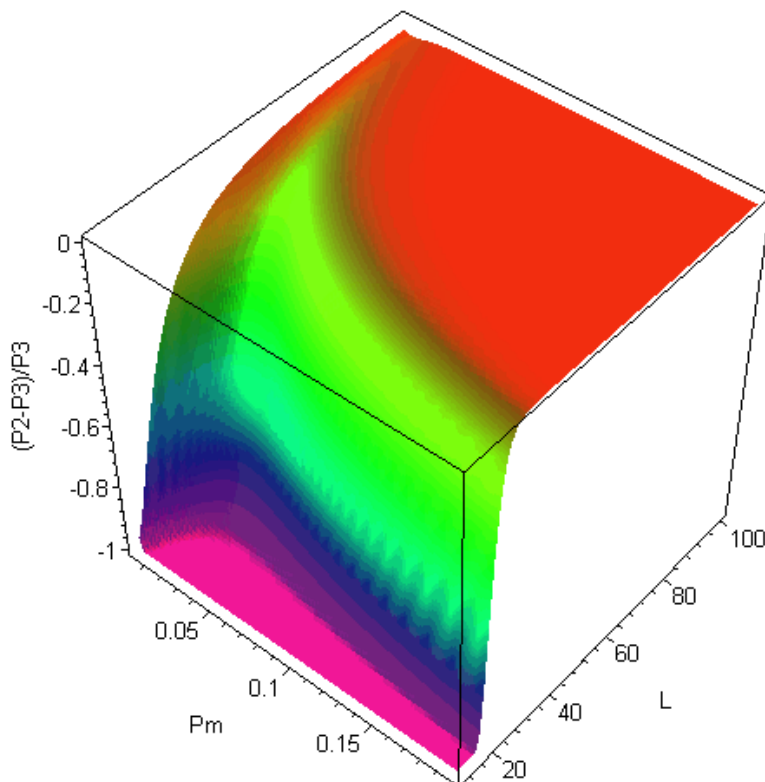
Διάγ. 2.47: Σχετική διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας για $(P_1-P_2)/P_1$

$$P1=(Np,Ngen)=(50,5000), P3=(Np,Ngen)=(100,2500)$$



Διάγ. 2.48: Σχετική διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας για $(P_1-P_3)/P_1$

$$P3=(Np,Ngen)=(100,2500), P2=(Np,Ngen)=(200,1250)$$



Διάγ. 2.49: Σχετική διαφορά συμπληρωματικής πιθανότητας για $(P_2-P_3)/P_2$.

Για κάθε πρόβλημα το γινόμενο $N_p \cdot N_{gen} = 250000$. Ο λόγος αυτός φράσσει την ευρωστία των συνδυασμών των παραμέτρων. Όταν $(P_i - P_j)/P_i \rightarrow 1$ για την ευρωστία του συνδυασμού P_j που συμβολίζεται ως $R(P_j)$, ισχύει ότι $R(P_j) > R(P_i)$. Όταν $(P_i - P_j)/P_i \rightarrow -1$ έχουμε ότι $R(P_j) < R(P_i)$. Για $(P_i - P_j)/P_i \approx 0$ έχουμε ότι $R(P_j) \approx R(P_i)$. Σύμφωνα με τα Διάγ. 2.47 και Διάγ. 2.48 για τις $R(P_2)$ και $R(P_1)$ ισχύει ότι ο λόγος $R(P_2)/R(P_1)$ κυμαίνεται από 1 ως ∞ αντίστοιχα για τις $R(P_1)$ και $R(P_3)$ ισχύει ότι ο λόγος $R(P_3)/R(P_1)$ κυμαίνεται από 1 ως ∞ αντίστοιχα οπότε για σταθερό $N_p \cdot N_{gen}$ η αύξηση N_p οδηγεί σε βελτίωση της ευρωστίας του αλγορίθμου. Η σύγκριση των $R(P_2)$ και $R(P_3)$ συνεπάγεται ότι ο λόγος $R(P_2)/R(P_3)$ κυμαίνεται από 1 ως ∞ αντίστοιχα.

2.11 Παράρτημα Γ – ΓΑ και Θεώρημα Σχήματος

Το θεώρημα σχήματος δηλώνει ότι για το πλήθος των $M(H,t)$ και $M(H,t+1)$ ενός συγκεκριμένου συνδυασμού H με ευρωστία $f(H,t)$ στον πληθυσμό στους χρόνους t και $t+1$ ικανοποιείται η παρακάτω ανισότητα:

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{f(H,t)}{E_i[f(H_i,t)]} \cdot [1 - P_d(H,t)] \tag{2.165}$$

όπου $P_d(H,t)$ είναι η πιθανότητα διαταραχής της εν λόγω ακολουθίας και εξαρτάται από τους τελεστές επιλογής και μετάλλαξης. Η ανισότητα αυτή ισχύει όταν το πλήθος των ατόμων του πληθυσμού είναι επαρκώς μεγάλο και στην περίπτωση που το πρόβλημα επιδεικνύει συνέπεια σε σχέση με τη μορφή των σχημάτων υψηλής ευρωστίας [291]. Δύο ή περισσότερα σχήματα θεωρούνται ασυνεπή όταν για μία συγκεκριμένη θέση του χρωμοσώματος δίδουν αντικρουόμενες πληροφορίες. Έστω σχήματα A και B (της ίδιας θέσης του χρωμοσώματος) που παρουσιάζουν ευρωστία υψηλότερη του μέσου όρου και σύμφωνα με τη σχέση (2.165) αναμένεται η συχνότητα εμφάνισής τους να αυξάνεται με την πάροδο των γενεών. Τα σχήματα A και B :

$$\begin{bmatrix} \underbrace{**\dots*}_k & \underbrace{**XX***X}_A & \underbrace{**\dots*}_{k'} \end{bmatrix} \tag{2.166}$$

$$\begin{bmatrix} \underbrace{**\dots*}_k & \underbrace{*YY**Y**}_B & \underbrace{**\dots*}_{k'} \end{bmatrix}$$

είναι συνεπή όταν και μόνον όταν:

$$\forall i \in \delta[A] \equiv \delta[B] \wedge A_i \neq * \wedge B_i \neq *; A_i \oplus B_i = 1 \quad X \oplus Y = \begin{cases} 1 & X = Y \\ 0 & X \neq Y \end{cases} \tag{2.167}$$

όπου $\delta[A]$ και $\delta[B]$ είναι τα μήκη των υπό εξέταση σχημάτων. Η σχέση (2.167) δηλώνει ότι το σχήμα A είναι συνεπές με το σχήμα B όταν για τις κοινές θέσεις τα σχήματα αυτά δεν δίδουν αντικρουόμενη πληροφορία για την τιμή των δυφίων. Τα σχήματα $A=00001$ και $B=10111$ είναι συνεπή (γιατί στη θέση 3 προτείνεται τιμή 0 και στις 2 περιπτώσεις) ενώ τα σχήματα $C=11111$ και $D=10111$ είναι ασυνεπή εφόσον το σχήμα C προτείνει την τιμή 1 και το D την τιμή 0 για την 3^η θέση της ακολουθίας δυφίων. Στην περίπτωση αυτή δεν είναι δυνατόν και τα δύο σχήματα με συνεχίσουν να αυξάνουν την παρουσία τους στον πληθυσμό εφόσον η εμφάνιση του ενός οδηγεί στην καταστροφή του άλλου και τανάπαλιν.

Ο λόγος $f(H,t)/E[f(H_i,t)]$ της σχέσης (2.165) ισχύει στην περίπτωση επιλογής μέσω ρουλέτας όπου η πιθανότητα επιλογής είναι ανάλογη της σχετικής διαφοράς της ευρωστίας. Στην περίπτωση επιλογής μέσω αγώνα κατά (k,n) η σχέση (2.165) τροποποιείται ως:

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{[P(H,t)]^k + \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \binom{k-1}{i} \cdot A \right\}}{0.5^k + 0.5^k \cdot (k-1) \cdot B} \cdot [1 - P_d(H,t)] \quad (2.168)$$

$$A = [P(H,t)]^{k-i} \cdot (1 - [P(H,t)])^i \quad B = \left\{ 1 + \sum_{i=2}^{n-1} \left[\frac{1}{i!} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} (k-1) \right] \right\}$$

Για επιλογή μέσω αγώνα για $(k,2)$ η σχέση (2.168) τροποποιείται ως:

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{[P(H,t)]^k + A}{k \cdot 0.5^k} \cdot [1 - P_d(H,t)] \quad (2.169)$$

$$A = (k-1) \cdot [P(H,t)]^{k-1} \cdot (1 - [P(H,t)])$$

Ενώ για επιλογή μέσω αγώνα για $(4,2)$ η σχέση (2.168) τροποποιείται ως:

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{B^4 + A}{0.25} \cdot [1 - P_d(H,t)] \quad A = 3 \cdot B^3 \cdot (1 - B) \quad B = P(H,t) \quad (2.170)$$

όπου k/N είναι η πιθανότητα επιλογής, και $P(H,t)$ είναι η πιθανότητα το σχήμα H να είναι καλύτερο των υπολοίπων. Στην περίπτωση της πιθανότητας επιλογής ανάλογα της θέσης του ατόμου η σχέση (2.165) δίδεται ως:

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{\Pr(H,t)}{E[\Pr(H_i,t)]} \cdot [1 - P_d(H,t)] \quad (2.171)$$

όπου $\Pr(H,t)$ είναι η πιθανότητα επιλογής του συγκεκριμένου σχήματος και $E[\Pr(H_i,t)]$ είναι η μέση πιθανότητα επιλογής των σχημάτων του πληθυσμού. Η πιθανότητα διαταραχής

$P_d(H,t)$ σχετίζεται με το μήκος του σχήματος και την πιθανότητα εναλλαγής του γενετικού υλικού. Η πιθανότητα ανταλλαγής του γενετικού υλικού μεταξύ δύο θέσεων, σύμφωνα με τον Thierens [281], δίδεται ως:

$$r = P_{cr} \cdot P_r \tag{2.172}$$

όπου P_{cr} είναι η πιθανότητα διασταύρωσης και P_r είναι η πιθανότητα ανταλλαγής όταν αποφασίζεται διασταύρωση. Η πιθανότητα P_r είναι συνάρτηση του τύπου διασταύρωσης που επιλέγεται. Η πιθανότητα ανταλλαγής του υλικού μεταξύ των θέσεων A και B δίδεται ως:

$$P_r = \left\{ \begin{array}{l} P[Flip[A]=True] \cdot P[Flip[B]=False] + \\ P[Flip[A]=False] \cdot P[Flip[B]=True] \end{array} \right\} \tag{2.173}$$

όπου $Flip[.]$ καταγράφεται το γεγονός της ανταλλαγής του υλικού. Για SPC η πιθανότητα αυτή δίδεται ως:

$$P_r = \left\{ \begin{array}{l} P[Flip[A]=True] \cdot P[Flip[B]=False] \wedge \\ P[Flip[A]=False] \cdot P[Flip[B]=True] \end{array} \right\} \tag{2.174}$$

εφόσον τα δύο γεγονότα είναι αλληλοαποκλειόμενα. Η πιθανότητα P_r για διάφορες μεθόδους επιλογής δίδονται ως συνάρτηση του μήκους του χρωμοσώματος L και της τάξης του σχήματος $O(H) \equiv \delta_{ij}$ που ορίζει το μήκος της αλληλουχίας. Στην περίπτωση της SPC η πιθανότητα P_r δίδεται ως [281]:

$$P_r = \frac{\delta_{ij}}{L-1} \tag{2.175}$$

Στην περίπτωση της DPC η πιθανότητα ανταλλαγής δίδεται ως:

$$P_r = 2 \left[\frac{\delta_{ij}}{L-1} - \frac{(\delta_{ij})^2}{(L-1)^2} \right] \tag{2.176}$$

Στην περίπτωση της SPC ανά μ.σ, αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα P_r είναι ίση με 1/2. Για την περίπτωση της UC με πιθανότητα μίξης P_x , αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα ανταλλαγής [281] δίδεται ως:

$$P_r = 2 \cdot P_x \cdot [1 - P_x] \tag{2.177}$$

όπου για $P_x=0.5$ έχουμε $P_r = \max\{P_r\} = 0.5$.

Η πιθανότητα διαταραχής $P_d(H,t)$ για σχήμα μήκους δ_{ij} δίδεται ως:

$$P_d(H,t,\delta_{ij}) = 1 - P[r = true] \vee P[Mut = true] = 1 - P[r = true] \cdot P[Mut = true] \quad (2.178)$$

Στην περίπτωση της *SPC* το συμπληρωματικό γεγονός της σχέσης $P_d(H,t) \equiv P_d(H,t,\delta_{ij})$ δίδεται ως συνάρτηση της πιθανότητας διαταραχής λόγω της διασταύρωσης και της πιθανότητας διαταραχής λόγω της μετάλλαξης:

$$1 - P_d(H,t,\delta_{ij}) = \left[1 - P_{cr} \cdot \frac{\delta_{ij}}{l-1} \right] \cdot \left[(1 - P_m)^{\delta_{ij}} \right] \quad (2.179)$$

Για τους τελεστές *DPC*, *SPC* ανά μ.σ, και *UC* η $1 - P_d(H,t,\delta_{ij})$ δίδεται από τις σχέσεις:

$$1 - P_d(H,t,\delta_{ij}) = \left[1 - P_{cr} \cdot 2 \left[\frac{\delta_{ij}}{l-1} - \frac{(\delta_{ij})^2}{(l-1)^2} \right] \right] \cdot \left[(1 - P_m)^{\delta_{ij}} \right] \quad DPC \quad (2.180)$$

$$1 - P_d(H,t,\delta_{ij}) = \left[1 - \frac{P_{cr}}{2} \right] \cdot \left[(1 - P_m)^{\delta_{ij}} \right] \quad SPVC \quad (2.181)$$

$$1 - P_d(H,t,\delta_{ij}) = \left[1 - P_{cr} \cdot 2 \cdot P_x \cdot [1 - P_x] \right] \cdot \left[(1 - P_m)^{\delta_{ij}} \right] \quad UC \quad (2.182)$$

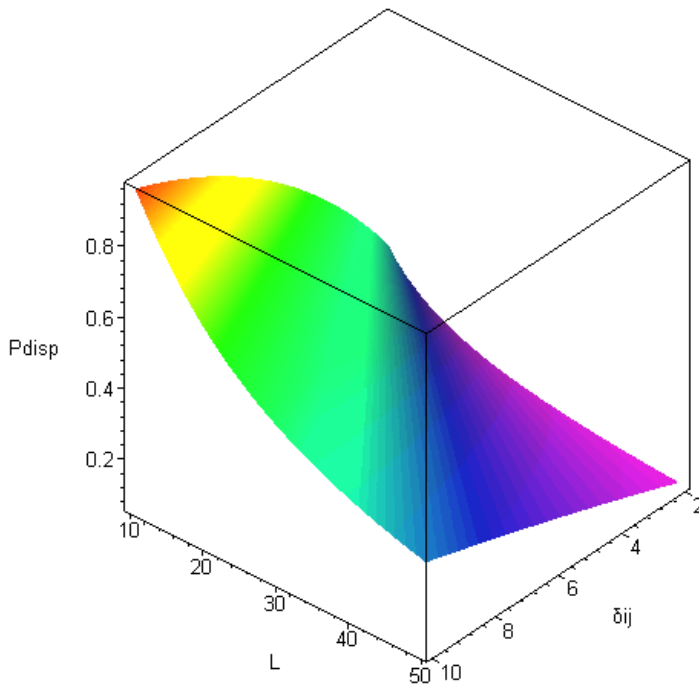
Στο Διάγ. 2.50, παρουσιάζεται η εξέλιξη της μεταβολής της $P_d(H,t)$ προς δ_{ij} και L στην περίπτωση *SPC* με $P_m=1/L$ και $P_{cr}=0.80$. Για μικρές τιμές του λόγου δ_{ij}/L η $P_d(H,t)$ παρουσιάζει μια σχεδόν γραμμική μεταβολή σε σχέση με το δ_{ij} ενώ για μεγάλες τιμές του λόγου αυτού παρατηρείται έντονη μη γραμμική συμπεριφορά.

Στα Διάγ. 2.51 ως Διάγ. 2.53, παρουσιάζεται η $P_d(H,t)$ στην περίπτωση των τελεστών διασταύρωσης *DPC*, *SPC* ανά μ.σ, και *UC* με $P_x=0.25$ αντίστοιχα. Στην περίπτωση του *DPC* η μη γραμμική συμπεριφορά σε σχέση με το λόγο δ_{ij}/L είναι πιο έντονη σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της περίπτωσης του *SPC*. Στις περιπτώσεις *SPC* ανά μ.σ, και *UC* με $P_x=0.25$ παρατηρείται μία σχεδόν γραμμική μεταβολή της $P_d(H,t)$ υπό την προϋπόθεση ότι $P_m=1/L$.

Στα Διάγ. 2.54 ως Διάγ. 2.61 παρουσιάζεται η διαφορά της $P_d(H,t)$ μεταξύ των μεθόδων διασταύρωσης. Από τα Διάγ. 2.54 ως Διάγ. 2.57 παρατηρείται ότι για μεγάλες τιμές του λόγου δ_{ij}/L η μέθοδος *SPC* παρουσιάζει υψηλότερη $P_d(H,t)$ σε σχέση με τις λοιπές μεθόδους. Στα Διάγ. 2.58 ως Διάγ. 2.60 παρατηρείται έντονη μη γραμμική συμπεριφορά της διαφοράς της $P_d(H,t)$ μεταξύ της *DPC* και των *SPC* ανά μ.σ, και *UC* με $P_x=0.25$ και $P_x=0.50$ αντίστοιχα. Στο Διάγ. 2.61, παρουσιάζεται η διαφορά της $P_d(H,t)$ μεταξύ της *SPC* ανά μ.σ, και της *UC* για $P_x=0.25$. Η μέθοδος *SPC* ανά μ.σ, παρουσιάζει την υψηλότερη $P_d(H,t)$ από τις

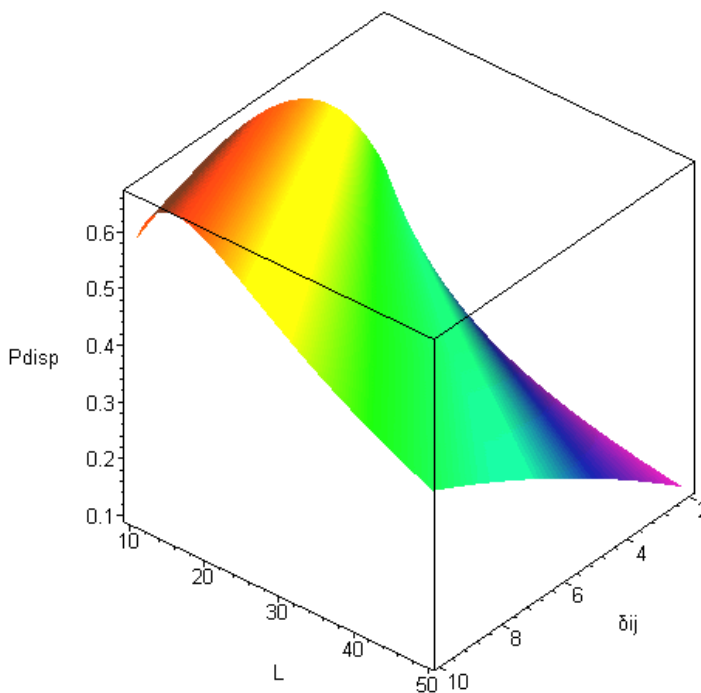
υπό εξέταση μεθόδους με εξαίρεση τη UC με $P_x=0.50$ όπου η $P_d(H,t)$ λαμβάνει τιμή ίση με την $P_d(H,t)$ της SPC ανά μ.σ.

SPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



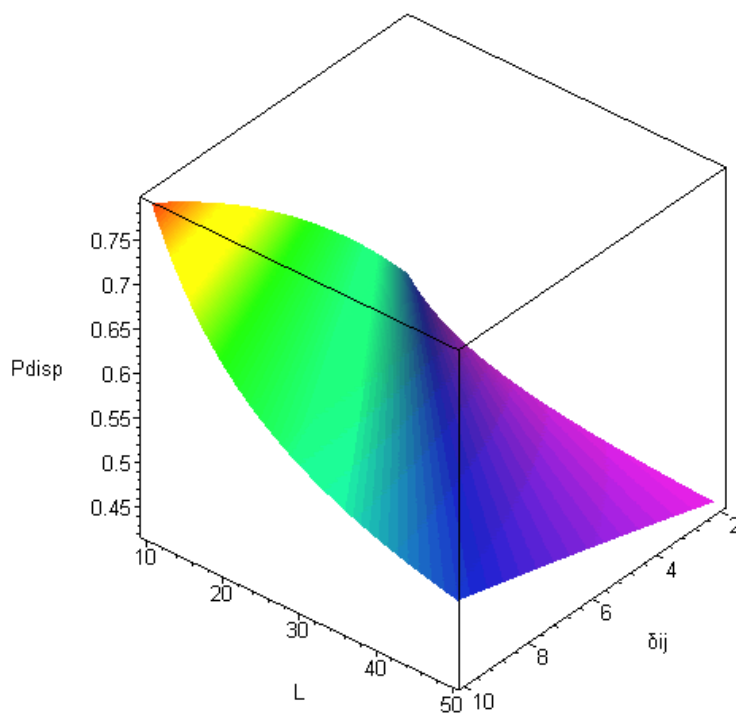
Διάγ. 2.50: $P_d(H,t)$ (SPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$).

DPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



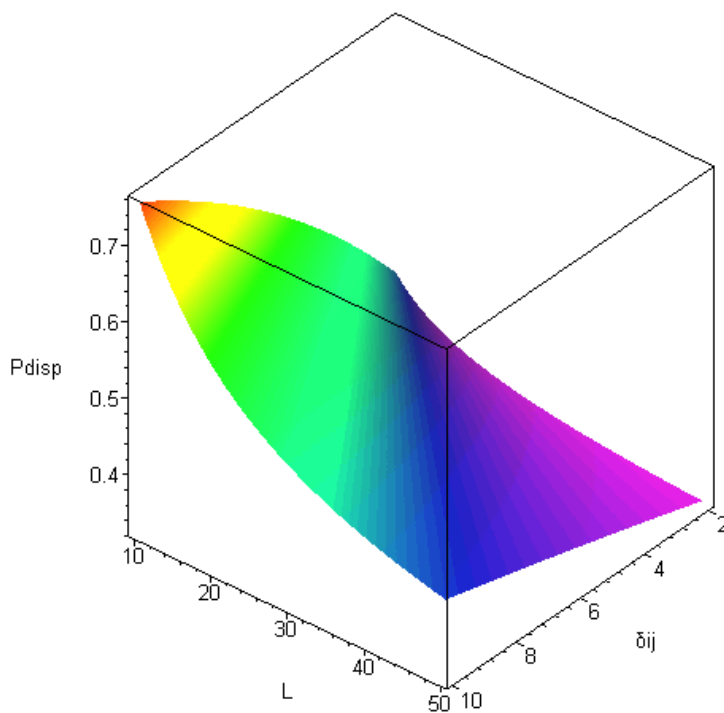
Διάγ. 2.51: $P_d(H,t)$ (DPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

SPCV, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



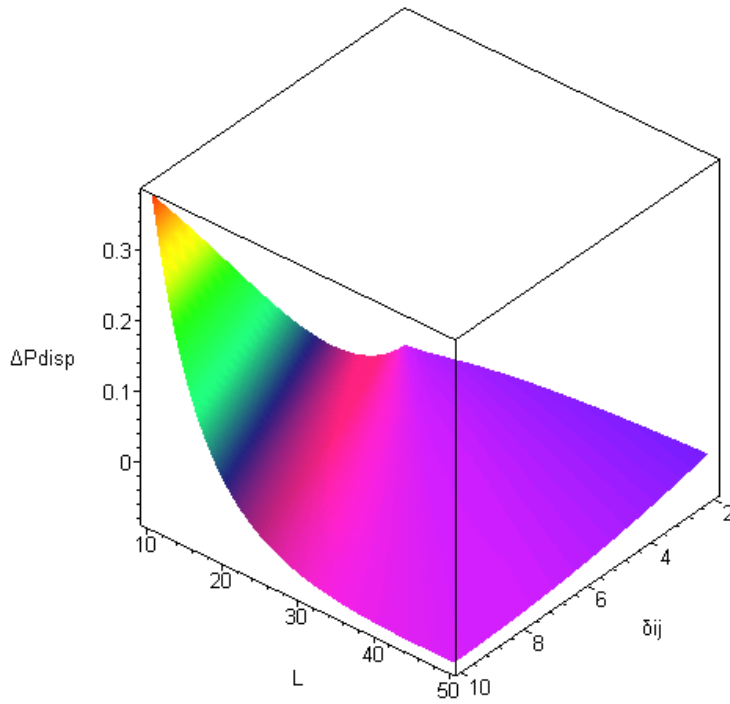
Διάγρ. 2.52: $P_d(H,t)$ (SPC ανά μ.σ, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

UC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



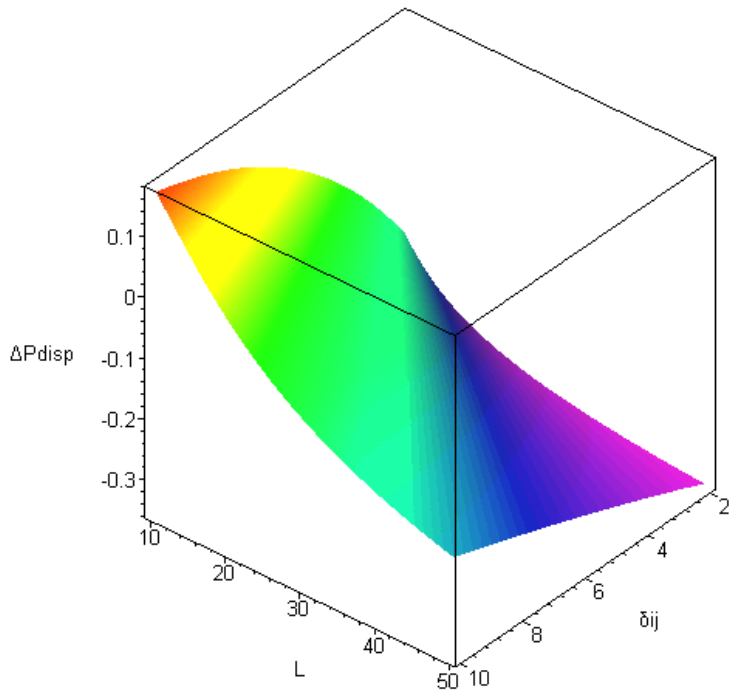
Διάγρ. 2.53: $P_d(H,t)$, (UC $P_x=0.25, P_m=1/L, P_{cr}=0.80$).

SPC-DPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



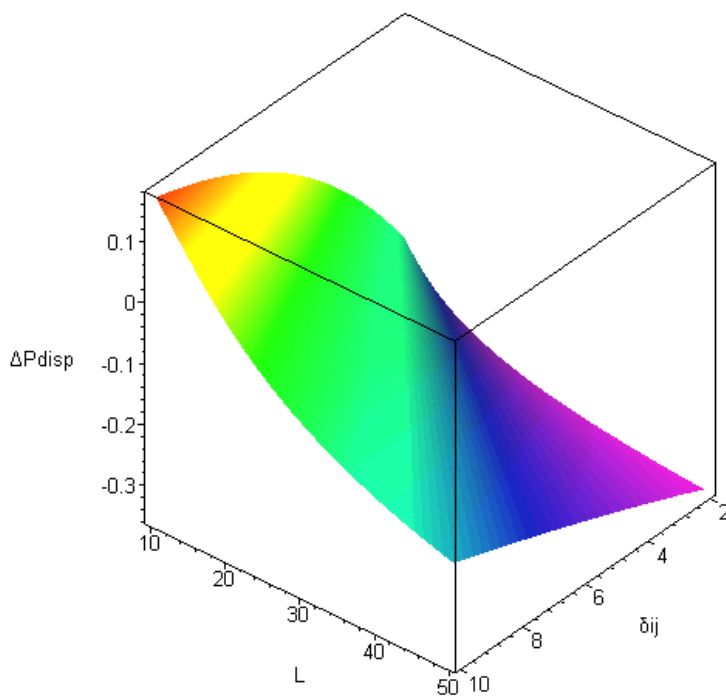
Διάγρ. 2.54: $\Delta P_d(H,t)$, (SPC-DPC, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

SPC-SPCV, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



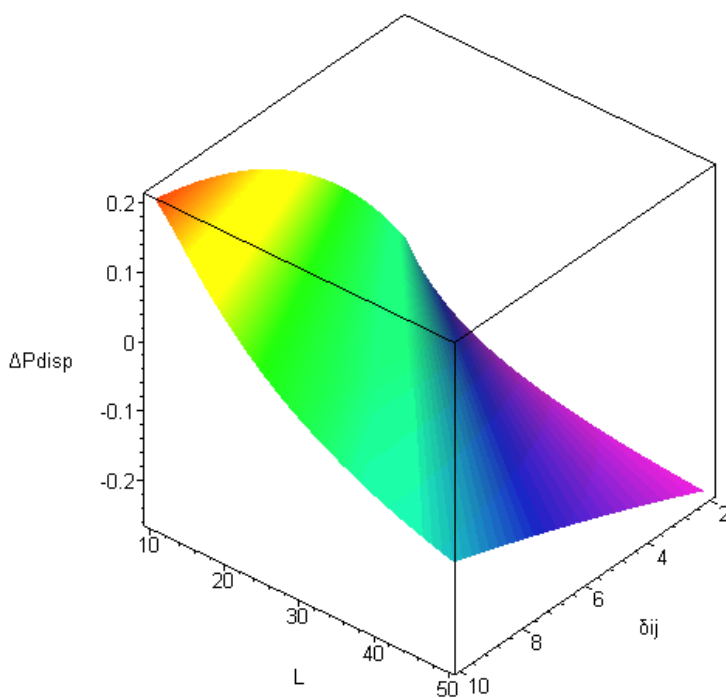
Διάγρ. 2.55: $\Delta P_d(H,t)$, (SPC- SPC ανά μ.σ, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

SPC-UC ($P_x=0.50$), $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$



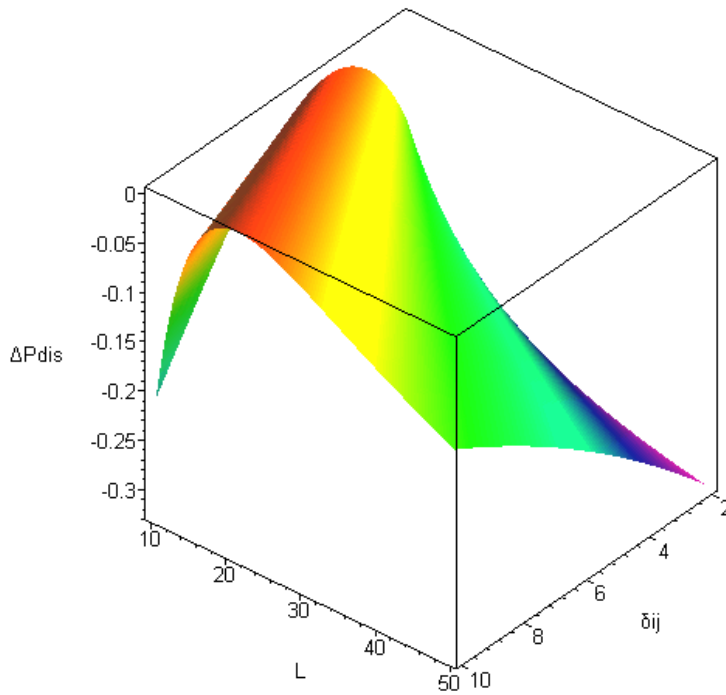
Διάγρ. 2.56: $\Delta P_d(H,t)$, (SPC-UC $P_x=0.50$, $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$)

SPC-UC ($P_x=0.25$), $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$



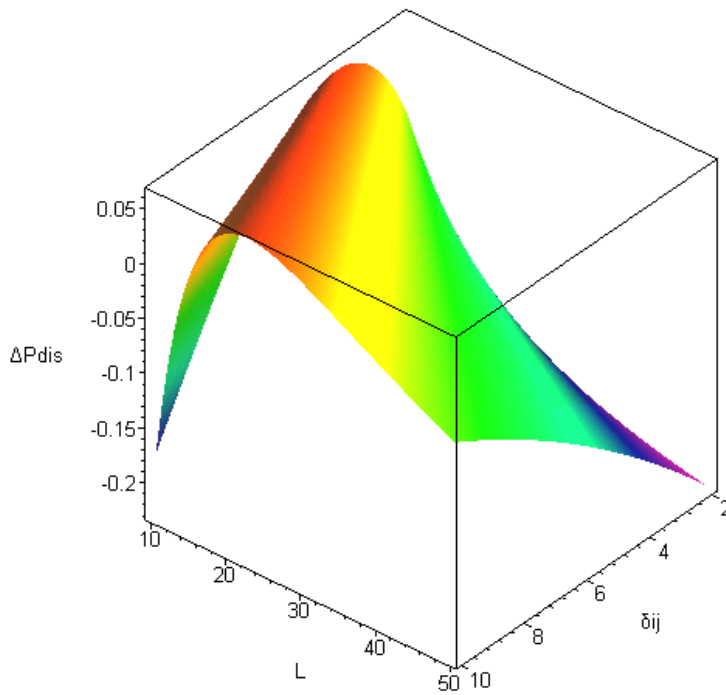
Διάγρ. 2.57: $\Delta P_d(H,t)$, (SPC-UC $P_x=0.25$, $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$)

DPC-SPCV, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



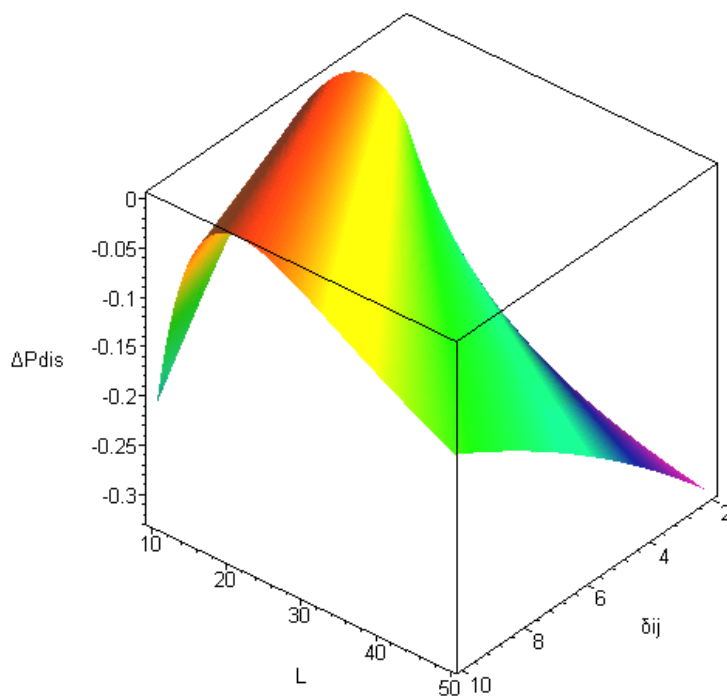
Διάγ. 2.58: $\Delta P_d(H,t)$, (DPC- SPC ανά μ.σ, $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

DPC-UC ($P_x=0.25$), $P_m=1/L, P_{cr}=0.80$



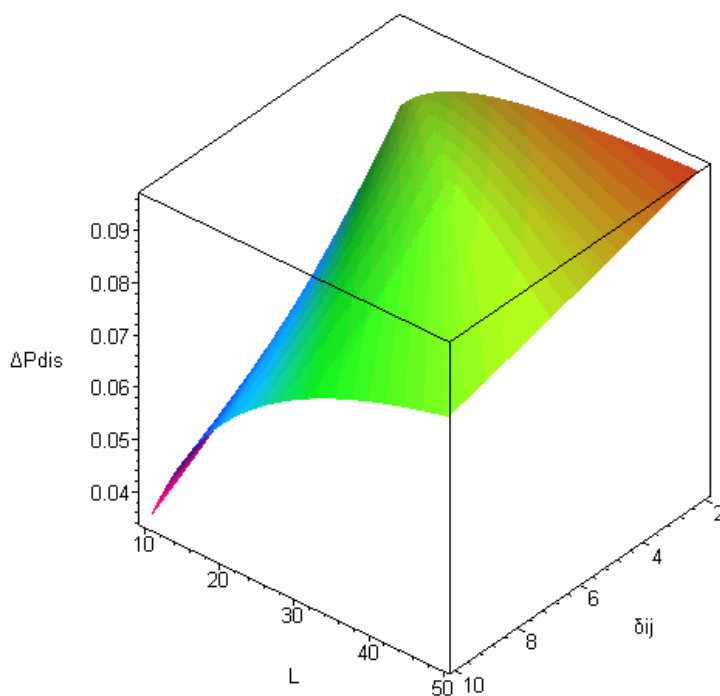
Διάγ. 2.59: $\Delta P_d(H,t)$, (DPC- UC $P_x=0.25, P_m=1/L, P_{cr}=0.80$)

DPC-UC ($P_x=0.50$), $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$



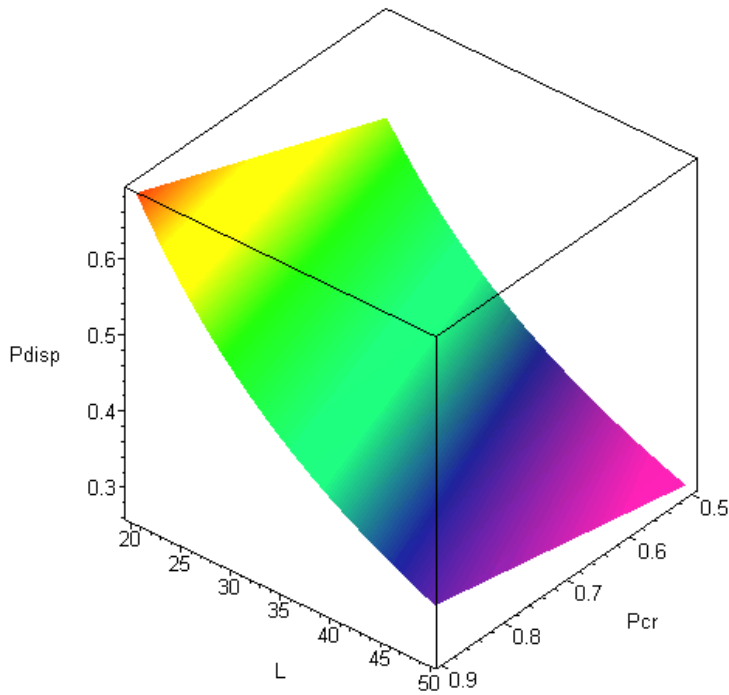
Διάγ. 2.60: $\Delta P_d(H,t)$, (DPC- UC $P_x=0.50$, $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$)

SPCV-UC ($P_x=0.25$), $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$



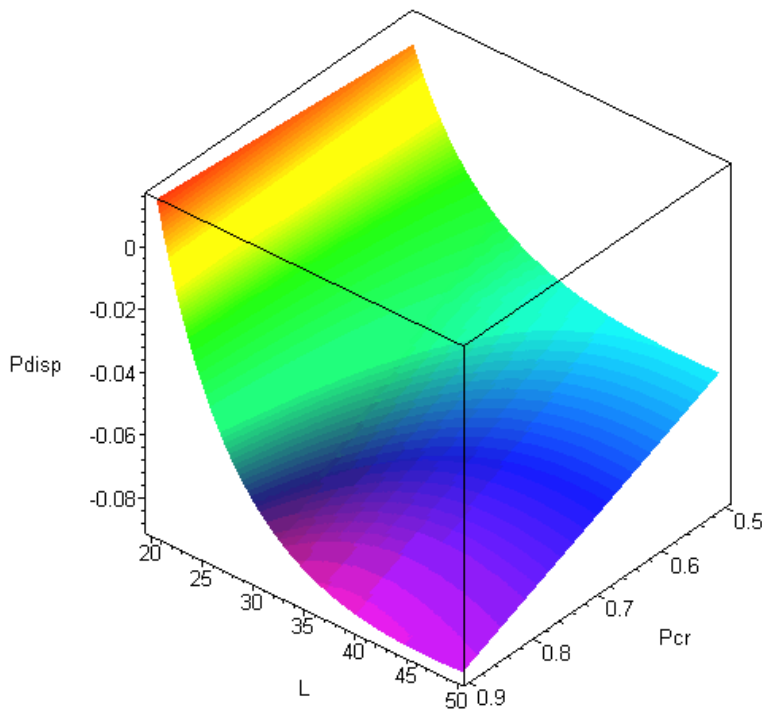
Διάγ. 2.61: $\Delta P_d(H,t)$, (SPC ανά μ.σ - UC $P_x=0.25$, $P_m=1/L$, $P_{cr}=0.80$).

SPC, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



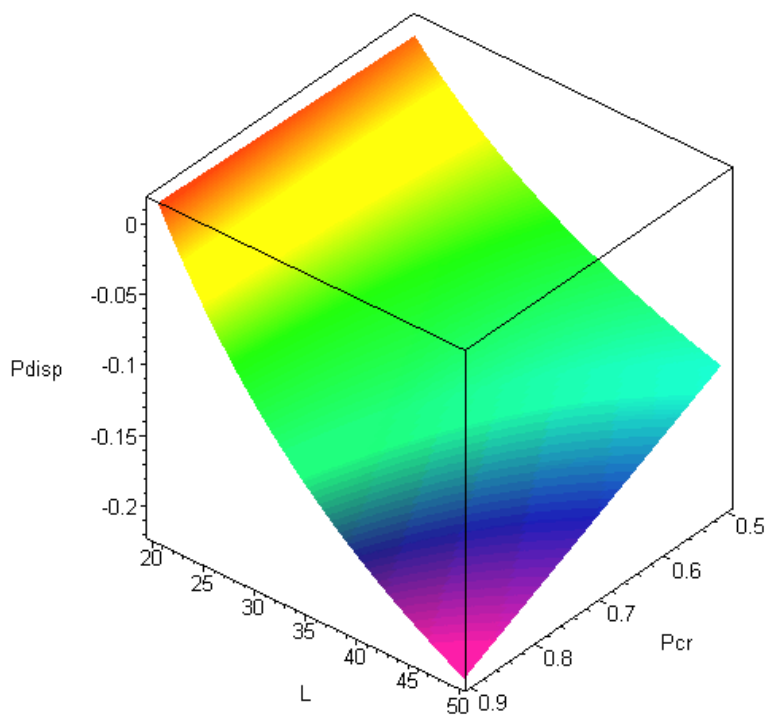
Διάγρ. 2.62: $P_d(H,t)$, (SPC, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

SPC-DPC, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



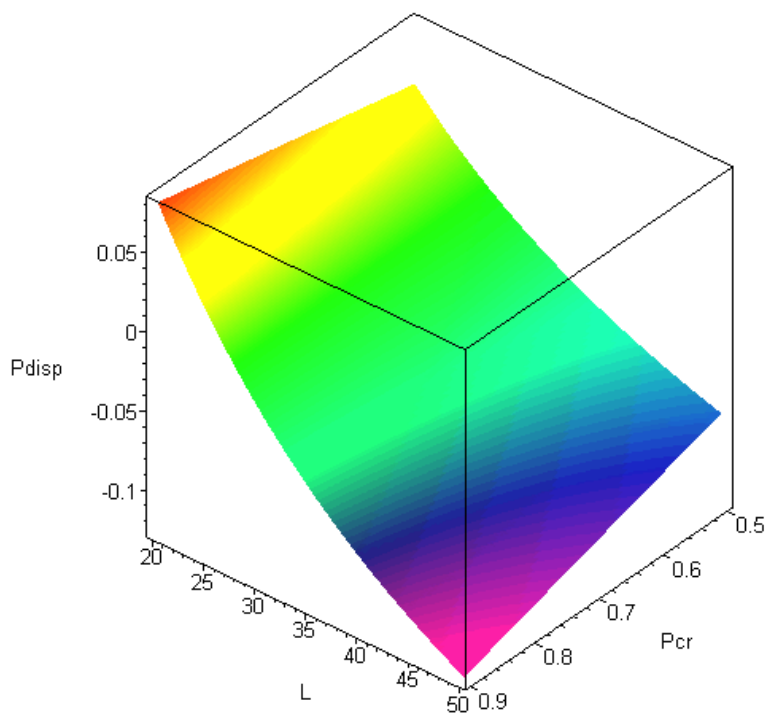
Διάγρ. 2.63: $P_d(H,t)$, (SPC-DPC, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

SPC-SPCV, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



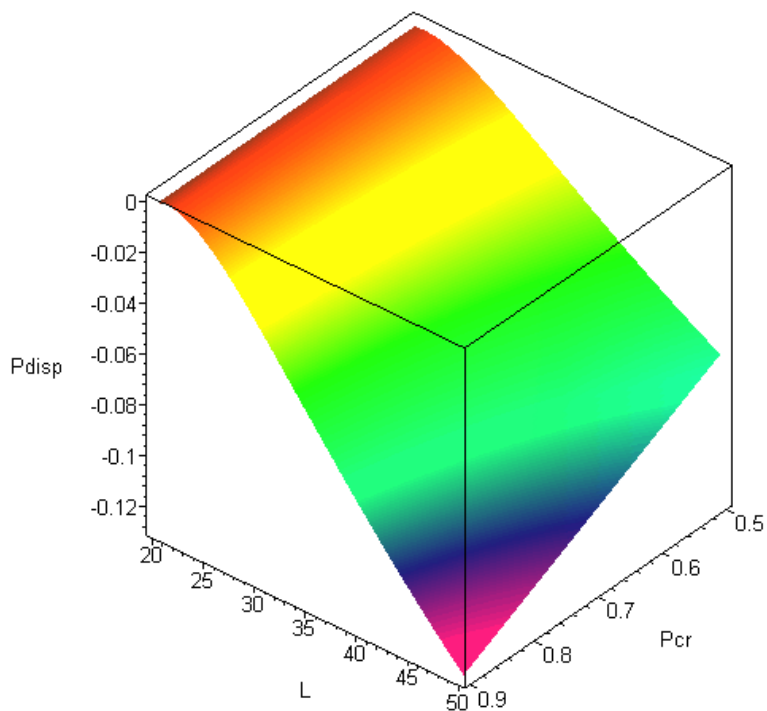
Διάγ. 2.64: $P_d(H,t)$, (SPC- SPC ανά μ.σ, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

SPC-UC($P_x=0.25$), $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



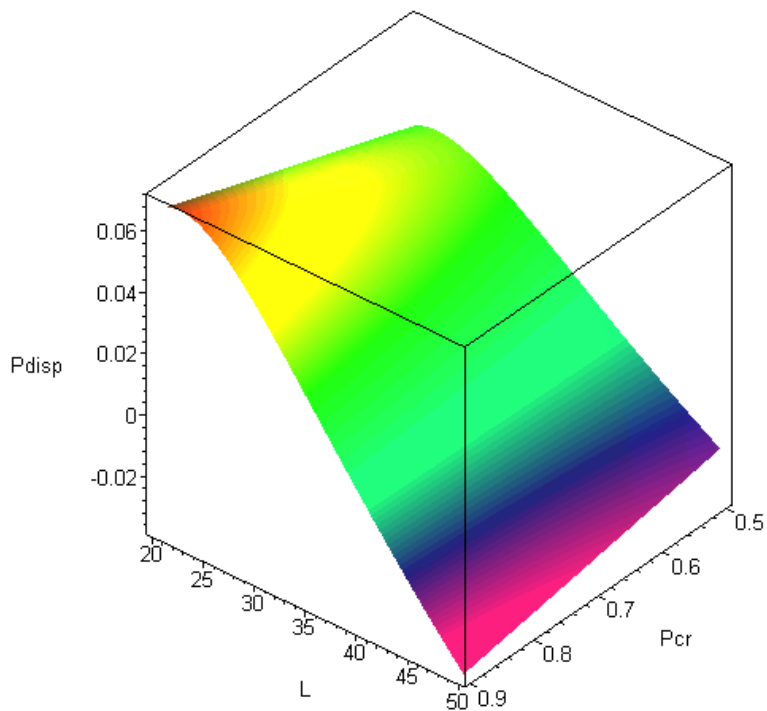
Διάγ. 2.65: $P_d(H,t)$, (SPC-UC, $P_x=0.25, P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

DPC-SPCV, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



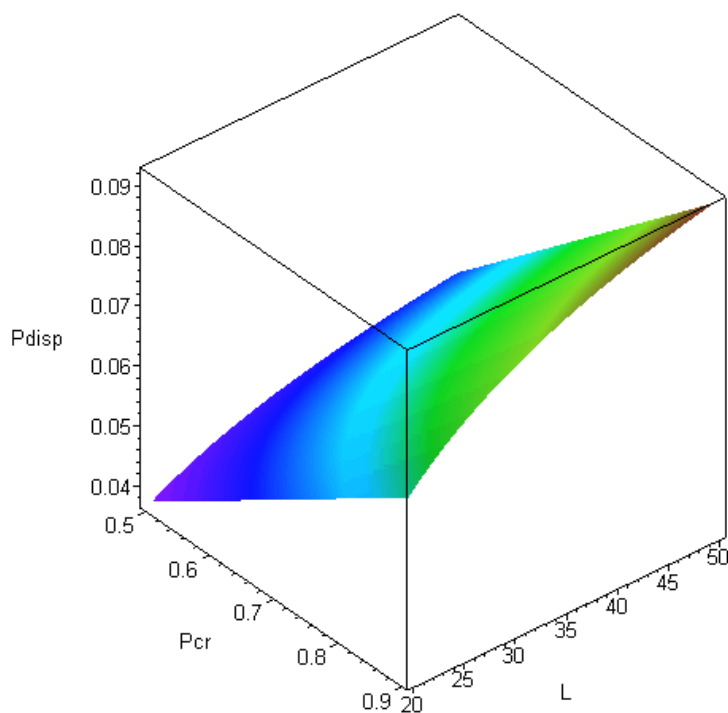
Διάγ. 2.66: $P_d(H,t)$, (DPC- SPC ανά μ.σ, $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

DPC-UC($P_x=0.25$), $P_m=1/L, \delta_{ij}=10$



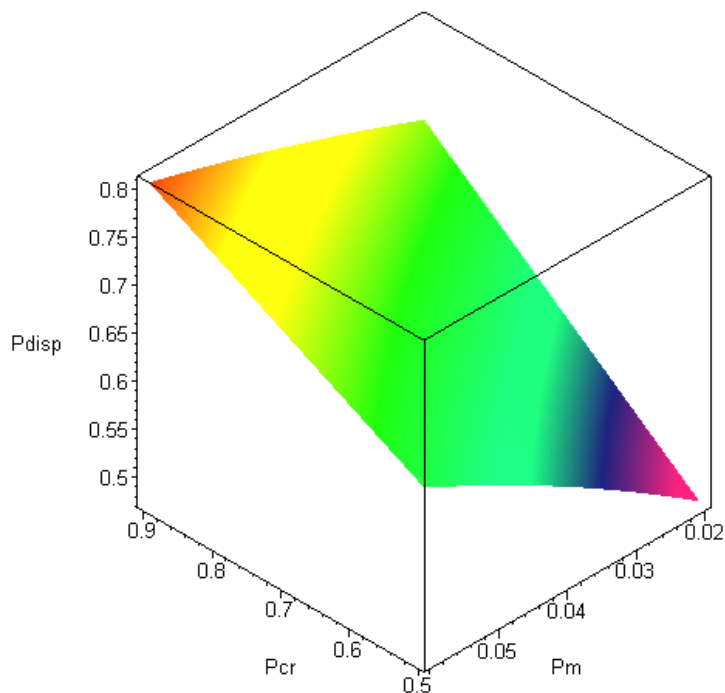
Διάγ. 2.67: $P_d(H,t)$, (DPC-UC $P_x=0.25, P_m=1/L, \delta_{ij}=10$)

SPCV-UC($P_x=0.25$), $P_m=1/L$, $\delta_{ij}=10$



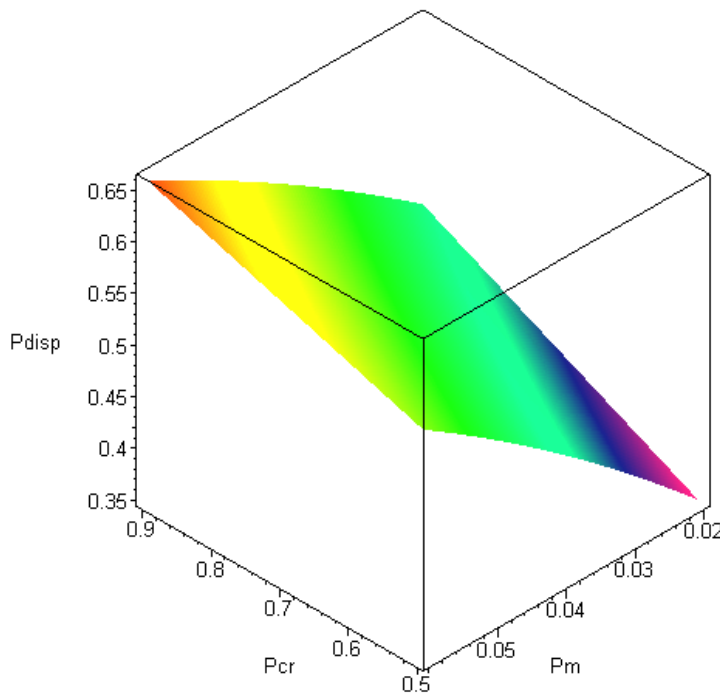
Διάγρ. 2.68: $P_d(H,t)$, (SPC ανά μ.σ -UC $P_x=0.25$, $P_m=1/L$, $\delta_{ij}=10$)

SPC, $L=15$, $\delta_{ij}=10$



Διάγρ. 2.69: $P_d(H,t)$ (SPC, $L=15$, $\delta_{ij}=10$)

DPC, L=15, δ_{ij}=10



Διάγ. 2.70: $P_d(H,t)$, (DPC, $L=15$, $\delta_{ij}=10$)

Ο συνδυασμός της σχέσης (2.171) με τη σχέση (2.179) ορίζει και το πληθυσμό σχήματος συγκεκριμένης ευρωστίας για μέθοδο επιλογής ρουλέτας και SPC ως:

$$M(H, t+1, \delta_{ij}) \geq M(H, t, \delta_{ij}) \cdot \frac{f(H, t, \delta_{ij})}{E_o[f(H_i, t, \delta_{ij}^o)]} \cdot \left[1 - P_{cr} \cdot \frac{\delta_{ij}}{l-1} \right] \cdot \left[(1 - P_m)^{\delta_{ij}} \right] \quad (2.183)$$

όπου H είναι το υπό εξέταση σχήμα μήκους δ_{ij} , M είναι το πλήθος του σχήματος, και P_{cr} και P_m είναι οι πιθανότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης. Παρόμοιες ανισότητες μπορούν να εξαχθούν με το συνδυασμό των σχέσεων για κάθε τύπο διασταύρωσης και επιλογής.

2.12 Παράρτημα Δ – Επιρροή του τελεστή διασταύρωσης στην ικανότητα ερευνάς του ΓΑ

Η ικανότητα ερευνάς του χώρου των λύσεων εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των μεταβολών που επιφέρει η διαδικασία διασταύρωσης μεταξύ των γονέων. Η μέθοδος SPC πρακτικά ισοδυναμεί με τη μονοδιάστατη μέθοδο βελτιστοποίησης [77]. Η διαφοροποίηση των τέκνων από τους γονείς εστιάζεται σε μία και μόνο, τυχαία επιλεγμένη, μ.σ. Για δύο άτομα το πλήθος των γενεών που απαιτείται για διαφοροποίηση σε k μ.σ δεν μπορεί να είναι λιγότερο από k για την περίπτωση της SPC. Για τη μέθοδο DPC η τιμή αυτή δεν μπορεί να

είναι μικρότερη του $k/2$ καθώς η διαφοροποίηση των τέκνων από τους γονείς είναι δυνατή σε 2 το πολύ τυχαία επιλεγμένες μ.σ. Για μεθόδους διασταύρωσης με μετάθεση πληροφορίας σε τρία ή περισσότερα σημεία η ελάχιστη τιμή δίδεται ως k/n_i (όπου n_i είναι το πλήθος των σημείων μετάθεσης πληροφορίας). Για χρωμόσωμα μήκος L και n μ.σ, μήκους L' , η πιθανότητα να έχουμε $k \leq n$ διαφοροποιήσεις ως προς τις τιμές των μ.σ, μετά από $o \leq n$ γενεές στην περίπτωση της SPC δίδεται ως:

$$P(k = o) = \frac{\prod_{i=1}^o [L - (i-1) \cdot L']}{L^{o-1}} \quad P(k = 1) = \left(\frac{L'}{L}\right)^{o-1} \quad (2.184)$$

$$P(k > 1, \dots, k < o) = 1 - P(k = o) - P(k = 1)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι η επιλογή της θέσης είναι τυχαία. Η συνάρτηση που δίνει λ μεταθέσεις μετά από o γενεές δίδεται ως:

$$P(k = \lambda, o) = \frac{m - \lambda}{m} \cdot P(k = \lambda - 1, o - 1) + \frac{\lambda(m - \lambda)}{m^2} \cdot P(k = \lambda - 1, o - 2) + \dots + \frac{\lambda^{o-\lambda-1} \cdot (m - \lambda)}{m^{o-\lambda}} \cdot P(k = \lambda - 1, \lambda) \quad \lambda < o \quad (2.185)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι πεπλεγμένη ως προς την πιθανότητα της λ -I τάξης. Αν το πλήθος των μεταθέσεων πληροφορίας είναι ίσο με w ($w=1$ για SPC, $w=2$ για DPC κλπ.) τότε η πιθανότητα μετάθεσης της σχέσης (2.184) τροποποιείται ως:

$$P(k = wo) = \frac{\prod_{i=1}^{wo} [L - (i-1) \cdot L']}{L^{wo-1}} \quad P(k = 1) = \left(\frac{L'}{L}\right)^{wo-1} \quad (2.186)$$

$$P(k > 1, \dots, k < o) = 1 - P(k = o) - P(k = 1)$$

και η πιθανότητα να έχουμε τουλάχιστον wo μεταθέσεις δίδεται ως:

$$P(k \geq wo) = \sum_{i=o+1}^{wo} P(k = i) > \{[(w-1) \cdot o] - 1\} \cdot P(k = wo) \quad (2.187)$$

$$P(k \geq wo) > \{[(w-1) \cdot o] - 1\} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{wo} [L - (i-1) \cdot L']}{L^{wo-1}}$$

Η πιθανότητα να έχουμε $k=o$ μεταθέσεις φράσσεται από τις σχέσεις (2.185) και (2.187) ως:

$$\sum_{\lambda=0}^{o-1} \sum_{x=0}^{o-\lambda-1} \left\{ \frac{\lambda^x \cdot (m-\lambda)}{m^{x+1}} \cdot P(k = \lambda-1, o-x-1) \right\} \leq \tag{2.188}$$

$$P(k = 0) \leq \{[(w-1) \cdot o] - 1\} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{wo} [L - (i-1) \cdot L']}{L^{wo-1}}$$

Η συνάρτηση που δίνει λ μεταθέσεις μετά από o γενεές είναι μία πεπλεγμένη συνάρτηση με τις συναρτήσεις που δίνουν $\lambda-1$ ως $\lambda-w$ μεταθέσεις για $o-1$ γενεές. Αντίστοιχα, η συνάρτηση που δίνει λ μεταθέσεις μετά από o γενεές μπορεί να οριστεί ως μία πεπλεγμένη συνάρτηση με τις συναρτήσεις που δίνουν $\lambda-1$ ως $\lambda-w+x$ μεταθέσεις για $o-1$ γενεές. Στην περίπτωση αυτή ισχύει για 2 μεθόδους διασταύρωσης με $w-x$ και w μεταθέσεις πληροφορίας ότι:

$$P(k = \lambda, o = n, w) = P(k = \lambda, o = n, w-x) + \varepsilon \quad \forall w \in N \wedge x = 1 \dots w-1 \tag{2.189}$$

δηλαδή η πιθανότητα μεταβολής είναι μια μονότονος αύξουσα συνάρτηση ως προς το πλήθος των μεταθέσεων πληροφορίας ανά διασταύρωση. Αν το πλήθος των μεταβολών αυτών ανά μ.σ, οριστεί ως δείκτης της ικανότητας ερευνάς του αλγορίθμου η SPC παρουσιάζει και τη μικρότερη ταχύτητα ερευνάς του χώρου των λύσεων παρουσιάζοντας όμως και τον υψηλότερο χρόνο παραμονής σε γειτονιά πέριξ μίας βέλτιστης λύσης (εξάντληση περιοχής). Η ικανότητα ερευνάς είναι μια αυξανόμενη συνάρτηση με το πλήθος των σημείων διασταύρωσης με ταυτόχρονη μείωση της ικανότητας εξάντλησης της περιοχής μίας λύσης. Αν ως $f_{explore}()$ οριστεί η ικανότητα ερευνάς του χώρου σχεδιασμού και ως $f_{exploit}()$ οριστεί η δυνατότητα εξάντλησης μίας περιοχής (που συνδέεται άμεσα με το χρόνο παραμονής της λύσης στη γειτονία αυτή) ισχύει ότι:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{explore} (SPC) < f_{explore} (DPC) < f_{explore} (MPC|_{k \leq n}) < \\ < f_{explore} (SPVC) < f_{explore} (MPC|_{k > n, k < L/2}) < f_{explore} (UC|_{P_x=0.5}) \end{array} \right\} \tag{2.190}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{exploit} (SPC) > f_{exploit} (DPC) > f_{exploit} (MPC|_{k \leq n}) > \\ > f_{exploit} (SPVC) > f_{exploit} (MPC|_{k > n, k < L/2}) > f_{exploit} (UC|_{P_x=0.5}) \end{array} \right\} \tag{2.191}$$

όπου k είναι το πλήθος των μεταθέσεων πληροφορίας ανά διασταύρωση, n είναι το πλήθος των μ.σ, L είναι το μήκος του χρωμοσώματος και SPVC είναι η μέθοδος SPC ανά μ.σ. Τα θεωρητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην παράγραφο αυτή είναι σε συμφωνία με τα αριθμητικά αποτελέσματα των Erbatur et al., [77] προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών.

2.13 Παράρτημα Ε – Ανάλυση των σχέσεων (2.102) και

(2.103)

Για τις σχέσεις (2.102) και (2.103), η πιθανότητα εύρεσης της βέλτιστης λύσης είναι ανάλογη της πιθανότητας μετάλλαξης (P_m) και του λόγου των όγκων του χώρου των λύσεων $\|\mathbf{D}^n_{opt}\|/\|\mathbf{D}^n\|$. Έστω ότι η γειτονία που περιέχει τη βέλτιστη λύση περιέχει 2^{L_w} λύσεις που απεικονίζονται με αντίστοιχους συνδυασμούς του χρωμοσώματος. Ως M ορίζεται η πολυπλοκότητα της γειτονίας της βέλτιστης λύσεως. Η παράμετρος M δίδεται ως:

$$M = L - L_w \quad (2.192)$$

όπου L είναι το μήκος του χρωμοσώματος. Η πολυπλοκότητα της λύσης συνδέεται άμεσα με το λόγο των ευκλείδειων όγκων καθώς:

$$\frac{\|\mathbf{D}^n_{opt}\|}{\|\mathbf{D}^n\|} = \frac{1}{2^M} \quad (2.193)$$

Τα άτομα του πληθυσμού μπορούν να μεταπέσουν σε λύσεις στη γειτονία που περιέχει τη βέλτιστη λύση μέσω της μετάλλαξης υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα μία λύση να μεταπέσει στην γειτονία που περιέχει τη βέλτιστη λύση λόγω της διασταύρωσης είναι αμελητέα. Σε κάθε περίπτωση τα αποτελέσματα της παραγράφου φράσσουν την πραγματική πιθανότητα μετάπτωσης από μία οποιαδήποτε περιοχή του χώρου σχεδιασμού στη γειτονία που περιέχει τη βέλτιστη λύση.

Τα άτομα του πληθυσμού χωρίζονται σε κάθε γενεά σε M κλάσεις που περιέχουν τα χρωμοσώματα για τα οποία απαιτείται η μεταβολή της τιμής του διφύου σε $i=1, \dots, M$ θέσεις. Η απόσταση κατά Hamming [130] για κάθε χρωμόσωμα για τις θέσεις που απαιτείται μία συγκεκριμένη τιμή διφύου είναι ίση με $i=1, \dots, M$. Για κάθε κλάση M το γεγονός ένα από τα άτομα της, να μετασηματισθεί σε λύση της γειτονίας της βέλτιστης λύσης δίδεται ως:

$$A(\mathbf{x} \in S_i^M \rightarrow S(\mathbf{D}^n_{opt})) = \bigcup_{\mathbf{x}_j \in S_i^M} A(\mathbf{x}_j \in S_i^M \rightarrow S(\mathbf{D}^n_{opt})) \quad (2.194)$$

όπου $A()$ είναι το εκάστοτε γεγονός, S_i^M είναι το υποσύνολο των χρωμοσωμάτων που ανήκουν στην i εκ των M κλάσεων και $S(\mathbf{D}^n_{opt})$ είναι η γειτονία των λύσεων στην οποία περιέχεται η βέλτιστη λύση. Η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος $A(\mathbf{x} \in S_i^M \rightarrow S(\mathbf{D}^n_{opt}))$, υπό την προϋπόθεση ότι για κάθε άτομο ο μετασηματισμός του σε λύση της περιοχής $S(\mathbf{D}^n_{opt})$ δεν εξαρτάται από το αποτέλεσμα των υπολοίπων ατόμων και δίδεται ως [4]:

$$\Pr\left[A\left(\mathbf{x} \in S_i^M \rightarrow S\left(\mathbf{D}_{\text{opt}}^n\right)\right)\right] = \sum_{j=1}^{N_p^i} \Pr\left[A\left(\mathbf{x}_j \in S_i^M \rightarrow S\left(\mathbf{D}_{\text{opt}}^n\right)\right)\right] \quad (2.195)$$

όπου N_p^i είναι το πλήθος των ατόμων για την i κλάση. Η πιθανότητα της σχέσης (2.195) προς την πιθανότητα μετάλλαξης $P_m(t)$, στην t γενεά δίδεται για τη συγκεκριμένη κλάση ως:

$$\Pr\left[A\left(\mathbf{x} \in S_i^M \rightarrow S\left(\mathbf{D}_{\text{opt}}^n\right)\right)\right] = \Pr^i(t) = \sum_{j=1}^{N_p^i(t)} (P_m(t))^i \cdot (1 - P_m(t))^{M-i} \Rightarrow \quad (2.196)$$

$$\Pr^i(t) = N_p^i(t) \cdot [P_m(t)]^i \cdot [1 - P_m(t)]^{M-i}$$

όπου $N_p^i(t)$ είναι το πλήθος των ατόμων της i κλάσης τη χρονική στιγμή t . Το άθροισμα ως προς τις M κλάσεις του $N_p^i(t)$ ισούνται με N_{pop} όπου N_{pop} είναι ο πληθυσμός του ΓΑ. Το γεγονός τουλάχιστον ένα ή περισσότερα άτομα από μία ή περισσότερες κλάσεις να μετασχηματιστούν σε λύσεις στην περιοχή $S(\mathbf{D}_{\text{opt}}^n)$ δίδεται ως η ένωση των επιμέρους γεγονότων. Υπό τη θεώρηση της στατιστικής ανεξαρτησίας η πιθανότητα ο τελεστής της μετάλλαξης να οδηγήσει τουλάχιστον ένα εκ των ατόμων του πληθυσμού στη γειτονία της βέλτιστης λύσης δίδεται ως:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n; t) = \sum_{i=1}^M \Pr^i(t) = \sum_{i=1}^M N_p^i(t) \cdot [P_m(t)]^i \cdot [1 - P_m(t)]^{M-i} \quad (2.197)$$

Η συμπληρωματική πιθανότητα της σχέσης (2.197) ορίζει την πιθανότητα καμία από τις λύσεις του πληθυσμού να μετασχηματιστεί σε λύση της γειτονίας της βέλτιστης λύσης. Αν ως N_{gen} ορίζεται το πλήθος των γενεών μέχρι τη σύγκλιση, η πιθανότητα να μετασχηματιστεί μία τουλάχιστον λύση σε λύση της βέλτιστης περιοχής εντός N_{gen} γενεών δίδεται ως:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n) = 1 - \prod_{t=1}^{N_{gen}} [1 - \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n; t)] \Rightarrow \quad (2.198)$$

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n) = 1 - \prod_{t=1}^{N_{gen}} \left[1 - \sum_{i=1}^M N_p^i(t) \cdot [P_m(t)]^i \cdot [1 - P_m(t)]^{M-i} \right]$$

Η σχέση (2.198) δίδεται ως συνάρτηση του πλήθους των γενεών, του πλήθους των ατόμων κάθε κλάσης, της πολυπλοκότητας της λύσης και της πιθανότητας μετάλλαξης. Το πλήθος των ατόμων σε κάθε κλάση εξαρτάται από τη μέση ευρωστία κάθε κλάσης. Για το πρόβλημα της σχέσης (2.103) εφόσον η ευρωστία κάθε λύσης δεν εξαρτάται από τη σχετική της θέση στο χώρο των λύσεων $\mathbf{D}^n - \mathbf{D}_{\text{opt}}^n$ είναι ασφαλές να υποθεθεί ότι το θεώρημα σχήματος δεν αναμένεται να οδηγήσει σε αύξηση της συχνότητας εμφάνισης μίας κλάσης σε σχέση με τις υπόλοιπες. Στην περίπτωση αυτή ο πληθυσμός κάθε κλάσης δίδεται ως:

$$N_p^i(t) = N_p^i = \frac{N_{pop}}{M} \quad (2.199)$$

Αν η πιθανότητα μετάλλαξης $P_m(t)$ μεταβάλλεται ως προς το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση (2.112) τότε η σχέση (2.198) του προβλήματος της σχέσης (2.103) τροποποιείται ως:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{opt}^n) = 1 - \left(\frac{N_{pop}}{M}\right)^{N_{gen}} \prod_{t=1}^{N_{gen}} \left[\frac{M}{N_{pop}} + \frac{\{C(t) \cdot B(t) \cdot (-\hat{P}_m(t))\} + \{C(t) \cdot P_m(t)\}}{2 \cdot P_m(t) - 1} \right] \quad (2.200)$$

$$P_m(t) = P_o \cdot \exp\left[-\frac{t}{t_{half}}\right] \quad \hat{P}_m(t) = 1 - P_m(t) B(t) = \left(\frac{P_m(t)}{\hat{P}_m(t)}\right)^{M+1} \quad C(t) = [1 - P_m(t)]^M$$

Για την περίπτωση της σχέσης (2.102) δεν είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι ο πληθυσμός κάθε κλάσης παραμένει σταθερός ως προς το χρόνο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κάθε λύση έχει διαφορετική ευρωστία οπότε σύμφωνα με το θεώρημα σχήματος η συχνότητα της μέσα στον πληθυσμό θα μεταβάλλεται με την παρέλευση των γενεών. Αν θεωρηθεί ότι η κωδικοποίηση των μ.σ, ακολουθεί τη γκριζα μέθοδο κωδικοποίησης του Bitner et al., [25] η ευρωστία κάθε κλάσης συνδέεται με την απόσταση κατά Hamming ως:

$$f[\mathbf{x}_i \in S_i^M] = f_o \cdot i \quad (2.201)$$

όπου f_o είναι αυθαίρετη σταθερά. Η μέση ευρωστία των κλάσεων δίδεται ως:

$$\bar{f} = E_{i=1, \dots, M} \{f[\mathbf{x}_i \in S_i^M] \cdot N_p^i(t)\} = \sum_{i=1}^M f_o \cdot i \cdot v_{pop}^i(t) \quad (2.202)$$

όπου $v_{pop}^i(t)$ είναι η συχνότητα εμφάνισης κάθε κλάσης. Αν θεωρήσουμε ότι ο πληθυσμός κάθε κλάσης μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$N_{pop}^i(t+1) = N_{pop}^i(t) \cdot \frac{f_o \cdot i}{\bar{f}} \quad (2.203)$$

έχουμε ότι η συχνότητα εμφάνισης κάθε πληθυσμού μεταβάλλεται βάσει της σχέσης για:

$$v_{pop}^i(t+1) = v_{pop}^i(t) \cdot \frac{i}{\sum_{j=1}^M j \cdot v_{pop}^j(t)} \quad (2.204)$$

Οι σχέσεις (2.203) και (2.204) προϋποθέτουν ότι η πιθανότητα διαταραχής δεν διαφέρει για κάθε κλάση. Αυτό ισχύει εφόσον κάθε κλάση ορίζεται μόνον ως συνάρτηση των μεταβολών που απαιτούνται για τη μετάπτωση σε λύση στη γειτονιά της βέλτιστης. Η σχέση (2.198) βάσει της σχέσης (2.204) τροποποιείται ως:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n) = 1 - \prod_{t=1}^{N_{\text{gen}}} \left[1 - N_{\text{pop}} \cdot \sum_{i=1}^M v_{\text{pop}}^i(t) \cdot [P_m(t)]^i \cdot [1 - P_m(t)]^{M-i} \right] \quad (2.205)$$

όπου η πυκνότητα του πληθυσμού κάθε κλάσης για $t=1$ είναι ίση με $1/M$. Η σχέση (2.205) ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα επιλογής των ατόμων δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (2.104). Η σύγκριση των σχέσεων (2.205) και (2.200) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η $\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{D}_{\text{opt}}^n)$ στην περίπτωση της σχέσης (2.102) είναι μικρότερη της αντίστοιχης πιθανότητας της σχέσης (2.103) εφόσον ο πληθυσμός μετακινείται σε περιοχές όπου το πλήθος των απαιτούμενων αναστροφών δυφίων αυξάνεται. Στην περίπτωση αυτή το γινόμενο $[P_m(t)]^i \cdot [1 - P_m(t)]^{M-i}$ μειώνεται με ρυθμό $P_m(t)/[1 - P_m(t)]$. Η σχετική διαφορά δε, αυξάνει όσο αυξάνει η σχετική διαφορά της ευρωστίας των λύσεων της σχέσης (2.102) στο χώρο των λύσεων $\mathbf{D}^n - \mathbf{D}_{\text{opt}}^n$.

2.14 Παράρτημα ΣΤ – Συναρτήσεις αναφοράς

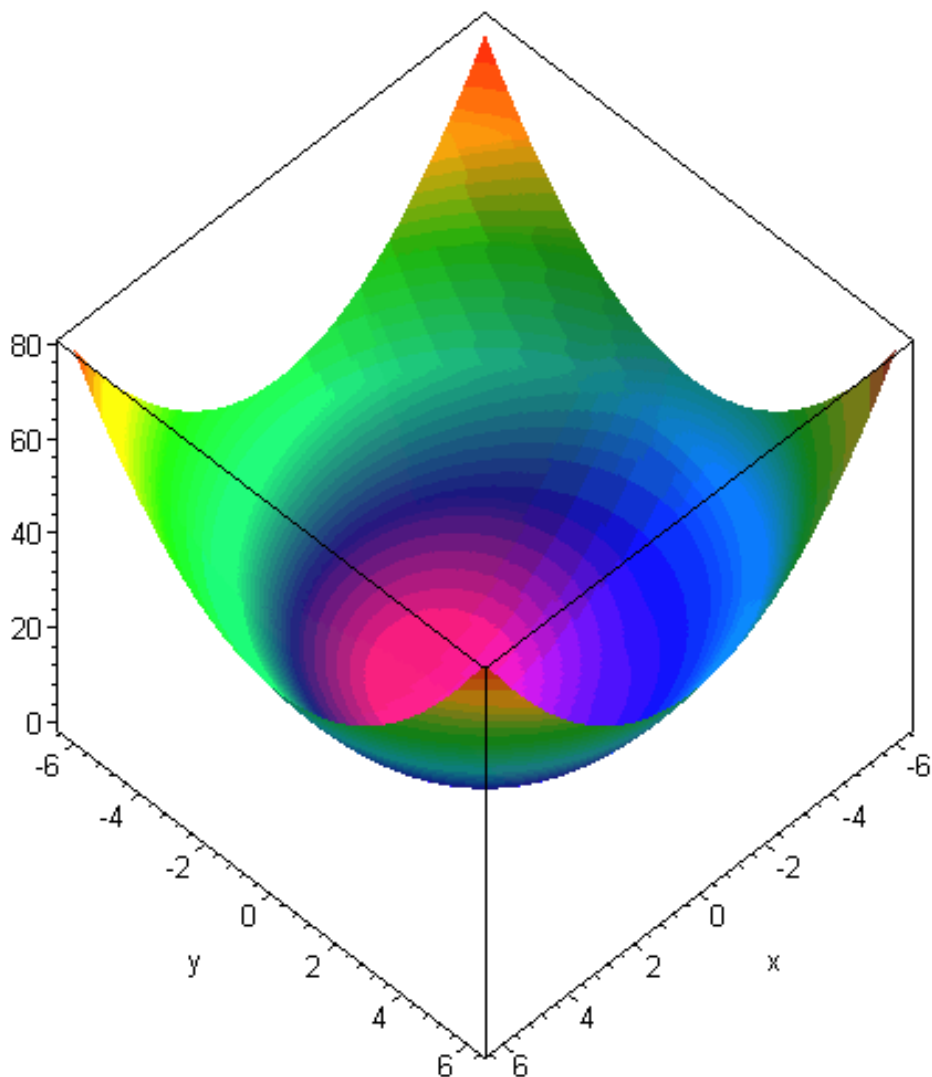
Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται συναρτήσεις αναφοράς για προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού με ή χωρίς περιορισμούς. Οι συναρτήσεις των παραγράφων 2.14.1 ως 2.14.7 παρουσιάζουν μόνον ένα ακρότατο. Οι συναρτήσεις των παραγράφων 2.14.8 ως 2.14.22 παρουσιάζουν πλήθος τοπικών ακρότατων. Οι συναρτήσεις των παραγράφων 2.14.13 ως 2.14.19 είναι συναρτήσεις με μικρό πλήθος τοπικών ακρότατων. Στην παράγραφο 2.14.23 παρουσιάζονται προβλήματα αναφοράς με πλήθος συναρτήσεων περιορισμού. Οι συναρτήσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως προβλήματα αναφοράς για την εξέταση της ευρωστίας σχημάτων βελτιστοποίησης.

2.14.1 Συνάρτηση Σφαίρας (Sphere Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (2.206)$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, 0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.71, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



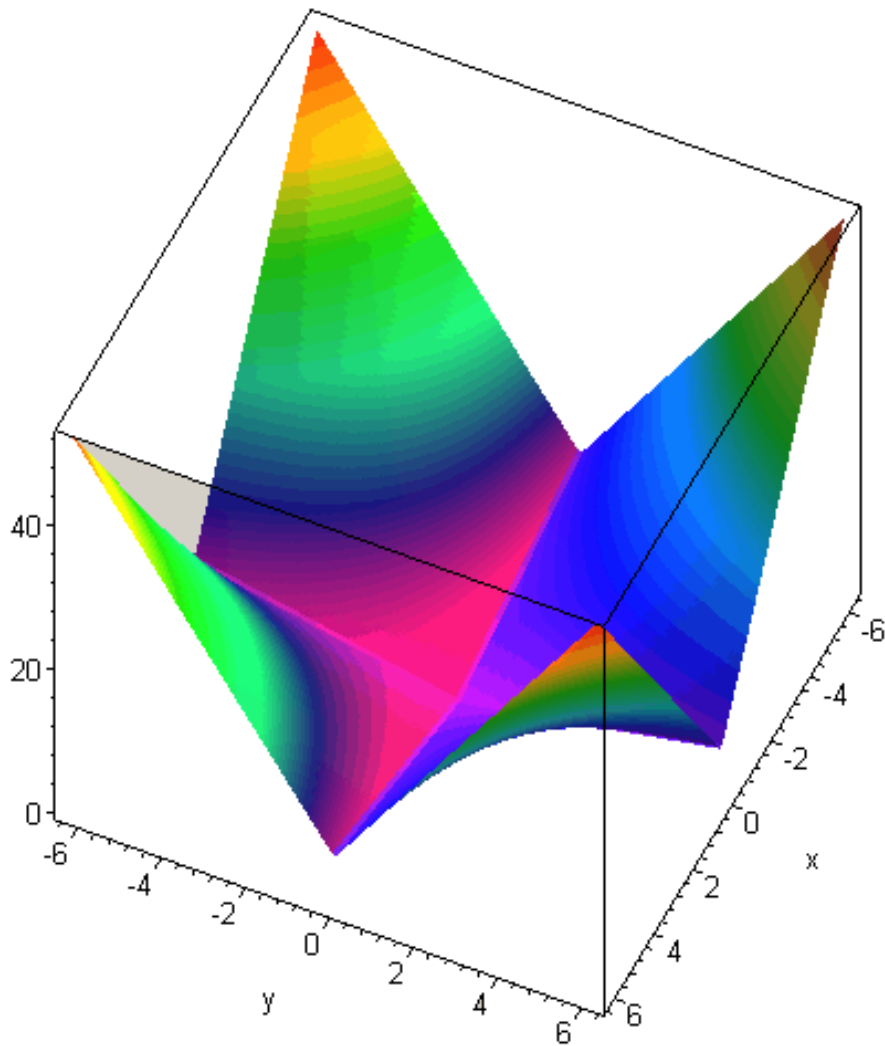
Διάγ. 2.71: Συνάρτηση σφαίρας ($n=2$)

2.14.2 Πρόβλημα του Schwefel (Schwefel's Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n |x_i| + \prod_{i=1}^n |x_i| \tag{2.207}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, 0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής στο χώρο σχεδιασμού αλλά μη παραγωγίσιμη σε n υπέρ-επίπεδα $n-1$ διαστάσεων με συνάρτηση $h(x_1, \dots, 0, \dots, x_n) = 0$. Στο Διάγ. 2.72, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



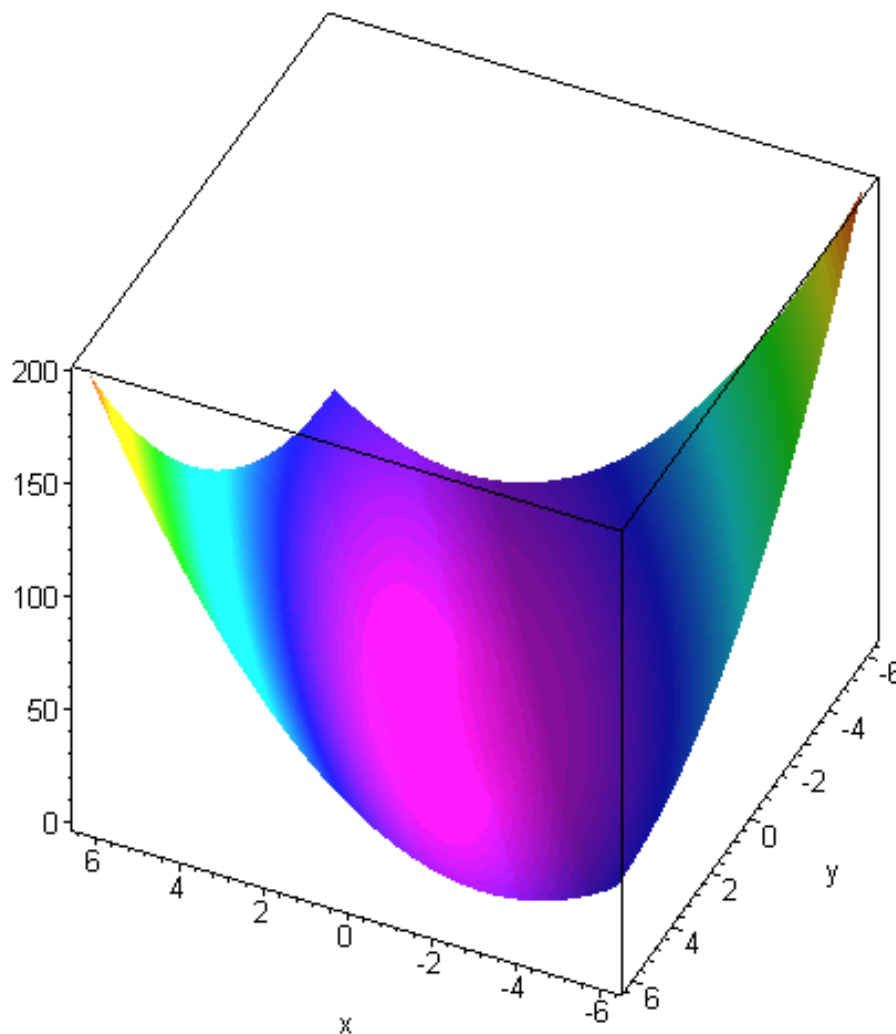
Διάγ. 2.72: Συνάρτηση του Schwefel ($n=2$)

2.14.3 Συνάρτηση διπλού αθροίσματος του Schwefel (Schwefel's Double Sum Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2 \tag{2.208}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, 0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.73, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



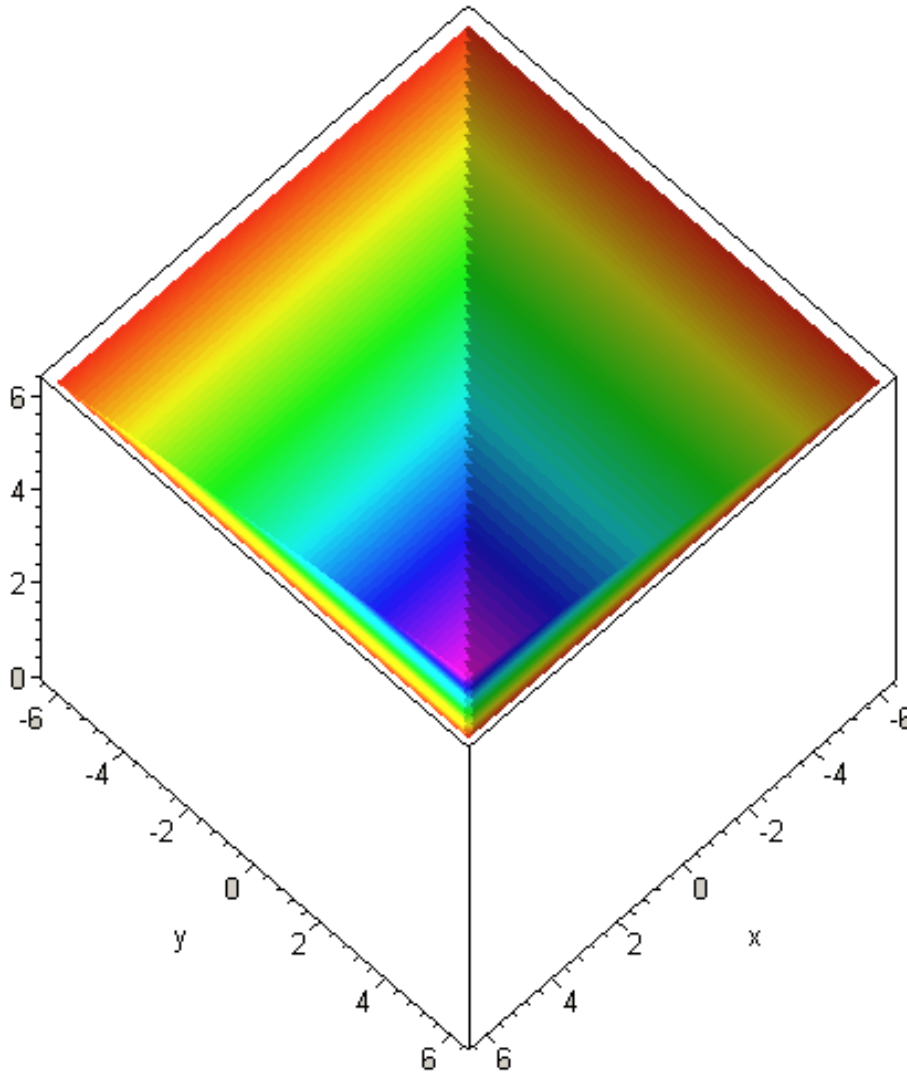
Διάγ. 2.73: Συνάρτηση διπλού αθροίσματος του Schwefel ($n=2$)

2.14.4 Συνάρτηση μεγίστου του Schwefel (Schwefel's Max Function)

$$f(\mathbf{x}) = \max_i \{|x_i|, i \in \{1, \dots, n\}\} \tag{2.209}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, 0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση μη συνεχής και μη παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.74, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



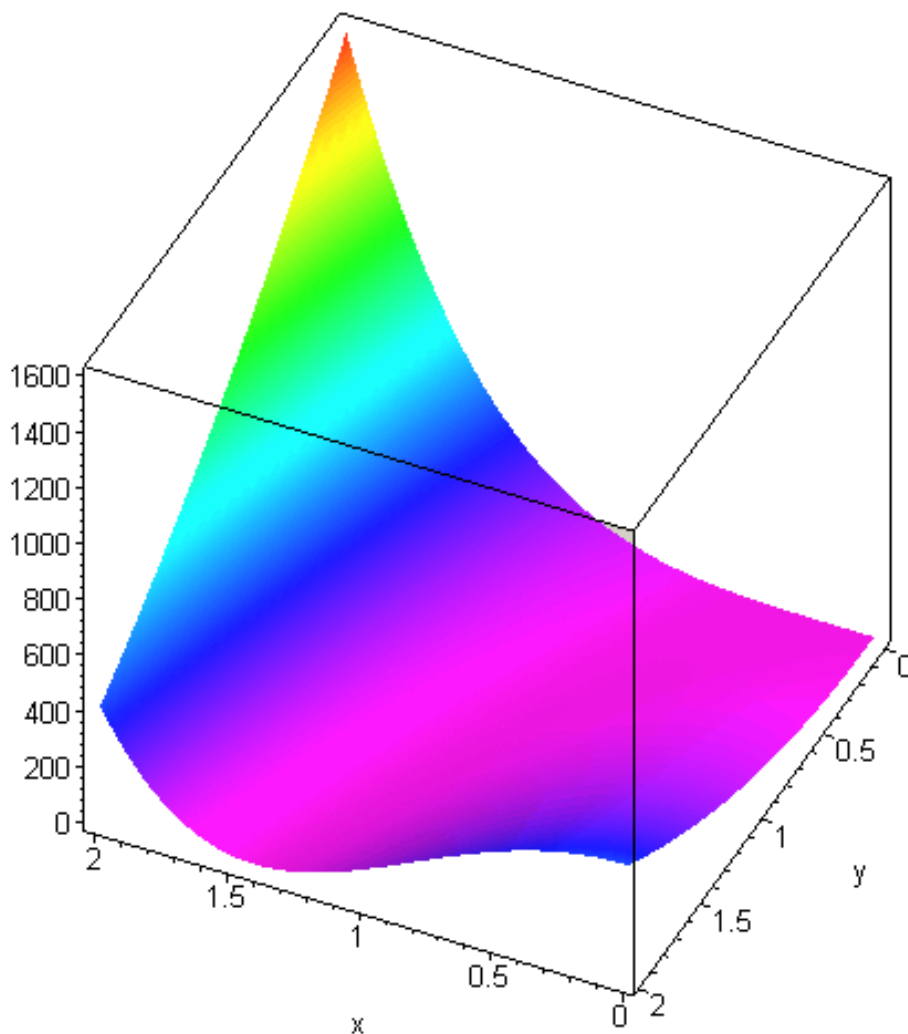
Διάγ. 2.74: Συνάρτηση μεγίστου του Schwefel ($n=2$)

2.14.5 Γενικευμένη Συνάρτηση του Rosenbrock (Generalized Rosenbrock's Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100 \cdot (x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1) \right] \quad (2.210)$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(1, 1, \dots, 1) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.75, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



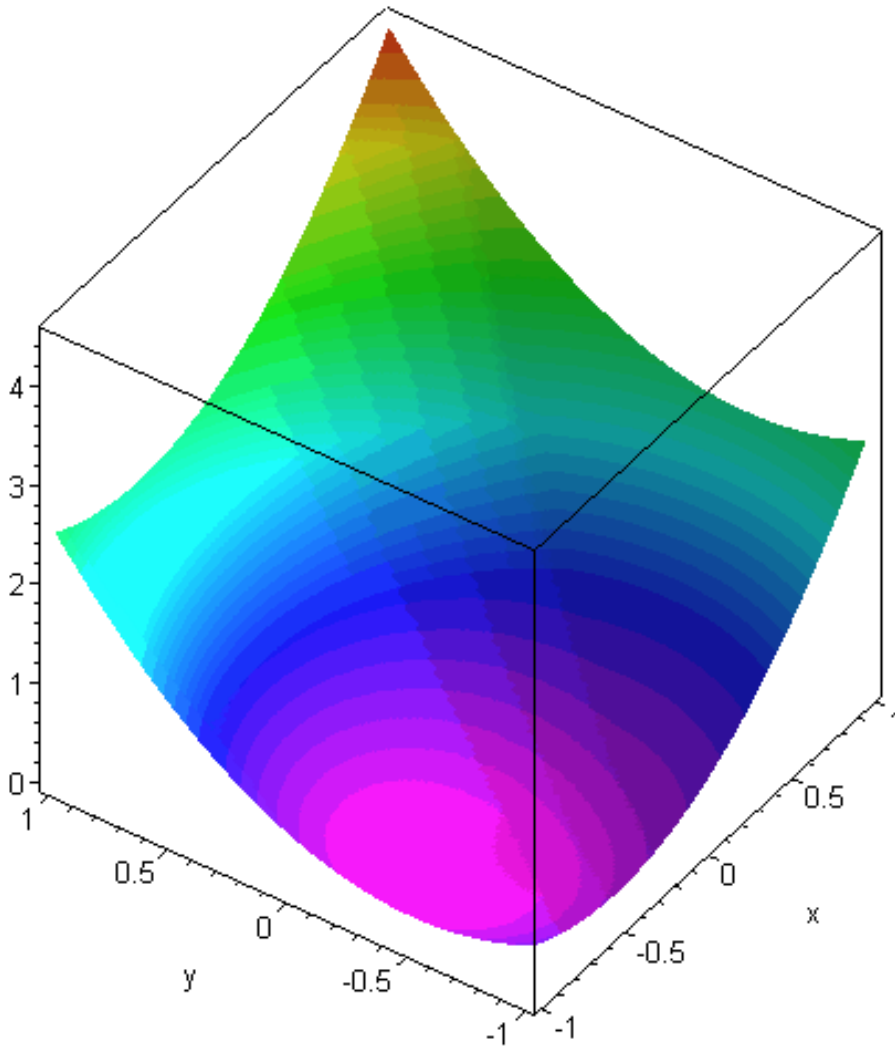
Διάγ. 2.75: Γενικευμένη συνάρτηση του Rosenbrock ($n=2$).

2.14.6 Συνάρτηση Βήματος (Step Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (|x_i + 0.5|)^2 \tag{2.211}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(-0.5, -0.5, \dots, -0.5) = 0$$

Συνάρτηση με ένα ακρότατο και μη παραγωγίσιμη σε n υπέρ-επίπεδα $n-1$ διαστάσεων με συνάρτηση $h(x_1, \dots, -0.5, \dots, x_n) = 0$. Στο Διάγ. 2.76, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



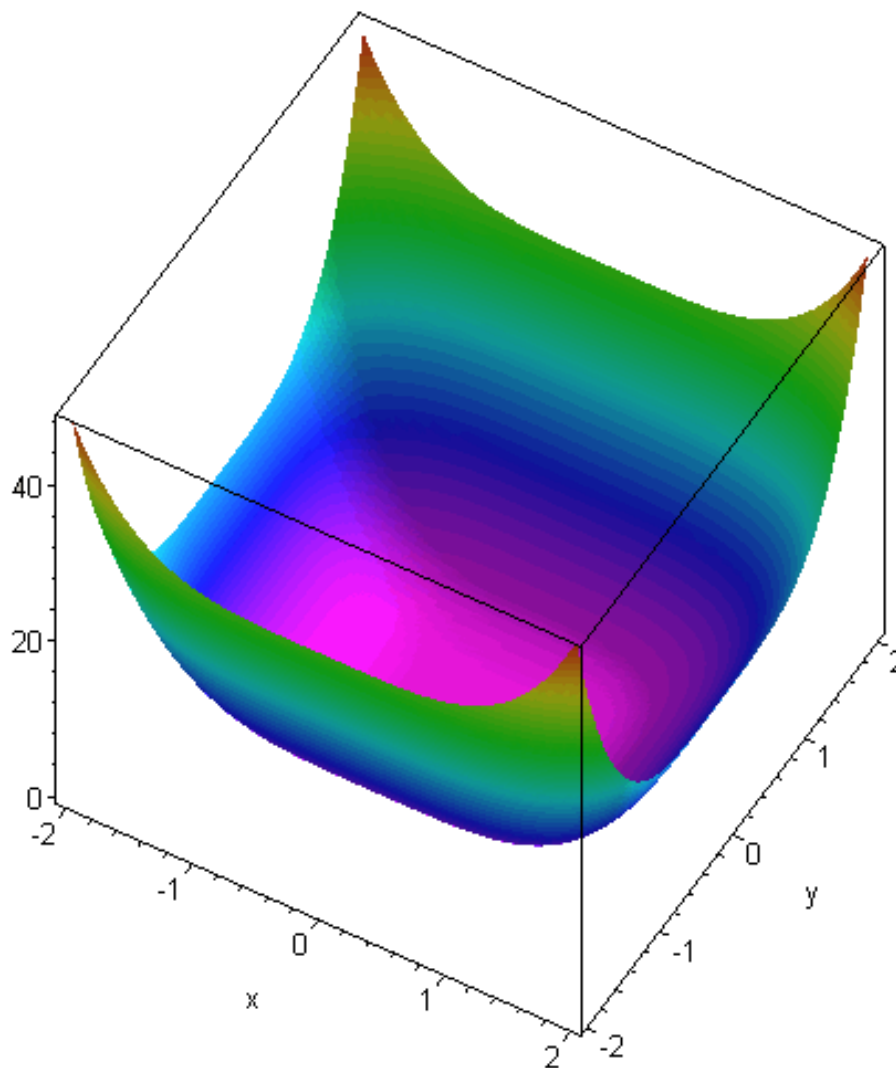
Διάγ. 2.76: Συνάρτηση βήματος ($n=2$).

2.14.7 Τεταρτοβάθμια Συνάρτηση με θόρυβο (Quartic Function with Noise)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n i \cdot x_i^4 + \text{random}[0,1) \tag{2.212}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, 0, \dots, 0) = 0$$

Η συνάρτηση αυτή παρουσιάζει ένα ακρότατο και ο θόρυβος είναι ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα $[0,1)$. Στο Διάγ. 2.77, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$ (στη γραφική παράσταση ο όρος του θορύβου δεν έχει ληφθεί υπόψη).



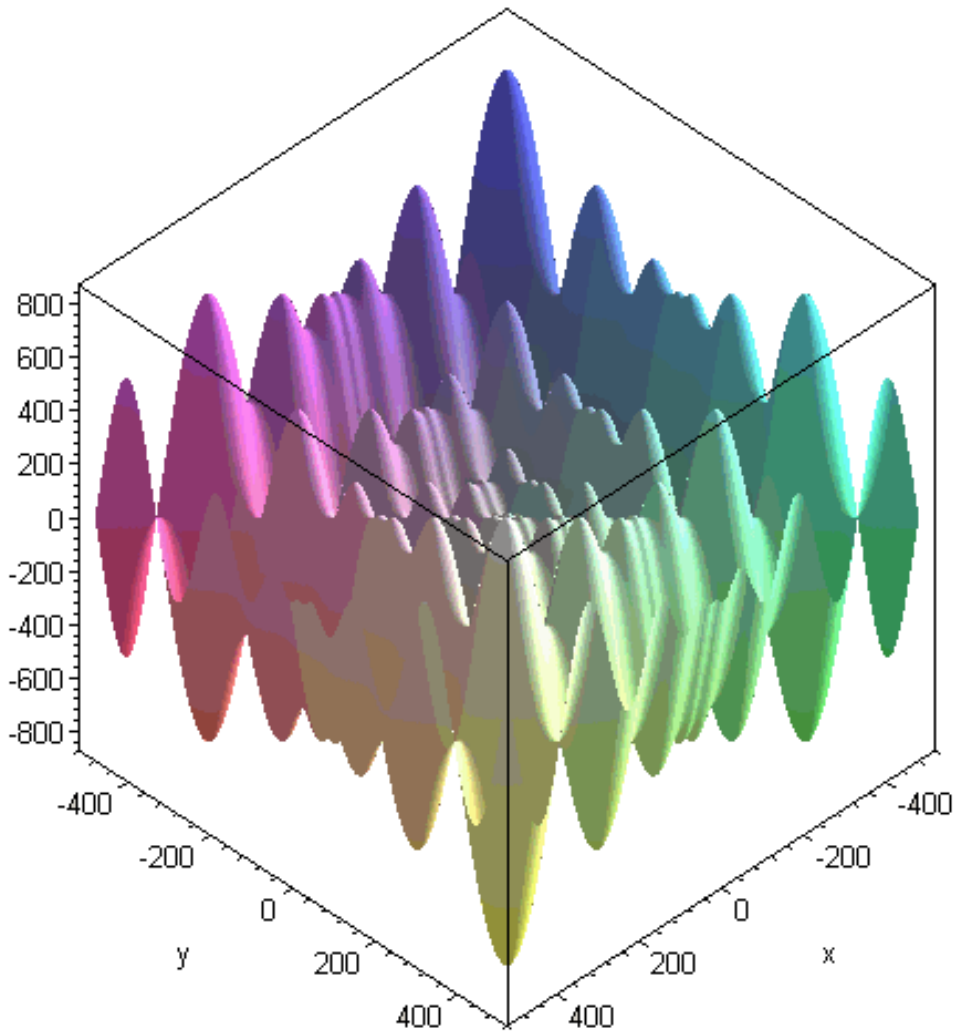
Διάγ. 2.77: Τεταρτοβάθμια συνάρτηση με θόρυβο ($n=2$).

2.14.8 Γενικευμένη Συνάρτηση του Schwefel (Schwefel's Generalized Function)

$$f(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^n \left(x_i \cdot \sin(\sqrt{|x_i|}) \right) \quad -a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \tag{2.213}$$

$$\min f(\mathbf{x}) = f(420.9687, \dots, 420.9687) = -12569.5 \quad \{n = 30\}$$

Βασικό χαρακτηριστικό της συνάρτησης είναι ότι παρουσιάζει $n-1$ τοπικά ακρότατα στα σημεία $x_j = -302.5253 \forall j := i \neq j, x_i = 420.9687$ με $f_{min} = -9194.4924$ σε μεγάλη απόσταση από το ολικό ελάχιστο [250]. Στο Διάγ. 2.78, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



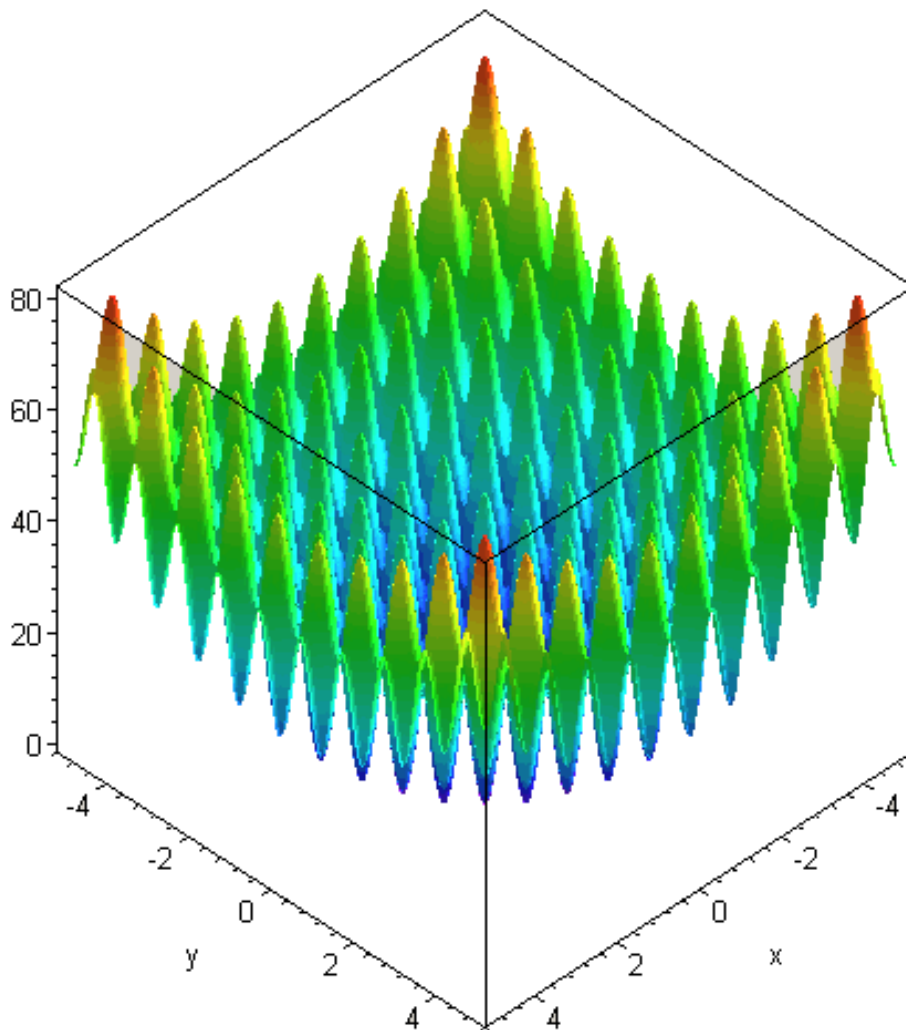
Διάγ. 2.78: Γενικευμένη συνάρτηση του Schwefel ($n=2$).

2.14.9 Γενικευμένη Συνάρτηση του Rastrigin (Rastrigin’s Generalized Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cdot \cos(2\pi x_i) + 10] \tag{2.214}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.79, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



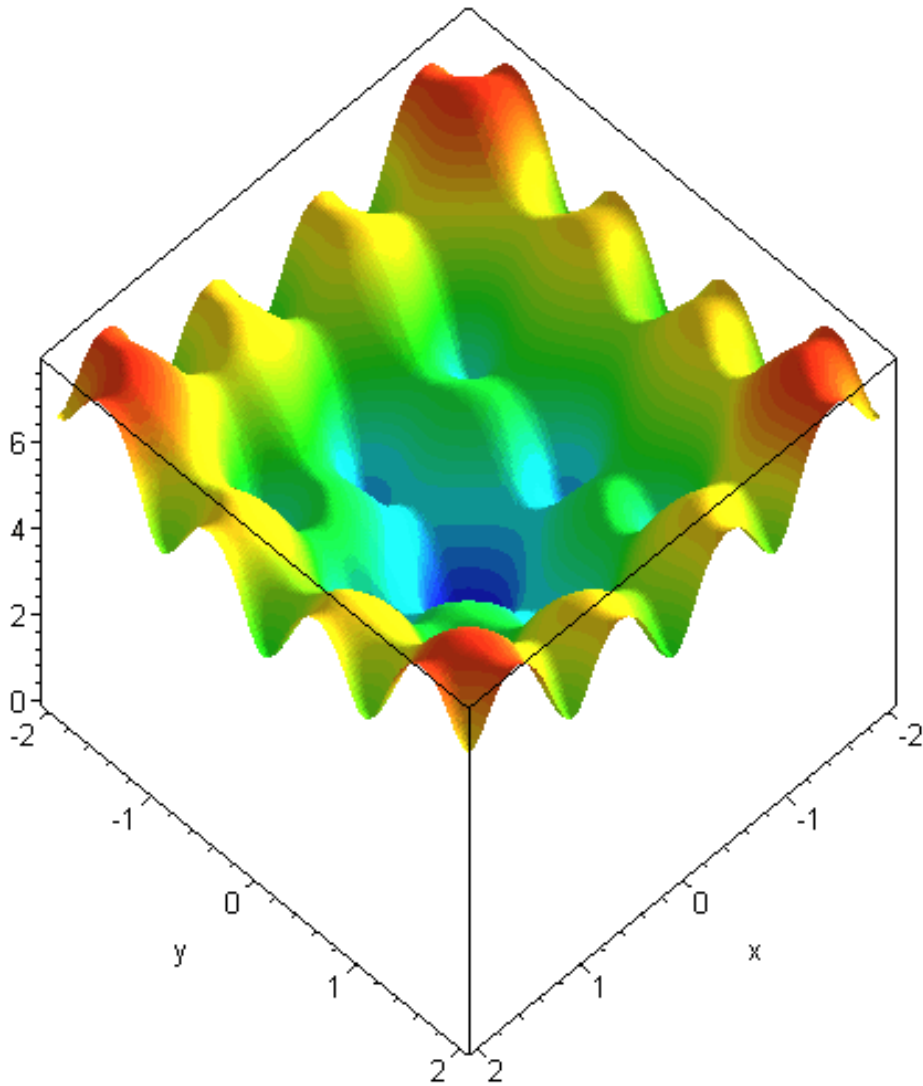
Διάγ. 2.79: Γενικευμένη συνάρτηση του Rastrigin ($n=2$).

2.14.10 Συνάρτηση του Ackley (Ackley's Generalized Function)

$$f(\mathbf{x}) = -20 \cdot \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e \quad (2.215)$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.80, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



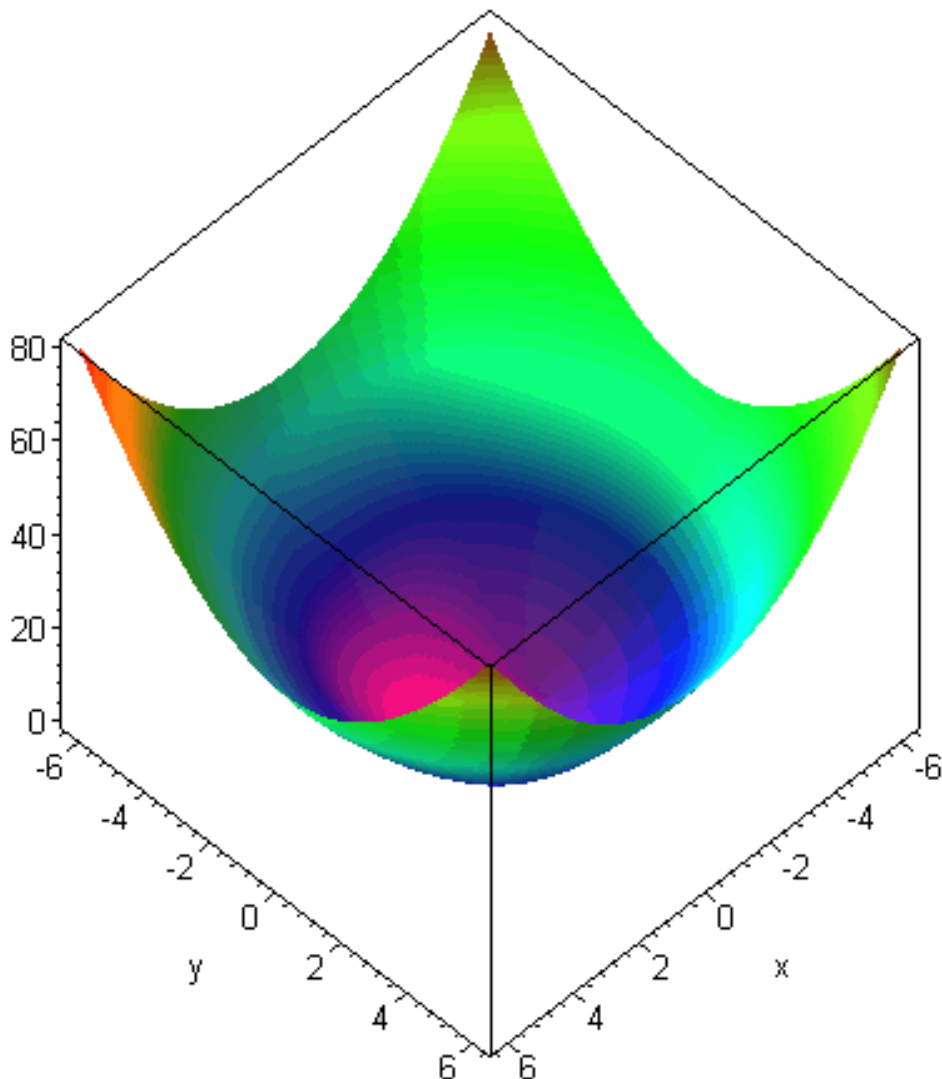
Διάγ. 2.80: Συνάρτηση του Ackley ($n=2$).

2.14.11 Γενικευμένη Συνάρτηση του Griewangk (Griewangk's Generalized Function)

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \tag{2.216}$$

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, \dots, 0) = 0$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.81, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης για $n=2$.



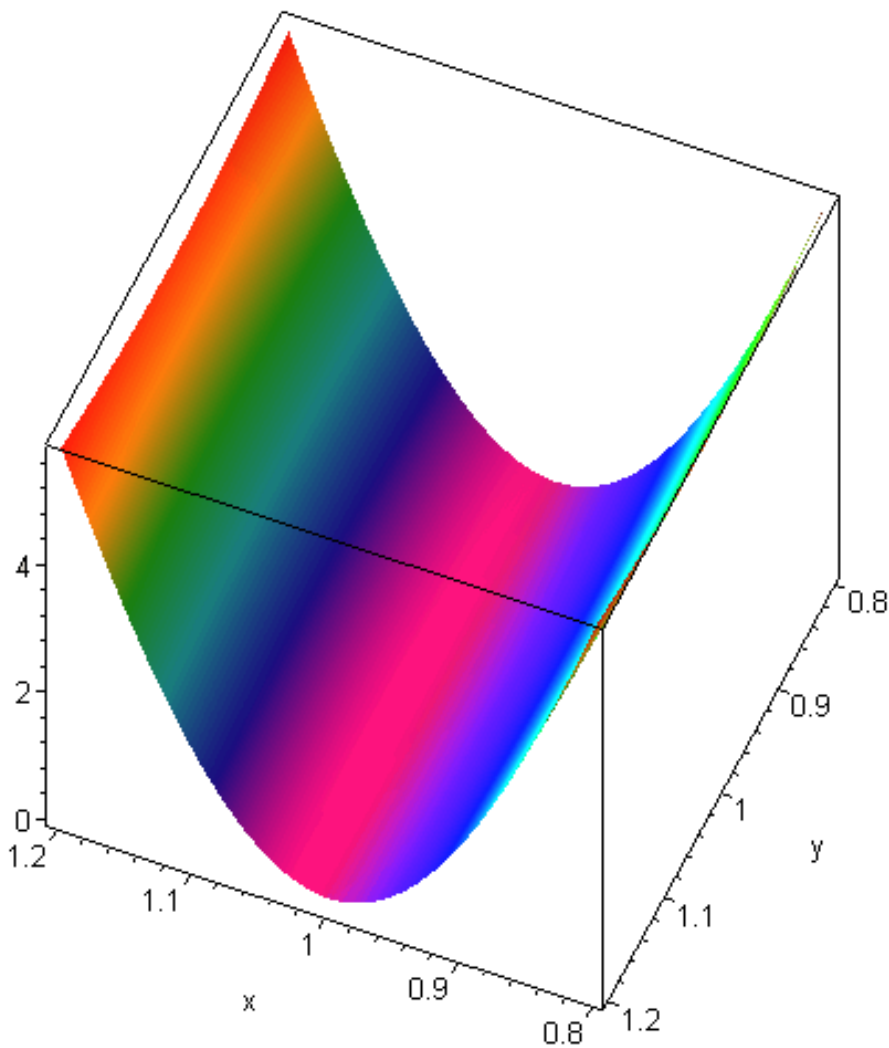
Διάγ. 2.81: Γενικευμένη συνάρτηση του Griewangk ($n=2$).

2.14.12 Γενικευμένη Συνάρτηση Ποινής – (Generalized Penalty Function)

2.14.12.1 1^η Παραλλαγή

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\pi}{n} \cdot \left\{ \begin{aligned} &10 \cdot \sin^2(\pi \cdot x_1) + (x_n - 1)^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ (x_i - 1)^2 \left[1 + 10 \sin^2(\pi \cdot x_{i+1}) \right] \right\} \end{aligned} \right\} + \sum_{i=1}^n u(y_i, c, d, e) \quad (2.217)$$

Στο Διάγ. 2.82, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της 1^{ης} παραλλαγής των γενικευμένων συνάρτησης ποινής για $n=2$.



Διάγ. 2.82: Γενικευμένη συνάρτηση ποινής ($n=2 - 1^{\text{η}}$ παραλλαγή)

2.14.12.2 $2^{\text{η}}$ Παραλλαγή

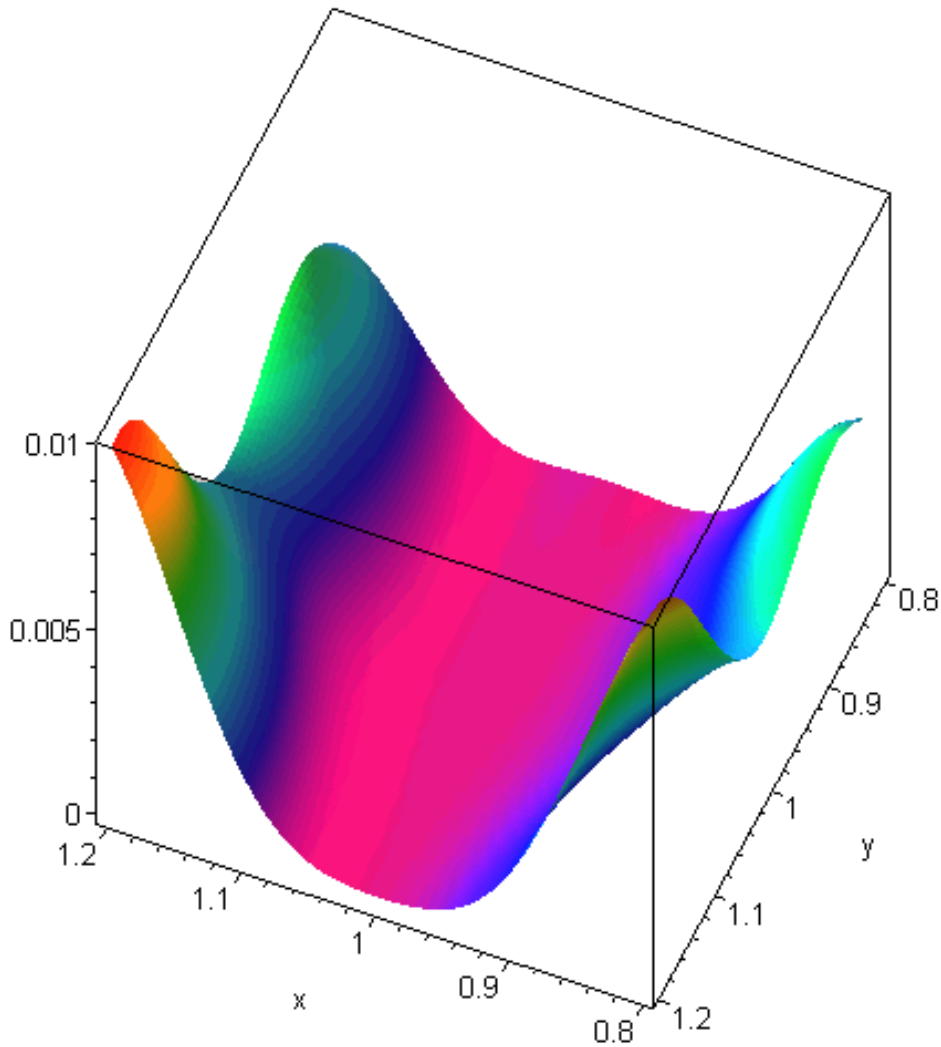
$$f(\mathbf{x}) = 0.1 \cdot \left\{ \begin{aligned} & \sin^2(3\pi x_1) + (x_n - 1) [1 + \sin^2(2\pi x_n)] + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \{ (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] \} \end{aligned} \right\} + \sum_{i=1}^n u(y_i, c, d, e) \quad (2.218)$$

Για τα προβλήματα των σχέσεων (2.217) και (2.218) ισχύει ότι:

$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(1, \dots, 1) = 0$$

$$u(x_i, c, d, e) = \begin{cases} d \cdot (x_i - c)^m & x_i > c \\ 0 & |x_i| \leq c \\ d \cdot (-x_i - c)^m & x_i < -c \end{cases} \quad y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1) \quad (2.219)$$

Στο Διάγ. 2.83, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της $2^{\text{ης}}$ παραλλαγής των γενικευμένων συνάρτησης ποινής για $n=2$.



Διάγ. 2.83: Γενικευμένη συνάρτηση ποινής ($n=2 - 2^n$ παραλλαγή).

2.14.13 Συνάρτηση Αλεπότρυπας του Shekel (Shekel's Foxholes Function)

$$f(\mathbf{x}) = \left[\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6} \right]^{-1} \quad (2.220)$$

$$-65.536 \leq x_i \leq 65.536 \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(-32, -32) \cong 1$$

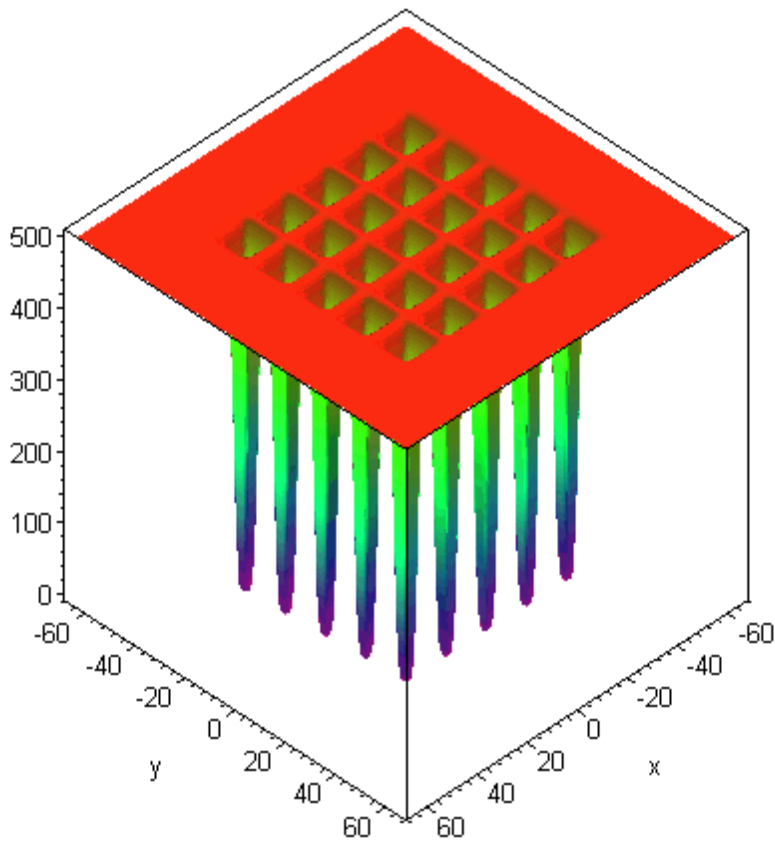
όπου οι μεταβλητές a_{ij} δίδονται ως:

$$a_{ij} = \left[\begin{array}{ccccc|cccc|cc} -32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & \dots & 32 & -32 & \dots & 32 \\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & -16 & -16 & \dots & \dots & 32 & 32 & 32 \end{array} \right] \quad (2.221)$$

1η ομάδα
2η ομάδα
...ομάδες
5η ομάδα

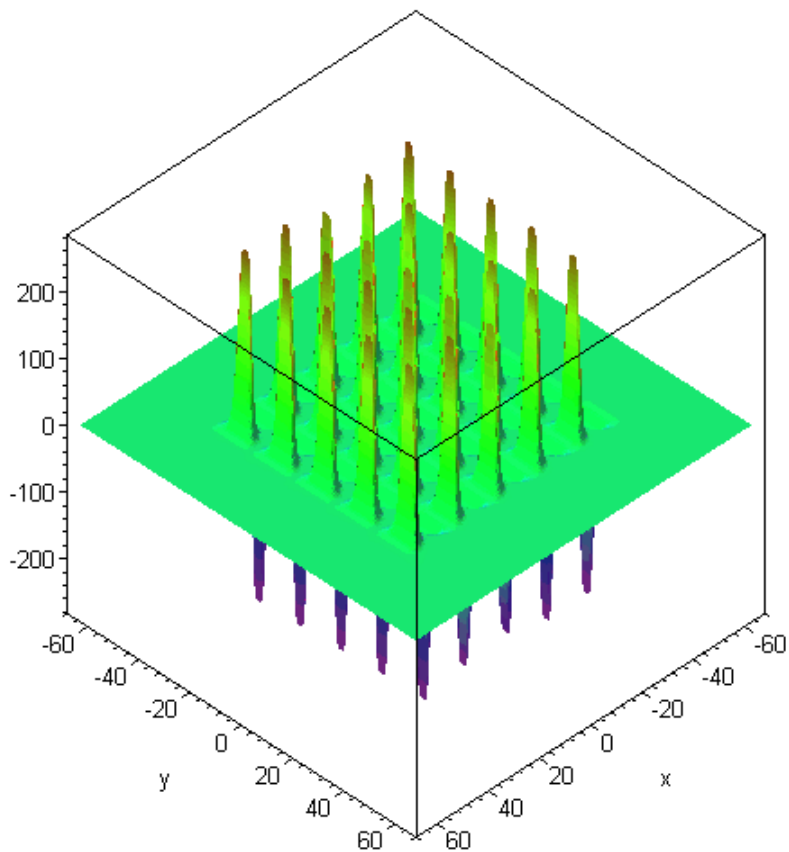
Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.84, παρουσιάζεται

η γραφική παράσταση της συνάρτησης.

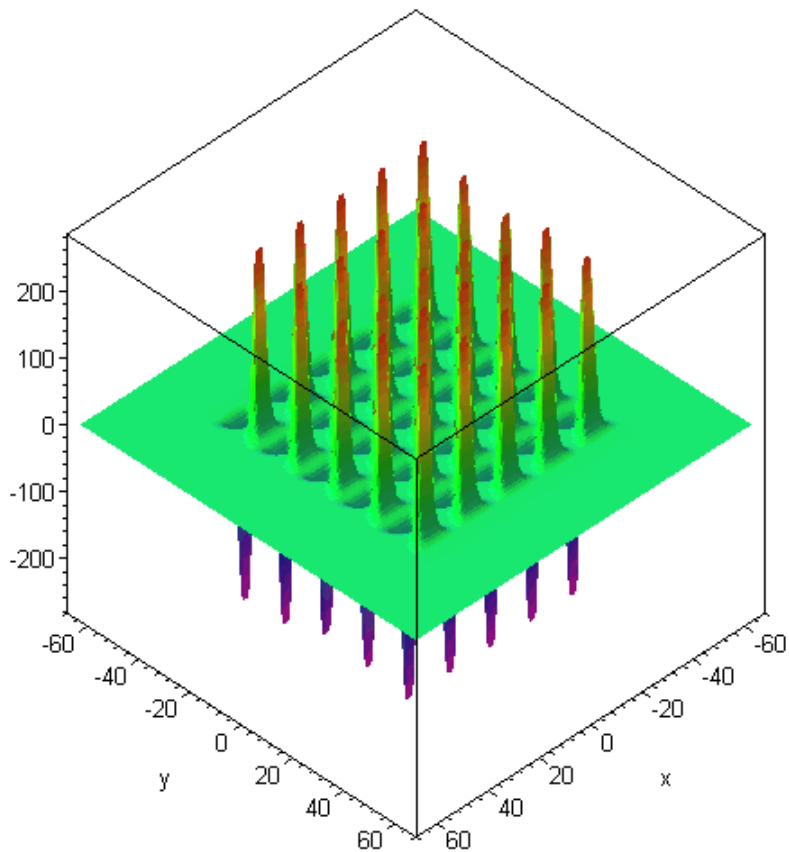


Διάγ. 2.84: Συνάρτηση Αλεπότρυπας του Shekel (τρισδιάστατη όψη)

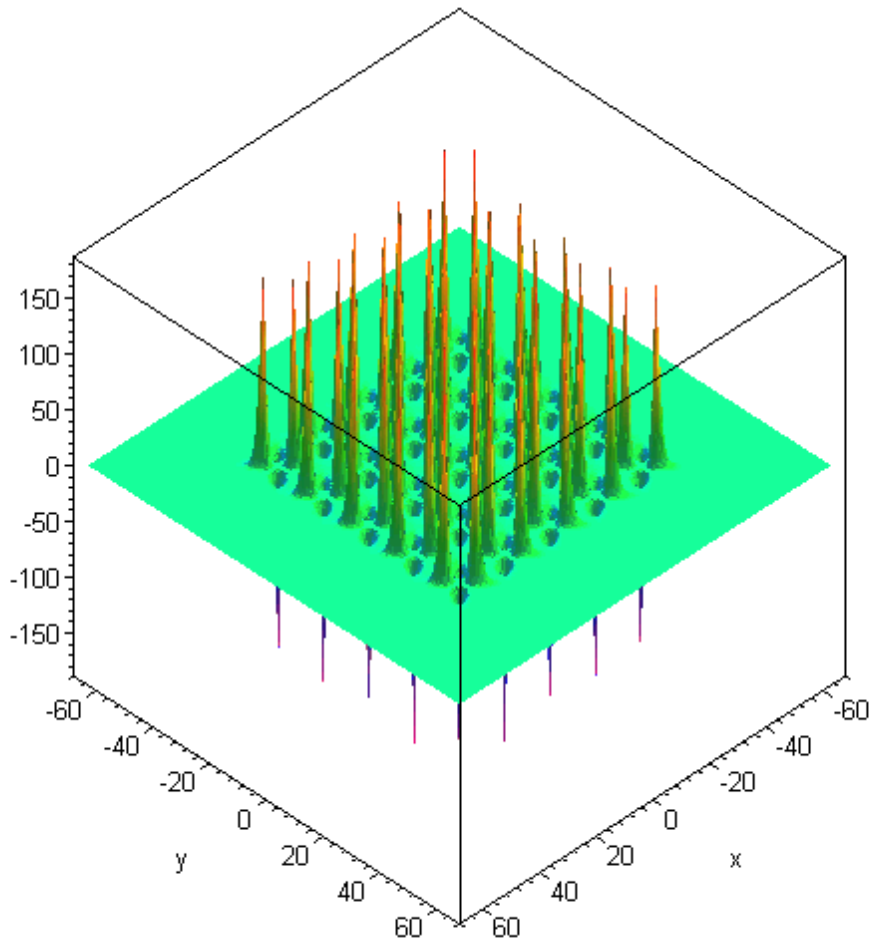
Στα Διάγ. 2.85 ως Διάγ. 2.87, παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των μερικών παραγώγων. Το πλήθος των τοπικών ακρότατων είναι ίσο με 25 με μικρή διαφορά ευρωστίας και αυξανόμενη πολυπλοκότητα.



Διάγ. 2.85: Συνάρτηση Αλεπότρυνας του Shekel, παράγωγος ως προς x



Διάγ. 2.86: Συνάρτηση Αλεπότρυνας του Shekel, παράγωγος ως προς y



Διάγ. 2.87: Συνάρτηση Αλεπότρυπας του Shekel, παράγωγος ως προς xy.

2.14.14 Συνάρτηση του Kowalik (Kowalik’s Function)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{11} \left[a_i - \frac{x_1 \cdot (b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]^2 \quad -5 \leq x_i \leq 5 \quad \forall i \in \{1, \dots, 4\} \tag{2.222}$$

$$\min f(\mathbf{x}) = f(0.1928, 0.1908, 0.1231, 0.1358) \cong 0.0003075$$

Στον Πίν. 2.2, παρουσιάζονται τα διανύσματα **a** και **b**.

μ.σ	a_i	b_i^{-1}	μ.σ	a_i	b_i^{-1}
1	0.1957	0.25	7	0.0456	8
2	0.1947	0.5	8	0.0342	10
3	0.1735	1	9	0.0323	12
4	0.1600	2	10	0.0265	14
5	0.0844	4	11	0.0246	16
6	0.0627	6			

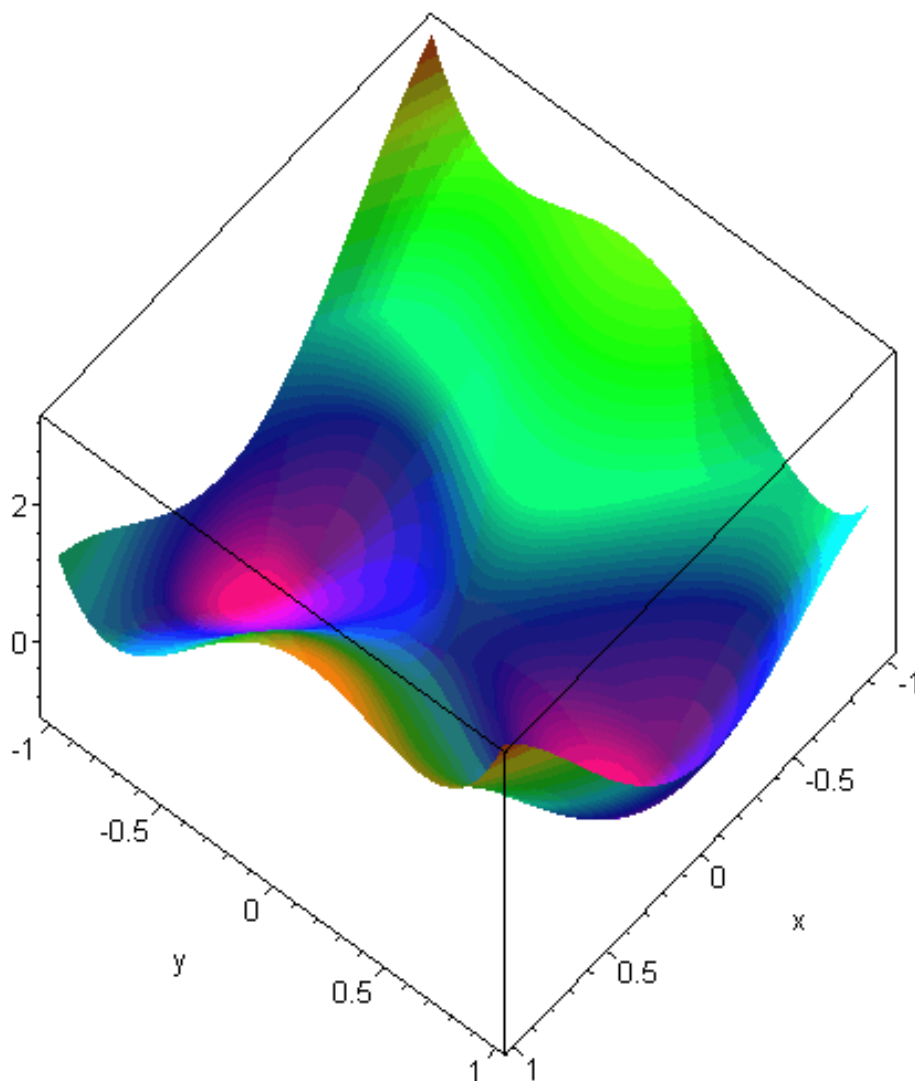
Πίν. 2.2: Δεδομένα συνάρτησης Kowalik

2.14.15 Συνάρτηση Πλάτης της Καμήλας (Six-hump Camel Back Function)

$$f(\mathbf{x}) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4 \quad -5 \leq x_i \leq 5 \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (2.223)$$

$$\min f(\mathbf{x}) = f(0.08983, -0.7126) = f(-0.08983, 0.7126) = -1.0316285$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.88, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης.



Διάγ. 2.88: Συνάρτηση της πλάτης καμήλας με 6 καμπούρες ($n=2$).

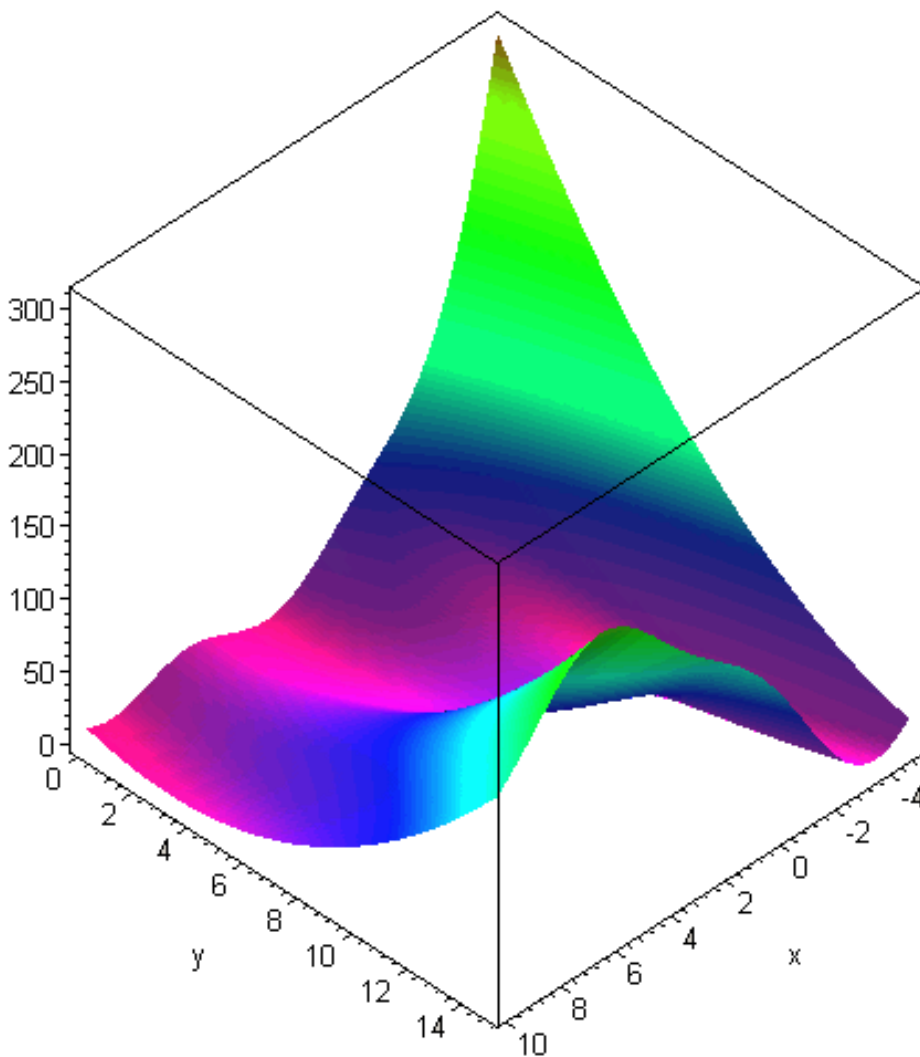
2.14.16 Συνάρτηση του Branin (Branin’s Function)

$$f(\mathbf{x}) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6 \right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos(x_1) + 10$$

$$-5 \leq x_1 \leq 10 \quad 0 \leq x_2 \leq 15 \tag{2.224}$$

$$\min f(\mathbf{x}) = f(-\pi, 12.275) = f(\pi, 2.275) = f(3\pi, 2.425) = 0.398$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.89, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης.



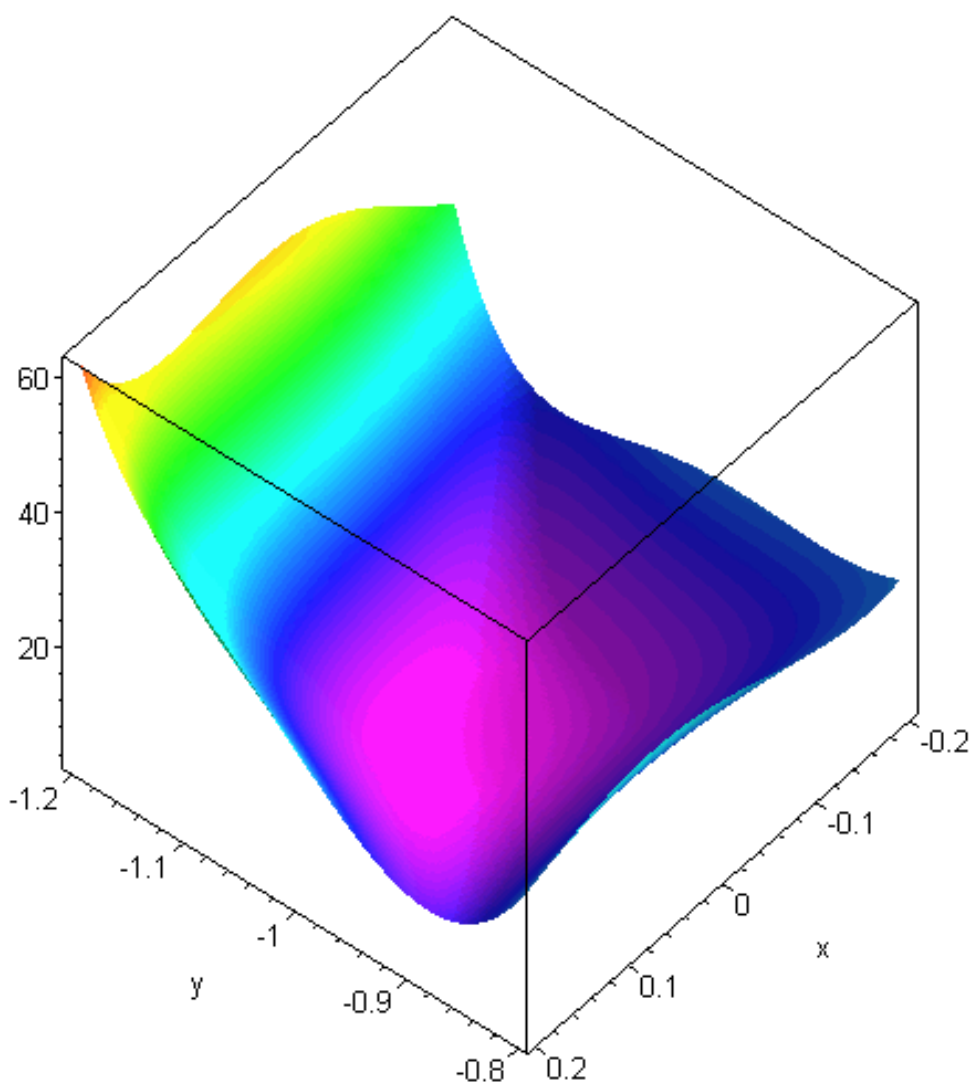
Διάγ. 2.89: Συνάρτηση του Branin ($n=2$).

2.14.17 Συνάρτηση του Goldstein-Price (Goldstein-Price Function)

$$f(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{array}{l} \left[1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) \right] \times \\ \left[30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2) \right] \end{array} \right\} \quad (2.225)$$

$$-2 \leq x_1 \leq 2 \quad -2 \leq x_2 \leq 2 \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, -1) = 3$$

Συνάρτηση συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Στο Διάγ. 2.90, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης.



Διάγ. 2.90: Συνάρτηση των Goldstein – Price ($n=2$).

2.14.18 Συναρτήσεις Οικογένειας Hartman (Hartman’s Family)

$$f_n(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j - p_{ij})^2\right] \quad 0 \leq x_j \leq 1$$

$$\min f_3(\mathbf{x}) = f(0.114, 0.556, 0.582) = -3.86 \tag{2.226}$$

$$\min f_6(\mathbf{x}) = f(0.201, 0.150, 0.477, 0.275, 0.311, 0.657) = -3.32$$

Στον Πίν. 2.3 και

Πίν. 2.4, παρουσιάζονται το διάνυσμα \mathbf{c} και τα μητρώα \mathbf{a} και \mathbf{p} για $n=3$ και $n=6$ αντίστοιχα.

i	$a_{ij}, j=1,2,3$	c_i	$p_{ij}, j=1,2,3$
1	3.0 10 30	1.0	0.3689 0.1170 0.2673
2	0.1 10 35	1.2	0.4699 0.4387 0.7470
3	3.0 10 30	3.0	0.1091 0.8732 0.5547
4	0.1 10 35	3.2	.03815 0.5743 0.8828

Πίν. 2.3: Δεδομένα συναρτήσεων οικογένειας Hartman (n=3)

i	$a_{ij}, j=1,\dots,6$	c_i	$p_{ij}, j=1,\dots,6$
1	10 3 17 3.5 1.7 8	1.0	0.1312 0.1696 0.5569 0.0124 0.8283 0.5886
2	0.05 10 17 0.1 8 14	1.2	0.2329 0.4135 0.8307 0.3736 0.1004 0.9991
3	3 3.5 1.7 10 17 8	3.0	0.2348 0.1415 0.3522 0.2883 0.3047 0.6650
4	17 8 0.05 10 0.1 14	3.2	0.4047 0.8828 0.8732 0.5743 0.1091 0.0381

Πίν. 2.4: Δεδομένα συναρτήσεων οικογένειας Hartman (n=6)

2.14.19 Συναρτήσεις Οικογένειας Shekel (Shekel’s Family)

$$f_m(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^m \left[(\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)^T + \mathbf{c}_i \right]^{-1}$$

$$0 \leq x_j \leq 10 \quad \min f_m(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}_i) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\mathbf{c}_i} \tag{2.227}$$

Στον Πίν. 2.5, παρουσιάζονται το διάνυσμα \mathbf{c} και το μητρώο \mathbf{a} για $n=5$, $n=7$ και $n=10$ αντίστοιχα.

i	$a_{ij}, j=1,\dots,4$	c_i	i	$a_{ij}, j=1,\dots,4$	c_i
1	4 4 4 4	0.1	6	2 9 2 9	0.6
2	1 1 1 1	0.2	7	5 5 3 3	0.3
3	8 8 8 8	0.2	8	8 1 8 1	0.7
4	6 6 6 6	0.4	9	6 2 6 2	0.5
5	3 7 3 7	0.4	10	7 3.6 7 3.6	0.5

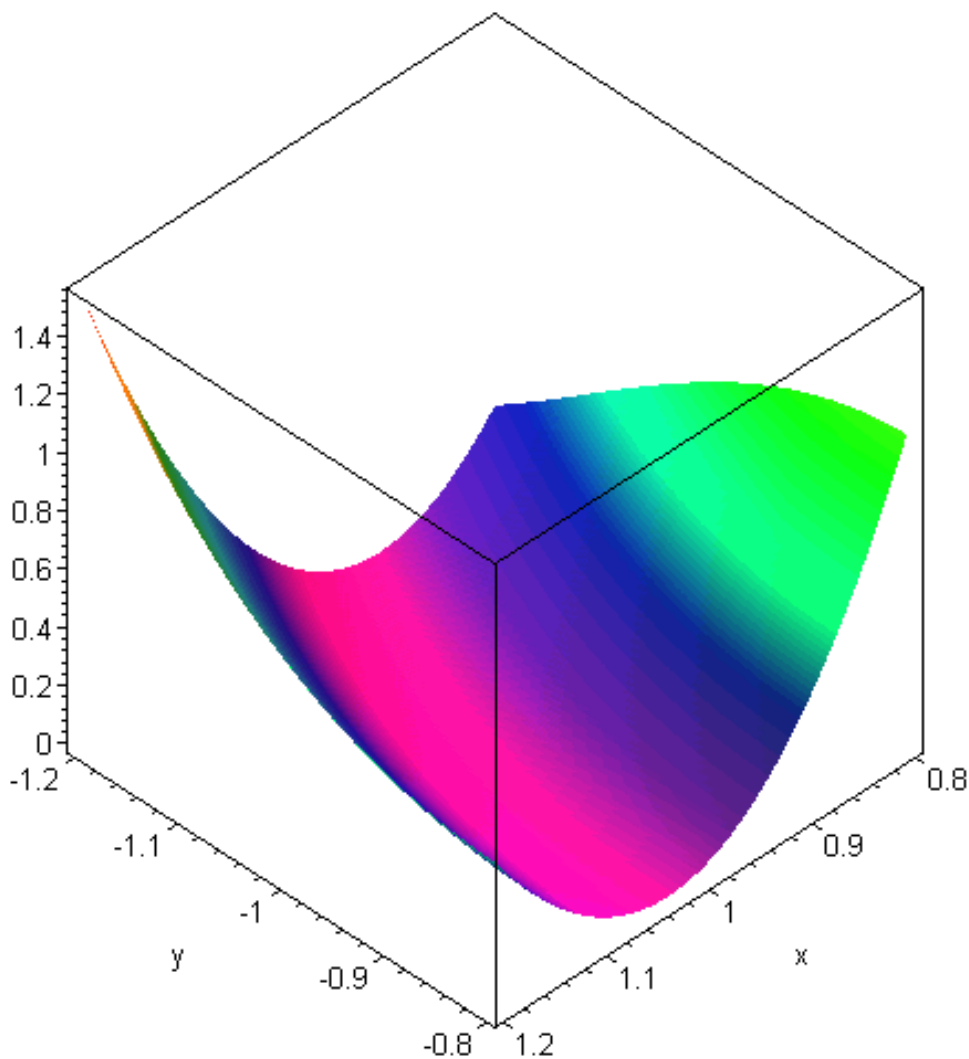
Πίν. 2.5: Δεδομένα συναρτήσεων οικογένειας Shekel (m=5,7,10)

2.14.20 Συνάρτηση Fletcher-Powell (Fletcher-Powell Function)

$$f_m(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (A_i - B_i)^2 \tag{2.228}$$

$$A_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \cdot \sin(a_j) + b_{ij} \cdot \cos(a_j)) \quad B_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \cdot \sin(x_j) + b_{ij} \cdot \cos(x_j)) \quad -\pi \leq x_j \leq \pi$$

όπου $a_{ij}, b_{ij} \in \{-100, \dots, 100\} \in \mathbb{N}$ ορίζονται τυχαίοι φυσικοί αριθμοί, που αποτελούν και τις παραμέτρους του προβλήματος και ως $a_j \in [-\pi, \pi]$ ορίζεται το ολικό βέλτιστο. Περισσότερα στοιχεία για τη συνάρτηση αυτή δίδονται από το Back [6]. Στο Διάγ. 2.91, παρουσιάζεται η μορφή της συνάρτησης για $a_{ij} = [[1,2],[3,4]]$, $b_{ij} = [[-1,-2],[-3,-4]]$ και $a_j = [1,-1]$ περίξ του ολικού ελαχίστου.

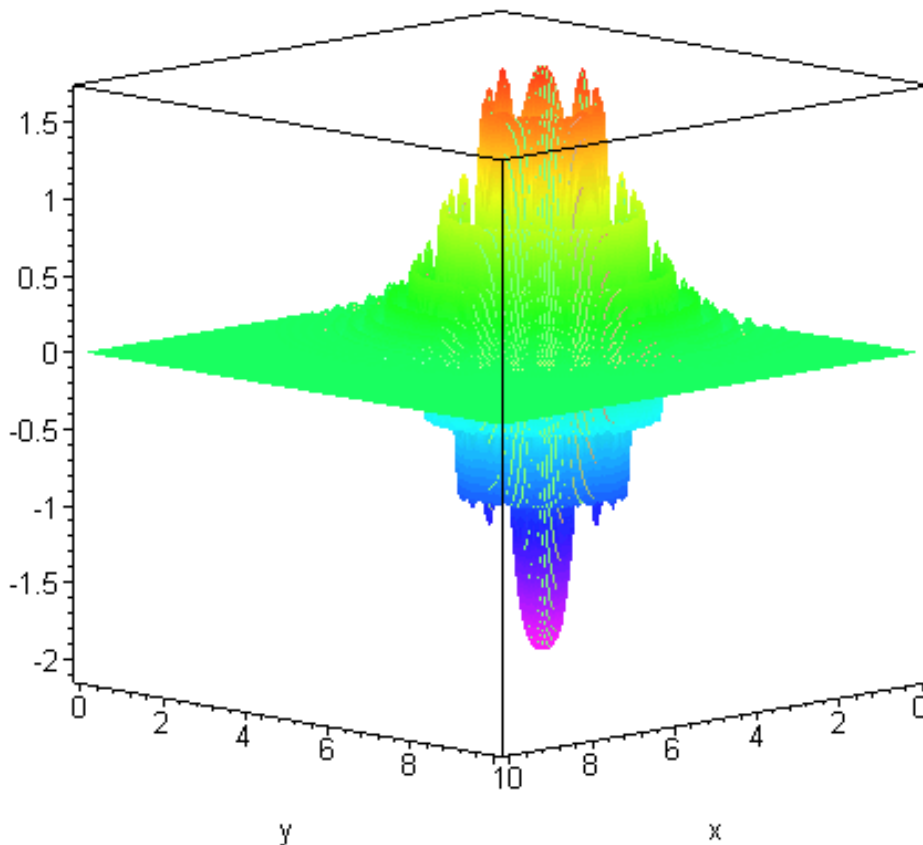


Διάγ. 2.91: Συνάρτηση των Fletcher Powell (n=2).

2.14.21 Γενικευμένη Συνάρτηση Langerman (Langerman’s Generalized Function)

$$f_m(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^n c_i \cdot \left\{ \exp \left[-\frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^n (x_j - a_{ij})^2 \right] \cdot \cos \left[\pi \cdot \sum_{j=1}^n (x_j - a_{ij})^2 \right] \right\} \quad 0 \leq x_j \leq 10 \quad (2.229)$$

όπου $n=m=30$. Το μητρώο \mathbf{A} ορίζεται ως μητρώο τυχαίων αριθμών στο διάστημα $[1,100]$ όπως και το διάνυσμα \mathbf{c} . Η συνάρτηση αυτή παρουσιάζει ιδιαίτερα πεπλεγμένη μορφή. Στο Διάγ. 2.92, παρουσιάζεται η μορφή της συνάρτησης για $n=2$ με $a_{ij}=[[1,2],[3,4]]$ και $c_j=[1,2]$ στο χώρο σχεδιασμού. Περισσότερα στοιχεία για τη συνάρτηση αυτή δίδονται από τους Bersini et al [20].



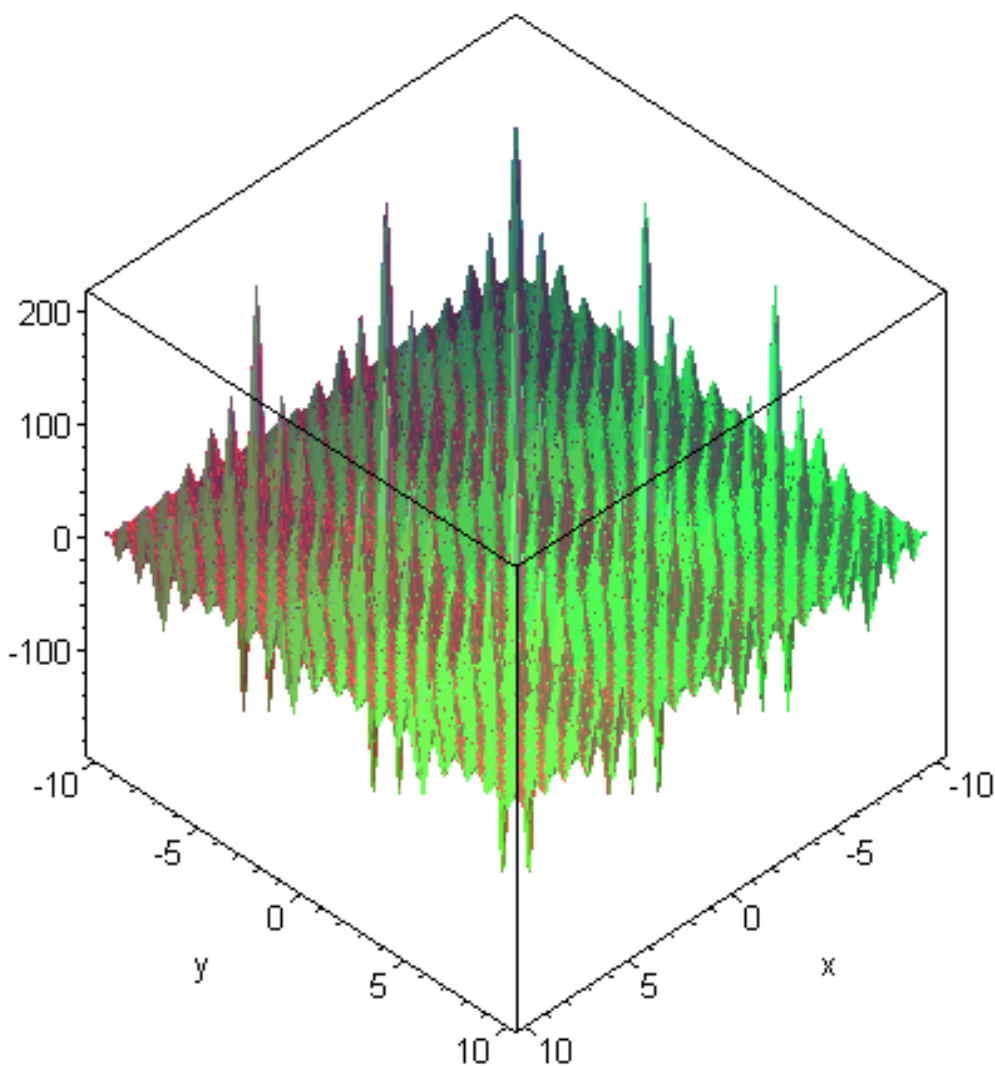
Διάγ. 2.92: Γενικευμένη συνάρτηση του Langerman ($n=2$).

2.14.22 Συνάρτηση Αρμονικών

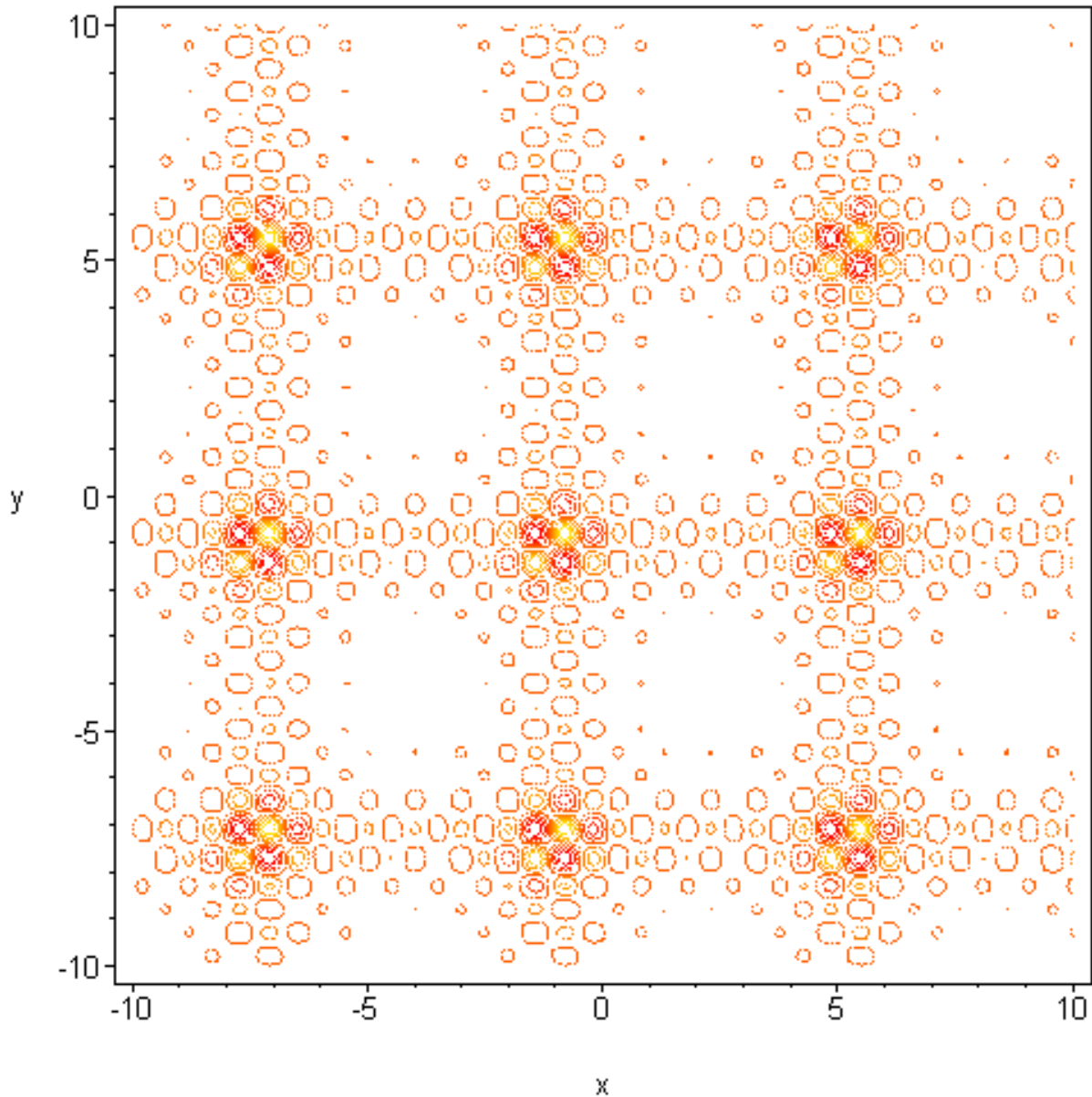
$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot x + i] \cdot \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot y + i] \quad (2.230)$$

$$-10 \leq x \leq 10 \quad -10 \leq y \leq 10 \quad f_{\min}(\mathbf{x}) = -186.7301$$

Η συνάρτηση αυτή είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο χώρο σχεδιασμού. Περιέχει 6 ολικά ακρότατα στα σημεία $(x_1=5.4829, y_1=-1.4252)$, $(x_2=4.8581, y_2=-7.0835)$, $(x_3=-1.4252, y_3=-0.8003)$, $(x_4=-1.4252, y_4=5.4829)$, $(x_5=-7.0835, y_5=4.8581)$ και $(x_6=-0.8003, y_6=-1.4252)$. Στα Διάγ. 2.93 και Διάγ. 2.94, παρουσιάζεται η μορφή της συνάρτησης.



Διάγ. 2.93: Συνάρτηση Αρμονικών



Διάγ. 2.94: Συνάρτηση Αρμονικών (ισοϋψείς)

2.14.23 Προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς σχεδιασμού

Στην υποπαράγραφο αυτή παρουσιάζονται προβλήματα αναφοράς βέλτιστου σχεδιασμού με συναρτήσεις περιορισμού.

2.14.23.1 Πρώτο πρόβλημα [85]

$$f(\mathbf{x}) = 5 \cdot \sum_{i=1}^4 x_i - 5 \cdot \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \sum_{i=1}^{13} x_i \tag{2.231}$$

Οι συναρτήσεις περιορισμών $g_i(\mathbf{x})$ δίδονται ως:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b} \leq \mathbf{0} \tag{2.232}$$

όπου:

$$\mathbf{b}^T = [10 \ 10 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2.233)$$

και το μητρώο \mathbf{A} ορίζεται ως:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.234)$$

όπου $0 \leq x_i \leq 1$ για $i = \{1, \dots, 9\}$, $0 \leq x_i \leq 100$ για $i = \{10, \dots, 12\}$ και $0 \leq x_{13} \leq 1$. Το διάνυσμα του ολικού ελαχίστου δίδεται ως $\mathbf{x}^* = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 1)$ με 6 συναρτήσεις περιορισμού ενεργές $\{g_1, g_2, g_3, g_7, g_8, g_9\}$ και $f(\mathbf{x}^*) = -15$.

2.14.23.2 Δεύτερο πρόβλημα [174]

$$f(\mathbf{x}) = - \left| \frac{\sum_{i=1}^n \cos^4(x_i) - 2 \prod_{i=1}^n \cos^2(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n i \cdot x_i^2}} \right| \quad \begin{aligned} g_1(\mathbf{x}) &= 0.75 - \prod_{i=1}^n x_i \leq 0 \\ g_2(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 7.5n \leq 0 \end{aligned} \quad (2.235)$$

όπου $0 \leq x_i \leq 10$ και $n = 20$. Η καλύτερη μέχρι στιγμής τιμή είναι $f(\mathbf{x}^*) = -0.803619$ [247].

2.14.23.3 Τρίτο πρόβλημα [140]

$$f(\mathbf{x}) = -(\sqrt{n})^n \prod_{i=1}^n x_i \quad h_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 1 = 0 \quad (2.236)$$

όπου $0 \leq x_i \leq 1$ και $n = 10$ το ελάχιστο βρίσκεται στο σημείο $x_i^* = \frac{1}{\sqrt{n}}$ και $f(\mathbf{x}^*) = -1$.

2.15 Βιβλιογραφία

- [1] Adeli, H., Cheng, N.T., (1993) “Integrated Genetic Algorithm for Optimization of Space Structures”, *Journal of Aerospace Engineering*, 6(4):315-328.
- [2] Adeli, H., Cheng, N.T., (1994) “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization”, *Journal of Structural Engineering*, 7(3):104-118.
- [3] Alves, M.J., Clímaco, J., (1999) “Using cutting planes in an interactive reference point approach for multiobjective integer linear programming problems”, *European Journal of Operational Research*, 117(3):565-577.
- [4] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning and Design. Vol. 1 Basic Principles*”, John Wiley & Sons, New York.
- [5] Avanthay, C., Hertz, A., Zufferey, N., (2003) “A variable neighborhood search for graph coloring”, *European Journal of Operational Research*, 151(2):379-388.
- [6] Back, T., (1996) “*Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*”, Oxford University Press, London England.
- [7] Back, T., Hoffmeister F., Schwefel, H., (1991) “A survey of evolution strategies” In Lashon B. Belew, Richard K.; Booker, (eds), *Proceedings, of the 4th International Conference, on Genetic Algorithms*, San Diego, CA, 2-9 July 1991. Morgan Kaufmann.
- [8] Back, T., Schwefel, H., (1993) “An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization”, *Evolutionary Computation*, 1(1):1-23.
- [9] Bagley, J.D., (1967) “*The behavior of adaptive systems which employ genetic and correlation coefficients*”, Ph.D., Dissertation, University of Michigan.
- [10] Baker, B.M., Ayechev, M.A., (2003) “A genetic algorithm for the vehicle routing problem”, *Computers & Operations Research*, 30(5):787-800.
- [11] Baker, J.E., (1985) “Adaptive selection methods for genetic algorithms”, *Proceedings, of an International Conference, on Genetic Algorithms and their applications*, Pittsburgh, Grefenstette, J.J., (ed.), Sponsored by Texas Instruments and U.S. Navy. Center for Applied Research in Artificial Intelligence (NCARAI), 101–111.
- [12] Balling, R.J., (1991) “Optimal Steel Frame Design by Simulated Annealing”, *Journal of Structural Engineering*, 117(6):1780-1795.
- [13] Balling, R.J., May, S.A., (1990) “Large Scale Discrete Structural Optimization: Simulated Annealing, Branch and Bound and Other Techniques”, *Proceedings, of 3rd Air Force/NASA Symposium on Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization*, September 24-26 1990, San Francisco, CA.

- [14] Banan, R., Banan, M.R., Hjelmstad, K.D., (1994) "Parameter estimation of structures from static response. I. Computational aspects", *Journal of Structural Engineering*, 120(11):3243–3258
- [15] Barbosa, H.J., Barreto, A.M.S., (2001) "An interactive Genetic Algorithm with co-evolution of weights for multiobjective problems", *GECCO 2001*, 203 – 210.
- [16] Barricelli, N.A., (1957) "Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods", *Methodos*, 9:143-182.
- [17] Barricelli, N.A., (1962) "Numerical testing of evolution theories, Part I: Theoretical introduction and basic test, Part II: Preliminary tests of performance", *Symbiogenesis, and terrestrial life, Acta Biotheoretica*.
- [18] Battiti R., Tecchiolli G., (1994) "The reactive tabu search", *Journal of Computing ORSA*, 6(2),126-140.
- [19] Bedair, O.K., (1997) "Analysis of stiffened plates under lateral loading using Sequential Quadratic Programming (SQP)", *Computers & Structures*, 62(1):63-80.
- [20] Bersini, H., Dorigo, M., Langerman, S., Seront, G., Gambardella, L., (1996) "Results of the first international contest on evolutionary optimization", *Proceedings, of the 3rd IEEE Conference, on Evolutionary Computation*, IEEE, IEEE Press, 611-615.
- [21] Bessau, M., Siarry P., (2001) "A new tool in electrostatics using a really-coded multipopulation GA tuned through analytical test problems", *Advances in Engineering Software*, 32, 363-374.
- [22] Beyer, H.G., (1995) "Toward a theory of evolution strategies: On the benefits of sex-the (μ,λ) theory", *Evolutionary Computation*, 3(1):81-111.
- [23] Biles, W.E., Kleijnen, J.P.C., (1999) "A java based simulation manager for optimization and response surface methodology in multiple-response parallel simulation", *Proceedings, of the 1999 Winter Simulation Conference in Business Process Modeling and Semiconductor Manufacturing*, Farrington, P.A., et al., (eds).
- [24] Binh, T.T., Korn U., "An evolution Strategy for the Multiobjective Optimization" *Institute of Automation, Otto-von-Guericke University, Germany, Internal Report*.
- [25] Bitner, J.R., Ehrlich, G., Reingold, E.M., (1976) "Efficient Generation of the Binary Reflected Gray Code and Its Applications", *Communications of the ACM*, 19(9):517-521.
- [26] Blickle, T., Thiele, L., (1995) "A mathematical analysis of Tournament Selection", *Proceedings, of the 6th International, Conference, ICGA 1995*, Morgan Kaufman, San Francisco, USA, 9-16.

- [27] Borrvall, T., Petersson, J., (2001) “Topology optimization using regularized intermediate density control”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:4911-4928.
- [28] Botello, S., Marroquin, J.L., Oñate, E., Van Horebeek, J., (1999) “Solving Structural Optimization Problems with Genetic Algorithms and Simulated Annealing”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45:1069-1084.
- [29] Box, M.J., (1965) “A new method for constrained optimization and a comparison with other methods”, *Computer Journal*, 8:42-52.
- [30] Boyd, S., El-Ghaoui, L., (1993) “Method of Centers for minimizing generalized Eigenvalues”, *Linear Algebra and its applications*, 188:63-111.
- [31] Broyden, C.G., (1970) “The Convergence of a Class of Double-Rank Minimization Algorithms 2: The New Algorithm”, *Journal of the Institute for Mathematics and Applications*, 6:222-231.
- [32] Busacca, P.G., Marseguerra, M., Zio, E., (2001) “Multiobjective optimization by Genetic Algorithms: application to safety systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 72:59-74.
- [33] Cameron, G.E., Xu, L., Grierson, D.E., (1991) “Discrete Optimal Design of 3D Frameworks”, *Proceedings, of the 10th Conference, in Electronic Computation*, O. Ural and T-L. Wang, (eds), ASCE, 181-188.
- [34] Camp, C.V., Pezeshk, S., Cao, G., (1996) “Design of frame structures using a genetic algorithm”, *First U.S.-Japan Seminar on Structural Optimization*, April, Chicago, Illinois, 1996.
- [35] Cardoso M.F., Salcedo R.L., de Azevedo S.F., (1996) “The simplex-simulated annealing approach to continuous non-linear optimization”, *Computational Chemical Engineering*, 20:1065-1080.
- [36] Cardoso M.F., Salcedo R.L., de Azevedo S.F., Barbosa D., (1997) “A simulated annealing approach to the solution of MINLP problems”, *Computational Chemical Engineering*, 21:1349-1364.
- [37] Carroll, D.L., (1996) “Chemical Laser modeling with genetic algorithms”, *AIAA Journal* 34(2):338-346.
- [38] Carroll, D.L., (1996) “Genetic algorithms and optimizing chemical oxygen–iodine, lasers”, *Developments in Theoretical Applied Mechanics*, 18:411–424.
- [39] Cavicchio, D.J., (1972) “Reproductive Adaptive Plans”, *Proceedings, ACM 1972 Annual Conf.*, Boston, MA, 1-11.

- [40] Chan, C.M., (1992) “An Optimality Criteria Algorithm for Tall Steel Building Design Using Commercial Standard Sections”, *Structural Optimization*, 5:26-29.
- [41] Chan, C.M., Grierson, D.E., Sherbourne, A.N., (1995) “Automatic Optimal Design of Tall Steel Building Frameworks”, *Journal of Structural Engineering*, 121(5):838-847.
- [42] Chelouah, R., Siarry P., Berthiau G., De Barmon B., (2000) “An optimization method fitted for model inversion in non destructive control by eddy currents” *European Physics Journal*, AP 12, 231-238.
- [43] Chelouah, R., Siarry, P., (2000) “Tabu search applied to global optimization”, *European Journal of Operational Research*, 123:256-270.
- [44] Chelouah, R., Siarry, P., (2003) “Genetic and Nelder-Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multim minima functions”, *European Journal of Operational Research*, 148(2):335-348.
- [45] Chen, S.Y., Rajan, S.D., (1998) “Improving the Efficiency of Genetic Algorithms for Frame Designs”, *Engineering Optimization*, 30, 281-307.
- [46] Chen, T.Y., (1993) “Calculation of the move limits for the Sequential Linear Programming method”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 36:2661-2669.
- [47] Chen, T.Y., (1998) “A comprehensive solution for enhancing the efficiency and the robustness of the SLP algorithm”, *Computers & Structures*, 66(4):373-384.
- [48] Chen, T.Y., Shieh, C.C., (2000) “Fuzzy multiobjective topology optimization”, *Computers & Structures*, 78:459-466.
- [49] Cheng, F.Y., Li, D., (1997) “Multi-objective Optimization Design with Pareto Genetic Algorithm”, *Journal of Structural Engineering*, 123(9):1252-1261.
- [50] Cheng, F.Y., Li, D., (1998) “Genetic Algorithm Development for Multi-objective Optimization of Structures”, *AIAA Journal*, 36(5):1105-1112.
- [51] Chickermane, H., Gea, H.C., (1996) “A systematic design methodology for generating the optimal repairs of aging aircraft”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 23:365-379.
- [52] Coello, C.A., Christiansen, A.D., (2000) “Multiobjective optimization of trusses using Genetic Algorithms”, *Computers & Structures*, 75:647-660.
- [53] Coello, C.A., Pulido, G.T., (2001) “A micro-genetic algorithm for multiobjective optimization”, *Evolutionary multiobjective optimization, Lecture Notes in Computer Science*, Zitzler, E. (ed.), Springer Verlag, Berlin, Germany, 126-140.
- [54] Cvetkovic, D., Muhlenbein, H., (1994) “The Optimal Population Size for Uniform Crossover and Truncation Selection”, *Technical Report GMD-AS-TR-94-11*.

- [55] Dakin, R.J., (1965) “A Tree-Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problems”, *Computing Journal*, 8, 250-255.
- [56] Davis, L., (1991) “*Handbook of Genetic Algorithms*”, Van Nostrand Reinhold, New York, USA
- [57] De Falco, I., Della Cioppa A., Del Balio R., Tarantino E., (1996) “Investigating a Parallel Breeder Genetic Algorithm on the Inverse Aerodynamic Design”, *Proceedings, of the 4th International, Conf, on Parallel Problem Solving from Nature*, 982-991.
- [58] De Jong, K.A., (1975) “*Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*”, Ph.D. dissertation, Univ. of Michigan.
- [59] De Jong, K.A., Spears, W.M., (1992) “A Formal Analysis of the Role of Multi-point Crossover in Genetic Algorithms”, *Annals of Mathematics and AI Journal*, 5(1):1-26.
- [60] Deb, K., (2000) “An efficient constraint handling method for genetic algorithms”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:311-338.
- [61] Deb, K., Agrawal, S., Pratab, A., Meyarivan, T., (2000) “A fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II”, *KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India*.
- [62] Deb, K., Gulati, S., (2001) “Design of truss structures for minimum weight using Genetic Algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37:447-465.
- [63] Dennis, B.H., Dulikravich, G.S., (2001) “Optimization of magneto-hydrodynamic control of diffuser flows using micro-genetic algorithms and least squares finite elements”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37:349-363.
- [64] Dhingra, A.K., Lee, B.H., (1994) “A Genetic Algorithm Approach to Single and Multi-objective *Structural Optimization* with Discrete-Continuous Variables”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:4059-4080.
- [65] Diaz, A.R., Lipton R., Soto C.A., (1995) “A new formulation of the problem of optimum reinforcement of Reissner-Mindlin plates”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 123:121-139.
- [66] Dijkstra, O.D., Van Manen, S.E., Gijbbers, F.B.J., (1994) “Probabilistic maintenance planning for the tubular joints in the steel gates in the Eastern Scheldt storm surge barrier”, *Heron, Delf and Rijswijk*, 39(2):35-63.
- [67] Dimou, C.K., Koumoussis, V.K., (2003) “Genetic Algorithms in Competitive Environments”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 17(3):142-149.
- [68] Dimou, C.K., Koumoussis, V.K., (2003) “Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design”, *Advances in Engineering Software*, 34(11-

- 12):773-785.
- [69] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., Solomos G.P., (1998) “Reliability Optimal Design of Energy Conversion Tapered Wind Mill Towers”, *13th ESREDA International Seminar on Industrial Applications of Structural Reliability Theory*, Paris, France October 2-3 1997, Thoft-Christensen, P. (ed.). - Ispra : Joint Research Centre.
- [70] Downing, K.L., (2001) “Adaptive Genetic Algorithms via Reinforced learning”, *GECCO 2001*, 623–630.
- [71] Duan, M.Z., (1986) “An Improved Templeman’s Algorithm for the Optimum Design of Trusses with Discrete Member Sizes”, *Engineering Optimization*, 9:303-312.
- [72] Duysinx, P., Zhang, W.H., Fleury, C., Nguyen, V.H., Haubruge, S., (1996) “A new separable approximation scheme for topological problems and Optimization Problems characterized by a large number of design variables”, *World Conference, of Structural, and Multidisciplinary Optimization*, 1-8.
- [73] Eiben, A.E., Back, T. (1997) “Empirical investigation of Multiparent Recombination Operators In Evolution Strategies”, *Journal of Evolutionary Computation*, 5(3):345-365.
- [74] Eiben, A.E., Hinterding, R., Michalewicz, Z., (1999) “Parameter control in evolutionary algorithms”, *IEEE Trans., on Evolutionary Computation*, 3(2):124-141.
- [75] Eiben, A.E., Raue, P.E., Ruttkay, Z., (1994) “Genetic Algorithms with multiparent recombination”, *Proceedings, of the 3rd Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, Davidor, Y., Schwefel, H.P., (eds.), Lecture Notes in Computer Science 866, Springer Verlag, 78-87.
- [76] Eiben, A.E., Sprinkhuizen-Kuyper, I.G., Thijssen, B.A., (1998) “Competing crossovers in an adaptive GA framework” In *Proceedings of the 5th IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE Press*, 787-792.
- [77] Erbatur, F., Hasançebi, O., Tütüncü, I., Köldç, H., (2000) “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms” *Computers & Structures*, 75:209-224.
- [78] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (1998) “Optimum Reliability Based Inspection/Repair Strategy Based on Minimum Expected Cost”, *Structural Safety and Reliability*, N. Shiraishi, M. Shinozuka, Y.K. Wen, (eds). Balkema, Rotterdam, 1, 279-286.
- [79] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (2000) “An Optimized Lifetime Reliability-Based Inspection Program for Deteriorating Structures” *Proceedings of the 8th ASCE Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability*, PMC2000-025, Notre Dame, Indiana, July 24-26.

- [80] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (2001) “Minimum Expected Cost-Oriented Optimal Maintenance Planning of Deteriorating Structures: Application to Concrete Bridge Decks”, *Reliability Engineering & Structural Safety*, 73(3):281-291.
- [81] Fernandes, P., Guedes, J.M., Rodrigues, H., (1999) “Topology optimization of three-dimensional linear elastic structures with a constraint on perimeter”, *Computers & Structures*, 73:583-594.
- [82] Fletcher, R., (1970) “A New Approach to Variable-Metric Algorithms”, *Computer Journal*, 13:317-322.
- [83] Fletcher, R., Reeves, C.M., (1964) “Function Minimization by Conjugate Gradients”, *British Computer Journal*, 7(2):149-154.
- [84] Fleury, C., Zhang, W.H., (2000) “Selection of appropriate approximation schemes in multi-disciplinary Engineering Optimization”, *Advances in Engineering Software*, 31:385-389.
- [85] Floudas, C., Pardalos, P., (1987) “*A collection of test problems for Constrained Global Optimization*”, Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- [86] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1993), “Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization”, *Proceedings, of the 5th International, Conference, on Genetic Algorithms*, Forrest, S., (ed.), Morgan Kaufmann San Mateo, California, 416–423.
- [87] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1995), “Multiobjective genetic algorithms made easy: Selection, sharing and mating restrictions”, *Proceedings, of the 1st International, Conference, on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (GALESIA 95)*, Institution of Electrical Engineers, London, UK, 45–52.
- [88] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1998), “Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms—part I: A unified formulation”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 28(1):26–37.
- [89] Frangopol, D.M., (1985) “*Structural Optimization using reliability concepts*”, *Journal of Structural Engineering*, 111(11):2288-2301.
- [90] Frangopol, D.M., Estes, A.C., (1999) “Optimum Design of Bridge Inspection/Repair Programs Based on Lifetime Reliability and Life-Cycle Cost”, *The Management of highway Structures*, P.C. Fidas (eds), Thomas Telford, London, 1999.
- [91] Frangopol, D.M., Estes, A.C., (1999) “Optimum Lifetime Planning of Bridge Inspection/Repair Programs”, *Structural Engineering International, Journal of IABSE*, 9(3):219-223.

- [92] Frangopol, D.M., Maute, K., (2003) “Life cycle reliability based optimization of civil and aerospace structures”, *Computers & Structures*, 81:397-410.
- [93] Fraser, A.S., (1957) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction”, *Australian Journal of Biological Sciences*, 10:484-491.
- [94] Fraser, A.S., (1957) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. II. Effects of linkage or rates of advance under selection” *Australian Journal of Biological Sciences*, 10:492-499.
- [95] Fraser, A.S., (1960) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. VI. Epistasis” *Australian Journal of Biological Sciences*, 13(2):150-162.
- [96] Fraser, A.S., (1962) “Simulation of genetic systems” *Journal of Theoretical Biology*, 2:329-346.
- [97] Fu, G., Frangopol, D.M., (1990) “Balancing weight, system reliability, and redundancy in a multiobjective optimization problem”, *Structural Safety*, 7(2-4):165-175.
- [98] Fu, G., Frangopol, D.M., (1990) “Reliability based vector optimization of structural systems”, *Journal of Structural Engineering*, 116(8):2143-2161.
- [99] Fujimoto, Y., Shimohara, K., (2001) “Proposal of Eco-Evolution”, *GECCO 2001*, 760.
- [100] Garfinkel, R., Nemhauser, G., (1972) “*Integer Programming*”, John Wiley & Sons, New York.
- [101] Gea, H.C., Luo, J., (2001) “Topology optimization of structures with geometrical nonlinearities”, *Computers & Structures*, 79:1977-1985.
- [102] Gehlaar, D.K., Fogel, D.B., (1996) “Tuning evolutionary programming for conformationally flexible molecular docking”, *Proceedings, of 5th Annual Conference on Evolutionary Programming*, Fogel, L.J., Angeline, P.J., Back, T., (eds.), MIT Press, Cambridge, MA, USA, 419-429.
- [103] Ghattas, O.N., Grossman, I.E., (1991) “MINLP and MILP Strategies for Discrete Sizing Structural Optimization Problems”, *Proceedings, of the 10th Conference, in Electronic Computation*, O., Ural, T-L. Wang, (eds.), ASCE, New York, 197-205.
- [104] Ghosh, D., (2003) “Neighborhood search heuristics for the uncapacitated facility location problem”, *European Journal of Operational Research*, 150(1):150-162.
- [105] Glorennec, P.Y., (1997) “Coordination between autonomous robots”, *International Journal of Approximate Reasoning*, 17:433-446.
- [106] Glover, F., (1989) “Tabu Search Part I”, *Journal of Computing ORSA*, 1:190-206.
- [107] Glover, F., (1990) “Tabu Search: A tutorial”, *Interfaces*, 20:74-94.
- [108] Goldberg, D.E., (1989) “*Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine*

Learning”, Addison-Wesley, Reading, MA, U.S.A.

- [109] Goldberg, D.E., Deb K., Clark J.H., (1992) “Genetic Algorithms, noise and the sizing of populations”, *Complex Systems*, 6:333-362.
- [110] Goldberg, D.E., Kuo, C.H., (1987) “Genetic Algorithms in Pipeline Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1(2):128-141.
- [111] Goldfarb, D., Idnani, A.A., (1983) “Numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs”, *Mathematical Programming*, 27:1–33.
- [112] Goldfarb, D., (1970) “A Family of Variable-Metric Algorithms Derived by Variational Means”, *Mathematics of Computation*, 24:23-26.
- [113] Gradshteyn, I.S., Ryzhik, I.M., (2000) “*Tables of Integrals, Series, and Products*”, 6th edition, San Diego, CA, Academic Press.
- [114] Greenwell, R.N., Angus, J.E., Finck, M., (1995) “Optimal mutation probability for Genetic Algorithms”, *Mathematical Computational Modeling*, 21(8):1-11.
- [115] Grefenstette, J.J., (1992) “Deception Considered Harmful”, *In Foundations of Genetic Algorithms 2*, L. Darrell Whitley, (eds), 75-92. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.
- [116] Greiner, D., Winter, G., Emperador, J.M., (2001) “Optimising frame structures by different strategies of genetic algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37(5):381-402.
- [117] Grierson, D.E., Cameron, G.E., (1989) “Microcomputer-Based Optimization of Steel Structures in Professional Practice”, *Microcomputers in Civil Engineering*, 4:289-296
- [118] Grierson, D.E., Lee, W.H., (1984) “Optimal Synthesis of Steel Frameworks Using Standard Sections”, *Journal of Structural Mechanics*, 12(3):335-370
- [119] Grierson, D.E., Pak, W.H., (1993) “Optimal Sizing, Geometrical and Topological Design Using Genetic Algorithms”, *Structural Optimization*, 6:151-159.
- [120] Groenwold, A.A., Stander, N., Snyman, J.A., (1999) “A Regional Genetic Algorithm for the Discrete Optimal Design of Truss Structures”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44:749-766.
- [121] Gue, R.L., Liggett, J.C., Cain, K.C., (1968) “Analysis of Algorithms for the Zero-One Programming Problem”, *Communications of the Assoc., for Computing Machinery*, 11(12):837-844.
- [122] Haftka, R.T., Gurdal, Z., Kamat, M.P., (1992) “*Elements of Structural Optimization*” 3rd Edition, Kluwer Academic Publishers.
- [123] Hager, K., Balling, R.J., (1988) “New Approach for Discrete *Structural Optimization*”, *Journal of Structural Engineering*, 114(5):1120-1134.

- [124] Hajela, P., (1989) “Genetic Search - An Approach to the Nonconvex Optimization Problem”, *Proceedings, of the 30th Conference, AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials*, Mobile, Alabama, April, 165-175.
- [125] Hajela, P., (1992) “*Stochastic Search in Structural Optimization: Genetic Algorithms and Simulated Annealing*”, Chapter 22:611 -635.
- [126] Hajela, P., Lee, E., (1993) “Genetic Algorithms in Structural Topology Optimization”, *Topology Design of Structures*, Bendsoe, Mota, Sores, (eds)., 117-134, Kluwer Academic Publishers, Boston, Mass.
- [127] Hajela, P., Lee, E., (1993) “Genetic Algorithms in Topological Design of Grillage Structures”, *Proceedings, IUTAM Symposium on Discrete Structural Systems*, IUTAM, Zakopane, Poland.
- [128] Hajela, P., Lee, E., (1995) “Genetic Algorithms in Truss Topological Optimization”, *International Journal of Solids and Structures*, 32(22):3341-3357.
- [129] Hajela, P., Lin, C.Y., (1992) “Genetic search strategies in multicriterion optimal design”, *Structural Optimization* 4:99–107.
- [130] Hamming, R.W., (1986) “*Coding and Information Theory*”, 2nd edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA
- [131] Hanne, T., (2000) “Global Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms”, *Journal of Heuristics*, 6:347-360.
- [132] Harik, G., Cantu-Paz, E., Goldberg D.E., Miller B.L., (1996) “The Gambler’s Ruin Game, Genetic Algorithms, and the sizing of populations” *ILLIGAL Report # 96004*, University of Illinois, USA.
- [133] Hasançebi, O., Erbatur, F., (2000) “Evaluation of crossover techniques in genetic algorithm based optimum structural design”, *Computers & Structures*, 78(1-3):435-448.
- [134] Haug, E.J., Choi, K.K., Komkov, V., (1986) “*Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*”, Academic Press, Mathematics in Science and Engineering 177, London, England.
- [135] Hedar A.R., Fukushima, M., (2001) “Hybrid simulated annealing and direct search method for nonlinear global optimization” *Department of Applied Mathematics & Physics Kyoto University*, Technical Report, 2001-013.
- [136] Hernández, S., (2000) “Post-optimal procedures for *Structural Optimization*”, *Advances in Engineering Software*, 31(6):401-409.
- [137] Hesser, J., Männer, R., (1991) “Towards an optimal mutation probability for genetic algorithms”, *Proceedings, of the 1st Conference, on Parallel Problem solving from*

Nature, Lecture Notes in Computer Science #496, Springer-Verlag, 23-32.

- [138] Hilding, D., Torstenfelt, B., Klarbring, A., (2001) “A computational methodology for shape optimization in frictionless contact”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 190:4043-4060.
- [139] Hjorteland, T., (1999) “*The action variational principle in cosmology*”, Thesis submitted for the degree of Candidatus Scientiarum, Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, Norway.
- [140] Hock, W., Schittkowski, K., (1981) “Test Examples for Nonlinear Programming Codes”, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- [141] Holland, J.H., (1962) “Concerning efficient adaptive systems” *In Self-Organizing Systems*, Yovits, M.C., Jacobi, G T., Goldstein, G.D., (eds.) Spartan Press, 215-230.
- [142] Holland, J.H., (1962) “Information processing in adaptive systems”, *In Processing of Information in the Nervous System*, Gerard, R. W. (ed.) Excerpta Medica, 338-347.
- [143] Holland, J.H., (1969) “Hierarchical Descriptions of universal spaces and adaptive systems”, *In Essays on Cellular Automata*, Burks, A. W. (ed.) U. Illinois Press. 320-353.
- [144] Holland, J.H., (1971) “Processing and processors for schemata”, *Associative information processing*, Jacks, E.L., (ed.), American Elsevier, 127-146.
- [145] Holland, J.H., (1975) “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*” The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- [146] Holzleitner, L., Mahmoud, K.G., (1999) “Structural shape optimization using MSC/NASTRAN and sequential quadratic programming”, *Computers & Structures*, 70:487-514.
- [147] Hong, T.P., Wang, H.S., Lin, W.Y., Lee, W.Y., (2002) “Evolution of Appropriate Crossover and Mutation Operators in a Genetic Process”, *Applied Intelligence*, 16:7-17.
- [148] Horn, J., Nafpliotis, N., (1993), “Multiobjective optimization using the niched Pareto genetic algorithm”, *IlliGAL Report 93005*, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, Urbana, Champaign.
- [149] Horn, J., Nafpliotis, N., Goldberg, D.E., (1994) “A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization”, *Proceedings, of the 1st IEEE Conference, on Evolutionary Computation*, IEEE World Congress on Computational Computation, IEEE Press, Vol., 1, Piscataway, NJ, USA 82–87.
- [150] Horn, J., (1997) “*The Nature of Niching: GA and the evolution of Optimal Cooperative Populations*”, Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois, Urbana-Champaign.

- [151] Horowitz, B., Afonso, S.M.B., (2002) “Quadratic programming solver for *Structural Optimization* using SQP algorithm”, *Advances in Engineering Software*, 33:669-674.
- [152] Hrstka, O., Kucerová, A., (2000) “Search for optimization method on multidimensional real domains”, *Contributions to Mechanics of Materials and Structures, CTU Reports*, CTU Publishing House, 4, 87-104.
- [153] Hrstka, O., Kucerová, A., Leps, M., Zeman, J., (2001) “A Competitive Comparison of Different Types of Evolutionary Algorithms”, *Proceedings of the Sixth International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping and B. Kumar, (Editors), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 37.
- [154] Huang, M.W., (1995) “*Algorithms for Mixed Continuous-Discrete Variable Problems in Structural Optimization*” PhD Dissertation, Civil and Environmental Engineering, The University of Iowa, Iowa City, IA, U.S.A.
- [155] Huang, M.W., Arora, J.S., (1995) “Engineering Optimization with Discrete Variables”, *Proceedings, of the 36th AIAA SDM Conference*, New Orleans, LA, 1475-1485.
- [156] Huang, M.W., Arora, J.S., (1997) “Optimal Design of Steel Structures Using Standard Sections”, *Structural Optimization*, 14:24-35.
- [157] Huang, M.W., Arora, J.S., (1997) “Optimal Design with Discrete Variables: Some Numerical Experiments”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40:165-188.
- [158] Huang, M.W., Hsieh, C.C., Arora, J.S., (1997) “A Genetic Algorithm for Sequencing Type Problems in Engineering Design”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40:3105-3115.
- [159] Huard, P., (1967) “Resolution of Mathematical Programming with non-linear constraints by the method of centers”, North Holland, Amsterdam, Netherlands.
- [160] Jenkins, W.M., (1997) “On the Application of Natural Algorithms to Structural Design Optimization”, *Engineering Structures*, 19(4):302-308.
- [161] Jensen, M.T., (2001) “Finding Worst Case Flexible Schedules using Coevolution”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [162] John, K.V., Ramakrishnan, C.V., Sharma, K.G., (1988) “Optimum Design of Trusses from Available Sections-Use of Sequential Linear Programming with Branch and Bound Algorithm”, *Engineering Optimization*, 13:119-145.
- [163] Jordan, R., (1960) “*Calculus of Finite Differences*”, Chelsea, New York, USA.
- [164] Kincaid, R.K., (1991) “Minimizing Distortion in Truss Structures: A comparison

- between Simulated Annealing and tabu search”, *AIAA-91-1095-CP*.
- [165] Kincaid, R.K., (1992) “Minimizing Distortion and Internal Forces in Truss Structures via Simulated Annealing”, *Structural Optimization*, 4:55-61.
- [166] Kincaid, R.K., Padula, S.L., (1990) Minimizing Distortion and Internal Forces in Truss Structures by Simulated Annealing, *Proceedings, of the 31st AIAA SDM Conference*, Long Beach, CA, AIAA, Washington, D.C., 327-333.
- [167] Knowles, D.J., Corne, D.W., (2000) “Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy”, *Evolutionary Computation*, 8(2):149-172.
- [168] Koumoussis, V.K., (1995) “Application of Genetic Algorithms in Optimal Structural design problems”, *2nd Workshop of the European Group for Structural Engineering Applications of Artificial Intelligence (EG-SEA-AI)*, Bergamo, Italy.
- [169] Koumoussis, V.K., Arsenis, S.J., Vasiloglou, V.B., (1993) “Detailed Design of Reinforced Concrete Buildings using Logic Programming”, *Proceedings, of the 3rd International, Conference, on the Applications of Artificial Intelligence in Civil and Structural Engineering*, Edinburgh.
- [170] Koumoussis, V.K., Dimou C.K., (1995) “Optimal Design of Wind Mill Structures”. Eurosteel 95, *Proceedings, of the 1st European, Conference, on Steel Structures*, Kounadis A. N. (eds), Athens, Greece, 443-450.
- [171] Koumoussis, V.K., Georgiou P.G., (1992) “Genetic algorithms in discrete optimization of steel truss roofs”, *Proc., of the 1st Conference, of Computational, Mech., Assoc., of Greece*, Athens.
- [172] Koumoussis, V.K., Georgiou, P.G., (1994) “Genetic Algorithms in Discrete Optimization of Steel Truss Roofs”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 8(3):309-325.
- [173] Koumoussis, V.K., Katsaras C.P., (2002) “The Effect of Oscillating Population Size and Re-initialization on the Performance of Genetic Algorithms”, *Proceedings, of the 3rd International Conference, on Engineering Computing Technology*, B.H.V., Topping, Z., Bittnar, (eds), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 74.
- [174] Koziel, S., Michalewicz, Z., (1999) “Evolutionary algorithms homomorphous mappings and constrained parameter optimization”, *Evolutionary Computing*, 7(1):19-44.
- [175] Krishnakumar, K., (1989) “Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization”, *SPIE, Intelligent Control Adaptive. Systems*, 1196:289–296.
- [176] Kucerová, A., Leps, M., Nemecek, J. (2003) “Estimation of Microplane Model Parameters using a Parallel Genetic Algorithm”, *Proceedings of the Seventh*

- International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping, (Editor), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 34.
- [177] Kvasnicka, V., Pospichal J., (1997) “A hybrid of simplex method and simulated annealing”, *Chromometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 39:161-173.
- [178] Kwon, Y.D., Kwon, S.B., Jin, S.B., Kim, J.Y., (2003) “Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems”, *Computers & Structures*, 81:1715-1725.
- [179] Lacksonen, T., (2001) “Empirical comparison of search algorithms for discrete event simulation”, *Computers & Industrial Engineering*, 40(1-2):133-148.
- [180] Lamberti, L., Pappalettere C., (2003) “Move limits definition in *Structural Optimization* with Sequential Linear Programming. Part I: Optimization Algorithm”, *Computers & Structures*, 81:197-213.
- [181] Lamberti, L., Pappalettere C., (2003) “Move limits definition in *Structural Optimization* with Sequential Linear Programming. Part II: Numerical Examples”, *Computers & Structures*, 81:215-238.
- [182] Land, A.M., Doig, A.G., (1960) “An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems”, *Econometrica*, 28:497-520.
- [183] Lau, G.K., Du, H., Lim, M.K., (2001) “Use of functional specifications as objective functions in topological optimization of compliant mechanism”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:4421-4433.
- [184] Lay, S.R., (1979) “*Convex Sets and Their Applications*”, John Wiley and Sons, New York, USA.
- [185] Lee, K.H., Park, G.J., (2001) “Robust optimization considering tolerances of design variables”, *Computers & Structures*, 79:77-86.
- [186] Leite, J.P., Topping, B.H.V., (1998) “Improved Genetic Operators for Structural *Engineering Optimization*”, *Advances in Engineering Software*, 29(7/9):529-562.
- [187] Le Riche, R., Saouab, A., Bruard, J., (2003) “Coupled compression RTM and composite layup optimization”, *Composites Science and Technology*, 63(15):2277-2287.
- [188] Li, G., Zhou, R.G., Duan, L., Chen, W.F., (1999) “Multiobjective and multilevel optimization for steel frames”, *Engineering Structures*, 21:519-529.
- [189] Liang, Q.Q., Grant, P.S., (2002) “A performance based optimization method for topology design of continuum structures with mean compliance constraints”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:1471-1489.

- [190] Lieu, B., Huard, P., (1965) “La methode des centres dans un espace topologique”, *Numerische Mathematik*, 8:56-67.
- [191] Lin, C.Y., Chou, J.N., (1999) “A two-stage approach for structural topology optimization”, *Advances in Engineering Software*, 30:261-271.
- [192] Lin, C.Y., Hajela, P., (1992) “Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables”, *Engineering Optimization*, 19:309-327.
- [193] Liu, G.R., Chen, S.C., (2001) “Flaw detection in sandwich plates based on time-harmonic response using genetic algorithm”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:5505-5514.
- [194] Liu, G.R., Han, X., Lam, K.Y., (2002) “A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:1909-1921.
- [195] Liu, G.R., Ma, W.B., Han, X., (2002) “An inverse procedure for determination of material constants of composite laminates using elastic waves”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:3543-3554.
- [196] Loomans, M., Visser, H., (2002) “Application of the genetic algorithm for optimization of large solar hot water systems”, *Solar Energy*, 72(5):427-439.
- [197] Luenberger, D.G., (1989) “Linear and nonlinear programming. (2nd edition)”, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, USA.
- [198] Mahmoud, K.G., (1997) “An efficient approach to *Structural Optimization*”, *Computers & Structures*, 64(1-4):97-112.
- [199] Mahfoud, S.W., Goldberg, D.E., (1992) “A genetic algorithm for parallel simulated annealing”, *In Parallel Problem Solving from Nature*, 2:301-310.
- [200] Marseguerra, M., Zio, E., Podofillini, L., (2002) “Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and Monte Carlo simulation”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77:151-166.
- [201] Matous, K., Leps, M., Zeman, J., Sejnoha, M., (2000) “Applying genetic algorithms to selected topics commonly encountered in engineering practice”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(13-14):1629-1650.
- [202] May, B.S. Beck, J.L., (1998) “Probabilistic control for the active mass driver benchmark structural model”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27:1331–1346
- [203] May, S.A. Balling, R.J., (1991) “Strategies which Permit Multiple Discrete Section Properties per Member in 3D Frameworks”, *Proceedings, of the 10th Conference in*

- Electronic Computation*, O., Ural, T-L., Wang, (eds)., ASCE, 189-196.
- [204] May, S.A., Balling, R.J., (1992) “A Filtered Simulated Annealing Strategy for Discrete Optimization of 3D Steel frameworks “, *Structural Optimization*, 4:142-148.
- [205] Mesquita, L. Kamat, M., (1987) “Optimization of Stiffened Laminated Composite Plates with Frequency Constraints”, *Engineering Optimization*, 11:77-88.
- [206] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., (1953) “Equations of State Calculations by Fast Computing Machines”, *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.
- [207] Min, S., Nishiwaki, S., Kikuchi, N., (2000) “Unified topology design of static and vibrating structures using multiobjective optimization”, *Computers & Structures*, 75(2):93-116.
- [208] Morrison, J., Oppacher F., (1999) “A General Model of Co-evolution for Genetic Algorithms”, *International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms ICANNGA 99*, Portoroz, Slovenia Apr 6-9, 262-268.
- [209] Mühlenbein, H., (1992) “How genetic algorithms work: Mutation and hill climbing”, *Proceedings, of the 2nd Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, North-Holland, Männer, R., Manderick, B., (eds), 15-25.
- [210] Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D., (1993) “Predictive Models for the Breeder Genetic Algorithm I. Continuous Parameter Optimization”, *Evolutionary Computation*, 1(1):25-49.
- [211] Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D., (1993) “The science of breeding and its application to the Breeder Genetic Algorithm BGA”, *Evolutionary Computation*, 1(4):335-360.
- [212] Nanakorn, P., Meesomklin, K., (2001) “An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization”, *Computers & Structures*, 79(29-30):2527-2539.
- [213] Nelder, J.A., Mead, R., (1965) “A simplex method for function minimization”, *Computing Journal*, 7:308.
- [214] Noble, J., Watson, R.A., (2001) “Pareto Coevolution. Using performance against coevolved opponents in a game as dimensions for Pareto selection”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [215] Ohmori, H. Kito, N., (1998) “Structural Optimization of Truss Topology by Genetic Algorithms”, *Published by Publication Committee of NCTAM Proceedings*, 331-340, Tokyo, Japan.

- [216] Ohsaki, M., (1995) “Genetic Algorithms for Topology Optimization of Trusses”, *Computers & Structures*, 57(2):219-225.
- [217] Olsen, G.R., Vanderplaats, G.N., (1989) “Method for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables”, *AIAA Journal*, 27(11):1584-1589.
- [218] Osyczka, A., (1984) “*Multicriterion optimization in engineering with FORTRAN programs*”, Ellis Horwood, Chichester, UK.
- [219] Padula, S.L., Kincaid, R.K., (1995) “Aerospace Application of Integer and Combinatorial Optimization”, *NASA TM - 110210*.
- [220] Papadimitriou, C., Beck, J.L., Katafygiotis, L.S., (2001) “Updating robust reliability using structural test data”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(2):103-113
- [221] Papadimitriou, C., Katafygiotis, L.S., Au, S.K., (1997) “Effects of structural uncertainties on TMD design: a reliability-based approach”, *Journal of Structural Control*, 4(1):65–88.
- [222] Park, J.H., Hwang, J.H., Lee, C.S., Hwang, W., (2001) “Stacking sequence design of composite laminates for maximum strength using genetic algorithms”, *Composite Structures*, 52(2):217-231.
- [223] Parmee, I.C., Vekeria, H., Bilchev, G., (1997) “The Role of Evolutionary and Adaptive Search During Whole System, Constrained and Detailed Design Optimization”, *Engineering Optimization*, 29:151-176.
- [224] Pedersen, N.L., (2002) “Topology optimization of laminated plates with prestress”, *Computers & Structures*, 80:559-570.
- [225] Pezeshk, S., Camp, C.V., Chen, D., (2000) “Design of non-linear framed structures using Genetic Optimization”, *Journal of Structural Engineering* 126(3): 82-388.
- [226] Ponterosso P., Fishwick R.J., Fox, D.S.J., Liu, X.L., Begg, D.W., (2000) “Masonry arch collapse loads and mechanisms by heuristically seeded genetic algorithm” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190(8-10):1233-1243.
- [227] Powell, M.J.D., (1978) “A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations”, *Lecture notes on mathematics 630*, Springer, Berlin, Germany.
- [228] Prakkash, V.S., Rajeev, S., Mathews, M.S., (1995) “Optimal Design of Ribbed Ferrocement Roofing/Flooring Elements Using Genetic Algorithms”, *Journal of Ferrocement*, 25(1):1-16.
- [229] Press, W.H., Teukolsky, S.A., (1991) “Simulated Annealing optimization over continuous spaces”, *Computational Physics*, 5:426-429.
- [230] Quagliarella, D., Vicini, A., (2001) “Viscous single and multicomponent airfoil design

- with genetic algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37(5):365-380.
- [231] Rajan, S.D., (1995) “Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, 121(10):1480-1487.
- [232] Rajeev, S., Krishnamoorthy, C.S., (1992) “Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, 118(5):1233-1250.
- [233] Rajeev, S., Krishnamoorthy, C.S., (1997) “Genetic Algorithms–Based Methodologies for Design Optimization of Trusses”, *Journal of Structural Engineering*, 123(3):350-358.
- [234] Ramasamy, J.V., Rajasekaran, S., (1996) “Artificial Neural Network and Genetic Algorithm for the Design Optimization of Industrial Roofs - A Comparison”, *Computers & Structures*, 58(4):747-755.
- [235] Rao, S.S., (1987) “Multi-objective optimization of fuzzy structural systems”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 24:1157-1171.
- [236] Rao, S.S., Sundararaju, K., Prakash, B.G., Balakrishna, C., (1992) “Multi-objective fuzzy optimization techniques for engineering design”, *Computers & Structures*, 42:37-44.
- [237] Ray, T.S., (1997) “Evolving Complexity”, *Artificial Life and Robotics* 1(1):21-26.
- [238] Ray, T.S., (1998) “Evolution, ecology and optimization of digital organisms”, *Artificial Life and Evolutionary Systems*, Katsunori Shimohara (eds), 32-80.
- [239] Ray, T.S., Hart, J., (1998) “Evolution of Differentiated Multi-threaded Digital Organisms”, *Artificial Life VI proceedings*, C. Adami, R. K. Belew, H. Kitano, and C. E. Taylor (eds), 295-304.
- [240] Ray, T.S., (1999) “Evolution of Differentiated Multi-threaded Digital Organisms”, *Proceedings of the 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1-10.
- [241] Rechenberg, I., (1994) “*Evolutionsstrategie 94, Werkstatt Bionik und Evolutionstechnik, Vol. I*”, Frommann-Holzboog, Stuttgart.
- [242] Reddy, K.H., Chakroborty, P., (1998) “A fuzzy inference based assignment algorithm to estimate O-D matrix from link volume counts”, *Computing in Environmental and Urban Systems*, 22(5):409-423.
- [243] Reinschmidt, K.F., (1971) “Discrete Structural Optimization”, *Journal of Structural Engineering*, 97(1):133-156.
- [244] Rhyne, II R.D., Smith III, J.F., (2001) “A Game Based Approach to Co-Evolutionary Optimization”, *GECCO 2001*, 762.

- [245] Rosin, C.D., Belew, R.K., (1995) “Methods for Competitive Co-evolution: Finding Opponents Worth Beating”, *Proceedings of the 6th International, Conference, on Genetic Algorithms*, San Francisco, CA, Larry Eshelman (eds), 373-380.
- [246] Rosin, C.D., Belew, R.K., (1996) “New methods for Competing Coevolution” *Univ. of California, Tech. Rep. #CS96-491*.
- [247] Runarsson, T.P., Yao, X., (2000) “Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 4(3):284-294.
- [248] Sadeghi, H., Suzuki, S., Takenaka, H., (1999) “A two point, 3D seismic ray tracing using genetic algorithms”, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 113:355-365.
- [249] Sakamoto, J., Oda, J., (1993) “Technique for Optimal Layout Design for Truss Structures using Genetic Algorithms”, *Collection of Technical Papers – AIAA/ASME Structures, Structural Dynamics and Material Conference*, Published by AIAA Washington, DC, USA, Pt. 4, 4402-2408.
- [250] Salomon, R., (1995) “Re-evaluating Genetic Algorithm Performance under Coordinate Rotation of Benchmark functions”, *Biosystems*, 39:263-278.
- [251] Schaffer, J.D., (1984) “*Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*” Ph. D. thesis, Vanderbilt University.
- [252] Schaffer, J.D., (1985) “Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms”, *Proceedings, of an International, Conference, on Genetic Algorithms and their applications*, Pittsburgh, Grefenstette, J.J., (ed.), Sponsored by Texas Instruments and U.S. Navy. Center for Applied Research in Artificial Intelligence (NCARAI), 93–100.
- [253] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1994) “Strategy Adaptation by Competing Populations”, *Proc., of the 3rd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer-Verlag, Jerusalem, Israel, 199-208.
- [254] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1996) “Adaptation of Population Sizes by Competing Subpopulations” *Proc., of 3rd IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '96)*, IEEE Press, Nagoya, Japan, 330-335.
- [255] Schmit, L., Fleury, C., (1980) “Discrete - Continuous Variable Structural Synthesis Using Dual Methods”, *AIAA Journal*, 18:1515-1524.
- [256] Schütz, M., Schwefel, H.P., (2000) “Evolutionary Approaches to solve three challenging engineering tasks”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:141-170.
- [257] Schwefel, H.P., (1981) “*Numerical Optimization of Computer Models*” John Wiley &

Sons, New York.

- [258] Schwefel, H.P., (1995) “*Evolution and Optimum seeking Sixth-Generation Computer Technology*” Series John Wiley & Sons, New York.
- [259] Sepulveda, A., Cassis, J., (1986) “An Efficient Algorithm for the Optimum Design of Trusses with Discrete Variables”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23:1111-1130.
- [260] Shanno, D.F., (1970) “Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization”, *Mathematics of Computation*, 24:647-656.
- [261] Shih, C.J., Wangsawidjaja, R.A.S., (1996) “Mixed Fuzzy probabilistic programming approach for multiobjective Engineering Optimization with random variables”, *Computers & Structures*, 59(2):283-290.
- [262] Shimodaira, H., (2001) “A Diversity-Control-Oriented Genetic Algorithm DCGA: Performance Improvement by the Reinitialization of the Population”, *GECCO 2001*, 576 – 583.
- [263] Shin, D.K., Gurdal, Z. Griffin, O.H.Jr., (1990) “A Penalty Approach for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables”, *Engineering Optimization*, 16:29-42.
- [264] Siarry, P., Berthiau, G., Durbin, F., Haussy, J., (1997) “Enhanced Simulated Annealing for globally minimizing functions of many continuous variables”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 23:209-228.
- [265] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Operator and parameter adaptation in genetic algorithms”, *Soft Computing*, 1:81-87.
- [266] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Self Adaptation of Mutation Rates in a steady state genetic Algorithm”, *Proceedings, of 3rd IEEE Conference, on Evolutionary Computation, (ICEC '96)*, IEEE Press, Nagoya, Japan, 318-323.
- [267] Soh, C.K., Yang, J., (1996) “Fuzzy Controlled Genetic Algorithm Search for Shape Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 10(2):143-150.
- [268] Soh, C.K., Yang, J., (1998) “Optimal Layout of Bridge Trusses by Genetic Algorithms”, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 13:247-254.
- [269] Spears, W.M., (1995) “Adapting crossover in evolutionary algorithms” In J.R. McDonnell, R.G. Reynolds, D.B. Fogel, (eds), *Proceedings, of the 4th Annual Conference, on Evolutionary Programming*, The MIT Press, 367-384.
- [270] Spears, W.M., (1997) “*Recombination Parameters, The Handbook of Evolutionary Computation*”, T. Baeck, D., Fogel, Z., Michalewicz, (eds), IOP Publishing and Oxford University Press.

- [271] Srivastava, R.P., Goldberg D.E., (2001) “Verification of the Theory of Genetic Algorithm Continuation”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [272] Srinivas, N., Deb, K., (1994) “Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms”, *Evolutionary Computation* 2(3):221–248.
- [273] Storn, R. (1996) “*On the usage of Differential Evolution for Function Optimization*”, NAPHIS.
- [274] Sugimoto, H., (1992) “Discrete Optimization of Truss Structures and Genetic Algorithms”, *Proceedings, of the Korea-Japan Joint Seminar on Structural Optimization*, Seoul, Korea, 1-10.
- [275] Svanberg, K., (1987) “The method of Moving Asymptotes - A new method for Structural Optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24:359-373.
- [276] Svanberg, K., (1996) “A globally convergent version of MMA without Linesearch”, *World Conference of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1-8.
- [277] Taha, H.A., (1975) “*Integer Programming Theory, Applications, and Computations*”, Academic Press, New York.
- [278] Tanskanen, P., (2002) “The evolution Structural Optimization method: theoretical aspects”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:5485-5498.
- [279] Templeman, A.B., Yates, D.F., (1983) “A Linear Programming Approach to the Discrete Optimum Design of Trusses”, *Optimization Methods in Structural Design*, H., Eschenauer, N., Olhoff, (eds), BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 133-139.
- [280] Templeman, A.B., Yates, D.F., (1983) “A Segmental Method for the Discrete Optimum Design of Structures”, *Engineering Optimization*, 6:145-155.
- [281] Thierens, D., (1996) “Dimensional analysis of allele-wise mixing revisited” *Proceedings, of the 4th International, Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, H.-M., Voigt, W., Ebeling, I., Rechenberg, H.-P., Schwefel, (eds), Springer, Berlin, 1996, 255-265.
- [282] Topping, B.H.V., Leite, J.P.B., (1998) “Parallel Genetic Models for Structural Optimization”, *Engineering Optimization*, 31:65-99.
- [283] Tseng, C.H., Wang, L.W., Ling, S.F., (1992) “A Numerical Study of the Branch-and-Bound Method in Structural Optimization”, *Technical Report, Department of Mechanical Engineering, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.*
- [284] Vanderplaats, G.N., (1984) “*Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications*”, McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, New

York.

- [285] Vanderplaats, G.N., (1993) “Thirty years of modern structural optimization”, *Advances in Engineering Software*, 16(2):81-88.
- [286] Walker, M., Reiss, T., Adali, S., (1997) “Multiobjective design of laminated cylindrical shells for maximum torsional and axial buckling loads”, *Computers & Structures*, 62(2):237-242.
- [287] Walsh, G.R., (1975) “*Methods of Optimization*”, John Wiley & sons, USA.
- [288] Wang, P.P., Chen, D.S., (1996) “Continuous Optimization by a variant of simulated annealing”, *Computational Optimization and Applications*, 6:59-71.
- [289] Wen, Y.K., (2001) “Minimum lifecycle cost design under multiple hazards”, *Reliability Engineering & System Safety*, 73:223-231.
- [290] Whitley, D., (1999) “A Free Launch Proof for Gray versus Binary Encodings”, *GECCO 1999*, 726-733.
- [291] Whitley, D., (2001) “An overview of evolutionary algorithms: practical issues and common pitfalls”, *Information and Software Technology*, 43(14):817-831.
- [292] Whitley, D., Mathias, K., Rana, S., Dzubera, J., (1996) “Evaluating Evolutionary algorithms”, *Artificial Intelligence Journal*, 85:1-32.
- [293] Xiong, Q., Jutan, A., (2003) “Continuous optimization using a dynamic simplex method”, *Chemical Engineering Science*, 58(16):3817-3828.
- [294] Yang, J., Sho, C.K., (1997) “*Structural Optimization by Genetic Algorithms with Tournament Selection*”, *Journal of Structural Engineering*, 11(3):195-200.
- [295] Yang, J.S., Nikolaidis, E., Haftka, R.T., (1990) “Design of aircraft wings subjected to gust loads: A system reliability approach”, *Computers & Structures*, 36(6):1057-1066.
- [296] Yang, R.J., (1997) “Multidiscipline topology optimization”, *Computers & Structures*, 63(6):1205-1212.
- [297] Yao, X., Liu, Y., (1997) “Fast Evolution Strategies”, *Proceedings, of the 6th Annual Conference, on Evolutionary, Programming*, Indianapolis, USA, 151-161.
- [298] Zhang, W.H., Fleury, C., (1997) “A modification of the convex approximation methods for Structural Optimization”, *Computers & Structures*, 64(1-4):89-95.
- [299] Zhang, W.H., Fleury, C., Duysinx, P., Nguyen, V.H., Laschet, I., (1996) “A generalized method of moving asymptotes (GMA) including equality constraints”, *World Conference of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33-40.
- [300] Zitzler, E., (1999) “*Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*”, Ph.D. thesis, ETH, Zurich.

[301] Κουμούσης, Β., (1998) “Βέλτιστος Σχεδιασμός των Κατασκευών”, Σημειώσεις Μαθήματος του ΔΠΜΣ “Ανάλυση και Δομοστατικός Σχεδιασμός των Κατασκευών”, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Τομέας Δομοστατικής, Ε.Μ.Π.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 3^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

3	ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	3.3
3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3.3
3.2	ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	3.4
3.3	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΟΡΙΑΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ - ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	3.9
3.4	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΟΡΙΑΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΜΕΛΩΝ – ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.11
3.5	ΜΗ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΕΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.14
3.6	ΚΑΤΑΚΕΡΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΟΥ ΧΩΡΟΥ	3.16
3.7	ΟΡΙΣΜΟΣ ΕΥΡΩΣΤΙΑΣ	3.17
3.7.1	Ομαδοποίηση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας	3.17
3.7.2	«Δίπλωση» (“Curling”) του Πιθανοτικού Χώρου	3.18
3.8	ΕΥΡΩΣΤΙΑ ΥΠΕΡΚΥΒΩΝ	3.19
3.8.1	Ορισμός της ευρωστίας των υπερκύβων	3.19
3.8.2	Επιλογή των υπερκύβων	3.20
3.9	ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ	3.21
3.10	ΣΗΜΕΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ	3.22
3.11	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ	3.23
3.12	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.24
3.13	ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ	3.24
3.14	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ	3.26
3.14.1	Μονομορφικά Προβλήματα – Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής	3.26
3.14.2	Μονομορφικό Πρόβλημα – Μη Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής	3.32
3.14.3	Πολυμορφικά Προβλήματα – Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής	3.40
3.14.4	Πολυμορφικό Πρόβλημα – Μη γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής	3.44
3.14.5	Επίπεδο Υπερστατικό Δικτύωμα 10 μελών	3.51
3.14.6	Επίπεδο δικτύωμα 19 μελών	3.57
3.14.7	Επίπεδο δικτύωμα 31 μελών	3.66
3.14.8	Χωροδικτύωμα 25 μελών	3.77
3.14.9	Χωροδικτύωμα 64 μελών	3.83
3.14.10	Χωροδικτύωμα 112 μελών	3.109
3.15	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	3.124
3.16	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.125
3.17	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ROSENBLATT	3.135
3.18	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΜΟΡΦΩΣΗ ΜΗ ΠΛΗΡΩΝ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΩΝ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.135
3.19	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ – ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΜΗ ΠΛΗΡΩΝ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΩΝ ΑΣΤΟΧΙΑΣ	3.138
3.20	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε – ΔΙΠΛΩΣΗ Τ.Μ	3.139
3.21	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ Τ.Μ	3.145
3.22	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ – ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ ΨΕΥΔΟΥΧΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	3.145
3.22.1	Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister	3.146

3.22.2	Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων	3.165
3.22.3	Σύγκριση αποτελεσμάτων για Χωροδικτύωμα 64 μελών	3.175
3.22.4	Σύγκριση αποτελεσμάτων για Χωροδικτύωμα 112 μελών	3.176
3.22.5	Συμπεράσματα	3.177
3.23	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΕΝΑΡΙΩΝ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ 19 ΜΕΛΩΝ	3.178
3.24	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Θ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	3.186
3.24.1	Δικτύωμα 19 μελών και τρόποι ενίσχυσης	3.186
3.24.2	Χωροδικτύωμα 25 μελών	3.188
3.24.3	Συμπεράσματα	3.193
3.25	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	3.194

3 Ανάλυση Αξιοπιστίας Πολύπλοκων Δομικών Συστημάτων

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μία νέα μέθοδος αξιοπιστίας με εφαρμογή στην ανάλυση υπερστατικών κατασκευών. Στόχος της μεθόδου, είναι η μείωση του υψηλού υπολογιστικού φόρτου που απαιτείται για την πιθανοτική ανάλυση με τις κλασσικές μεθόδους δειγματοληψίας (μέθοδος Monte Carlo), μέσω της κατάτμησης του πιθανοτικού χώρου και τη δειγματοληψία σε περιοχές αυξημένης σημασίας. Η εστίαση της δειγματοληψίας στις περιοχές αυξημένης σημασίας επιτυγχάνεται με την εκμετάλλευση των πληροφοριών που αντλούνται από την άθικτη κατασκευή. Η αύξηση της πυκνότητας δειγματοληψίας στη γειτονία της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ακρίβειας της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας. Οι συνέπειες της αύξησης της πυκνότητας δειγματοληψίας παρουσιάζονται στην παράγραφο 3.16. Για την πιθανοτική ανάλυση μίας κατασκευής απαιτείται:

- η γνώση των παραμέτρων των τυχαίων μεταβλητών (τ.μ) των υλικών της κατασκευής και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους (μητρώο συσχέτισης) [28],
- η γνώση των αβεβαιοτήτων σε σχέση με τις φορτίσεις της κατασκευής [28] και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους (μητρώο συσχέτισης),
- η γνώση των αβεβαιοτήτων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών και των ατελειών [28] και τυχόν αλληλεπιδράσεις τους,
- η γνώση των αβεβαιοτήτων των προσομοιωμάτων ανάλυσης [28] ως προς την κατανομή των εντάσεων στην κατασκευή και της αντοχής των μελών,
- η ποσοτικοποίηση των συνεπειών του ανθρώπινου παράγοντα στην απόκριση της κατασκευής [16].

Η προτεινόμενη μέθοδος εστιάζει το ενδιαφέρον της στις συνέπειες των αβεβαιοτήτων των υλικών, των δράσεων και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών. Με εξαίρεση το παράδειγμα της παραγράφου 3.14.7, όπου υπολογίζεται ο δείκτης αξιοπιστίας δικτύματος κατάλληλα σχεδιασμένου ώστε να πληροί της προδιαγραφές του Ευρωκώδικα 3 [18], δεν έχει

καταβληθεί προσπάθεια αντιστοίχισης των φορτίων με τα φορτία των κανονισμών. Οδηγίες για τον υπολογισμό των φορτίσεων που δρουν σε μία κατασκευή ανάλογα του τύπου και της χρήσης της παρατίθενται στη βιβλιογραφία [28].

Ο υπολογιστικός φόρτος κατά την ανάλυση δίδεται από το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων. Η μείωση του υπολογιστικού φόρτου προκύπτει ως αποτέλεσμα της μείωσης της πολυπλοκότητας του προβλήματος (που ορίζεται ως συνάρτηση του πλήθους των ανεξάρτητων τ.μ) και του μεγέθους του πιθανοτικού χώρου στον οποίο πραγματοποιείται η δειγματοληψία.

3.2 Μέθοδοι Ανάλυσης Αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων

Η πιθανοτική θεωρία έχει βρει πρόσφορο έδαφος εφαρμογής σε θέματα μηχανικής όπως προκύπτει από την εκτενή βιβλιογραφία [1], [11]. Σημαντική είναι επίσης η εφαρμογή των πλέον διαδεδομένων μεθόδων για την ανάλυση αξιοπιστίας συστημάτων όπως παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 1. Ιδιαίτερο μέρος της επιστημονικής προσπάθειας εστιάζεται στην ανάπτυξη μεθόδων που προσφέρουν υψηλής αξιοπιστίας εκτιμήσεις της πιθανότητας αστοχίας, με χαμηλό υπολογιστικό κόστος, για χρονικά αμετάβλητα [5], [6], [33], [42] και χρονικά μεταβαλλόμενα [20], [35], [43] συστήματα. με μεγάλο πλήθος πιθανών αλληλουχιών αστοχίας. Ως συστήματα αναφέρονται τα δομικά συστήματα τα οποία αναφέρονται από το σημείο αυτό και εφεξής ως «κατασκευές» Ως αλληλουχία αστοχίας ορίζεται η αλληλουχία διαδοχικών γεγονότων αστοχίας, των δομικών μερών του συστήματος, που οδηγεί το σύστημα από μία κατάσταση λειτουργίας σε μία κατάσταση αστοχίας [12], [11]. Οι διαθέσιμες ερευνητικές μέθοδοι ανάλυσης όπως η μέθοδος διακλάδωσης και φραγής [14], [36], [37], [25], και η μέθοδος αποδόμησης κατά β [13], [29], [48], [51] παρουσιάζουν για τις τυπικές κατασκευές απαγορευτικό κόστος. Τούτο προκύπτει αφενός κατά τη φάση της ανίχνευσης των πιθανών αλληλουχιών αστοχίας όπου το πλήθος των πιθανών αλληλουχιών αστοχίας αυξάνει εκθετικά ως προς το πλήθος των μελών αλλά και την υπερστατικότητα της κατασκευής και αφετέρου και κατά τη φάση του υπολογισμού των ορίων της πιθανότητας αστοχίας (όρια Ditlevsen κλπ.) καθώς το πλήθος των συνδυασμών των αλληλουχιών αστοχίας που πρέπει να εξετασθούν για τον υπολογισμό των ορίων Ditlevsen είναι ίσος $n!$ όπου n είναι το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας. Οι Song, και Der Kiureghian, [53], αναφέρουν ότι για προβλήματα με 20 πιθανές αλληλουχίες αστοχίας, τα όρια με το μικρότερο δυνατό εύρος, μπορούν να υπολογισθούν από την επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού

προγραμματισμού με πλήθος μεταβλητών σχεδιασμού (μ.σ) ίσο με 100000. Λύση για το πρόβλημα της εκθετικά αυξανόμενης πολυπλοκότητας αποτελούν οι μέθοδοι δειγματοληψίας του πιθανοτικού χώρου που δεν εξαρτώνται από το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας. Οι μέθοδοι Monte Carlo (MC) και παραλλαγές τους [50], [52] βασίζονται στο σκεπτικό της τυχαίας δειγματοληψίας του πιθανοτικού χώρου για την επίλυση του εκάστοτε ντετερμινιστικού προβλήματος. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να εξασφαλιστεί επαρκές πλήθος δειγμάτων. Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το σχετικό λάθος εκτίμησης δίδονται ως [52]:

$$P_{f,s} = \frac{n_f}{n} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{P_{f,s} \cdot (1 - P_{f,s})}{n}} \quad (3.1)$$

όπου, n_f είναι το πλήθος των αστοχιών και n είναι το πλήθος των δειγματοληψιών που πραγματοποιήθηκαν. Μειονέκτημα της μεθόδου (όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 1) είναι το υπολογιστικό κόστος, που συναρτάται άμεσα με την πιθανότητα αστοχίας του συστήματος, καθώς το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται, είναι αντιστρόφως ανάλογο της πιθανότητας εμφάνισης του υπό εξέταση γεγονότος. Για τυπικές κατασκευές σύμφωνα με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις (Ευρωκώδικες) οι αποδεκτές τιμές της πιθανότητας αστοχίας μέλους κυμαίνεται από 10^{-5} ως 10^{-6} ανάλογα με τη σπουδαιότητα του έργου. Η πιθανότητα αστοχίας των κατασκευών είναι συνάρτηση της υπερστατικότητας τους (που ορίζεται ως η δυνατότητα αναδιανομής των τάσεων στην περίπτωση αστοχίας ενός ή περισσοτέρων στοιχείων), της γραμμικής συσχέτισης των τ.μ, των δεικτών μεταβλητότητας των τ.μ των φορτίων και της αντοχής και της χρήσης τους. Το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων κυμαίνεται από 3×10^5 ως 10^{12} δείγματα για σχετικό λάθος εκτίμησης ίσο με 10% και συνήθεις κατασκευές (σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 1). Γίνεται αντιληπτό ότι η ευρεία χρήση της μεθόδου MC καθίσταται προβληματική λόγω του αυξημένου υπολογιστικού κόστους.

Ιδιαίτερη προσοχή δίδεται στην ανάπτυξη μεθόδων που προσαρμόζουν τη διαδικασία δειγματοληψίας ή τη συνδυάζουν με άλλες μεθόδους, στοχεύοντας στη μείωση του υπολογιστικού κόστους και στη βελτίωση της ακρίβειας των εκτιμήσεων [6], [20], [43], [35]. Ο Bjerager, [5] και οι Ditlevsen et al., [15] υπολογίζουν την πιθανότητα αστοχίας με τη Μέθοδο Βαρύνουσας Δειγματοληψίας κατά διεύθυνση. Ο Melchers [40], παρουσιάζει μια μέθοδο που περιορίζει το χώρο δειγματοληψίας σε μία υπέρ-σφαίρα γύρω από το Σημείο Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Point). Οι Moarefzadeh και Melchers, [42],

παρουσιάζουν μία παραλλαγή της μεθόδου βαρύνουσας δειγματοληψίας σε διεύθυνση ειδικά τροποποιημένη με στόχο της αύξηση της ακρίβειας της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση τ.μ με υψηλό δείκτη συσχέτισης. Οι Mori και Ellingwood, [43], παρουσιάζουν μία προσαρμοστική διαδικασία που μεταβάλλει δυναμικά τη συνάρτηση βαρύνουσας δειγματοληψίας ώστε να εστιάζεται η διαδικασία στην περιοχή αστοχίας με στόχο τη μείωση του σχετικού λάθους εκτίμησης. Οι Kim και Na, [31], και οι Zheng, και Das, [57], προσεγγίζουν τη συνάρτηση οριακής αντοχής με πολυώνυμα μικρής τάξης με τη βοήθεια της μεθόδου απόκρισης επιφανείας [7], [55], και στη συνέχεια μέσω βαρύνουσας δειγματοληψίας υπολογίζουν την πιθανότητα αστοχίας του υπό εξέταση συστήματος. Οι Mahadevan και Raghobhamachar, [36], παρουσιάζουν μια μέθοδο προσαρμοσμένη στην ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων, που συνδυάζει τη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας με τη μέθοδο Διακλάδωσης και Φραγής [11], για την ανάδειξη των σημαντικών αλληλουχιών αστοχίας. Η μέθοδος υπολογίζει το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας των αλληλουχιών αυτών και φράσσει τη δειγματοληψία σε χωρία γύρω από τα σημεία αυτά. Οι Nie και Ellingwood, [45], παρουσιάζουν μια μέθοδο που προσεγγίζει τη διεπιφάνεια της συνάρτησης οριακής αντοχής με αλληλουχία σφαιρικών τμημάτων. Ο υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας βασίζεται στη μέθοδο βαρύνουσας δειγματοληψίας κατά διεύθυνση. Σύμφωνα με τους συγγραφείς η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για προβλήματα των 5 ως 20 ανεξάρτητων τ.μ. Ο Mitchell [41], αναπτύσσει μία μέθοδο για τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας ενός συστήματος σε συνάρτηση με τις τ.μ, βασισμένη σε δειγματοληψία γύρω από το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας. Οι Au και Beck, [2], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου βαρύνουσας δειγματοληψίας που προσομοιώνει τα δείγματα ως αλυσίδες Markov για τη δημιουργία της συνάρτησης βαρύνουσας δειγματοληψίας. Οι Olsson et al., [46], παρουσιάζουν παραλλαγές της μεθόδου λατινικού υπερκύβου που στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του σχετικού λάθους της εκτίμησης λόγω δειγματοληψίας. Οι παραλλαγές αυτές βασίζονται στη διαμόρφωση του σχήματος της δειγματοληψίας κατά αναλογία με τη μορφή της συνάρτησης οριακής αντοχής (Limit State Function).

Στην προτεινόμενη μέθοδο ο πιθανοτικός χώρος χωρίζεται σε $2^{N_{Rv}}$ υπερκύβους ίσου μεγέθους. Ως υπερκύβος στο χώρο των πιθανοτήτων όλων των τ.μ του προβλήματος ορίζεται ένα αμοιβαίως αποκλειόμενο και σε σύνολο πλήρες [53], υποσύνολο του χώρου αυτού. Για τα μέλη της κατασκευής με τη βοήθεια πολυωνύμων $2^{α5}$ τάξεως παράγονται οι προσεγγιστικές συναρτήσεις των συναρτήσεων οριακής αντοχής. Τα κρίσιμα μέλη της κατασκευής καθορίζονται βάσει των εκτιμήσεων της πιθανότητας αστοχίας τους με τη

βοήθεια της Μεθόδου Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξεως (FORM) [11], [12]. Ως κρίσιμο μέλος ορίζεται κάθε μέλος που ο δείκτης αξιοπιστίας του είναι χαμηλότερος από συγκεκριμένη τιμή κατωφλίου. Η τιμή κατωφλίου ορίζεται ως το πηλίκο του ελάχιστου δείκτη αξιοπιστίας προς μία μικρή θετική τιμή όπως και στην περίπτωση της μεθόδου αποδόμησης κατά β [13], [29]. Κατά τη φάση της ανάλυσης λαμβάνονται υπόψη μόνον τα μέλη που αναμένεται να συνεισφέρουν σημαντικά στις κρίσιμες αλληλουχίες αστοχίας. Με κατάλληλη σύνθεση των κρίσιμων μελών παράγονται μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας (IFM) συγκεκριμένου μήκους. Μία μη πλήρης αλληλουχία αστοχίας αποτελείται από αστοχίες μελών της κατασκευής που δεν προκαλούν την πλήρη αστοχία της κατασκευής αλλά οδηγούν σε σημαντική μείωση της υπολειπόμενης αντοχής της. Η χρήση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας μειώνει σημαντικά το απαιτούμενο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με την περίπτωση χρήσης πλήρων αλληλουχιών αστοχίας (Failure Modes) [36]. Στη συνέχεια οι περισσότερες σημαντικές μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας ομαδοποιούνται σύμφωνα με τη θέση του εκάστοτε σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας. Το σύνολο των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που οι θέσεις των αντίστοιχων σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας βρίσκονται εντός ενός συγκεκριμένου υπερκύβου ορίζει μία ομάδα. Η αξία κάθε ομάδας ορίζεται ως το άθροισμα της πιθανότητας εμφάνισης των μελών της. Το άθροισμα αυτό αποτελεί και την πιθανότητα εμφάνισης των ομάδων αυτών δεδομένου ότι οι μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα γεγονότα. Οι ομάδες χρησιμοποιούνται αρχικά για τον υπολογισμό της σημαντικότητας κάθε τ.μ. Οι τ.μ ήσσονος σημασίας διπλώνονται με στόχο τη μείωση του πλήθους των ενεργών διαστάσεων του προβλήματος και ο πιθανοτικός χώρος καταμερίζεται εκ νέου σε $2^{N_{act}}$ υπερκύβους όπου N_{act} ορίζεται το πλήθος των ενεργών τ.μ. Ως «δίπλωση» ορίζεται η διαδικασία διαχωρισμού των τ.μ σε τ.μ μείζονος και ήσσονος σημασίας. Για τις τ.μ μείζονος σημασίας η μέθοδος προχωρεί σε διαχωρισμό ως προς το διάμεσο της τ.μ. Για τις τ.μ ήσσονος σημασίας ο διαχωρισμός δεν πραγματοποιείται. Η μείωση του πλήθους των τ.μ έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Βάσει της νέας κατάτμησης, της θέσης του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας των ομάδων και της σημαντικότητας κάθε ομάδας υπολογίζεται η σχετική ευρωστία κάθε υπερκύβου. Οι υπερκύβοι ήσσονος ευρωστίας (ως προς τον περισσότερο κρίσιμο υπερκύβο) αποκλείονται από περαιτέρω ανάλυση. Για τους εναπομείναντες υπερκύβους, υπολογίζεται το σημείο τομής της κυρίας διαγωνίου με τη διεπιφάνεια της συνάρτησης οριακής αντοχής. Μέσω του σημείου αυτού υπολογίζεται ο όγκος του χωρίου στον οποίο θα πραγματοποιηθεί δειγματοληψία. Σε υπερκύβους όπου ο όγκος αναφοράς (που καθορίζει και τη σημασία κάθε υπερκύβου στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας) είναι μικρότερος από μία συγκεκριμένη τιμή

κατωφλίου (ίση με το 1% του όγκου αναφοράς του περισσότερο κρίσιμου υπερκύβου) δεν πραγματοποιείται δειγματοληψία για το χωρίο αυτό. Για τους εναπομείναντες υπερκύβους πραγματοποιείται βαρύνουσα δειγματοληψία όπου το πλήθος των δειγμάτων είναι συνάρτηση του πλήθους των αστοχιών της κατασκευής. Οι πιθανότητες αστοχίας της κατασκευής και των μελών της καθώς και το σχετικό λάθος εκτίμησης [52] υπολογίζονται σύμφωνα με τη σχέση (3.1). Οι τελικές εκτιμήσεις των πιθανοτήτων αστοχίας της κατασκευής και των μελών της υπολογίζονται με την κατάλληλη σύνθεση των επιμέρους εκτιμήσεων.

Στις επόμενες παραγράφους παρατίθενται αναλυτικά τα επιμέρους βήματα της μεθόδου. Στην παράγραφο 3.3, παρουσιάζεται η συνάρτηση οριακής αντοχής μίας κατασκευής και η πιθανότητα αστοχίας της ως συνάρτηση των συναρτήσεων οριακής αντοχής των μελών της. Στην παράγραφο 3.4, παρουσιάζεται η συνάρτηση οριακής αντοχής των μελών, ο υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας τους με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως και ο ορισμός του διανύσματος των κρίσιμων μελών που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τον υπολογισμό των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Στην παράγραφο 3.5, παρουσιάζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό της πιθανότητας εμφάνισης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και τα κριτήρια τερματισμού της διαδικασίας παραγωγής των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Στην παράγραφο 3.6, παρουσιάζεται η διαδικασία κατακερματισμού του πιθανοτικού χώρου. Στην παράγραφο 3.7, παρουσιάζεται η μεθοδολογία για την ομαδοποίηση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ως προς το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας, τον υπολογισμό των κρίσιμων και μη κρίσιμων τ.μ και η κατάτμηση του πιθανοτικού χώρου ως προς τις ενεργές τ.μ. Στην παράγραφο 3.8, παρουσιάζεται η διαδικασία επιλογής των υπερκύβων σύμφωνα με την ευρωστία τους. Στην παράγραφο 3.9, παρουσιάζεται η μεθοδολογία για τον περιορισμό του χώρου δειγματοληψίας στη γειτονία της διεπιφάνειας οριακής αντοχής για τον εκάστοτε υπερκύβο. Στην παράγραφο 3.10, παρουσιάζονται τα κριτήρια που πρέπει να πληρούν τα σημεία δειγματοληψίας. Στην παράγραφο 3.11, παρουσιάζονται τα κριτήρια τερματισμού της διαδικασίας δειγματοληψίας. Στην παράγραφο 3.12, παρουσιάζεται η μεθοδολογία υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας των μελών και της κατασκευής. Στην παράγραφο 3.13, παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας της προτεινόμενης μεθόδου και τέλος στην παράγραφο 3.14, παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα από την ανάλυση συναρτήσεων αναφοράς καθώς και υπερστατικών δικτυωμάτων. Στις παραγράφους 3.16 ως 3.20 παρουσιάζονται αναλυτικά τα κύρια βήματα της μεθόδου. Στην παράγραφο 3.21, παρουσιάζεται η μεθοδολογία με την οποία αντιμετωπίζονται προβλήματα με συσχετισμένες τ.μ. Στην παράγραφο 3.22, παρουσιάζονται

τα αποτελέσματα σε σχέση με την ευρωστία των επιλεγμένων γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών. Στην παράγραφο 3.23, παρουσιάζεται η επιρροή στο δείκτη τρωτότητας 3 διαφορετικών τρόπων ενίσχυσης δικτύματος 19 μελών. Τέλος, στην παράγραφο 3.24, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση του υπολογιστικού χρόνου για την εκτίμηση της συνολικής υπολογιστικής επιβάρυνσης της μεθόδου ως προς τη μέθοδο MC.

3.3 Συνάρτηση Οριακής Αντοχής - Πιθανότητα Αστοχίας Κατασκευής

Η πιθανότητα αστοχίας μίας κατασκευής ορίζεται ως το άθροισμα των πιθανοτήτων των αλληλουχιών γεγονότων που οδηγούν την κατασκευή από μία κατάσταση λειτουργίας σε μία κατάσταση αστοχίας [11]. Η μεταβολή αυτή συντελείται μέσω αλληλουχίας γεγονότων αστοχίας των μελών της κατασκευής που σχηματίζουν Πλήρη Αλληλουχία Αστοχίας. Το πλήθος n των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας, έχει ως κάτω όριο την τιμή [11]:

$$n \geq \binom{n_e}{k} = \frac{n_e!}{k!(n_e - k)!} \quad (3.2)$$

όπου, n_e και k είναι το πλήθος των μελών και η υπερστατικότητα της κατασκευής. Σύμφωνα με τη σχέση (3.2), το πλήθος των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας αυξάνει εκθετικά ως προς το πλήθος των μελών n_e και την υπερστατικότητα της. Το πλήθος των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας γίνεται απαγορευτικό ακόμα και για απλές κατασκευές εφόσον, για την εφαρμογή των ορίων αξιοπιστίας, το πλήθος των πιθανών συνδυασμών που πρέπει να εξετασθούν είναι ίσο με $(n_e/k)!$ [53] με αποτέλεσμα η μέθοδο έρευνας των πιθανών αλληλουχιών αστοχίας (μέθοδος αποδόμησης κατά β και μέθοδος διακλάδωσης και φραγής) να μην έχουν εφαρμοστεί ευρέως σε προβλήματα ανάλυσης αξιοπιστίας κατασκευών.

Το περιθώριο ασφαλείας μίας κατασκευής (S_s), ως συνάρτηση των γεγονότων αστοχίας, εκφράζεται ως το συμπληρωματικό γεγονός της ένωσης των γεγονότων αυτών [1]:

$$S_s = \left[\sim \left(\bigcup_{i=1}^n F_i \right) \right] \quad (3.3)$$

όπου, $[\sim(\cdot)]$ είναι το συμπληρωματικό γεγονός του (\cdot) , F_i είναι το i γεγονός αστοχίας και n είναι το πλήθος των γεγονότων αστοχίας. Το πλήθος των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι μεγαλύτερο της θεωρητικής τιμής της σχέσης (3.2) καθώς πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας που το μήκος τους είναι μικρότερο του k . Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής δίδεται ως:

$$P_{f,s} = \Pr(S_S \leq 0) = \Pr\left\{\left[\sim \left(\bigcup_{i=1}^n F_i\right)\right] \leq 0\right\} \quad (3.4)$$

Λαμβάνοντας υπόψη, τις κρίσιμες πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας (που συνήθως αποτελούν ένα μικρό υποσύνολο του συνόλου των πιθανών πλήρων αλληλουχιών αστοχίας), το κόστος υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας μειώνεται σημαντικά χωρίς σημαντική επίδραση στην ακρίβεια της εκτίμησης. Ως κρίσιμες πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας ορίζονται αυτές με πιθανότητα εμφάνισης μεγαλύτερη από μία τιμή κατωφλίου που δίδεται ως το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης της περισσότερο πιθανής πλήρους αλληλουχίας αστοχίας πολλαπλασιαζόμενης με κάποιο μειωτικό συντελεστή. Οι κύριες αλληλουχίες αστοχίας παράγονται ως συνδυασμοί των περισσότερο κρίσιμων μελών της κατασκευής εφόσον για κάθε πλήρη αλληλουχία αστοχίας ισχύει:

$$\Pr(S_{i,s} < 0) \leq \min_{j=1, \dots, N_{e,i}} \Pr(S_j < 0) \quad S_j = R_j - L_j \quad (3.5)$$

όπου, S_j , R_j και L_j είναι το περιθώριο ασφαλείας, η συνολική αντοχή και το επιβαλλόμενο φορτίο αντίστοιχα, για το i στοιχείο της κατασκευής, $N_{e,i}$ είναι το μήκος της i αλληλουχίας αστοχίας και $S_{i,s}$ είναι το περιθώριο ασφαλείας της i πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Το περιθώριο ασφαλείας της σχέσης (3.3) ως συνάρτηση του περιθωρίου ασφαλείας των μελών δίδεται ως:

$$S_S = \prod_{i=1}^n S_{i,s} \cong \prod_{i=1}^{N_m} S_{i,s} = \prod_{i=1}^{N_m} \left(\sum_{j=1}^{N_{e,i}} S_j \right) \quad j \in \{1, \dots, N\} \quad N_{e,i} \leq k \quad S_j = R_j - L_j \quad (3.6)$$

όπου N_m είναι το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας. Δεδομένου ότι, οι πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα γεγονότα, η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής δίδεται ως [11]:

$$P_{f,s} = \Pr(S_S < 0) = \sum_{i=1}^{N_m} \Pr(S_{i,s} < 0) \quad (3.7)$$

Εφόσον για τη δεσμευμένη πιθανότητα εμφάνισης ισχύει ότι [53]:

$$\Pr(S_{i,s} \leq 0 |_{S_{j,s} \leq 0}) = 0 \quad \forall \quad i = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

Η πιθανότητα εμφάνισης της i πλήρους αλληλουχίας αστοχίας ως προς τις πιθανότητες αστοχίας των μελών που την αποτελούν δίδεται ως [1], [11]:

$$P_{f,i} = \Pr(S_{i,S} < 0) = \left[\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0) - \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0, S_{j_2} < 0) + \\ &\sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \sum_{j_3=j_2+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0, S_{j_2} < 0, S_{j_3} < 0) - \dots \end{aligned} \right] \quad (3.9)$$

όπου $\Pr(S_j < 0, \dots, S_{j_m} < 0)$ είναι η πιθανότητα του γεγονότος τα μέλη j ως j_m να βρίσκονται σε κατάσταση αστοχίας. Η πιθανότητα αυτή είναι συνάρτηση των επιμέρους πιθανοτήτων αστοχίας των μελών και της συσχέτισης τους. Σύμφωνα με τις σχέσεις (3.7) και (3.9) η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής σε συνάρτηση των πιθανοτήτων αστοχίας των μελών της δίδεται τελικά από τη σχέση:

$$P_{f,s} = \sum_{i=1}^{N_m} \left[\sum_{j=1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j < 0) - \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j, S_{j_2} < 0) + \sum_{j=1}^{N_{e,i}} \sum_{j_2=j+1}^{N_{e,i}} \sum_{j_3=j_2+1}^{N_{e,i}} \Pr(S_j, S_{j_2}, S_{j_3} < 0) - \dots \right] \quad (3.10)$$

Στην προτεινόμενη μέθοδο οι κρίσιμες αλληλουχίες αστοχίας των μελών προσεγγίζονται με την βοήθεια μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Οι πιθανότητες εμφάνισης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και η θέση των σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της σημαντικότητας των τ.μ και της θέσης των διεπιφανειών αστοχίας-λειτουργίας της κατασκευής στον πιθανοτικό χώρο.

3.4 Συνάρτηση οριακής αντοχής των μελών – Εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας

Η σχέση (3.10) παρέχει τη δυνατότητα μετασχηματισμού του προβλήματος από πρόβλημα εύρεσης της συνάρτησης οριακής αντοχής του συστήματος σε πλήθος προβλημάτων εύρεσης των συναρτήσεων οριακής αντοχής των μελών του συστήματος καθώς και των συνδυασμών τους. Η συνάρτηση οριακής αντοχής κάθε μέλους ορίζεται ως συνάρτηση των τ.μ του προβλήματος και των χαρακτηριστικών του υπό εξέταση συστήματος. Η συνάρτηση οριακής αντοχής προσεγγίζεται με τη βοήθεια πολυωνύμου μικρής τάξης όπως στην περίπτωση της μεθόδου απόκρισης επιφανείας [7], [55] ως:

$$S_i(\mathbf{x}) \cong S_i(\mathbf{x}_o) + \sum_{k=1}^{k'} \frac{1}{k!} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{RV}} \dots \sum_{j_k=1}^{N_{RV}} \left[\frac{\partial^k (S_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_{j_1} \dots \partial x_{j_k}} \cdot (x_{j_1} - x_{o,j_1}) \dots (x_{j_k} - x_{o,j_k}) \right] \right\} \quad (3.11)$$

όπου, N_{RV} είναι το πλήθος των τ.μ του προβλήματος, \mathbf{x}_o είναι το διάνυσμα των διάμεσων τιμών των τ.μ του προβλήματος και k' είναι η τάξη του πολυωνύμου. Ως διάμεσος ορίζεται η τιμή για την οποία η πιθανότητα υπέρβασης είναι ίση με 50%. Η συνάρτηση οριακής αντοχής

δεν είναι γραμμική ως προς τις τ.μ λόγω της υπερστατικότητας της κατασκευής που επηρεάζει την κατανομή των εντάσεων στο φορέα. Οι μερικές παράγωγοι της προσεγγιστικής συνάρτησης οριακής αντοχής εξάγονται αναλυτικά σύμφωνα με τη σχέση (3.5) ως εξής:

$$\frac{\partial^k (S_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_{j_1} \cdots \partial x_{j_k}} = \frac{\partial^k (R_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_{j_1} \cdots \partial x_{j_k}} - \frac{\partial^k (L_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_{j_1} \cdots \partial x_{j_k}} \quad (3.12)$$

Στην προτεινόμενη μέθοδο η συνάρτηση οριακής αντοχής των μελών προσεγγίζεται με τη βοήθεια πολωνύμου 2^{ης} τάξεως χωρίς τους πεπλεγμένους όρους [31]. Η συνάρτηση οριακής αντοχής κάθε μέλους προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$S_i(\mathbf{x}) \cong S_i(\mathbf{x}_o) + \sum_{j=1}^{N_{RV}} \left[\frac{\partial (S_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_j} \cdot (x_j - x_{o,j}) \right] + \sum_{j=1}^{N_{RV}} \left[\frac{\partial^2 (S_i(\mathbf{x}_o))}{\partial x_j^2} \cdot (x_j - x_{o,j})^2 \right] \quad (3.13)$$

Το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας και η πιθανότητα αστοχίας, για κάθε μέλος, υπολογίζονται μέσω της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως. Η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [11]:

$$P_{f,i} = \Phi(-\beta_i) \quad (3.14)$$

όπου $\Phi()$ είναι η Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας (ΑΣΠ) της κανονικής κατανομής (ή κατανομής Gauss) και β_i είναι ο δείκτης αξιοπιστίας του στοιχείου (γνωστός και ως δείκτης κατά Hasofer-Lind). Ο δείκτης αυτός αποτελεί εκτίμηση της απόστασης του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας από το σημείο \mathbf{x}_o στον κανονικοποιημένο πιθανοτικό χώρο. Οι συντελεστές κατεύθυνσης $\alpha_{i,j}$ δίδονται ως [11], [39]:

$$a_{i,j} = \frac{1}{\|\mathbf{x}_i^*\|} (0, \dots, x_{i,j}^*, \dots, 0) \quad \|\mathbf{x}_i^*\| = \sqrt{\sum_j (x_{i,j}^*)^2} \quad (3.15)$$

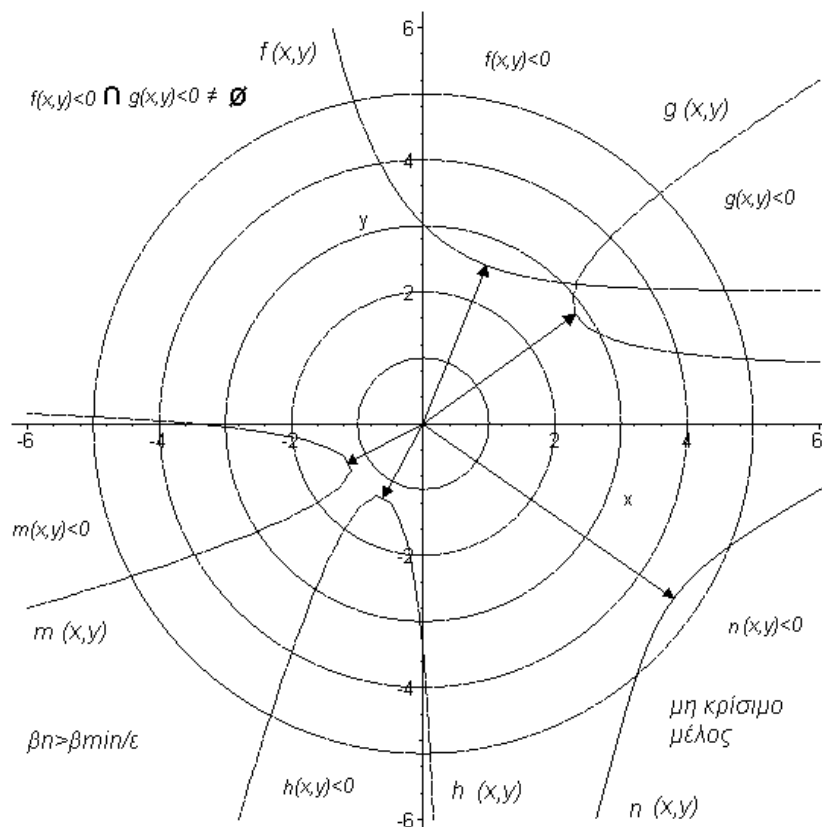
όπου \mathbf{x}_i^* ορίζεται το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας του i μέλους. Για μη κανονικές τ.μ, και στατιστικά συσχετισμένες τ.μ, είναι απαραίτητη η χρήση του μετασχηματισμού Rosenblatt (παράγραφος 3.17) για τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας και του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας. Το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας στον αρχικό χώρο είναι δυνατό να βρεθεί βάσει του ανάστροφου μετασχηματισμού.

Ο δείκτης αξιοπιστίας κάθε μέλους, από την ανάλυση της άθικτης κατασκευής, χρησιμοποιείται ως δείκτης της σημαντικότητας του μέλους και συνδέεται έμμεσα και με τη συχνότητα εμφάνισης του στις κύριες αλληλουχίες αστοχίας. Τα μέλη της κατασκευής με

δείκτη αξιοπιστίας που ικανοποιεί την ανισότητα [13], [29]:

$$\beta_i \geq \frac{\beta_{\min}}{\varepsilon} \quad \beta_{\min} = \min \{ \beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_{N_e} \} \Rightarrow \beta_i \text{ μη κρίσιμο} \quad (3.16)$$

όπου, ε είναι μικρή θετική ποσότητα και N_e είναι το πλήθος των μελών της κατασκευής κρίνονται ως μη κρίσιμα μέλη της κατασκευής. Η πιθανότητα αστοχίας των μελών αυτών είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με την αντίστοιχη πιθανότητα αστοχίας του περισσότερο κρίσιμου μέλους. Ως αποτέλεσμα, η πιθανότητα εμφάνισης μίας πλήρους αλληλουχίας αστοχίας που περιλαμβάνει μέλος ή μέλη του υποσυνόλου αυτού είναι πολύ μικρή σε σχέση με την πιθανότητα εμφάνισης μίας κρίσιμης πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Σύμφωνα με την παρατήρηση αυτή, τα μη κρίσιμα μέλη μπορούν να παραληφθούν στα επόμενα στάδια της ανάλυσης καθώς η συμβολή των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που σχηματίζονται από τα μέλη αυτά στην πιθανότητα αστοχίας της υπό εξέταση κατασκευής αναμένεται αμελητέα. Στο Διάγ. 3.1, παρουσιάζεται ο χώρος προβλήματος 2 τ.μ με 5 μέλη από τα οποία 4 αποτελούν το υποσύνολο των κρίσιμων μελών ενώ το μέλος (n) απορρίπτεται από περαιτέρω ανάλυση.



Διάγ. 3.1: Απεικόνιση χώρου σχεδιασμού και των συναρτήσεων οριακής αντοχής.

Για το υποσύνολο των κρίσιμων μελών, οι εκτιμήσεις των πιθανοτήτων αστοχίας $P_{f,i}$ καθώς και τα διανύσματα κατεύθυνσης α_i που υπολογίζεται μέσω των σχέσεων (3.14), (3.15) και

(3.16) χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας.

3.5 Μη Πλήρεις Αλληλουχίες Αστοχίας

Για τη σύνθεση των κρίσιμων μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας χρησιμοποιούνται τα μέλη που δεν ικανοποιούν την ανισότητα της σχέσης (3.16). Υπό το σκεπτικό ότι οι πιθανότητες αστοχίας των μελών της κατασκευής υπολογίζονται στην αέρα κατασκευή, οι σύνθεση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας δεν προσφέρει πληροφορίες ως προς την αναμενόμενη πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος αστοχίας των μελών αυτών καθώς η αστοχία ενός μέλους αναδιανέμει τις εντάσεις στο φορέα με αποτέλεσμα τη μεταβολή της μορφής των συναρτήσεων οριακής αντοχής των μελών. Όμως οι πληροφορίες που αντλούνται μέσα από τη σύνθεση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι συνήθως επαρκείς για την εκτίμηση της σημαντικότητας των υπερκύβων του πιθανοτικού χώρου και της κρισιμότητας των τ.μ. Για την εύρεση της j μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας μήκους $N_{e,i}$ ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\min -P_{f,j} \text{ υπό την προϋπόθεση } S_{j \in \{N_{e,i}\}} \leq 0 \quad (3.17)$$

όπου η συνάρτηση οριακής αντοχής S_j κάθε μέλους της υπό εξέταση ακολουθίας δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (3.13). Το παραπάνω πρόβλημα αποτελεί πρόβλημα δευτεροβάθμιου προγραμματισμού στον κανονικοποιημένο χώρο των τ.μ Gauss. Το πρόβλημα της σχέσης (3.17) μπορεί να μετασχηματιστεί ως:

$$\min (\beta_{HL})^2 \\ (\beta_{HL})^2 = T\left(\left\|\mathbf{x}_i^*\right\|^2\right) = T\left(\sum_j (x_{i,j}^*)^2\right) \text{ υπό την προϋπόθεση } S_{j \in \{N_{e,i}\}} = 0 \quad (3.18)$$

όπου $T()$ είναι ο μετασχηματισμός από τη βάση των τ.μ σε βάση στατιστικά ασυσχέτιστων κανονικοποιημένων μεταβλητών. Η λύση του προβλήματος της σχέσης (3.18) δίδεται ως:

$$P_{f,j} = \Phi(-\beta_{HL}) \quad \begin{aligned} \beta_{HL} &= \sqrt{(\beta_{HL})^2} & \exists j \in \{N_{e,i}\} : S_j(\mathbf{x}_o) \geq 0 \\ \beta_{HL} &= -\sqrt{(\beta_{HL})^2} & S_j(\mathbf{x}_o) < 0 \quad \forall j \in \{N_{e,i}\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

όπου \mathbf{x}_o είναι το διάνυσμα των διάμεσων τιμών των τ.μ του προβλήματος. Λύση για το πρόβλημα βελτιστοποίησης των σχέσεων (3.17) και (3.18) υπάρχει όταν και μόνον όταν:

$$\bigcap_{j \in N_{e,i}} E(S_j \leq 0) \neq \emptyset \quad (3.20)$$

όπου, $E(S_j \leq 0)$ είναι το γεγονός αστοχίας του j μέλους. Σύμφωνα με τη σχέση (3.20) το πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει λύση όταν και μόνον όταν η τομή των γεγονότων αστοχίας των μελών που αποτελούν τη μη πλήρη αλληλουχία αστοχίας δεν είναι ίση με το κενό σύνολο. Στο πρόβλημα βελτιστοποίησης τα μέλη που επιλέγονται στην κατάστροψη της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας ικανοποιούν τη σχέση (παράγραφος 3.18):

$$\forall \{i, k\} \in \{1, \dots, N_{e,i}\} \quad \exists j \in \{1, \dots, N_{RV}\} : a_{i,j}^{\max} \cdot a_{k,j}^{\min} \geq 0 \quad \begin{cases} a_{i,j}^{\max} = \max\{a_{i,j}\} \\ a_{k,j}^{\min} = \min\{a_{k,j}\} \end{cases} \quad (3.21)$$

όπου $a_{i,j}$ και $a_{k,j}$ είναι ο i συντελεστής κατεύθυνσης για το j και k μέλος αντίστοιχα, της υπό εξέταση μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Η μεθοδολογία που ακολουθείται για τη σύνθεση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι παρόμοια με τη μέθοδο Διακλάδωσης και Φραγής όπως παρουσιάζεται από τους Mahadevan, και Raghothamachar [36]. Τα περισσότερο κρίσιμα μέλη επιλέγονται πρώτα και συνδυάζονται, υπό τους περιορισμούς που θέτει η σχέση (3.21), για τη μόρφωση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Από την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης υπολογίζονται οι πιθανότητες εμφάνισης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και καταγράφεται η υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι την εξάντληση όλων των πιθανών μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας συγκεκριμένου μήκους που ικανοποιούν τη συνθήκη της σχέσης (3.21). Η διαδικασία ενδέχεται να τερματιστεί νωρίτερα αν σε σχέση με τους δείκτες αξιοπιστίας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και των κρίσιμων μελών της κατασκευής έχουμε την ικανοποίηση της συνθήκης:

$$\beta_i > \frac{\beta_{cr}}{\varepsilon} \quad \beta_i = \max\{\beta_k, \dots, \beta_m\} \quad \text{όπου} \quad \beta_{cr} = \min\{\beta_1, \dots, \beta_j\} \quad j = 1, \dots, N_m \quad (3.22)$$

όπου, $\{\beta_k, \dots, \beta_m\}$ είναι το διάνυσμα των $N_{e,i}$ κρίσιμων μελών της κατασκευής που έχουν επιλεγεί για την κατάστροψη της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας και β_{cr} είναι η ελάχιστη τιμή του δείκτη αξιοπιστίας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που έχουν εξετασθεί. Η σχέση (3.22) φράσσει το δείκτη αξιοπιστίας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που απομένουν από την τιμή β_{cr}/ε . Για τιμές του δείκτη αξιοπιστίας του μέλους της κατασκευής μικρότερες του λόγου β_{cr}/ε οι προς σχηματισμό μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας είναι ήσσονος σημασίας καθώς η συνεισφορά τους στους δείκτες σημαντικότητας των τ.μ και της σχετικής ευρωστίας των υπερκύβων είναι αμελητέα. Στην παράγραφο 3.19, παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία της επιλογής των μελών για τη μόρφωση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας.

Από το σύνολο των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που παράγονται με την επίλυση των εκάστοτε προβλημάτων βελτιστοποίησης, οι N_m περισσότερο πιθανές μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας επιλέγονται για ομαδοποίηση, για τον υπολογισμό της σημαντικότητας των τ.μ του προβλήματος και της ευρωστίας των εκάστοτε υπερκύβων.

3.6 Κατακερματισμός του πιθανοτικού χώρου

Η μέθοδος λατινικού υπερκύβου διαχωρίζει τον πιθανοτικό χώρο σε n αμοιβαίως αποκλειόμενους υπερκύβους (hypercubes) ίσου βάρους. Στη συνέχεια λαμβάνεται ο ίδιος αριθμός δειγμάτων από κάθε υπερκύβο και υπολογίζεται η πιθανότητα εμφάνισης του υπό εξέταση γεγονότος [46]. Η δειγματοληψία πραγματοποιείται στον πιθανοτικό χώρο και όχι στο χώρο των τ.μ με αποτέλεσμα το μετασχηματισμό του προβλήματος υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας από τον υπολογισμό του όγκου της Αθροιστικής Συνάρτησης Πιθανότητας (ΑΣΠ) της συνάρτησης οριακής αντοχής σε ένα μη πεπερασμένο χώρο, σε υπολογισμό όγκου σε μέρος μοναδιαίου υπερκύβου N_{RV} διαστάσεων [8]. Η χρήση της μεθόδου λατινικού υπερκύβου ή των παραλλαγών της (Μέθοδος Διαχωρισμού σε Υπερδιαστήματα, Hyperspace Division Method [30], [56]) οδηγεί σε αύξηση της αξιοπιστίας του τελικού αποτελέσματος [26], [46] για το ίδιο πλήθος δειγμάτων σε σχέση με το σχετικό λάθος στην περίπτωση της κλασικής MC μεθόδου καθώς μειώνει το λάθος εκτίμησης της σχέσης (3.1). Στην προτεινόμενη μέθοδο, ο πιθανοτικός χώρος \mathbf{D} διαχωρίζεται σε $2^{N_{RV}}$ μη αλληλοκαλυπτόμενους υπερκύβους ως:

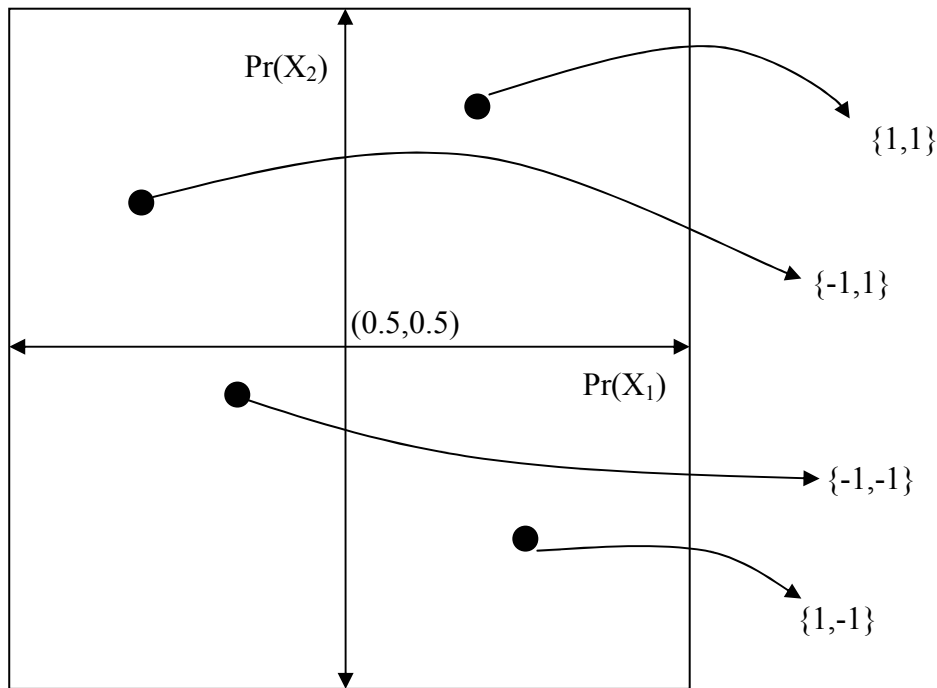
$$\left\{ \bigcup_{j=1}^{2^{N_{RV}}} \mathbf{D}_j = \mathbf{D} \quad \underbrace{\mathbf{D}_k \cap \mathbf{D}_l}_{k \neq l} = \emptyset \quad \|\mathbf{D}_k\| = \|\mathbf{D}_l\| \right\} \quad \forall k, l \in \{1, \dots, 2^{N_{RV}}\} \quad (3.23)$$

όπου κάθε υπερκύβος \mathbf{D}_i , απεικονίζεται μέσω διανύσματος δυφίων \mathbf{k} ως:

$$\mathbf{k} = \underbrace{\{k_1^*, \dots, k_i^*, \dots, k_{N_{RV}}^*\}}_{\text{ακολουθία δυφίων}} \quad \text{οπου } k_i^* = \begin{cases} 1 & z_i \geq \bar{z}_i \\ -1 & z_i < \bar{z}_i \end{cases} \quad (3.24)$$

όπου, \bar{z}_i είναι ο διάμεσος της i τ.μ. Στο Διάγ. 3.2, παρουσιάζεται η απεικόνιση κάθε υπερκύβου στο διάνυσμα δυφίων σύμφωνα με τη σχέση (3.24) για πρόβλημα 2 διαστάσεων. Η πιθανότητα ενός σημείου z να βρίσκεται σε ένα από τους υπερκύβους αυτούς (που ορίζει και το σχετικό βάρος \bar{v}_j κάθε υπερκύβου) δίδεται ως:

$$\bar{v}_j = \frac{\|D_j^{N_{RV}}\|}{\|D^{N_{RV}}\|} \quad \bar{v}_j = \frac{1}{2^{N_{RV}}} \quad \forall j \in 2^{N_{RV}} \quad \sum_{j=1}^{2^{N_{RV}}} \bar{v}_j = 1 \quad (3.25)$$



Διάγ. 3.2: Απεικόνιση των υπερκύβων στο χώρο $\mathbf{B}^{N_{RV}}$ ($N_{RV}=2$)

3.7 Ορισμός Ευρωστίας

3.7.1 Ομαδοποίηση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας

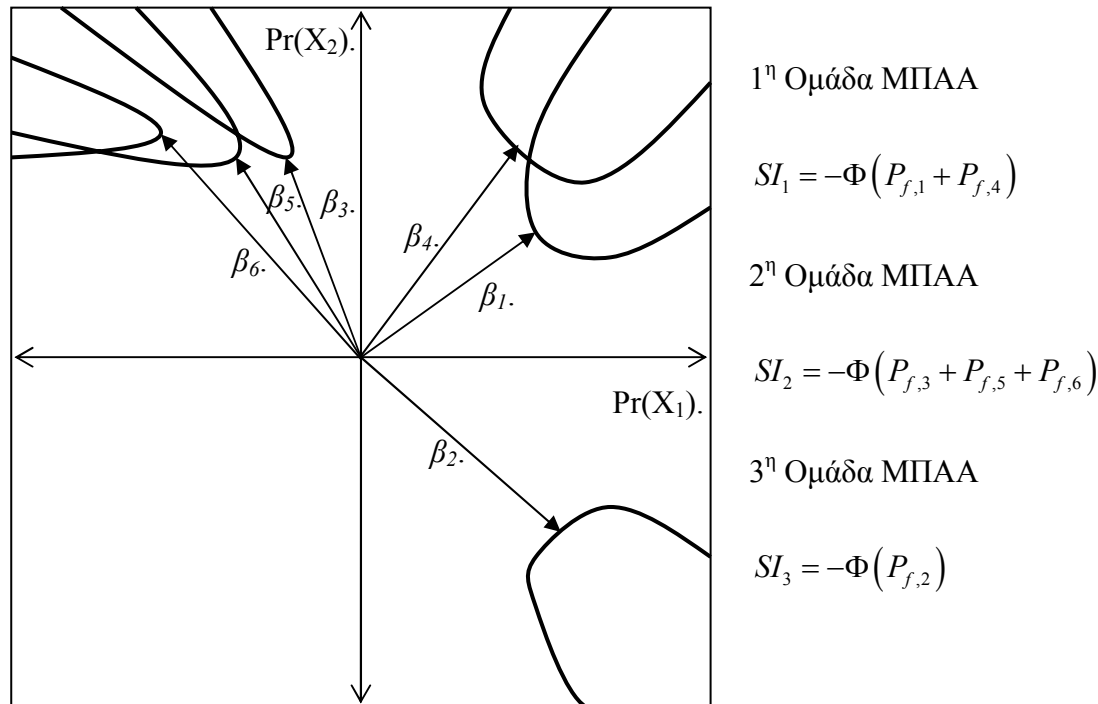
Οι μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας, ομαδοποιούνται ως προς τη θέση των σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας. Οι μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας i και j αποτελούν μέλη της ίδιας ομάδας όταν και μόνον όταν:

$$a_{i,k}^* \cdot a_{j,k}^* > 0 \quad k = \{1, \dots, N_{RV}\} \quad \forall k : a_{i,k}^* \neq 0 \wedge a_{j,k}^* \neq 0 \quad (3.26)$$

όπου $a_{i,k}^*$ είναι η τιμή της k τ.μ του διανύσματος κατεύθυνσης της i μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Η σχέση (3.26) εξασφαλίζει ότι δύο μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας αποτελούν μέλη της ίδιας ομάδας όταν και μόνον όταν τα σημεία μέγιστης πιθανοφάνειας των, βρίσκονται στον ίδιο υπερκύβο σύμφωνα με την κατάτμηση των σχέσεων (3.23) και (3.24). Η πιθανότητα αστοχίας $P_{f,s}$ κάθε ομάδας στην προτεινόμενη μέθοδο, δίδεται ως το αλγεβρικό άθροισμα της πιθανότητας αστοχίας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που την αποτελούν. Η σχετική σημασία SI_s της s ομάδας ορίζεται ως ο δείκτης αξιοπιστίας της πιθανότητας αστοχίας της υπό εξέταση ομάδας:

$$SI_s = -\Phi(P_{f,s}) \quad P_{f,s} = \sum_{i \in s} P_{f,i} \tag{3.27}$$

Στο Διάγ. 3.3, παρουσιάζεται η διαδικασία ομαδοποίησης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας. Έξι μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας ομαδοποιούνται σε 3 ομάδες ανάλογα της σχετικής θέσης των σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας.



Διάγ. 3.3: Ομαδοποίηση μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ($N_{RV}=2$)

3.7.2 «Δίπλωση» (“Curling”) του Πιθανοτικού Χώρου

Η ευαισθησία της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής ως προς το διάνυσμα των τ.μ είναι συνάρτηση της σχετικής σημασίας κάθε τ.μ για το υπό εξέταση πρόβλημα. Μέσω του δείκτη σχετικής σημασίας κάθε ομάδας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας υπολογίζεται ο δείκτης της σχετικής σημασίας κάθε τ.μ. Οι τ.μ ήσσονος σημασίας εξαιρούνται από τη διαδικασία κατάτμησης του πιθανοτικού χώρου και αντιμετωπίζονται από αυτό το σημείο και στη συνέχεια όπως και στις κλασικές μεθόδους MC. Στόχος της δίπλωσης είναι η μείωση της πολυπλοκότητας του πιθανοτικού χώρου. Η σχετική σημασία $V_{RV,i}$ της i τ.μ δίδεται ως:

$$V_{RV,i} = \sum_{s=1}^{N_g} \left(\frac{1}{N_{s,act}} \cdot SI_s \cdot |\delta_i^s| \right) \quad i = 1, \dots, N_{RV}, \quad N_{s,act} = \sum_{k=1}^{N_{RV}} |\delta_k^s| \tag{3.28}$$

όπου $N_{s,act}$ είναι το πλήθος των ενεργών τ.μ του s ομάδας και N_g είναι το πλήθος των ομάδων. Κάθε τ.μ ορίζεται ως ενεργή ως προς μία ομάδα εφόσον το διάνυσμα κατεύθυνσης των σημείων μέγιστης πιθανοφάνειας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που αποτελούν την

ομάδα ως προς τη συγκεκριμένη τ.μ έχει τιμή διάφορη του μηδενός. Η πολυπλοκότητα του πιθανοτικού χώρου μειώνεται από N_{RV} σε N_{act} (το πλήθος των σημαντικών τ.μ) μέσω της δίπλωσης των τ.μ για τις οποίες ικανοποιείται η συνθήκη:

$$V_{RV,i} \geq f_{RV} \cdot \max_i \{V_{RV,i}\} \quad (3.29)$$

όπου f_{RV} είναι η τιμή κατωφλίου για το διάνυσμα των τ.μ. Μετά τη «δίπλωση» των μη ενεργών τ.μ οι σχέσεις, (3.23), (3.24) και (3.25) τροποποιούνται ώστε να λάβουν υπόψη τη δίπλωση των μη ενεργών τ.μ ως:

$$\left\{ \bigcup_{j=1}^{2^{N_{act}}} \mathbf{D}_j = \mathbf{D} \quad \underbrace{\mathbf{D}_k \cap \mathbf{D}_l}_{k \neq l} = \emptyset \quad \|\mathbf{D}_k\| = \|\mathbf{D}_l\| \right\} \quad \forall k, l \in \{1, \dots, 2^{N_{act}}\} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{k} = \underbrace{\{k_1^*, \dots, k_i^*, \dots, k_{N_{RV}}^*\}}_{\text{binary string}} \quad \text{where } k_i^* = \begin{cases} 1 & z_i \geq \bar{z}_i \\ 0 & \text{μη σημαντική TM} \\ -1 & z_i < \bar{z}_i \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\hat{v}_j = \frac{\|D_j^{N_{act}}\|}{\|D^{N_{act}}\|} \quad \hat{v}_j = \frac{1}{2^{N_{act}}} \quad \forall j \in 2^{N_{act}} \quad \sum_{j=1}^{2^{N_{act}}} \hat{v}_j = 1 \quad (3.32)$$

Στην παράγραφο 3.20, παρουσιάζονται η διαδικασία με την οποία επιλέγονται οι τ.μ για δίπλωση καθώς και η μέθοδος δειγματοληψίας των μη ενεργών τ.μ.

3.8 Ευρωστία υπερκύβων

3.8.1 Ορισμός της ευρωστίας των υπερκύβων

Η ευρωστία κάθε υπερκύβου υπολογίζεται ως συνάρτηση της σημαντικότητας κάθε ομάδας μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και της σχετικής θέσης του υπερκύβου αυτού σε σχέση με τα σημεία μέγιστης πιθανοφάνειας των ομάδων αυτών. Η ευρωστία που αποδίδεται από την s ομάδα μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας στο k υπερκύβο δίδεται ως:

$$V_{f,(k,s)} = \frac{\{SI_s\}}{N_{act}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{act}} \langle \delta_j^k, \delta_j^s \rangle \quad (3.33)$$

όπου οι παράμετροι δ_j^k και δ_j^s δίδονται ως:

$$\delta_j^k = \begin{cases} 1 & k_j^* = 1 \\ -1 & k_j^* = -1 \end{cases} \quad \delta_j^s = \begin{cases} 1 & x_{s,j}^* \geq \bar{x}_j \\ -1 & x_{s,j}^* < \bar{x}_j \end{cases} \quad (3.34)$$

όπου, k_j^* είναι το πρόσημο του διανύσματος κατεύθυνσης του k υπερκύβου για την j τ.μ

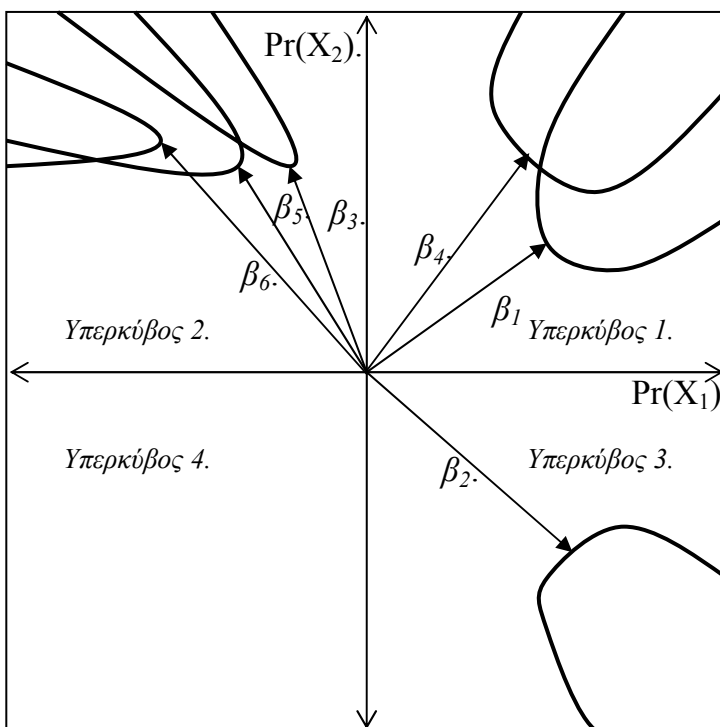
σύμφωνα με τη σχέση (3.31), $x_{s,j}^*$ είναι η τιμή της j τ.μ του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας για την s ομάδα μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και \bar{x}_j είναι η διάμεση τιμή της j τ.μ. Η συνάρτηση $\langle x,y \rangle$ ορίζεται ως:

$$\langle x,y \rangle = \begin{cases} 1 & x \cdot y > 0 \\ -1 & x \cdot y < 0 \end{cases} \text{ είτε } \langle x,y \rangle = \begin{cases} 1 & x \cdot y > 0 \\ 0 & x \cdot y < 0 \end{cases} \text{ όπου } \langle x,y \rangle = 0 \text{ if } x = 0 \quad (3.35)$$

Η 1^η παραλλαγή της σχέσης (3.35) υιοθετεί μία περισσότερη αυστηρή θεώρηση ως προς τον ορισμό της ευρωστίας κάθε υπερκύβου καθώς μειώνει την ευρωστία του υπερκύβου όταν για την πλειοψηφία των ενεργών τ.μ το γινόμενο $\delta_j^k \delta_j^s$ παρουσιάζει αρνητικό πρόσημο. Η 2^η παραλλαγή υιοθετεί μία πιο συντηρητική στάση εφόσον δεν έχουμε μείωση της ευρωστίας σε καμία περίπτωση. Η ευρωστία $V_{f,k}$ του k υπερκύβου δίδεται ως:

$$V_{f,k} = \sum_{s=1}^{N_g} V_{f,(k,s)} \quad (3.36)$$

Στο Διάγ. 3.4, παρουσιάζεται η ευρωστία των υπερκύβων για τις δύο παραλλαγές της σχέσης (3.35) σε πρόβλημα 3 ομάδων μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και δύο ενεργών τ.μ.



1^η Παραλλαγή της (3.35).

$$\begin{aligned} V_{f,1} &= SI_1 & V_{f,2} &= SI_2 - SI_3 \\ V_{f,3} &= -SI_2 + SI_3 & V_{f,4} &= -SI_1 \end{aligned}$$

2^η Παραλλαγή της (3.35).

$$\begin{aligned} V_{f,1} &= SI_1 + 0.5 \cdot SI_2 + 0.5 \cdot SI_3 \\ V_{f,2} &= 0.5 \cdot SI_1 + SI_2 \\ V_{f,3} &= 0.5 \cdot SI_1 + SI_3 \\ V_{f,4} &= 0.5 \cdot SI_2 + 0.5 \cdot SI_3 \end{aligned}$$

Διάγ. 3.4: Ορισμός ευρωστίας υπερκύβων (για τις δύο παραλλαγές της σχέσης (3.35))

3.8.2 Επιλογή των υπερκύβων

Οι υπερκύβοι επιλέγονται για περαιτέρω ανάλυση όταν και μόνον όταν:

$$V_{f,max} - (V_{f,max} - V_{f,min}) \cdot (1 - f_{cut-off}) \leq V_{f,j} \leq V_{f,max} \quad \text{όπου } V_{f,min} \geq 0.0 \quad (3.37)$$

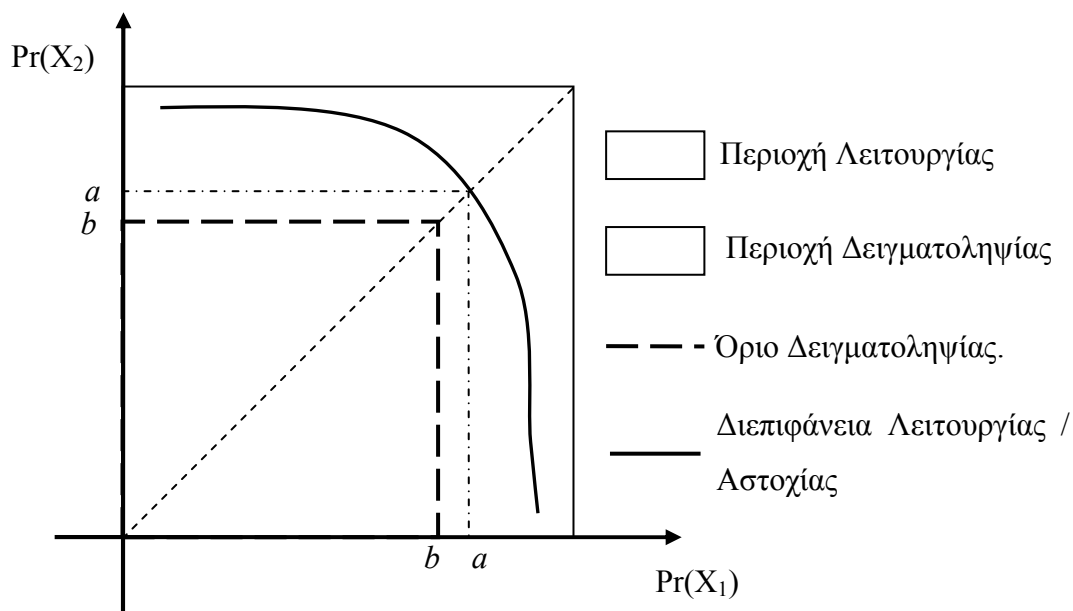
όπου $f_{cut-off}$ είναι η τιμή κατωφλίου της ευρωστίας των υπερκύβων και $V_{f,max}$, $V_{f,min}$, είναι η μέγιστη και ελάχιστη τιμή ευρωστίας των υπό εξέταση υπερκύβων. Ο περιορισμός σε σχέση με την ελάχιστη τιμή ευρωστίας στην περίπτωση της 1^{ης} παραλλαγής της σχέσης (3.35) οδηγεί σε άμεσο αποκλεισμό των υπερκύβων για τους οποίους $V_{f,k} < 0$.

3.9 Μονοδιάστατη Εξερεύνηση

Για τους υπερκύβους που πληρούν τη συνθήκη της σχέσης (3.37), με τη βοήθεια της μεθόδου εξερεύνησης κατά διεύθυνση [54], υπολογίζεται το σημείο τομής a (Διάγ. 3.5) της κυρίας διαγωνίου του υπερκύβου και της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας. Μέσω του σημείου αυτού υπολογίζεται το σημείο b (Διάγ. 3.5) που καθορίζει τον υπερκύβο δειγματοληψίας περιορίζοντας τη διαδικασία στη γειτονιά της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας ως:

$$b = N_{act} \sqrt{\frac{a^{N_{act}}}{f_{vol}}} = \frac{\alpha}{N_{act} \sqrt{f_{vol}}} \quad (3.38)$$

όπου, f_{vol} ($f_{vol} > 1$) είναι η παράμετρος ελέγχου που μεταβάλλει τον όγκο της περιοχής δειγματοληψίας.



Διάγ. 3.5: Διεπιφάνεια αστοχίας-λειτουργίας και περιοχή δειγματοληψίας

Για την αποφυγή δειγματοληψίας σε υπερκύβους ήσσονος σημασίας, οι υπερκύβοι που επιλέγονται για δειγματοληψία πρέπει να πληρούν ακόμα και τη συνθήκη:

$$Vol_i \geq \varepsilon \cdot \max_{i \in N_{ss}} \{Vol_i\} \quad \varepsilon = 0.01 \quad (3.39)$$

όπου N_{ss} είναι το πλήθος των υπερκύβων που πληρούν τη σχέση (3.37). Σύμφωνα με τη σχέση (3.39) επιλέγονται οι N_s υπερκύβοι για τα οποία πραγματοποιείται δειγματοληψία. Η συνθήκη της σχέσης (3.39) σκοπεύει στη μείωση του υπολογιστικού κόστους. Για υπερκύβους που ο όγκος του χωρίου δειγματοληψίας προκύπτει μικρότερος του 1% του όγκου του περισσότερο κρίσιμου χωρίου δειγματοληψίας αποφασίζεται η εξαίρεση τους από τη διαδικασία της βαρύνουσας δειγματοληψίας.

3.10 Σημεία Δειγματοληψίας

Κατά τη διάρκεια της δειγματοληψίας του k υπερκύβου $k=1, \dots, N_s$ τα σημεία δειγματοληψίας **στο χώρο των τ.μ** δίδονται ως:

$$\mathbf{x} \rightarrow x_i = \begin{cases} F_i^{-1} \left[0.5 + \frac{\delta_i^k \cdot \text{rand}()}{2} \right] & i \in N_{act} \\ F_i^{-1} [\text{rand}()] & i \notin N_{act} \end{cases} \quad (3.40)$$

όπου $F_i^{-1}[\cdot]$ είναι η ανάστροφη ΑΣΠ της i τ.μ και $\text{rand}()$ είναι τυχαία τιμή που ισοκατανέμεται στο διάστημα $[0,1)$. Η τυχαία αυτή τιμή παράγεται με τη βοήθεια γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. Ως γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Mersenne-Twister [38] και σε ορισμένες περιπτώσεις η γεννήτρια με διαιρέτη ισοϋπολοίπων [47]. Η τιμή του δ_i^k δίδεται από τη σχέση (3.34) για το k υπερκύβο. Όταν το αρχικό διάνυσμα των τ.μ αποτελείται από στατιστικά συσχετισμένες τ.μ η σχέση (3.40) τροποποιείται ως:

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{T}}^{-1}(\mathbf{z}) \rightarrow z_i = \begin{cases} \Phi^{-1} \left[0.5 + \frac{\delta_i^k \cdot \text{rand}()}{2} \right] & i \in N_{act} \\ \Phi^{-1} [\text{rand}()] & i \notin N_{act} \end{cases} \quad (3.41)$$

όπου $\tilde{\mathbf{T}}^{-1}(\cdot)$ είναι ο μετασχηματισμός από τη βάση των στατιστικών ασυσχέτιστων κανονικοποιημένων τ.μ κατά Gauss \mathbf{z} στο χώρο των τ.μ του προβλήματος \mathbf{x} . Κάθε σημείο του **πιθανοτικού χώρου \mathbf{p}** που ορίζεται ως:

$$\mathbf{p} \rightarrow p_i = \begin{cases} 0.5 + \frac{\delta_i^k \cdot \text{rand}()}{2} & i \in N_{act} \\ \text{rand}() & i \notin N_{act} \end{cases} \quad (3.42)$$

πρέπει να πληροί τις παρακάτω συνθήκες για τον k υπερκύβο:

$$\exists x_j : \left\{ \max \left\{ P_j \mid_{j \in N_{act} \wedge \delta_j^k = 1} \right\} \geq b_k \quad \wedge \quad \min \left\{ P_j \mid_{j \in N_{act} \wedge \delta_j^k = -1} \right\} \leq b_k \right\} \quad (3.43)$$

Η σχέση (3.43) εξασφαλίζει ότι τα σημεία δειγματοληψίας βρίσκονται εντός της περιοχής δειγματοληψίας καθώς για τουλάχιστον μία ενεργή τ.μ η τιμή του πιθανοτικού χώρου p πρέπει να βρίσκεται στο διάστημα $(0, b_k]$ ή στο διάστημα $[b_k, 1)$ αναλόγως του πρόσημου της τιμής του δ_j^k .

3.11 Κριτήρια τερματισμού διαδικασίας δειγματοληψίας

Κατά τη φάση της δειγματοληψίας εξετάζονται 2 κριτήρια για τον τερματισμό της. Το 1^ο κριτήριο ελέγχει το πλήθος των αστοχιών και το πλήθος των δειγμάτων. Η διαδικασία για το συγκεκριμένο υπερκύβο τερματίζεται όταν:

$$\begin{aligned} n_{f,j} &= \max \{ n_{f,j} \} \wedge n_{s,j} \geq \max \{ n_{f,j} \} & n_{s,j} &\geq n_{f,j} \\ n_{s,j} &= \max \{ n_{f,j} \} \wedge n_{f,j} \geq \max \{ n_{f,j} \} & n_{f,j} &\geq n_{s,j} \end{aligned} \quad (3.44)$$

όπου $\max \{ n_{f,j} \}$ είναι το πλήθος των γεγονότων αστοχίας της κατασκευής που απαιτούνται για τον τερματισμό της διαδικασίας δειγματοληψίας για τον υπό εξέταση υπερκύβο και $n_{f,j}$ και $n_{s,j}$ είναι το πλήθος των δειγμάτων στους υποχώρους αστοχίας και λειτουργίας αντίστοιχα. Το κριτήριο αυτό εξασφαλίζει επαρκή αριθμό δειγμάτων ώστε τα αποτελέσματα να παρέχουν τον απαιτούμενο δείκτη αξιοπιστίας.

Το 2^ο κριτήριο στοχεύει στην αποφυγή παρατεταμένης δειγματοληψίας σε περιοχές χαμηλού ενδιαφέροντος. Αν το αναμενόμενο μερικό αποτέλεσμα της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής $P_{f,j}$ για τον j υπερκύβο, είναι μικρότερο από ένα συγκεκριμένο ποσοστό $f_{s,c}$ του μέγιστου μερικού αποτελέσματος P_{max} , τότε η διαδικασία δειγματοληψίας για τον υπό εξέταση υπερκύβο τερματίζεται και ως μερική πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και των μελών ορίζεται τα μέχρι τη στιγμή εκείνη αποτελέσματα:

$$if \frac{n_{f,j}}{n_j} \leq f_{s,c} \cdot P_{max} \wedge n_j > n_{j,c} \Rightarrow P_{f,j} = \frac{n_{f,j}}{n_j} \text{ με } P_{max} = \max_{k=1, \dots, j-1} \{ P_{f,k} \} \quad (3.45)$$

όπου $n_{j,c}$ είναι το ελάχιστο πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων ανά υπερκύβο. Η τιμή $n_{j,c}$ είναι συνάρτηση της μερικής πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής:

$$n_{j,c} = f_{s,cp} \cdot \left[\left(\frac{P_{f,j,tot}}{\tilde{v}_j} \right)^{-1} \cdot \max \{ n_f \} \right] \quad n_{j,c} \geq n_{j,c,lim} \text{ και } P_{f,j,tot} = \sum_{i=1}^{j-1} P_{f,i} \quad (3.46)$$

όπου $f_{s,cp}$ είναι το ποσοστό του πλήθους των δειγμάτων που απαιτούνται για την ενεργοποίηση της σχέσης (3.45), $P_{fj,tot}$ είναι το μέχρι τον j υπερκύβο αποτέλεσμα της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής, $\max\{n_j\}$ είναι το πλήθος των ζητούμενων δειγμάτων αστοχίας για το σύνολο των υπερκύβων που επιλέγονται για δειγματοληψία, $n_{j,c,lim}$ είναι το ελάχιστο πλήθος δειγμάτων που λαμβάνεται στον j υπερκύβο και \tilde{v}_j είναι το μερικό βάρος του υπό εξέταση υπερκύβου:

$$\tilde{v}_j = \hat{v}_j - \frac{Vol_j}{f_{vol}} \rightarrow \tilde{v}_j = \frac{1}{2^{N_{act}}} - \frac{Vol_j}{f_{vol}} \quad (3.47)$$

Για το σύνολο των προβλημάτων που αντιμετωπίστηκαν ο όρος $n_{j,c,lim}$ δίδεται ως:

$$n_{j,c,lim} = 20 \cdot N_{RV} \quad (3.48)$$

3.12 Υπολογισμός των Πιθανοτήτων αστοχίας

Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής δίδεται ως το άθροισμα των επιμέρους μερικών πιθανοτήτων αστοχίας. Μετά την εξέταση N_s υπερκύβων η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το σχετικό λάθος εκτίμησης δίδονται ως [50], [52]:

$$P_f = \sum_{j=1}^{N_s} \tilde{v}_j \cdot \frac{n_{f,j}}{n_j} \quad (3.49)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_s} \varepsilon_j^2} \quad \varepsilon_j = \sqrt{\frac{A \cdot (1-A)}{n_j}} \quad A = \frac{n_{f,j}}{n_j} \quad (3.50)$$

Για τα μέλη της κατασκευής οι πιθανότητες αστοχίας και το σχετικό λάθος δίδονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.49) και (3.50) όπου $n_{f,j}$ είναι το πλήθος των αστοχιών του υπό εξέταση μέλους. Αν το πλήθος των γεγονότων αστοχίας για κάποια μέλη της κατασκευής δεν είναι επαρκές για την ακριβή εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας τους, ως πιθανότητα αστοχίας των μελών αυτών ορίζονται οι εκτιμήσεις της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως.

3.13 Ψευδοκώδικας

Η προτεινόμενη μέθοδος συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

Βήμα 1: Έναρξη της διαδικασίας.

Βήμα 2: Προσέγγιση της συνάρτησης οριακής αντοχής με πολυώνυμο 2^{ns} τάξης σύμφωνα με τη σχέση (3.13) για τα μέλη της κατασκευής.

Βήμα 3: Υπολογισμός των δεικτών αξιοπιστίας β_i των μελών της κατασκευής και των τιμών του εκάστοτε διανύσματος κατεύθυνσης a_{ij} (σχέσεις (3.14) και (3.15)).

Βήμα 4: Υπολογισμός του πλήθους των κρίσιμων μελών σύμφωνα με τη σχέση (3.16).

Βήμα 5: Δημιουργία μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας συγκεκριμένου μήκους με την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης της σχέσης (3.17). Τα μέλη πρέπει να πληρούν τις προϋποθέσεις της σχέσης (3.21). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι εξάντλησης των κρίσιμων μελών ή την ικανοποίηση της σχέσης (3.22).

Βήμα 6: Διαχωρισμός του πιθανοτικού χώρου σε $2^{N_{rv}}$ υπερκύβους σύμφωνα με τις σχέσεις (3.23) ως (3.25).

Βήμα 7: Ομαδοποίηση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας σύμφωνα με τη σχέση (3.26). Υπολογισμός του συντελεστή σπουδαιότητας σύμφωνα με τη σχέση (3.27).

Βήμα 8: Καθορισμός των ενεργών τ.μ σύμφωνα με τις σχέσεις (3.28) και (3.29). “Δίπλωση” των μη κρίσιμων τ.μ. Νέα κατάτμηση του πιθανοτικού χώρου σε $2^{N_{act}}$ υπερκύβους σύμφωνα με τις σχέσεις (3.30) ως (3.32).

Βήμα 9: Υπολογισμός της ευρωστίας των υπερκύβων σύμφωνα με τις σχέσεις (3.33) ως (3.36).

Βήμα 10: Επιλογή των υπερκύβων για τα οποία ικανοποιείται η σχέση (3.37).

Βήμα 11: Υπολογισμός των σημείων a και b της σχέσης (3.38). Επανάληψη της διαδικασίας για τους υπερκύβους που έχουν επιλεγεί και αποκλεισμός από δειγματοληψία των υπερκύβων που δεν πληρούν τη συνθήκη της σχέσης (3.39).

Βήμα 12: Βαρύνουσα δειγματοληψία.

Βήμα 12α: Ορισμός $i=i+1$. Αν $i > N_s$ συνέχεια στο **Βήμα 13** αλλιώς στο **Βήμα 12β**.

Βήμα 12β: Δειγματοληψία για το i υπερκύβο όπου κάθε σημείο πληροί τους περιορισμούς των σχέσεων (3.40) και (3.43) στο πιθανοτικό χώρο. Καταγραφή των γεγονότων αστοχίας των μελών της κατασκευής και του συστήματος. Σε περίπτωση ικανοποίησης των κριτηρίων των σχέσεων (3.44) ή (3.45) επιστροφή στο **Βήμα 12α**.

Βήμα 13: Υπολογισμός των πιθανοτήτων αστοχίας και του λάθους εκτίμησης βάσει της

σχέσεων (3.49) και (3.50) για την κατασκευή και για τα μέλη της. Όταν το πλήθος των αστοχιών για ένα μέλος δεν είναι επαρκές, ορισμός του αποτελέσματος της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως ως πιθανότητα αστοχίας του υπό εξέταση μέλους.

Βήμα 14: Τερματισμός διαδικασίας.

3.14 Αριθμητικά Παραδείγματα

Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την πιθανοτική ανάλυση μονομορφικών και πολυμορφικών προβλημάτων αξιοπιστίας καθώς και από την ανάλυση στατικώς αορίστων επίπεδων και χωρικών δικτυωμάτων. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, με την ακριβή λύση (όπου αυτή είναι διαθέσιμη) καθώς και με αποτελέσματα της μεθόδου MC. Η ευρωστία και ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου της προτεινόμενης μεθόδου συγκρίνονται με τη μέθοδο MC. Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου (ή κόστους) ορίζεται ως ο λόγος του πλήθους των δειγμάτων της μεθόδου ως προς πλήθος των δειγμάτων της μεθόδου MC.

3.14.1 Μονομορφικά Προβλήματα – Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής

Στην απλούστερη του μορφή το πρόβλημα αξιοπιστίας ορίζεται ως:

$$\Pr(S \leq 0) \quad S = R - P \quad (3.51)$$

όπου S είναι η συνάρτηση οριακής αντοχής και R και P είναι οι συναρτήσεις αντοχής και φορτίου αντίστοιχα. Όταν οι τ.μ ακολουθούν κανονική κατανομή και εξασφαλίζεται η στατιστική τους ανεξαρτησία η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [12], [11]:

$$P_{f,s} = \Pr(S \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\mu_s}{\sigma_s}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_P}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_P^2}}\right) \quad (3.52)$$

όπου μ_s , μ_R και μ_P είναι οι μέσες τιμές της συνάρτησης οριακής αντοχής, της συνάρτησης αντοχής και της συνάρτησης φορτίου αντίστοιχα και σ_s , σ_R και σ_P είναι οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις. Στην παράγραφο 3.21, παρουσιάζονται οι μετασχηματισμοί στην περίπτωση στατιστικά εξαρτημένων τ.μ.

Έστω συνάρτηση οριακής αντοχής:

$$S = a \cdot R - b \cdot P + c \quad (3.53)$$

όπου a , b και c είναι οι ντετερμινιστικές παράμετροι του προβλήματος και R και P είναι οι τ.μ του προβλήματος. Οι τ.μ ακολουθούν κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Για το πρόβλημα της σχέσης (3.53) εξετάζονται 9 διαφορετικοί συνδυασμοί των ντετερμινιστικών παραμέτρων $\{a,b,c\}$. Το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας (L[IFM]) ορίζεται ίσο με τη μονάδα και για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων εφαρμόζεται η 1^η παραλλαγή. Οι παράμετροι του αλγορίθμου πιθανοτικής ανάλυσης είναι: $f_{vol}=1.20$, $f_{RV}=0.10$, $f_{cut-off}=0.0$, $f_{s,c}=0.10$, $f_{s,cp}=0.70$ $\max\{n_{fj}\}=30$ και $\max\{n_f\}=600$. Οι συνδυασμοί των ντετερμινιστικών παραμέτρων, η ακριβής πιθανότητα αστοχίας, η πιθανότητα αστοχίας της μεθόδου, το σχετικό λάθος εκτίμησης, ο λόγος της ακριβούς τιμής της πιθανότητας αστοχίας προς την εκτίμηση της μεθόδου, το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για τον τερματισμό της διαδικασίας και το πλήθος των αστοχιών παρουσιάζονται στον Πίν. 3.1.

A/a	a	b	c	$P_{f,acc}$	$P_{f,meth}$	ϵ	$P_{f,acc}/P_{f,meth}$	Δείγματα	Αστοχίες
1	1.0	1.0	3.0	0.01695	0.01594	0.00274	106.33%	260	30
2	1.0	1.0	4.0	0.00234	0.00218	0.00039	107.15%	1070	30
3	5.0	1.0	3.0	0.27815	0.25729	0.02218	108.11%	125	60
4	1.0	5.0	3.0	0.27815	0.27938	0.02341	99.56%	110	60
5	5.0	1.0	4.0	0.21638	0.19965	0.01959	108.38%	143	60
6	1.0	5.0	4.0	0.21638	0.20796	0.02009	104.05%	137	60
7	1.0	1.0	4.5	0.00073	0.00073	0.00013	100.82%	2545	30
8	1.0	1.0	5.0	0.00020	0.00020	0.00004	103.44%	7912	30
9	1.0	1.0	5.5	0.00005	0.00005	0.00001	96.84%	26902	30

Πίν. 3.1: Αποτελέσματα για το πρόβλημα της σχέσης (3.53).

Η ακρίβεια της μεθόδου κρίνεται ως πολύ καλή. Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου για το ίδιο πλήθος καταγεγραμμένων αστοχιών, κυμαίνεται από 4.51% ως 58%. Ο λόγος αυτός μειώνεται όσο μειώνεται η πιθανότητα αστοχίας. Η ανάλυση επαναλαμβάνεται για $f_{vol}=1.00$ και στον Πίν. 3.2, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της. Η ακρίβεια της μεθόδου κρίνεται όπως και στην περίπτωση όπου $f_{vol}=1.20$, ως πολύ καλή. Παρατηρείται, σημαντική μείωση του υπολογιστικού φόρτου ειδικά στις περιπτώσεις 7 ως 9 όπου ο λόγος αυτός κυμαίνεται από 2.45% ως 0.58%.

A/a	a	b	c	$P_{f,acc}$	$P_{f,meth}$	ϵ	$P_{f,acc}/P_{f,meth}$	Δείγματα	Αστοχίες
1	1.0	1.0	3.0	0.01695	0.01564	0.00266	108.33%	222	30
2	1.0	1.0	4.0	0.00234	0.00218	0.00039	107.18%	597	30
3	5.0	1.0	3.0	0.27815	0.25715	0.02217	108.17%	125	60

A/a	a	b	c	$P_{f,acc}$	$P_{f, meth}$	ε	$P_{f, acc}/ P_{f, meth}$	Δείγματα	Αστοχίες
4	1.0	5.0	3.0	0.27815	0.27921	0.02340	99.62%	110	60
5	5.0	1.0	4.0	0.21638	0.20096	0.01959	107.67%	140	60
6	1.0	5.0	4.0	0.21638	0.20957	0.02009	103.25%	134	60
7	1.0	1.0	4.5	0.00073	0.00071	0.00013	102.62%	1004	30
8	1.0	1.0	5.0	0.00020	0.00019	0.00004	107.34%	1941	30
9	1.0	1.0	5.5	0.00005	0.00005	0.00001	97.19%	3433	30

Πίν. 3.2: Αποτελέσματα για το πρόβλημα της σχέσης (3.53) και $f_{vol}=1.00$.

Η μέγιστη απόκλιση της εκτίμησης από την πραγματική τιμή της πιθανότητας αστοχίας είναι ίση με 8.38% για $f_{vol}=1.20$ και ίση με 8.33% για $f_{vol}=1.00$ με τυπική απόκλιση 3.85% και 4.60% αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση η απόκλιση από την πραγματική τιμή είναι μικρότερη του λάθους εκτίμησης της μεθόδου.

Η συνάρτηση οριακής αντοχής πλάγιο-κατακόρυφου μηχανισμού κατάρρευσης μονώροφου πλαισίου δίδεται ως [10]:

$$g(\mathbf{x}) = x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 - 5 \cdot x_5 - 5 \cdot x_6 \quad (3.54)$$

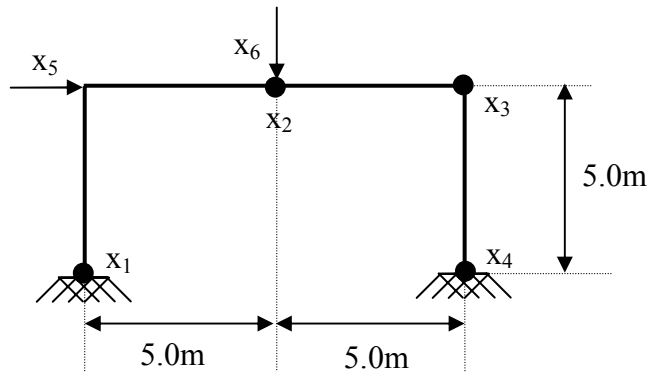
όπου x_1 ως x_4 είναι οι τ.μ αντοχής του προβλήματος και x_5 και x_6 είναι οι τ.μ των επιβαλλόμενων φορτίων. Το μονώροφο πλαίσιο και ο μηχανισμός κατάρρευσης παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.6. Οι τ.μ ακολουθούν λογαριθμική κατανομή με $E[x_1] = E[x_2] = E[x_3] = E[x_4] = 120\text{kNm}$, $E[x_5] = 50\text{kN}$ και $E[x_6] = 40\text{kN}$ και $\sigma[x_1] = \sigma[x_2] = \sigma[x_3] = \sigma[x_4] = 12\text{kNm}$, $\sigma[x_5] = 15\text{kN}$ και $\sigma[x_6] = 12\text{kN}$ αντίστοιχα. Το άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας της σχέσης (3.54) δίδεται ως [10]:

$$P_f^L = 0.0121782 \quad P_f^U = 0.0122599 \quad (3.55)$$

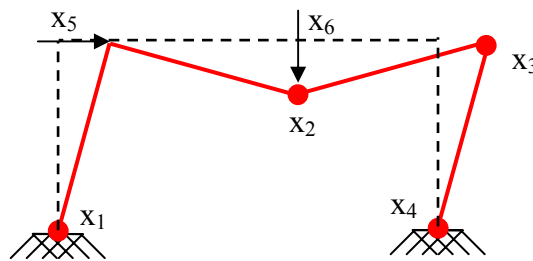
με μέση εκτίμηση $P_f=0.0122188$. Ο υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας με την προτεινόμενη μέθοδο επαναλαμβάνεται για 5 τιμές σποράς {4357, 5003, 6007, 7001, 8001} της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister (MTRG), για 3 τιμές του f_{vol} {1.00, 1.20, 1.40} και 7 τιμές του $\max\{n_{fj}\}$ {30, 60, 90, 120, 180, 300, 600}. Το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας (L[IFM]) είναι ίσο με τη μονάδα και για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων εφαρμόζεται η 1^η παραλλαγή. Για τις λοιπές παραμέτρους του προβλήματος έχουμε: $f_{RV}=0.10$, $f_{cut-off}=0.0$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.70$.

Η πιθανότητα αστοχίας, το σχετικό λάθος αυτής, το πλήθος των δειγμάτων καθώς και το πλήθος των γεγονότων αστοχίας παρουσιάζονται στα Διάγ. 3.7 ως Διάγ. 3.11 για τις τιμές

σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα της μεθόδου MC.



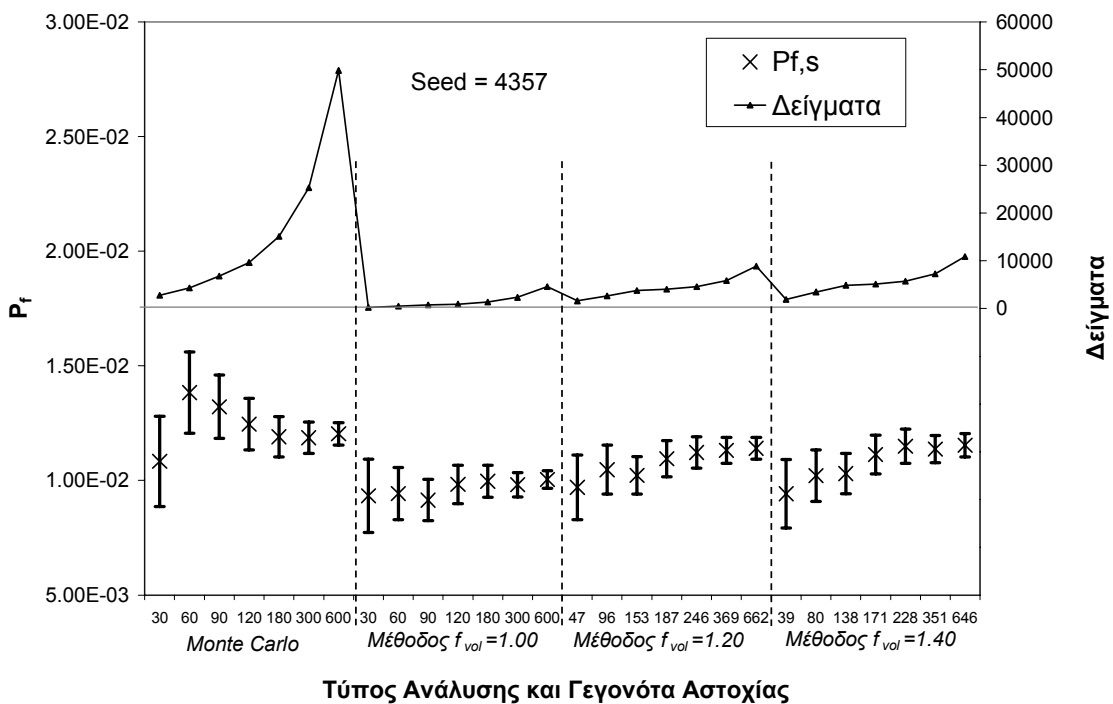
Μονώροφο πλαίσιο



Πλάγιο-κατακόρυφος μηχανισμός κατάρρευσης

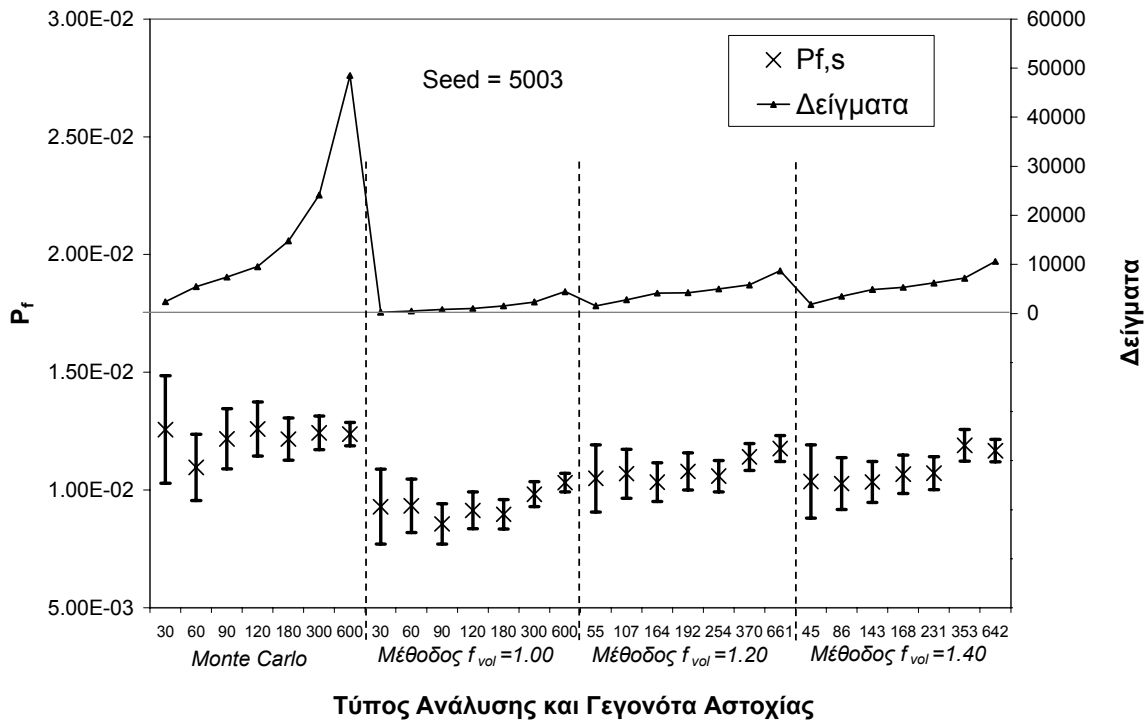
Διάγ. 3.6: Πλάγιο-κατακόρυφος μηχανισμός κατάρρευσης σε μονώροφο πλαίσιο

Πιθανότητα αστοχίας και πλήθος δειγμάτων



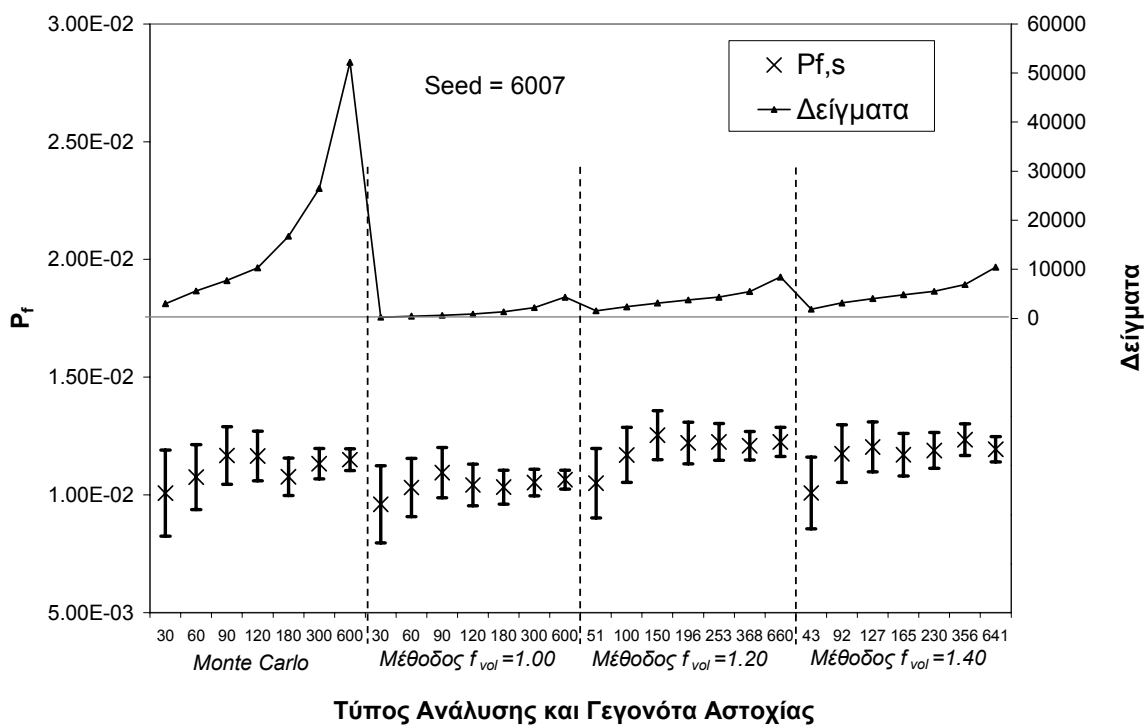
Διάγ. 3.7: P_f και πλήθος δειγμάτων για μονώροφο πλαίσιο (Τιμή Σποράς = 4357)

Πιθανότητα αστοχίας και πλήθος δειγμάτων

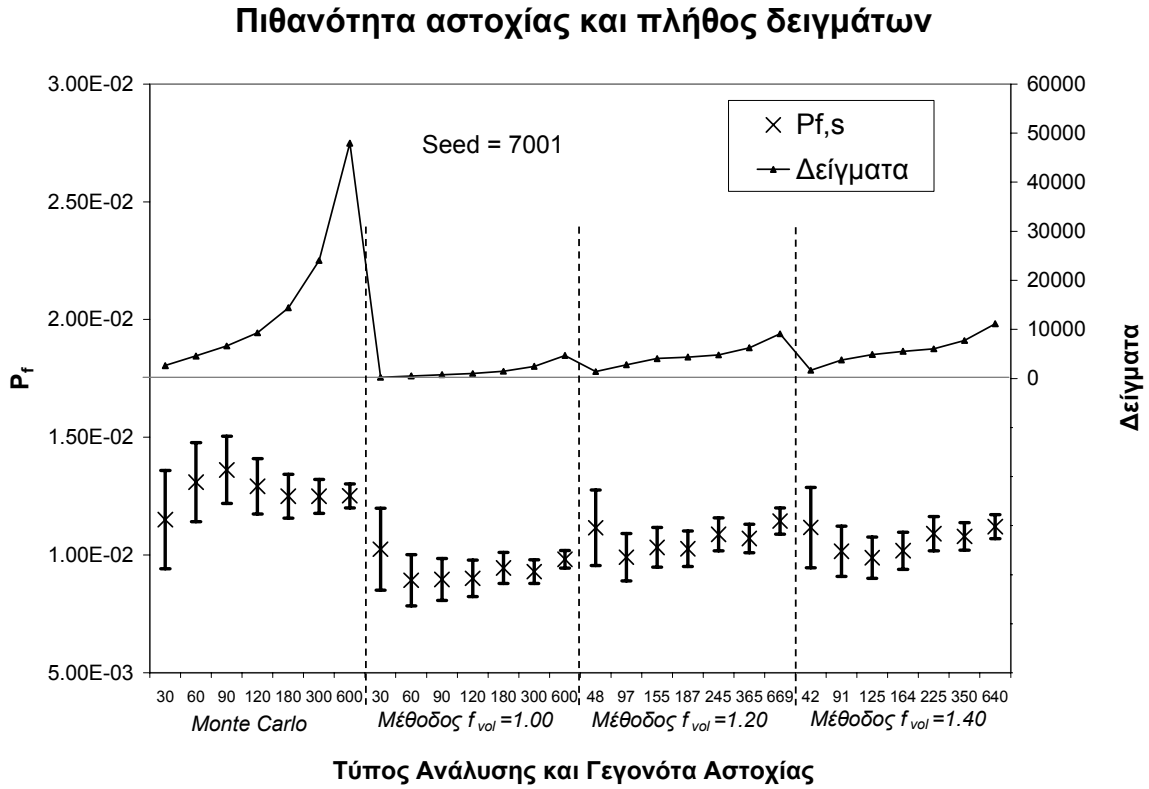


Διάγ. 3.8: P_f και πλήθος δειγμάτων για μονώροφο πλαίσιο (Τιμή Σποράς = 5003)

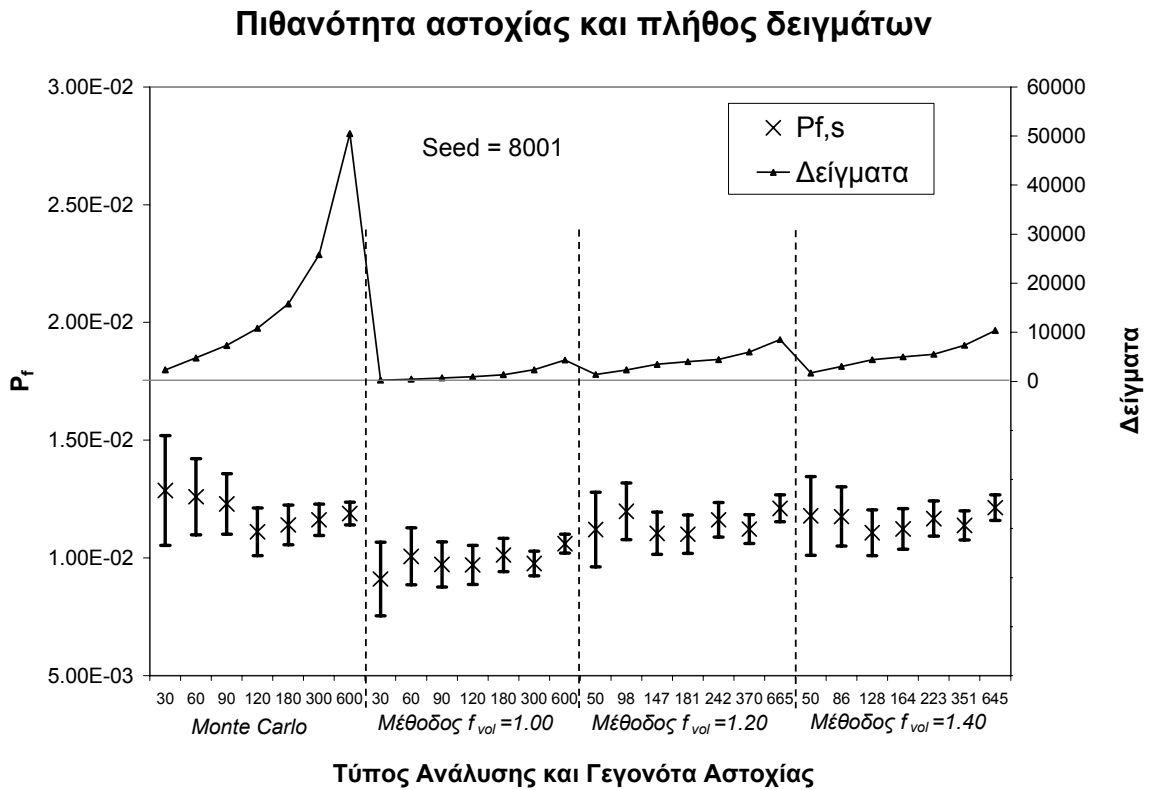
Πιθανότητα αστοχίας και πλήθος δειγμάτων



Διάγ. 3.9: P_f και πλήθος δειγμάτων για μονώροφο πλαίσιο (Τιμή Σποράς = 6007)



Διάγ. 3.10: P_f και πλήθος δειγμάτων για μονώροφο πλαίσιο (Τιμή Σποράς = 7001)



Διάγ. 3.11: P_f και πλήθος δειγμάτων για μονώροφο πλαίσιο (Τιμή σποράς = 8001)

Η ακρίβεια της μεθόδου είναι πολύ καλή για όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων του

προτεινόμενου αλγορίθμου, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου $f_{vol}=1.20$. Η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε αύξηση της ακρίβειας εκτίμησης.

Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου κυμαίνεται από 10% ως 20% της μεθόδου MC. Ως προς τις τιμές σποράς παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις με την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της μεθόδου MC να κυμαίνεται από 0.0115 ως και 0.0130 για πλήθος αστοχιών ίσο με 600 και της προτεινόμενης μεθόδου από 0.0105 ως και 0.0115 για $f_{vol}=1.00$ ενώ για $f_{vol}=1.20$ η πιθανότητα αστοχίας κυμαίνεται από 0.0110 ως και 0.0125. Η εκτίμηση της πιθανότητα αστοχίας παρουσιάζει τη μεγαλύτερη υστέρηση ως προς την ακριβή τιμή για τιμή σποράς ίση με 6007.

3.14.2 Μονομορφικό Πρόβλημα – Μη Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής

Τρεις μη γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής, που αποτελούν προβλήματα αναφοράς για την εκτίμηση της ευρωστίας μεθόδων πιθανοτικής ανάλυσης, επιλέγονται για την εκτίμηση της ευρωστίας της προτεινόμενης μεθόδου. Οι συναρτήσεις ορίζονται ως [31]:

$$g_1(x, y) = \exp[0.2 \cdot x + 6.2] - \exp[0.47 \cdot y + 5.0] \quad (3.56)$$

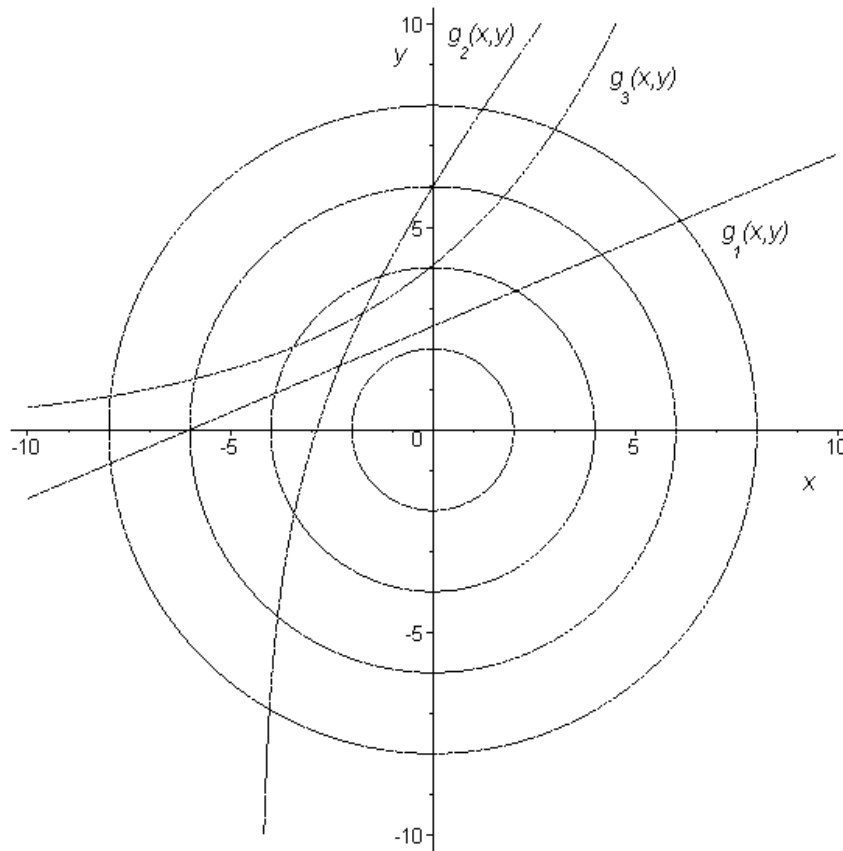
$$g_2(x, y) = \exp[0.4 \cdot (x + 2) + 6.2] - \exp[0.3 \cdot y + 5.0] - 200 \quad (3.57)$$

$$g_3(x, y) = \exp[0.2 \cdot x + 1.4] - y \quad (3.58)$$

όπου, x και y είναι τ.μ που ακολουθούν κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων (3.56) ως (3.58) παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.12. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης σε συνδυασμό με τα δημοσιευμένα αποτελέσματα [31], παρουσιάζονται στους Πίν. 3.3 ως Πίν. 3.5. Οι παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $f_{vol}=1.20$, $f_{RI}=0.10$, $f_{cut-off}=0.0$, $f_{s,c}=0.10$, $f_{s,cp}=0.70$ $\max\{n_{f,j}\}=\{30,60\}$ και $\max\{n_f\}=600$. Το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας (L[IFM]) ορίζεται ίσο με τη μονάδα και για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων εφαρμόζεται η 1^η παραλλαγή. Η τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister [38] ορίζεται ως 4357 και η διαδικασία επαναλαμβάνεται για 5 τιμές σποράς {4357, 5003, 6007, 7001, 8001} ώστε να διερευνηθεί η ευαισθησία εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας.

Η ακρίβεια της μεθόδου κρίνεται ως πολύ καλή. Η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης με αντίστοιχη μείωση του σχετικού λάθους αλλά και ταυτόχρονη αύξηση του υπολογιστικού φόρτου. Ως προς τη $E[P_f]$ για τις σχέσεις (3.56), (3.57) και (3.58)

(για διαφορετικές τιμές σποράς) οι σχετικές διαφορές μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και της μεθόδου MC είναι ίσες με 0.85%, 2.70% και 0.56% αντίστοιχα.



Διάγ. 3.12: Γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων οριακής αντοχής (3.56) ως (3.58).

Μέθοδος	β	P_f (€)	Λάθος ως προς MC
Μέθοδος MC [31]	2.351	0.00937	N/A
Μέθοδος MC (MTRG)	2.341	0.00961 (± 0.00039)	N/A
$E[P_f]$ - MC (MTRG 5 τιμές σποράς)	2.353	0.00931 (± 0.00035)	N/A
Μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως	2.373	0.00882	-5.8% (-8.2%)
Μέθοδος απόκρισης επιφανείας 2 ^{αs} Τάξεως	2.082	0.01866	99.1 % (94.1%)
Αποτελέσματα Βιβλ. [31]	2.349	0.00941	0.4 % (-2.1%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=30$	2.379	0.00869 (± 0.00117)	-7.2% (-9.6%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=60$	2.345	0.00950 (± 0.00096)	1.4% (-1.1%)
$E[P_f]$ (5 τιμές σποράς) $\text{max}\{n_{f,j}\}=60$	2.356	0.00923 (± 0.001298)	0.85%

Πίν. 3.3: Δείκτης αξιοπιστίας, P_f και λάθος ως προς την εκτίμηση MC σχέση (3.56).

Μέθοδος	β	P_f (€)	Λάθος ως προς MC
Μέθοδος MC [31]	2.685	0.00363	N/A
Μέθοδος MC (MTRG)	2.691	0.00357 (± 0.00014)	N/A
$E[P_f]$ - MC (MTRG 5 τιμές σποράς)	2.693	0.00354 (± 0.00020)	N/A
Μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως	2.523	0.00582	60.3% (63.0%)
Μέθοδος απόκρισης επιφανείας 2 ^{ας} Τάξεως	2.701	0.00345	-5.0 % (-3.1%)
Αποτελέσματα Βιβλ. [31]	2.691	0.00356	-1.9 % (0.3%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=30$	2.630	0.00427 (± 0.00062)	17.6% (19.6%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=60$	2.655	0.00397 (± 0.00041)	9.4% (11.2%)
$E[P_f]$ (5 τιμές σποράς) $\text{max}\{n_{f,j}\}=60$	2.691	0.00356 (± 0.00025)	0.56%

Πίν. 3.4: Δείκτης αξιοπιστίας, P_f και λάθος ως προς την εκτίμηση MC σχέση (3.57).

Μέθοδος	β	P_f (€)	Λάθος ως προς MC
Μέθοδος MC [31]	3.382	0.000338	N/A
Μέθοδος MC (MTRG)	3.358	0.000392 (± 0.000016)	N/A
$E[P_f]$ - MC (MTRG 5 τιμές σποράς)	3.378	0.000366 (± 0.000019)	N/A
Μέθοδος ανάλυσης αξιοπιστίας πρώτης τάξεως	3.354	0.000398	17.7% (1.53%)
Μέθοδος απόκρισης επιφανείας 2 ^{ας} Τάξεως	3.381	0.000340	0.6 % (-13.2%)
Αποτελέσματα Βιβλ. [31]	3.384	0.000358	5.9 % (-8.7%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=30$	3.360	0.000389 (± 0.000078)	15.1% (-0.7%)
$\text{Max}\{n_{f,j}\}=60$	3.380	0.000362 (± 0.000047)	7.1% (-7.6%)
$E[P_f]$ (5 τιμές σποράς) $\text{max}\{n_{f,j}\}=60$	3.385	0.000356 (± 0.000051)	-2.7%

Πίν. 3.5: Δείκτης αξιοπιστίας, P_f και λάθος ως προς την εκτίμηση MC σχέση (3.58).

Το πλήθος των δειγμάτων για τις σχέσεις (3.56), (3.57) και (3.58), για διάφορες τιμές του $\text{max}\{n_{f,j}\}$ η πιθανότητα αστοχίας και το σχετικό λάθος της εκτίμησης παρουσιάζονται στον Πίν. 3.6. Ο υπολογιστικός φόρτος της μεθόδου (ειδικά για $\text{max}\{n_{f,j}\}=30$ ή $\text{max}\{n_{f,j}\}=60$) είναι συγκρίσιμος με το υπολογιστικό κόστος των μεθόδων απόκρισης επιφανείας ή άλλων μεθόδων βαρύνουσας δειγματοληψίας [5], [6], [36]. Ο μέσος όρος των απαιτούμενων δειγμάτων σε σχέση με τις τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne

Twister στην περίπτωση της προτεινόμενης μεθόδου και για $\max\{n_{f,j}\}=60$ για τη σχέση (3.56) είναι ίσος με 2,252 και παρουσιάζει δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 18.69% ενώ στην περίπτωση της μεθόδου MC οι τιμές αυτές είναι ίσες με 64,495 και 4.0% αντίστοιχα. Για τη σχέση (3.57) ο μέσος όρος είναι ίσος με 4,244 και 169,454, με δείκτες μεταβλητότητας ίσους με 6.67% και 0.58% για την προτεινόμενη μέθοδο και τη μέθοδο MC, αντίστοιχα. Για τη σχέση (3.58) οι αντίστοιχες τιμές των δειγμάτων και του δείκτη μεταβλητότητας της προτεινόμενης μεθόδου είναι 8,291 και 31.68% αντίστοιχα και της μεθόδου MC 1,644,170 και 5.07% αντίστοιχα. Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου κυμαίνεται από 3% ως 4% στην περίπτωση της σχέσης (3.56). Η διακύμανση μειώνεται στο 2% ως 3% για τη σχέση (3.57) και στην περίπτωση της σχέσης (3.58) κυμαίνεται από 0.5% ως 0.7%.

Σχέση	$\max\{n_{f,j}=30\}$			$\max\{n_{f,j}=60\}$		
	Δείγματα	P_f	ε	Δείγματα	P_f	ε
(3.56)	1252	0.00869	1.17×10^{-3}	2124	0.00950	9.55×10^{-4}
(3.57)	1806	0.00427	6.17×10^{-4}	3807	0.00397	4.15×10^{-4}
(3.58)	4061	0.000389	7.08×10^{-5}	8722	0.000362	4.66×10^{-5}
Σχέση	$\max\{n_{f,j}=90\}$			$\max\{n_{f,j}=120\}$		
	Δείγματα	P_f	ε	Δείγματα	P_f	ε
(3.56)	3399	0.00920	7.23×10^{-4}	4458	0.00972	3.70×10^{-4}
(3.57)	6294	0.00370	3.07×10^{-4}	9345	0.00380	1.48×10^{-4}
(3.58)	14729	0.000338	3.56×10^{-5}	21007	0.000350	1.43×10^{-5}
Σχέση	$\max\{n_{f,j}=600\}$			MC $\max\{n_{f,j}=600\}$		
	Δείγματα	P_f	ε	Δείγματα	P_f	ε
(3.56)	10530	0.00972	3.70×10^{-4}	62464	0.00961	3.90×10^{-4}
(3.57)	20146	0.00380	1.48×10^{-4}	168124	0.00357	1.45×10^{-4}
(3.58)	90191	0.000350	1.43×10^{-5}	1530750	0.000392	1.60×10^{-5}

Πίν. 3.6: Δείγματα, P_f και σχετικό λάθος για σχέσεις (3.56), (3.57) και (3.58).

Στον Πίν. 3.7, παρουσιάζεται το πλήθος των γεγονότων αστοχίας για τα προβλήματα των σχέσεων (3.56), (3.57) και (3.58). Η μέθοδος ανακαλύπτει τους υπερκύβους που περιέχουν τμήματα του χώρου αστοχίας με εξαίρεση την περίπτωση της σχέσης (3.58) όπου υποδεικνύεται μόνον ο υπερκύβος που περιέχει το σημείο μέγιστης πιθανοφάνειας λόγω του πολύ μικρού συντελεστή συμμετοχής των υπολοίπων υπερκύβων και τον αποκλεισμό τους από τη διαδικασία της δειγματοληψίας κατά τη φάση της μονοδιάστατης έρευνας.

Ένα περισσότερο αξιόπιστο μέτρο σύγκρισης του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου είναι

το πλήθος δειγμάτων ανά γεγονός αστοχίας. Σύμφωνα με τους Πίν. 3.6 και Πίν. 3.7 το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων για την καταγραφή ενός γεγονότος αστοχίας είναι στην περίπτωση του προβλήματος της σχέσης (3.56) ίσο με 14.81 για την προτεινόμενη μέθοδο έναντι 104.11 της μεθόδου MC. Ο λόγος της πυκνότητας των γεγονότων αστοχίας είναι ίσος με 14.23%. Για τη σχέση (3.57) ο λόγος της πυκνότητας των γεγονότων αστοχίας είναι ίσος με 10.33% ενώ για τη σχέση (3.58) ο λόγος αυτός είναι ίσος με 5.89%. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου αυξάνεται όσον η τιμή της πιθανότητας αστοχίας μειώνεται. Αυτό οφείλεται στη μείωση του μεγέθους του χώρου εξερεύνησης και την εστίαση της διαδικασίας δειγματοληψίας στην περιοχή της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας.

$\max\{n_{f,j}\}$	Σχέση (3.56)	Σχέση (3.57)	Σχέση (3.58)
30	57	50	30
60	100	95	60
90	166	153	90
120	211	212	120
600	711	696	600

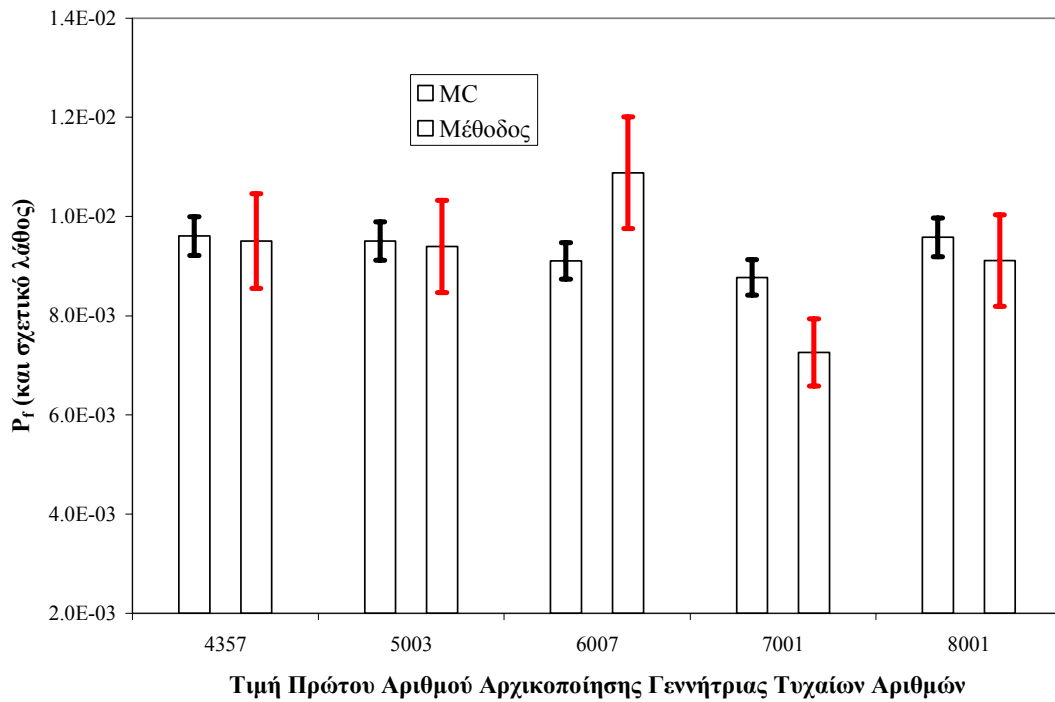
Πίν. 3.7: Αστοχίες για σχέσεις (3.56), (3.57) και (3.58) ($f_{vol}=1.20$)

Η ευαισθησία εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας σε συνάρτηση με την τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.13 ως Διάγ. 3.15. Η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει υψηλότερη ευαισθησία ως προς την επιλογή της τιμής σποράς σε σχέση με τη μέθοδο MC ωστόσο σημαντικές διαφοροποιήσεις της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας παρατηρούνται και στην περίπτωση της μεθόδου MC. Για τη σχέση (3.58) η μέθοδος υποεκτιμά την πιθανότητα αστοχίας για τιμή σποράς ίση με 8001 όπως και στην περίπτωση της σχέσης (3.56) με τιμή σποράς ίση με 7001.

Στα Διάγ. 3.16 ως Διάγ. 3.18 παρουσιάζεται η μεταβολή της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας και του σχετικού λάθους, σε σχέση με την τιμή του f_{vol} και για διάφορες τιμές του $\max\{n_{f,j}\}$. Οι αναλύσεις πραγματοποιούνται για τιμή σποράς ίση με 4357. Σύμφωνα με το Διάγ. 3.16 η μέθοδος MC υπερεκτιμά σημαντικά την πιθανότητα αστοχίας για μικρό πλήθος καταγεγραμμένων γεγονότων αστοχίας ενώ για την προτεινόμενη μέθοδο δεν παρατηρούνται μεγάλες διαφοροποιήσεις σε σχέση με το $\max\{n_{f,j}\}$. Η επιλογή του f_{vol} επηρεάζει έμμεσα την ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου ειδικά στην περίπτωση των σχέσεων (3.56) και (3.57) καθώς οδηγεί σε μεταβολή του πλήθους των κρίσιμων υπερκύβων που εξετάζονται με αποτέλεσμα την αύξηση της ευρωστίας για τιμές του f_{vol} μεγαλύτερες της μονάδας. Στην περίπτωση της σχέσης (3.58) η μέθοδος υποεκτιμά την πιθανότητα αστοχίας για $\max\{n_{f,j}\}$

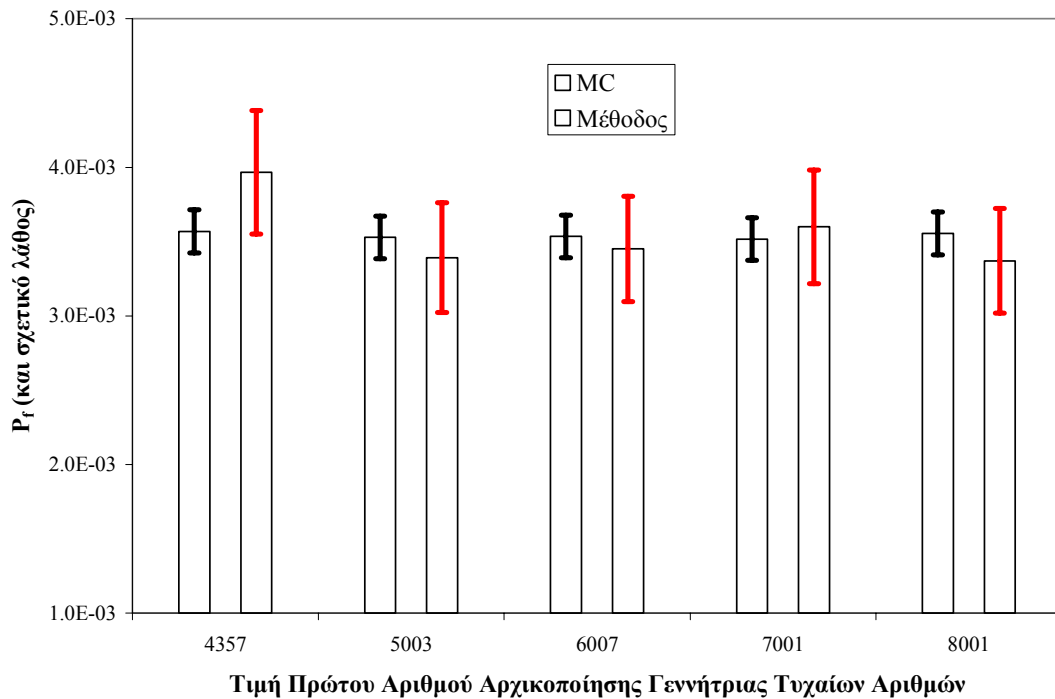
που κυμαίνεται από 80 ως 130.

Εκτίμηση P_f και σχετικό Λάθος



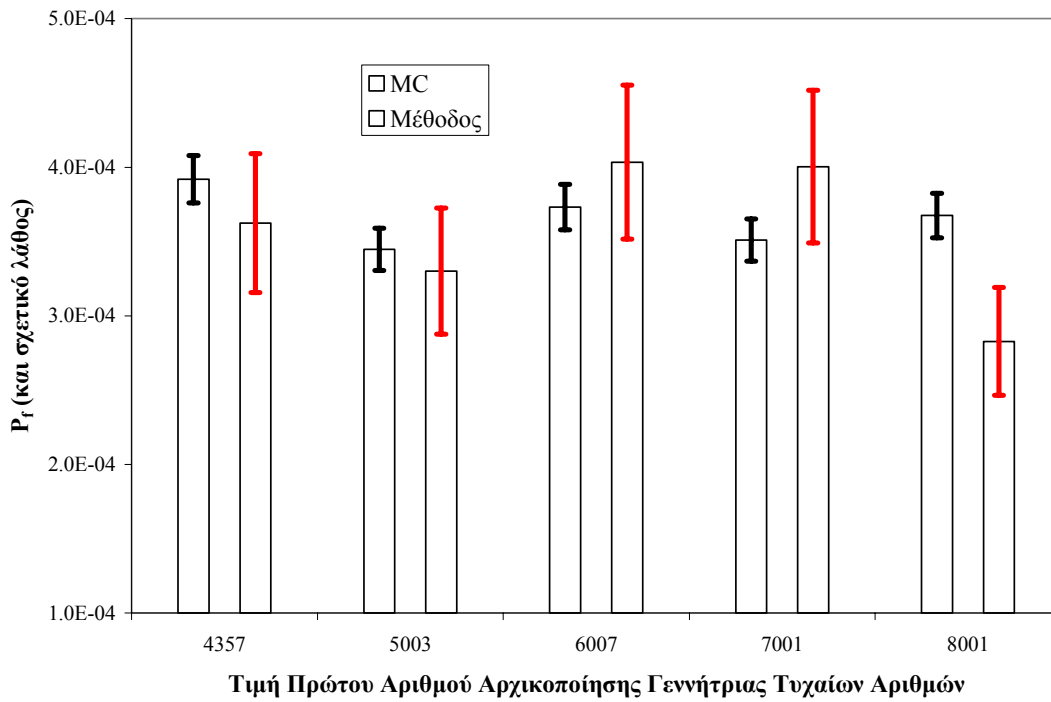
Διάγ. 3.13: P_f και ε για $f_{vol}=1.20$ και $\max\{n_{f,j}\}=60$. (σχέση (3.56))

Εκτίμηση P_f και σχετικό Λάθος



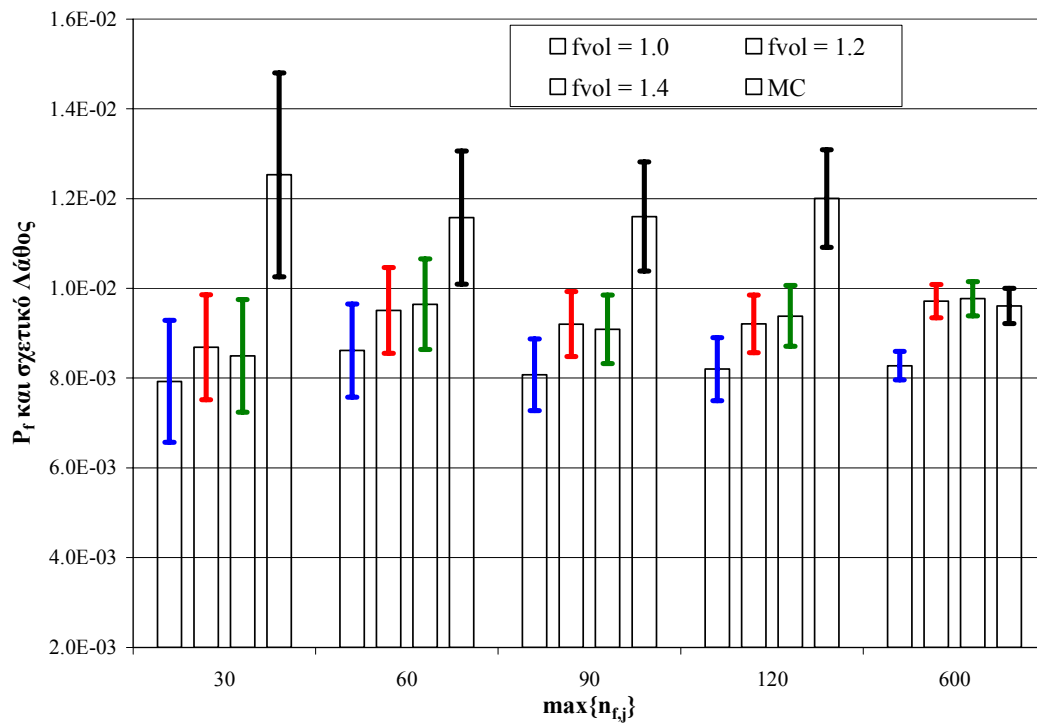
Διάγ. 3.14: P_f και ε για $f_{vol}=1.20$ και $\max\{n_{f,j}\}=60$. (σχέση (3.57))

Εκτίμηση P_f και σχετικό Λάθος



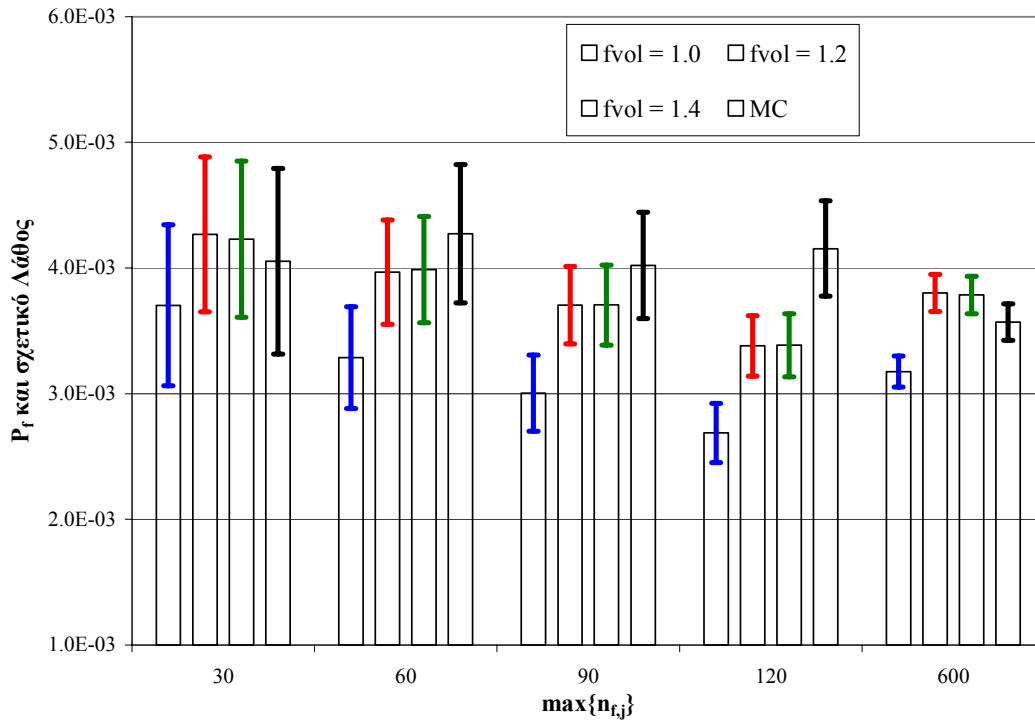
Διάγ. 3.15: P_f και ε για $f_{vol}=1.20$ και $\max\{n_{fj}\}=60$. (σχέση (3.58))

Μεταβολή P_f και σχετικού Λάθους



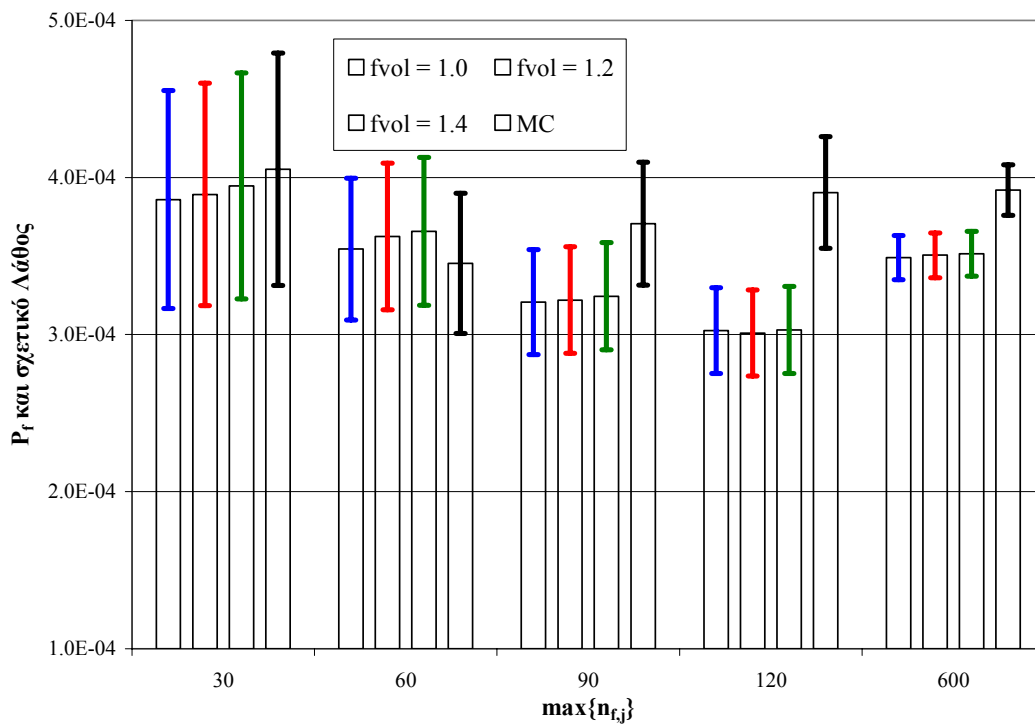
Διάγ. 3.16: P_f και ε για $f_{vol}=1.00$, $f_{vol}=1.20$ και $f_{vol}=1.40$. (σχέση (3.56))

Μεταβολή P_f και σχετικού Λάθους



Διάγ. 3.17: P_f και ε για $f_{vol}=1.00$, $f_{vol}=1.20$ και $f_{vol}=1.40$. (σχέση (3.57))

Μεταβολή P_f και σχετικού Λάθους



Διάγ. 3.18: P_f και ε για $f_{vol}=1.00$, $f_{vol}=1.20$ και $f_{vol}=1.40$. (σχέση (3.58)).

Για τη σχέση (3.58) παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων που

παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία [31] για τη μέθοδο MC ως προς τα αποτελέσματα της μεθόδου MC με τη χρήση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Η ανωμαλία αυτή οφείλεται πιθανά στα διαφορετικά χαρακτηριστικά της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister και της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισούπόλοιπων (MDRG).

3.14.3 Πολυμορφικά Προβλήματα – Γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής

Εξετάζεται πολυμορφικό πρόβλημα συνδυασμός γραμμικών συναρτήσεων οριακής αντοχής. Οι συναρτήσεις οριακής αντοχής δίδονται ως:

$$g_1(x, y, z) \leq 0 \vee g_2(x, y, z) \leq 0 \text{ όπου } \begin{cases} g_1(x, y, z) = x - c_1 \\ g_2(x, y, z) = y + z - c_2 \end{cases} \quad (3.59)$$

όπου x, y και z είναι οι τ.μ του προβλήματος που ακολουθούν κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Εξετάζονται 7 συνδυασμοί των c_1 και c_2 . Οι συνδυασμοί αυτοί είναι: A $\{c_1=2, c_2=3\}$, B $\{c_1=3, c_2=4\}$, C $\{c_1=4, c_2=5\}$, D $\{c_1=3.5, c_2=5\}$, E $\{c_1=3, c_2=5\}$, F $\{c_1=4, c_2=4\sqrt{2}\}$ και G $\{c_1=3, c_2=3\sqrt{2}\}$. Οι παράμετροι της μεθόδου για το υπό εξέταση πρόβλημα είναι: $f_{vol}=1.0$, $L[IFM]=1$, $f_{RN}=0.10$, $f_{cut-off}=0.0$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.70$, $\max\{n_{f,j}\}=\{30,60\}$. Η πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως $P_f=P_{f,g1}+P_{f,g2}$. Για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων χρησιμοποιείται η 1^η παραλλαγή. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στους Πίν. 3.8 και Πίν. 3.9 σε αντιπαράθεση με την ακριβή λύση.

Συνδυασμός	Προτεινόμενη Μέθοδος						Ακριβής Λύση			
	Συντ. P_f	$P_{f,g1}$	$P_{f,g2}$	$P_{f,g}$	ϵ	$P_f(UB)$	$P_f(LB)$	$P_{f,g1}$	$P_{f,g2}$	$P_{f,g}$
A $x(10^{-2})$		2.194	1.574	3.747	0.268	4.014	3.479	2.275	1.695	3.970
B $x(10^{-3})$		1.032	2.547	3.579	0.370	3.949	3.209	1.350	2.339	3.689
C $x(10^{-4})$		0.317	2.041	2.145	0.195	2.340	1.951	0.317	2.035	2.352
D $x(10^{-4})$		1.837	2.088	3.924	0.435	4.359	3.490	2.327	2.035	4.362
E $x(10^{-3})$		1.217	0.186	1.403	0.105	1.508	1.298	1.350	0.204	1.553
F $x(10^{-5})$		2.411	3.638	6.048	0.668	6.716	5.380	3.169	3.169	6.337
G $x(10^{-3})$		0.943	1.738	2.681	0.253	2.934	2.429	1.350	1.350	2.700

Πίν. 3.8: P_f για $g_1(x,y,z)$, $g_2(x,y,z)$ και του προβλήματος της σχέσης (3.59) ($\max\{n_{f,j}\}=60$).

Συνδυασμός	Προτεινόμενη Μέθοδος						Μέθοδος MC			
	Συντ. P_f	$P_{f,g1}$	$P_{f,g2}$	$P_{f,g}$	ϵ	$P_f(UB)$	$P_f(LB)$	$P_{f,g1}$	$P_{f,g2}$	$P_{f,g}$
A $x(10^{-2})$		2.308	1.995	4.203	0.347	4.550	3.856	2.400	1.827	4.199

Συνδυασμός	Προτεινόμενη Μέθοδος						Μέθοδος MC		
	Συντ. P _f	P _{f,g1}	P _{f,g2}	P _{f,g}	ε	P _{f(UB)}	P _{f(LB)}	P _{f,g1}	P _{f,g2}
B x(10 ⁻³)	1.097	2.718	3.815	0.458	4.273	3.357	1.296	2.425	3.721
C x(10 ⁻⁴)	0.317	1.979	2.045	0.263	2.307	1.782	0.338	2.194	2.532
D x(10 ⁻³)	2.175	1.777	3.952	0.444	4.396	3.508	2.075	2.263	4.338
E x(10 ⁻³)	1.349	0.189	1.538	0.135	1.674	1.403	1.294	0.237	1.531
F x(10 ⁻⁵)	1.716	3.879	5.595	0.743	6.338	4.853	3.164	3.271	6.434
G x(10 ⁻³)	0.997	1.743	2.740	0.292	3.032	2.448	1.304	1.422	2.726

Πίν. 3.9: P_f για g₁(x,y,z), g₂(x,y,z) και του προβλήματος της σχέσης (3.59) (max{n_{fj}}=30).

Η μέγιστη υποεκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας είναι ίση με 9% για max{n_{fj}}=60 και 13% για max{n_{fj}}=30. Σε κάθε περίπτωση (με εξαίρεση την περίπτωση F για max{n_{fj}}=30) το άνω και κάτω όριο της εκτίμησης αστοχίας περικλείουν την ακριβή τιμή. Το υπολογιστικό κόστος και το πλήθος των καταγεγραμμένων γεγονότων αστοχίας παρουσιάζονται στον Πίν. 3.10. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου αυξάνει όσο η πιθανότητα αστοχίας μειώνεται. Ο υπολογιστικός φόρτος της μεθόδου σε σχέση με τη μέθοδο MC, στην περίπτωση A, κυμαίνεται από 5% ως 10%. Στην περίπτωση F ο υπολογιστικός φόρτος κυμαίνεται από 0.1% ως 0.2%. Ο λόγος των γεγονότων αστοχίας προς το σύνολο των δειγμάτων κυμαίνεται από 1% για την περίπτωση F ως 15~17% για την περίπτωση A. Ως προς τις επιμέρους πιθανότητες αστοχίας g₁(x,y,z) και g₂(x,y,z), η ακρίβεια της μεθόδου κρίνεται ως πάρα πολύ καλή στις περιπτώσεις A~C, και E και πολύ καλή στις περιπτώσεις D, F και G.

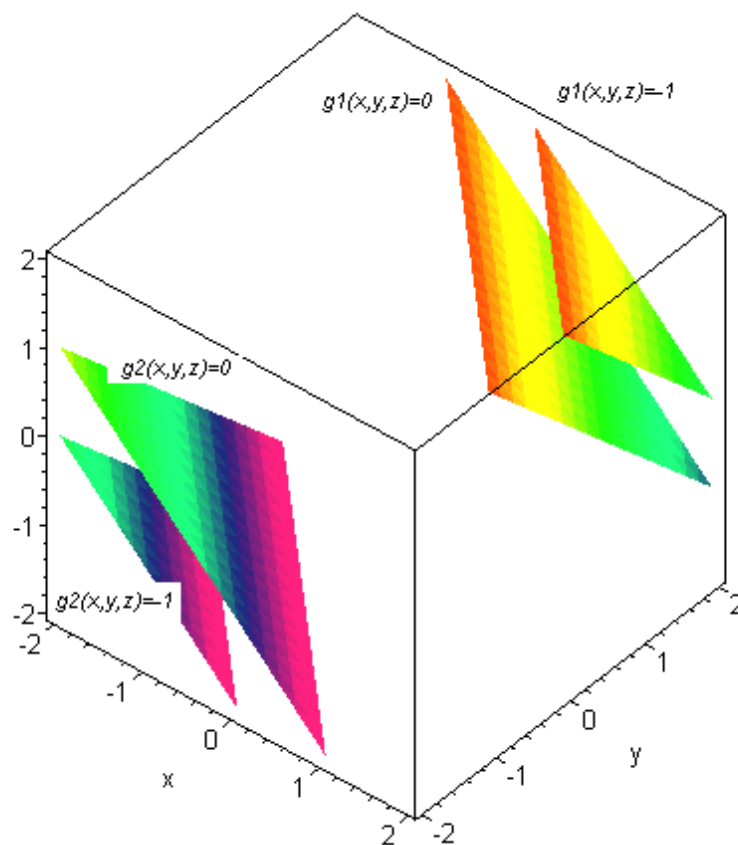
Συνδυασμός	Μέθοδος MC			max{n _{fj} }=60		max{n _{fj} }=30	
	P _{f,MC}	ε	Δείγματα	Δείγματα	Αστοχίες	Δείγματα	Αστοχίες
A x(10 ⁻²)	4.199	0.168	14289	1438	221	748	128
B x(10 ⁻³)	3.721	0.152	161242	3072	196	1483	106
C x(10 ⁻⁴)	2.532	0.103	2369954	10171	120	5341	60
D x(10 ⁻³)	4.338	0.177	1382997	9446	208	5271	122
E x(10 ⁻³)	1.531	0.062	391783	4557	215	2276	128
F x(10 ⁻⁵)	6.434	0.263	9324919	19573	204	10406	106
G x(10 ⁻³)	2.726	0.111	220142	3355	199	1745	111

Πίν. 3.10: Αποτελέσματα για τη σχέση (3.59) (δείγματα, αστοχίες, MC).

Στη συνέχεια εξετάζεται το παρακάτω πρόβλημα:

$$g_1(x,y,z) \leq 0 \vee g_2(x,y,z) \leq 0 \text{ όπου } \begin{cases} g_1(x,y,z) = -x - y - z + c \\ g_2(x,y,z) = x + y + z + c \end{cases} \quad (3.60)$$

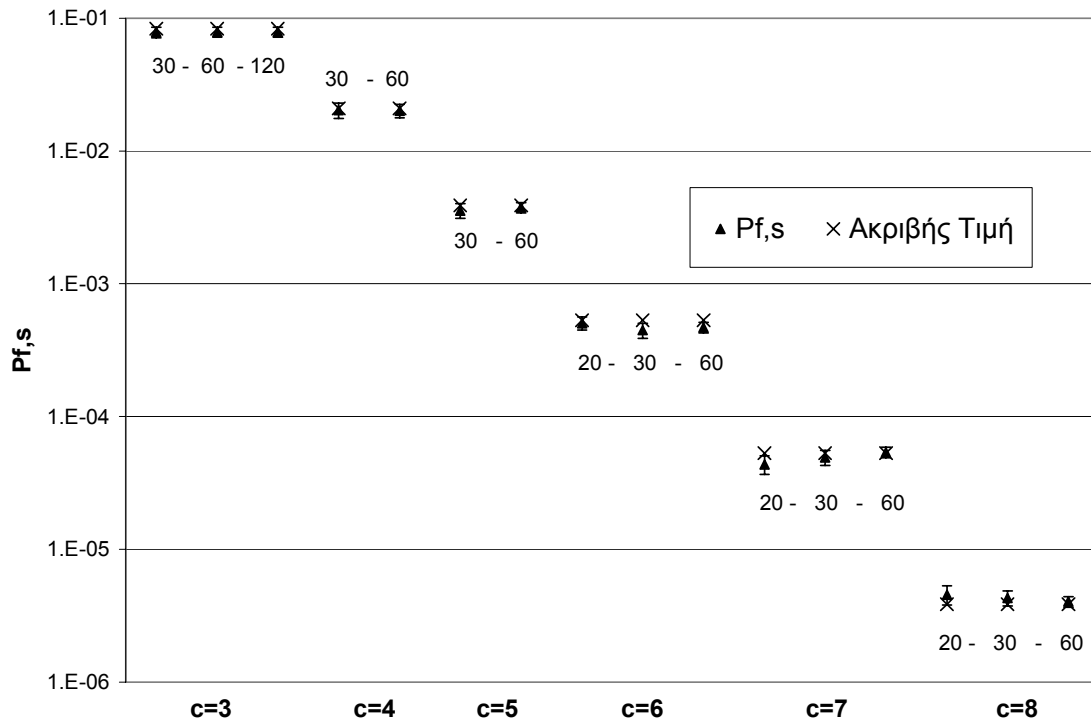
όπου c είναι ντετερμινιστική μεταβλητή που αποτελεί και την παράμετρο ελέγχου του προβλήματος. Η γραφική παράσταση του προβλήματος παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.19. Οι τ.μ x , y και z ακολουθούν κανονική κατανομή με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Οι επιμέρους πιθανότητες αστοχίας δίδονται ως $P_{f,g1}=P_{f,g2}=0.041632$ για $c=3$ ως $P_{f,g1}=P_{f,g2}=1.932 \times 10^{-6}$ για $c=8$. Η πιθανότητα αστοχίας του προβλήματος δίδεται ως $P_f=P_{f,g1}+P_{f,g2}$. Οι παράμετροι της μεθόδου είναι: $f_{vol}=1.20$, $f_{RI}=0.10$, $f_{cut-off}=0.0$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.70$. Για τα 6 προβλήματα πραγματοποιήθηκαν 3 μελέτες για διαφορετικές τιμές του $\max\{n_{f,j}\}$.



Διάγ. 3.19: Γραφική παράσταση του προβλήματος της σχέσης (3.60)

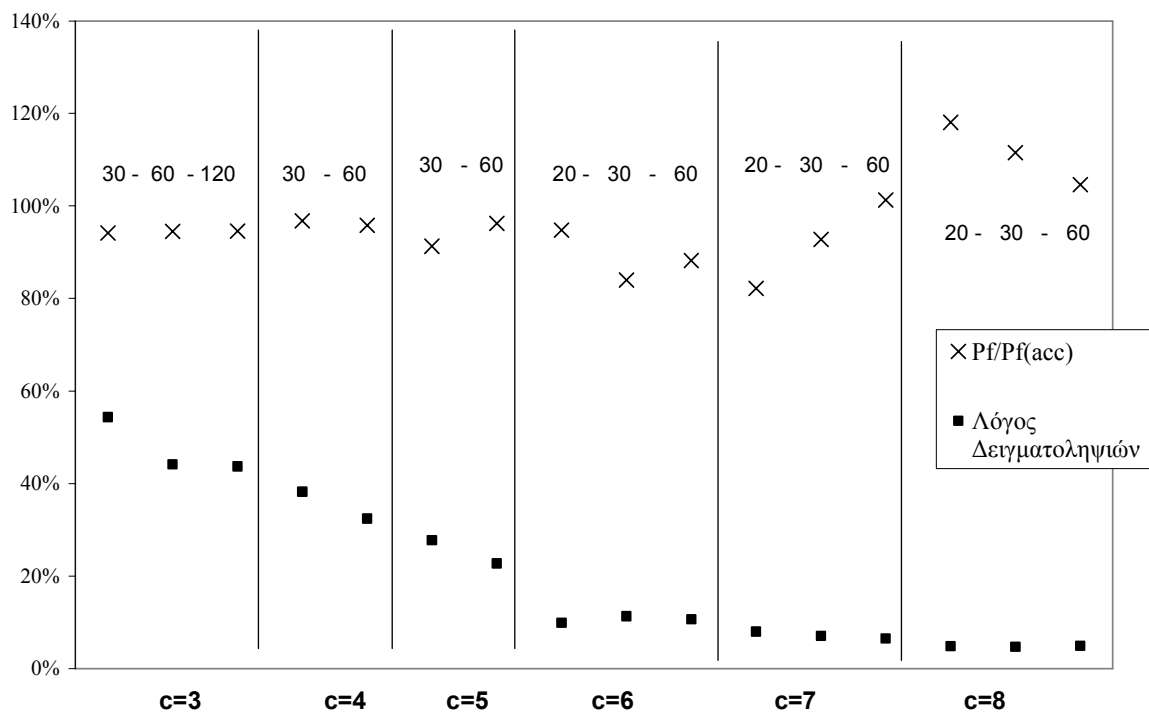
Στο Διάγ. 3.20, παρουσιάζονται η μέση πιθανότητα αστοχίας, το άνω και κάτω όριο αυτής και η πιθανότητα αστοχίας της μεθόδου MC για το ίδιο πλήθος καταγεγραμμένων αστοχιών. Στο Διάγ. 3.21, παρουσιάζονται ο λόγος της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας της προτεινόμενης μεθόδου προς την ακριβή τιμή καθώς και ο λόγος δειγματοληψιών της μεθόδου προς τη μέθοδο MC για το ίδιο πλήθος καταγεγραμμένων αστοχιών. Η μέγιστη απόκλιση της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας ως προς την ακριβή τιμή είναι ίση με 18% ($c=7$, $\max\{n_{f,j}\}=20$). Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου κυμαίνεται από 1.0% ως 55% ανάλογα της πιθανότητας αστοχίας του προβλήματος.

Πιθανότητα αστοχίας



Διάγ. 3.20: P_f (ακριβής τιμή και μέθοδος) της σχέσης (3.60)

Λόγοι $P_f/P_{f(acc)}$ και δειγματοληψιών



Διάγ. 3.21: Λόγοι $P_f/P_{f(acc)}$ και του πλήθους των δειγματοληψιών της σχέσης (3.60)

Συμπεραίνεται ότι η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει πολύ καλή ακρίβεια στην περίπτωση

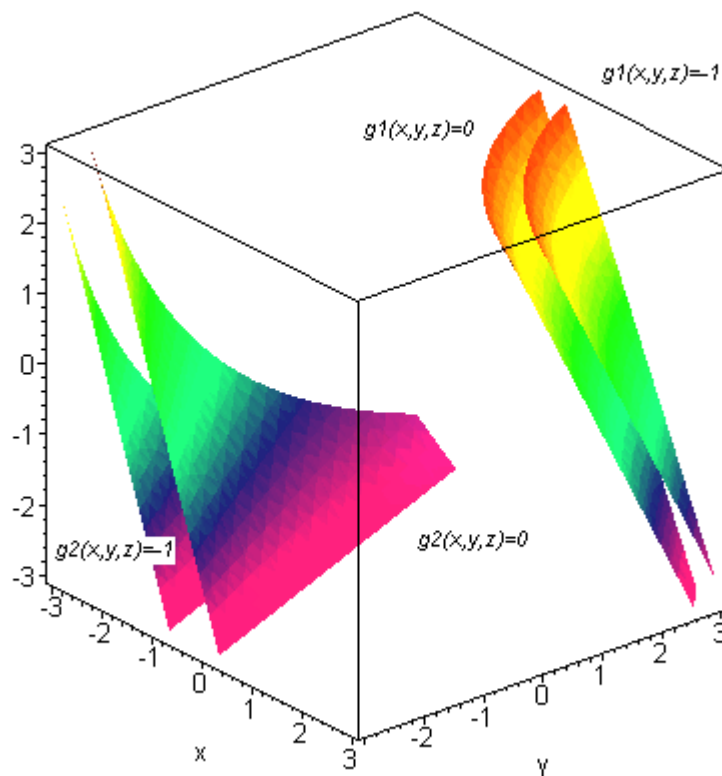
πολυμορφικών προβλημάτων με το λόγο του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου να είναι κλάσμα του κόστους της μεθόδου MC.

3.14.4 Πολυμορφικό Πρόβλημα – Μη γραμμικές συναρτήσεις οριακής αντοχής

Εξετάζεται το παρακάτω πρόβλημα:

$$g_1(x, y, z) \leq 0 \vee g_2(x, y, z) \leq 0 \text{ όπου } \begin{cases} g_1(x, y, z) = -x - y - z - 0.3 \cdot x \cdot y + c_1 + 3.3 \\ g_2(x, y, z) = x + y + z + 0.2 \cdot y \cdot z + c_2 - 3.2 \end{cases} \quad (3.61)$$

όπου c_1 και c_2 είναι ντετερμινιστικές μεταβλητές παράμετροι ελέγχου του προβλήματος. Η γραφική παράσταση του προβλήματος παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.22. Οι τ.μ μεταβλητές x , y και z ακολουθούν κανονική κατανομή με $\mu=1$ και $\sigma=1$. Η πιθανότητα αστοχίας του προβλήματος δίδεται ως $P_f = P_{f,g1} + P_{f,g2}$. Οι παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $f_{RV} = 0.10$, $f_{cut-off} = 0.0$, $f_{s,c} = 0.10$ και $f_{s,cp} = 0.70$. Εξετάζονται συνολικά 16 διαφορετικοί συνδυασμοί των παραμέτρων c_1 και c_2 που ορίζουν τα αντίστοιχα προβλήματα, και πραγματοποιούνται 4 μελέτες σε σχέση με τις παραμέτρους f_{vol} και $\max\{n_{f,j}\}$ με ζεύγη τιμών: $\{1.20, 20\}$, $\{1.20, 30\}$, $\{1.00, 20\}$, $\{1.00, 30\}$.



Διάγ. 3.22: Γραφική παράσταση του προβλήματος της (3.61)

Η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της μεθόδου MC παρουσιάζεται στον Πίν. 3.11 για $f_{vol}=1.20$ και στον Πίν. 3.12 για $f_{vol}=1.00$. Οι διαφορές στις εκτιμήσεις της μεθόδου MC οφείλονται στο διαφορετικό πλήθος των γεγονότων αστοχίας για τις οποίες η διαδικασία δειγματοληψίας τερματίζεται και δίδονται για το πλήθος των γεγονότων αστοχίας της προτεινόμενης μεθόδου με $\max\{n_{f,j}\}=30$.

Συνδ.	C_1	C_2	$P_{f,MC}$	Συνδ.	C_1	C_2	$P_{f,MC}$
1	6.00	6.00	5.87×10^{-3}	9	10.00	8.00	4.14×10^{-5}
2	8.00	8.00	6.00×10^{-4}	10	10.00	9.00	4.20×10^{-5}
3	9.00	9.00	1.28×10^{-4}	11	10.00	10.00	4.20×10^{-5}
4	8.00	9.00	5.86×10^{-4}	12	10.00	11.00	4.20×10^{-5}
5	8.00	10.00	5.86×10^{-4}	13	11.00	8.00	1.15×10^{-5}
6	8.00	11.00	5.86×10^{-4}	14	11.00	9.00	1.01×10^{-5}
7	9.00	10.00	1.28×10^{-4}	15	11.00	10.00	1.01×10^{-5}
8	9.00	11.00	1.28×10^{-4}	16	11.00	11.00	1.02×10^{-5}

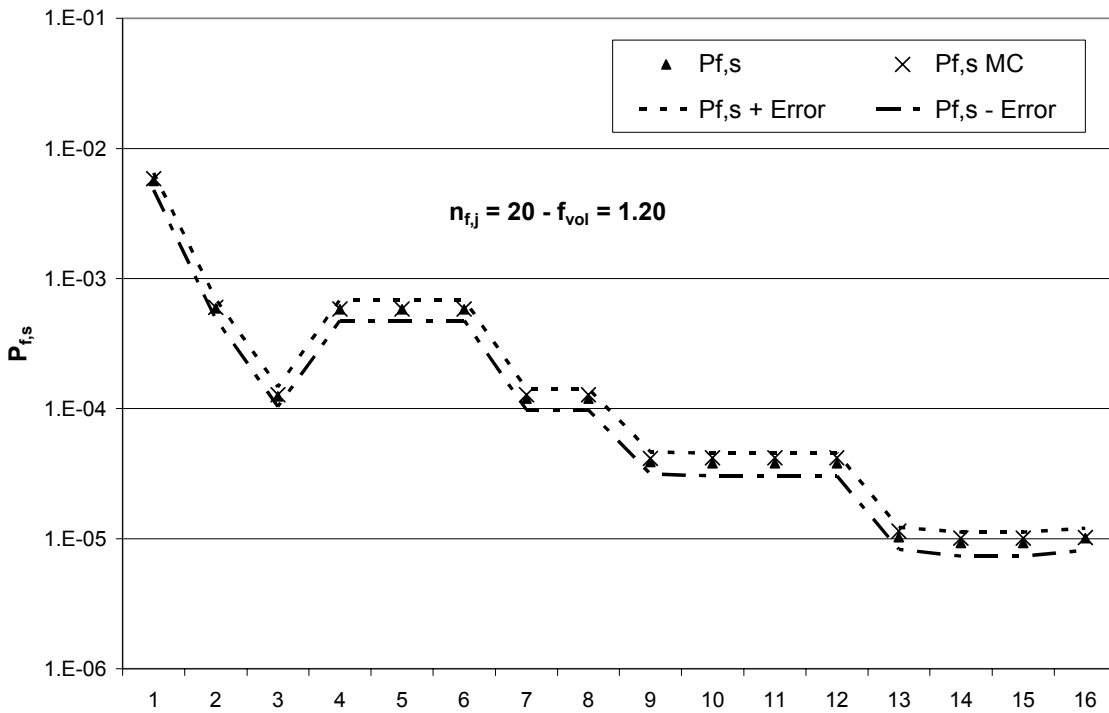
Πίν. 3.11: Συνδυασμοί C_1 και C_2 για το πρόβλημα της σχέσης (3.61) ($f_{vol}=1.20$).

Συνδ.	C_1	C_2	$P_{f,MC}$	Συνδ.	C_1	C_2	$P_{f,MC}$
1	6.00	6.00	5.69×10^{-3}	9	10.00	8.00	4.41×10^{-5}
2	8.00	8.00	6.15×10^{-4}	10	10.00	9.00	4.32×10^{-5}
3	9.00	9.00	1.10×10^{-4}	11	10.00	10.00	4.32×10^{-5}
4	8.00	9.00	6.05×10^{-4}	12	10.00	11.00	4.32×10^{-5}
5	8.00	10.00	6.05×10^{-4}	13	11.00	8.00	1.32×10^{-5}
6	8.00	11.00	6.05×10^{-4}	14	11.00	9.00	1.03×10^{-5}
7	9.00	10.00	1.10×10^{-4}	15	11.00	10.00	1.05×10^{-5}
8	9.00	11.00	1.10×10^{-4}	16	11.00	11.00	1.03×10^{-5}

Πίν. 3.12: Συνδυασμοί C_1 και C_2 για το πρόβλημα της σχέσης (3.61) ($f_{vol}=1.00$).

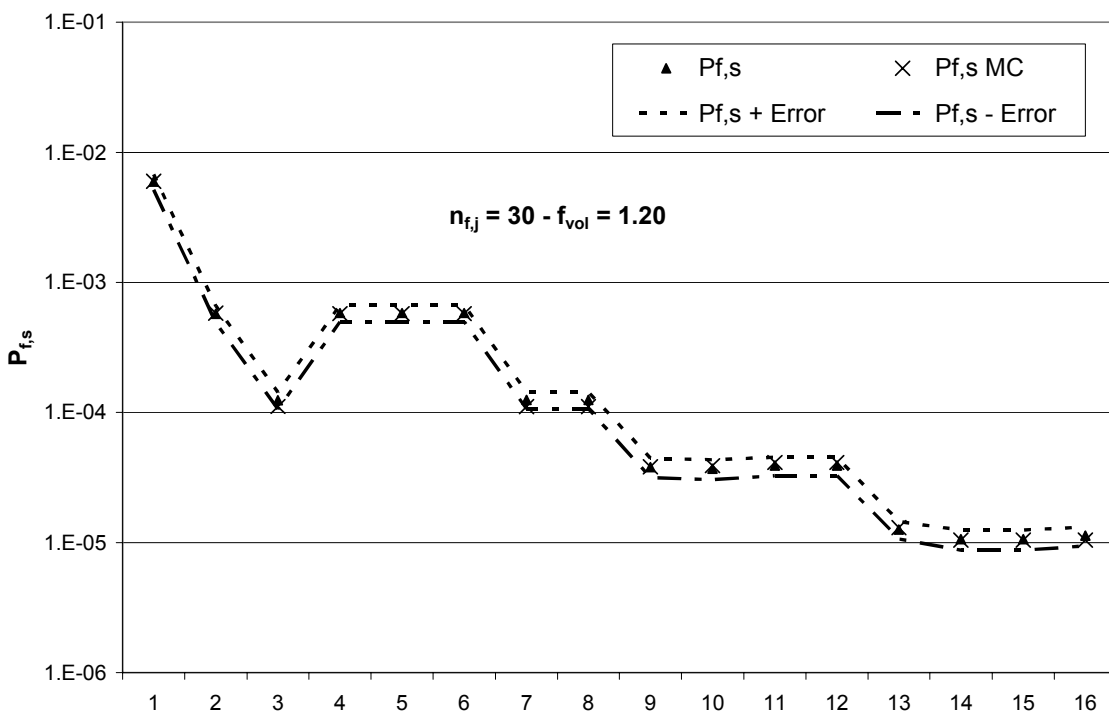
Στα Διάγ. 3.23 ως Διάγ. 3.26, παρουσιάζονται η πιθανότητα αστοχίας για την προτεινόμενη μέθοδο και τη μέθοδο MC καθώς και το “άνω” και “κάτω” όριο της πιθανότητας αστοχίας για τα 4 ζεύγη τιμών των παραμέτρων της προτεινόμενης μεθόδου. Η ακρίβεια της μεθόδου σε κάθε περίπτωση κρίνεται ως πολύ καλή. Σε κάθε περίπτωση το άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας περικλείει την εκτίμηση της μεθόδου MC.

Εξέλιξη Πιθανότητας Αστοχίας



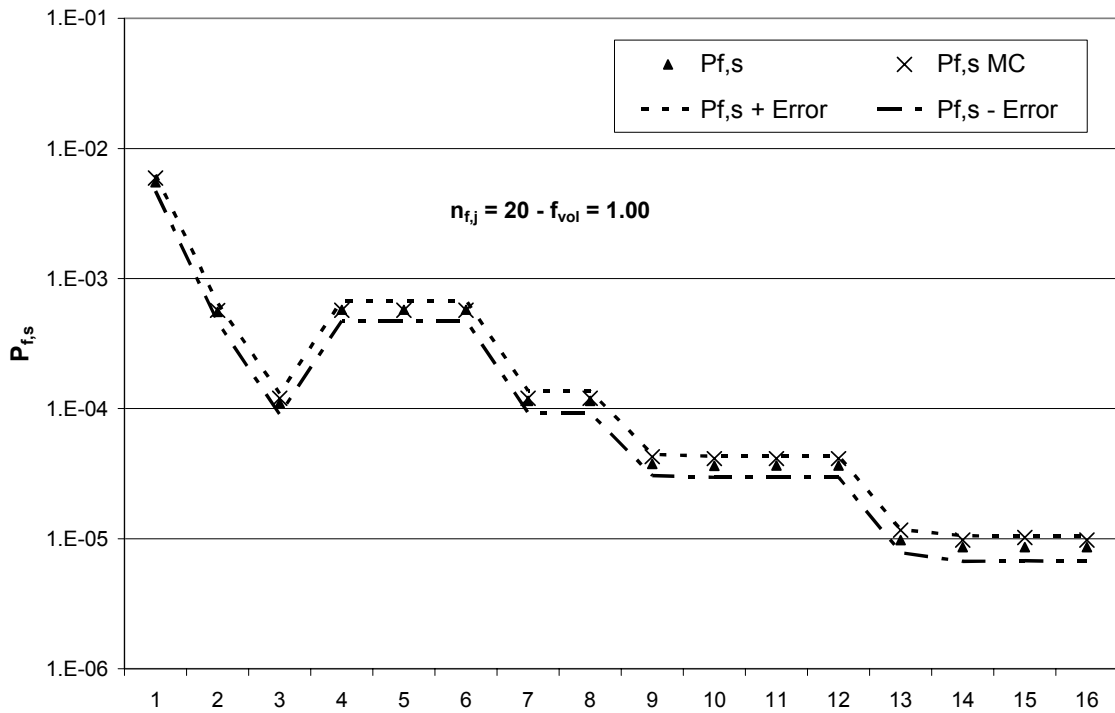
Διάγ. 3.23: $P_{f,s}$, λάθος, $P_{f,s,MC}$ και όρια για τη σχέση (3.61) ($f_{vol}=1.20$, $\max\{n_{f,j}\}=20$)

Εξέλιξη Πιθανότητας Αστοχίας



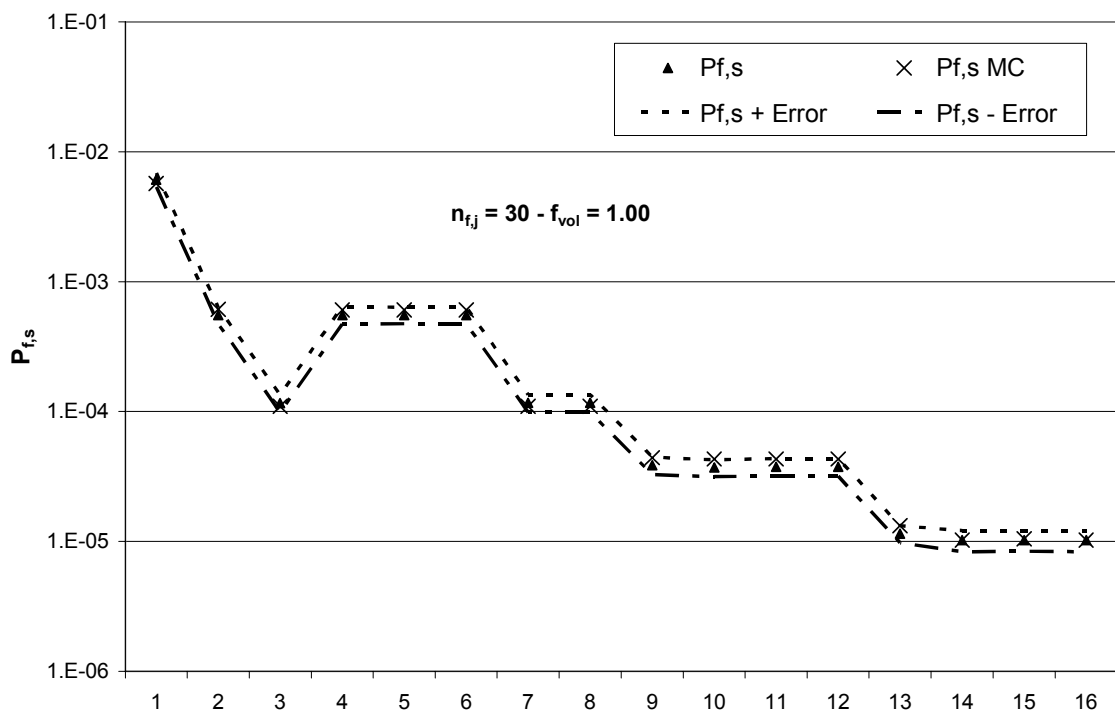
Διάγ. 3.24: $P_{f,s}$, λάθος, $P_{f,s,MC}$ και όρια για τη σχέση (3.61), ($f_{vol}=1.20$, $\max\{n_{f,j}\}=30$)

Εξέλιξη Πιθανότητας Αστοχίας



Διάγ. 3.25: $P_{f,s}$, λάθος, $P_{f,s,MC}$ και όρια για τη σχέση (3.61), ($f_{vol}=1.00$, $\max\{n_{f,j}\}=20$)

Εξέλιξη Πιθανότητας Αστοχίας

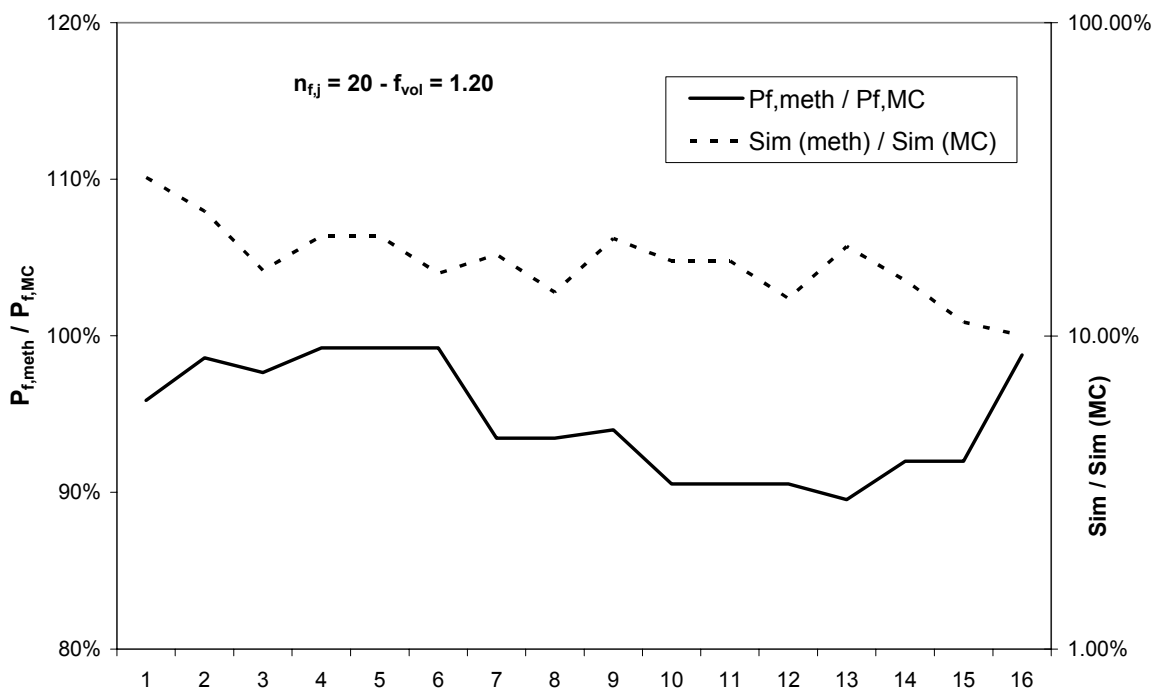


Διάγ. 3.26: $P_{f,s}$, λάθος, $P_{f,s,MC}$ και όρια για τη σχέση (3.61), ($f_{vol}=1.00$, $\max\{n_{f,j}\}=30$)

Στα Διάγ. 3.27 ως Διάγ. 3.30, παρουσιάζονται οι λόγοι της πιθανότητας αστοχίας της

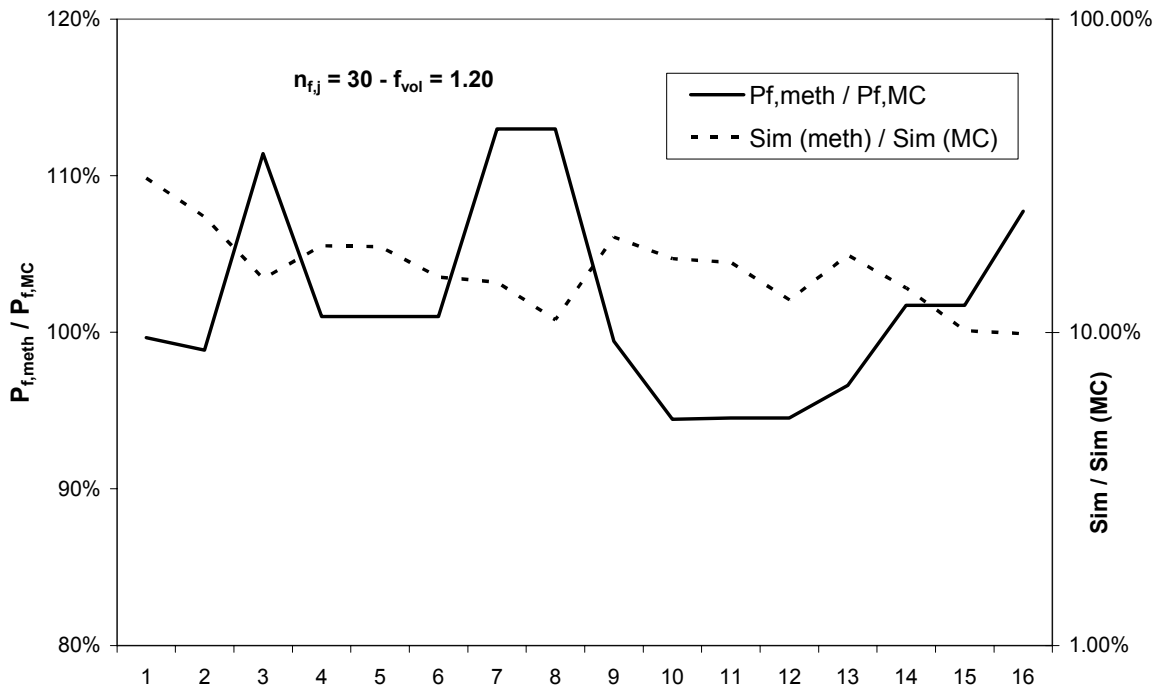
προτεινόμενης μεθόδου προς την πιθανότητα αστοχίας της μεθόδου MC. Σε κάθε περίπτωση το σχετικό εύρος του λάθους εκτίμησης είναι μικρότερο από 10% και η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται και ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου. Η μείωση της τιμής της παραμέτρου f_{vol} συνεπάγεται σημαντική μείωση του υπολογιστικού φόρτου. Στο Διάγ. 3.31, παρουσιάζεται η εξέλιξη της μέσης τιμής και του δείκτη μεταβλητότητας του λόγου $P_{f, meth}/P_{f, MC}$ για τα 4 ζεύγη τιμών των παραμέτρων της προτεινόμενης μεθόδου. Για $f_{vol}=1.20$ παρατηρείται βελτίωση της ακρίβειας με σημαντική όμως αύξηση του λόγου του υπολογιστικού φόρτου. Σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα της μέσης τιμής και του δείκτη μεταβλητότητας του λόγου $N_{Sim}/N_{Sim(MC)}$ του Διάγ. 3.32 για $f_{vol}=1.00$ και $\max\{n_{f,j}\}=30$ η μέση τιμή του λόγου $P_{f, meth}/P_{f, MC}$ είναι πλησιέστερη στη μονάδα σε σχέση με τον αντίστοιχο λόγο για $f_{vol}=1.20$ και $\max\{n_{f,j}\}=20$ σε μόλις το 1/6 του υπολογιστικού φόρτου της 2^{ης} περίπτωσης (μείωση από το 18% στο 3% του κόστους της μεθόδου MC). Για $f_{vol}=1.00$, παρατηρείται σημαντική μείωση του υπολογιστικού φόρτου με ελαφρά επιδείνωση της ακρίβειας εκτίμησης. Η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε γραμμική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου με αντίστοιχη βελτίωση της ακρίβειας της μεθόδου. Ο καλύτερος συμβιβασμός, ως προς το υπολογιστικό φόρτο και την ακρίβεια της μεθόδου, παρατηρείται για $\max\{n_{f,j}\}=20\sim 30$ και $f_{vol}\approx 1.00$.

Εξέλιξη Λόγου Πιθανοτήτων και Λόγου Δειγματοληψιών



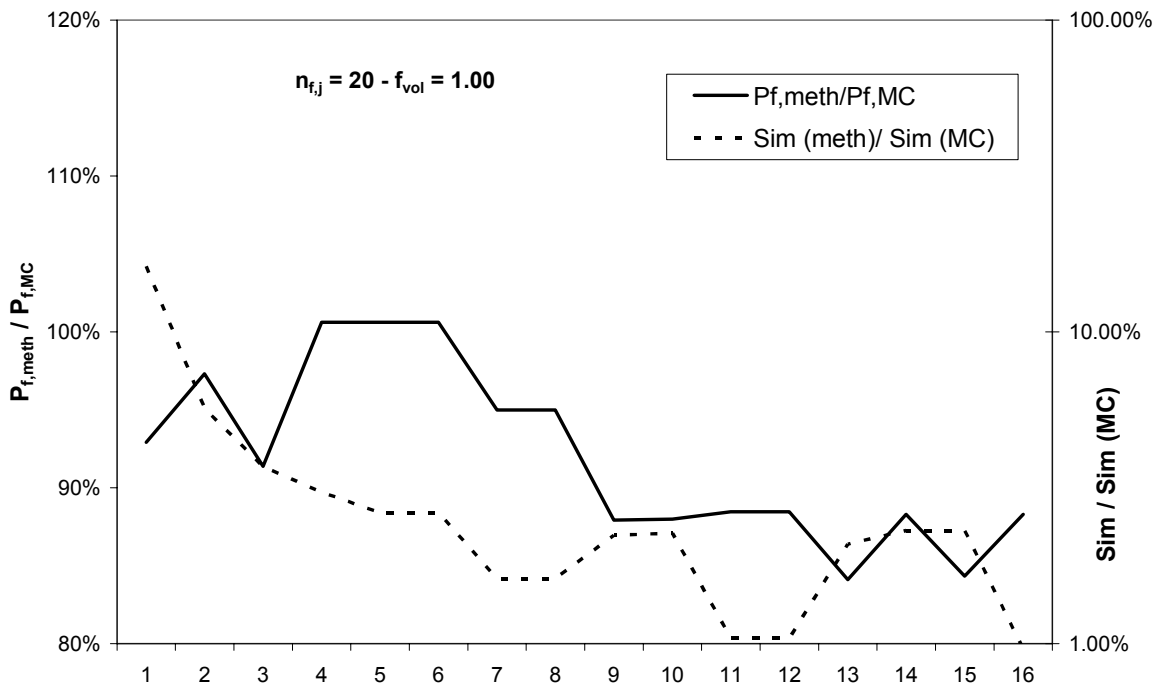
Διάγ. 3.27: $P_{f, meth}/P_{f, MC}$ και $N_{Sim}/N_{Sim(MC)}$ (σχέση (3.61) - $f_{vol}=1.20$, $\max\{n_{f,j}\}=20$)

Εξέλιξη Λόγου Πιθανοτήτων και Λόγου Δειγματοληψιών



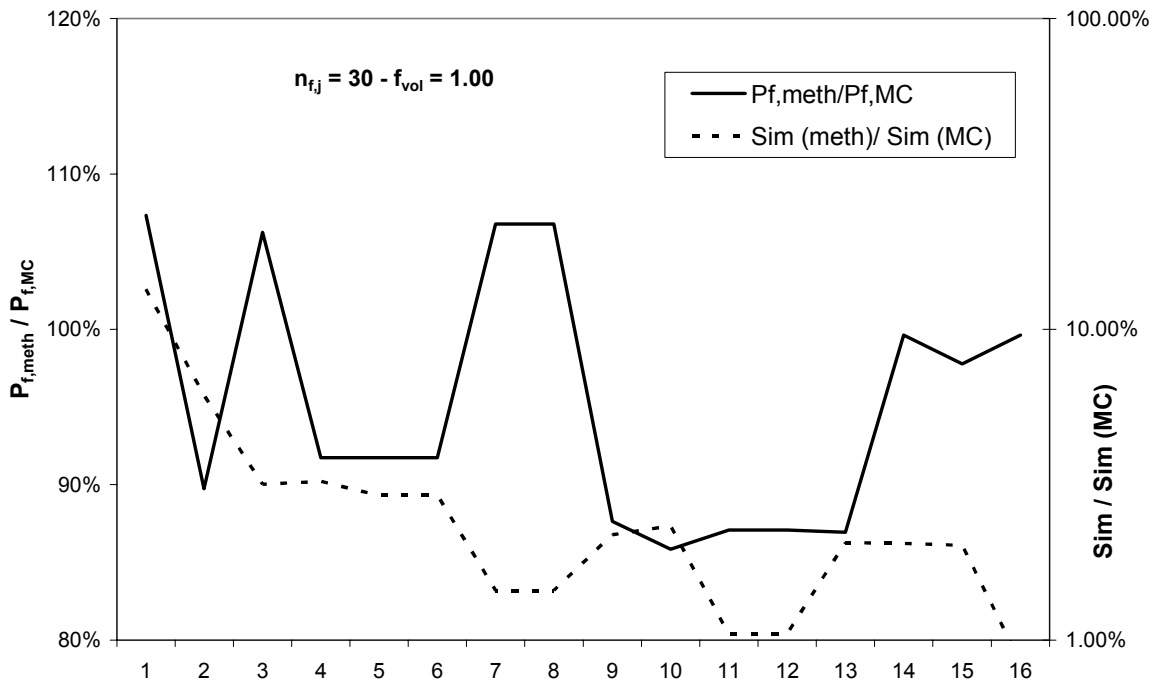
Διάγ. 3.28: $P_{f, meth} / P_{f, MC}$ και $N_{Sim} / N_{Sim(MC)}$ (σχέση (3.61) - $f_{vol}=1.20$, $\max \{n_{f,j}\}=30$)

Εξέλιξη Λόγου Πιθανοτήτων και Λόγου Δειγματοληψιών



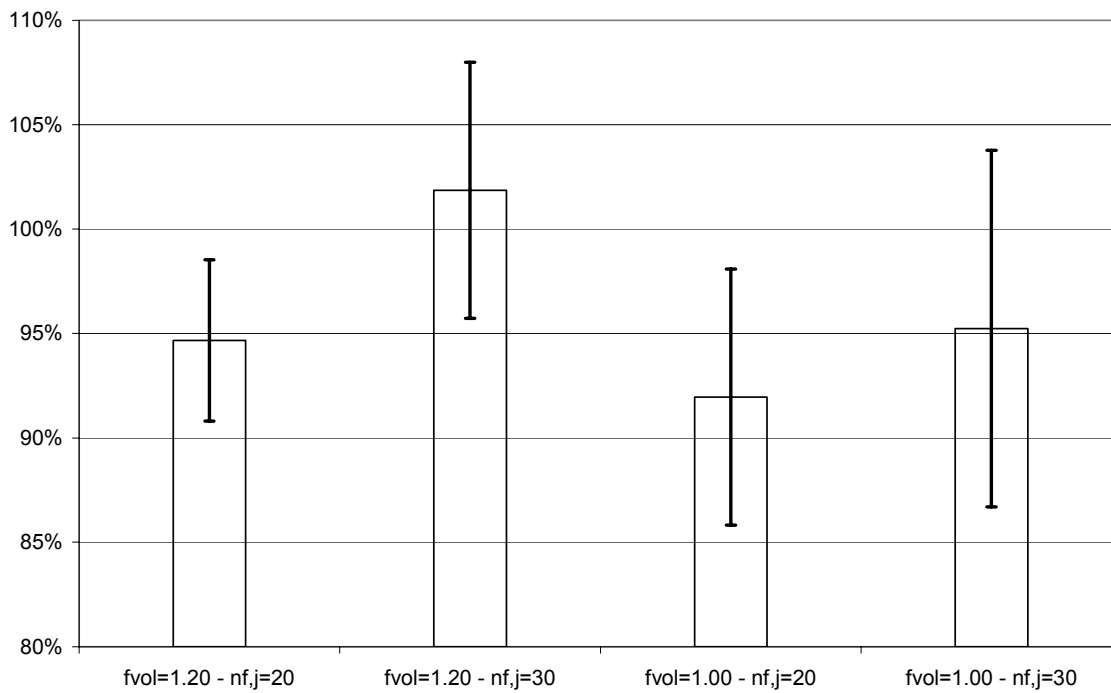
Διάγ. 3.29: $P_{f, meth} / P_{f, MC}$ και $N_{Sim} / N_{Sim(MC)}$ (σχέση (3.61) - $f_{vol}=1.00$, $\max \{n_{f,j}\}=20$)

Εξέλιξη Λόγου Πιθανοτήτων και Λόγου Δειγματοληψιών



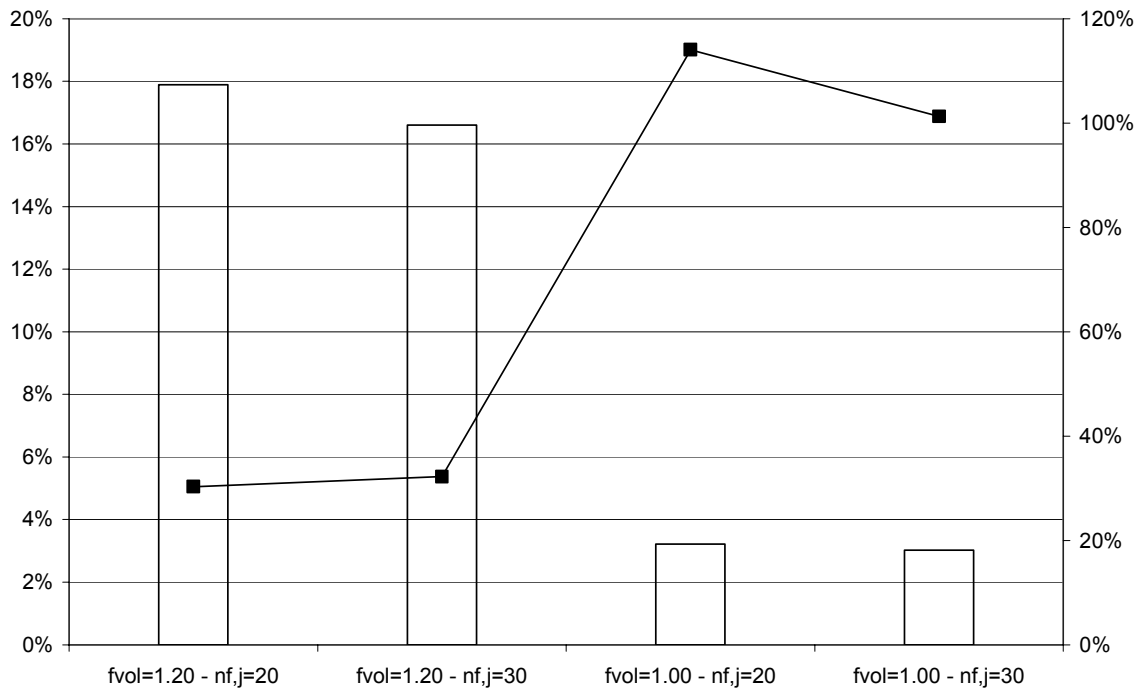
Διάγ. 3.30: $P_{f, meth} / P_{f, MC}$ και $N_{Sim} / N_{Sim(MC)}$ (σχέση (3.61) - $f_{vol}=1.00$, $\max \{n_{f,j}\}=30$).

Μέση τιμή λόγου $P_f (meth) / P_f (MC)$ και C.O.V.



Διάγ. 3.31: $E[P_{f, meth} / P_{f, MC}]$ και δείκτης μεταβλητότητας (σχέση (3.61))

Μέση τιμή λόγου $Sim_{(meth)} / Sim_{(MC)}$ και C.O.V.



Διάγ. 3.32: $E[N_{Sim}/N_{Sim(MC)}]$ και δείκτης μεταβλητότητας (σχέση (3.61)).

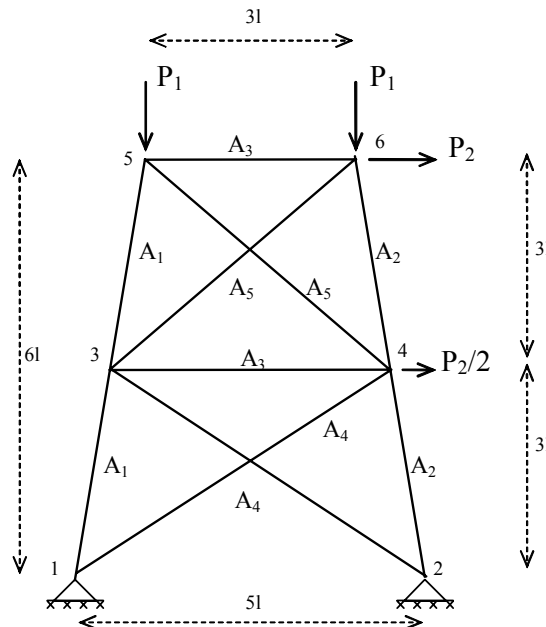
3.14.5 Επίπεδο Υπερστατικό Δικτύωμα 10 μελών

3.14.5.1 Ορισμός του βασικού προβλήματος

Στο Διάγ. 3.33, παρουσιάζεται επίπεδο δικτύωμα 10 μελών. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 3. Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται η τιμή της τάσης διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη, τα επιβαλλόμενα φορτία και η τιμή του εμβαδού της διατομής για τις 5 ομάδες των μελών. Η τάσης διαρροής σε εφελκυσμό ακολουθεί λογαριθμική κατανομή με $E[\sigma_t]=23\text{kN/cm}^2$ και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%. Για την τάση διαρροής σε θλίψη η μέση τιμή δίδεται ως $E[\sigma_c]=19\text{kN/cm}^2$. Τα εμβαδά των διατομών ακολουθούν λογαριθμική κατανομή με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%. Το πλήθος των τ.μ του προβλήματος είναι ίσο με 9. Για τα μέλη που υποβάλλονται σε θλιπτικά φορτία η αντοχή τους ελέγχεται σε λυγισμό σύμφωνα με τις οδηγίες του Ευρωκώδικα 3 [18] για υποσύνολο των εξεταζομένων περιπτώσεων. Ο συντελεστής απομείωσης της αντοχής χ θεωρείται ως ντετερμινιστική μεταβλητή. Στις περιπτώσεις που λαμβάνεται υπόψη ο λυγισμός οι διατομές προσομοιώνονται ως κοίλες διατομές με λόγο t/D ίσο με 6.6%. Για την κατανομή της ευρωστίας στους υπερκύβους χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.13.

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	3	2	2	4	3	3	5	4	4	6
5	3	4	6	5	6	7	1	4	8	2	3
9	3	6	10	4	5	† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος					

Πίν. 3.13: Αρίθμηση μελών δικτύωματος 10 μελών.



Διάγ. 3.33: Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών (φορτία – ομάδες διατομών – διαστάσεις).

3.14.5.2 Ορισμός υποπροβλημάτων, παράμετροι προτεινόμενης μεθόδου

Εξετάζονται 16 διαφορετικές περιπτώσεις σε σχέση με τις τιμές των τ.μ του προβλήματος και τον έλεγχο σε λυγισμό. Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής για τη μέθοδο MC για τα προβλήματα που εξετάζονται παρουσιάζονται στον Πίν. 3.14. Η φέρουσα ικανότητα του φορέα υπολογίζεται με τη βοήθεια πλαστικής ανάλυσης με τη χρήση της μεθόδου της κατά στάδια αύξησης του φορτίου (Load Incremental Method) [9]. Οι εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στον απαραμόρφωτο φορέα. Η αστοχία του μέλους ορίζεται ως η υπέρβαση της τάσης διαρροής για το υπό εξέταση μέλος. Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων θεωρείται ως ελαστικό-πλήρως πλαστικό. Τέλος το μητρώο στιβαρότητας της κατασκευής καθώς και το διάνυσμα των φορτίων ανανεώνονται πλήρως σε κάθε βήμα.

Η ανάλυση επαναλαμβάνεται για 3 διαφορετικά ζεύγη τιμών των παραμέτρων $L[IFM]$ και $\max\{n_{fj}\}$. Στη μελέτη A έχουμε $\max\{n_{fj}\}=7$ και $L[IFM]=1$. Στη μελέτη B έχουμε $L[IFM]=2$ και $\max\{n_{fj}\}=7$. Στη μελέτη C έχουμε $\max\{n_{fj}\}=10$ και $L[IFM]=1$. Για τη μελέτη B το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ορίζεται ίσο με 40 ενώ για τις μελέτες A και C το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με το πλήθος των κρίσιμων μελών

της κατασκευής. Οι λοιπές παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $f_{vol}=1.00$, $f_{RI}=0.10$, $f_{cut-off}=0.10$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.70$ και για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή.

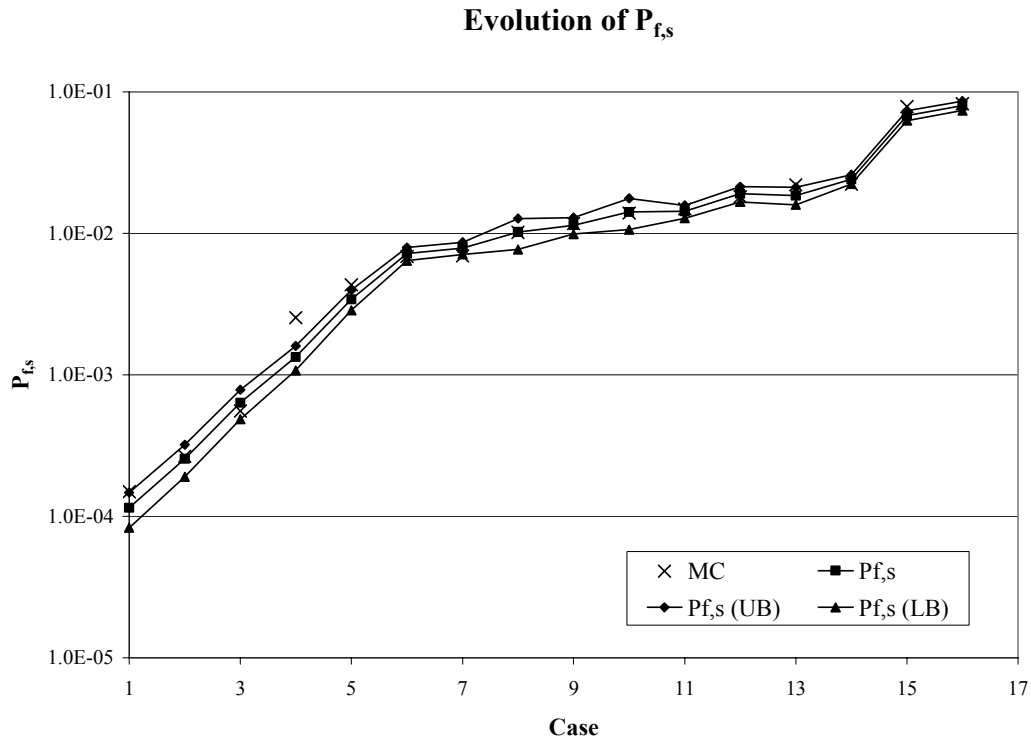
Πρόβλημα	$P_{f,s}(MC)$	COV[σ_c]	COV[$P_{1,2}$]	$E[A_i]$ (cm ²)	Λογισμός
1	1.49×10^{-4}	0.10	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	OXI
2	2.65×10^{-4}	0.10	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	NAI
3	5.55×10^{-4}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	OXI
4	2.53×10^{-3}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	NAI
5	4.33×10^{-3}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-4}]=40, E[A_5]=46$	OXI
6	6.86×10^{-3}	0.15	0.15	$E[A_1]=23, E[A_{2-4}]=40, E[A_5]=35$	OXI
7	6.91×10^{-3}	0.15	0.15	$E[A_1]=23, E[A_{2,4}]=40, E[A_{3,5}]=20$	OXI
8	1.01×10^{-2}	0.10	0.30	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	OXI
9	1.17×10^{-2}	0.10	0.30	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	NAI
10	1.39×10^{-2}	0.15	0.30	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	OXI
11	1.48×10^{-2}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-4}]=40, E[A_5]=46$	NAI
12	1.81×10^{-2}	0.15	0.30	$E[A_1]=26, E[A_{2-5}]=46$	NAI
13	2.20×10^{-2}	0.15	0.15	$E[A_1]=23, E[A_{2-4}]=40, E[A_5]=35$	NAI
14	2.23×10^{-2}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-4}]=35, E[A_5]=46$	OXI
15	7.87×10^{-2}	0.15	0.15	$E[A_1]=26, E[A_{2-4}]=35, E[A_5]=46$	NAI
16	8.24×10^{-2}	0.15	0.15	$E[A_1]=23, E[A_{2,4}]=40, E[A_{3,5}]=20$	NAI

Πίν. 3.14: $E[A_i]$ για τα υπό εξέταση προβλήματα (επίπεδο δικτύωμα 10 μελών) και $P_{f,s}(MC)$.

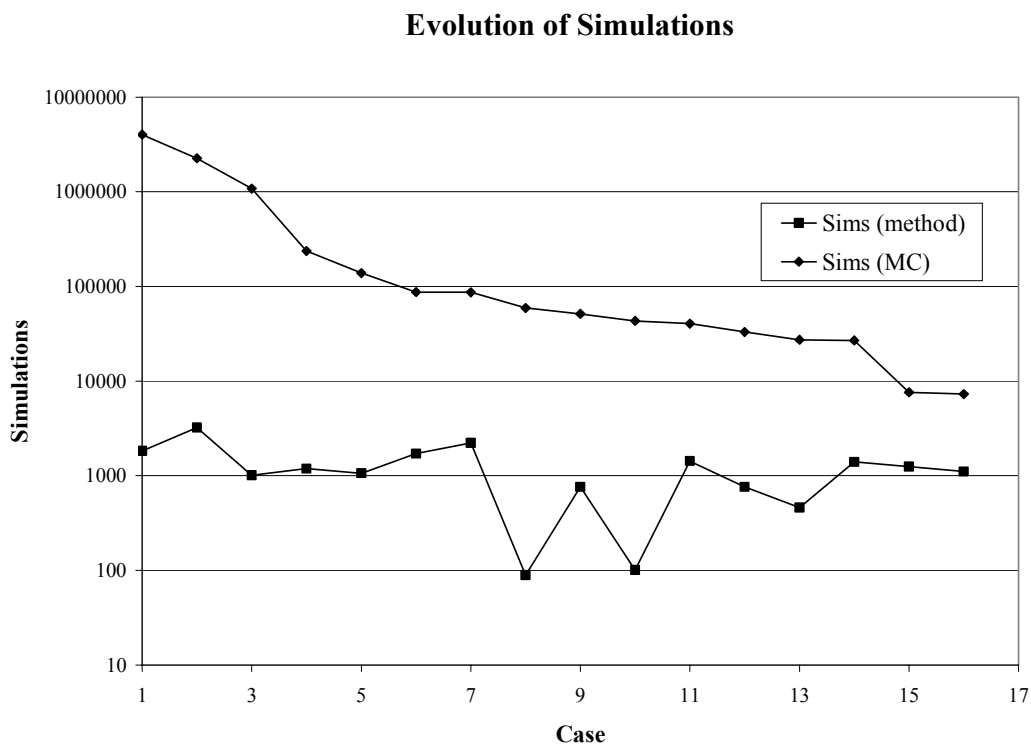
3.14.5.3 Αποτελέσματα

Στα Διάγ. 3.34 ως Διάγ. 3.39, παρουσιάζονται η πιθανότητα αστοχίας και το άνω και κάτω όριο για την προτεινόμενη μέθοδο, η πιθανότητα αστοχίας της μεθόδου MC και το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων.

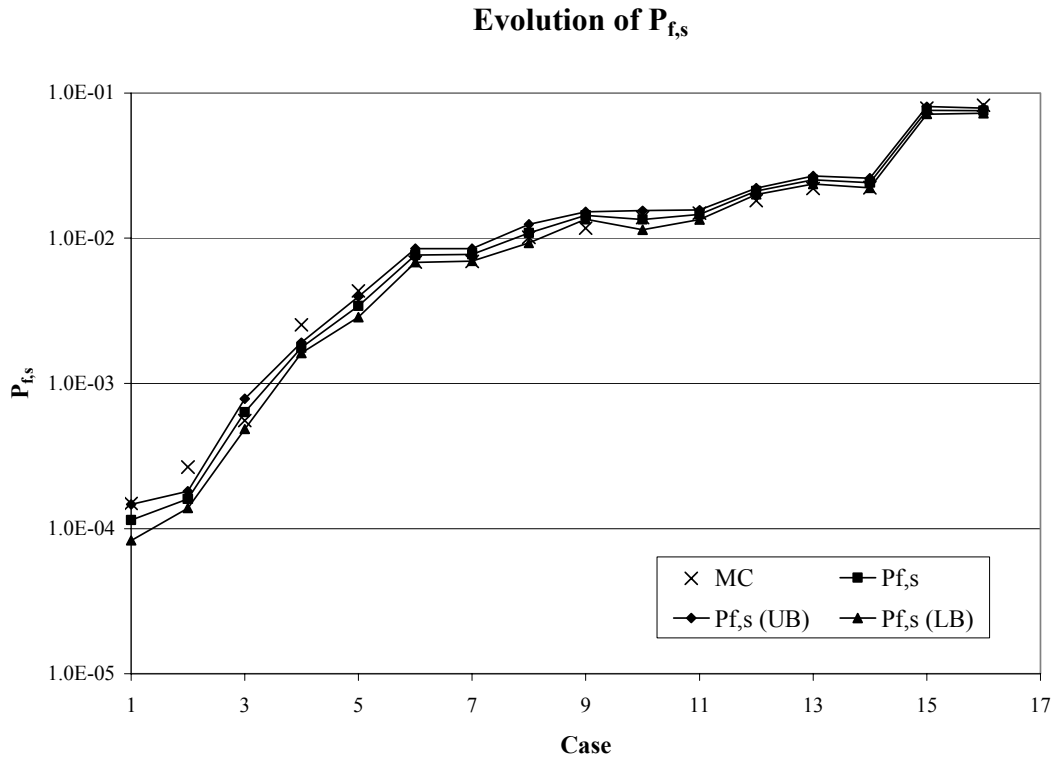
Τα καλύτερα αποτελέσματα, ως προς την ακρίβεια της μεθόδου, παρατηρούνται για τις μελέτες A και B. Η μέθοδος υποδεικνύει τις κρίσιμες και μη κρίσιμες τ.μ και η πιθανότητα αστοχίας υπολογίζεται με μικρό υπολογιστικό φόρτο. Στη μελέτη A η πιθανότητα αστοχίας είναι σε πάρα πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα της μεθόδου MC με εξαίρεση το πρόβλημα 4. Ο λόγος του υπολογιστικού φόρτου κυμαίνεται από 0.1% ως 10% ανάλογα της πιθανότητας εκτίμησης και του πλήθους των εξεταζόμενων υπερκύβων. Αντίστοιχα αποτελέσματα παρατηρούνται και στη μελέτη B.



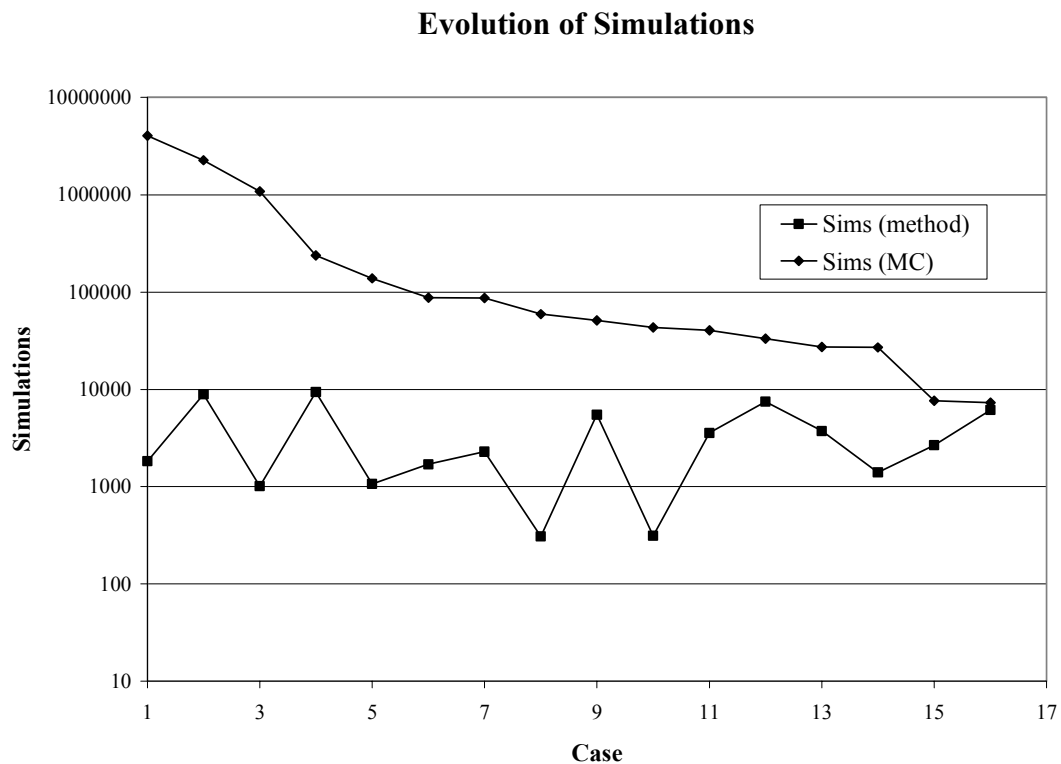
Διάγ. 3.34: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB) (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη Α)



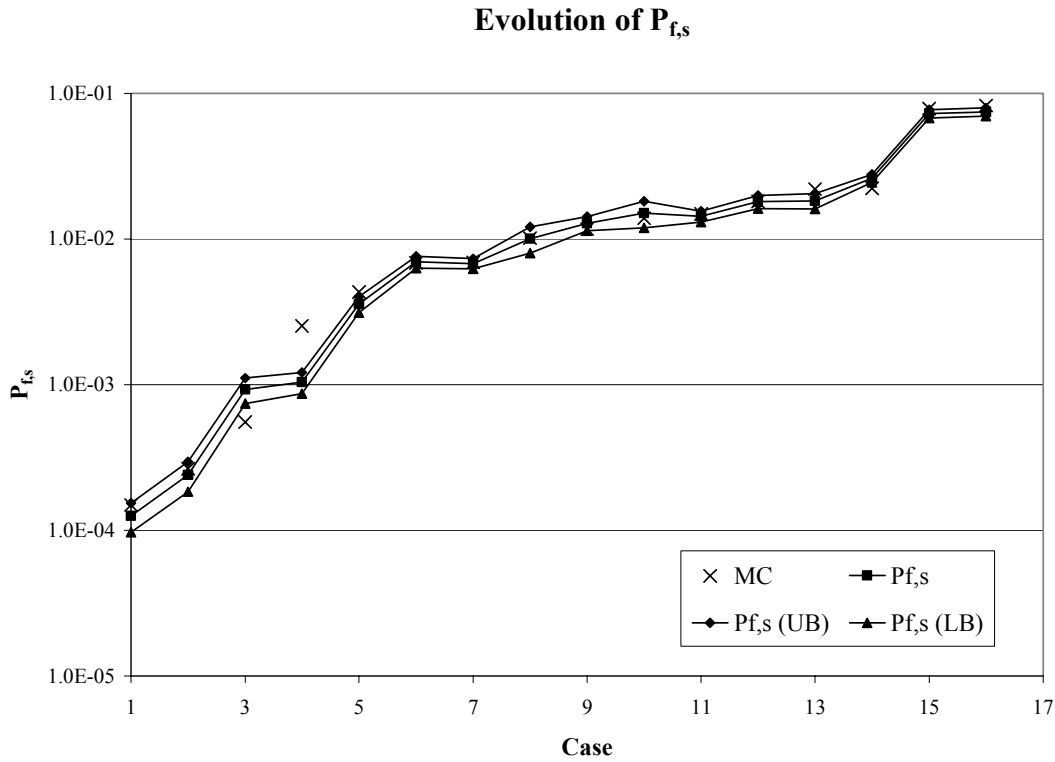
Διάγ. 3.35: Πλήθος δειγμάτων (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη Α)



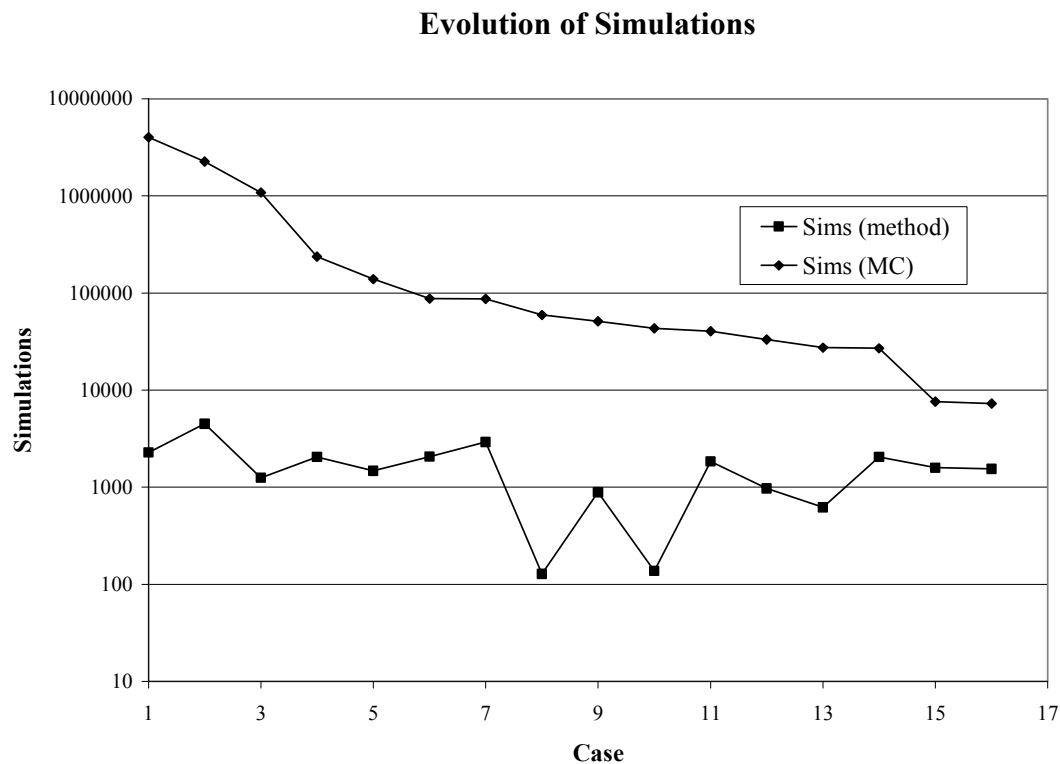
Διάγ. 3.36: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη Β)



Διάγ. 3.37: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη Β)



Διάγ. 3.38: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη C)



Διάγ. 3.39: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), (Επίπεδο δικτύωμα 10 μελών, Μελέτη C)

Η αύξηση του $L[IFM]$ οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου με αντίστοιχη αύξηση

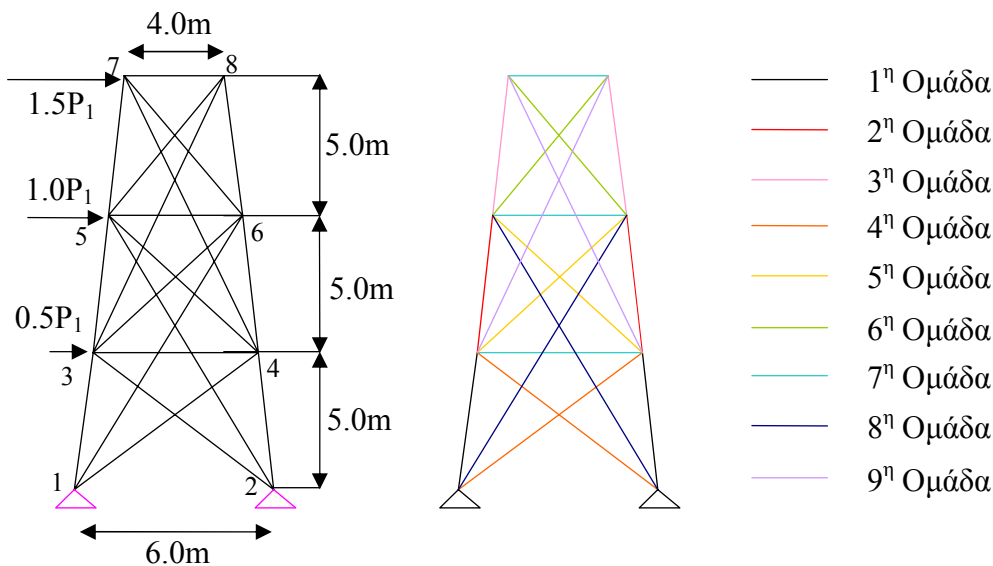
των αστοχιών με αποτέλεσμα τη μείωση του λάθους εκτίμησης. Πολύ καλά αποτελέσματα παρατηρούνται και στην περίπτωση της μελέτης C με εξαίρεση τα προβλήματα 3 και 4 όπου η προτεινόμενη μέθοδος υπερεκτιμά την πιθανότητα αστοχίας για το πρόβλημα 3 και αντίστοιχα υποεκτιμά την πιθανότητα αστοχίας για το πρόβλημα 4 της κατασκευής.

Η αύξηση του $\max \{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου και ταυτόχρονη μείωση του λάθους εκτίμησης. Η εξέταση αντοχής σε λυγισμό οδηγεί σε αύξηση του πλήθους των κρίσιμων τ.μ με αποτέλεσμα την αύξηση της σχετικής πολυπλοκότητας του προβλήματος και αντίστοιχη αύξηση του υπολογιστικού φόρτου.

3.14.6 Επίπεδο δικτύωμα 19 μελών

3.14.6.1 Ορισμός του βασικού προβλήματος

Στο Διάγ. 3.33, παρουσιάζεται επίπεδο δικτύωμα 19 μελών. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 8. Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται η τιμή της τάσης διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη, το επιβαλλόμενο φορτίο και η τιμή του εμβαδού της διατομής για τις 9 ομάδες των μελών (Διάγ. 3.33).



Διάγ. 3.40: Επίπεδο δικτύωμα 19 μελών (φορτία – κόμβοι – ομάδες διατομών – διαστάσεις).

Η τάσης διαρροής σε εφελκυσμό ακολουθεί λογαριθμική κατανομή με $E[\sigma_t]=27.5\text{kN/cm}^2$ και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 7%. Για την τάση διαρροής σε θλίψη η μέση τιμή δίδεται ως $E[\sigma_c]=24\text{kN/cm}^2$ με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 7%. Τα εμβαδά των διατομών ακολουθούν λογαριθμική κατανομή με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%. Το πλήθος των τ.μ του προβλήματος είναι ίσο με 12. Για τα μέλη που υποβάλλονται σε θλιπτικά φορτία η αντοχή

τους ελέγχεται σε λυγισμό σύμφωνα με τις οδηγίες του Ευρωκώδικα 3 [18]. Ο συντελεστής απομείωσης της αντοχής χ θεωρείται ως ντετερμινιστική μεταβλητή. Το φορτίο P_1 ακολουθεί κανονική κατανομή με $E[P_1]=90\text{kN}$ και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 20%. Για τις ομάδες 1 ως 3 επιλέγεται κοίλη διατομή $\Phi 139.7 \times 4.0$ και για τις ομάδες 4 ως 9 κοίλη διατομή $\Phi 114.3 \times 3.6$. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.15.

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	3	2	2	4	3	3	5	4	4	6
5	5	7	6	6	8	7	3	4	8	5	6
9	7	8	10	1	4	11	2	3	12	3	6
13	4	5	14	5	8	15	6	7	16	1	6
17	2	5	18	3	8	19	4	7			

Πίν. 3.15: Αρίθμηση μελών δικτύωματος 19 μελών.

† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος

3.14.6.2 Αποτελέσματα μεθόδου MC

Η πιθανότητα αστοχίας, το λάθος εκτίμησης, το πλήθος των δειγμάτων, ο χρονικός μέσος της πιθανότητας αστοχίας και ο δείκτης μεταβλητότητας του χρονικού μέσου της πιθανότητας αστοχίας, της μεθόδου MC, παρουσιάζονται στον Πίν. 3.16. Η πιθανότητα αστοχίας αντιστοιχεί σε δείκτη αξιοπιστίας ίσο με 2.094. Οι τιμές των χρονικά μεταβαλλόμενων παραμέτρων παρουσιάζονται για $t=1000$. Στον Πίν. 3.16, παρουσιάζονται ακόμα και η πιθανότητα αστοχίας για διαφορετικές τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής σύμφωνα με τη μέθοδο MC για διάφορες τιμές σποράς, κυμαίνεται από 1.72×10^{-2} ως και 1.86×10^{-2} .

Παράμετρος	$P_{f,s}$ (MC)	ϵ	Δείγματα	$E[P_{f,s}(t)]$	$COV[P_{f,s}(t)]$
Τιμή	0.018139	5.68×10^{-4}	55130	0.018501	9.2%
Εξέλιξη της $P_{f,s}$ για διαφορετικές τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών					
Τιμή Σποράς	4357	5003	6007	7001	8001
$P_{f,s}$ (MC)	0.018139	0.018556	0.017573	0.018192	0.017187

Πίν. 3.16: Αποτελέσματα ανάλυσης MC

3.14.6.3 Παράμετροι προτεινόμενης μεθόδου - Αποτελέσματα

Οι παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $\max\{n_{f,j}\}=7$, $f_{vol}=1.20$, $f_{RV}=0.05$, $f_{cut-off}=0.10$, $f_{s,c}=0.00$, $f_{s,cp}=0.70$, $\max\{n_j\}=1000$. Το πλήθος των απαιτούμενων μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 40 για $L[IFM]>1$. Για την κατανομή της ευρωστίας στους υπερκύβους

χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή. Συνολικά εξετάστηκαν 5 παραλλαγές ως προς το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας με το μήκος να κυμαίνεται από $L[IFM]=1$ ως και $L[IFM]=5$. Οι εκτιμήσεις του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για την προτεινόμενη μέθοδο και τις μελέτες παρουσιάζονται στον Πίν. 3.17.

L[IFM]	1	2	3	4	5
$P_{f,s}$	0.01468	0.01493	0.01524	0.01351	0.01527
β_s	2.179	2.172	2.164	2.211	2.163
$P_{f,\#1}$	0.00551	0.00554	0.00565	0.00528	0.00547

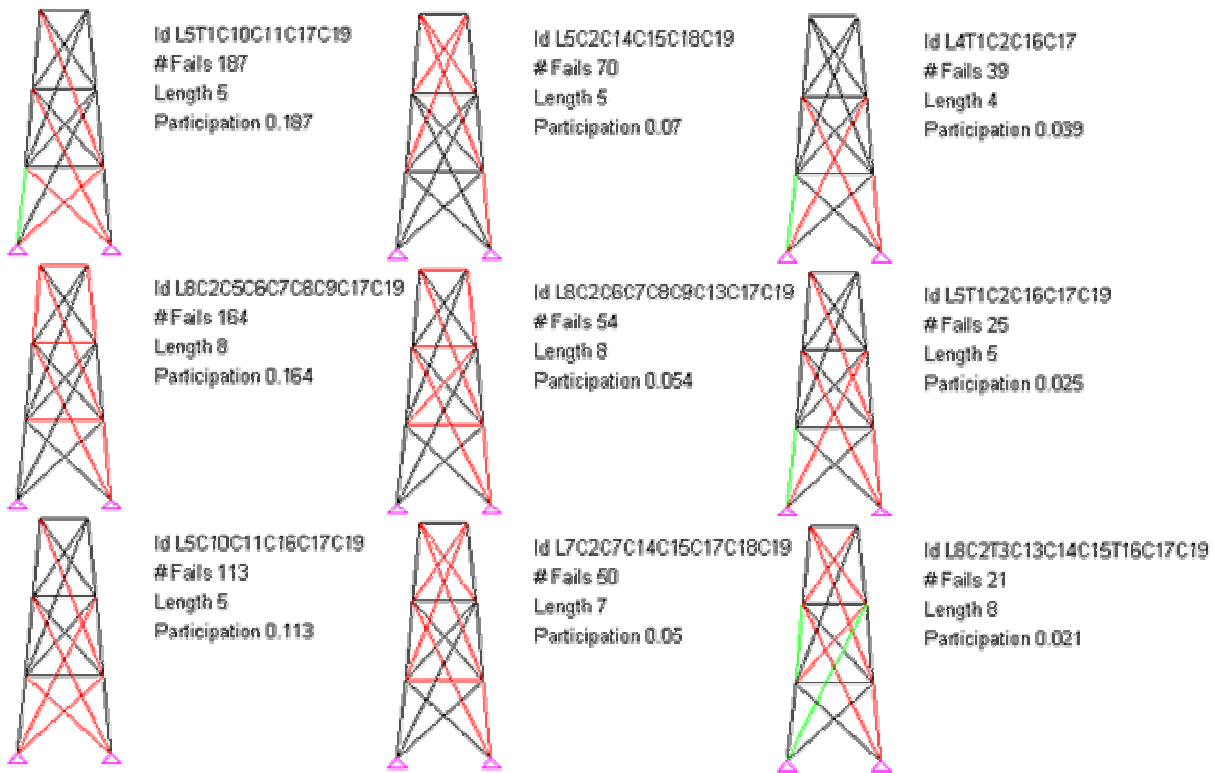
Πίν. 3.17: Δείκτης αξιοπιστίας της προτεινόμενης μεθόδου.

Η προτεινόμενη μέθοδος υποεκτιμά την πιθανότητα αστοχίας από 15.99% ως και 25.51% σε σχέση με τιμή της μεθόδου MC. Η υποεκτίμηση αυτή οφείλεται στη μορφή των κύριων αλληλουχιών αστοχίας της κατασκευής. Στο Διάγ. 3.41, παρουσιάζονται οι 9 κύριες αλληλουχίες αστοχίας του προβλήματος υπό εξέταση και στον Πίν. 3.18, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας για τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο. Το ποσοστό συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας δίδεται ως:

$$PF_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_s} \frac{n_{f,j,i}}{n_{f,j}} \cdot P_{f,j}}{P_f} \quad (3.62)$$

όπου P_f και $P_{f,j}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής στον j υπερκύβο, N_s είναι το πλήθος των υπερκύβων που επιλέγονται για δειγματοληψία, $n_{f,j}$ είναι το πλήθος των δειγμάτων που προκαλούν την αστοχία της κατασκευής στον j υπερκύβο και $n_{f,j,i}$ είναι το πλήθος των δειγμάτων που προκαλούν την αστοχία της κατασκευής στον j υπερκύβο σύμφωνα με την i πλήρη αλληλουχία αστοχίας.

Κάθε πλήρης αλληλουχία αστοχίας ορίζεται ως $\{LxCnTm\}$ όπου Lx είναι το πλήθος των μελών της αλληλουχίας αστοχίας (στην περίπτωση της αλληλουχίας αστοχίας L5T1C10C11C17C19 το πλήθος των μελών είναι ίσο με 5), Cn είναι τα μέλη που αστοχούν σε θλίψη (στην αλληλουχία αστοχίας L5T1C10C11C17C19 τα μέλη 10, 11, 17 και 19 αστοχούν λόγω θλίψης) και Tm είναι τα μέλη που αστοχούν σε εφελκυσμό (στην αλληλουχία αστοχίας L5T1C10C11C17C19 το μέλος 1 αστοχεί σε εφελκυσμό). Το μήκος των κύριων αλληλουχιών αστοχίας για το υπό εξέταση δίκτυο κυμαίνεται από 4 ως 8.



Διάγ. 3.41: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτύωματος.

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L IFM =1	L IFM =2	L IFM =3	L IFM =4	L IFM =5
L5T1C10C11C17C19	18.70%	13.43%	13.70%	13.57%	14.13%	13.22%
L8C2C5C6C7C8C9C17C19	16.40%	22.51%	22.73%	21.84%	23.02%	20.94%
L5C10C11C16C17C19	11.30%	3.74%	3.82%	4.29%	3.87%	3.83%
L5C2C14C15C18C19	7.00%	2.85%	3.74%	2.43%	2.76%	3.88%
L8C2C6C7C8C9C13C17C19	5.40%	6.94%	7.73%	6.36%	5.24%	6.58%
L7C2C7C14C15C17C18C19	5.00%	5.67%	5.93%	5.62%	5.39%	5.60%
L4T1C2C16C17	3.90%	3.40%	2.83%	3.24%	2.01%	2.81%
L5T1C2C16C17C19	2.50%	2.77%	2.91%	3.49%	3.20%	3.38%
L8C2T3C13C14C15T16C17C19	2.10%	1.89%	1.81%	1.39%	0.75%	1.27%
Σύνολο	72.30%	63.21%	65.20%	62.23%	60.37%	61.50%

Πίν. 3.18: Ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας.

Σε κάθε περίπτωση η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει ως πρωτεύουσα αλληλουχία αστοχίας την L8C2C5C6C7C8C9C17C19 όταν σύμφωνα με τη μέθοδο MC η πρωτεύουσα αλληλουχία αστοχίας είναι η L5T1C10C11C17C19. Αυτό οφείλεται στην πολύ μικρή πιθανότητα αστοχίας του μέλους 1 στην ακέραια κατασκευή. Η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας κατά FORM στην ακέραια κατασκευή είναι ίση με 4.39×10^{-15} όταν η πιθανότητα αστοχίας του μέλους σύμφωνα με τη μέθοδο MC, κυμαίνεται από 6.41×10^{-3} ως 7.53×10^{-3} για διαφορετικές τιμές σποράς. Οι αντίστοιχες εκτιμήσεις της προτεινόμενης μεθόδου για το μέλος αυτό κυμαίνονται από 5.28×10^{-3} ως 5.65×10^{-3} ανάλογα του μήκους της μη πλήρους

αλληλουχίας αστοχίας όπως παρατηρείται από τα αποτελέσματα του Πίν. 3.17. Το ποσοστό συμμετοχής των κυρίων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 72.30% για τη μέθοδο MC ενώ κυμαίνεται από 60.37% ως 65.20% για την προτεινόμενη μέθοδο. Το πλήθος των διαφορετικών αλληλουχιών αστοχίας για τη μέθοδο κυμαίνεται από 88 ως και 117 όταν για τη μέθοδο MC το πλήθος των διαφορετικών αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 94.

Για την αντικειμενικότερη εκτίμηση της ικανότητας της προτεινόμενης μεθόδου να υποδείξει τις πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας αναπτύσσονται 2 μετρικές.

Η 1^η μετρική υπολογίζει το άθροισμα των απόλυτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ως:

$$\text{Abs} = \sum_{i=1}^{N_{FM}} |PF_i - PF_{i,MC}| \quad (3.63)$$

όπου PF_i και $PF_{i,MC}$ είναι το ποσοστό συμμετοχής της i αλληλουχίας αστοχίας για τη μέθοδο και τη μέθοδο MC και N_{FM} είναι το πλήθος των αλληλουχιών αστοχίας της μεθόδου MC.

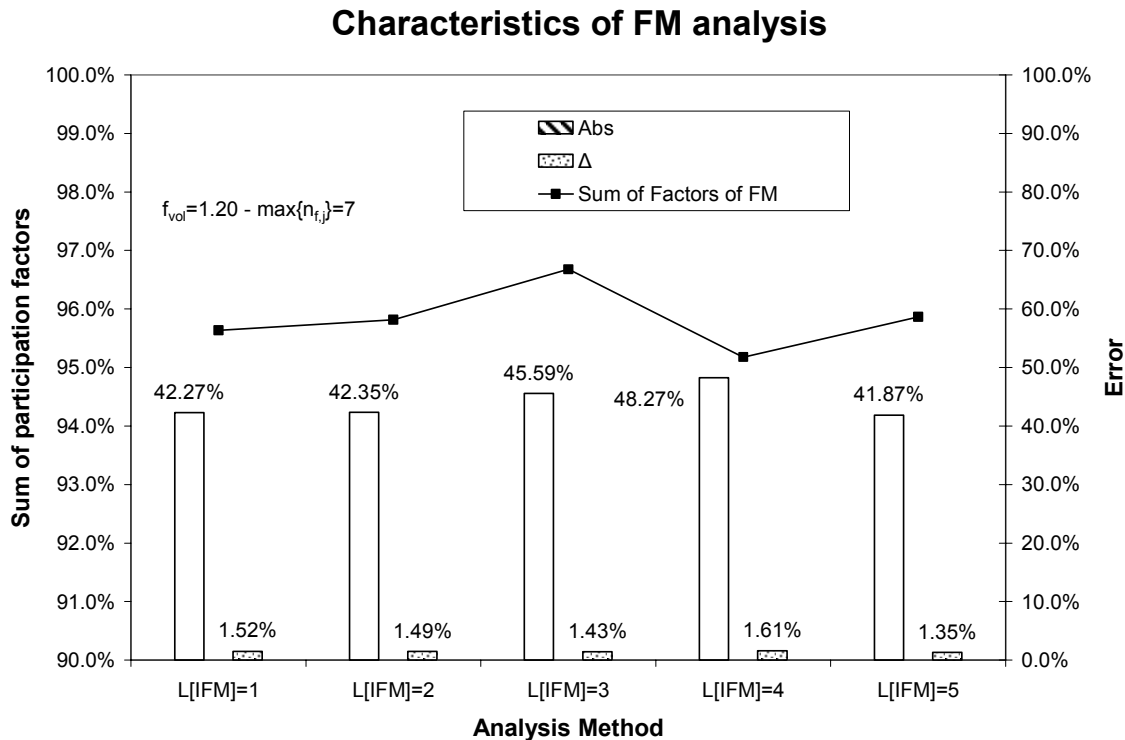
Η 2^η μετρική υπολογίζει το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας ως:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{N_{FM}} (PF_i - PF_{i,MC})^2 \quad (3.64)$$

Τα ποσοστά αυτά αναδεικνύουν την ικανότητα της μεθόδου να ανακαλύψει τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας της κατασκευής. Στην ιδεατή περίπτωση το ποσοστό του σχετικού και απόλυτου λάθους είναι ίσο με το μηδέν και το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής των κοινών αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με τη μονάδα.

Στο Διάγ. 3.42, παρουσιάζεται το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, το άθροισμα των απόλυτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, και το συνολικό ποσοστό συμμετοχής των κοινών αλληλουχιών αστοχίας.

Το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής κυμαίνεται από 95% ως 97% αποδεικνύοντας ότι η μέθοδος ανακαλύπτει τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας του προβλήματος. Για το απόλυτο και σχετικό λάθος τα καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάζονται για $L[IFM]=5$.



Διάγ. 3.42: Στοιχεία ανάλυσης των αλληλουχιών αστοχίας.

3.14.6.4 Μεθοδολογίες Ενίσχυσης – Υπολογισμός Τρωτότητας

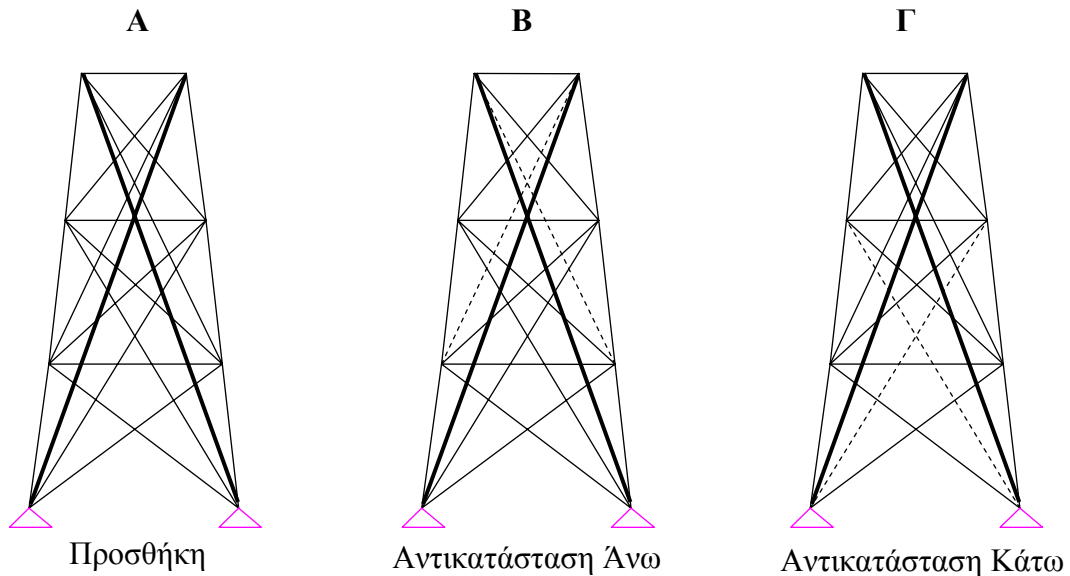
Στη συνέχεια εξετάζονται 3 πιθανοί τρόποι ενίσχυσης για τη βελτίωση της αξιοπιστίας της κατασκευής. Οι τρόποι αυτοί είναι: προσθήκη δύο διαγωνίων ράβδων καθ' ύψος της κατασκευής (Α), αντικατάσταση των άνω δισδιαγώνιων ράβδων με τις τριςδιαγώνιες ράβδους (Β), αντικατάσταση των κάτω δισδιαγώνιων ράβδων με τις τριςδιαγώνιες ράβδους (Γ). Η διατομή των τριςδιαγώνιων ράβδων είναι κοίλη διατομή Φ114.3x3.6. Οι πιθανοί τρόποι ενίσχυσης παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.43.

Το πλήθος των τ.μ στην περίπτωση του τρόπου ενίσχυσης Α είναι ίσο με 13 και η υπερστατικότητα του δικτύματος είναι ίση με 10 και στα μέλη του Πίν. 3.15 προσθέτονται τα μέλη 20 (κόμβος αρχής 1 και κόμβος πέρατος 8) και 21 (κόμβος αρχής 2 και κόμβος πέρατος 7). Η τ.μ του εμβαδού της διατομής για την ομάδα των τριςδιαγώνιων ράβδων ακολουθεί λογαριθμική κατανομή με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%.

Για τα σενάρια Β και Γ το πλήθος των τ.μ είναι ίσο με 12 και η υπερστατικότητα παραμένει ίση με 8. Το πλήθος των μελών παραμένει ίσο με 19 για τους τρόπους ενίσχυσης Β και Γ αλλά η αρίθμηση των μελών τροποποιείται σύμφωνα με τα στοιχεία που παρατίθενται στον Πίν. 3.19.

Τρόπος Ενίσχυσης Β											
Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
18	1	8	19	2	7	† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος					
Τρόπος Ενίσχυσης Γ											
Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
16	3	8	17	4	7	18	1	8	19	2	7

Πίν. 3.19: Τροποποίηση αρίθμησης μελών για τρόπους ενίσχυσης Β και Γ.



Διάγ. 3.43: Τρόποι ενίσχυσης για βελτίωση της αξιοπιστίας της κατασκευής.

Οι παράμετροι του αλγορίθμου είναι όπως και στην περίπτωση της αρχικής μελέτης. Στόχος της διερεύνησης αυτής είναι να εξετασθεί η τρωτότητα του φορέα για τη συγκεκριμένη φόρτιση ως προς την προσθήκη των τριςδιαγώνιων ράβδων ή την αντικατάσταση κάποιων ομάδων με τις τριςδιαγώνιες ράβδους. Η τρωτότητα της κατασκευής ορίζεται ως [34]:

$$V = P_{f,s}(r_d) / P_{f,s}(r_o) \tag{3.65}$$

όπου $P_{f,s}(r_d)$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής μετά την προσθήκη ή αντικατάσταση των μελών και $P_{f,s}(r_o)$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της αρχικής κατασκευής. Για το υπό εξέταση δικτύωμα εφόσον εξετάζονται διάφοροι τρόποι ενίσχυσης του δικτύωματος αναμένεται ότι η τρωτότητα θα λαμβάνει τιμές μικρότερες της μονάδας.

3.14.6.5 Αποτελέσματα – Σύγκριση υπολογιστικού χρόνου

Η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής για τους 3 τρόπους ενίσχυσης σύμφωνα με τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο παρουσιάζεται στον Πίν. 3.20. Η ακρίβεια της

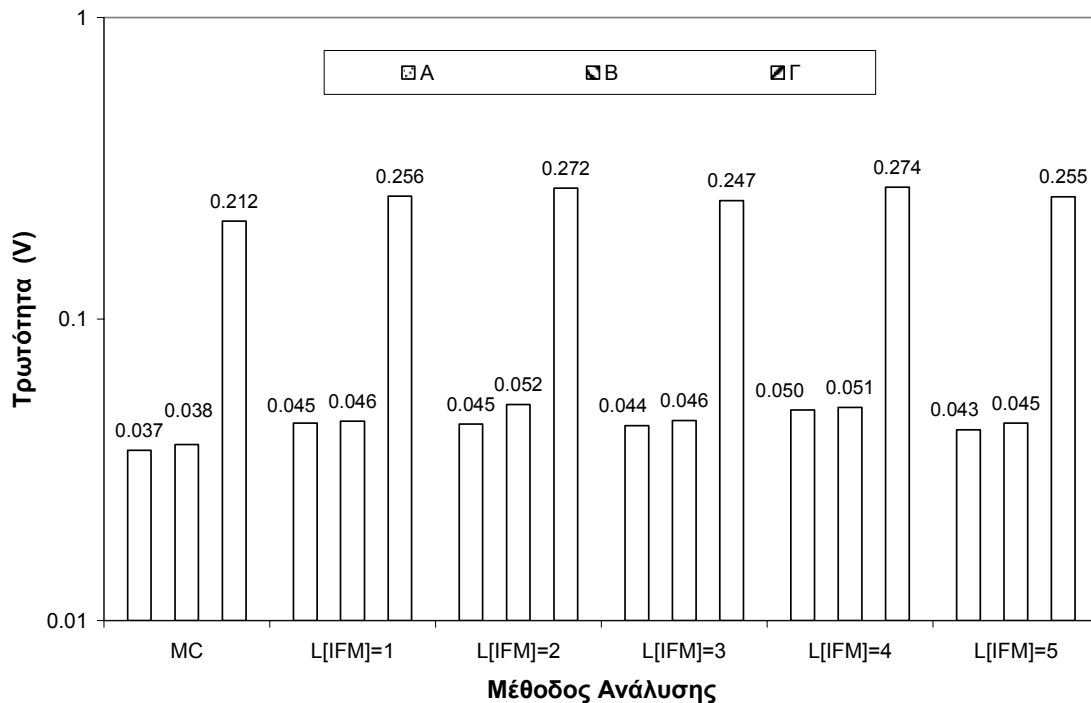
προτεινόμενης μεθόδου είναι πάρα πολύ καλή για τα Α και Γ και πολύ καλή για το Β.

Δικτύωμα	MC	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
Αρχική	0.018139	0.014680	0.014932	0.015239	0.013511	0.015275
A	0.000666	0.000664	0.000671	0.000676	0.000676	0.000657
B	0.000696	0.000673	0.000777	0.000702	0.000688	0.000691
Γ	0.003838	0.003756	0.004060	0.003764	0.003701	0.003889

Πίν. 3.20: $P_{f,s}$ για τους 3 τρόπους ενίσχυσης και την αρχική λύση.

Η τρωτότητα των λύσεων για τους 3 τρόπους ενίσχυσης για τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.34. Ο τρόπος ενίσχυσης με το χαμηλότερο δείκτη τρωτότητας είναι ο Α ακολουθούμενος από τον τρόπο ενίσχυσης Β και τέλος τον τρόπο ενίσχυσης Γ. Τα σενάρια Α και Β οδηγούν σε μείωση της πιθανότητας αστοχίας κατά 2 περίπου τάξεις μεγέθους. Η αντικατάσταση των κάτω δισδιαγώνιων οδηγεί σε μείωση της πιθανότητας αστοχίας στο 20~25% της αρχικής τιμής. Συμπεραίνεται ότι για την υπό εξέταση φόρτιση ο βέλτιστος τρόπος ενίσχυσης είναι ο Β καθώς η διαφορά του με το Α είναι πρακτικά αμελητέα και οδηγεί σε σχεδίαση με μικρότερο βάρος.

Δείκτης Τρωτότητας

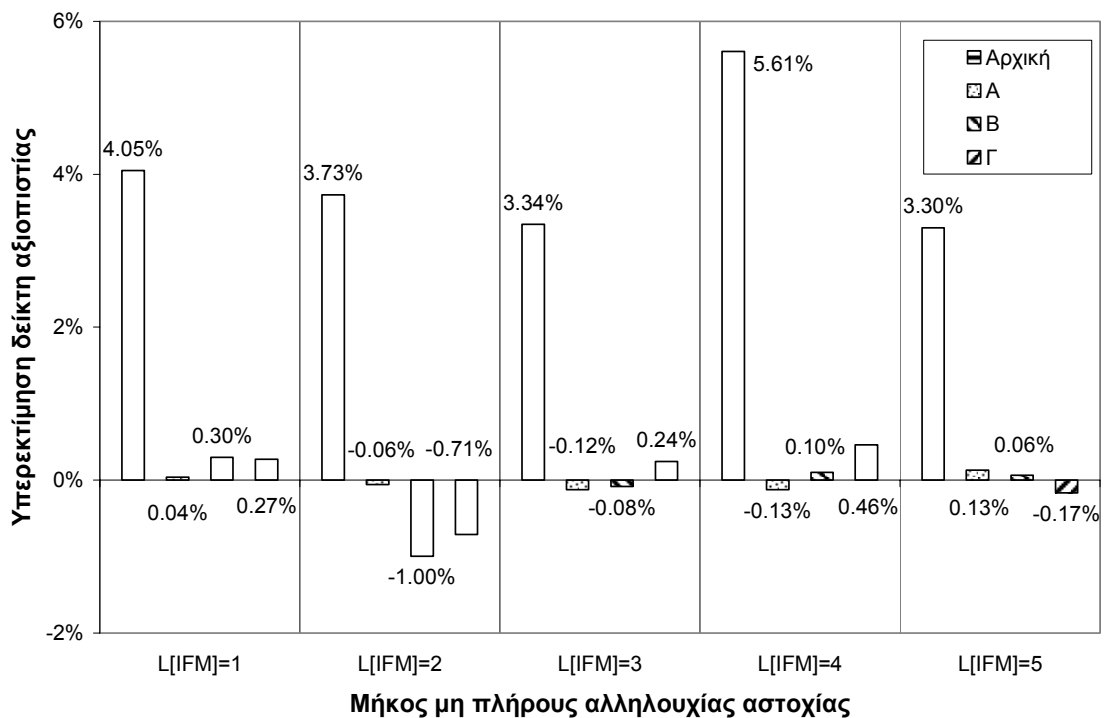


Διάγ. 3.44: Δείκτης τρωτότητας των σεναρίων της κατασκευής.

Εξετάζοντας την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου παρατηρείται ότι η

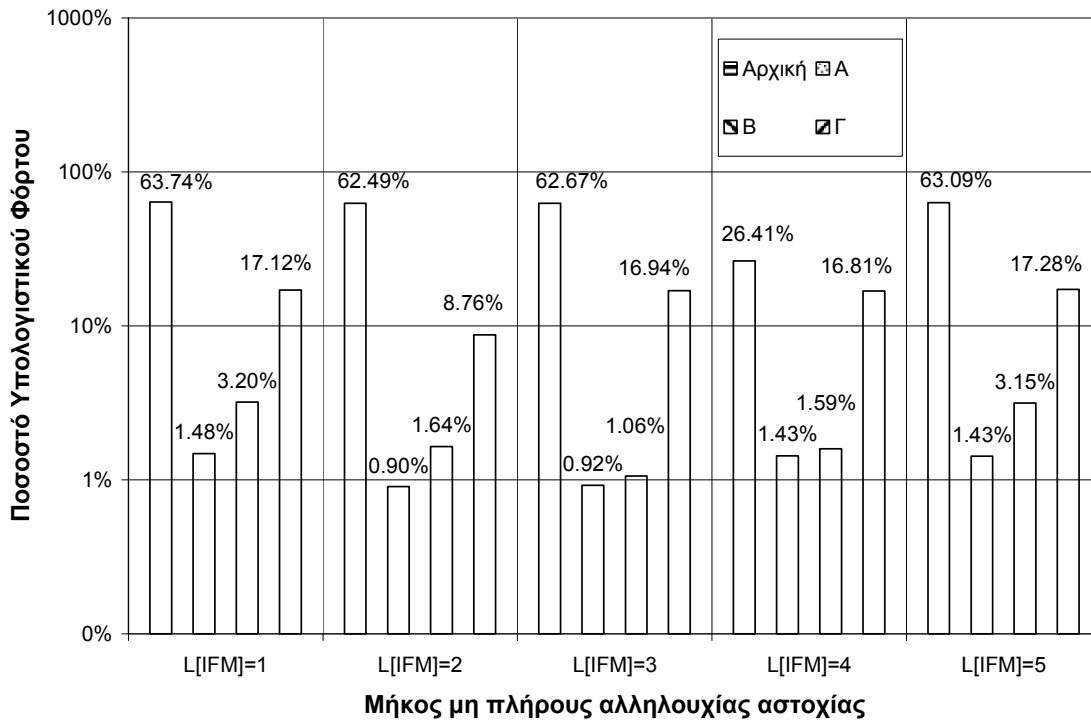
προτεινόμενη μέθοδος για οποιαδήποτε τιμή του $L[IFM]$ διατηρεί τη θέση των σεναρίων ως προς το δείκτη τρωτότητας. Η μικρότερη απόκλιση του δείκτη τρωτότητας της προτεινόμενης μεθόδου από την τιμή της μεθόδου MC, για τα A και B, παρατηρείται για $L[IFM]=5$ και $L[IFM]=3$. Για τον τρόπο ενίσχυσης A η μικρότερη απόκλιση παρατηρείται για $L[IFM]=3$. Στο Διάγ. 3.45, παρουσιάζεται η σχετική διαφορά του δείκτη αξιοπιστίας και στο Διάγ. 3.46, παρουσιάζεται ο υπολογιστικός φόρτος. Ο συνδυασμός των αποτελεσμάτων οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=3$ καθώς για παρεμφερή αξιοπιστία της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας η παραλλαγή αυτή παρουσιάζει μικρότερο υπολογιστικό φόρτο. Στην παράγραφο 3.23, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πιθανότητας αστοχίας και του υπολογιστικού φόρτου για τους 3 τρόπους ενίσχυσης. Επιπρόσθετα εξετάζονται οι συνέπειες των αλλαγών αυτών στις κύριες αλληλουχίες αστοχίας και πόσο η επιλογή της τιμής της $L[IFM]$ επηρεάζει την ευρωστία του αλγόριθμου. Παρουσιάζονται ακόμα και τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τιμή της παραμέτρου $f_{vol}=1.00$. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων αποκαλύπτει ότι, σε προβλήματα όπου τα γεγονότα αστοχίας οδηγούν σε ανακατανομή των εντάσεων, ώστε μέλη που στην άθικτη κατασκευή βρίσκονται σε θλίψη ή εφελκυσμό να παρουσιάσουν εφελκυσμό ή θλίψη αντίστοιχα, είναι απαραίτητη η υιοθέτηση συντηρητικών τιμών της f_{vol} ($f_{vol}>1.00$).

Σχετική διαφορά δεικτών αξιοπιστίας



Διάγ. 3.45: Σχετική διαφορά του δείκτη αξιοπιστίας.

Σύγκριση Υπολογιστικού Φόρτου

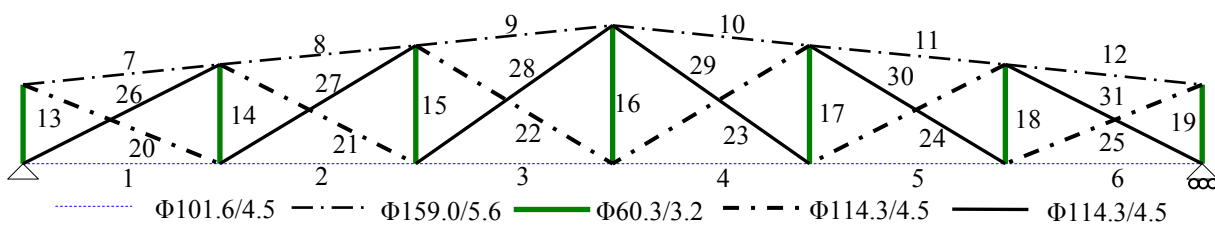


Διάγ. 3.46: Υπολογιστικός φόρτος.

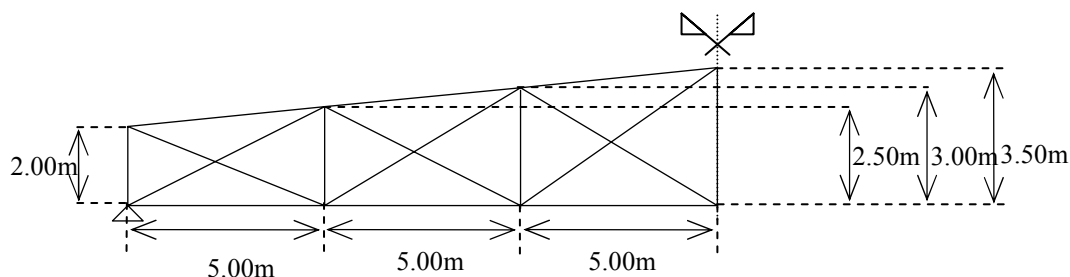
3.14.7 Επίπεδο δικτύωμα 31 μελών

3.14.7.1 Ορισμός του βασικού προβλήματος

Στο Διάγ. 3.47, παρουσιάζεται επίπεδο δικτύωμα (με βαθμό υπερστατικότητας ίσο με 6) αποτελούμενο από 31 μέλη. Οι διαστάσεις του δικτυώματος παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.48.

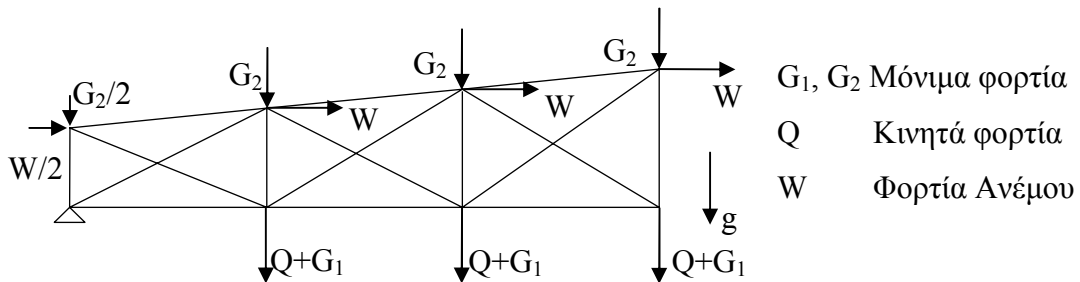


Διάγ. 3.47: Επίπεδο δικτύωμα 31 μελών (ομάδες διατομών – αρίθμηση μελών).



Διάγ. 3.48: Επίπεδο δικτύωμα 31 μελών (διαστάσεις).

Τα φορτία που δρουν στο δικτύωμα παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.49. Οι χαρακτηριστικές τιμές των φορτίων είναι: $G_{1,k}=G_{2,k}=2\text{kN}$, $Q_k=W_k=16\text{kN}$.



Διάγ. 3.49: Επίπεδο δικτύωμα 31 μελών (φορτία).

Κατά την ανάλυση λαμβάνονται υπόψη και τα φορτία του ίδιου βάρους. Τα φορτία αυτά συναρτώνται από την επιλογή των διατομών των μελών του δικτυώματος.

3.14.7.2 Διαστασιολόγηση σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες

Το δικτύωμα διαστασιολογείται σύμφωνα με τις οδηγίες των Ευρωκωδίκων 1 [17] και 3 [18].

Οι συνδυασμοί φορτίσεων που λαμβάνονται υπόψη είναι:

$$LC_1 = 1.35 \cdot (SW_k + G_{1,k} + G_{2,k}) + 1.50 \cdot Q_k \quad (3.66)$$

$$LC_2 = 1.35 \cdot (SW_k + G_{1,k} + G_{2,k}) + 1.50 \cdot W_k \quad (3.67)$$

$$LC_3 = 1.35 \cdot (SW_k + G_{1,k} + G_{2,k}) + 1.50 \cdot Q_k + 0.90 \cdot W_k \quad (3.68)$$

$$LC_4 = 1.35 \cdot (SW_k + G_{1,k} + G_{2,k}) + 1.20 \cdot Q_k + 1.50 \cdot W_k \quad (3.69)$$

όπου SW_k είναι η χαρακτηριστική τιμή του ίδιου βάρους. Οι μειωτικοί συντελεστές για τους συνδυασμούς LC_3 και LC_4 είναι ίσοι με $\psi_W=0.6$ και $\psi_Q=0.8$ [18]. Οι μερικοί συντελεστές των δρώντων φορτίων είναι ίσοι με $\gamma_G=1.35$ και $\gamma_Q=\gamma_W=1.50$ [18]. Για τη μόρφωση του φορέα χρησιμοποιούνται κοίλες διατομές. Τα μέλη του δικτυώματος κατηγοριοποιούνται σε 4 ομάδες: κάτω διάζωμα, άνω διάζωμα, ορθοστάτες και χιαστί. Οι διατομές για κάθε ομάδα επιλέγονται από λίστα διαθέσιμων διατομών (Πίν. 3.21).

Διατομή	d (m)	t (m)	Διατομή	d (m)	t (m)
Φ33.7/3.2	0.0337	0.0032	Φ88.9/4.0	0.0889	0.004
Φ42.4/3.2	0.0424	0.0032	Φ101.6/4.5	0.1016	0.0045
Φ48.3/3.2	0.0483	0.0032	Φ114.3/4.5	0.1143	0.0045
Φ60.3/3.2	0.0603	0.0032	Φ133.0/5.6	0.133	0.0056

Διατομή	d (m)	t (m)	Διατομή	d (m)	t (m)
Φ76.1/3.2	0.0761	0.0032	Φ159.0/5.6	0.159	0.0056
Φ76.1/4.0	0.0761	0.004	Φ168.3/5.6	0.1683	0.0056

Πίν. 3.21: Διαθέσιμες διατομές.

Για το σύνολο των μελών σε κάθε διατομή σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες [17], [18] πρέπει να πληρείται ο κάτωθι περιορισμός:

$$S_d \leq R_d \quad R_d = R_k / \gamma_m \tag{3.70}$$

όπου γ_m είναι ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας της αντοχής της διατομής, S_d είναι η δρώσα δύναμη και R_d είναι η αντοχή του υπό εξέταση μέλους. Για το υπό εξέταση πρόβλημα $\gamma_m=1.1$ [18]. Στην περίπτωση καταπόνησης σε εφελκυσμό η σχέση (3.70) δίδεται ως [18]:

$$S_{d,t} \leq R_{k,t} / \gamma_m \quad R_{k,t} = \sigma_y \cdot A \tag{3.71}$$

Στην περίπτωση καταπόνησης σε θλίψη, λαμβάνοντας υπόψη και το φαινόμενο του λυγισμού, η σχέση (3.70) τροποποιείται ως [17], [18]:

$$S_{d,c} \leq R_{k,c} / \gamma_m \quad R_{k,c} = \min \{ \sigma_y \cdot A, \chi \cdot \beta_A \cdot \sigma_y \cdot A \} \tag{3.72}$$

όπου σ_y είναι η τάση διαρροής του χάλυβα, A είναι το εμβαδόν της διατομής, β_A είναι ο λόγος της ενεργού προς τη συνολική επιφάνεια (ίσος με 1 για διατομές της κατηγορίας 1, 2 και 3) και χ είναι ο μειωτικός συντελεστής της αντοχής σε θλίψη λόγω λυγισμού. Ο συντελεστής αυτός δίδεται ως συνάρτηση της αδιάστατης λυγηρότητας $\bar{\lambda}$ και του συντελεστή ϕ [18]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \quad \phi = 0.5 \cdot [1 + a \cdot (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad \bar{\lambda} = (\lambda / \lambda_1) \cdot \sqrt{\beta_A} \tag{3.73}$$

όπου a είναι ο συντελεστής ατελειών, λ είναι η λυγηρότητα του μέλους στη διεύθυνση λυγισμού. Οι τιμές του συντελεστή ατελειών a για τις κατηγορίες 1 ως 4 παρουσιάζονται στον Πίν. 3.22.

Κατηγορία	1	2	3	4
a	0.21	0.34	0.49	0.76

Πίν. 3.22: Συντελεστής ατελειών a .

Ο συντελεστής λ_1 εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του υλικού. Ο συντελεστής λ_1 και η λυγηρότητα λ του μέλους δίδονται ως [18]:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad \lambda = \frac{l}{i} \quad i = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} \quad (3.74)$$

όπου E είναι ο δείκτης ελαστικότητας του υλικού και I_{x-x} είναι η ροπή αδρανείας στη διεύθυνση λυγισμού. Οι εν θερμώ κοίλες διατομές κατατάσσονται στην κατηγορία 1 οπότε για τις υπό εξέταση διατομής η τιμή του $\beta_A=1$.

Οι διατομές που πληρούν τις προδιαγραφές του Ευρωκώδικα 3 για τους συνδυασμούς των σχέσεων (3.66) ως (3.69) και οδηγούν στο ελάχιστο ίδιο βάρος, παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.47. Η μέγιστη τιμή του λόγου S_d/R_d για τις ομάδες μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.23. Η χαρακτηριστική τιμή του ίδιου βάρους SW_k (για τις διατομές του Διάγ. 3.47) είναι ίση με $SW_k \approx 18.85 \text{ kN}$. Η τιμή αυτή οδηγεί σε λόγο μόνιμων προς μόνιμα συν κινητά συν τυχηματικά φορτία ($G/(G+Q+W)$) περίπου ίσο με 0.42 και λόγο μόνιμων προς κινητά συν τυχηματικά φορτία ($G/(Q+W)$) ίσο με 0.71.

Ομάδα	Κάτω	Άνω	Ορθοστάτες	Χιαστί
S_d/R_d	0.823	0.730	0.787	0.899

Πίν. 3.23: Λόγος S_d/R_d βάσει των αποτελεσμάτων της ανάλυσης.

3.14.7.3 Ανάλυση Αξιοπιστίας – Ορισμός των τ.μ του βασικού προβλήματος

Ως τ.μ του προβλήματος ανάλυσης αξιοπιστίας του δικτύωματος των Διάγ. 3.47 ως Διάγ. 3.49 ορίζονται: η αντοχή του μέλους σε εφελκυσμό και θλίψη, τα δρώντα φορτία και το εμβαδόν της διατομής των ομάδων των μελών. Για την ανάλυση αξιοπιστίας τα μέλη κατηγοριοποιούνται σε 5 ομάδες με το εμβαδόν της διατομής κάθε μέλους να θεωρείται ως πλήρως εξαρτημένη τ.μ με την τ.μ του εμβαδού της διατομής της ομάδας. Οι ομάδες αυτές παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.47. Η θεώρηση της στατιστικής εξάρτησης οδηγεί σε συντηρητικές εκτιμήσεις της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής καθώς συμβάλει στην άμβλυνση των ευεργετικών συνεπειών της ενεργής υπερστατικότητας αυξάνοντας τη δεσμευμένη πιθανότητα αστοχίας ενός μέλους της ομάδας ως προς το γεγονός αστοχίας ενός εκ των μελών της. Το πλήθος των τ.μ λαμβάνοντας υπόψη τα φορτία, τις διατομές και την αντοχή του υλικού είναι ίσο με 12.

Σύμφωνα με το προσχέδιο του πιθανοτικού κανονισμού [28] και την βιβλιογραφία [23], [24] η μέση τιμή, ο δείκτης μεταβλητότητας και η κατανομή με την οποία προσομοιώνεται κάθε τ.μ ποικίλει ανάλογα του φαινομένου που προσομοιώνεται.

Οι παράμετροι αντοχής των υλικών προσομοιώνονται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής (για την αποφυγή αποδοχής αρνητικών τιμών για τις μεταβλητές αυτές). Η μέση τιμή της αντοχής των υλικών δίδεται ως [28]:

$$E[R] = R_k + 2 \cdot s[R] \quad (3.75)$$

όπου $s[R]$ είναι η τυπική απόκλιση της αντοχής του υλικού (τάση διαρροής, τάση θραύσης κλπ). Ο δείκτης μεταβλητότητας των τ.μ της αντοχής κυμαίνεται από 7% (δομικός χάλυβας) ως και 20% (ΩΣ) [28].

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών προσομοιώνονται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής. Η μέση τιμή για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά λαμβάνεται συνήθως ίση με τη χαρακτηριστική τιμή ή με ελαφρά προσαύξηση (που δεν υπερβαίνει σε καμία περίπτωση το 3~4% [28]). Για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά (εμβαδόν διατομών, διαστάσεις φερόντων στοιχείων κλπ) ο δείκτης μεταβλητότητας δεν υπερβαίνει το 5% [28].

Τα μόνιμα φορτία (φορτία ιδίου βάρους, ψευδοροφές, επενδύσεις, μονώσεις, επικαλύψεις κλπ.) παρουσιάζουν μικρή διασπορά περί τη μέση τιμή και λόγω του αθροιστικού χαρακτήρα τους [28] προσομοιώνονται με τη βοήθεια της κανονικής κατανομής. Για τα μόνιμα φορτία η μέση τιμή λαμβάνεται ίση με τη χαρακτηριστική τιμή. Ο δείκτης μεταβλητότητας κυμαίνεται από 1% (δομικός χάλυβας) ως 10% (δομική ξυλεία).

Για τα κινητά φορτία και τα τυχηματικά φορτία (ωφέλιμα φορτία, ανθρωποφορτία, συγκοινωνιακά φορτία, άνεμος, σεισμός, χιόνι κλπ) τα χαρακτηριστικά της κατανομής της τ.μ είναι συνάρτηση της διάρκειας ζωής του έργου (περίοδος αναφοράς) της διάρκειας του φαινομένου και του τύπου της φόρτισης. Οι τ.μ των κινητών φορτίων και των τυχηματικών φορτίων συνήθως προσομοιώνονται με τη βοήθεια κατανομών ακραίων (μεγίστων) τιμών (Gumbel, Weibull). Η κατανομή μεγίστων για μια στοχαστική ανέλιξη δίδεται ως [11], [28]:

$$F_{\max}(x) \cong \exp[-t_o \cdot v^+(x)] \cong 1 - t_o \cdot v^+(x) \quad (3.76)$$

όπου t_o είναι η περίοδος αναφοράς και $v^+(x)$ η συχνότητα θετικής υπέρβασης (positive out crossing rate). Το 2^ο μέρος της σχέσης (3.76) ισχύει για $t_o \cdot v^+(x) \ll 1$. Η συχνότητα υπέρβασης ορίζεται ως [1], [3], [11], [28]:

$$v^+(x) = \Pr\{F(X;t) \leq x \wedge F(X;t+dt) > x\} / dt \quad (3.77)$$

όπου $F(X;t)$ είναι η κατανομή της στοχαστικής ανέλιξης της υπό εξέταση φόρτισης. Η

συχνότητα υπέρβασης υπολογίζεται μέσω της συνάρτησης του Rice ως [11]:

$$\nu^+(x) = \int_0^{\infty} \dot{x} \cdot f_{x\dot{x}}(x, \dot{x}) d\dot{x} \quad (3.78)$$

όπου $f_{x\dot{x}}(x, \dot{x})$ είναι η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της $F(X;t)$ και της χρονικής παραγώγου $F(\dot{X};t)$ της στοχαστικής ανέλιξης. Στην περίπτωση όπου οι τιμές των φορτίων σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους (προσομοίωμα Ferry-Borges Castanheta [19]) η συχνότητα υπέρβασης δίδεται ως [28]:

$$\nu^+(x) = (1 - F_x(x)) / dt \quad (3.79)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.79) η συχνότητα υπέρβασης είναι ανεξάρτητη της παρούσας κατάστασης του συστήματος και του χρόνου επαναφοράς. Για τον υπολογισμό της κατανομής των μεγίστων μίας στοχαστικής ανέλιξης πρέπει να είναι γνωστά:

- η διάρκεια του φαινομένου (ιδιαίτερα σημαντική σε κυκλοστάσιμες στοχαστικές ανελίξεις),
- η διάρκεια ζωής του έργου,
- η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της στοχαστικής ανέλιξης $f_{x\dot{x}}(x, \dot{x})$ ή η γνώση επαρκούς αριθμού ροπών του υπό εξέταση φαινομένου.

3.14.7.4 Ανάλυση Αξιοπιστίας – Τιμές των τ.μ - Παραδοχές

Για το πρόβλημα των Διάγ. 3.47 ως Διάγ. 3.49 η τάση διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη προσομοιώνεται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής. Η μέση τιμή δίδεται ως [28]:

$$E[\sigma_y] = \sigma_{y,k} + 2 \cdot s[\sigma_y] \quad (3.80)$$

όπου $\sigma_{y,k}$ είναι η χαρακτηριστική τιμή αντοχής και $s[\sigma_y]$ είναι η τυπική απόκλιση της τάσης διαρροής σε θλίψη και εφελκυσμό αντίστοιχα. Ο δείκτης μεταβλητότητας σύμφωνα με τη βιβλιογραφία λαμβάνεται ίσος με 7% στην περίπτωση του εφελκυσμού και 8% στην περίπτωση της θλίψης αντίστοιχα [28]. Σύμφωνα με τη σχέση (3.80) και την τιμή των δεικτών μεταβλητότητας η μέση τιμή της τάσης διαρροής σε θλίψη ή εφελκυσμό λαμβάνεται ίση με 27.5 kN/cm² για χαρακτηριστική τιμή της τάσης διαρροής $\sigma_{y,k}=23.5\text{kN/cm}^2$. Η τιμή αυτή διαφέρει ελαφρά σε σχέση με την τιμή που προτείνεται από τους Gulvanessian, και Holicky [23], για την αντοχή ($E[\sigma_y]=28.0\text{kN/cm}^2$) για χάλυβα S235. Η $\sigma_{y,k}$ του κανονισμού,

αντιστοιχεί σε τιμή με πιθανότητα υπέρβασης ίση με 98.4% [23]. Η πιθανότητα υπερβάσης είναι ελαφρά μεγαλύτερη της αποδεκτής σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες πιθανότητας υπέρβασης 95% [17] της αντοχής του υλικού.

Για το εμβαδόν των διατομών των ομάδων η μέση τιμή λαμβάνεται ίση με $E[A]=1.01A$ με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 4% [28]. Το εμβαδόν της διατομής προσομοιώνεται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής.

Η μέση τιμή των μόνιμων φορτίων λαμβάνεται ίση με τη χαρακτηριστική τιμή τους [11], [23]. Η διασπορά του ιδίου βάρους λαμβάνεται ίση με 1% [24] ενώ η διασπορά των μόνιμων φορτίων G_1 και G_2 λαμβάνεται ίση με 10% [23], [24], [28]. Τα σύνολο των μόνιμων φορτίων προσομοιώνονται με τη βοήθεια της κανονικής κατανομής. Οι τ.μ SW , G_1 και G_2 θεωρούνται ως στατιστικά ανεξάρτητες τ.μ.

Η μέση τιμή για τα κινητά φορτία λαμβάνεται ίση με το 60% της χαρακτηριστικής τιμής (περίοδος επαναφοράς 50 έτη) και ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 35% [23]. Η χαρακτηριστική τιμή του κινητού φορτίου αντιστοιχεί, σύμφωνα με τους Gulvanessian, και Holicky [23], σε πιθανότητα υπέρβασης ίση με 4.6%.

Αντίστοιχα, για τα φορτία ανέμου η μέση τιμή λαμβάνεται ίση με το 70% της χαρακτηριστικής τιμής (περίοδος επαναφοράς 50 έτη) και ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 25% [23]. Η πιθανότητα υπέρβασης, σύμφωνα με τους Gulvanessian, και Holicky [23], είναι ίση με 6%. Τόσο τα κινητά φορτία όσο και τα φορτία ανέμου, προσομοιώνονται με την κατανομή Gumbel.

Η φέρουσα ικανότητα του φορέα υπολογίζεται με τη βοήθεια πλαστικής ανάλυσης με τη χρήση της μεθόδου της κατά στάδια αύξησης του φορτίου (Load Incremental Method) [9]. Οι εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στον απαραμόρφωτο φορέα. Η αστοχία του μέλους ορίζεται ως η υπέρβαση της τάσης διαρροής για το υπό εξέταση μέλος. Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων θεωρείται ως ελαστικό-πλήρως πλαστικό. Τέλος το μητρώο στιβαρότητας της κατασκευής καθώς και το διάνυσμα των φορτίων ανανεώνονται πλήρως σε κάθε βήμα. Η μέση τιμή, ο δείκτης μεταβλητότητας και η κατανομή των τ.μ του προβλήματος παρουσιάζονται συνοπτικά στον Πίν. 3.24.

Κατά την ανάλυση δεν ελήφθησαν υπόψη οι συνέπειες της αξιοπιστίας του προσομοιώματος ως προς τα φορτία και των υπολογισμών της αντοχής των διατομών. Επιγραμματικά η μέση

τιμή του προσομοιώματος της αντοχής κυμαίνεται από 1.00 με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10% στην περίπτωση του δομικού χάλυβα σε εφελκυσμό ως και 1.20 με αντίστοιχο δείκτη μεταβλητότητας για δομικό χάλυβα σε θλίψη [23]. Η αντοχή προσομοιώνεται συνήθως με τη βοήθεια της κανονικής κατανομής [23]. Η αξιοπιστία του προσομοιώματος των φορτίων εξαρτάται από τον τύπο του προσομοιώματος (γραμμικά στοιχεία, επιφανειακά στοιχεία, χωρικά στοιχεία) με τη μέση τιμή να κυμαίνεται από 1.00 (ροπές τέμνουσες σε πλαίσια από χάλυβα) ως 1.40 (αντοχή σε λυγισμό στοιχείων από ΩΣ) με το δείκτη μεταβλητότητας να κυμαίνεται από 5% (αξονικές δυνάμεις σε μεταλλικά πλαίσια) ως 25% (αντοχή σε λυγισμό στοιχείων από ΩΣ) [28]. Η αξιοπιστία του προσομοιώματος των φορτίων προσομοιώνεται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής [28] με εξαίρεση την περίπτωση του υπολογισμού των τάσεων σε επιφανειακά και χωρικά στοιχεία όπου προσομοιώνεται με τη βοήθεια της κανονικής κατανομής [28].

Τυχαία μεταβλητή	$E[] (f[X_k])$	$E[]$ (τιμή)	Δείκτης Μεταβλητότητας	Κατανομή
SW	SW_k	18.85kN	0.01	Normal
$G_1 \sim G_2$	$G_{1,k} \sim G_{2,k}$	2.0kN	0.10	Normal
Q	$0.6Q_k$	9.6kN	0.35	Gumbel
W	$0.7W_k$	11.2kN	0.25	Gumbel
σ_y (εφελκυσμός)	$\sigma_{y,k} + 2s[\sigma_y]$	27.5kN/cm^2	0.07	Lognormal
σ_y (θλίψη)	$\sigma_{y,k} + 2s[\sigma_y]$	27.5kN/cm^2	0.08	Lognormal
A	$1.01A_k$	Αναλόγως	0.04	Lognormal

Πίν. 3.24: Μέση τιμή, δείκτης μεταβλητότητας και κατανομές για τις τ.μ του προβλήματος.

3.14.7.5 Αποτελέσματα

Ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής καθώς και ο δείκτης αξιοπιστίας των κρίσιμων μελών της παρουσιάζεται στον Πίν. 3.25. Τα αποτελέσματα προέρχονται από την ανάλυση με τη μέθοδο MC. Για τα μέλη 26 και 31 ο δείκτης αξιοπιστίας είναι κατά 11% περίπου αυξημένος από την τιμή στόχο του δείκτη αξιοπιστίας κάθε μέλους σύμφωνα με τον Ευρωκώδικες ($\beta=3.5$) [4], [21] για κανονικές κατασκευές.

Μέλος	13	14	15	16	17	18	19	20	26	31	Str
β_{MC}	4.750	4.750	4.528	4.540	4.543	4.764	4.523	4.392	3.871	3.859	4.343
$P_{f,s} (x10^{-6})$	1.02	1.02	2.99	2.81	2.77	0.948	3.06	5.62	54.3	56.9	7.02

Πίν. 3.25: Δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής και των κρίσιμων μελών της.

Αυτό αποδίδεται στο περιθώριο ασφαλείας ($1-Sd/Rd$) των μελών της κατασκευής λόγω της

επιλογής των διατομών του Διάγ. 3.47 που κυμαίνεται για τα κρίσιμα μέλη κάθε ομάδας από 10% ως 27%. Ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής είναι ίσος με 4.343 που αντιστοιχεί σε πιθανότητα αστοχίας ίση με 7×10^{-6} . Σε σύγκριση με τον αποδεκτό δείκτη αξιοπιστίας κατά ISO [27] (για συνήθειες κατασκευές η τιμή αυτή είναι ίση με 3.9) ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής παρουσιάζεται αυξημένος κατά 11.35%. Ο λόγος του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής προς το δείκτη αξιοπιστίας των μελών 26 και 31 είναι ίσος με 1.121 και 1.125 αντίστοιχα.

Συνολικά εξετάζονται 24 συνδυασμοί της παραμέτρου f_{vol} και του μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας (L[IFM]) για την προτεινόμενη μέθοδο. Οι λοιπές παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $\max\{n_{f_j}\}=7$, $\max\{n_j\}=2000$, $f_{RV}=0.05$, $f_{cut-off}=0.10$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.90$. Για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή. Το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 40 για L[IFM]=2 ως 4 και ίσο με το πλήθος των κρίσιμων μελών για L[IFM]=1. Ο δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής για τη μέθοδο κυμαίνεται από 4.340 ως 4.432 σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίν. 3.26. Η μικρότερη απόκλιση μεταξύ των εκτιμήσεων του δείκτη αξιοπιστίας της μεθόδου MC και της προτεινόμενης μεθόδου παρατηρείται για L[IFM]=1 και $f_{vol}=1.075$.

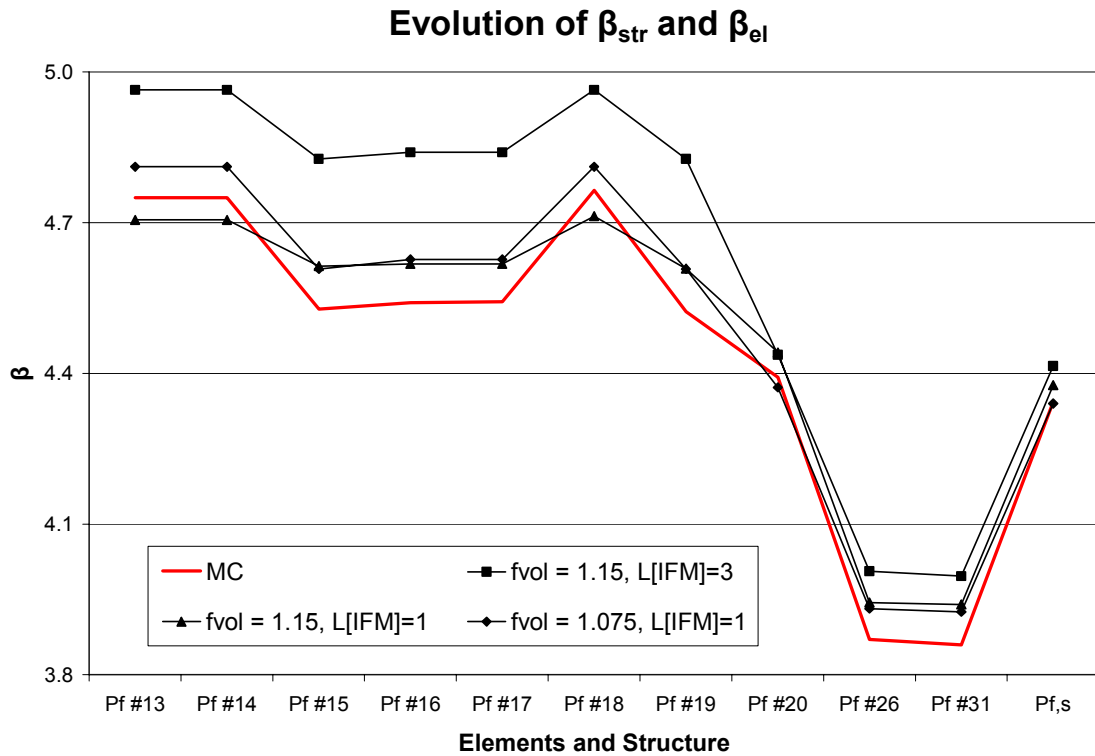
f_{vol}	1.025	1.050	1.075	1.100	1.150	1.200
L[IFM]=1	4.383	4.393	4.340	4.394	4.377	4.390
L[IFM]=2	4.439	4.426	4.432	4.423	4.418	4.422
L[IFM]=3	4.431	4.432	4.426	4.430	4.415	4.419
L[IFM]=4	4.431	4.432	4.426	4.430	4.415	4.419

Πίν. 3.26: Δείκτης αξιοπιστίας της κατασκευής με βάση την προτεινόμενη μέθοδο.

Στο Διάγ. 3.50, παρουσιάζεται ο δείκτης αξιοπιστίας για τα κρίσιμα μέλη και την κατασκευή για τη μέθοδο MC και 3 από τις 24 περιπτώσεις που εξετάζονται ως προς τις παραμέτρους της προτεινόμενης μεθόδου. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για L[IFM]=1. Ο λόγος του δείκτη αξιοπιστίας των κρίσιμων μελών και της κατασκευής παρουσιάζεται μειωμένος στην περίπτωση της προτεινόμενης μεθόδου καθώς κυμαίνεται από 1.104 ως το 1.111 (L[IFM]=1 και $f_{vol}=1.075$ και $f_{vol}=1.150$ αντίστοιχα).

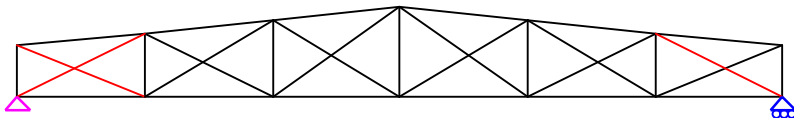
Το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται για την ανάλυση κυμαίνεται από 0.5% ως 0.8% του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων της μεθόδου MC. Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου είναι αντίστοιχος του λόγου του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων για το υπό εξέταση πρόβλημα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το επιπλέον υπολογιστικό κόστος για την

κατάτμηση του πιθανοτικού χώρου του υπολογισμού του πλήθους των κρίσιμων τ.μ και των υπερκύβων για δειγματοληψία είναι πολύ μικρό σε σχέση με το χρόνο που απαιτείται για δειγματοληψία. Ο χρόνος που απαιτείται με την προτεινόμενη μέθοδο κυμαίνεται από 270 ως 400 sec όταν για τη μέθοδο MC απαιτούνται 57000 sec.

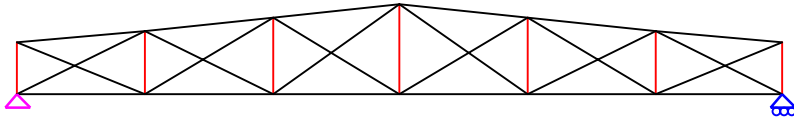


Διάγ. 3.50: β_{el} και β_{str} για την προτεινόμενη μέθοδο και τη μέθοδο MC.

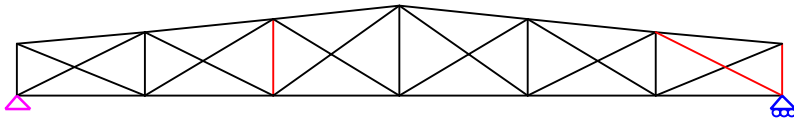
Οι πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας παρουσιάζονται στα Διάγ. 3.51 και Διάγ. 3.52. Το μήκος των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 2 ως 7. Το δικτύωμα αστοχεί ως επί το πλείστον λόγω θλίψης με εξαίρεση την πλήρη αλληλουχία L2T3C28. Η κυρίαρχη αλληλουχία αστοχίας L3C20C26C31 παρουσιάζει ποσοστό συμμετοχής ίσο με 80.0%. Η αστοχία στην περίπτωση αυτή οφείλεται στην απώλεια της ευστάθειας του δικτύωματος λόγω αστοχίας των μελών 20 και 26. Η αλληλουχία αστοχίας L7C13C14C15C16C17C18C19 παρουσιάζει ποσοστό συμμετοχής ίσο με 13.5%. Για τις υπόλοιπες πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας το ποσοστό συμμετοχής δεν υπερβαίνει το 5% σε καμία περίπτωση.



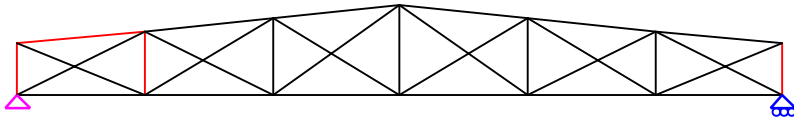
Id L3C20C26C31
Fails 160
Length 3
Participation 0.8



Id L7C13C14C15C16C17C18C19
Fails 27
Length 7
Participation 0.135

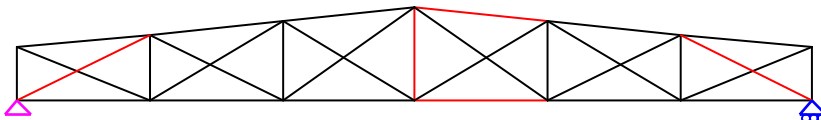


Id L3C15C19C31
Fails 7
Length 3
Participation 0.035

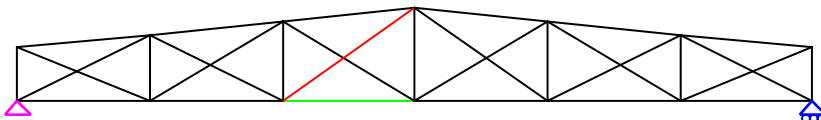


Id L4C7C13C14C19
Fails 2
Length 4
Participation 0.01

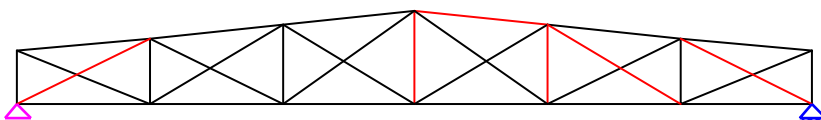
Διάγ. 3.51: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτύωματος (1-4).



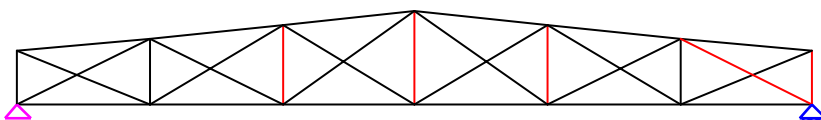
Id L5C4C10C16C26C31
Fails 1
Length 5
Participation 0.005



Id L2T3C28
Fails 1
Length 2
Participation 0.005



Id L6C10C16C17C26C30C31
Fails 1
Length 6
Participation 0.005



Id L5C15C16C17C19C31
Fails 1
Length 5
Participation 0.005

Διάγ. 3.52: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτύωματος (5-8).

Στον Πίν. 3.27, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας για την προτεινόμενη μέθοδο και αντιπαρατίθενται με τα αποτελέσματα της μεθόδου MC. Το άθροισμα των 4 κύριων αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 96.41% ως 99.44% για τις υπό εξέταση περιπτώσεις όταν για τη μέθοδο MC το άθροισμα αυτό είναι ίσο με 98.00%. Όπως και στην περίπτωση του δείκτη αξιοπιστίας τα καλύτερα αποτελέσματα ως προς το

άθροισμα των απόλυτων και σχετικών διαφορών των ποσοστών συμμετοχής των πλήρων αλληλουχιών αστοχίας παρατηρούνται για $f_{vol}=1.075$ και $L[IFM]=1$.

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=1	L[IFM]=3	L[IFM]=1
		$f_{vol}=1.15$		$f_{vol}=1.075$
L3C20C26C31	80.00%	73.95%	90.12%	86.35%
L7C13C14C15C16C17C18C19	13.50%	20.26%	6.82%	10.52%
L3C15C19C31	3.50%	0.75%	1.96%	2.58%
L4C7C13C14C19	1.00%	0.75%	0.00%	0.00%
L5C4C10C16C26C31	0.50%	0.00%	0.00%	0.00%
L2T3C28	0.50%	3.59%	0.00%	0.00%
L6C10C16C17C26C30C31	0.50%	0.00%	1.10%	0.00%
L5C15C16C17C19C31	0.50%	0.70%	0.00%	0.56%
Σύνολο (4 κύριων αλληλουχιών)	98.00%	96.41%	98.90%	99.44%
Abs	-	20.10%	21.439%	12.81%
Δ	-	1.00%	1.52%	0.52%

Πίν. 3.27: Ποσοστά των αλληλουχιών αστοχίας - σχετικό και απόλυτο λάθος της μεθόδου.

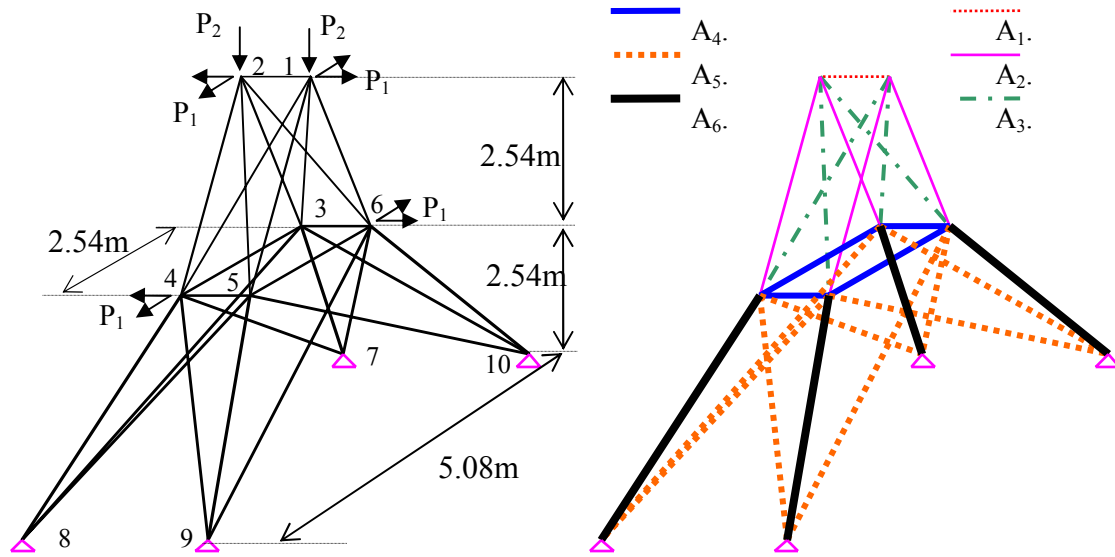
3.14.8 Χωροδικτύωμα 25 μελών

3.14.8.1 Ορισμός Προβλήματος

Στο Διάγ. 3.53, παρουσιάζεται χωροδικτύωμα 25 μελών. Ο φορέας είναι 12 φορές υπερστατικός. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του χωροδικτυώματος παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.53 [11]. Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται η τάση διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη, τα φορτία που δρουν στο φορέα και το εμβαδόν της διατομής των 6 ομάδων του φορέα. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.28.

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	2	2	2	6	3	1	5	4	1	4
5	2	3	6	2	4	7	2	5	8	1	3
9	1	6	10	4	5	11	5	6	12	3	6
13	3	4	14	5	10	15	6	9	16	6	7
17	3	10	18	3	8	19	4	7	20	5	8
21	4	9	22	5	9	23	6	10	24	3	7
25	4	8	† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος								

Πίν. 3.28: Αρίθμηση μελών χωροδικτυώματος 25 μελών.



Διάγ. 3.53: Χωροδικτύωμα 25 μελών (φορτία – κόμβοι – ομάδες διατομών – διαστάσεις).

3.14.8.2 Ορισμός υποπροβλημάτων – Παραμετρικές Μελέτες

Εξετάζονται 8 διαφορετικές περιπτώσεις για τις τ.μ του προβλήματος. Οι περιπτώσεις αυτές καθώς και η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής, παρουσιάζονται στον Πίν. 3.29. Η τάση διαρροής σε εφελκυσμό ακολουθεί λογαριθμική κατανομή με $E[\sigma_t]=27.5\text{kN/cm}^2$ ενώ για την τάση διαρροής σε θλίψη η μέση τιμή δίδεται ως $E[\sigma_c]=24.0\text{kN/cm}^2$. Ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 7% για τις προαναφερθείσες τ.μ. Το εμβαδόν της διατομής κάθε ομάδας ακολουθεί λογαριθμική κατανομή με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%. Τα φορτία P_1 και P_2 ακολουθούν κανονική κατανομή με $E[P_i]=20\text{kN}$ και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 30%. Το πλήθος των τ.μ για το πρόβλημα είναι ίσο με 10.

Πρόβλημα	$P_{f,s}$ (MC)	ϵ (MC)	Δείγ. (MC)	A_1 (cm ²)	$A_2 \sim A_6$ (cm ²)	t/D
001	3.96×10^{-2}	1.58×10^{-3}	15171	7.06	5.64	6.6%
002	1.28×10^{-2}	4.52×10^{-4}	46802	7.06	6.00	6.6%
003	3.54×10^{-3}	1.23×10^{-4}	169635	7.06	6.35	6.6%
004	8.71×10^{-4}	3.07×10^{-5}	689259	7.06	6.70	6.6%
005	1.90×10^{-4}	6.82×10^{-6}	3157895	7.06	7.06	6.6%
006	4.02×10^{-5}	1.45×10^{-6}	14932802	7.06	7.41	6.6%
007	8.11×10^{-6}	3.31×10^{-7}	73953552	7.06	7.76	6.6%
008	1.59×10^{-6}	6.51×10^{-8}	376418868	7.06	8.11	6.6%

Πίν. 3.29: $P_{f,s}$ (MC), λάθος εκτίμησης και μέσες τιμές διατομών - Χωροδικτύωμα 25 μελών.

Πραγματοποιήθηκαν 9 παραμετρικές μελέτες ως προς την παραλλαγή της σχέσης (3.35), την

παράμετρο $L[IFM]$, την παράμετρο $\max\{n_{f,j}\}$ και την παραλλαγή για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων. Τα στοιχεία των μελετών αυτών παρουσιάζονται στον Πίν. 3.30. Το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 40. Οι λοιπές παράμετροι της μεθόδου είναι: $f_{vol}=1.00, f_{RV}=0.10, f_{cut-off}=0.10, f_{s,c}=0.10, f_{s,cp}=0.70$ και $\max\{n_j\}=600$.

Μελέτη	(3.35)	$\max\{n_{f,j}\}$	$L[IFM]$	Μελέτη	(3.35)	$\max\{n_{f,j}\}$	$L[IFM]$
A	1 ^η Παρ.	7	4	F	2 ^η Παρ.	10	4
B	1 ^η Παρ.	10	4	G	2 ^η Παρ.	20	4
C	1 ^η Παρ.	20	4	H	2 ^η Παρ.	7	3
D	1 ^η Παρ.	30	4	I	2 ^η Παρ.	7	2
E	2 ^η Παρ.	7	4				

Πίν. 3.30: Τιμές των παραμέτρων της προτεινόμενης μεθόδου - Χωροδικτύωμα 25 μελών.

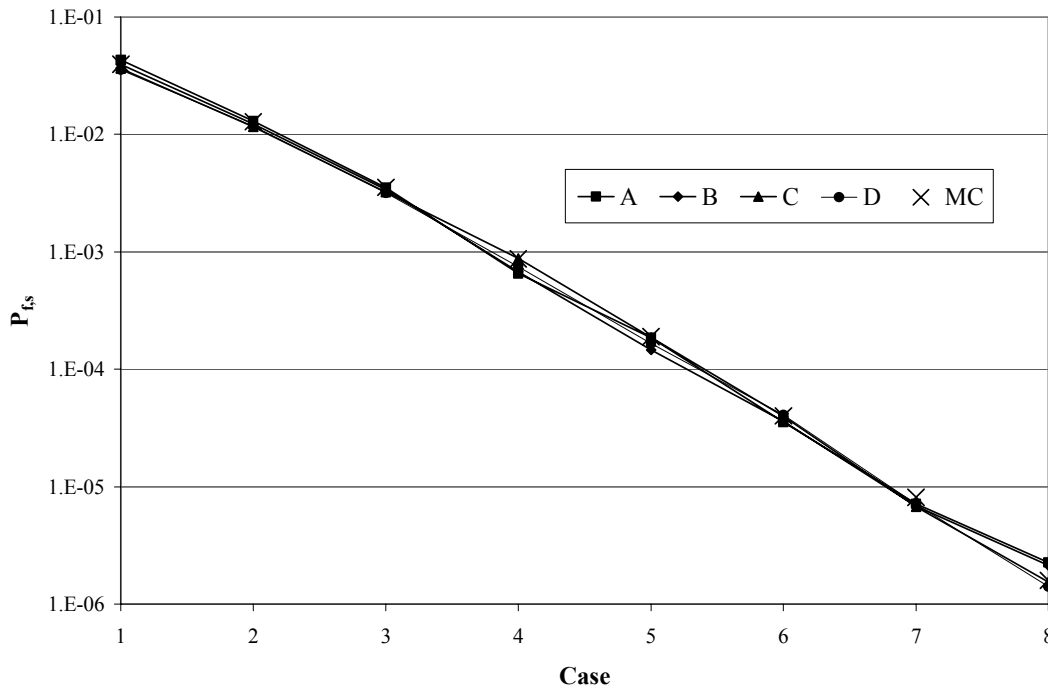
Η φέρουσα ικανότητα του φορέα υπολογίζεται με τη βοήθεια πλαστικής ανάλυσης με τη χρήση της μεθόδου της κατά στάδια αύξησης του φορτίου Load Incremental Method) [9]. Οι εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στον απαραμόρφωτο φορέα. Η αστοχία του μέλους ορίζεται ως η υπέρβαση της τάσης διαρροής για το υπό εξέταση μέλος. Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων θεωρείται ως ελαστικό-πλήρως πλαστικό. Τέλος το μητρώο στιβαρότητας της κατασκευής καθώς και το διάνυσμα των φορτίων ανανεώνονται πλήρως σε κάθε βήμα.

3.14.8.3 Αποτελέσματα

Στα Διάγ. 3.54 ως Διάγ. 3.59, παρουσιάζονται η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων για τις μελέτες του Πίν. 3.30. Η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ δεν επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια της μεθόδου, που είναι πολύ καλή σε κάθε περίπτωση.

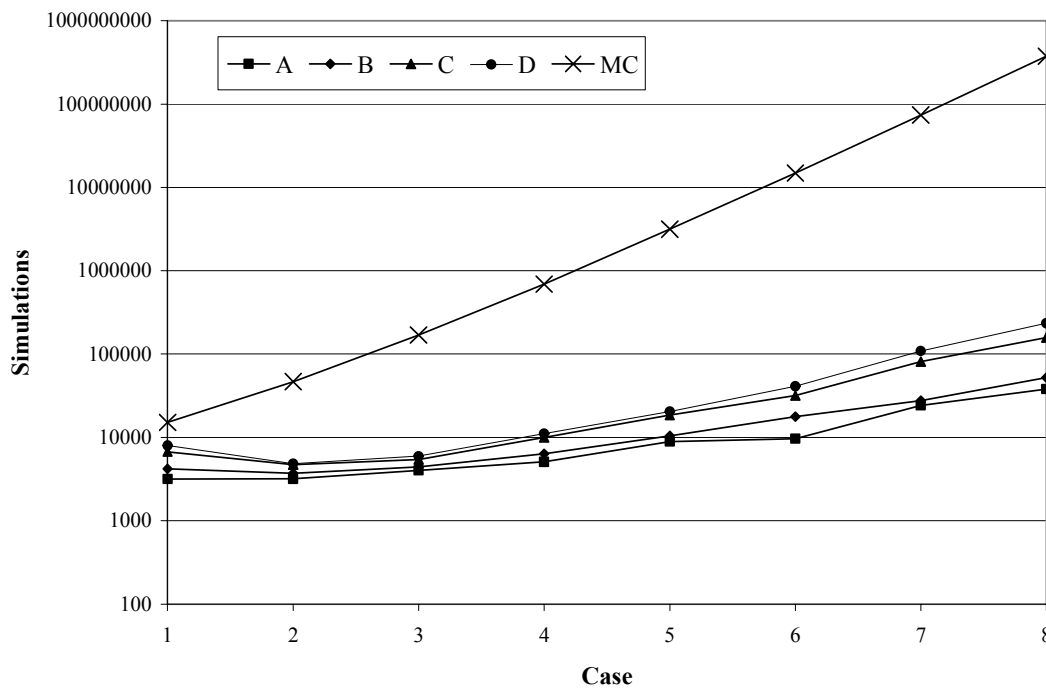
Τα καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με το σχετικό λάθος εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας παρατηρούνται για τη μελέτη C. Αντίστοιχα καλά αποτελέσματα παρατηρούνται και για τις μελέτες D και B αντίστοιχα. Η αύξηση του $\max\{n_{f,j}\}$ οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου και ταυτόχρονη μείωση του λάθους εκτίμησης. Η ακρίβεια της μεθόδου δεν επηρεάζεται σημαντικά από τον τύπο της παραλλαγής της σχέσης (3.35) που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ευρωστίας κάθε υπερκύβου. Το μήκος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας δεν επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια των αποτελεσμάτων με εξαίρεση την περίπτωση 001. Στην περίπτωση 001, για $L[IFM]=2$ παρατηρείται μείωση του πλήθους των κρίσιμων τ.μ με αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση της κατάτμησης του πιθανοτικού χώρου με μείωση του υπολογιστικού φόρτου και ελαφρά μείωση της ακρίβειας της προτεινόμενης μεθόδου.

Evolution of $P_{f,s}$

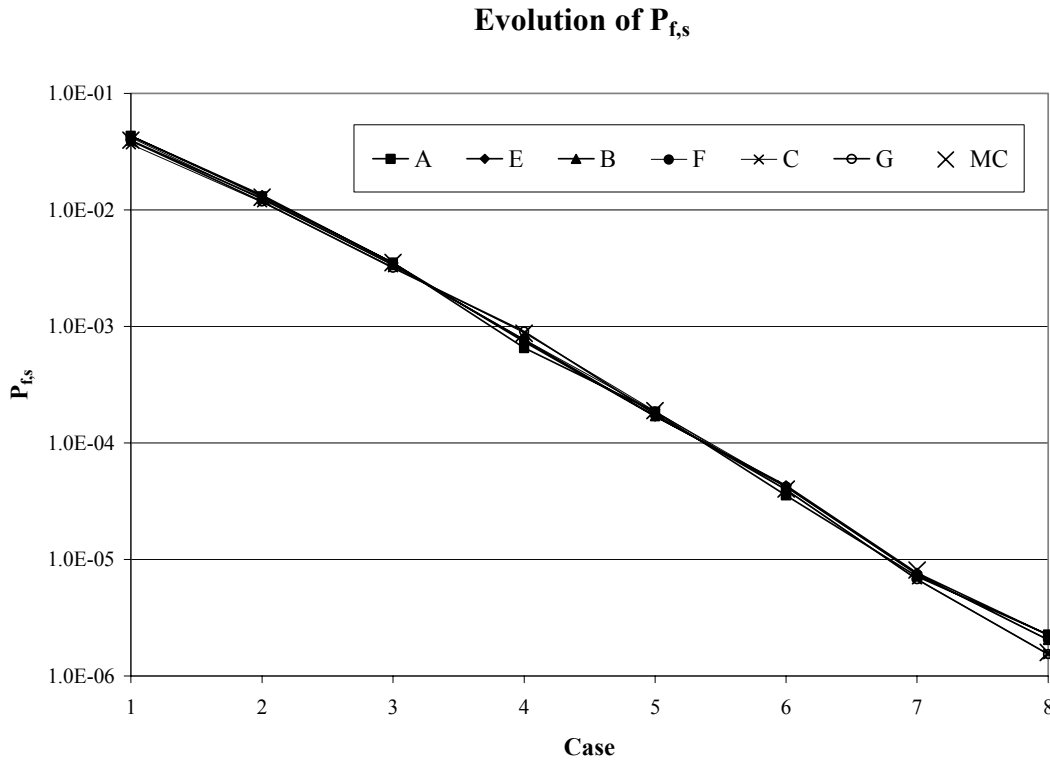


Διάγ. 3.54: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες A~D.

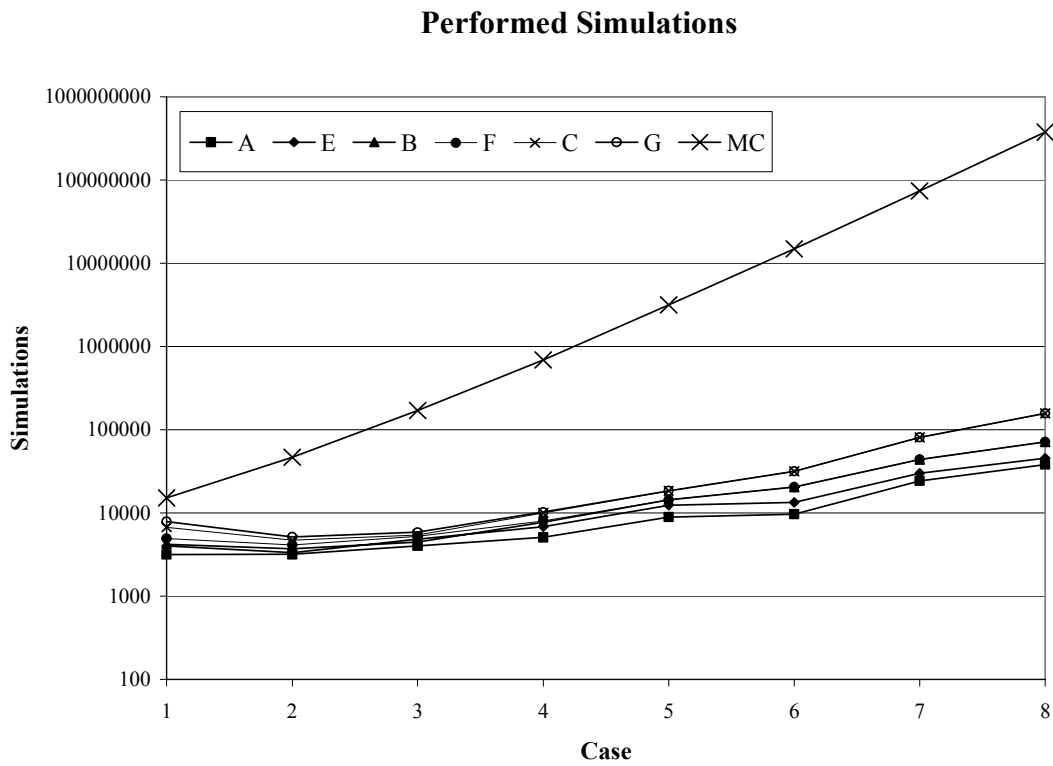
Performed Simulations



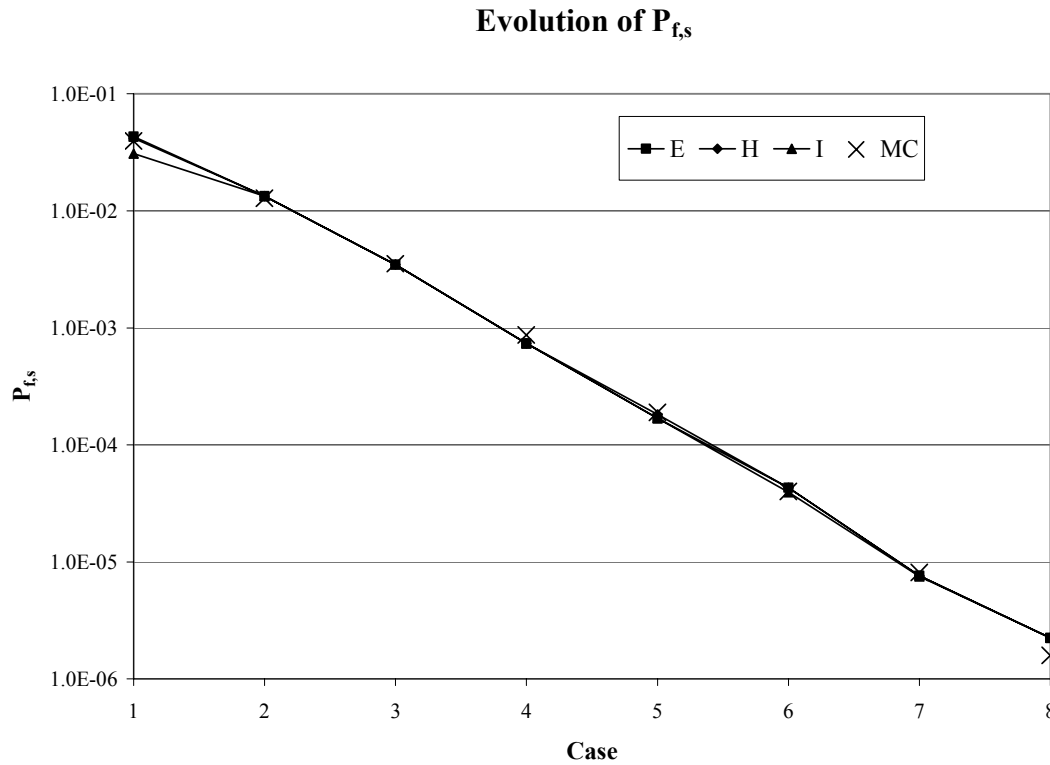
Διάγ. 3.55: Πλήθος δειγματοληψιών, Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες A~D.



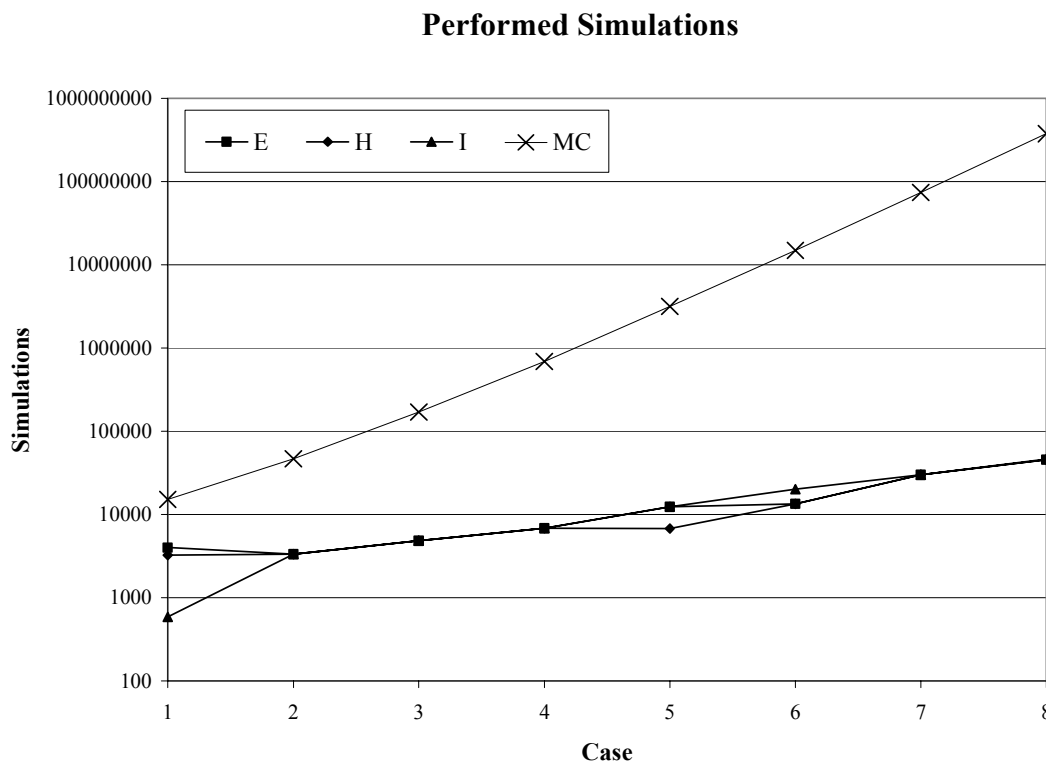
Διάγ. 3.56: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες, A~C, E~G



Διάγ. 3.57: Πλήθος δειγματοληψιών, Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες A~C, E~G.



Διάγ. 3.58: $P_{f,MC}$, $P_{f,s}$, $P_{f,s}$ (UB) και $P_{f,s}$ (LB), Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες E, H and I)

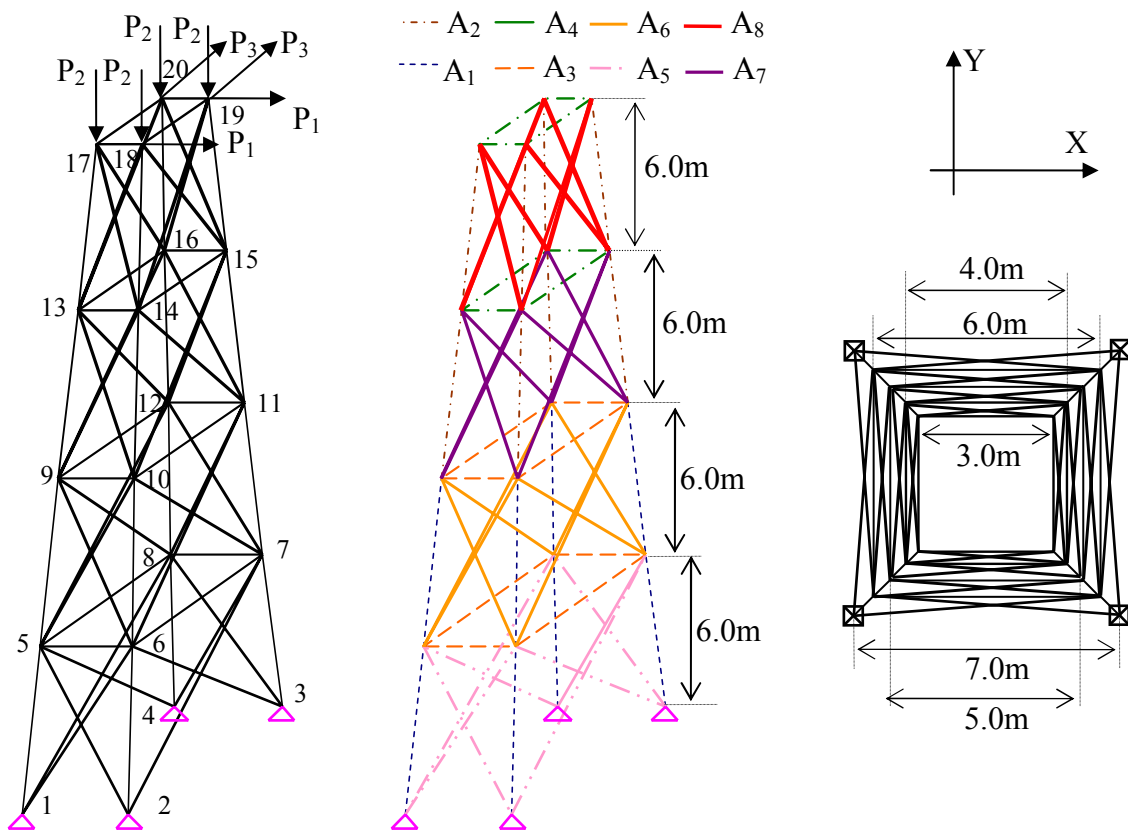


Διάγ. 3.59: Πλήθος δειγματοληψιών, Χωροδικτύωμα 25 μελών, Μελέτες E, H and I).

3.14.9 Χωροδικτύωμα 64 μελών

3.14.9.1 Ορισμός Προβλήματος

Στο Διάγ. 3.60 παρουσιάζεται χωροδικτύωμα 64 μελών. Το πλήθος των ανεξάρτητων τ.μ είναι ίσο με 13. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.31. Τα μέλη του φορέα χωρίζονται σε 8 ομάδες. Οι ομάδες αυτές παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.60. Τα εμβαδά των διατομών μίας ομάδας θεωρούνται ως απολύτως συσχετισμένες τ.μ. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 22. Ως τ.μ θεωρούνται, η αντοχή σε θλίψη και εφελκυσμό, τα φορτία του χωροδικτύωματος και η επιφάνεια των μελών του.



Διάγ. 3.60: Χωροδικτύωμα 64 μελών (φορτία – κόμβοι – ομάδες διατομών – διαστάσεις).

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	5	2	5	9	3	9	13	4	13	17
5	2	6	6	6	10	7	10	14	8	14	18
9	3	7	10	7	11	11	11	15	12	15	19
13	4	8	14	8	12	15	12	16	16	16	20
17	5	6	18	6	7	19	7	8	20	8	5
21	9	10	22	10	11	23	11	12	24	12	9
25	13	14	26	14	15	27	15	16	28	26	13

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
29	17	18	30	18	19	31	19	20	32	20	17
33	1	6	34	2	5	35	2	7	36	3	6
37	3	8	38	7	4	39	4	5	40	8	1
41	5	10	42	9	6	43	6	11	44	10	7
45	7	12	46	11	8	47	8	9	48	12	5
49	9	14	50	13	10	51	10	15	52	14	11
53	11	16	54	15	12	55	12	13	56	16	9
57	13	18	58	17	14	59	14	19	60	18	15
61	15	20	62	19	16	63	16	17	64	20	13

Πίν. 3.31: Αρίθμηση μελών χωροδικτύωματος 64 μελών. † Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος

3.14.9.2 Ορισμός υποπροβλημάτων – Παραμετρικές Μελέτες

Ο τύπος της κατανομής κάθε τ.μ, η μέση τιμή και ο δείκτης μεταβλητότητας παρουσιάζονται στον Πίν. 3.32. Για τη μέση τιμή των φορτίων έχουμε τρεις διαφορετικές τιμές. Σε κάθε περίπτωση έχουμε $E[A_1]=125\text{cm}^2$. Εξετάζονται 8 προβλήματα σε σχέση με το $E[A_i]$. Οι συνδυασμοί αυτοί παρουσιάζονται στον Πίν. 3.33. Συνολικά εξετάζονται 24 διαφορετικά προβλήματα ως προς το $E[A_i]$ και το $E[P_{1-3}]$.

	σ_t	σ_c	P_1-P_3	A_1
Κατανομή	LN	LN	N	LN
E[]	27.5kN/cm ²	24.0kN/cm ²	375~400~425kN	125cm ²
COV	0.10	0.15	0.30	0.10

Πίν. 3.32: Τιμές τ.μ, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Πρόβλημα	001	002	003	004	005	006	007	008
$E[A_2]$	100.0	75.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$E[A_3]$	100.0	100.0	75.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$E[A_4]$	100.0	100.0	100.0	75.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$E[A_5]$	100.0	100.0	100.0	100.0	75.0	100.0	100.0	100.0
$E[A_6]$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	75.0	100.0	100.0
$E[A_7]$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	75.0	100.0
$E[A_8]$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	75.0

Πίν. 3.33: Συνδυασμοί $E[A_i]$, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Η φέρουσα ικανότητα του φορέα υπολογίζεται με τη βοήθεια πλαστικής ανάλυσης με τη χρήση της μεθόδου της κατά στάδια αύξησης του φορτίου (Load Incremental Method) [9]. Οι

εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στον απαραμόρφωτο φορέα. Η αστοχία του μέλους ορίζεται ως η υπέρβαση της τάσης διαρροής για το υπό εξέταση μέλος. Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων θεωρείται ως ελαστικό-πλήρως πλαστικό. Τέλος το μητρώο στιβαρότητας της κατασκευής καθώς και το διάγραμμα των φορτίων ανανεώνονται πλήρως σε κάθε βήμα. Για το πρόβλημα εξετάζονται 3 τιμές του $L[IFM]=\{2, 3, 4\}$. Για την παράμετρο έχουμε: $f_{cut-off}=0.50$ για $E[P_i]=375\sim 400\text{kN}$ και $f_{cut-off}=0.40$ για $E[P_i]=425\text{kN}$. Οι λοιπές παράμετροι της μεθόδου είναι: $f_{RV}=0.0$, $f_{vol}=1.20$, $\max\{n_{f_i}\}=100$, $\max\{n_{f_j}\}=7$, $f_{s,c}=0.10$ και $f_{s,cp}=0.70$. Για τον υπολογισμό της ευρωστίας των υπερκύβων χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή και το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 40.

3.14.9.3 Αποτελέσματα

Στους Πίν. 3.34 ως Πίν. 3.36, παρουσιάζονται ο μέσος χρονικός όρος του δείκτη αξιοπιστίας $E_t[\beta]$, η τιμή του δείκτη αξιοπιστίας στο πέρας της διαδικασίας β_{100} και η σχετική απόσταση της β_{100} προς $E_t[\beta]$. Η μεταβολή των $E[A_2]$, $E[A_4]$ και $E[A_8]$, δεν επηρεάζει το δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής. Για το συνδυασμό 007 δεν παρουσιάζεται δε, μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για $E[P_i]=375\text{kN}$. Ο μεγαλύτερος $\Delta\beta/\Delta E[A_i]$ παρατηρείται για το $E[A_5]$. Ο δείκτης μεταβλητότητας του $E_t[\beta]$ κυμαίνεται από 0.49% ως 2.28%. Η σχετική απόσταση κυμαίνεται από -0.52% ως 1.87%.

Πρόβλημα	001	002	003	004	005	006	007	008
$E_t[\beta]$	4.232	4.232	3.798	4.232	3.298	4.170	4.232	4.232
COV	0.69%	0.69%	1.17%	0.69%	1.52%	0.49%	0.69%	0.69%
β_{100}	4.210	4.210	3.785	4.210	3.330	4.159	4.210	4.210
Σχ. Απόστ.	-0.51%	-0.51%	-0.33%	-0.51%	0.95%	-0.28%	-0.51%	-0.51%

Πίν. 3.34: Στατιστικές του β_{str} (MC) για $E[P_i]=375\text{kN}$.

Πρόβλημα	001	002	003	004	005	006	007	008
$E_t[\beta]$	3.752	3.752	3.385	3.752	2.868	3.710	3.742	3.752
COV	1.73%	1.73%	1.85%	1.73%	1.44%	1.53%	1.89%	1.73%
β_{100}	3.778	3.778	3.367	3.778	2.910	3.713	3.774	3.778
Σχ. Απόστ.	0.70%	0.70%	-0.52%	0.70%	1.48%	0.08%	0.86%	0.70%

Πίν. 3.35: Στατιστικές του β_{str} (MC) για $E[P_i]=400\text{kN}$.

Πρόβλημα	001	002	003	004	005	006	007	008
$E_t[\beta]$	3.368	3.368	2.950	3.368	2.505	3.308	3.362	3.368
COV	1.84%	1.84%	1.32%	1.84%	2.15%	2.28%	1.78%	1.84%

Πρόβλημα	001	002	003	004	005	006	007	008
β_{100}	3.393	3.393	2.988	3.393	2.551	3.346	3.390	3.393
Σχ. Απόστ.	0.75%	0.75%	1.30%	0.75%	1.87%	1.15%	0.84%	0.75%

Πίν. 3.36: Στατιστικές του β_{str} (MC) για $E[P_i]=425kN$.

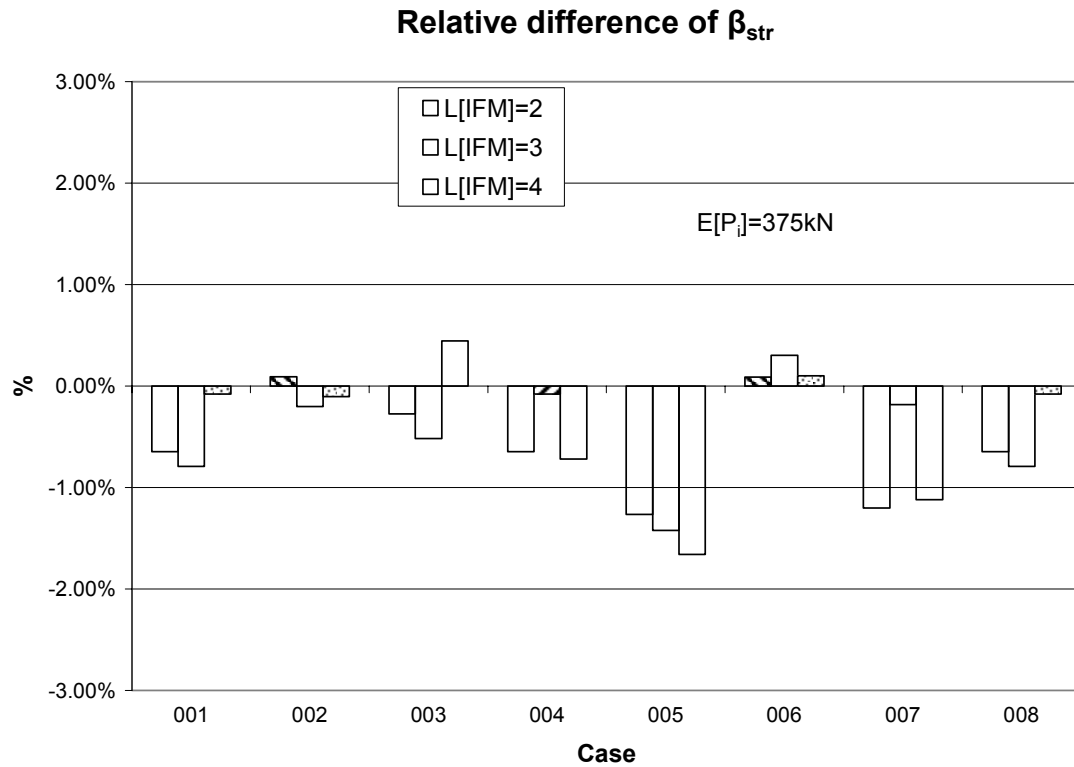
Στα Διάγ. 3.61 ως Διάγ. 3.63, παρουσιάζεται η σχετική μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για την προτεινόμενη μέθοδο ως προς τη μέθοδο MC ($\beta_{MC}-\beta_{method}$)/ β_{MC} .

Για $E[P_i]=375kN$ η $\Delta\beta/\beta_{MC}$ κυμαίνεται από -1.26% ως 0.09% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.56% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 91.5% για $L[IFM]=2$ από -1.42% ως 0.30% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.46% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 116.73% για $L[IFM]=3$ και από -1.66% ως 0.44% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.40% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 175.41% για $L[IFM]=4$.

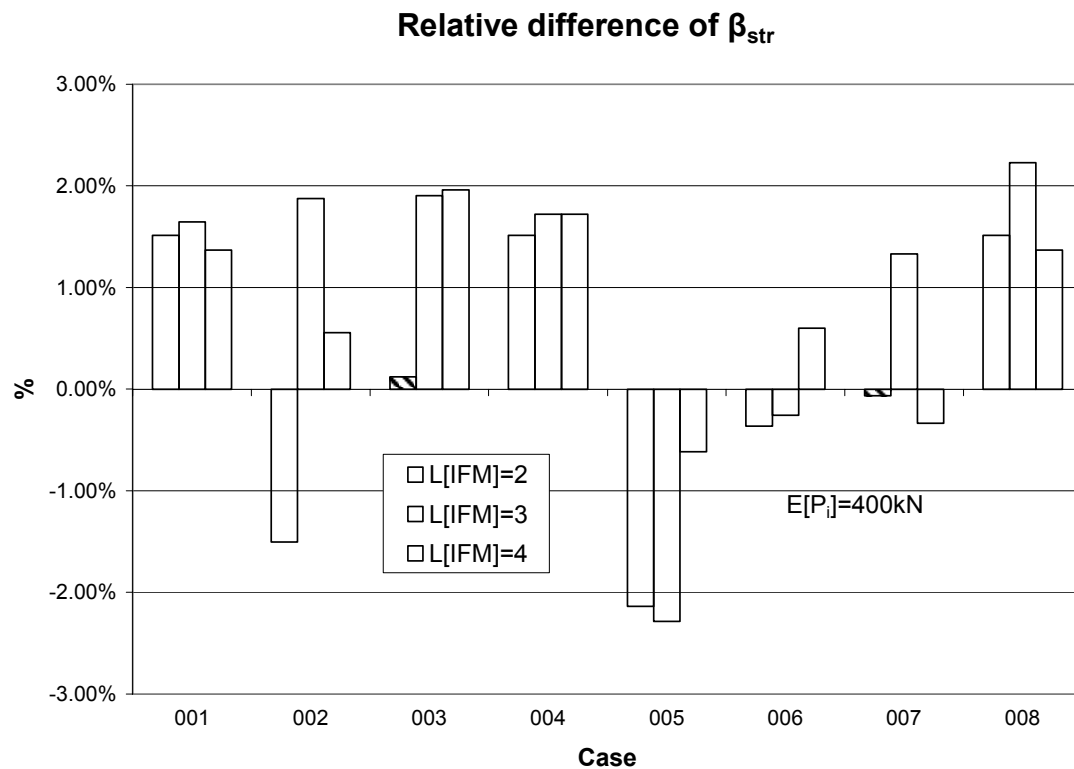
Για $E[P_i]=400kN$ η $\Delta\beta/\beta_{MC}$ κυμαίνεται από -2.14% ως 1.51% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.07% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 1917.18% για $L[IFM]=2$ από -2.29% ως 2.23% με μέση σχετική διαφορά ίση με -1.05% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 143.84% για $L[IFM]=3$ και από -0.61% ως 1.96% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.83% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 113.89% για $L[IFM]=4$.

Για $E[P_i]=425kN$ η $\Delta\beta/\beta_{MC}$ κυμαίνεται από -2.88% ως 2.43% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.46% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 325.53% για $L[IFM]=2$, από -2.50% ως 2.19% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.58% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 272.81% για $L[IFM]=3$ και από -2.13% ως 2.26% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.91% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 148.77% για $L[IFM]=4$.

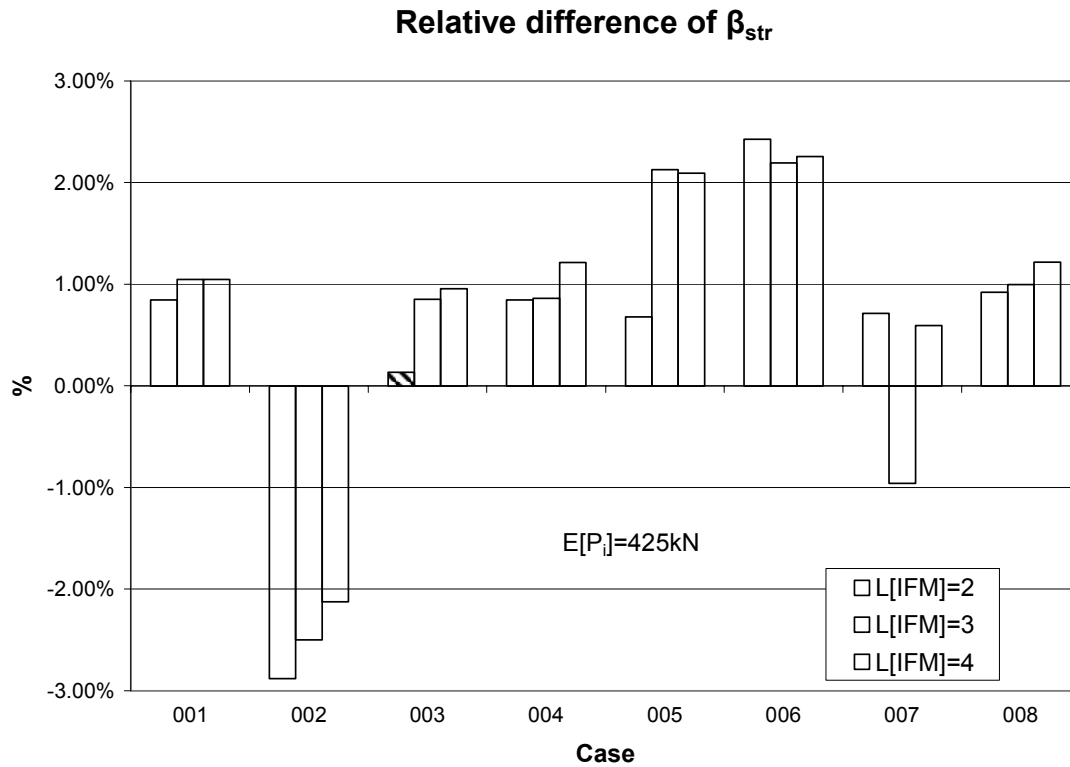
Στα Διάγ. 3.64 ως Διάγ. 3.66 παρουσιάζεται η μεταβολή του λόγου των απαιτούμενων δειγματοληψιών της μεθόδου ως προς το πλήθος δειγματοληψιών της μεθόδου MC. Για $E[P_i]=375kN$ ο λόγος αυτός κυμαίνεται από 0.84% ως 4.41% ενώ για $E[P_i]=400kN$ ο λόγος κυμαίνεται από 1.50% ως 20.79% Τέλος για $E[P_i]=425kN$ ο λόγος αυτός κυμαίνεται από 3.86% ως 42.01% καθώς η αύξηση της πιθανότητας αστοχίας οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου. Στα Διάγ. 3.67 ως Διάγ. 3.70, παρουσιάζονται οι κύριες αλληλουχίες αστοχίας της μεθόδου MC και της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορές τιμές του $L[IFM]$ για $E[P_i]=375kN$ και στον Πίν. 3.37, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας. Η προτεινόμενη μέθοδος ανακαλύπτει με επιτυχία τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας με εξαίρεση την περίπτωση όπου $L[IFM]=4$.



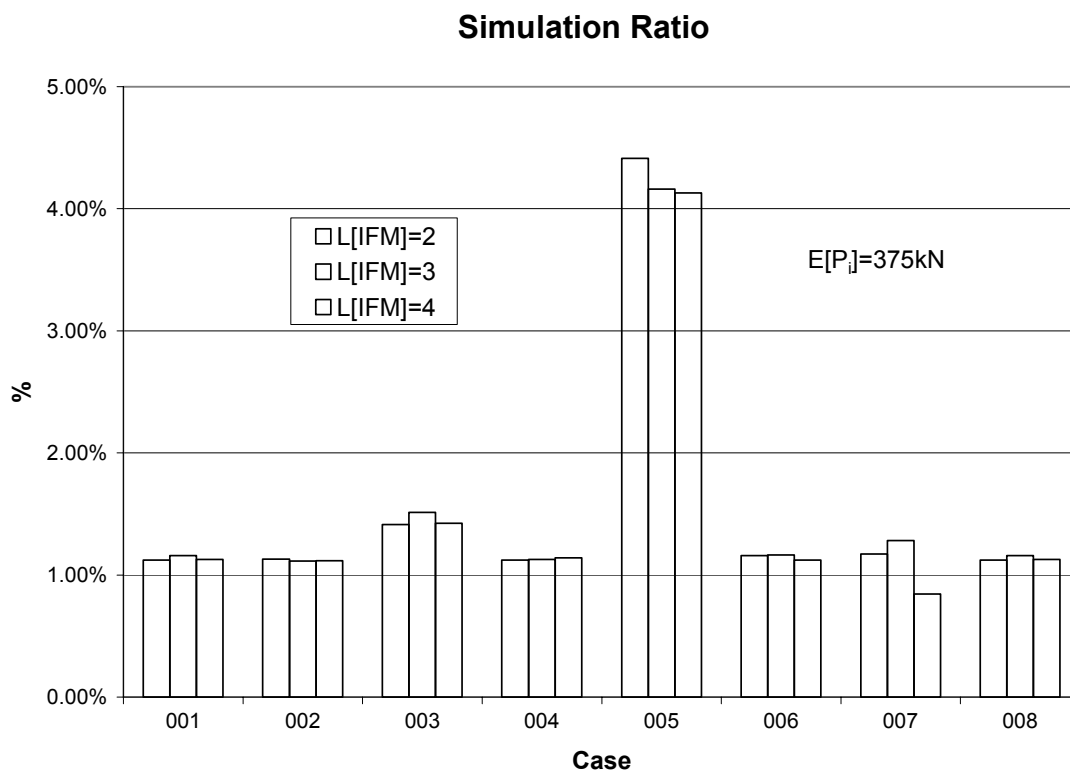
Διάγ. 3.61: Σχετική μεταβολή του β_{str} για διάφορες τιμές του L[IFM] ($E[P_i]=375kN$)



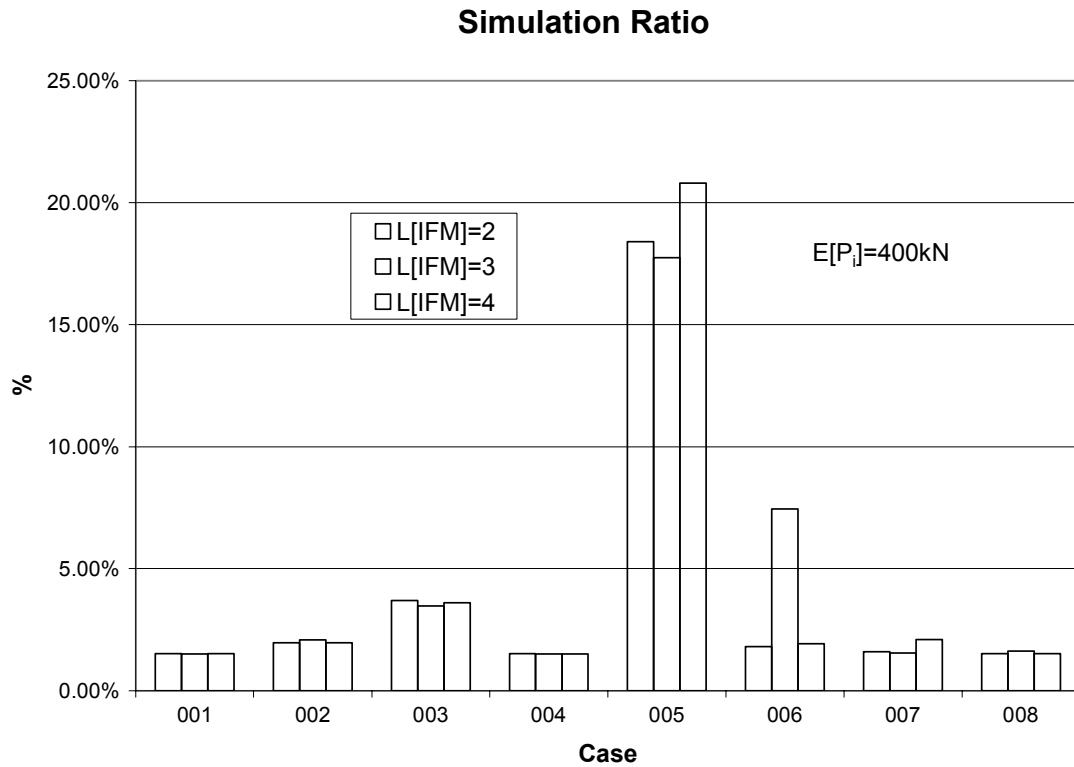
Διάγ. 3.62: Σχετική μεταβολή του β_{str} για διάφορες τιμές του L[IFM] ($E[P_i]=400kN$)



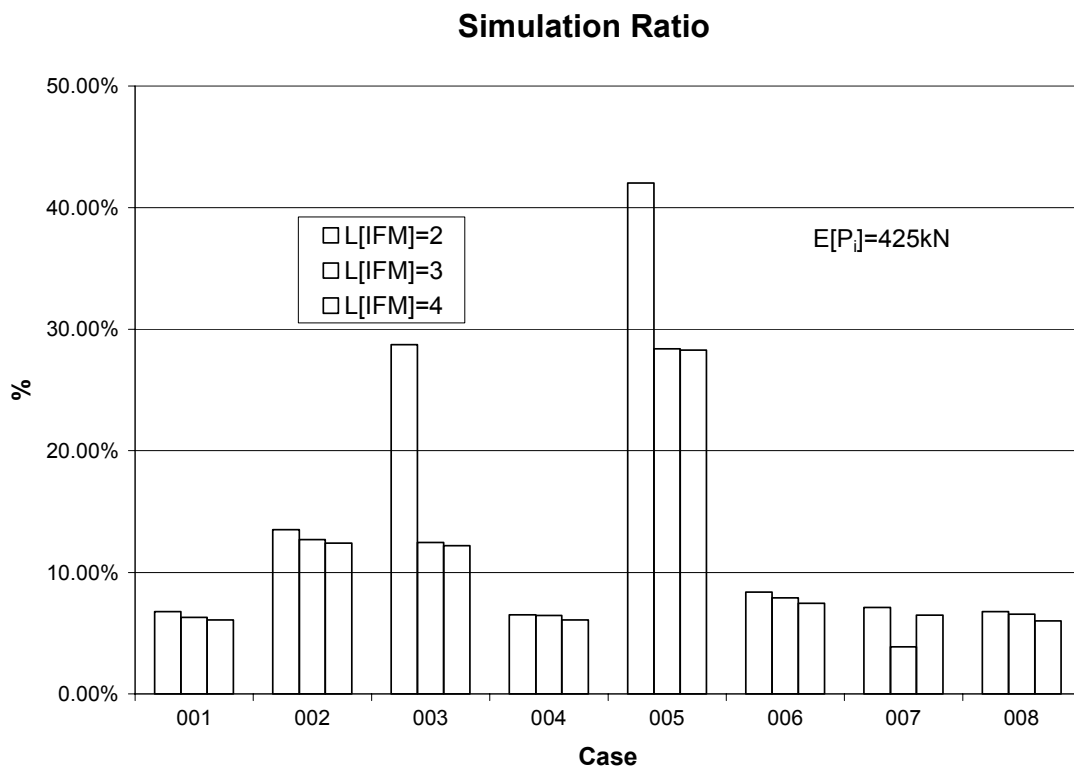
Διάγ. 3.63: Σχετική μεταβολή του β_{str} για διάφορες τιμές του L[IFM] ($E[P_i]=425kN$)



Διάγ. 3.64: Λόγος $[N_{sim}/N_{simMC}]$ για τους συνδυασμούς του A_i ($E[P_i]=375kN$).



Διάγ. 3.65: Λόγος $[N_{sim}/N_{simMC}]$ για τους συνδυασμούς του A_i ($E[P_i]=400\text{kN}$).



Διάγ. 3.66: Λόγος $[N_{sim}/N_{simMC}]$ για τους συνδυασμούς του A_i ($E[P_i]=425\text{kN}$).

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4
L4C9C10C36C37	39.00%	37.06%	32.40%	40.46%
L5C9C10C11C36C37	28.00%	24.33%	20.16%	24.25%
L5T1C9C10C36C37	15.00%	8.06%	7.46%	18.99%
L6T1C9C10C11C36C37	6.00%	13.79%	16.79%	8.28%
L7T1T2C9C10C11T18T19	3.00%	3.92%	4.03%	4.00%
L6T1C9C10C11T18T19	3.00%	4.02%	3.00%	-
L6T1T2C9C10C36C37	-	-	-	4.00%
Σύνολο	94.00%	91.09%	85.08%	100.00%

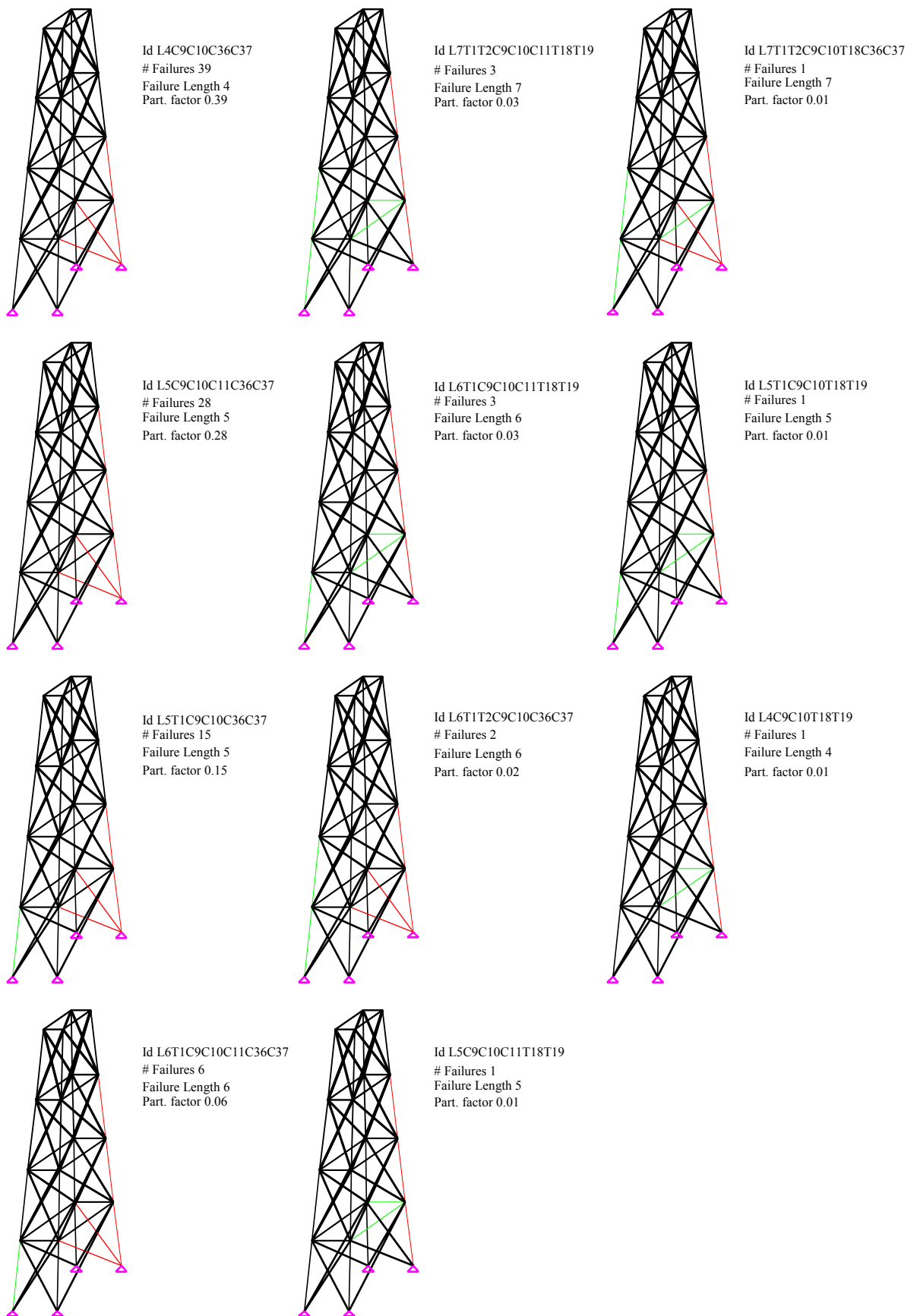
Πίν. 3.37: Συντελεστές συμμετοχής κύριων αλληλουχιών αστοχίας για $E[P_i]=375\text{kN}$.

Στα Διάγ. 3.71 ως Διάγ. 3.74, παρουσιάζονται οι κύριες αλληλουχίες αστοχίας της μεθόδου MC και της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορές τιμές του L[IFM] για $E[P_i]=400\text{kN}$ και στον Πίν. 3.38, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας. Για την προτεινόμενη μέθοδο και $L[IFM]=4$, η κύρια αλληλουχία αστοχίας είναι η L5C9C10C11C36C37 σε αντίθεση με τη μέθοδο MC και τη μέθοδο για $L[IFM]=2$ και $L[IFM]=3$ για τις οποίες η κύρια αλληλουχία αστοχίας είναι η L4C9C10C36C37. Η προτεινόμενη μέθοδος ανακαλύπτει με επιτυχία τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας.

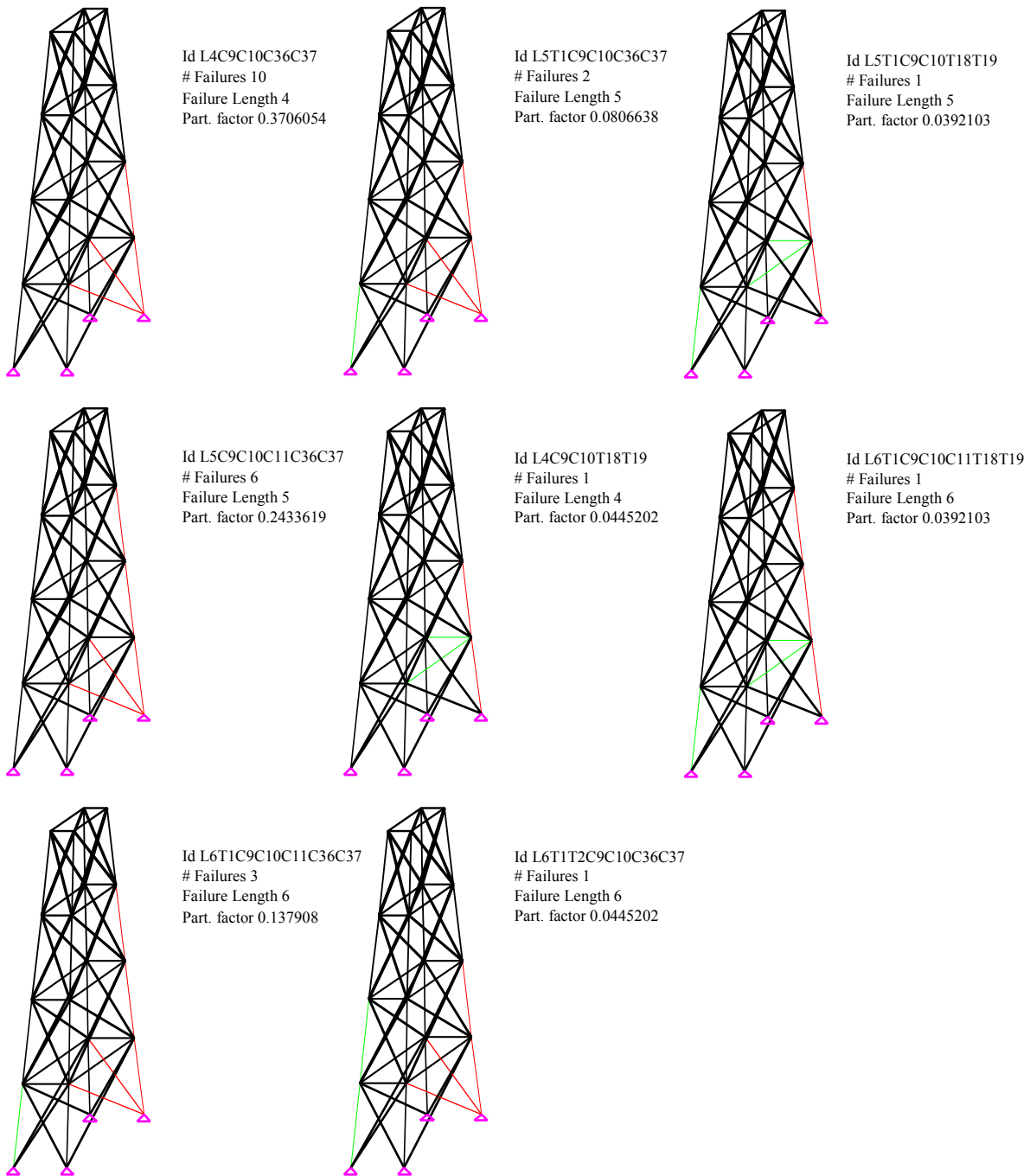
Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4
L4C9C10C36C37	40.00%	36.61%	27.37%	25.57%
L5C9C10C11C36C37	22.00%	25.36%	26.71%	29.27%
L5T1C9C10C36C37	16.00%	15.04%	22.84%	14.68%
L6T1C9C10C11C36C37	11.00%	11.14%	6.97%	18.58%
L5T1C9C10T18T19	4.00%	6.00%	5.63%	5.93%
L6T1C9C10C11T18T19	2.00%	1.85%	1.66%	1.90%
Σύνολο	96.00%	91.14%	95.91%	95.00%

Πίν. 3.38: Συντελεστές συμμετοχής κύριων αλληλουχιών αστοχίας για $E[P_i]=400\text{kN}$.

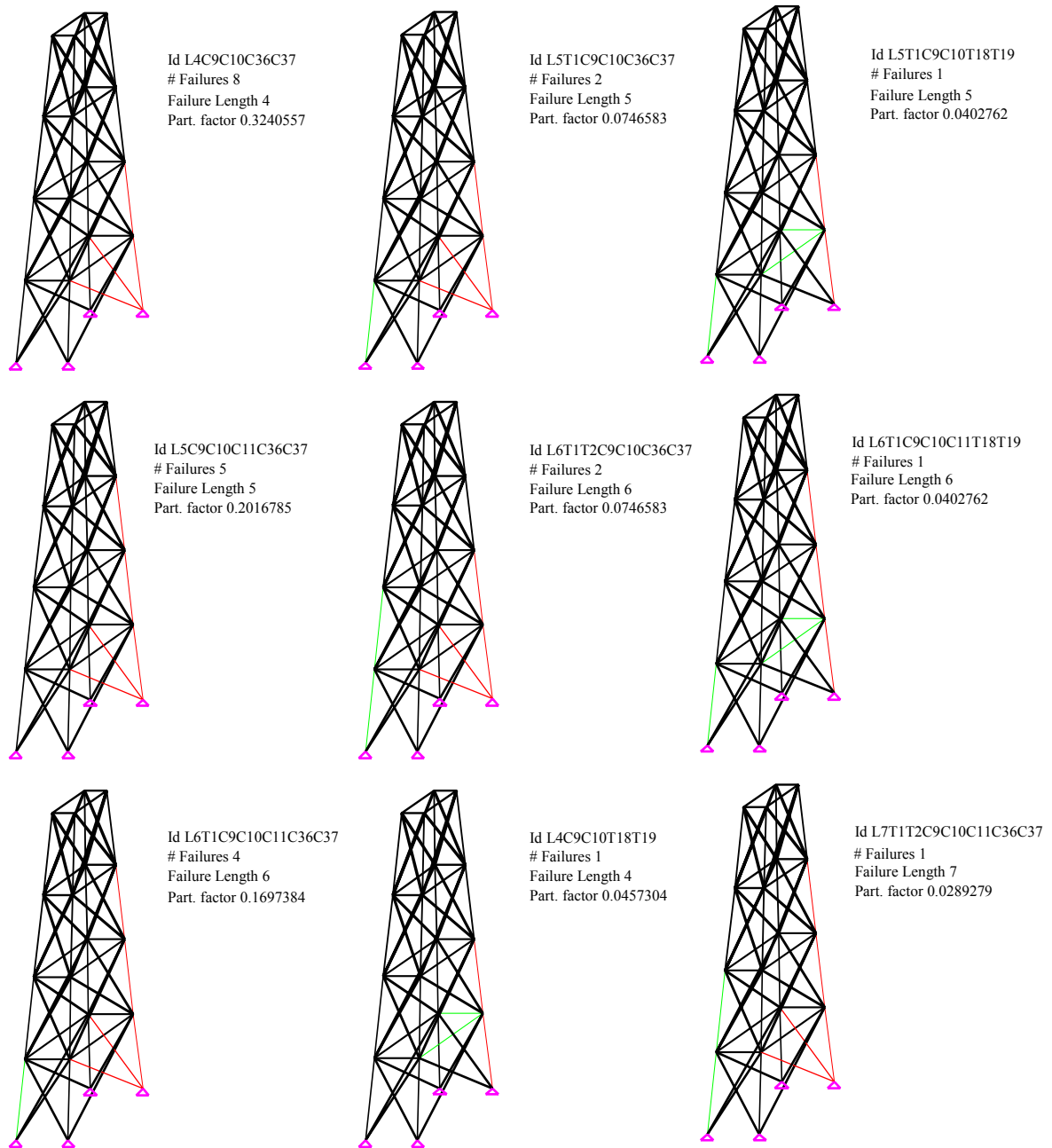
Στα Διάγ. 3.75 ως Διάγ. 3.78, παρουσιάζονται οι κύριες αλληλουχίες αστοχίας της μεθόδου MC και της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορές τιμές του L[IFM] για $E[P_i]=425\text{kN}$ και στον Πίν. 3.39, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας. Η προτεινόμενη μέθοδος ανακαλύπτει με επιτυχία τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας.



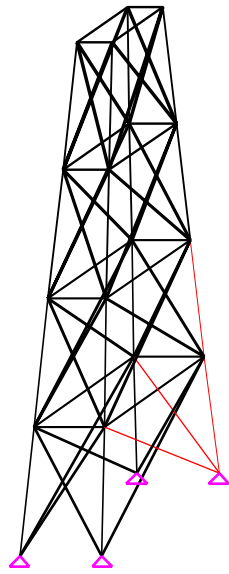
Διάγ. 3.67: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=375\text{kN}$, MC).



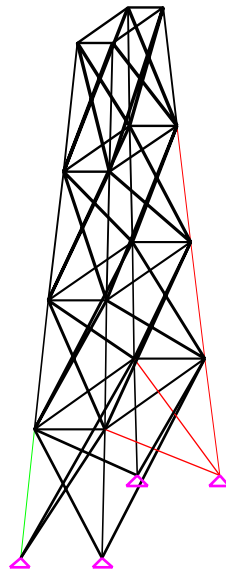
Διάγ. 3.68: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=375\text{kN}$, $L[IFM]=2$).



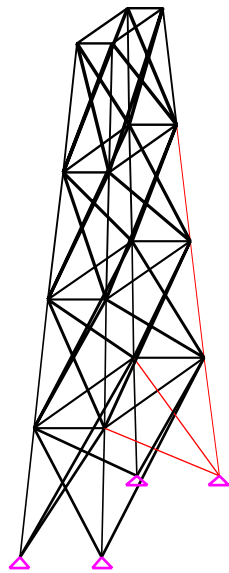
Διάγ. 3.69: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=375\text{kN}$, $L[IFM]=3$).



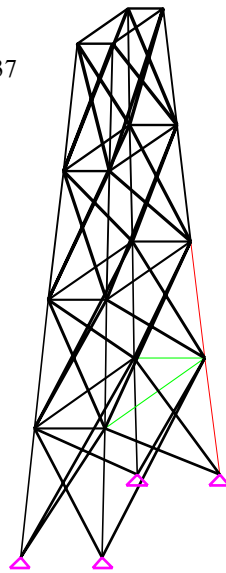
Id L4C9C10C36C37
 # Failures 10
 Failure Length 4
 Part. factor 0.4046586



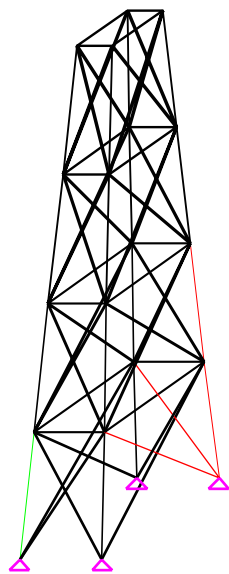
Id L6T1C9C10C11C36C37
 # Failures 2
 Failure Length 6
 Part. factor 0.082767



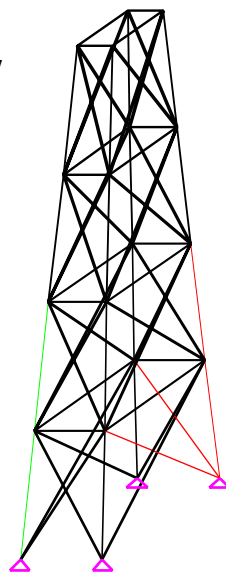
Id L5C9C10C11C36C37
 # Failures 8
 Failure Length 5
 Part. factor 0.2425488



Id L4C9C10T18T19
 # Failures 1
 Failure Length 4
 Part. factor 0.0400176

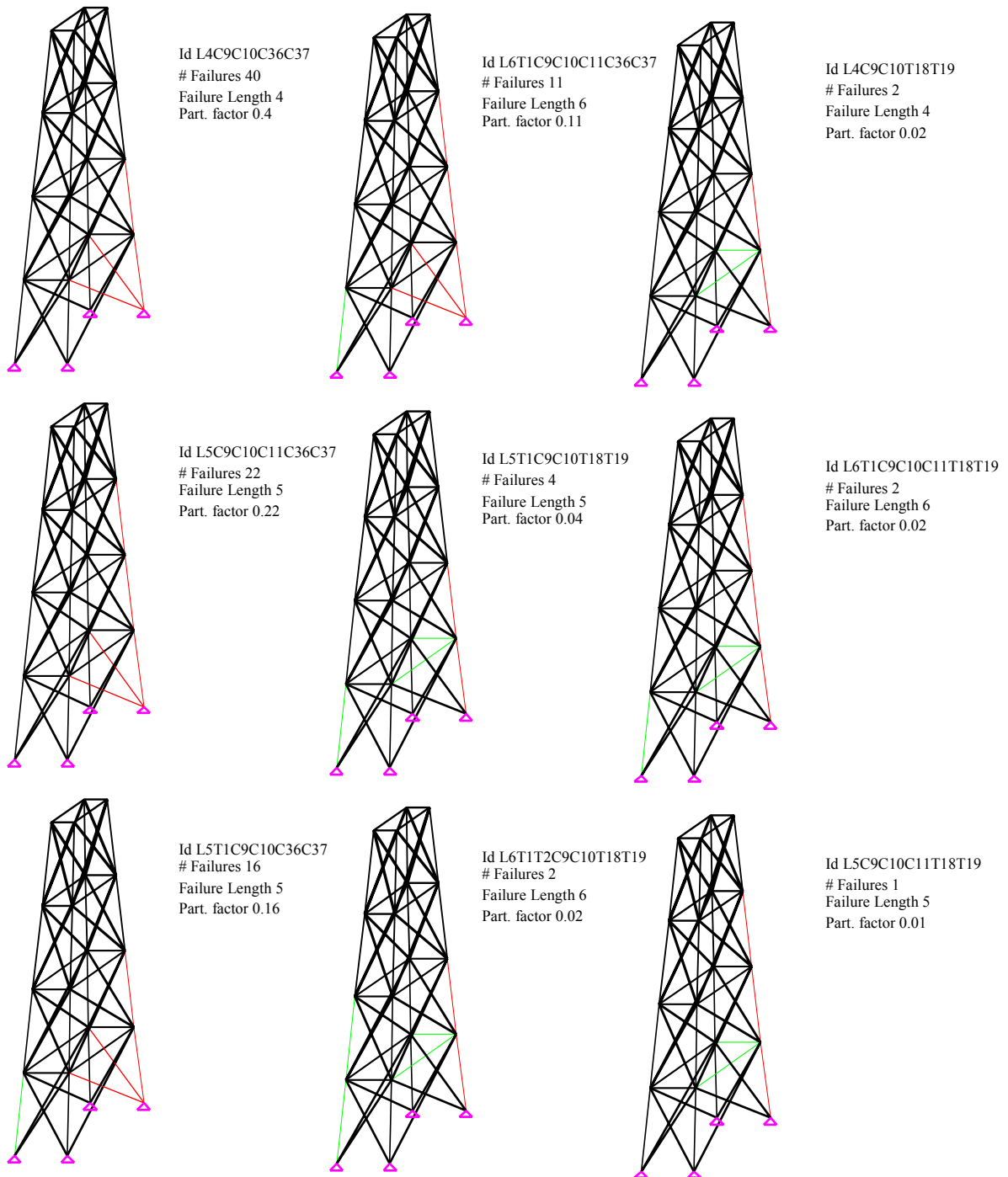


Id L5T1C9C10C36C37
 # Failures 5
 Failure Length 5
 Part. factor 0.1899905

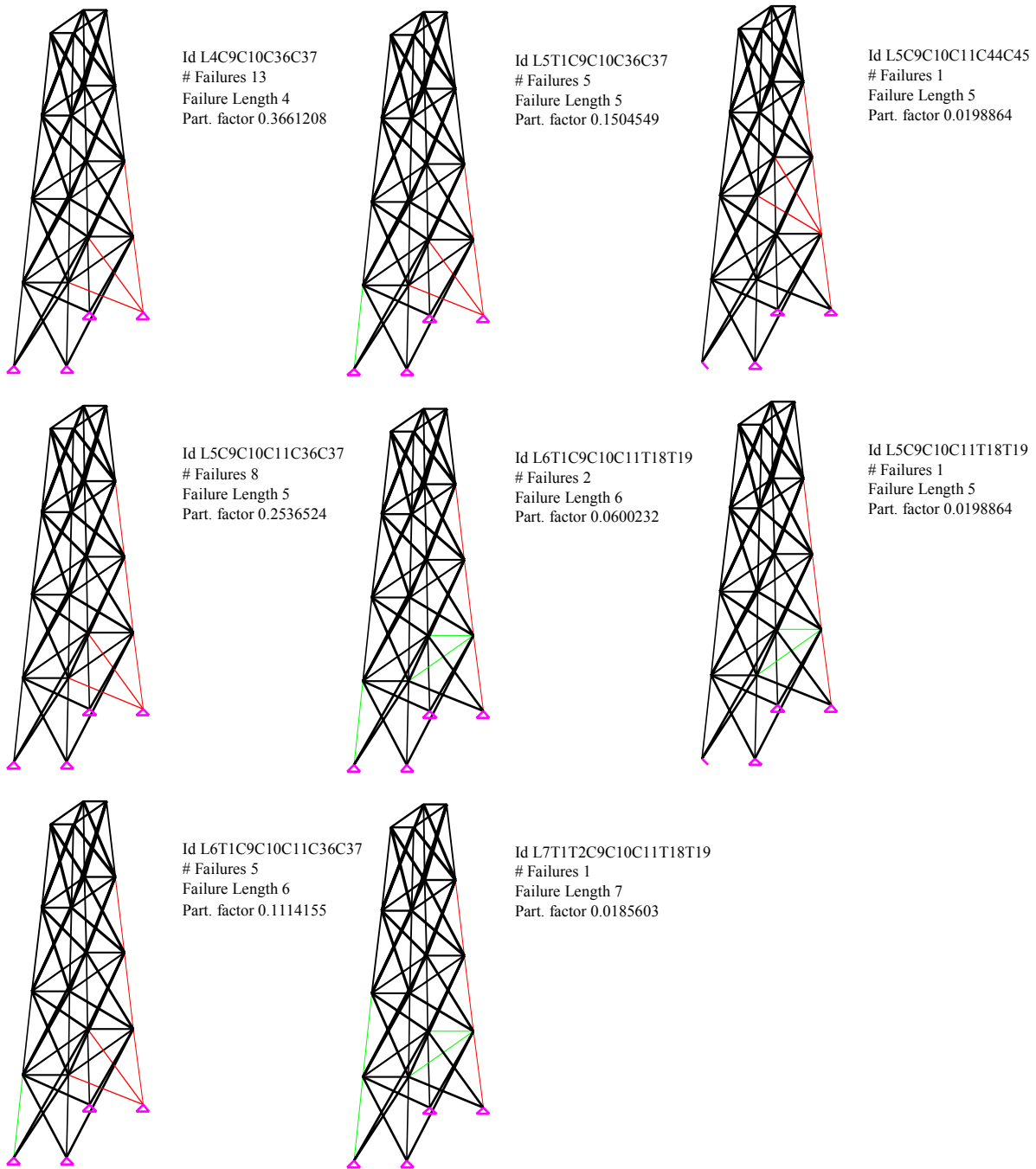


Id L6T1T2C9C10C36C37
 # Failures 1
 Failure Length 6
 Participation 0.0400176

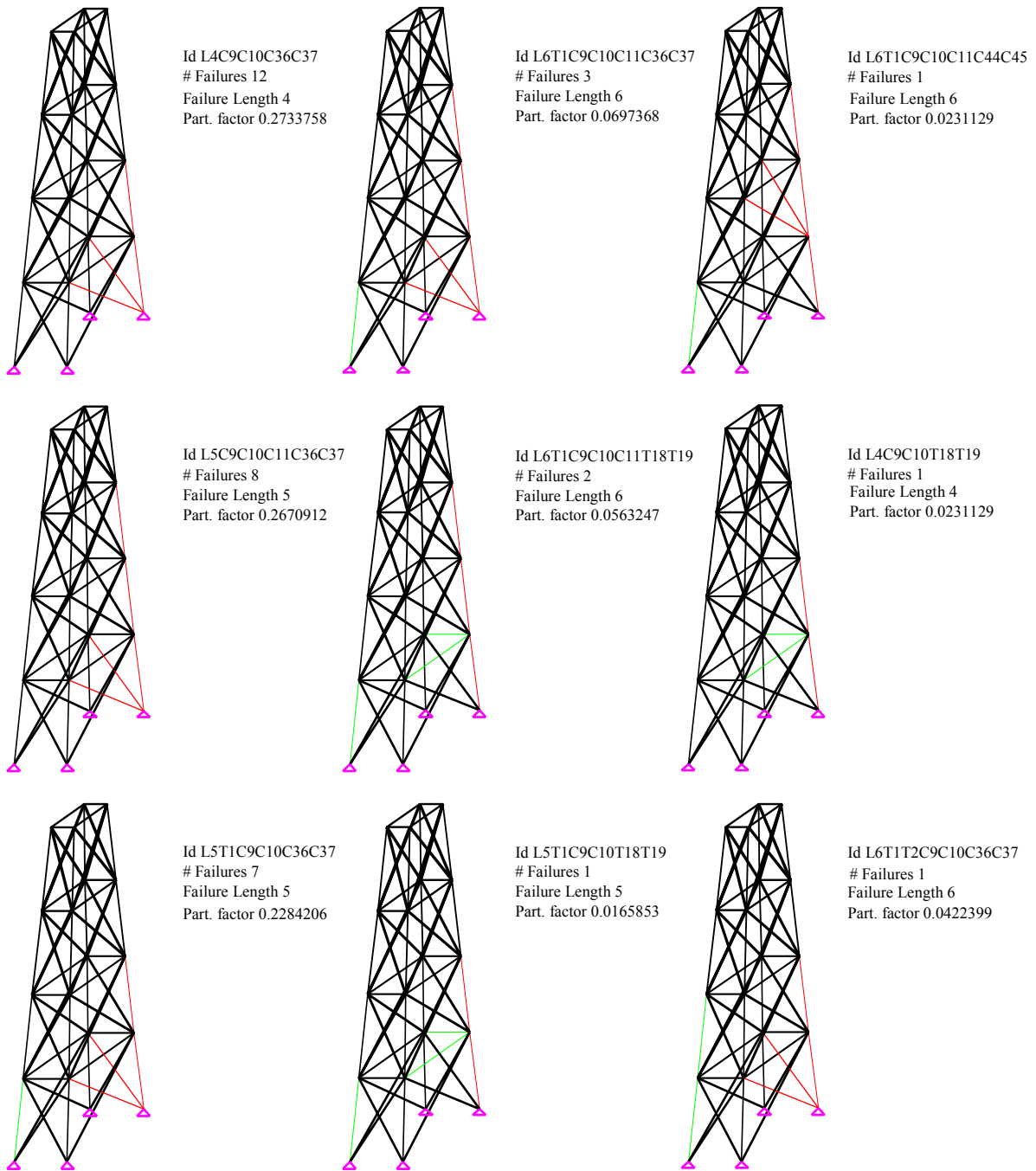
Διάγ. 3.70: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=375\text{kN}$, $L[IFM]=4$).



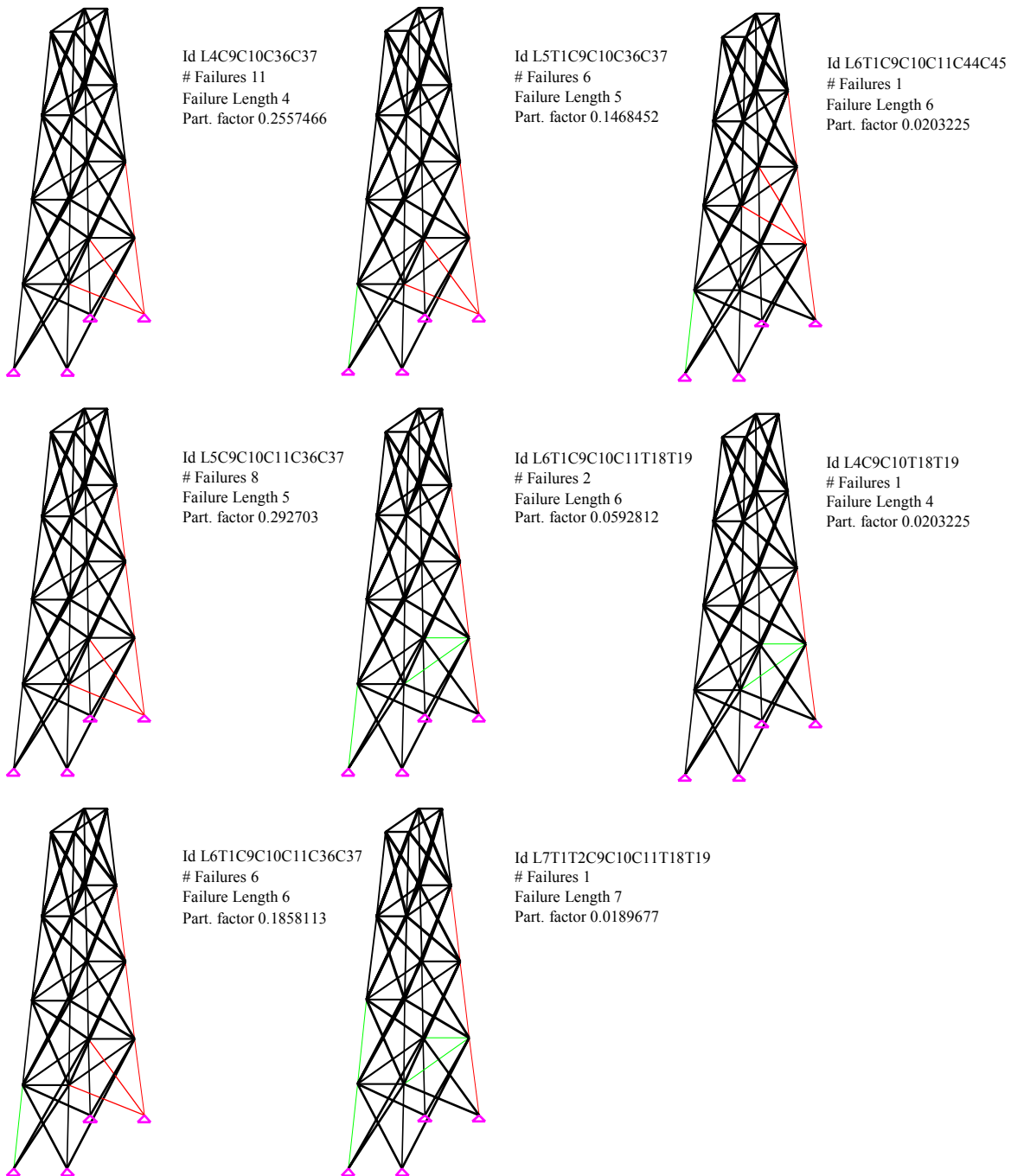
Διάγ. 3.71: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=400\text{kN}$, MC).



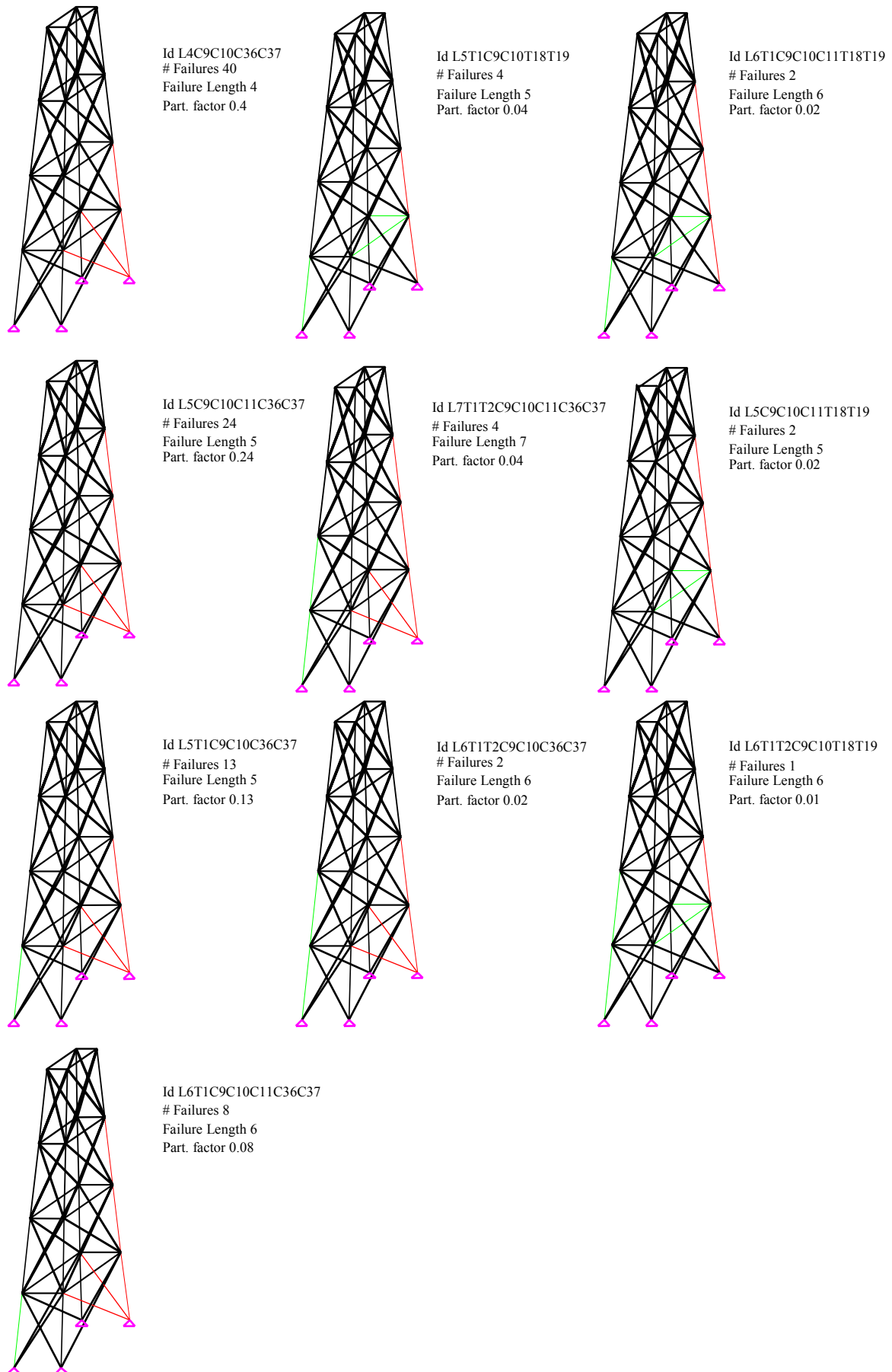
Διάγ. 3.72: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=400\text{kN}$, $L[IFM]=2$).



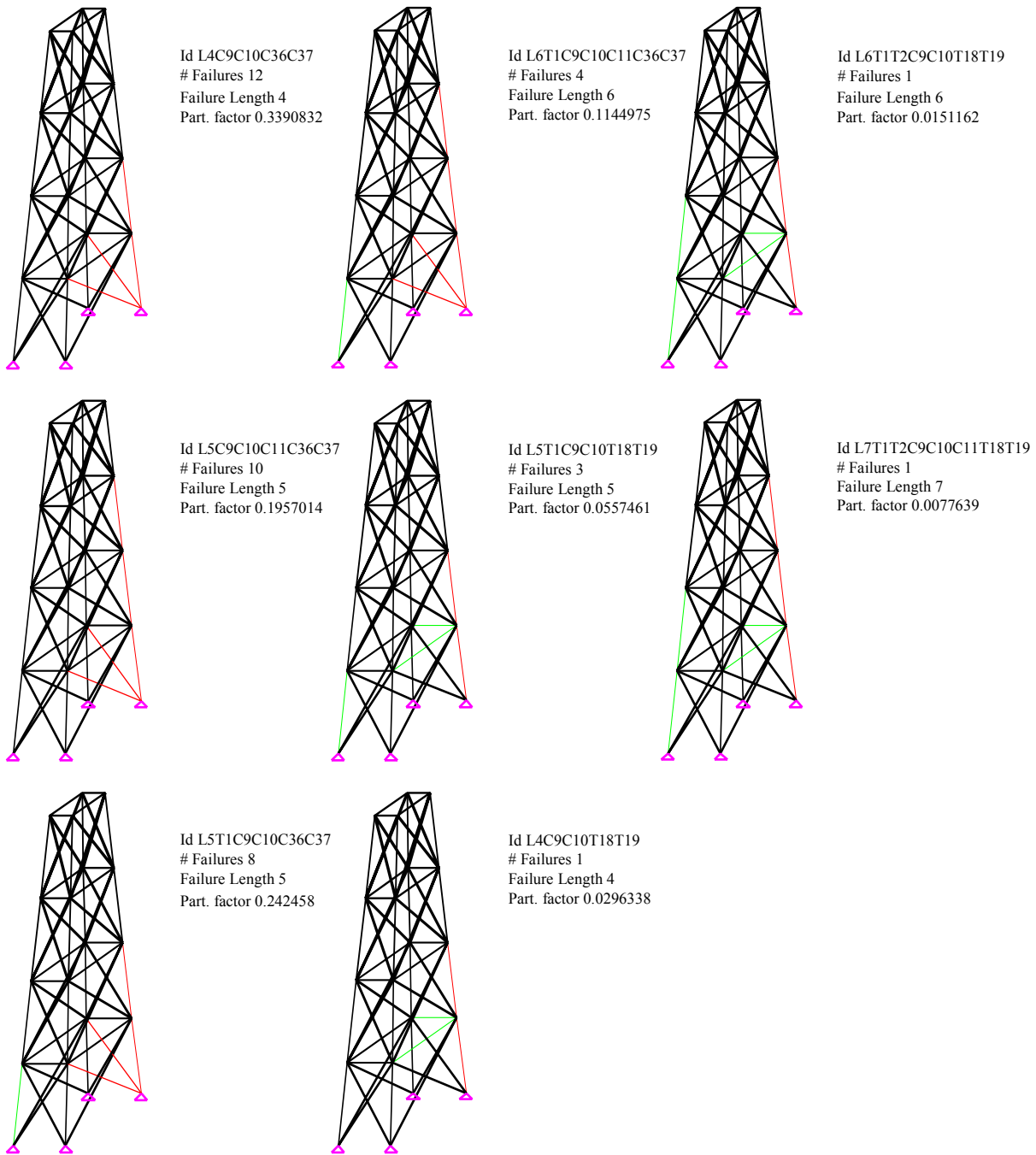
Διάγ. 3.73: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=400\text{kN}$, $L[IFM]=3$).



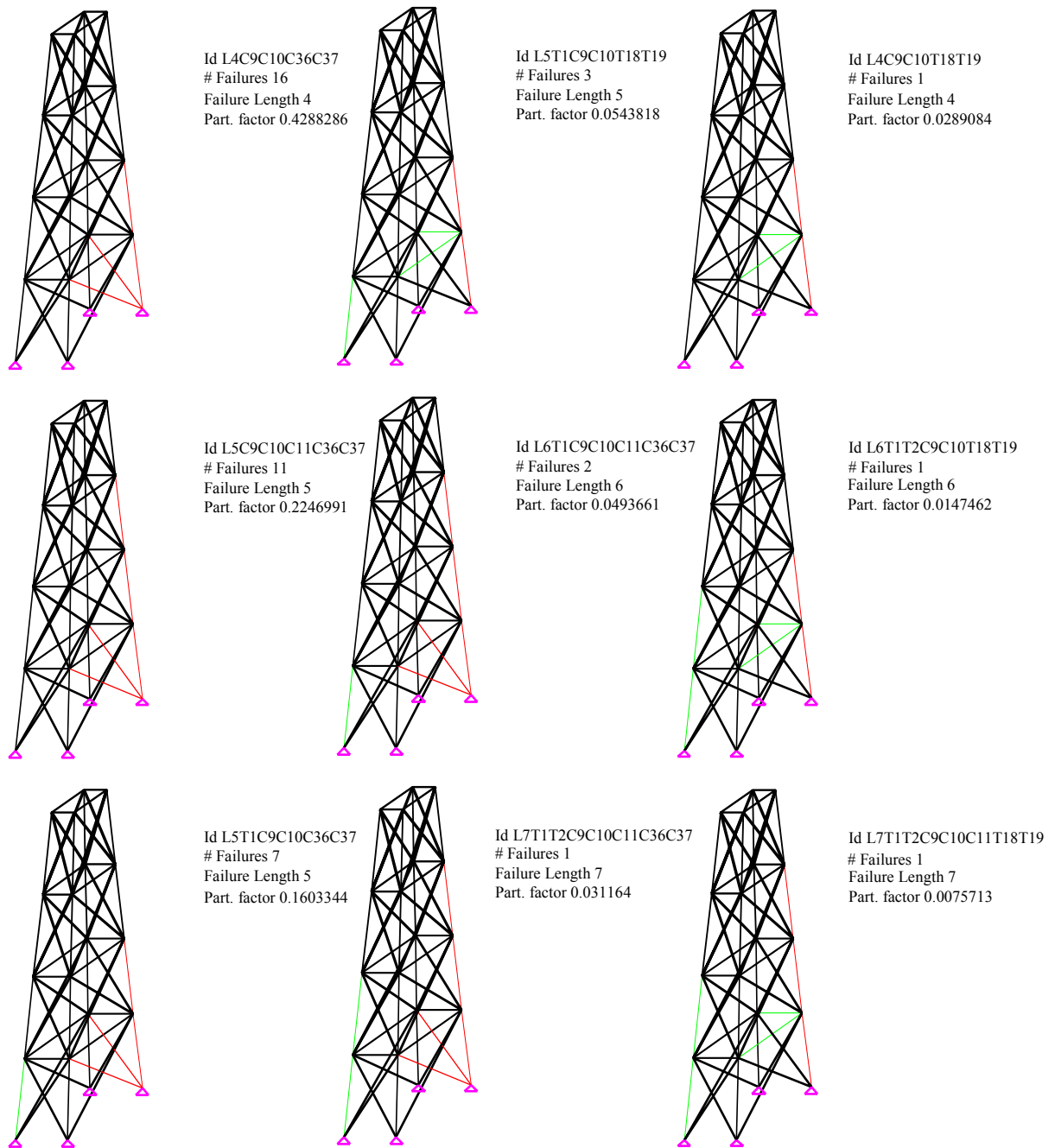
Διάγ. 3.74: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=400\text{kN}$, $L[IFM]=4$).



Διάγ. 3.75: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=425\text{kN}$, MC).



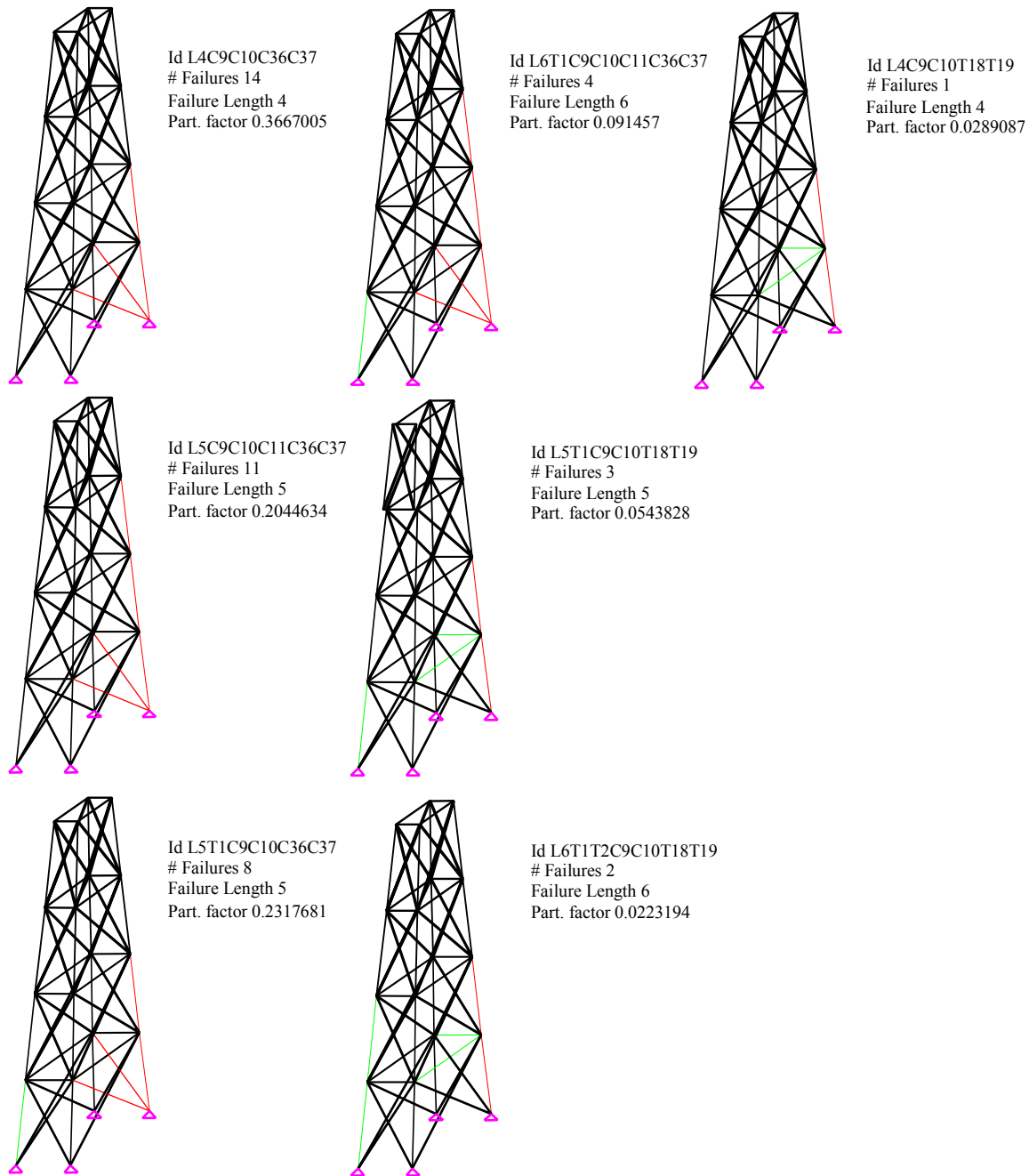
Διάγ. 3.76: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=425\text{kN}$, $L[IFM]=2$).



Διάγ. 3.77: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=425\text{kN}$, $L[IFM]=3$).

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	$L[IFM]=2$	$L[IFM]=3$	$L[IFM]=4$
L4C9C10C36C37	40.00%	33.91%	42.88%	36.67%
L5C9C10C11C36C37	24.00%	19.57%	22.47%	20.45%
L5T1C9C10C36C37	13.00%	24.24%	16.03%	23.18%
L6T1C9C10C11C36C37	8.00%	11.45%	4.93%	9.15%
L5T1C9C10T18T19	4.00%	5.57%	3.11%	5.43%
L7T1T2C9C10C11C36C37	4.00%	-	3.12%	-
Σύνολο	95.00%	94.74%	94.87%	94.57%

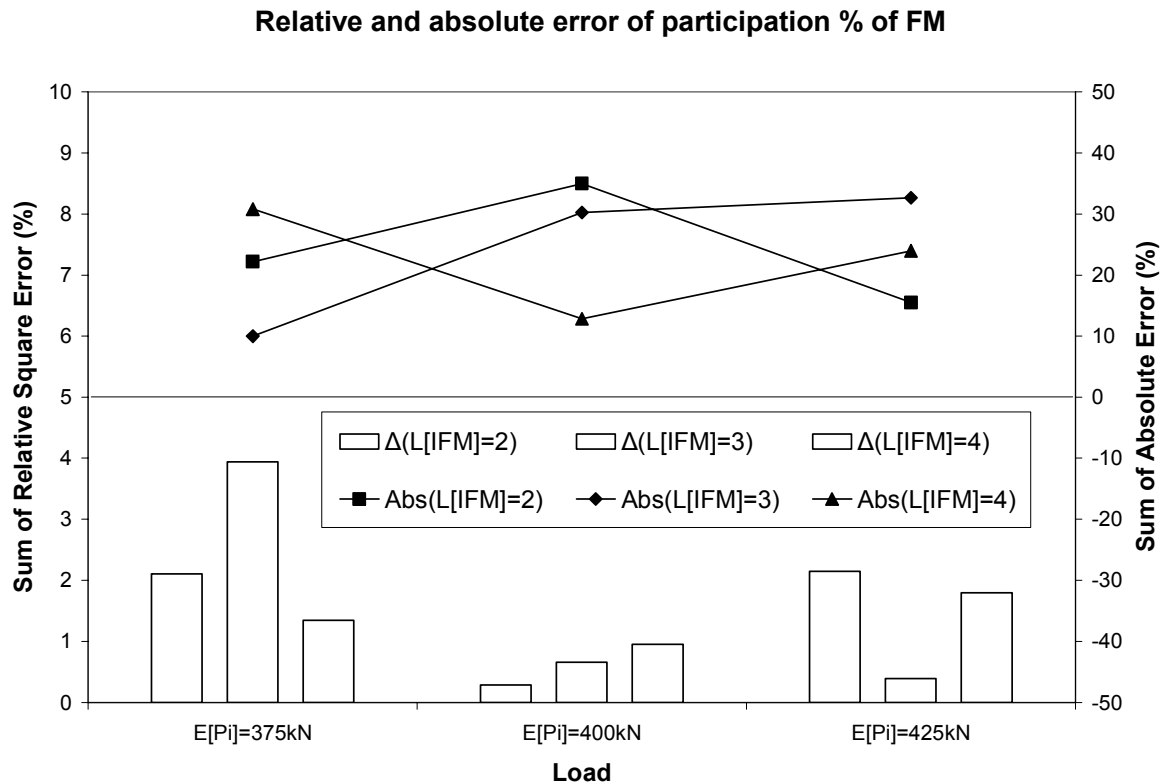
Πίν. 3.39: Συντελεστές συμμετοχής κύριων αλληλουχιών αστοχίας για $E[P_i]=425\text{kN}$.



Διάγ. 3.78: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας ($E[P_i]=425\text{kN}$, $L[\text{IFM}]=4$).

Στο Διάγ. 3.79, παρουσιάζεται το άθροισμα των απολύτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε κύριας αλληλουχίας αστοχίας, και το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε κύριας αλληλουχίας αστοχίας ως προς τα αποτελέσματα της μεθόδου MC. Οι δείκτες αυτοί δίδονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.63) και (3.64) αντίστοιχα. Τα ποσοστά αυτά αναδεικνύουν την ικανότητα της μεθόδου να ανακαλύψει τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας της κατασκευής. Το μέσο άθροισμα των τετραγώνων των σχετικών λαθών είναι για $L[\text{IFM}]=2$ ίσο με 1.514%, για $L[\text{IFM}]=3$ ίσο με 1.662% και για $L[\text{IFM}]=4$ ίσο με 1.365%. Το μέσο άθροισμα των απολύτων διαφορών είναι

για $L[IFM]=2$ ίσο με 20.987%, για $L[IFM]=3$ ίσο με 26.010% και για $L[IFM]=4$ ίσο με 24.023%. Ως προς το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών τα καλύτερα αποτελέσματα για το υπό εξέταση πρόβλημα παρατηρούνται για $L[IFM]=4$. Ως προς το άθροισμα των απολύτων διαφορών τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=2$.



Διάγ. 3.79: Σχετικό και απόλυτο λάθος ποσοστών συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας.

Στον Πίν. 3.40, παρουσιάζεται η μέση σχετική απόσταση της εκτίμησης του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής ως προς το δείκτη αξιοπιστίας της μεθόδου MC $E[\Delta\beta_{str}]$ και η μέση τιμή του ελάχιστου $E[\min[Y\Phi]]$, μέγιστου $E[\max[Y\Phi]]$, και μέσου υπολογιστικού φορτίου $E[Y\Phi]$, ως προς το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Ως προς το $E[\Delta\beta_{str}]$ τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=4$. Ως προς το μέσο υπολογιστικό φορτίο τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=3$.

Μήκος	$E[\Delta\beta_{str}]$	$E[\min[Y\Phi]]$	$E[\max[Y\Phi]]$	$E[Y\Phi]$
$L[IFM]=2$	-0.01%	3.06%	21.61%	6.86%
$L[IFM]=3$	0.39%	2.16%	16.76%	5.36%
$L[IFM]=4$	0.44%	2.79%	17.74%	5.50%

Πίν. 3.40: $E[\Delta\beta_{str}]$, $E[\min[Y\Phi]]$, $E[\max[Y\Phi]]$ και $E[Y\Phi]$ για δικτύωμα 64 μελών.

Για το πρόβλημα τα καλύτερα αποτελέσματα ως προς την ακρίβεια της μεθόδου, την

πιστότητα καταγραφής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας και ο υπολογιστικός φόρτος παρατηρούνται για $L[IFM]=4$. Σε κάθε περίπτωση η ακρίβεια της μεθόδου είναι πολύ καλή και ο υπολογιστικός φόρτος ποσοστό και μόνον του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου MC.

Με στόχο τη σε βάθος κατανόηση της συμπεριφοράς της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με την τιμή της παραμέτρου f_{vol} πραγματοποιήθηκαν 2 επιπρόσθετες αναλύσεις για $f_{vol}=1.10$ και $f_{vol}=1.00$ αντίστοιχα. Στους Πίν. 3.41 ως Πίν. 3.43, παρουσιάζονται η μέση τιμή του υπολογιστικού φόρτου και η μέση σχετική διαφορά κατά απόλυτη τιμή του δείκτη αξιοπιστίας της προτεινόμενης μεθόδου ως προς τη μέθοδο MC $E[|\Delta\beta_{str}|]$, για $E[P_i]=375kN$, $E[P_i]=400kN$ και $E[P_i]=425kN$ αντίστοιχα.

Η μικρότερη μέση απόκλιση και ο μικρότερος λόγος του υπολογιστικού φόρτου παρατηρούνται για $f_{vol}=1.00$. Η μείωση της τιμής της υπό εξέταση παραμέτρου συνεπάγεται μείωση του υπολογιστικού φόρτου. Για την $E[|\Delta\beta_{str}|]$ και για $E[P_i]=375kN$ και $E[P_i]=400kN$ ο προτεινόμενος αλγόριθμος για $f_{vol}=1.20$ δίδει καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με την προτεινόμενη μέθοδο και $f_{vol}=1.10$. Για $E[P_i]=375kN$ και $E[P_i]=400kN$ η μικρότερη μέση απόκλιση του $|\Delta\beta_{str}|$ παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=4$. Για $E[P_i]=425kN$ τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=2$.

Μήκος	$E[\Delta\beta_{str}]$			$E[Y\Phi]$		
	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$
$L[IFM]=2$	0.608%	0.726%	0.405%	1.58%	1.36%	1.14%
$L[IFM]=3$	0.536%	0.546%	0.413%	1.59%	1.37%	1.14%
$L[IFM]=4$	0.538%	0.569%	0.281%	1.50%	1.31%	1.16%

Πίν. 3.41: $E[|\Delta\beta_{str}|]$, και $E[Y\Phi]$ για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη $E[P_i]=375kN$).

Μήκος	$E[\Delta\beta_{str}]$			$E[Y\Phi]$		
	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$
$L[IFM]=2$	1.092%	1.867%	0.759%	4.00%	3.97%	2.58%
$L[IFM]=3$	1.627%	1.916%	0.914%	3.90%	3.94%	2.62%
$L[IFM]=4$	1.066%	1.501%	0.645%	4.36%	3.93%	2.65%

Πίν. 3.42: $E[|\Delta\beta_{str}|]$, και $E[Y\Phi]$ για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη $E[P_i]=400kN$).

Για $f_{vol}=1.10$, και $E[P_i]=375kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -1.54% ως 0.30% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.65% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 94.9% για $L[IFM]=2$ από -1.52% ως 0.19% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.50% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 113.3% για $L[IFM]=3$ και από -1.59% ως 0.33% με μέση

σχετική διαφορά ίση με -0.49% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 134.4% για $L[IFM]=4$. Για $E[P_i]=400kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -2.80 % ως 2.26% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.71% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 278.7% για $L[IFM]=2$ από -2.67% ως 2.36% με μέση σχετική διαφορά ίση με 1.09% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 165.8% για $L[IFM]=3$ και από -0.64% ως 2.30% με μέση σχετική διαφορά ίση με 1.34% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 76.7% για $L[IFM]=4$. Για $E[P_i]=425kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -2.79% ως 2.51% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.35% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 414.7% για $L[IFM]=2$, από -2.50% ως 2.36% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.39% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 379.6% για $L[IFM]=3$ και από -2.31% ως 2.79% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.78% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 187.0% για $L[IFM]=4$.

Μήκος	E[$ \Delta\beta_{str} $]			E[YΦ]		
	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$
L[IFM]=2	1.182%	1.054%	0.827%	14.98%	13.51%	7.78%
L[IFM]=3	1.443%	1.155%	1.064%	10.58%	10.35%	6.35%
L[IFM]=4	1.439%	1.361%	1.057%	10.63%	10.33%	6.50%

Πίν. 3.43: E[$|\Delta\beta_{str}|$], και E[YΦ] για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη $E[P_i]=425kN$).

Για $f_{vol}=1.00$, και $E[P_i]=375kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -0.91% ως 0.54% με μέση σχετική διαφορά ίση με -0.13% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 386.0% για $L[IFM]=2$ από -0.84% ως 0.74% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.20% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 239.0% για $L[IFM]=3$ και από -0.84% ως 0.57% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.07% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 602.4% για $L[IFM]=4$. Για $E[P_i]=400kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -2.76 % ως 0.82% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.05% και πολύ υψηλό δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 2453.9% για $L[IFM]=2$ από -2.83% ως 0.88% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.21% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 603.9% για $L[IFM]=3$ και από -0.96% ως 1.28% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.33% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 212.6% για $L[IFM]=4$. Για $E[P_i]=425kN$ η σχετική απόσταση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από -1.92% ως 2.20% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.30% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 375.7% για $L[IFM]=2$, από -1.72% ως 1.96% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.40% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 303.5% για $L[IFM]=3$ και από -1.56% ως 2.27% με μέση σχετική διαφορά ίση με 0.67% και δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 166.8% για $L[IFM]=4$.

Στη συνέχεια εξετάζεται η μέση σχετική διαφορά κατά απόλυτη τιμή του δείκτη αξιοπιστίας,

μόνον στις περιπτώσεις όπου έχουμε υπερεκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας από την προτεινόμενη μέθοδο. Στους Πίν. 3.44 ως Πίν. 3.46, παρουσιάζεται η μέση απόκλιση και το αντίστοιχο άθροισμα για $E[P_i]=375\text{kN}$, $E[P_i]=400\text{kN}$ και $E[P_i]=425\text{kN}$ αντίστοιχα, ως συνάρτηση του μήκους της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας.

Για $E[P_i]=375\text{kN}$, η μικρότερη μέση τιμή της σχετικής διαφοράς κατά απόλυτη τιμή στην περίπτωση υπερεκτίμησης του δείκτη αξιοπιστίας ($E[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$) παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=2$. Αντίστοιχα το μικρότερο άθροισμα της σχετικής διαφοράς κατά απόλυτη τιμή στην περίπτωση υπερεκτίμησης του δείκτη αξιοπιστίας ($\Sigma[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$) παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=3$ και $L[IFM]=4$. Το πλήθος των προβλημάτων για τα οποία παρατηρείται υπερεκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από 1 ως 2 προβλήματα για $f_{vol}=1.00$ και από 6 ως 7 προβλήματα για $f_{vol}=1.10$ και $f_{vol}=1.20$ αντίστοιχα.

Για $E[P_i]=400\text{kN}$, η μικρότερη μέση τιμή της $E[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$ παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=4$. Αντίστοιχα το μικρότερο άθροισμα της $\Sigma[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$ παρατηρείται για $f_{vol}=1.10$ και $L[IFM]=3$. Το πλήθος των προβλημάτων για τα οποία παρατηρείται υπερεκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από 1 ως 3 προβλήματα για $f_{vol}=1.00$ και $f_{vol}=1.10$ και από 2 ως 3 προβλήματα για $f_{vol}=1.20$.

Τέλος για $E[P_i]=425\text{kN}$, η μικρότερη μέση τιμή της $E[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$ παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=2$. Αντίστοιχα το μικρότερο άθροισμα της $\Sigma[|\Delta\beta_{str}|, \Delta\beta_{str}<0]$ παρατηρείται για $f_{vol}=1.00$ και $L[IFM]=4$. Το πλήθος των προβλημάτων για τα οποία παρατηρείται υπερεκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας κυμαίνεται από 1 ως 2 προβλήματα για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου f_{vol} .

Μήκος	$E[\Delta\beta_{str} , \Delta\beta_{str}<0]$			$\Sigma[\Delta\beta_{str} , \Delta\beta_{str}<0]$		
	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$	$f_{vol}=1.20$	$f_{vol}=1.10$	$f_{vol}=1.00$
L[IFM]=2	0.78%	0.92%	0.55%	4.68%	5.51%	1.10%
L[IFM]=3	0.57%	0.60%	0.84%	3.98%	4.18%	0.84%
L[IFM]=4	0.63%	0.60%	0.84%	3.76%	4.22%	0.84%

Πίν. 3.44: $E[|\Delta\beta_{str}|]$, και $E[Y\Phi]$ για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη $E[P_i]=375\text{kN}$).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των Πίν. 3.44 ως Πίν. 3.46, τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $f_{vol}=1.00$. Σε συνάρτηση με το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας, τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=4$.

Μήκος	E[Δβ _{str} , Δβ _{str} <0]			Σ[Δβ _{str} , Δβ _{str} <0]		
	f _{vol} =1.20	f _{vol} =1.10	f _{vol} =1.00	f _{vol} =1.20	f _{vol} =1.10	f _{vol} =1.00
L[IFM]=2	1.02%	1.54%	1.42%	4.07%	4.63%	2.85%
L[IFM]=3	1.15%	1.65%	2.83%	2.31%	3.30%	2.83%
L[IFM]=4	0.48%	0.64%	0.42%	0.95%	0.64%	1.25%

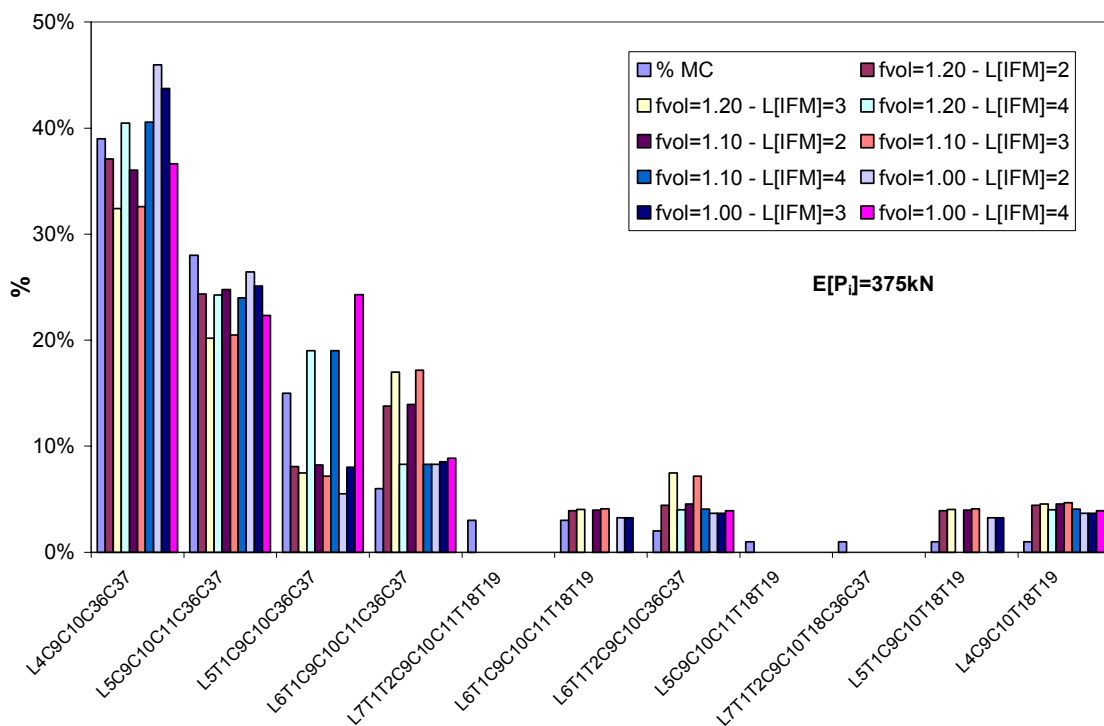
Πίν. 3.45: E[|Δβ_{str}|], και E[YΦ] για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη E[P_i]=400kN).

Μήκος	E[Δβ _{str} , Δβ _{str} <0]			Σ[Δβ _{str} , Δβ _{str} <0]		
	f _{vol} =1.20	f _{vol} =1.10	f _{vol} =1.00	f _{vol} =1.20	f _{vol} =1.10	f _{vol} =1.00
L[IFM]=2	2.88%	1.40%	1.05%	2.88%	2.80%	2.10%
L[IFM]=3	1.73%	1.54%	1.32%	3.46%	3.07%	2.64%
L[IFM]=4	2.13%	2.31%	1.56%	2.13%	2.31%	1.56%

Πίν. 3.46: E[|Δβ_{str}|], και E[YΦ] για δικτύωμα 64 μελών (παραμετρική μελέτη E[P_i]=425kN).

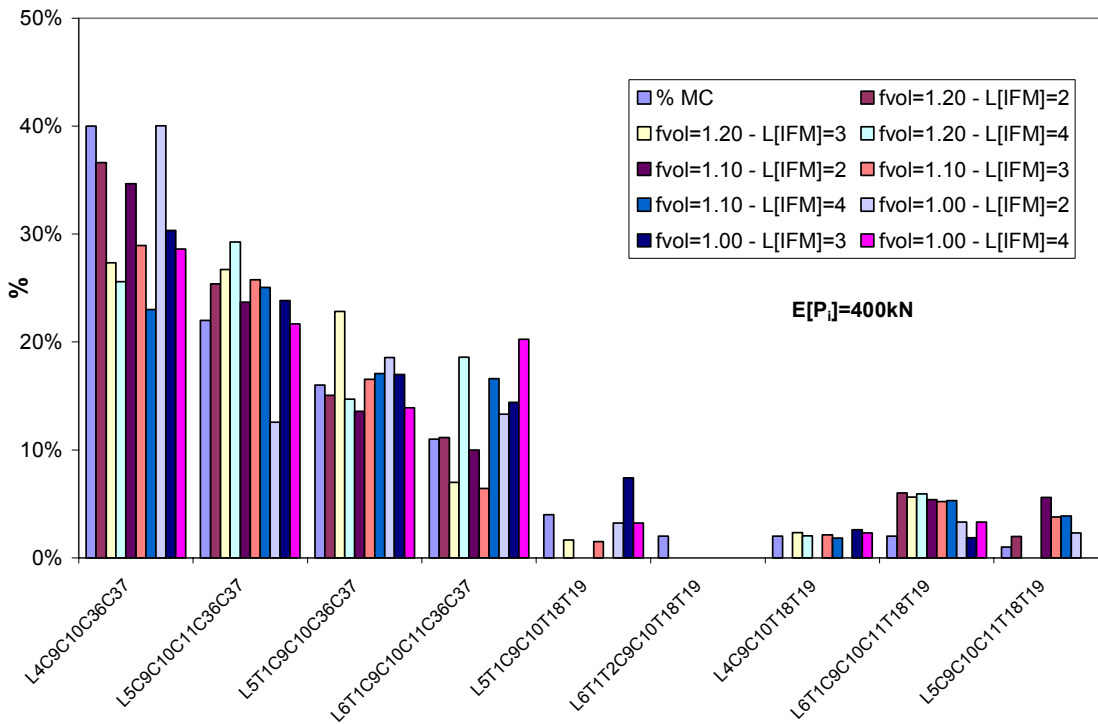
Τέλος εξετάζεται η συνέπεια της προτεινόμενης μεθόδου ως προς την καταγραφή των κύριων αλληλουχιών αστοχίας. Η μέθοδος υποδεικνύει επιτυχώς τις κύριες αλληλουχίες αστοχίας. Τα ποσοστά συμμετοχής των αλληλουχιών αστοχίας παρουσιάζονται στα Διάγ. 3.80 ως Διάγ. 3.82, για E[P_i]=375kN, E[P_i]=400kN και E[P_i]=425kN αντίστοιχα.

Comparison of % of FM



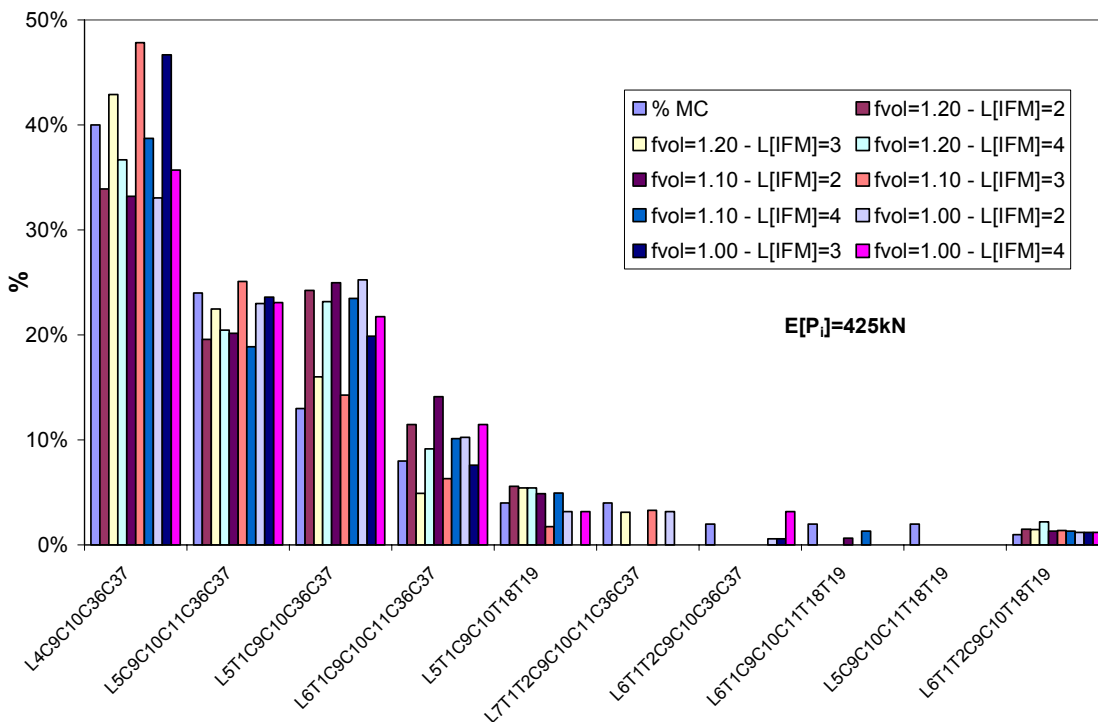
Διάγ. 3.80: Ποσοστό συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (E[P_i]=375kN).

Comparison of % of FM



Διάγ. 3.81: Ποσοστό συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (E[Pi]=400kN).

Comparison of % of FM



Διάγ. 3.82: Ποσοστό συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (E[Pi]=425kN).

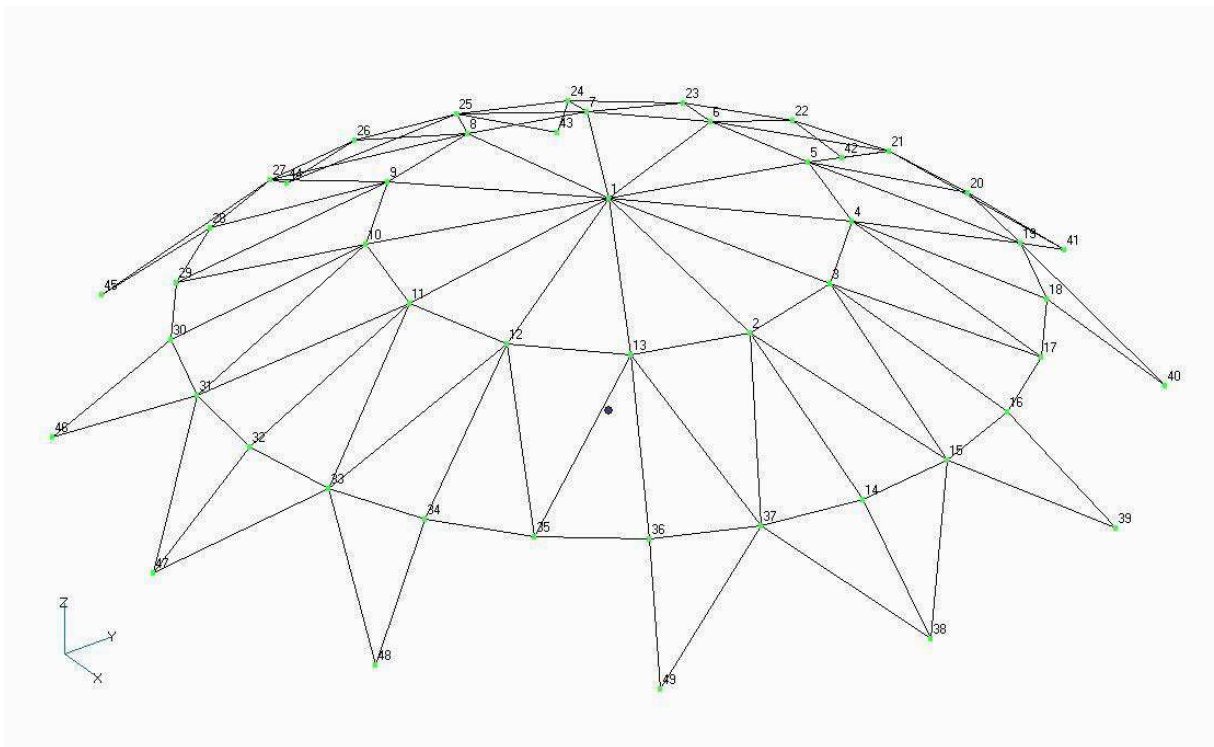
Η μικρότερη μέση απόκλιση του αθροίσματος των απόλυτων διαφορών παρατηρείται για

$f_{vol}=1.00$ με ποσοστό 28.17% έναντι 33.16% για $f_{vol}=1.10$ και 33.22% για $f_{vol}=1.20$. Ως προς το L[IFM] η μέση απόκλιση του αθροίσματος των απολύτων διαφορών για L[IFM]=2 είναι ίση με 30.93%, για L[IFM]=3 είναι ίση με 32.27% και για L[IFM]=4 είναι ίση με 31.35%. Σε συνδυασμό και με τα αποτελέσματα ως προς το λόγο του υπολογιστικού φόρτου και της ακρίβειας υπολογισμού του δείκτη αξιοπιστίας, για το υπό εξέταση πρόβλημα, τα καλύτερα αποτελέσματα αναμένονται για $f_{vol}=1.00$ και L[IFM]=4.

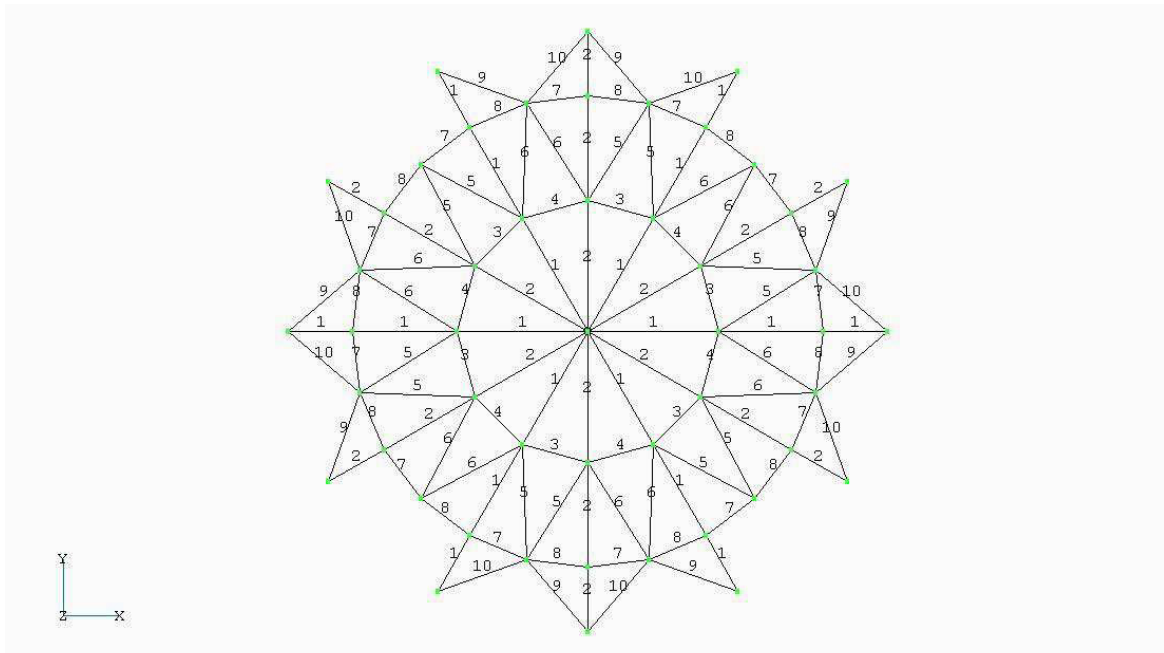
3.14.10 Χωροδικτύωμα 112 μελών

3.14.10.1 Ορισμός Προβλήματος

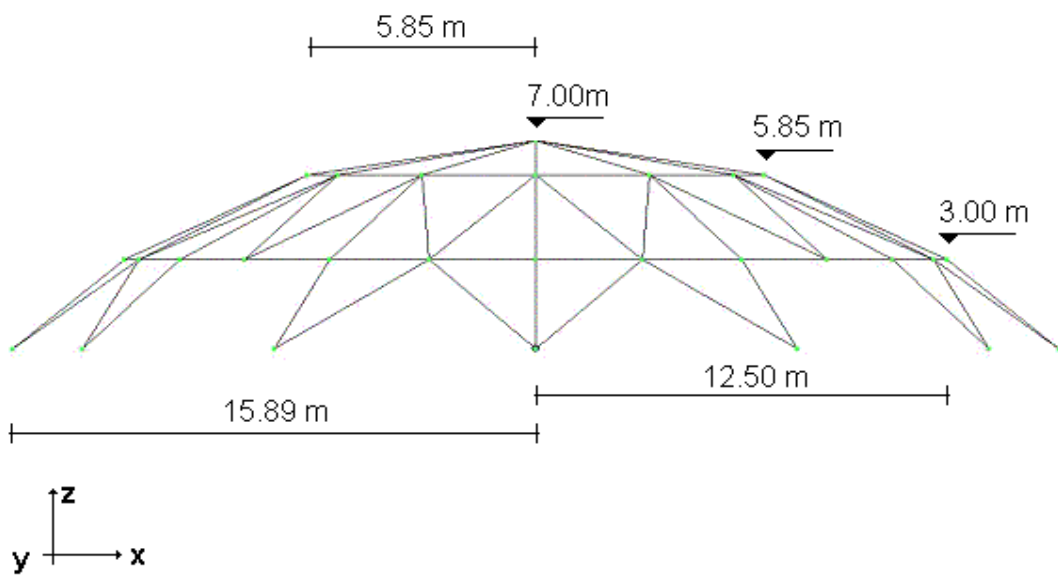
Στα Διάγ. 3.83 ως Διάγ. 3.85, παρουσιάζεται, στατικός ορισμένο εσωτερικά, χωροδικτύωμα 112 μελών [32]. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 30. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του φορέα παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.85. Στους κόμβους 1 ως 37 ασκείται κατακόρυφο φορτίο P_1 σύμφωνα με την κατανομή που παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.86. Στους κόμβους 1 ως 13 ασκούνται οριζόντια φορτία P_2 και P_3 κατά τη X και Y διεύθυνση αντίστοιχα σύμφωνα με την κατανομή που παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.87. Τα 112 μέλη χωρίζονται σε 10 ομάδες ως προς τις τ.μ των διατομών τους. Οι ομάδες αυτές παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.84 (αρίθμηση από 1 ως 10). Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 3.47.



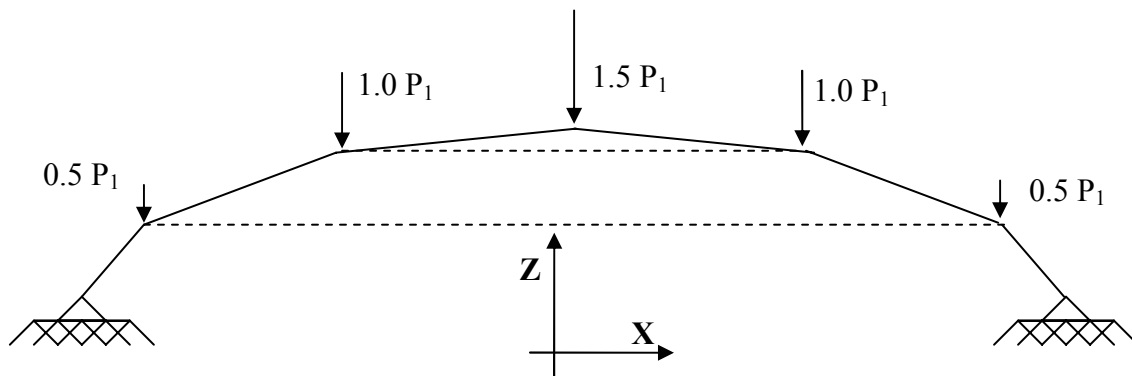
Διάγ. 3.83: Χωροδικτύωμα 112 μελών (τρισδιάστατη όψη - κόμβοι).



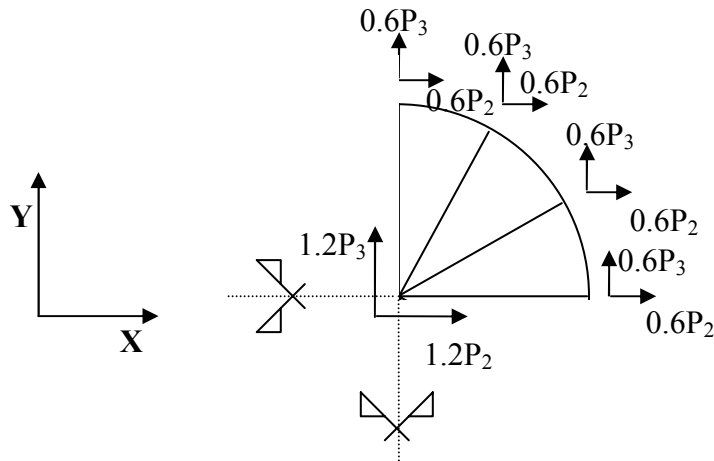
Διάγ. 3.84: Χωροδικτύωμα 112 μελών (Κάτοψη – Ομάδες Διατομών)



Διάγ. 3.85: Χωροδικτύωμα 112 μελών (XZ όψη - διαστάσεις).



Διάγ. 3.86: Χωροδικτύωμα 112 μελών (Φορτίο P_1).



Διάγ. 3.87: Χωροδικτύωμα 112 μελών (Φορτία P_2, P_3).

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	2	29	4	19	57	22	23	85	38	15
2	1	3	30	19	5	58	23	24	86	15	39
3	1	4	31	5	21	59	24	25	87	40	19
4	1	5	32	21	6	60	25	26	88	19	41
5	1	6	33	6	23	61	26	27	89	41	21
6	1	7	34	23	7	62	27	28	90	21	42
7	1	8	35	7	25	63	28	29	91	43	25
8	1	9	36	25	8	64	29	30	92	25	44
9	1	10	37	8	27	65	30	31	93	44	27
10	1	11	38	27	9	66	31	32	94	27	45
11	1	12	39	9	29	67	32	33	95	31	46
12	1	13	40	29	10	68	33	34	96	31	47
13	2	3	41	10	31	69	34	35	97	33	47
14	3	4	42	31	11	70	35	36	98	33	48
15	4	5	43	11	33	71	36	37	99	37	49
16	5	6	44	12	33	72	37	14	100	37	38
17	6	7	45	12	35	73	2	14	101	14	38
18	7	8	46	13	35	74	3	16	102	16	39
19	8	9	47	13	37	75	4	18	103	18	40
20	9	10	48	37	2	76	5	20	104	20	41
21	10	11	49	14	15	77	6	22	105	22	42
22	11	12	50	15	16	78	7	24	106	24	43

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
23	12	13	51	16	17	79	8	26	107	26	44
24	13	2	52	17	18	80	9	28	108	28	45
25	2	15	53	18	19	81	10	30	109	30	46
26	15	3	54	19	20	82	11	32	110	32	47
27	3	17	55	20	21	83	12	34	111	34	48
28	17	4	56	21	22	84	13	36	112	36	49

Πίν. 3.47: Αρίθμηση μελών χωροδικτύωματος 112 μελών. † Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος

3.14.10.2 Ορισμός υποπροβλημάτων – Παραμετρικές Μελέτες

Συνολικά εξετάστηκαν 3 διαφορετικές σχεδιάσεις ως προς τις διατομές του φορέα. Για την 1^η σχεδίαση επιλέγεται διατομή $\Phi 152^4/4^0$ για τη 2^η σχεδίαση διατομή $\Phi 159^0/4^0$ και για τη 3^η σχεδίαση διατομή $\Phi 168^3/4^0$. Για τη 1^η σχεδίαση εξετάζονται αρχικά 6 συνδυασμοί ως προς τη μέση τιμή και το δείκτη μεταβλητότητας των φορτίων. Για τη 2^η σχεδίαση εξετάζονται 3 συνδυασμοί ως προς το δείκτη μεταβλητότητας του φορτίου. Οι συνδυασμοί αυτοί εξετάζονται και για τη 3^η σχεδίαση. Οι συνδυασμοί της διατομής και των φορτίων σχηματίζουν 12 προβλήματα για το υπό εξέταση χωροδικτύωμα. Τα δεδομένα κάθε προβλήματος παρουσιάζονται στον Πίν. 3.48.

Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται η τάση διαρροής σε θλίψη και εφελκυσμό τα φορτία που ασκούνται στην κατασκευή και οι επιφάνειες των διατομών. Η μέση τιμή του τάσης διαρροής σε εφελκυσμό είναι ίση με 27.5kN/cm^2 και η μέση τιμή της τάσης διαρροής του υλικού σε θλίψη είναι ίση με 24.0kN/cm^2 . Το πλήθος των τ.μ είναι ίσο με 15.

Ο δείκτης μεταβλητότητας των τάσεων διαρροής είναι στις 2 περιπτώσεις ίσος με 7%. Ο δείκτης μεταβλητότητας των επιφανειών των διατομών σε κάθε περίπτωση λαμβάνεται ίσος με 10%. Οι τάσεις διαρροής και το εμβαδόν της διατομής ακολουθούν λογαριθμική κατανομή ενώ τα φορτία ακολουθούν κανονική κατανομή.

Για τα 12 προβλήματα πραγματοποιήθηκαν 5 παραμετρικές μελέτες ως προς το $L[IFM]$, το $\max\{n_{f,j}\}$ και την παραλλαγή της σχέσης (3.35). Οι τιμές των παραμέτρων για τις 5 μελέτες παρουσιάζονται στον Πίν. 3.49. Οι λοιπές παράμετροι της προτεινόμενης μεθόδου είναι: $f_{vol}=1.0$, $f_{RV}=0.1$, $f_{cut-off}=0.1$, $f_{s,c}=0.10$, $f_{s,cp}=0.70$, $\max\{n_j\}=600$. Το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που λαμβάνονται υπόψη για ομαδοποίηση είναι ίσο με 40. Για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister η τιμή σποράς είναι ίση με 4357.

Πρόβλημα	Διατομή	$E[P_1]$ kN	$COV[P_1]$	$E[P_{2-3}]$ kN	$COV[P_{2-3}]$
001	Φ152.4/4.0	15.0	0.30	15.0	0.30
002		15.0	0.20	15.0	0.20
003		15.0	0.40	15.0	0.40
004		20.0	0.30	20.0	0.30
005		12.5	0.30	12.5	0.30
006		17.5	0.30	17.5	0.30
007	Φ159/4.0	20.0	0.30	20.0	0.30
008		20.0	0.20	20.0	0.20
009		20.0	0.40	20.0	0.40
010	Φ168.3/4.0	20.0	0.30	20.0	0.30
011		20.0	0.20	20.0	0.20
012		20.0	0.40	20.0	0.40

Πίν. 3.48: Δεδομένα 12 προβλημάτων που εξετάζονται για το χωροδικτύωμα 112 μελών.

Μελέτη	A	B	Γ	Δ	E
L[IFM]	1	1	1	2	3
$\max\{n_{f,j}\}$	7	7	10	7	
Σχέση (3.35)	2 ^η Παρ.	1 ^η Παρ.	2 ^η Παρ.	2 ^η Παρ.	

Πίν. 3.49: Δεδομένα 5 παραμετρικών μελετών.

3.14.10.3 Αποτελέσματα

Για τα υπό εξέταση προβλήματα, η πιθανότητα αστοχίας με τη μέθοδο MC παρουσιάζεται στον Πίν. 3.50. Για τα προβλήματα 002 και 005 το πλήθος των γεγονότων αστοχίας για τον τερματισμό της διαδικασίας είναι ίσο με 93 και 81 αστοχίες αντίστοιχα. Για τους λοιπούς συνδυασμούς το πλήθος των γεγονότων αστοχίας για τον τερματισμό της διαδικασίας είναι ίσο με 600 αστοχίες.

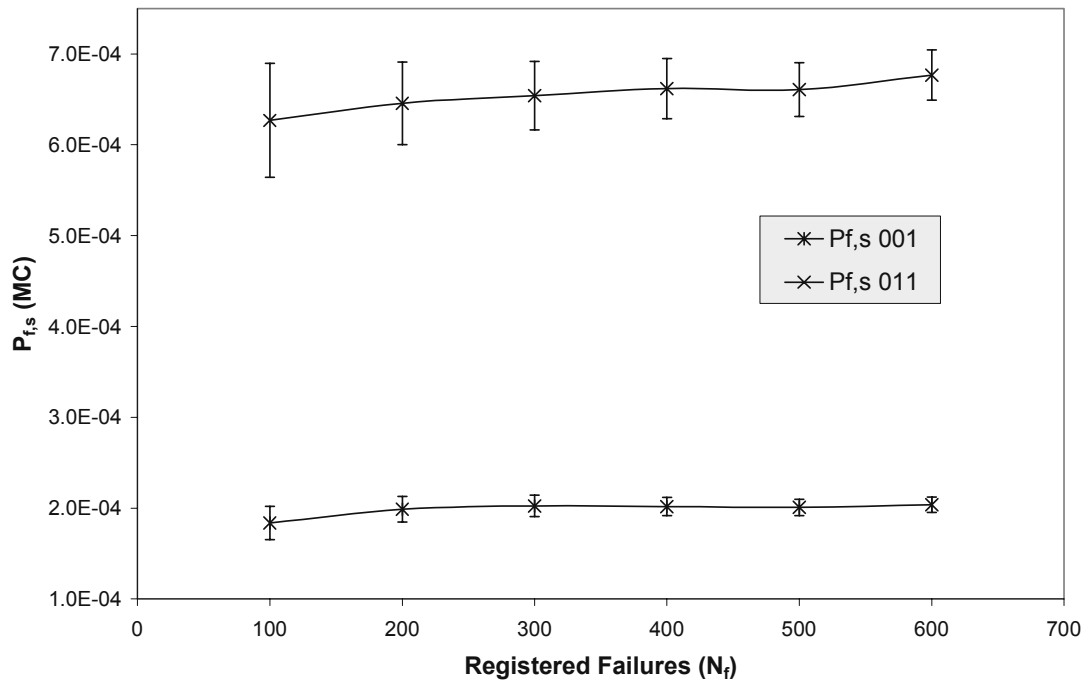
Μελέτη	001	002	003	004	005	006
$P_{f,s}$ (MC)	2.04×10^{-4}	4.94×10^{-6}	1.80×10^{-3}	2.01×10^{-2}	2.68×10^{-6}	3.33×10^{-3}
Μελέτη	007	008	009	010	011	012
$P_{f,s}$ (MC)	1.14×10^{-2}	1.68×10^{-3}	3.40×10^{-2}	6.18×10^{-3}	6.77×10^{-4}	2.17×10^{-2}

Πίν. 3.50: Πιθανότητα αστοχίας κατασκευής ($P_{f,s}$) (μέθοδος MC).

Η εξέλιξη της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας για 6 από τα 12 προβλήματα παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.88 ως Διάγ. 3.90. Η πιθανότητα αστοχίας αυξάνει όσο αυξάνει το πλήθος των γεγονότων αστοχίας. Από την ανάλυση των δεδομένων εξάγεται το συμπέρασμα

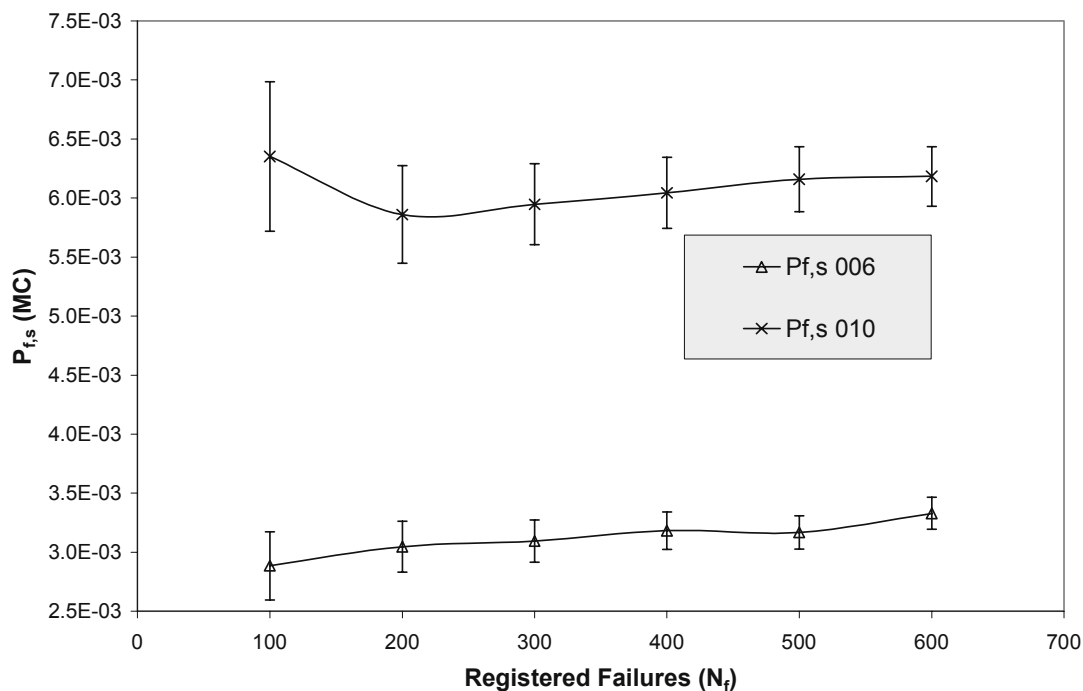
ότι η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister για το υπό εξέταση πρόβλημα υποεκτιμά σε αρχικό στάδιο, την πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής.

Evolution of Pf,s (MC)

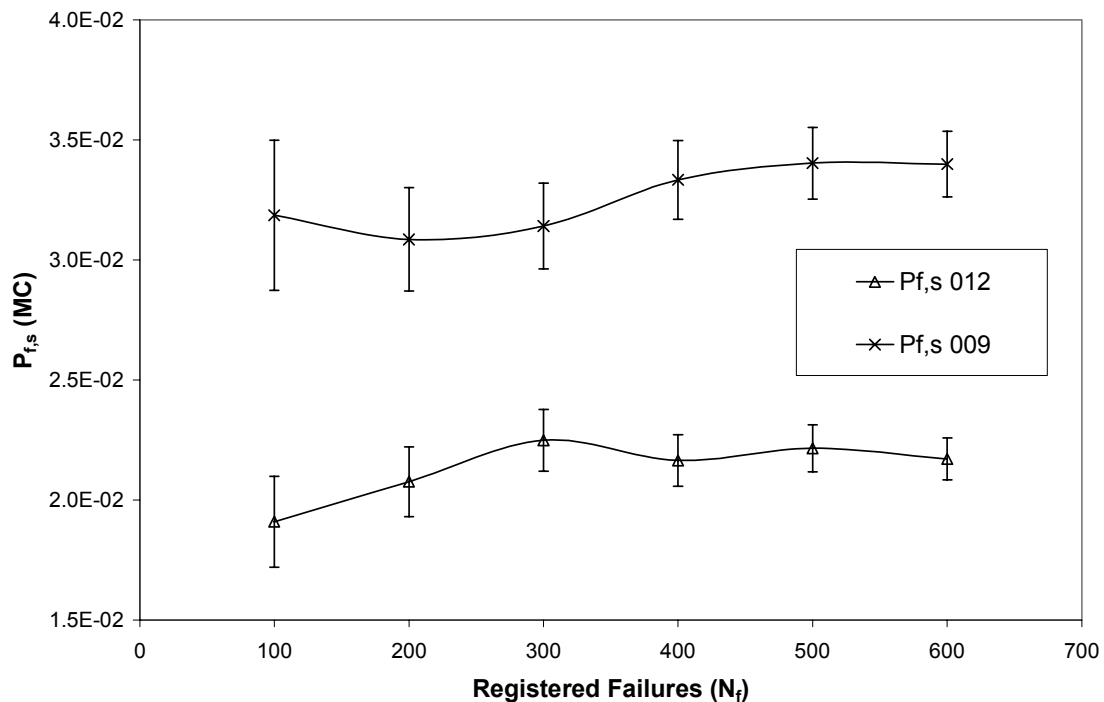


Διάγ. 3.88: P_{f,s} για προβλήματα 001 και 011 (χωροδικτύωμα 112 μελών - MC).

Evolution of Pf,s (MC)



Διάγ. 3.89: P_{f,s} για προβλήματα 006 και 010 (χωροδικτύωμα 112 μελών - MC).

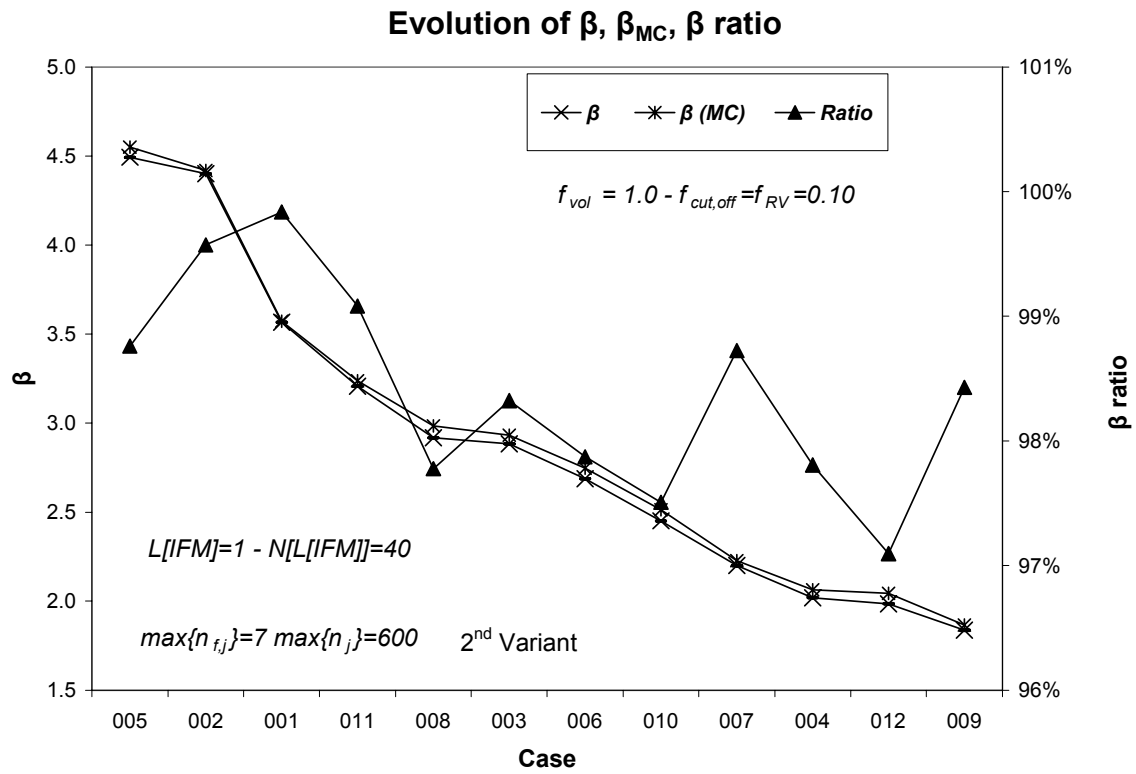
Evolution of $P_{f,s}$ (MC)

Διάγ. 3.90: $P_{f,s}$ για προβλήματα 012 και 009 (χωροδικτύωμα 112 μελών - MC).

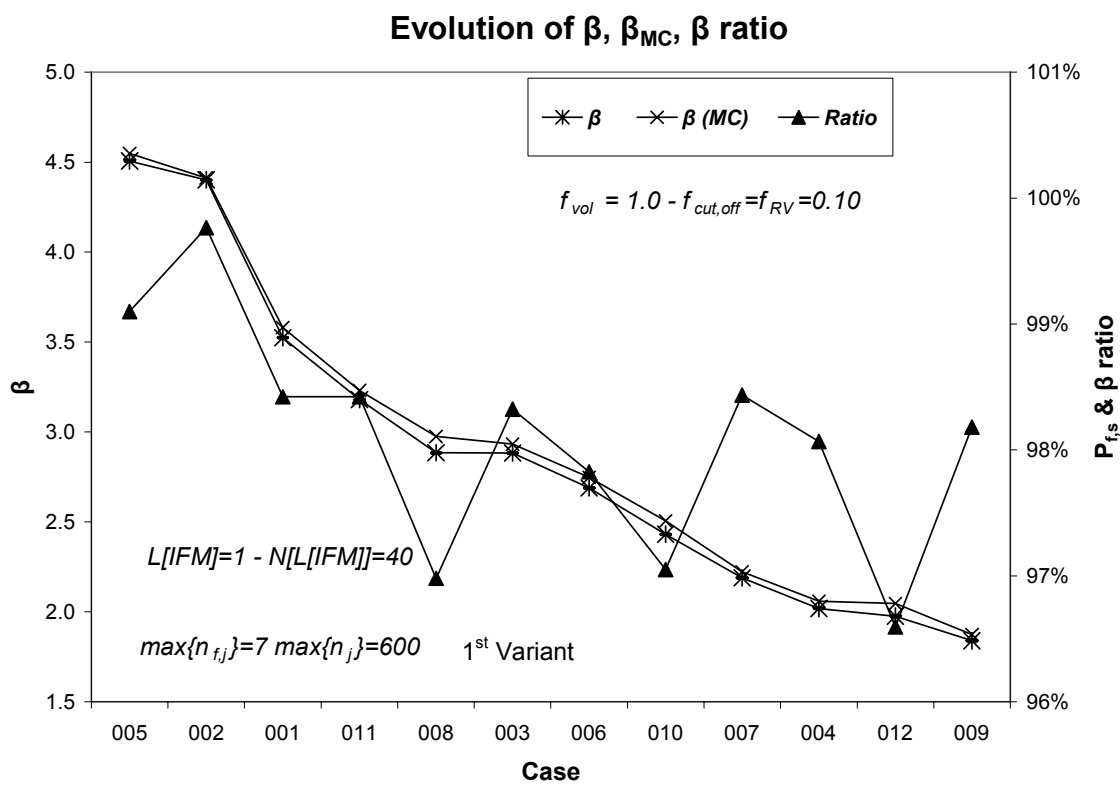
Οι επιπτώσεις των γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών στην ακρίβεια εκτίμησης της μεθόδου MC παρουσιάζονται αναλυτικά στην παράγραφο 3.22. Η μέθοδος παρουσιάζεται λιγότερο επιρρεπής στα χαρακτηριστικά της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Αυτό οφείλεται κυρίως στην αύξηση της πυκνότητας δειγματοληψίας. Η αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας των φορτίων της κατασκευής συνεπάγεται αύξηση της πιθανότητας αστοχίας όπως και στην περίπτωση της μέσης τιμής του φορτίου.

Στα Διάγ. 3.91 ως Διάγ. 3.95, παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη αξιοπιστίας για τα προβλήματα του Πίν. 3.48, για την προτεινόμενη μέθοδο και τη μέθοδο MC, και ο λόγος του δείκτη αξιοπιστίας για τις 5 παραμετρικές μελέτες. Οι εκτιμήσεις συγκρίνονται για το ίδιο πλήθος γεγονότων αστοχίας. Η μέθοδος MC υποεκτιμά κατά συστηματικό τρόπο την πιθανότητα αστοχίας με αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση ο λόγος των δεικτών αξιοπιστίας να είναι ελαφρά μικρότερος της μονάδας. Η σχετική διαφορά πάντως σε καμία περίπτωση δεν υπερβαίνει το 4%. Σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα των Διάγ. 3.88 ως Διάγ. 3.90 συμπεραίνεται ότι η μέθοδος MC απαιτεί πολύ μεγαλύτερο πλήθος γεγονότων αστοχίας για να επιτύχει ίδιας αξιοπιστίας εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας λόγω του γεγονότος ότι η μέθοδος εστιάζει τη διαδικασία σε περιοχές που στο σύνολο τους καλύπτουν ένα πολύ μικρό κομμάτι του πιθανοτικού χώρου με αποτέλεσμα την αύξηση της πυκνότητας δειγματοληψίας.

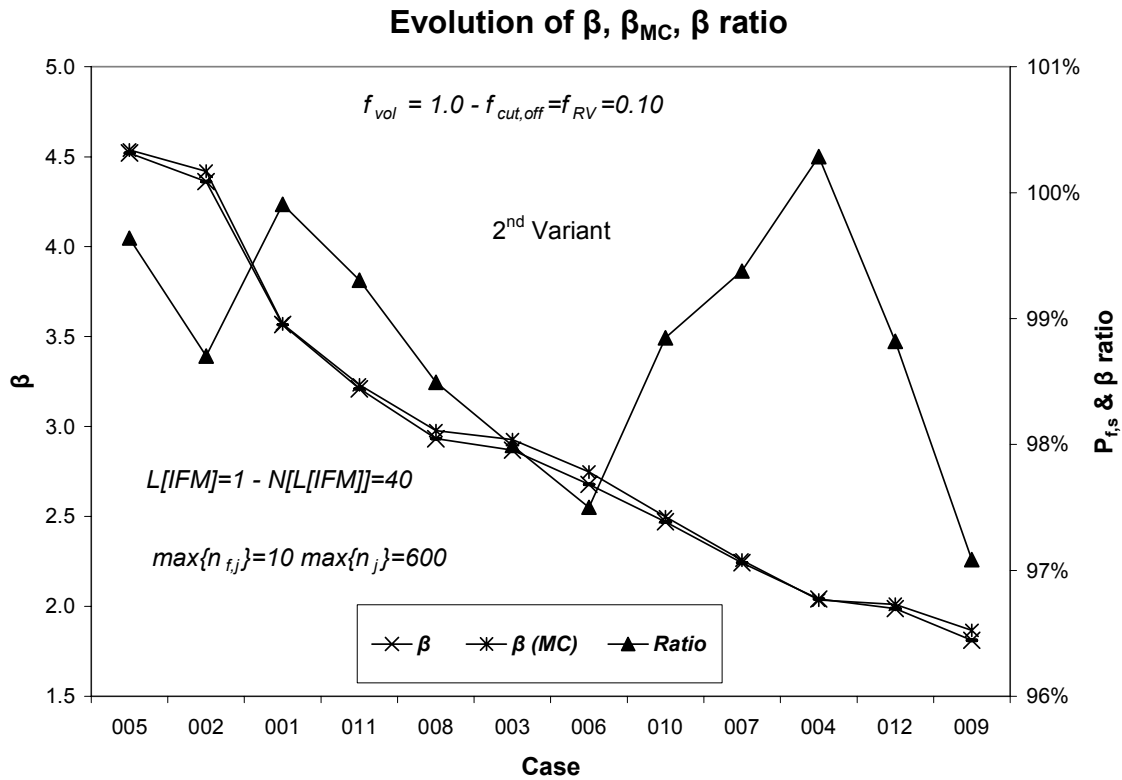
Οι διαφοροποιήσεις των παραμέτρων δεν επηρεάζουν σημαντικά την ακρίβεια της μεθόδου.



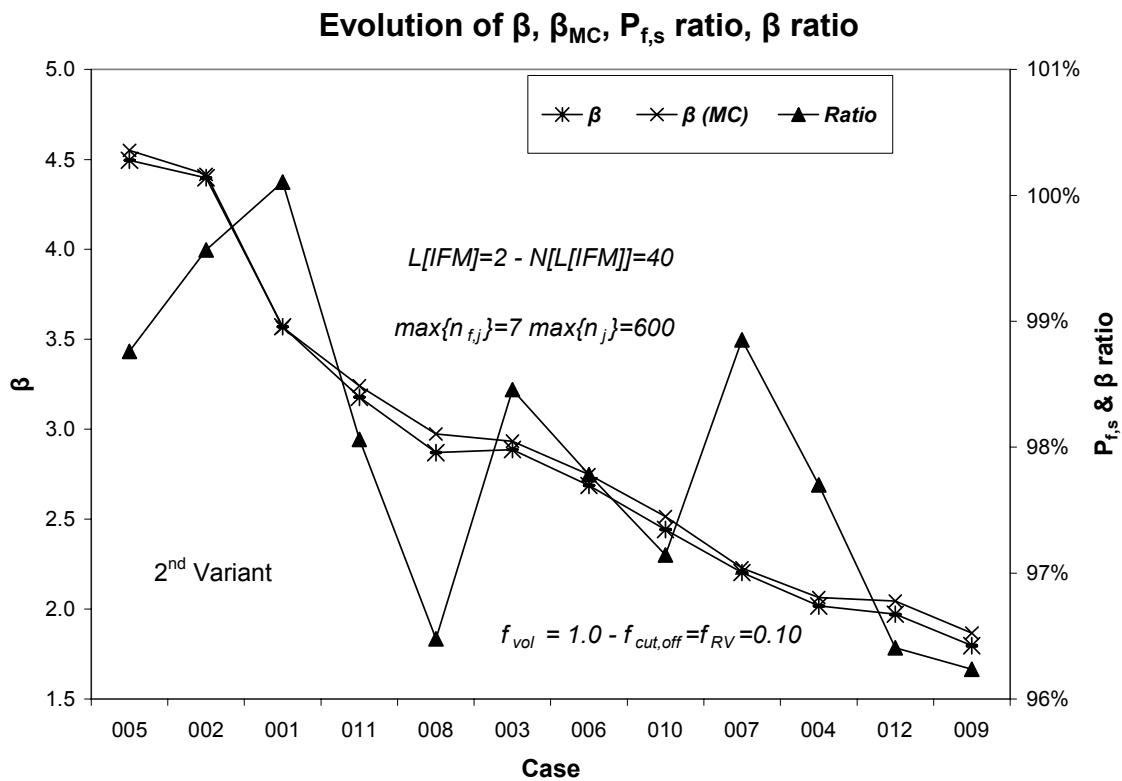
Διάγ. 3.91: β_{str} , $\beta_{str(MC)}$ και $\beta_{str(MC)} / \beta_{str}$ (μελέτη Α).



Διάγ. 3.92: β_{str} , $\beta_{str(MC)}$ και $\beta_{str(MC)} / \beta_{str}$ (μελέτη Β).



Διάγ. 3.93: β_{str} , $\beta_{str(MC)}$ και $\beta_{str(MC)}/\beta_{str}$, (μελέτη Γ).

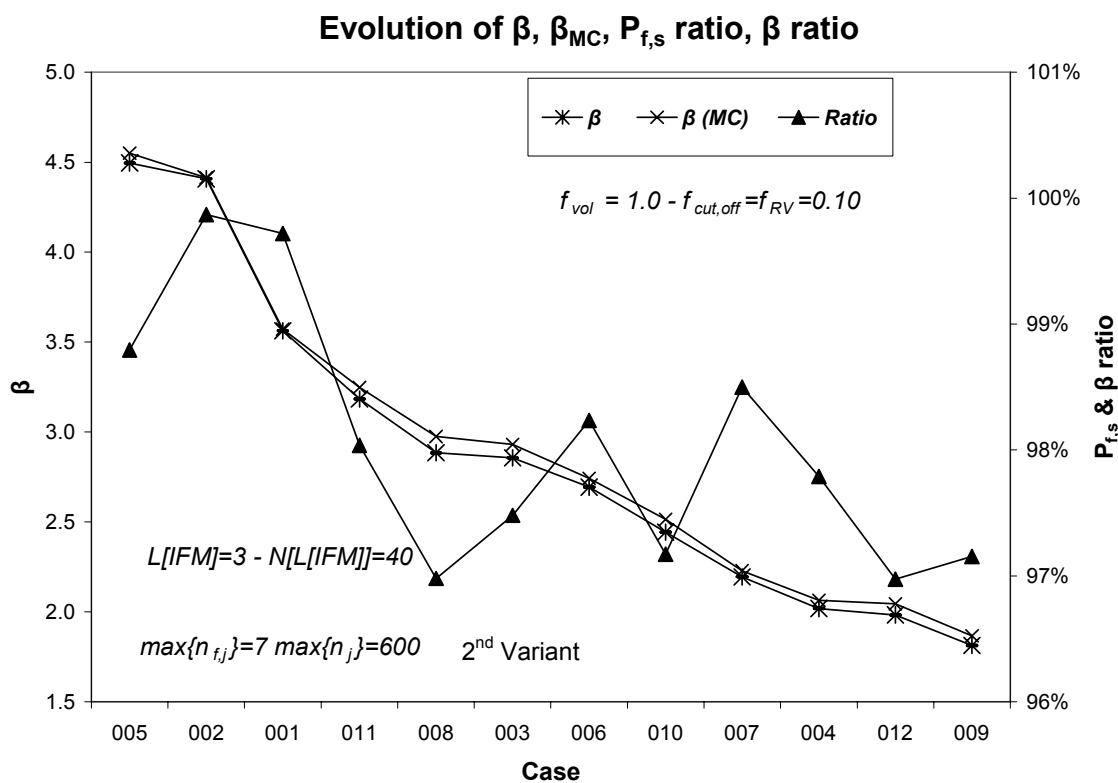


Διάγ. 3.94: β_{str} , $\beta_{str(MC)}$ και $\beta_{str(MC)}/\beta_{str}$, (μελέτη Δ).

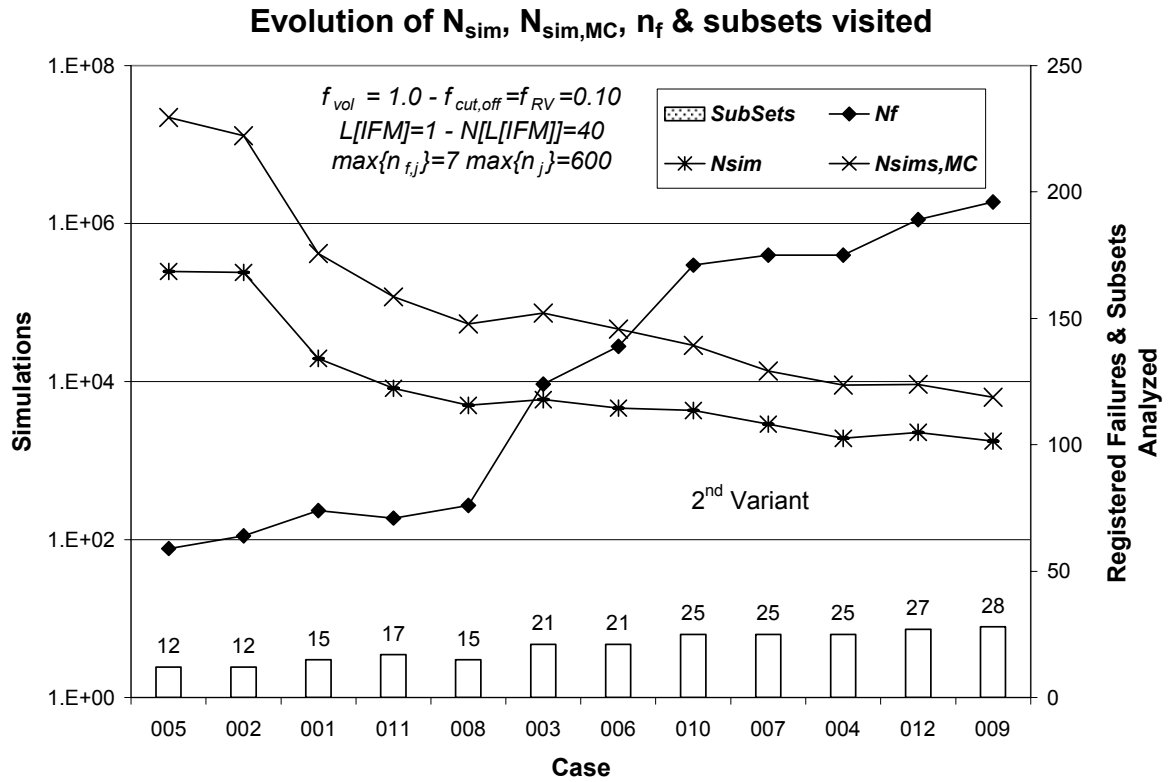
Στα Διάγ. 3.96 ως Διάγ. 3.100, παρουσιάζονται το πλήθος των δειγμάτων που απαιτούνται με

τη μέθοδο MC και τον αλγόριθμο για το ίδιο πλήθος γεγονότων αστοχίας, το πλήθος των γεγονότων αστοχίας και τέλος το πλήθος των υπερκύβων για τα οποία ο αλγόριθμος αποφασίζει δειγματοληψία.

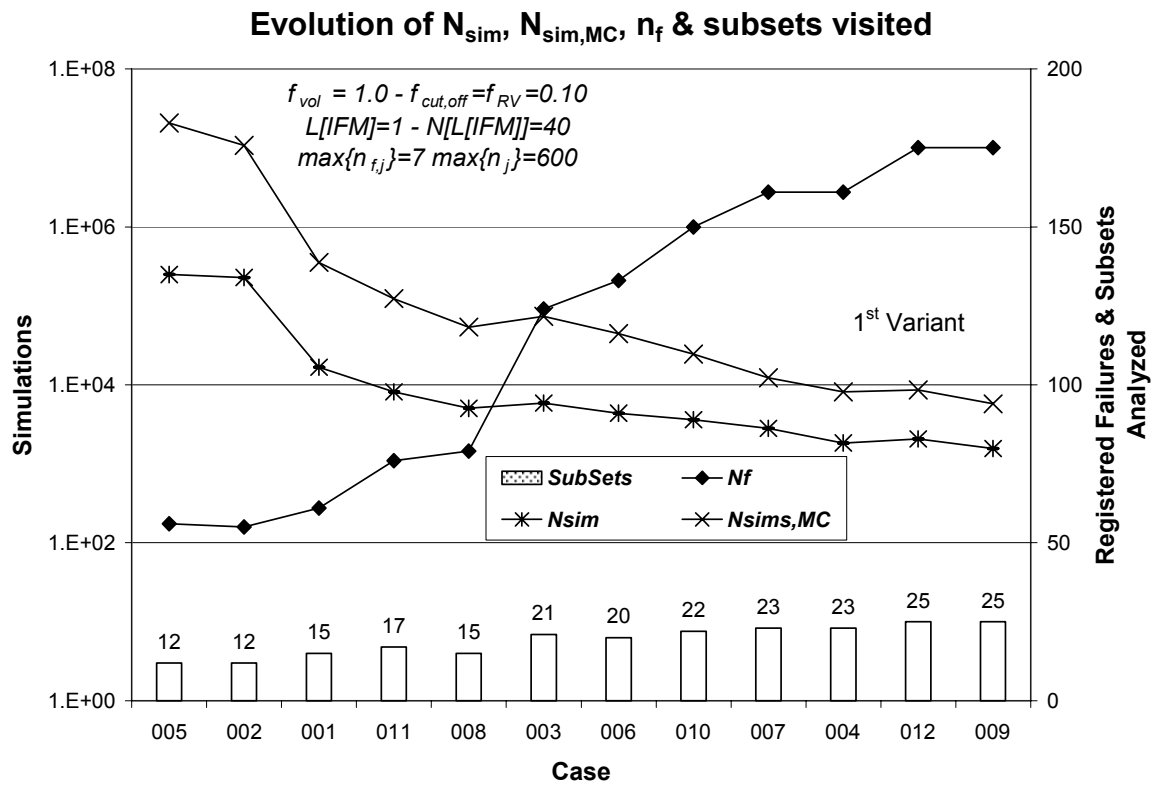
Το πλήθος των ενεργών τ.μ είναι ίσο με 6 (σε σύνολο 15) που οδηγεί σε κερματισμό του χώρου σε $2^6=64$ υπερκύβους. Με εξαίρεση τη μελέτη Β το πλήθος των υπερκύβων που ερευνώνται δεν παρουσιάζει μεγάλες διαφορές και συναρτάται κυρίως από την πιθανότητα αστοχίας. Το πλήθος των υπερκύβων κυμαίνεται από 12 (που αντιστοιχεί σε έλεγχο του 18.75% του πιθανοτικού χώρου) ως 28 (που αντιστοιχεί σε έλεγχο του 43.75% του πιθανοτικού χώρου). Για την 1^η παραλλαγή παρατηρείται μείωση του πλήθους των υπερκύβων τα οποία ερευνώνται ειδικά στις περιπτώσεις όπου η πιθανότητα αστοχίας είναι υψηλή. Το πλήθος των αστοχιών αυξάνει όσο αυξάνεται η πιθανότητα αστοχίας καθώς έχουμε αύξηση των υπερκύβων που ερευνώνται. Η μελέτη Γ παρουσιάζει τον υψηλότερο αριθμό αστοχιών (26.8% υψηλότερο κατά μέσο όρο από το πλήθος της μελέτης Α) ενώ για τη μελέτη Β (1^η παραλλαγή) παρατηρείται μείωση του πλήθους των αστοχιών ίσο με 6.4% κατά μέσο όρο. Για τις μελέτες Δ και Ε το πλήθος των αστοχιών δεν μεταβάλλεται πρακτικά (κατά μέσο όρο παρατηρείται μία μείωση της τάξης του 1.2% και 0.5% αντίστοιχα).



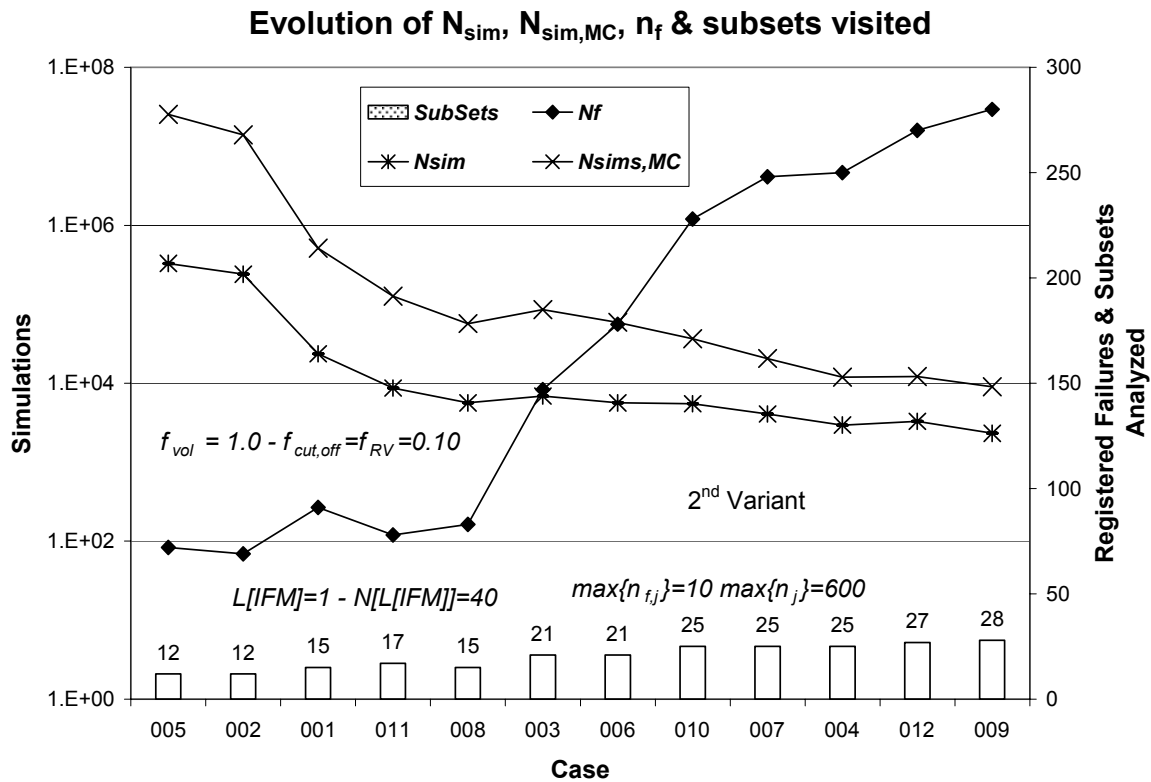
Διάγ. 3.95: β_{str} , $\beta_{str(MC)}$ και $\beta_{str(MC)}/\beta_{str}$, (μελέτη Ε).



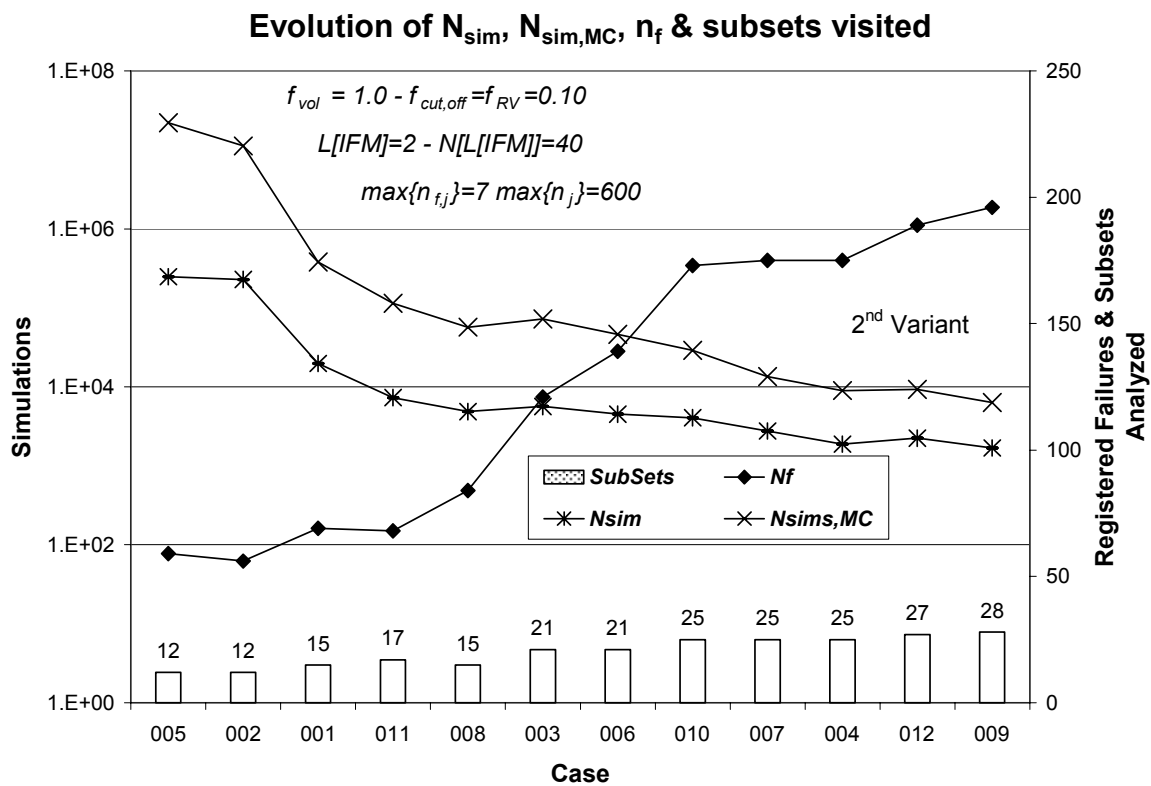
Διάγ. 3.96: N_{sim} , N_f , και πλήθος εξεταζόμενων υπερκύβων (μελέτη Α).



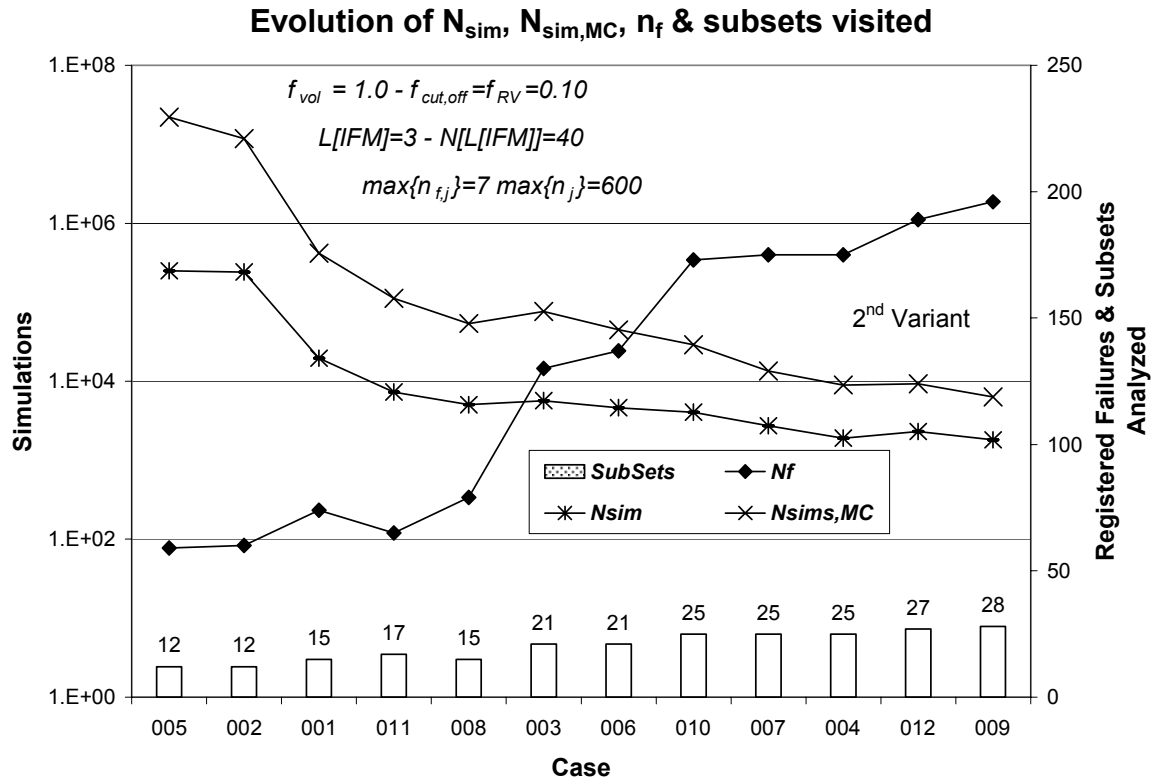
Διάγ. 3.97: N_{sim} , N_f , και πλήθος εξεταζόμενων υπερκύβων (μελέτη Β).



Διάγ. 3.98: N_{sim} , N_f , και πλήθος εξεταζόμενων υπερκύβων (μελέτη Γ).



Διάγ. 3.99: N_{sim} , N_f , και πλήθος εξεταζόμενων υπερκύβων (μελέτη Δ).



Διάγ. 3.100: N_{sim} , N_f , και πλήθος εξεταζόμενων υπερκύβων (μελέτη E).

Ως προς το υπολογιστικό φόρτο ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρουσιάζει για πιθανότητες αστοχίας της τάξης του $10^{-5} \sim 10^{-6}$ μείωση του υπολογιστικού κόστους κατά 2 τάξεις μεγέθους περίπου. Λαμβάνοντας υπόψη τα προβλήματα που προκύπτουν για τη μέθοδο MC (ως προς την εξέλιξη της εκτίμησης με το πλήθος των γεγονότων αστοχίας) συμπεραίνεται ότι για πιθανότητα αστοχίας της τάξης του 10^{-6} ο προτεινόμενος αλγόριθμος (με ίδια πιστότητα εκτίμησης) είναι δυνατόν να παρουσιάσει 3 τάξεις μεγέθους χαμηλότερο λόγο του υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με τη μέθοδο MC.

3.14.10.4 Μελέτη των συνεπειών του δείκτη μεταβλητότητας και της μέσης τιμής στην αξιοπιστία της κατασκευής

Επιπρόσθετα των 12 αρχικών προβλημάτων του Πίν. 3.48, της μελέτης A, αντιμετωπίστηκαν ακόμα 9 προβλήματα για την εκτίμηση των συνεπειών στο δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής, της μέσης τιμής και του δείκτη μεταβλητότητας των επιβαλλόμενων φορτίων. Τα δεδομένα των πρόσθετων προβλημάτων παρουσιάζονται στον Πίν. 3.51.

Πρόβλημα	Διατομή	$E[P_1]$ kN	COV $[P_1]$	$E[P_{2-3}]$ kN	COV $[P_{2-3}]$
013	Φ152.4/4.0	20.0	0.20	20.0	0.20
014		20.0	0.40	20.0	0.40

Πρόβλημα	Διατομή	$E[P_1]$ kN	$COV[P_1]$	$E[P_{2-3}]$ kN	$COV[P_{2-3}]$
015		22.5	0.30	22.5	0.30
016		15.0	0.25	15.0	0.25
017		15.0	0.35	15.0	0.35
018		13.75	0.30	13.75	0.30
019		16.25	0.30	16.25	0.30
020		18.75	0.30	18.75	0.30
021		21.25	0.30	21.25	0.30

Πίν. 3.51: Δεδομένα πρόσθετων 9 προβλημάτων (μελέτη Α).

Η πιθανότητα αστοχίας των 9 προβλημάτων παρουσιάζεται στον Πίν. 3.52. Στο Διάγ. 3.101, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για διαφορετικές τιμές του δείκτη μεταβλητότητας. Η μέση τιμή του φορτίου είναι ίση με 15kN. Ο δείκτης αξιοπιστίας μεταβάλλεται κατά γραμμικό τρόπο. Ο δείκτης συσχέτισης R είναι ίσος με 0.998.

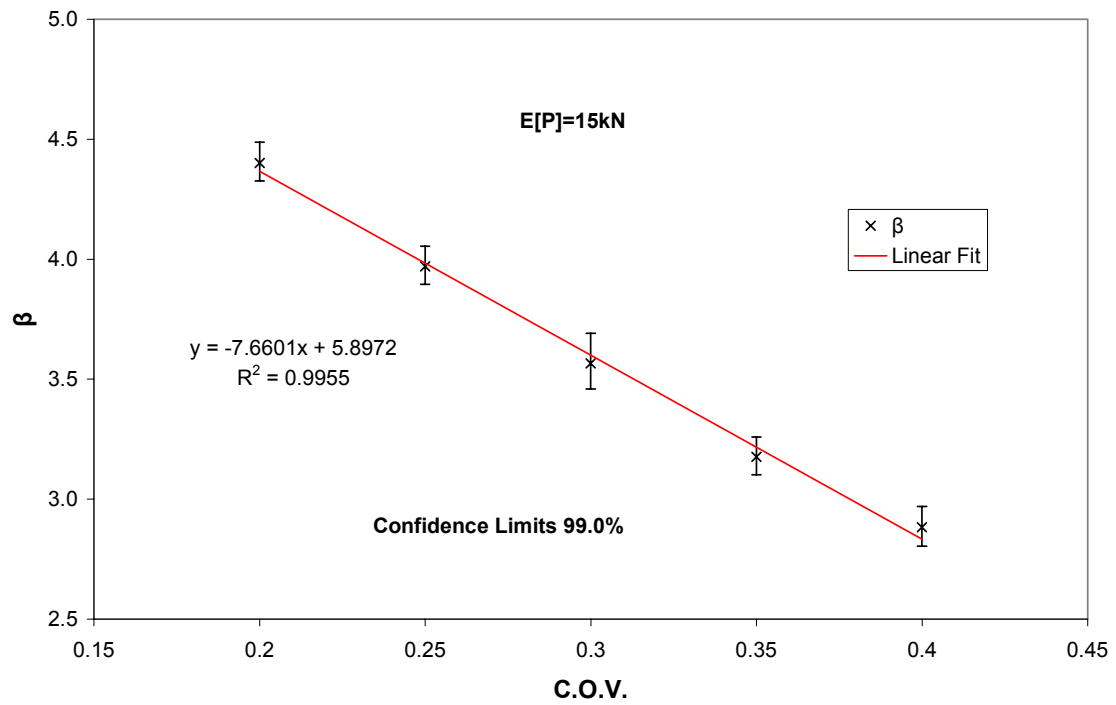
Μελέτη	013	014	015	016	017
$P_{f,s}$ (MC)	4.48×10^{-3}	5.60×10^{-2}	6.93×10^{-2}	3.60×10^{-5}	7.46×10^{-4}
Μελέτη	018	019	020	021	
$P_{f,s}$ (MC)	2.35×10^{-5}	8.75×10^{-4}	9.54×10^{-3}	3.60×10^{-2}	

Πίν. 3.52: $P_{f,s}$ (πρόσθετα προβλήματα – προτεινόμενη μέθοδος – μελέτη Α).

Στο Διάγ. 3.102, παρουσιάζεται η μεταβολή του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για διαφορετικές τιμές της $E[P_i]$. Ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 0.30.

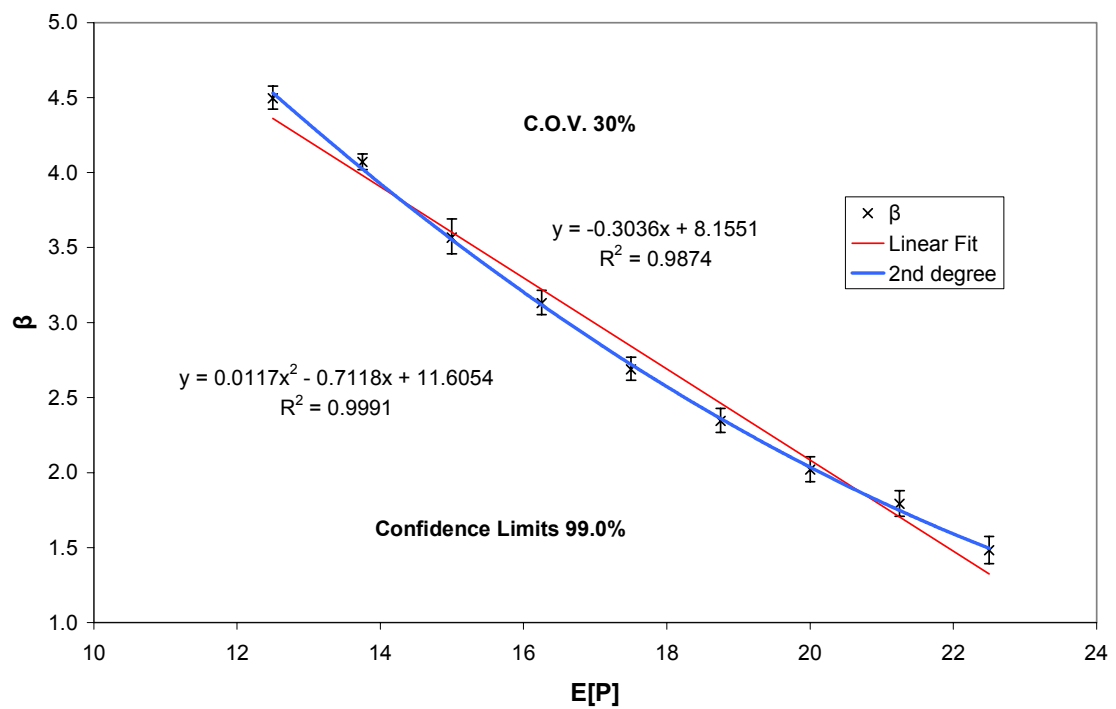
Ο δείκτης αξιοπιστίας μεταβάλλεται κατά σχεδόν γραμμικό τρόπο. Ο δείκτης συσχέτισης R , στην περίπτωση προσαρμογής πολυωνύμου 2^{ου} βαθμού, είναι ίσος με 0.9995 έναντι του 0.9937 της γραμμικής σχέσης. Η διαφοροποίηση έγκειται στο γεγονός ότι η εκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής μέσω του πολυωνύμου 2^{ας} τάξεως είναι εντός του διαστήματος εκτίμησης του δείκτη αυτού της προτεινόμενης μεθόδου με εύρος 99%.

Evolution of β with regard to C.O.V.



Διάγ. 3.101: β_{st} για διαφορετικές τιμές του δείκτη μεταβλητότητας (μελέτη Α).

Evolution of β with regard to E[P]



Διάγ. 3.102: β_{st} για διαφορετικές τιμές του E[P] (μελέτη Α).

3.15 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε μέθοδος για την ανάλυση αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε πλήθος μαθηματικών προβλημάτων καθώς και για την ανάλυση υπερστατικών δικτυωμάτων. Σε όλα τα προβλήματα και τις παραλλαγές τους σε σχέση με τη μέθοδο MC παρατηρείται μείωση του υπολογιστικού κόστους η οποία γίνεται εντονότερη όσο αυξάνει η απαίτηση αξιοπιστίας του συστήματος. Η ευρωστία της μεθόδου αναδεικνύεται σε όλες τις περιπτώσεις. Η μέθοδος αντιμετωπίζει με επιτυχία και πολυμορφικά προβλήματα δεν επηρεάζεται από τη μορφή του πιθανοτικού χώρου ή τις μορφές των κατανομών των τ.μ κάτι το ζητούμενο στην περίπτωση συνδυασμού της μεθόδου με αλγορίθμους βελτιστοποίησης για το βέλτιστο σχεδιασμό με χρήση δεικτών αξιοπιστίας.

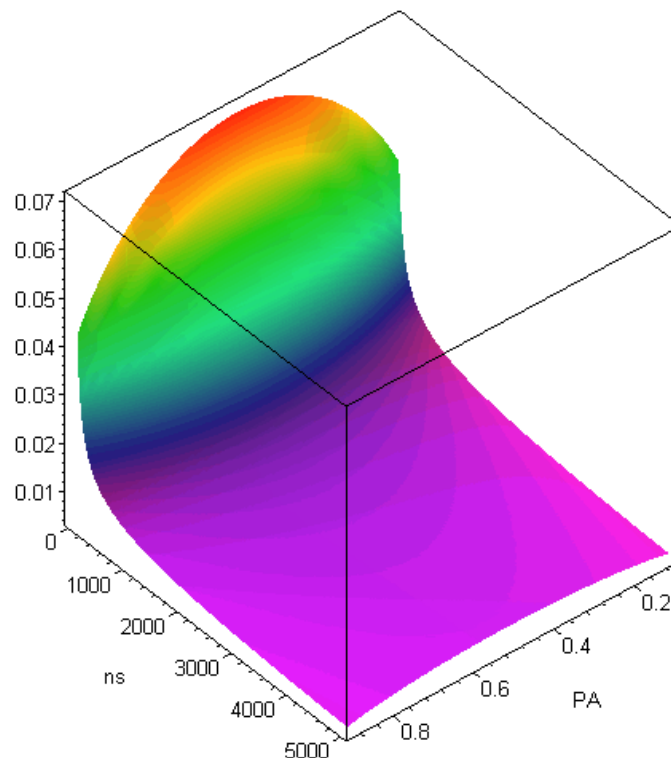
3.16 Παράρτημα Α – Συνάρτηση Εκτίμησης Πιθανότητας Αστοχίας

Ο λόγος του λάθους εκτίμησης προς την πιθανότητα αστοχίας δίδεται ως [3], [12], [52]:

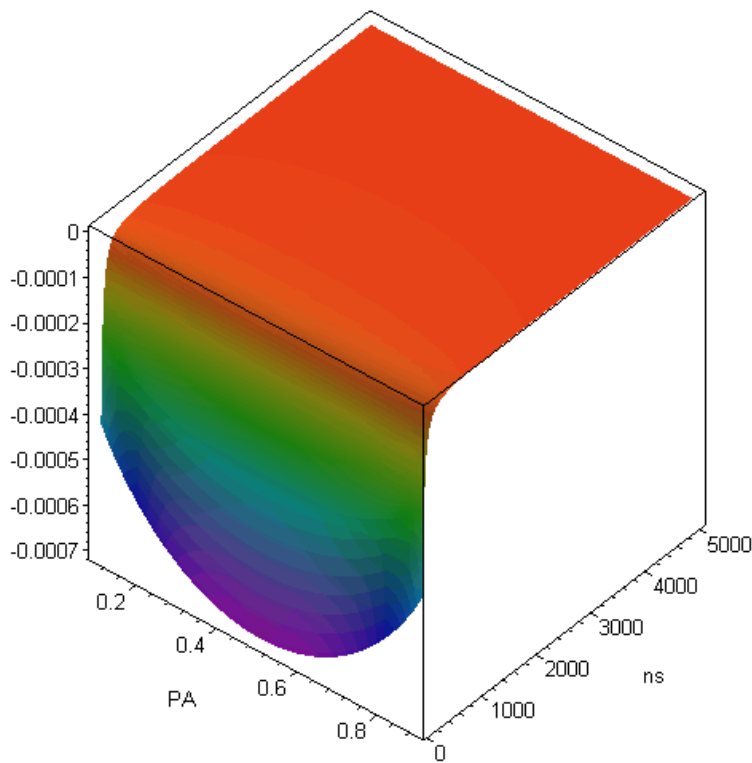
$$\frac{\varepsilon}{P(A)} = \sqrt{\frac{P(A) \cdot (1 - P(A))}{P(A)^2 \cdot n}} = \sqrt{\frac{(1 - P(A))}{P(A) \cdot n}} = \sqrt{\frac{1 - n_f/n}{n_f}} \quad (3.81)$$

όπου, n είναι το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων, ως n_f είναι το πλήθος των αστοχιών και $P(A)$ είναι η πιθανότητα αστοχίας.

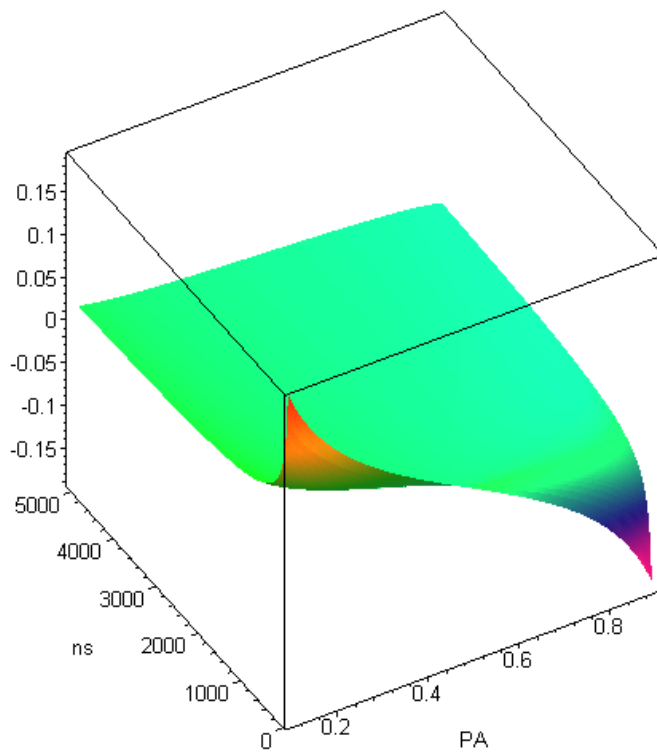
Στο Διάγ. 3.103, παρουσιάζεται η μεταβολή του σχετικού λάθους της σχέσης (3.1) ως προς το πλήθος των δειγμάτων και την πιθανότητα αστοχίας. Στα Διάγ. 3.104 ως Διάγ. 3.108, παρουσιάζονται οι μερικές παράγωγοι της σχέσης (3.1) ως προς το πλήθος των δειγμάτων και την πιθανότητα αστοχίας. Το σχετικό λάθος μεγιστοποιείται για $P(A)=0.5$. Η αύξηση του πλήθους των δειγμάτων οδηγεί σε μείωση της αβεβαιότητας με μειούμενο ρυθμό.



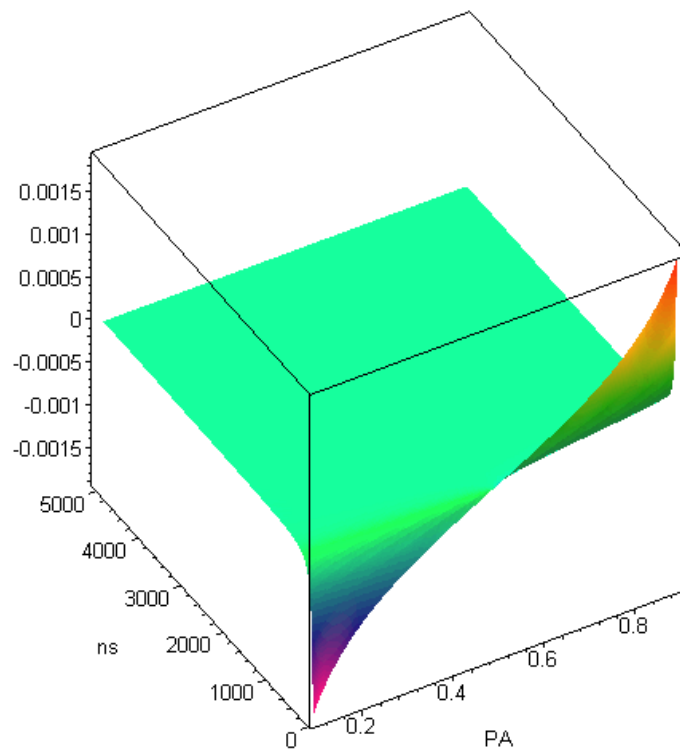
Διάγ. 3.103: Μεταβολή του σχετικού λάθους ε ως προς το n και P_A (μεταβλητές n , P_A)



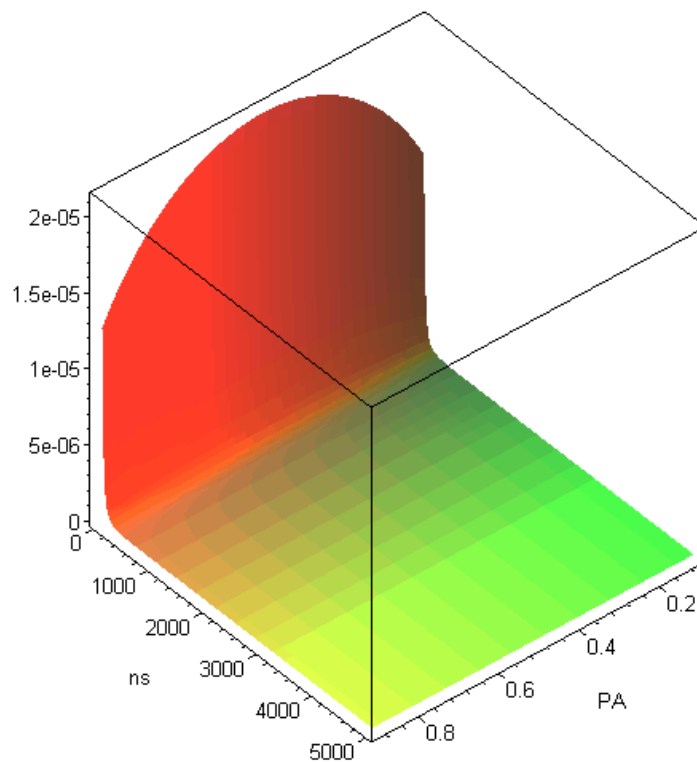
Διάγ. 3.104: Παράγωγος του σχετικού λάθους ϵ ως προς n (μεταβλητές n, P_A)



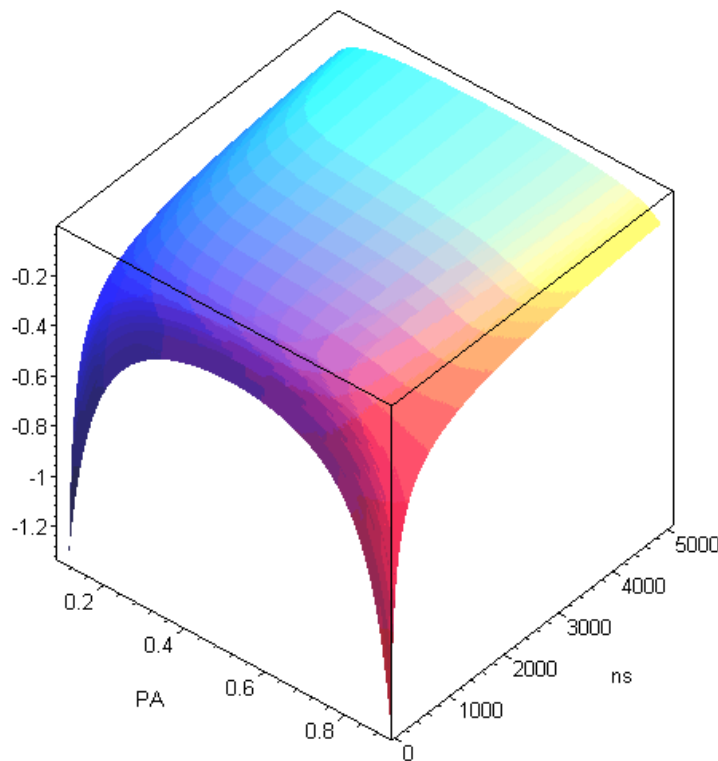
Διάγ. 3.105: Παράγωγος του σχετικού λάθους ϵ ως προς P_A (μεταβλητές n, P_A)



Διάγ. 3.106: Παράγωγος του σχετικού λάθους ϵ ως προς P_A και n (μεταβλητές n, P_A)



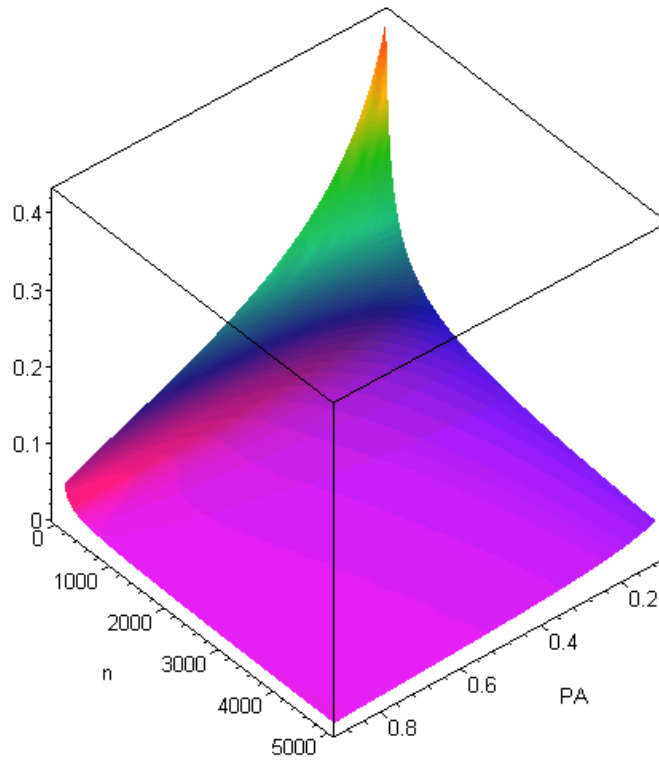
Διάγ. 3.107: 2^η Παράγωγος του σχετικού λάθους ϵ ως προς n (μεταβλητές n, P_A)



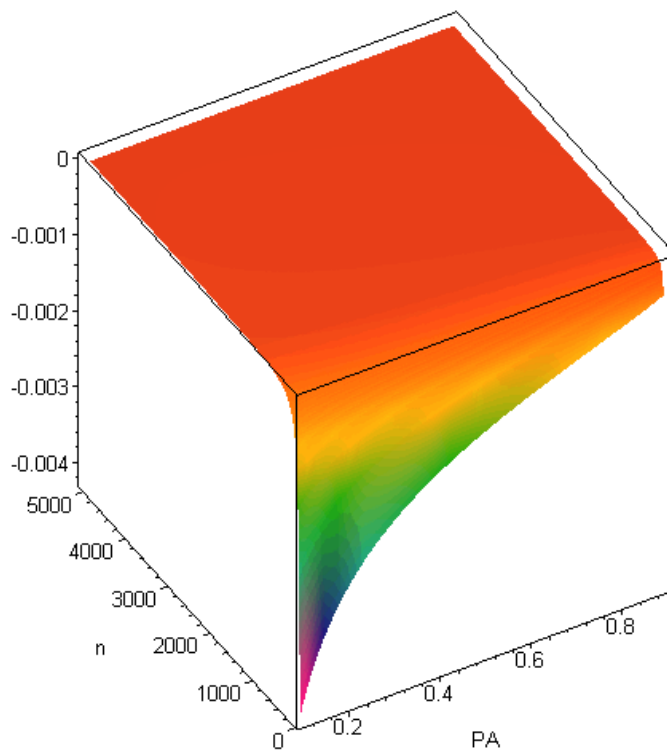
Διάγ. 3.108: 2^η Παράγωγος του σχετικού λάθους ε ως προς P_A (μεταβλητές n , P_A)

Στο Διάγ. 3.109, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της σχέσης (3.81) σε σχέση με το πλήθος των δειγμάτων και την πιθανότητα αστοχίας. Η αύξηση της πιθανότητας εμφάνισης του γεγονότος (που προκαλείται από τον περιορισμό της περιοχής δειγματοληψίας) οδηγεί σε μείωση του λόγου με αντίστοιχη μείωση της αβεβαιότητας εκτίμησης. Στα Διάγ. 3.110 ως Διάγ. 3.114, παρουσιάζονται οι μερικές παράγωγοι της σχέσης (3.81). Ο λόγος του σχετικού λάθους προς την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας μειώνεται με την αύξηση του πλήθους των δειγμάτων και της εκτίμησης αστοχίας με μειούμενο ρυθμό.

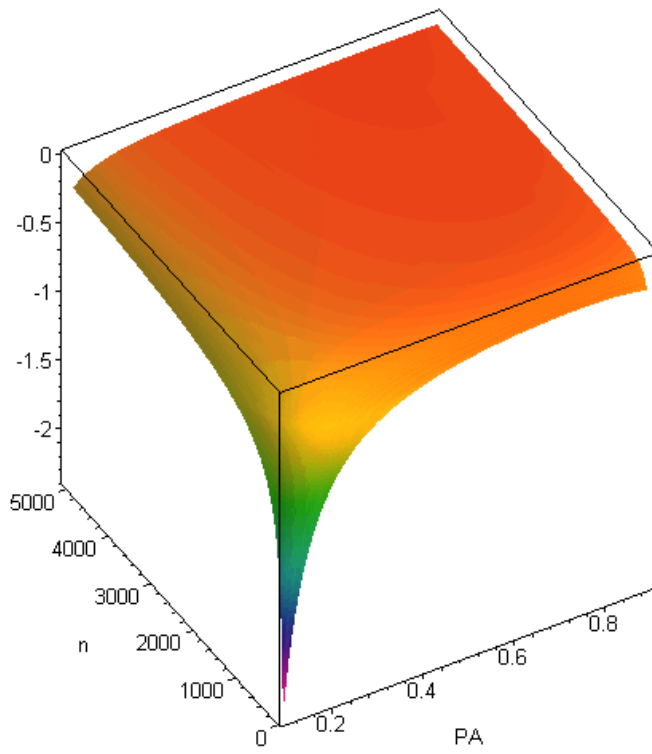
Στο Διάγ. 3.115, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της σχέσης (3.81) με το πλήθος των αστοχιών και την πιθανότητα αστοχίας. Η αύξηση της πιθανότητας εμφάνισης του γεγονότος οδηγεί σε μείωση του λόγου με αυξανόμενο ρυθμό ειδικά για μικρό πλήθος αστοχιών. Στα Διάγ. 3.116 ως Διάγ. 3.120, παρουσιάζονται οι μερικές παράγωγοι της σχέσης (3.81) με το πλήθος των αστοχιών και την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας. Ο λόγος μειώνεται με αυξανόμενο ρυθμό ως προς το πλήθος των αστοχιών αλλά με μειούμενο ρυθμό ως προς την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας.



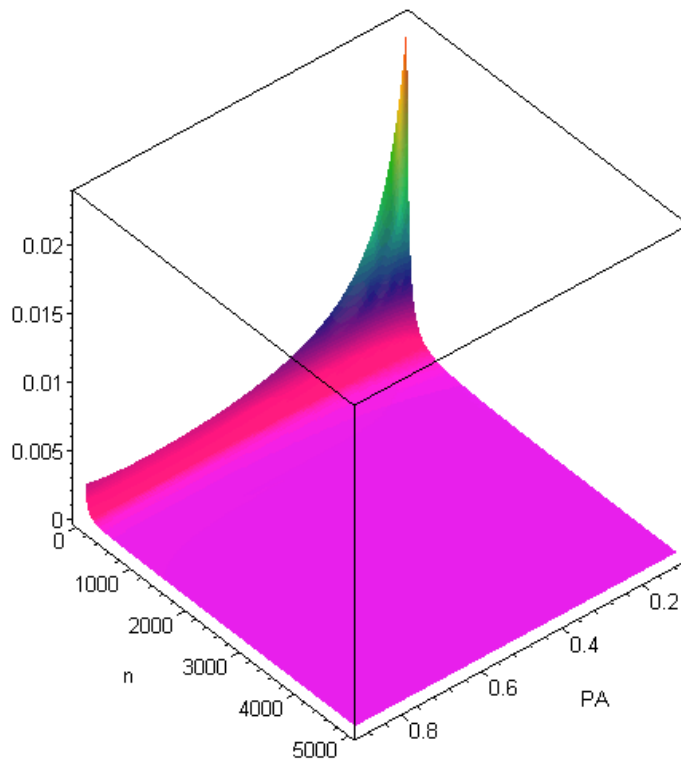
Διάγ. 3.109: Μεταβολή της σχέσης (3.81) ως προς n και P_A .



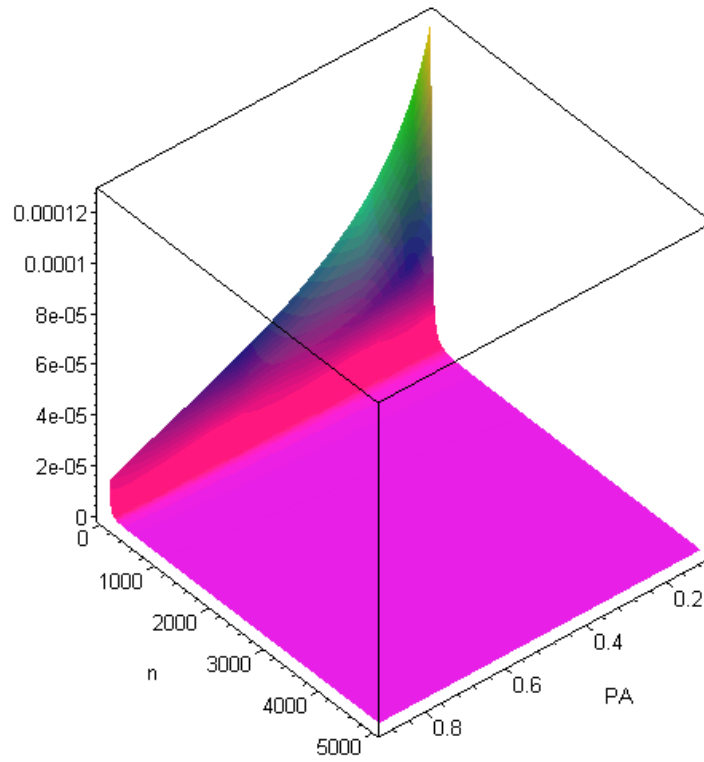
Διάγ. 3.110: Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n (μεταβλητές n , P_A)



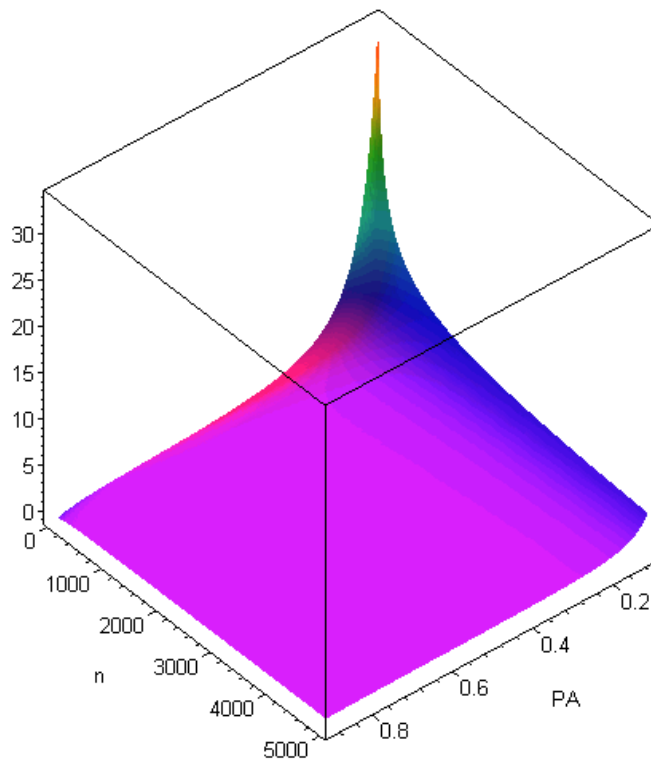
Διάγ. 3.111: Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς P_A (μεταβλητές n, P_A)



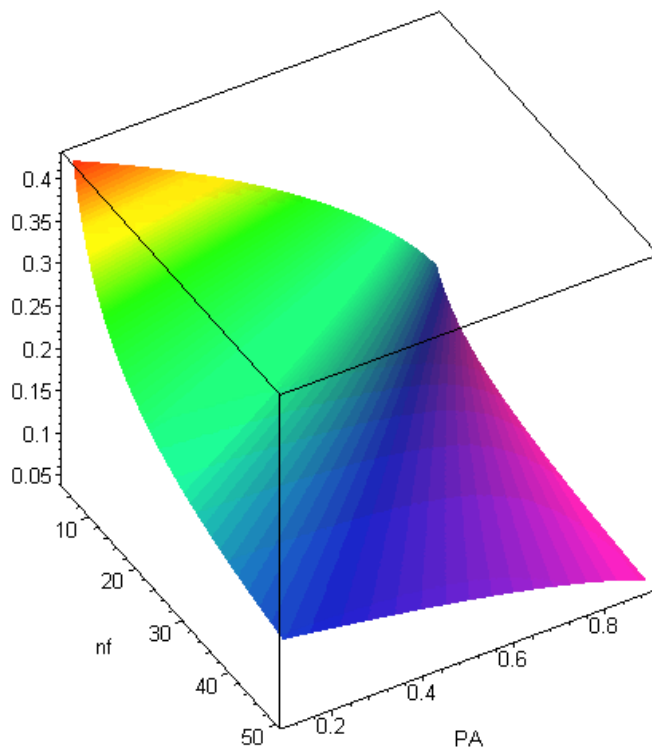
Διάγ. 3.112: $2^{η}$ Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n και P_A (μεταβλητές n, P_A)



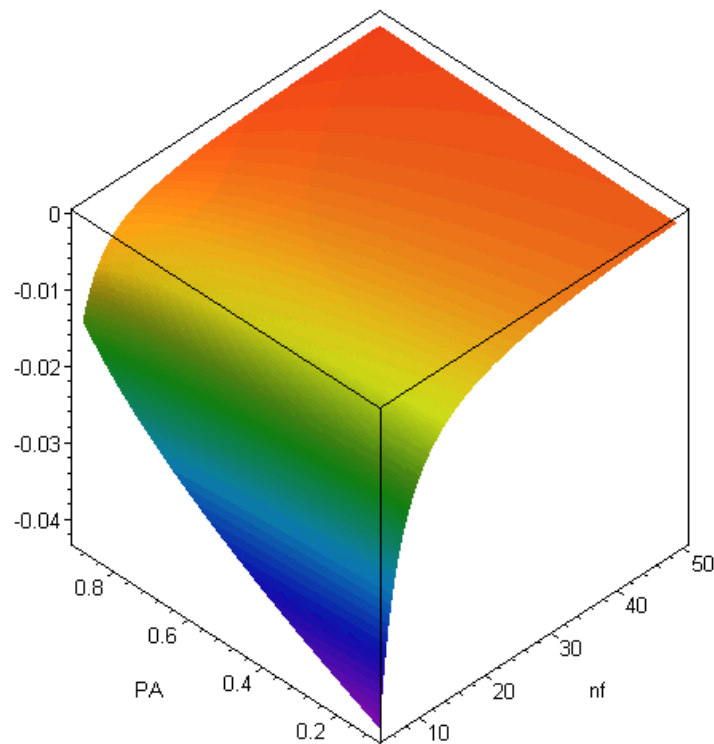
Διάγ. 3.113: 2^η Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n (μεταβλητές n, P_A)



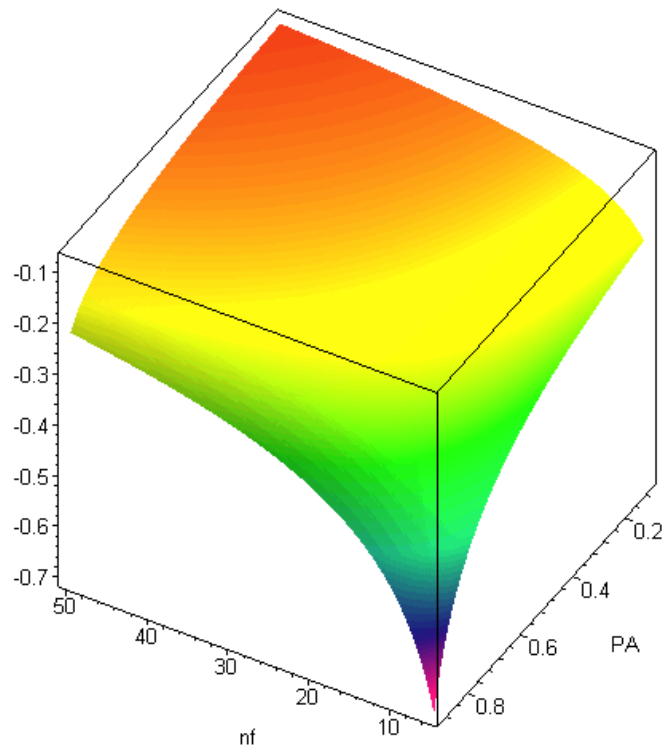
Διάγ. 3.114: 2^η Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς P_A (μεταβλητές n, P_A)



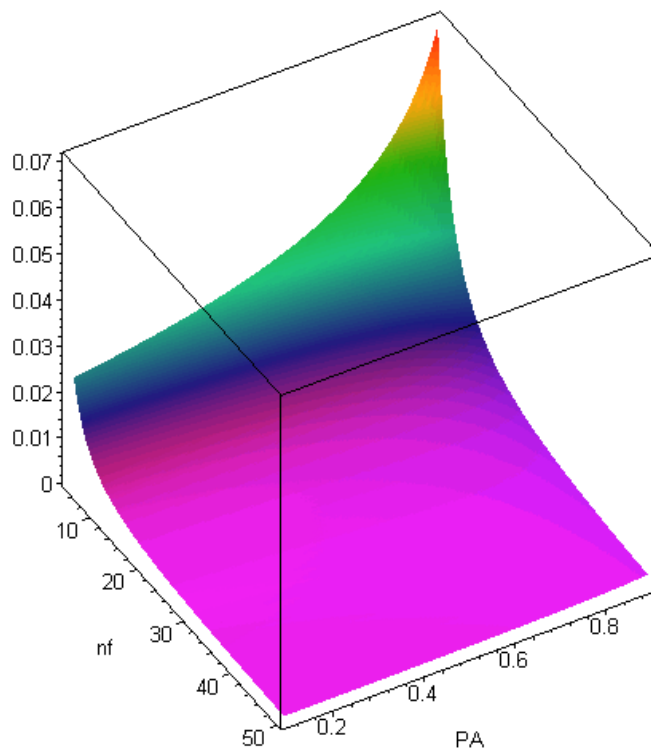
Διάγ. 3.115: Μεταβολή της σχέσης (3.81) ως προς n_f και P_A .



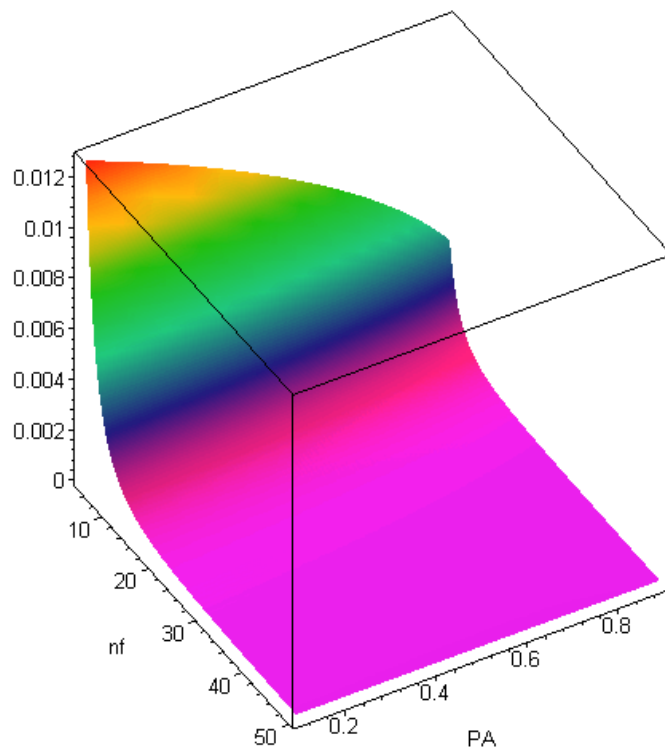
Διάγ. 3.116: Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n_f (μεταβλητές n_f , P_A)



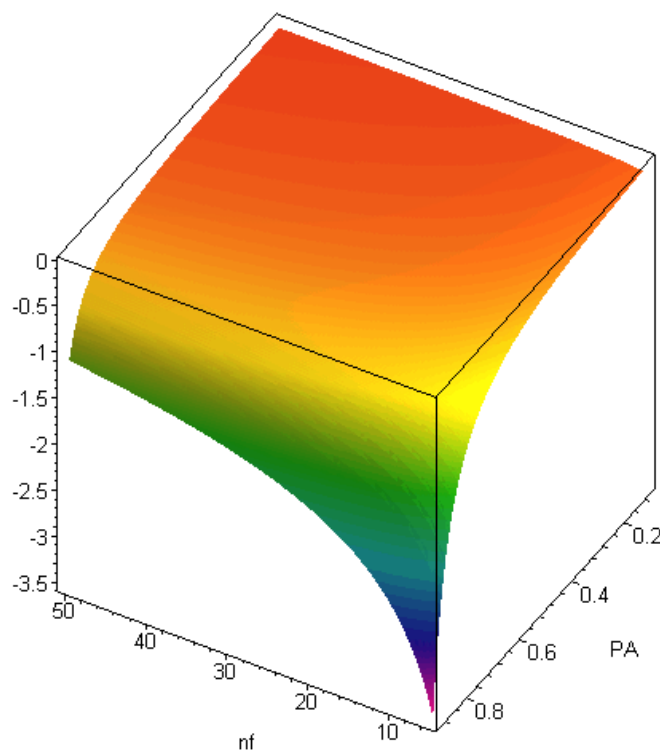
Διάγ. 3.117: Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς P_A (μεταβλητές n_f , P_A)



Διάγ. 3.118: 2^η Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n_f και P_A (μεταβλητές n_f , P_A)



Διάγ. 3.119: 2^η Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς n_f (μεταβλητές n_f, P_A)



Διάγ. 3.120: 2^η Παράγωγος της σχέσης (3.81) ως προς P_A (μεταβλητές n_f, P_A).

3.17 Παράρτημα Β – Μετασχηματισμός Rosenblatt

Ο μετασχηματισμός Rosenblatt (Rosenblatt transformation) χρησιμοποιείται για τη μετατροπή του πιθανοτικού χώρου στατιστικά σχετισμένων τ.μ σε βάση τυχαίων κανονικών στατιστικά ανεξάρτητων τ.μ [49]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T} \times \mathbf{x} \quad (3.82).$$

όπου, \mathbf{T} είναι το μητρώο μετασχηματισμού του αρχικού διανύσματος \mathbf{x} στο διάνυσμα των κανονικών τ.μ \mathbf{z} . Το μητρώο \mathbf{T} δίδεται ως:

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^T \quad \mathbf{A} = [\mathbf{V}_{z,1}, \dots, \mathbf{V}_{z,N}] \quad (3.83)$$

Το $M \times N$ μητρώο \mathbf{V} υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$\mathbf{C}_x \cdot \mathbf{V}_z - \lambda \cdot \mathbf{V}_z = \mathbf{0} \quad (3.84)$$

όπου \mathbf{C}_x είναι το μητρώο συνδιασποράς των τ.μ. Η μέση τιμή και διασπορά για την i ισοδύναμη κανονική κατανομή της συσχετισμένης τ.μ, (μετασχηματισμός *Rackwitz-Fiessler*) δίδεται ως [1]:

$$\sigma_{x_i} = \frac{\varphi\{\Phi^{-1}[w_i]\}}{f_{x_i}(x_i^*)} \quad \mu_{x_i} = x_i^* - \Phi^{-1}[w_i] \sigma_{x_i} \quad w_i = \begin{cases} 0.5 + k_i^* \cdot \text{rand}() & i \in N_{act} \\ \text{rand}() & i \notin N_{act} \end{cases} \quad x_i^* = F^{-1}(w_i) \quad (3.85)$$

όπου μ_{x_i} είναι η μέση τιμή της i τ.μ του χώρου των κανονικών τ.μ και σ_{x_i} είναι η τυπική απόκλιση. Μέσω του ανάστροφου μετασχηματισμού της σχέσης (3.82), οι συντεταγμένες του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας και το διάνυσμα κατεύθυνσης στον αρχικό πιθανοτικό χώρο υπολογίζονται ως:

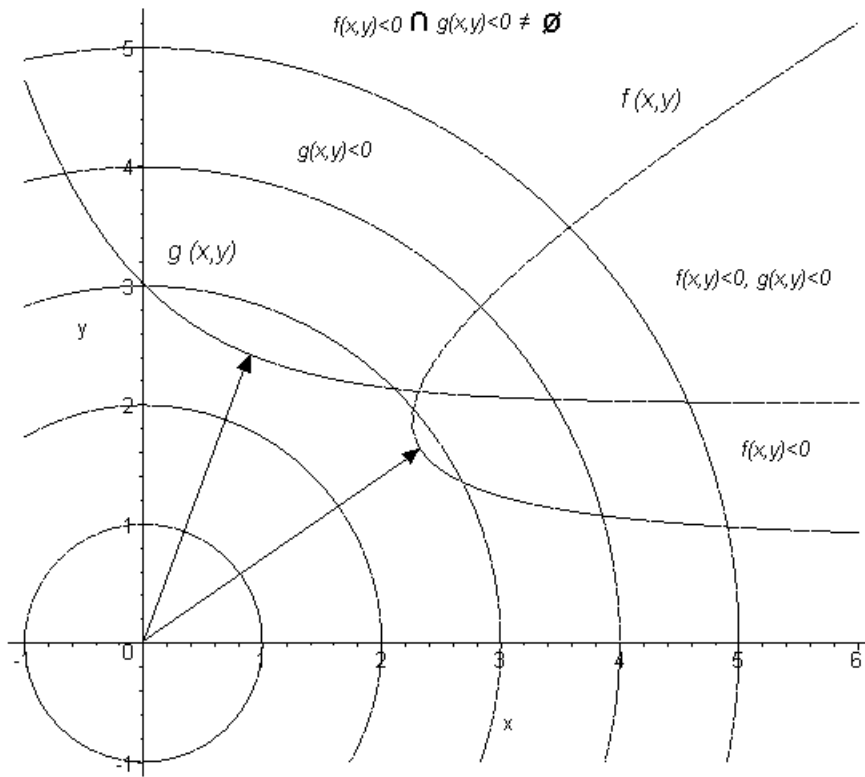
$$\mathbf{x}^* = \mathbf{T}^{-1} \times \mathbf{z}^* \quad (3.86)$$

όπου \mathbf{z}^* και \mathbf{x}^* είναι τα διανύσματα του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας για τα μέλη της κατασκευής που αστοχούν στον ανεξάρτητο πιθανοτικό χώρο και στον χώρο των στατιστικά εξαρτημένων τ.μ αντίστοιχα.

3.18 Παράρτημα Γ – Μόρφωση μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας

Στα Διάγ. 3.121 ως Διάγ. 3.124, παρουσιάζονται οι τέσσερις πιθανές περιπτώσεις συνδυασμού μελών για τη μόρφωση μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ως προς την ισχύ των σχέσεων (3.20) και (3.21). Στο Διάγ. 3.121, παρουσιάζεται η τυπική περίπτωση όπου οι

συναρτήσεις οριακής αντοχής $f(x,y)$ και $g(x,y)$ ικανοποιούν και τις 2 σχέσεις οπότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει λύση.



Αποδεκτός Συνδυασμός μελών για παραγωγή ΜΠΑΑ

Διάγ. 3.121: Αποδεκτός συνδυασμός σύμφωνα με τις σχέσεις (3.20) και (3.21)

Στο Διάγ. 3.122, παρουσιάζεται ένας μη αποδεκτός συνδυασμός μελών που δεν ικανοποιεί και τις σχέσεις (3.20) και (3.21). Στην περίπτωση αυτή τα μέλη αυτά δεν συνδυάζονται για την δημιουργία μίας μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας.

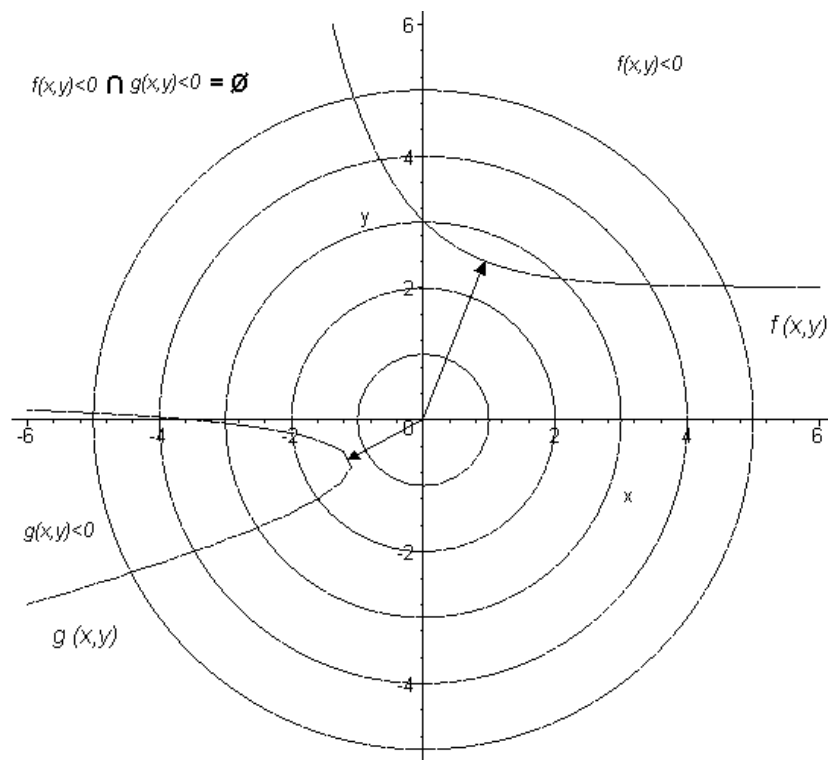
Στο Διάγ. 3.123, παρουσιάζεται οι συναρτήσεις οριακής αντοχής δύο μελών που πληρούν τη σχέση (3.20) αλλά δεν πληρούν τη συνθήκη της σχέσης (3.21) οπότε και δεν εξετάζονται κατά την ανάλυση. Στην περίπτωση αυτή ισχύει ότι:

$$a_{f(x,y),x} \cdot a_{g(x,y),x} < 0 \wedge a_{f(x,y),y} \cdot a_{g(x,y),y} < 0 \tag{3.87}$$

Η περίπτωση αυτή είναι δυνατό να εμφανιστεί μόνον όταν ο δείκτης αξιοπιστίας μέλους ή μελών της κατασκευής είναι μικρότερος του μηδενός. Στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα αστοχίας του μέλους υπερβαίνει το 50%.

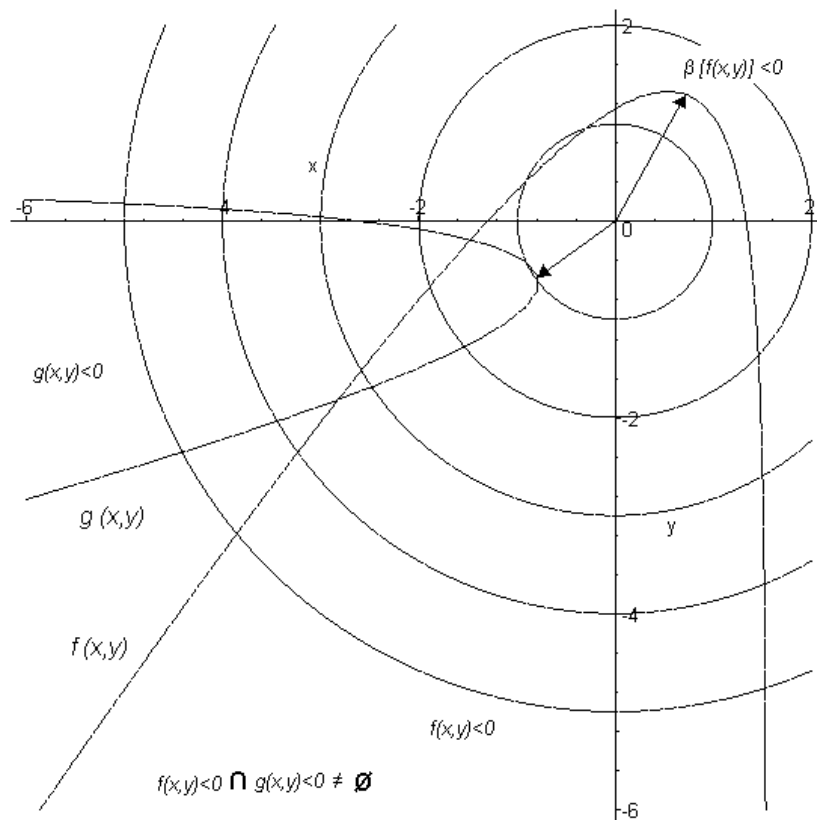
Στο Διάγ. 3.124, παρουσιάζεται η περίπτωση όπου ο συνδυασμός των μελών ικανοποιεί τη συνθήκη της σχέσης (3.21) αλλά η τομή των δύο γεγονότων είναι ίση με το κενό σύνολο.

Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα βελτιστοποίησης της σχέσης (3.17) δεν έχει λύση.

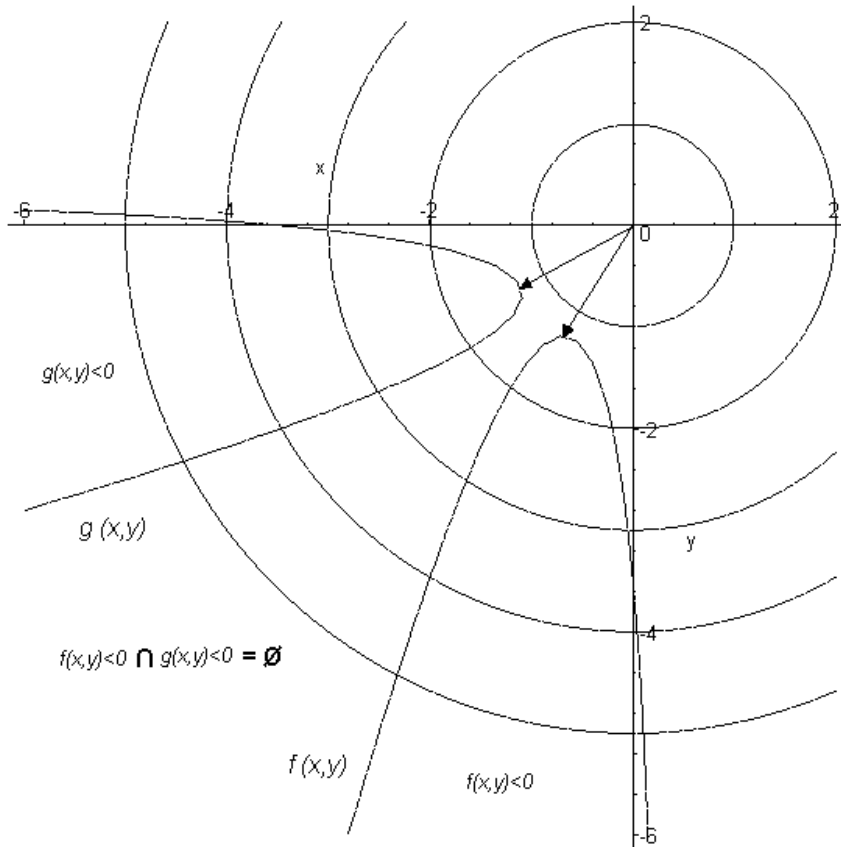


Μη αποδεκτός Συνδυασμός μελών για παραγωγή ΜΠΑΑ

Διάγ. 3.122: Μη αποδεκτός συνδυασμός σύμφωνα με τις σχέσεις (3.20) και (3.21)



Διάγ. 3.123: Αποδεκτός συνδυασμός σύμφωνα με σχέση (3.20) μη αποδεκτός σύμφωνα με σχέση (3.21)



Διάγ. 3.124: Μη αποδεκτός συνδυασμός σύμφωνα με σχέση (3.20), μη αποδεκτός συνδυασμός σύμφωνα με σχέση (3.21).

3.19 Παράρτημα Δ – Συνδυασμοί μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας

Η σειρά εξέτασης των συνδυασμών των μελών για τη μόρφωση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ορίζεται ως:

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & \cdots & M_{l-1} & M_l \\ M_1 & M_2 & \cdots & M_{l-1} & M_{l+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_1 & M_2 & \cdots & M_{l-1} & M_{N_e} \\ M_1 & M_2 & \cdots & M_l & M_{l+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_1 & M_{N_e-(l-1)} & \cdots & M_{N_e-1} & M_{N_e} \\ M_2 & M_3 & \cdots & M_l & M_{l+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{N_e-l} & M_{N_e-l+1} & \cdots & M_{N_e-1} & M_{N_e} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} M_1 \quad M \leftarrow \min_{i=1, \dots, N_e} \{\beta_i\} \\ M_2 \quad M \leftarrow \left\{ \min_{i=1, \dots, N_e-1} \{\beta_i\} \right\} - \{M_1\} \\ \vdots \quad \vdots \\ M_{N_e} \quad M \leftarrow \max_{i=1, \dots, N_e} \{\beta_i\} \end{array} \quad (3.88)$$

όπου M_i είναι το i κρίσιμο μέλος της κατασκευής των κρίσιμων μελών που πληρούν τη συνθήκη της σχέσης (3.16) και l είναι το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας $N_{e,i}$.

Εξετάζεται το σύνολο των συνδυασμών του μητρώου συνδυασμών \mathbf{C}_c της σχέσης (3.88) ή ως ο β_l να ικανοποιεί τη συνθήκη της σχέσης (3.22). Αν N_e κρίσιμα μέλη του προβλήματος τα p μέλη παρουσιάζουν δείκτη αξιοπιστίας μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή κατωφλίου της σχέσης (3.22) το μητρώο \mathbf{C}_c των συνδυασμών δίδεται ως:

$$\mathbf{C}_{c,\text{mod}} = [\mathbf{C}_c]_{N_e=N_e-p} \quad (3.89)$$

Στην περίπτωση αυτή το σύνολο των κρίσιμων μελών είναι ίσο με $N_e - p$.

3.20 Παράρτημα Ε – Δίπλωση τ.μ

Έστω δύο συναρτήσεις οριακής αντοχής προβλήματος τριών τ.μ:

$$f(x, y, z) = \exp[0.4 \cdot (x - 3) + 6.2] - \exp[0.3 \cdot (y + 3) + 5.0] - a_{fac} \cdot z^2 - 10 \quad (3.90)$$

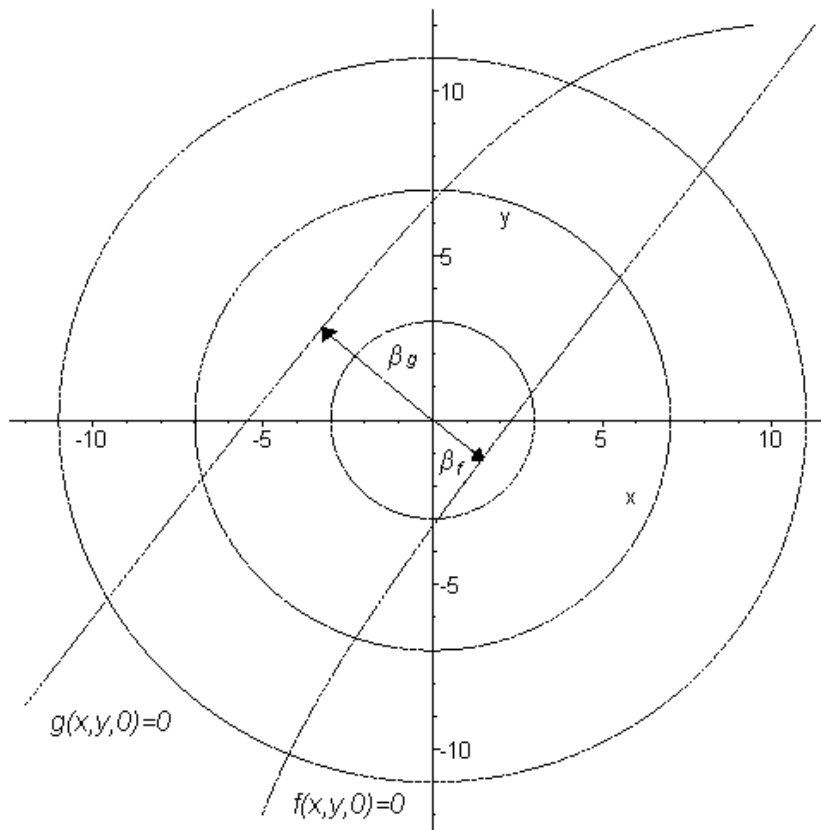
$$g(x, y, z) = \exp[-0.4 \cdot x + 3.8] - \exp[-0.3 \cdot y + 6.0] - a_{fac} \cdot z^2 + 10 \quad (3.91)$$

όπου a_{fac} είναι η παράμετρος που ελέγχει το βαθμό κύρτωσης ως προς την z τ.μ. Τα σημεία μέγιστης πιθανοφάνειας των συναρτήσεων βρίσκονται στο επίπεδο XY καθώς:

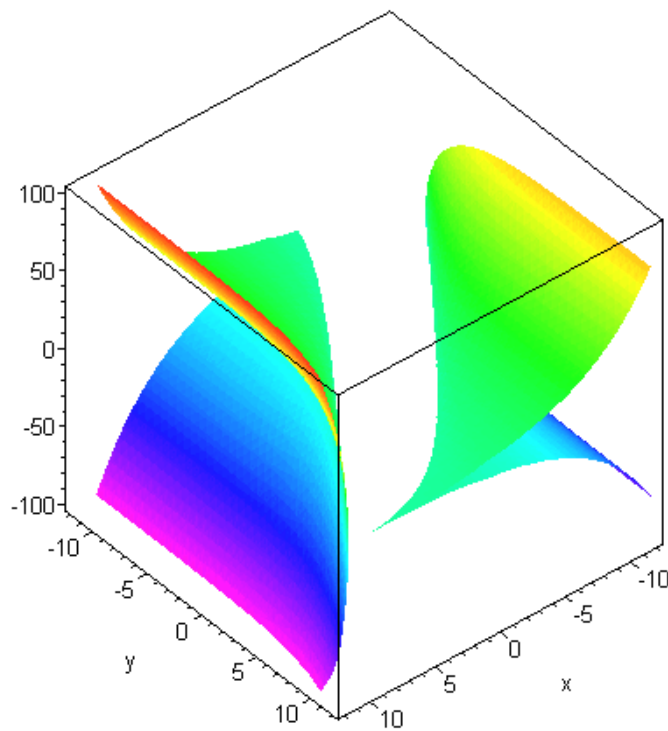
$$\begin{aligned} f(x, y, 0) &\leq f(x, y, z) \quad \forall z \neq 0 \\ g(x, y, 0) &\leq f(x, y, z) \quad \forall z \neq 0 \end{aligned} \quad (3.92)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (3.28) και (3.29) ως σημαντικές τ.μ του υπό εξέταση προβλήματος ορίζονται οι X και Y καθώς $V_{RV,1}=1.0$, $V_{RV,2}=1.0$ και $V_{RV,3}=0.0$. Οι διεπιφάνειες αστοχίας-λειτουργίας στο διπλωμένο πιθανοτικό χώρο παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.125. Στα Διάγ. 3.126 ως Διάγ. 3.130, παρουσιάζονται οι διεπιφάνειες αστοχίας-λειτουργίας για $a_{fac}=\{1.00,0.75,0.50,0.25,0.05\}$ στον αρχικό χώρο των τ.μ. Ως ενεργές τ.μ του προβλήματος και στις 5 περιπτώσεις κρίνονται οι μεταβλητές X και Y . Η πιθανότητα αστοχίας του συστήματος είναι διαφορετική σε κάθε περίπτωση όπως γίνεται αντιληπτό από τη μορφή των διεπιφανειών αστοχίας-λειτουργίας που παρουσιάζονται στα Διάγ. 3.131 ως Διάγ. 3.134, για διαφορετικές τιμές του a_{fac} και της διπλωμένης τ.μ z .

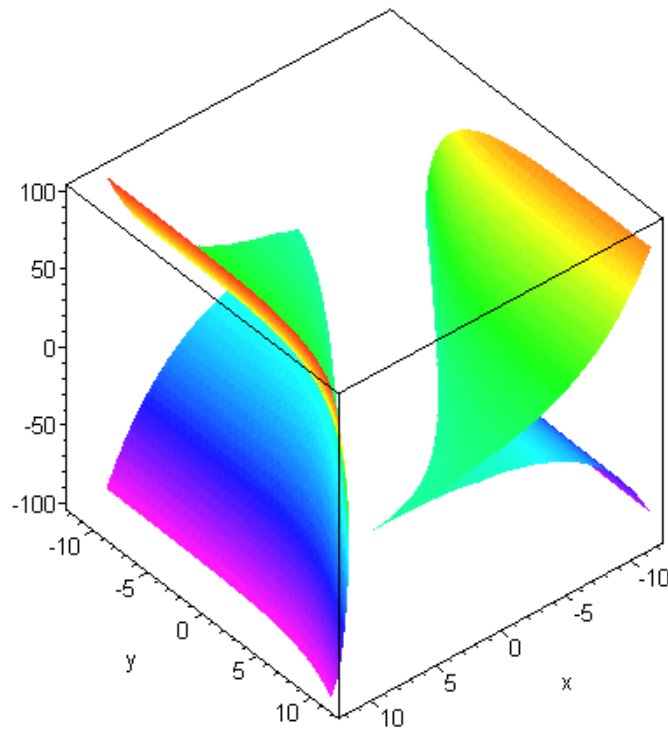
Για να αντιμετωπισθεί το πρόβλημα αυτό στην προτεινόμενη μέθοδο, οι διπλωμένες τ.μ αντιμετωπίζονται όπως και στις κλασικές μεθόδους MC όπου η πιθανότητα υπέρβασης (που μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού μας δίδει την τυχαία τιμή της μεταβλητής) θεωρείται ως ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $(0,1)$.



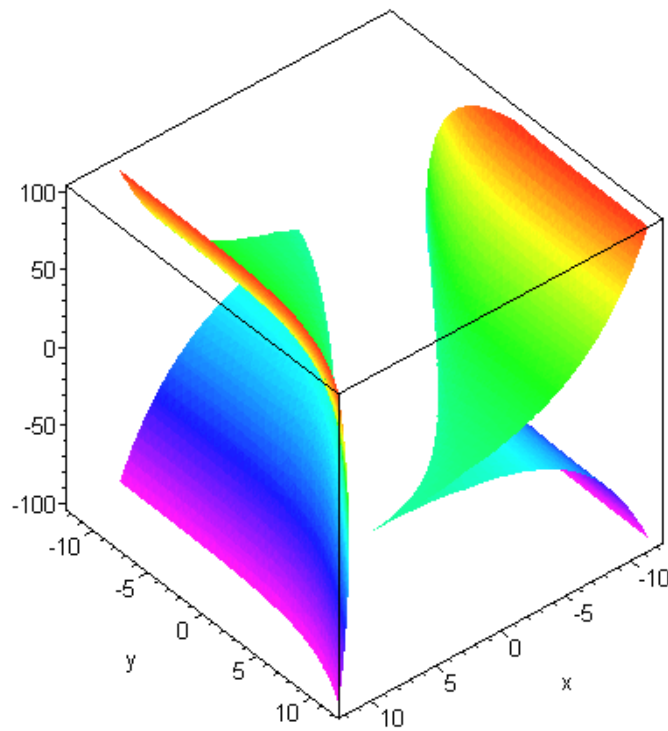
Διάγ. 3.125: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στο διπλωμένο πιθανοτικό χώρο



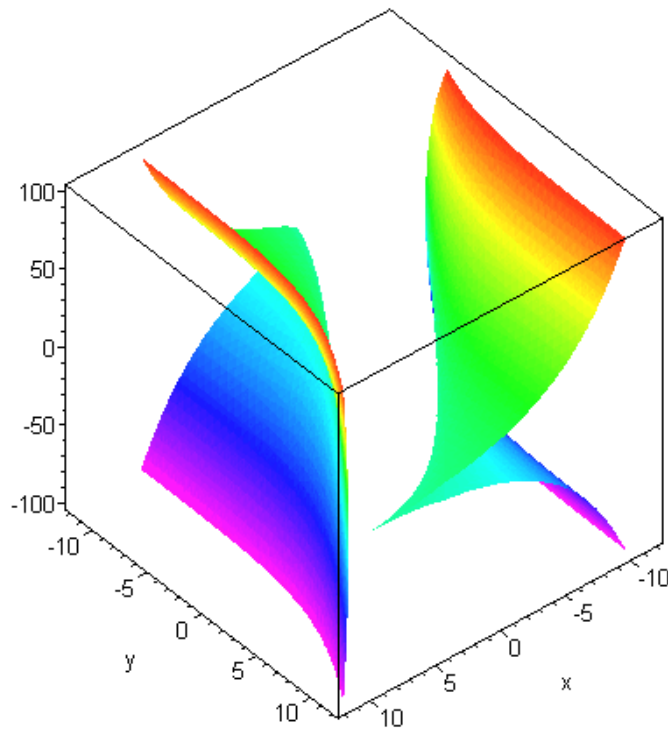
Διάγ. 3.126: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στον αρχικό πιθανοτικό χώρο ($a_{fac}=1.00$)



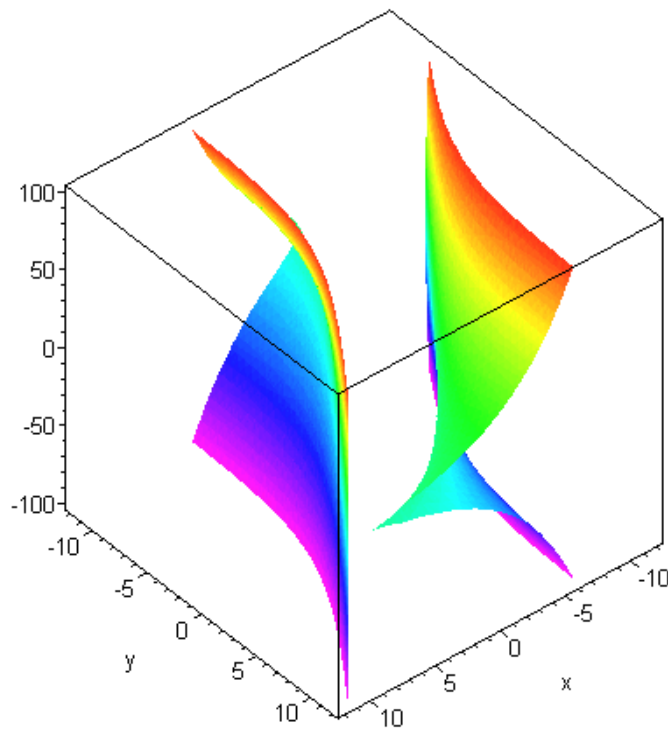
Διάγ. 3.127: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στον αρχικό πιθανοτικό χώρο ($a_{fac}=0.75$)



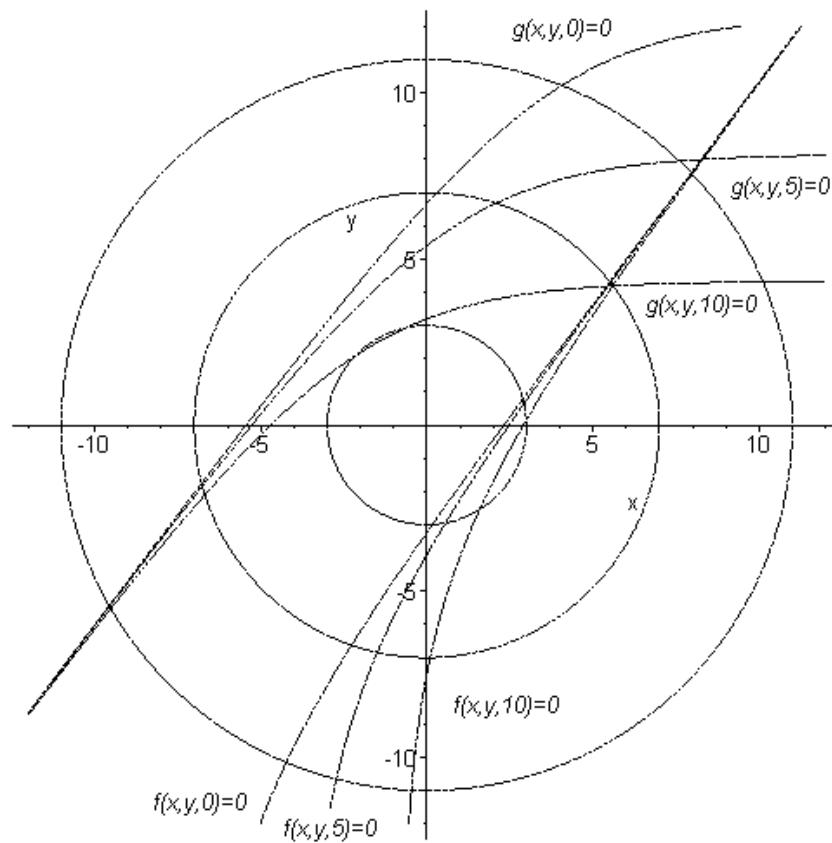
Διάγ. 3.128: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στον αρχικό πιθανοτικό χώρο ($a_{fac}=0.50$)



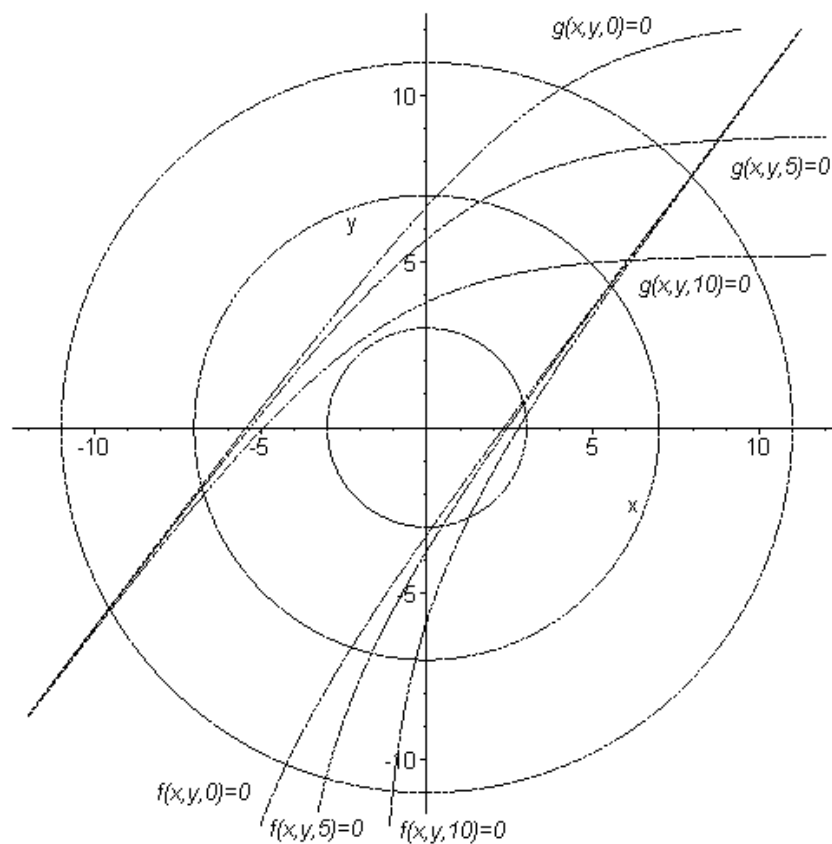
Διάγ. 3.129: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στον αρχικό πιθανοτικό χώρο ($a_{fac}=0.25$)



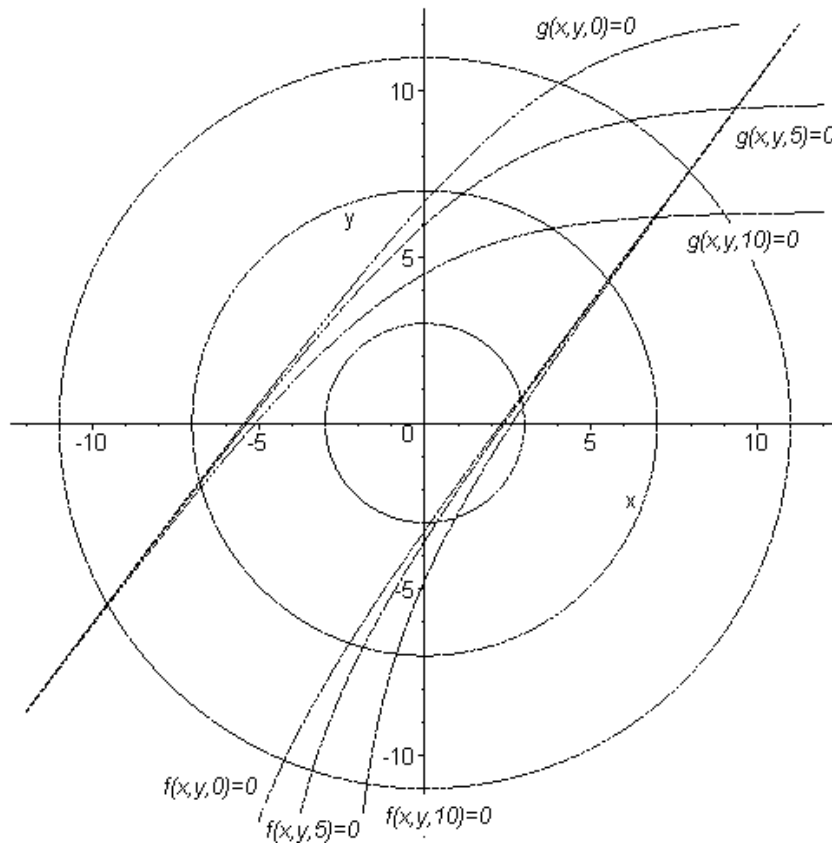
Διάγ. 3.130: Συναρτήσεις οριακής αντοχής στον αρχικό πιθανοτικό χώρο ($a_{fac}=0.05$)



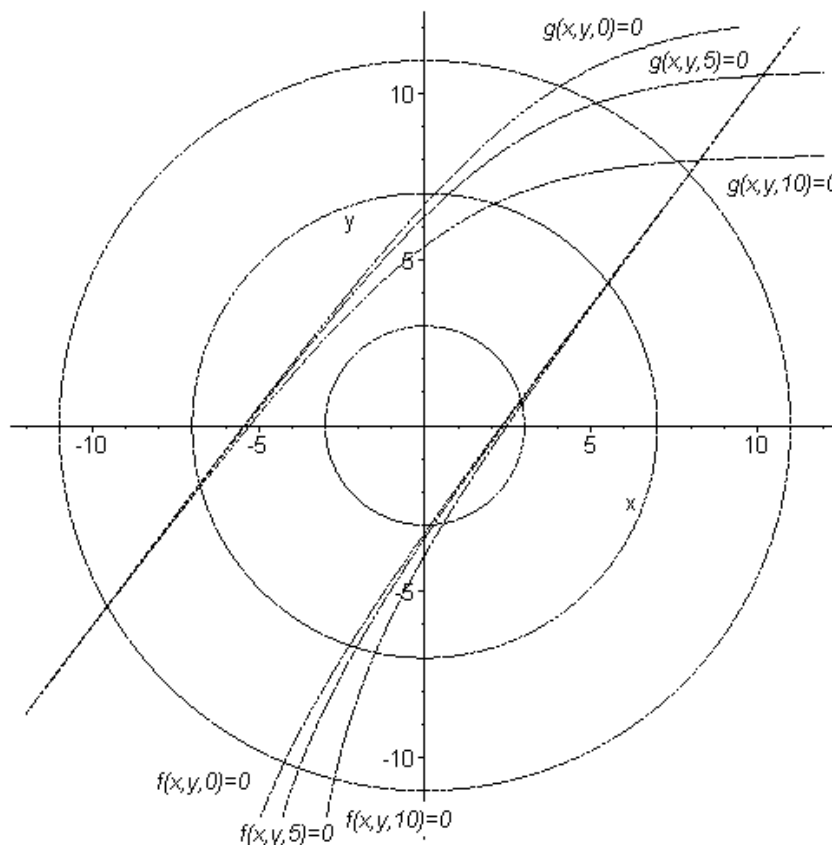
Διάγ. 3.131: Μεταβολή της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας ως προς τη z τ.μ., ($a_{fac}=1.00$)



Διάγ. 3.132: Μεταβολή της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας ως προς τη z τ.μ., ($a_{fac}=0.75$)



Διάγ. 3.133: Μεταβολή της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας ως προς τη z τ.μ, ($a_{fac}=0.50$)



Διάγ. 3.134: Μεταβολή της διεπιφάνειας αστοχίας-λειτουργίας ως προς τη z τ.μ, ($a_{fac}=0.25$)

3.21 Παράρτημα ΣΤ – Πρόβλημα αξιοπιστίας εξαρτημένων τ.μ

Στην περίπτωση στατιστικώς εξαρτημένων κανονικών τ.μ με μητρώο συνδιασποράς \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & Cov(R,P) \\ Cov(R,P) & \sigma_P^2 \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

το πρόβλημα ανάλυσης αξιοπιστίας μπορεί να μετατρέψει σε πρόβλημα στατιστικά ανεξάρτητων τ.μ με τον υπολογισμό της ανεξάρτητης βάσης. Η πιθανότητα αστοχίας υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (3.52) για βάση \mathbf{Y} στατιστικώς ανεξάρτητων τ.μ, η μέση τιμή και διασπορά των τ.μ \mathbf{Y} υπολογίζεται με την επίλυση του συστήματος:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{V} - \lambda \cdot \mathbf{V} = \mathbf{0} \quad (3.94)$$

Η λύση του προβλήματος για 2 εξαρτημένες τ.μ δίδεται ως:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_P^2 + \sigma_R^2}{2} + A & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_P^2 + \sigma_R^2}{2} - A \end{bmatrix} \quad A = \frac{\sqrt{(\sigma_P^2)^2 - 2\sigma_P^2\sigma_R^2 + (\sigma_R^2)^2 + 4 \cdot Cov(R,P)}}{2} \quad (3.95)$$

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_P^2 - \sigma_R^2 - A}{2} \\ -\frac{Cov(R,P)}{1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_P^2 - \sigma_R^2 + A}{2} \\ -\frac{Cov(R,P)}{1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2] \quad (3.96)$$

Οι σχέσεις (3.95) και (3.96) ισχύουν με την προϋπόθεση ότι η συνδιασπορά των μεταβλητών P και R δεν είναι ίση με το μηδέν. Φυσικά στην περίπτωση όπου η συνδιασπορά των τ.μ P και R είναι ίση με το μηδέν οι τ.μ είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους οπότε η βάση \mathbf{X} αποτελεί και τη λύση του προβλήματος. Το διαγώνιο μητρώο συνμεταβολής \mathbf{C}_Y , το διάνυσμα μέσων τιμών $E[\mathbf{Y}]$, και η βάση \mathbf{Y} δίδονται ως:

$$\mathbf{C}_Y = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C}_X \cdot \mathbf{A} \quad c_{Y,ii} = \sigma_{Y_i}^2 \quad \vee \quad c_{Y,ij} = 0 : i \neq j \quad (3.97)$$

$$E[\mathbf{Y}] = \mathbf{A}^T \cdot E[\mathbf{X}] \quad (3.98)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{X} \quad (3.99)$$

3.22 Παράρτημα Ζ – Γεννήτριες Ψευδοτυχαίων Αριθμών

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά οι συνέπειες της επιλογής διαφορετικού τύπου γεννητριών ψευδοτυχαίων αριθμών στην αξιοπιστία της μεθόδου MC.

3.22.1 Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η συμπεριφορά της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister [38]. Η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας χωροδικτύωματος 64 μελών (Διάγ. 3.60) και χωροδικτύωματος 112 μελών [32] (Διάγ. 3.83 ως Διάγ. 3.85).

3.22.1.1 Χωροδικτύωμα 64 μελών – (Ομάδες 100 αστοχιών)

Ως κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας MC για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής ορίζεται το πλήθος των αστοχιών που στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται ίσο με 500 αστοχίες. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για 2 τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister (4357 και 5003 αντίστοιχα). Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC στη συνέχεια χωρίζεται σε 5 ομάδες των 100 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίν. 3.53 και Πίν. 3.54, για τις 2 τιμές σποράς αντίστοιχα. Επιπρόσθετα παρουσιάζεται και η πιθανότητα αστοχίας για κάθε ομάδα. Για τιμή σποράς 4357 η μέγιστη τιμή του χρονικού μέσου της εκτίμησης πιθανότητας αστοχίας $\max\{E[P_{f,s;t}]\}$ είναι ίση με 4.04×10^{-4} ενώ η αντίστοιχη ελάχιστη τιμή $\min\{E[P_{f,s;t}]\}$ είναι ίση με 3.22×10^{-4} . Αντίστοιχα οι τιμές αυτές για τιμή σποράς 5003 είναι 5.54×10^{-4} και 3.27×10^{-4} . Οι προτεινόμενες πιθανότητες αστοχίας $P_{f,s}(t)$ κυμαίνονται από 2.95×10^{-4} ως 3.98×10^{-4} (για τιμή σποράς 4357) και από 3.11×10^{-4} ως 4.04×10^{-4} (για τιμή σποράς 5003). Οι τελικές εκτιμήσεις είναι 3.50×10^{-4} (τιμή σποράς 4357) και 3.61×10^{-4} (τιμή σποράς 5003). Η σχετική διαφορά τους είναι ίση με 3.14% συγκρίσιμη με το σχετικό λάθος εκτίμησης που για τιμή σποράς 5003 είναι ίσο με 1.61×10^{-5} (το 4.4% της πιθανότητας αστοχίας). Για τις ομάδες η μέγιστη σχετική διαφορά είναι ίση με 34.9% για τιμή σποράς 4357 και 29.9% για τιμή σποράς 5003 αντίστοιχα όταν ο λόγος του σχετικού λάθους εκτίμησης είναι ίσος με 10.0%. Στην περίπτωση αυτή για να γίνει αποδεκτή η υπόθεση ότι και οι δύο εκτιμήσεις ανήκουν στον ίδιο πληθυσμό το διάστημα εμπιστοσύνης πρέπει να ίσο με 1.5~1.75 φορές του λάθους εκτίμησης που αντιστοιχεί σε πιθανότητα ικανοποίησης 8~13% αντίστοιχα. Για διάστημα εμπιστοσύνης με πιθανότητα μη υπέρβασης ίση με 10% η μηδενική υπόθεση ικανοποιείται για τιμή σποράς 4357 όχι όμως και για τιμή σποράς 5003. Πάντως για πιθανότητα μη υπέρβασης ίση με 5% οι εκτιμήσεις που δίδονται είναι αποδεκτές για κάθε τιμή σποράς.

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
$E[P_{f,s}(t)]$	3.89E-04	3.93E-04	4.04E-04	3.19E-04	3.22E-04

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
COV	0.26	0.13	0.15	0.18	0.08
$P_{f,s}(t_f=100)$	3.46E-04	3.98E-04	3.95E-04	3.38E-04	2.95E-04

Πίν. 3.53: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$, (τιμή σποράς 4357 – Χωροδικτύωμα 64 μελών).

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
$E[P_{f,s}(t)]$	3.40E-04	3.27E-04	5.54E-04	4.16E-04	3.30E-04
COV	0.12	0.15	2.20	0.08	0.17
$P_{f,s}(t_f=100)$	3.11E-04	3.71E-04	4.04E-04	4.02E-04	3.38E-04

Πίν. 3.54: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$, (τιμή σποράς 5003 – Χωροδικτύωμα 64 μελών).

Στα Διάγ. 3.135 και Διάγ. 3.136 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των Πίν. 3.53 και Πίν. 3.54 σε συνδυασμό με το “άνω” και “κάτω” όριο της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας για τις 2 τιμές σποράς. Το “άνω” και “κάτω” όριο ορίζονται ως:

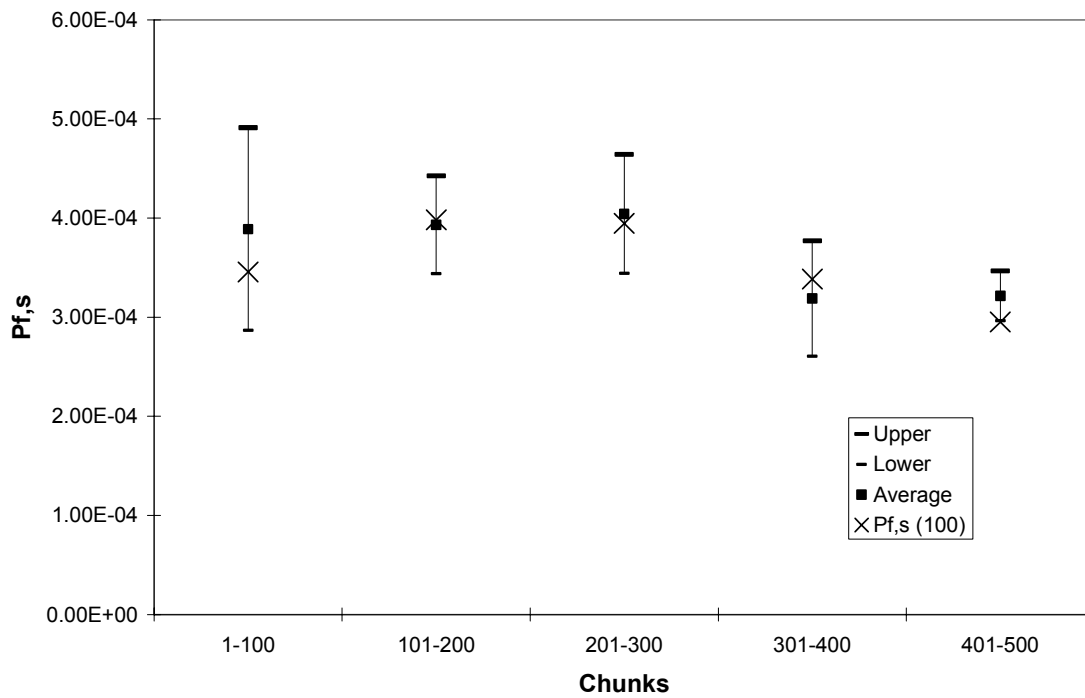
$$P_{f,\max} = P_{f,s} + \varepsilon \quad P_{f,\min} = P_{f,s} - \varepsilon \quad (3.100)$$

Για τιμή σποράς 5003 ο δείκτης μεταβλητότητας του χρονικού μέσου της πιθανότητας εκτίμησης για την ομάδα τιμών 201-300 είναι υψηλότερος της μονάδας. Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ για τις 5 ομάδες και για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.137 και Διάγ. 3.138. Για τις 2 τιμές σποράς η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ παρουσιάζει εύρος διακύμανσης της τάξης του 25%. Στο Διάγ. 3.139 και Διάγ. 3.140 παρουσιάζεται η εξέλιξη της απόστασης (σε πλήθος δειγμάτων) μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τις 2 τιμές σποράς. Στα αποτελέσματα δεν παρατηρείται κάποια περιοδικότητα.

Το ερώτημα που τίθεται είναι το κατά πόσον οι αστοχίες λαμβάνουν χώρα κατά τυχαίο τρόπο ή όχι. Εφόσον τα αστοχίες είναι τυχαία η απόσταση μεταξύ τους στην περίπτωση μεγάλου πλήθους προσομοιώσεων πρέπει να ακολουθεί εκθετική κατανομή. Στα Διάγ. 3.141 και Διάγ. 3.142, παρουσιάζονται οι προσαρμοσμένες εκθετικές κατανομές για τις 2 τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Ο συντελεστής συσχέτισης R , είναι για τιμή σποράς 4357 ίσος με 0.941 και για τιμή σποράς 5003 ίσος με 0.932.

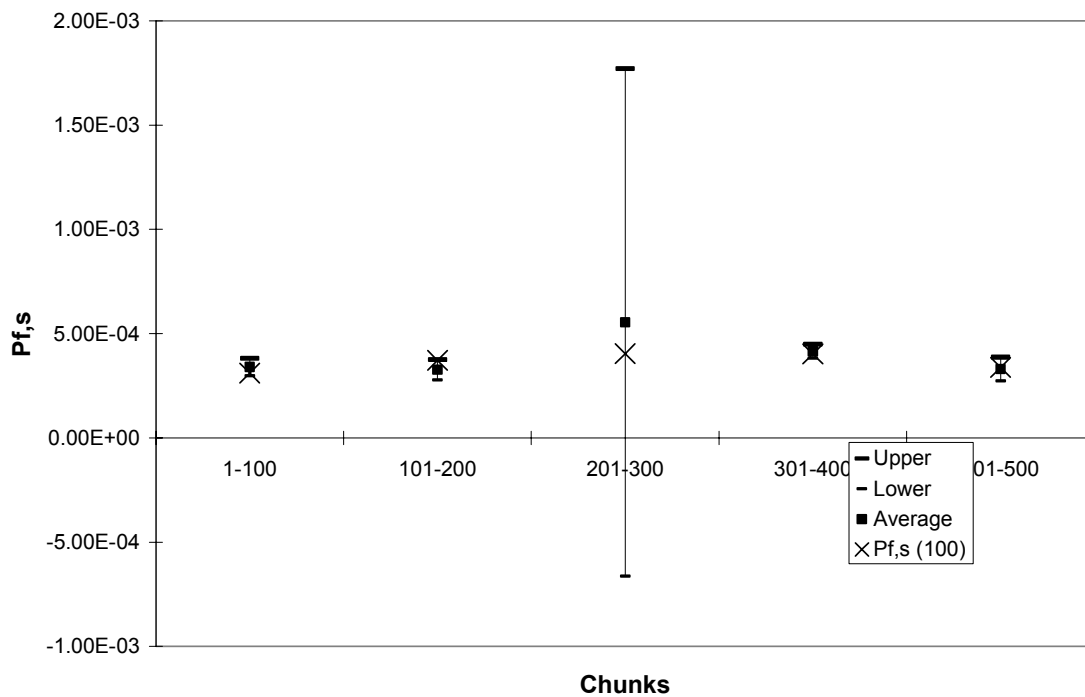
Για τις ομάδες εξετάζεται η ισχύς της μηδενικής υπόθεσης. Ως μηδενική υπόθεση ορίζεται ότι η απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών με πιθανότητα υπέρβασης 5% παρουσιάζει τον ίδιο χρονικό μέσο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίν. 3.55 και Πίν. 3.56. Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται σε 2 περιπτώσεις για τις τιμές σποράς που εξετάζονται.

Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability



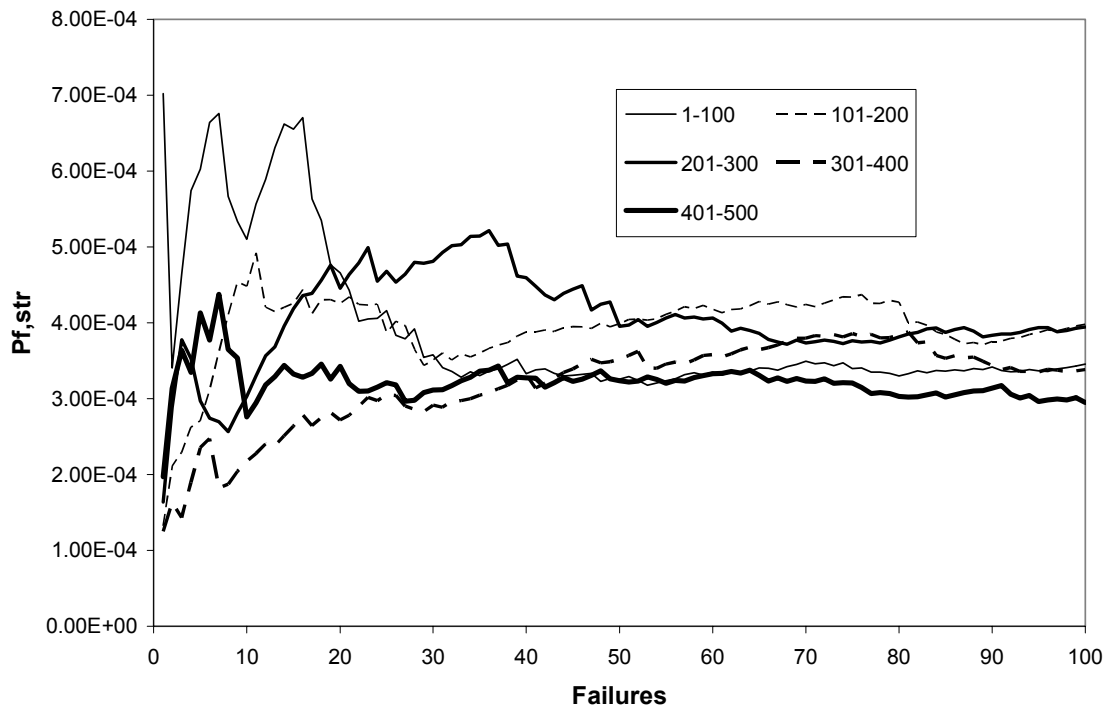
Διάγ. 3.135: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357.

Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability



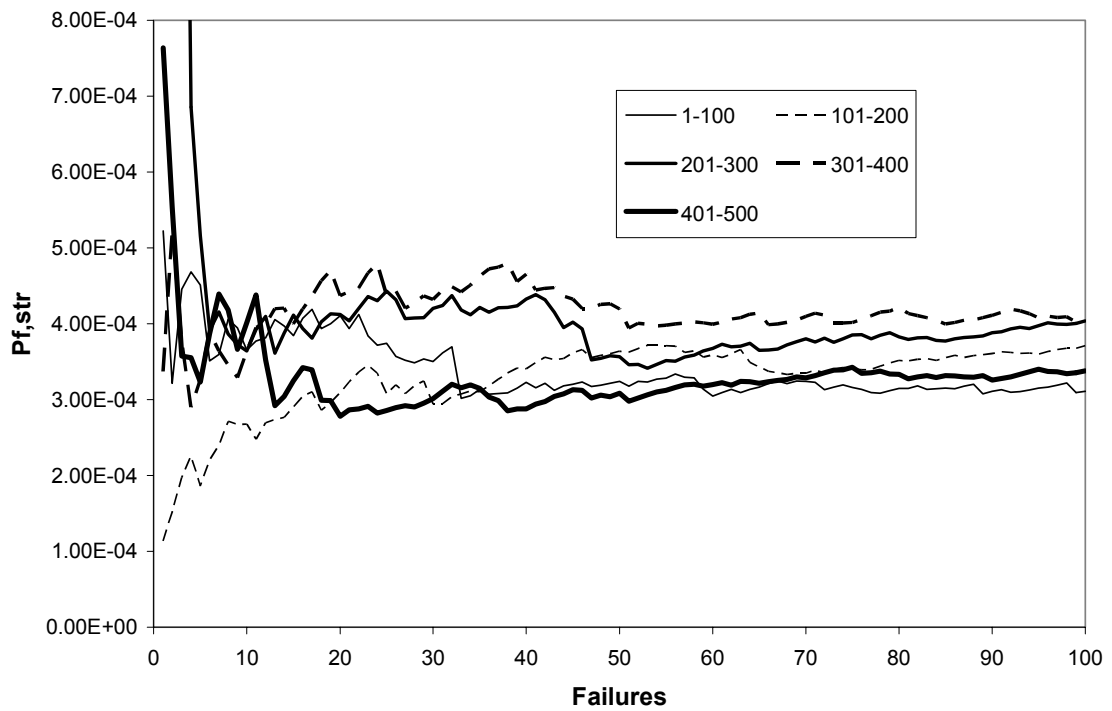
Διάγ. 3.136: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundreds



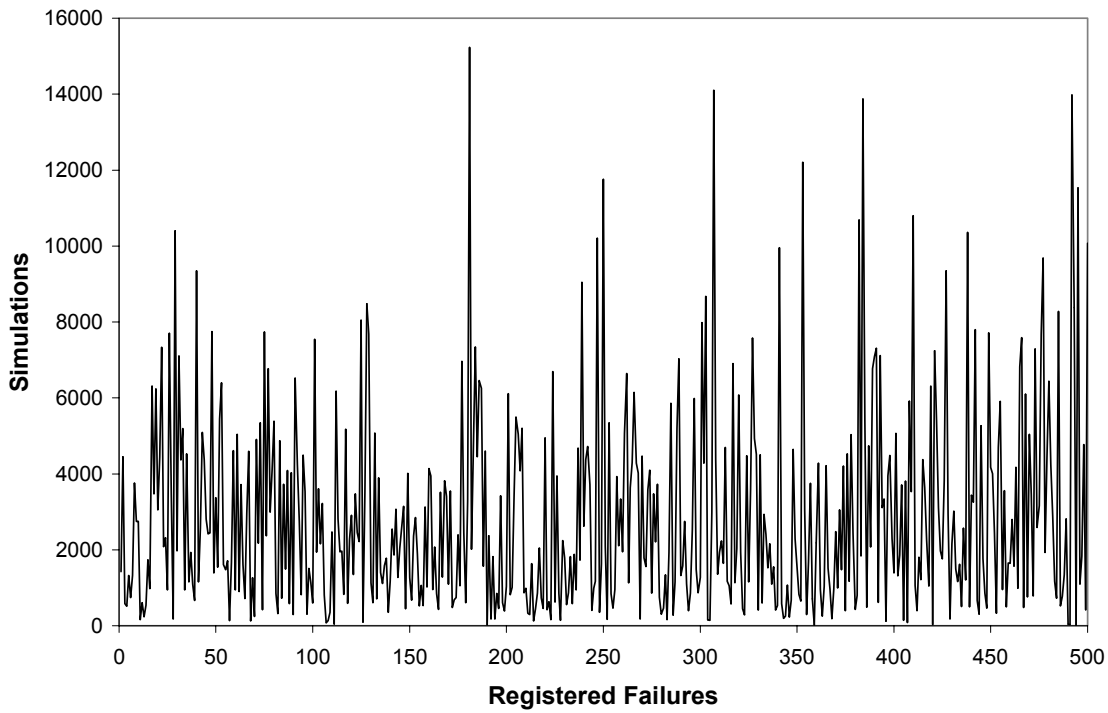
Διάγ. 3.137: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundreds



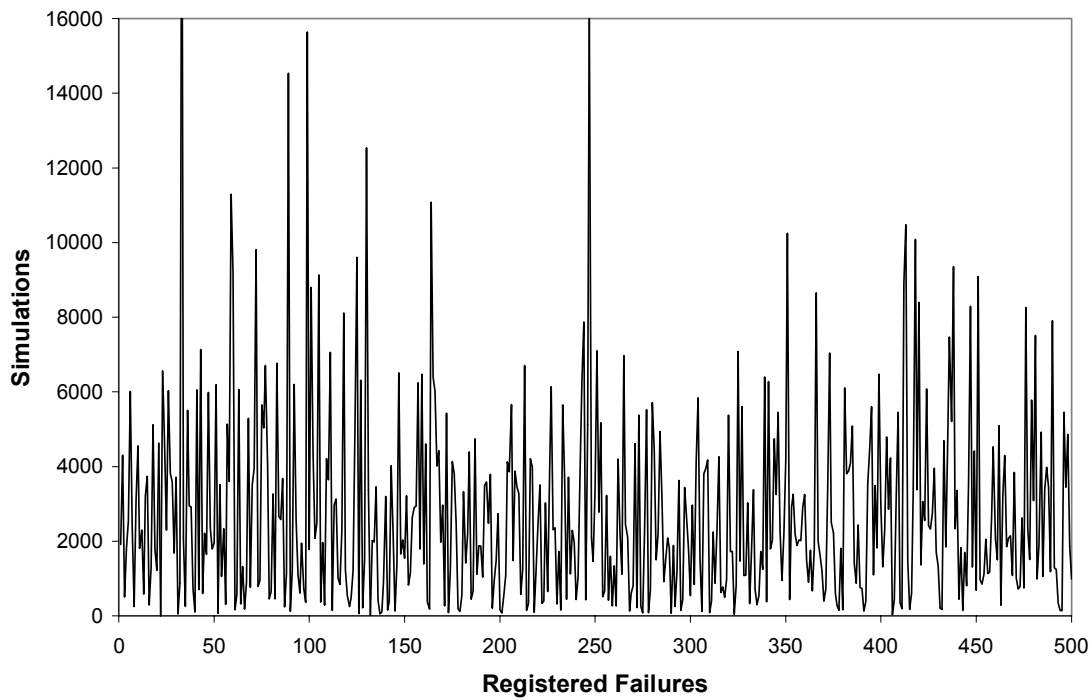
Διάγ. 3.138: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003.

Evolution of the distance between two consecutive failures

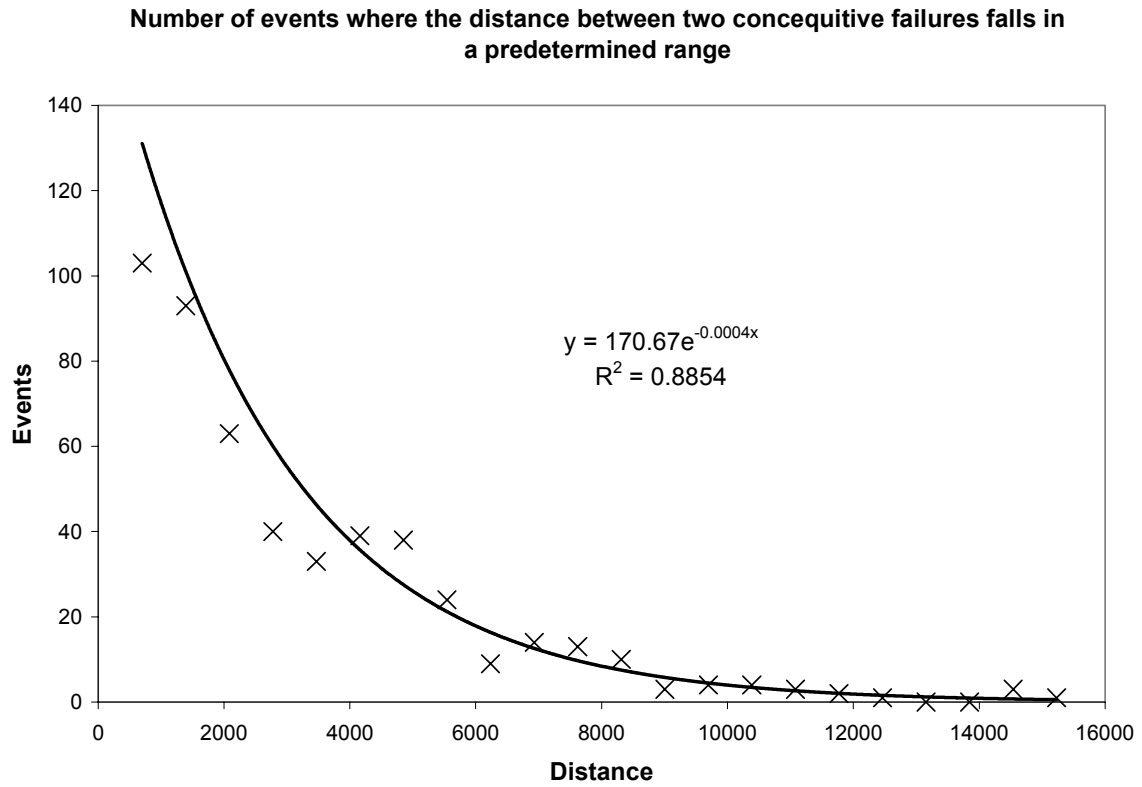


Διάγ. 3.139: Απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τιμή σποράς 4357.

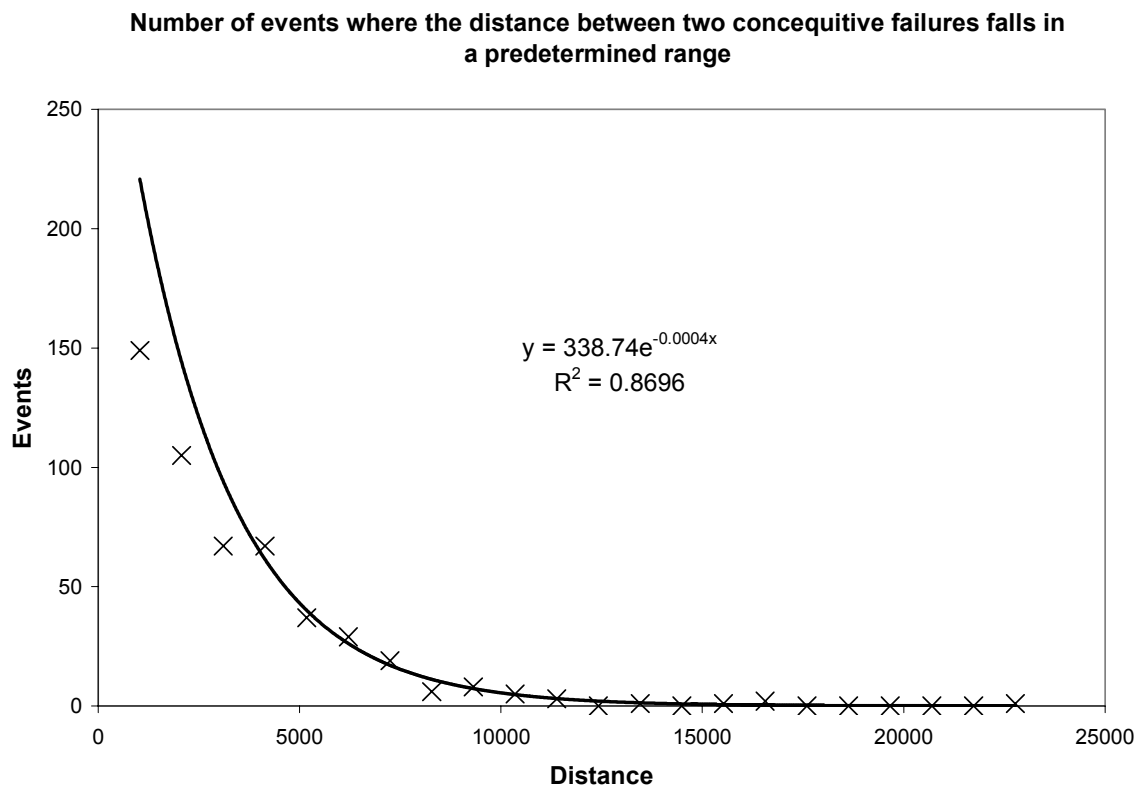
Evolution of the distance between two consecutive failures



Διάγ. 3.140: Απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τιμή σποράς 5003.



Διάγ. 3.141: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή για τιμή σποράς 4357.



Διάγ. 3.142: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή για τιμή σποράς 5003.

T-test	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
101-200		Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη
201-300			Αποδοχή	Απόρριψη
301-400				Αποδοχή

Πίν. 3.55: Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης για τιμή σποράς 4357.

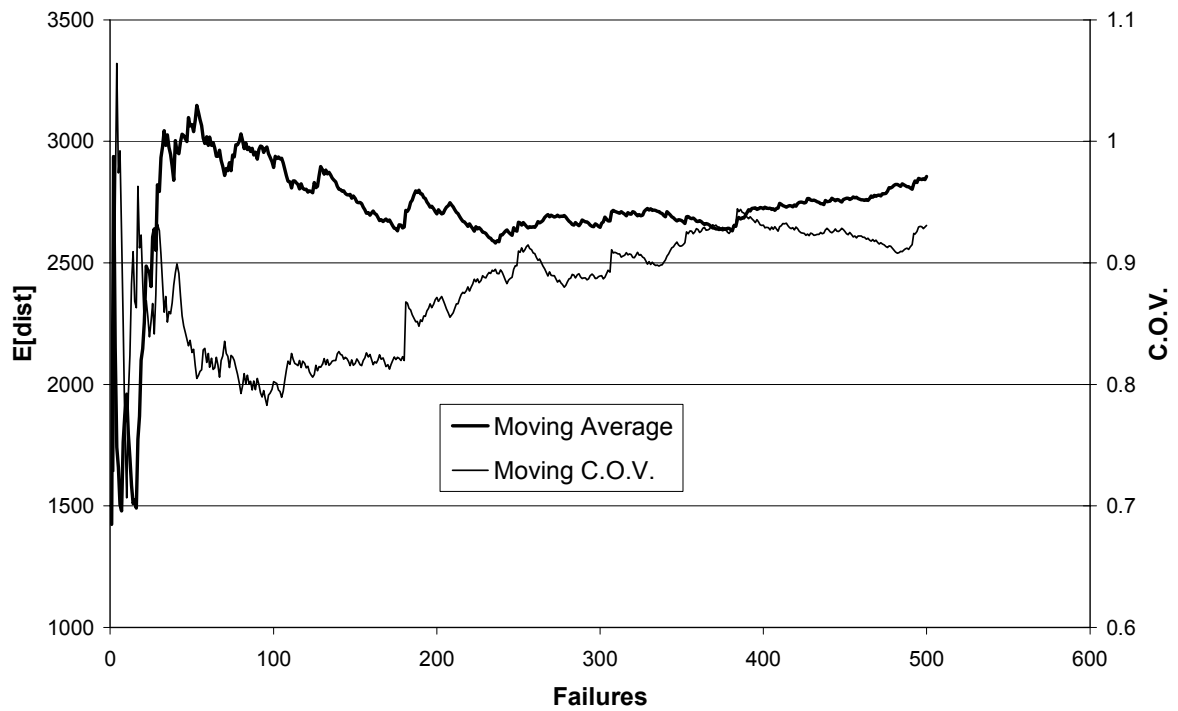
T-test	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	Αποδοχή	Απόρριψη	Απόρριψη	Αποδοχή
101-200		Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
201-300			Αποδοχή	Αποδοχή
301-400				Αποδοχή

Πίν. 3.56: Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης για τιμή σποράς 5003.

Η εξέλιξη του χρονικού μέσου και του δείκτη μεταβλητότητας της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.143 και Διάγ. 3.144. Το αντίστροφο του χρονικού μέσου ισούνται με την πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής. Για τιμή σποράς 4357 το χρονικό μέσο είναι ίσο με 2856.238 τιμή που μεταφράζεται σε πιθανότητα αστοχίας ίση με 3.50×10^{-4} και για τιμή σποράς 5003 η τιμή αυτή ισούνται με 2767.188 που αντίστοιχα μεταφράζεται σε πιθανότητα αστοχίας 3.61×10^{-4} . Ο δείκτης μεταβλητότητας για την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών και για τιμή σποράς 4357 κυμαίνεται από 0.80 ως 0.95 με τελική τιμή ίση με 0.931 6.9% μικρότερη της θεωρητικής τιμής. Από την άλλη μεριά για τιμή σποράς 5003 παρατηρείται μείωση του δείκτη μεταβλητότητας από μια μέγιστη τιμή ίση με 1.20 σε μία ελάχιστη ίση με 0.97 με τελική τιμή ίση με 0.972.

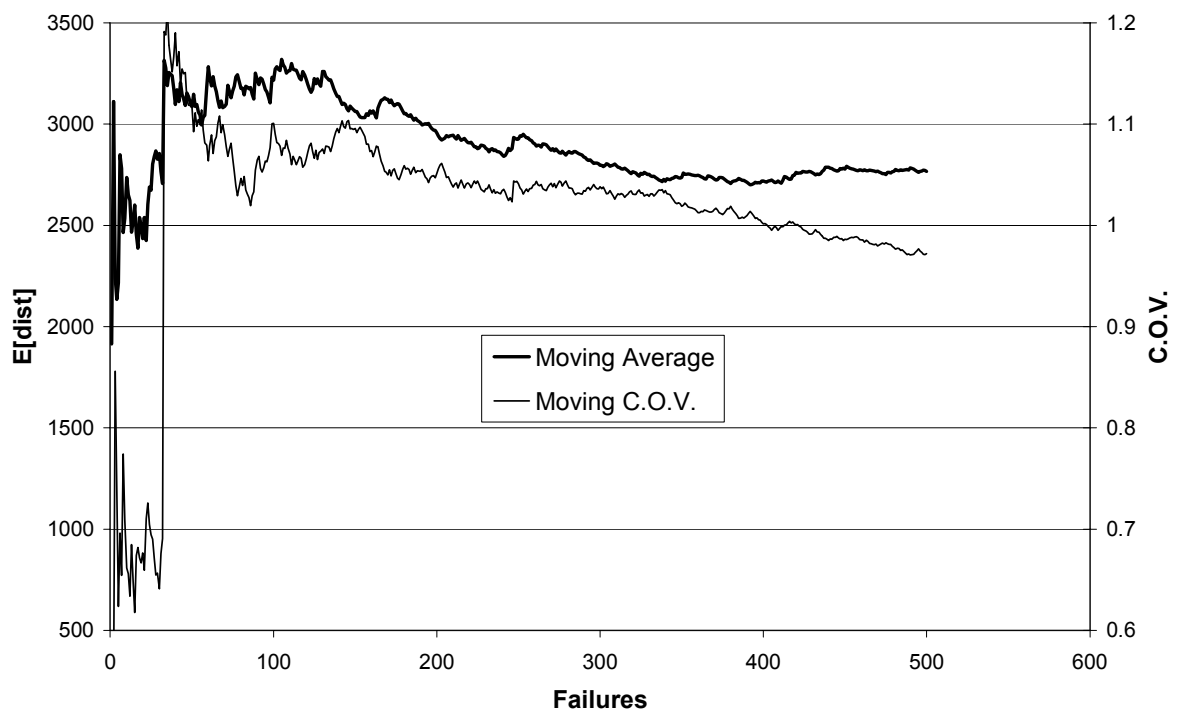
Στον Πίν. 3.57 και Πίν. 3.58, παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών για τις ομάδες που έχουν επιλεγεί για τις 2 τιμές σποράς. Χαμηλός συντελεστής γραμμικής συσχέτισης δίδει ισχυρή ένδειξη μη επαναληψιμότητας. Στην περίπτωση ακολουθίας πραγματικά τυχαίων αριθμών ο συντελεστής αυτός πρέπει να είναι ίσος με μηδέν για δύο ακολουθίες δειγμάτων απείρου μήκους μη αλληλοκαλυπτόμενες. Ο υψηλότερος συντελεστής γραμμικής συσχέτισης είναι για τιμή σποράς 4357 ίσος με 0.115 και για τιμή σποράς 5003 ίσος με 0.245. Η $E[R_j]$ είναι ίση με -0.01181 για τιμή σποράς 4357 και 0.07014 για τιμή σποράς 5003 με δείκτες μεταβλητότητας 682.07% και 115.57% αντίστοιχα.

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



Διάγ. 3.143: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης για τιμή σποράς 4357.

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



Διάγ. 3.144: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης για τιμή σποράς 5003.

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	1.0000				
101-200	0.0116	1.0000			
201-300	-0.0821	-0.0968	1.0000		
301-400	-0.0423	0.1039	0.1152	1.0000	
401-500	0.0563	-0.0491	-0.0285	-0.1063	1.0000

Πίν. 3.57: Συντελεστής Γραμμικής Συσχέτισης για τιμή σποράς 4357.

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	1.0000				
101-200	0.0662	1.0000			
201-300	0.0928	-0.0232	1.0000		
301-400	0.0573	0.0720	0.1587	1.0000	
401-500	0.0036	0.0537	0.2405	-0.0202	1.0000

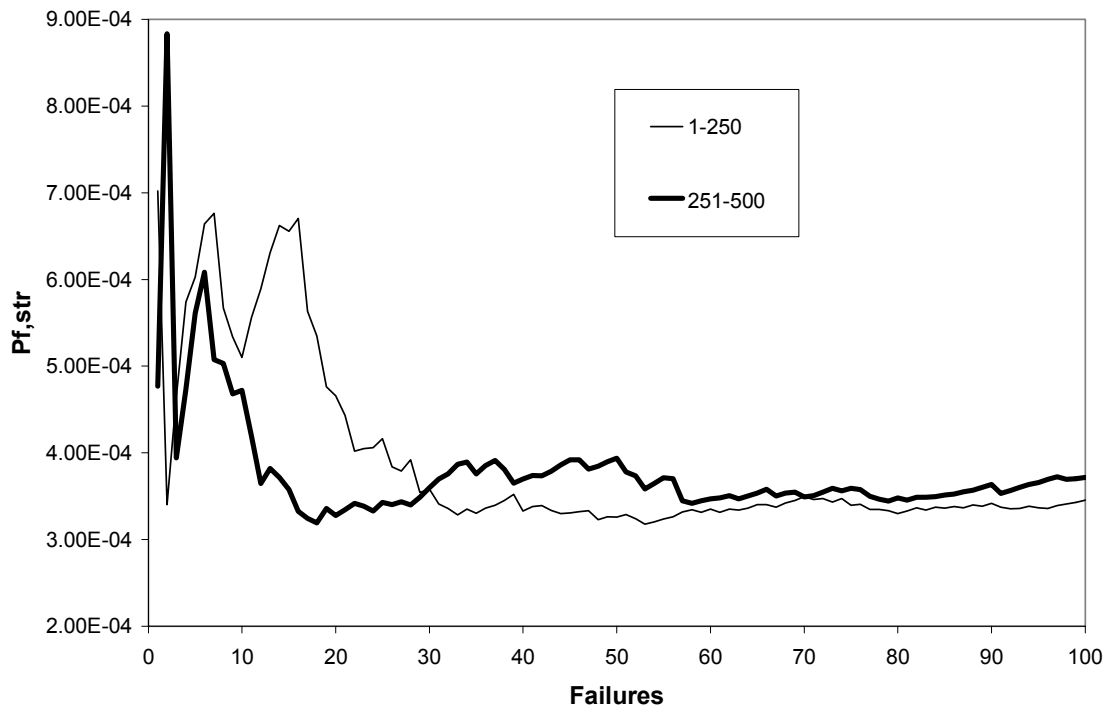
Πίν. 3.58: Συντελεστής Γραμμικής Συσχέτισης για τιμή σποράς 5003.

3.22.1.2 Χωροδικτύωμα 64 μελών – (Ομάδες 250 αστοχιών)

Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC στη συνέχεια χωρίζεται σε 2 ομάδες των 250 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Η εξέλιξη της $P_{fs}(t)$ για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.145 και Διάγ. 3.146 αντίστοιχα. Ο χρονικός μέσος για τιμή σποράς 4357 ισούνται με 3.64×10^{-4} ή 3.75×10^{-4} και για τιμή σποράς 5003 με 3.42×10^{-4} ή 3.83×10^{-4} . Ο δείκτης μεταβλητότητας του χρονικού μέσου είναι ίσος με 13% και 18% για τιμή σποράς 4357 και για τιμή σποράς 5003 ίσος με 9% και 10% αντίστοιχα.

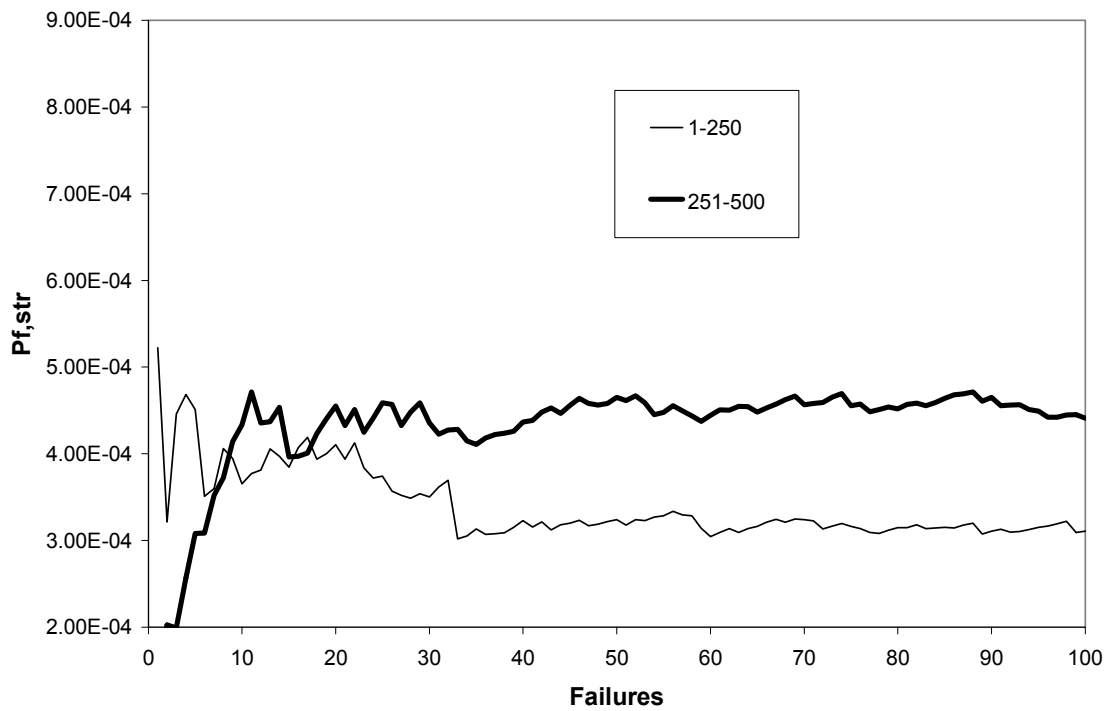
Η μηδενική υπόθεση ικανοποιείται και για τις 2 τιμές σποράς και οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης είναι ίσοι με 3.1% για τιμή σποράς 4357 και 1.3% για τιμή σποράς 5003 αντίστοιχα.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.145: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357, 250 αστοχίες.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.146: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003, 250 αστοχίες.

3.22.1.3 Συμπεράσματα για Χωροδικτύωμα 64 μελών

Σύμφωνα με τις παραγράφους 3.22.1.1 και 3.22.1.2 συμπεραίνεται ότι:

- Η μέθοδος MC οδηγεί και μόνον σε εκτιμήσεις της πιθανότητας αστοχίας. Η εκτίμηση της πιθανότητας εμφάνισης ταυτίζεται με την ακριβή τιμή υπό τις προϋποθέσεις του πολύ μεγάλου δείγματος και της πραγματικά τυχαίας δειγματοληψίας.
- Για την υπό εξέταση γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών πληρούνται οι προϋποθέσεις τυχειότητας.

3.22.1.4 Χωροδικτύωμα 112 μελών – (Ομάδες 100 αστοχιών)

Για το χωροδικτύωμα 112 μελών η μέθοδος MC τερματίζεται όταν καταγραφούν 600 αστοχίες. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για 2 τιμές σποράς 4357 και 5003 αντίστοιχα όπως και στην περίπτωση του χωροδικτύωματος 64 μελών. Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC στη συνέχεια χωρίζεται σε 6 ομάδες των 100 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στους Πίν. 3.59 και Πίν. 3.60. Επιπρόσθετα παρουσιάζεται και η πιθανότητα αστοχίας για κάθε ομάδα.

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
$E[P_{f,s}(t)]$	2.31E-03	2.84E-03	2.29E-03	2.26E-03	3.61E-03	2.41E-03
COV	0.34	0.19	0.13	0.46	0.14	0.18
$P_{f,s}(t_f=100)$	2.27E-03	2.67E-03	2.43E-03	2.37E-03	3.20E-03	2.33E-03

Πίν. 3.59: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$ για τιμή σποράς 4357 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
$E[P_{f,s}(t)]$	2.70E-03	2.34E-03	2.94E-03	3.63E-03	1.89E-03	4.58E-03
COV	0.22	0.10	0.35	0.17	0.16	0.42
$P_{f,s}(t_f=100)$	2.79E-03	2.56E-03	2.52E-03	3.13E-03	1.97E-03	3.08E-03

Πίν. 3.60: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$ για τιμή σποράς 5003 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Για τιμή σποράς 4357 η $\max\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 3.61×10^{-3} ενώ η $\min\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 2.26×10^{-3} . Αντίστοιχα οι τιμές για τιμή σποράς 5003 είναι 4.58×10^{-3} και 1.59×10^{-3} . Οι $P_{f,s}(t_f)$, κυμαίνονται από 2.27×10^{-3} ως 3.20×10^{-3} (για τιμή σποράς 4357) και από 1.97×10^{-3} ως 3.13×10^{-3} (για τιμή σποράς 5003). Η πιθανότητα αστοχίας για τις 2 τιμές σποράς είναι 2.51×10^{-3} και 2.61×10^{-3} αντίστοιχα. Η σχετική διαφορά τους είναι ίση με 4% που είναι συγκρίσιμη με το σχετικό λάθος εκτίμησης. Για τις ομάδες η μέγιστη σχετική διαφορά

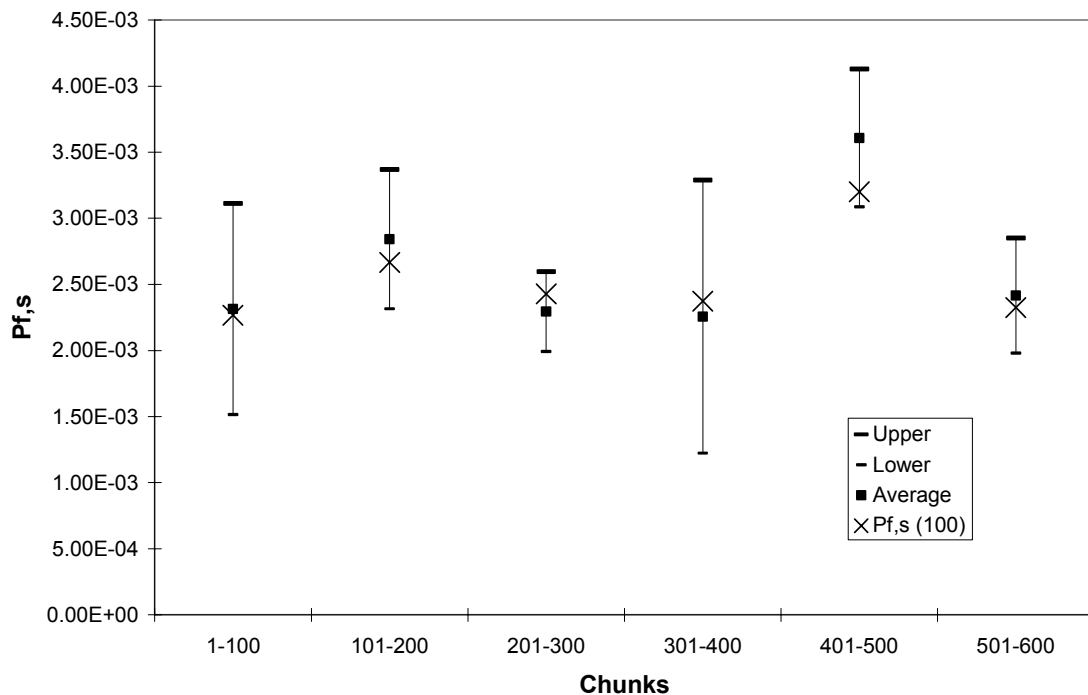
υπερβαίνει σε ορισμένες περιπτώσεις το 100% (Διάγ. 3.147 και Διάγ. 3.148).

Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ για τις 6 ομάδες και για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.149 και Διάγ. 3.150. Για τις 2 τιμές σποράς η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ παρουσιάζει εύρος διακύμανσης της τάξης του 40% και 60% για τιμή σποράς 4357 και 5003 αντίστοιχα. Στα Διάγ. 3.151 και Διάγ. 3.152, παρουσιάζεται η εξέλιξη της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τις 2 τιμές σποράς.

Όπως και στην περίπτωση του χωροδικτύωματος 64 μελών δεν παρατηρείται περιοδικότητα στα αποτελέσματα. Στα Διάγ. 3.153 και Διάγ. 3.154, παρουσιάζονται, όπως και στην περίπτωση του χωροδικτύωματος 64 μελών, οι προσαρμοσμένες εκθετικές κατανομές για τις τιμές σποράς. Ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με 0.926 για τιμή σποράς 4357 και ίσος με 0.904 για τιμή σποράς 5003 αντίστοιχα.

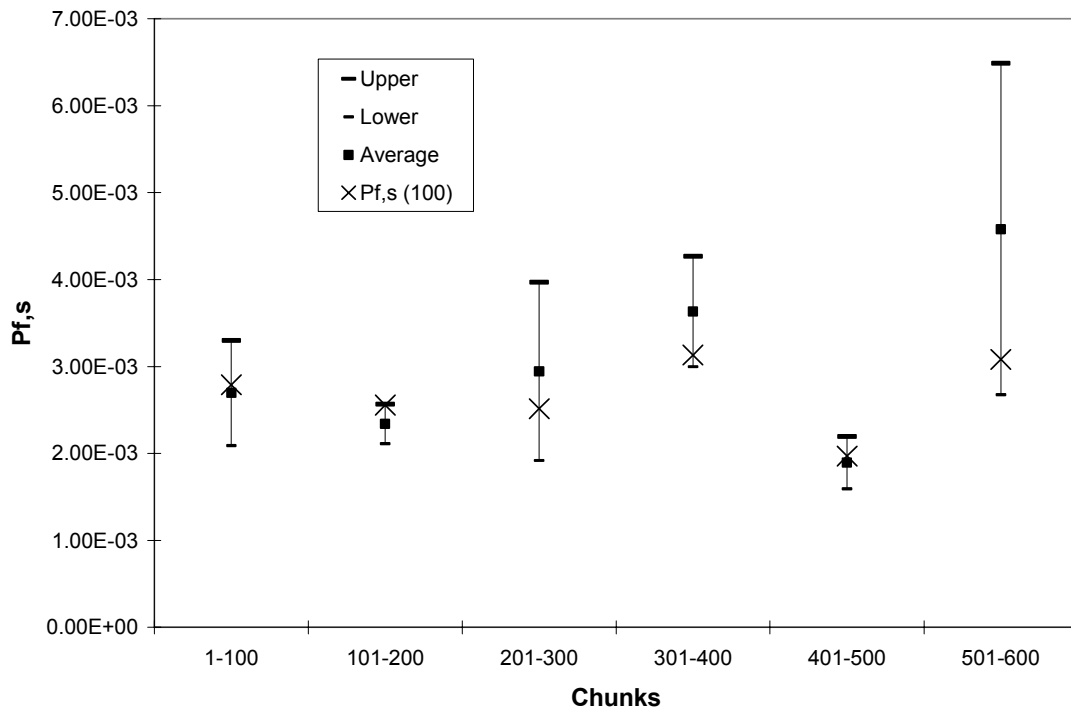
Για τις 6 ομάδες εξετάζεται η ισχύς της μηδενικής υπόθεσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για τις 2 τιμές σποράς στους Πίν. 3.61 και Πίν. 3.62. Για τιμή σποράς 4357 η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται σε 4 περιπτώσεις ενώ για τιμή σποράς 5003 η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται σε 5 περιπτώσεις.

Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability



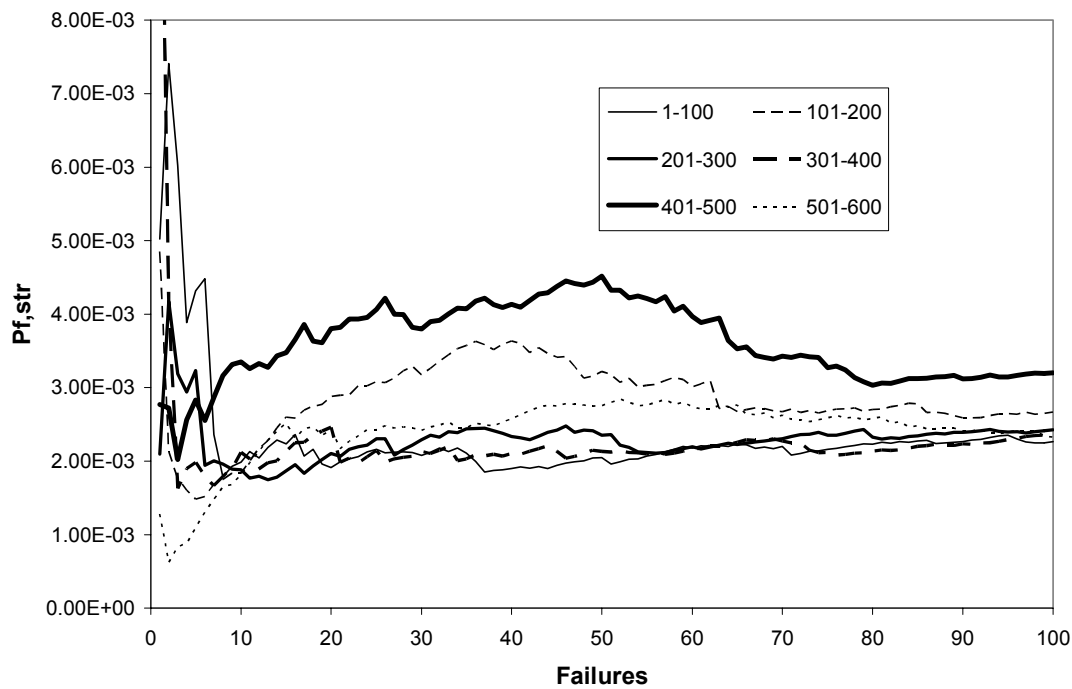
Διάγ. 3.147: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability



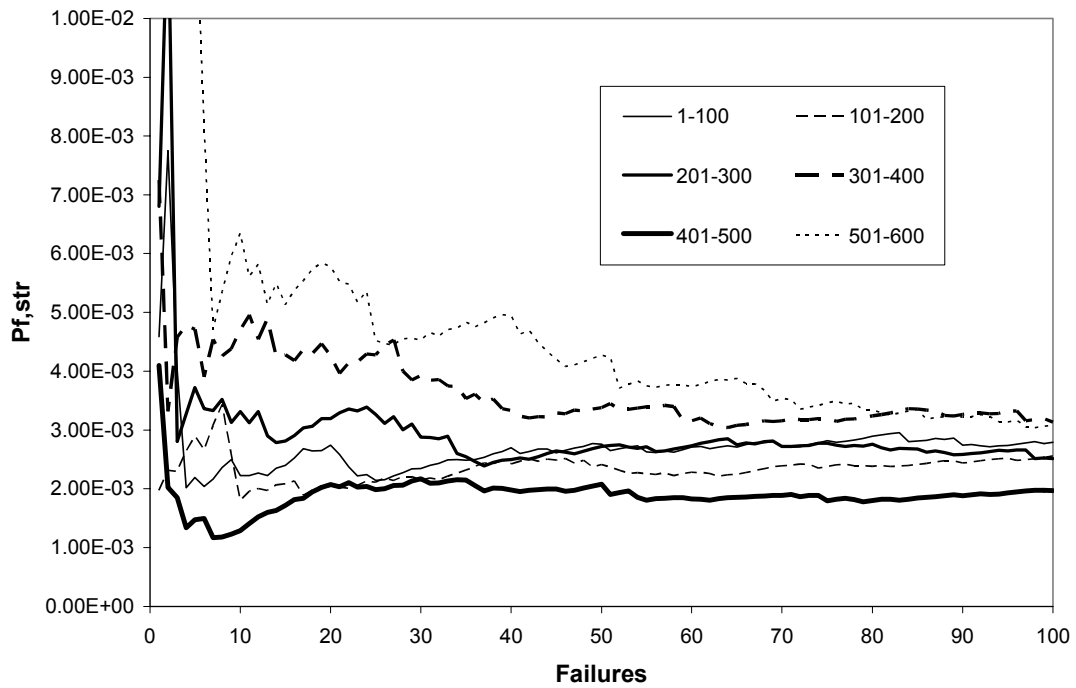
Διάγ. 3.148: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003 – Χωροδικτύωμα 112 μελών

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



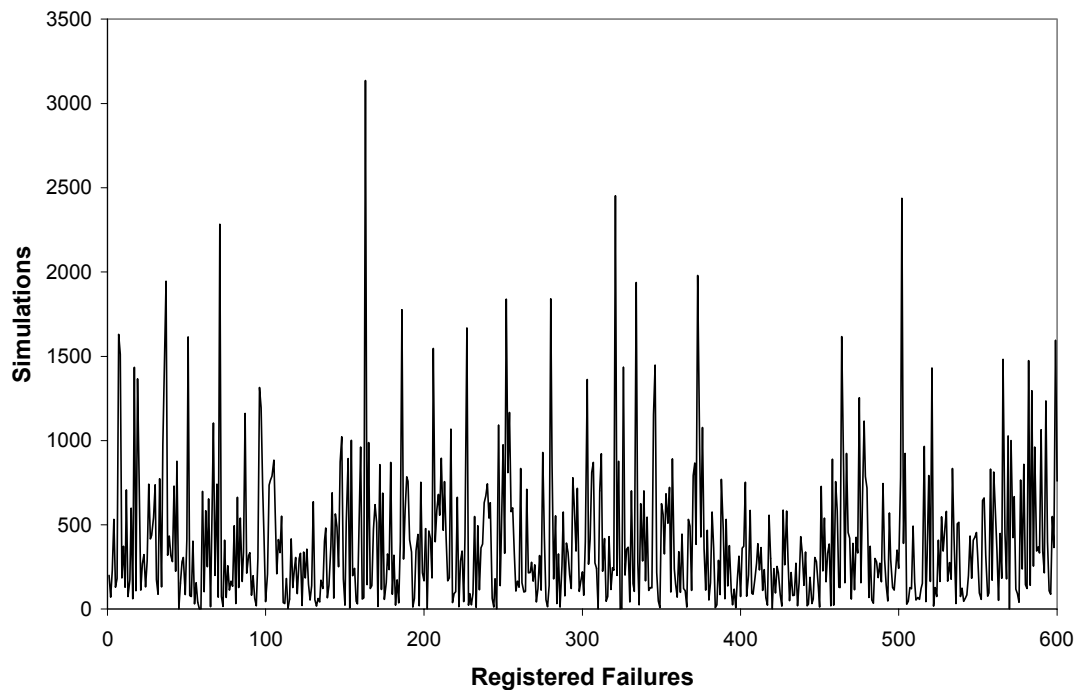
Διάγ. 3.149: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundreds



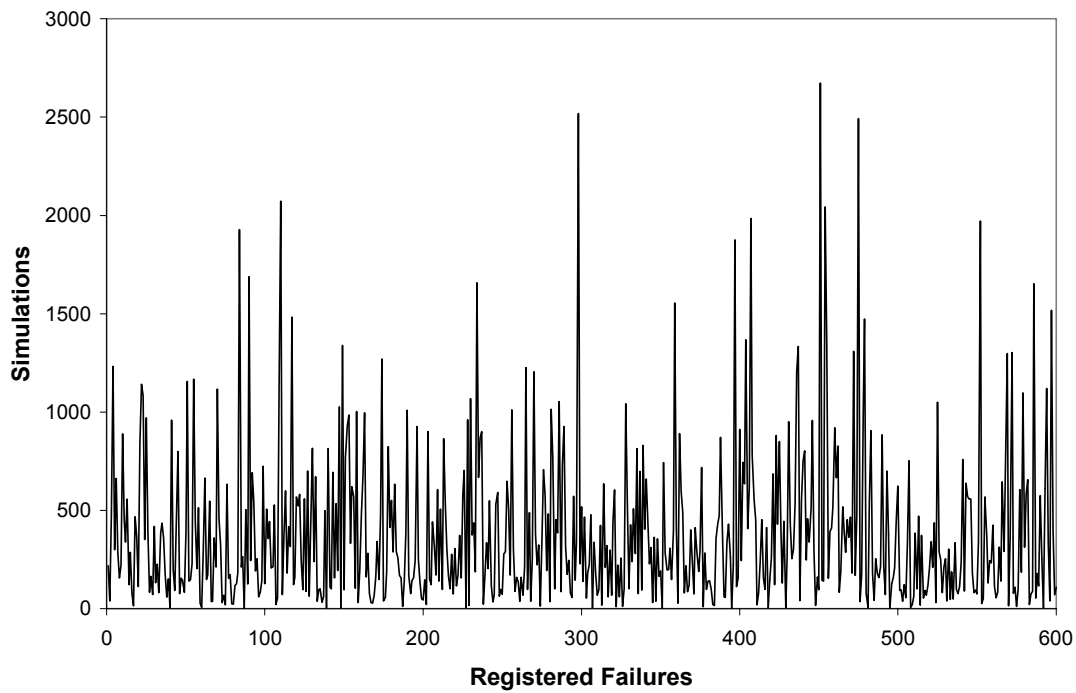
Διάγ. 3.150: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Evolution of the distance between two consecutive failures



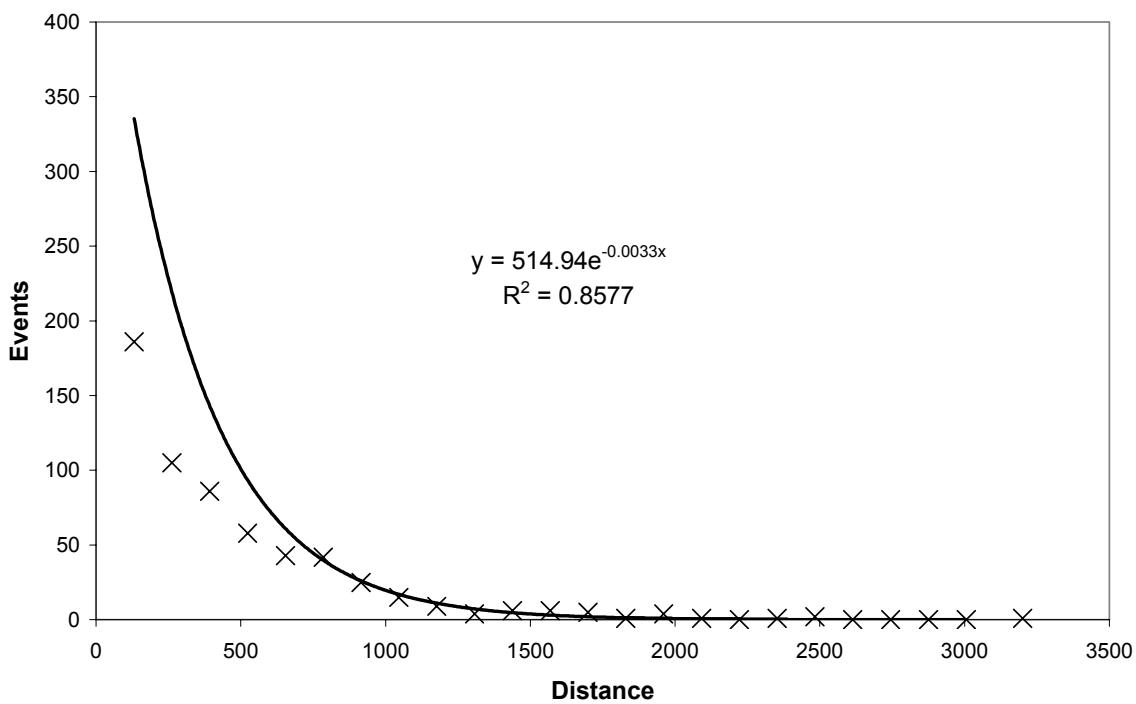
Διάγ. 3.151: Απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τιμή σποράς 4357.

Evolution of the distance between two consecutive failures



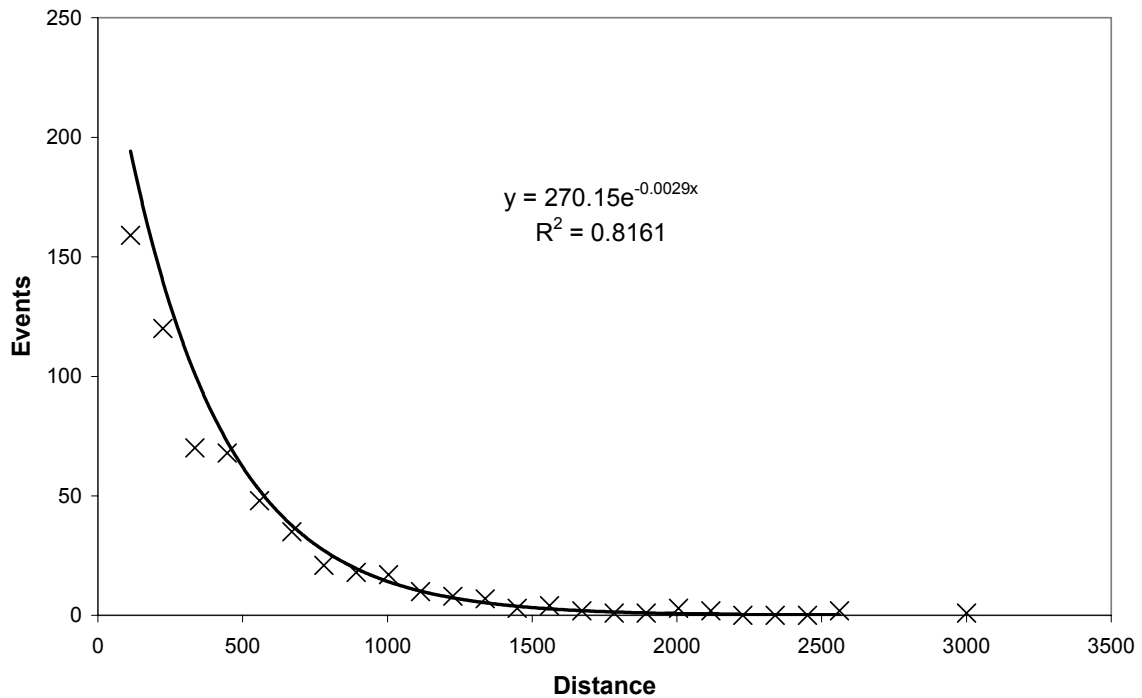
Διάγ. 3.152: Απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τιμή σποράς 5003.

Number of events where the distance between two consecutive failures falls in a predetermined range



Διάγ. 3.153: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή για τιμή σποράς 4357.

Number of events where the distance between two consecutive failures falls in a predetermined range



Διάγ. 3.154: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή για τιμή σποράς 5003.

T-test	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
101-200		Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
201-300			Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
301-400				Απόρριψη	Αποδοχή
401-500					Απόρριψη

Πίν. 3.61: Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης για τιμή σποράς 4357 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

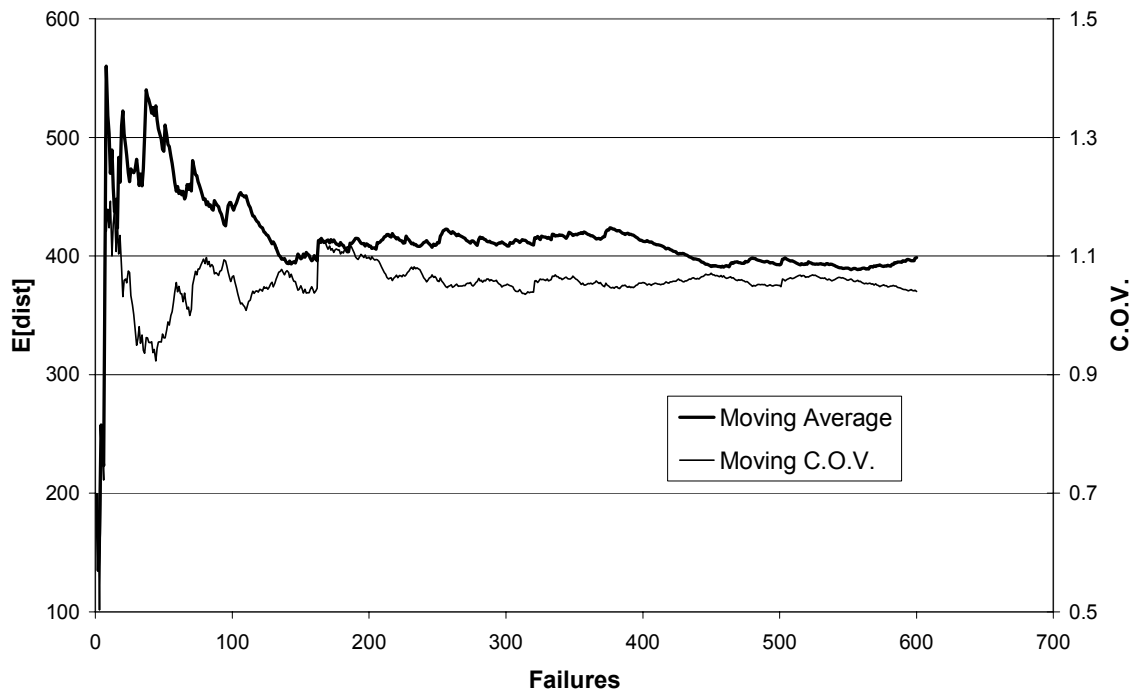
T-test	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
101-200		Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
201-300			Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
301-400				Απόρριψη	Αποδοχή
401-500					Απόρριψη

Πίν. 3.62: Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης για τιμή σποράς 5003 – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Η εξέλιξη του χρονικού μέσου και του δείκτη μεταβλητότητας της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.155 και Διάγ. 3.156. Για τιμή σποράς 4357 ο χρονικός μέσος είναι ίσος με 398.63 τιμή που μεταφράζεται σε

πιθανότητα αστοχίας ίση με 2.51×10^{-3} και για τιμή σποράς 5003 ίσος με 383.08 που μεταφράζεται σε πιθανότητα αστοχίας 2.61×10^{-3} .

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



Διάγ. 3.155: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης για τιμή σποράς 4357.

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



Διάγ. 3.156: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης για τιμή σποράς 5003.

Ο δείκτης μεταβλητότητας για την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών και για τις 2 τιμές σποράς είναι περίπου ίσος με τη μονάδα ενισχύοντας την εκτίμηση ότι για τη υπό εξέταση γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister η αστοχία της κατασκευής δεν παρουσιάζει περιοδικότητα.

Στους Πίν. 3.63 και Πίν. 3.64, παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών για τις ομάδες που έχουν επιλεγεί για τις 2 τιμές σποράς. Ο υψηλότερος συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (κατά απόλυτη τιμή) είναι για τιμή σποράς 4357 ίσος με 0.242 και για τιμή σποράς 5003 ίσος με 0.217 αντίστοιχα. Η $E[R_j]$ είναι ίση με -0.03311 για τιμή σποράς 4357 και -0.01611 για τιμή σποράς 5003 με δείκτες μεταβλητότητας 277.70% και 720.18% αντίστοιχα.

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	1.0000					
101-200	-0.0884	1.0000				
201-300	-0.1093	-0.0722	1.0000			
301-400	-0.0790	-0.0640	0.0478	1.0000		
401-500	-0.0821	-0.0057	0.0952	-0.0731	1.0000	
501-600	-0.0155	0.0135	-0.2422	0.0660	0.1123	1.0000

Πίν. 3.63: Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (Τιμή σποράς = 4357).

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	1.0000					
101-200	0.0778	1.0000				
201-300	0.0375	-0.1575	1.0000			
301-400	-0.1945	-0.2166	-0.0328	1.0000		
401-500	0.1838	-0.0408	-0.0391	-0.0708	1.0000	
501-600	0.0058	-0.0546	0.0337	0.1478	0.0787	1.0000

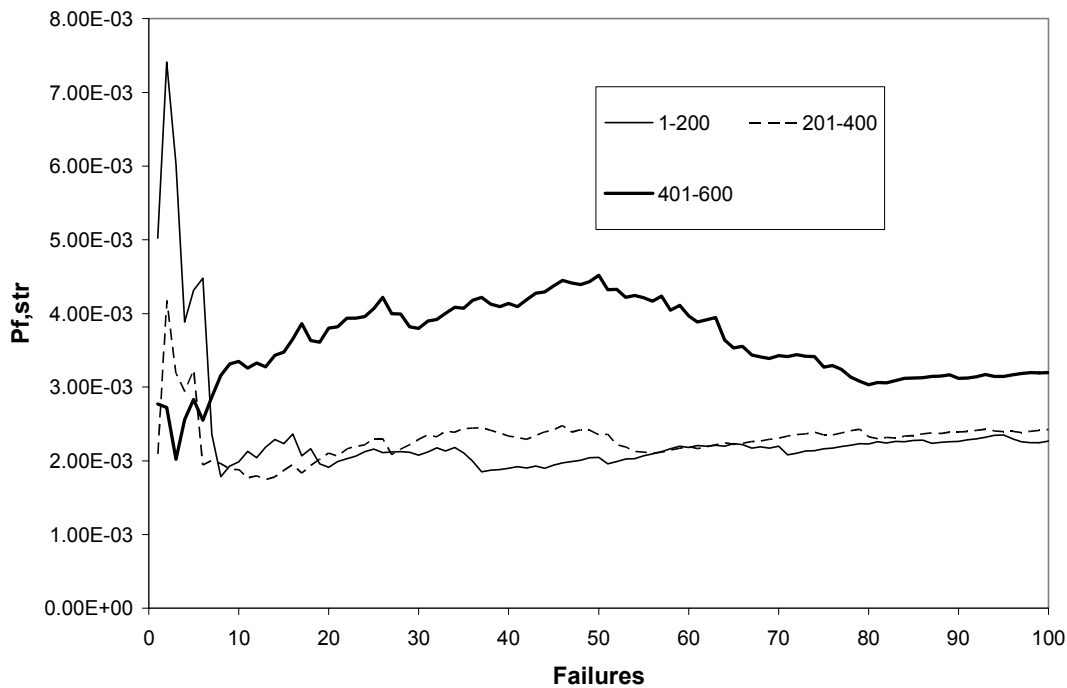
Πίν. 3.64: Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (Τιμή σποράς =5003).

3.22.1.5 Χωροδικτύωμα 112 μελών – (Ομάδες 200 αστοχιών)

Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC στη συνέχεια χωρίζεται σε 3 ομάδες των 200 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ για τις 2 τιμές σποράς παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.157 και Διάγ. 3.158 αντίστοιχα. Ο χρονικός μέσος για τιμή σποράς 4357 κυμαίνεται από 2.32×10^{-3} ως 3.28×10^{-3} και για τιμή σποράς 5003 από 2.1×10^{-3} ως 2.84×10^{-3} .

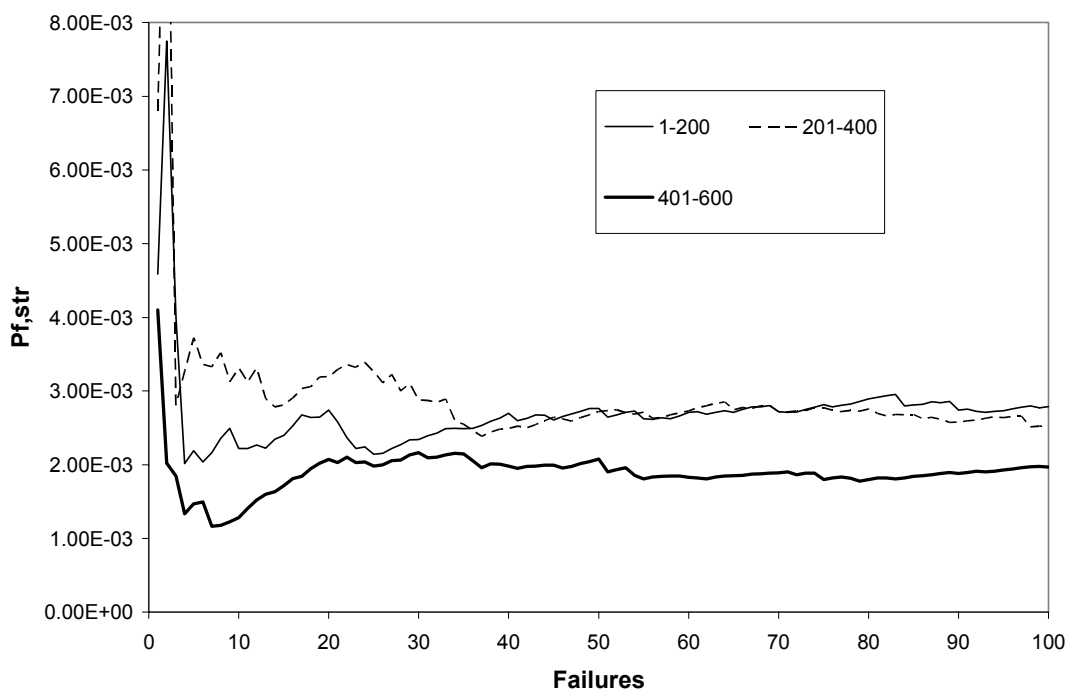
Ο δείκτης μεταβλητότητας του χρονικού μέσου κυμαίνεται από 9% ως 24% και από 15% ως 26% για τιμή σποράς 4357 και 5003 αντίστοιχα.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.157: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 4357, 200 αστοχίες, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.158: $P_{f,s}(t)$ για τιμή σποράς 5003, 200 αστοχίες, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Η μηδενική υπόθεση ικανοποιείται και για τις 2 τιμές σποράς και οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης είναι σε κάθε περίπτωση μικρότεροι του 10%.

3.22.1.6 Συμπεράσματα για Χωροδικτύωμα 112 μελών

Σύμφωνα με τις παραγράφους 3.22.1.4 και 3.22.1.5 συμπεραίνεται ότι:

- Από την ανάλυση για το υπό εξέταση πρόβλημα οι εκτιμήσεις αστοχίας παρουσιάζουν σχετικές αποκλίσεις που ξεπερνούν σε ορισμένες περιπτώσεις το 100%.
- Για την υπό εξέταση γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister πληρούνται οι προϋποθέσεις τυχαιότητας.

3.22.2 Γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισουπόλοιπων

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η συμπεριφορά της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισουπόλοιπων (MDRG) [22], [47]. Όπως και στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister η γεννήτρια αυτή χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας με τη βοήθεια της μεθόδου MC σε χωροδικτύωμα 64 μελών και χωροδικτύωμα 112 μελών. Η ακολουθία ορίζεται ως [22], [47], [50], [52]:

$$x_i = (a \cdot x_{i-1} + c) \cdot \text{mod}(m) \quad (3.101)$$

όπου, a , c και m είναι ο πολλαπλασιαστικός όρος, ο προσθετικός όρος και ο διαιρέτης ισουπόλοιπων. Ο τελεστής mod μεταξύ δύο ακεραίων δίδει το υπόλοιπο της διαίρεσης:

$$a \cdot \text{mod}(b) = a - \text{int}\left[\frac{a}{b}\right] \cdot b \quad (3.102)$$

Οι τιμές των παραμέτρων της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισουπόλοιπων ορίζονται ως $a=16807$, $c=45$ και $m=2^{64}-1$.

3.22.2.1 Χωροδικτύωμα 64 μελών – (Ομάδες 100 αστοχιών)

Ακολουθείται αντίστοιχη διαδικασία όπως και στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC χωρίζεται σε 5 ομάδες των 100 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Τα αποτελέσματα του χρονικού μέσου καθώς και της εκτίμησης παρουσιάζονται στον Πίν. 3.65. Η $\max\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 5.05×10^{-4} ενώ η $\min\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 3.23×10^{-4} . Οι $P_{f,s}(t)$, κυμαίνονται από 3.14×10^{-4} ως 3.81×10^{-4}

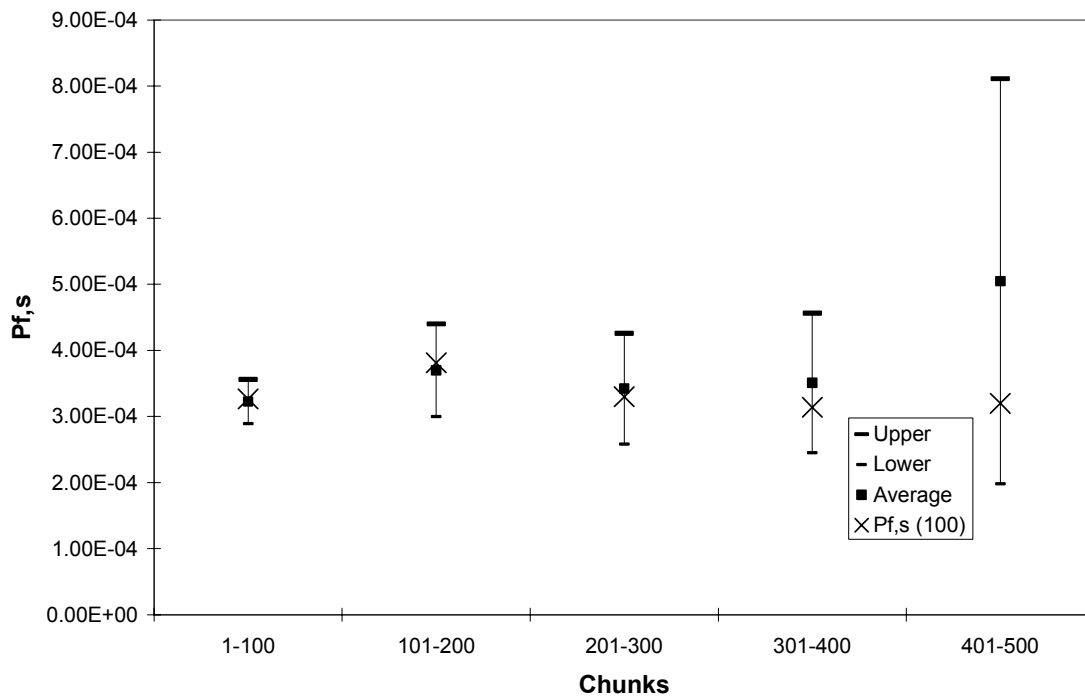
με τελική εκτίμηση ίση με 3.33×10^{-4} . Η τιμή αυτή είναι κατά 8.8% μικρότερη της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας για τιμή σποράς 5003.

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
$E[P_{f,s}(t)]$	3.23E-04	3.70E-04	3.42E-04	3.51E-04	5.05E-04
COV	0.10	0.19	0.24	0.30	0.61
$P_{f,s}(t_f=100)$	3.26E-04	3.81E-04	3.30E-04	3.14E-04	3.20E-04

Πίν. 3.65: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$ (Χωροδικτύωμα 64 μελών).

Στο Διάγ. 3.159, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Πίν. 3.65 σε συνδυασμό με το “άνω” και “κάτω” όριο. Ο δείκτης μεταβλητότητας είναι μικρότερος της μονάδας ωστόσο για την ομάδα 401-500 παρατηρείται υψηλή τιμή. Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.160. Η διασπορά των αποτελεσμάτων είναι της τάξης του 20% με τιμές στο διάστημα $[3.14 \sim 3.82] \times 10^{-4}$.

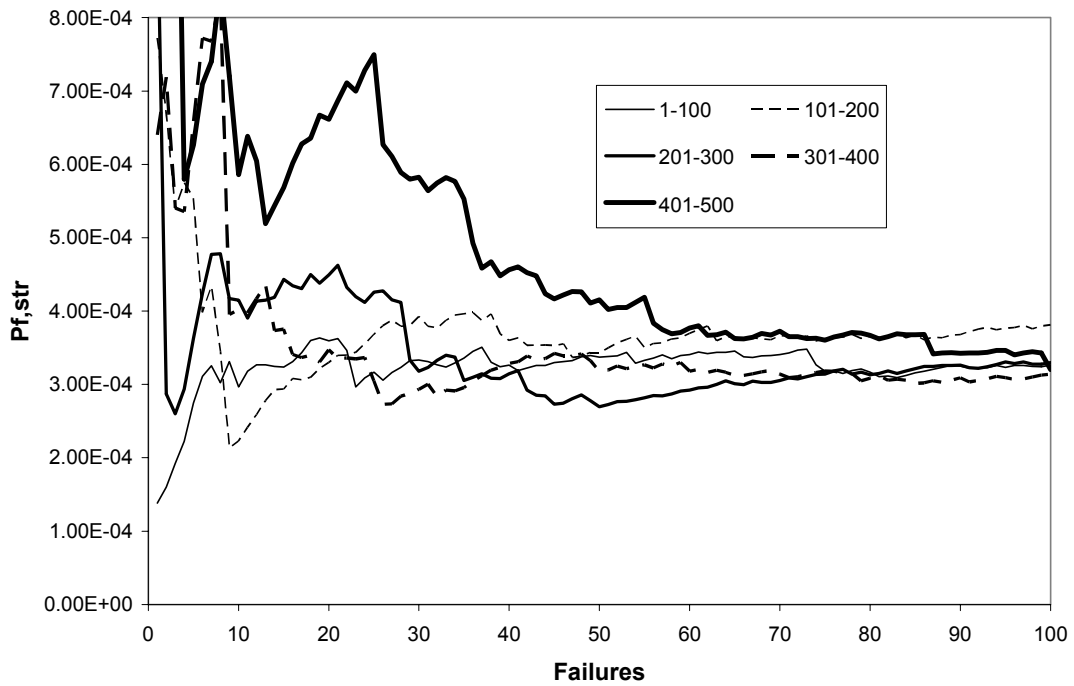
Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability



Διάγ. 3.159: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ – Χωροδικτύωμα 64 μελών.

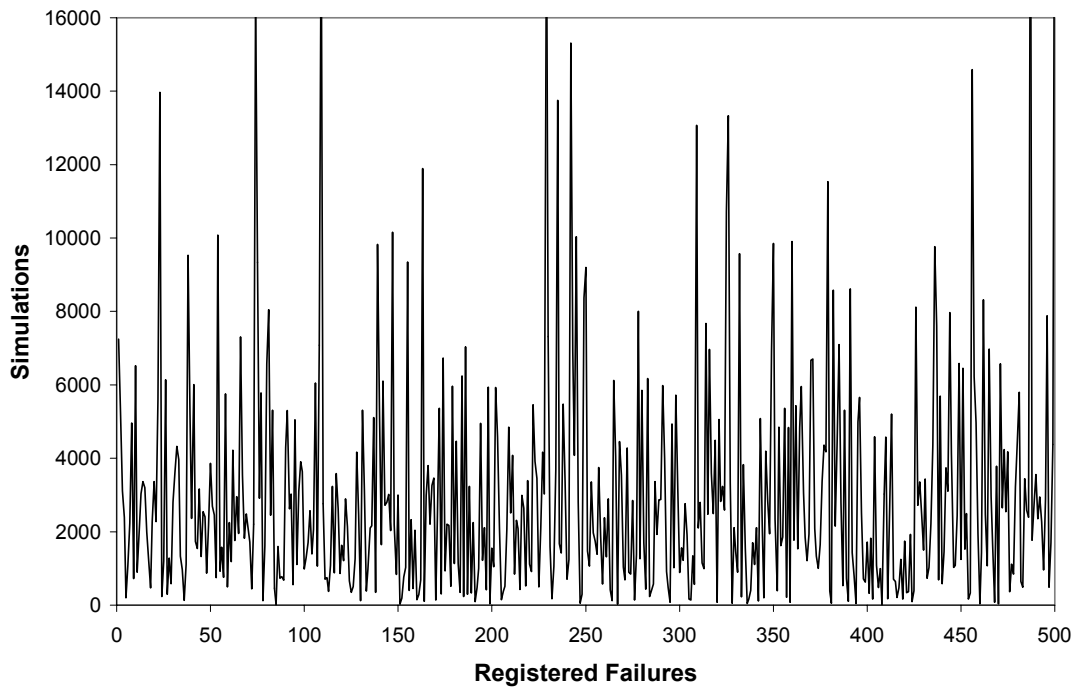
Στο Διάγ. 3.161, παρουσιάζεται η εξέλιξη της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.162 και ο συντελεστής συσχέτισης της προσαρμοσμένης εκθετικής κατανομής είναι ίσος με 0.963.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.160: $P_{f,s}(t)$ – Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Evolution of the distance between two consecutive failures



Διάγ. 3.161 Απόσταση μεταξύ αστοχιών, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

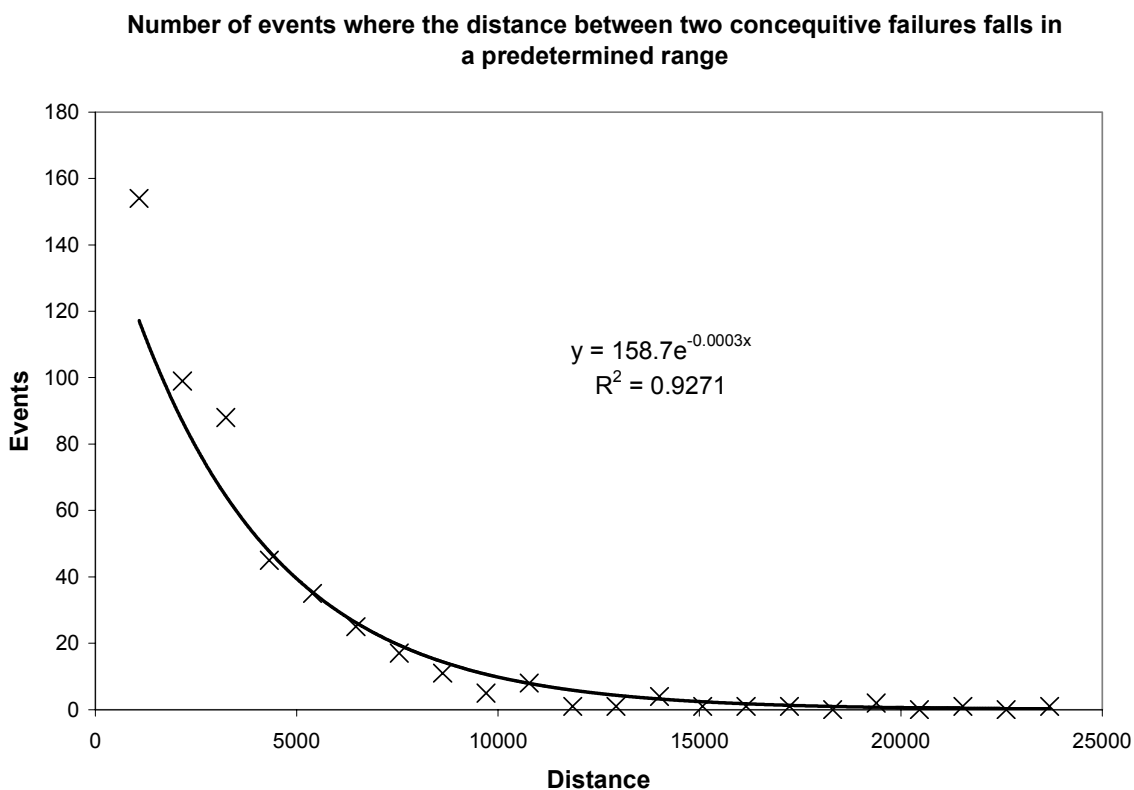
Η τιμή αυτή είναι ελαφρά υψηλότερη της τιμής που παρατηρείται για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Για τις 5 ομάδες εξετάζεται η ισχύς της μηδενικής

υπόθεσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίν. 3.66 και σε κάθε περίπτωση έχουμε την ικανοποίηση της μηδενικής υπόθεσης.

T-test	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
101-200		Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
201-300			Αποδοχή	Αποδοχή
301-400				Αποδοχή

Πίν. 3.66: Υπόθεση t-test, γεννήτρια ισουπολοίπων – Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Η εξέλιξη του χρονικού μέσου της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και του δείκτη μεταβλητότητας παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.163. Ο χρονικός μέσος είναι ίσος με 3005.954 που μεταφράζεται σε πιθανότητα αστοχίας ίση με 3.33×10^{-4} . Ο δείκτης μεταβλητότητας λαμβάνει τιμές υψηλότερες της μονάδας για ένα μεγάλο μέρος της διαδικασίας και η τελική τιμή του είναι ίση με 1.058, 5.8% υψηλότερη της θεωρητικής.



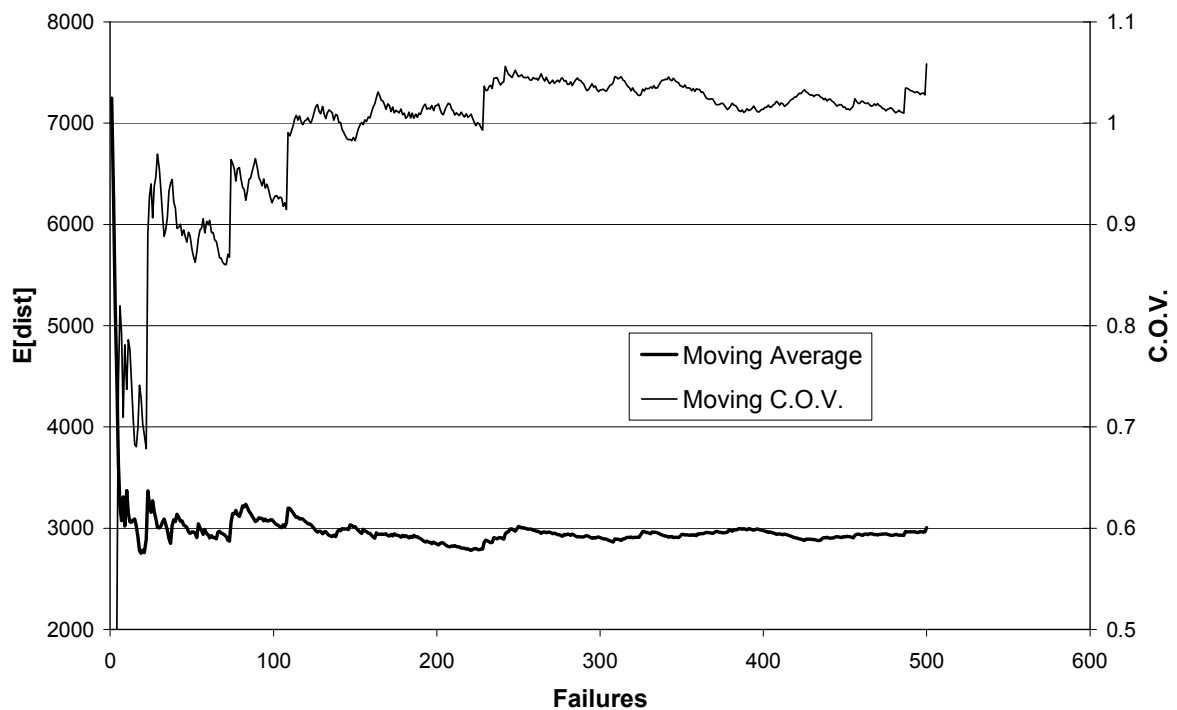
Διάγ. 3.162: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Στον Πίν. 3.67 παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών για τις ομάδες. Η μέγιστη τιμή του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης είναι ίση με 0.105 με μέση τιμή -0.03536 και δείκτη μεταβλητότητας 127.91%.

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
1-100	1.0000				
101-200	-0.0378	1.0000			
201-300	-0.0505	-0.0049	1.0000		
301-400	-0.0736	0.0286	-0.0266	1.0000	
401-500	-0.1049	-0.0695	0.0377	-0.0521	1.0000

Πίν. 3.67: Συντελεστές γραμμικής συσχέτισης, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



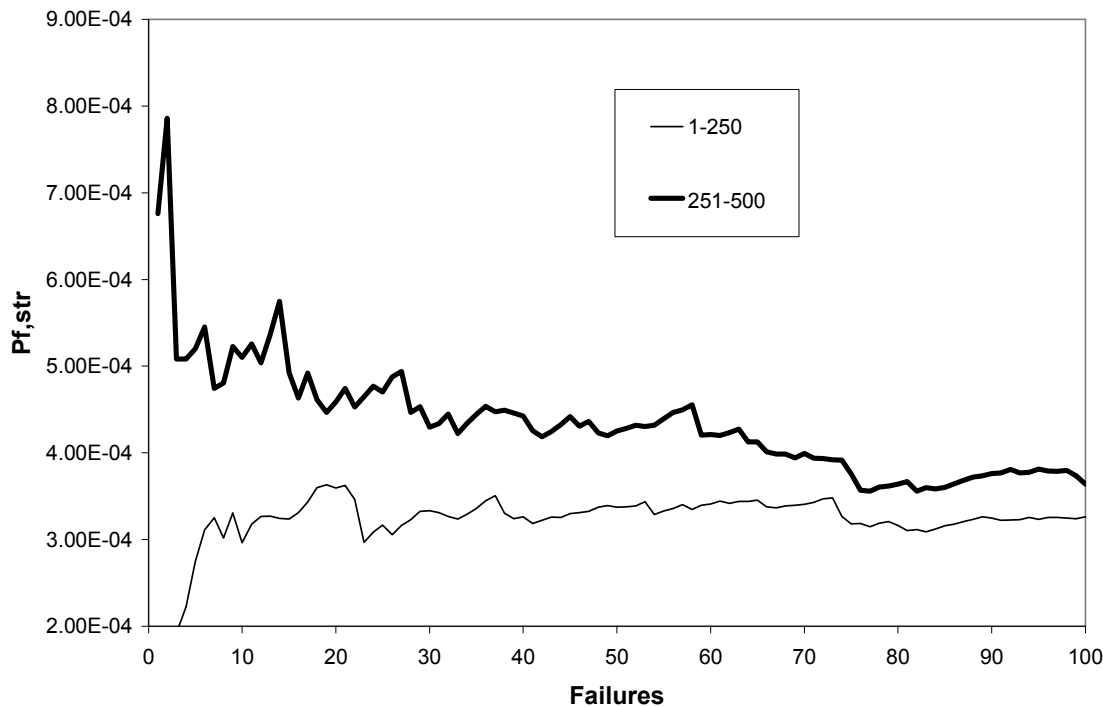
Διάγ. 3.163: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

3.22.2.2 Χωροδικτύωμα 64 μελών – (Ομάδες 250 αστοχιών)

Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC στη συνέχεια χωρίζεται σε 2 ομάδες των 250 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ για τις ομάδες αυτές παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.164.

Ο χρονικός μέσος είναι ίσος με 3.34×10^{-4} και 3.86×10^{-4} αντίστοιχα και ο δείκτης μεταβλητότητας είναι ίσος με 7% και 15% αντίστοιχα. Για τις 2 ομάδες η μηδενική υπόθεση του t-test ικανοποιείται και ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με 2.36%.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends

Διάγ. 3.164: $P_{f,s}(t)$, 250 αστοχίες, Χωροδικτύωμα 64 μελών.

3.22.2.3 Συμπεράσματα για Χωροδικτύωμα 64 μελών

Συμπεραίνεται ότι:

- Για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών πληρούνται οι προϋποθέσεις τυχαιότητας.
- Η μηδενική υπόθεση ικανοποιείται σε κάθε περίπτωση.

3.22.2.4 Χωροδικτύωμα 112 μελών – (Ομάδες 100 αστοχιών)

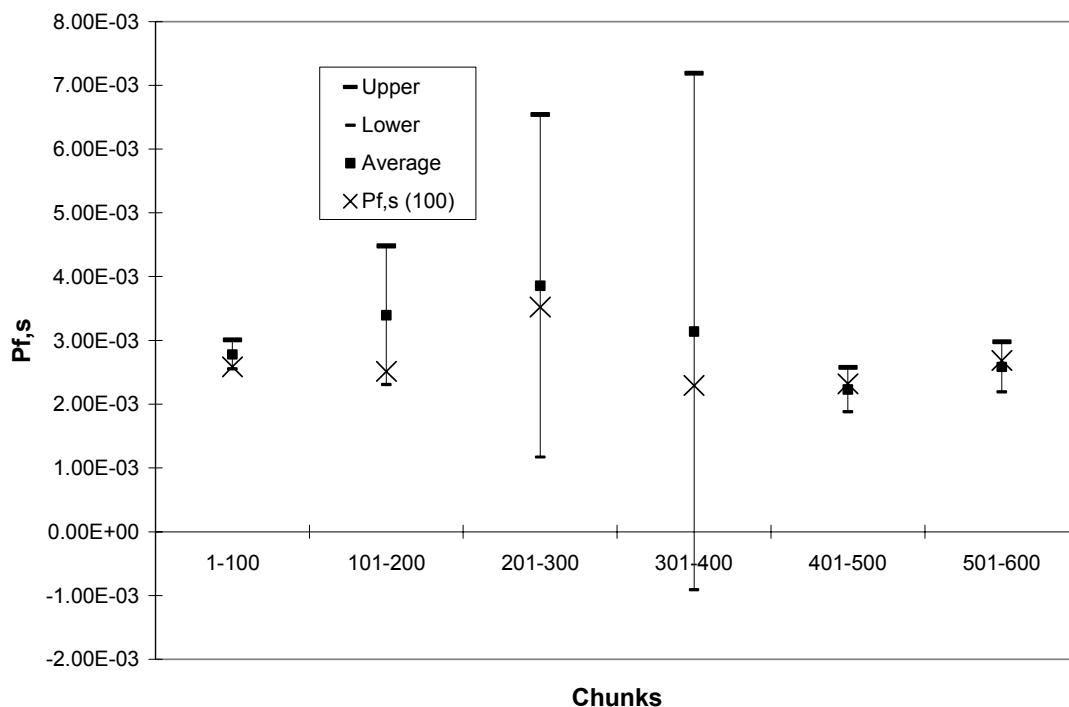
Ακολουθείται αντίστοιχη διαδικασία όπως και στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC χωρίζεται σε 6 ομάδες των 100 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας. Τα αποτελέσματα του χρονικού μέσου καθώς και της εκτίμησης παρουσιάζονται στον Πίν. 3.68. Η $\max\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 3.86×10^{-3} ενώ η $\min\{E[P_{f,s};t]\}$ είναι ίση με 2.23×10^{-3} . Οι $P_{f,s}(t)$, κυμαίνονται από 2.29×10^{-3} ως 3.52×10^{-3} με τελική εκτίμηση 2.60×10^{-3} . Η τιμή αυτή συμπίπτει με την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister με τιμή σποράς 5003.

Στο Διάγ. 3.165, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Πίν. 3.68 σε συνδυασμό με το “άνω” και “κάτω” όριο. Για την ομάδα 301-400 παρατηρείται δείκτης μεταβλητότητας μεγαλύτερος της μονάδας.

Ομάδες	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
$E[P_{f,s}(t)]$	2.78E-03	3.39E-03	3.86E-03	3.14E-03	2.23E-03	2.59E-03
COV	0.08	0.32	0.70	1.29	0.16	0.15
$P_{f,s}(t_f=100)$	2.59E-03	2.51E-03	3.52E-03	2.29E-03	2.32E-03	2.69E-03

Πίν. 3.68: $E[P_{f,s}(t)]$, COV και $P_{f,s}(t_f=100)$, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Lower Bound, Average, Upper Bound of Failure Probability

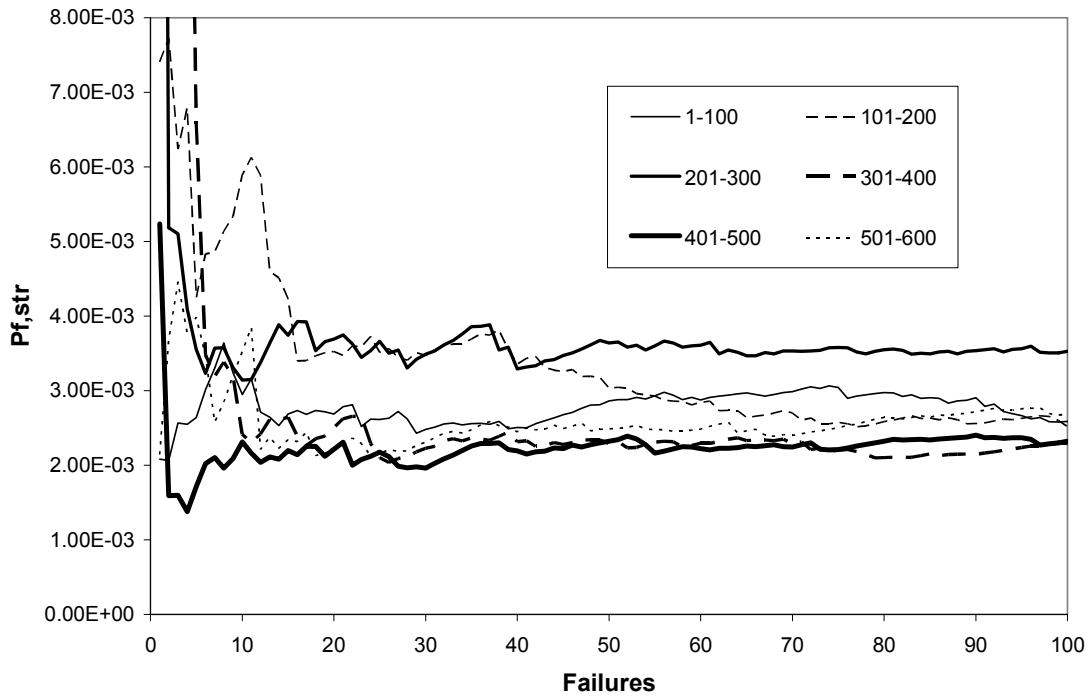


Διάγ. 3.165: Στατιστικές $P_{f,s}(t)$ – Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.166. Η διασπορά των αποτελεσμάτων είναι της τάξης του 60%. Στο Διάγ. 3.167, παρουσιάζεται η εξέλιξη της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών.

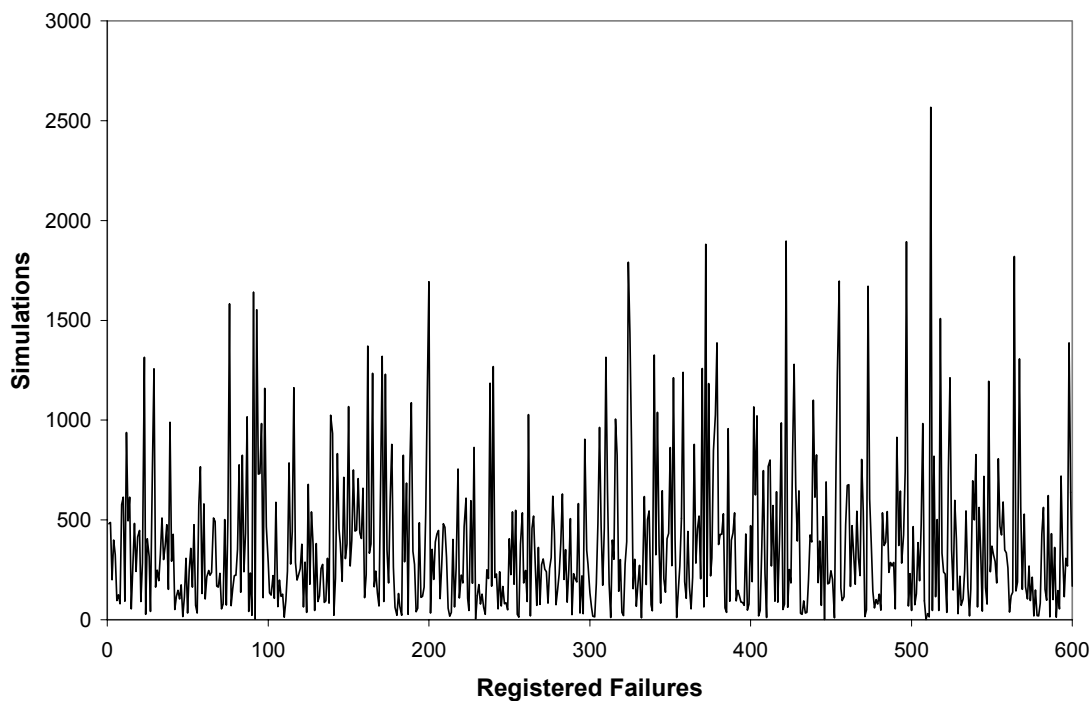
Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στο Διάγ. 3.168 και ο συντελεστής συσχέτισης της προσαρμοσμένης εκθετικής κατανομής είναι ίσος με 0.891. Για τις 6 ομάδες εξετάζεται η ισχύς της μηδενικής υπόθεσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίν. 3.69. Σε 5 περιπτώσεις δεν ικανοποιείται η μηδενική υπόθεση.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends



Διάγ. 3.166: $P_{f,s}(t)$, 100 αστοχίες, Χωροδικτύωμα 112 μελών

Evolution of the distance between two consecutive failures



Διάγ. 3.167: Απόσταση μεταξύ διαδοχικών αστοχιών, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Η εξέλιξη του χρονικού μέσου της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και του δείκτη μεταβλητότητας παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.169. Ο χρονικός μέσος είναι ίσος με 384.68 που

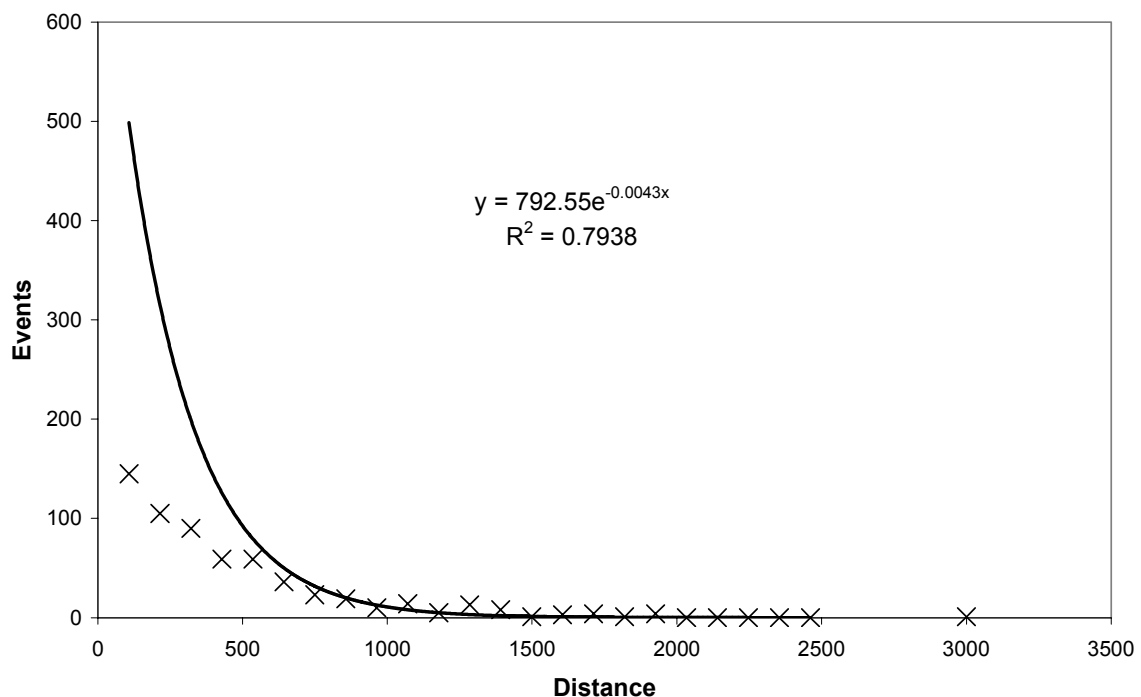
μεταφράζεται σε πιθανότητα αστοχίας ίση με 2.60×10^{-4} . Ο δείκτης μεταβλητότητας λαμβάνει τιμές κατά τη διάρκεια της ανάλυσης κοντά στη μονάδα.

T-test	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
101-200		Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
201-300			Απόρριψη	Απόρριψη	Απόρριψη
301-400				Αποδοχή	Αποδοχή
401-500					Αποδοχή

Πίν. 3.69: Υπόθεση t-test (Χωροδικτύωμα 112 μελών).

Στον Πίν. 3.70, παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών αστοχιών για τις ομάδες. Η μέγιστη τιμή του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης είναι ίση με 0.256 με μέση τιμή -0.00522 και δείκτη μεταβλητότητας 2224.32%.

Number of events where the distance between two consecutive failures falls in a predetermined range



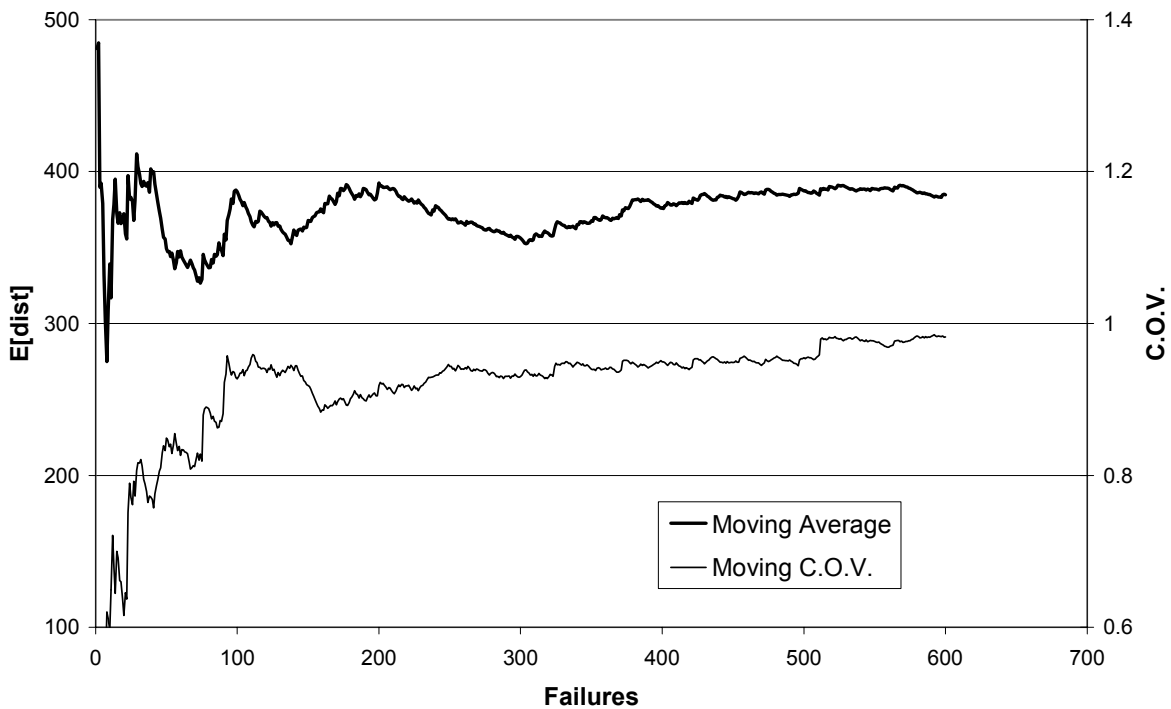
Διάγ. 3.168: Ιστόγραμμα και προσαρμοσμένη εκθετική κατανομή, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
1-100	1.0000					
101-200	-0.1009	1.0000				
201-300	0.0168	0.0564	1.0000			

R	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
301-400	-0.2370	0.0154	0.1212	1.0000		
401-500	0.0455	-0.0409	0.0787	-0.2526	1.0000	
501-600	0.1398	-0.0280	0.0809	-0.0283	0.0547	1.0000

Πίν. 3.70: Συντελεστές γραμμικής συσχέτισης, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

Evolution of E[dist] and of C.O.V.



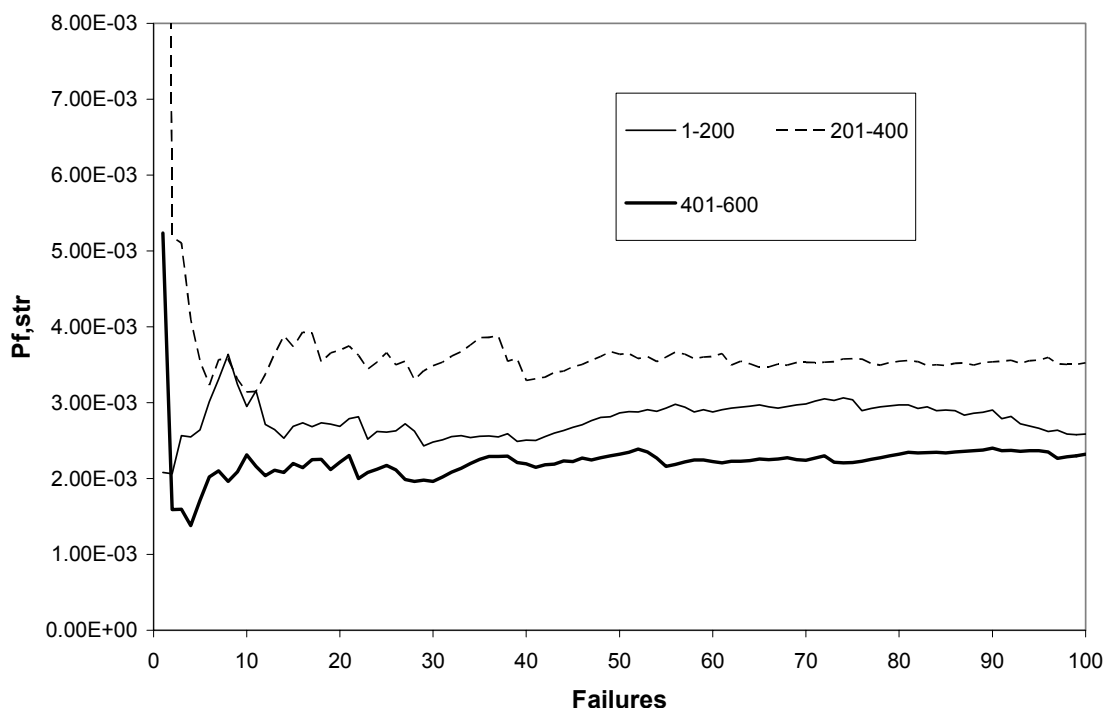
Διάγ. 3.169: Μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών, Χωροδικτύωμα 112 μελών.

3.22.2.5 Χωροδικτύωμα 112 μελών – (Ομάδες 200 αστοχιών)

Το ιστορικό των γεγονότων αστοχίας της διαδικασίας MC χωρίζεται σε 3 ομάδες των 200 αστοχιών και για κάθε ομάδα υπολογίζεται η μέση χρονική τιμή και ο χρονικός δείκτης μεταβλητότητας.

Η εξέλιξη της $P_{f,s}(t)$ για τις ομάδες αυτές παρουσιάζεται στο Διάγ. 3.170. Ο χρονικός μέσος κυμαίνεται από 2.31×10^{-3} ως 3.44×10^{-3} και ο δείκτης μεταβλητότητας του κυμαίνεται από 6% ως 54%. Η μηδενική υπόθεση ικανοποιείται σε κάθε περίπτωση και οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης είναι μικρότεροι του 10%.

Evolution of Failure Probabilities - Chunks of hundrends

Διάγ. 3.170: $P_{f,s}(t)$, 200 αστοχίες, Χωροδικτύωμα 112 μελών

3.22.2.6 Συμπεράσματα για Χωροδικτύωμα 112 μελών

Συμπεραίνεται ότι:

- Από την ανάλυση για το υπό εξέταση πρόβλημα οι εκτιμήσεις αστοχίας παρουσιάζουν σχετικές αποκλίσεις που ξεπερνούν σε ορισμένες περιπτώσεις το 100%.
- Για την υπό εξέταση γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών πληρούνται οι προϋποθέσεις τυχαιότητας.

3.22.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων για Χωροδικτύωμα 64 μελών

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων παρατηρείται ότι:

- Η πιθανότητα αστοχίας όταν χρησιμοποιείται η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων είναι κατά 8.4% χαμηλότερη της εκτίμησης που λαμβάνεται με την εφαρμογή της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister για τιμή σποράς 5003 και 5.1% χαμηλότερη της εκτίμησης για τιμή σποράς 4357.
- Για τις ομάδες των 100 αστοχιών η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister

με τιμή σποράς 4357 παρουσιάζει μέγιστο δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 26% ενώ στην περίπτωση της γεννήτριας γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η αντίστοιχη τιμή είναι ίση με 61%. Η διακύμανση της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας είναι υψηλότερη στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister. Για τιμή σποράς 4357 η εκτίμηση κυμαίνεται $[2.95\sim 3.98]\times 10^{-4}$ ενώ για τιμή σποράς 5003 κυμαίνεται $[3.11\sim 4.04]\times 10^{-4}$. Για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η πιθανότητα αστοχίας κυμαίνεται $[3.14\sim 3.81]\times 10^{-4}$.

- Ο συντελεστής προσαρμογής (R^2) της προσαρμοσμένης εκθετικής κατανομής στο ιστόγραμμα τιμών στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister κυμαίνεται 0.932~0.940. Για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η τιμή είναι ίση με 0.963. Ο δείκτης μεταβλητότητας της ανέλιξης της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister κυμαίνεται από 0.931~0.972 όταν στην περίπτωση της γεννήτριας γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων λαμβάνει τιμή ίση με 1.058.
- Η μέγιστη τιμή του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των ομάδων ως προς τις αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών αστοχιών είναι στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister ίση με 0.115 (τιμή σποράς 4357) και 0.245 (τιμή σποράς 5003) αντίστοιχα όταν στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων είναι ίση με 0.105. Και για τις 2 γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών παρατηρείται πολύ χαμηλός συντελεστής αυτοσυσχέτισης.

Η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister πληροί τις προϋποθέσεις τυχαιότητας. Αντίστοιχο συμπέρασμα είναι δυνατόν να εξαχθεί και στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων.

3.22.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για Χωροδικτύωμα 112 μελών

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων παρατηρείται ότι:

- Η προτεινόμενη πιθανότητα αστοχίας με τη χρήση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων συμπίπτει με την τιμή που υπολογίσθηκε στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister για τιμή σποράς 5003.
- Για τις ομάδες των 100 αστοχιών η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister παρουσιάζει μέγιστο δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 42% ενώ στην περίπτωση της

γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η αντίστοιχη τιμή είναι ίση με 129%. Η διακύμανση της εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας είναι μικρότερη στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister με διακύμανση $[1.97\sim 3.13]\times 10^{-3}$ όταν για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η διακύμανση είναι ίση με $[2.26\sim 3.54]\times 10^{-3}$.

- Ο συντελεστής προσαρμογής (R^2) της προσαρμοσμένης εκθετικής κατανομής στο ιστόγραμμα τιμών στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister είναι ίσος με 0.904 όταν για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων η τιμή είναι ίση με 0.891. Το πλήθος των συνδυασμών των ομάδων που η μηδενική υπόθεση δεν ικανοποιείται είναι και για τις 2 γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών ίσος με 5 περιπτώσεις. Ο δείκτης μεταβλητότητας της ανέλιξης της απόστασης μεταξύ διαδοχικών αστοχιών στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister είναι ίσος με 1.042 όταν στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων ο αντίστοιχος δείκτης είναι ίσος με 0.982. Η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων παρουσιάζει δείκτη μεταβλητότητας πλησιέστερο στη θεωρητική τιμή όμως η γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister παρουσιάζει υψηλότερο συντελεστή προσαρμογής.
- Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των ομάδων καταδεικνύει ότι στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων σε 2 περιπτώσεις η τιμή $|R|$ είναι υψηλότερη του 0.2 όταν για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister κάτι τέτοιο συμβαίνει μόνον μία φορά.

3.22.5 Συμπεράσματα

Και οι 2 γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών παρουσιάζουν πολύ καλή συμπεριφορά για τα προβλήματα που εξετάστηκαν. Για τα συγκεκριμένα προβλήματα οι υπό εξέταση αλγόριθμοι είναι ιδιαίτερα κατάλληλοι ως γεννήτριες ψευδοτυχαίων αριθμών. Η αύξηση της πολυπλοκότητας του προβλήματος έχει ως αποτέλεσμα την ελαφρά μείωση της αξιοπιστίας των εκτιμήσεων της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών με διαιρέτη ισοϋπολοίπων. Κάτι τέτοιο δεν παρατηρείται στην περίπτωση της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister οπότε η υιοθέτηση της έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της πιθανότητας λάθους εκτίμησης του δείκτη αξιοπιστίας κατασκευής λόγω πιθανής ανεπάρκειας της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών.

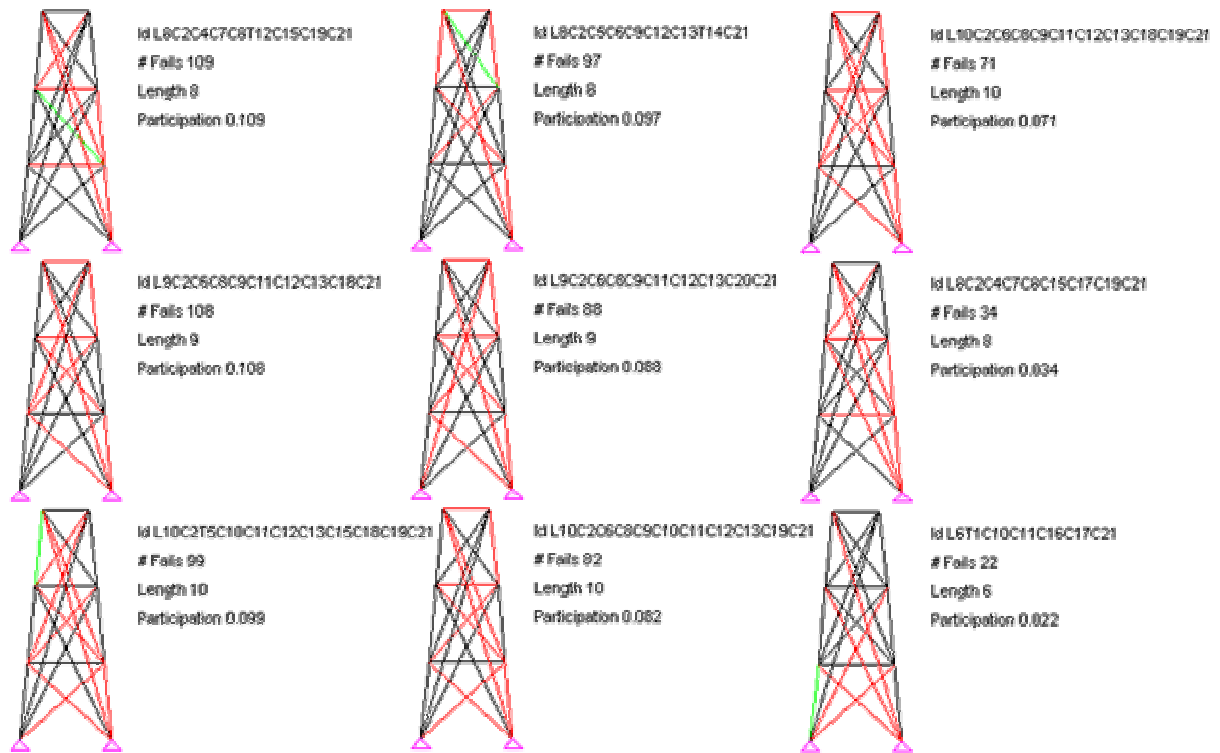
3.23 Παράρτημα Η – Αποτελέσματα ανάλυσης σεναρίων ενίσχυσης δικτύωματος 19 μελών

Στο Διάγ. 3.171, παρουσιάζονται οι 9 κύριες αλληλουχίες αστοχίας του σεναρίου Α (προσθήκη τρισδιαγώνιων μελών). Στον Πίν. 3.71, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας για τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο. Το μήκος των κύριων αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 8 ως 10 μέλη με εξαίρεση την 9^η αλληλουχία αστοχίας με μήκος ίσο με 6. Η μικρότερη απόκλιση από τα αποτελέσματα της μεθόδου MC παρατηρείται για $L[IFM]=2$ και $L[IFM]=3$. Στο Διάγ. 3.172, παρουσιάζεται το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, το άθροισμα των απολύτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, και το συνολικό ποσοστό συμμετοχής των κοινών αλληλουχιών αστοχίας. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=2$ και $L[IFM]=3$ όπως και στην περίπτωση των 9 κυρίων αλληλουχιών αστοχίας. Το συνολικό ποσοστό συμμετοχής κυμαίνεται από 96% ως 98%.

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
L8C2C4C7C8T12C15C19C21	10.90%	17.78%	14.01%	15.18%	15.52%	20.13%
L9C2C6C8C9C11C12C13C18C21	10.80%	7.41%	13.41%	12.38%	7.43%	7.99%
L10C2T5C10C11C12C13C15C18C19C21	9.90%	5.93%	7.59%	6.48%	7.71%	4.58%
L8C2C5C6C9C12C13T14C21	9.70%	9.44%	11.67%	12.74%	11.16%	11.62%
L9C2C6C8C9C11C12C13C20C21	8.80%	4.49%	9.01%	9.13%	5.44%	5.04%
L10C2C6C8C9C10C11C12C13C19C21	8.20%	6.42%	4.21%	5.79%	6.51%	7.86%
L10C2C6C8C9C11C12C13C18C19C21	7.10%	9.15%	5.95%	6.70%	9.22%	5.71%
L8C2C4C7C8C15C17C19C21	3.40%	4.85%	3.52%	4.25%	3.67%	3.78%
L6T1C10C11C16C17C21	2.20%	0.59%	1.58%	0.79%	0.95%	0.00%
Σύνολο	71.00%	66.06%	70.95%	73.34%	67.61%	66.71%

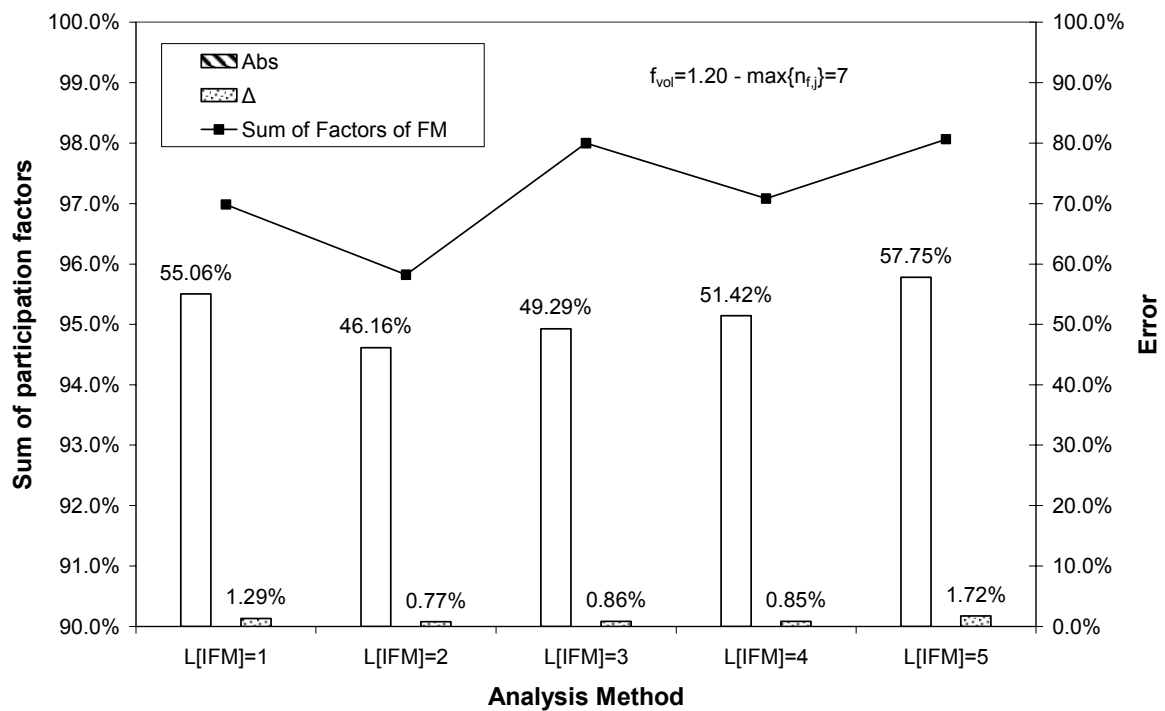
Πίν. 3.71: Ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (Α).

Στο Διάγ. 3.173, παρουσιάζονται οι 9 κύριες αλληλουχίες αστοχίας του σεναρίου Β (αντικατάσταση των άνω δισδιαγώνιων από τις τρισδιαγώνιες ράβδους). Στον Πίν. 3.72, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των 9 κύριων αλληλουχιών αστοχίας για τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο.

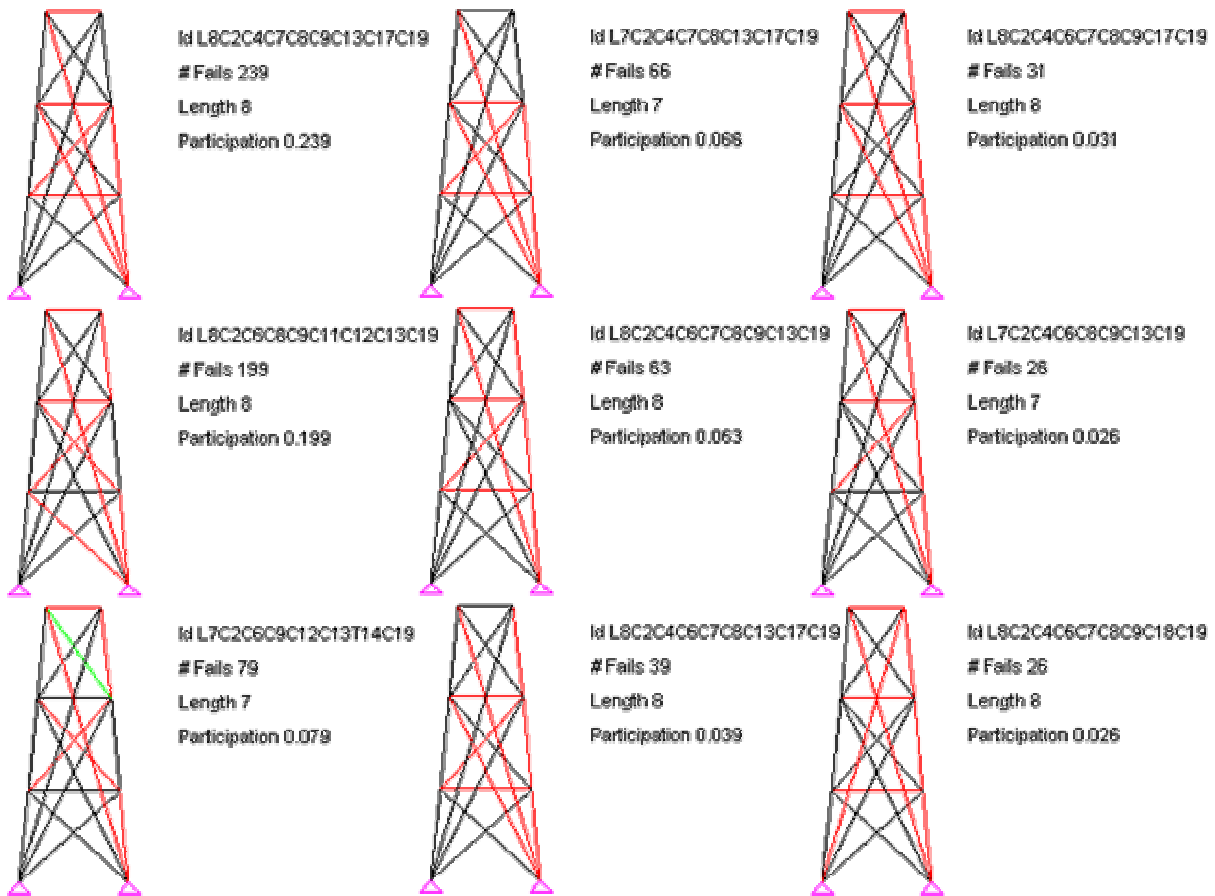


Διάγ. 3.171: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτύωματος (A).

Characteristics of FM analysis



Διάγ. 3.172: Στοιχεία ανάλυσης των αλληλουχιών αστοχίας (A).



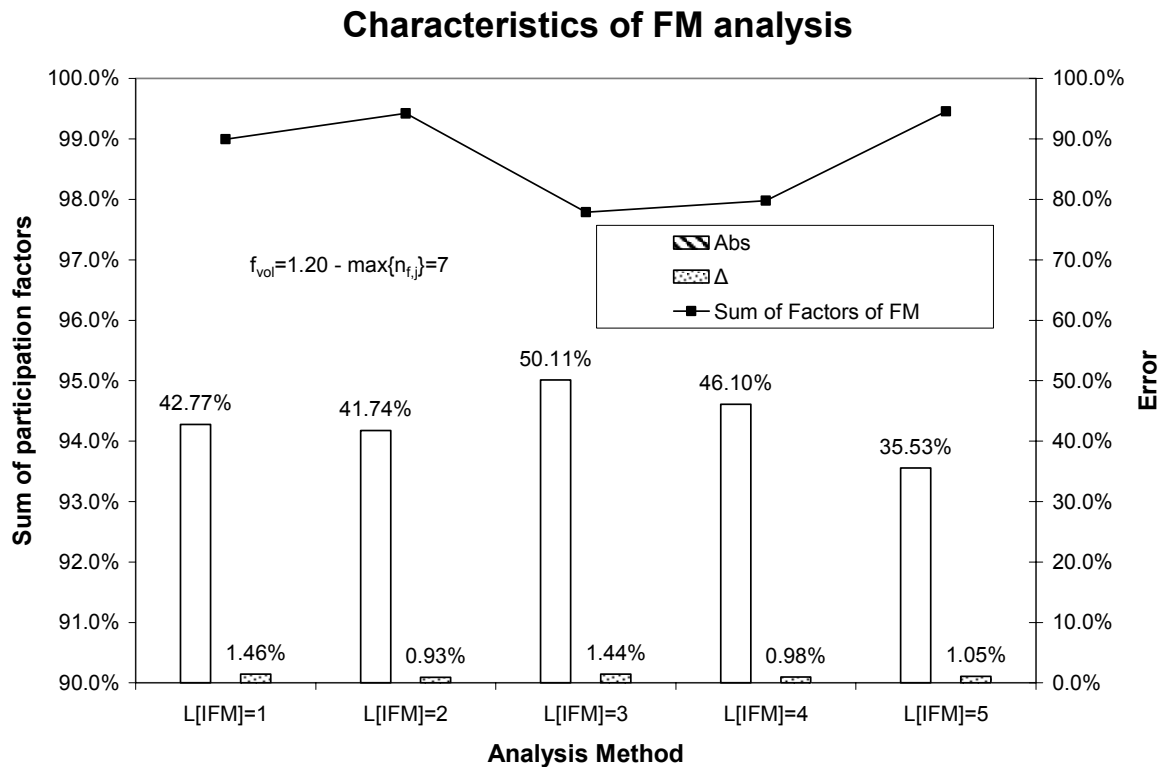
Διάγ. 3.173: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτυώματος (B).

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
L8C2C4C7C8C9C13C17C19	23.90%	17.15%	22.30%	20.97%	19.24%	24.10%
L8C2C6C8C9C11C12C13C19	19.90%	19.62%	17.76%	22.07%	22.92%	20.96%
L7C2C6C9C12C13T14C19	7.90%	5.63%	10.84%	5.46%	8.13%	6.76%
L7C2C4C7C8C13C17C19	6.60%	13.83%	10.87%	15.28%	10.00%	13.48%
L8C2C4C6C7C8C9C13C19	6.30%	4.71%	5.36%	3.21%	2.74%	2.76%
L8C2C4C6C7C8C13C17C19	3.90%	5.21%	9.89%	5.71%	6.37%	3.42%
L8C2C4C6C7C8C9C17C19	3.10%	2.14%	2.15%	1.36%	3.89%	2.84%
L7C2C4C6C8C9C13C19	2.60%	7.58%	3.24%	2.44%	4.06%	8.10%
L8C2C4C6C7C8C9C18C19	2.60%	3.87%	2.40%	5.07%	2.57%	1.81%
Σύνολο	76.80%	79.74%	84.81%	81.57%	79.91%	84.22%

Πίν. 3.72: Ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (B).

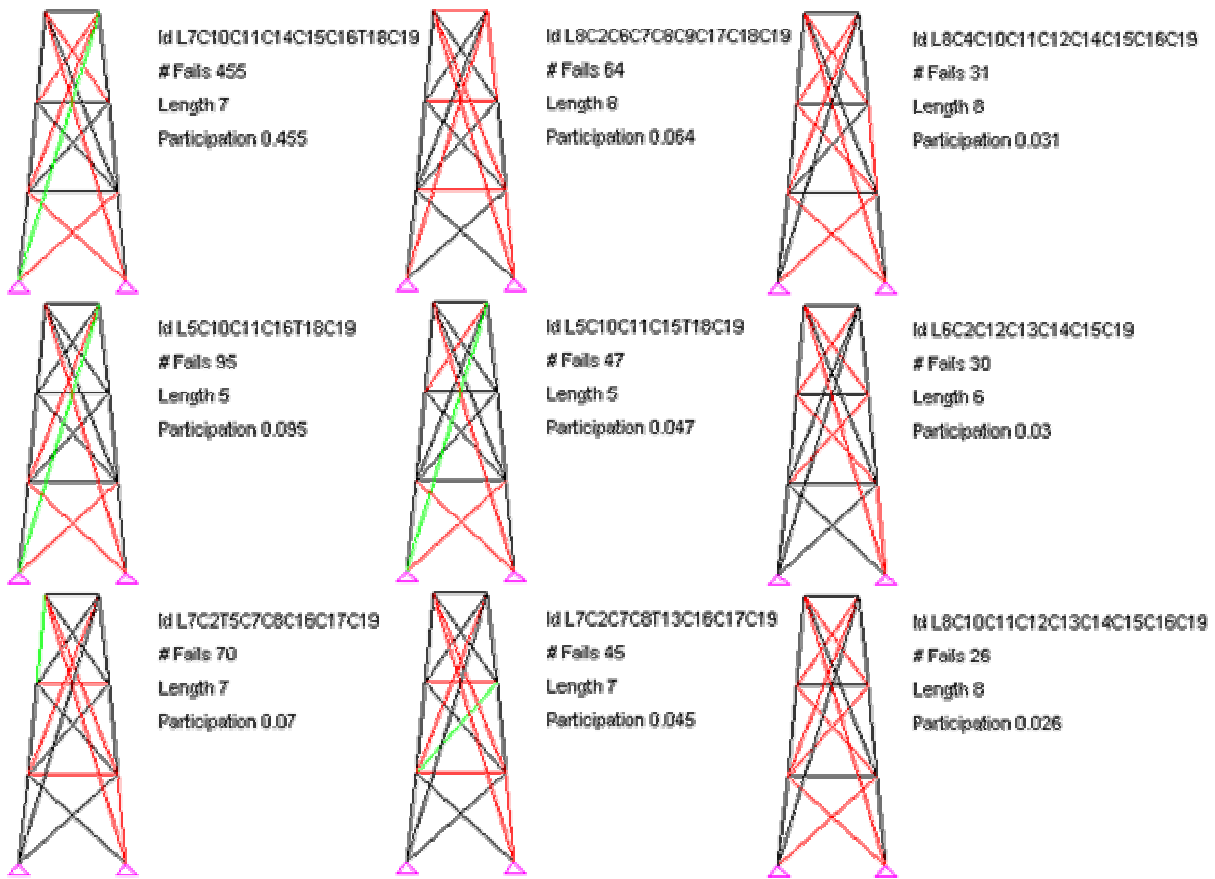
Το μήκος των κύριων αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 7 ως 8 μέλη. Το σύνολο των ποσοστών συμμετοχής των 9 κύριων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 76.8% για τη μέθοδο MC και κυμαίνεται από 79.74% ως και 84.81% για την προτεινόμενη μέθοδο. Η μικρότερη απόκλιση από τα αποτελέσματα της μεθόδου MC παρατηρείται για L[IFM]=2 και L[IFM]=5. Οι παραλλαγές αυτές επιτυγχάνουν να αναγνωρίσουν την αλληλουχία L8C2C4C7C8C9C13C17C19 ως την κύρια αλληλουχία αστοχίας της κατασκευής.

Στο Διάγ. 3.174, παρουσιάζεται το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, το άθροισμα των απολύτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, και το συνολικό ποσοστό συμμετοχής των κοινών αλληλουχιών αστοχίας. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $L[IFM]=5$ και $L[IFM]=2$ όπως και στην περίπτωση των 9 κύριων αλληλουχιών αστοχίας. Το συνολικό ποσοστό συμμετοχής κυμαίνεται από 98% ως 99.5%.



Διάγ. 3.174: Στοιχεία ανάλυσης των αλληλουχιών αστοχίας (B).

Στο Διάγ. 3.175, παρουσιάζονται οι 9 κύριες αλληλουχίες αστοχίας του σεναρίου Γ (αντικατάσταση των κάτω δισδιαγώνιων από τις τρισδιαγώνιες ράβδους). Στον Πίν. 3.73, παρουσιάζονται τα ποσοστά συμμετοχής των 9 κύριων αλληλουχιών αστοχίας για τη μέθοδο MC και την προτεινόμενη μέθοδο. Το μήκος των κύριων αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 5 ως 8 μέλη. Το ποσοστό της κύριας αλληλουχίας αστοχίας είναι ίσο με 45.5% για τη μέθοδο MC ενώ για την προτεινόμενη μέθοδο κυμαίνεται από 38.75% ως 41.61%. Το σύνολο των ποσοστών συμμετοχής των 9 κύριων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 86.3% για τη μέθοδο MC και κυμαίνεται από 84.71% ως και 86.01% για την προτεινόμενη μέθοδο. Η μικρότερη απόκλιση από τα αποτελέσματα της μεθόδου MC παρατηρείται για $L[IFM]=5$ και $L[IFM]=2$.

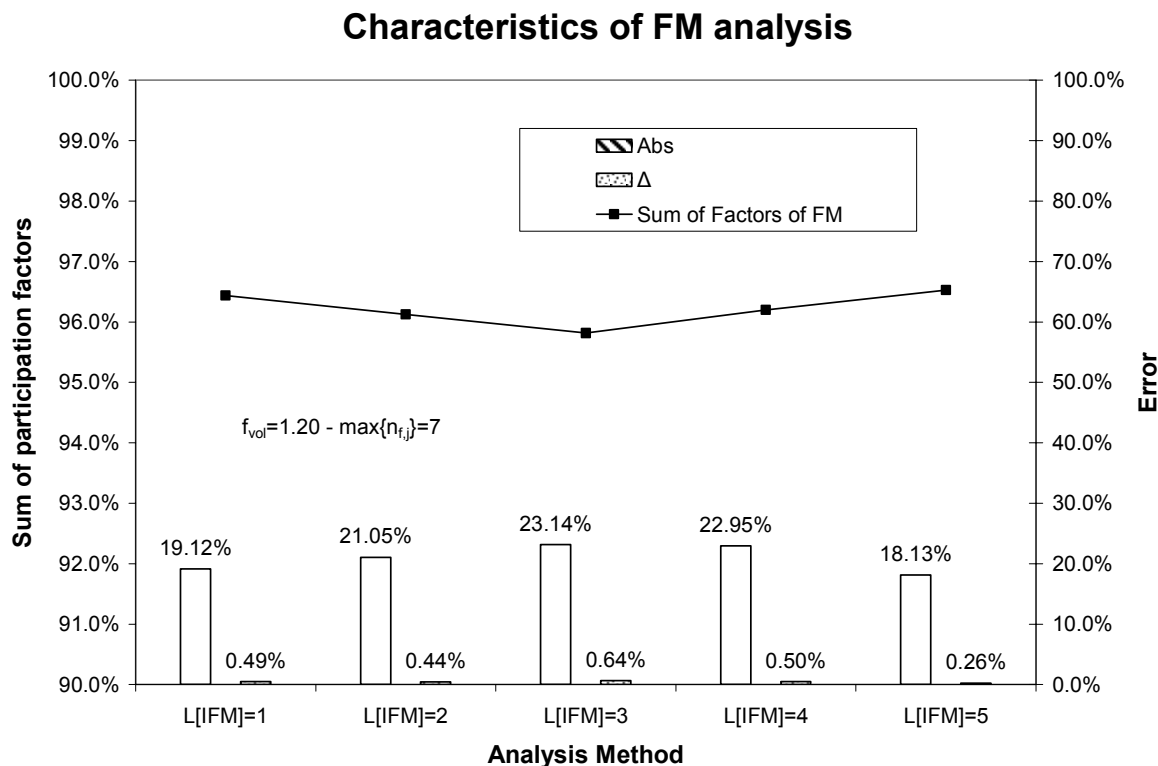


Διάγ. 3.175: Κύριες αλληλουχίες αστοχίας επίπεδου δικτύωματος (Γ).

Αλληλουχία Αστοχίας	MC	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
L7C10C11C14C15C16T18C19	45.50%	39.56%	40.46%	38.75%	39.87%	41.61%
L5C10C11C16T18C19	9.50%	9.21%	9.59%	10.92%	11.72%	8.90%
L7C2T5C7C8C16C17C19	7.00%	7.11%	5.89%	7.58%	7.14%	8.08%
L8C2C6C7C8C9C17C18C19	6.40%	8.07%	9.27%	6.50%	7.00%	7.50%
L5C10C11C15T18C19	4.70%	7.34%	7.07%	6.53%	6.04%	6.18%
L7C2C7C8T13C16C17C19	4.50%	4.63%	4.96%	2.55%	2.74%	4.23%
L8C4C10C11C12C14C15C16C19	3.10%	2.86%	2.69%	3.60%	3.58%	3.33%
L6C2C12C13C14C15C19	3.00%	4.02%	3.39%	5.61%	5.20%	4.52%
L8C10C11C12C13C14C15C16C19	2.60%	1.77%	2.71%	2.68%	1.85%	1.45%
Σύνολο	86.30%	84.56%	86.01%	84.71%	85.14%	85.80%

Πίν. 3.73: Ποσοστά συμμετοχής των κύριων αλληλουχιών αστοχίας (Γ).

Στο Διάγ. 3.176, παρουσιάζεται το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, το άθροισμα των απολύτων διαφορών των ποσοστών συμμετοχής κάθε αλληλουχίας αστοχίας, και το συνολικό ποσοστό συμμετοχής των κοινών αλληλουχιών αστοχίας. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για L[IFM]=5 και L[IFM]=2 όπως και στην περίπτωση των 9 κυρίων αλληλουχιών αστοχίας. Το συνολικό ποσοστό συμμετοχής κυμαίνεται από 96% ως 96.5%.



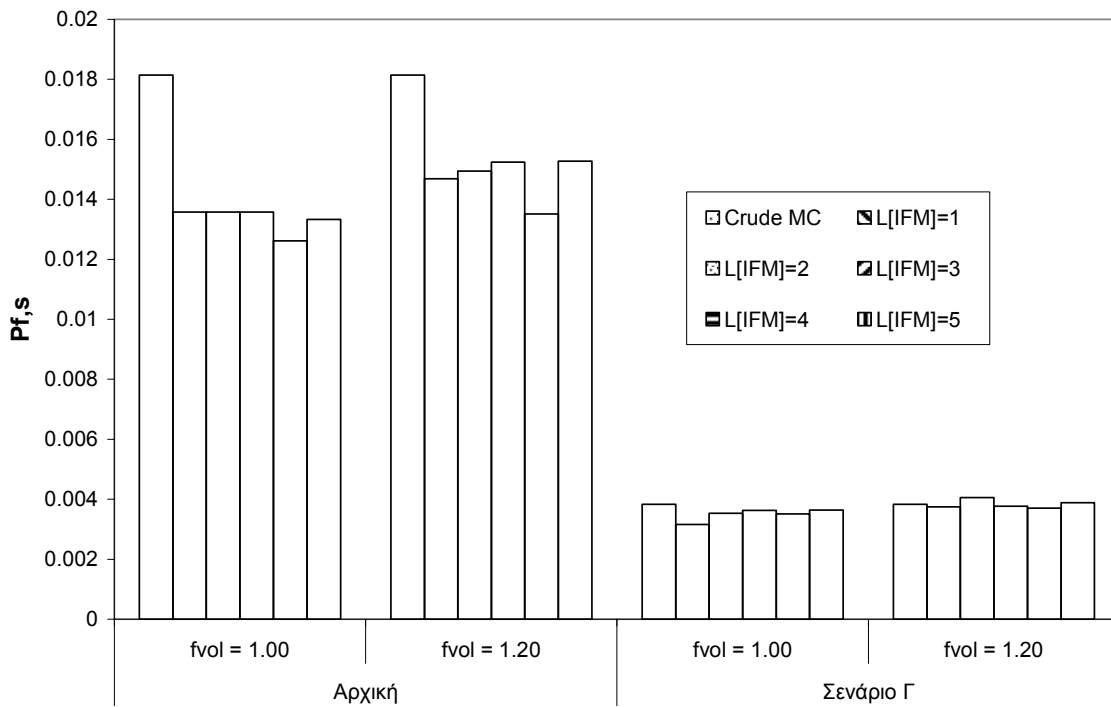
Διάγ. 3.176: Στοιχεία ανάλυσης των αλληλουχιών αστοχίας (Γ).

Οι αναλύσεις με τη μέθοδο επαναλήφθηκαν με $f_{vol}=1.00$. Οι πιθανότητες αστοχίας των κατασκευών παρουσιάζονται στα Διάγ. 3.177 και Διάγ. 3.178. Το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων παρουσιάζεται στα Διάγ. 3.179 και Διάγ. 3.180.

Για τον τρόπο ενίσχυσης A και την αρχική κατασκευή η τιμή της $f_{vol}=1.00$ οδηγεί σε σημαντική υποεκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής με ταυτόχρονη μείωση του πλήθους των απαιτούμενων δειγμάτων καθώς περιορίζεται ο χώρος δειγματοληψίας για κάθε πρόβλημα. Η μείωση της ακρίβειας εκτίμησης οφείλεται στη μη γραμμικότητα της διεπιφάνειας λειτουργίας-αστοχίας στο πιθανοτικό χώρο.

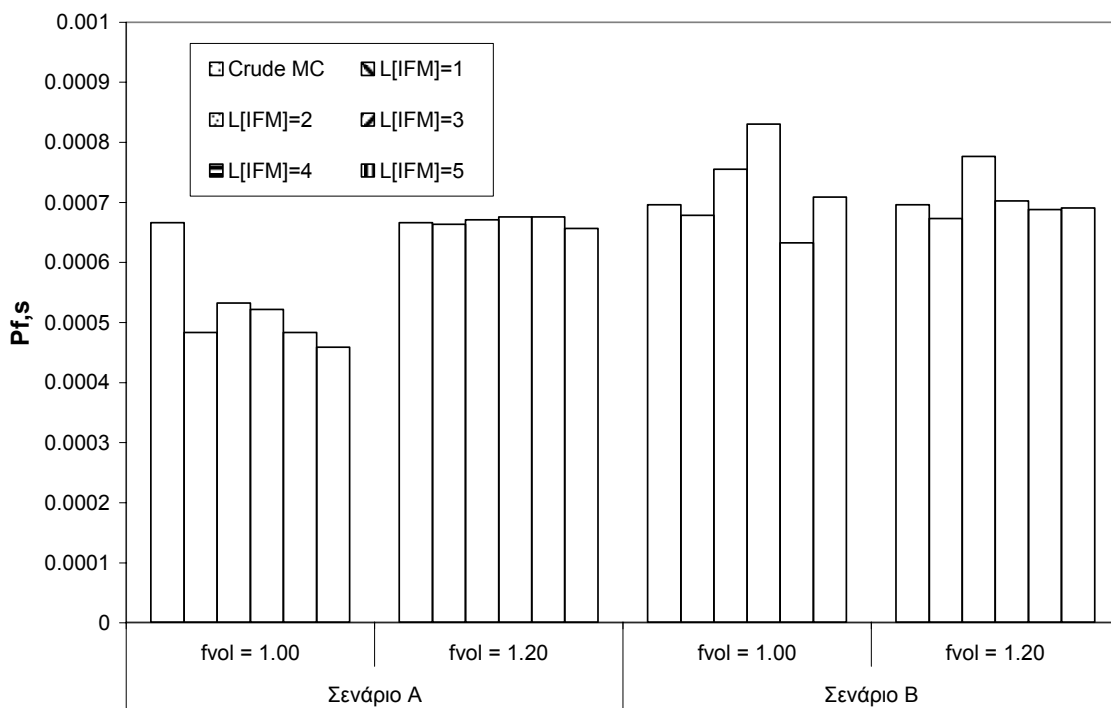
Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται επιτυχώς με αύξηση της τιμής της παραμέτρου f_{vol} οπότε για κατασκευές όπου τα γεγονότα αστοχίας οδηγούν σε αναδιοργάνωση της κατασκευής με μεταβολή του πρόσημου των εντάσεων στα μέλη εν λειτουργία κρίνεται απαραίτητη η υιοθέτηση τιμών της παραμέτρου $f_{vol}>1$.

Πιθανότητα αστοχίας κατασκευής



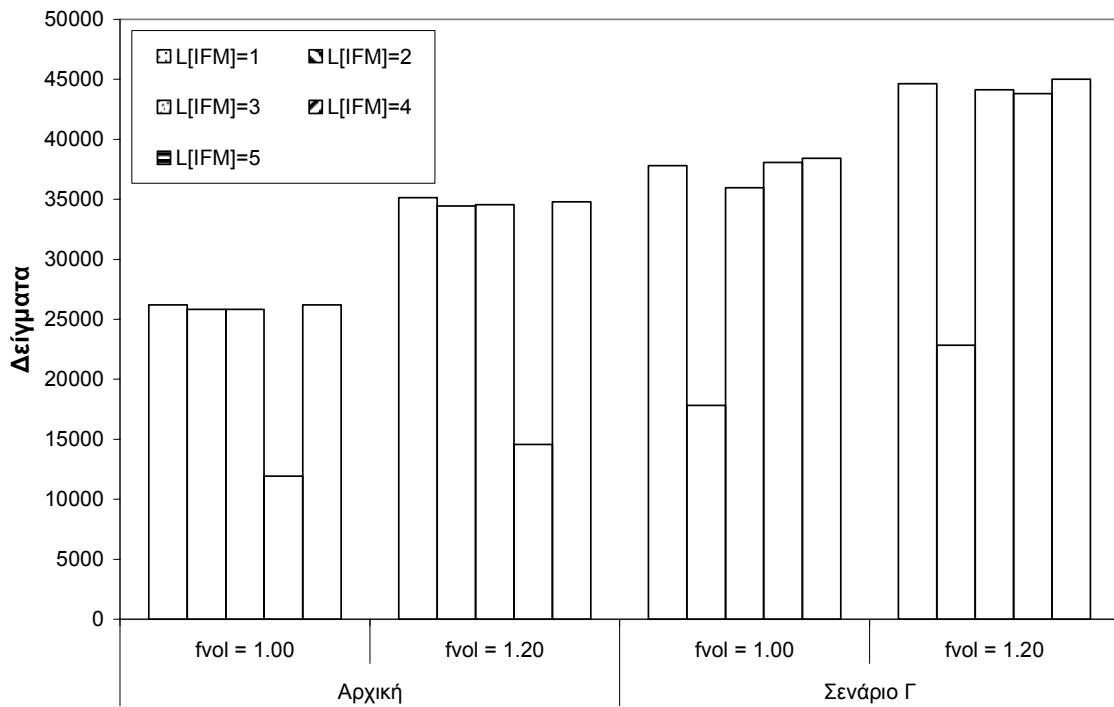
Διάγ. 3.177: $P_{f,s}$ κατασκευής (Αρχική κατασκευή, Τρόπος Ενίσχυσης Γ).

Πιθανότητα αστοχίας κατασκευής



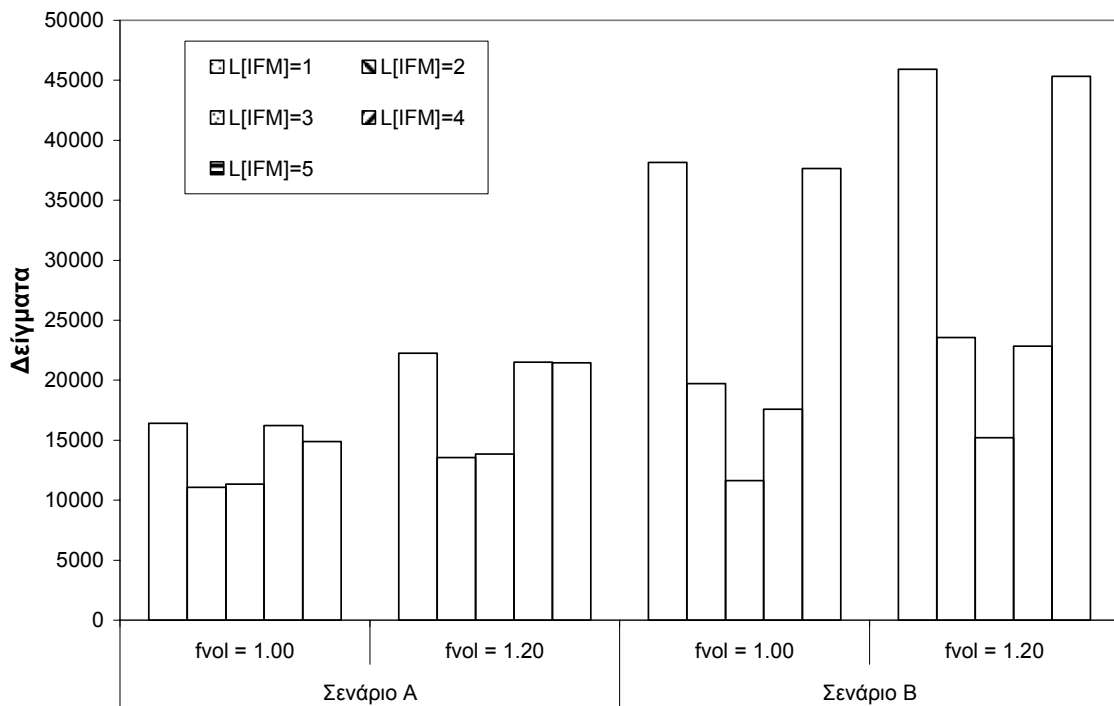
Διάγ. 3.178: $P_{f,s}$ κατασκευής (A και B).

Δείγματα



Διάγ. 3.179: Απαιτούμενα δείγματα (Αρχική κατασκευή, Γ).

Δείγματα



Διάγ. 3.180: Απαιτούμενα δείγματα (A και B).

3.24 Παράρτημα Θ – Σύγκριση Υπολογιστικού Χρόνου

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ως προς την ανάλυση του πραγματικού υπολογιστικού χρόνου για το δικτύωμα 19 μελών (και τους τρόπους ενίσχυσης) και του χωροδικτύωματος 25 μελών. Ο υπολογιστικός χρόνος αναφέρεται σε PC Intel Pentium 4 2.86 GHz (64 kB L1 και 512 kB L2 cache memory) με 768 Mb μνήμη RAM (333 MHz) και Windows 2000 SP4. Τα αποτελέσματα αναφέρονται στον αλγόριθμο χωρίς ειδικές βελτιστοποιήσεις για τον τύπο του επεξεργαστή και με την ελάχιστη δυνατή ανταλλαγή δεδομένων ώστε να ελαχιστοποιηθεί η χρήση του σκληρού δίσκου. Κατά την ανάλυση ο Η/Υ δεν απασχολούταν με άλλες εργασίες ή εντολές μέσω του δικτύου.

3.24.1 Δικτύωμα 19 μελών και τρόποι ενίσχυσης

Στον Πίν. 3.74, παρουσιάζονται ο υπολογιστικός χρόνος, το πλήθος των δειγμάτων και το πλήθος των αστοχιών για το δικτύωμα των 19 μελών του Διάγ. 3.40. Για τη μέθοδο ο χρόνος κυμαίνεται από 33~76 sec (για μήκος μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ίσο με 2 ως 5). Στην περίπτωση της μη σύνθεσης των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας ο υπολογιστικός χρόνος είναι ίσος με 70 sec. Η αύξηση του χρόνου οφείλεται στην αύξηση του πλήθους των ενεργών τ.μ. Ο χρόνος για τη μέθοδο MC είναι ίσος με 87 sec. Ο χρόνος αυτός είναι συγκρίσιμος με το χρόνο της μεθόδου και αυτό οφείλεται στο χρόνο που απαιτείται για τον υπολογισμό των μεγεθών για την ανακάλυψη των υπερκύβων στους οποίους θα πραγματοποιηθεί δειγματοληψία.

	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5	MC
Χρόνος (sec)	69.95	68.92	70.19	32.83	76.17	86.22
Δείγματα	35142	34451	34548	14560	34783	55130
Αστοχίες	1281	1259	1283	605	1317	1000

Πίν. 3.74: Υπολογιστικός χρόνος, δείγματα, αστοχίες (Αρχική)

Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου προς τον υπολογιστικό φόρτο κυμαίνεται για την αρχική κατασκευή από 1.27 ως 1.44 για το πρόβλημα υπό εξέταση. Η επιβάρυνση αυτή είναι συνάρτηση του πλήθους των κρίσιμων μελών και του πλήθους των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που συνθέτονται και το χρόνου που απαιτείται για τη μονοδιάστατη εξερεύνηση στους υπερκύβους που παρουσιάζουν ενδιαφέρον, του πλήθους των αναλύσεων της κατασκευής που απαιτούνται του πλήθους των αστοχιών της κατασκευής και του πλήθους των αστοχιών των μελών που καθορίζουν και το πλήθος των αναλύσεων που απαιτούνται.

Στους Πίν. 3.75 ως Πίν. 3.77 παρουσιάζονται ο υπολογιστικός χρόνος, το πλήθος των δειγμάτων και το πλήθος των αστοχιών για τους 3 τρόπους ενίσχυσης. Ο χρόνος που απαιτείται από τη μέθοδο κυμαίνεται από 25 sec ως 41 sec στην περίπτωση του τρόπου ενίσχυσης Α με τον αντίστοιχο χρόνο της μεθόδου MC να ισούνται με 2331 sec (0:38:51). Για τον τρόπο ενίσχυσης Β ο χρόνος που απαιτείται για τη μέθοδο κυμαίνεται από 26 sec ως 81 sec με τον αντίστοιχο χρόνο της μεθόδου MC να ισούνται με 2156 sec (0:35:56). Τέλος για τον τρόπο ενίσχυσης Γ ο χρόνος που απαιτείται για τη μέθοδο κυμαίνεται από 41 sec ως 81 sec με τον αντίστοιχο χρόνο της μεθόδου MC να ισούνται με 392 sec (0:06:32).

	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5	MC
Χρόνος (sec)	40.69	24.52	25.22	40.83	40.88	2330.75
Δείγματα	22236	13564	13861	21521	21448	1500818
Αστοχίες	137	77	78	144	142	1000

Πίν. 3.75: Υπολογιστικός χρόνος, δείγματα, αστοχίες (Α)

	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5	MC
Χρόνος (sec)	79.85	40.86	26.48	41.03	80.89	2155.67
Δείγματα	45914	23576	15227	22849	45316	1437026
Αστοχίες	180	107	85	104	217	1000

Πίν. 3.76: Υπολογιστικός χρόνος, δείγματα, αστοχίες (Β)

	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5	MC
Χρόνος (sec)	78.42	40.7	79.59	79.42	81.28	391.73
Δείγματα	44617	22836	44135	43800	45012	260559
Αστοχίες	710	414	656	660	701	1000

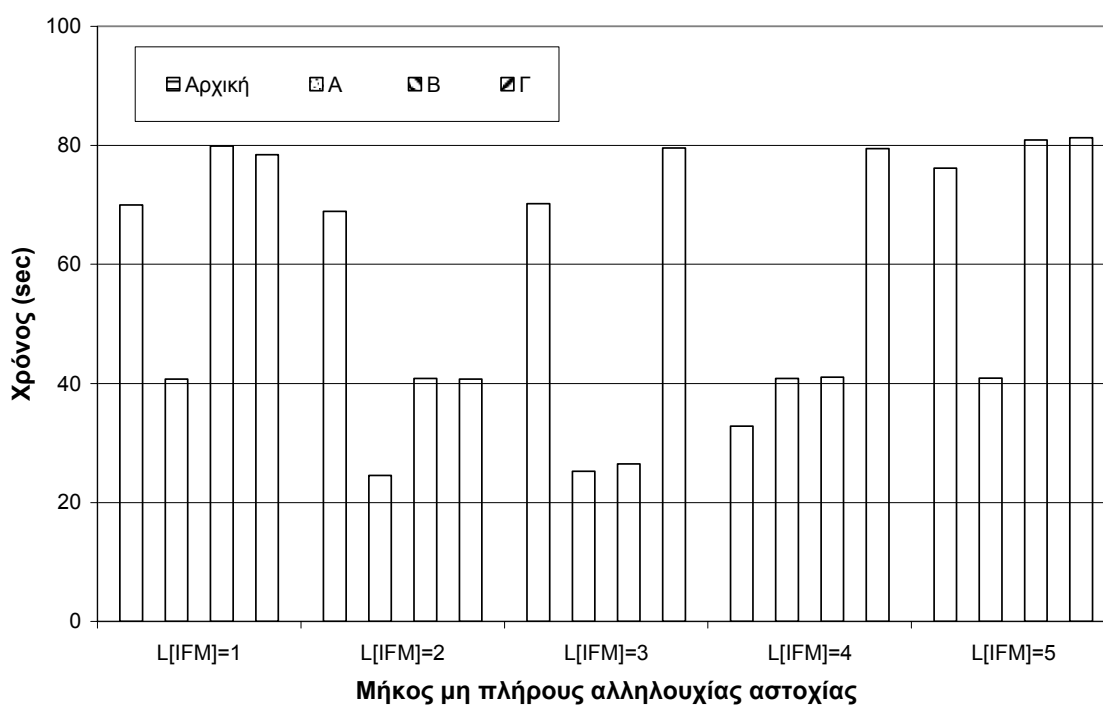
Πίν. 3.77: Υπολογιστικός χρόνος, δείγματα, αστοχίες (Γ)

Στο Διάγ. 3.181, παρουσιάζεται ο υπολογιστικός χρόνος για την αρχική κατασκευή και τους 3 τρόπους ενίσχυσης σε συνάρτηση με το μήκος της μη πλήρους αλληλουχίας αστοχίας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η αύξηση του δείκτη αξιοπιστίας έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου. Αυτό οφείλεται στη μείωση του πλήθους των περιοχών που παρουσιάζουν ενδιαφέρον και τη μείωση του πλήθους των ενεργών τ.μ με αποτέλεσμα τη μείωση του χρόνου που απαιτείται πριν την έναρξη της σημαίνουσας δειγματοληψίας. Στον Πίν. 3.78, παρουσιάζεται ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου για τα υπό εξέταση προβλήματα. Για την ενίσχυση Α ο λόγος κυμαίνεται από 1.05% ως 1.76%. Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου προς τον υπολογιστικό φόρτο παρουσιάζεται στον Πίν. 3.79. Για τις 3 ενισχύσεις ο λόγος αυτός κυμαίνεται από 1.16 ως 1.23.

Χρόνος	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
A	1.746%	1.052%	1.082%	1.752%	1.754%
B	3.704%	1.895%	1.228%	1.903%	3.752%
Γ	20.019%	10.390%	20.318%	20.274%	20.749%
Αρχική	81.130%	79.935%	81.408%	38.077%	88.344%

Πίν. 3.78: Λόγος υπολογιστικού χρόνου

Απαιτούμενος Χρόνος



Διάγ. 3.181: Υπολογιστικός χρόνος.

Λόγος	L[IFM]=1	L[IFM]=2	L[IFM]=3	L[IFM]=4	L[IFM]=5
A	117.83%	116.40%	117.16%	122.17%	122.73%
B	115.93%	115.53%	115.93%	119.71%	118.99%
Γ	116.91%	118.55%	119.95%	120.61%	120.11%
Αρχική	127.27%	127.92%	129.91%	144.17%	140.02%

Πίν. 3.79: Λόγος υπολογιστικού χρόνου προς υπολογιστικό φόρτο.

3.24.2 Χωροδικτύωμα 25 μελών

Στην περίπτωση αυτή εξετάζονται οι περιπτώσεις 005 ως 008 με τα αποτελέσματα των μελετών A ως D. Στον Πίν. 3.80, παρουσιάζονται ο υπολογιστικός χρόνος του προτεινόμενου αλγόριθμου και της μεθόδου MC, το πλήθος των δειγμάτων και η εκτίμηση του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής για τις περιπτώσεις 005 ως 008. Ο υπολογιστικός χρόνος για την

προτεινόμενη μέθοδο κυμαίνεται από 41 sec ως και 228.9 sec για τις μελέτες Α και Β. Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου, ο υπολογιστικός φόρτος και το πλήθος των καταγεγραμμένων αστοχιών παρουσιάζονται στον Πίν. 3.81. Η μείωση της πιθανότητας αστοχίας οδηγεί σε μείωση του λόγου του υπολογιστικού χρόνου και φόρτου.

Πρόβλημα	Παράμετροι	A	B	C	D	MC
005	Χρόνος (sec)	40.09	45.59	54.44	59.52	8917.18
	Δείγματα	12397	14405	18341	20297	3157895
	β	3.584	3.560	3.575	3.581	3.554
006	Χρόνος (sec)	41.98	63.27	96.33	125.41	42166.85
	Δείγματα	13428	20413	31704	40951	14932802
	β	3.926	3.931	3.946	3.940	3.943
007	Χρόνος (sec)	93.45	136.34	246.16	327.08	120481.14
	Δείγματα	29921	43907	81022	108875	73953552
	β	4.325	4.330	4.351	4.342	4.312
008	Χρόνος (sec)	145.2	228.86	492.62	722.73	306748.32
	Δείγματα	45410	71198	157043	233883	376418868
	β	4.587	4.606	4.666	4.684	4.659

Πίν. 3.80: Υπολογιστικός χρόνος, δείγματα, αστοχίες.

Πρόβλημα	Παράμετροι	A	B	C	D
005	t/t_{MC} (sec)	0.450%	0.511%	0.611%	0.667%
	$N_{sim}/N_{sim(MC)}$	0.393%	0.456%	0.581%	0.643%
	Αστοχίες	69	79	101	110
006	t/t_{MC} (sec)	0.100%	0.150%	0.228%	0.297%
	$N_{sim}/N_{sim(MC)}$	0.090%	0.137%	0.212%	0.274%
	Αστοχίες	39	60	99	126
007	t/t_{MC} (sec)	0.078%	0.113%	0.204%	0.271%
	$N_{sim}/N_{sim(MC)}$	0.040%	0.059%	0.110%	0.147%
	Αστοχίες	39	55	100	128
008	t/t_{MC} (sec)	0.047%	0.075%	0.161%	0.236%
	$N_{sim}/N_{sim(MC)}$	0.012%	0.019%	0.042%	0.062%
	Αστοχίες	35	51	94	132

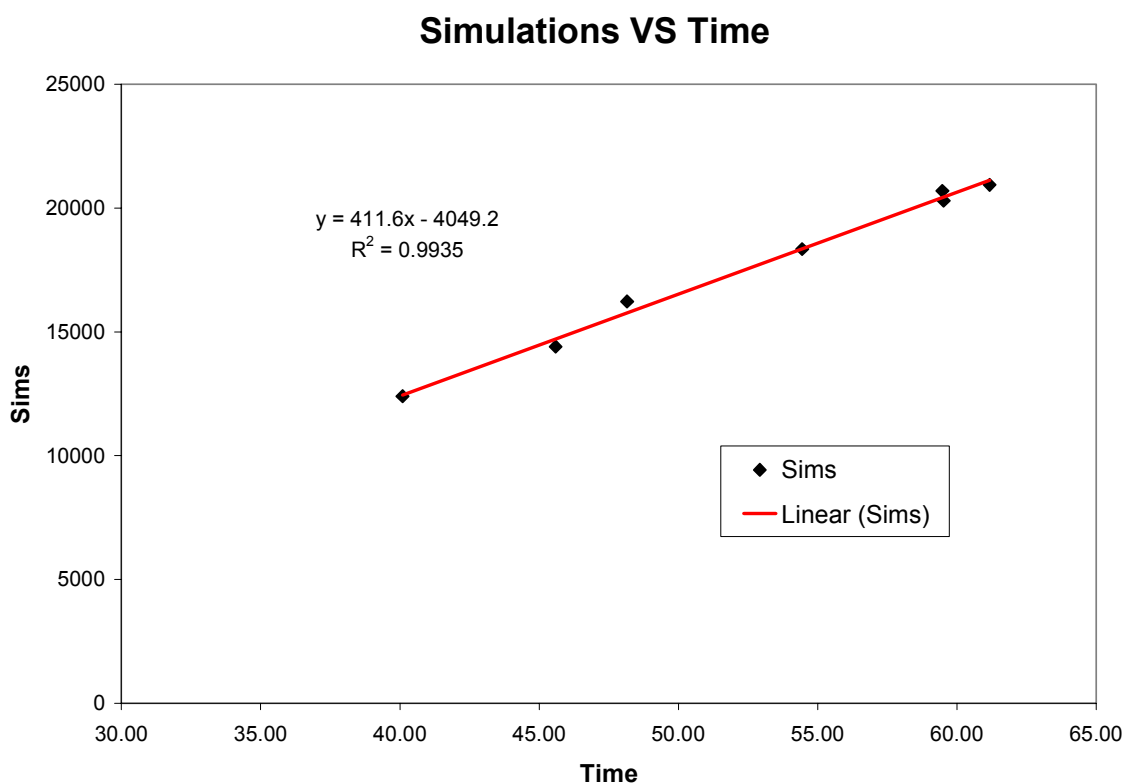
Πίν. 3.81: Λόγος υπολογιστικού χρόνου και φόρτου.

Στα Διάγ. 3.182 ως Διάγ. 3.185, παρουσιάζεται η εξέλιξη του πλήθους των δειγμάτων ως προς τον υπολογιστικό χρόνο για την προτεινόμενη μέθοδο και τα προβλήματα 005 ως 008. Η

ανάλυση πραγματοποιείται με τιμές του $\max\{n_{f,j}\}=\{7,10,15,20,25,30,35\}$. Το πλήθος των δειγμάτων και ο υπολογιστικός χρόνος σχετίζονται γραμμικά.

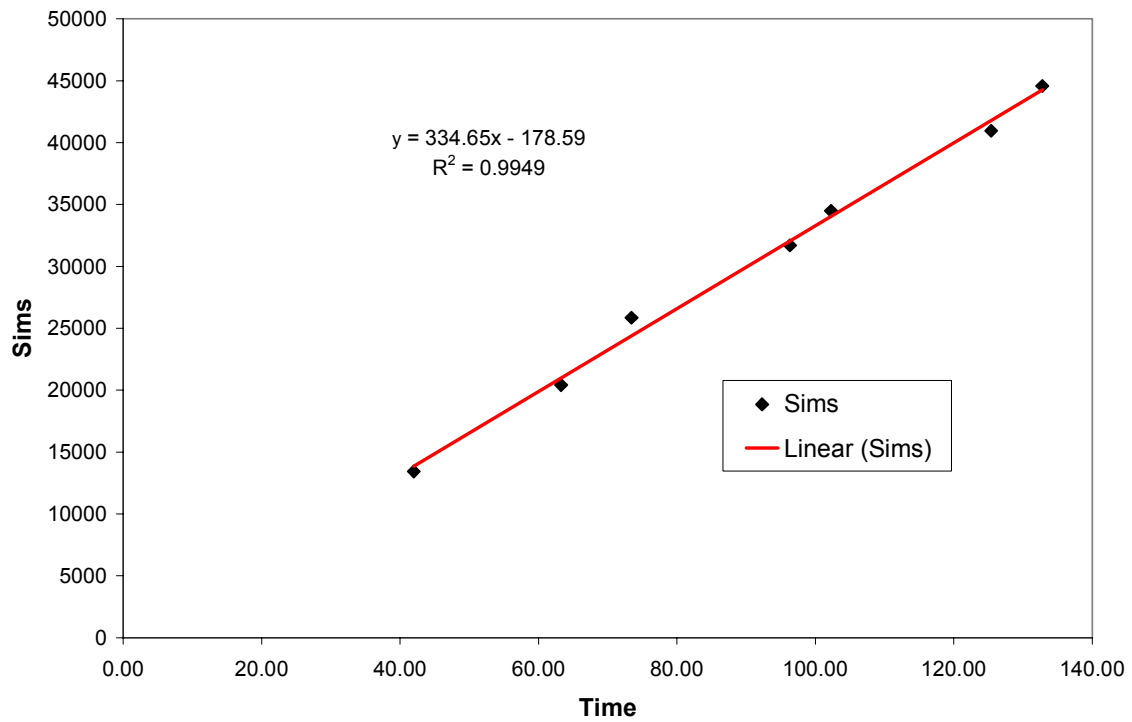
Ο λόγος του υπολογιστικού χρόνου προς τον υπολογιστικό φόρτο αυξάνει εκθετικά ως προς το δείκτη αξιοπιστίας όπως παρατηρείται από το Διάγ. 3.186. Αυτό οφείλεται στο κόστος που απαιτείται από τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών Mersenne Twister να παράγει τα τυχαία διανύσματα και στην αύξηση του χρόνου ανάλυσης ενός δείγματος καθώς αυξάνεται η πυκνότητα των δειγμάτων στην περιοχή αστοχίας. Η συνολική επιβάρυνση της μεθόδου για τιμές του δείκτη αξιοπιστίας ως 4.0 και για το υπό εξέταση πρόβλημα είναι της τάξης του 10%. Η επιβάρυνση αυτή αυξάνει στο 1.85 για $\beta_{str} = 4.312$ και 3.83 για $\beta_{str} = 4.659$.

Η αύξηση της αξιοπιστίας μειώνει το μέγεθος των χωρίων αστοχίας που εξετάζονται. Η μείωση του μεγέθους των χωρίων αυτών αυξάνει το πλήθος των δειγμάτων που απορρίπτονται σύμφωνα με τη σχέση (3.43) καθώς μία μείωση της πιθανότητας αποδοχής κατά 50% οδηγεί σε διπλασιασμό του πλήθους των διανυσμάτων που απορρίπτονται. Η αύξηση του πλήθους των δειγμάτων που αστοχούν αυξάνει αντίστοιχα το χρόνο επίλυσης κάθε δείγματος καθώς ο χρόνος που απαιτείται για την ανάλυση ενός δείγματος είναι ανάλογος του πλήθους των γραμμικών αναλύσεων που απαιτούνται.



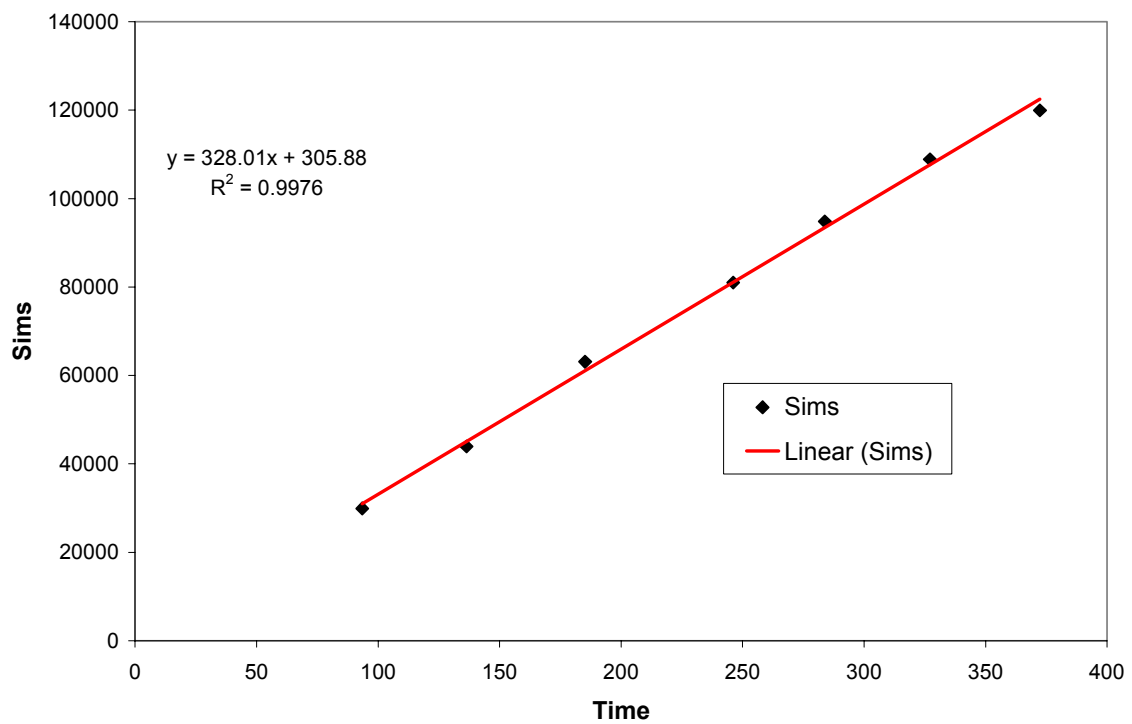
Διάγ. 3.182: Υπολογιστικός χρόνος – δείγματα (πρόβλημα 005).

Simulations VS Time



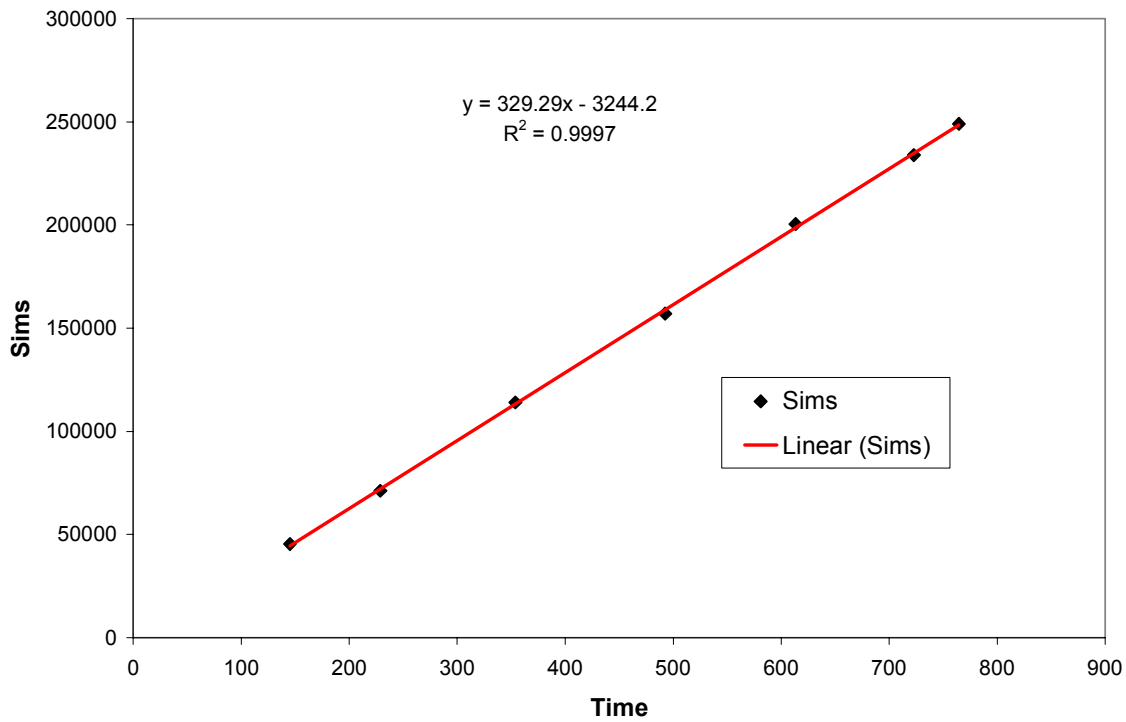
Διάγ. 3.183: Υπολογιστικός χρόνος – δείγματα (πρόβλημα 006).

Simulations VS Time



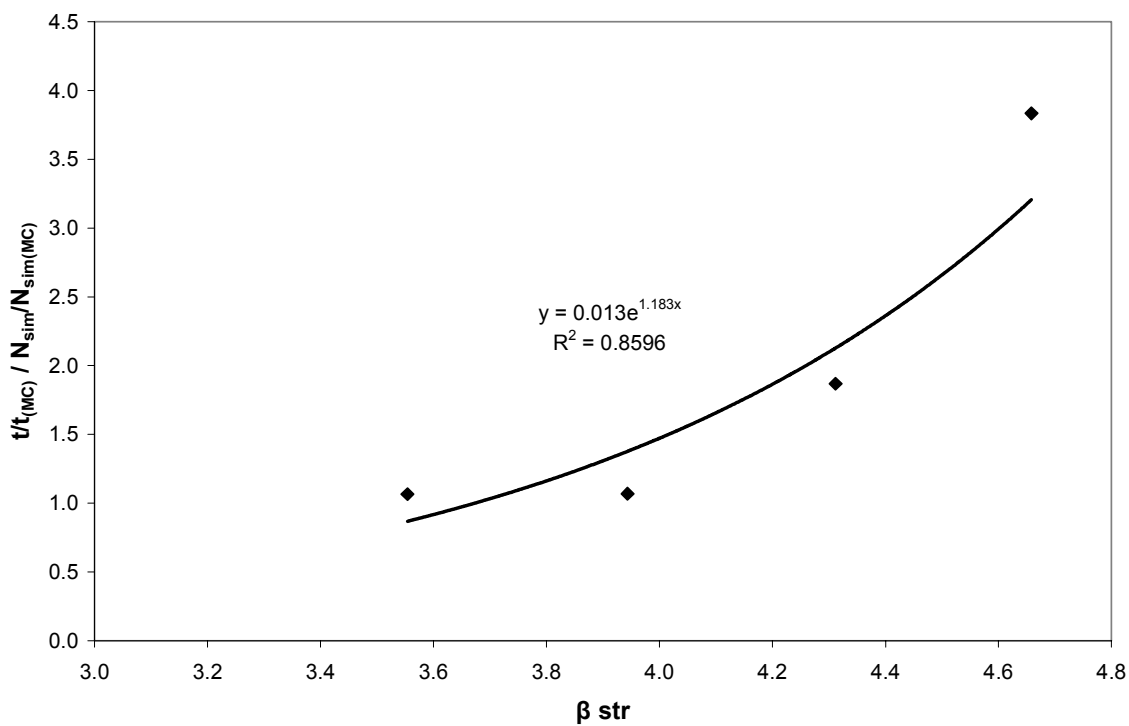
Διάγ. 3.184: Υπολογιστικός χρόνος – δείγματα (πρόβλημα 007).

Simulations VS Time



Διάγ. 3.185: Υπολογιστικός χρόνος – δείγματα (πρόβλημα 008).

Time Ratio to Simulation Ratio VS β_{str}



Διάγ. 3.186: Λόγος υπολογιστικού χρόνου προς υπολογιστικό φόρτο.

Το πλήθος των δειγμάτων που αναλύονται ανά δευτερόλεπτο κυμαίνεται από 332 για το

πρόβλημα 005 ως 320 για το πρόβλημα 008 με την προτεινόμενη μέθοδο. Αντίστοιχα για τη μέθοδο MC το πλήθος των δειγμάτων που αναλύονται κυμαίνεται από 354 (πρόβλημα 005) ως 1227 (πρόβλημα 008). Εφόσον η επιβάρυνση για τη μόρφωση των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι της τάξης του 1.0~1.5 sec (για το υπό εξέταση πρόβλημα) το σύνολο της πρόσθετης επιβάρυνσης είναι αποτέλεσμα της αυξημένης πυκνότητας δειγμάτων στην περιοχή αστοχίας και του κόστους παραγωγής των τυχαίων διανυσμάτων.

3.24.3 Συμπεράσματα

Η συνολική υπολογιστική επιβάρυνση του αλγορίθμου είναι συνάρτηση κυρίως του πλήθους των ενεργών τ.μ, του πλήθους των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας που συνθέτονται και του πλήθους των υπερκύβων για προβλήματα με δείκτη αξιοπιστίας ως και 4.0.

Για προβλήματα με δείκτη αξιοπιστίας μεγαλύτερο του 4.0, ο χρόνος που αναλύεται για την ανάλυση των δειγμάτων και την παραγωγή των τυχαίων διανυσμάτων αυξάνει το λόγο του υπολογιστικού χρόνου προς τον υπολογιστικό φόρτο. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της πυκνότητας του δείγματος και στον χρόνο που απαιτείται για τη παραγωγή των τυχαίων διανυσμάτων.

Η αύξηση του πολυπλοκότητας της κατασκευής έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του λόγου του υπολογιστικού χρόνου προς τον υπολογιστικό φόρτο καθώς αυξάνεται ο χρόνος που απαιτείται για την πλαστική ανάλυση της κατασκευής. Η σύγκριση του χωροδικτύωματος 25 μελών με το δικτύωμα των 19 μελών αποκαλύπτει ότι για δείκτη αξιοπιστίας της τάξης του 3.0~3.5 το δικτύωμα των 19 μελών παρουσιάζει πρόσθετη επιβάρυνση ίση με 45% και το χωροδικτύωμα των 25 μελών παρουσιάζει πρόσθετη επιβάρυνση ίση με 14%.

3.25 Βιβλιογραφία

- [1] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability concepts in engineering planning and design. Vol. 1, Basic Principles – Vol 2 Examples*”, John Wiley, New York, USA.
- [2] Au, S.K., Beck, J.L., (1999) “A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations”, *Structural Safety*, 21:135-158.
- [3] Benjamin, J.R., Cornell, C.A., (1970) “*Probability Statistics and Decision for Civil Engineers*”, Mc Graw Hill, New York.
- [4] Bhattachaya, B., Basu, R., Ma, K.T., (2001) “Developing target reliability for novel structures: the case of Mobile Offshore Base”, *Marine Structures*, 14:37-58.
- [5] Bjerager, P., (1988) “Probability Integration by Directional Simulation”, *Journal of Engineering Mechanics*, 114(8):1285-1302.
- [6] Bucher, C.G., (1988) “Adaptive Sampling-An Iterative Fast Monte Carlo Procedure”, *Structural Safety*, 5:119-126.
- [7] Bucher, C.G., Bourgund, U., (1990) “A fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problems”, *Structural Safety*, 7:57-66.
- [8] Castillo, E., Fernandez-Canteli, A., Minguetz, R., (2002) “Computing failure probabilities. Applications to reliability analysis”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77:131-141.
- [9] Chen, Y., (1995) “Large deflection analysis of structures by an improved combined finite element-transfer matrix method”, *Computers & Structures*, 55(1):167-171.
- [10] Chilakamarri, K.B., (2002) “A new method in static structural reliability”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17:317-325.
- [11] Christensen, P.T., Baker M.J., (1982) “*Structural Reliability Theory and its Applications*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [12] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [13] Christensen, P.T., (1990) “Consequence modified [beta]-unzipping of plastic structures” *Structural Safety*, 7(2-4):91-198.
- [14] Dey, A., Mahadevan, S., (1998) “Ductile structural system reliability analysis using adaptive importance sampling” *Structural Safety*, 20(2):137-154.
- [15] Ditlevsen, O, Melchers, R.E, Gluwer, H., (1990) “General multi-dimensional probability integration by directional simulation” *Computers & Structures*, 36(2):355-368.
- [16] Elishakoff, I., Hasofer, A.M., (1996) “Detrimental or serendipitous effects of human

- error on reliability of structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 129:1-7.
- [17] ENV 1991 (1994) “Eurocode 1. Basis of Design and actions on Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [18] ENV 1993 (1993) “Eurocode 3. Design of Steel Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [19] Ferry Borges, J., Castanheta, M. (1972) “*Structural Safety*” 2nd edition, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal.
- [20] Fujita, M., Schall, G., Rackwitz, R. (1985) “Time-Variant Component Reliabilities by FORM-SORM and Updating by Importance Sampling”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, 520-527.
- [21] Galambos, T.V., (1998) “*Design Codes*”, In: “*Engineering Safety*”, Blockley, D., (eds), McGraw-Hill, New York, USA.
- [22] Gentle, E.J., (1998) “*Random Number Generation and Monte Carlo Methods*”, Springer-Verlag New York - USA, Series on Statistics and Computing.
- [23] Gulvanessian, H., Holicky, M., (2002) “Reliability based calibration of Eurocodes considering a steel member”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, March 21-22, Switzerland.
- [24] Holicky, M., Markova, J., (2002) “Calibration of reliability estimates for a column”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, Switzerland.
- [25] Hsieh, Y.-C., (2003) “A linear approximation for redundant reliability problems with multiple component choices”, *Computers & Industrial Engineering*, 44(1):91-103.
- [26] Iman, R., Shortencarier, M. (1984) “FORTRAN-77 Program & User’s Guide for the Generation of Latin Hypercube & Random Samples for Use with Computer Models”, *SAND 83-2365*, Sandia Labs New Mexico, USA.
- [27] International Organization for Standardization (1998) “General principles on reliability of structures”, *ISO 2394*.
- [28] JCSS, (2001) “*Probabilistic Model Code, Part 1, Basis of design, 12th Draft*”, Joint Committee on Structural Safety.
- [29] Kaisheng, C, Shengkun, Z., Wei, H., (1996) “Artificial intelligence β -unzipping method in structural system reliability analysis” *Computers & Structures*, 60(4):619-626.
- [30] Katsuki, S., Frangopol, D.M., (1994) “Hyperspace division method for structural reliability” *Journal of Engineering Mechanics*, 120(1):2405-2426.
- [31] Kim, S.H., Na, S.W., (1997) “Response surface method using vector projected sampling

- points”, *Structural Safety*, 19(1):3-19.
- [32] Krishnamoorthy, C.S., Prasanna Venkatesh, P., Sudarshan, R. , (2002) “Object-Oriented Framework for Genetic Algorithms with Application to Space Truss Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering* , 16(1):66-75.
- [33] Lin, K.Y., Frangopol, D.M., (1996) “Reliability-based Optimum design of reinforced concrete girders”, *Structural Safety*, 18(2/3):239-258.
- [34] Lind, N.C., (1995) “A measure of vulnerability and damage tolerance”, *Reliability Engineering & System Safety*, 48:1-6.
- [35] Mahadevan, S., Dey, A., (1997) “Adaptive Monte Carlo simulation for time-dependent reliability analysis” *AIAA Journal*, 35(2):321-326.
- [36] Mahadevan, S., Raghobhamachar, P., (2000) “Adaptive simulation for system reliability analysis of large structures”, *Computers & Structures*, 77:725-734.
- [37] Mahadevan, S., Zhang, R., Smith, N., (2001) “Bayesian networks for system reliability reassessment” *Structural Safety*, 23(3):231-251.
- [38] Matsumoto, M., Nishimura, T., (1998) “Mersenne Twister. A 623 dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 8(1):3-30.
- [39] Melchers, R.E., (1987) “*Structural Reliability. Analysis and Prediction*”, Ellis Horwood Limited, Chichester.
- [40] Melchers, R.E., (1990) “Radial Importance for Structural Reliability”, *Journal of Engineering Mechanics*, 116(1):189-203.
- [41] Mitchell, B., (2002) “Use of the most likely failure point method for risk estimation and risk uncertainty analysis”, *Journal of Hazardous Materials*, A91:1-24.
- [42] Moarefzadeh, M.R., Melchers, R.E., (1999) “Directional importance sampling for ill-proportioned spaces”, *Structural Safety*, 21:1-22.
- [43] Mori, Y, Ellingwood, B.R., (1993) “Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling” *Structural Safety*, 12:59-73.
- [44] Natarajan, K., Santhakumar, A.R., (1995) “Reliability-based optimization of transmission line towers”, *Computers & Structures*, 55(3):387-403.
- [45] Nie, J., Ellingwood, B.R., (2000) “Directional methods for structural reliability analysis” *Structural Safety*, 22(3):233-249.
- [46] Olsson, A., Sandberg, G., Dahlblom, O., (2003) “On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis”, *Structural Safety*, 25(1):47-68.
- [47] Payne, W.H., Rabung, J.R., Bogoyo, T.P., (1969) “Coding the Lehmer Pseudo-Number

- Random Generator”, *Comm., of ACM*, 12(2):85-86.
- [48] Pu, Y., Das, P.K., Faulkner, D., (1997) “A strategy for reliability-based optimization”, *Engineering Structures*, 19(3):276-282.
- [49] Rosenblatt, M., (1952) “Remarks on Multi-Variate Transformation”, *Annals of Mathematical Statistics*, 23:470-472.
- [50] Rubinstein, R.Y., (1981) “*Simulation and the Monte Carlo Method*” Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [51] Shaowen, S., Murotsu, Y., (1999) “Approach to failure mode analysis of large structures”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14(1-2):169-177.
- [52] Sobol, I.M., (1975) “*A primer for the Monte Carlo Method*”, CRC Press USA.
- [53] Song, J., Der Kiureghian, A., (2003) “Bounds on System Reliability by Linear Programming”, *Journal of Engineering Mechanics*, 129(6):627-636.
- [54] Walsh, G.R., (1975) “*Methods of Optimization*”, John Wiley & sons, USA.
- [55] Wang, G.C., Dong, Z., Aitchison, P., (2000) “Adaptive response surface method – A global optimization scheme for Approximation – based Design problems”, *Journal of Engineering Optimization*, 33(6):707-734.
- [56] Yonezawa, M., Okuda, S., (1997) “Structural reliability assessment based on directional vector approximation method” *Computers & Industrial Eng.*, 33(3-4):749-752.
- [57] Zheng, Y., Das, P.K., (2000) “Improved Response Surface Method and its application to stiffened plate reliability analysis” *Engineering Structures*, 22:544-551.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 4^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

4 ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΩΝ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

4.3

4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	4.3
4.2	ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ – ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	4.7
4.2.1	Ορισμός του προβλήματος	4.7
4.2.2	Γενετικός Αλγόριθμος	4.8
4.2.3	Κριτήρια σύγκλισης	4.9
4.3	ΣΧΗΜΑ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ	4.11
4.3.1	Διαθέσιμοι και απαιτούμενοι πόροι	4.14
4.3.2	Συνολική ευρωστία πληθυσμού	4.17
4.3.3	Κανόνες εμπλοκής	4.21
4.4	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	4.23
4.5	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	4.25
4.6	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ 9 ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	4.32
4.6.1	Ορισμός προβλήματος	4.33
4.6.2	Αριθμητικά αποτελέσματα	4.36
4.6.3	Συμπεράσματα	4.42
4.7	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ 25 ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	4.42
4.7.1	Ορισμός του Προβλήματος	4.43
4.7.2	Αριθμητικά Αποτελέσματα	4.46
4.7.3	Συμπεράσματα	4.62
4.7.4	Αριθμητικά αποτελέσματα – Πρόβλημα λυγισμού	4.63
4.7.5	Συμπεράσματα	4.73
4.8	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΥΠΕΡΣΤΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	4.73
4.9	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ 10 ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	4.75
4.10	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ 25 ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	4.79
4.11	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	4.86
4.12	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	4.87
4.13	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ (4.42)	4.88
4.14	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΗΣ $P_{F,S}$ ΣΤΑΤΙΚΩΣ ΟΡΙΣΜΕΝΩΝ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΩΝ	4.89
4.15	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ – ΜΕΛΕΤΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ G	4.89
4.16	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε – ΜΕΛΕΤΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	4.92
4.17	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ – ΜΕΛΕΤΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΔΙΑΘΕΣΙΜΩΝ ΠΟΡΩΝ	4.98
4.18	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ – ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΟΡΙΣΜΟΥ ΠΟΙΚΙΛΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	4.101
4.19	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η – ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΤΩΝ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΕΜΠΛΟΚΗ – ΜΕΡΙΚΗ ΕΠΑΝΕΚΚΙΝΗΣΗ – ΜΕΛΕΤΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ C	4.103
4.20	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Θ – ΜΕΛΕΤΗ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ S_j ΚΑΙ S_{CP}	4.106
4.21	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	4.117

4 Βέλτιστος Σχεδιασμός με χρήση Ανταγωνιστικών Γενετικών Αλγορίθμων

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μία νέα μέθοδος βελτιστοποίησης που στηρίζεται στο συνδυασμό των Γεννητικών Αλγορίθμων (ΓΑ) με Σχήμα Ανταγωνισμού (ΣΑ). Στόχος της προτεινόμενης μεθόδου είναι η μείωση του υπολογιστικού φόρτου με ταυτόχρονη βελτίωση της ποιότητας των λύσεων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη συνεξέλιξη πλήθους ΓΑ με διαφορετικά σαι παραμέτρων και την αυτόματη προσαρμογή (βάσει πλήθους κριτηρίων) του πλήθους των λύσεων κάθε πληθυσμού ώστε οι υπολογιστικοί πόροι να διατεθούν στους πληθυσμούς που αναμένεται να καταλήξουν στις περισσότερο εύρωστες λύσεις. Οι αποφάσεις που σχετίζονται με το πλήθος των λύσεων σε κάθε πληθυσμού λαμβάνονται από το ΣΑ.

Οι Γεννητικοί Αλγόριθμοι (ΓΑ) χρησιμοποιούνται εκτενώς σε προβλήματα που λόγω των χαρακτηριστικών τους (τύπος μεταβλητών σχεδιασμού (μ.σ), μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών σχεδιασμού κλπ.) δεν αντιμετωπίζονται αποτελεσματικά με τις κλασικές μεθόδους βελτιστοποίησης (γραμμικός προγραμματισμός κ.α.). Οι πρώτες αναφορές για την προσομοίωση φυσικών διεργασιών σε γενετικά συστήματα με τη βοήθεια ψηφιακών υπολογιστών ανήκει στους Baricelli [7], [8], και Fraser [36], [37]. Ο Fraser [37], προσομοίωσε την εξέλιξη ενός χρωμοσώματος 15 δυφίων και υπολόγισε την πιθανότητα εμφάνισης ατόμων με αποδεκτά φαινοτυπικά χαρακτηριστικά με την εξέλιξη των γενεών. Η πρώτη εφαρμογή των ΓΑ σε μη φυσικά προβλήματα αποδίδεται στον Bagley [4]. Η πρώτη εφαρμογή της διαδικασίας της φυσικής επιλογής σε θέματα βελτιστοποίησης μη φυσικών συστημάτων ανήκει στο Holland [51], [52]. Ο Holland [53], [54], στη συνέχεια παρουσίασε το θεώρημα σχήματος που αποτελεί και το θεωρητικό υπόβαθρο των ΓΑ. Το θεώρημα σχήματος [54] συνοψίζεται στο «*μικρής τάξης ακολουθίες δυφίων (σχήματα) με ευρωστία μεγαλύτερη του μέσου όρου λαμβάνουν κατά εκθετικό τρόπο αυξανόμενες πιθανότητες επιλογής σε μελλοντικές γενεές*». Ο De-Jong [21], με τη βοήθεια του θεωρήματος σχήματος επέδειξε την ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου σε πλήθος προβλημάτων.

Βασικά αιτία της εξάπλωσης των ΓΑ είναι η απλότητα χρήσης, η ευρωστία τους σε δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης, η δυνατότητα αντιμετώπισης προβλημάτων για κάθε τύπο μ.σ αλλά κυρίως λόγω της μη απαίτησης πληροφοριών ευαισθησίας για την αντικειμενική συνάρτηση και τις συναρτήσεις περιορισμών σε σχέση με τις μ.σ.

Οι ΓΑ ανήκουν στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων. Οι ΓΑ προσομοιώνουν τη διαδικασία της φυσικής επιλογής [39] όπου τα περισσότερο εύρωστα άτομα ενός πληθυσμού παρουσιάζουν υψηλότερη πιθανότητα επιλογής για διασταύρωση εξασφαλίζοντας τη μεταφορά των χαρακτηριστικών τους στα άτομα της επόμενης γενεάς. Η βελτίωση των χαρακτηριστικών του πληθυσμού επαφίεται στην απλή παρατήρηση ότι τα περισσότερο δυνατά άτομα έχουν περισσότερες πιθανότητες να μεταφέρουν τα γεννητικά τους χαρακτηριστικά στις επόμενες γενεές με αποτέλεσμα τη βελτίωση της μέσης ευρωστίας του συστήματος. Οι ΓΑ οδηγούν την εξέλιξη ενός συνόλου ατόμων (που ορίζεται ως πληθυσμός) για ένα πλήθος γενεών μέσω των τελεστών της επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Μέσω της διασταύρωσης ο ΓΑ παράγει την νέα γενεά λύσεων που θα αποτελέσουν τον νέο πληθυσμό. Η υψηλότερη πιθανότητα διασταύρωσης μεταξύ εύρωστων ατόμων αυξάνει και την πιθανότητα δημιουργίας νέων περισσότερο εύρωστων λύσεων. Κατά τη φάση της διασταύρωσης μέσω του τελεστή της μετάλλαξης έχουμε την εισαγωγή λαθών στη διαδικασία αντιγραφής του γενετικού υλικού εισάγοντας στον πληθυσμό νέες ακολουθίες δυφίων (νέα σχήματα). Η διαδικασία βελτιστοποίησης συνεχίζεται ως την ικανοποίηση των κριτηρίων σύγκλισης. Τα κριτήρια σύγκλισης σχετίζονται συνήθως με την ποικιλότητα των λύσεων στο χώρο σχεδιασμού και τη διασπορά των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης των ατόμων του πληθυσμού.

Η αποδοτικότητα της μεθόδου εξαρτάται από τον τύπο του προβλήματος και την επιτυχημένη επιλογή των παραμέτρων του ΓΑ όπως το μέγεθος του πληθυσμού, την πιθανότητα διασταύρωσης και μετάλλαξης τον τύπο της διασταύρωσης κλπ. Στη βιβλιογραφία [78], παρουσιάζονται πλήθος παραλλαγών της βασικής μεθόδου των ΓΑ με στόχο τη βελτίωση της ευρωστίας και τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου της. Μία κατηγοριοποίηση των μεθοδολογιών που έχουν αναπτυχθεί όσον αφορά τον έλεγχο των παραμέτρων του βασικού ΓΑ παρουσιάζεται από τους Eiben et al., [31].

Η παράμετρος που επηρεάζει περισσότερο την ευρωστία και το υπολογιστικό κόστος των ΓΑ είναι το μέγεθος του πληθυσμού. Μικρά μεγέθη είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε πρόωρη σύγκλιση της διαδικασίας σε μη βέλτιστες λύσεις ενώ μεγάλα μεγέθη οδηγούν σε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου. Εκφράσεις για τον υπολογισμό του βέλτιστου μεγέθους του πληθυσμού λαμβάνοντας υπόψη τον τύπο του προβλήματος και τις παραμέτρους του έχουν προταθεί από τους Goldberg et al., [40], Harik et al., [46] και Srivastava και Goldberg, [82]. Ο Smith, [80] προτείνει μία μέθοδο βελτιστοποίησης που ρυθμίζει το μέγεθος του πληθυσμού βασιζόμενο στην πιθανότητα λάθους επιλογής εφαρμόζοντας στους ΓΑ τις αρχές

των Εξελικτικών Στρατηγικών [47], [74], [81].

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μία μέθοδος που προσπαθεί να ελέγξει το μέγεθος του πληθυσμού του ΓΑ με τη βοήθεια μίας προσαρμοστικής διαδικασίας. Αρχικά ορίζεται ένα πλήθος πληθυσμών που ορίζει το μεταπληθυσμό [63] του προβλήματος. Οι πληθυσμοί αυτοί με διαφορετικές τιμές παραμέτρων του ΓΑ, ανταγωνίζονται μεταξύ τους για τους διαθέσιμους πόρους του συστήματος. Το ΣΑ αναλαμβάνει τη μεταβολή του μεγέθους κάθε πληθυσμού ανάλογα της απόδοσης του μέσα στο μεταπληθυσμό. Η συνεξέλιξη ανταγωνιστικών πληθυσμών στην περιοχή των ΓΑ πρωτοεμφανίζεται στις εργασίες των Schlierkamp-Voosen και Mühlenbein [75], [76].

Ειδικότερα, ο συνδυασμός των ΓΑ με ΣΑ βασίζεται στον έλεγχο της εξέλιξης ενός μεταπληθυσμού [63]. Ως μεταπληθυσμός ορίζεται το σύνολο διαφορετικών πληθυσμών όπου τα μέλη κάθε πληθυσμού έχουν κοινά χαρακτηριστικά ως προς τις παραμέτρους του πληθυσμού αυτού (είδη) [63]. Κάθε πληθυσμός έχει ένα συγκεκριμένο σύνολο τιμών για τις παραμέτρους του ΓΑ. Οι πληθυσμοί αυτοί εξελίσσονται στο χώρο των λύσεων, σύμφωνα με τις επιταγές του εκάστοτε ΓΑ. Το ΣΑ αναλαμβάνει τη μεταβολή του μεγέθους του πληθυσμού ανάλογα με τη σχετική απόδοση του στις περιόδους όπου εμφανίζεται ανταγωνισμός υπό την προϋπόθεση συνύπαρξης “ισχυρών” και “αδύναμων” πληθυσμών. Ο ανταγωνισμός μεταξύ των πληθυσμών εμφανίζεται όταν οι διαθέσιμοι πόροι δεν επαρκούν για το σύνολο των ατόμων του μεταπληθυσμού. Η μεταβολή της κατανομής των διαθέσιμων πόρων (ανάλογα με την απόδοση κάθε πληθυσμού) δίνει τη δυνατότητα στο σύστημα να οργανώσει καλύτερα τη συνολική στρατηγική του για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Σε αντίθεση με την συνήθη πρακτική της σειριακής επανάληψης της διαδικασίας βελτιστοποίησης για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του ΓΑ, το ίδιο πλήθος προβλημάτων (ως προς τις τιμές των παραμέτρων του ΓΑ) επιλύεται παράλληλα και το ΣΑ αναλαμβάνει να μεταβάλλει το μέγεθος του πληθυσμού κάθε προβλήματος ανάλογα της ευρωστίας του στο μεταπληθυσμό. Η μεταβολή του πλήθους των ατόμων στο μεταπληθυσμό επιτυγχάνεται μέσω της μεταβολής των διαθέσιμων πόρων σύμφωνα με προκαθορισμένα προφίλ μεταβολής των διαθέσιμων πόρων.

Η επίδοση κάθε πληθυσμού στο μεταπληθυσμό εξαρτάται από τη συνολική ευρωστία των ατόμων του, την ευρωστία του καλύτερου σχεδιασμού (elite), την ποικιλότητα του πληθυσμού και την ποσότητα των πόρων που απαιτούνται για τη συντήρησή του. Όταν το σύνολο των διαθέσιμων πόρων δεν επαρκεί για το σύνολο των ατόμων στο μεταπληθυσμό

εμφανίζεται ανταγωνισμός ανάμεσα στους πληθυσμούς. Αναλόγως της σχετικής διαφοράς της απόδοσης των πληθυσμών εμφανίζονται σχέσεις «ανταγωνισμού» ή σχέσεις «Θηρευτή»-«Θηράματος». Στην περίπτωση του «ανταγωνισμού» ο ισχυρός πληθυσμός προσπαθεί να εξασφαλίσει τους απαιτούμενους πόρους για επιβίωση του μέσω της μείωσης των διαθέσιμων πόρων ασθενούς πληθυσμού. Στις σχέσεις «Θηρευτή»-«Θηράματος» ο «Θηρευτής» προσπαθεί να εξασφαλίσει περισσότερους πόρους στοχεύοντας στην αύξηση του πληθυσμού του μέσω της δραστηκής μείωσης των ατόμων του ασθενούς πληθυσμού (Θήραμα).

Στην παράγραφο 4.2, παρουσιάζεται ο ορισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης και ο ΓΑ που χρησιμοποιείται για την εξέλιξη κάθε πληθυσμού. Στην παράγραφο 4.3, παρουσιάζεται το ΣΑ που λαμβάνει τις αποφάσεις μεταβολής του πληθυσμού του εκάστοτε ΓΑ βάσει της συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού αυτού στο μεταπληθυσμό. Στην παράγραφο 4.12 σε μορφή παραρτήματος, παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας της προτεινόμενης μεθόδου. Στην παράγραφο 4.4, ορίζεται η συνάρτηση απόδοσης της μεθόδου βελτιστοποίησης ως λόγος της ευρωστίας προς τον υπολογιστικό φόρτο. Περισσότερες πληροφορίες για την ευρωστία της μεθόδου βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.13 σε μορφή παραρτήματος. Στις παραγράφους, 4.5 ως 4.7, παρουσιάζονται τα παραδείγματα για την εκτίμηση της ευρωστίας του σχήματος βελτιστοποίησης σε προβλήματα αναφοράς και στο βέλτιστο σχεδιασμό ισοστατικών δικτυωμάτων με περιορισμούς αξιοπιστίας. Ο τρόπος υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας των δικτυωμάτων αυτών παρουσιάζεται σε μορφή παραρτήματος στην παράγραφο 4.14. Στην παράγραφο **Error! Reference source not found.**, παρουσιάζεται ο συνδυασμός της μεθόδου βελτιστοποίησης με τον αλγόριθμο ανάλυσης αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων για το βέλτιστο σχεδιασμό υπερστατικών χωροδικτυωμάτων. Στις παραγράφους 4.15 ως 4.19 σε μορφή παραρτημάτων, παρουσιάζονται οι τροποποιήσεις του ΣΑ με στόχο της αύξηση της απόδοσης της προτεινόμενης μεθόδου. Οι τροποποιήσεις αυτές καθώς και τα αποτελέσματα της παραμετρικής μελέτης της παραγράφου 4.20 χρησιμοποιήθηκαν στον συνδυασμό της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης με τον αλγόριθμο ανάλυσης αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων για το βέλτιστο σχεδιασμό του υπερστατικού δικτύωματος και χωροδικτύωματος. Τέλος στις παραγράφους 4.9 και 4.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το βέλτιστο σχεδιασμό υπερστατικού δικτύωματος και χωροδικτύωματος.

4.2 Πρόβλημα Βελτιστοποίησης – Γενετικοί Αλγόριθμοι

4.2.1 Ορισμός του προβλήματος

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού για την προτεινόμενη μέθοδο ορίζεται ως [43]:

$$\min C_{ij}(\mathbf{x}) \quad \begin{cases} g_k(\mathbf{x}) \leq 0 & k=1, \dots, N_c \\ h_k(\mathbf{x}) = 0 & k=1, \dots, N_e \end{cases} \quad \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n \quad (4.1)$$

όπου $C_{ij}(\mathbf{x})$ είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τον i άτομο του j πληθυσμού, $g_k(\mathbf{x})$ και $h_k(\mathbf{x})$ είναι ο k ανισοτικός και ισοτικός περιορισμός σχεδιασμού αντίστοιχα, N_c και N_e είναι το πλήθος των ανισοτικών και ισοτικών περιορισμών αντίστοιχα, \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού (μ.σ) και \mathbf{D}^n είναι ο χώρος σχεδιασμού. Εφόσον οι ΓΑ έχουν σχεδιαστεί να αντιμετωπίζουν προβλήματα μεγιστοποίησης χωρίς περιορισμούς σχεδιασμού το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως:

$$f_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{A}{\left[C_{ij}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{N_c} c_k \cdot T(g_k(\mathbf{x})) + \sum_{k=N_c+1}^{N_e} c_k \cdot T(h'_k(\mathbf{x})) \right]} \quad h'_k(\mathbf{x}) = -\delta + |h_k(\mathbf{x})| \quad (4.2)$$

όπου δ είναι μικρή θετική ποσότητα και c_k είναι ο συντελεστής ποινής του k ανισοτικού ή ισοτικού περιορισμού αντίστοιχα. Η τιμή A είναι αυθαίρετη σταθερά και ο τελεστής $T(\cdot)$ δίδεται ως:

$$T(x) = \begin{cases} \sqrt{x - \varepsilon} & x > \varepsilon \\ 0 & x \leq \varepsilon \end{cases} \quad (4.3)$$

όπου ε είναι η ανοχή της προτεινόμενης μεθόδου ως προς την παραβίαση των ισοτικών ή ανισοτικών περιορισμών. Η συνάρτηση ποινής, ορίζεται συνήθως ως συνάρτηση του τετραγώνου της τιμής του περιορισμού [68]. Ειδικότερα, οι Nanakorn και Meesomklin [68], παρουσιάζουν μία μέθοδο για τη δυναμική προσαρμογή του συντελεστή ποινής στη σχέση της αντικειμενικής συνάρτησης ώστε να εξασφαλίζεται η καλύτερη δυνατή απόδοση του ΓΑ ανεξάρτητα του τελεστή επιλογής και των χαρακτηριστικών του πληθυσμού. Στην προτεινόμενη μέθοδο η συνάρτηση ποινής δίδεται ως τετραγωνική ρίζα της παραβίασης του περιορισμού. Η μορφή της σχέσης (4.3) αυξάνει τη σχετική διαφορά της σχέσης (4.2) μεταξύ των λύσεων για $x - \varepsilon < 1$ ενώ όταν $x - \varepsilon \gg 1$ η διαφορά μειώνεται σημαντικά. Η επιλογή της μορφής της σχέσης (4.3) συνδέεται και με τον τύπο των περιορισμών. Η επιλογή ως συνάρτησης ποινής της τετραγωνικής ρίζας προσφέρει υψηλότερη διακριτικότητα στο ΓΑ για λύσεις που παραβιάζουν κατά ήπιο τρόπο της συναρτήσεων περιορισμού ενώ για $x - \varepsilon \gg 1$

εξασφαλίζει στην προτεινόμενη μέθοδο την απαιτούμενη αριθμητική ευστάθεια.

Για την προτεινόμενη μέθοδο, η ευρωστία μίας λύσης βάσει της τιμής της ισοδύναμης αντικειμενικής συνάρτησης της σχέσης (4.2) δίδεται ως [25]:

$$\hat{f}_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{f_{ij}(\mathbf{x})}{\left[\min_{i,j} f_{ij}(\mathbf{x}) \right]} \quad (4.4)$$

όπου $\min_{i,j} \{f_{ij}(\mathbf{x})\}$ είναι η ελάχιστη τιμή της σχέσης (4.2), των ατόμων του μεταπληθυσμού και αντικατοπτρίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του λιγότερο εύρωστου ατόμου των εξελισσόμενων πληθυσμών.

Τέλος το πρόβλημα βελτιστοποίησης, προσαρμοσμένο για το ΓΑ, ορίζεται ως [25]:

$$\max \left\{ \hat{f}_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{f_{ij}(\mathbf{x})}{\left[\min_{i,j} f_{ij}(\mathbf{x}) \right]} \right\} \quad \mathbf{x} \in \mathbf{D}^n \quad (4.5)$$

4.2.2 Γενετικός Αλγόριθμος

Ως ο Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ) της μεθόδου επιλέγεται ο κλασικός ΓΑ [41], [44]. Η κωδικοποίηση κάθε λύσης βασίζεται στην αλληλουχία δυφίων [39] όπου κάθε μ.σ απεικονίζεται ως συγκεκριμένη ακολουθία δυφίων (νήμα). Η ένωση των νημάτων δημιουργεί το χρωμόσωμα. Κάθε ΓΑ εξελίσσεται αυτόνομα χωρίς να επηρεάζεται η εξελικτική του διαδικασία από τη διαδικασία των υπολοίπων ΓΑ.

Η πιθανότητα επιλογής στηρίζεται στη σχετική θέση (rank) κάθε ατόμου στο πληθυσμό [25], [42]. Για τον αλγόριθμο η πιθανότητα επιλογής δίδεται ως:

$$Pr_R(f_i)_j = \frac{\left[N_j(t) - rank(\hat{f}_{ij}) + 1 \right]^{S_j}}{\sum_{i=1} \left[N_j(t) - rank(\hat{f}_{ij}) + 1 \right]^{S_j}} \quad (4.6)$$

όπου S_j είναι εκθέτης που καθορίζει την πίεση επιλογής και $N_j(t)$ είναι το πλήθος των ατόμων του j πληθυσμού κατά τη γενεά t . Η πιθανότητα επιλογής δεν είναι συνάρτηση της ευρωστίας (περίπτωση ορισμού της πιθανότητας επιλογής μέσω ρουλέτας [59]) αλλά της σχετικής θέσης του ατόμου στον πληθυσμό. Σε σχέση με τη μέθοδο επιλογής μέσω αγώνα [10], [86], [18], η σχέση (4.6) ορίζει και για το λιγότερο εύρωστο άτομο μία πεπερασμένη πιθανότητα επιλογής. Ανεξάρτητα από το κατά πόσον είναι πιο εύρωστη μία λύση σε σχέση με τις υπόλοιπες λύσεις

του πληθυσμού η πίεση που ασκείται στον πληθυσμό για να κινηθεί προς αυτή τη λύση [84] είναι σταθερή εφόσον η πιθανότητα επιλογής είναι συνάρτηση της σχετικής θέσης του ατόμου στον πληθυσμό με αποτέλεσμα τη διατήρηση της εξερευνητικής ικανότητας του ΓΑ. Η έλξη που ασκείται στον πληθυσμό ώστε να κινηθεί προς την περιοχή που βρίσκονται τα περισσότερα εύρωστα άτομα, είναι συνάρτηση και μόνον του εκθέτη S_j της σχέσης (4.6) με αποτέλεσμα η μέθοδος βελτιστοποίησης να παρουσιάζει υψηλότερη ευρωστία σε πολυμορφικά προβλήματα. Η θέση κάθε λύσης παραμένει αναλλοίωτη μετά το μετασχηματισμό της σχέσης (4.4) και δεν επηρεάζεται από την επιλογή της τιμής A της σχέσης (4.2).

Μέσω του ελιτισμού [59], το ζεύγος των καλύτερων ατόμων κάθε πληθυσμού επιζεί στην επόμενη γενεά. Οι τεχνικές διασταύρωσης που χρησιμοποιήθηκαν είναι: Διασταύρωση Μονού Σημείου (Single Point Crossover - SPC), Διασταύρωση Διπλού Σημείου (Double Point Crossover - DPC) και Διασταύρωση Μονού Σημείου ανά μ.σ (Single Point Crossover per design Variable - SPVC) [48]. Η πιθανότητα διασταύρωσης στα παραδείγματα που εξετάζονται κυμαίνεται από 0.60 ως 0.95.

Η πιθανότητα μετάλλαξης δίδεται με την τροποποίηση της έκφρασης των Hesser και Männer [49] υιοθετώντας ένα ελάχιστο όριο για την πιθανότητα και μίας αρχικής περιόδου ηρεμίας. Η πιθανότητα μετάλλαξης στη γενεά t δίδεται ως:

$$P_m(t) = \begin{cases} P_{init} & t \leq t_{init} \\ \left[P_{final} + (P_{init} - P_{final}) \cdot \exp\left(-\frac{t - t_{init}}{t_{half}}\right) \right] & t > t_{init} \end{cases} \quad (4.7)$$

όπου P_{init} και P_{final} είναι η αρχική και τελική τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης αντίστοιχα, t_{init} είναι η γενεά από την οποία η πιθανότητα μετάλλαξης αρχίζει να μεταβάλλεται και t_{half} είναι η ταχύτητα με την οποία μεταβάλλεται η πιθανότητα αυτή.

4.2.3 Κριτήρια σύγκλισης

Μεγάλης σημασίας για το υπολογιστικό κόστος και την ευρωστία των ΓΑ είναι η επιλογή των κριτηρίων σύγκλισης [17], [39], [55], [59]. Στην προτεινόμενη μέθοδο ως βασικό κριτήριο σύγκλισης ορίζεται η ομοιομορφία του γενετικού υλικού σε επίπεδο μ.σ. Η ομοιομορφία του πληθυσμού προσφέρει πληροφορίες σε σχέση με την ύπαρξη συγκεκριμένων ακολουθιών δυφίων σε κάθε νήμα (string). Ο δείκτης ομοιομορφίας για κάθε

νήμα δίδεται ως:

$$U_i = \max_{\forall S_j} \{ [N_{s,j} \cdot W_{s,j}], j=1, N_{sh,i} \} \quad (4.8)$$

όπου $N_{s,j}$ είναι το πλήθος εμφανίσεων συγκεκριμένου σχήματος S_j , $W_{s,j}$ είναι το σχετικό βάρος του σχήματος, και $N_{sh,i}$ είναι το πλήθος των πιθανών σχημάτων. Το σχετικό βάρος $W_{s,j}$ κάθε σχήματος (συνάρτηση του μήκους του) δίδεται ως:

$$W_{s,j} = \sum_{k=L_i-L_{s,j}}^{L_i} 2^k \quad (4.9)$$

όπου $L_{s,j}$ είναι το μήκος του j σχήματος και L_i είναι το μήκος της i μ.σ. Για τον αλγόριθμο κάθε σχήμα ορίζεται ως:

$$S_j = \left[\underbrace{s_1, s_2, \dots, s_{L_{s,j}}}_{L_{s,j}} \quad \overbrace{*, *, \dots, *}^{L_i} \right] \quad (4.10)$$

όπου $\{s_1, s_2, \dots, s_{L_{s,j}}\}$ και $\{*, *, \dots, *\}$ είναι το σταθερό μέρος και μεταβλητό μέρος του νήματος αντίστοιχα. Το πλήθος των πιθανών σχημάτων για μήκος νήματος L_i δίδεται ως:

$$N_{sh,i} = 2^{L_i} \quad (4.11)$$

Ο ανηγμένος δείκτης ομοιομορφίας \bar{U}_i κάθε μ.σ δίδεται ως:

$$\bar{U}_i = \frac{U_i}{N_k(t) \cdot \sum_{k=0}^{L_i} 2^k} \quad (4.12)$$

όπου $N_k(t)$ είναι το πλήθος των ατόμων του k πληθυσμού. Όταν για οποιαδήποτε μ.σ η ομοιομορφία είναι απόλυτη οι δείκτες U_i και \bar{U}_i των σχέσεων (4.8) και (4.12) δίδονται ως:

$$U_i = N_k(t) \cdot \sum_{k=0}^{L_i} 2^k \Rightarrow \bar{U}_i = 1 \quad (4.13)$$

Για τον ΓΑ υιοθετούνται 3 κριτήρια σύγκλισης βάσει των φαινοτυπικών και γενοτυπικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού και ένα κριτήριο σύγκλισης βάσει του πλήθους των γενεών. Η ικανοποίηση ενός εκ των κριτηρίων τερματίζει τη διαδικασία βελτιστοποίησης για τον εκάστοτε πληθυσμό. Τα κριτήρια βάσει των γενοτυπικών (χρωμόσωμα) και φαινοτυπικών (αντικειμενική συνάρτηση) χαρακτηριστικών δίδονται ως:

$$\begin{aligned}
E[\bar{U}_i] &\geq C_{I,\bar{U}}^{med} \wedge \min_i \{\bar{U}_i\} = \bar{U}_{\min} \geq C_{I,\bar{U}}^{\min} \\
\bar{U}_{\min} &\geq C_{I,\bar{U}}^{\min} \wedge V_{\min} \geq C_{I,r} \cdot V_{\max} \\
\bar{U}_{\min} &\geq C_{I,\bar{U}}^{\min} \wedge \sqrt{\sigma_{[V_k]}^2} < C_{I,var} \cdot E[V_k]
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

όπου $C_{I,*}$ είναι οι παράμετροι για τα κριτήρια σύγκλισης και V_{\min} , V_{\max} , $E[V_k]$ και $\sigma_{[V_k]}^2$ είναι η τιμή ευρωστίας του χειρότερου ατόμου, η τιμή ευρωστίας του καλύτερου ατόμου, η μέση τιμή ευρωστίας και η διασπορά των τιμών ευρωστίας αντίστοιχα:

$$\begin{aligned}
V_{\min} &= \min_{l=1,\dots,N_j(t)} [\hat{f}_{lk}] & V_{\max} &= \max_{l=1,\dots,N_j(t)} [\hat{f}_{lk}] \\
E[V_k] &= E_l [\hat{f}_{lk}] & \sigma_{[V_k]} &= \frac{1}{N_j(t)-1} \cdot \sum_{l=1}^{N_j(t)} \left(\hat{f}_{lk} - E_l [\hat{f}_{lk}] \right)^2
\end{aligned}
\tag{4.15}$$

Το 1^ο κριτήριο εστιάζει την προσοχή του στην ομοιομορφία του γενετικού υλικού του πληθυσμού. Αν η ελάχιστη τιμή ομοιομορφίας $\min_i \{\bar{U}_i\}$ για τις μ.σ είναι μεγαλύτερη της τιμής κατωφλίου $C_{I,\bar{U}}^{\min}$ και η μέση τιμή ομοιομορφίας $E_i[\bar{U}_i]$ υπερβαίνει την αντίστοιχη τιμή κατωφλίου $C_{I,\bar{U}}^{med}$ η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται. Το 2^ο και 3^ο κριτήριο είναι κριτήρια μικτού τύπου που σχετίζουν την ομοιομορφία σε επίπεδο μ.σ και την ομοιομορφία του πληθυσμού στο επίπεδο της αντικειμενικής συνάρτησης. Το 2^ο κριτήριο εξετάζει αν το εύρος διακύμανσης των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μικρότερο μίας τιμής κατωφλίου που δίδεται ως ποσοστό της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου ατόμου, και τερματίζει τη διαδικασία βελτιστοποίησης όταν πληρείται το κριτήριο αυτό και το κριτήριο ελάχιστης ομοιομορφίας. Το 3^ο κριτήριο εξετάζει το δείκτη μεταβλητότητας των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης και τερματίζει τη διαδικασία βελτιστοποίησης όταν πληρείται το κριτήριο αυτό σε συνδυασμό με το κριτήριο ελάχιστης ομοιομορφίας. Τα 2^ο και 3^ο κριτήριο δεν επηρεάζονται από την επιλογή της αυθαίρετης σταθεράς A της σχέσης (4.2) και του μετασχηματισμού της σχέσης (4.4).

4.3 Σχήμα Ανταγωνισμού

Ο ανταγωνισμός είναι συνηθισμένο φαινόμενο σε φυσικά συστήματα και αποτελεί μία από τις μορφές αλληλεπίδρασης στις περιπτώσεις ταυτόχρονης εξέλιξης πληθυσμών [66]. Ο Bak, [5], υποστηρίζει ότι κάθε φυσικό σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση κρισιμότητας (δυναμική ισορροπία) η οποία εξασφαλίζει τη δυνατότητα προσαρμογής του στις νέες συνθήκες. Οι Dimitrova και Vitanov, [22], παρουσιάζουν το πλαίσιο εξέλιξης ανταγωνιστικών πληθυσμών

μέσω της προσαρμογής τους σε ένα μη γραμμικό περιβάλλον με περιορισμένους πόρους. Οι Nee et al., [45], παρουσιάζουν τις κύριες παραμέτρους των αλληλεπιδράσεων μεταξύ διαφορετικών πληθυσμών σε φυσικό περιβάλλον. Περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά τη δυναμική του μεταπληθυσμού παρουσιάζονται από τους Smith και Gilpin [45]. Οι Mangel και Tier, [64], παρουσιάζουν τις συνέπειες στην εξέλιξη των ειδών και τις μεταβολές στις αλληλεπιδράσεις τους, λόγω περιορισμού των διαθέσιμων πόρων σε φυσικά συστήματα που είναι δυνατόν να προκληθούν λόγω μίας φυσικής καταστροφής. Ο Molofsky, [65], βασιζόμενος στη θεωρία των ψηφιακών αυτομάτων περιγράφει τις σημαντικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ ατόμων σε φυσικούς πληθυσμούς. Οι Cassagrandi και Gatto, [14], μελετούν το ρίσκο εξαφάνισης ειδών σε απομονωμένα περιβάλλοντα (απομονωμένες νήσοι) βασιζόμενοι στη θεωρία των μεταπληθυσμών σε σχέση με τη συχνότητα μετανάστευσης και αποδημίας. Οι Drepper et al., [30], που μελετούν επιδημιολογικά δεδομένα και οι Doebeli και Koella, [28] αναλύουν τον τρόπο με τον οποίο μία συγκεκριμένη μετάλλαξη είναι δυνατόν να εισβάλλει σε ένα πληθυσμό. Και στις δύο περιπτώσεις συμπεραίνεται ότι τα φυσικά συστήματα βρίσκονται σε κατάσταση δυναμικής ισορροπίας. Οι Schlierkamp-Voosen και Mühlenbein, [75], παρουσιάζουν μία μέθοδο βελτιστοποίησης όπου το μέγεθος του πληθυσμού μεταβάλλεται καθώς εξελίσσεται η διαδικασία όταν σε προκαθορισμένες χρονικές στιγμές ο πληθυσμός που περιέχει το περισσότερο εύρωστο άτομο αυξάνει το μέγεθος του, με ταυτόχρονη ομοιόμορφη μείωση του μεγέθους των υπολοίπων πληθυσμών. Σε εξέλιξη της εργασίας αυτής, οι Schlierkamp-Voosen και Mühlenbein, [76], παρουσιάζουν παραλλαγή της μεθόδου όπου πέρα από την τιμή του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού εξετάζεται και η φάση στην οποία βρίσκεται ο κάθε πληθυσμός. Ο Horn, [57], αντιμετωπίζει το πρόβλημα της εξειδίκευσης (niching) των λύσεων και το πόσο η αλληλοκάλυψη των λύσεων αυτών επηρεάζει τον τρόπο αλληλεπίδρασης των συνεξελισσόμενων πληθυσμών. Οι Hong et al., [56], παρουσιάζουν μία μέθοδο για την ταυτόχρονη συνεξέλιξη του πληθυσμού των λύσεων με ΓΑ καθώς και των τελεστών της διασταύρωσης και μετάλλαξης. Οι Adamidis και Petridis, [1], μελετούν τη συμπεριφορά συνεργαζομένων πληθυσμών μέσα σε ένα μεταπληθυσμό όπου οι διάφοροι πληθυσμοί με διαφορετικές παραμέτρους εξέλιξης συνεργάζονται μέσω της ανταλλαγής πληροφορίας (μετανάστευση των περισσότερο εύρωστων ατόμων) με στόχο την αύξηση της ευρωστίας του αλγορίθμου. Οι Donangelo et al., [29], προσομοιώνουν μία μη τέλεια αγορά αγαθών όπου τα άτομα συναλλάσσονται με στόχο τη βελτιστοποίηση του κέρδους τους (μεγιστοποίηση του απόλυτου κέρδους για κάθε αγαθό που κατέχουν). Ως μη τέλεια αγορά αγαθών ορίζεται η αγορά όπου η πιστότητα της πληροφόρησης μεταβάλλεται από άτομο σε άτομο και η

ευρωστία μίας στρατηγικής δεν ορίζεται μονοσήμαντα αλλά εξαρτάται από την υποκειμενικότητα κάθε ατόμου. Τα βασικά δυναμικά χαρακτηριστικά του συστήματος (δηλαδή η απόκτηση πλούτου και η απώλεια αυτού) είναι δυνατό να αναπαραχθούν υποδεικνύοντας ως κρίσιμες παραμέτρους κάθε φυσικού συστήματος την ασάφεια και τον παράγοντα της τύχης. Οι βασικές αρχές που διέπουν κάθε φυσικό σύστημα όπως προκύπτουν από την παρατήρηση συνοψίζονται ως [45]:

- Διαφορετικά είδη μοιράζονται το περιβάλλον σε μία κατάσταση δυναμικής ισορροπίας [5].
- Όταν διαφορετικά είδη μοιράζονται τους ίδιους πόρους εμφανίζεται ανταγωνισμός [22].

Στην προτεινόμενη μέθοδο δημιουργείται ένα τεχνητό φυσικό περιβάλλον αποτελούμενο από ένα πλήθος ειδών (species) που για τη μέθοδο είναι ο εκάστοτε ΓΑ. Κάθε ΓΑ με διαφορετικές τιμές παραμέτρων ασχολείται κατά αποκλειστικότητα με την εξέλιξη των ατόμων του συγκεκριμένου πληθυσμού ο οποίος επιδρά και επηρεάζεται από εξωγενείς παράγοντες (οι διαθέσιμοι πόροι που καθορίζουν και το μέγεθος του μεταπληθυσμού). Το ΣΑ αναλαμβάνει την εξέλιξη των ατόμων του μεταπληθυσμού μέσω κανόνων δυναμικής αλληλεπίδρασης. Η συνολική ευρωστία κάθε πληθυσμού υπολογίζεται σύμφωνα με την ευρωστία των ατόμων του, την ποικιλότητα του και τις παραμέτρους του ΓΑ για κάθε στιγμή της εξελικτικής διαδικασίας. Σε κατάσταση ισορροπίας όπου το σύνολο των διαθέσιμων πόρων επαρκεί για τη συντήρηση των πληθυσμών οι ΓΑ εξελίσσονται παράλληλα χωρίς αλληλεπίδραση. Η κατάσταση αυτή σε μακροσκοπικό επίπεδο προσομοιώνει ένα φυσικό περιβάλλον στο οποίο δεν έχουμε εξωγενείς επεμβάσεις. Όταν οι διαθέσιμοι πόροι δεν επαρκούν για την επιβίωση του συνόλου των ατόμων των πληθυσμών έχουμε την εμφάνιση ανταγωνισμού. Οι σχέσεις που εμφανίζονται είναι είτε ανταγωνισμός [66] είτε σχέσεις Θηρευτή-Θηράματος [66] και προϋποθέτουν τη συνύπαρξη ισχυρών και ασθενών πληθυσμών στο μεταπληθυσμό. Το ΣΑ σύμφωνα με τη σχετική απόδοση των πληθυσμών ορίζει κατά στοχαστικό τρόπο ζευγάρια πληθυσμών που αναμετρούνται με στόχο την εξασφάλιση περισσότερων πόρων για το είδος τους. Ο ρόλος κάθε πληθυσμού εξαρτάται από τη σχετική του ευρωστία. Στόχος του περισσότερο εύρωστου πληθυσμού είναι η επιβίωση εις βάρος του λιγότερο εύρωστου πληθυσμού μέσω της μείωσης του μεγέθους του λιγότερο εύρωστου πληθυσμού (Ανταγωνισμός) ή μέσω της δραστικής μείωσης του μεγέθους του λιγότερο εύρωστου πληθυσμού (Θηρευτής-Θήραμα) με ταυτόχρονη αύξηση του πλήθους των ατόμων του. Καθώς ο μεταπληθυσμός προσαρμόζεται στα νέα δεδομένα, το μέγεθος του ελλείμματος των απαιτούμενων προς διαθέσιμους πόρους εξαφανίζεται με αποτέλεσμα την εξαφάνιση της

πίεσης του περιβάλλοντος στους πληθυσμούς. Στο νέο σημείο ισορροπίας εξασφαλίζεται η απρόσκοπτη εξέλιξη των επιμέρους πληθυσμών αλλά με διαφορετικό πλήθος ατόμων για κάθε πληθυσμό.

Στο τεχνητό περιβάλλον του αλγορίθμου, ο όρος «πόροι» ορίζει τον υπολογιστικό χρόνο. Ο όρος «πεπερασμένοι πόροι» ορίζει το συνολικό υπολογιστικό χρόνο που είναι διαθέσιμος σε κάθε γενεά. Ο όρος «ανταγωνισμός» χρησιμοποιείται για τον ορισμό των συνθηκών και των γεγονότων που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της μάχης για επιβίωση (σχέσεις ανταγωνισμού και σχέσεις θηρευτή-θηράματος). Ο όρος «φυσικό σύστημα» χρησιμοποιείται για τον ορισμό του προβλήματος για το οποίο απαιτείται ο υπολογισμός της ευρωστίας κάθε ατόμου. Ο όρος «σύγκρουση» ορίζει τη διαδικασία μεταβολής του μεγέθους των επιμέρους πληθυσμών. Οι όροι «Θηρευτής» και «Θήραμα» είναι αλληλένδετοι και χρησιμοποιούνται για την αναγνώριση των ρόλων των πληθυσμών. Ο όρος «προσαρμογή» ορίζει το σύνολο των δράσεων που πραγματοποιεί ένας πληθυσμός με στόχο τη βελτίωση της θέσης του στο φυσικό σύστημα.

Η συνεξέλιξη των διαφόρων πληθυσμών βασίζεται στη συνολική ευρωστία κάθε πληθυσμού (σε επίπεδο μεταπληθυσμού), στο σχήμα μεταβολής των διαθέσιμων πόρων, στην ασάφεια πληροφόρησης και στην τύχη σε σχέση με το αποτέλεσμα της εμπλοκής μεταξύ δύο πληθυσμών [29]. Στην παράγραφο 4.3.1, παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος μεταβολής των διαθέσιμων πόρων, στην παράγραφο 4.3.2 παρουσιάζεται αναλυτικά ο υπολογισμός της συνολικής ευρωστίας κάθε πληθυσμού και στην παράγραφο 4.3.3 παρουσιάζονται οι κανόνες εμπλοκής και στο σχήμα μεταβολής του μεγέθους του εκάστοτε πληθυσμού.

4.3.1 Διαθέσιμοι και απαιτούμενοι πόροι

Οι διαθέσιμοι πόροι είναι συναρτήσεις του χρόνου και μεταβάλλονται σύμφωνα με Προφίλ Μεταβολής Διαθεσίμων Πόρων (ΠΜΔΠ). Στις παραγράφους 4.3.1.1 και 4.3.1.2 παρουσιάζονται οι παραλλαγές στον τρόπο υπολογισμού του ελλείμματος. Οι παραλλαγές αυτές ορίζονται ως Τύπος I (παράγραφος 4.3.1.1) και Τύπος II (παράγραφος 4.3.1.2). Στην παράγραφο 4.3.1.3 παρουσιάζονται οι παραλλαγές ως προς την αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει. Στην παράγραφο 4.3.1.4, παρουσιάζεται ο τρόπος αναδιανομής των πόρων σε περίπτωση πλεονάσματος.

Το σύνολο των ατόμων $N(t)$ στο φυσικό σύστημα δίδεται ως:

$$N(t) = \sum_{j=1}^{N_p} N_j(t) \quad (4.16)$$

όπου N_p είναι το πλήθος των πληθυσμών του μεταπληθυσμού και $N_j(t)$ είναι το πλήθος των ατόμων για τον j πληθυσμό.

4.3.1.1 Τύπος I (Μη συσσώρευση ελλείμματος)

Υπό το σκεπτικό ότι ο χρόνος που απαιτείται για τον υπολογισμό της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, για κάθε σχεδιασμό στον εκάστοτε πληθυσμό, παραμένει αμετάβλητος οι απαιτούμενοι πόροι R_{req} , στο επίπεδο του μεταπληθυσμού $N(t)$ δίδονται ως:

$$R_{req} = \sum_{j=1}^{N_p} R_j \cdot N_j \quad (4.17)$$

όπου R_j είναι ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος για ένα άτομο του j πληθυσμού. Για λόγους συντομίας η παράμετρος του χρόνου (t) παρουσιάζεται μόνον στις περιπτώσεις που κρίνεται αναγκαίο. Οι ποσότητες που ορίζονται από το σημείο αυτό και εφεξής είναι συναρτήσεις του χρόνου. Οι διαθέσιμοι πόροι R_{avail} , δίδονται ως:

$$R_{avail} = R - \sum_{i=1}^m H(t - t_i) \cdot \Delta R_i \quad (4.18)$$

όπου m είναι το πλήθος των μεταβολών του ΠΜΔΠ σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές t_i με μεταβολή των διαθέσιμων πόρων κατά ΔR_i , R είναι το πλήθος των αρχικώς διαθέσιμων πόρων και $H()$ είναι η συνάρτηση Heaviside:

$$H(t - t_i) = \begin{cases} 1 & t \geq t_i \\ 0 & t < t_i \end{cases} \quad (4.19)$$

4.3.1.2 Τύπος II (Συσσώρευση ελλείμματος)

Στη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας, οι απαιτούμενοι πόροι δεν συμπίπτουν αναγκαστικά με τους διαθέσιμους πόρους. Η σχετική διαφορά $(R_{req} - R_{avail})/R_{req}$ ορίζει και την πίεση του συστήματος στους πληθυσμούς καθορίζοντας και την ταχύτητα μεταβολής του μεγέθους των πληθυσμών. Σε παραλλαγή των σχέσεων (4.17) και (4.18) το σχετικό έλλειμμα για τον τύπο II συσσωρεύεται στο χρόνο. Οι R_{req} και R_{avail} του συστήματος δίδονται ως:

$$R_{req}^II = \sum_{t=0}^t \left[\sum_{j=1}^{N_p} R_j \cdot N_j \right] \quad (4.20)$$

$$R_{avail}^{II} = \sum_{t=0}^t \left[R - \sum_{i=1}^m H(t-t_i) \cdot \Delta R_i \right] \quad (4.21)$$

όπου t είναι το πλήθος των γενεών που έχουν παρέλθει.

4.3.1.3 Αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει

Ως προς τους πόρους των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει η μέθοδος παρουσιάζει δύο παραλλαγές. Η 1^η παραλλαγή δεν επιτρέπει την αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει στους πληθυσμούς που συνεχίζουν να εξελίσσονται. Στην περίπτωση αυτή ισχύουν οι σχέσεις (4.17) και (4.18) ή (4.20) και (4.21). Η 2^η παραλλαγή επιτρέπει την αναδιανομή των πόρων αυτών στους εξελισσόμενους πληθυσμούς οπότε η σχέση (4.17) τροποποιείται ως (τύπος I):

$$R_{req} = \sum_{j=1}^{N_p} \left\{ R_j \cdot N_j \cdot \left[1 - H(t - t_{j,conv}) \right] \right\} \quad (4.22)$$

όπου $t_{j,conv}$ είναι η γενεά σύγκλισης για τον j πληθυσμό. Όταν επιτρέπεται η συσσώρευση ελλείμματος η σχέση (4.20) τροποποιείται ως (Τύπος II):

$$R_{req}^{II} = \sum_{t=0}^t \left[\sum_{j=1}^{N_p} \left\{ R_j \cdot N_j \cdot \left[1 - H(t - t_{j,conv}) \right] \right\} \right] \quad (4.23)$$

Οι σχέσεις (4.22) και (4.23) εξασφαλίζουν ότι για τους πληθυσμούς που έχουν συγκλίνει το μέγεθος των πόρων που διανέμεται σε αυτούς είναι ίσο με το μηδέν. Η σύγκλιση ενός πληθυσμού, οδηγεί σε μείωση των απαιτούμενων πόρων και το πλεόνασμα ισοκατανέμεται μεταξύ των πληθυσμών που συνεχίζουν να εξελίσσονται.

4.3.1.4 Περίοδοι ισοροπίας – Διανομή πλεονασματικών πόρων

Το φυσικό σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση δυναμικής ισοροπίας όταν:

$$R_{avail} \approx R_{req} \quad (4.24)$$

Στην περίπτωση αυτή οι συγκρούσεις μεταξύ των πληθυσμών σταματούν. Οι περίοδοι ηρεμίας (δυναμικής ισοροπίας) εξασφαλίζουν τον απαιτούμενο χρόνο στους επιμέρους πληθυσμούς να συγκλίνουν στη βέλτιστη λύση. Όταν ισχύει ότι:

$$R_{avail} > R_{req} \quad \Delta R = R_{avail} - R_{req} \quad (4.25)$$

Το πλεόνασμα των πόρων ΔR ισοκατανέμεται μεταξύ των πληθυσμών με αντίστοιχη αύξηση

των ατόμων τους.

4.3.2 Συνολική ευρωστία πληθυσμού

Η συνολική ευρωστία ενός πληθυσμού στο μεταπληθυσμό δεν εξαρτάται μόνον από τα χαρακτηριστικά των ατόμων του πληθυσμού αλλά και από το προφίλ των υπολοίπων πληθυσμών εντάσσοντας τον αλγόριθμο στην κατηγορία των συνεξελικτικών αλγορίθμων. Ως συνεξέλιξη ορίζεται η ταυτόχρονη εξέλιξη δύο ή περισσότερων αλληλοεπιδρώντων πληθυσμών όπου η ευρωστία κάθε πληθυσμού είναι συνάρτηση και των χαρακτηριστικών των υπολοίπων πληθυσμών [66]. Στην κλασική θεώρηση της συνεξέλιξης οι δύο πληθυσμοί ανταγωνίζονται ευθέως και η ευρωστία ενός ατόμου καθορίζεται από την ικανότητα του να επιβάλλεται σε πλήθος ατόμων του αντιπάλου πληθυσμού. Οι Ficisi και Pollack [35] εξετάζουν τους συνεξελικτικούς αλγορίθμους υπό το σκεπτικό της θεωρίας παιγνίων. Οι Barbosa και Barreto [6], χρησιμοποιούν συνεξελικτικούς ΓΑ σε προβλήματα διάταξης γραφών. Ο Riechmann [71], απέδειξε ότι σε μακροοικονομικά προβλήματα, όπου η ευρωστία μίας στρατηγικής εξαρτάται άμεσα από τα χαρακτηριστικά των υπολοίπων στρατηγικών, κάθε ΓΑ είναι δυνατόν να θεωρηθεί ως ένα δυναμικό παιχνίδι. Η επιτυχία του εξαρτάται άμεσα από την ικανότητα των εναλλακτικών στρατηγικών να αντιμετωπίζουν με επιτυχία την υπό εξέταση στρατηγική. Στην προτεινόμενη μέθοδο εξετάζεται η ικανότητα κάθε πληθυσμού (ως μέλους του μεταπληθυσμού) να επιβάλλεται σε άλλους πληθυσμούς.

Ο ανταγωνισμός μεταξύ των πληθυσμών του μεταπληθυσμού, δημιουργεί την ανάγκη του ορισμού ενός κριτηρίου (συνδυασμός κοινών παραμέτρων των πληθυσμών) ώστε να ποσοτικοποιηθεί η προσαρμοστικότητα κάθε πληθυσμού, ως προς τους συνεξελισσόμενους πληθυσμούς. Τα κριτήρια [76], [32], που χρησιμοποιούνται περισσότερο για τον υπολογισμό της ευρωστίας ενός πληθυσμού είναι συνδυασμός της ευρωστίας του περισσότερο εύρωστου ατόμου με χαρακτηριστικά του πληθυσμού όπως η ταχύτητα εξερεύνησης του χώρου των λύσεων, ποικιλότητα κ.α. Στην προτεινόμενη μέθοδο για τον υπολογισμό της συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού ελήφθησαν υπόψη οι παρακάτω ιδιότητες των πληθυσμών:

- Η ικανότητα του πληθυσμού να παράγει εύρωστα άτομα (ως προς τους υπόλοιπους πληθυσμούς). Η ικανότητα αυτή εξετάζεται σε επίπεδο πληθυσμού και επίπεδο ατόμου.
- Ο δείκτης ποικιλότητας της γενετικής πληροφορίας των ατόμων του πληθυσμού (ως προς τους υπόλοιπους πληθυσμούς). Η ποσότητα αυτή είναι στενά συνδεδεμένη με την ικανότητα της προτεινόμενης μεθόδου να βελτιώσει την ήδη υπάρχουσα καλύτερη λύση.

- Η ποσότητα των απαιτούμενων πόρων για την επιβίωση του ατόμου στον πληθυσμό. Οι απαιτούμενοι πόροι συνδέονται άμεσα με τη δημιουργία και εξέταση νέων λύσεων.

Ο πληθυσμός για να επιζήσει στο φυσικό περιβάλλον πρέπει να είναι επαρκώς εύρωστος, να παρουσιάζει υψηλή ποικιλότητα και χαμηλό υπολογιστικό κόστος.

4.3.2.1 Συνάρτηση ευρωστίας πληθυσμού και βέλτιστου ατόμου

Η ευρωστία ενός πληθυσμού δίδεται ως το άθροισμα της ευρωστίας των ατόμων του ως:

$$F_j = \sum_{i=1}^{N_j} \hat{f}_{ij} \quad (4.26)$$

Ο δείκτης ευρωστίας του βέλτιστου ατόμου B_j για τον j πληθυσμό δίδεται ως:

$$B_j = \max_{i=1, \dots, N_j} \{ \hat{f}_{ij} \} \quad (4.27)$$

Η σχέση (4.26) ευνοεί μεγάλους πληθυσμούς και πληθυσμούς με μεγάλο πλήθος εύρωστων ατόμων. Η απλή άθροιση της ευρωστίας των ατόμων έχει ως αποτέλεσμα την ενίσχυση πληθυσμών με μεγάλο πλήθος εύρωστων ατόμων που στο αρχικό στάδιο της εξελικτικής διαδικασίας είναι και το ζητούμενο. Πληθυσμοί με μεγαλύτερο αριθμό εύρωστων ατόμων έχουν περισσότερες πιθανότητες να παράγουν νέες καλές λύσεις (μέσω του τελεστή της διασταύρωσης). Η συνύπαρξη στο δείκτη συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού και του δείκτη ευρωστίας του περισσότερο εύρωστου ατόμου μειώνει σημαντικά την πιθανότητα ενίσχυσης πληθυσμών με πλήθος μέτριων λύσεων σε σχέση με πληθυσμούς με λίγες πολύ καλές λύσεις.

4.3.2.2 Συνάρτηση ποικιλότητας πληθυσμού

Ο δείκτης ποικιλότητας ενός πληθυσμού (που αντικατοπτρίζει τη διασπορά των ατόμων στο χώρο των λύσεων) επηρεάζει σημαντικά την ικανότητα των ΓΑ να βελτιώσουν περαιτέρω τις ήδη εύρωστες λύσεις [77], [20]. Στη μέθοδο ο παράγων αυτός εντάσσεται στη συνάρτηση συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών, υπό το σκεπτικό της διατήρησης της ικανότητας του μεταπληθυσμού να βελτιώσει περαιτέρω τις περισσότερες εύρωστες λύσεις (αν αυτό είναι δυνατό) ή να ξεφύγει από τη σύγκλιση σε μη ολικά βέλτιστες σχεδιάσεις [38], [77]. Ο δείκτης ποικιλότητας μπορεί να θεωρηθεί ως μέτρο εκτίμησης της “ηλικίας” του πληθυσμού. Νέοι πληθυσμοί παρουσιάζουν υψηλότερη ποικιλότητα σε σχέση με ώριμους (γηραιούς) πληθυσμούς και αντίστοιχα μεγαλύτερη ικανότητα προσαρμογής. Η μεγαλύτερη ικανότητα

προσαρμογής μεταφράζεται σε υψηλότερη πιθανότητα εύρεσης ενός περισσότερο εύρωστου ατόμου. Ο δείκτης ποικιλότητας ενός πληθυσμού χρησιμοποιείται σε εξελικτικούς αλγορίθμους ως κριτήριο για τη μεταβολή της συμπεριφοράς της προτεινόμενης μεθόδου από τη φάση της εξάντλησης των ήδη καλών λύσεων (exploitation) στη φάση της εξερεύνησης (exploration) [85] και ως μέτρο της δυνατότητας τους να προσαρμοστούν στο ολόένα μεταβαλλόμενο περιβάλλον. Οι Burke et al. [11], παρουσιάζουν τους πλέον διαδεδομένους μεθόδους υπολογισμού της ποικιλότητας.

Στην προτεινόμενη μέθοδο, ο δείκτης ποικιλότητας, D_j του πληθυσμού j , υπολογίζεται μέσω της στατιστικής ανάλυσης των δυφίων του χρωμοσώματος. Εφόσον για κάθε θέση του χρωμοσώματος οι δυνατές τιμές είναι το 0 και 1 θεωρείται ότι η κατανομή της τιμής του δυφίου ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή [9]. Η διασπορά της διωνυμικής κατανομής σε μία ορισμένη θέση δίδεται ως:

$$Var[f_{jm}] = N_j \cdot p \cdot (1-p) \quad (4.28)$$

όπου f_{jm} είναι ο πληθυσμός των ψηφίων του j πληθυσμού στη m θέση, και p είναι η πιθανότητα του δυφίου να έχει τιμή ίση με 1 στη θέση αυτή. Αν η πιθανότητα του δυφίου είναι ίση με 0.5 (μέγιστη δυνατή διασπορά) τότε η σχέση (4.28) λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, ίση με $N_j/4$. Ο δείκτης ποικιλότητας του πληθυσμού ορίζεται ως η μέση τιμή της διασποράς της κατανομής για την εκάστοτε θέση του χρωμοσώματος μήκους L :

$$D_j = E_{m=1, \dots, L} \{Var[f_{jm}]\} \quad (4.29)$$

Ο δείκτης ποικιλότητας D_j και ο δείκτης συσχετίζονται μεταξύ τους. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι ο δείκτης ομοιομορφίας εξετάζει τη διασπορά των τιμών στο χώρο \mathbf{D}^n όταν ο δείκτης ποικιλότητας εξετάζει τη διασπορά στο χώρο \mathbf{B}^L . Ως χώρος \mathbf{B}^L ορίζεται ο χώρος απεικόνισης των χρωμοσωμάτων.

4.3.2.3 Συνάρτηση απαιτούμενων πόρων

Η πιθανότητα διασταύρωσης επηρεάζει την ταχύτητα ανακατανομής των δομών (building blocks) του χρωμοσώματος στον πληθυσμό [84]. Υψηλές τιμές της πιθανότητας διασταύρωσης οδηγούν σε αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης προς τη βέλτιστη τιμή με αποτέλεσμα την αύξηση της ευρωστίας του πληθυσμού καθώς ο ΓΑ έχει τη δυνατότητα να εξετάσει περισσότερες νέες λύσεις σε μια γενεά. Στην περίπτωση αυτή το ΣΑ τείνει να ευνοήσει τους ΓΑ με υψηλότερη πιθανότητα διασταύρωσης εφόσον οι πληθυσμοί αυτοί

έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να ανακαλύψουν καλές λύσεις στα αρχικά στάδια της εξέλιξης. Η αύξηση όμως της ταχύτητας σύγκλισης αυξάνει την πιθανότητα παγίδευσης του ΓΑ σε περιοχή τοπικού ακρότατου. Για την αναίρεση αυτής της εύνοιας, το μέγεθος των απαιτούμενων πόρων από ένα πληθυσμό ορίζεται ανάλογο της πιθανότητας διασταύρωσης:

$$R_j = R_{j,ori} \cdot P_{cr}^j \quad (4.30)$$

όπου $R_{j,ori}$ είναι αυθαίρετη τιμή του όγκου των αναλυσκόμενων πόρων για τον j πληθυσμό και P_{cr}^j είναι η πιθανότητα διασταύρωσης του πληθυσμού.

4.3.2.4 Συνάρτηση συνολικής ευρωστίας πληθυσμού

Η εισαγωγή της παραμέτρου της ποικιλότητας, του ποσού των απαιτούμενων πόρων για κάθε πληθυσμό και της ευρωστίας του σε επίπεδο ατόμου αλλά και πληθυσμού, επιβάλλει την ανάγκη ορισμού ενός κριτηρίου που συνδυάζει τις ιδιότητες αυτές. Η συνάρτηση συνολικής ευρωστίας PI_j του j πληθυσμού δίδεται ως:

$$PI_j = \frac{[B_j]^w \cdot [F_j]^a \cdot [D_j]^b}{[R_j]^c} \quad (4.31)$$

όπου, a , b , c και w είναι παράμετροι που ελέγχουν την ένταση των σχετικών διαφορών μεταξύ των επιμέρους παραγόντων της συνάρτησης συνολικής ευρωστίας. Σχέσεις της μορφής της σχέσης (4.31) χρησιμοποιούνται ευρέως σε οικονομετρικά προσομοιώματα [72], [73]. Πλεονεκτήματα των σχέσεων αυτών είναι, η αντικειμενικότητα που παρουσιάζουν ως προς τις επιμέρους παραμέτρους και η δυνατότητα ελέγχου της σημασίας κάθε κριτηρίου μέσω των παραμέτρων ελέγχου.

Η συνολική ευρωστία κάθε πληθυσμού δεν ορίζεται κατά απόλυτο τρόπο εφόσον για τον υπολογισμό της ευρωστίας κάθε πληθυσμού (F_j) και της ευρωστίας του περισσότερο εύρωστου ατόμου (B_j) η ευρωστία των ατόμων κάθε πληθυσμού δίδεται ως συνάρτηση του λιγότερο ικανού ατόμου του μεταπληθυσμού σύμφωνα με τη σχέση (4.4). Ο μετασχηματισμός που επιβάλλει η σχέση (4.4) δεν επηρεάζει την πιθανότητα επιλογής των πληθυσμών ή τη σχετική τους θέση στο μεταπληθυσμό, εφόσον στη συγκεκριμένη γενεά ο παρανομαστής παραμένει σταθερός οπότε διατηρείται η σχετική σειρά και η σχετική διαφορά μεταξύ της ευρωστίας των λύσεων. Ο περιορισμός που εισάγει η σχέση (4.31) σχετίζεται με τη χρήση της πληροφορίας εφόσον ο συντελεστής PI_j μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο ως μέτρο σύγκρισης της σχετικής ευρωστίας του πληθυσμού στο μεταπληθυσμό.

4.3.3 Κανόνες εμπλοκής

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι κανόνες εμπλοκής των πληθυσμών στην περίπτωση όταν οι διαθέσιμοι πόροι δεν είναι επαρκείς καθώς και οι κανόνες μεταβολής του πλήθους των ατόμων του εκάστοτε εμπλεκόμενου πληθυσμού.

4.3.3.1 Επιλογή ζευγών πληθυσμών

Η πιθανότητα εμπλοκής μεταξύ δύο πληθυσμών i και j όταν $R_{avail} < R_{req}$ δίδεται ως:

$$\Pr [pop_i, pop_j] = \bar{T} \left[\frac{\Delta N(t)}{N(t)} \right] \cdot \begin{cases} \frac{PI_i - PI_j}{PI_i} & PI_i > PI_j \\ 0 & PI_i \leq PI_j \end{cases} \quad (4.32)$$

Το έλλειμμα $\Delta N(t)$ και ο τελεστής $\bar{T} []$ δίδονται ως [58], [25]:

$$\Delta N(t) = \frac{(R_{req} - R_{avail}) \cdot E[N_j(t)]}{E[R_j N_j(t)]}, \quad \bar{T}[x] = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{d} & 0 \leq x \leq d \\ 1 & x > d \end{cases} \quad (4.33)$$

όπου d είναι η παράμετρος ελέγχου της μετάβασης από κατάσταση ηρεμίας σε κατάσταση σύγκρουσης μεταξύ των πληθυσμών και $\Delta N(t)$ είναι το μέσο πλήθος των ατόμων που δεν μπορούν να διατηρηθούν στο μεταπληθυσμό. Ο τελεστής $\bar{T} []$ αποδίδει στη σχέση (4.32) την απαιτούμενη ασάφεια σχετικά με το πως οι πληθυσμοί αντιλαμβάνονται το έλλειμμα στους διαθέσιμους πόρους. Η παράμετρος d ορίζει και το μέγεθος της ασάφειας ως προς το σχετικό έλλειμμα πόρων που αποτελεί βασικό παράγοντα στην εξέλιξη φυσικών και μη φυσικών δυναμικών συστημάτων [29]. Η σχέση (4.32) εξασφαλίζει τη μη ύπαρξη συγκρούσεων όταν οι διαθέσιμοι πόροι επαρκούν ή όταν έχουμε πλεόνασμα πόρων ($\Delta N < 0$). Η πιθανότητα σύγκρουσης στο μεταπληθυσμό αυξάνει αναλογικά με το έλλειμμα των πόρων. Τέλος, η πιθανότητα σύγκρουσης μεταξύ δύο πληθυσμών αυξάνει γραμμικά με τη σχετική διαφορά της συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών αυτών. Κάθε πληθυσμός επιτρέπεται να εμπλακεί μόνον σε μία σύγκρουση ανά γενεά. Η πιθανότητα επιλογής του πληθυσμού j από τον πληθυσμό i για εμπλοκή δίδεται ως:

$$\Pr_R (pop_j) = \frac{[rank(pop_j)]^{S_{CP}}}{\sum_{k=1}^{N_{pp}} [rank(pop_k)]^{S_{CP}}} \quad N_{pp} = N'_p - 1 \quad (4.34)$$

όπου S_{CP} είναι εκθέτης που καθορίζει την πίεση επιλογής σε επίπεδο πληθυσμών, N'_p είναι το

πλήθος των πληθυσμών που εξελίσσονται στο μεταπληθυσμό και $rank()$ είναι η σχετική θέση του πληθυσμού στο μεταπληθυσμό υπό την προϋπόθεση της εξαίρεσης του περισσότερο εύρωστου πληθυσμού. Λεπτομέρειες ως προς τη διαδικασία εμπλοκής των πληθυσμών και τον ορισμό των ζευγαριών για τα οποία θα επακολουθήσει σύγκρουση παρουσιάζονται στον ψευδοκώδικα της παραγράφου 4.12.

4.3.3.2 Μεταβολές πληθυσμού μετά από εμπλοκή

Για τη μεταβολή του πλήθους των ατόμων σε κάθε πληθυσμό λόγω της εμπλοκής του στην προτεινόμενη μέθοδο λαμβάνονται υπόψη οι δείκτες συνολικής ευρωστίας των εμπλεκομένων πληθυσμών και η παράμετρος της τύχης [29], που δίδει στο ΣΑ την απαιτούμενη ασάφεια ως προς το αποτέλεσμα της σύγκρουσης. Το πλήθος των ατόμων για τους πληθυσμούς i και j , στην επόμενη γενεά δίδεται ως:

$$N_i^{t+1} = N_i^t + \bar{\bar{T}} \left(e_{ij} \cdot \frac{PI_i - PI_j}{PI_i} \right) \quad N_j^{t+1} = N_j^t + \bar{\bar{T}} \left[\frac{1}{e_{ij}} \cdot \left(1 - \frac{PI_i - PI_j}{PI_i} \right) \right] \quad (4.35)$$

όπου ο τελεστής $\bar{\bar{T}}$ ορίζεται ως:

$$\bar{\bar{T}}(x) = \begin{cases} \max \left\{ g \cdot \frac{\Delta N}{N_p}, 2 \right\} & 0.5 + f < x & -\max \left\{ g \cdot \frac{\Delta N}{N_p}, 2 \right\} & 0.5 - f \leq x < 0.5 \\ 0 & 0.5 \leq x < 0.5 + f & -\max \left\{ g \cdot \frac{2 \cdot \Delta N}{N_p}, 4 \right\} & x < 0.5 - f \end{cases} \quad (4.36)$$

όπου, g είναι παράμετρος ελέγχου της ταχύτητας μεταβολής του μέγεθος των πληθυσμών. Τιμές του g στην περιοχή του $[0.8, 1.2]$ δίδουν τα καλύτερα αποτελέσματα [58]. Ο συντελεστής, e_{ij} ορίζεται ως:

$$e_{ij} = 1 + \frac{e \cdot (rand - 0.5)}{0.5} \quad (4.37)$$

όπου, e και f είναι οι παράγοντες που ελέγχουν την ασάφεια ως προς το αποτέλεσμα της σύγκρουσης. Ο παράγων f ορίζει το όριο μεταβολής της αλληλεπίδρασης των πληθυσμών από σχέση ανταγωνισμού $A \rightarrow B$ $B \rightarrow A$ σε σχέση Θηρευτή-Θηράματος $A \rightarrow B$ $B \rightarrow A$. Ο συντελεστής e καθορίζει το εύρος διακύμανσης του συντελεστή e_{ij} . Ο συντελεστής e_{ij} προσδίδει στο σχήμα την τυχαιότητα ως προς την έκβαση της σύγκρουσης.

Όταν σύμφωνα με τη σχέση (4.35) ισχύει ότι:

$$N_i^{t+1} \leq 0 \vee N_j^{t+1} \leq 0 \quad (4.38)$$

Τότε ο πληθυσμός i ή ο πληθυσμός j εξαφανίζεται από το μεταπληθυσμό.

4.4 Συνάρτηση απόδοσης του αλγορίθμου

Με στόχο τη διερεύνηση της ευρωστίας της προτεινόμενης μεθόδου και της ικανότητας του να επιταχύνει τη διαδικασία βελτιστοποίησης ορίζεται ο δείκτης συνολικής απόδοσης (Overall Efficiency OE). Ο δείκτης αυτός δίδεται ως ο λόγος της ευρωστίας (Robustness R) προς το λόγο του υπολογιστικού φόρτου (Computational Efficiency CE) ως:

$$OE = \frac{R}{CE} \quad (4.39)$$

Ο υπολογιστικός φόρτος (CE) ορίζεται ως το πλήθος των σχεδιάσεων που εξετάζονται από τον αλγόριθμο ($N_{sol,CP}$) προς το πλήθος των σχεδιάσεων που εξετάζονται από τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ (παράλληλο ΓΑ) ($N_{sol,PGA}$):

$$CE = \frac{N_{sol,CP}}{N_{sol,PGA}} \quad (4.40)$$

Η ευρωστία της μεθόδου εξετάζει την ικανότητα του να παράγει καλές λύσεις σε σχέση με τις λύσεις του παράλληλου ΓΑ. Εφόσον το ΣΑ επηρεάζει τη διαδικασία βελτιστοποίησης δεν είναι δυνατή η σύγκριση των στατιστικών χαρακτηριστικών σε επίπεδο πληθυσμού (μέση ευρωστία λύσης κλπ.) οπότε η σύγκριση πραγματοποιείται σε επίπεδο μεταπληθυσμού. Ο δείκτης ευρωστίας R υπολογίζεται ως συνάρτηση του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού μέσα στο μεταπληθυσμό. Ο καλύτερος σχεδιασμός του μεταπληθυσμού για την r τιμή σποράς ορίζεται ως:

$$f_r = \min_{j=1, \dots, N_p} \left\{ \min_{i=1, \dots, N_j(t_{final})} [f_{ij,r}] \right\} \quad r = 1, \dots, N_R \quad (4.41)$$

όπου f_r είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού σε όλους τους πληθυσμούς (N_p) του μεταπληθυσμού για την r τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών, $f_{ij,r}$ είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του i ατόμου του j πληθυσμού για την r τιμή σποράς και N_R είναι το πλήθος των τιμών σποράς που εξετάζονται. Η σύγκριση με σταθερή ποσότητα την τιμή σποράς αποσκοπεί στην ανάλυση των συνεπειών του ΣΑ στο ΓΑ για συγκεκριμένη ακολουθία συμβάντων (επιλογή ατόμων για διασταύρωση, για το αν θα συμβεί η διασταύρωση που θα υπάρξει εναλλαγή του γεννητικού υλικού, η

επιλογή του δυφίου για το οποίο έχουμε αναστροφή τιμής (μετάλλαξη)) που μπορεί να διασφαλιστεί μόνον με τη χρήση της ίδιας ακολουθίας ψευδοτυχαίων αριθμών. Κάθε εξελισσόμενος ΓΑ έχει τη δική του ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών (διασφαλίζεται έτσι η απομόνωση του από τους υπόλοιπους πληθυσμούς σε επίπεδο κοινότητας). Αντίστοιχα για το ΣΑ ορίζεται διαφορετική ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών ανεξάρτητα των ακολουθιών των πληθυσμών για τον ορισμό των ζευγαριών για εμπλοκή και το αποτέλεσμα της εμπλοκής.

Η ευρωστία R της μεθόδου ως προς τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ δίδεται ως:

$$R = \frac{\sum_{r=1}^{N_R} \bar{T} \left[\frac{f_r^{GA} - f_r^{CP}}{f_r^{GA}} \right]}{\sum_{r=1}^{N_R} \bar{T} \left[\frac{f_r^{CP} - f_r^{GA}}{f_r^{GA}} \right]} \bar{T}(x) = \begin{cases} 2 & x \geq \bar{f} \\ 1 & |x| < \bar{f} \\ 0 & x \leq -\bar{f} \end{cases} \quad (4.42)$$

όπου \bar{f} είναι η παράμετρος ανοχής του σχήματος. Στη μέθοδο η παράμετρος ανοχής είναι ίση με 1%. Ο δείκτης αυτός εξετάζει τη σχετική διαφορά (ως προς ποσοστό του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού του παράλληλου ΓΑ) για μία συγκεκριμένη τιμή σποράς. Η μεθοδολογία που ακολουθείται για τον υπολογισμό του δείκτη ευρωστίας R παρουσιάζεται αναλυτικά στην παράγραφο 4.13.

Η ευρωστία και ο υπολογιστικός φόρτος είναι θετικές ποσότητες στο πεδίο τιμών $[0, \infty)$. Οι παράμετροι αυτές είναι συναρτήσεις όχι μόνον ντετερμινιστικών μεταβλητών (απόκριση του υπό εξέταση συστήματος κλπ.) αλλά και πληθώρας γεγονότων που υπόκεινται σε τυχαιότητα. Η εξέλιξη των πληθυσμών που σχηματίζουν το μεταπληθυσμό υπόκειται και αυτή σε τυχαιότητα όπως και η διαδικασία μεταβολής του μεγέθους των πληθυσμών αυτών οπότε και η ευρωστία R και ο υπολογιστικός φόρτος CE υπάγονται σε τυχαιότητα. Αντίστοιχα και η συνολική απόδοση (OE) της προτεινόμενης μεθόδου υπάγεται σε τυχαιότητα εφόσον δίδεται ως συνάρτηση τυχαίων μεταβλητών (τ.μ). Εφόσον οι μεταβλητές της συνολικής απόδοσης είναι τ.μ με τιμές στο χώρο $[0, \infty)$ και αποτέλεσμα του συνδυασμού πολλών παραγόντων βάσει του γενικευμένου κεντρικού οριακού θεωρήματος οι τ.μ ακολουθούν ασυμπτωτικά τη λογαριθμική κατανομή [9], [2]. Υπό την προϋπόθεση αυτή, η συνολική απόδοση (OE) είναι τ.μ που μπορεί να προσομοιωθεί με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής. Ως κριτήριο ευρωστίας της μεθόδου ορίζεται η πιθανότητα της συνολικής απόδοσης ($\text{Pr}[OE]$) να είναι μικρότερη της μονάδας:

$$\Pr[OE < 1] = \Pr(\ln(OE) < 0) = \Phi\left(-\frac{E[\ln(OE)]}{\sigma_{\ln(OE)}}\right) \quad (4.43)$$

όπου $E[\]$ και $\sigma[\]$ είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση του δείγματος που παράγεται από την ανάλυση της ευρωστίας του περισσότερο εύρωστου ατόμου για κάθε τιμή σποράς της σχέσης (4.42) προς τον υπολογιστικό φόρτο. Η σχέση (4.43) ορίζει κατά μονοσήμαντο τρόπο την απόδοση ενός σχήματος καθώς όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα αυτή, τόσο πιο εύρωστος μπορεί να θεωρηθεί η μέθοδος για το συγκεκριμένο σύνολο τιμών των παραμέτρων του.

4.5 Συναρτήσεις αναφοράς

Η μέθοδος ελέγχεται για 2 πολυμορφικές συναρτήσεις αναφοράς. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης για τις συναρτήσεις αυτές διαμορφώνεται ως:

$$\min \{f(\mathbf{x})\} = \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot x + i] \cdot \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot y + i] + C \quad (4.44)$$

$$-10 \leq x \leq 10 \quad -10 \leq y \leq 10 \quad f_{\min}(\mathbf{x}) = -186.7301 + C$$

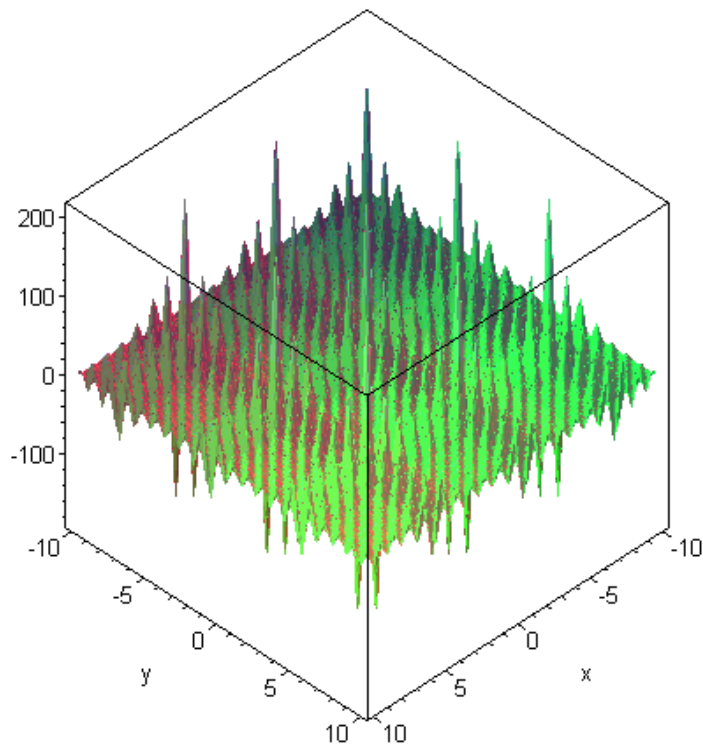
$$\min f(x, y, z, w) = \left\{ 5 \cdot x \cdot y \cdot \exp[-0.5 \cdot (x^2 + y^2)] \cdot \cos(2 \cdot z) \cdot \cos(w) \right\} + C \quad (4.45)$$

$$-3 \leq \{x, y, z, w\} \leq 3$$

όπου C είναι αυθαίρετη σταθερά. Για το πρόβλημα της σχέσης (4.44) (πρόβλημα αρμονικών [23]) το μήκος του νήματος για κάθε μ.σ είναι ίσο με 20. Το συνολικό μήκος του χρωμοσώματος είναι ίσο με 40. Το πλήθος των λύσεων του αντίστοιχου χώρου είναι ίσο με $1,0995 \times 10^{12}$ συνδυασμούς. Η βέλτιστη τιμή είναι ίση με 13.2699 για $C=200$. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει 6 ολικά ακρότατα στα σημεία $(x_1=5.4829, y_1=-1.4252)$, $(x_2=4.8581, y_2=-7.0835)$, $(x_3=-1.4252, y_3=-0.8003)$, $(x_4=-1.4252, y_4=5.4829)$, $(x_5=-7.0835, y_5=4.8581)$ και $(x_6=-0.8003, y_6=-1.4252)$. Για το πρόβλημα της σχέσης (4.45) το μήκος του νήματος για κάθε μ.σ είναι ίσο με 8. Το συνολικό μήκος του χρωμοσώματος είναι ίσο με 32 που αντιστοιχεί σε $4,295 \times 10^9$ συνδυασμούς. Για το πρόβλημα αυτό έχουμε 6 βέλτιστες λύσεις με 30 συνολικά λύσεις σε απόσταση από τη βέλτιστη τιμή μικρότερη του 1%. Στα Διάγ. 4.1 και Διάγ. 4.2 παρουσιάζεται η γραφική παράσταση των σχέσεων (4.44) και (4.45) αντίστοιχα.

Ο μεταπληθυσμός αποτελείται από 18 πληθυσμούς με αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 ή 60 άτομα. Οι τιμές των παραμέτρων του ΣΑ είναι: $\{a, b, c, w, d, e, f, g, S_{CP}\} = \{1.0, 2/3, 0.0, 0.0, 0.2, 0.2, 0.2, 0.8, 2.0\}$. Για τον υπολογισμό της συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών λαμβάνονται υπόψη μόνον ο δείκτης ποικιλότητας του πληθυσμού και η ευρωστία του. Οι

πληθυσμοί αυτοί δημιουργήθηκαν από το συνδυασμό 3 πιθανοτήτων διασταύρωσης (0.6, 0.75 και 0.90 αντίστοιχα) 3 διαφορετικών τύπων διασταύρωσης (SPC, DPC, SPVC) και 2 διαφορετικών σετ παραμέτρων για τη σχέση (4.7) που καθορίζει το προφίλ μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης. Οι τιμές για τα δύο αυτά σετ δίδονται ως $\{P_{init}, P_{final}, t_{half}, t_{rest}\} = \{0.1, 0.001, 10, 10\}$ και $\{0.05, 0.0005, 10, 10\}$ αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές οδηγούν σε ένα σχήμα μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης ανάλογο με το σχήμα μεταβολής που παρουσιάζεται από τους Eiben et al., [31], με τιμή γ ίση με 0.2 και λόγο α/λ^2 ίσο με 0.4 και 0.1 αντίστοιχα. Οι τιμές των παραμέτρων P_{init} και P_{final} περικλείουν τη «βέλτιστη» στατική πιθανότητα μετάλλαξης, ίση με $1/L$ όπου L είναι το μήκος του χρωμοσώματος, σύμφωνα με τους Mühlenbein, [67] και Smith και Fogarty, [79]. Για το πρόβλημα της σχέσης (4.44) η «βέλτιστη» τιμή της στατικής πιθανότητας μετάλλαξης είναι ίση με 0.025 και για το πρόβλημα της σχέσης (4.45) είναι ίση με 0.03125 αντίστοιχα.

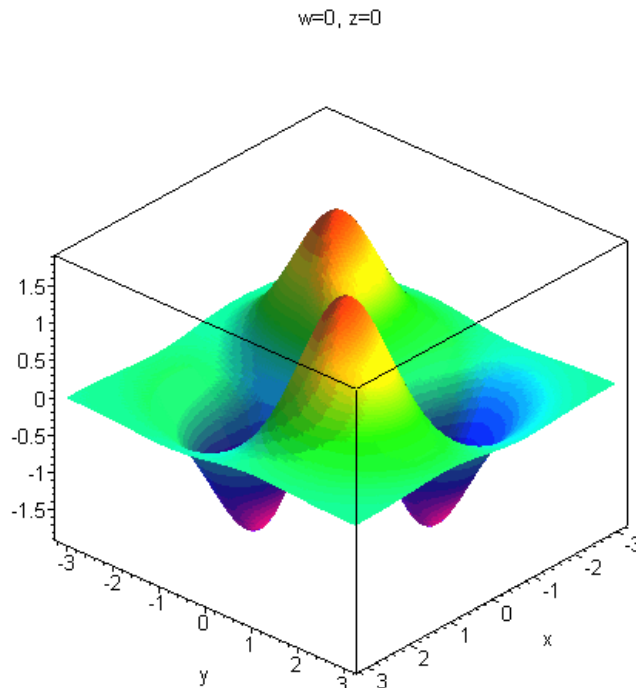


Διάγ. 4.1: Γραφική Παράσταση της σχέσης (4.44) (1^η συνάρτηση αναφοράς).

Σε κάθε περίπτωση το ζεύγος των καλύτερων λύσεων μεταφέρεται αυτούσιο στην επόμενη γενεά (ελιτισμός). Για την πιθανότητα επιλογής (σχέση (4.6)) η τιμή της παραμέτρου S_j είναι ίση με 2.5. Οι τιμές των παραμέτρων των κριτηρίων σύγκλισης της σχέσης (4.14) δίδονται ως $\{C_{LU}^{min}, C_{LU}^{med}, C_{Lr}, C_{LVAR}\} = \{0.80, 0.85, 0.9925, 0.05\}$. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν το πλήθος των γενεών ξεπεράσει τις 150.

Οι διαθέσιμοι πόροι μεταβάλλονται σύμφωνα με 4 διαφορετικά ΠΜΔΠ που παρουσιάζονται

στο Διάγ. 4.3. Για καθένα από τα προβλήματα πραγματοποιούνται 60 επαναλήψεις με διαφορετική τιμή σποράς της Γεννήτριας Ψευδοτυχαίων Αριθμών με στόχο την απόκτηση ικανού στατιστικού δείγματος για τον υπολογισμό της ευρωστίας της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με το παράλληλο ΓΑ.



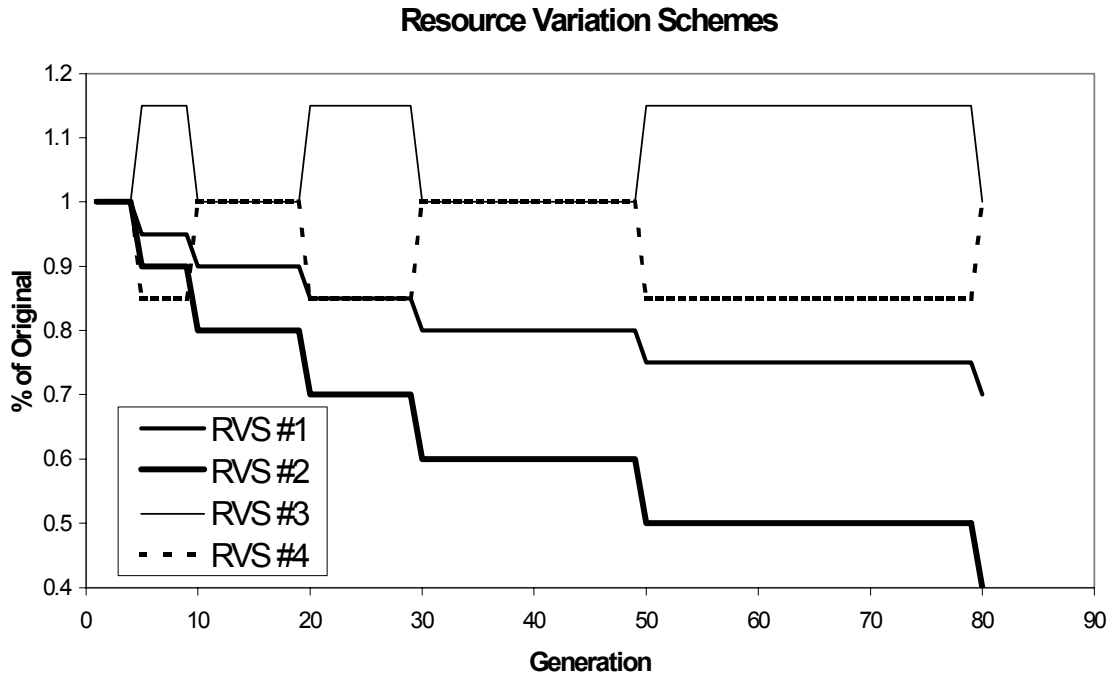
Διάγ. 4.2: Γραφική Παράσταση της σχέσης (4.45) ($2^{\text{η}}$ συνάρτηση αναφοράς).

Η προτεινόμενη μέθοδος συγκλίνει στο ολικό ελάχιστο για κάθε πρόβλημα και αρχικό πληθυσμό όταν ο παράλληλος ΓΑ δεν επιτυγχάνει να εντοπίσει το ολικό ελάχιστο της σχέσης (4.44) με αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 άτομα. Ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι ένα μικρό μέρος του χρόνου που απαιτείται για την απαρίθμηση όλων των δυνατών λύσεων. Για το πρόβλημα της σχέσης (4.44) είναι της τάξης του 0.005% (για όλες τις τιμές σποράς και αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 άτομα) και της τάξης του 1.4% για πρόβλημα της σχέσης (4.45).

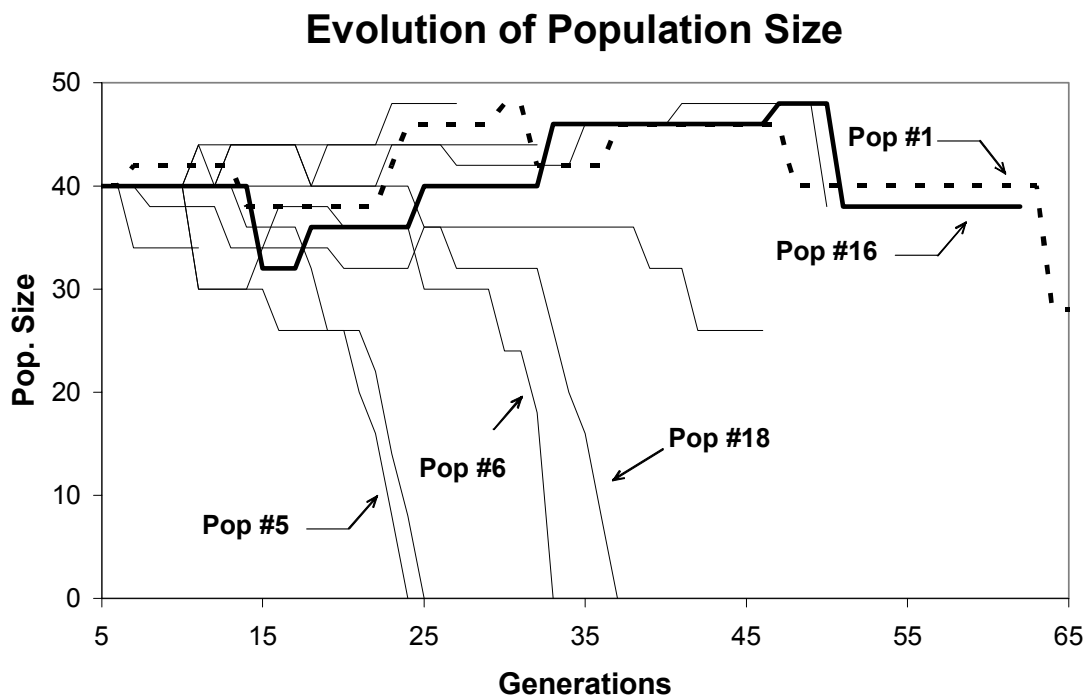
Στο Διάγ. 4.4 και Διάγ. 4.5, παρουσιάζεται η εξέλιξη του μεγέθους του πληθυσμού και της τιμής του περισσότερο εύρωστου ατόμου της σχέσης (4.44) όταν εφαρμόζεται το ΠΜΔΠ 1. Κατά τη βελτιστοποίηση 4 πληθυσμοί εξαφανίζονται λόγω ισχυρού ανταγωνισμού. Ένας πληθυσμός εξαναγκάζεται σε πρόωρη σύγκλιση λόγω της μείωσης του πλήθους των ατόμων του. Το ολικό βέλτιστο βρίσκεται από τον πληθυσμό 16 ($P_{cr}=0.9$, SPC και το 1^ο προφίλ μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης) στη γενεά 58.

Στο Διάγ. 4.6 και Διάγ. 4.7, παρουσιάζεται η εξέλιξη του μεγέθους του πληθυσμού και της

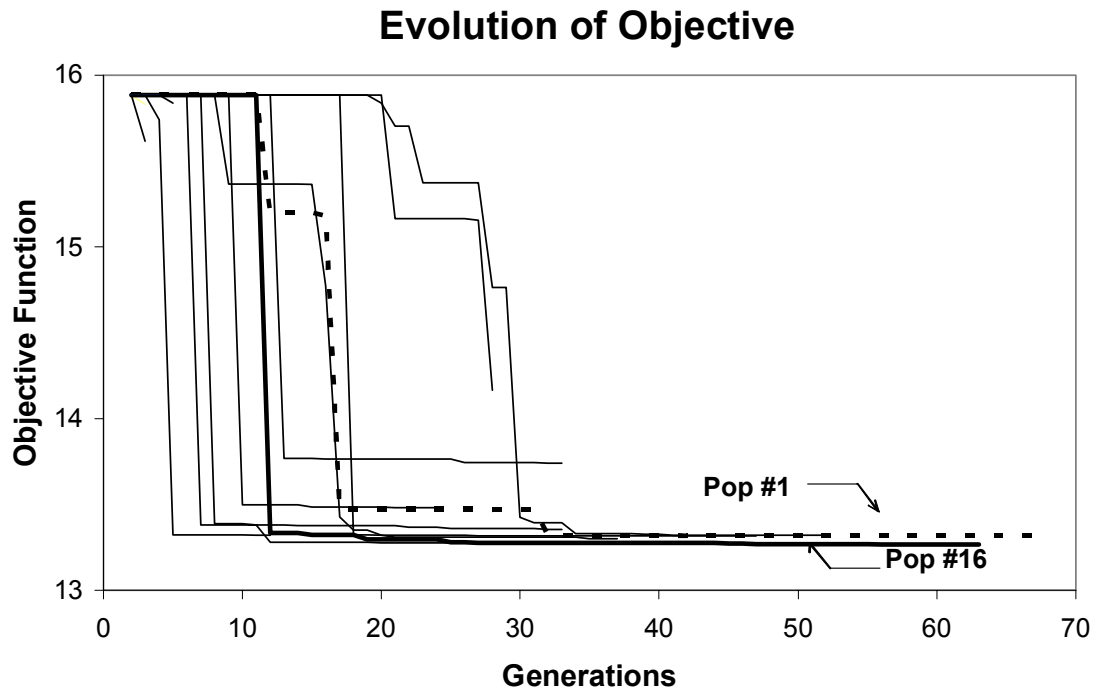
τιμής του περισσότερο εύρωστου ατόμου της σχέσης (4.45) όταν εφαρμόζεται το ΠΜΔΠ 1. Όπως και στην περίπτωση της σχέσης (4.44) 4 πληθυσμοί εξαφανίζονται λόγω του ισχυρού ανταγωνισμού που αναπτύσσεται μεταξύ των πληθυσμών. Το ολικό βέλτιστο βρίσκεται αρχικά από τον πληθυσμό 18 ($P_{cr}=0.9$, SPVC και 2^ο προφίλ μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης) στη γενεά 98.



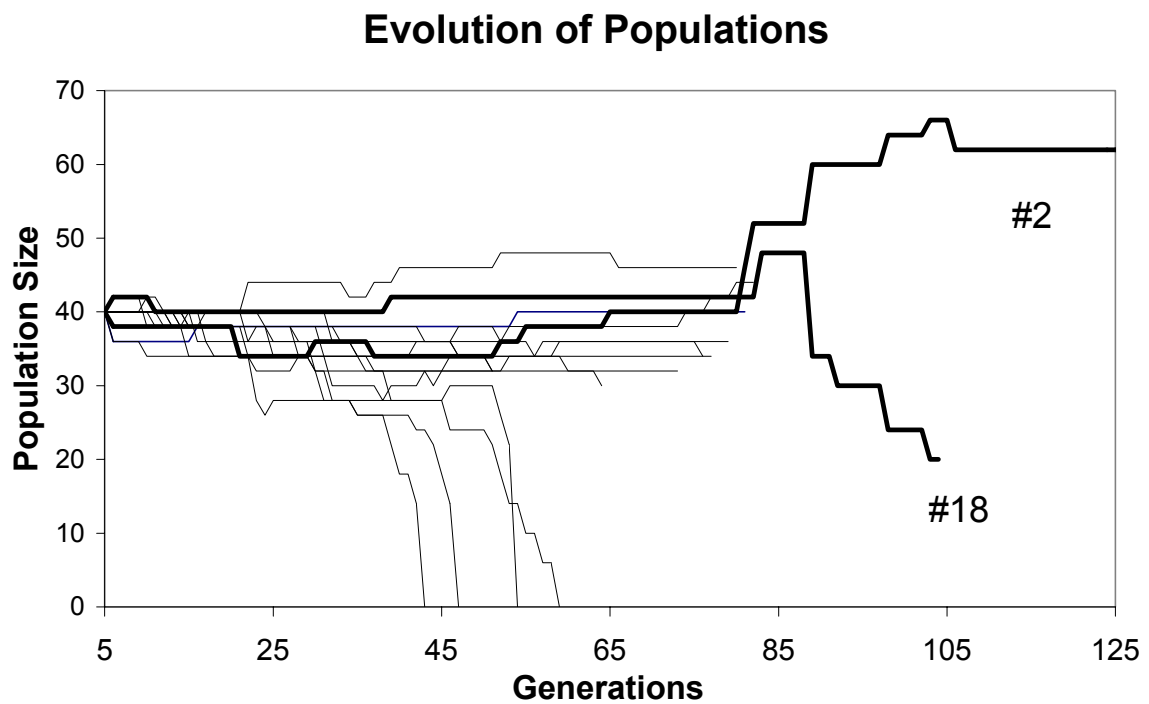
Διάγ. 4.3: Προφίλ μεταβολής διαθεσίμων πόρων 1 ως 4.



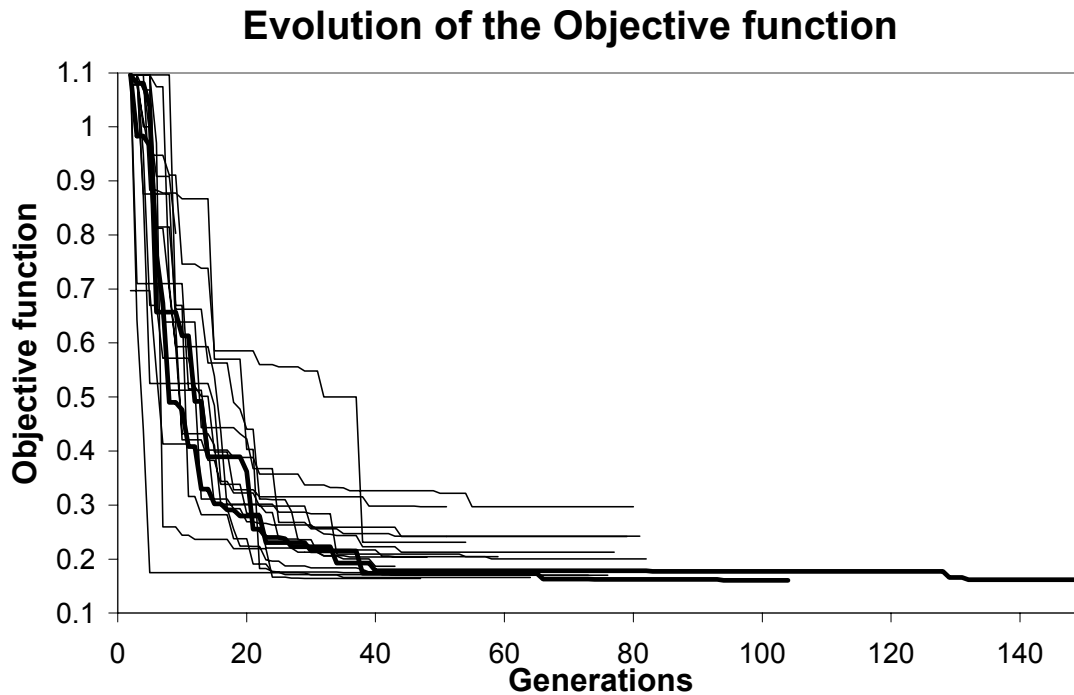
Διάγ. 4.4: Μέγεθος των πληθυσμών για τη σχέση (4.44).



Διάγ. 4.5: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού της σχέσης (4.44).



Διάγ. 4.6: Μέγεθος πληθυσμών για τη σχέση (4.45).

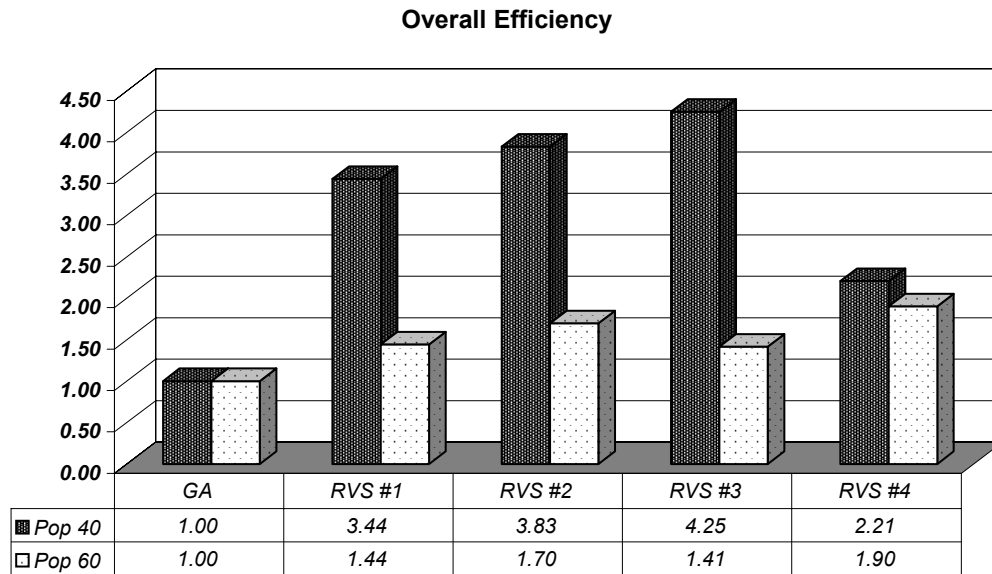


Διάγ. 4.7: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για τη σχέση(4.45).

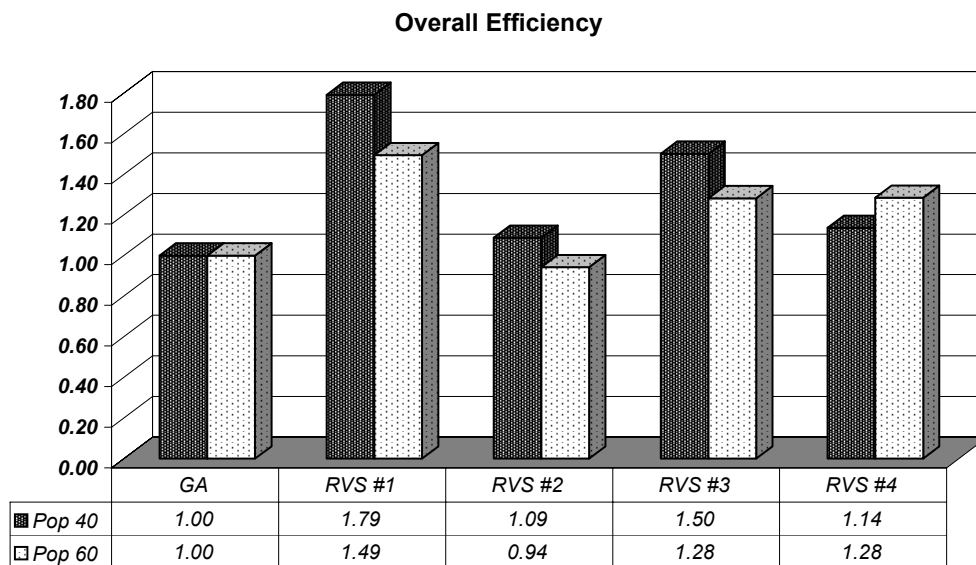
Το μέγεθος του πληθυσμού 18 μειώνεται γοργά με την εύρεση του πραγματικού βέλτιστου λόγω ανταγωνισμού με το πληθυσμό 2 ($P_{cr}=0.60$, DPC και 2^ο προφίλ μεταβολής της πιθανότητας μετάλλαξης) λόγω της συγκέντρωσης του πληθυσμού 18 περίξ της βέλτιστης λύσης με αποτέλεσμα τη μείωση της ποικιλότητας του. Η ταχεία συγκέντρωση περίξ της βέλτιστης λύσης οφείλεται στην υψηλή πιθανότητα διασταύρωσης ($P_{cr}=0.90$) και το τύπο της διασταύρωσης (SPVC) [34]. Η μείωση της ποικιλότητας μετατρέπει τον πληθυσμό 18 από «θηρευτή» άλλων πληθυσμών σε «θήραμα» του πληθυσμού 2. Ο πληθυσμός 2 συγκλίνει και αυτός στο ολικό βέλτιστο στη γενεά 131 και η βελτιστοποίηση τερματίζεται στη γενεά 150 λόγω υπέρβασης του μέγιστου πλήθους των γενεών.

Στο Διάγ. 4.8 και Διάγ. 4.9 παρουσιάζεται η συνολική απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου για τα 4 ΠΜΔΠ. Για τα προβλήματα υπό εξέταση, που οι βέλτιστες λύσεις είναι γνωστές εκ των προτέρων, η συνολική απόδοση δίδεται ως ο λόγος των βέλτιστων λύσεων που βρίσκονται σε συγκεκριμένη απόσταση από την πραγματική βέλτιστη τιμή προς το λόγο του υπολογιστικού φόρτου. Σημαντικές βελτιώσεις της απόδοσης παρατηρούνται για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 άτομα. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου πέφτει καθώς αυξάνεται το πλήθος των ατόμων στους πληθυσμούς λόγω της θεαματικής βελτίωσης που παρατηρείται για τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ. Ακόμα και υπό αυτές τις συνθήκες η συνολική απόδοση που επιτεύχθηκε είναι στη χειρότερη περίπτωση ίση με την απόδοση των

ανεξάρτητα εξελισσόμενων ΓΑ.



Διάγ. 4.8: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης για τη σχέση (4.44).



Διάγ. 4.9: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης για τη σχέση (4.45).

Για το πρόβλημα της σχέσης (4.44) τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για ΠΜΔΠ 3 όταν για το πρόβλημα της σχέσης (4.45) τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για το ΠΜΔΠ 1. Ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται από τον αλγόριθμο είναι μικρότερος του απαιτούμενου χρόνου για τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ στις περιπτώσεις των ΠΜΔΠ 1 και ΠΜΔΠ 2, με οικονομία χρόνου ως 50% και 60% αντίστοιχα.

Για το ΠΜΔΠ 3 παρατηρείται μικρή αύξηση του υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με το παράλληλο ΓΑ (ίση με 5%). Για το ΠΜΔΠ 4, ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος είναι

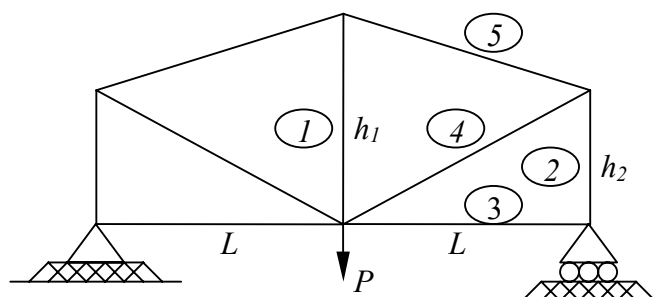
περίπου ίσος αυτού του παράλληλου ΓΑ.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων και τις μελέτες σε σχέση με τον αρχικό πληθυσμό, εξάγεται το συμπέρασμα ότι η μέθοδος ελέγχει με επιτυχία τη διαδικασία βελτιστοποίησης ευνοώντας την επέκταση των «πολλά υποσχόμενων» πληθυσμών έναντι αυτών που παρουσιάζονται λιγότερο εύρωστοι. Η μέθοδος συγκλίνει σε κάθε περίπτωση στη βέλτιστη λύση σε αντίθεση με τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ για δύο απαιτητικές πολυμορφικές συναρτήσεις αναφοράς σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

4.6 Βέλτιστος σχεδιασμός δικτύματος 9 μελών με περιορισμούς αξιοπιστίας

Οι ΓΑ έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα σε προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών υποκείμενα σε γραμμική ή μη-γραμμική ανάλυση [69]. Οι Koumoussis και Georgiou [59], συνδυάζουν τους ΓΑ με Λογικό Προγραμματισμό για το βέλτιστο σχεδιασμό επίπεδων δικτυωμάτων υπόστεγων. Ο Rajan [70], και Deb και Gulati, [19], χρησιμοποιούν τους ΓΑ για το βέλτιστο σχεδιασμό του σχήματος, της τοπολογίας και των διατομών δικτυωμάτων όπου η κωδικοποίηση κάθε πιθανού σχεδιασμού ακολουθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία ώστε να αποφεύγονται οι κινηματικά ασταθείς σχηματισμοί. Οι Thampan και Krishanmoorthy, [83], συνδυάζουν παραλλαγή της μεθόδου Διακλάδωσης και Φραγής για τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας δικτυωμάτων, με τον κλασσικό ΓΑ όπου η αντικειμενική συνάρτηση συμπεριλαμβάνει και το κόστος πιθανής αστοχίας.

Στην παρούσα παράγραφο, εξετάζεται ο βέλτιστος σχεδιασμός διαστασιολόγησης και σχήματος στατικώς ορισμένου δικτύματος 9 μελών [43]. Το δικτύωμα αυτό παρουσιάζεται στο Διάγ. 4.10.



Διάγ. 4.10: Στατικώς ορισμένο επίπεδο δικτύωμα 9 μελών.

Ως μ.σ ορίζονται τα εμβαδά των διατομών των μελών καθώς και οι κρεμάσεις h_1 και h_2 που

ελέγχουν το σχήμα του δικτυώματος.

4.6.1 Ορισμός προβλήματος

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως η ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου κόστους ζωής της κατασκευής υπό περιορισμούς [23], [25]:

$$\min C(A_i, h_i) = \sum_{i=1}^{N_t} V_i(A_i, h_i) \cdot C_{mat} + P_{f,s} \cdot C_{fail} \quad (4.46)$$

$$g_j(A_i, h_i) = \frac{P_{f,j}}{P_{j,lim}} - 1.0 \leq 0, \quad g_s(A_i, h_i) = \frac{P_{f,s}}{P_{s,lim}} - 1.0 \leq 0 \quad (4.47)$$

όπου N_t είναι το πλήθος των μελών του δικτυώματος, V_i είναι ο όγκος του i μέλους, C_{mat} και C_{fail} είναι το κόστος ανά μονάδα όγκου του υλικού του δικτυώματος και το κόστος λόγω αστοχίας του φορέα αντίστοιχα, $P_{f,s}$ και $P_{s,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το αντίστοιχο όριο της και $P_{f,j}$ και $P_{j,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας του j μέλους της κατασκευής και το αντίστοιχο όριο του.

Η σχέση (4.46) αποτελεί απλούστευση της αντικειμενικής συνάρτησης σε προβλήματα ανάλυσης κόστους ζωής [87], [88]. Η πιθανότητα αστοχίας κάθε μέλους ορίζεται μέσω της συνάρτησης οριακής αντοχής ως [15], [16]:

$$P_{f,i} = \Pr[M_i \leq 1] \quad (4.48)$$

όπου M_i είναι η συνάρτηση οριακής αντοχής για το i μέλος που ορίζεται ως:

$$M_i = \frac{R(A_i)}{F(h_i)} \quad (4.49)$$

όπου, $R(A_i)$ και $F(h_i)$ είναι οι συναρτήσεις αντοχής και επιβαλλόμενου φορτίου αντίστοιχα. Οι συναρτήσεις $R(A_i)$ και $F(h_i)$ του προβλήματος δίδονται ως:

$$R(A_i) = \sigma_y \cdot A_i \quad \text{και} \quad F(h_i) = f_i(h_i) \cdot P \quad (4.50)$$

όπου $f_i(h_i)$ είναι οι συντελεστές επιρροής, σ_y είναι η τάση διαρροής του υλικού, A_i είναι η επιφάνεια της διατομής και P είναι το επιβαλλόμενο φορτίο. Οι συντελεστές επιρροής δίδουν το φορτίο κάθε μέλους στην περίπτωση μοναδιαίας φόρτισης. Οι συντελεστές επιρροής για το πρόβλημα [43] παρουσιάζονται στον Πίν. 4.1.

Το φορτίο P , η τάση διαρροής σ_y και το εμβαδόν της επιφάνειας των διατομών A_i ορίζονται

ως τ.μ του προβλήματος. Αν οι τ.μ ακολουθούν τη λογαριθμική κατανομή είναι δυνατός ο υπολογισμός κατά αναλυτικό τρόπο, της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής. Τα δεδομένα των τ.μ του προβλήματος, παρουσιάζονται στον Πίν. 4.2.

Συντελεστές Επιρροής	$f_1 = \frac{h_1 - h_2}{h_1}$	$f_2 = 0.5$
$f_3 = 0.0$	$f_4 = \frac{\sqrt{h_2^2 + L^2}}{2 \cdot h_1}$	$f_4 = \frac{\sqrt{(h_1 - h_2)^2 + L^2}}{2 \cdot h_1}$

Πίν. 4.1: Συντελεστές επιρροής στατικός ορισμένου δικτύωματος [43].

τ.μ	Κατανομή	E[]	COV
Φορτίο P (kN)	LN	20.0	12.5%
Τάση διαρροής (MPa)	LN	400.0	10.0%
Επιφάνεια διατομής (mm ²)	LN	μ.σ	10.0%

Πίν. 4.2: Μέση τιμή και διασπορά των τ.μ.

Σε στατικός ορισμένο δικτύωμα η αστοχία ενός εκ των μελών του οδηγεί στην πλήρη αστοχία της κατασκευής. Στην περίπτωση αυτή, το δικτύωμα προσομοιώνεται ως ένα σειριακό σύστημα αποτελούμενο από στατιστικώς εξαρτημένα μέλη.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.49) και (4.50) η συνάρτηση οριακής αντοχής M ενός μέλους της κατασκευής δίδεται ως:

$$M = \frac{\sigma_y \cdot A}{f \cdot P} \Rightarrow \ln(M) = \ln(\sigma_y) + \ln(A) - \ln(f) - \ln(P) \tag{4.51}$$

Εφόσον οι τ.μ του προβλήματος προσομοιώνονται με τη βοήθεια της λογαριθμικής κατανομής οι φυσικοί λογάριθμοι τους, ακολουθούν την κανονική κατανομή. Άρα, ο λογάριθμος της συνάρτησης οριακής αντοχής της κατασκευής ακολουθεί κανονική κατανομή [2], με μέση τιμή και διασπορά [3]:

$$\begin{aligned} E[\ln(M)] &= E[\ln(\sigma_y)] + E[\ln(A)] - E[\ln(f)] - E[\ln(P)] \\ \sigma^2[\ln(M)] &= \sigma^2[\ln(\sigma_y)] + \sigma^2[\ln(A)] + \sigma^2[\ln(P)] \end{aligned} \tag{4.52}$$

Η μέση τιμή και η διασπορά του φυσικού λογαρίθμου κάθε τ.μ που ακολουθεί την λογαριθμική κατανομή δίδεται ως [2], [16]:

$$\sigma_{[\ln(X)]}^2 = \ln\left(\frac{\sqrt{\sigma_X^2}}{E[X]} + 1\right) \quad E[\ln(X)] = \ln(E[X]) - \frac{1}{2} \sigma_{[\ln(X)]}^2 \tag{4.53}$$

όπου $E[X]$ και σ_x^2 είναι η μέση τιμή και η διασπορά της τ.μ X . Η μέση τιμή και η διασπορά της συνάρτησης οριακής αντοχής συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.52) και (4.53) δίδεται ως:

$$\sigma_{\ln(M)}^2 = \ln\left(\frac{\sigma_{\sigma_y}}{E[\sigma_y]} + 1\right) + \ln\left(\frac{\sigma_A}{E[A]} + 1\right) + \ln\left(\frac{\sigma_P}{E[P]} + 1\right) \quad (4.54)$$

$$E[\ln(M)] = \left\{ \begin{array}{l} \ln(E[\sigma_y]) + \ln(E[A]) \\ -\ln(E[P]) - \ln(f) \end{array} \right\} - \left\{ \frac{1}{2}\sigma_{\sigma_y}^2 + \frac{1}{2}\sigma_A^2 - \frac{1}{2}\sigma_P^2 \right\} \quad (4.55)$$

Συνδυάζοντας τη σχέση (4.48) και τις σχέσεις (4.54) και (4.55) καταλήγουμε ότι η πιθανότητα αστοχίας ενός μέλους του δικτύματος δίδεται ως [9], [15]:

$$P_f = P[M < 1] = P[\ln(M) < 0] = \Phi\left(-\frac{E[\ln(M)]}{\sigma_{\ln(M)}}\right) \quad (4.56)$$

όπου Φ είναι η Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας (ΑΣΠ) της κανονικής κατανομής με $\mu=0$ και $\sigma=1$. Το άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας σειριακού συστήματος με στατιστικά εξαρτημένα στοιχεία κατά Ditlevsen δίδεται ως [9], [15], [16]:

$$\begin{aligned} P_{f,s} \leq P_{f,s}^U &= \sum_{i=1}^n P[\ln(M_i) < 0] - \sum_{i=2}^n \max_{j < i} P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0] \\ P_{f,s} \geq P_{f,s}^L &= P[\ln(M_1) < 0] + \sum_{i=2}^n \max \left\{ P[\ln(M_i) < 0] - \sum_{j=1}^{i-1} P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0], 0 \right\} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Στο υπό εξέταση πρόβλημα η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής δίδεται ως $P_{f,s} = 0.5 \cdot (P_{f,s}^L + P_{f,s}^U)$. Η κοινή πιθανότητα αστοχίας $P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0]$ εφόσον οι φυσικοί αλγόριθμοι των τ.μ ακολουθούν κανονική κατανομή δίδεται ως [16]:

$$P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0] = \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho_{ij}) \quad (4.58)$$

όπου Φ_2 είναι η Κοινή ΑΣΠ 2 κανονικών τ.μ και ρ_{ij} είναι ο δείκτης στατιστικής συσχέτισης τους. Μία εκτίμηση της πιθανότητας της σχέσης (4.58) δίδεται ως [16]:

$$\begin{aligned} \max(p_i, p_j) \leq P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0] &< p_i + p_j & \rho_{ij} > 0 \\ 0 \leq P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0] &< \min(p_i, p_j) & \rho_{ij} < 0 \end{aligned} \quad (4.59)$$

όπου οι παράμετροι p_i και p_j της σχέσης (4.59) δίδονται ως [16]:

$$p_i = \Phi(-\beta_i) \cdot \Phi(-\gamma_j) \quad p_j = \Phi(-\beta_j) \cdot \Phi(-\gamma_i) \quad (4.60)$$

και οι παράμετροι γ_i και γ_j της σχέσης (4.60) δίδονται ως [16]:

$$\gamma_i = \frac{\beta_i - \rho_{ij} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \quad \gamma_j = \frac{\beta_j - \rho_{ij} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \quad (4.61)$$

Ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{ij} της σχέσης (4.61) δίδεται ως [9]:

$$\rho_{ij} = \frac{C_{\ln(M_i), \ln(M_j)}}{\sigma_{\ln(M_i)} \cdot \sigma_{\ln(M_j)}} \quad (4.62)$$

όπου C_{ij} είναι η συνδιασπορά των δύο μεταβλητών [15] και $\sigma_{\ln(M_i)}$ και $\sigma_{\ln(M_j)}$ είναι οι τυπικές αποκλίσεις των μελών της κατασκευής. Η συνδιασπορά μεταξύ των μεταβλητών x_i και x_j υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση [9]:

$$C_{x_i, x_j} = E\left[(x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j])\right] \quad (4.63)$$

Στην παράγραφο 4.14, παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας του στατικώς ορισμένου δικτύωματος.

4.6.2 Αριθμητικά αποτελέσματα

Για το παραπάνω δίκτυωμα ορίστηκαν 3 προβλήματα που σχετίζονται με το δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής. Τα προβλήματα αυτά ορίζονται ως: Χαμηλής Αξιοπιστίας όπου τα όρια των περιορισμών της σχέσης (4.47) δίδονται ως $P_{j,lim}=10^{-4}$, $P_{s,lim}=5 \times 10^{-4}$, Μέσης Αξιοπιστίας με όρια $P_{j,lim}=10^{-5}$, $P_{s,lim}=5 \times 10^{-5}$ και Υψηλής Αξιοπιστίας με όρια $P_{j,lim}=10^{-6}$, $P_{s,lim}=5 \times 10^{-6}$. Για κάθε πρόβλημα θεωρείται ότι το μήκος L είναι ίσο με 6m και ο λόγος του κόστους C_{fail}/C_{mat} είναι ίσος με 20000. Ο συντελεστής ε (που ορίζει την ανοχή σε παραβίαση των περιορισμών σχεδιασμού) της σχέσης (4.3) είναι ίσος με 0.1. Κάθε πρόβλημα επιλύθηκε για αρχικό πληθυσμό ίσο με 20, 40 και 60 σχεδιάσεις. Η διαδικασία βελτιστοποίησης επαναλήφθηκε 60 φορές με διαφορετική τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών.

Ως μ.σ ορίζονται τα εμβαδά των διατομών των μελών και οι μεταβλητές που ελέγχουν το σχήμα του δικτύωματος. Το σύνολο των μ.σ είναι ίσο με 7 και για κάθε μ.σ διατίθενται 16 διαφορετικές τιμές που αντιστοιχούν σε μήκος νήματος ίσο με 4. Το συνολικό μήκος του χρωμοσώματος είναι ίσο με 24. Οι τιμές κάθε μ.σ παρουσιάζονται στον Πίν. 4.3. Κατά την ανάλυση του φορέα δεν έχουν ληφθεί υπόψη φαινόμενα αστάθειας (λυγισμός). Ο χώρος σχεδιασμού αποτελείται από $of 2^{24}$ λύσεις (16,777,216 διαφορετικούς σχεδιασμούς). Για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης του συνόλου των λύσεων και για κάθε πρόβλημα

απαιτήθηκαν 7h υπολογιστικού χρόνου σε H/Y AMD K7 900 MHz.

μ.σ	1 - 5	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Μήκος	4	25.0	31.25	37.5	50	56.25	62.5	68.75	75.0
<i>(συνεχίζεται)</i>		1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Μονάδες	(mm ²)	81.25	87.5	100.0	112.5	125.0	137.5	150.0	162.5
μ.σ	6 & 7	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Μήκος	4	1.00	1.25	1.50	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00
<i>(συνεχίζεται)</i>		1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Μονάδες	(m)	3.25	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50	5.00	5.50

Πίν. 4.3: Τιμές των μ.σ.

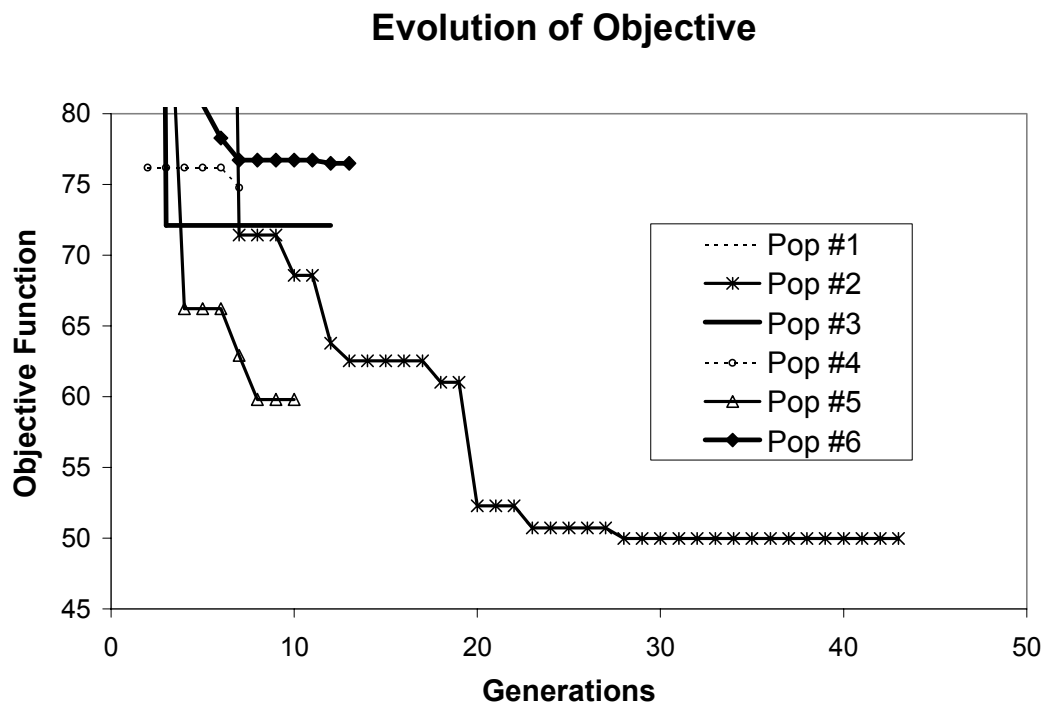
Ο μεταπληθυσμός αποτελείται από 6 πληθυσμούς συνδυάζοντας δύο τιμές της πιθανότητας διασταύρωσης (0.70 και 0.85 αντίστοιχα) και 3 διαφορετικούς τύπους διασταύρωσης (SPC, DPC SPVC). Τα χαρακτηριστικά των πληθυσμών παρουσιάζονται στον Πίν. 4.4. Οι τιμές των παραμέτρων της πιθανότητας μετάλλαξης δίδονται ως $\{P_{init}, P_{final}, t_{half}, t_{rest}\} = \{0.05, 0.0005, 10, 10\}$ που αντιστοιχεί σε $\gamma=0.2$ και λόγο $\alpha/\beta/\lambda^2$ ίσο με 0.06. Η βέλτιστη στατική τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης είναι για το πρόβλημα ίση με 0.041667. Οι τιμές των παραμέτρων των κριτηρίων σύγκλισης της σχέσης (4.14) δίδονται ως $\{C_{LU}^{min}, C_{LU}^{med}, C_{L,r}, C_{L,VAR}\} = \{0.70, 0.85, 0.85, 0.05\}$. Μέσω του ελιτισμού το ζεύγος των πιο εύρωστων ατόμων επιβιώνει στην επόμενη γενεά. Τέλος ο συντελεστής S_j του σχήματος επιλογής της σχέσης (4.6) είναι ίσος με 2.0.

Πληθυσμός	P_{cr}	Μέθοδος	Πληθυσμός	P_{cr}	Μέθοδος
1	0.7	SPVC	4	0.85	SPVC
2	0.7	DPC	5	0.85	DPC
3	0.7	SPC	6	0.85	SPC

Πίν. 4.4: Χαρακτηριστικά πληθυσμών.

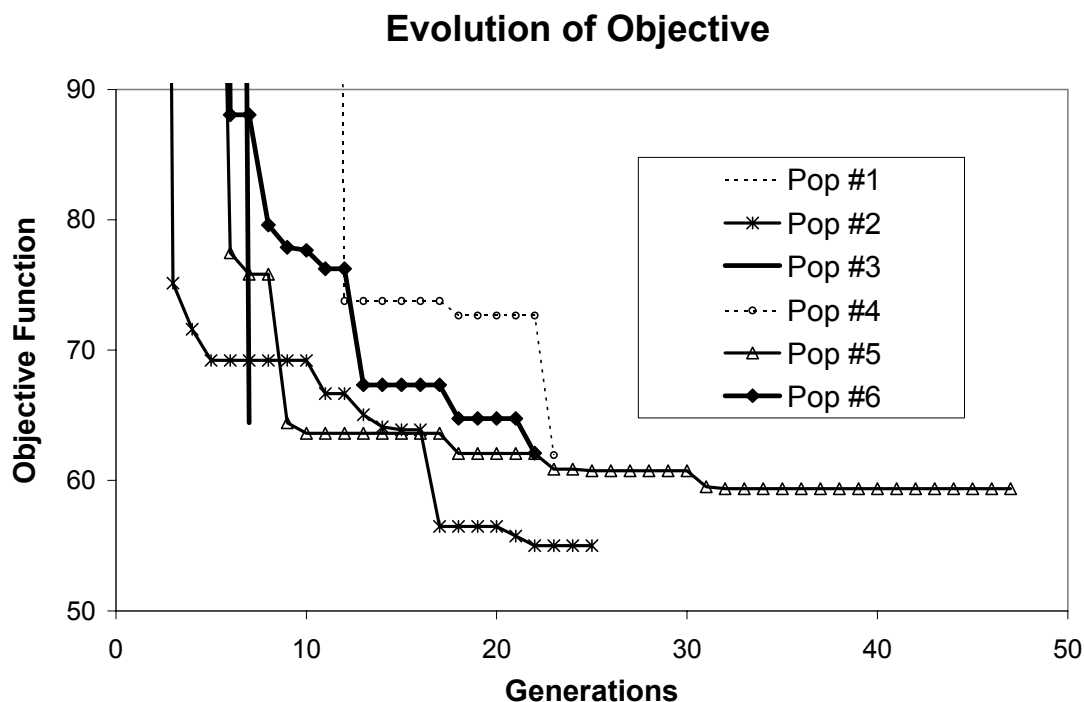
Τα ΠΜΔΠ που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στο Διάγ. 4.3. Οι τιμές των παραμέτρων του ΣΑ δίδονται ως $\{a, b, c, w, d, e, f, S_{CP}\} = \{1.0, 2/3, 0.0, 0.0, 0.2, 0.2, 0.2, 2.0\}$. Για τη μελέτη των συνεπειών ορισμένων παραμέτρων του ΣΑ, όπως του συντελεστή g της σχέσης (4.36), του τρόπου υπολογισμού του ελλείμματος και της αναδιανομής των πόρων, πραγματοποιούνται 5 παραμετρικές μελέτες (Α ως Ε). Οι μελέτες ορίζονται ως: Α (Τύπος ΙΙ, Αναδιανομή των Πόρων, $g=0$), Β (Τύπος Ι, Αναδιανομή των Πόρων, $g=0$), Γ (Τύπος ΙΙ, Μη αναδιανομή των Πόρων, $g=0$), Δ (Τύπος Ι, Μη αναδιανομή των Πόρων, $g=0.8$) και Ε (Τύπος ΙΙ, Μη αναδιανομή των Πόρων, $g=0.8$).

Στο Διάγ. 4.11, παρουσιάζεται η εξέλιξη του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού των 6 πληθυσμών για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 σχεδιάσεις. Στα πρώτα στάδια της διαδικασίας οι πληθυσμοί ξεκινούν με λύσεις που παραβιάζουν τους περιορισμούς αλλά μέσα σε λίγες γενεές οι πληθυσμοί συγκλίνουν σε πολύ καλές λύσεις. Το ΠΜΔΠ 2, επιβάλλει μείωση των διαθέσιμων πόρων κατά 10% ανά 5 γενεές στα αρχικά στάδια της βελτιστοποίησης συνεχίζοντας με αργότερο ρυθμό (10 ως 30 γενεές) στα επόμενα στάδια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Το αποτέλεσμα των μειώσεων αυτών είναι η εξαφάνιση κάποιων πληθυσμών ή η πρόωρη σύγκλιση τους λόγω της πίεσης που ασκείται στον μεταπληθυσμό. Ο πληθυσμός 2 συνεχίζει την εξέλιξη του ως την εύρεση του βέλτιστου σχεδιασμού (στη γενεά 28) και τερματίζει τη διαδικασία βελτιστοποίησης (λόγω της ικανοποίησης των κριτηρίων ομοιομορφίας) στη γενεά 43.



Διάγ. 4.11: Περισσότερος εύρωστος σχεδιασμός – (Χαμηλή αξιοπιστία 1^ο Πρόβλημα).

Στο Διάγ. 4.12, παρουσιάζεται η εξέλιξη του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού των 6 πληθυσμών του προβλήματος για μέσο δείκτη αξιοπιστίας, αρχικό πλήθος ατόμων ίσο με 40, κατανομή των διαθέσιμων πόρων σύμφωνα με την παραμετρική μελέτη D και με μεταβολή των διαθέσιμων πόρων σύμφωνα με το ΠΜΔΠ 1. Ο πληθυσμός 2 ανακαλύπτει το βέλτιστο σχεδιασμό στη γενεά 22 και για τον πληθυσμό αυτό η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται στη γενεά 26.

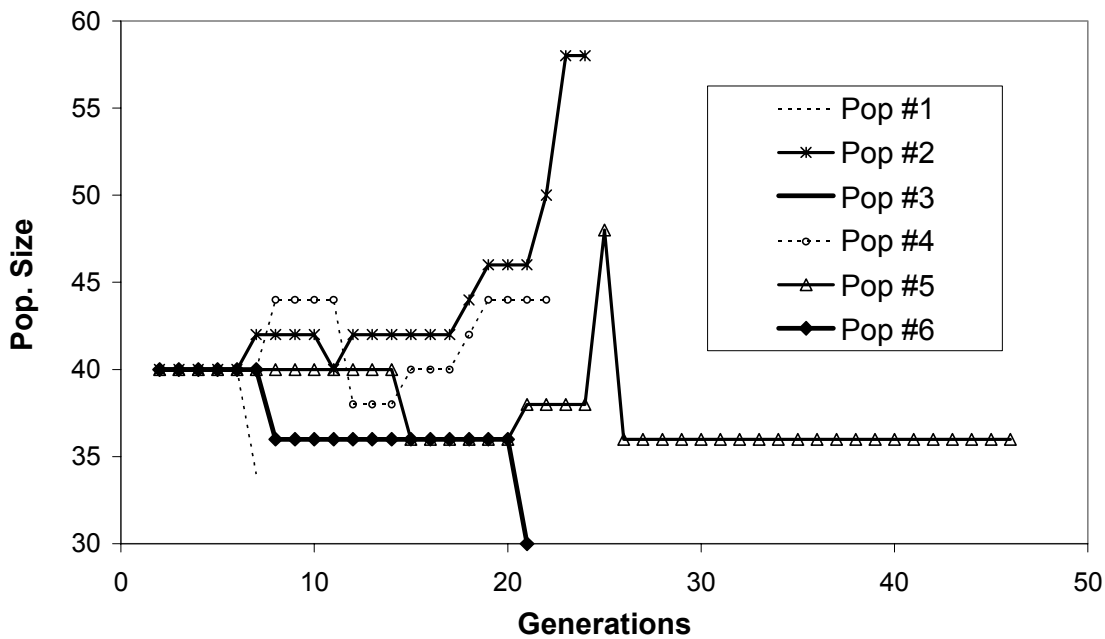


Διάγ. 4.12: Περισσότερος εύρωστος σχεδιασμός – (Μέση αξιοπιστία - 1^ο Πρόβλημα).

Στο Διάγ. 4.13 παρουσιάζεται η εξέλιξη του πλήθους των ατόμων για κάθε πληθυσμό για το πρόβλημα μέσης αξιοπιστίας. Οι συγκρούσεις λόγω έλλειψης πόρων ξεκινούν στη 6^η γενεά και τερματίζονται στη 21^η γενεά με την εξαφάνιση του πληθυσμού 6. Ο πληθυσμός 2 κερδίζει σε όλες τις συγκρούσεις που εμπλέκεται (εκτός μίας) και αυξάνει το πλήθος των ατόμων του μέχρι και τη σύγκλιση του. Ο πληθυσμός 5 συνεχίζει μέχρι τη σύγκλιση του στην 32^η γενεά σε μη βέλτιστη λύση, 10% ακριβότερη του βέλτιστου σχεδιασμού. Η διαδικασία βελτιστοποίηση για το πληθυσμό αυτό τερματίζεται στη γενεά 47 λόγω ικανοποίησης των κριτηρίων ομοιομορφίας.

Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και στην περίπτωση του υψηλού δείκτη αξιοπιστίας. Σε σχέση με τα προφίλ μεταβολής των διαθέσιμων πόρων το ΠΜΔΠ 1 αποτελεί και τον καλύτερο συμβιβασμό μεταξύ ευρωστίας και του υπολογιστικού φόρτου ακολουθούμενο από τα ΠΜΔΠ 2 και 3. Στον Πίν. 4.5 παρουσιάζεται ο υπολογιστικός φόρτος, για τις 5 παραμετρικές μελέτες (Α ως Ε) και αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 σχεδιάσεις. Για κάθε μελέτη παρατηρείται μείωση του υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με τα αποτελέσματα των ανεξάρτητα εξελισσόμενων ΓΑ. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τη μελέτη C (μείωση του υπολογιστικού φόρτου ως και 70%), ακολουθούμενη από τις B και E αντίστοιχα.

Evolution of Population Size



Διάγ. 4.13: Μέγεθος πληθυσμών – (Μέση αξιοπιστία - 1^ο Πρόβλημα).

Αξιοπιστία	A	B	C	D	E
Χαμηλή	74.10%	45.68%	34.02%	53.57%	51.67%
Μέση	77.28%	44.77%	33.32%	56.11%	50.64%
Υψηλή	80.36%	46.69%	33.40%	54.51%	53.90%

Πίν. 4.5: Σύγκριση υπολογιστικού φόρτου (ΓΑ 100%).

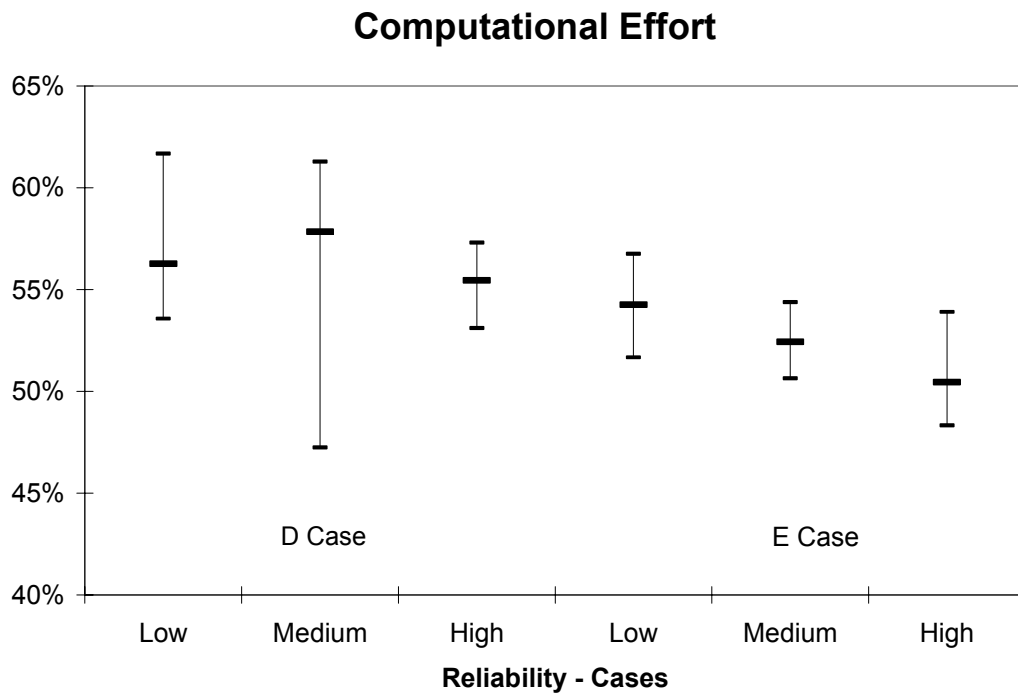
Στον Πίν. 4.6, παρουσιάζεται η ευρωστία των μελετών Α ως Ε σε αντιπαράθεση με την ευρωστία του παράλληλου ΓΑ για το πρόβλημα υψηλής αξιοπιστίας με αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 άτομα. Η ευρωστία στην προκειμένη περίπτωση ορίζεται ως το πλήθος των σχεδιασμών σε απόσταση 1% και 2.5% από το πραγματικό ολικό βέλτιστο. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στις μελέτες Α και D ακολουθούμενες από τις μελέτες Β και C. Η περίπτωση Ε παρουσιάζεται λιγότερο εύρωστη σε σχέση με το παράλληλο ΓΑ.

Απόσταση από βέλτιστο σχεδιασμό	ΓΑ	A	B	C	D	E
1.0%	2	3	3	2	3	2
2.5%	5	11	6	7	8	4

Πίν. 4.6: Ευρωστία των παραμετρικών μελετών – Υψηλή Αξιοπιστία

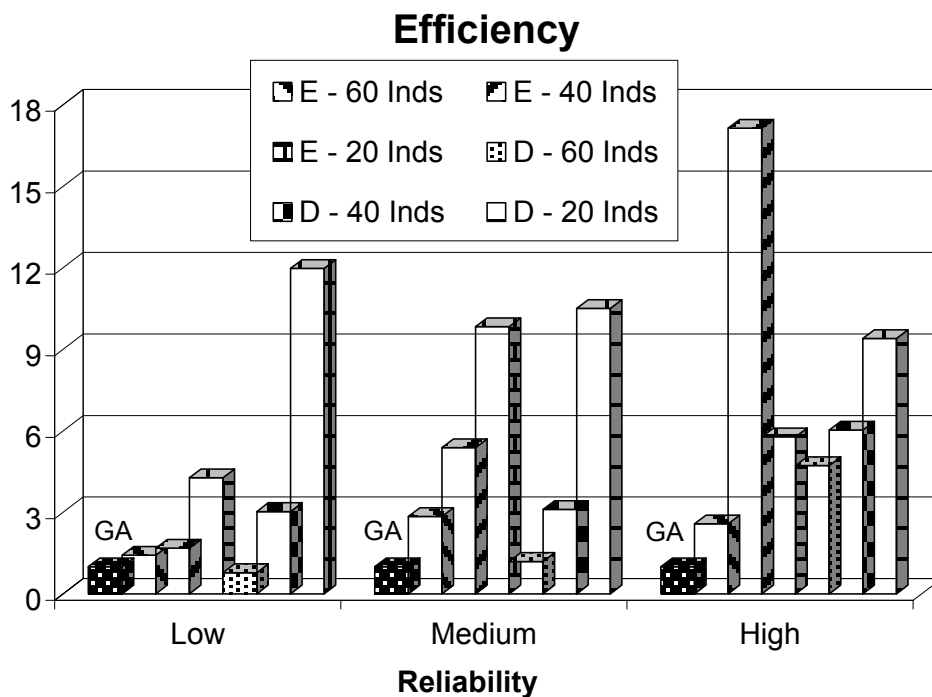
Στο Διάγ. 4.14, παρουσιάζονται η μέση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή του υπολογιστικού φόρτου για τις μελέτες D και E, ως προς τα τρία προβλήματα που εξετάστηκαν. Ο υπολογιστικός φόρτος κυμαίνεται από 45% ως 60%. Η δυσκολία του προβλήματος επηρεάζει

τον υπολογιστικό φόρτο στη μελέτη E. Αντίθετα το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού δεν μεταβάλλει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο.



Διάγ. 4.14: Σύγκρισή του υπολογιστικού φόρτου για τις περιπτώσεις D και E.

Στο Διάγ. 4.15 παρουσιάζεται η συνολική απόδοση της μεθόδου για τα 3 προβλήματα και τις μελέτες D και E για αρχικό πληθυσμό ίσο με 20, 40 και 60 σχεδιασμούς αντίστοιχα.



Διάγ. 4.15: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης.

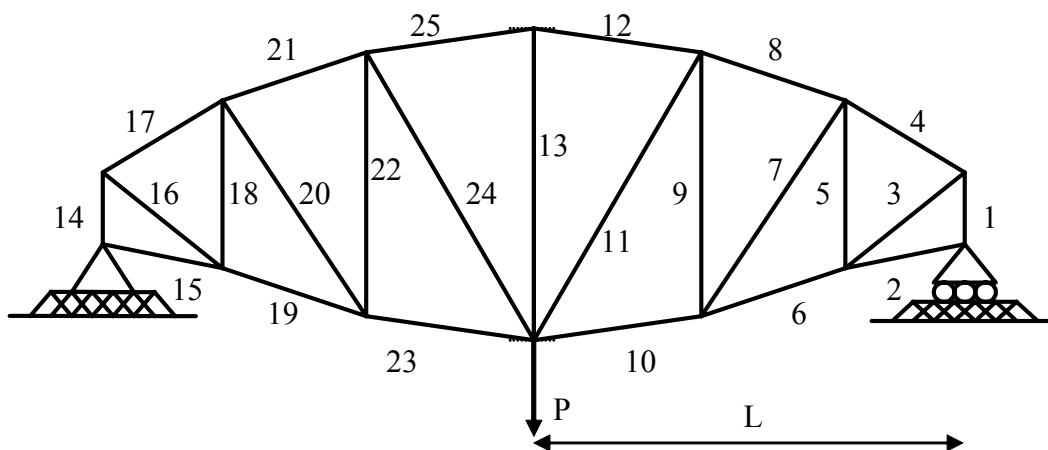
Για τη συνολική απόδοση παρατηρούνται τιμές ως και 18 για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 του προβλήματος υψηλής αξιοπιστίας στην περίπτωση της παραμετρικής μελέτης E. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 20 και στην περίπτωση της μελέτης D, η συνολική απόδοση κυμαίνεται από 9 ως 12 σε σχέση με το παράλληλο ΓΑ. Η αύξηση του αρχικού πληθυσμού έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της συνολικής απόδοσης κυρίως λόγω της βελτίωσης της απόδοσης των ανεξάρτητα εξελισσόμενων ΓΑ.

4.6.3 Συμπεράσματα

Η μέθοδος ελέγχει επαρκώς τη διαδικασία βελτιστοποίησης και ευνοεί τους πληθυσμούς που οδηγούν στις καλύτερες δυνατές λύσεις. Το ΣΑ διαμορφώνει τους εκάστοτε πληθυσμούς των ατόμων του μεταπληθυσμού στους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ ώστε να παρατηρείται σύγκλιση στις βέλτιστες λύσεις των υπό εξέταση προβλημάτων σε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου για το υπό εξέταση πρόβλημα αποτελεί και ισχυρή ένδειξη της καταλληλότητας της για τη λύση αντίστοιχων προβλημάτων. Στις παραγράφους 4.15 και 4.16 παρουσιάζονται οι αναλύσεις ως προς την τιμή της παραμέτρου g και την επιρροή του αρχικού πληθυσμού στην ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου σε αντιδιαστολή με την ευρωστία του παράλληλου ΓΑ.

4.7 Βέλτιστος σχεδιασμός δικτυώματος 25 μελών με περιορισμούς αξιοπιστίας

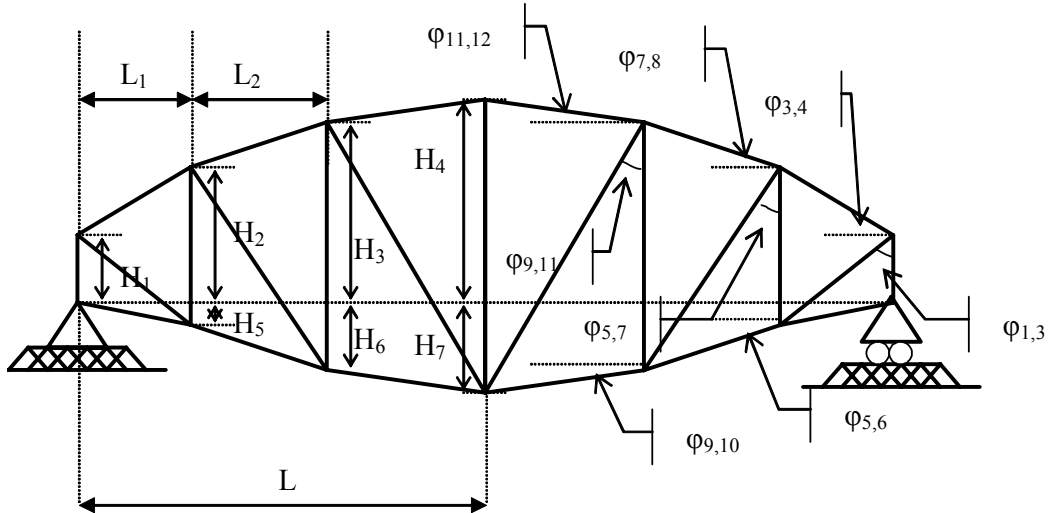
Εξετάζεται ο βέλτιστος σχεδιασμός με χρήση δεικτών αξιοπιστίας στατικώς ορισμένου επίπεδου δικτυώματος 25 μελών. Το δικτύωμα παρουσιάζεται στο Διάγ. 4.16 [24]. Τα μέλη της κατασκευής σχηματίζουν 4 ομάδες. Οι ομάδες αυτές είναι: το άνω και κάτω διάζωμα, οι ορθοστάτες και τα διαγώνια μέλη.



Διάγ. 4.16: Στατικώς Ορισμένο Επίπεδο Δικτύωμα 25 μελών (φορτία – αρίθμηση μελών).

4.7.1 Ορισμός του Προβλήματος

Ως μ.σ ορίζονται τα εμβαδά των διατομών των ομάδων αυτών A_i όπου $i=1,\dots,4$, οι στάθμες των κόμβων του δικτύματος h_j όπου $j=1,\dots,7$ και τα μήκη l_k , όπου $k=1,2$. Οι μ.σ h_j και l_k ελέγχουν το σχήμα του δικτύματος (Διάγ. 4.17). Για τις μ.σ h_1 ως h_7 , καθώς και τις A_1 ως A_4 είναι διαθέσιμες 16 διαφορετικές τιμές, ενώ για τις μ.σ l_1 και l_2 έχουμε 8 διαφορετικές τιμές. Συνολικά απαιτούνται $(4 \times 4 + 7 \times 4 + 2 \times 3) = 50$ δυφία για την πλήρη περιγραφή ενός σχεδιασμού.



Διάγ. 4.17: Στατικός Ορισμένο Επίπεδο Δικτύωμα 25 μελών (μ.σ).

Η πολυπλοκότητα του πεδίου των πιθανών λύσεων είναι ίση με 2^{50} (1,125,899,906,842,624) σχεδιασμούς. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως [24], [26]:

$$\min_{i=1,\dots,4 \quad j=1,\dots,7 \quad k=1,2} C(A_i, h_j, l_k) = \sum_{m=1}^{N_t} V_m(A_i, h_j, l_k) \cdot C_{mat} + P_{f,s} \cdot C_{fail} \quad (4.64)$$

Υπό τους περιορισμούς πιθανότητας (για το 1^ο υποπρόβλημα):

$$g_j(A_i, h_j, l_k) = \frac{P_{f,j}}{P_{j,lim}} - 1.0 \leq 0, \quad g_s(A_i, h_j, l_k) = \frac{P_{f,s}}{P_{s,lim}} - 1.0 \leq 0 \quad (4.65)$$

όπου N_t είναι το πλήθος των μελών του δικτύματος, V_m είναι ο όγκος του m μέλους, C_{mat} και C_{fail} είναι το κόστος ανά μονάδα όγκου του υλικού του δικτύματος και το κόστος λόγω αστοχίας του φορέα, $P_{f,s}$ και $P_{s,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το αντίστοιχο όριο της και $P_{f,j}$ και $P_{j,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της j ομάδας της κατασκευής και το αντίστοιχο όριο του. Στο 2^ο υποπρόβλημα προστίθενται άλλοι δύο περιορισμοί που σχετίζονται με το σχήμα του βέλτιστου σχεδιασμού:

$$g_{s,1}(h_4) = \frac{h_4}{2L} - 0.15 \leq 0 \quad g_{s,2}(h_7) = \frac{h_7}{2L} - 0.05 \leq 0 \quad (4.66)$$

Η πιθανότητα αστοχίας του μέλους η συνάρτηση οριακής αντοχής και η συνάρτηση του φορτίου δίδονται σύμφωνα με τις σχέσεις (4.48), (4.49) και (4.50). Η συνάρτηση οριακής αντοχής τροποποιείται όταν λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο του λυγισμού ως:

$$R(A_i) = \sigma_y \cdot A_i \leftarrow f_i(h_i) \geq 0 \quad \vee \quad R(A_i) = \chi \cdot \sigma_y \cdot A_i \leftarrow f_i(h_i) < 0 \quad (4.67)$$

όπου χ είναι ο μειωτικός συντελεστής της αντοχής σε θλίψη του μέλους λόγω του λυγισμού σύμφωνα με τις οδηγίες του Ευρωκώδικα 3 [33]. Οι συντελεστές επιρροής $f_i(h_i)$ για το φορέα παρουσιάζονται στο Πίν. 4.7.

Συντελεστές Επιρροής		
$f_1 = -0.5$	$f_2 = 0.0$	
$f_3 = -\frac{f_1 \cdot F_{34,\cos}}{F_{34,\cos} \cdot F_{13,\cos} + F_{34,\sin} \cdot F_{13,\sin}}$	$f_4 = \frac{f_1 \cdot F_{34,\sin}}{F_{34,\cos} \cdot F_{13,\cos} + F_{34,\sin} \cdot F_{13,\sin}}$	
$f_5 = \frac{f_3 \cdot (F_{56,\cos} \cdot F_{13,\cos} - F_{56,\sin} \cdot F_{13,\sin})}{F_{56,\cos}}$	$f_6 = \frac{f_3 \cdot F_{13,\sin}}{F_{56,\cos}}$	
$f_7 = -\frac{\left[(F_{78,\cos} \cdot F_{34,\sin} - F_{78,\sin} \cdot F_{34,\cos}) \cdot f_4 + F_{78,\cos} \cdot f_5 \right]}{F_{78,\cos} \cdot F_{57,\cos} + F_{78,\sin} \cdot F_{57,\sin}}$	$f_8 = \frac{\left[(F_{57,\cos} \cdot F_{34,\cos} + F_{57,\sin} \cdot F_{34,\sin}) \cdot f_4 + F_{57,\sin} \cdot f_5 \right]}{F_{78,\cos} \cdot F_{57,\cos} + F_{78,\sin} \cdot F_{57,\sin}}$	
$f_9 = \frac{\left[(F_{56,\cos} \cdot F_{910,\sin} - F_{56,\sin} \cdot F_{910,\cos}) \cdot f_6 + (F_{57,\sin} \cdot F_{910,\sin} - F_{57,\cos} \cdot F_{910,\cos}) \cdot f_7 \right]}{F_{910,\cos}}$	$f_{10} = \frac{\left[F_{56,\cos} \cdot f_6 + F_{57,\sin} \cdot f_7 \right]}{F_{910,\cos}}$	
$f_{11} = -\frac{\left[(F_{1112,\cos} \cdot F_{78,\sin} - F_{1112,\sin} \cdot F_{78,\cos}) \cdot f_8 + F_{1112,\cos} \cdot f_9 \right]}{F_{911,\cos} \cdot F_{1112,\cos} + F_{911,\sin} \cdot F_{1112,\sin}}$	$f_{12} = \frac{\left[(F_{911,\sin} \cdot F_{78,\sin} + F_{911,\cos} \cdot F_{78,\cos}) \cdot f_8 + F_{911,\sin} \cdot f_9 \right]}{F_{911,\cos} \cdot F_{1112,\cos} + F_{911,\sin} \cdot F_{1112,\sin}}$	
$f_{13} = -f_{12} \cdot F_{1112,\sin}$		
$F_{13,\sin} = \frac{l_1}{T_{13}}$	$F_{13,\cos} = \frac{h_1 + h_5}{T_{13}}$	$T_{13} = \sqrt{l_1^2 + (h_1 + h_5)^2}$
$F_{34,\sin} = \frac{h_1 - h_2}{T_{34}}$	$F_{34,\cos} = \frac{l_1}{T_{34}}$	$T_{34} = \sqrt{l_1^2 + (h_2 - h_1)^2}$
$F_{56,\sin} = \frac{h_6 - h_5}{T_{56}}$	$F_{56,\cos} = \frac{l_2}{T_{56}}$	$T_{56} = \sqrt{l_2^2 + (h_6 - h_5)^2}$

Συντελεστές Επιρροής		
$F_{57,\sin} = \frac{h_2 + h_6 - h_5}{T_{57}}$	$F_{57,\cos} = \frac{l_2}{T_{57}}$	$T_{57} = \sqrt{l_2^2 + (h_2 + h_6 - h_5)^2}$
$F_{78,\sin} = \frac{h_3 - h_2}{T_{78}}$	$F_{78,\cos} = \frac{l_2}{T_{78}}$	$T_{78} = \sqrt{l_2^2 + (h_3 - h_2)^2}$
$F_{910,\sin} = \frac{h_7 - h_6}{T_{910}}$	$F_{910,\cos} = \frac{l_3}{T_{910}}$	$T_{910} = \sqrt{l_3^2 + (h_7 - h_6)^2}$
$F_{911,\sin} = \frac{h_3 + h_7 - h_6}{T_{911}}$	$F_{911,\cos} = \frac{l_3}{T_{911}}$	$T_{911} = \sqrt{l_3^2 + (h_3 + h_7 - h_6)^2}$
$F_{1112,\sin} = \frac{h_4 - h_3}{T_{1112}}$	$F_{1112,\cos} = \frac{l_3}{T_{1112}}$	$T_{1112} = \sqrt{l_3^2 + (h_4 - h_3)^2}$

Πίν. 4.7: Συντελεστές επιρροής (δικτύωμα 25 μελών)

Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται το φορτίο P , η τάση διαρροής σ_y , οι επιφάνειες των διατομών A_i , και η παράμετρος χ . Αν οι τ.μ ακολουθούν τη λογαριθμική κατανομή είναι δυνατός ο υπολογισμός της συνάρτησης οριακής αντοχής της κατασκευής [15].

Σε στατικός ορισμένο δικτύωμα η αστοχία ενός εκ των μελών του οδηγεί στην πλήρη αστοχία του. Στην περίπτωση αυτή, το δικτύωμα προσομοιώνεται ως ένα σειριακό σύστημα αποτελούμενο από στατιστικώς εξαρτημένα μέλη. Ως μέλος του συστήματος ορίζεται το περισσότερο εντεινόμενο μέλος κάθε ομάδας. Για τα μέλη της ίδιας ομάδας θεωρείται ότι υπάρχει απόλυτη στατιστική συσχέτιση οπότε η πιθανότητα αστοχίας της ομάδας ισούνται με τη μέγιστη τιμή της πιθανότητας αστοχίας των μελών που την αποτελούν. Η παραδοχή αυτή οδηγεί σε περισσότερο συντηρητικές εκτιμήσεις της πιθανότητας αστοχίας. Το άνω και κάτω όριο της πιθανότητας αστοχίας του δικτύωματος υπολογίζεται με τη βοήθεια των ορίων Ditlevsen [15], [16]. Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.49) και (4.50) με τη σχέση (4.67) η συνάρτηση οριακής αντοχής, για μέλος υπό θλιπτική ένταση, δίδεται ως:

$$M = \frac{\chi \cdot \sigma_y \cdot A}{f \cdot P} \Rightarrow \ln(M) = \ln(\sigma_y) + \ln(A) + \ln(\chi) - \ln(f) - \ln(P) \quad (4.68)$$

Εφόσον οι τ.μ του προβλήματος ακολουθούν τη λογαριθμική κατανομή οι φυσικοί λογάριθμοι τους, ακολουθούν κανονική κατανομή. Ο φυσικός λογάριθμος της συνάρτησης οριακής αντοχής ακολουθεί κανονική κατανομή [2], με μέση τιμή και διασπορά [3]:

$$E[\ln(M)] = \{E[\ln(\sigma_y)] + E[\ln(A)] + E[\ln(\chi)] - E[\ln(f)] - E[\ln(P)]\} \quad (4.69)$$

$$\sigma_{\ln(M)}^2 = \sigma_{\ln(\sigma_y)}^2 + \sigma_{\ln(A)}^2 + \sigma_{\ln(\chi)}^2 + \sigma_{\ln(P)}^2 \quad (4.70)$$

Η μέση τιμή και η διασπορά του φυσικού λογαρίθμου κάθε τ.μ που ακολουθεί λογαριθμική κατανομή δίδεται σύμφωνα με τη σχέση (4.53). Η διασπορά και η μέση τιμή της συνάρτησης οριακής αντοχής του μέλους συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.70) και (4.53), δίδεται ως:

$$\sigma_{\ln(M)}^2 = \ln\left(\frac{\sigma_{\sigma_y}}{E[\sigma_y]} + 1\right) + \ln\left(\frac{\sigma_A}{E[A]} + 1\right) + \ln\left(\frac{\sigma_P}{E[P]} + 1\right) + \ln\left(\frac{\sigma_\chi}{E[\chi]} + 1\right) \quad (4.71)$$

$$E[\ln(M)] = \left\{ \begin{array}{l} \ln(E[\sigma_y]) + \ln(E[A]) + \ln(E[\chi]) \\ -\ln(E[P]) - \ln(f) \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left[\sigma_{\ln(\sigma_y)}^2 + \sigma_{\ln(A)}^2 + \right] \\ \frac{1}{2} \left[\sigma_{\ln(\chi)}^2 - \sigma_{\ln(P)}^2 \right] \end{array} \right\} \quad (4.72)$$

Η πιθανότητα αστοχίας του μέλους υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (4.56). Εφόσον τα μέλη κάθε ομάδας θεωρούνται ως πλήρων εξαρτημένα η πιθανότητα αστοχίας της ομάδας δίδεται ως [9], [15]:

$$P_{f,G} = \max_{i \in G} \{P[M_i < 1]\} = P\left[\max_{i \in G} \{M_i\} < 1\right] = \Phi\left(\max_{i \in G} \left\{ -\frac{E[\ln(M_i)]}{\sigma_{\ln(M_i)}} \right\}\right) \quad (4.73)$$

Το άνω και κάτω όριο κατά Ditlevsen υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (4.57) όπου στη θέση των μελών έχουμε τις εκφράσεις για τις ομάδες. Τα όρια υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (4.58) ως (4.63). Τέλος η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής δίδεται από τη σχέση $P_{f,s} = 0.5 \cdot (P_{f,s}^L + P_{f,s}^U)$.

4.7.2 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Για το ισοστατικό δικτύωμα 25 μελών εξετάζονται 2 υπό-προβλήματα που σχετίζονται με τους περιορισμούς σχήματος ενώ δεν λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο του λυγισμού. Το 1^ο υποπρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται μέσω των σχέσεων (4.64) και (4.65). Στο 2^ο πρόβλημα έχουμε και την ένταξη των περιορισμών σχήματος της σχέσης (4.66). Σε κάθε περίπτωση έχουμε $L=10\text{m}$ και λόγο C_{fail}/C_{mat} ίσο με 20000. Ο συντελεστής ε της σχέσης (4.3) είναι ίσος με 0.1. Ο αρχικός πληθυσμός είναι ίσος με 20, 40 και 60 σχεδιασμούς και η διαδικασία επαναλαμβάνεται για 60 διαφορετικές τιμές σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. Τα ΠΜΔΠ μεταβάλλονται σύμφωνα με τα ΠΜΔΠ 1, 2, 3 και 4 του Διάγ. 4.3. Για τη σχέση (4.65) έχουμε $P_{j,lim} = 10^{-6}$ και $P_{s,lim} = 5 \times 10^{-6}$ ενώ η μέση τιμή και ο δείκτης μεταβλητότητας των τ.μ παρουσιάζονται στον Πίν. 4.8.

Τυχαίες μεταβλητές	Κατανομή	E[]	COV
Φορτίο P (kN)	LN	20.0	12.5%
Τάση Διαρροής (MPa)	LN	400.0	10.0%
Επιφάνεια Διατομής (cm ²)	LN	μ.σ	10.0%

Πίν. 4.8: Τύπος κατανομής, μέση τιμή και διασπορά των τ.μ (δικτύωμα 25 μελών)

Ο μεταπληθυσμός αποτελείται από 10 πληθυσμούς. Τα χαρακτηριστικά τους παρουσιάζονται στον Πίν. 4.9. Σε κάθε πληθυσμό ως μέθοδος διασταύρωσης εφαρμόζεται η DPC. Για την πιθανότητα μετάλλαξης εξετάζονται 2 προφίλ. Οι κοινές τιμές των παραμέτρων της πιθανότητας μετάλλαξης δίδονται ως $\{t_{half}, t_{rest}\} = \{10, 40\}$. Η βέλτιστη στατική τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης είναι για το υπό εξέταση πρόβλημα, ίση με 0.02. Οι τιμές των παραμέτρων των κριτηρίων σύγκλισης της σχέσης (4.14) δίδονται ως $\{C_{L,U}^{min}, C_{L,U}^{med}, C_{L,n}, C_{L,VAR}\} = \{0.70, 0.85, 0.85, 0.05\}$. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται με την παρέλευση 150 γενεών. Η παράμετρος S_j της σχέσης (4.6) είναι ίση με 2.5 και το ζεύγος των περισσότερο εύρωστων ατόμων επιβιώνει στην επόμενη γενεά.

Πληθυσμός	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_{cr}	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
P_m	$P_{init}=0.01$		$P_{final}=0.0001$			$P_{init}=0.02$		$P_{final}=0.0005$		

Πίν. 4.9: Παράμετροι GA (δικτύωμα 25 μελών)

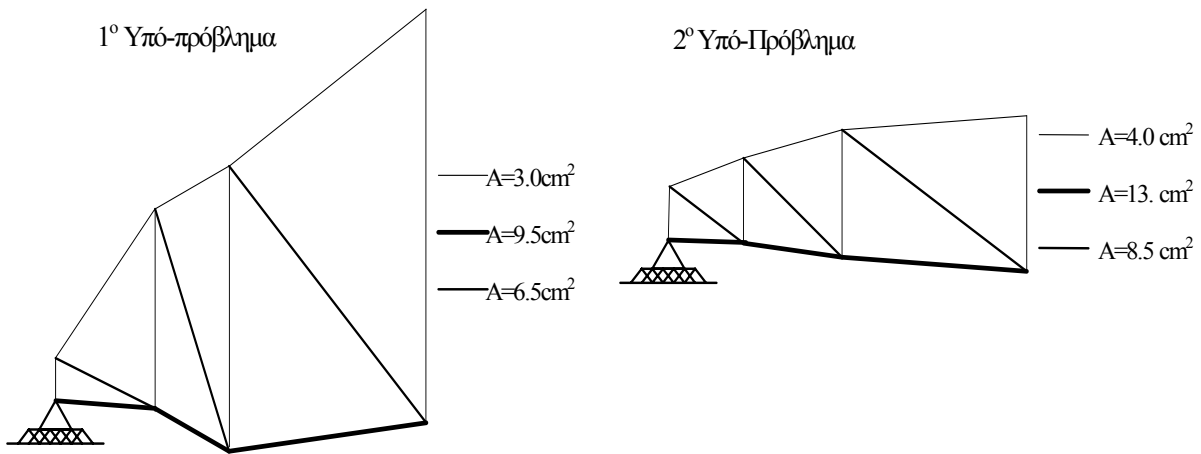
Οι παράμετροι του ΣΑ δίδονται ως $\{a, b, c, w, d, e, f, g, S_{CP}\} = \{1.0, 2/3, 1.0, 0.0, 0.2, 0.2, 0.8, 2.5\}$ και για τον υπολογισμό του ελλείμματος έχουμε την εφαρμογή του Τύπου I και τη μη αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 σχεδιάσεις έχουμε επιπρόσθετα 9 μελέτες ως προς τις μεταβλητές b, g , και S_{CP} , τον τρόπο υπολογισμού του ελλείμματος και την αναδιανομή ή όχι των πόρων. Οι παράμετροι του ΣΑ για τις 9 αυτές μελέτες παρουσιάζονται στον Πίν. 4.10.

Μελέτη I	Μελέτη II	Μελέτη III	Μελέτη IV	Μελέτη V
$b = 0.5$	$b = 5/6$	$g = 0.4$	$g = 1.2$	$S_{CP} = 1.0$
Μελέτη VI	Μελέτη VII	Μελέτη VIII	Μελέτη IX	
$S_{CP} = 0.5$	Τύπος II	Αναδιανομή Πόρων	Μελέτη VII + VIII	

Πίν. 4.10: Παράμετροι ΣΑ (δικτύωμα 25 μελών)

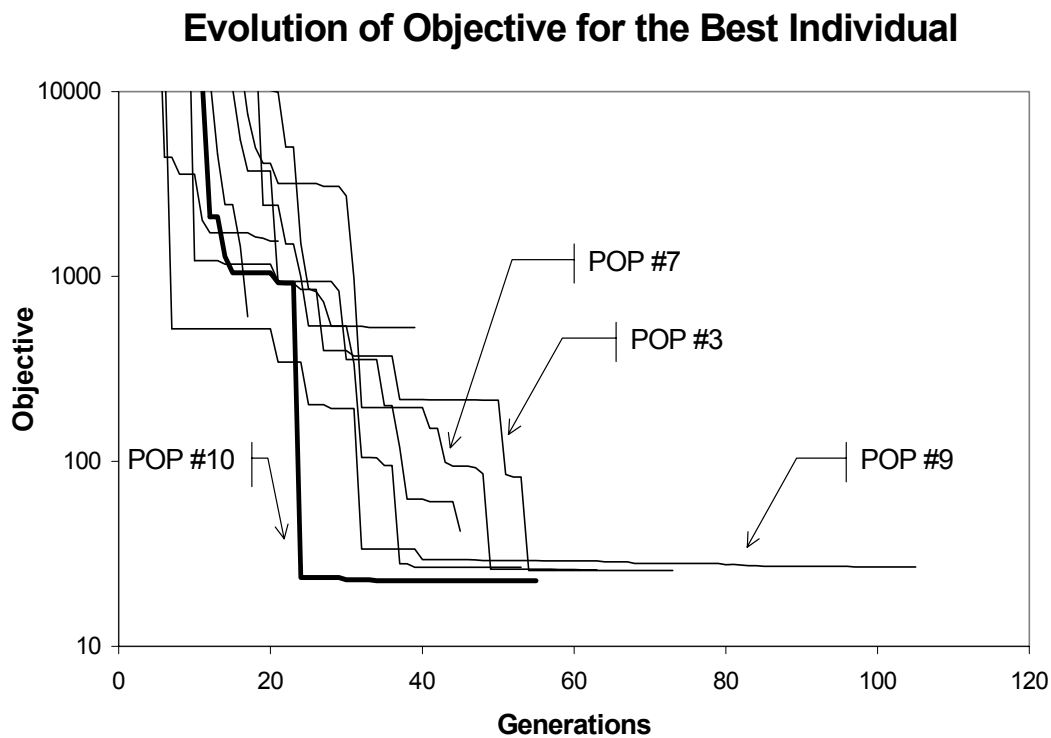
Οι καλύτερες σχεδιάσεις για τα 2 προβλήματα παρουσιάζονται στο Διάγ. 4.18. Για το 1^ο υποπρόβλημα (χωρίς περιορισμούς σχήματος) ο περισσότερο εύρωστος σχεδιασμός δίδεται από τον πληθυσμό 10 για αρχικό πλήθος ατόμων ίσο με 60 και με ΠΜΔΠ 1. Για το 2^ο

υποπρόβλημα ο περισσότερο εύρωστος σχεδιασμός δίδεται για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 άτομα κατά την παραμετρική μελέτη VIII και με ΠΜΔΠ 3.



Διάγ. 4.18: Βέλτιστες σχεδιάσεις για τα 2 υπό-προβλήματα.

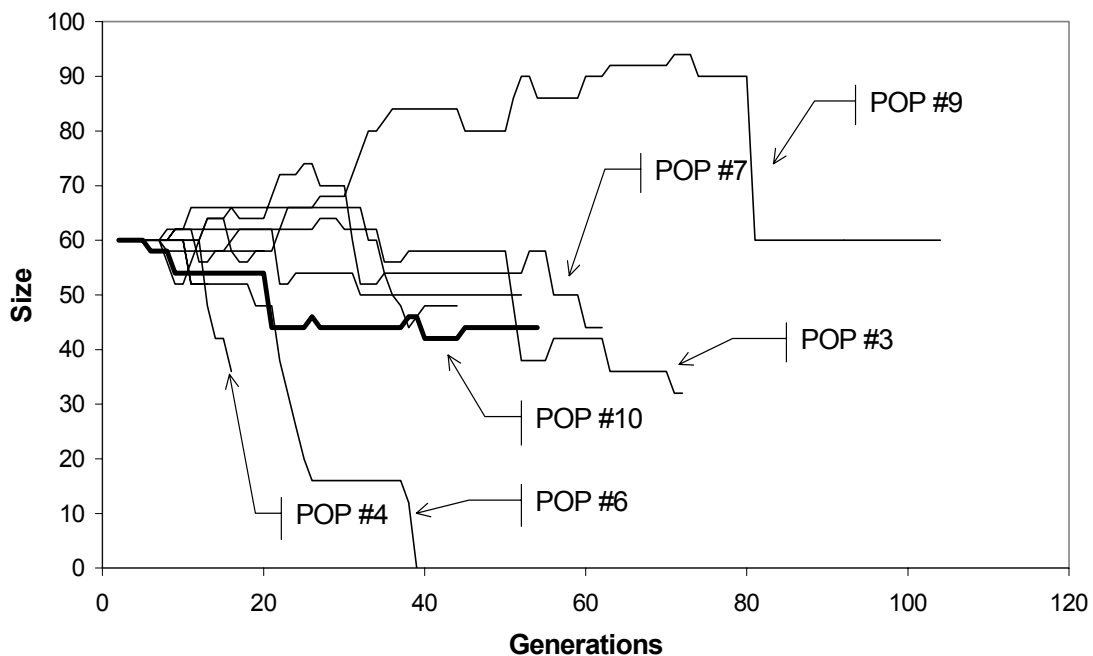
Στο Διάγ. 4.19, παρουσιάζεται η εξέλιξη του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για το 1° υποπρόβλημα με αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 σχεδιασμούς και τη χρήση του ΠΜΔΠ 1. Ο πληθυσμός 10 ανακαλύπτει τη βέλτιστη λύση στην 34^η γενεά και συγκλίνει στην 54^η γενεά. Οι πληθυσμοί 3, 7 και 9 συνεχίζουν ως την 66^η, 73^η και 106^η γενεά αντίστοιχα προτείνοντας λύσεις κατά 14%, 15% και 20% ακριβότερες, του βέλτιστου σχεδιασμού του πληθυσμού 10, αντίστοιχα.



Διάγ. 4.19: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού (1° Υποπρόβλημα)

Στο Διάγ. 4.20, παρουσιάζεται η εξέλιξη των πληθυσμών για το 1^ο υποπρόβλημα. Ο πληθυσμός 10 παρουσιάζει απώλειες λόγω συγκρούσεων ως την 22^η γενεά. Στο σημείο αυτό η ανακάλυψη πολύ καλών λύσεων έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της συνολικής ευρωστίας του με αποτέλεσμα την βελτίωση της σχετικής του θέσης στο μεταπληθυσμό. Η ταχεία διάδοση του κυρίαρχου σχήματος λόγω υψηλής πιθανότητας διασταύρωσης ($P_{cr}=0.95$) οδηγεί σε γρήγορη μείωση του δείκτη ποικιλότητας με αποτέλεσμα τη μείωση της συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού αυτού. Λόγω του ανταγωνισμού ο πληθυσμός 6 εξαφανίζεται στη 38^η γενεά ενώ ο πληθυσμός 4 εξαναγκάζεται σε πρόωρη σύγκλιση στη 18^η γενεά.

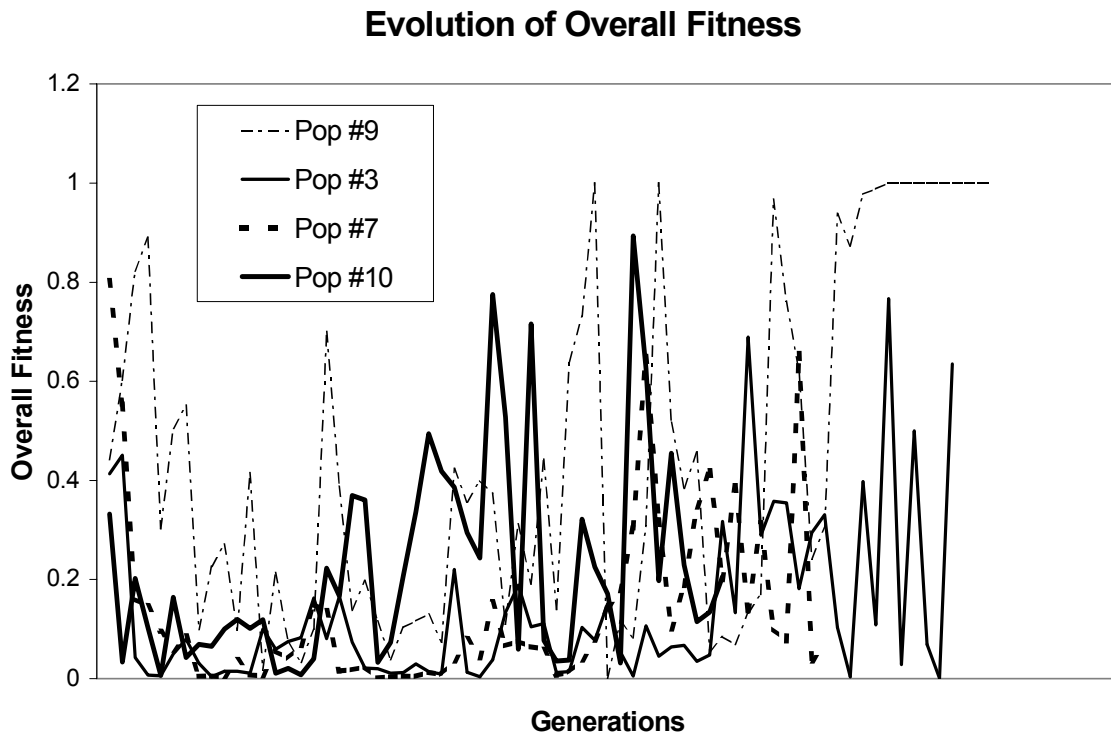
Evolution of Individual Populations



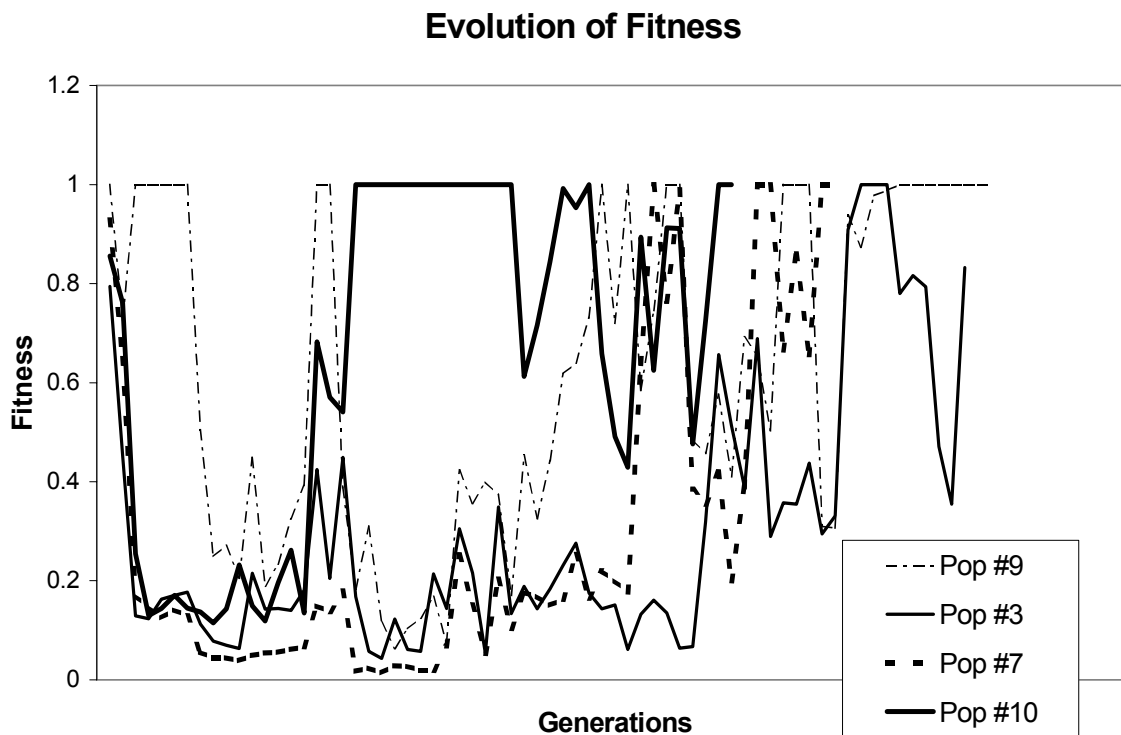
Διάγ. 4.20: Μέγεθος πληθυσμών (1^ο Υποπρόβλημα)

Στα Διάγ. 4.21 ως Διάγ. 4.23, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συνολικής ευρωστίας, της ευρωστίας του πληθυσμού και της ποικιλότητας για τους πληθυσμούς 3, 7, 9 και 10. Ο πληθυσμός 10 παρουσιάζει χαμηλή απόδοση στα αρχικά στάδια της βελτιστοποίησης. Η εύρεση μίας πολύ καλής λύσης στην 22^η γενεά οδηγεί σε σημαντική αύξηση της συνολικής ευρωστίας του. Στη συνέχεια λόγω της συγκέντρωσης των λύσεων περίξ της βέλτιστης λύσης η συνολική ευρωστία του πληθυσμού μειώνεται λόγω της μείωσης της ποικιλότητας του. Αντίθετα ο πληθυσμός 9 παρουσιάζει υψηλή ποικιλότητα στην διάρκεια της βελτιστοποίησης (Διάγ. 4.23) που αντικατοπτρίζεται και στη συνολική του ευρωστία. Η σύγκριση του πληθυσμού 9 με τον πληθυσμό 10 καταδεικνύει ότι ο πληθυσμός 9 ανακαλύπτει ένα νέο

βέλτιστο σχεδιασμό 11 φορές ως τη σύγκλιση του όταν για το πληθυσμό 10 το γεγονός αυτό συμβαίνει μόνον 6 φορές. Αντίστοιχη συμπεριφορά παρατηρείται και για το πληθυσμό 7.

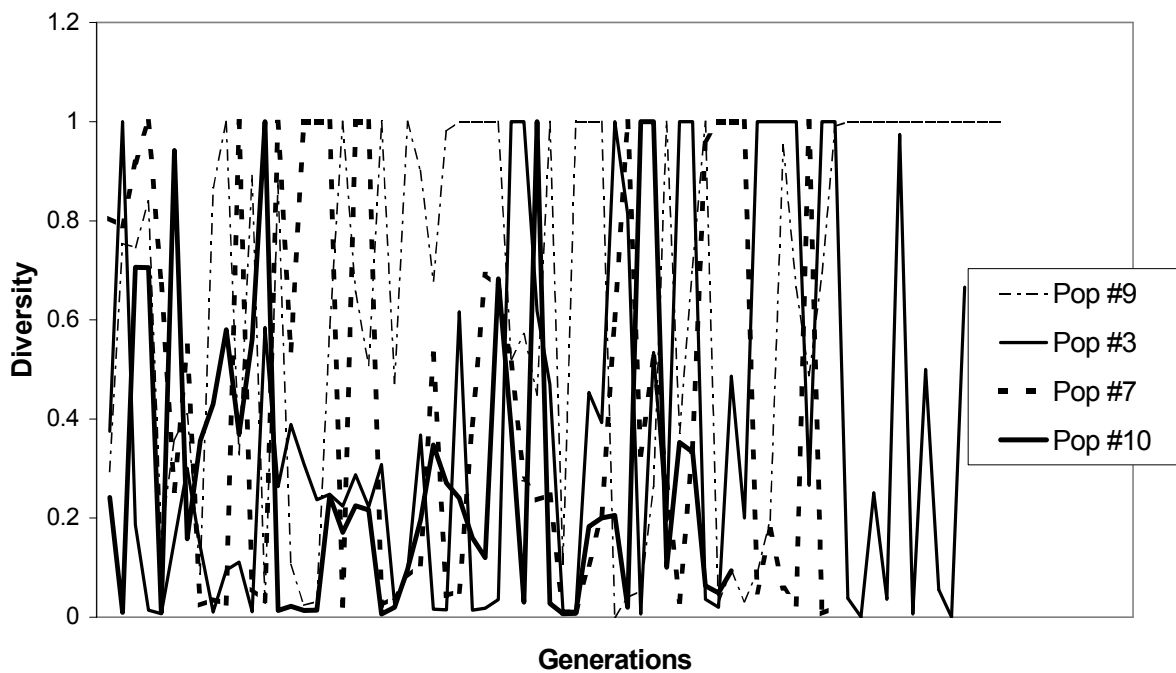


Διάγ. 4.21: Συνολική Ευρωστία (1^ο Υποπρόβλημα).



Διάγ. 4.22: Ευρωστία των πληθυσμών (1^ο Υποπρόβλημα).

Evolution of Diversity



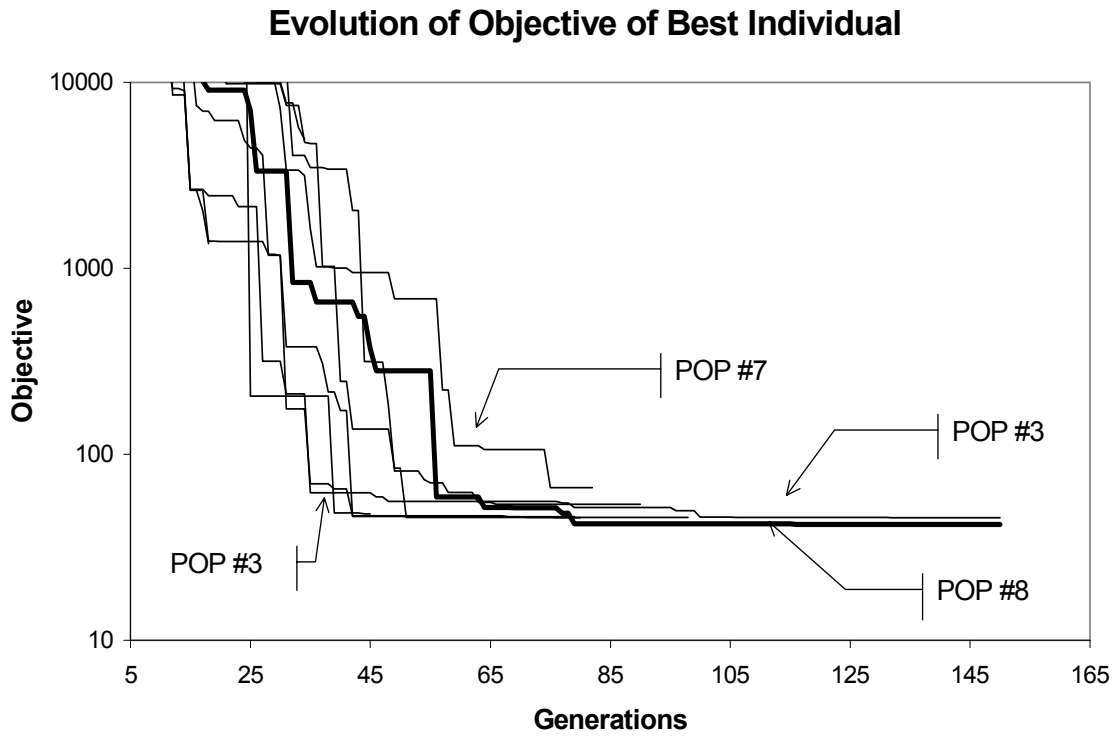
Διάγ. 4.23: Ποικιλότητα των πληθυσμών(1^ο Υποπρόβλημα).

Στο Διάγ. 4.24, παρουσιάζεται η εξέλιξη του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για το 2^ο υποπρόβλημα με αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 σχεδιασμούς με τη χρήση του ΠΜΔΠ 4 στην περίπτωση της μελέτης VIII. Ο πληθυσμός 8 ανακαλύπτει τη βέλτιστη λύση στην 126^η γενεά και η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται στην 150^η γενεά. Ο πληθυσμός 3 ακολουθεί ανάλογη πορεία με τον πληθυσμό 8 και η εξέλιξη του τερματίζεται, όπως και στην περίπτωση του πληθυσμού 8, στην 150^η γενεά. Η βέλτιστη λύση του πληθυσμού 3 είναι 8.3% πιο ακριβή από τη λύση του πληθυσμού 8 και ανακαλύπτεται στην 136^η γενεά. Αντίστοιχα, ο πληθυσμός 4 συγκλίνει σε λύση 9% πιο ακριβή της βέλτιστης λύσης με τη διαδικασία να τερματίζεται λόγω ικανοποίησης των κριτηρίων ομοιομορφίας στην 98^η γενεά.

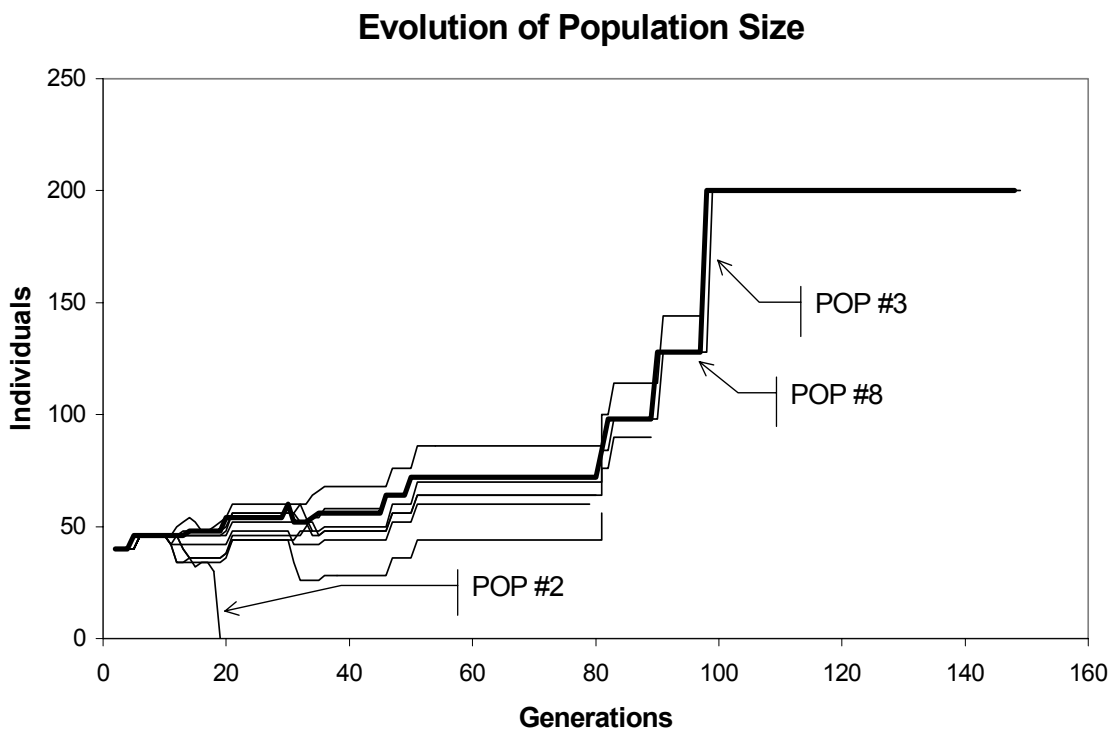
Στο Διάγ. 4.25, παρουσιάζεται η εξέλιξη των πληθυσμών για το 2^ο υποπρόβλημα. Οι πληθυσμοί 3 και 8 ακολουθούν παράλληλες πορείες κερδίζοντας τις διάφορες συγκρούσεις (στα πρώτα στάδια) και η αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει οδηγεί σε σημαντική αύξηση του πλήθους των ατόμων για όλους τους πληθυσμούς μέσω της ομοιόμορφης διανομής του πλεονάσματος των πόρων. Στα αρχικά στάδια της διαδικασίας λόγω έντονου ανταγωνισμού ο πληθυσμός 2 εξαφανίζεται στη 18^η γενεά.

Στα Διάγ. 4.26 ως Διάγ. 4.28, παρουσιάζεται η εξέλιξη της συνολικής ευρωστίας, της ευρωστίας και της ποικιλότητας των πληθυσμών 3, 7 και 8 για το 2^ο υποπρόβλημα. Οι

πληθυσμοί 3 και 8 κυριαρχούν στα αρχικά στάδια της διαδικασίας.

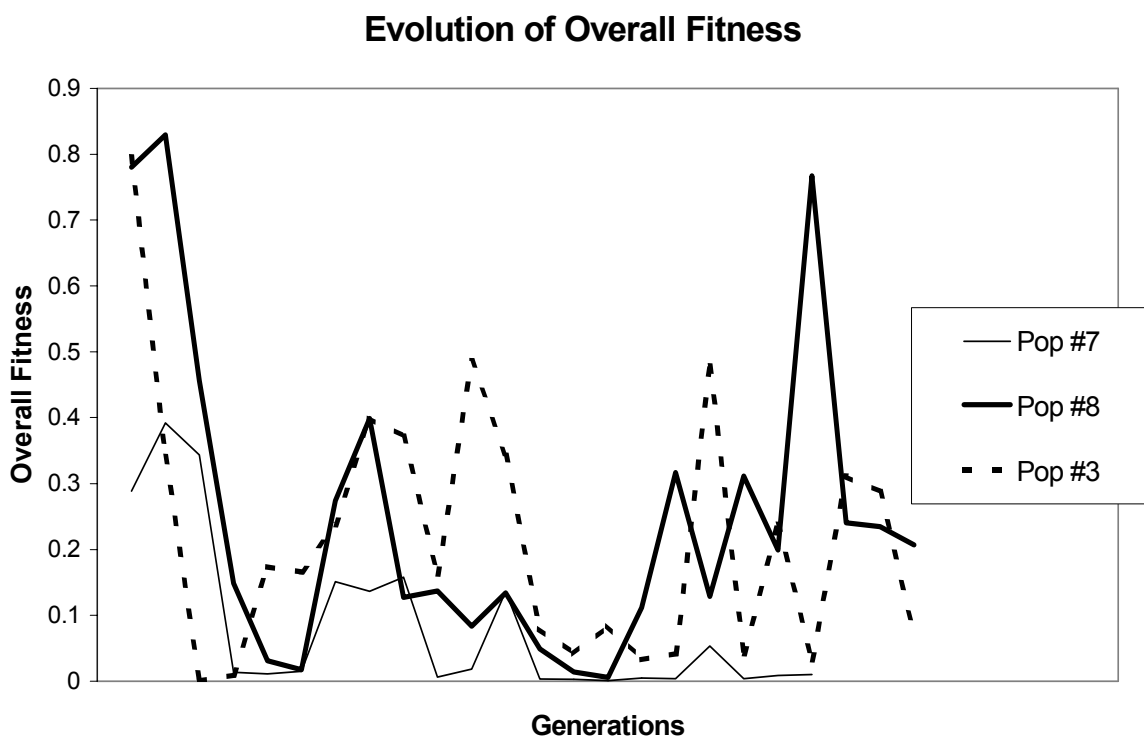


Διάγ. 4.24: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού (2^ο Υποπρόβλημα)



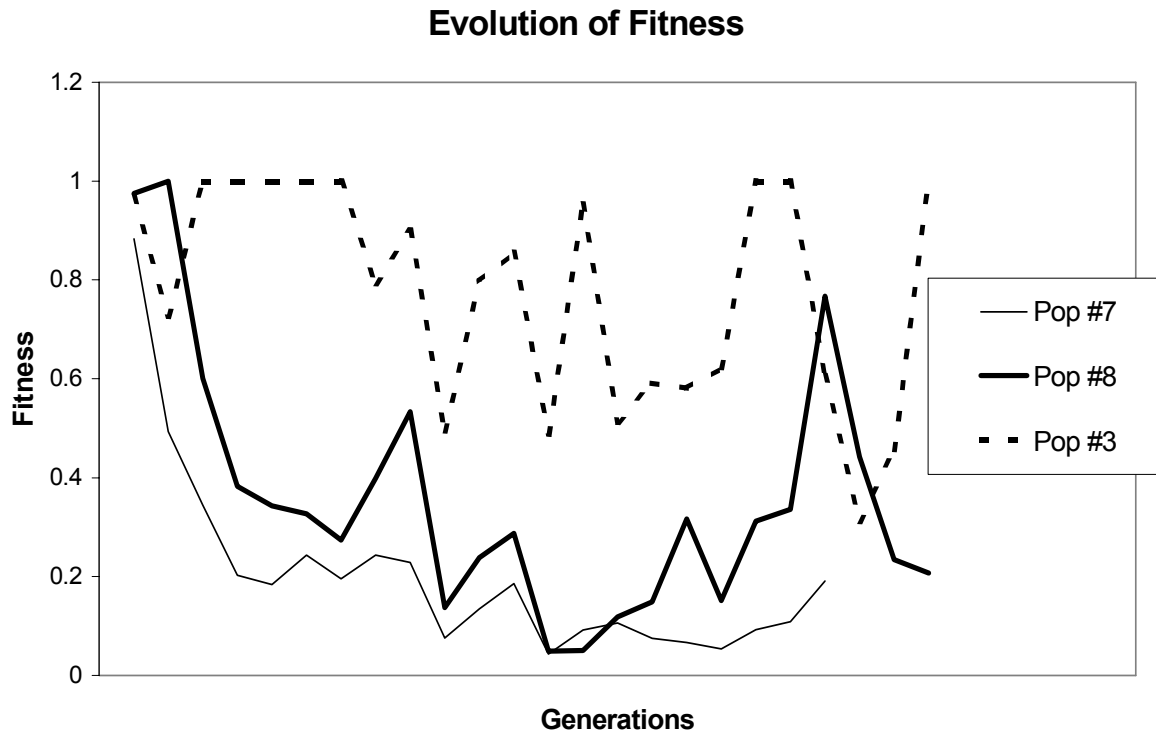
Διάγ. 4.25: Μέγεθος πληθυσμών (2^ο Υποπρόβλημα)

Αυτό οφείλεται στην αυξημένη ποικιλότητα του πληθυσμού 8 (Διάγ. 4.28) και την αυξημένη ευρωστία του πληθυσμού 3 (Διάγ. 4.27) σε σχέση με τους υπόλοιπους πληθυσμούς. Η αυξημένη ποικιλότητα του πληθυσμού 8 οφείλεται κυρίως στην υψηλότερη πιθανότητα μετάλλαξης σε σχέση με τον πληθυσμό 3. Σύμφωνα με το Διάγ. 4.28, η ανακάλυψη νέας περισσότερο εύρωστης λύσης για τον πληθυσμό 8 οδηγεί σε αύξηση της ποικιλότητας στις επόμενες γενεές. Στη φάση που έπεται την εύρεση ενός νέου βέλτιστου σχεδιασμού, ο δείκτης ποικιλότητας του πληθυσμού παρουσιάζει αύξηση καθώς αυξάνεται η διασπορά του στο χώρο \mathbf{B}^L . Την αύξηση της διασποράς των λύσεων στο χώρο αυτό ακολουθεί μία προοδευτική μείωση λόγω της συγκέντρωσης των λύσεων πέριξ του νέου βέλτιστου.

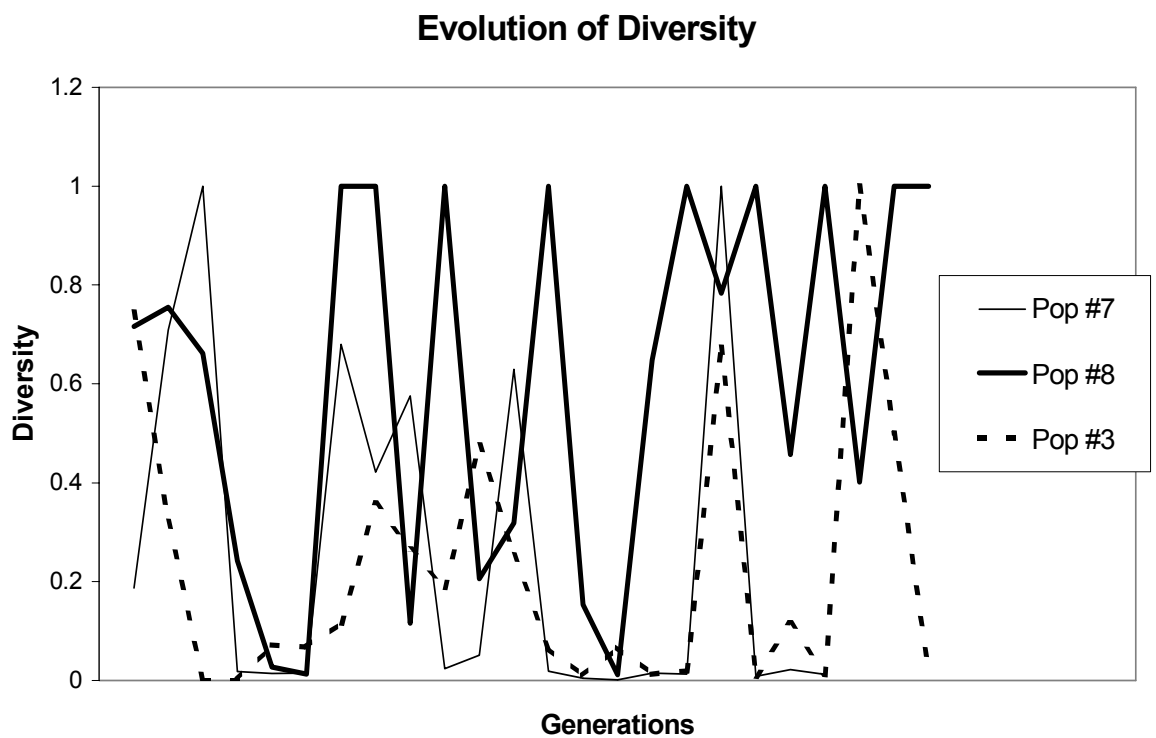


Διάγ. 4.26: Συνολική Ευρωστία (2^ο Υποπρόβλημα)

Στο Διάγ. 4.29 και Διάγ. 4.30, παρουσιάζονται η ελάχιστη, μέγιστη και μέση τιμή του υπολογιστικού φόρτου για το 1^ο και 2^ο υποπρόβλημα αντίστοιχα και τα ΠΜΔΠ 1 ως 4. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν μικρή διακύμανση ως προς το υπό εξέταση πρόβλημα και το πλήθος των ατόμων των πληθυσμών. Η ένταξη των περιορισμών σχήματος αυξάνει τον υπολογιστικό φόρτο κατά 4.0% περίπου για τα ΠΜΔΠ 1 ως 3 και κατά 1.4% για το ΠΜΔΠ 4. Το προφίλ με τον υψηλότερο λόγο του υπολογιστικού φόρτου είναι το ΠΜΔΠ 3 ακολουθούμενο από τα ΠΜΔΠ 4, 1 και 2 αντίστοιχα.

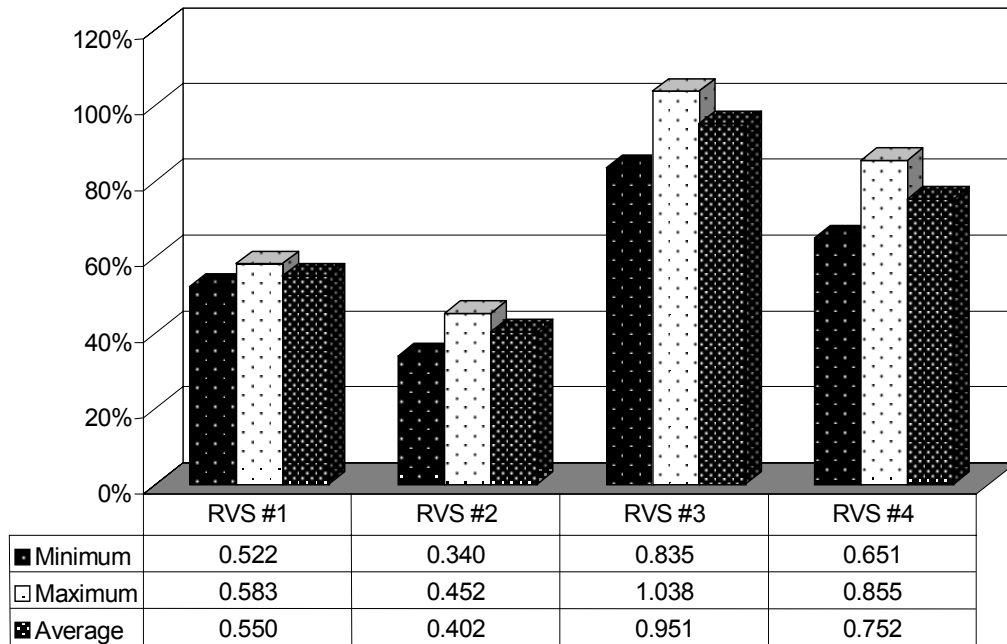


Διάγ. 4.27: Ευρωστία των πληθυσμών (2^ο Υποπρόβλημα)



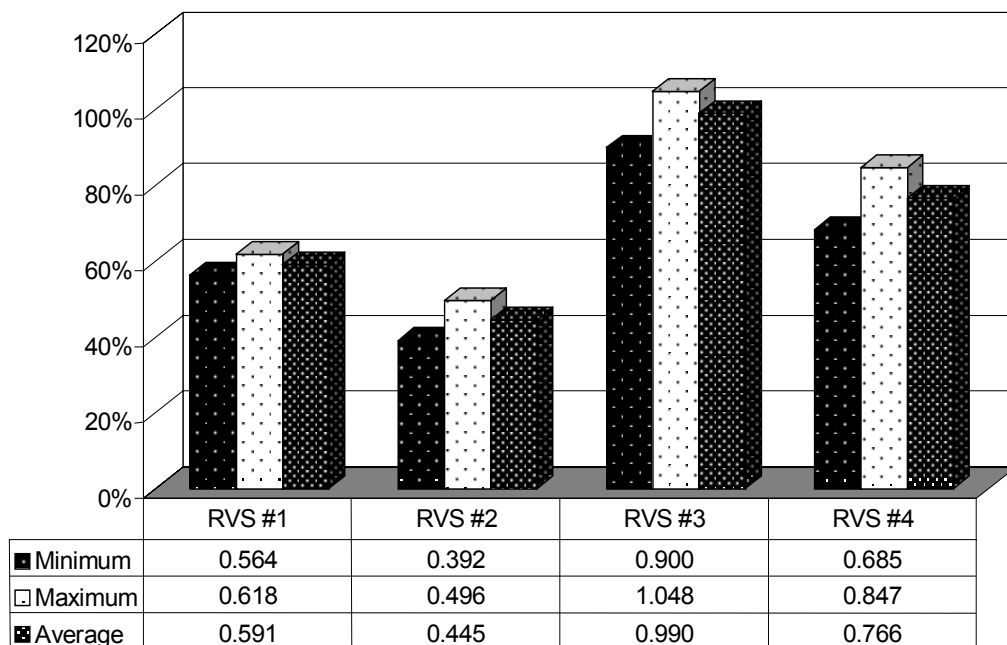
Διάγ. 4.28: Ποικιλότητα των πληθυσμών(2^ο Υποπρόβλημα).

Computational Effort (1st Problem)



Διάγ. 4.29: Υπολογιστικός φόρτος (ΓΑ – 100%, 1^ο Υποπρόβλημα).

Computational Effort (2nd Problem)

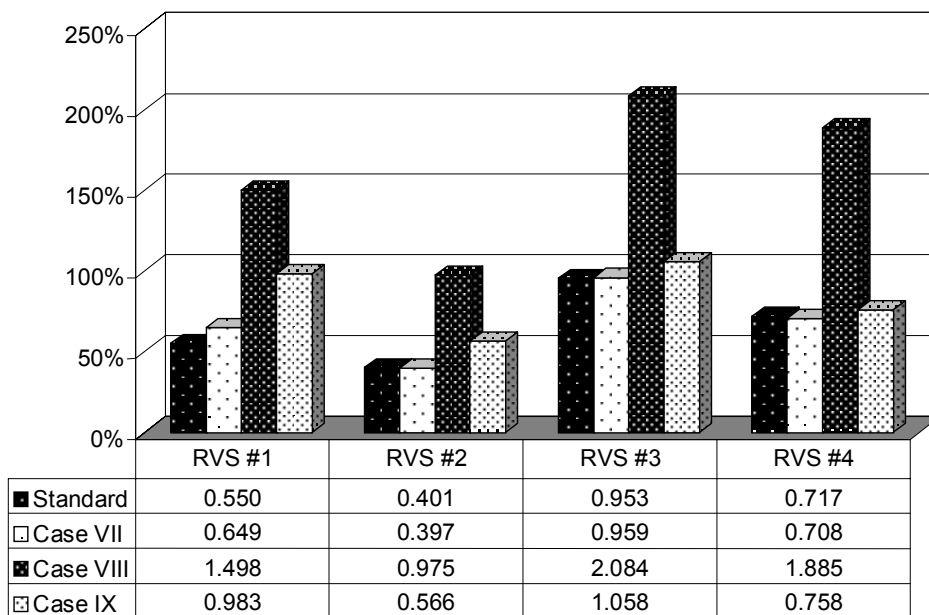


Διάγ. 4.30: Υπολογιστικός φόρτος (ΓΑ – 100%, 2^ο Υποπρόβλημα).

Στο Διάγ. 4.31, παρουσιάζεται ο υπολογιστικός φόρτος τις μελέτες VII ως IX και το 1^ο

υποπρόβλημα. Ο υπολογισμός του ελλείμματος σύμφωνα με τον τύπο II (συσσώρευση) οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου κατά περίπου 10% στην περίπτωση του ΠΜΔΠ 1. Για τα ΠΜΔΠ 2 ως 4 παρατηρούνται ανεπαίσθητες μεταβολές. Η αναδιανομή των πόρων (μελέτη VIII) οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου από 57.4% ως 116.8% για τα υπό εξέταση ΠΜΔΠ. Ο συνδυασμός της συσσώρευσης ελλείμματος και αναδιανομής οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 ίση με 43.3% και 16.5% αντίστοιχα ενώ για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 η αύξηση αυτή είναι ίση με 10.5% και 4.1% αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης του 2^{ου} προβλήματος δίδουν ανάλογη εικόνα. Ο υπολογιστικός φόρτος επηρεάζεται από την επιλογή των ΠΜΔΠ και από την αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει. Σε σχέση με τις υπόλοιπες παραμέτρους του ΣΑ δεν παρατηρούνται σημαντικές μεταβολές του υπολογιστικού φόρτου.

Computational Effort (1st Problem)

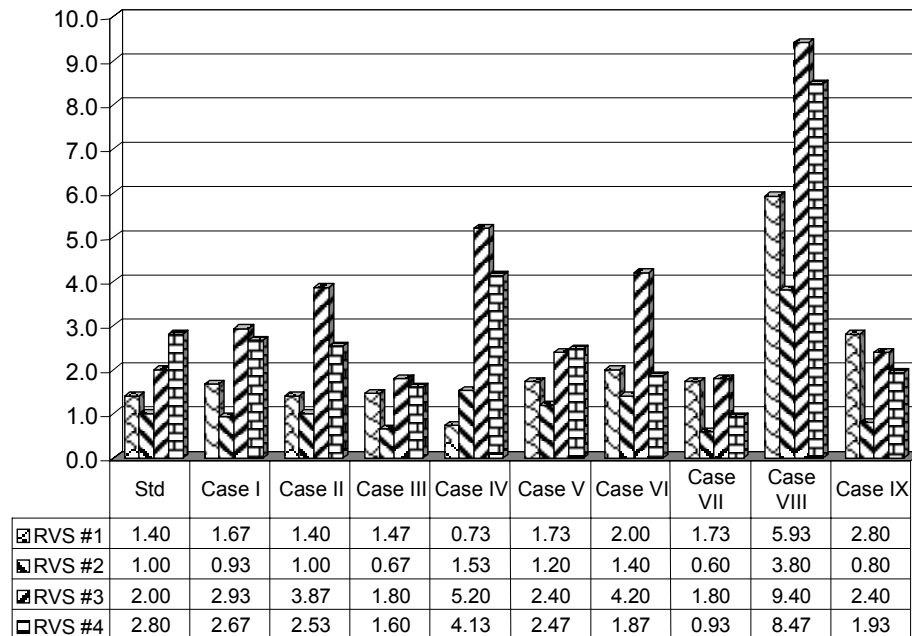


Διάγ. 4.31: Υπολογιστικός φόρτος (ΓΑ – 100%, 1^ο Υποπρόβλημα - Μελέτες)

Στο Διάγ. 4.32, παρουσιάζεται η ευρωστία R του ΣΑ για τις 10 μελέτες, για αρχικό πληθυσμό ατόμων ίσο με 40 και το 1^ο υποπρόβλημα. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τη μελέτη VIII ακολουθούμενη από τις μελέτες IV και VI αντίστοιχα. Ανάλογα αποτελέσματα παρατηρούνται και στην περίπτωση του 2^{ου} υποπροβλήματος. Στο Διάγ. 4.33, παρουσιάζεται η συνολική απόδοση (OE) της μεθόδου για τις 10 μελέτες, για αρχικό πληθυσμό ατόμων ίσο με 40 και το 1^ο υποπρόβλημα. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τις μελέτες IV, VIII και VI. Σε συνάρτηση με τα ΠΜΔΠ τα καλύτερα αποτελέσματα για τα ΠΜΔΠ 1 και 2

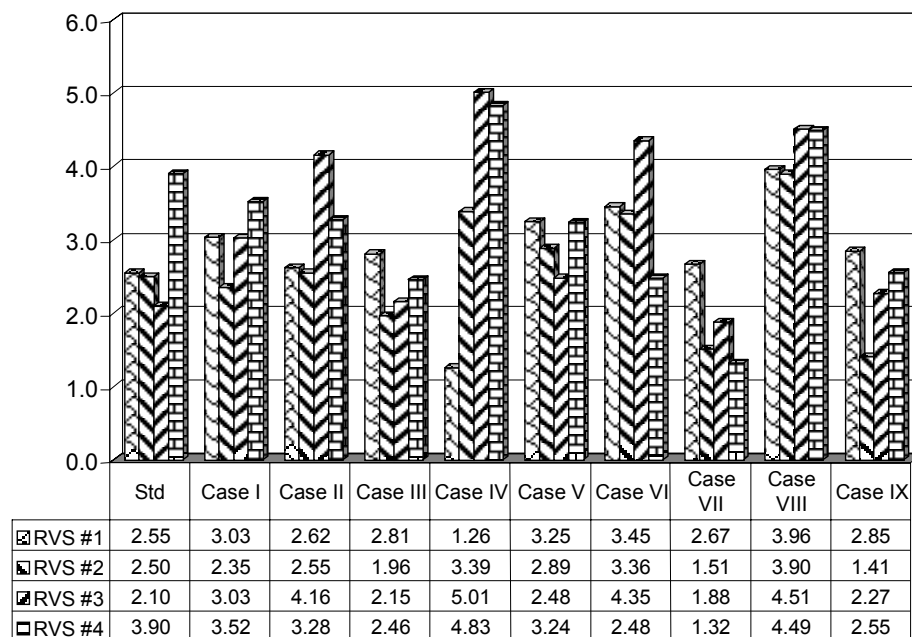
παρατηρούνται στην περίπτωση της μελέτης VIII ενώ για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 παρατηρούνται στην περίπτωση της μελέτης IV. Ανάλογα αποτελέσματα παρατηρούνται και στην περίπτωση του 2^ο υπό-προβλήματος.

Robustness Comparison (1st Problem)



Διάγ. 4.32: Ευρωστία (1^ο Υποπρόβλημα - Μελέτες)

Overall Efficiency Comparison (1st Problem)



Διάγ. 4.33: Συνολική απόδοση (OE) (1^ο Υποπρόβλημα - Μελέτες)

Ως προς την παράμετρο b της σχέσης (4.31) συμπεραίνεται ότι, αναλόγως της μορφής του ΠΜΔΠ, διαφορετικές τιμές του συντελεστή, για τα προβλήματα, μεγιστοποιούν τη συνολική απόδοση της μεθόδου. Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2, τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στην περίπτωση της μελέτης I (τιμή $b=5/6$). Για το ΠΜΔΠ 3, τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στην περίπτωση της μελέτης II (τιμή $b=0.5$) ενώ για το ΠΜΔΠ 4 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στην περίπτωση της αρχικής μελέτης (τιμή $b=2/3$). Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τιμές της παραμέτρου b που κυμαίνεται από 0.75 ως 1.00 ενώ στην περίπτωση των ΠΜΔΠ 3 και 4 τα καλύτερα αποτελέσματα αναμένονται για τιμές που κυμαίνονται από 0.50 ως 0.66.

Για την παράμετρο g της σχέσης (4.36) τα καλύτερα αποτελέσματα με εξαίρεση την περίπτωση του ΠΜΔΠ 1 παρατηρούνται για $g=1.2$ με τα αμέσως καλύτερα αποτελέσματα να προέρχονται για $g=1.0$ ενισχύοντας τον ισχυρισμό ότι τιμές της παραμέτρου αυτής γύρω στη μονάδα δίδουν και την υψηλότερη συνολική απόδοση.

Για την παράμετρο S_j και ΠΜΔΠ 1 και ΠΜΔΠ 2, τιμές μικρότερες της μονάδας ($S_j=0.5$) δίδουν τα καλύτερα αποτελέσματα. Από την άλλη μεριά δεν είναι δυνατόν να εξαχθούν συμπεράσματα για τα ΠΜΔΠ 3 και ΠΜΔΠ 4 καθώς για το ΠΜΔΠ 3 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $S_j=0.5$ ενώ στην περίπτωση του ΠΜΔΠ 4 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για $S_j=2.0$.

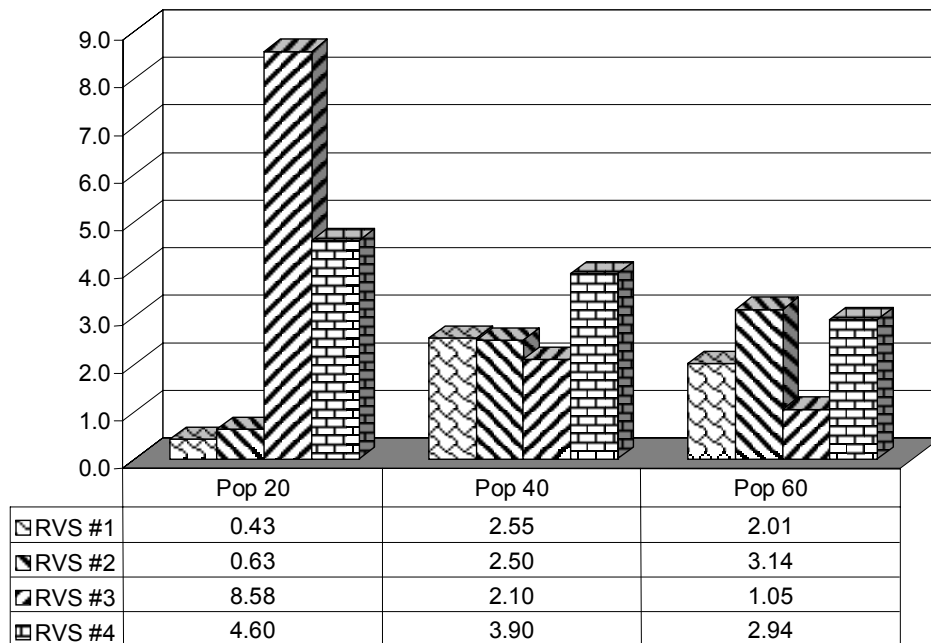
Ο υπολογισμός του ελλείμματος μέσω συσσώρευσης (μελέτη VII) οδηγεί σε βελτίωση της απόδοσης της προτεινόμενης μεθόδου για το ΠΜΔΠ 1 (μικρές σε σχέση με το μέγεθος του πληθυσμού μεταβολές των διαθέσιμων πόρων). Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται όταν οι διαθέσιμοι και απαιτούμενοι πόροι υπολογίζονται ανά γενεά και τα ελλείμματα δεν συσσωρεύονται στο χρόνο. Για το ΠΜΔΠ 2 η συσσώρευση του ελλείμματος οδηγεί σε μείωση της απόδοσης λόγω των πολύ σημαντικών μεταβολών στο πλήθος των ατόμων των εξελισσόμενων πληθυσμών.

Στο Διάγ. 4.34 και Διάγ. 4.35, παρουσιάζεται η συνολική απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου για το 1^ο και 2^ο υποπρόβλημα αντίστοιχα για διαφορετικούς αρχικούς πληθυσμούς με στόχο να εξεταστούν οι συνέπειες της επιλογής διαφορετικών αρχικών πληθυσμών.

Για αρχικό πληθυσμό 20 ατόμων τα ΠΜΔΠ 1 και ΠΜΔΠ 2 παρουσιάζουν ΟΕ μικρότερη της μονάδας όταν για τα ΠΜΔΠ 3 and ΠΜΔΠ 4 η απόδοση είναι ιδιαίτερα υψηλή. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 άτομα, η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για ΠΜΔΠ 2. Για αρχικό

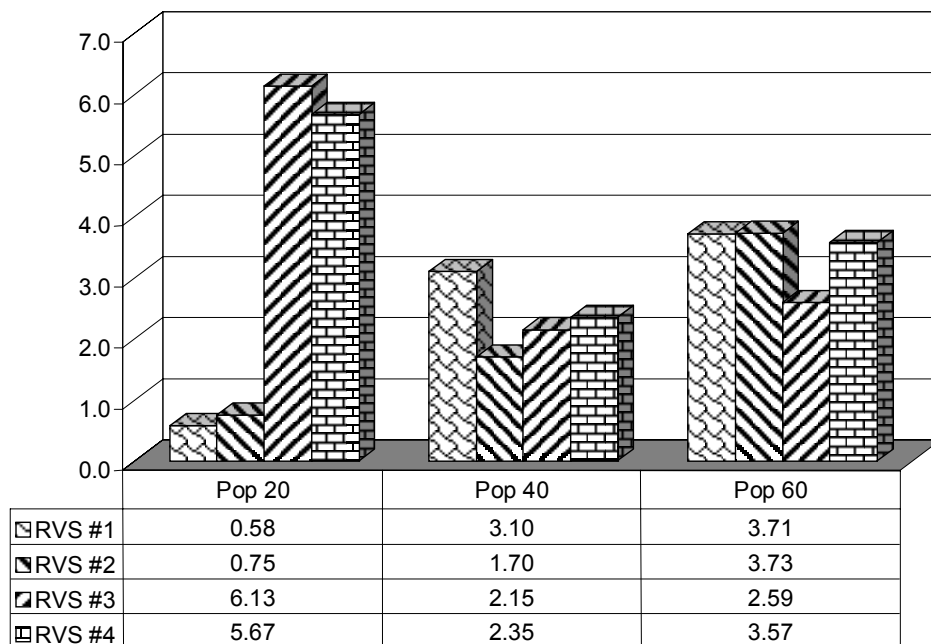
πληθυσμό ίσο με 40 άτομα η καλύτερη απόδοση παρατηρείται για τα ΠΜΔΠ 1 και 4.

Overall Efficiency Comparison (1st Problem)



Διάγ. 4.34: Συνολική απόδοση (OE) (1^ο Υποπρόβλημα - Μελέτες)

Overall Efficiency Comparison (2nd Problem)



Διάγ. 4.35: Συνολική απόδοση (OE) (2^ο Υποπρόβλημα - Μελέτες)

Γίνεται αντιληπτό ότι για μικρούς αρχικούς πληθυσμούς τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για εναλλασσόμενα ΠΜΔΠ. Αυτό οφείλεται στην ικανότητα του ΣΑ να ανακατανεύει τους διαθέσιμους πόρους ανάμεσα στους πληθυσμούς πριμοδοτώντας τους πληθυσμούς που τελικά οδηγούν σε περισσότερο βέλτιστους σχεδιασμούς. Αντίθετα στην περίπτωση όπου το πλήθος των ατόμων κρίνεται επαρκές τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για ΠΜΔΠ που μειώνουν τους διαθέσιμους πόρους στο χρόνο εφόσον η ευρωστία του σχήματος βελτιστοποίησης δεν μεταβάλλεται σημαντικά από τη μείωση αυτή αλλά από την άλλη μεριά έχουμε σημαντική μείωση του υπολογιστικού φόρτου.

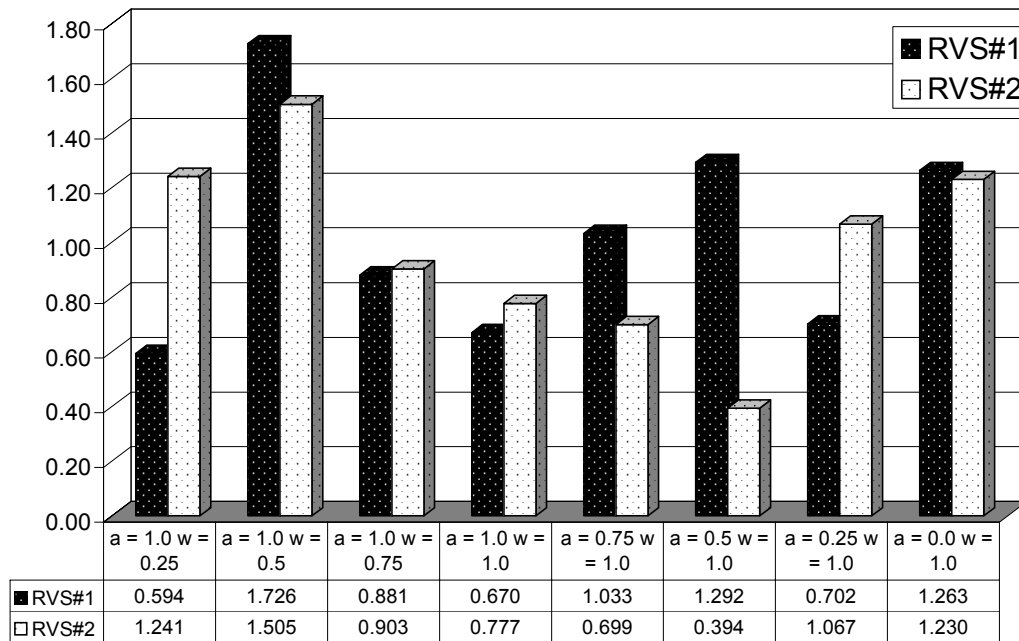
Τέλος ερευνάται η επιρροή των παραμέτρων a και w της σχέσης (4.31) που ελέγχουν τη συμμετοχή της ευρωστίας του πληθυσμού και της ευρωστίας του καλύτερου σχεδιασμού στο δείκτη συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ως ο λόγος της συνολικής απόδοσης της μεθόδου για συγκεκριμένη επιλογή παραμέτρων ως προς την συνολική απόδοση της μεθόδου για $a=1.0$ και $w=0.0$ αντίστοιχα.

Στο Διάγ. 4.36, παρουσιάζεται ο λόγος της συνολικής απόδοσης για το 1^ο υποπρόβλημα και ΠΜΔΠ 1 και 2. Η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για $a=1.0$ και $w=0.5$ με βελτίωση της απόδοσης κατά 72.6% και 50.5% αντίστοιχα. Για $a=0.0$ και $w=1.0$ παρατηρείται βελτίωση της συνολικής απόδοσης της τάξης του 25%. Για το 2^ο υποπρόβλημα τα καλύτερα αποτελέσματα δίδονται για τους συνδυασμούς $a=1.0$ και $w=0.25$ και $a=1.0$ και $w=0.50$.

Στο Διάγ. 4.37, παρουσιάζεται ο λόγος της συνολικής απόδοσης για το 1^ο υποπρόβλημα και ΠΜΔΠ 3 και 4. Τα καλύτερα αποτελέσματα για το ΠΜΔΠ 3 παρατηρούνται για $a=1.0$ και $w=1.0$ με βελτίωση της απόδοσης σε σχέση με τη βασική μελέτη κατά 47.3%. Για $a=0.0$ και $w=1.0$ παρατηρείται βελτίωση της συνολικής απόδοσης της τάξης του 30%. Για το ΠΜΔΠ 4 το σετ $a=1.0$ και $w=0.0$ παρουσιάζει την υψηλότερη συνολική απόδοση. Υψηλή συνολική απόδοση παρατηρείται ακόμα για: $\{a=1.0, w=1.0\}$, $\{a=0.25, w=1.0\}$ και $\{a=1.0, w=0.5\}$.

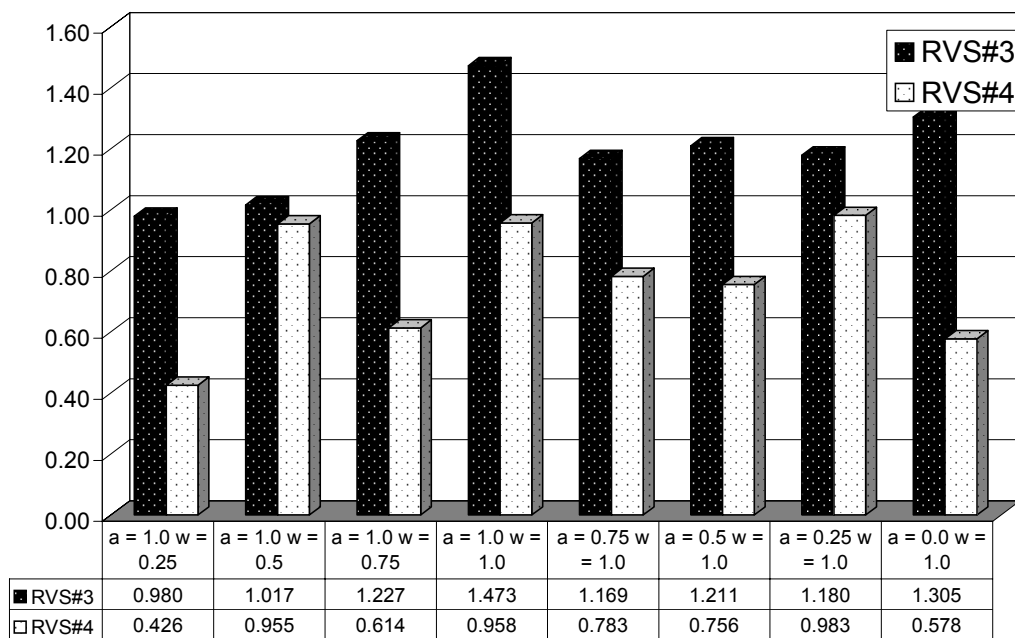
Στο Διάγ. 4.38, παρουσιάζεται ο λόγος της συνολικής απόδοσης για το 2^ο υποπρόβλημα και ΠΜΔΠ 3 και 4. Η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για $a=1.0$ και $w=0.75$ με βελτίωση της απόδοσης κατά 97.8% και 52.1% αντίστοιχα. Για $a=0.0$ και $w=1.0$ παρατηρείται βελτίωση της συνολικής απόδοσης της τάξης του 22% για το ΠΜΔΠ 3 ενώ για το ΠΜΔΠ 4 η συνολική απόδοση μειώνεται κατά 30% περίπου.

Overall Efficiency - Comparison (1st Problem)



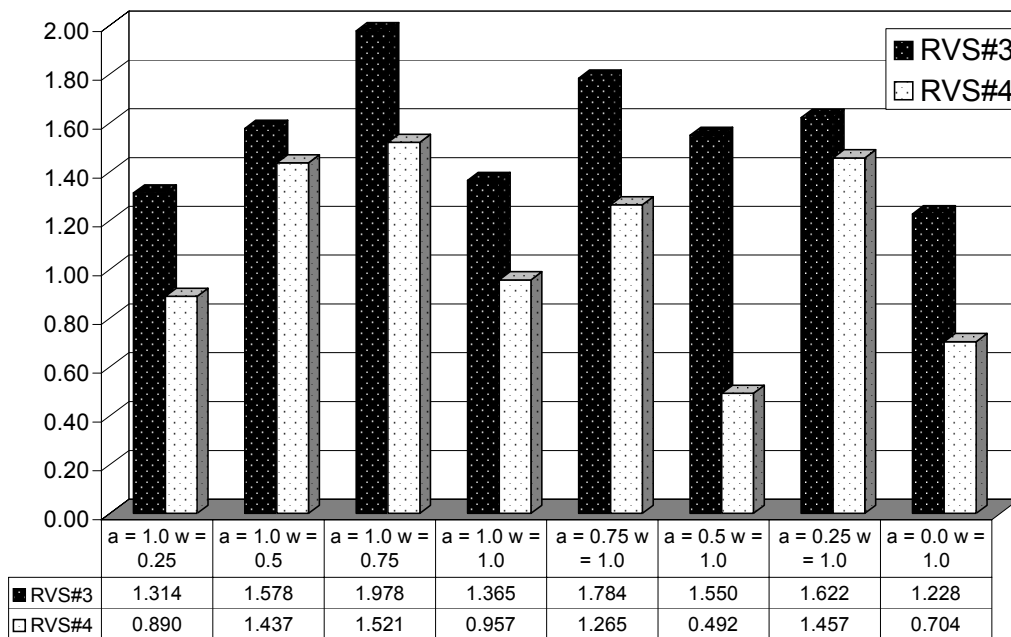
Διάγ. 4.36: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης (ΠΜΔΠ 1 και 2 - 1^ο Υποπρόβλημα).

Overall Efficiency - Comparison (1st Problem)



Διάγ. 4.37: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης (ΠΜΔΠ 3 και 4 - 1^ο Υποπρόβλημα).

Overall Efficiency - Comparison (2nd Problem)



Διάγ. 4.38: Σύγκριση της συνολικής απόδοσης (ΠΜΔΠ 3 και 4 - 2^ο Υποπρόβλημα).

4.7.3 Συμπεράσματα

Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 η υψηλότερη συνολική απόδοση παρατηρείται για μεγάλο αρχικό πληθυσμό. Για τον υπολογισμό του ελλείμματος πόρων συνιστάται ο Τύπος I έστω και αν ο Τύπος II προσομοιώνει με μεγαλύτερη πιστότητα ένα φυσικό σύστημα. Ο δείκτης ποικιλότητας παίζει σημαντικό ρόλο ώστε να διατηρηθεί η ικανότητα εξερεύνησης του χώρου των λύσεων οπότε προτείνονται υψηλές τιμές και για την παράμετρο *b*. Μικρές τιμές για την παράμετρο *S_j* οδηγούν σε αύξηση της ποικιλότητας των ζευγαριών εμπλοκής με αποτέλεσμα την ομαλότερη κατανομή του ελλείμματος μεταξύ των πληθυσμών του μεταπληθυσμού επιτρέποντας σε περισσότερους πληθυσμούς τη δυνατότητα να διατηρήσουν ή και να αυξήσουν το πλήθος των ατόμων τους.

Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4, ο πιο σημαντικός παράγων στη σύνθεση της συνολικής ευρωστίας του πληθυσμού είναι η ευρωστία των ατόμων του. Ο δείκτης ποικιλότητας δεν αποτελεί κρίσιμη παράμετρο στην περίπτωση αυτή, οπότε λόγοι του *a/b* υψηλότεροι της μονάδας αναμένεται να δώσουν και τα καλύτερα αποτελέσματα.

Συμπεραίνεται ότι για τα ΠΜΔΠ 1 και 2, για τη παράμετρο *a* και τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για *a=1.0* με τη παράμετρο *w* να κυμαίνεται από 0.25 ως 0.5. Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για ζεύγη τιμών όπου οι παράμετροι *a* και *w*

κυμαίνονται από 0.75 ως 1.0.

4.7.4 Αριθμητικά αποτελέσματα – Πρόβλημα λυγισμού

Παραλλαγή του δικτύωματος 25 μελών αποτελεί η περίπτωση όπου για τον υπολογισμό της αντοχής σε θλίψη λαμβάνονται υπόψη το φαινόμενο του λυγισμού. Ο συντελεστής απομείωσης της αντοχής σε θλίψη χ [33] προσομοιώνεται ως τ.μ που ακολουθεί λογαριθμική κατανομή [50] με διαφορετικούς δείκτες μεταβλητότητας.

Για τις ομάδες των μελών διατίθενται 16 πρότυπες κοίλες διατομές [33]. Η διάμετρος και το πάχος των διατομών αυτών παρουσιάζονται στον Πίν. 4.11. Οι μ.σ h_1 ως h_4 κυμαίνονται από 0.25m ως 3.00m ενώ για τις μ.σ h_5 ως h_7 η διακύμανση είναι από 0.0m ως 0.90m. Τα μήκη κάθε ανοίγματος l_1 και l_2 κυμαίνονται από 2.00m ως 3.75m. Οι παράμετροι των τ.μ του προβλήματος παρουσιάζονται στον Πίν. 4.12.

A/A	Τύπος Διατομής	d (mm)	t (mm)	A/A	Τύπος Διατομής	d (mm)	t (mm)
1	TUBO-Φ21.3x2.8	21.3	2.8	9	TUBO-Φ88.9x3.2	88.9	3.2
2	TUBO-Φ26.7x2.9	26.7	2.9	10	TUBO-Φ101.6x3.6	101.6	3.6
3	TUBO-Φ33.7x3.2	33.7	3.2	11	TUBO-Φ108.0x3.6	108.0	3.6
4	TUBO-Φ42.7x3.2	42.7	3.2	12	TUBO-Φ114.3x3.6	114.3	3.6
5	TUBO-Φ48.4x3.2	48.4	3.2	13	TUBO-Φ127.0x4.0	127.0	4.0
6	TUBO-Φ60.1x3.2	60.1	3.2	14	TUBO-Φ133.0x4.0	133.0	4.0
7	TUBO-Φ76.1x3.2	76.1	3.2	15	TUBO-Φ139.7x4.0	139.7	4.0
8	TUBO-Φ82.5x3.2	82.5	3.2	16	TUBO-Φ152.4x4.0	152.4	4.0

Πίν. 4.11: Διαθέσιμες διατομές (δικτύωμα 25 μελών)

Τυχαίες Μεταβλητές	Κατανομή	E[]	COV
Φορτίο P (kN)	LN	20, 30, 40	12.5%
Τάση Διαρροής (MPa)	LN	275.0	7.00%
Επιφάνεια Διατομής (cm ²)	LN	Μεταβλητή	10.0%
Μειωτικός παράγων χ	LN	Σύμφωνα με Ευρωκώδικες	0%† ~ 5% [50] ~ 10%

Πίν. 4.12: Μέση τιμή και διασπορά των τ.μ (δικτύωμα 25 μελών)

† Ντετερμινιστική Μεταβλητή

Αντιμετωπίζονται 9 συνολικά προβλήματα (3 τιμές για τη $E[P]$ και 3 διαφορετικές τιμές του δείκτη μεταβλητότητας του συντελεστή χ) με $L=10$ m και λόγο C_{fail}/C_{mat} ίσο με 20000. Ο συντελεστής ε της σχέσης (4.3) είναι ίσος με 0.1. Ο αρχικός πληθυσμός είναι ίσος με 40, 60, 80 και 100 σχεδιασμούς. Τα όρια της σχέσης (4.65) είναι ίσα με $P_{j,lim}=10^{-6}$ και $P_{s,lim}=5 \times 10^{-6}$.

Σε κάθε περίπτωση η διαδικασία βελτιστοποίησης επαναλαμβάνεται 10 φορές με διαφορετική τιμή σποράς ώστε να δημιουργηθεί το κατάλληλο στατιστικό δείγμα.

Ο μεταπληθυσμός αποτελείται από 12 πληθυσμούς. Τα χαρακτηριστικά τους παρουσιάζονται στον Πίν. 4.13. Οι κοινές τιμές των παραμέτρων της πιθανότητας μετάλλαξης δίδονται ως $\{t_{half}, t_{rest}\} = \{10, 40\}$ με βέλτιστη τιμή της στατικής πιθανότητας μετάλλαξης ίση με 0.02. Οι τιμές των παραμέτρων των κριτηρίων σύγκλισης δίδονται ως $\{C_{LU}^{min}, C_{LU}^{med}, C_{Lr}, C_{LVAR}\} = \{0.70, 0.85, 0.85, 0.05\}$. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται με την παρέλευση 250 γενεών. Για την πιθανότητα επιλογής των ατόμων του πληθυσμού η παράμετρος S_j είναι ίση με 2.5 και το ζεύγος των περισσότερο εύρωστων ατόμων επιβιώνει στην επόμενη γενεά.

Πληθυσμός	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P_{cr}	0.7	0.7	0.8	0.8	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	0.9
Τύπος	SPC	SPC	SPC	SPC	DPC	DPC	DPC	DPC	SPC	SPC	DPC	DPC
P_m	A	B	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A
Προφίλ A	$P_{init}=1\%$		$P_{final}=1\%$			Προφίλ B			$P_{init}=2\%$		$P_{final}=2\%$	

Πίν. 4.13: Παράμετροι GA

Στα διαθέσιμα ΠΜΔΠ του Διάγ. 4.3 προστίθενται τα ΠΜΔΠ 5 ως 7 του Διάγ. 4.39. Τα ΠΜΔΠ κατηγοριοποιούνται σε 4 ομάδες ανάλογα των χαρακτηριστικών μεταβολής τους: στην ομάδα συνεχούς μείωσης (ΠΜΔΠ 1 και 2), στην ομάδα διακύμανσης πόρων (ΠΜΔΠ 3 και 4), στην ομάδα με αρχική αύξηση πόρων και στη συνέχεια διαρκή μείωση (ΠΜΔΠ 5 και 7) και ένα προφίλ (ΠΜΔΠ 6) που αποτελεί συνδυασμό της 1^{ης} και 2^{ης} ομάδας. Οι σταθερές τιμές των παραμέτρων του ΣΑ δίδονται ως $\{a, c, d, e, f, g\} = \{1.0, 0.0, 0.2, 0.2, 0.2, 1.0\}$. Οι συνδυασμοί των παραμέτρων b, w και S_{CP} για κάθε ΠΜΔΠ παρουσιάζονται στον Πίν. 4.14 και βασίζονται στα αποτελέσματα της παραγράφου 4.7.2.

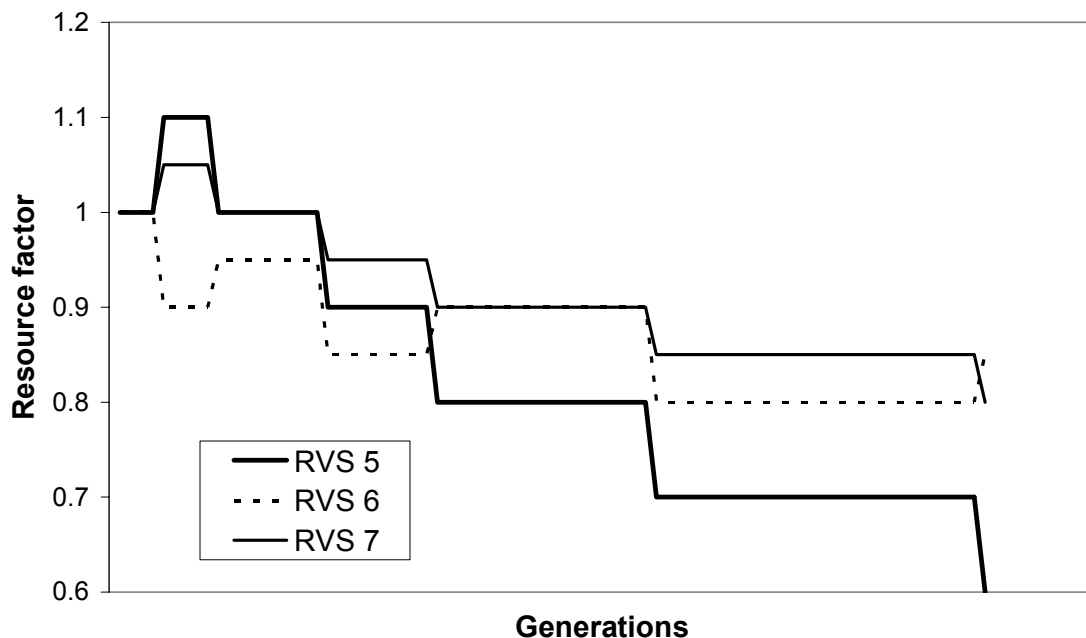
ΠΜΔΠ	b	w	S_{CP}	ΠΜΔΠ	b	w	S_{CP}
1 – 2	5/6	0.5	0.5	5 – 7	5/6	0.5	1.0
3 – 4	0.5	1.0	2.0	6	5/6	0.75	1.0

Πίν. 4.14: Παράμετροι w, b και S_{CP} .

Στην περίπτωση των ΠΜΔΠ 1 και 2, το πλήθος των ατόμων του μεταπληθυσμού μειώνεται με την εξέλιξη της διαδικασίας. Για την παράμετρο b επιλέγεται τιμή ίση με 5/6 υψηλότερη της τιμής της παραμέτρου w που είναι ίση με 0.5 ώστε να ευνοηθεί η εξέλιξη πληθυσμών με υψηλή ποικιλότητα. Η επιλογή τιμής του εκθέτη $S_{CP}=0.5$ για τον υπολογισμό της πιθανότητας επιλογής των πληθυσμών στην περίπτωση εμπλοκής μειώνει τις σχετικές διαφορές μεταξύ

των πληθυσμών ευνοώντας τον ορισμό ζευγών με σαφή διαφορά ως προς τη δυναμικότητα. Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 το πλήθος των ατόμων στο μεταπληθυσμό παρουσιάζει περιοδικότητα οπότε ο δείκτης ποικιλότητας του πληθυσμού δεν θεωρείται περισσότερο κρίσιμος παράγοντας στη συνάρτηση συνολικής ευρωστίας σε σχέση με την ευρωστία του ελιτίστικου σχεδιασμού. Άρα επιλέγεται υψηλή τιμή για το συντελεστή w ώστε να ευνοηθούν οι πληθυσμοί με πολύ καλή λύση ως προς το περισσότερο εύρωστο άτομο καθώς η σύγκλιση των πληθυσμών περίξ της βέλτιστης λύσης αναμένεται αργή. Για την παράμετρο S_{CP} επιλέγεται τιμή ίση με 2.0 ώστε η όξυνση των διαφορών μεταξύ των πληθυσμών να οδηγήσει σε μείωση της ποικιλίας των εμπλεκόμενων ζευγαριών αποβαίνοντας σε βάρος των λιγότερο εύρωστων πληθυσμών εφόσον αυξάνονται οι πιθανότητες εμπλοκής τους.

Resource Variation Schemes

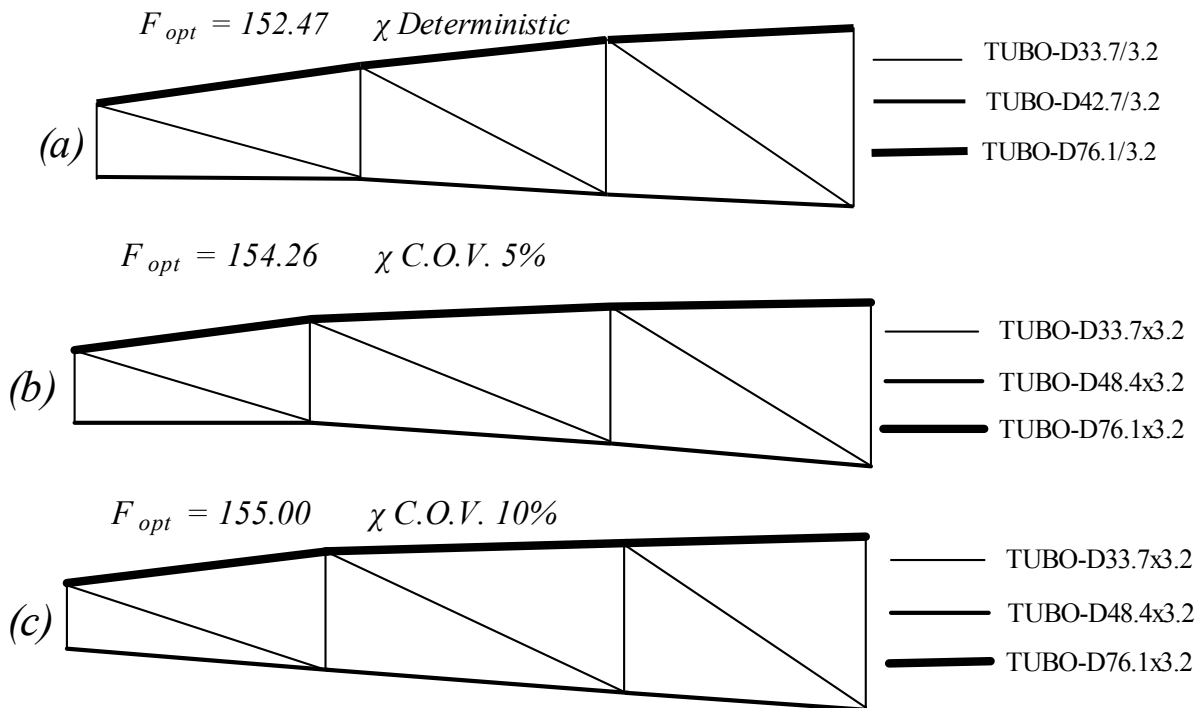


Διάγ. 4.39: Προφίλ μεταβολής διαθέσιμων πόρων 5 ως 7.

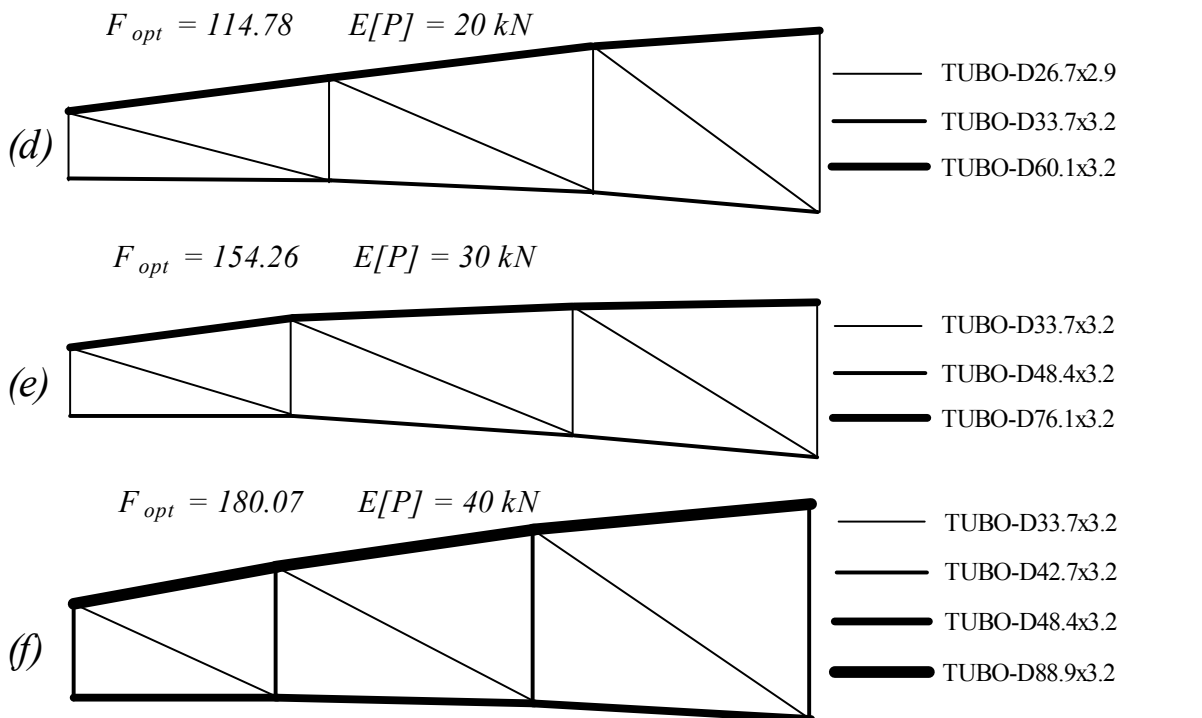
Για τα ΠΜΔΠ 5 και 7 επιλέγεται το ίδιο σεντ τιμών με αυτό των ΠΜΔΠ 1 και 2 καθώς μακροπρόθεσμα αναμένεται η μείωση του πληθυσμού για τις τιμές b και w . Για την παράμετρο S_{CP} επιλέγεται τιμή ίση με 1.0 που αποτελεί και τη μέση λύση μεταξύ της 1^{ης} και της 2^{ης} ομάδας ΠΜΔΠ. Τέλος για το ΠΜΔΠ 6 επιλέγεται για την παράμετρο w ο μέσος όρος των τιμών της 1^{ης} και 2^{ης} ομάδας (ΠΜΔΠ 1 και 2 και ΠΜΔΠ 3 και 4 αντίστοιχα) ενώ για την παράμετρο b επιλέγεται η τιμή της 1^{ης} ομάδας. Όπως και στην περίπτωση της 3^{ης} ομάδας (ΠΜΔΠ 5 και 7) η τιμή της παραμέτρου S_{CP} είναι ίση με 1.0.

Οι λύσεις με το μικρότερο κόστος για $E[P]=30\text{kN}$ και με δείκτες μεταβλητότητας για τη

παράμετρο χ ίσους με 0%, 5% και 10% αντίστοιχα, παρουσιάζονται στο Διάγ. 4.40. Στο Διάγ. 4.41, παρουσιάζονται οι βέλτιστοι σχεδιασμοί για 3 διαφορετικές τιμές της μέσης τιμής του φορτίου όταν ο συντελεστής χ θεωρείται τ.μ με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 5%.



Διάγ. 4.40: Βέλτιστοι Σχεδιασμοί ($E[P]=30$ kN).



Διάγ. 4.41: Βέλτιστοι Σχεδιασμοί (χ τ.μ COV ίσο 5%).

Στον Πίν. 4.15, παρουσιάζονται οι τιμές των μ.σ που ελέγχουν το σχήμα του δικτύματος. Η

μεταβολή του δείκτη μεταβλητότητας της παραμέτρου χ δεν οδηγεί σε σημαντικά διαφορετικούς βέλτιστους σχεδιασμούς (ως προς το κόστος και τις μ.σ που ελέγχουν τις διατομές του δικτυώματος). Οι διαφορές επικεντρώνονται στο σχήμα του δικτυώματος καθώς ο λόγος ύψους προς μήκος μειώνεται όσο αυξάνεται ο δείκτης μεταβλητότητας της παραμέτρου χ . Διαφορετικές τιμές της μέσης τιμής του φορτίου μεταβάλουν σημαντικά το σχήμα και τις διατομές του φορέα. Το κόστος παρουσιάζει μία σχεδόν γραμμική αύξηση ως προς τη μέση τιμή του φορτίου. Παρατηρείται ακόμα αύξηση του λόγου ύψους προς μήκος καθώς αυξάνεται η μέση τιμή του φορτίου με αντίστοιχη μείωση της τιμής της μ.σ l_1 και του αθροίσματος των μ.σ l_1+l_2 όσο αυξάνεται η μέση τιμή του φορτίου.

Η εξέλιξη του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για $E[P]=40\text{kN}$, και με δείκτη μεταβλητότητας για την παράμετρο χ ίσο με 10%, αρχικό πληθυσμό ίσο με 80 σχεδιασμούς και ΠΜΔΠ 1, παρουσιάζεται στο Διάγ. 4.42. Ο πληθυσμός 12 ανακαλύπτει τη βέλτιστη λύση στη γενεά 58 και οδηγείται σε σύγκλιση στη γενεά 71. Ο πληθυσμός 3 ανακαλύπτει σχεδιασμό 8.9% ακριβότερο του βέλτιστου στη γενεά 55 και η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται στη γενεά 58. Ο πληθυσμός 9 συγκλίνει σε λύση κατά 13.5% ακριβότερη της βέλτιστης και η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται στην 88^η γενεά.

Σχεδιασμός	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	H_7	l_1	l_2
a	1.00	1.50	1.85	2.00	0.0225	0.25	0.425	3.5	3.25
b	0.90	1.30	1.425	1.475	0.0	0.275	0.575	3.0	3.75
c	0.80	1.20	1.30	1.375	0.275	0.575	0.80	3.25	3.75
d	1.00	1.40	1.80	2.025	0.025	0.20	0.45	3.5	3.5
e	0.90	1.30	1.425	1.475	0.0	0.275	0.575	3.0	3.75
f	1.30	1.80	2.30	2.65	0.0125	0.10	0.325	2.75	3.50

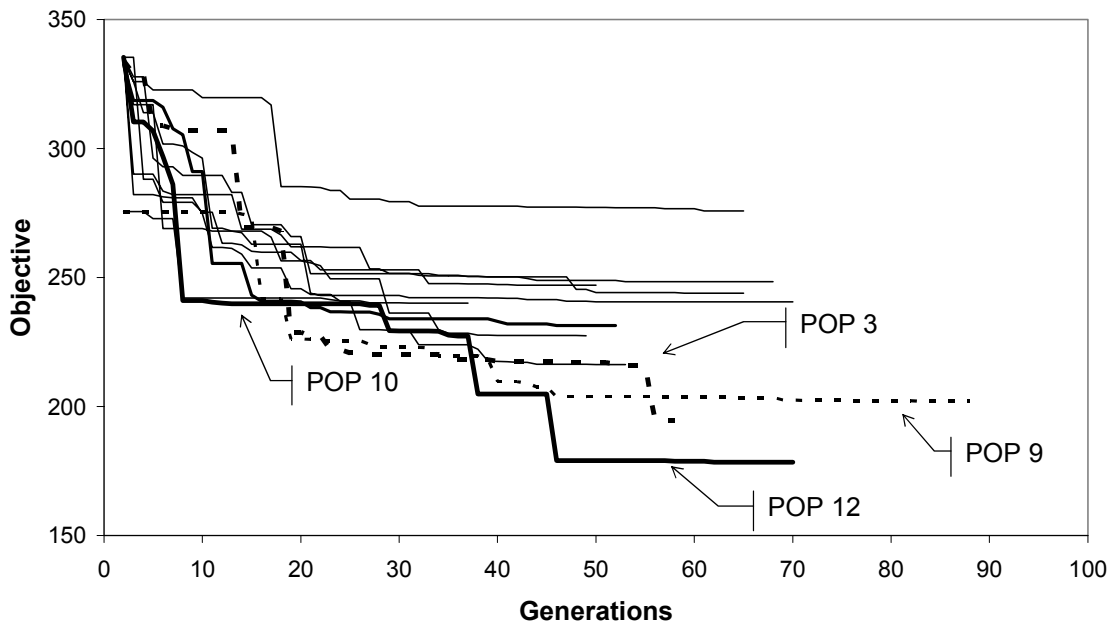
Πίν. 4.15: Τιμές των μ.σ για τις βέλτιστες σχεδιάσεις a ως f.

Στο Διάγ. 4.43, παρουσιάζεται η εξέλιξη του μεγέθους των πληθυσμών του μεταπληθυσμού για αρχικό πληθυσμό ίσο με 80 σχεδιασμούς και ΠΜΔΠ 1. Στη γενεά 10 (με τη μείωση των διαθέσιμων πόρων) εμφανίζονται και οι πρώτες συγκρούσεις. Για το πληθυσμό 12 παρατηρείται μία μικρή μεταβολή του πλήθους των ατόμων κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης (η διακύμανση αυτή είναι μικρότερη του 15%) που συνεπάγεται, για το ΠΜΔΠ, ευρωστία υψηλότερη του μέσου όρου.

Για το πληθυσμό 9 μέχρι την 50^η γενεά, οπότε παρατηρούνται 2 σημαντικές αυξήσεις του πλήθους των ατόμων ακολουθούμενες από μικρές διακυμάνσεις. Στην 71^η γενεά

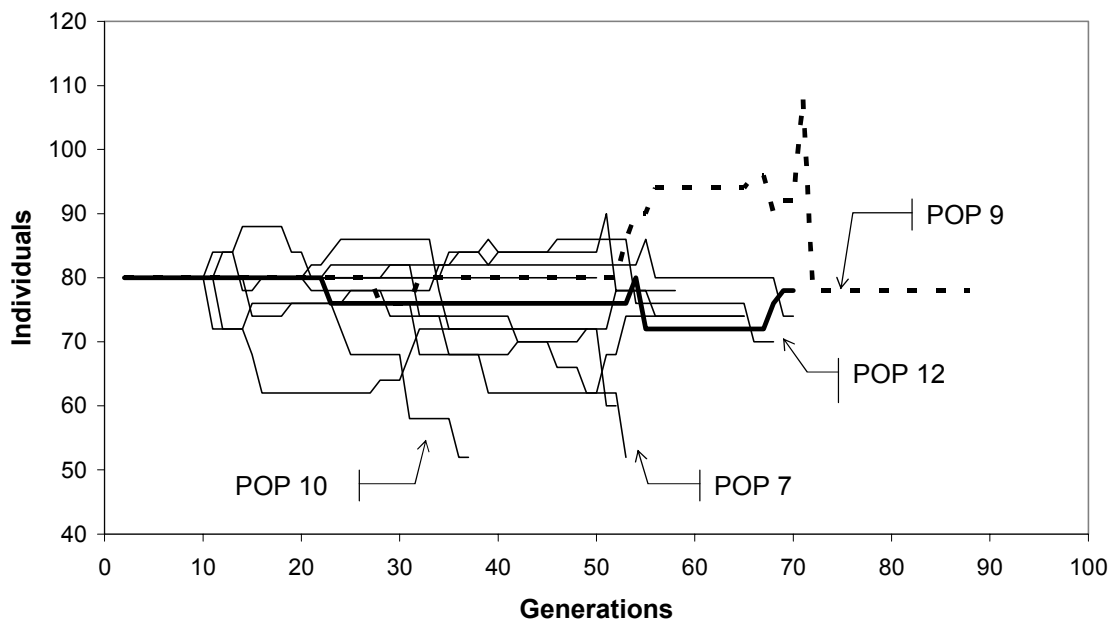
παρατηρείται μείωση του πληθυσμού λόγω έλλειψης πόρων. Οι πληθυσμοί 7 και 10, λόγω έντονου ανταγωνισμού συγκλίνουν πρόωρα στην 53^η και 37^η γενεά αντίστοιχα.

Evolution of the Objective of Best Individual



Διάγ. 4.42: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού ($E[P]=40\text{kN}$, χ τ.μ 10%)

Evolution of Population Size



Διάγ. 4.43: Μέγεθος πληθυσμών ($E[P]=40\text{kN}$, χ τ.μ 10%).

Στον Πίν. 4.16, παρουσιάζονται τα ΠΜΔΠ του ΣΑ που οδήγησαν στην ανακάλυψη της βέλτιστης λύσης. Για $E[P]=30\text{kN}$ οι βέλτιστες λύσεις ανακαλύπτονται στην περίπτωση του

ΠΜΔΠ 6, με αρχικό πληθυσμό ίσο με 100 σχεδιασμούς για τις περιπτώσεις όπου ο συντελεστής χ παρουσιάζει δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 5% και 10% αντίστοιχα. Όταν ο η παράμετρος χ θεωρείται ντετερμινιστική μεταβλητή, ο καλύτερος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από το ΠΜΔΠ 4 με αρχικό πληθυσμό ίσο με 100 σχεδιασμούς. Για $E[P]=40\text{kN}$ οι βέλτιστες σχεδιάσεις ανακαλύπτονται από το ΠΜΔΠ 1 με αρχικό πληθυσμό 80 ή 100 ατόμων. Για $E[P]=20\text{kN}$, οι βέλτιστες σχεδιάσεις ανακαλύπτονται για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 ή 80 σχεδιασμούς και ΠΜΔΠ 3 και 4 με εξαίρεση την περίπτωση όπου η παράμετρος χ παρουσιάζει δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10% οπότε ο βέλτιστος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ.

	Πρόβλημα	ΠΜΔΠ	Πλήθος	Πληθυσμός	Γενεά Βελ.	Σύγκλιση	Σπορά
20 kN	χ , Det [†]	ΠΜΔΠ 3	80	4	161	218	2
	χ , RV* 5%	ΠΜΔΠ 4	80	5	46	51	9
	χ , RV 10%	ΓΑ	60	3	69	94	2
30 kN	χ , Det	ΠΜΔΠ 4	100	2	49	67	4
	χ , RV 5%	ΠΜΔΠ 6	100	9	63	63	4
	χ , RV 10%	ΠΜΔΠ 6	100	8	121	122	8
40 kN	χ , Det	ΠΜΔΠ 1	100	2	95	100	4
	χ , RV 5%	ΠΜΔΠ 1	80	6	24	33	1
	χ , RV 10%	ΠΜΔΠ 1	80	12	58	71	7
Παρατηρήσεις		† Det Ντετερμινιστική Μεταβλητή			* RV Τυχαία Μεταβλητή		

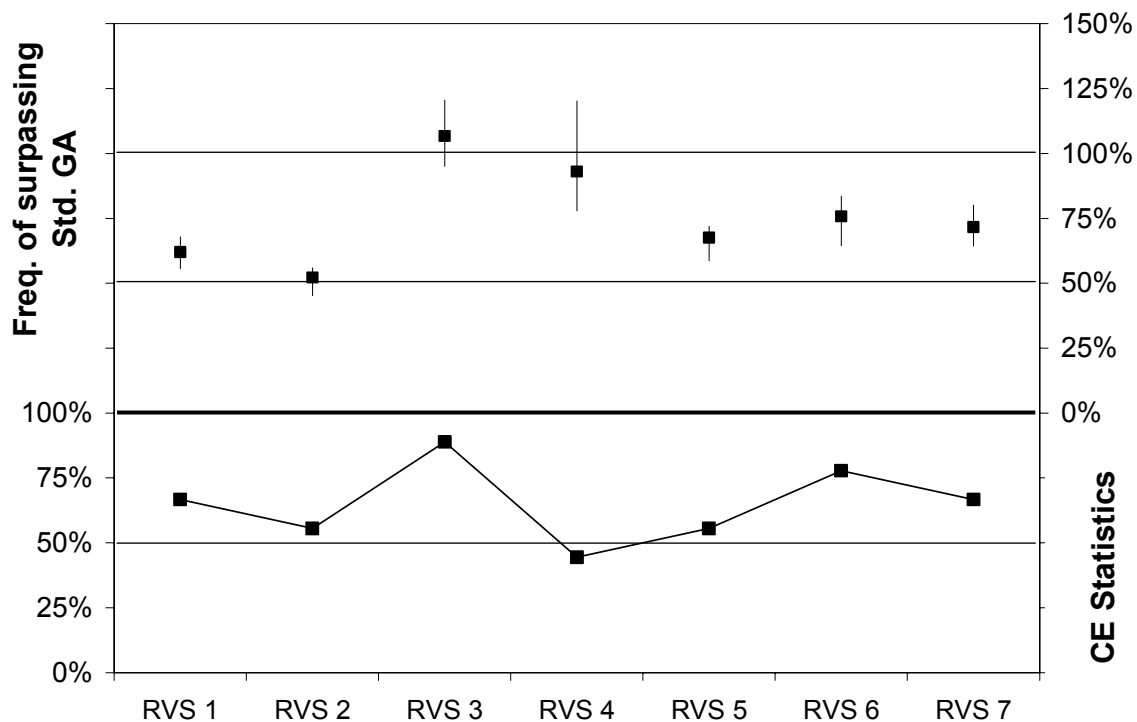
Πίν. 4.16: Παράμετροι της μεθόδου που δίδουν τις βέλτιστες σχεδιάσεις

Ως προς τα χαρακτηριστικά των ΓΑ (πιθανότητα διασταύρωσης, πιθανότητα μετάλλαξης και τύπο διασταύρωσης) δεν υπάρχουν στοιχεία που να δικαιολογούν την επιλογή συγκεκριμένου σετ παραμέτρων για τον ΓΑ. Η μέθοδος SPC και το σχήμα B εμφανίζεται σε 6 από τα 9 προβλήματα. Οι 3 διαφορετικές τιμές (0.7, 0.8 και 0.9) της πιθανότητας διασταύρωσης παρουσιάζονται 4, 3 και 2 φορές αντίστοιχα. Για την τιμή σποράς δεν παρατηρείται κάποια εύνοια για συγκεκριμένη ακολουθία ψευδοτυχαίων αριθμών. Το πλήθος των γενεών μέχρι την εύρεση της βέλτιστης τιμής κυμαίνεται από 24 ως 161 γενεές ενώ αντίστοιχα ο χρόνος το πλήθος των γενεών για σύγκλιση κυμαίνεται από 29 ως 218 γενεές.

Στο Διάγ. 4.44 παρουσιάζεται ο ελάχιστος μέγιστος και μέσος υπολογιστικός φόρτος και η συχνότητα με την οποία η μέθοδος δίδει βέλτιστη λύση καλύτερη από την αντίστοιχη βέλτιστη λύση του παράλληλου ΓΑ, για τα 7 ΠΜΔΠ. Το προφίλ με τον υψηλότερο λόγο του υπολογιστικού φόρτου είναι το ΠΜΔΠ 3 ακολουθούμενο από το ΠΜΔΠ 4, και το προφίλ με

το μικρότερο λόγο του υπολογιστικού φόρτου είναι το ΠΜΔΠ 2 ακολουθούμενο από το ΠΜΔΠ 1. Ως προς την ευρωστία του αλγόριθμου, με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 4, η μέθοδος επιτυγχάνει υψηλότερη συχνότητα εύρεσης λύσης που υπερτερεί της λύσης του παράλληλου ΓΑ (τιμή κατωφλίου ίση με 50%). Συγκρίνοντας τα προφίλ εντός των ομάδων το ΠΜΔΠ 1 υπερτερεί του ΠΜΔΠ 2, το ΠΜΔΠ 3 υπερτερεί του ΠΜΔΠ 4 και το ΠΜΔΠ 7 υπερτερεί του ΠΜΔΠ 5. Ειδικότερα το ΠΜΔΠ 3 επιτυγχάνει να υπερκεράσει τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ για κάθε πρόβλημα με εξαίρεση το πρόβλημα όπου $E[P]=20\text{kN}$ και χ τ.μ με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10% ενώ το ΠΜΔΠ 6 οδηγείται σε καλύτερο συνολικά βέλτιστο σχεδιασμό σε 7 από τα 9 προβλήματα με υπολογιστικό φόρτο ίσο με το 75%.

CE Statistics and freq. of surpassing std. GA



Διάγ. 4.44: Στατιστικές του υπολογιστικού φόρτου, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης.

Στα Διάγ. 4.45 ως Διάγ. 4.47 παρουσιάζεται η διασπορά του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για τα διάφορα ΠΜΔΠ και ο υπολογιστικός φόρτος για διαφορετικές μέσες τιμές του φορτίου και του δείκτη μεταβλητότητας της παραμέτρου χ . Στο Διάγ. 4.45 τα προφίλ ΠΜΔΠ 3 ως 6, παρουσιάζουν πιθανότητα εύρεσης λύσης καλύτερης της λύσης του παράλληλου ΓΑ υψηλότερη του 50% με μέγιστη τιμή ίση με 72.5% για το ΠΜΔΠ 4, παρόλο που οι ανεξάρτητα εξελισσόμενοι ΓΑ θα δώσουν και την καλύτερη δυνατή σχεδίαση. Η συχνότητα υπέρβασης για το ΠΜΔΠ 1 είναι ίση με 50% οπότε η ευρωστία της μεθόδου είναι ισοδύναμη με αυτή των ανεξάρτητα εξελισσόμενων ΓΑ. Αυτό επιτυγχάνεται όμως σε

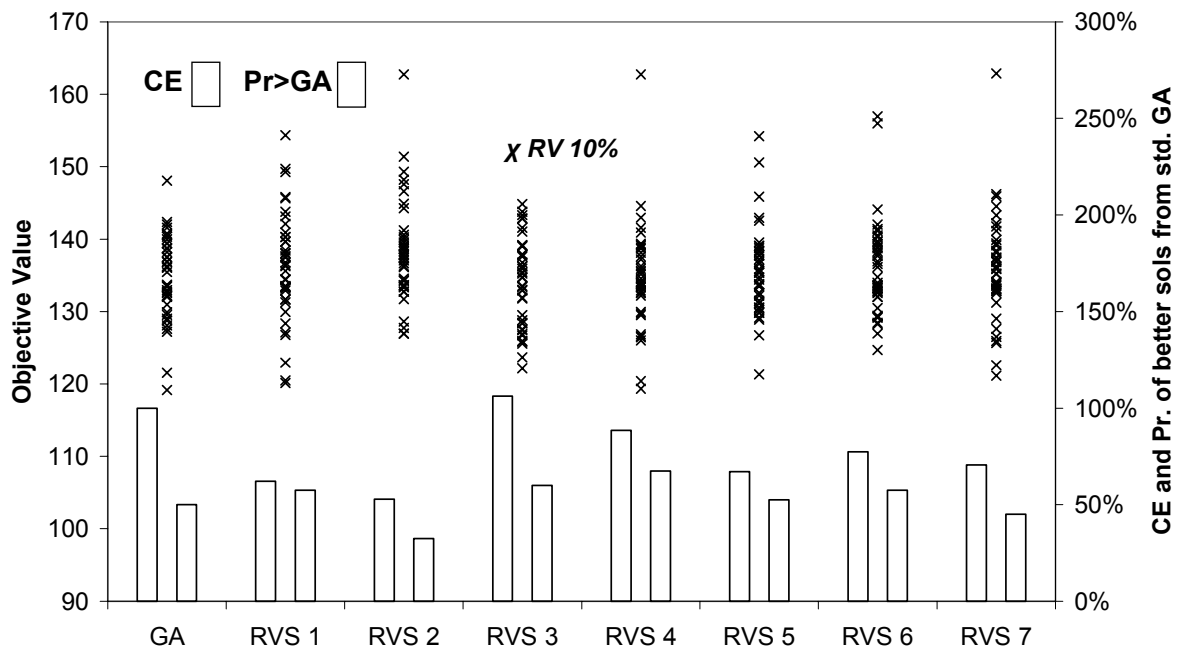
μικρότερο χρόνο καθώς ο υπολογιστικός φόρτος είναι ίσος με 63%.

Στο Διάγ. 4.46, όλα τα ΠΜΔΠ δίδουν σχεδιάσεις φθηνότερες από τον περισσότερο εύρωστο σχεδιασμό του παράλληλου ΓΑ. Η πιθανότητα εύρεσης λύσης καλύτερης της λύσης του παράλληλου ΓΑ είναι για όλα τα ΠΜΔΠ, με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 2, υψηλότερη του 50% με τις καλύτερες τιμές να παρατηρούνται για τα ΠΜΔΠ 3 και 6.

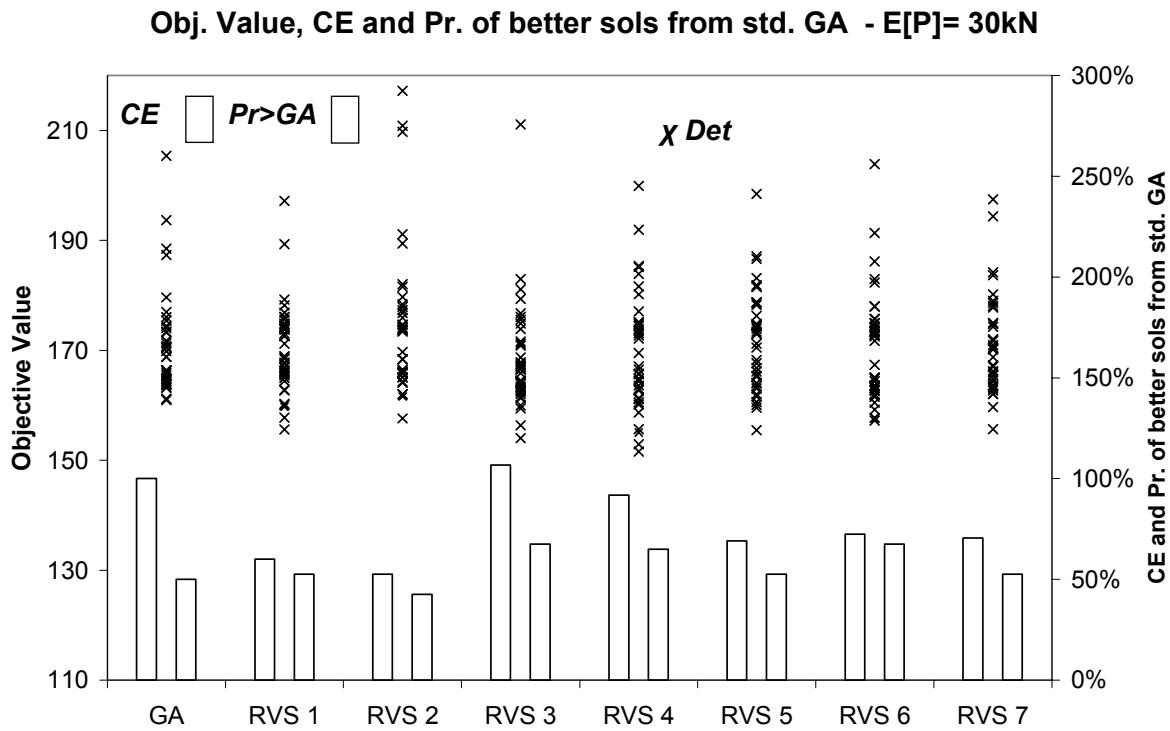
Στο Διάγ. 4.47 όλα τα ΠΜΔΠ, με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 4, δίδουν σχεδιάσεις φθηνότερες από τον περισσότερο εύρωστο σχεδιασμό του παράλληλου ΓΑ. Η πιθανότητα εύρεσης φθηνότερης λύσης από την αντίστοιχη του παράλληλου ΓΑ είναι ίση ή υψηλότερη του 50%.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει μεγαλύτερη συνολική απόδοση όσο αυξάνεται η δυσκολία του υπό εξέταση προβλήματος.

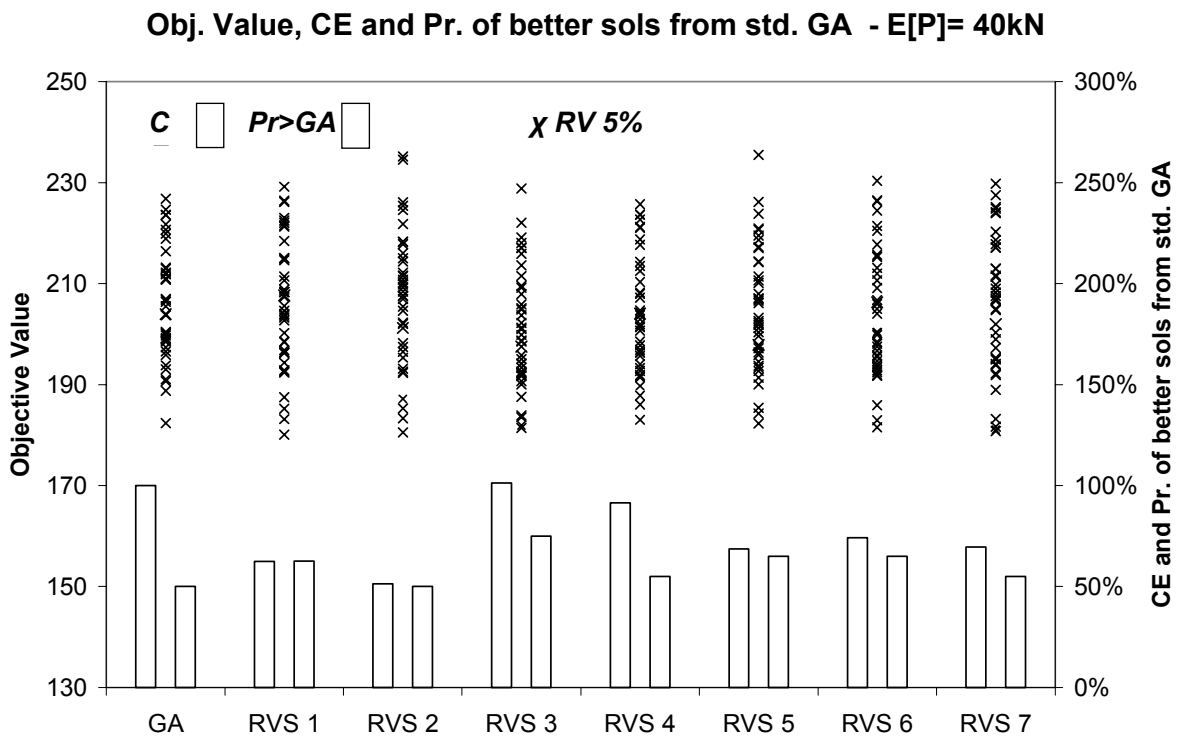
Obj. Value, CE and Pr. of better sols from std. GA - E[P]= 20kN



Διάγ. 4.45: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης (E[P]=20kN, χ τ.μ 10%)



Διάγ. 4.46: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης (E[P]=30kN, χ Ντετερμινιστική)



Διάγ. 4.47: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης (E[P]=40kN, χ τ.μ 5%)

Για το σύνολο των υπό εξέταση προβλημάτων η καλύτερη απόδοση παρατηρείται για όχι ιδιαίτερα υψηλές μεταβολές των διαθέσιμων πόρων που οδηγούν τη μέθοδο σε πρόωρη σύγκλιση. Πολύ καλά αποτελέσματα παρατηρούνται για τα ΠΜΔΠ 5 ως 7 δηλαδή τα ΠΜΔΠ για τα οποία επιβάλλεται αύξηση των διαθέσιμων πόρων στα αρχικά στάδια της διαδικασίας βελτιστοποίησης ακολουθούμενη από μείωση των διαθέσιμων πόρων καθώς και ΠΜΔΠ που συνδυάζουν μία περιοδική με μία φθίνουσα ακολουθία διαθέσιμων πόρων.

4.7.5 Συμπεράσματα

Η μέθοδος ελέγχει επαρκώς τη διαδικασία βελτιστοποίησης και ευνοεί τους πληθυσμούς που οδηγούν στις καλύτερες λύσεις. Το ΣΑ ελέγχει με επιτυχία τους ΓΑ ώστε να συγκλίνουν στις βέλτιστες λύσεις με μικρότερο κόστος. Η συνολική απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου για το υπό εξέταση πρόβλημα αποτελεί και ισχυρή ένδειξη της καταλληλότητας του για αντίστοιχα προβλήματα. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για ΠΜΔΠ που συνδυάζουν περιοδική με φθίνουσα ακολουθία διαθέσιμων πόρων ή που παρουσιάζουν αύξηση των διαθέσιμων πόρων στα αρχικά στάδια της βελτιστοποίησης ακολουθούμενη από διαδοχικές μειώσεις των πόρων αυτών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρατίθενται, για προβλήματα υψηλού υπολογιστικού κόστους η πλέον κατάλληλη επιλογή είναι το ΠΜΔΠ 1 που συνδυάζει υψηλή ευρωστία και χαμηλό υπολογιστικό φορτίο. Για προβλήματα όπου το υπολογιστικό κόστος δεν αποτελεί περιοριστικό παράγοντα το ΠΜΔΠ 3 αποτελεί και τη βέλτιστη επιλογή. Τα ΠΜΔΠ 6 και 7 αποτελούν και τις βέλτιστες επιλογές όταν ζητείται και χαμηλό υπολογιστικό φορτίο και υψηλή ευρωστία. Στην παράγραφο 4.17, παρουσιάζεται μελέτη των συνεπειών στην απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με την ποσοστιαία μεταβολή των διαθέσιμων πόρων.

4.8 Βέλτιστος σχεδιασμός υπερστατικών φορέων με περιορισμούς αξιοπιστίας

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως [27]:

$$\min C(A_i) = \sum_{m=1}^{N_i} V_m(A_i) \cdot C_{mat} + P_{f,s} \cdot C_{fail} \quad i = 1, \dots, N_{DV} \quad (4.74)$$

Υπό τους περιορισμούς [27]:

$$g_j(A_i) = \frac{P_{f,j}}{P_{j,lim}} - 1.0 \leq 0, \quad g_s(A_i) = \frac{P_{f,s}}{P_{s,lim}} - 1.0 \leq 0 \quad (4.75)$$

όπου N_t είναι το πλήθος των μελών του δικτύματος, V_m είναι ο όγκος του m μέλους, C_{mat} και C_{fail} είναι το κόστος ανά μονάδα όγκου του υλικού του δικτύματος και το κόστος λόγω αστοχίας του φορέα, P_{fj} και $P_{f,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας του μέλους και το αντίστοιχο όριο και $P_{f,s}$ και $P_{s,lim}$ είναι η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής και το αντίστοιχο όριο της. Η τιμή $P_{s,lim}$ ορίζεται ίση με 10^{-6} που αναλογεί σε δείκτη αξιοπιστίας $\beta=4.754$. Η τιμή της $P_{f,lim}$ ορίζεται ίση με 10^{-5} που αναλογεί σε δείκτη αξιοπιστίας $\beta=4.265$. Ο λόγος C_{fail}/C_{mat} είναι ίσος με 20000 και το κόστος του υλικού ορίζεται ίσο με $20\text{MU}/\text{m}^3$. Η τιμή του συντελεστή ποινης είναι ίση με 100.0 και η τιμή του συντελεστή ε είναι ίση με 0.1. Σε κάθε περίπτωση η διαδικασία βελτιστοποίησης επαναλαμβάνεται 10 φορές με διαφορετική τιμή σποράς ώστε να δημιουργηθεί το κατάλληλο στατιστικό δείγμα.

Ο μεταπληθυσμός αποτελείται από 6 πληθυσμούς. Τα χαρακτηριστικά τους παρουσιάζονται στον Πίν. 4.17. Οι τιμές των παραμέτρων της πιθανότητας μετάλλαξης δίδονται ως $\{P_{init}, P_{final}, t_{half}, t_{rest}\} = \{0.1, 0.01, 10, 5\}$. Οι τιμές των παραμέτρων των κριτηρίων σύγκλισης της σχέσης (4.14) δίδονται ως $\{C_{LU}^{min}, C_{LU}^{med}, C_{Lr}, C_{LVAR}\} = \{0.70, 0.85, 0.85, 0.05\}$. Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται όταν το πλήθος των γενεών ξεπεράσει τις 20. Η παράμετρος S_j είναι ίση με 1.0 και το ζεύγος των περισσότερο εύρωστων ατόμων επιβιώνει στην επόμενη γενεά (περισσότερες λεπτομέρειες για το σκεπτικό της επιλογής της τιμής της παραμέτρου S_j παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.20).

Πληθυσμός	1	2	3	4	5	6
P_{cr}	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	0.9
Τύπος	SPC	DPC	SPC	DPC	SPC	DPC

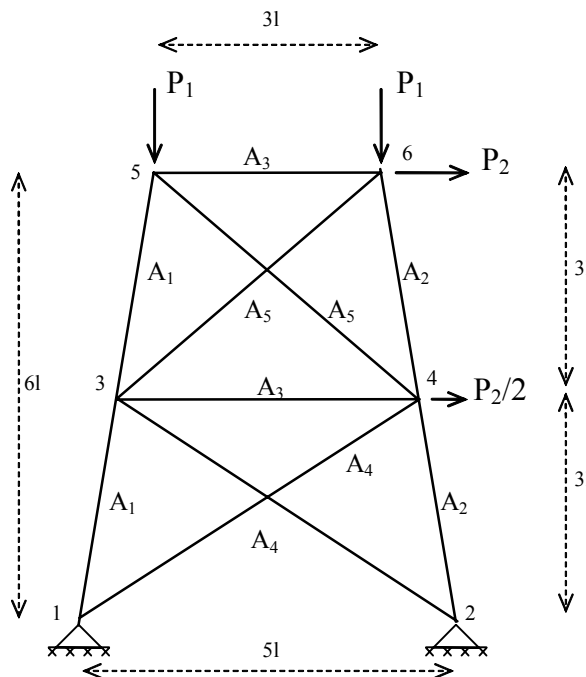
Πίν. 4.17: Παράμετροι GA

Οι διαθέσιμοι πόροι μεταβάλλονται ανάλογα του ΠΜΔΠ 1 που παρουσιάζεται στο Διάγ. 4.3. Το σχήμα αυτό επιβάλλει μείωση ίση με το 1/6 (το 100% των πόρων που απαιτούνται για την επιβίωση ενός πληθυσμού – περισσότερες λεπτομέρειες για το σκεπτικό της επιλογής του ποσοστού μεταβολής των διαθέσιμων πόρων παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.17) των αρχικώς διαθέσιμων πόρων κάθε 5 γενεές. Οι τιμές των παραμέτρων του ΣΑ κατά την ανάλυση δίδονται ως $\{a, b, c, w, d, e, f, g, S_{CP}\} = \{1.0, 5/6, 0.0, 0.5, 0.2, 0.2, 0.1, 1.0, 1.0\}$ και η έκδοση της προτεινόμενης μεθόδου που χρησιμοποιείται είναι η ALG#4. Οι μελέτες που οδήγησαν στην επιλογή της έκδοσης αυτής για τα προβλήματα υπό εξέταση παρουσιάζονται στις παραγράφους 4.18 και 4.19. Η παράμετρος S_{CP} είναι ίση με 1.0 Η τιμή αυτή επιλέγεται βάσει των παραμετρικών μελετών για τους ALG#3 και ALG#4 με στόχο τη βελτίωση της ικανότητας εξερεύνησης της μεθόδου. Τα αποτελέσματα των συνεπειών της επιλογής αυτής,

παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.20.

4.9 Βέλτιστος σχεδιασμός δικτύωματος 10 μελών με περιορισμούς αξιοπιστίας

Στο Διάγ. 4.48, παρουσιάζεται επίπεδο δικτύωμα 10 μελών που αποτελεί το 3^ο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 3. Ως μ.σ του προβλήματος ορίζονται τα εμβαδά των διατομών των ομάδων. Οι διαθέσιμες διατομές για κάθε μ.σ παρουσιάζονται στο Πίν. 4.11. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 4.18.



Διάγ. 4.48: Επίπεδο υπερστατικό δικτύωμα 10 μελών (3^ο πρόβλημα)

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	3	2	2	4	3	3	5	4	4	6
5	3	4	6	5	6	7	1	4	8	2	3
9	3	6	10	4	5						

Πίν. 4.18: Αρίθμηση μελών δικτύωματος 10 μελών.

† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος

Συνολικά απαιτούνται, $5 \times 4 = 20$ δυφία για το πλήρη ορισμό του προβλήματος. Το σύνολο των πιθανών λύσεων είναι ίσο με 2^{20} (1,048,576) σχεδιασμούς. Η βέλτιστη τιμή της στατικής πιθανότητας μετάλλαξης είναι ίση με 5% [49], [67]. Για το 3^ο πρόβλημα εξετάζονται 2 υποπροβλήματα με $E[P_i]$ ίσο με 40kN, και 60kN αντίστοιχα. Ως τ.μ του προβλήματος ορίζονται η τάση διαρροής σε θλίψη και εφελκυσμό οι επιφάνειες των διατομών και τα

επιβαλλόμενα φορτία. Ο συντελεστής απομείωσης της αντοχής χ θεωρείται ντετερμινιστική μεταβλητή. Οι συντελεστές των τ.μ για το υπό εξέταση πρόβλημα παρουσιάζονται στο Πίν. 4.19. Οι παράμετροι του αλγόριθμου ανάλυσης αξιοπιστίας είναι [27]: $\max\{n_{f,j}\}=7$, $\max\{n_j\}=600$, $L[IFM]=2$, $f_{vol}=1.0$, $f_{RV}=f_{cut-off}=0.10$, $f_{s,c}=0.10$, $f_{s,cp}=0.70$ και για την κατανομή της ευρωστίας των ομάδων των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας χρησιμοποιείται η 2^η παραλλαγή. Το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας λαμβάνεται ίσο με 20. Περισσότερες πληροφορίες για τις παραμέτρους της μεθόδου ανάλυσης αξιοπιστίας και τη συμπεριφορά του αλγορίθμου παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 3.

Τυχαίες Μεταβλητές	$\sigma_{t,y}$	$\sigma_{c,y}$	P_1	P_2	A_i
Κατανομή	LN	LN	N	N	LN
E	27.5 kN/cm ²	24.0 kN/cm ²	Υποπροβλήματα		Πίν. 4.11
COV	0.07	0.07	0.15 (3 ^ο πρόβλημα)		0.10
	0.07	0.07	0.30 (4 ^ο πρόβλημα)		0.10

Πίν. 4.19: Συντελεστές τ.μ (μέση τιμή και δείκτης μεταβλητότητας)

Για $E[P_{1,2}]=40\text{kN}$ ο βέλτιστος σχεδιασμός δίδεται ως $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\} = \{\Phi60.1/3.2, \Phi60.1/3.2, \Phi48.4/3.2, \Phi76.1/3.2, \Phi60.1/3.2\}$. Η $P_{f,s}$ του σχεδιασμού αυτού είναι ίση με 9.79×10^{-8} με σχετικό λάθος ίσο με 1.78×10^{-8} , που αντιστοιχεί σε $\beta=5.204$. Η τιμή του $P_{f,s}$ είναι κατά μία τάξη μεγέθους μικρότερη του αντίστοιχου ορίου.

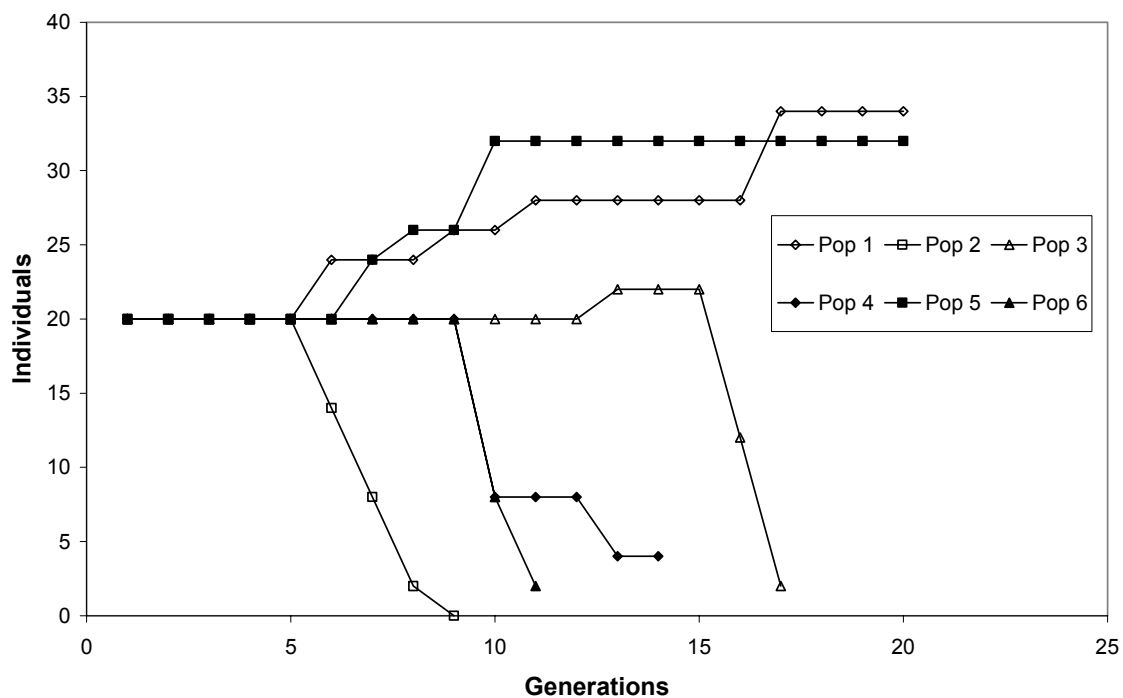
Για $E[P_{1,2}]=60\text{kN}$ ο βέλτιστος σχεδιασμός δίδεται ως $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\} = \{\Phi60.1/3.2, \Phi101.6/3.6, \Phi101.6/3.6, \Phi82.5/3.2, \Phi60.1/3.2\}$. Η $P_{f,s}$ του σχεδιασμού αυτού είναι ίση με 4.47×10^{-7} με σχετικό λάθος ίσο με 8.68×10^{-8} , που αντιστοιχεί σε $\beta=4.914$. Σε σχέση με το 1^ο υποπρόβλημα παρατηρείται μία αύξηση της $P_{f,s}$ ίση με 500% περίπου. Αυτό αποδίδεται στη μεγαλύτερη σημασία του κόστους ανέγερσης καθώς έχουμε αύξηση του όγκου του υλικού που απαιτείται σε σχέση με το 1^ο υποπρόβλημα.

Στα Διάγ. 4.49 ως Διάγ. 4.52, παρουσιάζεται η εξέλιξη του πλήθους των ατόμων και του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για $E[P_{1,2}]=40\text{kN}$ και $E[P_{1,2}]=60\text{kN}$. Για το 1^ο υποπρόβλημα, οι πληθυσμοί 1 και 5 ανακαλύπτουν το βέλτιστο σχεδιασμό. Οι πληθυσμοί αυτοί αναγνωρίζονται από το ΣΑ ως και οι περισσότερο εύρωστοι πληθυσμοί. Αυτό επιβεβαιώνεται και από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου ατόμου του Διάγ. 4.50. Η μεταβολή του μεγέθους των πληθυσμών ξεκινά την 6^η γενεά αμέσως μετά τη πρώτη μείωση των διαθέσιμων πόρων. Οι πληθυσμοί 1 και 5 αυξάνουν το

πλήθος των ατόμων τους σε βάρος του πληθυσμού 2 που οδηγείται σε εξαφάνιση στην 9^η γενεά. Στη 10^η γενεά οι πληθυσμοί 1 και 5 εμπλέκουν ταυτόχρονα τους πληθυσμούς 4 και 6 αναγκάζοντας τους σε πρόωρη σύγκλιση. Στη 15^η γενεά ο πληθυσμός 1 εμπλέκεται με τον πληθυσμό 3 με αποτέλεσμα την πρόωρη σύγκλιση του τελευταίου στη 17^η γενεά.

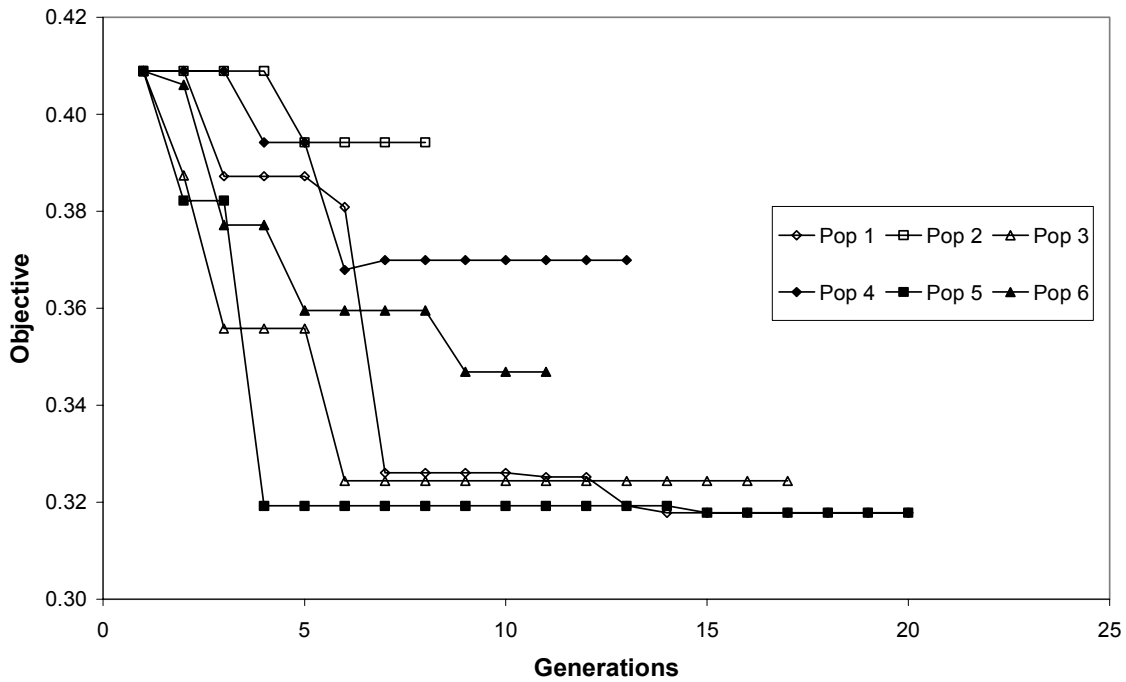
Για το 2^ο υποπρόβλημα ο πληθυσμός 3 ανακαλύπτει το βέλτιστο σχεδιασμό. Στην πρώτη φάση της διαδικασίας βελτιστοποίησης η αντικειμενική συνάρτηση του περισσότερο εύρωστου ατόμου του πληθυσμού αυτού είναι υψηλότερη των αντίστοιχων τιμών των λύσεων των συνεξελισσόμενων πληθυσμών. Οι υψηλές τιμές όμως του δείκτη ποικιλότητας και του συντελεστή ευρωστίας του πληθυσμού έχουν ως αποτέλεσμα υψηλή τιμή για τη συνολική ευρωστία του πληθυσμού αυτού με αποτέλεσμα να κυριαρχεί επί των υπολοίπων στις μεταξύ τους εμπλοκές και να αυξάνει το πλήθος των ατόμων του. Ο πληθυσμός αυτός τελικά προς το τέλος της διαδικασίας δικαιώνει την εμπιστοσύνη του ΣΑ και ανακαλύπτει το βέλτιστο σχεδιασμό. Η μεταβολή του μεγέθους των πληθυσμών ξεκινά την 5^η γενεά σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Διάγ. 4.51 με την επιβολή της μείωσης των διαθέσιμων πόρων. Στην γενεά αυτή παρατηρείται μείωση των ατόμων του πληθυσμού 6. Στη 7^η γενεά παρατηρείται μία ελαφρά μείωση των ατόμων του πληθυσμού 1.

Evolution of Population Size



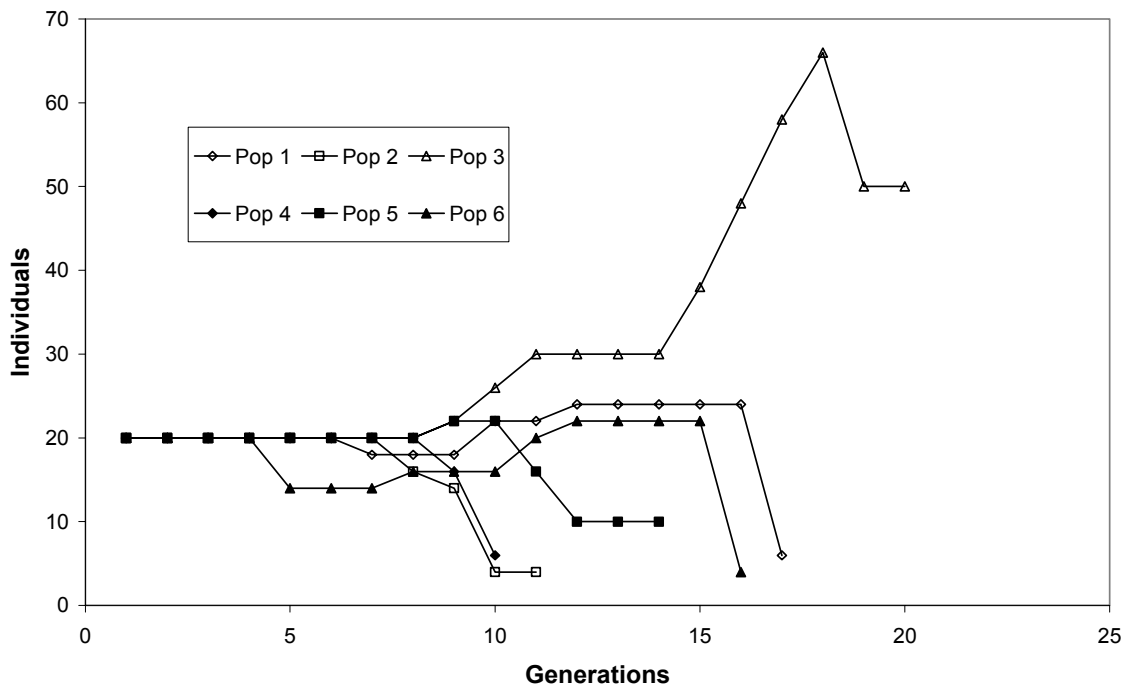
Διάγ. 4.49: Μέγεθος πληθυσμών (3^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$)

Evolution of the objective of best Individual



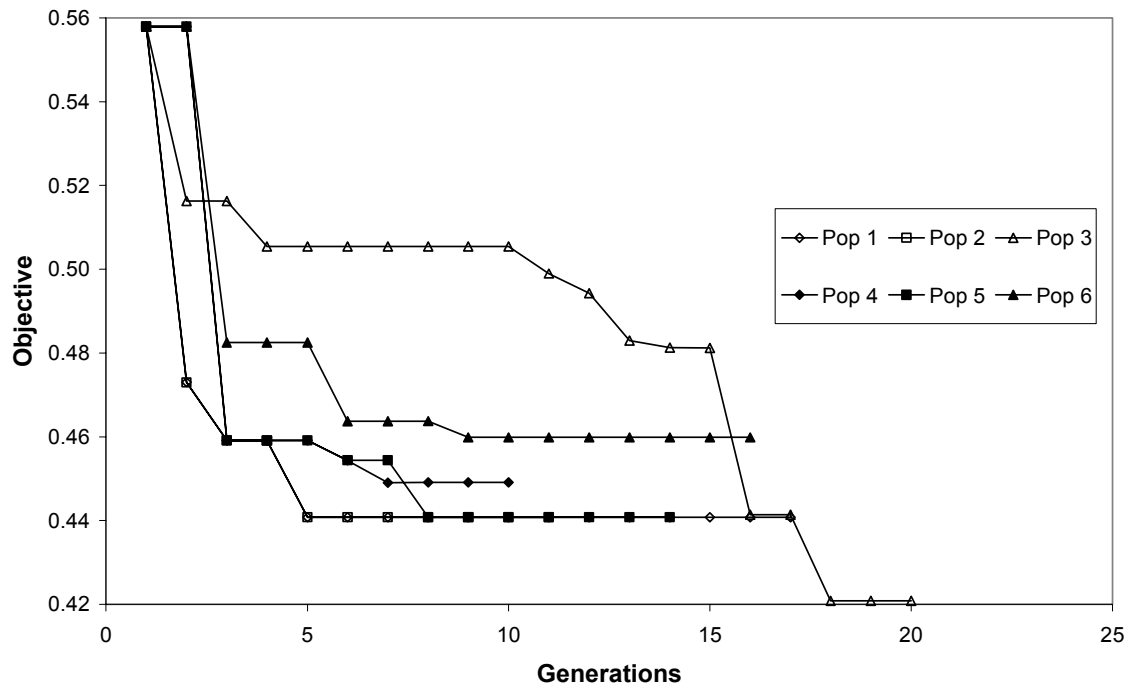
Διάγ. 4.50: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού (3^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$)

Evolution of Population Size



Διάγ. 4.51: Μέγεθος πληθυσμών (3^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$)

Evolution of the objective of best Individual



Διάγ. 4.52: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού, (3^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$)

Η συχνότητα των εμπλοκών αυξάνεται σημαντικά μετά την 8^η γενεά και κορυφώνεται στην 10^η με 12^η γενεά όπου οι πληθυσμοί 2 και 4 εξαναγκάζονται σε πρόωρη σύγκλιση με ταυτόχρονη αύξηση του πλήθους των ατόμων για τους πληθυσμούς 3 και 1. Ο πληθυσμός 5 συγκλίνει πρόωρα στη 14^η γενεά σε λύση 5% περίπου ακριβότερη της βέλτιστης λύσης. Μετά τη 15^η γενεά όπου και ο πληθυσμός 3 ανακαλύπτει τη βέλτιστη λύση οι εμπλοκές του με τους πληθυσμούς 1 και 6, οδηγούν σε αύξηση του πλήθους των ατόμων του πληθυσμού αυτού και σε πρόωρη σύγκλιση των πληθυσμών 1 και 6. Τρεις πληθυσμοί (1, 2 και 5) συγκλίνουν σε λύση κατά 4.5% ακριβότερη του βέλτιστου σχεδιασμού για το 2^ο υποπρόβλημα.

Από τη σύγκριση των βέλτιστων σχεδιάσεων για τα 2 υποπροβλήματα συμπεραίνεται ότι ο πληθυσμός 3 στο 2^ο υποπρόβλημα συγκλίνει σε λύση κατά 2.5% ακριβότερη του βέλτιστου σχεδιασμού που υποδεικνύεται από τους πληθυσμούς 1 και 5 στο 1^ο υποπρόβλημα.

4.10 Βέλτιστος σχεδιασμός χωροδικτύωματος 25 μελών με περιορισμούς αξιοπιστίας

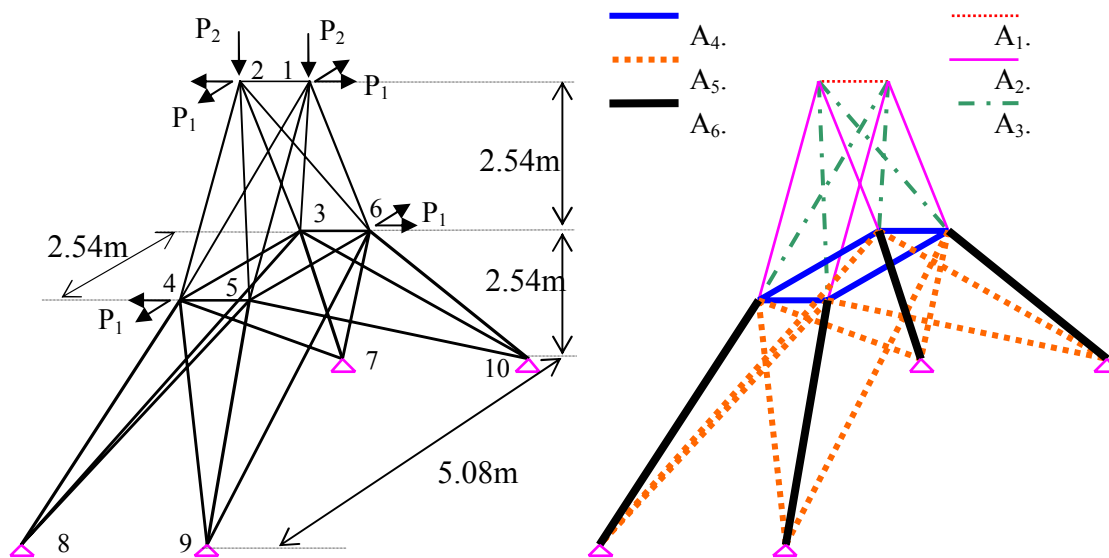
Στο Διάγ. 4.53 παρουσιάζεται χωρικό δικτύωμα 25 μελών [15], [16], που αποτελεί το 4^ο πρόβλημα βελτιστοποίησης που αντιμετωπίζεται στη διατριβή αυτή. Η υπερστατικότητα του φορέα είναι ίση με 12. Ως μ.σ του προβλήματος ορίζονται τα εμβαδά των διατομών των

ομάδων. Η αρίθμηση των μελών παρουσιάζεται στον Πίν. 4.20. Οι διαθέσιμες διατομές για κάθε μ.σ παρουσιάζονται στο Πίν. 4.11. Συνολικά απαιτούνται, $6 \times 4 = 24$ δυφία για το πλήρη ορισμό του προβλήματος. Το σύνολο των πιθανών λύσεων είναι ίσο 2^{24} (16,777,216) σχεδιασμούς. Η βέλτιστη τιμή της στατικής πιθανότητας μετάλλαξης είναι ίση με 4.167% [49], [67]. Για το 4^ο πρόβλημα εξετάζονται 2 υποπροβλήματα με $E[P_i]$ ίσο με 40kN, και 60kN αντίστοιχα. Οι παράμετροι του αλγόριθμου ανάλυσης αξιοπιστίας και του αλγόριθμου βελτιστοποίησης είναι όπως και στην περίπτωση του 3^{ου} προβλήματος [27], με τη διαφορά ότι το πλήθος των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας είναι ίσο με 40.

Μέλος	ΚΑ†	ΚΠ‡	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ	Μέλος	ΚΑ	ΚΠ
1	1	2	2	2	6	3	1	5	4	1	4
5	2	3	6	2	4	7	2	5	8	1	3
9	1	6	10	4	5	11	5	6	12	3	6
13	3	4	14	5	10	15	6	9	16	6	7
17	3	10	18	3	8	19	4	7	20	5	8
21	4	9	22	5	9	23	6	10	24	3	7
25	4	8									

Πίν. 4.20: Αρίθμηση μελών χωροδικτύωματος 25 μελών.

† Κόμβος Αρχής ‡ Κόμβος Πέρατος



Διάγ. 4.53: Υπερστατικό χωροδικτύωμα 25 μελών (4^ο πρόβλημα)

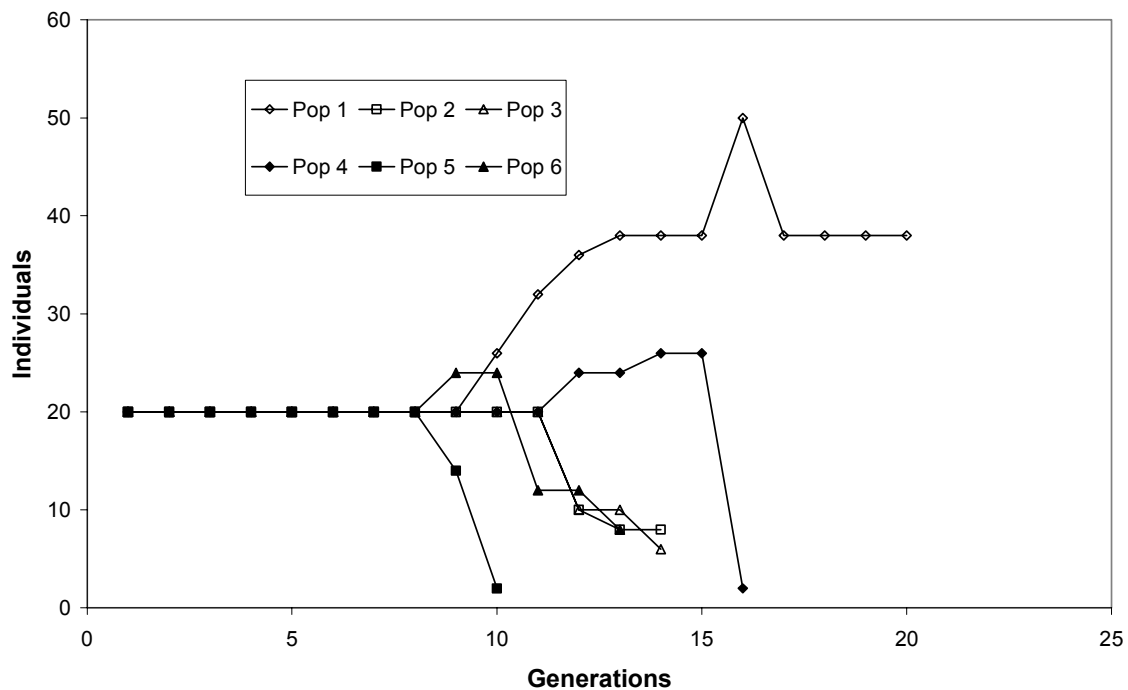
Για $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$ ο βέλτιστος σχεδιασμός δίδεται ως $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\} = \{\Phi 42.7/3.2, \Phi 42.7/3.2, \Phi 60.1/3.2, \Phi 48.4/3.2, \Phi 42.7/3.2, \Phi 48.4/3.2\}$. Η $P_{f,s}$ του σχεδιασμού αυτού είναι ίση με 3.51×10^{-7} με σχετικό λάθος ίσο με 6.09×10^{-8} , που αντιστοιχεί σε $\beta = 4.961$. Η τιμή του

$P_{f,s}$ είναι κατά 65% μικρότερη του ορίου.

Για $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$ ο βέλτιστος σχεδιασμός δίδεται ως $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\} = \{\Phi 76.1/3.2, \Phi 76.1/3.2, \Phi 76.1/3.2, \Phi 42.7/3.2, \Phi 48.4/3.2, \Phi 60.1/3.2\}$. Η $P_{f,s}$ του σχεδιασμού αυτού είναι ίση με 3.84×10^{-7} με σχετικό λάθος ίσο με 8.43×10^{-8} , που αντιστοιχεί σε $\beta = 4.944$. Όπως και στην περίπτωση του 3^{ου} προβλήματος η αύξηση της μέσης τιμής του φορτίου οδηγεί σε αύξηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής.

Στα Διάγ. 4.54 ως Διάγ. 4.55, παρουσιάζεται η εξέλιξη του πλήθους των ατόμων και του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$. Ο βέλτιστος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από τους πληθυσμούς 1 και 2. Ο πληθυσμός αυτός αμείβεται με περισσότερα άτομα κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Evolution of Population Size



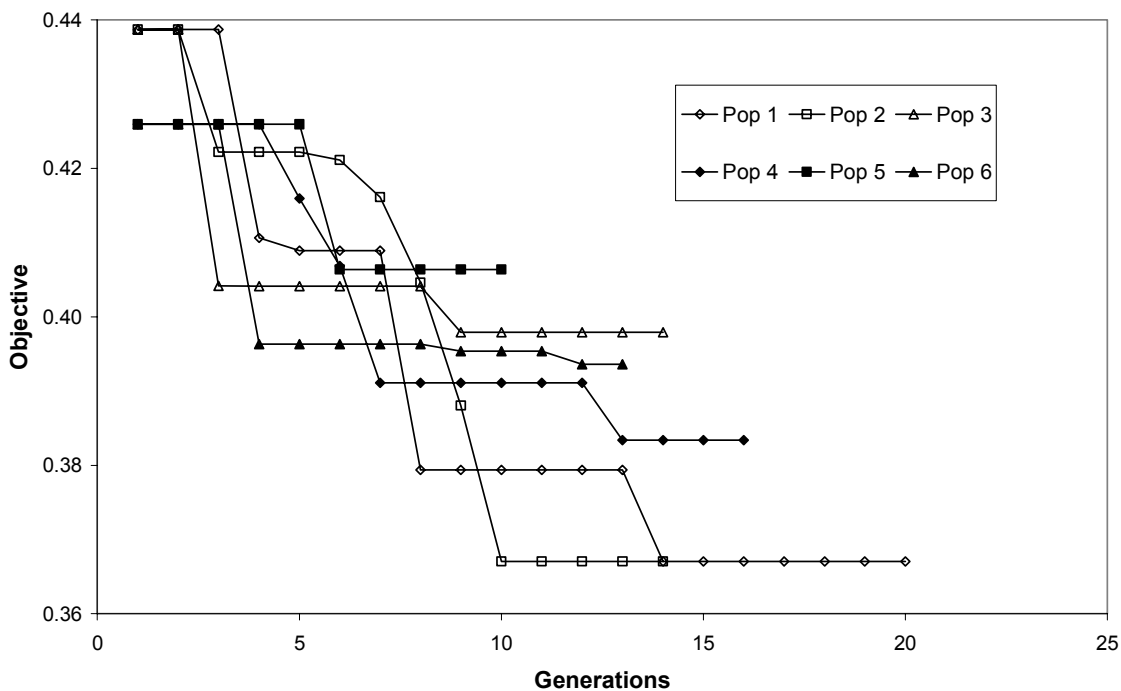
Διάγ. 4.54: Μέγεθος πληθυσμών (4^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$)

Οι εμπλοκές ξεκινούν στην 9^η γενεά. Η καθυστέρηση έναρξης των εμπλοκών οφείλεται στο γεγονός ότι οι πληθυσμοί εμφανίζουν παρεμφερείς τιμές συνολικής ευρωστίας με αποτέλεσμα να μην λαμβάνονται αποφάσεις εμπλοκής των πληθυσμών. Η περίοδος αυτή συμπίπτει με την περίοδο όπου παρατηρούνται και οι περισσότερες μεταβολές στο Διάγ. 4.55. Το ΣΑ επιτρέπει στους πληθυσμούς να συνεχίσουν αλώβητοι ως την 9^η γενεά όπου και εμφανίζεται το πρώτο ζεύγος (πληθυσμοί 5 και 6) εμπλοκής με νικητή το πληθυσμό 6. Ο

πληθυσμός 6 κερδίζει λόγω της υψηλότερης ευρωστίας του περισσότερο εύρωστου ατόμου και της ευρωστίας του πληθυσμού. Στην 10^η γενεά ο πληθυσμός 1 εμπλέκεται με τον πληθυσμό 5 και τον εξαναγκάζει σε πρόωρη σύγκλιση.

Στη συνέχεια ο πληθυσμός 1 εμπλέκεται με τον πληθυσμό 6 και στην 12^η γενεά έχουμε αύξηση του αριθμού των εμπλοκών καθώς η διαφορά των διαθέσιμων από τους απαιτούμενους πόρους οδηγεί σε υψηλά ελλείμματα. Από τις εμπλοκές αυτές κερδισμένοι παρουσιάζονται οι πληθυσμοί 1 (που ανακαλύπτει και το ολικό βέλτιστο) και 4 με τους πληθυσμούς 2 και 3 να εξαναγκάζονται σε πρόωρη σύγκλιση. Ο πληθυσμός 4 λόγω της χαμηλής πιθανότητας διασταύρωσης παρουσιάζει αυξημένη ποικιλότητα, σε σχέση με τους συνεξελισσόμενους πληθυσμούς, με αποτέλεσμα να παρουσιάζει υψηλή συνολική ευρωστία. Στη 16^η γενεά όμως, και ο πληθυσμός αυτός υποκύπτει στην ανωτερότητα του πληθυσμού 1 και εξαναγκάζεται σε πρόωρη σύγκλιση.

Evolution of the Objective of Best Individual

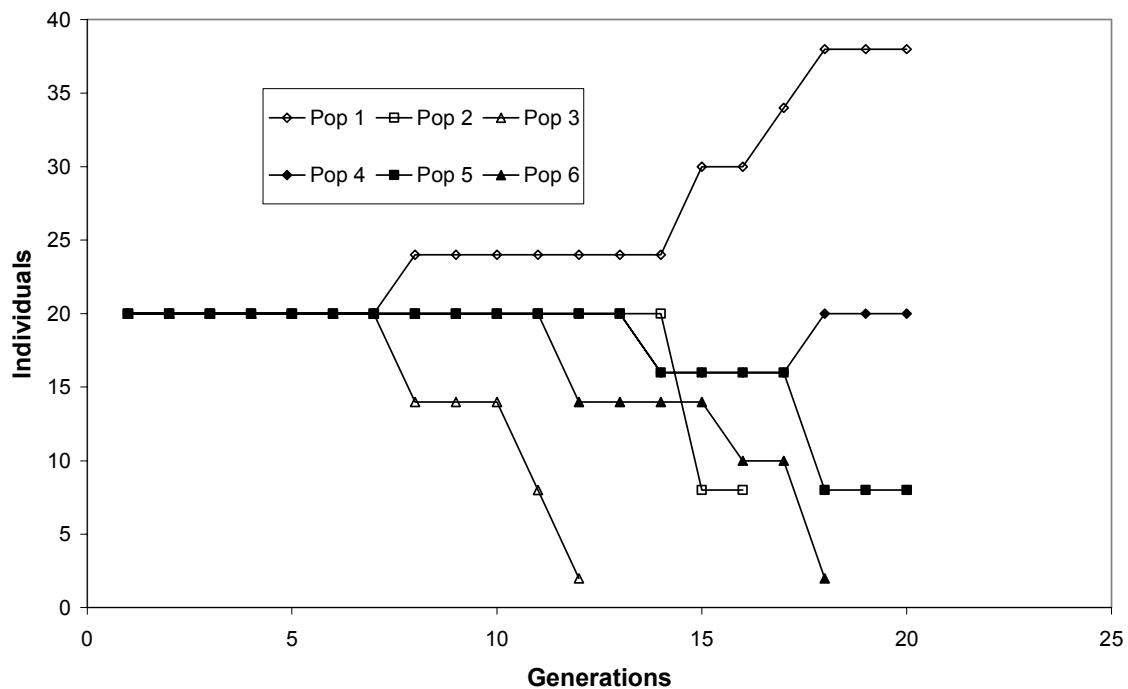


Διάγ. 4.55: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού , (4^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$)

Στο Διάγ. 4.56 και Διάγ. 4.57, παρουσιάζεται η εξέλιξη του πλήθους των ατόμων και του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$. Οι εμπλοκές ανάμεσα στους πληθυσμούς ξεκινούν στην 8^η γενεά. Λόγω του έντονου συναγωνισμού οι πληθυσμοί 3 και 6 οδηγούνται σε πρόωρη σύγκλιση. Για τον πληθυσμό 2 η διαδικασία βελτιστοποίησης

τερματίζεται στην 16^η γενεά. Ο πληθυσμός 1 αυξάνει το πλήθος των ατόμων του 4 φορές. Η ευρωστία του πληθυσμού οφείλεται κατά κύριο λόγο στην ποικιλότητα του καθώς η ευρωστία του περισσότερου εύρωστου ατόμου ως τη 17^η γενεά είναι η χαμηλότερη μεταξύ των συνεξελισσόμενων πληθυσμών. Ο πληθυσμός 4 συγκλίνει σε λύση κατά 5.5% και 5.4% ακριβότερη του βέλτιστου σχεδιασμού για το 1^ο και 2^ο υποπρόβλημα αντίστοιχα.

Evolution of Population Size



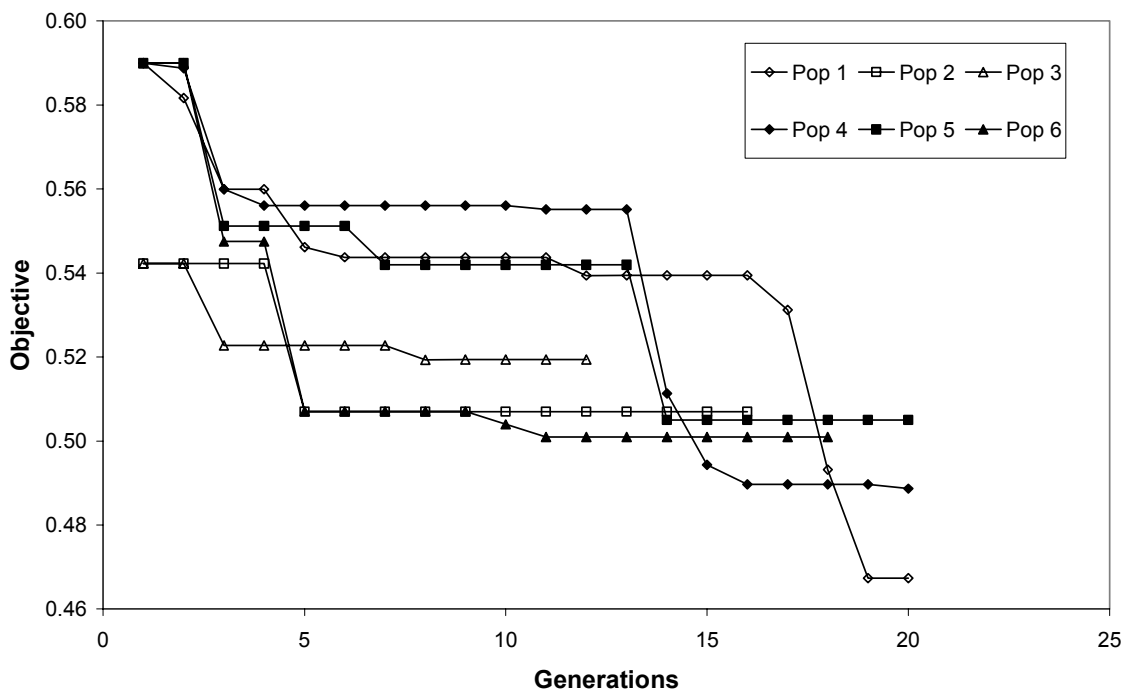
Διάγ. 4.56: Μέγεθος πληθυσμών (4^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$)

Στο Διάγ. 4.58, παρουσιάζονται οι πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας που ανιχνεύθηκαν από τον αλγόριθμο αξιοπιστίας κατά την ανάλυση της βέλτιστης λύσης με $E[P_{1,2}] = 40\text{kN}$. Συνολικά παρατηρούνται 15 διαφορετικές πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας με συντελεστές συμμετοχής που κυμαίνονται από 20.1% ως 1.8%. Οι πρώτες 10 πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας περιλαμβάνουν μέλη που βρίσκονται στο άνω μέρος της κατασκευής. Το ποσοστό συμμετοχής των 10 πρώτων αλληλουχιών αστοχίας στη συνολική πιθανότητα αστοχίας ανέρχεται σε 85.5%. Οι λοιπές 5 πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας με ποσοστό συμμετοχής 14.5% αποτελούν συνδυασμούς αστοχιών μελών του άνω μέρους της κατασκευής και μελών στους πόδες αυτής. Το μήκος των αλληλουχιών αστοχίας κυμαίνεται από 3 ως 7 μέλη.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης επαναλαμβάνεται για το 1^ο υποπρόβλημα του 4^{ου} προβλήματος με τη χρήση του παράλληλου ΓΑ. Στις 7 από τις 10 περιπτώσεις που

εξετάζονται, για διαφορετική τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών, η μέθοδος συγκλίνει σε καλύτερη λύση από τη λύση του παράλληλου ΓΑ σε λιγότερο χρόνο καθώς για τον αλγόριθμο απαιτείται η ανάλυση 19672 διαφορετικών λύσεων έναντι των 23700 λύσεων που εξετάζονται από τον παράλληλο ΓΑ. Σύμφωνα με τη σχέση (4.39) η ΟΕ της προτεινόμενης μεθόδου είναι ίση με 2.81. Ο παράλληλος ΓΑ και η μέθοδος επέτυχαν να ανιχνεύσουν το βέλτιστο σχεδιασμό για διαφορετικές όμως τιμές σποράς.

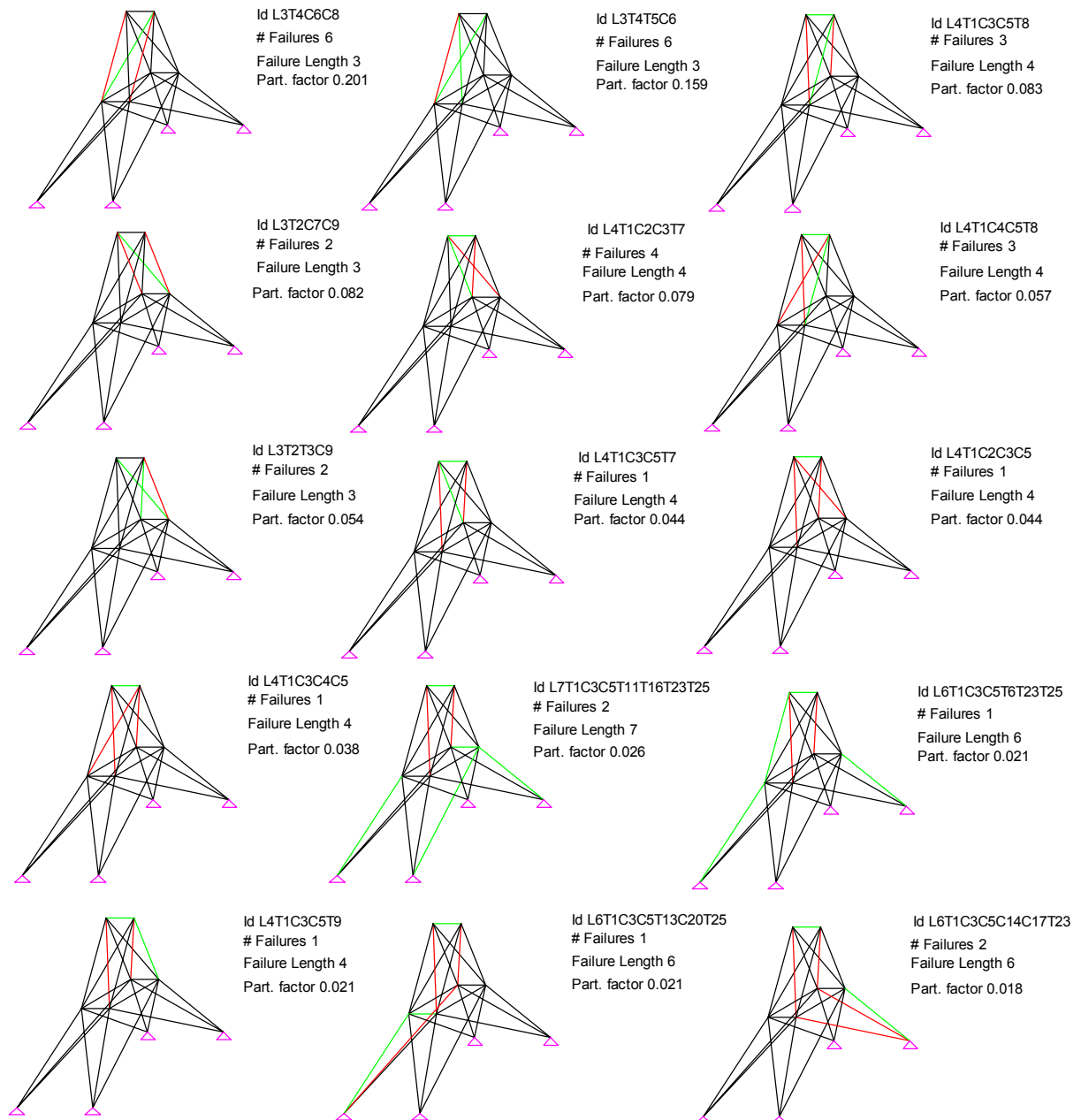
Evolution of the Objective of Best Individual



Διάγ. 4.57: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού, (4^ο πρόβλημα, $E[P_{1,2}] = 60\text{kN}$).

Για το 4^ο πρόβλημα και το 1^ο υποπρόβλημα του 3^{ου} προβλήματος ο φθηνότερος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από το πληθυσμό 1 ($P_{cr} = 70\%$ και SPC). Για το 2^ο υποπρόβλημα του 3^{ου} προβλήματος ο καλύτερος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από το πληθυσμό 3 ($P_{cr} = 90\%$ και SPC). Επιπρόσθετα για το 1^ο υποπρόβλημα του 3^{ου} προβλήματος και του 4^{ου} προβλήματος ο καλύτερος σχεδιασμός ανακαλύπτεται από τους πληθυσμούς 5 ($P_{cr} = 90\%$ και DPC) και 2 αντίστοιχα ($P_{cr} = 70\%$ και DPC). Τα καλύτερα αποτελέσματα αναμένονται από ΓΑ που χρησιμοποιούν τη μέθοδο διασταύρωσης SPC με βέλτιστη τιμή της P_{cr} από 70% ως 80%. Οι παρατηρήσεις αυτές αποτελούν ενδείξεις ότι για τα υπό εξέταση προβλήματα, οι ΓΑ για τα οποία η ταχύτητα εξάπλωσης των εύρωστων σχημάτων είναι χαμηλή αποτελούν και την καλύτερη επιλογή καθώς δεν επιτρέπουν το πρόωρο κορεσμό της πισίνας των διαθέσιμων σχημάτων (saturation of the pool of schemas) διατηρώντας σε υψηλά επίπεδα το δείκτη

ποικιλότητας με αποτέλεσμα τη λεπτομερέστερη εξερεύνηση του χώρου των λύσεων και την εύρεση του καλύτερου βέλτιστου σχεδιασμού. Αυτό βέβαια δεν αποτελεί θέσφατο καθώς στο 1^ο υποπρόβλημα του 3^{ου} προβλήματος και ο πληθυσμός 5 οδηγείται στη βέλτιστη λύση. Οι καλύτερες λύσεις προτείνονται από πληθυσμούς που σε κάθε περίπτωση είχαν ευνοηθεί από το ΣΑ και για τα 2 προβλήματα με την εξαίρεση του πληθυσμού 2 στο 1^ο υποπρόβλημα του 3^{ου} προβλήματος. Αυτό αποτελεί ισχυρή ένδειξη της ευρωστίας της μεθόδου και της ικανότητας της να διαχειρίζεται δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης.



Διάγ. 4.58: Αλληλουχίες αστοχίας της βέλτιστης λύσης (4^ο πρόβλημα, $E[P_{I,2}] = 40\text{kN}$).

4.11 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μία μέθοδος βελτιστοποίησης που συνδυάζει τον κλασσικό Γενετικό Αλγόριθμο με ένα Σχήμα Ανταγωνισμού με στόχο την αύξηση της ευρωστίας και αντίστοιχη μείωση του υπολογιστικού φόρτου. Από τα αποτελέσματα (2 συναρτήσεις αναφοράς καθώς και 4 προβλήματα δικτυωμάτων), για τα υπό εξέταση προβλήματα (προβλήματα με μικρό πλήθος ολικών ακρότατων ή και μόνον ένα ολικό βέλτιστο και μικρό πλήθος τοπικών ακρότατων και ομαλή μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης στο χώρο σχεδιασμού) αποδεικνύεται ότι η μέθοδος ελέγχει με επιτυχία τη διαδικασία βελτιστοποίησης ευνοώντας ως επί το πλείστον πληθυσμούς που οδηγούν σε περισσότερο εύρωστες λύσεις με αντίστοιχη μείωση του απαιτούμενου υπολογιστικού φόρτου. Η μέθοδος συνδυάζεται με επιτυχία με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας πολύπλοκων συστημάτων ανακαλύπτοντας τις βέλτιστες λύσεις για δύσκολα προβλήματα (3^ο και 4^ο υποπρόβλημα) με μεγάλο πλήθος αλληλουχιών αστοχίας.

4.12 Παράρτημα Α – Ψευδοκώδικας μεθόδου βελτιστοποίησης

Η προτεινόμενη μέθοδος συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

Βήμα 0: *Εκκίνηση Διαδικασίας.* Ορισμός των τιμών των παραμέτρων των σχέσεων (4.16) ως (4.37) για το Σχήμα Ανταγωνισμού (ΣΑ). Ορισμός των παραμέτρων των ΓΑ και των παραμέτρων των σχέσεων (4.2) ως (4.15) για το σύνολο των πληθυσμών $i=1, \dots, N_p$. Ορισμός του N_i^t . Ορισμός του πλήθους των επαναλήψεων N_R για την τιμή σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών. $I_R=1$.

Βήμα 1: $t=0$. Ορισμός των τιμών σποράς της γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών για τους πληθυσμούς και το ΣΑ. Παραγωγή κατά τυχαίο τρόπο των ατόμων των πληθυσμών $i=1, \dots, N_p$.

Βήμα 2: Υπολογισμός της ευρωστίας $f_{ij}(\mathbf{x})$ των ατόμων κάθε πληθυσμού για $i=1, \dots, N_p$ και $j=1, \dots, N_i^t$. Υπολογισμός των επιμέρους στατιστικών για τους πληθυσμούς $i=1, \dots, N_p$.

Βήμα 3: Υπολογισμός της αδιάστατης ευρωστίας $\hat{f}_{ij}(\mathbf{x})$ σύμφωνα με τη σχέση (4.4).

Βήμα 4: *Λήψη αποφάσεων για την εμπλοκή των πληθυσμών.* Υπολογισμός των απαιτούμενων και διαθέσιμων πόρων σύμφωνα με τις σχέσεις (4.17) ως (4.23) ανάλογα με τον τρόπο υπολογισμού του ελλείμματος (Τύπος I ή Τύπος II) και με το αν επιτρέπεται η αναδιανομή των πόρων των πληθυσμών που έχουν συγκλίνει. Αν $N_p=1$ ή $R_{req}=R_{avail}$ τότε $N_i^{t+1}=N_i^t$ για $i=1, \dots, N_p$ και συνέχεια στο **Βήμα 8** αλλιώς αν $R_{req}<R_{avail}$ συνέχεια στο **Βήμα 7** αλλιώς συνέχεια στο **Βήμα 5**.

Βήμα 5: *Υπολογισμός της συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών.* Υπολογισμός της συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών σύμφωνα με τις σχέσεις (4.26) ως (4.31). Αποθήκευση των τιμών αυτών σε φθίνουσα ακολουθία στο διάνυσμα $\{A\}$.

Βήμα 6: *Εμπλοκή.* Επιλογή του ισχυρότερου πληθυσμού $\{Pop_i\}$ από το διάνυσμα $\{A\}$. Ορισμός της πιθανότητας επιλογής των υπόλοιπων πληθυσμών σύμφωνα με τη σχέση (4.34).

Βήμα 6α: *Επιλογή του πληθυσμού $\{Pop_j\}$.* Υπολογισμός της $\text{Pr}[Pop_i, Pop_j]$ σύμφωνα με τις σχέσεις (4.32) και (4.33). Αν $\text{Pr}[Pop_i, Pop_j] \geq \text{rand}()$ ορισμός των πληθυσμών i και j ως ζεύγος εμπλοκής και αφαίρεση τους από το διάνυσμα $\{A\}$ αλλιώς αφαίρεση μόνον του i από το διάνυσμα $\{A\}$. Αν $\text{rank}\{A\} > 1$ επιστροφή στο **Βήμα 6** αλλιώς συνέχεια στο **Βήμα 6β**.

Βήμα 6β: Για κάθε ζεύγος πληθυσμών υπολογισμός των N_i^{t+1} $i=1, \dots, N_p$ σύμφωνα με τις σχέσεις (4.35) ως (4.37). Για τους λοιπούς πληθυσμούς $N_i^{t+1}=N_i^t$.

Βήμα 7: Πλεόνασμα Πόρων: Κατανομή των πλεονασματικών πόρων ομοιόμορφα για τους εξελισσόμενους πληθυσμούς και υπολογισμός των N_i^{t+1} , $i=1, \dots, N_p$ έτσι ώστε $R_{req} \approx R_{avail}$.

Βήμα 8: Γενετικός Αλγόριθμος: $t=t+1$. Για $i=1, \dots, N_p$ και $j=1, \dots, N_i^t$ υπολογισμός τις νέας γενεάς των ατόμων των πληθυσμών. Υπολογισμός του $f_{ij}(\mathbf{x})$ και των στατιστικών για κάθε πληθυσμό $i=1, \dots, N_p$.

Βήμα 9: Έλεγχος σύγκλισης για τους επιμέρους πληθυσμούς. Έλεγχος των κριτηρίων σύγκλισης για κάθε εξελισσόμενο πληθυσμό σύμφωνα με τη σχέση (4.14). Ενημέρωση της τιμής N_p . Αν $N_p \neq 0$ συνέχεια στο **Βήμα 3** αλλιώς στο **Βήμα 10**.

Βήμα 10: Έλεγχος Τερματισμού Διαδικασίας: $I_R=I_R+1$. Αν $I_R > N_R$ συνέχεια στο **Βήμα 11** αλλιώς επιστροφή στο **Βήμα 1**.

Βήμα 11: Αποθήκευση των βέλτιστων σχεδιασμών για κάθε τιμή σποράς και των τελικών πληθυσμών για τους εξελισσόμενους ΓΑ. Τερματισμός της διαδικασίας.

4.13 Παράρτημα Β – Ανάλυση της σχέσης (4.42)

Έστω διανύσματα f_r^{GA} , f_r^{CP} με τις αντικειμενικές τιμές του περισσότερο εύρωστου ατόμου για $N_R=5$ διαφορετικές τιμές σποράς:

$$f_r^{GA} = \{100.45, 98.56, 102.37, 99.65, 101.98\} \quad f_r^{CP} = \{99.34, 98.00, 103.5, 98.2, 100.54\}$$

Μέσω της σχέσης (4.42) ο αριθμητής της ευρωστίας δίδεται ως :

$$R_{nom} = \left[\bar{\bar{T}}(1.10\%) + \bar{\bar{T}}(0.56\%) + \bar{\bar{T}}(-1.10\%) + \bar{\bar{T}}(1.45\%) + \bar{\bar{T}}(1.41\%) \right]$$

και ο παρανομαστής ως:

$$R_{denom} = \left[\bar{\bar{T}}(-1.10\%) + \bar{\bar{T}}(-0.56\%) + \bar{\bar{T}}(1.10\%) + \bar{\bar{T}}(-1.45\%) + \bar{\bar{T}}(-1.41\%) \right]$$

Η ευρωστία δίδεται ως σύμφωνα με τη σχέση (4.42) δίδεται ως:

$$R = (2+1+0+2+2)/(0+1+2+0+0) = 7/3 = 2.333.$$

Έστω τώρα νέο διάνυσμα τιμών για $N_R=5$ τιμές σποράς για το ΣΑ:

$$f_r^{CP} = \{104.43, 99.67, 103.5, 98.2, 100.54\} \quad f_r^{GA} = \{100.45, 98.56, 102.37, 99.65, 101.98\}$$

Μέσω της σχέσης (4.42) ο αριθμητής της ευρωστίας δίδεται ως:

$$R_{nom} = \left[\bar{T}(-3.81\%) + \bar{T}(-1.13\%) + \bar{T}(-1.10\%) + \bar{T}(1.45\%) + \bar{T}(1.41\%) \right]$$

και ο παρανομαστής ως

$$R_{denom} = \left[\bar{T}(3.81\%) + \bar{T}(1.13\%) + \bar{T}(1.10\%) + \bar{T}(-1.45\%) + \bar{T}(-1.41\%) \right]$$

Στην περίπτωση αυτή η ευρωστία δίδεται ως:

$$R = (0+0+0+2+2)/(2+2+2+0+0) = 4/6 = 0.677$$

4.14 Παράρτημα Γ – Ψευδοκώδικας υπολογισμού της $P_{f,s}$ στατικώς ορισμένων δικτυωμάτων

Βήμα 1: Ορισμός της συνάρτησης οριακής αντοχής για κάθε μέλος ή ομάδα μελών του δικτυώματος. Υπολογισμός των $E[\ln(X)]$ και $\sigma^2_{[\ln(X)]}$ για κάθε τ.μ μέσω της σχέσης (4.53).

Βήμα 2: Υπολογισμός των $E[\ln(M)]$ και $\sigma^2_{[\ln(M)]}$ της συνάρτησης οριακής αντοχής κάθε μέλος μέσω των σχέσεων (4.54) και (4.55) ή (4.71) και (4.72). Υπολογισμός της $P_{f,i}$ κάθε μέλους μέσω της σχέσης (4.56) ή (4.73) στην περίπτωση πλήρους γραμμικής εξάρτησης.

Βήμα 3: Για τα μέλη ή τις ομάδες υπολογισμός του δείκτη συνδιασποράς και του συντελεστή συσχέτισης μέσω των σχέσεων (4.63) και (4.62). Υπολογισμός μέσω των σχέσεων (4.59) και (4.60) της $P[\ln(M_i) < 0 \cap \ln(M_j) < 0]$.

Βήμα 4: Αναδιάταξη των μελών ή των ομάδων σε φθίνουσα ως προς την $P_{f,i}$ ακολουθία.

Βήμα 5: Υπολογισμός των ορίων Ditlevsen μέσω της σχέσης (4.57).

Βήμα 6: Υπολογισμός της πιθανότητας αστοχίας του φορέα ως $P_{f,s} = 0.5 \cdot (P_{f,s}^L + P_{f,s}^U)$ όπου $P_{f,s}^L$ και $P_{f,s}^U$ ορίζονται το κάτω και άνω όριο των ορίων Ditlevsen.

4.15 Παράρτημα Δ – Μελέτη ως προς την παράμετρο g

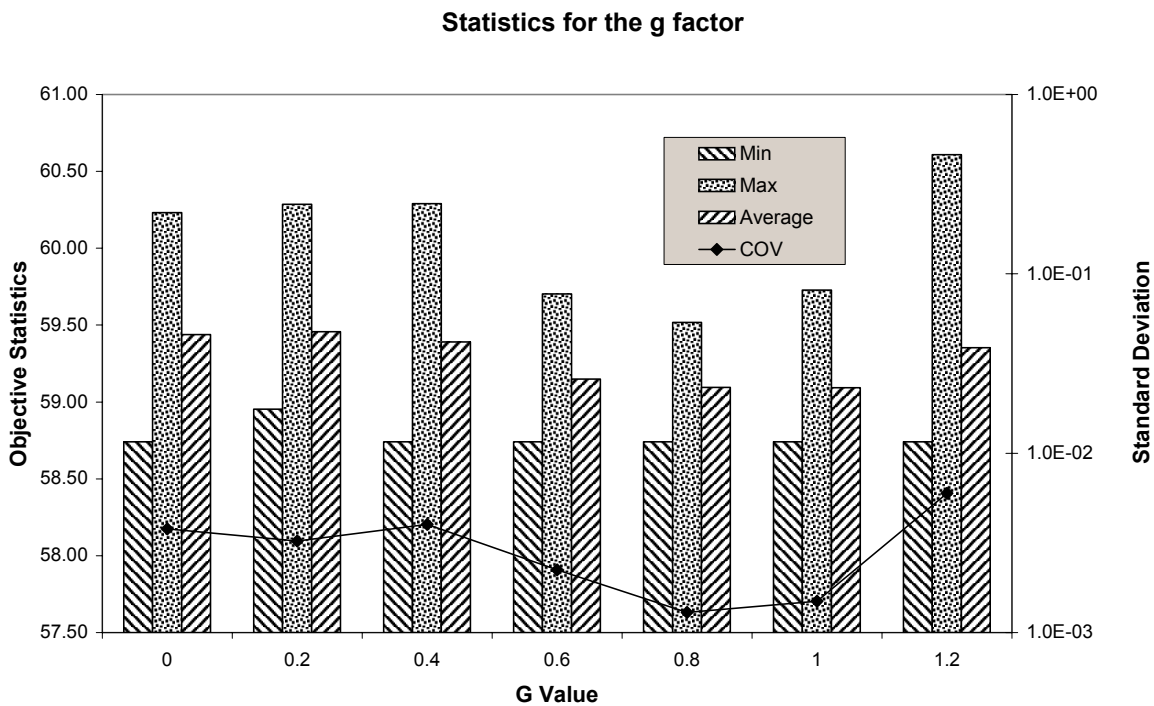
Η παράμετρος g της σχέσης (4.36) ελέγχει την ταχύτητα μεταβολής του μεγέθους του πληθυσμών. Στοχεύοντας στην ποσοτική και ποιοτική ανάλυση των συνεπειών του συντελεστή αυτού στην ευρωστία του αλγορίθμου, εξετάστηκαν 7 τιμές του g από 0.0 (αργή

προσαρμογή) ως 1.2 (πολύ γρήγορη προσαρμογή με ανάγκη διόρθωσης). Για το διάλυμα των τιμών της παραμέτρου g πραγματοποιήθηκαν 3 μελέτες σε σχέση με το ΠΜΔΠ και την τιμή του εκθέτη S_{CP} της πιθανότητας επιλογής για εμπλοκή των πληθυσμών. Τα δεδομένα των παραμετρικών μελετών παρουσιάζονται στον Πίν. 4.21,

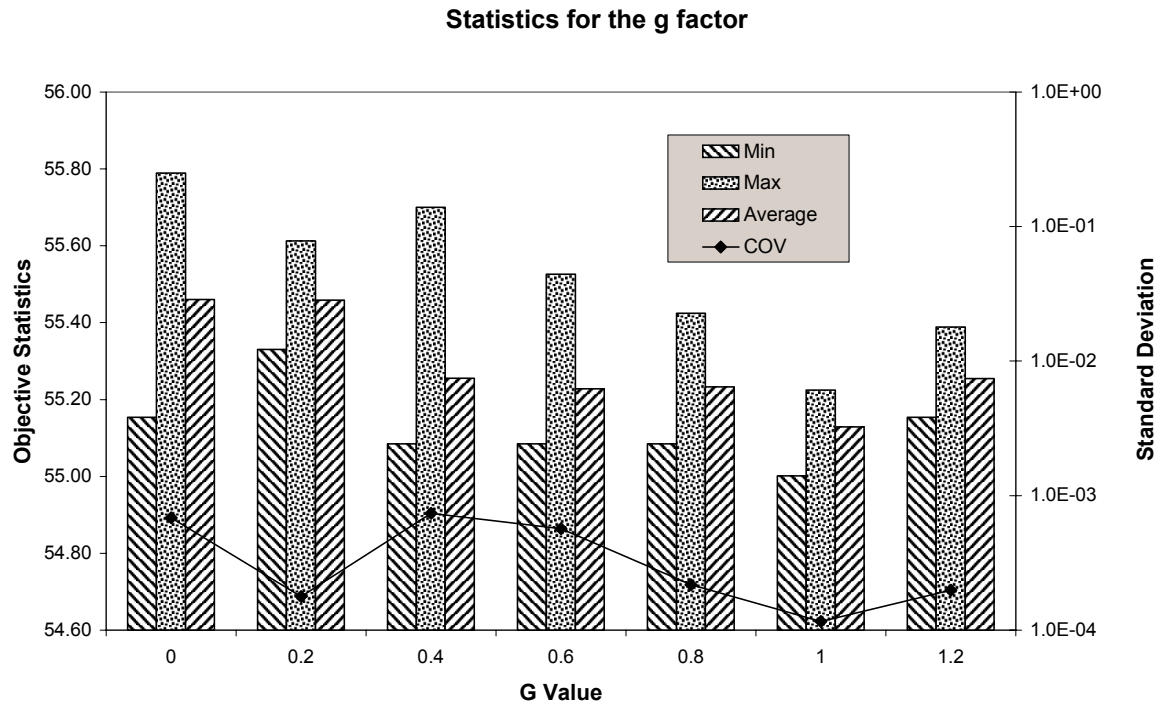
Μελέτη	1	2	3
ΠΜΔΠ	1	2	3
S_{CP}	0.5	1.0	2.0

Πίν. 4.21: Τιμή της παραμέτρου S_{CP} , και ΠΜΔΠ.

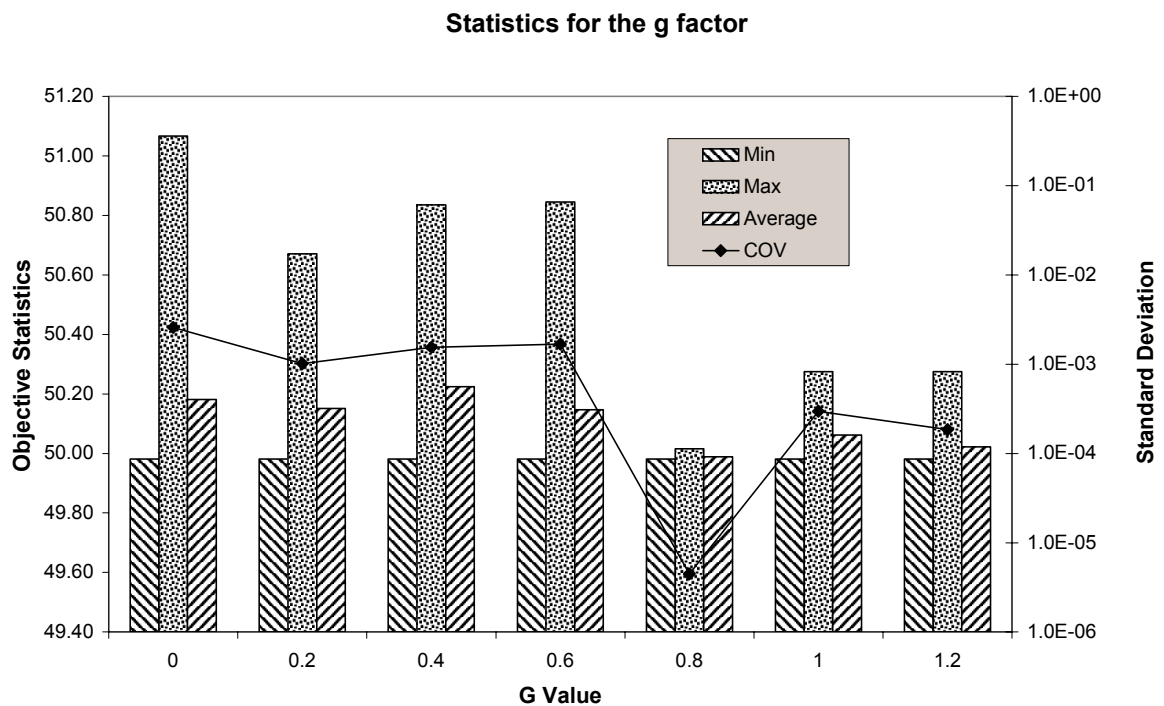
Στα Διάγ. 4.59 ως Διάγ. 4.61, παρουσιάζονται οι βασικές στατιστικές του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για τις μελέτες του Πίν. 4.21. Τα περισσότερο εύρωστα άτομα ανακαλύπτονται από τους πληθυσμούς 2 και 5 ($SPC, P_{cr}=0.70$ και $SPC, P_{cr}=0.85$ αντίστοιχα). Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στις περιπτώσεις όπου η τιμή g κυμαίνεται από 0.8 ως 1.0. Το υπολογιστικό φορτίο στις περιπτώσεις αυτές κυμαίνεται από 50% ως 55%. Στον Πίν. 4.22, παρουσιάζεται η ελάχιστη, μέση, μέγιστη τιμή και ο δείκτης μεταβλητότητας του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού, για διαφορετικούς δείκτες αξιοπιστίας, για τιμή του g η οποία προσέδωσε στην προτεινόμενη μέθοδο και την υψηλότερη ευρωστία. Για το πρόβλημα υψηλής αξιοπιστίας τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τιμές του g που κυμαίνονται από 0.8 ως 1.0.



Διάγ. 4.59: Στατιστικές του βέλτιστου σχεδιασμού – Υψηλή Αξιοπιστία



Διάγ. 4.60: Στατιστικές του βέλτιστου σχεδιασμού – Μέση Αξιοπιστία



Διάγ. 4.61: Στατιστικές του βέλτιστου σχεδιασμού – Χαμηλή Αξιοπιστία.

Στην περίπτωση της μέσης αξιοπιστίας ο βέλτιστος σχεδιασμός ανακαλύπτεται μόνον όταν η τιμή του g είναι ίση με 1.0. Στην περίπτωση του προβλήματος χαμηλής αξιοπιστίας, ο βέλτιστος σχεδιασμός ανακαλύπτεται σε κάθε περίπτωση όμως τα καλύτερα αποτελέσματα (από στατιστικής απόψεως) παρατηρούνται για $g=0.8$ (ο δείκτης μεταβλητότητας της τιμής

της αντικειμενικής συνάρτησης του βέλτιστου σχεδιασμού είναι περίπου ίσος με το μηδέν).

Αξιοπιστία	g	Ελάχιστο	Μέγιστο	Μέσο	COV
Υψηλή	0.8	58.742	59.518	59.096	0.0013
Υψηλή (2)	1.0	58.742	59.728	59.093	0.0015
Μέση	1.0	55.001	55.225	55.129	0.0001
Χαμηλή	0.8	49.982	50.016	49.989	~0

Πίν. 4.22: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού.

4.16 Παράρτημα Ε – Μελέτη ως προς την επιλογή του αρχικού πληθυσμού

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η ευαισθησία της προτεινόμενης μεθόδου ως προς το αρχικό πλήθος των ατόμων των πληθυσμών. Η απόδοση της μεθόδου σε σχέση με τον παράλληλο ΓΑ εξετάζεται μέσω πλήθους παραμετρικών μελετών. Τα αποτελέσματα από τη σύγκριση μεταξύ του παράλληλου ΓΑ και της μεθόδου, παρουσιάζονται για αρχικό πλήθος ατόμων ίσο με 20 και 60 άτομα αντίστοιχα. Για τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ ο περισσότερο εύρωστος σχεδιασμός για κάθε πληθυσμό παρουσιάζεται στους Πίν. 4.23 και Πίν. 4.24 για πλήθος ατόμων ίσο με 60 και 20 σχεδιάσεις αντίστοιχα. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 άτομα ο πληθυσμός 6 (SPC, $P_{cr}=0.85$) δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα συγκλίνοντας στο βέλτιστο σχεδιασμό σε κάθε πρόβλημα. Ο αμέσως πιο εύρωστος πληθυσμός είναι ο πληθυσμός 5 (DPC, $P_{cr}=0.85$). Σε σχέση με τα προβλήματα που εξετάστηκαν τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για το πρόβλημα χαμηλής αξιοπιστίας. Η μείωση του αρχικού πληθυσμού επηρεάζει σημαντικά την ευρωστία του παράλληλου ΓΑ (Πίν. 4.24). Για αρχικό πλήθος ατόμων ίσο με 20 σε κανένα από τα 3 προβλήματα ο παράλληλος ΓΑ δεν κατάφερε να ανιχνεύσει το βέλτιστο σχεδιασμό.

Αξιοπιστία	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Avτ]
Υψηλή	59.924	59.478	59.304	59.916	58.742	58.742	59.351
Μέση	55.665	55.222	55.217	55.627	55.085	55.001	55.303
Χαμηλή	49.982	49.982	49.982	50.275	49.982	49.982	50.031

Πίν. 4.23: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (παράλληλος ΓΑ – 60 άτομα)

Ο μέσος υπολογιστικός φόρτος $E[Y\Phi]$ του παράλληλου ΓΑ παρουσιάζεται στον Πίν. 4.25. Ο τριπλασιασμός του αρχικού πληθυσμού οδηγεί σε εξαπλασιασμό του υπολογιστικού κόστους λόγω της αύξησης των εξεταζόμενων σχεδιάσεων ανά γενεά και την αύξηση του πλήθους των γενεών που απαιτούνται ως τη σύγκλιση.

Αξιοπιστία	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
Υψηλή	62.747	60.242	60.353	62.129	60.290	61.858	61.270
Μέση	57.362	58.134	56.440	58.723	55.587	56.440	57.114
Χαμηλή	53.872	50.016	51.173	52.735	51.643	51.022	51.744

Πίν. 4.24: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (παράλληλος ΓΑ – 20 άτομα)

Αξιοπιστία	Χαμηλή	Μέση	Υψηλή
E[ΥΦ] (60 άτομα)	23063	23575	23057
E[ΥΦ] (20 άτομα)	3756	3851	4102

Πίν. 4.25: Μέσος όρος απαιτούμενων σχεδιασμών για τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ

Για τον αλγόριθμο χρησιμοποιούνται οι παραμετρικές μελέτες D και E, σε συνδυασμό με τις μελέτες 1, 2 και 3 του Πίν. 4.21 ώστε να μελετηθούν διεξοδικά οι συνέπειες του συνδυασμού του ΣΑ με τους ΓΑ στην ευρωστία και τον υπολογιστικό φόρτο της μεθόδου. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στους Πίν. 4.26 ως Πίν. 4.31. Η ευαισθησία της μεθόδου ως προς το πλήθος των ατόμων του πληθυσμού σε σχέση με τα αποτελέσματα του παράλληλου ΓΑ παρουσιάζεται μειωμένη. Για αρχικό πληθυσμό 20 ατόμων και το πρόβλημα της χαμηλής αξιοπιστίας, η μέθοδος καταφέρει σε 4 από τους 6 συνδυασμούς να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση. Για το πρόβλημα μέσης αξιοπιστίας η μέθοδος βρίσκει λύσεις καλύτερες από τον περισσότερο εύρωστο σχεδιασμό σε 5 από τους 6 συνδυασμούς των μελετών (συνολικά 8 λύσεις ήταν καλύτερες ή αντίστοιχες της περισσότερο εύρωστης λύσης του παράλληλου ΓΑ). Αντίστοιχα αποτελέσματα παρατηρούνται ακόμα και στο πρόβλημα υψηλής αξιοπιστίας με τη μέθοδο να προτείνει καλύτερες λύσεις σε 5 από τους 6 συνδυασμούς των παραμετρικών μελετών.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	61.764	59.296*	59.304*	62.069	58.954	58.742*	60.022
E-2	59.924*	59.916	59.728	61.861	59.023	58.742	59.866
E-3	58.742*	60.242	58.742*	59.983	59.296	58.954	59.327*
D-1	60.980	58.742*	58.954*	60.231	59.141	59.329	59.563
D-2	60.604	58.742*	60.540	60.546	59.924	58.954	59.885
D-3	60.242	59.329*	59.304*	60.540	58.742	58.954	59.519

Πίν. 4.26: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Υψηλή Αξιοπιστία – 60 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.26 οι πληθυσμοί 2 και 6 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία. Ο πληθυσμός 4 παρουσιάζει τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς E-3 και D-1.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	65.180	59.023*	60.860	65.898	61.390	61.540	62.315
E-2	67.221	62.418	59.830*	65.455	63.069	59.916*	62.985
E-3	63.206	60.768	62.069	65.862	62.122	59.296*	62.221
D-1	64.071	61.738	63.318	67.722	58.954*	59.983*	62.631
D-2	62.899	60.668	61.736	61.715	62.178	63.540	62.123
D-3	66.184	60.860	60.486	68.383	59.921*	59.983*	62.636

Πίν. 4.27: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Υψηλή Αξιοπιστία – 20 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.27 οι πληθυσμοί 2 και 5 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία ακολουθούμενοι από τον πληθυσμό 6. Οι πληθυσμοί 1 και 4 παρουσιάζουν τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς D-1 και D-3.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	56.854	55.085*	55.789	57.964	55.946	55.832	56.245
E-2	58.089	55.627	55.665	60.396	55.665	55.085	56.755
E-3	55.968	55.372	55.001	57.098	55.217	55.085	55.624
D-1	57.327	55.467	55.085*	55.225*	55.001*	55.222	55.555
D-2	55.789	55.587	55.372	59.551	55.946	55.085	56.222
D-3	56.029	55.154*	55.217*	55.967	55.001*	55.085	55.409

Πίν. 4.28: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Μέση Αξιοπιστία – 60 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.28 οι πληθυσμοί 5 και 2 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία ακολουθούμενοι από τον πληθυσμό 3. Οι πληθυσμοί 1 και 4 παρουσιάζουν τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς D-3 και D-1.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	60.456	56.915	55.085*	59.661	55.613	57.686	57.569
E-2	60.807	59.384	55.627	64.836	57.145	56.509	59.051
E-3	63.163	55.388*	56.619	64.264	55.217*	55.665	58.386
D-1	59.429	55.388*	56.877	60.133	58.635	55.217*	57.613
D-2	62.850	60.127	59.038	62.172	57.471	55.526*	59.531
D-3	61.133	56.619	55.587*	63.210	56.142	55.225*	57.986

Πίν. 4.29: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Μέση Αξιοπιστία – 20 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.29 οι πληθυσμοί 6 και 5 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία

ακολουθούμενοι από τους πληθυσμούς 2 και 3. Οι πληθυσμοί 1 και 4 παρουσιάζουν τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς E-1 και D-1.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	51.076	49.982	50.337	49.982*	50.275	49.982	50.272
E-2	51.629	50.016	49.982	50.633	49.982	50.134	50.396
E-3	51.551	49.982	49.982	50.790	49.982	49.982	50.378
D-1	52.148	50.016	49.982	50.560	50.016	49.982	50.451
D-2	53.907	49.982	50.134	50.790	50.272	49.982	50.845
D-3	52.770	49.982	49.982	50.633	49.982	49.982	50.555

Πίν. 4.30: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Χαμηλή Αξιοπιστία – 60 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.30 οι πληθυσμοί 2 και 6 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία ακολουθούμενοι από τους πληθυσμούς 3 και 5. Οι πληθυσμοί 1 και 4 παρουσιάζουν τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς E-3 και D-3.

Αντικειμενική	Πληθ. 1	Πληθ. 2	Πληθ. 3	Πληθ. 4	Πληθ. 5	Πληθ. 6	E[Αντ.]
E-1	55.539	51.494	50.275	53.872	51.470	51.710	52.393
E-2	55.222	49.982*	51.611	54.555	50.337	51.710	52.236
E-3	56.979	49.982*	53.162	52.602	52.012	52.315	52.842
D-1	56.224	52.503	50.100	52.734	51.807	51.710	52.513
D-2	56.979	52.702	52.449	51.067	52.414	49.982*	52.599
D-3	56.663	49.982*	51.450	51.148	52.352	50.954	52.092

Πίν. 4.31: Κόστος βέλτιστου σχεδιασμού (Χαμηλή Αξιοπιστία – 20 άτομα – Μέθοδος)

Σύμφωνα με τον Πίν. 4.31 οι πληθυσμοί 2 και 6 παρουσιάζουν την υψηλότερη ευρωστία ακολουθούμενοι από τους πληθυσμούς 3 και 5. Οι πληθυσμοί 1 και 4 παρουσιάζουν τη χαμηλότερη ευρωστία. Τα καλύτερα αποτελέσματα για τις παραμετρικές μελέτες παρουσιάζονται στους συνδυασμούς D-3 και E-2.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους Πίν. 4.26 ως Πίν. 4.31 οι μέθοδοι διασταύρωσης *SPC* και *DPC* παρουσιάζουν παρεμφερή ευρωστία ενώ σε κάθε περίπτωση η μέθοδος διασταύρωσης *SPVC* παρουσιάζει τη χαμηλότερη ευρωστία. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στην ταχύτητα ανάμιξης του γενετικού υλικού που στην περίπτωση του *SPVC* είναι σημαντικά μεγαλύτερη [84], [34] σε σχέση με τις 2 άλλες δύο μεθόδους διασταύρωσης με

αποτέλεσμα τη μείωση της ικανότητας του ΓΑ να διακρίνει με σαφήνεια τα σχήματα που θα τον οδηγήσουν στη βέλτιστη λύση.

Στον Πίν. 4.32, παρουσιάζεται η μέση τιμή του υπολογιστικού φόρτου $E[Y\Phi]$ της μεθόδου για τις μελέτες D και E (μέσος όρος σε σχέση με τις μελέτες του Πίν. 4.21) και τα 3 προβλήματα. Σε κάθε περίπτωση παρατηρούνται σημαντικές μειώσεις του υπολογιστικού φόρτου. Η μελέτη E παρουσιάζει μικρότερο υπολογιστικό φόρτο από τη μελέτη D για αρχικό πληθυσμό ίσο με 20. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 σχεδιασμούς σε 2 από τα 3 προβλήματα η μελέτη E παρουσιάζει μικρότερο υπολογιστικό φόρτο από τη μελέτη D. Τα καλύτερα αποτελέσματα από πλευράς υπολογιστικού φόρτου παρατηρούνται για μεγάλη μείωση των διαθέσιμων πόρων (ΠΜΔΠ 2). Στην περίπτωση των εναλλασσόμενων πόρων (ΠΜΔΠ 3) παρατηρείται ο υψηλότερος υπολογιστικός φόρτος.

Αξιοπιστία	Αρχικός Πληθυσμός 60 άτομα		Αρχικός Πληθυσμός 20 άτομα	
	D	E	D	E
%				
Χαμηλή	53.69%	54.34%	61.67%	56.75%
Μέση	47.25%	52.28%	61.28%	54.38%
Υψηλή	53.11%	48.33%	57.31%	49.13%

Πίν. 4.32: Μέσος Υπολογιστικός Φόρτος $E[Y\Phi]$

Στους Πίν. 4.33 και Πίν. 4.34, παρουσιάζεται ο μέσος όρος του πλήθους των σχεδιασμών που απαιτείται να εξερευνηθούν για τη σύγκλιση του παράλληλου ΓΑ και της μεθόδου αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση ο μέσος όρος είναι χαμηλότερος στην περίπτωση της προτεινόμενης μεθόδου όμως ο δείκτης μεταβλητότητας των σχεδιασμών που απαιτούνται για τη σύγκλιση στην περίπτωση του προτεινόμενου αλγόριθμου είναι υψηλότερος σε σχέση με τον αντίστοιχο δείκτη μεταβλητότητας του παράλληλου ΓΑ.

Περαιτέρω ανάλυση των αποτελεσμάτων σε σχέση με το μέσο όρο σχεδιάσεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση της μεθόδου βελτιστοποίησης οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η παραμετρική μελέτη E παρουσιάζει υψηλότερη διασπορά σε σχέση με τη μελέτη D. Η διασπορά για τη μελέτη D είναι συγκρίσιμη με τη διασπορά των αποτελεσμάτων για τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ.

Από τα αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι:

- Το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού δεν επηρεάζει σημαντικά το λόγο του υπολογιστικού φόρτου.

- Η ευρωστία της μεθόδου παρουσιάζει χαμηλότερη ευαισθησία σε σχέση με την επιλογή του αρχικού πληθυσμού σε σχέση με την ευαισθησία του παράλληλου ΓΑ.
- Για το υπό εξέταση πρόβλημα η SPVC παρουσιάζει τη χαμηλότερη ευρωστία. Αυτό οφείλεται στην ταχύτητα μίξης της γενετικής πληροφορίας.
- Η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει υψηλότερη ευρωστία από τον παράλληλο ΓΑ.
- Τα καλύτερα αποτελέσματα από πλευράς ευρωστίας παρατηρούνται στην περίπτωση των εναλλασσόμενων πόρων (ΠΜΔΠ 3) και το ΠΜΔΠ 1 (μείωση των πόρων κατά 5% σε προκαθορισμένα διαστήματα). Ο καλύτερος συμβιβασμός από πλευράς ευρωστίας προς το λόγο του υπολογιστικού κόστους (απόδοση) παρατηρείται για το ΠΜΔΠ 1.

Αρχ. Πλ.	Αξιοπιστία	Μέση	COV	Ελάχιστη	Μέγιστη
60	Υψηλή	22937	0.128	16500	31380
	Μέση	23455	0.127	13020	32820
	Χαμηλή	22943	0.123	17040	29460
40	Υψηλή	11493	0.153	7600	15720
	Μέση	11925	0.150	8400	16760
	Χαμηλή	11969	0.175	6680	18200
20	Υψηλή	4102	0.192	2400	6200
	Μέση	3871	0.226	2380	5960
	Χαμηλή	3756	0.197	2100	5340

Πίν. 4.33: Στατιστικές του υπολογιστικού φόρτου, (παράλληλος ΓΑ).

Αρχ. Πλ.	Αξιοπιστία	Μέση	COV	Ελάχιστη	Μέγιστη	Παρατηρήσεις
60	Υψηλή	14113	0.575	5368	39590	E-321
	Μέση	15428	0.188	10292	22956	D-522
	Χαμηλή	14494	0.498	5342	31470	E-324
40	Υψηλή	7402	0.204	4040	11040	D-022
	Μέση	5752	0.306	3672	10362	E-205
	Χαμηλή	7760	0.221	4226	12752	D-022
20	Υψηλή	2463	0.159	1618	3532	D-602
	Μέση	2144	0.220	1270	3466	E-405
	Χαμηλή	1910	0.210	1062	2950	E-415

Πίν. 4.34: Στατιστικές του υπολογιστικού φόρτου, (Προτεινόμενη μέθοδος).

4.17 Παράρτημα ΣΤ – Μελέτη ως προς την ποσοστιαία μεταβολή των διαθέσιμων πόρων

Στην παράγραφο αυτή, εξετάζονται οι συνέπειες στην απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου της ποσοστιαίας μεταβολής των διαθέσιμων πόρων. Η μελέτη αυτή αποσκοπεί στην ποσοτικοποίηση των συνεπειών των διαφορετικών επίπεδων πίεσης στην απόδοση της μεθόδου. Στη μελέτη Α η μορφή του ΠΜΔΠ είναι ανάλογη των ΠΜΔΠ 1 και 2. Συμπληρωματικά των ΠΜΔΠ 1 και 2 (όπου κάθε μείωση των διαθέσιμων πόρων ισούνται με το 5% και 10% των αρχικώς διανεμημένων πόρων) προστίθενται 2 ακόμα ΠΜΔΠ με ποσοστό μεταβολής ίσο με 2.5% και 7.5% των αρχικώς διαθέσιμων πόρων. Στη μελέτη Β η μορφή του ΠΜΔΠ είναι ανάλογη των ΠΜΔΠ 5 και 7. Όπως και στην περίπτωση της μελέτης Α προστίθενται 2 ακόμα ΠΜΔΠ με ποσοστό μεταβολής των πόρων ίσο με 2.5% και 7.5%.

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης λύνεται για 3 τιμές της μέσης τιμής του φορτίου, 3 τιμές του δείκτη μεταβλητότητας του χ και 4 τιμές του πλήθους των ατόμων κάθε πληθυσμού. Ο συνδυασμός τους οδηγεί σε δείγμα $(3 \times 3 \times 4) = 36$ τιμών. Οι επιμέρους συγκρίσεις στηρίζονται σε δείγματα πλήθους 12 και 9 ατόμων αντίστοιχα, επαρκή για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Τα όρια της σχέσης (4.65) είναι ίσα με $P_{j,lim} = 10^{-6}$ και $P_{s,lim} = 5 \times 10^{-6}$ αντίστοιχα (πρόβλημα υψηλής αξιοπιστίας). Οι παράμετροι των τ.μ παρουσιάζονται στον Πίν. 4.12. Οι παράμετροι του ΓΑ των πληθυσμών και του ΣΑ παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.7.4. Τέλος για κάθε ανάλυση πραγματοποιούνται 10 επαναλήψεις με διαφορετικές τιμές σποράς για τη γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών.

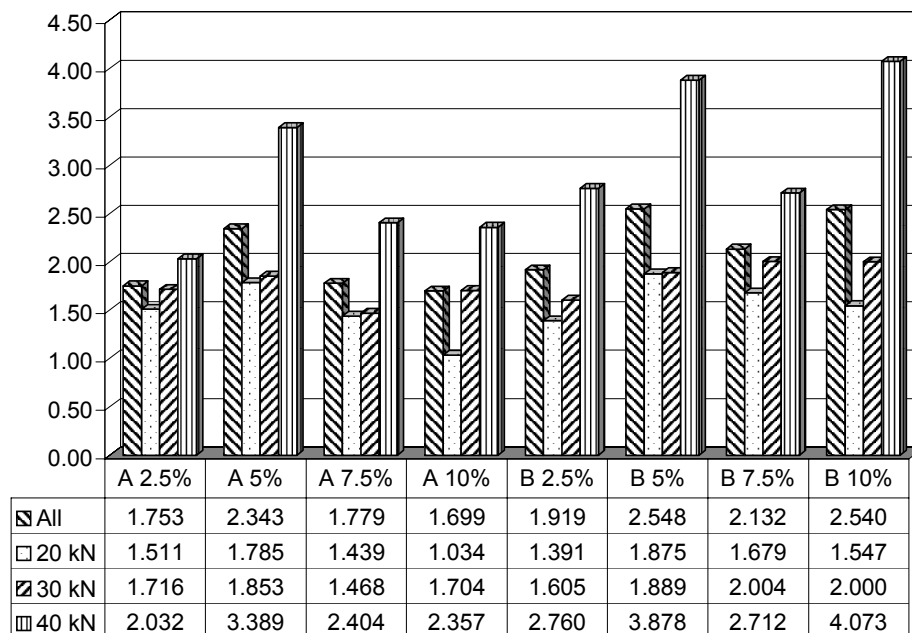
Στον Πίν. 4.35, παρουσιάζεται η πιθανότητα $\text{Pr}[OE < 1]$. Η μικρότερη πιθανότητα για τις μελέτες Α και Β, παρατηρείται για σχετική μεταβολή των αρχικώς διαθέσιμων πόρων ίση με 5% που αντιστοιχεί σε μεταβολή της τάξης του 60% ως προς τους πόρους του ενός πληθυσμού. Η $\text{Pr}[OE < 1]$ μειώνεται καθώς η μέση τιμή του φορτίου αυξάνεται. Με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 2 και $E[P] = 20 \text{ kN}$ (μελέτη Α 10% μείωση) η $\text{Pr}[OE < 1]$ είναι μικρότερη του 0.5.

Στο Διάγ. 4.62, παρουσιάζεται η μέση συνολική απόδοση ως προς τη μέση τιμή του φορτίου για τις μελέτες Α και Β. Η καλύτερη απόδοση παρατηρείται για σχετική μεταβολή ίση με 5%. Για τη μελέτη Β πολύ καλά αποτελέσματα παρατηρούνται ακόμα και για σχετική μεταβολή ίση με 10%. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για προβλήματα όπου $E[P] = 40 \text{ kN}$. Στο Διάγ. 4.63, παρουσιάζεται η μέση συνολική απόδοση ως προς τον αρχικό πληθυσμό κάθε ΓΑ για τις μελέτες Α και Β.

Ομαδοποίηση	A 2.5%	A 5%	A 7.5%	A 10%	B 2.5%	B 5%	B 7.5%	B 10%
Σύνολο	28.3%	21.5%	32.1%	39.4%	39.2%	25.0%	35.1%	31.5%
χ NM†	26.7%	21.2%	21.5%	43.3%	37.0%	24.3%	33.3%	40.0%
χ τ.μ* COV 5%	23.4%	18.2%	38.9%	34.4%	36.8%	18.7%	27.9%	16.6%
χ τ.μ COV 10%	24.6%	26.2%	32.2%	41.8%	31.7%	21.4%	37.8%	35.3%
40 άτομα	33.2%	13.4%	31.3%	40.7%	19.3%	25.5%	23.9%	14.7%
60 άτομα	37.5%	31.9%	34.3%	49.1%	45.0%	19.4%	38.5%	39.4%
80 άτομα	12.0%	15.9%	24.7%	23.5%	35.0%	23.9%	25.4%	20.1%
100 άτομα	26.0%	10.5%	26.7%	43.5%	37.9%	24.6%	19.2%	31.8%
$E[P]=20$ kN	36.4%	29.7%	35.7%	64.8%	47.9%	30.5%	34.2%	47.8%
$E[P]=30$ kN	18.8%	15.7%	45.7%	35.7%	30.0%	27.6%	36.0%	13.5%
$E[P]=40$ kN	25.2%	8.3%	14.7%	21.9%	26.0%	10.5%	27.6%	15.8%
Παρατηρήσεις	† Ντετερμινιστική Μεταβλητή				* Τυχαία Μεταβλητή			

Πίν. 4.35: $Pr[OE < 1]$ για τις 2 μελέτες.

Overall Efficiency (Average)

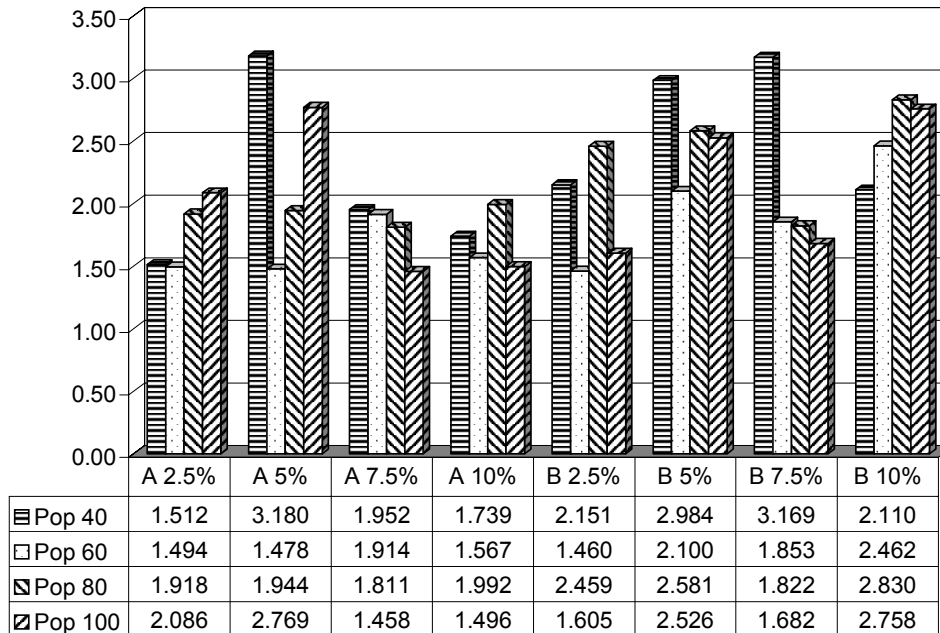


Διάγ. 4.62: Συνολική απόδοση ως προς $E[P]$.

Για τη μελέτη A και αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 και 100 σχεδιάσεις τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για σχετική μεταβολή ίση με 5%. Για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 σχεδιάσεις η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για μεταβολή ίση με 7.5% ενώ για αρχικό πληθυσμό ίσο με 80 σχεδιάσεις η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για σχετική μεταβολή ίση με 10%. Για τη μελέτη B και αρχικό πληθυσμό ίσο με 60, 80 και 100 σχεδιάσεις η

υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για σχετική μεταβολή ίση με 10% ενώ για αρχικό πληθυσμό ίσο με 40 σχεδιάσεις η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για μεταβολή ίση με 5%.

Overall Efficiency (Average)



Διάγ. 4.63: Συνολική απόδοση ως προς αρχικό πληθυσμό.

Η βέλτιστη απόδοση αναμένεται για μεταβολή των διαθέσιμων πόρων από 4% ως 6% του πλήθος των αρχικών διαθέσιμων πόρων για ΠΜΔΠ της μελέτης A, που αντιστοιχεί σε μείωση των διαθέσιμων πόρων από 50% ως 70% των πόρων που απαιτούνται για την επιβίωση ενός πληθυσμού. Στην περίπτωση του ΠΜΔΠ της μελέτης B τα καλύτερα αποτελέσματα αναμένονται για μεταβολή των διαθέσιμων πόρων γύρω στο 10% που αντιστοιχεί σε μείωση των πόρων κατά 120% των πόρων που απαιτούνται για την επιβίωση ενός πληθυσμού. Η διαφοροποίηση της βέλτιστης τιμής της μεταβολής των διαθέσιμων πόρων οφείλεται στο προφίλ μεταβολής των πόρων αυτών. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου αυξάνεται όσο αυξάνεται το ποσοστό των σχεδιασμών (στο χώρο των λύσεων) που δεν ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος υποδεικνύοντας, ότι η μέθοδος αποδίδει καλύτερα σε προβλήματα υψηλής δυσκολίας συγκρινόμενος ως προς τους ανεξάρτητα εξελισσόμενους ΓΑ. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να αποδοθεί στην ικανότητα της προτεινόμενης μεθόδου να διατηρεί την ευρωστία της και στις περιπτώσεις όπου το πλήθος σχεδιασμών κάθε πληθυσμού, είναι διαφορετικό της βέλτιστης τιμής του προβλήματος.

4.18 Παράρτημα Z – Τροποποίηση ορισμού ποικιλότητας πληθυσμού

Ο δείκτης ποικιλότητας του πληθυσμού ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση (4.29). Η μέγιστη τιμή της σχέσης αυτής δίδεται ως [23]:

$$\max D_j = \frac{N_j}{4} \quad (4.76)$$

όπου N_j είναι το πλήθος των ατόμων του j πληθυσμού. Ο ορισμός αυτός ευνοεί πληθυσμούς με μεγαλύτερο πλήθος ατόμων αυξάνοντας τη συνολική ευρωστία του πληθυσμού. Για την αναίρεση της εύνοιας αυτής η σχέση (4.29) τροποποιείται ως:

$$D_j = \frac{E_{m=1, \dots, L} \{Var[f_{jm}]\}}{N_j} \quad (4.77)$$

όπου N_j είναι το πλήθος των ατόμων τη συγκεκριμένη γενεά. Η μέγιστη ποικιλότητα για τυχαίο δείγμα στην περίπτωση της σχέσης (4.77) δίδεται ως:

$$\max D_j = \frac{N_j}{4 \cdot N_j} = \frac{1}{4} \quad (4.78)$$

Στην περίπτωση της σχέσης (4.78) ο δείκτης ποικιλότητας είναι ανεξάρτητος του πλήθους των ατόμων του πληθυσμού. Στο σημείο αυτό μελετούνται οι συνέπειες της τροποποίησης αυτής στην ευρωστία και στο υπολογιστικό κόστος της προτεινόμενης μεθόδου για το πρόβλημα της παραγράφου 4.7.5. Η μέθοδος, όπου ο δείκτης ποικιλότητας υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (4.29), ορίζεται ως ALG#1. Η μέθοδος με την τροποποίηση της σχέσης (4.77) ορίζεται ως ALG#2. Στον Πίν. 4.36, παρουσιάζεται η σύγκριση της πιθανότητας $Pr[OE < 1]$ για τις παραλλαγές ALG#1 και ALG#2 σύμφωνα με τη σχέση (4.43).

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#1	26.53%	21.25%	18.91%	14.28%	14.72%	5.69%	46.74%	30.51%
ALG#2	20.86%	11.78%	12.47%	10.05%	21.47%	0.75%	17.33%	15.53%

Πίν. 4.36: $Pr[OE < 1]$ για τους ALG#1 και ALG#2

Με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 5, ο ALG#2 παρουσιάζει μικρότερη τιμή του $Pr[OE < 1]$. Στην περίπτωση του ΠΜΔΠ 6 η πιθανότητα αυτή είναι μικρότερη του 1%. Η χρήση του ALG#2 οδηγεί σε μείωση της $Pr[OE < 1]$ από 30.51% σε 15.53% για το σύνολο των ΠΜΔΠ.

Στον Πίν. 4.37, συγκρίνεται η μέση συνολική απόδοση των ALG#1 και ALG#2. Ο ALG#1

παρουσιάζει υψηλότερη $E[OE]$ για τα ΠΜΔΠ 2, 3, 5 και 6. Ο ALG#2 παρουσιάζει υψηλότερη $E[OE]$ για το σύνολο των ΠΜΔΠ. Και για τους δύο αλγόριθμους η μέση συνολική ευρωστία είναι μεγαλύτερη του 2.00.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#1	2.27	2.38	4.17	1.73	2.45	2.58	1.23	2.40
ALG#2	2.67	2.00	3.29	2.45	2.37	2.53	2.63	2.56
Διαφ.	-17.5%	16.1%	21.2%	-41.7%	3.1%	2.1%	-114.1%	-6.7%

Πίν. 4.37: Μέση συνολική απόδοση για τους ALG#1 και ALG#2

Ως προς τον υπολογιστικό φόρτο ο ALG#2 παρουσιάζει αύξηση του υπολογιστικού φόρτου κατά 4%~5% για τα ΠΜΔΠ 1 και 2. Αντίθετα, για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 παρατηρούνται μειώσεις, σε σχέση πάντα με τον ALG#1, της τάξης του 5%~6%. Για τα ΠΜΔΠ 5 και 7 παρατηρείται ανεπαίσθητη αύξηση του υπολογιστικού φόρτου ίση με 1% ενώ για το ΠΜΔΠ 6 ο υπολογιστικός φόρτος δεν παρουσιάζει αξιόλογη μεταβολή.

Πραγματοποιήθηκαν 4 μελέτες για τιμές της παραμέτρου $b=\{0.25, 0.75, 1.25, 1.75\}$ για τον ALG#2. Η $Pr[OE<1]$ και η $E[OE]$ για τους ALG#1 και ALG#2 παρουσιάζονται στον Πίν. 4.38. Ο ALG#2 υπερτερεί του ALG#1 σε κάθε περίπτωση με εξαίρεση την περίπτωση όπου $b=1.75$. Για τιμές του b που κυμαίνονται από 0.75 ως 1.25 παρατηρείται βελτίωση της $E[OE]$ για τον ALG#2 σε σχέση με τον ALG#1 ίση με 6.67%. Η $Pr[OE<1]$ μειώνεται από 30.51% σε 11.4% και 18.81% για $b=0.75$ και $b=1.25$ αντίστοιχα.

Παράμετρος		b=0.25	b=0.75	b=1.25	b=1.75	E[]
$E[OE]$	ALG#1	2.40				2.40
	ALG#2	2.76	2.69	2.51	2.35	2.56
$Pr[OE<1]$	ALG#1	30.51%				30.51%
	ALG#2	28.90%	11.43%	18.81%	32.84%	23.49%

Πίν. 4.38: Μέση συνολική απόδοση και μέση $Pr[OE<1]$ για διάφορες τιμές του b .

Από τα αποτελέσματα, συμπεραίνεται ότι:

- Η τροποποίηση του δείκτη ποικιλότητας του πληθυσμού βελτιώνει την απόδοση της μεθόδου ως προς την μέση συνολική απόδοση και την $Pr[OE<1]$.
- Για ΠΜΔΠ 1 και 2, τα καλύτερα αποτελέσματα για την μέση συνολική απόδοση παρατηρούνται για τιμές του b από 0.25 και 1.25. Για την $Pr[OE<1]$ τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τιμές της παραμέτρου b από 0.75 ως 1.25.

- Για ΠΜΔΠ 3, 4, 5, 6 και 7 οι τιμές της παραμέτρου b που αναμένεται να οδηγήσουν στα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα κυμαίνονται από 0.75 ως 1.25. Για τον ALG#1 η τροποποίηση του δείκτη ποικιλότητας οδηγεί σε μικρή μεταβολή της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου b για τα ΠΜΔΠ 3 και 4.

4.19 Παράρτημα Η – Τροποποίηση της σχέσης υπολογισμού του μεγέθους των επιμέρους πληθυσμών μετά την εμπλοκή – Μερική επανεκκίνηση – Μελέτη ως προς την παράμετρο c

Η σχέση (4.35) που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των επιμέρους πληθυσμών μετά την εμπλοκή τροποποιείται ως:

$$N_i^{t+1} = N_i^t + \bar{T}(e_{ij} \cdot (A)) \quad N_j^{t+1} = N_j^t + \bar{T}\left(\frac{1}{e_{ij}} \cdot (1 - (A))\right) \quad A = 0.5 + \frac{1}{2} \left(\frac{PI_i - PI_j}{PI_i} \right) \quad (4.79)$$

Στόχος της τροποποίησης αυτής είναι να αφαιρεθεί η εύνοια υπέρ του αμυνόμενου πληθυσμού. Εξετάζονται ακόμα οι συνέπειες της μερικής επανεκκίνησης του πληθυσμού. Ως μερική επανεκκίνηση, ορίζεται η διαδικασία με την οποία τα νέα μέλη, όταν έχουμε αύξηση του πλήθους των ατόμων στον πληθυσμό, γεννιούνται κατά τυχαίο τρόπο. Όταν δεν εφαρμόζεται η μερική επανεκκίνηση τα νέα μέλη ενός πληθυσμού παράγονται με αύξηση των ζευγαριών των ατόμων που επιλέγονται για διασταύρωση. Η μερική επανεκκίνηση αναμένεται να αυξήσει την ευρωστία του σχήματος για πολυμορφικά προβλήματα καθώς οδηγεί σε αύξηση της ποικιλότητας του πληθυσμού. Η ιδέα της μερικής επανεκκίνησης στηρίζεται στην παρατήρηση του De-Jong [21], ότι οι μικρό-ΓΑ [62], [12], [13], (που αντικαθιστούν τον τελεστή της μετάλλαξης με την αρχικοποίηση του πληθυσμού όταν ο δείκτης ομοιομορφίας ξεπεράσει μία συγκεκριμένη τιμή κατωφλίου) παρουσιάζουν υψηλότερη ευρωστία κατά το αρχικό και τελικό στάδιο της βελτιστοποίησης. Οι Koumoussis και Katsaras, [61] και Koumoussis και Dimou, [60] παρουσιάζουν τις ευεργετικές συνέπειες της μερικής αρχικοποίησης του πληθυσμού σε παραλλαγές του ΓΑ όπου το πλήθος των ατόμων του πληθυσμού ακολουθεί περιοδική συνάρτηση. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων του περιοδικά μεταβαλλόμενου ΓΑ [60] και του πριονωτού ΓΑ [61] για 2 συναρτήσεις αναφοράς [61] και για το βέλτιστο σχεδιασμό ισοστατικού δικτύωματος 25 μελών με περιορισμούς αξιοπιστίας [60], για το ίδιο πλήθος σχεδιασμών, ανέδειξε την αυξημένη ευρωστία των δύο σχημάτων βελτιστοποίησης ως προς τον κλασσικό ΓΑ. Η μερική αρχικοποίηση οδηγεί σε σημαντική αύξηση της ευρωστίας σε πολυμορφικά προβλήματα

καθώς επηρεάζει άμεσα την ποικιλότητα του πληθυσμού [60]. Τέλος εξετάζεται οι συνέπειες της τιμής c που ελέγχει το βάρος της παραμέτρου R_i στη συνάρτηση συνολικής ευρωστίας των πληθυσμών στη συνολική απόδοση της μεθόδου.

Οι συγκρίσεις πραγματοποιούνται ως προς τον ALG#2 της παραγράφου 4.18. Ως ALG#3 ορίζεται ο ALG#2 με την αντικατάσταση της σχέσης (4.35) από τη σχέση (4.79) και ως ALG#4 ορίζεται ο ALG#3 με την επιλογή της μερικής επανεκκίνησης του πληθυσμού ενεργοποιημένη. Τα αποτελέσματα του ALG#2 διαφέρουν σε σχέση με τα αποτελέσματα των Πίν. 4.36 και Πίν. 4.37 καθώς αναφέρονται σε αποτελέσματα για $b=0.75$.

Στον Πίν. 4.39, παρουσιάζονται η $Pr[OE<1]$ για τους 3 αλγόριθμους. Η τροποποίησης της σχέσης (4.35) οδηγεί σε αύξηση της μέσης τιμής του $Pr[OE<1]$ που συνεπάγεται αύξηση της πιθανότητας η μέθοδος να παρουσιάσει απόδοση χαμηλότερη του παράλληλου ΓΑ. Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 και τον ALG#3 τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για το ΠΜΔΠ 2 με πιθανότητα ίση με 13.53% έναντι του 11.78% για τον ALG#2. Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 στην περίπτωση του ALG#3, έχουμε αύξηση της $Pr[OE<1]$ σε 7.3% και 10.81% έναντι του 3.35% και 4.49% αντίστοιχα. Για τα ΠΜΔΠ 5 και 7 στην περίπτωση του ALG#3, έχουμε μείωση σε 18.06% της $Pr[OE<1]$ από 21.47% και αύξηση σε 29.24% από 17.33% αντίστοιχα. Τέλος για το ΠΜΔΠ 6 η τροποποίηση της σχέσης (4.35) οδηγεί σε αύξηση της $Pr[OE<1]$ στο 13.3% έναντι του 0.75%. Στην περίπτωση του ALG#4 για το ΠΜΔΠ 1 έχουμε μείωση της $Pr[OE<1]$ σε 3.01%. Η $Pr[OE<1]$ στην περίπτωση του ΠΜΔΠ 2 είναι ίση με 24.19%. Για το ΠΜΔΠ 3 ο ALG#4 δίδει τιμή ίση με 4.45% έναντι του 7.30% του ALG#3. Για το ΠΜΔΠ 4 ο ALG#4 οδηγεί σε αύξηση της $Pr[OE<1]$ σε σχέση με τους ALG#2 και ALG#3. Για το ΠΜΔΠ 5 ο ALG#4 οδηγεί σε μείωση της $Pr[OE<1]$ στο 16.32% όταν για το ΠΜΔΠ 7 έχουμε αύξηση της $Pr[OE<1]$ ως προς την αντίστοιχη τιμή του ALG#2 σε 23.80%. Για το ΠΜΔΠ 6 τα αποτελέσματα του ALG#4 παρουσιάζουν βελτίωση σε σχέση με τα αποτελέσματα του ALG#3 χωρίς να φτάνουν στο επίπεδο του ALG#2. Για το σύνολο των ΠΜΔΠ η $Pr[OE<1]$ είναι ίση με 11.43% για τον ALG#2, ίση με 22.34% για τον ALG#3 και ίση με 20.98% για τον ALG#4.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	20.86%	11.78%	3.35%	4.49%	21.47%	0.75%	17.33%	11.43%
ALG#3	19.61%	13.53%	7.30%	10.81%	18.06%	13.30%	29.24%	22.34%
ALG#4	3.01%	24.19%	4.45%	12.28%	16.32%	6.00%	23.80%	20.98%

Πίν. 4.39: $Pr[OE<1]$ για τους 3 αλγόριθμους

Στον Πίν. 4.40, παρουσιάζεται η μέση συνολική απόδοση ($E[OE]$) για τους 3 αλγορίθμους. Η τροποποίηση της σχέσης (4.35) οδηγεί σε αύξηση της $E[OE]$. Ο ALG#3 παρουσιάζει υψηλότερη συνολική απόδοση για το ΠΜΔΠ 2 κατά 34.0% σε σχέση με τη μέση απόδοση του ALG#2. Η $E[OE]$ του ΠΜΔΠ 3 για τον ALG#3 παρουσιάζει βελτίωση της τάξης του 52.8%. Η $E[OE]$ του ALG#4 για το ΠΜΔΠ 4 να παρουσιάζει βελτίωση της τάξης του 69.4% σε σχέση με τον ALG#2. Για τα ΠΜΔΠ 5 και 7 η υψηλότερη $E[OE]$ παρατηρείται στην περίπτωση της ALG#2. Για το ΠΜΔΠ 6 ο ALG#2 παρουσιάζει υψηλότερη $E[OE]$ κατά 21.2% σε σχέση με τον ALG#4 και 32.8% σε σχέση με τον ALG#3. Στο Πίν. 4.41, παρουσιάζεται η ευρωστία (R) για τους 3 αλγορίθμους. Τα αποτελέσματα των ALG#3 και ALG#4 παρουσιάζουν βελτιωμένα σε σχέση με τα αποτελέσματα του ALG#2 με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 7. Για τα ΠΜΔΠ 1 και 4 η υψηλότερη ευρωστία παρατηρείται στην περίπτωση του ALG#4. Για τα ΠΜΔΠ 2, 3, 5 και 6 η υψηλότερη ευρωστία παρατηρείται στην περίπτωση του ALG#3. Για την $E[R]$ του ALG#3 και ALG#4 παρατηρείται βελτίωση της τάξης του 25.3% και 31.1% σε σχέση με τον ALG#2 αντίστοιχα.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	2.67	2.00	3.86	2.78	2.37	2.53	2.63	2.69
ALG#3	2.22	2.68	5.90	2.58	2.34	3.00	1.98	2.96
ALG#4	2.59	1.91	3.72	4.71	2.14	2.26	2.17	2.79

Πίν. 4.40: Μέση συνολική απόδοση για τους 3 αλγορίθμους

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	1.72	1.11	3.94	2.34	1.67	1.88	1.95	2.09
ALG#3	1.51	1.60	6.90	2.65	1.75	2.38	1.54	2.62
ALG#4	1.79	1.16	4.75	6.04	1.70	1.94	1.80	2.74

Πίν. 4.41: Μέση τιμή της ευρωστίας για τους 3 αλγορίθμους

Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 και τον ALG#3 παρατηρείται αύξηση του υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με τον ALG#2 ίση με 4%. Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 η αύξηση του υπολογιστικού φόρτου είναι μεγαλύτερη και κυμαίνεται από 14% ως 18%. Για τα ΠΜΔΠ 5 ως 7 η αύξηση του υπολογιστικού φόρτου για τον ALG#3 σε σχέση με τον ALG#2 κυμαίνεται από 4% ως 5%. Για το ΠΜΔΠ 6 παρατηρείται αύξηση του υπολογιστικού φόρτου κατά 6%. Από τη σύγκριση του ALG#3 με τον ALG#4 συμπεραίνεται ότι η μερική επανεκκίνηση του πληθυσμού οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου. Για τα ΠΜΔΠ 1 και 2 παρατηρείται ανεπαίσθητη αύξηση, ως προς τον ALG#3, της τάξης του 1% που ισοδυναμεί σε αύξηση της τάξης του 5% για τον ALG#2. Για τα ΠΜΔΠ 5 και 7 η αύξηση ως προς τον ALG#3, είναι της τάξης του 5%

με αντίστοιχη αύξηση ως προς τον ALG#2 της τάξης του 8% με 9%. Για το ΠΜΔΠ 6 παρατηρείται αύξηση ίση με 6.5% ως προς τον ALG#3 που ισοδύναμη σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με τον ALG#2 12.5%. Για τα ΠΜΔΠ 3 και 4 παρατηρούνται οι μεγαλύτερες αυξήσεις του υπολογιστικού φόρτου ίσες με 10.8% και 25.5% αντίστοιχα σε σχέση με τα αποτελέσματα του ALG#3. Σε σύγκριση με τον υπολογιστικό φόρτο του ALG#2 ο ALG#4 παρουσιάζει αύξηση του υπολογιστικού φόρτου κατά 25.0% για το ΠΜΔΠ 3 και κατά 44.0% για το ΠΜΔΠ 4.

Για την παράμετρο c εξετάζονται 5 τιμές $c=\{0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$ για τα ΠΜΔΠ 1, 3, 5 και 6. Στην περίπτωση του ALG#3 τα καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάζονται για $c=0.8$ ενώ στην περίπτωση του ALG#4 τα καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάζονται για τα ΠΜΔΠ 3 και 6 και c από 0.8 ως 1.0.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων συμπεραίνεται ότι η τροποποίηση της σχέσης (4.35) οδηγεί σε βελτίωση της μέσης συνολικής απόδοσης της μεθόδου. Η μερική επανεκκίνηση βελτιώνει την ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου με αντίστοιχη αύξηση του υπολογιστικού φόρτου ειδικά στις περιπτώσεις των ΠΜΔΠ που παρουσιάζουν περιοδικότητα όπου η εισαγωγή νέων λύσεων στους πληθυσμούς βελτιώνει σημαντικά την ποικιλότητα των πληθυσμών. Για το συντελεστή c τα καλύτερα αποτελέσματα ως προς την συνολική απόδοση της μεθόδου παρατηρούνται για $c=0.8\sim 1.0$.

4.20 Παράρτημα Θ – Μελέτη για τις παραμέτρους S_j και S_{CP}

Οι παράμετροι S_j και S_{CP} ελέγχουν την κατανομή των πιθανοτήτων επιλογής των ατόμων του πληθυσμού για διασταύρωση και των πληθυσμών στο μεταπληθυσμό για εμπλοκή. Τιμές υψηλότερες της μονάδας για τις παραμέτρους αυτές οδηγούν σε όξυνση των σχετικών διαφορών των πιθανοτήτων επιλογής. Τιμές της παραμέτρου S_j μεγαλύτερες της μονάδας αυξάνουν την πίεση στον πληθυσμό για σύγκλιση προς τη βέλτιστη λύση με αντίστοιχη μείωση του υπολογιστικού φόρτου αλλά αύξηση και της πιθανότητας παγίδευσης σε τοπικό ελάχιστο. Αντίστοιχα τιμές της παραμέτρου S_{CP} μεγαλύτερες της μονάδας αυξάνουν την πιθανότητα επιλογής των λιγότερο εύρωστων πληθυσμών στο μεταπληθυσμό για εμπλοκή με αποτέλεσμα οι αδύναμοι πληθυσμοί να παρουσιάζουν υψηλότερη πιθανότητα εμπλοκής οπότε και οι πιθανότητες επιβίωσης τους στο μεταπληθυσμό μειώνονται. Για το δικτύωμα 25 μελών εξετάζονται 3 προβλήματα με $E[P]=20\text{kN}$, 30kN και 40kN αντίστοιχα, και η παράμετρος χ θεωρείται τ.μ με δείκτη μεταβλητότητας ίσο με 10%.

Στον Πίν. 4.42, παρουσιάζεται το κόστος των βέλτιστων σχεδιασμών για $S_j=2.5$ και S_{CP} σύμφωνα με τις τιμές του Πίν. 4.14. Οι καλύτερες σχεδιάσεις παρατηρούνται για αρχικό πληθυσμό ίσο με 60 άτομα. Σε κάθε περίπτωση η προτεινόμενη μέθοδος ανακαλύπτει περισσότερο εύρωστες λύσεις από την περισσότερο εύρωστη λύση του παράλληλου ΓΑ.

	ALG#3		ALG#4		Σχετική Διαφορά
	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	
100 Άτομα					
$E[P] = 20\text{kN}$	124.81	1	121.41	3	-2.72%
$E[P] = 30\text{kN}$	156.29	5	154.98	6	-0.84%
$E[P] = 40\text{kN}$	183.35	4	183.28	5	-0.04%
80 Άτομα					
$E[P] = 20\text{kN}$	126.17	3	125.35	3	-0.65%
$E[P] = 30\text{kN}$	157.24	6	156.88	7	-0.23%
$E[P] = 40\text{kN}$	187.84	6	184.55	3	-1.75%
60 Άτομα					
$E[P] = 20\text{kN}$	120.24	3	128.23	5	6.65%
$E[P] = 30\text{kN}$	154.15	5	158.44	4	2.78%
$E[P] = 40\text{kN}$	182.04	2	182.36	3	0.18%

Πίν. 4.42: Σύγκριση κόστους βέλτιστων σχεδιασμών ($S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό)

Στον Πίν. 4.43, παρουσιάζονται οι αντίστοιχες τιμές για $S_j=S_{CP}=1.0$. Οι καλύτερες σχεδιάσεις παρατηρούνται για αρχικό πληθυσμό ίσο με 80 ή 100 άτομα. Για $E[P]=20\text{kN}$ και $S_j=S_{CP}=1.0$, το περισσότερο εύρωστο άτομο ανακαλύπτεται από τον παράλληλο ΓΑ. Από την ενδελεχή ανάλυση των αποτελεσμάτων για $E[P]=20\text{kN}$ παρατηρείται ότι η προτεινόμενη μέθοδος ανακαλύπτει 3 σχεδιασμούς για τους οποίους η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης απέχει λιγότερο από 0.5% της τιμής του βέλτιστου σχεδιασμού του παράλληλου ΓΑ.

Για τα 3 προβλήματα που εξετάζονται ως προς τη μέση τιμή του φορτίου παρατηρείται ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για $S_j=S_{CP}=1.0$ είναι χαμηλότερη των αντίστοιχων τιμών για $S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό. Συγκρίνοντας τους αλγόριθμους παρατηρείται ότι στην περίπτωση όπου το $S_j=2.5$ και για S_{CP} σύμφωνα με τις τιμές του Πίν. 4.14 οι περισσότερο εύρωστοι σχεδιασμοί ανακαλύπτονται από τον ALG#3. Στην περίπτωση όπου $S_j=S_{CP}=1.0$ ο ALG#4 ανακαλύπτει την περισσότερο εύρωστη λύση για $E[P]=40\text{kN}$ ενώ ο ALG#3 ανακαλύπτει την περισσότερο εύρωστη λύση για $E[P]=30\text{kN}$. Οι δύο αλγόριθμοι ανακαλύπτουν την περισσότερο εύρωστη λύση για $E[P]=20\text{kN}$ με τον ALG#4 να ανακαλύπτει ακόμα δύο πολύ καλές λύσεις για το συγκεκριμένο πρόβλημα έναντι

μίας για τον ALG#3.

100 Άτομα	ALG#3		ALG#4		Σχετική
	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	Διαφορά
$E[P] = 20\text{kN}$	119.81	4	119.60	1	-0.18%
$E[P] = 30\text{kN}$	151.30	2	151.53	1	0.15%
$E[P] = 40\text{kN}$	181.03	1	181.70	5	0.37%
80 Άτομα	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	
$E[P] = 20\text{kN}$	119.29	0	119.29	0	N/A
$E[P] = 30\text{kN}$	155.39	5	155.06	5	-0.21%
$E[P] = 40\text{kN}$	184.45	5	179.18	3	-2.86%
60 Άτομα	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	Τιμή (MU)	ΠΜΔΠ (0=ΓΑ)	
$E[P] = 20\text{kN}$	127.77	6	119.69	3	-6.32%
$E[P] = 30\text{kN}$	154.76	0	154.76	0	N/A
$E[P] = 40\text{kN}$	184.58	1	183.10	6	-0.80%

Πίν. 4.43: Σύγκριση κόστους βέλτιστων σχεδιασμών ($S_j=S_{CP}=1.0$)

Στον Πίν. 4.44, παρουσιάζεται η μέση συνολική απόδοση ($E[OE]$) για τους ALG#2 για $S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό και ALG#3 και ALG#4 για ($S_j=S_{CP}=1.0$). Η μέση απόδοση των ALG#3 και ALG#4, παρουσιάζεται σημαντικά μειωμένη σε σχέση με τον ALG#2. Ο ALG#2 παρουσιάζει την υψηλότερη $E[OE]$ για το σύνολο των ΠΜΔΠ με εξαίρεση το ΠΜΔΠ 2 για το οποίο τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στην περίπτωση του ALG#4. Στον Πίν. 4.45, παρουσιάζεται η $\text{Pr}[OE<1]$. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται και πάλι για τον ALG#2. Ο ALG#2 παρουσιάζει την καλύτερη απόδοση για τα ΠΜΔΠ 2, 4, 6 και 7 με τον ALG#4 να παρουσιάζει την καλύτερη απόδοση στην περίπτωση των υπολοίπων ΠΜΔΠ.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	2.67	2.00	3.86	2.78	2.37	2.53	2.63	2.69
ALG#3	1.54	1.68	2.34	1.90	1.77	1.55	1.33	1.73
ALG#4	2.33	2.08	2.36	2.48	1.89	2.34	1.84	2.19

Πίν. 4.44: $E[OE]$ για ALG#3, ALG#4 ($S_j=S_{CP}=1.0$) - ALG#2 ($S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό)

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	20.86%	11.78%	3.35%	4.49%	21.47%	0.75%	17.33%	11.43%
ALG#3	38.87%	36.68%	30.44%	11.44%	40.44%	28.46%	38.70%	36.70%
ALG#4	9.43%	13.19%	1.32%	24.21%	6.37%	7.17%	24.14%	14.41%

Πίν. 4.45: $\text{Pr}[OE<1]$ για ALG#3, ALG#4 ($S_j=S_{CP}=1.0$) - ALG#2 ($S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό)

Στα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους Πίν. 4.44 και Πίν. 4.45 η απόδοση της μεθόδου συγκρίνεται με τα αποτελέσματα του αντίστοιχου παράλληλου ΓΑ. Τα αποτελέσματα όμως του παράλληλου ΓΑ είναι εξαρτημένα της τιμής του εκθέτη S_j για την πιθανότητα επιλογής με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν διαφορές μεταξύ τους. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων των παράλληλων ΓΑ και η σύγκριση των αλγορίθμων ALG#2, ALG#3 και ALG#4 ως προς τα αποτελέσματα του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$.

Στο Πίν. 4.46, παρουσιάζεται το κόστος των βέλτιστων σχεδιασμών για $S_j=2.5$ και $S_j=1.0$ στην περίπτωση του παράλληλου ΓΑ. Ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=2.5$ ανακαλύπτει φθηνότερες λύσεις σε 3 από τις 9 περιπτώσεις που εξετάζονται. Ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ υστερεί ως προς το ΓΑ με $S_j=2.5$ για αρχικό πλήθος σχεδιασμών ίσο με 100 άτομα. Το φαινόμενο αυτό αποδίδεται στη μεγαλύτερη ταχύτητα διάδοσης των κυρίαρχων σχημάτων για $S_j=2.5$ που οδηγούν σε βελτίωση της απόδοσης του ΓΑ, ως προς την ικανότητα εξάντλησης μίας περιοχής, σε σχέση με τον αντίστοιχο ΓΑ για $S_j=1.0$.

Παράλληλος ΓΑ	$S_j=2.5$	$S_j=1.0$	Σχετική Διαφορά
100 Άτομα	Τιμή (MU)	Τιμή (MU)	
$E[P] = 20\text{kN}$	127.39*	128.49	0.86%
$E[P] = 30\text{kN}$	158.67	156.35	-1.46%
$E[P] = 40\text{kN}$	184.28*	186.40	1.15%
80 Άτομα	Τιμή (MU)	Τιμή (MU)	
$E[P] = 20\text{kN}$	129.63	119.29	-7.98%
$E[P] = 30\text{kN}$	163.43	159.16	-2.61%
$E[P] = 40\text{kN}$	195.06	191.94	-1.60%
60 Άτομα	Τιμή (MU)	Τιμή (MU)	
$E[P] = 20\text{kN}$	128.36*	131.58	2.51%
$E[P] = 30\text{kN}$	162.53	154.76	-4.78%
$E[P] = 40\text{kN}$	198.91	193.72	-2.61%

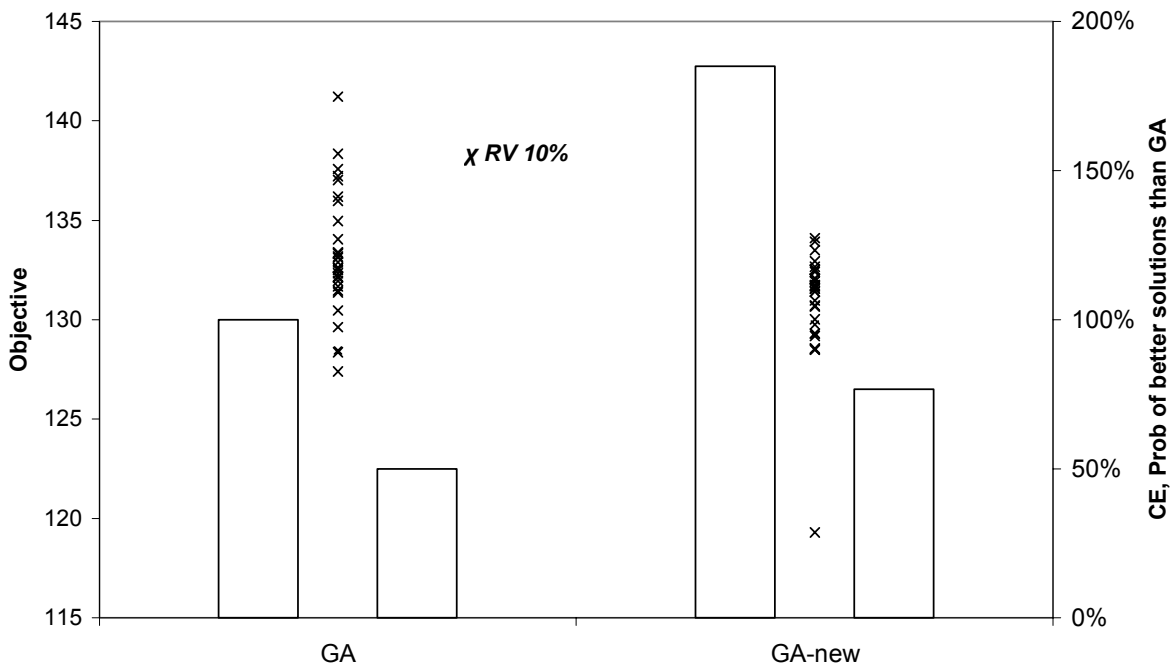
Πίν. 4.46: Κόστος του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού για διάφορες τιμές της S_j .

Η $E[OE]$ του παράλληλου ΓΑ με $S_j=1.0$ (για τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$) είναι ίση με 1.99 και η $\text{Pr}[OE < 1]$ είναι ίση με 16.3%. Η $E[R]$ του παράλληλου ΓΑ με $S_j=1.0$ είναι ίση με 3.61 και ο υπολογιστικός φόρτος είναι ίσος με 1.81. Ο υψηλός υπολογιστικός φόρτος οφείλεται στη μικρότερη ταχύτητα διάδοσης των κυρίαρχων σχημάτων και την καθυστέρηση της σύγκλισης. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων συμπεραίνεται ότι, ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ είναι περισσότερο κατάλληλος για το υπό εξέταση πρόβλημα.

Στα Διάγ. 4.64 ως Διάγ. 4.66, παρουσιάζεται η διασπορά του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού, ο υπολογιστικός φόρτος και η συχνότητα με την οποία η λύση του παράλληλου ΓΑ με $S_j=1.0$ είναι φθηνότερη της βέλτιστης λύσης του ΓΑ με $S_j=2.5$.

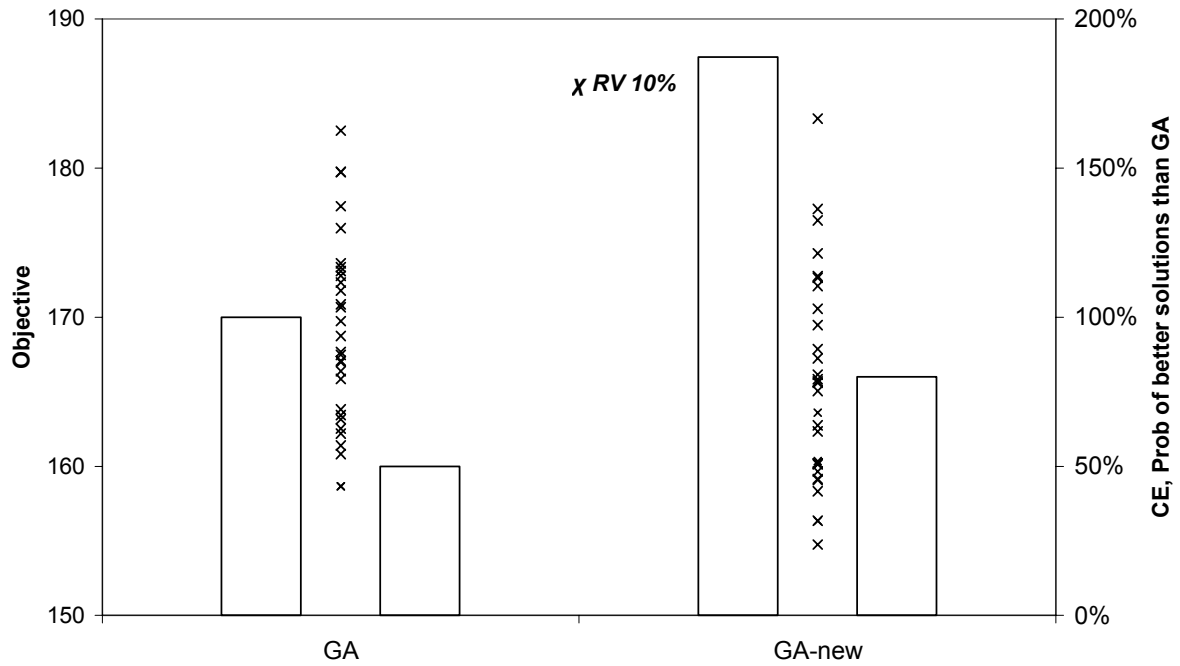
Για $E[P]=20kN$ και $S_j=1.0$ η λιγότερο εύρωστη λύση παρουσιάζει κόστος μικρότερο από 134 MU έναντι των 142 MU του παράλληλου ΓΑ για $S_j=2.5$. Για $S_j=1.0$ παρατηρείται μικρότερη διασπορά των λύσεων. Η συχνότητα με την οποία ο ΓΑ με $S_j=1.0$ καταλήγει σε καλύτερους σχεδιασμούς από τους αντίστοιχους σχεδιασμούς του ΓΑ με $S_j=2.5$ είναι ίση με 76.67%. Για $E[P]=30kN$ και $S_j=1.0$ παρατηρείται μεγαλύτερη διασπορά των λύσεων σε σχέση με τις σχεδιάσεις για $S_j=2.5$. Ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ ανακαλύπτει 3 σχεδιασμούς με χαμηλότερο κόστος από το κόστος του περισσότερο εύρωστου ατόμου του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$. Η συχνότητα με την οποία ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ οδηγείται σε φθηνότερους σχεδιασμούς από τους αντίστοιχους του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$ είναι ίση με 80.00%. Για $E[P]=40kN$ και $S_j=1.0$ παρατηρείται μικρότερη διασπορά των λύσεων σε σχέση με τις σχεδιάσεις για $S_j=2.5$. Η συχνότητα με την οποία ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ καταλήγει σε φθηνότερους σχεδιασμούς από τους αντίστοιχους σχεδιασμούς του ΓΑ με $S_j=2.5$ είναι ίση με 76.67%. Η περισσότερο φθηνή λύση όμως ανακαλύπτεται από τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$.

Obj. Value, CE and Pr. Of better sols from std. GA - $E[P]= 20kN$



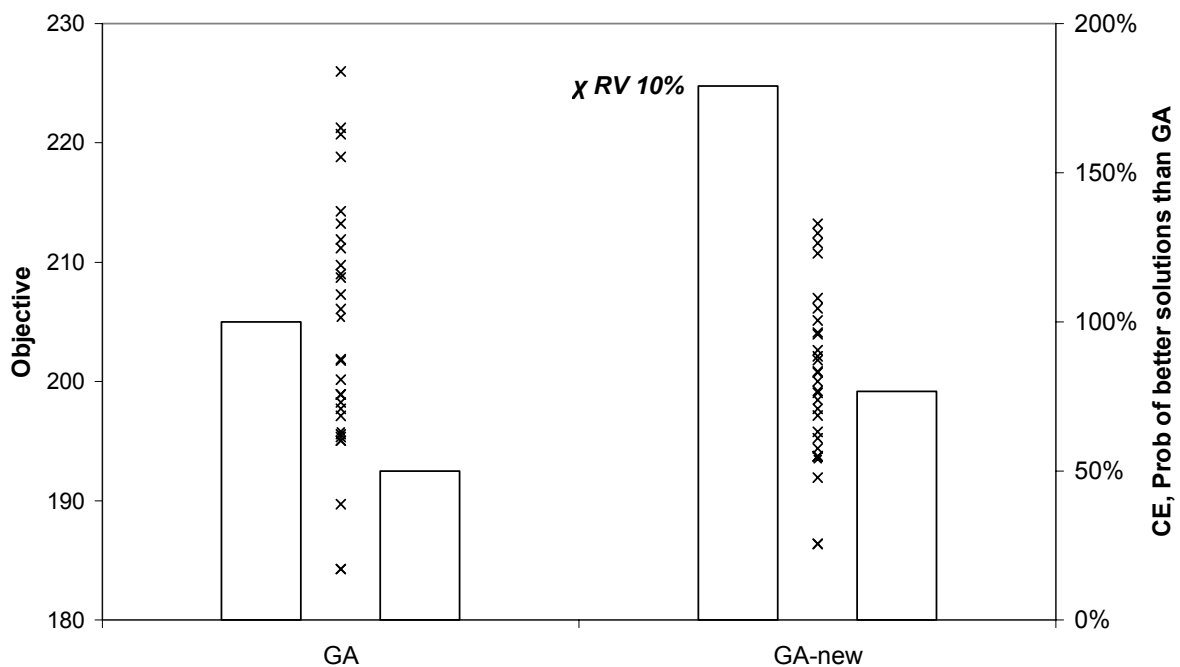
Διάγ. 4.64: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης με $S_j=2.5$ ($E[P]=20kN$).

Obj. Value, CE and Pr. Of better sols from std. GA - $E[P]= 30kN$



Διάγ. 4.65: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης με $S_j=2.5$ ($E[P]=30kN$).

Obj. Value, CE and Pr. Of better sols from std. GA - $E[P]= 40kN$



Διάγ. 4.66: Κόστος βέλτιστων σχεδιασμών, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης καλύτερης λύσης με $S_j=2.5$ ($E[P]=40kN$).

Συμπεραίνεται ότι ο παράλληλος ΓΑ με $S_j=1.0$ αποδίδει καλύτερα για το υπό εξέταση πρόβλημα. Με εξαίρεση το πρόβλημα με $E[P]=40\text{kN}$ ο παράλληλος ΓΑ οδηγείται σε λύσεις περισσότερο εύρωστες της περισσότερο εύρωστης λύσεις του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$ ενώ σε κάθε περίπτωση η συχνότητα εύρεσης περισσότερο φθηνών λύσεων σε σχέση με τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ είναι πολύ υψηλότερη της τιμής κατωφλίου (50%).

Στον Πίν. 4.47, παρουσιάζεται η μέση συνολική απόδοση των 3 αλγόριθμων σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του παράλληλου ΓΑ για $S_j=2.5$. Η συνολική $E[OE]$ παρουσιάζει βελτίωση ίση με 13.7% για τον ALG#3 και 69.1% για τον ALG#4 σε σχέση με τον ALG#2. Τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται για τον ALG#4 για το σύνολο των ΠΜΔΠ με εξαίρεση τα ΠΜΔΠ 3 και 4 όπου η υψηλότερη $E[OE]$ παρατηρείται για τον ALG#3.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	2.67	2.00	3.86	2.78	2.37	2.53	2.63	2.69
ALG#3	2.25	2.16	4.40	5.32	2.23	2.56	2.53	3.06
ALG#4	4.56	4.36	4.00	5.11	3.43	6.05	4.33	4.55

Πίν. 4.47: Συνολική απόδοση για ALG#3 και ALG#4 ($S_j=S_{CP}=1.0$) και ALG#2 ($S_{CP}=2.5$).

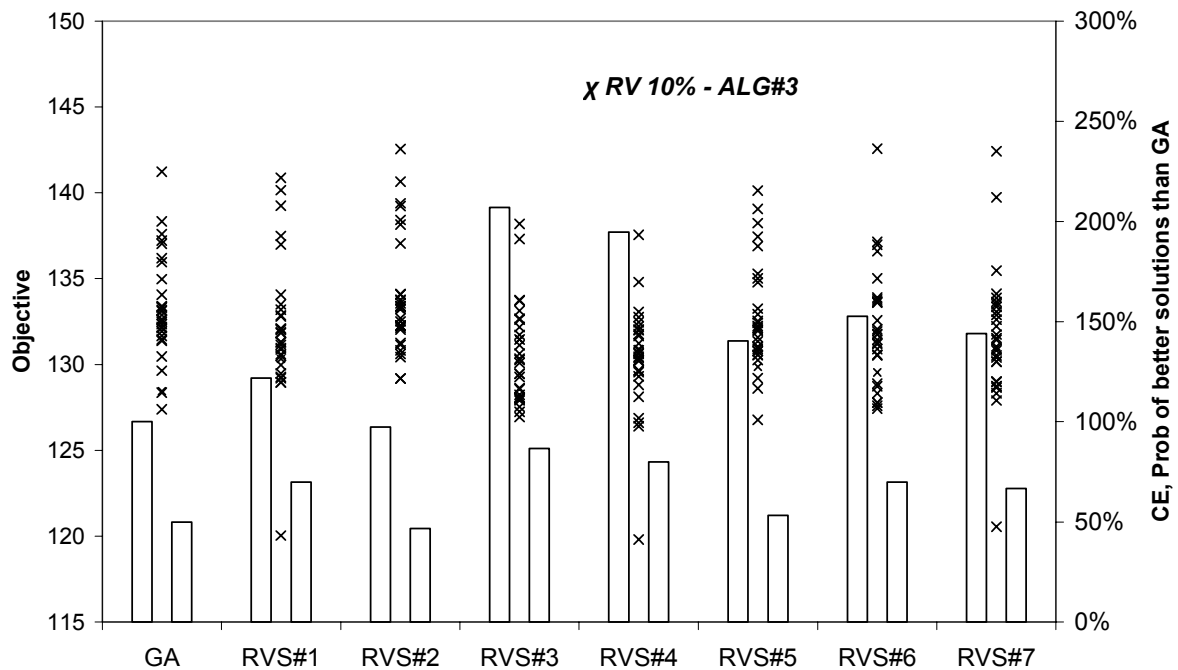
Στον Πίν. 4.48, παρουσιάζεται η $\text{Pr}[OE<1]$. Οι μικρότερες τιμές παρατηρούνται για τον ALG#4 για το σύνολο των ΠΜΔΠ με εξαίρεση τα ΠΜΔΠ 2 και 6 για τα οποία τα καλύτερα αποτελέσματα παρατηρούνται στην περίπτωση του ALG#2. Η χαμηλή απόδοση του ALG#3 σε σχέση με τον ALG#2 οφείλεται στη μεγάλη διασπορά των τιμών της συνολικής απόδοσης.

ΠΜΔΠ	1	2	3	4	5	6	7	Σύνολο
ALG#2	20.86%	11.78%	3.35%	4.49%	21.47%	0.75%	17.33%	11.43%
ALG#3	14.38%	25.66%	5.31%	3.18%	28.93%	14.56%	21.91%	16.54%
ALG#4	13.92%	16.55%	3.34%	1.85%	16.10%	3.01%	12.08%	8.60%

Πίν. 4.48: $\text{Pr}[OE<1]$ για ALG#3 και ALG#4 ($S_j=S_{CP}=1.0$) και ALG#2 ($S_{CP}=2.5$).

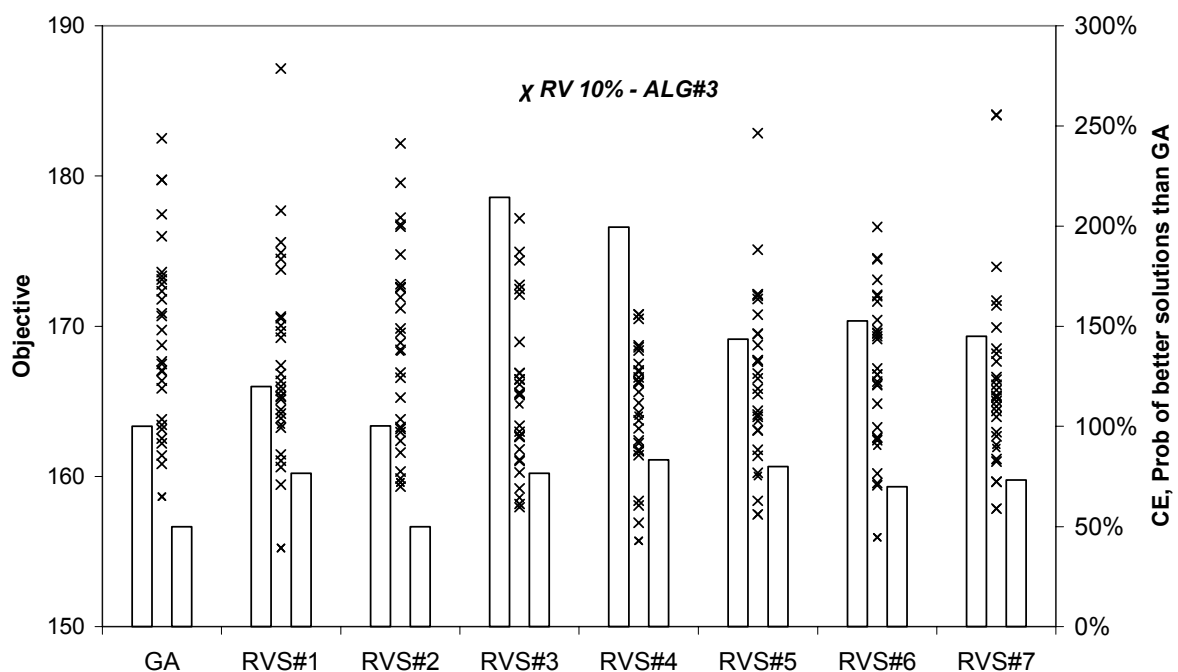
Στα Διάγ. 4.67 ως Διάγ. 4.72, παρουσιάζεται η διασπορά του κόστους του περισσότερο εύρωστου σχεδιασμού, ο υπολογιστικός φόρτος και η συχνότητα με την οποία η λύση του ΣΑ για τους αλγόριθμους ALG#3 και ALG#4 με $S_j=S_{CP}=1.0$ είναι καλύτερη της λύσης του ΓΑ με $S_j=2.5$ και S_{CP} μεταβλητό. Σε κάθε περίπτωση ο υπολογιστικός φόρτος παρουσιάζεται αυξημένος λόγω της μείωσης της ταχύτητας σύγκλισης του ΓΑ. Ο υπολογιστικός φόρτος σε ορισμένες περιπτώσεις ξεπερνά το 200% του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$. Παρατηρείται ακόμα μεγάλη βελτίωση της συχνότητας με την οποία η λύση της μεθόδου είναι καλύτερη της λύσης του παράλληλου ΓΑ που σε μερικές περιπτώσεις υπερβαίνει το 90%.

Obj. Value, CE, Pr of better sols than GA - $E[P]=20kN$

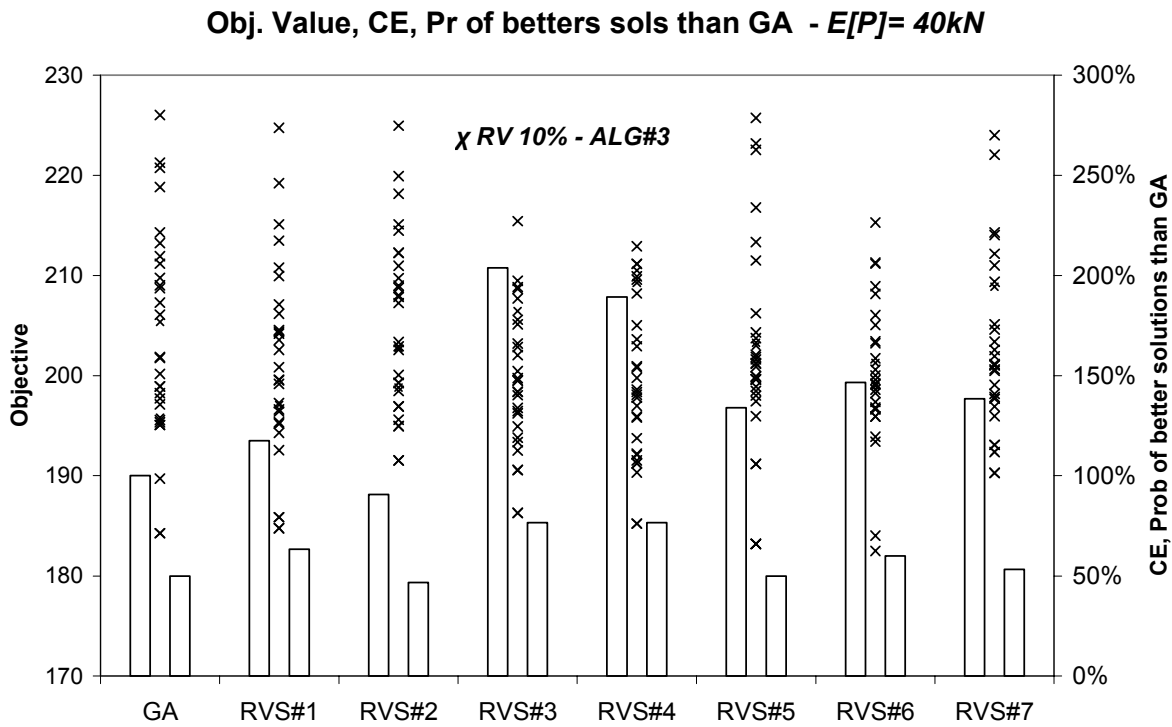


Διάγ. 4.67: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#3 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=20kN$).

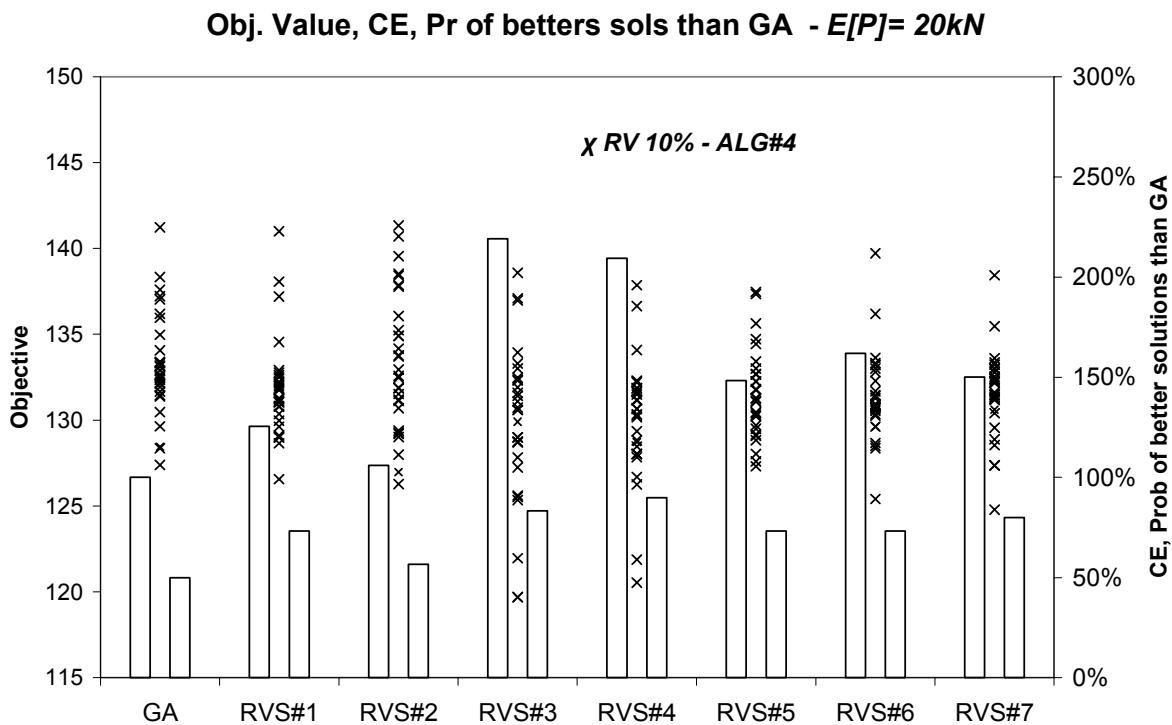
Obj. Value, CE, Pr of better sols than GA - $E[P]=30kN$



Διάγ. 4.68: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#3 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=30kN$).

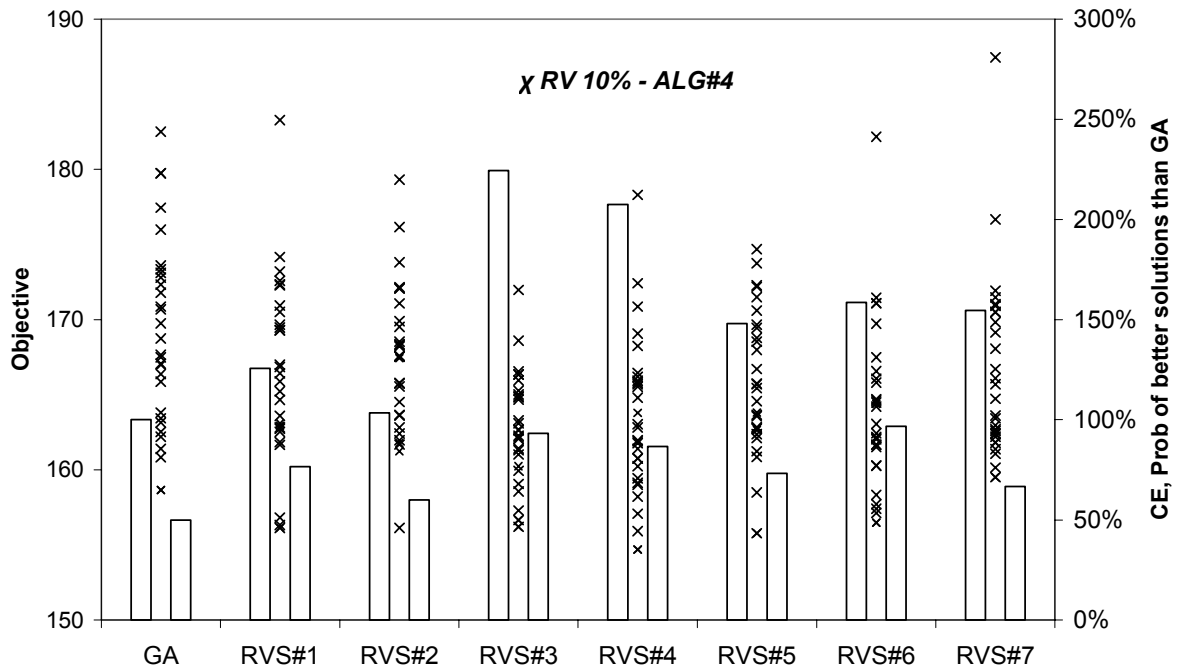


Διάγ. 4.69: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#3 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=40kN$).



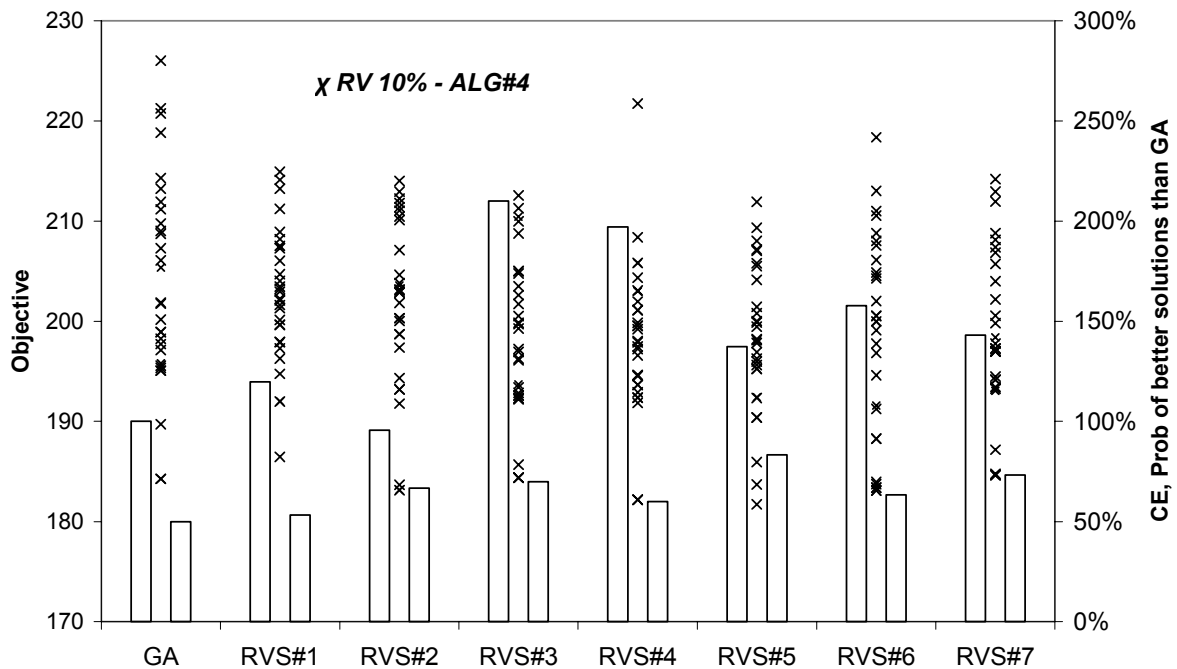
Διάγ. 4.70: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#4 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=20kN$).

Obj. Value, CE, Pr of better sols than GA - $E[P]=30kN$



Διάγ. 4.71: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#4 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=30kN$).

Obj. Value, CE, Pr of better sols than GA - $E[P]=40kN$



Διάγ. 4.72: Βέλτιστοι σχεδιασμοί, υπολογιστικός φόρτος, πιθανότητα εύρεσης περισσότερο εύρωστης λύσης για τον ALG#4 προς τον παράλληλο ΓΑ με $S_j=2.5$ ($E[P]=40kN$).

Μεταξύ των ΠΜΔΠ 1 και 2 τα καλύτερα αποτελέσματα ως προς το κόστος της περισσότερο εύρωστης λύσης, παρατηρούνται για ΠΜΔΠ 2 και ALG#4. Για τα ΠΜΔΠ 3, 4, 5 και 7 τα αποτελέσματα εξαρτώνται από τη μέση τιμή του φορτίου. Για το ΠΜΔΠ 6 η υψηλότερη απόδοση παρατηρείται για ALG#4.

Από τα αποτελέσματα του παραρτήματος εξάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Τα καλύτερα αποτελέσματα για το πρόβλημα (βέλτιστος σχεδιασμός στατικώς ορισμένου επίπεδου δικτύματος 25 μελών) για τον παράλληλο ΓΑ παρουσιάζονται όταν η πιθανότητα επιλογής κατανέμεται κατά γραμμικό τρόπο ($S_j=1.0$).
- Η μέθοδος βελτιώνει την απόδοση του παράλληλου ΓΑ σε κάθε περίπτωση.
- Τα καλύτερα αποτελέσματα για τη συνολική απόδοση και $Pr[OE<1]$ όταν οι συγκρίσεις πραγματοποιηθούν για κοινή βάση αποτελεσμάτων (στην προκειμένη περίπτωση για τη βάση αυτή επιλέγονται τα αποτελέσματα του παράλληλου ΓΑ με $S_j=2.5$) παρατηρούνται για τον ALG#4 με τις πιθανότητες επιλογής να κατανέμονται κατά γραμμικό τρόπο.

4.21 Βιβλιογραφία

- [1] Adamidis P., Petridis, V. (2002) “On Modelling Evolutionary Algorithm Implementations through Co-operating Populations”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 321-330.
- [2] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning and Design. Vol. 1 Basic Principles*”, John Wiley & Sons, New York.
- [3] Ang, A.H.S., Tang, W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning and Design. Vol. 2 Examples*”, John Wiley & Sons, New York.
- [4] Bagley, J.D., (1967) “*The behavior of adaptive systems which employ genetic and correlation coefficients*”, Ph.D., Dissertation, University of Michigan.
- [5] Bak, P., (1996) “*How Nature Works*”, Copernicus, Springer-Verlag, New York, 1st edition.
- [6] Barbosa, H.J.C., Barreto, A.M.S., (2001) “An interactive Genetic Algorithm with co-evolution of weights for multiobjective problems”, *GECCO 2001*, 203 – 210.
- [7] Barricelli, N.A., (1957) “Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods”, *Methodos*, 9:143-182.
- [8] Barricelli, N.A., (1962) “Numerical testing of evolution theories, Part I: Theoretical introduction and basic test, Part II: Preliminary tests of performance”, *Symbiogenesis, and terrestrial life, Acta Biotheoretica*.
- [9] Benjamin, J.R., Cornell, C.A., (1970) “*Probability Statistics and Decision for Civil Engineers*”, Mc Graw Hill, New York.
- [10] Blickle, T., Thiele, L., (1995) “A mathematical analysis of Tournament Selection”, *Proceedings, of the 6th International, Conference, ICGA 1995*, Morgan Kaufman, San Francisco, USA, 9-16.
- [11] Burke, E., Gustafson, S., Kendall, G., Krasnogor, N., (2002) “Advanced Population Diversity Measures in Genetic Programming”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 341-350.
- [12] Carroll, D.L., (1996) “Chemical Laser modeling with genetic algorithms”, *AIAA Journal* 34(2):338-346.
- [13] Carroll, D.L., (1996) “Genetic algorithms and optimizing chemical oxygen-iodine, lasers”, *Developments in Theoretical Applied Mechanics*, 18:411–424.
- [14] Cassagrandi, R., Gatto, M., (1999) “A mesoscale approach to extinction risk in fragmented habitats”, *Nature*, 400(5):560-562.

- [15] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “Application of Structural Systems Reliability Theory”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [16] Christensen, P.T., Baker, M.J., (1982) “*Structural Reliability Theory and its Applications*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [17] Davis, L., (1991) “*Handbook of Genetic Algorithms*”, Van Nostrand Reinhold, New York.
- [18] Deb, K., (2000) “An efficient constraint handling method for genetic algorithms”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:311-338.
- [19] Deb, K., Gulati, S., (2001) “Design of truss Structures for minimum weight using Genetic Algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37:447-465.
- [20] De Jong, E.D., Watson, R.A., Pollack, J.B., (2001) “Reducing Bloat and Promoting Diversity using Multi- Objective Methods” *Proc., of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)* 11-18.
- [21] De Jong, K.A., (1975) “*Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*”, Ph.D. dissertation, Univ. of Michigan.
- [22] Dimitrova, Z.I., Vitanov, N.K., (2000) “Influence of adaptation on the nonlinear dynamics of a system of competing populations” *Physic Letters A*, 272:368-380.
- [23] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2001) “Competition Among Genetic Algorithms to Improve Robustness In Optimization” *Proceedings of the 6th National Congress on Mechanics*, Hellenic Society for Theoretical & Applied Mechanics (HSTAM), July 19-21 2001, Thessaloniki, Greece, E.C. Aifantis and A.N. Kounadis (eds), 275-282.
- [24] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2001) “Genetic Algorithms in a competitive environment with Application to Reliability Optimal Design” *In Proceedings of the 6th International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping and B. Kumar, (eds), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 38.
- [25] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Genetic Algorithms in Competitive Environments”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 17(3):142-149.
- [26] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design”, *Advances in Engineering Software*, 34(11-12):773-785.
- [27] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Reliability Based Optimization of Complex Structures using Competitive GAs” *In Proceedings of the 9th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing*, B.H.V. Topping, (ed), Civil-Comp

- Press, Stirling, United Kingdom, paper 133.
- [28] Doebeli M., Koella, J.C., (1995) “Evolution of simple population dynamics” *Proc., of Royal Society of Biol. Sciences*, 260:119-125.
- [29] Donangelo R., Hansen, A., Sneppen, K., Souza, S.R., (2000) “Modeling an imperfect market”, *Physica A*, 283:468-478.
- [30] Drepper, F.R., Engbert, R., Stollenwerk, N., (1994) “Nonlinear time series of empirical population dynamics”, *Ecological Modelling*, 75/76:171-181.
- [31] Eiben, A.E., Hinterding, R., Michalewicz, Z., (1999) “Parameter Control in Evolutionary Algorithms”, *IEEE Trans., on Evolutionary Computation*, 3(2):124-141.
- [32] Eiben, A.E., Sprinkhuizen-Kuyper, I.G., Thijssen, B.A., (1998) “Competing crossovers in an adaptive GA framework” In *Proceedings of the 5th IEEE Conference on Evolutionary Computation*, *IEEE Press*, 787-792.
- [33] ENV 1993 (1993) “Eurocode 3. Design of Steel Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [34] Erbatur, F., Hasançebi, O., Tütüncü, I., Köldoç, H., (2000) “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms” *Computers & Structures*, 75:209-224.
- [35] Ficisi, S.G., Pollack, J.B., (2001) “Game Theory and the simple coevolutionary algorithm: some results on fitness sharing”, *Genetic and Evolutionary Computation Conf., Workshop Program, (GECCO-2001)* 2-8.
- [36] Fraser, A.S., (1957) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction”, *Australian Journal of Biological Sciences*, 10:484-491.
- [37] Fraser, A.S., (1962) “Simulation of genetic systems” *Journal of Theoretical Biology*, 2:329-346.
- [38] Fujimoto, Y., Tsutsui, S.A., (1997) “Peak Shape Identification Genetic Algorithm with a radial Basis Function” *The 1997 Int. Conf. On Evolutionary Computation*, 249-354.
- [39] Goldberg, D.E., (1989) “*Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*”, Addison-Wesley, Reading, MA, U.S.A.
- [40] Goldberg, D.E., Deb, K. and Clark, J.H., (1992) “Genetic Algorithms, noise, and the sizing of populations” *Complex Systems*, 6:333-362.
- [41] Grierson D.E., Pak, W.H., (1993) “Optimal sizing, geometrical and topological design using genetic algorithms”, *Journal of Structural Optimization* 6:151–159.
- [42] Groenwold, A.A., Stander, N., Snyman, J.A., (1999) “A Regional Genetic Algorithm for the Discrete Optimal Design of Truss Structures”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44:749-766.

- [43] Haftka, R.T., Gurdal, Z., Kamat, M.P., (1992) “*Elements of Structural Optimization*” 3rd Edition, Kluwer Academic Publishers.
- [44] Hajela, P, Lee, E., (1995) “Genetic algorithms in truss topological optimization” *Journal of Solids and Structures*, 32(22):3341–3357.
- [45] Hanski, I.A., Gilpin, M.E., (eds) (1997) “*Metapopulation Biology*” Academic Press.
- [46] Harik, G., Cantu-Paz, E., Goldberg, D.E., Miller, B.L., (1996) “The Gambler’s Ruin Game, Genetic Algorithms, and the sizing of populations” *ILLIGAL Report # 96004*, University of Illinois, USA.
- [47] Hanne, T., (2000) “Global Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms”, *Journal of Heuristics*, 6:347-360.
- [48] Hasancebi, O., Erbatur, F., (2000) “Evaluation of crossover techniques in genetic algorithm based optimum structural design”, *Computers & Structures*, 78(1-3):435-448.
- [49] Hesser, J., Männer, R., (1991) “Towards an optimal mutation probability for genetic algorithms”, *Proceedings, of the 1st Conference, on Parallel Problem solving from Nature, Lecture Notes in Computer Science #496*, Springer-Verlag, 23-32.
- [50] Holicky, M., Markova, J., (2002) “Calibration of reliability estimates for a Column”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, Switzerland.
- [51] Holland, J.H., (1962) “Concerning efficient adaptive systems” *In Self-Organizing Systems*, Yovits, M.C., Jacobi, G T., Goldstein, G.D., (eds.) Spartan Press, 215-230.
- [52] Holland, J.H., (1962) “Information processing in adaptive systems”, *In Processing of Information in the Nervous System*, Gerard, R. W. (ed.) *Excerpta Medica*, 338-347.
- [53] Holland, J.H., (1969) “Hierarchical Descriptions of universal spaces and adaptive systems”, *In Essays on Cellular Automata*, Burks, A. W. (ed.) U. Illinois Press. 320-353.
- [54] Holland, J.H., (1971) “Processing and processors for schemata”, *Associative information processing*, Jacks, E.L., (ed.), American Elsevier, 127-146.
- [55] Holland, J. H. (1975). “*Adaptation in natural and artificial systems*” University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., USA.
- [56] Hong, T.P., Wang, H.S., Lin, W.Y., Lee, W.Y., (2002) “Evolution of Appropriate Crossover and Mutation Operators in a Genetic Process”, *Applied Intelligence*, 16:7-17.
- [57] Horn, J., (1997) “*The Nature of Niching: GA and the evolution of Optimal Cooperative Populations*”, Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois, Urbana-Champaign.
- [58] Koumoussis, V.K., Dimou C.K., (2001) “Genetic Algorithms in a Competitive Environment with Application to Reliability Optimal Design” *Genetic and Evolutionary Computation Conf., Workshop Program, July 7-11, GECCO 2001*, 79-85.

- [59] Koumouisis, V.K., Georgiou, P.G., (1994) “Genetic Algorithms in discrete optimization of steel truss roofs”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 8(3):309-325.
- [60] Koumouisis, V.K., Dimou, C.K., (2002) “The effect of oscillating population size on the robustness of Genetic Algorithms”, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, 27-29 June (distributed in CD-ROM).
- [61] Koumouisis, V.K., Katsaras C.P., (2002) “The Effect of Oscillating Population Size and Re-initialization on the Performance of Genetic Algorithms”, *Proceedings, of the 3rd International Conference, on Engineering Computing Technology*, B.H.V., Topping, Z., Bittnar, (eds), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 74.
- [62] Krishnakumar, K., (1989) “Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization”, *SPIE, Intelligent Control Adaptive. Systems*, 1196:289–296.
- [63] Levins R. (1969) “Some demographic and genetic consequences of environmental heterogeneity for Biological control”, *Bull. Entomol. Soc. Am.*, 15:237-240.
- [64] Mangel, M., Tier, C., (1993) “Dynamics of Metapopulations with Demographic Stochasticity and Environmental Catastrophes”, *Theoretical Population Biology*, 44(1):1-31.
- [65] Molofsky, J., (1994) “Population Dynamics and Pattern Formation in Theoretical Populations”, *Ecology*, 75(1):30-39.
- [66] Morrison, J., Oppacher, F., (1999) “A General Model of Co-evolution for Genetic Algorithms”, *International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms ICANNGA 99*, Portoroz, Slovenia Apr 6-9, 262-268.
- [67] Mühlenbein, H., (1992) “How genetic algorithms work: Mutation and hillclimbing”, *Proc., of the 2nd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, North-Holland, Männer R. and Manderick B. (eds), Brussels, Belgium, 15-25.
- [68] Nanakorn, P., Meesomklin, K., (2001) “An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization”, *Computers & Structures*, 79(29-30):2527-2539.
- [69] Pezeshk, S., Camp C.V., Chen, D., (2000) “Design of non-linear framed structures using Genetic Optimization”, *Journal of Structural Engineering*, 126(3):382-388.
- [70] Rajan, S.D., (1995) “Sizing Shape and Topology Optimization of trusses Using Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, 121(10):1480-1487.
- [71] Riechmann, T., (2001) “Genetic algorithm learning and evolutionary games” *Journal of Economic Dynamics & Control*, 25:1019-1037.
- [72] Sanglier, M., Romain, M., Flament, F., (1994) “A behavioral approach of the dynamics

- of financial Markets”, *Decision Support Systems*, 12:405-413.
- [73] Sanglier, M., Allen, P.M., (1989) “Evolutionary models of urban systems – An application to the Belgian provinces”, *Environment and Planning*, 21:477-498.
- [74] Schütz, M., Schwefel, H.P., (2000) “Evolutionary Approaches to solve three challenging engineering tasks”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:141-170.
- [75] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1994) “Strategy Adaptation by Competing Populations”, *Proc., of the 3rd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer-Verlag, Jerusalem, Israel, 199-208.
- [76] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1996) “Adaptation of Population Sizes by Competing Subpopulations” *Proc., of 3rd IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '96)*, IEEE Press, Nagoya, Japan, 330-335.
- [77] Shimodaira, H., (1999) “A diversity-control-Oriented Genetic Algorithm (DCGA): Development and Experimental Results” *Proc of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-99)*, 603-611.
- [78] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Operator and parameter adaptation in genetic algorithms”, *Soft Computing*, 1:81-87.
- [79] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Self Adaptation of Mutation Rates in a steady state genetic Algorithm”, *Proceedings, of 3rd IEEE Conference, on Evolutionary Computation (ICEC '96)*, IEEE Press, Nagoya, Japan, 318-323.
- [80] Smith, R.E., (1993) “Adaptively resizing populations: An algorithm and analysis” *Proc., of the 5th Int. Conference on Genetic Algorithms (ICGA)*, Urbana-Champaign, IL, USA Morgan Kaufmann, S. Forrest (eds), 653.
- [81] Spears, W.M., (1997) “Recombination Parameters, *The Handbook of Evolutionary Computation*”, T. Baeck, D., Fogel, Z., Michalewicz, (eds), IOP Publishing and Oxford University Press.
- [82] Srivastava, R.P., Goldberg, D.E., (2001) “Verification of the Theory of Genetic Algorithm Continuation”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [83] Thampan, C.K.P.V., Krishnamoorthy, C.S., (2001) “System reliability – based configuration optimization of trusses”, *Journal of Structural Engineering*, 127(8):947-956.
- [84] Thierens, D., (1996) “Dimensional analysis of allele-wise mixing revisited” *Proceedings, of the 4th International, Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, H.-M., Voigt, W., Ebeling, I., Rechenberg, H.-P., Schwefel, (eds), Springer,

Berlin, 1996, 255-265.

- [85] Ursem, R.K., (2002) “Diversity guided evolutionary algorithms”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 462-471.
- [86] Yang, J., Sho, C.K., (1997) “Structural Optimization by Genetic Algorithms with Tournament Selection”, *Journal of Structural Engineering*, 11(3):195-200.
- [87] Wen, Y.K., (2001) “Minimum lifecycle cost design under multiple hazards”, *Reliability Engineering & System Safety*, 73:223-231.
- [88] Wen, Y.K., (2001) “Reliability and Performance based Design”, *Structural Safety*, 23(4):407-428.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 5^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	5.3
5.1	ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	5.3
5.2	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ	5.4
5.3	ΑΝΤΙ ΕΠΙΛΟΓΟΥ	5.5
5.4	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	5.5

5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η ανασκόπηση των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων των μεθόδων που έχουν αναπτυχθεί για την εκπόνηση της διατριβής καθώς και, προτάσεις για μελλοντικές προεκτάσεις τους.

5.1 Ανάλυση αξιοπιστίας πολύπλοκων δομικών συστημάτων

Στο κεφάλαιο 3, παρουσιάστηκε μία νέα μέθοδος για την ανάλυση αξιοπιστίας συστημάτων μέσης πολυπλοκότητας (10~20 ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών (τ.μ)) που στηρίζεται στον τεμαχισμό του πιθανοτικού χώρου σε αμοιβαίως αποκλειόμενους και σε σύνολο πλήρεις υπερκύβους και στη σειριακή βαρύνουσα δειγματοληψία των περιοχών που παρουσιάζουν ενδιαφέρον, κατά φθίνουσα σειρά σημαντικότητας. Η μέθοδος βασιζόμενη στις πληροφορίες που αντλούνται από την ανάλυση της αέρας κατασκευής, υπολογίζει κατ' αρχήν τους δείκτες σημαντικότητας των τ.μ του προβλήματος. Ο δείκτης σημαντικότητας κάθε τ.μ καθορίζεται ως το ποσοστό συμμετοχής της υπό εξέταση τ.μ στις κρίσιμες μη πλήρεις αλληλουχίες αστοχίας. Ο δείκτης σημαντικότητας καταδεικνύει τις κρίσιμες τ.μ και στην συνέχεια ο πιθανοτικός χώρος τεμαχίζεται εκ νέου ως προς τις N_{act} κρίσιμες τ.μ σε $2^{N_{act}}$ αμοιβαίως αποκλειόμενους και σε σύνολο πλήρεις υπερκύβους. Για κάθε υπερκύβο, υπολογίζεται ο δείκτης ευρωστίας που συναρτάται από τη θέση του σημείου μέγιστης πιθανοφάνειας των μη πλήρων αλληλουχιών αστοχίας και τη θέση του υπό εξέταση υπερκύβου. Στη συνέχεια επιλέγονται οι υπερκύβοι για τους οποίους πραγματοποιείται η δειγματοληψία για την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της υπό εξέταση κατασκευής.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε πλήθος γραμμικών και μη γραμμικών, μονομορφικών και πολυμορφικών συναρτήσεων οριακής αντοχής και η ακρίβεια της καθώς και ο υπολογιστικός φόρτος συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo (MC), την ακριβή λύση (όπου αυτό ήταν δυνατό) και άλλες μεθόδους. Ο υπολογιστικός φόρτος ορίζεται ως πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων για το τερματισμό της διαδικασίας. Στη συνέχεια η μέθοδος εφαρμόστηκε με επιτυχία στον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας υπερστατικών δικτυωμάτων και χωροδικτυωμάτων αυξανόμενης πολυπλοκότητας. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων και η σύγκριση τους με την ακριβή λύση ή τα αποτελέσματα της μεθόδου MC, ανέδειξαν ότι η μέθοδος υπολογίζει με ακρίβεια αντίστοιχη της ακρίβειας της μεθόδου MC, την πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής με μικρό υπολογιστικό κόστος (ως προς το κόστος που απαιτείται για τη μέθοδο MC). Η ακρίβεια της μεθόδου και ο λόγος του

υπολογιστικού κόστους, δεν εξαρτάται από το πλήθος των κυρίων αλληλουχιών αστοχίας, το τύπο των τ.μ και την υπερστατικότητα της κατασκευής. Ειδικότερα η αύξηση του δείκτη αξιοπιστίας της κατασκευής οδηγεί σε μείωση του λόγου του υπολογιστικού φόρτου. Για επίπεδο δικτύωμα 21 μελών με πλήθος τ.μ ίσο με 13 και δείκτη αξιοπιστίας ίσο με 3.2 ο υπολογιστικός φόρτος κυμαίνεται από 0.9% ως 1.4% με τον υπολογιστικό χρόνο να κυμαίνεται από 1.18% ως 2.1% του αντίστοιχου χρόνου της μεθόδου MC. Για χωροδικτύωμα 25 μελών με πλήθος τ.μ ίσο με 10 και δείκτη αξιοπιστίας ίσο με 3.55 ο υπολογιστικός φόρτος κυμαίνεται από 0.40% ως 0.64% του φόρτου της μεθόδου MC με τον υπολογιστικό χρόνο να κυμαίνεται από 0.45% ως 0.68% του χρόνου της μεθόδου MC. Για το ίδιο πρόβλημα και δείκτη αξιοπιστίας ίσο με 4.66 ο υπολογιστικός φόρτος κυμαίνεται από 0.012% ως 0.062% του φόρτου της μεθόδου MC με τον υπολογιστικό χρόνο να κυμαίνεται από 0.047% ως 0.236% του χρόνου της μεθόδου MC. Από τα αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι η μέθοδος είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για την αντιμετώπιση προβλημάτων με υψηλό δείκτη αξιοπιστίας. Η υπολογιστική επιβάρυνση της μεθόδου για τον υπολογισμό των δεικτών σημαντικότητας των τ.μ και των δεικτών ευρωστίας των υπερκύβων εξαρτάται κυρίως από το πλήθος των κρίσιμων τ.μ, και για τα προβλήματα που εξετάστηκαν κρίνεται ως αποδεκτή καθώς αποτελεί ένα μικρό ποσοστό του συνολικού υπολογιστικού χρόνου.

Η μέθοδος μπορεί να επεκταθεί στην ανάλυση πλαισίων στο χώρο με τον αντίστοιχο ορισμό για κάθε στοιχείο του προβλήματος, των μελών αστοχίας και των αντιστοίχων συναρτήσεων οριακής αντοχής.

5.2 Βέλτιστος Σχεδιασμός με περιορισμούς αξιοπιστίας

Στο κεφάλαιο 4, παρουσιάστηκε μία νέα μέθοδος βελτιστοποίησης που στηρίζεται στο συνδυασμό των Γεννητικών Αλγορίθμων (ΓΑ) με ένα Σχήμα Ανταγωνισμού (ΣΑ). Στη μέθοδο αυτή, ένα πλήθος πληθυσμών ΓΑ, που ορίζουν το μεταπληθυσμό, εξελίσσεται ταυτόχρονα σε περιβάλλον που οι διαθέσιμοι υπολογιστικοί πόροι είναι πεπερασμένοι. Το ΣΑ αναλαμβάνει τη μεταβολή κατά την διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης του πλήθους των ατόμων κάθε πληθυσμού σύμφωνα με την συνολική ευρωστία του πληθυσμού στο μεταπληθυσμό, το προφίλ μεταβολής των διαθέσιμων πόρων που καθορίζει πότε και πόση πίεση θα ασκηθεί στο σύστημα και των κανόνων εμπλοκής του ΣΑ. Στόχος της μεθόδου είναι η ενίσχυση των πληθυσμών που παρουσιάζουν αυξημένη συνολική ευρωστία σε σχέση με τη μέση συνολική ευρωστία του μεταπληθυσμού.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε δύο συναρτήσεις αναφοράς με μεγάλο πλήθος ολικών και τοπικών ακρότατων και στον βέλτιστο σχεδιασμό δύο ισοστατικών δικτυωμάτων με περιορισμούς αξιοπιστίας. Για τις παραμέτρους της μεθόδου βελτιστοποίησης πραγματοποιήθηκε πλήθος παραμετρικών μελετών με στόχο τη βαθύτερη κατανόηση των αλληλεπιδράσεων των διαφόρων παραμέτρων και της τελικής επίδρασης τους στην ευρωστία και υπολογιστικό φόρτο (το πλήθος των σχεδιασμών που εξετάζονται ως τη σύγκλιση του συνόλου των πληθυσμών) της μεθόδου. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται ότι η μέθοδος παρουσιάζει αυξημένη ευρωστία σε σχέση με τον παράλληλο ΓΑ για μικρότερο υπολογιστικό φόρτο, για κάθε ένα από τα προβλήματα που εξετάστηκαν και για πλήθος προφίλ μεταβολής των διαθεσίμων πόρων.

Στη συνέχεια η μέθοδος συνδυάζεται με τη μέθοδο ανάλυσης αξιοπιστίας που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 3, για το βέλτιστο σχεδιασμό με περιορισμούς αξιοπιστίας ενός υπερστατικού δικτύωματος και ενός υπερστατικού χωροδικτύωματος. Η ενιαία μέθοδος παρουσιάζει αυξημένη ευρωστία σε σχέση με τον παράλληλο ΓΑ με μειωμένο υπολογιστικό φόρτο.

Η μέθοδος επεκτείνεται εύκολα και σε προβλήματα πολυκριτηριακού σχεδιασμού μεταβάλλοντας το τρόπο υπολογισμού της ευρωστίας κάθε λύσης [1].

5.3 Αντί επιλόγου

«Δεν πρέπει να μελετάμε τη φύση με κενές υποθέσεις και αυθαίρετους νόμους, αλλά όπως απαιτούν τα φαινόμενα. Γιατί στη ζωή δεν έχουμε ανάγκη από υποκειμενισμούς και κουφές δοξασίες αλλά από αταραξία ψυχής»

Επίκουρος – Προς Πυθοκλή, 86

5.4 Βιβλιογραφία

- [1] Zitzler, E., (1999) “*Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*”, Ph.D. thesis, ETH, Zurich.

1 References

- [1] Abramowitz, M., Stegun, I.A., editors (1972) “*Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, & Mathematical Tables*”, Dover, New York USA.
- [2] Adamidis P., Petridis, V. (2002) “On Modelling Evolutionary Algorithm Implementations through Co-operating Populations”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 321-330.
- [3] Adeli, H., Cheng, N.T., (1993) “Integrated Genetic Algorithm for Optimization of Space Structures”, *Journal of Aerospace Engineering*, 6(4):315-328.
- [4] Adeli, H., Cheng, N.T., (1994) “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization”, *Journal of Structural Engineering*, 7(3):104-118.
- [5] AIRSAFE (2003) http://www.airsafe.com/events/models/rate_mod.htm
- [6] Altman, N.S., (1989) “Bit wise behavior of random number generators”, *SIAM Journal of Scientific & Statistical Computing*, 9:941-949.
- [7] Alves, M.J., Clímaco, J., (1999) “Using cutting planes in an interactive reference point approach for multiobjective integer linear programming problems”, *European Journal of Operational Research*, 117(3):565-577.
- [8] Ambrosini, R.D., Riera J D., Danesi, R.F., (2002) “Analysis of structures subjected to random wind loading by simulation in the frequency domain”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3):233-239.
- [9] American Association of State Highway and Transportation Officials, (1994) “LRFD bridge design specifications”, *AASHTO*, Washington DC, USA.
- [10] Ang, A.H.S., Tang W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning & Design. Vol. 1 Basic Principles*”, John Wiley & Sons, New York.
- [11] Ang, A.H.S., Tang W.H., (1975) “*Probability Concepts In Engineering Planning and Design. Vol. 2 Examples*”, John Wiley & Sons, New York.
- [12] Au, S.K., Beck, J.L., (1999) “A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations”, *Structural Safety*, 21(2):135-158.
- [13] Au, S.K., Beck, J.L., (2001) “First excursion probabilities for linear systems by very efficient importance sampling”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(3):193-207.
- [14] Au, S.K., Beck, J.L., (2003) “Important sampling in high dimensions” *Structural Safety*, 25(2):139-163.
- [15] Au, S.K., Papadimitriou, C., Beck, J.L., (1999) “Reliability of uncertain dynamical systems with multiple design points”, *Structural Safety*, 21(2):113-133.

- [16] Avanthay, C., Hertz, A., Zufferey, N., (2003) “A variable neighborhood search for graph coloring”, *European Journal of Operational Research*, 151(2):379-388.
- [17] Ayyub, B.M., Haldar, A., (1983) “Practical structural reliability techniques”, *Journal of Structural Engineering*, 110(8):1707-1724.
- [18] Back, T., (1996) “*Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*”, Oxford University Press, London England.
- [19] Back, T., Hoffmeister F., Schwefel, H., (1991) “A survey of evolution strategies” In Lashon B. Belew, Richard K.; Booker, (eds), *Proceedings, of the 4th International Conference, on Genetic Algorithms*, San Diego, CA, 2-9 July 1991. Morgan Kaufmann.
- [20] Back, T., Schwefel, H., (1993) “An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization”, *Evolutionary Computation*, 1(1):1-23.
- [21] Bagley, J.D., (1967) “*The behavior of adaptive systems which employ genetic and correlation coefficients*”, Ph.D., Dissertation, University of Michigan.
- [22] Bak, P., (1996) “*How Nature Works*”, Copernicus, Springer-Verlag, New York, 1st edition.
- [23] Baker, B.M., Ayechev, M.A., (2003) “A genetic algorithm for the vehicle routing problem”, *Computers & Operations Research*, 30(5):787-800.
- [24] Baker, J.E., (1985) “Adaptive selection methods for genetic algorithms”, *Proceedings, of an International Conference, on Genetic Algorithms and their applications*, Pittsburgh, Grefenstette, J.J., (ed.), Sponsored by Texas Instruments and U.S. Navy. Center for Applied Research in Artificial Intelligence (NCARAI), 101–111.
- [25] Balakrishnan, N., Basu, A.P., (1996) “*The exponential distribution: Theory, methods, & applications*” Gordon and Breach, New York, USA.
- [26] Balakrishnan, N., Chen, W.W.S., (1999) “*Handbook of tables for order statistics from Lognormal Distributions with applications*” Kluwer, Amsterdam, Netherlands.
- [27] Balling, R.J., (1991) “Optimal Steel Frame Design by Simulated Annealing”, *Journal of Structural Engineering*, 117(6):1780-1795.
- [28] Balling, R.J., May, S.A., (1990) “Large Scale Discrete *Structural Optimization: Simulated Annealing, Branch and Bound and Other Techniques*”, *Proceedings, of 3rd Air Force/NASA Symposium on Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization*, September 24-26 1990, San Francisco, CA.
- [29] Banan, R., Banan, M.R., Hjelmstad, K.D., (1994) “Parameter estimation of structures from static response. I. Computational aspects”, *Journal of Structural Engineering*, 120(11):3243–3258

- [30] Barbosa, H.J.C., Barreto, A.M.S., (2001) “An interactive genetic algorithm with co-evolution of weights for multiobjective problems”, *Proc., of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)* 203-210.
- [31] Barricelli, N.A., (1957) “Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods”, *Methodos*, 9:143-182.
- [32] Barricelli, N.A., (1962) “Numerical testing of evolution theories, Part I: Theoretical introduction and basic test, Part II: Preliminary tests of performance”, *Symbiogenesis, and terrestrial life, Acta Biotheoretica*.
- [33] Battiti R., Tecchiolli G., (1994) “The reactive tabu search”, *Journal of Computing ORSA*, 6(2),126-140.
- [34] Bavuso, J.S., (1997) “Aerospace applications of weibull and Monte Carlo simulation with importance sampling”, *NASA Reports*, 97RM-102:1.
- [35] Bayer, V., Bucher, C., (1999) “Importance sampling for first passage problems of nonlinear structures”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14(1-2):27-32.
- [36] Bedair, O.K., (1997) “Analysis of stiffened plates under lateral loading using Sequential Quadratic Programming (SQP)”, *Computers & Structures*, 62(1):63-80.
- [37] Benjamin, J.R., Cornell, C.A., (1970) “*Probability Statistics and Decision for Civil Engineers*”, Mc Graw Hill, New York.
- [38] Bersini, H., Dorigo, M., Langerman, S., Seront, G., Gambardella, L., (1996) “Results of the first international contest on evolutionary optimization”, *Proceedings, of the 3rd IEEE Conference, on Evolutionary Computation*, IEEE, IEEE Press, 611-615.
- [39] Bertsimas, D., Tsitsiklis, J.N., (1997) “*Introduction to linear optimization*”, Athena Scientific, Belmont, Mass., USA.
- [40] Bessau, M., Siarry P., (2001) “A new tool in electrostatics using a really-coded multipopulation GA tuned through analytical test problems”, *Advances in Engineering Software*, 32, 363-374.
- [41] Beyer, H.G., (1995) “Toward a theory of evolution strategies: On the benefits of sex-the (μ,λ) theory”, *Evolutionary Computation*, 3(1):81-111.
- [42] Bhattachaya, B., Basu, R., Ma, K.T., (2001) “Developing target reliability for novel structures: the case of Mobile Offshore Base”, *Marine Structures*, 14:37-58.
- [43] Biles, W.E., Kleijnen, J.P.C., (1999) “A java based simulation manager for optimization and response surface methodology in multiple-response parallel simulation”, *Proceedings, of the 1999 Winter Simulation Conference in Business Process Modeling and Semiconductor Manufacturing*, Farrington, P.A., et al., (eds).

- [44] Binh, T.T., Korn U., “An evolution Strategy for the Multiobjective Optimization” *Institute of Automation, Otto-von-Guericke University, Germany, Internal Report.*
- [45] Birolini, A. (1985) “On the Use of Stochastic Processes in Modeling Reliability Problems”, *Lecture Notes in Economics & Mathematical Systems*, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [46] Bitner, J.R., Ehrlich, G., Reingold, E.M., (1976) “Efficient Generation of the Binary Reflected Gray Code and Its Applications”, *Communications of the ACM*, 19(9):517-521.
- [47] Bjerager, P., (1988) “Probability Integration by Directional Simulation”, *Journal of Engineering Mechanics*, 114(8):1285-1302.
- [48] Blickle, T., Thiele, L., (1995) “A mathematical analysis of Tournament Selection”, *Proceedings, of the 6th International, Conference, ICGA 1995*, Morgan Kaufman, San Francisco, USA.
- [49] Boole, G., (1854) “Laws of thought” American reprint of 1854 ed., Dover, New York.
- [50] Borrvall, T., Petersson, J., (2001) “Topology optimization using regularized intermediate density control”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:4911-4928.
- [51] Botello, S., Marroquin, J.L., Oñate, E., Van Horebeek, J., (1999) “Solving Structural Optimization Problems with Genetic Algorithms and Simulated Annealing”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45:1069-1084.
- [52] Box, M.J., (1965) “A new method for constrained optimization and a comparison with other methods”, *Computer Journal*, 8:42-52.
- [53] Boyd, S., El-Ghaoui, L., (1993) “Method of Centers for minimizing generalized Eigenvalues”, *Linear Algebra and its applications*, 188:63-111.
- [54] Breitung, K., (1984) “Asymptotic approximations for multi-normal integrals”, *Journal of Engineering Mechanics*, 110(3):357-366.
- [55] Breitung, K., (1989) “Asymptotic approximations for probability integrals”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(4):187-190.
- [56] Breitung, K., (1991) “Probability approximations by log likelihood maximization”, *Journal of Engineering Mechanics*, 117(3):457-477.
- [57] Broyden, C.G., (1970) “The Convergence of a Class of Double-Rank Minimization Algorithms 2: The New Algorithm”, *Journal of the Institute for Mathematics and Applications*, 6:222-231.
- [58] Bucher, C.G. (1988) “Adaptive Sampling-an Iterative Fast Monte Carlo Procedure”,

- Structural Safety*, 5:119-126.
- [59] Bucher, C.G., Bourgund, U., (1990) “A fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problems”, *Structural Safety*, 7:57-66.
- [60] Burke, E., Gustafson, S., Kendall, G., Krasnogor, N., (2002) “Advanced Population Diversity Measures in Genetic Programming”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 341-350.
- [61] Busacca, P.G., Marseguerra, M., Zio, E., (2001) “Multiobjective optimization by Genetic Algorithms: application to safety systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 72:59-74.
- [62] Cai, G.Q., Elishakoff, I., (1994) “Refined second-order reliability analysis”, *Structural Safety*, 14:267-276.
- [63] Cambier, S., Guihot, P., Coffignal, G., (2002) “Computational methods for accounting of structural uncertainties, applications to dynamic behavior prediction of piping systems”, *Structural Safety*, 24(1):29-50.
- [64] Cameron, G.E., Xu, L., Grierson, D.E., (1991) “Discrete Optimal Design of 3D Frameworks”, *Proceedings, of the 10th Conference, in Electronic Computation*, O. Ural and T-L. Wang, (eds), ASCE, 181-188.
- [65] Camp, C.V., Pezeshk, S., Cao, G., (1996) “Design of 3-D structures using a genetic algorithm”, *Proc, 1st U.S.-Japan Seminars on Structural Optimization*, April, Chicago.
- [66] Cardoso M.F., Salcedo R.L., de Azevedo S.F., (1996) “The simplex-simulated annealing approach to continuous non-linear optimization”, *Computational Chemical Engineering*, 20:1065-1080.
- [67] Cardoso M.F., Salcedo R.L., de Azevedo S.F., Barbosa D., (1997) “A simulated annealing approach to the solution of MINLP problems”, *Computational Chemical Engineering*, 21:1349-1364.
- [68] Carroll, D.L., (1996) “Chemical Laser modeling with genetic algorithms”, *AIAA Journal* 34(2):338-346.
- [69] Carroll, D.L., (1996) “Genetic algorithms and optimizing chemical oxygen–iodine, lasers”, *Developments in Theoretical Applied Mechanics*, 18:411–424.
- [70] Cassagrandi, R., Gatto, M., (1999) “A mesoscale approach to extinction risk in fragmented habitats”, *Nature*, 400(5):560-562.
- [71] Castillo, E., Fernandez-Canteli, A., Minguéz, R., (2002) “Computing failure probabilities. Applications to reliability analysis”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77:131-141.

- [72] Cavicchio, D.J., (1972) “Reproductive Adaptive Plans”, *Proceedings, ACM 1972 Annual Conf.*, Boston, MA, 1-11.
- [73] Chan, C.M., (1992) “An Optimality Criteria Algorithm for Tall Steel Building Design Using Commercial Standard Sections”, *Structural Optimization*, 5:26-29.
- [74] Chan, C.M., Grierson, D.E., Sherbourne, A.N., (1995) “Automatic Optimal Design of Tall Steel Building Frameworks”, *Journal of Structural Engineering*, 121(5):838-847.
- [75] Chan, H.Y., Melchers, R.E., (1993) “A simulation method for time-dependent structural reliability”, *Computers & Structures*, 49(6):989-996.
- [76] Chelouah, R., Siarry P., Berthiau G., De Barmon B., (2000) “An optimization method fitted for model inversion in non destructive control by eddy currents” *European Physics Journal*, AP 12, 231-238.
- [77] Chelouah, R., Siarry, P., (2000) “Tabu search applied to global optimization”, *European Journal of Operational Research*, 123:256-270.
- [78] Chelouah, R., Siarry, P., (2003) “Genetic and Nelder-Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multimima functions”, *European Journal of Operational Research*, 148(2):335-348.
- [79] Chen, S.Y., Rajan, S.D., (1998) “Improving the Efficiency of Genetic Algorithms for Frame Designs”, *Engineering Optimization*, 30, 281-307.
- [80] Chen, T.Y., (1993) “Calculation of the move limits for the Sequential Linear Programming method”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 36:2661-2669.
- [81] Chen, T.Y., (1998) “A comprehensive solution for enhancing the efficiency and the robustness of the SLP algorithm”, *Computers & Structures*, 66(4):373-384.
- [82] Chen, T.Y., Shieh, C.C., (2000) “Fuzzy multiobjective topology optimization”, *Computers & Structures*, 78:459-466.
- [83] Chen, Y., (1995) “Large deflection analysis of structures by an improved combined finite element-transfer matrix method”, *Computers & Structures*, 55(1):167-171.
- [84] Cheng, F.Y., Li, D., (1997) “Multi-objective Optimization Design with Pareto Genetic Algorithm”, *Journal of Structural Engineering*, 123(9):1252-1261.
- [85] Cheng, F.Y., Li, D., (1998) “Genetic Algorithm Development for Multi-objective Optimization of Structures”, *AIAA Journal*, 36(5):1105-1112.
- [86] Cheng, R.C.H., Davenport, T.R., (1988) “Stratified Sampling in the simplex with applications to estimating statistical distributions”, *Proceedings of the 1988 Winter Simulation Conference*, Abrams, M., Haigh, P., Comfort, J., (eds), 540-545.

- [87] Chickermane, H., Gea, H.C., (1996) “A systematic design methodology for generating the optimal repairs of aging aircraft”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 23:365-379.
- [88] Chilakamarri, K.B., (2002) “A new method in static structural reliability”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17:317-325.
- [89] Christensen, P.T., (1990) “Consequence modified [beta]-unzipping of plastic structures” *Structural Safety*, 7(2-4):91-198.
- [90] Christensen, P.T., Baker M.J., (1982) “*Structural Reliability Theory and its Applications*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [91] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [92] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- [93] Christensen, P.T., Murotsu, Y., (1986) “Application of Structural Systems Reliability Theory”, Springer Verlag, Berlin, Germany
- [94] Coello, C.A., Christiansen, A.D., (2000) “Multiobjective optimization of trusses using Genetic Algorithms”, *Computers & Structures*, 75:647-660.
- [95] Coello, C.A., Pulido, G.T., (2001) “A micro-genetic algorithm for multiobjective optimization”, *Evolutionary multiobjective optimization, Lecture Notes in Computer Science*, Zitzler, E. (ed.), Springer Verlag, Berlin, Germany, 126-140.
- [96] Cohen, B.L., (1998) “Public perception versus results of scientific risk analysis”, *Reliability Engineering & System Safety*, 59:101-105.
- [97] Cohen, P., (1966) “*Set theory & the continuum hypothesis*”, Benjamin, New York, USA.
- [98] Coutoure, G., L’Ecuyer, P., (1995) “On the lattice structure of certain linear congruential generators”, *Proceedings, of the 1995 Winter Simulation Conf., ACM*, New York, 263-267.
- [99] Cremona, C., (2003) “Probabilistic approach for cable residual strength assessment” *Engineering Structures*, 25(3):377-384.
- [100] Cullen, H.N., (1990) “The public inquiry into the Piper Alpha disaster”, Technical Report, *The parliament by the Secretary of the State for Energy*, UK.
- [101] Cvetkovic, D., Muhlenbein, H., (1994) “The Optimal Population Size for Uniform Crossover and Truncation Selection”, *Technical Report GMD-AS-TR-94-11*.
- [102] Dakin, R.J., (1965) “A Tree-Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problems”, *Computing Journal*, 8, 250-255.

- [103] Das, P.K., Zheng, Y., (2000) “Cumulative formation of response surface and its use in reliability analysis”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15(4):309-315.
- [104] Davis, L., (eds) (1991) “Handbook of Genetic Algorithms”, *Van Nostrand Reinhold*, New York.
- [105] De Falco, I., Della Cioppa A., Del Balio R., Tarantino E., (1996) “Investigating a Parallel Breeder Genetic Algorithm on the Inverse Aerodynamic Design”, *Proceedings, of the 4th International, Conf, on Parallel Problem Solving from Nature*, 982-991.
- [106] De Jong, E.D., Watson, R.A., Pollack, J.B., (2001) “Reducing Bloat and Promoting Diversity using Multi- Objective Methods” *Proc., of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)* 11-18.
- [107] De Jong, K.A., (1975) “*Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*”, Ph.D. dissertation, Univ. of Michigan.
- [108] De Jong, K.A., Spears, W.M., (1992) “A Formal Analysis of the Role of Multi-point Crossover in Genetic Algorithms”, *Annals of Mathematics and AI Journal*, 5(1):1-26.
- [109] Deak, I., (1980) “Three digit accurate multiple normal probabilities”, *Numerical Mathematics*, 35:369–380.
- [110] Deb, K., (2000) “An efficient constraint handling method for genetic algorithms”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:311-338.
- [111] Deb, K., Agrawal, S., Pratab, A., Meyarivan, T., (2000) “A fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II”, *KanGAL report 200001*, Indian Institute of Technology, Kanpur, India.
- [112] Deb, K., Gulati, S., (2001) “Design of truss structures for minimum weight using Genetic Algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37:447-465.
- [113] Deb, K., Gulati, S., (2001) “Design of truss Structures for minimum weight using Genetic Algorithms”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 37:447-465.
- [114] Dennis, B.H., Dulikravich, G.S., (2001) “Optimization of magneto-hydrodynamic control of diffuser flows using micro-genetic algorithms and least squares finite elements”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37:349-363.
- [115] Dey, A., Mahadevan, S., (1998) “Ductile structural system reliability analysis using adaptive importance sampling” *Structural Safety*, 20(2):137-154.
- [116] Dhingra, A.K., Lee, B.H., (1994) “A Genetic Algorithm Approach to Single and Multi-objective *Structural Optimization* with Discrete-Continuous Variables”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:4059-4080.
- [117] Diaconis, P, Mosteller, F., (1989) “Methods of Studying Coincidences”, *Journal of*

- American Statistical Association*, 84:853-861.
- [118] Diaz, A.R., Lipton R., Soto C.A., (1995) “A new formulation of the problem of optimum reinforcement of Reissner-Mindlin plates”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 123:121-139.
- [119] Dijkstra, O.D., Van Manen, S.E., Gijsbers, F.B.J., (1994) “Probabilistic maintenance planning for the tubular joints in the steel gates in the Eastern Scheldt storm surge barrier”, *Heron, Delf and Rijswijk*, 39(2):35-63.
- [120] Dimitrova, Z.I., Vitanov, N.K., (2000) “Influence of adaptation on the nonlinear dynamics of a system of competing populations” *Physic Letters A*, 272:368-380.
- [121] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2001) “Competition Among Genetic Algorithms to Improve Robustness In Optimization” *Proceedings of the 6th National Congress on Mechanics*, Hellenic Society for Theoretical & Applied Mechanics (HSTAM), July 19-21 2001, Thessaloniki, Greece, E.C. Aifantis and A.N. Kounadis (eds), 275-282.
- [122] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2001) “Genetic Algorithms in a competitive environment with Application to Reliability Optimal Design” *In Proceedings of the 6th International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping and B. Kumar, (eds), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 38.
- [123] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design”, *Advances in Engineering Software*, 34(11-12):773-785.
- [124] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Genetic Algorithms in Competitive Environments”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 17(3):142-149.
- [125] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., (2003) “Reliability Based Optimization of Complex Structures using Competitive GAs” *In Proceedings of the 9th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing*, B.H.V. Topping, (ed), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 133.
- [126] Dimou, C.K., Koumouisis, V.K., Solomos G.P., (1998) “Reliability Optimal Design of Energy Conversion Tapered Wind Mill Towers”, *13th ESREDA International Seminar on Industrial Applications of Structural Reliability Theory*, Paris, France October 2-3 1997, Thoft-Christensen, P. (ed.). - Ispra : Joint Research Centre.
- [127] Dimou, C.K., Solomos G.P., (1995) “Evaluation of Stochastic Crack Propagation Models”, *Applications of Statistics & Probability, ICASP 7*, Paris, France, 459-465.
- [128] Dimou, C.K., Solomos, G.P., (1996) “Reliability analysis of a System with the Use of

- Fatigue Reliability Indicators”, *Technical Note, J.R.C. #. 1.96.42.*
- [129] Ding, K., Zhou Z., Liu, C., (1998) “Latin hypercube sampling used in the calculation of the fracture probability”, *Reliability Engineering & System Safety*, 59(2):39-242.
- [130] Diniz, S.M.C., Frangopol, D.M., (2003) “Safety evaluation of slender high-strength concrete columns under sustained loads” *Computers & Structures*, 81(14):1475-1486.
- [131] Ditlevsen, O., (1979) “Narrow Reliability Bounds for structural systems”, *Journal of Structural Mechanics*, 7(4):453-472.
- [132] Ditlevsen, O., Melchers R.E., Gluwer, H. (1990) “General multi-dimensional probability integration by directional simulation” *Computers & Structures*, 36(2):355-368.
- [133] Doebeli M., Koella, J.C., (1995) “Evolution of simple population dynamics” Proc., of Royal Society of Biol. Sciences, 260:119-125.
- [134] Donangelo R., Hansen, A., Sneppen, K., Souza, S.R., (2000) “Modeling an imperfect market”, *Physica A*, 283:468-478.
- [135] Downing, K.L., (2001) “Adaptive Genetic Algorithms via Reinforced learning”, *GECCO 2001*, 623–630.
- [136] Drepper, F.R., Engbert, R., Stollenwerk, N., (1994) “Nonlinear time series of empirical population dynamics”, *Ecological Modelling*, 75/76:171-181.
- [137] Duan, M.Z., (1986) “An Improved Templeman’s Algorithm for the Optimum Design of Trusses with Discrete Member Sizes”, *Engineering Optimization*, 9:303-312.
- [138] Duysinx, P., Zhang, W.H., Fleury, C., Nguyen, V.H., Haubruge, S., (1996) “A new separable approximation scheme for topological problems and Optimization Problems characterized by a large number of design variables”, *World Conference, of Structural, and Multidisciplinary Optimization*, 1-8.
- [139] Eekelen, Van, A.J., (1995) “Review and Selection of Methods for Structural Reliability analysis”, *TU Delft, Faculty of Aerospace Engineering, report LR-788.*
- [140] Eiben, A.E., Back, T. (1997) “Empirical investigation of Multiparent Recombination Operators In Evolution Strategies”, *Journal of Evolutionary Computation*, 5(3):345-365.
- [141] Eiben, A.E., Hinterding, R., Michalewicz, Z., (1999) “Parameter control in evolutionary algorithms”, *IEEE Trans., on Evolutionary Computation*, 3(2):124-141.
- [142] Eiben, A.E., Raue, P.E., Ruttkay, Z., (1994) “Genetic Algorithms with multiparent recombination”, *Proceedings, of the 3rd Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, Davidor, Y., Schwefel, H.P., (eds.), Lecture Notes in Computer Science 866, Springer Verlag, 78-87.

- [143] Eiben, A.E., Sprinkhuizen-Kuyper, I.G., Thijssen, B.A., (1998) “Competing crossovers in an adaptive GA framework” In *Proceedings of the 5th IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE Press*, 787-792.
- [144] Eichenauer, J., Grothe, H., Lehn, J., (1986) “Marsaglia’s Lattice test and non-linear congruential pseudo random number generators”, *Metrika*, 35:241-250.
- [145] Eichenauer, J., Lehn, J., (1986) “A non linear congruential pseudo random generator”, *Statistische Hefte*, 27:315-326.
- [146] Eichenauer-Hermann, J. (1995) “Pseudorandom number generation by non-linear methods” *International Statistical Review*, 63:247-255.
- [147] Eichenauer-Hermann, J. (1996) “Modified explicit inversive congruential pseudo random generator”, *Metrika*, 35:241-250.
- [148] Elishakoff, I., Hasofer, A.M., (1996) “Detrimental or serendipitous effects of human error on reliability of structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 129:1-7.
- [149] Elms, D.G., (1999) “Achieving structural safety: theoretical considerations”, *Structural Safety*, 21(1-2):311-333.
- [150] Enderton, H.B., (1977) “*Elements of Set Theory*”, Academic Press, New York, USA.
- [151] Englund, S., Rackwitz, R., (1993) “A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability”, *Structural Safety*, 12(4):255-276.
- [152] Enright, M.P., Frangopol, D.M., (1999) “Reliability-based condition assessment of deteriorating concrete bridges considering load redistribution”, *Structural Safety*, 21(2):159-195.
- [153] ENV 1991 (1994) “Eurocode 1. Basis of Design and actions on Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [154] ENV 1992 (1995) “Eurocode 2. Design of Concrete Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [155] ENV 1993 (1993) “Eurocode 3. Design of Steel Structures”, *CEN, European Committee for Standardisation*, Brussels, Belgium.
- [156] Erbatur, F., Hasançebi, O., Tütüncü, I., Köldöç, H., (2000) “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms” *Computers & Structures*, 75:209-224.
- [157] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (1998) “Optimum Reliability Based Inspection/Repair Strategy Based on Minimum Expected Cost”, *Structural Safety and Reliability*, N. Shiraishi, M. Shinozuka, Y.K. Wen, (eds). Balkema, Rotterdam, 1, 279-286.
- [158] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (2000) “An Optimized Lifetime Reliability-Based

- Inspection Program for Deteriorating Structures” *Proceedings, of the 8th ASCE Joint Specialty Conference, on Probabilistic, Mechanics, and Structural, Reliability*, PMC2000-025, Notre Dame, Indiana.
- [159] Estes, A.C., Frangopol, D.M., (2001) “Minimum Expected Cost-Oriented Optimal Maintenance Planning of Deteriorating Structures: Application to Concrete Bridge Decks”, *Reliability Engineering & Structural Safety*, 73(3):281-291.
- [160] European Space Agency, “Disaster Management Database, Earthquakes”, http://earth.esa.int/applications/dm/disman/db/risk_monographs/RMEarthquakes.html
- [161] Evans, M., Hastings, N., Peacock, B., (2000) “*Statistical Distributions*”, 3rd Edition, John Willey and Sons, USA.
- [162] Feller, W., (1968) “*An Introduction of Probability Theory & its applications, Volume I*”, John Willey and Sons, USA.
- [163] Feller, W., (1971) “*An Introduction of Probability Theory & its applications, Volume 2*”, John Willey and Sons, USA.
- [164] Fernandes, P., Guedes, J.M., Rodrigues, H., (1999) “Topology optimization of three-dimensional linear elastic structures with a constraint on perimeter”, *Computers & Structures*, 73:583-594.
- [165] Ferry Borges, J., Castanheta, M. (1972) “*Structural Safety*” 2nd edition, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal.
- [166] Ficisi, S.G., Pollack, J.B., (2001) “Game Theory and the simple coevolutionary algorithm: some results on fitness sharing”, *Genetic and Evolutionary Computation Conf., Workshop Program, (GECCO-2001)* 2-8.
- [167] Fiessler, B., Neumann, H.J., Rackwitz, R., (1979) “Quadratic limit states in structural reliability” *Journal of Engineering Mechanics*, 105(4):661-676.
- [168] Fitelson, B., (2001) “*Studies in Bayesian confirmation theory*” Ph.D. thesis, Univ. of Wisconsin.
- [169] Fletcher, R., (1970) “A New Approach to Variable-Metric Algorithms”, *Computer Journal*, 13:317-322.
- [170] Fletcher, R., Reeves, C.M., (1964) “Function Minimization by Conjugate Gradients”, *British Computer Journal*, 7(2):149-154.
- [171] Fleury, C., Zhang, W.H., (2000) “Selection of appropriate approximation schemes in multi-disciplinary Engineering Optimization”, *Advances in Engineering Software*, 31:385-389.
- [172] Floris, C. (1985) “Analysis of the Safety of a Prestressed Box Girder Bridge by the

- Monte Carlo Techniques”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, pp. 174-181.
- [173] Floudas, C., Pardalos, P., (1987) “A collection of test problems for Constrained Global Optimization”, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- [174] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1993), “Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization”, *Proceedings, of the 5th International, Conference, on Genetic Algorithms*, Forrest, S., (ed.), Morgan Kaufmann San Mateo, California, 416–423.
- [175] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1995), “Multiobjective genetic algorithms made easy: Selection, sharing and mating restrictions”, *Proceedings, of the 1st International, Conference, on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (GALESIA 95)*, Institution of Electrical Engineers, London, UK, 45–52.
- [176] Fonseca, C.M., Fleming, P.J., (1998), “Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms—part I: A unified formulation”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 28(1):26–37.
- [177] Foschi, R.O., Li, H. Zhang, J., (2002) “Reliability and performance-based design: a computational approach and applications”, *Structural Safety*, 24(2-4):205-218.
- [178] Frangopol, D.M., (1985) “*Structural Optimization* using reliability concepts”, *Journal of Structural Engineering*, 111(11):2288-2301.
- [179] Frangopol, D.M., Estes, A.C., (1999) “Optimum Design of Bridge Inspection/Repair Programs Based on Lifetime Reliability and Life-Cycle Cost”, *The Management of highway Structures*, P.C. Fidas (eds), Thomas Telford, London, 1999.
- [180] Frangopol, D.M., Estes, A.C., (1999) “Optimum Lifetime Planning of Bridge Inspection/Repair Programs”, *Structural Engineering International, Journal of IABSE*, 9(3):219-223.
- [181] Frangopol, D.M., Maute, K., (2003) “Life cycle reliability based optimization of civil and aerospace structures”, *Computers & Structures*, 81:397-410.
- [182] Frangopol, D.M., Recek, S., (2003) “Reliability of fiber-reinforced composite laminate plates” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(2):119-137.
- [183] Fraser, A.S., (1957) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction”, *Australian Journal of Biological Sciences*, 10:484-491.
- [184] Fraser, A.S., (1957) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. II. Effects of linkage or rates of advance under selection” *Australian Journal of Biological Sciences*, 10:492-499.
- [185] Fraser, A.S., (1960) “Simulation of genetic systems by automatic digital computers. VI.

- Epistasis” *Australian Journal of Biological Sciences*, 13(2):150-162.
- [186] Fraser, A.S., (1962) “Simulation of genetic systems” *Journal of Theoretical Biology*, 2:329-346.
- [187] Fu, G., (1994) “Variance reduction by truncated multimodal importance sampling”, *Structural Safety*, 13(4):267-283.
- [188] Fu, G., Frangopol, D.M., (1990) “Balancing weight, system reliability, and redundancy in a multiobjective optimization problem”, *Structural Safety*, 7(2-4):165-175.
- [189] Fu, G., Frangopol, D.M., (1990) “Reliability based vector optimization of structural systems”, *Journal of Structural Engineering*, 116(8):2143-2161.
- [190] Fujimoto, Y., Shimohara, K., (2001) “Proposal of Eco-Evolution”, *GECCO 2001*, 760.
- [191] Fujimoto, Y., Tsutsui, S.A., (1997) “Peak Shape Identification Genetic Algorithm with a radial Basis Function” *The 1997 Int. Conf. On Evolutionary Computation*, 249-354.
- [192] Fujita, M., Schall, G., Rackwitz, R. (1985) “Time-Variant Component Reliabilities by FORM-SORM and Updating by Importance Sampling”, *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, 520-527.
- [193] Fushimi, M., (1990) “Random number generation with the recursion $X_t = X_{t-3p} \oplus X_{t-3q}$ ”, *Journal of Computational & Applied Mechanics*, 31:105-118.
- [194] Galambos, T.V., (1998) “*Design Codes*”, In: “*Engineering Safety*”, Blockley, D., (eds), McGraw-Hill, New York, USA.
- [195] Gallaher, L.J., (1973) “A Multidimensional Monte Carlo Quadrature with adaptive Stratified Sampling”, *Communications of the ACM*, 16(1):49-52.
- [196] Garfinkel, R., Nemhauser, G., (1972) “*Integer Programming*”, John Wiley & Sons, New York.
- [197] Gayton, N., Bourinet, J.M., Lemaire, M., (2003) “CQ2RS: a new statistical approach to the response surface method for reliability analysis”, *Structural Safety*, 25(1):99-121.
- [198] Gea, H.C., Luo, J., (2001) “Topology optimization of structures with geometrical nonlinearities”, *Computers & Structures*, 79:1977-1985.
- [199] Gehlaar, D.K., Fogel, D.B., (1996) “Tuning evolutionary programming for conformationally flexible molecular docking”, *Proceedings, of 5th Annual Conference on Evolutionary Programming*, Fogel, L.J., Angeline, P.J., Back, T., (eds.), MIT Press, Cambridge, MA, USA, 419-429.
- [200] Gentle, E.J., (1998) “*Random Number Generation & Monte Carlo Methods*”, Springer-

Verlag New York - USA, Series on Statistics and Computing.

- [201] Gharaibeh, E.S., Frangopol, D.M., Onoufriou, T., (2002) “Reliability based importance assessment with applications to complex structures”, *Computers & Structures*, 80:1113-11131.
- [202] Ghattas, O.N., Grossman, I.E., (1991) “MINLP and MILP Strategies for Discrete Sizing Structural Optimization Problems”, *Proceedings, of the 10th Conference, in Electronic Computation*, O., Ural, T-L. Wang, (eds)., ASCE, New York, 197-205.
- [203] Ghosh, D., (2003) “Neighborhood search heuristics for the uncapacitated facility location problem”, *European Journal of Operational Research*, 150(1):150-162.
- [204] Glorennec, P.Y., (1997) “Coordination between autonomous robots”, *International Journal of Approximate Reasoning*, 17:433-446.
- [205] Glover, F., (1989) “Tabu Search Part I”, *Journal of Computing ORSA*, 1:190-206.
- [206] Glover, F., (1990) “Tabu Search: A tutorial”, *Interfaces*, 20:74-94.
- [207] Goldberg, D.E., (1989) “*Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*”, Addison-Wesley, Reading, MA, U.S.A.
- [208] Goldberg, D.E., Deb K., Clark J.H., (1992) “Genetic Algorithms, noise and the sizing of populations”, *Complex Systems*, 6:333-362.
- [209] Goldberg, D.E., Kuo, C.H., (1987) “Genetic Algorithms in Pipeline Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1(2):128-141.
- [210] Goldfarb, D., (1970) “A Family of Variable-Metric Algorithms Derived by Variational Means”, *Mathematics of Computation*, 24:23-26.
- [211] Goldfarb, D., Idnani, A.A., (1983) “Numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs”, *Mathematical Programming*, 27:1–33.
- [212] Gradshteyn, I.S., Ryzhik, I.M., (2000) “*Tables of Integrals, Series, and Products*”, 6th edition, San Diego, CA, Academic Press.
- [213] Greenwell, R.N., Angus, J.E., Finck, M., (1995) “Optimal mutation probability for Genetic Algorithms”, *Mathematical Computational Modeling*, 21(8):1-11.
- [214] Grefenstette, J.J., (1992) “Deception Considered Harmful”, *In Foundations of Genetic Algorithms 2*, L. Darrell Whitley, (eds), 75-92. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.
- [215] Greiner, D., Winter, G., Emperador, J.M., (2001) “Optimising frame structures by different strategies of genetic algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37(5):381-402.
- [216] Grierson D.E., Pak, W.H., (1993) “Optimal sizing, geometrical and topological design using genetic algorithms”, *Journal of Structural Optimization* 6:151–159.

- [217] Grierson, D.E., Cameron, G.E., (1989) “Microcomputer-Based Optimization of Steel Structures in Professional Practice”, *Microcomputers in Civil Engineering*, 4:289-296
- [218] Grierson, D.E., Lee, W.H., (1984) “Optimal Synthesis of Steel Frameworks Using Standard Sections”, *Journal of Structural Mechanics*, 12(3):335-370
- [219] Grierson, D.E., Pak, W.H., (1993) “Optimal Sizing, Geometrical and Topological Design Using Genetic Algorithms”, *Structural Optimization*, 6:151-159.
- [220] Grigoriu, M., (1983) “Reliability of Chain and Ductile-Parallel Systems”, *Journal of Engineering Mechanics*, 109(5):1175-1188.
- [221] Groenwold, A.A., Stander, N., Snyman, J.A., (1999) “A Regional Genetic Algorithm for the Discrete Optimal Design of Truss Structures”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44:749-766.
- [222] Gue, R.L., Liggett, J.C., Cain, K.C., (1968) “Analysis of Algorithms for the Zero-One Programming Problem”, *Communications of the Assoc., for Computing Machinery*, 11(12):837-844.
- [223] Gulvanessian, H., Holicky, M., (2002) “Reliability based calibration of Eurocodes considering a steel member”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, Switzerland.
- [224] Haftka, R.T., Gurdal, Z., Kamat, M.P., (1992) “*Elements of Structural Optimization*” 3rd Edition, Kluwer Academic Publishers.
- [225] Hager, K., Balling, R.J., (1988) “New Approach for Discrete *Structural Optimization*”, *Journal of Structural Engineering*, 114(5):1120-1134.
- [226] Hailperin, T., (1965) “Best Possible inequalities for the probability of a logical function of events”, *American Mathematics Monthly*, 72(4):343-359.
- [227] Hajela, P, Lee, E., (1995) “Genetic algorithms in truss topological optimization” *Journal of Solids and Structures*, 32(22):3341–3357.
- [228] Hajela, P., (1989) “Genetic Search - An Approach to the Nonconvex Optimization Problem”, *Proceedings, of the 30th Conference, AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials*, Mobile, Alabama, April, 165-175.
- [229] Hajela, P., (1992) “*Stochastic Search in Structural Optimization: Genetic Algorithms and Simulated Annealing*”, Chapter 22:611 -635.
- [230] Hajela, P., Lee, E., (1993) “Genetic Algorithms in Structural Topology Optimization”, *Topology Design of Structures*, Bendsoe, Mota, Sores, (eds)., 117-134, Kluwer Academic Publishers, Boston, Mass.
- [231] Hajela, P., Lee, E., (1993) “Genetic Algorithms in Topological Design of Grillage

- Structures”, *Proceedings, IUTAM Symposium on Discrete Structural Systems*, IUTAM, Zakopane, Poland.
- [232] Hajela, P., Lee, E., (1995) “Genetic Algorithms in Truss Topological Optimization”, *International Journal of Solids and Structures*, 32(22):3341-3357.
- [233] Hajela, P., Lin, C.Y., (1992) “Genetic search strategies in multicriterion optimal design”, *Structural Optimization* 4:99–107.
- [234] Hamming, R.W., (1986) “*Coding and Information Theory*”, 2nd edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA
- [235] Hanne, T., (2000) “Global Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms”, *Journal of Heuristics*, 6:347-360.
- [236] Hanski, I.A., Gilpin, M.E., (eds) (1997) “*Metapopulation Biology*” Academic Press.
- [237] Harik, G., Cantu-Paz, E., Goldberg, D.E., Miller, B.L., (1996) “The Gambler’s Ruin Game, Genetic Algorithms, and the sizing of populations” *ILLIGAL Report # 96004*, University of Illinois, USA.
- [238] Hasancebi, O., Erbatur, F., (2000) “Evaluation of crossover techniques in genetic algorithm based optimum structural design”, *Computers & Structures*, 78:435-448.
- [239] Haug, E.J., Choi, K.K., Komkov, V., (1986) “*Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*”, Academic Press, Mathematics in Science and Engineering 177, London, England.
- [240] Hedar A.R., Fukushima, M., (2001) “Hybrid simulated annealing and direct search method for nonlinear global optimization” *Department of Applied Mathematics & Physics Kyoto University*, Technical Report, 2001-013.
- [241] Hellenga, B.R., Fu, L., (2002) “Reducing bias in probe-based arterial link travel time estimates”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 10(4):257-273.
- [242] Helton, J.C., Davis, F.J., (2003) “Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analysis of complex systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 81:23-69.
- [243] Hernández, S., (2000) “Post-optimal procedures for *Structural Optimization*”, *Advances in Engineering Software*, 31(6):401-409.
- [244] Hesser, J., Männer, R., (1991) “Towards an optimal mutation probability for genetic algorithms”, *Proceedings, of the 1st Conference, on Parallel Problem solving from Nature, Lecture Notes in Computer Science #496*, Springer-Verlag, 23-32.
- [245] Hilding, D., Torstenfelt, B., Klarbring, A., (2001) “A computational methodology for shape optimization in frictionless contact”, *Computer Methods in Applied Mechanics &*

- Engineering*, 190:4043-4060.
- [246] Hjorteland, T., (1999) “*The action variational principle in cosmology*”, Thesis submitted for the degree of Candidatus Scientiarum, Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, Norway.
- [247] Hock, W., Schittkowski, K., (1981) “Test Examples for Nonlinear Programming Codes”, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- [248] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., (1983) “Reliability of Parallel Systems Under Imposed Uniform Strain”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 109(3):896-907.
- [249] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., (1988) “Improvement of Second-Order Reliability Estimates by Importance Sampling”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 114(12):2195-2199.
- [250] Holicky, M., Markova, J., (2002) “Calibration of reliability estimates for a column”, *Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zurich, Switzerland.
- [251] Holland, J. H. (1975). “*Adaptation in natural and artificial systems*” University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., USA.
- [252] Holland, J.H., (1962) “Concerning efficient adaptive systems” *In Self-Organizing Systems*, Yovits, M.C., Jacobi, G T., Goldstein, G.D., (eds.) Spartan Press, 215-230.
- [253] Holland, J.H., (1962) “Information processing in adaptive systems”, *In Processing of Information in the Nervous System*, Gerard, R. W. (ed.) Excerpta Medica, 338-347.
- [254] Holland, J.H., (1968) “Hierarchical Descriptions of universal spaces and adaptive systems”, *Technical Report, University of Michigan*.
- [255] Holland, J.H., (1971) “Processing and processors for schemata”, *Associative information processing*, Jacks, E.L., (ed.), American Elsevier, 127-146.
- [256] Holland, J.H., (1975) “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*” The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- [257] Holzleitner, L., Mahmoud, K.G., (1999) “Structural shape optimization using MSC/NASTRAN and sequential quadratic programming”, *Computers & Structures*, 70:487-514.
- [258] Hong, T.P., Wang, H.S., Lin, W.Y., Lee, W.Y., (2002) “Evolution of Appropriate Crossover and Mutation Operators in a Genetic Process”, *Applied Intelligence*, 16:7-17.
- [259] Horn, J., (1997) “*The Nature of Niching: GA and the evolution of Optimal Cooperative Populations*”, Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois, Urbana-Champaign.
- [260] Horn, J., Nafpliotis, N., (1993), “Multiobjective optimization using the niched Pareto

- genetic algorithm”, *IlligAL Report 93005*, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, Urbana, Champaign.
- [261] Horn, J., Nafpliotis, N., Goldberg, D.E., (1994) “A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization”, *Proceedings, of the 1st IEEE Conference, on Evolutionary Computation*, IEEE World Congress on Computational Computation, IEEE Press, Vol., 1, Piscataway, NJ, USA 82–87.
- [262] Horowitz, B., Afonso, S.M.B., (2002) “Quadratic programming solver for *Structural Optimization* using SQP algorithm”, *Advances in Engineering Software*, 33:669-674.
- [263] Hoshiya, M., (2002) “Redundancy Index of Lifeline Systems”, *Journal of Engineering Mechanics*, 128(9):961-968.
- [264] Hrbacek, K., Jech, T., (1999) “*Introduction to Set Theory*”, 3rd Edition, Marcel Dekker, Inc., New York, USA.
- [265] Hrstka, O., Kucerová, A., (2000) “Search for optimization method on multidimensional real domains”, *Contributions to Mechanics of Materials and Structures, CTU Reports*, CTU Publishing House, 4, 87-104.
- [266] Hrstka, O., Kucerová, A., Leps, M., Zeman, J., (2001) “A Competitive Comparison of Different Types of Evolutionary Algorithms”, *Proceedings of the Sixth International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping and B. Kumar, (Editors), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 37.
- [267] Hsieh, Y.-C., (2003) “A linear approximation for redundant reliability problems with multiple component choices”, *Computers & Industrial Engineering*, 44(1):91-103.
- [268] Huang, M.W., (1995) “*Algorithms for Mixed Continuous-Discrete Variable Problems in Structural Optimization*” PhD Dissertation, Civil and Environmental Engineering, The University of Iowa, Iowa City, IA, U.S.A.
- [269] Huang, M.W., Arora, J.S., (1995) “Engineering Optimization with Discrete Variables”, *Proceedings, of the 36th AIAA SDM Conference*, New Orleans, LA, 1475-1485.
- [270] Huang, M.W., Arora, J.S., (1997) “Optimal Design of Steel Structures Using Standard Sections”, *Structural Optimization*, 14:24-35.
- [271] Huang, M.W., Arora, J.S., (1997) “Optimal Design with Discrete Variables: Some Numerical Experiments”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40:165-188.
- [272] Huang, M.W., Hsieh, C.C., Arora, J.S., (1997) “A Genetic Algorithm for Sequencing Type Problems in Engineering Design”, *International Journal for Numerical Methods*

in Engineering, 40:3105-3115.

- [273] Huard, P., (1967) “Resolution of Mathematical Programming with non-linear constraints by the method of centers”, North Holland, Amsterdam, Netherlands.
- [274] Huh, J., Haldar, A., (2002) “Seismic reliability of non-linear frames with PR connections using systematic RSM” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(2):177-190.
- [275] Hunter, D., (1976) “An upper bound for the probability of a union”, *Journal of Applied Probabilities*, 13:597-603.
- [276] Huygens C. (1657) “De Ratiociniis in Ludo Aleae – The value of all chances”, in Latin
- [277] Hwang, H.M.H., Hsu, H-M., (1991) “A Study of Reliability-Based Criteria for Seismic Design of Reinforced Concrete Frame Buildings” *NCEER-99-0023*.
- [278] Hwang, H.M.H., Ushiba, H., Shinozuka, M., (1988) “Reliability analysis of code design structures under natural hazards”, *NCEER-88-0008*.
- [279] Ikeji, A.C., Fotouhi, F., (1995) “Computation of partial query Results with an Adaptive Stratified Sampling Technique”, *CIKM 95*, Baltimore, USA, 145-149.
- [280] Iman, R., Conover, W., (1982) “Sensitivity analysis Techniques. A self teaching curriculum”, *SAND 81-1987*, Sandia Labs New Mexico.
- [281] Iman, R., Shortencarier, M., (1984) “FORTRAN-77 Program & User’s guide for the generation of latin hypercube & random samples for use with computer models”, *SAND 83-2365*, Sandia Labs New Mexico.
- [282] International Organization for Standardization (1998) “General principles on reliability of structures”, *ISO 2394*.
- [283] JCSS, (2001) “Probabilistic Model Code, Part 1, Basis of design, 12th Draft”, Joint Committee on Structural Safety.
- [284] Jenkins, W.M., (1997) “On the Application of Natural Algorithms to Structural Design Optimization”, *Engineering Structures*, 19(4):302-308.
- [285] Jensen, M.T., (2001) “Finding Worst Case Flexible Schedules using Coevolution”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [286] John, K.V., Ramakrishnan, C.V., Sharma, K.G., (1988) “Optimum Design of Trusses from Available Sections-Use of Sequential Linear Programming with Branch and Bound Algorithm”, *Engineering Optimization*, 13:119-145.
- [287] Jordan, R., (1960) “*Calculus of Finite Differences*”, Chelsea, New York, USA.
- [288] Jouris, G.M., Shaffer, D.H., (1978) “Use of probability with linear elastic fracture mechanics in studying brittle fracture in pressure vessels”, *International Journal of*

Pressure Vessels & Piping, 6(1):3-21.

- [289] Kaisheng, C., Shengkun, Z., Wei, H., (1996) “Artificial intelligence [beta]-unzipping method in structural system reliability analysis” *Computers & Structures*, 60(4):619-626.
- [290] Kallenberg, O., (1997) “*Foundations of Modern Probability*”, Springer-Verlag, New York, USA.
- [291] Kapadia, A., Lu, C., (2000) “Random number generators”, *CS/ECE 441 Project Report*, Dept. of Computer Science, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.
- [292] Karamchandani, A., Bjerager, P., Cornell, C.A., (1989) “Adaptive Importance Sampling”, *ICOSSAR 1989, 5th International Conference On Structural Safety & Reliability*, San Francisco, USA, pp. 855-862.
- [293] Karamchandani, A., Cornell, C.A., (1991) “Adaptive hybrid conditional expectation approaches for reliability estimation”, *Structural Safety*, 11(1):59-74.
- [294] Kato, T., Wu, L.-M., Niro, Y., (1996) “On a non-linear congruential pseudorandom number generator”, *Mathematics of Computation*, 65:227-233.
- [295] Katsuki, S., Frangopol, D.M., (1994) “Hyperspace division method for structural reliability” *Journal of Engineering Mechanics*, 120(1):2405-2426.
- [296] Kaymaz, I., McMahon, C., Meng, X., (1998) “Reliability based optimization using the response surface method and Monte Carlo simulation”, *Proceedings, of the 8th International Conference of Machine Design & Production*, September 9-11, 1998 Ankara, Turkey.
- [297] Kim, S.H., Na, S.W., (1997) “Response surface method using vector projected sampling points”, *Structural Safety*, 19(1):3-19.
- [298] Kincaid, R.K., (1991) “Minimizing Distortion in Truss Structures: A comparison between Simulated Annealing and tabu search”, *AIAA-91-1095-CP*.
- [299] Kincaid, R.K., (1992) “Minimizing Distortion and Internal Forces in Truss Structures via Simulated Annealing”, *Structural Optimization*, 4:55-61.
- [300] Kincaid, R.K., Padula, S.L., (1990) Minimizing Distortion and Internal Forces in Truss Structures by Simulated Annealing, *Proceedings, of the 31st AIAA SDM Conference*, Long Beach, CA, AIAA, Washington, D.C., 327-333.
- [301] Kmiecik, M., Soares, C. G., (2002) “Response surface approach to the probability distribution of the strength of compressed plates”, *Marine Structures*, 15(2):139-156.
- [302] Knowles, D.J., Corne, D.W., (2000) “Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy”, *Evolutionary Computation*, 8(2):149-172.

- [303] Knuth, D. E., (1981) “*The art of computer programming, Volume 2, Semi numerical Algorithms 2nd Edition*”, Addison-Wesley, Publishing, Reading Massachusetts, USA.
- [304] Kolmogorov, A.N., (1950) “*Foundations of the Theory of Probability*”, AMS, translated in English from original “*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung*”, in German.
- [305] Koumouisis, V.K., (1995) “Application of Genetic Algorithms in Optimal Structural design problems”, *2nd Workshop of the European Group for Structural Engineering Applications of Artificial Intelligence (EG-SEA-AI)*, Bergamo, Italy.
- [306] Koumouisis, V.K., Arsenis, S.J., Vasiloglou, V.B., (1993) “Detailed Design of Reinforced Concrete Buildings using Logic Programming”, *Proceedings, of the 3rd International, Conference, on the Applications of Artificial Intelligence in Civil and Structural Engineering*, Edinburgh.
- [307] Koumouisis, V.K., Dimou C.K., (1995) “Optimal Design of Wind Mill Structures”. Eurosteel 95, *Proceedings, of the 1st European, Conference, on Steel Structures*, Kounadis A. N. (eds), Athens, Greece, 443-450.
- [308] Koumouisis, V.K., Dimou C.K., (2001) “Genetic Algorithms in a Competitive Environment with Application to Reliability Optimal Design” *Genetic and Evolutionary Computation Conf., Workshop Program, July 7-11, GECCO 2001*, 79-85.
- [309] Koumouisis, V.K., Dimou, C.K., (2002) “The effect of oscillating population size on the robustness of Genetic Algorithms”, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, 27-29 June (distributed in CD-ROM).
- [310] Koumouisis, V.K., Georgiou P.G., (1992) “Genetic algorithms in discrete optimization of steel truss roofs”, *Proc., of the 1st Conference, of Computational, Mech., Assoc., of Greece*, Athens.
- [311] Koumouisis, V.K., Georgiou, P.G., (1994) “Genetic Algorithms in Discrete Optimization of Steel Truss Roofs”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 8(3):309-325.
- [312] Koumouisis, V.K., Katsaras C.P., (2002) “The Effect of Oscillating Population Size and Re-initialization on the Performance of Genetic Algorithms”, *Proceedings, of the 3rd International Conference, on Engineering Computing Technology*, B.H.V., Topping, Z., Bittnar, (eds), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 74.
- [313] Kounias, E.G., (1968) “Bounds for the probability of a union with applications”, *Annals Mathematical Statistics*, 39(6):2154-2158.
- [314] Koyluoglu, H.U., Nielsen, S.R.K., (1994) “New approximations for SORM integrals”, *Structural Safety*, 13:235-246.

- [315] Koziel, S., Michalewicz, Z., (1999) “Evolutionary algorithms homomorphous mappings and constrained parameter optimization”, *Evolutionary Computing*, 7(1):19-44.
- [316] Krishnakumar, K., (1989) “Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization”, *SPIE, Intelligent Control Adaptive. Systems*, 1196:289–296.
- [317] Krishnamoorthy, C.S., Prasanna Venkatesh, P., Sudarshan, R. , (2002) “Object-Oriented Framework for Genetic Algorithms with Application to Space Truss Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering* , 16(1):66-75.
- [318] Kucerová, A., Leps, M., Nemecek, J. (2003) “Estimation of Microplane Model Parameters using a Parallel Genetic Algorithm”, *Proceedings of the Seventh International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping, (Editor), Civil-Comp Press, Stirling, United Kingdom, paper 34.
- [319] Kvasnicka, V., Pospichal J., (1997) “A hybrid of simplex method and simulated annealing”, *Chromometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 39:161-173.
- [320] Kwon, Y.D., Kwon, S.B., Jin, S.B., Kim, J.Y., (2003) “Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems”, *Computers & Structures*, 81:1715-1725.
- [321] L’ Ecuyer, P., Blouin, F., Coutoure, R., (1993) “A search for good multiple recursive random number generators”, *ACM Transaction on Modeling & Computer Simulation*, 3:87-98.
- [322] L’ Ecuyer, P., Proulx, R. (1989) “About polynomial-Time “Unpredictable” generators”, *Proceedings, of the 1989 Winter Simulation Conference*, 467-476.
- [323] Lacksonen, T., (2001) “Empirical comparison of search algorithms for discrete event simulation”, *Computers & Industrial Engineering*, 40(1-2):133-148.
- [324] Lagarias, J.C., (1993) “Pseudorandom numbers”, *Statistical Science*, 8:31-39.
- [325] Lamberti, L., Pappalettere C., (2003) “Move limits definition in *Structural Optimization* with Sequential Linear Programming. Part I: Optimization Algorithm”, *Computers & Structures*, 81:197-213.
- [326] Lamberti, L., Pappalettere C., (2003) “Move limits definition in *Structural Optimization* with Sequential Linear Programming. Part II: Numerical Examples”, *Computers & Structures*, 81:215-238.
- [327] Land, A.M., Doig, A.G., (1960) “An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems”, *Econometrica*, 28:497-520.
- [328] Lau, G.K., Du, H., Lim, M.K., (2001) “Use of functional specifications as objective

- functions in topological optimization of compliant mechanism”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:4421-4433.
- [329] Lay, S.R., (1979) “*Convex Sets and Their Applications*”, John Wiley and Sons, New York, USA.
- [330] Le Riche, R., Saouab, A., Bruard, J., (2003) “Coupled compression RTM and composite layup optimization”, *Composites Science and Technology*, 63(15):2277-2287.
- [331] Lee, K.H., Park, G.J., (2001) “Robust optimization considering tolerances of design variables”, *Computers & Structures*, 79:77-86.
- [332] Leite, J.P., Topping, B.H.V., (1998) “Improved Genetic Operators for Structural Engineering Optimization”, *Advances in Engineering Software*, 29(7/9):529-562.
- [333] Levins R. (1969) “Some demographic and genetic consequences of environmental heterogeneity for Biological control”, *Bull. Entomol. Soc. Am.*, 15:237-240.
- [334] Lewis, T.G., Payne, W.H., (1973) “Generalized feedback shift register pseudorandom number generator algorithm”, *Journal of the ACM*, 20:456-468.
- [335] Li, G., Zhou, R.G., Duan, L., Chen, W.F., (1999) “Multiobjective and multilevel optimization for steel frames”, *Engineering Structures*, 21:519-529.
- [336] Li, M., Vitanyi, P., (1997) “*An Introduction to Kolmogorov Complexity & its Applications*”, Springer-Verlag, 2nd edition.
- [337] Liang, Q.Q., Grant, P.S., (2002) “A performance based optimization method for topology design of continuum structures with mean compliance constraints”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:1471-1489.
- [338] Lieu, B., Huard, P., (1965) “La methode des centres dans un espace topologique”, *Numerische Mathematik*, 8:56-67.
- [339] Lin, C.Y., Chou, J.N., (1999) “A two-stage approach for structural topology optimization”, *Advances in Engineering Software*, 30:261-271.
- [340] Lin, C.Y., Hajela, P., (1992) “Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables”, *Engineering Optimization*, 19:309-327.
- [341] Lin, K.Y., Frangopol, D.M., (1996) “Reliability-based Optimum design of reinforced concrete girders”, *Structural Safety*, 18(2/3):239-258.
- [342] Lin, Y.K., Yang, J.N., (1983) “On statistical moments of fatigue crack propagation”, *Engineering Fracture Mechanics*, 18(2):243-256.
- [343] Lind, N.C., (1994) “Target reliability levels from social indicators”, *Structural Safety*, 78:21-25.
- [344] Lind, N.C., (1995) “A measure of vulnerability and damage tolerance”, *Reliability*

Engineering & System Safety, 48:1-6.

- [345] Lind, N.C., (2002) “Social and Economic Criteria of acceptable risk”, *Reliability Engineering and System Safety*, 78(1):21-25.
- [346] Liu, G.R., Chen, S.C., (2001) “Flaw detection in sandwich plates based on time-harmonic response using genetic algorithm”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:5505-5514.
- [347] Liu, G.R., Han, X., Lam, K.Y., (2002) “A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:1909-1921.
- [348] Liu, G.R., Ma, W.B., Han, X., (2002) “An inverse procedure for determination of material constants of composite laminates using elastic waves”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:3543-3554.
- [349] Liu, Y.W., Moses, F., (1992) “Truss optimization including reserve and residual reliability constraints”, *Computers & Structures*, 42(3):355-363.
- [350] Loomans, M., Visser, H., (2002) “Application of the genetic algorithm for optimization of large solar hot water systems”, *Solar Energy*, 72(5):427-439.
- [351] Luenberger, D.G., (1989) “Linear and nonlinear programming. (2nd edition)”, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, USA.
- [352] Maes, M.A., Breitung, K., Dupuis, D.J., (1993) “Asymptotic importance sampling”, *Structural Safety*, 12:167-186.
- [353] Mahadevan, S., Dey, A., (1997) “Adaptive Monte Carlo simulation for time-dependent reliability analysis” *AIAA Journal*, 35(2):321-326.
- [354] Mahadevan, S., Raghathamachar, P., (2000) “Adaptive simulation for system reliability analysis of large structures”, *Computers & Structures*, 77:725-734.
- [355] Mahadevan, S., Zhang, R., Smith, N., (2001) “Bayesian networks for system reliability reassessment” *Structural Safety*, 23(3):231-251.
- [356] Mahfoud, S.W., Goldberg, D.E., (1992) “A genetic algorithm for parallel simulated annealing”, *In Parallel Problem Solving from Nature*, 2:301-310.
- [357] Mahmoud, K.G., (1997) “An efficient approach to *Structural Optimization*”, *Computers & Structures*, 64(1-4):97-112.
- [358] Mangel, M., Tier, C., (1993) “Dynamics of Metapopulations with Demographic Stochasticity and Environmental Catastrophes”, *Theoretical Population Biology*, 44(1):1-31.
- [359] Manohar, C.S., Gupta S. (2002) “Modeling and evaluation of structural reliability:

- Curent status and future directions”, *Golden Jubilee publications of Department of Civil Engineering*, Indian Institute of Science, Bangalore, Jagadish, K.S., Iyengar, R.N., (eds), Indian Institute of Science, Bangalore, India.
- [360] Marc, A., Breitung M.K., Dupuis, D.J., (1993) “Asymptotic importance sampling”, *Structural Safety*, 12(3):167-186.
- [361] Marsaglia, G., Zaman, A., (1991) “A new class of random number generators”, *Annals of applied Probability*, 1:462-480.
- [362] Marseguerra, M., Zio, E., Cadini, F., (2002) “Biased Monte Carlo unavailability analysis for systems with time-dependent failure rates”, *Reliability Engineering & System Safety*, 76(1):11-17.
- [363] Marseguerra, M., Zio, E., Podofillini, L., (2002) “Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and Monte Carlo simulation”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77:151-166.
- [364] Matous, K., Leps, M., Zeman, J., Sejnoha, M., (2000) “Applying genetic algorithms to selected topics commonly encountered in engineering practice”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(13-14):1629-1650.
- [365] Matousek, M. (1992) “Quality assurance”. in *Engineering Safety* Blockley, D.I. (eds), McGraw–Hill, UK, 72–88.
- [366] Matsumoto, M., Kurita, Y., (1992) “Twisted GFSR Generators”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 2:179-194.
- [367] Matsumoto, M., Kurita, Y., (1994) “Twisted GFSR Generators II”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 4:245-266.
- [368] Matsumoto, M., Nishimura, T., (1998) “Mersenne Twister. A 623 dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator”, *ACM Transactions, on Modeling & Computer Simulation*, 8(1):3-30.
- [369] May, B.S. Beck, J.L., (1998) “Probabilistic control for the active mass driver benchmark structural model”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27:1331–1346
- [370] May, S.A. Balling, R.J., (1991) “Strategies which Permit Multiple Discrete Section Properties per Member in 3D Frameworks”, *Proceedings, of the 10th Conference in Electronic Computation*, O., Ural, T-L., Wang, (eds)., ASCE, 189-196.
- [371] May, S.A., Balling, R.J., (1992) “A Filtered Simulated Annealing Strategy for Discrete Optimization of 3D Steel frameworks “, *Structural Optimization*, 4:142-148.
- [372] McKay, M.D., Bechman, R.J., Conover, W.J., (1979) “A comparison of three methods

- for selecting values of Input Variables in the analysis of output from a Computer Code”, *Technometrics*, 21(2):239-245.
- [373] Mebarki, A., Sellier, A., (1995) “Importance zone and importance sampling in reliability analysis of civil structures”, *International Journal of Pressure Vessels & Piping*, 61(2-3):513-526.
- [374] Melchers, R.E., (1987) “*Structural Reliability. Analysis & Prediction*”, Ellis Horwood Limited, Chichester.
- [375] Melchers, R.E., (1989) “Importance sampling in structural systems”, *Structural Safety*, 6(1):3-10.
- [376] Melchers, R.E., (1990) “Radial Importance for Structural Reliability”, *Journal of Engineering Mechanics*, 116(1):189-203.
- [377] Melchers, R.E., (1990) “Search-based importance sampling”, *Structural Safety*, 9(2):117-128.
- [378] Melchers, R.E., Ahammed, M., (2001) “Estimation of failure probabilities for intersections of non-linear limit states”, *Structural Safety*, 23:123-135.
- [379] Melchers, R.E., Ahammed, M., Middleton, C., (2003) “FORM for discontinuous and truncated density functions”, *Structural Safety*, 9(2):117-128.
- [380] Mendenhall, W., Sincich, T., (1995) “*Statistics for Engineering & the Sciences, 4th edition*” Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- [381] Mesquita, L. Kamat, M., (1987) “Optimization of Stiffened Laminated Composite Plates with Frequency Constraints”, *Engineering Optimization*, 11:77-88.
- [382] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., (1953) “Equations of State Calculations by Fast Computing Machines”, *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.
- [383] Min, S., Nishiwaki, S., Kikuchi, N., (2000) “Unified topology design of static and vibrating structures using multiobjective optimization”, *Computers & Structures*, 75(2):93-116.
- [384] Mitchell, B., (2002) “Use of the most likely failure point method for risk estimation and risk uncertainty analysis”, *Journal of Hazardous Materials*, A91:1-24.
- [385] Moarefzadeh, M.R., Melchers, R.E., (1999) “Directional importance sampling for ill-proportioned spaces”, *Structural Safety*, 21:1-22.
- [386] Molofsky, J., (1994) “Population Dynamics and Pattern Formation in Theoretical Populations”, *Ecology*, 75(1):30-39.
- [387] Mori, Y, Ellingwood, B.R., (1993) “Time-dependent system reliability analysis by

- adaptive importance sampling” *Structural Safety*, 12:59-73.
- [388] Mori, Y., Kato, T. (2003) “Multinormal integrals by importance sampling for series system reliability”, *Structural Safety*, 25(4):363-378.
- [389] Moro, T., El Hami, A. El Moudni, A., (2002) “Reliability analysis of a mechanical contact between deformable solids”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3):227-232.
- [390] Morrison, D., Chapman, C.R., (1995) “The biospheric hazard of large impacts”, *Proceedings, of the Planetary Defense Workshop Lawrence Livermore National Laboratory*, Livermore, California May 22-26, 1995.
- [391] Morrison, J., Oppacher F., (1999) “A General Model of Co-evolution for Genetic Algorithms”, *International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms ICANNGA 99*.
- [392] Moses, F., (1997) “Problems and prospects of reliability-based optimization”, *Engineering Structures*, 19(4):293-301.
- [393] Mühlenbein, H., (1992) “How genetic algorithms work: Mutation and hillclimbing”, *Proc., of the 2nd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, North-Holland, Männer R. and Manderick B. (eds), Brussels, Belgium, 15-25.
- [394] Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D., (1993) “Predictive Models for the Breeder Genetic Algorithm I. Continuous Parameter Optimization”, *Evolutionary Computation*, 1(1):25-49.
- [395] Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D., (1993) “The science of breeding and its application to the Breeder Genetic Algorithm BGA”, *Evolutionary Computation*, 1(4):335-360.
- [396] Murotsu, Y., Okada, H., Niho, S.H., Kaminaga, H., (1995) “A System for collapse and reliability analysis of ship structures using a spatial element model” *Marine Structures*, 8(2):133-149.
- [397] Murotsu, Y., Shao, S., (1990) “Optimum shape design of truss structures based on reliability”, *Structural Optimization*, 2:65-76.
- [398] Nair, P.B., Choudhury, A., Keane A.J. (2001) “A Bayesian framework for uncertainty analysis using deterministic black-box simulation codes”, *AIAA Journal*, 1676:1-11.
- [399] Nanakorn, P., Meesomklin, K., (2001) “An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization”, *Computers & Structures*, 79(29-30):2527-2539.
- [400] NASA, Impact Hazard Website, <http://impact.arc.nasa.gov/>

- [401] Natarajan, K., Santhakumar, A.R., (1995) “Reliability-based optimization of transmission line towers”, *Computers & Structures*, 55(3):387-403.
- [402] Nelder, J.A., Mead, R., (1965) “A simplex method for function minimization”, *Computing Journal*, 7:308.
- [403] Ng, K.-H., Fairfield, C.A., (2002) “Monte Carlo simulation for arch bridge assessment”, *Construction & Building Materials*, 16(5):271-280.
- [404] Nie J., Ellingwood, B.R., (2000) “Directional methods for structural reliability analysis”, *Structural Safety*, 22(3):233-249.
- [405] Niederreiter, H., (1988) “Remarks on non linear congruential pseudorandom numbers”, *Metrika*, 35:321-328.
- [406] Niederreiter, H., (1989) “The serial test for congruential pseudorandom numbers generated by inversions”, *Mathematics of Computation*, 52:135-144.
- [407] Niederreiter, H., (1993) “Factorization of polynomials and some non linear algebra problems over finite fields”, *Linear Algebra & its applications*, 192:301-328.
- [408] Niederreiter, H., (1995) “New developments in uniform pseudorandom number and vector generation”, *Monte Carlo & quasi Monte Carlo methods in Scientific Computing*, (Niederreiter, H. Jau-Shyong P., eds), Springer Verlag, New York, 87-120.
- [409] Niederreiter, H., (1995) “Pseudorandom vector generation by the multiple recursive matrix method”, *Mathematics of Computation*, 64:279-294.
- [410] Niederreiter, H., (1995) “The multiple recursive matrix method for pseudorandom number generation”, *Finite Fields & their Applications*, 1:3-30.
- [411] Noble, J., & Watson R.A., (2001) “Pareto Coevolution. Using performance against coevolved opponents in a game as dimensions for Pareto selection”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [412] Nordic Committee on Building Regulations, (1978) “*Recommendations for Loading and Safety Regulations for Structural Design*”, NKB-Report, 36.
- [413] Nour, A., Slimani, A., Laouami, N., Afra H., (2003) “Finite element model for the probabilistic seismic response of heterogeneous soil profile” *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 23(5):331-348.
- [414] Nowak, A.S., Szerszen, M.M., Park, C.H., (1997) “Target safety levels for bridges”, *Proceedings, of the 7th International Conference on Structural safety & Reliability*, Shiraishi, N., Wen, Y.K., Shinozuka, M., (eds), Kyoto, Japan, 1897-1903.
- [415] OASP (2001) <http://www.oasp.gr/default.asp?l1=3&l2=1#G>
- [416] ODV (2003) <http://www.obv.org.uk/europe/eu20030328a.html>

- [417] Ohmori, H. Kito, N., (1998) “Structural Optimization of Truss Topology by Genetic Algorithms”, *Published by Publication Committee of NCTAM Proceedings*, 331-340, Tokyo, Japan.
- [418] Ohsaki, M., (1995) “Genetic Algorithms for Topology Optimization of Trusses”, *Computers & Structures*, 57(2):219-225.
- [419] Olsen, G.R., Vanderplaats, G.N., (1989) “Method for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables”, *AIAA Journal*, 27(11):1584-1589.
- [420] Olsson, A., Sandberg G, Dahlblom O., (2003) “On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis”, *Structural Safety*, 25(1):47-68.
- [421] Onoufriou, T., Frangopol D.M., (2002) “Reliability based inspection of complex structures: a brief retrospective”, *Computers & Structures*, 80:1133-1144.
- [422] Osyczka, A., (1984) “*Multicriterion optimization in engineering with FORTRAN programs*”, Ellis Horwood, Chichester, UK.
- [423] Padula, S.L., Kincaid, R.K., (1995) “Aerospace Application of Integer and Combinatorial Optimization”, *NASA TM - 110210*.
- [424] Page, Y., (2001) “A statistical model to compare road mortality in OECD countries”, *Accident Analysis & Prevention*, 33(3):371-385.
- [425] Pandey, M.D., Sarkar, A., (2002) “Comparison of a simple approximation for multinormal integration with an importance sampling-based simulation method”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(2):215-218.
- [426] Papadimitriou, C., Beck, J.L., Katafygiotis, L.S., (2001) “Updating robust reliability using structural test data”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(2):103-113
- [427] Papadimitriou, C., Katafygiotis, L.S., Au, S.K., (1997) “Effects of structural uncertainties on TMD design: a reliability-based approach”, *Journal of Structural Control*, 4(1):65–88.
- [428] Papadrakakis, M., Lagaros, N.D., (2002) “Reliability-based structural optimization using neural networks and Monte Carlo simulation”, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 191(32):3491-3507.
- [429] Papoulis, A., (1991) “*Probability Random Variables & Stochastic Processes, 3rd edition*”, McGraw Hill.
- [430] Park, J.H., Hwang, J.H., Lee, C.S., Hwang, W., (2001) “Stacking sequence design of composite laminates for maximum strength using genetic algorithms”, *Composite Structures*, 52(2):217-231.
- [431] Park, J.S., (1994) “Optimal latin hypercube designs for computer experiments”, *Journal*

- of Statistical Planning Inference*, 39:95-111.
- [432] Parmee, I.C., Vekeria, H., Bilchev, G., (1997) “The Role of Evolutionary and Adaptive Search During Whole System, Constrained and Detailed Design Optimization”, *Engineering Optimization*, 29:151-176.
- [433] Payne, W.H., Rabung, J.R., Bogoyo, T.P., (1969) “Coding the Lehmer Pseudo-Number Random Generator”, *Comm., of ACM*, 12(2):85-86.
- [434] Pedersen, N.L., (2002) “Topology optimization of laminated plates with prestress”, *Computers & Structures*, 80:559-570.
- [435] Pendola, M., Mohamed, A., Lemaire, M., (2000) “Combination of finite element and reliability methods in nonlinear fracture mechanics”, *Reliability Engineering & System Safety*, 70(1):15–27.
- [436] Petryna, Y.S., Pfanner, D., Stangenberg, F., Kraetzig, W.B., (2002) “Reliability of reinforced concrete structures under fatigue”, *Reliability Engineering & System Safety*, 77(3):253-261.
- [437] Pezeshk, S., Camp C.V., Chen, D., (2000) “Design of non-linear framed structures using Genetic Optimization”, *Journal of Structural Engineering*, 126(3):382-388.
- [438] Podgurski, A., Masri, W., McCleese, Y., Wolff, G., Yang, C., (1999) “Estimation of Software reliability by stratified sampling”, *ACM Transactions on Software Engineering & Methodology*, 8(3):263-283.
- [439] Podgurski, A., Yang, C., Masri, W., (1993) “Partition testing, stratified sampling and cluster analysis”, *SIGSOFT 93*, December 1993 Callifornia, USA, 169-181.
- [440] Ponterosso P., Fishwick R.J., Fox, D.S.J., Liu, X.L., Begg, D.W., (2000) “Masonry arch collapse loads and mechanisms by heuristically seeded genetic algorithm” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190(8-10):1233-1243.
- [441] Powell, M.J.D., (1978) “A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations”, *Lecture notes on mathematics 630*, Springer, Berlin, Germany.
- [442] Pradlwarter, H.J., Schuëller, G.I., (1997) “On advanced Monte Carlo simulation procedures in stochastic structural dynamics”, *International Journal of Non Linear Mechanics*, 32(4):735-744.
- [443] Prakkash, V.S., Rajeev, S., Mathews, M.S., (1995) “Optimal Design of Ribbed Ferrocement Roofing/Flooring Elements Using Genetic Algorithms”, *Journal of Ferrocement*, 25(1):1-16.
- [444] Press, W.H., Teukolsky, S.A., (1991) “Simulated Annealing optimization over continuous spaces”, *Computational Physics*, 5:426-429.

- [445] Proppe, C., Pradlwarter H.J., Schuëller, G.I., (2003) “Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(1):1-15.
- [446] Pu, Y., Das, P.K., Faulkner, D., (1996) “Structural system reliability analysis of SWATH ships” *Engineering Structures*, 18(12):901-905.
- [447] Pu, Y., Das, P.K., Faulkner, D., (1997) “A strategy for reliability-based optimization”, *Engineering Structures*, 19(3):276-282.
- [448] Quagliarella, D., Vicini, A., (2001) “Viscous single and multicomponent airfoil design with genetic algorithms”, *Finite Elements in Analysis & Design*, 37(5):365-380.
- [449] Rackwitz, R., (2001) “Reliability analysis--a review and some perspectives”, *Structural Safety*, 23(4):365-395.
- [450] Rackwitz, R., Fiessler, B., (1978) “Structural reliability under combined random load sequences”, *Computers & Structures*, 9(5):489-494.
- [451] Rajan, S.D., (1995) “Sizing Shape and Topology Optimization of trusses Using Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, 121(10):1480-1487.
- [452] Rajashekhar, M.R., Ellingwood, B.R., (1993) “A new look at the response surface approach for reliability analysis”, *Structural Safety*, 12:205-220.
- [453] Rajeev, S., Krishnamoorthy, C.S., (1992) “Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, 118(5):1233-1250.
- [454] Rajeev, S., Krishnamoorthy, C.S., (1997) “Genetic Algorithms–Based Methodologies for Design Optimization of Trusses”, *Journal of Structural Engineering*, 123(3):350-358.
- [455] Ramasamy, J.V., Rajasekaran, S., (1996) “Artificial Neural Network and Genetic Algorithm for the Design Optimization of Industrial Roofs - A Comparison”, *Computers & Structures*, 58(4):747-755.
- [456] Rao, S.S., (1987) “Multi-objective optimization of fuzzy structural systems”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 24:1157-1171.
- [457] Rao, S.S., Sundararaju, K., Prakash, B.G., Balakrishna, C., (1992) “Multi-objective fuzzy optimization techniques for engineering design”, *Computers & Structures*, 42:37-44.
- [458] Ravichandran, N., (1990) “*Stochastic methods in reliability theory*”, John Wiley & Sons, New Delhi, India 13.
- [459] Ray, T.S., (1997) “Evolving Complexity”, *Artificial Life and Robotics* 1(1):21-26.
- [460] Ray, T.S., (1998) “Evolution, ecology and optimization of digital organisms”, *Artificial*

- Life and Evolutionary Systems'*, Katsunori Shimohara (eds), 32-80.
- [461] Ray, T.S., (1999) "Evolution of Differentiated Multi-threaded Digital Organisms", *Proceedings of the 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1-10.
- [462] Ray, T.S., Hart, J., (1998) "Evolution of Differentiated Multi-threaded Digital Organisms", *Artificial Life VI proceedings*, C. Adami, R. K. Belew, H. Kitano, and C. E. Taylor (eds), 295-304.
- [463] Rechenberg, I., (1994) "*Evolutionsstrategie 94, Werkstatt Bionik und Evolutionstechnik, Vol. I*", Frommann-Holzboog, Stuttgart.
- [464] Reddy, K.H., Chakroborty, P., (1998) "A fuzzy inference based assignment algorithm to estimate O-D matrix from link volume counts", *Computing in Environmental and Urban Systems*, 22(5):409-423.
- [465] Reinschmidt, K.F., (1971) "Discrete Structural Optimization", *Journal of Structural Engineering*, 97(1):133-156.
- [466] Rhyne, II R.D., Smith III, J.F., (2001) "A Game Based Approach to Co-Evolutionary Optimization", *GECCO 2001*, 762.
- [467] Riechmann, T., (2001) "Genetic algorithm learning and evolutionary games" *Journal of Economic Dynamics & Control*, 25:1019-1037.
- [468] Ritter, T., (1991) "The efficient generation of cryptographic confusion sequences", *Cryptologia*, 15:81-139.
- [469] Rosenblatt, M., (1952) "Remarks on Multi-Variate Transformation", *Annals of Mathematical Statistics*, 23:470-472.
- [470] Rosenblueth, E. (1985) "What Should we do with structural reliabilities", *ICASP 5*, Lind, N.C., (eds), Waterloo, Canada, pp.24-33.
- [471] Rosin, C.D., Belew, R.K., (1995) "Methods for Competitive Co-evolution: Finding Opponents Worth Beating", *Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms*, San Francisco, CA, Larry Eshelman (eds), 373-380.
- [472] Rosin, C.D., Belew, R.K., (1996) "New methods for Competing Coevolution" *Univ. of California, Tech. Rep. #CS96-491*.
- [473] Ross, S.M., (1996) "*Stochastic Processes*" Wiley, New York, USA.
- [474] Rubinstein, R.Y. (1981) "*Simulation & the Monte Carlo method*", John Wiley and Sons, New York, USA.
- [475] Runarsson, T.P., Yao, X., (2000) "Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 4(3):284-294.

- [476] Sachs, P. (1972) “*Wind Forces in Engineering*”, Pergamon Press, Oxford, England.
- [477] Sadeghi, H., Suzuki, S., Takenaka, H., (1999) “A two point, 3D seismic ray tracing using genetic algorithms”, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 113:355-365.
- [478] Sakamoto, J., Oda, J., (1993) “Technique for Optimal Layout Design for Truss Structures using Genetic Algorithms”, *Collection of Technical Papers – AIAA/ASME Structures, Structural Dynamics and Material Conference*, Published by AIAA Washington, DC, USA, Pt. 4, 4402-2408.
- [479] Salomon, R., (1995) “Re-evaluating Genetic Algorithm Performance under Coordinate Rotation of Benchmark functions”, *Biosystems*, 39:263-278.
- [480] Sanglier, M., Allen, P.M., (1989) “Evolutionary models of urban systems – An application to the Belgian provinces”, *Environment and Planning*, 21:477-498.
- [481] Sanglier, M., Romain, M., Flament, F., (1994) “A behavioral approach of the dynamics of financial Markets”, *Decision Support Systems*, 12:405-413.
- [482] Schaffer, J.D., (1984) “*Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*” Ph. D. thesis, Vanderbilt University.
- [483] Schaffer, J.D., (1985) “Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms”, *Proceedings, of an International, Conference, on Genetic Algorithms and their applications*, Pittsburgh, Grefenstette, J.J., (ed.), Sponsored by Texas Instruments and U.S. Navy. Center for Applied Research in Artificial Intelligence (NCARAI), 93–100.
- [484] Schenk, C.A., Schuëller, G.I., (2003) “Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections” *International Journal of Non Linear Mechanics*, 38(7):1119-1132.
- [485] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1994) “Strategy Adaptation by Competing Populations”, *Proc., of the 3rd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer-Verlag, Jerusalem, Israel, 199-208.
- [486] Schlierkamp-Voosen, D., Mühlenbein, H., (1996) “Adaptation of Population Sizes by Competing Subpopulations” *Proc. Proc., of 3rd IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '96)*, IEEE Press, Nagoya, Japan, 330-335.
- [487] Schmit, L., Fleury, C., (1980) “Discrete - Continuous Variable Structural Synthesis Using Dual Methods”, *AIAA Journal*, 18:1515-1524.
- [488] Schuëller, G.I., (2001) “Computational stochastic mechanics – recent advances”, *Computers & Structures*, 79:2225-2234.
- [489] Schuëller, G.I., Bucher, C.G., Bourgund, U., Ouyornprasert, W., (1989) “On efficient

- computational schemes to calculate structural failure probabilities”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(1):10-18.
- [490] Schütz, M., Schwefel, H.P., (2000) “Evolutionary Approaches to solve three challenging engineering tasks”, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:141-170.
- [491] Schwefel, H.P., (1981) “*Numerical Optimization of Computer Models*” John Wiley & Sons, New York.
- [492] Schwefel, H.P., (1995) “*Evolution and Optimum seeking Sixth-Generation Computer Technology*” Series John Wiley & Sons, New York.
- [493] Sepulveda, A., Cassis, J., (1986) “An Efficient Algorithm for the Optimum Design of Trusses with Discrete Variables”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23:1111-1130.
- [494] Shanno, D.F., (1970) “Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization”, *Mathematics of Computation*, 24:647-656.
- [495] Shannon, C.E., (1948) “A mathematical theory of communication”, *Bell System Technical Journal*, 27:379-423-623-656.
- [496] Shaowen S., Murotsu, Y., (1999) “Approach to failure mode analysis of large structures”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14(1-2):169-177.
- [497] Sharpe D. (2003) “Hazard evaluation and risk assessment”, *Internal Report, Auburn University, Alabama, USA*.
- [498] Shih, C.J., Wangsawidjaja, R.A.S., (1996) “Mixed Fuzzy probabilistic programming approach for multiobjective Engineering Optimization with random variables”, *Computers & Structures*, 59(2):283-290.
- [499] Shimodaira, H., (1999) “A diversity-control-Oriented Genetic Algorithm (DCGA): Development and Experimental Results” *Proc of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-99)*, 603-611.
- [500] Shimodaira, H., (2001) “A Diversity-Control-Oriented Genetic Algorithm DCGA: Performance Improvement by the Reinitialization of the Population”, *GECCO 2001*, 576 – 583.
- [501] Shin, D.K., Gurdal, Z. Griffin, O.H.Jr., (1990) “A Penalty Approach for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables”, *Engineering Optimization*, 16:29-42.
- [502] Siarry, P., Berthiau, G., Durbin, F., Haussy, J., (1997) “Enhanced Simulated Annealing for globally minimizing functions of many continuous variables”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 23:209-228.

- [503] Simpson, T.W., (1998) “*A Concept Exploration Method for Product Family Design*”, Ph.D., dissertation, Dept, of Mech. Eng., Georgia Inst. Tech.
- [504] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Operator and parameter adaptation in genetic algorithms”, *Soft Computing*, 1:81-87.
- [505] Smith, J.E., Fogarty, T.C., (1997) “Self Adaptation of Mutation Rates in a steady state genetic Algorithm”, *Proceedings, of 3rd IEEE Conference, on Evolutionary Computation*, IEEE Press, 318-323.
- [506] Smith, R.E., (1993) “Adaptively resizing populations: An algorithm and analysis” *Proc., of the 5th Int. Conference on Genetic Algorithms (ICGA)*, Urbana-Champaign, IL, USA Morgan Kaufmann, S. Forrest (eds), 653.
- [507] Soares, R.C., Mohamed, A., Venturini, W.S., Lemaire, M., (2002) “Reliability analysis of non-linear reinforced concrete frames using the response surface method”, *Reliability Engineering & System Safety*, 75(1):1-16.
- [508] Sobol, I.M., (1974) “*The Monte Carlo method*”, Univ. Of Chicago, USA, Popular Lectures in Mathematics.
- [509] Sobol, I.M., (1975) “*A primer for the Monte Carlo Method*”, CRC Press USA.
- [510] Soh, C.K., Yang, J., (1996) “Fuzzy Controlled Genetic Algorithm Search for Shape Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 10(2):143-150.
- [511] Soh, C.K., Yang, J., (1998) “Optimal Layout of Bridge Trusses by Genetic Algorithms”, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 13:247-254.
- [512] Solomos G.P., Moussas, V.C., (1990) “A time series approach to fatigue crack propagation”, *Structural Safety*, 9:211-226.
- [513] Solomos, G.P., (1989) “First-passage solutions in fatigue crack propagation”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(1):32-39.
- [514] Solomos, G.P., Lucia, A.C., (1990) “Markov approximation to fatigue crack size distribution”, *Fatigue Fracture Engineering Materials Structures*, 13(5):457-471.
- [515] Song, J., Der Kiureghian, A., (2003) “Bounds on system reliability by linear programming”, *Journal of Engineering Mechanics*, 129(6):627-636.
- [516] Spears, W.M., (1995) “Adapting crossover in evolutionary algorithms” In J.R. McDonnell, R.G. Reynolds, D.B. Fogel, (eds), *Proceedings, of the 4th Annual Conference, on Evolutionary Programming*, The MIT Press, 367-384.
- [517] Spears, W.M., (1997) “*Recombination Parameters, The Handbook of Evolutionary Computation*”, T. Baeck, D., Fogel, Z., Michalewicz, (eds), IOP Publishing and Oxford University Press.

- [518] Srinivas, N., Deb, K., (1994) “Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms”, *Evolutionary Computation* 2(3):221–248.
- [519] Srivastava, R.P., Goldberg D.E., (2001) “Verification of the Theory of Genetic Algorithm Continuation”, *GECCO 2001*, 623 – 630.
- [520] Starr, C., (1969) “Social Benefit versus technological risk”, *Science*, 165:647-653.
- [521] Stocki, R. (2001) “A method to improve design reliability using optimal Latin hypercube sampling”, http://www.ippt.gov.pl/~rstocki/SO-reliab_impr.pdf.
- [522] Storn, R. (1996) “*On the usage of Differential Evolution for Function Optimization*”, NAPHIS.
- [523] Sugimoto, H., (1992) “Discrete Optimization of Truss Structures and Genetic Algorithms”, *Proceedings, of the Korea-Japan Joint Seminar on Structural Optimization*, Seoul, Korea, 1-10.
- [524] Svanberg, K., (1987) “The method of Moving Asymptotes - A new method for Structural Optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24:359-373.
- [525] Svanberg, K., (1996) “A globally convergent version of MMA without Linesearch”, *World Conference of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1-8.
- [526] Taha, H.A., (1975) “*Integer Programming Theory, Applications, and Computations*”, Academic Press, New York.
- [527] Tanaka, T., (1995) “Reliability analysis of structural components under fatigue environment including random overloads”, *Engineering Fracture Mechanics*, 52(3):423-431.
- [528] Tandjiria, V., The, C.I., Low, B.K., (2000) “Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods”, *Structural Safety*, 22(4):335-355.
- [529] Tang, B., (1993) “Orthogonal array-based latin hypercube”, *Journal of American Statistical Association, Theory and Methods*, 88(424):1392-1397.
- [530] Tanskanen, P., (2002) “The evolution Structural Optimization method: theoretical aspects”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:5485-5498.
- [531] Tausworthe, R.C., (1965) “Random numbers generated by linear recurrence modulo two”, *Mathematics of Computation*, 19:201-209.
- [532] Templeman, A.B., Yates, D.F., (1983) “A Linear Programming Approach to the Discrete Optimum Design of Trusses”, *Optimization Methods in Structural Design*, H., Eschenauer, N., Olhoff, (eds), BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 133-139.
- [533] Templeman, A.B., Yates, D.F., (1983) “A Segmental Method for the Discrete Optimum

- Design of Structures”, *Engineering Optimization*, 6:145-155.
- [534] Thampan C.K.P.V., Krishnamoorthy C.S., (2001) “System reliability-based configuration optimization of trusses”, *Journal of Structural Engineering*, 127(8):947-956.
- [535] Thierens, D., (1996) “Dimensional analysis of allele-wise mixing revisited” *Proceedings, of the 4th International, Conference, on Parallel Problem Solving from Nature*, H.-M., Voigt, W., Ebeling, I., Rechenberg, H.-P., Schwefel, (eds), Springer, Berlin, 1996, 255-265.
- [536] Topping, B.H.V., Leite, J.P.B., (1998) “Parallel Genetic Models for Structural Optimization”, *Engineering Optimization*, 31:65-99.
- [537] Tseng, C.H., Wang, L.W., Ling, S.F., (1992) “A Numerical Study of the Branch-and-Bound Method in Structural Optimization”, *Technical Report, Department of Mechanical Engineering, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.*
- [538] Tvedt, L., (1983) “Two second-order approximations to the failure probability”, *Veritas Report, RDIV/20-004083*, Det norske Veritas, Oslo.
- [539] Ursem, R.K., (2002) “Diversity guided evolutionary algorithms”, *In Parallel Problem Solving From Nature --- PPSN VII*, J.J. Merelo Guervós et al. (eds), 462-471.
- [540] USGS, (2000) http://neic.usgs.gov/neis/bulletin/neic_xlaf.html.
- [541] Val, D.V., Stewart, M., (2002) “Safety factors for assessment of existing structures”, *Journal of Structural Engineering*, 128(2):258-265.
- [542] Vanderplaats, G.N., (1984) “*Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications*”, McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, New York.
- [543] Vanderplaats, G.N., (1993) “Thirty years of modern structural optimization”, *Advances in Engineering Software*, 16(2):81-88.
- [544] Vrijling, J.K., Hengel, van W., Houben, R.J., (1998) “Acceptable risk as a basis for design”, *Reliability Engineering and System Safety*, 59:141-150.
- [545] Waarts, P. H., Vrouwenvelder, A.C.W.M., (1999) “Stochastic finite element analysis of steel structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, 52(1):21-32.
- [546] Walker, M., Reiss, T., Adali, S., (1997) “Multiobjective design of laminated cylindrical shells for maximum torsional and axial buckling loads”, *Computers & Structures*, 62(2):237-242.
- [547] Walsh, G.R., (1975) “*Methods of Optimization*”, John Wiley & sons, USA.
- [548] Wang, G.C., (2001) “Improvement on the adaptive response surface method for high

- dimensional computation-intensive design problems”, *Proceedings, of the Int. Design Eng., Technical Conf., & Design Automation Conf.*, September 9-12, 2001, Pittsburgh, Pennsylvania, USA.
- [549] Wang, G.C., Dong, Z., Aitchison, P., (2000) “Adaptive response surface method – A global optimization scheme for approximation – based design problems”, *Journal of Engineering Optimization*, 33(6):707-734.
- [550] Wang, P.P., Chen, D.S., (1996) “Continuous Optimization by a variant of simulated annealing”, *Computational Optimization and Applications*, 6:59-71.
- [551] Warner, R.F., Kabaila, A.P., (1968) “Monte carlo study of structural safety”, *Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE*, 94(ST12):2847-2859.
- [552] Wen, Y.K., (2001) “Minimum lifecycle cost design under multiple hazards”, *Reliability Engineering & System Safety*, 73:223-231.
- [553] Wen, Y.K., (2001) “Reliability and Performance based Design”, *Structural Safety*, 23(4):407-428.
- [554] Whitley, D., (1999) “A Free Launch Proof for Gray versus Binary Encodings”, *GECCO 1999*, 726-733.
- [555] Whitley, D., (2001) “An overview of evolutionary algorithms: practical issues and common pitfalls”, *Information and Software Technology*, 43(14):817-831.
- [556] Whitley, D., Mathias, K., Rana, S., Dzuber, J., (1996) “Evaluating Evolutionary algorithms”, *Artificial Intelligence Journal*, 85:1-32.
- [557] Whitman, R., (1984) “Evaluating calculated risk in geotechnical Engineering”, *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(2):145-188.
- [558] Wood, D. P., Simms, C. K., (2002) “Car size and injury risk: a model for injury risk in frontal collisions”, *Accident Analysis & Prevention*, 34(1):93-99.
- [559] World Health Organization, Greece, <http://www.who.int/country/grc/en/>
- [560] Xiong, Q., Jutan, A., (2003) “Continuous optimization using a dynamic simplex method”, *Chemical Engineering Science*, 58(16):3817-3828.
- [561] Yang, J., Sho, C.K., (1997) “Structural Optimization by Genetic Algorithms with Tournament Selection”, *Journal of Structural Engineering*, 11(3):195-200.
- [562] Yang, J.N., Salivar, G.C., Annis, Jr., (1983) “Statistical modeling of fatigue crack growth in a nickel base superalloy”, *Engineering Fracture Mechanics*, 18(2):257-270.
- [563] Yang, J.S., Nikolaidis, E., Haftka, R.T., (1989) “Design of aircraft wings subjected to gust loads: A system reliability approach”, *Computers & Structures*, 36(6):1057-1066.
- [564] Yang, R.J., (1997) “Multidiscipline topology optimization”, *Computers & Structures*,

63(6):1205-1212.

- [565] Yao, X., Liu, Y., (1997) “Fast Evolution Strategies”, *Proceedings, of the 6th Annual Conference, on Evolutionary, Programming*, Indianapolis, USA, 151-161.
- [566] Ye, G.-W., Yagawa G., Yoshimura, S., (1993) “Probabilistic fracture mechanics analysis based on three-dimensional J-integral database”, *Engineering Fracture Mechanics*, 44(6):887-893.
- [567] Ye, K.Q., William, L., Sudjianto, A., (2000) “Algorithmic construction of optimal symmetric Latin hypercube designs”, *Journal of Statistical Planning & Inference*, 90:145-159.
- [568] Yonezawa, M., Okuda, S., (1997) “Structural reliability assessment based on directional vector approximation method” *Computers & Industrial Eng.*, 33(3-4):749-752.
- [569] Zhang, W.H., Fleury, C., (1997) “A modification of the convex approximation methods for Structural Optimization”, *Computers & Structures*, 64(1-4):89-95.
- [570] Zhang, W.H., Fleury, C., Duysinx, P., Nguyen, V.H., Laschet, I., (1996) “A generalized method of moving asymptotes (GMM) including equality constraints”, *World Conference of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33-40.
- [571] Zhang, Y.C., (1993) “High order reliability bounds for series systems and applications to structural systems”, *Computers & Structures*, 46(2):381-386.
- [572] Zhao, Y.G., Ono, T., (1997) “An empirical reliability index based on SORM”, *Proceedings, 7th International, Conference, on Structural, Safety & Reliability*, Shiraishi, N., Wen, Y.K., Shinozuka, M., (eds), Kyoto, Japan, 587-594.
- [573] Zhao, Y.G., Ono, T., (1999) “New approximations for SORM: Part 1”, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1):79-85.
- [574] Zhao, Y.G., Ono, T., (1999) “New approximations for SORM: Part 2”, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1):86-93.
- [575] Zheng, Y., Das, P.K. (2000) “Improved response surface method and its application to stiffened plate reliability analysis”, *Engineering Structures*, 22(5):544-551.
- [576] Ziha, K., (1995) “Descriptive sampling in structural safety”, *Structural Safety*, 17:33-41.
- [577] Zitzler, E., (1999) “*Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*”, Ph.D. thesis, ETH, Zurich.
- [578] Κουμούσης, Β., (1998) “Βέλτιστος Σχεδιασμός των Κατασκευών”, Σημειώσεις Μαθήματος του ΔΠΜΣ “Ανάλυση και Δομοστατικός Σχεδιασμός των Κατασκευών”, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Τομέας Δομοστατικής, Ε.Μ.Π.