

## NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING MECHANICAL DESIGN AND AUTOMATIC CONTROL SECTION Control Systems Laboratory

Master Thesis

# DESIGN & VALIDATION OF A PASSIVE DYNAMIC WALKER WITH KNEES

Angelos Stathis

Thesis Supervisor: Professor E. G. Papadopoulos

ATHENS 2023

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε. Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Μεταπτυχιακή Εργασία

### ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΠΑΘΗΤΙΚΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΡΟΜΠΟΤ ΜΕ ΓΟΝΑΤΑ

Άγγελος Στάθης

Επιβλέπων: Καθηγητής Ε. Γ. Παπαδόπουλος

AOHNA 2023

Copyright ©2023 by Angelos Stathis. All rights reserved. Athens, October 2023

## Abstract

The evolution of robotics of the past decade has greatly been interlaced with the advancement of locomotion means of autonomous robots. Legged systems have come to the spotlight, having the ability to traverse complex environments where the now trivial wheeled vehicles are not able to. The ever expanding need to explore larger areas or carry heavier loads translates to power necessities. Inspired by human gait, biped robots have been investigated for their ability to walk downwards on an inclined plane, having the energy required supplied by the force of gravity alone. This characteristic is known as passive dynamic walking.

There have been a series of publications with regard to such walkers, each one focused on a different aspect of the matter. From the simple rimless wheel model to a human scale robot with knee joints, researchers have been able to prove the walking properties. More focused papers, such as taking into consideration the shape of the foot making contact, prove a plethora of curves can be utilized.

Previous work at the Control Systems Laboratory of the School of Mechanical Engineering of the National Technical University of Athens has successfully brought into existence a passive dynamic walker with hip joints. Such a robot is able to walk with the assumption that the non-standing leg is not scuffing the ground, which in practice is achieved using arranged platforms to act as step regions. The team's next objective, implementing knees to such a system, has already been formulated mathematically and successful simulations have taken place.

In this work, the effort to design a robot satisfying the passive dynamic walking criteria and having knees is presented. The aim is to create an unactuated system, that when traversing downhill with specified initial conditions, it will repeat a steady gait cycle that is robust to small perturbations, generated by the environment or small human-introduced errors. A detailed presentation of the involved mathematical model is included for in-depth comprehension.

The dynamics of the system are examined on a two-dimensional plane. To realize this simplification, the robot as its predecessor consists of three distinct legs, with the outer two being firmly connected to act as a single unit. This prerequisite is essential for the passive aspect of the system. Detailed design work manages to synchronize the outer shanks while maintaining the robot compact, light and protecting its important components in the occasion of a fall.

In summary, the objective of this study is to design and validate a passive dynamic walker equipped with knees, engineered to navigate an extensive range of inclines and exhibit resilience.

## **Greek Abstract**

Η εξέλιξη της ρομποτικής την περασμένη δεκαετία έχει συνδυαστεί σε μεγάλο βαθμό με την πρόοδο των αυτόνομων ρομποτικών συστημάτων. Τα συστήματα με πόδια έχουν έρθει στο προσκήνιο, έχοντας τη δυνατότητα να διασχίζουν πολύπλοκα περιβάλλοντα όπου τα τετριμμένα πλέον τροχοφόρα οχήματα δεν μπορούν. Η συνεχώς αυξανόμενη ανάγκη για εξερεύνηση μεγαλύτερων περιοχών ή μεταφορά βαρύτερων φορτίων μεταφράζεται σε ανάγκες ενέργειας. Εμπνευσμένα από το ανθρώπινο βάδισμα, τα δίποδα ρομπότ έχουν ερευνηθεί για την ικανότητά τους να περπατούν σε κατηφορικό κεκλιμένο επίπεδο, με την απαιτούμενη ενέργεια να παρέχεται μόνο από τη δύναμη της βαρύτητας. Αυτό το χαρακτηριστικό είναι γνωστό ως παθητικό δυναμικό βάδισμα.

Έχει υπάρξει μια σειρά δημοσιεύσεων σχετικά με τέτοια συστήματα, όπου η καθεμία επικεντρώθηκε σε μια διαφορετική πτυχή του θέματος. Από το απλό μοντέλο τροχού χωρίς στεφάνη μέχρι ένα ρομπότ ανθρώπινης κλίμακας με αρθρώσεις γονάτων, οι ερευνητές μπόρεσαν να αποδείξουν τις ιδιότητες του περπατήματος. Πιο επικεντρωμένες εργασίες, όπως αυτές που λαμβάνουν υπόψιν το σχήμα του πέλματος που έρχεται σε επαφή με το έδαφος, αποδεικνύουν ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα πλήθος καμπυλών.

Προηγούμενη εργασία του Εργαστηρίου Συστημάτων Ελέγχου του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δημιούργησε με επιτυχία ένα παθητικό δυναμικό ρομπότ με αρθρώσεις ισχίου. Ένα τέτοιο ρομπότ είναι σε θέση να περπατήσει με την υπόθεση ότι το πόδι που ίπταται δεν συγκρούεται με το έδαφος, κάτι που στην πράξη επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας διατεταγμένες πλατφόρμες που λειτουργούν ως περιοχές βημάτων. Ο επόμενος στόχος της ομάδας, η εισαγωγή γονάτων σε ένα τέτοιο σύστημα, έχει ήδη μοντελοποιηθεί μαθηματικά και έχουν πραγματοποιηθεί επιτυχημένες προσομοιώσεις.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται η προσπάθεια σχεδιασμού ενός ρομπότ που να ικανοποιεί τα κριτήρια παθητικού δυναμικού βαδίσματος και έχει μηρούς και κνήμες. Ο στόχος είναι να δημιουργηθεί ένα σύστημα χωρίς επενεργητές, το οποίο όταν κατηφορίζει με συγκεκριμένες αρχικές συνθήκες, θα επαναλαμβάνει έναν σταθερό κύκλο βάδισης που είναι ανθεκτικός σε μικρές διαταραχές, που δημιουργούνται από το περιβάλλον ή μικρά λάθη που εισάγει ο άνθρωπος. Περιλαμβάνεται επίσης αναλυτική παρουσίαση του εμπλεκόμενου μαθηματικού μοντέλου για εις βάθος κατανόηση.

Η δυναμική του συστήματος εξετάζεται σε δύο διαστάσεις. Για να υλοποιηθεί αυτή η απλούστευση, το ρομπότ όπως και ο προκάτοχός του αποτελείται από τρία διαφορετικά πόδια, με τα εξωτερικά δύο να συνδέονται σταθερά ώστε να λειτουργούν ως ενιαία μονάδα. Αυτή η προϋπόθεση είναι απαραίτητη για την παθητική πτυχή του συστήματος. Η λεπτομερής σχεδιαστική εργασία καταφέρνει να συγχρονίσει τα εξωτερικά μέλη, ενώ διατηρεί το ρομπότ συμπαγές, ελαφρύ και προστατεύει τα σημαντικά εξαρτήματά του σε περίπτωση πτώσης.

Συνοπτικά, ο στόχος αυτής της μελέτης είναι να σχεδιάσει και να επικυρώσει ένα παθητικό δυναμικό ρομπότ εξοπλισμένο με γόνατα, σχεδιασμένο να περπατάει σε ένα ευρύ φάσμα κλίσεων και να επιδεικνύει ανθεκτικότητα.

Dedicated to my parents, who helped me become who I am today.

## Acknowledgements

This thesis would not have been possible without the invaluable contributions of several key individuals.

Foremost, I extend my gratitude to Prof. Evangelos G. Papadopoulos for his mentorship and the opportunity to delve into biped robots. His expert guidance and insightful advice have been instrumental in shaping the direction and success of this study. His patience and support throughout this journey have been particularly noteworthy.

I am also grateful to PhD student Aikaterini Smyrli, whose critical involvement has been a cornerstone of this project. Her pioneering research laid the groundwork for this thesis, and her insightful feedback significantly enhanced the quality and depth of this work.

Furthermore, I must acknowledge the unwavering support of my parents, Meletis and Anastasia. Their constant encouragement and readiness to assist, both in practical and emotional capacities, have been a source of strength and motivation throughout the course of this effort.

## Contents

A	bstra	act	5
G	reek	Abstract	6
A	ckno	owledgements	9
C	onte	nts	10
Li	st of	Figures	13
Li	st o	f Tables	16
Li	st of	Acronyms	
 1			40
I	mu		
	1.1	Introduction	
	1.2	Literature Overview	
	1.3	Thesis Objective	
	1.4	Thesis Structure	
2	Fur	ndamental Concepts & Principles	22
	2.1	Introduction	
	2.2	Theoretical Foundations of Dynamics and Stability	
		2.2.1 Mass-Spring-Damper Model	
		2.2.2 Simple Pendulum	
		2.2.3 Inverted Pendulum	
		2.2.4 Lagrangian Mechanics	24
		2.2.5 Lagrange Multipliers	25
		2.2.6 Poincaré Map	25
		2.2.7 Phase Portrait	
		2.2.8 Limit Cycle	
	2.3	Bipedal Locomotion	
		2.3.1 Human Gait	
		2.3.2 Pendulum Movement	
		2.3.3 Passive Dynamic Walking	
		2.3.4 Gait Stability	
3	Bip	ed Dynamics	33
	3.1	Introduction	
	3.2	Mechanical Model	33
		3.2.1 Pendulum Linkage	
		3.2.2 Circular Feet	
		3.2.3 Incline	35

		3.2.4 Mass & Moment of Inertia	35
	3.3	Phases	36
		3.3.1 Single Stance Phase	36
		3.3.2 Double Stance Phase	37
	3.4	System Visualization	37
		3.4.1 MATLAB	37
		3.4.2 Solvers	37
	3.5	Parameter Range	38
		3.5.1 Hip	40
		3.5.2 Thigh	40
		3.5.3 Shank	42
		3.5.4 Knee	45
	3.6	Iterative Procedure	46
4	Des	sign	17
	4.1	Introduction	47
	4.2	Design Considerations	48
	4.3	Foot	48
	4.4	Shank	49
	4.5	Knee	51
	4.6	Thigh	51
	4.7	Нір	53
	4.8	Commercial Off The Shelf Parts	54
	4.9	Biped Assembly	54
		4.9.1 Notes on Efficiency	56
	4.10	)Structural Analysis	56
		4.10.1 Finite Element Analysis	56
		4.10.2 Tensile Analysis	57
	4.11	I Ramps	65
5	Sin	nulatione	<b>37</b>
	5.1	Introduction	67
	5.2	MSC Adams	67
	5.3	Model	67
	5.4	Declined Ramp	69
	5.5	Configuration	69
	5.6	Results	69
		5.6.1 First Ramp	70
		5.6.2 Second Ramp	78
		5.6.3 Third Ramp	81
6	Со	nclusion & Further Research	39

	6.1 Conclusion	
	6.2 Future Research Directions	89
7	′Bibliography	91
A	Appendix A: Mass Matrix Elements	93
A	Appendix B: Bill of Materials	97
G	Greek Extended Summary	107
	- 1 Εισαγωγή	
	1.1 Βιβλιονραφική Ανασκόπηση	
	1.2 Σκοπός Εργασίας	
	1.3 Δομή Εργασίας	107
	2 Θεμελιώδεις Έννοιες & Αρχές	108
	2.1 Θεωρητικά Θεμέλια Δυναμικής & Ευστάθειας	108
	2.2 Δίποδη Κίνηση	112
	3 Δυναμική Δίποδου	115
	3.1 Μηχανικό Μοντέλο	115
	3.2 Φάσεις	117
	3.3 Απεικόνιση Κίνησης	118
	3.4 Εύρος Παραμέτρων	119
	3.5 Επαναληπτική Διαδικασία	122
	4 Σχεδιασμός	123
	4.1 Υπόψιν Σχεδιασμού	123
	4.2 Μέλη	123
	4.3 Κατασκευαστική Αξιολόγηση	128
	4.4 Ράμπες	135
	5 Προσομοίωση	137
	5.1 Μοντέλο	137
	5.2 Αποτελέσματα	138
	6 Συμπεράσματα & Μελλοντική Εργασία	
	6.1 Συμπεράσματα	145
	6.2 Μελλοντική Εργασία	145

## **List of Figures**

Figure 1-1. McGeer's "Dynamite" robot and Cornell's copy	. 18
Figure 1-2. "Dexter MK III" from Manitoba and "BlueBiped" from Nagoya	. 19
Figure 1-3. "Mike" from TU Delft and Stopforth et al. robot	. 20
Figure 2-1. Simple pendulum in gravitational field.	. 22
Figure 2-2. Inverted pendulum [3]	. 24
Figure 2-3. Poincaré map of a dynamical system [2]	. 26
Figure 2-4. Phase portrait of a simple pendulum. The separatrices pass through the unstable points B [21]	. 27
Figure 2-5. Stable limit cycle for the Van der Pol oscillator, for scalar parameter of nonlinearity equal to 1	. 28
Figure 2-6. Walking phases [19]	. 29
Figure 2-7. Step and stride lengths [1]	. 29
Figure 2-8. Human walking, modeled by pendulums [12]	. 30
Figure 2-9. Passive dynamic walker with knees [9]	. 31
Figure 2-10. Poincare map to analyze stability [14]	. 32
Figure 3-1. Variables of the system and acceleration of gravity [17]	. 33
Figure 3-2. System parameters [17]	. 36
Figure 3-3. Hip moment of inertia range	. 40
Figure 3-4. Thigh mass range	. 40
Figure 3-5. Thigh moment of inertia range	. 41
Figure 3-6. Thigh length range	. 41
Figure 3-7. Thigh's center of mass vertical offset range	. 42
Figure 3-8. Shank mass range	. 42
Figure 3-9. Shank moment of inertia range	. 43
Figure 3-10. Shank length range	. 43
Figure 3-11. Shank's center of mass vertical offset range	. 44
Figure 3-12. Shank's center of mass horizontal offset range	. 44
Figure 3-13. Knee's spring coefficient (proportional term) range	. 45
Figure 3-14. Knee's damper coefficient (derivative term) range	. 45
Figure 3-15. Iterative procedure to locate fixed points.	. 46
Figure 4-1. 3D model of the passive dynamic walker	. 47
Figure 4-2. Circular foot design	. 49
Figure 4-3. Outer & inner foot designs	. 49
Figure 4-4. Isometric and side view of shanks	. 50
Figure 4-5. Isometric and side view of the knee.	. 51
Figure 4-6. Isometric (single and whole) and side view of the outer thigh	. 52
Figure 4-7. Isometric and side view of the inner thigh	. 53

Figure 4-8. Hip assembly	54
Figure 4-9. Isometric, back & side view of the biped	55
Figure 4-10. Biped photorealistic representation.	55
Figure 4-11. Biped's center of mass relative to the straight line connecting the hip and the center of the foot's circle (perpendicular to the foot's curve)	56
Figure 4-12. Stress analysis of outer thigh's upper parts.	58
Figure 4-13. Stress analysis of the outer thigh's shafts	58
Figure 4-14. Stress analysis of the outer thigh's lower parts	59
Figure 4-15. Stress analysis of the outer shanks' upper parts	59
Figure 4-16. Stress analysis of the outer shanks' shafts	60
Figure 4-17. Stress analysis of the outer shanks' feet	60
Figure 4-18. Stress analysis of the inner shank's feet	61
Figure 4-19. Stress analysis of the inner shank's upper part	61
Figure 4-20. Stress analysis of the inner thigh's upper part	62
Figure 4-21. Stress analysis of the inner thigh's lower part	62
Figure 4-22. Stress analysis of the outer leg's knee shafts	63
Figure 4-23. Stress analysis of the inner leg's knee shaft	63
Figure 4-24. Stress analysis of the hip shaft when the inner leg is flying	64
Figure 4-25. Stress analysis of the hip shaft when the outer leg is flying	64
Figure 4-26. Concave ramp	66
Figure 4-27. Plateau 5m long	66
Figure 4-28. Convex ramp	66
Figure 4-29. Concave ramp with steeper transitions	66
Figure 5-1. Importing design files.	68
Figure 5-2. Robot model in the simulation environment	68
Figure 5-3. Defining dynamic and contact solver settings	69
Figure 5-4. Outer thigh angle	70
Figure 5-5. Outer thigh angle: Stable gait	71
Figure 5-6. Emerging frequencies before falling	71
Figure 5-7. Outer thigh angular velocity: Stable gait	72
Figure 5-8. Outer thigh angular velocity	72
Figure 5-9. Thigh angular velocity before falling	73
Figure 5-10. Outer shank angle	73
Figure 5-11. Outer shank angle: Stable gait	74
Figure 5-12. Shank angle before falling	74
Figure 5-13. Outer shank angular velocity	75
Figure 5-14. Outer shank angular velocity: Stable gait	75
Figure 5-15. Hip velocity in the X direction	76
Figure 5-16. Shank velocity before falling	76
Figure 5-17. Stable gait with leg mismatch	77

Figure 5-18. Hip velocity in the Y direction.	77
Figure 5-19. Leg mismatch in the Y direction.	78
Figure 5-20. Outer thigh angle on gentler incline	78
Figure 5-21. Outer thigh angular velocity on gentler incline	79
Figure 5-22. Outer shank angle on gentler incline	79
Figure 5-23. Outer shank angular velocity on gentler incline	80
Figure 5-24. Hip velocity in the X direction.	80
Figure 5-25. Hip velocity in the Y direction.	81
Figure 5-26. Outer thigh angle on steeper incline	81
Figure 5-27. Outer thigh angle: Stable gait transitions	82
Figure 5-28. Outer thigh angular velocity on steeper inclines	82
Figure 5-29. Outer thigh angular velocity: Stable gait transitions	83
Figure 5-30. Outer shank angle on steeper incline	83
Figure 5-31. Outer shank angle: Stable gait transitions	84
Figure 5-32. Outer shank angular velocity on steeper inclines	84
Figure 5-33. Outer shank angular velocity: Stable gait transitions	85
Figure 5-34. Hip velocity in the X direction on steeper incline	85
Figure 5-35. Hip velocity in the Y direction on steeper incline	86
Figure 5-36. Limit cycle of the outer thigh at -2° incline	86
Figure 5-37. Limit cycles of the outer thigh at different inclines	87
Figure 5-38. Limit cycle of the outer shank at -2° incline	87
Figure 5-39. Limit cycles of the outer shank at different inclines	88

## List of Tables

Table 3-1. Initial conditions	. 39
Table 3-2. System parameters & ranges.	. 39
Table 4-1. Stress analysis of robot's parts	. 65

## List of Acronyms

CAD	Computer-Aided Design
CAM	Computer-Aided Manufacturing
CF	Carbon Fiber
CNC	Computer Numerical Control
COM	Center of Mass
D	Diameter
DAE	Differential Algebraic Equation
DOF	Degrees of Freedom
DSP	Double Stance Phase
FDM	Fused Deposition Modelling
FEA	Finite Element Analysis
GT	Gates Tooth
HS	Heel Strike
ID	Inner Diameter
IMU	Inertia Measurement Unit
KS	Knee Strike
L	Length
MATLAB	Matrix Laboratory
MCU	Microcontroller Unit
MSC Adams	MacNeal-Schwendler Corporation: Automatic Dynamic Analysis of
	Mechanical Systems
OD	Outer Diameter
ODE	Ordinary Differential Equation
PD	Proportional-Derivative
PDW	Passive Dynamic Walker
PETG	Polyethylene Terephthalate Glycol
SSP	Single Stance Phase
ТО	Toe Off
TPU	Thermoplastic Polyurethane

## 1 Introduction

### 1.1 Introduction

A passive dynamic walker (PDW) is a type of robot or mechanism that relies on the principles of natural dynamics, primarily gravity, to facilitate walking, rather than relying on active control or powered actuators. The term passive underscores that these walkers harness these dynamics to achieve locomotion. Essentially, they can walk down a slope by converting gravitational potential energy into kinetic energy without any active input or control.

A passive dynamic walker with knees has joints that emulate a person walking. This addition can improve the robot's gait, making it more human-like and sometimes allowing it to handle more varied terrains. The inclusion of knees in the design introduces another degree of freedom, making the dynamics more complex but also adding to the walker's capabilities.

### **1.2 Literature Overview**

A pioneering researcher in the detailed study of such machines was Ted McGeer [10][11]. McGeer's foundational work provided comprehensive insights into the influence of individual components within these robots. Initially, he examined robots with monolithic legs, and subsequently incorporated knee joints, culminating in the development of the notable "Dynamite" robot, shown in Figure 1-1. This construct comprises parts interconnected via revolute joints, complemented with circular feet.



Figure 1-1. McGeer's "Dynamite" robot and Cornell's copy.

Scholars from Cornell University [4][5][6] successfully replicated McGeer's work, constructing a robot closely resembling his original design. Their studies delved into the efficiency of such systems, elucidating the potential for chaotic behavior inherent in these mechanisms.

Subsequent to the initial studies, a team from the University of Manitoba [13] conducted experiments with passive dynamic walking systems. Their efforts resulted in the development of the "Dexter MK III" passive dynamic walker, presented in Figure 1-2. This design retained elements from previous iterations but introduced an innovative feature: the outer shanks were interconnected using an additional component, ensuring synchronized movement and cohesive functioning.

Passive dynamic walkers attracted the interest of researchers from the other side of the Pacific Ocean, specifically in Japan. At the University of Nagoya [7][8], engineers designed and extensively tested walkers equipped with knees. Their most prominent model, "BlueBiped", stands out for its remarkable endurance, having successfully traversed 15 kilometers uninterrupted and without human intervention, a feat achieved over a span of 13 hours. In alignment with prior designs, it incorporated a mechanism to synchronize its outer shanks, achieved through a simple transmission using the robot's hip shaft.

Beyond passive walking, two research teams made efforts into integrating motors into their designs, thereby developing actuated robots. Through the introduction of external energy sources, these enhanced systems can walk on flat terrains without any incline.

Researchers from TU Delft University [22] developed the "Mike" robot, drawing inspiration from prior passive dynamic walker designs, but incorporating motors for enhanced functionality. Subsequently, a team from the University of KwaZulu-Natal [18] produced a robot with analogous design features. Both robots are depicted in Figure 1-3.



Figure 1-2. "Dexter MK III" from Manitoba and "BlueBiped" from Nagoya.



Figure 1-3. "Mike" from TU Delft and Stopforth et al. robot.

### 1.3 Thesis Objective

The aim of this thesis is to develop a comprehensive design of a passive dynamic walker equipped with knees, demonstrating resilience to variations in decline and initial conditions. This endeavor seeks to validate the foundational mathematical model underpinning the study [17], simultaneously augmenting understanding and expertise in these systems.

Passive dynamic walkers serve as a foundational precursor to the advancement of energy-efficient bipedal robots. By harnessing the innate walking capacity of these passive systems, forthcoming actuated robots can be optimized to minimize energy expenditure across varied terrains, including declines, flat surfaces, and inclines. Bipedal robots represent a significant evolution in robotics, offering the potential to operate seamlessly within human-centric environments, rather than in specialized settings, thereby enhancing their utility and service potential to humans.

The objective of this study is to meticulously design a robot capable of passive dynamic locomotion. The robot should conform to the established mathematical model and be composed of modular, easily interchangeable components. It should also seamlessly integrate requisite electrical and electronic subsystems. The final design undergoes rigorous simulation testing to garner comprehensive insights into its performance and behavior.

### 1.4 Thesis Structure

This thesis is structured into five comprehensive chapters, detailing the systematic approach to the design of the walker.

In Chapter 2 an overview of the mathematical foundations used for this type of robot is included and characteristic principles of walking are introduced.

Chapter 3 presents the dynamical model of the robot, explaining its key elements. This model is used to determine the parameters of the system to achieve the desired goals.

In Chapter 4 the design of the walker is illustrated. Based on the parameters, parts already available and the manufacturing technique of 3D printing, a detailed design is created. Finite element analysis is used to verify the structural integrity of parts.

Chapter 5 offers a validation of the work through rigorous simulation. Using advanced software, the conceptualized design from the preceding chapter is evaluated under a variety of configurations, and the resultant data are systematically presented.

In conclusion, Chapter 6 summarizes the effort, offers a reflective critique of the undertaken work and addresses future endeavors.

## 2 Fundamental Concepts & Principles

### 2.1 Introduction

In this chapter, the mathematical foundations behind a passive dynamic walker with knees are discussed. Basic concepts from mechanics and dynamical systems are outlined, setting the stage for deeper insights. The chapter also delves into the principles of bipedal locomotion, highlighting the similarities between human walking patterns and the movement of this type of walker.

### 2.2 Theoretical Foundations of Dynamics and Stability

#### 2.2.1 Mass-Spring-Damper Model

This system comprises a mass M linked to a fixed wall via a spring of constant k and a damper with damping coefficient B. Given the absence of frictional forces within this system, its dynamic behavior can be characterized by a second-order differential equation, encapsulating the interplay of mass, spring stiffness, and damping in the system's response.

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + kx = f(t)$$
(2-1)

#### 2.2.2 Simple Pendulum

A pendulum is a fundamental mechanical structure that manifests harmonic oscillatory motion under the influence of gravitational force. It typically comprises a mass affixed to one extremity of a rigid linkage, with the opposite extremity anchored at a fixed pivot point.

Upon deviating it from its state of equilibrium (the vertical position), it experiences a gravitational restoring force which accelerates it back towards this equilibrium state. This results in a periodic arc-like motion, swinging back and forth around the pivot point. Each complete to-and-fro swing denotes a full oscillation cycle.

The simplified model of this system, illustrated in Figure 2-1, assumes an idealized scenario with a frictionless pivot point and a linkage of negligible mass. The oscillation period (the duration for one full oscillation) relies exclusively on the length of the pendulum and the gravitational acceleration. Notably, this period is independent of both the mass and the magnitude of initial displacement, provided the displacement is small.



Figure 2-1. Simple pendulum in gravitational field.

For the simple one degree of freedom pendulum, the dynamics are expressed by a second order differential equation:

$$ML^{2}\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} + MgLsin\theta = \tau(t)$$
(2-2)

Where *M* is the mass, *L* is the length of the linkage,  $\theta$  is the angle, *g* is the gravitational acceleration and  $\tau(t)$  is the torque input.

This governing equation demonstrates an inherently nonlinear characteristic. However, under the context of minor displacements - specifically, small angular deviations from the equilibrium - a commonly employed approximation permits the linearization of the system. This mathematical simplification provides a more analytically tractable model, enabling an efficient examination of the system's behavior under specific, albeit limited, conditions:

$$ML^{2}\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} + MgL\theta = \tau(t)$$
(2-3)

Since the assumption holds as follows:

$$\forall \theta \in [-4^\circ, 4^\circ] \to |\theta - \sin\theta| < 10^{-3} \tag{2-4}$$

Rearranging the differential equation yields:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = \frac{\tau(t)}{ML^2} \equiv \tau_{new}(t)$$
(2-5)

This represents a second-order differential equation, characterized by its damping ratio and natural frequency as follows:

$$\zeta = 0 \tag{2-6}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{2-7}$$

It can be discerned that the natural frequency remains invariant with respect to mass. However, it exhibits a dependency on the length of the linkage, given constant gravitational acceleration.

#### 2.2.3 Inverted Pendulum

An inverted pendulum system is a classic representation of an inherently unstable, nonlinear dynamical system. The core structure consists of a rod, pivoted at one end, with the overarching challenge being to apply specific torques at the pivot in order to maintain the rod in an upright, balanced position. Figure 2-2 presents such a system.

In its equilibrium state, where the rod stands vertically upright, the inverted pendulum system is inherently unstable. In other words, any minor perturbation will cause the rod to fall, diverging from the equilibrium. The task, then, is to implement a control strategy that continuously corrects for deviations from the vertical, maintaining the unstable equilibrium. This setup has been widely used as a benchmark in testing control algorithms because of the non-intuitive and non-linear nature of the problem.

On the other hand, the simple pendulum system, that hangs vertically downwards, has a stable equilibrium. After any disturbance, the pendulum will eventually return, exhibiting a periodic motion.

In terms of their physical behavior, a regular pendulum demonstrates stable and predictable oscillatory motion, whereas an inverted pendulum requires continuous control effort to maintain an upright position due to its inherent instability. Although both systems are governed by the laws of physics, including gravity and motion, their responses to disturbances are different due to the contrasting positions of their center of mass relative to the pivot point.

These characteristics make the inverted pendulum a valuable model for understanding a range of real-world systems where maintaining an unstable equilibrium is crucial, such as human balance control.



Figure 2-2. Inverted pendulum [3].

#### 2.2.4 Lagrangian Mechanics

Lagrangian mechanics is a reformulation of classical mechanics that leverages the principles of calculus of variations. This branch of mechanics offers a powerful tool for analyzing and predicting the behavior of dynamical systems.

Unlike Newtonian mechanics which typically involves forces, velocities, and accelerations in three dimensions (in Cartesian coordinates), Lagrangian mechanics describes systems in terms of energy. The key concept is the Lagrangian function, defined as the difference between the system's kinetic energy and potential energy, expressed as:

$$L = T - V \tag{2-8}$$

Where *L* is the Lagrangian function, *T* is the kinetic energy and *V* is the potential energy.

The evolution of a system is then governed by the Lagrange equations of motion, derived from the principle of least action. This principle states that the path taken by the system between two points in its configuration space is the one that minimizes the action, defined as the integral of the Lagrangian over time.

For holonomic systems, the principle of least action asserts that the actual path taken by the system is such that the action (integral of the Lagrangian over time) is stationary. This leads to the Euler-Lagrange equation, which is fundamental in deriving the equations of motion:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial P_c}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}_i}, i = 1..N$$
(2-9)

Where:  $q_i$  are the generalized coordinates,  $\dot{q}_i$  are the generalized speeds,  $P_c$  is the power loss,  $P_t$  is the input power and N are the degrees of freedom.

Lagrangian mechanics provides a convenient framework for formulating the equations of motion for complex systems, such as those with constraints or in non-Cartesian coordinate systems. This makes it particularly suited for many problems in engineering, where it is necessary to understand and predict the motion of mechanical systems.

#### 2.2.5 Lagrange Multipliers

In many dynamical systems, holonomic constraints are frequently encountered. Such constraints can be mathematically expressed as functions:

$$s_j(q_1, q_2, \dots, q_N, t) = 0, j = 1 \dots M$$
 (2-10)

Where M is the number of constraints.

The basic idea behind the Lagrange multiplier technique is to transform a constrained problem into an unconstrained one, which is typically easier to solve. This is done by introducing to the original function (2-9) additional variables, the Lagrange multipliers. This method involves defining a new Lagrangian, extending the previous one:

$$L_{new} = L + \sum_{j=1}^{M} \lambda_j s_j \tag{2-11}$$

Where  $\lambda_i$ , j = 1..M are the new variables.

And the Euler-Lagrange equation becomes:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{i}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_{i}} - \sum_{j=1}^{M} \lambda_{j} \frac{\partial s_{j}}{\partial q_{i}} + \frac{\partial P_{c}}{\partial \dot{q}_{i}} = \frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{q}_{i}}$$
(2-12)

In the system of differential equations, there are now N+M unknowns, comprising N state variables and M Lagrange multipliers. For the system to be determinate, it necessitates M additional equations, which are provided by the holonomic constraints.

In the above formulation, each of the *j* terms of the summation denote the generalized force, acting in the direction of the  $i^{th}$  generalized coordinate, ensuring adherence to the  $j^{th}$  constraint. The specified force is defined as:

$$\lambda_j \frac{\partial s_j}{\partial q_i} \stackrel{\text{\tiny def}}{=} F_{j,i} \tag{2-13}$$

The objective of the Lagrange multiplier is to attain a magnitude at each instant that ensures the constraint is met. This approach underscores the non-compliant characteristics inherent to this mathematical tool.

#### 2.2.6 Poincaré Map

A *Poincaré map*, also known as a *first return map or Poincaré recurrence map*, is a tool used in the study of dynamical systems. Named after the French mathematician Henri Poincaré, this technique is used to simplify the study of the behavior of orbits in a dynamical system.

Dynamical systems often involve many variables and can be difficult to analyze directly. The *Poincaré map* provides a way to reduce the complexity of the system by studying it in a lower-dimensional discrete map, instead of using the original continuous flow.

For a periodic dynamical system, the system's state at a specific instant dictates its state after one period. This can be represented as:

$$x_{n+1} = P(x_n)$$
 (2-14)

Where  $x_n$  is the starting state,  $x_{n+1}$  is the state after a period, *P* is the system's dynamics.

A *Poincaré map* is created by selecting a certain 'cross-section', of the phase space - a subspace of one dimension less than the original space - and observe the points where the trajectory of the system intersects this cross-section, as depicted in Figure 2-3. Only the points where the trajectory crosses in a specific direction are considered. This process results in a sequence of points, each representing a complete 'cycle' of the system. By studying these points and their behavior, insight into the overall behavior of the dynamical system can be gained, including important features like stability, periodicity, and chaotic behavior.

For a dynamically stable system, wherein the system's state remains invariant over one complete period, the equation can be expressed as:

$$x_n^* = x_{n+1}^* = P(x_n^*) \Rightarrow x_n^* - P(x_n^*) = 0$$
(2-15)

States  $x^*$  that fulfill the aforementioned equation are termed stable fixed points. When these states are provided as initial conditions to the system, it results in a periodic trajectory.



Figure 2-3. Poincaré map of a dynamical system [2].

#### 2.2.7 Phase Portrait

A phase portrait is a graphical tool that's used in dynamical systems to visualize and study their behavior. It provides a representation of the trajectories that a system will follow in its state (phase) space, which is a mathematical space defined in such a way that all information about the system at a given point in time is represented by a single point in the space.

For a simple, two-dimensional dynamical system, a phase portrait is a plot of the possible paths in the state space that the system can take, given different initial conditions. Each path, or trajectory, in the plot represents the evolution of the system over time, starting from a specific initial state. By looking at a phase portrait, one can infer many qualitative properties of the system, such as whether an equilibrium is stable or unstable, the existence of limit cycles, and the overall dynamics of the system.

In essence, phase portraits offer a way to visualize the long-term behavior of a dynamical system in a compact and insightful manner. Figure 2-4 illustrates the phase portrait of the simple pendulum.



Figure 2-4. Phase portrait of a simple pendulum. The separatrices pass through the unstable points B [21].

#### 2.2.8 Limit Cycle

In the study of dynamical systems, particularly pertaining to mechanical systems, a limit cycle holds a position of critical importance. A limit cycle is defined as an isolated closed trajectory in the phase space of a dynamical system. More technically, a limit cycle is a periodic orbit in the state space of a time-continuous dynamical system for which there does not exist any other periodic orbit that is a perturbation of it.

The identification of a limit cycle can provide valuable insight into the inherent periodic behavior of the mechanical system under consideration. In such a system, the state variables might include factors such as angular position, angular velocity, linear position, or linear velocity. When these state variables evolve over time and eventually return to their original state, thus forming a closed loop in the phase space, we have what is known as a limit cycle.

The stability of a limit cycle is an important attribute, with stable limit cycles indicating that any minor perturbations to the state of the system will eventually converge back onto the cycle, as shown in Figure 2-5. This provides a measure of the system's robustness and resilience to disturbances.

Uncovering the presence of a limit cycle in a mechanical system can serve as a powerful tool for system analysis and controller design, providing a clear view of the system's inherent stability properties and its periodic behavior. Limit cycles are thus fundamental to the study of nonlinear dynamical systems, offering a lens through which the behavior of complex mechanical systems can be understood and predicted.



Figure 2-5. Stable limit cycle for the Van der Pol oscillator, for scalar parameter of nonlinearity equal to 1.

#### 2.3 Bipedal Locomotion

#### 2.3.1 Human Gait

In engineering terms, a gait can be described as a systematic, cyclical method of forward propulsion involving coordinated limb movements. Specifically, human gait is bipedal, consisting of alternating, fluid movements primarily involving the legs, along with auxiliary movements from the rest of the body.

There are numerous classifications of human gaits, characterized by diverse patterns, velocities, force interactions, and ground contacts. The five fundamental forms, commonly referred to as natural gaits, are walking, jogging, skipping, running, and sprinting, listed in ascending order of speed. For the purposes of this work, primary focus will be on the human walking gait.

The repetitive pattern of motion is referred to as a gait cycle or stride. Two main phases typify each leg's motion in this cycle: the stance phase, during which the foot is in contact with the ground, and the swing phase, during which it is not. The characteristic feature of a walking gait is that at least one foot maintains ground contact at all times. In an average walking pattern, the gait cycle can be roughly divided into a 60% stance phase and a 40% swing phase, presented in Figure 2-6. When both feet are in contact with the ground, the robot is said to be in double stance, while on one foot, in single.

Before delving into the critical events relevant to the study, a fundamental understanding of the terminology associated with gait analysis must first be established.



Figure 2-6. Walking phases [19].

Step length is described as the linear distance between the points of heel contact of two successive steps, involving alternate feet, as shown in Figure 2-7. On the other hand, *stride length* refers to the distance covered between the points of heel contact in two successive steps of the same foot.

The cycle begins with 'initial contact', denoting the instance where the heel of a foot first interacts with the ground. Following this is the 'loading response', which refers to the process of transferring load to the limb that has newly entered the stance phase. Subsequently, the 'toe off' or 'foot off' phase ensues, marking the point where the foot ceases to maintain ground contact and enters the swing phase. Finally, the 'mid-swing' occurs, representing the period when the leg is in airborne motion before the entire cycle recommences.

During the swing phase, the knee joint operates in a distinct, cyclic manner. It begins from a fully extended or 'locked' position, then transitions to an 'unlocked' state, allowing for free motion of the lower leg. As the swing phase concludes and the leg prepares for the subsequent heel strike, the knee joint re-engages, returning to the 'locked' position. This mechanism of alternating between locked and unlocked states serves to optimize both the energy efficiency and stability during the walking process.

These distinct events help in quantifying and analyzing the dynamics of human gait.



Figure 2-7. Step and stride lengths [1].

#### 2.3.2 Pendulum Movement

Human walking, when abstracted to its fundamental mechanical essence, can be conceptualized as a series of interconnected pendulums. This analogy provides insights into the passive dynamic principles underlying human locomotion.

Humans possess a bipedal configuration, with each leg acting akin to an inverted pendulum during the stance phase of walking. As one foot makes contact with the ground and bears weight, the body vaults over it, and the center of mass rises and then falls, similar to the arc described by a swinging pendulum.



Figure 2-8. Human walking, modeled by pendulums [12].

During the swing phase, the leg behaves more like a double pendulum. The thigh swings forward from the hip, while the shank swings forward from the knee. This double pendulum action allows for stride length variation and energy conservation.

As with interconnected pendulums, there's a transfer of potential and kinetic energy during walking. When the foot is planted and the body rises, potential energy increases. As the body falls forward and downward, this potential energy is converted into kinetic energy, propelling the body forward. This periodic exchange of energies mimics the energy conservation seen in pendulums, making walking more efficient.

Just as a pendulum seeks its equilibrium position, humans innately seek a stable gait. Even though walking inherently involves a controlled fall, human pendulum-like legs, combined with neural feedback mechanisms, ensure balance and recover from small disturbances are maintained.

#### 2.3.3 Passive Dynamic Walking

Passive dynamic walking, from an engineering perspective, is a locomotion paradigm that leverages the inherent dynamics of a system rather than relying on active control mechanisms to facilitate movement.

A passive dynamic walker is primarily driven by gravity, inertia, and its own mechanical configuration, in stark contrast to active walking machines that employ motors or other energy-intensive actuation techniques for each stride. The innate energy efficiency of passive dynamic walkers is achieved by harnessing the system's natural dynamics to perpetuate a continuous, rhythmic gait.

Typical passive dynamic walkers are designed with a pair of legs and often a torso, with some designs incorporating feet. The legs are purposefully engineered with specific lengths and mass distributions to enhance gait stability.

To initiate movement, the walker is placed on a slope, thereby allowing gravity to propel the walker forward and instigate a walking motion.



Figure 2-9. Passive dynamic walker with knees [9].

The concept of passive dynamic walking holds considerable interest for fields such as biomechanics, robotics, and prosthetics design due to its potential for more naturalistic and energy-conserving locomotion. Additionally, it provides a valuable tool for studying the principles underlying human and animal locomotion, offering insights into the efficiency and ease of biological movement.

#### 2.3.4 Gait Stability

Gait stability refers to the ability of a walker (whether it's a robot or a human) to maintain a steady, repetitive walking pattern, especially in the face of small disturbances or variations in the walking surface. In the context of a passive dynamic walker, the gait stability depends on the design of the walker and the slope of the surface it's walking on.

Passive dynamic walkers are designed so that their natural dynamics (i.e., the way they move due to gravity and their own inertia) lead to a steady walking gait. This is often achieved through careful tuning of parameters like the lengths and masses of the walker's limbs. The stability of this gait then depends on how much the walker's motion can deviate from this steady gait due to disturbances or variations in the surface, and still return to the steady gait.

One of the interesting features of passive dynamic walkers is that they can have a surprisingly stable gait, despite having no active control systems. In fact, their stability can be similar to that of human walking, and they can recover from small disturbances without falling over. However, because they lack active control systems, their ability to handle larger disturbances or more complex terrains is limited.

A Poincare map offers a visual representation of the gait stability of a passive dynamic walker by plotting the state of the system at discrete, recurrent phases of its motion, often at the moment of foot-strike. When the walker's gait is periodic and stable, the points on the



Figure 2-10. Poincare map to analyze stability [14].

Poincare map converge to a single point, representing a fixed cycle. Deviations from this point can indicate perturbations or instabilities in the gait. Thus, by observing the distribution and trajectory of these points, the stability properties of the walker's gait can be inferred.

## **3 Biped Dynamics**

### 3.1 Introduction

In this chapter, the principles outlined in Chapter 2 underpin the development of the mathematical model governing the passive dynamic walker under investigation [17]. Key variables and parameters associated with the robot are elucidated, leading to the formulation of a system of equations. Through the utilization of specialized software, this model offers predictive insights into the robot's behavior in response to individual parameter adjustments. This process aims to validate the robot's walking capability, especially in scenarios reflecting realistic mechanical constraints.

### 3.2 Mechanical Model

Human locomotion, with its intricate biomechanics, has been a subject of intense research and has led to the proposition of numerous mechanical analogs to approximate this complex motion. Building on the foundational research conducted within NTUA's CSL [25], the model presented in this study builds upon prior designs by incorporating salient features consistent with human anatomy, notably the introduction of articulated knee joints [20][24]. By integrating these knee joints, further understanding and accuracy of replicating human walking dynamics is aimed. Figure 3-1 provides a detailed representation of the model, along with notation.





The dynamical behavior of the system can be described by the following vector:

$$q = [x_H, y_H, \theta_U, \theta_K, \psi_U, \psi_K]^T$$
(3-1)

Where  $x_H$  is the X coordinate of the hip,  $y_H$  is the Y coordinate of the hip,  $\theta_U$  is the right thigh's angle,  $\theta_K$  is the right shank's angle,  $\psi_U$  is the left thigh's angle and  $\psi_K$  is the left shank's angle.

It's imperative to highlight that the variables are defined with respect to the ground reference frame  $\{x, y\}$ , barring the knee angles, which are articulated based on the angular relationship between the respective thigh and shank.

Utilizing the Lagrangian formalism, the dynamics of the system can be described by:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + K(q) + G(q) = 0$$
(3-2)

Where M is the inertia matrix, C is the Coriolis, centrifugal and damping matrix, K is the elasticity vector and G is the gravitational vector.

#### 3.2.1 Pendulum Linkage

The mechanical system under consideration can be conceptualized as a serial linkage of four bars, effectively representing a system of four interconnected pendulums. Here, the stance leg is constituted by two rigid bars, interconnected at the knee joint and operating in unison. This effective unification under the stance condition imparts the characteristics of a single inverted pendulum to this leg assembly.

In contrast, the remaining two bars represent the swing leg of the system, interconnected at the knee joint to form a double pendulum. This arrangement affords a range of motion and dynamics typical of a double pendulum system during the swing phase. The rotational dynamics of the knee joint serve as a critical component in defining the overall behavior of this complex pendulum system. Such a structured representation aids in distilling the intricacies of the passive dynamic walking process into a comprehensible and analyzable mechanical system.

Additionally, the inclusion of an unconstrained knee joint affords the system an enhanced level of mobility, thereby enabling a more realistic walking simulation on a planar surface. With this feature, the foot is allowed a trajectory above the ground during the swing phase, thereby obviating the need to travel through the ground plane - an unrealistic assumption that was necessitated in the earlier designs of passive dynamic walkers devoid of knee articulation. Thus, this more complex structure eliminates the simplifying assumption that the swing leg does not encounter ground contact, facilitating a more authentic representation of the human walking mechanism.

#### 3.2.2 Circular Feet

In the present model, akin to the previous iteration of the walker, the use of circular feet is retained [20][24][25]. This geometric design is favored over point feet, primarily due to its ability to facilitate a more fluid locomotion of the system, especially influencing the dynamics of the hip mass. Furthermore, the circular foot design effectively obviates the need for explicit ankle joint articulation, as it adequately encapsulates the human motion dynamics.

The point of contact between the foot and the ground adheres to a 'no slip rolling motion' principle. This implies that at any given instance, there is a single point of contact between the foot and the ground, with no relative slipping motion between them. In the formulation of the governing equations of motion for the system, this constraint is efficiently incorporated using the method of Lagrange multipliers. This approach reinforces the adherence to the 'no slip' condition while providing an efficient mechanism to account for the constraint forces during the modeling and analysis phases.

This condition for the circular feet can be expressed mathematically as follows:

$$x = r\theta \tag{3-3}$$

Where x is the translation of the center of the circle, r is the radius of the feet and  $\theta$  is the angle. This expression is essentially the formula of the length of an arc of a circle.

#### 3.2.3 Incline

The operational efficacy of the model is subjected to an array of assessments across varied incline gradients. The primary objective of this methodical testing approach is to facilitate the development of a robust robotic mechanism capable of efficiently traversing these varied terrains. This ensures the existence of feasible solutions under different environmental conditions and attests to the system's robustness and practical adaptability.

Furthermore, it is essential to acknowledge that the system's energy source is the gravitational field. In essence, it is the transformation of gravitational potential energy into kinetic energy that fuels the locomotion of the passive dynamic walker. This fundamental energy transformation principle underscores the system's operation and reinforces its energy-efficient, passive dynamic nature.

The potential energy can be expressed as:

$$V_a = Mgh = Mgxsin(a) \tag{3-4}$$

Where x is the parallel to the ground distance covered and a is the incline.

#### 3.2.4 Mass & Moment of Inertia

The mass distribution and rotational inertia of the links play a pivotal role in passive walking dynamics. In such systems, where power sources or active control mechanisms are absent, the walker relies entirely on gravitational potential energy and its inherent dynamics to propel forward. The mass distribution in each link can influence how this gravitational energy is transformed into kinetic energy. Specifically, the location of the center of mass within each link determines the gravitational torque exerted on the joint, influencing the swing dynamics and step length. When the masses of the links are not optimally distributed, it can lead to inefficient energy transfer, potentially causing the walker to stall or fall.

Rotational inertia, which quantifies an object's resistance to angular acceleration, is another critical factor for passive walking. High rotational inertia can dampen the response of the link to external perturbations, providing stability, but at the cost of agility. Conversely, a link with too low rotational inertia might swing too quickly, resulting in an unstable gait. Given that passive walkers are heavily reliant on the conservation of angular momentum to maintain motion, the rotational inertia of each link can be the difference between a steady, continuous stride and a destabilized gait. Therefore, a nuanced understanding and careful study of these parameters are imperative for the successful design of passive dynamic walkers.

Figure 3-2 illustrates the parameters of the passive dynamic walker with knees.



Figure 3-2. System parameters [17].

#### 3.3 Phases

As delineated earlier, the system's variables are represented by the vector:

$$q = [x_H, y_H, \theta_U, \theta_K, \psi_U, \psi_K]^T$$
(3-5)

and their derivatives can be simply calculated by:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} \tag{3-6}$$

Beyond these, the computation of the system necessitates the inclusion of Lagrangian multipliers:

 $\lambda_n$ 

Consequently, the state of the system can be expressed as:

$$x = [q, \dot{q}, \lambda_n]^T \tag{3-7}$$

The variable n indicates the number of Lagrangian multipliers, which varies based on the walking phase.

The extended dynamics of the system now become:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + K(q) + G(q) + \Pi(q)\lambda = 0$$
(3-8)

Where  $\Pi$  includes the constraint terms.

Such dynamical systems are characterized as Differential Algebraic Equations (DAEs). This system is then transformed into the generalized form, in order to be solved:

$$M\dot{x} = \vec{F} \tag{3-9}$$

#### 3.3.1 Single Stance Phase

During the single stance phase of each leg, wherein one foot maintains ground contact and the other undergoes an aerial swing, the system dynamics can be described by the subsequent formulation. Apart from the inherent 6 degrees of freedom intrinsic to the
mechanism, two additional constraints - the no-slip and rolling conditions - are incorporated via Lagrange multipliers.

$$\begin{bmatrix} I_{6x6} & O_{6x6} & O_{6x2} \\ O_{6x6} & M_{6x6} & \Pi_{6x2} \\ \Pi_{2x6}^T & O_{2x6} & O_{2x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ \ddot{q}_{6x1} \\ \dot{\lambda}_{2x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ B_{6x1} \\ O_{2x1} \end{bmatrix}$$
(3-10)

#### 3.3.2 Double Stance Phase

During the double stance phase, which mirrors the single stance phase in principle, two analogous constraints are introduced to account for the second foot in ground contact. Consequently, the system's representation extends as outlined below:

$$\begin{bmatrix} I_{6x6} & O_{6x6} & O_{6x4} \\ O_{6x6} & M_{6x6} & \Pi_{6x4} \\ \Pi_{4x6}^T & O_{4x6} & O_{4x4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ \ddot{q}_{6x1} \\ \dot{\lambda}_{4x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ B_{6x1} \\ O_{4x1} \end{bmatrix}$$
(3-11)

In this expanded system representation, an additional pair of Lagrange multipliers has been incorporated to account for the introduced constraints, totaling in four Lagrangian multipliers.

### 3.4 System Visualization

#### 3.4.1 MATLAB

MATLAB is a high-performance computing environment developed by MathWorks. It provides a flexible platform for computing, visualization, and programming in a language that is easy to understand and use.

Its inbuilt capabilities can facilitate the formulation, solution, and analysis of complex dynamical systems. MATLAB's language and data structures are tailored to make it straightforward to describe systems mathematically. Non-linear systems are typically modeled by a set of non-linear differential equations, which can be represented using vectors and matrices.

After defining the system, the next step is to solve it. One of MATLAB's primary strengths is its ability to handle matrix and vector operations, which makes it particularly effective for numerically solving nonlinear systems of equations. A range of methods for solving both linear and nonlinear systems of equations is offered. While MATLAB does have numerous toolboxes with pre-built solutions, users can also write their own code to create custom numerical methods, should they prefer to. These can be as simple as a Newton-Raphson iterative method for a single equation, or as complex as a Runge-Kutta method for a system of differential equations.

Once a solution has been obtained, powerful data analysis and visualization tools can be used to understand and interpret the results. This can involve creating plots, performing analyses, manipulating and comparing different solutions.

#### 3.4.2 Solvers

The ode23t solver from MATLAB's suite of ODE solvers was chosen to solve the dynamics of the passive dynamic walker, due to its ability to manage systems characterized by moderate stiffness.

The ode23t integrates ordinary differential equations utilizing the trapezoidal rule method. This approach utilizes both implicit and explicit integration techniques, optimizing it for systems that display moderate stiffness, which is often encountered in the dynamics of mechanical systems like the walker. Unlike solvers that rely purely on implicit methods and hence mandate the resolution of nonlinear algebraic equations at every integration step, ode23t employs mechanisms to sometimes exploit explicit formulations, thereby sidestepping this computational demand.

This solver's adaptive step size selection, based on real-time error evaluations, ensures computational efficiency across a diverse array of problems. Hence, within the context of the passive dynamic walker's dynamics, ode23t offers a balance: it provides the robustness required for stiff scenarios intrinsic to such systems, yet evades the heavy computational burden typical of more complex implicit solvers.

The solver can handle problems in the form of:

$$M(t, y)y' = f(t, y)$$
 (3-12)

Where M denotes the mass matrix and f the relationship between time, state and derivative.

The ode23t solver integrates while factoring in the influence of the mass matrix. Whether the matrix is state-dependent, singular, or has other complexities, ode23t can adeptly navigate these challenges, providing accurate solutions tailored to the physical or mechanical context of the problem.

For any computation, it's imperative to match the solver to the problem's distinct characteristics, taking into account system stiffness, desired precision, and computational overhead.

#### 3.5 Parameter Range

Extensive research within CSL has led to the development of a tool [17], tailored for probing the design parameters of passive dynamic walkers. Deploying an initial set of proven walking values, this algorithm conducts iterative searches across a range for each parameter, evaluating them against varying inclines. Successful bipedal configurations that result in walking are highlighted in green, whereas unsuccessful configurations are marked in red. A blue diamond indicates the initial value of the parameter. Such visual representations are instrumental in pinpointing regions wherein designers retain flexibility to modify a parameter, especially when deviations arise from implementing commercial off-the-shelf components. This offers an instrumental advantage in the integration of market-available parts into the walker design.

Table 3-1 presents the initial conditions for analyzing the system's parameters, detailing the angles and angular velocities for each thigh and shank. Table 3-2 encompasses the system's initial parameters, delineating the ranges of investigation and the incremental step utilized for each iteration in the analysis. This structured presentation of data facilitates a comprehensive understanding of this process.

#### Table 3-1. Initial conditions

Part	Variable	Symbol	Units	Initial Condition
Right Thigh	Angle	$\theta_U$	rad	0.1240
	Angular Velocity	$\dot{ heta}_U$	rad / s	-0.8775
Right Knee	Angle	$\theta_K$	rad	0.0198
	Angular Velocity	$\dot{ heta}_K$	rad / s	-0.0037
Left Thigh	Angle	$\psi_U$	rad	-0.3141
	Angular Velocity	$\dot{\psi}_{\scriptscriptstyle U}$	rad / s	1.9556
Left Knee	Angle	$\psi_{\scriptscriptstyle K}$	rad	0.0057
	Angular Velocity	$\dot{\psi}_{\scriptscriptstyle K}$	rad / s	-5.0567

#### Table 3-2. System parameters & ranges.

Part	Parameter	Symbol	Units	Nominal Value	Range	Step
Hip	Mass	М	kg	2.839	-	-
	Moment of Inertia	Ι	$kg \cdot m^2$	0.0	[0,1]	0.05
Thigh	Mass	M <sub>u</sub>	kg	0.42	[0.32, 0.52]	0.005
	Moment of Inertia	I <sub>u</sub>	$kg \cdot m^2$	0.0028	[0.0015, 0.0078]	0.00025
	Length	L <sub>u</sub>	т	0.2760	[0.226, 0.326]	0.0025
	COM Vertical Offset	$l_u$	т	0.12	[0.1, 0.14]	0.001
Knee	Spring Coefficient	k	N / m	880	[490, 1270]	19.5
	Damping Coefficient	d	$N \cdot s / m$	26	[16, 36]	0.5
Shank	Mass	$M_b$	kg	0.26	[0.1804, 0.3404]	0.004
	Moment of Inertia	I <sub>b</sub>	$kg \cdot m^2$	0.0032	[0.0012, 0.0052]	0.0001
	Length	L <sub>b</sub>	т	0.3240	[0.274, 0.374]	0.0025
	COM Vertical Offset	$l_b$	т	0.1411	[0.1211, 0.1611]	0.001

	COM Horizontal Offset	l <sub>bx</sub>	т	0.0227	[0.0167, 0.287]	0.0003
Foot	Radius	R	т	0.12	-	-
	Half Central Angle	e <sub>r</sub>	rad	0.3662	-	-

#### 3.5.1 Hip

The rotational inertia of the hip exerts minimal influence on the dynamics of walking. Across a broad spectrum of values, the walker retains stability for a wide range of inclines, evident in Figure 3-3.



Figure 3-3. Hip moment of inertia range.

#### 3.5.2 Thigh

The mass of the thigh offers a degree of flexibility in its specification. Within an approximate range of  $\pm 100 \ grams$ , the bipedal model remains operationally viable, maintaining its walking capability, as shown in Figure 3-4.



Figure 3-4. Thigh mass range.

The rotational inertia of the thigh demonstrates a notable tolerance within its specified range, allowing for variations without compromising stability, as depicted in Figure 3-5.



Figure 3-5. Thigh moment of inertia range.

The thigh's length exhibits a significant degree of adaptability; however, specific intervals within this range can render the system unstable. Figure 3-6 demonstrates this behavior.



Figure 3-6. Thigh length range.

The center of mass for the thigh is positioned along the line connecting the hip and knee joints. An investigation into its offset in this specific dimension reveals a variety of stable configurations, though some regions of instability are also observed, indicated in Figure 3-7.



Figure 3-7. Thigh's center of mass vertical offset range.

#### 3.5.3 Shank

The shank mass exhibits a significant degree of adaptability in its value range. Analytical observations of Figure 3-8 indicate that a reduction in shank mass can enhance the system's stability across a broader spectrum of inclines.



Figure 3-8. Shank mass range.

Similar to the thigh, the shank's rotational inertia possesses a considerable range, exhibiting low impact on the system's stability, as illustrated in Figure 3-9.



Figure 3-9. Shank moment of inertia range.

Considering the design can maintain proximity to the initial shank length within an order of mere millimeters, the allowable variation in this parameter is adequately broad for system adjustments, displayed in Figure 3-10.



Figure 3-10. Shank length range.

Similarly, the vertical displacement of the center of mass, in relation to the knee joint, exhibits consistent behavior, as shown in Figure 3-11.



Figure 3-11. Shank's center of mass vertical offset range.

The horizontal displacement is examined with increased granularity, as it permits more precise modifications, as exhibited in Figure 3-12.



Figure 3-12. Shank's center of mass horizontal offset range.

#### 3.5.4 Knee

The knee strike represents an interaction between the rigid thigh and a segment of the shank, which exhibits flexibility. This flexible segment is mathematically represented as a spring-damper system, with the coefficients undergoing detailed analysis. This system can be viewed as a mechanical PD controller scheme.

Over an extensive range for the coefficient K, the system exhibits dynamic stability. Notably, a broader spectrum of stable inclines emerges around a value of 900Nm/rad, as outlined in Figure 3-13.



Figure 3-13. Knee's spring coefficient (proportional term) range.

The system exhibits stable walking dynamics across an extensive range of values for the coefficient D, as depicted in Figure 3-14.



Figure 3-14. Knee's damper coefficient (derivative term) range.

# 3.6 Iterative Procedure

With the aforementioned tool available, the biped development process can be characterized as a systematic iterative procedure. Commencing from an established set of parameters, wherein the robot's walking ability is validated, the designer generates the parameter investigation maps. Leveraging these maps, an initial design is formulated. The inevitably varied parameters, resulting from the inability to precisely replicate the initial, are then integrated into the system's dynamic model and subsequently reassessed for stability. Through this methodical approach, the design is incrementally refined to ensure adherence to the fundamental walking dynamics. Consequently, this methodology is employed to decrease the mass of the hip, while maintaining all other parameters constant, ultimately achieving a reduced total mass of 3.7 kg.



Figure 3-15. Iterative procedure to locate fixed points.

# 4 Design

## 4.1 Introduction

Thus far, the analysis has been confined to a Cartesian plane, specifically within the sagittal plane. To validate the veracity of the mathematical model, the next step necessitates the development of a robot in three dimensions.

The fundamental concept aligns with the previous works, incorporating a four-legged configuration. This configuration includes an inner and an outer set of legs. A direct linkage connects the thighs and shanks of the inner pair, whereas the thighs of the outer pair are interconnected via an extended rod. The shanks of the outer pair are synchronized through a straightforward pulley system integrated within the mechanical structure of the walker. This arrangement maintains a 1:1 ratio, ensuring the preservation of symmetry and balance in the design. The resulting structure, as shown in Figure 4-1, bears a resemblance to a human utilizing a pair of crutches for ambulation.



Figure 4-1. 3D model of the passive dynamic walker

# 4.2 Design Considerations

The design and development of the passive dynamic walker constituted an engineering endeavor, with a multitude of factors influencing the final outcome. This process involved more than ensuring compliance with the fundamental principles of passive dynamics, as it was tempered by practicality, feasibility, and a vision for future enhancements.

The first phase of the design process revolved around a pragmatic component procurement strategy. The objective was to utilize commercially available parts wherever feasible, thus streamlining the fabrication process. By leveraging existing market resources, the reduction of reliance on custom-built components was aimed, thereby increasing the accessibility and reproducibility of the design for future iterations.

In cases where off-the-shelf components were not an option, the capabilities of additive manufacturing, known as 3D printing, were leveraged. This modern fabrication methodology offers significant benefits, including cost-efficiency and ease of operation, compared to traditional techniques such as CNC machining. Nonetheless, the utilization of 3D printing also demanded careful attention to design constraints to ensure the mechanical strength of the printed parts.

To facilitate monitoring, electronic sensors were incorporated into the walker's design. These devices serve as an essential data acquisition system, measuring the walker's state and providing valuable feedback for future optimization initiatives.

A salient feature of the design was its modular architecture. The walker was conceived to allow for straightforward assembly and disassembly, a fact that not only simplifies construction and maintenance tasks but also enhances the walker's adaptability. This modular design approach supports seamless system upgrades and alterations, enabling iterative refinement of the walker while prolonging its operational lifespan.

## 4.3 Foot

It is noteworthy that the design includes an important feature where each foot is removable and replaceable. This provides an opportunity to explore various foot shapes, thereby extending the study of passive walking dynamics under different physical configurations.

Within the scope of this thesis, the foot design is conceived as a circular segment, as depicted in Figure 4-2. Its radius is set to be one-third of the total height of the robot, a proportion derived from human anatomical studies. This dimension ensures that the simulated walker mirrors the proportional characteristics observed in human locomotion, grounding the model in biological realism and enhancing the potential for valid extrapolation to human gait analysis.

The foot component is designed for fabrication via 3D printing, leveraging the economic advantages and geometric flexibility that this method offers. Accommodations have been made for the inclusion of an Inertia Measurement Unit (IMU), providing a dedicated base with additional space beneath. This added space anticipates the potential insertion of a damping material to mitigate high-frequency oscillations and other unintended dynamics.

Contrary to its predecessor that employed a spring system, this robot incorporates an elastomeric sole, highlighted in orange, designed to attenuate the impulsive forces associated with heel-ground contact. The integration of the sole and foot is facilitated through a specialized design.



Figure 4-2. Circular foot design.

The foot design incorporates a configuration to facilitate the attachment of a steel shaft hub using four precision screws. Subsequently, the steel shaft is securely integrated into this hub.

For the inner leg pair, the foot architecture closely mirrors the primary design, albeit with a notable distinction: the inner two feet are interconnected via a rigid shaft, hence the presence of a hole in the foot design, as illustrated in Figure 4-3.



Figure 4-3. Outer & inner foot designs.

## 4.4 Shank

The shank and the foot are designed together. They are treated as a single entity within the scope of the analysis. The model demonstrates that inertia and moments of inertia have a paramount role in determining the dynamics of walking.

From a lateral perspective of the shank, the steel shaft exhibits an angled orientation when the shank is positioned vertically to the ground. This design consideration was influenced by the objective of aligning the shank's center of mass closely with the parameters delineated in Chapter 3. Additionally, this configuration streamlines the handling

of the moment of inertia, given its relation to the center of mass. For example, to modify the shank's moment of inertia without altering its mass, one can position two identical collars symmetrically about the center of mass situated on the shaft axis. By progressively displacing the collars along the shaft, equidistant from the center of mass, the moment of inertia is augmented while maintaining a constant mass.

In Figure 4-4, the lateral representations of both the inner and outer shanks delineate the ultimate deviations of the center of mass from the foundational design parameters, encompassing both the X and Y axes. Employing the previously described iterative process, these revised parameters were authenticated and a stable equilibrium point was identified, thereby affirming the principle of passive dynamic walking.

For the external leg shank, the smaller shaft, the knee joint's axis, also features a securely affixed aluminum pulley. This component is intended to function cohesively with a sequence of timing belts and pulleys. The objective is to synchronize the motion of both shanks of the external leg pair, guaranteeing movement as a unified entity.

Considering the combined design of the shank and foot, a decision was made to position the IMU at a maximal distance from the knee joint to improve measurement accuracy. Consequently, it was seamlessly integrated into the foot design as previously illustrated. This configuration enables the computation of the shank angles, to provide the system's state variables at any given instance.

For the inner leg pair, the shanks are essentially a duplication of the single shank from the outer leg pair.



Figure 4-4. Isometric and side view of shanks.

# 4.5 Knee

As delineated earlier, the walker's knees are represented using a spring-damper system, characterized by a spring coefficient K and a damping coefficient D. The nomenclature for these coefficients was selected based on their resemblance to a proportional-derivative control framework.

It's noteworthy to highlight that a hyperextension of precisely 1° is incorporated into the design, as shown in Figure 4-5. This enables the shank to effectively latch onto the thigh, as opposed to aligning the two components in a completely parallel configuration. This strategic design choice aids in creating a more stable and effective system, emulating the movement patterns observed in biological locomotion.

The knee's design was strategically integrated into the shank instead of the thigh. This configuration offers enhanced protection against potential damages from falls due to instability.



Figure 4-5. Isometric and side view of the knee.

# 4.6 Thigh

Analogous to the shank's design, the thigh's architecture prominently features steel shafts as principal elements. Typically, for each leg pair's thigh design, a pair of parallel shafts are employed, affixed to 3D-printed components that define the thigh's form, as depicted in Figure 4-6. The primary mass of the thigh is allocated on the shafts, and its positioning can be modulated along the shafts' axis. This is reminiscent of the earlier method used to adjust the shank's moment of inertia.

For the outer leg pair, the thigh's polymer components are engineered with holes to accommodate the timing belt, ensuring its protection within the assembly. The belt's tension can be modulated through the pulley assembly, which constitutes the predominant mass of the thigh.

To guarantee synchronized operation of the outer leg thighs as a cohesive unit, the upper polymer components are designed to accommodate a carbon fiber rod. This rod runs parallel to the primary steel shaft, details of which are elucidated in the subsequent section. The selection of carbon fiber as the material was strategic, prioritizing minimal mass while maintaining high rigidity, thereby minimizing its influence on the moment of inertia of the external thigh.



Figure 4-6. Isometric (single and whole) and side view of the outer thigh.

A polymer component was engineered to facilitate the attachment of the IMU. Analogous to the pulley assembly, this component interlinks with the dual shafts, secured in place using steel shaft collars. Two such polymer components are employed: one for the IMU and another for its plastic counterpart, ensuring symmetrical alignment along the sagittal plane.

While the inner leg thigh assembly bears resemblance to that of the outer leg, its design is more streamlined. As mentioned earlier, parallel shafts are utilized, anchored securely to polymer components at both termini. To equate the mass of the outer thigh, the inner thigh incorporates four shafts, effectively mirroring the combined count of shafts from both thighs of the outer leg pair, illustrated in Figure 4-7.

Analogous to the tension assembly mechanism for the outer leg's thigh timing belt, the inner leg's thigh features engineered polymer components. These are specifically intended to accommodate the robot's micro-controller unit (MCU), battery, and other pivotal electronic components.

Moreover, the positioning of these components along the shaft's axis is adjustable, facilitating the precise alignment of the thigh's overall center of mass to the designated distance from the hip joint.

Across all thigh configurations, the IMUs are strategically positioned at a maximal distance from the hip joint. This placement is rooted in the rationale outlined earlier, specifically, the pursuit of enhanced measurement accuracy.



Figure 4-7. Isometric and side view of the inner thigh.

# 4.7 Hip

The hip assembly comprises a shaft with two symmetrical circular weights, shown in Figure 4-8. Its primary function is to act as the hip joint where the robot's thighs connect, while bearing the load attributed to the robot's upper body. These weights mimic an upper body mass, calculated to ensure its center of mass aligns with the shaft's axis. Beyond these primary design objectives, the shaft fulfills an additional role: synchronizing the shanks of the outer leg pair. To realize this, the shaft is equipped with toothed pulleys, facilitating the integration with the previously mentioned belt system. Consequently, the shaft's rotation is identical to the shanks' movement around the knee joints, given that all pulleys maintain a 1:1 ratio.



Figure 4-8. Hip assembly.

## 4.8 Commercial Off The Shelf Parts

A primary design objective for the bipedal robot was to maximize the utilization of commercially available components. This strategy was motivated by multiple factors, including cost-efficiency, reduced fabrication time, and the flexibility to re-purpose or retrofit components as required.

For an intricate design that hinges on the principle of passive walking, precision in understanding the system's inertial properties is paramount. Consequently, detailed weight measurements of each component were conducted using a high-precision scale accurate to the hundredths of a gram. These precise weight measurements were subsequently integrated into the design software. Within this computational environment, when combined with data from custom-created polymer components, the centers of mass were accurately determined and the associated moments of inertia computed. This approach ensures the biped's design aligns closely with the theoretical models, ensuring its passive walking capabilities.

## 4.9 Biped Assembly

Upon assembly, the robot clearly showcases the passive dynamic walker design, setting it up for the next simulation steps. The two sets of legs are easily distinguishable, helping observers quickly grasp the pulley system's role for the outer shanks. This design stands out because it avoids adding extra parts to the outer shanks, which change their inertial characteristics.

Figure 4-9 presents isometric, posterior, and lateral views. The system's symmetry is evident, with the center of mass clearly visible. Joints have been designed to have a generous rotational span in radians, ensuring that the passive dynamic walker can adaptively execute both small and large strides when traversing declines of varying steepness.

Figure 4-10 depicts the walker with heightened realism, representing each component in proximity to their actual material appearance.



Figure 4-9. Isometric, back & side view of the biped.



Figure 4-10. Biped photorealistic representation.

#### 4.9.1 Notes on Efficiency

Prior studies have demonstrated that for a walker to achieve optimal efficiency, its center of mass should align with the direct line connecting the hip joint to the center of the circular foot design when the knees are secured in position. This concept becomes more lucid when one perceives both the thigh and shank of the immobilized knee as an integrated entity, akin to earlier walkers devoid of knees.

Figure 4-11 clearly indicates that the center of mass is proximate to, but not precisely aligned with, the specified line. Subsequent design iterations should prioritize this element to further optimize the system's energy efficiency.



Figure 4-11. Biped's center of mass relative to the straight line connecting the hip and the center of the foot's circle (perpendicular to the foot's curve).

## **4.10 Structural Analysis**

#### 4.10.1 Finite Element Analysis

Finite Element Analysis (FEA) is a computerized method for predicting how a system behaves under real-world forces, vibration and other physical effects. It's a critical part of the engineering design process, as it allows potential problems to be fixed while still in the design stage, before physical prototypes are built and tested.

In FEA, the structure or system to be analyzed is divided up into a large number of small, simple shapes - the "finite elements". These might be tiny cubes, tetrahedra, or other simple shapes that fit together to fill up the space occupied by the structure. The material properties, like density, tensile modulus, tensile strength and the governing physics laws are then applied to these elements.

The behavior of each element is described using a set of equations. These equations are assembled into a large system of equations that describes the behavior of the entire structure. This system of equations is then solved, typically using numerical methods on a computer, to predict the behavior of the structure under the given conditions.

FEA can predict and analyze a wide range of characteristics, including stress, vibration characteristics and more. This makes it a very versatile and powerful tool in engineering. Industries ranging from aerospace and automotive to biomedical and electronics employ FEA to design safer, more efficient, and more reliable systems.

#### 4.10.2 Tensile Analysis

Based on empirical studies [23], it has been observed that the maximum force exerted on the system occurs during an uncontrolled fall. During such an event, the impact force can be approximated to reach up to three times the weight of the passive dynamic walker. Given that the mass of is 3.7 kg, one can anticipate peak forces as high as approximately 110 N.

With this assumption in mind, a static analysis is conducted to individually test all components of the system. In this procedure, one end of each part is held fixed, while the estimated maximum force is applied on the opposite end. This allows us to evaluate the structural integrity and durability of each component under the most severe anticipated loading condition.

The analysis encompasses all critical components of the walker, including the thighs, shanks, and the shafts.

The superior section of the thigh in the external leg pair is designed to be 3D printed, utilizing the PETG polymer. Numerous variants of this material are commercially available, commonly presenting a tensile strength approximating  $55 N/mm^2$ . Within the context of this analysis, the design software was calibrated using PET, characterized by a tensile strength of  $57.3 N/mm^2$ . It's pertinent to mention that certain PETG compositions, fortified with carbon fiber, demonstrate enhanced tensile strengths without significant variations in density. This ensures that the mass and moment of inertia remain largely unaltered.

Utilizing the Von Mises yield criterion, the peak stress observed for this component is determined to be  $0.834 N/mm^2$ , as shown in Figure 4-12. This value is substantially below the material's inherent tensile strength, indicating that the component is well-equipped to withstand the operational forces exerted upon it without failure.

The outer thigh design incorporates a vertical shaft with a length of 200 mm, made of stainless steel. Characterized by its notable yield strength of 530  $N/mm^2$ , this material is well-suited to bear the static loads imposed upon it, as is evident from the results of the finite element analysis presented in Figure 4-13.

The lower segment of the outer leg pair's thigh is designed for 3D printing too. Upon analysis, it exhibits a maximum stress of  $0.975 N/mm^2$ , presented in Figure 4-14, which is substantially beneath the material's tensile strength, thus ensuring the component's capability to withstand the imposed load.



Figure 4-12. Stress analysis of outer thigh's upper parts.



Figure 4-13. Stress analysis of the outer thigh's shafts.

Regarding the plastic upper segment of the outer shanks, depicted in Figure 4-15, which encompasses the knee joint, analytical results indicate a peak stress of 1.670  $N/mm^2$  when the component is loaded at the interfaces associated with the diminutive shaft. Consequently, this component is sufficiently robust to manage the forces exerted upon it.

Similar to the thighs, the shanks incorporate a stainless-steel shaft with a length of 300 mm. Analytical results for this component reveal a peak stress of 3.409  $N/mm^2$ , a value significantly below the material's threshold, as illustrated in Figure 4-16.



Figure 4-14. Stress analysis of the outer thigh's lower parts.



#### Figure 4-15. Stress analysis of the outer shanks' upper parts.

In the validation of the foot design, exhibited in Figure 4-17, static forces were applied at the furthest contact point from the stainless-steel shaft, representing the foot's ground contact. Computational analysis yielded a stress value of 11.742  $N/mm^2$ , which is considerably below, by almost a factor of five, the material's threshold. Thus, the selected polymer is deemed appropriate for this application.



Figure 4-16. Stress analysis of the outer shanks' shafts.



Figure 4-17. Stress analysis of the outer shanks' feet.

Analogous to the outer foot design, the inner foot exhibits a peak stress of 11.221  $N/mm^2$ , as displayed in Figure 4-18. Thus, this component is also deemed structurally viable for the intended application.

Subjecting the upper plastic segment of the inner shank to load analysis, it displays a peak stress of  $1.494 N/mm^2$ , as demonstrated in Figure 4-19. This value falls within the acceptable range, beneath the material's threshold, affirming the component's structural integrity for the intended use.



Figure 4-18. Stress analysis of the inner shank's feet.



Figure 4-19. Stress analysis of the inner shank's upper part.

Upon analytical evaluation of the upper and lower polymer components of the inner thigh, shown in Figures 4-20 and 4-21, the observed peak stresses were 0.885  $N/mm^2$  and 0.933  $N/mm^2$ , respectively. Given these values, both components maintain structural adequacy for their intended application.



Figure 4-20. Stress analysis of the inner thigh's upper part.



Figure 4-21. Stress analysis of the inner thigh's lower part.

In the concluding segment of the analysis, it's imperative to assess the integrity of the joint shafts to achieve a comprehensive understanding of the system's robustness. Specifically, the shafts under examination include those of the outer leg knee joints, the inner leg knee joint, and the hip joint. Subsequent illustrations depict the outcomes from the static loads imposed on the contact regions of the bearing's inner ring and the counteractive forces exerted by the polymer components.

For the knee joint shafts of the outer leg, the analysis revealed a peak stress of 24.177  $N/mm^2$ , as shown in Figure 4-22. Given that these shafts are constructed from stainless steel, renowned for its strength, this stress level is well within acceptable limits.



#### Figure 4-22. Stress analysis of the outer leg's knee shafts.

Regarding the knee joint shaft of the inner leg, presented in Figure 4-23, the computational analysis yielded a peak stress value of  $10.515 N/mm^2$ , comfortably below the material's threshold.



#### Figure 4-23. Stress analysis of the inner leg's knee shaft.

For the main shaft of the walker, specifically the hip joint, two distinct loading scenarios were analyzed. The initial scenario simulates conditions wherein the inner leg is in a suspended state, indicating no ground contact. Under this scenario, the computational stress was determined to be 99.81  $N/mm^2$ , as displayed in Figure 4-24. While this value is notably higher than previously calculated figures, it remains safely below the yield strength of stainless steel.



#### Figure 4-24. Stress analysis of the hip shaft when the inner leg is flying.

In the secondary scenario, where the outer leg lacks ground contact and the inner leg bears the load, the computed stress peaked at 178.073  $N/mm^2$ , as indicated in Figure 4-25. Although this value is considerably elevated, it remains comfortably beneath the threshold strength of the stainless steel.

Figure 4-1 displays all computed stress values, providing a clear representation for each specific part and component. This graphical illustration facilitates an efficient comparison and analysis of the stresses across the elements of the system.

In conclusion, comprehensive testing of each component was performed under the most strenuous conditions anticipated. The results indicate that all components exhibit satisfactory performance and are robustly suited for the intended application of the walker.



Figure 4-25. Stress analysis of the hip shaft when the outer leg is flying.

Part	Component	Stress (Von Mises) N/mm <sup>2</sup>
Outer Thigh	Upper	0.834
	Shaft	1.692
	Lower	0.975
Outer Shank	Upper	1.670
	Shaft	3.409
	Foot	11.742
Inner Shank	Foot	11.221
	Upper	1.494
Inner Thigh	Upper	0.885
	Lower	0.933
Outer Leg Knee	Shaft	24.177
Inner Leg Knee	Shaft	10.515
Нір	Shaft (Inner Leg Flying)	99.81
	Shaft (Outer Leg Flying)	178.073

#### Table 4-1. Stress analysis of robot's parts

### 4.11 Ramps

The primary objective in evaluating the passive dynamic walker is to establish fixed points across an extensive range of inclines, thereby enhancing its robustness and practicality. Additionally, it is crucial to analyze the gait transition effects of the walker as incline gradients vary. To facilitate this, three distinct ramp designs were conceptualized, each possessing unique attributes.

The first ramp design, shown in Figures 4-26 and 4-27, initiates at an incline of -1° and progressively transitions to -5°. The gradient variation is set at increments of -0.1°, with each plateau segment extending 5m in length. Integral markers delineate these incline shifts, aiding researchers during real-time simulations. Conceptually, this ramp mirrors the characteristics of a concave curve.

The secondary ramp design, displayed in Figure 4-28, commences with an incline of -1° and transitions to 0° gradient, following the same incremental pattern as the first ramp. Conceptually, this design reflects the characteristics of a convex curve.

Both the initial and secondary ramp designs were structured with fine increments of 0.1° to yield granular insights into the walker's capability across varying incline gradients.



#### Figure 4-28. Convex ramp.

To further probe the robot's transient responses during incline variations, the third ramp has been conceptualized to span from -1° to -5°, incorporating more substantial increments of -0.5°, as illustrated in Figure 4-29. Concurrently, the segment length has been extended to 10m for a comprehensive analysis.



Figure 4-29. Concave ramp with steeper transitions.

10.00

# **5** Simulation

# 5.1 Introduction

The current design is grounded in the mathematical modeling delineated in Chapter 3. Leveraging specified parameter ranges, a robot was developed in alignment with passive dynamic principles, integrating both off-the-shelf and 3D-printed components optimized for manufacturability. To validate this system, the subsequent phase involves its integration into an advanced simulation environment. This accounts for initial conditions, such as initial angular positions and velocities, while also considering gravitational effects and ground interactions. Undertaking this simulation ensures a detailed analysis of the system's behavior, facilitating any necessary modifications prior to physical production. This preemptive approach seeks to optimize design efficacy while minimizing potential cost implications, such as the need for altering components.

In this chapter, the selected simulation software is introduced and the requisite configurations employed to execute the desired computations are delineated. The robot model is incorporated alongside the ramp structures, and the results of these simulations are systematically presented.

# 5.2 MSC Adams

MSC Adams is a highly regarded and widely used software tool for simulating the dynamics of complex mechanical systems. Developed by MSC Software, Adams allows engineers to study the motion of systems involving multiple parts and forces, like cars, aircraft, or industrial machinery.

One of the key strengths of Adams is its ability to accurately represent the physics of mechanical systems, including the effects of forces, torques, friction, and other factors. This allows engineers to predict and understand how a system will behave under different conditions, without having to build and test physical prototypes.

Adams is particularly valuable for conducting "multibody dynamics" simulations. In such simulations, the mechanical system is divided into a set of interconnected rigid or flexible bodies, and the movement of each body is calculated based on its interactions with the other bodies and the external environment.

With Adams, engineers can model a variety of real-world phenomena such as vibrations, collisions, and other complex dynamic events. The software is widely used in the automotive, aerospace, defense, and manufacturing industries, among others. It is useful for improving product designs, validating performance, solving problems, and reducing the time and cost of development.

# 5.3 Model

The simulation software, MSC Adams, seamlessly integrates with SolidWorks by supporting the direct import of its generated files. Consequently, the detailed assembly of the biped, together with the associated inclined ramp, is imported. This ensures that simulations can be efficiently initiated once the system's inertial parameters and initial conditions are defined.

This integrated workflow enhances precision and ensures consistency between design and simulation stages. Figure 5-1 presents the direct import of files.

🥏 File Impo	ort				$\times$
File Type	Solid	Works (*	.sldprt;*.sldas	sm)	•
File To Read	1				
Scale	1.0		Location		
Ref. Markers	Local	•	Orientation	0.0, 0.0, 0	0.0
			Relative To	.pdw_10	
Clean on Imp	ort				
Planked Entit	ies 🔲 C	Consolida	te To Shells	M Displa	y Summary
Geometry Ontio	ne		OK	Apply	Cancel
Geometry Optio	ns		ОК	Apply	Cancel

Figure 5-1. Importing design files.

In the simulation environment, each component of the robot is delineated using distinct colors for clarity, as shown in Figure 5-2. Comprehensive parameters for every segment, including its mass, moment of inertia, and the location of its center of mass, are meticulously defined within the software. The articulations connecting these segments are specified, with particular attention given to potential contacts between segments, especially the interactions between the shanks and the ramp. Established methodologies from previous lab research provided a structured procedure for this configuration process.



Figure 5-2. Robot model in the simulation environment.

# 5.4 Declined Ramp

The ramps are integrated into the simulation following the same methodology employed for the robot model. However, each time a new ramp is introduced, the contact interactions between the ramp and the robot necessitate redefinition to ensure accurate computations.

The uppermost left point of the ramp serves as the reference coordinate system from which all measurements are derived. Adopting this systematic framework for variables guarantees a coherent representation of the results, facilitating an intuitive understanding of the robot's walking decline, velocities, and accelerations.

# 5.5 Configuration

The simulation models a passive bipedal mechanical system interacting with a ramped environment, primarily influenced by gravitational forces. As such, careful delineation of simulation parameters is essential, with the most significant attributes stemming from contact mechanics and the system's intrinsic dynamics. Established research from the laboratory has delineated particular parameters that yield optimal simulation fidelity, ensuring congruence between simulated and real-world behaviors. Detailed configurations based on these findings are illustrated in Figure 5-3.

🥏 Solver Settings	×		
Category	Dynamics 💌		
Model	.pdw_10		
Integrator	GSTIFF		
Formulation	SI2 🔽		
Corrector	Original		
Error	1.0E-06		
Hmax	(none)		
More	Defaults Close		

🕏 Solver Settings		$\times$
Category	Contacts	•
Model	.pdw_10	
Geometry Library	Default_Library	-
Faceting Tolerance	900.0	
More	Defaults	Close

Figure 5-3. Defining dynamic and contact solver settings.

Given the passive nature of this robot type, the absence of motors streamlines the simulation configuration compared to prior actuated bipeds without knees. Critical to this configuration are the system dynamics, with settings rigorously evaluated in prior research. As a result, these established values are integrated directly into the calculations, ready for execution. Moreover, an optimal mesh resolution is determined to strike a balance between simulation fidelity and computational efficiency.

# 5.6 Results

As delineated in Chapter 4, three distinct ramp designs were conceptualized, each aimed at evaluating the robot's performance under varying conditions. Throughout these simulations, essential state variables were documented, permitting their representation in both time series and phase portraits - invaluable tools in the analysis of dynamical systems. Specifically, the robot's characterization is facilitated by the angles and angular velocities of

both the thighs and the shanks. Furthermore, metrics concerning the hip's velocity are also elucidated.

Passive walking embodies a recurrent process wherein the robot's legs - specifically the thighs and shanks - exhibit an oscillatory motion, perpetuated by gravitational forces. Consequently, this rhythmic behavior is depicted in the time-series representations.

#### 5.6.1 First Ramp

Starting with the initial ramp, which has a gradient commencing at  $-1^{\circ}$  and intensifying to  $-5^{\circ}$  in increments of  $-0.1^{\circ}$ , both the angle and angular velocity of the thigh and shank over time are illustrated. Subsequent figures delineate each gradient alteration, marked by a distinct vertical black line. The oscillatory behaviors within are highlighted by an encompassing red boundary, enhancing visual clarity. Notably, as the gradient steepens, the amplitude of both the angle and angular velocity increases. For the angular position, the upper threshold escalates at a more subdued pace than the lower, whereas for the angular velocity, the trend is inverted. The robot's walking capability spans from  $-1^{\circ}$  to  $-4.7^{\circ}$ , with instability manifesting at  $-4.8^{\circ}$ . The transitional dynamics between each gradient shift are clearly observable, culminating in system instability during the concluding phases. Figure 5-4 presents the angle of the outer thigh over time until the robot reaches instability.



Figure 5-4. Outer thigh angle.

To scrutinize the system's transient behavior following each gradient alteration, a detailed diagram has been devised. Figure 5-5 reveals that, the robot stabilizes to its new equilibrium within three to four steps, with all subsequent strides at that particular decline exhibiting consistent amplitude.



Figure 5-5. Outer thigh angle: Stable gait.

As the incline becomes steeper, the system's stability is compromised. Prior to the robot's loss of balance, alterations in its gait are observed, as shown in Figure 5-6, manifesting as emerging frequencies in the thigh's time series data.



Figure 5-6. Emerging frequencies before falling.

Upon analyzing the angular velocity of the outer thigh, a consistent pattern emerges. The system necessitates three steps to attain its new equilibrium following an alteration in the incline. Similarly, as the point of destabilization approaches, deviations in the system's oscillations are evident, marked by the presence of extra frequencies, shown in Figures 5-7, 5-8 and 5-9.



Figure 5-7. Outer thigh angular velocity.



Figure 5-8. Outer thigh angular velocity: Stable gait.




The shank's oscillatory motion mirrors the general dynamics observed in the thigh and is illustrated in Figure 5-10. Magnified diagrams has been created to elucidate the transitional shifts accompanying the gradient variations.



Figure 5-10. Outer shank angle.

The shank's angular position mirrors the patterns observed in the thigh's angle and angular velocity. It requires three steps to achieve stability, as depicted in Figure 5-11. As the system approaches the threshold of instability, its oscillatory behavior undergoes noticeable alterations, as evident in Figure 5-12.



Figure 5-11. Outer shank angle: Stable gait.



Figure 5-12. Shank angle before falling.

Figures 5-13, 5-14 and 5-15 display the time series of the shank's angular velocity which exhibits similar patterns with the previously discussed state variables. It necessitates an equivalent number of steps to stabilize. Notably, unlike other state variables, this time series reveals intermittent spikes, not just proximate to the point of instability, but also at intervals where other seemed relatively stable.



Figure 5-13. Outer shank angular velocity.



Figure 5-14. Outer shank angular velocity: Stable gait.





The velocities of the hip in both the X and Y directions are of interest. As the ramp becomes steeper, there is a notable increase in the magnitude of velocities, indicating that the robot progresses at a more rapid pace. Figure 5-16 includes the X direction.



Figure 5-16. Hip velocity in the X direction.

Upon detailed examination of the hip's velocity along the X-axis, shown in Figure 5-17, distinct spikes become evident. These spikes suggest a discrepancy in the legs' inertial properties, despite their identical lengths. This observed phenomenon, previously identified and termed "leg mismatch", does not hinder the system's capability to walk.



Figure 5-17. Stable gait with leg mismatch.

Regarding the velocity in the Y-direction, similar observations and implications hold true, as shown in Figure 5-18 and Figure 5-19.



Figure 5-18. Hip velocity in the Y direction.



Figure 5-19. Leg mismatch in the Y direction.

#### 5.6.2 Second Ramp

Thus far, the system has undergone simulations on a gradient starting from  $-1^{\circ}$  and extending to  $-4.7^{\circ}$ . To further understand the system's adaptability, it is imperative to assess its performance on a gentler slope. Consequently, the second ramp, as previously delineated, spans from  $-1^{\circ}$  to  $0^{\circ}$ . Figure 5-20 presents the outer thigh's angle until collapse.



Figure 5-20. Outer thigh angle on gentler incline.

Consistent with earlier observations, the graphical representations for the thigh's angular position and velocity display analogous patterns, as shown in Figure 5-21. Three iterations are required for the system to stabilize within its new limit cycle.

Upon consolidating the results, it is discerned that the robot maintains stable locomotion within an incline range of -0.9° to -4.7°, with deviations outside this range leading to instability and eventual collapse.



Figure 5-21. Outer thigh angular velocity on gentler incline.

Both the angular position and angular velocity plots for the shank demonstrate analogous patterns, evident in Figures 5-22 and 5-23.



Figure 5-22. Outer shank angle on gentler incline.



Figure 5-23. Outer shank angular velocity on gentler incline.

The hip's velocities in the X and Y axes display patterns consistent with those observed on the prior ramp, with the leg discrepancy being clearly discernible, as presented in Figures 5-24 and 5-25.



Figure 5-24. Hip velocity in the X direction.



Figure 5-25. Hip velocity in the Y direction.

#### 5.6.3 Third Ramp

To investigate the system's transient dynamics, the third ramp was designed featuring steeper inclines. This ramp initiates at an incline of  $-2^{\circ}$  and progresses in increments of  $-0.5^{\circ}$ , culminating at  $-5^{\circ}$ .

In this simulation, in addition to the increments, the system's initial conditions also deviate from the baseline set at -2°. Figure 5-20 illustrates the outer thigh's angle.



Figure 5-26. Outer thigh angle on steeper incline.

Consistent with prior findings, even when subjected to more pronounced incline adjustments, the robot achieves a stable gait within 3 to 4 steps, shown in Figure 5-27.



Figure 5-27. Outer thigh angle: Stable gait transitions.

The angular position and angular velocity of the thigh align closely with the patterns observed during the initial ramp test. Figures 5-28 and 5-29 illustrate the angular velocity.



Figure 5-28. Outer thigh angular velocity on steeper inclines.



Figure 5-29. Outer thigh angular velocity: Stable gait transitions.

The angular position and velocity profiles of the shank consistently stabilize, necessitating approximately three steps to achieve a new dynamic steady state, as depicted in Figures 5-30, 5-31, 5-32 and 5-33.



Figure 5-30. Outer shank angle on steeper incline.



Figure 5-31. Outer shank angle: Stable gait transitions.



Figure 5-32. Outer shank angular velocity on steeper inclines.



Figure 5-33. Outer shank angular velocity: Stable gait transitions.

Similar to prior observations, the hip's velocities in both the X and Y axes reveal the heterogeneity in the inertial properties between the legs. Figure 5-34 includes the X velocity and 5-35 the Y.



Figure 5-34. Hip velocity in the X direction on steeper incline.



Figure 5-35. Hip velocity in the Y direction on steeper incline.

Phase portraits serve as invaluable instruments for analyzing dynamical systems. They represent a variable on the horizontal axis against its time derivative on the vertical axis. Within the realm of passive dynamic walkers, such portraits are generated for both the thigh and the shank. These diagrams effectively illuminate the system's limit cycles.

Figures 5-36 and 5-37 display the phase portraits that showcase the walker's established limit cycles at an incline of -2°. Significant events within the walking cycles, such as knee strikes, heel strikes, and toe-offs, are distinctly annotated within these figures.



Figure 5-36. Limit cycle of the outer thigh at -2° incline.



Figure 5-37. Limit cycle of the outer shank at -2° incline.

With a clear comprehension of each segment of the limit cycle, the ensuing Figures 5-38 and 5-39 provide a comprehensive overview of the system's behavior across varying inclines. These diagrams span from an incline of  $-2^{\circ}$  to  $-4.5^{\circ}$ , with increments of  $-0.5^{\circ}$ .



Figure 5-38. Limit cycles of the outer thigh at different inclines.

The observable limit cycles exhibit an expansion, particularly for diminished angular values of both the thigh and the shank. At inclines of -4° and -4.5°, the system verges on instability, leading to discrepancies in the cycles compared to more stable inclines. Furthermore, at a -4.5° incline, an additional dynamic emerges: the flying leg's knee disengages and subsequently reengages to a locked position, thereby introducing an additional event within the cycle.



Figure 5-39. Limit cycles of the outer shank at different inclines.

# 6 Conclusion & Further Research

In this thesis, the mathematical model developed in the Control Systems Lab that depicts the gait dynamics of a passive walker equipped with knees is rigorously examined. Utilizing this model, a set of parameters to architect a walker that integrates both commercially available and custom components is derived, all the while preserving the passive walking dynamics. The proposed design undergoes validation within a simulation framework, enabling the extraction of insightful results prior to any actual manufacturing. This process also elucidates potential avenues for future research and development.

### 6.1 Conclusion

A comprehensive understanding of the dynamics inherent to a passive dynamic walker with knees was achieved, building initially on the foundational principles of inverted pendulums and double pendulums. Human locomotion can be approximated by a combination of a locked inverted double pendulum and another that possesses rotational freedom at both the hip and knee joints. The system's dynamics are characterized by its circular feet, with its inertial attributes and incline playing pivotal roles.

The established mathematical model was rigorously employed to delineate parameter design spaces, offering a strategic flexibility during component selection and design phases.

Subsequent validation within a simulation environment underscored the model's fidelity in mirroring real-world dynamics, a revelation that holds significant potential for subsequent inquiries.

This research has thus established a methodological framework vital for the design of future systems, potentially leading to enhanced efficiencies in robotic locomotion.

Two main components of the robot, the hip's mass and the inner thigh's mass, were conceptualized with a degree of abstraction. It has been shown that variations in the moment of inertia of the hip's mass do not significantly impact walking dynamics, simplifying its design considerations. The design of the inner thigh, on the other hand, necessitates provisions for the integration of an MCU and a battery, essential for data acquisition from the IMUs. As demonstrated earlier, the architectural flexibility of the inner thigh permits minor positional adjustments to optimize the center of mass placement, streamlining the design process.

In summary, the design effectively accomplishes its objective by integrating a combination of readily available components with custom-manufactured ones, ensuring modularity and adaptability. This flexibility facilitates potential modifications by researchers seeking to refine specific components.

### 6.2 Future Research Directions

The subsequent phase of this research involves finalizing the designs of the previously discussed components and constructing the robot. Following assembly, data should be gathered and juxtaposed with the predictions from both the mathematical model and simulation framework. The congruence and accuracy of these should be rigorously evaluated.

The experimental procedure should also be anticipated to shed light on potential elements not previously considered and any pragmatic challenges that may emerge during execution.

The system, as designed, is anticipated to effectively navigate inclines ranging from -0.9° to -4.7°, maintaining a relatively stable gait up to an incline of -3.5°. However, it is not tailored for operation on near-flat ramps (with inclines approaching 0°), as such conditions would necessitate further optimization to accommodate these less steep gradients.

Given the modular nature of the design, certain components can be redesigned to enhance efficiency. Specifically, one could align the center of mass of the fully locked leg with the line originating from the hip and perpendicular to the foot's circular curvature.

Various components of the robot warrant scrutiny. Diverse foot shapes [15] should be evaluated, and a four-bar linkage mechanism [16] should be proposed as an alternative to the current revolute joint for the knee.

Ultimately, upon a comprehensive analysis of the system's dynamics, the subsequent phase would involve integrating actuators, facilitating its operation on level terrains or even positively inclined surfaces.

# 7 Bibliography

- [1] Aggarwal, A., Gupta, R. and Agarwal, R., "Design and development of integrated insole system for gait analysis", *Eleventh International Conference on Contemporary Computing* (IC3) (pp. 1-5). IEEE.
- [2] Bevrani H., Kato T., Ise T., Inoue K., "4 Grid connected converters: stability assessment and sensitivity analysis", *Grid Connected Converters*, 2022, Pages 77-118.
- [3] Boubaker, O., "The inverted pendulum: A fundamental benchmark in control theory and robotics", *International conference on education and e-learning innovations* (pp. 1-6). IEEE.
- [4] Garcia, M., Chatterjee, A. and Ruina, A., "Speed, efficiency, and stability of smallslope 2d passive dynamic bipedal walking", *Proceedings 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Cat. No. 98CH36146) (Vol. 3, pp. 2351-2356). IEEE.
- [5] Garcia, M., Ruina, A., Coleman, M. and Chatterjee, A., "Passive-dynamic models of human gait", *Proceedings of the conference on biomechanics and neural control of movement* (pp. 32-33).
- [6] Garcia, M., Ruina, A., Coleman, M. and Chatterjee, A., "Some results in passivedynamic walking", In Proceedings of the Euromech (Vol. 375, pp. 23-25).
- [7] Ikemata, Y., Sano, A., Yasuhara, K. and Fujimoto, H., "Dynamic effects of arc feet on the leg motion of passive walker", *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 2755-2760). IEEE.
- [8] Ikemata, Y., Yasuhara, K., Sano, A. and Fujimoto, H., "A study of the leg-swing motion of passive walking", *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 1588-1593). IEEE.
- [9] Inman Harvey, E.V. and Di Paolo, E., "Time and motion studies: The dynamics of cognition, computation and humanoid walking".
- [10] McGeer, T., 1990, May. "Passive walking with knees". *Proceedings., IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 1640-1645). IEEE.
- [11] McGeer, T., 1990. "Passive dynamic walking", *The international journal of robotics research*, *9*(2), pp.62-82.
- [12] Omer, A., Hashimoto, K., Lim, H.O. and Takanishi, A., "Study of bipedal robot walking motion in low gravity: investigation and analysis", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 11(9), p.139.
- [13] Rushdi, K., Koop, D. and Wu, C.Q., "Experimental studies on passive dynamic bipedal walking", *Robotics and Autonomous Systems*, *62*(4), pp.446-455.
- [14] Sharbafi, M.A. and Seyfarth, A., "Bioinspired legged locomotion: models, concepts, control and applications". Butterworth-Heinemann.
- [15] Smyrli, A. and Papadopoulos, E., "A methodology for the incorporation of arbitrarilyshaped feet in passive bipedal walking dynamics," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation* (ICRA '20), Paris, France, May 31-June 4, 2020.
- [16] Smyrli, K., and Papadopoulos, E., "Improved biped walking performance around the kinematic singularities of biomimetic four-bar knees," *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (IROS '22), Kyoto, Japan, October 23–27, 2022.
- [17] Smyrli, K., and Papadopoulos, E., "Modeling, Validation, and Design Investigation of a Passive Biped Walker with Knees and Biomimetic Feet," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation* (ICRA '22), Philadelphia, USA, May 23-27, 2022.

- [18] Stopforth, R., Bright, G. and Feng, C.T., "A hip actuated passive dynamic walking biped", *Eurocon 2013* (pp. 1905-1910). IEEE.
- [19] Tunca, C., Pehlivan, N., Ak, N., Arnrich, B., Salur, G. and Ersoy, C., "Inertial sensorbased robust gait analysis in non-hospital settings for neurological disorders", *Sensors*, 17(4), p.825.
- [20] Vasileiou, C., Smyrli, A., Drogosis, A., and Papadopoulos, E., "Development of a passive biped robot digital twin using analysis, experiments, and a multibody simulation environment," *Mechanisms and Machine Theory*, v. 163, September 2021.
- [21] Winter, O.C. and Murray, C.D., 1997. "Resonance and chaos: I. First-order interior resonances". *Astronomy and Astrophysics*, pp.290-304.
- [22] Wisse, M., Schwab, A.L., van der Linde, R.Q. and van der Helm, F.C., "How to keep from falling forward: Elementary swing leg action for passive dynamic walkers", *IEEE Transactions on robotics*, *21*(3), pp.393-401.
- [23] Βάλβης Ι., "Θερμική μελέτη, σχεδιασμός και κατασκευή συστήματος ηλεκτρικού κινητήρα και ενσωματωμένου πλανητικού μειωτήρα για επενέργηση των αρθρώσεων ποδιού τριών βαθμών ελευθερίας", Διπλωματική Εργασία, ΕΑΕ ΕΜΠ, Αθήνα, 2020.
- [24] Βασιλείου Χ., "Σχεδιασμός, προσομοίωση και κατασκευή πειραματικής διάταξης δίποδου παθητικού ρομπότ για την πειραματική εξακρίβωση προσεγγιστικού μαθηματικού μοντέλου για το δίποδο περπάτημα", Διπλωματική Εργασία, ΕΑΕ ΕΜΠ, Αθήνα, 2019.
- [25] Σμυρλή, Α., "Μοντελοποίηση, ανάλυση παθητικής δυναμικής και έλεγχος δίποδου ρομπότ με επεκτάσεις στη μηχανική του ανθρώπινου βηματισμού", Διπλωματική Εργασία, ΕΑΕ ΕΜΠ, Αθήνα, 2017.

# **Appendix A: Mass Matrix Elements**

$$\begin{split} M_{11} &= M + m_{1B} + m_{2B} + m_{1U} + m_{2U} \\ M_{12} &= 0 \\ M_{13} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1B} cos(\Theta_K + \Theta_U) - 2l_{1Bx} sin(\Theta_K + \Theta_U) + 2L_{1U} cos(\Theta_U) \right)}{2} + l_{1U} m_{1U} cos(\Theta_U) \\ M_{14} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1B} cos(\Theta_K + \Theta_U) - 2l_{1Bx} sin(\Theta_K + \Theta_U) \right)}{2} \\ M_{15} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2B} cos(\Psi_K + \Psi_U) - 2l_{2Bx} sin(\Psi_K + \Psi_U) + 2L_{2U} cos(\Psi_U) \right)}{2} \\ M_{16} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2B} cos(\Psi_K + \Psi_U) - 2l_{2Bx} sin(\Psi_K + \Psi_U) \right)}{2} \end{split}$$

$$\begin{split} M_{21} &= 0\\ M_{22} &= M + m_{1B} + m_{2B} + m_{1U} + m_{2U}\\ M_{23} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1Bx} cos(\Theta_K + \Theta_U) + 2l_{1B} sin(\Theta_K + \Theta_U) + 2L_{1U} sin(\Theta_U) \right)}{2} + l_{1U} m_{1U} sin(\Theta_U)\\ M_{24} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1Bx} cos(\Theta_K + \Theta_U) + 2l_{1B} sin(\Theta_K + \Theta_U) \right)}{2}\\ M_{25} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2Bx} cos(\Psi_K + \Psi_U) + 2l_{2B} sin(\Psi_K + \Psi_U) + 2L_{2U} sin(\Psi_U) \right)}{2} + l_{2U} m_{2U} sin(\Psi_U)\\ M_{26} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2Bx} cos(\Psi_K + \Psi_U) + 2l_{2B} sin(\Psi_K + \Psi_U) \right)}{2} \end{split}$$

$$\begin{split} M_{31} &= \frac{m_{1B} \Big( 2l_{1B} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) - 2l_{1Bx} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + 2L_{1U} cos(\theta_{U}) \Big)}{2} + l_{1U} m_{1U} cos(\theta_{U}) \\ M_{32} &= \frac{m_{1B} \Big( 2l_{1Bx} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) + 2l_{1B} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + 2L_{1U} sin(\theta_{U}) \Big)}{2} \\ M_{33} &= I_{1B} + I_{1U} + \frac{2m_{1B} \Big( l_{1B} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) - l_{1Bx} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + L_{1U} cos(\theta_{U}) \Big)^{2}}{2} \\ &+ \frac{2m_{1B} \Big( l_{1Bx} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) + l_{1B} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + L_{1U} sin(\theta_{U}) \Big)^{2}}{2} \\ &+ \frac{m_{1U} \Big( 2l_{1U}^{2} cos^{2}(\theta_{U}) + 2l_{1U}^{2} sin^{2}(\theta_{U}) \Big)}{2} \\ \end{split}$$

$$+\frac{2m_{1B}(l_{1B}cos(\Theta_{K}+\Theta_{U})-l_{1Bx}sin(\Theta_{K}+\Theta_{U}))(l_{1B}cos(\Theta_{K}+\Theta_{U})-l_{1Bx}sin(\Theta_{K}+\Theta_{U})+L_{1U}cos(\Theta_{U}))}{2}$$

$$+\frac{2m_{1B}(l_{1Bx}cos(\Theta_{K}+\Theta_{U})+l_{1B}sin(\Theta_{K}+\Theta_{U}))(l_{1Bx}cos(\Theta_{K}+\Theta_{U})+l_{1B}sin(\Theta_{K}+\Theta_{U})+L_{1U}sin(\Theta_{U}))}{2}$$

$$M_{35} = 0$$

$$M_{35} = 0$$

$$M_{36} = 0$$

$$\begin{split} M_{41} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1B} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) - 2l_{1Bx} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) \right)}{2} \\ M_{42} &= \frac{m_{1B} \left( 2l_{1Bx} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) + 2l_{1B} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) \right)}{2} \\ M_{43} &= l_{1B} \\ &+ \frac{2m_{1B} \left( l_{1B} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) - l_{1Bx} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) \right) \left( l_{1B} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) - l_{1Bx} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + L_{1U} cos(\theta_{U}) \right)}{2} \\ &+ \frac{2m_{1B} \left( l_{1Bx} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) + l_{1B} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) \right) \left( l_{1Bx} cos(\theta_{K} + \theta_{U}) + l_{1B} sin(\theta_{K} + \theta_{U}) + L_{1U} sin(\theta_{U}) \right)}{2} \end{split}$$

$$M_{44} = I_{1B}$$

$$+ \frac{m_{1B} \left( 2 \left( l_{1Bx} cos(\Theta_K + \Theta_U) + l_{1B} sin(\Theta_K + \Theta_U) \right)^2 + 2 \left( l_{1B} cos(\Theta_K + \Theta_U) - l_{1Bx} sin(\Theta_K + \Theta_U) \right)^2 \right)}{2}$$

$$M_{45} = 0$$

$$M_{46} = 0$$

$$\begin{split} M_{51} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2B} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) - 2l_{2Bx} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + 2L_{2U} cos(\Psi_{U}) \right)}{2} + l_{2U} m_{2U} cos(\Psi_{U}) \\ M_{52} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + 2l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + 2L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ M_{53} &= 0 \\ M_{54} &= 0 \\ M_{55} &= l_{2B} + l_{2U} + \frac{2m_{2B} \left( l_{2B} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) - l_{2Bx} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} cos(\Psi_{U}) \right)^{2}}{2} \\ &+ \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)^{2}}{2} \\ &+ \frac{m_{2U} \left( 2l_{2U}^{2} cos^{2}(\Psi_{U}) + 2l_{2U}^{2} sin^{2}(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ M_{56} &= l_{2B} \end{split}$$

$$+\frac{2m_{2B}(l_{2B}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})-l_{2Bx}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U}))(l_{2B}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})-l_{2Bx}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U})+L_{2U}cos(\Psi_{U}))}{2} +\frac{2m_{2B}(l_{2Bx}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})+l_{2B}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U}))(l_{2Bx}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})+l_{2B}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U})+L_{2U}sin(\Psi_{U}))}{2}$$

$$\begin{split} M_{61} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2B} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) - 2l_{2Bx} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ M_{62} &= \frac{m_{2B} \left( 2l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + 2l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ M_{63} &= 0 \\ M_{64} &= 0 \\ M_{65} &= l_{2B} \\ &+ \frac{2m_{2B} \left( l_{2B} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) - l_{2Bx} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2B} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) - l_{2Bx} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} cos(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ &+ \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ &+ \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + L_{2U} sin(\Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right) \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l_{2B} sin(\Psi_{K} + \Psi_{U}) \right)}{2} \\ &- \frac{2m_{2B} \left( l_{2Bx} cos(\Psi_{K} + \Psi_{U}) + l$$

$$+\frac{m_{2B}\left(2(l_{2Bx}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})+l_{2B}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U}))^{2}+2(l_{2B}cos(\Psi_{K}+\Psi_{U})-l_{2Bx}sin(\Psi_{K}+\Psi_{U}))^{2}\right)}{2}$$

# **Appendix B: Bill of Materials**

The bill of materials for the biped provides a detailed enumeration of the requisite components essential for its assembly and functionality. The design combines commercially sourced components with bespoke 3D printed parts. Utilizing readily available market components ensures cost-effectiveness and facilitates ease of replication across various research settings. Conversely, the utilization of FDM 3D printing allows for the creation of specialized components tailored to the exact specifications and geometries needed for optimal bipedal functionality, which might be cumbersome or impractical with conventional manufacturing techniques. This strategic fusion of standardized and custom elements optimizes both the economic viability and the precision of the biped's architecture.

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
1	Precision Shaft - D4mm x L50mm		Stainless Steel	2
2	Precision Shaft - D4mm x L100mm		Stainless Steel	2
3	Precision Shaft - D6mm x L200mm		Stainless Steel	8
4	Precision Shaft - D6mm x L300mm		Stainless Steel	5
5	12.7mm (10mm) Roll Wrapped Carbon Fiber Tube - L300mm		Carbon Fiber Composite	1
6	Shaft Collar Metal 4mm		Stainless Steel	10

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
7	Shaft Collar Metal 6mm		Stainless Steel	24
8	Shaft Hub 6mm		Steel	24
9	Ball Bearing - 604ZZ (4mm Bore, 12mm OD)		Pre-Greased Shielded	8
10	Ball Bearing Flanged - MF126ZZ (6mm Bore, 12mm OD)		Pre-Greased Shielded	12
11	GT2 Timing Pulley - 16T - 4mm Bore		Aluminum	1
12	GT2 Timing Pulley - 16T - 6mm Bore		Aluminum	2

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
13	GT2 Timing Pulley Idler - 16T Smooth - 3mm Bore		Aluminum	8
14	GT2 Timing Pulley Idler - 16T - 3mm Bore		Aluminum	4
15	GT2 Timing Belt - 600mm		Closed Loop 6mm Width	2
16	White Nylon M2.5 x 6mm screw	1 Avenue	No electricity conduction No interference with antennae/ magnetometers	16
17	White Nylon M2.5 x 10mm screw	1 Alexandre	No electricity conduction No interference with antennae/ magnetometers	12
18	White Nylon M2.5 Hex Nut	6	No electricity conduction No interference with antennae/ magnetometers	28

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
19	Bolt M3 - L10mm		Allen Steel	64
20	Bolt M3 - L14mm		Allen Steel	8
21	Bolt M3 - L20mm		Allen Steel	32
22	Bolt M3 - L25mm		Allen Steel	12
23	Nut M3 Metal		Steel	116
24	Washer M3 Metal	0	Steel	128

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
25	Adafruit BNO055		9-DOF IMU with Fusion	4
26	Counterweight IMU		PETG	3
27	Foot Sole		TPU	4
28	Clamping Ring	0	TPU	4
29	Knee Stop		TPU	4
30	Hip Mass		Mass Properties Overridden	2

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
31	Clamp		PETG	4
32	Hip Joint - Thigh		PETG	2
33	Smooth Idler Base		PETG	4
34	Idler Base		PETG	2
35	IMU Base		PETG	2
36	Knee Joint - Thigh		PETG	2

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
37	Hip Joint - Thigh (Inner leg)	BUBB	PETG	1
38	Thigh Mass	NTUA CEL	Mass Properties Overridden	2
39	IMU Base (Inner leg)		PETG	1
40	Knee Joint - Thigh (Inner leg)	10000	PETG	1
41	Knee Joint - Shank		PETG	2
42	Foot - Shank		PETG	2

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
43	Knee Joint - Shank (Inner leg)		PETG	1
44	Foot - Shank (Inner leg)		PETG	2
45	Spacer ID4mm L3.45mm		PETG	4
46	Spacer ID4mm L21mm		PETG	2
47	Spacer ID6mm L2mm	0	PETG	2
48	Spacer ID6mm L3.45mm	0	PETG	4

ITEM NO.	NAME	IMAGE	DESCRIPTION	QTY.
49	Spacer ID6mm L10mm	9	PETG	8
50	Spacer ID6mm L11mm		PETG	1
51	Spacer ID6mm L17.25mm		PETG	4
52	Spacer ID6mm L21mm		PETG	2
53	Spacer ID6mm L34mm		PETG	2

# **Greek Extended Summary**

### 1 Εισαγωγή

Ένα παθητικό δυναμικό δίποδο ρομπότ είναι ένας μηχανισμός που βασίζεται αποκλειστικά στη βαρύτητα για να περπατήσει. Με την ενσωμάτωση γονάτων, ο σχεδιασμός του μπορεί να μιμηθεί το ανθρώπινο βάδισμα, αυξάνοντας την ευελιξία στην κίνησή του αλλά με αυτόν τον τρόπο και τη πολυπλοκότητα του.

### 1.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Ο Ted McGeer θεμελίωσε τη μελέτη των παθητικών δυναμικών δίποδων ρομπότ, δημιουργώντας το πρώτο αυτού του τύπου, το «Dynamite», με μέλη και αρθρώσεις γονάτων [10][11]. Οι μελετητές του Πανεπιστημίου Cornell αναπαρήγαγαν τα σχέδια του McGeer, εστιάζοντας στην απόδοση του συστήματος και τη χαοτική συμπεριφορά του [4][5][6]. Η ομάδα του Πανεπιστημίου Manitoba εξέτασε το αντικείμενο δημιουργώντας το "Dexter MK III" με διασυνδεδεμένες τις κνήμες του εξωτερικού ποδιού, για συγχρονισμένη κίνηση [13]. Το Πανεπιστήμιο της Nagoya της Ιαπωνίας παρήγαγε το ρομπότ "BlueBiped", που διακρίνεται για το συνεχές βάδισμα 15 χιλιομέτρων σε 13 ώρες, χρησιμοποιώντας έναν μηχανισμό συγχρονισμού των κνημών μέσω του άξονα του ισχίου του [7][8]. Επιπλέον, ερευνητές στο TU Delft [22] και στο Πανεπιστήμιο του KwaZulu-Natal [18] καινοτόμησαν ενσωματώνοντας κινητήρες, επιτρέποντας τη βάδιση σε επίπεδο έδαφος χωρίς κλίση, με τους πρώτους να παρουσιάζουν το ρομπότ «Mike» εμπνευσμένο από προηγούμενα σχέδια.

### 1.2 Σκοπός Εργασίας

Η εργασία αυτή στοχεύει στο σχεδιασμό ενός παθητικού δυναμικού δίποδου ρομπότ με γόνατα, ικανό να περπατήσει σε ποικίλες κλίσεις εδάφους και με διάφορες αρχικές συνθήκες, επαληθεύοντας το βασικό μαθηματικό μοντέλο [17] και εμβαθύνοντας την κατανόησή για αυτό τον τύπο μηχανισμού. Τα παθητικά δυναμικά ρομπότ ανοίγουν το δρόμο για ενεργειακά αποδοτικά συστήματα που μπορούν να λειτουργούν σε ανθρωποκεντρικά περιβάλλοντα, βελτιώνοντας τη χρήση σε διάφορα εδάφη. Ο στόχος είναι να δημιουργηθεί ένα ρομπότ, που ανταποκρίνεται στο μαθηματικό μοντέλο, θα ενσωματώνει ηλεκτρονικά υποσυστήματα, και θα υποβληθεί σε λεπτομερείς δοκιμές προσομοίωσης για να αξιολογηθεί.

### 1.3 Δομή Εργασίας

Αυτή η εργασία εκτυλίσσεται σε πέντε κεφάλαια. Το κεφάλαιο 2 παρουσιάζει τα μαθηματικά θεμέλια και τις αρχές βάδισης. Το κεφάλαιο 3 περιγράφει λεπτομερώς το δυναμικό μοντέλο του ρομπότ και επεξηγεί τις παραμέτρους του συστήματος. Το κεφάλαιο 4 απεικονίζει το σχέδιο, λαμβάνοντας υπόψη διαθέσιμα εξαρτήματα και κάνοντας χρήση τρισδιάστατης εκτύπωσης, με τη κατασκευαστική αξιολόγηση να επιτυγχάνεται μέσω της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Το κεφάλαιο 5 επικυρώνει τη σχεδίαση μέσω προσομοιώσεων, παρουσιάζοντας δεδομένα από τις δοκιμές. Τέλος, το κεφάλαιο 6 καταλήγει, συνοψίζοντας την εργασία και αναφέρει μελλοντικές κατευθύνσεις.

### 2 Θεμελιώδεις Έννοιες & Αρχές

#### 2.1 Θεωρητικά Θεμέλια Δυναμικής & Ευστάθειας

#### 2.1.1 Απλό Εκκρεμές

Ένα εκκρεμές είναι μια θεμελιώδης μηχανική δομή που εκδηλώνει αρμονική ταλαντωτική κίνηση υπό την επίδραση της βαρυτικής δύναμης. Περιλαμβάνει μια μάζα στερεωμένη σε ένα άκρο ενός άκαμπτου συνδέσμου, με το αντίθετο άκρο αγκυρωμένο σε ένα σταθερό σημείο περιστροφής.

Το απλοποιημένο μοντέλο αυτού του συστήματος, γνωστό ως απλό εκκρεμές, υποθέτει ένα εξιδανικευμένο σενάριο με σημείο περιστροφής χωρίς τριβή και ένα σύνδεσμο αμελητέας μάζας. Σύμφωνα με αυτές τις παραδοχές, η περίοδος ταλάντωσης (η διάρκεια για μια πλήρη ταλάντωση) βασίζεται αποκλειστικά στο μήκος του εκκρεμούς και στη βαρυτική επιτάχυνση. Συγκεκριμένα, αυτή η περίοδος είναι ανεξάρτητη τόσο από τη μάζα όσο και από το μέγεθος της αρχικής μετατόπισης, υπό την προϋπόθεση ότι η μετατόπιση είναι μικρή.

Για το απλό εκκρεμές, που έχει έναν βαθμό ελευθερίας, η δυναμική εκφράζεται με τη διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης:

$$ML^{2}\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} + MgLsin\theta = \tau(t)$$
(2-1)

Όπου *M* είναι η μάζα, *L* είναι το μήκος του συνδέσμου,  $\theta$  είναι η γωνία, *g* είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $\tau(t)$  είναι η ασκούμενη ροπή.

Αυτή η εξίσωση δείχνει ένα εγγενώς μη γραμμικό χαρακτηριστικό. Ωστόσο, στο πλαίσιο των μικρών μετατοπίσεων - συγκεκριμένα, των μικρών γωνιακών αποκλίσεων από την ισορροπία - η συνήθως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση επιτρέπει τη γραμμικοποίηση του συστήματος. Αυτή η μαθηματική απλούστευση παρέχει ένα πιο αναλυτικά διαχειρίσιμο μοντέλο, επιτρέποντας την αποτελεσματική εξέταση της συμπεριφοράς του συστήματος κάτω από συγκεκριμένες, αν και περιορισμένες, συνθήκες.

$$ML^{2}\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} + MgL\theta = \tau(t)$$
(2-2)

Εφόσον η υπόθεση ισχύει ως εξής:

$$\forall \theta \in [-4^\circ, 4^\circ] \to |\theta - \sin\theta| < 10^{-3} \tag{2-3}$$

Η αναδιάταξη της διαφορικής εξίσωσης δίνει:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = \frac{\tau(t)}{ML^2} \equiv \tau_{new}(t)$$
(2-4)

Αυτό αντιπροσωπεύει μια διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης, που χαρακτηρίζεται από τον λόγο απόσβεσης και τη φυσική συχνότητά της ως εξής:

$$\zeta = 0 \tag{2-5}$$

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{g}{L}\right)} \tag{2-6}$$

Μπορεί να διακριθεί ότι η φυσική συχνότητα παραμένει αμετάβλητη ως προς τη μάζα. Ωστόσο, παρουσιάζει μια εξάρτηση από το μήκος του συνδέσμου, δεδομένης της σταθερής βαρυτικής επιτάχυνσης.
### 2.1.2 Ανάστροφο Εκκρεμές

Ένα σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς είναι μια κλασική αναπαράσταση ενός εγγενώς ασταθούς, μη γραμμικού δυναμικού συστήματος. Η δομή του αποτελείται από μια ράβδο, περιστρεφόμενη στο ένα άκρο, με την κύρια πρόκληση να είναι η εφαρμογή συγκεκριμένων ροπών στον άξονα περιστροφής προκειμένου να διατηρείται η ράβδος σε όρθια θέση.

Στην κατάσταση ισορροπίας του, όπου η ράβδος στέκεται κατακόρυφα όρθια, το σύστημα του ανεστραμμένου εκκρεμούς είναι εγγενώς ασταθές. Με άλλα λόγια, οποιαδήποτε μικρή διαταραχή θα προκαλέσει την πτώση της ράβδου, αποκλίνοντας από την ισορροπία. Το καθήκον, λοιπόν, είναι η εφαρμογή μιας στρατηγικής ελέγχου που διορθώνει συνεχώς για αποκλίσεις από την κατακόρυφο, διατηρώντας την ισορροπία. Αυτή η ρύθμιση έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως ως σημείο αναφοράς στη δοκιμή αλγορίθμων ελέγχου λόγω της μη διαισθητικής και μη γραμμικής φύσης του προβλήματος.

### 2.1.3 Μηχανική Lagrange

Σε αντίθεση με τη μηχανική του Newton, που συνήθως περιλαμβάνει δυνάμεις, ταχύτητες και επιταχύνσεις σε τρεις διαστάσεις (σε καρτεσιανές συντεταγμένες), η μηχανική του Lagrange περιγράφει συστήματα με όρους ενέργειας. Η βασική έννοια είναι η συνάρτηση Lagrangian, που ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του συστήματος, που εκφράζεται ως:

$$L = T - V \tag{2-7}$$

Όπου *L* είναι η εξίσωση Lagrange, *T* είναι η κινητική ενέργεια και *V* είναι η δυναμική ενέργεια.

Η εξέλιξη ενός συστήματος διέπεται από τις εξισώσεις κίνησης Lagrange, που προέρχονται από την αρχή της ελάχιστης δράσης. Αυτή η αρχή δηλώνει ότι η διαδρομή που ακολουθεί το σύστημα μεταξύ δύο σημείων στον χώρο διαμόρφωσής του είναι αυτή που ελαχιστοποιεί τη δράση, που ορίζεται ως το ολοκλήρωμα της Lagrangian με την πάροδο του χρόνου.

Για τα ολόνομα συστήματα, η αρχή της ελάχιστης δράσης βεβαιώνει ότι η πραγματική διαδρομή που ακολουθεί το σύστημα είναι τέτοια ώστε η δράση (ολοκλήρωμα του Lagrangian με την πάροδο του χρόνου) να είναι ακίνητη. Αυτό οδηγεί στην εξίσωση Euler-Lagrange, η οποία είναι θεμελιώδης για την εξαγωγή των εξισώσεων κίνησης:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{i}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_{i}} + \frac{\partial P_{c}}{\partial \dot{q}_{i}} = \frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{q}_{i}}, i = 1..N$$
(2-8)

Όπου  $q_i$  είναι οι γενικευμένες συντεταγμένες,  $\dot{q}_i$  είναι οι γενικευμένες ταχύτητες,  $P_c$  είναι η απώλεια ενέργειας,  $P_t$  είναι η προσφερόμενη ισχύς και N είναι οι βαθμοί ελευθερίας.

Η μηχανική του Lagrange παρέχει ένα βολικό πλαίσιο για τη διατύπωση των εξισώσεων κίνησης για πολύπλοκα συστήματα, όπως αυτά με περιορισμούς ή σε μη καρτεσιανά συστήματα συντεταγμένων. Αυτό τη καθιστά ιδιαίτερα κατάλληλη για πολλά προβλήματα στη μηχανική, όπου είναι απαραίτητη η κατανόηση και η πρόβλεψη της κίνησης μηχανικών συστημάτων.

# 2.1.4 Πολλαπλασιαστές Lagrange

Σε πολλά δυναμικά συστήματα, συναντώνται συχνά ολονομικοί περιορισμοί. Τέτοιοι περιορισμοί μπορούν να εκφραστούν μαθηματικά ως συναρτήσεις:

$$s_j(q_1, q_2, \dots, q_N, t) = 0, j = 1..M$$
 (2-9)

Όπου Μ είναι ο αριθμός των περιορισμών.

Η βασική ιδέα πίσω από την τεχνική του πολλαπλασιαστή Lagrange είναι ο μετασχηματισμός ενός προβλήματος με περιορισμούς σε ένα μη περιορισμένο πρόβλημα, το οποίο είναι συνήθως πιο εύκολο να λυθεί. Αυτό γίνεται με την εισαγωγή πρόσθετων μεταβλητών, των πολλαπλασιαστών Lagrange, στην αρχική συνάρτηση. Αυτή η μέθοδος περιλαμβάνει τον ορισμό ενός νέου Lagrangian, επεκτείνοντας το προηγούμενο:

$$L_{new} = L + \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \, s_j \tag{2-10}$$

Όπου  $\lambda_j$ , j = 1..M είναι οι νέες μεταβλητές. Η εξίσωση Euler-Lagrange γίνεται:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{i}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_{i}} - \sum_{j=1}^{M} \lambda_{j} \frac{\partial s_{j}}{\partial q_{i}} + \frac{\partial P_{c}}{\partial \dot{q}_{i}} = \frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{q}_{i}}$$
(2-11)

Στο σύστημα των διαφορικών εξισώσεων, υπάρχουν τώρα N+M άγνωστοι, που περιλαμβάνουν N μεταβλητές κατάστασης και M πολλαπλασιαστές Lagrange. Για να προσδιοριστεί το σύστημα, απαιτούνται M πρόσθετες εξισώσεις, οι οποίες παρέχονται από τους ολονομικούς περιορισμούς.

Στην παραπάνω διατύπωση, κάθε *j<sup>ος</sup>* όρος της άθροισης υποδηλώνει τη γενικευμένη δύναμη, που ενεργεί προς την κατεύθυνση της *i<sup>ης</sup>* γενικευμένης συντεταγμένης, διασφαλίζοντας την τήρηση του *j<sup>ου</sup>* περιορισμού. Η καθορισμένη δύναμη ορίζεται ως:

$$\lambda_j \frac{\partial s_j}{\partial q_i} \stackrel{\text{\tiny def}}{=} F_{j,i} \tag{2-12}$$

Ο στόχος του πολλαπλασιαστή Lagrange είναι να επιτύχει τη τιμή σε κάθε στιγμή που διασφαλίζει την εκπλήρωση του περιορισμού. Αυτή η προσέγγιση υπογραμμίζει τα μη συμμορφούμενα χαρακτηριστικά που είναι εγγενή σε αυτό το μαθηματικό εργαλείο.

#### 2.1.5 Χάρτης Poincaré

Ένας χάρτης Poincaré, γνωστός και ως χάρτης πρώτης επιστροφής ή χάρτης επανάληψης Poincaré, είναι ένα εργαλείο που χρησιμοποιείται στη μελέτη δυναμικών συστημάτων. Πήρε το όνομά του από τον Γάλλο μαθηματικό Henri Poincaré και χρησιμοποιείται για να απλοποιήσει τη μελέτη της συμπεριφοράς των τροχιών σε ένα δυναμικό σύστημα.

Τα δυναμικά συστήματα συχνά περιλαμβάνουν πολλές μεταβλητές και μπορεί να είναι δύσκολο να αναλυθούν άμεσα. Ο χάρτης Poincare παρέχει έναν τρόπο μείωσης της πολυπλοκότητας του συστήματος μελετώντας το σε έναν διακριτό χάρτη χαμηλότερων διαστάσεων.

Για ένα περιοδικό δυναμικό σύστημα, η κατάσταση του συστήματος σε μια συγκεκριμένη στιγμή υπαγορεύει την κατάστασή του μετά από μια περίοδο. Αυτό μπορεί να αναπαρασταθεί ως:

$$x_{n+1} = P(x_n)$$
 (2-13)

Όπου *x<sub>n</sub>* είναι η αρχική κατάσταση, *x<sub>n+1</sub>* είναι η κατάσταση μετά από μια περίοδο και *P* είναι η δυναμική του συστήματος.

Ένας χάρτης Poincaré δημιουργείται επιλέγοντας μια συγκεκριμένη «διατομή» του χώρου φάσης - έναν υποχώρο κατά μία διάσταση μικρότερο από τον αρχικό χώρο - και παρατηρούνται τα σημεία όπου η τροχιά του συστήματος τέμνει αυτή τη διατομή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-1. Λαμβάνονται υπόψη μόνο τα σημεία στα οποία διασταυρώνεται η τροχιά σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση. Αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα μια ακολουθία σημείων, καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει έναν πλήρη «κύκλο» του συστήματος. Μελετώντας αυτά τα σημεία και τη συμπεριφορά τους, μπορεί να αποκτηθεί μια εικόνα για τη συνολική συμπεριφορά του δυναμικού συστήματος, συμπεριλαμβανομένων σημαντικών χαρακτηριστικών όπως η ευστάθεια, η περιοδικότητα και η χαοτική συμπεριφορά.



Σχήμα 2-1. Χάρτης Poincaré ενός δυναμικού συστήματος [2].

# 2.1.6 Πορτραίτο Φάσης

Το πορτρέτο φάσης είναι ένα γραφικό εργαλείο που χρησιμοποιείται σε δυναμικά συστήματα για την απεικόνιση και τη μελέτη της συμπεριφοράς τους. Παρέχει μια αναπαράσταση των τροχιών που θα ακολουθήσει ένα σύστημα στον χώρο κατάστασης, ο οποίος είναι ένας μαθηματικός χώρος που ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε όλες οι πληροφορίες για το σύστημα σε μια δεδομένη χρονική στιγμή να αντιπροσωπεύονται από ένα μόνο σημείο στο χώρο.

Για ένα απλό, δισδιάστατο δυναμικό σύστημα, ένα πορτρέτο φάσης είναι μια γραφική παράσταση των πιθανών μονοπατιών στον χώρο καταστάσεων που μπορεί να ακολουθήσει, δεδομένων διαφορετικών αρχικών συνθηκών. Κάθε μονοπάτι αντιπροσωπεύει την εξέλιξη του συστήματος με την πάροδο του χρόνου, ξεκινώντας από μια συγκεκριμένη αρχική κατάσταση. Εξετάζοντας ένα πορτρέτο φάσης, μπορεί κανείς να συμπεράνει πολλές ποιοτικές ιδιότητες του συστήματος, όπως το αν μια ισορροπία είναι ευσταθής ή ασταθής, η ύπαρξη οριακών κύκλων και η συνολική δυναμική του συστήματος.

# 2.1.7 Οριακός Κύκλος

Στη μελέτη δυναμικών συστημάτων, ιδιαίτερα σε σχέση με μηχανικά συστήματα, ο οριακός κύκλος κατέχει μια κρίσιμη θέση. Ως οριακός κύκλος ορίζεται μια απομονωμένη κλειστή τροχιά στο χώρο φάσης ενός δυναμικού συστήματος. Πιο τεχνικά, ένας οριακός κύκλος είναι μια περιοδική τροχιά στον χώρο καταστάσεων ενός χρονικά συνεχούς δυναμικού συστήματος για το οποίο δεν υπάρχει καμία άλλη περιοδική τροχιά που να αποτελεί διαταραχή του.

Ο προσδιορισμός ενός οριακού κύκλου μπορεί να προσφέρει πολύτιμη εικόνα για την εγγενή περιοδική συμπεριφορά του μηχανικού συστήματος που εξετάζεται. Σε ένα τέτοιο

σύστημα, οι μεταβλητές κατάστασης μπορεί να περιλαμβάνουν παράγοντες όπως η γωνιακή θέση, η γωνιακή ταχύτητα, η γραμμική θέση ή η γραμμική ταχύτητα. Όταν αυτές οι μεταβλητές κατάστασης εξελίσσονται με την πάροδο του χρόνου και τελικά επιστρέφουν στην αρχική τους κατάσταση, σχηματίζοντας έτσι έναν κλειστό βρόχο στο χώρο των φάσεων, έχουμε ένα οριακό κύκλο.

Η ευστάθεια ενός οριακού κύκλου είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό, με ευσταθείς οριακούς κύκλους που υποδεικνύουν ότι τυχόν μικρές διαταραχές στην κατάσταση του συστήματος θα συγκλίνουν τελικά πίσω στον κύκλο. Αυτό παρέχει ένα μέτρο της στιβαρότητας και της ανθεκτικότητας του συστήματος σε διαταραχές.

Η εύρεση της ύπαρξης ενός οριακού κύκλου σε ένα μηχανικό σύστημα μπορεί να χρησιμεύσει ως ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση του συστήματος και το σχεδιασμό ελεγκτή, παρέχοντας μια σαφή εικόνα των εγγενών ιδιοτήτων ευστάθειας του συστήματος και της περιοδικής συμπεριφοράς του. Οι οριακοί κύκλοι είναι επομένως θεμελιώδεις για τη μελέτη μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων, προσφέροντας ένα πρίσμα μέσω του οποίου μπορεί να γίνει κατανοητή και να προβλεφθεί η συμπεριφορά πολύπλοκων μηχανικών συστημάτων.

### 2.2 Δίποδη Κίνηση

Ο βηματισμός μπορεί να περιγραφεί ως μια συστηματική, επαναληπτική μέθοδος προώθησης προς τα εμπρός που περιλαμβάνει συντονισμένες κινήσεις των άκρων. Υπάρχουν πολυάριθμες ταξινομήσεις ανθρώπινων βηματισμών, που χαρακτηρίζονται από διαφορετικά μοτίβα, ταχύτητες, αλληλεπιδράσεις δυνάμεων και επαφών με το έδαφος. Για τους σκοπούς αυτής της εργασίας, έμφαση δίνεται στο ανθρώπινο βάδισμα.

Το επαναλαμβανόμενο μοτίβο κίνησης αναφέρεται ως κύκλος βάδισης ή βηματισμός. Δύο κύριες φάσεις χαρακτηρίζουν την κίνηση κάθε ποδιού σε αυτόν τον κύκλο: η φάση της στάσης, κατά την οποία το πόδι έρχεται σε επαφή με το έδαφος και η φάση της αιώρησης, κατά την οποία δεν είναι. Το χαρακτηριστικό γνώρισμα του βαδίσματος είναι ότι τουλάχιστον το ένα πόδι διατηρεί επαφή με το έδαφος ανά πάσα στιγμή. Σε ένα σύνηθες μοτίβο βάδισης, ο κύκλος βάδισης μπορεί χονδρικά να χωριστεί σε φάση στάσης 60% και φάση αιώρησης 40% για το κάθε πόδι, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-2.



Σχήμα 2-2. Φάσεις βάδισης [19].

Πριν εμβαθύνουμε στα κρίσιμα στοιχεία που σχετίζονται με τη μελέτη, πρέπει πρώτα να εδραιωθεί μια θεμελιώδης κατανόηση της ορολογίας που σχετίζεται με την ανάλυση βάδισης.

Το μήκος του βήματος περιγράφεται ως η απόσταση μεταξύ των σημείων επαφής της φτέρνας δύο διαδοχικών βημάτων, που περιλαμβάνουν και τα δύο πόδια. Από την άλλη πλευρά, το μήκος διασκελισμού αναφέρεται στην απόσταση που καλύπτεται μεταξύ των σημείων επαφής της φτέρνας σε δύο διαδοχικά βήματα του ίδιου ποδιού.

Ο κύκλος ξεκινά με την «αρχική επαφή», που δηλώνει την στιγμή όπου η φτέρνα ενός ποδιού αλληλοεπιδρά για πρώτη φορά με το έδαφος. Ακολουθεί η «απόκριση φόρτωσης», η οποία αναφέρεται στη διαδικασία μεταφοράς φορτίου στο άκρο που έχει εισέλθει πρόσφατα στη φάση της στάσης. Ακολούθως, ακολουθεί η φάση «Απομάκρυνση δακτύλων» ή «απομάκρυνση του ποδιού», που σηματοδοτεί το σημείο όπου το πόδι παύει να διατηρεί επαφή με το έδαφος και εισέρχεται στη φάση αιώρησης. Τέλος, εμφανίζεται η «μέση αιώρηση», που αντιπροσωπεύει την περίοδο κατά την οποία το πόδι βρίσκεται σε κίνηση στον αέρα πριν από την επανέναρξη ολόκληρου του κύκλου.

Κατά τη φάση της αιώρησης, η άρθρωση του γονάτου λειτουργεί με διακριτό, επαναλαμβανόμενο τρόπο. Ξεκινά από μια πλήρως εκτεταμένη ή «κλειδωμένη» θέση, στη συνέχεια μεταβαίνει σε «ξεκλειδωμένη» κατάσταση, επιτρέποντας την ελεύθερη κίνηση της κνήμης. Καθώς η φάση της αιώρησης ολοκληρώνεται και το πόδι προετοιμάζεται για την επόμενη κρούση στη φτέρνα, η άρθρωση του γονάτου εμπλέκεται ξανά, επιστρέφοντας στην «κλειδωμένη» θέση. Αυτός ο μηχανισμός εναλλαγής μεταξύ κλειδωμένης και ξεκλειδωμένης κατάστασης χρησιμεύει για τη βελτίωση τόσο της ενεργειακής απόδοσης όσο και της ευστάθειας κατά τη βάδιση.

Το κατώτερο ανθρώπινο σώμα, όταν παρατηρείται με αφηρημένο τρόπο, μπορεί να θεωρηθεί ως μια σειρά από διασυνδεδεμένα εκκρεμή. Αυτή η αναλογία παρέχει πληροφορίες για τις παθητικές δυναμικές αρχές που διέπουν την ανθρώπινη κίνηση.

Οι άνθρωποι είναι δίποδα όντα, με κάθε πόδι να μοιάζει με ένα ανεστραμμένο εκκρεμές κατά τη φάση της στάσης του περπατήματος. Καθώς το ένα πόδι έρχεται σε επαφή με το έδαφος και παραλαμβάνει το βάρος, το σώμα σκύβει πάνω του και το κέντρο μάζας ανεβαίνει και στη συνέχεια κατεβαίνει, παρόμοια με το τόξο που περιγράφεται από ένα εκκρεμές.

Κατά τη φάση της αιώρησης, το πόδι συμπεριφέρεται περισσότερο σαν ένα διπλό εκκρεμές. Ο μηρός ταλαντώνεται προς τα εμπρός περί το ισχίο, ενώ η κνήμη ταλαντώνεται γύρω από το γόνατο. Αυτή η διπλή δράση του εκκρεμούς επιτρέπει τη μεταβολή του μήκους του διασκελισμού και την εξοικονόμηση ενέργειας.

Ακριβώς όπως ένα εκκρεμές αναζητά τη θέση ισορροπίας του, οι άνθρωποι αναζητούν ένα εγγενώς ευσταθές βάδισμα. Παρόλο που η βάδιση περιλαμβάνει μια ελεγχόμενη πτώση, τα ανθρώπινα πόδια, που μοιάζουν με εκκρεμή, σε συνδυασμό με μηχανισμούς ανάδρασης των νεύρων, διασφαλίζουν τη διατήρηση της ισορροπίας και την ανάκαμψη από μικρές διαταραχές.

Το παθητικό δυναμικό βάδισμα, από την άποψη της μηχανικής, είναι ένα παράδειγμα κίνησης που αξιοποιεί την εγγενή δυναμική ενός συστήματος αντί να βασίζεται σε μηχανισμούς ενεργητικού ελέγχου για τη διευκόλυνση της κίνησης.

Ένα παθητικό δυναμικό ρομπότ οδηγείται κυρίως από τη βαρύτητα, την αδράνεια και τη δική του μηχανική διαμόρφωση, σε πλήρη αντίθεση με τις ενεργητικές μηχανές βάδισης που χρησιμοποιούν κινητήρες. Η έμφυτη ενεργειακή απόδοση των παθητικών δυναμικών

ρομπότ επιτυγχάνεται αξιοποιώντας τη φυσική δυναμική του συστήματος για ένα συνεχές, ρυθμικό βάδισμα.

Τα τυπικά παθητικά δυναμικά ρομπότ σχεδιάζονται με ένα ζευγάρι πόδια, συχνά έναν κορμό και με ορισμένα σχέδια να ενσωματώνουν πέλματα. Τα πόδια έχουν σχεδιαστεί σκόπιμα με συγκεκριμένα μήκη και κατανομές μάζας για τη βελτίωση της ευστάθειας στη βάδιση.

Για να ξεκινήσει η κίνηση, το ρομπότ τοποθετείται σε μια κλίση, επιτρέποντας έτσι στη βαρύτητα να το ωθήσει προς τα εμπρός.

Η ιδέα του παθητικού δυναμικού βαδίσματος έχει σημαντικό ενδιαφέρον για πεδία όπως τη εμβιομηχανική, τη ρομποτική και το σχεδιασμό προσθετικών. Επιπλέον, παρέχει ένα πολύτιμο εργαλείο για τη μελέτη των αρχών που διέπουν την κίνηση ανθρώπων και ζώων, προσφέροντας πληροφορίες για την αποτελεσματικότητα και την δυναμική της βιολογικής κίνησης.

# 3 Δυναμική Δίποδου

Σε αυτό το κεφάλαιο, οι αρχές που περιγράφονται στο κεφάλαιο 2 υποστηρίζουν την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου που διέπει το υπό εξέταση παθητικό δυναμικό ρομπότ [17]. Μέσω της χρήσης εξειδικευμένου λογισμικού, το μοντέλο προσφέρει προγνωστικές πληροφορίες σχετικά με την απόκριση του ρομπότ σε μεμονωμένες προσαρμογές παραμέτρων. Αυτή η διαδικασία στοχεύει στην επικύρωση της ικανότητας βάδισης του ρομπότ.

# 3.1 Μηχανικό Μοντέλο

Η ανθρώπινη κίνηση αποτελεί αντικείμενο έντονης έρευνας και έχει οδηγήσει στην πρόταση πολυάριθμων μηχανικών αναλόγων για την προσέγγιση αυτής της πολύπλοκης κίνησης. Με βάση τη θεμελιώδη έρευνα που διεξήχθη στο εργαστήριο [25], το μοντέλο που παρουσιάζεται σε αυτή τη μελέτη βασίζεται σε προηγούμενα σχέδια [20][24] ενσωματώνοντας σημαντικά χαρακτηριστικά που συνάδουν με την ανθρώπινη ανατομία, ιδίως την εισαγωγή αρθρώσεων γονάτων. Με την ενσωμάτωση αυτών, επιδιώκεται η περαιτέρω κατανόηση και η ακρίβεια της αναπαραγωγής της δυναμικής της ανθρώπινης βάδισης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-1.



# Σχήμα 3-1. Μεταβλητές του συστήματος και επιτάχυνση της βαρύτητας [17].

Η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος μπορεί να περιγραφεί από το ακόλουθο διάνυσμα:

$$q = [x_H, y_H, \theta_U, \theta_K, \psi_U, \psi_K]^T$$
(3-1)

Όπου  $x_H$  είναι η X συντεταγμένη του ισχίου,  $y_H$  είναι η Y συντεταγμένη του ισχίου,  $\theta_U$  είναι η γωνία του δεξιού μηρού,  $\theta_K$  είναι η γωνία της δεξιά κνήμης,  $\psi_U$  είναι η γωνία του αριστερού μηρού και  $\psi_K$  είναι η γωνία της αριστερά κνήμης.

Είναι επιτακτική ανάγκη να τονιστεί ότι οι μεταβλητές ορίζονται σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του εδάφους {x, y}, αποκλείοντας τις γωνίες του γόνατος, οι οποίες υπολογίζονται με βάση τη γωνιακή σχέση μεταξύ του αντίστοιχου μηρού και κνήμης.

Χρησιμοποιώντας φορμαλισμό κατά Lagrange, η δυναμική του συστήματος μπορεί να περιγραφεί ως:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + K(q) + G(q) = 0$$
(3-2)

Όπου *M* είναι ο πίνακας αδρανείας, *C* είναι ο πίνακας φυγόκεντρων και Coriolis, *K* το διάνυσμα ελαστικότητας και *G* το διάνυσμα βαρύτητας

Στο παρόν μοντέλο, παρόμοια με την προηγούμενο ρομπότ, διατηρείται η χρήση κυκλικών πελμάτων [20][24][25]. Το σημείο επαφής μεταξύ του πέλματος και του εδάφους τηρεί την αρχή της «κύλισης χωρίς ολίσθηση». Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε δεδομένη στιγμή, υπάρχει ένα μόνο σημείο επαφής μεταξύ του ποδιού και του εδάφους, χωρίς σχετική κίνηση ολίσθησης μεταξύ τους. Στη διατύπωση των εξισώσεων κίνησης για το σύστημα, αυτός ο περιορισμός ενσωματώνεται αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. Αυτή η προσέγγιση ενισχύει την τήρηση της συνθήκης «μη ολίσθησης», ενώ παρέχει έναν αποτελεσματικό μηχανισμό για να ληφθούν υπόψη οι δυνάμεις περιορισμού κατά τη διάρκεια των φάσεων μοντελοποίησης και ανάλυσης.

Αυτή η συνθήκη για τα κυκλικά πέλματα μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως εξής:

$$x = r\theta \tag{3-3}$$

Όπου *x* είναι η μετατόπιση του κέντρου του κυκλικού πέλματος, *r* είναι η ακτίνα του πέλματος και *θ* είναι η γωνία.

Η λειτουργική αποτελεσματικότητα του μοντέλου υπόκειται σε μια σειρά αξιολογήσεων σε διάφορες κλίσεις. Ο πρωταρχικός στόχος αυτής της προσέγγισης μεθοδικών δοκιμών είναι να διευκολύνει την ανάπτυξη ενός στιβαρού ρομποτικού μηχανισμού ικανού να διασχίζει αποτελεσματικά αυτά τα ποικίλα εδάφη. Αυτό διασφαλίζει την ύπαρξη εφικτών λύσεων κάτω από διαφορετικές περιβαλλοντικές συνθήκες και πιστοποιεί τη στιβαρότητα και την πρακτική προσαρμοστικότητα του συστήματος.

Είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε ότι η πηγή ενέργειας του συστήματος είναι το βαρυτικό πεδίο. Η δυναμική ενέργεια μπορεί να εκφραστεί ως:

$$V_a = Mgh = Mgxsin(a) \tag{3-4}$$

Όπου x είναι παράλληλο στο έδαφος και a είναι η κλίση του εδάφους.

Η κατανομή μάζας και η ροπή αδράνειας των συνδέσμων παίζουν καθοριστικό ρόλο στη δυναμική του παθητικού βαδίσματος. Σε τέτοια συστήματα, όπου οι πηγές ενέργειας ή οι μηχανισμοί ενεργού ελέγχου απουσιάζουν, το ρομπότ βασίζεται εξ ολοκλήρου στη βαρυτική δυναμική ενέργεια και στην εγγενή δυναμική του για να προωθηθεί.

Η κατανομή μάζας σε κάθε σύνδεσμο μπορεί να επηρεάσει τον τρόπο με τον οποίο η βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική. Συγκεκριμένα, η θέση του κέντρου μάζας μέσα σε κάθε σύνδεσμο καθορίζει τη βαρυτική ροπή που ασκείται στην άρθρωση, επηρεάζοντας τη δυναμική αιώρησης και το μήκος του βήματος. Όταν οι μάζες των συνδέσμων δεν είναι βέλτιστα κατανεμημένες, μπορεί να οδηγήσει σε αναποτελεσματική μεταφορά ενέργειας, προκαλώντας πτώση του ρομπότ.

Η ροπή αδράνειας, η οποία ποσοτικοποιεί την αντίσταση ενός αντικειμένου στη γωνιακή επιτάχυνση, είναι ένας άλλος κρίσιμος παράγοντας για το παθητικό βάδισμα. Η υψηλή ροπή αδράνειας μπορεί να μειώσει την απόκριση σε εξωτερικές διαταραχές, παρέχοντας ευστάθεια, αλλά με κόστος την ευελιξία. Αντίθετα, ένας σύνδεσμος με πολύ χαμηλή ροπή αδράνειας μπορεί να ταλαντεύεται πολύ γρήγορα, με αποτέλεσμα ένα ασταθές βάδισμα. Δεδομένου ότι τα παθητικά ρομπότ εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τη διατήρηση της γωνιακής ορμής για να διατηρήσουν την κίνηση, η ροπή αδράνειας κάθε συνδέσμου μπορεί να είναι η διαφορά μεταξύ ενός ευσταθούς, συνεχούς βηματισμού και ενός ασταθούς.

Επομένως, η κατανόηση και προσεκτική μελέτη αυτών των παραμέτρων είναι επιτακτική ανάγκη για τον επιτυχημένο σχεδιασμό. Στο Σχήμα 3-2 παρουσιάζονται οι παράμετροι του συστήματος.



Σχήμα 3-2. Παράμετροι συστήματος [17].

#### 3.2 Φάσεις

Όπως περιεγράφηκε προηγουμένως, οι μεταβλητές του συστήματος αντιπροσωπεύονται από το διάνυσμα:

$$q = [x_H, y_H, \theta_U, \theta_K, \psi_U, \psi_K]^T$$
(3-5)

και οι παράγωγοι τους μπορούν απλά να υπολογιστούν ως:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} \tag{3-6}$$

Πέρα από αυτά, ο υπολογισμός του συστήματος απαιτεί τη συμπερίληψη πολλαπλασιαστών Lagrange:

 $\lambda_n$ 

Κατά συνέπεια, η κατάσταση του συστήματος μπορεί να εκφραστεί ως:

$$x = [q, \dot{q}, \lambda_n]^T \tag{3-7}$$

Η μεταβλητή n υποδεικνύει τον αριθμό των πολλαπλασιαστών Lagrange, ο οποίος ποικίλλει ανάλογα με τη φάση βάδισης.

Η δυναμική του συστήματος γίνεται τώρα:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + K(q) + G(q) + \Pi(q)\lambda = 0$$
(3-8)

Όπου Π περιλαμβάνει τους περιορισμούς.

Τέτοια δυναμικά συστήματα χαρακτηρίζονται ως Διαφορικές Αλγεβρικές Εξισώσεις (DAEs). Για να μετατραπεί αυτό το σύστημα σε ένα σύνολο Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων (ODEs), απαιτείται μια διαφόριση, προκειμένου να σχηματιστεί ως:

$$M\dot{x} = \vec{F} \tag{3-9}$$

Κατά τη φάση της μονής στήριξης, όπου το ένα πόδι διατηρεί επαφή με το έδαφος και το άλλο υφίσταται αιώρηση, η δυναμική του συστήματος μπορεί να περιγραφεί από την επόμενη διατύπωση. Εκτός από τους εγγενείς 6 βαθμούς ελευθερίας στον μηχανισμό, δύο επιπλέον περιορισμοί - οι συνθήκες μη ολίσθησης και κύλισης - ενσωματώνονται μέσω των πολλαπλασιαστών Lagrange.

$$\begin{bmatrix} I_{6x6} & O_{6x6} & O_{6x2} \\ O_{6x6} & M_{6x6} & \Pi_{6x2} \\ \Pi_{2x6}^T & O_{2x6} & O_{2x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ \ddot{q}_{6x1} \\ \dot{\lambda}_{2x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ B_{6x1} \\ O_{2x1} \end{bmatrix}$$
(3-10)

Κατά τη φάση της διπλής στήριξης, η οποία αντικατοπτρίζει κατ' αρχήν τη φάση της μονής στάσης, εισάγονται δύο ανάλογοι περιορισμοί για να ληφθεί υπόψη το δεύτερο πόδι σε επαφή με το έδαφος. Συνεπώς, η αναπαράσταση του συστήματος επεκτείνεται όπως περιγράφεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} I_{6x6} & O_{6x6} & O_{6x4} \\ O_{6x6} & M_{6x6} & \Pi_{6x4} \\ \Pi_{4x6}^T & O_{4x6} & O_{4x4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ \ddot{q}_{6x1} \\ \dot{\lambda}_{4x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{6x1} \\ B_{6x1} \\ O_{4x1} \end{bmatrix}$$
(3-11)

Σε αυτήν την αναπαράσταση συστήματος, ένα επιπλέον ζεύγος πολλαπλασιαστών Lagrange έχει ενσωματωθεί για να ληφθούν υπόψη οι εισαγόμενοι περιορισμοί.

# 3.3 Απεικόνιση Κίνησης

To MATLAB, είναι ένα υπολογιστικό περιβάλλον υψηλής απόδοσης που αναπτύχθηκε από τη MathWorks. Παρέχει μια ευέλικτη πλατφόρμα για υπολογισμούς, οπτικοποίηση και προγραμματισμό σε μια γλώσσα που είναι εύκολη στην κατανόηση και στη χρήση.

Οι ενσωματωμένες δυνατότητες του μπορούν να διευκολύνουν τη ανάλυση , διαμόρφωση και λύση πολύπλοκων δυναμικών συστημάτων. Η γλώσσα και οι δομές δεδομένων του MATLAB είναι προσαρμοσμένες ώστε να είναι απλή η μαθηματική περιγραφή συστημάτων. Τα μη γραμμικά συστήματα τυπικά μοντελοποιούνται από ένα σύνολο μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες μπορούν να αναπαρασταθούν χρησιμοποιώντας διανύσματα και πίνακες.

Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα του MATLAB είναι η ικανότητά του να χειρίζεται πίνακες και διανύσματα, γεγονός που το καθιστά ιδιαίτερα αποτελεσματικό για την αριθμητική επίλυση μη γραμμικών συστημάτων εξισώσεων.

Ο επιλύτης ode23t από τους επιλύτες ODE του MATLAB επιλέχθηκε για να λύσει τη δυναμική, λόγω της ικανότητάς του να διαχειρίζεται συστήματα που χαρακτηρίζονται από μέτρια ακαμψία.

Ο ode23t ολοκληρώνει συνήθεις διαφορικές εξισώσεις χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του τραπεζίου. Αυτή η προσέγγιση συνδυάζει τόσο πεπλεγμένες όσο και μη πεπλεγμένες τεχνικές ολοκλήρωσης, βελτιστοποιώντας για συστήματα που εμφανίζουν μέτρια ακαμψία, η οποία συναντάται συχνά στη δυναμική μηχανικών συστημάτων όπως το ρομπότ υπό εξέταση. Σε αντίθεση με τους επιλύτες που βασίζονται αποκλειστικά σε πεπλεγμένες μεθόδους και ως εκ τούτου επιβάλλουν την επίλυση μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης, ο ode23t χρησιμοποιεί μηχανισμούς για να εκμεταλλεύεται μερικές φορές μη πεπλεγμένες διατυπώσεις, παρακάμπτοντας έτσι αυτήν την υπολογιστική ζήτηση.

Η προσαρμογή του μεγέθους βήματος αυτού του επιλύτη, με βάση την αξιολόγηση του σφάλματος σε πραγματικό χρόνο, εξασφαλίζει υπολογιστική απόδοση σε μια ποικιλία

περιπτώσεων. Ως εκ τούτου, στο πλαίσιο της δυναμικής του παθητικού δυναμικού ρομπότ, ο ode23t προσφέρει μια ισορροπία: παρέχει την ευρωστία που απαιτείται για δύσκαμπτα σενάρια εγγενή σε τέτοια συστήματα, αλλά αποφεύγει το βαρύ υπολογιστικό φόρτο τυπικό των πιο περίπλοκων πεπλεγμένων επιλυτών.

Ο επιλύτης μπορεί να χειριστεί προβλήματα με τη μορφή:

$$M(t, y)y' = f(t, y)$$
 (3-12)

Όπου Μ είναι ο πίνακας μάζας.

Ο επιλύτης ode23t ολοκληρώνει ενώ συνυπολογίζει την επίδραση του πίνακα μάζας. Είτε ο πίνακας εξαρτάται από την κατάσταση, είτε είναι ιδιάζων είτε έχει άλλες πολυπλοκότητες, ο ode23t μπορεί να διαχειριστεί αυτές τις προκλήσεις.

Για οποιονδήποτε υπολογισμό, είναι ανάγκη η αντιστοίχιση του λύτη με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, λαμβάνοντας υπόψη την ακαμψία του συστήματος, την επιθυμητή ακρίβεια και το υπολογιστικό κόστος.

#### 3.4 Εύρος Παραμέτρων

Έρευνα του εργαστηρίου οδήγησε στην ανάπτυξη ενός εργαλείου [17], προσαρμοσμένου για την ανίχνευση των παραμέτρων σχεδιασμού του παθητικού δυναμικού ρομπότ. Χρησιμοποιώντας ένα αρχικό σύνολο παραμέτρων που το ρομπότ βαδίζει, ο αλγόριθμος αναζητά επαναληπτικά σε ένα εύρος για κάθε παράμετρο, αξιολογώντας σε διαφορετικές κλίσεις. Οι επιτυχείς διαμορφώσεις δίποδων που οδηγούν σε βάδιση επισημαίνονται με πράσινο χρώμα, ενώ οι ανεπιτυχείς διαμορφώσεις επισημαίνονται με κόκκινο. Ένα μπλε διαμάντι υποδεικνύει την αρχική τιμή της παραμέτρου. Τέτοιες οπτικές αναπαραστάσεις είναι καθοριστικές για τον εντοπισμό περιοχών όπου ο σχεδιαστής διατηρεί ευελιξία να τροποποιήσει μια παράμετρο, ειδικά όταν προκύπτουν αποκλίσεις κατά την χρήση εμπορικών εξαρτημάτων. Αυτό προσφέρει ένα ρεαλιστικό πλεονέκτημα για την ενσωμάτωση εξαρτημάτων που διατίθενται στην αγορά.

Η ροπή αδράνειας του ισχίου ασκεί ελάχιστη επίδραση στη ευστάθεια του συστήματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-3.



Σχήμα 3-3. Εύρος ροπής αδράνειας ισχίου.

Η μάζα του μηρού προσφέρει ένα βαθμό ευελιξίας στις προδιαγραφές της. Μέσα σε ένα εύρος περίπου ±100 grams, το δίποδο παραμένει λειτουργικό, διατηρώντας την ικανότητά του να περπατάει.

Η ροπή αδράνειας του μηρού έχει μια αξιοσημείωτη ανοχή εντός του καθορισμένου εύρους, επιτρέποντας μικρές αλλαγές χωρίς να διακυβεύεται η ευστάθεια.



Στο Σχήμα 3-4 αποτυπώνονται αυτά τα ευρήματα.

Σχήμα 3-4. Εύρος μάζας & ροπής αδρανείας μηρού.

Το μήκος του μηρού παρουσιάζει σημαντικό βαθμό προσαρμοστικότητας. Ωστόσο, συγκεκριμένα διαστήματα εντός αυτού του εύρους μπορεί να καταστήσουν το σύστημα ασταθές.

Το κέντρο μάζας του μηρού είναι τοποθετημένο κατά μήκος της ευθείας γραμμής που συνδέει την άρθρωση του ισχίου και του γονάτου. Η μετατόπισή του σε αυτή τη συγκεκριμένη διεύθυνση αποκαλύπτει μια ποικιλία ευσταθών διαμορφώσεων, αν και παρατηρούνται επίσης ορισμένες περιοχές αστάθειας.

Στο Σχήμα 3-5 παρουσιάζονται αυτές οι παρατηρήσεις.





Η μάζα της κνήμης παρουσιάζει σημαντικό βαθμό προσαρμοστικότητας στο εύρος τιμών της. Η μείωση της μάζας της κνήμης μπορεί να ενισχύσει τη ευστάθεια του συστήματος σε ένα ευρύτερο φάσμα κλίσεων. Παρόμοια με τον μηρό, η ροπή αδράνειας της κνήμης έχει ένα σημαντικό εύρος, επιδεικνύοντας χαμηλή επίδραση στη ευστάθεια του συστήματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-6.



Σχήμα 3-6. Εύρος μάζας & ροπής αδρανείας κνήμης.

Η κατακόρυφη και η οριζόντια μετατόπιση του κέντρου μάζας της κνήμης, σε σχέση με την άρθρωση του γονάτου, παρουσιάζει όμοια συμπεριφορά, όπως παρουσιάζεται στα Σχήματα 3-7 και 3-8.



Σχήμα 3-7. Εύρος μήκους κνήμης & κατακόρυφης θέσης κέντρου μάζας.



Σχήμα 3-8. Εύρος οριζόντιας θέσης κέντρου μάζας κνήμης.

Η κρούση του γονάτου αντιπροσωπεύει μια αλληλεπίδραση μεταξύ του μηρού και της κνήμης. Το εύκαμπτο υλικό ανάμεσα στα δύο μέλη αναπαρίσταται μαθηματικά ως σύστημα αποσβεστήρα ελατηρίου, με τους συντελεστές να υποβάλλονται σε λεπτομερή ανάλυση. Αυτό το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σχήμα ελεγκτή PD.

Για ένα μεγάλο εύρος του συντελεστή Κ, το σύστημα παρουσιάζει δυναμική ευστάθεια. Περί τα 900 Nm/rad το σύστημα είναι ευσταθές, ενώ είναι και για τον συντελεστή D.



Σχήμα 3-9. Συντελεστές ελατηρίου και αποσβεστήρα του γονάτου.

# 3.5 Επαναληπτική Διαδικασία

Με το εργαλείο διαθέσιμο, η διαδικασία μπορεί να χαρακτηριστεί ως επαναληπτική, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-10. Από ένα καθιερωμένο σύνολο παραμέτρων, όπου η ικανότητα βάδισης του ρομπότ υφίσταται, δημιουργούνται οι χάρτες των παραμέτρων. Αξιοποιώντας τους, διαμορφώνεται ένας αρχικός σχεδιασμός. Οι αναπόφευκτες διαφορές στις παραμέτρους, που προκύπτουν από την αδυναμία ακριβούς αναπαραγωγής του αρχικού συνόλου κατά τη σχεδίαση, ενσωματώνονται στο δυναμικό μοντέλο του συστήματος και στη συνέχεια επαναξιολογούνται εκ νέου. Μέσω αυτής της προσέγγισης, ο σχεδιασμός βελτιώνεται σταδιακά ενώ εξασφαλίζεται η τήρηση δυναμικής ευστάθειας.



Σχήμα 3-10. Επαναληπτική διαδικασία εύρεσης σταθερών σημείων.

# 4 Σχεδιασμός

Μέχρι στιγμής, η ανάλυση έχει περιοριστεί στις δύο διαστάσεις. Για να επικυρωθεί η πιστότητα του μαθηματικού μοντέλου, το επόμενο βήμα απαιτεί την ανάπτυξη ενός ρομπότ σε τρεις διαστάσεις.

Όπως σε προηγούμενες εργασίες, σχεδιάζεται μια τετράποδη διαμόρφωση. Αυτή η διαμόρφωση περιλαμβάνει ένα εσωτερικό και ένα εξωτερικό ζεύγος ποδιών. Οι μηροί και οι κνήμες του εσωτερικού ζεύγους συνδέονται άμεσα, ενώ οι μηροί του εξωτερικού ζεύγους συνδέονται μεταξύ τους μέσω μιας ράβδου. Οι κνήμες του εξωτερικού ζεύγους συγχρονίζονται μέσω ενός απλού συστήματος ιμάντα-τροχαλίας.

Η δομή που προκύπτει μοιάζει με έναν άνθρωπο που χρησιμοποιεί πατερίτσες για να περπατήσει.

### 4.1 Υπόψιν Σχεδιασμού

Ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του παθητικού δυναμικού ρομπότ αποτέλεσε μια προσπάθεια με πολλούς παράγοντες να επηρεάζουν το τελικό αποτέλεσμα. Η διαδικασία περιλάμβανε κάτι περισσότερο από τη διασφάλιση της συμμόρφωσης με τις θεμελιώδεις αρχές της παθητικής δυναμικής, καθώς καθορίστηκε από την πρακτικότητα, τη σκοπιμότητα και το όραμα για μελλοντικές βελτιώσεις.

Η πρώτη φάση της διαδικασίας σχεδιασμού εστιάστηκε στη προμήθεια εξαρτημάτων. Ο στόχος ήταν να χρησιμοποιηθούν εμπορικά διαθέσιμα κομμάτια όπου αυτό είναι εφικτό. Με τη χρήση προϊόντων της αγοράς, επιδιώχθηκε η μείωση της εξάρτησης από ειδικά κατασκευασμένα, αυξάνοντας έτσι το προσδόκιμο του σχεδίου για μελλοντικές αλλαγές.

Όταν δεν υπήρχαν διαθέσιμα κομμάτια, αξιοποιήθηκε η τρισδιάστατη εκτύπωση. Αυτός ο σύγχρονος τρόπος παραγωγής προσφέρει σημαντικά οφέλη, συμπεριλαμβανομένης της οικονομικής απόδοσης και της ευκολίας, σε σύγκριση με τις παραδοσιακές τεχνικές όπως η κοπή CNC. Ωστόσο, η χρήση της τρισδιάστατης εκτύπωσης απαιτούσε επίσης προσοχή στο σχεδιασμό για να διασφαλιστεί η μηχανική αντοχή των εκτυπωμένων μερών.

Για να διευκολυνθούν οι μετρήσεις, στο σχέδιο του ρομπότ ενσωματώθηκαν αισθητήρες. Αυτές οι συσκευές χρησιμεύουν στη μέτρηση της κατάστασης και παρέχουν πολύτιμη πληροφορία.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του σχεδιασμού είναι η αρθρωτή αρχιτεκτονική του. Σχεδιάστηκε για να επιτρέπει την απλή συναρμολόγηση και αποσυναρμολόγηση, γεγονός που όχι μόνο απλοποιεί τις εργασίες κατασκευής και συντήρησης αλλά και ενισχύει την προσαρμοστικότητα του. Αυτή η προσέγγιση σχεδίασης υποστηρίζει απρόσκοπτες αναβαθμίσεις και τροποποιήσεις, επιτρέποντας την βελτίωση του ενώ παρατείνεται η διάρκεια ζωής του.

# 4.2 Μέλη

Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, ο σχεδιασμός του πέλματος είναι κυκλικός. Η ακτίνα του ορίζεται να είναι το ένα τρίτο του συνολικού ύψους του ρομπότ, αναλογία που προέρχεται από την ανατομία του ανθρώπου.

Το πέλμα έχει σχεδιαστεί για κατασκευή μέσω τρισδιάστατης εκτύπωσης, αξιοποιώντας τα οικονομικά πλεονεκτήματα και τη γεωμετρική ευελιξία που προσφέρει αυτή η μέθοδος. Έχουν κατασκευαστεί βάσεις για τη συμπερίληψη αισθητήρων μέτρησης αδράνειας (IMU), παρέχοντας επιπλέον χώρο από κάτω. Αυτός ο πρόσθετος χώρος προβλέπει την πιθανή εισαγωγή ενός υλικού απόσβεσης για τον μετριασμό των ταλαντώσεων υψηλής συχνότητας και άλλων ακούσιων δυναμικών.

Σε αντίθεση με τον προκάτοχό του που χρησιμοποιούσε ένα σύστημα ελατηρίου, αυτό το ρομπότ ενσωματώνει μόνο μια ελαστική σόλα, σχεδιασμένη να μειώνει τις δυνάμεις που σχετίζονται με την επαφή ποδιού-εδάφους.

Ο σχεδιασμός του πέλματος ενσωματώνει μια διαμόρφωση που διευκολύνει την προσάρτηση άξονα από χάλυβα, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-1.

Στο εσωτερικό ζεύγος πελμάτων, σε σύγκριση με το εξωτερικό, υπάρχει μια αξιοσημείωτη διάκριση: τα εσωτερικά δύο πέλματα συνδέονται μεταξύ τους μέσω ενός άξονα, εξ ου και η παρουσία οπής στο σχέδιο τους.



#### Σχήμα 4-1. Σχέδια εξωτερικών και εσωτερικών πελμάτων.

Η κνήμη και το πέλμα σχεδιάζονται από κοινού, καθώς αντιμετωπίζονται ως ενιαία οντότητα στο πλαίσιο της ανάλυσης. Στο Σχήμα 4-2 αποτυπώνονται η εξωτερική και η εσωτερική κνήμη.

Από την πλάγια όψη της κνήμης, ο άξονας έχει μια κλίση όταν η κνήμη είναι τοποθετημένη κατακόρυφα στο έδαφος. Αυτός ο σχεδιασμός προέκυψε από τον στόχο της ευθυγράμμισης του κέντρου μάζας της κνήμης με τις παραμέτρους που περιεγράφηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επιπλέον, αυτή η διαμόρφωση απλοποιεί τη μεταβολή της ροπής αδράνειας, δεδομένης της σχέσης της με το κέντρο μάζας. Για παράδειγμα, για να αλλάξει η ροπή αδράνειας της κνήμης χωρίς να μεταβληθεί η μάζα του, μπορεί κανείς να τοποθετήσει δύο πανομοιότυπα κολάρα συμμετρικά γύρω από το κέντρο μάζας που βρίσκεται στον άξονα. Με την προοδευτική μετατόπιση των κολάρων κατά μήκος του άξονα, σε ίση απόσταση από το κέντρο μάζας, η ροπή αδράνειας αυξάνεται διατηρώντας σταθερή μάζα.

Οι πλάγιες όψεις τόσο της εσωτερικής όσο και της εξωτερικής κνήμης παρουσιάζουν τις τελικές αποκλίσεις του κέντρου μάζας από τις αρχικές παραμέτρους σχεδιασμού. Χρησιμοποιώντας την επαναληπτική διαδικασία που περιεγράφηκε, αυτές οι αναθεωρημένες παράμετροι επαληθεύτηκαν και εντοπίστηκε ένα νέο σταθερό σημείο δυναμικής ισορροπίας, επιβεβαιώνοντας έτσι την αρχή του παθητικού δυναμικού βαδίσματος.

Για το εξωτερική κνήμη του ποδιού, ο μικρότερος άξονας, ο άξονας της άρθρωσης του γονάτου, διαθέτει επίσης μια πακτωμένη τροχαλία αλουμινίου. Αυτό το εξάρτημα προορίζεται να λειτουργεί σε συνεργασία με μια σειρά από ιμάντες χρονισμού και τροχαλίες. Ο στόχος είναι να συγχρονιστεί η κίνηση και των δύο κνημών του εξωτερικού ζεύγους ποδιών.

Λαμβάνοντας υπόψη τη συνδυασμένη σχεδίαση κνήμης και πέλματος, ελήφθη η απόφαση να τοποθετηθεί ο IMU στη μέγιστη απόσταση από την άρθρωση του γονάτου, για να βελτιωθεί η ακρίβεια της μέτρησης. Κατά συνέπεια, ενσωματώθηκε στο σχέδιο του πέλματος, όπως απεικονίστηκε προηγουμένως. Έτσι επιτρέπεται ο υπολογισμός των γωνιών των κνημών, για να παρέχονται οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος σε οποιαδήποτε δεδομένη στιγμή.



Σχήμα 4-2. Τρισδιάστατη & πλάγια όψη κνημών.

Όπως περιγράφηκε προηγουμένως, τα γόνατα μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας ένα σύστημα αποσβεστήρα ελατηρίου, που χαρακτηρίζεται από έναν συντελεστή ελατηρίου Κ και έναν συντελεστή απόσβεσης D.

Αξίζει να σημειωθεί ότι στο σχέδιο έχει ενσωματωθεί μια υπερέκταση ακριβώς 1°. Αυτό επιτρέπει στη κνήμη να ασφαλίσει αποτελεσματικά στον μηρό, σε αντίθεση με την ευθυγράμμιση των δύο μελών σε μια εντελώς παράλληλη διαμόρφωση. Αυτή η στρατηγική επιλογή σχεδιασμού βοηθά στη δημιουργία ενός πιο σταθερού συστήματος, μιμούμενο τα μοτίβα κίνησης που παρατηρούνται στη ανθρώπινη κίνηση.

Όμοια με το σχεδιασμό της κνήμης, η αρχιτεκτονική του μηρού περιέχει χαλύβδινους άξονες ως κύρια στοιχεία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-3. Τυπικά, για το σχέδιο των μηρών κάθε ζεύγους ποδιών, χρησιμοποιείται ένα ζεύγος παράλληλων αξόνων, που είναι προσαρτημένοι σε εκτυπωμένα εξαρτήματα που καθορίζουν τη μορφή του. Η κύρια μάζα του μηρού τοποθετείται στους άξονες και μπορεί να μετακινηθεί κατά μήκος των αξόνων.

Για το εξωτερικό ζεύγος ποδιών, τα πολυμερή εξαρτήματα του μηρού είναι κατασκευασμένα με οπές όπου περνά ο ιμάντας χρονισμού, διασφαλίζοντας την προστασία του. Η τάνυση του ιμάντα μπορεί να ρυθμιστεί μέσω του συναρμολογήματος, που αποτελεί την κύρια μάζα του μηρού.

Για να διασφαλιστεί η λειτουργία των εξωτερικών μηρών του ποδιού ως μια οντότητα, τα άνω πολυμερή εξαρτήματα έχουν σχεδιαστεί για να συνδεθούν με μια ράβδο από ανθρακονήματα. Η επιλογή των ανθρακονημάτων έγινε για να παραμείνει χαμηλή η μάζα διατηρώντας παράλληλα υψηλή ακαμψία.

Ένα πλαστικό εξάρτημα κατασκευάστηκε για να διευκολύνει την προσάρτηση του IMU. Όπως και το συναρμολόγημα της τροχαλίας, αυτό το εξάρτημα συνδέεται με τους δύο άξονες, χρησιμοποιώντας κολάρα. Χρησιμοποιούνται δύο τέτοια πολυμερή: ένα για το IMU και ένα άλλο για το πλαστικό αντίστοιχο, εξασφαλίζοντας συμμετρία κατά μήκος του οβελιαίου επιπέδου.



### Σχήμα 4-3. Τρισδιάστατη & πλάγια όψη εξωτερικού μηρού.

Το συναρμολόγημα του εσωτερικού μηρού μοιάζει με αυτό του εξωτερικού και παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-4. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, χρησιμοποιούνται παράλληλοι άξονες, πακτωμένοι στα πολυμερή και στα δύο άκρα. Για να εξισωθεί η μάζα του εξωτερικού μηρού, ο εσωτερικός μηρός ενσωματώνει τέσσερις άξονες, αντικατοπτρίζοντας τον αριθμό αξόνων.

Ο εσωτερικός μηρός διαθέτει εξαρτήματα, που προορίζονται ειδικά για να φιλοξενήσουν τη μονάδα μικροελεγκτή του ρομπότ (MCU), την μπαταρία και άλλα βασικά ηλεκτρονικά εξαρτήματα.

Η τοποθέτηση αυτών των εξαρτημάτων κατά μήκος του άξονα είναι ρυθμιζόμενη, διευκολύνοντας την ακριβή ευθυγράμμιση του συνολικού κέντρου μάζας του μηρού στην καθορισμένη απόσταση από την άρθρωση του ισχίου.

Επιπλέον, ένα εξειδικευμένο πολυμερές σχεδιάστηκε για να επιτρέπει την προσάρτηση του IMU στους άξονες του μηρού.

Σε όλες τις διαμορφώσεις των μηρών, τα IMU είναι στρατηγικά τοποθετημένα σε μέγιστη απόσταση από την άρθρωση του ισχίου. Αυτή η τοποθέτηση έχει τις ρίζες της στο σκεπτικό που περιγράφηκε προηγουμένως, συγκεκριμένα, στην επιδίωξη βελτιωμένης ακρίβειας μέτρησης.





Σχήμα 4-4. Τρισδιάστατη & πλάγια όψη εσωτερικού μηρού.

Το ισχίο αποτελείται έναν άξονα και δύο συμμετρικές κυλινδρικές μάζες. Η κύρια λειτουργία του είναι να δρα ως άρθρωση των μηρών. Το Σχήμα 4-5 παρουσιάζει το σύστημα συναρμολογημένο, όπου αυτή είναι εμφανής. Παράλληλα, το ισχίο εκπληρώνει έναν πρόσθετο ρόλο: συγχρονίζει τις κνήμες του εξωτερικού ζεύγους ποδιών. Για να επιτευχθεί αυτό, ο άξονας είναι εξοπλισμένος με οδοντωτές τροχαλίες. Κατά συνέπεια, η περιστροφή του άξονα είναι ίδια με την περιστροφή των κνημών γύρω από τα γόνατα, δεδομένου ότι όλες οι τροχαλίες έχουν αναλογία 1:1.

Ο πρωταρχικός στόχος σχεδιασμού για το δίποδο ρομπότ είναι να μεγιστοποιήσει τη χρήση εμπορικά διαθέσιμων εξαρτημάτων.

Για έναν περίπλοκο σχεδιασμό που βασίζεται στην αρχή του παθητικού βαδίσματος, η κατανόηση των αδρανειακών ιδιοτήτων του συστήματος είναι πρωταρχικής σημασίας. Κατά συνέπεια, διεξήχθησαν λεπτομερείς μετρήσεις μάζας κάθε εξαρτήματος χρησιμοποιώντας μια ζυγαριά με ακρίβεια εκατοστό του γραμμαρίου. Αυτές οι μετρήσεις ενσωματώθηκαν στη συνέχεια στο λογισμικό σχεδιασμού. Μέσα σε αυτό το περιβάλλον, όταν συνδυάστηκαν με τα πολυμερή, τα κέντρα μάζας προσδιορίστηκαν με ακρίβεια και υπολογίστηκαν οι σχετικές ροπές αδράνειας. Αυτή η προσέγγιση διασφαλίζει ότι ο σχεδιασμός του δίποδου ευθυγραμμίζεται με το θεωρητικό μοντέλο, διασφαλίζοντας το παθητικό βάδισμα.

Κατά τη συναρμολόγηση, το ρομπότ εμφανίζει ξεκάθαρα το σχέδιο παθητικού δυναμικού συστήματος. Τα δύο σετ ποδιών διακρίνονται, ενώ είναι εμφανής ο ρόλος των τροχαλιών για τις εξωτερικές κνήμες.



Σχήμα 4-5. Τρισδιάστατη & πλάγια όψη συναρμολογήματος.

### 4.3 Κατασκευαστική Αξιολόγηση

Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (FEA) είναι μια μέθοδος για την πρόβλεψη του τρόπου συμπεριφοράς ενός εξαρτήματος υπό την επίδραση δυνάμεων, δονήσεων και άλλα φυσικών φαινομένων. Είναι ένα κρίσιμο μέρος της διαδικασίας σχεδιασμού, καθώς επιτρέπει την διόρθωση πιθανών προβλημάτων, πριν κατασκευαστεί και δοκιμαστεί το πρωτότυπο.

Στα πεπερασμένα στοιχεία, το σχέδιο που πρόκειται να υποβληθεί σε έλεγχο χωρίζεται σε μεγάλο αριθμό μικρών, απλών σχημάτων - τα «πεπερασμένα στοιχεία». Αυτά μπορεί να είναι μικροσκοπικοί κύβοι, τετράεδρα ή άλλα απλά σχήματα. Οι ιδιότητες του υλικού, όπως η πυκνότητα, ο συντελεστής εφελκυσμού, η αντοχή εφελκυσμού εφαρμόζονται στη συνέχεια σε αυτά.

Η συμπεριφορά κάθε στοιχείου περιγράφεται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο εξισώσεων. Αυτές οι εξισώσεις συγκεντρώνονται σε ένα μεγάλο σύστημα που περιγράφει τη συμπεριφορά ολόκληρης της δομής. Αυτό το σύστημα εξισώσεων στη συνέχεια λύνεται, συνήθως χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους, για να προβλέψει τη συμπεριφορά της δομής υπό τις δεδομένες συνθήκες.

Η τεχνική αυτή μπορεί να προβλέψει και να αναλύσει ένα ευρύ φάσμα χαρακτηριστικών, συμπεριλαμβανομένων των χαρακτηριστικών καταπόνησης, κραδασμών και άλλων. Αυτό τη καθιστά ένα πολύ ευέλικτο και ισχυρό εργαλείο στη μηχανική. Βιομηχανίες που κυμαίνονται από την αεροδιαστημική και την αυτοκινητοβιομηχανία έως τη βιοϊατρική και την ηλεκτρονική χρησιμοποιούν τη μέθοδο αυτή για να σχεδιάσουν ασφαλέστερα, αποτελεσματικότερα και πιο αξιόπιστα συστήματα.

Βάσει προηγούμενης μελέτης [23], η μέγιστη δύναμη που ασκείται σε ένα σύστημα λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια μιας ανεξέλεγκτης πτώσης. Κατά ένα τέτοιο γεγονός, η δύναμη πρόσκρουσης μπορεί να προσεγγιστεί ότι φτάνει έως και τρεις φορές το βάρος του ρομπότ. Δεδομένου ότι η μάζα είναι 3.7 kg, μπορεί να θεωρηθεί ότι οι δυνάμεις φθάνουν στα 110 N.

Με αυτό υπόψιν, διεξάγεται μια στατική ανάλυση για να δοκιμαστούν ξεχωριστά όλα τα εξαρτήματα του ρομπότ. Σε αυτή τη διαδικασία, το ένα άκρο κάθε μέρους είναι πακτωμένο, ενώ η εκτιμώμενη μέγιστη δύναμη εφαρμόζεται στο άλλο άκρο. Αυτό επιτρέπει την αξιολόγηση της δομικής ακεραιότητας και της ανθεκτικότητας κάθε εξαρτήματος υπό τις πιο σφοδρές συνθήκες.

Η ανάλυση περιλαμβάνει όλα τα κρίσιμα κομμάτια του ρομπότ, συμπεριλαμβανομένων των μηρών, των κνημών και των αξόνων.

Στο εξωτερικό ζεύγος ποδιών, το ανώτερο τμήμα του μηρού έχει σχεδιαστεί να εκτυπώνεται, χρησιμοποιώντας το πολυμερές PETG. Διάφορες παραλλαγές αυτού του υλικού είναι εμπορικά διαθέσιμες, παρουσιάζοντας συνήθως μια αντοχή σε εφελκυσμό περίπου 55 *N/mm*<sup>2</sup>. Σε αυτή την ανάλυση, το λογισμικό σχεδίασης ρυθμίστηκε χρησιμοποιώντας PET, που χαρακτηρίζεται από 57.3 *N/mm*<sup>2</sup>. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι ορισμένες συνθέσεις PETG, ενισχυμένες με ίνες άνθρακα, παρουσιάζουν βελτιωμένα χαρακτηριστικά χωρίς σημαντικές αλλαγές στην πυκνότητα. Αυτό διασφαλίζει ότι η μάζα και η ροπή αδράνειας παραμένουν σε μεγάλο βαθμό αμετάβλητες.

Χρησιμοποιώντας το κριτήριο Von Mises, η μέγιστη τάση που παρατηρήθηκε για το άνω τμήμα του εξωτερικού μηρού βρέθηκε να είναι 0,834 *N/mm*<sup>2</sup>, όπως αποτυπώνεται στο Σχήμα 4-6. Αυτή η τιμή είναι αισθητά κατώτερη από την ικανότητα του υλικού, επιδεικνύοντας ότι μπορεί να αντέξει τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό χωρίς αστοχία.



### Σχήμα 4-6. Κατανομή τάσεων στα άνω τμήματα του εξωτερικού μηρού.

Ο σχεδιασμός του εξωτερικού μηρού ενσωματώνει έναν κάθετο άξονα μήκους 200 mm, από ανοξείδωτο χάλυβα. Χαρακτηρίζεται από αντοχή της τάξης των 530 N/mm<sup>2</sup> και είναι κατάλληλος να αντέχει τις στατικές φορτίσεις που του επιβάλλονται, όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα της ανάλυσης στο Σχήμα 4-7.

Το κατώτερο τμήμα του εξωτερικού ζεύγους μηρών είναι σχεδιασμένο επίσης για τρισδιάστατη εκτύπωση. Κατά την ανάλυση, στο Σχήμα 4-8, εμφανίζει μέγιστη τάση 0,975  $N/mm^2$ , η οποία είναι σημαντικά κατώτερη του υλικού, εξασφαλίζοντας έτσι την ικανότητα να αντέχει.



Σχήμα 4-7. Κατανομή τάσεων στους άξονες του εξωτερικού μηρού.





Αναφορικά με το άνω τμήμα των εξωτερικών κνημών, που περιλαμβάνει την άρθρωση του γονάτου, από τα αποτελέσματα στο Σχήμα 4-9 φαίνεται ότι εμφανίζεται μέγιστη τάση της τάξεως των 1.670 N/mm<sup>2</sup>. Ως εκ τούτου, είναι επαρκώς ανθεκτικό για να διαχειριστεί τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό.

Όμοια με τους μηρούς, οι κνήμες ενσωματώνουν έναν άξονα από ανοξείδωτο χάλυβα με μήκος 300 mm. Τα αναλυτικά αποτελέσματα στο Σχήμα 4-10 για αυτό το εξάρτημα δείχνουν μέγιστη τάση 3.409 N/mm<sup>2</sup>, μια τιμή που είναι σημαντικά κάτω από το όριο του υλικού.

Κατά την αξιολόγηση του πέλματος, στο Σχήμα 4-11, οι δυνάμεις επιλέχθηκαν να εφαρμοστούν στο πιο απομακρυσμένο σημείο επαφής από τον άξονα, κατά την επαφή του ποδιού με το έδαφος. Κατά την ανάλυση βρέθηκε τιμή τάσης 11.742 *N/mm*<sup>2</sup>, σημαντικά κατώτερη, κατά σχεδόν πέντε φορές, από το όριο του υλικού. Επομένως, το επιλεγμένο πολυμερές θεωρείται κατάλληλο για αυτήν την εφαρμογή.



Σχήμα 4-9. Κατανομή τάσεων στο άνω τμήμα των εξωτερικών κνημών.



Σχήμα 4-10. Κατανομή τάσεων στους άξονες των εξωτερικών κνημών.



Σχήμα 4-11. Κατανομή τάσεων στα πέλματα των εξωτερικών κνημών.

Όμοια με το εξωτερικό πέλμα, το εσωτερικό εμφανίζει μέγιστη τάση 11.221 *N/mm*<sup>2</sup>, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-12. Επομένως είναι κατάλληλο για την εφαρμογή.



### Σχήμα 4-12. Κατανομή τάσεων στα πέλματα των εσωτερικών κνημών.

Υποβάλλοντας το άνω πλαστικό τμήμα της εσωτερικής κνήμης με φορτίο, αυτό εμφανίζει μέγιστη τάση 1.494 *N/mm*<sup>2</sup> στο Σχήμα 4-13. Αυτή η τιμή βρίσκεται εντός αποδεκτού εύρους, κάτω από το όριο του υλικού, επιβεβαιώνοντας τη δομική ακεραιότητα του εξαρτήματος.



### Σχήμα 4-13. Κατανομή τάσεων στο άνω τμήμα της εσωτερικής κνήμης.

Κατά την αξιολόγηση των άνω και κάτω πολυμερών του εσωτερικού μηρού, στα Σχήματα 4-14 και 4-15 αντίστοιχα, οι μέγιστες τάσεις που υπολογίστηκαν είναι 0.885 *N/mm*<sup>2</sup> και 0.933 *N/mm*<sup>2</sup>, αντίστοιχα. Δεδομένων αυτών των τιμών, τα δύο αυτά εξαρτήματα είναι κατάλληλα για χρήση.

Για την ολοκλήρωση ανάλυσης, κρίνεται απαραίτητο να αξιολογηθεί η ακεραιότητα των αξόνων των αρθρώσεων για να επιτευχθεί μια πιο ολοκληρωμένη κατανόηση της αντοχής του συστήματος. Συγκεκριμένα, οι άξονες που υπόκεινται σε εξέταση περιλαμβάνουν εκείνους των αρθρώσεων γονάτων του εξωτερικού ποδιού, της άρθρωσης γονάτου του εσωτερικού ποδιού και της άρθρωσης ισχίου. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας.



Σχήμα 4-14. Κατανομή τάσεων στο άνω τμήμα του εσωτερικού μηρού.



#### Σχήμα 4-15. Κατανομή τάσεων στο κάτω τμήμα του εσωτερικού μηρού.

Για τους άξονες των αρθρώσεων των γονάτων του εξωτερικού ποδιού, υπολογίστηκε η τάση 24.177 *N/mm*<sup>2</sup>, όπως αποτυπώνεται στο Σχήμα 4-16. Δεδομένου ότι αυτοί οι άξονες είναι κατασκευασμένοι από ανοξείδωτο χάλυβα, γνωστός για την αντοχή του, αυτό το επίπεδο τάσης βρίσκεται εντός των αποδεκτών ορίων.

Σχετικά με τον άξονα της άρθρωσης του γονάτου του εσωτερικού ποδιού, στο Σχήμα 4-17, η ανάλυση παρουσίασε τάση 10.515 *N/mm*<sup>2</sup>, η οποία βρίσκεται κάτω από το όριο του υλικού.

Για τον άξονα ισχίου του ρομπότ, αναλύθηκαν δύο σενάρια επιβολής δυνάμεων, στα Σχήματα 4-18 και 4-19. Το πρώτο σενάριο προσομοιώνει συνθήκες υπό τις οποίες το εσωτερικό πόδι βρίσκεται σε αιώρηση, δηλαδή χωρίς επαφή με το έδαφος. Κατά αυτό το σενάριο, η τάση βρέθηκε να είναι 99.81 *N/mm*<sup>2</sup>. Παρόλο που αυτή η τιμή είναι εμφανώς υψηλότερη από τις προηγουμένως υπολογισμένες τιμές, παραμένει με ασφάλεια μέσα στο εύρος αντοχής του χάλυβα.



Σχήμα 4-16. Κατανομή τάσεων στους άξονες των γονάτων του εξωτερικού ποδιού.



Σχήμα 4-17. Κατανομή τάσεων στον άξονα του γονάτου του εσωτερικού ποδιού.



Σχήμα 4-18. Κατανομή τάσεων στον άξονα ισχίου όταν το εσωτερικό πόδι είναι σε φάση αιώρησης.

Στο δεύτερο σενάριο, όπου το εξωτερικό πόδι δεν έχει επαφή με το έδαφος και το εσωτερικό πόδι αναλαμβάνει το φορτίο, η τάση υπολογίστηκε στα 178.073 *N/mm*<sup>2</sup>. Παρόλο που αυτή η τιμή είναι αρκετά αυξημένη, παραμένει κάτω από το όριο αντοχής του υλικού.



### Σχήμα 4-19. Κατανομή τάσεων στον άξονα ισχίου όταν το εξωτερικό πόδι είναι σε φάση αιώρησης.

Εν κατακλείδι, πραγματοποιήθηκε λεπτομερής δοκιμή κάθε εξαρτήματος κάτω από τις πλέον πιο αυστηρές συνθήκες που αναμένονται. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι όλα παρουσιάζουν ικανοποιητική αντοχή και είναι κατάλληλα για την προβλεπόμενη εφαρμογή.

# 4.4 Ράμπες

Ο κύριος στόχος στην αξιολόγηση του παθητικού δυναμικού ρομπότ είναι να υπάρχει ευσταθής βηματισμός σε μια ευρεία γκάμα κλίσεων. Είναι ιδιαίτερης σημασίας να αναλυθεί η συμπεριφορά του μηχανισμού όταν μεταβαίνει από μία κλίση στην επόμενη. Για να επιτευχθεί αυτό, σχεδιάστηκαν τρεις διακριτοί τύποι ράμπας, ο καθένας με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, όπως παρουσιάζονται στα Σχήματα 4-20, 4-21, 4-22 και 4-23.

Ο πρώτος τύπος ράμπας ξεκινά με κλίση -1° και προοδευτικά μεταβαίνει στις -5°. Οι αλλαγές της κλίσης πραγματοποιούνται με βήμα -0.1°, με κάθε τμήμα να έχει μήκος 5 μέτρα.



Σχήμα 4-21. Κάθε τμήμα σταθερής κλίσης έχει μήκος 5 μέτρα.

Ο δεύτερος τύπος ράμπας, ξεκινά με κλίση -1° και καταλήγει σε 0°, με το ίδιο βήμα όπως προηγουμένως.

Και στους δύο αυτούς σχεδιασμούς, επιλέχθηκε το συγκεκριμένο βήμα ώστε να παραχθεί πλήθος πληροφορίας σχετικά με την ικανότητα του ρομπότ να βαδίζει σε διαφορετικές κλίσεις.

# Σχήμα 4-22. Κυρτή ράμπα.

Για να μελετηθεί περαιτέρω η μεταβατική απόκριση του ρομπότ κατά τις μεταβολές της κλίσης, η τρίτη ράμπα έχει σχεδιαστεί ώστε να ξεκινά από -1° έως -5°, με πιο απότομο βήμα -0.5°. Παράλληλα, το κάθε τμήμα έχει μήκος 10 μέτρα.

Σχήμα 4-23. Κοίλη ράμπα με πιο απότομες μεταβολές κλίσης.

10.00

# 5 Προσομοίωση

Βασισμένο στο μαθηματικό μοντέλο του Κεφαλαίου 3, το ρομπότ σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους που καθορίστηκαν για την εξασφάλιση της παθητικής δυναμικής. Χρησιμοποιήθηκαν τόσο έτοιμα όσο και 3D-εκτυπωμένα εξαρτήματα. Πριν από την κατασκευή, το σύστημα πρέπει να δοκιμαστεί σε προσομοίωση που λαμβάνει υπόψη αρχικές συνθήκες, τη βαρύτητα και τις αλληλεπιδράσεις με το έδαφος.

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζεται το λογισμικό προσομοίωσης. Το μοντέλο του ρομπότ εισάγεται μαζί με τις ράμπες και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

To MSC Adams (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) είναι ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο εργαλείο λογισμικού για την προσομοίωση της δυναμικής σύνθετων μηχανικών συστημάτων.

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα του Adams είναι η ικανότητά του να αναπαριστά τη φυσική των μηχανικών συστημάτων με ακρίβεια, συμπεριλαμβανομένων των επιδράσεων των δυνάμεων, ροπών και άλλων παραγόντων. Αυτό επιτρέπει στους μηχανικούς να προβλέψουν και να κατανοήσουν πώς θα συμπεριφερθεί ένα σύστημα υπό διάφορες συνθήκες, χωρίς να χρειάζεται να κατασκευάσουν και να δοκιμάσουν φυσικά πρωτότυπα.

# 5.1 Μοντέλο

Το MSC Adams συνεργάζεται με το SolidWorks υποστηρίζοντας την άμεση εισαγωγή των σχεδίων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-1. Κατά συνέπεια εισάγεται το δίποδο, μαζί με την σχετική κεκλιμένη ράμπα. Αυτό εξασφαλίζει ότι οι προσομοιώσεις μπορούν να ξεκινήσουν μόλις καθοριστούν οι αδρανειακές παράμετροι του συστήματος και οι αρχικές συνθήκες. Αυτή η ροή εργασίας αυξάνει την ακρίβεια και εξασφαλίζει συνέπεια μεταξύ των φάσεων σχεδίασης και προσομοίωσης.

🥏 File Im	port			$\times$	
File Type	SolidWorks	SolidWorks (*.sldprt;*.sldasm)			
File To Read Part Name					
Scale	1.0	Location			
Ref. Markers	Local	<ul> <li>Orientation</li> </ul>	0.0, 0.0,	0.0	
		Relative To	.pdw_10		
Clean on Import					
P Blanked Entities Consolidate To Shells P Display Summary					
Geometry O	ptions	ОК	Apply	Cancel	

# Σχήμα 5-1. Εισαγωγή σχεδίων.

Στο περιβάλλον προσομοίωσης, κάθε μέλος του ρομπότ έχει διαφορετικό χρώμα για σαφήνεια. Οι παράμετροι για κάθε ένα, συμπεριλαμβανομένης της μάζας του, της ροπής αδράνειας και της θέσης του κέντρου μάζας του, καθορίζονται με λεπτομέρεια μέσα στο λογισμικό. Οι αρθρώσεις που τα συνδέουν ορίζονται, με προσοχή στις επαφές, ιδιαίτερα τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σκελών και της ράμπας. Καθιερωμένες μεθοδολογίες από προηγούμενες ερευνητικές εργασίες στο εργαστήριο παρείχαν μια δομημένη διαδικασία για αυτές τις ρυθμίσεις. Το Σχήμα 5-2 απεικονίζει το ρομπότ έτοιμο για προσομοίωση.



Σχήμα 5-2. Μοντέλο ρομπότ στο περιβάλλον προσομοίωσης.

# 5.2 Αποτελέσματα

Ξεκινώντας με την πρώτη ράμπα, η οποία έχει κλίση από -1° έως και -5° με βήμα τις -0.1°, στα Σχήματα 5-3 και 5-4 απεικονίζονται η γωνία και η γωνιακή ταχύτητα του μηρού και της κνήμης με το πέρασμα του χρόνου. Η κάθε αλλαγή κλίσης είναι σημειωμένη με μια μαύρη κάθετη γραμμή. Καθώς η κλίση γίνεται πιο απότομη, η γωνία και η γωνιακή ταχύτητα αυξάνονται. Για τη γωνία, το άνω όριο αυξάνεται με πιο συγκρατημένο ρυθμό από το κάτω, ενώ για τη γωνιακή ταχύτητα, η τάση είναι αντεστραμμένη. Η ικανότητα βάδισης κυμαίνεται από -1° έως -4.7°, με την αστάθεια να εμφανίζεται στις -4.8°. Φαίνεται καθαρά τόσο η μετάβαση του συστήματος σε νέο σταθερό σημείο σε κάθε αλλαγής κλίσης, όσο και η αστάθεια κατά τις τελικές φάσεις.





Στο Σχήμα 5-3 παρουσιάζεται η συμπεριφορά του συστήματος μετά από αλλαγή στην κλίση. Παρατηρείται ότι το ρομπότ σταθεροποιείται μετά από τρία έως τέσσερα βήματα, με όλα τα επόμενα βήματα σε αυτήν τη συγκεκριμένη κλίση να παρουσιάζουν σταθερό πλάτος.

Καθώς η κλίση γίνεται πιο απότομη, η ευστάθεια του συστήματος διαταράσσεται. Πριν την απώλεια ισορροπίας του ρομπότ, παρατηρούνται αλλαγές στον τρόπο βάδισης, που εμφανίζονται ως επιπλέον συχνότητες στο διάγραμμα του μηρού με τον χρόνο.

Κατά την ανάλυση της γωνιακής ταχύτητας του μηρού, εμφανίζεται το ίδιο μοτίβο. Το σύστημα χρειάζεται τρία βήματα για να επιτύχει τη νέα του ισορροπία μετά από μια αλλαγή στην κλίση. Ομοίως, καθώς πλησιάζει το σημείο αστάθειας, παρατηρήθηκαν αποκλίσεις στις ταλαντώσεις του συστήματος, που χαρακτηρίζονται από την παρουσία επιπλέον συχνοτήτων.



Σχήμα 5-4. Γωνιακή ταχύτητα μηρού κατά ευσταθή βάδιση & εμφανιζόμενες συχνότητες πριν την πτώση.

Η ταλαντωτική κίνηση της κνήμης αντικατοπτρίζει τη δυναμική που παρατηρήθηκε στον μηρό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-5.



Σχήμα 5-5. Γωνία κνήμης κατά ευσταθή βάδιση & εμφανιζόμενες συχνότητες πριν την πτώση.

Τα διαγράμματα της γωνιακής ταχύτητας της κνήμης, στο Σχήμα 5-6, παρουσιάζουν μοτίβα συνεπή με τις προηγούμενες μεταβλητές κατάστασης. Απαιτείται ένας ισοδύναμος αριθμός βημάτων για να ισορροπήσει το συστημα.



#### Σχήμα 5-6. Γωνιακή ταχύτητα κνήμης κατά ευσταθή βάδιση & εμφανιζόμενες συχνότητες πριν την πτώση.

Οι ταχύτητες της ισχίου στις διευθύνσεις X και Y παρουσιάζουν ενδιαφέρον. Καθώς η κλίση της ράμπας μειώνεται, παρατηρείται μια εμφανής αύξηση στο μέγεθος των ταχυτήτων, υποδεικνύοντας ότι το ρομπότ προχωρά με πιο γρήγορο ρυθμό.

Κατά την εξέταση της ταχύτητας του ισχίου κατά τον άξονα Χ και Υ, παρατηρούνται ξεχωριστές κορυφές στο διάγραμμα, όπως διακρίνεται στο Σχήμα 5-7. Αυτές οι κορυφές υποδεικνύουν μια ασυμφωνία στις αδρανειακές ιδιότητες των ποδιών, παρά τα ίδια μήκη τους. Αυτό το φαινόμενο, δεν επηρεάζει τη δυνατότητα του συστήματος να περπατήσει.



Σχήμα 5-7. Ταχύτητες ισχίου κατά τους άξονες Χ και Υ.

Ως τώρα, το σύστημα έχει υποστεί ελεγχθεί σε κλίση που ξεκινά από -1° και φτάνει μέχρι τις -4.7°. Για να την περαιτέρω κατανόηση του συστήματος, είναι απαραίτητο να αξιολογηθεί η απόδοσή του σε μια πιο ήπια κλίση. Κατά συνέπεια, η δεύτερη ράμπα, κυμαίνεται από -1° μέχρι 0° και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 5-8, 5-9 και 5-10.



Σχήμα 5-8. Γωνία & γωνιακή ταχύτητα μηρού σε ηπιότερες κλίσεις.

Σύμφωνα με τις προηγούμενες παρατηρήσεις, οι γραφικές αναπαραστάσεις για τη γωνιακή θέση και γωνιακή ταχύτητα του μηρού δείχνουν παρόμοια μοτίβα. Τρεις επαναλήψεις απαιτούνται για το σύστημα για να σταθεροποιηθεί το σύστημα.

Με τον συνδυασμό των αποτελεσμάτων, διαπιστώθηκε ότι το ρομπότ διατηρεί σταθερό βηματισμό εντός ενός εύρους κλίσης από -0.9° έως -4.7°, με αποκλίσεις εκτός αυτού του εύρους να οδηγούν σε αστάθεια και τελικά στην πτώση.

Τα διαγράμματα γωνίας και γωνιακής ταχύτητας για τη κνήμη δείχνουν είναι όμοια.





Οι ταχύτητες του ισχίου κατά τους άξονες Χ και Υ παρουσιάζουν μοτίβα που συμφωνούν με αυτά που παρατηρήθηκαν στην προηγούμενη ράμπα.



Σχήμα 5-10. Ταχύτητες ισχίου κατά τους άξονες Χ και Υ.

Για την εξέταση της δυναμικής του συστήματος, η τρίτη ράμπα σχεδιάστηκε με πιο απότομες κλίσεις. Αυτή η ράμπα ξεκινά με κλίση -2° και προχωρά με βήμα των -0.5°, κορυφώνοντας στις -5°.

Σε αυτή την προσομοίωση, εκτός από το βήμα, οι αρχικές συνθήκες του συστήματος επίσης διαφέρουν από την αρχική βάση που τέθηκε στους -2°.

Σύμφωνα με προηγούμενα ευρήματα, ακόμα και όταν υποβλήθηκε σε πιο έντονες αλλαγές κλίσης, το ρομπότ επιτυγχάνει σταθερό βάδισμα σε 3 έως 4 βήματα.

Η γωνιακή θέση και η γωνιακή ταχύτητα του μηρού ταιριάζουν με τα μοτίβα που παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια της δοκιμής της πρώτης ράμπας, όπως απεικονίζονται στα Σχήματα 5-11 και 5-12.





Τα προφίλ γωνιακής θέσης και ταχύτητας της κνήμης σταθεροποιούνται συνεπώς, απαιτώντας περίπου τρία βήματα για να επιτευχθεί μια νέα δυναμική σταθερή κατάσταση.

Όπως και στις προηγούμενες παρατηρήσεις, οι ταχύτητες της ισχίου στους άξονες Χ και Υ αποκαλύπτουν την ετερογένεια στις αδρανειακές ιδιότητες μεταξύ των ποδιών. Το Σχήμα 5-13 παρουσιάζει τη συμπεριφορά αυτή.



Σχήμα 5-12. Γωνία & γωνιακή ταχύτητα κνήμης σε απότομες κλίσεις.



Σχήμα 5-13. Ταχύτητες ισχίου κατά τους άξονες Χ και Υ.

Τα πορτραίτα φάσεων χρησιμεύουν ως πολύτιμα εργαλεία για την ανάλυση των δυναμικών συστημάτων. Απεικονίζουν μια μεταβλητή στον οριζόντιο άξονα σε αντιστοιχία με τη χρονική της παράγωγο στον κάθετο άξονα.

Στο Σχήμα 5-14 εμφανίζονται τα πορτραίτα φάσεων, όπου παρουσιάζεται ο οριακός κύκλος ορίου του ρομπότ σε μια κλίση -2°, τόσο για τον μηρό όσο και για την κνήμη. Τα γεγονότα που λαμβάνουν χώρα, όπως οι κρούσεις του γονάτων, των φτερνών και το πέρας επαφών, σημειώνονται χαρακτηριστικά.



Σχήμα 5-14. Οριακοί κύκλοι μηρού & κνήμης σε κλίση -2°.

Με μια σαφή κατανόηση κάθε τμήματος του οριακού κύκλου, τα πορτραίτα φάσεων του Σχήματος 5-15 παρέχουν μια ολοκληρωμένη επισκόπηση της συμπεριφοράς του συστήματος σε διαφορετικές κλίσεις. Αυτά τα διαγράμματα καλύπτουν από -2° έως -4.5°, με αυξήσεις των -0.5°.

Οι κύκλοι δείχνουν να επεκτείνονται, ιδιαίτερα για μικρές τιμές της γωνίας τόσο του μηρού όσο και της κνήμης. Σε κλίσεις -4° και -4.5°, το σύστημα πλησιάζει την αστάθεια, οδηγώντας σε αποκλίσεις στους κύκλους σε σύγκριση με πιο μικρές κλίσεις. Επιπλέον, στη κλίση -4.5°, προκύπτει μια επιπρόσθετη δυναμική: το γόνατο του ποδιού που βρίσκεται σε φάση αιώρησης απελευθερώνεται και στη συνέχεια κλειδώνει πάλι, εισάγοντας έτσι ένα επιπρόσθετο γεγονός μέσα στον κύκλο.



Σχήμα 5-15. Οριακοί κύκλοι μηρού & κνήμης σε διαφορετικές κλίσεις.
## 6 Συμπεράσματα & Μελλοντική Εργασία

Σε αυτή τη εργασία, εξετάζεται διεξοδικά το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Συστημάτων Ελέγχου και απεικονίζει τη δυναμική βάδισης ενός δίποδου παθητικού δυναμικού ρομπότ εξοπλισμένου με γόνατα. Χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο, προκύπτει ένα σύνολο παραμέτρων για το σχεδιασμό ενός ρομπότ που ενσωματώνει τόσο διαθέσιμα στο εμπόριο όσο και ειδικής κατασκευής εξαρτήματα, διατηρώντας παράλληλα τη δυναμική του παθητικού περπατήματος. Ο προτεινόμενος σχεδιασμός υφίσταται επικύρωση μέσα σε ένα πλαίσιο προσομοίωσης, επιτρέποντας την εξαγωγή αποτελεσμάτων πριν από οποιαδήποτε πραγματική κατασκευή. Αυτή η διαδικασία καθορίζει επίσης πιθανές οδούς για μελλοντική έρευνα και ανάπτυξη.

## 6.1 Συμπεράσματα

Επιτεύχθηκε μια ολοκληρωμένη κατανόηση της δυναμικής που είναι εγγενής σε ένα παθητικό δυναμικό ρομπότ με γόνατα, βασιζόμενη αρχικά στις θεμελιώδεις αρχές των ανεστραμμένων εκκρεμών και των διπλών εκκρεμών. Η ανθρώπινη κίνηση μπορεί να προσεγγιστεί με έναν συνδυασμό ενός κλειδωμένου ανεστραμμένου διπλού εκκρεμούς και ενός άλλου που διαθέτει περιστροφική ελευθερία τόσο στην άρθρωση του ισχίου όσο και στο γόνατο. Η δυναμική του συστήματος χαρακτηρίζεται από τα κυκλικά του πόδια, με τις αδρανειακές του ιδιότητες και την κλίση να παίζουν κεντρικούς ρόλους.

Το καθιερωμένο μαθηματικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για την κατάρτιση χαρτών των παραμέτρων, προσφέροντας στρατηγική ευελιξία κατά τις φάσεις της επιλογής εξαρτημάτων και του σχεδιασμού.

Η επακόλουθη επικύρωση σε ένα περιβάλλον προσομοίωσης υπογράμμισε την πιστότητα του μοντέλου στον αντικατοπτρισμό της δυναμικής του πραγματικού κόσμου.

Αυτή η έρευνα έχει δημιουργήσει έτσι ένα μεθοδολογικό πλαίσιο μεγάλης σημασίας για το σχεδιασμό μελλοντικών συστημάτων, που δυνητικά θα οδηγήσει σε βελτιωμένη απόδοση στη ρομποτική μετακίνηση.

Δύο βασικά μέλη του ρομπότ, η μάζα του ισχίου και η μάζα του εσωτερικού μηρού, σχεδιάστηκαν σε έναν αφηρημένο βαθμό. Έχει αποδειχθεί ότι οι διακυμάνσεις στη ροπή αδράνειας του ισχίου δεν επηρεάζουν σημαντικά τη δυναμική. Ο σχεδιασμός του εσωτερικού μηρού, από την άλλη πλευρά, απαιτεί διατάξεις για την ενσωμάτωση ενός MCU και μιας μπαταρίας, απαραίτητα για την απόκτηση δεδομένων από τις IMU. Όπως αποδείχθηκε προηγουμένως, η αρχιτεκτονική ευελιξία του εσωτερικού μηρού επιτρέπει μικρές προσαρμογές θέσης για τη βελτιστοποίηση της τοποθέτησης του κέντρου μάζας, διευκολύνοντας τη διαδικασία.

Συνοπτικά, ο σχεδιασμός επιτυγχάνει αποτελεσματικά τον στόχο του, ενσωματώνοντας έναν συνδυασμό άμεσα διαθέσιμων εξαρτημάτων με ειδικά κατασκευασμένα, διασφαλίζοντας προσαρμοστικότητα. Αυτή η ευελιξία διευκολύνει πιθανές τροποποιήσεις από ερευνητές που επιδιώκουν να βελτιώσουν συγκεκριμένα στοιχεία.

## 6.2 Μελλοντική Εργασία

Η επόμενη φάση αυτής της έρευνας περιλαμβάνει την οριστικοποίηση των σχεδίων των εξαρτημάτων που συζητήθηκαν προηγουμένως και την κατασκευή του ρομπότ. Μετά τη συναρμολόγηση, δεδομένα θα πρέπει να συγκεντρωθούν και να αντιπαρατεθούν με τις

προβλέψεις τόσο από το μαθηματικό μοντέλο όσο και από τη προσομοίωση. Η αντιστοιχία και η ακρίβεια αυτών θα πρέπει να αξιολογηθούν λεπτομερώς.

Η πειραματική διαδικασία αναμένεται επίσης να ρίξει φως σε πιθανά στοιχεία που δεν εξετάστηκαν προηγουμένως και σε τυχόν ρεαλιστικές προκλήσεις που ενδέχεται να προκύψουν κατά την εκτέλεση.

Διάφορα εξαρτήματα του ρομπότ πρέπει να ερευνηθούν. Θα πρέπει να αξιολογηθούν διάφορα σχήματα ποδιών [15] και ένας μηχανισμός σύνδεσης τεσσάρων ράβδων [16] θα πρέπει να προταθεί ως εναλλακτική λύση στην τρέχουσα περιστροφική άρθρωση για το γόνατο.

Δεδομένης της αρθρωτής φύσης του σχεδιασμού, ορισμένα εξαρτήματα μπορούν να βελτιστοποιηθούν για να ενισχυθεί η απόδοση. Συγκεκριμένα, θα μπορούσε κανείς να ευθυγραμμίσει το κέντρο μάζας του πλήρως κλειδωμένου ποδιού με τη ευθεία γραμμή που ξεκινά από το ισχίο και είναι κάθετη στο πέλμα.

Εν κατακλείδι, μετά από μια ολοκληρωμένη ανάλυση της δυναμικής του συστήματος, η επόμενη φάση θα περιλαμβάνει την ενσωμάτωση κινητήρων, για τη διευκόλυνση της βάδισης σε επιφάνειες με μηδενική και θετική κλίση.