



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ  
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

**Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο  
της Συχνότητας για την Εύρεση Ρυθμών σε  
Διατάξεις Διηλεκτρικών Κυματοδηγών**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΤΟΥ

**Γεωργίου Ε. Δραϊνάκη**

**Επιβλέπων :** Ηλίας Ν. Γλύτσης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2012







ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ,  
ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

## Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο της Συχνότητας για την Εύρεση Ρυθμών σε Διατάξεις Διηλεκτρικών Κυματοδηγών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

Γεωργίου Ε. Δραϊνάκη

Επιβλέπων : Ηλίας Ν. Γλύτσας  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 5<sup>η</sup> Μαρτίου 2012.

.....  
Η. Γλύτσας  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ι. Ρουμελιώτης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ι. Τσαλαμέγκας  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2012

.....

**Γεώργιος Ε. Δραϊνάκης**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.  
© 2012 – All rights reserved

Copyright ©-- All rights reserved Γεώργιος Ε. Δραϊνάκης, 2012.  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## **Ευχαριστίες**

Καταρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Ηλία Γλύτση για την εποπτεία, την καθοδήγηση και τη γενικότερη συνεργασία, καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την ηθική υποστήριξη που μου παρείχαν στην προσπάθειά μου αυτή.



Αφιερώνεται στον παππού μου Ανδρέα  
και στη γιαγιά μου Ελένη Λίβα.



## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο της συχνότητας (Finite Difference Frequency Domain Method), με σκοπό την επίλυση της βαθμωτής εξίσωσης Helmholtz και την εύρεση των διαδιδόμενων ρυθμών σε ορθογώνιους οπτικούς διηλεκτρικούς κυματοδηγούς.

Αρχικά, έγινε αναφορά στις εφαρμογές των οπτικών κυματοδηγών στην ολοκληρωμένη οπτική. Μελετήθηκε η εφαρμογή των κυματοδηγών ως στοιχεία σε παθητικές και σε ενεργές λειτουργικές διατάξεις, καθώς και η χρήση τους σε κυκλώματα ολοκληρωμένης οπτικής.

Στη συνέχεια, εστίασαμε στην ανάλυση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο της συχνότητας. Συγκεκριμένα, περιγράφηκε το θεωρητικό υπόβαθρο μέσα από το οποίο προέρχεται η μέθοδος καθώς και η διαδικασία μοντελοποίησης αυτής. Έπειτα, η μέθοδος εφαρμόστηκε στη βαθμωτή εξίσωση Helmholtz, στις δύο διαστάσεις, με σκοπό την εύρεση της σταθεράς διάδοσης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και της εγκάρσιας -ως προς τη διεύθυνση διάδοσης- μορφής του πεδίου. Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε κυματοδηγούς τύπου Rib, Raised Strip, Embedded Strip, Ridge, General Channel και Buried. Περαιτέρω, αξιολογήθηκε η σύγκλιση, η ακρίβεια, η ευστάθεια και η πολυπλοκότητα του αλγόριθμου επίλυσης, ενώ παράλληλα έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων με διαφορετικές μεθόδους για πληρότητα.

**Λέξεις Κλειδιά:** Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών, FDFD, Helmholtz, Οπτικός Κυματοδηγός, Εύρεση Ρυθμών, Σταθερά Διάδοσης, Κυματοδηγός Rib, Κυματοδηγός Raised Strip, Κυματοδηγός Embedded Strip, Κυματοδηγός Ridge, Κυματοδηγός General Channel, Κυματοδηγός Buried, Ολοκληρωμένη Οπτική.





## **Abstract**

The aim of this diploma thesis is to study the numerical method of Finite Difference Frequency Domain, in order to solve the scalar Helmholtz equation and to determine guided modes in rectangular dielectric optical waveguides.

Initially, reference was made to certain applications of optical waveguides in integrated optics. We studied the application of waveguides, as parts of passive and active functional devices as well as their use in integrated optical circuits.

Then, we focused on the analysis of the method of finite differences in the frequency domain. Specifically, the theoretical background from which the method originates, as well as the modeling procedure was described. Moreover, the method was applied to the scalar Helmholtz equation, in two dimensions, in order to find the effective index of guided modes and the transverse - relative to the direction of propagation - field pattern. This method was applied to waveguides of different types such as Rib, Raised Strip, Embedded Strip, Ridge, General Channel and Buried. Furthermore, the convergence, the accuracy, the stability and the complexity of the solution algorithm were evaluated, while the results were compared with different methods for completeness.

**Keywords:** Finite Difference Method, FDFD, Helmholtz, Optical Waveguide, Calculating Modes, Effective Index, Rib Waveguide, Raised Strip Waveguide, Embedded Strip Waveguide, Ridge Waveguide, General Channel Waveguide, Buried Waveguide, Integrated Optics.



# Περιεχόμενα

<b>1 Σύντομη Ιστορική Αναδρομή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών .....</b>	<b>8</b>
1.1 Παραπομπές 1 <sup>ου</sup> Κεφαλαίου .....	9
<b>2 Εφαρμογές στην Ολοκληρωμένη Οπτική.....</b>	<b>12</b>
2.1 Χρήση Οπτικών Κυματοδηγών σε Παθητικές Διατάξεις.....	12
2.1.1 Διαχωριστές Ισχύος .....	13
2.1.2 Πολωτές .....	14
2.1.3 Κυματοδηγοί-Φακοί .....	14
2.2 Χρήση Οπτικών Κυματοδηγών σε Ενεργές/Λειτουργικές Διατάξεις .....	15
2.2.1 Ηλεκτρο-Οπτικές Διατάξεις.....	16
2.2.1 Ακουστο-οπτικές Διατάξεις.....	18
2.2.1 Μαγνητο-οπτικές Διατάξεις.....	18
2.2.1 Θερμο-οπτικές Διατάξεις.....	19
2.3 Εφαρμογές Κυματοδηγών σε Κυκλώματα Ολοκληρωμένης Οπτικής.....	20
2.3.1 Αναλυτής Φάσματος RF .....	20
2.3.2 Μονολιθικός Πολυπλέκτης.....	21
2.3.3 Μετατροπέας Αναλογικού Σήματος σε Ψηφιακό (AD Converter) .....	21
2.3.4 Ταχύμετρο Doppler .....	22
2.3.5 Κεφαλή Οπτικού Δίσκου.....	23
2.3.6 Αισθητήρας Θερμοκρασίας.....	24
2.3.7 Αισθητήρας Υψηλής Τάσης.....	25
2.3.8 Χημικός Αισθητήρας.....	26
2.3 Παραπομπές 2 <sup>ου</sup> Κεφαλαίου .....	26
<b>3 Βασική Θεωρία Ηλεκτρομαγνητικού Πεδίου - Εξισώσεις Maxwell .....</b>	<b>27</b>
<b>4 Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο της Συχνότητας.....</b>	<b>30</b>
4.1 Εισαγωγή .....	30
4.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στην Εξίσωση Helmholtz .....	31
4.3 Αριθμητική Διασπορά .....	35
4.4 Ακρίβεια και Ευστάθεια .....	36
4.5 Σύγκλιση .....	38
4.6 Υπολογιστική Πολυπλοκότητα .....	39
4.7 Παραπομπές 4 <sup>ου</sup> Κεφαλαίου .....	40

<b>5 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων σε Οπτικούς Κυματοδηγούς .....</b>	<b>41</b>
5.1 Rib Waveguide .....	42
5.2 Raised Strip Waveguide .....	51
5.3 Embedded Strip Waveguide .....	58
5.4 Ridge Waveguide.....	65
5.5 General Channel Waveguide .....	72
5.6 Buried Waveguide .....	79
5.7 Παραπομπές 5 <sup>ου</sup> Κεφαλαίου .....	86
<b>6 Μελλοντικές Επεκτάσεις.....</b>	<b>87</b>
6.1 Μη Ορθογώνιες Διατάξεις.....	87
6.2 Διανυσματικές Μορφές της Εξίσωσης Helmholtz .....	90
6.3 Συστήματα Τριών Διαστάσεων .....	91
6.4 Παραπομπές 6 <sup>ου</sup> Κεφαλαίου .....	92
<b>Παράρτημα .....</b>	<b>93</b>
I Αρχείο για Rib Waveguides .....	93
II Αρχείο για Raised Strip Waveguides.....	96
III Αρχείο για Embedded Strip Waveguides .....	99
IV Αρχείο για Ridge Waveguides.....	103
V Αρχείο για General Channel Waveguides .....	106
VI Αρχείο για Buried Waveguides .....	110

# Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Διαφορετικά είδη κυματοδηγών διακλάδωσης .....	13
2.2	Κυματοδηγός τύπου Branching .....	13
2.3	Φακός Luneburg .....	15
2.4	Διαμορφωτές Φάσης (α) Τύπου lumped-circuit , (β) Τύπου Traveling Wave .....	16
2.5	Διακόπτης τύπου TIR .....	17
2.6	Μετατροπέας TE-TM ρυθμών .....	18
2.7	Απομονωτής μέσω μετατροπής ρυθμών .....	19
2.8	Διαμορφωτής/Διακόπτης σε γυαλί .....	19
2.9	Αναλυτής Φάσματος RF .....	20
2.10	Μονολιθικός Πολυπλέκτης .....	21
2.11	Analog-to-Digital converter .....	22
2.12	Ταχύμετρο Doppler .....	23
2.13	Κεφαλή Οπτικού Δίσκου .....	23
2.14	Αισθητήρας Θερμοκρασίας .....	24
2.10	Αισθητήρας Υψηλής Τάσης .....	25
4.1	Παράδειγμα υπολογισμού πλέγματος για την εφαρμογή της μεθόδου FDFD σε οπτικούς κυματοδηγούς .....	32
4.2	Ποιοτική απεικόνιση της μεταβολής των σφαλμάτων σε σχέση με το βήμα διακριτοποίησης .....	37
5.1	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Rib .....	42
5.2	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Rib (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10 (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T20 .....	43-44
5.3	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Rib Waveguide) ..	46
5.4	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Rib Waveguide) .....	47
5.5	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Rib Waveguide) .....	50
5.6	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Raised Strip .....	51
5.7	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Raised Strip (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10 (γ) ρυθμού T20 (δ) ρυθμού T30 .....	52-53

5.8	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Raised Strip Waveguide).....	54
5.9	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Raised Strip Waveguide).....	55
5.10	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Raised Strip Waveguide).....	57
5.11	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Embedded Strip .....	58
5.12	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Embedded Strip (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10 (γ) ρυθμού T20 (δ) ρυθμού T01 .....	59-60
5.13	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Embedded Strip Waveguide).....	61
5.14	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Embedded Strip Waveguide) .....	62
5.15	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Embedded Strip Waveguide).....	64
5.16	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Ridge .....	65
5.17	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Ridge (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10 (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T11 .....	66-67
5.18	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Ridge Waveguide).....	68
5.19	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Ridge Waveguide).....	69
5.20	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Ridge Waveguide).....	71
5.21	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου General Channel.....	72
5.22	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό General Channel (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10 (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T11 .....	73-74
5.23	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (General Channel Waveguide) .....	75

5.24	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (General Channel Waveguide) .....	76
5.25	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (General Channel Waveguide) .....	78
5.26	Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Buried .....	79
5.27	Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Buried (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T01(γ) ρυθμού T10 (δ) ρυθμού T11 .....	80-81
5.28	Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Buried Waveguide).....	82
5.29	Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Buried Waveguide) .....	83
5.30	Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Buried Waveguide).....	85
6.1	Πλέγματα Κυκλικού Κυματοδηγού.....	87
6.2	Πλέγμα Ελλειπτικού Κυματοδηγού.....	88
6.3	Απεικόνιση του πλέγματος στη διαχωριστική επιφάνεια καμπυλοειδούς κυματοδηγού .....	89
6.4	Οι συνιστώσες του πεδίου στο κελί m τρισδιάστατου πλέγματος .....	91

# Κατάλογος Πινάκων

5.1	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Rib.....	42
5.2	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Rib .....	45
5.3	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Rib για διάφορα μήκη κύματος.....	48
5.4	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Rib για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.....	48-49
5.5	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Raised Strip.....	51
5.6	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Raised Strip .....	54
5.7	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Raised Strip για διάφορα μήκη κύματος.....	56
5.8	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Raised Strip για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά .....	56
5.9	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Embedded Strip .....	58
5.10	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Embedded Strip.....	61
5.11	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Embedded Strip για διάφορα μήκη κύματος .....	63
5.12	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Embedded Strip για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.....	63
5.13	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Ridge.....	65
5.14	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Ridge .....	68
5.15	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Ridge για διάφορα μήκη κύματος .....	70
5.16	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Ridge για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.....	70



5.17	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό General Channel .....	72
5.18	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό General Channel.....	75
5.19	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό General Channel για διάφορα μήκη κύματος .....	77
5.20	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό General Channel για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.....	77
5.21	Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Buried .....	79
5.22	Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Buried.....	82
5.23	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Buried για διάφορα μήκη κύματος.....	84
5.24	Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Buried για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά .....	84

# 1

## **Σύντομη Ιστορική Αναδρομή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών**

Οι απόψεις για το πότε έγινε η απαρχή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών γενικά είναι συγκεχυμένες [1.1]. Η ιδέα της χρήσης μιας εξίσωσης διαφορών για την αριθμητική επίλυση προβλημάτων συνοριακών συνθηκών ξεκίνησε στις αρχές του 19<sup>ου</sup> αιώνα, από τους Lord Rayleigh (1894) και Ritz (1908). Επίσης κατά τη δεκαετία του 1920 γίνεται μια αναφορά στη μέθοδο από τον A. Thom [1.2] με τίτλο "Η Μέθοδος των Τετραγώνων" για την επίλυση μη-γραμμικών υδροδυναμικών εξισώσεων, η οποία δημοσιεύεται πολύ αργότερα.

Αν και οι παραπάνω εργασίες περιείχαν μια αναφορά στις πεπερασμένες διαφορές ως απαρχή θεωρείται από πολλούς η θεωρητική εργασία των Courant, Friedrichs και Lewy πάνω στην επίλυση προβλημάτων της εφαρμοσμένης φυσικής με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, η οποία έγινε το 1928. Δύο χρόνια αργότερα (1930) ο Gerschgorin μελέτησε τα περιθώρια σφάλματος της μεθόδου.

Μεγάλη πρόοδος στην ανάπτυξη της μεθόδου παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια και μετά το τέλος του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, ιδιαιτέρως πάνω στα χρονοεξαρτώμενα προβλήματα. Αυτό οφείλεται στη ραγδαία ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι οποίοι βοήθησαν στην μοντελοποίηση πρακτικών εφαρμογών μεγάλης κλίμακας. Μεγάλη συνεισφορά στον τομέα αυτό αποτέλεσαν οι εργασίες του von Neumann. Το 1947 αποδεικνύεται η χρήση της έμμεσης μεθόδου (implicit method) για την επίλυση προβλημάτων μικτών αρχικών και συνοριακών συνθηκών από τους Crank και Nicolson, ενώ το 1952 έχουμε την εργασία του John πάνω στη θεωρία για την εφαρμογή της μεθόδου στις παραβολικές εξισώσεις.

Ραγδαία ανάπτυξη στη θεωρία των πεπερασμένων διαφορών για προβλήματα γενικών αρχικών συνθηκών και παραβολικών εξισώσεων παρουσιάζεται στη δεκαετία 1950-1960. Διερευνάται η έννοια της ευστάθειας με το Θεώρημα Ισοδυναμίας του Lax και τα Λήμματα Kreiss, με μεγάλη συμβολή και των Douglas, Lees, Samarskii, Widlund. Αναφορές στις πεπερασμένες διαφορές βρίσκουμε στις εργασίες των Collatz [1.3], Forsythe και Wasow [1.4] και Richtmyer και Morton [1.5]. Διάφορες προσεγγιστικές λύσεις για τις ελλειπτικές εξισώσεις με παρουσία συνοριακών συνθηκών αναφέρονται από τους Collatz, Motzkin, Wasow, Bramble, και Hubbard. Αντίστοιχα, η εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών για τις υπερβολικές εξισώσεις έγιναν πολύ αργότερα, αρχίζοντας από τις εργασίες των Friedrichs, Lax και Wendroff.

Ορόσημο για την ιστορική εξέλιξη της μεθόδου αποτέλεσε η εργασία του Yee το 1966. Ο Yee [1.6] περιέγραψε τη βάση τη μεθόδου πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου - με τα περισσότερα συμπεράσματα να ισχύουν και στο πεδίο της συχνότητας - για την επίλυση των εξισώσεων Maxwell σε ένα χωρικό πλέγμα. Κατά τη δεκαετία 1960-1970 η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών γίνεται ευρέως διαδεδομένη στην επίλυση προβλημάτων σε κυματοδηγούς και εύρεση ρυθμών. Ενδεικτικά αναφέρουμε τις εργασίες των Beaubien και Wexler πάνω στους ρυθμούς ανώτερης τάξεως [1.7],[1.8] το 1968 και στις ασυνέχειες τετραγωνικών κυματοδηγών δύο διαστάσεων [1.9] το 1969, καθώς και την εργασία του Rontoppidan [1.10] πάνω στους κυματοδηγούς (1969).

Στην επόμενη δεκαετία 1970-1980, οι ερευνητές στοχεύουν στο να εξελίξουν τη μέθοδο για πιο πολύπλοκα προβλήματα. Αξιοσημείωτη είναι η εργασία των Albani και Bernardi [1.11] το 1974, στην οποία γίνεται μια πρώτη προσπάθεια να λυθούν προβλήματα ιδιοτιμών-ιδιοδιανυσμάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου. Την ίδια χρονιά έχουμε αναφορά στη χρήση της μεθόδου για κυκλικούς κυματοδηγούς από τον Falciasacca [1.12], ενώ το 1978 γίνεται εφαρμογή της μεθόδου στην επεξεργασία της εικόνας από τους A. Jain και J. Jain [1.13].

Έκτοτε και μέχρι σήμερα, η μέθοδος αναπτύσσεται ταχέως. Η εξέλιξη της τεχνολογίας στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές δίνει τη δυνατότητα επίλυσης πολύπλοκων συστημάτων. Μελετώνται οι αντίστοιχες ημι-διανυσματικές [1.14] και διανυσματικές μέθοδοι [1.15], ενώ η μέθοδος γενικεύεται στις τρεις διαστάσεις [1.16]. Ερευνώνται νέες και πιο αποτελεσματικές συνοριακές συνθήκες [1.17]. Μελετώνται νέα πλέγματα - πέραν του κλασσικού τετραγωνικού της μεθόδου - όπως το τριγωνικό, για περισσότερη ακρίβεια [1.18]. Χρησιμοποιείται η μέθοδος για την ανάλυση φωτονικών κρυστάλλων [1.19] και μικροταινιών [1.20]. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών εφαρμόζεται σε πληθώρα διατάξεων και επιστημονικών πεδίων όπως για παράδειγμα στα ραντάρ [1.21], στις κεραίες [1.22], στις οπτικές ίνες [1.23], στην ολογραφία [1.24], στην αρχιτεκτονική υπολογιστών [1.25], στην ολοκληρωμένη οπτική [1.26] και στην ιατρική απεικόνιση [1.27].

## **1.1 Παραπομπές 1<sup>ου</sup> Κεφαλαίου**

[1.1] V. Thomee, "From finite differences to finite elements, a short history of numerical analysis of partial differential equations", Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 128, Issues 1-2, pp. 1-54, 1 March 2001.

[1.2] A. Thom, C.J. Apelt, "Field computations in engineering and physics", D. Van Nostrand, London, 1961.

[1.3] L. Collatz, "Numerische behandlung von differentialgbeichungen", Springer, Berlin, 1955.

[1.4] G.E. Forsythe, W.R. Wasow, "Finite difference methods for partial differential Equations", Wiley, New York, 1960.

- [1.5] R.D. Richtmyer, K.W. Morton, "Difference methods for initial-value problems", Interscience, New York, 1967.
- [1.6] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media". IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 14, Issue 3, pp. 302–307, May 1966.
- [1.7] M.J. Beaubien, A. Wexler, "A new finite-difference technique for higher-order modes in arbitrarily shaped waveguides", G-MTT International Microwave Symposium, pp: 41- 45, May 1968.
- [1.8] M.J. Beaubien, A. Wexler, "An accurate finite-difference method for higher order waveguide modes", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol.16, Issue 12, pp.1007 - 1017, Dec. 1968.
- [1.9] M.J. Beaubien, A. Wexler. "Finite difference solution of arbitrary, two dimensional, rectangular waveguide discontinuities", 1st European Microwave Conference, pp.102-103, 1969.
- [1.10] K. Pontoppidan, "Numerical solution of waveguide problems using finite difference methods", 1st European Microwave Conference, pp. 99-102, 1969.
- [1.11] M. Albani, P. Bernardi, "A numerical method based on the discretization of Maxwell equations in integral form", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. 22, Issue 4, pp. 446–450, Apr. 1974.
- [1.12] G. Falciasecca, "Finite-difference equations in circular-waveguide coupling problems", Electronic Letters, Vol.10, Issue 2, pp. 18-19, Jan. 1974.
- [1.13] A. Jain, J. Jain, "Partial differential equations and finite difference methods in image processing, Part II: Image restoration", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 23, Issue 5, pp. 817-834, Oct. 1978.
- [1.14] M. S. Stern, "Semivectorial polarized finite difference method for optical waveguides with arbitrary index profiles", Proc. IEE, Vol. 135, Part J, pp. 56-63, Feb. 1988.
- [1.15] G.R. Hadley, R.E. Smith, "Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions", J. Lightwave Technology, Vol. 13, No. 3, pp. 465-469, Mar. 1995.
- [1.16] B.J McCartin., J.F. Dicello, "Three dimensional finite difference frequency domain scattering computation using the Control Region Approximation", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, Issue 4, pp. 3092 - 3094, Jul. 1989.
- [1.17] Gang Zheng, Bing-Zhong Wang, "A scheme for a sparse global absorbing boundary condition for the finite-difference frequency-domain method", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 9, pp. 459 - 462, May 2010.
- [1.18] C.M. Rappaport, B.J. McCartin, "FDFD analysis of electromagnetic scattering in anisotropic media using unconstrained triangular meshes", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 39, pp. 345-349, Mar. 1991.

- [1.19] C. Yu, H. Chang, "Compact finite-difference frequency-domain method for the analysis of two-dimensional photonic crystals", *Opt. Exp.*, Vol. 12, pp. 1397-1408, 2004.
- [1.20] J. Hwang, "A compact 2-D FDFD method for modeling microstrip structures with nonuniform grids and perfectly matched layer", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 53, pp. 653-659, Feb. 2005.
- [1.21] E. Alkan, V. Demir, A.Z Elsherbeni, E. Arvas, "Dual-grid finite-difference frequency-domain method for modeling chiral medium", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 58, Issue 7, pp. 817 - 823, Mar. 2010.
- [1.22] A.G. Hanif, T. Uno, T. Arima, "Finite-difference frequency-domain analysis of wave propagation in 2-D frequency-dependent periodic structures", *International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)*, pp. 1 - 4, Nov. 2011.
- [1.23] A.M. Ivinskaya, D.M Shyroki, A.V Lavrinenko, "Three dimensional finite-difference frequency-domain method in modeling of photonic nanocavities", *12th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, pp. 1-4, Jul. 2010.
- [1.24] S. Wu, E. Glytsis, "Volume holographic grating couplers: rigorous analysis by use of the finite-difference frequency-domain method", *Applied Optics*, Vol. 43, pp. 1009-1023, 2004.
- [1.25] S.H. Zainud-Deen, E. El-Deen, M.S. Ibrahim, M.S. A.Z. Botros, "Graphical Processing Units (GPU) acceleration of finite-difference frequency-domain (FDFD) technique", *National Radio Science Conference (NRSC)*, pp. 1-1, Mar. 2009.
- [1.26] A.M. Ivinskaya, A.V. Lavrinenko, D.M. Shyroki, "Modeling of nanophotonic resonators with the finite-difference frequency-domain method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 59, Issue: 11, pp. 4155 - 4161, Nov. 2011.
- [1.27] N.J. Campagne II, J.G. Berryman, H.M. Buettner, J.B. Grant, R.M. Sharpe, "A finite-difference frequency-domain code for electromagnetic induction tomography", *Symposium of the Application of Geophysics to Engineering and Environment Problems Proceedings of the Environmental and Engineering Geophysical Society*, Oakland Marriott Center, Oakland, CA., Mar. 1999.

# 2

## **Εφαρμογές στην Ολοκληρωμένη Οπτική**

Ο οπτικός κυματοδηγός είναι μια διάταξη, η οποία κυματοδηγεί ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο οπτικό φάσμα. Οι δύο κύριοι τύποι οπτικού διηλεκτρικού κυματοδηγού είναι οι ορθογωνικής διατομής και οι κυλινδρικής διατομής. Οι οπτικοί κυματοδηγοί έχουν δύο κύριες εφαρμογές. Αφενός χρησιμοποιούνται ως μέσο μετάδοσης στα οπτικά συστήματα επικοινωνίας [2.1] και αφετέρου είναι βασικά συστατικά σε κυκλώματα της ολοκληρωμένης οπτικής.

Η ολοκληρωμένη οπτική είναι ένας κλάδος της οπτικής, ο οποίος βασίζεται στο γεγονός ότι το φως μπορεί να διαδίδεται μέσω πολύ λεπτών διάφανων μεμβρανών, οι οποίες, αφού διαμορφωθούν, επιτελούν διάφορες χρήσιμες διαδικασίες. Το φως μπορεί έτσι να οδηγηθεί, να διαμορφωθεί, να φιλτραρισθεί, να ανακλαστεί και να ακτινοβοληθεί στο κενό [2.2]. Όλες οι διατάξεις που μελετά η ολοκληρωμένη οπτική είναι ιδιαίτερας μικρές και σταθερές, υποσχόμενες πληθώρα εφαρμογών σε τομείς όπως η επεξεργασία σήματος και τα συστήματα επικοινωνίας.

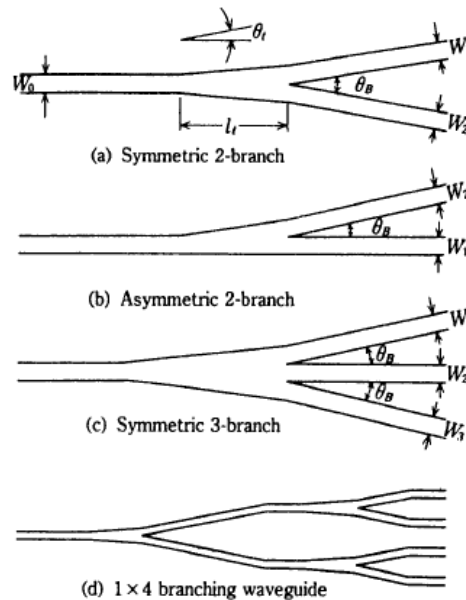
Οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή ενός κυκλώματος ολοκληρωμένης οπτικής - συντομογραφία ως OIC (Optical Integrated Circuit) - χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις παθητικές και τις ενεργές/λειτουργικές. Οι παθητικές προσφέρουν στατικά χαρακτηριστικά στα οπτικά κύματα, ενώ οι λειτουργικές εκτελούν δυναμικό έλεγχο μέσω ενός εξωτερικού σήματος. Οι κυματοδηγοί μεταφέροντας το σήμα, αποτελούν σημαντικό κομμάτι πολλών βασικών διατάξεων. Θα αναφερθούν μερικές ενδεικτικά από το κάθε είδος καθώς και ορισμένα βασικά ολοκληρωμένα κυκλώματα.

### **2.1 Χρήση Οπτικών Κυματοδηγών σε Παθητικές Διατάξεις**

Στην κλασσική Οπτική τα πιο συνήθη παθητικά στοιχεία είναι οι καθρέπτες, οι φακοί, τα πρίσματα και τα περιθλαστικά φράγματα (gratings). Στην ολοκληρωμένη οπτική, από την άλλη, η γενίκευση των παραπάνω στις δύο διαστάσεις δεν είναι πάντοτε εφικτή, ή ακόμα και όταν μπορούν να κατασκευαστούν, δεν είναι αποτελεσματικά. Συνεπώς, αντικαθίστανται από πιο περίπλοκες διατάξεις, οι οποίες προκύπτουν με τη βοήθεια των κυματοδηγών. Στη συνέχεια αναφέρονται τέτοιες εφαρμογές.

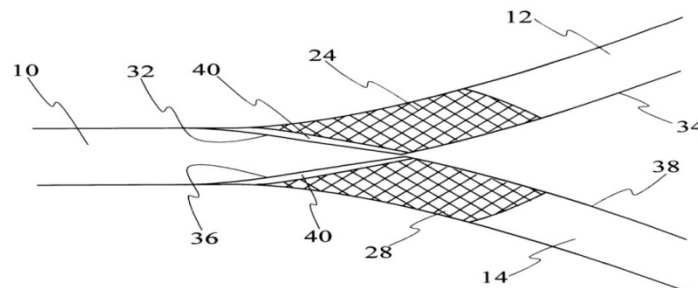
### 2.1.1 Διαχωριστές Ισχύος

Μια κύρια λειτουργία των κυματοδηγών είναι η χρήση τους ως διαχωριστές ισχύος [2.3]. Ο διαχωριστής ισχύος είναι μια διάταξη «κλειδί» για τα δίκτυα οπτικών ινών, καθώς διαχωρίζει ένα σήμα σε δύο ή περισσότερα «κλαδιά», το οποίο στη συνέχεια οδηγείται σε δύο ή περισσότερες διαφορετικές διαδρομές, αντίστοιχα.



Σχήμα 2.1: Διαφορετικά είδη κυματοδηγών διακλάδωσης [2.3]

Αρχικά, χρησιμοποιούνται οι λεγόμενοι κυματοδηγοί διακλάδωσης (Σχήμα 2.2) (branching waveguides), οι οποίοι συναντώνται ως συμμετρικοί ή ασύμμετροι. Οι συμμετρικοί στοχεύουν στον ισομερή διαχωρισμό του σήματος, ενώ οι ασύμμετροι χρησιμεύουν για παρακολούθηση της ισχύος. Στο Σχήμα 2.1 φαίνονται διάφορα είδη συμμετρικών και ασύμμετρων κυματοδηγών διακλάδωσης.



Σχήμα 2.2: Κυματοδηγός τύπου Branching [2.4]

Ένα άλλο είδος κυματοδηγών που επιτελεί την ίδια διαδικασία είναι ο κατευθυντικός κυματοδηγός ζεύξης [2.3] (directional waveguide coupler) και μάλιστα με χαμηλές απώλειες παρεμβολής. Δυστυχώς, ο συγκεκριμένος κυματοδηγός είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος στο μήκος κύματος, αφού η λειτουργία του στηρίζεται στο απόλυτο «ταίριασμα» των φάσεων των κυματοδηγούμενων ρυθμών. Το εύρος ζώνης ως προς το μήκος κύματος είναι 50-100 Angstrom - το αντίστοιχο του κυματοδηγού διακλάδωσης είναι 1000 Angstrom - και περιορίζεται μόνο από τη διασπορά του μήκους κύματος των διαδιδόμενων ρυθμών.

### **2.1.2 Πολωτές**

Οι περισσότερες διατάξεις/συσκευές της εφαρμοσμένης οπτικής απαιτούν γραμμικά πολωμένα κύματα ως ρυθμούς διάδοσης, προκειμένου να λειτουργήσουν με τη μέγιστη επίδοση, δηλαδή θα πρέπει είτε να εξαφανιστεί ένας εκ των ορθογώνιων ρυθμών ή να διαχωριστούν οι ρυθμοί TE και TM. Εκτός των κλασικών πολωτών (ανισοτροπικοί κρύσταλλοι, μεταλλικό επίστρωμα κτλ.), τη διαδικασία αυτή μπορεί να την επιτελέσει ο κυματοδηγός διαχωρισμού ρυθμών (Mode Splitter) [2.3].

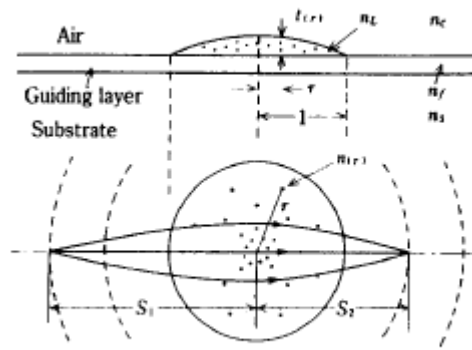
Τα χαρακτηριστικά της διάδοσης των ρυθμών TE και TM διαφέρουν, ακόμα και όταν ο κυματοδηγός είναι ιστροπικός, αλλά οποιαδήποτε ανισοτροπία ενισχύει το φαινόμενο. Αυτό εκμεταλλεύεται ο κυματοδηγός διαχωρισμού ρυθμών, ο οποίος υλοποιείται συνήθως από έναν πολυστρωματικό κατευθυντικό κυματοδηγό ζεύξης. Μεταβάλλοντας το πάχος και το δείκτη διάθλασης του ενδιάμεσου στρώματος, καθορίζεται αν θα διαδοθεί μόνο ο ρυθμός TE και αντίστοιχα για τον TM.

### **2.1.3 Κυματοδηγοί - Φακοί**

Αναλογικά με τους φυσιολογικούς φακούς που αλλάζουν τη διεύθυνση των ακτίνων στη μία διάσταση, συναντάμε του κυματοδηγούς-φακούς, οι οποίοι εστιάζουν, διαστέλλουν και ευθυγραμμίζουν τα διαδιδόμενα κύματα στις δύο διαστάσεις. Για το λόγο αυτό και χρησιμοποιούνται ευρέως σε εφαρμογές απεικόνισης και για μετασχηματισμούς Fourier, δηλαδή είναι από τα κύρια εργαλεία της επεξεργασίας σήματος.

Ένα πρώτο είδος κυματοδηγών που επιτελούν αυτό το σκοπό είναι οι φακοί ρυθμών (Mode-Index Lenses) [2.3]. Ο δείκτης διάθλασης ενός κύματος μπορεί να αλλάξει με διάφορους τρόπους, όπως η μεταβολή του πάχους του στρώματος καθοδήγησης, η μεταλλική επίστρωση και οι προσμίξεις, και μάλιστα αυξάνεται όσο αυξάνονται τα παραπάνω. Έτσι, για να φτιαχτεί μια συνάρτηση αντίστοιχη με αυτή του φακού στη μία διάσταση, δημιουργείται μία περιοχή σε σχήμα φακού πάνω στον κυματοδηγό και με τις κατάλληλες μεταβολές των παραμέτρων και των γεωμετρικών μεγεθών πετυχαίνεται το ζητούμενο. Μια κλάση των παραπάνω «φακών» που έχουν ποικίλες πρακτικές εφαρμογές είναι οι φακοί Luneburg. Οι φακοί Luneburg έχουν σφαιρικά συμμετρική κατανομή του δείκτη διάθλασης στην περιοχή τους (Σχήμα 2.3).





Σχήμα 2.3: Φακός Luneburg [2.3]

Ένα άλλο είδος κυματοδηγών-φακών είναι οι φακοί γεωδαισίας (geodesic lenses) [2.3]. Κατασκευάζονται με τη μερική παραμόρφωση ενός επίπεδου κυματοδηγού, μέχρι να σχηματιστεί μία καμπυλοειδής επιφάνεια, η οποία εξέρχει από τον κυματοδηγό. Μπορούν να κατασκευαστούν τόσο «κοίλοι» όσο και «κυρτοί» φακοί γεωδαισίας, αναλόγως με το πώς θα διαμορφωθεί η προεξοχή.

## 2.2 Χρήση Οπτικών Κυματοδηγών σε Ενεργές/Λειτουργικές Διατάξεις

Όταν αναφερόμαστε σε λειτουργικές διατάξεις εννοούμε διατάξεις με τις οποίες σκοπεύουμε να πετύχουμε έλεγχο της ροής φωτός σε οπτικούς κυματοδηγούς [2.2]. Αυτό γίνεται πρώτον με τη διαμόρφωση (modulation), δηλαδή τη διαδικασία στην οποία τοποθετείται πληροφορία σε ένα συνεκτικό (coherent) κύμα φωτός. Αντίστοιχα, διαμορφωτής είναι μια συσκευή η οποία μεταβάλλει μια μετρήσιμη ιδιότητα του φωτός όταν επιβληθεί σε αυτό κάποιο σήμα (ηλεκτρικό, ακουστικό, μαγνητικό κ.α.). Οι ιδιότητες οι οποίες δύνανται να μεταβληθούν είναι το πλάτος, η φάση, η πόλωση και η συχνότητα.

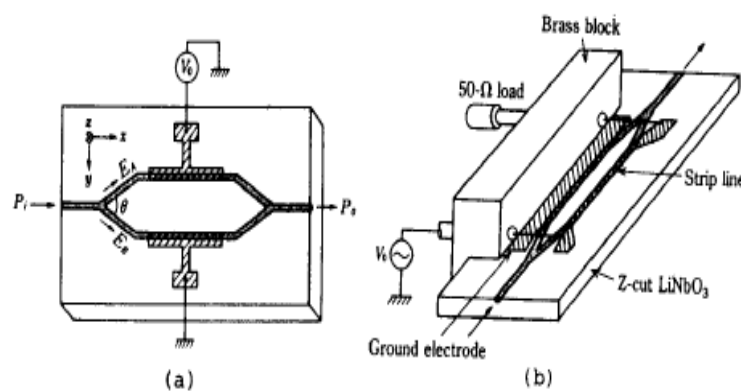
Μια άλλη μέθοδος ελέγχου είναι η διακοπή (switch). Αυτή είναι μια διαδικασία στην οποία αλλάζει η χωρική τοποθεσία ενός κύματος φωτός, όταν επιβληθεί ένα σήμα. Στη διαδικασία της διακοπής ένα κύμα φραγμένο σε μια περιοχή A με κέντρο  $\alpha$ , όπου το  $\alpha$  βρίσκεται σε κάποιο επίπεδο, μεταφέρεται σε μια περιοχή B με κέντρο  $\beta$ , όπου το  $\beta$  δεν είναι υποχρεωτικά σε κάποιο παράλληλο επίπεδο με το προηγούμενο. Εξ ορισμού, λοιπόν, η διακοπή αναφέρεται τόσο σε χωρικό όσο και σε γωνιακό διαχωρισμό μεταξύ μιας διακοπτόμενης ακτίνας φωτός και μιας μη-διακοπτόμενης.

Τέλος, συναντάμε και τον όρο σκανάρισμα (scanning), το οποίο είναι γενικότερο της αλλαγής. Σε αυτήν την περίπτωση, το κύμα φωτός μπορεί να μεταφερθεί σε δύο ή παραπάνω τοποθεσίες ανάλογα με κάποιο επιβαλλόμενο σήμα. Η κίνηση της ακτίνας φωτός μπορεί να είναι τόσο διακριτή όσο και συνεχής. Παρακάτω, εξετάζονται ορισμένες διατάξεις

που ασκούν έλεγχο στο διαδιδόμενο κύμα. Έχουν κατηγοριοποιηθεί σε ηλεκτρο-οπτικές, ακουστο-οπτικές, μαγνητο-οπτικές και θερμο-οπτικές με κριτήριο το είδος του επιβαλλόμενου σήματος, το οποίο επιτελεί τον έλεγχο.

### 2.2.1 Ηλεκτρο-Οπτικές Διατάξεις

Οι ηλεκτρο-οπτικές διατάξεις λειτουργούν συνήθως με δύο ηλεκτρόδια πάνω σε κάποια διάταξη, από όπου εισέρχεται το ηλεκτρικό σήμα και αναλόγως επηρεάζεται κάποιο χαρακτηριστικό στο κυματοδηγούμενο φως. Έχουμε ποικίλες εφαρμογές και κατηγοριοποιούνται σε τέσσερα είδη: ελέγχου φάσης, κατευθυντικού ζεύκτη, ελέγχου δείκτη διάθλασης και ελέγχου ηλεκτρο-οπτικού grating. Θα δώσουμε ενδεικτικά παραδείγματα παρακάτω.

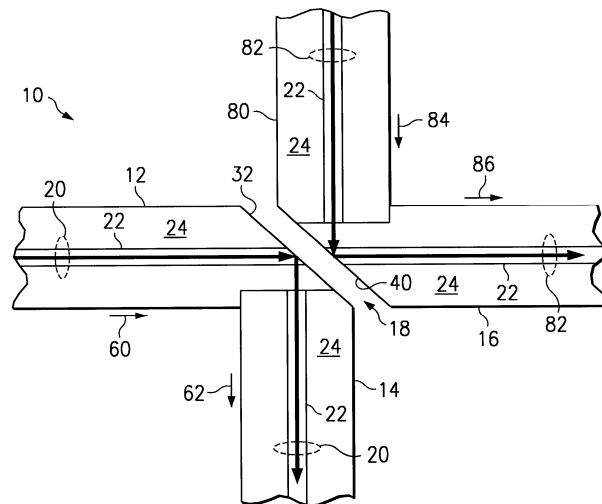


Σχήμα 2.4: Διαμορφωτές Φάσης [2.5]  
(α) Τύπου lumped-circuit (β) Τύπου Traveling Wave

Αρχικά συναντάμε τους Διαμορφωτές Φάσης τύπου lumped-circuit και τύπου Traveling Wave (Σχήμα 2.4), οι οποίοι κατασκευάζονται απλά με τοποθέτηση επίπεδων ηλεκτροδίων σε ευθείς κυματοδηγούς [2.3].

Η διαμόρφωση πλάτους συνήθως επιτυγχάνεται με τη συμβολή δύο διαμορφωμένων κατά φάση κυμάτων. Στην κατηγορία των διαμορφωτών πλάτους ανήκουν οι διαμορφωτές τύπου Interferometric (συμβολόμετρου). Κατασκευάζονται με τη σύζευξη δύο κυματοδηγών σε σχήμα Y (Y-junction waveguides) και δύο ηλεκτρόδια στο ενδιάμεσο. Με την επιβολή τάσης στα ηλεκτρόδια, ο ρυθμός που διαδίδεται στο άνω άκρο αλλάζει φάση και συνδιάζεται με τον ρυθμό του κάτω άκρου, όταν αυτοί ενωθούν. Έτσι, η ένταση του φωτός στην έξοδο είναι ρυθμισμένη και συνάρτηση της διαφοράς φάσης μεταξύ των δύο ρυθμών. Ο διαμορφωτής τύπου Interferometric είναι ο πιο εύκολος στην κατασκευή διαμορφωτής πλάτους. Έπειτα, οι Διαμορφωτές Φάσης τύπου Ισορροπημένης Γέφυρας (Balanced Bridge), μοιάζουν με τους Interferometric, με τη διαφορά ότι εδώ ενώνονται δύο κατευθυντικοί κυματοδηγοί ζεύξης με τη γέφυρα ενός διαμορφωτή φάσης, προκειμένου να επιτευχθεί διαμόρφωση πλάτους, κρατώντας την ισορροπία τόσο ως προς το πλάτος όσο και ως προς τη φάση μεταξύ των δύο διαδιδόμενων ρυθμών.

Ένα άλλο είδος διατάξεων είναι οι διακόπτες (switch). Αρχικά συναντάμε τον διακόπτη τύπου TIR (Total-Internal-Reflection) [2.3], στον οποίο οι διαδιδόμενοι ρυθμοί ελέγχονται ηλεκτρο-οπτικά, μεταβάλλοντας την κατανομή του δείκτη διάθλασης μέσα στον κυματοδηγό (Σχήμα 2.5). Σε αυτούς είναι τοποθετημένα δύο ηλεκτρόδια, ακριβώς στη διασταύρωση δύο κυματοδηγών εμποτισμένων με τιτάνιο. Με την απουσία ρεύματος οι ρυθμοί διαδίδονται φυσιολογικά μέσα από τη διασταύρωση. Αν όμως επιβληθεί ρεύμα μέσω των ηλεκτροδίων, μειώνεται ο δείκτης διάθλασης ενδιάμεσα των ηλεκτροδίων και οι ρυθμοί υφίστανται ολική ανάκλαση και κατευθύνονται στους κάθετους κυματοδηγούς.



Σχήμα 2.5: Διακόπτης τύπου TIR (Total-Internal-Reflection) [2.5]

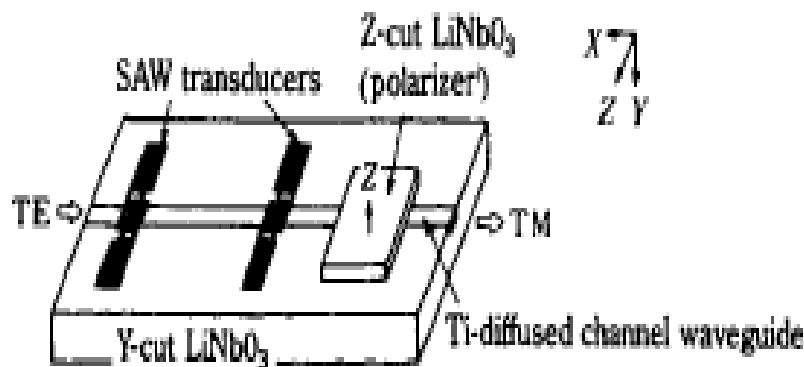
Στη συνέχεια έχουμε τον διακόπτη τύπου διακλάδωσης (branching), ο οποίος αποτελείται από δύο διακλαδωτούς κυματοδηγούς. Το switch επιτυγχάνεται με τον έλεγχο του πεδίου του διαδιδόμενου ρυθμού στην είσοδο της διακλάδωσης μέσω του ηλεκτρο-οπτικού φαινομένου, δηλαδή της μεταβολής των οπτικών ιδιοτήτων ενός υλικού εξαιτίας ενός ηλεκτρικού πεδίου το οποίο μεταβάλλεται πολύ αργά σε σχέση με τη συχνότητα του φωτός. Όταν δεν έχει επιβληθεί τάση το πεδίο είναι συμμετρικό. Όταν όμως επιβάλλουμε τάση μέσω ηλεκτροδίων, η περιοχή υψηλότερου δείκτη διάθλασης λειτουργεί ως ασύμμετρος κυματοδηγός και εξαναγκάζει το ρυθμό να οδηγηθεί μέσω του ενός κλαδιού. Μάλιστα, το ποια κατεύθυνση θα ακολουθήσει το φως ρυθμίζεται μέσω της πολικότητας του εφαρμοζόμενου ρεύματος.

Τέλος, συναντάμε και τον διακόπτη τύπου Bragg [2.3], όπου ο διαδιδόμενος ρυθμός εκτρέπεται μέσω μιας περιοδικής μεταβολής του δείκτη διάθλασης, η οποία επάγεται ηλεκτρο-οπτικά μέσω ενός ενσωματωμένου ηλεκτροδίου καθορισμένης περιόδου, το οποίο είναι τοποθετημένο σε ένα κλασικό κυματοδηγό τύπου slab. Το παραπάνω σύστημα ονομάζεται Εκτροπέας Bragg και ενσωματώνοντάς τον μέσα σε ένα διακλαδωτό κυματοδηγό, επιτυγχάνεται η διαδικασία της διακοπής.

### 2.2.2 Ακουστο-Οπτικές Διατάξεις

Το ακουστο-οπτικό φαινόμενο (αντίστοιχο του ηλεκτρο-οπτικού), αναφέρεται στις αλλαγές στις οποίες υπόκειται ένα οπτικό μέσο στο δείκτη διάθλασης όταν του ασκηθούν μηχανικές δυνάμεις από ένα ακουστικό κύμα. Εκμεταλλευόμενοι αυτό, επιτυγχάνουμε έλεγχο στα οπτικά κύματα. Δυστυχώς, οι αποκρίσεις με αυτή τη μέθοδο δεν προσεγγίζουν τις αποκρίσεις των ηλεκτρο-οπτικών μεθόδων ως προς την ταχύτητα, ωστόσο υπάρχει πληθώρα εφαρμογών, όπως οι Μετατροπείς Ρυθμών [2.3].

Η συγγραμική ακουστο-οπτική αλληλεπίδραση μεταξύ διαδιδόμενων ρυθμών και ενός επίπεδου ακουστικού κύματος, μπορεί να οδηγήσει στη σύνδεση δύο κυμάτων διαφορετικών ρυθμών. Σε ανισοτροπικούς κυματοδηγούς, είναι δυνατή η μετατροπή TE-TM ρυθμών μέσω του ακουστο-οπτικού φαινομένου. Αν  $\beta_1, \beta_2$  οι σταθερές διάδοσης δύο ρυθμών και  $\lambda_s$ , το μήκος κύματος του ακουστικού κύματος η συνθήκη μετατροπής ρυθμών είναι η εξής:  $|\beta_1 - \beta_2| = 2\pi/\lambda_s$ , ενώ η απόδοση της μετατροπής επηρεάζεται από την ισχύ του ακουστικού κύματος. Η διάταξη, η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.6, δε λειτουργεί μόνο παθητικά κάνοντας μετατροπές, αλλά μπορεί να λειτουργήσει και ως διαμορφωτής πλάτους ή διακόπτης αν συνδυαστεί με μια διάταξη που θα φιλτράρει τους ρυθμούς (π.χ. πολωτής). Μια πολύ σημαντική εφαρμογή των μετατροπέων ρυθμών είναι τα συντονισμένα φίλτρα.

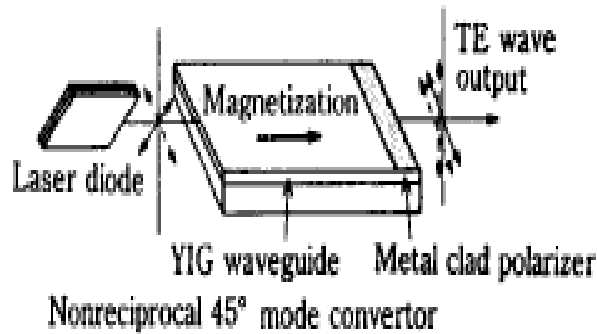


Σχήμα 2.6: Μετατροπέας TE-TM ρυθμών [2.3]

### 2.2.3 Μαγνητο-Οπτικές Διατάξεις

Οι Μαγνητο-Οπτικές διατάξεις κατασκευάζονται με τη χρήση κυματοδηγών από YIG, το οποίο είναι ένα μαγνητικό υλικό που είναι διάφανο κοντά στην υπέρυθη περιοχή ακτινοβολίας. Στηρίζουν τη λειτουργία τους στο φαινόμενο Faraday, το οποίο περιγράφει την αλληλεπίδραση του μαγνητικού πεδίου και του φωτός σε ένα μέσο, που έχει ως αποτέλεσμα την αλλαγή πόλωσης του φωτός ως συνάρτηση της μαγνητικής επαγωγής. Το φαινόμενο

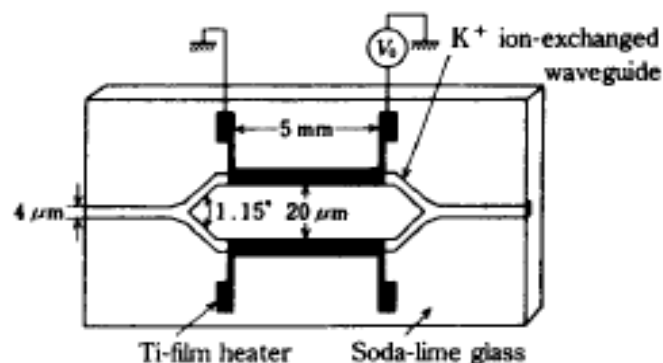
αυτό είναι έντονο στις εν λόγω διατάξεις, επιτρέποντας ταχεία διαμόρφωση και διακοπή με σχετικά χαμηλή ισχύ οδήγησης. Βέβαια, οι ηλεκτρο-οπτικές και ακουστο-οπτικές διατάξεις έχουν πλεονέκτημα στον τομέα της διαμόρφωσης έναντι των αντίστοιχων μαγνητο-οπτικών ως προς την επίδοση. Η κύρια χρήση των μαγνητο-οπτικών διατάξεων είναι εφαρμογές χωρίς αμοιβαιότητα [2.3], όπως οι απομονωτές (Σχήμα 2.7) και οι κυκλοφορητές, η οποία βρίσκεται σε πειραματικό στάδιο ακόμα.



Σχήμα 2.7: Απομονωτής μέσω μετατροπής ρυθμών [2.3]

### 2.2.4 Θερμο-Οπτικές Διατάξεις

Οι θερμο-οπτικές διατάξεις στηρίζονται στο αντίστοιχο θερμο-οπτικό φαινόμενο, σύμφωνα με το οποίο ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Το φαινόμενο αυτό συναντάται σε πολλά υλικά όπως τα διηλεκτρικά, οι ημιαγωγοί και οι οργανικές μεμβράνες. Η πιο σημαντική κλάση τέτοιων διατάξεων είναι οι κυματοδηγοί γυαλιού, οι οποίοι μπορούν να πετύχουν διαμόρφωση και διακοπή στα κύματα φωτός, πλην των άλλων παθητικών διεργασιών που επιτελούν. Στο Σχήμα 2.8 φαίνεται μια τέτοια διάταξη.



Σχήμα 2.8: Διαμορφωτής/Διακόπτης σε γυαλί [2.3]

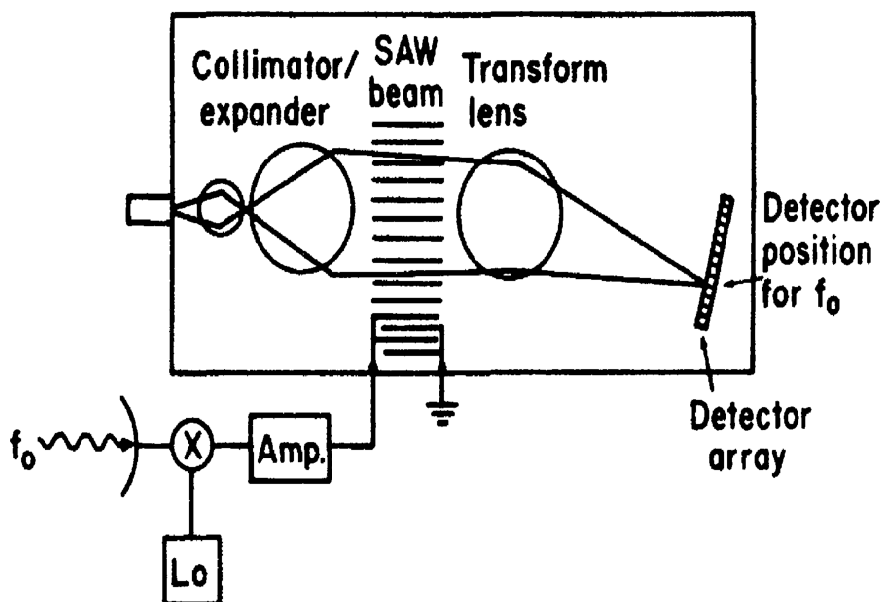
## 2.3 Εφαρμογές Κυματοδηγών σε Κυκλώματα Ολοκληρωμένης Οπτικής

### 2.3.1 Αναλυτής Φάσματος RF

Από τις πρώτες εφαρμογές της Ολοκληρωμένης Οπτικής ήταν ο αναλυτής φάσματος RF (Σχήμα 2.9). Ο σκοπός του ήταν να δίνει τη δυνατότητα σε έναν πιλότο μαχητικού αεροσκάφους να έχει μια άμεση φασματική ανάλυση κάποιας εισερχόμενης ακτίνας ραντάρ, ώστε να γνωρίζει αν αναγνωρίστηκε από συσκευές του εδάφους, πύραυλο κτλ [2.6]

Το φως από μια πηγή laser εισέρχεται σε έναν επίπεδο κυματοδηγό και καταλήγει σε έναν ακουστικό διαμορφωτή τύπου Bragg. Το σήμα RF εισέρχεται σε έναν ακουστικό αισθητήρα, ο οποίος δημιουργεί τα ακουστικά κύματα, εξαναγκάζοντάς τα να έχουν κάποια χρονική περιοδικότητα. Έτσι, η εκτροπή της γωνίας της ακτίνας laser στην έξοδο του διαμορφωτή θα είναι συνάρτηση του σήματος RF. Στη συνέχεια, η ακτίνα οδηγείται σε ειδικούς ανιχνευτές φωτός. Αν το σήμα RF έχει περισσότερες από μία συνιστώσες συχνότητας, η ακτίνα θα διαχωριστεί εξίσου σε συνιστώσες και θα ειδοποιηθούν τα αντίστοιχα κανάλια των ανιχνευτών φωτός. Μάλιστα, επειδή συνήθως οι ανιχνευτές έχουν απόκριση που ακολουθεί το νόμο του τετραγώνου, η έξοδος από κάθε κανάλι θα είναι ανάλογη της έντασης του RF σήματος στην εκάστοτε συχνότητα.

Το πλεονέκτημα της εφαρμογής αυτής έναντι του κλασσικού ηλεκτρονικού αναλυτή φάσματος είναι ότι απαιτούνται ελάχιστα οπτικά «εργαλεία», ενώ στην αντίστοιχη περίπτωση του ηλεκτρονικού θα χρειαζόμασταν χιλιάδες ηλεκτρονικά υλικά.

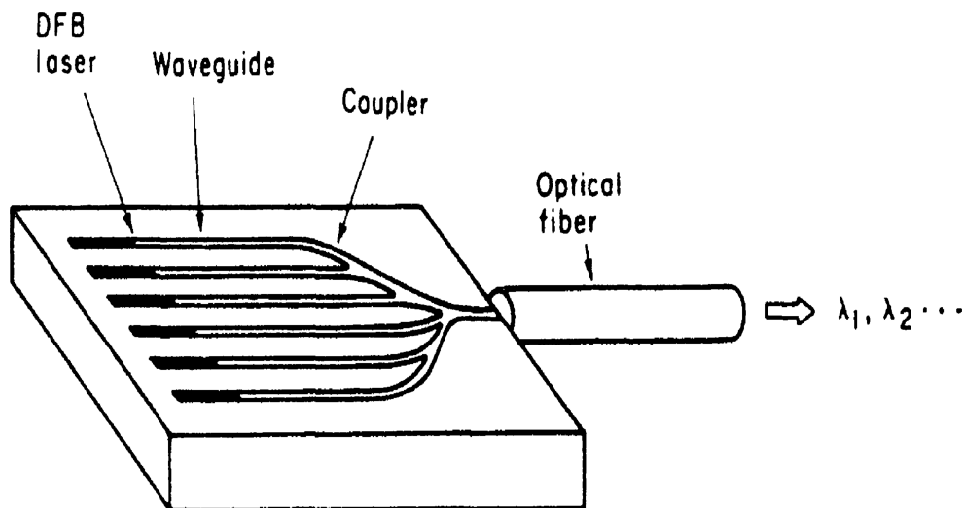


Σχήμα 2.9: Αναλυτής Φάσματος RF [2.6]

### 2.3.2 Μονολιθικός Πολυπλέκτης

Μία από τις εφαρμογές που προτάθηκαν αρχικώς ήταν ο μονολιθικός πολυπλέκτης συχνότητας [2.6], ο οποίος από τα πολλά σήματα που του εισάγονται επιλέγει ένα και το στέλνει στην έξοδο. Στην ολοκληρωμένη οπτική αυτό μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός DFB Laser, ενός κυματοδηγού, ενός συζεύκτη και μιας οπτικής ίνας στην έξοδο, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.10.

Η διάταξη έχει βρει πολλές εφαρμογές, κυρίως στις οπτικές τηλεπικοινωνίες, όπου δοκιμάστηκε σε μήκη κύματος 1.3  $\mu\text{m}$  έως 1.5  $\mu\text{m}$ , χωρίς κανένα πρόβλημα μετάδοσης.

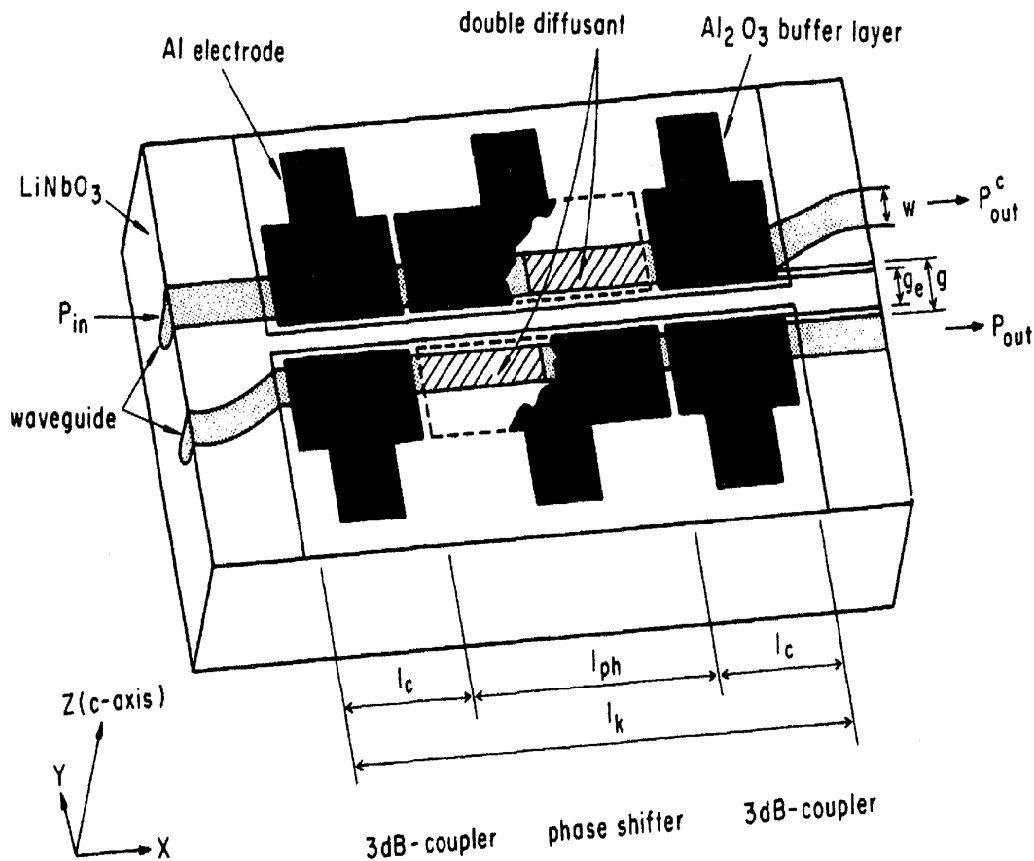


Σχήμα 2.10: Μονολιθικός Πολυπλέκτης [2.6]

### 2.3.3 Μετατροπέας Αναλογικού Σήματος σε Ψηφιακό (AD converter)

Ο μετατροπέας αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (Σχήμα 2.11) είναι αντιπροσωπευτικό παράδειγμα χρήσης της ολοκληρωμένης οπτικής στην επεξεργασία σήματος [2.6]. Αποτελείται από μονορυθμικούς κυματοδηγούς  $\text{LiNbO}_3$ . Τέσσερις διαμορφωτές τύπου Interferometric είναι διατεταγμένοι παράλληλα ώστε να επιτευχθεί μια 4-bit μετατροπή. Στον διαμορφωτή τύπου Interferometric το πλάτος του κύματος φωτός στην έξοδο μεταβάλλεται περιοδικά με την εφαρμοσμένη τάση. Επίσης, το ρεύμα που θα δώσει κύμα μισού πλάτους είναι αντιστρόφως ανάλογο με το μήκος του ηλεκτροδίου. Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες αυτές, καταφέρνουμε να μετατρέψουμε ένα χρονικά μεταβαλλόμενο σήμα τάσης  $V=V(t)$  σε ψηφιακή μορφή.

Η μετατροπή AD για σήματα χαμηλής συχνότητας ρεύματος γίνεται με χρήση CW Laser. Από την άλλη, για σήματα συχνότητας κοντά στην περιοχή RF γίνεται χρήση παλμικού Laser, όπου ο ρυθμός δειγματοληψίας καθορίζεται από το πλάτος του παλμού. Ο Interferometric διαμορφωτής μπορεί να λειτουργήσει σε αυτές τις συχνότητες, δεδομένου ότι το μήκος ηλεκτροδίου είναι 5-10 mm, άρα το εύρος ζώνης είναι μερικά GHz. Πειραματικά, έχει καταγραφεί 2-bit A-D μετατροπή με ρυθμό 1G sample/sec. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι είναι εφικτό και το αντίστροφο (μετατροπή Digital-to-Analog), με διαχωρισμό του ηλεκτροδίου σε τέσσερις περιοχές στο διαμορφωτή και οδηγώντας το διαμορφωτή με μια τετράμπιτη λέξη.



Σχήμα 2.11: Analog-to-Digital converter [2.6]

### 2.3.4 Ταχύμετρο Doppler

Η συσκευή του οπτικού ταχύμετρου Doppler, το οποίο χρησιμοποιεί οπτική ίνα και ένα κύκλωμα ολοκληρωμένης οπτικής (OIC) για να μετρήσει την ταχύτητα παρουσιάστηκε από τον Toda [2.7] και απεικονίζεται στο Σχήμα 2.12. Οδηγήθηκε σε κυματοδηγό πολωμένο φως και έπειτα διαχωρίστηκε μέσω ενός διαχωριστή σε δύο ακτίνες, την ακτίνα σήματος και την ακτίνα αναφοράς. Η ακτίνα αναφοράς διαμορφώθηκε με ηλεκτρο-οπτικά μέσα με συχνότητα  $f_R$ . Η ακτίνα σήματος οδηγήθηκε σε μια φωτοδιόδο (APD), η οποία λειτουργούσε ως ανιχνευτής και ως «αναμίκτης». Έτσι, η ακτίνα σήματος λόγω του φαινομένου Doppler, δέχτηκε μετατόπιση συχνότητας από  $f_0$  σε  $f_S$ , όπου  $f_S = 2v/\lambda_0$ , με  $v$ =ταχύτητα,  $\lambda_0$ =μήκος κύματος στο κενό. Έπειτα, οι δύο ακτίνες συνενώθηκαν και οδηγήθηκαν εκ νέου σε APD, όπου λόγω της μη-γραμμικότητας της φωτοδιόδου, το παραγόμενο ρεύμα είχε συνιστώσα  $(f_R - f_S)$ . Έτσι, προσδιορίστηκε η συχνότητα  $f_S$  και άρα η ταχύτητα  $v$ . Η διάταξη αυτή έδειξε ότι η ολοκληρωμένη οπτική μπορούσε να προμηθεύσει την οπτική με υψηλής ακρίβειας μετρήσεις όσο αναφορά την ταχύτητα και τη μετατόπιση.



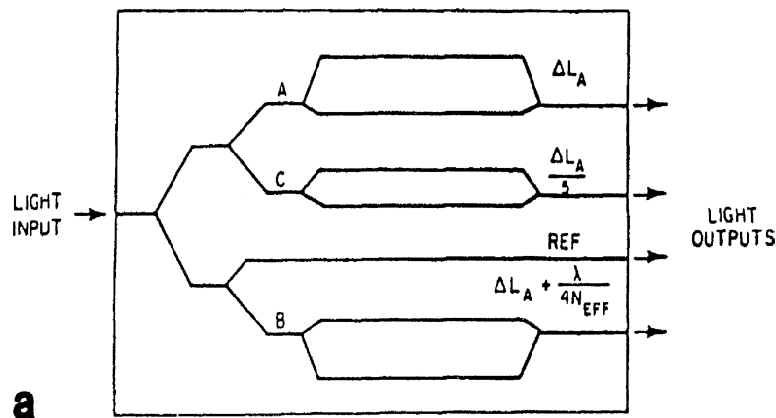


Ως εναλλακτική λύση λοιπόν, ένα σύστημα ολοκληρωμένης οπτικής το οποίο καταφέρνει να «διαβάσει» τις πληροφορίες του δίσκου και να παρακολουθήσει τα σήματα, βρέθηκε από τον Uga [2.8]. Το OIC αυτό (Σχήμα 2.13), δημιουργήθηκε με την τοποθέτηση ενός κυματοδηγού γυαλιού σε ένα στρώμα SiO<sub>2</sub>, πάνω σε στρώμα σιλικόνης, με την προσθήκη διόδων ελέγχου αριστερά και δεξιά. Σε κατάσταση λειτουργίας, η κεφαλή παρέχει όχι μόνο σήμα με δεδομένα ανάγνωσης, αλλά και σήματα παρακολούθησης σφαλμάτων κατά την ανάγνωση. Όταν η ακτίνα φωτός είναι εστιασμένη, οι ακτίνες που επιστρέφουν χτυπούν τα ζευγάρια διόδων ισότιμα. Αν όμως η κεφαλή είναι πολύ κοντά στο δίσκο (ή πολύ μακριά), οι ακτίνες που επιστρέφουν χτυπούν τις εξωτερικές (ή τις εσωτερικές αντίστοιχα) περισσότερο. Οπότε, ανιχνεύοντας τη διαφορά στην ένταση μεταξύ των δύο ζευγαριών φωτοδίοδων, με τη βοήθεια ηλεκτρονικών συγκριτών, επιτυγχάνεται έλεγχος μεγάλης ακρίβειας.

Οι διαστάσεις της συσκευής είναι 5x12 mm και προφανώς έχει το πλεονέκτημα της μη-ευαισθησίας σε δονήσεις κτλ. Στη συνέχεια, δημιουργήθηκαν αρκετές παραλλαγές της παραπάνω μεθόδου, π.χ. με αισθητήρες αντί για διόδους και εκπομπή laser μήκους κύματος μπλε-μωβ.

### 2.3.6 Αισθητήρας Θερμοκρασίας

Ο αισθητήρας θερμοκρασίας με κύκλωμα OIC (Σχήμα 2.14) δεν απαιτεί τη χρήση ηλεκτρικής ένωσης, κάνοντάς τον ιδιαίτερα χρήσιμο σε περιβάλλοντα που υπάρχει κίνδυνος ανάφλεξης ή πυρκαγιάς και ένας ηλεκτρικός αισθητήρας θα ήταν επικίνδυνος. Για την κατασκευή του OIC χρησιμοποιούνται κυματοδηγοί εμπλουτισμένοι με τιτάνιο. Συγκεκριμένα, περιέχει μια παράλληλη ακολουθία από τρία άνισα Mach-Zehnder interferometers (συμβολόμετρα Mach-Zehnder). Η οπτική μετάδοση κάθε interferometer αλλάζει ημιτονικά με τη θερμοκρασία.



Σχήμα 2.14: Αισθητήρας Θερμοκρασίας [2.6]

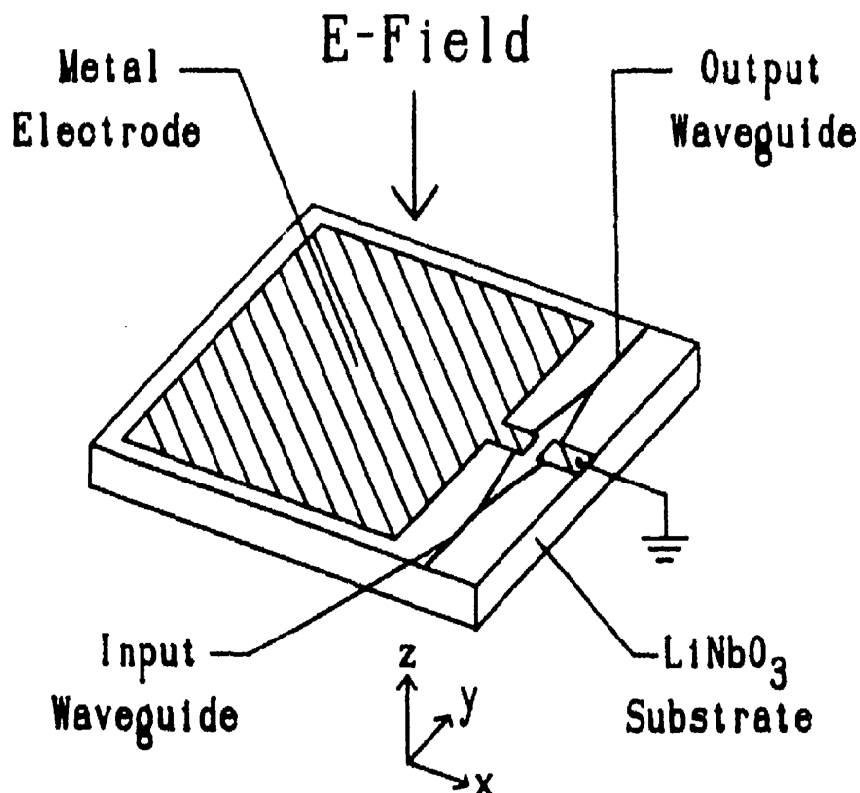
Έτσι, η οπτική μετάδοση εξαρτάται τόσο από το δείκτη διάθλασης, όσο και από τη διαφορά στα οπτικά μονοπάτια. Τα παραπάνω, όμως, είναι συναρτήσεις της θερμοκρασίας, οπότε μετρώντας τη μετάδοση των τριών interferometers, υπολογίζουμε τη θερμοκρασία. Τα αποτελέσματα έχουν μεγάλη ακρίβεια σε μεγάλο εύρος (με την ακρίβεια να προσεγγίζει την

τάξη των  $10^{-3}$  °C σε εύρος 700 °C). Επιπλέον πλεονεκτήματα αποτελούν το μικρό μέγεθος της συσκευής (ακμή 1cm), η δυνατότητα μετρήσεων σε πολύ μικρά αντικείμενα και η μηδενική επιρροή από ηλεκτρικές συσκευές, αφού η συγκεκριμένη διάταξη είναι καθόλα οπτική.

### 2.3.7 Αισθητήρας Υψηλής Τάσης

Ομοίως με τη θερμοκρασία, τα Mach-Zehnder interferometers μπορούν να αναγνωρίσουν υψηλές τάσεις. Χρησιμοποιούνται δύο κλαδιά του interferometer, τα οποία καλύπτονται από μεταλλικά ηλεκτρόδια, τα οποία δημιουργούν έναν διαιρέτη τάσης (Σχήμα 2.15). Ένα τυχαίο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται προκαλεί μεγάλες τάσεις ανάμεσα στα ηλεκτρόδια, με αποτέλεσμα να προκαλείται μετατόπιση φάσης στα οπτικά κύματα κάθε κλαδιού, άρα και διαμόρφωση φάσης στην ακτίνα εξόδου. Δημιουργώντας μια κανονικοποιημένη καμπύλη, μπορούν να γίνουν ακριβείς μετρήσεις τάσεως.

Εφόσον ο αισθητήρας λειτουργεί με τις αρχές του επαγόμενου ρεύματος, δεν απαιτείται ηλεκτρική επαφή με την πηγή υψηλής έντασης, ενώ η ακτίνα εξόδου μπορεί να διοχευτεί σε μία οπτική ίνα. Συμπερασματικά, παρέχεται απομόνωση από το επικίνδυνο ρεύμα και πλήρης προστασία από ηλεκτρικές παρεμβολές. Μια τέτοια διάταξη θα είχε πιθανή εφαρμογή σε παρακολουθήσεις γραμμών μεταφοράς υψηλών τάσεων, σε εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας ή σε σταθμούς μετασχηματισμού.



Σχήμα 2.15: Αισθητήρας Υψηλής Τάσης [2.6]

### 2.3.8 Χημικός Αισθητήρας

Οι συσκευές της ολοκληρωμένης οπτικής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν την ύπαρξη και τη συγκέντρωση διαφόρων χημικών στοιχείων. Αυτοί οι αισθητήρες συνήθως λειτουργούν μετρώντας τη μεταβολή σε κάποια οπτική ιδιότητα του υλικού σε ένα κυματοδηγό, η οποία προκαλείται από την παρουσία ενός χημικού στοιχείου. Οι κλάδοι της οπτικής που χρησιμοποιούνται εδώ είναι η απορρόφηση στη φωτομετρία, η εξασθενημένη ολική ανάκλαση στη φασματομετρία και ο φθορισμός στη φασματομετρία.

Ένα παράδειγμα αυτής της μεθόδου παρατηρήθηκε από τον Kim [2.9], όπου μελέτησε τον αισθητήρα PVC. Όταν ο αισθητήρας ερχόταν σε επαφή με ενώσεις ασβεστίου, ο κυματοδηγός αντιδρούσε με το ασβέστιο. Οι χαρακτηριστικές γραμμές απορρόφησης στην περιοχή των 500-700 nm μεταβλήθηκαν λόγω της παρουσίας του ασβεστίου, προκαλώντας μειωμένη απορρόφηση και μετατόπιση της κορυφής σε χαμηλότερο μήκος κύματος. Με κατάλληλη κανονικοποίηση μπορούσε να γίνει μέτρηση της συγκέντρωσης του ασβεστίου έπειτα. Προφανώς, ο εμπλουτισμός των κυματοδηγών με άλλες ενώσεις, μπορεί να τον κάνει ευαίσθητο και σε άλλα στοιχεία.

## **2.4 Παραπομπές 2<sup>ου</sup> Κεφαλαίου**

- [2.1] G.P. Agrawal, "Fiber-optic communication systems", 2<sup>nd</sup> edition, New York, Wiley, 1997.
- [2.2] J.M. Hammer, H. Kogelnik, T. Tamir, F. Zernike, "Integrated Optics", Topics in applied physics, Vol. 7, Springer-Verlag, Berlin, 1975.
- [2.3] H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, "Optical integrated circuits", McGraw-Hill Book Company, New York, 1989.
- [2.4] J. He, A. Delage, "Digital optical switch", patent: 6526193, Feb. 2003. Ιστοσελίδα: <http://www.freepatentsonline.com/6526193.html>.
- [2.5] D.C. Jurbergs, C. Karaguleff, "Frustrated total internal reflection switch using waveguides and method of operation", patent: 6519382, February 2003. Ιστοσελίδα: <http://www.freepatentsonline.com/6519382.html>.
- [2.6] R.G. Hunsperger, "Integrated optics: theory and technology", 6<sup>th</sup> edition, Springer, Berlin, 2009.
- [2.7] H. Toda, M. Haruna, N. Nishihara, "Optical integrated circuit for a fiber laser doppler velocimeter", Journal of Lightwave Technology, Vol.5, Issue 7, pp. 901-905, Jul. 1987.
- [2.8] S. Ura, T. Suhara, H. Nishihara, J. Koyama, "An integrated-optic disk pickup device", Journal of Lightwave Technology, Vol.4, Issue 7, pp.913-918, Jul.1986.
- [2.9] K. Kim, H. Minamitani, K. Matsumoto, S. Kang "Sensing property of thin film optical waveguide sensor based on PVC co-polymer", Proc. SPIE 3278, 220, Jan. 1998.

# 3

## Βασική Θεωρία Ηλεκτρομαγνητικού Πεδίου - Εξισώσεις Maxwell

Ο βασικός τρόπος που περιγράφεται το φαινόμενο της διάδοσης του φωτός σε έναν οπτικό κυματοδηγό είναι οι εξισώσεις Maxwell, οι οποίες γράφονται σε διαφορική μορφή ως:

$$\nabla \times \vec{E}(r, t) = -\frac{\partial \vec{B}(r, t)}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(r, t) = \frac{\partial \vec{D}(r, t)}{\partial t} + \vec{J}(r, t), \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(r, t) = \rho(r, t), \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(r, t) = 0, \quad (3.4)$$

και οι συντακτικές σχέσεις

$$\vec{D}(r, t) = [\varepsilon_T(r)]\vec{E}(r, t), \quad \vec{B}(r, t) = [\mu_T(r)]\vec{H}(r, t), \quad (3.5)$$

$$[\varepsilon_T(r)] = \varepsilon_0[\varepsilon(r)], \quad [\mu_T(r)] = \mu_0[\mu(r)], \quad (3.6)$$

όπου

$\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$  (H/m) η μαγνητική διαπερατότητα στο κενό,  $\varepsilon_0=8.854188 \times 10^{-12}$  (F/m) η διηλεκτρική επιτρεπτότητα στο κενό και  $\mu, \varepsilon$ , οι αντίστοιχες σχετικές τιμές τους.

Επιπλέον, E: η ένταση ηλεκτρικού πεδίου (volt/m), H: η ένταση μαγνητικού πεδίου (ampere/m), D: η διηλεκτρική μετατόπιση (coulomb/m<sup>2</sup>), B: η μαγνητική επαγωγή (tesla),  $\rho$ : η χωρική πυκνότητα φορτίου (coulomb/m<sup>3</sup>), J: η χωρική πυκνότητα ρεύματος (ampere/m<sup>2</sup>).

Θεωρώντας διάδοση σε κυματοδηγό, τον οποίο λαμβάνουμε ως ιστροπικό και ομογενές μέσο χωρίς παρουσία πηγών και επίσης ότι η  $\mu$  διατηρείται σταθερά στο χώρο υπολογισμού και η  $\varepsilon$  δεν εξαρτάται από την z-συνιστώσα, άρα

$$\vec{D}(r, t) = \varepsilon_0[\varepsilon(x, y)]\vec{E}(r, t) \quad \text{και} \quad \vec{B}(r, t) = \mu_0\vec{H}(r, t), \quad (3.7)$$

οι παραπάνω εξισώσεις παίρνουν την εξής μορφή:

$$\nabla \times \vec{E}(r, t) = -\frac{\partial \vec{B}(r, t)}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(r, t)}{\partial t}, \quad (3.8)$$

$$\nabla \times \vec{H}(r, t) = \frac{\partial \vec{D}(r, t)}{\partial t} = \varepsilon_0 [\varepsilon(x, y)] \frac{\partial \vec{E}(r, t)}{\partial t}, \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(r, t) = 0, \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(r, t) = 0. \quad (3.11)$$

Θεωρούμε στη συνέχεια την περίπτωση της μόνιμης κατάστασης με ημιτονική χρονική μεταβολή των διαφόρων μεγεθών του πεδίου. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να εισάγουμε τους παραστατικούς μιγαδικούς (phasors) για τα διάφορα μεγέθη ως εξής:

Για το τυχαίο μέγεθος  $\Psi(r, t)$ , ο αντίστοιχος phasor γράφεται ως  $\text{Re}[\Psi(r)e^{i\omega t}]$ , όπου  $\omega=2\pi f$  η σταθερή κυκλική συχνότητα, ενώ γίνεται η αντικατάσταση  $\partial/\partial t \rightarrow i\omega$ .

Έτσι οι εξισώσεις Maxwell παίρνουν τη μορφή:

$$\nabla \times \vec{E}(r) = -i\omega \vec{B}(r) = -i\omega \mu_0 \vec{H}(r), \quad (3.12)$$

$$\nabla \times \vec{H}(r) = i\omega \vec{D}(r) = i\omega \varepsilon_0 [\varepsilon(x, y)] \vec{E}(r), \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(r) = 0, \quad (3.14)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(r) = 0. \quad (3.15)$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την περιστροφή των δύο μελών της (3.12) και έχουμε:

$$\vec{\nabla} \times \{\vec{\nabla} \times \vec{E}(r)\} = -i\omega \mu_0 \{\vec{\nabla} \times \vec{H}(r)\}, \quad (3.16)$$

η οποία μέσω της (3.13) γίνεται

$$\vec{\nabla} \times \{\vec{\nabla} \times \vec{E}\} = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 [\varepsilon] \vec{E}. \quad (3.17)$$

Χρησιμοποιώντας τώρα τη διανυσματική ταυτότητα έχουμε:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}. \quad (3.18)$$

Συνδυάζοντας τις (3.17), (3.18) έχουμε

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 [\varepsilon] \vec{E}. \quad (3.19)$$

Όμως λόγω της (3.14) ισχύει:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \xrightarrow{(3.7)} \vec{\nabla} \cdot \{\varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}\} = 0 \implies \varepsilon(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \vec{E}(\vec{\nabla} \varepsilon) = 0$$

Στη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, την οποία θα χρησιμοποιήσουμε παρακάτω για τον υπολογισμό των πεδίων θεωρούμε το  $\epsilon$  σταθερό ανά περιοχές. Συνεπώς, στην παραπάνω εξίσωση θα ισχύει  $\vec{\nabla} \epsilon = 0$  και άρα  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ . Με βάση αυτές τις παραδοχές η (3.19) γίνεται:

$$\nabla^2 \vec{E} + \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \epsilon \vec{E} = 0 \quad (3.20)$$

η οποία θέτοντας

$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ , την ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό  
 $k_0 = \omega / c = \frac{2\pi}{\lambda}$ , τον κυματικό αριθμό (με  $\lambda$  το μήκος κύματος στο κενό)

γράφεται

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \epsilon \vec{E} = 0, \quad (3.21)$$

και αν θέσουμε

$n = \sqrt{\epsilon}$ , όπου  $n$ =δείκτης διάθλασης και  $k = k_0 n$ , έχουμε

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0. \quad (3.22)$$

Εφόσον θα μελετηθούν ρυθμοί οδηγούμενοι σε κυματοδηγούς δύο διαστάσεων και επιθυμούμε διάδοση στην διεύθυνση του  $z$ , θα πρέπει το ηλεκτρικό πεδίο να είναι της μορφής:

$$\vec{E}(x, y, z) = E(x, y) e^{-i\beta z} \vec{t} \quad (3.23)$$

όπου  $\vec{t}$ , το διάνυσμα πόλωσης του ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο επίπεδο  $x$ - $y$ .

Εισάγοντας την (3.23) στη (3.22) και παρατηρώντας ότι  $\partial^2 / \partial z^2 = -\beta^2$ , προκύπτει:

$$\nabla^2 E + [k(x, y)^2 - \beta^2] E = 0. \quad (3.24)$$

η οποία είναι η τελική μορφή της βαθμωτής εξίσωσης Helmholtz, που θα μελετήσουμε.

Γράφεται αναλυτικά ως:

$$(3.25)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + (k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2) E = 0}$$

# 4

## **Μέθοδος Των Πεπερασμένων Διαφορών Στο Πεδίο Της Συχνότητας**

### **4.1 Εισαγωγή**

Η λύση των ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων είναι συχνά δύσκολη ή και αδύνατη μέσω αναλυτικών μεθόδων. Αυτό οφείλεται σε διάφορους λόγους [4.1]. Αρχικά, ενδέχεται το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει το πρόβλημα (συνήθως κάποια μερική διαφορική εξίσωση) να είναι μη-γραμμικό ή όταν γραμμικοποιείται να παρουσιάζονται σοβαρά σφάλματα. Δεύτερον, κύρια αιτία πολυπλοκότητας προβλήματος αποτελεί η περιοχή λύσης. Τρίτον, οριακές συνθήκες μικτού τύπου ή εξαρτώμενες από το χρόνο και τέλος όταν το μέσο διάδοσης είναι μη-ομογενές ή ανισοτροπικό.

Στην περίπτωση που οι αναλυτικές λύσεις αποτυγχάνουν, ανατρέχουμε στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Maxwell. Συνήθεις μεθόδους αριθμητικής επίλυσης αποτελούν τα Πεπερασμένα Στοιχεία, οι Πεπερασμένες Διαφορές, η Μέθοδος των Ροπών, η Αριθμητική Ολοκλήρωση κ.α [4.2], [4.11].

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο πεδίο της συχνότητας (Finite Difference Frequency Domain, συντομογραφία ως FDFD) αποτελεί έναν εύκολο και γρήγορο τρόπο για την εύρεση ρυθμών και την αναπαράσταση των πεδίων σε διατάξεις με πεπερασμένο μήκος ή σύνθετη δομή. Κύρια πλεονεκτήματά της είναι η ακρίβεια, η ευστάθεια (τόσο για ρυθμούς TE όσο και για TM) και η πλήρης αντίληψη των πηγών σφαλμάτων της μεθόδου. Μέσω της μεθόδου αυτής γίνεται να μοντελοποιηθούν διατάξεις με μέγεθος της τάξης των εκατοντάδων μηκών κύματος.

Ουσιαστικά, η συγκεκριμένη μέθοδος μετατρέπει μέσω προσεγγίσεων τις διαφορικές εξισώσεις Maxwell που περιγράφουν το πεδίο σε ένα σύνολο από αλγεβρικές εξισώσεις. Οι αλγεβρικές εξισώσεις αυτές συνδέουν την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής σε ένα σημείο της περιοχής λύσης με τις τιμές σε γειτονικά σημεία. Έτσι, αρχικά διακριτοποιούμε την περιοχή λύσης σε ένα πλέγμα σημείων. Στη συνέχεια, προσεγγίζουμε τη δεδομένη διαφορική με αλγεβρικές εξισώσεις στα διάφορα σημεία του πλέγματος και τέλος επιλύουμε τις αλγεβρικές εξισώσεις αριθμητικά με βάση και τις οριακές συνθήκες στα όρια του πλέγματος.



## 4.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών Στην Εξίσωση Helmholtz

Σκοπός μας είναι η επίλυση της εξίσωσης Helmholtz σε ορθογώνιους κυματοδηγούς στις δύο διαστάσεις, οπότε και θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών σε μερικές διαφορικές εξισώσεις ελλειπτικού τύπου [4.3] της μορφής:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)U = 0 \quad (4.2.1)$$

όπου  $U=U(x,y)$  και  $k=k(x,y)$

την οποία θα φέρουμε σε μορφή [4.4],[4.12]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + k_0^2 (n^2 - N^2)U = 0 \quad (4.2.2)$$

όπου, με  $U=U(x,y)$  συμβολίζουμε την εκάστοτε συνιστώσα του ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου

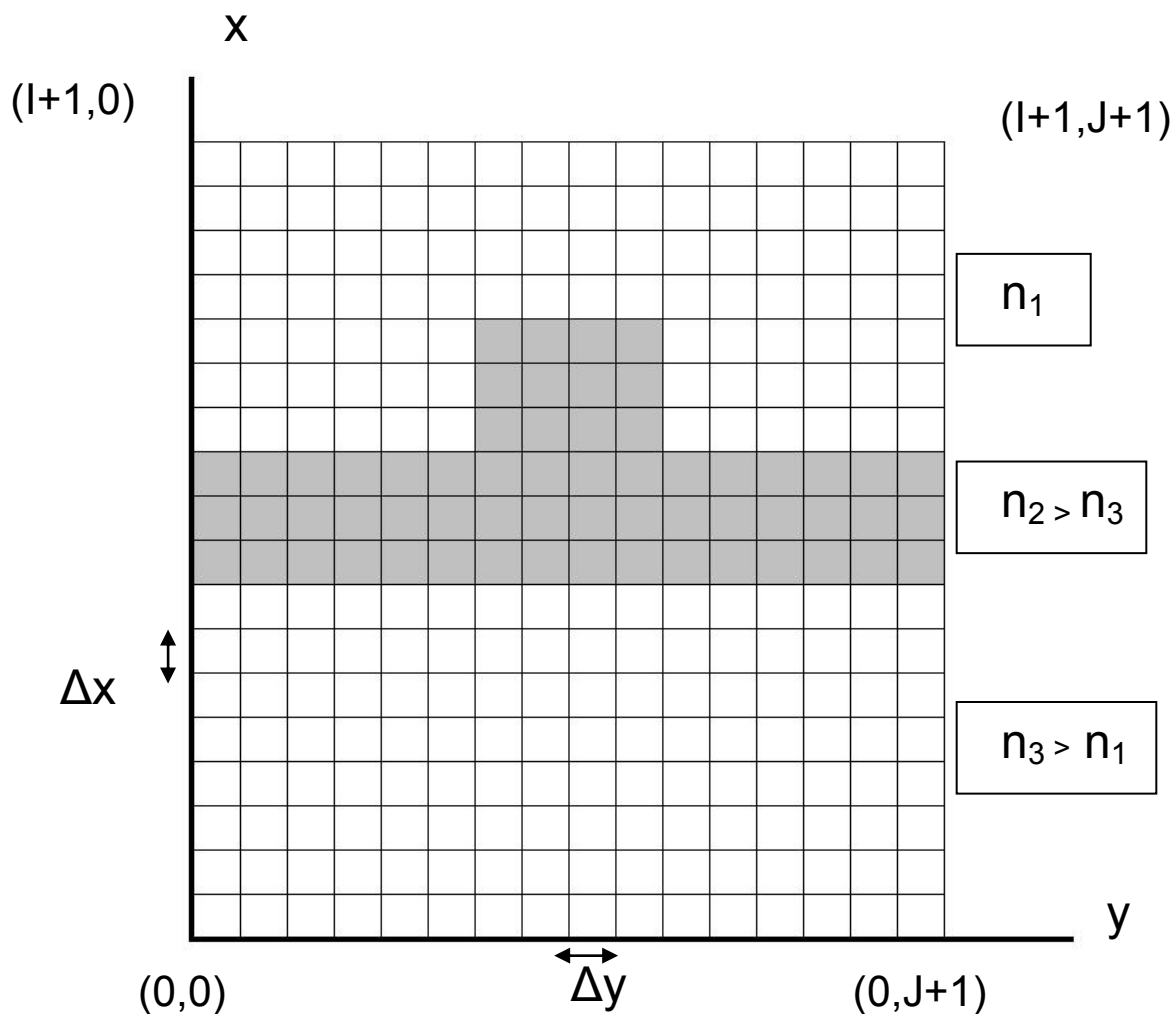
και  $n=n(x,y)$ , ο δείκτης διάθλασης της διάταξης στο επίπεδο  $x-y$   
 $N=\beta/k_0$ , η κανονικοποιημένη σταθερά διάδοσης του ρυθμού  
 $k_0=2\pi/\lambda$

Αρχικά δημιουργούμε το πλέγμα μέσα στο οποίο θα βρίσκεται η διάταξη, το οποίο ονομάζουμε παράθυρο υπολογισμών.

Διακριτοποιούμε το παράθυρο υπολογισμών ως εξής. Επιλέγουμε στοιχειώδη μήκη  $\Delta x, \Delta y$  και διαιρούμε τους άξονες  $x$  και  $y$  αντίστοιχα με αυτά τα μήκη. Κατασκευάζονται έτσι  $(I+1)$  τμήματα στον άξονα  $x$  και  $(J+1)$  τμήματα στον άξονα  $y$ , ενώ τα σημεία στους άξονες δίνονται από τη σχέση:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_i = i \Delta x & \text{με } i=0,1,\dots,I+1 \\ y_j = j \Delta y & \text{με } j=0,1,\dots,J+1 \end{array} \right\} \quad (4.2.3)$$

Στο Σχήμα 4.1 δίνεται ένα παράδειγμα εφαρμογής της διακριτοποίησης σε έναν οπτικό κυματοδηγό τύπου Rib. Είναι εμφανής η δημιουργία του πλέγματος σε όλο το παράθυρο υπολογισμού.



Σχήμα 4.1: Παράδειγμα υπολογισμού πλέγματος για την εφαρμογή της μεθόδου FDFD σε οπτικούς κυματοδηγούς

Στη συνέχεια αναπτύσσουμε την  $U=U(x,y)$  σε σειρά Taylor και έχουμε

$$U(x + \Delta x, y) = U(x, y) + \Delta x \frac{\partial U}{\partial x}(x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x, y) + O((\Delta x)^2) \quad (4.2.4)$$

$$U(x - \Delta x, y) = U(x, y) - \Delta x \frac{\partial U}{\partial x}(x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x, y) + O((\Delta x)^2) \quad (4.2.5)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (4.2.4),(4.2.5) και επιλύουμε ως προς τη δεύτερη παράγωγο, αγνοώντας τα σφάλματα της τάξης  $(\Delta x)^2$ . Αυτό είναι μια λογική προσέγγιση, εφόσον το  $\Delta x$  θα είναι πολύ μικρό σε σχέση με το μήκος κύματος και τις διαστάσεις της διάταξης.

Προκύπτει έτσι η παρακάτω σχέση

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x, y) = \frac{U(x+\Delta x, y) - 2U(x, y) + U(x-\Delta x, y)}{(\Delta x)^2} \quad (4.2.6)$$

Ομοίως προκύπτει και η αντίστοιχη σχέση για τη δεύτερη παράγωγο ως προς y

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}(x, y) = \frac{U(x, y+\Delta y) - 2U(x, y) + U(x, y-\Delta y)}{(\Delta y)^2} \quad (4.2.7)$$

Έπειτα ορίζουμε τα διάφορα μεγέθη μας σύμφωνα με τη διακριτοποίηση που έχουμε κάνει παραπάνω. Έτσι έχουμε:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= U(x_i, y_j) = U_{i,j} \\ U(x+\Delta x, y) &= U(x_{i+1}, y_j) = U_{i+1,j} \\ U(x-\Delta x, y) &= U(x_{i-1}, y_j) = U_{i-1,j} \\ U(x, y+\Delta y) &= U(x_i, y_{j+1}) = U_{i,j+1} \\ U(x, y-\Delta y) &= U(x_i, y_{j-1}) = U_{i,j-1} \\ n(x, y) &= n(x_i, y_j) = n_{i,j} \end{aligned}$$

Συνεπώς η εξίσωση Helmholtz (4.2.2) παίρνει τη διακριτοποιημένη μορφή

$$\frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + k_0(n_{i,j}^2 - N^2)U_{i,j} = 0 \quad (4.2.8)$$

Θεωρώντας τώρα ως  $\Delta X = k_0 \Delta x$  και ως  $\Delta Y = k_0 \Delta y$ , η (4.2.8) μπορεί να πάρει τη μορφή

$$\frac{U_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{U_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} - \left\{ \frac{2}{(\Delta X)^2} + \frac{2}{(\Delta Y)^2} - n_{i,j}^2 \right\} U_{i,j} + \frac{U_{i,j+1}}{(\Delta Y)^2} + \frac{U_{i+1,j}}{(\Delta X)^2} = N^2 U_{i,j} \quad (4.2.9)$$

για  $i=0, 1, \dots, I+1$  και  $j=0, 1, \dots, J+1$

Τα σημεία που βρίσκονται στα όρια του πλέγματος θεωρούνται ότι έχουν  $U=0$  (συνθήκη Dirichlet) και άρα  $U_{0,j} = U_{I+1,j} = U_{i,0} = U_{i,J+1} = 0$ . Η προσέγγιση αυτή είναι σωστή εφόσον το παράθυρο του υπολογισμού είναι αρκετά μήκη κύματος μακριά από το κυματοδηγούμενο πεδίο. Με την παραδοχή αυτή επομένως καταλήγουμε σε ένα σύστημα  $I \times J$  εξισώσεων.

Η διακριτοποιημένη εξίσωση (4.2.9) μπορεί να γραφεί και ως

$$\frac{U_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + (b U_{i,j-1} + a_{i,j} U_{i,j} + b U_{i,j+1}) + \frac{U_{i+1,j}}{(\Delta X)^2} = N^2 U_{i,j} \quad (4.2.10)$$

με  $b = 1/(\Delta Y)^2$  και  $a_{i,j} = n_{i,j}^2 - \frac{2}{(\Delta X)^2} - \frac{2}{(\Delta Y)^2}$

Στη συνέχεια ορίζουμε το διάνυσμα  $\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} U_{i,1} \\ U_{i,2} \\ \vdots \\ U_{i,j} \end{bmatrix}$ , το οποίο περιέχει όλες τις τιμές του πεδίου

του άξονα  $y$ , για κάποιο σταθερό  $x$ . Για τη συγκεκριμένη ενότητα θα συμβολίζουμε τα διανύσματα με έντονη γραφή. Με βάση αυτό η (4.2.10) γράφεται

$$\mathbf{B} \mathbf{U}_{i-1} + \mathbf{A}_i \mathbf{U}_i + \mathbf{B} \mathbf{U}_{i+1} = N^2 \mathbf{U}_i \quad (4.2.11)$$

όπου

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_{i1} & b & 0 & \dots & 0 \\ b & a_{i2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \dots & 0 & b & a_{ij} \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{B} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \mathbf{I}, \text{ με } \mathbf{I} = \text{o μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων } (J \times J)$$

Τέλος, αν πάρουμε όλες τις εξισώσεις για όλα τα  $i$  θα καταλήξουμε στο παρακάτω γραμμικό σύστημα: (4.2.12)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{B} & \mathbf{A}_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{A}_{I-1} & \mathbf{B} \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{B} & \mathbf{A}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{I-1} \\ \mathbf{U}_I \end{bmatrix} = N^2 \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{I-1} \\ \mathbf{U}_I \end{bmatrix}$$

το οποίο είναι ένα σύστημα της μορφής  $\mathbf{A}\mathbf{U} = N^2\mathbf{U}$ , δηλαδή μια εξίσωση ιδιοτιμών – ιδιοδιανυσμάτων (eigenvalue-eigenvector), η οποία επιλύεται αριθμητικά. Ο πίνακας  $\mathbf{A}$  έχει διαστάσεις  $(IJ) \times (IJ)$  ενώ το διάνυσμα  $\mathbf{U}$  έχει διάσταση  $(IJ) \times 1$ . Οι ιδιοτιμές του συστήματος θα μας δώσουν τις πιθανές λύσεις για την κανονικοποιημένη σταθερά διάδοσης (effective index) του ρυθμού  $N$ , από τις οποίες θα επιλέξουμε εκείνες που ικανοποιούν τις συνθήκες κυματοδότησης [4.5] - στο παράδειγμά μας θα πρέπει να ισχύει  $n_3 < N < n_2$ , διότι:

- Αν  $0 < N < n_1$ , έχουμε ρυθμούς ακτινοβολίας (radiation modes).
- Αν  $n_1 < N < n_3$ , έχουμε ρυθμούς υποστρώματος (substrate modes).
- Αν  $n_3 < N < n_2$ , έχουμε διαδιδόμενους ρυθμούς (guided modes).
- Αν  $N > n_2$ , θεωρείται μη επιτρεπτή περιοχή, δεν υφίστανται τέτοιοι ρυθμοί.

Τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα θα μας δώσουν το μοτίβο του πεδίου.

### 4.3 Αριθμητική Διασπορά

Η διακριτοποίηση των διατάξεων συνεπώς και των συνεχών πεδίων που βρίσκονται σε αυτές έχει ως συνέπεια την εμφάνιση μη φυσιολογικής διασποράς, η οποία εμφανίζεται ως μια μικρή διαφορά στη φασική ταχύτητα των κυμάτων σε σχέση με την πραγματικότητα. Αυτό το φαινόμενο το ονομάζουμε αριθμητική διασπορά.

Η αριθμητική διασπορά εξαρτάται από το μήκος κύματος, τη διεύθυνση διάδοσης και τις παραμέτρους του πλέγματος. Τα πεδία αποκτούν έναν επιπλέον παράγοντα φάσης καθώς διαδίδονται στο διακριτοποιημένο πλέγμα με συνέπεια να εμφανίζονται ορισμένες κακοτοπιές, όπως μετατοπισμένη φασματική απόκριση, μεγαλύτερο εύρος παλμών, ανισοτροπικά φαινόμενα, ακύρωση κυμάτων και ψευδο-ανάκλαση. Τα φαινόμενα αυτά είναι ιδιαίτερος εμφανή όταν χειριζόμαστε διατάξεις πολλών μηκών κύματος, σε περιπτώσεις σύνθετων (π.χ. περιοδικών) οριακών συνθηκών και τέλος όταν το πλέγμα δεν είναι αρκετά μικρό.

Η σχέση που περιγράφει την αριθμητική διασπορά προκύπτει από τις διακριτοποιημένες εξισώσεις του Maxwell θεωρώντας ως λύση ένα μονοχρωματικό επίπεδο κύμα και είναι [4.6]

$$\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 \varepsilon_r = \left\{ \frac{2}{\Delta x} \sin\left(\frac{\vec{k}_x \Delta x}{2}\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2}{\Delta y} \sin\left(\frac{\vec{k}_y \Delta y}{2}\right) \right\}^2 \quad (4.3.1)$$

Τα  $\vec{k}_x, \vec{k}_y$ , υποδηλώνουν τις x,y συνιστώσες του κύματος και η ταχύτητα συμβολίζεται με  $v$  διότι λόγω της διασποράς το κύμα δε διαδίδεται με την ταχύτητα του φωτός. Είναι εμφανές ότι η διασπορά εξαρτάται κυρίως από το πλέγμα που ορίσαμε και προφανώς όσο τα  $\Delta x, \Delta y$  πλησιάζουν το μηδέν, η εξίσωση διασποράς προσεγγίζει εκείνη ενός πραγματικού υλικού.

Ένας τρόπος επίλυσης του προβλήματος αυτού είναι η εισαγωγή ενός παράγοντα διόρθωσης  $f$  στην διηλεκτρική σταθερά, με τη συνθήκη η ταχύτητα  $v$  να εξισωθεί με την ταχύτητα του φωτός  $c = 3 \times 10^8$  m/s, δηλαδή

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (f \varepsilon_r) = \left\{ \frac{2}{\Delta x} \sin\left(\frac{\vec{k}_x \Delta x}{2}\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2}{\Delta y} \sin\left(\frac{\vec{k}_y \Delta y}{2}\right) \right\}^2 . \quad (4.3.2)$$

Εφόσον αποφασίσουμε τα βήματα διακριτοποίησης  $\Delta x, \Delta y$  και δεδομένων των συνιστωσών ενός επιπέδου κύματος, επιλέγουμε ως  $\varepsilon_r$  ένα μέσο όρο της διηλεκτρικής σταθεράς της διάταξης, αντικαθιστούμε στην (4.3.2) και λύνοντας ως προς  $f$ , έχουμε τον παράγοντα διόρθωσης, με τον οποίο πολλαπλασιάζουμε τη συνάρτηση της διηλεκτρικής σταθεράς στη διάταξη.

Στην παρούσα εργασία έχει επιλεγθεί ιδιαίτερα μικρό βήμα διακριτοποίησης σε κάθε εφαρμογή, οπότε δεν κρίθηκε απαραίτητη η εισαγωγή παράγοντα διόρθωσης.

## 4.4 Ακρίβεια Και Ευστάθεια

Δύο ιδιαιτέρως σημαντικοί παράγοντες προκειμένου μια αριθμητική επίλυση να είναι χρήσιμη είναι η ακρίβεια και η ευστάθεια. Η ακρίβεια αναφέρεται στο πόσο «κοντά» πλησιάζουν οι προσεγγιστικές λύσεις τις πραγματικές (υποθέτοντας ότι υπάρχουν πραγματικές λύσεις), ενώ η ευστάθεια ενός αλγορίθμου αναφέρεται στην απαίτηση ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει δεν είναι σχετικά ευαίσθητο σε διαταράξεις, οι οποίες προέρχονται από τυχόν προσεγγίσεις που έγιναν κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.

Υπάρχουν τριών ειδών σφάλματα [4.7] τα οποία είναι σχεδόν αναπόφευκτα στην προσπάθεια επίλυσης φυσικών προβλημάτων με τη βοήθεια αριθμητικών λύσεων, τα σφάλματα μοντελοποίησης, τα σφάλματα αποκοπής ή διακριτοποίησης και τα σφάλματα στρογγυλοποίησης.

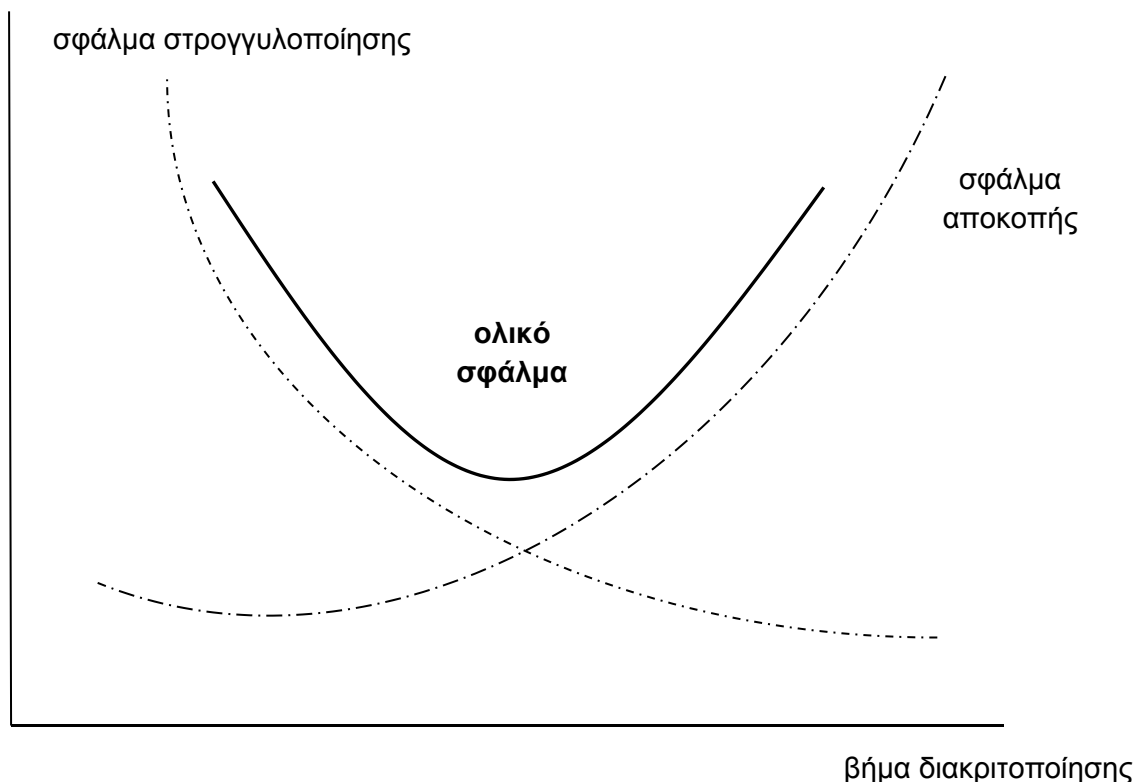
Τα σφάλματα μοντελοποίησης οφείλονται στις διάφορες παραδοχές που έγιναν ώστε να μετατραπεί το φυσικό μοντέλο σε μαθηματικό. Για παράδειγμα η γραμμικοποίηση ενός μη γραμμικού συστήματος εμπεριέχει τέτοια σφάλματα.

Από την άλλη, τα σφάλματα αποκοπής προέρχονται από την πεπερασμένη φύση των όρων που επεξεργαζόμαστε στην αριθμητική επίλυση, σε αντίθεση με τις φυσικές διεργασίες, όπου οι όροι αυτοί ανήκουν σε άπειρες σειρές. Εν προκειμένω, στην προσπάθεια εξαγωγής των εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών αμελήθηκαν οι όροι ανώτερης τάξεως στις σειρές Taylor. Η μείωση των σφαλμάτων αυτών μπορεί να εξομαλυνθεί με τη χρήση πλεγμάτων υψηλής ακρίβειας, άρα ιδιαιτέρως μικρού βήματος διακριτοποίησης. Μια άλλη επιλογή είναι η χρήση περισσότερων όρων των άπειρων σειρών, αλλά κάτι τέτοιο εμπεριέχει τον κίνδυνο κατάρρευσης της ευστάθειας της λύσης, καθώς οι μεγαλύτεροι όροι δημιουργούν μη γραμμικότητες και στην περίπτωση των κυματοδηγών τις λεγόμενες «νόθες λύσεις» (spurious solutions). Οι νόθες λύσεις προέρχονται από την αδυναμία της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών να απεικονίσει απότομες μεταβολές μεταξύ δύο «κελιών». Έτσι, παρουσιάζονται λύσεις οι οποίες επαληθεύουν τη διακριτοποιημένη εξίσωση, αλλά δεν υφίστανται στην πραγματικότητα.

Τέλος, τα σφάλματα στρογγυλοποίησης αντικατοπτρίζουν το γεγονός ότι ο υπολογιστής μπορεί να κάνει υπολογισμούς πεπερασμένης ακρίβειας. Αυτή η αναπόφευκτη πηγή σφαλμάτων οφείλεται στο ότι ο υπολογιστής έχει πεπερασμένο αριθμό καταχωρητών (registers) στην αριθμητική μονάδα (ALU). Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί επαρκώς με τη χρήση της αριθμητικής διπλής ακρίβειας ή και να εξαλειφθεί με την κωδικοποίηση όλων των διαδικασιών και τη χρήση αριθμητικής άπειρης ακρίβειας, αλλά κάτι τέτοιο δεν είναι πρακτικό τις περισσότερες φορές.

Αν και έχει παρατηρηθεί ότι μειώνοντας το βήμα διακριτοποίησης, αυξάνεται η ακρίβεια, το βήμα δεν γίνεται να μειωθεί επ' άπειρον. Μειώνοντας τα σφάλματα αποκοπής με ένα πιο ακριβές πλέγμα, αυξάνονται τα σφάλματα στρογγυλοποίησης λόγω αύξησης της πολυπλοκότητας και του αριθμού των πράξεων του υπολογιστή. Καταλήγουμε λοιπόν, σε ένα σημείο όπου έχουμε το ελάχιστο δυνατό συνολικό σφάλμα για κάθε αλγόριθμο, δεδομένης της εισόδου. Αυτό φαίνεται ποιοτικά στο Σχήμα 4.2.

σφάλμα



Σχήμα 4.2: Ποιοτική απεικόνιση της μεταβολής των σφαλμάτων σε σχέση με το βήμα διακριτοποίησης [4.1]

Ενώ το πεπερασμένο της ακρίβειας δεν αποτελεί μείζον πρακτικό πρόβλημα, η πιθανότητα μη ευσταθούς λύσης αποτελεί καταστροφική συνέπεια. Η ευστάθεια είναι απαραίτητη διότι μας διαβεβαιώνει ότι ένα σφάλμα σε κάποιο στάδιο του αλγόριθμου παράγει ένα μικρότερο συνολικό σφάλμα, συνεπώς ακόμα και αν τα δεδομένα διαφέρουν ελαφρώς από τα πραγματικά η προσεγγιστική λύση θα διαφέρει εξίσου ελαφρώς (ελεγχόμενα) και όχι - πιθανώς χασοτικά - περισσότερο.

Μια ένδειξη της ευστάθειας για τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, η οποία λειτουργεί μέσω πινάκων είναι ο αριθμός κατάστασης του πίνακα  $A$  (condition number). Ο αριθμός κατάστασης ορίζεται ως [4.8]

$$k(A) = \|A\| \|A^{-1}\|, \text{ όπου } \|A\| \text{ η νόρμα δεύτερης τάξης του πίνακα.} \quad (4.4.1)$$

Επιθυμούμε τιμές του αριθμού κατάστασης κοντά στη μονάδα ( $k=1$  αναφέρεται στο μοναδιαίο πίνακα). Βέβαια, ο αριθμός κατάστασης αυξάνεται με την αύξηση του μεγέθους του πίνακα.

Ορίζοντας ως τη μεταβολή σε ένα δεκαδικό του πίνακα A ως  $\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} = 10^{-t}$  και έχοντας υπολογίσει τον αριθμό κατάστασης του πίνακα A έχουμε μια εικόνα της ευστάθειας, σύμφωνα με τη σχέση [4.8]

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} = 10^{-t} k(A) \quad (4.4.2)$$

Η παραπάνω σχέση μεταφράζεται ως εξής. Μια μεταβολή στο t-οστό δεκαδικό της νόρμας του A θα προκαλέσει αντίστοιχη μεταβολή στο (t-k)-οστό δεκαδικό της λύσης, όπου k η τάξη μεγέθους του αριθμού κατάστασης. Δεδομένου ότι για διατάξεις μεγάλων διαστάσεων και υψηλής ακρίβειας ο αριθμός κατάστασης του πίνακα A λαμβάνει τιμές της τάξεως του  $10^5$ , βλέπουμε ότι ακόμα και μια μεταβολή για παράδειγμα στο έβδομο δεκαδικό της εισόδου, θα προκαλέσει μεταβολή στο δεύτερο δεκαδικό της λύσης. Αυτός είναι ο λόγος όταν εφαρμόζουμε τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών επιλέγουμε λιγότερο κομψές διακριτοποιήσεις, ώστε να επιτύχουμε μια σχετικά καλή ακρίβεια σε συνδυασμό με μια ευσταθή λύση.

## 4.5 Σύγκλιση

Προκειμένου να επιβεβαιώσουμε τη σύγκλιση της μεθόδου χρησιμοποιούμε μια παραλλαγή της δοκιμής σύγκλισης, η οποία περιγράφεται από τον Richardson [4.9]. Σύμφωνα με αυτό, θεωρούμε τρεις εκδοχές της ιδιοτιμής προς υπολογισμό του πίνακα A, ως  $N_1, N_2, N_3$ , οι οποίες αναφέρονται αντίστοιχα στις διακριτοποιήσεις με πλέγματα διακριτοποίησης  $grid_1, grid_2, grid_3$ , με  $grid_1 < grid_2 < grid_3$ , ως προς το μέγεθος (δηλαδή το  $grid_3$  έχει τα περισσότερα σημεία).

Στη συνέχεια ορίζουμε τρία μεγέθη ως εξής:

$$b1 = (grid_1)^2 \{ (grid_3)^2 - (grid_2)^2 \} \quad (4.5.1)$$

$$b2 = (grid_2)^2 \{ (grid_3)^2 - (grid_1)^2 \}$$

$$b3 = (grid_3)^2 \{ (grid_2)^2 - (grid_1)^2 \}$$

και το δείκτη R

$$R = \frac{b2(N_2) - b1(N_1)}{b3(N_3)} \quad (4.5.2)$$

Για  $R=1$ , έχουμε σύγκλιση. Στην πράξη επιθυμούμε τιμές του R πολύ κοντά στη μονάδα.



## 4.6 Υπολογιστική Πολυπλοκότητα

Σε έναν υπολογιστή το αλγεβρικό σύστημα (4.2.12), το οποίο αναφέραμε παραπάνω έχει  $I \times J$  βαθμούς ελευθερίας, οπότε και θεωρούμε ως είσοδο (input) του αλγοριθμικού προβλήματος το  $N=I \times J$ . Το πρόβλημα έγκειται στην επίλυση ενός πίνακα  $N \times N$ , δηλαδή στην εύρεση των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων του.

Δεδομένων των παραπάνω, έχουμε δύο τρόπους αντιμετώπισης [4.10]. Ο πρώτος είναι η άμεση μέθοδος μέσω της χρήσης ενός έτοιμου προγράμματος επίλυσης τέτοιων συστημάτων όπως το πακέτο LAPACK. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα όσον αφορά τους πόρους της μνήμης ενός τέτοιου πακέτου είναι ανάλογη του  $N^2$ , συμβολίζουμε με  $O(N^2)$ , ενώ όσον αφορά το χρόνο είναι ανάλογος του  $N^3$ , συμβολίζουμε αντίστοιχα με  $O(N^3)$ . Σε περιπτώσεις συστημάτων δύο διαστάσεων και ενός μέσου πλέγματος διακριτοποίησης δεν παρουσιάζεται κάποιο πρόβλημα. Εν αντιθέσει, στα συστήματα τριών διαστάσεων και σε μεγάλες διατάξεις όπου το  $N$  μπορεί να πάρει τιμές της τάξεως των εκατομμυρίων, η μέθοδος αυτή δε χρησιμοποιείται.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, δεδομένου ότι μας ενδιαφέρουν ορισμένες ιδιοτιμές του πίνακα, κάνουμε χρήση επαναληπτικών μεθόδων, οι οποίες υπολογίζουν μόνο ένα μέρος των ιδιοτιμών (π.χ. τις μικρότερες ή τις μεγαλύτερες). Υπάρχουν αρκετές τέτοιοι μέθοδοι [4.13] (π.χ. Arnoldi iteration), αλλά έχουν ορισμένα μειονεκτήματα. Πρώτον, απαιτούν στην αρχή μια «μαντεψιά» (η οποία γίνεται μέσω ψευδοτυχαίων ακολουθιών) και στη συνέχεια με κάποια επαναληπτική διεργασία συγκλίνουν ταχέως προς την πραγματική ιδιοτιμή. Έτσι επιτυγχάνεται η εκάστοτε επιθυμητή ακρίβεια του χρήστη σε ελάχιστο αριθμό βημάτων. Δεύτερον, απαιτούν μια γρήγορο μέθοδο υπολογισμού του γινομένου πινάκων. Στην περίπτωση των πεπερασμένων διαφορών, όπου οι πίνακες είναι αραιοί και με πολλά μηδενικά, υπάρχουν διαδικασίες που το επιτυγχάνουν σε  $O(N)$  βήματα. Το πλεονέκτημα βέβαια της μεθόδου αυτής έγκειται στην πολυπλοκότητα ως προς της αποθήκευση των δεδομένων (ιδιοδιανύσματα), η οποία μειώνεται στο  $O(N)$ . Τέλος, αύξηση των απαιτούμενων επαναλήψεων σημαίνει και ραγδαία αύξηση της πολυπλοκότητας, αλλά συνήθως αυτό δε μας απασχολεί μιας και ο αριθμός των επαναλήψεων είναι μικρός σχετικά με το  $N$ , οπότε συμπερασματικά η μέθοδος αυτή υπερισχύει της άμεσης μεθόδου.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε το πακέτο ARPACK. Το πακέτο ARPACK [4.14] είναι μια συλλογή από ρουτίνες και διαδικασίες της γλώσσας Fortran και καλείται από τη συνάρτηση «eigs» του Matlab. Είναι σχεδιασμένο ώστε να υπολογίζει ένα μικρό αριθμό ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων αραιών πινάκων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο IRAM ή για συμμετρικούς πίνακες τον αλγόριθμο του Lanczos.

## 4.7 Παραπομπές 4<sup>ου</sup> Κεφαλαίου

- [4.1] M.N.O. Sadiku, “Numerical techniques in electromagnetics”, 2<sup>nd</sup> edition, CRC Press, Boca Raton, 2001.
- [4.2] W.C. Chew, J. Jin, E. Michielssen, J.Song, “Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics”, Artech House, Boston, 2001.
- [4.3] R. Mitchell, D.F. Griffiths, “The finite difference method in partial differential equations”, John Wiley & Sons, Chichester, 1980.
- [4.4] K.M. Norazan, M.B. Abu, I.H. Mohd, “Optical waveguide modeling based on scalar finite difference scheme”, Jurnal Teknologi, 45(D), pp. 181–194, 2006.
- [4.5] G. Lifante, “Integrated photonics: fundamentals”, John Wiley & Sons, West Sussex, 2003.
- [4.6] R.C. Rumpf, “Design and optimization of nano-optical elements by coupling fabrication to optical behavior”, Dissertation, University of Central Florida, Orlando, 2006. Ιστοσελίδα: [http://etd.fcla.edu/CF/CFE0001159/Rumpf\\_Raymond\\_C\\_200608\\_PhD.pdf](http://etd.fcla.edu/CF/CFE0001159/Rumpf_Raymond_C_200608_PhD.pdf).
- [4.7] V. Vemuri, W.J. Karplus, “Digital computer treatment of partial differential equations”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1981.
- [4.8] R. Garg, “Analytical and computational methods in electromagnetics”, Artech House, Boston, 2008.
- [4.9] K. E. Atkinson, “An introduction to Numerical Analysis”, Wiley, New York, 1989.
- [4.10] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, “Photonic Crystals, molding the flow of light”, 2<sup>nd</sup> edition, Princeton University Press, 2008. Ιστοσελίδα: <http://ab-initio.mit.edu/book/photonic-crystals-book.pdf>.
- [4.11] A.F. Peterson, S.L. Ray, R. Mittra, “Computational methods for electromagnetics”, IEEE Press, New York, Oxford University Press, Oxford, 1998.
- [4.12] D.R. Heatley, G.Vitran, A. Kevorkian, “Simple finite-difference algorithm for calculating waveguide modes”, Optical and Quantum Electronics 26, pp. 151-163, 1994.
- [4.13] Y. Saad, “Numerical methods for large eigenvalue problems”, Manchester University Press, 1992.
- [4.14] Online Matlab Manual Documentation.  
Ιστοσελίδα: <http://www.mathworks.com/help/techdoc>.

# 5

## **Παρουσίαση Αποτελεσμάτων Σε Οπτικούς Κυματοδηγούς**

Στην ενότητα που ακολουθεί έχει εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών για την επίλυση της βαθμωτής Helmholtz. Σκοπός μας σε κάθε κυματοδηγό είναι να βρούμε τον κύριο κυματοδηγούμενο ρυθμό (dominant mode), καθώς και την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου στο ρυθμό αυτό. Σε όποιες διατάξεις είναι εφικτό μελετήσαμε και τους ρυθμούς ανώτερης τάξης και τις αντίστοιχες μορφές πεδίων.

Για μια εποπτική άποψη της μεθόδου, στη συνέχεια, επαναλάβαμε μια συγκεκριμένη διαδικασία και μεταβάλλαμε σταδιακά τα βήματα διακριτοποίησης, ώστε να δοθεί μια εικόνα για το πώς μεταβάλλεται η ακρίβεια της λύσης, καθώς και η χρονική πολυπλοκότητα που είχε αναφερθεί παραπάνω στην πράξη.

Ακόμα, μελετήθηκε η συμπεριφορά της κάθε διάταξης μεταβάλλοντας το μήκος κύματος και παρατηρώντας την αντίστοιχη μεταβολή στην κανονικοποιημένη σταθερά διάδοσης (effective index) του ρυθμού (Neff).

Τέλος, εξετάστηκαν τα αποτελέσματα της μεθόδου για διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατάξεων, ενώ όπου ήταν εφικτό έγιναν και συγκρίσεις με άλλες μεθόδους. Συνολικά μελετήθηκαν έξι διαφορετικά είδη κυματοδηγών [5.1]

- Rib Waveguide
- Raised Strip Waveguide
- Embedded Strip Waveguide
- Ridge Waveguide
- General Channel Waveguide
- Rectangular Buried Waveguide

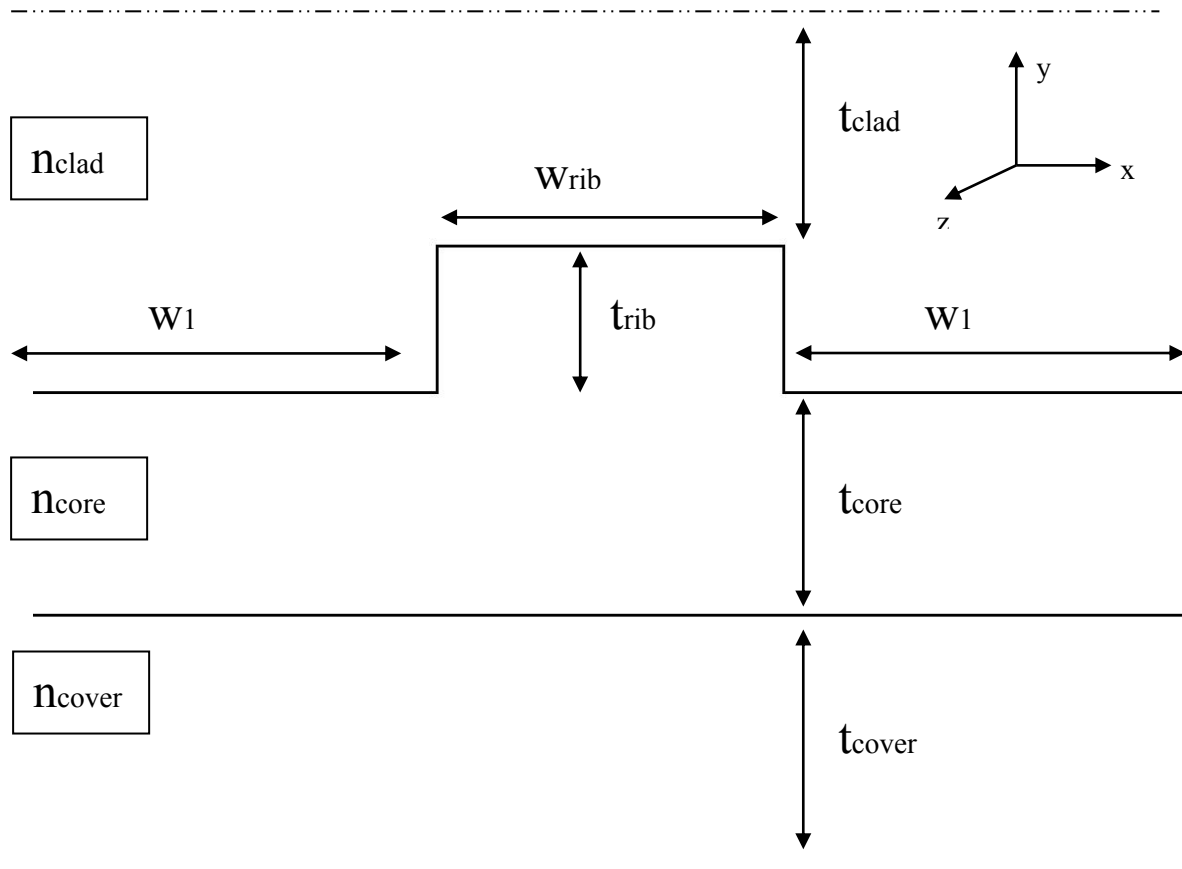
Η υλοποίηση του αλγόριθμου έγινε σε περιβάλλον Matlab έκδοση 7.10.0.499 (R2010a) 32-bit σε υπολογιστή με τα εξής χαρακτηριστικά:

Επεξεργαστής: Intel Centrino Duo T2400 στα 1.83GHz  
Μνήμη Ram: 1 GB, 987MHz

Οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι αναγράφονται στο τέλος (βλέπε Παράρτημα)

## 5.1 Rib Waveguide

Αρχικά θα ασχοληθούμε με τον κυματοδηγό τύπου Rib. Το σχηματικό διάγραμμα του κυματοδηγού στις δύο διαστάσεις φαίνεται στο Σχήμα 5.1. Στον Πίνακα 5.1 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

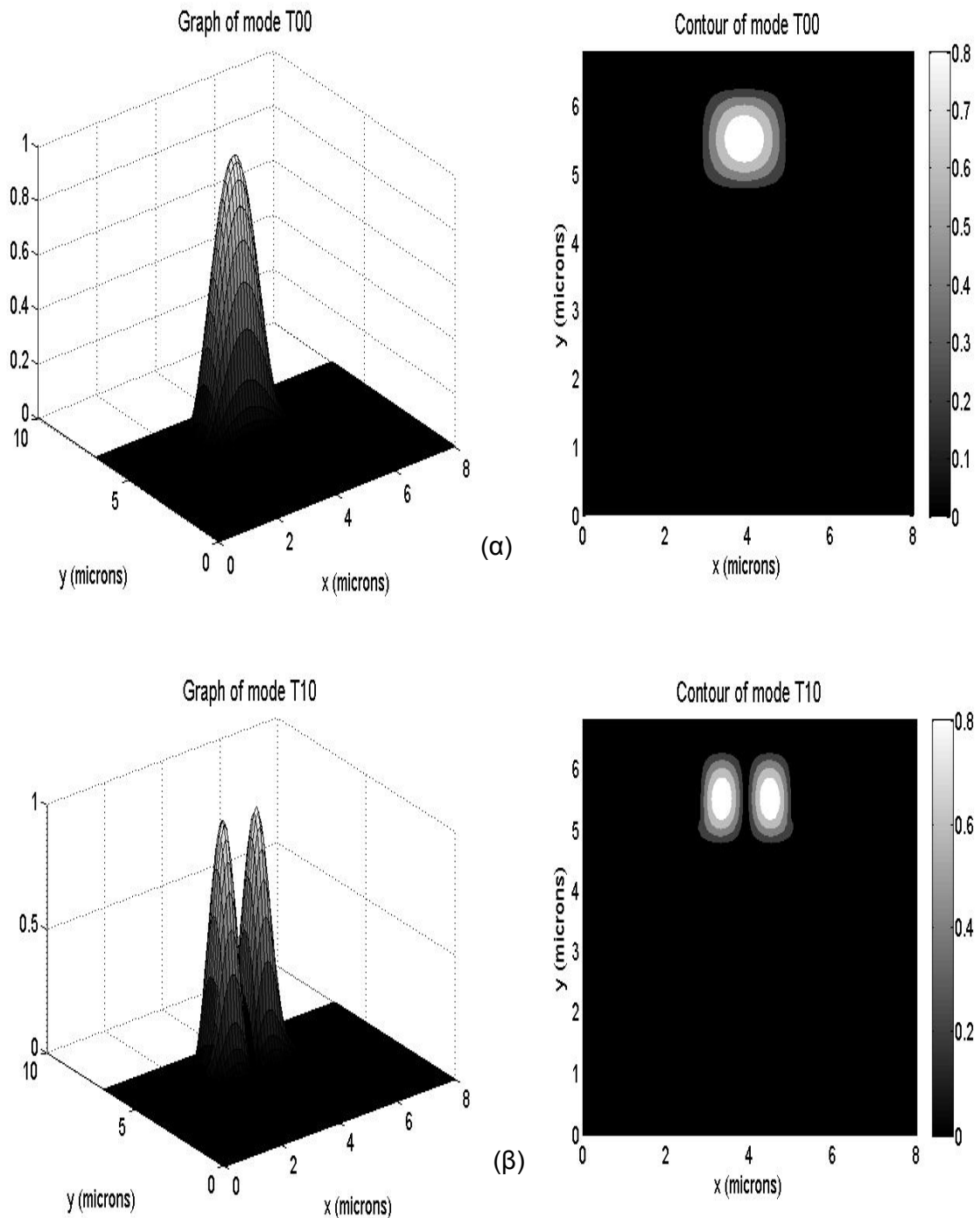


Σχήμα 5.1: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Rib

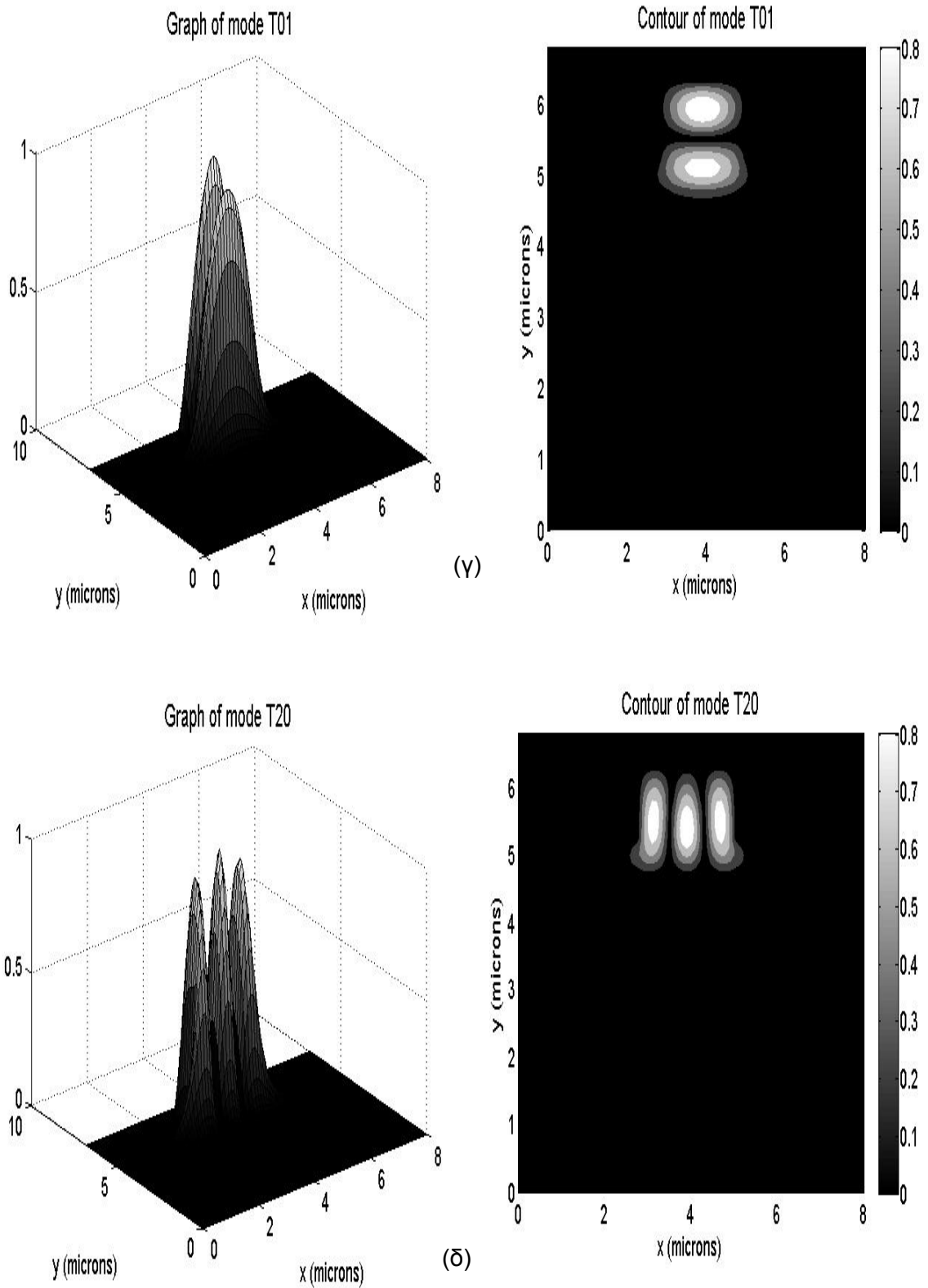
Πίνακας 5.1: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Rib ( $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{clad}}=1$ ,  $n_{\text{core}}=3.44$ ,  $n_{\text{cover}}=3$ ,  $t_{\text{clad}}=0.525\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{rib}}=1.1\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{core}}=0.2\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{cover}}=5.025\mu\text{m}$ ,  $w_{\text{rib}}=2\mu\text{m}$ ,  $w_1=3\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{\text{eff}}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Rib1	0.1	0.1	1	3.39115	13.746597	0.55
	0.1	0.1	2	3.34141	13.544963	
	0.1	0.1	3	3.29509	13.357217	
	0.1	0.1	4	3.25892	13.210579	

Στο Σχήμα 5.2 (α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διαστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου. Η ονομασία των ρυθμών ακολουθεί την εξής σύμβαση:  $T_{mn}$ , όπου  $m$ , οι διασταυρώσεις ρυθμών στον  $x$ -άξονα και  $n$ , οι διασταυρώσεις ως προς τον  $y$ .



Σχήμα 5.2: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Rib (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10



Σχήμα 5.2: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισούψεις καμπύλες σε κυματοδηγό Rib (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T20

Στον Πίνακα 5.2 ελέγχουμε την ακρίβεια και τη χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, για διάφορες τιμές του βήματος διακριτοποίησης. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Ξεκινάμε από βήμα διακριτοποίησης κοντά στο ένα δέκατο του μήκους κύματος και μειώνουμε σταδιακά έως το ένα εκατοστό του μήκους κύματος. Εδώ θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι ενδεικνυόμενες τιμές του βήματος διακριτοποίησης κυμαίνονται από  $\lambda/40$  έως  $\lambda/10$ , όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος. Σε αυτές τις τιμές παρατηρείται ο καλύτερος συνδυασμός ακρίβειας και ευστάθειας λύσης. Συνήθως, για πολύπλοκα προβλήματα αναζητούμε όσο το δυνατό μεγαλύτερο βήμα διακριτοποίησης κοντά στο  $\lambda/10$  προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι αριθμητικές πράξεις του υπολογιστή και να μειωθεί ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου και η απαιτούμενη μνήμη του συστήματος, θυσιάζοντας ίσως την ακρίβεια. Εξαιτίας της απλής φύσης των παρόντων διατάξεων ήταν εφικτή η επίλυση και με μικρότερα βήματα.

Πίνακας 5.2: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Rib

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Rib1	0.15	0.15	3.39079	13.745138	0.26
	0.1	0.1	3.39115	13.746597	0.47
	0.05	0.05	3.38705	13.729957	1.17
	0.02	0.02	3.38473	13.720568	8.92
	0.015	0.015	3.38378	13.716717	18

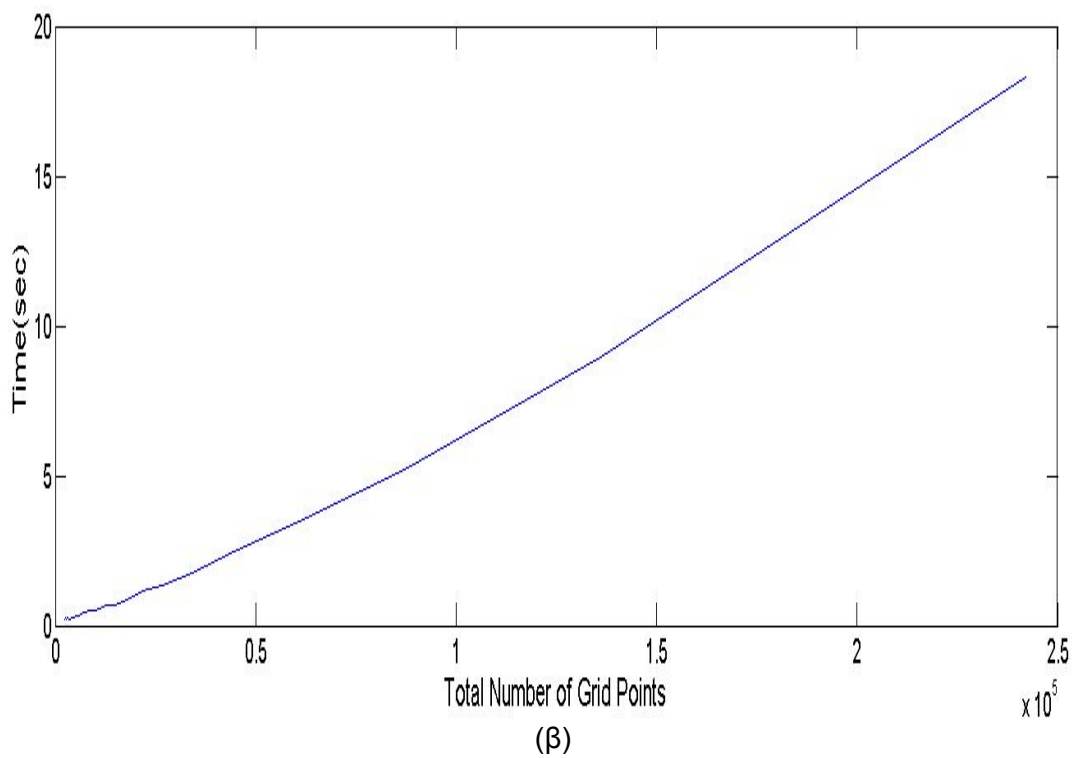
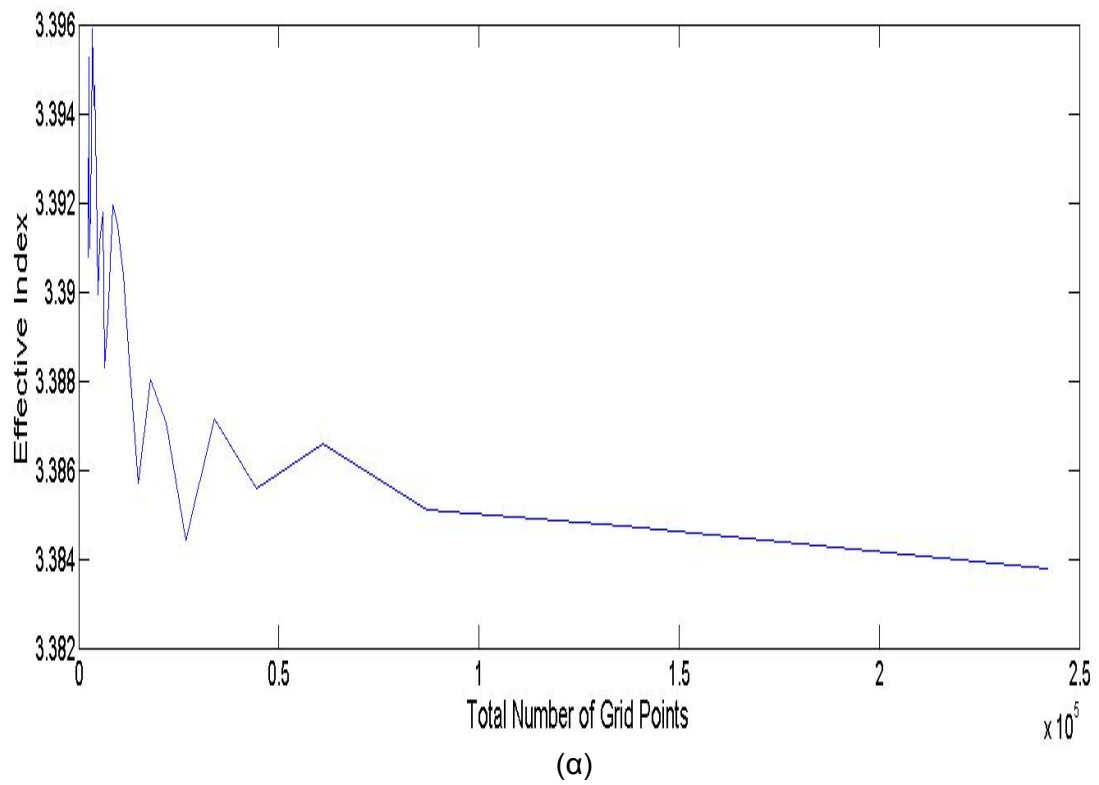
Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα σχήματα 5.3 (α)-(β). Είναι εμφανές ότι μεγαλύτερη ακρίβεια συνεπάγεται και αυξημένη χρονική πολυπλοκότητα, αφού ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται σχεδόν γραμμικά με το σύνολο των σημείων.

Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points } x\text{axis}) * (\text{Grid Points } y\text{axis})$$

$$\text{Grid Points } x\text{axis} = \text{round} \left( \frac{w_{rib} + 2w_1}{\Delta x} \right)$$

$$\text{Grid Points } y\text{axis} = \text{round} \left( \frac{t_{clad} + t_{core} + t_{rib} + t_{cover}}{\Delta y} \right)$$



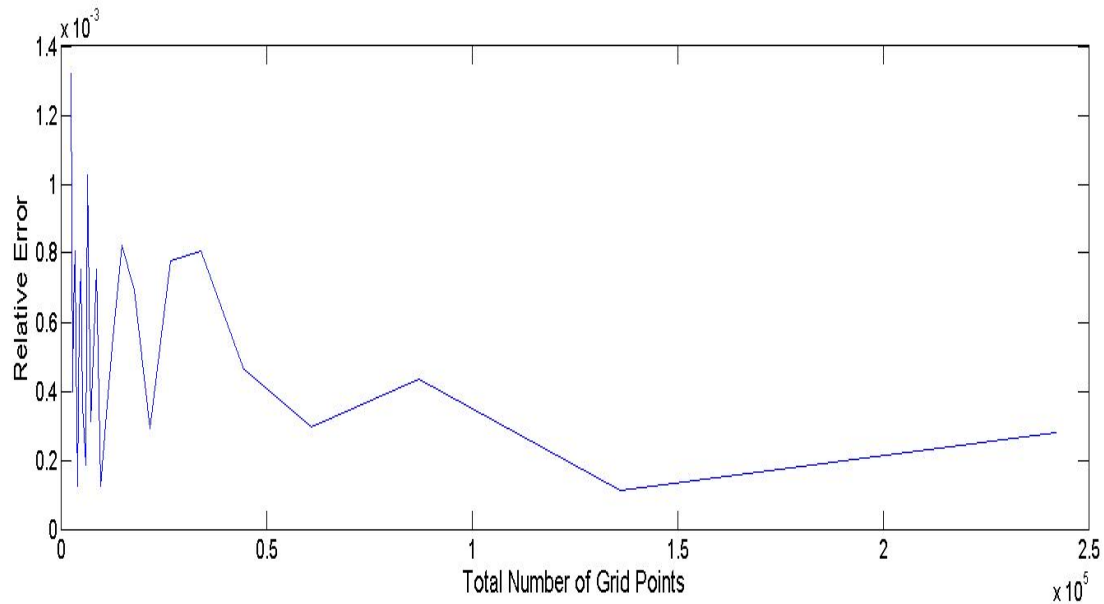
Σχήμα 5.3: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Rib Waveguide)



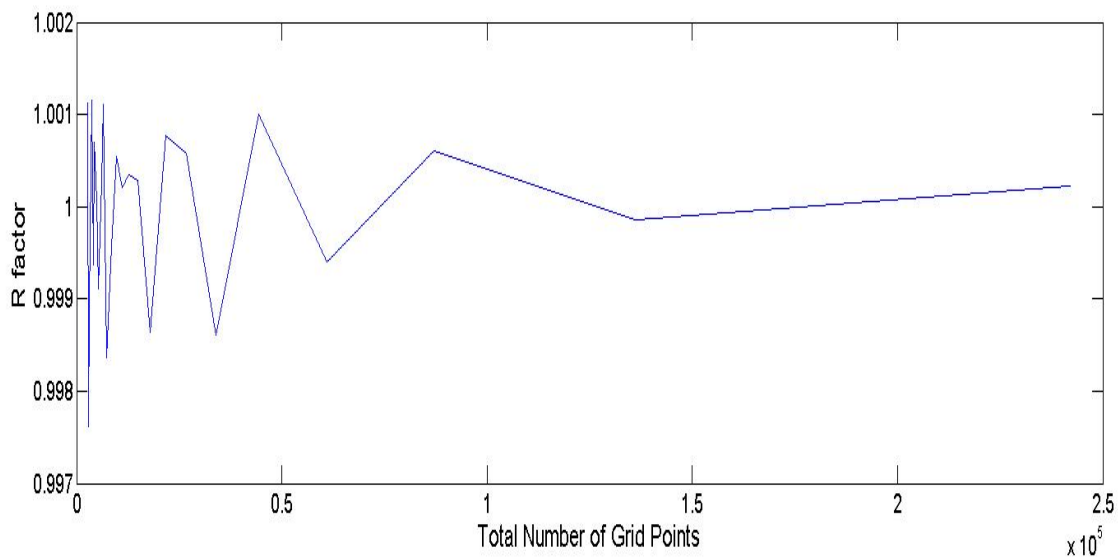
Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R, ο οποίος ορίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο στην σχέση (4.5.2) και του σχετικού σφάλματος, που ορίζεται ως

$$Relative\ Error = \left| \frac{NewValue - OldValue}{NewValue} \right|, \text{ θεωρώντας ως Value το Neff.} \quad (5.1)$$

Παρατηρούμε στο Σχήμα 5.4 (α)-(β) ότι ο δείκτης R είναι συνεχώς πολύ κοντά στη μονάδα, ενώ το σχετικό σφάλμα αφού ταλαντώνεται αρχικά, συγκλίνει σε πολύ χαμηλές τιμές για κομψά πλέγματα.



(α)



(β)

Σχήμα 5.4: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Rib Waveguide)

Στον Πίνακα 5.3 εξετάζουμε τη μεταβολή της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff) σε σχέση με τη μεταβολή του μήκος κύματος.

Πίνακας 5.3: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Rib για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Rib1	0.4	0.04	0.04	3.43584	53.970063
	1	0.1	0.1	3.41823	21.477383
	1.55	0.1	0.1	3.39115	13.746597
	2	0.1	0.1	3.36326	10.566006
	3	0.1	0.1	3.28846	6.887335
	4	0.1	0.1	3.2035	5.032045
	6	0.1	0.1	3.03672	3.180049

Στη συνέχεια, ελέγχουμε τις τιμές του Neff (Πίνακας 5.4) για διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά και δείκτες διάθλασης του κυματοδηγού και συγκρίνουμε με την ημιδιανυσματική μέθοδο [5.2] και με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [5.3]. Ασχολούμαστε με τον κύριο ρυθμό T00.

Πίνακας 5.4: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Rib για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	ncover	tclad ( $\mu\text{m}$ )	trib ( $\mu\text{m}$ )	tcore ( $\mu\text{m}$ )	tcover ( $\mu\text{m}$ )	wrib ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Rib2	1.55	1	3.44	3.34	0.525	1.1	0.2	5.025	2	3
Rib3	1.55	1	3.44	3.36	0.525	0.1	0.9	5.025	3	3.05
Rib4	1.55	1	3.44	3.435	0.55	2.5	3.5	7.55	4	4.34
Rib5.1	1.15	1	3.44	3.4	1.025	1	0	5.025	3	2.952
Rib5.2	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.9	0.1	5.025	3	2.952
Rib5.3	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.8	0.2	5.025	3	2.952
Rib5.4	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.7	0.3	5.025	3	2.952
Rib5.5	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.6	0.4	5.025	3	2.952
Rib5.6	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.5	0.5	5.025	3	2.952
Rib5.7	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.4	0.6	5.025	3	2.952
Rib5.8	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.3	0.7	5.025	3	2.952
Rib5.9	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.2	0.8	5.025	3	2.952
Rib5.10	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0.1	0.9	5.025	3	2.952
Rib5.11	1.15	1	3.44	3.4	1.025	0	1	5.025	3	2.952

Πίνακας 5.4 (συνέχεια)

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Neff of Fin. Elem. [5.3]	Neff of Semivect. [5.2]
Rib2	0.015	0.015	3.39155	13.748231	-	3.3901676
Rib3	0.015	0.015	3.39635	13.767669	-	3.3954801
Rib4	0.05	0.05	3.43678	13.931566	-	3.4367069
Rib5.1	0.02	0.02	3.413	18.64742	3.4121	3.41233
Rib5.2	0.02	0.02	3.4131	18.64793	3.4122	3.41243
Rib5.3	0.02	0.02	3.41323	18.64867	3.41235	3.41257
Rib5.4	0.02	0.02	3.41342	18.64971	3.41255	3.41277
Rib5.5	0.02	0.02	3.41368	18.6511	3.41285	3.41303
Rib5.6	0.02	0.02	3.414	18.65286	3.41315	3.41337
Rib5.7	0.02	0.02	3.4144	18.65503	3.41365	3.41379
Rib5.8	0.02	0.02	3.41488	18.65765	3.4141	3.41431
Rib5.9	0.02	0.02	3.41546	18.66085	3.41475	3.41493
Rib5.10	0.02	0.02	3.41619	18.66485	3.4156	3.41571
Rib5.11	0.02	0.02	3.41714	18.67001	3.4171	3.41733

Οι διαφορές των μεθόδων παρουσιάζονται στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο (ή σε ορισμένες τιμές στο τέταρτο) και οφείλονται στις διαφορετικές προσεγγίσεις της κάθε μεθόδου.

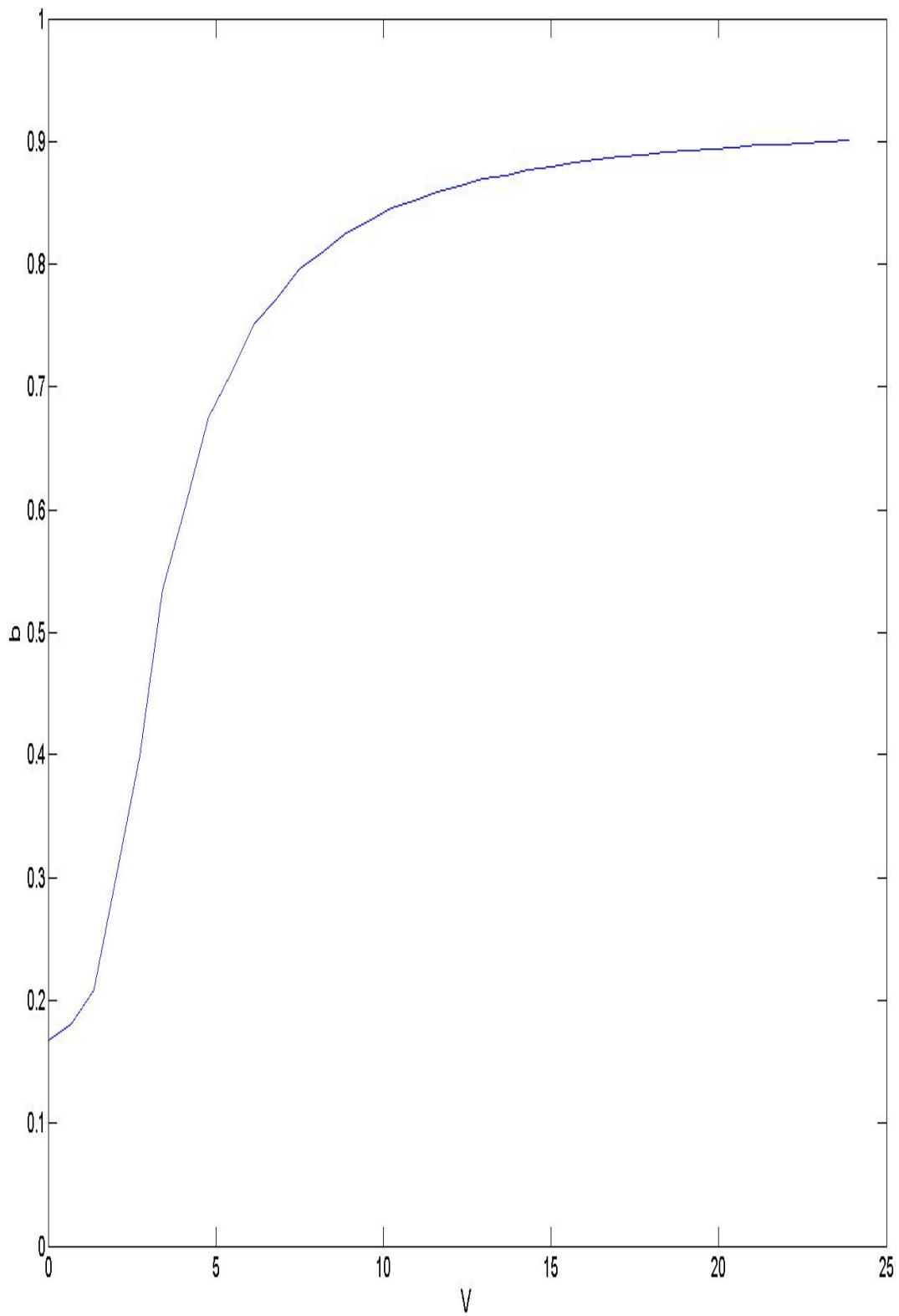
Τέλος, στο Σχήμα 5.5 παρουσιάζεται το διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης  $b$ - $V$  για τη διάταξη Rib1 και τον ρυθμό T00. Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του Neff και ορίζεται ως

$$b = \frac{Neff^2 - ncover^2}{ncore^2 - ncover^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

$$V = k_0(wrib)\sqrt{ncore^2 - ncover^2}$$

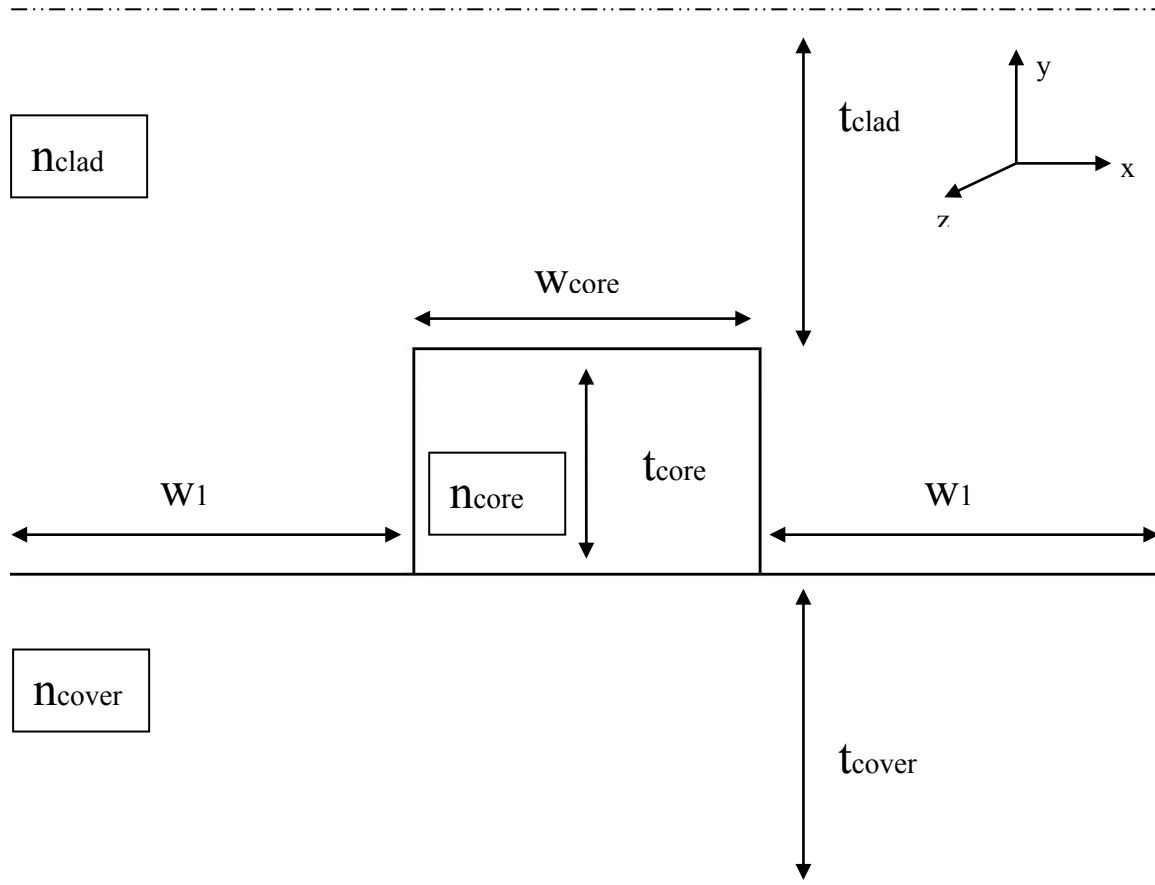
Ο λόγος που κανονικοποιούμε το Neff και το μήκος κύματος είναι για να δούμε αναλυτικά τη συμπεριφορά του κυματοδηγού και τις μεταβολές του Neff, το οποίο αλλάζει με πολύ μικρό ρυθμό.



Σχήμα 5.5: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του Neff σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Rib Waveguide)

## 5.2 Raised Strip Waveguide

Στη συνέχεια μελετάμε τον κυματοδηγό τύπου Raised Strip. Το σχηματικό διάγραμμα του κυματοδηγού στις δύο διαστάσεις φαίνεται στο Σχήμα 5.6. Στον Πίνακα 5.5 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

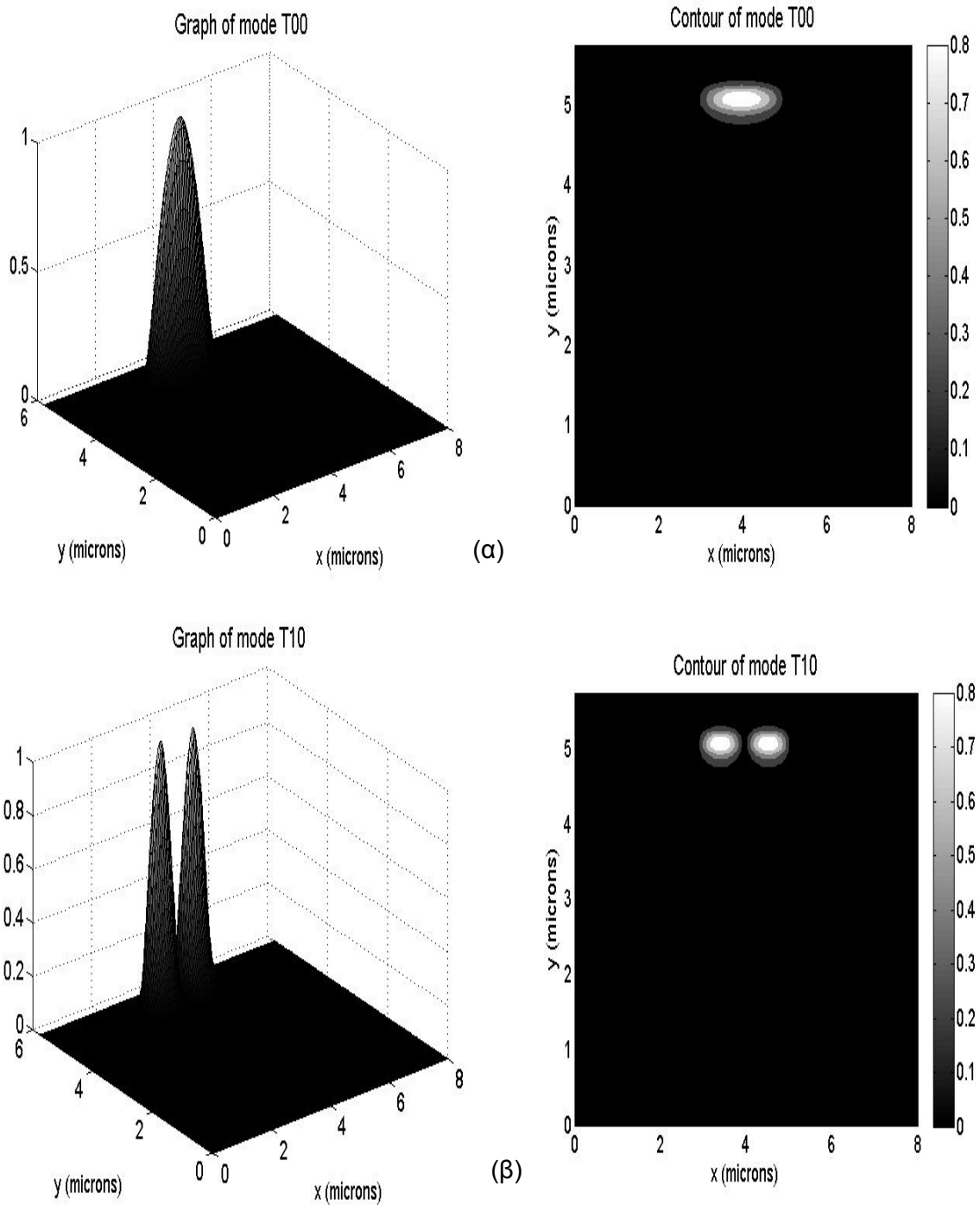


Σχήμα 5.6: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Raised Strip

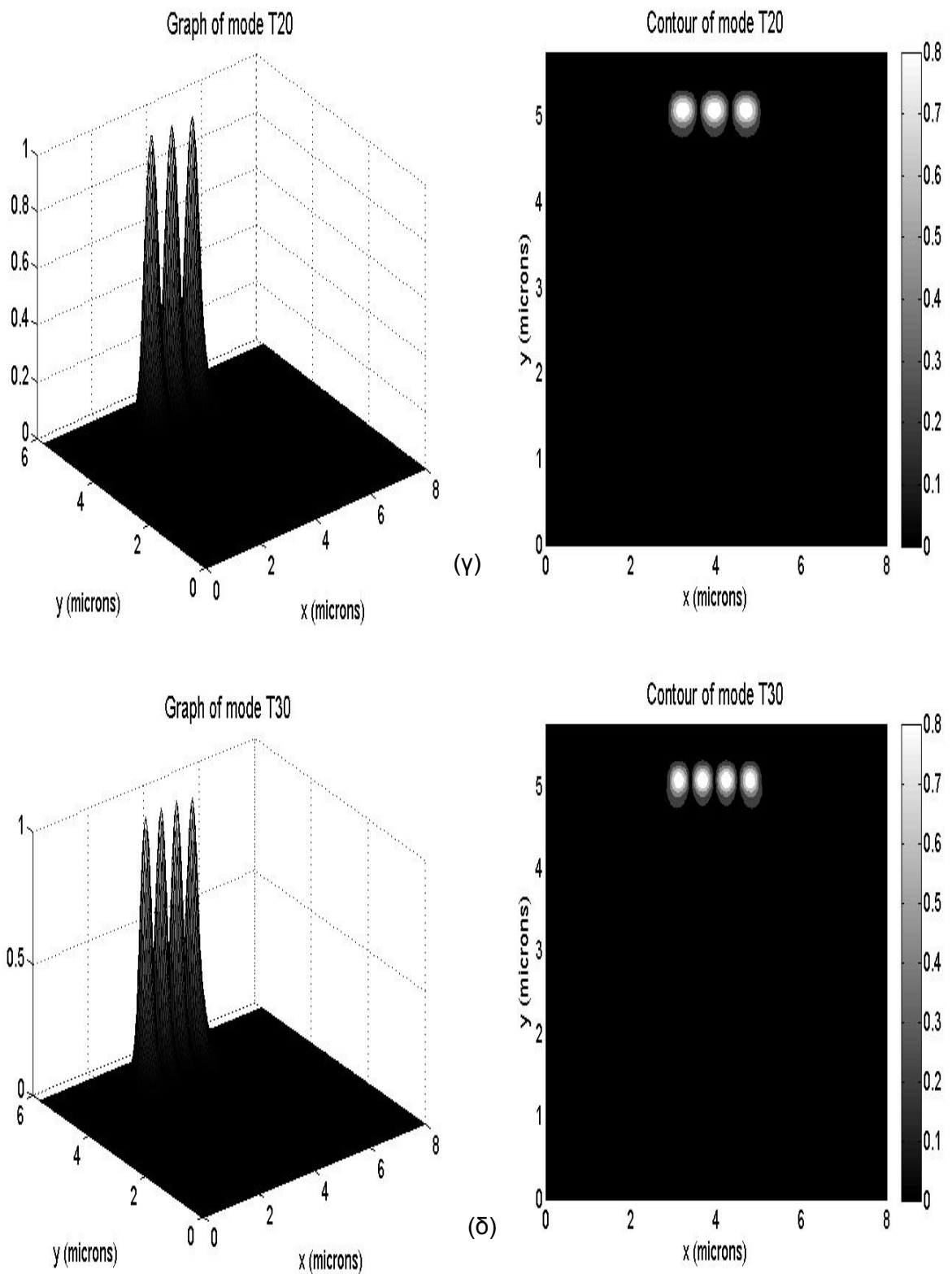
Πίνακας 5.5: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Raised Strip ( $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{clad}}=1$ ,  $n_{\text{core}}=3.44$ ,  $n_{\text{cover}}=2.8$ ,  $t_{\text{clad}}=0.525\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{core}}=0.2\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{cover}}=5.025\mu\text{m}$ ,  $w_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $w_1=3\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{\text{eff}}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Raised1	0.1	0.1	1	3.10918	12.603572	0.625
	0.1	0.1	2	3.05459	12.382272	
	0.1	0.1	3	2.96287	12.010476	
	0.1	0.1	4	2.8334	11.48568	

Στο Σχήμα 5.7(α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διαστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου.



Σχήμα 5.7: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Raised Strip (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10



Σχήμα 5.7: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισούψεις καμπύλες σε κυματοδηγό Raised Strip (γ) ρυθμού T20 (δ) ρυθμού T30

Ακολουθώντας, παρατηρούμε για διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης την επίδοση του αλγορίθμου ως προς τη χρονική πολυπλοκότητα και την ακρίβεια. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Τα αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 5.6.

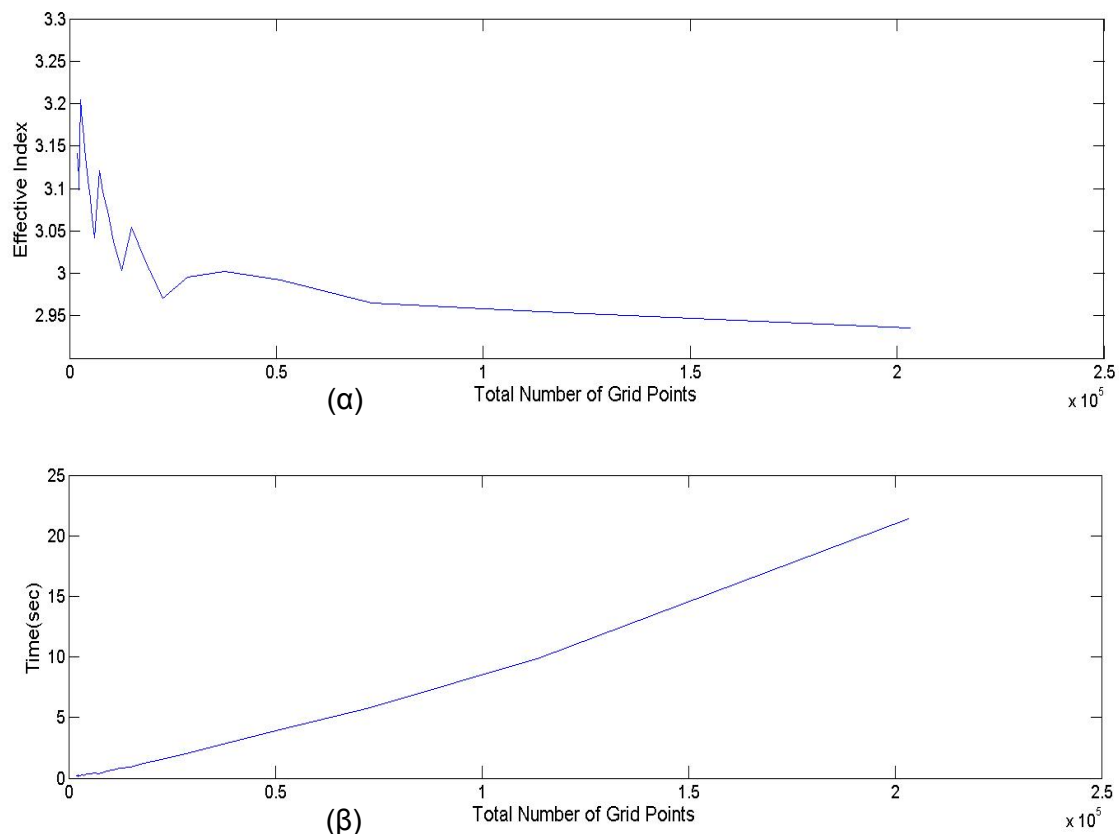
Πίνακας 5.6: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Raised Strip

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Raised1	0.15	0.15	3.14172	12.735473	0.25
	0.1	0.1	3.10918	12.603572	0.53
	0.05	0.05	3.01531	12.223072	1.28
	0.02	0.02	2.95518	11.979334	9.53
	0.015	0.015	2.93585	11.900972	21.02

Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 5.8 (α)-(β). Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points } x\text{axis}) * (\text{Grid Points } y\text{axis})$$

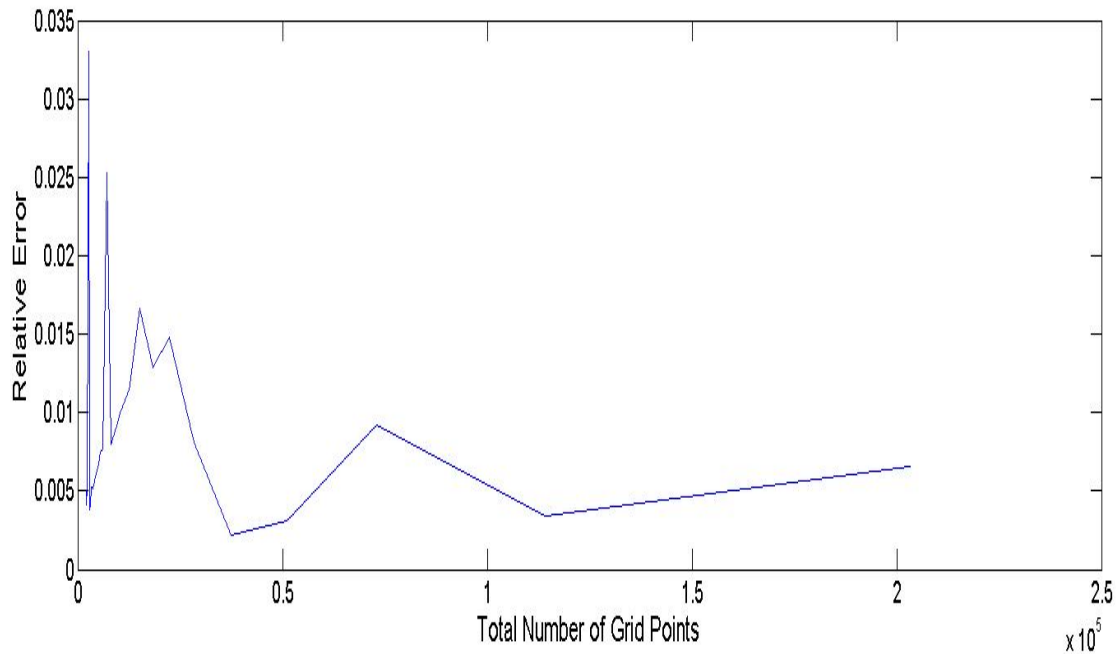
$$\text{Grid Points } x\text{axis} = \text{round}\left(\frac{w_{\text{core}}+2w_1}{\Delta x}\right), \quad \text{Grid Points } y\text{axis} = \text{round}\left(\frac{t_{\text{clad}}+t_{\text{core}}+t_{\text{cover}}}{\Delta y}\right)$$



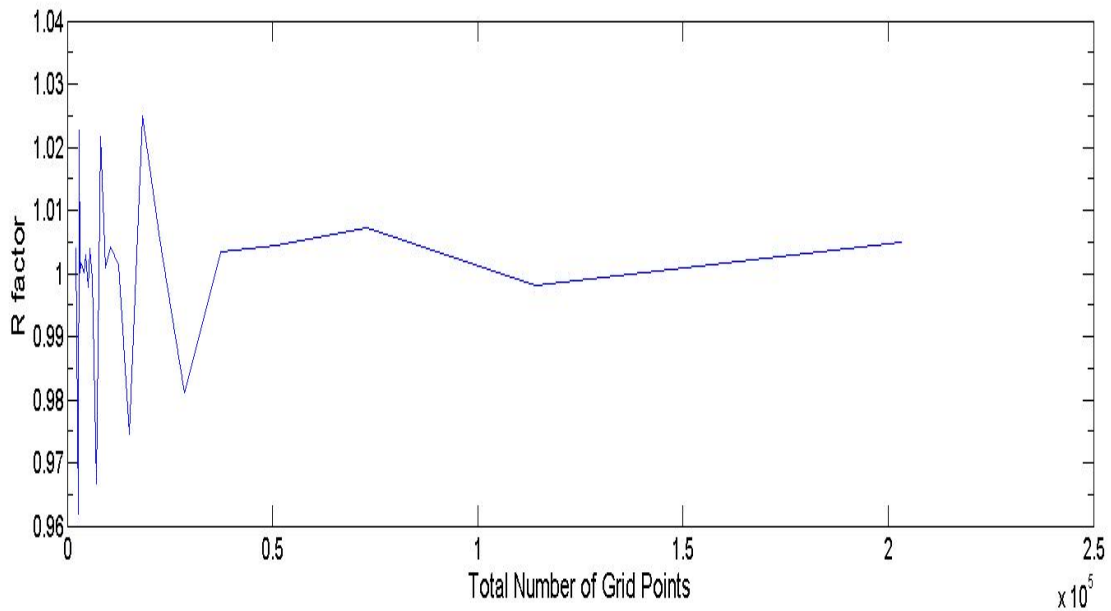
Σχήμα 5.8: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Raised Strip Waveguide)



Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R και του σχετικού σφάλματος, οι οποίοι έχουν ορισθεί προηγουμένως στη σχέση (5.1). Παρατηρούμε στα διαγράμματα του Σχήματος 5.9 (α)-(β) ότι τόσο ο δείκτης R όσο και το σχετικό σφάλμα συγκλίνουν άμεσα.



(α)



(β)

Σχήμα 5.9: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Raised Strip Waveguide)

Έπειτα, μεταβάλλουμε το μήκος κύματος και παρατηρούμε τις μεταβολές της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff). Μελετάμε (Πίνακας 5.7) τον κύριο ρυθμό.

Πίνακας 5.7: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Raised Strip για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Raised1	0.4	0.04	0.04	3.37665	53.04032
	1	0.1	0.1	3.26581	20.519677
	1.55	0.1	0.1	3.10918	12.603572
	2	0.1	0.1	2.99089	9.396155
	3	0.1	0.1	2.80839	5.88187

Τέλος, παρατίθενται διάφορες μετρήσεις για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κυματοδηγού.

Πίνακας 5.8: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Raised Strip για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	ncover	tclad ( $\mu\text{m}$ )	tcore ( $\mu\text{m}$ )	tcover ( $\mu\text{m}$ )	wcore ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Raised2.1	1.2	1	3.44	2.8	0.525	0.2	5.025	2	3
Raised2.2	1.55	1	3.44	2.8	0.525	0.2	5.025	2	3.1
Raised2.3	1.55	1	3.44	3	0.5	0.2	7	2	3.2
Raised2.4	1.55	1	3.44	3	0.4	0.2	7	2	3.3
Raised2.5	0.9	1	3.44	2.5	0.5	0.2	5	2	2
Raised2.6	0.9	1	3.44	2.5	0.5	1.5	5	2	2

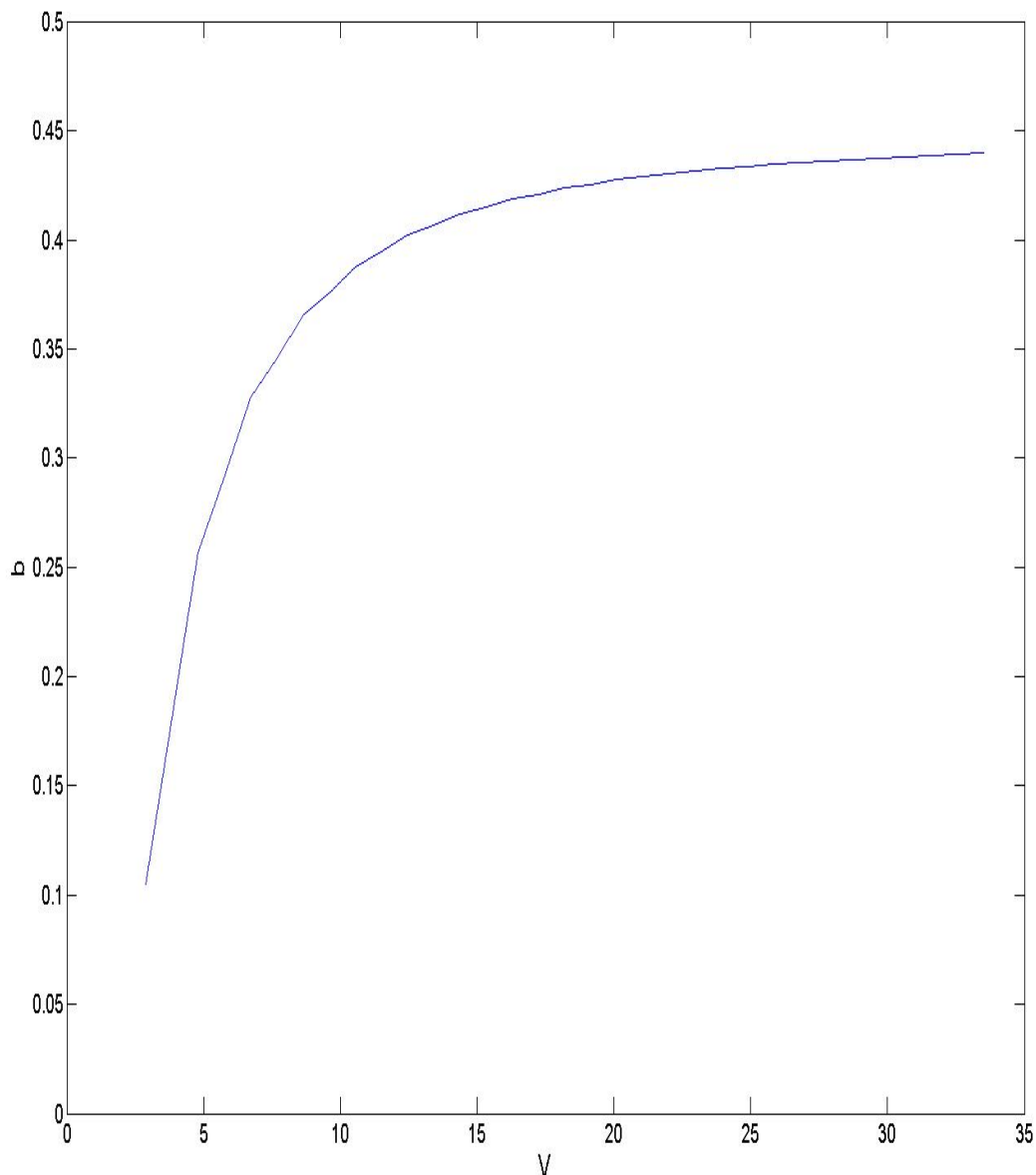
Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Raised2.1	0.015	0.015	1	3.04629	15.950359
Raised2.2	0.015	0.015	1	2.93585	11.900972
Raised2.3	0.015	0.015	1	3.02518	12.263089
Raised2.4	0.015	0.015	1	3.02517	12.263043
Raised2.5	0.04	0.04	2	3.172649	22.149268
Raised2.6	0.04	0.04	3	3.391181	23.674911

Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.10 παρουσιάζεται το διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης  $b$ - $V$  για τη διάταξη Raised1 και τον ρυθμό T00.. Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του  $N_{eff}$  και ορίζεται ως

$$b = \frac{N_{eff}^2 - n_{cover}^2}{n_{core}^2 - n_{cover}^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

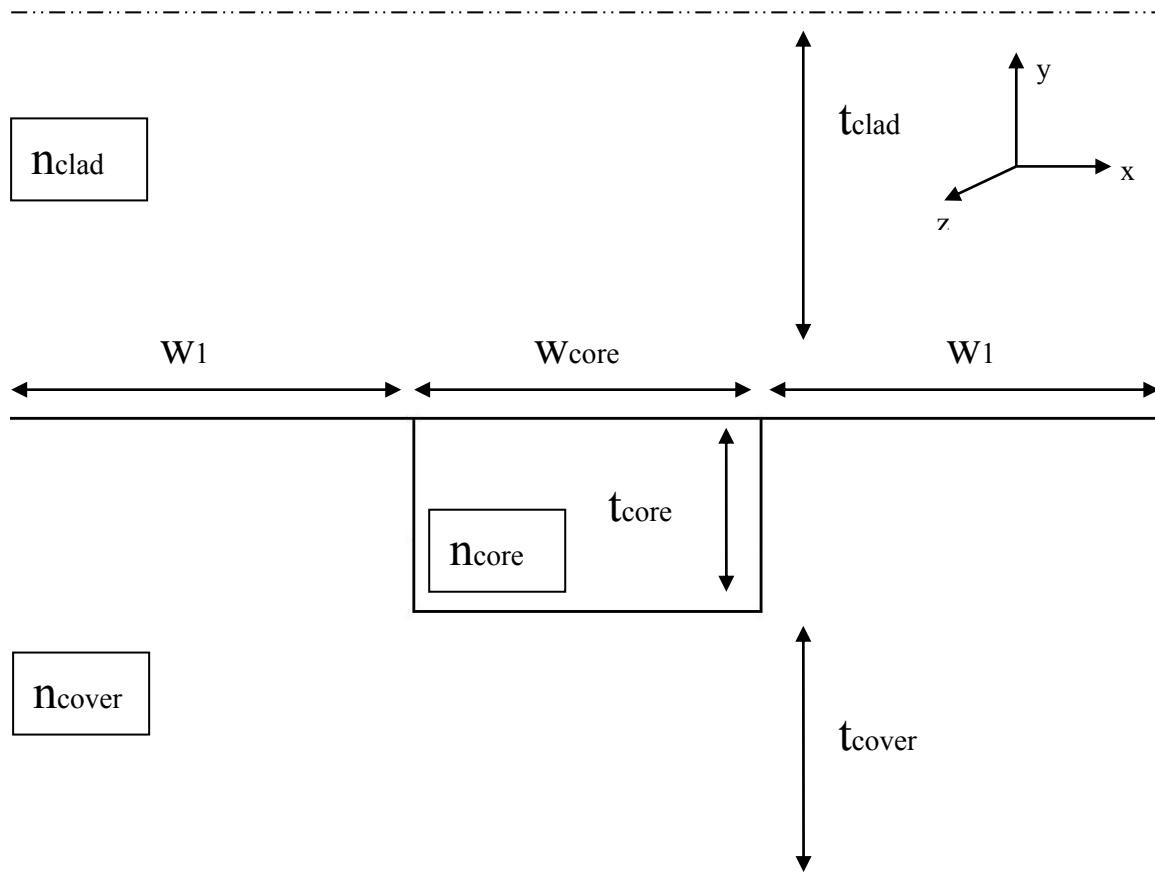
$$V = k_0(w_{core})\sqrt{n_{core}^2 - n_{cover}^2}$$



Σχήμα 5.10: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του  $N_{eff}$  σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Raised Strip Waveguide)

### 5.3 Embedded Strip Waveguide

Έπειτα συναντάμε τον κυματοδηγό τύπου Embedded Strip. Το σχηματικό διάγραμμα του κυματοδηγού στις δύο διαστάσεις φαίνεται στο Σχήμα 5.11. Στον Πίνακα 5.9 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

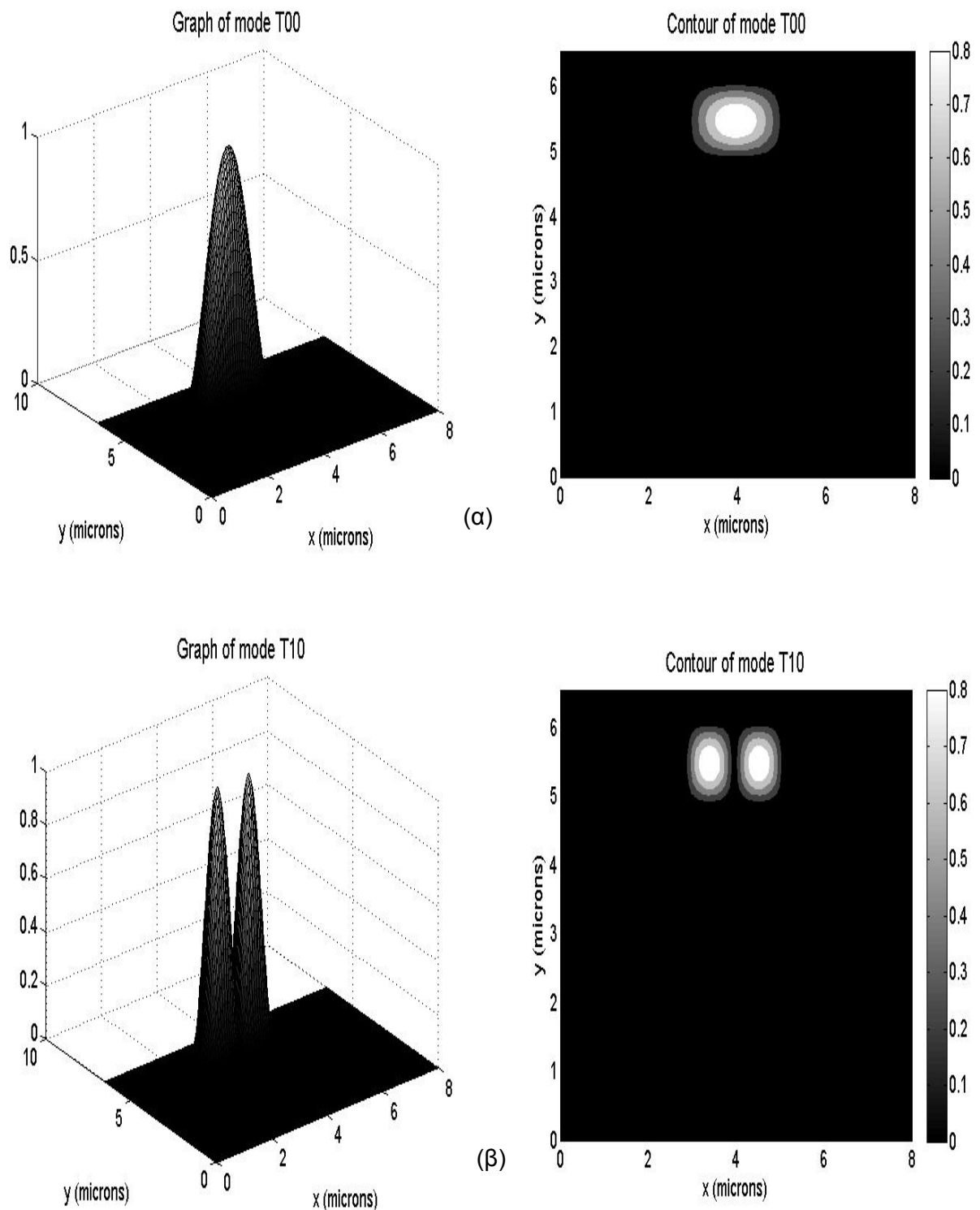


Σχήμα 5.11: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Embedded Strip

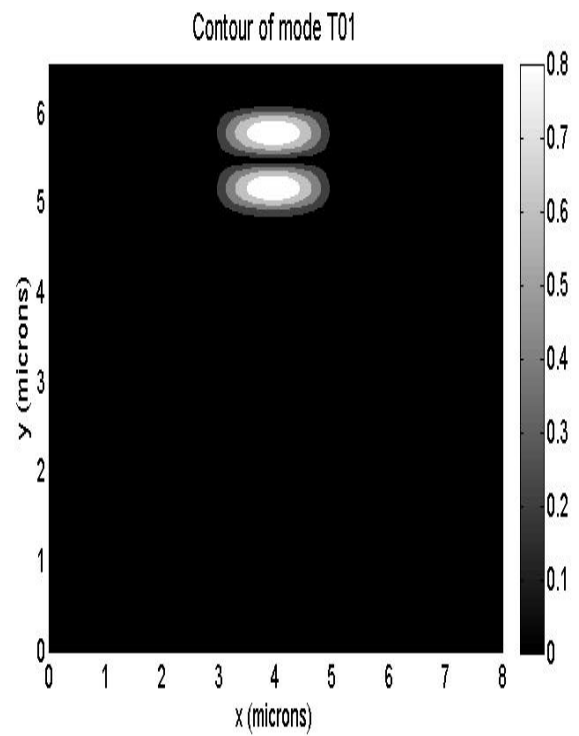
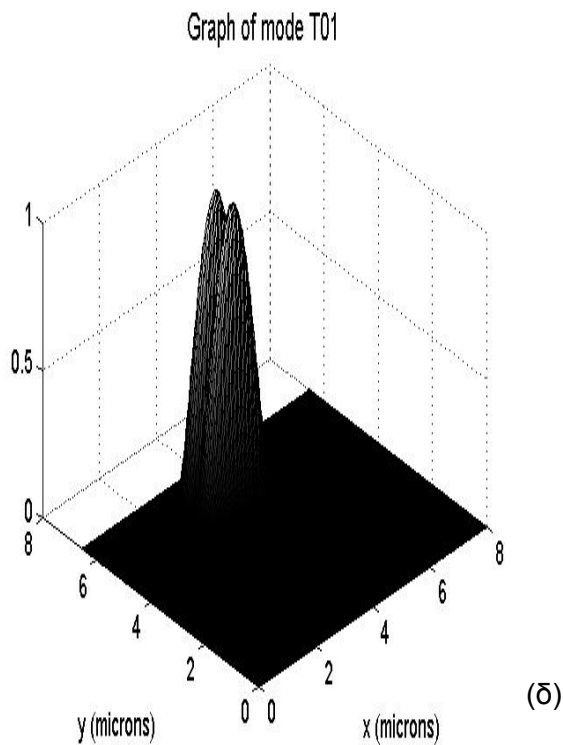
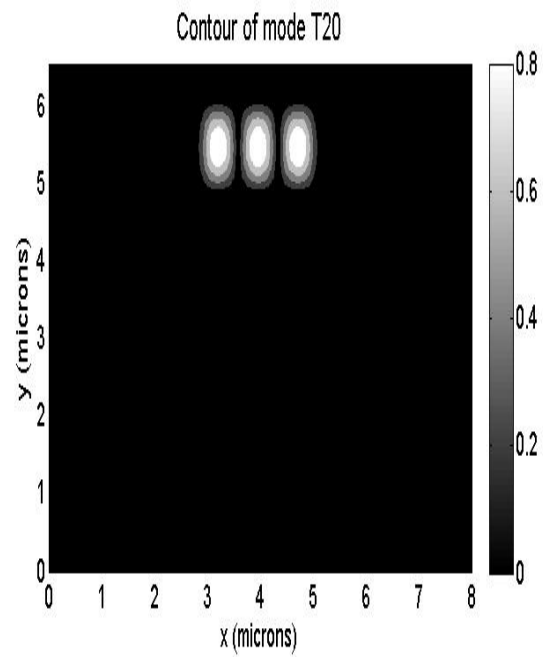
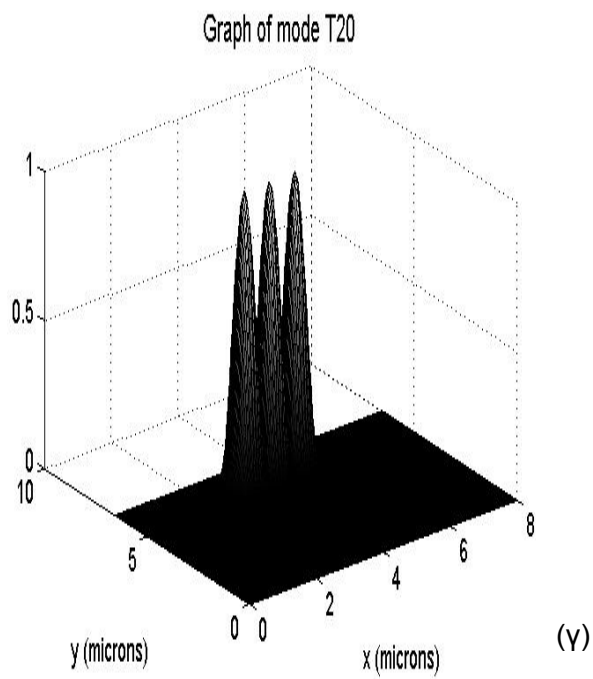
Πίνακας 5.9: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Embedded Strip ( $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{clad}}=1$ ,  $n_{\text{core}}=3.44$ ,  $n_{\text{cover}}=2.5$ ,  $t_{\text{clad}}=0.525\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{core}}=1\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{cover}}=5.025\mu\text{m}$ ,  $w_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $w_1=3\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{\text{eff}}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Emb1	0.1	0.1	1	3.37241	13.670644	0.48
	0.1	0.1	2	3.32339	13.471924	
	0.1	0.1	3	3.24129	13.1391	
	0.1	0.1	4	3.21671	13.039455	

Στο Σχήμα 5.12 (α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου.



Σχήμα 5.12: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Embedded Strip(α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10



Σχήμα 5.12: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Embedded Strip (γ) ρυθμού T20 (δ) ρυθμού T01

Ακολουθώντας, παρατηρούμε για διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης την επίδοση του αλγορίθμου ως προς τη χρονική πολυπλοκότητα και την ακρίβεια. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Τα αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 5.10.

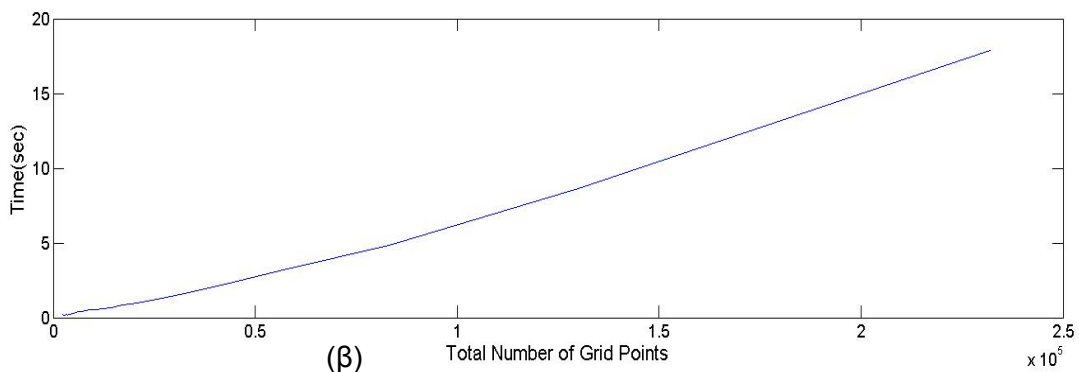
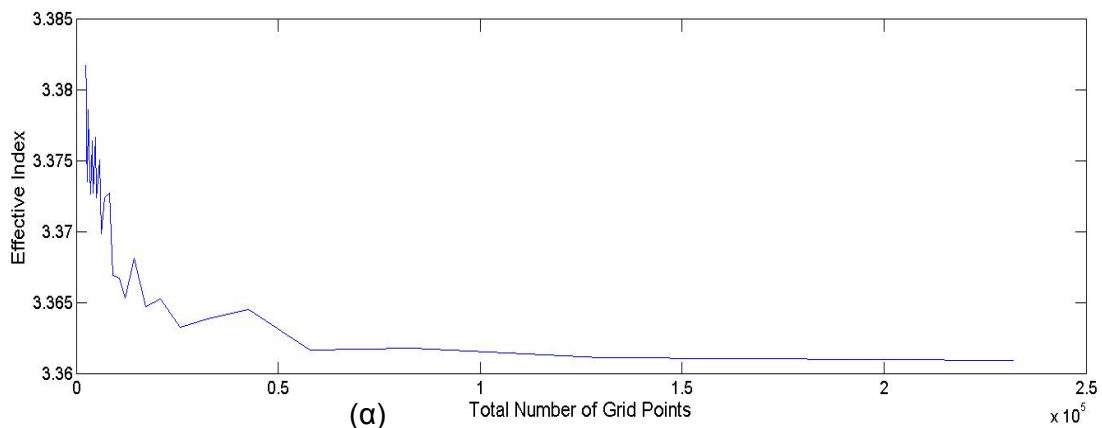
Πίνακας 5.10: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Embedded Strip

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Emb1	0.15	0.15	3.3818	13.708688	0.25
	0.1	0.1	3.37241	13.670644	0.37
	0.05	0.05	3.3653	13.641793	1.06
	0.02	0.02	3.36119	13.625136	8.48
	0.015	0.015	3.36096	13.624229	17.7

Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 5.13 (α)-(β). Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

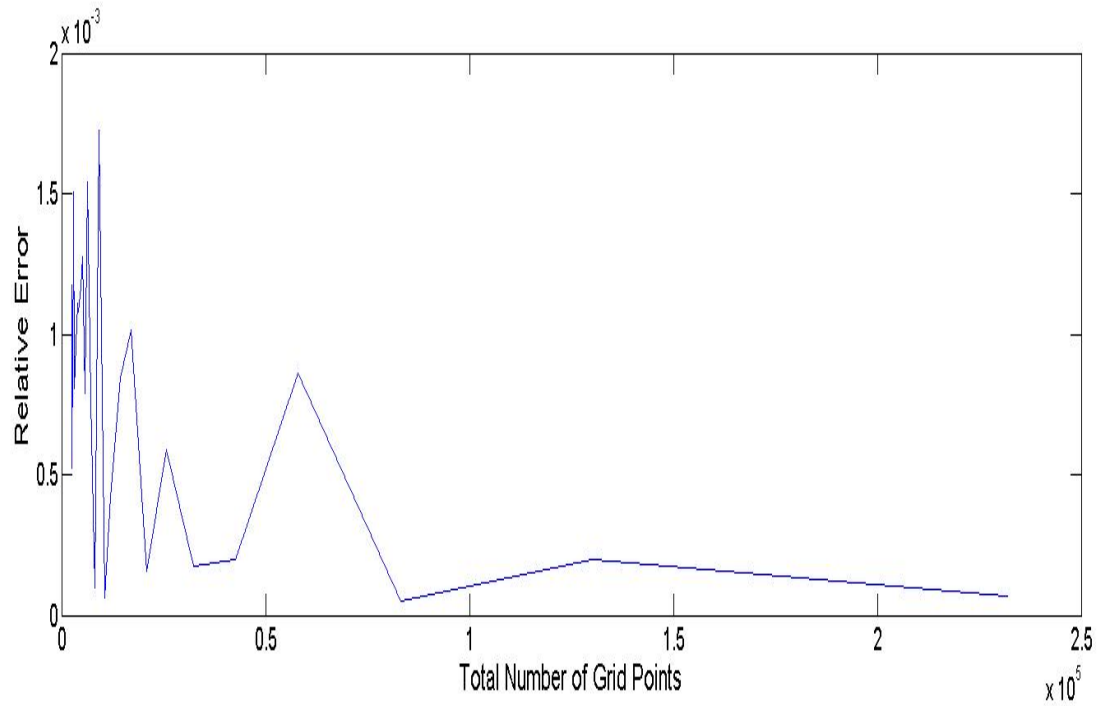
$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points } x\text{axis}) * (\text{Grid Points } y\text{axis})$$

$$\text{Grid Points } x\text{axis} = \text{round}\left(\frac{w_{\text{core}}+2w_1}{\Delta x}\right), \quad \text{Grid Points } y\text{axis} = \text{round}\left(\frac{t_{\text{clad}}+t_{\text{core}}+t_{\text{cover}}}{\Delta y}\right)$$

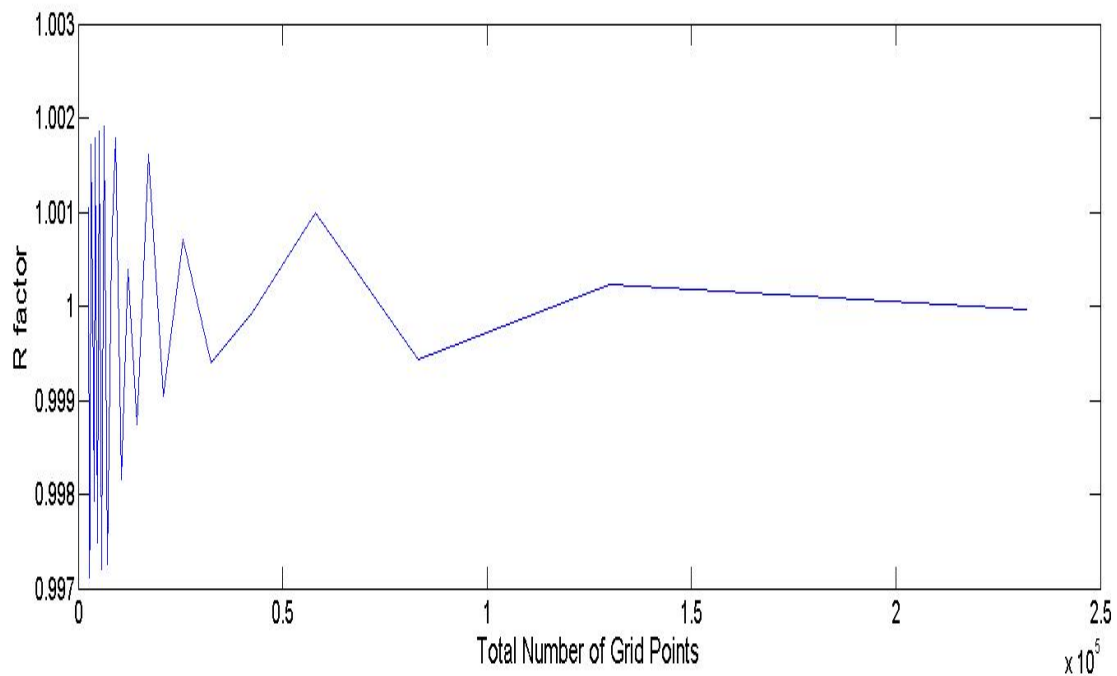


Σχήμα 5.13: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Embedded Strip Waveguide)

Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R και του σχετικού σφάλματος, οι οποίοι έχουν ορισθεί προηγουμένως στη σχέση (5.1). Παρατηρούμε στα διαγράμματα του Σχήματος 5.14 (α)-(β) ότι τόσο ο δείκτης R όσο και το σχετικό σφάλμα συγκλίνουν άμεσα.



(α)



(β)

Σχήμα 5.14: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Embedded Strip Waveguide)



Στον Πίνακα 5.11 εξετάζουμε τη μεταβολή της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff) σε σχέση με τη μεταβολή του μήκος κύματος.

Πίνακας 5.11: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Embedded Strip για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Emb1	0.4	0.04	0.04	3.4339	53.939539
	1	0.1	0.1	3.4098	21.424417
	1.55	0.1	0.1	3.37241	13.670644
	2	0.1	0.1	3.3341	10.47437
	3	0.1	0.1	3.23155	6.768149
	4	0.1	0.1	3.11366	4.890919
	5	0.1	0.1	2.98724	3.753878

Τέλος, δίνονται διάφορες εφαρμογές του αλγορίθμου για μεταβλητά γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Πίνακας 5.12: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Embedded Strip για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	ncover	tclad ( $\mu\text{m}$ )	tcore ( $\mu\text{m}$ )	tcover ( $\mu\text{m}$ )	wcore ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Emb2.1	1.55	1	3.44	2.5	0.525	3	5.025	3	3
Emb2.2	1.55	1	3.44	3.3	0.525	1	5.025	2	3
Emb2.3	1.55	1	3.44	3.3	0.525	0.5	6	2	3
Emb2.4	1.55	1	3.44	3.3	0.525	0.5	5	4	4
Emb2.5	1.2	1	3	2.8	0.9	1	3	4	2
Emb2.6	1.2	1	3	2.8	0.9	3	1	4	2

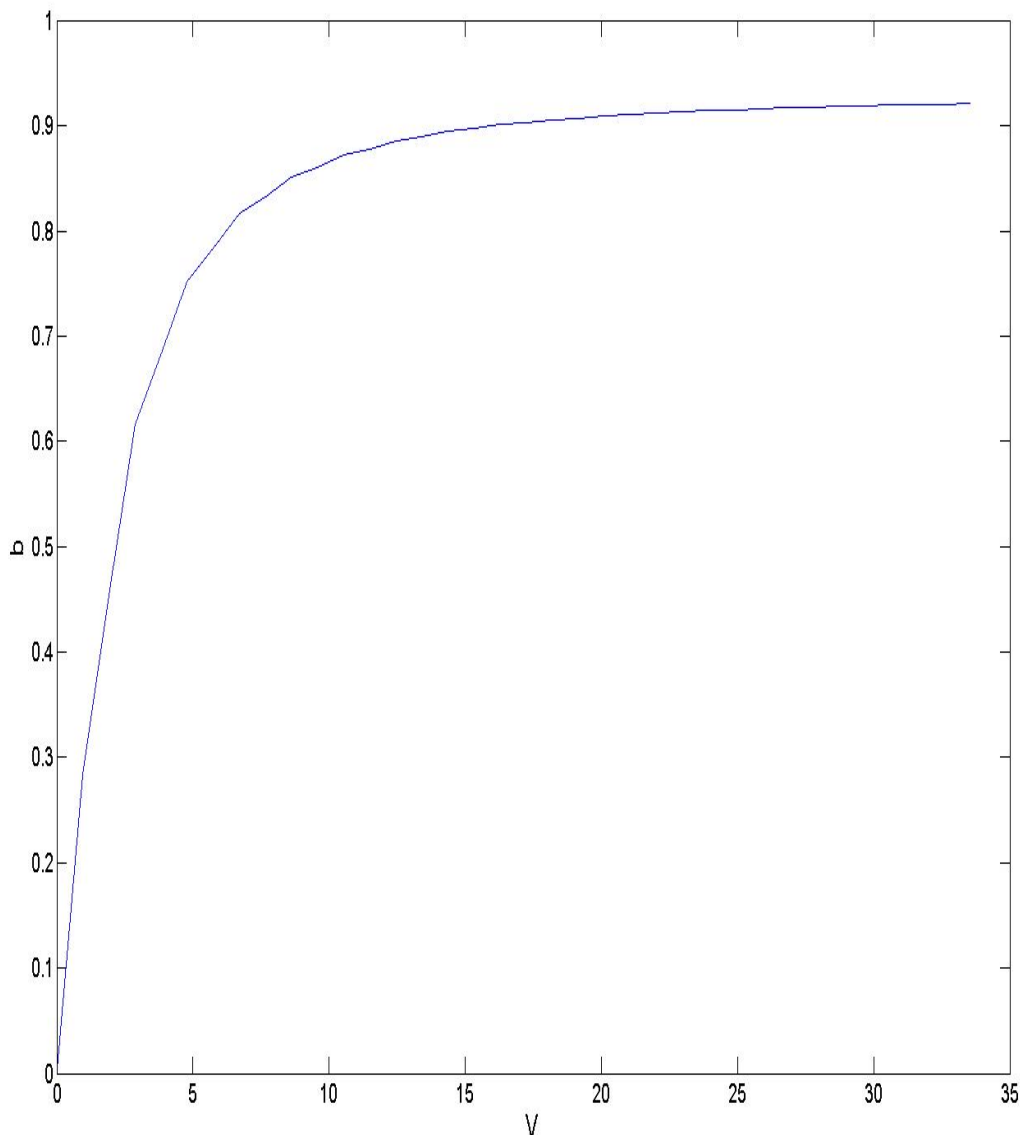
Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Emb2.1	0.015	0.015	1	3.42301	13.875756
Emb2.2	0.015	0.015	1	3.37939	13.698932
Emb2.3	0.015	0.015	1	3.31825	13.451075
Emb2.4	0.015	0.015	1	3.32616	13.483148
Emb2.5	0.08	0.08	2	2.956391	15.479625
Emb2.6	0.08	0.08	3	2.975940	15.581985

Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.15 παρουσιάζεται το διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης  $b$ - $V$  για τη διάταξη Emb1 και τον ρυθμό T00. Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του  $N_{eff}$  και ορίζεται ως

$$b = \frac{N_{eff}^2 - n_{cover}^2}{n_{core}^2 - n_{cover}^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

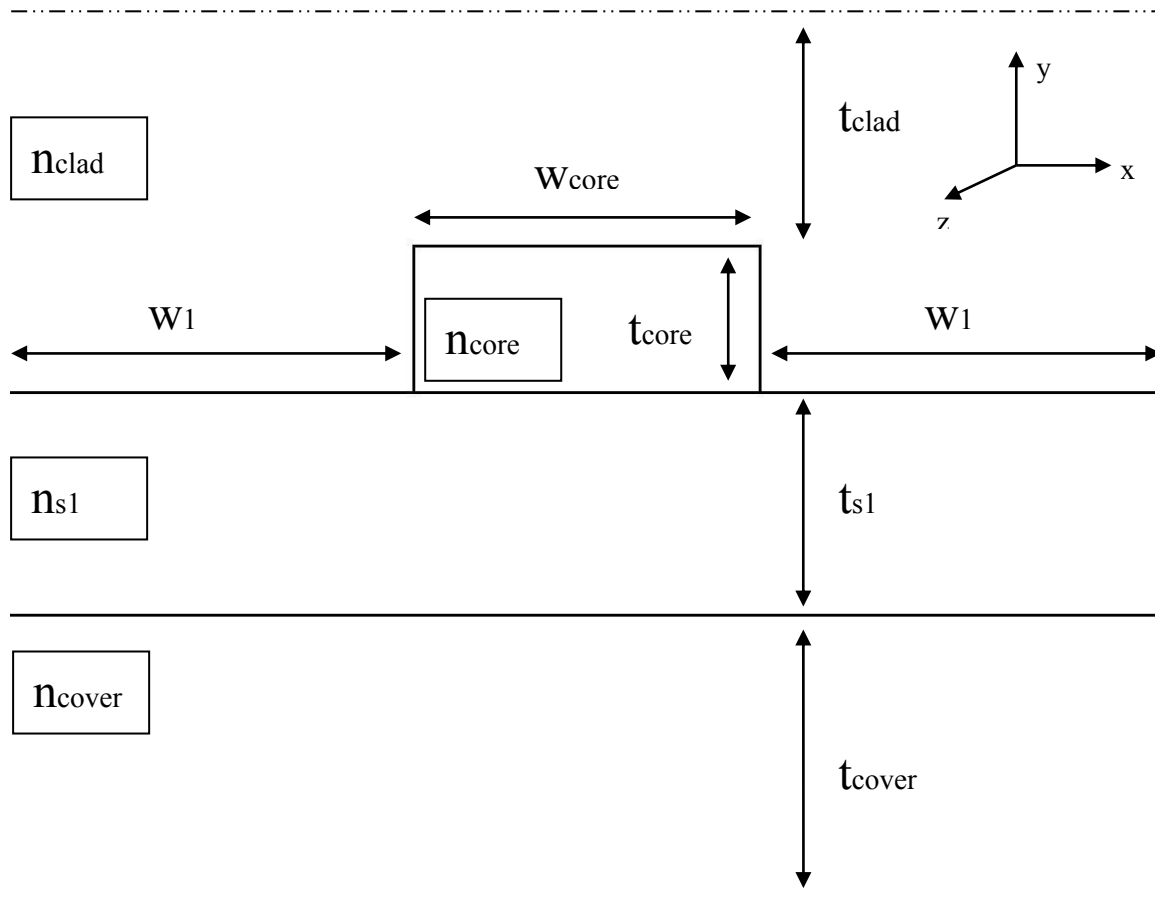
$$V = k_0(w_{core})\sqrt{n_{core}^2 - n_{cover}^2}$$



Σχήμα 5.15: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του  $N_{eff}$  σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Embedded Strip Waveguide)

## 5.4 Ridge Waveguide

Ακολούθως μελετήθηκε ο κυματοδηγός τύπου Ridge. Το σχηματικό διάγραμμα του κυματοδηγού στις δύο διαστάσεις φαίνεται στο Σχήμα 5.16. Στον Πίνακα 5.13 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

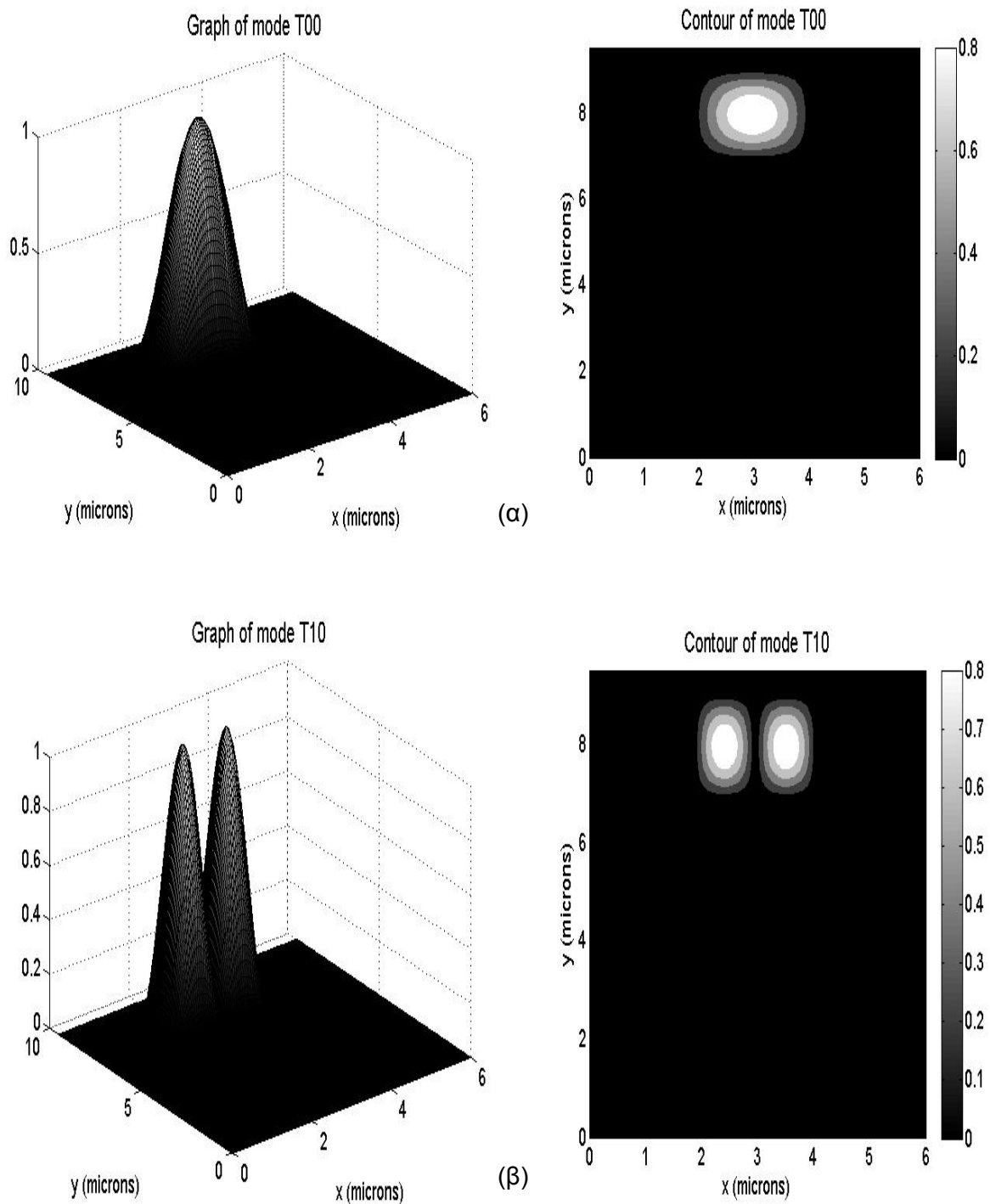


Σχήμα 5.16: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Ridge

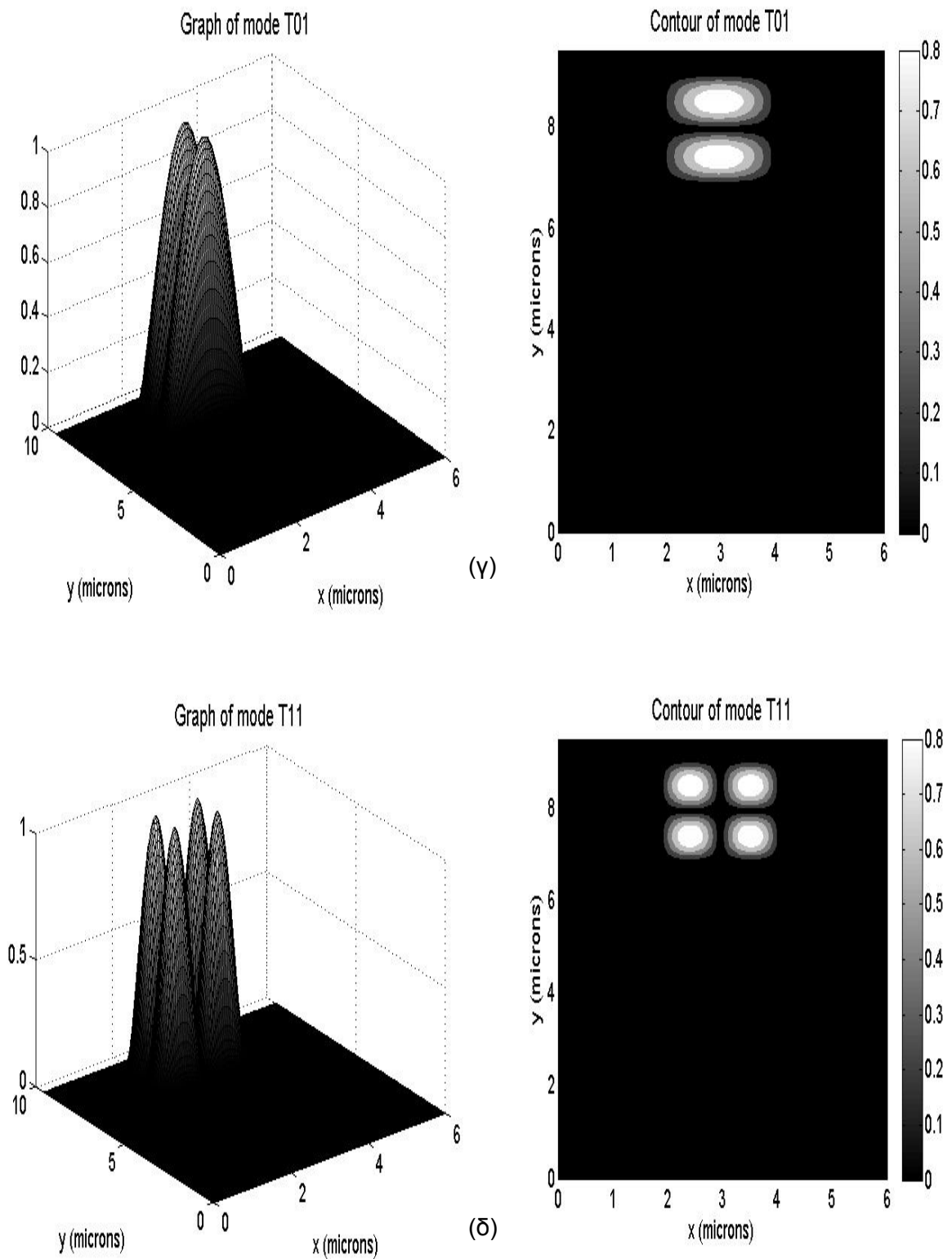
Πίνακας 5.13: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Ridge ( $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{clad}}=1$ ,  $n_{\text{core}}=3.44$ ,  $n_{\text{s1}}=2.5$ ,  $n_{\text{cover}}=2.8$ ,  $t_{\text{clad}}=0.5\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{s1}}=\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{cover}}=5\mu\text{m}$ ,  $w_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $w_1=2\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{\text{eff}}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Rid1	0.1	0.1	1	3.405	13.80336	0.39
	0.1	0.1	2	3.354	13.59721	
	0.1	0.1	3	3.351	13.58328	
	0.1	0.1	4	3.299	13.37381	

Στο Σχήμα 5.17(α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου.



Σχήμα 5.17: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Ridge (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10



Σχήμα 5.17: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισούψεις καμπύλες σε κυματοδηγό Ridge (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T11

Ακολουθώντας, παρατηρούμε για διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης την επίδοση του αλγορίθμου ως προς τη χρονική πολυπλοκότητα και την ακρίβεια. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Τα αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 5.14.

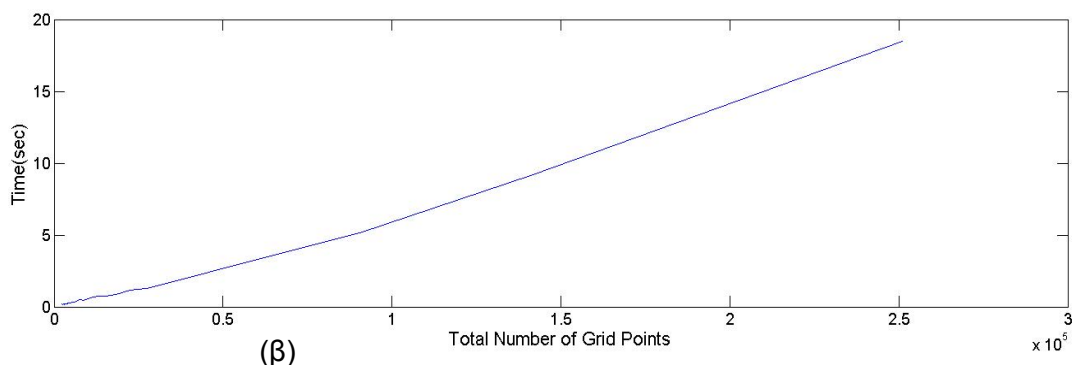
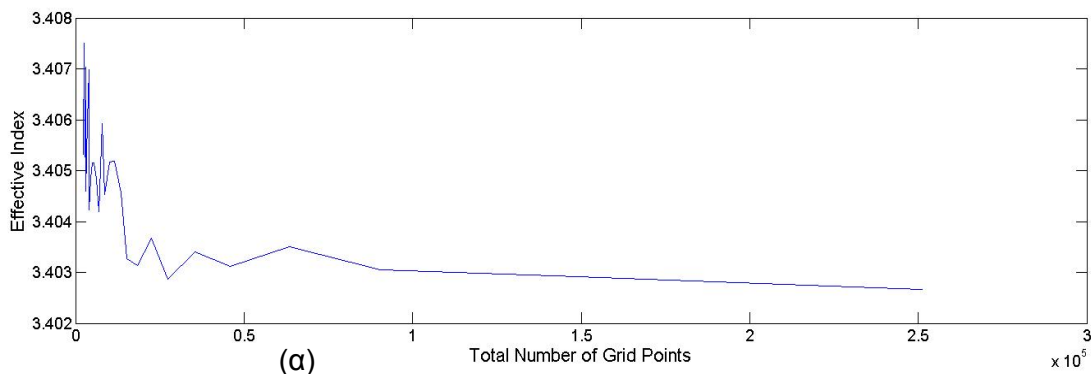
Πίνακας 5.14: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Ridge

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Rid1	0.15	0.15	3.405	13.80406	0.25
	0.1	0.1	3.405	13.80336	0.39
	0.05	0.05	3.404	13.79734	1.13
	0.02	0.02	3.403	13.79439	8.94
	0.015	0.015	3.403	13.79326	18.08

Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 5.18 (α)-(β). Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

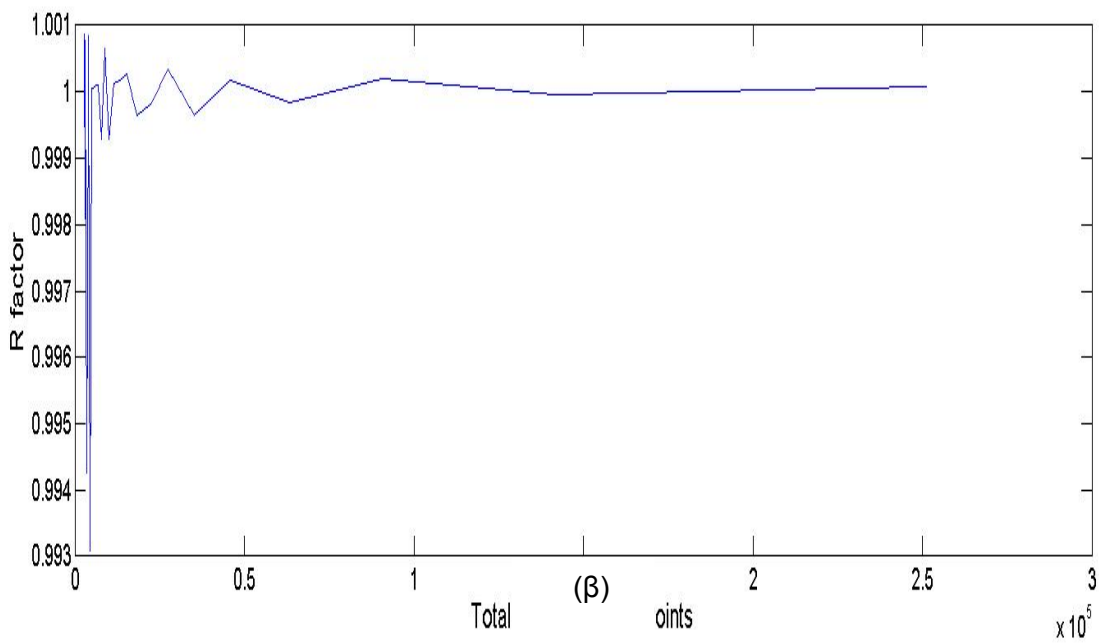
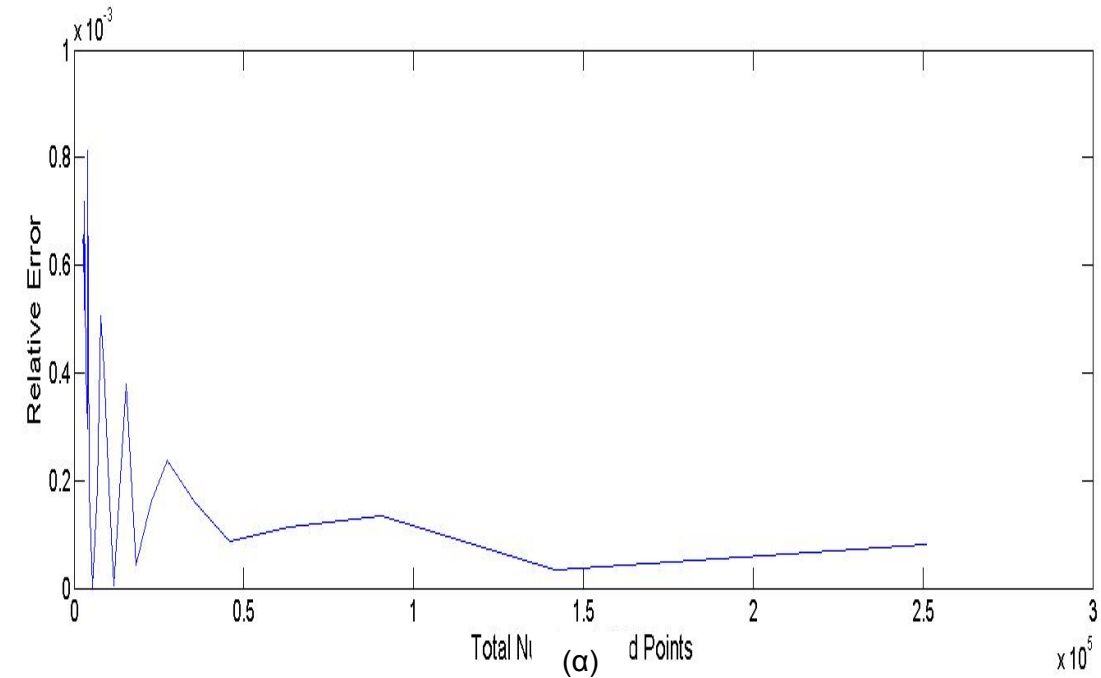
$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points } x\text{axis}) * (\text{Grid Points } y\text{axis})$$

$$\text{Grid Points } x\text{axis} = \text{round}\left(\frac{w_{\text{core}}+2w_1}{\Delta x}\right), \text{Grid Points } y\text{axis} = \text{round}\left(\frac{t_{\text{clad}}+t_{\text{core}}+t_{\text{s1}}+t_{\text{cover}}}{\Delta y}\right)$$



Σχήμα 5.18: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Ridge Waveguide)

Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R και του σχετικού σφάλματος, οι οποίοι έχουν ορισθεί προηγουμένως στη σχέση (5.1). Παρατηρούμε στα διαγράμματα του Σχήματος 5.19(α)-(β) ότι τόσο ο δείκτης R όσο και το σχετικό σφάλμα συγκλίνουν άμεσα.



Σχήμα 5.19: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Ridge Waveguide)

Στον Πίνακα 5.15 εξετάζουμε τη μεταβολή της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff) σε σχέση με τη μεταβολή του μήκος κύματος.

Πίνακας 5.15: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Ridge για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Rid1	0.4	0.04	0.04	3.437	53.9931
	1	0.1	0.1	3.425	21.51934
	1.55	0.1	0.1	3.405	13.80336
	2	0.1	0.1	3.384	10.63102
	3	0.1	0.1	3.323	6.960384
	4	0.1	0.1	3.248	5.101321
	5	0.1	0.1	3.16	3.970915

Και τέλος δίνονται ορισμένες εφαρμογές του αλγορίθμου για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Πίνακας 5.16 Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Ridge για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διατ.	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	ns1	ncover	tclad ( $\mu\text{m}$ )	tcore ( $\mu\text{m}$ )	ts1 ( $\mu\text{m}$ )	tcover ( $\mu\text{m}$ )	wcore ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Rid2.1	1.55	1	3.44	2.5	2.8	0.5	3	2	5	3	2
Rid2.2	1.55	1	3.44	2.5	3.3	0.5	2	2	5	2	2
Rid2.3	1.55	1	3.44	2.5	3.3	0.5	1	2	6	2	2
Rid2.4	1.55	1	3.44	2.5	3.3	0.5	1	2	6	4	4
Rid2.5	1	1.1	3.44	3.4	3.2	0.7	3	2	5	2.5	2
Rid2.6	1	1.1	3.44	3.4	3.2	0.7	2	3	5	2.5	2

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Rid2.1	0.015	0.015	1	3.423	13.87414
Rid2.2	0.015	0.015	1	3.403	13.79326
Rid2.3	0.015	0.015	1	3.358	13.61378
Rid2.4	0.02	0.02	1	3.372	13.66846
Rid2.5	0.04	0.04	2	3.422	21.501862
Rid2.6	0.04	0.04	3	3.4098	21.424285

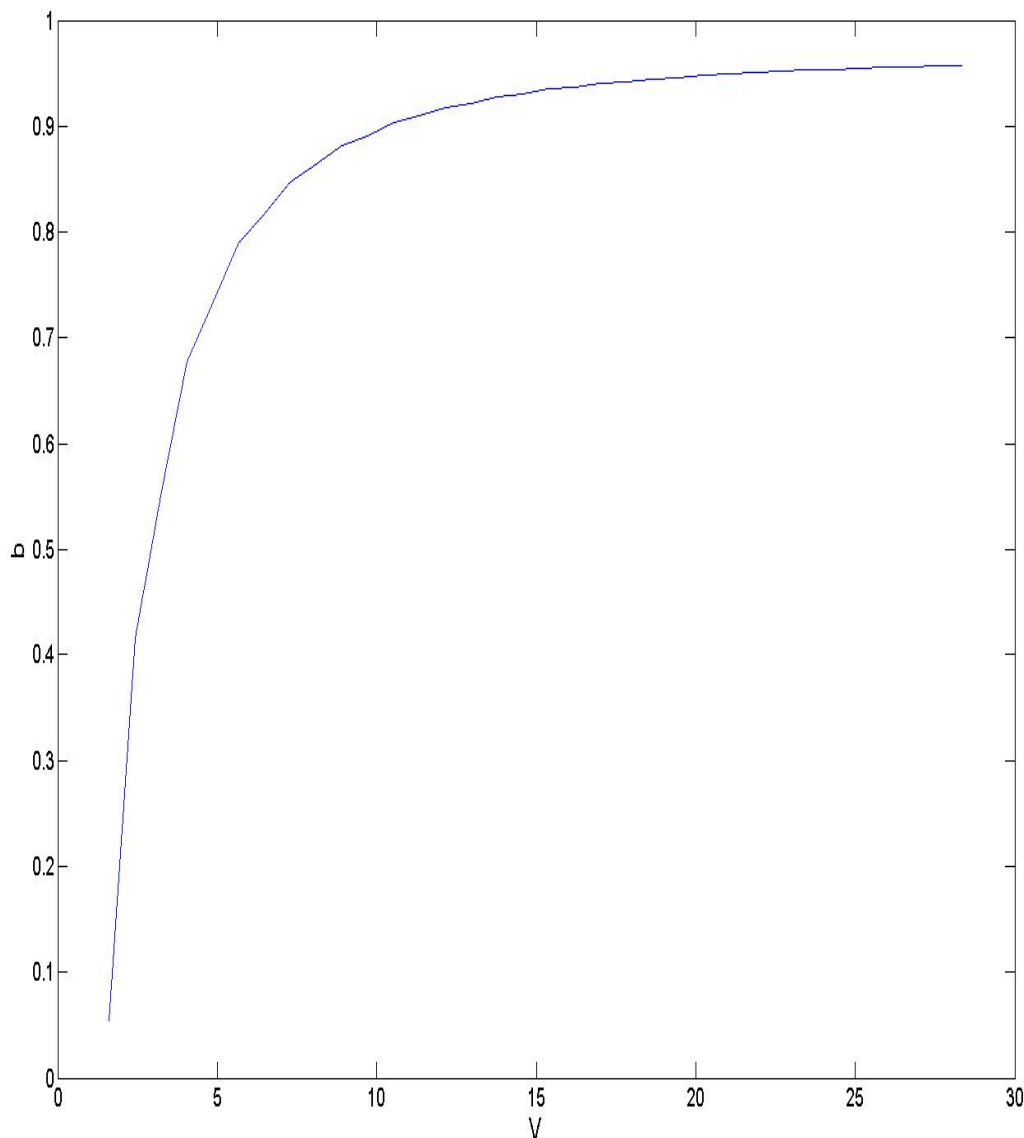


Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.20 παρουσιάζεται το διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης  $b$ - $V$  για τη διάταξη Ridge1 και τον ρυθμό T00. Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του  $N_{eff}$  και ορίζεται ως

$$b = \frac{N_{eff}^2 - n_{sub}^2}{n_{core}^2 - n_{sub}^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

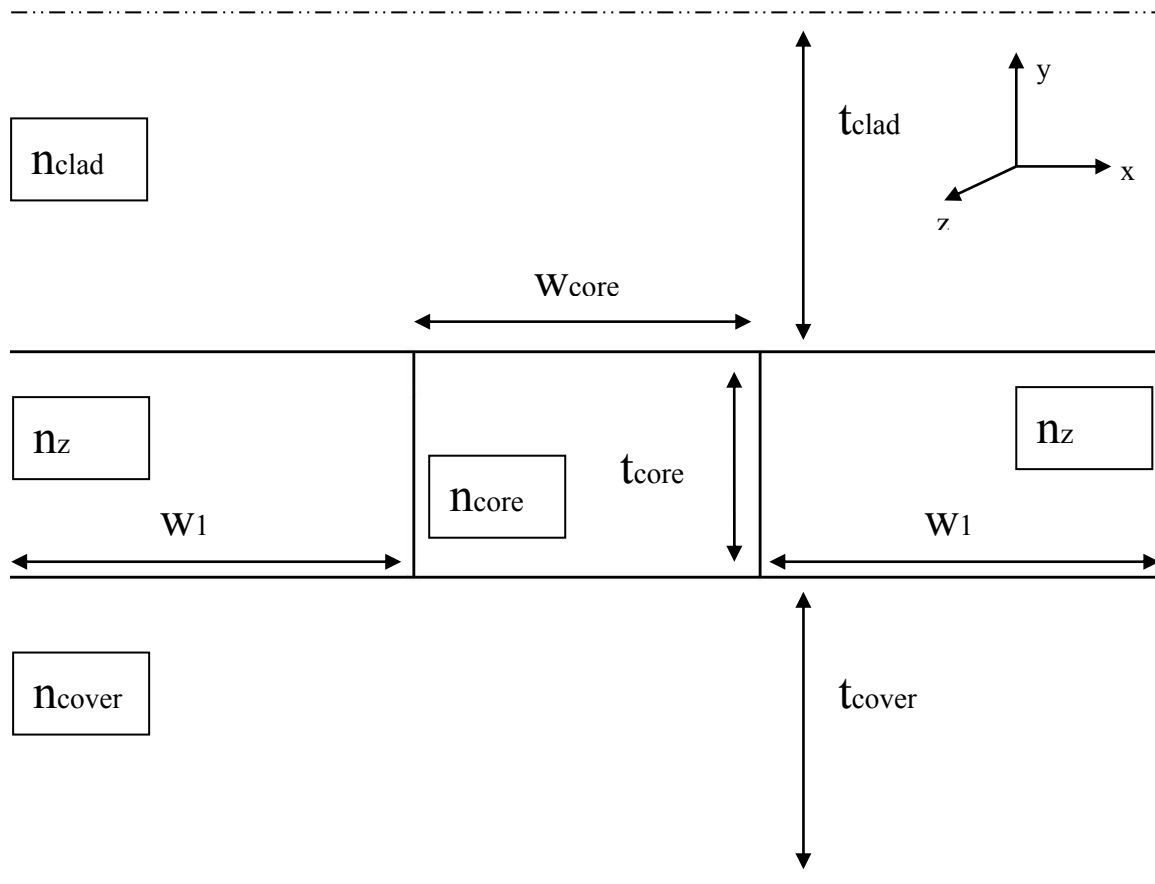
$$V = k_0(w_{core})\sqrt{n_{core}^2 - n_{sub}^2} \text{ , όπου } n_{sub} = \max(n_{cover}, n_{s1})$$



Σχήμα 5.20: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του  $N_{eff}$  σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Ridge Waveguide)

## 5.5 General Channel Waveguide

Συνεχίζουμε με τη μελέτη του κυματοδηγού τύπου General Channel. Το σχηματικό διάγραμμα του κυματοδηγού στις δύο διαστάσεις φαίνεται στο Σχήμα 5.21. Στον Πίνακα 5.17 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

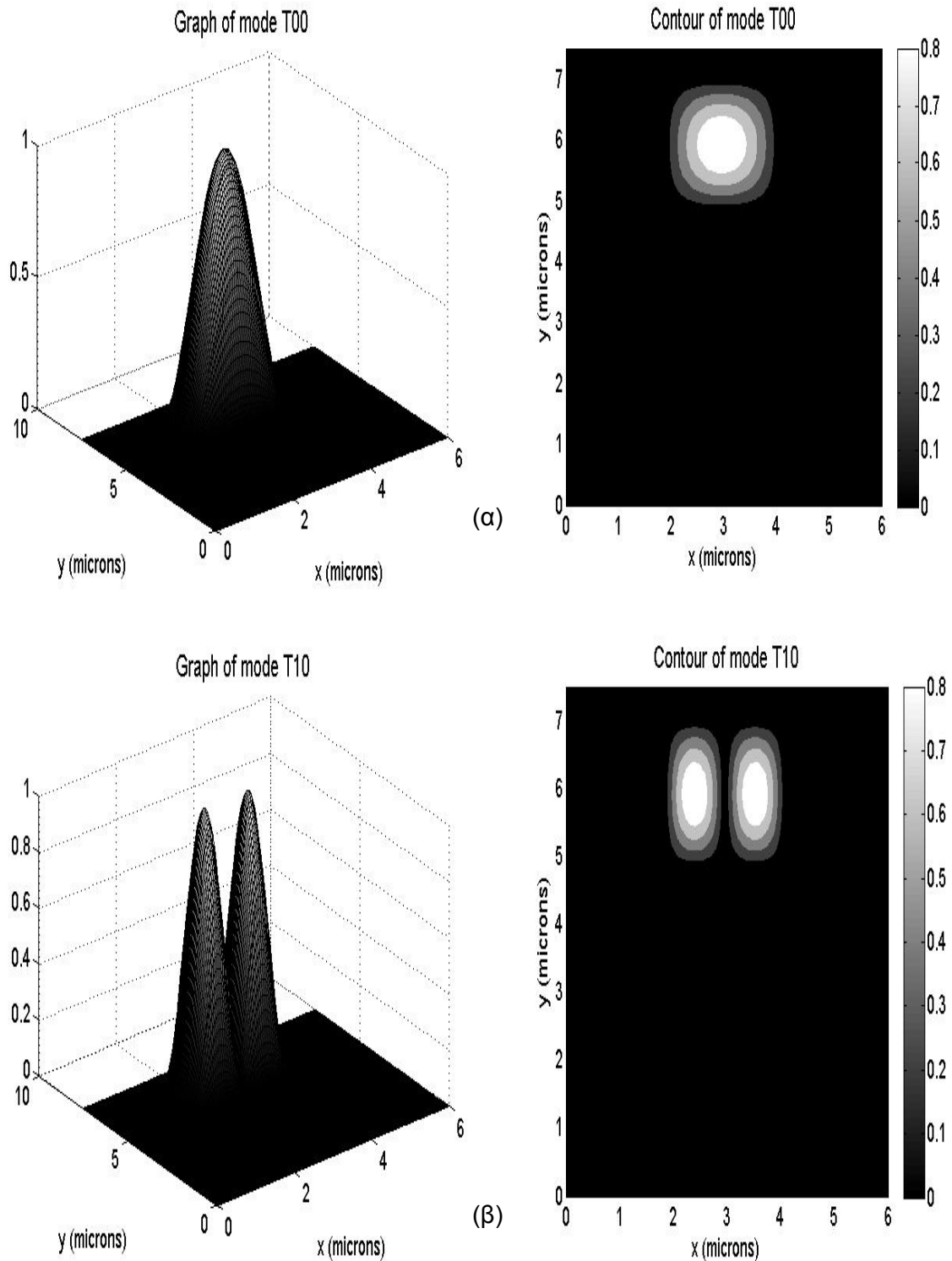


Σχήμα 5.21: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου General Channel

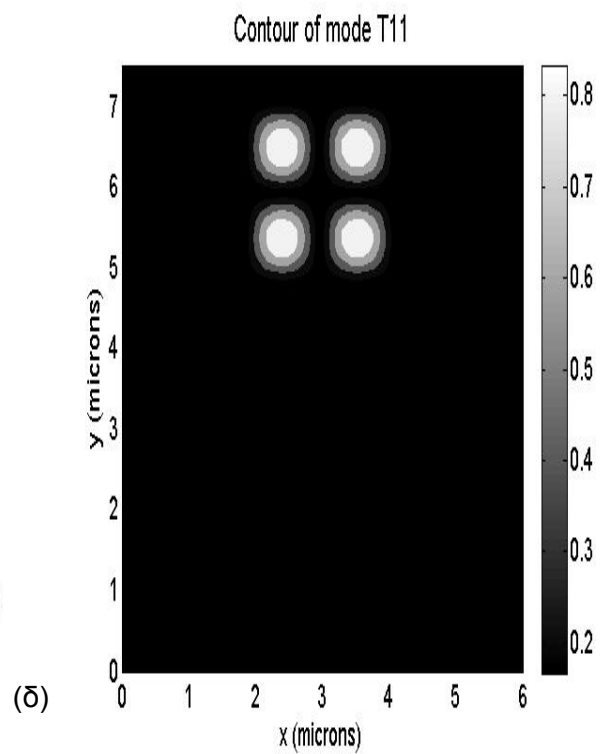
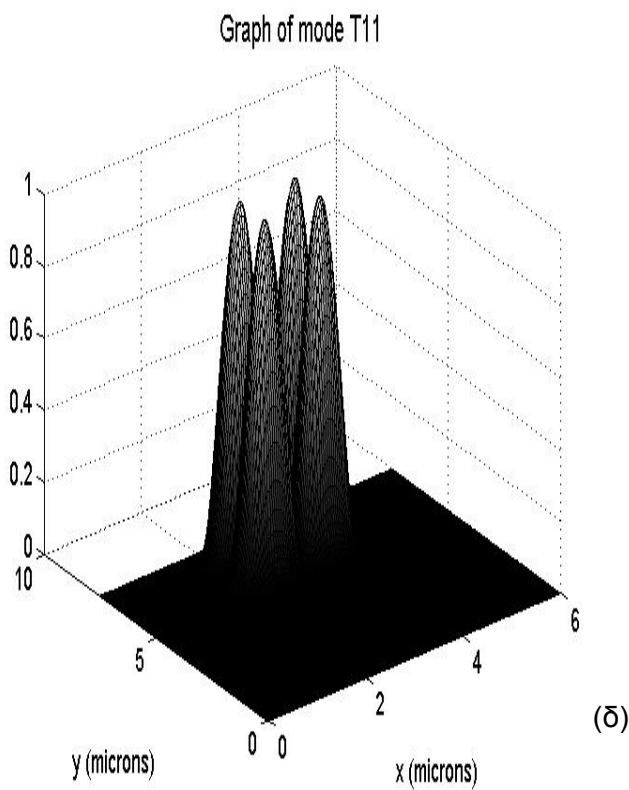
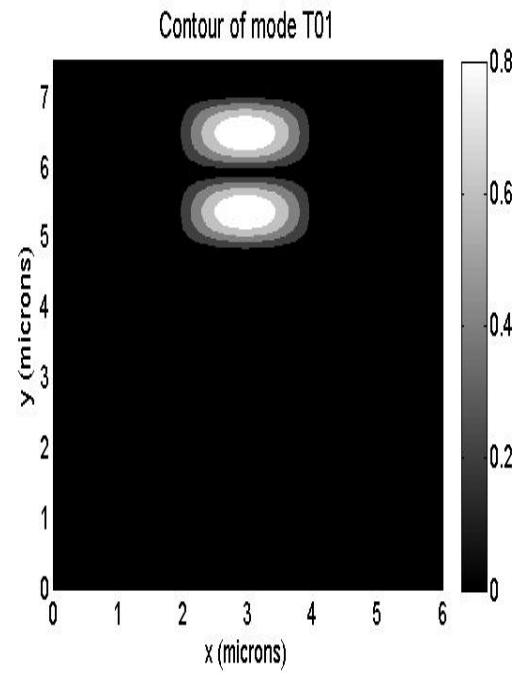
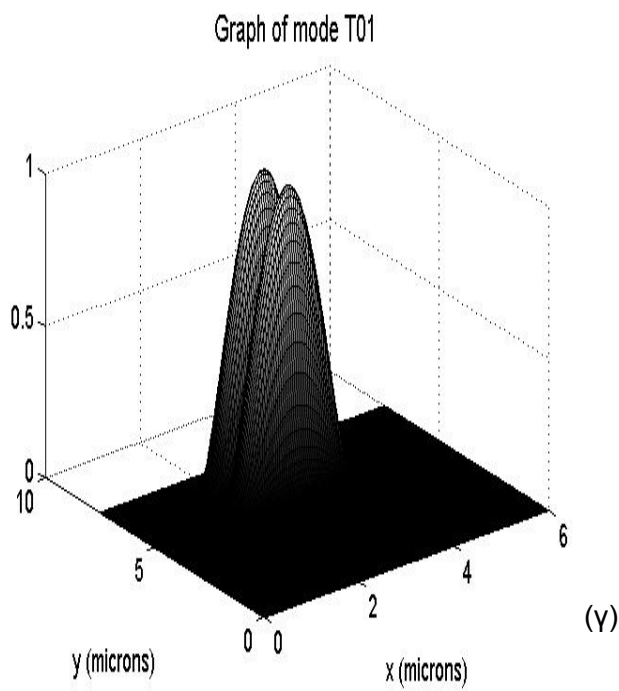
Πίνακας 5.17: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό General Channel ( $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{clad}}=1$ ,  $n_{\text{core}}=3.44$ ,  $n_z=2.5$ ,  $n_{\text{cover}}=2.8$ ,  $t_{\text{clad}}=0.5\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $t_{\text{cover}}=5\mu\text{m}$ ,  $w_{\text{core}}=2\mu\text{m}$ ,  $w_1=2\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{\text{eff}}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Ch1	0.1	0.1	1	3.40768	13.813589	0.38
	0.1	0.1	2	3.35914	13.616853	
	0.1	0.1	3	3.35881	13.615493	
	0.1	0.1	4	3.30959	13.415985	

Στο Σχήμα 5.22(α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου.



Σχήμα 5.22: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό General Channel (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T10



Σχήμα 5.22: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό General Channel (γ) ρυθμού T01 (δ) ρυθμού T11

Ακολουθώντας, παρατηρούμε για διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης την επίδοση του αλγορίθμου ως προς τη χρονική πολυπλοκότητα και την ακρίβεια. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Τα αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 5.18.

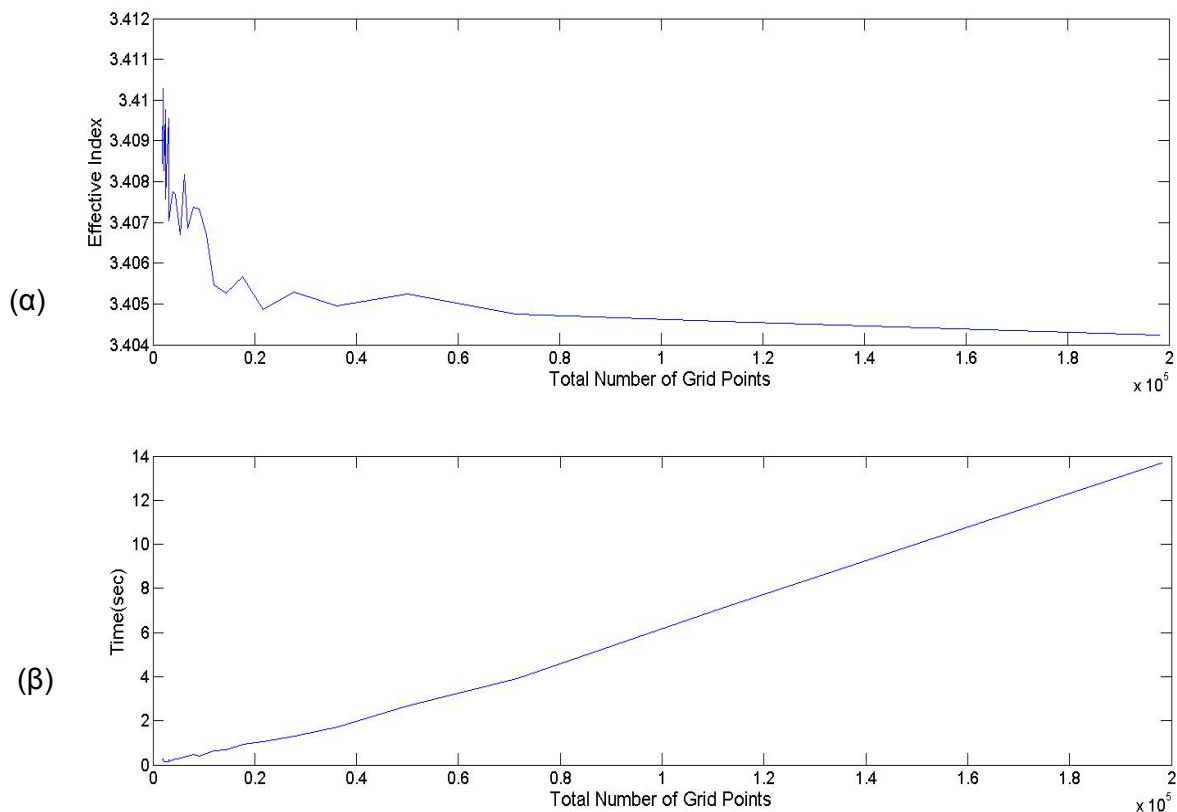
Πίνακας 5.18: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό General Channel

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Ch1	0.15	0.15	3.40845	13.816716	0.2
	0.1	0.1	3.40768	13.813589	0.33
	0.05	0.05	3.40568	13.80548	1.02
	0.02	0.02	3.40457	13.800984	7.09
	0.015	0.015	3.40423	13.799617	13.47

Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 5.23(α)-(β). Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

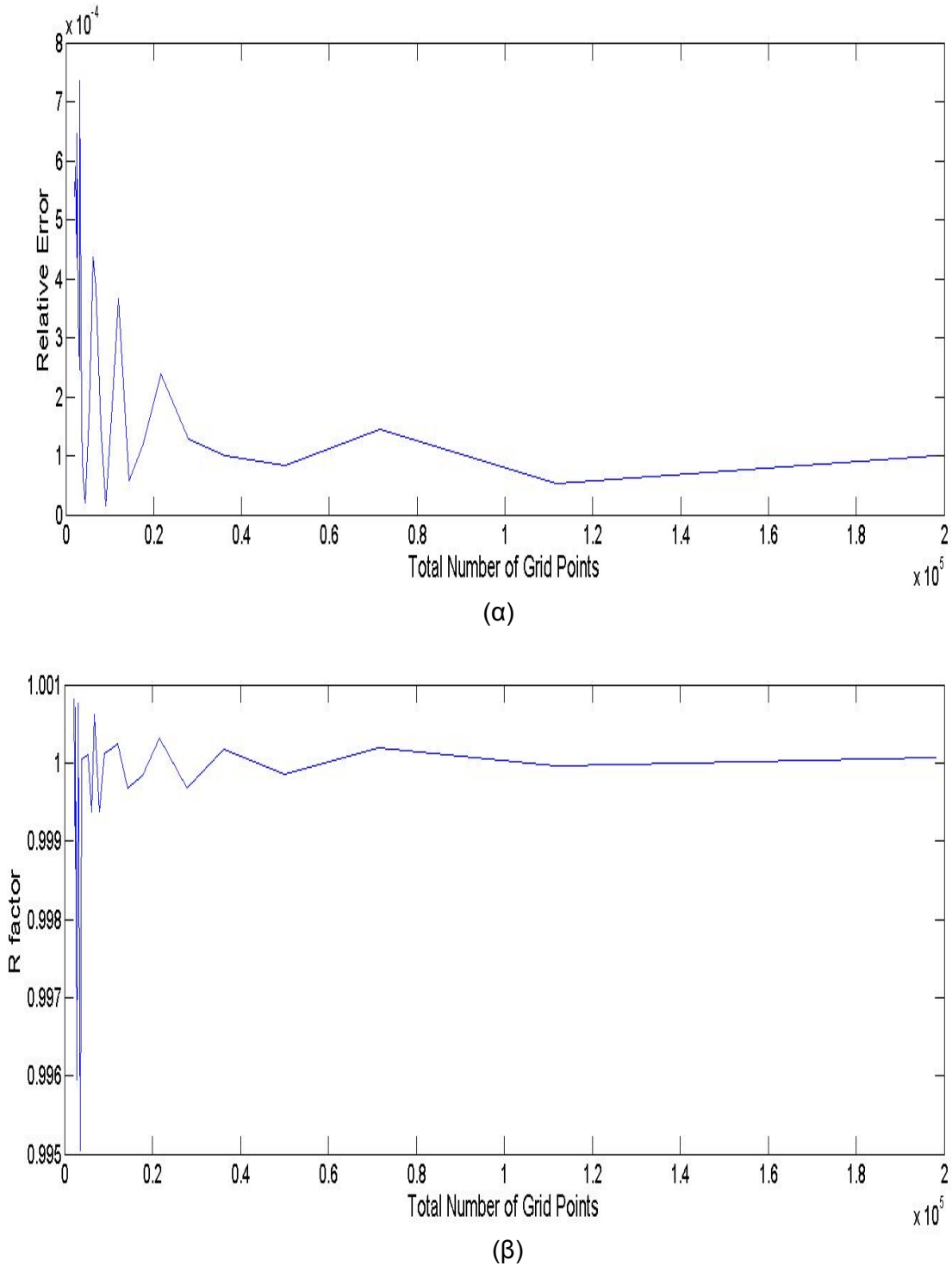
$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points xaxis}) * (\text{Grid Points yaxis})$$

$$\text{Grid Points xaxis} = \text{round}\left(\frac{w_{\text{core}}+2w_1}{\Delta x}\right), \quad \text{Grid Points yaxis} = \text{round}\left(\frac{t_{\text{clad}}+t_{\text{core}}+t_{\text{cover}}}{\Delta y}\right)$$



Σχήμα 5.23: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (General Channel Waveguide)

Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R και του σχετικού σφάλματος, οι οποίοι έχουν ορισθεί προηγουμένως στη σχέση (5.1). Παρατηρούμε στα διαγράμματα του Σχήματος 5.24 (α)-(β) ότι τόσο ο δείκτης R όσο και το σχετικό σφάλμα συγκλίνουν άμεσα.



Σχήμα 5.24: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (General Channel Waveguide)

Στον Πίνακα 5.19 εξετάζουμε τη μεταβολή της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff) σε σχέση με τη μεταβολή του μήκος κύματος.

Πίνακας 5.19: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό General Channel για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Ch1	0.4	0.04	0.04	3.43738	53.994219
	1	0.1	0.1	3.42584	21.525164
	1.55	0.1	0.1	3.40768	13.813589
	2	0.1	0.1	3.38849	10.645262
	3	0.1	0.1	3.33486	6.984513
	4	0.1	0.1	3.26992	5.136385
	5	0.1	0.1	3.1973	4.017845

Τέλος, παρουσιάζονται διάφορες εκδοχές του κυματοδηγού για διάφορα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά.

Πίνακας 5.20: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό General Channel για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	nz	ncover	tclad ( $\mu\text{m}$ )	tcore ( $\mu\text{m}$ )	tcover ( $\mu\text{m}$ )	wcore ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Ch2.1	1.55	1	3.44	2.5	2.8	0.5	4	5	4	2
Ch2.2	1.55	1	3.44	2.5	3.4	0.5	2	5	2	2
Ch2.3	1.55	1	3.44	2.5	3.2	0.5	1	7	2	2
Ch2.4	1.55	1	3.44	2.5	3.2	0.5	1	7	4	4
Ch2.5	0.95	1	3.44	2.5	3	1.1	2	5	2	2
Ch2.6	0.95	1	3.44	2.5	3	1.1	4	4	2	2

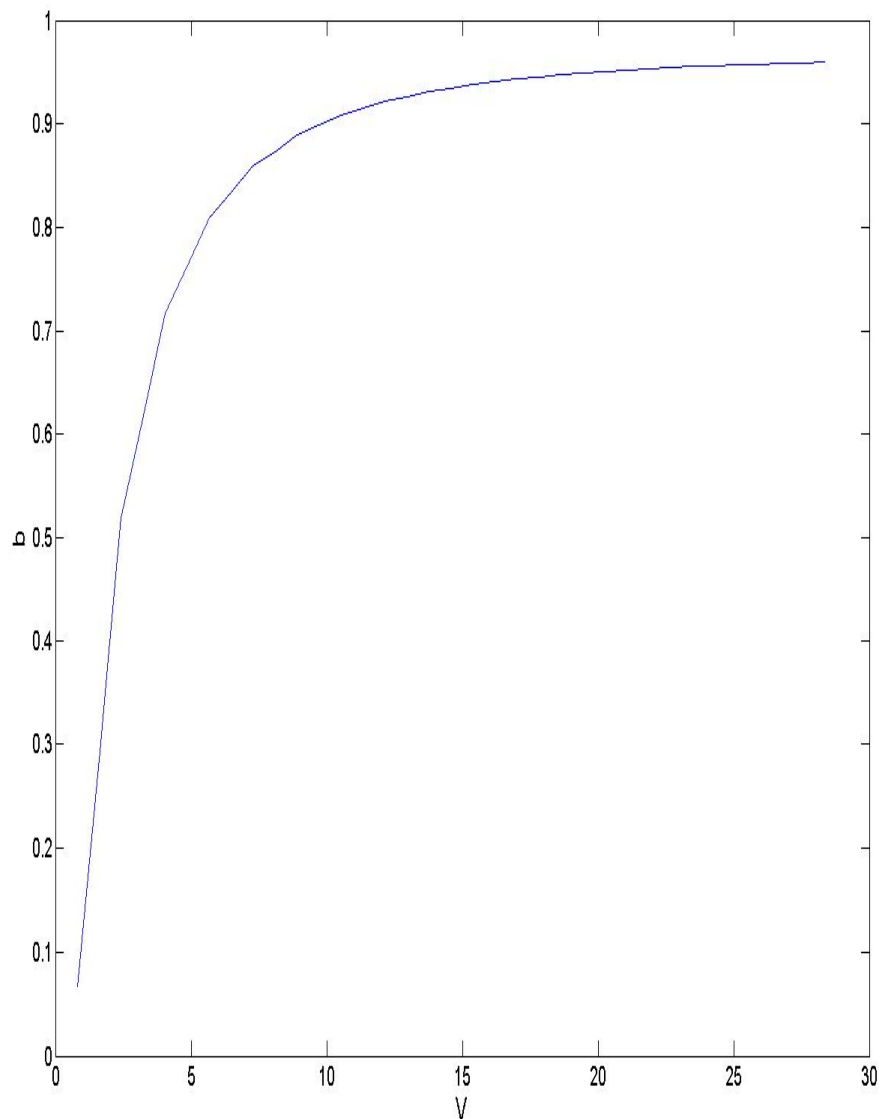
Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Ch2.1	0.015	0.015	1	3.4302	13.9049
Ch2.2	0.015	0.015	1	3.4096	13.821374
Ch2.3	0.015	0.015	1	3.36999	13.660831
Ch2,4	0.02	0.02	1	3.383	13.71355
Ch2,5	0.04	0.04	2	3.405399	22.522898
Ch2,6	0.04	0.04	3	3.416123	22.593828

Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.25 παρουσιάζεται το διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης  $b$ - $V$  για τη διάταξη Ch1 και τον ρυθμό T00.. Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του  $N_{eff}$  και ορίζεται ως

$$b = \frac{N_{eff}^2 - n_{sub}^2}{n_{core}^2 - n_{sub}^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

$$V = k_0(w_{core})\sqrt{n_{core}^2 - n_{sub}^2}, \quad \text{όπου } n_{sub} = \max(n_{cover}, n_z)$$

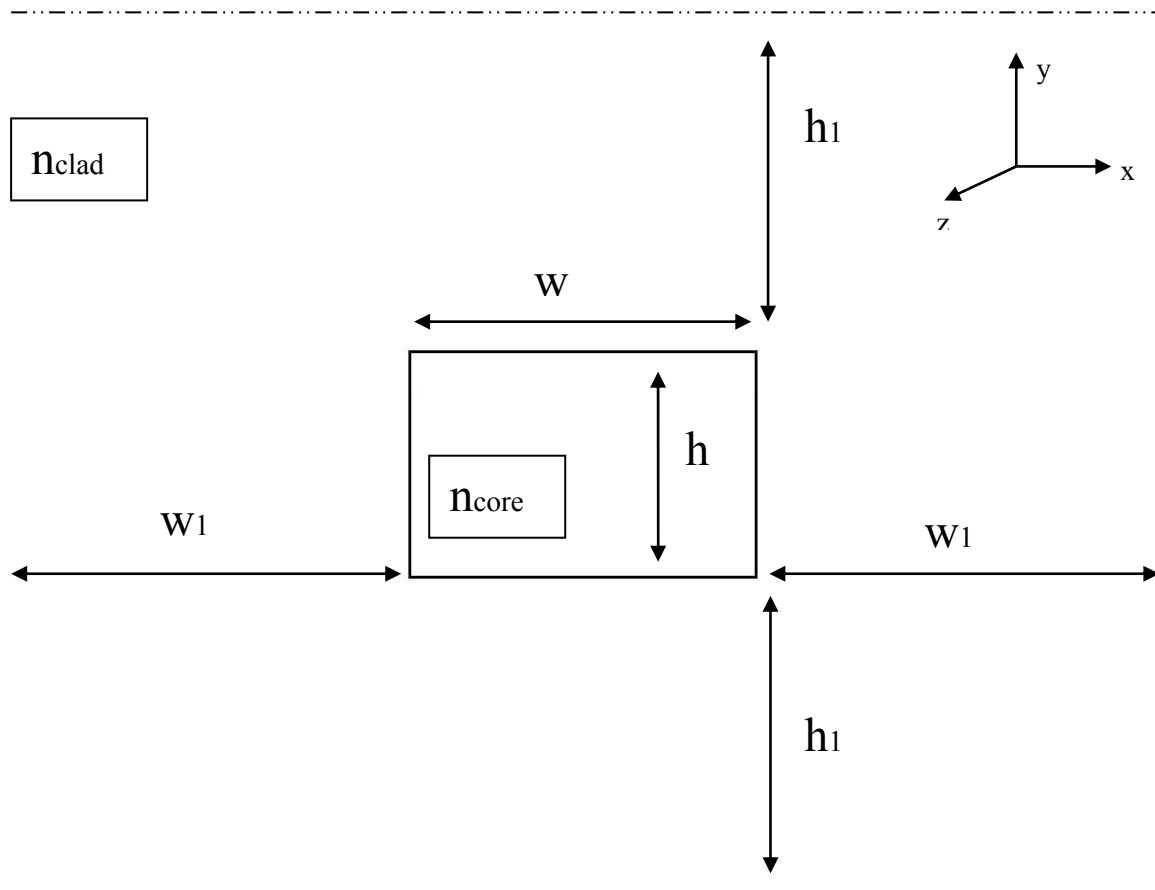


Σχήμα 5.25: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του  $N_{eff}$  σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (General Channel Waveguide)



## 5.6 Buried Waveguide

Τέλος μελετάμε τον κυματοδηγό τύπου Buried, με την παραδοχή ότι έχουμε διάταξη ορθογώνιου παραλληλογράμμου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.26. Στον Πίνακα 5.21 υπολογίζουμε τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς, δεδομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κυματοδηγού και του μήκους κύματος του φωτός.

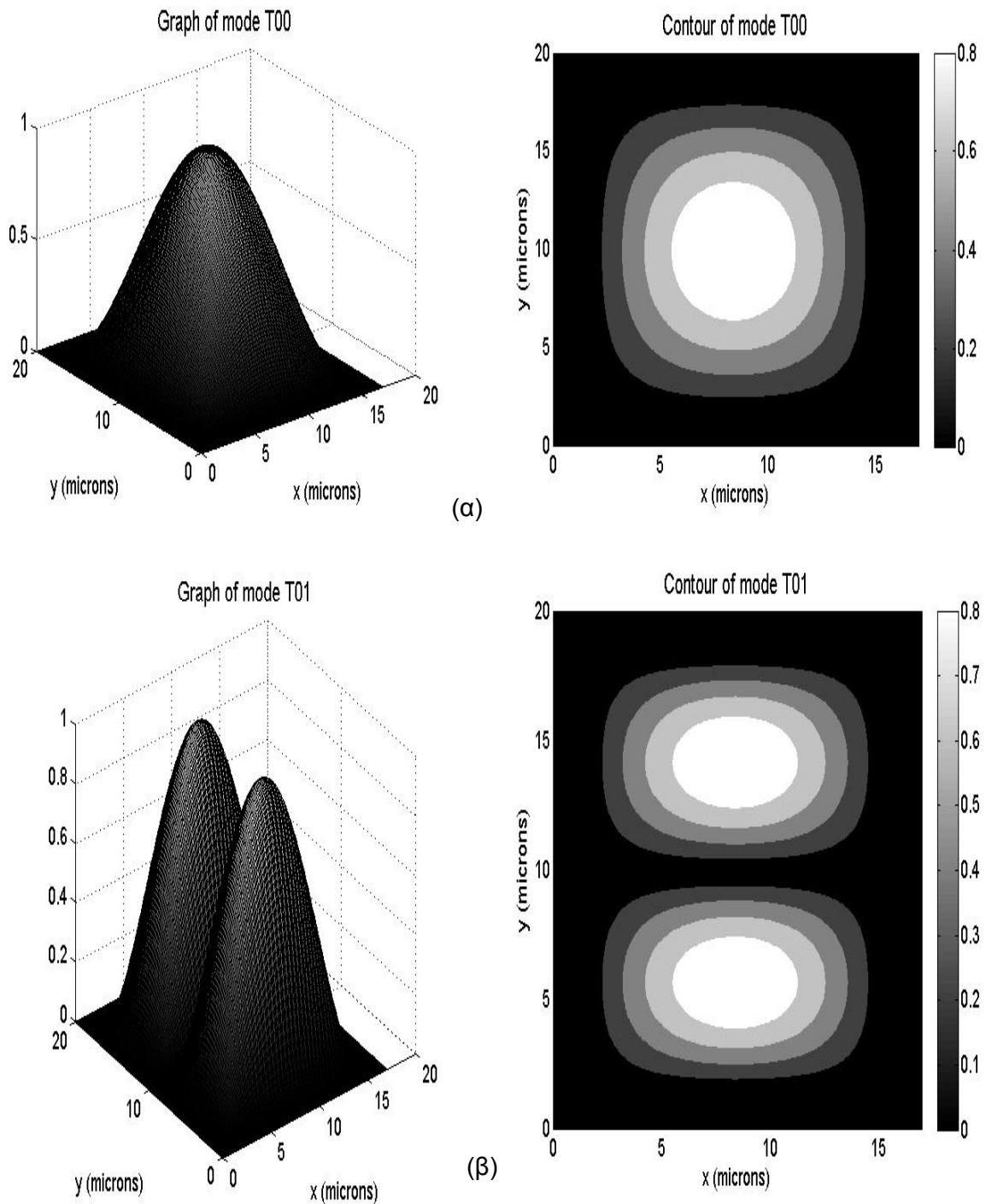


Σχήμα 5.26: Παράθυρο υπολογισμών του κυματοδηγού τύπου Buried

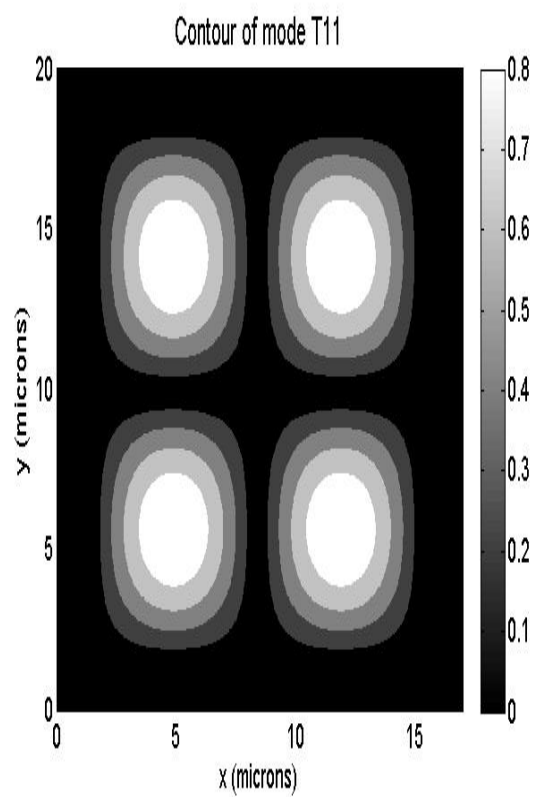
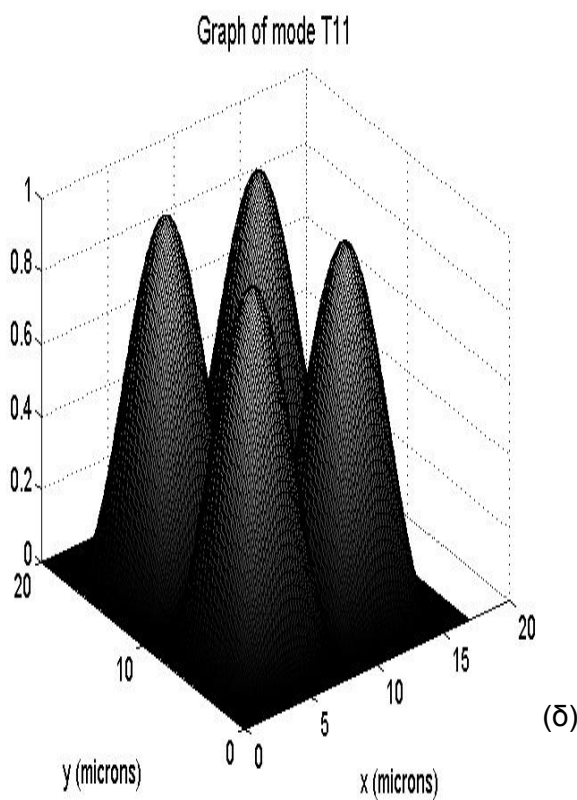
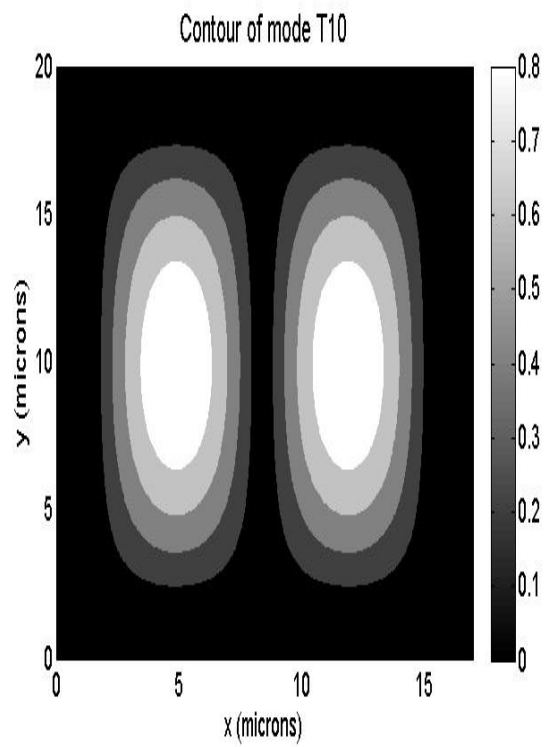
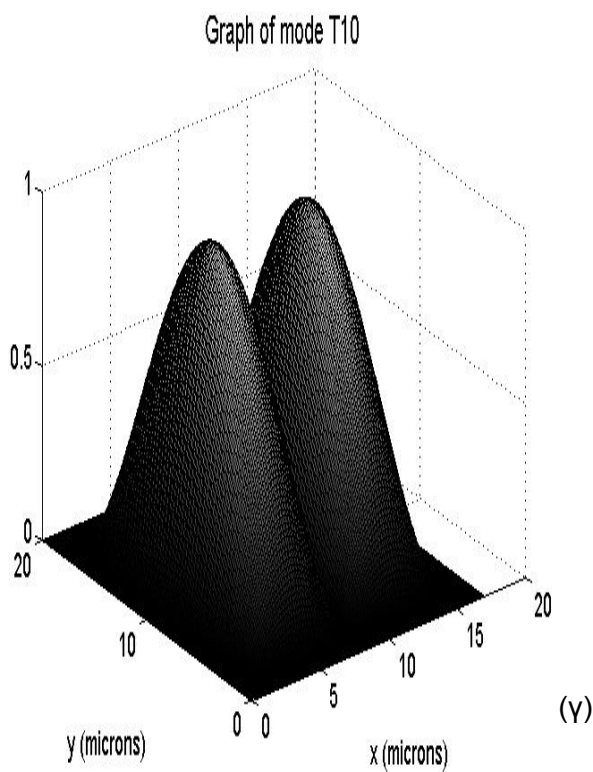
Πίνακας 5.21: Υπολογισμός κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς σε κυματοδηγό Buried ( $\lambda=0.85\mu\text{m}$ ,  $n_{clad}=1.5$ ,  $n_{core}=1.5291$ ,  $h=16\mu\text{m}$ ,  $h_1=2\mu\text{m}$ ,  $w=13\mu\text{m}$ ,  $w_1=2\mu\text{m}$ )

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	$N_{eff}$	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Συνολικός χρόνος (sec)
Bur1	0.1	0.1	1	1.5286	11.299351	2.58
	0.1	0.1	2	1.52798	11.294829	
	0.1	0.1	3	1.52769	11.292689	
	0.1	0.1	4	1.52708	11.288165	

Στο Σχήμα 5.27(α)-(δ) παρουσιάζεται μια ποιοτική γραφική απεικόνιση του πεδίου στις 3-διστάσεις για τους τέσσερις πρώτους ρυθμούς και οι αντίστοιχες ισοϋψείς καμπύλες για την κανονικοποιημένη μορφή του πεδίου.



Σχήμα 5.27: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισοϋψείς καμπύλες σε κυματοδηγό Buried (α) ρυθμού T00 (β) ρυθμού T01



Σχήμα 5.27: Κανονικοποιημένη πεδιακή κατανομή και ισούψειες καμπύλες σε κυματοδηγό Buried (γ) ρυθμού T10 (δ) ρυθμού T11

Ακολουθως, παρατηρούμε για διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης την επίδοση του αλγορίθμου ως προς τη χρονική πολυπλοκότητα και την ακρίβεια. Εστιάζουμε τη μελέτη στον κύριο ρυθμό (ρυθμός T00). Τα αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 5.22.

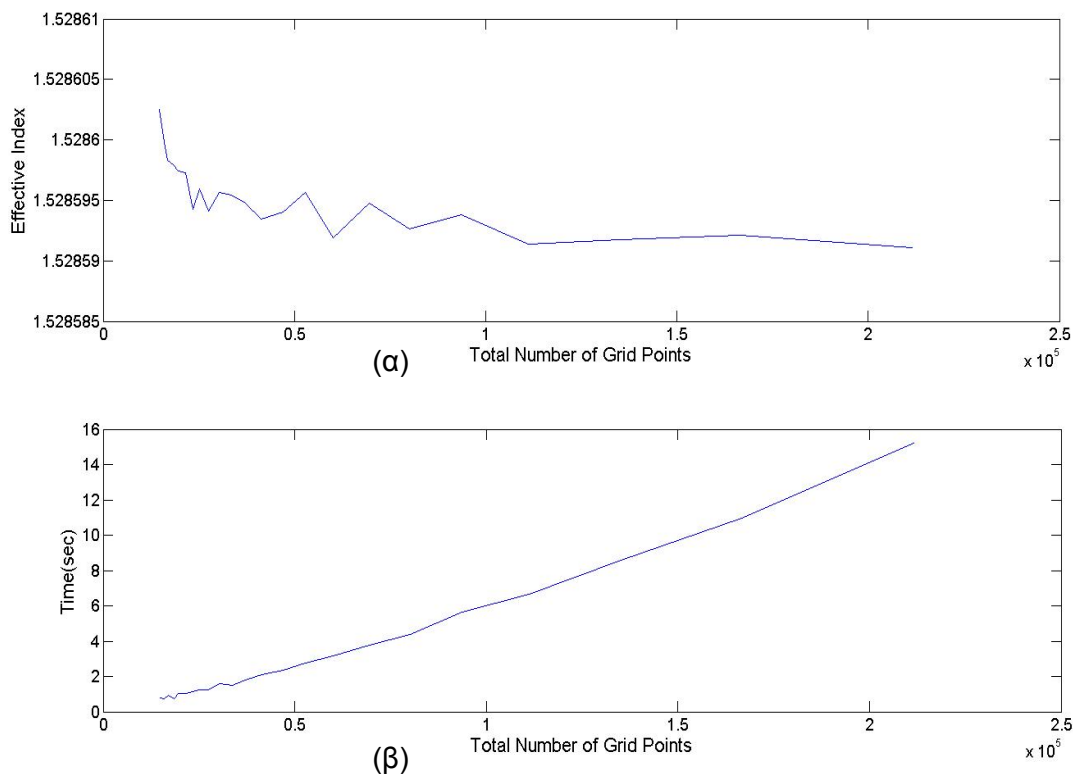
Πίνακας 5.22: Χρονική πολυπλοκότητα και ακρίβεια αλγορίθμου υπολογισμού ρυθμών σε κυματοδηγό Buried

Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Χρόνος (sec)
Bur1	0.5	0.5	1.52863	11.299598	0.23
	0.1	0.2	1.5286	11.299408	0.7
	0.1	0.1	1.5286	11.299351	1.61
	0.06	0.06	1.52859	11.299339	5.61
	0.04	0.04	1.52859	11.299319	14.84

Μια γραφική απεικόνιση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε όλο το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των σημείων του πλέγματος διακριτοποίησης γίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 5.28(α)-(β). Το πλέγμα ορίζεται με τις εξής σχέσεις:

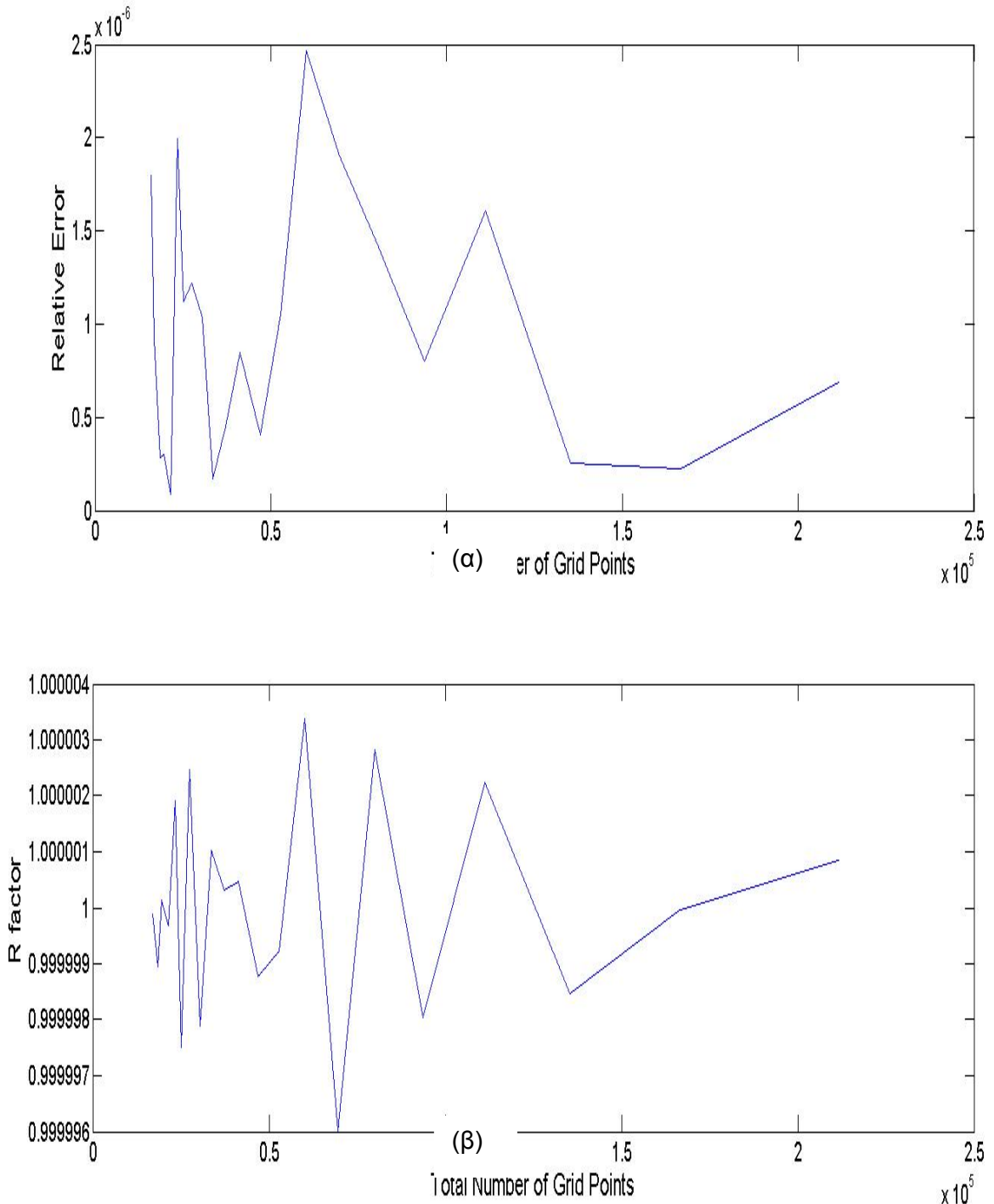
$$\text{Total Number of Grid Points} = (\text{Grid Points } x\text{axis}) * (\text{Grid Points } y\text{axis})$$

$$\text{Grid Points } x\text{axis} = \text{round}\left(\frac{w+2w1}{\Delta x}\right) \quad , \quad \text{Grid Points } y\text{axis} = \text{round}\left(\frac{h+2h1}{\Delta y}\right)$$



Σχήμα 5.28: Μεταβολή των (α) Κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης (β) Συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Buried Waveguide)

Έπειτα ελέγχεται η ακρίβεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου με τη βοήθεια των δεικτών του R και του σχετικού σφάλματος, οι οποίοι έχουν ορισθεί προηγουμένως στη σχέση (5.1). Παρατηρούμε στα διαγράμματα του Σχήματος 5.29 (α)-(β) ότι τόσο ο δείκτης R όσο και το σχετικό σφάλμα συγκλίνουν άμεσα.



Σχήμα 5.29: Μεταβολή των (α) Σχετικού σφάλματος (β) Παράγοντα R, σε σχέση με τον αριθμό σημείων στο πλέγμα υπολογισμού (Buried Waveguide)

Στον Πίνακα 5.23 εξετάζουμε τη μεταβολή της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης του ρυθμού (Neff) σε σχέση με τη μεταβολή του μήκος κύματος.

Πίνακας 5.23: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Buried για διάφορα μήκη κύματος

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )
Bur1	0.4	0.04	0.04	1.52898	24.017157
	0.8	0.08	0.08	1.52865	12.00599
	1.2	0.1	0.1	1.52814	8.001332
	2	0.1	0.1	1.52668	4.796207
	3	0.1	0.1	1.52407	3.192003
	4	0.1	0.1	1.52055	2.388476
	5	0.1	0.1	1.51608	1.905165

Τέλος δίδονται διάφορες περιπτώσεις εκτέλεσης του αλγορίθμου για μεταβλητά γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Γίνεται σύγκριση με τη μέθοδο effective index (EIM) και την μέθοδο First Perturbation (FPM) [5.4]

Πίνακας 5.24: Μεταβολή κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης σε κυματοδηγό Buried για διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Διάταξη	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	nclad	ncore	h ( $\mu\text{m}$ )	h1 ( $\mu\text{m}$ )	w ( $\mu\text{m}$ )	w1 ( $\mu\text{m}$ )
Bur2.1	0.45	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5
Bur2.2	0.45	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5
Bur2.3	0.45	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5
Bur2.4	0.45	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5
Bur2.5	0.65	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5
Bur2.6	0.65	1.45	1.5	1	0.5	2	0.5

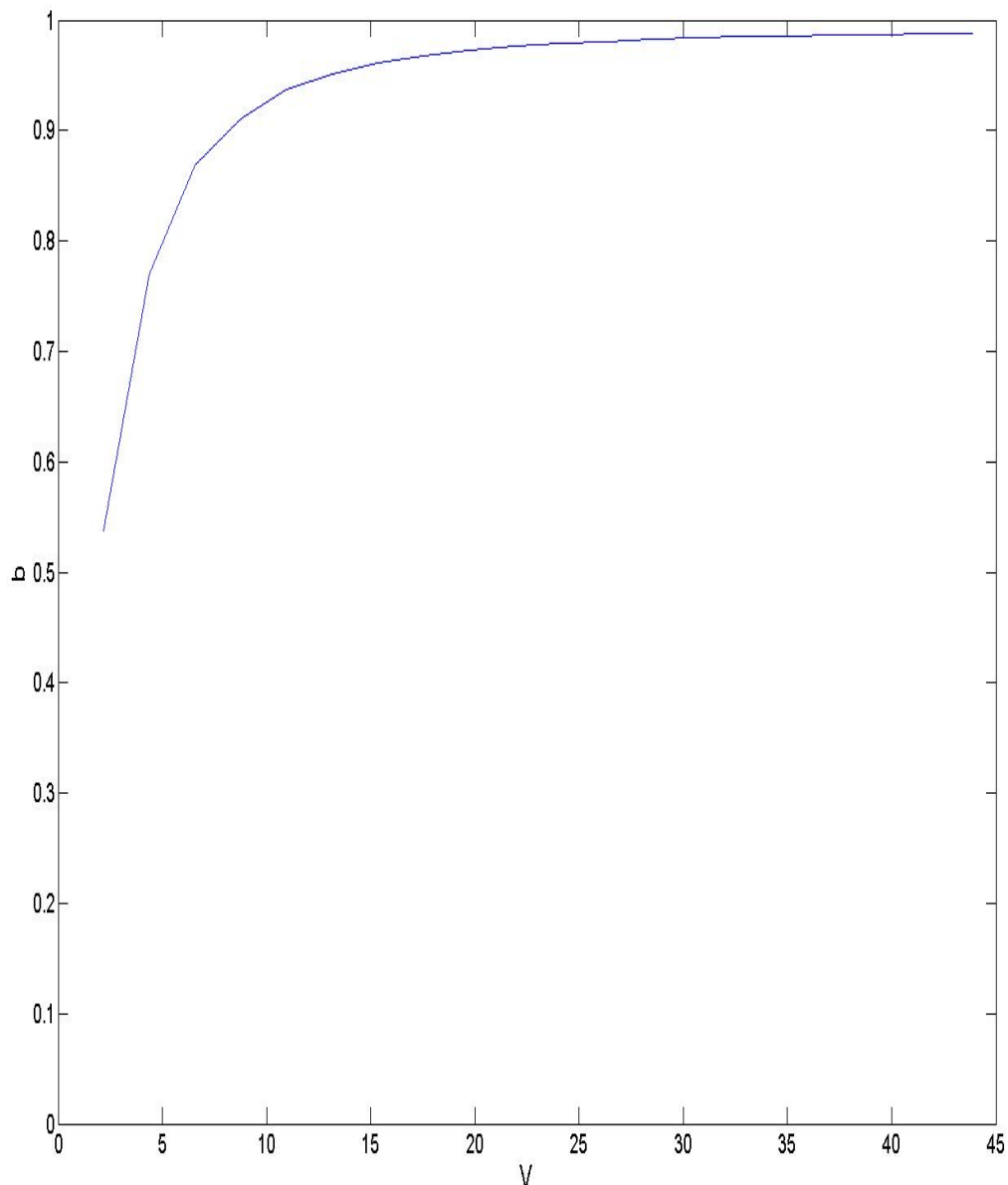
Διάταξη	$\Delta x$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y$ ( $\mu\text{m}$ )	Ρυθμός	Neff	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	$\beta_{\text{EIM}}$ [5.4]	$\beta_{\text{FPM}}$ [5.4]
Bur2.1	0.005	0.005	T00 (1)	1.488209	20.779318	20.78	20.81
Bur2.2	0.005	0.005	T10 (2)	1.479421	20.656618	20.65	20.68
Bur2.3	0.005	0.005	T01(3)	1.463365	20.432433	20.43	20.48
Bur2.4	0.005	0.005	T11(4)	1.454858	20.313647	20.34	20.39
Bur2.5	0.005	0.005	T00 (1)	1.479489	14.301388	14.32	14.35
Bur2.6	0.005	0.005	T10(2)	1.463248	14.144401	14.14	14.18

Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.30 παρουσιάζεται η χαρακτηριστική καμπύλη  $b, V$ . Η αδιάστατη μεταβλητή  $b$  είναι μια κανονικοποιημένη μορφή του  $N_{eff}$  και ορίζεται ως

$$b = \frac{N_{eff}^2 - n_{clad}^2}{n_{core}^2 - n_{clad}^2}$$

και η αδιάστατη μεταβλητή  $V$ , η οποία αναφέρεται σε μια κανονικοποιημένη έκφραση της συχνότητας ορίζεται ως

$$V = k_0 w \sqrt{n_{core}^2 - n_{clad}^2}$$



Σχήμα 5.30: Διάγραμμα της μεταβολής της κανονικοποιημένης μορφής του  $N_{eff}$  σε σχέση με την κανονικοποιημένη συχνότητα (Buried Waveguide)

## **5.7 Παραπομπές 5<sup>ου</sup> Κεφαλαίου**

- [5.1] T. Tamir, Ed., "Guided-Wave Optoelectronics", Springer Verlag, Berlin, 1988.
- [5.2] M.S. Stern, "Semivectorial polarized finite difference method for optical waveguides with arbitrary index profiles," Proc. IEE, Vol. 135, Part J, pp. 56-63, Feb. 1988.
- [5.3] B.M.A Rahman, J.B. Davies, "Vector-H finite element solution of GaAs/GaAlAs rib waveguides", IEE Proceedings J Optoelectronics, Vol.132, Issue 6, pp. 349-353, Dec. 1985.
- [5.4] A.A. Abour El-Fadl, "An optimal method to study the propagation characteristics of rectangular optical waveguides", Proceedings of the Fifteenth National Radio Science Conference, pp. B3/4-B3/5, Feb. 1998.



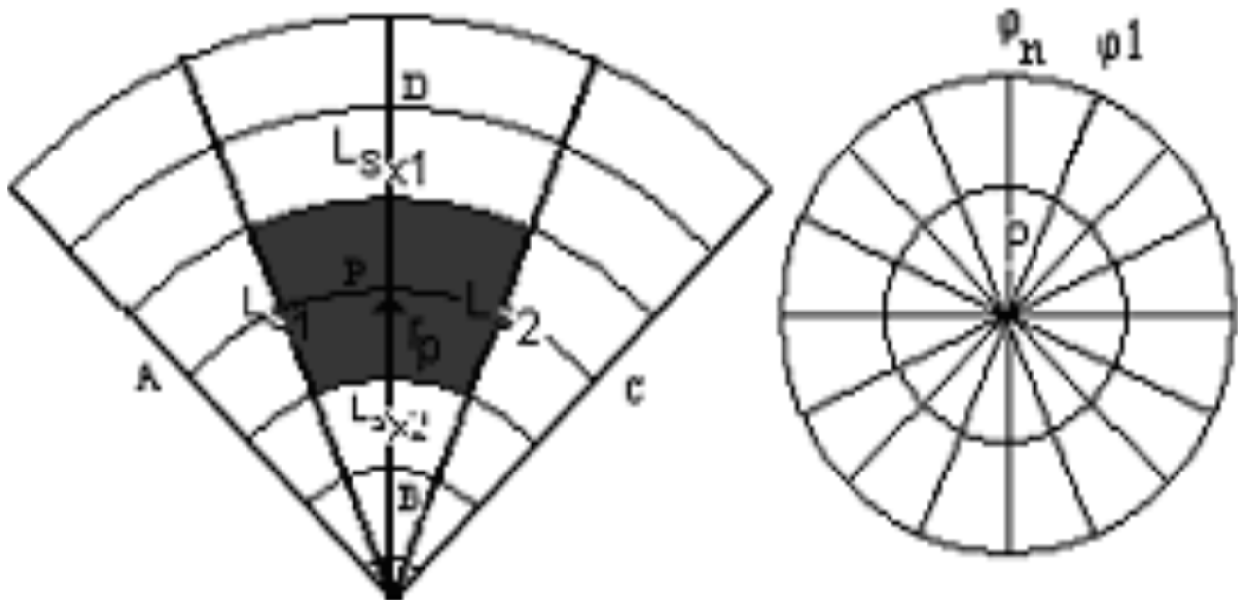
# 6

## Μελλοντικές Επεκτάσεις

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε εκτενώς η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο της συχνότητας, προκειμένου να υπολογιστεί το εγκάρσιο πεδίο σε ορθογώνιους κυματοδηγούς δύο διαστάσεων μέσω της επίλυσης της βαθμωτής εξίσωσης Helmholtz. Η μέθοδος αυτή, γενικευμένη και προσαρμοσμένη, είναι ικανή να επιλύσει αντίστοιχα προβλήματα σε μη-ορθογώνιους κυματοδηγούς, στις τρεις διαστάσεις, ή λαμβάνοντας υπόψη τη διανυσματική εξίσωση Helmholtz για ακριβέστερη προσέγγιση.

### 6.1 Μη Ορθογώνιες Διατάξεις

Η μεγαλύτερη ίσως αδυναμία της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών είναι η δυσκολία αντιμετώπισης των μη-ορθογώνιων περιοχών. Οι συνήθεις προσεγγίσεις που ισχύουν για ορθογωνικά πλέγματα αποτυγχάνουν σε αυτές τις καταστάσεις, ενώ σε περιπτώσεις εύρεσης ρυθμών εμφανίζεται μεγάλη αστάθεια. Προκειμένου να παρακαμφθεί, έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι.

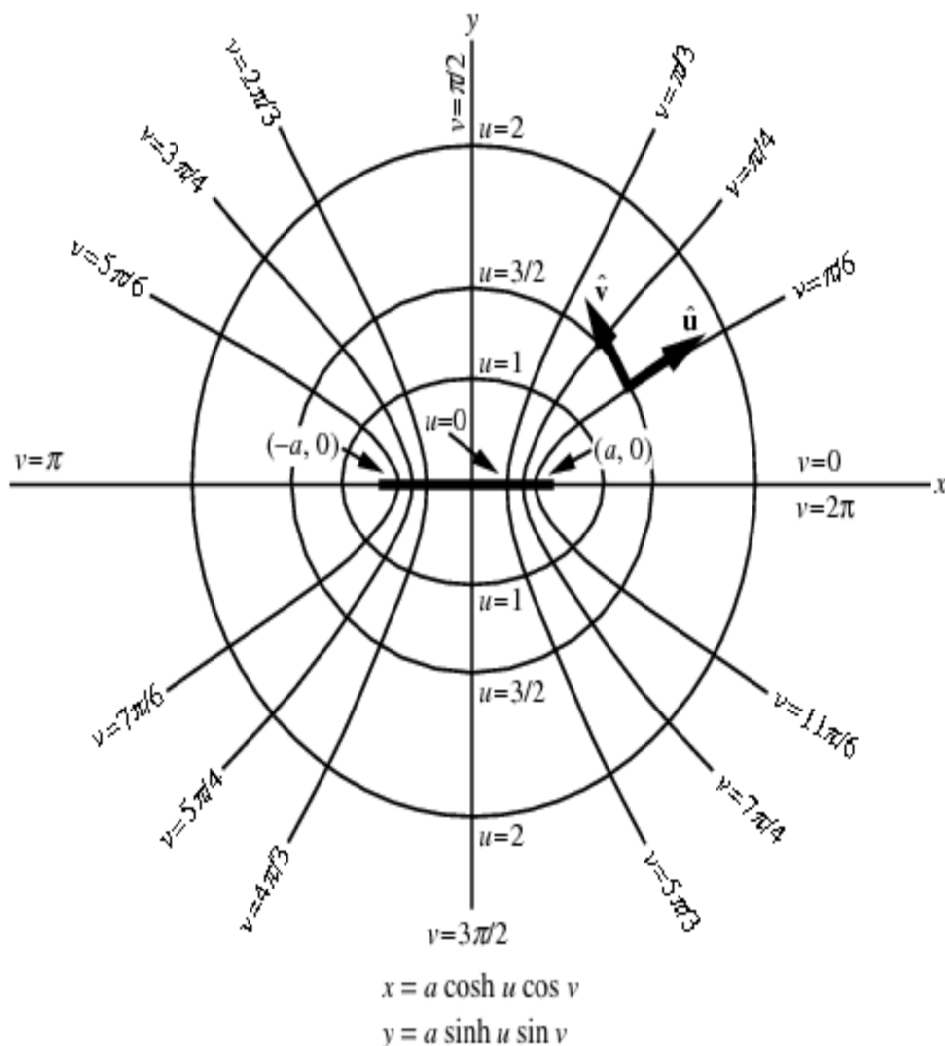


Σχήμα 6.1: Πλέγματα Κυκλικού Κυματοδηγού [6.1]

Αρχικά για κυκλικούς κυματοδηγούς γίνεται χρήση πολικών συντεταγμένων. Ο κυματοδηγός χωρίζεται σε ένα πολικό πλέγμα με βήματα  $\Delta r$ ,  $\Delta \theta$  όπως φαίνεται στην εικόνα 6.1 και αντίστοιχα η Helmholtz γράφεται σε πολική μορφή και έπειτα διακριτοποιείται.

Στην περίπτωση των ελλειπτικών κυματοδηγών το πλέγμα με βήματα  $(\Delta u, \Delta v)$  δημιουργείται χρησιμοποιώντας τις γραμμές ενός ελλειπτικού κυλινδρικού πλαισίου όπως φαίνεται στο σχήμα 6.2. Αντίστοιχα η Helmholtz γράφεται και διακριτοποιείται σύμφωνα με το πλέγμα.

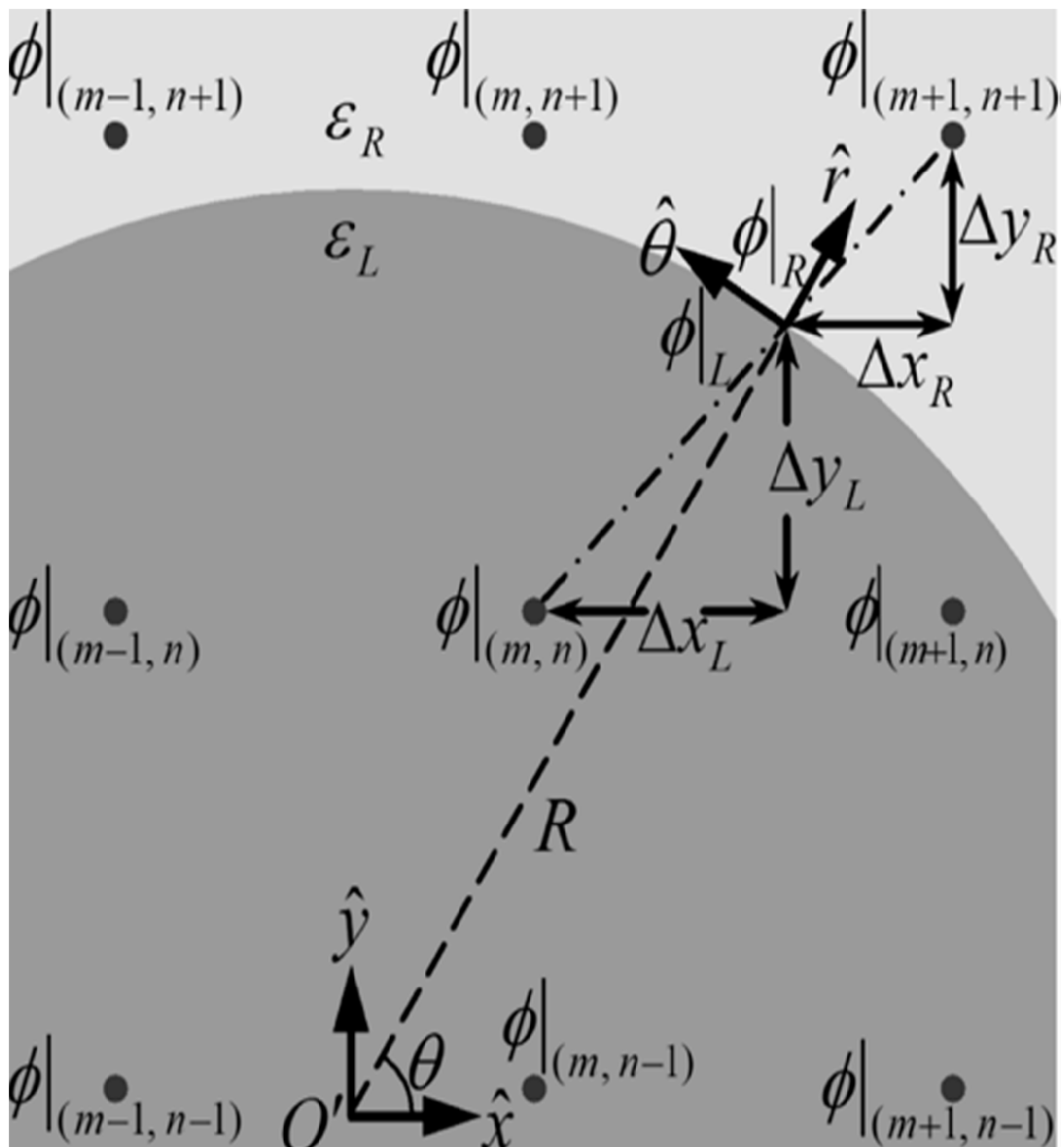
Τα αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου τόσο στους κυκλικούς όσο και στους ελλειπτικούς κυματοδηγούς, όπως έδειξαν οι A. Fanti, G. Mazzarella [6.1] προσεγγίζουν σε μεγάλο βαθμό αντίστοιχες πολύπλοκες αναλυτικές λύσεις που είχαν μελετηθεί παλαιότερα.



Σχήμα 6.2: Πλέγμα Ελλειπτικού Κυματοδηγού [6.1]

Μια περισσότερο αναλυτική προσέγγιση πάνω στην εφαρμογή της μεθόδου σε καμπυλοειδής επιφάνειες γίνεται από τους C. Chiang, P. Chiu και C. Chang [6.2]. Στην συγκεκριμένη εργασία ακολουθείται η εξής διαδικασία. Έστω τα πεδία  $\Phi(m, n)$  και

$\Phi(m+1,n+1)$ , αναφερόμενα στα αντίστοιχα σημεία του πλέγματος  $(m,n)$  και  $(m+1,n+1)$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 6.3. Αναπτύσσεται το  $\Phi(m+1,n+1)$  σε σειρά Taylor που περιλαμβάνει το  $\Phi(R)$  πεδίο της διαχωριστικής επιφάνειας, στη συνέχεια μετατρέπεται το  $\Phi(R)$  πεδίο και οι παράγωγοί αυτού σε πολικές συντεταγμένες και έπειτα γράφεται ως γραμμικός συνδυασμός του πεδίου  $\Phi(L)$  της διαχωριστικής. Το  $\Phi(L)$  ξαναγράφεται σε καρτεσιανές συντεταγμένες και τέλος αναπτύσσεται σε σειρά Taylor που περιλαμβάνει το  $\Phi(m,n)$  και παραγώγους αυτού. Έτσι, το  $\Phi(m+1,n+1)$  γράφτηκε ως γραμμικός συνδυασμός του  $\Phi(m,n)$  και των παραγώγων του. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση φωτονικών κρυστάλλων στις δύο διαστάσεις.



Σχήμα 6.3: Απεικόνιση του πλέγματος στη διαχωριστική επιφάνεια καμπυλοειδούς κυματοδηγού [6.2]

## 6.2 Διανυσματικές Μορφές της Εξίσωσης Helmholtz

Στην ανάλυσή μας θεωρήσαμε τη μορφή του ηλεκτρικού πεδίου ως

$$\vec{E}(x, y, z) = E(x, y)e^{-i\beta z} \vec{t}$$

όπου  $\vec{t}$ , το διάνυσμα διεύθυνσης του ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο επίπεδο x-y. Έτσι, οδηγηθήκαμε στην επίλυση της βαθμωτής Helmholtz και την εύρεση του βαθμωτού μεγέθους  $E(x, y)$ . Μια άλλη προσέγγιση μας δίνει η ημι-διανυσματική μέθοδος. Θεωρώντας πολωμένες μορφές του πεδίου της μορφής

$$\vec{E}(x, y, z) = (E_x, 0, E_z)e^{-i\beta z} \quad \text{και} \quad \vec{E}(x, y, z) = (0, E_y, E_z)e^{-i\beta z}$$

καταλήγουμε στις αντίστοιχες ημι-διανυσματικές εξισώσεις Helmholtz

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2) E_x = 0 \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2) E_y = 0$$

για ρυθμούς ημι-TE(quasi-TE) και ημι-TM(quasi-TM) αντίστοιχα.

Η πλήρης ανάλυση της μεθόδου γίνεται εδώ [6.3] μαζί με τις διαφοροποιημένες εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών.

Αν τώρα επιθυμούμε την πλήρως διανυσματική επίλυση της Helmholtz, χρειάζεται να εισάγουμε επιπλέον συνθήκες. Μια αναφορά για το συγκεκριμένο πρόβλημα στις δύο διαστάσεις γίνεται εδώ [6.4]. Ξεκινώντας από την εξίσωση του Helmholtz για το H

$$\nabla^2 H_x + (\varepsilon - \bar{n}^2)H_x = 0$$

$$\nabla^2 H_y + (\varepsilon - \bar{n}^2)H_y = 0$$

καταλήγουμε σε ένα πεπλεγμένο πρόβλημα ιδιοτιμών - ιδιοδιανυσμάτων, το οποίο μοντελοποιείται ως εξής

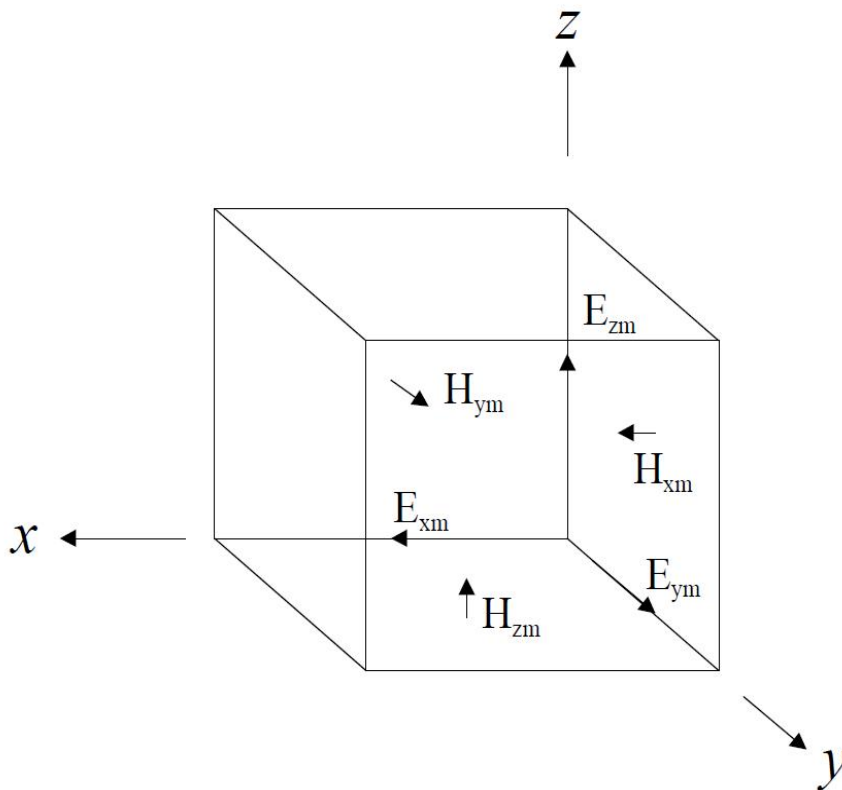
$$(\delta_x^2 + \delta_y^2)H_y = O_y H_x$$

$$(\gamma_x^2 + \gamma_y^2)H_x = O_x H_y$$

όπου τα  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $O$  είναι τελεστές οι οποίοι ορίζονται από στοιχεία του πλέγματος και την κατανομή της διηλεκτρικής σταθεράς στο παράθυρο διακριτοποίησης. Προκειμένου να επιλυθεί αυτό το πολύπλοκο σύστημα γίνεται χρήση των αναπτυγμάτων Taylor, παράγοντας επαναληπτικές εξισώσεις για τα  $H_x, H_y$ , και το σύστημα επιλύεται με τη χρήση της επαναληπτικής μεθόδου ADI.

### 6.3 Συστήματα τριών διαστάσεων

Αντίστοιχη διαδικασία με τις δύο διαστάσεις, ακολουθούμε και στις τρεις διαστάσεις. Εδώ το πρόβλημα είναι σαφώς πιο περίπλοκο και εκθετικά πιο δαπανηρό για τον υπολογιστή. Το πλέγμα ορίζεται με τα βήματα  $i, j, k$ , αντίστοιχα των συντεταγμένων  $x, y, z$ . Τα πεδία μέσα σε κάθε κελί του πλέγματος φαίνονται στο σχήμα 6.4. Μια διαφοροποίηση της κλασσικής Helmholtz έχει προταθεί από τους K. Beilenhoff, W. Heinrich και H. L. Hartnagel [6.5], όπου λαμβάνονται οι εξισώσεις του Maxwell σε ολοκληρωτική μορφή προκειμένου να εφαρμοστούν προσεγγιστικές ολοκληρωτικές σχέσεις και ύστερα να λυθεί το διακριτοποιημένο σύστημα. Συνήθως, για συστήματα τριών διαστάσεων γίνεται εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών απευθείας στις εξισώσεις Maxwell, καθώς υπάρχει εκτενής βιβλιογραφία πάνω στο αντίστοιχο πρόβλημα στο πεδίο του χρόνου [6.6]. Μια αναφορά στην παραπάνω μέθοδο γίνεται εδώ [6.7].



Σχήμα 6.4: Οι συνιστώσες του πεδίου στο κελί  $m$  του πλέγματος [6.8]

## **6.4 Παραπομπές 6<sup>ου</sup> Κεφαλαίου**

- [6.1] A. Fanti, G. Mazzarella, "Curvilinear finite difference approach to the computation of modes of circular and elliptic waveguides", Conference Proceedings ICECom, pp. 1-4, Sept. 2010.
- [6.2] C. Chiang, P. Chiou, C. Chang, "Finite-difference frequency-domain analysis of 2-d photonic crystals with curved dielectric interfaces", Journal of Lightwave Technology, Vol. 26, No. 8, pp. 971-976, Apr. 2008.
- [6.3] M.S. Stern, "Semivectorial polarized finite difference method for optical waveguides with arbitrary index profiles", Proc. IEE, Vol. 135, Part J, pp. 56-63, Feb.1988.
- [6.4] G.R. Hadley, R.E. Smith, "Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions" J. Lightwave Technology, Vol. 13, No. 3, pp. 465-469, Mar. 1995.
- [6.5] K. Beilenhoff, W. Heinrich, H.L. Hartnagel, "Improved finite-difference formulation in frequency domain for three-dimensional scattering problems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, No 3, Mar. 1992.
- [6.6] A. Taflove, S.C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method", 3<sup>rd</sup> edition, Artech House Publishers, 2005.
- [6.7] A.M. Ivinskaya, D.M Shyroki, A.V Lavrinenko, "Three dimensional finite-difference frequency-domain method in modeling of photonic nanocavities", 12th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), pp. 1-4, Jul. 2010.
- [6.8] N.J. Champagne II, J.G. Berryman, H.M. Buettner, J.B. Grant, R.M. Sharpe, "FDFD: A 3D finite-difference frequency-domain code for electromagnetic induction tomography", SAGEEP Conference Proceedings, Oakland, California, pp. 931-940, Mar. 1999.

# Παράρτημα

Στο παράρτημα παρουσιάζονται όλοι οι αλγόριθμοι, οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της εργασίας για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Οι αλγόριθμοι είναι γραμμένοι στη Matlab και δίνονται σε μορφή Matlab files, για ευκολία σε πιθανή μελλοντική χρήση. Οδηγίες για τη χρήση του κάθε αλγόριθμου υπάρχουν μέσα στον κάθε κώδικα, ώστε να μπορεί να βοηθηθεί ο χρήστης όταν τον χρησιμοποιεί (εντολή στη Matlab: help “όνομα αρχείου”). Αναγράφονται, τέλος, τα βασικά σημεία του κώδικα σε μορφή σχολίων, ως μια σκιαγράφιση της διαδικασίας υλοποίησης του αλγορίθμου.

## 1. Αρχείο FDFD\_Rib.m

```
function [N,t,grid,b_ch,V_ch,beta] =
FDFD_Rib(dx,dy,lamda,nclad,ncore,ncover,tclad,trib,tcore,tcover,wrib,w1,modes,wannapl)
%Function which computes the effective index across a rib waveguide
%and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%           #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE,NCOVER:refractive index distribution along the waveguide
%
%TCLAD,TRIB,TCORE,TCOVER: y-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%WRIB,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%         -1    ->no output plots
%         n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####
%           #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Rib...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Rib...
%also returns a vector of each mode's computational time
%
%[N,t,grid]=FDFD_Rib...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Rib...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

format long
```

```

time=cputime;

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
tcover_new=round(tcover/dy);
tcore_new=round(tcore/dy);
trib_new=round(trib/dy);
tclad_new=round(tclad/dy);
wrib_new=round(wrib/dx);
w1_new=round(w1/dx);

%Designing the grid
xaxis=wrib_new+2*w1_new;
yaxis=tcover_new+tcore_new+trib_new+tclad_new;

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A= sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B = sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm= sparse(J:J:l*J-J,J+1:J:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J),l*J,l*J);
for i=1:(tcover_new-1)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(ncover^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+tcore_new)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new+tcore_new+1):l
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(nclad^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new+tcore_new):(tcover_new+tcore_new+trib_new)
    for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+wrib_new+w1_new
        C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
    end
end

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,

```



```

%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

%PLOTING GRAPHS AND CONTOURS
for i=1:modes
%Checking if computed eigenvalues are refering to guiding modes
if (sqrt(Eigvalue(i,i))>ncore) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
%Printing Results of Guided Modes
str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %fn', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
str = fprintf('kai b= %fn', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));
%Plotting according to user's inputs
if (wannapl==0)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(modes,2,2*i-1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(modes,2,2*i)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)

```

```

surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ','FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ','FontSize',15)
end
else
%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %fn', i);
end

%Computing output vectors for each mode
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(ncover^2))/((ncore^2)-(ncover^2));
V_ch(i)=ko*wrib*sqrt((ncore^2)-(ncover^2));
grid=l*j;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```

## 2. Αρχείο FDFD\_Rstrip.m

```

function [N,t,grid,b_ch,V_ch,beta] =
FDFD_Rstrip(dx,dy,lamda,nclad,ncore,ncover,tclad,tcore,tcover,wcore,w1,modes,wannapl)
%Function which computes the effective index across a raised strip
%waveguide and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%           #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE,NCOVER:refractive index distribution along the waveguide
%
%TCLAD,TCORE,TCOVER: y-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%WCORE,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%   -1    ->no output plots
%   n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####

```

```

%           #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Rstrip...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Rstrip...
%also returns a vector of each mode's computational time
%
%[N,t,grid]=FDFD_Rstrip...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Rstrip...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

format long
time=cputime;

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
tcover_new=round(tcover/dy);
tcore_new=round(tcore/dy);
tclad_new=round(tclad/dy);
wcore_new=round(wcore/dx);
w1_new=round(w1/dx);

%Designing the grid
xaxis=wcore_new+2*w1_new;
yaxis=tcover_new+tcore_new+tclad_new;

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A= sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B = sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm= sparse(J:J:l*J-J,J+1:J:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J),l*J,l*J);
for i=1:(tcover_new-1)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(ncover^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new):l
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J

```

```

C(a,a)=(nclad^2)-ox-oy;
end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+tcore_new)
for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+w1_new+wcore_new
C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
end
end

```

```

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,
%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

```

```

%PLOTING GRAPHS AND CONTOURS

```

```

for i=1:modes
%Checking if computed eigenvalues are referring to guiding modes
if (sqrt(Eigvalue(i,i))>ncover) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
%Printing Results of Guided Modes
str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %f\n', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
str = fprintf('kai b= %f\n', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));
%Plotting according to user's inputs
if (wannapl==0)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(l+2,J+2);
p=1;
for a=1:l
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(modes,2,2*i-1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(modes,2,2*i)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(l+2,J+2);
p=1;
for a=1:l

```

```

for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
end
else
%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %f\n', i);
end

%Computing output vectors for each mode
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(ncover^2))/((ncore^2)-(ncover^2));
V_ch(i)=ko*wcore*sqrt((ncore^2)-(ncover^2));
grid=l*J;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```

### 3. Αρχείο FDFD\_Emb.m

```

function [N,t,grid,b_ch,V_ch,beta] =
FDFD_Emb(dx,dy,lamda,nclad,ncore,ncover,tclad,tcore,tcover,wcore,w1,modes,wannapl)
%Function which computes the effective index across an embedded waveguide
%and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%           #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE,NCOVER:refractive index distribution along the waveguide
%
%TCLAD,TCORE,TCOVER: y-axis dimensions (check waveguide figure)

```

```

%
%WCORE,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%    -1    ->no output plots
%    n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####
%                #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Emb...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Emb...
%also returns a vector of each mode's computational time
%
%[N,t,grid]=FDFD_Emb...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Emb...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

format long
time=cputime;

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
tcover_new=round(tcover/dy);
tcore_new=round(tcore/dy);
tclad_new=round(tclad/dy);
wcore_new=round(wcore/dx);
w1_new=round(w1/dx);

%Designing the grid
xaxis=wcore_new+2*w1_new;
yaxis=tcover_new+tcore_new+tclad_new;

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A= sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B = sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm= sparse(J:J:l*J-J,J+1:J:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

```

```

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J),l*J,l*J);
for i=1:(tcover_new+tcore_new)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(ncover^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+tcore_new)
    for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+w1_new+wcore_new
        C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new+tcore_new+1):l
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(nclad^2)-ox-oy;
    end
end

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,
%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

%PLOTTING GRAPHS AND CONTOURS
for i=1:modes
    %Checking if computed eigenvalues are referring to guiding modes
    if (sqrt(Eigvalue(i,i))>ncover) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
        %Printing Results of Guided Modes
        str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %f\n', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
        str = fprintf('kai b= %f\n', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));
        %Plotting according to user's inputs
        if (wannapl==0)
            [x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
            Plotty=zeros(l+2,J+2);
            p=1;
            for a=1:l
                for b=1:J
                    %Sorting eigenvector values to a x-y grid
                    Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
                    p=p+1;
                end
            end
            %Acquiring the absolute values of the field
            Plotty=abs(Plotty);
            %Normalizing the field
            Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
            subplot(modes,2,2*i-1)
            surf(x,y,Plotty)
            xlabel('x (microns)','FontSize',13)
            ylabel('y (microns)','FontSize',13)
            title('Graph of mode ', 'FontSize', 15)
            subplot(modes,2,2*i)

```

```

contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ','FontSize',15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ','FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ','FontSize',15)
end
else
%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %f\n', i);
end

%Computing output vectors for each mode
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(ncover^2))/((ncover^2)-(ncover^2));
V_ch(i)=ko*wcore*sqrt((ncover^2)-(ncover^2));
grid(i)=I*J;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```



#### 4. Αρχείο FDFD\_Ridge.m

```
function [N,t,grid,b_ch,V_ch,beta] =
FDFD_Ridge(dx,dy,lamda,nclad,ncore,ns1,ncover,tclad,tcore,ts1,tcover,wcore,w1,modes,wa
nnapl)
%Function which computes the effective index across a ridge waveguide
%and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%                #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE,NS1,NCOVER:refractive index distribution in the waveguide
%
%TCLAD,TCORE,TS1,TCOVER: y-axis dimensions (check waveguide figure}
%
%WCORE,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure}
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%        -1    ->no output plots
%        n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####
%                #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Ridge...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Ridge...
%also returns a vector of each mode's computational time
%
%[N,t,grid]=FDFD_Ridge...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Ridge...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

format long
time=cputime;

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
tcover_new=round(tcover/dy);
tcore_new=round(tcore/dy);
ts1_new=round(ts1/dy);
tclad_new=round(tclad/dy);
wcore_new=round(wcore/dx);
w1_new=round(w1/dx);
```

```

%Designing the grid
xaxis=wcore_new+2*w1_new;
yaxis=tcover_new+tcure_new+ts1_new+tclad_new;

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A= sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B = sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm= sparse(J:l*J-J,J+1:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J),l*J,l*J);
for i=1:(tcover_new-1)
for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
C(a,a)=(ncover^2)-ox-oy;
end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+ts1_new)
for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
C(a,a)=(ns1^2)-ox-oy;
end
end
for i=(tcover_new+ts1_new+1):l
for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
C(a,a)=(nclad^2)-ox-oy;
end
end
for i=(tcover_new+ts1_new+1):(tcover_new+ts1_new+tcure_new)
for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+w1_new+wcore_new
C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
end
end

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,
%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

%PLOTING GRAPHS AND CONTOURS
for i=1:modes
%Checking if computed eigenvalues are referring to guiding modes
if (sqrt(Eigvalue(i,i))>max(ncover,ns1)) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
%Printing Results of Guided Modes
str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %f\n', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
str = fprintf('kai b= %f\n', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));

```

```

%Plotting according to user's inputs
if (wannapl==0)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(modes,2,2*i-1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ','FontSize',15)
subplot(modes,2,2*i)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ','FontSize',15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ','FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ','FontSize',15)
end
else

```

```

%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %fn', i);
end

%Computing output vectors for each mode
nsub=max(ncover,ns1);
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(nsub^2))/((ncore^2)-(nsub^2));
V_ch(i)=ko*wcore*sqrt((ncore^2)-(nsub^2));
grid=l*j;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```

## 5. Αρχείο FDFD\_Channel.m

```

function [N,t,grid,b_ch,V_ch,beta] =
FDFD_Channel(dx,dy,lamda,nclad,ncore,nz,ncover,tclad,tcore,tcover,wcore,w1,modes,wannapl)
%Function which computes the effective index across a channel waveguide
%and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%           #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE,NZ,NCOVER:refractive index distribution in the waveguide
%
%TCLAD,TCORE,TCOVER: y-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%WCORE,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure)
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%   -1    ->no output plots
%   n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####
%           #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Channel...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Channel...
%also returns a vector of each mode's computational time
%

```

```

%[N,t,grid]=FDFD_Channel...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Channel...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

```

```

format long
time=cputime;

```

```

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
tcover_new=round(tcover/dy);
tcore_new=round(tcore/dy);
tclad_new=round(tclad/dy);
wcore_new=round(wcore/dx);
w1_new=round(w1/dx);

```

```

%Designing the grid
xaxis=wcore_new+2*w1_new;
yaxis=tcover_new+tcore_new+tclad_new;

```

```

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

```

```

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A= sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B = sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm= sparse(J:J:l*J-J,J+1:J:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

```

```

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J),l*J,l*J);
for i=1:(tcover_new-1)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(ncover^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+tcore_new)
    for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
        C(a,a)=(nz^2)-ox-oy;
    end
end
for i=(tcover_new):(tcover_new+tcore_new)
    for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+w1_new+wcore_new
        C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
    end
end

```

```

end
for i=(tcover_new+tcove_new+1):l
for a=(i-1)*J+1:(i-1)*J+J
C(a,a)=(nclad^2)-ox-oy;
end
end

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,
%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

%PLOTTING GRAPHS AND CONTOURS
for i=1:modes
%Checking if computed eigenvalues are referring to guiding modes
if (sqrt(Eigvalue(i,i))>max(ncover,nz)) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
%Printing Results of Guided Modes
str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %f\n', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
str = fprintf('kai b= %f\n', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));
%Plotting according to user's inputs
if (wannapl==0)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(l+2,J+2);
p=1;
for a=1:l
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(modes,2,2*i-1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize', 15)
subplot(modes,2,2*i)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize', 15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(l+2,J+2);
p=1;
for a=1:l
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid

```

```

    Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
    p=p+1;
    end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
end
else
%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %fn', i);
end

%Computing output vectors for each mode
nsub=max(ncover,nz);
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(nsub^2))/((ncore^2)-(nsub^2));
V_ch(i)=ko*wcore*sqrt((ncore^2)-(nsub^2));
grid=I*J;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```

## 6. Αρχείο FDFD\_Buried.m

```
function[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Buried(dx,dy,lamda,nclad,ncore,h,h1,w,w1,modes,
wannapl)
%Function which computes the effective index across a buried
%waveguide and plots its graph & contour,given its parameters.
%#####
%                #INPUT INFO#
%DX,DY: steps for making the grid
%
%LAMDA: wavelength (in microns)
%
%NCLAD,NCORE: refractive index distribution along the waveguide
%
%H,H1: y-axis dimensions (check waveguide figure}
%
%W,W1: x-axis dimensions (check waveguide figure}
%
%MODES: number of modes to be computed(dominant mode=1)
%
%WANNAPL: 0    ->plots the fields and contours of all modes
%        -1    ->no output plots
%        n=integer->plots only the selected mode's field & contour
%#####
%                #OUTPUT INFO#
%[N]=FDFD_Buried...
%returns a vector of all computed effective indexes
%
%[N,t]=FDFD_Buried...
%also returns a vector of each mode's computational time
%
%[N,t,grid]=FDFD_Buried...
%also returns a vector of total number of grid
%points used for each mode's computation
%
%[N,t,grid,b_ch,V_ch,beta]=FDFD_Buried...
%also returns a vector which contains every mode's normalized
%effective index, normalized frequency and guidance constant
%#####

format long
time=cputime;

%Computing the normalized dimensions for the grid
ko=(2*pi)/lamda;
w_new=round(w/dx);
h_new=round(h/dy);
w1_new=round(w1/dx);
h1_new=round(h1/dy);

%Designing the grid
xaxis=w_new+2*w1_new;
```



```

yaxis=h_new+2*h1_new;

%Calculating extra helping variables
l=(yaxis)-1;
J=xaxis-1;
dxx=(ko*dx)^2;
dyy=(ko*dy)^2;
ox=2/dxx;
oy=2/dyy;

%DESIGNING MATRICES OF EIGENVALUE PROBLEM
%Designing non-zero elements of the main sparse matrix G
A=sparse(1:l*J-J,J+1:l*J,ones(1,l*J-J)*(1/dxx),l*J,l*J);
B=sparse(1:l*J-1,2:l*J,ones(1,l*J-1)*(1/dyy),l*J,l*J);
Bm=sparse(J:l*J-J,J+1:J:l*J-J+1,-ones(1,l-1)*(1/dyy),l*J,l*J);

C=sparse(1:l*J,1:l*J,ones(1,l*J)*((nclad^2)-ox-oy),l*J,l*J);
for i=(h1_new):(h1_new+h_new)
for a=(i-1)*J+w1_new:(i-1)*J+w1_new+w_new
C(a,a)=(ncore^2)-ox-oy;
end
end

%G is the matrix of the eigenproblem [G][X]=N[X].
%Computing only eigenvalues smaller than ncore^2,
%to get guiding modes.
G=A+A'+B+Bm+B'+Bm'+C;
[Eigvector,Eigvalue]=eigs(G,modes,ncore^2);

%PLOTING GRAPHS AND CONTOURS
for i=1:modes
%Checking if computed eigenvalues are referring to guiding modes
if (sqrt(Eigvalue(i,i))>nclad) && (sqrt(Eigvalue(i,i))<ncore)
%Printing Results of Guided Modes
str = fprintf('O rythmos %f exei Neff= %f\n', i, sqrt(Eigvalue(i,i)));
str = fprintf('kai b= %f\n', ko*sqrt(Eigvalue(i,i)));
%Plotting according to user's inputs
if (wannapl==0) %plotting all modes
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(l+2,J+2);
p=1;
for a=1:l
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(modes,2,2*i-1)

```

```

surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(modes,2,2*i)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
%Plotting a selected mode
elseif (wannapl==i)
[x,y]=meshgrid(0:dx:(xaxis*dx),0:dy:(yaxis*dy));
Plotty=zeros(I+2,J+2);
p=1;
for a=1:I
for b=1:J
%Sorting eigenvector values to a x-y grid
Plotty(a,b)=Eigvector(p,i);
p=p+1;
end
end
%Acquiring the absolute values of the field
Plotty=abs(Plotty);
%Normalizing the field
Plotty=Plotty/(max(max(Plotty)));
subplot(2,1,1)
surf(x,y,Plotty)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Graph of mode ', 'FontSize',15)
subplot(2,1,2)
contour(x,y,Plotty,5)
xlabel('x (microns)','FontSize',13)
ylabel('y (microns)','FontSize',13)
title('Contour of mode ', 'FontSize',15)
end
else
%Printing Results of Non-Guided Modes
str = fprintf('Den diadidetai o rythmos: %f\n', i);
end

%Computing output vectors for each mode
N(i)= sqrt(Eigvalue(i,i));
b_ch(i)=((N(i)^2)-(nclad^2))/((ncore^2)-(nclad^2));
V_ch(i)=ko*w*sqrt((ncore^2)-(nclad^2));
grid=I*J;
beta(i)=ko*N(i);

end
t=cputime-time;
end

```