



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΥΛΙΚΩΝ

**Μελέτη και αξιολόγηση οπτό-ηλεκτρονικού THz φασματογράφου  
λειτουργίας συνεχούς κύματος με διαμόρφωση συχνότητας (FMCW)  
για μετρήσεις πάχους**

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εύα Β. Λουκίσα-Κοντονασοπούλου

**Επιβλέπων:** Ηρακλής Β. Αβραμόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2023





# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΥΛΙΚΩΝ

**Μελέτη και αξιολόγηση οπτό-ηλεκτρονικού THz φασματογράφου  
λειτουργίας συνεχούς κύματος με διαμόρφωση συχνότητας (FMCW)  
για μετρήσεις πάχους**

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εύα Β. Λουκίσα-Κοντονασοπούλου

**Επιβλέπων:** Ηρακλής Β. Αβραμόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....

Η. Αβραμόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Γ. Ματσόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Η. Γλότσης

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2023



.....  
Εύα Β. Λουκίσα Κοντονασοπούλου

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Εύα Β. Λουκίσα Κοντονασοπούλου, 2023.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



# Περίληψη

---

Η ακτινοβολία THz αξιοποιείται σε μια πληθώρα επιστημονικών τομέων και ερευνητικών κλάδων, όπως η βιολογία, η φαρμακευτική, η επιστήμη υλικών, η ανάλυση αερίων, ο μη καταστροφικός έλεγχος δειγμάτων και η φασματογραφία. Η παρούσα διπλωματική σχετίζεται με τα φασματόμετρα, τα οποία αποτελούν γενικά συσκευές που χρησιμοποιούνται για να διαχωρίσουν και να εκτιμήσουν φασματικά χαρακτηριστικά ενός φυσικού φαινομένου. Στα THz φασματόμετρα, διακρίνουμε δύο βασικές κατηγορίες: συστήματα όπου το οπτικό πεδίο είναι ένας σύντομος παλμός (pulsed wave ή time domain spectroscopy - TDS) και συστήματα στα οποία εκπέμπεται συνεχές κύμα (continuous wave spectroscopy - CW). Σαν κύρια στοιχεία τους έχουν έναν οπτικό πομπό, έναν οπτικό δέκτη και ηλεκτρονικά στοιχεία για την απόκτηση και επεξεργασία της πληροφορίας. Συνήθως, σε τέτοια συστήματα, ο αρχικός παλμός εξόδου του λέιζερ διασπάται σε δύο μονοπάτια. Έτσι, στον δέκτη «συνδυάζεται» ένα σήμα αναφοράς με το σήμα από τον πομπό, αφού έχει αλληλεπιδράσει με κάποιο δείγμα προς μελέτη. Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη λέιζερ συνεχούς κύματος, οι συσκευές συνεχούς κύματος αρχίζουν να κάνουν αισθητή την παρουσία τους, έχοντας ως βασικά πλεονεκτήματα την απλή αρχιτεκτονική και το χαμηλό κόστος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η τεχνική κατά την οποία η συχνότητα διαμορφώνεται (FMCW), καταργώντας την ανάγκη για διαμορφωτές φάσης. Αυτή η τεχνική χρησιμοποιείται και στη μελέτη μας, κατά την οποία αναλύουμε για πρώτη φορά μαθηματικά και μοντελοποιούμε στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB, τη λειτουργία ενός φασματόμετρου συνεχούς κύματος για τη μέτρηση πάχους, βασισμένοι στην αντίστοιχη διάταξη που έχει μελετηθεί πειραματικά στο Ινστιτούτο “Fraunhofer HHI” και χρησιμοποιώντας την τεχνολογία που αναπτύσσεται στα πλαίσια του ευρωπαϊκού πρότζεκτ POLYNICES. Με αυτόν τον τρόπο κατανοούμε σε μεγαλύτερο βάθος τη λειτουργία της συσκευής και κυρίως του δέκτη, για τον οποίον δεν υπάρχουν αρκετά θεωρητικά στοιχεία. Επίσης, εξάγουμε χρήσιμες σχέσεις σχετικά με την επίδραση των παραμέτρων και των οπτικών απωλειών στην ισχύ του εκπεμπόμενου σήματος. Στη συνέχεια μοντελοποιούμε ένα μονοστρωματικό δείγμα με μια τροποποίηση της γενικής “Transfer Matrix Method”, κατάλληλη για σήματα με διαμόρφωση συχνότητας και αποκωδικοποιούμε την σήμα στον δέκτη ώστε να αποσπάσουμε την πληροφορία του πάχους. Ακολούθως, εισάγουμε θόρυβο φάσης στα λέιζερ και περιγράφουμε αναλυτικά τον θόρυβο ισχύος από όλες τις πηγές τόσο για τον πομπό όσο και για τον δέκτη και καταλήγουμε σε διαγράμματα εξάρτησης του σηματοθορυβικού λόγου από τις παραμέτρους του συστήματος. Τέλος, χάρη στην αναλυτική μαθηματική περιγραφή μπορούμε να προτείνουμε μια εναλλακτική αρχιτεκτονική με στόχο τη βελτίωση της απόδοσης, και πράγματι η προσημείωση επιβεβαιώνει αυτή τη πρωτοβουλία, δείχνοντας βελτίωση της εκπεμπόμενης ισχύος αλλά και του SNR στον δέκτη κατά 12 dB

**Λέξεις Κλειδιά:** φασματόμετρο, συχνότητες THz, συνεχές κύμα, διαμόρφωση συχνότητας συνεχούς κύματος (FMCW), μαθηματική ανάλυση, μέτρηση πάχους, δύο αρχιτεκτονικές, θόρυβος, θόρυβος φάσης.





# Abstract

---

THz radiation is utilized in many scientific and research fields, such as biology, pharmaceuticals, materials science, gas analysis, non-destructive testing of samples and spectroscopy. The current thesis is related to spectrometers, which are generally devices used to separate and estimate spectral characteristics of a physical phenomenon. In THz spectrometers, we distinguish two basic categories: systems where the optical field is a short pulse (pulsed wave or time domain spectroscopy-TDS) and systems where a continuous wave is emitted (continuous wave spectroscopy -CW). Their main components include an optical transmitter, an optical receiver and electronic elements for the acquisition and processing of information. Typically, in such systems, the initial laser output pulse is split into two paths. Thus, in the receiver a reference signal is "combined" with the signal from the transmitter, after it has interacted with a sample. In recent years, with the development of continuous wave lasers, continuous wave devices are gaining ground, standing out for the simple architecture and low cost. The frequency modulated (FMCW) technique is of particular interest, eliminating the need for phase modulators. This technique is also used in our study, in which we mathematically analyze and model for the first time, in the MATLAB programming environment, the operation of a continuous-wave spectrometer for thickness measurement. We base our analysis on the corresponding setup that has been experimentally studied at the "Fraunhofer HHI" and utilize the technology developed as part of the European project POLYNICES. In this way, we gain a deeper understanding of the device's operation, particularly focusing on the receiver, for which there is insufficient theoretical information. Additionally, we derive valuable relationships regarding the impact of parameters and optical losses on the power of the transmitted signal. Next, we model a single-layer sample using a modification of the general "Transfer Matrix Method," suitable for frequency-modulated signals, and decode the signal at the receiver to extract thickness information. We then introduce phase noise into the lasers and provide a detailed description of power noise from all sources, both for the transmitter and the receiver. We conclude with diagrams illustrating the dependence of the signal-to-noise ratio (SNR) on the system's parameters. Finally, thanks to the detailed mathematical description, we can propose an alternative architecture aimed at improving performance, and indeed, the simulation confirms the success of this initiative, showing an improvement in transmitted power and SNR at the receiver by 12 dB.

**Keywords:** spectrometers, THz frequencies, continuous wave, frequency modulated continuous wave, mathematical analysis thickness measurements, two alternative implementations, noise, phase noise



# Ευχαριστίες

---

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Ηρακλή Αβραμόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να εκπονήσω τη διπλωματική μου στο Εργαστήριο Φωτονικών Επικοινωνιών (PCRL). Επίσης, ευχαριστώ τον μεταδιδακτορικό ερευνητή Χρήστο Τσώκο, για την προτροπή του να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα, καθώς και για την εμπιστοσύνη που έδειξε προς εμένα, την ενθάρρυνση, τη συνεχή καθοδήγηση και βοήθεια και την ευχάριστη συνεργασία κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής.

Ακόμα, οφείλω ένα ευχαριστώ στους γονείς μου για την ηθική και πρακτική στήριξη όλα αυτά τα χρόνια όπως και στην αδερφή μου και στις ξαδέρφες μου. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τις φίλες μου και τους φίλους μου για τη συμπαράστασή τους και τις όμορφες στιγμές που περάσαμε στα φοιτητικά μας χρόνια



# Περιεχόμενα

---

<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>10</b>
1.1 Ηλεκτρομαγνητικό Φάσμα.....	10
1.2 Φασματοσκοπία στο συχνοτικό εύρος των THz.....	13
1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής.....	16
<b>2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΡΧΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΝΟΣ FMCW ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....</b>	<b>19</b>
2.1 Γενική περιγραφή μεθόδου με πριονωτή κυματομορφή διαμόρφωσης συχνότητας .....	19
2.2 Περιγραφή των στοιχείων της διάταξης.....	28
2.2.1 Λέιζερ .....	28
2.2.2 Διαμόρφωση συχνότητας στο λέιζερ.....	30
2.2.3 Οπτικός συζεύκτης και διαχωριστής 3 dB .....	31
2.2.4 Οπτικός Ενισχυτής.....	33
2.2.5 Φωτοδίοδος.....	38
2.2.6 Κεραίες .....	40
2.2.7 Φωτοαγώγιμο στοιχείο στον δέκτη-PCA .....	47
2.2.8 Software Lock-In .....	51
<b>3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΚΑΙ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΑΧΟΥΣ .....</b>	<b>56</b>
3.1 Περιγραφή Διάταξης και Μαθηματική Ανάλυση για ιδανικό ανακλαστήρα.....	56
3.2 Εισαγωγή Δείγματος.....	100
3.2.1 Εξισώσεις Fresnel.....	100
3.2.2 Συνάρτηση μεταφοράς του Fabry-Perot συμβολόμετρου .....	103
3.2.3 Transfer Matrix Method.....	114
3.2.4 Μέτρηση πάχους δείγματος και τροποποιημένη εφαρμογή της TMM .....	122
<b>4 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ .....</b>	<b>140</b>
4.1 Τριγωνική κυματομορφή .....	140
4.2 Ημιτονοειδής κυματομορφή .....	143
4.3 Κυματομορφή Stepwise.....	148

<b>5 ΘΟΡΥΒΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΎΡΟΥΣ ΔΕΣΜΗΣ ΤΩΝ ΛΕΙΖΕΡ .....</b>	<b>153</b>
<b>5.1 Θόρυβος συστήματος .....</b>	<b>153</b>
5.1.1 Θόρυβος έντασης του λέιζερ-RIN.....	153
5.1.2 Θερμικός θόρυβος στον πομπό Tx και στον δέκτη Rx .....	155
5.1.3 Θόρυβος βολής στον πομπό Tx και στον δέκτη Rx .....	157
5.1.4 Θόρυβος ενισχυτή .....	159
5.1.5 Ανάλυση θορύβου στο σύστημα.....	163
<b>5.2 Θόρυβος φάσης των λέιζερ.....</b>	<b>191</b>
<b>6 ΜΕΛΕΤΗ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ.....</b>	<b>198</b>
6.1 Πρόταση διαφορετικής αρχιτεκτονικής και περιγραφή σημάτων .....	198
6.2 Ανάλυση θορύβου στο σύστημα .....	212
<b>7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ .....</b>	<b>226</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>229</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....</b>	<b>233</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>234</b>



# Κεφάλαιο 1

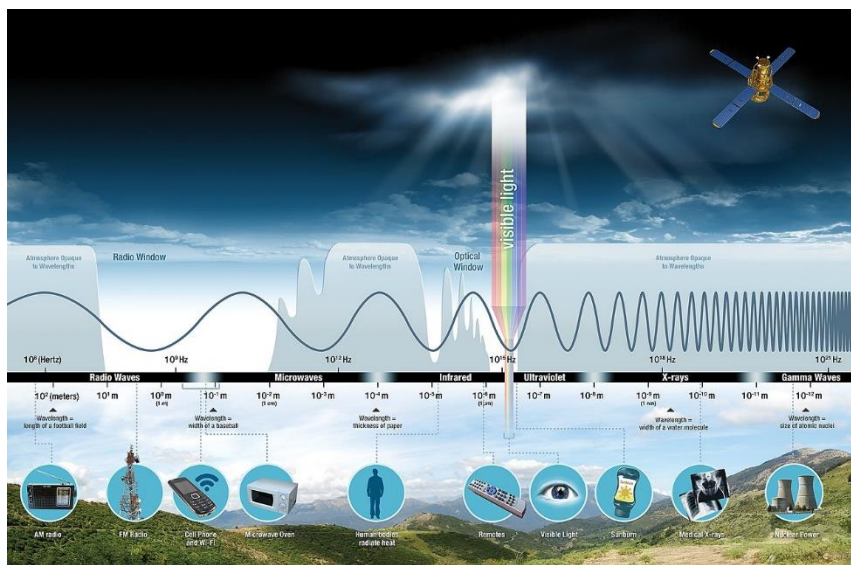
## Εισαγωγή

### 1.1 Ηλεκτρομαγνητικό Φάσμα

Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, αποτελεί το εύρος συχνοτήτων της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, ξεκινώντας από συχνοτητες μικρότερες του 1 Hz φτάνοντας συχνοτητες μεγαλύτερες από  $10^{25}$  Hz που αντιστοιχούν σε μήκη κύματος από εκατοντάδες χιλιόμετρα φτάνοντας μεγέθη ίσα με κλάσματα του ατομικού πυρήνα. Το φάσμα διαιρείται σε επιμέρους ζώνες ακτινοβολίας, σε καθεμιά από τις οποίες τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παρουσιάζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά ως προς τον τρόπο που παράγονται, τον τρόπο που αλληλεπιδρούν με την ύλη καθώς και το πως αξιοποιούνται σε πρακτικές εφαρμογές. Τα είδη της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, ταξινομούνται στις ακόλουθες βασικές κατηγορίες [1]:

- Ακτινοβολία Γάμμα
- Ακτινοβολία X
- Υπεριώδης ακτινοβολία
- Ορατό φως
- Υπέρυθρη ακτινοβολία
- Μικροκύματα
- Ραδιοκύματα

Στην ακόλουθη εικόνα, παρατηρούμε μια οπτικοποίηση του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.



Εικόνα 1.1.1 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα



Οι τρεις βασικές φυσικές ιδιότητες που περιγράφουν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία είναι η συχνότητα  $f$ , το μήκος κύματος  $\lambda$  και η ενέργεια φωτονίου  $E$ . Το μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας, ενώ η ενέργεια φωτονίου είναι ανάλογη της συχνότητας, σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.1.1)$$

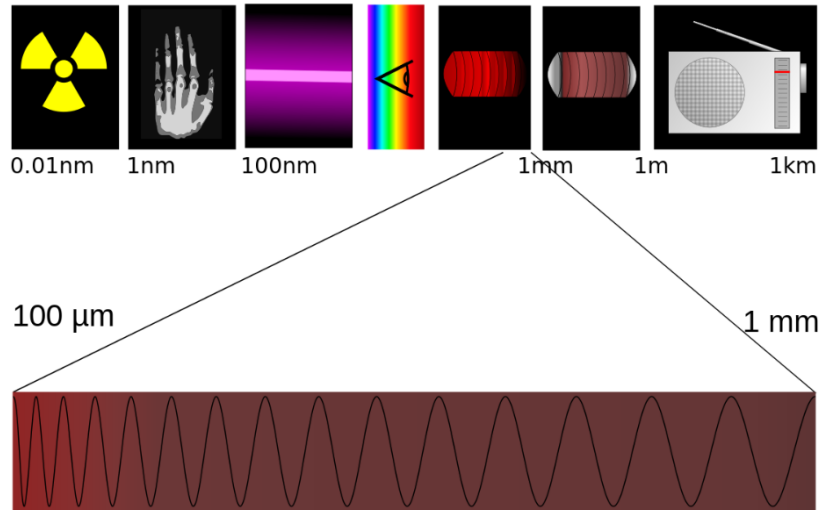
$$E = h \cdot f \quad (1.1.2)$$

όπου:  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  η σταθερά του Planck. Παρακάτω, παρατίθεται ο αντίστοιχος πίνακας με τις ζώνες ακτινοβολίας με όρια συχνότητας, μήκους κύματος και ενέργειας φωτονίου

Μέγεθος Κατηγορία	Συχνότητα $f$	Μήκος Κύματος $\lambda$	Ενέργεια φωτονίου $E$
Ακτίνες $\Gamma$	30 EHz	10 pm	124 keV
Ακτίνες $X$	30 PHz - 3 EHz	100 pm – 10 nm	124 eV – 12.4 keV
Υπεριώδης ακτινοβολία	750 THz - 3EHz	121 – 400 nm	10.2 eV
Ορατό φως	480 THz	700 nm	
Υπέρυθρη ακτινοβολία	3 – 300 THz	1- 100 $\mu\text{m}$	12.4 meV – 1.24 eV
Μικροκύματα	300 MHz - 300 GHz	1 mm – 1m	1.24 $\mu\text{eV}$ – 1.24 meV
Ραδιοκύματα	3 Hz – 30 MHz	10 m – 100 Mm	12.4 feV – 124 neV

Πίνακας 1.1.1 Περιοχές Ηλεκτρομαγνητικού Φάσματος

Το THz φάσμα, κατατάσσεται από τη διεθνή ένωση τηλεπικοινωνιών (ITU) στο εύρος 0.3 – 3 THz [6], ωστόσο το άνω όριο είναι αμφιλεγόμενο και κατατάσσεται έως και τα 30 THz [7]. Αυτό το εύρος βρίσκεται μεταξύ του μικροκυματικού φάσματος και του μακρά υπέρυθρου (far infrared). Σε ορισμένες συχνότητες, η THz ακτινοβολία απορροφάται έντονα από τα αέρια της ατμόσφαιρας και στον αέρα εξασθενεί πολύ γρήγορα [4]-[5] καθιστώντας αδύνατες τις επίγειες ραδιοεπικοινωνίες σε τέτοιες συχνότητες. Ωστόσο, υπάρχουν παράθυρα στα οποία η THz ακτινοβολία θα μπορούσε να διαδοθεί έως και 1 km ή και περισσότερο ανάλογα με τις ατμοσφαιρικές συνθήκες, με κυριότερο αυτό των 0.3 THz.



Εικόνα 1.1.2 Φάσμα THz

Η ακτινοβολία THz ταξιδεύει σε ευθεία γραμμή, ακολουθώντας την αρχή της ευθύγραμμης διάδοσης του ορατού φωτός σε ομογενές μέσο, εκτός και αν συναντήσει εμπόδια ή δεχτεί επίδραση από το περιβάλλον. Επίσης είναι μη ιονίζουσα, δηλαδή δεν μεταφέρει αρκετή ενέργεια ώστε να προκαλέσει τη διάσπαση ηλεκτρονίων από ένα άτομο ή μόριο [8]. Όπως τα μικροκύματα, η ακτινοβολία THz μπορεί να διαπεράσει μια μεγάλη ποικιλία μη αγωγικών υλικών. ενδεικτικά ρούχα, χαρτί, χαρτόνι, ξύλο, τοιχοποιία, πλαστικό και κεραμικά. Το βάθος διείσδυσης είναι συνήθως μικρότερο από αυτό της ακτινοβολίας της μικροκομματικής ακτινοβολίας. Όμοια με το υπέρυθρο, η THz ακτινοβολία έχει περιορισμένη διείσδυση μέσω της ομίχλης και των νεφών και δεν μπορεί να διεισδύσει σε υγρό νερό ή μέταλλο.[9] Επιπλέον, η ακτινοβολία THz μπορεί να διεισδύσει στον ανθρώπινο ιστό σε κάποιο βάθος όπως οι ακτίνες X, αλλά σε αντίθεση με αυτές είναι μη ιονίζουσα και συνεπώς μη επιβλαβής για την υγεία των κυττάρων. Ωστόσο, λόγω του μεγαλύτερου μήκους κύματός τους, οι εικόνες που λαμβάνονται με κύματα THz έχουν χαμηλότερη ανάλυση από τις ακτίνες X και απαιτείται βελτίωση .[10]

Ως προς τη μέτρηση συχνοτήτων τέτοιου εύρους, επειδή είναι αδύνατο να επιτευχθεί από τα ηλεκτρονικά στοιχεία, συνήθως πραγματοποιείται έμμεσα μέσω της παρατήρησης των ιδιοτήτων του μήκους κύματος και της ενέργειας. [12]

Η ακτινοβολία THz αξιοποιείται σε μια πληθώρα επιστημονικών τομέων και ερευνητικών κλάδων. Κάποιοι από αυτούς είναι η βιολογία, η φαρμακευτική, η επιστήμη υλικών, τομείς σχετικοί με την ασφάλεια, η αστρονομία, η ανάλυση αερίων, ο ποιοτικός έλεγχος συσκευασμένων αγαθών, ο διαγνωστικός έλεγχος συσκευών ημιαγωγού, η απεικόνιση, οι τηλεπικοινωνίες, ο μη καταστροφικός έλεγχος δειγμάτων και η φασματογραφία. [12]

## 1.2 Φασματοσκοπία στο συχνοτικό εύρος των THz

Τα φασματόμετρα, είναι γενικά συσκευές που χρησιμοποιούνται για να διαχωρίσουν και να εκτιμήσουν φασματικά χαρακτηριστικά ενός φυσικού φαινομένου. Η φασματοσκοπία THz χρησιμοποιείται για την ανίχνευση και τον έλεγχο ιδιοτήτων υλικών, με ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο αντίστοιχο εύρος συχνοτήτων. [12] Μάλιστα, σε πολλά κβαντικά συστήματα πολλών σωματιδίων, αρκετές από τις σχετικές καταστάσεις έχουν διαφορά ενέργειας μεταξύ τους που συμπίπτει με την ενέργεια ενός THz φωτονίου. Το γεγονός αυτό, καθιστά εφικτή μια ισχυρή μέθοδο για την ανάλυση και τον έλεγχο διακριτών μεταβάσεων μεταξύ διαφορετικών καταστάσεων σε τέτοια συστήματα.

Τις τελευταίες δεκαετίες, η ανάπτυξη λέιζερ πολύ σύντομου χρονικά παλμού (Ultra-short pulse lasers), σε συνδυασμό με την εμφάνιση εκπομπών και δεκτών ικανών να λειτουργήσουν σε συχνότητες THz, κατέστησε εφικτή την εξέλιξη της THz φασματοσκοπίας. [12]. Κύριες πηγές παραγωγής THz ακτινοβολίας είναι ηλεκτρονικές πηγές, φωτοαγώγιμες κεραίες (PCA's), λέιζερ αερίου, πηγές ελεύθερων ηλεκτρονίων και συγχροτρόνια, κβαντικά καθοδικά λέιζερ (QCL), μη γραμμική κρύσταλλοι και οπτική ανόρθωση σε αέρια. Ως προς τους ανιχνευτές, αυτοί μπορεί να είναι θερμικοί, ήλεκτρο-οπτικοί ή φωτοαγώγιμα στοιχεία. [12]

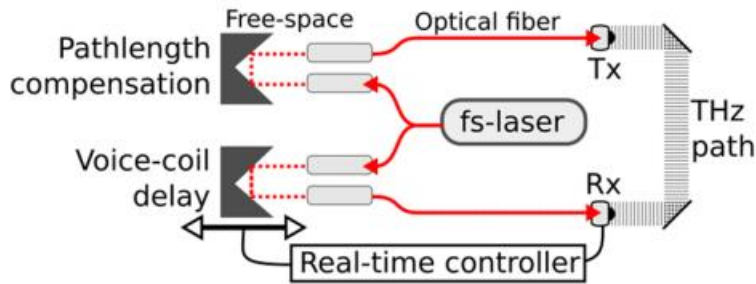
Τα THz φασματόμετρα διαθέτουν σαν κύρια συστατικά τους έναν οπτικό πομπό, έναν οπτικό δέκτη και ηλεκτρονικά στοιχεία για την απόκτηση και επεξεργασία της πληροφορίας. Συνήθως, σε τέτοια συστήματα, ο αρχικός παλμός εξόδου του λέιζερ διασπάται σε δύο μονοπάτια. Έτσι, στον δέκτη «συνδυάζεται» ένα σήμα αναφοράς με το σήμα από τον πομπό, αφού έχει αλληλεπιδράσει με κάποιο δείγμα προς μελέτη. Η αλληλεπίδραση αυτή, είναι είτε ανάκλαση από το δείγμα είτε διάδοση μέσα από αυτό. Οι όροι που χρησιμοποιούνται ευρέως για να περιγράψουν τις δύο περιπτώσεις είναι “Reflection Geometry” και “Transmission Geometry” αντίστοιχα. Σε τέτοια συστήματα, διακρίνουμε δύο βασικές κατηγορίες: συστήματα όπου το οπτικό πεδίο είναι ένας σύντομος παλμός (pulsed wave ή time domain spectroscopy- TDS) και συστήματα στα οποία εκπέμπεται συνεχές κύμα (continuous wave spectroscopy -CW).

Στα πρώτα, παράγονται THz παλμοί με μικρή χρονική διάρκεια, της τάξης των femtosecond, χρησιμοποιώντας παλμικά λέιζερ ή μη γραμμικούς κρυστάλλους. Επομένως, λόγω της αρχής της αβεβαιότητας, διαθέτουν ευρύ φάσμα. Μετά τον πομπό, το σήμα που θα διαδοθεί έχει αποκτήσει Για την εξαγωγή της πληροφορίας, μετριέται η χρονική διαφορά μεταξύ του απεσταλμένου και του λαμβανόμενου παλμού. Το λαμβανόμενο σήμα βρίσκεται στο πεδίο του χρόνου και μπορεί να μελετηθεί στο πεδίο της συχνότητας μέσω του μετασχηματισμού FFT (Fast Fourier Transform). Αυτή η τεχνική κυριαρχεί σε τομείς όπως ο υπολογισμός ιδιοτήτων υλικών (δείκτης διάθλασης, συντελεστής απορρόφησης), ο μη καταστροφικός έλεγχος και η μέτρηση πάχους πολυστρωματικών δειγμάτων. Μάλιστα, χάρη στο μεγάλο εύρος ζώνης των παλμών, επιτυγχάνεται και υψηλός ρυθμός ανάκτησης δεδομένων. Επίσης, η χρήση σύντομων παλμών προσφέρει μεγάλη χρονική ανάλυση, δίνοντας τη δυνατότητα μελέτης ταχειών διαδικασιών στους τομείς της φυσικής, της χημείας και της βιολογίας, όπως είναι τα δυναμικά χαρακτηριστικά φορτισμένων φορέων σε ημιαγωγούς. Τα συστήματα αυτά, είναι ώριμα τεχνολογικά ταυτόχρονα

όμως οι οπτικές πηγές για την παραγωγή παλμικών πεδίων επιβάλλουν μεγάλο κόστος. Ένα ακόμη μειονέκτημα των φασματογράφων στο πεδίο του χρόνου, είναι η μεγάλη πολυπλοκότητα των αρχιτεκτονικών, καθώς καθιστούν αναγκαίο τον ακριβή συγχρονισμό του συστήματος και ταυτόχρονα απαιτούν την εισαγωγή οπτικής καθυστέρησης, μέσω διατάξεων οπτικής ελευθέρου χώρου ή οπτομηχανικής [14]. Η καθυστέρηση έχει ως σκοπό τη μεταβολή του μήκους του οπτικού δρόμου του σήματος αναφοράς, ώστε να καταστεί εφικτή η δειγματοληψία του σήματος στο δέκτη στο πεδίο του χρόνου. Πιο αναλυτικά, στο δέκτη πραγματοποιείται η συνέλιξη του THz σήματος με το σήμα αναφοράς. Το σήμα αναφοράς είναι ένας παλμός πολύ μικρότερης διάρκειας σε σχέση με το λαμβανόμενο σήμα και γι' αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση Dirac. Μέτρηση πραγματοποιείται μόνο κατά τη χρονική στιγμή που οι δύο παλμοί φθάνουν ταυτόχρονα στο δέκτη. Έστω ότι το THz σήμα φτάνει στο δέκτη τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και ο παλμός αναφοράς την  $t_1$ . Αν  $S(t)$  είναι το σήμα μετά τη συνέλιξη, τότε:

$$S(t) \propto I_{opt}(t - t_1) \otimes E_{THz}(t) \approx \delta(t - t_1) \otimes E_{THz}(t_1) \Rightarrow$$

$$S(t) = E_{THz}(t_1) \quad (1.2.1)$$



Εικόνα 1.2.1 Φασματοόμετρο με σύντομους οπτικούς παλμούς. πηγή: [13]

Το παραπάνω αποτέλεσμα, αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο σημείο του THz σήματος, τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Καθυστερώντας τον παλμό αναφοράς σε σχέση με το σήμα, με βήματα της τάξης των femtosecond, λαμβάνουμε τελικά το THz σήμα σαν χρονική συνάρτηση με την ανάλογη ανάλυση. Επειδή η καθυστέρηση επιτυγχάνεται μηχανικά, μεταβάλλοντας ουσιαστικά τη συνολική διαφορά δρόμου  $\Delta L$  μεταξύ των δύο πεδίων ( $\Delta t = \frac{\Delta L}{c}$ ), η χρονική ανάλυση μετατρέπεται σε ανάλυση της τάξης του ενός μικρομέτρου.

Στη δεύτερη κατηγορία φασματοόμετρων, παράγονται συνεχή κύματα στενού φασματικού εύρους και συνήθως χρησιμοποιούνται στον πομπό και στο δέκτη τεχνικές "photomixing", όπως αποκαλούνται. Σε συστήματα στα οποία εφαρμόζονται αυτές οι τεχνικές, το οπτικό πεδίο, το οποίο παράγεται συχνά από την επαλληλία δύο πηγών λέιζερ, χρησιμοποιείται για να διαμορφώσει την πυκνότητα φορέων του πομπού. Αυτό συνεπάγεται ένα διαμορφωμένο φωτό-ρεύμα ανάλογο της προσπίπτουσας οπτικής ισχύος, το οποίο μέσω της κεραίας εκπέμπεται σαν THz ηλεκτρομαγνητικό κύμα. [12]. Όπως και στα συστήματα χρονικού παλμού, εκτός από το οπτικό

πεδίο που ταξιδεύει προς τη κεραία του πομπού, υπάρχει και ένα δεύτερο σήμα που ταξιδεύει προς τον δέκτη και λειτουργεί σαν σήμα αναφοράς. Συγκριτικά με την πρώτη κατηγορία, οι διατάξεις που λειτουργούν με συνεχή κύματα είναι πολύ πιο οικονομικές καθώς τα λείζερ συνεχούς κύματος είναι ημιαγώγιμα τσιπ, τα οποία μπορούν να παραχθούν μαζικά και με χαμηλό κόστος [13]. Ακόμα, διαθέτουν απλή αρχιτεκτονική διότι η κατασκευή τους βασίζεται αποκλειστικά σε οπτικές είναι, δίχως τη χρήση οπτικής ελευθέρου χώρου, κινούμενων εξαρτημάτων ή μηχανικών γραμμών καθυστέρησης. [13] Ένα ακόμη πλεονέκτημα αποτελεί η υψηλή ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας, οποία μπορεί να είναι και μικρότερη του 1 GHz, σε αντίθεση με τα TDS συστήματα [15] Δύο κύριες προκλήσεις των φασματόμετρων συνεχούς κύματος είναι η παροχή επαρκούς THz ισχύος και η επίτευξη υψηλού ρυθμού μέτρησης. Λόγω της σχετικά «φτωχής» ανάλυσης στο πεδίο του χρόνου, τα φασματόμετρα αυτά είναι καταλληλότερα για τη μέτρηση στη μόνιμη κατάσταση και όχι για καταγραφή γρήγορων δυναμικών χαρακτηριστικών.

Με το δέκτη να βασίζεται στη ίδια αρχή "photonmixing" με τον πομπό, το μέγεθος που καταγράφεται είναι η ένταση του πεδίου και όχι το ίδιο το ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Το αντίστοιχο φωτό-ρεύμα στο δέκτη, μετά τον «συνδυασμό» του σήματος αναφοράς από τον έναν οπτικό βραχίονα με το THz σήμα εισόδου, θα είναι ανάλογο του πλάτους  $E_{THZ}$  και της διαφοράς φάσης  $\Delta\varphi$  μεταξύ των δύο σημάτων:

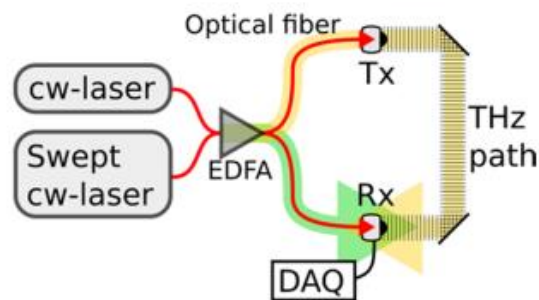
$$I_R \propto E_{THZ} \cdot \cos(\Delta\varphi) \quad (1.2.2)$$

όπου:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \frac{\Delta L}{c} \quad (1.2.3)$$

με  $\Delta L$  να αποτελεί τη διαφορά των δύο οπτικών δρόμων.

Για να εξαχθούν οι πληροφορίες του πλάτους και της φάσης από τη σχέση (1.2.2), θα πρέπει να δημιουργηθεί μια μεταβλητότητα στη φάση  $\Delta\varphi$ . Κάποιοι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για αυτόν το σκοπό, είναι η διαμόρφωση φάσης με ηλεκτρο-οπτικούς διαμορφωτές, τα συστήματα σάρωσης συχνότητας, η χρήση περιελίξεων οπτικής ίνας στους δύο οπτικούς βραχίονες για τη ρύθμιση της συνολικής διαφοράς φάσης.



Εικόνα 1.2.2 Φασματοόμετρο με σήματα συνεχούς κύματος και διαμόρφωση συχνότητας. πηγή: [13]

Όμως, τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί μία καινοτόμα τεχνική, κατά την οποία η συχνότητα του ενός λέιζερ διαμορφώνεται περιοδικά. Το αντίστοιχο κύμα που παράγεται, ονομάζεται Frequency Modulated Continuous Wave, εν συντομία FMCW. Ένα τέτοιο σύστημα φαίνεται στην εικόνα 1.2.2. Ο συνδυασμός του σήματος αναφοράς στο δέκτη με το THz σήμα, το οποίο ουσιαστικά αποτελεί μια χρονικά καθυστερημένη εκδοχή του, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός σήματος σταθερής συχνότητας της τάξης των εκατοντάδων kHz, την οποία μπορούν να επεξεργαστούν τα ηλεκτρονικά στοιχεία. Αυτή η ενδιάμεση συχνότητα περιέχει την πληροφορία της χρονικής καθυστέρησης, η οποία «μεταφράζεται» στη συνέχεια κατάλληλα ανάλογα με την εκάστοτε εφαρμογή. Επιπλέον, η χρήση διαμόρφωσης συχνότητας καταλήγει σε ένα είδος «έμφυτης», «παθητικής» διαμόρφωσης φάσης, καταργώντας την ανάγκη διαμόρφωσης φάσης με οπτομηχανικά ή ήλεκτρο-οπτικά μέσα. [15]. Η τεχνική FMCW θα περιγραφεί με περισσότερες λεπτομέρειες στο κεφάλαιο 2.

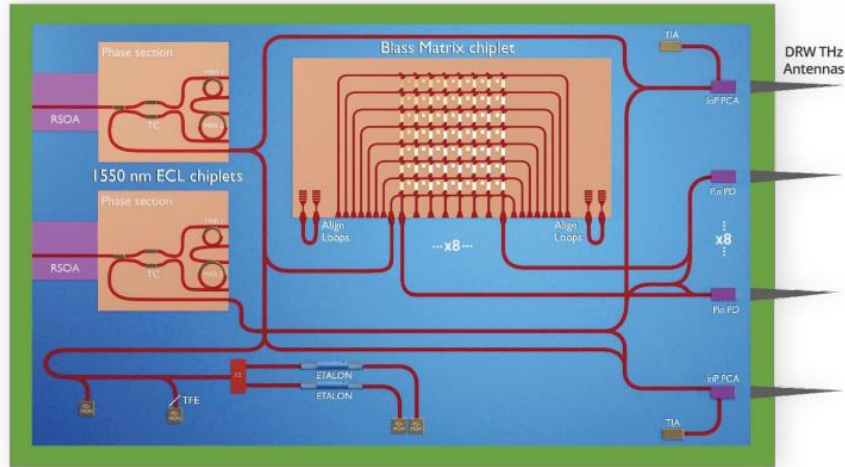
### 1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής

Στην παρούσα διπλωματική, πραγματοποιείται για πρώτη φορά η θεωρητική-μαθηματική μελέτη και μοντελοποίηση στο MATLAB, ενός THz φασματογράφου. Συγκεκριμένα, πρόκειται για φασματοόμετρο συνεχούς κύματος στο οποίο συνδυάζονται τα πεδία ενός στατικού λέιζερ και ενός λέιζερ με γραμμική διαμόρφωση συχνότητας. Αρχικά, υπολογίζεται το σήμα ενδιάμεσης συχνότητας για ιδανικό ανακλαστήρα, θεωρώντας δηλαδή ότι το σήμα από τον πομπό «ταξιδεύει» απλά στο κενό, χωρίς την παρουσία δείγματος, και φτάνει στον δέκτη. Στη συνέχεια, θεωρούμε την τοποθέτηση δείγματος, στο οποίο ανακλάται το εκπεμπόμενο πεδίο πριν φτάσει στον δέκτη, με σκοπό τη μέτρηση του πάχους του. Επιπλέον, αναλύεται ο θόρυβος που διέπει το σύστημα από όλες τις πηγές της διάταξης και υπολογίζεται ο σηματοθορυβικός λόγος. Ακόμα, εξετάζεται και η επίδραση του θορύβου φάσης των λέιζερ, το οποίο ισοδυναμεί με τη διεύρυνση του εύρους δέσμης των εκπεμπόμενων πεδίων από την ιδανική συνάρτηση Dirac στη φέρουσα συχνότητα. Τέλος, προτείνεται μια εναλλακτική υλοποίηση της αρχιτεκτονικής της διάταξης, η οποία φαίνεται να έχει βελτιωμένη επίδοση ως προς την ισχύ του THz σήματος που εκπέμπεται και τον τελικό σηματοθορυβικό λόγο στον δέκτη

Τέτοια συστήματα χρησιμοποιούνται και για τη μέτρηση του πάχους κάθε στρώματος σε πολυστρωματικά δείγματα, με γνωστό τον δείκτη διάθλασης κάθε υλικού. Μέχρι σήμερα, οι

βέλτιστες προδιαγραφές που έχουν σημειωθεί πειραματικά για μετρήσεις πάχους μικρότερου των 23  $\mu\text{m}$  σε πολυστρωματικά υλικά, είναι [14]:

- Εύρος ζώνης: 4 THz
- Χρόνος διαμόρφωσης: 5 ms
- Ταχύτητα μέτρησης: 0.2 s
- Αβεβαιότητα: < 2 %
- Μέγιστο δυναμικό εύρος: 117 dB



Εικόνα 1.3.1 Σχηματική αναπαράσταση THz φασματομέτρου του POLYNICES

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παρούσα διπλωματική εκπονήθηκε με αφορμή το πρότζεκτ POLYNICES στο οποίο συμμετέχει το Εργαστήριο Φωτονικών Επικοινωνιών. Με την αξιοποίηση της τεχνολογίας της φωτονικής ολοκλήρωσης και της λειτουργικότητας του Πολυμερούς και του Triplex για την κατασκευή των πλατφορμών, το πρότζεκτ αυτό οραματίζεται την παραγωγή φωτονικών ολοκληρωμένων συστημάτων χαμηλού κόστους με ευρεία εφαρμογή σε δύο τομείς: φασματογραφία σε συχνότητες THz και συστήματα κβαντικής επεξεργασία της πληροφορίας. Η τεχνολογία φωτονικής ολοκλήρωσης δεν έχει ακόμη αποκτήσει όλα τα επιθυμητά χαρακτηριστικά, όπως η οικονομική αποδοτικότητα και η δυνατότητα παραγωγής μεγάλου όγκου, κυρίως λόγω της έλλειψης απλής, χαμηλού κόστους, συμβατής κλίμακας διαδικασίας παραγωγής των wafer. Έτσι, το POLYNICES στοχεύει να αντιμετωπίσει αυτές τις προκλήσεις με την ανάπτυξη μιας νέας φωτονικής τεχνολογίας ολοκλήρωσης γενικού σκοπού, με διαδικασίες παραγωγής κλίμακας πλακετών που θα μειώσει το κόστος παραγωγής κατά 10 φορές τουλάχιστον. Για πρώτη φορά θα αναπτυχθεί μια ηλεκτρο-οπτική πλακέτα, με βάση πολυμερή μητρική πλακέτα (EOPCB) που θα φιλοξενεί τσιπς Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, εξαρτήματα InP και μικρο-οπτικά στοιχεία. Οι κεραίες που θα ενσωματωθούν θα είναι κεραίες ράβδου (rod antennas) THz, οι οποίες παρουσιάζουν πλεονεκτήματα στις υψηλές συχνότητες. Χάρη στις παραπάνω καινοτομίες το POLYNICES θα αναπτύξει ένα ισχυρό και πλήρως ολοκληρωμένο οπτό-ηλεκτρονικό φασματομέτρο FMCW-THz για ποιοτικό έλεγχο στα πλαστικά. [72] Συστατικά στοιχεία θα αποτελέσουν: συστοιχίες κεραιών με ικανότητα ελέγχου της κατεύθυνσης δέσμης, χρησιμοποιώντας οπτικό δίκτυο διαμόρφωσης

δέσμης πολλαπλών ακτίνων με βάση την αρχιτεκτονική “Blass-Matrix”, ενισχυτής ημιαγωγού (SOA) και λέιζερ εξωτερικής κοιλότητας (ECL). [73]

## **Κεφάλαιο 2**



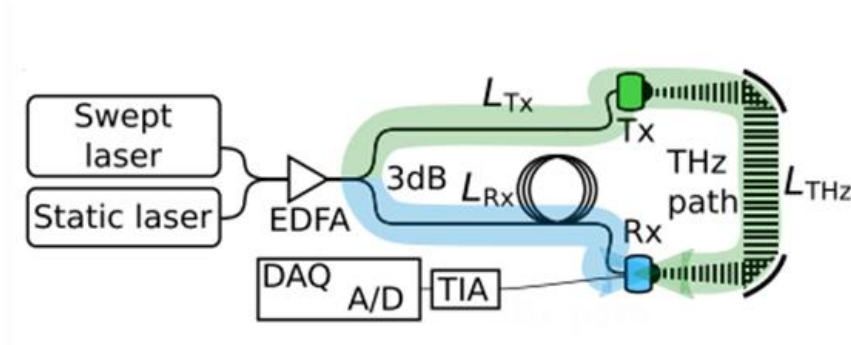
# Περιγραφή αρχής λειτουργίας και βασικών στοιχείων ενός FMCW συστήματος

## 2.1 Γενική περιγραφή μεθόδου με πριονωτή κυματομορφή διαμόρφωσης συχνότητας

Μια γενική περιγραφή της διάταξης μας φαίνεται παρακάτω, αποτελούμενη από το “swept laser” του οποίου η συχνότητα είναι σταθερή και από το static laser που έχει μια σταθερή συχνότητα, της τάξης των THz. Επίσης, περιλαμβάνει έναν 3 dB συζεύκτη για τη σύζευξη και των σημάτων των δύο laser, έναν οπτικό ενισχυτή και έναν ακόμα 3 dB συζεύκτη, που διαχωρίζει το σήμα στην έξοδο του EDFA σε δύο οπτικούς δρόμους. Τα σήματα σε κάθε οπτικό δρόμο προκύπτουν από το αρχικό με εξασθένιση ισχύος κατά  $\frac{1}{2}$  και το πεδίο του κάτω οπτικού βραχίονα λαμβάνει επιπλέον μια στροφή φάσης κατά  $-\frac{\pi}{2}$ . Πέρα από αυτή τη διαφορά φάσης, τα πεδία στους δύο οπτικούς δρόμους ταυτίζονται. Το πεδίο του άνω βραχίονα μετατρέπεται από οπτικό σήμα σε THz ακτινοβολία μέσω της κεραίας, διαδίδεται και ταξιδεύει στον THz μονοπάτι και φτάνει στον δέκτη μετά από μια χρονική καθυστέρηση. Το πεδίο του κάτω βραχίονα, λειτουργεί σαν σήμα αναφοράς. Τα δύο σήματα φτάνουν στο  $R_x$  με συνολική καθυστέρηση:

$$\tau = \frac{nL_{Tx} + L_{THz} - n \cdot L_{Rx}}{c} \quad (2.1.1)$$

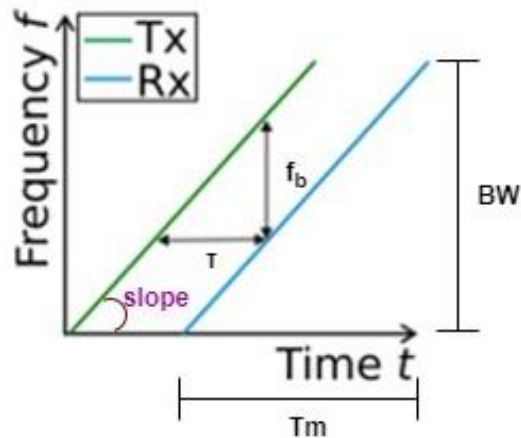
όπου:  $n$  είναι ο δείκτης διάθλασης της οπτικής ίνας



Εικόνα 2.1.1 Γενική Περιγραφή Διάταξης. πηγή: [14]

Έτσι τα δύο σήματα συμβάλλουν στον δέκτη  $R_x$  και προκύπτει ένα φωτόρευμα σταθερής συχνότητας στο εύρος των kHz, ώστε να μπορεί να γίνει επεξεργασία από τα ηλεκτρονικά

στοιχεία. Το σήμα αυτό, εμπεριέχει τις πληροφορίες του πλάτους και της φάσης του THz σήματος. Να σημειώσουμε ότι το μήκος του κάτω οπτικού «δρόμου» μπορεί να ρυθμιστεί κατάλληλα ώστε η συνολική σχετική καθυστέρηση  $\tau$  να είναι μικρότερη από τον χρόνο συνοχής των λέιζερ. Με αυτόν τον τρόπο, εξασφαλίζεται ικανοποιητικός βαθμός συμβολής των δύο σημάτων στο δέκτη. Η τεχνική σύμφωνα με την οποία παράγεται το σήμα ενδιάμεσης συχνότητας ή σήμα IF όπως συμβολίζεται, ονομάζεται “Swept-Delayed Self Heterodyning Technique” και εν συντομία “S-DSH” και βασίζεται στη συμβολή πεδίων όπου το ένα αποτελεί μια χρονικά καθυστερημένη εκδοχή του άλλου. Αποτέλεσμα αυτής, είναι να επιτυγχάνεται μια παθητική διαμόρφωση φάσης, καταργώντας την ανάγκη χρήσης «εξωτερικών» διαμορφωτών φάσης για απόκτηση και επεξεργασία της πληροφορίας. Ο όρος "Heterodyne", αναφέρεται στο γεγονός ότι τα σήματα που «συμβάλλουν» στον δέκτη είναι διαφορετικής συχνότητας, με αποτέλεσμα να προκύπτει ένα σήμα μη μηδενικής ενδιάμεσης συχνότητας.



Εικόνα 2.1.2 Γραμμική μεταβολή συχνότητας. Πηγή: [14]

Όταν η συχνότητα του swept laser μεταβάλλεται γραμμικά, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.2, τότε έχουμε:

$$\text{slope} = \frac{BW}{T_m} = \frac{f_{TX} - f_{RX}}{\tau} = \frac{f_b}{T} \Rightarrow f_b = \text{slope} \cdot \tau \quad (2.1.2)$$

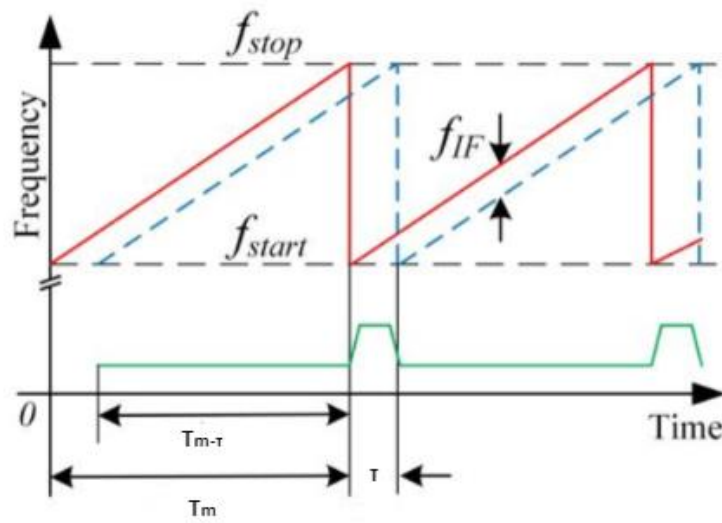
όπου:

$T_m$ : η περίοδος διαμόρφωσης συχνότητας,  $BW$ : το εύρος ζώνης,  $\text{slope}$ : η κλίση της κυματομορφής διαμόρφωσης,  $f_{TX}$  και  $f_{RX}$ : η συχνότητα του σήματος αναφοράς και του καθυστερημένου σήματος

αντίστοιχα,  $\tau$ : η σχετική χρονική καθυστέρηση και  $f_b$ : η ενδιάμεση συχνότητα του παραγόμενου ρεύματος

Οι πιο διαδεδομένες κυματομορφές διαμόρφωσης συχνότητας είναι η πριονωτή κυματομορφή που φαίνεται και στην παραπάνω εικόνα, η τριγωνική, η ημιτονοειδής και η αποκαλούμενη “stepwise” που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν παραλλαγή της πριονωτής. Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε τη γενική περίπτωση συμβολής δύο πεδίων με διαμόρφωση συχνότητας σύμφωνα με την πριονωτή κυματομορφή, όταν το ένα πεδίο αποτελεί ένα καθυστερημένο αντίγραφο του πρώτου. Και αυτό διότι και στη διάταξή μας χρησιμοποιείται αυτό το είδος διαμόρφωσης. Για τις υπόλοιπες μορφές διαμόρφωσης συχνότητας θα δοθεί μια πιο σύντομη περιγραφή σε επόμενο κεφάλαιο.

Επομένως, στην ακόλουθη εικόνα βλέπουμε μια περιοδική πριονωτή κυματομορφή και την καθυστερημένη εκδοχή της



Εικόνα 2.1.3 Πριονωτή Κυματομορφή

Ορίζουμε λοιπόν τη κλίση:

$$\text{slope} = \frac{f_{\text{stop}} - f_{\text{start}}}{T_m} = \frac{BW}{T_m} \quad (2.1.3)$$

Η συχνότητα ενός σήματος που διαμορφώνεται με βάση την παραπάνω κυματομορφή ισούται με:

$$f_1(t) = \text{slope} \cdot t + f_{\text{start}} \quad (2.1.4)$$

και η φάση που προκύπτει με παραγωγήιση:

$$\varphi_1(t) = 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} \text{slope} \cdot t^2 + f_{\text{start}} \cdot t + \varphi_{01} \right) \quad (2.1.5)$$

όπου:

$\varphi_{01}$ : η αρχική φάση του λείζερ

Τότε, το πεδίο αναφοράς εκφράζεται ως εξής:

$$E_1(t) = |E_0| \cdot \exp(j\varphi_1(t)) \quad (2.1.6)$$

Αντίστοιχα, η συχνότητα και η φάση της καθυστερημένης εκδοχής του  $E_1(t)$  θα είναι ίσες με:

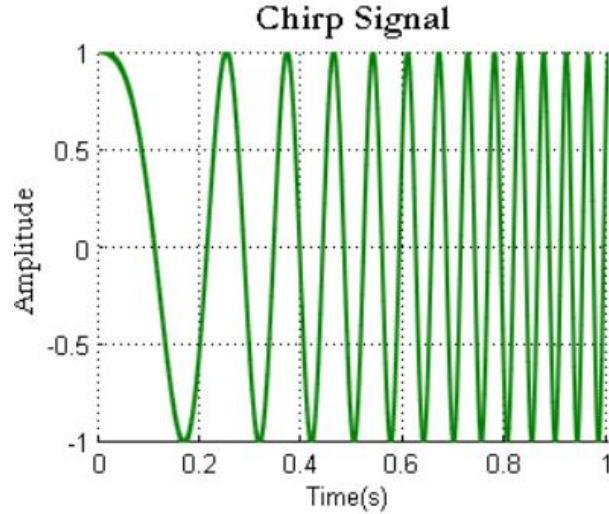
$$f_2(t, \tau) = f_1(t - \tau) = \text{slope} \cdot (t - \tau) + f_{\text{start}} \quad (2.1.7)$$

και

$$\varphi_2(t, \tau) = \varphi_1(t - \tau) = 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} \text{slope} \cdot (t - \tau)^2 + f_{\text{start}} \cdot (t - \tau) + \varphi_{01} \right) \quad (2.1.8)$$

οπότε το πεδίο θα είναι:

$$E_2(t, \tau) = |E_0| \cdot \exp(j\varphi_2(t, \tau)) \quad (2.1.9)$$



Εικόνα 2.1.4 Συνημίτονο με γραμμική διαμόρφωση συχνότητας. πηγή: [68]

Στην εικόνα 2.1.4 μπορούμε να δούμε πώς είναι ποιοτικά ένα ημιτονοειδές σήμα με γραμμικά διαμορφωμένη συχνότητα, στο πεδίο του χρόνου. Παρατηρούμε πως με την πάροδο του χρόνου τα μέγιστα και τα ελάχιστα «πλησιάζουν» μεταξύ τους, το οποίο σημαίνει ότι η συχνότητα αυξάνεται.

Όταν τα δύο πεδία ξανασυναντιούνται και συμβάλλουν, η ένταση του προκύπτοντος πεδίου είναι εξ' ορισμού ίση με:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{opt}}(t, \tau) &= |E_1(t) + E_2(\tau, t)|^2 \\
 &= [E_1(t) + E_2(\tau, t)] \cdot [E_1(t) + E_2(\tau, t)]^* \\
 &= E_1(t) \cdot E_1(t)^* + E_2(t, \tau) \cdot E_2(t, \tau)^* + E_1(t) \cdot E_2(t, \tau)^* + E_2(t, \tau) \cdot E_1(t)^* \quad (2.1.10)
 \end{aligned}$$

Οι πρώτοι δύο όροι δίνουν τη μέση ένταση καθενός πεδίου:

$$E_1(t) \cdot E_1(t)^* = E_0^2 = I_0 \quad (2.1.11)$$

$$E_2(t) \cdot E_2(t)^* = E_0^2 = I_0 \quad (2.1.12)$$

$$\begin{aligned}
 E_1(t) \cdot E_2(t, \tau)^* &= E_0^2 \cdot \exp(j(\varphi_1(t) - \varphi_2(t, \tau))) \\
 &= E_0^2 \cdot \exp \left[ j2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau \cdot t + f_{\text{start}} \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] \quad (2.1.13)
 \end{aligned}$$

$$E_2(t, \tau) \cdot E_1(t)^* = E_0^2 \cdot \exp(j(-\varphi_1(t) + \varphi_2(t, \tau)))$$

$$= E_0^2 \cdot \exp \left[ j2\pi \cdot \left( -\text{slope} \cdot \tau \cdot t - f_{\text{start}} \cdot \tau + \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] \quad (2.1.14)$$

Αντικαθιστώντας τις (2.2.11)-(2.2.14) στη (2.2.10) καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} I_{\text{opt}}(t, \tau) &= I_0 + I_0 + 2 \cdot I_0 \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau \cdot t + f_{\text{start}} \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] \\ &= 2 \cdot I_0 \cdot \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau \cdot t + f_{\text{start}} \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

όπου έγινε χρήση της ταυτότητας:

$$\frac{\exp(j\varphi(t)) + \exp(-j\varphi(t))}{2} = \cos(\varphi(t)) \quad (2.1.16)$$

Επομένως, η συχνότητα του τελικού σήματος ισούται με:

$$f_b = \text{slope} \cdot \tau \quad (2.1.17)$$

και η φάση:

$$\varphi_b = f_{\text{start}} \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \quad (2.1.18)$$

Στα χρονικά διαστήματα  $[kT_m, kT_m + \tau]$ , όπου  $k$  ο αύξων αριθμός της περιόδου, έχουμε αλληλεπίδραση της συχνότητας του σήματος αναφοράς της  $k$ -οστής περιόδου με τη συχνότητα του καθυστερημένου σήματος της  $(k-1)$ -οστής περιόδου. Τότε, η συχνότητα του τελικού σήματος ισούται με:

$$f_b = 2\pi \cdot \text{slope} \cdot (T_m - \tau) \quad (2.1.19)$$

Επειδή  $\tau \ll T_m$ , αυτή η συχνότητα είναι της τάξης του BW, εν προκειμένω της τάξης των THz. Επομένως, προκύπτει μια πολύ μεγάλη συχνότητα σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα  $\tau$ , με αποτέλεσμα να μην μπορεί να ανιχνευθεί στην πράξη. Συνεπώς, λαμβάνουμε τη μέση ένταση που σε ολόκληρο το πεδίο του χρόνου περιγράφεται ως εξής:

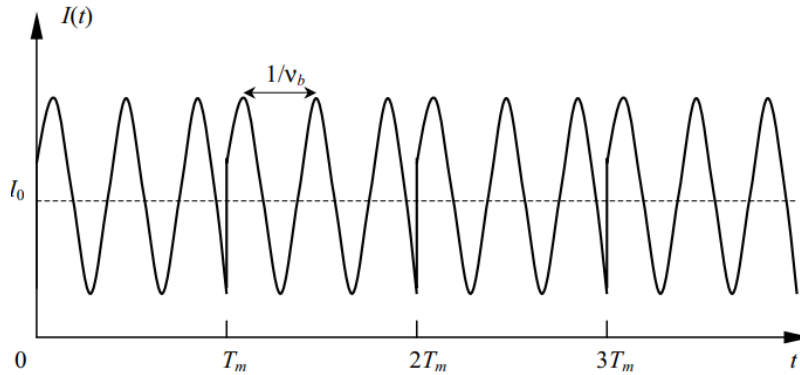
$$I_{\text{tot}}(t, \tau) = I_{\text{opt}}(t, \tau) \cdot \text{rect}_{T_m} \left( t - \frac{T_m}{2} \right) \oplus \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k \cdot T_m) \quad (2.1.20)$$

όπου:

$$\text{rect}_{T_m}(t) = \begin{cases} 1, & \text{για } 0 \leq t \leq T_m \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2.1.21)$$

και η συνάρτηση Dirac:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{για } t = 0 \\ 0, & \text{για } t \neq 0 \end{cases} \quad (2.1.22)$$



Εικόνα 2.1.5 Σήμα IF. πηγή: [45]

Στην παραπάνω εικόνα, βλέπουμε ποιοτικά το σήμα IF, το οποίο αποτελεί ένα ημίτονο σταθερής συχνότητας, του οποίου η φάση όμως είναι γενικά ασυνεχής στα σημεία  $k \cdot T_m$ , εκτός και αν η ενδιάμεση συχνότητα είναι κατά σύμπτωση ίση με ένα ακέραιο πολλαπλάσιο της συχνότητας διαμόρφωσης  $f_m = \frac{1}{T_m}$

Στην περίπτωση που το καθυστερημένο πεδίο προέρχεται από ανάκλαση σε ένα κινούμενο αντικείμενο, τότε η σχετική καθυστέρηση  $\tau$  θα μεταβάλλεται. Έτσι, σε κάθε περίοδο το σήμα που λαμβάνουμε μετά τη συμβολή ισούται με:

$$I'_{\text{opt}}(t, \tau) = 2 \cdot I_0 \cdot \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau(t) \cdot t + f_{\text{start}} \cdot \tau(t) - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau(t)^2 \right) \right] \right\} \quad (2.1.23)$$

Για απλούστευση, αγνοούμε τον όρο " $\frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau(t)^2$ ", ο οποίος ούτως ή άλλως είναι μικρός λόγω του μικρού μεγέθους της καθυστέρησης  $\tau$ . Τότε, η συχνότητα του IF σήματος ή αλλιώς του beating σήματος δίνεται ως εξής:

$$f'_b = 2\pi \cdot \frac{d}{dt} [\text{slope} \cdot \tau(t) \cdot t + f_{\text{start}} \cdot \tau(t)] =$$

$$2\pi \cdot \text{slope} \cdot \tau(t) + (\text{slope} \cdot t + f_{\text{start}}) \frac{d\tau(t)}{dt} =$$

$$f_b + f_D \quad (2.1.24)$$

όπου  $f_D$  είναι η ποσότητα της συνολικής  $f_b$  που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler:

$$f_D = (\text{slope} \cdot t + f_{\text{start}}) \frac{d\tau(t)}{dt} \quad (2.1.25)$$

Γενικά στη φυσική, το φαινόμενο Doppler είναι η μετατόπιση της συχνότητας ενός κύματος ως προς έναν παρατηρητή, όταν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ τους. Η σχέση που συνδέει τη συχνότητα που «παρατηρείται» σε σχέση με τη συχνότητα που «εκπέμπεται» είναι:

$$f = \left( \frac{c \pm u_r}{c \pm u_s} \right) \cdot f_0 \quad (2.1.26)$$

όπου:

$c$ : η ταχύτητα του φωτός στο κενό,  $u_r$ : η ταχύτητα του δέκτη και  $u_s$ : η ταχύτητα τα πηγής.

Το πρόσημο "+" χρησιμοποιείται στον αριθμητή όταν ο δέκτης προσεγγίζει την πηγή και το "-" όταν απομακρύνεται από αυτή και αντίστοιχα για τον παρονομαστή

Επιστρέφοντας στην ανάλυσή μας, αυτό που μας ενδιαφέρει όμως, είναι η μέση τιμή της συχνότητας Doppler

$$\bar{f}_D = f_{\text{start}} \cdot \frac{d\tau(t)}{dt} \quad (2.1.27)$$

Αν  $l$  είναι η απόσταση του αντικειμένου και  $n$  ο δείκτης διάθλασης του υλικού διάδοσης, τότε η μέση συχνότητα Doppler μπορεί να εκφραστεί και ως:

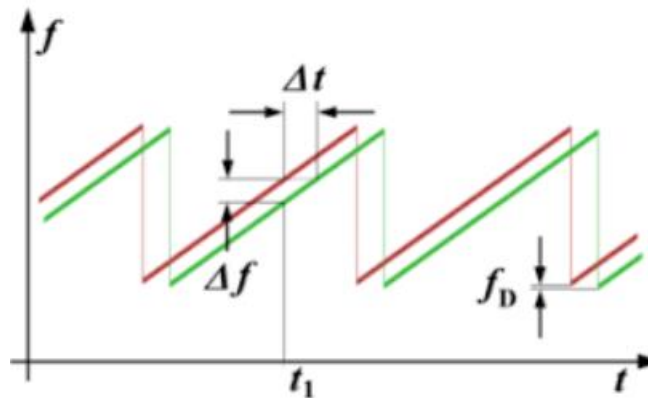


$$\bar{f}_D = f_{\text{start}} \cdot \frac{d}{dt} \left[ \frac{\text{OPD}(t)}{c} \right] \xrightarrow{f_{\text{start}} = 1/\lambda_{\text{start}}} \bar{f}_D = \frac{1}{\lambda_{\text{start}}} \cdot \frac{d}{dt} [2nl(t)] = \frac{1}{\lambda_0} 2n \frac{dl}{dt} \Rightarrow$$

$$\bar{f}_D = \frac{2n}{\lambda_0} u \quad (2.1.28)$$

όπου με “OPD-Optical Path Difference” συμβολίζουμε τη συνολική διαφορά οπτικού δρόμου, ανάμεσα στις δύο συνιστώσες πεδίων που συμβάλλουν. Επομένως, η μέση συχνότητα Doppler εκφράζεται ως προς την ταχύτητα του αντικειμένου.

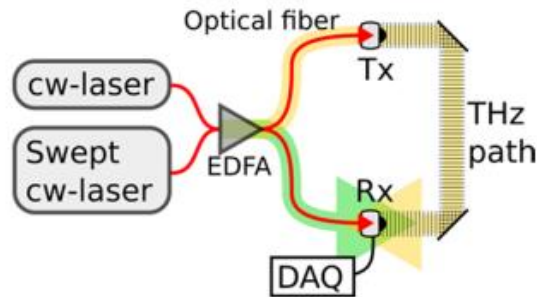
Το γεγονός ότι η συνολική μετρούμενη συχνότητα έχει επίδραση τόσο από τη σχετική χρονική καθυστέρηση όσο και από το φαινόμενο Doppler, εισάγει σφάλμα στη μέτρηση της beating συχνότητας. Στη μέτρηση του πάχους που αποτελεί το αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής, δεν υφίσταται φυσικά τέτοιο ζήτημα, καθώς το μελετούμενο δείγμα δεν κινείται



Εικόνα 2.1.6 Ανάκλαση από κινούμενο στόχο-Επίδραση Doppler. πηγή: [37]

## 2.2 Περιγραφή των στοιχείων της διάταξης

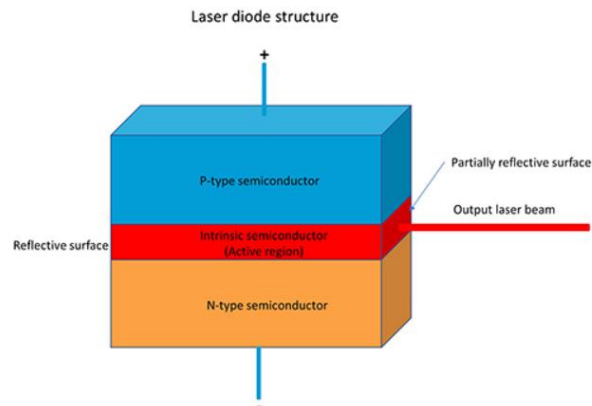
Στην τρέχουσα ενότητα θα δοθεί μια σύντομη περιγραφή των στοιχείων που απαρτίζουν τη συνολική διάταξη, μια γενική αναπαράσταση της οποίας φαίνεται στην παρακάτω εικόνα



Εικόνα 2.2.1 Γενική αναπαράσταση διάταξης

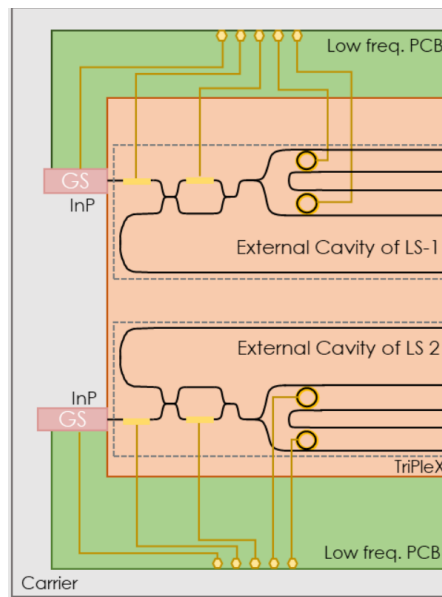
### 2.2.1 Λείζερ

Οι οπτικές πηγές που χρησιμοποιούμε για την παραγωγή των οπτικών πεδίων είναι τα λέιζερ. Η χρήση της τεχνικής της συμβολής με συνεχή κύματα διαμορφωμένης συχνότητας, απαιτεί σύμφωνες (coherent) οπτικές πηγές των οποίων η συχνότητα μπορεί να διαμορφωθεί με περιοδικό τρόπο. Το μήκος συνοχής, καθορίζει το εύρος μέτρησης ενός τέτοιου συστήματος, ενώ το εύρος ζώνης διαμόρφωσης συχνότητας είναι ανάλογο της μικρότερης απόστασης ή του μικρότερου πάχους που είναι εφικτό να μετρήσουμε. Τα πιο κατάλληλα λέιζερ για τέτοιες εφαρμογές είναι τα λέιζερ ημιαγωγού που χρησιμοποιούνται και στην αρχιτεκτονική που μελετάμε. Κάποια από τα χαρακτηριστικά που τα ξεχωρίζουν, είναι η δυνατότητα διαμόρφωσης σε υψηλές συχνότητες, η δυνατότητα χρήσης γραμμικών κυματομορφών διαμόρφωσης συχνότητας που οδηγούν σε καλύτερη ακρίβεια, η υψηλή ισχύς εξόδου, το στενό φασματικό εύρος, το συμπαγές μέγεθος και το χαμηλό κόστος.



Εικόνα 2.2.2 Λείζερ Ημιαγωγού. πηγή:[62]

Τα λέιζερ έχουν παρόμοια αρχή λειτουργίας με τους οπτικούς ενισχυτές. Συγκεκριμένα, περιλαμβάνουν ένα ενεργό υλικό, το οποίο αντλείται ώστε τα ηλεκτρόνια να διεγερθούν σε ανώτερες ενεργειακές στάθμες μέχρι να επιτευχθεί αναστροφή πληθυσμού. Υπό αυτή τη συνθήκη, είναι εφικτό να επιτευχθεί εξαναγκασμένη εκπομπή. Στα λέιζερ ημιαγωγού, το ενεργό υλικό αποτελείται από μια δίοδο p-n. Με την εφαρμογή ορθής πόλωσης, μειώνεται το φράγμα δυναμικού μεταξύ των περιοχών n και p και κατ' επέκταση μειώνεται το πλάτος της περιοχής απογύμνωσης. Εάν προσπέσει στο υλικό φωτόνιο με ενέργεια ίση με το ενεργειακό διάκενο μεταξύ της θεμελιώδους και της διεγερμένης κατάστασης, οδηγούμαστε σε εξαναγκασμένη εκπομπή ηλεκτρονίου και επανένωση φορέων που συνοδεύεται από εκπομπή ενός φωτονίου. Το γεγονός ότι το εκπεμπόμενο φωτόνιο έχει την ίδια ενέργεια, συχνότητα, πόλωση, κατεύθυνση διάδοσης και φάση με το προσπίπτον φωτόνιο, είναι αυτό που προσδίδει στα λέιζερ το χαρακτηριστικό της συνοχής. Επίσης, χάρη σε αυτό το χαρακτηριστικό, μπορεί να επιτευχθεί ενίσχυση καθώς προσπίπτουν όλο και περισσότερα φωτόνια στο ενεργό υλικό. Για να δημιουργηθεί οπτική δέσμη, θα πρέπει το ενεργό υλικό να τοποθετηθεί μεταξύ δύο κατόπτρων, στα οποία η οπτική δέσμη ανακλάται και σαν αποτέλεσμα εκτελεί πολλαπλές διαδρομές μέσα στην κοιλότητα, διεγείροντας περαιτέρω εξαναγκασμένη εκπομπή και ενίσχυση του σήματος. Ο ένας καθρέφτης, δεν είναι πλήρως ανακλαστικός, ώστε να επιτρέπεται η διαφυγή μέρους του ενισχυμένου φωτός, ενώ το υπόλοιπο ποσοστό επιστρέφει πίσω στο ενεργό υλικό για την επιπλέον ενίσχυση ή τη διεγερση κι άλλων ηλεκτρονίων σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη. Όταν το ρεύμα άντλησης ξεπεράσει ένα κατώφλι, τότε το καθαρό κέρδος μέσα στην κοιλότητα υπερβαίνει τις απώλειες και υπάρχει δράση "lasing". Το διαφεύγον φως είναι αυτό που αποτελεί την οπτική δέσμη του λέιζερ.



Εικόνα 2.2.3 Σχηματική αναπαράσταση πλακέτας με τα χρησιμοποιούμενα λέιζερ εξωτερικής κοιλότητας

Στη διάταξή μας χρησιμοποιούνται ολοκληρωμένα λέιζερ εξωτερικής κοιλότητας. Αυτά περιλαμβάνουν έναν ενισχυτή ημιαγωγού InP ως ενεργό υλικό και η εξωτερική κοιλότητα υλοποιείται στην πλατφόρμα TriPleX. Το τσιπ ημιαγωγού περιέχει έναν πολύ-κβαντικό ενεργό κυματοδηγό βασισμένο στο υλικό InP. Για μείωση των ανεπιθύμητων ανακλάσεων στη διεπαφή μεταξύ των δύο τσιπ, εφαρμόζεται μια αντιανακλαστική επίστρωση και ο κυματοδηγός τίθεται σε

κλίση κατά  $9^\circ$  σε σχέση με την κανονική όψη. Η λειτουργία του TriPlex είναι να παρέχει ανάδραση επιλεκτικής συχνότητας και αύξηση του ενεργού μήκους της κοιλότητας για στένωση του εύρους δέσμης του λέιζερ. Το φίλτρο επιλογής συχνότητας υλοποιείται χρησιμοποιώντας δύο διαδοχικά MRR [75] τοποθετημένα μέσα σε έναν βροχοειδή καθρέφτη.

### 2.2.2 Διαμόρφωση συχνότητας στο λέιζερ

Η διαμόρφωση συχνότητας μπορεί να επιτευχθεί είτε με εσωτερική διαμόρφωση κατά την οποία τροποποιούνται οι ιδιότητες της οπτικής κοιλότητας είτε με εξωτερική διαμόρφωση κατά την οποία μορφοποιείται η οπτική δέσμη εξόδου.

Κατά την εσωτερική διαμόρφωση μεταβάλλεται το μήκος της οπτικής κοιλότητας ή ο δείκτης διάθλασης του μέσου. Ως προς την εξωτερική διαμόρφωση, ένας τρόπος υλοποίησης είναι η χρήση διαμορφωτή συχνότητας Bragg, ενώ ένας άλλος τρόπος διαμόρφωσης συχνότητας, είναι μέσω της διαμόρφωσης φάσης. Εάν ένα σήμα περιέχει διαμόρφωση φάσης, τότε η φάση θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\varphi(t) = \omega_0 \cdot t + A \cdot \sin(\omega_m t) \quad (2.2.1)$$

Η γωνιακή συχνότητα, ως το ολοκλήρωμα της φάσης προκύπτει ως εξής:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \xrightarrow{(2.1.57)} \omega(t) = \omega_0 + A \cdot \omega_m \cdot \sin(\omega_m t) \quad (2.2.2)$$

Συνεπώς, η διαμόρφωση φάσης οδηγεί και σε διαμόρφωση συχνότητας. Διακρίνουμε τέσσερις βασικές κατηγορίες διαμορφωτών:

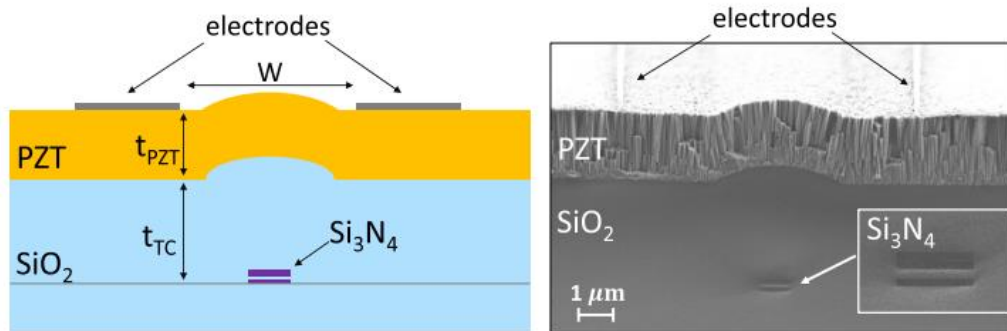
- Μηχανικός διαμορφωτής φάσης
- Διαμορφωτής φάσης οπτικής ίνας
- Ήλεκτρο-οπτικός διαμορφωτής
- Διαμορφωτής “stress-optic”

Ο “stress-optic” διαμορφωτής φάσης, αποτελεί την τεχνολογία που χρησιμοποιείται και στη διάταξη που μελετάμε. Οι πλατφόρμες TriPlex όπου ολοκληρώνονται τα λέιζερ, αποτελούνται από μεμβράνες  $\text{Si}_3\text{N}_4$  σε διαμόρφωση “top-bottom” που περικλείονται από  $\text{SiO}_2$ . Εναποθέτοντας στην επιφάνεια πιεζοηλεκτρικό υλικό, υλοποιείται διαμορφωτής φάσης. Με την εφαρμογή τάσης στα δύο ηλεκτρόδια του πιεζοηλεκτρικού υλικού (PZT), το στρώμα συστέλλεται και διαστέλλεται. Ως αποτέλεσμα, μεταβάλλεται ο δείκτης διάθλασης του υλικού, το οποίο οδηγεί σε διαμόρφωση

φάσης και κατ' επέκταση σε διαμόρφωση συχνότητας. Λόγω της χωρητικότητας μεταξύ των ηλεκτροδίων, κατά τη διαμόρφωση συχνότητας καταναλώνεται ισχύς ίση με:

$$P = C \cdot V^2 \cdot f \quad (2.2.3)$$

Το γεγονός αυτό, περιορίζει το εύρος ζώνης του συστήματος. Έχει υλοποιηθεί όμως μια εναλλακτική αρχιτεκτονική, κατά την οποία και τα δύο ηλεκτρόδια τοποθετούνται στην άνω επιφάνεια του πιεζοηλεκτρικού υλικού, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.21. Με αυτόν τον τρόπο, επιλέγεται ελεύθερα η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων και άρα μπορεί να επιτευχθεί μικρότερη τιμή χωρητικότητας εάν αυτά τοποθετηθούν κοντά μεταξύ τους.

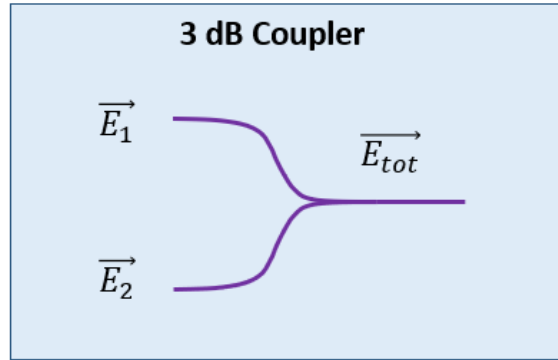


Εικόνα 2.2.4 Διαμορφωτής φάσης με τοποθέτηση PZT υλικού σε TriPlex. πηγή: [70]

### 2.2.3 Οπτικός συζεύκτης και διαχωριστής 3 dB

Οι συζεύκτες και διαχωριστές 3 dB είναι παθητικά κυκλώματα που χρησιμοποιούνται για τη σύζευξη οπτικών σημάτων σε μία οπτική είναι και για τον διαχωρισμό τους σε δύο ξεχωριστούς οπτικούς δρόμους. Ο χαρακτηρισμός 3 dB αναφέρεται στη μείωση της ισχύος κατά  $\frac{1}{2}$  σε αυτή τη διαδικασία. Δηλαδή, στον συζεύκτη κάθε σήμα εισέρχεται με μειωμένη ισχύ κατά 3 dB, ενώ στον διαχωριστή, σε κάθε θύρα εξόδου έχουμε απώλεια ισχύος κατά 50 %.

Η διάταξη αποτελείται από ένα ζευγάρι ευθυγραμμισμένων κυματοδηγών, που τοποθετούνται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους. Όταν ένα πεδίο «ταξιδεύει» στον ένα κυματοδηγό, τότε δημιουργεί πόλωση στο διηλεκτρικό που βρίσκεται σε φάση με αυτόν. Στη περιοχή σύζευξης, τα δύο πεδία συμβάλλουν είτε αναιρετικά είτε προσθετικά και στην ιδανική περίπτωση συνδυάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε η ισχύς να ισομοιράζεται στις δύο εξόδους. Η πόλωση μέσω διαφεύγοντος πεδίου, δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο και στο δεύτερο κυματοδηγό. Το πεδίο του οδηγούμενου κυματοδηγού, υφίσταται στροφή φάσης κατά  $\frac{\pi}{2}$ .



Εικόνα 2.2.5 Οπτικός συζεύκτης

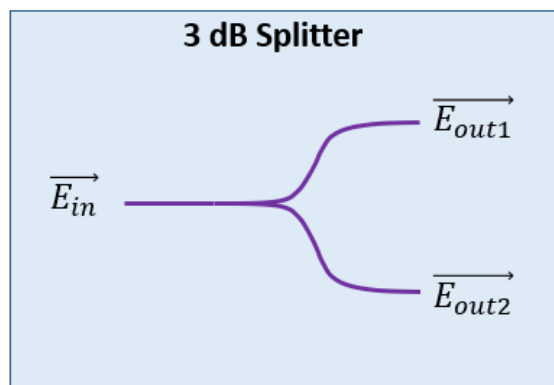
Έστω:  $\vec{E}_1 = |E_1| \cdot \exp(j\varphi_1(t))$  και  $\vec{E}_2 = |E_2| \cdot \exp(j\varphi_2(t))$  τα πεδία στις δύο εισόδους του συζεύκτη. Τότε, το πεδίο μετά τη σύζευξη θα είναι ίσο με:

$$\vec{E}_{tot} = \frac{\vec{E}_1}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{E}_2 \cdot \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{2}} \quad (2.2.4)$$

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις για τα δύο πεδία, το συνολικό πεδίο γράφεται αναλυτικά ως εξής:

$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[ |E_1| \cdot \exp(j\varphi_1(t)) + |E_2| \cdot \exp\left(j\left(\varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right)\right) \right] \quad (2.2.5)$$

Τώρα, για τον διαχωρισμό των σημάτων αν  $\vec{E}_{in} = |E_{in}| \cdot \exp(j\varphi(t))$ , τα πεδία στις εξόδους φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 2.2.6 Οπτικός διαχωριστής

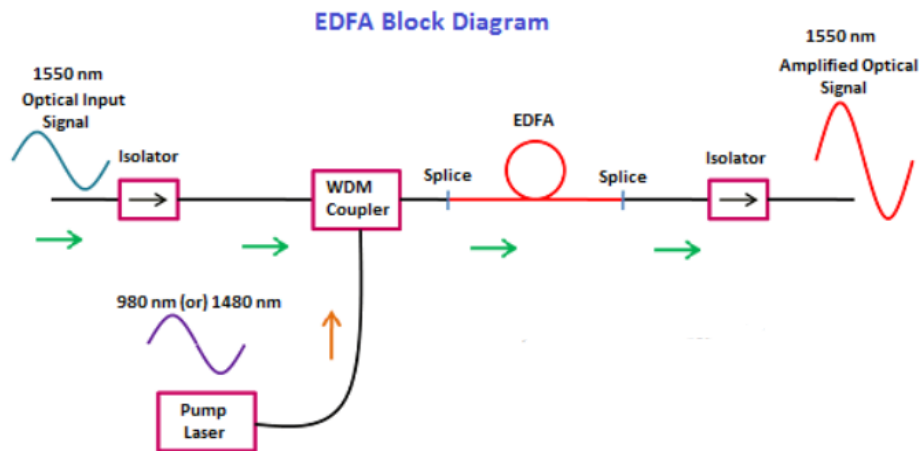
$$\vec{E}_{out1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \vec{E}_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |E_{in}| \cdot \exp(j\varphi(t)) \quad (2.2.6)$$

$$\vec{E}_{out2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \vec{E}_{in} \cdot \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |E_{in}| \cdot \exp\left(j\left(\varphi(t) - \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (2.2.7)$$

## 2.2.4 Οπτικός Ενισχυτής

Οι οπτικοί ενισχυτές χρησιμοποιούνται σε συστήματα μικρών και μεγάλων αποστάσεων για τη διατήρηση ή αύξηση της ισχύος των σημάτων. Σε συστήματα μεγάλων αποστάσεων, χρησιμοποιούνται είτε κατανεμημένοι ενισχυτές μεγάλου μήκους είτε διακριτοί ενισχυτές, τοποθετημένοι περιοδικά για την αντιστάθμιση των απωλειών της οπτικής ίνας. Επίσης, συχνά ενισχυτές τοποθετούνται σε συνδυασμό με λέιζερ για να ενισχύσουν το παραγόμενο οπτικό πεδίο ή στην είσοδο φωτο-ανιχνευτών προκειμένου να αυξήσουν το επίπεδο του σήματος εξόδου και να βελτιστοποιήσουν τον σηματοθορυβικό λόγο. Στο παρελθόν, η ενίσχυση οπτικών σημάτων πραγματοποιούνταν ηλεκτρικά με αναγέννηση με τη χρήση οπτό-ήλεκτρο-οπτικών επαναληπτών, αλλά πλέον επιτυγχάνεται με αμιγώς οπτικό τρόπο.

Ο πιο συχνά χρησιμοποιούμενος οπτικός ενισχυτής, είναι ο ενισχυτής ίνας ερβίου (EDFA), ο οποίος έχει ένα ευρύ φάσμα εκπομπής στο χαμηλών απωλειών «παράθυρο» των 1.55 μm. Διακρίνουμε τρία είδη: τον ενισχυτή ισχύος που χαρακτηρίζεται από μεγάλη ισχύ εξόδου, τον in-line ενισχυτή που χαρακτηρίζεται από χαμηλό θόρυβο και μικρή εξάρτηση του κέρδους από το μήκος κύματος και τέλος τον προ-ενισχυτή που διαθέτει υψηλό κέρδος και πετυχαίνει χαμηλό θόρυβο. Άλλοι δημοφιλείς ενισχυτές είναι οι ενισχυτές Raman και Brillouin που χρησιμοποιούνται κυρίως σε συστήματα μεγάλων αποστάσεων καθώς παρουσιάζουν καλά χαρακτηριστικά θορύβου, καθώς και οι ενισχυτές ημιαγωγού (SOA), οι οποίοι και χρησιμοποιούνται στη διάταξή μας.



Εικόνα 2.2.7 Κυκλωματικό διάγραμμα του EDFA. πηγή: [63]

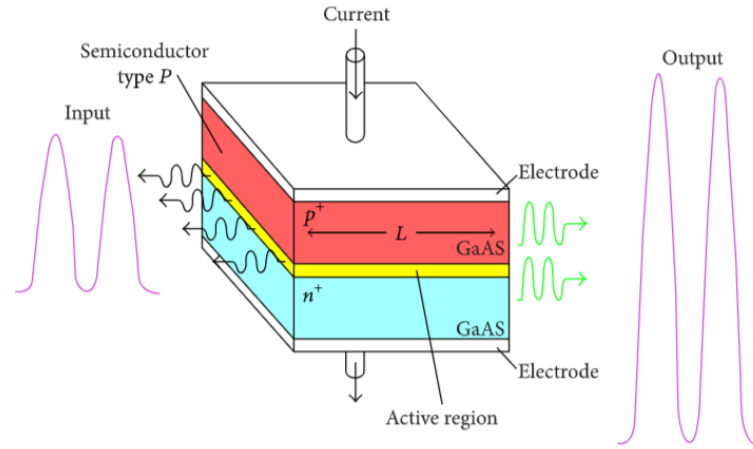
Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε το γενικό κυκλωματικό διάγραμμα ενός EDFA, ωστόσο παρόμοια αρχή λειτουργίας έχουν και οι ενισχυτές ημιαγωγού.

Κάθε οπτικός ενισχυτής περιλαμβάνει ένα ενεργό υλικό, το οποίο μπορεί να είναι αέριο, στερεό, υγρό ή ημιαγωγός. Το υλικό αυτό, αντλείται είτε οπτικά είτε ηλεκτρικά ώστε να αποδώσει κέρδος. Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει άτομα ή μόρια που μπορούν να διεγερθούν σε υψηλότερες ενεργειακές στάθμες. Όταν μια εξωτερική πηγή μεταφέρει ενέργεια στο ενεργό υλικό, η ενέργεια αυτή απορροφάται οδηγώντας σε διεγερμένες καταστάσεις. Όταν ο αριθμός των ατόμων σε μια διεγερμένη κατάσταση υπερβεί τον αριθμό των ατόμων της ουδέτερης ζώνης, τότε μιλάμε για αναστροφή πληθυσμού. Υπό αυτή τη συνθήκη, είναι εφικτό να επιτευχθεί ο μηχανισμός της εξαναγκασμένης εκπομπή. Δηλαδή, αν μέσα στον χρόνο ζωής των φορέων προσπέσει φωτόνιο σε μία συγκεκριμένη συχνότητα με ενέργεια μεγαλύτερη του ενεργειακού διακένου ( $E_g$ ), αυτό θα αλληλεπιδράσει με τα διεγερμένα ηλεκτρόνια, προκαλώντας την αποδιέγερση σε κατώτερη ενεργειακή στάθμη. Τότε, η ενέργεια που απελευθερώνεται μεταφέρεται στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, δημιουργώντας ένα φωτόνιο με την ίδια ενέργεια, φάση, κατεύθυνση και πόλωση των φωτονίων του προσπίπτοντος πεδίου. Με παρόμοιο τρόπο, τα εκπεμπόμενα φωτόνια αλληλεπιδρούν με τη σειρά τους με άλλα διεγερμένα ηλεκτρόνια «ωθώντας» τα σε εξαναγκασμένη εκπομπή. Μέσω αυτής της διαδικασίας, προκαλείται η ενίσχυση του προσπίπτοντος οπτικού σήματος. Συνήθως, η άντληση ενέργειας παρέχεται με τη μορφή φωτός από οπτική πηγή ή μέσω της έγχυσης ηλεκτρικού ρεύματος. Συγκεκριμένα για τον EDFA, πραγματοποιείται οπτική άντληση από λέιζερ, όπως παρατηρούμε και στην εικόνα 2.2.7

Η βασική διαφορά μεταξύ EDFA και SOA έγκειται στο ενεργό υλικό. Στον πρώτο, η οπτική ίνα καθαυτή χρησιμοποιείται για τη δημιουργία του κέρδους ενώ στον δεύτερο το ημιαγωγικό υλικό υπηρετεί αυτόν το σκοπό. Επίσης, στους SOA's η ενέργεια προσφέρεται μέσω της έγχυσης ηλεκτρικού ρεύματος. Σημαντικά πλεονεκτήματα των ενισχυτών ημιαγωγού, αποτελούν η χαμηλή



κατανάλωση ισχύος, το μεγάλο εύρος ζώνης στη περιοχή 400-1600 nm, το μικρό μέγεθος και κυρίως η εξαιρετική ικανότητα ολοκλήρωσης



Εικόνα 2.2.8 Σχηματικό διάγραμμα ενισχυτή ημιαγωγού. πηγή: [64]

Δύο βασικά μεγέθη που ορίζουμε στους οπτικούς ενισχυτές είναι το κέρδος ανά μονάδα μήκους του ενισχυτή ή κέρδος υλικού  $g$  και το συνολικό κέρδος του ενισχυτή  $G$ . Το κέρδος υλικού είναι συνάρτηση της συχνότητας  $\omega$  και της ισχύος του σήματος εισόδου  $P_{in}$ . Μοντελοποιώντας το ενεργό υλικό σαν ένα ομοιογενώς διευρυμένο σύστημα δύο σταθμών το κέρδος δίνεται ως εξής:

$$g(\omega, P_{in}) = \frac{g_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \cdot T_2^2 + \frac{P}{P_s}} \quad (2.2.8)$$

όπου  $g_0$  είναι το μέγιστο κέρδος ανά μονάδα μήκους που επιτυγχάνεται για την ατομική συχνότητα μετάβασης  $\omega_0$ ,  $P$  είναι η οοπτική ισχύς του σήματος που ενισχύεται και  $\omega$  η αντίστοιχη συχνότητα. Επίσης, η παράμετρος  $T_2$  ονομάζεται χρόνος διπολικής χαλάρωσης και σχετίζεται με το εύρος ζώνης του ενισχυτή. ενώ ο όρος  $P_s$  είναι η ισχύς κορεσμού, δηλαδή η μέγιστη ισχύς εξόδου που μπορεί να αποδώσει ο ενισχυτής. Όταν η ισχύς του σήματος βρίσκεται μακριά από την περιοχή κορεσμού, τότε  $\frac{P}{P_s} \ll 1$ , επομένως η (2.2.8) γίνεται:

$$g(\omega, P_{in}) = \frac{g_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \cdot T_2^2} \quad (2.2.9)$$

Η καμπύλη της απολαβής ακολουθεί τη μορφή Lorentz που αποτελεί χαρακτηριστικό των ομοιογενώς διευρυμένων σύστημα δύο σταθμών, ωστόσο το φάσμα της απολαβής των πραγματικών ενισχυτών μπορεί να αποκλίνει από αυτό το προφίλ.

Το εύρος ζώνης του κέρδους υλικού οροθετείται από τα σημεία εκατέρωθεν της  $\omega_0$ , στα οποία η καμπύλη κέρδους έχει μειωθεί στο μισό της μέγιστης τιμής της (FWHM) και δίνεται ως εξής:

$$\Delta_{fg} = \frac{\Delta_{\omega g}}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{\pi \cdot T_2} \quad (2.2.10)$$

και είναι της τάξης των 5 THz.

Για το συνολικό κέρδος, από τον ορισμό του κέρδους υλικού έχουμε:

$$\frac{dP}{dz} = g \cdot P \Rightarrow P(z) = P_{in} \cdot \exp(g(\omega) \cdot z) \quad (2.2.11)$$

όπου:  $P_{in} = P(z = 0)$ . Επομένως για  $z = L$  η ισχύς εξόδου θα είναι ίση με:

$$P_{out} = P(z = L) = P_{in} \cdot \exp(g(\omega) \cdot L) \quad (2.2.12)$$

Επιπλέον:

$$P_{out} = P_{in} \cdot G(\omega) \quad (2.2.13)$$

Από τις (2.2.12) και (2.2.13) προκύπτει λοιπόν ότι:

$$G(\omega) = \exp(g(\omega) \cdot L) \quad (2.2.14)$$

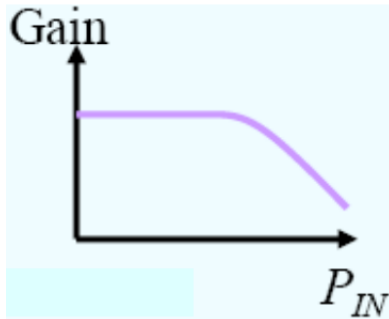
Το συνολικό κέρδος του ενισχυτή μεγιστοποιείται επίσης, όταν  $\omega = \omega_0$ . Το εύρος ζώνης του ενισχυτή ορίζεται όπως και το εύρος ζώνης υλικού αλλά είναι στενότερο από το πρώτο λόγω της εκθετικής σχέσης που τα συνδέει. Δίνεται λοιπόν, από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta_{fA} = \Delta_{fg} \cdot \left[ \frac{\ln 2}{\ln \left( \frac{G_0}{2} \right)} \right] \quad (2.2.15)$$

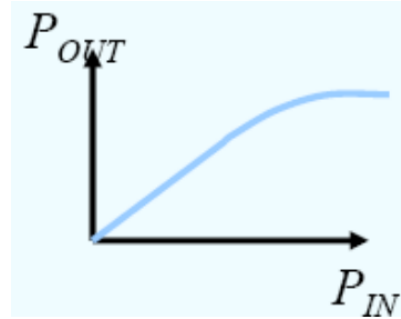
όπου:

$$G_0 = G(\omega_0) = \max\{G(\omega)\} = \exp(g_0 \cdot L) \quad (2.2.16)$$

Από τη σχέση (2.2.8) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι με την αύξηση της ισχύος εισόδου σε τιμές κοντά στην ισχύ κορεσμού, το κέρδος του ενισχυτή αρχίζει να μειώνεται, όπως φαίνεται και στα παρακάτω ποιοτικά διαγράμματα. Από ένα μέγεθος ισχύος εισόδου κι έπειτα, η ισχύς εξόδου παραμένει σταθερή και ίση με την τιμή κορεσμού



Εικόνα 2.2.9 Κέρδος ενισχυτή συναρτήσει ισχύος εισόδου. πηγή: [58]



Εικόνα 2.2.10 Ισχύς εξόδου ενισχυτή συναρτήσει της ισχύος εισόδου. πηγή: [58]

Από φυσικής άποψης, αυτό συμβαίνει διότι εξαντλούνται οι διεγερμένοι φορείς που θα μπορούσαν να ενισχύσουν μεγάλο πλήθος προσπίπτοντων φωτονίων. Στην περίπτωση συντονισμού,  $\omega = \omega_0$ , το κέρδος υλικού για  $P$  συγκρίσιμη με την  $P_s$ , γίνεται:

$$g(\omega) = \frac{g_0}{1 + \frac{P}{P_s}} \quad (2.2.17)$$

Τότε, η διαφορική εξίσωση για την ισχύ σε απόσταση  $z$  από την είσοδο του ενισχυτή είναι:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{g_0 \cdot P}{1 + \frac{P}{P_s}} \quad (2.2.18)$$

Αντικαθιστώντας στη (2.2.18) τις αρχικές συνθήκες:  $P(0) = P_{in}$  και  $P(L) = P_{out}$ , για ενισχυτή συνολικού μήκους  $L$ , καταλήγουμε σε μια σχέση για το συνολικό κέρδος του ενισχυτή, για σήμα μεγάλης ισχύος:

$$G = G_0 \cdot \exp\left(-\frac{G-1}{G} \cdot \frac{P_{out}}{P_s}\right) \quad (2.2.19)$$

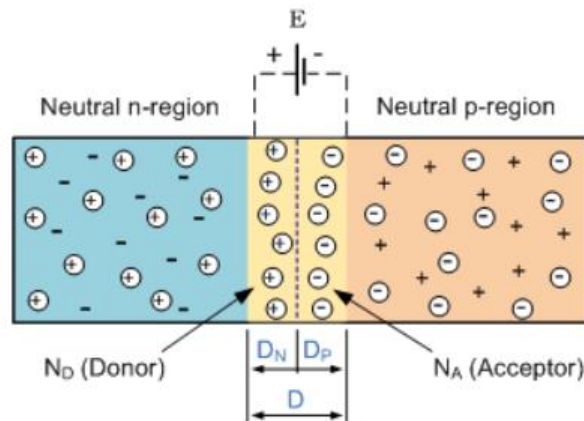
Ένα χαρακτηριστικό μέγεθος είναι η ισχύς κόρου εξόδου, που αποτελεί την ισχύ εξόδου για την οποία το κέρδος  $G$  μειώνεται κατά 3 dB, και συμβολίζεται με  $P_{out}^s$ . Προκύπτει:

$$P_{out}^s = \frac{G_0 \cdot \ln 2}{G_0 - 2} \cdot P_s \quad (2.2.20)$$

Η τιμή αυτή είναι περίπου κατά 30% μικρότερη από την τιμή κόρου

## 2.2.5 Φωτοδίοδος

Η φωτοδίοδος είναι μια συσκευή ημιαγωγού που μετατρέπει το φως σε ηλεκτρικό ρεύμα. Λειτουργεί με βάση το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, το οποίο περιγράφει τη δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα υλικό, όταν εκτεθεί σε φωτεινή ακτινοβολία. Αποτελείται είτε από μια επαφή ημιαγωγού p-n είτε από μια PIN δομή. Στην επαφή p-n, η πλευρά n νοθευμένη με «δότες» περιέχει περίσσεια ηλεκτρονίων και η πλευρά p νοθευμένη με «αποδέκτες» περίσσεια οπών. Όταν οι δύο νοθευμένοι ημιαγωγοί έρχονται σε επαφή, τότε προκαλείται ρεύμα διάχυσης ηλεκτρονίων από την πλευρά n στη p και αντίστοιχα οπών από την πλευρά p στην n, λόγω της διαφοράς συγκέντρωσης ηλεκτρονίων-οπών στις δύο πλευρές. Έτσι, ανάμεσα στα δύο είδη ημιαγωγού, δημιουργείται η περιοχή αραίωσης η οποία είναι κενή από ελεύθερους φορείς. Κοντά στον ημιαγωγό τύπου p εμφανίζεται αρνητικό φορτίο λόγω των αποδεκτών και κοντά στον ημιαγωγό τύπου n εμφανίζεται θετικό φορτίο λόγω των δοτών. Με τον τρόπο αυτό, εγκαθίσταται ένα μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο και εμφανίζεται μια διαφορά δυναμικού  $V_D$  εσωτερικό της επαφής.



Εικόνα 2.2.11 Επαφή p-n. πηγή: [65]

Για λειτουργία φωτοανιχνευτή, η επαφή πολώνεται ανάστροφα, δηλαδή το θετικό άκρο της εξωτερικής πηγής συνδέεται στην πλευρά n και το αρνητικό στη πλευρά p. Όταν μια τέτοια επαφή φωτίζεται στη μία πλευρά με την ενέργεια των φωτονίων που προσπίπτουν να είναι μεγαλύτερη του ενεργειακού διακένου του ημιαγωγού, τότε για κάθε απορροφούμενο φωτόνιο, ένα ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας, δημιουργώντας ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-οπής. Αν η απορρόφηση συμβεί στη περιοχή απογύμνωσης, τότε λόγω του εγκατεστημένου ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια και οι οπές επιταχύνονται προς αντίθετες κατευθύνσεις και μετατοπίζονται προς τις πλευρές n και p αντίστοιχα όπου συλλέγονται από εξωτερικό ηλεκτρικό κύκλωμα. Δημιουργείται λοιπόν ηλεκτρικό ρεύμα, το οποίο είναι ανάλογο της οπτικής ισχύος που προσπίπτει στη φωτοδίοδο. Για οπτικό πεδίο με ένα μονοχρωματικό φέρον:

$$\vec{E}_{inc} = E \cdot \exp[j \cdot (\omega t + \varphi(t))] \cdot \hat{i} \quad (2.2.21)$$

το παραγόμενο φωτόρευμα ικανοποιεί την εξής αναλογία:

$$I_{pd} \propto P = |E \cdot \exp[j \cdot (\omega t + \varphi(t))]| \quad (2.2.22)$$

Παρατηρούμε ότι η πληροφορία της φάσης «χάνεται» το οποίο έχει δύο συνέπειες. Πρώτον, ενδεχόμενη διαμόρφωση φάσης θα πρέπει να μετατραπεί σε διαμόρφωση πλάτους πριν την ανίχνευση και δεύτερον ο θόρυβος ο οποίος έχει τυχαία φάση δεν μπορεί να ανιχνευθεί και να διαχωριστεί από το σήμα μετά τη φωτοδιόδο.

Ένα σημαντικό μέγεθος για την περιγραφή της φωτοδιόδου είναι η κβαντική απόδοση η οποία ορίζεται ως το λόγο του πλήθους των παραγόμενων ηλεκτρονίων προς το πλήθος των φωτονίων που προσπίπτουν:

$$\eta = \frac{r_e}{r_p} \quad (2.2.23)$$

Για το παραγόμενο φωτόρευμα η αναλυτική σχέση εκφράζεται ως:

$$I_{pd} = q \cdot r_e = q \cdot (\eta \cdot r_p) = q \cdot \eta \cdot \left( \frac{P}{h \cdot \nu} \right) = \frac{q \cdot \eta}{h \cdot \nu} \cdot P \Rightarrow$$

$$I_{pd} = r_{pd} \cdot P \quad (2.2.24)$$

Όπου ορίζουμε σαν αποκρισιμότητα της φωτοδιόδου την ποσότητα:

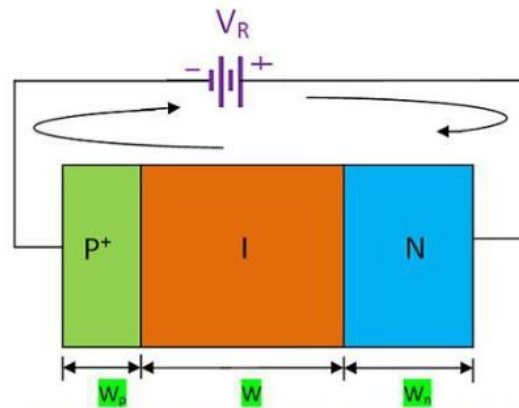
$$r_{pd} = \frac{q \cdot \eta}{h \cdot \nu} \quad (2.2.25)$$

Η παράμετρος  $q$  είναι το θεμελιώδες φορτίο του ηλεκτρονίου ( $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C),  $\nu$  η οπτική ισχύς και  $h$  η σταθερά του Planck ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  m<sup>2</sup> ·  $\frac{kg}{s}$ )

Στην πραγματικότητα, το ρεύμα της φωτοδιόδου περιέχει και άλλες συνιστώσες: τις συνιστώσες του θερμικού θορύβου και του θορύβου βολής αντίστοιχα, καθώς και τη συνιστώσα του ρεύματος σκότους που συναντάται στην ανάστροφη πόλωση και παράγεται απουσία φωτός. Ουσιαστικά, οφείλεται στην τυχαία παραγωγή ηλεκτρονίων και οπών στη περιοχή απογύμνωσης. Ως προς τον θόρυβο, θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο. Επιπλέον, υπάρχει και μια συνιστώσα ρεύματος διάχυσης, η οποία προέρχεται από την απορρόφηση μέρους του προσπίπτοντος φωτός εκτός της περιοχής αραίωσης.

Υπό συνθήκες ανάστροφης πόλωσης, το συνολικό δυναμικό αυξάνεται στην τιμή  $V_{total} = V_D + V_{rev}$ , το οποίο με τη σειρά του αυξάνει το πλάτος της περιοχής απογύμνωσης. Με τον τρόπο αυτό, μειώνεται ο χρόνος μετάβασης, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται προτού ξεκινήσει η συλλογή ηλεκτρονίων και οπών από το εξωτερικό ηλεκτρικό κύκλωμα.

Στην επαφή τύπου PIN που χρησιμοποιείται και στη διάταξή μας, παρεμβάλλεται ένα ενδιάμεσο στρώμα «καθαρού» ημιαγωγού χωρίς νόθευση. Το στρώμα αυτό εμφανίζει μεγάλη αντίσταση, συνεπώς η μεγαλύτερη πτώση τάσης εμφανίζεται στα άκρα του. Ουσιαστικά, η περιοχή αραίωσης εκτείνεται σε ολόκληρη την περιοχή του ημιαγωγού I, επομένως μπορούμε να ελέγξουμε το πλάτος της περιοχής αραίωσης μέσω του πάχους του μεσαίου στρώματος. Καθώς το μεγαλύτερο μέρος της φωτεινής ακτινοβολίας απορροφάται στο εσωτερικό της περιοχής I, ελαχιστοποιείται και η συνιστώσα του ρεύματος διάχυσης



Εικόνα 2.2.12 Επαφή PIN. πηγή: [66]

## 2.2.6 Κεραίες

Οι κεραίες αποτελούν διατάξεις που εκπέμπουν ή λαμβάνουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Υπάρχουν διάφορα είδη κεραιών, όπως οι γραμμικές κεραίες, οι ελικοειδείς, οι βροχοειδείς, τα δίπολα, οι κεραίες ανοίγματος, οι στοιχειοκεραίες, οι μικροταινιακές κεραίες και οι κεραίες ανακλαστήρα.

Διακρίνουμε τρεις περιοχές ακτινοβολίας των κεραιών:

- Κοντινή περιοχή
- Περιοχή Fresnel
- Μακρινή περιοχή

Στη κοντινή περιοχή, δεν ακτινοβολείται ενέργεια, συνεπώς το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο εμφανίζει άεργη συμπεριφορά. Η περιοχή αυτή εκτείνεται στο εσωτερικό σφαίρας με ακτίνα:

$$R_1 = 0.62 \cdot \left( \frac{D^3}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.2.26)$$

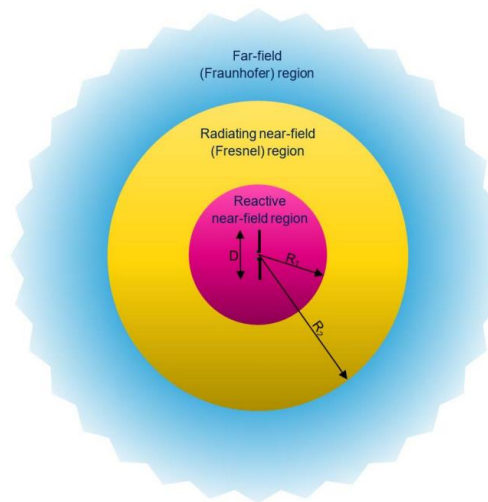
όπου  $D$  είναι η μέγιστη διάσταση του ακτινοβολητή και  $\lambda$  το αντίστοιχο μήκος κύματος της φέρουσας συχνότητας.

Στην ενδιάμεση περιοχή Fresnel, εκτείνεται στο χώρο μεταξύ των σφαιρών με ακτίνες  $R_1$  και

$$R_2 = \frac{2 \cdot D^2}{\lambda} \quad (2.2.27)$$

Σε αυτήν, ακτινοβολείται ενέργεια αλλά οι εγκάρσιες συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου εξαρτώνται από την ακτινική απόσταση

Τέλος, η μακρινή περιοχή εκτείνεται σε αποστάσεις μεγαλύτερες τις  $R_2$  και έχει ως χαρακτηριστικό την ανεξαρτησία των εγκάρσιων συνιστωσών του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου από την ακτινική συνιστώσα.



Εικόνα 2.2.13 Περιοχές ακτινοβολίας κεραίας. πηγή: [39]

Η χωρική πυκνότητα ισχύος κατά τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος ορίζεται μέσω του διανύσματος Poynting (σε  $\frac{W}{m^2}$ ):

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = \vec{e}(\vec{r}, t) \times \vec{h}(\vec{r}, t) \quad (2.2.28)$$

όπου  $\vec{e}(\vec{r}, t)$  και  $\vec{h}(\vec{r}, t)$  είναι οι στιγμιαίες τιμές της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα. Έτσι, η συνολική στιγμιαία ισχύς που ακτινοβολείται από μια κεραία δια μέσω

μιας επιφάνειας  $S$  είναι ίση με το ολοκλήρωμα της κάθετης συνιστώσας του  $\vec{p}(\vec{r}, t)$  επί της επιφάνειας.

$$W(t) = \oiint_S \vec{p}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{S} \quad (2.2.29)$$

Στην πράξη όμως, περισσότερη αξία έχει η μέση ακτινοβολούμενη ισχύς. Για ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενα μεγέθη της μορφής:

$$s(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\vec{r})) \quad (2.2.30)$$

ορίζεται ο φασιθέτης (phasor) στην ημιτονοειδή μόνιμη κατάσταση:

$$S(\vec{r}) = a(\vec{r}) \cdot \exp(j\varphi(\vec{r})) \quad (2.2.31)$$

Έτσι, για ημιτονοειδείς πηγές, το διάνυσμα Poynting εκφράζεται ως εξής:

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*\} + \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}) \cdot \exp(j2\omega t)\} \quad (2.2.32)$$

Ο πρώτος όρος της (1.2.28) εκφράζει τη μέση τιμή της πυκνότητας της πραγματικής ισχύος που ακτινοβολείται, ενώ ο δεύτερος όρος αντιστοιχεί σε άεργο ισχύ που καταναλώνεται γύρω από τον ακτινοβολητή. Οπότε, η μέση τιμή του διανύσματος Poynting καθώς και η μέση ισχύς που ακτινοβολείται από την κεραία, δίνονται παρακάτω:

$$\vec{P}_{\text{avg}}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*\} \quad (2.2.33)$$

$$W_{\text{rad}} = \oiint_S \vec{P}_{\text{avg}}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \oiint_S \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*\} \cdot d\vec{S} \quad (2.2.34)$$

Η ένταση ακτινοβολίας, είναι ένα άλλο μέγεθος που ισούται με την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας. Ορίζεται για τη μακρινή περιοχή μιας κεραίας και εκφράζεται μέσω της σχέσης:

$$U(\theta, \varphi) = r^2 |\vec{P}_{\text{avg}}(\vec{r})| \quad (2.2.35)$$



Η συνολική ισχύς που ακτινοβολεί μια κεραία, δίνεται και μέσω της έντασης ακτινοβολίας ως εξής:

$$W_{\text{rad}} = \oiint_{\Omega} U(\theta, \varphi) \cdot d\vec{\Omega} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} U(\theta, \varphi) d\theta \quad (2.2.36)$$

όπου  $\Omega$  είναι ολόκληρη η στερεά γωνία

Για έναν ισοτροπικό ακτινοβολητή, δηλαδή μια κεραία που ακτινοβολεί ισοδύναμα προς όλες τις διευθύνσεις του χώρου, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για το διάνυσμα Poynting και για την ένταση ακτινοβολίας:

$$\vec{P}_0(\vec{r}) = \frac{W_{\text{rad}}}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (2.2.37)$$

$$U_0 = \frac{W_{\text{rad}}}{4\pi} \quad (2.2.38)$$

Για μια οποιαδήποτε κεραία, ορίζεται το κατευθυντικό κέρδος  $D_g(\theta, \varphi)$  ως τον λόγο της έντασης ακτινοβολίας ως προς την ένταση ακτινοβολίας ισοτροπικού ακτινοβολητή  $U_0$  που εκπέμπει την ίδια ισχύ:

$$D_g(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_0} = 4\pi \cdot \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{\text{rad}}} \quad (2.2.39)$$

Η κατευθυντικότητα  $D_m$  αποτελεί τη μέγιστη τιμή του κατευθυντικού κέρδους:

$$D_m = D_g(\theta, \varphi)_{\text{max}} = \left. \frac{U(\theta, \varphi)}{U_0} \right|_{\text{max}} = 4\pi \cdot \left. \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{\text{rad}}} \right|_{\text{max}} \quad (2.2.40)$$

Ένα άλλο σημαντικό μέγεθος που περιγράφει την απόδοση μιας κεραίας, είναι το κέρδος ισχύος, το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$G_g(\theta, \varphi) = 4\pi \cdot \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{\text{in}}} \quad (2.2.41)$$

όπου  $W_{\text{in}}$  είναι η ισχύς τροφοδότησης της κεραίας.

Μπορούμε να πούμε ότι το κατευθυντικό κέρδος περιγράφει τις κατευθυντικές ιδιότητες της κεραίας, ενώ το κέρδος ισχύος λαμβάνει επιπλέον υπόψη και το πόσο αποδοτικά τροφοδοτείται.

Αν  $n_r$  είναι ο συντελεστής απόδοσης τις κεραίας, ο οποίος αντιστοιχεί κυρίως τις ωμικές απώλειες τις κεραίας, τότε η ισχύς τροφοδότησης συνδέεται με την ισχύ ακτινοβολήσης μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$W_{\text{rad}} = n_r \cdot W_{\text{in}} \quad (2.2.42)$$

Αντίστοιχα, για το κατευθυντικό κέρδος και το κέρδος ισχύος, προκύπτει:

$$G_g(\theta, \varphi) = n_r \cdot D_g(\theta, \varphi) \quad (2.2.43)$$

Επίσης, αν  $W_A$  είναι η ισχύς που φτάνει στην είσοδο της κεραίας, τότε θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι ανακλάσεις ισχύος λόγω έλλειψης προσαρμογής, μέσω του συντελεστή ανάκλασης:

$$|\rho| = \frac{Z_k - Z_0}{Z_k + Z_0} \quad (2.2.44)$$

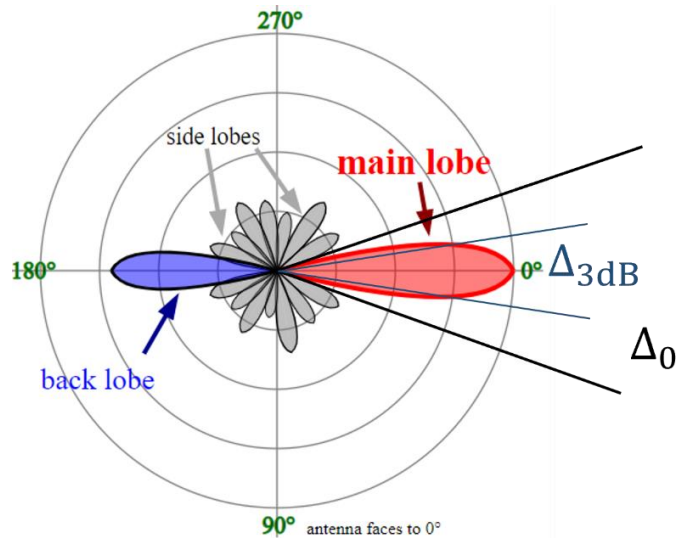
όπου  $Z_k$ : η αντίσταση εισόδου της κεραίας και  $Z_0$ : η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτεί την κεραία

$$W_{\text{rad}} = n_r \cdot (1 - |\rho|^2) \cdot W_A \quad (2.2.45)$$

Οπτικά, τα χαρακτηριστικά της κατευθυντικότητας και του κέρδους ισχύος της κεραίας, απεικονίζονται στο διάγραμμα ακτινοβολίας. Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η γραφική παράσταση του τρόπου ακτινοβολίας μιας κεραίας καθώς μεταβάλλεται το σημείο παρατήρησης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Στις περισσότερες εφαρμογές το διάγραμμα ακτινοβολίας προσδιορίζεται για την μακρινή περιοχή της κεραίας, συναρτήσει των σφαιρικών συντεταγμένων  $\theta$  και  $\varphi$ , με κέντρο το γεωμετρικό κέντρο της κεραίας. Τα μεγέθη των οποίων δίδεται το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η ένταση ακτινοβολίας και η ένταση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου. Το διάγραμμα της έντασης ακτινοβολίας ονομάζεται διάγραμμα ισχύος, ενώ το διάγραμμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται διάγραμμα πεδίου.

Τα διαγράμματα ακτινοβολίας συντίθενται από τους λοβούς ακτινοβολίας που ορίζονται ως τα τμήματα του διαγράμματος που οριοθετούνται από περιοχές πολύ ασθενούς (συνήθως μηδενικού) πεδίου. Ο λοβός που περιέχει τη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας ονομάζεται κύριος λοβός, ενώ όλοι οι υπόλοιποι λοβοί ονομάζονται δευτερεύοντες. Ως πλευρικοί λοβοί χαρακτηρίζονται αυτοί που δεν περιέχουν τη διεύθυνση ενδιαφέροντος της κεραίας. Επιπλέον, ο πλευρικός λοβός που βρίσκεται στην αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του κύριου ονομάζεται οπίσθιος λοβός. Ιδιαίτερη σημασία για την περιγραφή των κατευθυντικών ιδιοτήτων μιας κεραίας έχει το γωνιακό εύρος  $\Delta_0$  του κύριου λοβού, που είναι η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις μηδενισμών ή ελαχίστων μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται η διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας. Επίσης, μεγάλη αξία έχει το άνοιγμα μισής ισχύος  $\Delta_{3\text{dB}}$  που ορίζεται ως η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις

εκατέρωθεν της διεύθυνσης μεγίστου για τις οποίες η ένταση ακτινοβολίας είναι η μισή της μέγιστης τιμής (ισοδύναμα μειωμένη κατά 3 dB).



Εικόνα 2.2.14 Διάγραμμα ακτινοβολίας κεραίας. πηγή: [69]

Κυκλωματικά, η κεραία περιγράφεται μέσω της αντίστασης εισόδου της, η οποία έχει πραγματικό και φανταστικό μέρος και ορίζεται ως το πηλίκο της τάσης εισόδου προς το ρεύμα, στο σημείο τροφοδότησής της:

$$Z_{\kappa} = R_{\kappa} + j \cdot X_{\kappa} \quad (2.2.46)$$

Το πραγματικό μέρος περιλαμβάνει δύο σκέλη. Την αντίσταση ακτινοβολίας  $R_r$  για την μοντελοποίηση της ακτινοβολουμένης ισχύος και την αντίσταση απωλειών  $R_L$  μέσω της οποίας λαμβάνονται υπόψη οι διάφορες απώλειες:

$$R_{\kappa} = R_r + R_L \quad (2.2.47)$$

Γενικά, είναι επιθυμητός ο μηδενισμός του φανταστικού μέρους της αντίστασης της κεραίας, καθώς αυτό σχετίζεται με άεργο ισχύ. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται συντονισμός:

$$\text{Im}\{Z_{\kappa}(\omega_0)\} = X_{\kappa}(\omega_0) = 0 \quad (2.2.48)$$

Εφόσον επιτυγχάνεται η παραπάνω συνθήκη, είναι εφικτή και η προσαρμογή της κεραίας προς τη γραμμή μεταφοράς ή τον κυματοδηγό τροφοδότησης που παρουσιάζουν ωμική χαρακτηριστική

αντίσταση, ώστε να έχουμε μεγιστοποίηση της ισχύος που ακτινοβολείται, ισοδύναμα ελαχιστοποίηση των ανακλάσεων. Αν συμβολίσουμε με  $W_g$  τη συνολική ισχύ που αποδίδεται στην κεραία υπό συνθήκες μηδενικών ανακλάσεων, τότε μέρος αυτής καταναλώνεται σε απώλειες  $W_L$  και η ισχύς που απομένει ακτινοβολείται  $W_{rad}$ , δηλαδή:

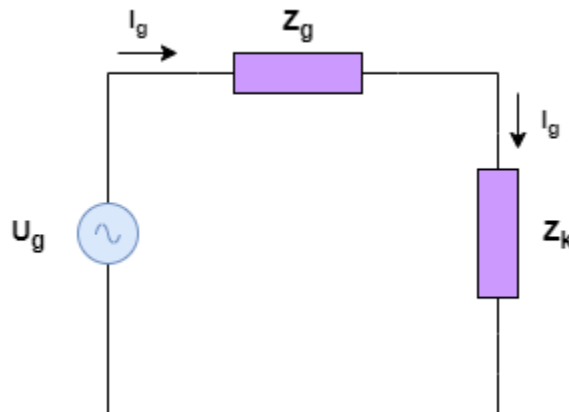
$$W_g = W_L + W_{rad} \quad (2.2.49)$$

Με τη βοήθεια της αντίστασης κεραίας, ο συντελεστής απόδοσης εκφράζεται ως εξής:

$$n_r = \frac{R_r}{R_r + R_L} \quad (2.2.50)$$

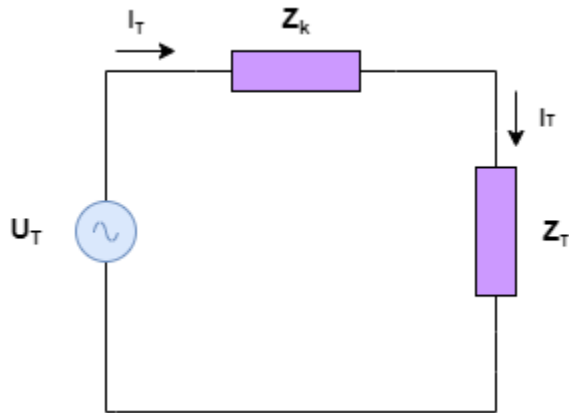
Παρακάτω, βλέπουμε το ισοδύναμο συγκεντρωμένο κύκλωμα εισόδου της κεραίας. Η ποσότητα  $U_g$  είναι ο φασιθέτης της τάσης τροφοδότησης της κεραίας και  $Z_g$  η αντίσταση εξόδου του κυκλώματος τροφοδότησης της κεραίας (συμπεριλαμβάνει για παράδειγμα την «επίδραση» της γραμμής μεταφοράς ή του κυματοδηγού τροφοδότησης). Υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού, ισχύει:

$$Z_g = Z_k \quad (2.2.51)$$



Εικόνα 2.2.15 Ισοδύναμο συγκεντρωμένο κύκλωμα εισόδου κεραίας

Όταν η κεραία χρησιμοποιείται για λήψη, τότε κυκλωματικά, μοντελοποιείται μέσα από την ισοδύναμη αντίσταση εισόδου. Το ισοδύναμο κύκλωμα της κεραίας λήψης, περιγράφει τον φυσικό μηχανισμό μέσω του οποίου η κεραία λαμβάνει ηλεκτρομαγνητική ισχύ από το περιβάλλον και τη μεταδίδει στον δέκτη



Εικόνα 2.2.16 Ισοδύναμο συγκεντρωμένο κύκλωμα κεραίας λήψης

Η  $U_T$  είναι η τάση που δημιουργεί στους ακροδέκτες της κεραίας το προσπίπτον ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Αν  $W_c$  είναι η συνολική ισχύς που συλλέγει η κεραία, τότε ένα μέρος αυτής επανακτινοβολείται και ονομάζεται ισχύς σκέδασης  $W_r$ , ένα ποσοστό καταναλώνεται σε απώλειες  $W_L$  και η υπόλοιπη ισχύς  $W_T$  παραλαμβάνεται από το φορτίο του δέκτη

$$W_c = W_T + W_r + W_L \quad (2.2.52)$$

Η μεγιστοποίηση της ισχύος που αποδίδεται στο φορτίο του δέκτη, επιτυγχάνεται για συζυγή τερματισμό του φορτίου του δέκτη με την αντίσταση της κεραίας:

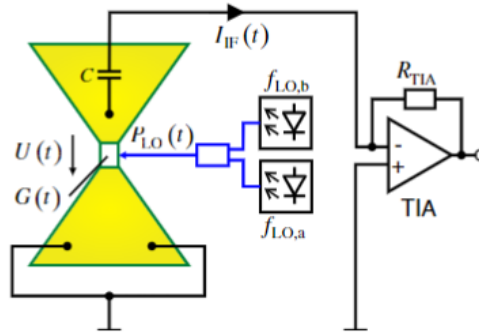
$$R_r + R_L = R_T \quad (2.2.53)$$

$$X_k = -X_T \quad (2.2.54)$$

### 2.2.7 Φωτοαγώγιμο στοιχείο στον δέκτη-PCA

Ο δέκτης αποτελείται από μία κεραία η οποία συνδέεται στα άκρα της με ένα φωτοαγώγιμο στοιχείο. Το στοιχείο αυτό, δέχεται οπτική ακτινοβολία που παράγεται από έναν τοπικό φωτονικό ταλαντωτή, όπως φαίνεται και στην εικόνα 2.1.9. Με τον τρόπο αυτό, «διαμορφώνεται» η αγωγιμότητα  $G$  του φωτοαγώγιμου στοιχείου. Στην είσοδο της κεραίας, εισέρχεται το THz σήμα  $U(t)$  και τελικά το ρεύμα που παράγεται βρίσκεται σε μια ενδιάμεση συχνότητα της τάξης των

εκατοντάδων kHz, την οποία μπορούν να επεξεργαστούν τα ηλεκτρονικά στοιχεία, σε αντίθεση με τις συχνότητες στο εύρος των THz.



Εικόνα 2.2.17 Στοιχείο PCA στον δέκτη. πηγή: [48]

Η συνολική ισχύς του ταλαντωτή, προκύπτει από την υπέρθεση δύο οπτικών σημάτων σε συχνότητες  $f_{LO,a}$  και  $f_{LO,b}$  αντίστοιχα. Η οπτική ισχύς είναι χρονικά μεταβαλλόμενη και ταλαντώνεται με συχνότητα  $\omega_{LO} = 2\pi \cdot |f_{LO,a} - f_{LO,b}|$ . Πιο αναλυτικά, τα δύο οπτικά πεδία θα έχουν τη μορφή:

$$E_{LO,a}(t) = \hat{E}_{LO,a} \cdot \cos(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a}) \quad (2.2.55)$$

$$E_{LO,b}(t) = \hat{E}_{LO,b} \cdot \cos(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b}) \quad (2.2.56)$$

Η υπέρθεση των δύο σημάτων, θα δώσει το συνολικό οπτικό πεδίο:

$$E_{LO}(t) = \hat{E}_{LO,a} \cdot \cos(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a}) + \hat{E}_{LO,b} \cdot \cos(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b}) \quad (2.2.57)$$

Για να εξάγουμε την οπτική ισχύ, είναι βολικό να εκφράσουμε τα σήματα ως το πραγματικό μέρος του αντίστοιχου φάσσορα, δηλαδή στη μορφή  $E = \text{Re}\{\hat{E} \cdot \exp(j(\omega \cdot t + \varphi))\}$ . Τότε ισχύει:

$$E_{LO}(t) = \text{Re}\left\{\hat{E}_{LO,a} \cdot \exp(j(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a})) + \hat{E}_{LO,b} \cdot \exp(j(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b}))\right\} \quad (2.2.58)$$

Και για την ισχύ έχουμε:

$$P_{LO}(t) = \frac{1}{2} E_{LO}(t) \cdot E_{LO}(t)^* =$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \cdot \left\{ \widehat{E}_{LO,a} \cdot \exp(j(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a})) + \widehat{E}_{LO,b} \cdot \exp(j(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b})) \right\} \\
& \quad \cdot \left\{ \widehat{E}_{LO,a} \cdot \exp(j(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a})) + \widehat{E}_{LO,b} \cdot \exp(j(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b})) \right\}^* = \\
& \frac{1}{2} \cdot \left\{ \widehat{E}_{LO,a} \cdot \exp(j(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a})) + \widehat{E}_{LO,b} \cdot \exp(j(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b})) \right\} \\
& \quad \cdot \left\{ \widehat{E}_{LO,a} \cdot \exp(-j(\omega_{LO,a} \cdot t + \varphi_{LO,a})) + \widehat{E}_{LO,b} \cdot \exp(-j(\omega_{LO,b} \cdot t + \varphi_{LO,b})) \right\} = \\
& \frac{1}{2} \cdot \left\{ \widehat{E}_{LO,a}^2 + \widehat{E}_{LO,b}^2 + \widehat{E}_{LO,a} \cdot \widehat{E}_{LO,a} \cdot \left[ \exp(j((\omega_{LO,a} - \omega_{LO,b}) \cdot t + (\varphi_{LO,a} - \varphi_{LO,b}))) \right] \right\} \Rightarrow \\
P_{LO}(t) &= \frac{1}{2} \cdot (\widehat{E}_{LO,a}^2 + \widehat{E}_{LO,b}^2) + \widehat{E}_{LO,a} \cdot \widehat{E}_{LO,a} \cdot \cos[(\omega_{LO,a} - \omega_{LO,b}) \cdot t + (\varphi_{LO,a} - \varphi_{LO,b})]
\end{aligned} \tag{2.2.59}$$

όπου έγινε χρήση της ταυτότητας:

$$\frac{1}{2} \cdot [\exp(j\varphi(t)) + \exp(-j\varphi(t))] = \cos(\varphi(t)) \tag{2.2.60}$$

Ο σταθερός όρος της οπτικής ισχύος είναι:

$$P_{LO,0} = \frac{1}{2} \cdot (\widehat{E}_{LO,a}^2 + \widehat{E}_{LO,b}^2) \tag{2.2.61}$$

και ο εναλλασσόμενος:

$$\widehat{P}_{LO,1} = \widehat{E}_{LO,a} \cdot \widehat{E}_{LO,a} \cdot \cos[(\omega_{LO,a} - \omega_{LO,b}) \cdot t + (\varphi_{LO,a} - \varphi_{LO,b})] \tag{2.2.62}$$

Επίσης, η συχνότητα και η φάση της χρονομεταβαλλόμενης ισχύος θα είναι αντίστοιχα ίσες με:

$$\omega_{LO} = |\omega_{LO,a} - \omega_{LO,b}| \tag{2.2.63}$$

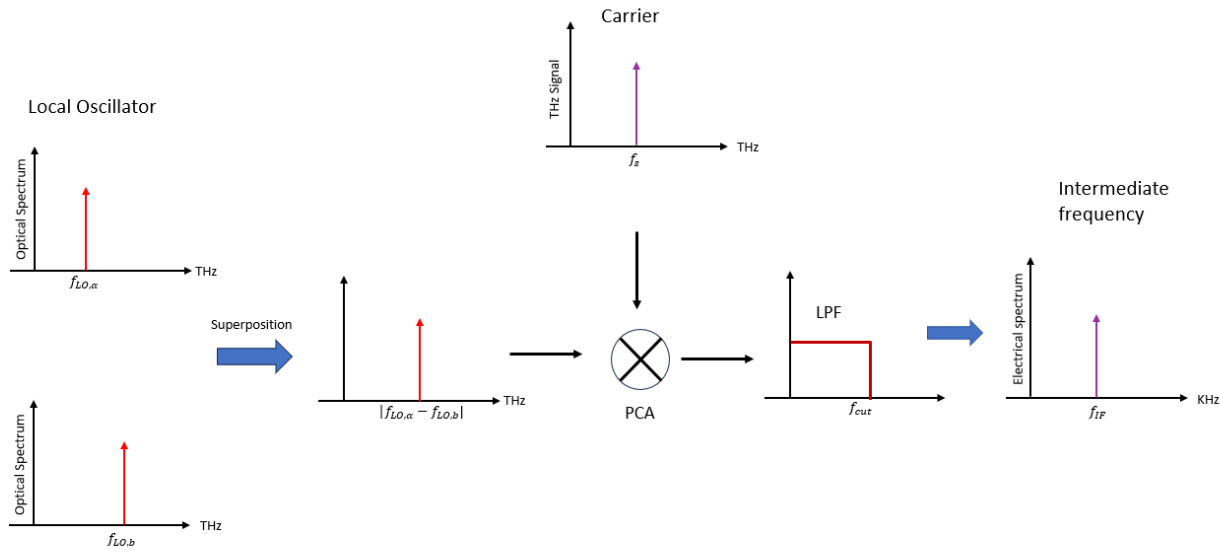
$$\varphi_{P,LO} = \varphi_{LO,a} - \varphi_{LO,b} \tag{2.2.64}$$

Οι ελεύθεροι φορείς που γεννώνται από την απορροφούμενη ισχύ διαμορφώνουν τη φωτοαγωγιμότητα ως εξής:

$$G = S \cdot P_{LO}(t) \Rightarrow$$

$$G = G_0 + \widehat{G}_{LO} \cdot \cos(\omega_{LO} \cdot t + \varphi_{LO}) \quad (2.2.65)$$

Η ποσότητα  $S$  αποτελεί μια σταθερά αναλογίας που περιγράφει την ευαισθησία του στοιχείου και περιλαμβάνει της απώλειες μετατροπής από την οπτική ισχύ στη φωτοαγωγιμότητα. Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι, η φάση ταλάντωσης της αγωγιμότητας  $G$  μπορεί να διαφέρει από τη φάση της οπτικής ισχύος, δηλαδή  $\varphi_{LO} \neq \varphi_{P,LO}$ , στη περίπτωση που η περίοδος ταλάντωσης της οπτικής ισχύος είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με το χρόνο ζωής των ελεύθερων φορέων



Εικόνα 2.2.18 Γενική αρχή λειτουργίας του PCA

Το THz σήμα εισόδου στον δέκτη θα έχει γωνιακή συχνότητα  $\omega_s = 2\pi f_s$ :

$$U(t) = \widehat{U}_s(t) \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \varphi_s(t)) \quad (2.2.66)$$

Τότε το ρεύμα που παράγεται μέσα από την αγωγιμότητα, θα είναι ίσο με το γινόμενο αυτής της αγωγιμότητας επί την τάση εισόδου:

$$\begin{aligned} I(t) &= G \cdot U(t) = \\ & [G_0 + \widehat{G}_{LO} \cdot \cos(\omega_{LO} \cdot t + \varphi_{LO})] \cdot [G_0 + \widehat{G}_{LO} \cdot \cos(\omega_{LO} \cdot t + \varphi_{LO})] \\ & G_0 \widehat{U}_s(t) \cos(\omega_s \cdot t + \varphi_s(t)) + \frac{1}{2} \widehat{G}_{LO} \widehat{U}_s(t) \cos((\omega_s + \omega_{LO}) \cdot t + (\varphi_s(t) + \varphi_{LO})) \\ & + \frac{1}{2} \widehat{G}_{LO} \widehat{U}_s(t) \cos((\omega_s - \omega_{LO}) \cdot t + (\varphi_s(t) - \varphi_{LO})) \end{aligned} \quad (2.2.67)$$



όπου έγινε χρήση της ταυτότητας:

$$\cos(\varphi_1(t)) \cdot \cos(\varphi_2(t)) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t)) \cdot \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \quad (2.2.68)$$

Όπως παρατηρούμε, προκύπτουν τρεις όροι στο ρεύμα, οι οποίοι ταλαντώνονται σε διαφορετικές συχνότητες. Το σήμα, όμως, διέρχεται από έναν ενισχυτή διαντίστασης (ΤΙΑ), ο οποίος θα λειτουργήσει σαν βαθυπερατό φίλτρο. Ως αποτέλεσμα, το τελικό σήμα που λαμβάνεται, θα ταλαντώνεται στην «αργή» συχνότητα  $f_{IF} = 2\pi \cdot (\omega_s - \omega_{LO})$ , δηλαδή:

$$I_{IF}(t) = \frac{1}{2} \widehat{G}_{LO} \widehat{U}_s(t) \cos((\omega_s - \omega_{LO}) \cdot t + (\varphi_s(t) - \varphi_{LO})) \quad (2.2.69)$$

## 2.2.8 Software Lock-In

Η διαδικασία που χαρακτηρίζεται σαν "Lock – in Amplification", αποτελεί έναν τρόπο ώστε να εξάγουμε το πλάτος και τη φάση ενός σήματος και βασίζεται στην ορθογωνιότητα ημιτονοειδών σημάτων. Σύμφωνα με αυτή, αν πολλαπλασιάσουμε δύο ημιτονοειδείς συναρτήσεις με διαφορετικές συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  και τις ολοκληρώσουμε σε ένα χρονικό διάστημα  $T$ , πολύ μεγαλύτερο και από τις δύο περιόδους, τότε το αποτέλεσμα θα είναι ίσο με μηδέν. Αν οι συχνότητες ισούνται, το κανονικοποιημένο ολοκλήρωμα ως προς τον χρόνο ολοκλήρωσης, θα είναι ίσο με το μισό του γινομένου των πλατών επί το συνημίτονο της διαφοράς φάσης μεταξύ τους:

$$\frac{1}{T} \int_T A_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) \cdot A_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) dt = \begin{cases} A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi), & \text{αν } f_1 = f_2 \\ 0, & \text{αν } f_1 \neq f_2 \end{cases} \quad (2.2.70)$$

όπου:  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

Κατά τη διαδικασία του lock-in, λοιπόν, θέτουμε ένα σήμα αναφοράς μοναδιαίου πλάτους με συχνότητα  $f_{ref}$  και φάση  $\varphi_{ref}$ , η οποία για απλότητα μπορεί να τεθεί ίση με μηδέν. Έτσι, πολλαπλασιάζουμε το σήμα αναφοράς με το σήμα εισόδου και αν οι συχνότητες τους είναι ίσες, λαμβάνουμε ως έξοδο:

$$U_{out} = \frac{1}{T} \int_T \sin(2\pi f_{ref} t) \cdot U_{sig} \cdot \sin(2\pi f_{sig} t + \varphi) dt \xrightarrow{f_{ref}=f_{sig}}$$

$$U_{out} = \frac{1}{2} \cdot U_{sig} \cdot \cos(\varphi) \quad (2.2.71)$$

Για να μπορέσουμε να λάβουμε, όμως, ξεχωριστά το πλάτος και τη φάση του σήματος εισόδου, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία "2 phase lock – in" με δύο άξονες. Το σήμα

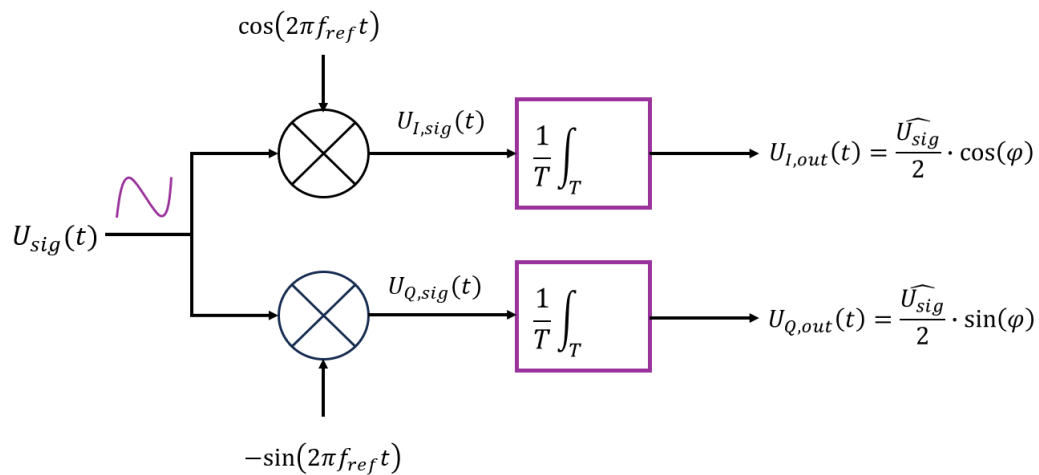
πολλαπλασιάζεται στον έναν άξονα με το σήμα αναφοράς και στον άλλον με ένα σήμα μετατοπισμένο κατά  $90^\circ$  σε σχέση με το σήμα αναφοράς. Ως αποτέλεσμα λαμβάνουμε τη συμφασική συνιστώσα:

$$U_{I,out} = \frac{1}{2} \cdot U_{sig} \cdot \cos(\varphi) \quad (2.2.71)$$

και την κάθετη συνιστώσα:

$$U_{Q,out} = \frac{1}{2} \cdot U_{sig} \cdot \sin(\varphi) \quad (2.2.71)$$

Αν το σήμα εισόδου είναι συνημίτονο, τότε στον συμφασικό άξονα το σήμα αναφοράς θα είναι επίσης συνημίτονο και στον κάθετο ημίτονο



Εικόνα 2.2.19 Lock-in with integration

Με τη βοήθεια των δύο συνιστωσών, το πλάτος και η φάση του σήματος εισόδου προκύπτουν ως εξής:

$$U_{sig} = \sqrt{U_{I,out}^2 + U_{Q,out}^2} \quad (2.2.72)$$

$$\varphi = \arctan \left\{ \frac{U_{Q,out}}{U_{I,out}} \right\} \quad (2.2.73)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τις σχέσεις:

$$\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi) = 1 \quad (2.2.74)$$

και:

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}\right) \quad (2.2.75)$$

Αντί για ολοκλήρωση, μετά τον πολλαπλασιασμό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εναλλακτικά βαθυπερατό φίλτρο. Αυτό εξηγείται, παρατηρώντας τις παρακάτω ταυτότητες:

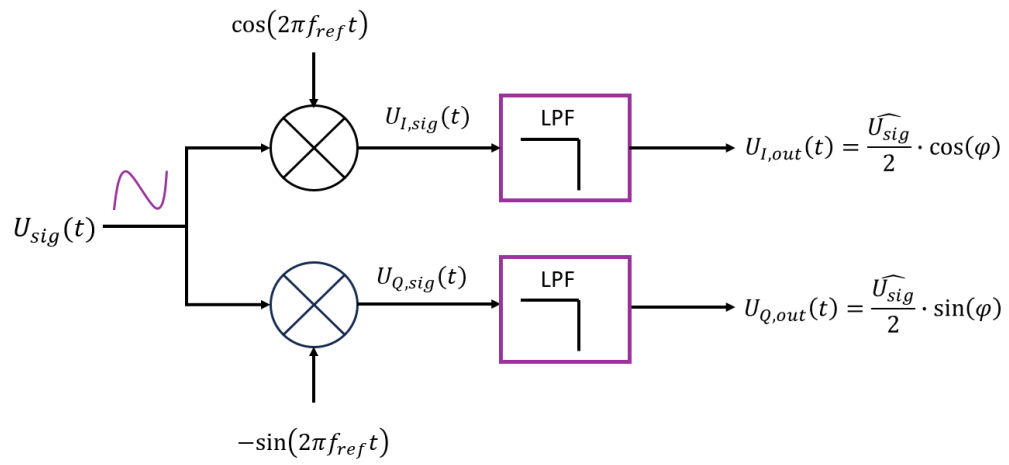
$$\sin(2\pi f_{\text{ref}}t) \cdot \sin(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos(\varphi) - \cos(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi)] \quad (2.2.76)$$

$$\cos(2\pi f_{\text{ref}}t) \cdot \cos(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos(\varphi) + \cos(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi)] \quad (2.2.77)$$

$$\sin(2\pi f_{\text{ref}}t) \cdot \cos(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi) = \frac{1}{2} [-\sin(\varphi) + \sin(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi)] \quad (2.2.78)$$

$$\cos(2\pi f_{\text{ref}}t) \cdot \sin(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi) = \frac{1}{2} [\sin(\varphi) + \sin(2\pi f_{\text{sig}}t + \varphi)] \quad (2.2.79)$$

Σε κάθε περίπτωση, το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού αποτελείται από το άθροισμα ενός σταθερού και ενός εναλλασσόμενου όρου. Συνεπώς, εφαρμόζοντας βαθυπερατό φίλτρο με κατάλληλη συχνότητα αποκοπής, θα παραμείνει μόνο ο σταθερός όρος, το οποίο ισοδυναμεί με το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης, δίνοντας τη συμφασική και την κάθετη συνιστώσα



Εικόνα 2.2.20 Lock in with Low Pass Filter

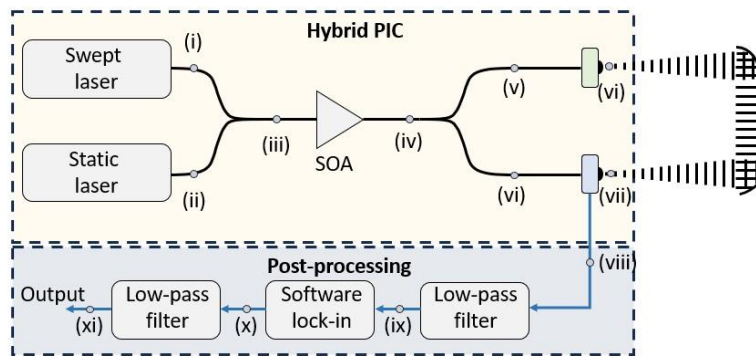


# Κεφάλαιο 3

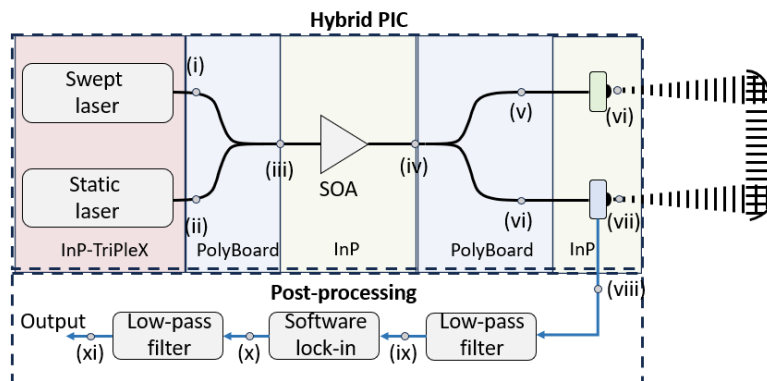
## Μαθηματική ανάλυση της διάταξης και εισαγωγή δείγματος για μέτρηση πάχους

### 3.1 Περιγραφή Διάταξης και Μαθηματική Ανάλυση για ιδανικό ανακλαστήρα

Στο παρόν κεφάλαιο, θα περιγραφούν αναλυτικά σε κάθε σημείο οι εξισώσεις που διέπουν τη λειτουργία της διάταξης για την οποία έγινε η προσομείωση, για την πρώτη αρχιτεκτονική. Η θεωρητική σχεδίαση έγινε με βάση τις τεχνολογίες που χρησιμοποιούνται και στα πλαίσια του POLYNICES.



Εικόνα 3.1.1 Διάταξη φασματογράφου για την πρώτη αρχιτεκτονική



Εικόνα 3.1.2 Διάταξη φασματογράφου σε επίπεδο PIC

Όπως φαίνεται, η συγκεκριμένη διάταξη αποτελείται από ένα στατικό laser, το οποίο δημιουργεί ημιτονοειδές οπτικό πεδίο σε μία συχνότητα και ένα laser του οποίου η συχνότητα διαμορφώνεται σύμφωνα με μία προινοτή περιοδική κυματομορφή. Τα lasers έχουν ολοκληρωθεί σε πλατφόρμα InP-TriPlex. Η κατασκευή της πλατφόρμας TriPlex βασίζεται στην εναλλαγή μεμβρανών νιτριδίου του πυριτίου και διοξειδίου του πυριτίου και προσφέρει. Η υβριδική

πλατφόρμα που συνδυάζει το φωσφίδιο του ινδίου με την τεχνολογία TriPlex, προσφέρει τη δυνατότητα επίτευξης συντονιζόμενων lasers πολύ μικρού εύρους (linewidth) [35]. Ακολουθεί ο συζεύκτης σε πλατφόρμα PolyBoard: Polymer Based Photonic Integration Platform, η οποία προσφέρει ευέλικτες οπτικές διεπαφές εισόδου-εξόδου, την ισχυρή σύζευξη με ενεργά στοιχεία υλοποιημένα με βάση το InP, την παθητική εισαγωγή οπτικών στοιχείων λεπτού υμενίου και τη σύνδεση οπτικών ινών στο chip. Ακολουθεί ο οπτικός ενισχυτής σε πλατφόρμα InP, η έξοδος του οποίου συνδέεται στο δεύτερο συζεύκτη, ολοκληρωμένο σε PolyBoard, ο οποίος διαχωρίζει το οπτικό πεδίο σε δύο δρόμους. Ο άνω βραχίονας οδηγεί στον οπτικό πομπό, αποτελούμενο από τη φωτοδιόδο και την κεραία εκπομπής, ενώ ο κάτω βραχίονας οδηγεί στον δέκτη με τη γωτοαγωγίμη κεραία λήψης. Τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης ολοκληρώνεται σε πλατφόρμα InP. Προφανώς, η σύνδεση των διαφορετικών διεπαφών εισάγει απώλειες που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό των σημάτων. Συνεχίζοντας, το σήμα εκπέμπεται στον ελεύθερο χώρο από τον πομπό και με τη βοήθεια παραβολικών κατόπτρων κατευθύνεται και λαμβάνεται στο δέκτη. Το λαμβανόμενο σήμα διέρχεται από βαθυπερατό φίλτρο, ενώ ακολουθεί και μια μαθηματική επεξεργασία “software lock-in”

Να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση μας έχουμε θεωρήσει ότι τα μήκη διάδοσης στους οπτικούς βραχίονες είναι αμελητάια, επομένως τα οπτικά πεδία φτάνουν αμέσως στα σημεία (vi) και (vii). Άρα, το οπτικό μονοπάτι δεν εισάγει καθυστέρηση ούτε εξασθένηση και φαινόμενα διασποράς.

Στον ακόλουθο πίνακα δίνονται οι παράμετροι του συστήματος και ακολουθεί η αναλυτική μαθηματική περιγραφή σε κάθε σημείο

<b>Παράμετροι Συστήματος</b>	
Εύρος Ζώνης (BW)	4 THz
Συχνότητα Διαμόρφωσης ( $f_{mod}$ )	100 Hz
Περίοδος Διαμόρφωσης ( $T_{mod}$ )	10 ms
Μήκος διάδοσης ελευθευθέρου χώρου ( $L_{THz}$ )	40 cm
Ισχύς swept laser ( $P_{swept\ laser}$ )	10 dBm
Ισχύς static laser ( $P_{static\ laser}$ )	10 dBm
Κέρδος ενισχυτή ( $G_{SOA}$ )	10 dB
Ισχύς κορεσμού ενισχυτή ( $P_{sat}$ )	15 dBm
Αποκρισιμότητα φωτοδιόδου ( $\Gamma_{pd}$ )	0.3 A/W
$L_{TriPlex-PolyBoard}$	3 dB
$L_{InP\ (SOA)-PolyBoard}$	3 dB
$L_{InP\ (PD)-PolyBoard}$	3 dB
$L_{InP\ (PCA)-PolyBoard}$	3 dB
Πόλωση	TE
Αρχική συχνότητα swept laser ( $f_{start}$ )	2 THz
Συχνότητα static laser ( $f_{static}$ )	1 THz

Πίνακας 3.1.1 Ορισμός Παραμέτρων

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί ότι στα πλαίσια του κώδικα στη MATLAB, για λόγους χωρητικότητας της μνήμης, το εύρος ζώνης που χρησιμοποιήθηκε ήταν 4 MHz αντί για 4 THz. Επομένως, ο παράγοντας κανονικοποίησης από το πεδίο των MHz σε αυτό των THz είναι  $10^6$ . Ένα παράδειγμα χρήσης αυτού του παράγοντα είναι στις απώλειες ελευθέρου χώρου, οι οποίες είναι ανάλογες του τετραγώνου της συχνότητας, όπως θα περιγράψουμε στη συνέχεια. Προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι πραγματικές THz απώλειες, πολλαπλασιάσαμε με αυτόν τον παράγοντα. Επίσης, ο χρόνος διάδοσης στον ελεύθερο χώρο, υπολογίστηκε με βάση το πραγματικό μήκος  $L_{\text{THz}}$  αλλά πολλαπλασιάστηκε με τον παράγοντα κανονικοποίησης. Ως αποτέλεσμα, η ενδιάμεση συχνότητα,  $f_{\text{IF}} = \text{slope} \cdot \tau_{\text{THz}}$ , θα προκύψει στο επιθυμητό εύρος συχνοτήτων καθώς η κλίση  $\text{slope}$  είναι  $10^6$  φορές μικρότερη ενώ ο χρόνος  $\tau_{\text{THz}}$   $10^6$  φορές μεγαλύτερος από τις πραγματικές τιμές, δηλαδή τις επιθυμητές που θα χρησιμοποιούσαμε αν διαθέταμε μεγαλύτερη υπολογιστική ικανότητα, επομένως οι κανονικοποιήσεις αλληλοαναιρούνται μετά τον πολλαπλασιασμό. Στα επόμενα, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα στο πεδίο των THz και όπου χρειάζεται μόνο γίνεται αναφορά στα μεγέθη που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα στη MATLAB και στη μέθοδο που ακολουθήσαμε

### Σημείο (i) - Swept Laser

Όπως έχουμε αναφέρει, το swept laser παράγει οπτικό πεδίο, του οποίου η συχνότητα διαμορφώνεται περιοδικά με βάση την πριονωτή κυματομορφή (sawtooth wave). Η κλίση σε κάθε περίοδο διαμόρφωσης θα είναι ίση με:

$$\text{slope} = \frac{BW}{T_{\text{mod}}} = 4 \cdot 10^{14} \quad (3.1.1)$$

Επομένως, η συχνότητα και η φάση που αντιστοιχούν στο πρώτο laser περιγράφονται αντίστοιχα ως εξής:

$$f_{\text{FMCW}}(t) = \text{slope} \cdot t + f_{\text{start}} \quad (3.1.2)$$

$$\varphi_{\text{FMCW}}(t) = 2\pi \cdot \int f_{\text{FMCW}}(t) dt = 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} \text{slope} \cdot t^2 + f_{\text{start}} \cdot t + \varphi_{01} \right) \quad (3.1.3)$$

όπου:  $\varphi_{01}$  η αρχική φάση του swept laser. Για λόγους απλότητας, έχουμε θεωρήσει  $\varphi_{01} = 0$ .

Η τελική συχνότητα του sawtooth θα είναι:

$$f_{\text{stop}} = f_{\text{start}} + \text{slope} \cdot T_{\text{mod}} = (2 + 4) \text{ THz} = 6 \text{ THz}$$



Για να εκφράσουμε το οπτικό πεδίο σε μιγαδική μορφή, το πλάτος του phasor θα ισούται με:

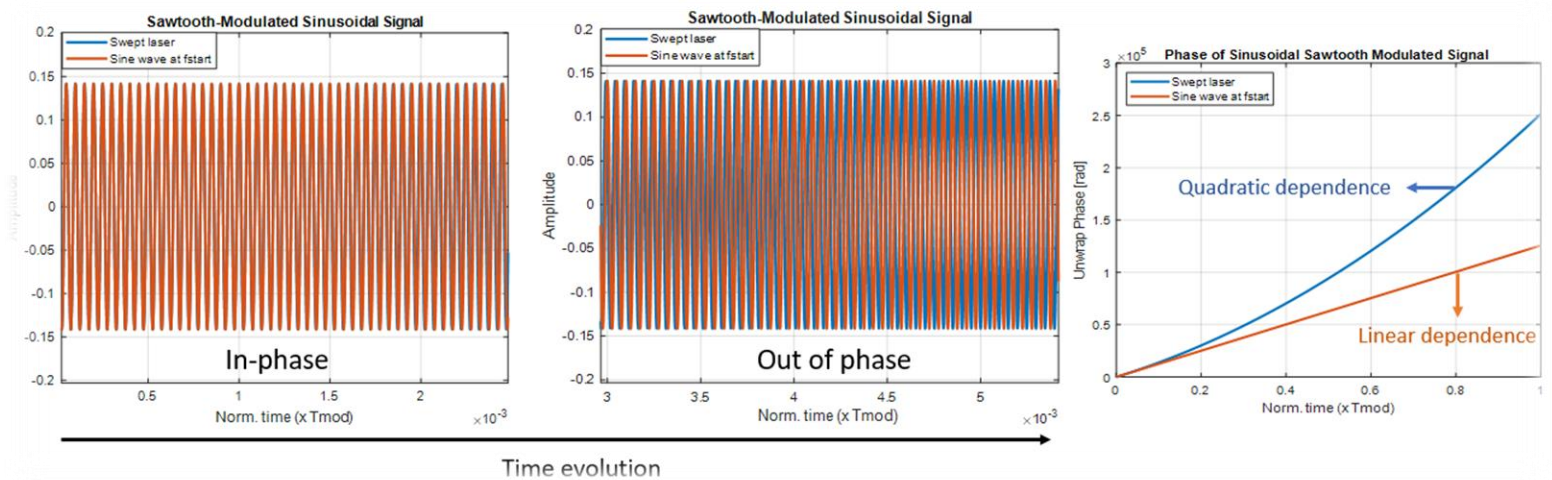
$|E_i| = \sqrt{2 \cdot P_{\text{swept laser}}}$ . Τότε το οπτικό πεδίο στο PolyBoard, λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες διασύνδεσης των διαφορετικών πλατφορμών, δίνεται ως εξής:

$$E_i = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\phi_{\text{FM CW}}(t)} \quad (3.1.4)$$

Η ισχύς στο σημείο (i) υπολογίζεται ως:

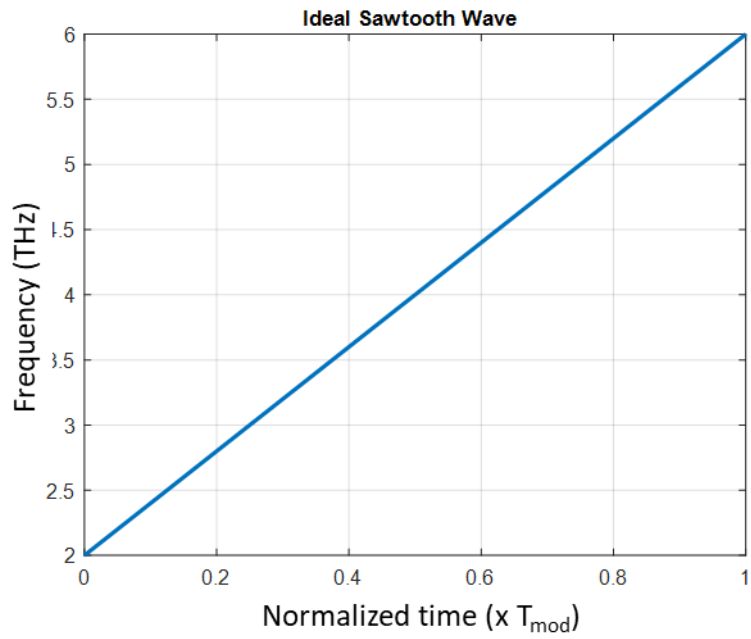
$$P_i = \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot E_i^* = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 2 \cdot P_{\text{swept laser}} = \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \quad (3.1.5)$$

Παρακάτω, παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα όπου φαίνεται ένα ημίτονο σταθερής συχνότητας συγκριτικά με ένα ημίτονο με γραμμική διαμόρφωση συχνότητας, με αρχική συχνότητα ίση με του πρώτου. Παρατηρούμε ότι αρχικά οι δύο κυματομορφές βρίσκονται σε φάση, με την πάροδο του χρόνου όμως καταλήγουν να είναι εκτός φάσης καθώς η συχνότητα του διαμορφωμένου ημιτόνου αυξάνεται. Τέλος, φαίνεται η γραμμική μεταβολή της φάσης του πρώτου ημιτόνου σε σύγκριση με τη παραβολική εξάρτηση για το δεύτερο ημίτονο

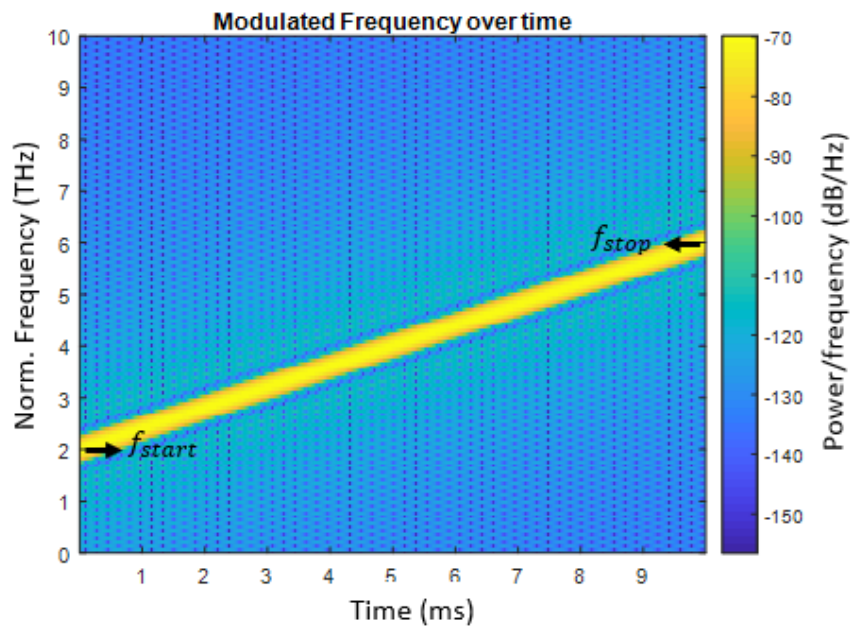


Εικόνα 3.1.1 Σύγκριση ημιτόνων σταθερής συχνότητας και γραμμικά μεταβαλλόμενης συχνότητας

Στις εικόνες 3.1.4 και 3.1.5 παρατηρούμε το σήμα που εισάγουμε ως συχνότητα του διαμορφωμένου λέιζερ στη MATLAB και το φασματικό του περιεχόμενο αντίστοιχα, τα οποία προφανώς συμπίπτουν.



Εικόνα 3.1.4 Πριονωτή Κυματομορφή Θεωρητικά

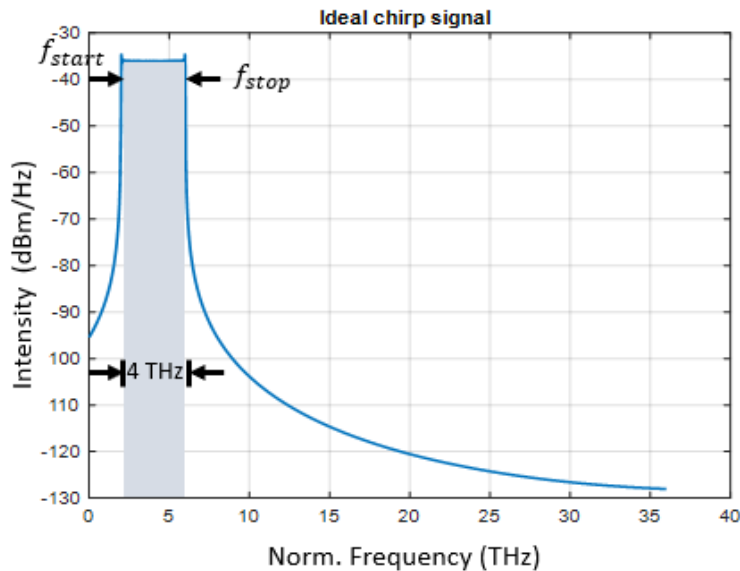


Εικόνα 3.1.5 Spectrogram of Swept Laser

Στη συνέχεια, βλέπουμε το οπτικό σήμα του swept laser στο πεδίο των συχνοτήτων. Θεωρητικά, μια καλή προσέγγιση για τον μονόπλευρο μετασχηματισμό Fourier του πλάτους ενός FMCW ημιτονοειδούς σήματος πλάτους  $A = \sqrt{2 \cdot P}$  είναι ο εξής [43]:

$$|S_{\text{FMCW}}(f)| = A \cdot \sqrt{\frac{1}{T_{\text{mod}} \cdot BW}} \cdot \text{rect}\left(\frac{f - \frac{(f_{\text{start}} + f_{\text{stop}})}{2}}{BW}\right) \quad (3.1.6)$$

Επομένως,  $\frac{1}{2} \cdot |S_{\text{FMCW}}(f)|^2 \cdot T_{\text{mod}} \cdot BW = \frac{A^2}{2} = P$ : η ισχύς του Chirp σήματος. Μάλιστα, όσο μεγαλύτερο είναι το γινόμενο  $T_{\text{mod}} \cdot BW$ , τόσο πιο ακριβής είναι η παραπάνω προσέγγιση



Εικόνα 3.1.6 Μετασχηματισμός Fourier διαμορφωμένου κατά συχνότητα σήματος

Όπως παρατηρούμε, το μετασχηματισμένο κατά Fourier σήμα πράγματι αποτελεί σχεδόν τετραγωνικό παλμό, με την συχνότητα να είναι «συγκεντρωμένη» στο εύρος 2-6 THz

### Σημείο (ii) - Static Laser

Η συχνότητα του πεδίου που παράγει το στατικό λέιζερ είναι σταθερή,  $f_{\text{static laser}} = 1 \text{ THz}$ , επομένως η φάση μεταβάλλεται γραμμικά ως προς το χρόνο:

$$\varphi_2(t) = 2\pi \cdot f_{\text{static}} \cdot t + \varphi_{02} \quad (3.1.7)$$

όπου:  $\varphi_{02}$  η αρχική φάση του static laser. Όπως και στο swept laser, έχουμε θεωρήσει  $\varphi_{02} = 0$ .

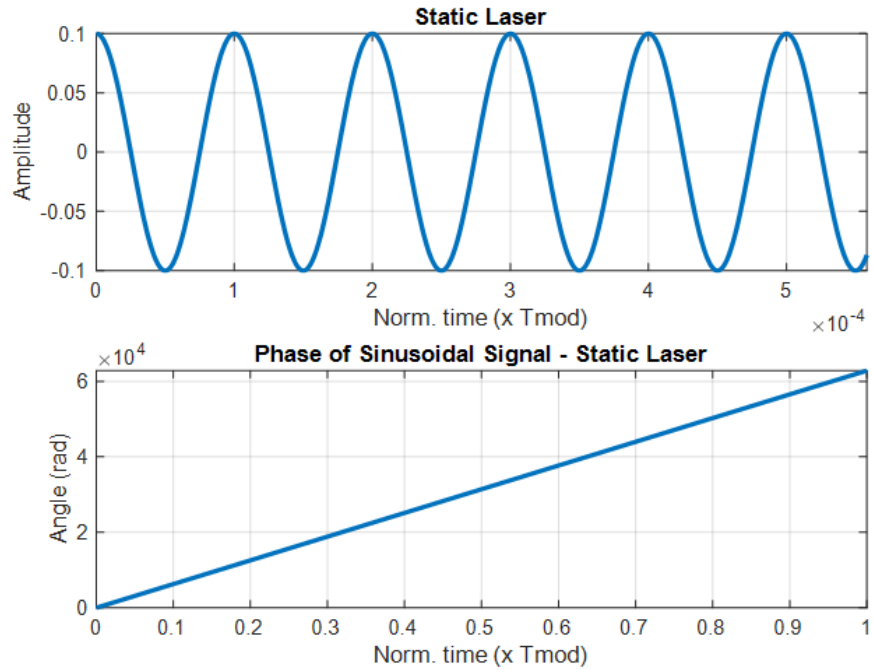
Ορίζοντας το πλάτος του οπτικού πεδίου ως  $|E_i| = \sqrt{2 \cdot P_{\text{swept laser}}}$ , η αντίστοιχη εξίσωση του πεδίου στο PolyBoard είναι:

$$E_{ii} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j\varphi_2(t)} \quad (3.1.8)$$

Επίσης, η ισχύς υπολογίζεται όπως και προηγουμένως, ως:

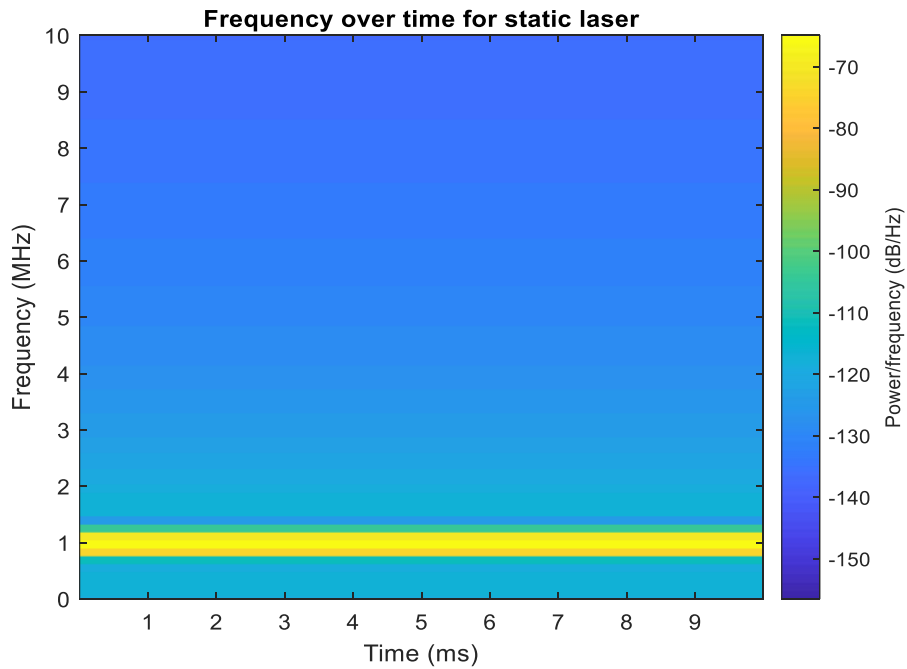
$$P_{ii} = \frac{1}{2} \cdot E_{ii} \cdot E_{ii}^* = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 2 \cdot P_{\text{static laser}} = \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \quad (3.1.9)$$

Το πεδίο λοιπόν είναι ένα απλό ημίτονο με φάση που εξελίσσεται γραμμικά με το χρόνο



Εικόνα 3.1.7 Πεδίο Static Laser

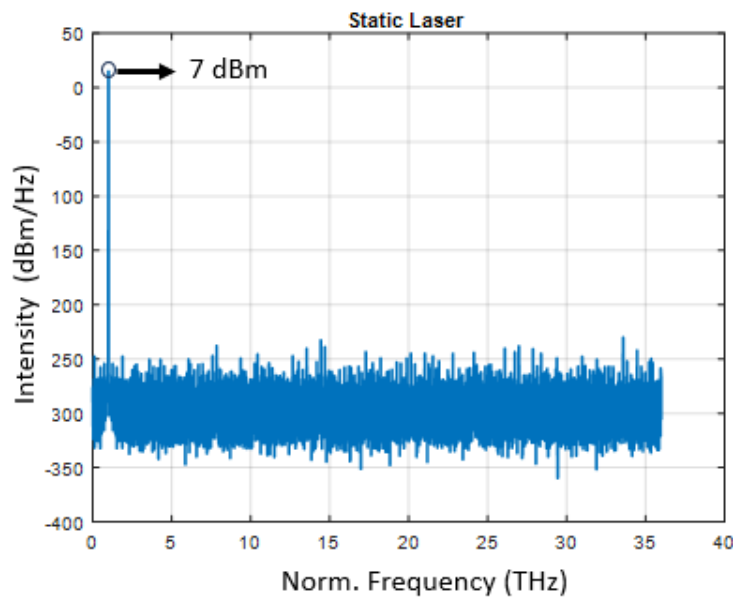
Μέσω της συνάρτησης Spectrogram, επιβεβαιώνουμε ότι η ισχύς συσσωρεύεται σε μία συχνότητα



Εικόνα 3.1.8 Spectrogram of Static Laser

Ο μετασχηματισμός Fourier ενός εκθετικού της μορφής  $x(t) = A \cdot e^{i\omega_0 t}$ , είναι ίσος με:

$X(\omega) = A \cdot \delta(\omega - \omega_0)$ . Επομένως, περιμένουμε μια κορυφή στην συγκεκριμένη συχνότητα με πλάτος ίσο με το πλάτος του σήματος. Στην παρακάτω εικόνα, βλέπουμε τον μετασχηματισμό Fourier για το πεδίο του στατικού λέιζερ όπου ο κατακόρυφος άξονας αντί για πλάτος αντιστοιχεί στην πυκνότητα ισχύος. Τα 7 dBm αντιστοιχούν στην αρχική ισχύ του λέιζερ αφαιρώντας τις απώλειες διασύνδεσης InP-TriPlex και PolyBoard



Εικόνα 3.1.9 Μετασχηματισμός Fourier Static Laser

### Σημείο (iii) στο PolyBoard – Συζεύκτης 3 dB

Στο σημείο αυτό πραγματοποιείται η υπέρθεση των δύο σημάτων με απώλεια της μισής ισχύος και στροφή φάσης του κυματοδηγούμενου πεδίου. Το συνολικό πεδίο, επομένως, θα αποτελείται από την επαλληλία των δύο φερόντων:

$$E_{\text{iii-Poly}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_i + E_{ii} \cdot e^{-\frac{j\pi}{2}})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{\text{FMCW}}(t)} + \frac{1}{\sqrt{2} \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi/2)} \quad (3.1.10)$$

Η μέση ισχύς του συνολικού πεδίου ισούται με το άθροισμα της ισχύος των δύο φερόντων:

$$P_{iii-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2) = \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (3.1.11)$$

### Σημείο (iii) στο InP – Συζεύκτης 3 dB

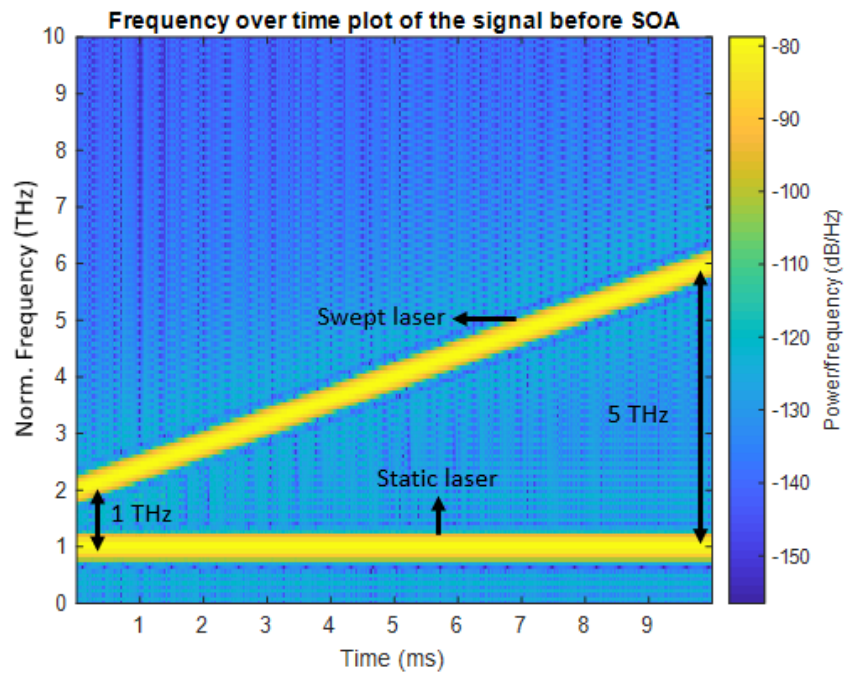
Εισάγοντας επιπλέον τις απώλειες μεταξύ PolyBoard και InP, λαμβάνουμε το σήμα:

$$\begin{aligned} E_{iii-InP} &= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}} \cdot \left( E_i + E_{ii} \cdot e^{-\frac{j\pi}{2}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)} + \frac{1}{\sqrt{2} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi/2)} \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Ως προς τη μέση ισχύ στην είσοδο του ενισχυτή:

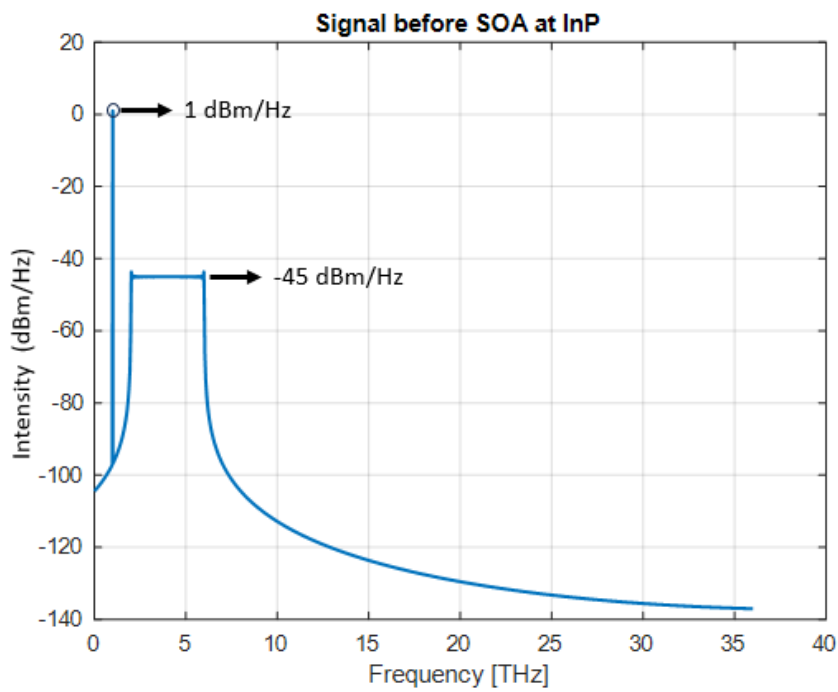
$$P_{iii-InP} = \frac{P_{iii-Poly}}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}} = \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (3.1.13)$$

Ακολούθως, στο Spectrogram του συνολικού σήματος, παρατηρούμε ότι έχουμε συχνοτικό περιεχόμενο σταθερά στο 1 THz, το οποίο αντιστοιχεί στο πεδίο του static laser, καθώς και γραμμικά μεταβαλλόμενη συχνότητα στο διάστημα 2-6 THz, το οποίο αντιστοιχεί στο πεδίο του swept laser



Εικόνα 3.30 Spectrogram για το συνολικό σήμα

Αντίστοιχα και στο πεδίο Fourier, λαμβάνουμε την υπέρθεση μίας συνάρτησης Dirac στο 1 THz και ενός τετραγωνικού παλμού στο εύρος 2-6 THz.



Εικόνα 3.1.11 Μετασχηματισμός Fourier συνολικού πεδίου στην είσοδο του ενισχυτή



Σημείο (iv) – Έξοδος ενισχυτή στο InP

Το σήμα ενισχύεται γραμμικά, εφ' όσον η ισχύς εισόδου είναι μικρότερη από την ισχύ κορεσμού

$$\begin{aligned}
 E_{iv-InP} &= \sqrt{G_{SOA}} \cdot E_{iii-InP} \\
 &= \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{2} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{2} \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \quad (3.1.14)
 \end{aligned}$$

Επομένως, η ισχύς σε αυτό το σημείο είναι:

$$P_{iv-InP} = \frac{G_{SOA}}{L_{InP(SOA)-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) \quad (3.1.15)$$

Σημείο (iv) – Έξοδος ενισχυτή στο PolyBoard

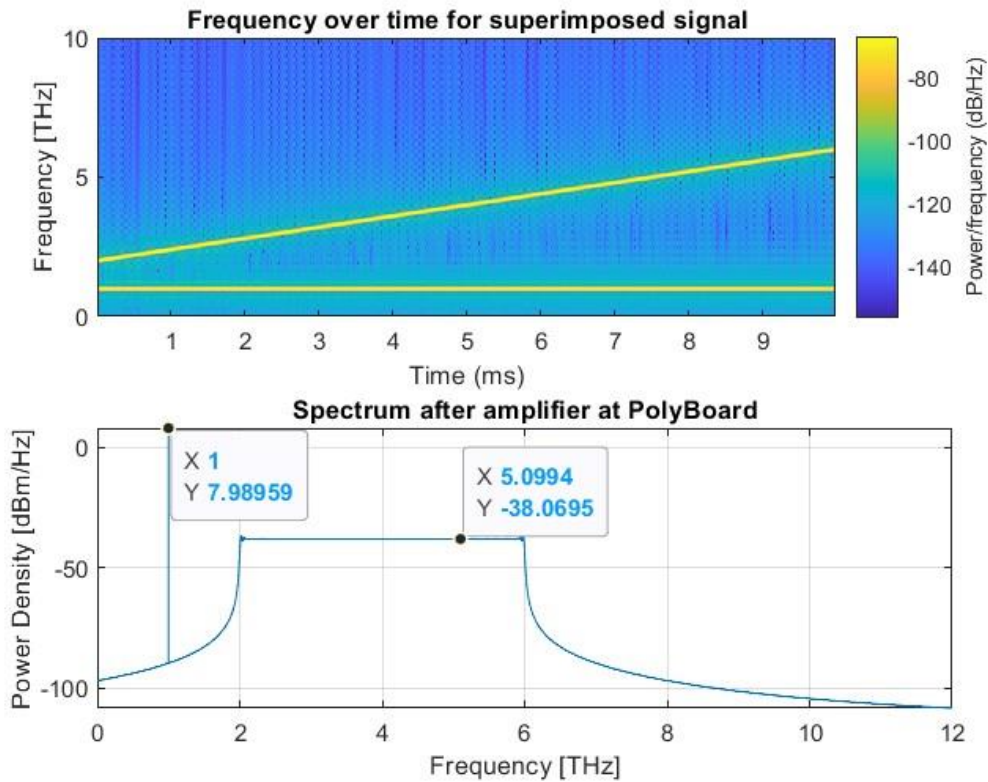
Λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες μεταξύ των διεπιφανειών InP-PolyBoard το πεδίο στην είσοδο του splitter δίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 E_{iv-Poly} &= \frac{1}{\sqrt{L_{InP(SOA)-PolyBoard}}} \cdot E_{iv-InP} \\
 &= \frac{1}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{2} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{2} \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \right\} \quad (3.1.16)
 \end{aligned}$$

και αντίστοιχα η ισχύς:

$$P_{iv-PolyBoard} = \frac{G_{SOA}}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) \quad (3.1.17)$$

Όπως φαίνεται ακολούθως, η ισχύς των φερόντων έχει αυξηθεί συνολικά κατά 7 dB, καθώς ο ενισχυτής προσφέρει κέρδος ισχύος 10 dB ενώ η διασύνδεση των boards προκαλεί απώλειες κατά 3 dB



Εικόνα 3.1.12 Φάσμα στην έξοδο του ενισχυτή στο PolyBoard

Ακολουθεί ο «διαχωρισμός» του σήματος στο άνω και κάτω οπτικό μονοπάτι, μέσω του 3 dB splitter

### Σημείο (v) – Άνω οπτικός βραχίονας στο PolyBoard

Το σήμα που κατευθύνεται στον άνω βραχίονα υφίσταται εξασθένηση πλάτους κατά  $1/\sqrt{2}$ , χωρίς στροφή φάσης.

$$E_{v-Poly} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{iv-Poly} = \frac{1}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FM CW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j\varphi_2(t)}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} \right\} \quad (3.1.18)$$

Η αντίστοιχη ισχύς δίνεται ως:

$$P_{V-PolyBoard} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) \quad (3.1.19)$$

### Σημείο (vi) – Άνω οπτικός βραχίονας στο InP

Εισάγοντας και τις απώλειες μεταξύ PolyBoard και InP, το οπτικό πεδίο στην είσοδο του πομπού γίνεται:

$$E_{V-InP} = \frac{E_{V-Poly}}{\sqrt{L_{InP(PD)-PolyBoard}}} \\ = \frac{1}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FM CW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}}} \right\} \quad (3.1.20)$$

και αντίστοιχα η ισχύς:

$$P_{V-InP} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) \quad (3.1.21)$$

### Σημείο (viii) στο PolyBoard – Κάτω οπτικός βραχίονας

Το πεδίο στον κάτω βραχίονα, προκύπτει από την έξοδο του οπτικού ενισχυτή στο PolyBoard, με εξασθένηση του πλάτους κατά  $1/\sqrt{2}$  και στροφή φάσης κατά  $\pi/2$ :

$$E_{viii-Poly} = \frac{E_{iv-Poly} \cdot e^{-\frac{j\pi}{2}}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} + \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} \right\} \quad (3.1.22)$$

Η ισχύς του πεδίου υπολογίζεται ίση με:

$$P_{\text{viii-PolyBoard}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}) \quad (3.1.23)$$

### Σημείο (vi) στο InP – Κάτω οπτικός βραχίονας

Εισάγουμε τις απώλειες μεταξύ PolyBoard και InP και λαμβάνουμε το οπτικό πεδίο στην είσοδο του PCA:

$$E_{\text{vi-InP}} = \frac{E_{\text{vi-Poly}}}{\sqrt{L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}}}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}}} + \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}}} \right\} \quad (3.1.24)$$

και η αντίστοιχη ισχύς:

$$P_{\text{vi-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}) \quad (3.1.25)$$

### Οπτικός Πομπός Tx

Στο σημείο αυτό το οπτικό σήμα που ταξιδεύει στον άνω βραχίονα προσπίπτει στη φωτοδίοδο, η οποία παράγει φωτόρρευμα ανάλογο της μέσης προσπίπτουσας οπτικής ισχύος:

$$I_{\text{PD}} = \frac{1}{2} \cdot r_{\text{pd}} \cdot E_{\text{v-InP}} \cdot E_{\text{v-InP}}^*$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \cdot r_{pd} \cdot \frac{1}{L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard}} \\
&\cdot \left[ \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right\} \right] \\
&\cdot \left[ \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard}} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right\} \right] \\
&= \frac{1}{8} \cdot r_{pd} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{-j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right. \\
&+ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{-j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \\
&+ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{-j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \\
&\left. + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{-j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t)-\pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX}\text{-PolyBoard}} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right\} \\
&\Rightarrow I_{PD} = \\
&\frac{r_{pd} G_{SOA} (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2)}{8 L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} + \frac{r_{pd} G_{SOA} |E_i| |E_{ii}|}{4 L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cos (\varphi_{FMCW}(t) \\
&- \varphi_2(t) + \pi/2)
\end{aligned} \tag{3.1.26}$$

όπου έγινε χρήση της ταυτότητας:

$$\frac{e^{j\varphi(t)} + e^{-j\varphi(t)}}{2} = \cos\varphi(t) \tag{3.1.27}$$

Παρατηρούμε, επομένως, ότι το ρεύμα της φωτοδίοδου περιλαμβάνει δύο όρους, έναν σταθερό και έναν ημιτονοειδή. Ο σταθερή συνιστώσα αποτελεί το συνηθισμένο DC ρεύμα που παράγει μια φωτοδίοδος, όταν σε αυτή προσπίπτει ένα οπτικό φέρον. Η δημιουργία του εναλλασσόμενου όρου οφείλεται στην επαλληλία των δύο οπτικών φερόντων, από το στατικό και το διαμορφωμένο λέιζερ αντίστοιχα. που συνδυάζονται στον συζεύκτη και «συνταξιδεύουν». Όπως θα φανεί και στη συνέχεια, αυτός ακριβώς ο ημιτονοειδής όρος κατέχει τον κυρίαρχο ρόλο στη λειτουργία του φασματογράφου. Ο σταθερός όρος πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη διότι οι διάφορες συνιστώσες του θορύβου που διέπει το σύστημα, θα εκφραστούν ως προς αυτόν.

### DC συνιστώσα ρεύματος φωτοδιόδου

$$I_{PD,DC} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2)}{8 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \quad (3.1.28)$$

ή

$$I_{PD,DC} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \quad (3.1.29)$$

όπου αντικαταστήσαμε:  $|E_i|^2 = 2 \cdot P_{swept\ laser}$  και  $|E_{ii}|^2 = 2 \cdot P_{static\ laser}$

Θεωρούμε ότι μεταξύ της φωτοδιόδου και της κεραίας εκπομπής επιτυγχάνεται συζυγής τερματισμός, δηλαδή η αντίσταση κεραίας ισούται με την αντίσταση εξόδου της φωτοδιόδου:

$R_{pd} = R_{DRW} = R_L$ . Επίσης, αγνοούμε την αντίσταση απωλειών της κεραίας. Επομένως, για το ρεύμα στην αντίσταση ακτινοβολίας της κεραίας εκπομπής ισχύει:

$$I_{PD,DC,DRW} = \frac{1}{2} \cdot I_{PD,DC}$$

$$\Rightarrow I_{PD,DC,DRW} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{8 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \quad (3.1.30)$$

Ως προς την DC συνιστώσα της ισχύος ακτινοβολίας στα άκρα του φορτίου προκύπτει:

$$P_{PD,DC,DRW} = I_{PD,DC,DRW}^2 \cdot R_L = \left[ \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{8 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right]^2 R_L \quad (3.1.31)$$

### AC συνιστώσα ρεύματος φωτοδιόδου

Ως προς την εναλλασσόμενη συνιστώσα ρεύματος, αυτή είναι ίση με:

$$I_{PD,THz} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot |E_i| \cdot |E_{ii}|}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2)$$

(3.1.32)

και αντίστοιχα εκφρασμένη ως προς την οπτική ισχύ των λέιζερ:

$$I_{PD,THz} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2)$$

(3.1.33)

Όμοια με τον σταθερό όρο του ρεύματος, η ημιτονοειδής συνιστώσα στην αντίσταση ακτινοβολίας της κεραίας υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού θα είναι ίση με:

$$I_{PD,THz,DRW} = \frac{1}{2} \cdot I_{PD,THz} \Rightarrow$$

$$I_{PD,THz,DRW} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2})$$

(3.1.34)

Ως προς τη μέση ισχύ στα άκρα της αντίστασης ακτινοβολίας, λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\langle \cos^2 x \rangle = 1/2$ , υπολογίζουμε όπως φαίνεται ακολούθως:

$$P_{PD,THz,DRW} = \langle I_{PD,THz,DRW}^2 \rangle \cdot R_L \Rightarrow$$

$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot R_L \Rightarrow$$

$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cdot R_L}{32 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}^2}$$

(3.1.35)

Κανονικοποιώντας ως προς την ισχύ των πηγών λαμβάνουμε:

$$\frac{P_{PD,THz,DRW}}{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} = \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot R_L}{32 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}^2}$$

(3.1.36)

Όταν τα δύο λέιζερ αποδίδουν την ίδια ισχύ, οπότε  $P_{\text{swept laser}} = P_{\text{static laser}} = P_c$ , όπως συμβαίνει και στην περίπτωση μας, τότε:

$$I_{\text{PD,DC}} = \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} \cdot P_c}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \quad (3.1.37)$$

Αριθμητικά, για τις παραμέτρους του συστήματός μας, η παραπάνω τιμή είναι ίση με 0.9464 mA

$$P_{\text{PD,THz,DRW}} = \frac{r_{\text{pd}}^2 \cdot G_{\text{SOA}}^2 \cdot P_c^2 \cdot R_L}{32 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}^2} \quad (3.1.38)$$

Συνεπώς, η μέση ισχύς του THz σήματος που αποδίδεται στο φορτίο της κεραίας υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού μπορεί να εκφραστεί ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου, σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

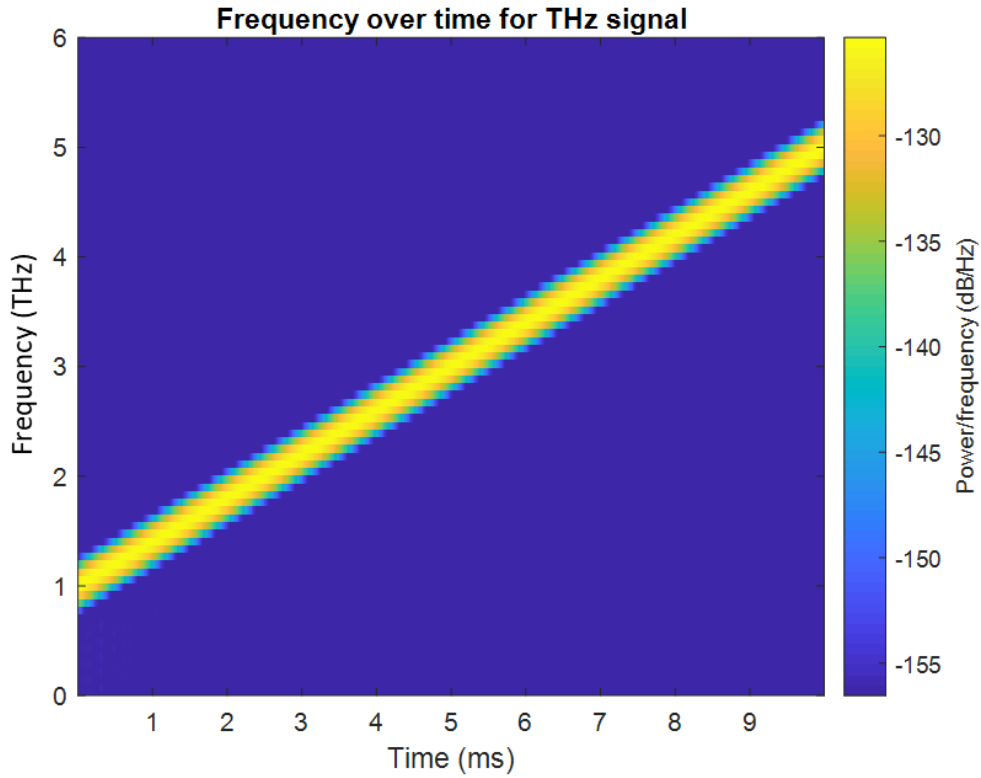
$$P_{\text{PD,THz,DRW}} = \frac{1}{8} \cdot I_{\text{PD,DC}}^2 \cdot R_L \quad (3.1.39)$$

Η αξία της παραπάνω σχέσης έγκειται στο γεγονός ότι εφόσον μπορούμε να μετρήσουμε το ρεύμα της φωτοδιόδου, τότε μπορούμε μέσω αυτού να υπολογίσουμε την ισχύ του THz σήματος χωρίς άμεση μέτρηση ισχύος

Στο σημείο αυτό είναι αναγκαίο να αναφέρουμε ότι η αντίσταση της κεραίας δεν είναι σταθερή αλλά επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες. Εξαιτίας αυτού, στη γραμμή μεταφοράς μεταξύ του πομπού και της κεραίας, τοποθετούνται ειδικά κυκλώματα που ονομάζονται συζεύκτες και έχουν ως σκοπό να καταστήσουν την αντίσταση εισόδου της κεραίας ίση με την αντίσταση του πομπού, πετυχαίνοντας τον συζυγή τερματισμό.

Η κεραία, από το συνολικό σήμα που λαμβάνει εκπέμπει μόνο το τμήμα το οποίο εμπίπτει φασματικά εντός του εύρους ζώνης της. Πιο συγκεκριμένα, οι κεραίες που διαθέτουμε, δεν ακτινοβολούν σε μικρές συχνότητες, αλλά το διάγραμμα ακτινοβολίας τους έχει τη μορφή υπερπαρατονίου φίλτρου με συχνότητα αποκοπής στο εύρος των GHz. Έτσι τελικά, ο σταθερός όρος του ρεύματος της φωτοδιόδου απορρίπτεται και εκπέμπεται μόνο το THz σήμα





Εικόνα 3.1.13 Συχνότητα εκπεμπόμενου σήματος

Όπως διαπιστώνουμε από την παραπάνω εικόνα, η συχνότητα του ημιτόνου για το THz σήμα, διαμορφώνεται γραμμικά στο διάστημα 1-5 THz. Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό αναλύοντας τη συνολική φάση του εκπεμπόμενου σήματος

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{THz}}(t) &= \varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} + \varphi_{01} - \varphi_{02} \xrightarrow{\varphi_{01}=\varphi_{02}=0} \\ \varphi_{\text{THz}}(t) &= 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (3.1.40)$$

Η συχνότητα του σήματος που εκπέμπεται προκύπτει μέσω της παραγώγου της φάσης:

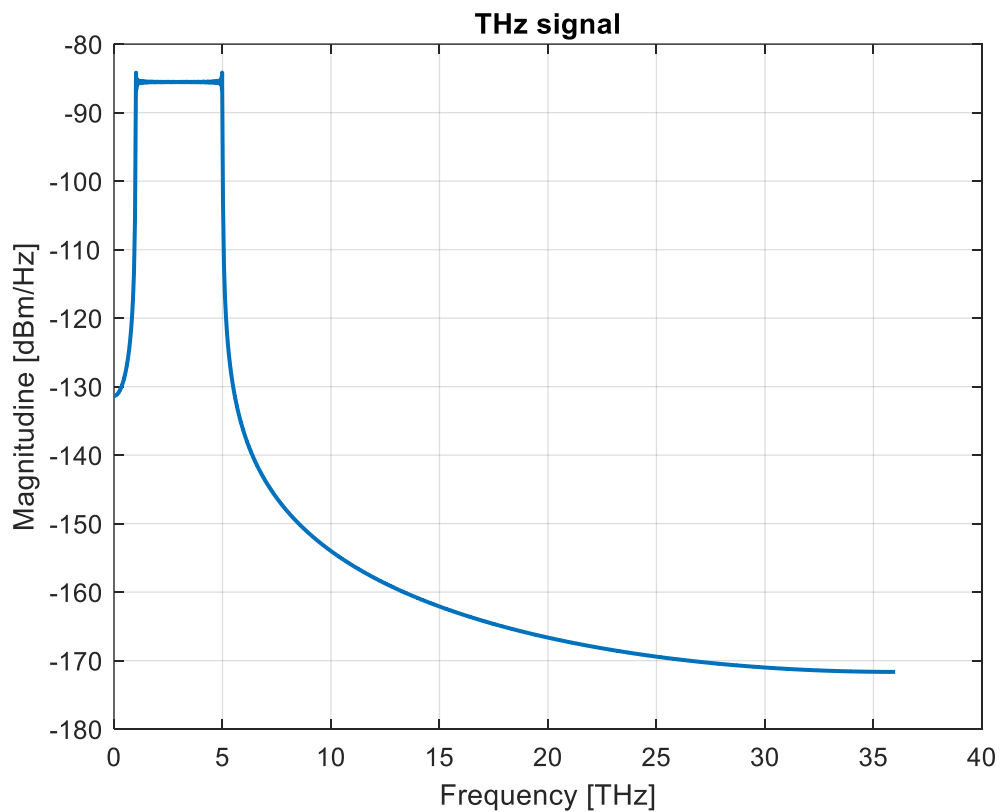
$$f_{\text{THz}}(t) = \frac{d\varphi_{\text{THz}}(t)}{dt} = \text{slope} \cdot t + f_0 \quad (3.1.41)$$

όπου:

$$f_0 = f_{\text{start}} - f_{\text{static}} = 1 \text{ THz} \quad (3.1.42)$$

Επομένως, το THz σήμα αποτελεί ένα διαμορφωμένο ημίτονο με γραμμικά μεταβαλλόμενη συχνότητα κλίσης  $4 \cdot 10^2 \frac{\text{THz}}{\text{s}}$ . Έχοντας αρχική συχνότητα ίση με 1 THz, η τελική συχνότητα σε μια περίοδο διαμόρφωσης θα είναι ίση με:  $f_{\text{THz,stop}} = (1 + 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2}) \text{ THz} = 5 \text{ THz}$

Επίσης, παρακάτω βλέπουμε το σήμα και στο πεδίο των συχνοτήτων, το οποίο όπως περιμέναμε έχει τετραγωνική μορφή στο κατάλληλο εύρος συχνοτήτων



Εικόνα 3.1.14 Μετασχηματισμός Fourier εκπεμπόμενου σήματος

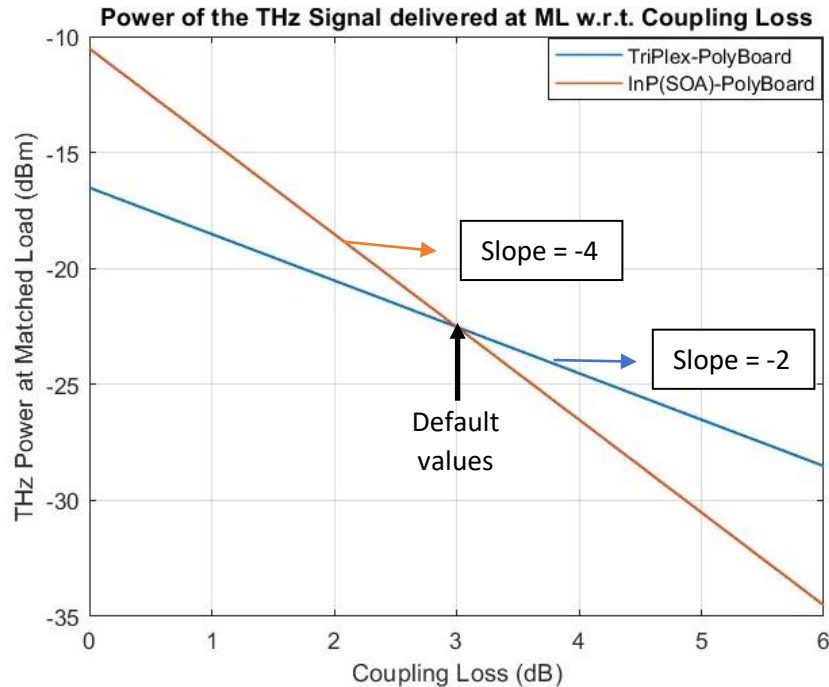
Στη συνέχεια, έχοντας εξάγει την αναλυτική μαθηματική σχέση για την ισχύ του THz σήματος, έχει ενδιαφέρον να δούμε και γραφικά την εξάρτησή της από τις διάφορες παραμέτρους του συστήματος

Αρχικά, σχετικά με τις απώλειες σύζευξης, η ισχύς θα μειώνεται τετραγωνικά ως προς τις απώλειες TriPlex-PolyBoard καθώς και InP(PD)-PolyBoard, ενώ για τις απώλειες διασύνδεσης InP(SOA)-PolyBoard η εξάρτηση είναι αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης. Σε μονάδες dB, η εξαρτήσεις αυτές μεταφράζονται ως κλίση -2 και -4 αντίστοιχα, όπως φαίνεται και ακολούθως:

$$P_{PD,THz,DRW,dBm} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_c^2 \cdot R_L}{32 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}^2} \right) + 30 \Rightarrow$$

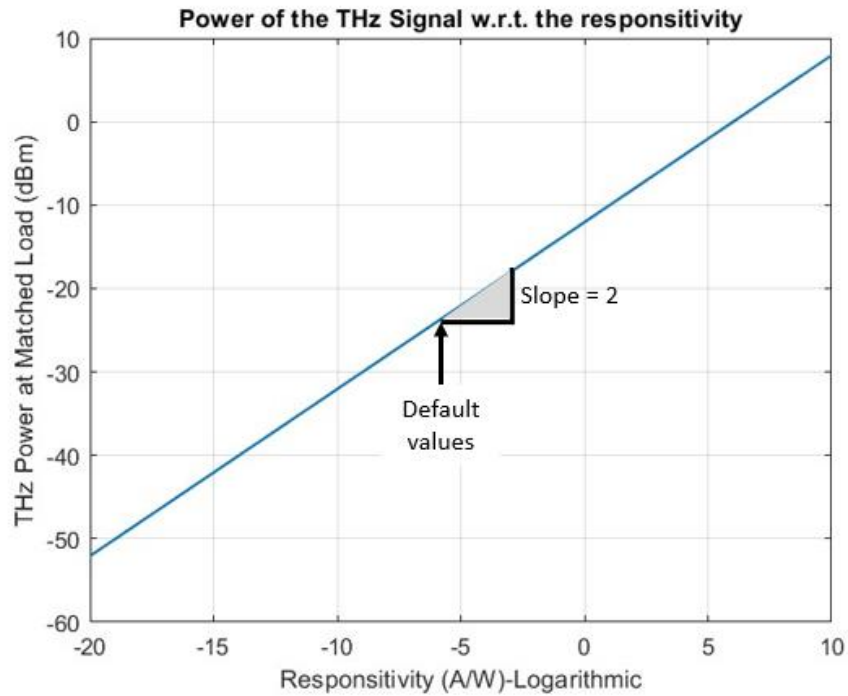
$$P_{PD,THz,DRW,dBm} = 2 \cdot (r_{pd,dB} + G_{SOA,dB} + P_{c,dB}) + R_{L,dB} - 10 \cdot \log_{10}(32) - 4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard,dB} - 2 \cdot (L_{TriPlex-PolyBoard} + L_{InP(PD)-PolyBoard})$$

(3.1.43)



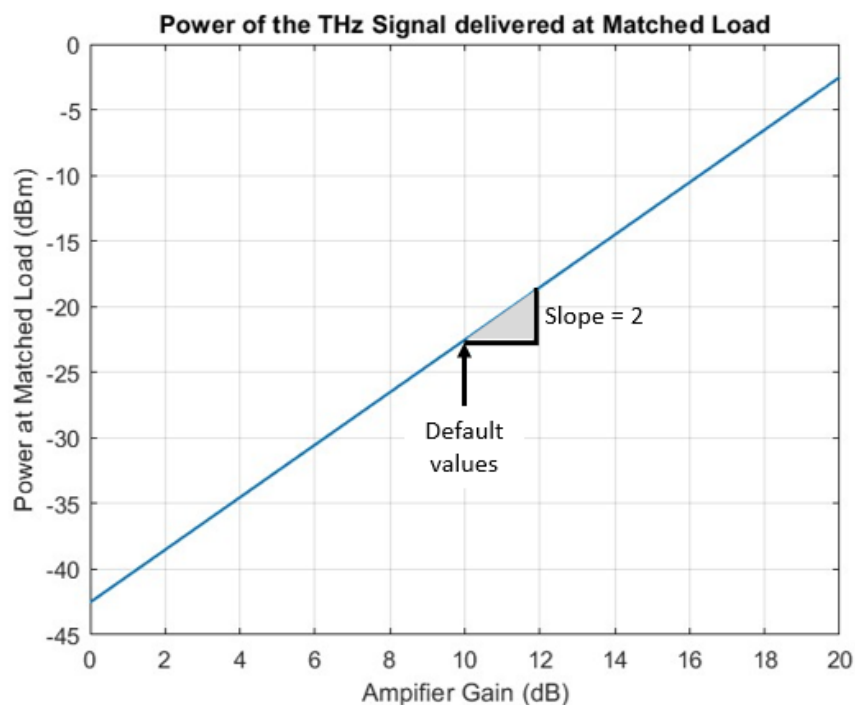
Εικόνα 3.1.15 Εκπεμπόμενη ισχύς ως προς τις απώλειες σύζευξης

Ως προς το κέρδος του ενισχυτή, η ισχύς σε dB είναι γραμμική με κλίση ίση με 2. Το ίδιο ισχύει και για την αποκρισιμότητα της φωτοδιόδου



Εικόνα 3.1.16 Εκπεμπόμενη Ισχύς ως προς  $r_{pd}$

Από τον πίνακα 3.1 βλέπουμε ότι  $r_{pd} = 0.3 \frac{A}{W}$  ή  $10 \cdot \log_{10}(0.3) = -5.22$  dB



Εικόνα 3.1.17 Ισχύς εκπεμπόμενου σήματος ως προς κέρδος ενισχυτή

### Διάδοση του σήματος στο κενό

Το σήμα αφού εκπεμφθεί, διαδίδεται στο THz μονοπάτι και αφού ανακλάσται κατευθύνεται προς τον δέκτη όπου και ανιχνεύεται. Στην ενότητα αυτή, θεωρούμε ότι το σήμα προσπίπτει σε ιδανικό ανακλαστήρα, οπότε έχουμε μια μοναδική ανακλώμενη συνιστώσα χωρίς απώλειες ισχύος στο δείγμα. Με τον τρόπο αυτό, θα εξάγουμε τις απαραίτητες σχέσεις που περιγράφουν το σήμα αναφοράς, το οποίο θα μας βοηθήσει στην ανάλυση για την περίπτωση εισαγωγής δείγματος

Το ηλεκτρικό πεδίο, λοιπόν, κατά τη διάδοση του στο κενό, υφίσταται εξασθένηση της ισχύος του που αντιστοιχεί στη μέση απώλεια διάδοσης και αποτελεί ντετερμινιστικό μέγεθος. Να σημειώσουμε ότι τα στοχαστικά φαινόμενα των διαλείψεων και της σκίασης που οφείλονται σε περίθλαση, ανάκλαση σε εμπόδια και σκέδαση αγνοούνται, καθώς το μονοπάτι που συνδέει τον πομπό με τον δέκτη, πέρα από το δείγμα είναι ελεύθερο εμποδίων. Σύμφωνα, λοιπόν, με τον νόμο του Friis, ο οποίος συμπεριλαμβάνει και τα κέρδη των κεραιών εκπομπής και λήψης, οι απώλειες διάδοσης ελεύθερου χώρου δίνονται από τον ακόλουθο τύπο:

$$L_f(\lambda) = G_{tx} \cdot G_{rx} \cdot \left( \frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot L_{THz}} \right)^2 \quad (3.1.44)$$

όπου  $G_{tx}, G_{rx}$ : τα κέρδη κεραιών εκπομπής και λήψης αντίστοιχα στην κατεύθυνση προσανατολισμού,  $L_{THz}$ : το μήκος του «μονοπατιού» που διασχίζει το σήμα και  $\lambda$ : το μήκος κύματος που ικανοποιεί τη σχέση  $\lambda = \frac{c}{f}$

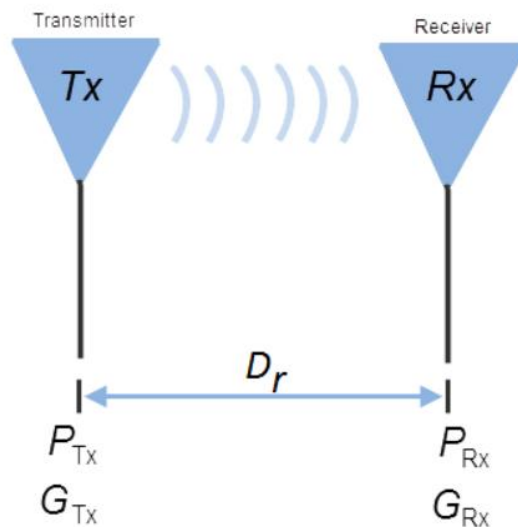
Ισοδύναμα, μπορούμε να γράψουμε:

$$L_f(f) = G_{tx} \cdot G_{rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{THz}} \right)^2 \quad (3.1.45)$$

Τότε, η ισχύς λήψης προκύπτει από την ισχύ εκπομπής πολλαπλασιαζόμενη με τις απώλειες διάδοσης:

$$P_{rx} = P_{PD,THz,DRW} \cdot L_f(f) \quad (3.1.46)$$

Ο νόμος του Friis είναι εύκολο να εξαχθεί. Έστω ότι στη γενική περίπτωση η κεραία εκπομπής εκπέμπει ισχύ  $P_{Tx}$ . Το διάνυσμα Poynting που δημιουργεί στο σημείο της κεραίας λήψης αν απέχει απόσταση  $D_r$ , έχει μέτρο:



Εικόνα 3.1.18 Γενική περίπτωση νόμου Friis

$$S_t = \frac{P_{Tx}}{4 \cdot \pi \cdot D_f^2} \cdot G_{Tx} \quad (3.1.47)$$

Τότε, η ισχύς που συλλέγει η κεραία λήψης ισούται με:

$$P_{Rx} = S_t \cdot A_{\epsilon 2} = \frac{P_{Tx}}{4 \cdot \pi \cdot D_f^2} \cdot G_{Tx} \cdot A_{\epsilon 2} \Rightarrow$$

$$G_{Tx} \cdot A_{\epsilon 2} = \frac{P_{Rx}}{P_{Tx}} \cdot (4 \cdot \pi \cdot D_f^2) \quad (3.1.48)$$

όπου  $A_{\epsilon 2}$ : η ενεργός επιφάνεια της κεραίας λήψης. Αν επαναλάβουμε το προηγούμενο πείραμα αντιστρέφοντας τους ρόλους πομπού και δέκτη, λόγω του θεωρήματος αμοιβαιότητας για τις κεραίες σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το κενό είναι γραμμικό και ιστροπικό μέσο, προκύπτει η σχέση:

$$G_{Rx} \cdot A_{\epsilon 1} = \frac{P_{Rx}}{P_{Tx}} \cdot (4 \cdot \pi \cdot D_f^2) \quad (3.1.49)$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις, καταλήγουμε στο θεμελιώδες συμπέρασμα:

$$\frac{G_{Tx}}{G_{Rx}} = \frac{A_{\epsilon 1}}{A_{\epsilon 2}} = \frac{A_{\epsilon m 1}}{A_{\epsilon m 2}} \quad (3.1.50)$$

όπου  $A_{\epsilon m}$ : η μέγιστη ενεργός επιφάνεια, δηλαδή η ενεργός επιφάνεια της κεραίας υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού ως προς το κύκλωμα τροφοδότησής της

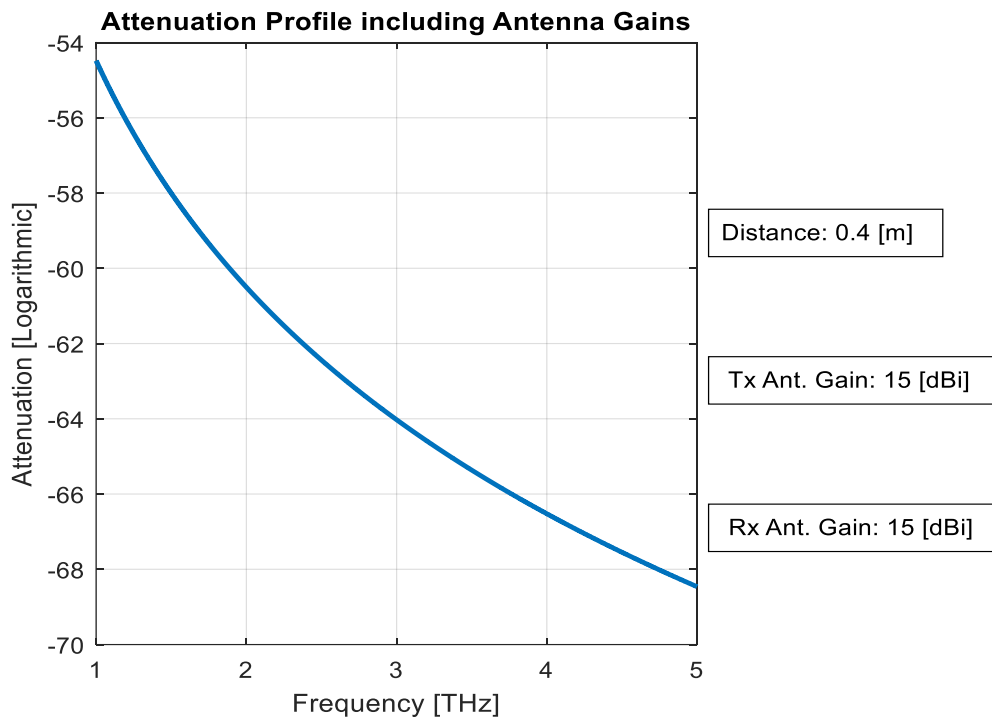
Για το δίπολο Hertz γνωρίζουμε ότι:  $G_H = 1.5$  και  $A_{\epsilon m H} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$ , ενώ για τον ιστροπικό ακτινοβολητή:  $G_i = 1$ . Έτσι προκύπτει η ενεργός επιφάνεια ενός ιστροπικού ακτινοβολητή:  $A_{\epsilon mi} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$ . Τότε για μια οποιαδήποτε κεραία έχουμε:

$$G = \frac{A_{\epsilon m}}{A_{\epsilon mi}} \cdot G_i \Rightarrow A_{\epsilon m} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G \quad (3.1.51)$$

Επιστρέφοντας στην εξίσωση για τη συλλεγόμενη ισχύ από τη κεραία λήψης, καταλήγουμε στο νόμο του Friis:

$$P_{Rx} = \frac{P_{Tx}}{4 \cdot \pi \cdot D_r^2} \cdot G_{Tx} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_{Rx} = P_{Tx} \cdot G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi D_r}\right)^2 \quad (3.1.52)$$

Επομένως, παρατηρώντας τη μαθηματική σχέση, βλέπουμε ότι απόσβεση ισχύος που υφίσταται το σήμα είναι επομένως ανάλογη του τετραγώνου της διανυόμενης απόστασης. Το γεγονός αυτό είναι και διαισθητικά κατανοητό, καθώς όσο σε όσο μεγαλύτερη απόσταση διαδίδεται το σήμα τόσο περισσότερο θα αυξάνονται και οι απώλειες. Περισσότερο ενδιαφέρον έχει η εξάρτηση των απωλειών ελευθέρου χώρου από τη συχνότητα. Για σήματα μεγαλύτερων συχνοτήτων, μειώνεται η ισχύς λήψης με τετραγωνική εξάρτηση, όπως φαίνεται και στην εικόνα που ακολουθεί

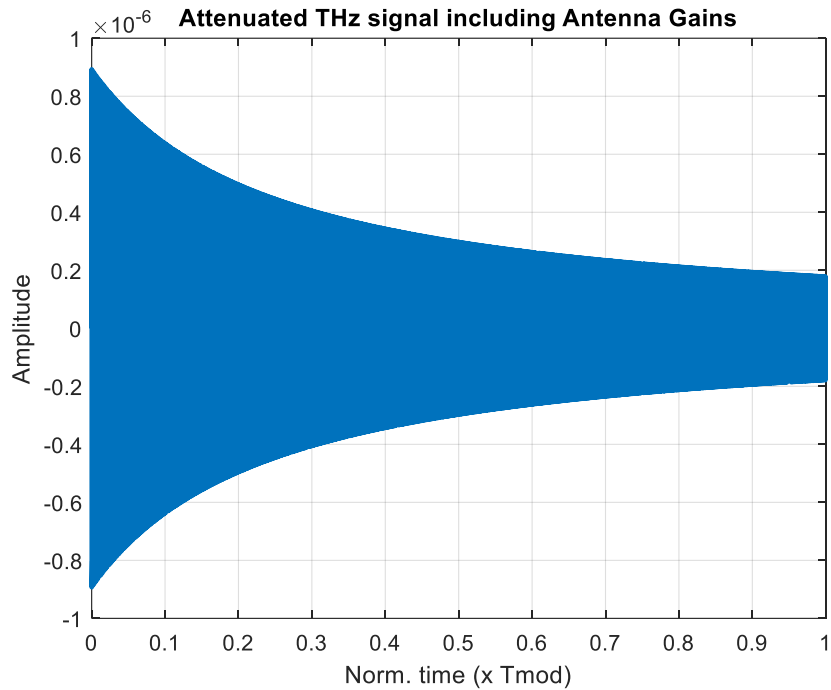


Εικόνα 3.1.19 Εξασθένιση ελευθέρου χώρου συναρτήσει της συχνότητας

Για μονοχρωματικά πεδία, δηλαδή σήματα που περιλαμβάνουν μία συχνότητα, οι απώλειες Friis θα είναι σταθερές και αντιστρόφως ανάλογες του τετραγώνου της συχνότητας. Το THz σήμα που εκπέμπεται, όμως, περιέχει διαμόρφωση συχνότητας. Σε μία περίοδο διαμόρφωσης  $T_{mod}$ , η συχνότητα του σήματος αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο. Επομένως, με την πάροδο του χρόνου

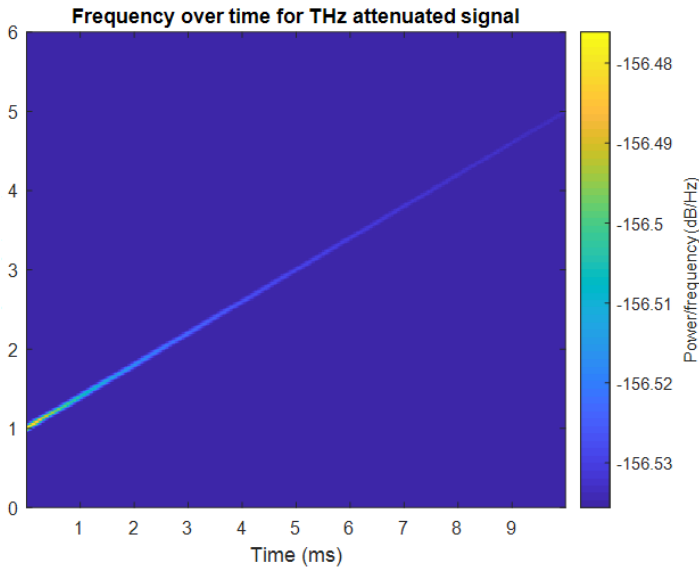


σε κάθε περίοδο η εξασθένηση ισχύος θα είναι όλο και μεγαλύτερη. Ως αποτέλεσμα, το πλάτος του σήματος, αναμένουμε να αποκτήσει διαμόρφωση με περιβάλλουσα ανάλογη του  $\frac{1}{f^2}$

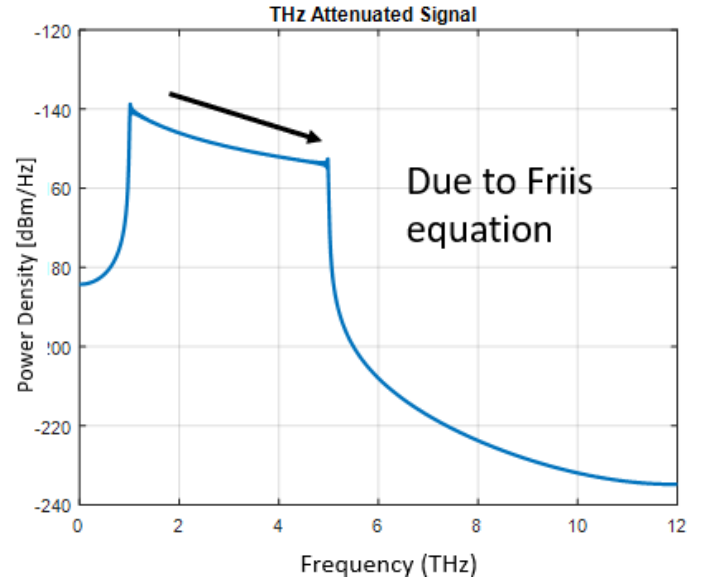


Εικόνα 3.1.20 Εξασθενημένο Σήμα σύμφωνα με τον νόμο του Friis

Στην εικόνα 3.21 παρατηρούμε τη μορφή του σήματος στο πεδίο του χρόνου. Πρόκειται για ένα ημιτονοειδές σήμα με γραμμικά διαμορφωμένη συχνότητα και περιβάλλουσα πλάτους όπως περιγράψαμε παραπάνω. Μεγαλύτεροι χρόνοι αντιστοιχούν σε υψηλότερες συχνότητες και συνεπώς σε ισχυρότερη εξασθένηση ισχύος και πλάτους. Ακολουθούν οι αντίστοιχες γραφικές στο πεδίο των συχνοτήτων



Εικόνα 3.1.21 Συχνοτικό περιεχόμενο εξασθενημένου σήματος



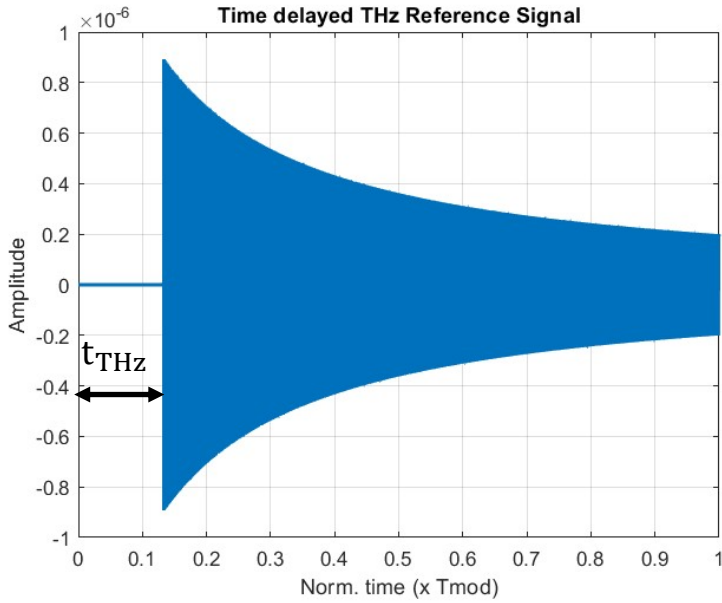
Εικόνα 3.1.22 Μετασχηματισμός Fourier εξασθενημένου σήματος

Στο Spectrogram στην εικόνα 3.1.21 βλέπουμε ότι η συχνότητα του σήματος αποτελεί γραμμική συνάρτηση ως προς τον χρόνο στο διάστημα 1 έως 5 THz, επομένως η εξασθένιση δεν μεταβάλλει το συχνοτικό περιεχόμενο του σήματος. Άλλωστε δεν περιμέναμε κάτι τέτοιο. Παρατηρούμε όμως, ότι για μεγαλύτερες συχνότητες το spectrogram είναι πιο αχνό, λόγω της εντονότερης απόσβεσης. Πιο εμφανές αυτό γίνεται στην εικόνα 3.1.22, όπου ο μετασχηματισμός Fourier έχει μεν τη τετραγωνική μορφή που αντιστοιχεί σε FMCW ημίτονο, αλλά το πλάτος ισχύος του παλμού μειώνεται ως προς τη συχνότητα.

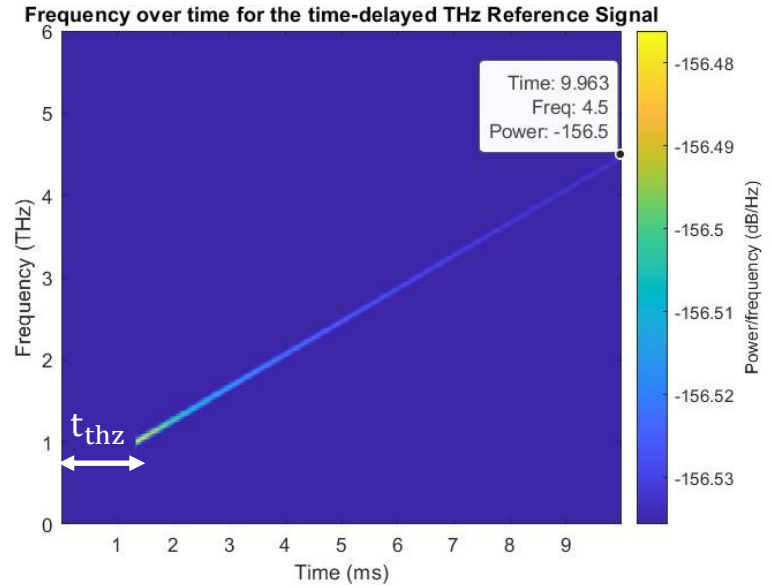
Το σήμα στον δέκτη, φτάνει μετά από το απαιτούμενο χρονικό διάστημα για να διανύσει την απόσταση  $L_{\text{THz}}$ . Ο χρόνος αυτός, θεωρώντας σαν  $t_0 = 0$  τη στιγμή της εκπομπής, είναι ίσος με:

$$t_{\text{THz}} = \frac{L_{\text{THz}}}{c} = \frac{30 \text{ cm}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1.334 \text{ ns} = 0.00001334 \% \text{ of } T_{\text{mod}} \quad (3.1.53)$$

Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπουμε ότι στην αρχή, για χρονικό διάστημα ίσο με  $t_{\text{THz}}$ , το λαμβανόμενο σήμα στο δέκτη είναι μηδενικό.



Εικόνα 3.1.23 Καθυστερημένο και εξασθενημένο σήμα στο πεδίο του χρόνου



Εικόνα 3.1.24 Χρονική μεταβολή συχνότητας του καθυστερημένου THz σήματος

Η συχνότητα του καθυστερημένου σήματος μεταβάλλεται με την ίδια κλίση,  $\text{slope} = 4 \cdot 10^{14} \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$

όμως η έναρξη του σήματος λαμβάνει χώρα τη χρονική στιγμή  $t_{\text{THz}}$ , επομένως στο τέλος της περιόδου, η συχνότητα θα είναι μικρότερη από την τιμή των 5 THz. Πιο αναλυτικά,

$$\begin{aligned} f_{\text{THz,delayed}}(t) &= f_{\text{THz}}(t - t_{\text{THz}}) = \text{slope} \cdot (t - t_{\text{THz}}) + f_0 \Rightarrow \\ f_{\text{THz,delayed}}(t) &= f_{\text{THz}}(t) - \text{slope} \cdot t_{\text{THz}}, \text{ για } t \geq t_{\text{THz}} \end{aligned} \quad (3.1.54)$$

Έτσι, στο τέλος της περιόδου, η συχνότητα που παρατηρούμε, υπολογισμένη με τις χρησιμοποιούμενες παραμέτρους χωρίς την κανονικοποίηση είναι ίση με:

$$f_{\text{stop}} - \text{slope} \cdot t_{\text{THz}} = (5 - 4 \cdot 1.334 \cdot 10^8 \cdot 10^{-3}) \text{ MHz} = 4.46 \text{ MHz}$$

και μεταβαίνοντας στο πεδίο των THz:

$$f_{\text{stop,delayed}} = 4.46 \text{ THz}$$

όπως φαίνεται και προσεγγιστικά στην εικόνα 3.1.24

Εάν είχαμε την υπολογιστική ικανότητα ώστε να χρησιμοποιήσουμε και στον κώδικα συχνότητες THz, τότε η μειωμένη συχνότητα θα ήταν ίση με:

$$f_{\text{stop,delayed}} = (5 - 4 \cdot 10^{14} \cdot 1.334 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-12}) \text{ THz} \Rightarrow$$

$$f_{\text{stop,delayed}} = 4.999 \text{ THz} \approx 5 \text{ THz}$$

Επομένως, η διαφορά της τελικής συχνότητας του καθυστερημένου σήματος θα ήταν αμελητέα και μη παρατηρήσιμη.

Να σημειώσουμε ότι στα παραπάνω διαγράμματα παρουσιάζεται το σήμα καθυστερημένο κατά  $t_{\text{THz}} \cdot 10^6 = 1.334 \text{ ms}$ , ο οποίος χρησιμοποιείται και στον κώδικα, ώστε να μπορούμε να διακρίνουμε και οπτικά αυτήν τη καθυστέρηση.

### Φωτοαγωγήμια Κεραία (PCA)-Πεδίο τοπικού φωτονικού ταλαντωτή

Στη φωτοαγωγήμια κεραία, το πεδίο  $E_{\text{vi-InP}}$ , αποτελεί το πεδίο εισόδου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή, το οποίο θα αποδώσει την οπτική ισχύ που θα καθορίσει την γωτοαγωγιμότητα του PCA.

$$E_{\text{LO}} = E_{\text{vi-InP}} = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \left\{ \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \pi/2)}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}}} \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{G_{\text{SOA}}} |E_{ii}| e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \right\}$$

(3.1.55)

Σύμφωνα με τον γνωστό τύπο, η χρονικά μεταβαλλόμενη οπτική ισχύς του τοπικού ταλαντωτή δίνεται ως εξής:

$$P_{\text{LO}} = \frac{E_{\text{LO}} \cdot E_{\text{LO}}^*}{2}$$

$$= \frac{1}{8} \frac{1}{L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \frac{1}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \left\{ G_{\text{SOA}} (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2) \right.$$

$$\left. - 2G_{\text{SOA}} |E_i| |E_{ii}| \cos \left( \varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

(3.1.56)

και εκφρασμένη ως προς την ισχύ των λέιζερ:

$$P_{LO} = \frac{1}{4} \frac{1}{L_{InP (SOA)-PolyBoard}^2} \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \left\{ G_{SOA} (P_{swept laser} + P_{static laser}) - 2G_{SOA} \sqrt{P_{swept laser} \cdot P_{static laser}} \cdot \cos \left( \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (3.1.57)$$

Επομένως, η οπτική ισχύς του ταλαντωτή περιλαμβάνει τον σταθερό όρο:

$$P_{LO,0} = \frac{1}{4} \frac{1}{L_{InP (SOA)-PolyBoard}^2} \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot G_{SOA} (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (3.1.58)$$

και τον ημιτονοειδή όρο:

$$P_{LO,1} = \frac{1}{4} \frac{1}{L_{InP (SOA)-PolyBoard}^2} \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot 2G_{SOA} \sqrt{P_{swept laser} \cdot P_{static laser}} \cos \left( \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.1.59)$$

Όπως και για το εκπεμπόμενο σήμα στον άνω οπτικό βραχίονα, θεωρούμε ότι η οπτική ισχύς παράγεται την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

Η φωτοαγωγιμότητα της κεραίας λήψης, λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες μετατροπής, δίνεται ως εξής:

$$G = \frac{P_{LO}}{L_{PCA}} = \frac{1}{4} \frac{1}{L_{PCA}} \frac{1}{L_{InP (SOA)-PolyBoard}^2} \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \left\{ G_{SOA} (P_{swept laser} + P_{static laser}) - 2G_{SOA} \sqrt{P_{swept laser} \cdot P_{static laser}} \cos \left( \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (3.1.60)$$

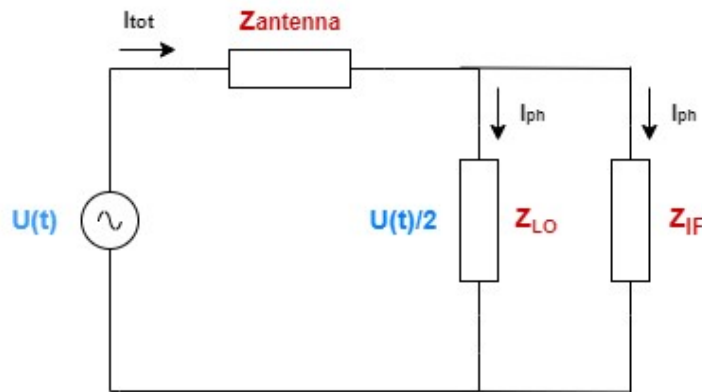
Στην περίπτωση που  $P_{swept laser} = P_{static laser} = P_c$ , όπως πράγματι συμβαίνει:

$$G = \frac{1}{2} \frac{1}{L_{PCA}} \frac{1}{L_{InP (SOA)-PolyBoard}^2} \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \left\{ G_{SOA} P_0 - G_{SOA} P_0 \cos \left( \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (3.1.61)$$

Η παράμετρος  $L_{PCA}$ , περιλαμβάνει επίσης και τον κατάλληλο παράγοντα που σχετίζεται με το φορτίο του PCA στο οποίο μεταφέρεται η ισχύς του φωτονικού ταλαντωτή. Θεωρούμε τιμή ίση με -65 dB.

Μίξη με το εισερχόμενο THz σήμα και παραγωγή σήματος ενδιάμεσης συχνότητας

Στην είσοδο της κεραίας του δέκτη, τροφοδοτείται το THz σήμα. Ουσιαστικά, από μαθηματικής πλευράς, το THz σήμα αποτελεί ένα χρονικά καθυστερημένο «αντίγραφο» της αγωγιμότητας  $G$ . Με τον τρόπο αυτό, στο PCA λαμβάνει χώρα ένα είδος μείξης του αρχικά εκπεμπόμενου σήματος και της καθυστερημένης εκδοχής αυτού



Εικόνα 3.1.25 Κυκλωματικό διάγραμμα δέκτη

Σύμφωνα με την εικόνα 3.26, ακολουθεί η κυκλωματική ανάλυση για τον δέκτη. Υποθέτοντας «ταίριασμα» αντιστάσεων για το κύκλωμα του τοπικού ταλαντωτή και για το φορτίο που παραλαμβάνει το παραγόμενο σήμα μετά τη «μίξη», καθώς και συζυγή τερματισμό με την κεραία, ισχύουν τα εξής:

$$Z_{LO} = Z_{IF} \tag{3.1.62}$$

και

$$Z_{antenna} = Z_{LO} // Z_{IF} = \frac{Z_{LO}}{2} \tag{3.1.63}$$

Συμβολίζοντας με  $U(t)$  το σήμα εισόδου από το THz μονοπάτι, το συνολικό παραγόμενο ρεύμα δίνεται ως:

$$I_{\text{tot}} = \frac{U(t)}{Z_k + Z_{\text{LO}} // Z_{\text{IF}}} = \frac{U(t)}{Z_{\text{LO}}} = G \cdot U(t) \quad (3.1.64)$$

Λόγω της ισότητας  $Z_{\text{LO}} = Z_{\text{IF}}$ , το φωτό-ρεύμα μοιράζεται ισόποσα στις δύο αντιστάσεις, επομένως το IF σήμα που λαμβάνουμε τελικά προς επεξεργασία είναι:

$$I_{\text{tot}} = 2 \cdot I_{\text{ph}} \Rightarrow I_{\text{ph}} = \frac{I_{\text{tot}}}{2} \quad (3.1.65)$$

Συνεχίζοντας την ανάλυση με την αντικατάσταση των σημάτων της διάταξης μας, έχουμε:

$$\begin{aligned} I_{\text{ph}} &= \frac{G \cdot E_{\text{rx,thz}}}{2} \\ &= \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{\text{PCA}}} \\ &\cdot \frac{\sqrt{g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}})} \cdot r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}}^2}{L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}} \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t \\ &- \tau_{\text{THz}}) - \varphi_2(t - \tau_{\text{THz}}) + \frac{\pi}{2}) \cdot \{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}} - 2 \cdot \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}\} \\ &\cdot \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}) \} \end{aligned} \quad (3.1.66)$$

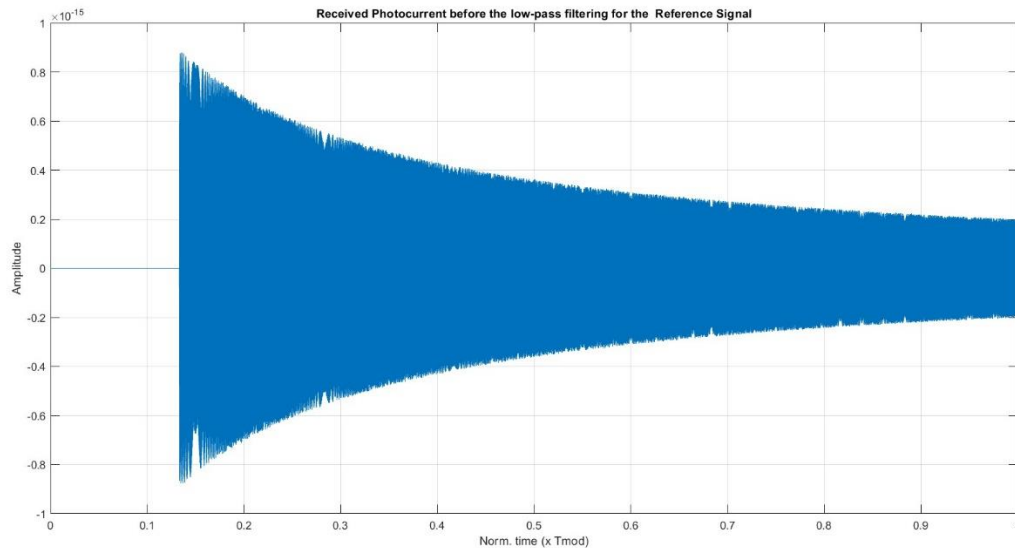
Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα:  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} \cdot [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$ , προκύπτουν τρεις όροι για το ρεύμα στον δέκτη

$$\begin{aligned} I_{\text{ph},1} &= \frac{1}{32} \frac{1}{L_{\text{PCA}}} \frac{\sqrt{g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}})} \cdot r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}}^2}{L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} (P_{\text{swept laser}} \\ &+ P_{\text{static laser}}) \cdot \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}} \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t - \tau_{\text{THz}}) - \varphi_2(t - \tau_{\text{THz}}) + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3.1.67)$$

$$I_{ph,2} = -\frac{1}{32} \frac{1}{L_{PCA} L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} P_{static\ laser} \cdot \cos[\varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) - \varphi_2(t - \tau_{THz}) - \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t) + \pi] \quad (3.1.68)$$

$$I_{ph,3} = -\frac{1}{32} \frac{1}{L_{PCA} L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} P_{static\ laser} \cdot \cos[\varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) + \varphi_2(t - \tau_{THz}) + \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t)] \quad (3.1.69)$$

Το παραγόμενο φωτόρευμα, λοιπόν, αποτελείται από την επαλληλία τριών ημιτονοειδών όρων όπου οι δύο έχουν διαμορφωμένη συχνότητα και ο ένας σταθερή, όπως θα δείξουμε στη συνέχεια. Στην εικόνα 3.27, φαίνεται το σήμα το πεδίο του χρόνου



Εικόνα 3.1.26 Παραγόμενο φωτόρευμα από το σήμα αναφοράς με ιδανικό ανακλαστήρα

Από την ανάλυση των φάσεων για καθεμία συνιστώσα μπορούμε να διαπιστώσουμε τη συχνότητα κάθε όρου:



$$\begin{aligned}\varphi_{ph,1}(t) &= \varphi_{FMCW}(t - \tau_{THZ}) - \varphi_2(t - \tau_{THZ}) + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \\ \varphi_{ph,1}(t) &= 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot (t - \tau_{THZ})^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \tau_{THZ}) + \frac{\pi}{2} + \varphi_{01} - \varphi_{02}\end{aligned}\quad (3.1.70)$$

επομένως για την συχνότητα του πρώτου όρου προκύπτει:

$$f_{ph,1}(t) = \text{slope} \cdot t + f_0 - \text{slope} \cdot \tau_{THZ} \text{ με } f_0 = f_{\text{start}} - f_{\text{static}}, \text{ για } t \geq \tau_{THZ} \quad (3.1.71)$$

δηλαδή, η συχνότητα του πρώτου όρου έχει την ίδια κλίση και την ίδια αρχική συχνότητα (για  $t = \tau_{THZ}$ ) με το THz σήμα. Η τελική συχνότητα, όπως έχει εξηγηθεί και προηγουμένως, θα είναι μειωμένη κατά " $\text{slope} \cdot \tau_{THZ}$ " σε σχέση με τα 5 THz

Συνεχίζοντας με τον δεύτερο όρο:

$$\begin{aligned}\varphi_{ph,2}(t) &= \varphi_{FMCW}(t - \tau_{THZ}) - \varphi_2(t - \tau_{THZ}) - \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t) + \pi \Rightarrow \\ \varphi_{ph,2}(t) &= 2\pi \cdot \left( (\text{slope} \cdot \tau_{THZ})t + f_0 \cdot \tau_{THZ} - \frac{1}{2} \text{s} \cdot \tau_{THZ}^2 \right) + \pi\end{aligned}\quad (3.1.72)$$

και αντίστοιχα για την συχνότητα:

$$f_{ph,2}(t) = \text{slope} \cdot \tau_{THZ} = f_{IF} = 4 \cdot 10^{14} \cdot 1.334 \cdot 10^{-9} \approx 533 \text{ kHz, για } t \geq \tau_{THZ} \quad (3.1.73)$$

άρα, ο δεύτερος όρος είναι αυτός που τελικά μας ενδιαφέρει, καθώς περιλαμβάνει τη σταθερή ενδιάμεση συχνότητα

Για τον τελευταίο όρο έχουμε:

$$\begin{aligned}\varphi_{ph,3}(t) &= \varphi_{FMCW}(t - \tau_{THZ}) + \varphi_2(t - \tau_{THZ}) + \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t) \\ &= 2\pi \cdot \left( 2 \cdot \frac{1}{2} \text{slope} \cdot t^2 + 2 \cdot f_0 \cdot t - (\text{slope} \cdot \tau_{THZ}) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau_{THZ}^2 - f_0 \cdot \tau_{THZ} \right) \\ &\quad + 2(\varphi_{01} - \varphi_{02})\end{aligned}$$

(3.1.74)

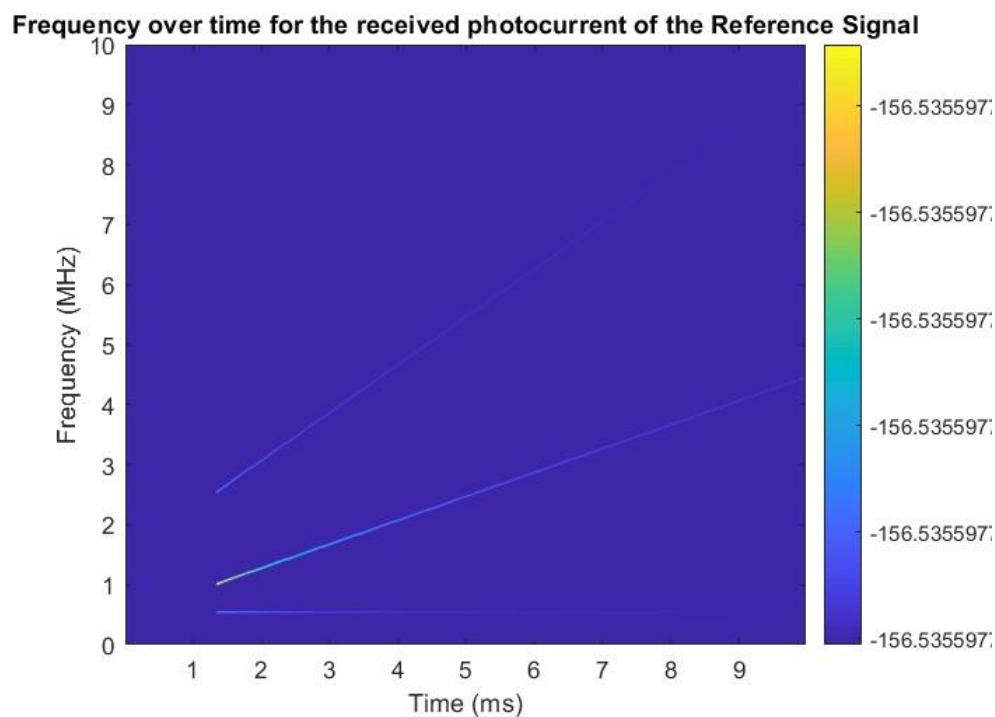
και για τη συχνότητα προκύπτει:

$$f_{ph,3}(t) = 2 \cdot \text{slope} \cdot t + 2 \cdot f_0 - \text{slope} \cdot \tau_{THZ}, \text{ για } t \geq \tau_{THZ}$$

(3.1.75)

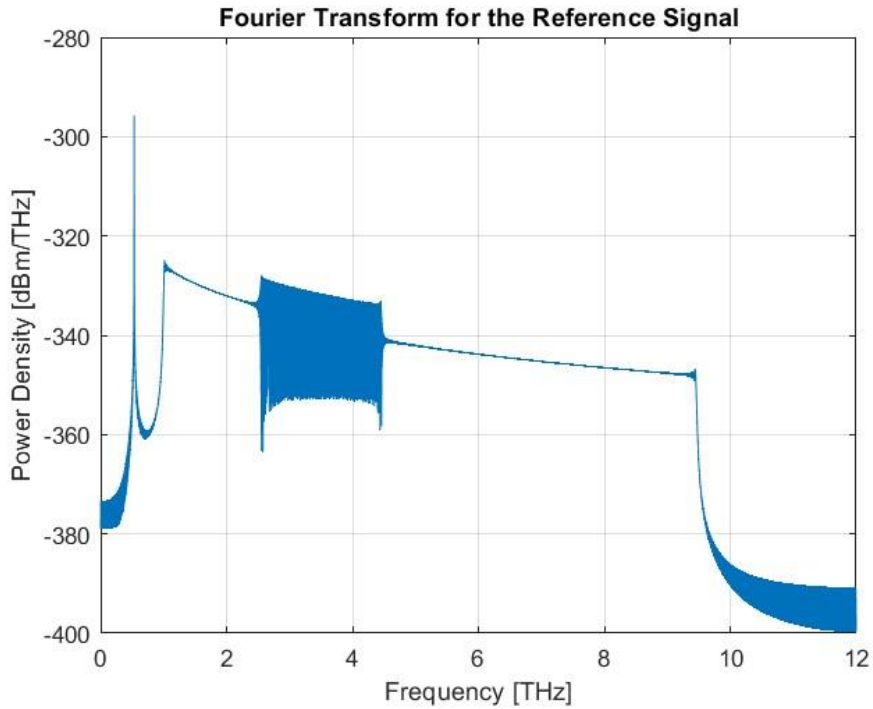
Η συχνότητα της τρίτης συνιστώσας είναι γραμμικά μεταβαλλόμενη ως προς τον χρόνο, με διπλάσια κλίση σε σχέση με το THz σήμα, δηλαδή  $8 \cdot 10^{14} \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$ . Η αρχική συχνότητα (για  $t = \tau_{THZ}$ ), ισούται με:  $2 \cdot \text{slope} \cdot \tau_{THZ} + 2 \cdot f_0 - \text{slope} \cdot \tau_{THZ} = 2 \cdot f_0 + \text{slope} \cdot \tau_{THZ} \approx 2.533 \text{ THz}$

Τα συμπεράσματα αυτά φαίνονται και στην εικόνα που ακολουθεί, όπου βλέπουμε τον σταθερό όρο συχνότητας και δύο γραμμικά μεταβαλλόμενους όρους, με τον έναν να έχει διπλάσια κλίση σε σχέση με τον άλλον



Εικόνα 3.1.27 Spectrogram παραγόμενου φωτο-ρεύματος

Παρόμοια, αλλά όχι τόσο ξεκάθαρα, στο πεδίο Fourier του σήματος παρατηρούμε μια συνάρτηση Dirac στην  $f_{IF} = 533 \text{ kHz}$ , καθώς και ένα τετραγωνικό φάσμα με μειούμενο πλάτος προσεγγιστικά στο εύρος 1 έως 10 THz



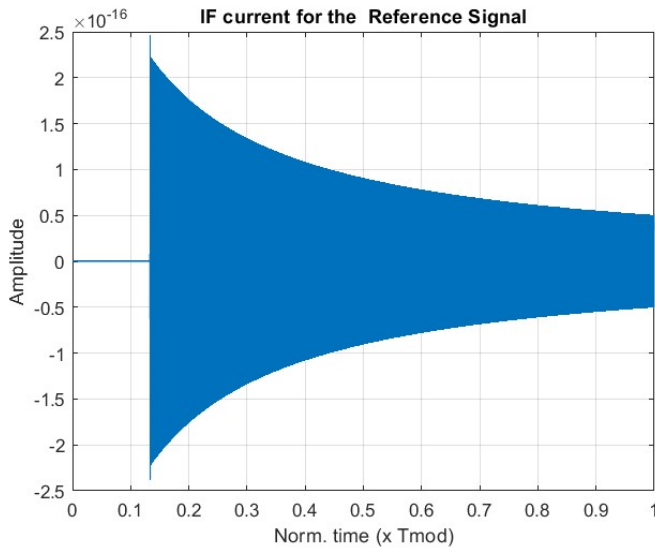
Εικόνα 3.1.28 Μετασχηματισμός Fourier φωτο-ρεύματος

Το φωτο-ρεύμα εισέρχεται από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής,  $f_{cut} = 1.2 \cdot f_{IF,ref}$ , ώστε να παραμείνει τελικά μόνο ο «αργός όρος», δηλαδή ο όρος σταθερής συχνότητας.

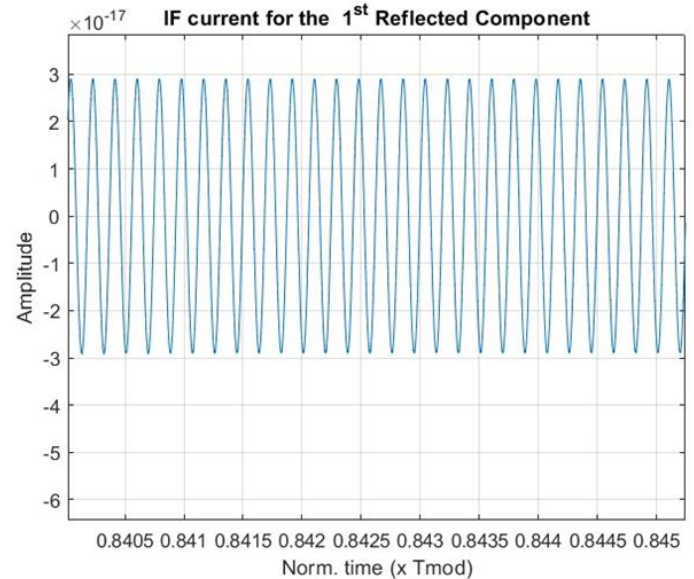
Επομένως, το τελικά λαμβανόμενο σήμα έχει την εξής μορφή:

$$I_{IFref} = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{\sqrt{8\tau_{THz}} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} P_{swept\ laser} P_{static\ laser} \cos\left(2\pi(s\tau_{THz})t + 2\pi f_0 \tau_{THz} - 2\pi \frac{1}{2} s\tau_{THz}^2 + \pi\right) \quad (3.1.76)$$

Όπως βλέπουμε το χρονικό σήμα είναι ένα ημίτονο σταθερής συχνότητας, χρονικά καθυστερημένο, με περιβάλλουσα πλάτους που προκύπτει από τις απώλειες ελευθέρου χώρου σύμφωνα με τον νόμο του Friis, όπως έχουμε ήδη εξηγήσει



Εικόνα 3.1.29 Ρεύμα ενδιάμεσης συχνότητας για ιδανικό ανακλαστήρα



Εικόνα 3.1.30 Ρεύμα ενδιάμεσης συχνότητας σε μεγέθυνση

Για την ισχύ του IF σήματος στα άκρα φορτίου  $R_L = R_{IF}$ , πρέπει να είμαστε προσεκτικοί καθώς η εξασθένηση " $g_{THz}$ " δεν είναι σταθερή, αλλά αποτελεί συνάρτηση του χρόνου, σύμφωνα με το προφίλ εξασθένησης που εξαρτάται από τη συχνότητα. Πιο συγκεκριμένα, στο πεδίο του χρόνου:

$$g_{THz}(t) = G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot y_{saw}(t) \cdot L_{THz}} \right)^2 \quad (3.1.77)$$

όπου  $y_{saw}$ : η πριονωτή κυματομορφή που διαμορφώνει τη συχνότητα του THz σήματος. Με αυτόν τον τρόπο, το γινόμενο " $E_{THz}(t) \cdot g_{THz}(t)$ " θα δώσει το εξασθενημένο σήμα στο πεδίο του χρόνου. Για να κατανοήσουμε την ορθότητα της διαδικασίας, αρκεί να σκεφτούμε ότι το  $i$ -οστό δείγμα της συνάρτησης εξασθένησης ισούται με :

$$g_{THz}(t_i) = G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot y_{saw}(t_i) \cdot L_{THz}} \right)^2 \quad (3.1.78)$$

επομένως, έχει μέγεθος ανάλογο της τιμής  $y_{saw}(t_i)$ . Το αντίστοιχο δείγμα του THz πεδίου,  $E_{THz}(t_i)$ , είναι ημίτονο συχνότητας ίσης με  $y_{saw}(t_i)$ , αφού έχει διαμορφωθεί σύμφωνα με την τελευταία συνάρτηση. Ως αποτέλεσμα, η εκάστοτε συχνότητα πολλαπλασιάζεται με την κατάλληλη εξασθένηση Friis που της αντιστοιχεί.

Συνεπώς, η ισχύς του IF σήματος που περιέχει διαμόρφωση πλάτους με περίοδο  $T_{\text{mod}}$ , όπου  $T_{\text{mod}} > T_{\text{IFref}}$ , μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$P_{\text{IFref}} = \frac{1}{32^2} \cdot \frac{1}{L_{\text{PCA}}^2} \cdot \frac{r_{\text{pd}}^2 \cdot G_{\text{SOA}}^4}{L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^8 \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}^4 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{swept laser}}^2 P_{\text{static laser}}^2 \cdot f_{\text{mod}} \cdot \int_0^{T_{\text{mod}}} g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}}) \cdot \cos\left(2\pi(st_{\text{THz}})t + 2\pi f_0 \tau_{\text{THz}} - 2\pi \frac{1}{2} s \tau_{\text{THz}}^2 + \pi\right)^2 \cdot u(t - \tau_{\text{THz}}) dt \quad (3.1.79)$$

όπου η βηματική συνάρτηση:

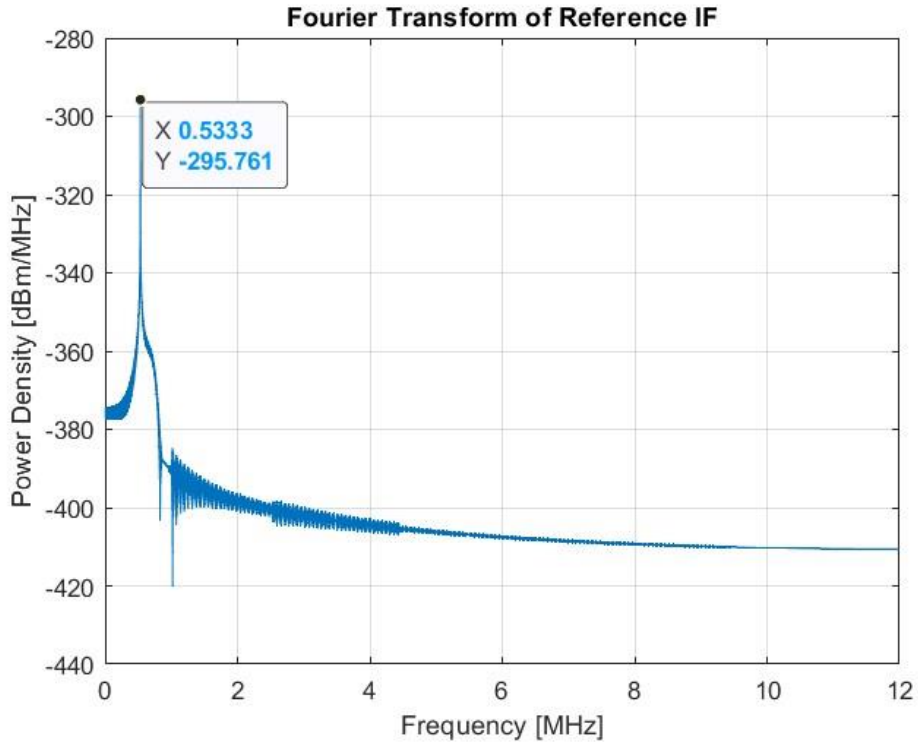
$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1, & \text{για } t \geq t_0 \\ 0, & \text{για } t < t_0 \end{cases} \quad (3.1.80)$$

καθώς το IF σήμα «εμφανίζεται» για  $t \geq \tau_{\text{THz}}$

Όπως έχουμε ήδη υπολογίσει, η ενδιάμεση συχνότητα του τελικού σήματος είναι ίση με:

$$f_{\text{IFref}} = \frac{\text{BW}}{T_{\text{mod}}} \cdot t_{\text{thz}} = \frac{\text{BW}}{T_{\text{mod}}} \cdot 0.13 T_{\text{mod}} = 0.5333 \text{ MHz} = 533.3 \text{ kHz}$$

Πράγματι, μετά τον μετασχηματισμό Fourier του φιλτραρισμένου σήματος, λαμβάνουμε μια κορυφή-συνάρτηση Dirac στη συχνότητα που αναμέναμε



Εικόνα 3.1.31 Μετασχηματισμός Fourier IF σήματος μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα

Επίσης, το σταθερό μέρος της φάσης υπολογίζεται όπως φαίνεται ακολούθως:

$$\varphi_{bIF} = 2\pi \cdot \left( f_0 \cdot t_{thz} - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t_{thz}^2 \right) + \pi = 1.7453 \text{ rad}$$

Η φάση αυτή εξάγεται μέσω του software lock-in, θέτοντας ως σήμα αναφοράς στον ταλαντωτή ένα συνημίτονο συχνότητας  $f_{IFref}$ , μηδενικής αρχικής φάσης και μοναδιαίου πλάτους στον συμμασικό άξονα:

$$s_{LOref-I} = \cos(2\pi \cdot f_{IFref} \cdot t) \quad (3.1.81)$$

και αντίστοιχα στον κάθετο άξονα:

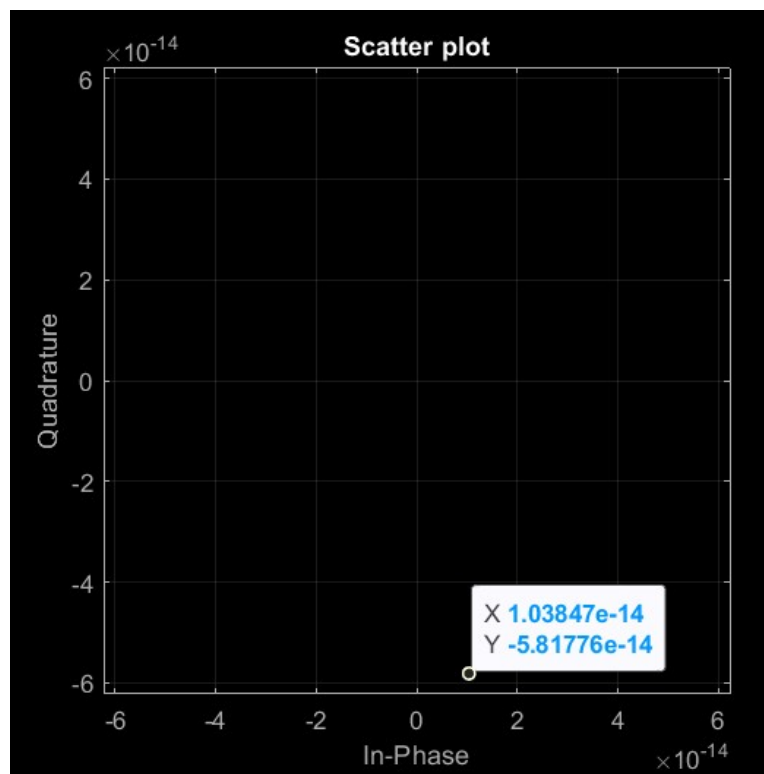
$$s_{LOref-Q} = \sin(2\pi \cdot f_{IFref} \cdot t) \quad (3.1.82)$$

Συνεπώς, τα σήματα που λαμβάνουμε στις δύο εξόδους είναι ίσα με:

$$I_{out,I} = |I_{IF}| \cdot \cos(\varphi_{bIF}) \quad (3.1.83)$$

$$I_{out,Q} = |I_{IF}| \cdot \sin(\varphi_{bIF}) \quad (3.1.84)$$

Στο ακόλουθο διάγραμμα, απεικονίζεται το σημείο με συντεταγμένες  $(I_{out,I}, I_{out,Q})$  μέσω της εντολής "scatterplot" της MATLAB. Παρατηρούμε την ιδανική περίπτωση όπου δεν υπάρχει θόρυβος ούτε στο πλάτος ούτε στη φάση, οπότε η απεικόνιση αντιστοιχεί σε ένα μοναδικό σημείο.



Εικόνα 3.1.32 Φάση IF σήματος αναφοράς

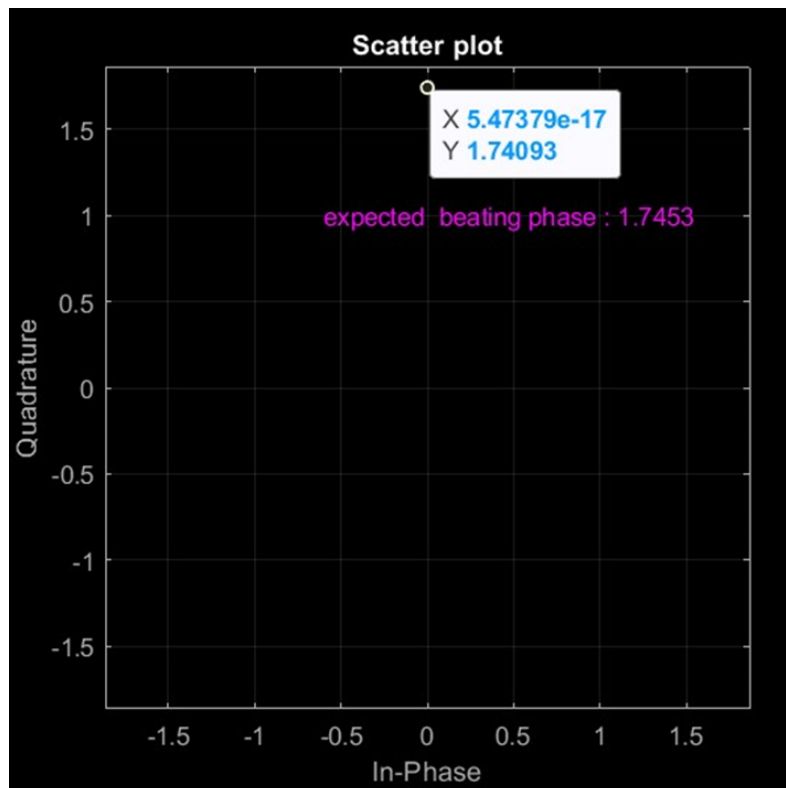
Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε τη φάση ως εξής:

$$\begin{aligned} \varphi_{bIF,measured} &= \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right) + \pi = \tan^{-1}\left(\frac{-5.81776}{1.03847}\right) + \pi \Rightarrow \\ \varphi_{bIF,measured} &= 1.74 \text{ rad} \end{aligned} \quad (3.1.85)$$

Να σημειωθεί ότι ο όρος " + π" εισάγεται ώστε η φάση να «μεταφερθεί» από το εύρος  $[-\pi, +\pi]$  στο  $[0, 2\pi]$ .

Ένας άλλος τρόπος απεικόνισης της φάσης, είναι να θέσουμε στο "scatterplot" το εξής σήμα:

$$I_{IF,comp} = \sqrt{I_{out,I}^2 + I_{out,Q}^2} + j \cdot \tan^{-1} \left( \frac{I_{out,Q}}{I_{out,I}} \right) \quad (3.1.86)$$

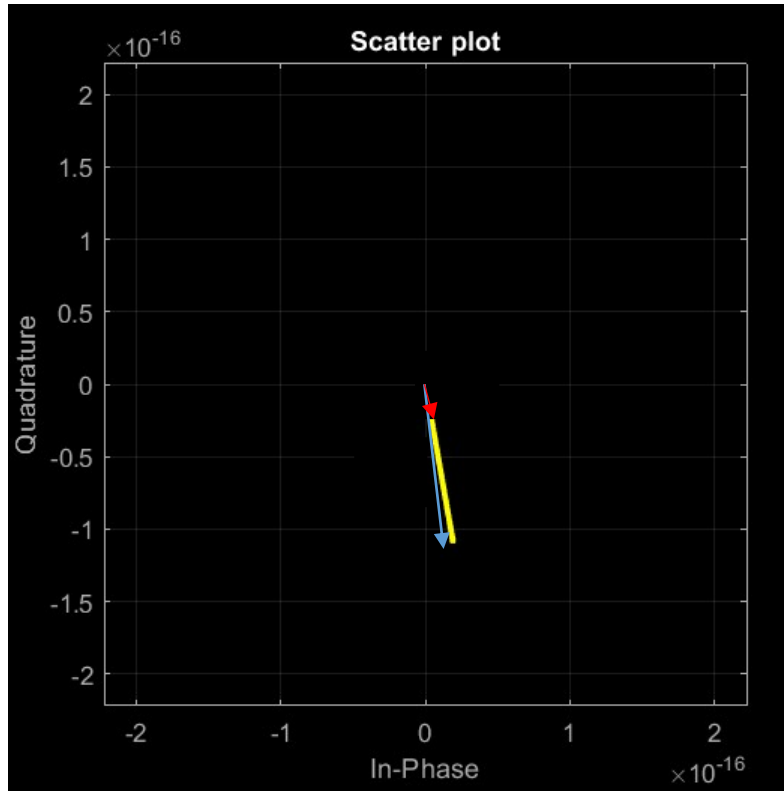


Εικόνα 3.1.33 Απεικόνιση σήματος μέσω της συμφασικής και της κάθετης συνιστώσας

Έτσι η X συνιστώσα θα απεικονίζει το πλάτος του σήματος ενώ η Y τη φάση του. Παρατηρώντας την εικόνα 3.1.33 συμπεραίνουμε ότι η μετρούμενη φάση του IF σήματος, «συμφωνεί» με τη θεωρητικά αναμενόμενη.

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι τα παραπάνω διαγράμματα απεικονίστηκαν, αναιρώντας την επίδραση της THz εξασθένισης, δηλαδή αναιρώντας τη διαμόρφωση περιβάλλουσας του IF σήματος. Αυτό έγινε με σκοπό το IF σήμα να απεικονιστεί στα "scatterplots" υπό σταθερό πλάτος, δηλαδή ως ένα σημείο, διότι αυτή η μορφή είναι οικεία. Το πραγματικό σήμα, φαίνεται στην εικόνα 3.1.34, όπου παρατηρούμε μια ευθεία γραμμή με σταθερή κλίση.





Εικόνα 3.1.34 Απεικόνιση σήματος με διαμόρφωση περιβάλλουσας μέσω της συμφασικής και της κάθετης συνιστώσας

Το πλάτος σε κάθε σημείο της ευθείας δίνεται από την ακτίνα που συνδέει την αρχή των αξόνων με το αντίστοιχο σημείο. Για το σημείο  $i$  ισούται με:

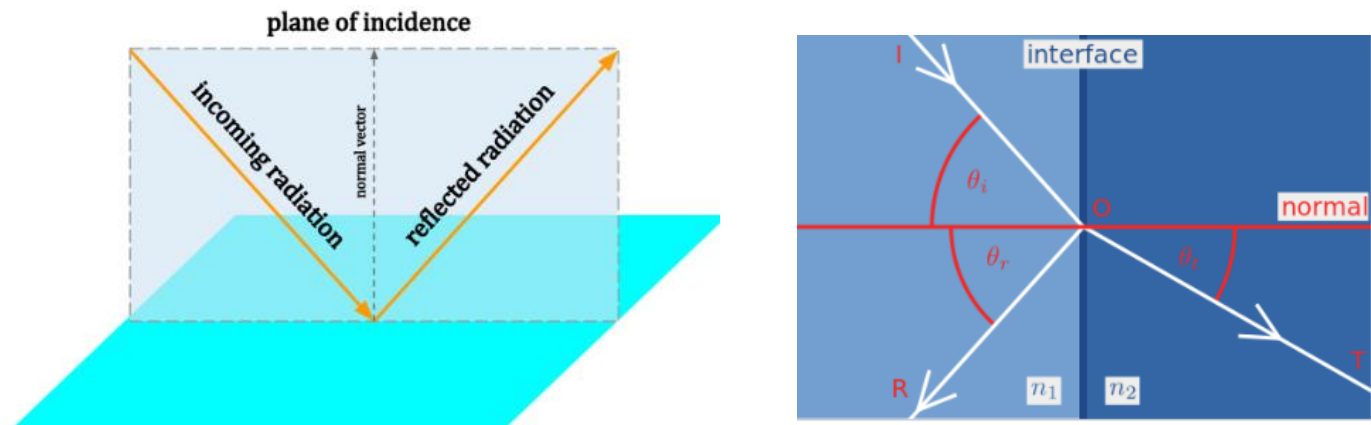
$$R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \quad (3.1.87)$$

Η ακτίνα αυτή είναι μεταβαλλόμενη και αντιστοιχεί στη διαμόρφωση του πλάτους λόγω της εξασθένισης Friis. Ως προς τη φάση, αυτή ισοδυναμεί με τη κλίση της ευθείας, η οποία είναι σταθερή.

## 3.2 Εισαγωγή Δείγματος

### 3.2.1 Εξισώσεις Fresnel

Οι εξισώσεις Fresnel περιγράφουν την ανάκλαση και τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, κατά την πρόσπτωση σε διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ διαφορετικών οπτικών μέσων. Το επίπεδο πρόσπτωσης ορίζεται από το διάνυσμα του προσπίπτοντος πεδίου και το διάνυσμα που είναι κάθετο στην επιφάνεια



Εικόνα 3.2.1 Πρόπτωση ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε διαχωριστική επιφάνεια. πηγή: [20]

Οι γωνίες  $\theta_i$ ,  $\theta_r$  και  $\theta_t$  που φαίνονται παραπάνω, ορίζονται ως γωνία πρόσπτωσης, ανάκλασης και διάθλασης αντίστοιχα

Δύο θεμελιώδεις σχέσεις κατά τη διάδοση του φωτός από διαχωριστική επιφάνεια είναι

- ο νόμος ανάκλασης:

$$\theta_i = \theta_r \quad (3.2.1)$$

και

- ο νόμος του Snell:

$$n_1 \cdot \sin\theta_i = n_2 \cdot \sin\theta_t \quad (3.2.2)$$

Θεωρούμε επίπεδα κύματα TEM, δηλαδή κύματα για τα οποία τόσο η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου όσο και αυτή του μαγνητικού πεδίου, είναι κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης. Για τον ορισμό των εξισώσεων που διέπουν το φαινόμενο διακρίνουμε δύο περιπτώσεις γραμμικά

πολωμένων κυμάτων. Καθώς οποιαδήποτε κατάσταση πόλωσης μπορεί να αναλυθεί σε δύο κάθετα γραμμικά πολωμένες συνιστώσες, η ανάλυση αυτή είναι επαρκής. Η κατάσταση «s-polarization» αναφέρεται σε ηλεκτρικό πεδίο με διεύθυνση κάθετη προς το πεδίο πρόσπτωσης, ενώ η «p-polarization» σε διεύθυνση παράλληλη προς αυτό. Μπορούμε τώρα να ορίζουμε τους συντελεστές που περιγράφουν τη μεταβολή του πλάτους για το ανακλώμενο και το διαδιδόμενο πεδίο

### S-Polarization

- Δείκτης διάθλασης:

$$t_s = \frac{2 \cdot n_1 \cdot \cos\theta_i}{n_1 \cdot \cos\theta_i + n_2 \cdot \cos\theta_t} \quad (3.2.3)$$

- Δείκτης ανάκλασης:

$$r_s = \frac{n_1 \cdot \cos\theta_i - n_2 \cdot \cos\theta_t}{n_1 \cdot \cos\theta_i + n_2 \cdot \cos\theta_t} \quad (3.2.4)$$

- Συσχετισμός δεικτών:

$$t_s = r_s + 1 \quad (3.2.5)$$

Αν  $A_{inc}$ : το πλάτος του προσπίπτοντος πεδίου, τότε  $A_t = t_s \cdot A_{inc}$  και  $A_r = r_s \cdot A_{inc}$ : τα πλάτη του διαδιδόμενου και του ανακλώμενου πεδίου αντίστοιχα. Να σημειώσουμε ότι, στην περίπτωση που  $n_1 \cdot \cos\theta_i < n_2 \cdot \cos\theta_t$ , τότε  $r_s < 0$ , επομένως στο ανακλώμενο κύμα εισάγεται και μια διαφορά φάσης π σε σχέση με το προσπίπτον.

### P-Polarization

- Δείκτης διάθλασης:

$$t_p = \frac{2 \cdot n_1 \cdot \cos\theta_i}{n_1 \cdot \cos\theta_t + n_2 \cdot \cos\theta_i} \quad (3.2.6)$$

- Δείκτης ανάκλασης:

$$r_p = \frac{n_1 \cdot \cos\theta_t - n_2 \cdot \cos\theta_i}{n_1 \cdot \cos\theta_t + n_2 \cdot \cos\theta_i} \quad (3.2.7)$$

- Συσχετισμός δεικτών:

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot t_p = r_p + 1 \quad (3.2.8)$$

Επίσης, ορίζονται τα μεγέθη της ανακλαστικότητας  $R$  και της διαθλαστικότητας  $T$  του μέσου, τα οποία αφορούν τη διάδοση της ισχύος. Ανεξαρτήτως πόλωσης ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$R = |r|^2 \quad (3.2.9)$$

$$T = \frac{n_2}{n_1} \cdot |t|^2 \quad (3.2.10)$$

$$R + T = 1 \quad (3.2.11)$$

Η πρώτη σχέση προκύπτει άμεσα από το γεγονός ότι το προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα διαδίδονται στο ίδιο μέσο και υπό την ίδια γωνία ως προς τη διαχωριστική επιφάνεια. Για τη διεξαγωγή της δεύτερης σχέσης, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη το γεγονός ότι το διαδιδόμενο κύμα διαδίδεται σε διαφορετική διεύθυνση καθώς επίσης και ότι το δεύτερο μέσο έχει διαφορετική χαρακτηριστική αντίσταση σε σχέση με το πρώτο. Το γεγονός αυτό έχει σημασία, καθώς η πυκνότητα ισχύος δια μέσω μιας επιφάνειας είναι ανάλογη του τετραγώνου του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου και αντιστρόφως ανάλογη της χαρακτηριστικής αντίστασης του μέσου,  $Z_i = \sqrt{\mu_i/\epsilon_i}$ . Η τρίτη σχέση, ουσιαστικά αποτελεί έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Επιπλέον, ανεξαρτήτως πολωτικής κατάστασης ισχύουν τα εξής:

$$r_{12} = -r_{21} \quad (3.2.12)$$

$$r_{12}^2 = r_{21}^2 = R \quad (3.2.13)$$

$$t_{12} \cdot t_{21} = T \quad (3.2.14)$$

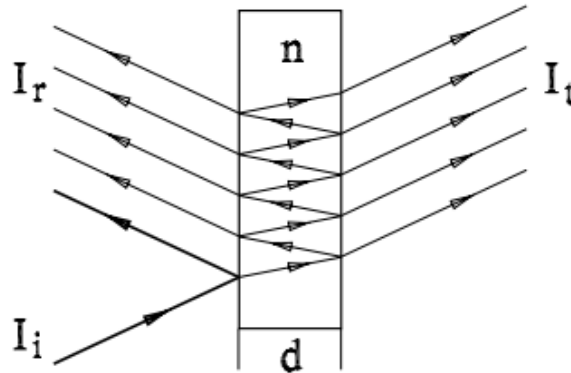
$$t_{12} \cdot t_{21} + r_{12} \cdot r_{21} = 1 \quad (3.2.15)$$

$$t_{12} \cdot r_{21} + r_{12} \cdot t_{21} = 0 \quad (3.2.16)$$

Στην περίπτωση μηδενικής γωνίας πρόσπτωσης, όπως έχουμε θεωρήσει και για την εξεταζόμενη διάταξη, δεν υπάρχει διάκριση μεταξύ s και p πόλωσης

### 3.2.2 Συνάρτηση μεταφοράς του Fabry-Perot συμβολόμετρου

Έχοντας ορίσει τις εξισώσεις Fresnel, θα ορίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς για την ανάκλαση και τη διέλευση μέσα από ένα μονοστρωματικό δείγμα πάχους  $d$  και δείκτη διάθλασης  $n$ . Θεωρούμε μηδενικό συντελεστή απορρόφησης μέσα στο δείγμα. Για να εξάγουμε τις εξισώσεις για το ανακλώμενο και το διαδιδόμενο κύμα, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη την εξασθένιση του πλάτους σε καθεμία συνιστώσα μέσω των εξισώσεων Fresnel καθώς και τη διαφορά φάσης που εισάγεται λόγω της διάδοσης μέσα στο δείγμα.



Εικόνα 3.2.2 Ανάκλαση και διάθλαση μέσα από μονοστρωματικό δείγμα. πηγή: [51]

Θα θεωρήσουμε ότι το δείγμα βρίσκεται στον αέρα, επομένως  $r, t$  θα είναι οι συντελεστές ανάκλασης και διάθλασης από τον αέρα στο δείγμα και  $r', t'$  οι αντίστοιχοι από το δείγμα στον αέρα. Συμβολίζουμε ως  $I_i$  το προσπίπτον πεδίο,  $I_r$  το ανακλώμενο και  $I_t$  το διαδιδόμενο. Για αναπαράσταση με μορφή Phasors, ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας  $\omega$  εκφράζεται ως:

$$I = A \cdot \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \text{ όπου: } |k| = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda} : \eta \text{ σταθερά διάδοσης}$$

Η πρώτη ανακλώμενη συνιστώσα προκύπτει απευθείας από την προσπίπτουσα με πολλαπλασιασμό με τον συντελεστή ανάκλασης  $r$ , επομένως θα έχει πλάτος :

$$A_{1r} = r \cdot A_i = -\sqrt{R} \cdot A_i \quad (3.2.17)$$

όπου θέσαμε  $r = -\sqrt{R}$  θεωρώντας ότι  $r < 0$

Η δεύτερη ανακλώμενη συνιστώσα προκύπτει από την πρώτη, έχοντας υποστεί δύο διελεύσεις με συντελεστές  $t$  και  $t'$ , μία ανάκλαση με συντελεστή  $r'$  και μεταβολή της φάσης κατά:

$$\delta = k \cdot 2d = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda} \cdot 2d = \frac{4\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f \quad (3.2.18)$$

Ο συντελεστής «2» μπροστά από το πάχος  $d$  οφείλεται στο ότι κάθε νέα ανακλώμενη «ακτίνα» διασχίζει δύο φορές το εσωτερικό του δείγματος, προς αντίθετες κατευθύνσεις.

Επομένως:

$$\begin{aligned} A_{2r} &= t \cdot t' \cdot r' \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_i \\ &= T \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_i \\ &= (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_i \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

Κάθε επόμενη συνιστώσα προκύπτει από την προηγούμενη, με δύο επιπλέον ανακλάσεις με τον συντελεστή  $r'$  και διαφορά φάσης κατά  $\delta$ :

$$\begin{aligned} A_{3r} &= (r')^2 \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_{2r} \\ &= (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_i \cdot R \cdot \exp(-j\delta) \end{aligned} \quad (3.2.20)$$

$$\begin{aligned} A_{4r} &= R \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_{3r} \\ &= A_i \cdot (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot (R \cdot \exp(-j\delta))^2 \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

και γενικεύοντας:

$$A_{mr} = A_i \cdot (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot (R \cdot \exp(-j\delta))^{m-2} \quad (3.2.22)$$

Επομένως, το συνολικό ανακλώμενο πεδίο υπολογίζεται από την επαλληλία των επιμέρους συνιστωσών:

$$\begin{aligned} A_r &= -\sqrt{R} \cdot A_i + A_i \cdot (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot \sum_{m=2}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^{m-2} \\ &= -\sqrt{R} \cdot A_i + A_i \cdot (1 - R) \cdot \sqrt{R} \cdot \exp(-j\delta) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A_i \cdot \sqrt{R} \cdot \left( -1 + \frac{(1-R) \cdot \exp(-j\delta)}{1-R \cdot \exp(-j\delta)} \right) \\
\Rightarrow A_r &= A_i \cdot \sqrt{R} \cdot \left( \frac{\exp(-j\delta) - 1}{1-R \cdot \exp(-j\delta)} \right) \quad (3.2.23)
\end{aligned}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης ισούται με το μέτρο του τετραγώνου του λόγου του ανακλώμενου πεδίου προς το προσπίπτον.

$$R_{\text{tot}}(f) = \left| \frac{I_r}{I_i} \right|^2 = \left| \frac{A_r}{A_i} \right|^2 = R \cdot \left| \frac{\exp(-j\delta) - 1}{1-R \cdot \exp(-j\delta)} \right|^2 \quad (3.2.24)$$

όπου για τον αριθμητή έχουμε:

$$|\exp(-j\delta) - 1|^2 = \left| \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \right| \cdot \left| \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) - \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \right|^2 = 4 \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (3.2.25)$$

και για τον παρονομαστή:

$$\begin{aligned}
|1 - R \cdot \exp(j\delta)|^2 &= (1 - R \cdot \exp(j\delta)) \cdot (1 - R \cdot \exp(j\delta))^* \\
&= 1 + R^2 - R \cdot \exp(j\delta) - R \cdot \exp(-j\delta) \\
&= 1 + R^2 - 2R \cdot \cos(\delta) \\
&= (1 - R)^2 + 2R \cdot (1 - \cos(\delta)) \\
&= (1 - R)^2 + 4R \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (3.2.26)
\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας, λοιπόν, η συνάρτηση μεταφοράς λαμβάνει τη μορφή:

$$\begin{aligned}
R_{\text{tot}}(f) &= \frac{4 \cdot R \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{(1 - R)^2 + 4R \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \\
\stackrel{\delta = \frac{4\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f}{\implies} R_{\text{tot}}(f) &= \frac{4 \cdot R \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right)}{(1 - R)^2 + 4R \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right)} \quad (3.2.27)
\end{aligned}$$

Ως προς το διαδιδόμενο κύμα, η πρώτη συνιστώσα υφίσταται δύο φορές διάδοση δια μέσω των διαχωριστικών επιφανειών μεταξύ δείγματος και αέρα, με συντελεστές  $t$  και  $t'$  αντίστοιχα. Επίσης, υφίσταται στροφή φάσης κατά  $\frac{\delta}{2}$ , αφού ταξιδεύει μία φορά στο εσωτερικό του δείγματος. Επομένως, το πλάτος της δίνεται ως εξής:

$$A_{1t} = t \cdot t' \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot A_i = T \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot A_i = (1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot A_i \quad (3.2.28)$$

Κάθε νέα διαδιδόμενη συνιστώσα διαφέρει από την προηγούμενη κατά δύο ανακλάσεις με συντελεστή  $r'$  και στροφή φάσης κατά  $\delta$ . Συνεπώς, λαμβάνουμε διαδοχικά:

$$A_{2t} = (r')^2 \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_{1t} = R \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_{1t} \quad (3.2.29)$$

$$A_{3t} = (r')^2 \cdot \exp(-j\delta) \cdot A_{2t} = (R \cdot \exp(-j\delta))^2 \cdot A_{1t} \quad (3.2.30)$$

και γενικεύοντας για την  $m$ -οστή συνιστώσα:

$$A_{mt} = (R \cdot \exp(-j\delta))^{m-1} \cdot A_{1t} \quad (3.2.31)$$

Επομένως το συνολικό πεδίο, υπολογίζοντας την υπέρθεση των επιμέρους συνιστωσών, ισούται με:

$$\begin{aligned} A_t &= \sum_{m=1}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^{m-1} \cdot A_{1t} = \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \cdot A_{1t} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(j\delta))^m \cdot (1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot A_i \\ \Rightarrow A_t &= \frac{(1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right)}{1 - R \cdot \exp(-j\delta)} \cdot A_i \end{aligned} \quad (3.2.32)$$

Όμοια με την ανάκλαση, για τη συνάρτηση μεταφοράς της διέλευσης δουλεύουμε ως εξής:

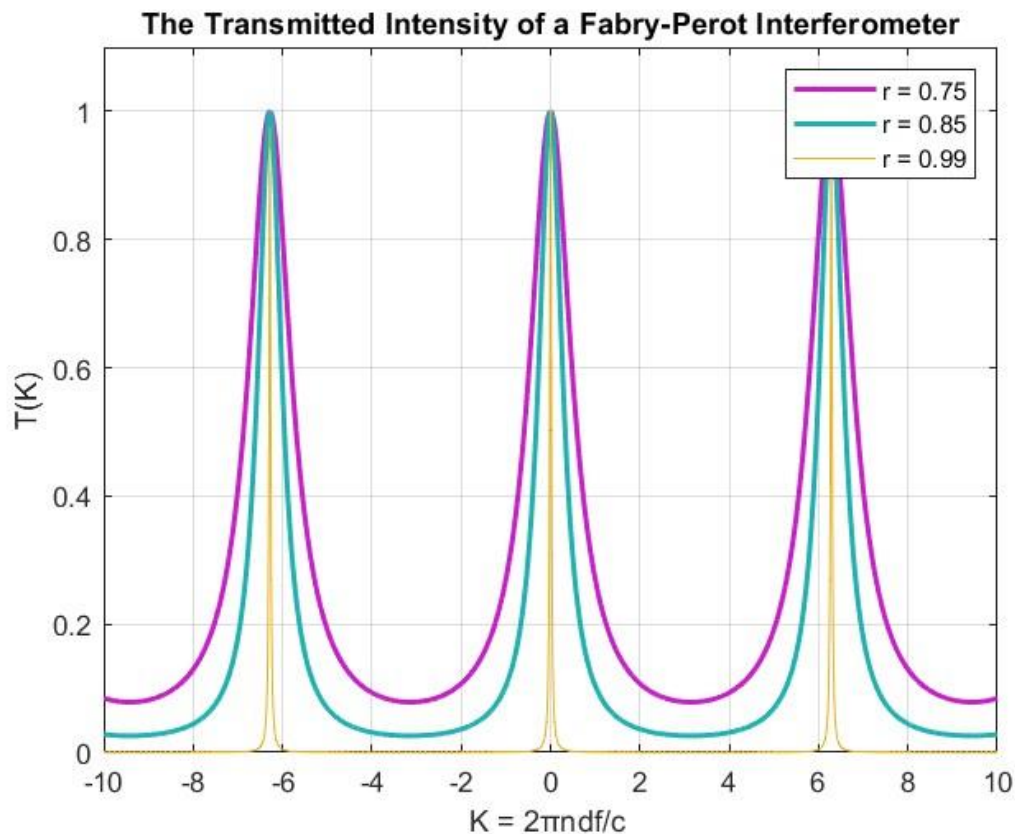


$$T_{\text{tot}}(f) = \left| \frac{I_r}{I_i} \right|^2 = \left| \frac{A_r}{A_i} \right|^2 = \left| \frac{(1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right)}{1 - R \cdot \exp(-j\delta)} \right|^2 = \frac{(1 - R)^2}{|1 - R \cdot \exp(-j\delta)|^2} \quad (3.2.33)$$

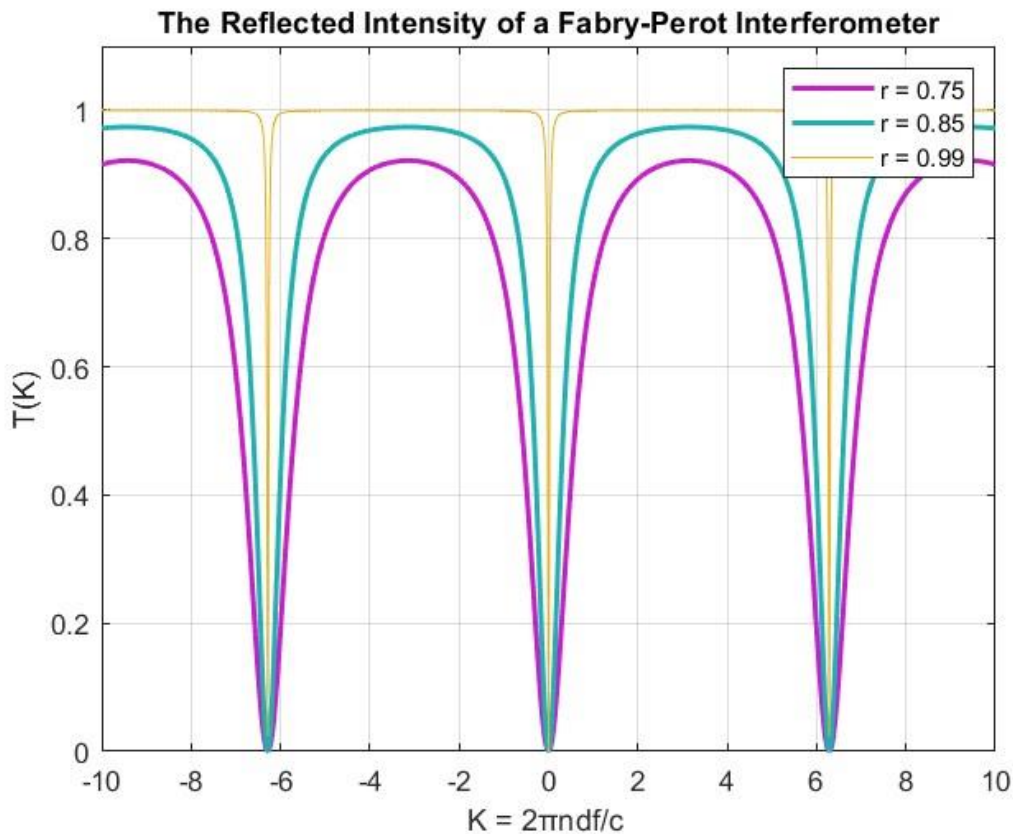
$$\Rightarrow T_{\text{tot}}(f) = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4 \cdot R \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d \cdot f}{c}\right)} \quad (3.2.34)$$

Οι συναρτήσεις μεταφοράς, ικανοποιούν τη σχέση:  $R_{\text{tot}}(f) + T_{\text{tot}}(f) = 1$  που ισοδυναμεί με την αρχή διατήρησης της ενέργειας

Παρακάτω βλέπουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς για διάφορες τιμές του συντελεστή ανάκλασης  $r$ , ως προς κανονικοποιημένο άξονα



Εικόνα 3.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς της διέλευσης



Εικόνα 3.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης

Να σημειώσουμε ότι στις κορυφές της συνάρτησης  $T$ , οι οποίες συμπίπτουν με τους μηδενισμούς της συνάρτησης  $R$ , όλη η προσπίπτουσα ακτινοβολία διαδίδεται ενώ δεν ανακλάται τίποτα.

Παρατηρώντας τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μια τέτοια διάταξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν φίλτρο, αναλόγως και της τιμής του συντελεστή  $r$ . Γι' αυτό, δύο σημαντικά μεγέθη που πρέπει να ορίσουμε είναι η ελεύθερη φασματική περιοχή, FSR, και το εύρος ζώνης ημίσειας ισχύος, FWHM.

Η ελεύθερη φασματική περιοχή, ορίζεται ως την απόσταση μεταξύ διαδοχικών μεγίστων. Επομένως, για τη διεξαγωγή της μαθηματικής έκφρασης ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

$$T_{\text{tot}}(f) = \max$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f_{\text{max}} = m \cdot \pi, m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow f_{\max} = \frac{c}{2 \cdot n \cdot d} \cdot m \quad (3.2.35)$$

Προκύπτει τότε:

$$\begin{aligned} \text{FSR} &= f_{\max}(m + 1) - f_{\max}(m) \\ \Rightarrow \text{FSR} &= \frac{c}{2 \cdot n \cdot d} \end{aligned} \quad (3.2.36)$$

Το εύρος ζώνης ημίσειας ισχύος, αποτελεί το εύρος στα άκρα του οποίου η ισχύς ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής:

$$\begin{aligned} T_{\text{tot}}(f) &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4 \cdot R \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right)} &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow (1 - R)^2 &= 4 \cdot R \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right) \\ \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f\right) &= \frac{1 - R}{2 \cdot \sqrt{R}} \end{aligned} \quad (3.2.37)$$

Για μεγάλες τιμές της ανακλαστικότητας  $R$ , το δεύτερο όρισμα είναι μικρό και μπορεί να γίνει η προσέγγιση:  $\sin(x) \approx x$ . Τότε από την (3.2.37) προκύπτει:

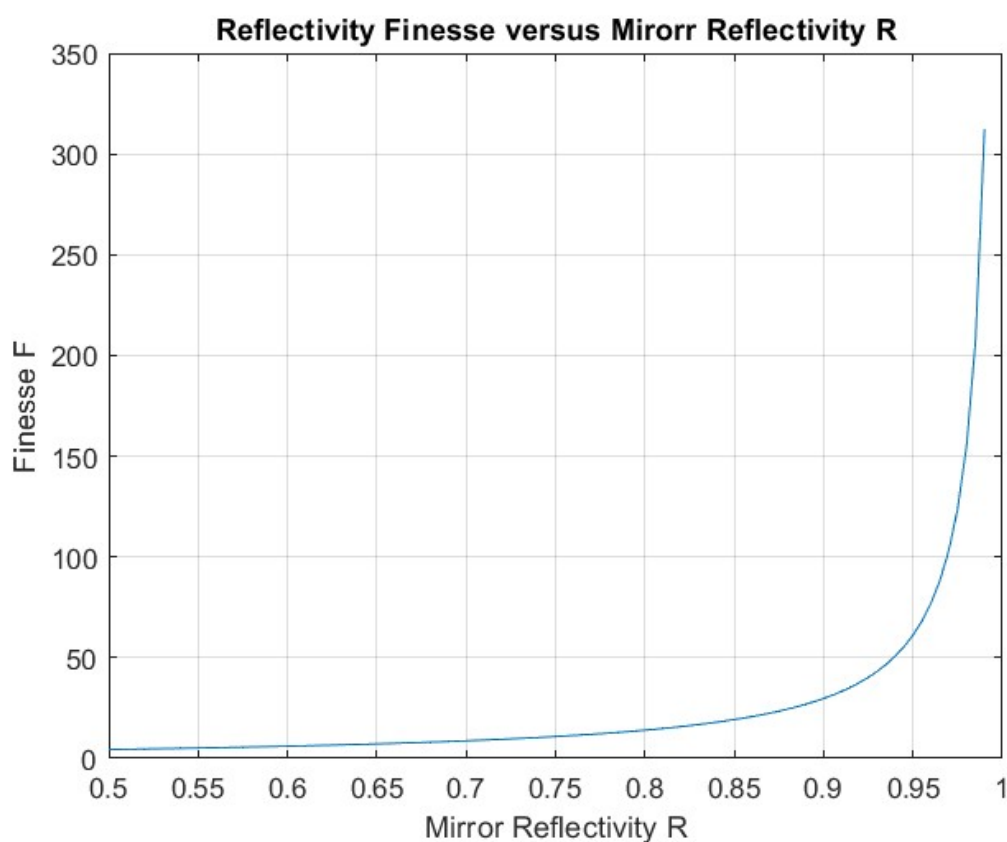
$$\begin{aligned} \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f &= \frac{1 - R}{2 \cdot \sqrt{R}} \\ \Rightarrow f_{\frac{1}{2}} &= \frac{c}{2\pi \cdot n \cdot d} \cdot \frac{1 - R}{2 \cdot \sqrt{R}} \end{aligned} \quad (3.2.38)$$

Η θέση της δεύτερης συχνότητας για την οποία ισχύει η σχέση  $T_{\text{tot}}(f) = \frac{1}{2}$ , για έναν συγκεκριμένο λοβό της συνάρτησης μεταφοράς, είναι συμμετρική της πρώτης. Ως αποτέλεσμα, το εύρος ζώνης ημίσειας ισχύος ισούται με:

$$\text{FWHM} = 2 \cdot f_{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\pi \cdot n \cdot d} \cdot \frac{1 - R}{2 \cdot \sqrt{R}} \quad (3.2.39)$$

Ακόμα, με βάση τα προαναφερθέντα μεγέθη, ορίζουμε την λεπτότητα του φίλτρου. Η λεπτότητα, αποτελεί ένα μέγεθος του εύρους των λοβών στη συνάρτηση μεταφοράς, σε σχέση με τη μεταξύ τους απόσταση. Μεγαλύτερη λεπτότητα ισοδυναμεί με στενότερους λοβούς. Αν η διάταξη πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σαν φίλτρο, τότε αυτό είναι επιθυμητό. Από τον πορισμό της λεπτότητας, λοιπόν, είναι εμφανές ότι προκύπτει από το λόγο του FSR με το FWHM:

$$F = \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{R}}{1 - R} \quad (3.2.40)$$



Εικόνα 3.2.4 Λεπτότητα συναρτήσει της ανακλαστικότητας R

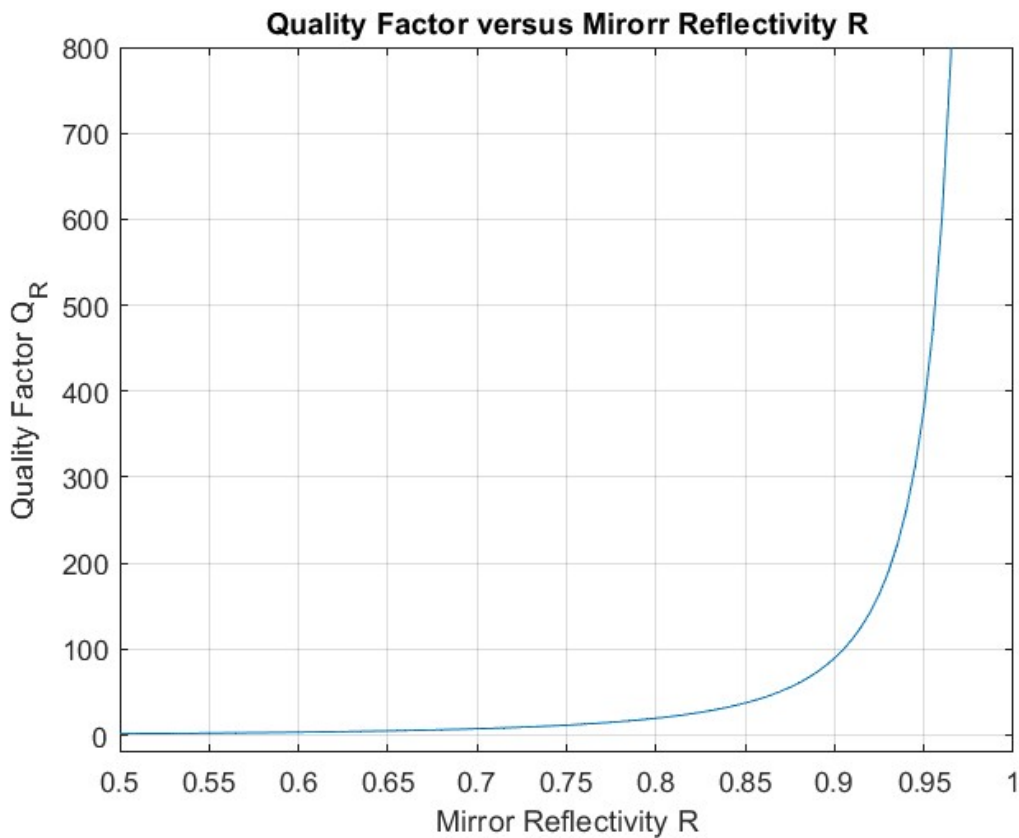
Ένα ακόμη μέγεθος είναι ο συντελεστής ποιότητας που ορίζεται ως εξής:

$$Q_R = \frac{4 \cdot R}{(1 - R)^2} \quad (3.2.41)$$

και με βάση αυτόν, οι συναρτήσεις μεταφοράς μπορούν να εκφραστούν ως:

$$R_{\text{tot}}(f) = \frac{Q_R \cdot \sin^2 \left( \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f \right)}{1 + Q_R \cdot \sin^2 \left( \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f \right)} \quad (3.2.42)$$

$$T_{\text{tot}}(f) = \frac{1}{1 + Q_R \cdot \sin^2 \left( \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f \right)} \quad (3.2.43)$$



Εικόνα 3.2.5 Συντελεστής ποιότητας συναρτήσει της ανακλαστικότητας R

Είδαμε παραπάνω ότι για τη συνάρτηση μεταφοράς, διαιρέσαμε τα σήματα στο πεδίο του χρόνου. Αυτό συμβαίνει επειδή ήταν εκφρασμένα σε μορφή εκθετικών. Όπως θα αποδείξουμε, αν τα σήματα εκφράζονται μέσω των συναρτήσεων “sin” ή “cos”, τότε η συνάρτηση μεταφοράς

προκύπτει διαιρώντας τους αντίστοιχους μετασχηματισμούς Fourier των πεδίων. Για παράδειγμα, για τη συνάρτηση μεταφοράς της διάδοσης με εκθετικά σήματα έχουμε δείξει ότι:

$$\begin{aligned}
 E_t &= \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \cdot (1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot E_i \\
 &= (1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot E_i \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \Rightarrow \\
 T(f) = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 &= \left| (1 - R) \cdot \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \right|^2 = |1 - R|^2 \cdot \left| \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\delta))^m \right|^2
 \end{aligned} \tag{3.2.44}$$

όπου:

$$\delta = k \cdot 2d = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda} \cdot 2d = \frac{4\pi \cdot n \cdot d}{c} \cdot f \tag{3.2.45}$$

Θέτοντας  $\tau_d = \frac{2d \cdot n}{c}$ , τον χρόνο που απαιτείται ώστε το σήμα να ταξιδέψει στο εσωτερικό του μέσου και προς τις δύο κατευθύνσεις, τότε  $\delta = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda} \cdot 2d = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} \cdot \frac{2d \cdot n}{c} = 2\pi \cdot f \cdot \tau_d = \omega \cdot \tau_d$ . Έτσι, η παραπάνω σχέση τροποποιείται ως εξής:

$$T_{\text{tot}}(f) = |1 - R|^2 \cdot \left| \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j\omega \cdot \tau_d))^m \right|^2 \tag{3.2.46}$$

Για πραγματικά σήματα, το προσπίπτον κύμα εκφράζεται ως:

$$E_i = A_i \cdot \cos(\varphi(t)) \tag{3.2.47}$$

Η πρώτη διαδιδόμενη συνιστώσα θα καθυστερήσει κατά  $\frac{\tau_d}{2}$  μέχρι την έξοδο του δείγματος, και κάθε επόμενη θα έχει σχετική καθυστέρηση κατά  $\tau_d$  σε σχέση με την προηγούμενη. Επομένως, έχουμε διαδοχικά:

$$E_{1t} = (1 - R) \cdot A_i \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2}\right)\right) \quad (3.2.48)$$

$$E_{2t} = (1 - R) \cdot R \cdot A_i \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2} - \tau_d\right)\right) \quad (3.2.49)$$

$$E_{3t} = (1 - R) \cdot R^2 \cdot A_i \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2} - 2 \cdot \tau_d\right)\right) \quad (3.2.50)$$

και γενικεύοντας για τη m-οστή συνιστώσα:

$$E_{mt} = (1 - R) \cdot R^{m-1} \cdot A_i \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2} - (m-1) \cdot \tau_d\right)\right) \quad (3.2.51)$$

Το συνολικό διαδιδόμενο πεδίο, θα είναι ίσο με:

$$\begin{aligned} E_t &= \sum_{m=1}^{\infty} (1 - R) \cdot R^{m-1} \cdot A_i \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2} - (m-1) \cdot \tau_d\right)\right) \\ &= (1 - R) \cdot A_i \cdot \sum_{m=0}^{\infty} R^m \cdot \cos\left(\varphi\left(t - \frac{\tau_d}{2} - m \cdot \tau_d\right)\right) \end{aligned} \quad (3.2.52)$$

Εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier στην (3.2.52), προκύπτει:

$$\begin{aligned} E_t(f) &= (1 - R) \cdot \frac{A_i}{2} \cdot [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] \cdot \sum_{m=0}^{\infty} R^m \cdot \exp\left[-j2\pi f\left(\frac{\tau_d}{2} + m \cdot \tau_d\right)\right] \\ &= E_i(f) \cdot (1 - R) \cdot \exp\left(-j2\pi f \cdot \frac{\tau_d}{2}\right) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(j\omega \cdot \tau_d))^m \end{aligned} \quad (3.2.53)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (3.2.53), η συνάρτηση μεταφοράς της διάδοσης λαμβάνει τη μορφή:

$$T_{\text{tot}}(f) = \left| \frac{E_t(f)}{E_i(f)} \right|^2 = |(1 - R)| \cdot \left| \sum_{m=0}^{\infty} (R \cdot \exp(-j2\pi f \cdot \tau_d))^m \right| \quad (3.2.54)$$

όπου:  $\omega = 2\pi f$

Χρησιμοποιήσαμε τις παρακάτω δύο ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier:

$$\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] \quad (3.2.55)$$

$$x(t - t_0) \leftrightarrow X(f) \cdot \exp(j - 2\pi f_0 t) \quad (3.2.56)$$

### 3.2.3 Transfer Matrix Method

Η “ Transfer Matrix Method” είναι μια μαθηματική προσέγγιση που χρησιμοποιείται στη φυσική, τη μηχανική και άλλα πεδία για την ανάλυση και την επίλυση προβλημάτων που αφορούν τη διάδοση κυμάτων, ειδικά σε μονοδιάστατα συστήματα. Αποτελεί ιδιαίτερα χρήσιμο «εργαλείο» στη μελέτη της συμπεριφοράς ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, ακουστικών κυμάτων, κβαντικών σωματιδίων και άλλων τύπων κυμάτων καθώς αλληλεπιδρούν με διάφορα υλικά και δομές.

Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο Transfer Matrix είναι η διάσπαση ενός πολύπλοκου συστήματος σε μια σειρά απλούστερων τμημάτων, καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από έναν πίνακα μεταφοράς. Αυτοί οι πίνακες περιγράφουν πώς μεταδίδονται και αντανακλώνονται τα κύματα καθώς διέρχονται μέσα από τα επιμέρους στρώματα, και συνδέοντας αυτούς τους πίνακες μεταξύ τους, μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνολική συμπεριφορά των κυμάτων σε ολόκληρο το σύστημα. Ο ίδιος ο πίνακας μεταφοράς είναι μια μαθηματική αναπαράσταση που συσχετίζει τα πλάτη των προσπίπτων και μεταδιδόμενων κυμάτων στη μία πλευρά ενός ορίου με τα πλάτη των ανακλώμενων και εκπεμπόμενων κυμάτων στην άλλη πλευρά. Λαμβάνει υπόψη τις ιδιότητες των υλικών ή των συστατικών μέσα στο στρώμα, όπως ο δείκτης διάθλασης, η σύνθετη αντίσταση ή χαρακτηριστικά σκέδασης

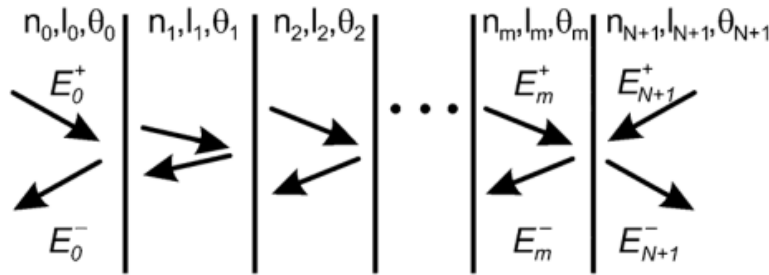
Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για προβλήματα όπου το σύστημα αποτελείται από ένα επαναλαμβανόμενο «μοτίβο» στρωμάτων, όπως σε πολυστρωματικές οπτικές επιστρώσεις, λεπτές μεμβράνες και περιοδικές δομές. Επιτρέπει αποτελεσματικούς υπολογισμούς μεγεθών όπως η μετάδοση, η ανάκλαση και οι μετατοπίσεις φάσης.

Στην περίπτωση μας χρησιμοποιούμε την «Transfer Matrix Method» στην οπτική για την περιγραφή της διάδοσης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε ένα πολυστρωματικό μέσο. Υποθέτουμε ότι στο μέσο αυτό, κάθε στρώμα είναι ομογενές και ιστροπικό με επίπεδες και παράλληλες διαχωριστικές επιφάνειες. Για μία μόνο διεπαφή, η διάδοση και η ανάκλαση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, περιγράφεται μέσω των εξισώσεων του Fresnel. Στην



περίπτωση πολυστρωματικής διάταξης όμως, οι ανακλώμενες και διαδιδόμενες συνιστώσες, διαδίδονται και υφίστανται διαδοχικά πολλαπλές φορές μερική ανάκλαση και διάδοση. Οι συνιστώσες αυτές συμβάλλουν προσθετικά ή αναιρετικά, ανάλογα με το μήκος διάδοσης. Η συνολική ανάκλαση μέσα από το πολυστρωματικό μέσο, μπορεί να θεωρηθεί σαν επαλληλία άπειρου αριθμού επιμέρους ανακλάσεων. Η TMM, βασίζεται στο γεγονός ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι συνεχές στις διαχωριστικές επιφάνειες, σύμφωνα με τις οριακές συνθήκες των εξισώσεων του Maxwell. Έτσι, η διάδοση του ηλεκτρικού πεδίου σε κάθε στρώμα μπορεί να περιγραφεί με πράξεις πινάκων. Τότε, μια ομάδα στρωμάτων, αναπαρίσταται μέσα από έναν πίνακα-μήτρα, που αποτελεί το γινόμενο των επιμέρους πινάκων που αντιστοιχούν σε κάθε επίπεδο

Έστω, λοιπόν, ένα μέσο αποτελούμενο από  $N$  στρώματα και  $N + 1$  διεπιφάνειες, όπως φαίνεται παρακάτω στην εικόνα. Δεξιά και αριστερά του δείγματος μπορεί να βρίσκεται είτε αέρας είτε κάποιο υπόστρωμα. Οι συμβολισμοί “+” και “-” αναφέρονται σε κύμα διαδιδόμενο προς τα δεξιά και προς τα αριστερά αντίστοιχα.



Εικόνα 3.2.6 Πολυστρωματικό μέσο. πηγή: [53]

Έχοντας TE πόλωση, το ηλεκτρικό πεδίο είναι εφαπτόμενο σε κάθε επιφάνεια και σε κάθε θέση, είναι ίσο με την επαλληλία δύο κυμάτων που διασχίζουν το μέσο σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η επίδραση της διαχωριστικής επιφάνειας περιγράφεται μέσω του “Transmission Matrix” που συμβολίζεται με  $D$ , ενώ η επίδραση της διάδοσης στο εκάστοτε μέσο περιγράφεται μέσω του “Propagation Matrix” που συμβολίζεται με  $P$ .

### Transmission Matrix

Ας εστιάσουμε σε δύο διαδοχικά μέσα  $m$ ,  $m+1$  αντίστοιχα. Τότε από τις εξισώσεις του Frensel, για την ανακλώμενη και τη διαδιδόμενη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, έχουμε:

$$E_{m+1}^+ = t_{m,m+1} \cdot E_m^+ + r_{m+1,m} \cdot E_{m+1}^-$$

$$\Rightarrow E_m^+ = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot [E_{m+1}^+ - r_{m+1,m} \cdot E_{m+1}^-]$$

$$\xrightarrow{r_{m,m+1} = -r_{m+1,m}} E_m^+ = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot [E_{m+1}^+ + r_{m,m+1} \cdot E_{m+1}^-] \quad (3.2.57)$$

$$E_m^- = r_{m,m+1} \cdot E_m^+ + t_{m+1,m} \cdot E_{m+1}^-$$

$$\xrightarrow{(3.2.57)} E_m^- = \frac{r_{m,m+1}}{t_{m,m+1}} \cdot [E_{m+1}^+ + r_{m,m+1} \cdot E_{m+1}^-] + t_{m+1,m} \cdot E_{m+1}^-$$

$$= \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot [r_{m,m+1} \cdot E_{m+1}^+ + (r_{m,m+1}^2 + t_{m,m+1} \cdot t_{m+1,m}) \cdot E_{m+1}^-]$$

$$\xrightarrow{r_{m,m+1}^2 = R_m \text{ και } t_{m,m+1} \cdot t_{m+1,m} = T_m} E_m^- = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot [r_{m,m+1} \cdot E_{m+1}^+ + (R_m + T_m) \cdot E_{m+1}^-]$$

$$\xrightarrow{R_m + T_m = 1} E_m^- = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot [r_{m,m+1} \cdot E_{m+1}^+ + E_{m+1}^-] \quad (3.2.58)$$

Επομένως, συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.2.17) και (3.2.18) καταλήγουμε στο εξής:

$$\begin{pmatrix} E_m^+ \\ E_m^- \end{pmatrix} = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{m,m+1} \\ r_{m,m+1} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{m+1}^+ \\ E_{m+1}^- \end{pmatrix} \quad (3.2.59)$$

Επομένως, ο “Transmission Matrix” για τη διάδοση μέσω της επιφάνειας  $m$  που διαχωρίζει τα στρώματα  $m$  και  $m+1$  ορίζεται ως:

$$D_{m,m+1} = \frac{1}{t_{m,m+1}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{m,m+1} \\ r_{m,m+1} & 1 \end{bmatrix}, \text{ για } m = 0, 1, \dots, N \quad (3.2.60)$$

### Propagation Matrix

Ο πίνακας αυτός προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη τη στροφή φάσης που υφίσταται ένα κύμα κατά τη διάδοσή του σε ένα μέσο.

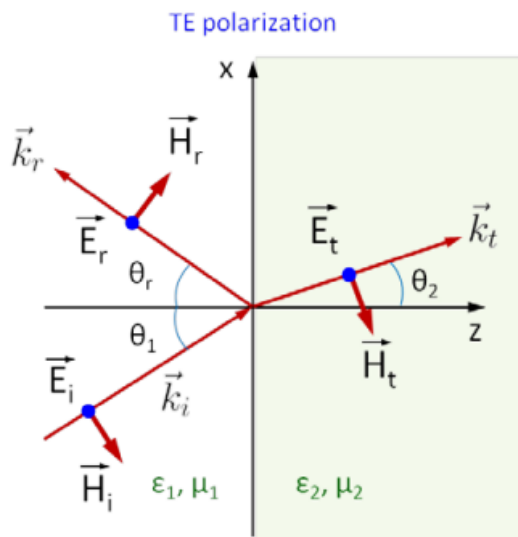
Ένα κύμα διαδιδόμενο προς τα δεξιά, εκφράζεται ως:

$$E^+(r) = |E| \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})\} \quad (3.2.61)$$

ενώ για κύμα διαδιδόμενο προς τα αριστερά έχουμε:

$$E^-(r) = |E| \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t + \vec{k} \cdot \vec{r})\} \quad (3.2.62)$$

Προτού εξάγουμε τη μαθηματική σχέση για τον “Propagation Matrix”, να σημειώσουμε ότι για TE πόλωση, η οποία υφίσταται και στην προσομοίωση που μελετάμε, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου βρίσκεται στη διεύθυνση  $\hat{y}$ , εφαπτόμενη στη διαχωριστική επιφάνεια



Εικόνα 3.2.7 Συνιστώσες HM πεδίου για TE πόλωση. πηγή: [60]

Επίσης, για τη σταθερά διάδοσης με βάση την εικόνα 3.2.6 έχουμε:

$$\vec{k}_i = |k_1| \cdot (\sin \theta_i \cdot x + \cos \theta_i \cdot z) \quad (3.2.63)$$

$$\vec{k}_r = |k_1| \cdot (\sin \theta_r \cdot x - \cos \theta_r \cdot z) \quad (3.2.64)$$

$$\vec{k}_t = |k_2| \cdot (\sin \theta_2 \cdot x + \cos \theta_2 \cdot z) \quad (3.2.65)$$

όπου:

$$|k_1| = \frac{2\pi \cdot n_1}{\lambda} \quad (3.2.66)$$

$$|k_2| = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda} \quad (3.2.67)$$

Έτσι, για το ηλεκτρικό πεδίο στα μέσα 1 και 2 αντίστοιχα ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\vec{E}_1 = \hat{y} \cdot [E_i \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})\} + E_r \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t + \vec{k}_r \cdot \vec{r})\}] \quad (3.2.68)$$

$$\vec{E}_2 = \hat{y} \cdot E_t \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})\} \quad (3.2.69)$$

Όμως, κατά τη διάδοση του κύματος στο μέσο, θεωρούμε ότι κατά τον άξονα  $z$  παραμένει σταθερό και η διαφορά φάσης προκύπτει από τη διάδοση στον άξονα  $x$ . Έτσι λοιπόν, όταν ένα κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά σε απόσταση  $L$ , «συσσωρεύει» φάση που προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} E^+(x+L) &= |E| \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot (x-L))\} = |E| \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot x - k \cdot L)\} \\ &= E^+(x) \cdot \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta \cdot L) \end{aligned} \quad (3.2.70)$$

$$\Rightarrow \Delta_{\phi}^+ = -k \cdot \sin \theta \cdot L \quad (3.2.71)$$

Παρόμοια, για κύμα το οποίο διαδίδεται προς τα αριστερά, μετά τη διάδοση κατά μήκος  $-L$ , όπου το “-” τοποθετείται λόγω της διαφορετικής διεύθυνσης διάδοσης, η στροφή φάσης προκύπτει όπως φαίνεται παρακάτω:

$$E^-(x+L) = |E| \cdot \exp\{j \cdot (\omega \cdot t + k \cdot x - k \cdot L)\} = E^-(x) \cdot \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta \cdot L) \quad (3.2.72)$$

$$\Rightarrow \Delta_{\phi}^- = -k \cdot \sin \theta \cdot L \quad (3.2.73)$$

Για το μέσο της πολυστρωματικής διάταξης με αύξοντα αριθμό  $m$  και μήκος  $L_m$ , συμβολίζουμε τονούμενα τα πεδία στην αρχή του μέσου και άτονα τα πεδία στο τέλος του μέσου. Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν:

$$\begin{aligned} E_m^+(x) &= E_m^{+'}(x+L) = E_m^{+'}(x) \cdot \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) \\ \Rightarrow E_m^{+'}(x) &= E_m^+(x) \cdot \exp(+j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) \end{aligned} \quad (3.2.74)$$

$$E_m^-(x) = E_m^{-'}(x+L) = E_m^{-'}(x) \cdot \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) \quad (3.2.75)$$

Συνδυάζοντας τις (3.2.19) και (3.2.20) καταλήξουμε στην εξής σχέση πινάκων:

$$\begin{pmatrix} E_m^{+'} \\ E_m^{-'} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(+j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) & 0 \\ 0 & \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_m^+ \\ E_m^- \end{pmatrix} \quad (3.2.76)$$

Επομένως, ο “Propagation Matrix” για το στρώμα με αύξοντα αριθμό  $m$  ισούται με:

$$P_m = \begin{bmatrix} \exp(+j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) & 0 \\ 0 & \exp(-j \cdot k \cdot \sin \theta_m \cdot L_m) \end{bmatrix}, \text{ για } m = 0, 1, \dots, N$$

(3.2.77)

Χρησιμοποιώντας τους επιμέρους πίνακες  $D_{m,m+1}$  και  $P_m$ , μπορούμε να εξάγουμε τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς για το ανακλώμενο πεδίο μέσα από την πολυστρωματική διάταξη. Ξεκινάμε από το μέσο δεξιά της διάταξης και προχωράμε διαδοχικά προς τα αριστερότερα στρώματα:

$$\begin{pmatrix} E_N^+ \\ E_N^- \end{pmatrix} = D_{N,N+1} \cdot \begin{pmatrix} E_{N+1}^{+'} \\ E_{N+1}^{-'} \end{pmatrix} \quad (3.2.78)$$

και

$$\begin{pmatrix} E_N^{+'} \\ E_N^{-'} \end{pmatrix} = P_N \cdot \begin{pmatrix} E_N^+ \\ E_N^- \end{pmatrix} \xrightarrow{(3.2.21)} \begin{pmatrix} E_N^{+'} \\ E_N^{-'} \end{pmatrix} = P_N \cdot D_{N,N+1} \cdot \begin{pmatrix} E_{N+1}^{+'} \\ E_{N+1}^{-'} \end{pmatrix} \quad (3.2.79)$$

Για τα στρώματα  $N-1,N$  παρόμοια:

$$\begin{pmatrix} E_{N-1}^+ \\ E_{N-1}^- \end{pmatrix} = D_{N-1,N} \cdot \begin{pmatrix} E_N^{+'} \\ E_N^{-'} \end{pmatrix} \quad (3.2.80)$$

και

$$\begin{pmatrix} E_{N-1}^{+'} \\ E_{N-1}^{-'} \end{pmatrix} = P_{N-1} \cdot \begin{pmatrix} E_{N-1}^+ \\ E_{N-1}^- \end{pmatrix} \xrightarrow{(3.2.23)} \begin{pmatrix} E_{N-1}^{+'} \\ E_{N-1}^{-'} \end{pmatrix} = P_{N-1} \cdot D_{N-1,N} \cdot \begin{pmatrix} E_N^{+'} \\ E_N^{-'} \end{pmatrix} \quad (3.2.81)$$

Αντικαθιστώντας τώρα την (3.2.22) στην (3.2.24) λαμβάνουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$\begin{pmatrix} E_N^{+'} \\ E_N^{-'} \end{pmatrix} = P_{N-1} \cdot D_{N-1,N} \cdot P_N \cdot D_{N,N+1} \cdot \begin{pmatrix} E_{N+1}^{+'} \\ E_{N+1}^{-'} \end{pmatrix} \quad (3.2.82)$$

Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο, καταλήγουμε στον συνολικό πίνακα-μήτρα που περιγράφει τη διάδοση στο πολυστρωματικό μέσο:

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^N P_m \cdot D_{m,m+1} \cdot \begin{pmatrix} E_{N+1}^+ \\ E_{N+1}^- \end{pmatrix} \quad (3.2.83)$$

όπου:  $P_0 = I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  είναι ο μοναδιαίος πίνακας, ο οποίος κατέχει το στοιχείο της ουδετερότητας, δηλαδή πολλαπλασιαζόμενος με οποιονδήποτε άλλο πίνακα δεν τον μεταβάλλει. Έτσι, ονομάζουμε “Transfer Matrix” του συστήματος τον πίνακα:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^N P_m \cdot D_{m,m+1} \quad (3.2.84)$$

Οι δείκτες ανάκλασης και διάδοσης της πολυστρωματικής διάταξης, οι οποίοι είναι σύνθετοι αριθμοί, μπορούν να εκφραστούν μέσω των στοιχείων  $T_{ij}$  του Transfer Matrix. Ουσιαστικά, το συνολικό ανακλώμενο κύμα είναι το  $E_0^-$ , ενώ το συνολικό διαδιδόμενο το  $E_{N+1}^+$

Στην περίπτωση που η διάταξη βρίσκεται στο κενό μπορούμε να θέσουμε  $E_{N+1}^- = 0$ , καθώς δεν υπάρχει κάποια επιφάνεια στην οποία θα ανακλαστεί το εξερχόμενο κύμα ώστε να δημιουργήσει κάποια συνιστώσα διαδιδόμενη από την έξοδο προς την είσοδο της διάταξης. Με βάση τις σχέσεις (3.2.26) και (3.2.27) εξάγουμε τα ακόλουθα συμπεράσματα:

$$E_0^+ = T_{11} \cdot E_{N+1}^+ \Rightarrow t = t_{0,N+1} = \frac{E_{N+1}^+}{E_0^+} = \frac{1}{T_{11}} \quad (3.2.85)$$

$$E_0^- = T_{21} \cdot E_{N+1}^+ \xrightarrow{(3.2.28)} E_0^- = T_{21} \cdot \frac{E_0^+}{T_{11}} \Rightarrow r = r_{0,N+1} = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{T_{21}}{T_{11}} \quad (3.2.86)$$

Αν θέλαμε να βρούμε και τους αντίστοιχους συντελεστές από την έξοδο στην είσοδο του μέσου, τότε θα θέταμε  $E_0^+ = 0$ . Τότε ισχύουν:

$$t' = t_{N+1,0} = \frac{E_0^-}{E_{N+1}^+} = \frac{\text{Det } T}{T_{11}} \quad (3.2.87)$$

όπου

$$\text{Det } T = T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21} \quad (3.2.88)$$

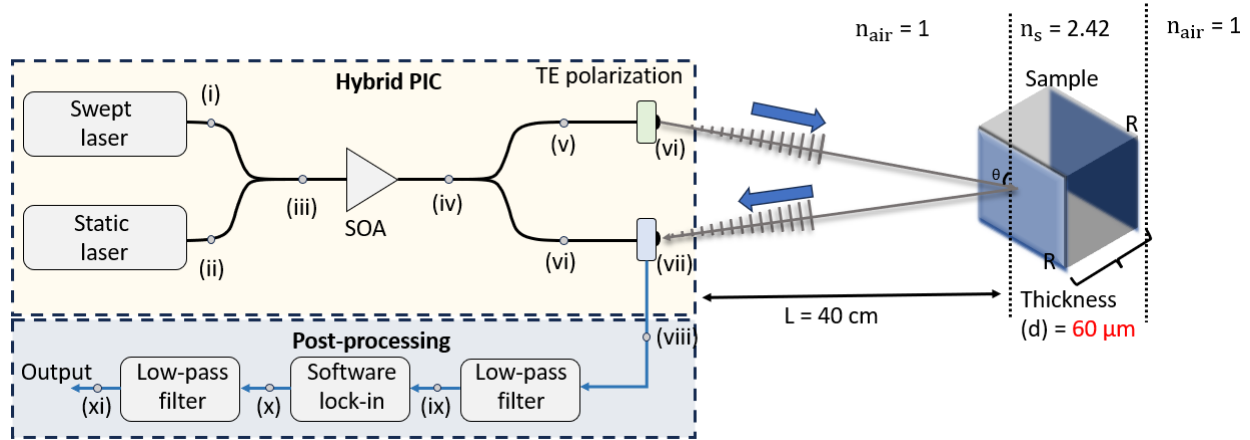
$$r' = r_{N+1,0} = \frac{E_{N+1}^-}{E_{N+1}^+} = -\frac{T_{12}}{T_{11}} \quad (3.2.89)$$

Για την απλή περίπτωση που έχουμε μόνο ένα στρώμα, η εφαρμογή της TMM καταλήγει στη μορφή της συνάρτησης μεταφοράς του Fabry-Perot

### 3.2.4 Μέτρηση πάχους δείγματος και τροποποιημένη εφαρμογή της TMM

Έχοντας θεμελιώσει στις προηγούμενες παραγράφους τα απαραίτητα στοιχεία προς κατανόηση αυτών που θα ακολουθήσουν, θα προχωρήσουμε τώρα στην περιγραφή της διάταξής μας όταν εισάγουμε ένα μονοστρωματικό δείγμα, και στη μέτρηση του πάχους του. Συγκριτικά με την περιγραφή της ανάλυσης στην περίπτωση ιδανικού ανακλαστήρα, αυτό που αλλάζει είναι το σήμα στην έξοδο του δείγματος μετά τη διάδοση στο εσωτερικό του. Επομένως θα επικεντρωθούμε σε αυτό το σημείο και ακολούθως θα εξηγήσουμε με ποιον τρόπο εφαρμόσαμε την Transfer Matrix Method για την μοντελοποίηση της διάδοσης στο εσωτερικό του δείγματος





Εικόνα 3.2.8 Εισαγωγή μονοστρωματικού δείγματος

Όπως φαίνεται και στην εικόνα 3.2.8, το δείγμα μας έχει δείκτη διάθλασης  $n_s = 2.42$  που αντιστοιχεί στο διαμάντι, και εκατέρωθεν αυτού υπάρχει ο αέρας. Να σημειώσουμε ότι θεωρούμε αμελητέα την απορρόφηση μέσα στο δείγμα. Το πάχος, που ουσιαστικά αποτελεί την άγνωστη παράμετρο που θα πρέπει να εξάγουμε σωστά, είναι τελικά  $60 \mu\text{m}$

Όταν λοιπόν το THz σήμα προσπίπτει στο δείγμα, ένα ποσοστό του ανακλάται και το υπόλοιπο εισέρχεται στο εσωτερικό του δείγματος. Μέσα στο δείγμα δημιουργούνται αλληπάλληλες ανακλάσεις όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.2. Να σημειώσουμε ότι υποθέτουμε μηδενική γωνία πρόσπτωσης. Επομένως δημιουργείται ένα άπειρο πλήθος ανακλώμενων συνιστωσών και το συνολικό σήμα που θα ταξιδέψει προς τον δέκτη αποτελεί την επαλληλία αυτών. Αντίστοιχα, στην «πίσω» πλευρά του δείγματος προκύπτει ένα άπειρο άθροισμα διαδοχικών διαδιδόμενων συνιστωσών, αλλά το πεδίο αυτό δε μας ενδιαφέρει για τη συγκεκριμένη ανάλυση.

Η πρώτη ανακλώμενη συνιστώσα δεν διαδίδεται μέσα στο δείγμα, επομένως φτάνει στον δέκτη τη χρονική στιγμή  $t = \tau_{\text{THz}}$ . Επομένως, το σήμα IF που αντιστοιχεί σε αυτήν θα έχει συχνότητα ίση με την  $f_{\text{IFref}}$  που έχουμε υπολογίσει. Η δεύτερη ανακλώμενη συνιστώσα εξέρχεται από το δείγμα αφού «ταξιδέψει» μέσα σε αυτό και προς τις δύο κατευθύνσεις. Ως αποτέλεσμα, απέχει χρονικά σε σχέση με την πρώτη κατά  $D_t = \frac{2 \cdot n_s \cdot d}{c} = \frac{2 \cdot 2.4 \cdot 60 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^8} \text{ s} = 0.968 \text{ fs}$ . Το σήμα ενδιάμεσης συχνότητας μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα που αντιστοιχεί στη δεύτερη ανακλώμενη συνιστώσα, σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 3.1.1, θα έχει συχνότητα

$$f_{b2} = \text{slope} \cdot (\tau_{\text{THz}} + D_t) = f_{\text{IFref}} + \text{slope} \cdot D_t = 533.6872 \text{ kHz} \approx 533.7 \text{ kHz}$$

Παρόμοια, η τρίτη ανακλώμενη συνιστώσα, φτάνει στην έξοδο του δείγματος μετά από χρόνο  $D_t$  σε σχέση με τη δεύτερη. Συνεπώς, η συνολική της καθυστέρηση μέχρι τον δέκτη ισούται με  $\tau_{\text{THz}} + 2 \cdot D_t$ , και αντίστοιχα το IF σήμα που αντιστοιχεί στη δεύτερη ανάκλαση έχει συχνότητα:

$$f_{b3} = \text{slope} \cdot (\tau_{\text{THz}} + 2 \cdot D_t) = f_{\text{IFref}} + \text{slope} \cdot 2 \cdot D_t = f_{b2} + \text{slope} \cdot D_t \Rightarrow$$

$$f_{b3} = 534.0744 \text{ kHz} \approx 534.1 \text{ kHz}$$

Γενικεύοντας, για την n-οστή ανακλώμενη συνιστώσα, η συχνότητα του αντίστοιχου IF σήματος που δημιουργείται στον δέκτη, δίνεται ως εξής:

$$f_{bn} = \text{slope} \cdot t_{\text{THz}} + (n - 1) \cdot \text{slope} \cdot Dt \quad (3.2.91)$$

Δύο διαδοχικές συχνότητες απέχουν μεταξύ τους κατά:

$$\Delta_{fb} = \text{slope} \cdot Dt = 387.2 \text{ Hz} \quad (3.2.92)$$

Αντίστοιχα για τις φάσεις ισχύει:

$$\varphi_{bn} = \varphi_{bIF} + (n - 1) \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot \text{slope} \cdot Dt \quad (3.2.93)$$

και οι φάσεις για δύο διαδοχικές συνιστώσες διαφέρουν κατά:

$$\Delta_{\varphi b} = 2\pi \cdot f_0 \cdot \text{slope} \cdot Dt = 2\pi \quad (3.2.94)$$

Θα πρέπει επιπλέον να λάβουμε υπόψη την εξασθένηση του πλάτους κάθε συνιστώσας σύμφωνα με τις εξισώσεις Fresnel για την ανάκλαση και τη διάδοση. Για το δείγμα μας, από τον δείκτη διάθλασης υπολογίζουμε τον συντελεστή ανάκλασης:

$$\Gamma_{\text{sample}} = \frac{n_{\text{air}} - n_s}{n_{\text{air}} + n_s} = -0.4152 \quad (3.2.95)$$

και την ανακλαστικότητα:

$$R_{\text{sample}} = r_{\text{sample}}^2 = 0.1724 \quad (3.2.96)$$

Επειδή  $r_{\text{sample}} < 0$ , ισχύει  $r_{\text{sample}} = -\sqrt{R_{\text{sample}}}$  (3.2.97)

Σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 3.2.2 για το συμβολόμετρο Fabry-Perot, η πρώτη ανακλώμενη συνιστώσα θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με τον παράγοντα:  $-\sqrt{R_{\text{sample}}}$  και από τις επόμενες, το πλάτος της m-οστής συνιστώσας θα πρέπει να λάβει εξασθένηση:

$$(1 - R_{\text{sample}}) \cdot \sqrt{R_{\text{sample}}} \cdot R_{\text{sample}}^{m-2}$$

Άρα, το συνολικά ανακλώμενο πεδίο που φτάνει στην είσοδο του δέκτη είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}
E_{rx,THz} = & \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \\
& \cdot \left\{ -\sqrt{R_{sample}} \cos(\varphi_{THz}(t - \tau_{THz})) \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot u(t - \tau_{THz}) \right. \\
& + \sum_{n=2}^{\infty} (1 - R_{sample}) \cdot \sqrt{R_{sample}} \cdot R_{sample}^{n-2} \cos(\varphi_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t)) \\
& \left. \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t)} \cdot u(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t) \right\}
\end{aligned} \tag{3.2.98}$$

όπου:

$$\varphi_{THz}(t) = \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot slope \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} + \varphi_{01} - \varphi_{02} \tag{3.2.99}$$

με:  $\varphi_{01} - \varphi_{02} = 0$  και  $f_0 = f_{start} - f_{static} = 1$  THz

Ακόμα, χρησιμοποιούμε τη βηματική συνάρτηση για να εκφράσουμε το γεγονός ότι κάθε συνιστώσα είναι μηδενική για χρονικό διάστημα ίσο με την καθυστέρηση άφιξης στο δέκτη:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1, & \text{για } t \geq t_0 \\ 0, & \text{για } t < t_0 \end{cases} \tag{3.2.100}$$

Να σημειώσουμε ότι οι χρονικές καθυστερήσεις εισάγονται και στη χρονική συνάρτηση εξασθένησης  $g_{THz}(t)$ , ώστε για κάθε συνιστώσα η περιβάλλουσα να έχει τη σωστή μορφή. Αν για παράδειγμα δεν εισάγαμε χρονική καθυστέρηση στην  $g_{THz}(t)$ , τότε η πρώτη τιμή της περιβάλλουσας για κάθε συνιστώσα θα ήταν η:

$$g_{THz}(\tau_{THz} + (n-1) \cdot D_t) = G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot y_{saw}(\tau_{THz} + (n-1) \cdot D_t) \cdot L_{THz}} \right)^2$$

ενώ η σωστή τιμή είναι:

$$g_{THz}(t(1)) = G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot y_{saw}(t(1)) \cdot L_{THz}} \right)^2$$

Στην εικόνα 3.2.9 παρατηρούμε το συνολικό ανακλώμενο σήμα στο πεδίο του χρόνου. Όπως και για το σήμα αναφοράς, το μέγεθος του πλάτους φθίνει με την πάροδο του χρόνου λόγω της μεγαλύτερης εξασθένησης Friis για μεγαλύτερες συχνότητες. Δεν πρόκειται όμως για ένα «καθαρό» ημιτονοειδές σήμα, όπως στην περίπτωση του ιδανικού ανακλαστήρα, αλλά για μια επαλληλία συνημιτόνων. Από την εικόνα 3.2.10, υπολογίζουμε ότι δύο διαδοχικοί μηδενισμοί της περιβάλλουσας απέχουν κατά:

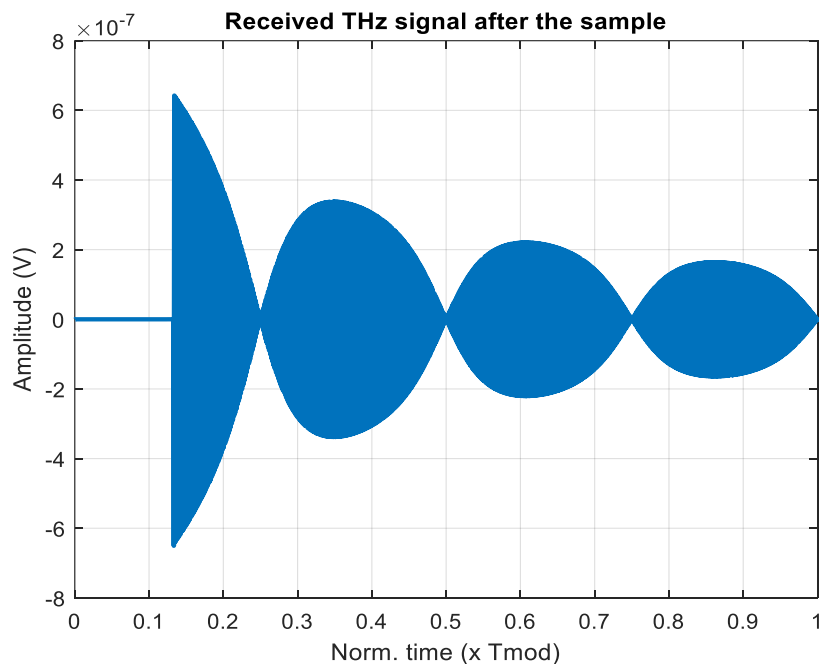
$$\Delta t = (0.525867 - 0.266183) \cdot 0.01 \text{ s} = 0.259684 \cdot 0.01 \text{ s}$$

Επομένως:

$$\frac{1}{\Delta t} \approx 387 \text{ Hz}$$

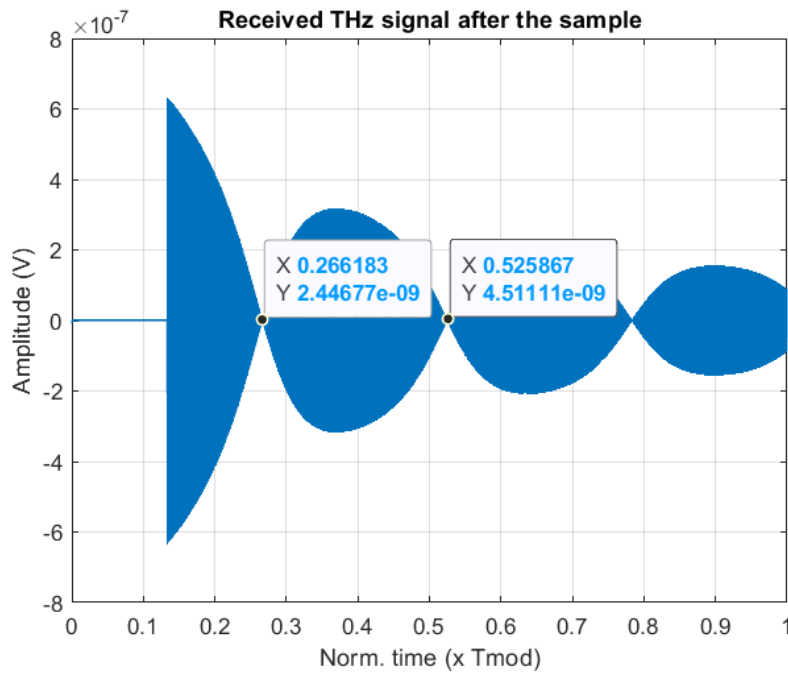
Ο λόγος αυτός, ισούται με το διπλάσιο της συχνότητας της περιβάλλουσας και σχετίζεται με τη διαφορά συχνοτήτων δύο διαδοχικών ανακλώμενων συνιστωσών. Για τις συχνότητες δύο διαδοχικών ανακλάσεων έχουμε λοιπόν:

$$\begin{aligned} f_{\text{THz}}(t - n \cdot D_t) - f_{\text{THz}}(t - (n + 1) \cdot D_t) = \\ (\text{slope} \cdot t + f_0 - \text{slope} \cdot n \cdot D_t) - (\text{slope} \cdot t + f_0 - \text{slope} \cdot (n + 1) \cdot D_t) = \\ \text{slope} \cdot D_t = 387.2 \text{ Hz} \end{aligned}$$



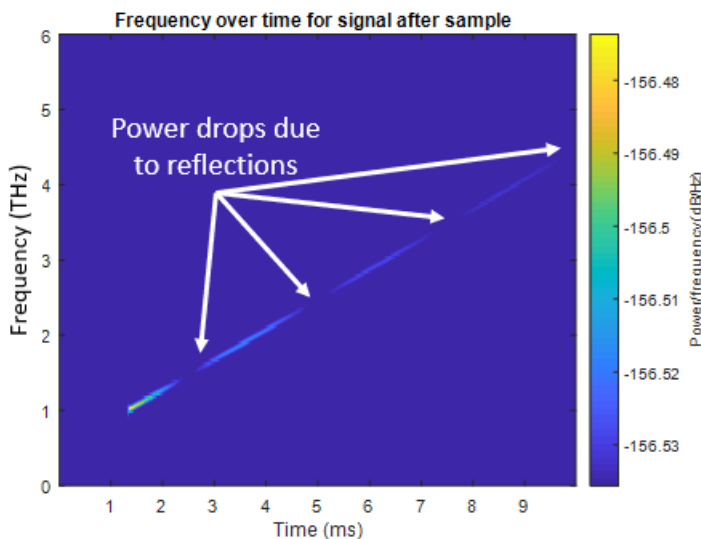
Εικόνα 3.2.9 Σήμα στην έξοδο του δείγματος

Συνεπώς, η συχνότητα της περιβάλλουσας θα είναι ίση με την ημιδιαφορά των συχνοτήτων δύο διαδοχικών συνιστωσών

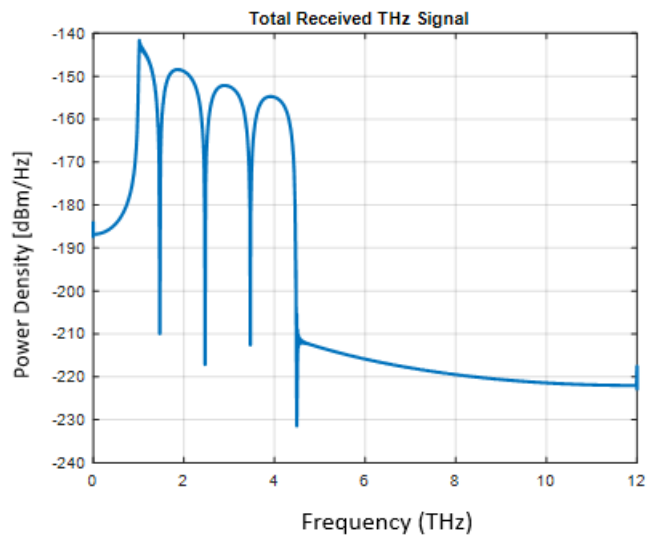


Εικόνα 3.2.10 Υπολογισμός περιόδου περιβάλλουσας

Ως προς το συχνοτικό περιεχόμενο μετά τη διάδοση στο δείγμα, παρατηρούμε ότι διατηρείται η διαμόρφωση συχνότητας FMCW που είχε και το εισερχόμενο THz σήμα, στο διάστημα 1 έως 5 THz. Στο πεδίο Fourier, βλέπουμε ότι η ισχύς είναι συγκεντρωμένη επίσης στο διάστημα 1 έως 5 THz με φθίνον πλάτος για μεγαλύτερες συχνότητες, λόγω της εξασθένησης Friis, όπως έχουμε ξανά εξηγήσει. Το ενδιαφέρον είναι, ότι η μορφή της καμπύλης, παρουσιάζει τη μορφή της συνάρτησης μεταφοράς του Fabry Perot για την ανάκλαση, με τις χαρακτηριστικές βυθίσεις



Εικόνα 3.2.11 Συχνοτικό περιεχόμενο συνολικού ανακλώμενου κύματος



Εικόνα 3.2.12 Μετασχηματισμός Fourier συνολικού ανακλώμενου κύματος

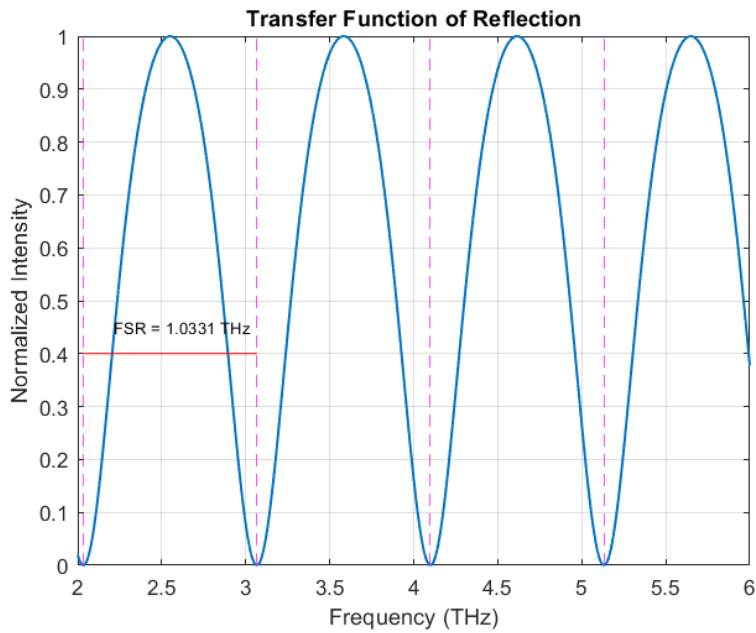
Επίσης, τα σημεία στα οποία το Spectrogram γίνεται πολύ αγνό (τα δείχνουμε και με τα βέλη), αντιστοιχούν στις συχνότητες των «βυθίσεων» όπου έχουμε μειωμένη ισχύ.

Στην έξοδο του δείγματος απεικονίζουμε επίσης τη συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης, η οποία ισούται με το λόγο:

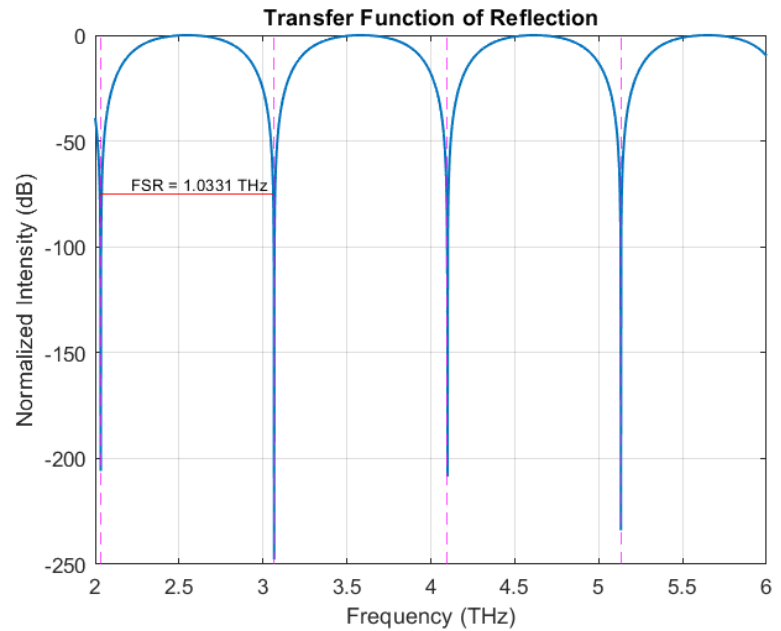
$$R_{\text{tot}}(f) = \left| \frac{E_{\text{inc,THz}}}{E_{\text{R,THz}}} \right|^2 = \left| \frac{T_{21}}{T_{11}} \right|^2 \quad (3.2.101)$$

όπου:

$T_{11}, T_{21}$  είναι τα αντίστοιχα στοιχεία του συνολικού πίνακα από την “Transfer Matrix Method”



Εικόνα 3.2.13 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης σε γραμμικές μονάδες



Εικόνα 3.2.14 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης σε μονάδες dB

Το FSR που της συνάρτησης μεταφοράς, «συμφωνεί» με το μήκος του δείγματος:

$$FSR = \frac{c}{2 \cdot n_s \cdot d} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2.42 \cdot 60 \cdot 10^{-6}} = 1.033057 \text{ THz} \quad (3.2.102)$$

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται το “photonmixing” στον δέκτη, όπως ακριβώς έχουμε περιγράψει και για το σήμα αναφοράς, και από το παραγόμενο φωτο-ρεύμα λαμβάνεται το IF σήμα μετά από βαθυπερατό φιλτράρισμα. Το συνολικό σήμα ενδιάμεσης συχνότητας στην έξοδο του βαθυπερατού φίλτρου, μπορεί να περιγραφεί σύμφωνα με τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο:

$$I_{IFtot}(t) = \frac{1}{32} \frac{1}{L_{PCA}} \frac{1}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}^4 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} r_{pd} \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cdot \left\{ -\sqrt{R_{sample}} \cdot \cos(f_{IFref} \cdot t + \varphi_{IFref}) \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot u(t - \tau_{THz}) + \sum_{n=2}^{\infty} (1 - R_{sample}) \cdot \sqrt{R_{sample}} \cdot R_{sample}^{n-2} \cdot \cos(f_{bn} \cdot t + \varphi_{bn}) \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t)} \cdot u(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t) \right\} \quad (3.2.103)$$

Η ισχύς για την n-οστή συνιστώσα σήματος, παρόμοια με την ισχύ του IF σήματος αναφοράς, εκφράζεται μαθηματικά όπως φαίνεται ακολούθως:

$$P_{IFn} = \frac{1}{32^2} \cdot \frac{1}{L_{PCA}^2} \cdot \frac{R_{sample} \cdot (1 - R_{sample})^2 \cdot R_{sample}^{2(N-2)} \cdot r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^4}{L_{InP(SOA)-PolyBoard}^8 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^4 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}^2} \cdot P_{swept\ laser}^2 \cdot P_{static\ laser}^2 \cdot f_{mod} \cdot \int_0^{T_{mod}} g_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{IFn} \cdot t)^2 \cdot u(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t) dt \quad (3.2.104)$$

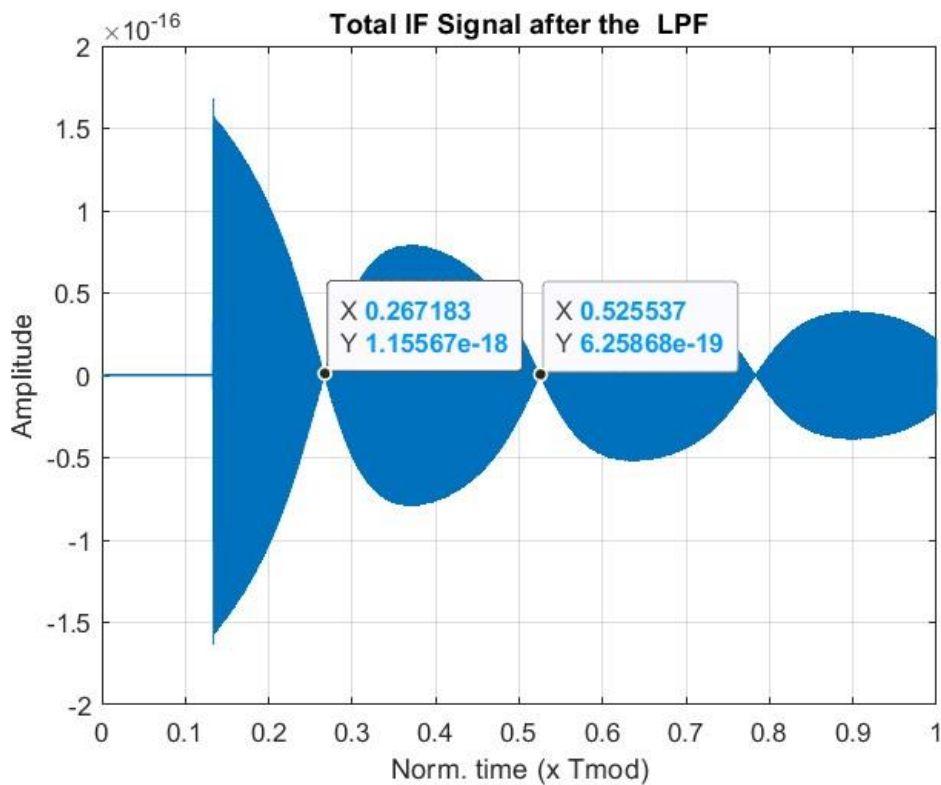
Επομένως, η συνολική ισχύς δίνεται από το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών ισχύος:

$$P_{IFtot} = \sum_{n=0}^{\infty} P_{IFn} \quad (3.2.105)$$

Προφανώς, όπως θα δείξουμε και στη συνέχεια, λόγω του πολλαπλασιασμού με τον παράγοντα εξασθένησης από τις ανακλάσεις και τις διαδόσεις μέσα στο δείγμα, το πλάτος των συνιστωσών

μειώνεται με την αύξηση του αύξοντος αριθμού  $n$  και τελικά ικανή ισχύ δίνει μόνο ένα πεπερασμένο πλήθος συνιστωσών

Το ρεύμα IF λοιπόν, δεν θα είναι ένα συνημίτονο σταθερής συχνότητας όπως στην περίπτωση του IF σήματος αναφοράς για ιδανικό ανακλαστήρα, αλλά θα αποτελεί μια επαλληλία συνημιτόνων, το καθένα σταθερής συχνότητας:  $f_{IFref}, f_{b2}, f_{b3}, f_{b4}$  κ.ο.κ. Για χρονικό διάστημα ίσο με  $\tau_{THz}$  το σήμα είναι μηδενικό



Εικόνα 3.2.15 Συνολικό σήμα στον δέκτη μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα

Για την περιβάλλουσα, υπολογίζουμε:

$$\Delta_t = (0.525537 - 0.267183) \cdot 0.01 \text{ s} = 0.258354 \cdot 0.01 \text{ s}$$

$$\frac{1}{\Delta_t} = 387.06 \text{ Hz} \approx \Delta_{fb}$$



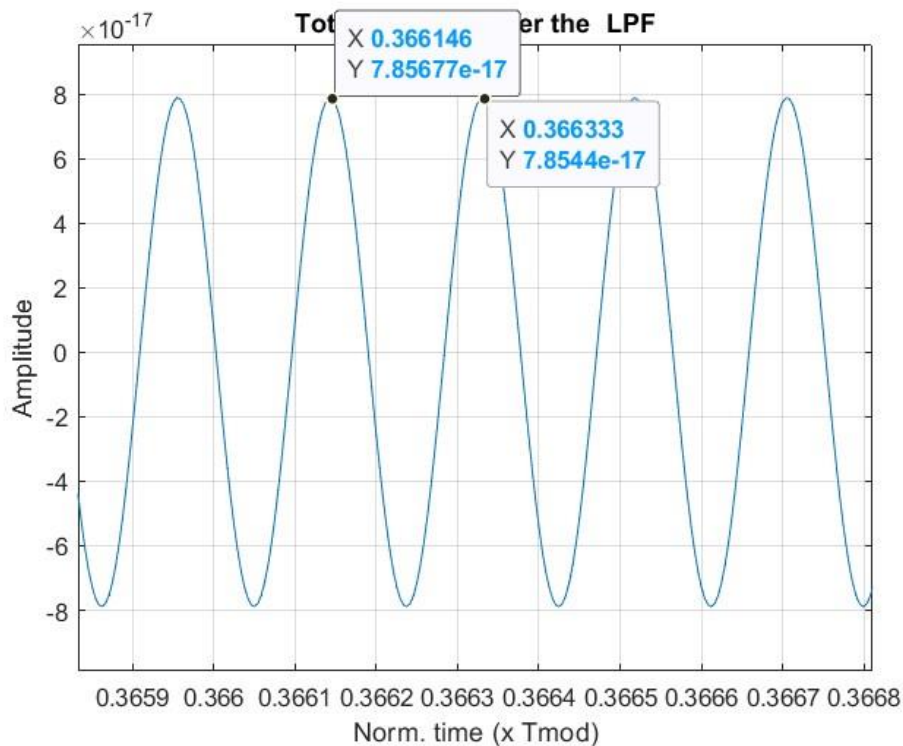
Επομένως, η συχνότητα της περιβάλλουσας ισούται με:  $\frac{1}{2 \cdot \Delta t} = \frac{\Delta f_b}{2}$ , δηλαδή η περιβάλλουσα μεταβάλλεται σύμφωνα με την ημιδιαφορά δύο διαδοχικών IF συχνοτήτων

Κάνοντας μεγέθυνση σε μία από τις «κοιλότητες», παρατηρούμε ότι το σήμα έχει ημιτονοειδή μορφή και η συχνότητά του υπολογίζεται ως εξής:

$$f = \frac{1}{0.366333 - 0.366146} \cdot 100 \text{ Hz} \approx 0.534 \text{ MHz}$$

Το ημίθροισμα των συχνοτήτων των δύο πρώτων συνιστωσών IF, ισούται με:

$$\frac{f_{\text{IFref}} + f_{b2}}{2} = \frac{0.5333 + 0.5337}{2} \text{ MHz} = 0.5335 \text{ MHz} \approx 0.534 \text{ MHz}$$



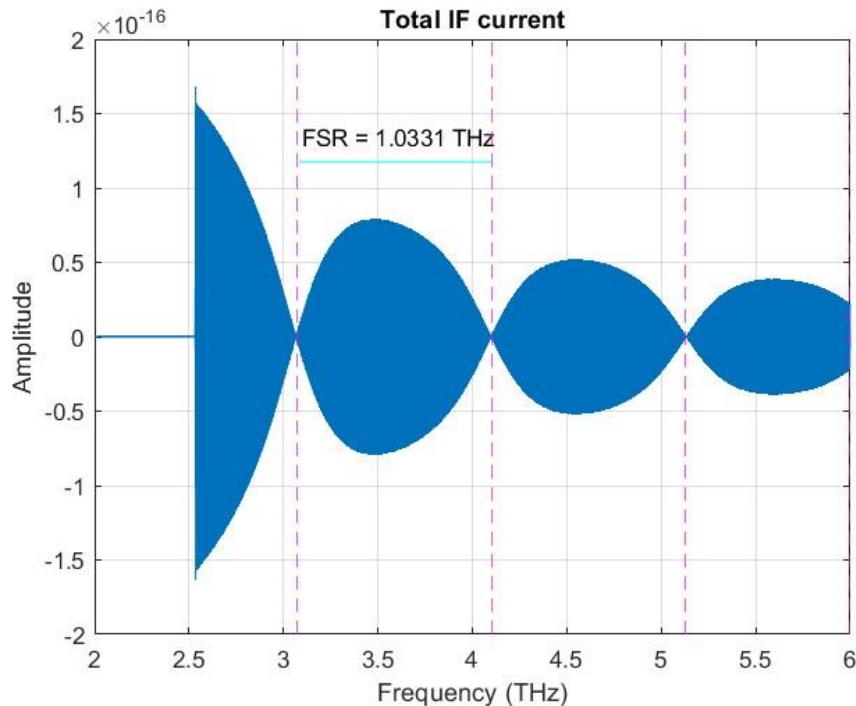
Εικόνα 3.2.16 Μεγέθυνση του IF ρεύματος

Συμπεραίνουμε ότι το λαμβανόμενο ρεύμα συμπεριφέρεται ανάλογα με το φαινόμενο του διακροτήματος, με συμβολή από τις δύο πρώτες συνιστώσες. Πιο συγκεκριμένα, όταν δύο ημιτονοειδή σήματα με συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  αντίστοιχα, συμβάλλουν, τότε προκύπτει ένα σήμα συχνότητας ίση με το ημίθροισμα των δύο συχνοτήτων, έχοντας μεταβαλλόμενο πλάτος σύμφωνα με την ημιδιαφορά των  $f_1$  και  $f_2$ . Μαθηματικά, η συμπεριφορά αυτή εξηγείται ως εξής:

$$\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) = 2 \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{2} \right) \cdot t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) \cdot t \right] \quad (3.2.107)$$

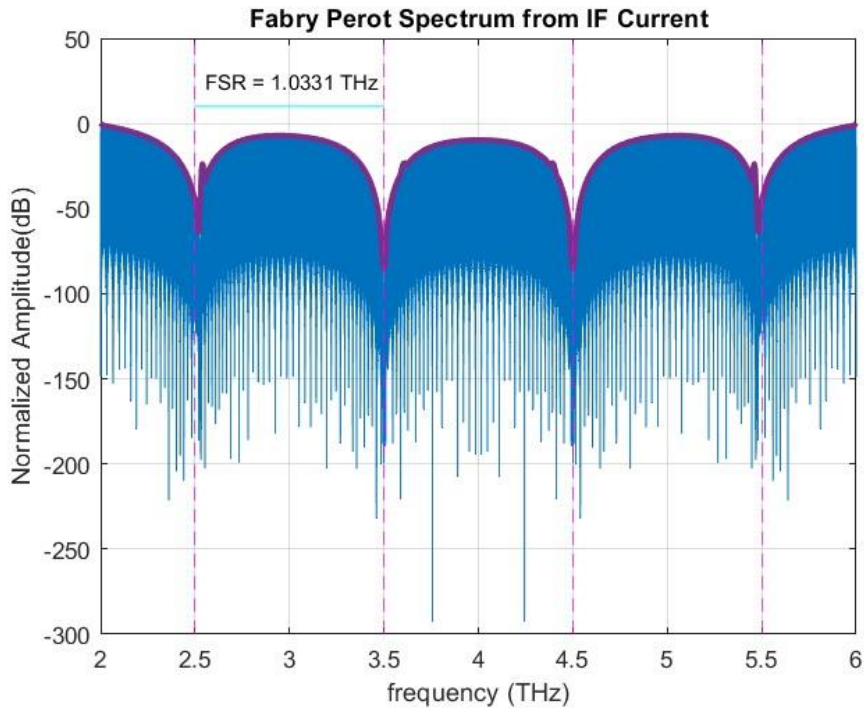
Στην περίπτωση μας, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, δεν έχουμε μόνο δύο συνιστώσες που συμβάλλουν, αλλά ένα άπειρο πλήθος θεωρητικά. Στην πράξη, όμως, οι δύο πρώτες θα έχουν ικανή ισχύ, για αυτό και ρεύμα που λαμβάνεται τελικά στον δέκτη παρουσιάζει τη μορφή του διακροτήματος για τις  $f_{IFref}$  και  $f_{b2}$

Αν αναπαραστήσουμε το ρεύμα IF ως προς άξονα συχνοτήτων, και συγκεκριμένα ως προς τον άξονα  $y_{saw}$ , για μια περίοδο της πριονωτής κυματομορφής που διαμορφώνει τη συχνότητα του swept laser, τότε όπως φαίνεται και στην εικόνα 3.2.17, οι μηδενισμοί της περιβάλλουσας απέχουν όσο το FSR της συνάρτησης μεταφοράς της ανάκλασης



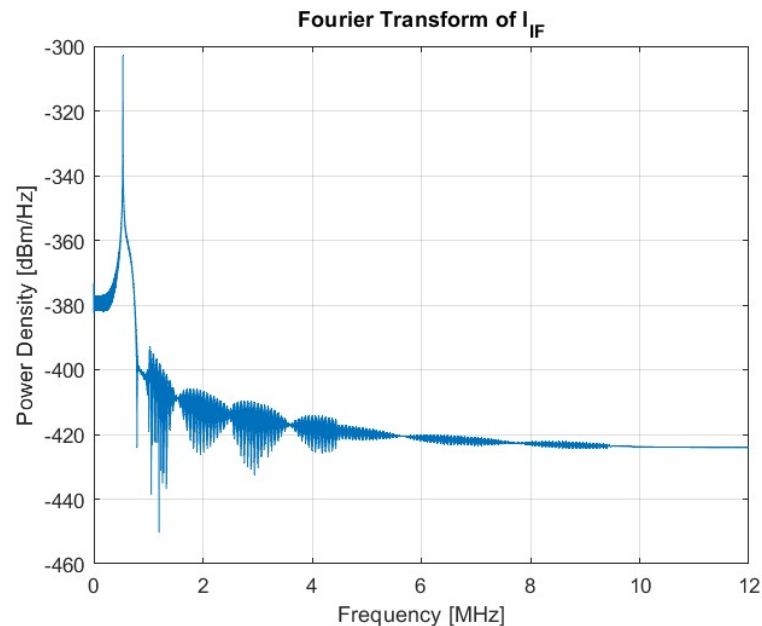
Εικόνα 3.2.17 Ρεύμα IF στον δέκτη ως προς άξονα συχνοτήτων

Παρακάτω, παρουσιάζεται η κανονικοποιημένη μορφή της συνάρτησης IF, έχοντας διαιρέσει με σήμα αναφοράς το οποίο περιλαμβάνει την εξασθένιση Friis και την καθυστέρηση διάδοσης στο THz μονοπάτι. Με αυτόν τον τρόπο, οι «κοιλότητες» ευθυγραμμίζονται

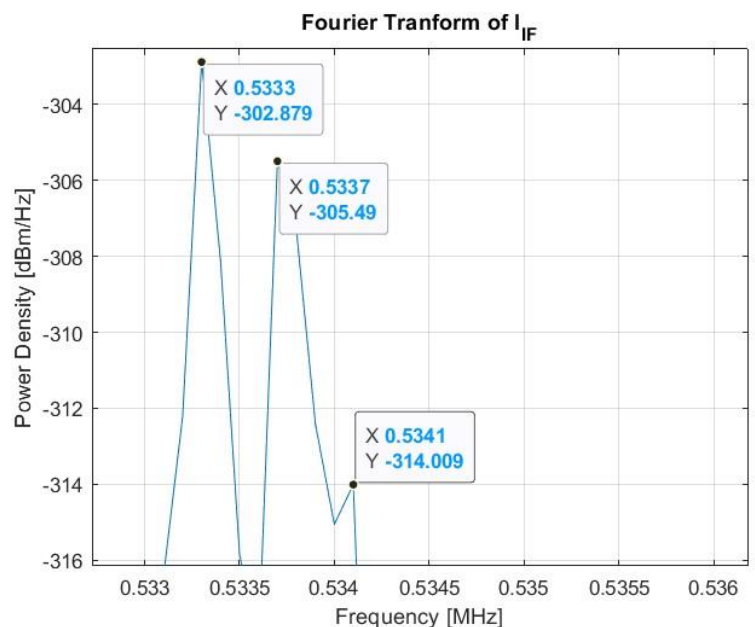


Εικόνα 3.2.18 Κανονικοποιημένη μορφή IF ρεύματος με άξονα συχνότητας

Ως προς τον μετασχηματισμό Fourier του σήματος, περιμένουμε να δούμε πολλαπλές συναρτήσεις Dirac στις θέσεις  $f_{IFref}$  και  $f_{DN}$ . Κάθε μία δ-κορυφή στο πεδίο Fourier, αντιστοιχεί σε μια ξεχωριστή IF συνιστώσα του συνολικού σήματος, το οποίο αποτελεί την επαλληλία τους



Εικόνα 3.2.19 Μετασχηματισμός Fourier σήματος στον δέκτη μετά το LFP



Εικόνα 3.2.20 Κορυφές-συναρτήσεις Dirac στο πεδίο Fourier

Όπως παρατηρούμε στην εικόνα 3.2.20, τελικά τρεις κορυφές έχουν σημαντική ισχύ. Οι επόμενες έχουν εξασθενήσει έντονα λόγω των παραγόντων  $(1 - R_{\text{sample}}) \cdot \sqrt{R_{\text{sample}}} \cdot R_{\text{sample}}^{m-2}$ , από τις αλληπάλληλες ανακλάσεις και διαδόσεις μέσα στο δείγμα. Επίσης η Τρίτη κορυφή είναι σημαντικά μειωμένη σε σχέση με τη δεύτερη, περίπου κατά 9 dBm. Συνεπώς, κυρίαρχες είναι οι πρώτες δύο κορυφές. Ως προς τις θέσεις των κορυφών, «συμφωνούν» με τους θεωρητικούς υπολογισμούς.

Από τη διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών, μπορούμε να ανιχνεύσουμε το πάχος του δείγματος. Όπως έχουμε ξανά αναφέρει, η χρονική καθυστέρηση μεταξύ δύο διαδοχικών ανακλάσεων λόγω της διάδοσης μέσα στο δείγμα ισούται με:

$$D_t = \frac{2 \cdot d \cdot n_s}{c} \quad (3.2.108)$$

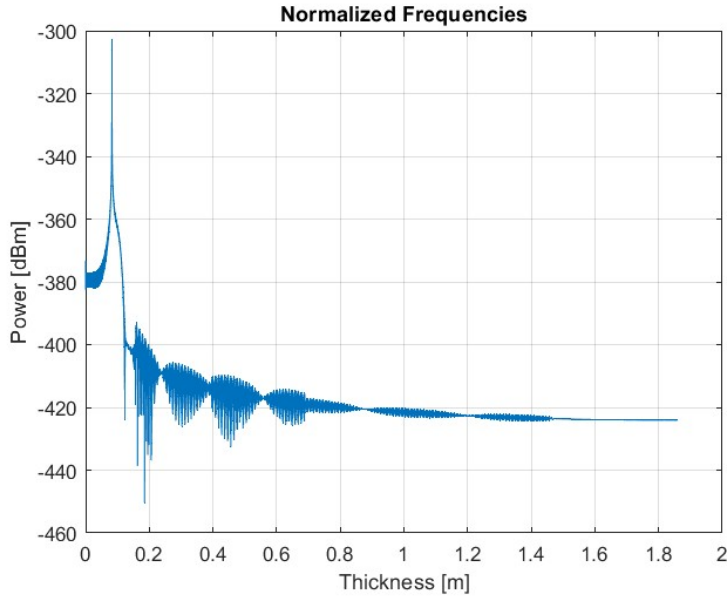
Η διαφορά γειτονικών συχνοτήτων εκφράζεται ως εξής:

$$\Delta_{fb} = \text{slope} \cdot D_t = \text{slope} \cdot \frac{2 \cdot d \cdot n_s}{c} \quad (3.2.109)$$

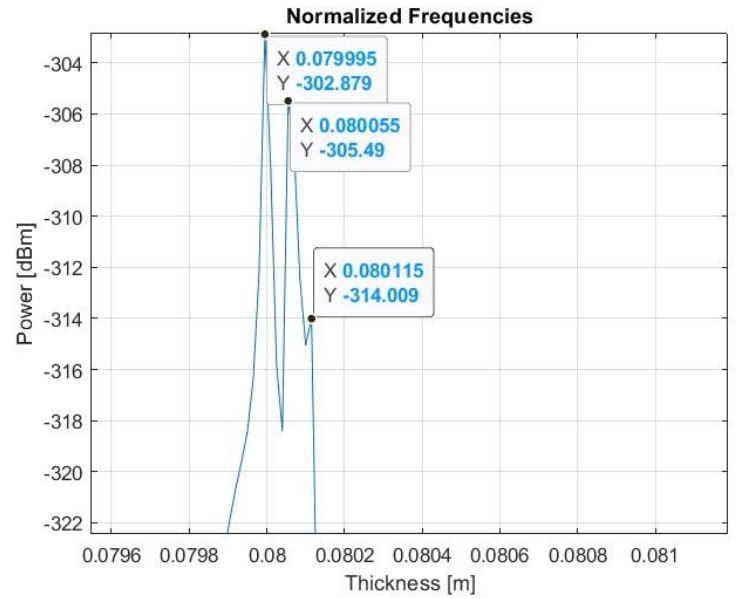
Άρα, με γνωστό τον δείκτη διάθλασης του υλικού  $n_s$  και υπολογίζοντας από το διάγραμμα του μετασχηματισμού Fourier το  $\Delta_{fb}$  μπορούμε να εξάγουμε την πληροφορία του πάχους:

$$d = \frac{c \cdot \Delta_{fb}}{2 \cdot \text{slope} \cdot n_s} \quad (3.2.110)$$

Μάλιστα αν κανονικοποιήσουμε τον άξονα των συχνοτήτων με τον παράγοντα " $\frac{c}{2 \cdot \text{slope} \cdot n_s}$ ", τότε η απόσταση δύο γειτονικών κορυφών θα ισούται με το πάχος του δείγματός μας. Από την εικόνα 3.2.22 υπολογίζουμε:  $d = 0.080055 - 0.079995 = 60 \mu\text{m}$



Εικόνα 3.2.21 Μετασχηματισμός Fourier με κανονικοποιημένο άξονα



Εικόνα 3.2.22 Κορυφές στο πεδίο Fourier με κανονικοποιημένο άξονα

Από το κριτήριο Rayleigh, για να είναι διακριτές δύο κορυφές στον μετασχηματισμό Fourier, θα πρέπει να ικανοποιείται η σχέση:

$$\Delta_{fb} > \frac{1}{T_{mod}} \Rightarrow \text{slope} \cdot D_t > \frac{1}{T_{mod}} \xrightarrow{\text{slope} = \frac{BW}{T_{mod}}} BW \cdot \frac{2 \cdot d \cdot n_s}{c} > 1 \Rightarrow d > \frac{c}{2 \cdot n_s \cdot BW} \quad (3.2.111)$$

Συνεπώς, το ελάχιστο πάχος που μπορούμε να μετρήσουμε με εύρος ζώνης 4 THz, για υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_s = 2.42$  είναι:

$$d_{min} = \frac{c}{2 \cdot n_s \cdot BW} \approx 15.5 \mu\text{m} \quad (3.2.112)$$

Εμείς, λοιπόν, θέλουμε να μετρήσουμε περίπου τετραπλάσιο πάχος από το ελάχιστο επιτρεπτό

Η μοντελοποίηση του δείγματος έγινε μέσω της TMM υπό μηδενική γωνία πρόσπτωσης  $\theta_m = 0$ . Για μονοστρωματικό δείγμα, έχουμε ένα μέσο οπότε  $N=1$ , και  $N+1 = 2$  διεπιφάνειες. Για την εφαρμογή της μεθόδου, χρειάστηκε όμως κάποια τροποποίηση λόγω της διαμόρφωσης συχνότητας που περιέχει το THz σήμα. Για ένα μονοχρωματικό κύμα συχνότητας  $\omega$ , η φάση του μπορεί να εκφραστεί ως  $\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0$ . Κατά τη διάδοσή του σε μέσο μήκους  $l$  και δείκτη διάθλασης  $n_s$ , η συνολική καθυστέρηση μέχρι να ταξιδέψει σε όλο το δείγμα υπολογίζεται ως:  $\tau = \frac{l \cdot n_s}{c}$ . Η συνολική διαφορά φάσης που εισάγεται ισούται με:

$$\Delta_\varphi(\tau) = \varphi(t) - \varphi(t - \tau) = \omega \cdot t + \varphi_0 - [\omega \cdot (t - \tau) + \varphi_0] \Rightarrow$$

$$\Delta_{\varphi}(\tau) = \omega \cdot \tau = \omega \cdot \frac{l \cdot n_s}{c} = k \cdot l = \Delta_{\varphi}(l) \quad (3.2.113)$$

Επομένως, για να λάβουμε το κύμα στο τέλος του μέσου, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το κύμα εισόδου με τον παράγοντα "exp (-jkl)".

Για κύμα που περιέχει διαμόρφωση συχνότητας όμως, η συσσώρευση φάσης κατά τη διάδοσή του στο μέσο δεν θα είναι ένας απλός μιγαδικός αριθμός όπως το εκθετικό "exp (-jkl)". Συγκεκριμένα για το THz σήμα η φάση ισούται με:

$$\varphi_{\text{THz}}(t) = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} \quad (3.2.114)$$

Άρα, μετά από καθυστέρηση  $\tau = \frac{l \cdot n_s}{c}$  που αντιστοιχεί στη διάδοση μέσα στο μέσο, η φάση στο τέλος του δείγματος θα έχει γίνει ίση με:

$$\varphi_{\text{THz}}(t - \tau) = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot (t - \tau)^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \tau) + \frac{\pi}{2} \quad (3.2.115)$$

Έτσι, η διαφορά φάσης υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \Delta_{\varphi}(\tau) &= \varphi_{\text{THz}}(t) - \varphi_{\text{THz}}(t - \tau) \\ &= 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} \\ &\quad - \left( 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 - 2\pi \cdot \text{slope} \cdot \tau \cdot t - 2\pi \cdot f_0 \cdot \tau \right) \Rightarrow \\ \Delta_{\varphi}(\tau) &= 2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau \cdot t + 2\pi \cdot f_0 \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \end{aligned} \quad (3.2.116)$$

Επομένως, το σήμα στο τέλος του μέσου προκύπτει από το σήμα εισόδου πολλαπλασιαζόμενο με τον παράγοντα "exp [-j2π · (slope · τ · t + 2π · f<sub>0</sub> · τ - ½ · slope · τ<sup>2</sup>)]", ο οποίος όμως αποτελεί διάνυσμα καθώς εμπεριέχει το διάνυσμα t. Έτσι, ο πίνακας διάδοσης P<sub>m</sub> στην Transfer Matrix Method, έχοντας σαν διαγώνια στοιχεία τα αντίστοιχα εκθετικά δεν θα είναι 2x2. Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε λοιπόν την TMM, κατασκευάζουμε τον πίνακα P<sub>m</sub> ξεχωριστά για κάθε χρονικό δείγμα t<sub>i</sub> του διανύσματος t στο MATLAB. Επομένως, για το i-οστό δείγμα t<sub>i</sub>, ο πίνακας διάδοσης για το στρώμα με αύξοντα αριθμό m τίθεται ίσος με:

$$P_m(t_i) = \begin{bmatrix} \exp \left[ +j2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau_m \cdot t_i + 2\pi \cdot f_0 \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] & 0 \\ 0 & \exp \left[ -j2\pi \cdot \left( \text{slope} \cdot \tau_m \cdot t_i + 2\pi \cdot f_0 \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot \text{slope} \cdot \tau^2 \right) \right] \end{bmatrix}$$

για  $m = 0, 1, 2, \dots, N$

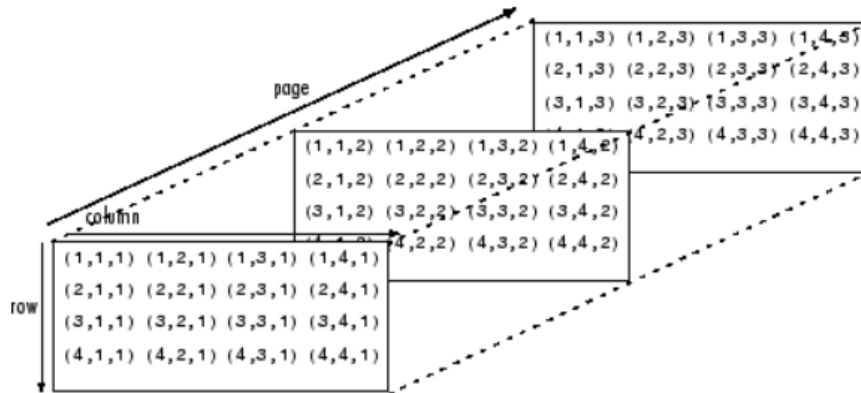
(3.2.117)

ο οποίος είναι  $2 \times 2$

Έτσι, ο συνολικός πίνακας τη χρονική στιγμή  $t_i$ , δίνεται ως:

$$T(t_i) = \begin{bmatrix} T_{11}(t_i) & T_{12}(t_i) \\ T_{21}(t_i) & T_{22}(t_i) \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^N P_m(t_i) \cdot D_{m,m+1} \quad (3.2.118)$$

Επαναλαμβάνοντας για κάθε χρονικό δείγμα, κατασκευάζουμε έναν πολυδιάστατο πίνακα  $P_m$  για κάθε στρώμα, με διαστάσεις  $2 \times 2 \times \text{length}(t)$ . Έτσι, και ο τελικός πίνακας  $T$  θα έχει διαστάσεις  $2 \times 2 \times \text{length}(t)$



Εικόνα 3.2.23 Πίνακας 3 διαστάσεων στο MATLAB. πηγή: [67]

Όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2.23, η τρίτη διάσταση ονομάζεται “page” και ο συνολικός τρισδιάστατος πίνακας είναι σαν μια επαλληλία  $n$  πινάκων δύο διαστάσεων όπου  $n$  το μήκος της τρίτης διάστασης.

Από τον πίνακα  $T$  για να λάβουμε τα στοιχεία  $T_{11}$  και  $T_{21}$  που μας ενδιαφέρουν για το συνολικό ανακλώμενο κύμα, τοποθετούμε σε δύο διανύσματα τα στοιχεία  $T_{11}$  και  $T_{21}$  αντίστοιχα, από κάθε page. Δηλαδή, θα έχουμε:

$$T_{11} = [T_{11}(1) T_{11}(2) \dots T_{11}(\text{length}(t))] \quad (3.2.119)$$

$$T_{21} = [T_{21}(1) T_{21}(2) \dots T_{21}(\text{length}(t))] \quad (3.2.120)$$

Έχοντας τους συντελεστές λοιπόν, υπολογίζουμε τον «συνολικό» συντελεστή ανάκλασης  $r_{\text{rot}}(f) = \frac{T_{21}}{T_{11}}$ . Ουσιαστικά, το τετράγωνο της απόλυτης τιμής αυτού είναι η συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης, δηλαδή ισχύει η σχέση:

$$R_{\text{tot}}(f) = |r_{\text{rot}}(f)|^2 \quad (3.2.121)$$

Έτσι, το σήμα μετά τη διάδοση που θα κατευθυνθεί προς τον δέκτη, προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το εισερχόμενο THz σήμα με τον παράγοντα  $r_{\text{rot}}(f)$ . Σε αυτό το σημείο χρειάζεται προσοχή, καθώς το THz σήμα μετά την κεραία είναι πραγματικό, δηλαδή εκφράζεται σε μορφή “cos”. Τα διανύσματα  $T_{11}$  και  $T_{21}$  όμως είναι εκθετικά, και για να λάβουμε τα σωστά αποτελέσματα θα πρέπει και το πεδίο να είναι εκφρασμένο σε εκθετική μορφή. Για αυτό, εφαρμόζουμε μετασχηματισμό Hilbert στο THz σήμα και λαμβάνουμε το ισοδύναμο σήμα εκφρασμένο ως “exp”. Στην πραγματικότητα ο μετασχηματισμός Hilbert ενός σήματος  $u(t)$  ορίζεται ως τη συνέλιξη αυτού του σήματος με τη συνάρτηση  $h(t) = \frac{1}{\pi \cdot t}$ , δηλαδή:

$$H(u)(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.2.122)$$

Στη MATLAB, εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Hilbert σε ένα πραγματικό σήμα, λαμβάνουμε ένα «σύνθετο» σήμα με πραγματικό μέρος το σήμα εισόδου και φανταστικό τον μετασχηματισμό Hilbert αυτού. Σε ένα ημιτονοειδές σήμα, ο μετασχηματισμός Hilbert προκαλεί διαφορά φάσης κατά  $-\frac{\pi}{2}$ . Έτσι, για σήμα εισόδου ένα συνημίτονο, θα λάβουμε ως έξοδο ένα σήμα με πραγματικό μέρος το ίδιο συνημίτονο και φανταστικό μέρος το αντίστοιχο ημίτονο, καθώς:  $\cos\left(\varphi(t) - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\varphi(t))$ . Με βάση την ιδιότητα:

$$\exp(j\varphi(t)) = \cos(\varphi(t)) + j \cdot \sin(\varphi(t)) \quad (3.2.123)$$

ο μετασχηματισμός Hilbert στο THz σήμα θα μας δώσει το ισοδύναμό του σε μορφή μιγαδικού αριθμού. Πολλαπλασιάζουμε, λοιπόν, το μετασχηματισμένο σήμα με το διάνυσμα  $r_{\text{rot}}(f)$  και στη συνέχεια κρατάμε το πραγματικό μέρος του ανακλώμενου σήματος, ώστε να διατηρήσουμε την περιγραφή σε μορφή “cos”.

Στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι έχοντας τις αναλυτικές εκφράσεις για την προσπίπτουσα ισχύ στη κεραία λήψης καθώς και για την ισχύ του IF σήματος, μπορούμε να βρούμε την τιμή της



ευαισθησίας του στοιχείου PCA. Συνολικά η ισχύς του IF σήματος είναι μικρότερη από την προσπίπτουσα THz ισχύ περίπου κατά 60 dB [49]. Επομένως, με τη βοήθεια των σχέσεων (3.2.98) και (3.2.103) καταλήγουμε στο εξής:

$$\langle I_{IF}^2 \rangle \cdot R_L = 10^{-6} \cdot P_{THz} \Rightarrow L_{PCA} = 14.5 \text{ dB} \quad (3.2.124)$$

Η σχέση (3.2.98) θα πρέπει να διαιρεθεί με το κέρδος της κεραίας του δέκτη  $G_{RX}$ , το οποίο περιλαμβάνεται στον παράγοντα της εξασθένισης Friis, καθώς μας ενδιαφέρει η ισχύς που προσπίπτει στη κεραία πριν ενισχυθεί από το κέρδος της.

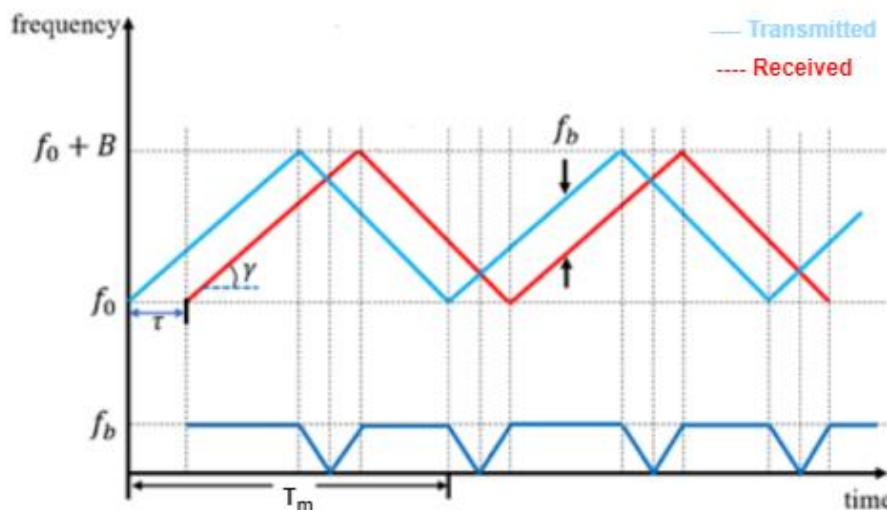
## Κεφάλαιο 4

### Περιγραφή εναλλακτικών κυματομορφών διαμόρφωσης συχνότητας

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι υπόλοιπες συχνά χρησιμοποιούμενες κυματομορφές διαμόρφωσης συχνότητας, με αναφορά τη διάταξή μας. Καθώς έχει προηγηθεί αναλυτική μαθηματική ανάλυση των πεδίων σε κάθε σημείο της διάταξης και των σημάτων που λαμβάνουμε στο δέκτη για την πριονωτή κυματομορφή, εδώ θα δοθούν πιο σύντομα τα αποτελέσματα για το τελικό ρεύμα IF μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα στον δέκτη καθώς και οι επιπλέον απαραίτητες μαθηματικές σχέσεις για καθένα σήμα διαμόρφωσης

#### 4.1 Τριγωνική κυματομορφή

Η τριγωνική κυματομορφή, αποτελείται από δύο «ράμπες» με αντίθετη κλίση όπως φαίνεται στην εικόνα 4.1



Εικόνα 4.1 Τριγωνική Κυματομορφή

Η κλίση της θετικής ακμής ισούται με:  $\text{slope} = \frac{2B}{T_m}$  και η κλίση της αρνητικής ακμής είναι ίση με  $-\text{slope}$ . Για την πρώτη περίοδο, η συνάρτηση γράφεται ως εξής:

$$y_{tr1}(t) = \begin{cases} \text{slope} \cdot t + f_0, & 0 \leq t \leq \frac{T_m}{2} \\ -\text{slope} \cdot \left(t - \frac{T_m}{2}\right) + f_0, & \frac{T_m}{2} \leq t \leq T_m \end{cases} = \begin{cases} y_{tr1,f}(t) \\ y_{tr1,r}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

και για τη n-οστή περίοδο:

$$y_{trn}(t) = y_{tr1}(t - T_m) \quad (4.2)$$

Αν η  $y_{tr}(t)$  είναι η συχνότητα του THz σήματος που έχουμε εκφράσει στα προηγούμενα, τότε η συχνότητα του τελικού IF σήματος για σχετική καθυστέρηση  $\tau$ , η οποία συμβολίζεται ως  $f_b$  στο σχήμα, και για θετική ακμή θα προκύψει από τη διαφορά:

$$f_{br} = y_{tr,r}(t) - y_{tr,r}(t - \tau) = \text{slope} \cdot t + f_0 - (\text{slope} \cdot (t - \tau) + f_0) = \text{slope} \cdot \tau \quad (4.3)$$

Για αρνητική ακμή αντίστοιχα προκύπτει:

$$f_{bf} = y_{tr,f}(t) - y_{tr,f}(t - \tau) = -\text{slope} \cdot \tau \quad (4.4)$$

Ωστόσο, μόνο η απόλυτη τιμή της συχνότητας μπορεί να ανιχνευθεί, επομένως μετρώντας είτε την  $f_{bu}$  είτε την  $f_{bd}$  και με γνωστή την κλίση, μπορούμε να εξάγουμε το μέγεθος της καθυστέρησης  $\tau$  και κατ' επέκταση την πληροφορία που περιέχεται σε αυτήν. Για παράδειγμα, το πάχος του δείγματος όπως στην παρούσα μελέτη, όπου θα έχουμε «πολλαπλές»  $f_b$

Στο χρονικό διάστημα  $\left[\frac{T_m}{2}, \frac{T_m + \tau}{2}\right]$  «αλληλεπιδρούν» η αρνητική κλίση του σήματος αναφοράς με τη θετική κλίση του καθυστερημένου σήματος και η συχνότητα του IF σήματος θα είναι ίση με:

$$\begin{aligned} f_b(t) &= y_{tr1,f}(t) - y_{tr1,r}(t - \tau) \\ &= -\text{slope} \cdot \left(t - \frac{T_m}{2}\right) + f_0 - \text{slope} \cdot (t - \tau) - f_0 \Rightarrow \\ f_b(t) &= -2 \cdot \text{slope} \cdot t + \text{slope} \cdot \frac{T_m}{2} + \text{slope} \cdot \tau \end{aligned} \quad (4.5)$$

η οποία έχει αρνητική κλίση και μηδενίζεται για  $t = \frac{T_m + \tau}{2}$

Παρόμοια, στο διάστημα  $\left[\frac{T_m + \tau}{2}, \frac{T_m}{2} + \tau\right]$  η συχνότητα περιγράφεται από τον ίδιο μαθηματικό τύπο αλλά έχει αρνητική κλίση, οπότε στο σχήμα φαίνεται η απόλυτη τιμή της. Στην πράξη, ανιχνεύουμε τη μέση  $f_b$  συχνότητα, οπότε οι χρονικά μεταβαλλόμενα  $f_b(t)$  στο «μικρό» χρονικό διάστημα  $\left[\frac{T_m}{2}, \frac{T_m}{2} + \tau\right]$  μήκους  $\tau$ , είναι αμελητέες και το σήμα που προκύπτει στην ανοδική και στη καθοδική περίοδο αντίστοιχα, είναι ίσο με:

$$I_{IF,r}(t) = |I_{IF}| \cdot \cos(\text{slope} \cdot \tau \cdot t + \varphi_{b0}) \quad (4.6)$$

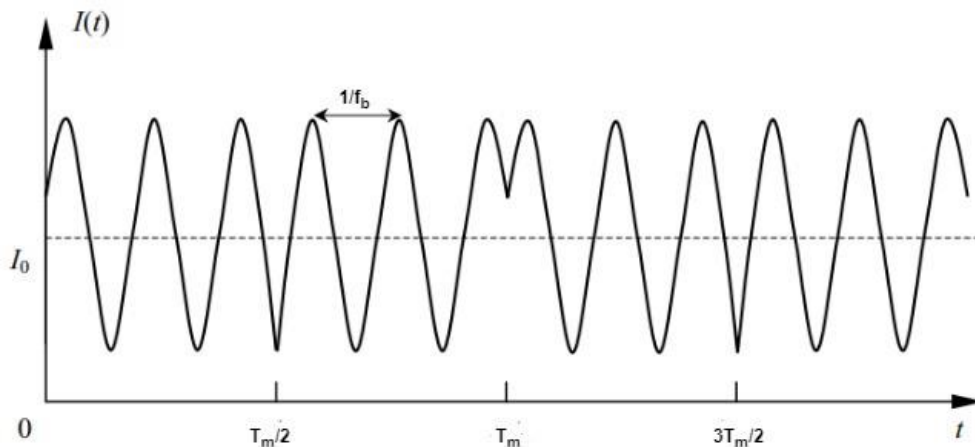
και

$$I_{IF,f}(t) = |I_{IF}| \cdot \cos(-\text{slope} \cdot \tau \cdot t + \varphi_{b0}) \quad (4.7)$$

με

$$\varphi_{b0} = f_0 \cdot \tau_{THZ} - \frac{1}{2} s \cdot \tau_{THZ}^2 + \pi \quad (4.8)$$

Παρακάτω, φαίνεται ποιοτικά το ρεύμα μετά τη συμβολή, το οποίο σε αντίθεση με την πριονωτή κυματομορφή, είναι συνεχές στο τέλος κάθε περιόδου



Εικόνα 4.2 Σήμα ενδιάμεσης συχνότητας για τριγωνική κυματομορφή διαμόρφωσης. πηγή: [45]

Παρόμοια με την περίπτωση της τριγωνικής κυματομορφής διαμόρφωσης, εάν θέλουμε να ανιχνεύσουμε την απόσταση ενός κινούμενου στόχου, στην “beating” συχνότητα εισάγεται και ο όρος που προέρχεται από το φαινόμενο Doppler. Όμως, η διαφορά στη συχνότητα θα έχει αντίθετο πρόσημο στην αρνητική και στη θετική ακμή

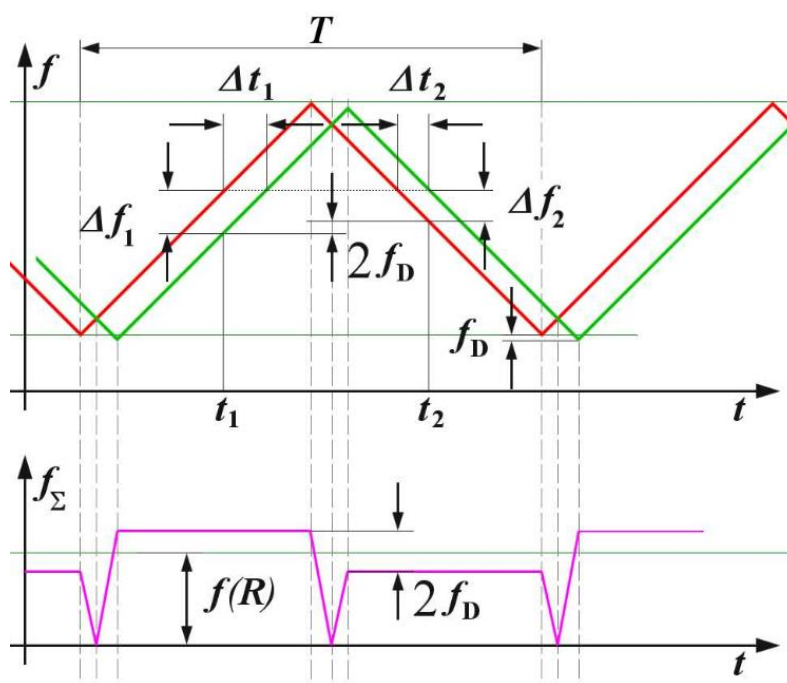
Αν η μέση συχνότητα Doppler, όπως έχουμε δείξει, είναι ίση με:

$$\bar{f}_D = f_{\text{start}} \cdot \frac{d\tau(t)}{dt} \quad (4.9)$$

τότε για τις δύο IF συχνότητες που λαμβάνουμε, σύμφωνα και με την εικόνα 4.3, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\begin{cases} \overline{f'_{br}} = f_b + \overline{f_D} \\ |\overline{f'_{bf}}| = f_b - \overline{f_D} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_b = \frac{1}{2}(\overline{f'_{br}} + |\overline{f'_{bf}}|) \\ \overline{f_D} = \frac{1}{2}(\overline{f'_{br}} - |\overline{f'_{bf}}|) \end{cases} \quad (4.10)$$

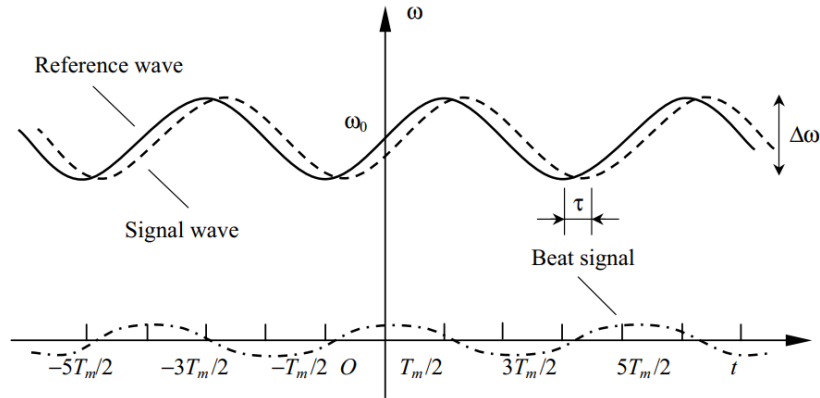
Στο ανοδικό τμήμα του τριγώνου, η συχνότητα αυξάνεται κατά την ποσότητα  $\overline{f_D}$  ενώ στο καθοδικό τμήμα του τριγώνου η απόλυτη τιμή της συχνότητας μειώνεται κατά αυτή την ποσότητα. Όπως παρατηρούμε, όμως, μετρώντας τη συχνότητα του τελικού σήματος τόσο στην ανοδική όσο και στην καθοδική περίοδο, μπορούμε να ανιχνεύσουμε ξεχωριστά τη συχνότητα που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler και την “beating” συχνότητα που μας ενδιαφέρει.



Εικόνα 4.3 Τριγωνική κυματομορφή διαμόρφωσης με επίδραση του φαινομένου Doppler.  
πηγή: [37]

## 4.2 Ημιτονοειδής κυματομορφή

Η ημιτονοειδής κυματομορφή είναι πιο εύκολο να παραχθεί από μια πηγή λέιζερ σε σχέση με την πριονωτή και την τριγωνική που «απαιτούν» γραμμική διαμόρφωση συχνότητας



Εικόνα 4.4 Ημιτονοειδής κυματομορφή διαμόρφωσης συχνότητας. πηγή: [45]

Με βάση την εικόνα 4.4, η γωνιακή και η φυσική συχνότητα του σήματος αναφοράς θα είναι αντίστοιχα ίσες με:

$$\omega_1(t) = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \sin(\omega_m t) \quad (4.11)$$

$$f_1(t) = f_0 + \frac{\Delta f}{2} \sin(\omega_m t) \quad (4.12)$$

όπου:

$$f_0 = 2\pi \cdot \omega_0 \quad (4.13)$$

και

$$\Delta f = 2\pi \cdot \Delta\omega \quad (4.14)$$

Με παραγωγή, η φάση του πεδίου προκύπτει ως:

$$\varphi_1(t) = \omega_0 \cdot t - \frac{\Delta\omega}{2\omega_m} \cos(\omega_m t) + \varphi_0 \quad (4.15)$$

Τότε, για το χρονικά καθυστερημένο σήμα θα έχουμε:

$$\omega_2(t, \tau) = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \sin(\omega_m \cdot (t - \tau)) \quad (4.16)$$

$$f_2(t, \tau) = f_0 + \frac{\Delta f}{2} \sin(\omega_m \cdot (t - \tau)) \quad (4.17)$$

$$\varphi_2(t, \tau) = \omega_0 \cdot (t - \tau) - \frac{\Delta\omega}{2\omega_m} \cos(\omega_m \cdot (t - \tau)) + \varphi_0 \quad (4.18)$$

Ουσιαστικά, η  $\varphi_1(t)$  αντιστοιχεί στην φάση της δυναμικής ισχύος του τοπικού ταλαντωτή στον δέκτη.  $P_{LO}(t)$ , και η «καθυστερημένη»  $\varphi_2(t, \tau)$  αντιστοιχεί στη φάση του THz σήματος εισόδου στο δέκτη

Η συνολική φάση του ρεύματος ενδιάμεση συχνότητας προκύπτει από τη διαφορά των επιμέρους φάσεων  $\varphi_1(t)$  και  $\varphi_2(t, \tau)$  προσθέτοντας και τη φάση  $\pi$  που έχει προέλθει από τους συζεύκτες:

$$\begin{aligned} \varphi_{IF}(t) &= \varphi_1(t) - \varphi_2(t, \tau) = \\ \omega_0 \cdot t - \frac{\Delta\omega}{2\omega_m} \cos(\omega_m t) + \varphi_0 - \omega_0 \cdot (t - \tau) + \frac{\Delta\omega}{2\omega_m} \cos(\omega_m \cdot (t - \tau)) - \varphi_0 + \pi &= \\ \omega_0 \cdot \tau + \frac{\Delta\omega}{2\omega_m} \cdot [\cos(\omega_m \cdot (t - \tau)) - \cos(\omega_m t)] + \pi &\Rightarrow \\ \varphi_{IF}(t) &= \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin\left(\frac{\omega_m \tau}{2}\right) \sin\omega_m \left(t - \frac{\tau}{2}\right) + \omega_0 \tau + \pi \end{aligned} \quad (4.19)$$

όπου έγινε χρήση της ταυτότητας:

$$\cos(\varphi_1(t)) - \cos(\varphi_2(t)) = -2 \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1(t) - \varphi_2(t)}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1(t) + \varphi_2(t)}{2}\right) \quad (4.20)$$

Συνεπώς, το IF σήμα θα είναι ίσο με:

$$I_{IF}(t) = |I_{IF}| \cdot \cos \left[ \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin \left( \frac{\omega_m \tau}{2} \right) \sin \left( \omega_m \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right) + \omega_0 \tau + \pi \right] \quad (4.21)$$

Επειδή ο χρόνος  $\tau$  που αντιστοιχεί στον  $\tau_{THz}$  της διάταξης που μελετάμε είναι της τάξης των ns και για τη γωνιακή συχνότητα διαμόρφωσης ισχύει:  $\omega_m \sim 10^2$ , για το γινόμενο  $\omega_m \cdot \tau$  προκύπτει:  $\omega_m \cdot \tau \sim 10^{-7} \ll 1$ . Τότε μπορούμε να κάνουμε τις εξής παραδοχές:

$$\sin \left( \frac{\omega_m \tau}{2} \right) \approx \frac{\omega_m \tau}{2} \quad (4.21)$$

και:

$$\sin \omega_m \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \approx \sin(\omega_m t) \quad (4.22)$$

Σύμφωνα με αυτές, το ρεύμα που λαμβάνουμε τροποποιείται ως φαίνεται ακολούθως:

$$I_{IF}(t) = |I_{IF}| \cdot \cos \left[ \frac{\Delta\omega \tau}{2} \sin(\omega_m t) + \omega_0 \tau + \pi \right] \quad (4.23)$$

Η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με την παράγωγο της συνολικής φάσης:

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{d\varphi_b(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot \left[ \frac{\Delta\omega \tau}{2} \sin(\omega_m t) + \omega_0 \tau + \pi \right] \Rightarrow \\ \omega_b &= \frac{\Delta\omega \cdot \omega_m \tau}{2} \cos(\omega_m t) \end{aligned} \quad (4.24)$$

και η αρχική φάση του “beating” σήματος είναι:

$$\varphi_{b0} = \omega_0 \tau + \pi \quad (4.25)$$

όμοια με την πριονωτή και την τριγωνική κυματομορφή



Το μέγεθος που μπορούμε να μετρήσουμε όμως είναι η απόλυτη τιμή της συχνότητας. Σε μια περίοδο διαμόρφωσης, η μέση τιμή της συνάρτησης " $|\cos(\omega_m t)|$ " είναι ίση με  $\frac{2}{\pi}$ , όπως αποδεικνύεται στη συνέχεια:

Η περίοδος της " $|\cos(\omega_m t)|$ " ισούται με  $\frac{T_m}{2}$ , επομένως η μέση τιμή ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \langle |\cos(\omega_m t)| \rangle &= \frac{1}{T_m/2} \cdot \int_0^{\frac{T_m}{2}} \left| \cos\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) \right| dt = \frac{2}{T_m} \cdot \left[ \int_0^{\frac{T_m}{4}} \cos\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) dt - \int_{\frac{T_m}{4}}^{\frac{T_m}{2}} \cos\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) dt \right] = \\ &= \frac{2}{T_m} \cdot \frac{T_m}{2\pi} \cdot \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) \Big|_0^{\frac{T_m}{4}} - \sin\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) \Big|_{\frac{T_m}{4}}^{\frac{T_m}{2}} \right] = \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0) - \sin(\pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \Rightarrow \\ \langle |\cos(\omega_m t)| \rangle &= \frac{2}{\pi} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Έτσι, για τη μέση γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\bar{\omega}_b = \frac{\Delta\omega \cdot \omega_m \tau}{\pi} \quad (4.27)$$

Αν ορίσουμε σαν περίοδο της ημιτονοειδούς κυματομορφής το μέγεθος  $2 \cdot T_m$ , τότε η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\bar{\omega}_b = \frac{\Delta\omega \cdot \tau}{T_m} \quad (4.28)$$

και για τη φυσική συχνότητα:

$$\bar{f}_b = \frac{\Delta f \cdot \tau}{T_m} = \text{slope} \cdot \tau \quad (4.29)$$

όπου θέσαμε:  $\text{slope} = \frac{\Delta f}{T_m}$

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι η μέση “beating” συχνότητα στην περίπτωση διαμόρφωσης με ημιτονοειδή κυματομορφή, μπορεί να αναχθεί σε σχέση αντίστοιχη με αυτή για την πριονωτή και την τριγωνική κυματομορφή, για τις οποίες η ενδιάμεση συχνότητα είναι ανάλογη της χρονικής καθυστέρησης. Μπορούμε, λοιπόν, να εξάγουμε την πληροφορία  $\tau$ , γνωρίζοντας το λόγο του εύρους ζώνης προς την περίοδο διαμόρφωσης.

Στην περίπτωση κινούμενου αντικειμένου, θεωρώντας ως ανοδική περίοδο το διάστημα  $\left[-\frac{T_m}{2}, \frac{T_m}{2}\right]$  και καθοδική περίοδο το διάστημα  $\left[\frac{T_m}{2}, \frac{3T_m}{2}\right]$ , τότε όμοια με την τριγωνική κυματομορφή μπορούμε να λάβουμε ξεχωριστά την “beating” συχνότητα και τη συχνότητα που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler

$$\begin{cases} \overline{f'_{br}} = \overline{f_b} + \overline{f_D} \\ |\overline{f'_{bf}}| = \overline{f_b} - \overline{f_D} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{f_b} = \frac{1}{2}(\overline{f'_{br}} + |\overline{f'_{bf}}|) \\ \overline{f_D} = \frac{1}{2}(\overline{f'_{br}} - |\overline{f'_{bf}}|) \end{cases} \quad (4.30)$$

Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου διαμόρφωσης, έγκειται στη δυσκολία μέτρησης της μέσης συχνότητας με ακρίβεια στην πράξη

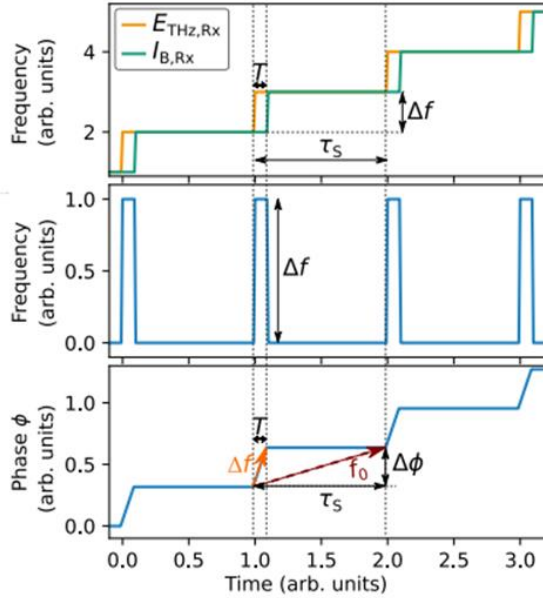
### 4.3 Κυματομορφή Stepwise

Η κυματομορφή stepwise αποτελεί μια παραλλαγή της πριονωτής αλλά με χαμηλότερη ανάλυση. Ο λόγος χρήσης της έχει πρακτική σημασία, από την άποψη ότι ευκολίας παραγωγής της από τα λέιζερ, σε αντίθεση με τη δυσκολία της γραμμικής διαμόρφωσης. Το swept laser αντί να αυξάνεται με γραμμικό τρόπο από τη συχνότητα  $f_{start}$  στη συχνότητα  $f_{start} + BW$ , το πετυχαίνει αυτό με διαδοχικά βήματα πλάτους  $\Delta f$ . Έτσι, το πλήθος των βημάτων σε μια περίοδο διαμόρφωσης θα είναι ίσο με  $N_{step} = \frac{BW}{\Delta f}$ . Το λέιζερ, λοιπόν, παραμένει σε μια συχνότητα  $f$  για χρονικό διάστημα που συμβολίζουμε με  $\tau_s$  και αυξάνεται σχεδόν ακαριαία στην τιμή  $f + \Delta f$  κατά τις χρονικές στιγμές  $t_{switch} = k \cdot \tau_s$  με  $k \in \mathbb{Z}$ . Το μέσος ρυθμός μεταβολής συχνότητας ορίζεται ως το λόγο:

$$\overline{v_s} = \frac{\Delta f}{\tau_s} \quad (4.31)$$

Σε κάθε περίοδο διαμόρφωσης, λόγω της σχετικής χρονικής καθυστέρησης  $T$  μεταξύ των «μονοπατιών»  $T_x$  και  $R_x$ , η ενδιάμεση συχνότητα θα είναι ίση με μηδέν, εκτός από το χρονικό διάστημα  $T$  κατά το οποίο:  $f_{IF} = \Delta f$ . Στην εικόνα 4.5, παρατηρούμε στο πάνω διάγραμμα τη συχνότητα των δύο σημάτων που θα «συνδυαστούν» στον δέκτη, δηλαδή του σήματος αναφοράς στον φωτονικό ταλαντωτή και του THz σήματος που περιέχει τη χρονική καθυστέρηση. Στη μεσαία γραφική παράσταση, απεικονίζεται η ενδιάμεση συχνότητα. Τέλος, στο κάτω διάγραμμα βλέπουμε τη χρονική εξέλιξη της φάσης  $IF$ . Καθώς η συχνότητα προέρχεται από την παραγωγή της φάσης, στα διαστήματα όπου  $f_{IF} = 0$ , η χρονική παράγωγος της  $\phi_{IF}$  θα είναι μηδενική και

συνεπώς  $\varphi_{IF} = \text{const}$ . Αντίστοιχα, όταν  $f_{IF} = \Delta f = \text{const}$ , τότε η χρονική παράγωγος της φάσης είναι σταθερή και επομένως η φάση εξελίσσεται γραμμικά με τον χρόνο



Εικόνα 4.5 Διαμόρφωση συχνότητας σύμφωνα με την Stepwise Κυματομορφή. πηγή: [14]

Η μεταβολή της φάσης πραγματοποιείται μέσα στο πολύ μικρό χρονικό διάστημα της καθυστέρησης  $T$ . Όμως, η ικανότητα ανάλυσης της μέτρησης είναι ίση με το βήμα  $\Delta f$ , επομένως το μέγεθος που μας ενδιαφέρει είναι η συνολική μεταβολή της φάσης  $\Delta\varphi$  στο διάστημα  $\tau_s$ . Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι μεταξύ των διαδοχικών βημάτων συχνότητας η φάση εξελίσσεται γραμμικά, το οποίο ισοδυναμεί με γραμμικοποίηση της ενδιάμεσης συχνότητας  $IF$ . Σύμφωνα με το τελευταίο διάγραμμα της εικόνας 4.5:

$$\Delta f = \frac{\Delta\varphi}{T} \Rightarrow \Delta\varphi = \Delta f \cdot T \quad (4.32)$$

Αν τώρα θεωρήσουμε μια γραμμικοποιημένη, σταθερή ενδιάμεση συχνότητα, η (4.32) τροποποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \Delta f \cdot T = f_{IF} \cdot \tau_s \Rightarrow \\ f_{IF} &= \Delta f \cdot \frac{T}{\tau_s} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Το μέγεθος  $\frac{T}{\tau_s}$  ορίζεται ως το “Duty Cycle” της  $f_{IF}$  και θα πρέπει να είναι ικανοποιητικά μικρό μικρό ώστε η γραμμικοποίηση να είναι έγκυρη. Αντικαθιστώντας στη (4.33) τον μέσο ρυθμό μεταβολής συχνότητας από τη σχέση (4.31), η γραμμικοποιημένη  $f_{IF}$  εκφράζεται ως:

$$f_{IF} = \bar{v}_s \cdot T \quad (4.34)$$

Παρατηρούμε ότι αυτή η μορφή είναι ανάλογη με τη σχέση  $f_{IF} = \text{slope} \cdot T$  που προκύπτει όταν η κυματομορφή διαμόρφωσης είναι η πριονωτή. Επομένως, η γραμμικοποιημένη ενδιάμεση συχνότητα όταν γίνεται χρήση της *stepwise*, είναι ανάλογη της χρονικής καθυστέρησης που σημαίνει ότι μετρώντας την  $f_{IF}$  μπορούμε να εξάγουμε την πληροφορία για τη καθυστέρηση  $T$ .

Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε πιο αναλυτικά τη φάση και τη συχνότητα για τα σήματα THz και LO. Θεωρούμε ότι το LO σήμα φτάνει στον δέκτη  $R_x$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ενώ το THz σήμα φτάνει την  $t = T = \tau_{THz}$

Για τα χρονικά διαστήματα  $[k \cdot \tau_s, k \cdot \tau_s + T]$  με  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  έχουμε:

$$\omega_{LO} = (k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0 \quad (4.35)$$

$$\omega_{THz} = k \cdot \Delta\omega + \omega_0 \quad (4.36)$$

όπου:

$$\Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta f \quad (4.37)$$

και:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot (f_{\text{start}} - f_{\text{static}}) \quad (4.38)$$

Οι αντίστοιχες φάσεις προκύπτουν ολοκληρώνοντας τη γωνιακή συχνότητα. Θεωρούμε μηδενική αρχική φάση για τα λέιζερ και συμπεριλαμβάνουμε τη στροφή φάσης κατά  $-\frac{\pi}{2}$  από τους συζεύκτες. Οπότε:

$$\varphi_{LO}(t_k) = \omega_{LO} \cdot t_k = [(k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0] \cdot t_k + \frac{\pi}{2} \quad (4.39)$$

$$\varphi_{THz}(t_k) = \omega_{THz} \cdot t_k = [k \cdot \Delta\omega + \omega_0] \cdot t_k - \frac{\pi}{2} \quad (4.40)$$

όπου ορίζουμε:

$$t_k = t - k \cdot \tau_s \quad (4.41)$$

Η συνολική φάση του λαμβανόμενου IF σήματος θα προκύψει από τη διαφορά των επιμέρους φάσεων:

$$\varphi_{IF}(t_k) = \varphi_{LO}(t_k) - \varphi_{THz}(t_k - T) = \Delta\omega \cdot t_k + k \cdot \Delta\omega \cdot T + \omega_0 \cdot T + \pi \quad (4.42)$$

Συνεπώς, στα διαστήματα μήκους  $T$  η φάση αυξάνεται γραμμικά ως προς το χρόνο με κλίση  $\Delta\omega$  και περιέχει και τον σταθερό όρο " $k \cdot \Delta\omega \cdot T + \omega_0 \cdot T$ ". Η ποσότητα " $\omega_0 \cdot T$ " οφείλεται στη σχετική χρονική καθυστέρηση ενώ το τμήμα " $k \cdot \Delta\omega \cdot T$ " είναι η φάση που έχει συσσωρευτεί από το προηγούμενο χρονικό διάστημα μήκους  $\tau_s$

Παρόμοια, για τα χρονικά διαστήματα  $[k \cdot \tau_s + T, (k + 1) \cdot \tau_s]$  με  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  έχουμε:

$$\omega_{LO} = (k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0 \quad (4.43)$$

$$\omega_{THz} = (k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0 \quad (4.44)$$

Αντίστοιχα, οι φάσεις θα είναι ίσες με:

$$\varphi_{LO}(t_k) = \omega_{LO} \cdot t_k = [(k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0] \cdot t_k + \frac{\pi}{2} \quad (4.45)$$

$$\varphi_{THz}(t_k) = \omega_{THz} \cdot t_k = [(k + 1) \cdot \Delta\omega + \omega_0] \cdot t_k - \frac{\pi}{2} \quad (4.46)$$

και η συνολική φάση του IF σήματος:

$$\varphi_{IF}(t_k) = \varphi_{LO}(t_k) - \varphi_{THz}(t_k - T) = (k + 1) \cdot \Delta\omega \cdot T + \omega_0 \cdot T + \pi \quad (4.47)$$

Επιβεβαιώνουμε, ότι η φάση παραμένει σταθερή στην τιμή που έλαβε στο «τέλος» του διαστήματος όπου αυξανόταν γραμμικά, δηλαδή τη χρονική στιγμή  $t = k \cdot \tau_s + T$ .



## Κεφάλαιο 5

# Θόρυβος συστήματος και επίδραση του εύρους δέσμης των λέιζερ

### 5.1 Θόρυβος συστήματος

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετηθεί η επίδραση του θορύβου που εισάγουν τα στοιχεία της διάταξης, υπολογίζοντας τη φασματική πυκνότητα ισχύος σε κάθε σημείο για τα διάφορα είδη του θορύβου, καθώς και τον σηματοθορυβικό λόγο στο δέκτη. Για τη μελέτη αυτή, θεωρούμε ανίχνευση του οπτικού σήματος από ιδανική φωτοδίοδο

#### 5.1.1 Θόρυβος έντασης του λέιζερ-RIN

Αυτό το είδος θορύβου, περιγράφει τις διακυμάνσεις στην οπτική ισχύ των λέιζερ και μπορεί να υπομονεύσει την ευστάθεια και την απόδοση του συστήματος. Οι πηγές του θορύβου της έντασης των λέιζερ μπορεί να είναι είτε ενδογενείς είτε εξωτερικές. Βασική αιτία, αποτελεί η αυθόρμητη εκπομπή ηλεκτρονίων στο ενεργό υλικό του λέιζερ που αποτελεί στοχαστική διαδικασία. Επίσης, κβαντομηχανικά φαινόμενα, όπως η στατιστική περιγραφή της συμπεριφοράς των φωτονίων, μπορεί να οδηγήσουν σε διακυμάνσεις του αριθμού των εκπεμπόμενων φωτονίων, το οποίο επηρεάζει άμεσα την ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας. Άλλος παράγοντας, είναι επίσης η πλευρά του λέιζερ από την οποία ανακλώνται και εκπέμπονται τα φωτόνια. Εξωτερικές συνθήκες που μπορεί να δημιουργήσουν θόρυβο στην ένταση του λέιζερ αποτελούν μηχανικές ταλαντώσεις και διαταραχές του συστήματος, θερμοκρασιακές μεταβολές καθώς και διακυμάνσεις στο ρεύμα άντλησης. Συνεπώς, το πραγματικό πλάτος του οπτικού σήματος θα είναι:

$$|E_s| = \sqrt{2 \cdot P + 2 \cdot \delta P(t)} \quad (5.1.1)$$

Στη φωτοδίοδο, τα φωτόνια που απορροφώνται «γεννούν» ηλεκτρόνια, συνεπώς οι διακυμάνσεις της οπτικής ισχύος μεταφράζονται σε διακυμάνσεις του πλάτους του ηλεκτρικού ρεύματος. Στις συνήθεις περιπτώσεις, όπως έχουμε δείξει, η πληροφορία της φάσης χάνεται μετά τη φωτοδίοδο, επομένως ο θόρυβος φάσης του λέιζερ δεν μεταφέρεται στο ηλεκτρικό πεδίο. Ωστόσο, στη διάταξη που μελετάμε, το σήμα εισόδου στη φωτοδίοδο αποτελείται από την υπέρθεση δύο φερόντων με αποτέλεσμα το σήμα εξόδου να είναι ένα χρονικά μεταβαλλόμενο σήμα με φάση ίση με τη διαφορά των επιμέρους φάσεων. Το εκπεμπόμενο σήμα επομένως, θα περιέχει θόρυβο φάσης προερχόμενο από τα λέιζερ. Γενικά σε εφαρμογές όπου υπάρχει μετατροπή της διαμόρφωσης φάσης σε διαμόρφωση πλάτους, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο θόρυβος φάσης

που εισάγουν τα λέιζερ, με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα τα συμβολόμετρα. Η επίδραση του θορύβου αυτού στη διάταξή μας θα εξεταστεί σε επόμενη ενότητα.

Επιστρέφοντας στο θόρυβο έντασης, ορίζουμε το μέγεθος RIN (Relative Intensity Noise), ως το λόγο της διακύμανσης ισχύος, προς το τετράγωνο της μέσης οπτικής ισχύος:

$$RIN = \frac{\langle P_{opt}^2(t) \rangle}{\langle P_{opt} \rangle^2} = \frac{\langle (P_{opt} - P_{opt,ave})^2 \rangle}{P_{opt,ave}^2} \quad (5.1.2)$$

όπου ο αριθμητής είναι η μέση τετραγωνική τιμή της κατανομής του θορύβου και ο παρονομαστής αποτελεί τη μέση οπτική ισχύ. Επειδή η ηλεκτρική ισχύς μετά τη φωτοδιόδο είναι ίση με το τετράγωνο της προσπίπτουσας οπτικής ισχύος, δηλαδή  $P_{electrical} \propto P_{opt}^2$ , η ποσότητα RIN μπορεί να εκφραστεί ως τον λόγο των αντίστοιχων ισχύων στο ηλεκτρικό πεδίο, οπότε η σχέση (5.1.2) γίνεται:

$$RIN = \frac{\langle P_{RIN,ML} \rangle}{P_{DC,ML}} \quad (5.1.3)$$

Τυπική τιμή για το RIN είναι τα  $-165 \frac{dBc}{Hz}$  [36], όπου το dBc αναφέρεται στην ισχύ κανονικοποιημένη προς την ωφέλιμη ισχύ του φέροντος

Για την κατανομή του θορύβου ισχύει:

$$\langle P_{opt}^2(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} S_{opt}(\omega) \cdot |F(\omega)|^2 d\omega \quad (5.1.4)$$

Όπου  $S_{opt}(\omega)$  είναι η δίπλευρη φασματική πυκνότητα της μέσης τετραγωνικής τιμής της κατανομής του θορύβου έντασης  $\left(\frac{W^2}{Hz}\right)$  και  $|F(\omega)|$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση του θορύβου. Αν το φάσμα μέτρησης είναι μικρό, τότε  $|F(\omega)| \approx 1$  και η παραπάνω σχέση γίνεται προσεγγιστικά:

$$\langle P_{opt}^2(t) \rangle = 2 \cdot S_{opt}(f) \cdot B \quad (5.1.5)$$

Για τη μελέτη του θορύβου έντασης, συνήθως αναφερόμαστε στη μέση τετραγωνική τιμή του ρεύματος της φωτοδιόδου, με μονόπλευρη φασματική πυκνότητα:



$$\langle i_{\text{opt}}^2(t) \rangle = \frac{r_{\text{pd}}^2 \cdot \langle P_{\text{opt}}^2(t) \rangle}{B} \cdot |H_{\text{pd}}(f)|^2 \xrightarrow{(5.1.5)}$$

$$\langle i_{\text{opt}}^2(t) \rangle = 2 \cdot r_{\text{pd}}^2 \cdot S_{\text{opt}}(f) \cdot |H_{\text{pd}}(f)|^2 \quad (5.1.6)$$

όπου:  $|H_{\text{pd}}(f)|$  είναι το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς της φωτοδιόδου, επομένως η παραπάνω διακύμανση αναφέρεται στο ρεύμα που διαρρέει το φορτίο εξόδου. Συνήθως, θεωρούμε ωμική συμπεριφορά με συζυγή τερματισμό, οπότε γίνεται  $|H_{\text{pd}}(f)| = \frac{1}{2}$  και  $|H_{\text{pd}}(f)|^2 = \frac{1}{4}$ . Η αντίστοιχη ισχύς θορύβου, στα άκρα ωμικής αντίστασης  $R_L$  θα είναι ίση με:

$$N_{\text{RIN}} = \langle i_{\text{opt}}^2(t) \rangle \cdot R_L \quad (5.1.7)$$

Επίσης, ισχύει:

$$I_{\text{dc}} = r_{\text{pd}} \cdot \langle P_{\text{opt}} \rangle \Rightarrow \langle P_{\text{opt}} \rangle = \frac{r_{\text{pd}}}{I_{\text{dc}}} \quad (5.1.8)$$

Αντικαθιστώντας τις (5.1.6) και (5.1.8) στην (5.1.2), το μέγεθος RIN γράφεται στην ακολουθεί μορφή:

$$\text{RIN} = \frac{\langle i_{\text{opt}}^2(t) \rangle \cdot B}{I_{\text{dc}}^2 \cdot |H_{\text{pd}}(f)|^2} \quad (5.1.9)$$

Επίσης με βάση την (5.1.7) έχουμε και την εξής μορφή:

$$\text{RIN} = \frac{N_{\text{RIN}} \cdot B}{I_{\text{dc}}^2 \cdot R_L \cdot |H_{\text{pd}}(f)|^2} \quad (5.1.10)$$

Παρόλο που ο θόρυβος έντασης του λέιζερ είναι ανάλογος της έντασης, η ποσότητα RIN δεν εξαρτάται από την οπτική ισχύ

Γενικά, ο όρος RIN χρησιμοποιείται για την περιγραφή θορύβου που προέρχεται από το οπτικό πεδίο

### 5.1.2 Θερμικός θόρυβος στον πομπό Tx και στον δέκτη Rx

Ο θερμικός θόρυβος είναι συνέπεια βασικών αρχών της θερμοδυναμικής και στατιστικής μηχανικής. Υπό συνθήκες θερμικής ισορροπίας, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια σε έναν αγωγό, αποκτούν κινητική ενέργεια μέσω της θερμότητας, με αποτέλεσμα μια τυχαία «θερμική» κίνηση.

Αυτή η κίνηση, οδηγεί σε τυχαίες μεταβολές στην κατανομή του φορτίου και στο ηλεκτρικό δυναμικό, το οποίο με τη σειρά του συνεπάγεται διακυμάνσεις στη διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας αντίστασης. Η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα της ισχύος αυτού το θορύβου ισούται με:

$$S_n(f) = 4 \cdot \frac{h \cdot f}{\exp\left(\frac{h \cdot f}{k_B \cdot T_s}\right) - 1} \quad (5.1.11)$$

όπου:  $h$  σταθερά του Planck ( $h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{m}^2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ ),  $T_s$  η φυσική θερμοκρασία και  $k_B$  η σταθερά του Boltzmann ( $k_B = 1.38 \cdot 10^{-38} \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$ )

Η παραπάνω σχέση εισήχθη από τον Planck για την περιγραφή της ενέργειας ενός μελανού σώματος. Όταν ισχύει  $h \cdot f \gg k_B \cdot T$ , τότε από τη μαθηματική σειρά του εκθετικού λαμβάνουμε τη παρακάτω σχέση:

$$\exp\left(\frac{h \cdot f}{k_B \cdot T_s}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{h \cdot f}{k_B \cdot T_s}\right)^n \approx 1 + \frac{h \cdot f}{k_B \cdot T_s} \quad (5.1.12)$$

Τότε, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου απλοποιείται ως:

$$S_n(f) = 4 \cdot k_B \cdot T_s \quad (5.1.13)$$

Οπότε, ο θερμικός θόρυβος θεωρείται λευκής μορφής. Η ισχύς θερμικού θορύβου που παράγεται από άκρα αντίστασης θερμοκρασίας  $T_s$  σε εύρος συχνοτήτων  $B$  ισούται με:

$$P_n = 4 \cdot k_B \cdot T_s \cdot B \quad (5.1.14)$$

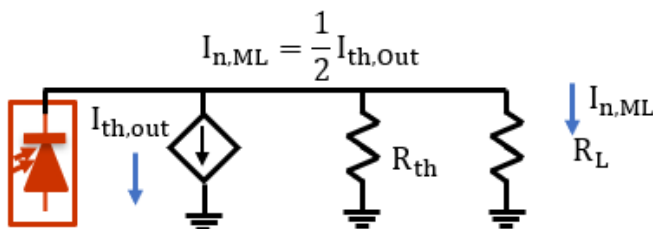
Επομένως, θεωρώντας την αντίσταση ως πηγή θορύβου, η μέγιστη ισχύς που μπορεί να αποδώσει προκύπτει για συζυγή τερματισμό, δηλαδή  $R_{th} = R_L$ , και είναι ίση με το  $\frac{1}{4}$  της παραγόμενης ισχύος:

$$P_{av} = \frac{P_n}{4} = k_B \cdot T_s \cdot B \quad (5.1.15)$$

Μία θορυβώδης αντίσταση, μπορεί να μοντελοποιηθεί ισοδύναμα μέσω πηγής ρεύματος παράλληλα με αθόρυβη αντίσταση  $R_{th}$ . Η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα της μέσης τετραγωνικής τιμής του ρεύματος, προκύπτει όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\frac{P_n}{B} = \langle i_{th}^2 \rangle \cdot R_{th} \Rightarrow \langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4 \cdot k_B \cdot T_s}{R_{th}} \quad (5.1.16)$$

Στην έξοδο της φωτοδιόδου, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου στα άκρα φορτίου, υπό συζυγή τερματισμό, υπολογίζεται με τη βοήθεια της εικόνας 5.1.1:



Εικόνα 5.1.1 Ισοδύναμο κύκλωμα εξόδου φωτοδιόδου Tx

$$S_{th,ML} = \langle I_{th,ML}^2 \rangle \cdot R_L = \frac{1}{4} \cdot \langle i_{th}^2 \rangle \cdot R_L = k_B \cdot T_s \quad (5.1.17)$$

Ο θερμικός θόρυβος, παράγεται απευθείας στο ηλεκτρικό πεδίο, σε αντίθεση με τον θόρυβο του λείζερ

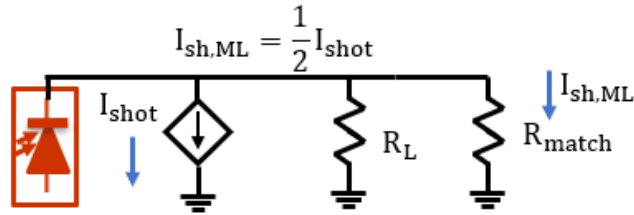
### 5.1.3 Θόρυβος βολής στον πομπό Tx και στον δέκτη Rx

Στους φωτο-ανιχνευτές, η μέση τιμή του ποσοστού των συμβάντων ανίχνευσης είναι σταθερή. Ωστόσο, ο πραγματικός αριθμός των φωτονίων που απορροφώνται και μετατρέπονται σε ηλεκτρόνια σε κάποιο χρονικό διάστημα, είναι τυχαίος. Ο θόρυβος βολής, προέρχεται από αυτή τη διακύμανση και σχετίζεται με τη σωματιδιακή φύση του φωτός. Από πλευρά στατιστικής, μοντελοποιείται μέσω της κατανομής Poisson. Η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα της διασποράς της αντίστοιχης συνιστώσας ρεύματος που υπερτίθεται στο μέσο ρεύμα της φωτοδιόδου, ορίζεται ως εξής:

$$\langle i_{\text{shot}}^2 \rangle = 2 \cdot q \cdot I_{\text{dc}} \quad (5.1.18)$$

όπου  $q$  είναι το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου ( $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

Παρατηρούμε ότι ο θόρυβος βολής είναι ανάλογος του dc ρεύματος της φωτοδιόδου και κατ' επέκταση της οπτικής ισχύος που προσπίπτει σε αυτή.



Εικόνα 5.1.2 Θόρυβος βολής στην έξοδο της φωτοδιόδου

Σύμφωνα με την εικόνα 5.1.2, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου βολής στα άκρα συζυγούς φορτίου ισούται με:

$$S_{\text{shot,ML}} = \frac{1}{4} \cdot \langle i_{\text{shot}}^2 \rangle \cdot R_L = \frac{q \cdot I_{\text{dc}} \cdot R_L}{2} \quad (5.1.19)$$

Κάποιες φορές, χρησιμοποιείται και ο όρος  $RIN$  για να περιγράψει τον θόρυβο βολής. Αντικαθιστώντας,  $N_{RIN,sh} = 2 \cdot q \cdot I_{\text{dc}} \cdot |H_{\text{pd}}(f)|^2$  στη (5.1.10), τότε έχουμε σαν αποτέλεσμα:

$$RIN_{\text{sh}} = \frac{2 \cdot q}{I_{\text{dc}}} \quad (5.1.20)$$

Η χρήση του μεγέθους  $RIN_{\text{sh}}$  για την ποσοτικοποίηση του θορύβου βολής, έχει νόημα με την έννοια ότι η διακύμανση του αριθμού των απορροφούμενων φωτονίων μπορεί να «μεταφραστεί» σαν διακύμανση της ισχύος στο οπτικό πεδίο. Το χρήσιμο συμπέρασμα που προκύπτει από την (5.1.20) είναι ότι το  $RIN_{\text{sh}} = \frac{2 \cdot q}{I_{\text{dc}}}$  είναι αντιστρόφως ανάλογο του φωτό-ρεύματος. Σε οπτικά δίκτυα όπου κυριαρχεί η συνιστώσα του θορύβου βολής, είναι επιθυμητή η αύξηση του  $I_{\text{dc}}$ , καθώς ο θόρυβος βολής είναι ανάλογος αυτού ενώ η ηλεκτρική ισχύς είναι ανάλογη του τετραγώνου του.

#### 5.1.4 Θόρυβος ενισχυτή

Ο θόρυβος ενισχυτή, προέρχεται από διεγερμένα ηλεκτρόνια που αποδιεγείρονται αυθόρμητα σε κατώτερη ενεργειακή στάθμη, τα λεγόμενα ηλεκτρόνια αυθόρμητης εκπομπής. Τα φωτόνια που παράγονται μέσω της αυθόρμητης εκπομπής, έχουν τυχαία φάση, πόλωση, κατεύθυνση και συχνότητα και εισάγουν θόρυβο. Ο θόρυβος εκτός του ωφέλιμου εύρους ζώνης μπορεί να απορριφθεί με τη χρήση ζωνοπερατών φίλτρων, αλλά ο θόρυβος εντός ζώνης παραμένει. Επομένως, υπάρχουν πεδιακές συνιστώσες που κυματοδηγούνται, συνδιαδίδονται και υπερτίθενται στο φέρον. Συγκεκριμένα, διακρίνουμε τρεις συνιστώσες θορύβου ενισχυτή. Οι δύο προέρχονται από τον παλμικό κτύπο των ηλεκτρονίων αυθόρμητης εκπομπής με τον εαυτό τους (sp-sp) και με το σήμα (sig-sp) αντίστοιχα. Επίσης, υπάρχει και θόρυβος βολής (sh), ο οποίος σχετίζεται με τη μέση ενέργεια του θορύβου αυθόρμητης εκπομπής.

Θεμελιώδες μέγεθος για την περιγραφή της απόδοσης του ενισχυτή είναι ο σηματοθορυβικός λόγος. Αυτός ορίζεται μέσω της ωφέλιμης ισχύος του σήματος, και της διασποράς του θορύβου και είναι ίσος με:

$$\text{SNR} = \frac{\langle i_{\text{sig}}^2 \rangle}{\langle \Delta^2 i_n \rangle} \quad (5.1.21)$$

Αν  $S_p(f)$  είναι η φασματική πυκνότητα ισχύος των ανεπιθύμητων διακυμάνσεων της ισχύος που συνοδεύουν το σήμα και  $B_e$  το ηλεκτρικό εύρος ζώνης της φωτοδιόδου, τότε:

$$\langle \Delta^2 i_n \rangle = r_{\text{pd}}^2 \int_{B_e} S_p(f) df \quad (5.1.22)$$

Η υποβάθμιση του σηματοθορυβικού λόγου στην έξοδο του ενισχυτή, ποσοτικοποιείται μέσω του δείκτη θορύβου:

$$F_n = \frac{\text{SNR}_{\text{in}}}{\text{SNR}_{\text{out}}} \quad (5.1.23)$$

$$\text{NF}_n = 10 \cdot \log_{10}(F_n) \quad (5.1.24)$$

Επειδή το SNR αναφέρεται σε ηλεκτρικές ισχύεις, για να ορίσουμε τους παραπάνω όρους, θεωρούμε ότι το σήμα ανιχνεύεται από ιδανική φωτοδίοδο, η οποία περιορίζεται από τον θόρυβο βολής. Ορίζουμε τον παράγοντα αναστροφής πληθυσμού ως εξής:

$$n_{sp} = \frac{N_2}{N_2 - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e}\right) \cdot N_1} \quad (5.1.25)$$

όπου:  $N_1$  είναι η πυκνότητα φορέων στη θεμελιώδη κατάσταση,  $N_2$  είναι η πυκνότητα των διεγερμένων φορέων και  $\sigma_a$  και  $\sigma_e$  είναι η διατομές των περιοχών απορρόφησης και εκπομπής αντίστοιχα. Η φασματική πυκνότητα της μέσης ισχύος του θορύβου αυθόρμητης εκπομπής, θεωρώντας μία πολωτική κατάσταση είναι ίση με:

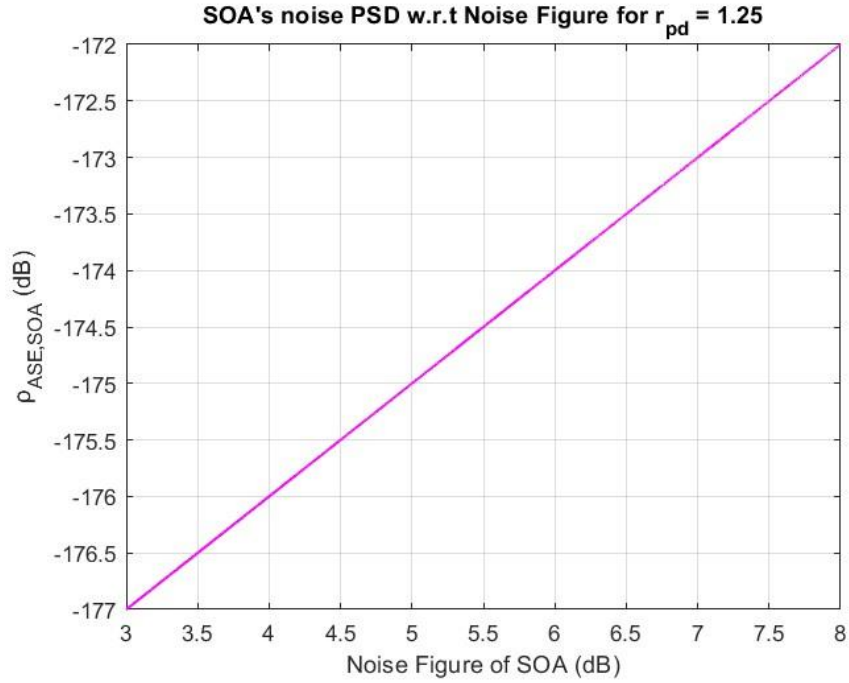
$$\rho_{ASE} = (G_{SOA} - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot \nu \quad (5.1.26)$$

όπου:  $\nu$  είναι η οπτική συχνότητα. Η φασματική πυκνότητα, μπορεί επίσης να εκφραστεί συναρτήσει του παράγοντα θορύβου που δίνεται σαν προδιαγραφή του ενισχυτή. Η έκφραση αυτή περιλαμβάνει είτε την αποκρισμότητα της φωτοδιόδου είτε την κβαντική απόδοση:

$$\rho_{ASE} = \frac{G_{SOA} \cdot q \cdot F_n}{2 \cdot r_{pd}} \quad (5.1.27)$$

$$\rho_{ASE} = \frac{G_{SOA} \cdot h \cdot \nu \cdot F_n}{2 \cdot \eta} \quad (5.1.28)$$

Στη συνέχεια της ενότητας θα δείξουμε πως προκύπτουν οι ανωτέρω τύποι, με αναφορά στο σύστημά μας.



Εικόνα 5.1.3 Φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου του ενισχυτή συναρτήσει του παράγοντα θορύβου

Η αντίστοιχη ισχύς, αν  $B_o$  είναι το εύρος ζώνης στο οπτικό πεδίο, θα ισούται με:

$$P_{sp} = (G_{SOA} - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot \nu \cdot B_o \quad (5.1.29)$$

Για τον θόρυβο βολής, αντικαθιστούμε ως dc ρεύμα το παρακάτω:

$$I_{dc} = M_{sp} \cdot I_o \cdot r_{pd} \cdot P_{sp} \quad (5.1.30)$$

όπου:  $M_{sp}$  είναι ο αριθμός των ενισχυμένων λειτουργιών αυθόρμητης εκπομπής με τυπική τιμή 2 και  $I_o$  είναι ο παράγοντας οπτικών απωλειών μεταξύ του ενισχυτή και της φωτοδιόδου. Τότε, η ισχύς του θορύβου βολής στα άκρα συζυγούς φορτίου έχει την ακόλουθη μορφή:

$$N_{sh,sp} = 2 \cdot M_{sp} \cdot I_o \cdot r_{pd} \cdot P_{sp} \cdot (G_{SOA} - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot \nu \cdot B_o \cdot R_L \cdot \frac{1}{4} \quad (5.1.31)$$

Η φασματική πυκνότητα του όρου που σχετίζεται με τον παλμικό κύκλο της αυθόρμητης εκπομπής με τον εαυτό της, ισχύει:

$$\langle \hat{\sigma}_{sp-sp}^2(f) \rangle = 2 \cdot q^2 \cdot n_{sp}^2 \cdot (G_{SOA} - 1)^2 \cdot B_o \cdot \left(1 - \frac{f}{B_o}\right) \quad (5.1.32)$$

Τότε, η φασματική πυκνότητα της μέσης τετραγωνικής τιμής της αντίστοιχης συνιστώσας ρεύματος μετά την ανίχνευση από τη φωτοδίοδο, θα είναι ίση με:

$$\begin{aligned} \langle \hat{i}_{sp-sp}^2(f) \rangle &= \eta^2 \cdot l_o^2 \cdot M_{sp} \cdot \langle \hat{\sigma}_{sp-sp}^2(f) \rangle \xrightarrow{(5.1.28)} \\ \langle \hat{i}_{sp-sp}^2(f) \rangle &= 2 \cdot M_{sp} \cdot (r_{pd} \cdot h \cdot v \cdot l_o \cdot n_{sp})^2 \cdot (G_{SOA} - 1)^2 \cdot B_o \cdot \left(1 - \frac{f}{B_o}\right) \end{aligned} \quad (5.1.33)$$

Συνεπώς η συνιστώσα θορύβου "sp - sp" σε συζυγές φορτίο ισούται με:

$$\begin{aligned} N_{sp-sp}(f) &= \frac{1}{4} \cdot \langle \hat{i}_{sp-sp}^2(f) \rangle \cdot R_L \\ &= \frac{1}{2} M_{sp} \cdot (r_{pd} \cdot h \cdot v \cdot l_o \cdot n_{sp})^2 \cdot (G_{SOA} - 1)^2 \cdot B_o \cdot \left(1 - \frac{f}{B_o}\right) \cdot R_L \end{aligned} \quad (5.1.34)$$

Η μέση ισχύς θορύβου σε ένα ορισμένο εύρος ζώνης B προκύπτει από το ολοκλήρωμα της παραπάνω ποσότητας:

$$\begin{aligned} N_{sp-sp} &= \int_0^B N_{sp-sp}(f) df \\ &= \frac{1}{2} M_{sp} \cdot (r_{pd} \cdot h \cdot v \cdot l_o \cdot n_{sp})^2 \cdot (G_{SOA} - 1)^2 \cdot B_o \cdot B \cdot \left(1 - \frac{f}{2B_o}\right) \cdot R_L \end{aligned} \quad (5.1.35)$$

Για την συνιστώσα που οφείλεται στον κτύπο της αυθόρμητης εκπομπής με το σήμα, η φασματική πυκνότητα είναι:

$$\langle \hat{\sigma}_{sig-sp}^2(f) \rangle = \frac{4 \cdot q^2 \cdot G_{SOA} \cdot P_{sig} \cdot n_{sp} \cdot (G_{SOA} - 1)}{h \cdot v} \quad (5.1.36)$$

Αντίστοιχα η πυκνότητα της μέσης τετραγωνικής τιμής του ρεύματος, υπολογίζεται ως εξής:

$$\langle \hat{i}_{sig-sp}^2(f) \rangle = 4 \cdot h \cdot v \cdot P_{sig} \cdot n_{sp} \cdot r_{pd}^2 \cdot l_o^2 \cdot G_{SOA} \cdot (G_{SOA} - 1) \quad (5.1.37)$$



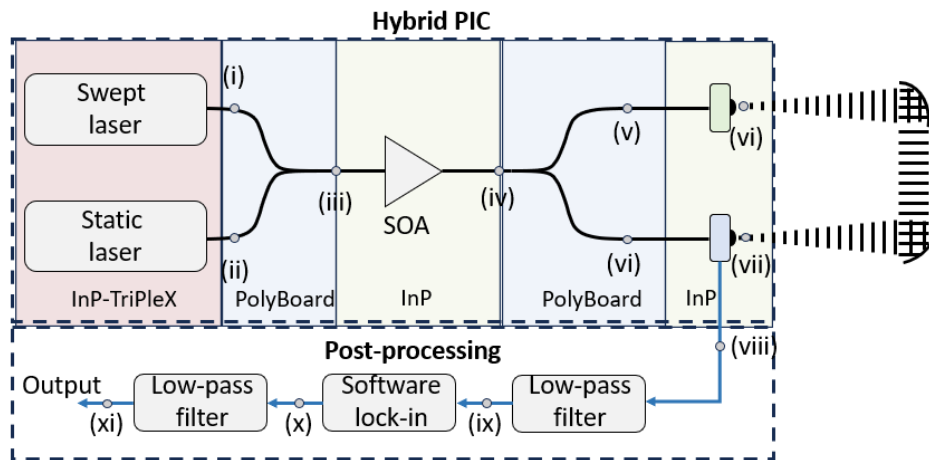
Η μέση ισχύς της συνιστώσας θορύβου "sig – sp" στα άκρα ωμικής αντίστασης, υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού, ισούται με:

$$N_{\text{sig-sp}}(f) = \frac{1}{4} \cdot \langle i_{\text{sp-sp}}^2(f) \rangle \cdot R_L = 2 \cdot h \cdot \nu \cdot P_{\text{sig}} \cdot n_{\text{sp}} \cdot r_{\text{pd}}^2 \cdot I_0^2 \cdot G_{\text{SOA}} \cdot (G_{\text{SOA}} - 1) \cdot R_L \quad (5.1.38)$$

Ο συνολικός θόρυβος στην έξοδο του ενισχυτή ισούται με το άθροισμα των τριών επιμέρους συνιστωσών, ωστόσο κυρίαρχος όρος τον οποίον λαμβάνουμε τελικά υπόψη, είναι αυτός που σχετίζεται με τον παλμικό κύκλο του σήματος αυθόρμητης εκπομπής με το «ωφέλιμο» σήμα. Ως αποτέλεσμα, ο θόρυβος ενισχυτή θεωρείται λευκός, καθώς ο όρος "sig – sp" δεν περιέχει συχνοτική εξάρτηση.

### 5.1.5 Ανάλυση θορύβου στο σύστημα

Έχοντας παραθέσει τους βασικούς ορισμούς για τα διάφορα είδη θορύβου που διέπουν το σύστημα, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση των συνιστωσών σε κάθε σημείο της διάταξής μας. Για το σκοπό αυτό, παραθέτουμε ξανά τη σχηματική αναπαράσταση της διάταξης καθώς και τις διεπιφάνειες του PIC.



Εικόνα 5.1.4 Σχηματική αναπαράσταση της διάταξης

Για τον θόρυβο των λέιζερ, θεωρούμε την τιμή  $RIN_{\text{dB}} = -165 \frac{\text{dBc}}{\text{Hz}}$  επομένως η ισχύς θορύβου έντασης στην έξοδο τους θα είναι ίση με:

$$P_{\text{RIN}} = P_c \cdot 10^{\frac{RIN_{\text{dB}}}{10}} = (3.162 \cdot 10^{-17}) \cdot P_c \quad (5.1.39)$$

Η ισχύς  $P_c$  είναι η κοινή ισχύς των λέιζερ, η οποία είναι ίση με 10 dBm ή 10 mW. Συνεπώς, από την (5.1.39) έχουμε:  $P_{RIN} = (3.162 \cdot 10^{-16}) \text{ mW}$

### Σημεία (i) και (ii) στο PolyBoard

Η ισχύς του θορύβου έντασης των λέιζερ λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες διασύνδεσης InP-TriPlex και PolyBoard είναι ίση με:

$$P_{1,RIN(i)-Poly} = \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.39)$$

$$P_{2,RIN(ii)-Poly} = \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.40)$$

Με τον δείκτη "1" αναφερόμαστε στο swept laser και με τον δείκτη "2" στο στατικό λέιζερ

### Σημείο (iii) στο PolyBoard

$$P_{1,RIN(iii)-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.41)$$

$$P_{2,RIN(iii)-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.42)$$

$$P_{RIN,total(iii)-Poly} = P_{1,RIN(iii)-Poly} + P_{2,RIN(iii)-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.43)$$

### Σημείο (iii) στο InP

$$P_{1,RIN(iii)-InP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.44)$$

$$P_{2,RIN(iii)-InP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.45)$$

$$P_{RIN,total(iii)-InP} = P_{1,RIN(iii)-InP} + P_{2,RIN(iii)-InP} = \frac{1}{2} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.46)$$

Σημείο (iv) στο InP-Εξοδος του ενισχυτή

$$P_{1,RIN(iv)-InP} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.47)$$

$$P_{2,RIN(iv)-InP} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.48)$$

$$P_{RIN,total(iv)-InP} = P_{1,RIN(iv)-InP} + P_{2,RIN(iv)-InP} = \frac{G_{SOA}}{2} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.49)$$

Σημείο (iv) στο PolyBoard

$$P_{1,RIN(iv)-Poly} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.50)$$

$$P_{2,RIN(iv)-Poly} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.51)$$

$$P_{\text{RIN,total(iv)-Poly}} = P_{1,\text{RIN(iv)-Poly}} + P_{2,\text{RIN(iv)-Poly}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{2} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.52)$$

$$P_{1,\text{RIN(v),(vi)-Poly}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.53)$$

$$P_{2,\text{RIN(v),(vi)-Poly}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.54)$$

$$P_{\text{RIN,total(v),(iv)-Poly}} = P_{1,\text{RIN(v),(iv)-Poly}} + P_{2,\text{RIN(v),(iv)-Poly}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.55)$$

Σημεία (vi) και (vii) στο InP

$$P_{1,\text{RIN(vi)-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.56)$$

$$P_{2,\text{RIN(vi)-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.57)$$

$$P_{\text{RIN,total(vi)-InP}} = P_{1,\text{RIN(vi)-InP}} + P_{2,\text{RIN(vi)-InP}} =$$

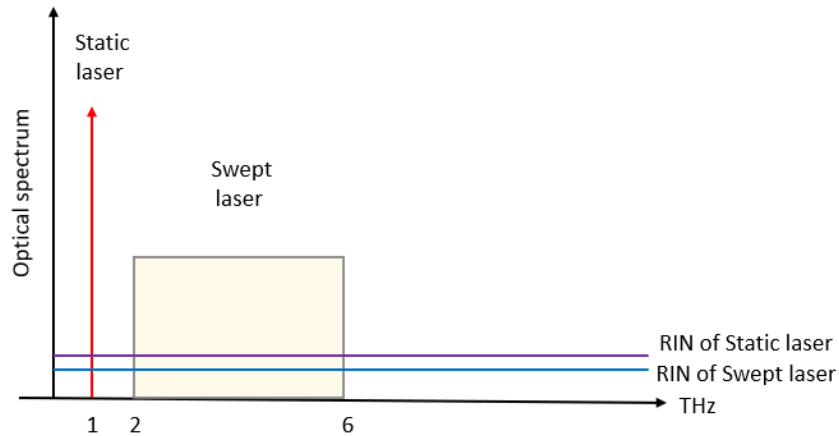
$$\frac{G_{\text{SOA}}}{4} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.58)$$

$$P_{1,\text{RIN(vii)-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.59)$$

$$P_{2,\text{RIN(vii)-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.60)$$

$$P_{\text{RIN,total(vii)-InP}} = P_{1,\text{RIN(vii)-InP}} + P_{2,\text{RIN(vii)-InP}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4} \frac{P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.61)$$

Στη φωτοδίοδο, θα γίνει "beating" μεταξύ του φέροντος του swept laser με τον θόρυβο του swept και του static laser, του φέροντος του static laser με το θορυβώδες πεδίο τόσο του swept όσο και του static laser καθώς και των δύο φερόντων θορύβου μεταξύ τους



Εικόνα 5.1.5 Θόρυβος λέιζερ-RIN

Συνεπώς, δεδομένου ότι:

$$\rho_{\text{ASE,rin-swept}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.62)$$

$$\rho_{\text{ASE,rin-static}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{\text{RIN}_{\text{dB}}}{10}} \quad (5.1.63)$$

για τη συνιστώσα ρεύματος στη φωτοδίοδο που οφείλεται στο RIN έχουμε το "beating" του φέροντος του στατικού λέιζερ με τον θόρυβο που προκύπτει τόσο από το στατικό όσο και από το διαμορφωμένο λέιζερ καθώς και το "beating" του φέροντος του διαμορφωμένου λέιζερ με τον θόρυβο που προκύπτει τόσο από το στατικό όσο και από το διαμορφωμένο λέιζερ. Επιπλέον, γίνεται "beating" των δύο θορυβωδών συνιστωσών μεταξύ τους, ωστόσο ο όρος αυτός, όπως θα φανεί, είναι αμελητέος. Για τον θόρυβο των λέιζερ θεωρούμε την  $\rho_{\text{ASE,rin}}$  σε μετατοπισμένες συχνότητες και προς τις δύο πλευρές των φερόντων, δηλαδή  $f \pm \Delta f$ .

$$\begin{aligned}
& I_{\text{rin}} \\
&= 2 \cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_1(t)) + 2} \\
&\cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_2(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_3(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \\
&\cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_4(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \\
&\cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}^2 \cdot \cos(\theta_5(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_6(t)) + 2} \\
&\cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_7(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_8(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \\
&\cdot \sqrt{\left( \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_9(t))}
\end{aligned}
\tag{5.1.64}$$

Η μέση τετραγωνική τιμή του ρεύματος είναι ίση με:

$$\begin{aligned}
\langle I_{rin}^2 \rangle &= 4 \cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot RIN + 4 \\
&\cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot P_{static\ laser}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot RIN + 8 \\
&\cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \\
&\cdot RIN + 2 \cdot r_{pd}^2 \\
&\cdot \left( \frac{G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \\
&\cdot RIN^2 \\
&= 4 \cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \\
&\cdot (P_{swept\ laser}^2 + P_{static\ laser}^2 + 2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}) \cdot RIN + 2 \cdot r_{pd}^2 \\
&\cdot \left( \frac{G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \\
&\cdot RIN^2 = \\
&4 \cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot RIN + 2 \cdot r_{pd}^2 \\
&\cdot \left( \frac{G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \\
&\cdot RIN^2 \Rightarrow \\
&\langle I_{rin}^2 \rangle = 4 \cdot I_{dc}^2 \cdot RIN + 2 \cdot r_{pd}^2 \\
&\cdot \left( \frac{G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \\
&\cdot RIN^2 \Rightarrow \\
&\langle I_{rin}^2 \rangle \approx 4 \cdot I_{dc}^2 \cdot RIN \tag{5.1.65}
\end{aligned}$$

Η παραπάνω προσέγγιση έγινε διότι ο όρος που προέρχεται από το "beating" των δύο συνιστωσών θορύβου έντασης μεταξύ τους, είναι αμελητέος, Συγκεκριμένα, για το ρεύμα  $I_{dc} = 0.9464\text{ mA}$ , προκύπτει  $4 \cdot I_{dc}^2 \cdot RIN = -178.4987\text{ dBm}$  ενώ  $2 \cdot r_{pd}^2 \cdot \left( \frac{G_{SOA}}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cdot RIN^2 = -363.4885\text{ dBm}$



Έτσι, σε συζυγές φορτίο στην έξοδο, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου θα ισούται με:

$$S_{RIN,ML} = \frac{1}{4} \cdot \sigma_{RIN}^2 \cdot R_L = R_L \cdot RIN \cdot I_{dc}^2 \quad (5.1.66)$$

όπου έχουμε θέσει:

$$RIN = 10^{\frac{RIN_{dB}}{10}} \quad (5.1.67)$$

### Σημείο (vi) στην έξοδο του Tx-Θερμικός Θόρυβος και Θόρυβος βολής

Όπως έχουμε εξηγήσει παραπάνω, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου στην έξοδο του πομπού δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$S_{thTx,ML} = \frac{1}{4} \cdot \langle i_{th}^2 \rangle \cdot R_L = k_B T_s \quad (5.1.62)$$

όπου για τη φυσική θερμοκρασία θεωρούμε την τυπική τιμή  $T_s = 290 \text{ }^\circ\text{K}$

Επίσης, ο θόρυβος βολής στην έξοδο του πομπού σε συζυγές φορτίο, έχει φασματική πυκνότητα ισχύος:

$$S_{shotTx,ML} = \frac{q \cdot I_{dc} \cdot R_L}{2} \quad (5.1.63)$$

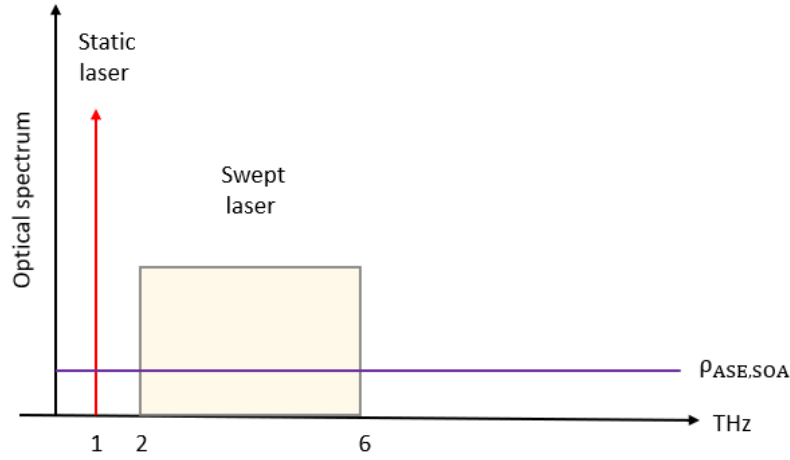
Τυπική τιμή για το φορτίο είναι  $R_L = 50 \text{ } \Omega$

όπου το συνεχές ρεύμα της φωτοδιόδου είναι:

$$I_{dc} = \frac{\Gamma_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \quad (5.1.64)$$

### Θόρυβος ενισχυτή στην έξοδο του πομπού Tx

Όπως αναφέραμε, η συνιστώσα θορύβου που «κυριαρχεί» είναι αυτή που οφείλεται στον παλμικό κτύπο του σήματος αυθόρμητης εκπομπής και το ωφέλιμο σήμα από την εξαναγκασμένη εκπομπή.



Εικόνα 5.1.6 Θόρυβος ενισχυτή

Το κάθε φέρον, στο σημείο εξόδου έχει ισχύ ίση με:

$$P_{c,Tx} = \frac{G_{SOA} \cdot P_{\text{swept laser,static laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \quad (5.1.65)$$

Επίσης, η ισχύς αυθόρμητης εκπομπής από την έξοδο του ενισχυτή μέχρι την έξοδο του πομπού Tx, υφίσταται εξασθένιση ισχύος κατά τον παράγοντα "  $\frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}$  "

Επομένως, ο θορυβώδης όρος που προκύπτει από τον συνδυασμό καθενός φέροντος με το πεδίο αυθόρμητης εκπομπής, προκύπτει ως εξής:

$$I_{\text{soa,Tx}} = \frac{1}{2} \cdot r_{\text{pd}} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}}(f + \Delta f) \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \cos(\theta_1(t))} + 2 \cdot r_{\text{pd}} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}}(f + \Delta f) \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \cos(\theta_2(t))} +$$

$$\begin{aligned}
& \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{2}{4 \cdot L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser} \cdot \rho_{ASE,SOA} (f - \Delta f) \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \cos(\theta_3(t))} \\
& \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{+2}{4 \cdot L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot G_{SOA} \cdot P_{static\ laser} \cdot \rho_{ASE} \cdot \rho_{ASE,SOA} (f - \Delta f) \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \cos(\theta_4(t))}
\end{aligned}
\tag{5.1.66}$$

Να σημειώσουμε ότι λαμβάνουμε υπόψη το "beating" των φερόντων σημάτων με φέροντα του θορύβου σε μετατοπισμένη συχνότητα τόσο δεξιά όσο και αριστερά των φερόντων σημάτων  $f \pm \Delta f$

όπου:  $\theta_1(t)$  έως  $\theta_4(t)$  είναι η τυχαία διαφορά φάσης μεταξύ του θορύβου και του αντίστοιχου φέροντος. Έτσι, δεδομένου ότι  $\langle \cos^2 \theta(t) \rangle = \frac{1}{2}$ , η διασπορά του ρεύματος θορύβου ενισχυτή ισούται με:

$$\begin{aligned}
\sigma_{soa,Tx}^2 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left( 4 \cdot r_{pd}^2 \frac{G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser}}{4 \cdot L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right. \\
&+ \left. 4 \cdot r_{pd}^2 \frac{G_{SOA} \cdot P_{static\ laser}}{4 \cdot L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \right) \Rightarrow \\
\sigma_{soa,Tx}^2 &= r_{pd}^2 \cdot \frac{G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{L_{InP}^2 (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{TriPleX}\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP} (SOA)\text{-PolyBoard} \cdot L_{InP} (PD)\text{-PolyBoard}}
\end{aligned}
\tag{5.1.67}$$

Η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου στα άκρα φορτίου  $R_L$ , υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού, προκύπτει ίση με:

$$\begin{aligned}
 S_{\text{soaTx,ML}} &= \frac{1}{4} \cdot \sigma_{\text{soa,Tx}}^2 \cdot R_L = \\
 &= \frac{2}{4} \cdot R_L \cdot r_{\text{pd}} \cdot 2 \cdot \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \cdot \\
 &\quad \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \xrightarrow{(5.1.64)} \\
 S_{\text{soaTx,ML}} &= r_{\text{pd}} \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot R_L \quad (5.1.68)
 \end{aligned}$$

Παρατηρούμε, ότι ο θόρυβος που εισάγει ο ενισχυτής είναι ανάλογος του dc ρεύματος της φωτοδιόδου και είναι λευκής μορφής

Στη συνέχεια θα δείξουμε πως προκύπτουν οι σχέσεις για τον δείκτη θορύβου, θεωρώντας ανίχνευση του σήματος από ιδανική φωτοδίοδο, η οποία περιορίζεται από τον θόρυβο βολής.

Αρχικά, μελετάμε την είσοδο του ενισχυτή. Το ρεύμα που θα προκύψει αν το σήμα εισόδου του ενισχυτή ανιχνευθεί από ιδανική φωτοδίοδο, ισούται σαν μαθηματικός τύπος με το ρεύμα της φωτοδιόδου, εξαιρουμένων των απωλειών διασύνδεσης των δύο τελευταίων επιφανειών καθώς και του κέρδους ενισχυτή, και χωρίς την απώλεια ισχύος 3 dB από τον splitter. Δηλαδή, έχοντας δείξει ότι  $I_{\text{PD}} = \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} + \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} \cdot \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2)$ , αρκεί να πολλαπλασιάσουμε αυτή τη σχέση με τον παράγοντα " $\frac{2}{G_{\text{SOA}}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}$ ". Επομένως, το ρεύμα φωτοδιόδου που αντιστοιχεί στην είσοδο του SOA είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}
 I_s &= \frac{r_{\text{pd}} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} + \frac{r_{\text{pd}} \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) \\
 &\quad + \pi/2) \quad (5.1.69)
 \end{aligned}$$

Επομένως, η μέση τετραγωνική τιμή του ρεύματος εισόδου υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \langle I_s^2 \rangle &= \left\langle \frac{r_{\text{pd}}^2 (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})^2}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} + \frac{r_{\text{pd}}^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} \right. \\
 &\quad \cdot \cos^2(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2) + \frac{r_{\text{pd}} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \\
 &\quad \cdot \frac{r_{\text{pd}} \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \cos(\varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2) \left. \right\rangle \\
 &\quad \xrightarrow{\langle \cos(\varphi(t)) \rangle = 0, \langle \cos^2(\varphi(t)) \rangle = \frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\langle I_s^2 \rangle = \frac{r_{pd}^2 (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})^2}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{r_{pd}^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} \quad (5.1.70)$$

Ως προς τον θόρυβο βολής στη φωτοδίοδο, αυτός θα σχετίζεται με τον DC όρο του ρεύματος  $I_s$ , δηλαδή:

$$\langle \Delta_{\text{ishot}}^2 \rangle = 2 \cdot q \cdot I_{s,DC} \cdot B_e = 2 \cdot q \cdot \frac{r_{pd} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot B_e \quad (5.1.71)$$

όπου,  $B_e$  είναι το ηλεκτρικό εύρος ζώνης της φωτοδίοδου

Για το ρεύμα εξόδου, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε με το κέρδος του ενισχυτή, καθώς το φωτό-ρεύμα είναι ανάλογο της οπτικής ισχύος, οπότε λαμβάνουμε:

$$I_{s,out} = \frac{G_{\text{soa}} \cdot r_{pd} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} + \frac{G_{\text{soa}} \cdot r_{pd} \cdot \sqrt{P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \cos \left( \varphi_{\text{FMCW}}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.1.72)$$

Αντίστοιχα, για τη διασπορά του ρεύματος που αντιστοιχεί στο σήμα εξόδου του ενισχυτή, ισχύει:

$$\langle I_{s,out}^2 \rangle = G_{\text{SOA}}^2 \cdot \langle I_s^2 \rangle \Rightarrow \langle I_{s,out}^2 \rangle = \frac{G_{\text{SOA}}^2 \cdot r_{pd}^2 (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})^2}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G_{\text{SOA}}^2 \cdot r_{pd}^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^4} \quad (5.1.73)$$

Για την φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου αυθόρμητης εκπομπής στην έξοδο του ενισχυτή, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τη σχέση (5.1.67) με τον παράγοντα " $2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}$ ", επειδή μελετάμε το σημείο ακριβώς μετά την έξοδο του ενισχυτή. Συνεπώς, ισχύει:

$$\sigma_{\text{soa,out}}^2 = \left( 2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot \sigma_{\text{soa,Tx}}^2 \xrightarrow{(5.1.67)} \sigma_{\text{soa,out}}^2 = 2 \cdot \left( r_{pd}^2 \frac{G_{\text{SOA}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \right) \cdot B_e \quad (5.1.74)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (5.1.70), (5.1.71), (5.1.73) και (5.1.74) μπορούμε να εξάγουμε τη σχέση για τον δείκτη θορύβου, ο οποίος όπως έχουμε πει ισούται με το πηλίκο του σηματοθορυβικού λόγου στην είσοδο και στην έξοδο του SOA:

$$F_n = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} = \frac{\frac{\langle I_S^2 \rangle}{\langle \Delta_{ishot}^2 \rangle}}{\frac{\langle I_{S,out}^2 \rangle}{\sigma_{soa}^2}} = \frac{2 \cdot r_{pd} \cdot \rho_{ASE,SOA}}{q \cdot G_{soa}} = \frac{2 \cdot r_{pd} \cdot (G_{soa} - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot \nu}{G_{soa} \cdot q} \quad (5.1.75)$$

Η παραπάνω σχέση, εκφράζει τον όρο  $F_n$  σε συνάρτηση με την αποκρισμότητα της φωτοδιόδου. Αντικαθιστώντας:  $r_{pd} = \frac{\eta \cdot q}{h \cdot \nu}$ , προκύπτει αντίστοιχα ο δείκτης θορύβου ως προς την κβαντική απόδοση  $\eta$ :

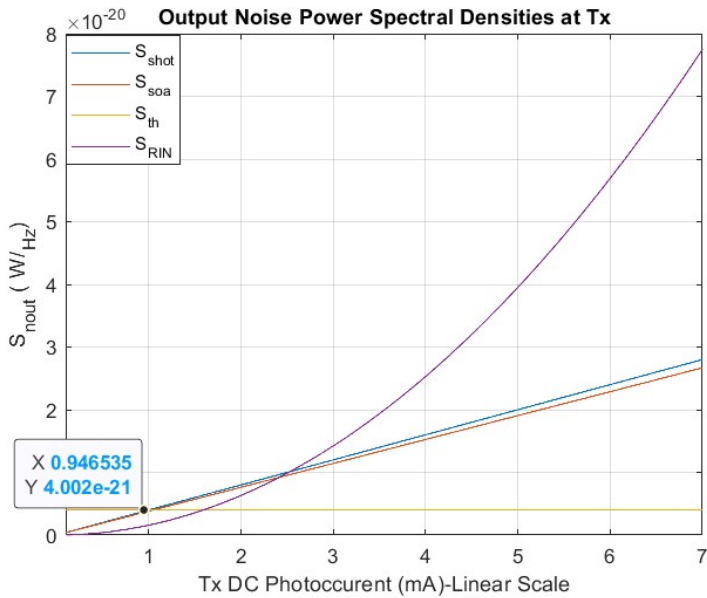
$$F_n = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} = \frac{\frac{\langle I_S^2 \rangle}{\langle \Delta_{ishot}^2 \rangle}}{\frac{\langle I_{S,out}^2 \rangle}{\sigma_{soa}^2}} = \frac{2 \cdot r_{pd} \cdot \rho_{ASE,SOA}}{q \cdot G_{soa}} = \frac{2 \cdot \eta \cdot (G_{soa} - 1) \cdot n_{sp}}{G_{soa}} \quad (5.1.76)$$

Επίσης, λύνοντας τις (5.1.75) και (5.1.76) ως προς τη φασματική πυκνότητα του σήματος αυθόρμητης εκπομπής  $\rho_{ASE}$ , καταλήγουμε στις (5.1.27) και (5.1.28) αντίστοιχα.

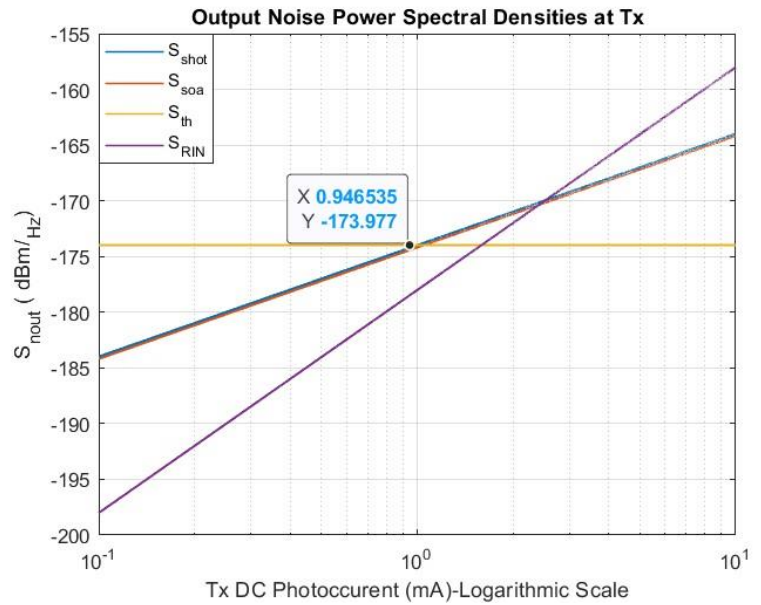
Θα πρέπει να τονίσουμε ότι, για τον ορισμό της ιδανικής φωτοδιόδου θεωρούμε είτε  $\eta = 1$  και  $r_{pd} = 1.25$  ή  $r_{pd} = 1$  και  $\eta = 0.8$ . Δεν μπορούμε να θέσουμε ταυτόχρονα και τις δύο παραμέτρους ίσες με 1, διότι τότε δεν ικανοποιείται ο ορισμός της ευαισθησίας της φωτοδιόδου,  $r_{pd} = \frac{\eta \cdot q}{h \cdot \nu}$

Η ελάχιστη τιμή του παράγοντα αναστροφής πληθυσμού  $n_{sp}$  είναι ίση με 1, για ιδανικό ενισχυτή. Θεωρούμε την τυπική τιμή  $F_n = 3.1622$  ή 5 dB, το οποίο «μεταφράζεται» σαν μείωση του σηματοθορυβικού λόγου στην έξοδο του ενισχυτή κατά 5 dB, εξαιτίας του θορύβου που εισάγει ο SOA. Ο αντίστοιχος παράγοντας αναστροφής πληθυσμού είναι  $n_{sp} = 1.7539$

Όπως βλέπουμε στις παρακάτω εικόνες, για το dc ρεύμα που προκύπτει στη διάταξή μας,  $I_{dc} = 0.946$  mA, στον πομπό κυριαρχεί η συνιστώσα του θερμικού θορύβου, με πυκνότητα ισχύος ίση με  $4.002 \cdot 10^{-21}$  W ή  $-173.997$  dBm



Εικόνα 5.1.7 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό-Γραμμική Κλίμακα



Εικόνα 5.1.8 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό-Λογαριθμική Κλίμακα

Παρακάτω στην εικόνα 5.1.7, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις περιοχές θορύβου στον πομπό με βάση την τιμή του dc ρεύματος της φωτοδιόδου. Συγκεκριμένα, μέχρι το 1 mA, κυριαρχεί ο θερμικός θόρυβος στον πομπό, ενώ για μεγαλύτερες τιμές ρεύματος περιοριζόμαστε μέχρι τον θόρυβο βολής. Αυτό αλλάζει όταν το  $I_{dc}$  γίνεται περίπου 5 mA, όπου πλέον η σημαντικότερη συνιστώσα είναι αυτή του θορύβου έντασης των λέιζερ

Για να δείξουμε και μαθηματικά πως προκύπτουν τα σημεία αλλαγής της κυρίαρχης συνιστώσας θορύβου, αρχικά ο θόρυβος βολής θα γίνει ισχυρότερος του θερμικού όταν:

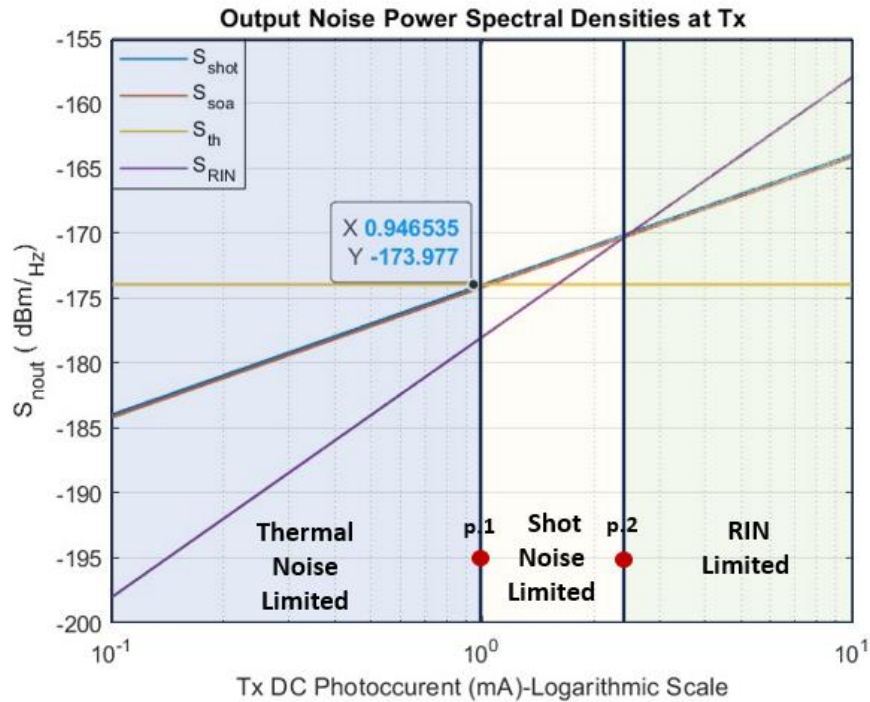
$$\frac{q}{2} \cdot I_{dc} \cdot R_L > k_B \cdot T_s \Rightarrow$$

$$I_{dc} > \frac{2 \cdot k_B \cdot T_s}{q \cdot R_L} = 1 \text{ mA} \quad (5.1.77)$$

Παρόμοια, ο θόρυβος των λέιζερ επισκιάζει τον θόρυβο βολής στο διάστημα που ισχύει:

$$R_L \cdot RIN \cdot I_{dc}^2 > \frac{q}{2} \cdot I_{dc} \cdot R_L \Rightarrow$$

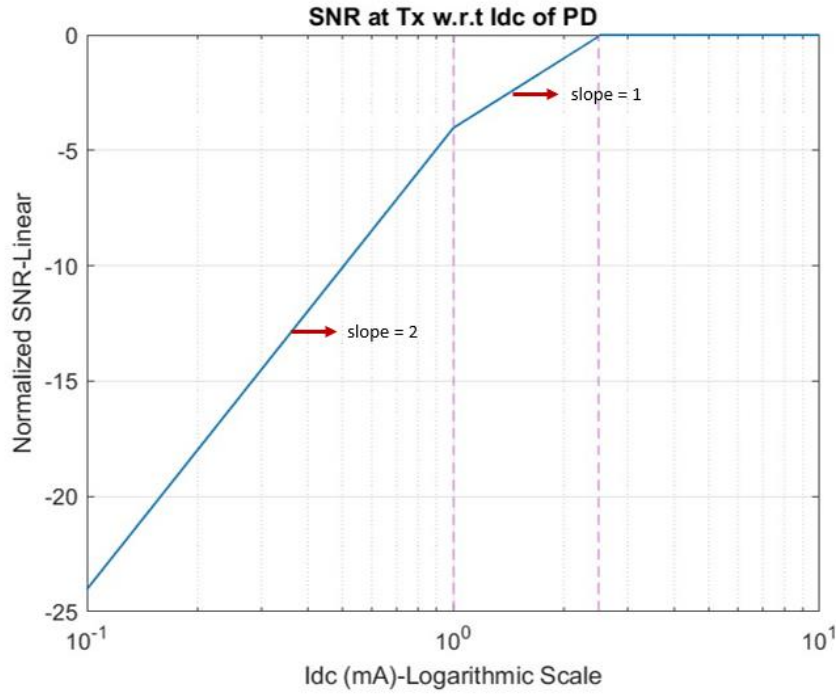
$$I_{dc} > \frac{q}{2 \cdot RIN} \approx 2.5 \text{ mA} \quad (5.1.78)$$



Εικόνα 5.1.9 Περιοχές Θορύβου

Η THz ισχύς που εκπέμπεται, όπως έχουμε δει είναι ανάλογη του τετραγώνου του DC ρεύματος της φωτοδιόδου. Επομένως, στην πρώτη περιοχή, δεδομένου ότι ο θερμικός θόρυβος είναι ανεξάρτητος του  $I_{dc}$ , ο σηματοθορυβικό λόγος στον πομπό θα είναι επίσης ανάλογος του τετραγώνου του ρεύματος. Ως αποτέλεσμα, είναι συμφέρουσα η αύξηση του ρεύματος, μέσω της αύξησης της ισχύος των λέιζερ, προς βελτίωση της απόδοσης. Στη δεύτερη περιοχή, η εξάρτηση του SNR από το  $I_{DC}$  γίνεται γραμμική, καθώς ο κυρίαρχος θόρυβος βολής εκεί είναι ανάλογος του ρεύματος. Συνεπώς, εάν βρισκόμαστε στη δεύτερη περιοχή, και πάλι η απόδοση του πομπού θα βελτιωθεί για μεγαλύτερη ισχύ στα λέιζερ. Σε σχέση με πριν, για δεδομένη αύξηση του  $I_{dc}$  η σχετική αύξηση του SNR θα είναι η μισή σε μονάδες dB. Όταν πλέον το σύστημα περιορίζεται από το RIN, τότε η τιμή του σηματοθορυβικού λόγου γίνεται ανεξάρτητη του ρεύματος. Επομένως, καταλαβαίνουμε ότι η αύξηση του ρεύματος σε τιμές μεγαλύτερες των 5 mA δεν είναι επιθυμητή, καθώς έτσι θα αυξηθεί η κατανάλωση χωρίς όμως ταυτόχρονη βελτίωση του SNR. Τα συμπεράσματα αυτά, φαίνονται και στην εικόνα που ακολουθεί.





Εικόνα 5.1.10 Σηματοθροβικός λόγος (κανονικοποιημένος) στον πομπό ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου

Επιγραμματικά έχουμε:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} = \frac{P_{\text{THz,DRW}}}{P_{\text{noise}}} \text{ where } P_{\text{THz,DRW}} = \frac{1}{8} \cdot I_{\text{dc}}^2 \cdot R_L \quad (5.1.79)$$

Περιοχή 1:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} \propto \frac{I_{\text{dc}}^2}{\text{const}} \sim I_{\text{dc}}^2 \text{ ή } 2 \cdot I_{\text{dc}} \text{ σε dB} \quad (5.1.80)$$

Περιοχή 2:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} \propto \frac{I_{\text{dc}}^2}{I_{\text{dc}}} \sim I_{\text{dc}} \text{ ή } I_{\text{dc}} \text{ σε dB} \quad (5.1.81)$$

Περιοχή 3:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} \propto \frac{I_{\text{dc}}^2}{I_{\text{dc}}^2} \sim I_{\text{dc}} \text{ ή } 0 \text{ dB} \quad (5.1.82)$$

Μετά τον πομπό, ο θόρυβος υπόκειται όπως και το σήμα στις απώλειες ελευθέρου χώρου, σύμφωνα με τον νόμο του Friis,  $g_{\text{THz}} = \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \frac{1}{f^2}$ . Επομένως, οι φασματικές πυκνότητες ισχύων των συνιστωσών θορύβου αποκτούν συνάρτηση από τη συχνότητα και ως αποτέλεσμα οι θόρυβοι που φτάνουν στον δέκτη δεν είναι πλέον λευκοί. Επιπλέον, η κεραία του δέκτη συλλέγει θόρυβο από το περιβάλλον ο οποίος μοντελοποιείται σαν θερμικός θόρυβος με διαθέσιμη ισχύ στα άκρα της:

$$N_k = k_B \cdot T_k \cdot B \quad (5.1.83)$$

όπου  $B$ : το εύρος ζώνης λειτουργίας της κεραίας,  $k_B$ : η σταθερά Boltzmann και  $T_k$ : η ισοδύμανη θερμοκρασία θορύβου της κεραίας.

Η τελευταία εξαρτάται διάφορους παράγοντες, όπως τα κατευθυντικά χαρακτηριστικά και ο προσανατολισμός της κεραίας, η συχνότητα λειτουργίας, τα κλιματικά χαρακτηριστικά της τοποθεσίας εγκατάστασης και η εποχή του χρόνου. Επειδή όμως για την εφαρμογή που μελετάται θα βρίσκεται σε εσωτερικό χώρο, θεωρούμε τη θερμοκρασία δωματίου  $T_k = 290 \text{ }^\circ\text{K}$

Επομένως, για τις φασματικές πυκνότητες ισχύος του θορύβου στην είσοδο του δέκτη έχουμε:

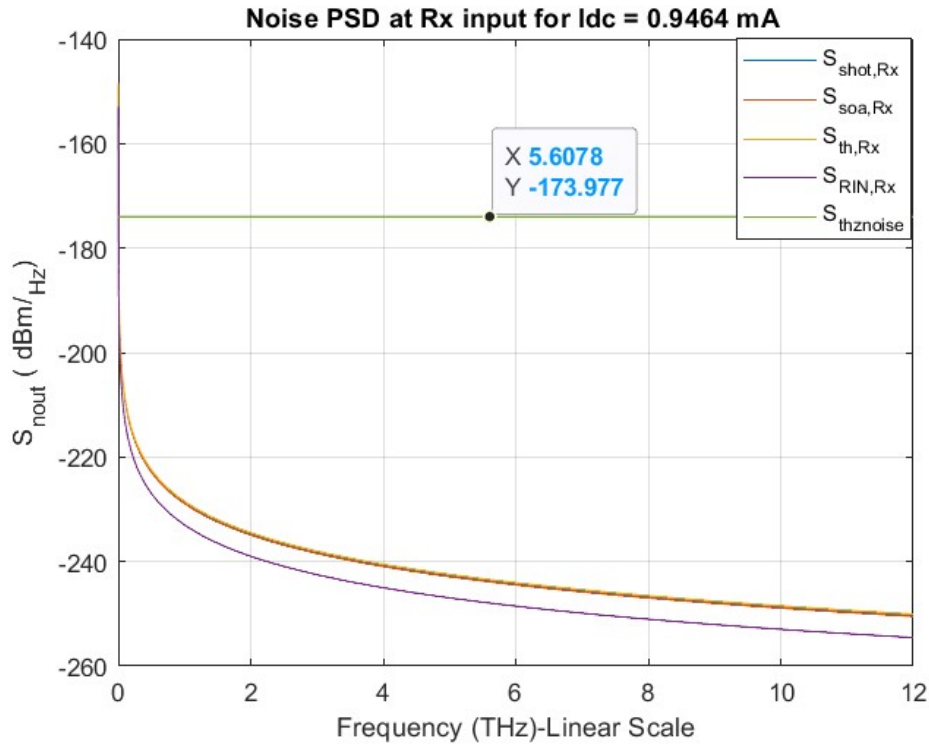
$$S_{\text{th,Rx}} = k_B \cdot T \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (5.1.84)$$

$$S_{\text{shot,Rx}} = \frac{q \cdot I_{\text{dc}} \cdot R_L}{2} \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (5.1.85)$$

$$S_{\text{soa,Rx}} = r_{\text{pd}} \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \cdot R_L \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (5.1.86)$$

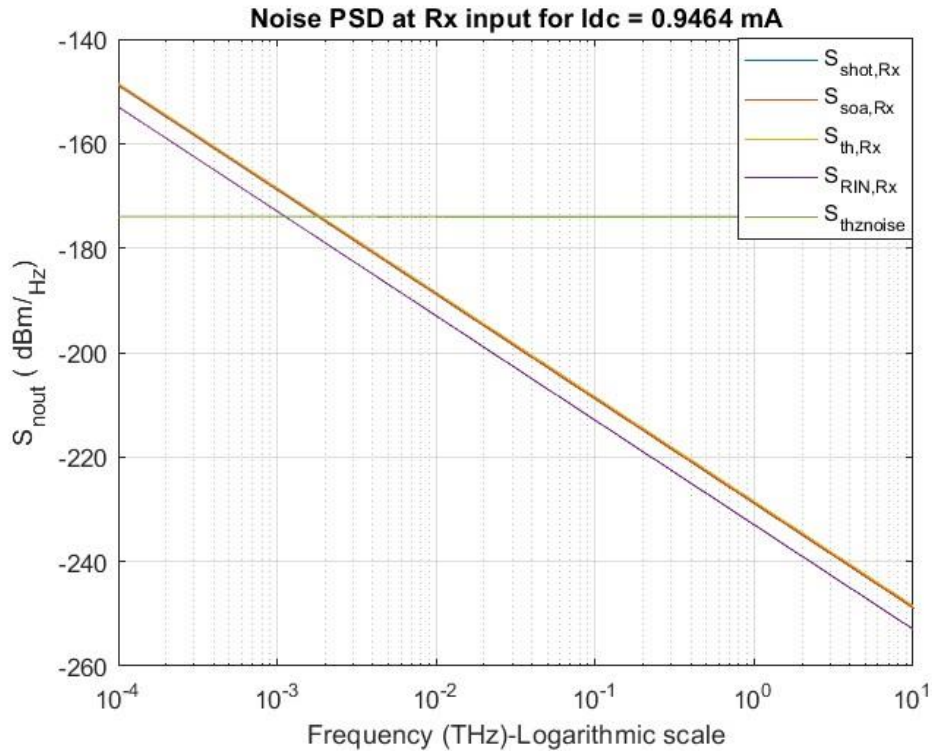
$$S_{RIN,Rx} = R_L \cdot RIN \cdot I_{dc}^2 \cdot G_{Tx} \cdot G_{Rx} \cdot \left( \frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{thz}} \right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (5.1.87)$$

$$S_k = k_B \cdot T_k \quad (5.1.88)$$



Εικόνα 5.1.11 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον δέκτη

Στην εικόνα 5.1.10, απεικονίζουμε τις φασματικές πυκνότητες ισχύος των συνιστωσών θορύβου που φτάνουν στον δέκτη μετά την εξασθένιση Friis και την ενίσχυση από τις κεραίες, για το συγκεκριμένο ρεύμα της διάταξής μας,  $I_{dc} = 0.9464 \text{ mA}$ . Όπως παρατηρούμε, εκτός από τον θόρυβο περιβάλλοντος που συλλέγει η κεραία, οι φασματικές πυκνότητες θορύβου αποκτούν εξάρτηση  $\frac{1}{f^2}$ . Στο παρακάτω διάγραμμα, βλέπουμε τις ίδιες φασματικές πυκνότητες ισχύος αλλά σε λογαριθμική κλίμακα, ώστε να είναι εμφανείς και οι «συμπεριφορές» σε χαμηλότερες συχνότητες. Στη λογαριθμική κλίμακα, η συμπεριφορά  $\frac{1}{f^2}$ , μετατρέπεται σε κλίση  $-2$  ως προς τη συχνότητα. Παρατηρούμε ότι, περίπου από τα 2 GHz και μετά, ο σημαντικότερος θόρυβος είναι αυτός του περιβάλλοντος που συλλέγει η κεραία, καθώς οι υπόλοιποι όροι έχουν εξασθενήσει σημαντικά.



Εικόνα 5.1.12 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον δέκτη σε λογαριθμική κλίμακα

Εκτός από την εξασθένιση Friis, ο θόρυβος μεταδίδεται μέσα στο δείγμα και υφίσταται πολλαπλές ανακλάσεις, όπως ακριβώς και το «ωφέλιμο» σήμα. Επειδή στον μετασχηματισμό Fourier του IF σήματος, τρία peaks ήταν διακριτά, έτσι και στον θόρυβο μπορούμε να θεωρήσουμε τις τρεις πρώτες ανακλώμενες συνιστώσες, καθώς οι υπόλοιπες θα έχουν εξασθενήσει σημαντικά. Με βάση τις εξισώσεις του Fabry-Perot, η πρώτη ανακλώμενη συνιστώσα υπόκειται σε επιπλέον εξασθένιση ισχύος σύμφωνα με τον παράγοντα  $R_{\text{sample}}$ , η δεύτερη εξασθενεί κατά  $(1 - R_{\text{sample}}) \cdot R_{\text{sample}}$  και η τρίτη κατά  $(1 - R_{\text{sample}}) \cdot R_{\text{sample}} \cdot R_{\text{sample}}^2$ .

Θόρυβος εισάγεται στον δέκτη και από το κάτω οπτικό μονοπάτι του 3 dB splitter. Όπως έχουμε εξηγήσει, το φωτοαγωγίμο στοιχείο «φωτίζεται» με οπτική ισχύ ίση με:  $P_{\text{LO}} = \frac{E_{\text{LO}} \cdot E_{\text{LO}}^*}{2}$ , συνεπώς, παρατηρούμε μια λειτουργία μαθηματικά ισοδύναμη με αυτή της φωτοδιόδου στον πομπό Tx. Η dc συνιστώσα της παραγόμενης ισχύος είναι ίση με:

$$P_{\text{LO,DC}} = \frac{G_{\text{SOA}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \quad (5.1.89)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες μετατροπής, μπορούμε να ορίσουμε παρόμοια με το dc ρεύμα της φωτοδιόδου:

$$I_{LO} = \frac{P_{LO,DC}}{L_{PCA}} = \frac{I_{dc}}{L_{PCA} \cdot r_{pd}} \quad (5.1.90)$$

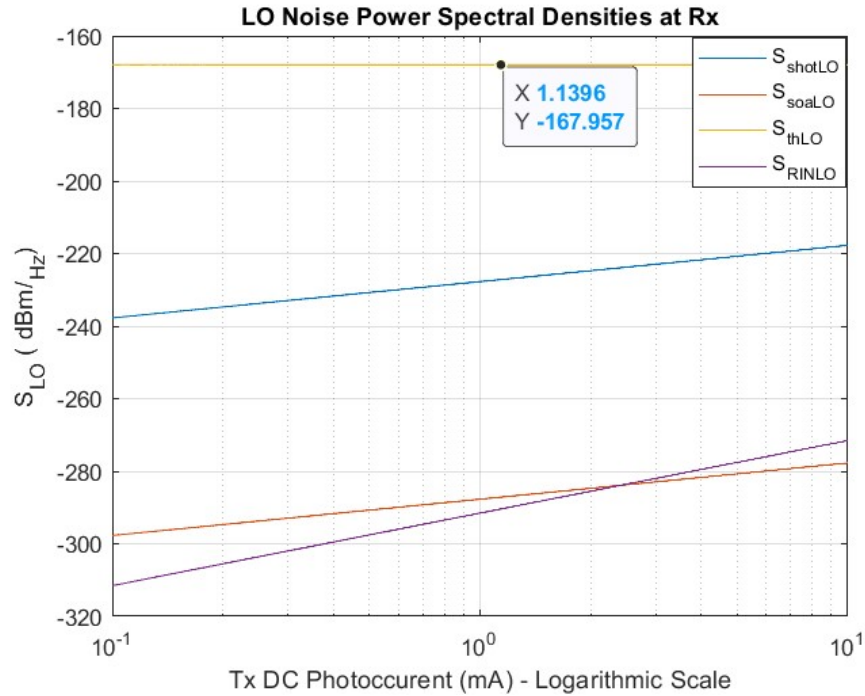
όπου:  $I_{dc}$  είναι το dc ρεύμα της φωτοδιόδου στον πομπό και  $L_{PCA}$  είναι οι απώλειες μετατροπής στο φωτοαγωγίμο στοιχείο του δέκτη, οι οποίες συμπεριλαμβάνουν τον απαραίτητο παράγοντα για το «ταίριασμα» των αντιστάσεων. Μπορούμε, λοιπόν, να εξάγουμε τις σχέσεις για τις φασματικές πυκνότητες ισχύος στον δέκτη από τις αντίστοιχες εκφράσεις για τους θορύβους στον πομπό  $T_x$ , πολλαπλασιάζοντας το  $I_{dc}$  με τον παράγοντα " $\frac{1}{L_{PCA} \cdot r_{pd}}$ ". Επιπλέον, στην περίπτωση που οι απώλειες των διεπιφανειών  $L_{InP (PCA)-PolyBoard}$  και  $L_{InP (PD)-PolyBoard}$  διαφέρουν, θα πρέπει να κανονικοποιήσουμε μέσω του όρου " $\frac{L_{InP (PD)-PolyBoard}}{L_{InP (PCA)-PolyBoard}}$ ". Έτσι, οι μονόπλευρες φασματικές πυκνότητες ισχύος των συνιστωσών θορύβου στα άκρα φορτίου  $R_{LO}$  του τοπικού ταλαντωτή, έχοντας λάβει υπόψη τις απώλειες μετατροπής, είναι οι εξής:

$$S_{th,LO} = 4 \cdot k \cdot T \quad (5.1.91)$$

$$S_{shot,LO} = 2 \cdot q \cdot I_{dc} \cdot R_{LO} \cdot \left( \frac{1}{L_{PCA} \cdot r_{pd}} \right) \cdot \frac{L_{InP (PD)-PolyBoard}}{L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (5.1.92)$$

$$S_{soa,LO} = \frac{4}{L_{PCA}} \cdot I_{dc} \cdot \rho_{ASE,SOA} \cdot R_{LO} \cdot \left( \frac{1}{L_{PCA} \cdot r_{pd}} \right) \cdot \frac{L_{InP (PD)-PolyBoard}}{L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{InP (SOA)-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (5.1.93)$$

$$S_{RIN,LO} = 4 \cdot R_{LO} \cdot R_{IN} \cdot I_{dc}^2 \cdot \left( \frac{1}{L_{PCA} \cdot r_{pd}} \right)^2 \cdot \frac{L_{InP (PD)-PolyBoard}}{L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (5.1.94)$$



Εικόνα 5.1.13 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή

Στη παραπάνω εικόνα, παρατηρούμε και τις αντίστοιχες γραφικές. Κυρίαρχος θόρυβος μέχρι και τα 10 mA που παρατηρούμε είναι ο θερμικός, κι αυτό διότι είναι ο μοναδικός στο PCA που δεν υφίσταται τις απώλειες μετατροπής των 65 dBm. Ο δεύτερος σε ισχύ θόρυβος βολής, θα υπερέβαινε τον θερμικό για ρεύμα:

$$2 \cdot q \cdot I_{dc} \cdot R_{LO} \cdot \frac{1}{L_{PCA} \cdot \Gamma_{pd}} > 4 \cdot k_B \cdot T_s \Rightarrow$$

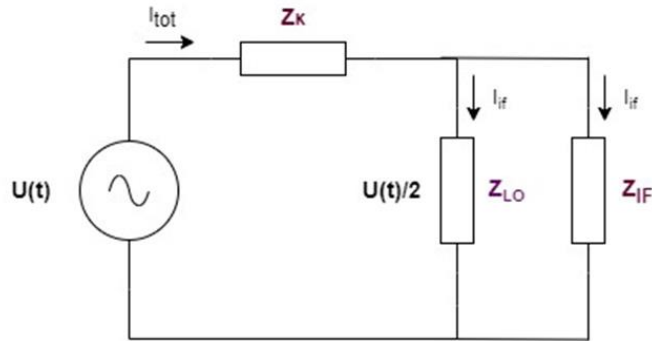
$$I_{dc} > \frac{2 \cdot k_B \cdot T_s \cdot L_{PCA} \cdot \Gamma_{pd}}{q \cdot R_{LO}} \approx 949 \text{ A} \quad (5.1.95)$$

Ακολουθώς, βλέπουμε και μία γραφική παράσταση για το ισοδύναμο κύκλωμα του δέκτη. Η αντίσταση  $Z_{LO}$  είναι η αντίσταση του τοπικού ταλαντωτή, η  $Z_k$  η αντίσταση εισόδου της κεραίας και  $Z_{IF}$  είναι η αντίσταση στην έξοδο που «παραλαμβάνει» το σήμα ενδιαμέσης συχνότητας. Θεωρούμε συζυγή τερματισμό των  $Z_{LO}$  και  $Z_{IF}$  καθώς και της  $Z_k$  με τον παράλληλο συνδυασμό των πρώτων. Δηλαδή:

$$Z_{LO} = Z_{IF} \quad (5.1.96)$$

και

$$Z_k = Z_{LO} \parallel Z_{IF} = \frac{Z_{LO}}{2} \quad (5.1.97)$$



Εικόνα 5.1.14 Ισοδύναμο κύκλωμα εισόδου του δέκτη Rx

Τότε, για το συνολικό IF ρεύμα καθώς και για αυτό που τελικά διαρρέει το φορτίο, έχουμε:

$$I_{tot} = \frac{U(t)}{Z_k + Z_{LO} \parallel Z_{IF}} = \frac{U(t)}{Z_{LO}} \quad (5.1.98)$$

$$I_{IF} = \frac{I_{tot}}{2} \quad (5.1.99)$$

Η σχέση (5.1.92) προκύπτει από τη διαίρεση του ρεύματος  $I_{tot}$  στις ίσες αντιστάσεις  $Z_{LO}$  και  $Z_{IF}$ .

Με τη βοήθεια των ανωτέρω, το ρεύμα ενδιάμεσης συχνότητας στο φορτίο, υπολογίζεται ως εξής:

$$I_{IF} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{P_{LO}}{L_{PCA}} \cdot U(t) \right) = \frac{1}{2} \cdot G_{LO} \cdot U(t) \quad (5.1.100)$$

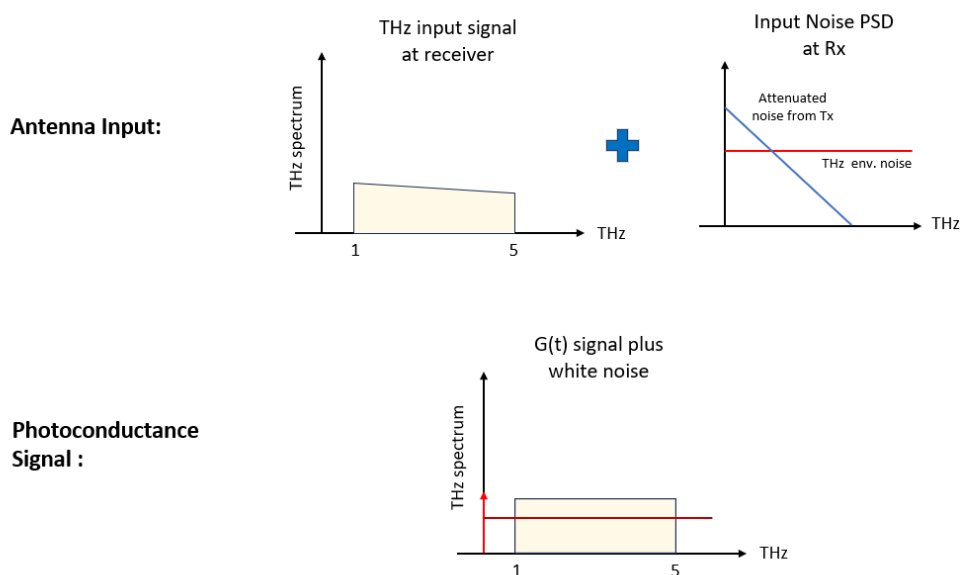
με  $U(t)$  να είναι το THz σήμα εισόδου στην κεραία του δέκτη. Δηλαδή, το ρεύμα προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των δύο επιμέρους σημάτων που φτάνουν στο PCA.

Για τη λαμβανόμενη ισχύ θορύβου στο φορτίο  $Z_{IF} = R_{IF}$  (θεωρώντας ωμική συμπεριφορά) είναι ίση με:

$$S_{IF,noise} = I_{IF,noise}^2 \cdot R_{IF} = \frac{I_{tot,noise}^2}{4} \cdot R_{IF} = \frac{S_{tot,noise}}{4} \quad (5.1.101)$$

όπου για τις θορυβώδεις συνιστώσες του ρεύματος ισχύουν ανάλογες σχέσεις με τις (5.1.98) έως (5.1.100).

Το συνολικό σήμα στην είσοδο της κεραίας του δέκτη, θα αποτελείται από το «χρήσιμο» THz σήμα και από τις συνιστώσες θορύβου που προέρχονται από τον πομπό μετά την εξασθένιση. Από την πλευρά του τοπικού φωτονικού ταλαντωτή, θα έχουμε το σήμα της φωτοαγωγιμότητας  $G(t)$  και τις συνιστώσες του λευκού θορύβου από τον τοπικό ταλαντωτή.

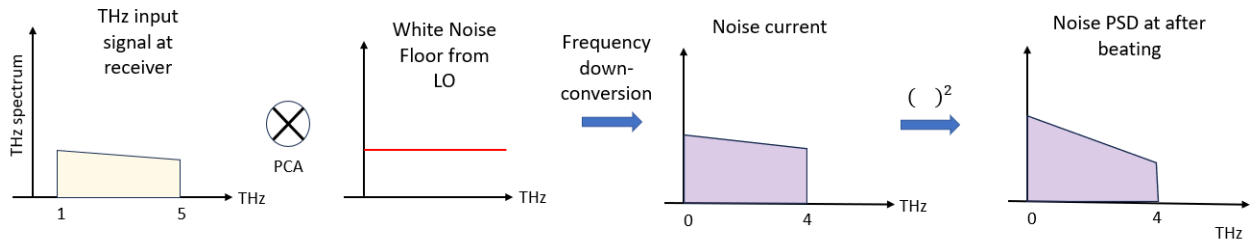


Εικόνα 5.1.15 Συνολικά σήματα στον δέκτη

Ο πολλαπλασιασμός του  $G(t)$  με το THz σήμα, θα μας δώσει το «χρήσιμο» IF σήμα που έχουμε ήδη αναλύσει. Ο συνολικός θόρυβος θα προκύψει από τους εξής πολλαπλασιασμούς:

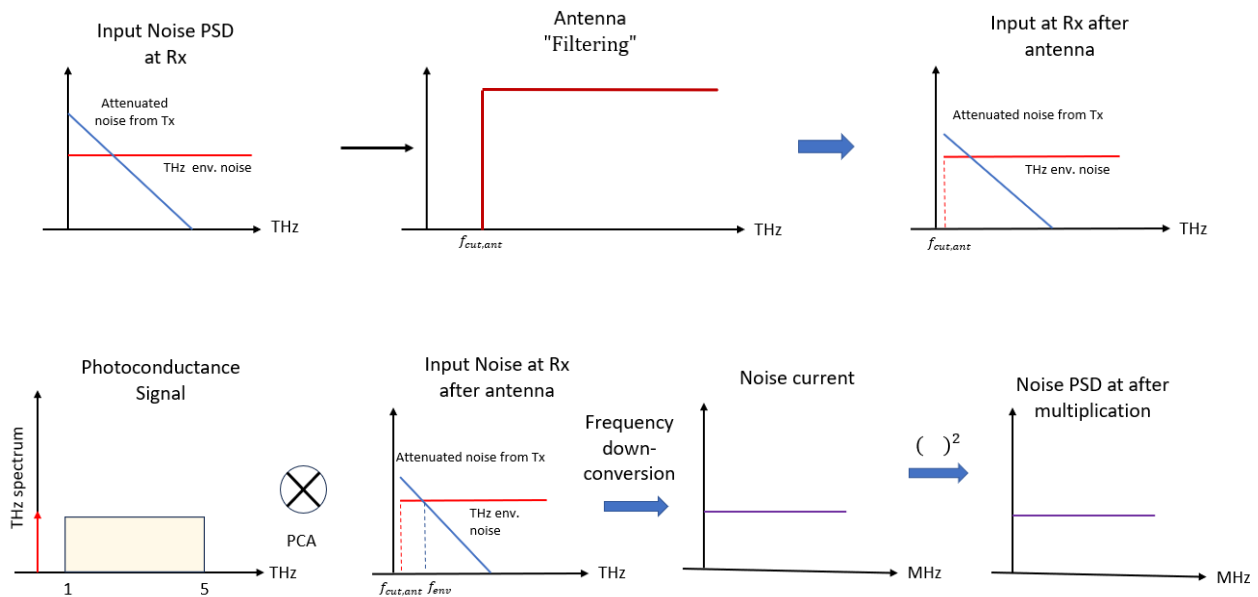
- Του THz σήματος με τον λευκό θόρυβο από τον τοπικό ταλαντωτή
- Του σήματος  $G(t)$  με τον εξασθενημένο θόρυβο στην είσοδο της κεραίας
- Των δύο «ομάδων» θορύβου μεταξύ τους





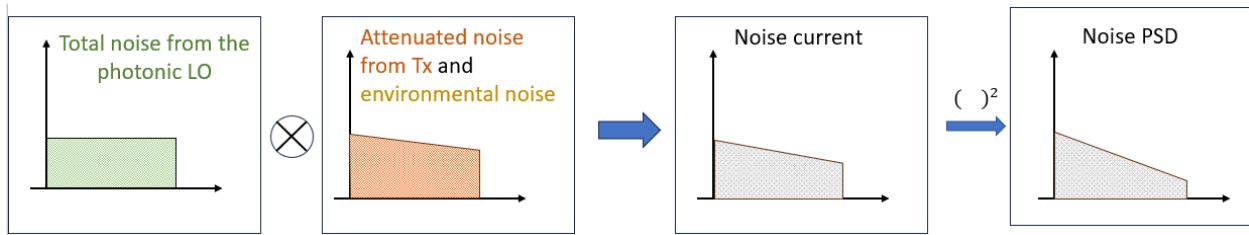
Εικόνα 5.1.16 Πολλαπλασιασμός THz σήματος με τον θόρυβο από το PCA

Προκειμένου να πολλαπλασιάσουμε τους κατάλληλους όρους, θα πρέπει να λάβουμε την τετραγωνική ρίζα της πυκνότητας ισχύος από τον τοπικό ταλαντωτή διαιρούμενη με την αντίσταση φορτίου  $R_L$ , ώστε να λάβουμε τελικά ένα σήμα ισοδύναμο της φωτοαγωγιμότητας  $G(t)$  ως προς τις μονάδες μέτρησης:  $S_{LO,tot} \rightarrow \sqrt{\frac{S_{LO,tot}}{R_L}}$ . Το σήμα που προκύπτει μετά τον πολλαπλασιασμό έχει διαστάσεις ρεύματος όμοια με το IF ρεύμα, το οποίο «συνοδεύει». Η αντίστοιχη πυκνότητα ισχύος θορύβου θα είναι ίση με το τετράγωνο αυτού του ρεύματος θορύβου. Μετά τον πολλαπλασιασμό, όπως φαίνεται στην και στην εικόνα 5.1.16, το φασματικό εύρος του σήματος μετατοπίζεται προς τα κάτω. Αυτή η μετατόπιση προκύπτει από την ταυτότητα:  $\cos(\varphi_1(t)) + \cos(\varphi_2(t)) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t)) + \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t))]$  όπου  $\varphi_1(t)$  και  $\varphi_2(t)$  είναι οι φάσεις του σήματος και του θορύβου αντίστοιχα. Φυσικά, θα υπάρχει ισχύς και σε μεγάλες συχνότητες αλλά μας ενδιαφέρει το περιεχόμενο μέχρι το όριο των εκατοντάδων kHz, καθώς η ισχύς του θορύβου θα προέλθει από την ολοκλήρωση της πυκνότητας ισχύος στο εύρος ζώνης του βαθυπερατού φίλτρου του δέκτη:  $B_{LP} = 1.2 \cdot f_{IFref} = 640 \text{ kHz}$ . Να σημειώσουμε ότι θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε και με έναν παράγοντα "1/4" προκειμένου να συμπεριλάβουμε τον συζυγή τερματισμό στον δέκτη με φορτίο  $R_{IF} = R_L$ .



Εικόνα 5.1.17 Πολλαπλασιασμός σήματος αγωγιμότητας  $G(t)$  με τον θόρυβο στην είσοδο του δέκτη

Για τον θόρυβο στην είσοδο της κεραίας του δέκτη, θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η κεραία θα απορρίψει τις πολύ χαμηλές συχνότητες, όπως αντίστοιχα και στον πομπό. Στον δέκτη, θεωρούμε ότι η  $f_{cut,ant}$  βρίσκεται είναι της τάξης των εκατοντάδων GHz. Έτσι, ο πολλαπλασιασμός του DC όρου της φωτοαγωγιμότητας  $G(t)$  με το θόρυβο από τον πομπό και τον θόρυβο περιβάλλοντος στην είσοδο του δέκτη, θα δώσει φασματικό περιεχόμενο εκτός της ζώνης ενδιαφέροντος. Ως προς τη συχνότητα  $f_{env}$  πάνω από την οποία κυριαρχεί ο θόρυβος περιβάλλοντος, αυτή ισούται περίπου με 2 GHz. Όμοια λοιπόν, ο πολλαπλασιασμός της AC συνιστώσας της φωτοαγωγιμότητας με τον θόρυβο από τον πομπό, θα δώσει φασματικό περιεχόμενο που θα «απορριφθεί» από το βαθυπερατό φίλτρο. Συνεπώς, θεωρούμε ότι η δεύτερη συνιστώσα του ρεύματος θορύβου προέρχεται από τον ακόλουθο πολλαπλασιασμό:  $G_{AC}(t) \cdot \sqrt{\frac{S_{THz}}{R_L}}$ . Θεωρούμε τη ρίζα της πυκνότητας του θορύβου περιβάλλοντος διαιρούμενου με το φορτίο, ώστε να έχει διαστάσεις πεδίου όμοια με το «ωφέλιμο» σήμα,  $E_{THz,Rx}$ , στην είσοδο του δέκτη. Ακολουθώντας, τετραγωνίζουμε και ολοκληρώνουμε στο  $B_{LP}$ , για να λάβουμε την ισχύ θορύβου που προέρχεται από τον δεύτερο πολλαπλασιασμό. Επίσης, θεωρούμε και πάλι τον παράγοντα "1/4"



Εικόνα 5.1.18 Πολλαπλασιασμός του θορύβου από το PCA με τον θόρυβο στην είσοδο του δέκτη

Ως προς τον τρίτο πολλαπλασιασμό, τόσο ο θόρυβος από τον τοπικό ταλαντωτή LO όσο και ο θόρυβος στην είσοδο της κεραίας του δέκτη, κατέχουν μεγάλο φασματικό εύρος, επομένως το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής τους θα βρίσκεται εντός του εύρους ζώνης του βαθυπερατού φίλτρου. Η κατάλληλη μορφή των όρων που πολλαπλασιάζονται είναι:  $\sqrt{\frac{S_{LO,tot}}{R_L}}$  και  $\sqrt{\frac{S_{Rx,tot}}{R_L}}$  αντίστοιχα. Αναλυτικά ισχύει:

$$I_{IF,noise3} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{(S_{SOA,Rx} + S_{shot,Rx} + S_{RIN,Rx} + S_{th,Rx} + S_{THz}) \cdot (S_{SOA,LO} + S_{shot,LO} + S_{RIN,LO} + S_{th,LO})}{R_L \cdot R_L}} \quad (5.1.102)$$

Ωστόσο, εκτός από τα ζεύγη ( $S_{SOA,Rx}, S_{SOA,LO}$ ) και ( $S_{RIN,Rx}, S_{RIN,LO}$ ), όλες οι υπόλοιπες συνιστώσες θορύβου είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους, καθώς πρόκειται για στοχαστικές διαδικασίες που «εξελίσσονται» σύμφωνα με κάποια κατανομή πιθανότητας, εν προκειμένω την Γκαουσιανή κατανομή. Αν δύο μεταβλητές που ακολουθούν την Γκαουσιανή κατανομή είναι ασυσχέτιστες, τότε είναι και ανεξάρτητες. Έστω λοιπόν, noise1 και noise2 δύο ασυσχέτιστες μεταβλητές θορύβου. Τότε, ισχύουν τα παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 S_{noise1} \cdot S_{noise2} &= \langle i_{noise1}^2 \rangle \cdot \langle i_{noise2}^2 \rangle \xrightarrow{i_{noise1}^2 \perp i_{noise2}^2} \\
 S_{noise1} \cdot S_{noise2} &= \langle i_{noise1}^2 \cdot i_{noise2}^2 \rangle = R_{i_{noise1}^2, i_{noise2}^2}(t_1, t_2) \xrightarrow{\text{uncorrelated}} \\
 S_{noise1} \cdot S_{noise2} &= 0
 \end{aligned} \tag{5.1.103}$$

όπου:  $R(\cdot)$  η συνάρτηση συσχέτισης

Οι θόρυβοι από τον ενισχυτή και από τα λείζερ είναι συσχετισμένοι, καθώς προέρχονται από την ίδια πηγή με μια μικρή καθυστέρηση, μικρότερη από τον χρόνο συνοχής. Ως αποτέλεσμα, η φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου στον δέκτη δίνεται τελικά από τον ακόλουθο τύπο:

$$I_{IF,noise3} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(S_{SOA,Rx} \cdot S_{SOA,LO} + S_{RIN,Rx} \cdot S_{RIN,LO})/R_L} \tag{5.1.104}$$

Ο παράγοντας "1/2" αφορά το ποσοστό του ρεύματος που φτάνει στο φορτίο  $R_{IF}$  υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού, και για την ισχύ μετατρέπεται σε "1/4" όπως έχουμε σχολιάσει και παραπάνω.

Λαμβάνοντας τώρα υπόψη και τις ανακλάσεις στο εσωτερικό του δείγματος, για τις τρεις πρώτες ανακλώμενες συνιστώσες, ο συνολική φασματική πυκνότητα ισχύος είναι ίση με:

$$\begin{aligned}
 S_{IFnoise,tot} &= R_{sample} \cdot S_{IF} + R_{sample} \cdot (1 - R_{sample})^2 \cdot S_{IF} + R_{sample}^2 \cdot R_{sample} \cdot (1 - R_{sample})^2 \\
 &\quad \cdot S_{IF}
 \end{aligned} \tag{5.1.105}$$

Εξαίρεση αποτελεί ο όρος από το δεύτερο "beating" διότι ο θόρυβος περιβάλλοντος δεν σχετίζεται με φαινόμενα διάδοσης μέσα στο δείγμα.

Ο συνολικός θόρυβος όπως αναφέραμε, θα προκύψει ολοκληρώνοντας την  $S_{IF,noise}$  στο κατάλληλο εύρος ζώνης. Συγκεκριμένα, όπως έχουμε αναφέρει θεωρούμε ότι χρησιμοποιούμε βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής κατά 20 % μεγαλύτερη από την  $f_{IFref}$ :

$$B_{LP} = 1.2 \cdot f_{IFref} = 640 \text{ kHz} \tag{5.1.106}$$

Τότε, η ισχύς θορύβου πάνω στο φορτίο  $R_L = R_{IF}$  δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$P_{\text{IF,noise}} = R_L \cdot \int_0^{B_{\text{LP}}} S_{\text{IFnoise,tot}} df \quad (5.1.107)$$

Ως προς την ισχύ του IF σήματος, αυτή είναι ίση με:

$$P_{\text{IF}} = \langle I_{\text{IF}}^2 \rangle \quad (5.1.108)$$

ενώ η ισχύς στα άκρα του φορτίου  $R_{\text{IF}}$ , θεωρώντας  $R_{\text{IF}} = 50 \Omega$  είναι:

$$P_{\text{IF},R_{\text{IF}}} = \langle I_{\text{IF}}^2 \rangle \cdot R_{\text{IF}} \quad (5.1.109)$$

Με τη βοήθεια των (5.1.97) και (5.1.99), υπολογίζουμε τον σηματοθορυβικό λόγο στην έξοδο:

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{P_{\text{IF},R_{\text{IF}}}}{P_{\text{IF,noise}}} = 471.8519 \text{ ή } 26.7381 \text{ dB} \quad (5.1.200)$$

## 5.2 Θόρυβος φάσης των λείζερ

Το ιδανικό φέρον στην έξοδο ενός λείζερ είναι ένα οπτικό κύμα σταθερού πλάτους, συχνότητας και φάσης. Στην πράξη ωστόσο, αυτό είναι αδύνατο να επιτευχθεί πλήρως. Φωτόνια αυθόρμητης εκπομπής, διεγείρουν διακυμάνσεις στο πλάτος και στη φάση του φέροντος, τα οποία περιγράφονται σαν θόρυβος. Έτσι, το πραγματικό φέρον ενός λείζερ συνεχούς κύματος, γράφεται στη μορφή:

$$\overline{E_{cw}(t)} = \sqrt{2 \cdot P_s + 2 \cdot \delta P(t)} \cdot \exp[j(\omega_s t + \varphi_s + \varphi_{ns}(t))] \cdot \hat{e}_s \quad (5.2.201)$$

Ο θόρυβος έντασης του λείζερ έχει ήδη μελετηθεί στα προηγούμενα. Σε αυτή την ενότητα, θα επικεντρωθούμε στον θόρυβο φάσης. Όπως έχουμε σχολιάσει, στη γενική περίπτωση μετά την ανίχνευση ενός σήματος με φωτοδίοδο, η πληροφορία της φάσης χάνεται. Ωστόσο, στην αρχιτεκτονική μας, το σήμα εισόδου αποτελείται από την επαλληλία δύο φερόντων και το παραγόμενο φωτό-ρεύμα περιλαμβάνει έναν σταθερό αλλά και έναν ημιτονοειδή όρο ο οποίος περιλαμβάνει τη διαφορά φάσης των δύο επιμέρους φερόντων. Συνεπώς, ο θόρυβος φάσης ταξιδεύει μέσα στο σήμα και θα πρέπει να ληφθεί υπόψη.

Ο θόρυβος φάσης λοιπόν, προέρχεται από την αυθόρμητη εκπομπή φωτονίων με τυχαία φάση σε σχέση με τα φωτόνια εξαναγκασμένης εκπομπής. Η εξέλιξη της συνολικής φάσης στο πεδίο του χρόνου, μπορεί να θεωρηθεί σαν μια αλληλουχία τυχαίων βημάτων, με μια κατανομή πιθανότητας σε έναν μαθηματικό χώρο. Μέσα σε ένα χρονικό διάστημα  $\tau$ , η φάση εκδηλώνει μια τυχαία μετατόπιση κατά:

$$\Delta_{\varphi_{ns}}(\tau) = \varphi_{ns}(t) - \varphi_{ns}(t - \tau) \quad (5.2.202)$$

Οι τυχαίες μετατοπίσεις  $\Delta_{\varphi_{ns}}(\tau)$  οφείλονται σε έναν μεγάλο αριθμό ανεξάρτητων συμβάντων εξαναγκασμένης εκπομπής. Γι' αυτό, σύμφωνα με το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα, μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν δείγματα Γκαουσιανής κατανομής. Επιπλέον, κάνοντας τη ρεαλιστική υπόθεση ότι ο θόρυβος συχνότητας  $\varphi_{ns}(t)$  είναι λευκός με φασματική πυκνότητα  $W_{\varphi_{ns}}(t) = \frac{2}{t_c}$ , τότε η διασπορά του θορύβου φάσης προκύπτει ως εξής:

$$\langle \Delta_{\varphi_{ns}}^2(\tau) \rangle = W_{\varphi_{ns}}(t) \cdot |\tau| = \frac{2 \cdot |\tau|}{t_c} \quad (5.2.203)$$

όπου  $t_c$  είναι ο χρόνος συνοχής του λέιζερ. Η φυσική σημασία του χρόνου συνοχής είναι ότι δύο οπτικά κύματα που εκπέμπονται από το ίδιο λέιζερ με χρονική διαφορά  $\Delta t$ , παραμένουν συσχετισμένα όταν συμβάλλουν εφόσον ικανοποιείται η συνθήκη  $\Delta t < t_c$ .

Λαμβάνοντας υπόψη τον θόρυβο φάσης, το οπτικό πεδίο ενός στατικού λέιζερ στην πραγματικότητα αποτελείται από ένα άθροισμα συχνοτήτων που ορίζουν το εύρος ζώνης του. Έτσι, το αποτέλεσμα της συμβολής δύο χρονικά καθυστερημένων οπτικών πεδίων που προέρχονται από την ίδια πηγή, θα προκύψει από την επαλληλία της συμβολής των επιμέρους συχνοτήτων μεταξύ τους, καθώς οπτικά κύματα με διαφορετικές συχνότητες θεωρούνται μεταξύ τους ασυσχέτιστα. Αντί για την ιδανική συνάρτηση Dirac, η φασματική πυκνότητα ισχύος του οπτικού πεδίου ενός πραγματικού λέιζερ, μπορεί να περιγραφεί μέσω της κατανομής Lorentz:

$$W_E(\omega) = \frac{2 \cdot t_c \cdot P_s}{1 + [(\omega - \omega_s) \cdot t_c]^2} \quad (5.2.204)$$

Το εύρος δέσμης του λέιζερ, ορίζεται ως το εύρος ζώνης ημίσειας ισχύος. Αν  $\omega_r$  είναι η συχνότητα στην οποία το πλάτος της φασματικής πυκνότητας ισούται με το μισό της μέγιστης, δεξιά της  $\omega_s$ , τότε από την (5.1.204) έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot t_c \cdot P_s}{1 + [(\omega_r - \omega_s) \cdot t_c]^2} &= t_c \cdot P_s \Rightarrow \\ [(\omega_r - \omega_s) \cdot t_c]^2 &= 1 \Rightarrow \\ \Delta\omega_r &= \frac{1}{t_c} \end{aligned} \quad (5.2.205)$$

Ίδια σχέση προκύπτει και για τη συχνότητα  $\omega_l$  εξ αριστερών. Συνεπώς, το συνολικό γωνιακό εύρος είναι ίσο με:

$$\Delta\omega_s = \frac{2}{t_c} \quad (5.2.206)$$

και σε όρους φυσικής συχνότητας:

$$\Delta\nu_s = \frac{\Delta\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{\pi t_c} \quad (5.2.207)$$

Παρατηρούμε ότι το εύρος δέσμης του λέιζερ και ο χρόνος συνοχής είναι μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα. Όσο μικρότερο είναι το εύρος δέσμης, τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος συνοχής και συνεπώς τόσο μεγαλύτερος είναι ο παράγοντας συσχέτισης μεταξύ οπτικών πεδίων με σχετική χρονική καθυστέρηση. Στην ιδανική περίπτωση όπου το λέιζερ αποτελεί μια συνάρτηση Dirac στο

πεδίο των συχνοτήτων, ο χρόνος συνοχής είναι άπειρος. Αντικαθιστώντας την (5.1.207) στη (5.1.203), η διασπορά της μετατόπισης φάσης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\langle \Delta_{\varphi_{ns}}^2(\tau) \rangle = 2 \cdot \pi \cdot \Delta v_s \cdot \tau \quad (5.2.208)$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι η αβεβαιότητα φάσης αυξάνεται με το εύρος του λέιζερ, το οποίο συμφωνεί με τις παραπάνω παρατηρήσεις, καθώς και με τον χρόνο παρατήρησης

Έστω ότι το σήμα  $\varphi_{ns,swept\ laser}(t)$  αναπαριστά τον θόρυβο φάσης του διαμορφωμένου λέιζερ και το  $\varphi_{ns,static\ laser}(t)$  αναπαριστά τον θόρυβο φάσης του στατικού λέιζερ. Καθώς οι μεταβλητές αυτές είναι στατιστικά ανεξάρτητες, ο συνολικός θόρυβος της επαλληλίας των δύο οπτικών πεδίων θα ακολουθεί επίσης την κανονική κατανομή, με διασπορά ίση με το άθροισμα των επιμέρους διασπορών:

$$\varphi_{ns,total}(t) = \varphi_{ns,swept\ laser}(t) - \varphi_{ns,static\ laser}(t) \quad (5.2.209)$$

$$\sigma_{\varphi_{ns,total}}^2 = \sigma_{\varphi_{ns,swept\ laser}}^2 + \sigma_{\varphi_{ns,static\ laser}}^2 \quad (5.2.210)$$

Έτσι, η συνολική φάση του IF σήματος, συμπεριλαμβάνοντας τον θόρυβο, δίνεται ως εξής:

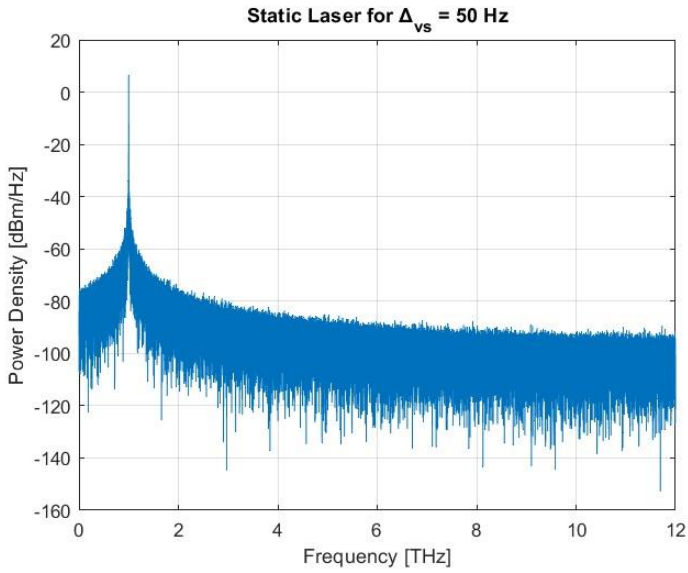
$$\begin{aligned} \varphi_{IF}(t) &= \varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) - \varphi_2(t - \tau_{THz}) - \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t) + \pi \\ &= 2\pi \cdot \left( (\text{slope} \cdot \tau_{THz})t + f_0 \cdot \tau_{THz} - \frac{1}{2} s \cdot \tau_{THz}^2 \right) + \pi \\ &+ \varphi_{ns,total}(t - \tau_{THz}) - \varphi_{ns,total}(t) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\varphi_{IF}(t) = 2\pi \cdot f_{IF} \cdot t + 2\pi \cdot \left( f_0 \cdot \tau_{THz} - \frac{1}{2} s \cdot \tau_{THz}^2 \right) + \pi + \delta_{\varphi_{ns}}(\tau_{THz}) \quad (5.2.211)$$

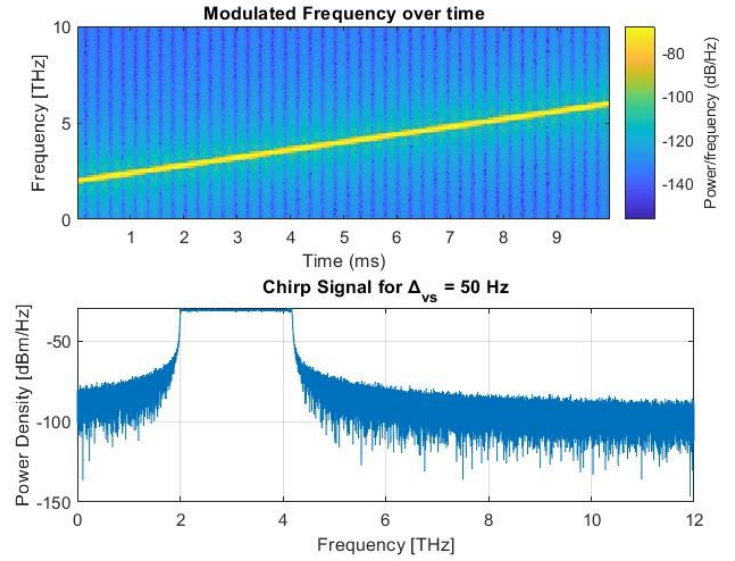
Όπως φαίνεται από την παραπάνω σχέση, ο θόρυβος φάσης των λέιζερ προκαλεί θόρυβο φάσης και στο τελικό σήμα ενδιάμεσης συχνότητας. Από τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής, για τη διασπορά του θορύβου φάσης του IF σήματος προκύπτει:

$$\begin{aligned} \sigma_{\delta_{\varphi_{ns}}}^2 &= 2 \cdot \sigma_{\varphi_{ns,total}}^2 \xrightarrow{(5.1.210)} \\ \sigma_{\delta_{\varphi_{ns}}}^2 &= 2 \cdot \left( \sigma_{\varphi_{ns,swept\ laser}}^2 + \sigma_{\varphi_{ns,static\ laser}}^2 \right) \end{aligned} \quad (5.2.211)$$

Ενδεικτικά, παρατηρούμε το φάσμα των δύο λέιζερ για εύρος δέσμης 50 Hz, 1 kHz και 10 kHz αντίστοιχα. Όπως είναι αναμενόμενο για μεγαλύτερο εύρος, η παραμόρφωση από την ιδανική μορφή είναι εντονότερη.

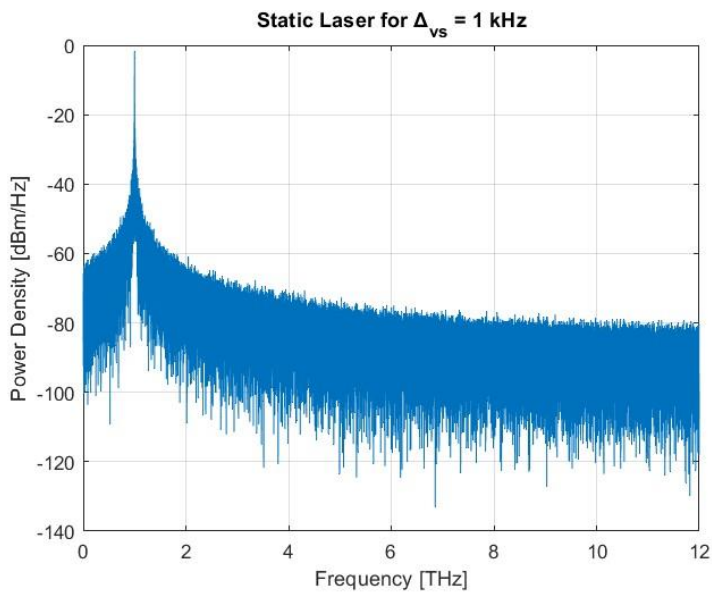


Εικόνα 5.2.1 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 50 Hz

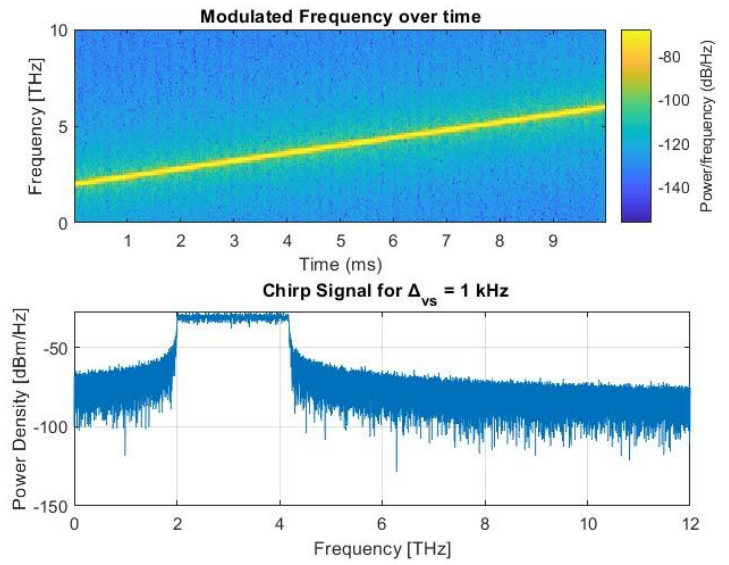


Εικόνα 5.2.2 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 50 Hz

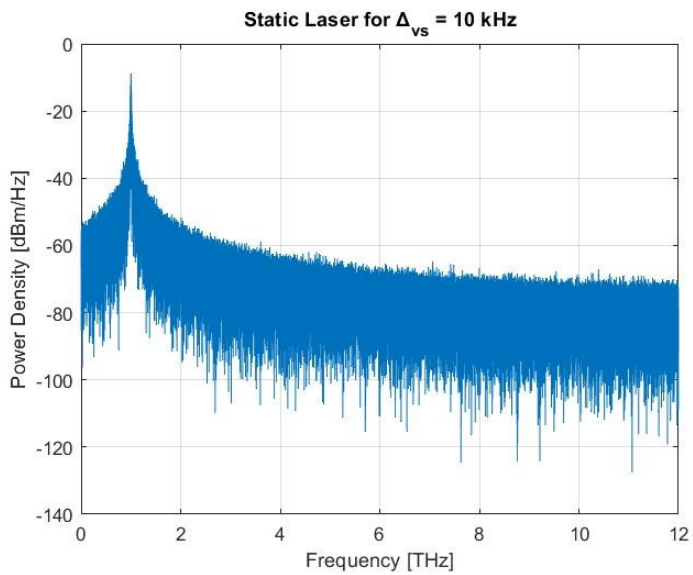




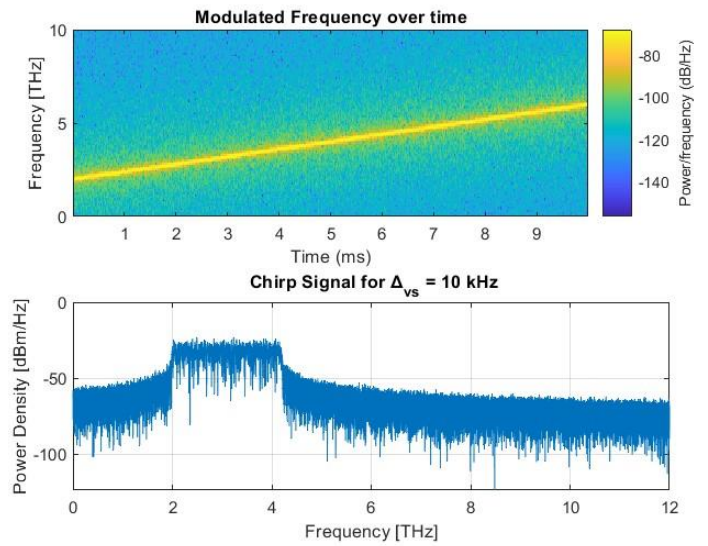
Εικόνα 5.2.3 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 1 kHz



Εικόνα 5.2.4 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 1 kHz



Εικόνα 5.2.5 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 10 kHz



Εικόνα 5.2.6 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 10 kHz

Ο θόρυβος για "linewidths" από 50 Hz έως 50 MHz, όπως παρατηρήσαμε δεν επηρέασε αισθητά τις θέσεις και την ισχύ των κορυφών στο διάγραμμα του μετασχηματισμού Fourier του σήματος ενδιάμεσης συχνότητας. Συνεπώς, ο θόρυβος φάσης των λέιζερ δεν αποτελεί παράγοντα που περιορίζει την ακρίβεια της μέτρησης. Σε θεωρητικό επίπεδο, προκειμένου να μην υπάρχει παραμόρφωση θα πρέπει η σχετική καθυστέρηση των σημάτων στο δέκτη να είναι μικρότερη από τον χρόνο συνοχής των λέιζερ, δηλαδή:

$$t_{\text{THZ}} < t_c \quad (5.1.212)$$

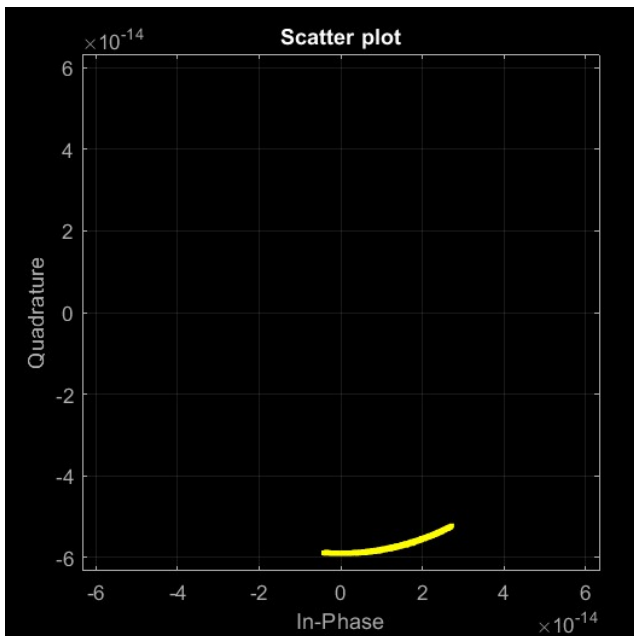
όπου:  $t_{\text{THZ}} = 1.33 \text{ ns}$

Για τους χρόνους συνοχής ανάλογα με το εύρος δέσμης έχουμε:

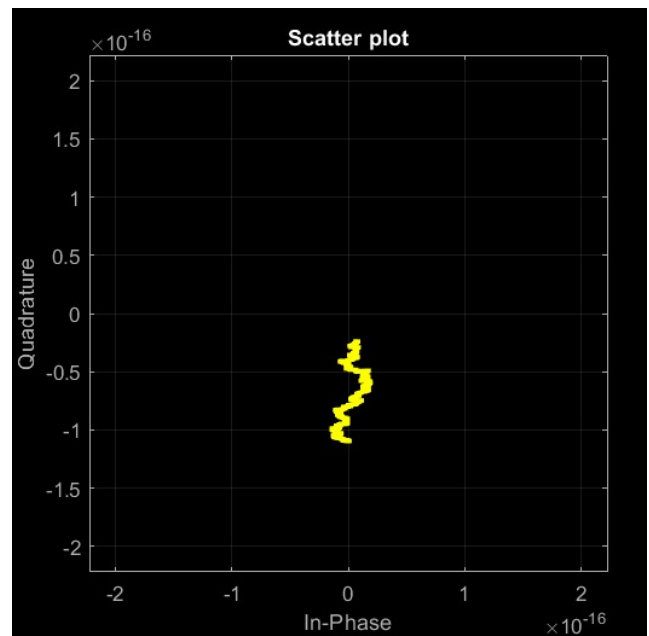
- Για  $\Delta_{\text{vs}} = 50 \text{ Hz}$ :  $t_c = 6.36 \text{ ms}$
- Για  $\Delta_{\text{vs}} = 50 \text{ MHz}$ :  $t_c = 6.36 \text{ ns}$

Συνεπώς, η συνθήκη (5.1.212) πληρείται σε όλο το μελετούμενο εύρος.

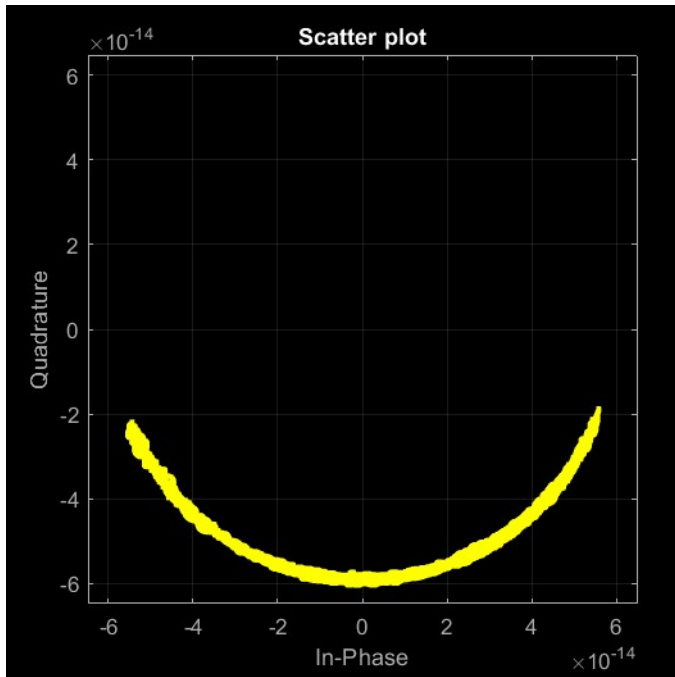
Έχει ενδιαφέρον να δούμε την επίδραση του θορύβου φάσης των λέιζερ, στη φάση του IF σήματος μέσω του "scatterplot" με τη συμφασική και την κάθετη συνιστώσα. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει η διαμόρφωση περιβάλλουσας στο ημιτονοειδές σήμα, ο θόρυβος φάσης θα έχει ως αποτέλεσμα μια ακτινική κατανομή των σημείων στο "scatterplot" καθώς το πλάτος θα είναι σταθερό. Λαμβάνοντας υπόψη και τη διαμόρφωση περιβάλλουσας που προέρχεται από την THz εξασθένιση, αυτή η κατανομή σημείων θα πραγματοποιηθεί γύρω από κάθε διαφορετικό πλάτος. Αναμένουμε, λοιπόν, μια μορφή που θα μπορούσε να περιγραφεί σαν μια διαδοχή από ομόκεντρους κύκλους, σε καθέναν από τους οποίους εμφανίζεται ο ακτινικός θόρυβος φάσης. Στα ακόλουθα διαγράμματα φαίνονται αυτές οι παρατηρήσεις, ενδεικτικά για εύρη 1 και 25 MHz



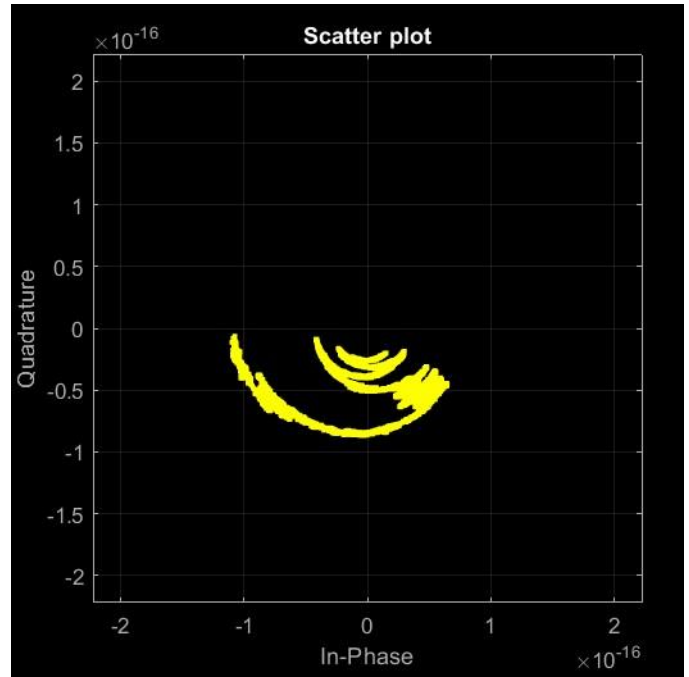
Εικόνα 5.2.7 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 1 MHz



Εικόνα 5.2.8 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 1 MHz με διαμόρφωση περιβάλλουσας



Εικόνα 5.2.9 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 25 MHz



Εικόνα 5.2.10 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 25 MHz με διαμόρφωση περιβάλλουσας

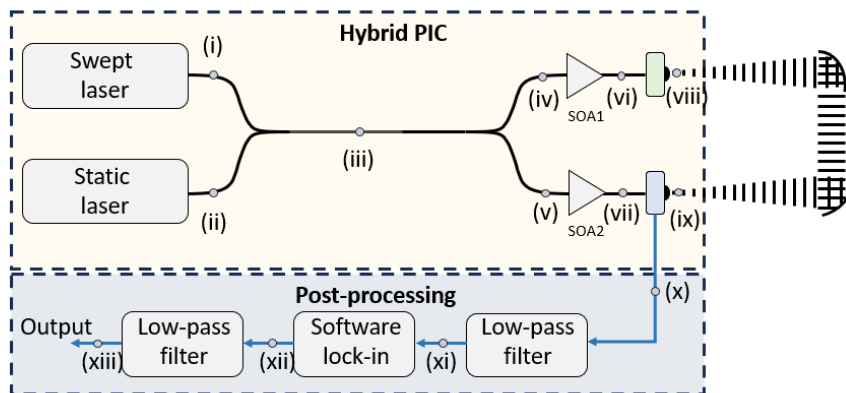
Στην πραγματική περίπτωση με τη διαμόρφωση περιβάλλουσας, φαίνεται σαν να έχει μικρότερη «έκταση» ο θόρυβος φάσης. Η συμπεριφορά αυτή, θα μπορούσε να αποδοθεί στο γεγονός ότι στις δεξιές γραφικές παραστάσεις, η ίδια ισχύς θορύβου κατανέμεται σε όλο το εύρος πλατών, ενώ στις δεξιά γραφικές, αντιστοιχεί σε ένα μόνο πλάτος, δηλαδή μία ακτίνα. Επομένως, στην πρώτη περίπτωση είναι λογικό να σκεφτούμε ότι ο θόρυβος «μοιράζεται» μεταξύ των πλατών και σε κάθε ομόκεντρο κύκλο έχει πιο περιορισμένη διασπορά.

# Κεφάλαιο 6

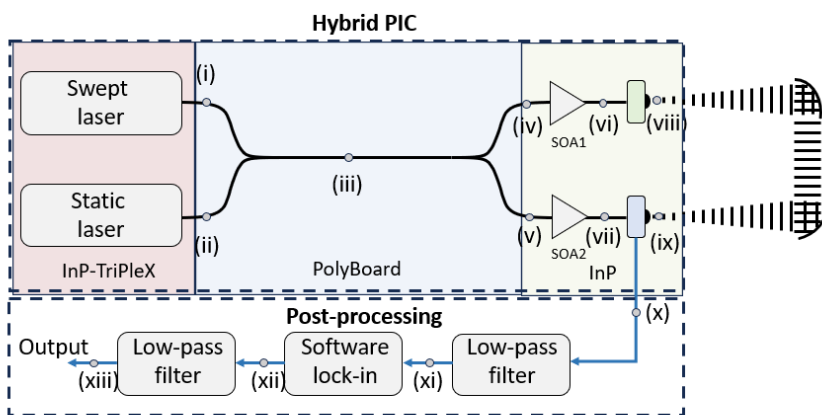
## Μελέτη εναλλακτικής αρχιτεκτονικής

### 6.1 Πρόταση διαφορετικής αρχιτεκτονικής και περιγραφή σημάτων

Στα προηγούμενα κεφάλαια, έγινε η αναλυτική περιγραφή της βασικής μας διάταξης σε επίπεδο εξαγωγής της επιθυμητής πληροφορίας, ισχύος σε κάθε σημείο καθώς και θορύβου. Σε αυτό το κεφάλαιο, προτείνεται μια τροποποιημένη εκδοχή του συστήματος, στην οποία χρησιμοποιούμε δύο ενισχυτές, ακριβώς πριν τη φωτοδίοδο και το φωτοαγωγίμο στοιχείο αντίστοιχα, στο ίδιο υπόστρωμα InP. Με τον τρόπο αυτό, μειώνεται κατά ένα το πλήθος των χρησιμοποιούμενων διεπιφανειών, καθώς στη προηγούμενη αρχιτεκτονική ήταν αναγκαία η χρήση ξεχωριστής διεπιφάνειας InP ανάμεσα στον 3 dB συζεύκτη και διαχωριστή, για την τοποθέτηση του SOA. Επομένως, το σήμα που «ταξιδεύει» αποδεσμεύεται και από τις απώλειες InP(SOA)-PolyBoard, από τις οποίες είχε τετραγωνική εξάρτηση



Εικόνα 6.1.1 Σχηματική αναπαράσταση εναλλακτικής αρχιτεκτονικής



Εικόνα 6.1.2 Υλοποίηση δεύτερης αρχιτεκτονικής σε επίπεδο PIC

Οι προδιαγραφές του συστήματος είναι οι ίδιες όπως και στη πρώτη αρχιτεκτονική και για τους δύο ενισχυτές θεωρούμε ότι έχουν το ίδιο κέρδος καθώς και τον ίδιο παράγοντα θορύβου,  $F_n = 3.1622$  ή 5 dB. Επειδή έχει ήδη προηγηθεί αναλυτική μαθηματική ανάλυση των σημάτων σε κάθε σημείο του συστήματος, στην τρέχουσα αρχιτεκτονική θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα πιο συνοπτικά

### Σημείο (i) - Swept Laser

Το λέιζερ με διαμόρφωση συχνότητας έχει όπως και προηγουμένως φάση ίση με:

$$\varphi_{\text{FMCW}}(t) = 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} \text{slope} \cdot t^2 + f_{\text{start}} \cdot t + \varphi_{01} \right) \quad (6.1.1)$$

Το πλάτος επίσης, εκφράζεται συναρτήσει της ισχύος:

$$|E_i| = \sqrt{2 \cdot P_{\text{swept laser}}} \quad (6.1.2)$$

Το οπτικό πεδίο στο PolyBoard είναι ίσο με:

$$E_i = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{\text{FMCW}}(t)} \quad (6.1.3)$$

Η ισχύς στο σημείο (i) υπολογίζεται ως:

$$P_i = \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot E_i^* = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \cdot 2 \cdot P_{\text{swept laser}} = \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}} \quad (6.1.4)$$

### Σημείο (ii) - Static Laser

Για το στατικό λέιζερ, η φάση του είναι ίση με:

$$\varphi_2(t) = 2\pi \cdot f_{\text{static}} \cdot t + \varphi_{02} \quad (6.1.5)$$

και το πλάτος:

$$|E_{ii}| = \sqrt{2 \cdot P_{\text{static laser}}} \quad (6.1.6)$$

Το οπτικό πεδίο και η ισχύς του στατικού λέιζερ στο PolyBoard δίνονται αντίστοιχα ως εξής:

$$E_{ii} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{TriPlex-PolyBoard}}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j\varphi_2(t)} \quad (6.1.7)$$

$$\begin{aligned}
P_{ii} &= \frac{1}{2} \cdot E_{ii} \cdot E_{ii}^* = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 2 \cdot P_{\text{static laser}} \\
&= \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \quad (6.1.8)
\end{aligned}$$

### Σημείο (iii) στο PolyBoard – Συζεύκτης 3 dB

Το πεδίο και η ισχύς στο PolyBoard μετά τον 3 dB συζεύκτη είναι ίσα με:

$$\begin{aligned}
E_{\text{iii-Poly}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (E_i + E_{ii} \cdot e^{-\frac{j\pi}{2}}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} \cdot |E_i| \cdot e^{j\varphi_{\text{FMCW}}(t)} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi/2)} \quad (6.1.9)
\end{aligned}$$

και:

$$P_{\text{iii-Poly}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2) = \frac{1}{2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}}) \quad (6.1.10)$$

### Σημείο (iv) στο PolyBoard και στο InP

Ακολουθεί ο διαχωριστής 3 dB που «σπάει» το σήμα στον άνω και τον κάτω οπτικό βραχίονα αντίστοιχα. Το πεδίο του άνω βραχίονα, υφίσταται αρχικά εξασθένιση ισχύος κατά  $\frac{1}{2}$  και στη συνέχεια προστίθεται και οι απώλειες InP-PolyBoard. Επομένως, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$E_{\text{iv-Poly}} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{\text{iii-Poly}} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j\varphi_{\text{FMCW}}(t)}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}}} \right\} \quad (6.1.11)$$

$$P_{iv-Poly} = \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.12)$$

$$E_{iv-InP} = \frac{1}{\sqrt{L_{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot E_{iv-Poly} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{L_{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} \right\} \quad (6.1.13)$$

$$P_{iv-InP} = \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.14)$$

### Σημείο (v) στο PolyBoard και στο InP

Το οπτικό πεδίο στον κάτω οπτικό βραχίονα, δέχεται επιπλέον διαφορά φάσης κατά  $-\frac{\pi}{2}$  σε σχέση με το πεδίο του άνω οπτικού δρόμου

$$E_{v-Poly} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{iii-Poly} \cdot e^{-\frac{j\pi}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j(\varphi_{FMCW}(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} \right\} \quad (6.1.15)$$

$$P_{v-Poly} = \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.16)$$

$$E_{v-InP} = \frac{1}{\sqrt{L_{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot E_{v-Poly} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{L_{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j(\varphi_{FMCW}(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard}}} \right\} \quad (6.1.17)$$

$$P_{v-InP} = \frac{1}{2 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.18)$$

### Σημείο (vi) στο InP- Έξοδο SOA1

Το οπτικό πεδίο στον άνω βραχίονα, ενισχύεται από τον SOA1 που ήταν τοποθετημένος ακριβώς πριν από τη φωτοδίοδο. Επομένως, στην έξοδο έχουμε:

$$E_{vi-InP} = \sqrt{G_{SOA}} \cdot E_{iv-InP} = \frac{\sqrt{G_{SOA}}}{2 \cdot \sqrt{L_{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j\varphi_{FMCW}(t)}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} \right\} \quad (6.1.19)$$

$$P_{vi-InP} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.20)$$

### Σημείο (vii) στο InP- Έξοδο SOA2

Στον κάτω οπτικό βραχίονα, ο ενισχυτής βρίσκεται ακριβώς πριν το στοιχείο PCA. Το πεδίο και η ισχύς αυτού στην έξοδο είναι αντίστοιχα ίσα με:

$$E_{vii-InP} = \sqrt{G_{SOA}} \cdot E_{v-InP} = \frac{\sqrt{G_{SOA}}}{2 \cdot \sqrt{L_{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot \left\{ \frac{|E_i| \cdot e^{j(\varphi_{FMCW}(t) - \frac{\pi}{2})}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} + \frac{|E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{TriPlex-PolyBoard}}} \right\} \quad (6.1.21)$$

$$P_{vii-InP} = \frac{G_{SOA}}{2 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot (P_{swept laser} + P_{static laser}) \quad (6.1.22)$$

### Οπτικός Πομπός T<sub>x</sub>

Στον πομπό, γεννάται το φωτό-ρεύμα, όπως έχουμε εξηγήσει σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$I_{PD} = \frac{1}{2} \cdot r_{pd} \cdot E_{vi-InP} \cdot E_{vi-InP}^* =$$





$$P_{PD,DC,DRW} = I_{PD,DC,DRW}^2 \cdot R_L = \left[ \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{8 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right]^2 R_L \quad (6.1.28)$$

### AC συνιστώσα ρεύματος φωτοδιόδου

Ως προς την εναλλασσόμενη συνιστώσα ρεύματος, αυτή είναι ίση με:

$$I_{PD,THz} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot |E_i| \cdot |E_{ii}|}{4 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2) \quad (6.1.29)$$

και αντίστοιχα εκφρασμένη ως προς την οπτική ισχύ των λέιζερ:

$$I_{PD,THz} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{2 \cdot L_{InP(SOA)-PolyBoard}^2 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \pi/2) \quad (6.1.30)$$

Όμοια με τον σταθερό όρο του ρεύματος, η ημιτονοειδής συνιστώσα στην αντίσταση ακτινοβολίας της κεραίας υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού θα είναι ίση με:

$$I_{PD,THz,DRW} = \frac{1}{2} \cdot I_{PD,THz} \Rightarrow$$

$$I_{PD,THz,DRW} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot \cos(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2}) \quad (6.1.31)$$

Ως προς τη μέση ισχύ στα άκρα της αντίστασης ακτινοβολίας, λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\langle \cos^2 x \rangle = 1/2$ , υπολογίζουμε όπως φαίνεται ακολούθως:

$$P_{PD,THz,DRW} = \langle I_{PD,THz,DRW}^2 \rangle \cdot R_L \Rightarrow$$

$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \right)^2 \cdot R_L \Rightarrow$$

$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cdot R_L}{32 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP\ (PD)-PolyBoard}^2} \quad (6.1.32)$$

Κανονικοποιώντας ως προς την ισχύ των πηγών λαμβάνουμε:

$$\frac{P_{PD,THz,DRW}}{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} = \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot R_L}{32 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP\ (PD)-PolyBoard}^2} \quad (6.1.33)$$

Όταν τα δύο λέιζερ αποδίδουν την ίδια ισχύ, οπότε  $P_{swept\ laser} = P_{static\ laser} = P_c$ , όπως συμβαίνει και στην περίπτωση μας, τότε:

$$I_{PD,DC} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot P_c}{4 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard} \cdot L_{InP\ (PD)-PolyBoard}} \quad (6.1.34)$$

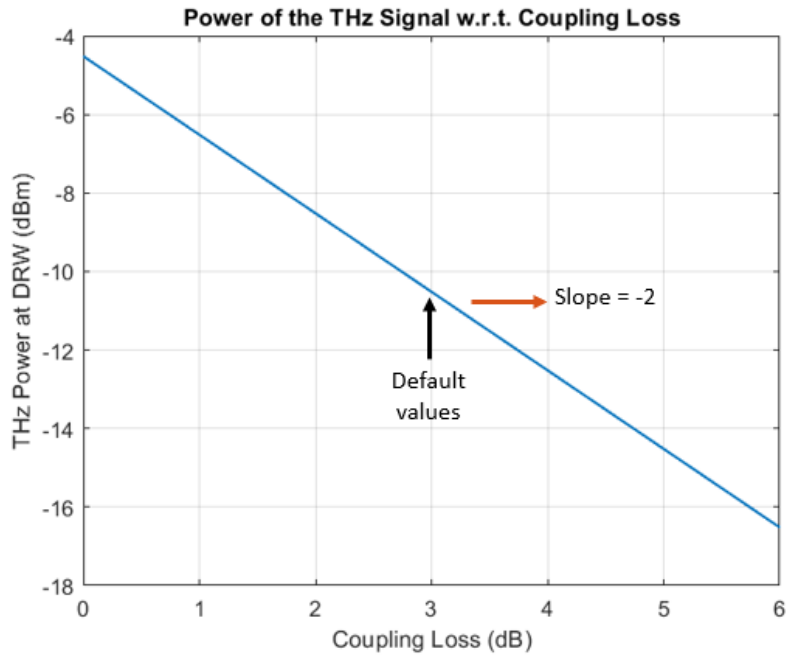
Αριθμητικά, για τις παραμέτρους του συστήματός μας, η παραπάνω τιμή είναι ίση με 3.8 mA, περίπου τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την τιμή της πρώτης αρχιτεκτονικής.

$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{r_{pd}^2 \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_c^2 \cdot R_L}{32 \cdot L_{TriPlex-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP\ (PD)-PolyBoard}^2} \quad (6.1.35)$$

Συνεπώς, η μέση ισχύς του THz σήματος που αποδίδεται στο φορτίο της κεραίας υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού μπορεί να εκφραστεί ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου, σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

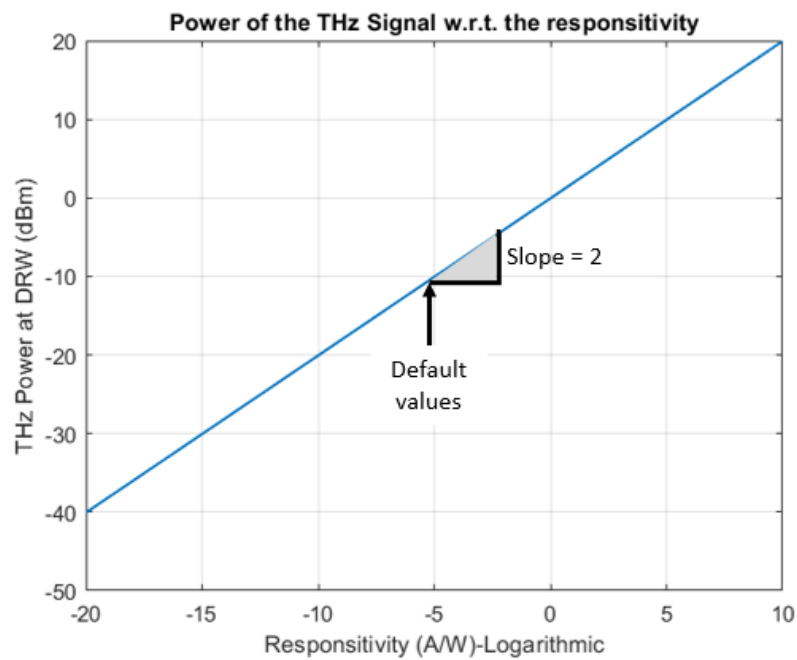
$$P_{PD,THz,DRW} = \frac{1}{8} \cdot I_{PD,DC}^2 \cdot R_L \quad (6.1.36)$$

Στην ακόλουθη γραφική βλέπουμε την εξάρτηση της THz ισχύος σε συζυγές φορτίο, ως προς τις απώλειες διασύνδεσης των διεπιφανειών, με τετραγωνική εξάρτηση

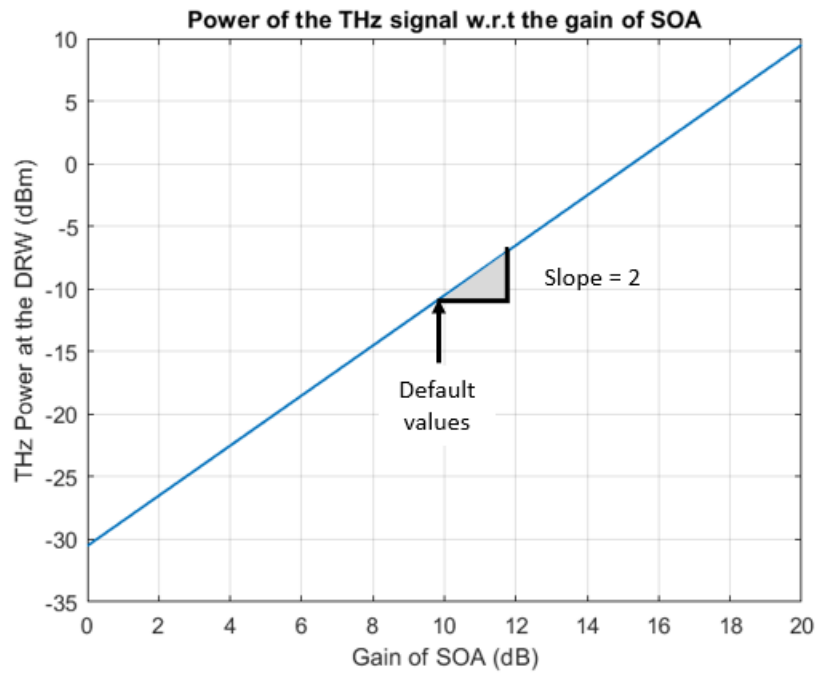


Εικόνα 6.1.3 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς τις απώλειες διασύνδεσης

Ακολούθως, παρουσιάζουμε τις αντίστοιχες γραφικές για την αποκρισιμότητα της φωτοδιόδου και για το κέρδος του ενισχυτή όπου η κλίση ισούται με 2 και στις δύο περιπτώσεις



Εικόνα 6.1.4 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς την αποκρισιμότητα της φωτοδιόδου



Εικόνα 6.1.5 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς το κέρδος ενισχυτή

### Διάδοση του σήματος στο THz μονοπάτι και στο εσωτερικό του δείγματος

Στη συνέχεια το σήμα διαδίδεται στο κενό καθώς και στο εσωτερικό του δείγματος που παρεμβάλλεται όπου υφίσταται τις αλληπάλληλες ανακλάσεις, με κάθε ανακλώμενη συνιστώσα να έχει σχετική καθυστέρηση ως προς την προηγούμενη, ανάλογη του πάχους του δείγματος:

$$Dt = \frac{2 \cdot d \cdot n_s}{c} = 0.968 \text{ fs} \quad (6.1.37)$$

Το σήμα που φτάνει τελικά στον δέκτη, συμπεριλαμβανομένου του κέρδους της κεραίας Rx, είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}
E_{rx,THz} &= \frac{\Gamma_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \\
&\cdot \left\{ -\sqrt{R_{sample}} \cos(\varphi_{THz}(t - \tau_{THz})) \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot u(t - \tau_{THz}) \right. \\
&+ \sum_{n=2}^{\infty} (1 - R_{sample}) \cdot \sqrt{R_{sample}} \cdot R_{sample}^{n-2} \cos(\varphi_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t)) \\
&\left. \cdot \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t)} \cdot u(t - \tau_{THz} - (n-1) \cdot D_t) \right\}
\end{aligned} \tag{6.1.38}$$

όπου:

$$\varphi_{THz}(t) = \varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) + \frac{\pi}{2} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot slope \cdot t^2 + 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{2} \tag{6.1.39}$$

Όπως βλέπουμε, αποτελείται από την επαλληλία όλων των ανακλώμενων συνιστωσών μέσα στο δείγμα

#### Φωτοαγωγήμια Κεραία (PCA)-Πεδίο τοπικού φωτονικού ταλαντωτή

Στη φωτοαγωγήμια κεραία, το πεδίο  $E_{vi-InP}$ , αποτελεί το πεδίο εισόδου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή, το οποίο θα αποδώσει την οπτική ισχύ που θα καθορίσει την γωτοαγωγιμότητα του PCA.

$$E_{LO} = E_{viii-InP} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_i| \cdot e^{j(\varphi_{FMCW}(t) - \pi/2)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}}} + \frac{\sqrt{G_{SOA}} \cdot |E_{ii}| \cdot e^{j(\varphi_2(t) - \pi)}}{\sqrt{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}}} \right\} \tag{6.1.40}$$

Σύμφωνα με τον γνωστό τύπο, η χρονικά μεταβαλλόμενη οπτική ισχύς του τοπικού ταλαντωτή δίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
P_{LO} &= \frac{E_{LO} \cdot E_{LO}^*}{2} = \\
&\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot \{ G_{SOA} \cdot (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2) - 2 \cdot G_{SOA} \cdot |E_i| \cdot |E_{ii}| \\
&\quad \cdot \cos\left(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right) \}
\end{aligned} \tag{6.1.41}$$

Η φωτοαγωγιμότητα της κεραίας λήψης, λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες μετατροπής, δίνεται ως εξής:

$$G = \frac{P_{LO}}{L_{PCA}}$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot \{G_{SOA} \cdot (|E_i|^2 + |E_{ii}|^2) - 2 \cdot G_{SOA} \cdot |E_i| \cdot |E_{ii}| \cdot \cos\left(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right)\}$$
(6.1.42)

και εκφρασμένη ως προς την ισχύ των λέιζερ:

$$G = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot \{G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) - 2 \cdot G_{SOA} \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} \cdot \cos\left(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right)\}$$
(6.1.43)

Στην περίπτωση που  $P_{swept\ laser} = P_{static\ laser} = P_c$ , όπως πράγματι συμβαίνει:

$$G = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{1}{L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PCA)-PolyBoard}} \cdot \{G_{SOA} \cdot P_0 - G_{SOA} \cdot P_0 \cdot \cos\left(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right)\}$$
(6.1.44)

### Μίξη με το εισερχόμενο THz σήμα και παραγωγή σήματος ενδιάμεσης συχνότητας

Το παραγόμενο φωτόρευμα στο συζυγές φορτίο εξόδου, για την πρώτη ανακλώμενη συνιστώσα είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}
I_{ph} &= \frac{G \cdot E_{rx,thz}}{2} \\
&= \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{-\sqrt{R_{sample}} \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \\
&\quad \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} \cos\left(\varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) - \varphi_2(t - \tau_{THz}) + \frac{\pi}{2}\right) \\
&\quad \cdot \{P_{swept\ laser} + P_{static\ laser} - 2 \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} \\
&\quad \cdot \cos\left(\varphi_{FMCW}(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}\right)\} \Rightarrow \\
I_{ph} &= -\sqrt{R_{sample}} \cdot \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{\sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \\
&\quad \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser}) \\
&\quad \cdot \sqrt{P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}} \cos\left(\varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) - \varphi_2(t - \tau_{THz}) + \frac{\pi}{2}\right) \\
&+ \sqrt{R_{sample}} \cdot \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{\sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cos(\varphi_{FMCW}(t - \\
&\quad \tau_{THz}) - \varphi_2(t - \tau_{THz}) - \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t) + \pi) \\
&+ \sqrt{R_{sample}} \cdot \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{\sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot P_{swept\ laser} \\
&\quad \cdot P_{static\ laser} \cos(\varphi_{FMCW}(t - \tau_{THz}) + \varphi_2(t - \tau_{THz}) + \varphi_{FMCW}(t) + \varphi_2(t))
\end{aligned} \tag{6.1.45}$$

Το φωτόρευμα, πριν το βαθυπερατό φιλτράρισμα, αποτελείται από τρεις όρους όπως και στην πρώτη αρχιτεκτονική, από τους οποίους παραμένει τελικά ο όρος σταθερής ενδιάμεσης συχνότητας:

$$\begin{aligned}
I_{IFref} &= \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{\sqrt{R_{sample}} \sqrt{g_{THz}(t - \tau_{THz})} \cdot r_{pd} \cdot G_{SOA}^2}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}} \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser} \cdot \cos\left(2\pi(st_{THz})t + \right. \\
&\quad \left. 2\pi f_0 t_{THz} - 2\pi \frac{1}{2} st_{THz}^2 + \pi\right)
\end{aligned} \tag{6.1.46}$$

Το συνολικό IF σήμα, θα περιλαμβάνει το άπειρο άθροισμα των διαδοχικών σημάτων ενδιάμεσης συχνότητας όπου το καθένα έχει προκύψει από τον συνδυασμό του σήματος φωτοαγωγιμότητας με την αντίστοιχη ανακλώμενη συνιστώσα του δείγματος που φτάνει στην είσοδο του δέκτη:

$$I_{IFtot}(t) = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{L_{PCA}} \cdot \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA}^2 \cdot P_{swept\ laser} \cdot P_{static\ laser}}{L_{TriPleX-PolyBoard}^2 \cdot L_{InP(PCA)-PolyBoard} \cdot L_{InP(PD)-PolyBoard}}$$



$$\begin{aligned}
& \cdot \left\{ -\sqrt{R_{\text{sample}}} \cdot \cos(f_{\text{IFref}} \cdot t + \varphi_{\text{IFref}}) \cdot \sqrt{g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}})} \cdot u(t - \tau_{\text{THz}}) \right. \\
& + \sum_{n=2}^{\infty} (1 - R_{\text{sample}}) \cdot \sqrt{R_{\text{sample}} \cdot R_{\text{sample}}^{n-2}} \\
& \cdot \cos(f_{\text{bn}} \cdot t + \varphi_{\text{bn}}) \cdot \sqrt{g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}} - (n-1) \cdot D_t)} \cdot u(t - \tau_{\text{THz}} - (n-1) \cdot D_t) \left. \right\}
\end{aligned} \tag{6.1.47}$$

Η ισχύς για την n-οστή συνιστώσα σήματος, παρόμοια με την ισχύ του IF σήματος αναφοράς, εκφράζεται μαθηματικά όπως φαίνεται ακολούθως:

$$\begin{aligned}
P_{\text{IFn}} = & \frac{1}{32^2} \cdot \frac{1}{L_{\text{PCA}}^2} \cdot \frac{R_{\text{sample}} \cdot (1 - R_{\text{sample}})^2 \cdot R_{\text{sample}}^{2(N-2)} \cdot r_{\text{pd}}^2 \cdot G_{\text{SOA}}^4}{L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^8 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}^4 \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}^2} \cdot P_{\text{swept laser}}^2 \cdot P_{\text{static laser}}^2 \cdot f_{\text{mod}} \\
& \cdot \int_0^{T_{\text{mod}}} g_{\text{THz}}(t - \tau_{\text{THz}} - (n-1) \cdot D_t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{\text{IFN}} \cdot t)^2 \cdot u(t - \tau_{\text{THz}} - (n-1) \cdot D_t) dt
\end{aligned} \tag{6.1.48}$$

Επομένως, η συνολική ισχύς δίνεται από το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών ισχύος:

$$P_{\text{IFtot}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_{\text{IFn}} \tag{6.1.49}$$

Όπως έχουμε δει βέβαια στα προηγούμενα, μπορούμε να περιορίσουμε το άθροισμα μόνο στους τρεις πρώτους όρους, καθώς σημαντική ισχύ έχουν μόνο οι τρεις πρώτες κορυφές στον μετασχηματισμό Fourier του λαμβανόμενου σήματος

## 6.2 Ανάλυση θορύβου στο σύστημα

Όπως και στην πρώτη αρχιτεκτονική, θα ξεκινήσουμε με την περιγραφή του RIN σε κάθε σημείο

### Σημεία (i) και (ii) στο PolyBoard

$$P_{1,RIN(i)-Poly} = \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.1)$$

$$P_{2,RIN(ii)-Poly} = \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.2)$$

### Σημείο (iii) στο PolyBoard

$$P_{1,RIN(iii)-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.3)$$

$$P_{2,RIN(iii)-Poly} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.4)$$

### Σημεία (iv) και (v) στο PolyBoard

$$P_{1,RIN(iv),(v)-Poly} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.5)$$

$$P_{2,RIN(iv),(v)-Poly} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.6)$$

### Σημεία (iv) και (v) στο InP

$$P_{1,RIN(iv),(v)-InP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.7)$$

$$P_{2,RIN(iv),(v)-InP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P_{\text{static laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.8)$$

Σημεία (vi) και (vii) στο InP

$$P_{1,RIN(vi),(vii)-InP} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.9)$$

$$P_{1,RIN(vi),(vii)-InP} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4} \cdot \frac{P_{\text{swept laser}}}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot 10^{\frac{RIN}{10}} \quad (6.2.10)$$

Επομένως, οι φασματικές πυκνότητες ισχύος του θορύβου των λέιζερ πριν τη φωτοδίοδο είναι ίσες με:

$$\rho_{\text{ASE,rin-swept}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{\text{dB}}}{10}} \quad (6.2.11)$$

$$\rho_{\text{ASE,rin-static}} = \frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot 10^{\frac{RIN_{\text{dB}}}{10}} \quad (6.2.12)$$

Επομένως, για τη συνιστώσα ρεύματος στη φωτοδίοδο που οφείλεται στο RIN, λαμβάνοντας υπόψη τον θόρυβο στις συχνότητες  $f \pm \Delta f$  ως προς το φέρον, έχουμε:

$$\begin{aligned}
& I_{\text{rin}} \\
&= 2 \cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_1(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_2(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_3(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_4(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_5(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_6(t)) + 2 \cdot r_{\text{pd}}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_7(t))} \\
&+ 2 \cdot r_{\text{pd}} \\
&\cdot \sqrt{\left(\frac{G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}\right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_8(t))} \\
&\hspace{15em} (6.2.13)
\end{aligned}$$

Παραπάνω, δεν συμπεριλάβαμε τον όρο που οφείλεται στο "beating" μεταξύ των δύο φερόντων θορύβου, καθώς όπως δείξαμε ο όρος αυτός είναι αμελητέος.

Η μέση τετραγωνική τιμή του ρεύματος, εκφρασμένη ως προς το dc ρεύμα της φωτοδίοδου, φαίνεται ακολούθως:

$$\begin{aligned}
\langle I_{\text{rin}}^2 \rangle &= 4 \cdot \left( \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{swept laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN} + 4 \\
&\cdot \left( \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} \cdot P_{\text{static laser}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN} + 8 \\
&\cdot \left( \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}} \cdot \text{RIN} \\
&= 4 \cdot \left( \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}}}{4 \cdot L_{\text{InP (SOA)-PolyBoard}}^2 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \\
&\cdot (P_{\text{swept laser}}^2 + P_{\text{static laser}}^2 + 2 \cdot P_{\text{swept laser}} \cdot P_{\text{static laser}}) \cdot \text{RIN} = \\
&4 \cdot \left( \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \right)^2 \cdot \text{RIN} \Rightarrow \\
\langle I_{\text{rin}}^2 \rangle &= 4 \cdot I_{\text{dc}}^2 \cdot \text{RIN} \tag{6.2.14}
\end{aligned}$$

Έτσι, σε συζυγές φορτίο στην έξοδο, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου θα ισούται με:

$$S_{\text{RIN,ML}} = \frac{1}{4} \cdot \sigma_{\text{RIN}}^2 \cdot R_L = R_L \cdot \text{RIN} \cdot I_{\text{dc}}^2 \tag{6.2.15}$$

Σημείο (vi) στην έξοδο του Tx-Θερμικός Θόρυβος και Θόρυβος βολής

Όπως έχουμε εξηγήσει παραπάνω, η φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου στην έξοδο του πομπού δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$S_{\text{thTx,ML}} = \frac{1}{4} \cdot \langle i_{\text{th}}^2 \rangle \cdot R_L = k_B T_s \tag{6.2.16}$$

όπου για τη φυσική θερμοκρασία θεωρούμε την τυπική τιμή  $T_s = 290 \text{ }^\circ\text{K}$

Επίσης, ο θόρυβος βολής στην έξοδο του πομπού σε συζυγές φορτίο, έχει φασματική πυκνότητα ισχύος:

$$S_{\text{shotTx,ML}} = \frac{q \cdot I_{\text{dc}} \cdot R_L}{2} \tag{6.2.17}$$

Τυπική τιμή για το φορτίο είναι  $R_L = 50 \text{ } \Omega$

όπου το συνεχές ρεύμα της φωτοδιόδου είναι:

$$I_{dc} = \frac{r_{pd} \cdot G_{SOA} \cdot (P_{swept\ laser} + P_{static\ laser})}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \quad (6.2.18)$$

### Θόρυβος ενισχυτή στην έξοδο του πομπού Tx

Στην έξοδο του πομπού, ο θόρυβος ενισχυτή θα οφείλεται στον SOA1. Το κάθε φέρον, στο σημείο εξόδου έχει ισχύ ίση με:

$$P_{c,Tx} = \frac{G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser,static\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \quad (6.2.19)$$

και επομένως, ο συνιστώσα ρεύματος θορύβου που προκύπτει μετά το "beating" του  $\rho_{ASE,SOA}$  στις συχνότητες  $f \pm \Delta f$ , προκύπτει ως εξής:

$$I_{soa1,Tx} = 2 \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_1(t)) + 2} \\ \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{static\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1}(f + \Delta f) \cdot \cos(\theta_2(t)) + 2} \\ \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_3(t)) + 2} \\ \cdot r_{pd} \sqrt{\frac{G_{SOA} \cdot P_{static\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1}(f - \Delta f) \cdot \cos(\theta_4(t))} \quad (6.2.20)$$

Έτσι, δεδομένου ότι  $\langle \cos^2 \theta(t) \rangle = \frac{1}{2}$ , η διασπορά του ρεύματος θορύβου ενισχυτή ισούται με:

$$\sigma_{soa,Tx}^2 = \left( 4 \cdot r_{pd}^2 \frac{G_{SOA} \cdot P_{swept\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1} \right. \\ \left. + 4 \cdot r_{pd}^2 \frac{G_{SOA} \cdot P_{static\ laser}}{4 \cdot L_{TriPleX-PolyBoard} \cdot L_{InP (PD)-PolyBoard}} \cdot \rho_{ASE,SOA1} \right) \Rightarrow$$

$$\sigma_{\text{soa,Tx}}^2 = r_{\text{pd}}^2 \cdot \frac{G_{\text{SOA}} \cdot (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \quad (6.2.21)$$

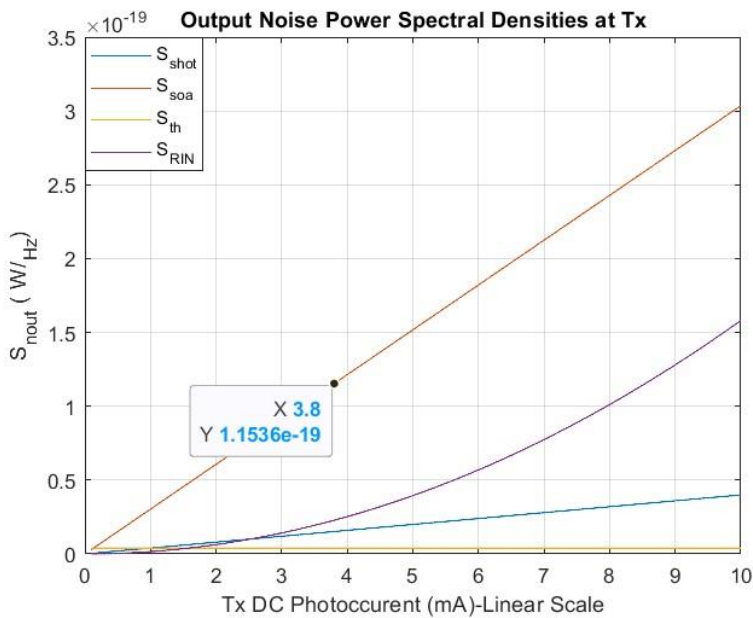
Η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου στα άκρα φορτίου  $R_L$ , υπό συνθήκες συζυγούς τερματισμού, προκύπτει ίση με:

$$S_{\text{soaTx,ML}} = \frac{1}{4} \cdot \sigma_{\text{soa,Tx}}^2 \cdot R_L =$$

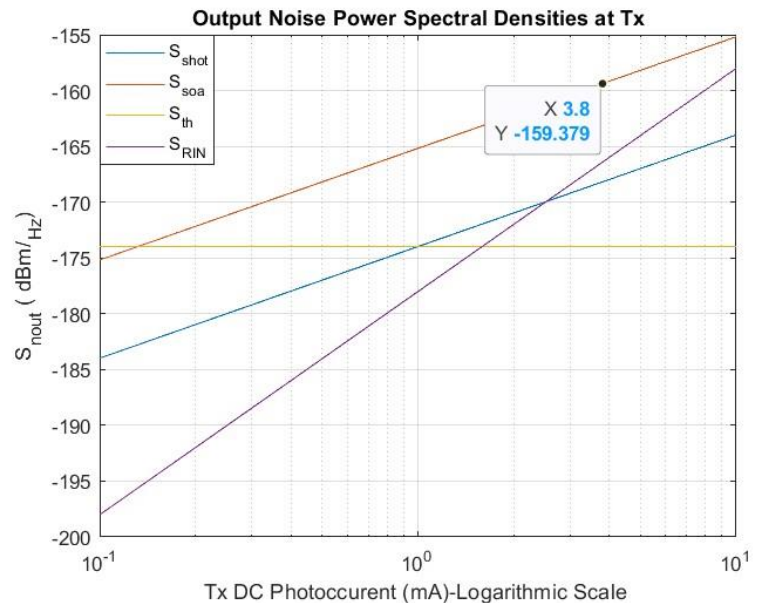
$$\frac{1}{2} \cdot R_L \cdot r_{\text{pd}} \cdot 2 \cdot \frac{r_{\text{pd}} \cdot G_{\text{SOA}} (P_{\text{swept laser}} + P_{\text{static laser}})}{4 \cdot L_{\text{TriPleX-PolyBoard}} \cdot L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA1}} \Rightarrow$$

$$S_{\text{soaTx,ML}} = r_{\text{pd}} \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA1}} \cdot R_L \quad (6.2.22)$$

Στα ακόλουθα διαγράμματα, παρατηρούμε τις φασματικές πυκνότητες ισχύος των συνιστωσών θορύβου στον πομπό, ως προς το dc ρεύμα της φωτοδιόδου σε γραμμική και λογαριθμική κλίμακα.



Εικόνα 6.2.1 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό ως προς το  $I_{\text{dc}}$ -Γραμμική κλίμακα



Εικόνα 6.2.2 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό ως προς το  $I_{\text{dc}}$ -Λογαριθμική κλίμακα

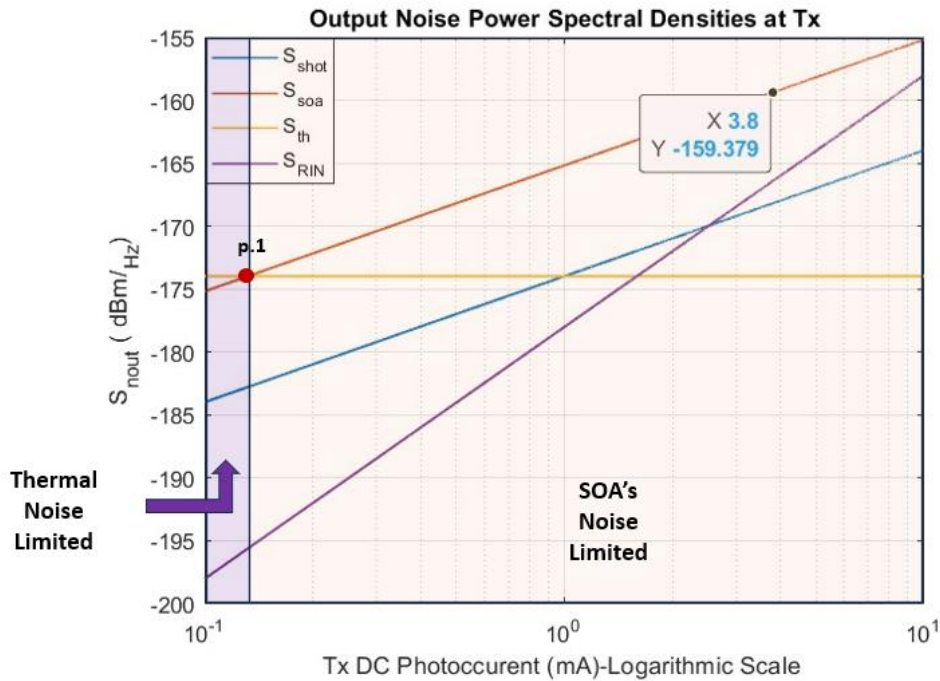
Για το σημείο λειτουργίας μας με  $I_{dc} = 3.8 \text{ mA}$ , περιοριζόμαστε στον πομπό από το θόρυβο του ενισχυτή. Η αντίστοιχη πυκνότητα ισχύος θορύβου ισούται με  $1.1536 \cdot 10^{-19} \frac{\text{W}}{\text{Hz}}$  ή  $-159.379 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}$

Όπως φαίνεται και ακολούθως, μέχρι την τιμή  $I_{dc} = 0.13 \text{ mA}$  υπερσχύει ο θερμικός θόρυβος ενώ για μεγαλύτερες τιμές ρεύματος μέχρι και τα  $10 \text{ mA}$  κυριαρχεί θόρυβος του ενισχυτή. Το σημείο όπου ο θόρυβος ενισχυτή υπερβαίνει τον θερμικό, προκύπτει ως εξής:

$$S_{\text{soa,Tx}} > S_{\text{th,Tx}} \Rightarrow$$

$$r_{\text{pd}} \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \cdot R_L > k_B \cdot T_s \Rightarrow$$

$$I_{\text{dc}} > \frac{k_B \cdot T_s}{r_{\text{pd}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA}} \cdot R_L} = 0.13183 \text{ mA} \quad (6.2.23)$$



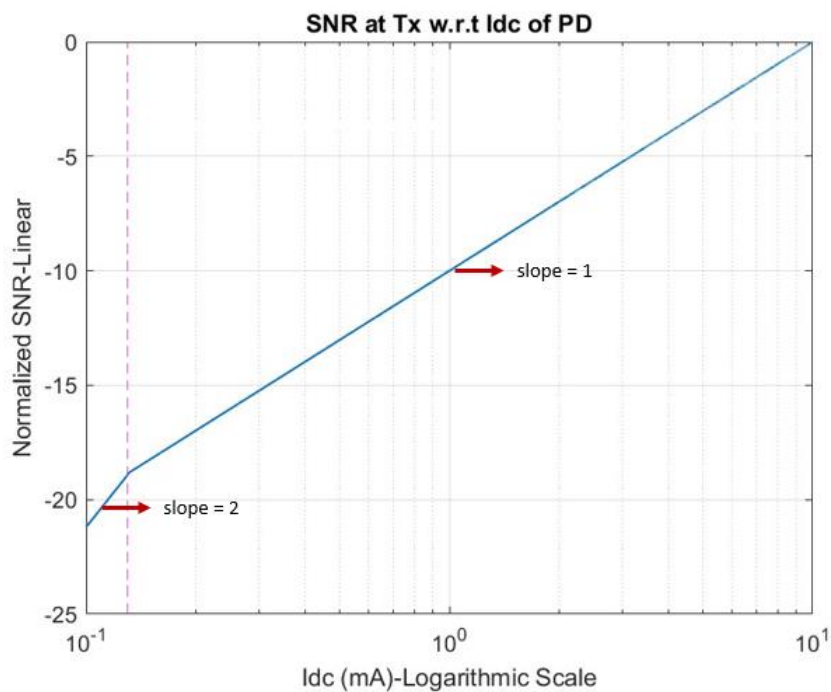
Εικόνα 6.2.3 Περιοχές Θορύβου στον πομπό

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι σε αυτήν την αρχιτεκτονική, ο θόρυβος του ενισχυτή είναι συγκριτικά ισχυρότερος σε σχέση με την πρώτη αρχιτεκτονική, καθώς στην τρέχουσα διάταξη τοποθετείται ακριβώς πριν τη φωτοδίοδο με αποτέλεσμα το  $\rho_{\text{ASE,SOA}}$  να μη δέχεται τις απώλειες

"  $\frac{1}{2 \cdot L_{\text{InP}}(\text{SOA}) \cdot \text{PolyBoard} \cdot L_{\text{InP}}(\text{PD}) \cdot \text{PolyBoard}}$  ", όπως συμβαίνει στην πρώτη περίπτωση



Στη πρώτη περιοχή, λοιπόν, ο σηματοθορυβικός λόγος θα αυξάνεται τετραγωνικά ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου, καθώς η ωφέλιμη ισχύς THz είναι ανάλογη του τετραγώνου του  $I_{dc}$  ενώ ο θερμικός θόρυβος είναι ανεξάρτητος αυτού. Συνεπώς, η αύξηση της ισχύος των λέιζερ και επακόλουθα του dc ρεύματος της φωτοδιόδου θα επιφέρει αύξηση του SNR στον πομπό. Στη δεύτερη περιοχή, η εξάρτηση του SNR από το  $I_{dc}$  είναι γραμμική, καθώς ο θόρυβος του ενισχυτή είναι ανάλογος της DC συνιστώσας του ρεύματος της φωτοδιόδου. Επομένως, και πάλι η αύξηση της ισχύος των λέιζερ θα επιφέρει βελτίωση της επίδοσης του συστήματος στον πομπό, αλλά με το μισό «ρυθμό» σε σχέση με την πρώτη περιοχή



Εικόνα 6.2.4 Σηματοθορυβικός λόγος (κανονικοποιημένος) στον πομπό ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου

Επιγραμματικά έχουμε:

$$SNR_{Tx} = \frac{P_{THz,DRW}}{P_{noise}} \text{ where } P_{THz,DRW} = \frac{1}{8} \cdot I_{dc}^2 \cdot R_L \quad (6.2.24)$$

Περιοχή 1:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} \propto \frac{I_{\text{dc}}^2}{\text{const}} \sim I_{\text{dc}}^2 \text{ ή } 2 \cdot I_{\text{dc}} \text{ σε dB} \quad (6.2.25)$$

Περιοχή 2:

$$\text{SNR}_{\text{Tx}} \propto \frac{I_{\text{dc}}^2}{I_{\text{dc}}} \sim I_{\text{dc}} \text{ ή } I_{\text{dc}} \text{ σε dB} \quad (6.2.26)$$

Μετά τον πομπό, ο θόρυβος υπόκειται όπως και το σήμα στις απώλειες ελευθέρου χώρου, σύμφωνα με τον νόμο του Friis,  $g_{\text{THz}} = \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \frac{1}{f^2}$ . Επομένως, όμοια με την πρώτη αρχιτεκτονική οι φασματικές πυκνότητες ισχύων των συνιστωσών θορύβου αποκτούν συνάρτηση από τη συχνότητα και ως αποτέλεσμα οι θόρυβοι που φτάνουν στον δέκτη δεν είναι πλέον λευκοί. Επιπλέον, η κεραία του δέκτη συλλέγει θόρυβο από το περιβάλλον ο οποίος μοντελοποιείται σαν θερμικός θόρυβος με διαθέσιμη ισχύ στα άκρα της:

$$N_k = k_B \cdot T_k \cdot B \quad (6.2.27)$$

όπου B: το εύρος ζώνης λειτουργίας της κεραίας,  $k_B$ : η σταθερά Boltzmann και  $T_k$ : η ισοδύμανη θερμοκρασία θορύβου της κεραίας.

Επομένως, για τις φασματικές πυκνότητες ισχύος του θορύβου στην είσοδο του δέκτη έχουμε:

$$S_{\text{th,Rx}} = k_B \cdot T \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (6.2.28)$$

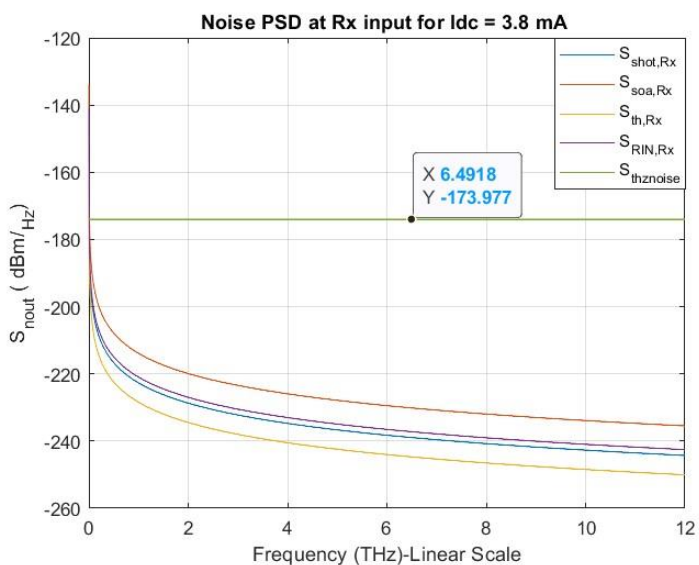
$$S_{\text{shot,Rx}} = \frac{q \cdot I_{\text{dc}} \cdot R_L}{2} \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (6.2.29)$$

$$S_{\text{soa,Rx}} = R \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,tx}} \cdot R_L \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (6.2.30)$$

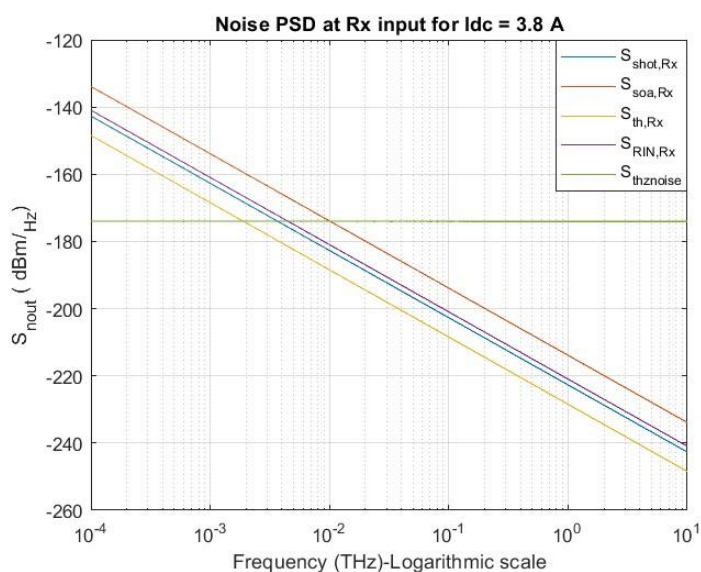
$$S_{\text{RIN,Rx}} = R_L \cdot \text{RIN} \cdot I_{\text{dc}}^2 \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \left(\frac{c}{4 \cdot \pi \cdot L_{\text{thz}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (6.2.31)$$

$$S_{thz} = k_B \cdot T_k \quad (6.2.32)$$

Οι αντίστοιχες γραφικές φαίνονται στις εικόνες 6.11 και 6.12 σε γραμμική και λογαριθμική κλίμακα, συναρτήσει της συχνότητας για το ρεύμα λειτουργίας  $I_{dc} = 3.8 \text{ mA}$ . Όπως είναι εμφανές, για συχνότητες μεγαλύτερες των 10 GHz, ο θόρυβος από τον πομπό έχει εξασθενήσει σημαντικά και κυριαρχεί ο θόρυβος περιβάλλοντος που συλλέγει η κεραία



Εικόνα 6.2.5 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στην είσοδο του δέκτη



Εικόνα 6.2.6 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στην είσοδο του δέκτη σε λογαριθμική κλίμακα

Εκτός από την εξασθένιση Friis, ο θόρυβος μεταδίδεται μέσα στο δείγμα και υφίσταται πολλαπλές ανακλάσεις, όπως ακριβώς και το «ωφέλιμο» σήμα. Όμοια με την πρώτη αρχιτεκτονική λοιπόν, οι τρεις πρώτες συνιστώσες θα έχουν επιπλέον παράγοντες εξασθένισης:  $R_{\text{sample}}$ ,  $(1 - R_{\text{sample}}) \cdot R_{\text{sample}}$  και  $(1 - R_{\text{sample}}) \cdot R_{\text{sample}} \cdot R_{\text{sample}}^2$  αντίστοιχα.

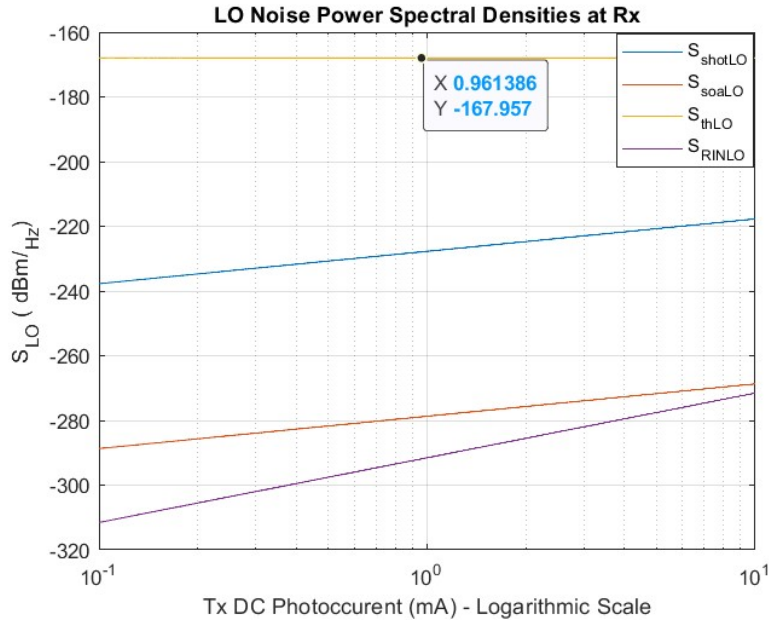
Οι θόρυβοι, στο κάτω οπτικό μονοπάτι όπως έχει εξηγηθεί, προκύπτουν από τους αντίστοιχους τύπους για τον πομπό πολλαπλασιάζοντας με τον παράγοντα " $\frac{1}{L_{\text{PCA}} \cdot r_{\text{pd}}}$ ". Επίσης, κανονικοποιούμε και με τον όρο  $\frac{L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}{L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}}$ , για τη γενική περίπτωση που  $L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}} \neq L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}}$ . Ως αποτέλεσμα, λαμβάνουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$S_{\text{th,LO}} = 4 \cdot k \cdot T \quad (6.2.33)$$

$$S_{\text{shot,LO}} = 2 \cdot q \cdot I_{\text{dc}} \cdot R_{\text{LO}} \cdot \left( \frac{1}{L_{\text{PCA}} \cdot r_{\text{pd}}} \right) \cdot \frac{L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}{L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (6.2.34)$$

$$S_{\text{soa2,LO}} = \frac{4}{L_{\text{PCA}}} \cdot I_{\text{dc}} \cdot \rho_{\text{ASE,SOA2}} \cdot R_{\text{LO}} \cdot \left( \frac{1}{L_{\text{PCA}} \cdot r_{\text{pd}}} \right) \cdot \frac{L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}{L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (6.2.35)$$

$$S_{\text{RIN,LO}} = 4 \cdot R_{\text{LO}} \cdot R_{\text{IN}} \cdot I_{\text{dc}}^2 \cdot \left( \frac{1}{L_{\text{PCA}} \cdot r_{\text{pd}}} \right)^2 \cdot \frac{L_{\text{InP (PD)-PolyBoard}}}{L_{\text{InP (PCA)-PolyBoard}} \quad (6.2.36)$$



Εικόνα 6.2.7 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή

Κυρίαρχος θόρυβος μέχρι και τα 10 mA που παρατηρούμε είναι ο θερμικός με  $-167.957 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}$ , κι αυτό διότι είναι ο μοναδικός στο PCA που δεν υφίσταται τις απώλειες μετατροπής των 14.5 dBm.

Η διαφορά τώρα με την πρώτη αρχιτεκτονική, είναι ότι χρησιμοποιούμε δύο ξεχωριστούς ενισχυτές και συνεπώς οι θόρυβοι ενισχυτή είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστοι. Σαν αποτέλεσμα, ο θόρυβος στον δέκτη από τον τρίτο πολλαπλασιασμό, θα προέλθει από την αλληλεπίδραση μόνο των συσχετισμένων θορύβων έντασης των λέιζερ (RIN):

$$I_{\text{IF,noise3}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{(S_{\text{RIN,Rx}} \cdot S_{\text{RIN,LO}})}{R_L}} \quad (6.2.37)$$

Η συνολική φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου, λαμβάνοντας υπόψη τις τρεις πρώτες ανακλώμενες συνιστώσες από τη διάδοση στο δείγμα είναι ίσος με:

$$S_{\text{IFnoise,tot}} = R_{\text{sample}} \cdot S_{\text{IF}} + R_{\text{sample}} \cdot (1 - R_{\text{sample}})^2 \cdot S_{\text{IF}} + R_{\text{sample}}^2 \cdot R_{\text{sample}} \cdot (1 - R_{\text{sample}})^2 \cdot S_{\text{IF}} \quad (6.2.38)$$

Με την ολοκλήρωση της φασματικής πυκνότητας ισχύος του θορύβου στο εύρος ζώνης του βαθυπερατού φίλτρου των 640 kHz, λαμβάνουμε τελικά τον συνολικό θόρυβο που «συνοδεύει» το IF σήμα, πάνω σε φορτίο  $R_{IF} = R_L$ :

$$N_{IF,tot} = R_L \cdot \int_0^{B_{LP}} S_{IF,tot} df \quad (6.2.39)$$

Ως προς την ισχύ του IF σήματος, αυτή είναι ίση με:

$$P_{IF} = \langle I_{IF}^2 \rangle \quad (6.2.40)$$

ενώ η ισχύς στα άκρα του φορτίου  $R_{IF}$ , θεωρώντας  $R_{IF} = 50 \Omega$  είναι:

$$P_{IF,R_{IF}} = \langle I_{IF}^2 \rangle \cdot R_{IF} \quad (6.2.41)$$

Με τη βοήθεια των (5.1.97) και (5.1.99), υπολογίζουμε τον σηματοθορυβικό λόγο στην έξοδο:

$$SNR_{out} = \frac{P_{IF,R_{IF}}}{P_{IF,noise}} = 8313.999614 \text{ ή } 39.1981 \text{ dB} \quad (6.2.42)$$

Παρατηρούμε μια βελτίωση στον σηματοθορυβικό λόγο, κατά 12.46 dB, χάρη στην εξάλειψη του θορύβου ενισχυτή στον δέκτη.



## Κεφάλαιο 7

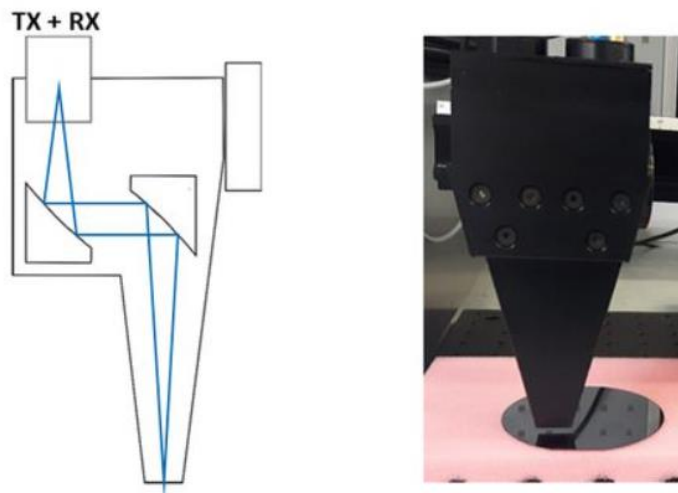
### Συμπεράσματα και περαιτέρω μελέτη

Συμπερασματικά, στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής, πραγματοποιήθηκε η θεωρητική μοντελοποίηση ενός THz φασματόμετρου σε δύο διαφορετικές αρχιτεκτονικές, χρησιμοποιώντας τη τεχνολογία που αναπτύσσεται στα πλαίσια του πρότζεκτ POLYNICES. Για πρώτη φορά, μελετήθηκε μαθηματικά η «συμπεριφορά» της διάταξης, ξεκινώντας με την πρώτη αρχιτεκτονική. Χάρη σε αυτή την πλήρη μαθηματική περιγραφή, μπορέσαμε να κατανοήσουμε σε βάθος τη λειτουργία του συστήματος και κυρίως του δέκτη, για τον οποίον δεν έχουν δημοσιευτεί μέχρι τώρα αρκετά θεωρητικά στοιχεία. Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 3 ξεκινήσαμε με την περιγραφή των μαθηματικών σχέσεων που διέπουν τα σήματα σε κάθε σημείο του συστήματος, από τον πομπό έως τον δέκτη, θεωρώντας σαν δείγμα έναν ιδανικό ανακλαστήρα ώστε να μελετηθεί η επίδραση μόνο κατά τη διάδοση στα στοιχεία του φασματογράφου και στο κενό όπου ταξιδεύει το εκπεμπόμενο THz πεδίο από τον πομπό στον δέκτη. Μέσω των μαθηματικών σχέσεων καταλήξαμε σε χρήσιμα συμπεράσματα, όπως η επίδραση των οπτικών απωλειών και των παραμέτρων του ενισχυτή και της φωτοδιόδου στην ισχύ του σήματος. Επίσης, εκφράσαμε την ισχύ του σήματος μετά τη φωτοδιόδο στον πομπό, συναρτήσει της DC συνιστώσας του ρεύματος φωτοδιόδου. Η σχέση αυτή έχει ιδιαίτερη αξία, καθώς μας δίνει τη δυνατότητα μέτρησης της THz ισχύος, μέσω της μέτρησης του DC ρεύματος. Αντίστροφα, γνωρίζοντας την ισχύ του THz σήματος που εκπέμπεται, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το DC ρεύμα και κατ' επέκταση την ισχύ των λέιζερ. Επίσης, έγινε η εισαγωγή των απωλειών ελευθέρου χώρου με βάση την εξίσωση Friis. Σε αυτό το σημείο, συμπεράναμε ότι προσδίδεται στο σήμα μια φθίνουσα περιβάλλουσα πλάτους στο πεδίο του χρόνου, καθώς αυτό περιλαμβάνει διαμόρφωση συχνότητας και οι απώλειες διάδοσης έχουν αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της συχνότητας. Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 4, μοντελοποιήσαμε τη διάδοση του σήματος μέσα από ένα μονοστρωματικό δείγμα. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκε η “Transfer Matrix Method – (TMM)”, η οποία αποτελεί μια γενική μέθοδο για την εξαγωγή της συνάρτησης μεταφοράς ανάκλασης και διάδοσης μέσα από μονοστρωματικά αλλά και πολυστρωματικά υλικά. Μάλιστα, λόγω της διαμόρφωσης συχνότητας που περιλαμβάνει το διαδιδόμενο σήμα (FMCW) χρειάστηκε να αναπτύξουμε μια τροποποιημένη εκδοχή της TMM, διότι η κλασική υλοποίηση αφορά πεδία σταθερής συχνότητας. Στη συνέχεια, αποκωδικοποιήσαμε το σήμα στον δέκτη και μέσω του μετασχηματισμού Fourier του λαμβανόμενου σήματος αποσπάσαμε την πληροφορία του πάχους. Ακολούθως, στο Κεφάλαιο 5, θεωρήσαμε όλες τις πηγές θορύβου του συστήματος τόσο για τον πομπό όσο και για τον δέκτη. Μέσω της μαθηματικής περιγραφής της πυκνότητας ισχύος για κάθε συνιστώσα, εξάγαμε καμπύλες για τις περιοχές κυρίαρχου θορύβου καθώς και για τον σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του DC ρεύματος φωτοδιόδου και υπολογίσαμε αριθμητικά το SNR στον δέκτη. Θέλοντας να κάνουμε πιο ρεαλιστική την ανάλυση, προχωρήσαμε στο Κεφάλαιο 6 με την εισαγωγή θορύβου φάσης στα λέιζερ. Όπως συνειδητοποιήσαμε, ο θόρυβος φάσης δεν μας περιόρισε στην αποκωδικοποίηση της πληροφορίας του πάχους, αλλά είχε ενδιαφέρον η απεικόνιση της επίδρασής του στη φάση του λαμβανόμενου σήματος. Τέλος, με βάση τα συμπεράσματά μας από την μαθηματική ανάλυση της πρώτης αρχιτεκτονικής, προτείναμε μια εναλλακτική υλοποίηση για τη βελτίωση της απόδοσής της. Πιο αναλυτικά, εντοπίσαμε ότι η



τοποθέτηση του ενισχυτή σε ξεχωριστή επιφάνεια InP, αυξάνει τις απώλειες του συστήματος σύμφωνα με την τέταρτη δύναμη ως προς τις απώλειες διασύνδεσης. Έτσι, αφαιρέσαμε αυτή την επιφάνεια και τοποθετήσαμε δύο ξεχωριστούς ενισχυτές ημιαγωγού πριν από τον πομπό και τον δέκτη αντίστοιχα, σε κοινή διεπιφάνεια. Πράγματι, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης επιβεβαίωσαν το σκεπτικό μας, αφού η ισχύς του THz σήματος μετά τη φωτοδίοδο αυξήθηκε κατά 12 dB όπως και ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη.

Ένα πρόσθετο βήμα, θα μπορούσε να είναι η μοντελοποίηση των κεραιών, όπως Rod [71] και Bowtie [72] κεραιές, στον πομπό και στον δέκτη. Αξίζει να μελετηθεί η επίδραση του διαγράμματος ακτινοβολίας, η κατευθυντικότητα, η γωνία πρόσπτωσης στο δείγμα και η γωνία λήψης της ανακλώμενης δέσμης. Για παράδειγμα, μια ιστροπική κεραία εκπέμπει ισοδύναμα προς όλες τις κατευθύνσεις, συνεπώς στην περίπτωση αυτή η γωνία λήψης της ανακλώμενης ακτινοβολίας δεν έχει αντίκτυπο στη λαμβανόμενη ισχύ. Εν αντιθέσει, σε μία κατευθυντική κεραία είναι επιθυμητό η δέσμη που λαμβάνει να περιέχεται εντός του κυρίου λοβού ακτινοβολίας. Στην ακόλουθη εικόνα, φαίνεται μια αρχιτεκτονική που έχει υλοποιηθεί από την εταιρία TOPTICA. Οι κεραιές εκπομπής και λήψης τοποθετούνται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους και με τη βοήθεια καθρεφτών, η εκπεμπόμενη δέσμη κατευθύνεται ώστε να προσπέσει σχεδόν κάθετα στο δείγμα και το ανακλώμενο πεδίο οδηγείται στη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας της κεραιάς λήψης. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό που έχει αξία να διερευνηθεί στην προσομοίωση, είναι η επίδραση της παρεμβολής (cross-talk) μεταξύ των κεραιών του πομπού και του δέκτη, καθώς και στο ολοκληρωμένο κύκλωμα του POLYNICES οι κεραιές αυτές θα είναι τοποθετημένες πολύ κοντά μεταξύ τους.



Εικόνα 7.1 Σχηματική αναπαράσταση διάταξης της TOPTICA για μέτρηση αντίστασης μεμβράνης. πηγή: [74]

Επίσης, θα είχε ενδιαφέρον να μελετηθούν φαινόμενα σκέδασης της ακτινοβολίας στην επιφάνεια του δείγματος, όπως και φαινόμενά απορρόφησης λόγω της παρουσίας υδρατμών. [14] Σε επίπεδο προσομοίωσης είναι ακόμα πολύ σημαντικό να μοντελοποιηθεί η διαμόρφωση της συχνότητας

του λέιζερ με τη χρήση της κυματομορφής “stepwise” που έχει περιγραφεί στην ενότητα 4.3, διότι όπως έχουμε αναφέρει, τα εμπορικά διαθέσιμα λέιζερ δεν είναι εφικτό να επιτύχουν διαμόρφωση συχνότητας με πλήρως γραμμικό τρόπο.

Φυσικά, η πειραματική επιβεβαίωση της προσομοίωσης κατέχει ιδιαίτερη αξία. Το εργαστήριο Φωτονικών Επικοινωνιών, προγραμματίζει την εκτέλεση τέτοιων πειραμάτων σε συνεργασία με το Fraunhofer, με τη χρήση εμπορικά διαθέσιμων στοιχείων, Συγκεκριμένα, πηγές λέιζερ “Finisar Wavesource” με διαμόρφωση συχνότητας stepwise [14], ενισχυτές ίνας ερβίου (EDFA), πομπός με φωτοδίοδο και THz κεραίες εκπομπής και λήψης bowtie. Στο πλαίσιο αυτό, θα θέλαμε να δώσουμε έμφαση στην επιβεβαίωση της λειτουργίας του δέκτη Rx, καθώς δεν υπάρχουν αρκετά θεωρητικά στοιχεία αναλυτικής περιγραφής του, παρά μόνο πειραματικά δεδομένα

# Κατάλογος Σχημάτων

---

Εικόνα 1.1.1 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα	10
Εικόνα 1.1.2 Φάσμα THz	12
Εικόνα 1.2.1 Φάσματόμετρο με σύντομους οπτικούς παλμούς. πηγή: [13]	14
Εικόνα 1.2.2 Φασματοόμετρο με σήματα συνεχούς κύματος και διαμόρφωση συχνότητας. πηγή: [13]	16
Εικόνα 3.3.1 Σχηματική αναπαράσταση THz φασματομέτρου του POLYNICES πηγή: [72]	18
Εικόνα 2.1.1 Γενική Περιγραφή Διάταξης. πηγή: [14]	19
Εικόνα 2.1.2 Γραμμική μεταβολή συχνότητας. Πηγή: [14]	20
Εικόνα 2.1.3 Πριονωτή Κυματομορφή	21
Εικόνα 2.1.4 Συνημίτονο με γραμμική διαμόρφωση συχνότητας. πηγή: [68]	23
Εικόνα 2.1.5 Σήμα IF. πηγή: [45]	25
Εικόνα 2.1.6 Ανάκλαση από κινούμενο στόχο-Επίδραση Doppler. πηγή: [37]	27
Εικόνα 2.2.2 Γενική αναπαράσταση διάταξης	28
Εικόνα 2.2.3 Σχηματική αναπαράσταση πλακέτας με τα χρησιμοποιούμενα λέιζερ εξωτερικής κοιλότητας	29
Εικόνα 2.2.4 Διαμορφωτής φάσης με τοποθέτηση PZT υλικού σε TriPlex. πηγή: [70]	30
Εικόνα 2.2.5 Οπτικός συζεύκτης	32
Εικόνα 2.2.6 Οπτικός διαχωριστής	32
Εικόνα 2.2.7 Κυκλωματικό διάγραμμα του EDFA. πηγή: [63]	34
Εικόνα 2.2.8 Σχηματικό διάγραμμα ενισχυτή ημιαγωγού. πηγή: [64]	35
Εικόνα 2.2.9 Κέρδος ενισχυτή συναρτήσει ισχύος εισόδου. πηγή: [58]	37
Εικόνα 2.2.10 Ισχύς εξόδου ενισχυτή συναρτήσει της ισχύος εισόδου. πηγή: [58]	37
Εικόνα 2.2.11 Επαφή p-n. πηγή: [65]	38
Εικόνα 2.2.12 Επαφή PIN. πηγή: [66]	40
Εικόνα 2.2.13 Περιοχές ακτινοβολίας κεραίας. πηγή: [39]	41
Εικόνα 2.2.14 Διάγραμμα ακτινοβολίας κεραίας. πηγή: [69]	45
Εικόνα 2.2.15 Ισοδύναμο συγκεντρωμένο κύκλωμα εισόδου κεραίας	46
Εικόνα 2.2.16 Ισοδύναμο συγκεντρωμένο κύκλωμα κεραίας λήψης	47
Εικόνα 2.1.17 Στοιχείο PCA στον δέκτη. πηγή: [48]	48
Εικόνα 2.2.18 Γενική αρχή λειτουργίας του PCA	50
Εικόνα 2.2.19 Lock-in with integration	52
Εικόνα 2.2.20 Lock in with Low Pass Filter	54
Εικόνα 3.1.1 Διάταξη Φασματογράφου	56
Εικόνα 3.1.2 Σχηματική Αναπαράσταση Διεπιφανειών στο PIC	56
Εικόνα 3.1.3 Σύγκριση ημιτόνων σταθερής συχνότητας και γραμμικά μεταβαλλόμενης συχνότητας	59
Εικόνα 3.1.4 Πριονωτή κυματομορφή θεωρητικά	62
Εικόνα 3.1.5 Spectrogram of Swept Laser	62
Εικόνα 3.1.6 Μετασχηματισμός Fourier διαμορφωμένου κατά συχνότητα σήματος	63
Εικόνα 3.1.7 Πεδίο Static Laser	65
Εικόνα 3.1.8 Spectrogram of Static Laser	65
Εικόνα 3.1.9 Μετασχηματισμός Fourier Static Laser	66
Εικόνα 3.1.10 Spectrogram για το συνολικό σήμα	66
Εικόνα 3.1.11 Μετασχηματισμός Fourier συνολικού πεδίου στην είσοδο του ενισχυτή	68
Εικόνα 3.1.12 Φάσμα στην έξοδο του ενισχυτή στο PolyBoard	70
Εικόνα 3.1.13 Συχνότητα εκπεμπόμενου σήματος	77

Εικόνα 3.1.14 Μετασχηματισμός Fourier εκπεμπόμενου σήματος	78
Εικόνα 3.1.15 Εκπεμπόμενη ισχύς ως προς τις απώλειες σύζευξης	79
Εικόνα 3.1.16 Εκπεμπόμενη Ισχύς ως προς $r_{pd}$	80
Εικόνα 3.1.17 Ισχύς εκπεμπόμενου σήματος ως προς κέρδος ενισχυτή	81
Εικόνα 3.1.18 Γενική περίπτωση νόμου Friis	82
Εικόνα 3.1.19 Εξασθένιση ελευθέρου χώρου συναρτήσει της συχνότητας	84
Εικόνα 3.1.20 Εξασθενημένο Σήμα σύμφωνα με τον νόμο του Friis	85
Εικόνα 3.1.21 Συχνотικό περιεχόμενο εξασθενημένου σήματος	86
Εικόνα 3.1.22 Μετασχηματισμός Fourier εξασθενημένου σήματος	86
Εικόνα 3.1.23 Καθυστερημένο και εξασθενημένο σήμα στο πεδίο του χρόνου	87
Εικόνα 3.1.24 Χρονική μεταβολή συχνότητας του καθυστερημένου THz σήματος	87
Εικόνα 3.1.25 Κυκλωματικό διάγραμμα δέκτη	90
Εικόνα 3.1.26 Παραγόμενο φωτόρευμα από το σήμα αναφοράς με ιδανικό ανακλαστήρα	92
Εικόνα 3.1.27 Spectrogram παραγόμενου φωτο-ρεύματος	94
Εικόνα 3.1.28 Μετασχηματισμός Fourier φωτο-ρεύματος	95
Εικόνα 3.1.29 Ρεύμα ενδιάμεσης συχνότητας για ιδανικό ανακλαστήρα	96
Εικόνα 3.1.30 Ρεύμα ενδιάμεσης συχνότητας σε μεγέθυνση	96
Εικόνα 3.1.31 Μετασχηματισμός Fourier IF σήματος μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα	98
Εικόνα 3.1.32 Φάση IF σήματος αναφοράς	99
Εικόνα 3.1.33 Απεικόνιση σήματος μέσω της συμφασικής και της κάθετης συνιστώσας	100
Εικόνα 3.1.34 Απεικόνιση σήματος με διαμόρφωση περιβάλλουσας μέσω της συμφασικής και της κάθετης συνιστώσας	101
Εικόνα 3.2.1 Πρόπτωση ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε διαχωριστική επιφάνεια. πηγή: [20]	100
Εικόνα 3.2.2 Ανάκλαση και διάθλαση μέσα από μονοστρωματικό δείγμα. πηγή: [51]	105
Εικόνα 3.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς της διέλευσης	109
Εικόνα 3.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης	110
Εικόνα 3.2.4 Λεπτότητα συναρτήσει της ανακλαστικότητας R	112
Εικόνα 3.2.5 Συντελεστής ποιότητας συναρτήσει της ανακλαστικότητας R	113
Εικόνα 3.2.6 Πολυστρωματικό μέσο. πηγή: [53]	117
Εικόνα 3.2.7 Συνιστώσες HM πεδίου για TE πόλωση. πηγή: [60]	119
Εικόνα 3.2.8 Εισαγωγή μονοστρωματικού δείγματος	125
Εικόνα 3.2.9 Σήμα στην έξοδο του δείγματος	128
Εικόνα 3.2.10 Υπολογισμός περιόδου περιβάλλουσας	129
Εικόνα 3.2.11 Συχνотικό περιεχόμενο συνολικού ανακλώμενου κύματος	129
Εικόνα 3.2.12 Μετασχηματισμός Fourier συνολικού ανακλώμενου κύματος	129
Εικόνα 3.2.13 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης σε γραμμικές μονάδες	130
Εικόνα 3.2.14 Συνάρτηση μεταφοράς της ανάκλασης σε μονάδες dB	130
Εικόνα 3.2.15 Συνολικό σήμα στον δέκτη μετά το βαθυπερατό φιλτράρισμα	133
Εικόνα 3.2.16 Μεγέθυνση του IF ρεύματος	133
Εικόνα 3.2.17 Ρεύμα IF στον δέκτη ως προς άξονα συχνοτήτων	134
Εικόνα 3.2.18 Κανονικοποιημένη μορφή IF ρεύματος με άξονα συχνοτήτων	135
Εικόνα 3.2.19 Μετασχηματισμός Fourier σήματος στον δέκτη μετά το LPF	135
Εικόνα 3.2.20 Κορυφές-συναρτήσεις Dirac στο πεδίο Fourier	135
Εικόνα 3.2.21 Μετασχηματισμός Fourier με κανονικοποιημένο άξονα	137
Εικόνα 3.2.22 Κορυφές στο πεδίο Fourier με κανονικοποιημένο άξονα	137

Εικόνα 3.2.23 Πίνακας 3 διαστάσεων στο MATLAB. πηγή: [67]	139
Εικόνα 4.1 Τριγωνική Κυματομορφή	140
Εικόνα 4.2 Σήμα ενδιάμεσης συχνότητας για τριγωνική κυματομορφή διαμόρφωσης. πηγή: [45]	142
Εικόνα 4.3 Τριγωνική κυματομορφή διαμόρφωσης με επίδραση του φαινομένου Doppler.	143
Εικόνα 4.4 Ημιτονοειδής κυματομορφή διαμόρφωσης συχνότητας. πηγή: [45]	144
Εικόνα 4.5 Διαμόρφωση συχνότητας σύμφωνα με την Stepwise Κυματομορφή. πηγή: [14]	149
Εικόνα 5.1.1 Ισοδύναμο κύκλωμα εξόδου φωτοδιόδου Tx	157
Εικόνα 5.1.2 Θόρυβος βολής στην έξοδο της φωτοδιόδου	160
Εικόνα 5.1.3 Φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου του ενισχυτή συναρτήσει του παράγοντα θορύβου	162
Εικόνα 5.1.4 Σχηματική αναπαράσταση της διάταξης	165
Εικόνα 5.1.5 Θόρυβος λέιζερ-RIN	169
Εικόνα 5.1.6 Θόρυβος ενισχυτή	173
Εικόνα 5.1.7 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό-Γραμμική Κλίμακα	178
Εικόνα 5.1.8 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό-Λογαριθμική Κλίμακα	178
Εικόνα 5.1.9 Περιοχές Θορύβου	179
Εικόνα 5.1.10 Σηματοθορυβικός λόγος στον πομπό ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου	180
Εικόνα 5.1.11 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον δέκτη	182
Εικόνα 5.1.12 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον δέκτη σε λογαριθμική κλίμακα	183
Εικόνα 5.1.13 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή	185
Εικόνα 5.1.14 Ισοδύναμο κύκλωμα εισόδου του δέκτη Rx	186
Εικόνα 5.1.15 Συνολικά σήματα στον δέκτη	187
Εικόνα 5.1.16 Πολλαπλασιασμός THz σήματος με τον θόρυβο από το PCA	188
Εικόνα 5.1.17 Πολλαπλασιασμός σήματος αγωγιμότητας $G(t)$ με τον θόρυβο στην είσοδο του δέκτη	188
Εικόνα 5.1.18 Πολλαπλασιασμός του θορύβου από το PCA με τον θόρυβο στην είσοδο του δέκτη	190
Εικόνα 5.2.1 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 50 Hz	194
Εικόνα 5.2.2 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 50 Hz	194
Εικόνα 5.2.3 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 1 kHz	194
Εικόνα 5.2.4 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 1 kHz	194
Εικόνα 5.2.5 Φάσμα στατικού λέιζερ για εύρος δέσμης 10 kHz	195
Εικόνα 5.2.6 Φάσμα διαμορφωμένου λέιζερ για εύρος δέσμης 10 kHz	195
Εικόνα 5.2.7 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 1 MHz	196
Εικόνα 5.2.8 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 1 MHz με διαμόρφωση περιβάλλουσας	196
Εικόνα 5.2.9 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 25 MHz	196
Εικόνα 5.2.10 Θόρυβος φάσης για εύρος δέσμης 25 MHz με διαμόρφωση περιβάλλουσας	196
Εικόνα 6.1.1 Σχηματική αναπαράσταση εναλλακτικής αρχιτεκτονικής	198
Εικόνα 6.1.2 Υλοποίηση δεύτερης αρχιτεκτονικής σε επίπεδο PIC	198
Εικόνα 6.1.3 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς τις απώλειες διασύνδεσης	206
Εικόνα 6.1.4 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς την αποκρισμότητα της φωτοδιόδου	206
Εικόνα 6.1.5 Ισχύς THz σε συζυγές φορτίο ως προς το κέρδος ενισχυτή	207
Εικόνα 6.2.1 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό ως προς το $I_{dc}$ -Γραμμική κλίμακα	217
Εικόνα 6.2.2 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον πομπό ως προς το $I_{dc}$ -Λογαριθμική κλίμακα	217
Εικόνα 6.2.3 Περιοχές Θορύβου στον πομπό	218
Εικόνα 6.2.4 Σηματοθορυβικός λόγος στον πομπό ως προς το DC ρεύμα της φωτοδιόδου	219
Εικόνα 6.2.5 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στην είσοδο του δέκτη	221
Εικόνα 6.2.6 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στην είσοδο του δέκτη σε λογαριθμική κλίμακα	221

Εικόνα 6.2.7 Φασματικές πυκνότητες ισχύος θορύβου στον τοπικό φωτονικό ταλαντωτή 222  
Εικόνα 7.1 Σχηματική αναπαράσταση διάταξης της TOPTICA για μέτρηση αντίστασης μεμβράνης πηγή: [74]

231

# Κατάλογος Πινάκων

---

Πίνακας 1.1.1 Περιοχές Ηλεκτρομαγνητικού Φάσματος	11
Πίνακας 3.1.1 Ορισμός Παραμέτρων	57
Πίνακας 3.1.1 Ορισμός Παραμέτρων .....	57

## Βιβλιογραφία

---

- [1] *Electromagnetic spectrum* (2023a) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic\\_spectrum](https://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_spectrum).
- [2] *Terahertz radiation* (2023) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz\\_radiation](https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz_radiation).
- [3] Paschotta, Dr.R. (2023) *Finesse, , explained by RP; cavity, bandwidth, optical resonator, sharp resonances, spectral analysis, Q factor*. Available at: <https://www.rp-photonics.com/finesse.html>.
- [4] Coutaz, J.-L., Garet, F. and Wallace, V.P. (2019) *Principles of terahertz time-domain spectroscopy: An introductory textbook*. CRC Press.
- [5] Siegel, Peter (2002). "[Studying the Energy of the Universe](#)". NASA. Education materials. U.S. [National Aeronautics and Space Administration](#). Retrieved 19 May 2021.
- [6] "[Article 2.1: Frequency and wavelength bands](#)". Radio Regulations (zipped PDF) (2016 ed.). [International Telecommunication Union](#). 2017. Retrieved 9 November 2019.
- [7] Dhillon, S.S.; Vitiello, M.S.; Linfield, E.H.; Davies, A.G.; Hoffmann, Matthias C.; Booske, John; et al. (2017). "[The 2017 terahertz science and technology roadmap](#)". *Journal of Physics D: Applied Physics*. **50** (4): 2. [Bibcode:2017JPhD...50d3001D](#). [doi:10.1088/1361-6463/50/4/043001](#). [hdl:10044/1/43481](#).
- [8] *Non-ionizing radiation* (2023) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Non-ionizing\\_radiation](https://en.wikipedia.org/wiki/Non-ionizing_radiation) (Accessed: 18 September 2023).
- [9] "[JLab generates high-power terahertz light](#)". *CERN Courier*. 1 January 2003.
- [10] Ahi, Kiarash (2018). "A method and system for enhancing the resolution of terahertz imaging". *Measurement*. **138**: 614-619. [doi:10.1016/j.measurement.2018.06.044](#). [S2CID 116418505](#)
- [11] *Terahertz spectroscopy and Technology* (2022) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz\\_spectroscopy\\_and\\_technology](https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz_spectroscopy_and_technology).
- [12] Safian, R., Ghazi, G. and Mohammadian, N. (2019) 'Review of photomixing continuous-wave terahertz systems and current application trends in terahertz domain', *Optical Engineering*, 58(11), p. 1. doi:10.1117/1.oe.58.11.110901.



- [13] Liebermeister, L. *et al.* (2021) ‘Terahertz Multilayer Thickness Measurements: Comparison of Optoelectronic Time and Frequency Domain Systems’, *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves* [Preprint]. doi:10.1007/s10762-021-00831-5.
- [14] Liebermeister, L. *et al.* (2021a) ‘Optoelectronic frequency-modulated continuous-wave terahertz spectroscopy with 4 THz bandwidth’, *Nature Communications*, 12(1). doi:10.1038/s41467-021-21260-x.
- [15] Kutz, J. *et al.* (2022) ‘A Terahertz Fast-Sweep Optoelectronic Frequency-Domain Spectrometer: Calibration, Performance Tests, and Comparison with TDS and FDS’, *Applied Sciences*, 12(16), p. 8257. doi:10.3390/app12168257.
- [16] *Terahertz time-domain spectroscopy* (2023) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz\\_time-domain\\_spectroscopy](https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz_time-domain_spectroscopy).
- [17] *Hilbert transform* (2023) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert\\_transform](https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert_transform).
- [18] *hilbert* (no date) *MATLAB & Simulink*. Available at: <https://www.mathworks.com/help/signal/ug/hilbert-transform>.
- [19] *Transfer-matrix method (optics)* (2023) *Wikipedia*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Transfer-matrix\\_method\\_\(optics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Transfer-matrix_method_(optics)).
- [20] Wikipedia contributors. (2023). Fresnel equations. *Wikipedia*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations)
- [21] Wikipedia contributors. (2023a). Chirp spectrum. *Wikipedia*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Chirp\\_spectrum](https://en.wikipedia.org/wiki/Chirp_spectrum)
- [22] Mackay, T. G., & Lakhtakia, A. (2020). The Transfer-Matrix method in electromagnetics and optics. *Synthesis Lectures on Electromagnetics*, 1(1), 1–126.  
<https://doi.org/10.2200/s00993ed1v01y202002ema001>
- [23] Paschotta, R. (2023, September 6). *Shot noise*. 2023 RP Photonics AG. [https://www.rp-photonics.com/shot\\_noise.html#:~:text=A%20fundamental%20limit%20to%20the,discreteness%20of%20photons%20and%20electrons](https://www.rp-photonics.com/shot_noise.html#:~:text=A%20fundamental%20limit%20to%20the,discreteness%20of%20photons%20and%20electrons).
- [24] Paschotta, Dr. R. (2023, September 6). *Shot noise*. Shot noise, explained by RP; quantum noise, laser, photons. [https://www.rp-photonics.com/shot\\_noise.html](https://www.rp-photonics.com/shot_noise.html)
- [25] Wikimedia Foundation. (2023a, September 11). *Shot noise*. *Wikipedia*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Shot\\_noise](https://en.wikipedia.org/wiki/Shot_noise)

- [26] Wikimedia Foundation. (2023a, August 7). *Laser pumping*. Wikipedia.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Laser\\_pumping](https://en.wikipedia.org/wiki/Laser_pumping)
- [27] Ivaniga, T., & Ivaniga, P. (2017). Comparison of the Optical Amplifiers EDFA and SOA Based on the BER and Q-Factor in C-Band. *Advances in Optical Technologies*, 2017, 1–9.  
<https://doi.org/10.1155/2017/9053582>
- [28] Wikimedia Foundation. (2023b, September 11). *Photodiode*. Wikipedia.  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Photodiode>
- [29] Wikimedia Foundation. (2023a, August 2). *Dark current (physics)*. Wikipedia.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Dark\\_current\\_\(physics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Dark_current_(physics))
- [30] Paschotta, Dr. R. (2023a, September 6). *Intensity noise*. Intensity noise, explained by RP; laser, power spectral density, r.m.s., RIN. [https://www.rp-photonics.com/intensity\\_noise.html](https://www.rp-photonics.com/intensity_noise.html)
- [31] Introduction to mmwave Sensing: FMCW Radars - Texas Instruments India. (n.d.).  
[https://www.ti.com/content/dam/videos/external-videos/2/3816841626001/5415528961001.mp4/subassets/mmwaveSensing-FMCW-offlineviewing\\_0.pdf](https://www.ti.com/content/dam/videos/external-videos/2/3816841626001/5415528961001.mp4/subassets/mmwaveSensing-FMCW-offlineviewing_0.pdf)
- [32] Christos Tsokos, Peter Maat, Chris Roeloffzen, “Design of a broadband photonics-enabled RF transmitter” [PowerPoint Slides]
- [33] Christos Tsokos, “Noises sources in Analog Optical Links” [PowerPoint Slides],  
[www.lionix-international.com](http://www.lionix-international.com)
- [34] Calabrò, E., & Magazù, S. (2018). Direct spectroscopic evidence for competition between thermal molecular agitation and magnetic field in a tetrameric protein in aqueous solution. *Physics Letters A*, 382(21), 1389–1394. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2018.03.038>
- [35] Wörhoff, K., Heideman, R. G., Leinse, A., & Hoekman, M. (2015). TriPleX: a versatile dielectric photonic platform. *Advanced Optical Technologies*, 4(2), 189–207.  
<https://doi.org/10.1515/aot-2015-0016>
- [36] Marpaung, D., Roeloffzen, C., Heideman, R., Leinse, A., Sales, S., & Capmany, J. (2013). Integrated microwave photonics. *Laser & Photonics Reviews*, 7(4), 506–538.  
<https://doi.org/10.1002/lpor.201200032>
- [37] Wolff, Dipl.-Ing. (FH) C. (n.d.). *Radar Basics*. Radartutorial.  
<https://www.radartutorial.eu/02.basics/Frequency%20Modulated%20Continuous%20Wave%20Radar.en.html>
- [38] Schreiner, N., Baccouche, B., Molter, D., Sauer-Greff, W., Urbansky, R., & Friederich, F. (2017). A transfer matrix modification for accurate terahertz FMCW thickness

measurements. *2017 10th UK-Europe-China Workshop on Millimetre Waves and Terahertz Technologies (UCMMT)*. <https://doi.org/10.1109/ucmmt.2017.8068507>

- [39] Near field loop antenna for the ST25RU3993-EVAL board - Application note. (n.d.-b). [https://www.st.com/resource/en/application\\_note/an5308-near-field-loop-antenna-for-the-st25ru3993eval-board-stmicroelectronics.pdf](https://www.st.com/resource/en/application_note/an5308-near-field-loop-antenna-for-the-st25ru3993eval-board-stmicroelectronics.pdf)
- [40] Katsidis, C. C., & Siapkas, D. I. (2002). General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent, and incoherent interference. *Applied Optics*, *41*(19), 3978. <https://doi.org/10.1364/ao.41.003978>
- [41] Neu, J., & Schmuttenmaer, C. A. (2018). Tutorial: An introduction to terahertz time domain spectroscopy (THz-TDS). *Journal of Applied Physics*, *124*(23). <https://doi.org/10.1063/1.5047659>
- [42] Schreiner, N. S., Baccouche, B., Sauer-Greff, W., Urbansky, R., & Friederich, F. (2017). High-resolution FMCW millimeter-wave and terahertz thickness measurements. *2017 European Radar Conference (EURAD)*. <https://doi.org/10.23919/eurad.2017.8249216>
- [43] Lu, J., Qian, Z., & Fang, J. (2015). A fast determination method for transverse relaxation of spin-exchange-relaxation-free magnetometer. *Review of Scientific Instruments*, *86*(4). <https://doi.org/10.1063/1.4916681>
- [44] Urick, V. J., McKinney, J. D., & Williams, K. J. (2015). *Fundamentals of microwave photonics*. Wiley.
- [45] Zheng, J. (2005). *Optical frequency-modulated continuous-wave interferometry*. Springer.
- [46] *High-Order Modulation for Optical Fiber Transmission*. (n.d.). . Scholars Portal.
- [47] Liebermeister, L., Nellen, S., Kohlhaas, R., Breuer, S., Schell, M., & Globisch, B. (2019). Ultra-fast, High-Bandwidth Coherent cw THz Spectrometer for Non-destructive Testing. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, *40*(3), 288–296. <https://doi.org/10.1007/s10762-018-0563-6>
- [48] Harter, T., Ummethala, S., Blaicher, M., Muehlbrandt, S., Wolf, S., Weber, M., Adib, M. M., Kemal, Juned. N., Merboldt, M., Boes, F., Nellen, S., Tessmann, A., Walther, M., Globisch, B., Zwick, T., Freude, W., Randel, S., & Koos, C. (2019). Wireless THz link with optoelectronic transmitter and receiver. *Optica*, *6*(8), 1063. <https://doi.org/10.1364/optica.6.001063>
- [49] Harter, T., Ummethala, S., Blaicher, M., Muehlbrandt, S., Wolf, S., Weber, M., Adib, M. M., Kemal, Juned. N., Merboldt, M., Boes, F., Nellen, S., Tessmann, A., Walther, M., Globisch, B., Zwick, T., Freude, W., Randel, S., & Koos, C. (2019). Wireless THz link with optoelectronic transmitter and receiver: Supplementary material. *Optica*, *6*(8), 1063. <https://doi.org/10.1364/optica.6.001063>

- [50] Dubey, N. (2023, March 8). *Difference between Homodyne and Heterodyne Detection* -. Electronics Club. <https://electronics-club.com/difference-between-homodyne-and-heterodyne-detection/>
- [51] Vaughan, J. M. (2017). The Plane Fabry–Perot Interferometer. *The Fabry–Perot Interferometer*, 89–134. <https://doi.org/10.1201/9780203736715-3>
- [52] Nazarathy, M., Sorin, W. V., Baney, D. M., & Newton, S. A. (1989). Spectral analysis of optical mixing measurements. *Journal of Lightwave Technology*, 7(7), 1083–1096. <https://doi.org/10.1109/50.29635>
- [53] Stanze, D., Globisch, B., Dietz, R. J., Roehle, H., Gobel, T., & Schell, M. (2014). Multilayer thickness determination using continuous wave thz spectroscopy. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 4(6), 696–701. <https://doi.org/10.1109/tthz.2014.2348414>
- [54] Govind P.Agraval, «Συστήματα επικοινωνιών με οπτικές ίνες», Εκδόσεις Τζιόλα, 2008.
- [55] Χ. Καψάλης και Π. Κωττής, «Κεραίες Ασύρματες Ζεύξεις», Εκδόσεις Τζιόλα, 2008.
- [56] Παναγιώτης Γ. Κωττής, «Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες – Διαμόρφωση και μετάδοση σημάτων», Εκδόσεις Τζιόλα, 2019.
- [57] Γεώργιος Καραγιάννης και Πέτρος Α. Μαραγκός, «Βασικές αρχές σημάτων και συστημάτων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου 2011.
- [58] Σημειώσεις από το μάθημα «Φωτονική Τεχνολογία για Τηλεπικοινωνίες», Ηρακλής Αβραμόπουλος, ΣΗΜΜΥ-ΕΜΠ.
- [59] Σημειώσεις από το μάθημα «Συστήματα Μετάδοσης Οπτικών Ινών», Ηρακλής Αβραμόπουλος, ΣΗΜΜΥ-ΕΜΠ.
- [60] Σημειώσεις από το μάθημα «Ηλεκτρομαγνητικά Πεδία Α», Ηλίας Ν. Γλύτσης, ΣΗΜΜΥ-ΕΜΠ, <http://users.ntua.gr/eglytsis/>.
- [61] Simon Haykin, Michael Moher, «Συστήματα Επικοινωνίας», Εκδόσεις Παπασωτηρίου 2009.
- [62] Dhliwayo, J., & Jabulani Dhliwayo Founder and Technical Director at FiberGuide. (2020, September 1). *Laser diodes*. Fiberguide. <https://fiberguide.net/laser-diodes/>
- [63] Shaik, A. (2018, September 26). *EDFA (erbium doped fiber amplifier)*. Physics and RadioElectronics. <https://www.physics-and-radio-electronics.com/blog/edfa-erbium-doped-fiber-amplifier/>

- [64] Ivaniga, T., & Ivaniga, P. (2017b, January 9). *Comparison of the optical amplifiers EDFA and SOA based on the BER and  $\gamma$ -factor in C-band*. *Advances in Optical Technologies*. <https://www.hindawi.com/journals/aot/2017/9053582/>
- [65] Storr, W. (2022, August 6). *PN junction theory for semiconductor diodes*. *Basic Electronics Tutorials*. [https://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode\\_2.html](https://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode_2.html)
- [66] Bhakti. (2018, March 23). *What are the types of photodiode ? - pin photodiode & avalanche photodiode*. *Electronics Coach*. <https://electronicscoach.com/types-of-photodiode.html>
- [67] *Multidimensional Arrays*. *Multidimensional Arrays - MATLAB & Simulink*. (n.d.). <https://www.mathworks.com/help/matlab/math/multidimensional-arrays.html>
- [68] Mathuranathan. (2021, October 4). *Chirp signal - FFT & PSD in MATLAB & Python*. *GaussianWaves*. <https://www.gaussianwaves.com/2014/07/chirp-signal-frequency-sweeping-fft-and-power-spectral-density-matlab-python/>
- [69] Wikimedia Foundation. (2018, May 29). *Main Lobe*. *Wikipedia*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Main\\_lobe](https://en.wikipedia.org/wiki/Main_lobe)
- [70] Raptakis, A., Gounaridis, L., Epping, J.P. *et al.* Integrated heterodyne laser Doppler vibrometer based on stress-optic frequency shift in silicon nitride. *Photonix* **4**, 30 (2023). <https://doi.org/10.1186/s43074-023-00105-4>
- [71] M. Ali et al., "Dielectric Rod Waveguide-based Radio-Frequency interconnect operating from 55 GHz to 340 GHz," 2022 47th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz), Delft, Netherlands, 2022, pp. 1-2, doi: 10.1109/IRMMW-THz50927.2022.9895995.
- [72] *Work packages* (no date) *POLYNICES Project*. Available at: <https://horizon-depolynices.eu/work-packages/> (Accessed: 03 October 2023).
- [73] *CTL* (no date) *TOPTICA Photonics AG*. Available at: [https://www.toptica.com/products/tunable-diode-lasers/ecdl-dfb-lasers?gad=1&gclid=CjwKCAjw9-6oBhBaEiwAHv1QvGXXitLA7aSdOS9u5iGG2844FZc-GH-ONTr5r5HWnDqWzvAiUdaMJhoC0p8QAvD\\_BwE](https://www.toptica.com/products/tunable-diode-lasers/ecdl-dfb-lasers?gad=1&gclid=CjwKCAjw9-6oBhBaEiwAHv1QvGXXitLA7aSdOS9u5iGG2844FZc-GH-ONTr5r5HWnDqWzvAiUdaMJhoC0p8QAvD_BwE) (Accessed: 03 October 2023).
- [74] *Probing electric properties with terahertz radiation* (no date) *TOPTICA Photonics AG*. Available at: <https://www.toptica.com/application-notes/probing-electric-properties-with-terahertz-radiation> (Accessed: 03 October 2023).
- [75] Wikimedia Foundation. (2023, February 4). *Modulating retro-reflector*. *Wikipedia*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Modulating\\_retro-reflector#:~:text=A%20modulating%20retro%2Dreflector%20\(MRR,functions%20such%20as%20programmable%20signage](https://en.wikipedia.org/wiki/Modulating_retro-reflector#:~:text=A%20modulating%20retro%2Dreflector%20(MRR,functions%20such%20as%20programmable%20signage).



