

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΠΜΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική
φόρτιση σε περιβάλλον διεπαφής μεταξύ γλώσσας
προγραμματισμού και λογισμικού Πεπερασμένων
Στοιχείων**

Κυριάκος Β. Κούτουλας

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ :
Μιχαήλ Φραγκιαδάκης
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2023

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Φθάνοντας στο τέλος της παρούσης εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους τους ανθρώπους που με βοήθησαν και κυρίως:

Τον επιβέποντα καθηγητή μου, Μιχάλη Φραγκιαδάκη, για τη διαρκή στήριξη και την ουσιαστική καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια εκπόνησης της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

Τον υποψήφιο διδάκτορα και φίλο μου Σπύρο Διαμαντόπουλο για τη συνεχή βοήθεια και στήριξη που μου παρείχε όλους αυτούς τους μήνες.

Την οικογένειά μου: τους γονείς μου Βασίλη και Θεοδώρα και τον αδερφό μου Σπύρο που βρίσκονται πάντα κοντά μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εξετάστηκε η δυναμική απόκριση σωμάτων και πλαισίων που υπόκεινται σε λικνιστική κίνηση ύστερα από τη διέγερση της βάσης τους, με χρήση του OpenSeesPy. Η Python προτιμήθηκε διότι είναι εύκολη στη χρήση, οδηγεί σε μειωμένους χρόνους ανάλυσης και άμεσης εξοικείωσης. Τα σώματα καθώς και τα υποστυλώματα των πλαισίων μελετήθηκαν ως άκαμπτα αλλά και ως εύκαμπτα, ενώ οι δοκοί θεωρήθηκαν άκαμπτες σε κάθε μία από τις αναλύσεις. Η πρώτη προσέγγιση στο εξεταζόμενο πρόβλημα αφορούσε την επίλυση της εξίσωσης κίνησης, ενώ αργότερα εξετάστηκαν διάφορα προσομοιώματα με απλά αλλά και λεπτομερή μοντέλα Πεπερασμένων Στοιχείων. Λικνιζόμενα πλαίσια συναντώνται σε ιστορικές κατασκευές (π.χ. Πορτάρ-Νάξος) ενώ τα τελευταία έτη έχουν μελετηθεί και σχεδιαστεί σύγχρονες γέφυρες με μεσόβαθρα που αποτελούνται από εγκάρσια λικνιζόμενα πλαίσια. Σε αρχαίες κατασκευές μία άκαμπτη δοκός (επιστύλιο) στηρίζεται σε υποστυλώματα που εδράζονται ελεύθερα σχηματίζοντας ένα λικνιζόμενο πλαίσιο. Η προφανής απουσία μηχανισμού αντοχής στα οριζόντια φορτία δεν αποτρέπει τη σύγχρονη Αντισεισμική Μηχανική από το σχεδιασμό και την εφαρμογή λικνιζόμενων πλαισίων σε διάφορα συστήματα, ιδιαίτερα σε γέφυρες, κυρίως λόγω της αξιοσημείωτης αντίστασή τους σε σεισμούς.

Η προσομοίωση της απόκρισης σε σεισμό των λικνιζόμενων πλαισίων μπορεί να πραγματοποιηθεί με ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα. Όπως στην περίπτωση των σωμάτων, τα λικνιζόμενα πλαίσια επιλύονται αρχικά με τη χρήση μονοβάθμιου ταλαντωτή. Στην εργασία έχει αμεληθεί η ολίσθηση και η αναπήδηση ενώ όλες οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν στις δυο διαστάσεις. Επίσης το πλαίσιο μπορεί να διαμορφωθεί με μοντέλο που χρησιμοποιεί στοιχεία δοκού τα οποία συνδέονται με στροφικά ελατήρια στη βάση και το κατάστρωμα/επιστύλιο. Τα ελατήρια έχουν σχέση ροπής-στροφής με αρνητική δυσκαμψία. Έπειτα γίνεται η παρουσίαση ενός δεύτερου πιο αναλυτικού μοντέλου με χρήση στοιχείων δοκού. Τα μοντέλα που σχεδιάζονται με πεπερασμένα στοιχεία δοκού οδηγούν στην επίλυση πλαισίων που διαθέτουν άκαμπτα αλλά και εύκαμπτα υποστυλώματα. Το παρών μοντέλο παρέχει επίσης ασφαλείς λύσεις για λικνιζόμενα πλαίσια με προεντεταμένα υποστυλώματα. Αργότερα μελετήθηκε η περίπτωση ενός ελαστικού τένοντα που διέρχεται από το κέντρο τους. Τέλος εξετάστηκε η σεισμική συμπεριφορά λικνιζόμενων πλαισίων με απλή έδραση τα οποία έχουν ανισουπή και ασύμμετρα υποστυλώματα. Όλα τα μοντέλα που εξετάστηκαν, μπορούν εύκολα να προσομοιωθούν σε κώδικες ή προγράμματα Πεπερασμένων Στοιχείων που είναι ευρέως διαθέσιμα και με τα οποία οι μηχανικοί είναι εξοικειωμένοι. Όπως αποδείχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, μπορούμε να επιτύχουμε ακριβή αποτελέσματα αποφεύγοντας περίπλοκες και ειδικά διαμορφωμένες αναλυτικές λύσεις οι οποίες σε κάποιες περιπτώσεις είναι αδύνατο ή χρονοβόρο να επιλυθούν.

ABSTRACT

In this thesis, we explored the dynamic behavior of blocks and frames that undergo rocking motion when subjected to base excitation, using OpenSeesPy. Python was preferred because it is easy to use, leading to reduced analysis and familiarization times. We investigated scenarios involving both rigid and flexible columns, while the epistyle or beam was consistently treated as rigid throughout our analyses. Initially, we approached the problem through analytical methods by solving the equation of motion. Subsequently, we delved into more complex Finite Element models, ranging from simple to detailed ones. Rocking frames are observed in historical constructions such as the Portara in Naxos, as well as in modern bridge designs in recent years. These modern bridges incorporate transverse rocking frames in their central pedestals. In ancient architecture, freestanding columns were paired with a freely supported rigid beam (architrave) to create a rocking frame. In the realm of Earthquake Engineering, rocking frames are now intentionally integrated into various systems, especially bridges. Their ability to withstand earthquakes remarkably well is intriguing, given the apparent absence of a conventional lateral load-bearing mechanism. Research has demonstrated that the seismic response of rocking frames can be analogously represented as a rocking block, even for frames with rigid structural components.

Initially, we treated the rocking frame as an equivalent block using a specially designed single-degree-of-freedom rocking oscillator. Our analysis disregarded sliding and uplift effects, and a two-dimensional perspective was adopted throughout. Furthermore, an alternative model involved using beam elements connected with rotational springs at their base and deck/epistyle. These springs exhibited a counterintuitive negative stiffness moment-rotation relationship. A more detailed approach was also presented, utilizing beam finite elements. This approach allowed us to tackle both rigid and flexible rocking frames. Moreover, the Finite Element Modeling (FEM) method yielded stable solutions for rocking frames with vertically restrained-prestressed columns. We even considered a scenario involving an elastic tendon passing through their central axis. Finally, we investigated the seismic response of a freestanding rocking frame with columns of unequal heights or widths, introducing an asymmetric aspect. All of the proposed models are readily implementable in widely available Finite Element software, which engineers are familiar with. As demonstrated by this thesis, these models offer precise results while sidestepping the need for intricate and tailor-made analytical solutions, which tend to consume significant time and resources.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	17
1.1	Επιλογή του OpenSeesPy ως εργαλείου μελέτης του rocking	17
1.2	Λικνισμός άκαμπτου σώματος	18
1.3	Λικνισμός άκαμπτου σώματος με κατακόρυφους τένοντες	20
1.4	Λικνισμός ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου	22
1.5	Λικνισμός πλαισίου με προεντεταμένα υποστυλώματα	27
1.6	Λικνισμός πλαισίου με ανισοϋψή υποστυλώματα	29
2	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ	31
2.1	Ελεύθερα εδραζόμενο σώμα	31
2.2	Σώμα με κατακόρυφους τένοντες	31
2.3	Αποτελέσματα	32
3	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟ ΣΩΜΑ	37
3.1	Ισοδύναμο σώμα με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R}	38
3.1.1	Μοντέλο για ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο	38
3.1.2	Μοντέλο για λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες	39
3.2	Ισοδύναμο σώμα με τροποποιημένη στροφική ροπή αδράνειας I'	40
3.2.1	Μοντέλο για ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο	40
3.2.2	Μοντέλο για λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες	41
3.3	Αποτελέσματα	42
4	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ	53
4.1	Ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο	53
4.1.1	Πλαίσιο με δύο συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα	53
4.1.2	Πλαίσιο με τρία συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα	54
4.1.3	Αποτελέσματα	56

4.2	Λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες	61
4.2.1	Πλαίσιο με δύο συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα	61
4.2.2	Πλαίσιο με τρία συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα	62
4.2.3	Αποτελέσματα	64
5	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΕΥΚΑΜΠΤΑ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ	67
5.1	Μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με εύκαμπτα υποστυλώματα	67
5.2	Αποτελέσματα	68
6	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΕΔΡΑΖΟΜΕΝΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΑΚΑΜΠΤΑ ΑΝΙΣΟΨΗ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ	71
6.1	Αποτελέσματα	73
7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	77
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	79
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	81

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

1.1	Κίονες, Ηλεία	18
1.2	Άκαμπτο λικνιζόμενο σώμα	19
1.3	Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής λικνιζόμενου σώματος	20
1.4	(α) Λικνιζόμενο σώμα με κατακόρυφους τένοντες, (β) Σχέση Ροπής-Στροφής	21
1.5	Παρθενώνας	22
1.6	Πορτάρα-Νάξος	23
1.7	Στοά του Απάλου, Αρχαία Αγορά	23
1.8	Ναός Κάστορα και Πολυδεύκη, Ρώμη	24
1.9	Σιδηροδρομική γέφυρα Rangitikei, Νέα Ζηλανδία	24
1.10	Λικνιζόμενο πλαίσιο	25
1.11	Λικνιζόμενο πλαίσιο με ανισοϋψή υποστυλώματα	30
2.1	(α) Ισοδύναμος μονοβάθμιος ταλαντωτής ενός λικνιζόμενου σώματος, (β) Μοντέλο άκαμπτου σώματος με ελατήριο	32
2.2	Σεισμικές Καταγραφές	33
2.3	Σύγκριση των στροφών μεταξύ της αναλυτικής λύσης λικνιζόμενου σώματος και του προτεινόμενου μοντέλου που υποβάλλεται στους σεισμούς του Σχ. 2.2.	34
2.4	Σύγκριση των στροφών μεταξύ της αναλυτικής λύσης λικνιζόμενου σώματος και του προτεινόμενου μοντέλου που υποβάλλεται στους σεισμούς του Σχ. 2.2.	35
3.1	Ισοδύναμος ταλαντωτής ενός λικνιζόμενου σώματος	37
3.2	Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής του ελατηρίου του μονοβάθμιου ταλαντωτή	38
3.3	Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής του ελατηρίου του μονοβάθμιου ταλαντωτή για πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες	40
3.4	Σεισμικές Καταγραφές	44
3.5	Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη στροφική αδράνεια I' για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 4.8m, \tan\alpha = 0.18, \gamma = 1$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.4.	45

3.6	Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη στροφική αδράνεια I' για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 7.2m, \tan\alpha = 1/6, \gamma = 4$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.4.	45
3.7	Σεισμικές Καταγραφές	46
3.8	Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 4.8m, \tan\alpha = 0.18, \gamma = 1$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.7.	46
3.9	Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 7.2m, \tan\alpha = 1/6, \gamma = 4$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.7.	47
3.10	Σεισμικές Καταγραφές	47
3.11	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με μοντέλο με τροποποιημένο I' υποβαλλόμενο στον (α) σεισμό του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	48
3.12	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με μοντέλο με τροποποιημένο I' υποβαλλόμενο στο σεισμό (β) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	49
3.13	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το μοντέλο με τροποποιημένο \hat{R} , υποβαλλόμενο στο σεισμό (α) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), για μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	50
3.14	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το μοντέλο με τροποποιημένο \hat{R} , υποβαλλόμενο στο σεισμό (α) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), για μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	51
4.1	Αναλυτικό μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με δύο άκαμπτα υποστυλώματα	54
4.2	Αναλυτικό μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με τρία άκαμπτα υποστυλώματα	56
4.3	Σεισμικές Καταγραφές	58

4.4	Σύγκριση μεταξύ της αναλυτικής λύσης και της στροφής του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h = 4.8m, 2b = 0.864m, \gamma = 1$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 4.3.	59
4.5	Σύγκριση μεταξύ της αναλυτικής λύσης και της στροφής του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 4.3.	60
4.6	Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με δύο άκαμπτα υποστυλώματα με κατακόρυφους τένοντες	61
4.7	Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με τρία άκαμπτα υποστυλώματα με κατακόρυφους τένοντες	64
4.8	Σεισμικές Καταγραφές	64
4.9	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στον (α) σεισμό του Σχ. 4.8 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	65
4.10	Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο υποβαλλόμενο στο σεισμό (β) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.	66
5.1	Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με εύκαμπτα υποστυλώματα . . .	68
5.2	Σεισμικές Καταγραφές	68
5.3	Σύγκριση των στροφών πλαισίου με χαρ/κά $2h = 12.5m, \tan\alpha = 0.12, \gamma = 5$ για άκαμπτα και εύκαμπτα υποστυλώματα και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 5.2.	69
5.4	Σύγκριση των στροφών πλαισίου με χαρ/κά $2h = 10.0m, \tan\alpha = 0.10, \gamma = 3$ για άκαμπτα και εύκαμπτα υποστυλώματα και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 5.2.	69
6.1	Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με ανισοϋψή υποστυλώματα . . .	72
6.2	Σεισμικές Καταγραφές	74
6.3	Σύγκριση μεταξύ των γωνιών στροφής θ_1 και θ_2 των υποστυλωμάτων του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h_1 = 8m, 2b_1 = 1.2m, \tan\alpha_1 = 0.15, 2h_2 = 6m, 2b_2 = 1.2m, \tan\alpha_2 = 0.20$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 6.2.	74

6.4	Σύγκριση μεταξύ των λόγων θ_1/α_1 και θ_2/α_2 των υποστυλωμάτων του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h_1 = 8m, 2b_1 = 1.2m, \tan\alpha_1 = 0.15, 2h_2 = 6m, 2b_2 = 1.2m, \tan\alpha_2 = 0.20$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 6.2.	75
-----	---	----

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

3.1	Ιδιότητες του μονοβάθμιου ταλαντωτή που προσομοιώνει το ελεύθερα ε- δραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο με ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα	42
3.2	Ιδιότητες του μονοβάθμιου ταλαντωτή που προσομοιώνει το λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρφους τένοντες με ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα	42
7.1	Σεισμικές καταγραφές που χρησιμοποιήθηκαν.	79

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Επιλογή του OpenSeesPy ως εργαλείου μελέτης του rocking

Στην παρούσα εργασία, για τη μελέτη των μοντέλων που αναπτύχθηκαν για λικνισμό (rocking) χρησιμοποιήθηκε το OpenSeesPy. Παλαιότερα έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία το OpenSees για την ανάλυση λικνιζόμενων συστημάτων (blocks, πλαίσια κλπ). Σε αυτήν την εργασία συγκεντρώθηκαν όλα τα λικνιζόμενα μοντέλα και μελετήθηκε η σεισμική τους απόκριση με χρήση του OpenSeesPy. Το OpenSeesPy διαθέτει αποθηκευμένες τις βιβλιοθήκες του λογισμικού OpenSees και χρησιμοποιείται για την ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων δομικών και γεωτεχνικών συστημάτων. Το ίδιο το OpenSees είναι γραμμένο σε C++ και διαθέτει μια διεπαφή γραμμής εντολών. Το OpenSeesPy παρέχει μια διεπαφή Python για το OpenSees, επιτρέποντας στους χρήστες να αλληλεπιδρούν με το OpenSees χρησιμοποιώντας scripts Python.

Παραθέτονται κάποια από τα πλεονεκτήματα στη χρήση του OpenSeesPy έναντι του OpenSees. Αρχικά, η Python είναι γνωστή για την απλότητα, την ευκολία χρήσης και την αναγνωσιμότητά της. Το OpenSeesPy επιτρέπει στους χρήστες να γράφουν scripts σε Python, τα οποία μπορεί να είναι πιο ευανάγνωστα και ευκολότερα στην εκμάθηση για μηχανικούς και ερευνητές που ήδη είναι εξοικειωμένοι με την Python ή που την βρίσκουν πιο προσιτή από την C++. Σου επιτρέπει να εφαρμόσεις και να δοκιμάσεις πρωτότυπες ιδέες χωρίς την ανάγκη για μακροσκελείς φάσεις από compilation και debugging. Αυτό οδηγεί σε μία πιο αποτελεσματική ροή εργασίας με μειωμένο χρόνο ανάλυσης. Η Python διαθέτει έναν τεράστιο κατάλογο βιβλιοθηκών και εργαλείων για επιστημονικούς υπολογισμούς, ανάλυση δεδομένων και οπτικοποίηση. Το OpenSeesPy μπορεί να αξιοποιήσει αυτές τις βιβλιοθήκες για την ανάλυση δεδομένων, τη δημιουργία γραφικών και την επεξεργασία άλλων καθηκόντων που σχετίζονται με τη δομική ανάλυση και προσομοίωση. Κατά την χρήση του OpenSees, είχε καταστεί αναγκαίο να χρησιμοποιηθεί ένα δεύτερο λογισμικό όπως το Matlab για να καλυφθούν κάποιες νέες απαιτήσεις. Επιτρέπεται στους μηχανικούς να αλληλεπιδρούν με το OpenSees σε αυξητική βάση. Η Python και το OpenSeesPy είναι διαθέσιμα σε πολλές πλατφόρμες, κάτι που διευκολύνει τη συνεργασία με συναδέλφους που χρησιμοποιούν διαφορετικά λειτουργικά συστήματα.

Μπορεί να βρεθεί πλούσιο υλικό, εκπαιδευτικά φυλλάδια και προσφορές χρηστών σχετικά με το OpenSeesPy. Ο κώδικας σε Python τείνει να είναι πιο ευανάγνωστος και συντηρήσιμος από τον κώδικα σε C++. Αυτό μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντικό για μακροπρόθεσμα έργα ή όταν πολλά μέλη της ομάδας εργάζονται στον ίδιο κώδικα. Η Python χρησιμοποιείται συχνά στην εκπαίδευση στη μηχανική. Το OpenSeesPy μπορεί να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τη διδασκαλία των έννοιων της δομικής ανάλυσης στους φοιτητές, καθώς συνδυάζει τη δύναμη του OpenSees με την προσβασιμότητα του Python. Ενδέχεται να υπάρχουν περιπτώσεις όπου η χρήση του OpenSees σε C++ είναι προτιμητέα, όπως όταν η βελτιστοποίηση της απόδοσης είναι κρίσιμη. Ωστόσο, για πολλούς μηχανικούς και ερευνητές, το OpenSeesPy παρέχει έναν πιο προσιτό και φιλικό προς τον χρήστη τρόπο χρήσης των δυνατοτήτων του OpenSees.

1.2 Λικνισμός άκαμπτου σώματος

Ένα άκαμπτο σώμα (rigid block) (Σχ. 1.1) που εδράζεται σε οριζόντια και άκαμπτη επιφάνεια μπορεί να λικνιστεί, να αναπηδήσει, να ολισθήσει, να ανατραπεί ή να πραγματοποιήσει ένα συνδυασμό των παραπάνω όταν υποβάλλεται σε σεισμική διέγερση. Η ανάγκη να κατανοηθεί το φαινόμενο και να εκτιμηθεί η συμπεριφορά του λικνιζόμενου (rocking) σώματος οδήγησε σε διάφορες μελέτες.

Το 1963 ο Housner πρότεινε την εξίσωση κίνησης ενός ελεύθερα εδραζόμενου άκαμπτου λικνιζόμενου σώματος που αποτέλεσε τη βάση για τις μελέτες που ακολούθησαν. Το πρόβλημα αποδείχθηκε ιδιαίτερα δύσκολο λόγω της αδυναμίας πρόβλεψης της συμπεριφοράς του σώματος που υποβάλλεται σε σεισμική φόρτιση ή φόρτιση από αρμονικό παλμό. Κύρια αιτία αποτελεί το γεγονός πως αυξημένο πλάτος επιτάχυνσης δε συνεπάγεται απαραίτητα μεγαλύτερα μεγέθη απόκρισης ή ακόμα και ανατροπή.



Σχήμα 1.1: Κίονες, Ηλεία

Θεωρούμε ένα ελευθέρως εδραζόμενο άκαμπτο σώμα ορθογωνικής διατομής με ύψος $2h$ και πλάτος $2b$ σύμφωνα με το Σχ. 1.2. Υποθέτουμε ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και της άκαμπτης επιφάνειας είναι αρκετά μεγάλος και αποτρέπει την ολίσθηση. Η σεισμική απόκριση ενός σώματος με μάζα m_c , ακτινική απόσταση $R = \sqrt{b^2 + h^2}$ και ραδιότητα $\alpha = \text{atan}(b/h)$ που υποβάλλεται σε οριζόντια σεισμική διέγερση \ddot{u}_g δίνεται από την εξίσωση κίνησης:

$$\ddot{\theta}(t) = -p^2[\sin(\alpha \text{sgn}\theta(t) - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos(\alpha \text{sgn}\theta(t) - \theta(t))] \quad (1.1)$$

Το σώμα θα ξεκινήσει λικνισμό γύρω από το σημείο περιστροφής (Ο ή Ο'), μόνο όταν η επιτάχυνση εδάφους υπερβεί μία συγκεκριμένη τιμή που καθορίζεται από τη σχέση $\ddot{u}_g = g \tan \alpha$. Επιπλέον, σημαντικές παράμετροι αποτελούν η χαρακτηριστική συχνότητα $p =$

$\sqrt{3g/4R}$ και η στροφική ροπή αδράνειας η οποία για σώμα ορθογωνικής διατομής δίδεται από τη σχέση $I_o = (4/3)m_c R^2$. Έτσι η εξίσωση μπορεί να πάρει τη μορφή:

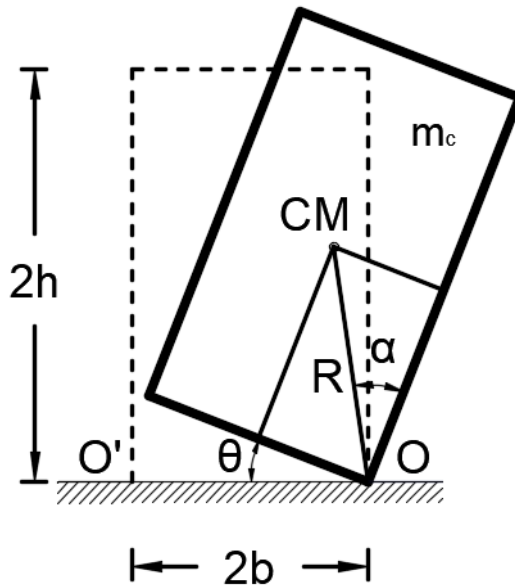
$$I_o \ddot{\theta}(t) + m_c g R \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = -m_c \ddot{u}_g(t) R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \quad (1.2)$$

$$I_o \ddot{\theta}(t) + M_{restoring} = M_{overturning} \quad (1.3)$$

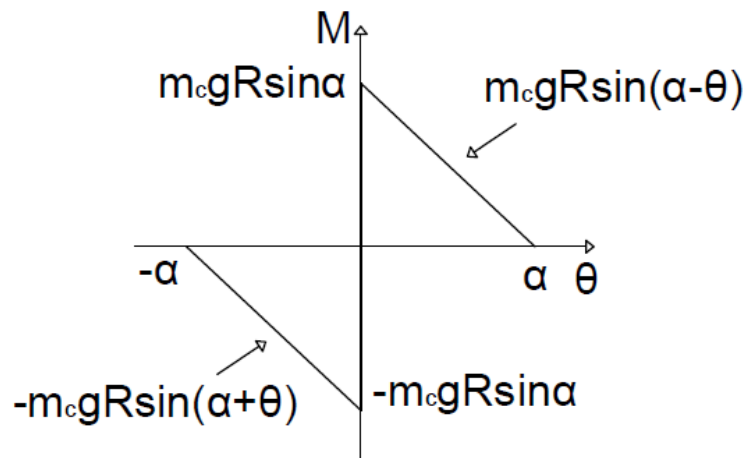
Κατά τη διάρκεια του λικνισμού του σώματος υπό τη σεισμική φόρτιση, η ροπή που τείνει να το επαναφέρει είναι συνάρτηση της στροφής $M(\theta) = m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta)$, ενώ όπως φαίνεται στην καμπύλη ροπής-στροφής του Σχ. 1.2 η ευστάθεια χάνεται όταν η γωνία στροφής ξεπεράσει την τιμή α .

Το άκαμπτο σώμα διαχέει ενέργεια όταν πραγματοποιείται πρόσκρουση της βάσης του με την επιφάνεια και η γωνία θ αλλάζει πρόσημο. Αν θ_1 είναι η γωνιακή ταχύτητα ακριβώς πριν την πρόσκρουση και θ_2 η γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά, τότε ο λόγος της κινητικής ενέργειας μετά και πριν είναι $r = \theta_2^2 / \theta_1^2$. Ο συντελεστής αποκατάστασης ενός λικνιζόμενου σώματος είναι $\eta = \sqrt{r}$. Αυτό σημαίνει ότι η γωνιακή ταχύτητα μετά την πρόσκρουση είναι μόνο \sqrt{r} φορές η ταχύτητα πριν ($\dot{\theta}_2 = \eta \dot{\theta}_1$).

$$r_{block} = (\dot{\theta}_2 / \dot{\theta}_1)^2 = (1 - 3/2 \sin^2 \alpha)^2 \quad (1.4)$$



Σχήμα 1.2: Άκαμπτο λικνιζόμενο σώμα



Σχήμα 1.3: Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής λικνιζόμενου σώματος

1.3 Λικνισμός άκαμπτου σώματος με κατακόρυφους τένοντες

Πριν από περισσότερο από μία δεκαετία, οι Makris και Zhang (2001) και οι Makris και Black (2002) διερεύνησαν την απόκριση σε λικνισμό και την ανατροπή άκαμπτων σωμάτων καθώς και τον εξοπλισμό που είναι στερεωμένος με εύθραυστους περιοριστές και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι κατακόρυφοι τένοντες είναι πιο αποτελεσματικοί στην αποφυγή της ανατροπής των μικρών σωμάτων όταν εκτίθενται σε χαμηλής συχνότητας παλμούς. Καθώς το μέγεθος του υποστυλώματος αυξάνεται, η στροφική αδράνεια του απλά εδραζόμενου υποστυλώματος αυξάνεται με το τετράγωνο του μεγέθους της, και η σεισμική ευστάθεια μεγάλων απλά εδραζόμενων υποστυλωμάτων προέρχεται κυρίως από την δυσκολία να κινηθεί η μεγάλη στροφική τους αδράνεια, παρά την επίδραση των τενόντων. Επισημαίνεται ότι η εκτενής σεισμική αντίσταση των ψηλών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων προέρχεται κυρίως από την δυσκολία να κινηθεί η στροφική τους αδράνεια, ενώ η επίδραση του κατακόρυφου τένοντα γίνεται όλο και πιο περιθωριακή όσο αυξάνεται το μέγεθος του λικνιζόμενου υποστυλώματος. Λαμβάνοντας ίδια γεωμετρία και παραδοχές όπως στο απλά εδραζόμενο σώμα προκύπτει πως η σεισμική απόκριση του λικνιζόμενου σώματος δίνεται από την εξίσωση κίνησης:

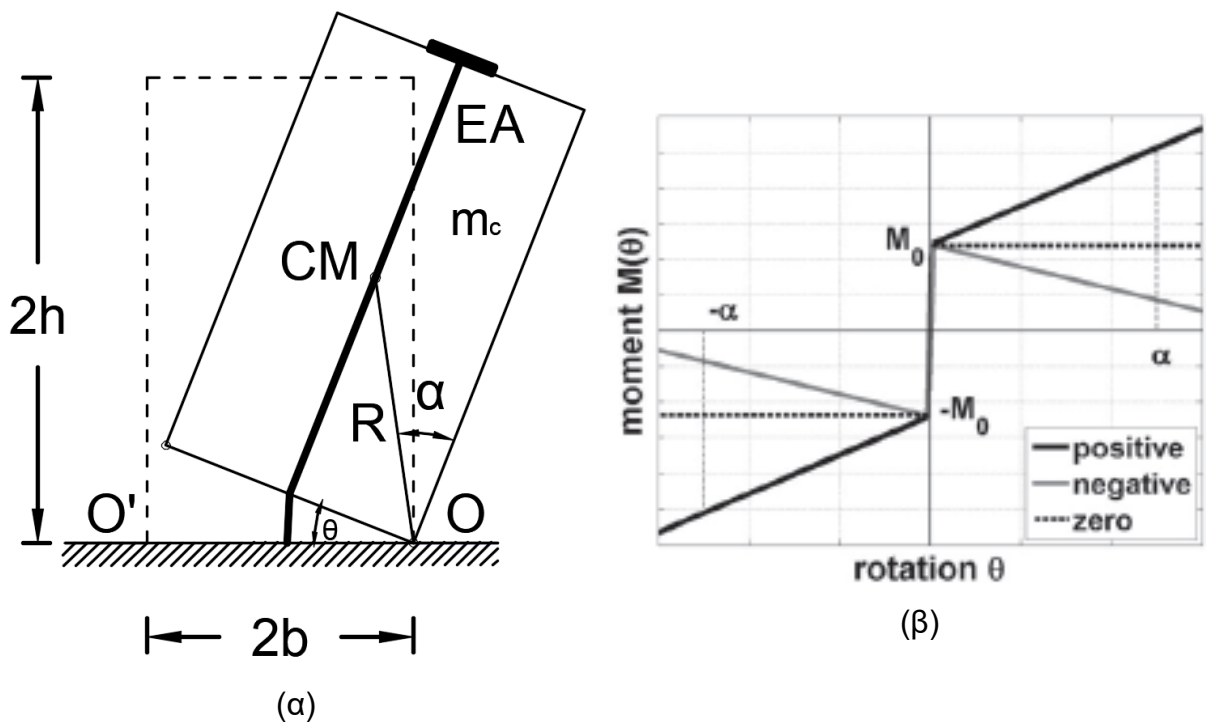
$$\ddot{\theta}(t) = -p^2 [\sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos(\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)) + \sin \alpha \sin \theta(t) \left(\frac{1}{2} \frac{EA}{m_c g} \tan \alpha + \frac{P_o}{m_c g} \frac{1}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta(t)}} \right)] \quad (1.5)$$

όπου EA είναι η ελαστικότητα του τένοντα και P_o η αρχική δύναμη προέντασης. Όταν ένα σώμα διαθέτει κατακόρυφο τένοντα που διέρχεται κατά μήκος της κεντρικής γραμ-

μής της, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.4(α), η ροπή επαναφοράς του τένοντα είναι επίσης ανάλογη με την πρώτη δύναμη του πλάτους του σώματος. Συνεπώς, όσο μεγαλώνει το μέγεθος του block, η σεισμική αντίσταση που προέρχεται από τη δυσκολία να κινηθεί η στροφική αδράνεια του σώματος αυξάνεται κατά R^2 , και τελικά θα υπερισχύσει επί της αντίστασης που προέρχεται από τον τένοντα. Όταν η ελαστικότητα, EA , του τένοντα είναι μικρή σε σύγκριση με το βάρος των λικνιζόμενων σωμάτων $m_c g$, η πλευρική ακαμψία των συστημάτων παραμένει αρνητική κατά τη διάρκεια της ανύψωσης, όπως στην περίπτωση του ελεύθερου λικνισμού. Καθώς η ελαστικότητα, EA , του τένοντα αυξάνεται, η πλευρική ακαμψία του κατακόρυφου στύλου αυξάνεται σταδιακά από αρνητική σε θετική. Ο συντελεστής αποκατάστασης είναι ίδιος με το ελεύθερο σώμα (Εξ.1.4), η ελάχιστη επιτάχυνση ανύψωσης προκύπτει από την Εξ. 1.6 και η συνθήκη για να υπάρχει θετική δυσκαμψία δίνεται από τη σχέση Εξ. 1.7.

$$\ddot{u}_{g,min} = g \tan \alpha \left(1 + \frac{P_o}{m_c g}\right) \quad (1.6)$$

$$\frac{EA}{m_c g} > 2 \frac{(1 + (\tan \alpha)^2)}{(\tan \alpha)^2} \quad (1.7)$$



Σχήμα 1.4: (α) Λικνιζόμενο σώμα με κατακόρυφους τένοντες, (β) Σχέση Ροπής-Στροφής

1.4 Λικνισμός ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου

Μεγάλος αριθμός αρχαίων μνημείων (ελεύθερα εδραζόμενα υποστυλώματα που στηρίζουν επιστύλια, Σχ 1.5, 1.6, 1.7, 1.8) έχει επιζήσει από ισχυρούς σεισμούς ανά τους αιώνες χάρη στην ικανότητά τους να λικνίζονται. Αυτή η παρατήρηση έχει οδηγήσει τους μηχανικούς σε σχεδιασμό και μελέτη γεφυρών (Σχ 1.9) που αποτρέπει σε μεγάλο βαθμό τις ζημιές. Πιο συγκεκριμένα ο λικνισμός παρέχει μία μορφή σεισμικής απομόνωσης, όπου τα συστήματα που έχουν ικανότητα να επανέρχονται στη θέση τους, ελαχιστοποιούν τις παραμένουσες μετακινήσεις και παραμορφώσεις. Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με το πρόβλημα του λικνισμού των πλαισίων και έχουν προσεγγίσει τη σεισμική απόκρισή τους, μέσω αναλυτικών σχέσεων που προέκυψαν από τη μελέτη των αρχών της δυναμικής.



Σχήμα 1.5: Παρθενώνας

Θεωρούμε πλαίσιο που αποτελείται από δύο ελεύθερα εδραζόμενα υποστυλώματα με ίδια γεωμετρία (ύψος $2h$, πλάτος $2b$, ραδινότητα α , ακτίνα $R = \sqrt{b^2 + h^2}$, ροπή αδράνειας I_O και μάζα m_c , τα οποία στηρίζουν μία άκαμπτη δοκό με μάζα m_b , όπως φαίνεται στο Σχ. 1.10. Το πρόβλημα επεκτείνεται για πλαίσιο με N λικνιζόμενα υποστυλώματα και λόγο μαζών $\gamma = m_b/(Nm_c)$ που υποβάλλεται σε οριζόντια σεισμική φόρτιση $\ddot{u}_g(t)$, ενώ οι προσκρούσεις θα συμβούν ταυτόχρονα στα σημεία περιστροφής στη βάση και την κορυφή του. Οι εξαρτημένες μεταβλητές $u(t)$ και $v(t)$ (οριζόντια και κατακόρυφη μετακίνηση της δοκού) είναι:

$$u(t) = 2R(\sin\alpha - \sin(a \pm \theta)) \quad (1.8)$$

$$v(t) = 2R(\cos(\alpha \pm \theta) - \cos\alpha) \quad (1.9)$$

Κατά τη διάρκεια του rocking πρέπει να ικανοποιείται η εξίσωση Langrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\theta}}\right) - \frac{dT}{d\theta} = Q \quad (1.10)$$



Σχήμα 1.6: Πορτάρα-Νάξος



Σχήμα 1.7: Στοά του Αττάλου, Αρχαία Αγορά

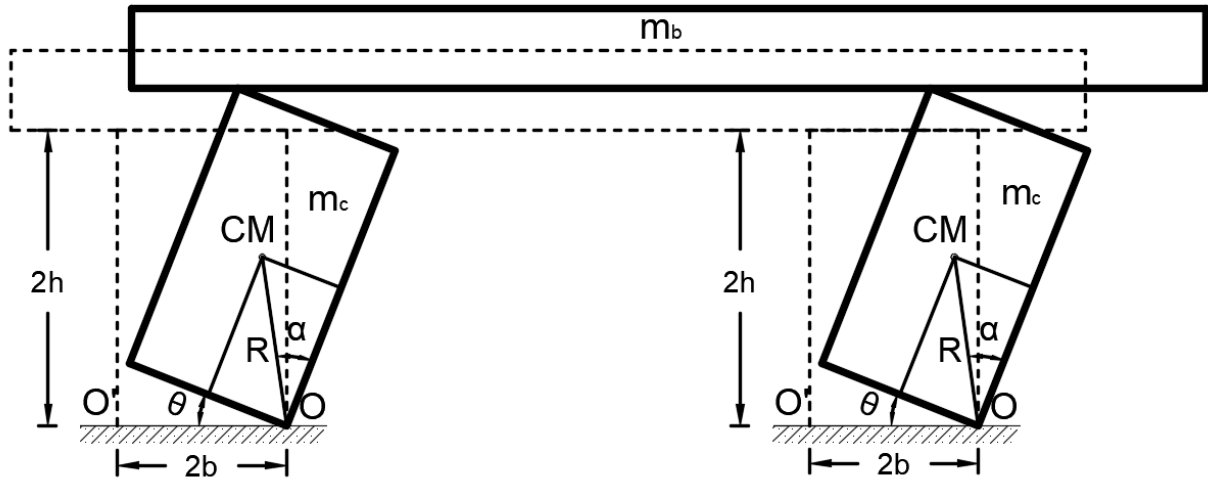
Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική φόρτιση



Σχήμα 1.8: Ναός Κάστορα και Πολυδεύκη, Ρώμη



Σχήμα 1.9: Σιδηροδρομική γέφυρα Rangitikei, Νέα Ζηλανδία



Σχήμα 1.10: Λικνιζόμενο πλαίσιο

Η κινητική ενέργεια T του συστήματος για $\theta(t) < 0$ ή $\theta(t) > 0$ είναι:

$$T = N \frac{1}{2} I_o \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_b (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) \quad (1.11)$$

Η γενικευμένη δύναμη που δρα στο σύστημα για $\theta(t) < 0$ ή $\theta(t) > 0$ είναι:

$$Q = \frac{dW}{d\theta} = \pm (m_b + \frac{N}{2} m_c) (\ddot{u}_g \frac{du}{d\theta} \mp g \frac{dv}{d\theta}) \quad (1.12)$$

όπου W είναι το έργο από τις εξωτερικές δυνάμεις που δρουν στο σύστημα. Με αντικατάσταση στην Εξ. 1.10 προκύπτει η εξίσωση κίνησης του λικνιζόμενου πλαισίου για $\theta(t) < 0$ ή $\theta(t) > 0$:

$$\frac{\frac{I_o}{2m_c R} + 2\gamma R}{(\gamma + \frac{1}{2})g} \ddot{\theta}(t) = -\sin[\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)] - \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos[\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)] \quad (1.13)$$

Για τα υποστυλώματα ορθογωνικής διατομής ισχύει $I_o = (4/3)m_c R^2$, ενώ η χαρακτηριστική συχνότητα κάθε υποστυλώματος είναι $p = \sqrt{3g/4R}$. Η εξίσωση κίνησης μπορεί να γραφεί ως:

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma} p^2 [\sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t))] \quad (1.14)$$

Η εξίσωση κίνησης του λικνιζόμενου πλαισίου είναι παρόμοια με εκείνη του άκαμπτου λικνιζόμενου σώματος, αν η τελευταία πολλαπλασιαστεί με $(1+2\gamma)/(1+3\gamma)$. Το πλαίσιο χάνει την ευστάθεια που του προσφέρει το ίδιο βάρος του όταν $\theta = \alpha$ και επομένως ανατρέπεται

όταν η γωνία στροφής ξεπεράσει τη συγκεκριμένη τιμή. Η ελάχιστη επιτάχυνση που απαιτείται για την αρχική ανύψωση του πλαισίου, ώστε να ξεκινήσει να λικνίζεται, είναι ξανά $\ddot{u}_{g,min} = g \tan \alpha$.

Ο μέγιστος συντελεστής αποκατάστασης η_{frame} του λικνιζόμενου πλαισίου κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης της βάσης και της κορυφής του υποστυλώματος με την επιφάνεια του εδάφους και τη δοκό αντίστοιχα, υπολογίζεται εφαρμόζοντας το θεώρημα της στροφορμής στο υποστύλωμα πριν και μετά την πρόσκρουση. Αν $\dot{\theta}_1$ είναι η γωνιακή ταχύτητα ακριβώς πριν την πρόσκρουση και $\dot{\theta}_2$ η γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά, η στροφορμή ενός υποστυλώματος του πλαισίου ως προς το σημείο περιστροφής Ο είναι αντίστοιχα:

$$H_1 = (I_o - 2m_c b R \sin \alpha) \dot{\theta}_1 \quad (1.15)$$

$$H_2 = I_o \dot{\theta}_2 \quad (1.16)$$

Ανάλογα, η αλλαγή της ορμής της δοκού στην οριζόντια και την κατακόρυφη διεύθυνση πριν και αμέσως μετά είναι:

$$\int_{dt} F_x dt = [2m_b R \cos \alpha (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)] / N \quad (1.17)$$

$$\int_{dt} F_z dt = [2m_b R \sin \alpha (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)] / N \quad (1.18)$$

Ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής:

$$H_1 - 2b \int_{dt} F_z dt + 2h \int_{dt} F_x dt = H_2 \quad (1.19)$$

Με αντικατάσταση προκύπτει ο λόγος της κινητικής ενέργειας του πλαισίου πριν και μετά την πρόσκρουση:

$$r_{frame} = \left(\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} \right)^2 = \left(\frac{1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha + 3\gamma \cos 2\alpha}{1 + 3\gamma} \right)^2 \quad (1.20)$$

Η Εξ. 1.20 δείχνει ότι η γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά την πρόσκρουση είναι μόνο $\eta_{frame} = \sqrt{r_{frame}}$ φορές η ταχύτητα ακριβώς πριν ($\dot{\theta}_2 = \eta_{frame} \dot{\theta}_1$).

Στη συγκεκριμένη εργασία θα προσομοιωθεί το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο (με άκαμπτα ή εύκαμπτα υποστυλώματα) με ισοδύναμους μονοβάθμιους ταλαντωτές που αντιστοιχούν σε ισοδύναμα σώματα με τροποποιημένες παραμέτρους καθώς και με ένα αναλυτικό μοντέλο με στοιχεία δοκού.

1.5 Λικνισμός πλαισίου με προεντεταμένα υποστυλώματα

Η κυρίαρχη ιδέα στη σύγχρονη δομική μηχανική αφορά την θετική ακαμψία. Όταν μία κατασκευή συμπεριφέρεται ελαστικά, οι δυνάμεις και οι παραμορφώσεις είναι ανάλογες. Κατά τη διαρροή οι δυνάμεις δεν είναι πλέον ανάλογες με τις παραμορφώσεις. Ωστόσο στις περισσότερες περιπτώσεις, η ακαμψία σε οποιαδήποτε στιγμή της ιστορίας των παραμορφώσεων της κατασκευής παραμένει θετική. Αν απαιτείται κάποια δύναμη για να κρατήσει την κατασκευή εκτός ισορροπίας για μία μετακίνηση, τότε απαιτείται μία αυξημένη δύναμη για να διατηρήσει το σύστημα εκτός ισορροπίας για μεγαλύτερη μετακίνηση.

Τα ελευθέρως εδραζόμενα πλαίσια έχουν διαρκώς αρνητική δυσκαμψία. Όταν η στροφή των υποστυλωμάτων γίνει ίση με την τιμή α της ραδιότητας, τότε το πλαίσιο χάνει την δύναμη επαναφοράς -που του προσφέρει το ίδιο βάρος του- και επομένως την ευστάθειά του. Κατά τη διάρκεια του λικνισμού η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης δεν περικλείει καμία περιοχή. Επομένως η ολκιμότητα του συστήματος είναι μηδενική και η ενέργεια χάνεται μόνο κατά την πρόσκρουση των υποστυλωμάτων με το έδαφος και την δοκό.

Οι Mander και Cheng εισήγαγαν το 1997 την έννοια του σχεδιασμού αποφυγής καταστροφών (damage avoidance design). Σύμφωνα με αυτήν τα υποστυλώματα του πλαισίου λικνίζονται στην κορυφή και τη βάση τους χωρίς να υφίστανται ζημιές. Αυτό επιτυγχάνεται με τη μη συνέχιση του διαμήκους οπλισμού στις διεπιφάνειες υποστυλώματος-δοκού και υποστυλώματος-θεμελίωσης. Τοποθετούνται χαλύβδινοι τένοντες στα υποστυλώματα (κεντρικά), οι οποίοι προσφέρουν επιπρόσθετη αντίσταση στην πλευρική κίνηση και επομένως μεγαλύτερη ευστάθεια.

Οι κατακόρυφοι τένοντες ανάλογα με την ελαστικότητά τους (EA) και τη δύναμη προέντασης (P), έχουν τη δυνατότητα να αυξήσουν σταδιακά τη δυσκαμψία του πλαισίου από αρνητική σε θετική. Οι τένοντες προσφέρουν πρόσθετη ροπή ευστάθειας όταν ένα μέρος αυτής (από το βάρος) χάνεται τη στιγμή που $\theta = \alpha$. Η ενίσχυση της ευστάθειας του πλαισίου και της βελτίωσης της σεισμικής απόκρισής του μέσω των τενόντων εφαρμόζεται και στις προκατασκευασμένες γέφυρες με τα υβριδικά λικνιζόμενα πλαίσια.

Θεωρούμε το πλαίσιο του Σχ. 1.10 το οποίο έχει κατακόρυφους τένοντες με ελαστικότητα EA που διέρχονται από το κέντρο των υποστυλωμάτων. Το πρόβλημα επεκτείνεται για πλαίσιο με N λικνιζόμενα υποστυλώματα και λόγο μαζών $\gamma = m_b/(Nm_c)$ που υποβάλλεται σε οριζόντια σεισμική φόρτιση $\ddot{u}_g(t)$, ενώ οι προσκρούσεις θα συμβούν ταυτόχρονα στα σημεία περιστροφής στη βάση και την κορυφή του. Κατά τη διάρκεια του λικνισμού πρέπει να ικανοποιείται η εξίσωση Langrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\theta}}\right) - \frac{dT}{d\theta} = -\frac{dW}{d\theta} - \frac{dV}{d\theta} \quad (1.21)$$

Όπως στην παράγραφο 1.2 η κινητική ενέργεια του συστήματος και η γενικευμένη δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι αντίστοιχα:

$$T = N\frac{1}{2}I_o\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_b(\dot{u}^2 + \dot{v}^2) \quad (1.22)$$

$$Q = \frac{dW}{d\theta} = \pm(m_b + \frac{N}{2}m_c)(\ddot{u}_g \frac{du}{d\theta} \mp g \frac{dv}{d\theta}) \quad (1.23)$$

Επιπρόσθετα, υπάρχει έργο από την αξονική δύναμη του τένοντα $P = ke$, όπου $k = (EA/2h)$ η δυσκαμψία του και e η επιμήκυνσή του εξαιτίας της κίνησης κατά τη διάρκεια του λικνισμού.

$$e = 2b\sqrt{2(1 - \cos\theta)} = 2R\sin\alpha\sqrt{2 - 2\cos\theta} \quad (1.24)$$

Υπάρχει επίσης μία αρχική επιμήκυνση του τένοντα e_o λόγω της αρχικής προέντασης $P_o = (EA/2h)e_o$. Αναλόγως, ανεξάρτητα από φορά περιστροφής του συστήματος, η δυνητική ενέργεια εξαιτίας της αξονικής δύναμης του τένοντα είναι:

$$V = \frac{1}{2}\left(\frac{EA}{2h}\right)(e + e_o)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{EA}{2R\cos\alpha}\right)(e + e_o)^2 \quad (1.25)$$

$$\frac{dV}{d\theta} = 2R\sin\alpha\sin\theta\left(EAtan\alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2\cos\theta}}\right) \quad (1.26)$$

Με αντικατάσταση στην Εξ. 1.21 προκύπτει η εξίσωση κίνησης του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες:

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{1 + 2\gamma}{1 + 3\gamma}p^2[\sin(\alpha\text{sgn}\theta(t) - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g}\cos(\alpha\text{sgn}\theta(t) - \theta(t))] - \frac{2}{1 + 3\gamma}p^2\sin\alpha\sin\theta(t)\left(\frac{EA}{m_c g}\tan\alpha + \frac{P_o}{m_c g}\frac{1}{\sqrt{2 - 2\cos\theta(t)}}\right) \quad (1.27)$$

όπου η χαρακτηριστική συχνότητα κάθε υποστυλώματος είναι $p = \sqrt{3g/4R}$.

Το πρώτο σκέλος της Εξ. 1.27 περιγράφει τη δυναμική του ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου, ενώ το δεύτερο σκέλος περιγράφει τη συνεισφορά των κατακόρυφων τενόντων.

Ενέργεια χάνεται μόνο κατά την πρόσκρουση, όταν αλλάζει η φορά περιστροφής. Θεωρούμε ότι, αυτή τη στιγμή, η περιστροφή συνεχίζεται ομαλά και οι δυνάμεις κατά την πρόσκρουση είναι συγκεντρωμένες στα καινούρια σημεία περιστροφής στην κορυφή και τη βάση των υποστυλωμάτων. Κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης ($\theta(t) = 0$) η επιμήκυνση του τένοντα είναι μηδενική και κάθε πεπερασμένη δύναμη που οφείλεται στην προένταση έχει την ίδια τιμή πριν και μετά. Αντίστοιχα, δυνάμεις στον τένοντα κατά την πρόσκρουση δε δημιουργούν καμία αλλαγή στη στροφορμή πριν και μετά. Σύμφωνα με αυτή τη λογική, ο λόγος της κινητικής ενέργειας του πλαισίου πριν και μετά την πρόσκρουση είναι ίδιος με αυτόν που ισχύει για το ελεύθερα εδραζόμενο πλαίσιο:

$$r_{frame} = \left(\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}\right)^2 = \left(\frac{1 - \frac{3}{2}\sin^2\alpha + 3\gamma\cos 2\alpha}{1 + 3\gamma}\right)^2 \quad (1.28)$$

με τον συντελεστή αποκατάστασης να είναι $\eta_{frame} = \sqrt{r_{frame}}$. Η Εξ. 1.28 δείχνει ότι η γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά την πρόσκρουση είναι μόνο $\eta_{frame} = \sqrt{r_{frame}}$ φορές η ταχύτητα ακριβώς πριν ($\dot{\theta}_2 = \eta_{frame}\dot{\theta}_1$).

Η ελάχιστη επιτάχυνση που απαιτείται για να ξεκινήσει rocking το πλαίσιο είναι:

$$\ddot{u}_{g,min} = g \tan \alpha \left(1 + \frac{2}{2\gamma + 1} \frac{P_o}{m_c g} \right) \quad (1.29)$$

Η τιμή της ελαστικότητας του τένοντα που απαιτείται για να είναι θετική η "δυσκαμψία" του ελατηρίου προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$\frac{EA}{m_c g} \geq \frac{(\gamma + \frac{1}{2}) + \frac{P_o}{m_c g} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2-2\cos \alpha}} \right)}{\sin \alpha \tan \alpha} \quad (1.30)$$

Στη συγκεκριμένη εργασία θα προσομοιωθεί το λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες (με άκαμπτα ή εύκαμπτα υποστυλώματα) με ισοδύναμους μονοβάθμιους ταλαντωτές που αντιστοιχούν σε ισοδύναμα σώματα με τροποποιημένες παραμέτρους καθώς και με ένα αναλυτικό μοντέλο με στοιχεία δοκού.

1.6 Λικνισμός πλαισίου με ανισοϋψή υποστυλώματα

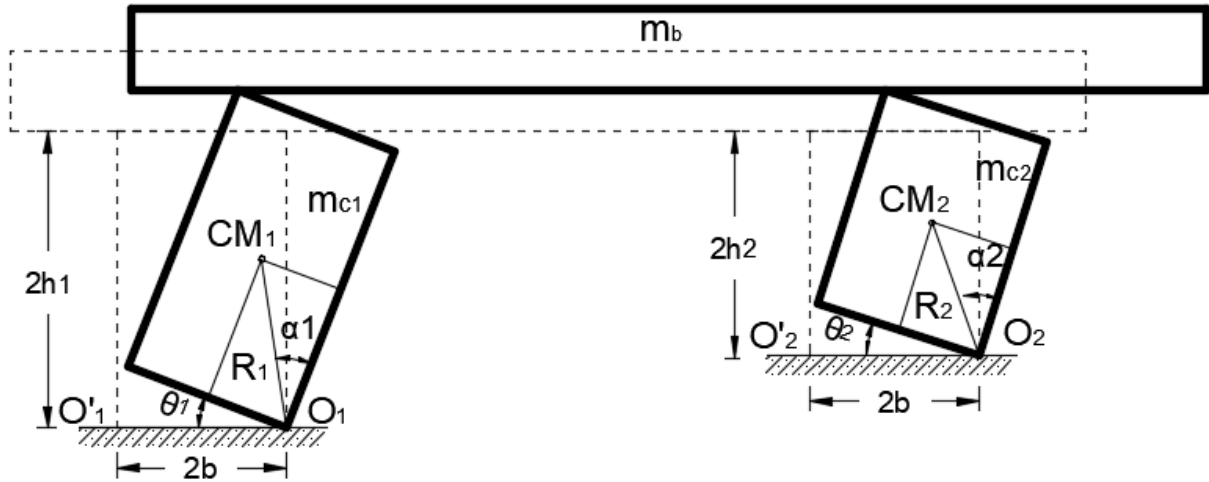
Το συμμετρικό πλαίσιο αντιπροσωπεύει μία περίπτωση που είναι πολύ σπάνια από μηχανική σκοπιά, καθώς η παραμικρή απόκλιση από την τέλεια συμμετρική γεωμετρία ενεργοποιεί έναν εντελώς διαφορετικό κινηματικό μηχανισμό. Οι Dimitrakopoulos και Giouvanidis έχουν μελετήσει τη σεισμική συμπεριφορά του πλαισίου με ασύμμετρα υποστυλώματα. Εισάγουν την εξίσωση κίνησης ενός πλαισίου που είναι είτε ελεύθερα εδραζόμενο είτε υβριδικό, δηλαδή ενισχυμένο με αποσβεστήρες και τένοντες που διέρχονται από το κέντρο των υποστυλωμάτων.

Μελετούμε την πιο απλή εκδοχή του παραπάνω συστήματος δηλαδή του ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου. Θεωρούμε ένα πλαίσιο με άκαμπτη δοκό μάζας m_b και δύο υποστυλώματα τα οποία έχουν αντίστοιχα: μάζα m_{c1} , m_{c2} , πλάτος $2b_1$, $2b_2$, ύψος $2h_1$, $2h_2$, ακτινική απόσταση $R_1 = \sqrt{b_1^2 + h_1^2}$, $R_2 = \sqrt{b_2^2 + h_2^2}$ και ραδινότητα $\alpha_1 = \text{atan}(b_2/h_1)$, $\alpha_2 = \text{atan}(b_2/h_2)$ όπως φαίνεται στο Σχ. 1.11. Τα υποστυλώματα στρέφονται κατά γωνία θ_1 και θ_2 αντίστοιχα.

Η ελάχιστη εδαφική επιτάχυνση $\ddot{u}_{g,min}$ που απαιτείται ώστε να ξεκινήσει rocking το πλαίσιο (με $b_1 = b_2 = b$) λαμβάνει διαφορετικές τιμές για θετική και αρνητική φορά. Πιο συγκεκριμένα ισχύει:

$$\frac{\ddot{u}_{g,min}}{g} = \mp \frac{b}{h_1} \frac{m_{c1} + m_b [1 + \bar{h} - 2\bar{b}(\pm \bar{h} \mp 1)] + m_{c2} \bar{h}}{m_{c1} + 2m_b \left[\frac{\bar{b} h_{beam}}{h_1} (\pm \bar{h} \mp 1) + 1 \right] + m_{c2}} \quad (1.31)$$

όπου $2h_{beam}$ είναι το ύψος της δοκού, $\bar{h} = \frac{h_1}{h_2}$, $\bar{b} = \frac{b}{L}$ και L το μήκος του ανοίγματος ανάμεσα στα ανισούψη υποστυλώματα.



Σχήμα 1.11: Λικνιζόμενο πλαίσιο με ανισούψη υποστυλώματα

Η εξίσωση κίνησης παρουσιάζεται μέσα από τη πεπλεγμένη σχέση 1.32. Σε αυτή λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά των τενόντων (K_{nl}) και των αποσβεστήρων (D_{nl}). Στη συγκεκριμένη εργασία θα προσομοιωθεί μόνο το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο με ανισούψη υποστυλώματα. Δε θα πραγματοποιηθεί σύγκριση της απόκρισης του πλαισίου μεταξύ προτεινόμενου μοντέλου και εξίσωσης κίνησης αλλά θα καταβληθεί προσπάθεια για να επιτευχθεί όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση.

Θεωρούμε επίσης ότι οι προσκρούσεις των υποστυλωμάτων με τις επιφάνειες του εδάφους και της δοκού συμβαίνουν την ίδια χρονική στιγμή. Ο συντελεστής αποκατάστασης η_{asymm} που έχει προταθεί από τους παραπάνω μελετητές αλλάζει τιμή με κάθε αλλαγή της φοράς στροφής κατά το λικνισμό του πλαισίου.

$$I_{nl}(\theta)\ddot{\theta}(t) + J_{nl}(\theta)\dot{\theta}^2 + G_{nl}(\theta)g + K_{nl}(\theta) + D_{nl}(\theta)\dot{\theta} = B_{nl}(\theta)\ddot{u}_g \quad (1.32)$$

$$\eta_{asymm} = \frac{A_1}{A_2} \quad (1.33)$$

2. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

2.1 Ελεύθερα εδραζόμενο σώμα

Το προτεινόμενο μοντέλο άκαμπτου σώματος αποτελεί ουσιαστικά ένα σύστημα μονοβάθμιου ταλαντωτή που συνδέεται στη βάση του με έναν μη γραμμικό στροφικό ελατήριο (Σχ. 2.1(α)) που έχει αρνητική σχέση ροπής-στροφής. Στις ενότητες που ακολουθούν, δείχνουμε ότι αν επιλέξουμε κατάλληλα το ύψος H του μονοβάθμιου ταλαντωτή, την στροφική ροπή αδράνειας I και την σχέση $M - \theta$ του ελατηρίου, μπορούμε να λύσουμε γρήγορα και με ακρίβεια οποιοδήποτε πρόβλημα άκαμπτου σώματος χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό όπως το OpenSeesPy.

Μοντελοποιούμε το μονοβάθμιο ταλαντωτή υποθέτοντας δύο κόμβους που συνδέονται με ένα στοιχείο δοκού και έχουν απόσταση H_0 . Ο άνω κόμβος αντιστοιχεί στο κέντρο μάζας του τετράγωνου και ο κάτω κόμβος σημειώνεται ως "Ο" και αντιστοιχεί στον άξονα περιστροφής. Το ελαστικό στοιχείο δοκού που συνδέει τους δύο κόμβους μπορεί να είναι άκαμπτο ή εύκαμπτο, ανάλογα με τις ιδιότητες του σώματος. Στο απλούστερο από τα μοντέλα μας, υποθέτουμε ότι όλη η μάζα m συγκεντρώνεται στον κόμβο του κέντρου μάζας. Η συγκεντρωμένη μάζα έχει επίσης στροφική ροπή αδράνειας I_{CM} .

Ο κάτω κόμβος Ο συνδέεται με το έδαφος μέσω ενός στροφικού ελατηρίου που έχει σχέση $M - \theta$ που περιγράφει την ροπή επαναφοράς του σώματος υπό στατική φόρτιση. Προτείνουμε τη χρησιμοποίηση της σχέσης $M - \theta$ με αρνητική δυσκαμψία. Η ροπή στο $\theta = 0$ είναι $M_0 = mgR\sin\alpha$, αλλά αφότου το σώμα τεθεί σε λικνισμό, η ροπή επαναφοράς μειώνεται (αρνητική δυσκαμψία) και φτάνει σε μηδενική ροπή στο $\theta = \alpha$ (ανατροπή). Αυτή η μη γραμμική σχέση ροπής-στροφής ακολουθεί την έκφραση της επαναφοράς $M(\theta) = mgR\sin(\alpha - \theta)$ και μπορεί να ενσωματωθεί σε έναν κώδικα πεπερασμένων στοιχείων (FE) χρησιμοποιώντας μια γραμμική προσέγγιση.

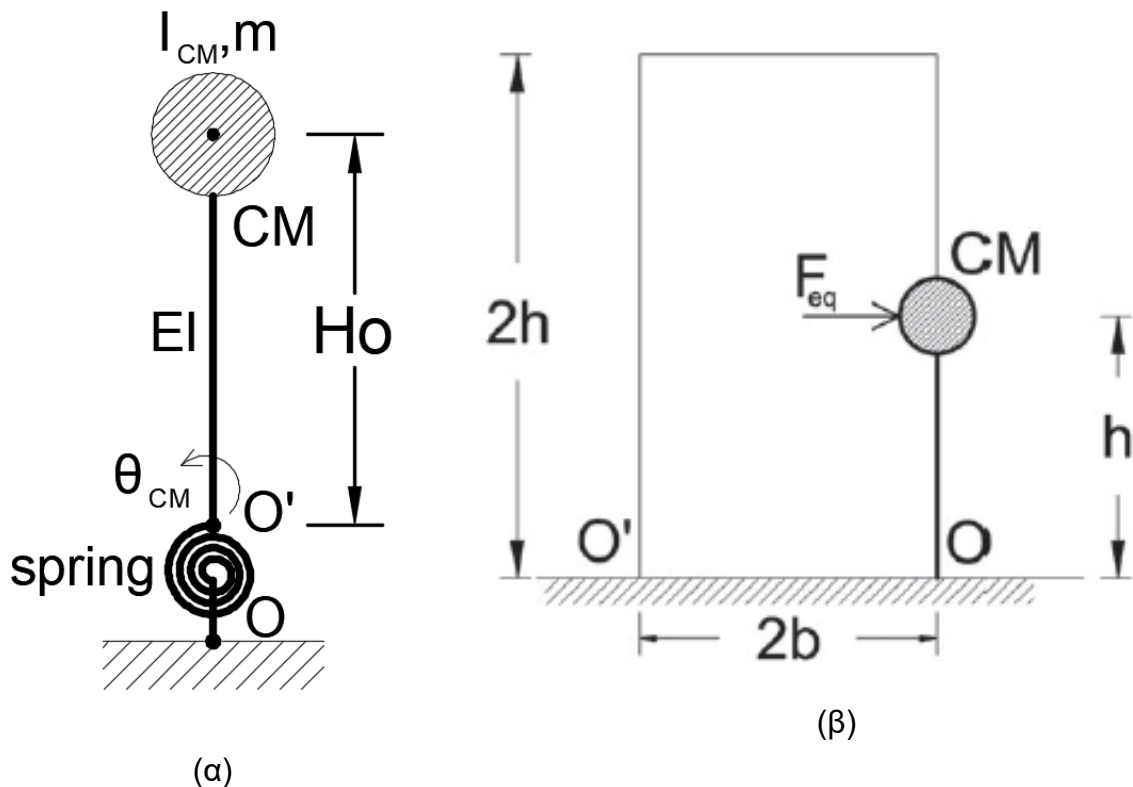
Στο (Σχ. 2.1(β)) παρουσιάζεται το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της σεισμικής απόκρισης των σωμάτων. Το ύψος H_0 του μονοβάθμιου ταλαντωτή είναι ίσο με το μισό του ύψους του σώματος ($H_0 = h$), ενώ το σημείο στροφής Ο είναι η προβολή του κέντρου μάζας στη βάση, ή αλλιώς, ο κόμβος του κέντρου μάζας βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο στροφής. Αν η στροφική ροπή αδράνειας γύρω από το Κ.Μ. είναι $I_{CM} = \frac{1}{3}mR^2$, δεδομένου ότι το Κ.Μ. μετακινείται οριζόντια σε απόσταση b , η στροφική ροπή αδράνειας για το μοντέλο θα είναι $I_{CM} = \frac{1}{3}mR^2 + mb^2$.

2.2 Σώμα με κατακόρυφους τένοντες

Στην περίπτωση που το σώμα έχει κατακόρυφο τένοντα, η ροπή επαναφοράς του block εξαρτάται από την ελαστικότητα του τένοντα EA και την αρχική προένταση P_0 και δίνεται από τη Σχέση 2.1. Η κλίση του νόμου $M - \theta$ εξαρτάται από τις παραμέτρους EA και P_0 και

μπορεί να είναι θετική, μηδενική ή αρνητική. Η αρχική ροπή επαναφοράς του λικνιζόμενου σώματος θέτοντας $\theta = 0$ είναι $M_0 = mgR\sin\alpha + P_oR\sin\alpha$.

$$M(\theta) = mgR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) + R\sin\alpha\sin\theta\left(\frac{EA}{2}\tan\alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2\cos\theta}}\right) \quad (2.1)$$

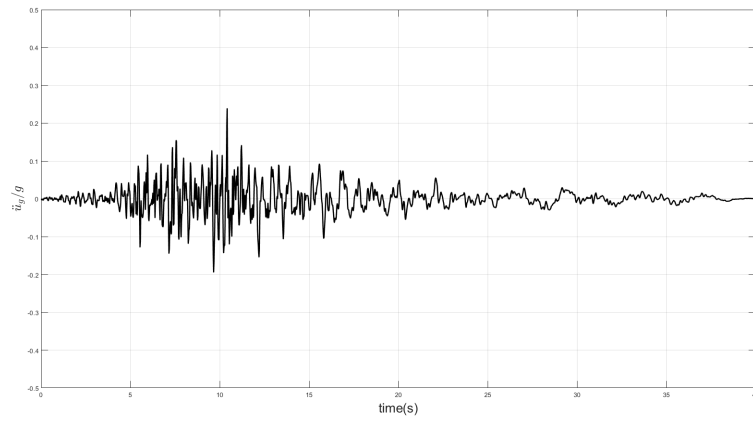


Σχήμα 2.1: (α) Ισοδύναμος μονοβάθμιος ταλαντωτής ενός λικνιζόμενου σώματος, (β) Μοντέλο άκαμπτου σώματος με ελατήριο

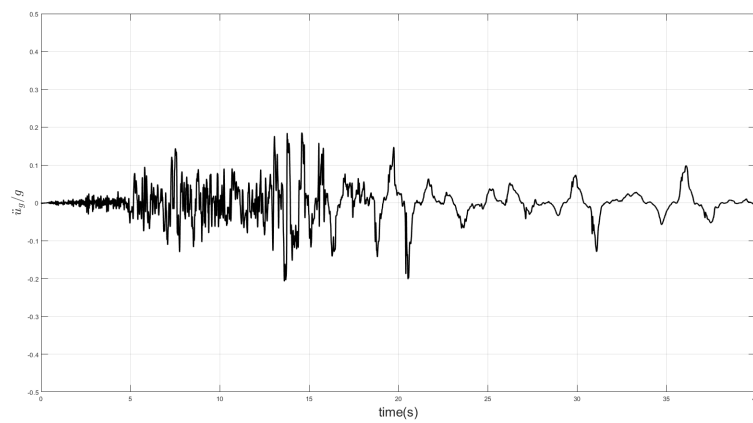
2.3 Αποτελέσματα

Θεωρούμε δύο σώματα (blocks) με χαρακτηριστικά $2h = 4.2m, 2b = 0.63m, \tan\alpha = 0.15$ και $2h = 6.0m, 2b = 0.60m, \tan\alpha = 0.10$. Τα συγκεκριμένα σώματα υποβάλλονται στους σεισμούς του Σχ 2.2 ενώ τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ 2.3 και Σχ 2.4. Από τις παρατηρήσεις προκύπτουν ακριβή αποτελέσματα των συγκρίσεων μεταξύ της αναλυτικής λύσης από την εξίσωση κίνησης και του μοντέλου που προσομοιώνει το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο σώμα για τις παραπάνω σεισμικές διεγέρσεις. Παρατηρούνται ικανοποιητικές προσεγγίσεις της απόκρισης των blocks, ενώ προσεγγίζονται με ακρίβεια οι μέγιστες τιμές των γωνιών στροφής για κάθε σεισμό. Παράλληλα προβλέπεται εάν το σώμα θα ανατραπεί σε κάποιους από τους σεισμούς.

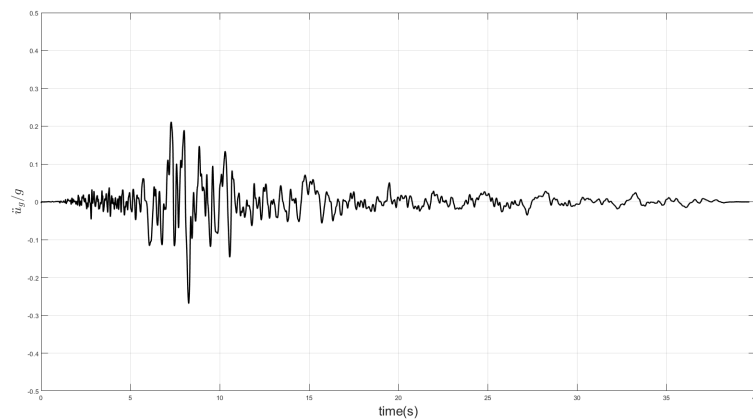
Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική φόρτιση



(α')

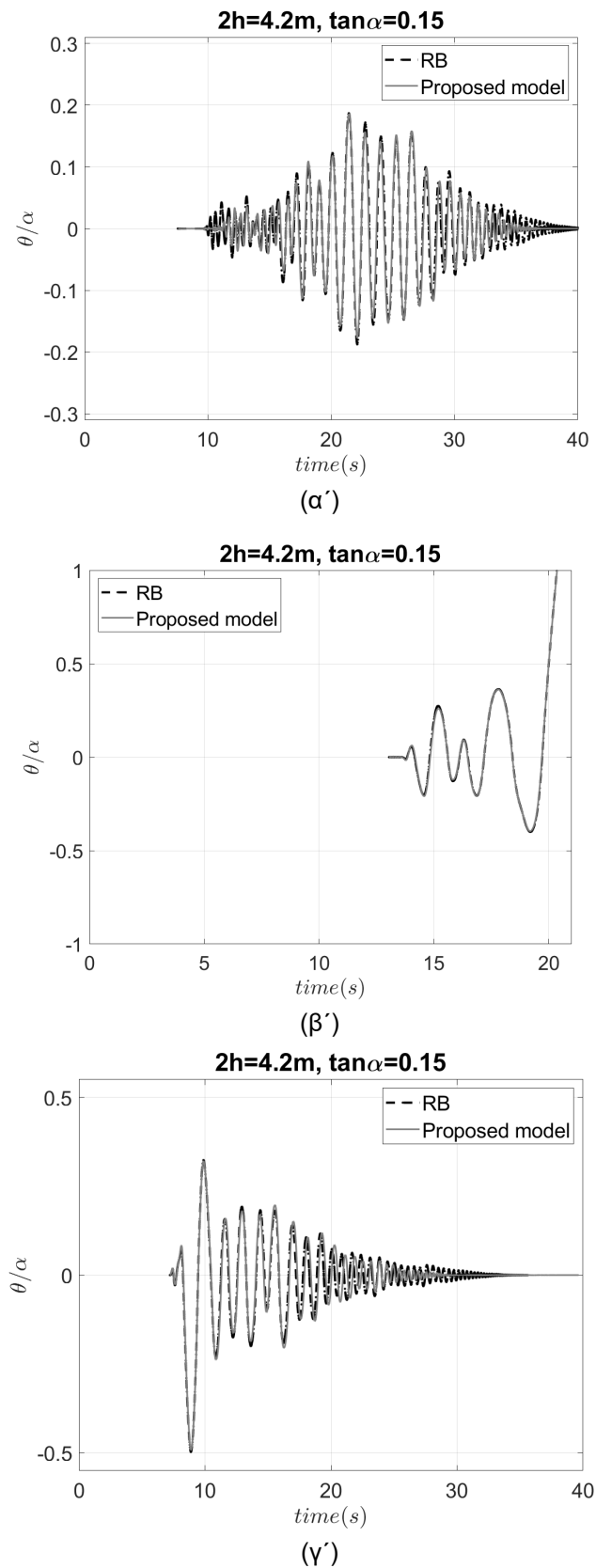


(β')

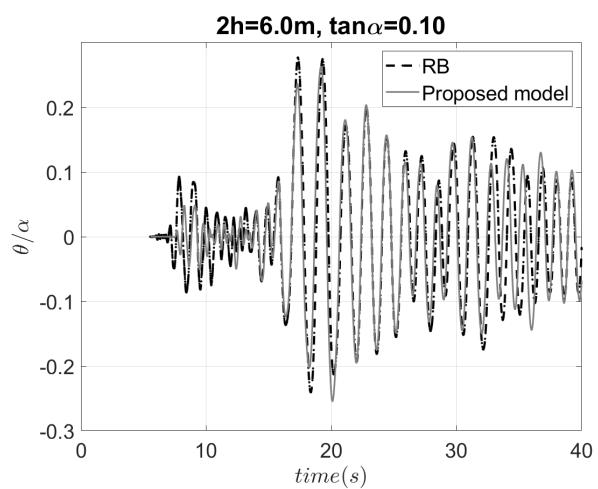


(γ')

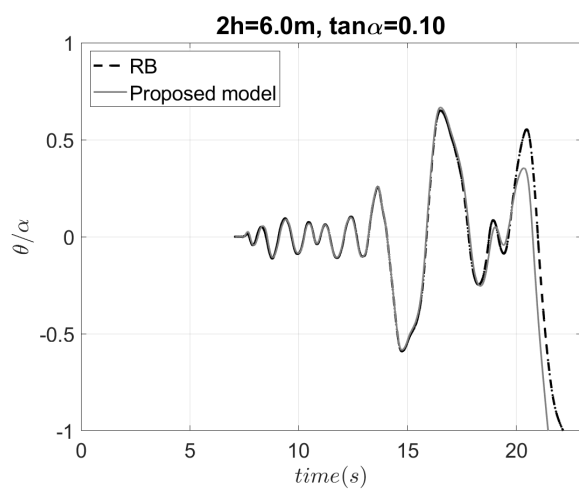
Σχήμα 2.2: Σεισμικές Καταγραφές



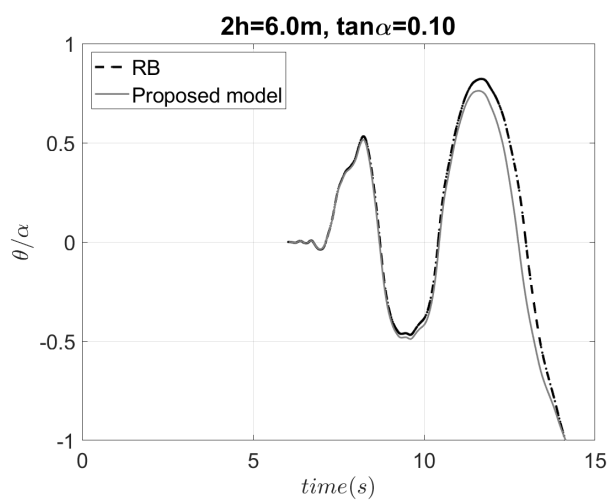
Σχήμα 2.3: Σύγκριση των στροφών μεταξύ της αναλυτικής λύσης λικνιζόμενου σώματος και του προτεινόμενου μοντέλου που υποβάλλεται στους σεισμούς του Σχ. 2.2.



(α')



(β')



(γ')

Σχήμα 2.4: Σύγκριση των στροφών μεταξύ της αναλυτικής λύσης λικνιζόμενου σώματος και του προτεινόμενου μοντέλου που υποβάλλεται στους σεισμούς του Σχ. 2.2.

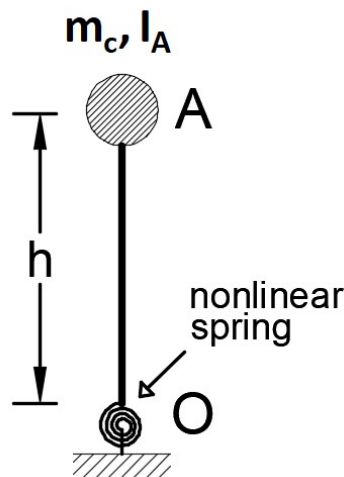
3. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟ ΣΩΜΑ

Μελετώντας την εξίσωση κίνησης του λικνιζόμενου πλαισίου παρατηρούμε ότι παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την εξίσωση κίνησης του λικνιζόμενου σώματος. Τροποποιώντας κατάλληλα την εξίσωση κίνησης προκύπτουν νέες εξισώσεις που ισχύουν για block τα οποία διαφέρουν σε σχέση με τα υποστυλώματα του πλαισίου ως προς την ακτινική απόσταση και την στροφική ροπή αδράνειας.

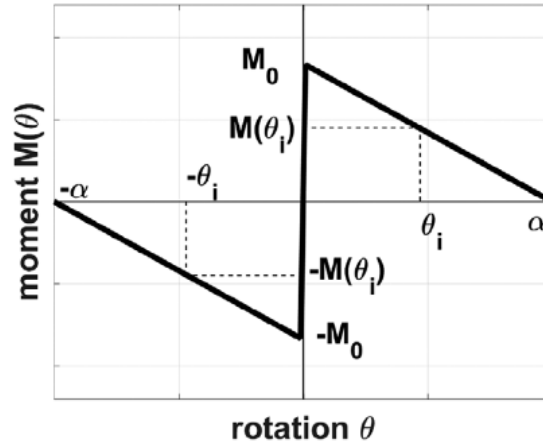
Βασιζόμενοι στα παραπάνω παρουσιάζουμε έναν ισοδύναμο απλό μονοβάθμιο ταλαντωτή χρησιμοποιώντας στοιχεία δοκού-υποστυλώματος, το οποίο μπορεί να προσεγγίσει με ακρίβεια τη σεισμική απόκριση ενός λικνιζόμενου πλαισίου. Χρησιμοποιώντας τα μοντέλα που αρχικά προτάθηκαν από τους Diamantopoulos και Fragiadakis, προσομοιώνουμε στο πρόγραμμα OpenSeesPy ένα λικνιζόμενο σώμα με ισοδύναμο ταλαντωτή με στοιχεία δοκού-υποστυλώματος και ένα μη γραμμικό στροφικό ελατήριο (Σχ. 3.1).

Ο συγκεκριμένος ταλαντωτής έχει ύψος h , πλάτος b , ακτινική απόσταση R , χαρακτηριστική συχνότητα p , ραδινότητα α , μάζα m_c και στροφική ροπή αδράνειας ίση με $I_A = (1/3)m_c R^2 + m_c b^2$. Η μη γραμμική σχέση ροπής-γωνίας στροφής του ελατηρίου για ελεύθερα εδραζόμενο σώμα έχει τη μορφή που παρουσιάζεται στο Σχ. 3.2 και δίνεται από τη σχέση $M(\theta) = m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta)$.

Από τη στιγμή που το μοντέλο μπορεί να επιλύσει με ακρίβεια ένα άκαμπτο λικνιζόμενο σώμα, μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε για να προσομοιώσουμε ένα λικνιζόμενο πλαίσιο με N υποστυλώματα τροποποιώντας είτε την ακτινική του απόσταση (\hat{R}) είτε τη στροφική ροπή αδράνειας (I').



Σχήμα 3.1: Ισοδύναμος ταλαντωτής ενός λικνιζόμενου σώματος



Σχήμα 3.2: Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής του ελατηρίου του μονοβάθμιου ταλαντωτή

3.1 Ισοδύναμο σώμα με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R}

3.1.1 Μοντέλο για ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο

Όπως παρουσιάστηκε από τους Makris και Vassiliou το λικνιζόμενο πλαίσιο μπορεί να επιλυθεί ως ένα ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα με χαρακτηρισική συχνότητα \hat{p} , ακτινική απόσταση \hat{R} και στροφική ροπή αδράνειας ως προς το σημείο περιστροφής O \hat{I}_o .

$$\hat{p} = p \sqrt{\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma}} \quad (3.1)$$

$$\hat{R} = \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} R \quad (3.2)$$

$$\hat{I}_o = \frac{4}{3} m_c \hat{R}^2 \quad (3.3)$$

Αν $p = \sqrt{3g/4R}$, η Εξ. 1.14 του ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου μπορεί να γραφεί κατά σειρά ως:

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} m_c \left(\frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} \right)^2 R^2 \ddot{\theta}(t) = -m_c g \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} R \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] - \\ m_c \ddot{u}_g(t) \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\hat{I}_o \ddot{\theta}(t) + m_c g \hat{R} \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = -m_c \ddot{u}_g(t) \hat{R} \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \quad (3.5)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι παρόμοια με την Εξ. 1.2, γεγονός που αποδεικνύει ότι το πλαίσιο μπορεί να επιλυθεί ως ένα ισοδύναμο σώμα. Επεκτείνοντας την ιδέα του ισοδύναμου σώματος, μπορούμε να λύσουμε το λικνιζόμενο πλαίσιο με ισοδύναμο μονοβάθμιο ταλαντωτή (Σχ. 3.1) θεωρώντας ότι το σώμα έχει ραδινότητα α και διαστάσεις $\hat{h} = \hat{R}\cos\alpha$, $\hat{b} = \hat{R}\sin\alpha$. Για το μονοβάθμιο ταλαντωτή θεωρούμε στροφική ροπή αδράνειας ως προς το σημείο A ίση με:

$$\hat{I}_A = \frac{1}{3}m_c\hat{R}^2 + m_c\hat{b}^2 \quad (3.6)$$

Επιπλέον, η σχέση ροπής-γωνίας στροφής (Εξ. 3.7, με τη μορφή του Σχ. 3.2) του στροφικού ελατηρίου περιγράφει τη ροπή ευστάθειας που έχει ο ταλαντωτής ώστε να επανέρχεται σε θέση ισορροπίας ($\theta = 0$). Η ανατροπή του συμβαίνει για $\theta \geq \alpha$.

$$M(\theta) = m_c g \hat{R} \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) \quad (3.7)$$

Τη στιγμή που θα ξεκινήσει το rocking, η ροπή ευστάθειας είναι $M_0 = m_c g \hat{R} \sin\alpha$. Ο συντελεστής αποκατάστασης είναι ίσος με $\eta = \eta_{frame}$. Εισάγουμε την απόσβεση σε όλα τα μοντέλα που θα παρουσιασθούν, σταματώντας την ανάλυση όταν συμβεί η πρόσκρουση με τις επιφάνειες επαφής και θέτοντας την ταχύτητα-κάθε βαθμού ελευθερίας-αμέσως μετά ίση με το γινόμενο του συντελεστή αποκατάστασης και της ταχύτητας πριν.

3.1.2 Μοντέλο για λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες

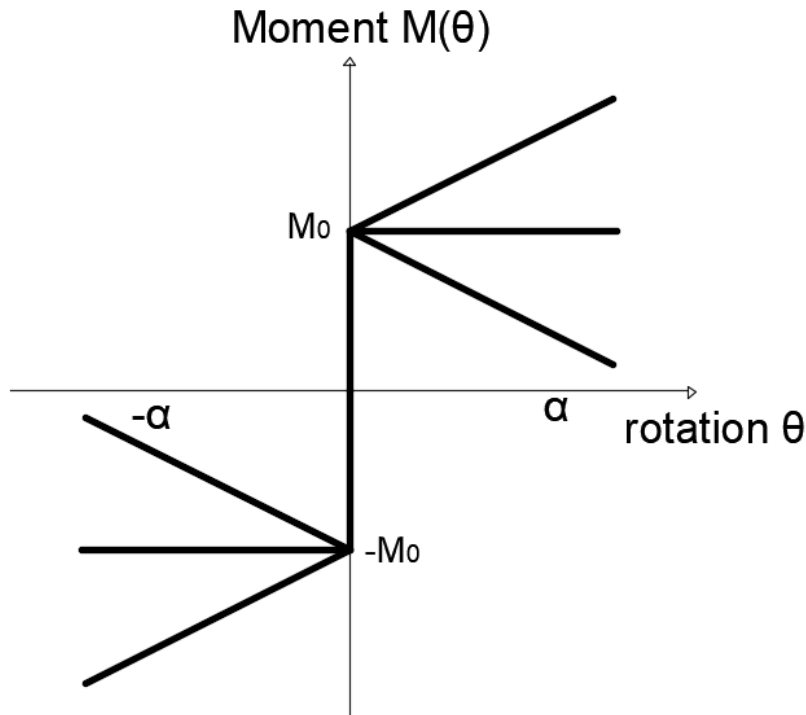
Το ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} χρησιμοποιείται για την επίλυση του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες. Το μοντέλο θα έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με μόνη διαφορά την τροποποίηση της σχέσης ροπής-γωνίας στροφής, ώστε να εισαχθεί η συνεισφορά του τένοντα. Η εξίσωση κίνησης Εξ. 1.27 μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned} \hat{I}_0 \ddot{\theta}(t) + m_c g \hat{R} \sin[\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)] + m_c \ddot{u}_g(t) \hat{R} \cos[\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)] = \\ - \frac{2}{1+2\gamma} m_c g \hat{R} \sin\alpha \sin\theta(t) \left(\frac{EA}{m_c g} \tan\alpha + \frac{P_o}{m_c g} \frac{1}{\sqrt{2-2\cos\theta(t)}} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Η σχέση $M - \theta$ θα έχει τη μορφή του Σχ. 3.3 και νέα έκφραση όπως φαίνεται στην Εξ. 3.9.

$$M(\theta) = m_c g \hat{R} \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) + \frac{2}{1+2\gamma} \hat{R} \sin\alpha \sin\theta \left(EA \tan\alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2-2\cos\theta}} \right) \quad (3.9)$$

$$M_0 = m_c g \hat{R} \sin\alpha + \frac{2}{1+2\gamma} P_o \hat{R} \sin\alpha \quad (3.10)$$



Σχήμα 3.3: Σχέση ροπής επαναφοράς-γωνίας στροφής του ελατηρίου του μονοβάθμιου ταλαντωτή για πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες

3.2 Ισοδύναμο σώμα με τροποποιημένη στροφική ροπή αδράνειας I'

3.2.1 Μοντέλο για ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο

Σε αυτό το μοντέλο χρησιμοποιούμε έναν ισοδύναμο ταλαντωτή Σχ. 3.1 με τροποποιημένη στροφική ροπή αδράνειας ίση με I' . Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά παραμένουν ως έχουν, δηλ ακτινική απόσταση R , χαρακτηριστική συχνότητα p , ύψος h , πλάτος b , μάζα m_c και ραδινότητα α . Ο συντελεστής αποκατάστασης είναι $\eta = \eta_{frame}$. Η εξίσωση κίνησης Εξ. 1.14 ενός ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου μπορεί να γραφεί με την παρακάτω μορφή:

$$\frac{1 + 3\gamma}{1 + 2\gamma} I_0 \ddot{\theta}(t) + m_c g R \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = -m_c \ddot{u}_g(t) R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \quad (3.11)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση, η ισοδύναμη στροφική ροπή αδράνειας ως προς το σημείο περιστροφής O είναι:

$$I'_o = \frac{1 + 3\gamma}{1 + 2\gamma} I_o \quad (3.12)$$

$$I'_o = I_o + \frac{\gamma}{1+2\gamma} I_o \quad (3.13)$$

$$I'_o = \frac{4}{3} m_c R^2 + \frac{4}{3} \frac{\gamma}{1+2\gamma} m_c R^2 \quad (3.14)$$

Η τιμή της στροφικής ροπής αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας A του ταλαντωτή είναι:

$$I'_A = \frac{1}{3} m_c R^2 + m_c b^2 + \frac{4}{3} \frac{\gamma}{1+2\gamma} m_c R^2 \quad (3.15)$$

Η σχέση ροπής-γωνίας στροφής έχει τη μορφή του Σχ. 3.2 και εκφράζεται από τη σχέση:

$$M(\theta) = m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) \quad (3.16)$$

3.2.2 Μοντέλο για λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες

Το ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα με τροποποιημένη στροφική ροπή αδράνειας I' μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες. Το μοντέλο θα έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με μόνη διαφορά την τροποποίηση της σχέσης ροπής-γωνίας στροφής, ώστε να εισαχθεί η συνεισφορά του τένοντα. Η εξίσωση κίνησης Εξ. 1.27 μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned} \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} I_o \ddot{\theta}(t) + m_c g R \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] + m_c \ddot{u}_g(t) R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = \\ - \frac{2}{1+2\gamma} m_c g R \sin \alpha \sin \theta(t) \left(\frac{EA}{m_c g} \tan \alpha + \frac{P_o}{m_c g} \frac{1}{\sqrt{2-2\cos \theta(t)}} \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Η σχέση $M - \theta$ θα έχει τη μορφή του Σχ. 3.3 και έκφραση όπως φαίνεται στην Εξ. 3.18.

$$M(\theta) = m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + \frac{2}{1+2\gamma} R \sin \alpha \sin \theta \left(EA \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2-2\cos \theta}} \right) \quad (3.18)$$

Η ροπή ευστάθειας τη στιγμή που αρχίζει το rocking έχει μέγιστη τιμή και δίνεται από τη σχέση:

$$M_0 = m_c g R \sin \alpha + \frac{2}{1+2\gamma} P_o R \sin \alpha \quad (3.19)$$

Στους παρακάτω πίνακες συνοψίζονται όλα τα χαρακτηριστικά των ισοδύναμων μονοβάθμιων ταλαντωτών τόσο για το ελεύθερα εδραζόμενο πλαίσιο όσο και για το πλαίσιο με τα προεντεταμένα υποστυλώματα.

Πίνακας 3.1: Ιδιότητες του μονοβάθμιου ταλαντωτή που προσομοιώνει το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο με ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα

Άκαμπτο σώμα (Σχ. 3.1)	h	b	R	α	m_c	M_0	$M(\theta)$	I_o	I_A
Άκαμπτο λικνιζόμενο πλαίσιο (τροποποιημένο R)	\hat{h}	\hat{b}	\hat{R}	α	m_c	$m_c g \hat{R} \sin \alpha$	$m_c g \hat{R} \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta)$	\hat{I}_o	\hat{I}_A
Άκαμπτο λικνιζόμενο πλαίσιο (τροποποιημένο I)	h	b	R	α	m_c	$m_c g R \sin \alpha$	$m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta)$	I'_o	I'_A

Πίνακας 3.2: Ιδιότητες του μονοβάθμιου ταλαντωτή που προσομοιώνει το λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρφους τένοντες με ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα

Άκαμπτο σώμα (Σχ. 3.1)	h	b	R	α	m_c	M_0	$M(\theta)$	I_o	I_A
Άκαμπτο λικνιζόμενο πλαίσιο (τροποποιημένο R)	\hat{h}	\hat{b}	\hat{R}	α	m_c	$m_c g \hat{R} \sin \alpha + \frac{2}{1+2\gamma} P_o \hat{R} \sin \alpha$	$m_c g \hat{R} \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + \frac{2}{1+2\gamma} \hat{R} \sin \alpha \sin \theta (E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2-2\cos \theta}})$	\hat{I}_o	\hat{I}_A
Άκαμπτο λικνιζόμενο πλαίσιο (τροποποιημένο I)	h	b	R	α	m_c	$m_c g R \sin \alpha + \frac{2}{1+2\gamma} P_o R \sin \alpha$	$m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + \frac{2}{1+2\gamma} R \sin \alpha \sin \theta (E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2-2\cos \theta}})$	I'_o	I'_A

3.3 Αποτελέσματα

Παρουσιάζουμε την απόκριση σε διέγερση δύο λικνιζόμενων πλαισίων. Το πρώτο πλαίσιο αφορά αρχαίο μνημείο και έχει χαρακτηριστικά: $2h = 4.8m, 2b = 0.86m, \gamma = 1$, ενώ το δεύτερο έχει τις διαστάσεις πλαισίου μίας συμβατικής γέφυρας με χαρακτηριστικά $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$. Για αμφότερα τα πλαίσια η τιμή της ραδινότητας επιλέχθηκε ώστε τα υποστυλώματα να είναι λυγηρά, αφού σε αντίθετη περίπτωση (stocky) η απώλεια ενέργειας του Housner's δεν είναι έγκυρη. Επιπλέον, σημειώνεται ότι στις γέφυρες ο λόγος μαζών γ είναι συνήθως μεγαλύτερος από 4, ενώ στην περίπτωση των μνημείων ο λόγος είναι μικρότερος, π.χ. $\gamma = 1$.

Υποβάλλουμε τα ελεύθερα εδραζόμενα λικνιζόμενα πλαίσια που έχουν επιλεγθεί ($2h = 4.8m, 2b = 0.86m, \gamma = 1$ και $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) σε σεισμικές διεγέρσεις που αντιστοιχούν στον πίνακα 7.1 του παραρτήματος. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.7, ε-

νώ το μοντέλο με τροποποιημένη στροφική αδράνεια I' υποβάλλεται στους σεισμούς του Σχ. 3.4.

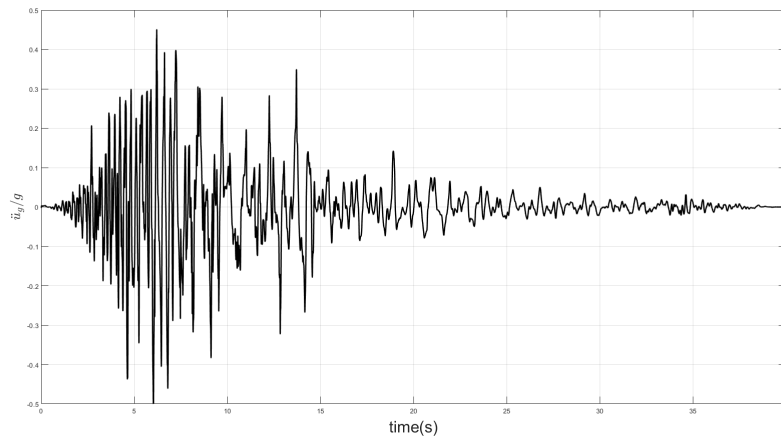
Η σύγκριση της αναλυτικής λύσης που προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης κίνησης και της απόκρισης από τα μοντέλα παρουσιάζεται στα Σχ 3.4, 3.6, 3.8 και 3.9.

Τα αποτελέσματα (θ/α) από τις σεισμικές διεγέρσεις για τα δύο ελεύθερα εδραζόμενα λικνιζόμενα πλαίσια, μεταξύ της αναλυτικής λύσης και των ταλαντωτών που προσομοιώνουν τα ισοδύναμα σώματα με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} και τροποποιημένη στροφική ροπή αδράνειας I' είναι ακριβή και η σύγκριση δείχνει μικρές αποκλίσεις που είναι αποδεκτές.

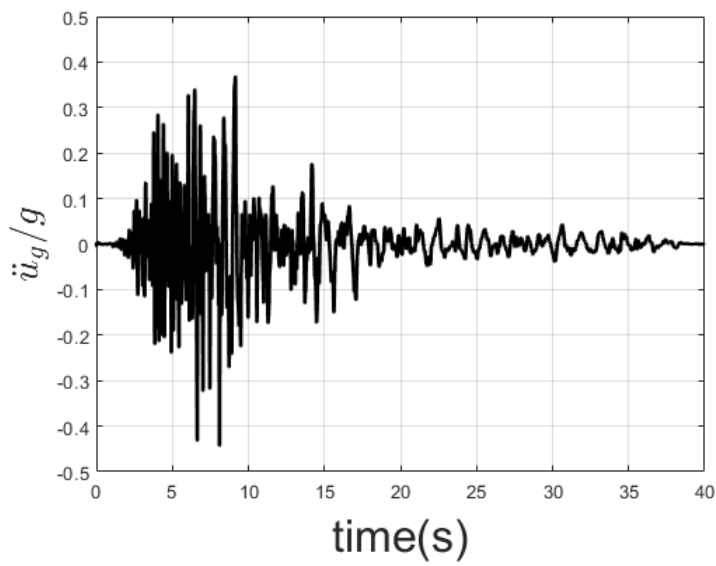
Τα μοντέλα για το λικνιζόμενο πλαίσιο $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$ με κατακόρυφους τένοντες υποβάλλονται ακόμη (για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), θετική ($EA/m_c g = 220$) και μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) δυσκαμψία των ελατηρίων) στους σεισμούς του Σχ. 3.10, με τα αποτελέσματα (θ/α) να συγκρίνονται με την ακριβή λύση, όπως φαίνεται στα Σχ. 3.11, 3.12, 3.13 και 3.14.

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της εξίσωσης κίνησης με τους ταλαντωτές που προσομοιώνουν τα ισοδύναμα σώματα (\hat{R}, I') για τους παραπάνω σεισμούς προκύπτουν αποδεκτές λύσεις. Τα μοντέλα προσεγγίζουν τις μέγιστες τιμές της στροφής του πλαισίου, ενώ για οριζόντια (μηδενική) 'δυσκαμψία' ($EA/m_c g = 164.3$) παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις προς το τέλος της χρονοϊστορίας.

Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική φόρτιση

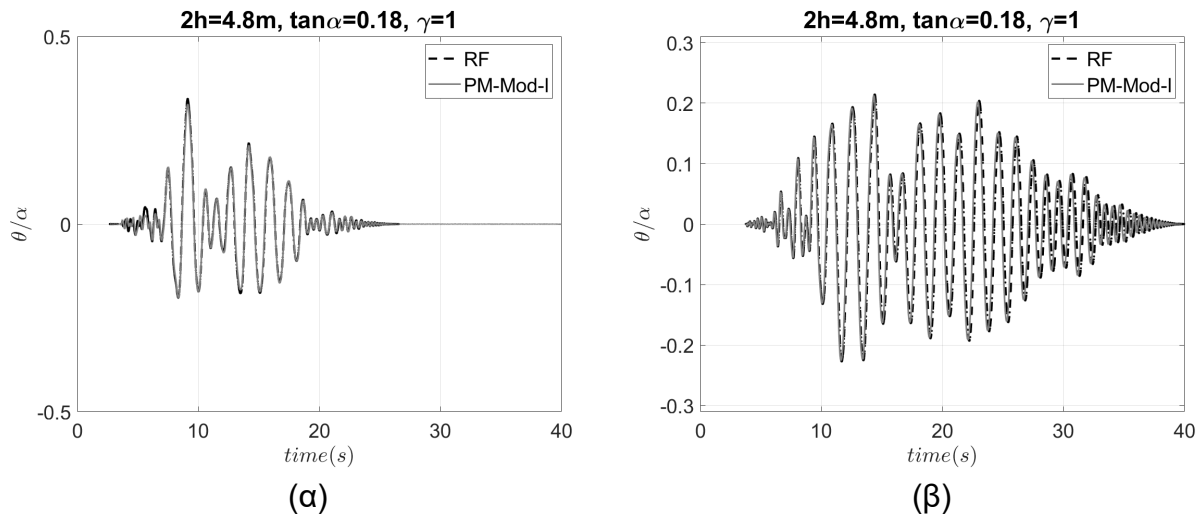


(α')

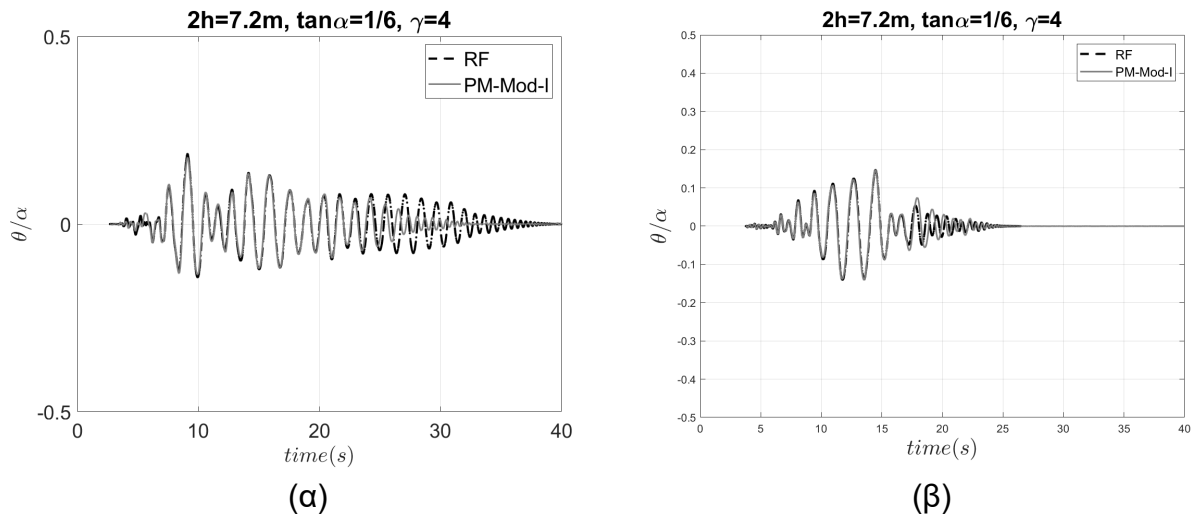


(β')

Σχήμα 3.4: Σεισμικές Καταγραφές

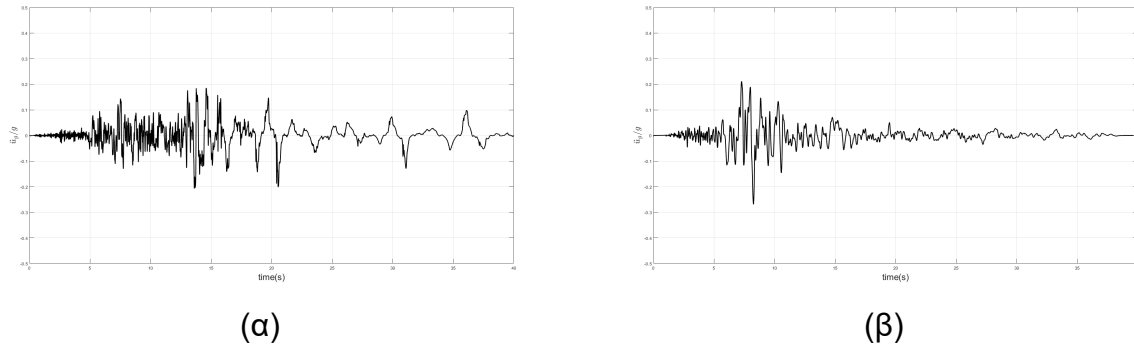


Σχήμα 3.5: Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη στροφοτική αδράνεια I' για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 4.8m$, $\tan\alpha = 0.18$, $\gamma = 1$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.4.

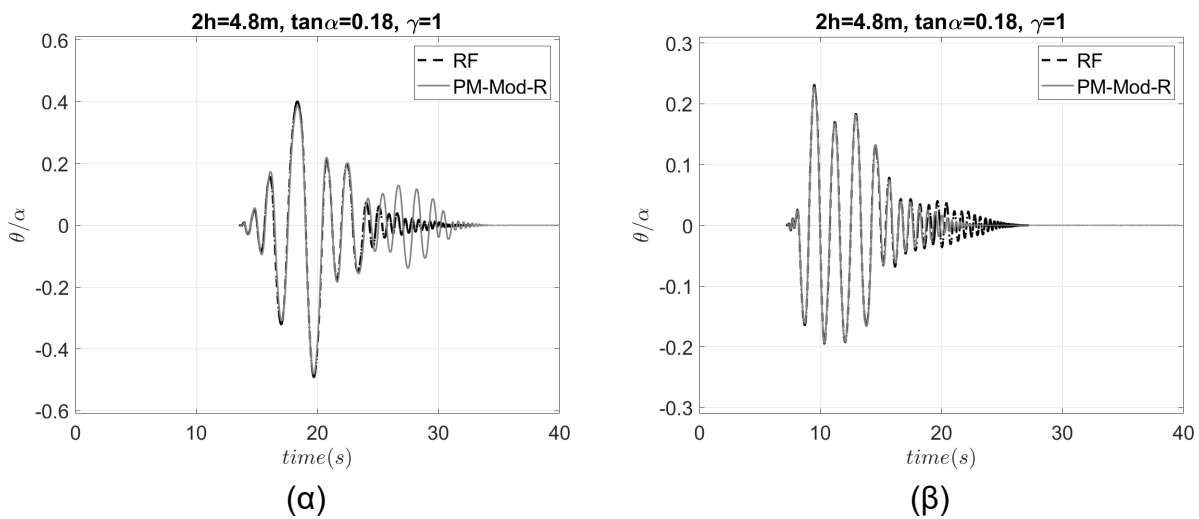


Σχήμα 3.6: Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη στροφοτική αδράνεια I' για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 7.2m$, $\tan\alpha = 1/6$, $\gamma = 4$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.4.

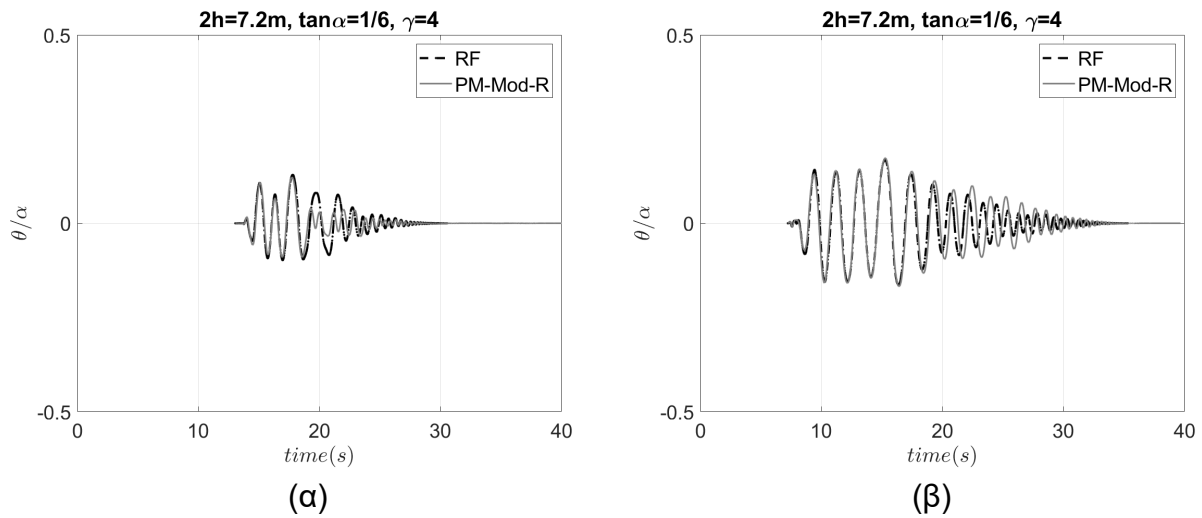
Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική φόρτιση



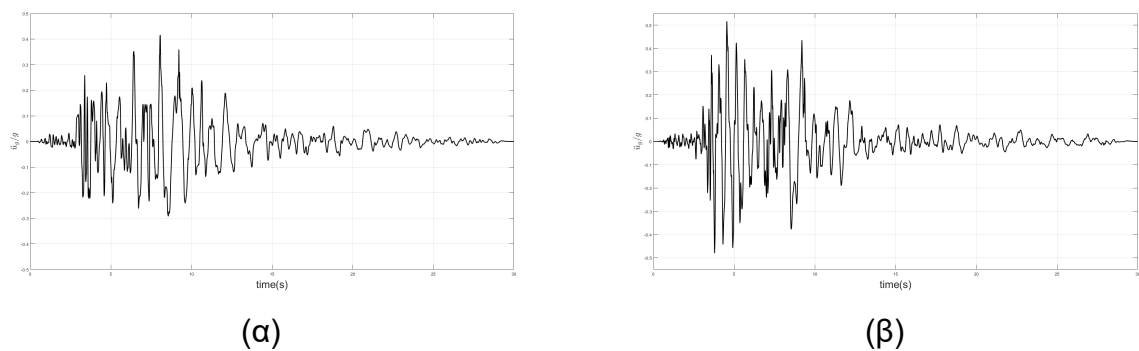
Σχήμα 3.7: Σεισμικές Καταγραφές



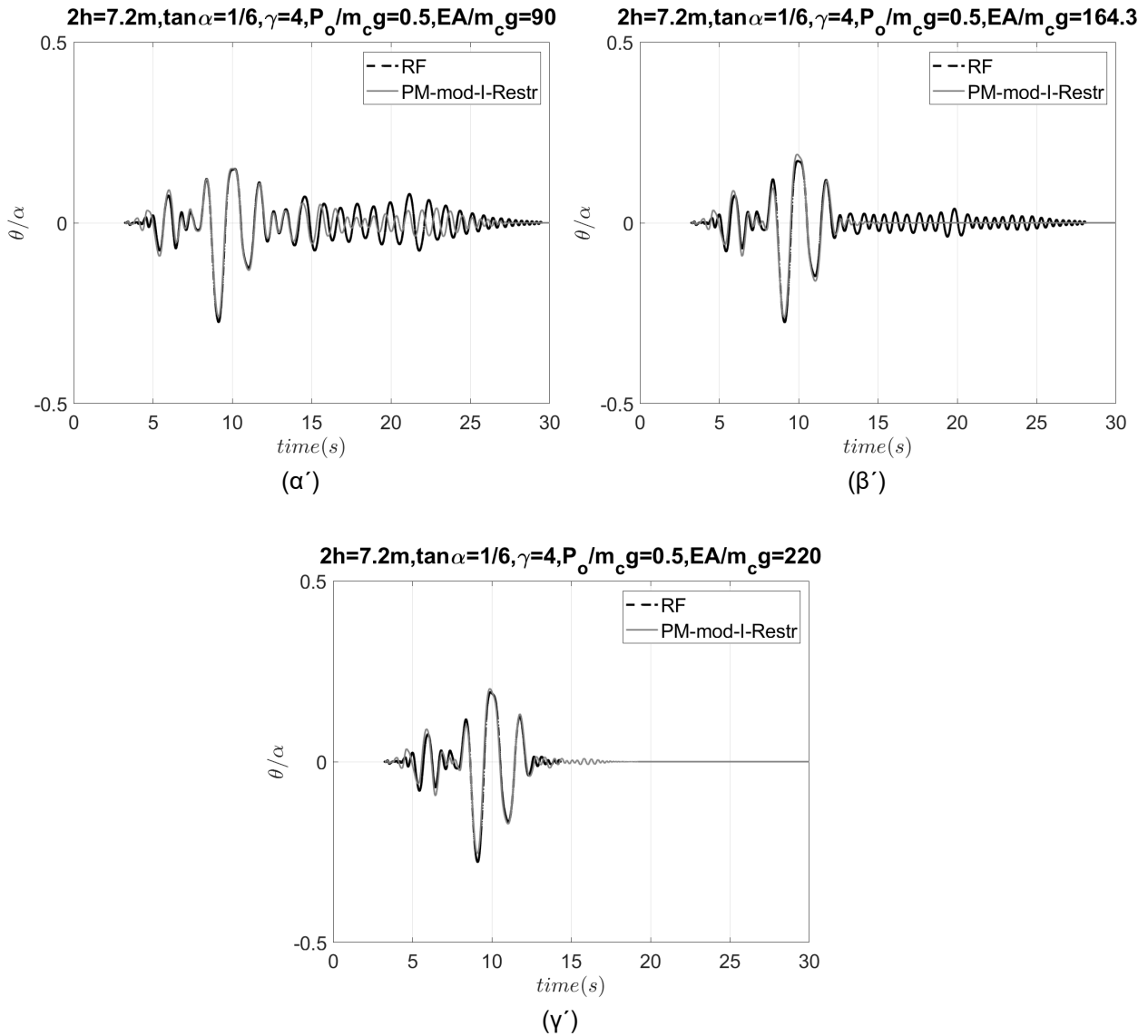
Σχήμα 3.8: Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 4.8m$, $\tan\alpha = 0.18$, $\gamma = 1$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.7.



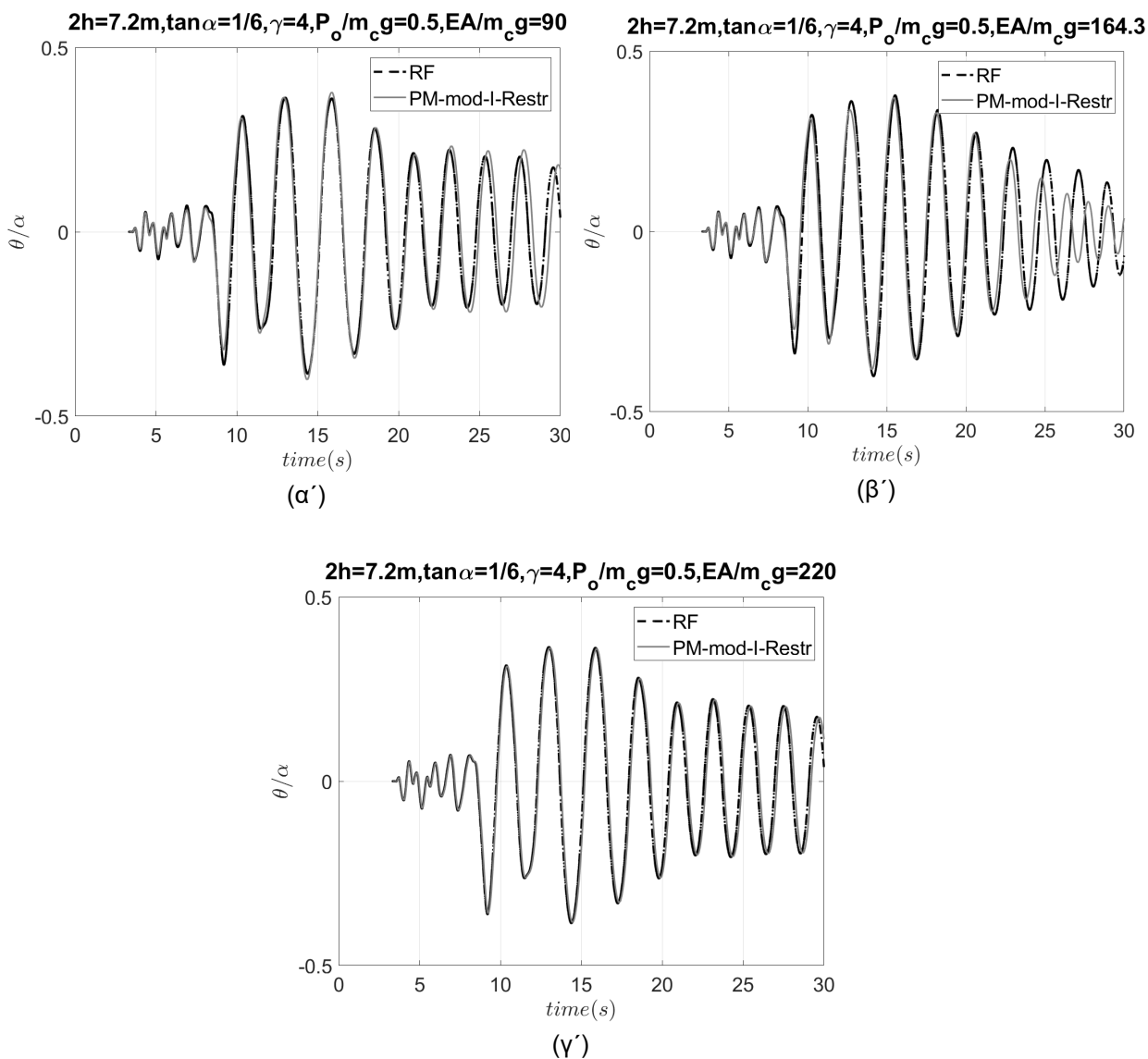
Σχήμα 3.9: Σύγκριση της στροφής μεταξύ αναλυτικής λύσης και προτεινόμενου ισοδύναμου μοντέλου με τροποποιημένη ακτινική απόσταση \hat{R} για πλαίσιο το οποίο έχει χαρ/κά $2h = 7.2m$, $\tan\alpha = 1/6$, $\gamma = 4$ και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 3.7.



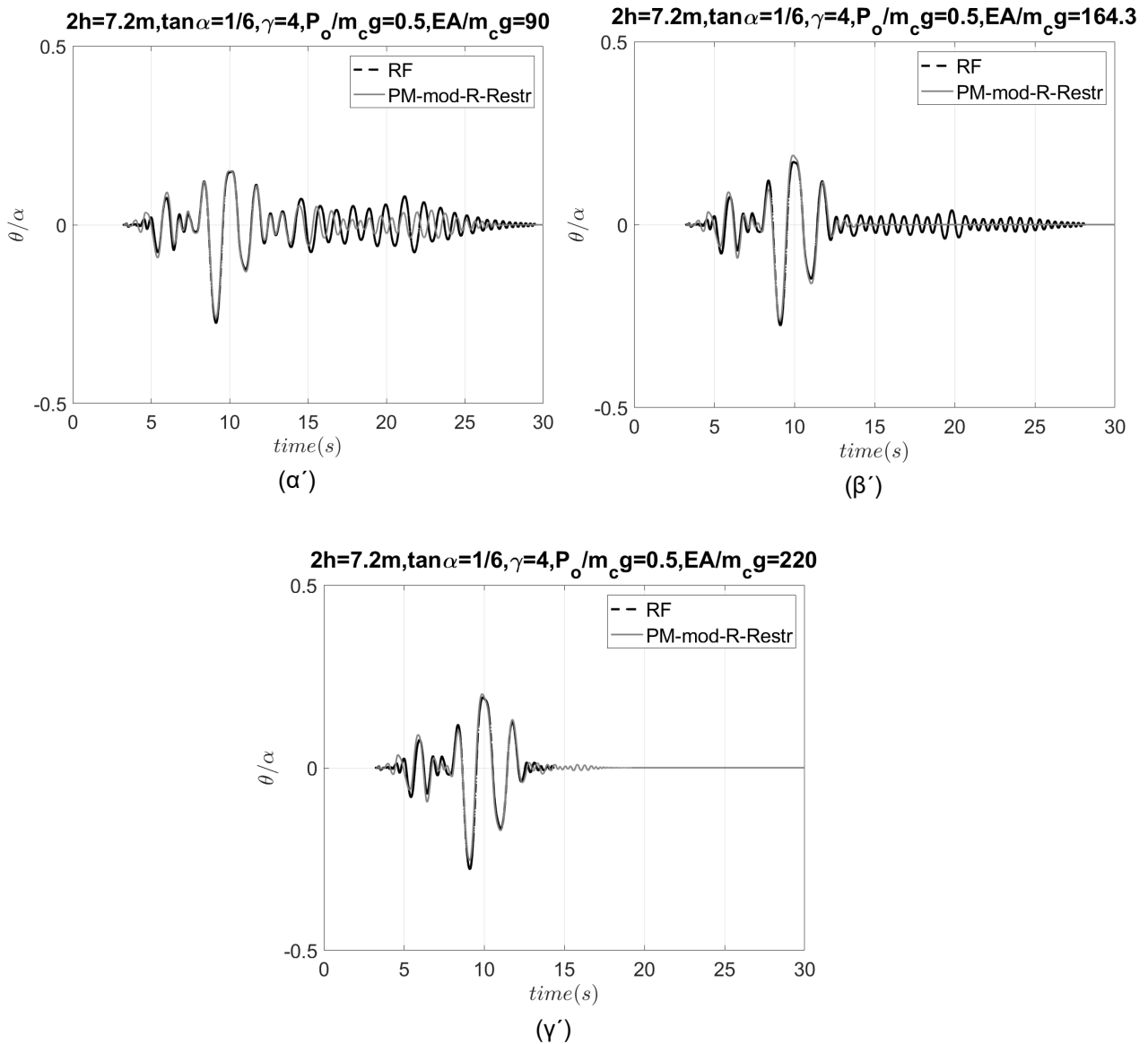
Σχήμα 3.10: Σεισμικές Καταγραφές



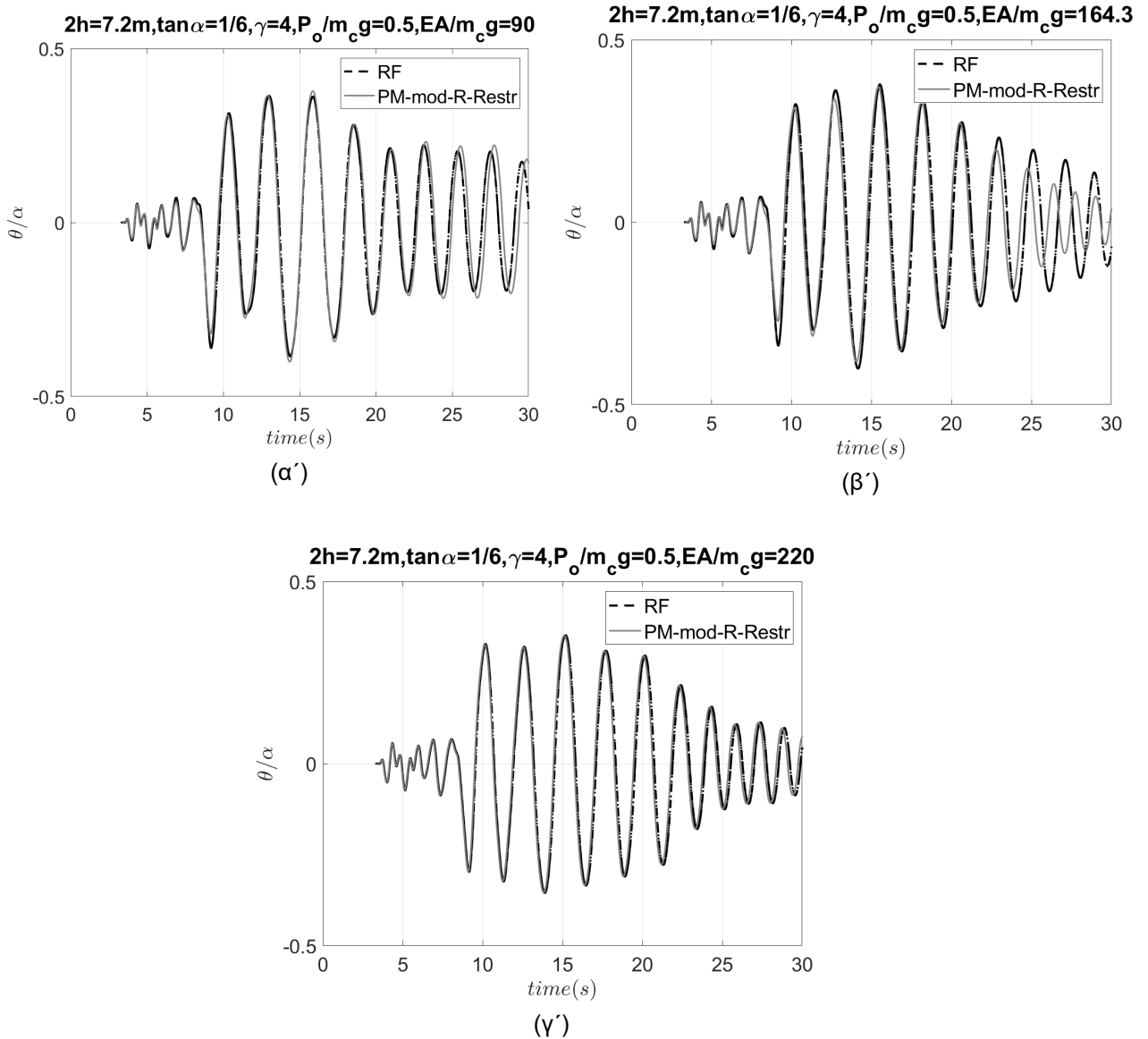
Σχήμα 3.11: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με μοντέλο με τροποποιημένο I' υποβαλλόμενο στον (α) σεισμό του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/mcg = 90$), μηδενική ($EA/mcg = 164.3$) και θετική ($EA/mcg = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.



Σχήμα 3.12: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με μοντέλο με τροποποιημένο I' υποβαλλόμενο στο σεισμό (β) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.



Σχήμα 3.13: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το μοντέλο με τροποποιημένο \hat{R} , υποβαλλόμενο στο σεισμό (α) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), για μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.



Σχήμα 3.14: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το μοντέλο με τροποποιημένο \hat{R} , υποβαλλόμενο στο σεισμό (α) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), για μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.

4. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ

4.1 Ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο

4.1.1 Πλαίσιο με δύο συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα

Εκτός από ισοδύναμα σώματα, τα λικνιζόμενα πλαίσια μπορούν να προσομοιωθούν με πιο αναλυτικά μοντέλα με χρήση του OpenSeesPy, όπως παρουσιάζεται στο Σχ. 4.1. Θεωρούμε ότι η μάζα m_c των ορθογωνικών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας και η μάζα της άκαμπτης δοκού/επιστύλιου m_b κατανέμεται στα δύο άκρα της B_1 και B_2 ως $m_b/2$. Πιο συγκεκριμένα θεωρούμε ότι τη στιγμή που αρχίζει το rocking, η μάζα της δοκού συγκεντρώνεται στα δύο άνω σημεία περιστροφής στην κορυφή των υποστυλωμάτων, τα οποία απέχουν κατά $2R$ από τα σημεία περιστροφής της βάσης. Επομένως η στροφική ροπή αδράνειας στα σημεία B_1 και B_2 είναι ίση με:

$$I_{B1} = I_{B2} = \frac{m_b}{2}(2b)^2 = 4\frac{m_b}{2}R^2 \sin^2\alpha \quad (4.1)$$

Επιπλέον η στροφική ροπή αδράνειας στο κέντρο μάζας των υποστυλωμάτων θεωρείται ίση με:

$$I_{c1} = I_{c2} = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c b^2 = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c R^2 \sin^2\alpha \quad (4.2)$$

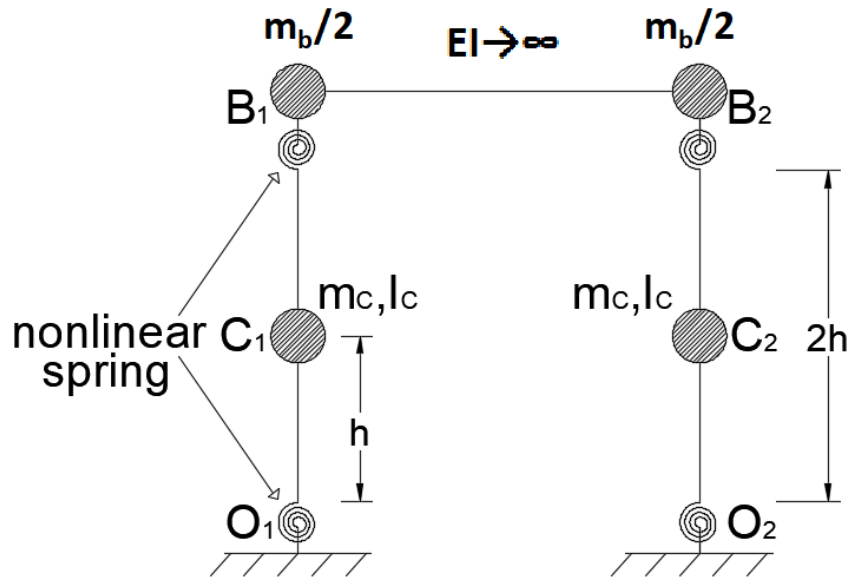
Τα μη γραμμικά ελατήρια στη κορυφή και τη βάση των υποστυλωμάτων περιγράφουν πλήρως το λικνισμό του συστήματος στην περίπτωση που δεν υπάρχει ολίσθηση. Η σχέση ροπής-στροφής για το άνω και το κάτω ελατήριο κάθε υποστυλώματος είναι αντίστοιχα:

$$M_{top}(\theta) = \frac{1}{2} \frac{m_b}{2} g(2R) \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) = 0.5m_b g R \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) \quad (4.3)$$

$$M_{btm}(\theta) = m_c g R \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) + \frac{1}{2} \frac{m_b}{2} g(2R) \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) = (m_c + 0.5m_b) g R \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta - \theta) \quad (4.4)$$

Θεωρώντας ότι η αρχική ανύψωση των υποστυλωμάτων δεν είναι αμελητέα και ότι ο λόγος μαζών είναι $\gamma = m_b/(2m_c)$ η μέγιστη ροπή ευστάθειας προέρχεται από τις Εξ. 4.3, Εξ. 4.4 θέτοντας $\theta = 0$:

$$M_{top}(0) = 0.5m_b g R \sin\alpha = 0.5m_b g b \quad (4.5)$$



Σχήμα 4.1: Αναλυτικό μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με δύο άκαμπτα υποστυλώματα

$$M_{btm}(0) = (m_c + 0.5m_b)gR\sin\alpha = (m_c + 0.5m_b)gb \quad (4.6)$$

Τα στοιχεία δοκού υποστυλώματος B_1B_2 , O_1B_1 και O_2B_2 θεωρούμε ότι συμπεριφέρονται ελαστικά ενώ φαινόμενα 2ας τάξης λαμβάνονται υπόψη μέσα από το νόμο των ελατηρίων. Η σχέση $M - \theta$ που έχει τη μορφή του Σχ. 3.2 εισάγεται στο νόμο του ελατηρίου μέσω τεσσάρων σημείων ($\theta = 0, M(0)$), ($\theta = \alpha, M(\alpha)$), ($\theta = 0, -M(0)$) και ($\theta = -\alpha, M(-\alpha)$). Καλύτερη προσέγγιση επιτυγχάνεται με την εισαγωγή περισσότερων ενδιάμεσων σημείων για $0 \leq \theta \leq \alpha$ και $-\alpha \leq \theta \leq 0$.

Η συνολική ροπή επαναφοράς του ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου με δύο υποστυλώματα δίνεται από τη σχέση:

$$M_{frame} = 2M_{top} + 2M_{btm} = (2m_c + 2m_b)gR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.7)$$

$$M_{frame} = 2(1 + 2\gamma)m_c g R \sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.8)$$

4.1.2 Πλαίσιο με τρία συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα

Τα λικνιζόμενα πλαίσια με τρία υποστυλώματα μπορούν επίσης να προσομοιωθούν με πιο αναλυτικά μοντέλα όπως παρουσιάζεται στο Σχ. 4.2. Θεωρούμε ότι η μάζα m_c των ορθογωνικών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας και η

μάζα της άκαμπτης δοκού/επιστύλιου m_b κατανέμεται στα τρία άκρα της B_1 , B_2 και B_3 ως $m_b/4$, $m_b/2$ και $m_b/4$ αντίστοιχα. Θεωρούμε ότι τη στιγμή που αρχίζει το rocking, η μάζα της δοκού συγκεντρώνεται στα τρία άνω σημεία περιστροφής στην κορυφή των υποστυλωμάτων, τα οποία απέχουν κατά $2R$ από τα σημεία περιστροφής της βάσης. Επομένως η στροφική ροπή αδράνειας στα σημεία B_1 , B_2 και B_3 είναι ίση με:

$$I_{B1} = I_{B3} = \frac{m_b}{4}(2b)^2 = 4\frac{m_b}{4}R^2\sin^2\alpha \quad (4.9)$$

$$I_{B2} = \frac{m_b}{2}(2b)^2 = 4\frac{m_b}{2}R^2\sin^2\alpha \quad (4.10)$$

Επιπλέον η στροφική ροπή αδράνειας στο κέντρο μάζας των υποστυλωμάτων θεωρείται ίση με:

$$I_{c1} = I_{c2} = I_{c3} = \frac{1}{3}m_cR^2 + m_cb^2 = \frac{1}{3}m_cR^2 + m_cR^2\sin^2\alpha \quad (4.11)$$

Η σχέση ροπής-στροφής για κάθε ένα από τα έξι ελατήρια προέρχεται από την ροπή ευστάθειας που αντιστοιχεί σε κάθε υποστύλωμα:

$$M_{1,top}(\theta) = M_{3,top}(\theta) = \frac{1}{2}\frac{m_b}{4}g(2R)\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) = 0.25m_bgR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.12)$$

$$M_{2,top}(\theta) = \frac{1}{2}\frac{m_b}{2}g(2R)\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) = 0.5m_bgR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.13)$$

$$M_{1,btm}(\theta) = M_{3,btm}(\theta) = m_cgR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) + \frac{1}{2}\frac{m_b}{4}g(2R)\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) = (m_c + 0.25m_b)gR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.14)$$

$$M_{2,btm}(\theta) = \frac{1}{2}\frac{m_b}{2}g(2R)\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) = 0.5m_bgR\sin(\alpha\text{sgn}\theta - \theta) \quad (4.15)$$

Θεωρώντας ότι η αρχική ανύψωση των υποστυλωμάτων δεν είναι αμελητέα και ότι ο λόγος μαζών είναι $\gamma = m_b/(3m_c)$ η μέγιστη ροπή ευστάθειας είναι:

$$M_{1,top}(0) = M_{3,top}(0) = 0.25m_bgR\sin\alpha = 0.25m_bgb \quad (4.16)$$

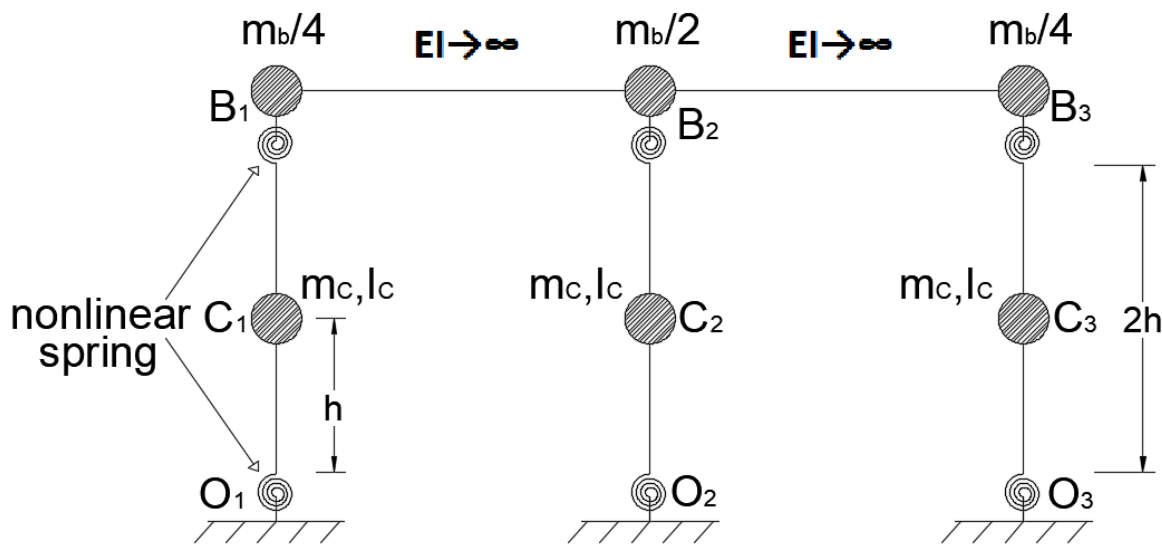
$$M_{2,top}(0) = 0.5m_bgR\sin\alpha = 0.5m_bgb \quad (4.17)$$

$$M_{1,btm}(0) = M_{3,btm}(0) = (m_c + 0.25m_b)gR\sin\alpha = (m_c + 0.25m_b)gb \quad (4.18)$$

$$M_{2,btm}(0) = 0.5m_b g R \sin \alpha = 0.5m_b g b \quad (4.19)$$

Η συνολική ροπή επαναφοράς του ελεύθερα εδραζόμενου πλαισίου με τρία υποστυλώματα δίνεται από τη σχέση:

$$M_{frame} = \sum M_{column,i} = (3m_c + 2m_b)gR \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) = 3(1 + 2\gamma)m_c g R \quad (4.20)$$



Σχήμα 4.2: Αναλυτικό μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με τρία άκαμπτα υποστυλώματα

Αναφέρεται πως η ίδια διαδικασία ακολουθείται για λικνιζόμενα πλαίσια με N αριθμό συμμετρικών και ισουψών άκαμπτων υποστυλωμάτων.

4.1.3 Αποτελέσματα

Παρουσιάζουμε την απόκριση σε διέγερση των δύο λικνιζόμενων πλαισίων που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 3.3. Το πρώτο πλαίσιο αναφέρεται σε αρχαίο μνημείο και έχει χαρακτηριστικά: $2h = 4.8m, 2b = 0.86m, \gamma = 1$, ενώ το δεύτερο έχει τις διαστάσεις πλαισίου μίας συμβατικής γέφυρας με χαρακτηριστικά $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$.

Υποβάλλουμε τα ελεύθερα εδραζόμενα λικνιζόμενα πλαίσια που έχουν επιλεχθεί ($2h = 4.8m, 2b = 0.86m, \gamma = 1$ και $2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) στους σεισμούς του Σχ. 4.3 ενώ τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ 4.4 και Σχ 4.5.

Παρατηρούνται ακριβή αποτελέσματα των συγκρίσεων μεταξύ της αναλυτικής λύσης και του αναλυτικού μοντέλου που προσομοιώνει το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο για τις παραπάνω σεισμικές διεγέρσεις.

Παρατηρούνται ικανοποιητικές προσεγγίσεις της απόκρισης των πλαισίων, ενώ προσεγγίζονται οι μέγιστες τιμές των γωνιών στροφής για κάθε σεισμό.

Η σχέση μεταξύ της οριζόντιας μετακίνησης της κορυφής και της στροφής του πλαισίου που δίνει το μοντέλο φαίνεται στην Εξ. 4.21 και αντιστοιχεί στην μετακίνηση του ενός σημείου περιστροφής της κορυφής του υποστυλώματος.

$$u_c = u_1 = (2h)\sin\theta = 2R\cos\alpha\sin\theta. \quad (4.21)$$

Το αναλυτικό μοντέλο που προγραμματίστηκε στο OpenseesPy δε δίνει ως αποτέλεσμα και τις δύο μετακινήσεις για κάθε μία από τις κορυφές του κάθε υποστυλώματος (σε απόσταση $2b$ μεταξύ τους), που αποτελούν και σημεία περιστροφής ανάλογα με τη φορά περιστροφής του πλαισίου.

Εφόσον όμως δίνει στροφή που προσεγγίζει ικανοποιητικά τη στροφή του πλαισίου, μπορούμε να υπολογίσουμε την οριζόντια μετακίνηση του άλλου σημείου της κορυφής από τη σχέση 4.22 όπως έχει παρουσιασθεί.

$$u_2 = 2R(\sin\alpha - \sin(\alpha \pm \theta)) \quad (4.22)$$

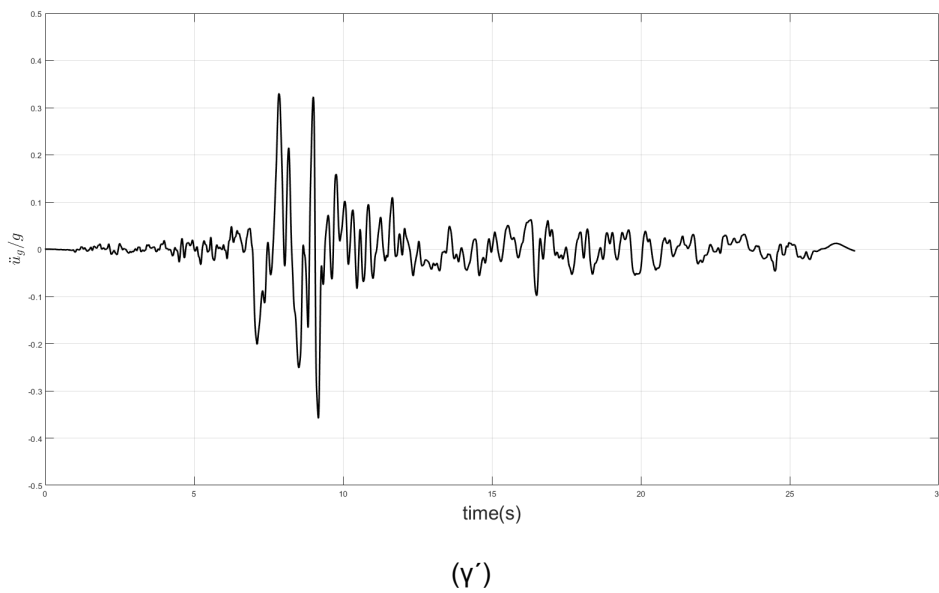
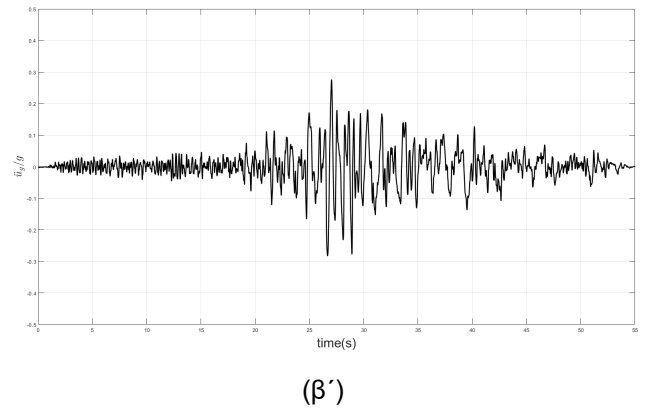
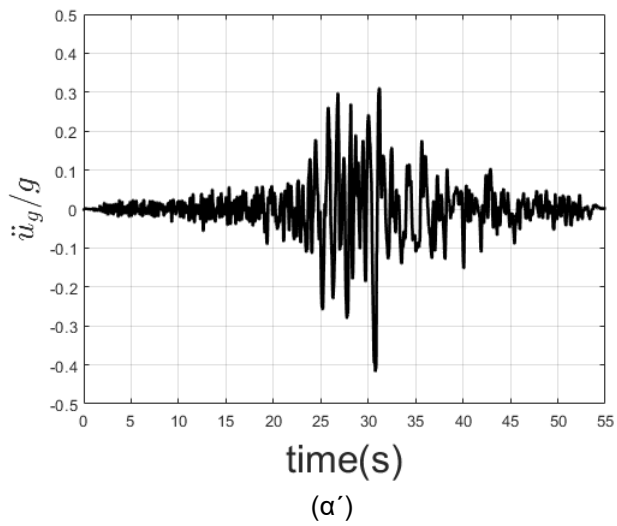
Το αναλυτικό μοντέλο του OpenseesPy που προσομοιώνει το λικνιζόμενο πλαίσιο δε δύναται να υπολογίσει σωστά την κατακόρυφη μετακίνηση των δύο σημείων της κορυφής των υποστυλωμάτων. Τα αποτελέσματα που εξάγουμε είναι της τάξεως του 10^{-9} (πρακτικά μηδενικές) μακριά από τις πραγματικές μετακινήσεις που δίνονται από τις σχέσεις:

$$v_1 = -2R\cos\alpha(1 - \cos\theta) \quad (4.23)$$

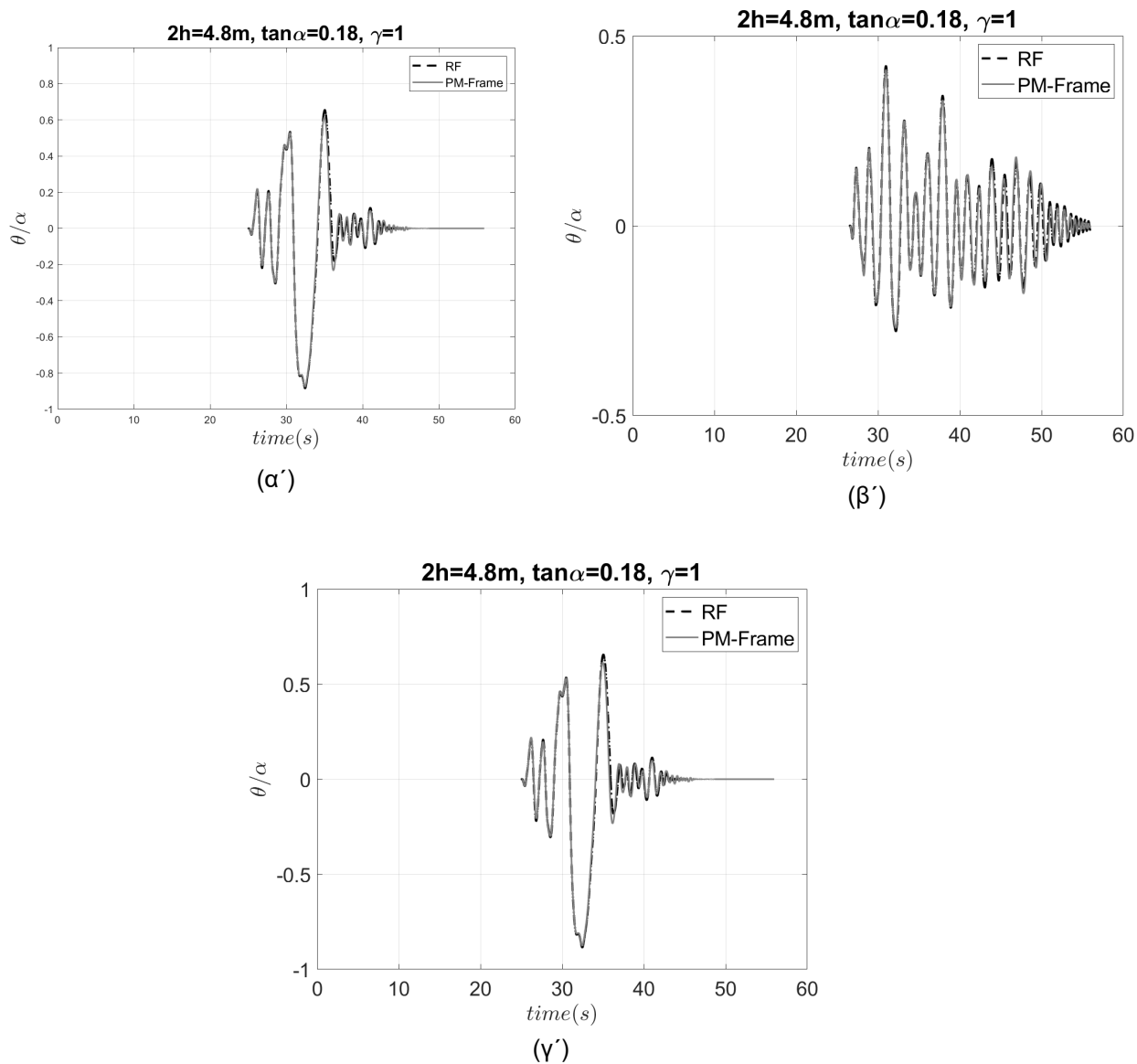
$$v_2 = 2R[\cos(\alpha \pm \theta) - \cos\alpha] \quad (4.24)$$

Χρησιμοποιώντας τις δύο συγκεκριμένες σχέσεις που παρουσιάστηκαν παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε τις κατακόρυφες μετακινήσεις της κορυφής των υποστυλωμάτων αναλυτικά τοποθετώντας σε αυτές τη γωνία στροφής θ του πλαισίου η οποία προκύπτει από το προσομοίωμα και ταυτίζεται με τη γωνία στροφής του πλαισίου σύμφωνα με την εξίσωση κίνησης.

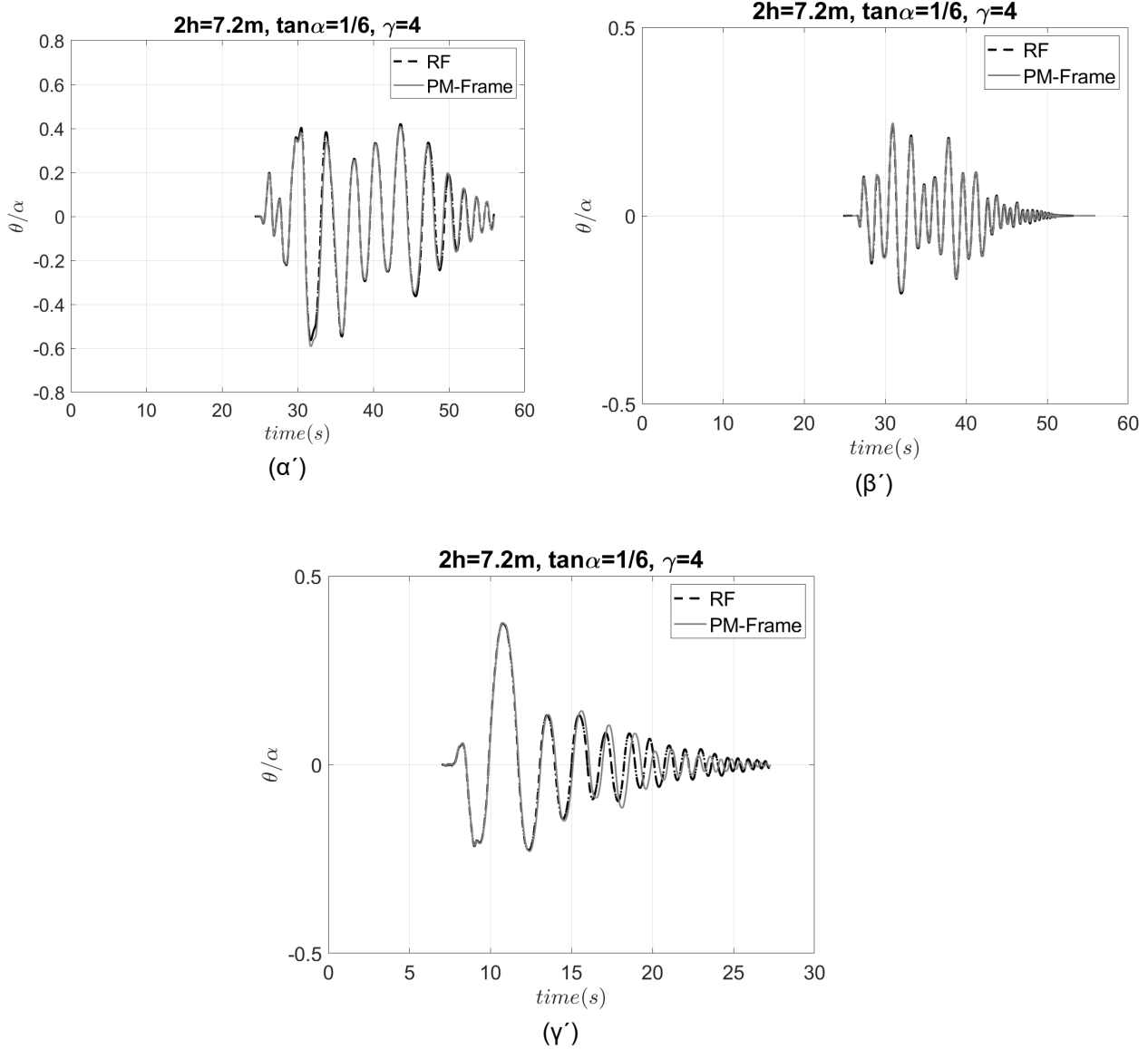
Προσομοίωση λικνιζόμενων συστημάτων υπό σεισμική φόρτιση



Σχήμα 4.3: Σεισμικές Καταγραφές



Σχήμα 4.4: Σύγκριση μεταξύ της αναλυτικής λύσης και της στρόφης του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h = 4.8m$, $2b = 0.864m$, $\gamma = 1$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 4.3.



Σχήμα 4.5: Σύγκριση μεταξύ της αναλυτικής λύσης και της στροφής του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h = 7.2m$, $2b = 1.2m$, $\gamma = 4$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 4.3.

4.2 Λικνιζόμενο πλαίσιο με κατακόρυφους τένοντες

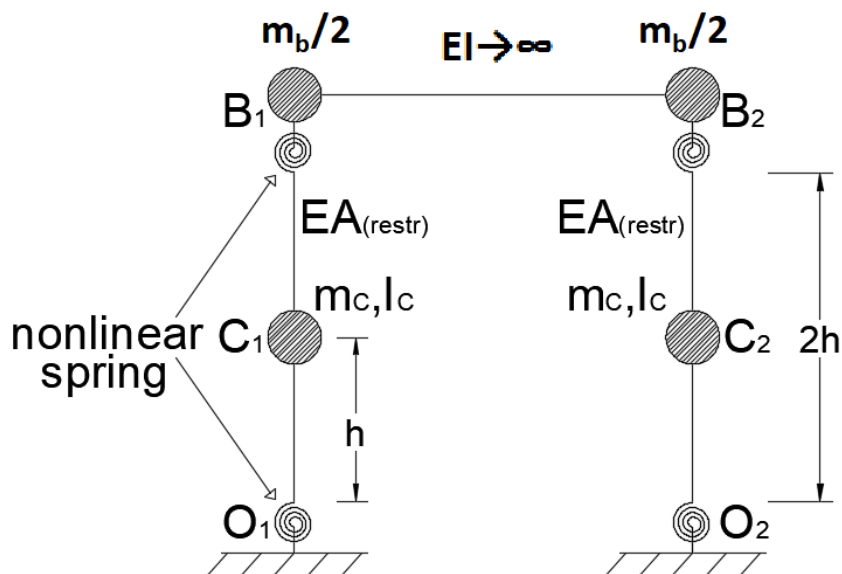
4.2.1 Πλαίσιο με δύο συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα

Με χρήση του OpenSeesPy προσομοιώνουμε το πλαίσιο με αναλυτικό μοντέλο, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.6. Θεωρούμε ξανά ότι η μάζα m_c των ορθογωνικών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας και η μάζα της άκαμπτης δοκού/επιστύλιου m_b κατανέμεται στα δύο άκρα της B_1 και B_2 ως $m_b/2$. Όταν ξεκινά το rocking, η μάζα της δοκού συγκεντρώνεται στα δύο άνω σημεία περιστροφής στην κορυφή των υποστυλωμάτων, τα οποία απέχουν κατά $2R$ από τα σημεία περιστροφής της βάσης. Επομένως η στρωφική ροπή αδράνειας στα σημεία B_1 και B_2 είναι ίση με:

$$I_{B1} = I_{B2} = \frac{m_b}{2}(2b)^2 = 4\frac{m_b}{2}R^2 \sin^2\alpha \quad (4.25)$$

Επιπλέον η στρωφική ροπή αδράνειας στο κέντρο μάζας των υποστυλωμάτων θεωρείται ίση με:

$$I_{c1} = I_{c2} = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c b^2 = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c R^2 \sin^2\alpha \quad (4.26)$$



Σχήμα 4.6: Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με δύο άκαμπτα υποστυλώματα με κατακόρυφους τένοντες

Η σχέση ροπής-στρωφής για κάθε ένα από τα παρόμοια τέσσερα ελατήρια προέρχεται από την ροπή ευστάθειας που αντιστοιχεί σε κάθε υποστυλώμα. Προστίθεται ο όρος που

αντιστοιχεί στην αντίσταση στην κίνηση που προσφέρει ο κατακόρυφος τένοντας και συνεισφέρει στην ευστάθεια του πλαισίου.

$$M_{top}(\theta) = 0.5m_b g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.27)$$

$$M_{btm}(\theta) = (m_c + 0.5m_b) g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.28)$$

Θεωρώντας ότι η αρχική ανύψωση των υποστυλωμάτων δεν είναι αμελητέα και ότι ο λόγος μαζών είναι $\gamma = m_b / (2m_c)$ η μέγιστη ροπή ευστάθειας-θέτοντας $\theta = 0$ είναι:

$$M_{top}(0) = 0.5m_b g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.29)$$

$$M_{btm}(0) = (m_c + 0.5m_b) g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.30)$$

Τα στοιχεία δοκού υποστυλώματος $B1B2$, $O1B1$ και $O2B2$ θεωρούμε ότι συμπεριφέρονται ελαστικά ενώ φαινόμενα 2ας τάξης λαμβάνονται υπόψη μέσα από την δυσκαμψία των ελατηρίων. Η σχέση $M-\theta$ που έχει τη μορφή του Σχ. 3.3 εισάγεται στο νόμο του ελατηρίου μέσω τεσσάρων σημείων ($\theta = 0, M(0)$), ($\theta = \alpha, M(\alpha)$), ($\theta = 0, -M(0)$) και ($\theta = -\alpha, M(-\alpha)$). Καλύτερη προσέγγιση επιτυγχάνεται με την εισαγωγή περισσότερων σημείων. Για $\theta \geq \alpha$ έχει χαθεί η ευστάθεια από το ίδιο βάρος του συστήματος, ενώ οι τένοντες συνεχίζουν να προσφέρουν ευστάθεια. Η δυσκαμψία είναι αρνητική, οριζόντια ή θετική ανάλογα με την ελαστικότητα των τενόντων σύμφωνα με την Εξ. 1.30.

4.2.2 Πλαίσιο με τρία συμμετρικά και ισοϋψή υποστυλώματα

Τα λικνιζόμενα πλαίσια με τρία υποστυλώματα μπορούν επίσης να προσομοιωθούν με πιο αναλυτικά μοντέλα όπως παρουσιάζεται στο Σχ. 4.7. Θεωρούμε ότι η μάζα m_c των ορθογωνικών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας και η μάζα της άκαμπτης δοκού/επιστύλιου m_b κατανέμεται στα τρία άκρα της B_1 , B_2 και B_3 ως $m_b/4$, $m_b/2$ και $m_b/4$ αντίστοιχα. Τη στιγμή που αρχίζει το rocking, η μάζα της δοκού συγκεντρώνεται στα τρία άνω σημεία περιστροφής στην κορυφή των υποστυλωμάτων, τα οποία απέχουν κατά $2R$ από τα σημεία περιστροφής της βάσης. Επομένως η στροφική ροπή αδράνειας στα σημεία B_1 , B_2 και B_3 είναι ίση με:

$$I_{B1} = I_{B3} = \frac{m_b}{4} (2b)^2 = 4 \frac{m_b}{4} R^2 \sin^2 \alpha \quad (4.31)$$

$$I_{B2} = \frac{m_b}{2} (2b)^2 = 4 \frac{m_b}{2} R^2 \sin^2 \alpha \quad (4.32)$$

Ακόμα, η στρωφική ροπή αδράνειας στο κέντρο μάζας των υποστυλωμάτων θεωρείται ίση με:

$$I_{c1} = I_{c2} = I_{c3} = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c b^2 = \frac{1}{3}m_c R^2 + m_c R^2 \sin^2 \alpha \quad (4.33)$$

Η σχέση ροπής-στρωφής για κάθε ένα από τα έξι ελατήρια προέρχεται από την ροπή ευστάθειας που αντιστοιχεί σε κάθε υποστύλωμα, ενώ προστίθεται ο όρος που αντιστοιχεί στην αντίσταση στην κίνηση που προσφέρει ο κατακόρυφος τένοντας και συνεισφέρει στην ευστάθεια του πλαισίου.

$$M_{1,top}(\theta) = M_{3,top}(\theta) = 0.25m_b g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.34)$$

$$M_{2,top}(\theta) = 0.5m_b g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.35)$$

$$M_{1,btm}(\theta) = M_{3,btm}(\theta) = (m_c + 0.25m_b) g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.36)$$

$$M_{2,btm}(\theta) = (m_c + 0.5m_b) g R \sin(\alpha \operatorname{sgn} \theta - \theta) + R \sin \alpha \sin \theta \left(E A \tan \alpha + \frac{P_o}{\sqrt{2 - 2 \cos \theta}} \right) \quad (4.37)$$

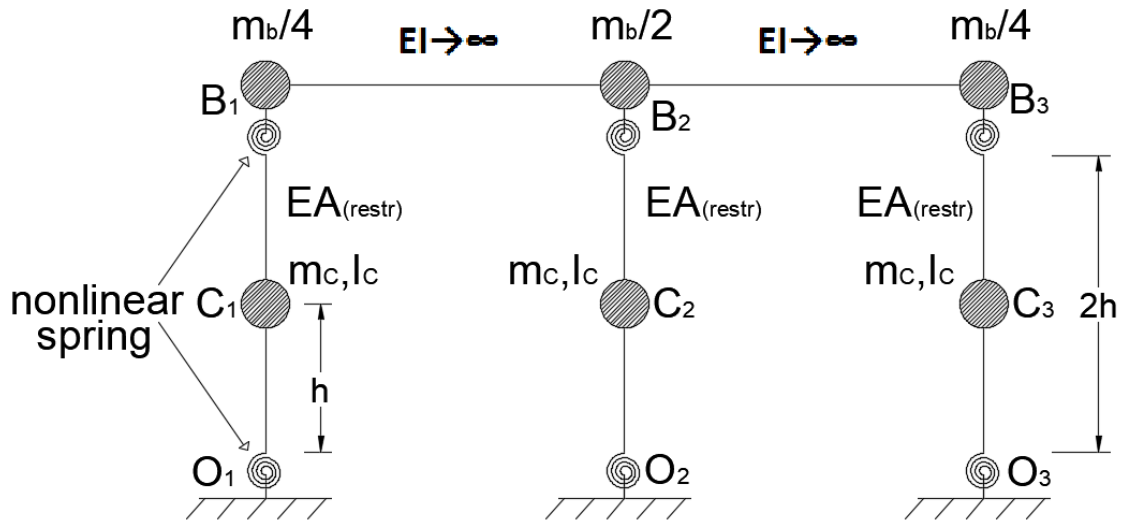
Θεωρώντας ότι η αρχική ανύψωση των υποστυλωμάτων δεν είναι αμελητέα και ότι ο λόγος μαζών είναι $\gamma = m_b / (3m_c)$ η μέγιστη ροπή ευστάθειας-θέτοντας $\theta = 0$ - είναι:

$$M_{1,top}(0) = M_{3,top}(0) = 0.25m_b g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.38)$$

$$M_{2,top}(0) = 0.5m_b g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.39)$$

$$M_{1,btm}(0) = M_{3,btm}(0) = (m_c + 0.25m_b) g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.40)$$

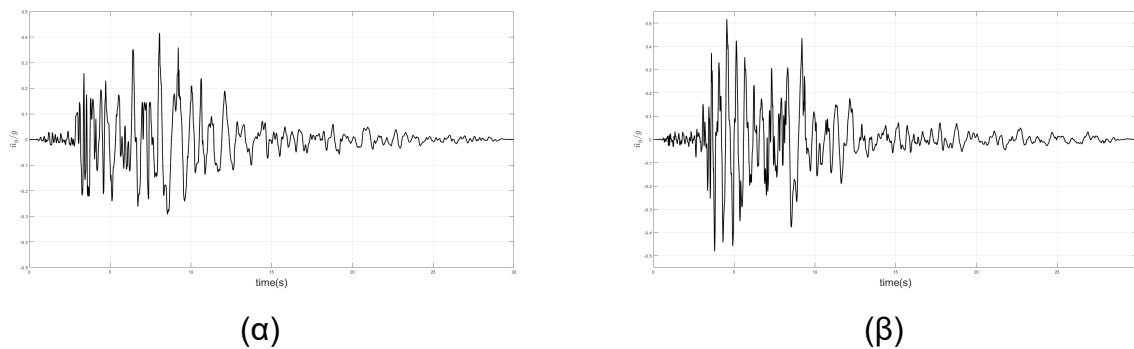
$$M_{2,btm}(0) = (m_c + 0.5m_b) g R \sin \alpha + P_o R \sin \alpha \quad (4.41)$$



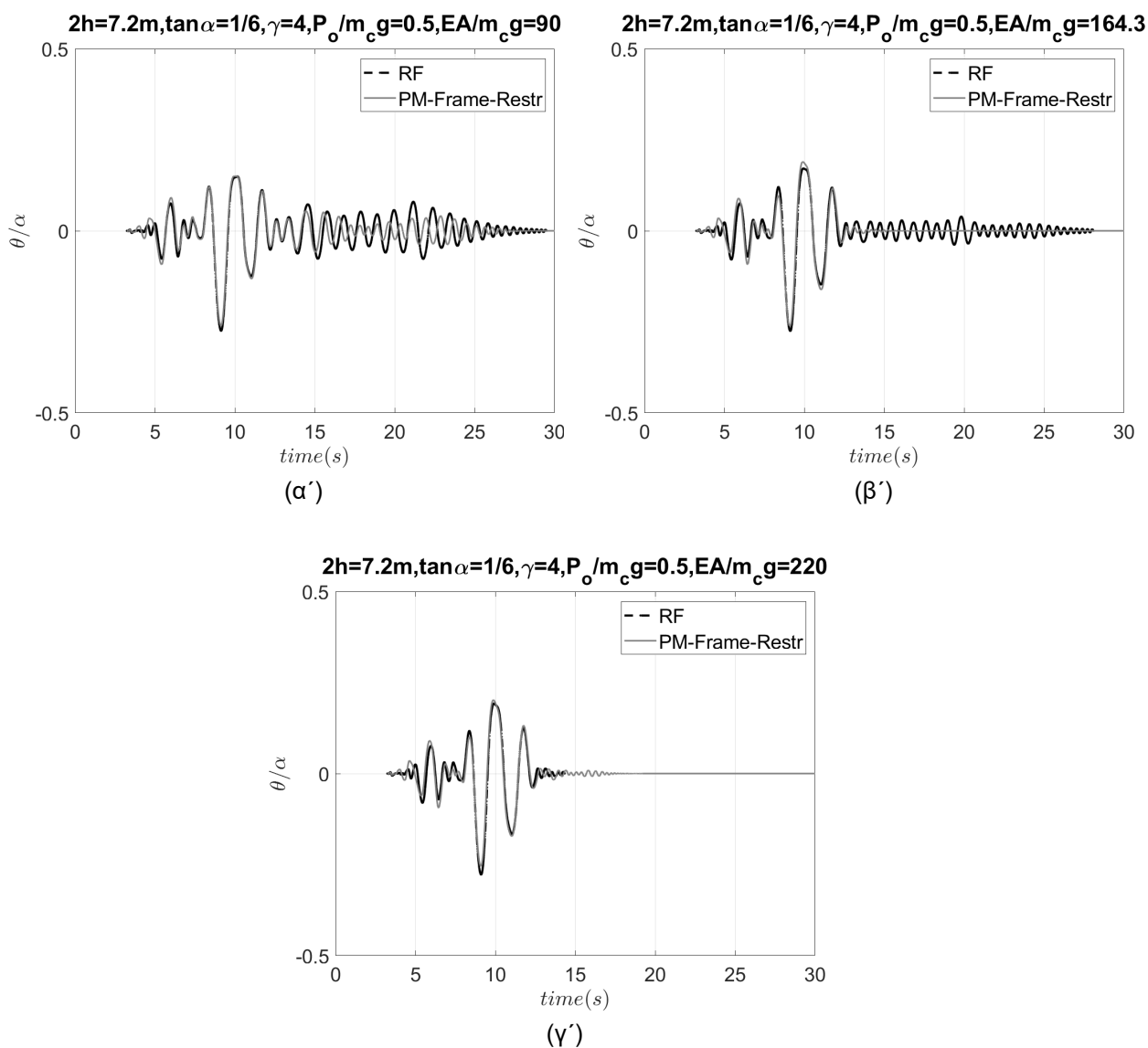
Σχήμα 4.7: Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με τρία άκαμπτα υποστυλώματα με κατακόρυφους τένοντες

4.2.3 Αποτελέσματα

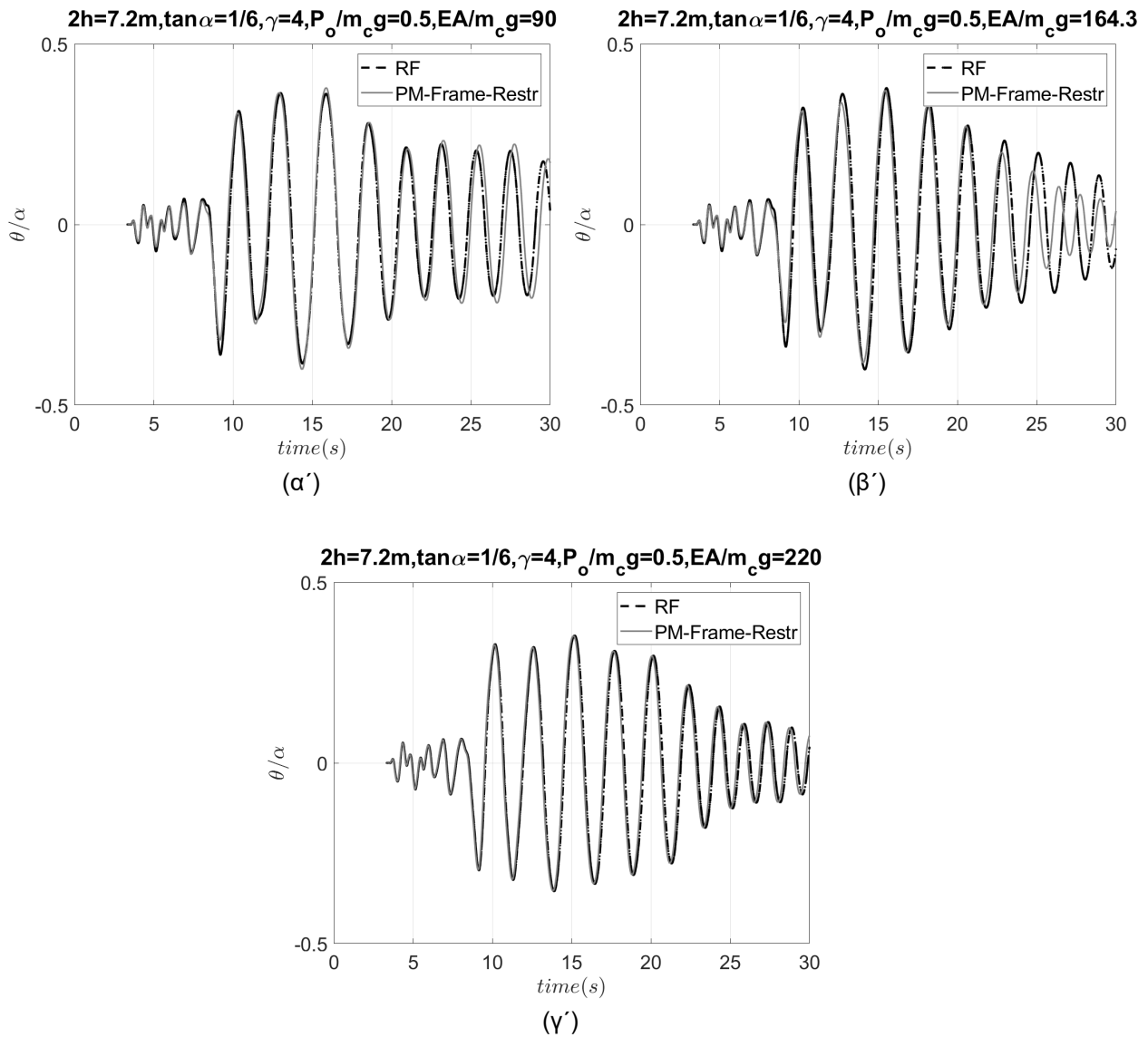
Υποβάλλουμε στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 4.8 το αναλυτικό μοντέλο για το πλαίσιο με τένοντες που αντιστοιχεί σε γέφυρα ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$). Θεωρώντας $P_o/m_c g = 0.5$ παρουσιάζουμε την απόκριση του πλαισίου για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), θετική ($EA/m_c g = 220$) και μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) δυσκαμψία των ελατηρίων και την συγκρίνουμε με την αναλυτική λύση, όπως παρουσιάζεται στα Σχ. 4.9 και Σχ. 4.10. Η σύγκριση δείχνει ικανοποιητική προσέγγιση των στροφών του πλαισίου από το μοντέλο για τους παραπάνω σεισμούς.



Σχήμα 4.8: Σεισμικές Καταγραφές



Σχήμα 4.9: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στον (α) σεισμό του Σχ. 4.8 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.



Σχήμα 4.10: Σύγκριση μεταξύ της στροφής του λικνιζόμενου πλαισίου με κατακόρυφους τένοντες ($2h = 7.2m, 2b = 1.2m, \gamma = 4$) που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο υποβαλλόμενο στο σεισμό (β) του Σχ. 3.10 για αρνητική ($EA/m_c g = 90$), μηδενική ($EA/m_c g = 164.3$) και θετική ($EA/m_c g = 220$) δυσκαμψία των ελατηρίων και της αναλυτικής λύσης.

5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΕΥΚΑΜΠΤΑ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ

5.1 Μοντέλο ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με εύκαμπτα υποστυλώματα

Το αναλυτικό μοντέλο με στοιχεία δοκού μπορεί να εφαρμοσθεί για λικνιζόμενα πλαίσια. Ειδικά για πλαίσια με λυγηρά υποστυλώματα, η απόκριση μπορεί να είναι ευαίσθητη στην ευκαμψία των υποστυλωμάτων.

Θεωρούμε ότι η μάζα του υποστυλώματος κατανέμεται καθ' ύψος, όπως παρουσιάζεται στο Σχ. 5.1, ενώ η στροφική ροπή αδράνειας κάθε υποστυλώματος είναι ίση με τη στροφική ροπή αδράνειας ενός γραμμικού ελαστικού προβόλου με ύψος $h = R \cos \alpha$ και σημείο περιστροφής στη βάση του, δηλαδή $I_o = (4/3)m_c R^2 \cos^2 \alpha$.

Κατανέμουμε την πρόσθετη στροφική ροπή αδράνειας ΔI_o στους στροφικούς βαθμούς ελευθερίας των κόμβων.

$$\Delta I_o = \frac{4}{3} m_c R^2 \sin^2 \alpha \quad (5.1)$$

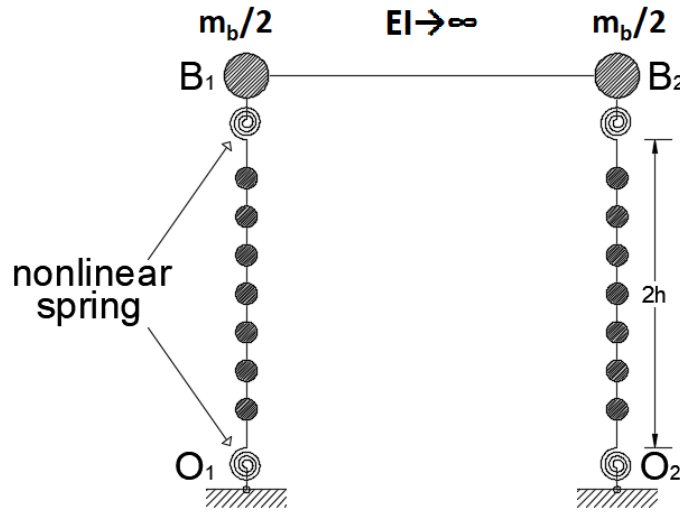
Αν n είναι ο αριθμός των κόμβων όπου μοιράζουμε τη μάζα του υποστυλώματος καθώς και ο αριθμός των στοιχείων που αντιστοιχεί σε κάθε μάζα, τότε κάθε επιμέρους μάζα έχει τιμή $m_{c,j} = m_c/n$ και η στροφική ροπή αδράνειας κάθε κόμβου είναι $I_{c,j} = \Delta I_o/n$.

Στους κόμβους της βάσης θεωρούμε $m_{c,base} = m_c/n/2$ και $I_{c,base} = 0$, ενώ σε αυτούς της κορυφής $m_{c,top} = m_c/n/2$ και $I_{c,top} = \Delta I_o/n/2$. Επιπλέον η στροφική ροπή αδράνειας στα σημεία $B1$ και $B2$ όπου είναι συγκεντρωμένες οι μάζες $m_b/2$ από τη δοκό είναι ξανά $I_{B1} = I_{B2} = (m_b/2)(2b)^2 = 4(m_b/2)R^2 \sin^2 \alpha$.

Οι σχέσεις ροπής-γωνίας στροφής ($M - \theta$) των ελατηρίων έχουν τη μορφή του Σχ. 3.2 και Εξ. 4.3 και Εξ. 4.4

Το παραπάνω μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση λικνιζόμενου πλαισίου με εύκαμπτα υποστυλώματα με κατακόρυφους τένοντες.

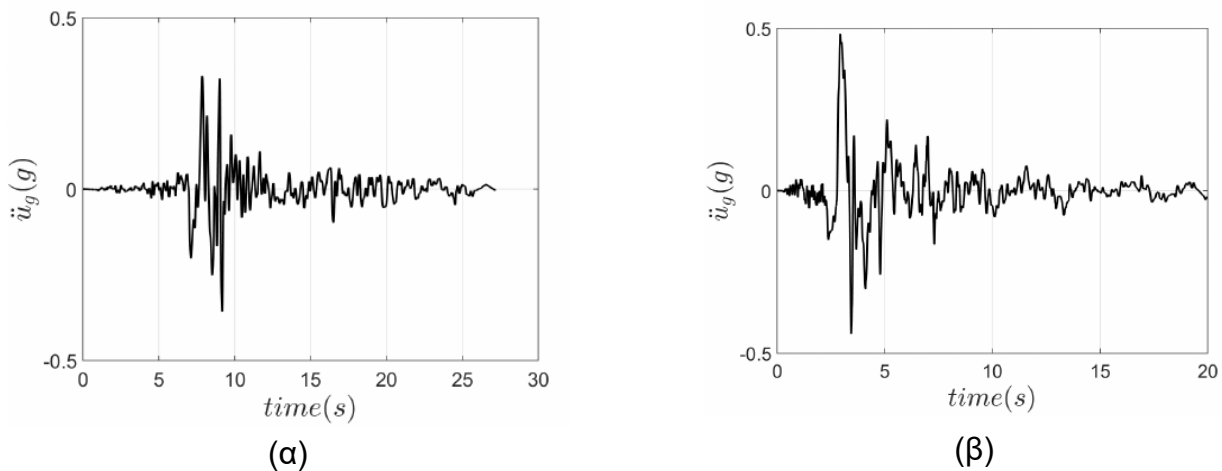
Μοναδική τροποποίηση που απαιτείται είναι η αλλαγή του νόμου $M - \theta$ (Σχ. 3.3, Εξ. 4.27 και Εξ. 4.28) κάθε ελατηρίου ώστε να λαμβάνονται υπόψη η ελαστικότητα και η αρχική δύναμη προέντασης των τενόντων ακριβώς όπως το πλαίσιο με άκαμπτα υποστυλώματα. Ξανά το μοντέλο επεκτείνεται για N ισοϋψή εύκαμπτα υποστυλώματα.



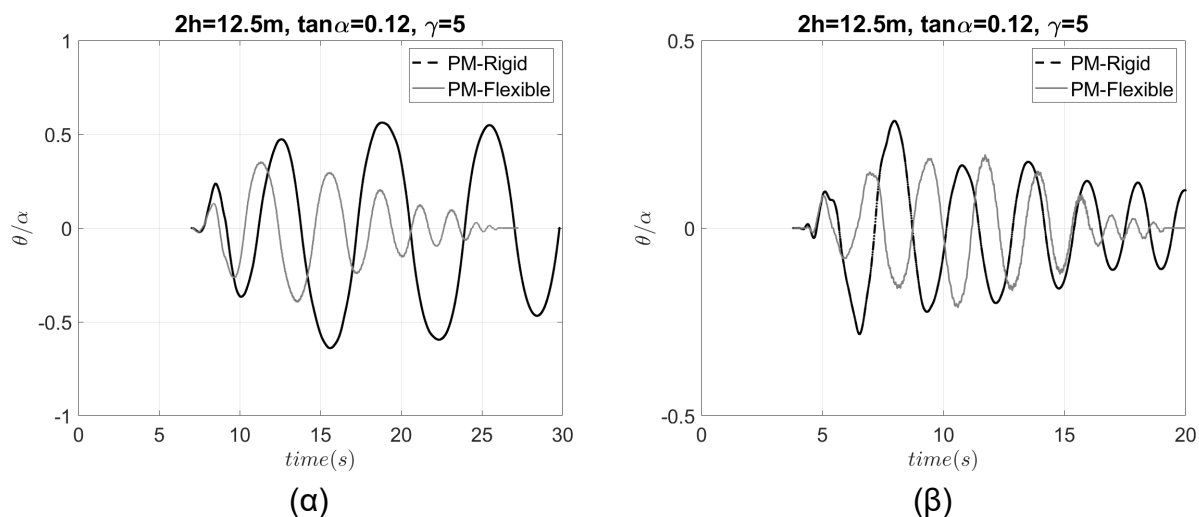
Σχήμα 5.1: Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με εύκαμπτα υποστυλώματα

5.2 Αποτελέσματα

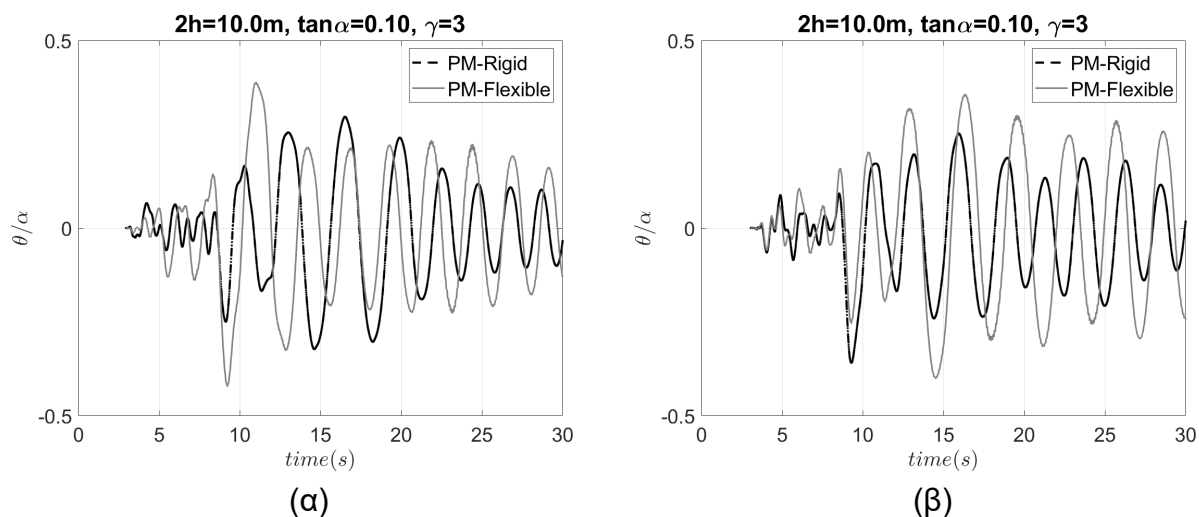
Θεωρούμε δύο πλαίσια με χαρακτηριστικά $2h = 12.5m$, $\tan\alpha = 0.12$, $\gamma = 3$ και $2h = 10m$, $\tan\alpha = 0.1$, $\gamma = 3$, που υποβάλλονται στους σεισμούς του Σχ. 5.2. Επιλύουμε το πρόβλημα θεωρώντας πλαίσιο με άκαμπτα υποστυλώματα και έπειτα ένα πλαίσιο με εύκαμπτα υποστυλώματα από σκυρόδεμα με ιδιότητες $E = 30GPa$ και $\rho = 2.5Mg/m^3$. Η ευκαμψία του συστήματος είναι σημαντική καθώς υπάρχουν περιπτώσεις όπου η θεώρηση άκαμπτων στύλων μπορεί να μην είναι ασφαλής. Οι μετακινήσεις λόγω κάμψης επηρεάζουν τη συνολική απόκριση του πλαισίου. Παρατηρούνται μεγάλες διαφορές και αποκλίσεις στις αποκρίσεις του πλαισίου για εύκαμπτα και άκαμπτα υποστυλώματα αντίστοιχα.



Σχήμα 5.2: Σεισμικές Καταγραφές



Σχήμα 5.3: Σύγκριση των στροφών πλαισίου με χαρ/κά $2h = 12.5m$, $\tan\alpha = 0.12$, $\gamma = 5$ για άκαμπτα και εύκαμπτα υποστυλώματα και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 5.2.



Σχήμα 5.4: Σύγκριση των στροφών πλαισίου με χαρ/κά $2h = 10.0m$, $\tan\alpha = 0.10$, $\gamma = 3$ για άκαμπτα και εύκαμπτα υποστυλώματα και υποβάλλεται στις σεισμικές διεγέρσεις του Σχ. 5.2.

6. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΕΔΡΑΖΟΜΕΝΟΥ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΜΕ ΑΚΑΜΠΤΑ ΑΝΙΣΟΨΗ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΟΚΟΥ

Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα OpenSeEsPy μπορούμε να προσομοιώσουμε το ελεύθερα εδραζόμενο λικνιζόμενο πλαίσιο με ανισοψή υποστυλώματα με ένα αναλυτικό μοντέλο παρόμοια με αυτά που έχουν παρουσιασθεί. Όπως φαίνεται στο Σχ. 6.1. Θεωρούμε ότι η μάζα της άκαμπτης δοκού/επιστύλιου m_b κατανέμεται στα δύο άκρα της B_1 και B_2 ως $m_b/2$ και οι μάζες m_{c1} , m_{c2} των ορθογωνικών λικνιζόμενων υποστυλωμάτων είναι συγκεντρωμένες στο κέντρο μάζας. Υποθέτουμε ότι η μάζα της δοκού συγκεντρώνεται στα δύο άνω σημεία περιστροφής στην κορυφή των υποστυλωμάτων, τα οποία απέχουν κατά $2R_1$ και $2R_2$ από τα σημεία περιστροφής της βάσης. Επομένως η στροφική ροπή αδράνειας στα σημεία B_1 και B_2 είναι ίση με:

$$I_{B1} = \frac{m_b}{2}(2b_1)^2 = 4\frac{m_b}{2}R_1^2\sin^2\alpha_1 \quad (6.1)$$

$$I_{B2} = \frac{m_b}{2}(2b_2)^2 = 4\frac{m_b}{2}R_2^2\sin^2\alpha_2 \quad (6.2)$$

Επιπρόσθετα, η στροφική ροπή αδράνειας στο κέντρο μάζας των υποστυλωμάτων θεωρείται ίση με:

$$I_{c1} = \frac{1}{3}m_{c1}R_1^2 + m_{c1}b_1^2 = \frac{1}{3}m_{c1}R_1^2 + m_{c1}R_1^2\sin^2\alpha_1 \quad (6.3)$$

$$I_{c2} = \frac{1}{3}m_{c2}R_2^2 + m_{c2}b_2^2 = \frac{1}{3}m_{c2}R_2^2 + m_{c2}R_2^2\sin^2\alpha_2 \quad (6.4)$$

Η σχέση ροπής-στροφής για κάθε ένα από τα τέσσερα ελατήρια προέρχεται από την ροπή ευστάθειας που αντιστοιχεί σε κάθε υποστυλώμα:

$$M_{1,top}(\theta_1) = 0.5m_b g R_1 \sin(\alpha_1 \operatorname{sgn}\theta_1 - \theta_1) \quad (6.5)$$

$$M_{2,top}(\theta_2) = 0.5m_b g R_2 \sin(\alpha_2 \operatorname{sgn}\theta_2 - \theta_2) \quad (6.6)$$

$$M_{1,btm}(\theta_1) = (m_{c1} + 0.5m_b)g R_1 \sin(\alpha_1 \operatorname{sgn}\theta_1 - \theta_1) \quad (6.7)$$

$$M_{2,btm}(\theta_2) = (m_{c2} + 0.5m_b)g R_2 \sin(\alpha_2 \operatorname{sgn}\theta_2 - \theta_2) \quad (6.8)$$

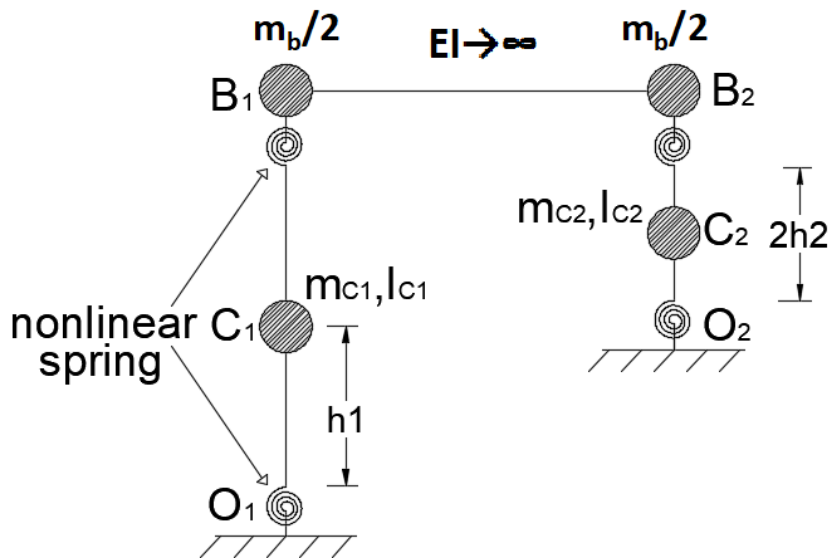
Θεωρώντας ότι η αρχική ανύψωση των υποστυλωμάτων δεν είναι αμελητέα είναι η μέγιστη ροπή ευστάθειας προέρχεται από τις παραπάνω εξισώσεις, θέτοντας $\theta_1 = 0$ και $\theta_2 = 0$:

$$M_{1,top}(0) = 0.5m_b g R_1 \sin \alpha_1 \quad (6.9)$$

$$M_{2,top}(0) = 0.5m_b g R_2 \sin \alpha_2 \quad (6.10)$$

$$M_{1,btm}(0) = (m_{c1} + 0.5m_b) g R_1 \sin \alpha_1 \quad (6.11)$$

$$M_{2,btm}(0) = (m_{c2} + 0.5m_b) g R_2 \sin \alpha_2 \quad (6.12)$$



Σχήμα 6.1: Αναλυτικό μοντέλο λικνιζόμενου πλαισίου με ανισοϋψή υποστυλώματα

Τα στοιχεία δοκού υποστυλώματος B_1B_2 , O_1B_1 και O_2B_2 θεωρούμε ότι συμπεριφέρονται ελαστικά ενώ φαινόμενα 2ας τάξης λαμβάνονται υπόψη μέσα από την δυσκαμψία των ελατηρίων. Η σχέση $M-\theta$ που έχει τη μορφή του Σχ. 3.2 εισάγεται στο νόμο των ελατηρίων μέσω τεσσάρων σημείων $(\theta_1 = 0, M_1(0))$, $(\theta_1 = \alpha_1, M_1(\alpha_1))$, $(\theta_1 = 0, -M_1(0))$, $(\theta_1 = -\alpha, M_1(-\alpha))$ και $(\theta_2 = 0, M_2(0))$, $(\theta_2 = \alpha_2, M_2(\alpha_2))$, $(\theta_2 = 0, -M_2(0))$. Καλύτερη προσέγγιση επιτυγχάνεται με την εισαγωγή περισσότερων ενδιάμεσων σημείων για $0 \leq \theta_{1,2} \leq \alpha_{1,2}$ και $-\alpha_{1,2} \leq \theta_{1,2} \leq 0$.

Από το OpenSees λαμβάνουμε τις οριζόντιες μετακινήσεις u_1 , u_2 στην κορυφή των υποστυλωμάτων για τις οποίες ισχύει $u_1 = u_2 = u$.

$$u_1 = (2h_1)\sin\theta_1 \quad (6.13)$$

$$u_2 = (2h_2)\sin\theta_2 \quad (6.14)$$

Εξισώνοντας τις δύο σχέσεις έχουμε:

$$(2h_1)\sin\theta_1 = (2h_2)\sin\theta_2 \quad (6.15)$$

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1\cos\alpha_1}{R_2\cos\alpha_2} \quad (6.16)$$

Θεωρώντας $\theta_2/\theta_1 \simeq \sin\theta_2/\sin\theta_1$ προκύπτει:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{R_1\cos\alpha_1}{R_2\cos\alpha_2} \quad (6.17)$$

Στην περίπτωση που τα δύο ανισοϋψή υποστυλώματα έχουν το ίδιο πλάτος b , δηλαδή ισχύει:

$$b_1 = b_2 \Rightarrow R_1\sin\alpha_1 = R_2\sin\alpha_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} \quad (6.18)$$

τότε προκύπτει:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{R_1\cos\alpha_1}{R_2\cos\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_2\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2\sin\alpha_1} = \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} \quad (6.19)$$

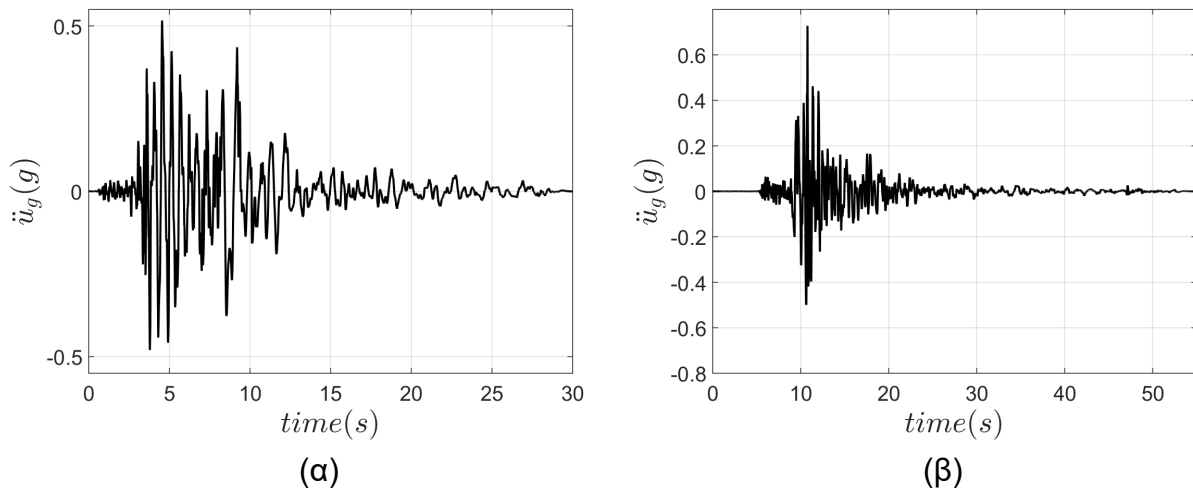
Ο συντελεστής αποκατάστασης αλλάζει τιμή ανάλογα με τη φορά που στρέφεται το πλαίσιο (η_{pos}, η_{neg}) ενώ διαφορετική είναι και η ελάχιστη επιτάχυνση εδάφους που είναι απαραίτητη ώστε να αρχίσει το πλαίσιο να λικνίζεται όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 1.4.

6.1 Αποτελέσματα

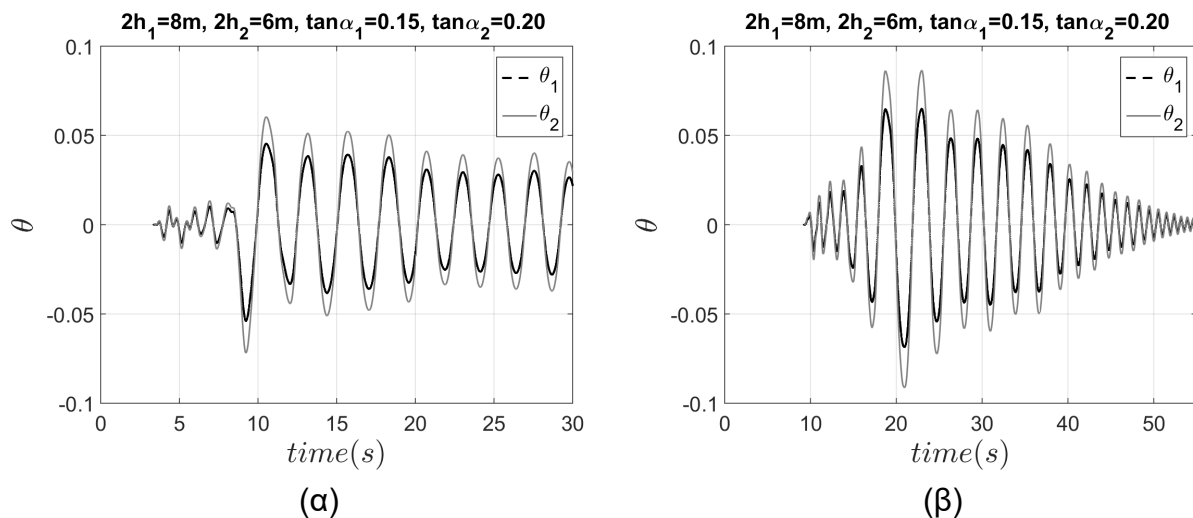
Θεωρούμε ένα λικνιζόμενο πλαίσιο με χαρακτηριστικά: $2h_1 = 8m, 2b_1 = 1.2m, \tan\alpha_1 = 0.15, 2h_2 = 6m, 2b_2 = 1.2m, \tan\alpha_2 = 0.20$. Για αμφότερα τα πλαίσια η τιμή της ραδινότητας επιλέχθηκε ώστε τα υποστυλώματα να είναι λυγηρά, αφού σε αντίθετη περίπτωση (stocky) η απώλεια ενέργειας του Housner's δεν είναι έγκυρη.

Το πλαίσιο που έχει επιλεγεί υποβάλλεται σε σεισμούς όπως παρουσιάζονται στο Σχ. 6.2. Στο Σχ. 6.3 παρουσιάζεται η σύγκριση μεταξύ των γωνιών στροφής θ_1 και θ_2 των υποστυλωμάτων, ενώ στο Σχ. 6.4 παρουσιάζεται η σύγκριση μεταξύ των λόγων θ_1/α_1 και θ_2/α_2 .

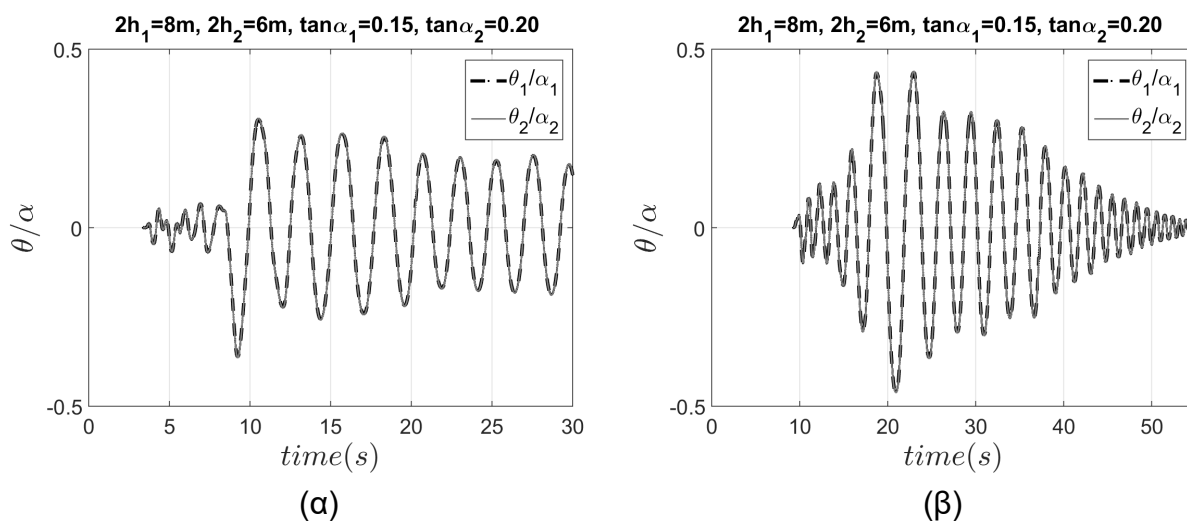
Επιχειρούμε μια όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της απόκρισης του πλαισίου με ανισοϋψη υποστυλώματα. Από τα αποτελέσματα της σύγκρισης των στροφών των δύο υποστυλωμάτων παρατηρείται ότι ικανοποιείται η σχέση μεταξύ τους όπως δόθηκε στην Εξ. 6.19.



Σχήμα 6.2: Σεισμικές Καταγραφές



Σχήμα 6.3: Σύγκριση μεταξύ των γωνιών στροφής θ_1 και θ_2 των υποστυλωμάτων του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h_1 = 8m, 2b_1 = 1.2m, \tan\alpha_1 = 0.15, 2h_2 = 6m, 2b_2 = 1.2m, \tan\alpha_2 = 0.20$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 6.2.



Σχήμα 6.4: Σύγκριση μεταξύ των λόγων θ_1/α_1 και θ_2/α_2 των υποστρωμάτων του ελεύθερα εδραζόμενου λικνιζόμενου πλαισίου με $2h_1 = 8m, 2b_1 = 1.2m, \tan\alpha_1 = 0.15, 2h_2 = 6m, 2b_2 = 1.2m, \tan\alpha_2 = 0.20$, που προσομοιώνεται με το αναλυτικό μοντέλο, υποβαλλόμενο στους σεισμούς του Σχ. 6.2.

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εργασία εξετάζει την απόκριση και τη σεισμική σταθερότητα των λικνιζόμενων σωμάτων και πλαισίων τόσο σε παλμούς Ricker όσο και σε σεισμικές καταγραφές του εδάφους. Συγκεκριμένα, εξετάζουμε την εφαρμογή μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για να προβλέψουμε τη συμπεριφορά αυτού του πολύπλοκου και μη γραμμικού προβλήματος. Αυτή η μελέτη επιβεβαιώνει την ανθεκτική αντίσταση των λικνιζόμενων σωμάτων και πλαισίων, όπως αποδεικνύεται από τη σταθερότητά τους σε αρχαία μνημεία.

Αρχικά, λαμβάνουμε υπόψη δύο αντίστοιχα μοντέλα, αντιμετωπίζοντας το λικνιζόμενο πλαίσιο ως ένα ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα με προσαρμοσμένες παραμέτρους. Επιπλέον, εισάγουμε ένα απλοποιημένο αναλυτικό μοντέλο χρησιμοποιώντας στοιχεία δοκών για να χαρακτηρίσουμε τα λικνιζόμενα στοιχεία και τα στροφικά ελατήρια. Η σχέση ροπής-γωνίας μέσα σε αυτό το μοντέλο απεικονίζει τη σταθερότητα της κατασκευής.

Επεκτείνουμε αυτό το προτεινόμενο μοντέλο για να περιλάβουμε σενάρια που αφορούν λικνιζόμενα πλαίσια με εύκαμπτες στύλους, υποδομές με προέκταση και υποδομές διάφορων υψών. Αυτές οι τελευταίες περιπτώσεις είναι ιδιαίτερα σχετικές για μηχανικούς γεφυρών, και τα τέτοια μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν εύκολα σε λογισμικό ανάλυσης δομών, προσφέροντας ακριβείς λύσεις για πιο περίπλοκα προβλήματα λικνισμού. Κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης και επίλυσης αυτών των μοντέλων, χρησιμοποιήσαμε το λογισμικό OpenSeesPy για να ερευνήσουμε πώς αντιδρούν τα πλαίσια με σταθερές υποδομές και για να καταγράψουμε την επίδραση των εύκαμπτων στοιχείων στη συνολική συμπεριφορά του συστήματος. Παρατηρήσαμε σημαντικές διαφορές στις γωνίες στροφή και, ως εκ τούτου, στις οριζόντιες ή κάθετες μετατοπίσεις τους. Αυτό υπογραμμίζει την ανάγκη προσεκτικής εξέτασης κατά τη μελέτη δομών που κατασκευάζονται από πραγματικά υλικά όπως το σκυρόδεμα.

Για να εισάγουμε απόσβεση σε όλα τα παρουσιαζόμενα μοντέλα, προτείνουμε μια μέθοδο βασισμένη στον συντελεστή αποκατάστασης που προκύπτει από την αρχή της διατήρησης της στροφορμής. Αυτός ο συντελεστής εκφράζεται σε όρους γωνιακών ταχυτήτων πριν και μετά την επίδραση. Η ανάλυση ολοκληρώνεται όταν οι επιφάνειες επαφής επηρεάζονται, και η ταχύτητα αμέσως μετά την επίδραση καθορίζεται από τον πολλαπλασιασμό του συντελεστή αποκατάστασης με την ταχύτητα πριν την επίδραση.

Συγκεντρώθηκαν όλα τα λικνιζόμενα μοντέλα και μελετήθηκε η σεισμική τους απόκριση με χρήση του OpenSeesPy. Η Python είναι γνωστή για την απλότητα, την ευκολία χρήσης και την αναγνωσιμότητά της. Διαθέτει έναν τεράστιο σύστημα βιβλιοθηκών και εργαλείων για επιστημονικούς υπολογισμούς, ανάλυση δεδομένων και οπτικοποίηση. Το OpenSeesPy μπορεί να αξιοποιήσει αυτές τις βιβλιοθήκες για την ανάλυση δεδομένων, τη δημιουργία γραφικών και την επεξεργασία άλλων καθηκόντων που σχετίζονται με τη δομική ανάλυση και προσομοίωση. Η Python και το OpenSeesPy είναι διαθέσιμα σε πολλές πλατφόρμες, κάτι που διευκολύνει τη συνεργασία με συναδέλφους που ενδέχεται να χρησιμοποιούν διαφορετικά λειτουργικά συστήματα. Για πολλούς μηχανικούς και ερευνητές, το OpenSeesPy παρέχει έναν πιο προσιτό και φιλικό προς τον χρήστη τρόπο χρήσης των δυνατοτήτων του OpenSees.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πίνακας 7.1: Σεισμικές καταγραφές που χρησιμοποιήθηκαν.

No	Καταγραφή	Σταθμός	PGA(g)
1	Northridge, 1994	MUL009	0.42
2	Northridge, 1994	MUL279	0.52
3	Northridge, 1994	LOS000	0.41
4	Kocaeli, 1999	DZC270	0.36
5	Imperial Valley, 1999	Aeropuerto Mexicali	0.36
6	Hector Mine	HEC090	0.34
7	Whittier Narrows	LB-Orange Ave.	0.49
8	Ducze	BOL000	0.73

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Milne J. (1885), "Seismic experiments", Transactions of the Seismological Society of Japan, Vol 8. pp: 1-82.
- Dimitrakopoulos E.G., Giouvanidis A.I. (2015), "Seismic response analysis of the planar rocking frame", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.141(7).
- Mander J.B., Cheng C.-T. (1997), "Seismic resistance of bridge piers based on damage avoidance design", Technical Rep., *National Center for Earthquake Engineering Research, State Univ. of New York, Buffalo*, New York.
- Priestley M.N., Seible F., Calvi G.M. (1996), "Seismic design and retrofit of bridges", Wiley, New York.
- Skinner R., Tyler R., Heine A., Robinson W. (1980), "Hysteretic dampers for the protection of structures from earthquakes", Bull. N. Z. Natl. Soc. Earthquake Eng., Vol. 13(1), pp. 22-36.
- Giouvanidis A.I., Dimitrakopoulos E.G., DeJong M.J. (2015), "Seismic response of rocking bridge bents with parameterized flag-shaped hysteretic behavior", *Proceedings of the Tenth Pacific Conference on Earthquake Engineering Building an Earthquake-Resilient Pacific*, Sydney, Australia, 6-8 November 2015.
- Housner H.H. (1963), "The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 53, pp. 404-417.
- Makris N., Vassiliou M.F. (2013), "Planar rocking response and stability analysis of an array of free-standing columns capped with a freely supported rigid beam", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 42, pp. 431-449.
- DeJong M.J., Dimitrakopoulos E.G. (2014), "Dynamically equivalent rocking structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 43(10), pp. 1543-1563.
- Barthes C., Hube M, and Stojadinovic, B. (2010), "Dynamics of a post-tensioned rocking block", *Proceedings of the 9th U.S. National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Toronto, Canada, 25–29 July 2010.
- Makris N., Vassiliou, M.F. (2014), "Dynamics of the Rocking Frame with Vertical Restrainers", *Journal of Structural Engineering*, 04014245.
- Giouvanidis A.I., Dimitrakopoulos E.G. (2016), "The role of the prestressed tendons on the seismic performance of hybrid rocking bridge bents", *ECCOMAS Congress 2016 VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete Island, Greece, 5–10 June 2016, pp. 4983-4996.
- Acikgoz S., DeJong M.J. (2012), "The interaction of elasticity and rocking in flexible structures allowed to uplift". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 41(15), pp. 2177–2194.

- Diamantopoulos S., Fragiadakis M. (2017), “Simple models for the seismic response of rigid or flexible blocks”, *6th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, Rhodes Island, Greece, 15–17 June 2017, pp. 3027-3044.
- Psycharis I.N., (1983), “Dynamics of flexible systems with partial lift-off”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11(4), pp. 501–521.
- Vassiliou M.F., Mackie K.R., Stojadinovic B. (2016), “A finite element model for seismic response analysis of deformable rocking frames”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 46(3), pp. 447–466.
- Psycharis I.N., Fragiadakis M., Stefanou I. (2013), “Seismic reliability assessment of classical columns subjected to near-fault ground motions”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 42, pp. 2061-2079.
- Dimitrakopoulos E.G., DeJong M.J., Giouvanidis A.I. (2013), “Seismic assessment of rocking bridge bents using an equivalent rocking block”, 2013 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (Session T4I-I), Korea Federation of Science and Technology Societies, International Association of Structural Engineering and Mechanics (IASSEM), Korea National Tourism Corporation, Jeju Convention and Visitors Bureau, Jeju, Korea.
- Vassiliou M.F., Mackie K.R., Stojadinovic B. (2014), “Dynamic response analysis of solitary flexible rocking bodies: modeling and behavior under pulse-like ground excitation”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 43(10), pp. 1463–1481.
- Barthès C.B. (2012), “Design of Earthquake Resistant Bridges Using Rocking Columns”, *Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy*, University of California, Berkeley.
- M. Aslam, W.G. Godden, D.T. Scalise (1978) “Rocking and overturning response of rigid bodies to earthquake motions”, 2011 Lawrence Berkeley National Laboratory, University of California, Berkeley.
- Palermo A., Pampanin S., Calvi G.M., “Use of “controlled rocking” in the seismic design of bridges”, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada.
- Diamantopoulos S. (2017), “Seismic Response Assessment of Rigid and Flexible Rocking Bodies using Simple Finite Element Models”, *MSc in Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures*, National Technical University of Athens.
- Diamantopoulos S., Fragiadakis M., “Modeling of rocking frames under seismic loading”, *Earthquake Engng Struct Dyn.* 2022;51:108-128
- Diamantopoulos S., Fragiadakis M., “Seismic response assessment of rocking systems using single degree-of-freedom oscillators”, *Earthquake Engng Struct Dyn.* 2019;48:689-708