



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
Δ.Π.Μ.Σ. «Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων»

Συμμετέχουσες Σχολές:   Μεταλλειολόγων-Μεταλλουργών Μηχανικών  
  Πολιτικών Μηχανικών  
  Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
  - Μηχανικών Γεωπληροφορικής

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΔΟΜΗΣ  
ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΟΠΗΣ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ

THE EFFECT OF MICROSTRUCTURE  
IN THE NUMERICAL SIMULATION OF ROCK CUTTING

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΓΕΩΡΓΑΚΗ Δ. ΕΛΕΝΗ  
ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων καθηγητής:  
Θεόδωρος Ν. Μιχαλακόπουλος  
Καθηγητής

Αθήνα,  
Οκτώβριος 2023

## ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

- Μιχαλακόπουλος Θεόδωρος, Καθηγητής Σχολής Μεταλλειολόγων – Μεταλλουργών Μηχανικών
- Μπενάρδος Ανδρέας, Καθηγητής Σχολής Μεταλλειολόγων – Μεταλλουργών Μηχανικών
- Νομικός Παύλος, Καθηγητής Σχολής Μεταλλειολόγων – Μεταλλουργών Μηχανικών

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία, με αντικείμενο την προσομοίωση εργαστηριακών δοκιμών κοπής πετρωμάτων με τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων, εκπονήθηκε στο πλαίσιο του μαθήματος «Μηχανική Όρυξη Σηράγγων» του Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων», κατά το διάστημα Νοέμβριος 2022 – Νοέμβριος 2023. Με την ολοκλήρωση της εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω:

- ❖ Τον Καθηγητή, της Σχολής Μεταλλειολόγων – Μεταλλουργών Μηχανικών κ. Θεόδωρο Μιχαλακόπουλο, για την ανάθεση της εργασίας και την καθοδήγηση του στη διεκπεραίωση της.
- ❖ Τον κ. Αντώνη Καλογερόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα, για τη συνεχή καθοδήγηση, τις συμβουλές, τη διαρκή υποστήριξη και την υπομονή που έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|  |    |
|--|----|
| ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....  | 1  |
| ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ .....  | 2  |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ .....   | 4  |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....  | 7  |
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....   | 8  |
| ABSTRACT .....   | 10 |
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....  | 21 |
| 1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....                                  | 21 |
| 1.2. ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ .....                                 | 23 |
| 1.3. ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ.....                                    | 23 |
| 1.4. ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ.....                                 | 24 |
| 2. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ .....                | 26 |
| 2.1. ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΟΠΗΣ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΚΟΠΤΙΚΑ ΣΥΡΟΜΕΝΟΥ ΤΥΠΟΥ .....     | 26 |
| 2.1.1. Θεωρία Merchant (1945) .....                                | 26 |
| 2.1.2. Θεωρία Evans .....  | 30 |
| 2.1.3. Θεωρία Paul & Sikarskie (1965).....                         | 36 |
| 2.1.4. Θεωρία Nishimatsu (1971) .....                              | 43 |
| 2.2. ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΔΟΚΙΜΗ ΚΟΠΗΣ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ.....                     | 47 |
| 2.2.1. Εργαστηριακός εξοπλισμός .....                              | 47 |
| 2.2.2. Πειραματική διαδικασία .....                                | 48 |
| 2.2.3. Χαρακτηριστική συμπεριφορά πετρωμάτων κατά την κοπή .....   | 49 |
| 2.2.4. Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών .....                    | 50 |
| 2.3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ..... | 51 |
| 2.3.1. Scholtès & Donzé (2013) .....                               | 52 |

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 2.3.2. | Kalogeropoulos & Michalakopoulos (2022).....  | 55 |
| 3.     | ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΥΑΔΕ .....   | 60 |
| 3.1.   | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....   | 60 |
| 3.2.   | ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....   | 60 |
| 3.3.   | ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ-ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ.....  | 62 |
| 4.     | ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....  | 66 |
| 4.1.   | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....   | 66 |
| 4.2.   | ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ .....   | 66 |
| 4.3.   | ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ .....                                       | 67 |
| 4.3.1. | ΔΟΚΙΜΗ ΑΝΕΜΠΟΔΙΣΤΗΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ .....   | 68 |
| 4.3.2. | ΔΟΚΙΜΗ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ .....   | 70 |
| 4.4.   | ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΔΟΚΙΜΩΝ UCS-BTS.....   | 71 |
| 4.5.   | ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΙΣ ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ..... | 72 |
| 4.5.1. | ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΔΟΚΙΜΩΝ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ .....   | 72 |
| 4.5.2. | ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΔΟΚΙΜΩΝ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ.....   | 74 |
| 5.     | ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΟΠΗΣ ΜΕ ΚΟΠΤΙΚΟ ΣΥΡΟΜΕΝΟΥ ΤΥΠΟΥ .....  | 79 |
| 5.1.   | ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....  | 79 |
| 5.2.   | ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ ΚΟΠΗΣ .....   | 81 |
| 5.3.   | ΔΙΕΡΕΥΝΥΣΗ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΟΠΗΣ .....  | 84 |
| 5.4.   | ΔΙΕΡΕΥΝΥΣΗ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΜΕΓΙΣΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΟΠΗΣ .....                 | 91 |
| 6.     | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....  | 95 |
|        | ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....  | 98 |

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

|   |    |
|---|----|
| Σχήμα 2.1. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή υλικού με βάση τη θεωρία Merchant (1945).....   | 27 |
| Σχήμα 2.2. Επίδραση της ορθής δύναμης $F_{ns}$ στην διατμητική αντοχή του επιπέδου αστοχίας κατά τον Merchant.....  | 29 |
| Σχήμα 2.3. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη γενική θεωρία Evans (1962).<br>.....  | 31 |
| Σχήμα 2.4. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση την απλοποιημένη θεωρία Evans (1965). ....   | 34 |
| Σχήμα 2.5. Γεωμετρία κοπής κατά την θεωρία των Paul & Sikarskie (1965).....   | 37 |
| Σχήμα 2.6. Καμπύλες φορτίου-δειξίσης για κάθε τύπο δοκιμής κοπής καθώς και για τις θεωρούμενες πραγματικές συνθήκες κοπής κατά τους Paul & Sikarskie (1965).....                      | 38 |
| Σχήμα 2.7. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη θεωρία Paul & Sikarskie (1965). ....  | 40 |
| Σχήμα 2.8. Ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη δοκιμή: (αριστερά) σταθερού ρυθμού και (δεξιά) σταθερού φορτίου κατά τους Paul & Sikarskie (1965).....                                  | 43 |
| Σχήμα 2.9. Μηχανισμός κοπής πετρώματος με κοπτικό συρόμενου τύπου με βάση τη θεωρία Nishimatsu (1972). ....   | 43 |
| Σχήμα 2.10: Διάγραμμα δυνάμεων και κατανομής τάσεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη θεωρία Nishimatsu (1972). ....  | 45 |
| Σχήμα 2.11. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την πειραματική κοπή πετρώματος συναρτήσει του χρόνου (Αναγνώστου, 2006).....   | 49 |
| Σχήμα 2.12. Χαρακτηριστικά διαγράμματα δύναμης κοπής με (αριστερά) τη μετατόπιση του κοπτικού, (δεξιά) το χρόνο για πλαστική (πάνω) και ψαθυρή (κάτω) συμπεριφορά του υλικού.....     | 50 |
| Σχήμα 2.13. Διάγραμμα δύναμης κοπής-χρόνου ασβεστολίθου. (Αναγνώστου 2006). ....  | 51 |
| Σχήμα 2.14. Αναπαράσταση της επίδρασης του εύρους αλληλεπίδρασης μεταξύ των κόκκων του πετρώματος για a) $\gamma_{int}=1$ b) $\gamma_{int}>1$ κατά τους Scholtès & Donzé (2013). .... | 53 |
| Σχήμα 2.15. Αριθμητικό προσομοίωμα για a) δοκιμή άμεσου εφελκυσμού, b) δοκιμή τριαξονικής θλίψης (Scholtès & Donzé , 2013).....   | 54 |

|  |    |
|--|----|
| Σχήμα 2.16. Κριτήριο αστοχίας των δεσμών σύμφωνα με το μοντέλο των Scholtès & Donzé (2013).<br>.....   | 55 |
| Σχήμα 2.17. Δοκίμιο συνθετικού πετρώματος στο λογισμικό YADE (Kalogeropoulos & Michalakopoulos 2022). .....  | 56 |
| Σχήμα 2.18. Σύγκριση της πραγματικής δύναμης κοπής και των αριθμητικών προσομοιώσεων κοπών για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ (Kalogeropoulos & Michalakopoulos 2022). .....          | 58 |
| Σχήμα 2.19. Κατανομή της δύναμης κοπής στην εργαστηριακή δοκιμή και στις αριθμητικές προσομοιώσεις για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ (Kalogeropoulos & Michalakopoulos, 2022). ..... | 59 |
| Σχήμα 3.1. Τρόπος υπολογισμού μετατοπίσεων στην α) άμεση μέθοδο, b) έμμεση μέθοδο. ....  | 61 |
| Σχήμα 3.2. Δυνάμεις μεταξύ ζεύγους σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος. ....  | 62 |
| Σχήμα 3.3. Συμπεριφορά των δεσμών κατά την ορθή φόρτιση (Scholtès & Donzé, 2013). .....  | 63 |
| Σχήμα 3.4. Κριτήριο αστοχίας των δεσμών σε διάτμηση (Sholtes & Donze, 2013). .....   | 65 |
| Σχήμα 4.1. Τυπική καμπύλη τάσης-τροπής (αξονικής και διαμετρικής) κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. (Νομικός, 2015). ....  | 69 |
| Σχήμα 4.2. Τρόποι υπολογισμού του μέτρου Young από την καμπύλη αξονικής τάσης-τροπής της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης. (Νομικός, 2015). .....   | 70 |
| Σχήμα 4.3. Καμπύλες τάσης-αξονικής παραμόρφωσης από την προσομοίωση του αριθμητικού μοντέλου σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης. ....  | 73 |
| Σχήμα 4.4. Συνθετικά δοκίμια πετρώματος και αναπαράσταση του τρόπου θραύσης τους. ....   | 73 |
| Σχήμα 4.5. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με $\gamma_{int} = 1.10$ . ....   | 74 |
| Σχήμα 4.6. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για $\gamma_{int} = 1.10$ κατά τη δοκιμή BTS. ....  | 75 |
| Σχήμα 4.7. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με $\gamma_{int} = 1.25$ . ....   | 75 |
| Σχήμα 4.8. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για $\gamma_{int} = 1.25$ κατά τη δοκιμή BTS. ....  | 76 |
| Σχήμα 4.9. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με $\gamma_{int} = 1.50$ . ....   | 76 |
| Σχήμα 4.10. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για $\gamma_{int} = 1.50$ κατά τη δοκιμή BTS. ....   | 77 |

|  |    |
|--|----|
| Σχήμα 5.1. Διαστάσεις δοκιμίου συνθετικού πετρώματος. ....   | 80 |
| Σχήμα 5.2. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με $\gamma_{int} = 1.10$ και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.....                  | 83 |
| Σχήμα 5.3. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με $\gamma_{int} = 1.25$ και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.....                  | 83 |
| Σχήμα 5.4. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με $\gamma_{int} = 1.50$ και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.....                  | 84 |
| Σχήμα 5.5. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_1$ ..... | 87 |
| Σχήμα 5.6. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_2$ ..... | 88 |
| Σχήμα 5.7. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_3$ ..... | 88 |
| Σχήμα 5.8. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_1$ .....    | 89 |
| Σχήμα 5.9. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_2$ .....    | 90 |
| Σχήμα 5.10. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του $\gamma_{int}$ για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους $\Sigma_3$ .....   | 90 |
| Σχήμα 5.11. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει του μακροσκοπικού μέτρου Young συνθετικού πετρώματος. ....                    | 93 |
| Σχήμα 5.12. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει της μακροσκοπικής θλιπτικής αντοχής συνθετικού πετρώματος. ....               | 94 |
| Σχήμα 5.13. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει της μακροσκοπικής εφελκυστικής αντοχής συνθετικού πετρώματος. ....            | 94 |



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

|   |    |
|---|----|
| Πίνακας 1.1. Κατάλογος συμβόλων και αρκτικόλεξων.....   | 25 |
| Πίνακας 4.1. Παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας του Ασβεστόλιθου Ελευσίνας (Αναγνώστου, 2006)..... | 68 |
| Πίνακας 4.2. Μικροπαράμετροι δεσμών συνθετικού πετρώματος. ....   | 72 |
| Πίνακας 4.3. Μακροσκοπικές παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας συνθετικού πετρώματος.....           | 72 |
| Πίνακας 4.4. Εφελκυστική αντοχή συνθετικών δοκιμίων για κάθε τιμή του $\gamma_{int}$ .....                | 77 |
| Πίνακας 5.1. Χαρακτηριστικά κοπτικού εργαλείου. ....  | 79 |
| Πίνακας 5.2. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος.....                                     | 81 |
| Πίνακας 5.3. Συσχέτιση μακροσκοπικών παραμέτρων συνθετικού πετρώματος με μέγιστη δύναμη κοπής.....        | 82 |
| Πίνακας 5.4. Σειρές μικροπαραμέτρων συνθετικού πετρώματος.....  | 85 |
| Πίνακας 5.5. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος $\Sigma_1$ .....                         | 85 |
| Πίνακας 5.6. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος $\Sigma_2$ .....                         | 85 |
| Πίνακας 5.7. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος $\Sigma_3$ .....                         | 86 |
| Πίνακας 5.8. Μακροσκοπικές παράμετροι συνθετικών πετρωμάτων με γνωστή μέγιστη δύναμη κοπής.....           | 91 |
| Πίνακας 5.9. Συσχέτιση μακροσκοπικών παραμέτρων συνθετικών πετρωμάτων με μέγιστη δύναμη κοπής.....        | 92 |

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η κλασική μηχανική του συνεχούς μέσου καθώς και αριθμητικές μέθοδοι, όπως αυτή των πεπερασμένων στοιχείων, δεν είναι δυνατό να δώσουν λύση στην προσομοίωση των φαινομένων που αναπτύσσονται κατά την όρυξη, όπως είναι η σύνθλιψη, η ρωγμάτωση και η θραύση του πετρώματος.

Για την μοντελοποίηση αυτών των φαινομένων χρησιμοποιείται η μέθοδος διακριτών στοιχείων (Discrete Element Method), η οποία αντιμετωπίζει τα στοιχεία που απαρτίζουν το πέτρωμα, δηλαδή τα ορυκτά, ως ξεχωριστά σώματα, τα οποία βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους και περιβάλλονται από κενά.

Στην παρούσα εργασία γίνεται χρήση της μεθόδου διακριτών στοιχείων για την αριθμητική προσομοίωση της εργαστηριακής δοκιμής κοπής πετρωμάτων. Σκοπός είναι η διερεύνηση της επιρροής του συντελεστή αλληλεπίδρασης ( $\gamma_{int}$ ) των διακριτών στοιχείων, που απαρτίζουν το αριθμητικό μοντέλο του πετρώματος, στο μέτρο και τη διακύμανση της χρονικής ακολουθίας της δύναμης κοπής. Με το συντελεστή αλληλεπίδρασης προσομοιώνεται η μικροδομή του πραγματικού πετρώματος, η οποία -μαζί με τον κερματισμό της βραχομάζας- καθορίζουν σε τελική ανάλυση το αποτέλεσμα της εξόρυξης πετρωμάτων με μηχανικά μέσα.

Για τη μοντελοποίηση του πετρώματος, υπολογίζονται οι παράμετροι αντοχής των δεσμών των σωματιδίων, οι οποίοι οδηγούν στην ίδια μακροσκοπική απόκριση του αριθμητικού μοντέλου με αυτή του πραγματικού πετρώματος, μέσω μίας επαναληπτικής διαδικασίας που καλείται βαθμονόμηση.

Η βαθμονόμηση του αριθμητικού μοντέλου γίνεται μέσω προσομοίωσης των εργαστηριακών δοκιμών ανεμπόδιστης μονοαξονικής θλίψης (UCS) και αντιδιαμετρικής θλίψης (BTS) σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα αποτελέσματα που εξετάζονται είναι το τέμνον μέτρο ελαστικότητας, η θλιπτική αντοχή και η εφελκυστική αντοχή, τα οποία συγκρίνονται με αυτά των πραγματικών εργαστηριακών δοκιμών, με στόχο την κατά το δυνατόν ταύτισή τους.

Με βάση αυτή τη διαδικασία κατασκευάστηκαν τρία αριθμητικά μοντέλα, με ίδια μακροσκοπική απόκριση, αλλά με διαφορετική τιμή του συντελεστή αλληλεπίδρασης, τα οποία υποβλήθηκαν σε δοκιμή κοπής με κοπτικό τύπου σφήνας, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη αλληλεπίδραση μεταξύ γειτονικών κοπών. Επελέγησαν τρεις τιμές του συντελεστή αλληλεπίδρασης, 1.10, 1.25 και 1.50.

Τα εργαστηριακά αποτελέσματα που χρησιμοποιούνται τόσο για τη βαθμονόμηση του αριθμητικού μοντέλου όσο και για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της δοκιμής κοπής προέκυψαν στο πλαίσιο της μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας του Β. Αναγνώστου (2006).

Η μέγιστη δύναμη κοπής που προκύπτει από τα τρία μοντέλα είναι της ίδιας τάξης μεγέθους και σε κάθε περίπτωση υπερεκτιμά κατά δύο έως τρεις φορές τη μέγιστη δύναμη κοπής που προκύπτει από τις εργαστηριακές δοκιμές.

Η μέση δύναμη κοπής για τα μοντέλα με  $\gamma_{int}$  1.25 και 1.50 παρουσιάζει καλή συσχέτιση με τη μέση εργαστηριακή τιμή, σε αντίθεση με τη μέση δύναμη του αριθμητικού μοντέλου με  $\gamma_{int}$  1.10 όπου καταγράφεται διπλάσια δύναμη από την εργαστηριακή.

Στη συνέχεια εκτελούνται σε κάθε μοντέλο τέσσερις επιπλέον προσομοιώσεις κοπής, με μεταβολή μόνο της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  εντός του εύρους τιμών {1.00, 1.50}. Και στα τρία μοντέλα η μεταβολή του συντελεστή αλληλεπίδρασης δεν επηρεάζει σημαντικά τη μέση δύναμη κοπής. Συνεπώς συμπεραίνεται ότι η μέση δύναμη κοπής εξαρτάται κυρίως από τις παραμέτρους αντοχής των δεσμών των σωματιδίων. Αντίθετα, η μέγιστη δύναμη κοπής έχει άμεση συσχέτιση με την τιμή του  $\gamma_{int}$ .

Τέλος, πραγματοποιήθηκαν πέντε ζεύγη προσομοιώσεων δοκιμών UCS και BTS σε συνθετικά πετρώματα με γνωστή μέγιστη δύναμη κοπής. Με βάση αυτές τις αναλύσεις, καταγράφηκε γραμμική συσχέτιση των τριών εξεταζόμενων μακροσκοπικών παραμέτρων αντοχής του πετρώματος με τη μέγιστη δύναμη κοπής για αριθμητικά μοντέλα με συντελεστή αλληλεπίδρασης μεγαλύτερο της μονάδας. Τα μοντέλα με συντελεστή αλληλεπίδρασης ίσο με τη μονάδα παρουσιάζουν πολύ χαμηλές παραμέτρους αντοχής και παραμορφωσιμότητας, οι οποίες δεν αντιστοιχούν σε τυπικά πετρώματα.

## ABSTRACT

Classical mechanics of the continuum as well as numerical methods, such as finite elements method, cannot simulate the phenomena that are developed during rock cutting, such as crushing, cracking and fracture of the rock.

To model these phenomena, the Discrete Element Method is used. DEM treats the elements that the rock is consisted of, which is the minerals, as separate bodies that are in contact with each other and are surrounded by voids.

Typically, in a DE model of rock, bonds between two DE are created only if they are directly in contact. Scholtès & Donzé (2013) observed that this cannot satisfactorily simulate the behaviour of brittle materials. So, they proposed a parameter that allows bonding of nearby DE that are not in direct contact. This parameter is called the interaction range coefficient ( $\gamma_{int}$ ). The minimum value of  $\gamma_{int}$  is equal to one and its use will result in bonding of DEs only in direct contact. The maximum value is dependent on particles' size distribution and should be less than or equal to  $1 + \frac{R_{min}}{R_{max}}$ .

In this work, the discrete element method is used for the numerical simulation of the laboratory rock cutting test. The purpose is to investigate the influence of the interaction range coefficient ( $\gamma_{int}$ ) on the measure and variation of the time sequence of the cutting force. The interaction range coefficient is used to simulate the microstructure of the real rock, which –combined with the fragmentation of the rock mass– practically determines the result of rock excavation by mechanical means.

The macroscopic behaviour of the numerical model of rock is determined by the microparameters of strength and deformability of the bonds that are developed between the discrete elements of the model. Therefore, to model the rock, the bond strength and deformability parameters of the particles are calculated, so that the macroscopic response of the numerical model matches that of the real rock, through an iterative process called calibration.

The laboratory test data used for the calibration of the numerical model and the comparison of the cutting test results were previously obtained and presented by V. Anagnostou (2006). The laboratory macroscopic parameters of the real rock, which is a limestone, are given in Table 6.1.

Table 6.1. Strength and deformability parameters of the examined limestone (Anagnostou, 2006)

| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | E (GPa) | $\nu$ (-) | UCS<br>$\sigma_c$ (MPa) | BTS<br>$\sigma_t$ (MPa) |
|-----------------------------|---------|-----------|-------------------------|-------------------------|
| 2600.3                      | 59.9    | 0.331     | 84.9                    | 15.5                    |

The calibration of the numerical model is accomplished by simulating uniaxial compression strength tests (UCS) and Brazilian tensile strength tests (BTS). The important parameters examined are Young's modulus, compressive strength and tensile strength. These parameters are compared with those of the corresponding actual laboratory tests. The target of the procedure is to match those results.

Three numerical models were calibrated via this procedure, with the same macroscopic response, but with a different value of the interaction range coefficient. The values of the interaction range coefficient which are chosen for the calibration are 1.10, 1.25 and 1.50. The results for the microparameters, as derived from the numerical model calibration, are given in Table 1.2.

Table 1.2. Bond microparameters in the numerical models.

| $\gamma_{int}$ | $E_{eq}$ (GPa) | $K_n/K_s$ | $t$ (MPa) | $c$ (MPa) | $\phi$ (degrees) |
|----------------|----------------|-----------|-----------|-----------|------------------|
| 1.10           | 117.0          | 2.3       | 40.00     | 5.48t     | 35               |
| 1.25           | 63.5           | 2.3       | 14.10     | 5.48t     | 35               |
| 1.50           | 32.0           | 2.3       | 6.15      | 5.48t     | 35               |

The three models are used for the numerical simulation of rock cutting tests in unrelieved mode, i.e. without considering interaction between neighboring cuts. The cutter used in the simulations is a wedge-type cutter modelled as a rigid body using facet elements. The cutter's characteristics are listed in Table 1.3.

Table 1.3. Cutter characteristics

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| Type                       | Wedge      |
| Cutter-rock friction angle | 30 degrees |
| Width                      | 12.7 mm    |
| Front rake angle           | 5 degrees  |

|                 |           |
|-----------------|-----------|
| Back rake angle | 5 degrees |
|-----------------|-----------|

The results of the laboratory cutting test simulations on those three models in terms of average and maximum cutting force are given in Table 1.4. Furthermore, the variation of the time sequence of the cutting force of the numerical models compared with the corresponding results of the laboratory test are given in Figures 0.1 – 0.3.

Table 1.4. Average and maximum cutting force of cutting tests simulations.

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) |
|----------------|---------------|---------------|
| 1.10           | 3333          | 14403         |
| 1.25           | 1829          | 11631         |
| 1.50           | 1257          | 12008         |

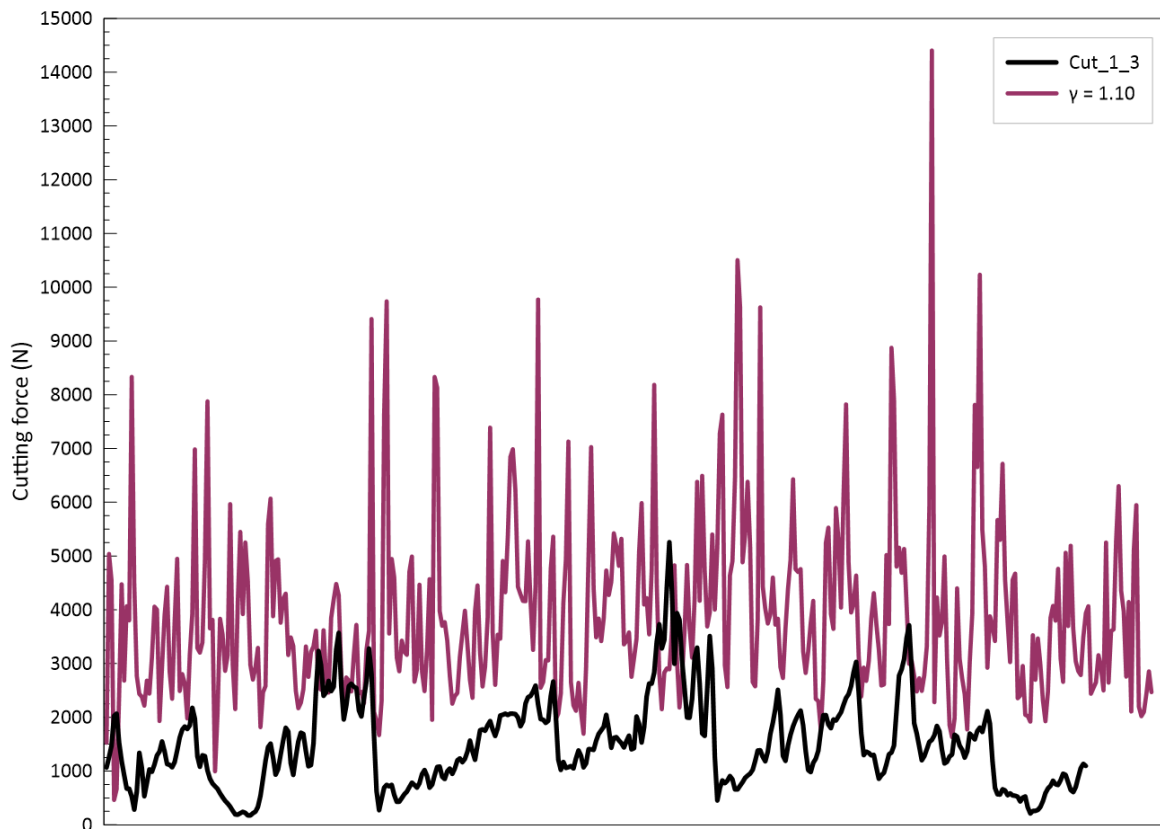


Figure 1.1. Time sequence variation of the cutting force for the numerical model with  $\gamma_{int} = 1.10$  and the actual limestone.

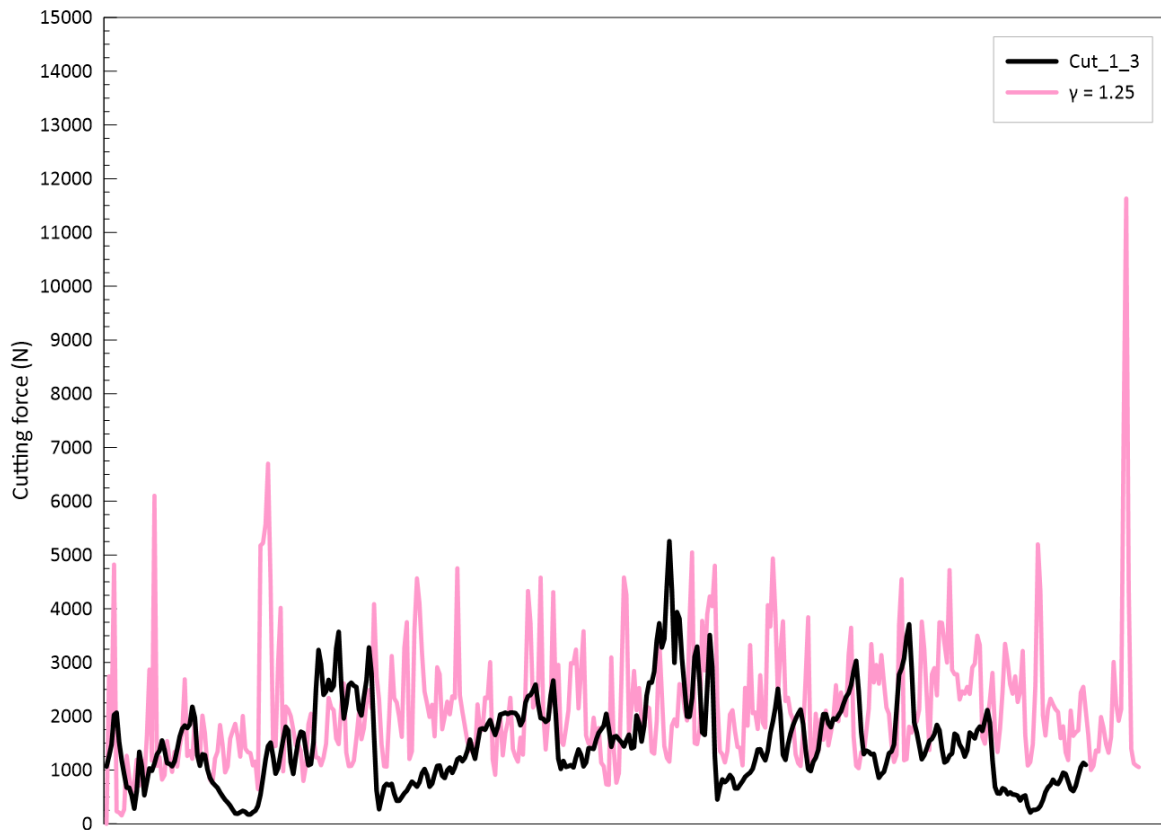


Figure 1.2. Time sequence variation of the cutting force for the numerical model with  $\gamma_{int} = 1.25$  and the actual limestone.

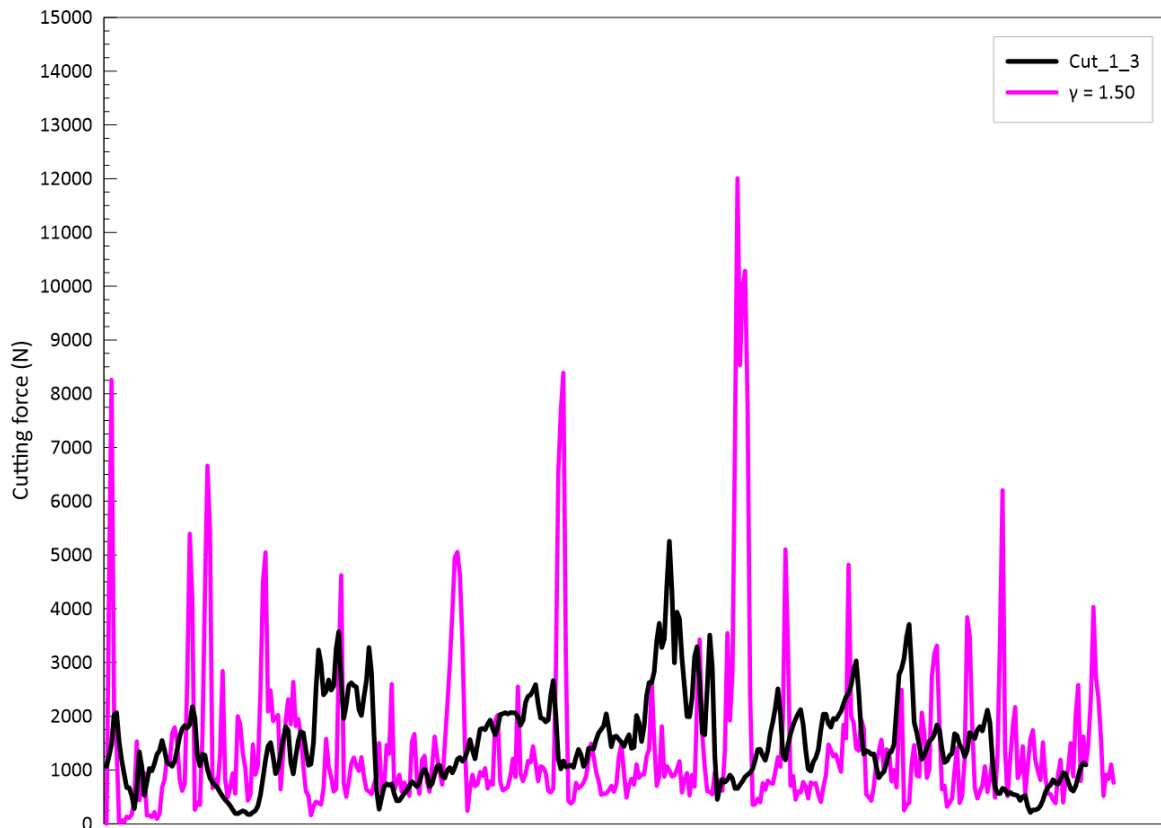


Figure 1.3. Time sequence variation of the cutting force for the numerical model with  $\gamma_{int} = 1.50$  and the actual limestone.

The maximum cutting force obtained from the three models is of the same magnitude and, in each case, the maximum cutting force of the numerical model is 2÷3 times larger than the laboratory value.

The average cutting force for the models with  $\gamma_{int}$  1.25 and 1.50 have a good correlation with the average laboratory value, in contrast to the average force of the numerical model with  $\gamma_{int}$  1.10 that was twice as large as the laboratory force.

Subsequently, four additional cutting test simulations were performed for each set of microparameters. In these simulations the only variation in each set is the interaction range coefficient. The  $\gamma_{int}$  values, used on each set, are 1.00, 1.10, 1.25, 1.35 and 1.50. The parameters of each model are given in Table 1.5 and the results of the cutting tests, in terms of average and maximum cutting force, are given in Table 1.6 to Table 1.8.

Table 1.5. Microparameters sets for numerical models.

| S/N | $E_{eq}$ (GPa) | $K_n/K_s$ | t (MPa) | c (MPa) | $\phi$ (degrees) |
|-----|----------------|-----------|---------|---------|------------------|
| S_1 | 117.0          | 2.3       | 40.00   | 219.00  | 35               |
| S_2 | 63.5           | 2.3       | 14.10   | 77.20   | 35               |
| S_3 | 32.0           | 2.3       | 6.15    | 33.69   | 35               |

Table 1.6. Average and maximum cutting force for set S\_1.

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 2409          | 4373          | 1.8               |
| 1.10           | 3333          | 14403         | 4.3               |
| 1.25           | 3505          | 24153         | 6.9               |
| 1.35           | 4049          | 42672         | 10.5              |
| 1.50           | 6169          | 84668         | 13.7              |



Table 1.7. Average and maximum cutting force for set S\_2.

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 1190          | 2315          | 1.9               |
| 1.10           | 1674          | 4885          | 2.9               |
| 1.25           | 1829          | 11631         | 6.4               |
| 1.35           | 1993          | 15064         | 7.6               |
| 1.50           | 2095          | 18418         | 8.8               |

Table 1.8. Average and maximum cutting force for set S\_3.

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 688           | 1259          | 1.8               |
| 1.10           | 905           | 2575          | 2.8               |
| 1.25           | 888           | 5379          | 6.1               |
| 1.35           | 968           | 9934          | 10.3              |
| 1.50           | 1257          | 12008         | 9.6               |

In all three models, the change of the interaction range coefficient does not significantly affect the average cutting force, as shown in Figure 1.4 to Figure 1.6. So, it is concluded that the average cutting force mainly depends on the strength parameters of the particle bonds.

On the contrary, the maximum cutting force has a direct correlation with the value of  $\gamma_{int}$ , as shown in Figure 1.7 to Figure 1.9.

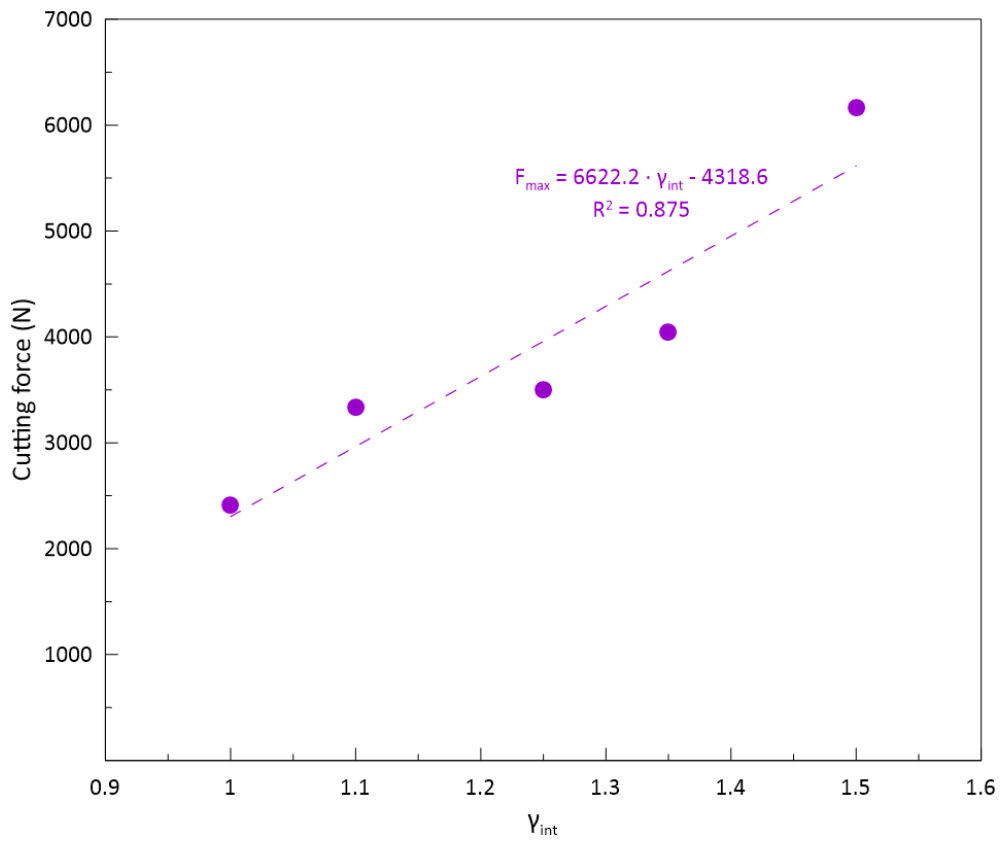


Figure 1.4. Average cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters  $S_1$ .

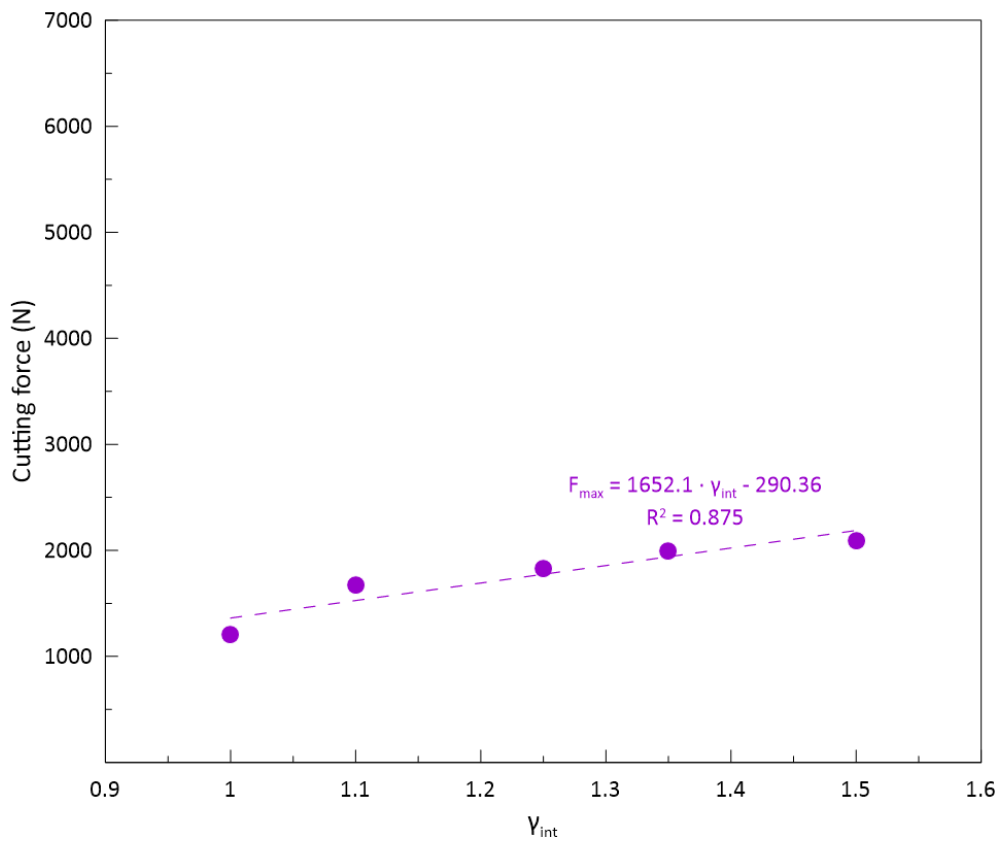


Figure 1.5. Average cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters  $S_2$ .

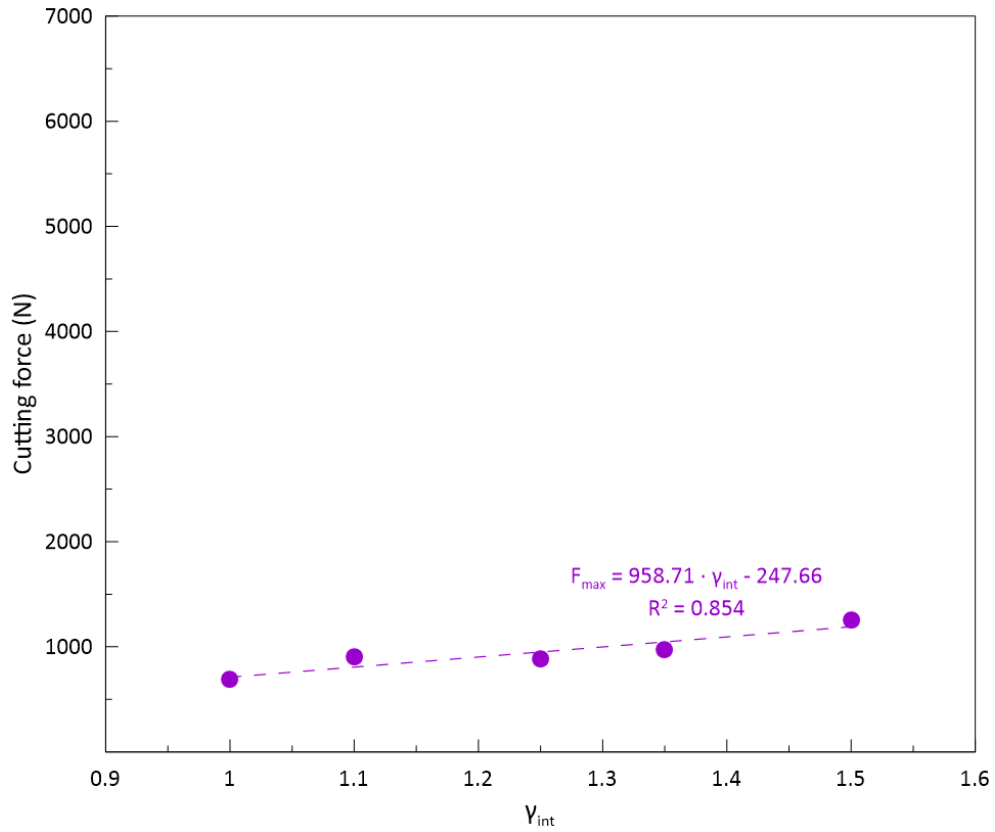


Figure 1.6. Average cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters S\_3.

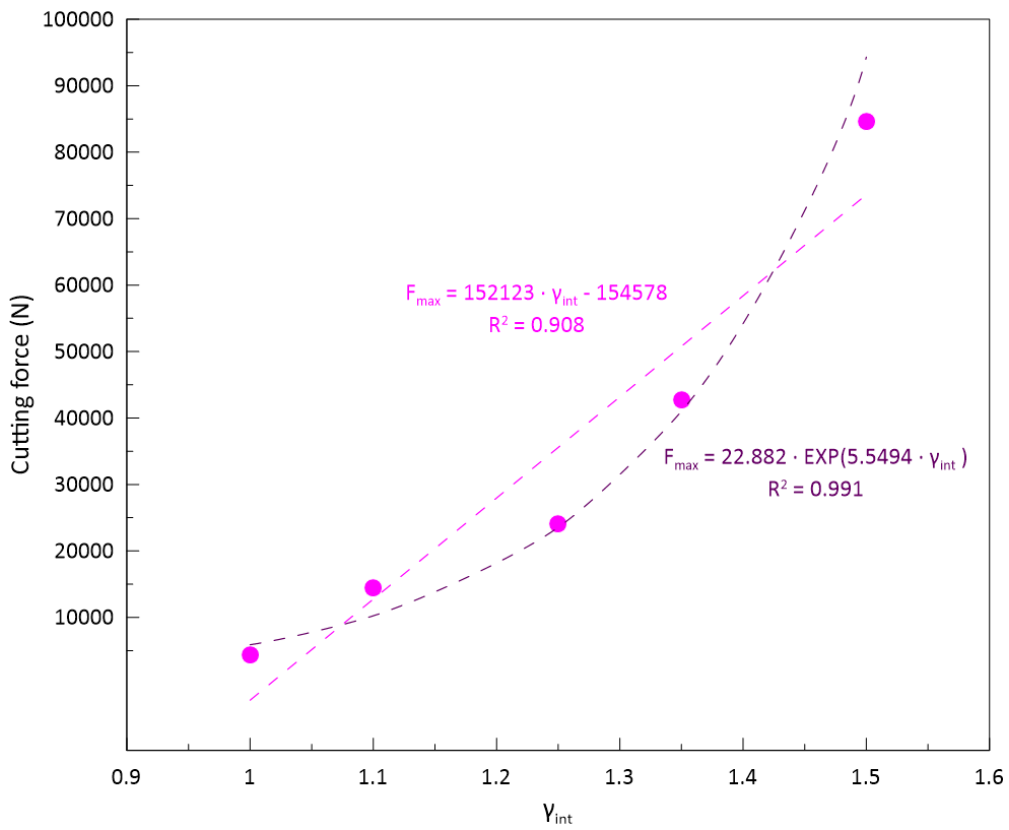


Figure 1.7. Maximum cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters S\_1.

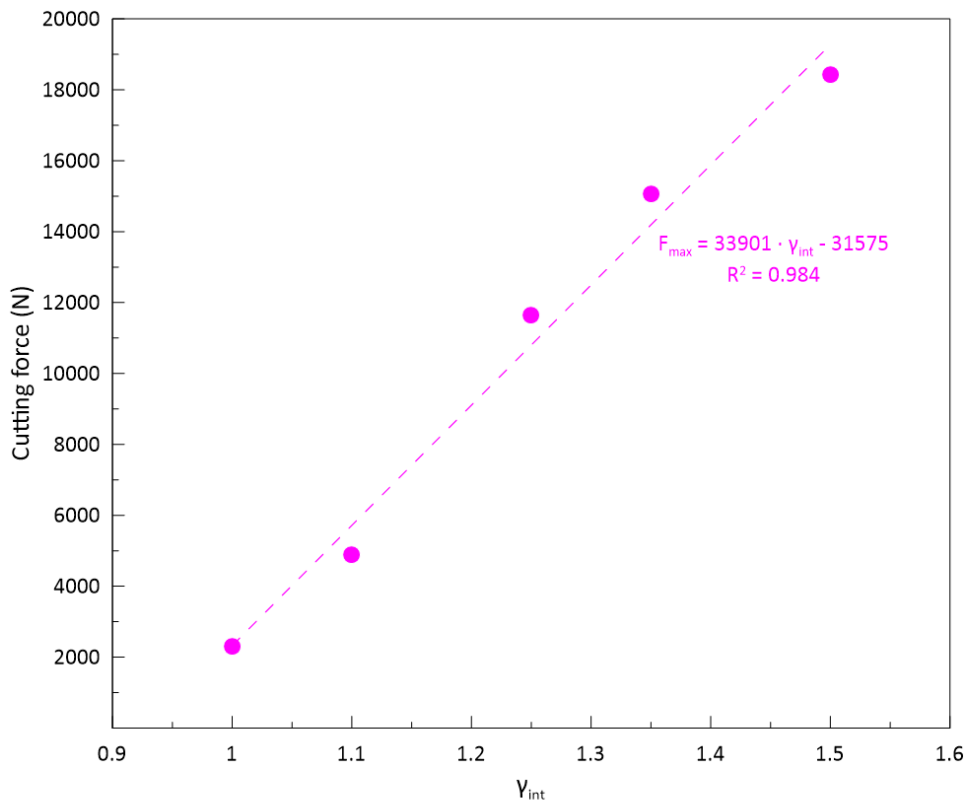


Figure 1.8. Maximum cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters  $S_2$ .

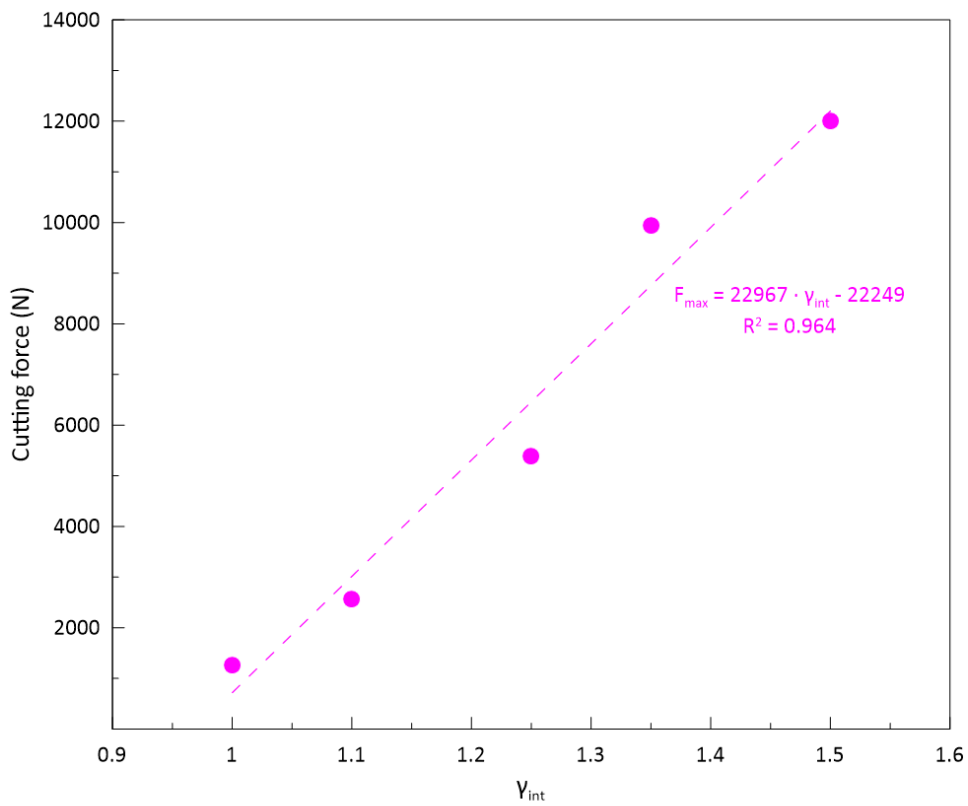


Figure 1.9. Maximum cutting force for different values of  $\gamma_{int}$  for the numerical model of rock with microparameters  $S_3$ .

Finally, five sets of simulations of uniaxial compression strength tests (UCS) and Brazilian tensile strength tests (BTS) were performed on rock numerical models of known maximum cutting force. The models subjected to “back analysis”, as well as the macroparameters resulting from the analysis, are given in Table 1.9. Models with an interaction range coefficient value equal to one lead to very low strength and deformability macroscopic parameters. These parameters do not correspond to typical rock behaviour. For the models with an interaction range coefficient value greater than one, a linear correlation of the three macroscopic parameters in question with the maximum cutting force is recorded, as shown in Figure 1.10 to Figure 1.12.

Table 1.9. Macroscopic parameters of numerical models for rock of known maximum cutting force.

| S/N | $\gamma_{int}$ | $F_{max}$ | $E_t$ (GPa) | $\sigma_c$ (MPa) | $\sigma_t$ (MPa) |
|-----|----------------|-----------|-------------|------------------|------------------|
| S_1 | 1.00           | 4373      | 8.57        | 5.44             | 0.84             |
| S_2 | 1.00           | 2315      | 4.53        | 1.85             | 0.28             |
| S_2 | 1.10           | 4885      | 39.08       | 42.56            | 5.18             |
| S_3 | 1.10           | 2575      | 19.70       | 18.39            | 2.26             |
| S_3 | 1.25           | 5379      | 33.98       | 42.98            | 4.23             |

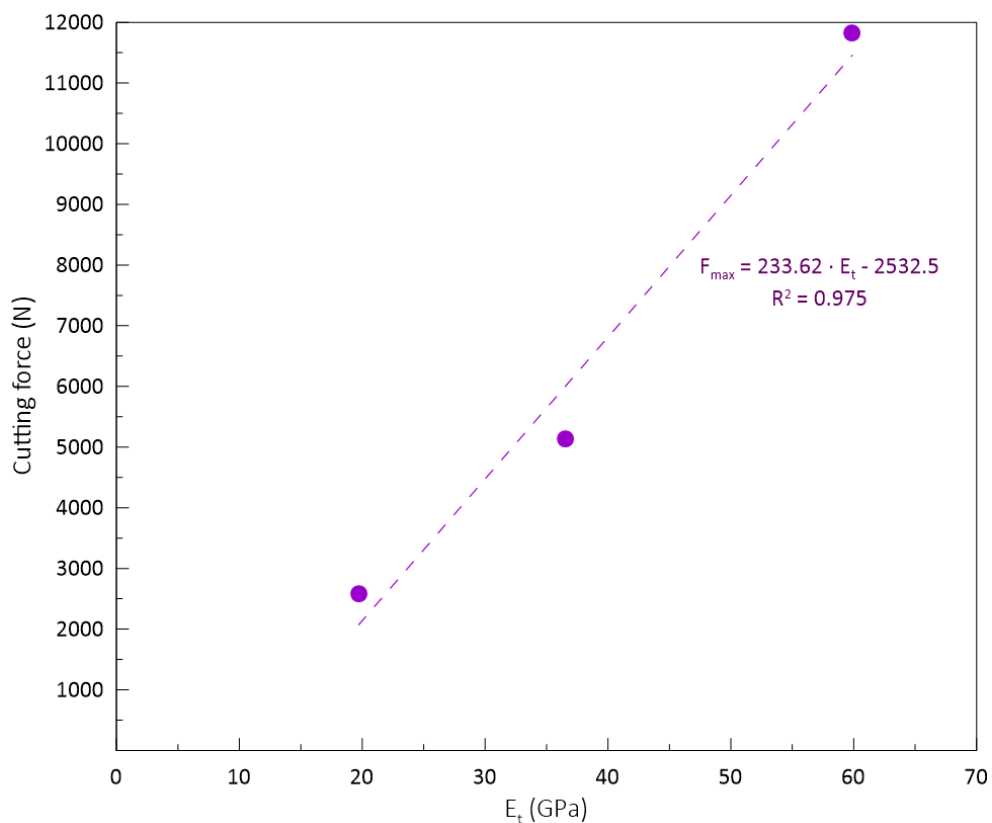


Figure 1.10. Variation of the maximum cutting force in relation to the macroscopic Young’s modulus

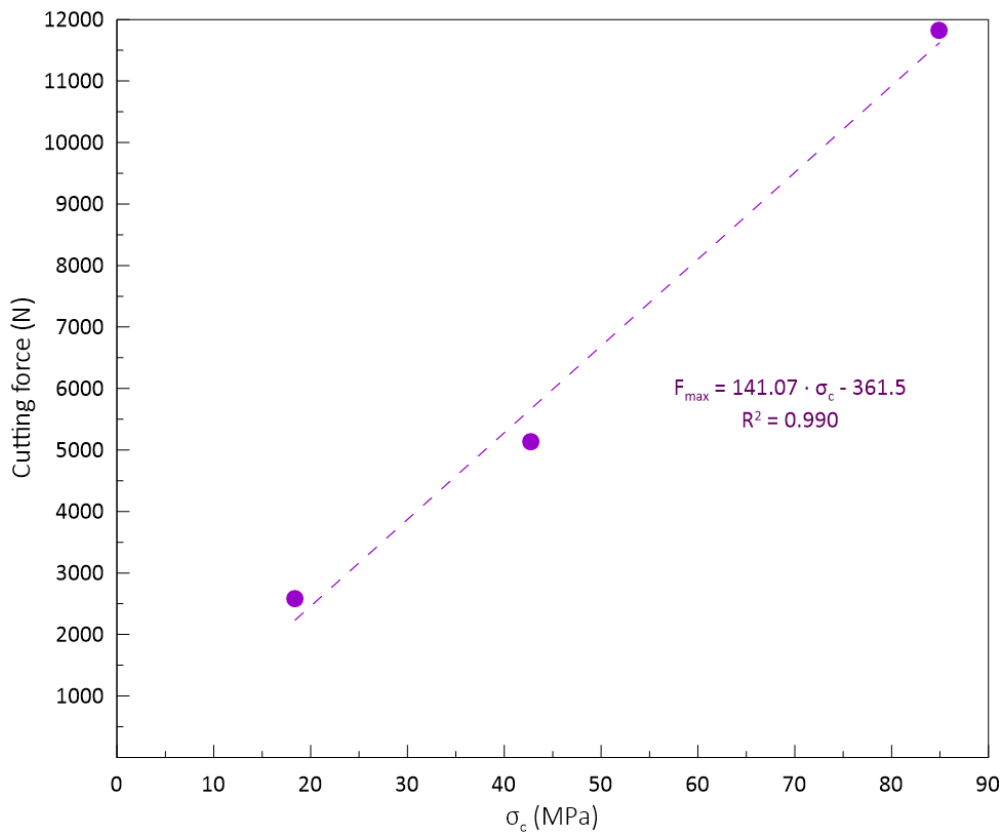


Figure 1.11. Variation of the maximum cutting force in relation to the macroscopic compressive strength.

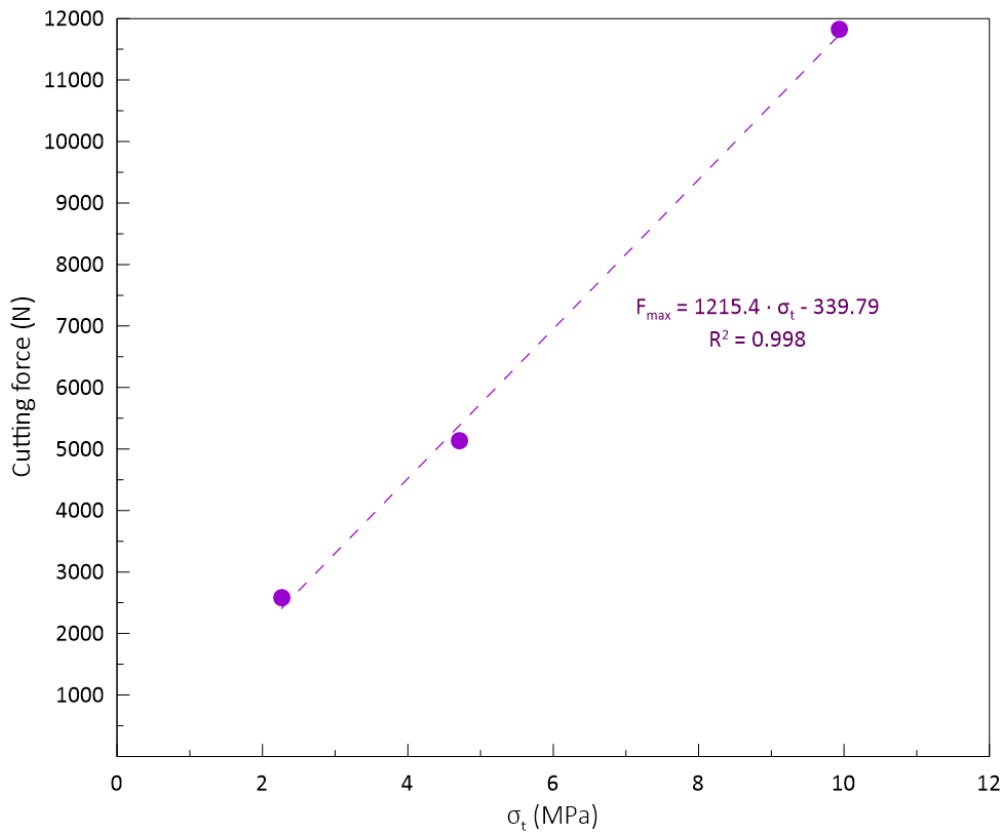


Figure 1.12. Variation of maximum the cutting force in relation to the macroscopic tensile strength.

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1.ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Μεταξύ των ετών 2020-2023, η έλλειψη πρώτων υλών, καθώς και η κλιματική αλλαγή, λόγω της ανθρωπογενούς δραστηριότητας αναδείχθηκαν σε παγκόσμια ζητήματα. Επιπλέον, στα μεγάλα αστικά κέντρα όπου είναι συγκεντρωμένο πάνω από το 50% του παγκόσμιου πληθυσμού, το οποίο τείνει να αυξηθεί, το ζήτημα της στέγασης αποτελεί κομβικό θέμα επιβίωσης.

Η μεταφορά δραστηριοτήτων σε υπόγειους χώρους, αν αυτή πραγματοποιηθεί με ασφάλεια τόσο για τον άνθρωπο όσο και για το περιβάλλον, είναι δυνατό να προσφέρει λύση στη βιωσιμότητα των διογκούμενων αστικών κέντρων, απελευθερώνοντας χώρους στην επιφάνεια, καθώς και την πρόσβαση σε ορυκτούς πόρους.

Για την εκσκαφή υπογείων χώρων σήμερα, διατίθεται μία πληθώρα μεθόδων και μηχανημάτων. Η συμβατική μέθοδος της διάτρησης - ανατίναξης παρουσιάζει καλύτερη απόδοση σε σκληρούς, φθοροποιούς και ασυνεχείς γεωλογικούς σχηματισμούς, ενώ, για μικρού μεγέθους γραμμικά υπόγεια έργα, καθίσταται η πλέον οικονομική λύση. Παρόλα αυτά, η μέθοδος αυτή υπόκειται σε σημαντικούς περιορισμούς. Οι περιορισμοί αυτοί οφείλονται στον ασυνεχή κύκλο εργασιών, στις σημαντικές απαιτήσεις σε αερισμό, στη ρωγμάτωση του περιβάλλοντος πετρώματος πέραν του συνόρου της εκσκαφής και την πρόκληση δονήσεων στην επιφάνεια. Ακόμη, η χρήση της μεθόδου διάτρησης – ανατίναξης εγείρει σημαντικά ζητήματα ασφάλειας, τόσο για τους εργαζόμενους, όσο και για το περιβάλλον και τους περιοίκους, που οδηγούν στην ανάγκη πολύ αυστηρής εφαρμογής των κανονιστικών διατάξεων, ώστε να θεωρηθεί ασφαλής. Με βάση αυτό η χρήση της μεθόδου υπόκειται και σε σύνθετη διαδικασία αδειοδότησης. Συνεπώς η επιλογή της μεθόδου της όρυξης με μηχανικά μέσα μπορεί να καταστεί αποτελεσματικότερη.

Τα μηχανικά μέσα εκσκαφής κατηγοριοποιούνται σε μηχανήματα ολομέτωπης κοπής (TBMs) και μηχανήματα ασυνεχούς λειτουργίας, όπως μηχανικοί εκσκαφείς (power shovels) και μηχανήματα σημειακής κοπής (roadheaders).

Για την άρτια χρήση των μηχανικών συστημάτων όρυξης, σημαντικός παράγοντας είναι η επιλογή των μηχανημάτων κοπής και ο σχεδιασμός των χαρακτηριστικών τους. Κύριος γνώμονας στην διαδικασία αυτή είναι η μείωση της απαιτούμενης ενέργειας και η μεγιστοποίηση της απόδοσης τους. Συνεπώς, ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα είναι ο προσδιορισμός των παραμέτρων, που

επηρεάζουν την εξόρυξη (γεωμετρικά χαρακτηριστικά κοπής, δυνάμεις κοπής, τύπος των κοπτικών κ.α.) καθώς και η βελτιστοποίηση τους.

Η εργαστηριακή δοκιμή κοπής αποτελεί μία δοκιμασμένη προσέγγιση για τον προσδιορισμό των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή ενός πετρώματος, με σημαντικό πλεονέκτημα τη δυνατότητα ελέγχου της απόδοσης πληθώρας κοπτικών εργαλείων, καθώς και την εφαρμογή της σε μεγάλο μέγεθος δοκιμια πετρώματος. Παρόλα αυτά, κατά το στάδιο σχεδιασμού η δυσκολία απόσπασης δοκιμίων από το επίπεδο εκσκαφής καθώς και το κόστος διενέργειας των δοκιμών αποτελούν σημαντικά μειονεκτήματα της μεθόδου.

Το κόστος καθορισμού των παραμέτρων κοπής, μπορεί να ελαχιστοποιηθεί με την αριθμητική προσομοίωση των δοκιμών κοπής σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Με βάση τα παραπάνω, η, κατά το δυνατό, ακριβής μοντελοποίηση κοκκωδών υλικών, συμπαγών στερεών και πετρωμάτων, καθώς και διαδικασιών, όπως είναι η σύνθλιψη, η ρωγμάτωση και η θραύση του πετρώματος, που λαμβάνουν χώρα κατά την εξόρυξη και την κοπή των πετρωμάτων, αποτελεί σημαντικό εργαλείο στο σχεδιασμό της όρυξης υπογείων χώρων με μηχανικά μέσα.

Ενώ η κλασική μηχανική του συνεχούς μέσου καθώς και αριθμητικές μέθοδοι όπως αυτή των πεπερασμένων στοιχείων, έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για τη μοντελοποίηση της θραύσης εξαιτίας επιβολής εξωτερικών φορτίων ή της μεταβολής της εντατικής κατάστασης των εδαφών και πετρωμάτων, δεν είναι δυνατό να δώσουν λύση στην προσομοίωση των φαινομένων που αναπτύσσονται κατά την όρυξη, όπως αυτά που προαναφέρθηκαν.

Για τη μοντελοποίηση αυτών των φαινομένων χρησιμοποιείται μία διαφορετική τεχνική, η οποία αντιμετωπίζει τα στοιχεία που απαρτίζουν το πέτρωμα ως ξεχωριστά σώματα, τα οποία βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους και περιβάλλονται από κενά. Οι πιο διαδεδομένες τεχνικές προσομοίωσης της διακριτής δομής των υλικών είναι η μέθοδος διακριτών στοιχείων (Discrete Element Method) και η μέθοδος μοριακών δυναμικών (Molecular Dynamics).

Στη μέθοδο των διακριτών στοιχείων το μέσο διακριτοποιείται σε ένα σύνολο σωματιδίων, τα οποία έχουν τη δυνατότητα να αναπτύσσουν δεσμούς μεταξύ τους. Οι δυνάμεις μεταφέρονται μέσω των δεσμών, ενώ η προσομοίωση της θραύσης γίνεται με την αστοχία τους.

Η μέθοδος αναπτύχθηκε αρχικά για τη δισδιάστατη προσομοίωση εδαφικών σχηματισμών (Cundall & Strack, 1979), ενώ στη συνέχεια εξελίχθηκε. Σήμερα, υπάρχει η δυνατότητα τρισδιάστατης προσομοίωσης μοντέλων, είτε με χρήση σφαιρικών σωματιδίων είτε σωματιδίων πιο πολύπλοκου σχήματος καθώς και πληθώρας καταστατικών νόμων για τους δεσμούς μεταξύ των σωματιδίων.



Οι Scholtès & Donzé (2013), ανέπτυξαν μία νέα παράμετρο για τη μοντελοποίηση πετρωμάτων με τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων, το συντελεστή αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωματιδίων. Η παράμετρος αυτή προτάθηκε με σκοπό την πιο ρεαλιστική μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ψαθυρών πετρωμάτων.

Μέσω του συντελεστή αλληλεπίδρασης, γίνεται προσπάθεια παραμετροποίησης της μικροδομής του πετρώματος, η οποία έχει σημαντική επιρροή στην απόκριση των πετρωμάτων κατά την όρυξη με μηχανικά μέσα.

## **1.2.ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ**

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται χρήση της μεθόδου διακριτών στοιχείων για την προσομοίωση της δοκιμής κοπής με κοπτικό τύπου σφήνας σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Ο στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η παραμετρική ανάλυση της επιρροής του συντελεστή αλληλεπίδρασης των διακριτών στοιχείων που απαρτίζουν το αριθμητικό μοντέλο του πετρώματος, στο μέγεθος και τη διακύμανση της χρονικής ακολουθίας της δύναμης κοπής

## **1.3.ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ**

Το παρόν κείμενο, ακολουθεί τα βήματα τα οποία έγιναν για τη βαθμονόμηση του αριθμητικού μοντέλου, την εκτέλεση της προσομοίωσης της δοκιμής κοπής, τον έλεγχο των κύριων παραμέτρων που υπεισέρχονται στο πρόβλημα και καταλήγει στα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν.

Συγκεκριμένα, στο παρόν πρώτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται το πρόβλημα που μελετάται και η διάρθρωση του κειμένου. Παρουσιάζονται σε αδρές γραμμές οι διαφορετικές μέθοδοι εξόρυξης των πετρωμάτων και δίνονται εισαγωγικά βασικές πληροφορίες για την ιστορική εξέλιξη μέχρι σήμερα των μεθόδων σχεδιασμού της μηχανικής όρυξης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στους αναλυτικούς τρόπους προσδιορισμού των δυνάμεων επί των κοπτικών εργαλείων, στην εργαστηριακή μέθοδο προσδιορισμού των δυνάμεων κοπής με κοπτικό συρόμενου τύπου και προηγούμενη βιβλιογραφία που αφορά στην επιρροή του συντελεστή αλληλεπίδρασης στο πρόβλημα.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται το λογισμικό YADE, το οποίο χρησιμοποιείται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας για τη διενέργεια των προσομοιώσεων κοπής και δίνονται βασικές πληροφορίες σχετικά με τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων, τα χαρακτηριστικά και το πεδίο εφαρμογής της.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, περιγράφεται η διαδικασία βαθμονόμησης του αριθμητικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία και δίνονται τα κύρια χαρακτηριστικά των εργαστηριακών δοκιμών μονοαξονικής (UCS) και αντιδιαμετρικής (BTS) θλίψης που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η διαδικασία μοντελοποίησης της κοπής και παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την καταγραφή των δυνάμεων, πάνω στα οποία γίνονται παρατηρήσεις σχετικά με τους παράγοντες επιρροής στο μέτρο των αναπτυσσόμενων δυνάμεων.

Το έκτο κεφάλαιο αναφέρεται στα συμπεράσματα που προέκυψαν από την προσομοίωση της κοπής, ενώ γίνονται και ορισμένες προτάσεις για μελλοντική ερευνά και εξέλιξη του μοντέλου.

Τέλος παρατίθεται η βιβλιογραφία.

#### **1.4. ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ**

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε προσπάθεια αριθμητικής προσομοίωσης της εργαστηριακής δοκιμής κοπής πετρωμάτων. Ακόμη, για τις ανάγκες της εργασίας, πραγματοποιούνται προσομοιώσεις των πρότυπων, κατά ISRM, δοκιμών ανεμπόδιστης μονοαξονικής θλίψης και αντιδιαμετρικής θλίψης πετρωμάτων.

Για την εκτέλεση των παραπάνω προσομοιώσεων έγιναν ορισμένες απλοποιητικές παραδοχές που σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά του αριθμητικού μοντέλου του συνθετικού πετρώματος.

Αρχικά, δεν προσομοιώθηκε η υγρασία του πετρώματος. Επίσης, θεωρήθηκε ότι τα ορυκτά (σωματίδια) του συνθετικού πετρώματος, έχουν ένα εξιδανικευμένο σφαιρικό γεωμετρικό σχήμα και ότι η κοκκομετρική διαβάθμιση του υλικού είναι ομοιόμορφη.

Τέλος, η ταχύτητα που χαρακτηρίζει την κίνηση του κοπτικού εργαλείου είναι μεγαλύτερη αυτής με την οποία πραγματοποιήθηκαν οι εργαστηριακές δοκιμές, καθώς η επίλυση της προσομοίωσης με τις προδιαγραφές της εργαστηριακής δοκιμής, καθίσταται πρακτικώς αδύνατη λόγω του πολύ μεγάλου χρόνου που απαιτείται.

Στο κεφάλαιο 2, όπου παρουσιάζονται βιβλιογραφικά στοιχεία σε σχέση με αναλυτικές μεθόδους υπολογισμού των δυνάμεων κοπής, χρησιμοποιούνται τα σύμβολα που έχουν επιλέξει οι συντάκτες της εκάστοτε δημοσίευσης.

Τα σύμβολα καθώς και τα αρκτικόλεξα που χρησιμοποιούνται στα κεφάλαια 4 έως και 6 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω.

Πίνακας 1.1. Κατάλογος συμβόλων και αρκτικόλεξων.

|                   |         |  |
|-------------------|---------|--|
| $\gamma_{int}$    | --      | συντελεστής αλληλεπίδρασης σωματιδίων  |
| $\nu$             | --      | λόγος Poisson  |
| $\sigma_c$        | MPa     | αντοχή σε θλίψη  |
| $\sigma_t$        | MPa     | αντοχή σε εφελκυσμό  |
| $\phi$            | degrees | γωνία εσωτερικής τριβής  |
| $a$               | --      | συντελεστής απόσβεσης  |
| BTS               | --      | Brazilian Tensile Strength Test – Δοκιμή Αντιδιαμετρικής Θλίψης              |
| $c$               | MPa     | θλιπτική αντοχή των δεσμών των σωματιδίων                                    |
| $F_{ave}$         | N       | μέση δύναμη κοπής  |
| $F_{max}$         | N       | μέγιστη δύναμη κοπής   |
| $E$               | GPa     | μακροσκοπικό μέτρο ελαστικότητας   |
| $E_{eq}$          | GPa     | ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας  |
| $E_t$             | GPa     | τέμνον μέτρο ελαστικότητας   |
| $k_n/k_s$         | --      | λόγος ακαμψίας   |
| $N$               | --      | μέσος αριθμός δεσμών ανά σωματίδιο   |
| $R$               | mm      | ακτίνα σωματιδίου  |
| $R_{min}/R_{max}$ | --      | λόγος μεγέθους σωματιδίων  |
| $t$               | MPa     | εφελκυστική αντοχή των δεσμών των σωματιδίων                                 |
| UCS               | --      | Uniaxial Compressive Strength Test – Δοκιμή Ανεμπόδιστης Μονοαξονικής Θλίψης |

## 2. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

### 2.1.ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΟΠΗΣ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΚΟΠΤΙΚΑ ΣΥΡΟΜΕΝΟΥ ΤΥΠΟΥ

#### 2.1.1. Θεωρία Merchant (1945)

Ο Merchant (1945) δημοσίευσε μία ημι-εμπειρική θεωρία κοπής, με σκοπό την εφαρμογή της στον κλάδο της μηχανουργικής κατεργασίας μετάλλων. Αυτή η θεωρία υιοθετήθηκε ως μία πρώτη απόπειρα αναλυτικής μοντελοποίησης της κοπής των πετρωμάτων.

Η θεωρία του Merchant αντιστοιχεί στο μηχανισμό κοπής πλαστικών υλικών. Παρόλα αυτά, λόγω της συμφωνίας της με πειραματικά αποτελέσματα κοπής πετρωμάτων, χρησιμοποιήθηκε ευρέως και για ψαθυρά υλικά.

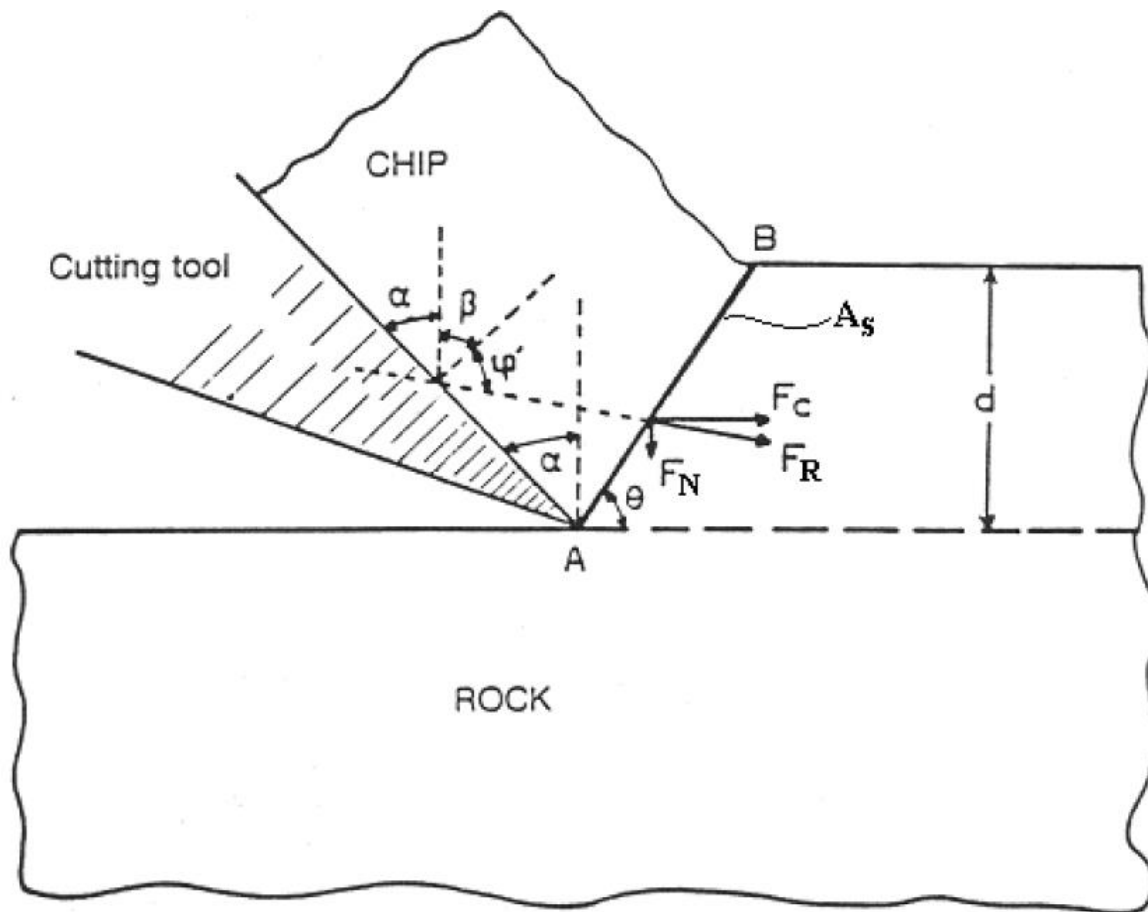
Βασικές παραδοχές και υποθέσεις για την εφαρμογή της ανάλυσης του Merchant είναι:

- ✓ το θραύσμα του υλικού που υπόκειται σε κοπή συμπεριφέρεται ως ενιαίος όγκος, σε ισορροπία υπό τη δράση των δυνάμεων κοπής και των δυνάμεων αντίδρασης στην κοπή,
- ✓ έγινε θεώρηση συνθηκών επίπεδης παραμόρφωσης, με σκοπό την αναγωγή της κοπής σε δισδιάστατο πρόβλημα. Για να θεωρηθούν κατά προσέγγιση τέτοιες συνθήκες το βάθος κοπής πρέπει να είναι μικρό σε σχέση με το πλάτος του κοπτικού,
- ✓ δεν υφίσταται συγκέντρωση τάσεων ή σύνθλιψη (crushing) στην αιχμή του κοπτικού, και το σύνολο της δύναμης αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια κοπτικού-θραύσματος,
- ✓ η παράμετρος του χρόνου δεν λαμβάνεται υπόψη και τα μέτρα των δυνάμεων θεωρούνται σταθερά,
- ✓ η αστοχία του υλικού που υπόκειται σε κοπή γίνεται σε διάτμηση.

Με βάση την ανάλυση του Merchant η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, η οποία ασκείται από το κοπτικό ( $F_R$ ) ορίζεται από τη γωνία  $\alpha$  (γωνία πρόσθιας ελευθερίας) και τη γωνία  $\varphi'$  (γωνία τριβής κοπτικού- πετρώματος), όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Η δύναμη  $F_R$  μπορεί να αναλυθεί στη δύναμη κοπής  $F_C$  και στην ορθή δύναμη  $F_N$ , όπου ισχύει:

$$\frac{F_N}{F_C} = \cot(\pi - (\beta + \varphi')) = -\cot(\beta + \varphi') \quad (2.1)$$

όπου  $\beta$ , η συμπληρωματική γωνία εμπρόσθιας ελευθερίας, που ισούται με  $\pi/2 - \alpha$



Σχήμα 2.1. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή υλικού με βάση τη θεωρία Merchant (1945).

Η αντοχή του πετρώματος ορίζεται μόνο από τη συνοχή του και υπό τη δράση των δυνάμεων  $F_C$  και  $F_N$  αστοχεί σε διάτμηση κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας  $A_s$ . Το επίπεδο αστοχίας σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τη διεύθυνση κοπής και αναλύοντας τις δυνάμεις σε αυτό, λαμβάνεται η διατμητική δύναμη αστοχίας  $F_{A_s}$  όπου:

$F_{A_s} = F_C \cdot \cos \theta - F_N \cdot \sin \theta$ , ενώ η διατμητική αντοχή ( $\tau$ ) του πετρώματος είναι:

$\tau \cdot A_s = c \cdot (AB \cdot W)$ , όπου:

$$AB = \frac{d}{\sin \theta} \quad (2.2)$$

Για την κατάσταση οριακής αστοχίας ισχύει

$$F_C \cdot \cos \theta - F_N \cdot \sin \theta = c \cdot (AB \cdot W) \quad (2.3)$$

Με αντικατάσταση της  $F_N$  από την εξίσωση (2.1) στην (2.3) και το  $AB$  από την (2.2) στη (2.3), λαμβάνεται:

$$F_C \cdot \cos \theta + F_C \cdot \cot(\beta + \varphi') \cdot \sin \theta = c \cdot \left( \frac{d}{\sin \theta} \cdot W \right) \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow F_C = \frac{c \cdot d \cdot W \cdot \cos(\varphi' - \alpha)}{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)} \quad (2.5)$$

$$(2.1) \xrightarrow{(2.5)} F_N = - \frac{c \cdot d \cdot W \cdot \sin(\varphi' - \alpha)}{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)} \quad (2.6)$$

Υποθέτοντας ότι η διεύθυνση του επιπέδου αστοχίας είναι τέτοια ώστε το έργο της δύναμης κοπής  $F_C$  να ελαχιστοποιείται (υπόθεση διαδρομής ελαχίστου έργου), η γωνία  $\theta$  μπορεί να υπολογιστεί διαφορίζοντας τη δύναμη κοπής  $F_C$  συναρτήσει της γωνίας  $\theta$ :

$$\frac{\partial F_C}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \left( \frac{c \cdot d \cdot W \cdot \sin(\beta + \varphi')}{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \beta + \varphi')} \right)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta + \varphi'}{2} \quad (2.8)$$

Ο Merchant, υπολόγισε τη γωνία  $\theta$  πειραματικά και χρησιμοποίησε την εξίσωση (2.8) για τον υπολογισμό της γωνίας  $\varphi'$ . Με γνωστή τη γωνία  $\varphi'$  και αντικατάσταση της εξίσωσης (2.8) στην εξίσωση (2.5), λαμβάνεται:

$$F_{C(\min)} = 2 \cdot c \cdot d \cdot W \cdot \tan \left( \frac{\beta + \varphi'}{2} \right) \quad (2.9)$$

$$F_{N(\min)} = c \cdot d \cdot W \cdot \frac{\sin \left( -\frac{\pi}{2} + \beta + \varphi' \right)}{\cos^2 \left( \frac{\beta + \varphi'}{2} \right)} \quad (2.10)$$

Ο Merchant κατέληξε ότι η θεωρία αυτή συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα κοπής συνθετικών πλαστικών υλικών, αλλά δεν συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα κοπής των χαλύβων, καθώς οι χάλυβες, όπως και τα πετρώματα εμφανίζουν γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi$ ), η οποία, κατά το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb ( $\tau = c + \sigma_n \cdot \tan \phi$ ), αυξάνει τη διατμητική τους αντοχή.

Συνεπώς, πρέπει να ληφθεί υπόψη στο επίπεδο αστοχίας η ορθή τάση

$$\sigma_n = \frac{F_{ns}}{A_s} = \frac{F_{ns} \cdot \sin \theta}{d \cdot W} \quad (2.11)$$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2:

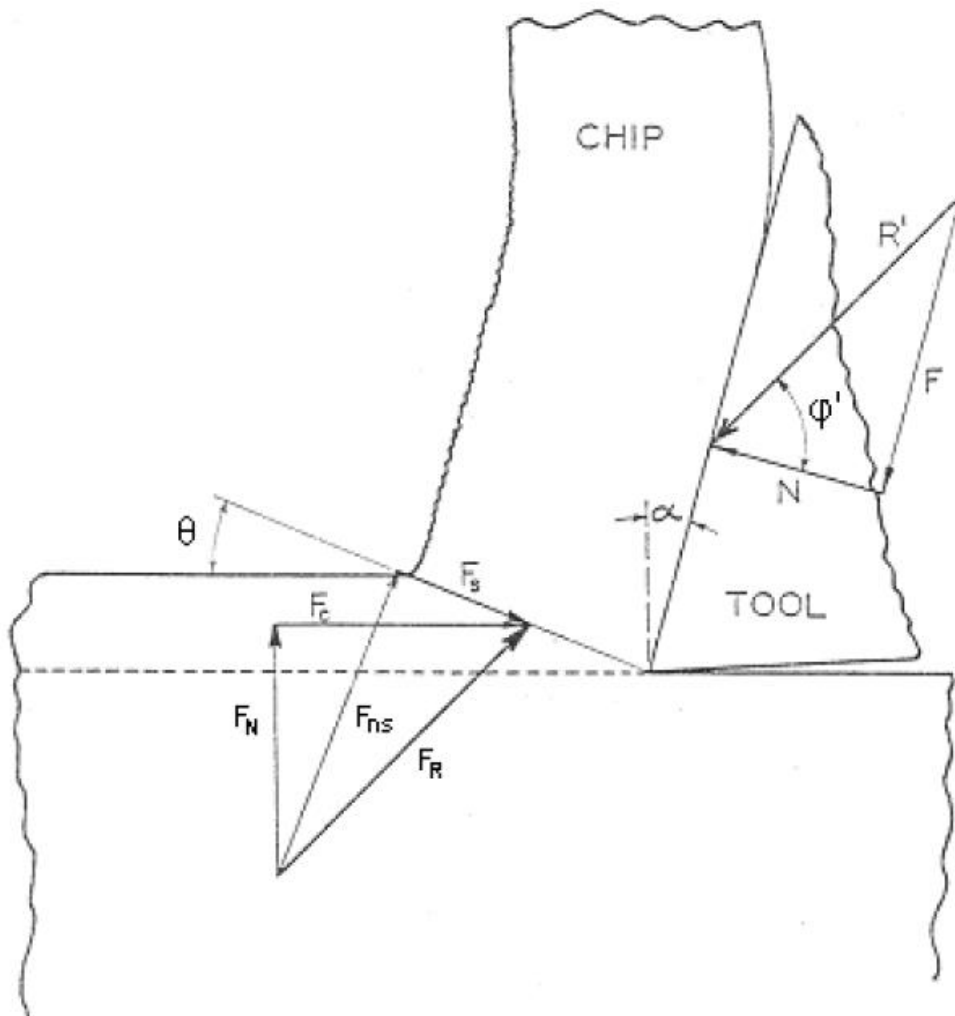
$$F_{ns} = F_R \cdot \sin(\theta + \varphi' - \alpha) = \frac{\tau \cdot d \cdot W \cdot \tan(\theta + \varphi' - \alpha)}{\sin \theta} \quad (2.12)$$

όπου

$$F_R = \frac{\tau \cdot d \cdot W}{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)}$$

(2.11)  $\xrightarrow{(2.12)}$   $\sigma_n = \tau \cdot \tan(\theta + \varphi' - \alpha)$  και από το κριτήριο Mohr-Coulomb

$$\tau = \frac{c}{1 - \tan \varphi \cdot \tan(\theta + \varphi' - \alpha)} \quad (2.13)$$



Σχήμα 2.2. Επίδραση της ορθής δύναμης  $F_{ns}$  στην διατμητική αντοχή του επιπέδου αστοχίας κατά τον Merchant.

Η εξίσωση (2.13) δείχνει ότι η διατμητική αντοχή του υλικού αυξάνει, λόγω της γωνίας εσωτερικής τριβής, και η δύναμη κοπής  $F_C$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_C = \frac{d \cdot W \cdot \cos(\varphi' - \alpha)}{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)} \cdot \frac{c}{1 - \tan \varphi \cdot \tan(\theta + \varphi' - \alpha)} \quad (2.14)$$

Για να ελαχιστοποιηθεί η δύναμη κοπής (υπόθεση ελαχίστου έργου) ως προς τη γωνία  $\theta$  ισχύει:

$2\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi + (\varphi' - \alpha)$ . Με αντικατάσταση της γωνίας  $\theta$  στην εξίσωση (2.14) λαμβάνεται:

$$F_{C(\min)} = \frac{2 \cdot c \cdot d \cdot W \cdot \sin(\beta + \varphi')}{[\cos \varphi + \cos(\beta + \varphi')] \cdot \left[1 - \tan \varphi \cdot \tan\left(\frac{\beta + \varphi' - \varphi}{2}\right)\right]} \quad (2.15)$$

$$F_{N(\min)} = \frac{c \cdot d \cdot W \cdot \cos(\beta + \varphi')}{[\cos \varphi + \cos(\beta + \varphi')] \cdot \left[1 - \tan \varphi \cdot \tan\left(\frac{\beta + \varphi' - \varphi}{2}\right)\right]} \quad (2.16)$$

### 2.1.2. Θεωρία Evans

Παρόλο που τα αποτελέσματα της θεωρίας Merchant συμπίπτουν σε σημαντικό βαθμό με πειραματικά αποτελέσματα κοπής πετρωμάτων, δεν περιγράφεται ο πραγματικός μηχανισμός αστοχίας των ψαθυρών υλικών. Η παρατήρηση των επιφανειών θραύσης και των θραυσμάτων από κοπές πετρωμάτων δεν παρέχει ένδειξη διατμητικής αστοχίας του υλικού σε μεγάλη κλίμακα, αφού δεν αφήνει ίχνη πλαστικής παραμόρφωσης του υλικού.

Ο Evans (1962) ανέπτυξε την πρώτη θεωρία κοπής, προσανατολισμένη αποκλειστικά για πετρώματα, λαμβάνοντας υπόψη το μηχανισμό αστοχίας τους.

Ο Evans εκτέλεσε πειράματα κοπής σε δοκίμια άνθρακα με κοπτικά εργαλεία τύπου σφήνας. Παρατήρησε ότι τα ψαθυρά υλικά αστοχούν σε εφελκυσμό κατά μήκος τοξωτής επιφάνειας, η οποία εκκινεί από τη θέση προσβολής του υλικού και καταλήγει σε ελεύθερη επιφάνεια του πετρώματος.

Αρχικά, ο Evans ανέπτυξε μια **γενική θεωρία** λαμβάνοντας υπόψη την αρχική διείσδυση του κοπτικού εργαλείου.

Κατά τον Evans το κοπτικό εργαλείο τύπου σφήνας διεισδύει σε βάθος  $d$  από την ελεύθερη επιφάνεια του πετρώματος δημιουργώντας επίπεδο αστοχίας  $abc$ . Θεωρώντας συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης, η αστοχία συμβαίνει κατά μήκος καμπύλης με εκκίνηση το σημείο  $c$  και πέρασ το σημείο  $d$  της ελεύθερης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3.

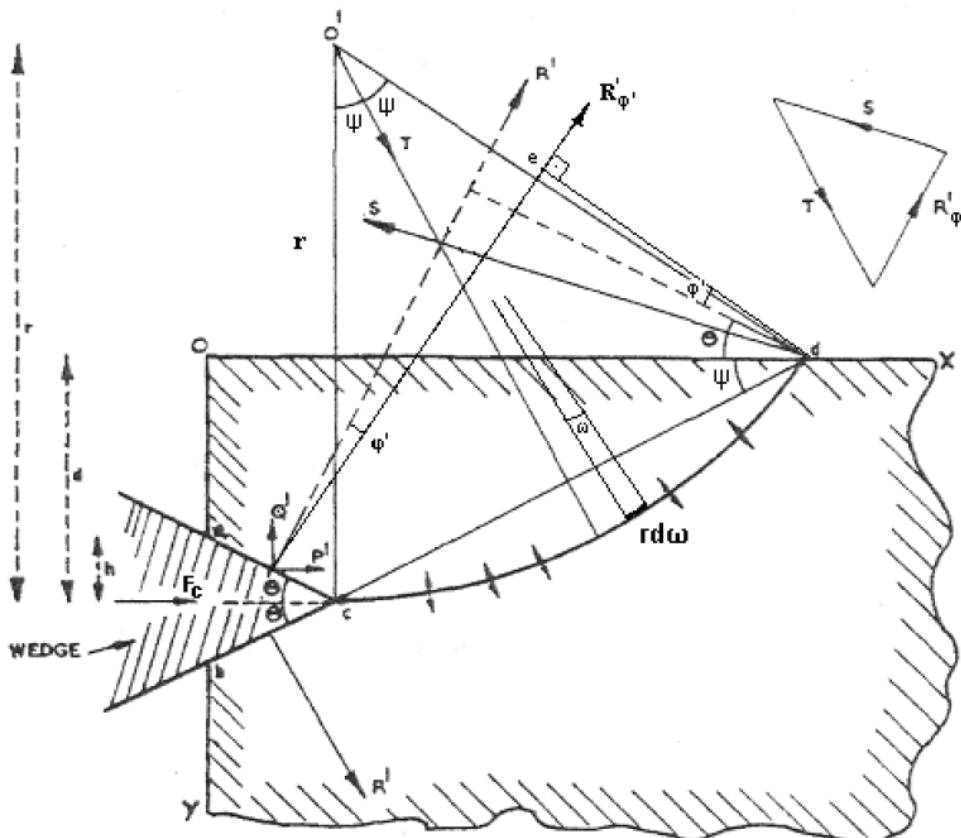


Σε κατάσταση οριακής αστοχίας το τεμάχιο βρίσκεται σε ισορροπία ροπών περί το σημείο d, υπό τη δράση τριών δυνάμεων:

- α. συνιστώσα  $R'_{\phi'}$  της δύναμης κοπής  $F_c$ ,
- β. συνισταμένη δύναμης της εφελκυστικής αντοχής  $T$ ,
- γ. δύναμη  $S$ , διερχόμενη από το σημείο d.

Βασικές παραδοχές και υποθέσεις της ανάλυσης του Evans είναι:

- ✓ ομοιόμορφη αστοχία κατά μήκος της καμπύλης επιφάνειας cd, λόγω υπέρβασης της εφελκυστικής αντοχής του πετρώματος,
- ✓ η επιφάνεια αστοχίας είναι τόξο κύκλου ακτίνας  $r$ , που έχει εφαπτόμενη την οριζόντιο στο σημείο c,
- ✓ η συνισταμένη δύναμη της εφελκυστικής αντοχής ( $T$ ) έχει διεύθυνση τη μεσοκάθετο της χορδής cd,
- ✓ η συνιστώσα  $R'_{\phi'}$  της δύναμης κοπής  $F_c$  έχει διεύθυνση την κάθετη στην επιφάνεια της σφήνας δύναμη  $R'$  στραμμένη δεξιόστροφα κατά τη γωνία τριβής κοπτικού-πετρώματος  $\phi'$ ,
- ✓ τα μέτρα των δυνάμεων είναι ανηγμένα ανά μέτρο μήκους της σφήνας, σταθερά στο χρόνο και ίσα με τις μέγιστες αναπτυσσόμενες δυνάμεις.



Σχήμα 2.3. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη γενική θεωρία Evans (1962).

Η συνισταμένη δύναμης της εφελκυστικής αντοχής  $T$  δίνεται από την εξίσωση:

$$T = \sigma_t \cdot A = \sigma_t \int_{-\psi}^{\psi} \cos \omega \cdot r \cdot d\omega = 2\sigma_t \cdot r \cdot \sin \psi \quad (2.17)$$

Εφαρμόζοντας ισορροπία ροπών περί το σημείο  $d$ , προκύπτει:

$$\vec{M}_D = 0 \Rightarrow R'_{\varphi'} \cdot de - T \cdot \frac{cd}{2} = 0$$

$$R'_{\varphi'} \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \sin \theta} + 2 \cdot r \cdot \sin \psi \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi') \right) = 2 \cdot \sigma_t \cdot r^2 \cdot \sin^2 \psi \quad (2.18)$$

Από τη γεωμετρία λαμβάνεται:

$$r \cdot \sin \psi = \frac{d}{2 \cdot \sin \psi} \quad (2.19)$$

$$\alpha = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \alpha \cdot d \quad (2.20)$$

$$(2.18) \xrightarrow{(2.19),(2.20)} R'_{\varphi'} = \frac{\sigma_t \cdot d \cdot \sin \theta \cdot (1 + \cot^2 \psi)}{\alpha + 2 \cdot \cot \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') - 2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi')} \quad (2.21)$$

Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης  $R'_{\varphi'}$  είναι  $P' = R'_{\varphi'} \cdot \sin(\theta + \varphi')$

Λόγω της συμμετρίας των δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται στις πλευρές της σφήνας, η ολική δύναμη κοπής είναι:

$$F_C = \frac{2 \cdot \sigma_t \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi') \cdot (1 + \cot^2 \psi)}{\alpha + 2 \cdot \cot \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') - 2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi')} \quad (2.22)$$

Από την ελαχιστοποίηση της δύναμης  $F_C$ , συναρτήσει της γωνίας  $\psi$  (υπόθεση ελάχιστου έργου) παράγεται η σχέση:

$$\cot^2 \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') + \cot \psi \cdot (\alpha - 2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi')) - \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') = 0 \quad (2.23)$$

ή

$$\alpha - 2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi') = \frac{\sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') \cdot (1 - \cot^2 \psi)}{\cot \psi} \quad (2.24)$$

Οι Evans & Murrell (1958) βρήκαν ότι όταν μία σφήνα εισχωρεί σε πέτρωμα, η αντίσταση που αναπτύσσεται σχετίζεται με την αντοχή του πετρώματος σε θλίψη. Με βάση αυτό, συσχετίζοντας το βάθος διείδυσης με την αντοχή του πετρώματος σε θλίψη κατασκευάζεται η εξίσωση:

$$\sigma_c = \frac{R'_{\varphi'} \cdot \cos \varphi}{ac} = \frac{P' \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi}{h \cdot \sin(\theta + \varphi')}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{\sigma_c \cdot \alpha \cdot d \cdot \sin(\theta + \varphi')}{\sin \theta \cdot \cos \varphi}$$

$$\stackrel{(2.22)}{\implies} F_c = 2 \cdot P' = \frac{2 \cdot \sigma_c \cdot \alpha \cdot d \cdot \sin(\theta + \varphi')}{\sin \theta \cdot \cos \varphi} \quad (2.25)$$

$$(2.22), (2.25) \Rightarrow \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = \frac{(1 + \cot^2 \psi) \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos \varphi}{\alpha \cdot (\alpha + 2 \cdot \cot \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') - 2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi'))} \quad (2.26)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (2.24) στην εξίσωση (2.26) λαμβάνεται:

$$\alpha = \frac{\sigma_t \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi' \cdot \cot \psi}{\sigma_c \cdot \cos(\theta + \varphi')} \quad (2.27)$$

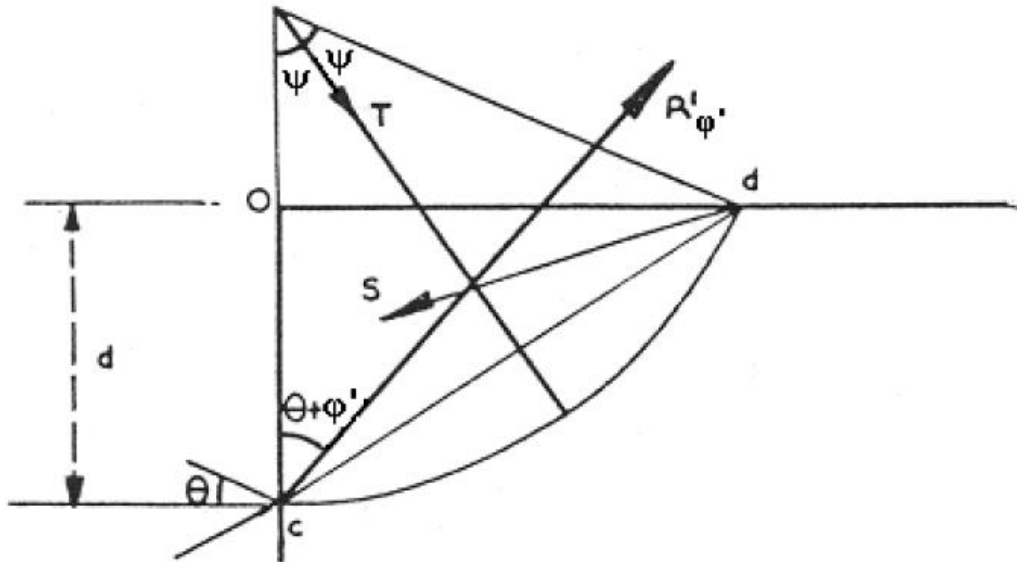
Με αντικατάσταση της εξίσωσης (2.27) στην εξίσωση (2.23), λαμβάνεται

$$\cot^2 \psi \cdot \left( \frac{\sigma_t \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{\sigma_c \cdot \cos(\theta + \varphi')} + \sin \theta \cdot \cos(\theta + \varphi') \right) - 2 \cdot \cot \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin(\theta + \varphi') - \sin \beta \cdot \cos(\theta + \varphi') = 0$$

Η οποία ως δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς  $\cot \psi$  δίνει τη λύση για τη γωνία  $\psi$ .

Σε συνέχεια της γενικής θεωρίας, ο Evans (1965), κάνοντας τη θεώρηση ότι το βάθος διείδυσης της σφήνας είναι πολύ μικρό σε σχέση με το βάθος κοπής, ανέπτυξε την **απλοποιημένη θεωρία**. Η υπόθεση του Evans βασίζεται στο γεγονός ότι από τους υπολογισμούς της γενικής θεωρίας Evans παρατηρείται ότι για λόγους  $\frac{\sigma_c}{\sigma_t} \geq 10$  (ισχύει για τα περισσότερα ψαθυρά υλικά), η διείδυση της σφήνας είναι πολύ μικρή.

Στην απλοποιημένη θεωρία, ο μηχανισμός αστοχίας είναι ίδιος με αυτόν της γενικής θεωρίας του Evans, με διαφορά ότι δεν λαμβάνεται υπόψη το βάθος διείδυσης της σφήνας, η οποία θεωρείται αμελητέα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4.



Σχήμα 2.4. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση την απλοποιημένη θεωρία Evans (1965).

Με βάση την παραπάνω θεώρηση, οι υπολογισμοί απλοποιούνται ως εξής:

$$\vec{M}_D = 0 \Rightarrow R'_{\varphi'} \cdot de - T \cdot \frac{cd}{2} = 0 \Rightarrow R'_{\varphi'} \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi') \cdot \frac{d}{\sin \psi} = T \cdot r \cdot \sin \psi$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.17) και (2.19), λαμβάνεται

$$R'_{\varphi'} = \frac{\sigma_t \cdot d}{2 \cdot \sin \psi \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi')}$$

$$\stackrel{(2.22)}{\implies} F_c = 2 \cdot P' = 2 \cdot R'_{\varphi'} \cdot \sin(\theta + \varphi') = \frac{\sigma_t \cdot d \cdot \sin(\theta + \varphi')}{\sin \psi \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi')} \quad (2.28)$$

Χρησιμοποιώντας όπως και πριν την υπόθεση ελαχίστου έργου, υπολογίζεται η γωνία ψ:

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \theta - \varphi' \right) \quad (2.29)$$

$$(2.28) \stackrel{(2.29)}{\implies} F_c = \frac{2 \cdot \sigma_t \cdot d \cdot \sin(\theta + \varphi')}{1 - \sin(\theta + \varphi')} \quad (2.30)$$

Θεωρία για Evans για κοπτικά σημειακής προσβολής (1984)

Ο Evans ανέπτυξε την πρώτη ανάλυση για κοπτικά σημειακής προσβολής (point attack picks).

Βάσει της ανάλυσης του, όταν κοπτικό εργαλείο σχήματος κώνου ωθείται σε ελεύθερη επιφάνεια πετρώματος, αναπτύσσονται στο πέτρωμα και στην επιφάνεια του κοπτικού αυξανόμενες εφαπτομενικές εφελκυστικές και ακτινικές θλιπτικές τάσεις εξαρτώμενες με το χρόνο κατά τη διεύθυνση του κοπτικού στο πέτρωμα.

Όταν οι εφελκυστικές τάσεις στη διεπιφάνεια κοπτικού-πετρώματος, ξεπεράσουν την εφελκυστική αντοχή του πετρώματος, αναπτύσσονται εφελκυστικές ρωγμές, οι οποίες διαδίδονται έως την άνω ελεύθερη επιφάνεια του πετρώματος σχηματίζοντας γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφο.

Βασικές παραδοχές και υποθέσεις της ανάλυσης του Evans για κοπτικά σημειακής προσβολής είναι:

- ✓ οι εφαπτομενικές εφελκυστικές και ακτινικές θλιπτικές τάσεις είναι σταθερές στη διεπιφάνεια κοπτικού-πετρώματος και ανεξάρτητες της διεύθυνσης στην οποία ασκούνται,
- ✓ η εφελκυστική τάση αναπτύσσεται ομοιόμορφα στην εν δυνάμει επιφάνεια αστοχίας και είναι, κατά την αστοχία, ίση με την εφελκυστική αντοχή του πετρώματος,
- ✓ οι θλιπτικές τάσεις, οι οποίες τείνουν να διευρύνουν τις εφελκυστικές ρωγμές (μετά τη δημιουργία τους) εκφράζονται με δύναμη η οποία ασκείται στη γωνία  $\theta/2$  προς την επιφάνεια αστοχίας.

Η δύναμη που ωθεί το κοπτικό στην επιφάνεια του πετρώματος (δύναμη κοπής) πρέπει να υπερβεί την θλιπτική αντοχή του πετρώματος, δηλαδή  $F_c = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \sigma_c$ .

Θεωρώντας ότι η ακτινική ελαστική παραμόρφωση είναι ανάλογη της ώθησης και με εφαρμογή του κριτηρίου ελαχίστου έργου, υπολογίζεται η δύναμη κοπής:

$$F_c = \frac{16 \cdot \pi}{\cos^2 \beta} \cdot \frac{\sigma_t^2}{\sigma_c} \cdot t$$

Όπου:  $\alpha$ : η ακτίνα οπής που σχηματίζεται από την ώθηση του κοπτικού εργαλείου σχήματος κώνου

$\sigma_c$ : η θλιπτική αντοχή του πετρώματος

$\sigma_t$ : η εφελκυστική αντοχή του πετρώματος

$\beta$ : η ημιγωνία του κώνου

t: το βάθος κοπής

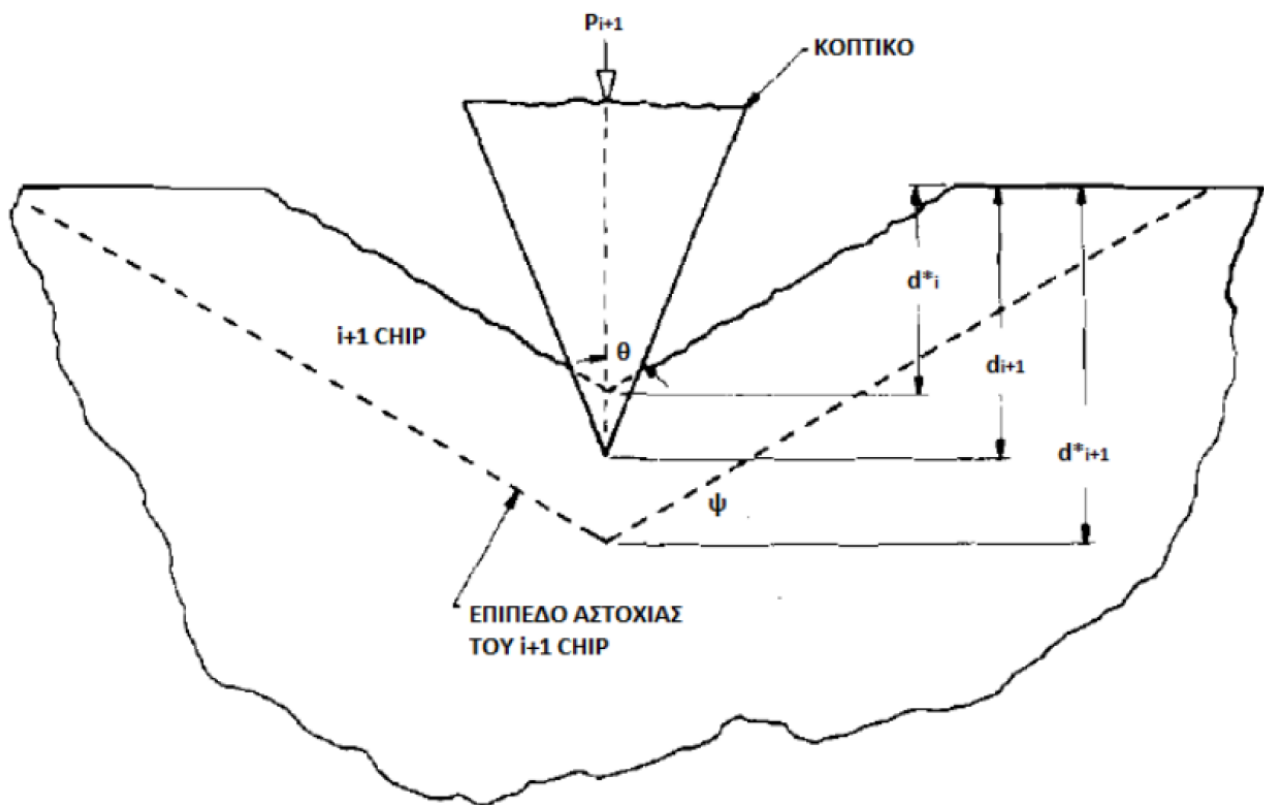
### 2.1.3. Θεωρία Paul & Sikarskie (1965)

Η θεωρία των Paul & Sikarskie, παρότι δεν αφορά κοπτικά συρόμενου τύπου, προσεγγίζει την διαδικασία φόρτισης με τον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων δυνάμεων σε κύκλους φόρτισης, δηλαδή δεν υπολογίζει μία μεμονωμένη τιμή, και παρουσιάζεται στην παρούσα διπλωματική για λόγους πληρότητας.

Οι Paul & Sikarskie (1965), μελέτησαν τη στατική διείδυση ενός κοπτικού με γεωμετρία δίσκου στο πέτρωμα. Θεώρησαν ότι το δημιουργούμενο θραύσμα κατά την κοπή βρίσκεται εντός επιπέδου που ορίζεται από την αιχμή του κοπτικού και εκτείνεται ως την ελεύθερη επιφάνεια του πετρώματος.

Βασικές παραδοχές και υποθέσεις της ανάλυσης των Paul & Sikarskie είναι:

- ✓ Η διείδυση του κοπτικού γίνεται σε κύκλους, όπου για διείδυση  $d_i$  δημιουργείται θραύσμα  $i$ , το οποίο αποσπάται πλήρως και δεν επηρεάζει περαιτέρω το σύστημα, ενώ ακολουθεί ο κύκλος  $i+1$ ,
- ✓ για διείδυση  $d_{i+1}$  του κοπτικού, δημιουργούνται δύο επίπεδα αστοχίας, τα οποία σχηματίζουν γωνία  $\psi$  με την οριζόντιο, με κοινό σημείο σε βάθος  $d_{i+1}^*$  από την αιχμή του κοπτικού, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5,
- ✓ το μέγεθος του κοπτικού είναι κατά πολύ μεγαλύτερο του βάθους κοπής, ώστε το κάθε θραύσμα που σχηματίζεται να έχει το ίδιο σχήμα με το προηγούμενο και να σχετίζεται με αυτό με συντελεστή κλίμακας,
- ✓ οι υπολογισμοί κάθε κύκλου είναι δυνατό να επιλυθούν εάν είναι γνωστά τα αποτελέσματα του προηγούμενου κύκλου.

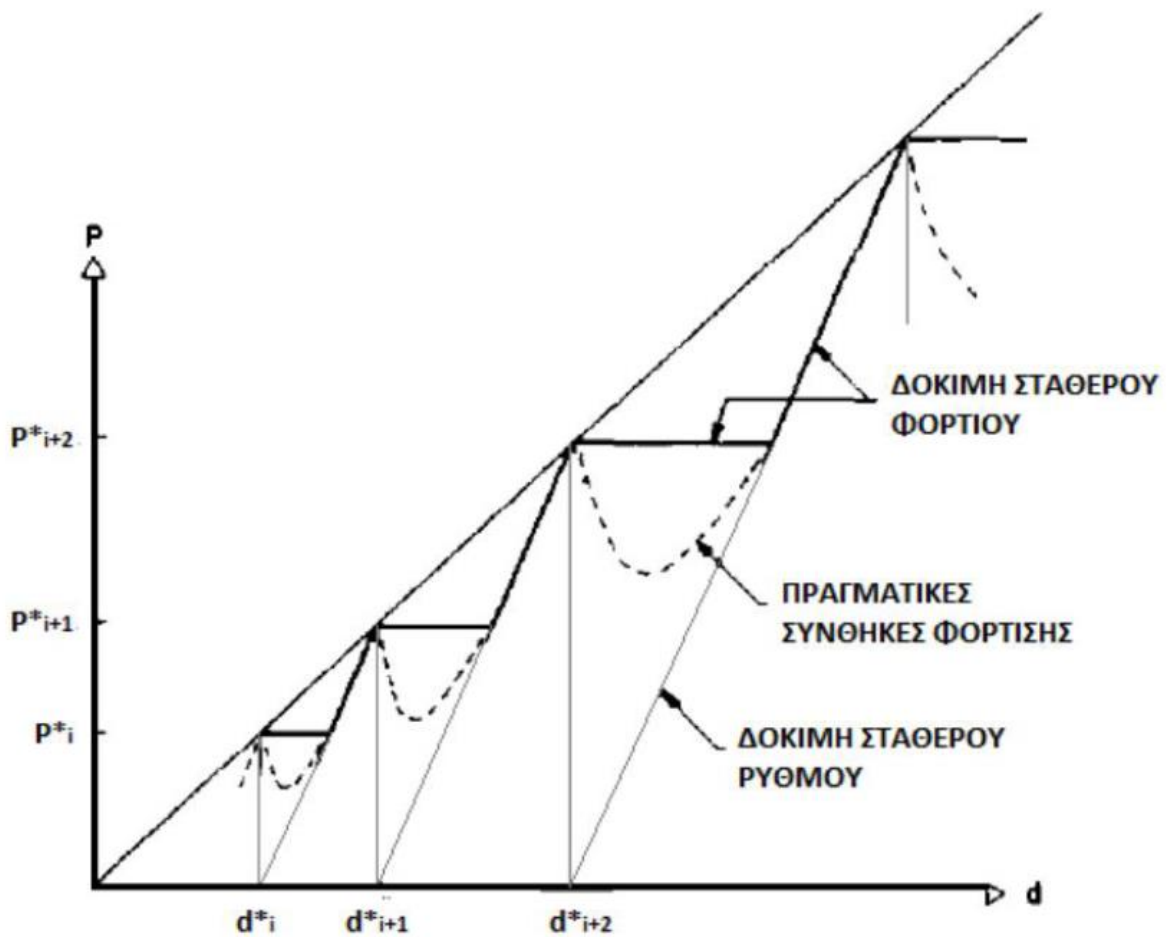


Σχήμα 2.5. Γεωμετρία κοπής κατά την θεωρία των Paul & Sikarskie (1965).

Οι Paul & Sikarskie εκτέλεσαν δύο ειδών δοκιμές:

- ❖ Διείσδυση του κοπτικού στο πέτρωμα με σταθερό ρυθμό. Μετά τη δημιουργία κάθε θραύσματος η τιμή του φορτίου στην αιχμή της σφήνας μηδενίζεται, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει επαρκής χρόνος για την ελαστική ανάκτηση της σφήνας, δεδομένου ότι κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- ❖ Διείσδυση του κοπτικού με σταθερό φορτίο. Μετά τη δημιουργία κάθε θραύσματος η τιμή του φορτίου στην αιχμή του κοπτικού παραμένει σταθερή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Αυτό συμβαίνει διότι μετά τη θραύση η αιχμή του κοπτικού μετακινείται χωρίς να χάνει την επαφή της με το πέτρωμα.

Σύμφωνα με τους Paul & Sikarskie, η πραγματική κατάσταση φόρτισης βρίσκεται ανάμεσα στις καμπύλες των δύο δοκιμών. Μετά τη δημιουργία κάθε θραύσματος δηλαδή, η τιμή του φορτίου στην αιχμή της σφήνας μικραίνει, χωρίς να μηδενίζεται, λόγω της μετακίνησης του κοπτικού χάρη στην οποία εξασφαλίζεται η επαφή του με το πέτρωμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6.



Σχήμα 2.6. Καμπύλες φορτίου-διείσδυσης για κάθε τύπο δοκιμής κοπής καθώς και για τις θεωρούμενες πραγματικές συνθήκες κοπής κατά τους Paul & Sikarskie (1965).

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η αστοχία λαμβάνει χώρα κατά μήκος επιπέδου, σύμφωνα με τη θεωρία Mohr-Coulomb, στο οποίο ισχύει:

$$\tau - \tan \varphi \cdot \sigma = c \quad (2.31)$$

Όπου:  $\tau$ : η διατμητική τάση στο επίπεδο αστοχίας

$\varphi$ : η γωνία τριβής

$\sigma$ : η ορθή τάση στο επίπεδο αστοχίας

$c$ : η συνοχή

Οι τάσεις  $\tau$  και  $\sigma$  είναι τέτοιες, ώστε να ισχύει οριακή ισορροπία. Για τις συνιστάμενες δυνάμεις κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας ( $L$ ), ισχύει ότι:



$$N = \int_0^L \sigma(\xi) d\xi \quad (2.32)$$

$$T = \int_0^L \tau(\xi) d\xi \quad (2.33)$$

Όπου:  $N$ : η ορθή δύναμη ανά μονάδα μήκους της αιχμής του κοπτικού

$T$ : η διατμητική δύναμη ανά μονάδα μήκους της αιχμής του κοπτικού

Εφόσον το κριτήριο αστοχίας ικανοποιείται για όλα τα σημεία του επιπέδου αστοχίας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μέσες τιμές των τάσεων:

$$\bar{\tau} - \tan \varphi \cdot \bar{\sigma} = c \quad (2.34)$$

$$\text{Όπου: } \bar{\tau} = T/L \quad (2.35)$$

$$\bar{\sigma} = N/L \quad (2.36)$$

Θεωρώντας την τριβή μεταξύ του κοπτικού και του πετρώματος αμελητέα, από τη γεωμετρία που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.7 προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$\bar{\sigma} = R/L \cdot \sin(\psi + \theta) \quad (2.37)$$

$$\bar{\tau} = R/L \cdot \cos(\psi + \theta) \quad (2.38)$$

$$R = \frac{P_{i+1}^*}{2} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \quad (2.39)$$

$$L = P_{i+1}^* \cdot \frac{1}{\sin \psi} \quad (2.40)$$

Όπου:  $R$ : η συνισταμένη δύναμη ανά μονάδα μήκους της αιχμής του κοπτικού

$P_{i+1}^*$ : το φορτίο αστοχίας κατά τη δημιουργία του θραύσματος  $i+1$

$\theta$ : η γωνία της ακμής της σφήνας

$$(2.34) \xrightarrow{(2.37),(2.38),(2.39),(2.40)} \bar{\tau} - \tan \varphi \cdot \bar{\sigma} = \frac{P_{i+1}^*}{2 \cdot d_{i+1}^*} \cdot \left[ \frac{\sin \psi \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi)}{\sin \theta \cdot \cos \varphi} \right] \quad (2.41)$$

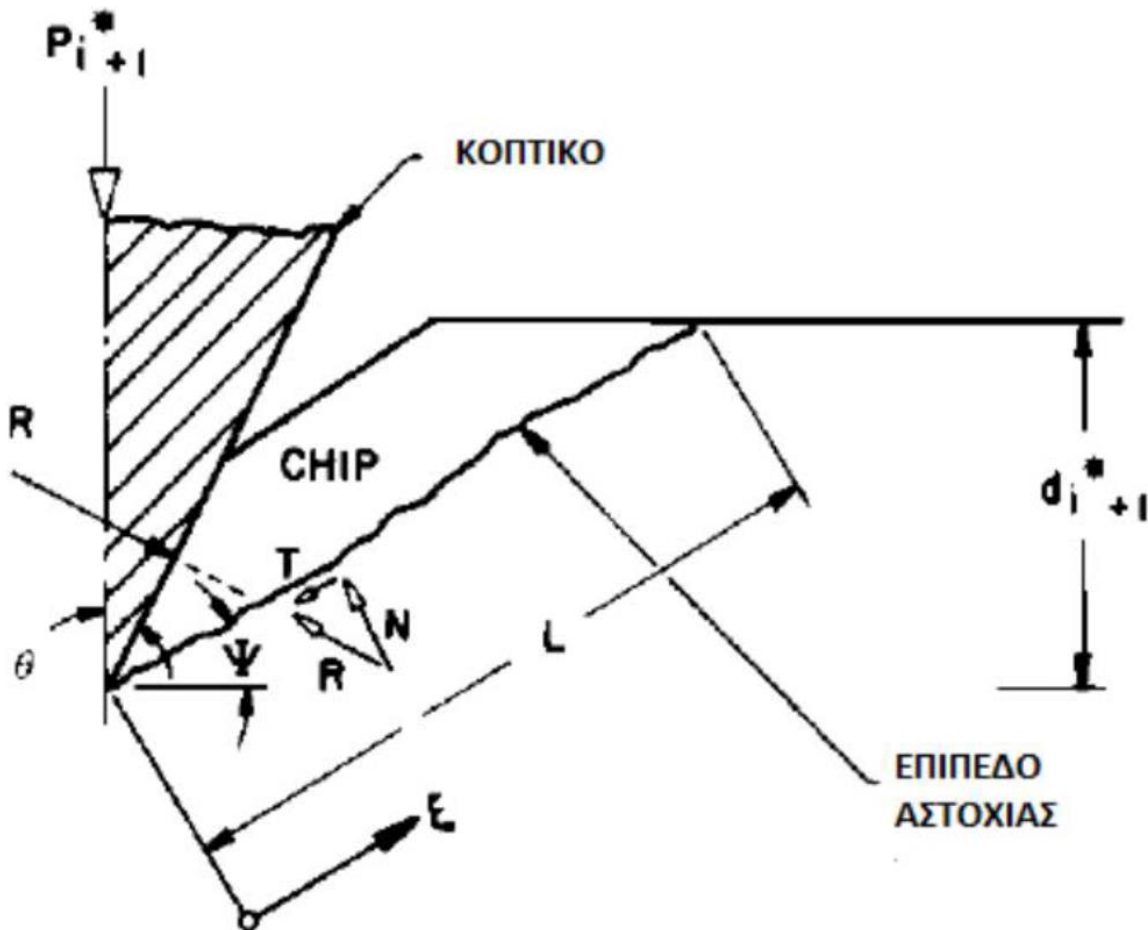
Στο επίπεδο αστοχίας ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \frac{d(\bar{\tau} - \tan \varphi \cdot \bar{\sigma})}{d\psi} &= \frac{P_{i+1}^*}{2 \cdot d_{i+1}^*} \cdot \left[ \frac{\sin \psi \cdot \cos(\psi + \theta + \varphi) - \sin \psi \cdot \sin(\psi + \theta + \varphi)}{\sin \theta \cdot \cos \varphi} \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\Rightarrow \cos(2 \cdot \psi + \varphi + \theta) = 0 \Rightarrow \psi = 45^\circ - \frac{\theta + \varphi}{2} \quad (2.43)$$

Με δεδομένο ότι  $\psi > 0$ , ισχύει:

$$\theta + \varphi \leq 90^\circ \quad (2.44)$$



Σχήμα 2.7. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη θεωρία Paul & Sikarskie (1965).

Η αστοχία συμβαίνει όταν η μέγιστη τιμή της διατμητικής τάσης γίνει ίση με τη συνοχή, όπως παρουσιάζεται στην εξίσωση (2.31).

$$(2.31) \xrightarrow{(2.41),(2.43)} \frac{P_{i+1}^*}{d_{i+1}^*} \cdot \frac{\sin 45^\circ - \frac{\theta + \varphi}{2} \cdot \cos 45^\circ + \frac{\theta + \varphi}{2}}{2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi} = c \quad (2.45)$$

$$\frac{P_{i+1}^*}{d_{i+1}^*} = \frac{4 \cdot c \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{1 - \sin(\theta + \varphi)} = K \quad (2.46)$$

Όπως γίνεται αντιληπτό από την εξίσωση (2.46), ο λόγος του φορτίου προς τη διείδυση είναι σταθερός για δεδομένα χαρακτηριστικά υλικού και γεωμετρία κοπτικού.

Η συνοχή μπορεί να οριστεί με βάση την αντοχή σε ανεμπόδιση μονοαξονική θλίψη  $s_c$ , ως εξής:

$$c = \frac{S_c}{2} \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \quad (2.47)$$

$$(2.46) \xrightarrow{(2.47)} \frac{P_{i+1}^*}{d_{i+1}^*} = 2 \cdot S_c \cdot \frac{\sin \theta \cdot (1 - \sin \varphi)}{1 - \sin(\theta + \varphi)} = K \quad (2.48)$$

Για τον προσδιορισμό των παραπάνω ποσοτήτων χωριστά, θεωρείται ότι ισχύει ο γραμμικός νόμος σύνθλιψης του πετρώματος, ο οποίος στο επίπεδο σχηματισμού του θραύσματος  $i+1$ :

$$P_{i+1}^* = k \cdot [d_{i+1}^* - d_i^*] \quad (2.49)$$

Στη συνέχεια είναι εφικτή η παράλληλη λύση τόσο του φορτίου, όσο και της διείδυσης σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$P_{i+1}^* = \frac{k \cdot K}{k - K} \cdot d_i^* \quad (2.50)$$

$$d_{i+1}^* = \frac{k}{k - K} \cdot d_i^* \quad (2.51)$$

Ο λόγος  $k/(k-K)$  ορίζεται ως συντελεστής κλίμακας. Οι παραπάνω εξισώσεις είναι επαναληπτικές σχέσεις της δύναμης και της διείδυσης και εξαρτώνται άμεσα από τη δημιουργία του προηγούμενου θραύσματος.

Για τον προσδιορισμό του φορτίου και της διείδυσης κατά τη δημιουργία του  $n$  θραύσματος ισχύουν οι εξισώσεις:

$$P_{i+n}^* = K \cdot \left(\frac{k}{k-K}\right)^n \cdot d_i^* \quad (2.52)$$

$$d_{i+n}^* = \left(\frac{k}{k-K}\right)^n \cdot d_i^* \quad (2.53)$$

Σε περίπτωση που είναι γνωστό το επίπεδο διείδυσης κατά τη δημιουργία του πρώτου θραύσματος, βάσει των εξισώσεων (2.52) και (2.53) είναι δυνατό να οριστεί πλήρως η διείδυση της αιχμής.

Ακόμη, με βάση τις δύο πρότυπες δοκιμές είναι δυνατός ο προσδιορισμός του συνολικού όγκου του πετρώματος που εξορύσσεται, καθώς και ο υπολογισμός της ενέργειας που καταναλώνεται.

Ο όγκος του πετρώματος που αποσπάται ανά μονάδα μήκους της αιχμής και κύκλο φόρτισης υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$V_i = [(d_i^*)^2 - (d_{i-1}^*)^2] \cdot \cot \psi \quad (2.54)$$

$$V_i = \frac{2 \cdot k \cdot K - K^2}{k^2} \cdot \cot \psi \cdot (d_i^*)^2 \quad (2.55)$$

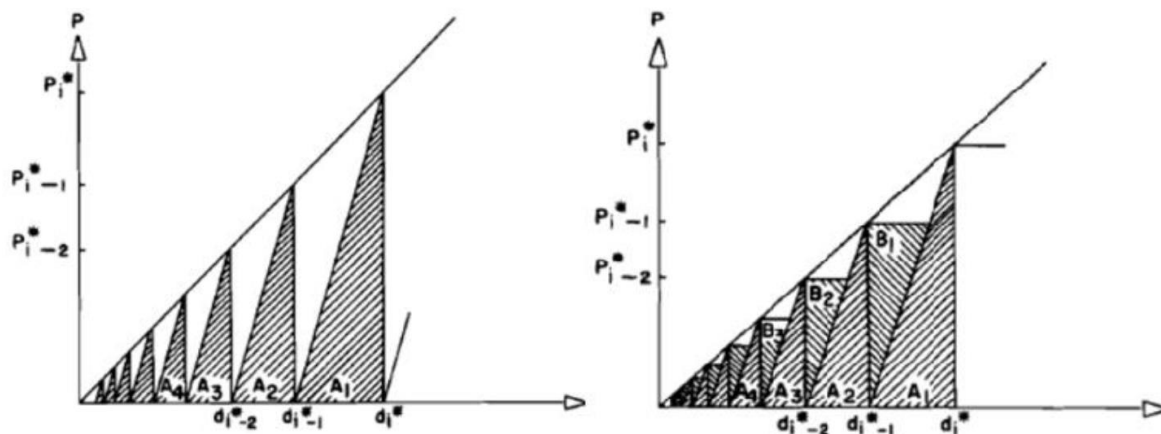
Η ενέργεια που καταναλώνεται κατά την κοπή για την παραγωγή όγκου πετρώματος  $V_i$ , προσδιορίζεται ανάλογα με το είδος της δοκιμής ως το άθροισμα των γραμμοσκιασμένων επιφανειών (Σχήμα 2.8):

Για τη δοκιμή σταθερού ρυθμού:

$$E_\alpha = \sum_{n=1} A_n = \frac{(d_i^*)^2}{2} \cdot \frac{k \cdot K}{2 \cdot k - K} \quad (2.56)$$

Για τη δοκιμή σταθερού φορτίου:

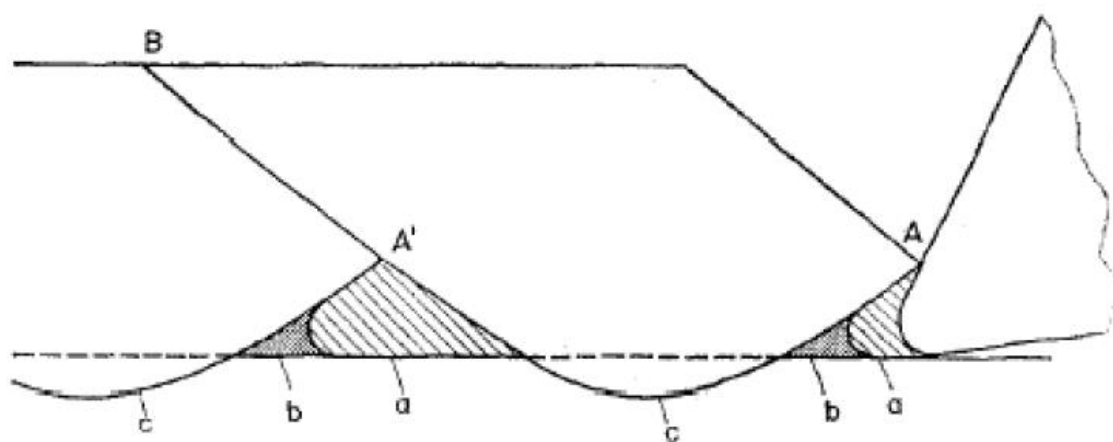
$$E_b = \sum_{n=1} A_n + \sum_{n=1} B_n = \frac{(d_i^*)^2}{2} \cdot \frac{K \cdot [(k-K)^2 + k^2]}{k \cdot (2 \cdot k - K)} \quad (2.57)$$



Σχήμα 2.8. Ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη δοκιμή: (αριστερά) σταθερού ρυθμού και (δεξιά) σταθερού φορτίου κατά τους Paul & Sikarskie (1965).

#### 2.1.4. Θεωρία Nishimatsu (1971)

Ο Nishimatsu (1971), επιβεβαίωσε ότι η αστοχία κατά την κοπή πετρωμάτων συμβαίνει λόγω εφελκυσμού, παρατηρώντας τον ασυνεχή σχηματισμό θραυσμάτων, στα οποία δεν εμφανίζονται ενδείξεις πλαστικής παραμόρφωσης, και ανέπτυξε μία θεωρία η οποία ερμηνεύει τις μεγάλες διακυμάνσεις των παρατηρούμενων δυνάμεων κοπής.



Σχήμα 2.9. Μηχανισμός κοπής πετρώματος με κοπτικό συρόμενου τύπου με βάση τη θεωρία Nishimatsu (1972).

Η θεωρία του Nishimatsu, με σκοπό την ερμηνεία αυτού του φαινομένου περιγράφει ένα μηχανισμό με διακριτά στάδια φόρτισης και αστοχίας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.9. Συγκεκριμένα, το κοπτικό ερχόμενο σε επαφή με το πέτρωμα δημιουργεί μία ζώνη σύνθλιψης γύρω από την αιχμή του. Η προχώρηση του κοπτικού βαθύτερα στο πέτρωμα, οδηγεί σε επαφή της ζώνης σύνθλιψης με την εμπρόσθια επιφάνεια του κοπτικού και σε συσσωμάτωση τους («πρωτογενής ζώνη σύνθλιψης»-ζώνη a). Όσο πιο βαθιά εισέρχεται το κοπτικό στο πέτρωμα, τόσο αυξάνεται η δύναμη κοπής. Για

την κρίσιμη τιμή του βάθους διείδυσης του κοπτικού, το εντατικό πεδίο που αναπτύσσεται δημιουργεί μακροσκοπική εφελκυστική ρωγμή (δημιουργία θραύσματος). Σημειώνεται ότι η ρωγμή δεν εκκινεί από το χαμηλότερο σημείο της ζώνης θραύσης, αλλά πλησίον του άνω ορίου της.

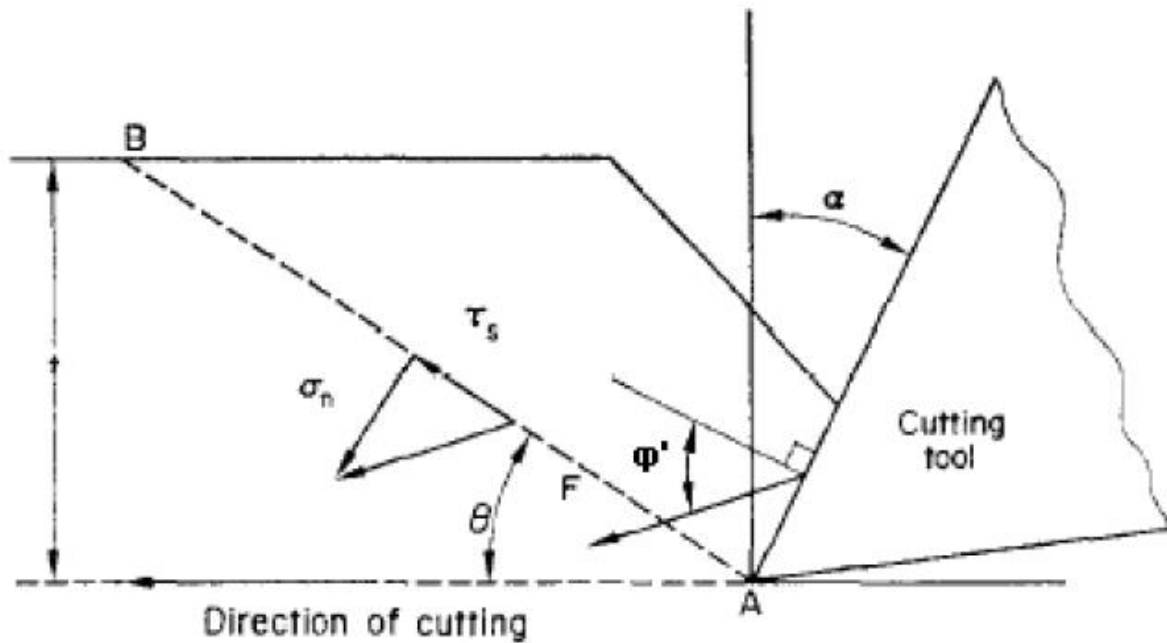
Το κοπτικό προχωράει και συναντάει μία έξαρση του πετρώματος, η οποία παρέμεινε στη θέση έναρξης της ρωγμής. Η έξαρση αυτή ορίζει τη «δευτερογενή ζώνη σύνθλιψης» (ζώνη b), η οποία κατά τη σύνθλιψη δίνει λεπτομερή κλάσματα θραυσμάτων.

Στη συνέχεια το κοπτικό εισέρχεται στη «ζώνη υπερεκσκαφής» (ζώνη c), όπου προχωράει χωρίς σημαντική αντίσταση από το πέτρωμα, μέχρι να συναντήσει νέα επιφάνεια πετρώματος που έχει δημιουργηθεί από τη μακροσκοπική ρωγμή, ξεκινώντας έναν νέο κύκλο στη διαδικασία κοπής.

Η δύναμη κοπής, εντός ενός κύκλου κοπής, αυξάνεται μέχρι τη μέγιστη τιμή της κατά τη στιγμή δημιουργίας της μακροσκοπικής ρωγμής. Στη συνέχεια η δύναμη κοπής μειώνεται απότομα.

Βασικές παραδοχές και υποθέσεις της ανάλυσης του Nishimatsu είναι:

- ✓ υπόθεση συνθηκών επίπεδης παραμόρφωσης, με σκοπό την αναγωγή της κοπής σε δισδιάστατο πρόβλημα. Για να θεωρηθούν κατά προσέγγιση τέτοιες συνθήκες το βάθος κοπής πρέπει να είναι μικρό σε σχέση με το πλάτος του κοπτικού,
- ✓ τα μέτρα των δυνάμεων μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου (Παρόλα αυτά η θεωρία του Nishimatsu υπολογίζει μόνο τις μέγιστες τιμές των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή),
- ✓ στην αιχμή του κοπτικού (A), εμφανίζεται συγκέντρωση τάσεων, οι οποίες μειώνονται κατά μήκος του επιπέδου AB και μηδενίζονται στο σημείο B, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.10,
- ✓ η επιφάνεια αστοχίας είναι καμπύλη,
- ✓ η διεύθυνση της συνισταμένης του εντατικού πεδίου  $p$  είναι σταθερή κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας και είναι η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης κοπής.



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα δυνάμεων και κατανομής τάσεων κατά την κοπή πετρώματος με βάση τη θεωρία Nishimatsu (1972).

Το μέτρο του εντατικού πεδίου κατά μήκος του επιπέδου AB, το οποίο δεν ταυτίζεται με την επιφάνεια αστοχίας αλλά χρησιμοποιείται μόνο για τη διευκόλυνση των υπολογισμών, δίνεται από τη σχέση:

$$p = p_0 \cdot \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right)^n \quad (2.58)$$

Όπου:  $p_0$ : σταθερά του εντατικού πεδίου που προκύπτει από ισορροπία δυνάμεων

$\lambda$ : απόσταση τυχαίου σημείου επί του ευθύγραμμου τμήματος AB από το σημείο A

$n$ : συντελεστής κατανομής τάσεων. (Είναι σταθερά που καθορίζει το βαθμό συγκέντρωσης των τάσεων στην αιχμή του κοπτικού. Από πειραματικά αποτελέσματα κατά τον Nishimatsu (1972)  $n = 11.3 - 0.18 \cdot \alpha$ , ενώ κατά τον Roxborough (1973)  $n = 12 - \frac{\alpha}{5}$ )

Με βάση την παραδοχή ταύτισης της διεύθυνσης του συνισταμένου εντατικού πεδίου με τη διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης κοπής, γίνεται ολοκλήρωση του συνισταμένου εντατικού πεδίου (διπλό ολοκλήρωμα με διαστάσεις δύναμης) στο επίπεδο AB και εξίσωση του με τη συνισταμένη δύναμη F.

$$F + \int_T p = 0 \text{ με τομέα } T: \overbrace{\lambda: 0 \geq \lambda \geq d/\sin \theta}^T \quad (2.59)$$

$$\Rightarrow p_0 = -\frac{(n+1) \cdot F}{W \cdot \left(\frac{d}{\sin \theta}\right)^{n+1}} \quad (2.60)$$

$$(2.59) \xrightarrow{(2.60)} p = -\frac{(n+1) \cdot F}{W \cdot \left(\frac{d}{\sin \theta}\right)^{n+1}} \cdot \left(\frac{d}{\sin \theta} - \lambda\right)^n \quad (2.61)$$

Η εξίσωση (2.61) περιγράφει το εντατικό πεδίο που δημιουργείται από τις δυνάμεις που ασκεί το κοπτικό.

Αναλύοντας το εντατικό πεδίο στην ορθή ( $\sigma_n$ ) και στην εφαπτομενική ( $\tau_n$ ) συνιστώσα της τάσης ως προς το επίπεδο AB και για  $\lambda=0$  λαμβάνονται οι μέγιστες τιμές συνιστωσών της τάσης στο σημείο A (δηλαδή τη θέση έναρξης της μακροσκοπικής ρωγμής), όπου:

$$\sigma_{no} = -\frac{1}{W} \cdot (n+1) \cdot \frac{\sin \theta}{d} \cdot F \cdot \sin(\theta + \varphi' - \alpha) \quad (2.62)$$

$$\tau_{no} = -\frac{1}{W} \cdot (n+1) \cdot \frac{\sin \theta}{d} \cdot F \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)$$

Το αρνητικό πρόσημο των τάσεων προκύπτει από την ισορροπία δυνάμεων του τεμάχους που στοχεύει υπό τη δράση της δύναμης του κοπτικού εργαλείου (F). Στο σημείο αστοχίας (A) οι τιμές των τάσεων έχουν αντίθετο πρόσημο:

$$\sigma_{no} = \frac{1}{W} \cdot (n+1) \cdot \frac{\sin \theta}{d} \cdot F \cdot \sin(\theta + \varphi' - \alpha) \quad (2.63)$$

$$\tau_{no} = \frac{1}{W} \cdot (n+1) \cdot \frac{\sin \theta}{d} \cdot F \cdot \cos(\theta + \varphi' - \alpha)$$

Θεωρώντας ότι με τις παραπάνω μέγιστες τιμές των τάσεων επέρχεται η αστοχία, εφαρμόζεται με αυτές το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb:

$$\tau_{no} = c + \tan \varphi \cdot \sigma_{no}$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{W \cdot d}{\sin \theta} \cdot \frac{c}{\cos(\theta + \varphi' - \alpha) - \tan \varphi \cdot \sin(\theta + \varphi' - \alpha)} \quad (2.64)$$



Χρησιμοποιώντας την υπόθεση ελαχίστου έργου και ελαχιστοποιώντας την (2.64) ως προς  $\theta$  προκύπτει:

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{2} + \alpha - \varphi - \varphi' \right) \quad (2.65)$$

$$(2.64) \xrightarrow{(2.65)} F = \frac{1}{n+1} \cdot W \cdot d \cdot c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin(\varphi + \varphi' - \alpha)} \quad (2.66)$$

Από τη γεωμετρία της κοπής υπολογίζονται οι συνιστώσες:

$$F_c = \frac{2}{n+1} \cdot W \cdot d \cdot c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin(\varphi + \varphi' - \alpha)} \cdot \cos(\varphi' - \alpha) \quad (2.67)$$

$$F_N = \frac{2}{n+1} \cdot W \cdot d \cdot c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin(\varphi + \varphi' - \alpha)} \cdot \sin(\varphi' - \alpha) \quad (2.68)$$

## 2.2.ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΔΟΚΙΜΗ ΚΟΠΗΣ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ

Οι προδιαγραφές της δοκιμής κοπής τέθηκαν, το 1978, από τον McFeat-Smith. Οι προδιαγραφές αυτές αφορούν το δοκίμιο, το κοπτικό εργαλείο, καθώς και τον τρόπο προσβολής του πετρώματος, δηλαδή τις παραμέτρους που επηρεάζουν σημαντικά την ειδική ενέργεια κοπής ενός πετρώματος.

Οι προδιαγραφές για την εκτέλεση της εργαστηριακής δοκιμής κοπής, που έθεσε ο McFeat-Smith, είναι:

- ❖ Κυλινδρικό δοκίμιο πετρώματος, διαμέτρου 54.7mm (NX)
- ❖ Κοπτικό εργαλείο συρόμενου τύπου από καρβίδιο βολφραμίου (ονομαστικό μέγεθος κόκκου  $3 \div 3.5 \mu\text{m}$ , περιεκτικότητα σε κοβάλτιο  $9 \div 10\%$ ), με πλάτος αιχμής 12.7mm, γωνία εμπρόσθιας ελευθερίας  $5^\circ$  και οπίσθιας ελευθερίας  $-5^\circ$
- ❖ Διεύθυνση κοπής παράλληλα προς το διαμήκη άξονα του κυλινδρικού δοκιμίου
- ❖ Βάθος κοπής 5mm από γενέτειρα
- ❖ Ταχύτητα κοπής 150mm/s

### 2.2.1. Εργαστηριακός εξοπλισμός

Τα χαρακτηριστικά του εξοπλισμού, στο εργαστήριο Εξόρυξης Πετρωμάτων της σχολής Μεταλλειολόγων – Μεταλλουργών Μηχανικών για το προσδιορισμό του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής, έχουν ως εξής:

- ❖ Οριζόντια μηχανική ταχυπλάνη, με σώμα από χυτοσίδηρο, εντός του οποίου βρίσκονται ο μηχανισμός ταχυτήτων της κύριας κίνησης, το σύστημα μετατροπής κίνησης σε ευθύγραμμη παλινδρομική, ο μηχανισμός των προώσεων, καθώς και ένας διπλός συμπλέκτης τριβής. Η μηχανική ταχυπλάνη του εργαστηρίου έχει οκτώ (8) βαθμίδες ταχυτήτων παλινδρόμησης (κλιμάκωση: 12.5, 17.7, 25, 34.5, 49, 71, 100, 138 παλινδρομήσεις/min).
- ❖ Τραπέζι της πλάνης, όπου στερεώνεται το σώμα υπό κατεργασία, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Το τραπέζι φέρει τυποποιημένα λούκια, από όπου περνούν ειδικοί κοχλίες για την συγκράτηση της μέγγενης.
- ❖ Δυναμόμετρο της εταιρείας Kistler, τύπου 9257BA, το οποίο μετράει τάση στα άκρα πιεζοηλεκτρικού υλικού υπό δράση δύναμης. Το δυναμόμετρο αποτελείται από τέσσερις (4) αισθητήρες με τρία (3) επίπεδα αισθητήρων (δύο διάτμησης και ένα πίεσης).
- ❖ Μονάδα ελέγχου δυναμόμετρου της εταιρείας Kistler, τύπου 5233A1, με ενισχυτή σήματος.
- ❖ Κάρτα εισαγωγής δεδομένων στον υπολογιστή, τύπου PCIM-DAS1602.
- ❖ Υπολογιστής και λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων Dynoware 2825A1 της εταιρείας Kistler.

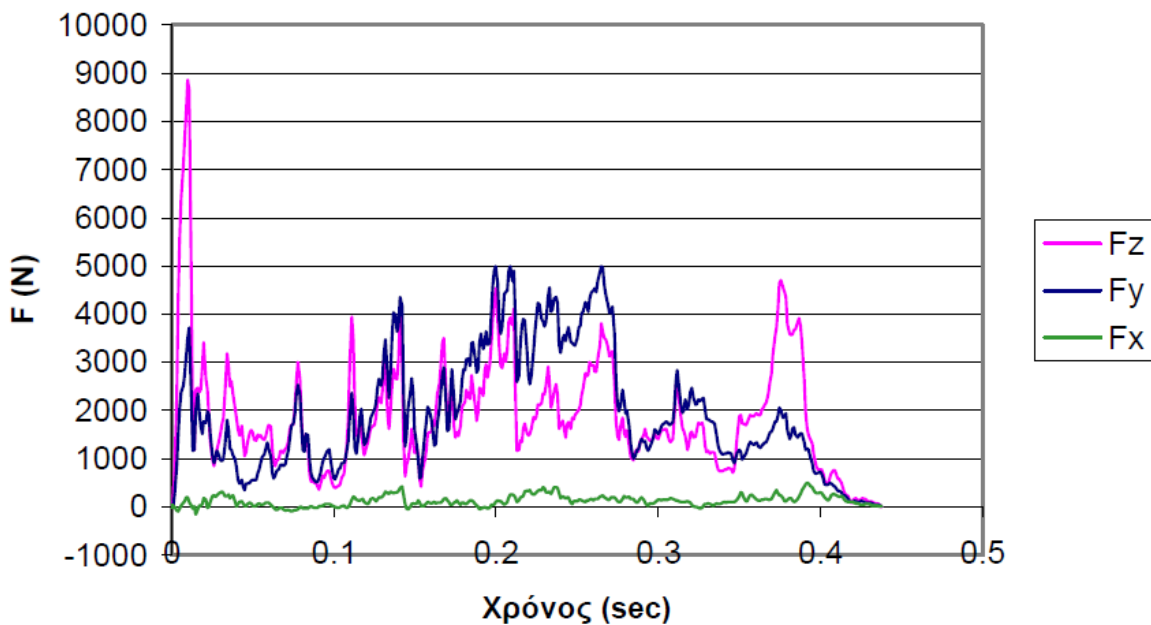
### 2.2.2. Πειραματική διαδικασία

Η διαδικασία που ακολουθείται για την εκτέλεση της δοκιμής κοπής είναι:

- ❖ Μέτρηση των διαστάσεων (διάμετρος και ύψος) και του βάρους του κυλινδρικού δοκιμίου πετρώματος.
- ❖ Σταθεροποίηση του δοκιμίου στη μέγγενη του τραπεζιού της πλάνης.
- ❖ Ρύθμιση του βάθους κοπής στα 5mm.
- ❖ Επιλογή της βαθμίδας ταχύτητας παλινδρόμησης του κοπτικού και της διαδρομής της κεφαλής (το μήκος διαδρομής πρέπει να είναι μεγαλύτερο του ύψους του δοκιμίου και η ταχύτητα περί τα 150mm/s).
- ❖ Ρύθμιση της θέσης έναρξης και πέρατος της διαδρομής ώστε το μέσο της να βρίσκεται κατά προσέγγιση στο μέσο του στερεωμένου δοκιμίου.
- ❖ Εκκίνηση της λειτουργίας του ηλεκτροκινητήρα της πλάνης σε θέση αποσύμπλεξης.
- ❖ Έναρξη καταγραφής σήματος από το λογισμικό καταγραφής.
- ❖ Τοποθέτηση του συμπλέκτη σε θέση σύμπλεξης για την έναρξη της παλινδρομικής κίνησης του κοπτικού (έναρξη της δοκιμής)
- ❖ Η δοκιμή ολοκληρώνεται με το κοπτικό στο πέρασ της διαδρομής, όπου σταματάει και η καταγραφή από το λογισμικό.
- ❖ Το δοκίμιο καθαρίζεται από τα θραύσματα της κοπής και ζυγίζεται για τον προσδιορισμό του όγκου εξορυγμένου πετρώματος από την κοπή ( $V_{εξ}$ ).

Από τη δοκιμή κοπής, παράγεται διάγραμμα ασκούμενης δύναμης – χρόνου (Σχήμα 2.11). Για τον υπολογισμό της ειδικής ενέργειας κοπής γίνονται οι εξής υπολογισμοί:

- ❖ Υπολογισμός ταχύτητας κοπής:  $u_{\text{ΚΟΠΗΣ}} = \frac{L_{\text{TOTAL}}}{t_{\text{TOTAL}}}$ , όπου  $L_{\text{TOTAL}}$  το μήκος του δοκιμίου και  $t_{\text{TOTAL}}$  ο συνολικός χρόνος κοπής
- ❖ Μετατόπιση κοπτικού σε χρόνο  $\delta t$ :  $\delta l = u_{\text{ΚΟΠΗΣ}} \cdot \delta t$
- ❖ Έργο δύναμης κοπής:  $W_{F_z} = \sum_{i=1}^n \delta l \left( \frac{F_{z_{i+1}} + F_{z_i}}{2} \right) \cdot \delta l$ , πρακτικά ισχύει  $W_{F_z} = F_{\text{average}} \cdot L_{\text{TOTAL}}$
- ❖ Ειδική ενέργεια εκσκαφής:  $SE = \frac{W_{F_z}}{V_{\text{εξ}}}$ .



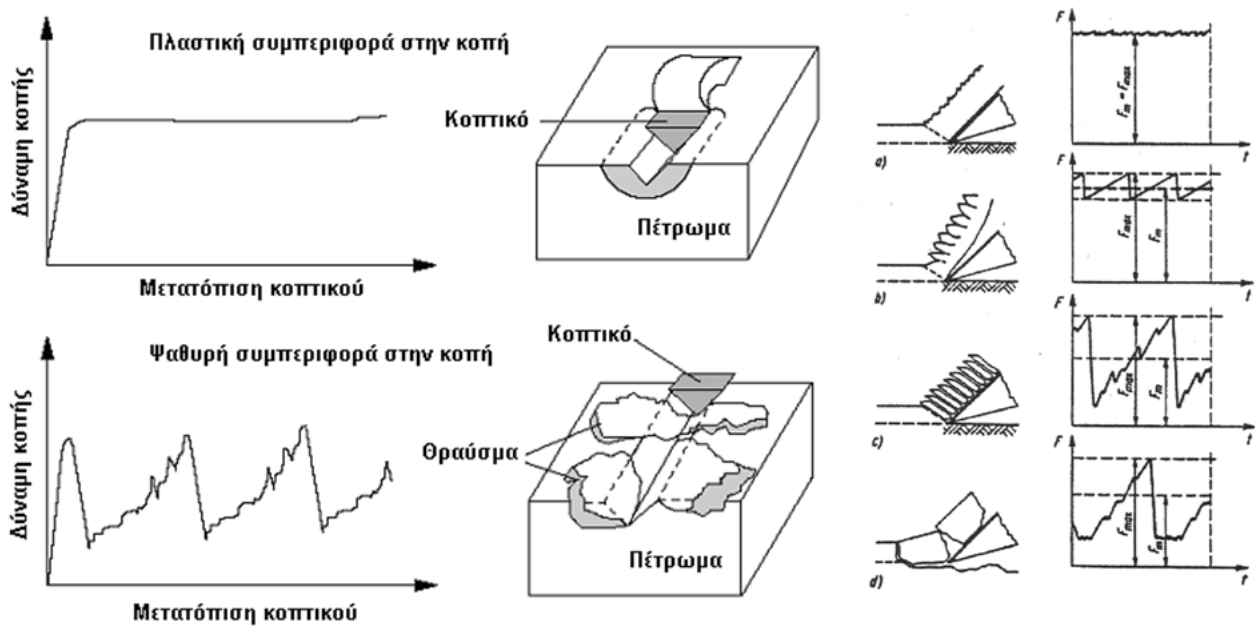
Σχήμα 2.11. Διάγραμμα δυνάμεων κατά την πειραματική κοπή πετρώματος συναρτήσει του χρόνου (Αναγνώστου, 2006).

Σημειώνεται ότι κατά την διαδικασία κοπής αναπτύσσονται δυνάμεις κατά την πλάγια ( $F_x$ ), κάθετη ( $F_y$ ) και διαμήκη ( $F_z$ ) διεύθυνση του δοκιμίου, αλλά μόνο η διαμήκης δύναμη (δύναμη κοπής) παράγει έργο.

### 2.2.3. Χαρακτηριστική συμπεριφορά πετρωμάτων κατά την κοπή

Πλήθος παραγόντων επηρεάζουν το μηχανισμό αστοχίας του πετρώματος υπό τη δράση του κοπτικού εργαλείου, όπως οι μηχανικές ιδιότητες του γεωυλικού, το εντατικό πεδίο, καθώς και το είδος και η σχετική θέση του κοπτικού εργαλείου. Ο μηχανισμός αστοχίας και σχηματισμού θραυσμάτων κατά την κοπή διακρίνεται σε ψαθυρή και πλαστική αστοχία.

Στο Σχήμα 2.12 παρουσιάζονται χαρακτηριστικά διαγράμματα εξέλιξης της δύναμης κοπής ανάλογα με την πλαστική ή ψαθυρή συμπεριφορά του υλικού κατά την αστοχία.



Σχήμα 2.12. Χαρακτηριστικά διαγράμματα δύναμης κοπής με (αριστερά) τη μετατόπιση του κοπτικού, (δεξιά) το χρόνο για πλαστική (πάνω) και ψαθυρή (κάτω) συμπεριφορά του υλικού.

Ψαθυρή χαρακτηρίζεται η αστοχία κατά την οποία δημιουργούνται ρωγματώσεις, υπό συνδυασμό δράσης διατμητικών και εφελκυστικών τάσεων, οι οποίες ξεκινούν από τη ζώνη σύνθλιψης και διαδίδονται στο σώμα του πετρώματος (Rojek et al, 2011). Οι ρωγματώσεις αυτές οδηγούν στη δημιουργία μεγάλων θραυσμάτων πετρώματος.

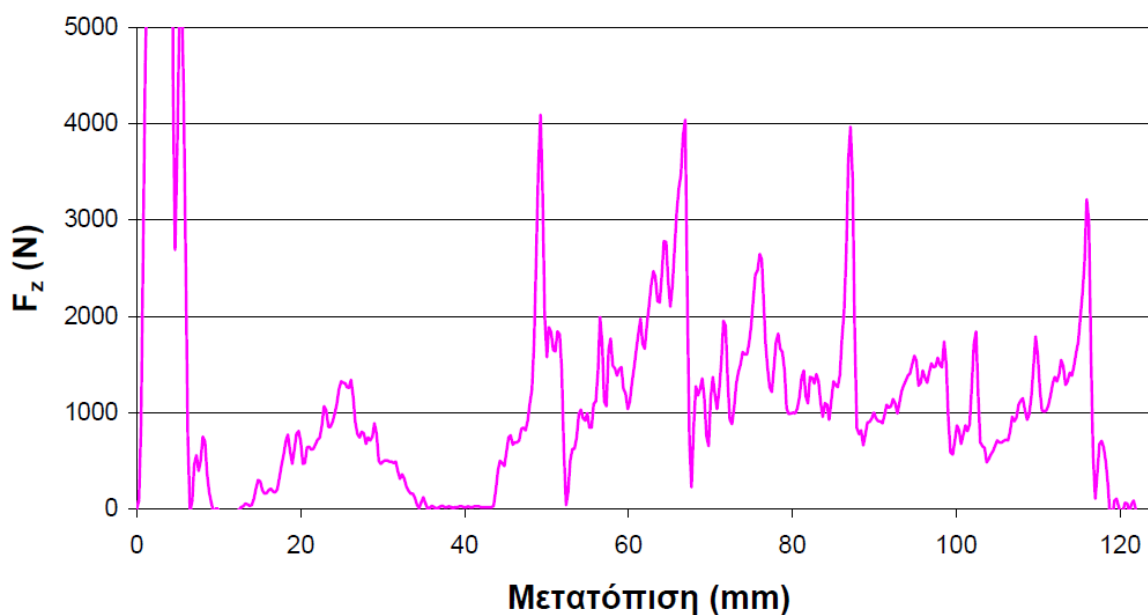
Χαρακτηριστικά στοιχεία της ψαθυρής αστοχίας κατά την κοπή είναι οι έντονοι και διακριτοί κύκλοι φόρτισης-αποφόρτισης, το μεγάλο εύρος τιμών της δύναμης κοπής καθώς και η χαμηλής συχνότητας καταγραφές.

Γενικά, τα πετρώματα χαρακτηρίζονται, κατά κύριο λόγο, από ψαθυρή συμπεριφορά.

#### 2.2.4. Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών

Πραγματοποιήθηκαν εργαστηριακές δοκιμές κοπής, σε τρία κυλινδρικά δοκίμια λευκότεφρου ασβεστόλιθου ζαχαρώδους υφής του Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας. Οι εργαστηριακές δοκιμές πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο της μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας του Β. Αναγνώστου (2006). Σε κάθε δοκίμιο ασβεστόλιθου πραγματοποιήθηκαν τέσσερις δοκιμές κοπής από τις οποίες προέκυψε διάγραμμα δύναμης κοπής-χρόνου.

Τα δοκίμια ασβεστολίθου παρουσιάζουν γενικά ψαθυρή συμπεριφορά κατά την κοπή, όπως φαίνεται από τα διακριτά στάδια φόρτισης και αστοχίας του πετρώματος, που φαίνονται στο Σχήμα 2.13 και προβλέπεται από το μηχανισμό κοπής που περιγράφεται από τον Nishimatsu.



Σχήμα 2.13. Διάγραμμα δύναμης κοπής-χρόνου ασβεστολίθου. (Αναγνώστου 2006).

### 2.3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος των διακριτών στοιχείων (Discrete Element Method) αναπτύχθηκε από τον Cundall (1971), για την ανάλυση προβλημάτων στο πεδίο της μηχανικής των πετρωμάτων.

Βασική αρχή της μεθόδου είναι ότι ένα κοκκώδες υλικό αποτελείται από διακριτά στοιχεία, τα οποία μετακινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους και αλληλοεπιδρούν μόνο στα σημεία επαφής.

Οι βασικές σχέσεις της μεθόδου των διακριτών στοιχείων, για σφαιρικά (3D) και κυλινδρικά (2D) σωματίδια, διατυπώθηκαν από τους Cundall & Strack (1979) για την ανάλυση μοντέλων αποτελούμενων από κοκκώδη εδάφη.

Οι Cundall & Hart (1992) έδειξαν ότι η μέθοδος των διακριτών στοιχείων δίνει καλύτερα αποτελέσματα στην ανάλυση ανισότροπων υλικών, καθώς και ότι προσομοιώνει καλύτερα δυναμικά φαινόμενα, όπως η διάδοση ρωγμών, σε αντίθεση με άλλες αριθμητικές μεθόδους, όπως αυτή των πεπερασμένων στοιχείων.

### 2.3.1. Scholtès & Donzé (2013)

Οι Scholtès & Donzé παρατηρήσαν ότι η μέχρι τότε υπόθεση αλληλεπίδρασης των διακριτών στοιχείων μόνο στις θέσεις επαφής τους δεν είναι ικανή να προσομοιώσει υλικά με λόγο  $\sigma_c/\sigma_t$  μεγαλύτερο του δέκα, το οποίο αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό των ψαθυρών υλικών.

Πρότειναν έναν τρόπο, ώστε να ληφθεί έμμεσα υπόψη η αλληλεπίδραση των ορυκτών του πετρώματος εντός ενός εύρους και όχι απαραίτητα μόνο μεταξύ των σωματιδίων σε άμεση επαφή.

Για τον καθορισμό του εύρους αλληλεπίδρασης των σωματιδίων εισάγεται η παράμετρος  $\gamma_{int}$ . Για τιμή του  $\gamma_{int}$  ίση με 1, δημιουργούνται δεσμοί μόνο μεταξύ σωματιδίων σε άμεση επαφή, όπως και στο κλασικό προσομοίωμα συνδεδεμένων σωματιδίων, ενώ για τιμή του  $\gamma_{int}$  μεγαλύτερη του 1, δημιουργούνται δεσμοί σε μια ισοδύναμη διάμετρο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.14:

$$D_{eq} = \gamma_{int} \cdot (R_A + R_B) \quad (2.69)$$

Όπου:  $R_A$ : η ακτίνα στοιχείου A

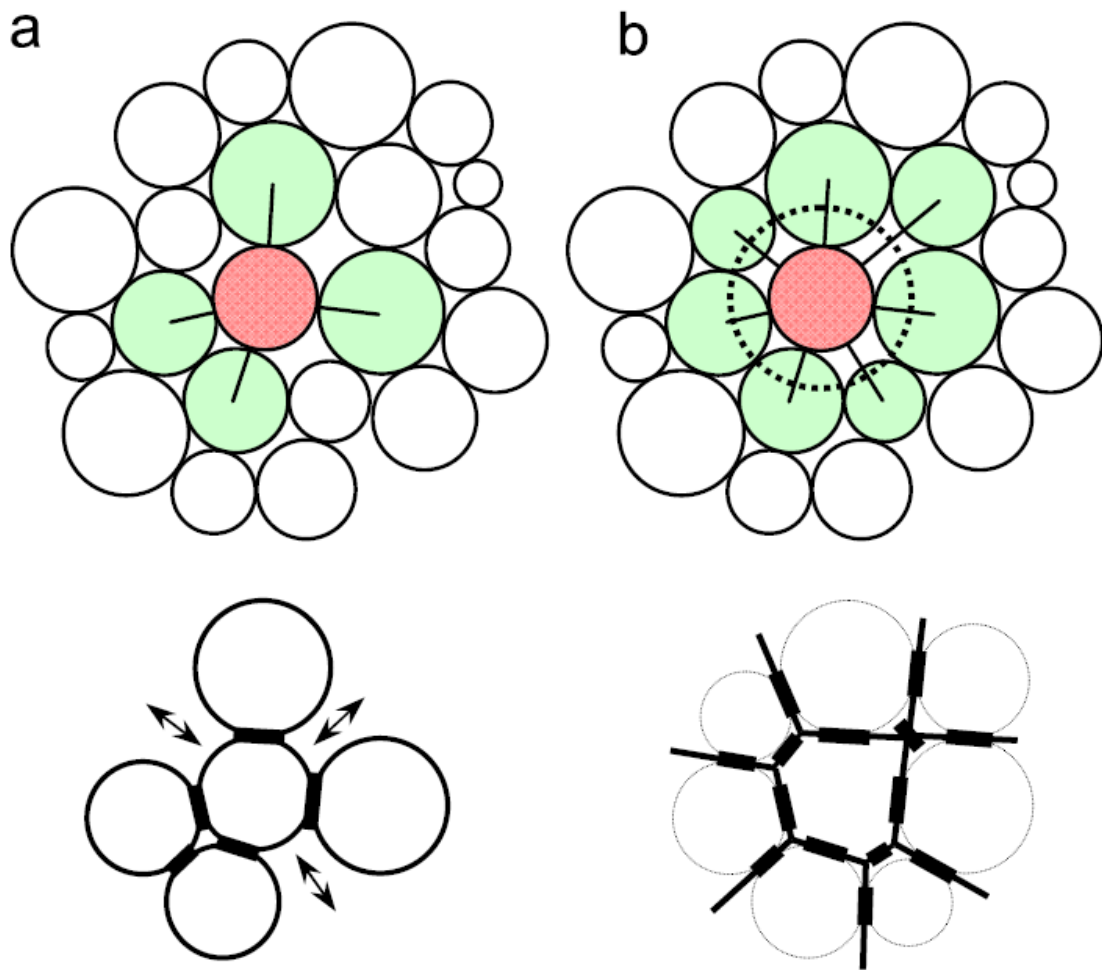
$R_B$ : η ακτίνα στοιχείου B

Μέσω του  $\gamma_{int}$ , προκαθορίζεται ο μέσος αριθμός δεσμών που δημιουργούνται ανά σωματίδιο (N-coordination number).

Οι Scholtès & Donzé χρησιμοποίησαν το λογισμικό YADE, για την προσομοίωση δοκιμών άμεσου εφελκυσμού, μονοαξονικής και τριαξονικής θλίψης, όπως παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.15, με σκοπό τον καθορισμό της επιρροής του  $\gamma_{int}$  στη μακροσκοπική συμπεριφορά κοκκωδών συνεκτικών υλικών.

Αρχικά, βαθμονομήθηκαν οι μικροπαράμετροι του πετρώματος για διάφορες τιμές του  $\gamma_{int}$ , ώστε η μακροσκοπική συμπεριφορά του προσομοιώματος να αντιστοιχεί στα πειραματικά αποτελέσματα του πραγματικού πετρώματος. Ως μικροπαράμετροι του πετρώματος νοούνται:

- ❖ Το ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας των δεσμών ( $E_{eq}$ )
- ❖ Ο λόγος της ορθής προς τη διατμητική ακαμψία των δεσμών ή λόγος ακαμψίας ( $k_n/k_s$ )
- ❖ Η τοπική εφελκυστική αντοχή ( $t$ )
- ❖ Ο λόγος θλιπτική προς εφελκυστική αντοχή των δεσμών ( $c/t$ )
- ❖ Η γωνία εσωτερική τριβής ( $\phi$ )



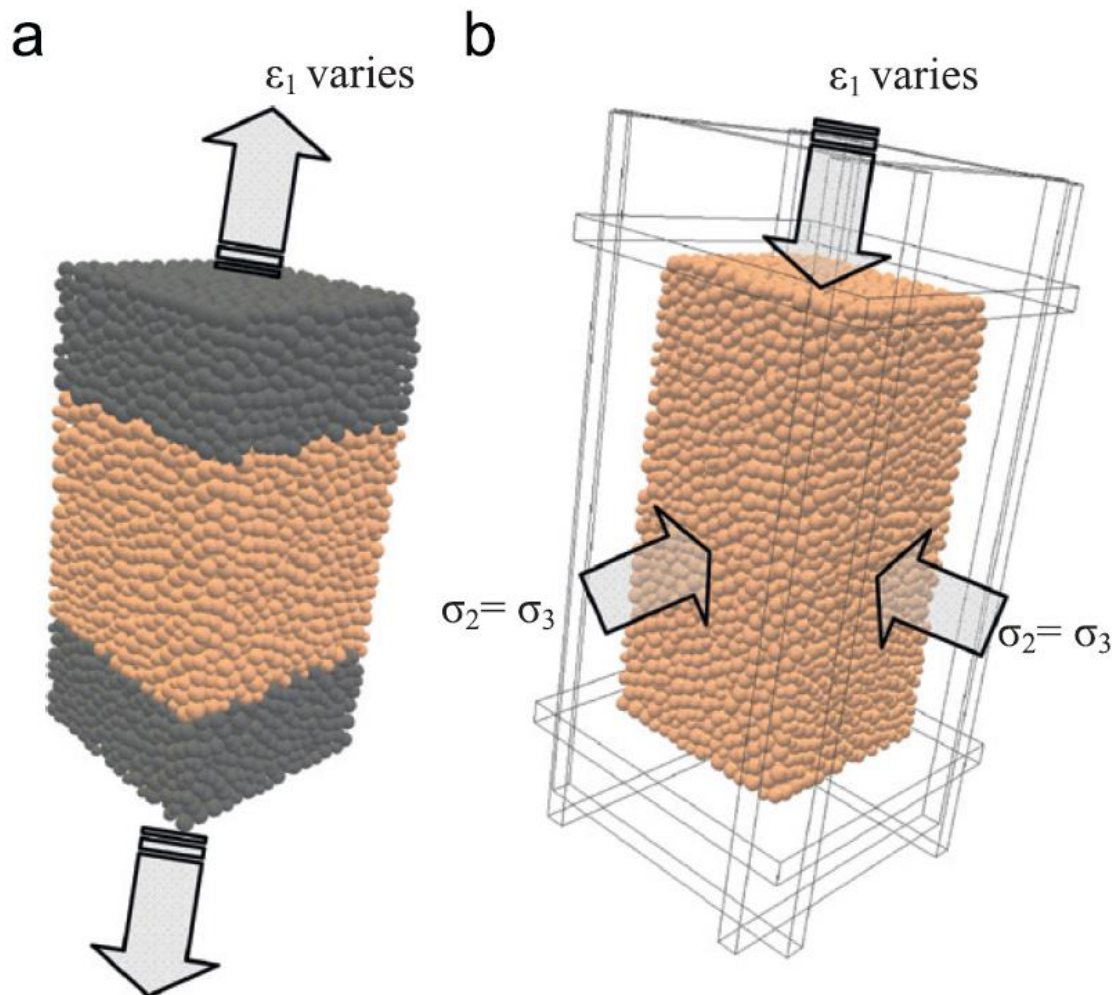
Σχήμα 2.14. Αναπαράσταση της επίδρασης του εύρους αλληλεπίδρασης μεταξύ των κόκκων του πετρώματος για a)  $\gamma_{int}=1$  b)  $\gamma_{int}>1$  κατά τους Scholtès & Donzé (2013).

Θεωρώντας ως κρίσιμη παράμετρο την αντοχή του πετρώματος σε εφελκυσμό, οι Scholtès & Donzé επιδίωξαν, για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$ , να προσομοιώσουν μέσω της δοκιμής άμεσου εφελκυσμού τη συμπεριφορά πραγματικών πετρωμάτων, με προσαρμογή των μικροπαραμέτρων του αριθμητικού μοντέλου. Οι σημαντικές μικροπαραμέτροι της δοκιμής άμεσου εφελκυσμού, σύμφωνα με τους Scholtès & Donzé, είναι το ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας των δεσμών ( $E_{eq}$ ) και η αντοχή σε εφελκυσμό  $t$ .

Η προσομοίωση της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης δίνει τις μικροπαραμέτρους  $\phi$ ,  $k_n/k_s$  και  $c/t$  του συνθετικού υλικού. Για την, κατά το δυνατό κοντά σε πειραματικές συνθήκες, προσομοίωση της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης, εισήχθη στο μοντέλο συντελεστής τριβής στη θέση των πλακών μ ίσος με 0.5.

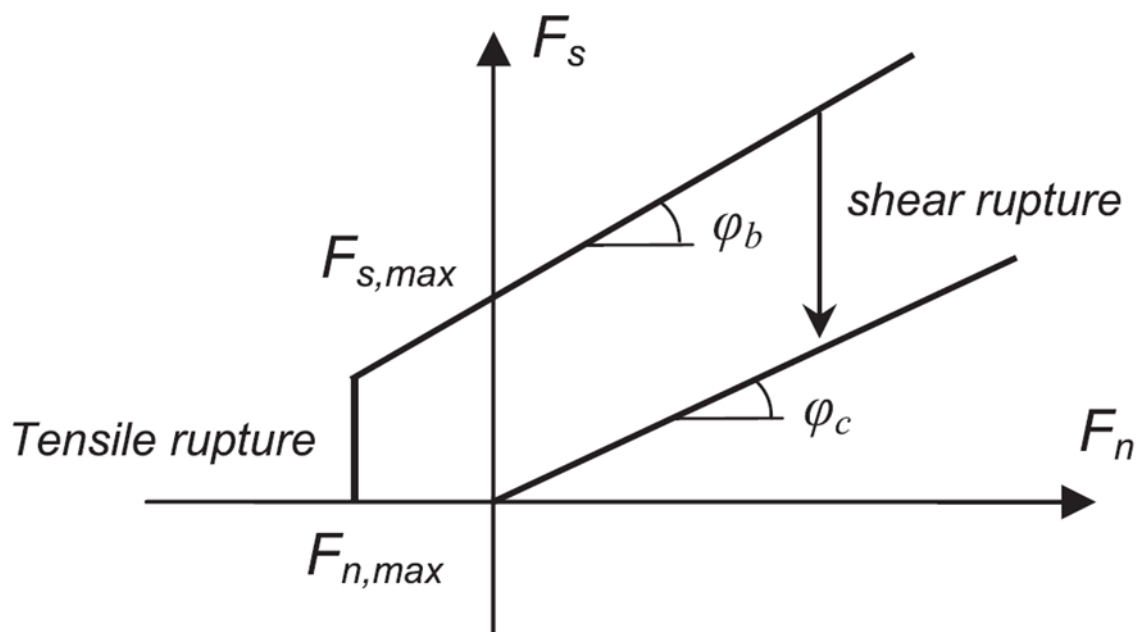
Τέλος, πραγματοποίησαν δοκιμές τριαξονικής θλίψης, στα συνθετικά μοντέλα πετρώματος που βαθμονομήθηκαν, για διάφορες τιμές του  $\gamma_{int}$ , στις δοκιμές άμεσου εφελκυσμού και μονοαξονικής θλίψης με σκοπό τον έλεγχο της επιρροής της πλευρικής τάσης  $\sigma_3$ .

Στο μοντέλο των Scholtès & Donzé, οι δεσμοί των σωματιδίων αστοχούν, είτε σε εφελκυσμό, είτε σε διάτμηση, με το κριτήριο αστοχίας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.16.



Σχήμα 2.15. Αριθμητικό προσομοίωμα για a) δοκιμή άμεσου εφελκυσμού, b) δοκιμή τριαξονικής θλίψης (Scholtès & Donzé , 2013).





Σχήμα 2.16. Κριτήριο αστοχίας των δεσμών σύμφωνα με το μοντέλο των Scholtès & Donzé (2013).

Οι Scholtès & Donzé βαθμονόμησαν το αριθμητικό μοντέλο και σύγκριναν τα αποτελέσματα του με αποτελέσματα τριαξονικών δοκιμών σε δύο πραγματικά πετρώματα, το γρανίτη Lac du Bonnet («σκληρός» βράχος,  $c/t = 200$ ) και το ψαμμίτη Fontainebleau («μαλακός» βράχος,  $c/t = 10$ ). Τα αποτελέσματα συγκρίνονται σε όρους μακροσκοπικής συμπεριφοράς και διαδικασίας θραύσης στην εργαστηριακή δοκιμή και στην προσομοίωση με DEM.

Με βάση τα αποτελέσματα τους οι Scholtès & Donzé, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο που προτείνουν οδηγεί σε καλή προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων από το μοντέλο διακριτών στοιχείων σε ένα μεγάλο εύρος ψαθυρών πετρωμάτων (μαλακό έως σκληρό).

Ακόμη, παρατήρησαν ότι η ψαθυρότητα του συνθετικού πετρώματος συνδέεται σημαντικά με το βαθμό αλληλεπίδρασης των σωματιδίων του, δηλαδή το  $\gamma_{int}$ , ενώ, σε αντίθεση με το κλασικό μοντέλο διακριτών στοιχείων, οι μικροπαράμετροι του πετρώματος συσχετίζονται καλά με την απόκριση του υλικού σε φόρτιση.

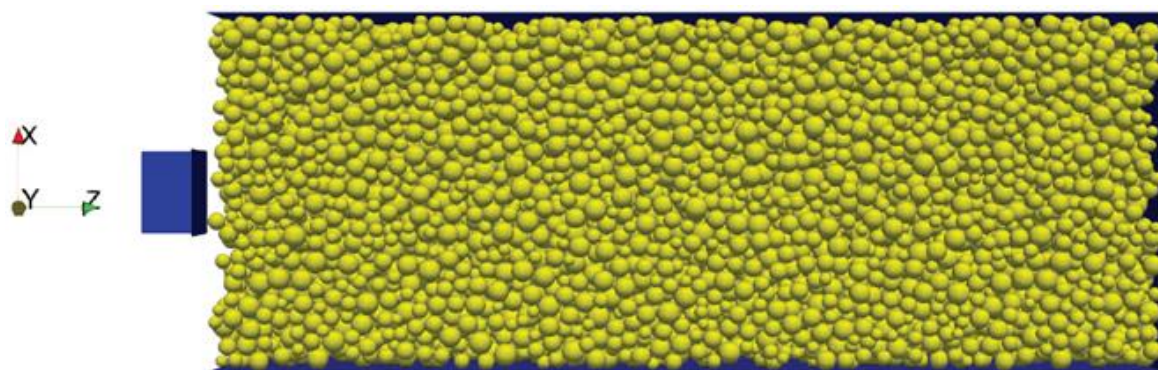
### 2.3.2. Kalogeropoulos & Michalakopoulos (2022)

Οι Kalogeropoulos & Michalakopoulos χρησιμοποίησαν τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων για την αριθμητική προσομοίωση πραγματικών δοκιμών κοπής πετρώματος, που πραγματοποιήθηκαν σε δείγματα ψαμμίτη. Η προσομοίωση έγινε με χρήση του λογισμικού YADE.

Εξετάστηκαν τρία συνθετικά μοντέλα πετρώματος, το καθένα με διαφορετική τιμή εύρους αλληλεπίδρασης ( $\gamma_{int}$ ), όπως αυτός προτάθηκε από τους Scholtès & Donzé (2013), με σκοπό τη διερεύνηση της επίδρασης του στην προσομοίωση πειραμάτων κοπής.

Οι μικροπαράμετροι κάθε συνθετικού μοντέλου πετρώματος, όπως αυτές παρουσιάστηκαν από τους Scholtès & Donzé, βαθμονομήθηκαν σε προσομοίωση άμεσου εφελκυσμού, ώστε να παραχθεί μία αποδεκτή προσέγγιση των πραγματικών παραμέτρων του υλικού.

Για την προσομοίωση της κοπής του πετρώματος, το συνθετικό μοντέλο που δημιουργείται είναι ορθογωνικής διατομής, ενώ το κοπτικό εργαλείο είναι συρόμενου τύπου από καρβίδιο του βολφραμίου και κινείται κατά τον άξονα z. Το προσομοίωμα φαίνεται στο Σχήμα 2.17. Τα θραύσματα κατά την προσομοίωση της κοπής δημιουργούνται στην πάνω ελεύθερη επιφάνεια του δοκιμίου συνθετικού πετρώματος, όπως και στην πραγματική πειραματική διάταξη κοπής.



Σχήμα 2.17. Δοκίμιο συνθετικού πετρώματος στο λογισμικό YADE (Kalogeropoulos & Michalakopoulos 2022).

Οι παράμετροι που εξετάστηκαν ως προς την επιρροή τους στη μέση δύναμη κοπής, καθώς και τη χρονοϊστορία της δύναμης κοπής είναι:

- ❖ Ο συντελεστής απόσβεσης ( $\alpha$ )
- ❖ Η ταχύτητα του κοπτικού
- ❖ Η γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi$ )
- ❖ Το μακροσκοπικό μέτρο ελαστικότητας ( $E$ ) και ο λόγος ακαμψίας ( $k_n/k_s$ )
- ❖ Ο λόγος θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή των δεσμών ( $c/t$ )
- ❖ Το μέγεθος και το πλήθος των διακριτών στοιχείων του μοντέλου
- ❖ Το βάθος κοπής (DoC)

Για κάθε παράμετρο, που επηρεάζει τη διαδικασία κοπής, οι Kalogeropoulos & Michalakopoulos, εξέτασαν ένα εύρος τιμών, ώστε να καθοριστεί η επιρροή της στα αποτελέσματα της προσομοίωσης κοπής, καταλήγοντας στις παρακάτω παρατηρήσεις:

1. Για μικρό συντελεστή απόσβεσης τα αποτελέσματα δεν είναι ρεαλιστικά, καθώς οδηγεί σε μη συνεχή επαφή του κοπτικού με το πέτρωμα, ενώ η επιλογή μεγαλύτερου συντελεστή απόσβεσης προσεγγίζει μια δυναμική διαδικασία και προσομοιώνει καλύτερα τα πειραματικά αποτελέσματα. Η ταχύτητα κοπής επηρεάζει τη δύναμη κοπής και τη διαδικασία σχηματισμού θραυσμάτων με αντίστοιχο τρόπο με το συντελεστή απόσβεσης.

2. Η αύξηση της γωνίας εσωτερικής τριβής οδηγεί σε αύξηση της μέσης δύναμης κοπής, καθώς αυξάνεται η αντίσταση των στοιχείων στην κίνηση για κάθε τιμή του εύρους αλληλεπίδρασης ( $\gamma_{int}$ ).

3. Η επιρροή του μακροσκοπικού μέτρου ελαστικότητας, καθώς και του λόγου ακαμψίας, στη μέση δύναμη κοπής για σταθερό  $\gamma_{int}$  είναι αμελητέα.

4. Ο λόγος αντοχής των δεσμών των διακριτών στοιχείων:

α. σχετίζεται αναλογικά με τη μέση δύναμη κοπής για τιμές μικρότερες του 5, ενώ για μεγαλύτερες τιμές η επιρροή του είναι αμελητέα.

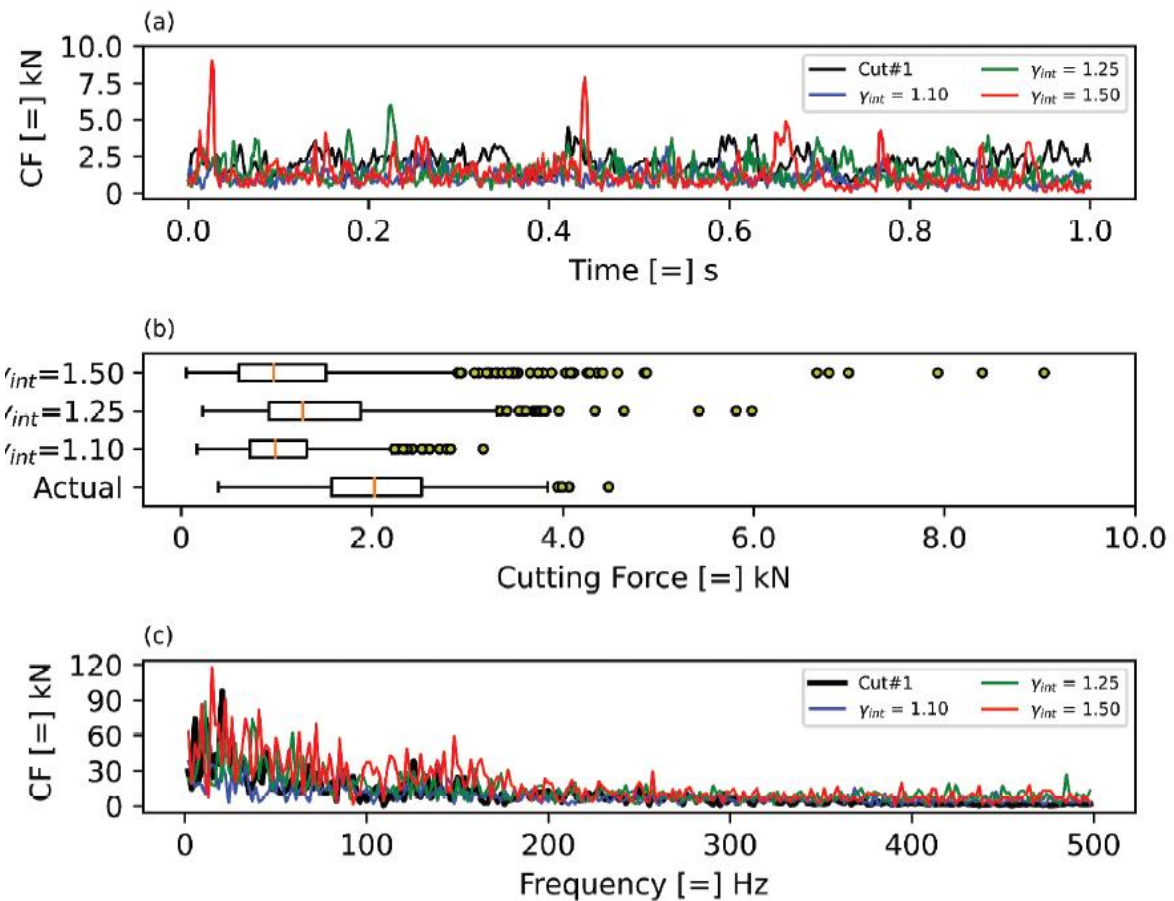
β. επηρεάζει το μηχανισμό αστοχίας του υλικού για κάθε τιμή του  $\gamma_{int}$ . Δηλαδή, για αύξηση του λόγου  $c/t$  μειώνονται οι διατμητικές ρωγμές και αυξάνονται οι εφελκυστικές. Για τιμή μεγαλύτερη του 5 κυριαρχεί ο σχηματισμός ρωγμών λόγω εφελκυσμού.

5. Η αύξηση των διακριτών στοιχείων του μοντέλου οδηγεί σε αύξηση της μέσης δύναμης κοπής, καθώς μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων έρχονται σε επαφή με το κοπτικό.

6. Η αύξηση του βάθους κοπής οδηγεί σε σχεδόν αναλογική αύξηση της μέσης δύναμης κοπής για κάθε  $\gamma_{int}$ , ενώ σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις ο κυρίαρχος μηχανισμός αστοχίας είναι ο εφελκυσμός.

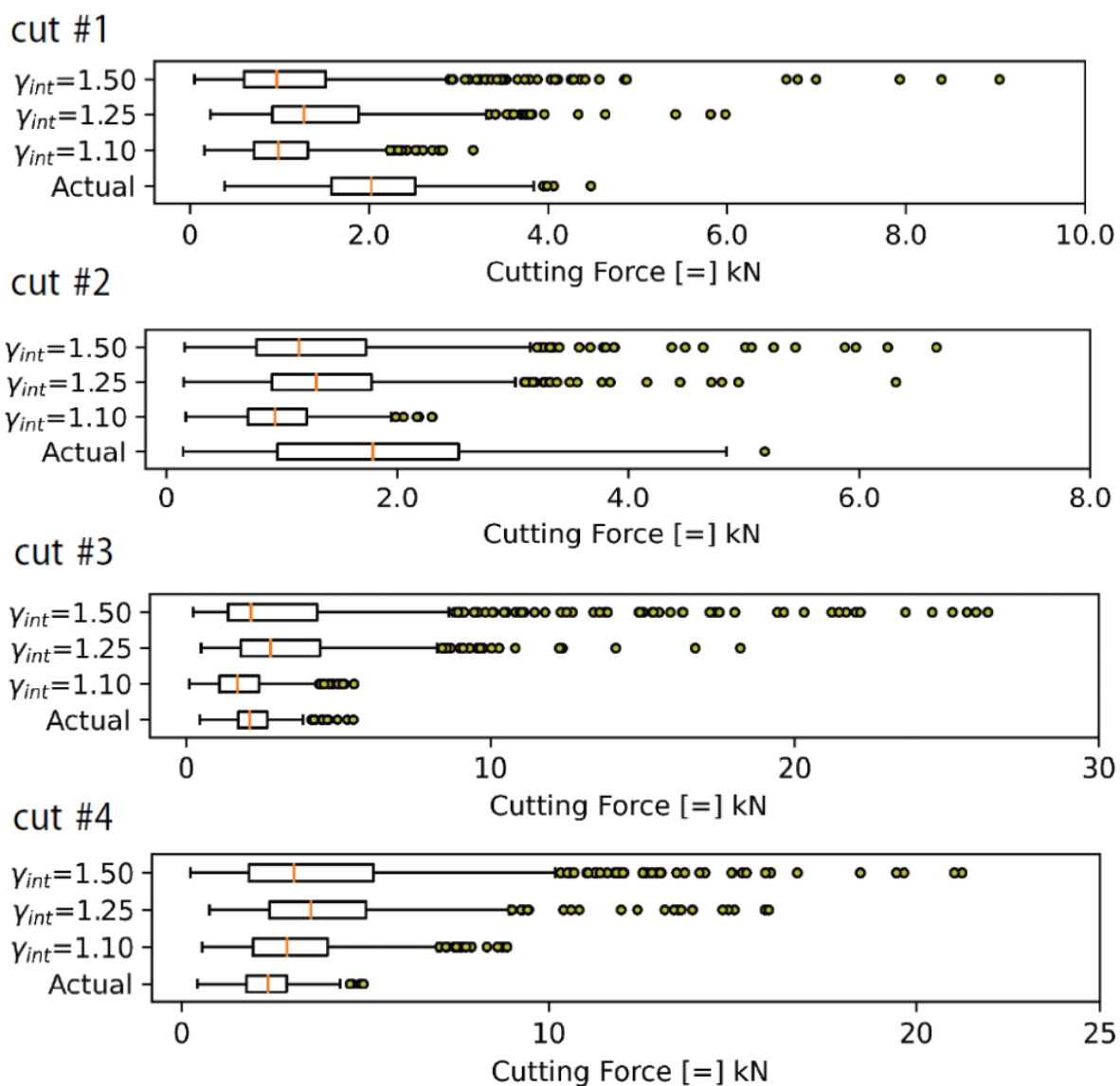
Τέλος, οι Kalogeropoulos & Michalakopoulos, διεξήγαν μία σειρά αριθμητικών προσομοιώσεων κοπής με σκοπό τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με εργαστηριακές δοκιμές κοπής σε κυλινδρικό δείγμα ψαμμίτη.

Παρατήρησαν ότι, ενώ στις εργαστηριακές δοκιμές κοπής, η δύναμη κοπής είναι κατανεμημένη σχετικά συμμετρικά στο χρόνο, στις προσομοιώσεις είναι ασύμμετρη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.18.



Σχήμα 2.18. Σύγκριση της πραγματικής δύναμης κοπής και των αριθμητικών προσομοιώσεων κοπών για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  (Kalogeropoulos & Michalakopoulos 2022).

Οι Kalogeropoulos & Michalakopoulos, βάση των αποτελεσμάτων τους, παρατήρησαν ότι στα συνθετικά μοντέλα με ίδια τιμή μακροσκοπικής αντοχής, η διαφορετική τιμή εύρους αλληλεπίδρασης επηρεάζει σημαντικά τη χρονιοϊστορία της δύναμης κοπής κατά την προσομοίωση. Για μεγάλες τιμές του συντελεστή αλληλεπίδρασης η δύναμη κοπής παρουσιάζει μεγαλύτερο εύρος τιμών, οι μέγιστες τιμές της αυξάνονται, ενώ η αστοχία είναι πιο ψαθυρή. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι για το εξεταζόμενο πέτρωμα μικρότερες τιμές του εύρους αλληλεπίδρασης οδηγούν σε πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.19.



Σχήμα 2.19. Κατανομή της δύναμης κοπής στην εργαστηριακή δοκιμή και στις αριθμητικές προσομοιώσεις για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  (Kalogeropoulos & Michalakopoulos, 2022).

### 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ YADE

#### 3.1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το λογισμικό YADE (Yet Another Dynamic Engine), είναι λογισμικό ανοικτού κώδικα, το οποίο επιτρέπει την ανάπτυξη τρισδιάστατων μοντέλων διακριτών στοιχείων. Η ανάπτυξη του λογισμικού έγινε σε C++, ενώ για τη διαχείριση του χρησιμοποιείται η γλώσσα προγραμματισμού Python (Šmilauer et al., 2021).

Λόγω της δωρεάν διαθεσιμότητας του λογισμικού (υπό την άδεια GPL), και της δυνατότητας τροποποίησης του κώδικα και των καταστατικών προτύπων, ο κώδικας εμπλουτίζεται διαρκώς και αναπτύσσεται από τα μέλη της επιστημονικής κοινότητας που συνεισφέρουν στο εγχείρημα αυτό.

#### 3.2.ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Στο λογισμικό YADE, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, δίνεται η δυνατότητα προσομοίωσης τρισδιάστατων μοντέλων πετρωμάτων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων.

Η μέθοδος των διακριτών στοιχείων βασίζεται στον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών μετατοπίσεων του υπό μελέτη συστήματος. Οι διάφορες τεχνικές διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις χαρακτηριστικές μονάδες για τις οποίες προσδιορίζονται οι μετατοπίσεις, τον τύπο των μετατοπίσεων που χρειάζεται να καθοριστούν, καθώς και την αριθμητική τεχνική που χρησιμοποιείται για την εκτέλεση των υπολογισμών.

Γενικά, υπάρχουν δύο τρόποι για τον καθορισμό της συμπεριφοράς μιας συνδεσμολογίας διακριτών στοιχείων για δεδομένες συνθήκες φόρτισης. Οι *οιονεί-στατικές* (quasi - static), οι οποίες «αναζητούν» τις μετατοπίσεις εκείνες που θα οδηγήσουν το σύστημα σε κατάσταση ισορροπίας, και οι *δυναμικές*, οι οποίες προσομοιώνουν την κίνηση των σωματιδίων μέσω μιας σειράς μικρών, αλλά πεπερασμένων, χρονικών βημάτων.

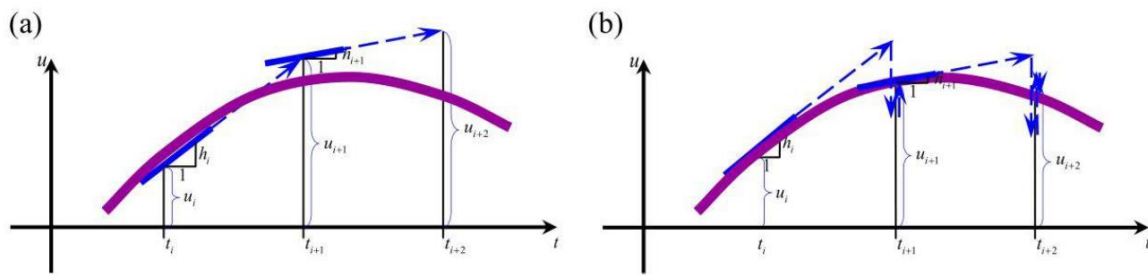
Οι δυναμικές μέθοδοι υπολογίζουν την κίνηση του συστήματος, ξεκινώντας από μία αρχική κατάσταση και μέσω πεπερασμένων χρονικών βημάτων υπολογίζουν τη θέση και την ταχύτητα των σωματιδίων στο τέλος κάθε βήματος.

Για κάθε μοντέλο, απαιτείται κατά το αρχικό στάδιο υπολογισμών να είναι γνωστά τα εξής:

- ✓ Το ακριβές σχήμα, η θέση και ο προσανατολισμός κάθε σωματιδίου
- ✓ Οι δυνάμεις και οι ροπές που διαδίδονται μέσω των δεσμών
- ✓ Τα εξωτερικά φορτία

Ορισμένοι κώδικες πραγματοποιούν τους υπολογισμούς με άμεσο τρόπο (explicit time integration scheme), που σημαίνει ότι οι γενικευμένες ταχύτητες και μετατοπίσεις κάθε στοιχείου τη χρονική στιγμή ( $t_{i+1}$ ), υπολογίζονται από την επίλυση των Νευτώνειων εξισώσεων της κίνησης για τη χρονική στιγμή ( $t_i$ ). Οι τιμές στο τέλος του χρονικού βήματος ( $t_{i+1}$ ) προκύπτουν κατά προσέγγιση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1a.

Οι έμμεσες μέθοδοι (implicit time integration scheme) προσδιορίζουν τις γενικευμένες ταχύτητες και μετατοπίσεις σε ένα τελικό χρονικό σημείο ( $t_{i+1}$ ), με τρόπο, ώστε να ικανοποιούνται στο σημείο αυτό οι εξισώσεις κίνησης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1b. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια μιας επαναληπτικής διαδικασίας, όπου οι τιμές που προκύπτουν από την αριθμητική προσομοίωση ελέγχονται και συγκρίνονται με αυτές που εξάγονται από τις μαθηματικές σχέσεις. Στη συνέχεια οι πρώτες τροποποιούνται, έως ότου επιτευχθεί ικανοποιητική συσχέτιση.



Σχήμα 3.1. Τρόπος υπολογισμού μετατοπίσεων στην a) άμεση μέθοδο, b) έμμεση μέθοδο.

Οι άμεσες μέθοδοι δεν ελέγχουν αν ικανοποιούνται οι εξισώσεις κίνησης στα τελικά σημεία και για αυτό χρειάζονται λιγότερο χρόνο για την επίλυση των υπολογισμών, σε σχέση με τις έμμεσες δυναμικές μεθόδους.

Λόγω του τρόπου με τον οποίο γίνεται ο καθορισμός της κατάστασης του συστήματος, οι υπολογιζόμενες τιμές μπορεί να αποκλίνουν σημαντικά από την πραγματική λύση, με αποτέλεσμα να προκύπτουν αριθμητικές «αστάθειες».

Η αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος γίνεται με τον περιορισμό του εύρους του χρονικού βήματος, μέσα στο οποίο λαμβάνουν χώρα οι υπολογισμοί. Το βήμα αυτό θα πρέπει να είναι αρκετά μικρό, ώστε να εξασφαλίζεται η μικρή τάξη  $O^h$  των σφαλμάτων των υπολογισμών.

Για τους παραπάνω λόγους, οι έμμεσες μέθοδοι θεωρούνται πιο ακριβείς, όμως απαιτούν μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και χρόνο, σε σχέση με τις άμεσες.

Οι οιονό-στατικές μέθοδοι βασίζονται σε μια εντελώς διαφορετική προσέγγιση. Θεωρούν ότι αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία, που μεταβάλλεται λόγω εξωτερικών δυνάμεων, και αναζητούν

τις μετατοπίσεις εκείνες που θα οδηγήσουν το σύστημα εκ νέου σε κατάσταση ισορροπίας, σύμφωνα με την σχέση:  $0 = f(\Delta u)$ .

Οι κώδικες που χρησιμοποιούν αυτή την τεχνική, περιορίζονται σε ερευνητικές δραστηριότητες, λόγω της αυξημένης υπολογιστικής ισχύος που απαιτούν, καθώς και του περίπλοκου μαθηματικού υποβάθρου στο οποίο στηρίζονται.

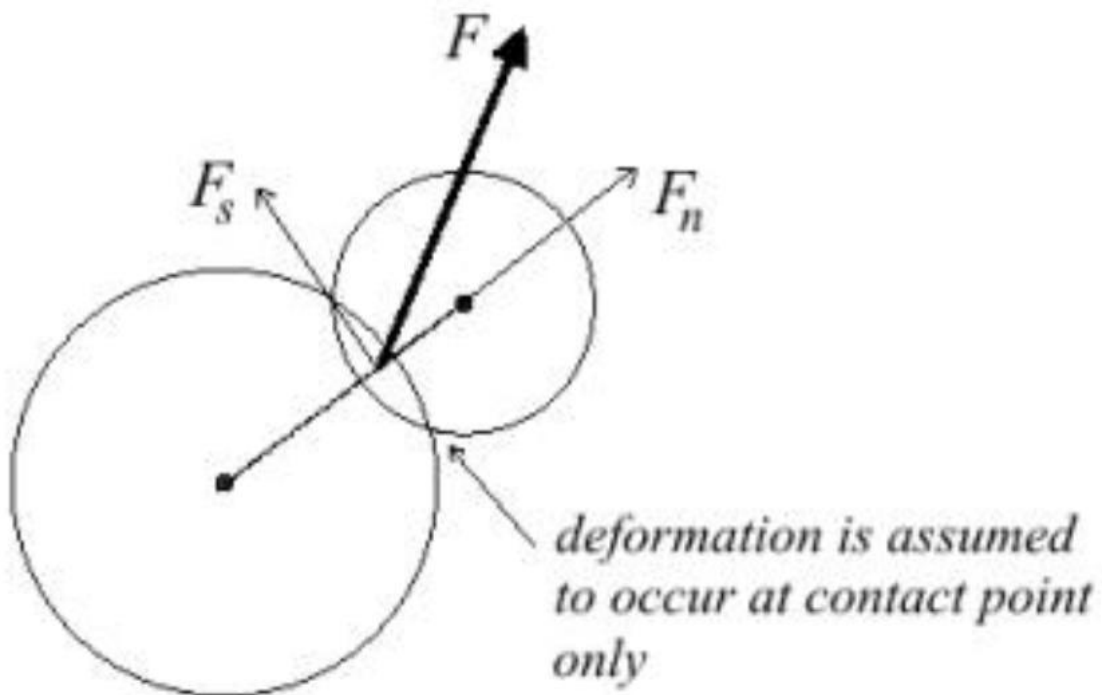
Το λογισμικό YADE χρησιμοποιεί μία δυναμική άμεση μέθοδο διακριτών στοιχείων.

### 3.3. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ-ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ

Στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό YADE για την προσομοίωση δοκιμών πετρώματος (συνθετικό πέτρωμα). Ο βαθμός αλληλεπίδρασης των σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος παραμετροποιείται με το *συντελεστή αλληλεπίδρασης*  $\gamma_{int}$ , ο οποίος είναι μία παράμετρος υφής που ορίζει τη μικροδομή του πετρώματος στην κλίμακα των ορυκτών.

Το εύρος τιμών που μπορεί να έχει η παράμετρος  $\gamma_{int}$ , καθορίζεται από το λόγο μέγιστης προς ελάχιστη ακτίνα σωματιδίων ( $R_{max}/R_{min}$ ), όπου:

$$\gamma_{int}^{max} = 1 + \frac{R_{min}}{R_{max}} \quad (3.1)$$



Σχήμα 3.2. Δυνάμεις μεταξύ ζεύγους σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος.



Ο περιορισμός αυτός σχετίζεται με την κατανομή του μεγέθους των σωματιδίων στο δείγμα και αποσκοπεί στην αποφυγή δημιουργίας δεσμών μεταξύ σωματιδίων, ανάμεσα στα οποία παρεμβάλλεται τρίτο σωματίδιο.

Η συμπεριφορά του αριθμητικού μοντέλου των διακριτών σωματιδίων μπορεί να προσδιοριστεί από τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των στοιχείων του. Η συνισταμένη δύναμη ( $F$ ), που αναπαριστά την επίδραση ενός σωματιδίου σε ένα άλλο, μπορεί να αναλυθεί σε μια ορθή ( $F_n$ ) και μία διατμητική ή εφαπτομενική ( $F_s$ ) συνιστώσα (Σχήμα 3.2).

Η ορθή δύναμη υπολογίζεται από τη σχετική μετατόπιση  $u_n$  (ή  $\Delta D$ ) των κέντρων των σωματιδίων ως προς ένα σύστημα αναφοράς:

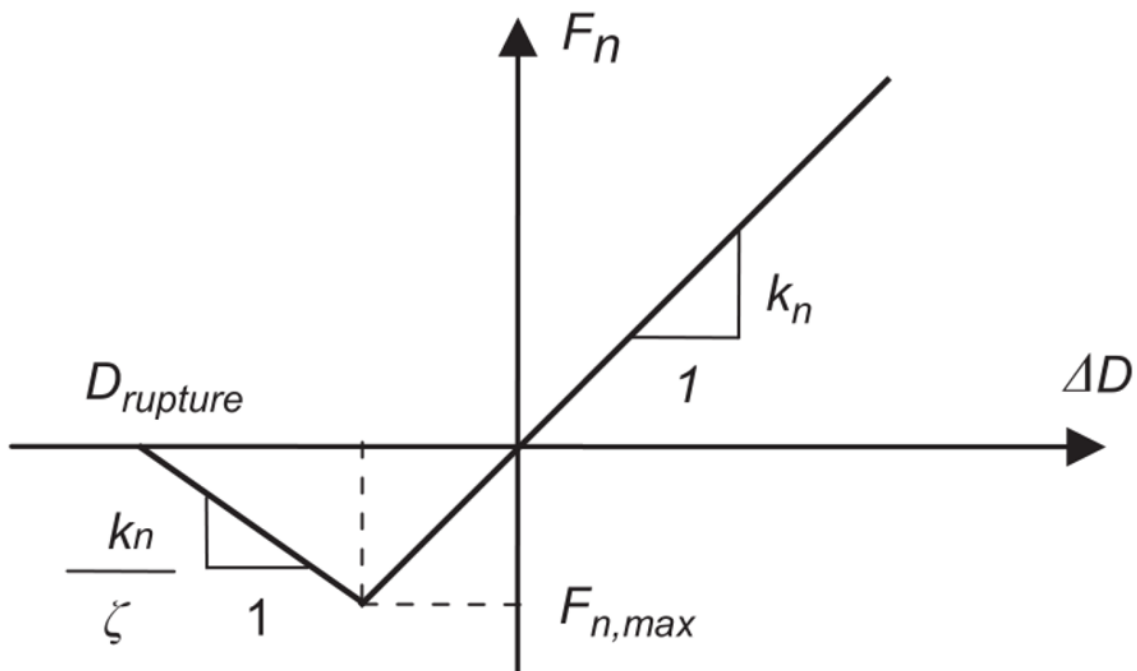
$$F_n = k_n \cdot u_n \quad (3.2)$$

Όπου:  $k_n$ : η ορθή ακαμψία των δεσμών

$$k_n = E_{eq} \cdot \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B} \quad (3.3)$$

Όπου:  $E_{eq}$ : το ισοδύναμο μέτρο συμπίεστικότητας

Όπως ορίζουν οι Scholtès & Donzé (2013), οι δεσμοί των σωματιδίων αστοχούν είτε σε εφελκυσμό (mode I) είτε σε διάτμηση (mode II). Σε συνθήκες θλίψης, η ορθή δύναμη μπορεί να αυξάνει επ' άπειρον, χωρίς να παρουσιαστεί αστοχία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3. Συμπεριφορά των δεσμών κατά την ορθή φόρτιση (Scholtès & Donzé, 2013).

### Mode I

Σε περίπτωση εφελκυσμού, καθορίζεται μια μέγιστη τιμή της ορθής δύναμης, την οποία μπορεί να παραλάβει ο δεσμός, ως συνάρτηση της εφελκυστικής αντοχής ( $t$ ):

$$F_{n,max} = -t \cdot A_{int} \quad (3.4)$$

Όπου:  $A_{int}$ : η επιφάνεια αλληλεπίδρασης του σωματιδίου A με το σωματίδιο B.

$$A_{int} = \pi \cdot ((R_A, R_B)_{min})^2$$

Με την υπέρβαση της τιμής αυτής ( $F_n \geq F_{n,max}$ ), η ορθή ακαμψία του δεσμού μπορεί να μεταβάλλεται σύμφωνα με ένα συντελεστή  $\zeta$  (softening factor), ο οποίος ελέγχει το ρυθμό εκροής ενέργειας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Σε αυτό το στάδιο η ορθή δύναμη υπολογίζεται:

$$F_{n,meta} = (u_n - u_{rupture}) \cdot \frac{k_n}{\zeta} \quad (3.5)$$

Όταν  $u_n > u_{rupture}$ , ο δεσμός αστοχεί σε εφελκυσμό και παύουν να ασκούνται δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων.

### Mode II

Η διατμητική συνιστώσα της δύναμης υπολογίζεται από τη σταδιακά αυξανόμενη εφαπτομενική μετατόπιση  $\Delta u_s$ :

$$F_s = F_s^{t-\Delta t} + k_s \cdot \Delta u_s \quad (3.6)$$

Όπου:  $F_s^{t-\Delta t}$ : η εφαπτομενική δύναμη στο προηγούμενο υπολογιστικό βήμα

$k_s$ : η διατμητική ακαμψία των δεσμών

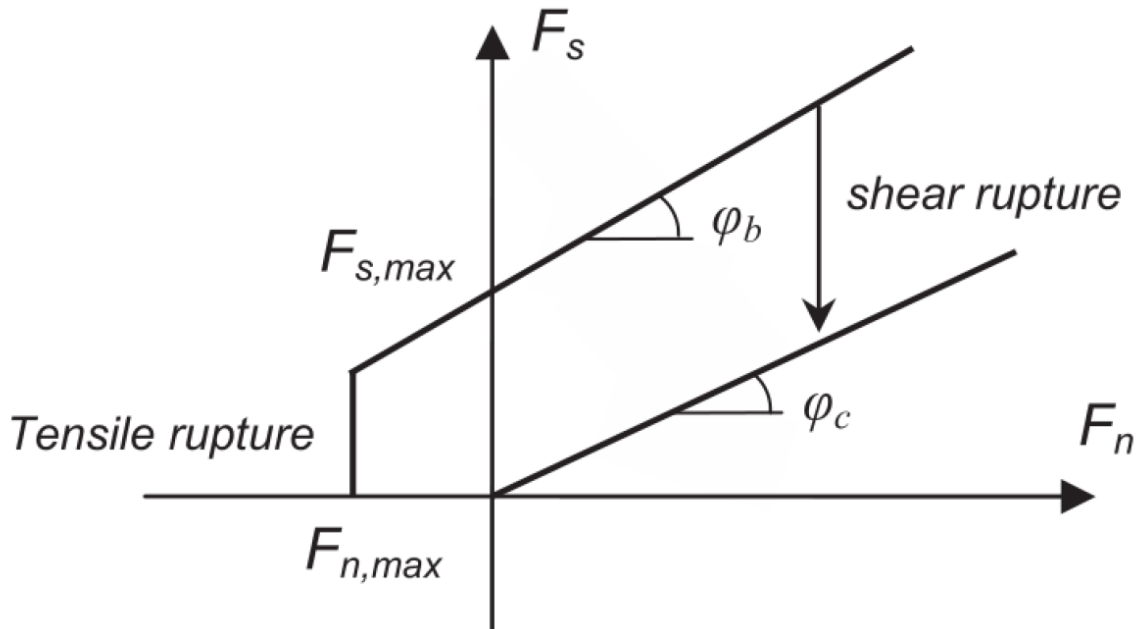
$$k_s = p \cdot k_n \quad (3.7)$$

Για τον υπολογισμό της μέγιστης επιτρεπόμενης διατμητικής δύναμης, καθώς και για να προσομοιωθεί η μη-γραμμική συμπεριφορά του πετρώματος, χρησιμοποιείται το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.4.

Η μέγιστη διατμητική δύναμη καθορίζεται από τη συνοχή  $c$ , την ορθή δύναμη και τη γωνία τριβής ( $\phi_b$ ) μεταξύ των διακριτών σωματιδίων:

$$F_{s,max} = F_n \cdot \tan \varphi_b + c \cdot A_{int} \quad (3.8)$$

Με την υπέρβαση της μέγιστης διατμητικής δύναμης ( $F_s \geq F_{s,max}$ ) συμβαίνει διατμητική αστοχία του δεσμού. Κατόπιν, η αλληλεπίδραση μεταξύ των σωματιδίων καθορίζεται μόνο από την ορθή δύναμη και την παραμένουσα γωνία τριβής ( $\varphi_c$ )



Σχήμα 3.4. Κριτήριο αστοχίας των δεσμών σε διάτμηση (Sholtes & Donze, 2013).

## 4. ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

### 4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μακροσκοπικές παράμετροι αντοχής ενός μοντέλου διακριτών στοιχείων δεν ταυτίζονται με τις παραμέτρους αντοχής των δεσμών αυτών των σωματιδίων (μικροπαράμετροι). Συνεπώς, για κάθε μοντέλο συνδεδεμένων σωματιδίων είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν οι τοπικές (local) μικροπαράμετροι μεταξύ των σωματιδίων, ώστε να επιτευχθεί η ίδια μακροσκοπική μηχανική συμπεριφορά με το υπό προσομοίωση πραγματικό πέτρωμα.

Στην παρούσα εργασία, το υπό μελέτη πέτρωμα είναι ο Λευκότεφρος Ασβεστόλιθος, ζαχαρώδους υφής, από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας.

Σε δοκίμια του πραγματικού υλικού, του υπό μελέτη πετρώματος, έχουν εκτελεστεί εργαστηριακές δοκιμές, με τις οποίες έχουν προσδιοριστεί οι μηχανικές παράμετροι και ελαστικές ιδιότητες του. Για τη βαθμονόμηση του μοντέλου, αναπαρίστανται οι δοκιμές αριθμητικά, με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας, κατά την οποία μεταβάλλονται οι τιμές των μικροπαράμετρων, επιτυγχάνεται η αντιστοίχιση των αποτελεσμάτων των εργαστηριακών δοκιμών με αυτών της προσομοίωσης.

### 4.2. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Οι μικροπαράμετροι των δεσμών που θα βαθμονομηθούν είναι σύμφωνες με τους Scholtès & Donzé (2013), όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.3.1.

Οι μικροπαράμετροι που καθορίζουν τις ελαστικές ιδιότητες του πετρώματος είναι το *ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας* ( $E_{eq}$ ) και ο λόγος ορθής προς διατμητική ακαμψία ή λόγος *ακαμψίας*  $k_n/k_s$ , από τις οποίες εξαρτάται ο λόγος Poisson και το μακροσκοπικό μέτρο ελαστικότητας του πετρώματος.

Η ανελαστική συμπεριφορά του πετρώματος, δηλαδή η αντοχή του, καθορίζεται από τις παραμέτρους εφελκυστικής ( $t$ ) και θλιπτικής ( $c$ ) αντοχής και τη γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi$ ) των δεσμών.

Η αλληλεπίδραση των κόκκων του πετρώματος προσομοιώνεται με το συντελεστή αλληλεπίδρασης  $\gamma_{int}$ , ο οποίος καθορίζει το εύρος όπου δημιουργούνται δεσμοί.

Σκοπός της διαδικασίας βαθμονόμησης είναι η εύρεση εκείνων των τιμών των μικροπαράμετρων, για τις οποίες το συνθετικό πέτρωμα παρουσιάζει την ίδια μακροσκοπική συμπεριφορά με το πραγματικό πέτρωμα για διαφορετικές τιμές του συντελεστή αλληλεπίδρασης  $\gamma_{int}$ .

Οι τιμές του  $\gamma_{int}$ , επιλέγονται ώστε να καλύπτουν το φάσμα από την μικρού εύρους αλληλεπίδραση των σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος μέχρι τη μέγιστη τιμή του σύμφωνα με την εξίσωση (3.1) της παραγράφου 3.3. Τελικά, επελέγησαν τρεις τιμές για το  $\gamma_{int} = \{1.10, 1.25, 1.50\}$ .

Οι μικροπαράμετροι  $c$  και  $E_{eq}$ , προσδιορίζονται επαναληπτικά με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος (trial-and-error), με αριθμητική προσομοίωση της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης (Uniaxial Compressive Strength Test), ώστε να επιτευχθούν ίδιο μέτρο ελαστικότητας και θλιπτική αντοχή με αυτά των εργαστηριακών δοκιμών, για κάθε τιμή του  $\gamma_{int}$ .

Ο λόγος θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή των δεσμών ( $c/t$ ), τέθηκε ίσος με το λόγο θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή του πραγματικού πετρώματος, όπως αυτός προκύπτει από εργαστηριακές δοκιμές μονοαξονικής θλίψης (Uniaxial Compressive Strength Test) και έμμεσου εφελκυσμού (Brazilian Tensile Strength Test).

Η παράμετρος  $\phi$  μπορεί να προσδιορισθεί με την εκτέλεση τριαξονικών δοκιμών. Στόχος των δοκιμών είναι η εύρεση της γωνίας τριβής, για την οποία η κλίση της περιβάλλουσας θραύσης του συνθετικού πετρώματος προσεγγίζει καλύτερα την περιβάλλουσα του πετρώματος από εργαστηριακές τριαξονικές δοκιμές. Η προσομοίωση τέτοιων δοκιμών αριθμητικά αποδείχτηκε εξαιρετικά δύσκολη, λόγω του μεγάλου χρόνου επίλυσης της προσομοίωσης. Επιπλέον, η περιβάλλουσα αστοχίας από πραγματικές εργαστηριακές τριαξονικές δοκιμές δεν είναι γνωστή ώστε να γίνει η σύγκριση. Για τους παραπάνω λόγους, η γωνία τριβής επιλέχθηκε ίση με την πραγματική γωνία τριβής του πετρώματος.

Η τιμή της παραμέτρου  $k_n/k_s$  επιλέχθηκε βιβλιογραφικά (Scholtès & Donzé, 2013).

Οι τελικές μικροπαράμετροι, όπως προκύπτουν από την αριθμητική προσομοίωση της δοκιμής UCS (Uniaxial Compressive Strength Test), χρησιμοποιούνται στην αριθμητική προσομοίωση της δοκιμής BTS (Brazilian Tensile Strength Test), ώστε να επιβεβαιωθεί η αντιστοιχία του λόγου θλιπτικής προς εφελκυστικής αντοχής του συνθετικού πετρώματος με αυτόν του πραγματικού πετρώματος, όπως αυτός προκύπτει από εργαστηριακές δοκιμές.

### **4.3. ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ**

Από την εκτέλεση εργαστηριακών δοκιμών μονοαξονικής θλίψης και έμμεσου εφελκυσμού σύμφωνα με τα πρότυπα της Διεθνούς Ένωσης Βραχομηχανικής (ISRM), προέκυψαν οι παράμετροι αντοχής και ελαστικές ιδιότητες του Πίνακα 4.1 για τον Ασβεστόλιθο Ελευσίνας (Αναγνώστου, 2006).

Πίνακας 4.1. Παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας του Ασβεστόλιθου Ελευσίνας (Αναγνώστου, 2006).

| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | E (GPa) | $\nu$ (-) | UCS<br>$\sigma_c$ (MPa) | BTS<br>$\sigma_t$ (MPa) |
|-----------------------------|---------|-----------|-------------------------|-------------------------|
| 2600.3                      | 59.9    | 0.331     | 84.9                    | 15.5                    |

#### 4.3.1. ΔΟΚΙΜΗ ΑΝΕΜΠΟΔΙΣΤΗΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

Από τη δοκιμή ανεμπόδιστης μονοαξονικής θλίψης, προσδιορίζονται η αντοχή του πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη  $\sigma_c$  και οι ελαστικές ιδιότητες E (μέτρο Young) και  $\nu$  (λόγος Poisson) (Νομικός, 2008).

Βάση των προτύπων που ορίζονται από τη Διεθνή Ένωση Βραχομηχανικής (ISRM, 1979):

- ❖ Τα δοκίμια είναι κυλινδρικά
- ❖ Ο λόγος ύψους (H) προς διάμετρο (D) του δοκιμίου  $H/D = 2.5 \div 3$
- ❖ Η διάμετρος (D) του δοκιμίου πρέπει να είναι τουλάχιστον 10 φορές μεγαλύτερη από το μέγιστο μέγεθος κόκκου του πετρώματος και όχι μικρότερη από 54.7 mm.
- ❖ Οι βάσεις του δοκιμίου πρέπει να είναι επίπεδες με ανοχή  $\pm 0.02$  mm και κάθετες στο διαμήκη άξονα με απόκλιση  $\pm 0.01$  rad στα 50 mm.
- ❖ Η πλευρική επιφάνεια πρέπει να είναι λεία με ανοχή  $\pm 0.3$  mm και τα δοκίμια πρέπει να διατηρούν τη φυσική τους υγρασία.

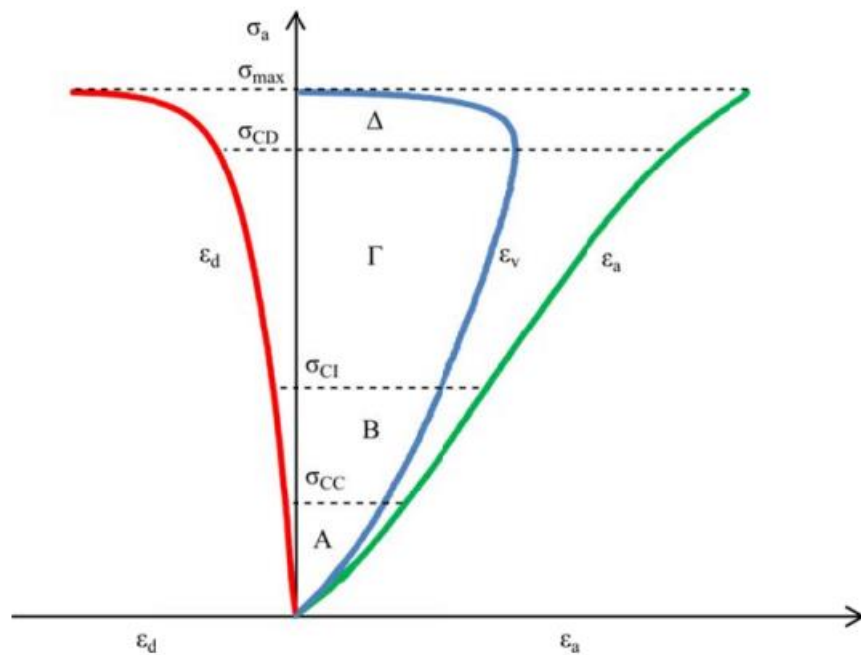
Κατά τη δοκιμή αυξάνεται σταθερά το φορτίο που ασκείται στο δοκίμιο. Ο ρυθμός φόρτισης είναι τέτοιος ώστε η θραύση να συμβαίνει σε χρόνο 5 έως 10 λεπτών και να εξασφαλίζονται οιονεί-στατικές συνθήκες μεταξύ των κόκκων του δοκιμίου.

Κατά τη διάρκεια της δοκιμής ανεμπόδιστης μονοαξονικής θλίψης καταγράφονται: α) το ασκούμενο φορτίο, β) η αξονική ( $\epsilon_a$ ) παραμόρφωση και γ) η διαμετρική ( $\epsilon_d$ ) παραμόρφωση του δοκιμίου. Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται τυπική μορφή του διαγράμματος που παράγεται από τη δοκιμή UCS.

Η αντοχή σε θλίψη υπολογίζεται από το λόγο του μέγιστου θλιπτικού φορτίου P προς το εμβαδόν της βάσης του κυλίνδρου A:

$$\sigma_C = \frac{P_{\max}}{A}$$

(4.1)

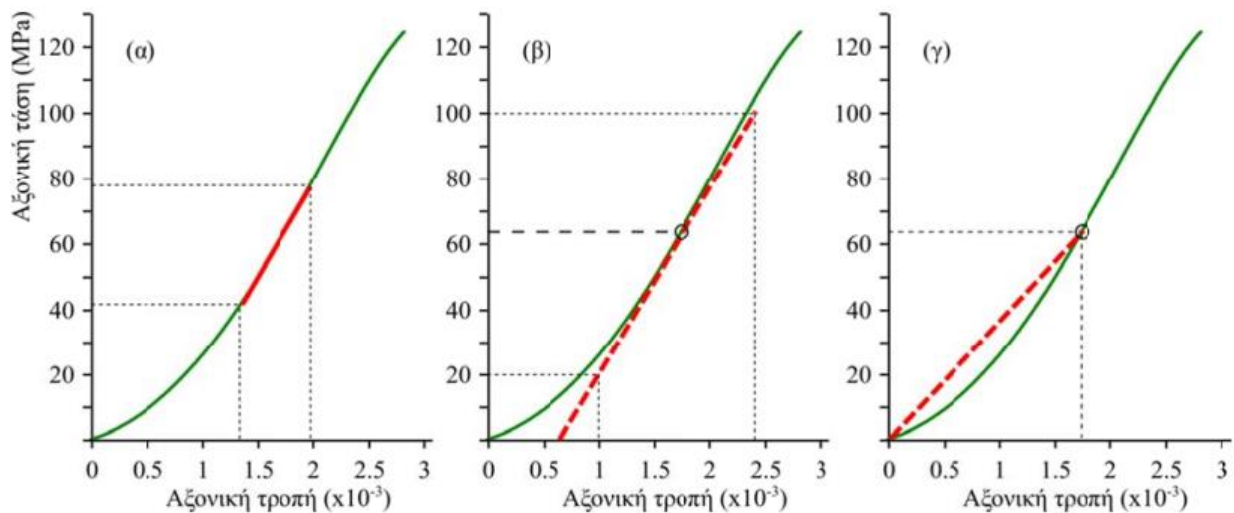


Σχήμα 4.1. Τυπική καμπύλη τάσης-τροπής (αξονικής και διαμετρικής) κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. (Νομικός, 2015).

Από την κλίση της καμπύλης τάσης - αξονικής τροπής υπολογίζεται το μέτρο ελαστικότητας, ενώ από το λόγο της διαμετρικής προς την αξονική τροπή προκύπτει ο λόγος Poisson. Ο υπολογισμός του λόγου Poisson γίνεται στην περιοχή του διαγράμματος της διαμετρικής τροπής, για την οποία υπολογίζεται το μέτρο ελαστικότητας.

Σημειώνεται ότι το μέτρο ελαστικότητας του πετρώματος δεν παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια της δοκιμής. Υπάρχουν τρεις τρόποι υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας του πετρώματος, όπως παρουσιάζονται και στο Σχήμα 4.2:

- α. Το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας  $E_t$  (tangent modulus) υπολογίζεται από την παράγωγο  $d\sigma/d\varepsilon_a$  σε κάποιο σημείο της καμπύλης, που συνήθως δίνεται ως ποσοστό της μέγιστης τάσης, για παράδειγμα στο 50 %.
- β. Το μέσο μέτρο ελαστικότητας,  $E_a$  (average modulus) υπολογίζεται από τη μέση κλίση του ευθύγραμμου τμήματος (ελαστική περιοχή) της καμπύλης.
- γ. Το τέμνον μέτρο ελαστικότητας  $E_s$  (secant modulus) καθορίζεται από την κλίση της ευθείας από την αρχή των αξόνων μέχρι κάποιο σημείο της καμπύλης που αντιστοιχεί σε κάποιο ποσοστό της αντοχής, συνήθως 50 %.



Σχήμα 4.2. Τρόποι υπολογισμού του μέτρου Young από την καμπύλη αξονικής τάσης-τροπής της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης. (Νομικός, 2015).

#### 4.3.2. ΔΟΚΙΜΗ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

Η δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης είναι μία δοκιμή έμμεσου προσδιορισμού της εφελκυστικής αντοχής πετρωμάτων.

Βάση των προτύπων που ορίζονται από τη Διεθνή Ένωση Βραχομηχανικής (ISRM, 1978):

- ❖ Τα δοκίμια είναι μορφής δίσκου
- ❖ Η διάμετρος (D) του δοκιμίου δεν πρέπει να είναι μικρότερη από 54.7 mm
- ❖ Ο λόγος του πάχους (t) προς τη διάμετρο (D) θα πρέπει να είναι  $t/D = 0.5$
- ❖ Η διάμετρος του δοκιμίου πρέπει να είναι τουλάχιστον 10 φορές μεγαλύτερη από το μέγιστο μέγεθος κόκκου του πετρώματος.

Η δοκιμή βασίζεται στο γεγονός ότι τα περισσότερα πετρώματα, όταν βρεθούν σε διαξονικό εντατικό πεδίο και με την προϋπόθεση ότι το μέγεθος της θλιπτικής κύριας τάσης δεν υπερβαίνει κατά τρεις φορές το μέγεθος της εφελκυστικής κύριας τάσης, αστοχούν σε εφελκυσμό (Νομικός, 2008).

Η εφελκυστική τάση δίνεται από την εξίσωση:

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi D t} \quad (4.2)$$



Η εφελκυστική αντοχή του δοκιμίου λαμβάνεται ίση με την τάση που προκύπτει από το επιβαλλόμενο φορτίο κατά τη θραύση του δοκιμίου, δηλαδή του φορτίου αστοχίας.

Σε αυτό θα πρέπει να δίνεται προσοχή, καθώς συχνά παρατηρείται αύξηση του επιβαλλόμενου φορτίου, ακόμα και μετά την αστοχία του δίσκου. Η διαφορά μεταξύ του αρχικού φορτίου θραύσης και του τελικού δεν υπερβαίνει το 5%.

#### 4.4.ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΔΟΚΙΜΩΝ UCS-BTS

Αρχικά, ορίστηκαν κυλινδρικά δοκίμια και δοκίμια μορφής δίσκου με βάση τα πρότυπα που περιεγράφηκαν στην παράγραφο 4.3. Η ανάπτυξη των διακριτών στοιχείων στη γεωμετρία των δοκιμίων έγινε με δυναμικό τρόπο. Το μέγεθος των σωματιδίων καθορίστηκε έτσι ώστε ο μέγιστος κόκκος να είναι τουλάχιστον 10 φορές μικρότερος από τη μικρότερη διάσταση των δοκιμίων. Λόγω του ότι πραγματοποιήθηκαν δύο ειδών δοκιμές (UCS και Brazilian), η μικρότερη διάσταση είναι ίση με το πάχος του δίσκου στη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, επελέγησαν σφαιρικά σωματίδια με μέση ακτίνα  $\bar{r}= 1.25$  mm και τυπική απόκλιση  $\sigma_{\bar{r}}=\pm 0.34$  mm. Η κατανομή του μεγέθους των διακριτών στοιχείων, είναι ομοιόμορφη (uniform distribution).

Επιπλέον, λόγω του υψηλού πορώδους του συνθετικού δείγματος (~60%), η πυκνότητα των σωματιδίων υπολογίστηκε με τρόπο ώστε να ταιριάζει με την πυκνότητα  $\rho$  του πραγματικού πετρώματος, σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\rho_{\text{DEM}} = \rho \left( \frac{V_{\text{rock}}}{V_{\text{spheres}}} \right) = \rho \left( \frac{1}{1 - e_{\text{DEM}}} \right) \quad (4.3)$$

όπου  $e_{\text{DEM}}$  το πορώδες του συνθετικού πετρώματος.

Ο ρυθμός φόρτισης στις αριθμητικές δοκιμές είναι αργός (0.01 m/s) ώστε να εξασφαλίζονται οιονεί-στατικές συνθήκες ισορροπίας. Η τριβή μεταξύ των βάσεων του δοκιμίου και των πλακών φόρτισης, που αναπτύσσεται κατά τις εργαστηριακές δοκιμές, προσομοιώθηκε έμμεσα με την αποτροπή της περιστροφής και της μετατόπισης των σωματιδίων στις βάσεις του κυλινδρικού δοκιμίου, κάθετα στη διεύθυνση της φόρτισης.

Επιπλέον, λόγω της δυναμικής φύσης της μεθόδου των διακριτών στοιχείων, καθίσταται απαραίτητη η χρησιμοποίηση ενός τοπικού μη ιξώδους συντελεστή απόσβεσης  $a$ , για την απόσβεση της κινητικής ενέργειας. Η επιλογή της τιμής του συντελεστή  $a$  έγινε βιβλιογραφικά, λαμβάνοντας υπόψη την

επίδραση που έχει στις δοκιμές προσομοίωσης κοπών (Mendoza, 2013). Επιλέχθηκε τιμή του συντελεστή α ίση με 0.8 και στα δύο είδη δοκιμών.

#### 4.5. ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΙΣ ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

##### 4.5.1. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΔΟΚΙΜΩΝ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

Στον Πίνακα 4.2 δίνονται οι τιμές των μικροπαραμέτρων των δεσμών του συνθετικού πετρώματος για τις οποίες επετεύχθη μακροσκοπική συμπεριφορά αντίστοιχη με του πραγματικού πετρώματος.

Πίνακας 4.2. Μικροπαραμέτροι δεσμών συνθετικού πετρώματος.

| $\gamma_{int}$ | N    | $E_{eq}$ (GPa) | $K_n/K_s$ | t (MPa) | c (MPa) | $\phi$ (degrees) |
|----------------|------|----------------|-----------|---------|---------|------------------|
| 1.10           | 6.6  | 117.0          | 2.3       | 40.00   | 5.48t   | 35               |
| 1.25           | 8.7  | 63.5           | 2.3       | 14.10   | 5.48t   | 35               |
| 1.50           | 12.8 | 32.0           | 2.3       | 6.15    | 5.48t   | 35               |

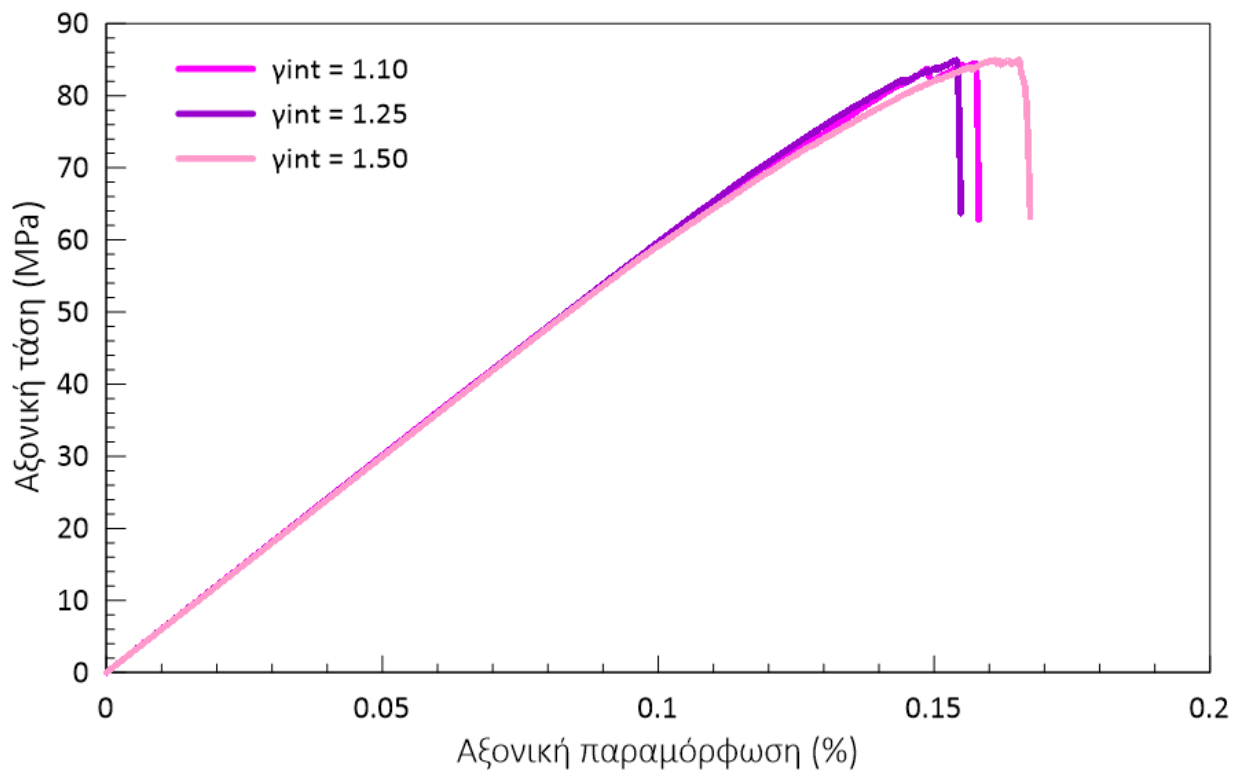
Στο Σχήμα 4.3 δίνονται οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης που προέκυψαν από την προσομοίωση της δοκιμής UCS για συντελεστή αλληλεπίδρασης  $\gamma_{int}$ .

Οι τιμές του μακροσκοπικού μέτρου ελαστικότητας και της αντοχής που προέκυψαν για τις παραμέτρους του Πίνακα 4.2 δίνονται στον Πίνακα 4.3. Σημειώνεται ότι στην παρούσα εργασία υπολογίζεται το τέμνον μέτρο ελαστικότητας ( $E_t$ ) από το διάγραμμα της δοκιμής UCS.

Παρατηρείται ότι και στα τρία μοντέλα επιτυγχάνεται ίδια, με μικρή απόκλιση, μακροσκοπική συμπεριφορά.

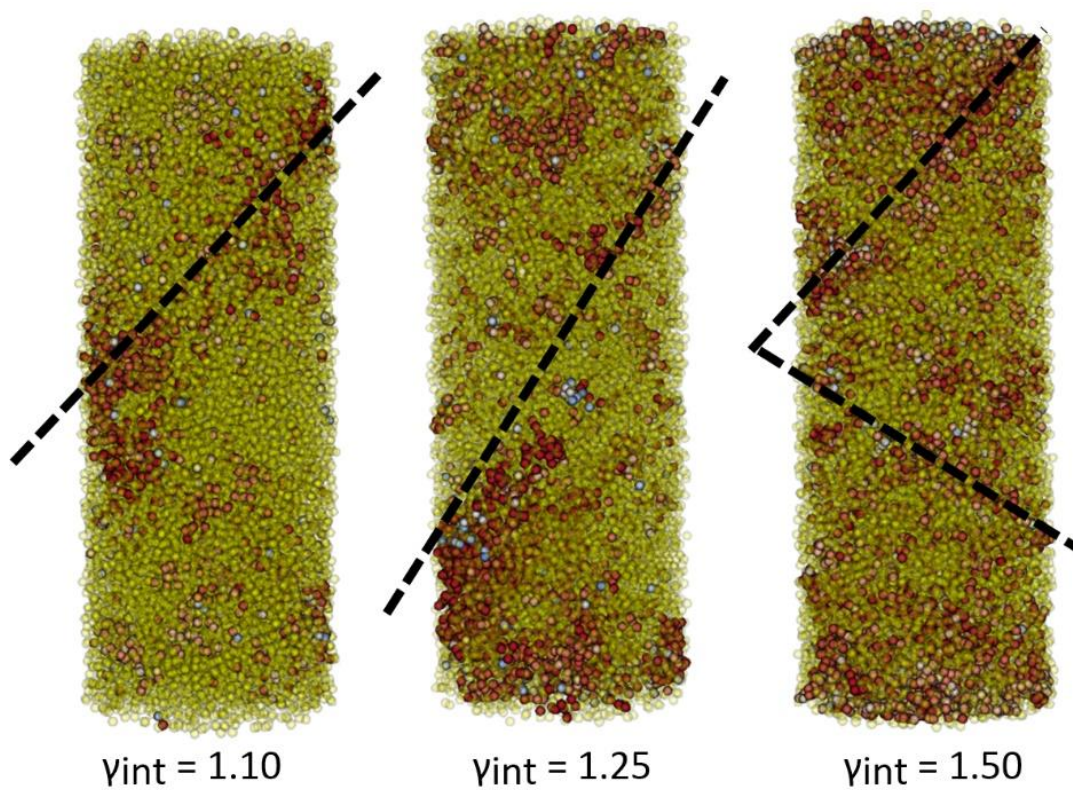
Πίνακας 4.3. Μακροσκοπικές παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας συνθετικού πετρώματος.

| $\gamma_{int}$ | N    | $E_t$ (GPa) | $\sigma_c$ (MPa) |
|----------------|------|-------------|------------------|
| 1.10           | 6.6  | 60.02       | 84.51            |
| 1.25           | 8.7  | 59.94       | 84.94            |
| 1.50           | 12.8 | 59.81       | 84.95            |



Σχήμα 4.3. Καμπύλες τάσης-αξονικής παραμόρφωσης από την προσομοίωση του αριθμητικού μοντέλου σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης.

Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζεται ο τρόπος ανάπτυξης των ρωγμών κάθε δοκιμίου κατά την αστοχία, ανάλογα με το εύρος δημιουργίας των δεσμών.



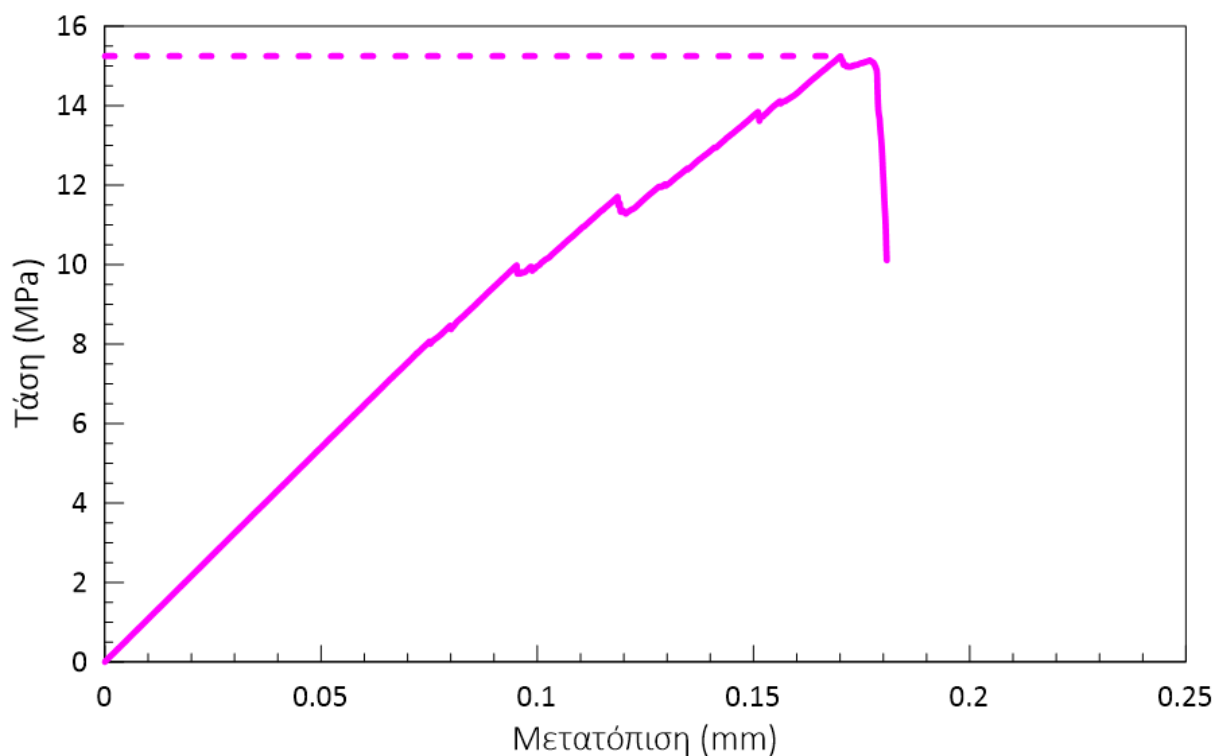
Σχήμα 4.4. Συνθετικά δοκίμια πετρώματος και αναπαράσταση του τρόπου θραύσης τους.

#### 4.5.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΔΟΚΙΜΩΝ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

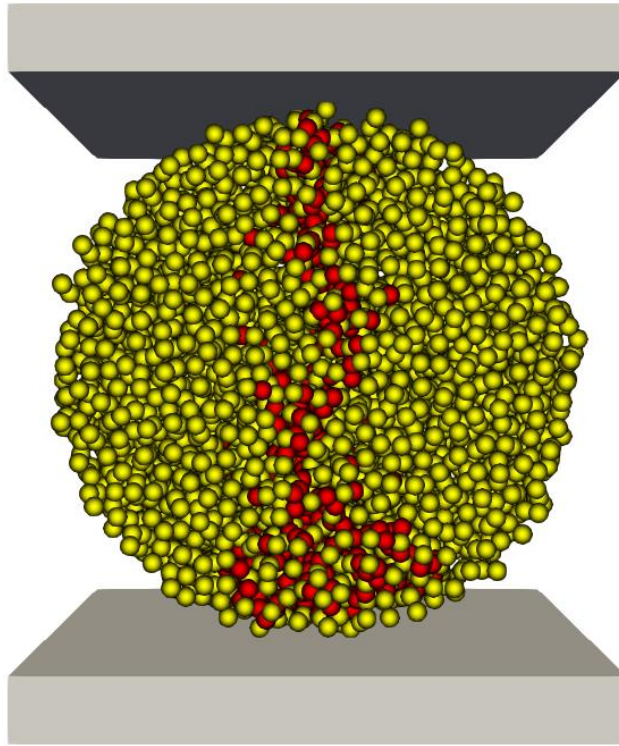
Για τον καθορισμό της εφελκυστικής αντοχής του συνθετικού πετρώματος, προσομοιώθηκαν δοκιμές αντιδιαμετρικής θλίψης. Πραγματοποιήθηκαν τρεις δοκιμές, μία για κάθε τιμή του  $\gamma_{int}$  σύμφωνα με τις μικροπαραμέτρους του Πίνακα 4.2, όπως αυτές προέκυψαν από τη βαθμονόμηση του μοντέλου σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης.

Η αντοχή των συνθετικών δοκιμών προσδιορίστηκε σύμφωνα με τη σχέση της παραγράφου 4.3.2, όπως ορίζουν τα πρότυπα της Διεθνούς Ένωσης Βραχομηχανικής. Ως φορτίο αστοχίας, θεωρείται η μέγιστη τιμή της καμπύλης φορτίου - μετατόπισης, κατά την αστοχία του δοκιμίου κοντά στις βάσεις.

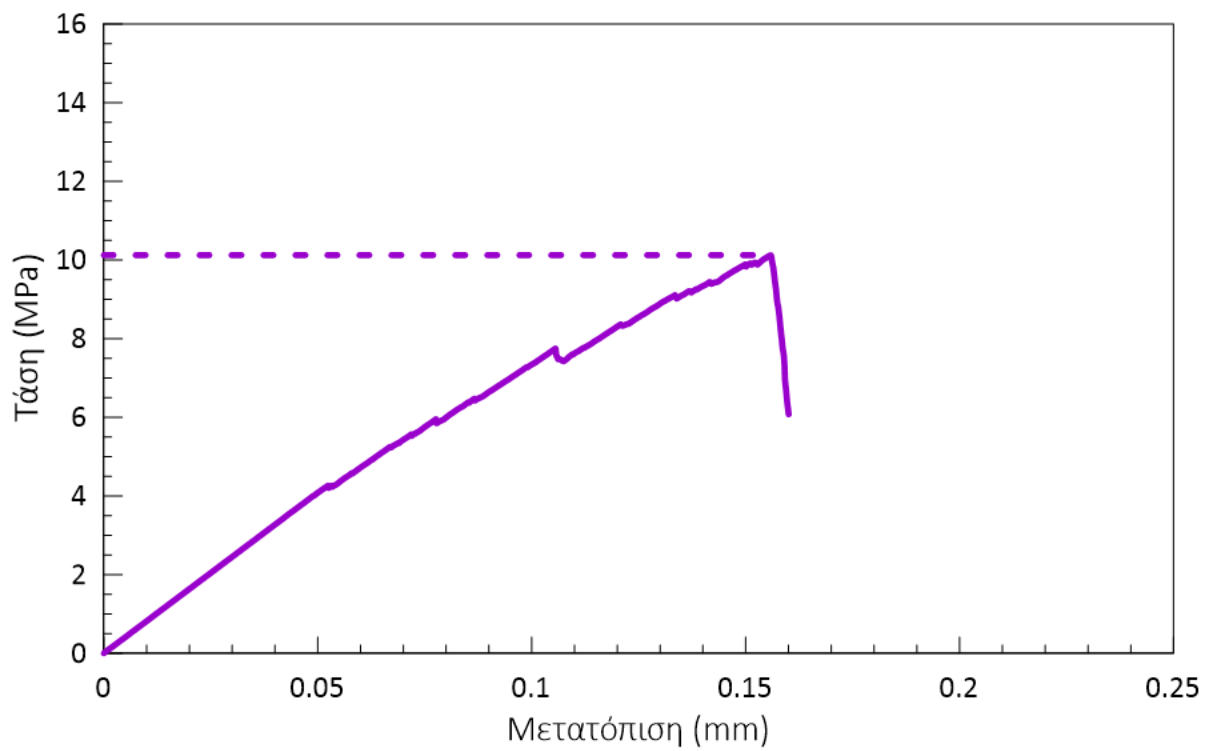
Στα παρακάτω σχήματα δίνονται τα διαγράμματα τάσης-μετατόπισης που προέκυψαν από την υποβολή των συνθετικών δοκιμών σε δοκιμή BTS, καθώς και η μορφή αστοχίας που εκδηλώνεται.



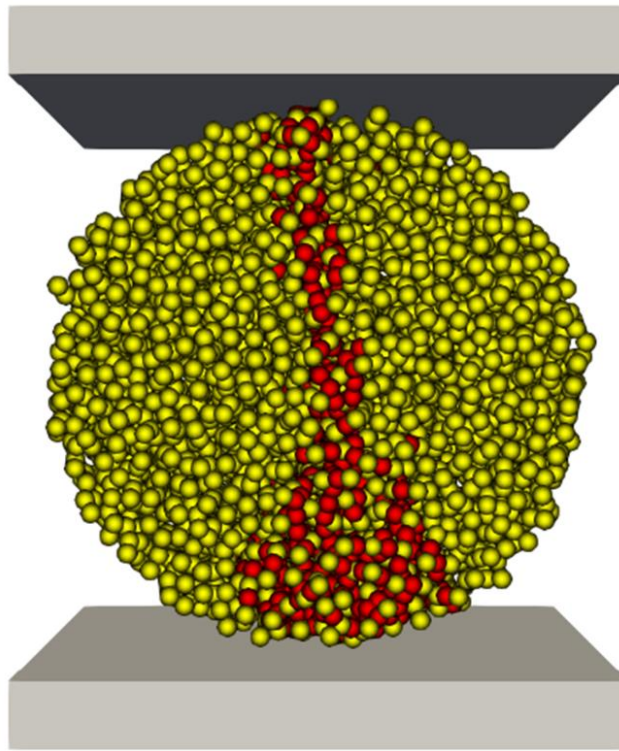
Σχήμα 4.5. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με  $\gamma_{int} = 1.10$ .



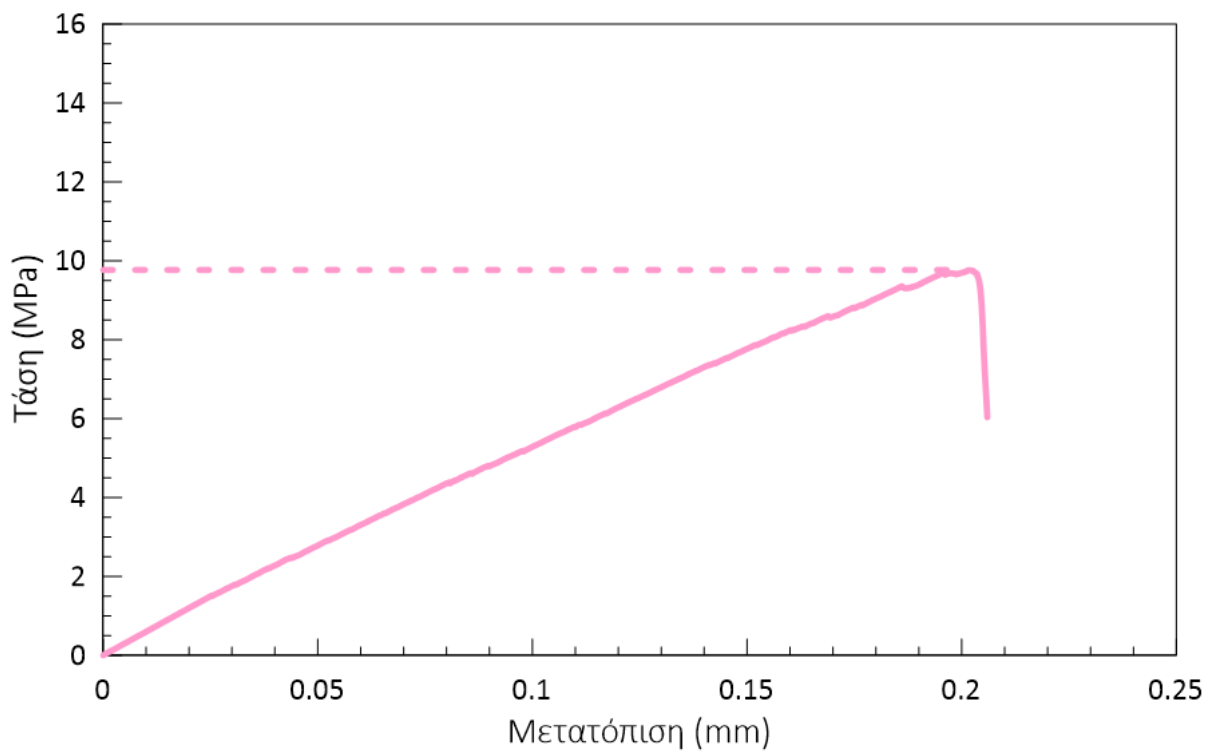
Σχήμα 4.6. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για  $\gamma_{int} = 1.10$  κατά τη δοκιμή BTS.



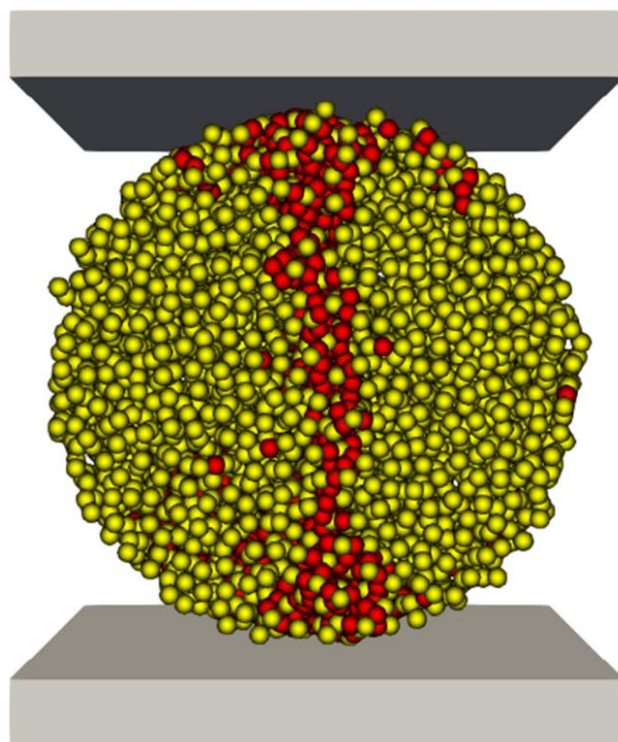
Σχήμα 4.7. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με  $\gamma_{int} = 1.25$ .



Σχήμα 4.8. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για  $\gamma_{int} = 1.25$  κατά τη δοκιμή BTS.



Σχήμα 4.9. Καμπύλη τάσης-μετατόπισης για δοκίμιο συνθετικού πετρώματος με  $\gamma_{int} = 1.50$ .



Σχήμα 4.10. Αστοχία συνθετικού δοκιμίου κατά τον άξονα φόρτισης για  $\gamma_{int} = 1.50$  κατά τη δοκιμή BTS.

Παρατηρείται ότι, στο σύνολο των δοκιμών η αστοχία εκδηλώθηκε κατά τη διάμετρο του δοκιμίου, δηλαδή κατά τη διεύθυνση της φόρτισης, όπως ορίζεται και στις προδιαγραφές της τυπικής εργαστηριακής δοκιμής BTS.

Στον Πίνακα 4.4 δίνεται η τιμή εφελκυστικής αντοχής του συνθετικού πετρώματος για τις διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$ . Παρατηρείται ότι για τιμή του  $\gamma_{int} = 1.10$  η εφελκυστική αντοχή του συνθετικού πετρώματος είναι πολύ κοντά στην τιμή της εφελκυστικής αντοχής του πραγματικού πετρώματος, όπως αυτή προέκυψε από εργαστηριακές δοκιμές. Αυτό δεν ισχύει για τις άλλες τιμές του  $\gamma_{int}$  που εξετάστηκαν.

Πίνακας 4.4. Εφελκυστική αντοχή συνθετικών δοκιμών για κάθε τιμή του  $\gamma_{int}$ .

| $\gamma_{int}$ | $\sigma_t$ (MPa) | $\sigma_c/\sigma_t$ |
|----------------|------------------|---------------------|
| 1.10           | 15.24            | 5.55                |
| 1.25           | 10.12            | 8.39                |
| 1.50           | 9.76             | 8.70                |

Παρατηρείται ότι για τα συνθετικά πετρώματα με υψηλότερη τιμή του  $\gamma_{int}$  προκύπτει και υψηλότερος λόγος θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή σε σχέση με το πραγματικό πέτρωμα ( $\sigma_c/\sigma_t = 5.48$ ). Δηλαδή, αυτά τα συνθετικά πετρώματα χαρακτηρίζονται από ψαθυρή συμπεριφορά, με βάση τα αποτελέσματα των δύο δοκιμών, η οποία είναι εξαρτώμενη από το συντελεστή αλληλεπίδρασης.

Με βάση την παρατήρηση αυτή, η τιμή του συντελεστή αλληλεπίδρασης που περιγράφει την ψαθυρότητα του υπό μελέτη πετρώματος, στις δοκιμές μονοαξονικής και αντιδιαμετρικής θλίψης, είναι κοντά στο 1.10.



## 5. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΟΠΗΣ ΜΕ ΚΟΠΤΙΚΟ ΣΥΡΟΜΕΝΟΥ ΤΥΠΟΥ

### 5.1. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η προσομοίωση της δοκιμής κοπής γίνεται βάσει της εργαστηριακής διάταξης με την οποία πραγματοποιήθηκαν οι εργαστηριακές δοκιμές στο εξεταζόμενο πέτρωμα του ασβεστολίθου, το οποίο περιεγράφηκε στο κεφάλαιο 2.2.

Το δοκίμιο του συνθετικού πετρώματος είναι κυλινδρικό, με διάμετρο 54.7mm και μήκος 136.7mm. Για την αποφυγή της μετακίνησης του δοκιμίου κατά την κοπή, εισήχθησαν πολύ υψηλές τιμές αντοχής σε ένα πλήθος διακριτών στοιχείων στη βάση του.

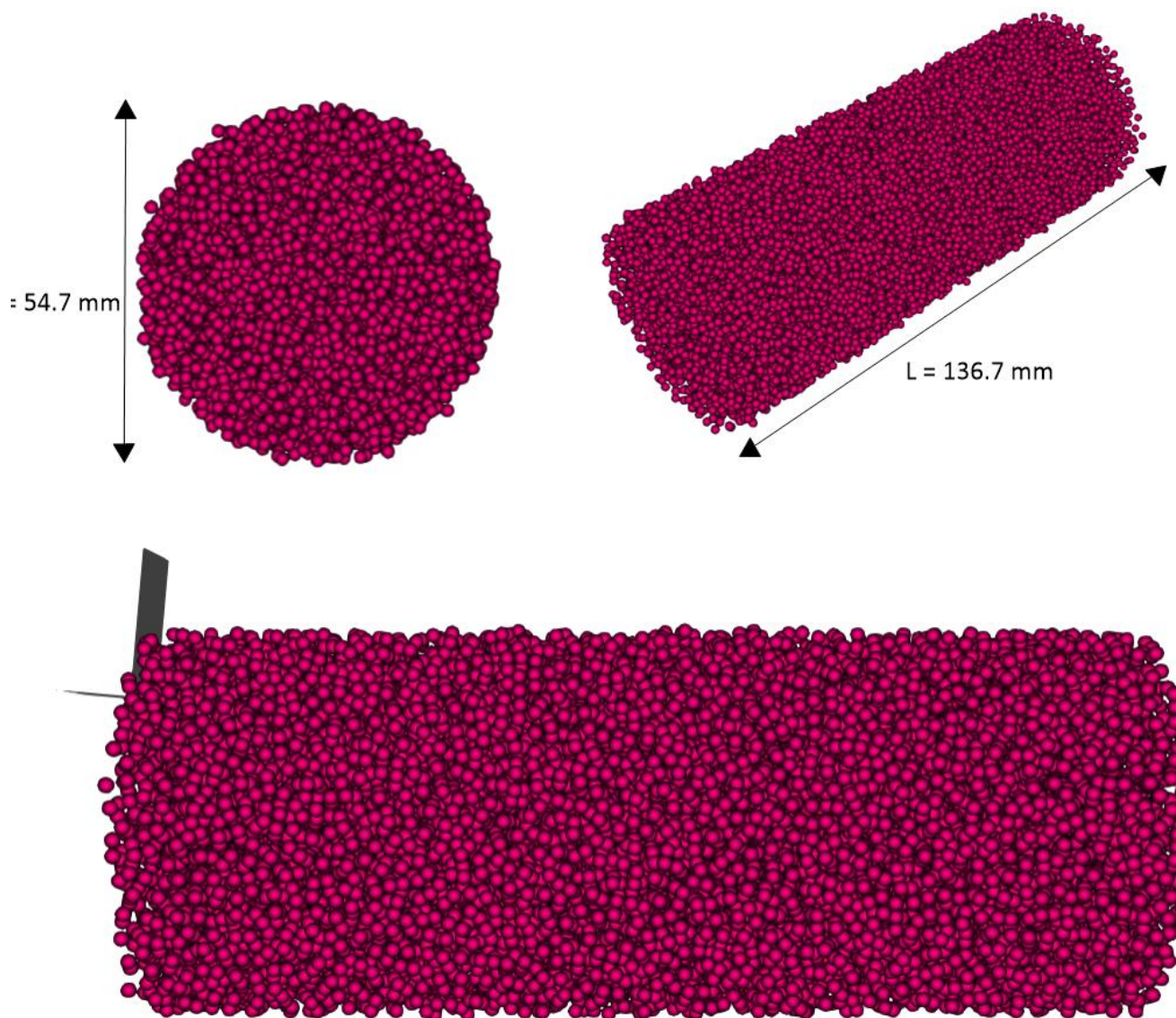
Το κοπτικό προσομοιώθηκε με χρήση δύο τεμνόμενων επίπεδων επιφανειών (facets). Τα χαρακτηριστικά του καθορίστηκαν με βάση το κοπτικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε κατά την εργαστηριακή κοπή, όπως αυτή παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 2.2, και δίνονται στον Πίνακα 5.1. Το προσομοίωμα του δοκιμίου και του κοπτικού παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.1.

Η ταχύτητα κοπής σε συνδυασμό με το συντελεστή απόσβεσης κατά τη διάρκεια της αριθμητικής προσομοίωσης, σύμφωνα με τους Kalogeropoulos & Michalakopoulos (2022), επηρεάζει τον τύπο συμπεριφοράς του δοκιμίου κατά την κοπή (πλαστική ή ψαθυρή αστοχία). Το εξεταζόμενο πέτρωμα, παρουσίασε ψαθυρή συμπεριφορά κατά την κοπή. Συνεπώς, με κριτήριο την επιθυμητή συμπεριφορά του δοκιμίου, καθώς και την αναγκαιότητα ολοκλήρωσης της δοκιμής μέσα σε εύλογο χρονικό διάστημα, η ταχύτητα κοπής ορίστηκε στα 2m/s και ο συντελεστής απόσβεσης ( $\alpha$ ) σε 0.8.

Το βάθος κοπής ορίστηκε να είναι ίδιο με αυτό της εργαστηριακής δοκιμής, στα 5mm.

Πίνακας 5.1. Χαρακτηριστικά κοπτικού εργαλείου.

| Τύπος κοπτικού                   | Σφήνα      |
|----------------------------------|------------|
| Γωνία τριβής κοπτικού-πετρώματος | 30 degrees |
| Πλάτος κοπτικού                  | 12.7mm     |
| Γωνία πρόσθιας ελευθερίας        | 5 degrees  |
| Γωνία οπίσθιας ελευθερίας        | 5 degrees  |



Σχήμα 5.1. Διαστάσεις δοκιμίου συνθετικού πετρώματος.

Η πυκνότητα των σωματιδίων καθορίστηκε σύμφωνα με την εξίσωση (4.3) του κεφαλαίου 4.4, ενώ εξασφαλίστηκε ο ίδιος μέσος αριθμός δεσμών ανά σωματίδιο, όπως και στην περίπτωση των δοκιμών προσδιορισμού της αντοχής. Οι παράμετροι αντοχής και οι ελαστικές ιδιότητες που χρησιμοποιήθηκαν για τους δεσμούς των σωματιδίων στο δοκίμιο συνθετικού πετρώματος παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

Οι προσομοιώσεις κοπής πραγματοποιούνται χωρίς να λαμβάνεται υπόψη αλληλεπίδραση με γειτονικές κοπές.

Το πρώτο και τελευταίο τμήμα των δυνάμεων που καταγράφονται κατά τις προσομοιώσεις κοπής δεν λαμβάνονται υπόψη και δεν παρουσιάζονται, με σκοπό την απαλοιφή των μεταβατικών φαινομένων που αναπτύσσονται κατά την αρχική προσβολή του δοκιμίου από το κοπτικό, καθώς και στο τέλος της διαδρομής κοπής. Τα φαινόμενα αυτά οφείλονται στην υψηλή συγκέντρωση τάσεων

που αναπτύσσεται κατά την αρχική προσβολή του συνθετικού πετρώματος από το κοπτικό και στην εκτόνωση των τάσεων προς την ελεύθερη επιφάνεια του δοκιμίου στο τέλος της διαδρομής κοπής, που οδηγεί σε αποκόλληση θραύσματος και την καταγραφή πολύ μικρών δυνάμεων ή και τη μη καταγραφή δυνάμεων. Αντίστοιχα φαινόμενα καταγράφονται και στην εργαστηριακή δοκιμή κοπής. Για την απαλοιφή πολύ μεγάλων τιμών που καταγράφονται κατά την προσομοίωση, οι οποίες οφείλονται στο πολύ μικρότερο βήμα λήψης μετρήσεων σε σχέση με την εργαστηριακή δοκιμή, εφαρμόζεται στα πρωτογενή δεδομένα της προσομοίωσης για την δύναμη κοπής κινητός μέσος όρος.

## 5.2.ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΟΚΙΜΗΣ ΚΟΠΗΣ

Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν τρεις δοκιμές κοπής, μία για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων συνθετικού πετρώματος, όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2, με σκοπό τη σύγκριση των αριθμητικών προσομοιώσεων με τα εργαστηριακά αποτελέσματα της δοκιμής κοπής στο εξεταζόμενο πέτρωμα.

Τα πρωτογενή αποτελέσματα της εργαστηριακής κοπής που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική εργασία προέρχονται από τη διπλωματική εργασία του Αναγνώστου Β. (2006) και αφορούν, όπως αναφέρεται παραπάνω, το λευκότεφρο ασβεστόλιθο, ζαχαρώδους υφής από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας. Η τιμή της μέσης δύναμης κοπής του πραγματικού πετρώματος, βάση των εργαστηριακών δοκιμών, έχει υπολογιστεί σε 1555N και η μέγιστη δύναμη κοπής σε 5000N.

Στον Πίνακα 5.2 δίνονται οι τιμές της μέσης ( $F_{ave}$ ) και μέγιστης ( $F_{max}$ ) δύναμης κοπής, όπως προέκυψαν από τις αριθμητικές προσομοιώσεις για τα τρία αριθμητικά προσομοιώματα του εξεταζόμενου ασβεστολίθου.

Πίνακας 5.2. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος.

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) |
|----------------|---------------|---------------|
| 1.10           | 3333          | 14403         |
| 1.25           | 1829          | 11631         |
| 1.50           | 1257          | 12008         |

Η μέγιστη δύναμη κοπής που προκύπτει για όλες τις τιμές του  $\gamma_{int}$  είναι διπλάσια έως τριπλάσια της εργαστηριακής τιμής. Δηλαδή οι αριθμητικές προσομοιώσεις σε συνθετικό πέτρωμα με ίδια

μακροσκοπική θλιπτική αντοχή και μέτρο Young με το εξεταζόμενο πέτρωμα, υπερεκτιμούν τη μέγιστη τιμή της δύναμης κοπής.

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το συνθετικό πέτρωμα αντιστοιχεί σε άρρηκτο βράχο, χωρίς επιφανειακές αλλοιώσεις ή ασθενείς προσμείξεις.

Αντίθετα, το εργαστηριακό δοκίμιο, ακόμη και μέσω της διαδικασίας διαμόρφωσης του (κοπή, εξομάλυνση, καθαρισμός), έχει υποστεί επιφανειακή φθορά. Η επιφανειακή φθορά δεν επηρεάζει σημαντικά τις δοκιμές UCS και BTS, τα αποτελέσματα των οποίων χρησιμοποιήθηκαν στη βαθμονόμηση των μικροπαραμέτρων του συνθετικού πετρώματος, καθώς σε αυτές τις δοκιμές το σύνολο του δοκιμίου υποβάλλεται σε ένταση. Επηρεάζουν, όμως, την εργαστηριακή δοκιμή κοπής, η οποία πραγματοποιείται στην εξωτερική επιφάνεια του δοκιμίου.

Στον Πίνακα 5.3 δίνονται οι μακροσκοπικές παράμετροι των αριθμητικών μοντέλων, καθώς και η μέγιστη δύναμη κοπής κάθε μοντέλου. Η μικρή απόκλιση μεταξύ των τιμών της μέγιστης δύναμης κοπής ( $F_{max}$ ) των αριθμητικών προσομοιώσεων, για συνθετικά πετρώματα με διαφορετικά  $\gamma_{int}$ , υποδεικνύουν ότι η μέγιστη δύναμη κοπής εξαρτάται, κατά κύριο λόγο, από τις μακροσκοπικές παραμέτρους του πετρώματος, δηλαδή την αντοχή σε θλίψη και εφελκυσμό και το μέτρο Young.

Πίνακας 5.3. Συσχέτιση μακροσκοπικών παραμέτρων συνθετικού πετρώματος με μέγιστη δύναμη κοπής.

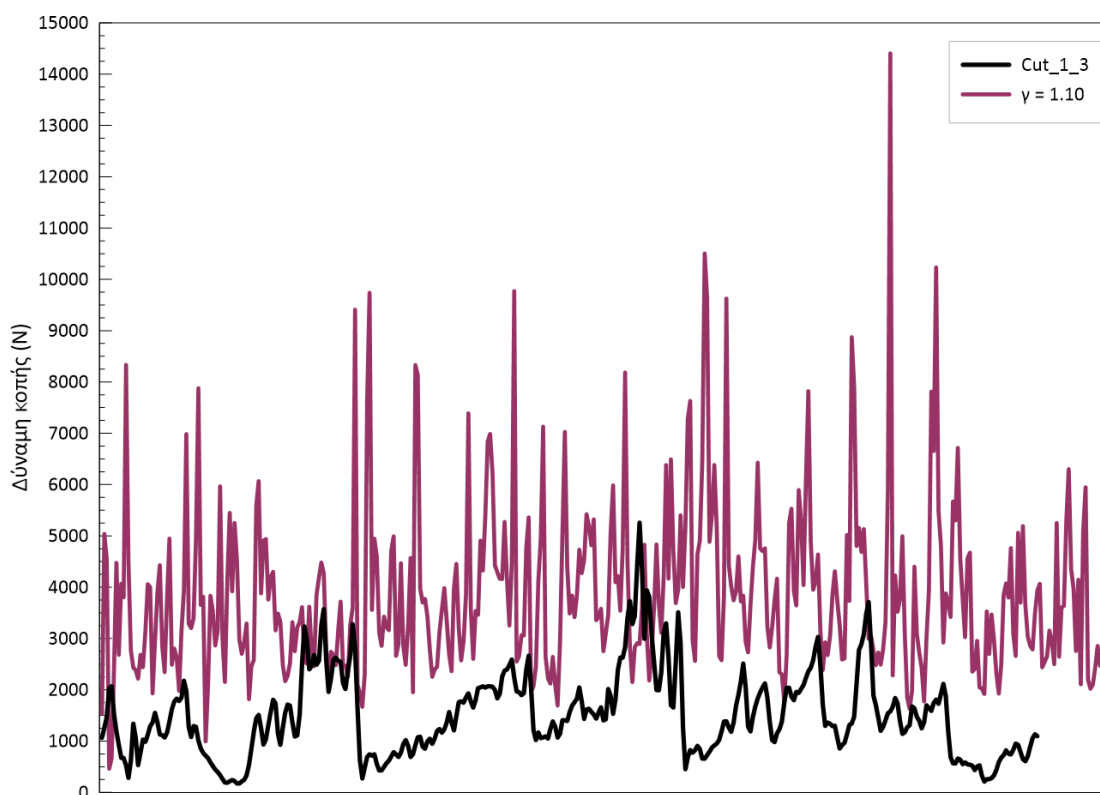
| $\gamma_{int}$ | $E_t$ (GPa) | $\sigma_c$ (MPa) | $\sigma_t$ (MPa) | $F_{max}$ (N) |
|----------------|-------------|------------------|------------------|---------------|
| 1.10           | 60.02       | 84.51            | 15.24            | 14403         |
| 1.25           | 59.94       | 84.94            | 10.12            | 11631         |
| 1.50           | 59.81       | 84.95            | 9.76             | 12008         |

Όσον αφορά στη μέση δύναμη κοπής του συνθετικού πετρώματος, καταγράφεται διαφοροποίηση των τιμών εξαρτώμενη από την τιμή του συντελεστή αλληλεπίδρασης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι για τα συνθετικά πετρώματα με  $\gamma_{int}$  1.25 και 1.50 η τιμή της μέσης δύναμης κοπής είναι πολύ κοντά στην εργαστηριακή τιμή. Επίσης, η μέση τιμή των δύο μοντέλων (1543 N) σχεδόν ταυτίζεται με την εργαστηριακή μέση τιμή (1555 N).

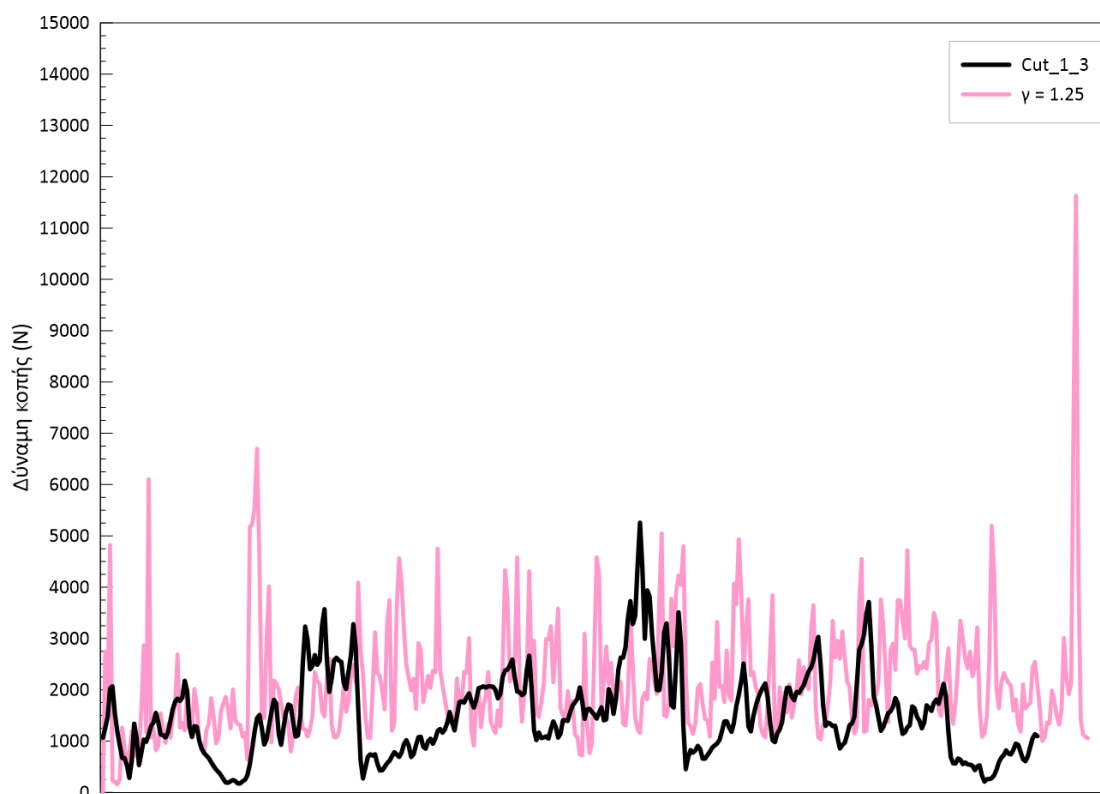
Αντίθετα για τιμή  $\gamma_{int} = 1.10$  η τιμή της μέσης δύναμης κοπής είναι διπλάσια της εργαστηριακής.

Γενικά, παρατηρείται ότι για αύξηση της τιμής του  $\gamma_{int}$ , για τις ίδιες, σχεδόν, μακροσκοπικές παραμέτρους αντοχής και παραμορφωσιμότητας, η μέση δύναμη κοπής μειώνεται.

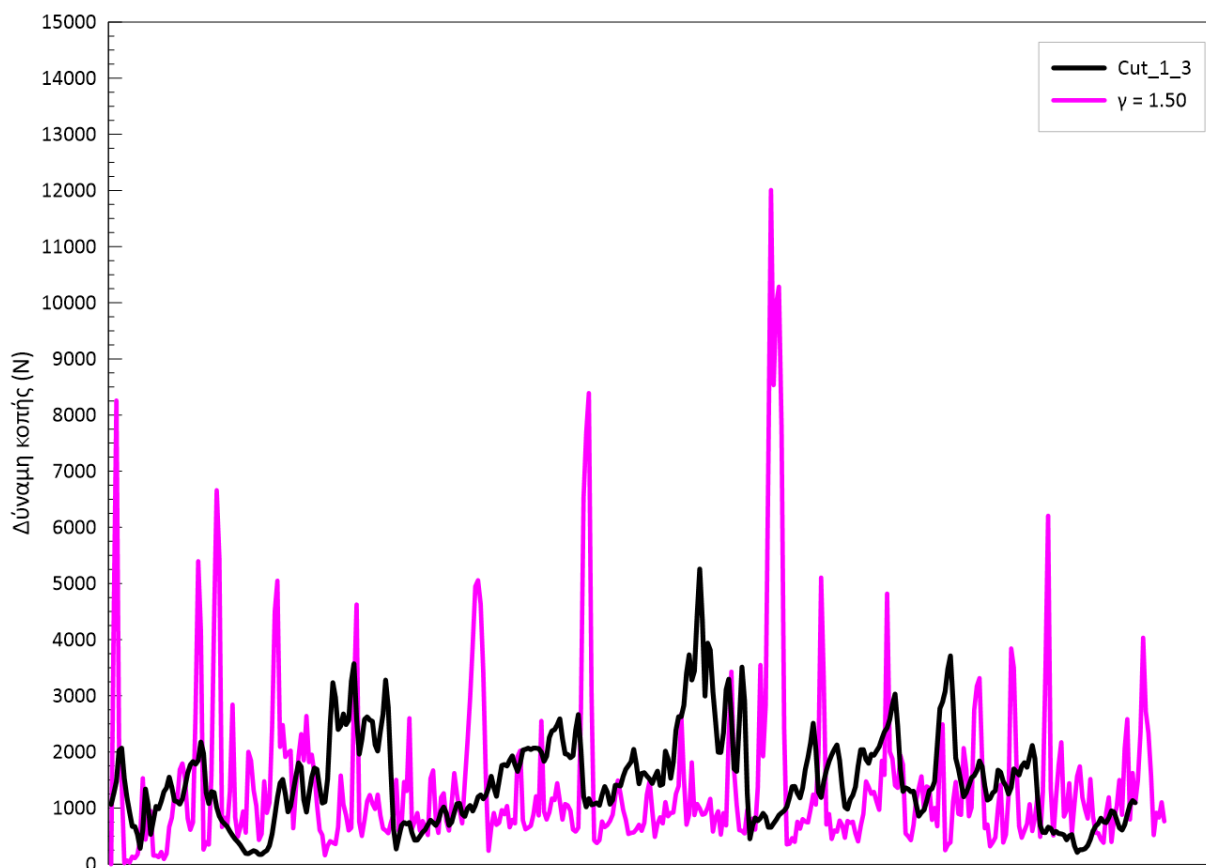
Στο Σχήμα 5.2 έως Σχήμα 5.4 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διακύμανσης της χρονικής ακολουθίας της δύναμης κοπής του αριθμητικού μοντέλου του πετρώματος, καθώς και τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εργαστηριακής δοκιμής.



Σχήμα 5.2. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με  $\gamma_{int} = 1.10$  και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.



Σχήμα 5.3. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με  $\gamma_{int} = 1.25$  και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.



Σχήμα 5.4. Δύναμη κοπής για συνθετικό πέτρωμα με  $\gamma_{int} = 1.50$  και για πραγματικό πέτρωμα ασβεστολίθου.

Παρατηρείται ότι τα συνθετικά πετρώματα με μεγαλύτερη τιμή  $\gamma_{int}$  προσεγγίζουν καλύτερα τη μορφή της καμπύλης της εργαστηριακής δοκιμής, με τους κύκλους φόρτισης-αποφόρτισης να είναι πιο διακριτοί. Για το συνθετικό πέτρωμα με  $\gamma_{int} = 1.10$  η μορφή της καμπύλης, όπως ήταν αναμενόμενο, παραπέμπει σε πλαστική και όχι ψαθυρή συμπεριφορά. Συνεπώς, οι μεγαλύτερες τιμές του  $\gamma_{int}$  προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματική αστοχία του πετρώματος κατά την κοπή.

### 5.3.ΔΙΕΡΕΥΝΥΣΗ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΟΠΗΣ

Για τη διερεύνηση της επιρροής του συντελεστή αλληλεπίδρασης των σωματιδίων ( $\gamma_{int}$ ) στην τιμή και τη μεταβολή της δύναμης κοπής γίνεται αριθμητική προσομοίωση της δοκιμής κοπής για τις τρεις σειρές μικροπαραμέτρων, όπως προέκυψαν από τη βαθμονόμηση. Δηλαδή, σε κάθε σειρά δοκιμών μεταβάλλεται μόνο η παράμετρος  $\gamma_{int}$ .

Συγκεκριμένα, για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων του Πίνακα 5.4, γίνονται πέντε προσομοιώσεις δοκιμής κοπής για  $\gamma_{int} = 1.00 \div 1.50$ , δηλαδή σε ένα εύρος από την ελάχιστη έως τη μέγιστη τιμή του.

Πίνακας 5.4. Σειρές μικροπαραμέτρων συνθετικού πετρώματος.

| A/A        | $E_{eq}$ (GPa) | $K_n/K_s$ | t (MPa) | c (MPa) | $\phi$ (degrees) |
|------------|----------------|-----------|---------|---------|------------------|
| $\Sigma_1$ | 117.0          | 2.3       | 40.00   | 219.00  | 35               |
| $\Sigma_2$ | 63.5           | 2.3       | 14.10   | 77.20   | 35               |
| $\Sigma_3$ | 32.0           | 2.3       | 6.15    | 33.69   | 35               |

Οι τιμές μέσης και μέγιστης δύναμης κοπής, που προκύπτουν για τις παραπάνω σειρές μικροπαραμέτρων, για τιμές του  $\gamma_{int}$  από 1.00 έως 1.50, δίνονται στους παρακάτω πίνακες. Ακόμη, δίνεται ο λόγος μέγιστης προς μέση δύναμη κοπής για κάθε δοκιμή.

Πίνακας 5.5. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος  $\Sigma_1$ .

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 2409          | 4373          | 1.8               |
| 1.10           | 3333          | 14403         | 4.3               |
| 1.25           | 3505          | 24153         | 6.9               |
| 1.35           | 4049          | 42672         | 10.5              |
| 1.50           | 6169          | 84668         | 13.7              |

Πίνακας 5.6. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος  $\Sigma_2$ .

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 1190          | 2315          | 1.9               |
| 1.10           | 1674          | 4885          | 2.9               |
| 1.25           | 1829          | 11631         | 6.4               |
| 1.35           | 1993          | 15064         | 7.6               |

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.50           | 2095          | 18418         | 8.8               |

Πίνακας 5.7. Μέση και μέγιστη δύναμη κοπής συνθετικού πετρώματος  $\Sigma_3$ .

| $\gamma_{int}$ | $F_{ave}$ (N) | $F_{max}$ (N) | $F_{max}/F_{ave}$ |
|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1.00           | 688           | 1259          | 1.8               |
| 1.10           | 905           | 2575          | 2.8               |
| 1.25           | 888           | 5379          | 6.1               |
| 1.35           | 968           | 9934          | 10.3              |
| 1.50           | 1257          | 12008         | 9.6               |

Όπως είναι αναμενόμενο, για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων, η αύξηση του  $\gamma_{int}$  οδηγεί σε αύξηση της μέσης και μέγιστης δύναμης κοπής, καθώς και του λόγου τους.

Με βάση τα δεδομένα των τριών σειρών αριθμητικών προσομοιώσεων, η αύξηση του  $\gamma_{int}$  επηρεάζει σε μεγαλύτερο βαθμό τη μέγιστη δύναμη κοπής. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζεται γραφικά η μεταβολή της μέγιστης δύναμης κοπής για τις διάφορες τιμές του  $\gamma_{int}$ . Φαίνεται η μέγιστη δύναμη κοπής να έχει άμεση αναλογική σχέση με την παράμετρο  $\gamma_{int}$ . Για τις σειρές μικροπαραμέτρων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  η σχέση αυτή είναι γραμμική, ενώ στην περίπτωση της  $\Sigma_1$  σειράς μικροπαραμέτρων η σχέση φαίνεται να είναι εκθετική.

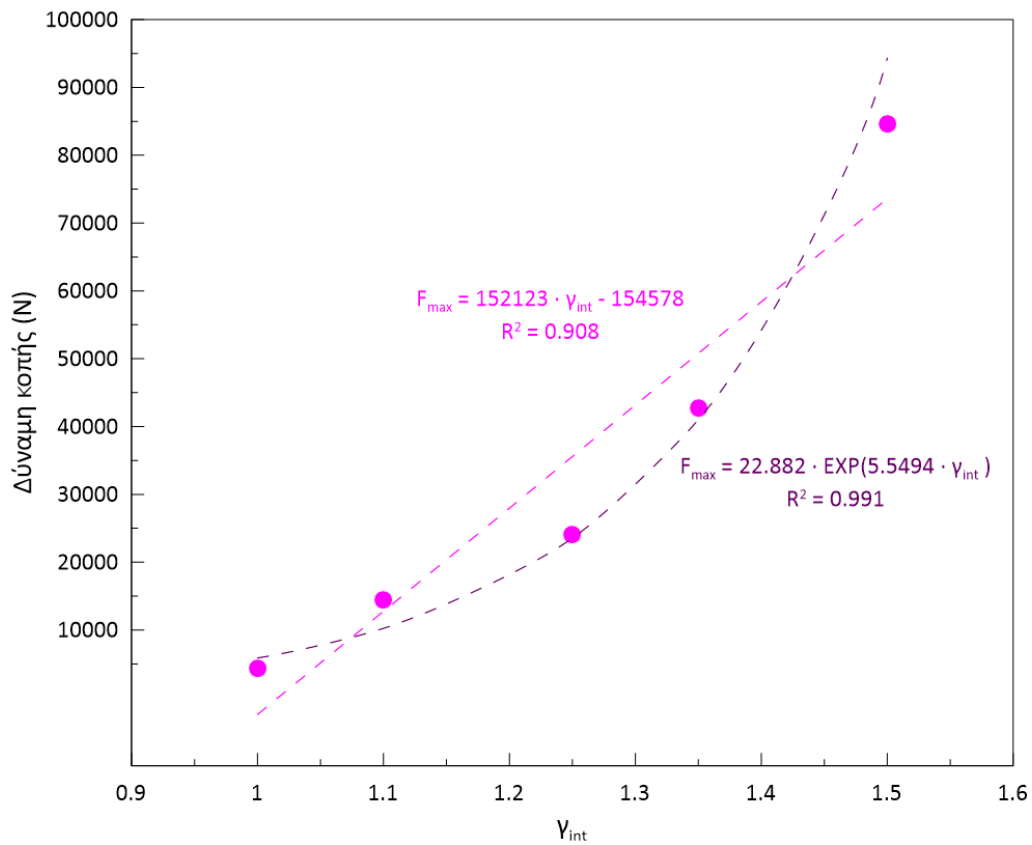
Για την καλύτερη κατανόηση της μεταβολής της μέγιστης δύναμης κοπής σε σχέση με την παράμετρο  $\gamma_{int}$  υπολογίζεται η γραμμική συνάρτηση που περιγράφει τη σχέση των δύο μεγεθών, καθώς και ο συντελεστής συσχέτισης των αποτελεσμάτων, για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων. Για τη σειρά μικροπαραμέτρων  $\Sigma_1$  υπολογίζεται και η εκθετική συνάρτηση, καθώς και ο συντελεστής συσχέτισης που προκύπτει από αυτή.

Ο συντελεστής συσχέτισης ( $R^2$ ) είναι ένα στατιστικό μέγεθος που περιγράφει το βαθμό αλληλεξάρτησης δύο μεγεθών και ορίζεται ως ο λόγος του συντελεστή διακύμανσης δύο μεγεθών προς το γινόμενο της τυπικής τους απόκλισης, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

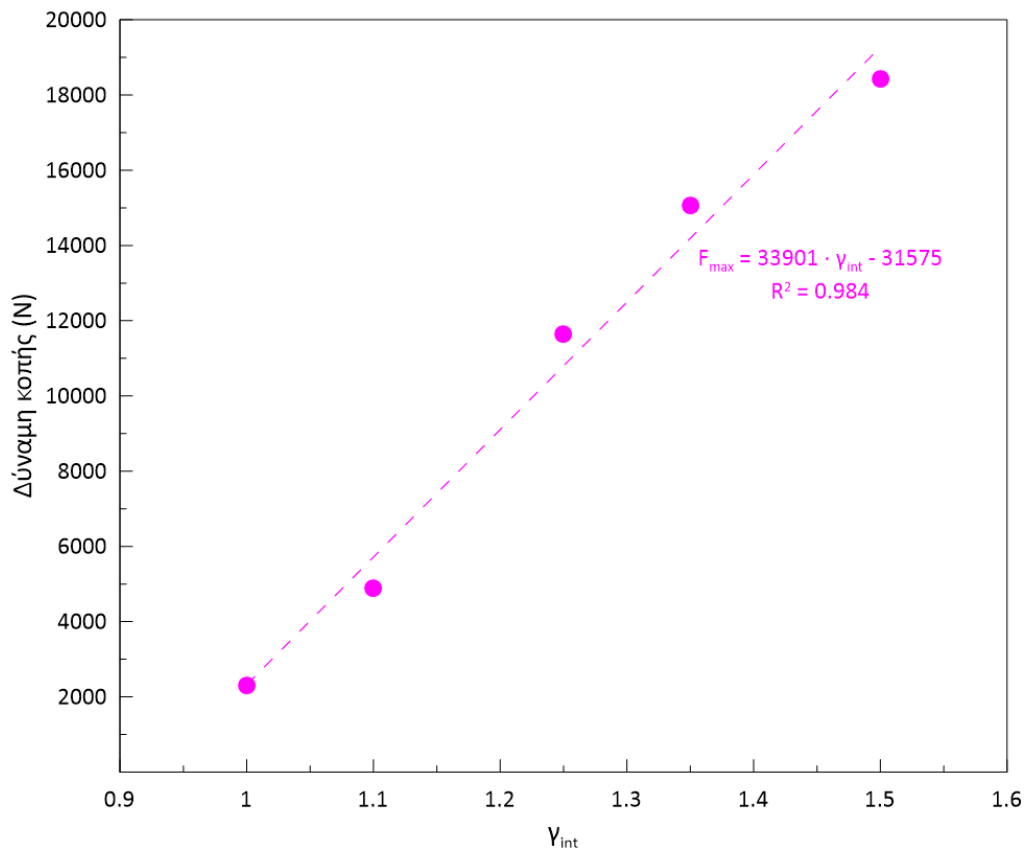


$$R^2 = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5.1)$$

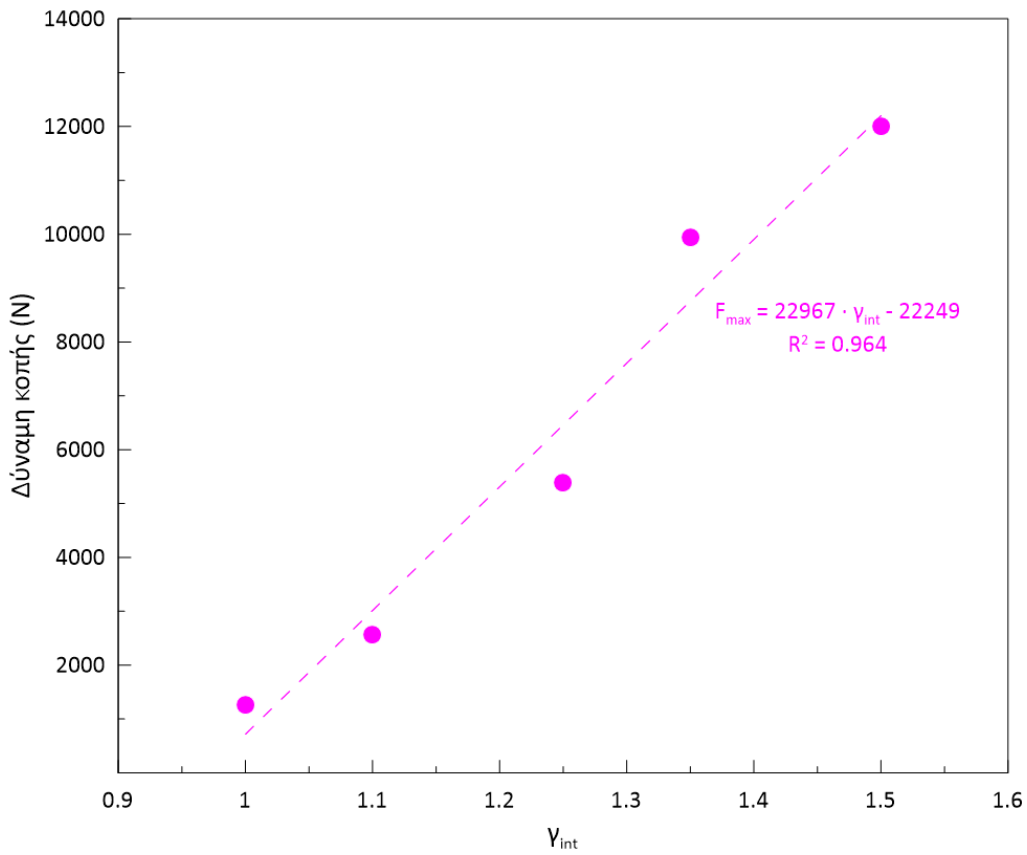
Οι συναρτήσεις συσχέτισης για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων δίνονται και παρουσιάζονται γραφικά στα διαγράμματα των σχημάτων 5.5 έως 5.7.



Σχήμα 5.5. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_1$ .



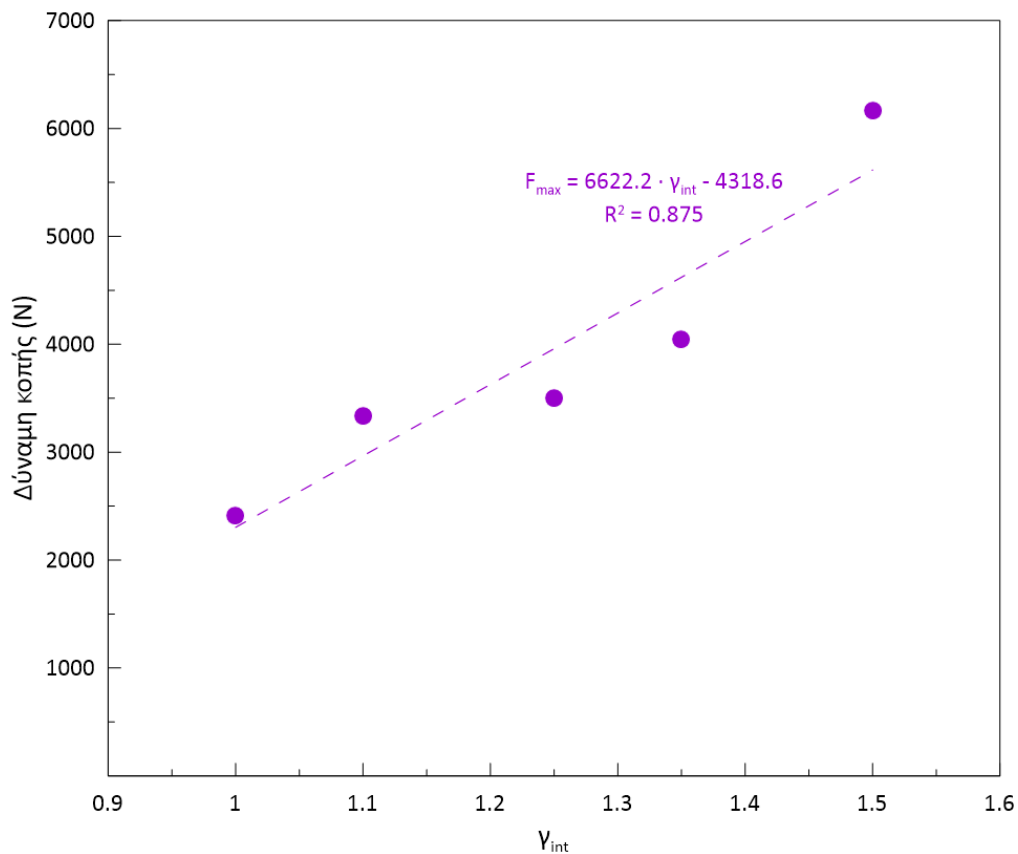
Σχήμα 5.6. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_2$ .



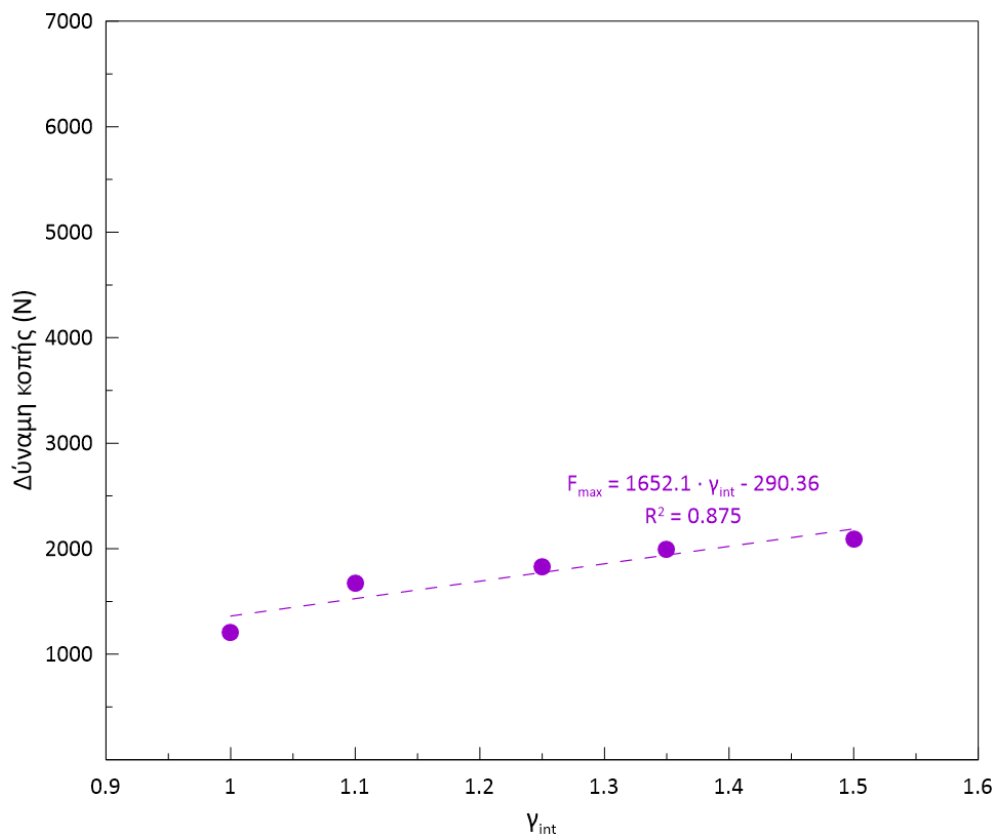
Σχήμα 5.7. Μέγιστη δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_3$ .

Στα σχήματα 5.8 έως 5.10 δίνεται η μέση δύναμη κοπής σε σχέση με την τιμή της παραμέτρου  $\gamma_{int}$ . Φαίνεται ότι ο ρυθμός μεταβολής της μέσης δύναμης κοπής σε σχέση με την παράμετρο  $\gamma_{int}$ , είναι πολύ μικρότερος από αυτόν της μέγιστης δύναμης κοπής. Δηλαδή, υποδεικνύεται ότι η μέση δύναμη κοπής επηρεάζεται κατά κύριο λόγο από τις μικροπαραμέτρους  $E_{eq}$ ,  $c$  και  $t$ , οι οποίες μεταβάλλονται σε κάθε σειρά δοκιμών.

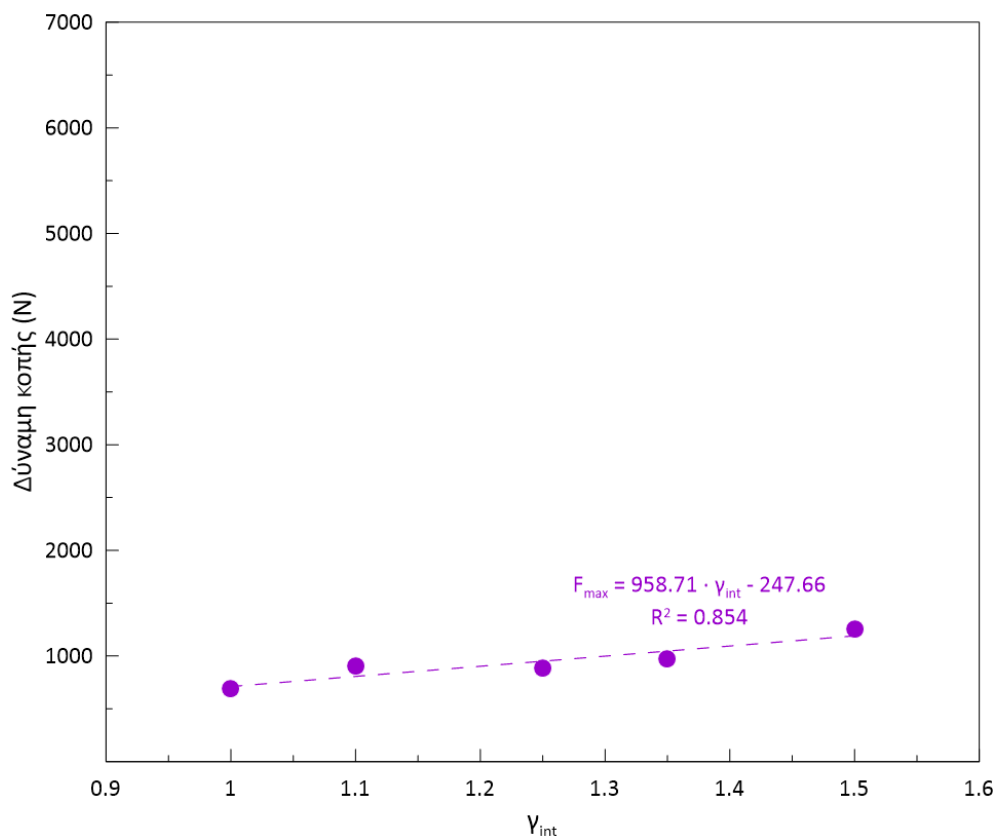
Μεγαλύτερη ευαισθησία στη μεταβολή του  $\gamma_{int}$  παρουσιάζεται για τη σειρά μικροπαραμέτρων  $\Sigma_1$ .



Σχήμα 5.8. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_1$ .



Σχήμα 5.9. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_2$ .



Σχήμα 5.10. Μέση δύναμη κοπής για διαφορετικές τιμές του  $\gamma_{int}$  για συνθετικό πέτρωμα με μικροπαραμέτρους  $\Sigma_3$ .

Εδώ, βέβαια, αξίζει να σημειωθεί, ότι για τη μοντελοποίηση ενός πραγματικού πετρώματος το  $\gamma_{int}$  έχει επηρεάσει την επιλογή μικροπαραμέτρων του συνθετικού πετρώματος, μέσω της διαδικασίας βαθμονόμησης. Οπότε, η αρχική επιλογή του συντελεστή αλληλεπίδρασης, αναδεικνύεται σε κρίσιμη παράμετρο για την επιτυχή μοντελοποίηση και τελικά τον υπολογισμό της μέσης δύναμης κοπής.

#### 5.4.ΔΙΕΡΕΥΝΥΣΗ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΜΕΓΙΣΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΟΠΗΣ

Με βάση τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5.2, υποδείχθηκε μία συσχέτιση της μέγιστης δύναμης κοπής με τις μακροσκοπικές παραμέτρους του συνθετικού πετρώματος, οι οποίες υπολογίζονται μέσω αριθμητικής προσομοίωσης των δοκιμών UCS και BTS.

Για την περαιτέρω διερεύνηση αυτής της συσχέτισης πραγματοποιούνται πέντε αριθμητικές προσομοιώσεις των δοκιμών αυτών, για συνθετικά πετρώματα με γνωστή μέγιστη δύναμη κοπής από τις αριθμητικές προσομοιώσεις του κεφαλαίου 5.3.

Συγκεκριμένα, για κάθε σειρά μικροπαραμέτρων που εξετάστηκε στο κεφάλαιο 5.3, επιλέγεται μία τιμή του  $\gamma_{int}$ , για την οποία προέκυψε μέγιστη δύναμη κοπής, κοντά στην εργαστηριακά μετρημένη τιμή του εξεταζόμενου ασβεστολίθου, δηλαδή 5000N. Ακόμη επιλέγεται μία επιπλέον τιμή μέγιστης δύναμης κοπής ( $\approx 2500N$ ) από τις σειρές προσομοιώσεων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .

Στον Πίνακα 5.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών UCS και BTS στα παραπάνω συνθετικά πετρώματα.

Πίνακας 5.8. Μακροσκοπικές παράμετροι συνθετικών πετρωμάτων με γνωστή μέγιστη δύναμη κοπής.

| A/A        | $\gamma_{int}$ | $E_t$ (GPa) | $\sigma_c$ (MPa) | $\sigma_t$ (MPa) |
|------------|----------------|-------------|------------------|------------------|
| $\Sigma_1$ | 1.00           | 8.57        | 5.44             | 0.84             |
| $\Sigma_2$ | 1.00           | 4.53        | 1.85             | 0.28             |
| $\Sigma_2$ | 1.10           | 39.08       | 42.56            | 5.18             |
| $\Sigma_3$ | 1.10           | 19.70       | 18.39            | 2.26             |
| $\Sigma_3$ | 1.25           | 33.98       | 42.98            | 4.23             |

Για τα μοντέλα με παράμετρο  $\gamma_{int} = 1.00$  η συμπεριφορά που καταγράφεται στις δοκιμές UCS και BTS δεν ανταποκρίνεται στην αναμενόμενη συμπεριφορά βραχώδους σχηματισμού. Παρατηρείται δηλαδή ότι για μείωση της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  στην τιμή της μονάδας, με τις υπόλοιπες μικροπαραμέτρους σταθερές, οι παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας των συνθετικών πετρωμάτων μειώνονται δυσανάλογα.

Για τις σειρές μικροπαραμέτρων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ , με τιμές παραμέτρου  $\gamma_{int}$  1.10 και 1.25 αντίστοιχα, οι μακροσκοπικές τιμές των συνθετικών πετρωμάτων, που προκύπτουν από προσομοίωση δοκιμής UCS και BTS για πέτρωμα με -περίπου- ίδια μέγιστη δύναμη κοπής, είναι πολύ κοντινές μεταξύ τους.

Στον Πίνακα 5.9 δίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων για τα οποία προέκυψε μακροσκοπική συμπεριφορά εντός των αναμενόμενων τιμών βραχωδών σχηματισμών μέσω της ανάστροφης ανάλυσης.

Πίνακας 5.9. Συσχέτιση μακροσκοπικών παραμέτρων συνθετικών πετρωμάτων με μέγιστη δύναμη κοπής.

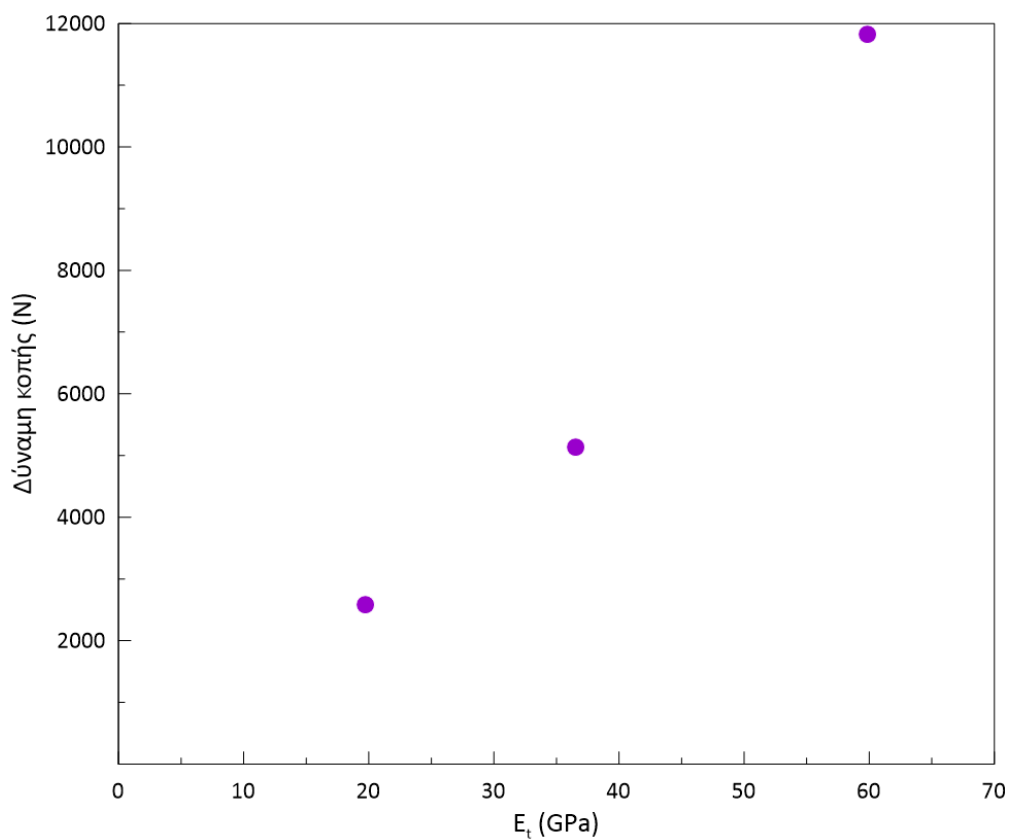
| A/A - $\gamma_{int}$ | $F_{max}$ (N) | Μέση Τιμή $F_{max}$ (N) | $E_t$ (GPa) | Μέση Τιμή $E_t$ (GPa) | $\sigma_c$ (MPa) | Μέση Τιμή $\sigma_c$ (MPa) | $\sigma_t$ (MPa) | Μέση Τιμή $\sigma_t$ (MPa) |
|----------------------|---------------|-------------------------|-------------|-----------------------|------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|
| $\Sigma_3 - 1.10$    | 2575          | 2575                    | 19.70       | 19.70                 | 18.39            | 18.39                      | 2.26             | 2.26                       |
| $\Sigma_2 - 1.10$    | 4885          | 5132                    | 39.08       | 36.53                 | 42.56            | 42.77                      | 5.18             | 4.71                       |
| $\Sigma_3 - 1.25$    | 5379          |                         | 33.98       |                       | 42.98            |                            | 4.23             |                            |
| $\Sigma_2 - 1.25$    | 11631         | 11820                   | 59.94       | 59.88                 | 84.94            | 84.95                      | 10.12            | 9.94                       |
| $\Sigma_3 - 1.50$    | 12008         |                         | 59.81       |                       | 84.95            |                            | 9.76             |                            |

Παρατηρείται ότι στις περιοχές τιμών 5100N και 11800N της μέγιστης δύναμης κοπής, η μικρή μείωση του μέτρου Young και της εφελκυστικής αντοχής τους πετρώματος, οδηγεί σε μικρή αύξηση της μέγιστης δύναμης κοπής.

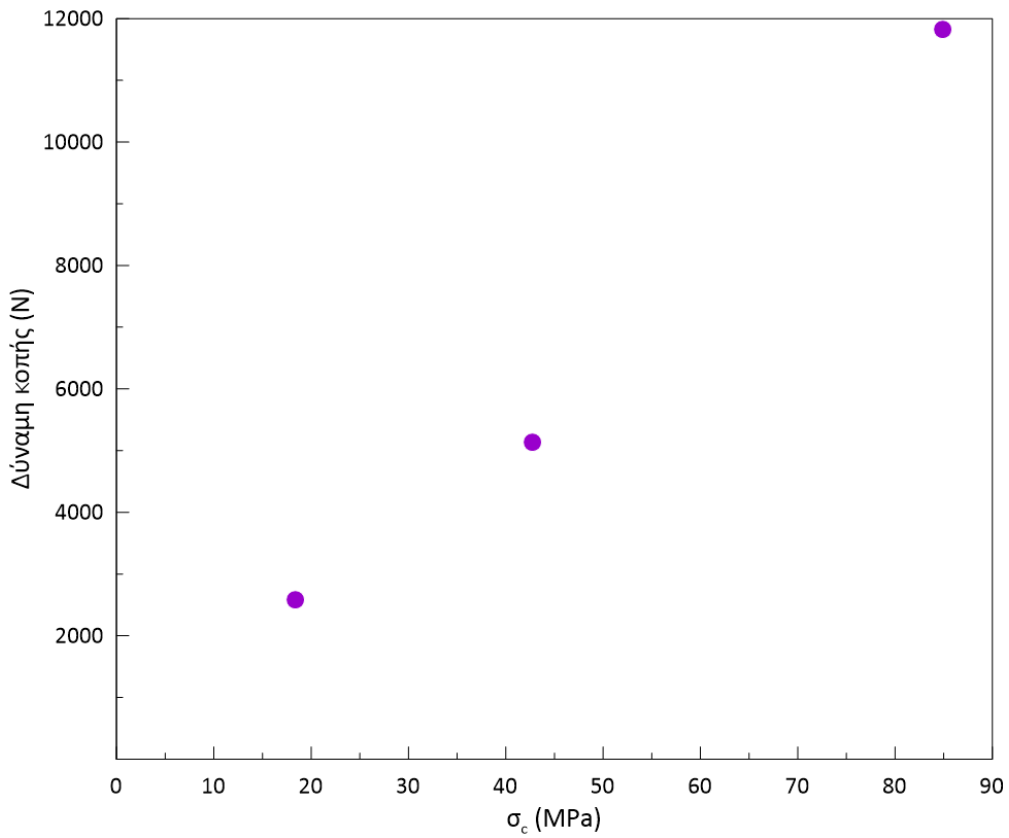
Τα αντίστοιχα δεδομένα για τη θλιπτική αντοχή του συνθετικού πετρώματος, δείχνουν μείωση της μέγιστης δύναμης κοπής με τη μείωση της θλιπτικής αντοχής. Οι τιμές της θλιπτικής αντοχής όμως σε κάθε περιοχή τιμών  $F_{max}$  παρουσιάζουν πολύ μικρή διαφοροποίηση, σχεδόν ταυτίζονται μεταξύ τους, οπότε δεν μπορεί να εξαχθεί σε αυτή τη φάση ασφαλές συμπέρασμα για την επιρροή της.

Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι σε κάθε περιοχή τιμών η μέγιστη δύναμη κοπής προκύπτει για διαφορετική τιμή του  $\gamma_{int}$ . Συνεπώς η συσχέτιση των μακροσκοπικών παραμέτρων των συνθετικών πετρωμάτων με τη μέγιστη δύναμη κοπής είναι χρήσιμο να γίνει στο επίπεδο της μέσης τιμής κάθε μεγέθους για κάθε περιοχή.

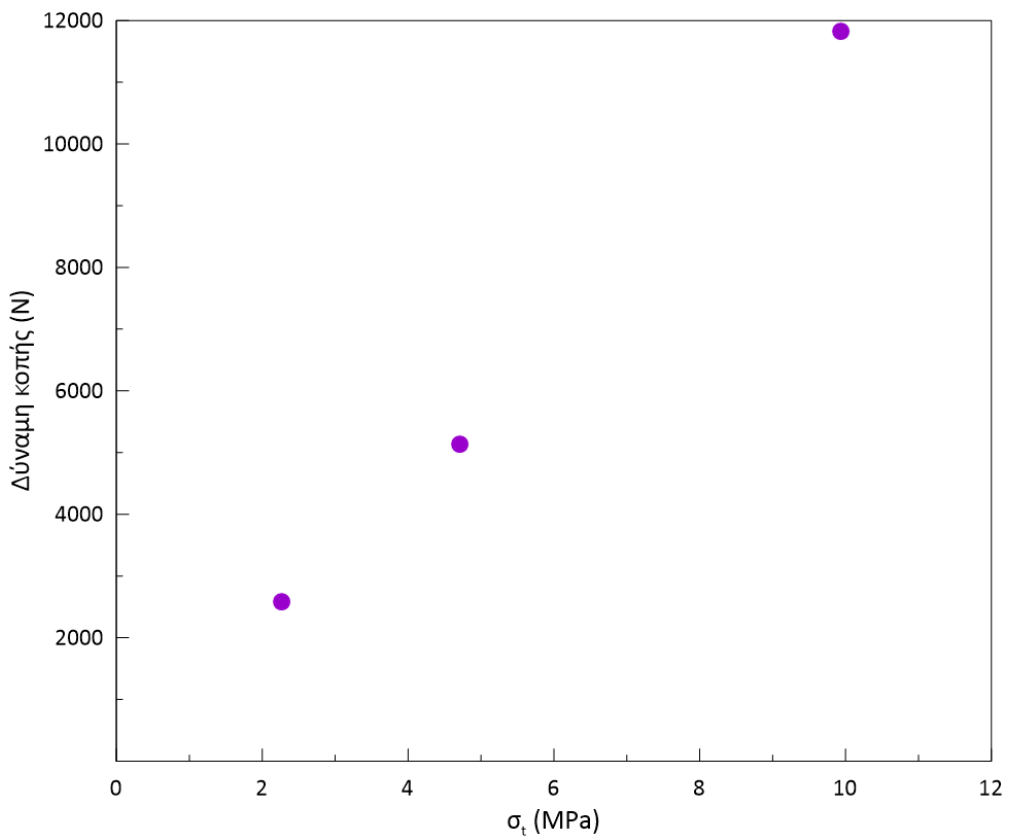
Στο Σχήμα 5.11 έως Σχήμα 5.13 παρουσιάζονται τα διαγράμματα μεταβολής της μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει των τριών εξεταζόμενων μακροσκοπικών μεγεθών, σε όρους μέσης τιμής. Παρατηρείται ότι οι τρεις παράμετροι αντοχής παρουσιάζουν γραμμική συσχέτιση με τη μέγιστη δύναμη κοπής.



Σχήμα 5.11. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει του μακροσκοπικού μέτρου Young συνθετικού πετρώματος.



Σχήμα 5.12. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει της μακροσκοπικής θλιπτικής αντοχής συνθετικού πετρώματος.



Σχήμα 5.13. Μεταβολή μέγιστης δύναμης κοπής συναρτήσει της μακροσκοπικής εφελκυστικής αντοχής συνθετικού πετρώματος.



## 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στην παρούσα εργασία προσομοιώθηκε σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή (μέσω του λογισμικού YADE) με τη μέθοδο των διακριτών στοιχείων η δοκιμή κοπής πετρώματος με κοπτικό εργαλείο συρόμενου τύπου (σφήνα).

Η βασική παράμετρος που εξετάστηκε ως προς την επιρροή της στη μέση και μέγιστη δύναμη κοπής, αλλά και στη μορφή του διαγράμματος κοπής, είναι ο συντελεστής αλληλεπίδρασης των σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος ( $\gamma_{int}$ ).

Με χρήση της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  πραγματοποιήθηκε βαθμονόμηση του συνθετικού πετρώματος, από την οποία προέκυψαν ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς τη συσχέτιση εργαστηριακών και αριθμητικών αποτελεσμάτων. Η τιμή των μικροπαραμέτρων του συνθετικού πετρώματος επιλέχθηκε με γνώμονα τη θλιπτική αντοχή του πετρώματος και το μέτρο Young, όπως προέκυψαν από δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, ενώ υπολογίστηκε και η εφελκυστική αντοχή των προσομοιωμάτων σε δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού. Τα αριθμητικά μοντέλα με υψηλότερες τιμές του  $\gamma_{int}$  έδωσαν και υψηλότερο λόγο θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή σε σχέση με την εργαστηριακή μέτρηση. Σημειώνεται ότι η αύξηση της τιμής του  $\gamma_{int}$  οδηγεί σε ανάγκη μείωσης των μικροπαραμέτρων αντοχής και παραμορφωσιμότητας των δεσμών των σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος, ώστε να επιτευχθεί η ίδια μακροσκοπική συμπεριφορά.

Τα μεγέθη της αριθμητικής προσομοίωσης της δοκιμής κοπής που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία είναι η μέση και η μέγιστη δύναμη κοπής, καθώς και η μορφή του διαγράμματος εξέλιξης της δύναμης κοπής.

Όσον αφορά στη μορφή του διαγράμματος, τα συνθετικά πετρώματα με μεγαλύτερη τιμή του συντελεστή αλληλεπίδρασης παρουσίασαν πιο έντονους κύκλους φόρτισης-αποφόρτισης, οι οποίοι αντιστοιχούν σε ψαθυρή αστοχία του πετρώματος κατά την κοπή. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς η προσπάθεια προσομοίωσης της ψαθυρότητας του πετρώματος είναι και ο λόγος εισαγωγής της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  στο μοντέλο των διακριτών στοιχείων.

Από τις αναλύσεις κοπής σε συνθετικό πέτρωμα με μακροσκοπικές παραμέτρους που αντιστοιχούν στον εξεταζόμενο ασβεστόλιθο, προέκυψε ότι η μέση δύναμη κοπής των αριθμητικών προσομοιώσεων παρουσιάζει ικανοποιητική συνάφεια με την εργαστηριακά μετρημένη τιμή για μοντέλα με υψηλότερη τιμή της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  (1.25 και 1.50). Αντίθετα, για το μοντέλο που βαθμονομήθηκε για  $\gamma_{int} = 1.10$  η τιμή που προέκυψε είναι διπλάσια της εργαστηριακής.

Οι αριθμητικές αναλύσεις για διάφορες τιμές του  $\gamma_{int}$  σε μοντέλα με σταθερές τιμές των υπόλοιπων μικροπαραμέτρων έδειξαν ότι η μέση δύναμη κοπής δεν παρουσιάζει μεγάλη διαφοροποίηση, ειδικά για μοντέλα με χαμηλές τιμές μικροπαραμέτρων. Δηλαδή, τα μοντέλα, των οποίων οι μικροπαραμέτροι προέκυψαν από βαθμονόμηση με υψηλότερη τιμή της παραμέτρου  $\gamma_{int}$ , παρουσιάζουν πολύ χαμηλό ρυθμό μεταβολής της μέσης δύναμης κοπής συναρτήσει του  $\gamma_{int}$ .

Η επιρροή της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  στη μέγιστη δύναμη κοπής είναι σημαντική. Από τις αναλύσεις σε συνθετικά πετρώματα με σταθερές τιμές μικροπαραμέτρων προέκυψε ότι η αύξηση της μέγιστης δύναμης κοπής είναι, κατά βάση, γραμμικά ανάλογη της τιμής του  $\gamma_{int}$ . Διαφοροποίηση προέκυψε για μοντέλο με υψηλές τιμές μικροπαραμέτρων, όπου η σχέση των δύο μεγεθών είναι εκθετική.

Η αρχική επιλογή του συντελεστή αλληλεπίδρασης των σωματιδίων του συνθετικού πετρώματος, για το οποίο θα πραγματοποιηθεί η βαθμονόμηση, είναι κομβικής σημασίας για τον υπολογισμό της μέσης δύναμης κοπής μέσω αριθμητικών αναλύσεων.

Επειδή όμως, η αρχική επιλογή αυτής της τιμής είναι δύσκολη, όταν δεν υπάρχουν επαρκή εργαστηριακά δεδομένα από την κοπή του πετρώματος, προτείνεται η κατασκευή μίας σειράς αριθμητικών μοντέλων τα οποία θα βαθμονομηθούν για ένα εύρος τιμών του συντελεστή αλληλεπίδρασης. Από τα μοντέλα αυτά είναι δυνατό να προκύψει ένα ρεαλιστικό εύρος τιμών για τη μέση δύναμη κοπής του πετρώματος. Με βάση τα αποτελέσματα των αναλύσεων της παρούσας εργασίας φαίνεται ότι ένα εύρος τιμών  $\left\{ \gamma_{int}^{average} = \frac{\gamma_{int}^{maximum} + 1}{2}, \gamma_{int}^{maximum} \right\}$  (βλ. Εξίσωση (3.1) του κεφαλαίου 3.3) οδηγεί σε καλή προσέγγιση της τιμής της μέσης δύναμης κοπής. Παρόλα αυτά για την επιλογή του εύρους τιμών της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  είναι σημαντική η αξιολόγηση, σε κάθε περίπτωση, της αναμενόμενης συμπεριφοράς κάθε σχηματισμού στην κοπή βάσει της υπάρχουσας τεχνικής εμπειρίας.

Η μέγιστη δύναμη κοπής από αναλύσεις σε συνθετικό πέτρωμα με μακροσκοπική συμπεριφορά σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης που αντιστοιχεί σε αυτή του εξαταζόμενου ασβεστολίθου προέκυψε διπλάσια έως τριπλάσια. Το συνθετικό πέτρωμα όπως προσομοιώθηκε στις αναλύσεις της παρούσας εργασίας αντιστοιχεί σε άρρηκτο σχηματισμό χωρίς αλλοιώσεις και επιφανειακές ρωγματώσεις, σε αντίθεση με το πραγματικό πέτρωμα, το οποίο έχει υποστεί κατεργασία ώστε να διαμορφωθεί σε δοκίμιο με αποτέλεσμα την αλλοίωση των ιδιοτήτων του στην επιφάνεια του.

Από ανάστροφες αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν σε συνθετικά πετρώματα με γνωστή τιμή μέγιστης δύναμης κοπής προκύπτει ότι, για χαμηλές τιμές μικροπαραμέτρων συνθετικού πετρώματος και συντελεστή αλληλεπίδρασης μεγαλύτερο της μονάδας, η μέγιστη δύναμη κοπής

εξαρτάται από τις μακροσκοπικές παραμέτρους αντοχής και παραμορφωσιμότητας σχεδόν αναλογικά.

Αντίθετα, τα μοντέλα με συντελεστή  $\gamma_{int} = 1.00$  οδήγησαν σε μη αναμενόμενες τιμές μακροσκοπικών παραμέτρων, οι οποίες δεν αντιστοιχούν σε βραχώδη σχηματισμό. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μείωση του συντελεστή αλληλεπίδρασης στην τιμή της μονάδας οδηγεί σε δυσανάλογη πτώση των μακροσκοπικών παραμέτρων του μοντέλου.

Τελικά, εξάγεται το συμπέρασμα ότι η χρήση μεγαλύτερης τιμής της παραμέτρου  $\gamma_{int}$  για τη βαθμονόμηση του συνθετικού πετρώματος οδηγεί σε καλύτερη συσχέτιση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με τις εργαστηριακές δοκιμές κοπής.

Σε επόμενο στάδιο έρευνας, με βάση τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τις αριθμητικές αναλύσεις της παρούσας εργασίας, η περαιτέρω ανάλυση της επιρροής των μακροπαραμέτρων, στις οποίες βαθμονομείται το συνθετικό πέτρωμα, στις αναπτυσσόμενες κατά την κοπή δυνάμεις, με σκοπό τον ακριβέστερο συσχετισμό τους με τις εργαστηριακές μακροπαραμέτρους δύναται να βελτιώσει τον τρόπο αριθμητικής προσομοίωσης των πετρωμάτων, ως προς την ακρίβεια του.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική Βιβλιογραφία

Αναγνώστου, Β., 2006. Προσδιορισμός του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής ιζηματογενών πετρωμάτων. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Μιχαλακόπουλος, Θ., 2018. Μηχανές σημειακής κοπής. Διαλέξεις Μαθήματος «Μηχανική Όρυξη Σηράγγων». ΔΠΜΣ «Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων».

Νομικός, Π., 2008. Προχωρημένη Μηχανική των Πετρωμάτων. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Νομικός, Π., 2015. Εισαγωγή στη μηχανική των πετρωμάτων. Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα.

Χριστόπουλος, Π. Γ., 2020. Αριθμητική προσομοίωση εργαστηριακών δοκιμών κοπής πετρωμάτων με δίσκο. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

### Διεθνής Βιβλιογραφία

Cundall, P. and Strack, O., 1979. A discrete numerical method for granular assemblies, *Geotechnique* 29, 47-65.

Cundall, P.A. and Hart, R.D., 1992. Numerical Modeling of Discontinua, *Eng. Comput.* 9, 101-113.  
<https://doi.org/10.1108/eb023851>

Cundall, P.A., 1971. A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems. *Proceedings of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics. Society for Rock Mechanics (ISRM). France. II-8.*

Evans, I. and Murrell, S. A. F., 1958. Mechanical Properties of Non-Metallic Brittle Materials. *Proc. Conf. Butterworths. London.* 432.

Evans, I., 1962. Theory of the Basic Mechanics of Coal Ploughing. *Proceedings of the International Symposium on Mining Research (G. Clark, Ed.)* 2, 761-798.

Evans, I., 1965. The force required to cut coal with blunt wedges. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2, 1-12.

Evans, I., 1984. A theory of the cutting force for point-attack picks, *International journal of Mining Engineering* 2, 63-71.

Fowell, R.J., 1993. The mechanics of rock cutting. In: Hudson J.A., et al., editors. *Comprehensive Rock Engineering*

ISRM, 1978. Commission on Standardization of Laboratory and Field Tests, Part 1: "Suggested Methods for Determining Tensile strength of Rock Materials", Part 2: "Suggested Method for Determining Indirect Tensile Strength by the Brazil Test", Committee on Laboratory Tests, Document No. 8, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 15 (3), 99-103.

ISRM, 1979. "Suggested Methods for Determining the Uniaxial Compressive strength and Deformability of Rock Materials". Commission on Standardization of Laboratory and Field Tests. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 16 (2), 135-140.

Kalogeropoulos, A.D and Michalakopoulos, T.N., 2023. A method for selecting optimum microparameter's values in the numerical simulation of rock cutting. *Mining, Metallurgy & Exploration*, 211-227

Kalogeropoulos, A.D. and Michalakopoulos, T.N., 2022. The effect of grain interlocking in discrete element modelling of rock cutting. *Geomechanics and Geoengineering*

Kozicki, J. and Donzé, F.V., 2009. YADE-OPEN DEM: an open-source software using a discrete element method to simulate granular material. *Engineering Computation*, 26 (7), 786–805. doi:10.1108/02644400910985170

McFeat-Smith, I., 1978. Effective and economic excavation by roadheaders. *Tunnels and Tunnelling*, 43-4.

Merchant, M.E., 1945. Basic mechanics of the metal-cutting process. *Journal of Applied Mechanics*, 168-175.

Nishimatsu, Y., 1972. The mechanics of rock cutting. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 9, 261-70.

Paul, B. and Sikarskie, S.L., 1965. A Preliminary Theory of Static Penetration by a Rigid Wedge into a Brittle Material. *AIME Transactions* 232, 372-383.

Rojek, J., et al., 2011. Discrete element simulation of rock cutting. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48 (6), 996–1010. doi:10.1016/j.ijrmms.2011.06.003

Scholtès, L. and Donzé, F.V., 2013. A DEM model for soft and hard rocks: role of grain interlocking on strength. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61 (2), 352–369. doi:10.1016/j.jmps.2012.10.005

Šmilauer, V. et al, 2015. Yade documentation.2nd.Geneva: CERN-Zenodo 521. doi:10.5281/zenodo.34073